

ΜΕΤΡΗΣΗ ΧΡΟΝΩΝ ΖΩΗΣ ΚΑΙ ΑΝΗΓΜΕΝΩΝ ΡΥΘΜΩΝ ΜΕΤΑΠΤΩΣΗΣ ΣΕ ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΟΥΣ ΠΥΡΗΝΕΣ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΘΕΟΔΩΡΟΥ Α. ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΠΟΥΛΟΥ

Διπλωματούχου Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών, Ε.Μ.Π.

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: Σ. ΧΑΡΙΣΟΠΟΥΛΟΣ Δ/ντής Ερευνών Ε.Κ.Ε.Φ.Ε. «Δημόκριτος»

ΑΘΗΝΑ, Οκτώβριος 2012



<u>ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ</u> ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ & ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΜΕΤΡΗΣΗ ΧΡΟΝΩΝ ΖΩΗΣ ΚΑΙ ΑΝΗΓΜΕΝΩΝ ΡΥΘΜΩΝ ΜΕΤΑΠΤΩΣΗΣ ΣΕ ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΟΥΣ ΠΥΡΗΝΕΣ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΘΕΟΔΩΡΟΥ Α. ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΠΟΥΛΟΥ

Διπλωματούχου Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών Ε.Μ.Π.



ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΣΥΜΒΟΥΛΕΥΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ :

1. Σ. ΧΑΡΙΣΟΠΟΥΛΟΣ : Δ/ντής Ερευνών Ε.Κ.Ε.Φ.Ε. «Δημόκριτος» (Επιβλέπων) 2. Ρ. ΖΑΝΝΗ-ΒΛΑΣΤΟΥ : Καθ. Ε.Μ.Π. 3. Κ. ΠΑΠΑΔΟΠΟΥΛΟΣ : Αν. Καθ. Ε.Μ.Π.

ΕΠΤΑΜΕΛΗΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ :

- 1. Σ. ΧΑΡΙΣΟΠΟΥΛΟΣ : Δ/ντής Ερευνών
- Ε.Κ.Ε.Φ.Ε. «Δημόκριτος» (Επιβλέπων)
- 2. Ρ. ΖΑΝΝΗ-ΒΛΑΣΤΟΥ : Καθ. Ε.Μ.Π.
- 3. Κ. ΠΑΠΑΔΟΠΟΥΛΟΣ : Αν. Καθ.
- Е.М.П.
- 4. Δ. ΜΠΟΝΑΤΣΟΣ : Δ/ντής Ερευνών
- Ε.Κ.Ε.Φ.Ε. «Δημόκριτος»
- 5. E. MAYPOMMATH : Av. $K\alpha\theta$. E.K. II.A.
- 6. Θ . MEPTZIMEKH Σ : E π . K $\alpha\theta$. E.K.Π.A.
- 7. M. KOKKOPH Σ : E π . Ka θ . E.M.II.

Στη Μαριάννα

Ευχαριστίες

Θα ήθελα εδώ να ευχαριστήσω όλους τους ανθρώπους που συνέβαλαν στην πραγματοποίηση της παρούσας διδακτορικής διατριβής.

Ξεκινώντας, θα ήθελα πάνω απ' όλους να ευχαριστήσω τους γονείς μου Μ. Παπαθεοδώρου και Α. Κωνσταντινόπουλο χωρίς την ηθική και οικονομική στήριξη των οποίων δε θα ήταν δυνατό εξ' αρχής να κάνω διδακτορικό. Επίσης, όλους τους στενούς φίλους και συγγενείς μου που συντέλεσαν στο να βρίσκω κουράγιο, να ξεπερνάω τις όποιες δυσκολίες και να συνεχίζω.

Η εργασία αυτή πραγματοποιήθηκε στο Ινστιτούτο Πυρηνικής και Σωματιδιακής Φυσικής του "Δημόκριτου" σε στενή συνεργασία με το Ινστιτούτο Πυρηνικής Φυσικής του Πανεπιστημίου της Κολωνίας και με το εργαστήριο επιταχυντού JYFL του Πανεπιστημίου Jyväskylä στη Φινλανδία και έτσι είναι πολλοί οι άνθρωποι που συνέβαλαν με τον έναν ή τον άλλο τρόπο στη δουλειά μου.

Από το πρώτο θα ήθελα να ευχαριστήσω πρωτίστως τον Καθηγητή κ. A. Dewald, ο οποίος με την τεράστια εμπειρία του και τη βαθιά γνώση που διαθέτει σε θέματα μέτρησης χρόνων ζωής και όχι μόνο, μου έδωσε απλόχερα συμβουλές αλλά και αφιέρωσε τον πολύτιμο χρόνο του σε συζητήσεις σχετικές με την ανάλυση των δεδομένων. Επιπλέον να τον ευχαριστήσω για τη φιλοξενία που επέδειξε αυτός και οι συνεργάτες του κατά τη δίμηνη παραμονή μου εκεί. Από το ίδιο ινστιτούτο, θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τους τότε φοιτητές του προαναφερθέντος, Δρ. W. Rother και M. Hackstein, με τους οποίους περάσαμε ατελείωτες ώρες τόσο σε πειραματικές βάρδιες στο Πανεπιστήμιο Jyväskylä όσο και στο Πανεπιστήμιο της Κολωνίας όπου έλαβε χώρα ένα σημαντικό μέρος της ανάλυσης. Η συνεργασία μαζί τους ήταν υπόδειγμα συναδελφικότητας. Ακόμη, από το Πανεπιστήμιο της Κολωνίας θα ήθελα να ευχαριστήσω τους Δρ. C. Fransen και T. Braunroth οι οποίοι συνέβαλαν στο να ξεπεραστούν πολλές πειραματικές δυσκολίες στις μετρήσεις που έγιναν στη Jyväskylä. Τέλος, ιδιαίτερη βοήθεια μου προσέφερε ο επιστημονικός συνεργάτης του Πανεπιστημίου της Κολωνίας και Καθηγητής του Πανεπιστημίου της Σόφιας της Βουλγαρίας κ. Ρ. Petkov ο οποίος με καθοδήγησε στο κομμάτι των θεωρητικών υπολογισμών που παρουσιάζονται στο τέλος της εργασίας.

Από το Πανεπιστήμιο Jyväskylä στη Φινλανδία θα ήθελα να ευχαριστήσω κατ΄ αρχάς τον Καθηγητή και επικεφαλή του τμήματος φυσικής του εν λόγω Πανεπιστη-

μίου κ. R. Julin για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε δίνοντάς μου τη δυνατότητα να πραγματοποιήσω τα πειράματα της παρούσας εργασίας στο εργαστήριο JYFL αλλά και την απαράμιλλη φιλοξενία του καθώς φρόντισε να μη μας λείψει τίποτα όσες φορές βρεθήκαμε εκεί. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Ερευνητή Δρ. P. Jones ο οποίος ήταν η καρδιά του εργαστηρίου και η συνεχής παρουσία του οποίου από το πρωί μέχρι το βράδυ βοήθησε στην τελικά ομαλή διεξαγωγή των πειραμάτων. Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Δρ. P. Rakhila, δημιουργό του προγράμματος Grain που χρησιμοποιήθηκε στην ανάλυση, ο οποίος ήταν πάντα πρόθυμος να μου απαντήσει σε όσες απορίες είχα σχετικά με αυτό.

Κλείνοντας με τους ξένους συνεργάτες οφείλω έστω και επιγραμματικά να αναφέρω τους ανθρώπους που συμμετείχαν στα πειράματα που πραγματοποιήθηκαν στα πλαίσια της παρούσας εργασίας. Συγκεκριμένα τους Α. Fitzler, G. Ilie, A. Linnemann, B. Saha και K.O. Zell από το IKP του Πανεπιστημίου της Κολωνίας, τους P. Greenlees, A. Herzan, U. Jakobsson, S. Ketelhut, P. Nieminen, P. Peura και T. Grahn από το JYFL του Πανεπιστημίου Jyväskylä, τον Ο. Möller από το Πανεπιστήμιο του Darmstadt, την Α. Σπύρου από το MSU, τον K. Hauschild από το CSNSM Orsay, τους G. de Angelis, S. Lenzi, D. R. Napoli, N. Marginean και C. Rusu από το INFN Legnaro, τους C. Ur, D. Bazzacco και Ε. Farnea από το INFN Padova και τον D. Balabanski από το INRNE στη Βουλγαρία.

Many thanks to all colleagues and collaborators whose name appears in the paragraphs above!!

Από το Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Επίκουρο Καθηγητή κ. Μ. Κόκκορη, ο οποίος, αν και δεν αναμείχθηκε άμεσα στην παρούσα εργασία, ήταν αυτός που αρχικά με έστειλε στο "Δημόκριτο" και έκτοτε είχε πάντα ένα ρόλο συμβουλευτικό στη σταδιοδρομία μου. Η σχέση που έχει με όλους τους φοιτητές του είναι υπόδειγμα σχέσης δασκάλου-μαθητή.

Από το Ινστιτούτο Πυρηνικής και Σωματιδιακής Φυσικής του "Δημόκριτου" θα ήθελα να ευχαριστήσω κατ΄ αρχάς τον Ερευνητή Γ΄ Δρ. Α. Λαγογιάννη ο οποίος στάθηκε δίπλα μου σε όλη τη μέχρι στιγμής πορεία μου και συμμετείχε σε όλα τα πειράματα προσφέροντας απλόχερα τη βοήθειά του σε κάθε στιγμή, βοηθώντας με πρακτικά και ψυχολογικά να ξεπεράσω πλήθος δυσκολιών, ήταν πάντα ένας εξαιρετικός φίλος και συνεργάτης. Ακόμη, τον Δρ. Μ. Αξιώτη ο οποίος από τη στιγμή που βρέθηκε στο "Δημόκριτο" δεν αρνήθηκε ποτέ να με βοηθήσει όποτε του το ζήτησα και η συμβολή του ήταν πάντα καθοριστική. Οφείλω ένα μεγάλο ευχαριστώ στον Ερευνητή Α΄ κ. Δ. Μπονάτσο, ο οποίος όντας ειδικός στη θεωρία της πυρηνικής δομής, μου αφιέρωσε πολύτιμο χρόνο σε σειρά μαθημάτων πυρηνικής δομής, με έμφαση στο ΙΒΜ, μου έλυσε απορίες, μου επεσήμανε βιβλιογραφία και ανέλαβε τη διόρθωση του πρώτου κεφαλαίου αυτής της διατριβής. Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω και τον Ερευνητή Α΄ κ. Κ. Κάλφα ο οποίος ήταν πάντα πρόθυμος να βοηθήσει, με τη μακρόχρονη εμπειρία που διαθέτει, όλους τους φοιτητές του Ινστιτούτου. Επιπλέον, ευχαριστώ τον επίκουρο Καθηγητή ΕΚΠΑ Θ. Μερτζιμέκη, με τον οποίο συνεργαστήκαμε για το σύντομο χρονικό διάστημα που βρέθηκε στο "Δημόκριτο", στο οποίο, ωστόσο, πρόλαβε να μου προσφέρει χρήσιμες συμβουλές. Ευχαριστώ πολύ τον Δρ. S. Ashley ο οποίος βρέθηκε στο "Δημόκριτο" για δύο χρόνια, στα οποία συνεργαστήκαμε στενά για την ανάλυση των δεδομένων του Pd, περάσαμε άφθονες ώρες δουλεύοντας μαζί και η συνεισφορά του σε αυτή την εργασία ήταν καταλυτική. Θα ήθελα τέλος να ευχαριστήσω ορισμένους ανθρώπους από το "Δημόκριτο" που αν και δεν είχαν άμεση ανάμειξη στην παρούσα εργασία συνετέλεσαν στο να δημιουργηθεί ένα πολύ ευχάριστο κλίμα στο χώρο εργασίας μου. Συγκεκριμένα, τους Μ. Ανδριάνη και Β. Κανταρέλου και ιδιαιτέρως τους σποίους μοιραστήκαμε για πέντε χρόνια το ίδιο γραφείο βοηθώντας και στηρίζοντας ο ένας τον άλλο με κάθε τρόπο. Τους εύχομαι καλά ξεμπερδέματα και καλή σταδιοδρομία.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τα μέλη της τριμελούς επιτροπής που επέβλεψε την παρούσα εργασία. Συγκεκριμένα, τους αναπληρωτή Καθηγητή ΕΜΠ κ. Κ. Παπαδόπουλο και την Καθηγήτρια ΕΜΠ Ρ. Ζάννη-Βλαστού οι οποίοι με στήριξαν καθ΄ όλη τη διάρκεια της εργασίας και ήταν πρόθυμοι να συζητήσουν μαζί μου όποτε τους χρειάστηκα. Πρωτίστως όμως θέλω να ευχαριστήσω τον κύριο επιβλέποντα αυτής της διδακτορικής διατριβής, το Διευθυντή Ερευνών του ΕΚΕΦΕ "Δημόκριτος", κ. Σ. Χαρισόπουλο. Με ανέλαβε από τη στιγμή που βγήκα από την πόρτα του Πολυτεχνείου, μου έδωσε εξ' αρχής τη δυνατότητα να συμμετάσχω σε μεγάλα πειράματα σε διάφορα εργαστήρια του εξωτερικού, μου παρείχε θέμα για το διδακτορικό μου πριν καν τελειώσω τα μαθήματα του μεταπτυχιακού και σε όλα τα χρόνια που ακολούθησαν μου έδωσε τη δυνατότητα να πάω πολλά ταξίδια τόσο για πειράματα όσο και για συνεργασίες από τις οποίες βγήκα πολύ ωφελημένος και κέρδισα πάμπολλες εμπειρίες. Παράλληλα μου έδωσε (έστω και φωναχτά...) πολύτιμες συμβουλές για τη δουλειά μου αλλά και όχι μόνο. Τον ευχαριστώ για την υποστήριξή του από την αρχή μέχρι το τέλος και ελπίζω τελικά να κατάφερα να τον δικαιώσω.

Πρόλογος

Η πυρηνική δομή είναι ένας διαρκώς εξελισσόμενος κλάδος που προσπαθεί να περιγράψει συμβατικά τον τρόπο με τον οποίο από δύο ειδών απλά δομικά υλικά, τα πρωτόνια και τα νετρόνια, δημιουργούνται τελικά σύνθετοι πυρήνες με συγκεκριμένες ιδιότητες. Το πρώτο πολύ επιτυχημένο μοντέλο που προτάθηκε για αυτό το σκοπό ήταν το πυρηνικό μοντέλο των φλοιών από τους M. Goeppert-Mayer [1] και J.H.D. Jensen [2] το 1949, σύμφωνα με το οποία τα νουκλεόνια καταλαμβάνουν καθορισμένους φλοιούς ενώ οι πυρηνικές διεγέρσεις οφείλονται σε μεταπήδηση ενός νουκλεονίου από έναν κατώτερο ενεργειακά φλοιό σε έναν ανώτερο. Το μοντέλο αυτό γνώρισε μεγάλη επιτυχία ιδιαίτερα στους ελαφρείς πυρήνες καθώς μπόρεσε να εξηγήσει, μεταξύ άλλων, το μυστήριο των μαγικών αριθμών. Σύντομα, ωστόσο, έγινε φανερό ότι καθώς προστίθενται περισσότερα νουκλεόνια και περνάμε σε μεσοβαρείς και βαρείς πυρήνες, το μοντέλο των φλοιών αποτυγχάνει, ιδιαίτερα σε πυρήνες που βρίσκονται μακριά από κλειστούς φλοιούς.

Το 1952, αρχικά ο A. Bohr [3] και εν συνεχεία μαζί του και ο B. Mottelson, πρότειναν το πυρηνικό συλλογικό μοντέλο. Το μοντέλο αυτό περιγράφει με μία Χαμιλτονιανή τον πυρήνα χρησιμοποιώντας τις γεωμετρικές παραμέτρους β και γ που έχουν να κάνουν με την παραμόρφωσή του και την απόκλιση του σχήματός του από την αξονική συμμετρία αντιστοίχως. Ακόμη περιγράφει συλλογικές διεγέρσεις στις οποίες συμμετέχουν ταυτόχρονα πολλά νουκλεόνια και μπορούν να ειδωθούν μακροσκοπικά ως ταλαντώσεις ή περιστροφές του πυρήνα ως σύνολο. Το μοντέλο αυτό, που για προφανείς λόγους ονομάζεται και γεωμετρικό συλλογικό μοντέλο, περιγράφεται στο πρώτο κεφάλαιο της παρούσας εργασίας στην παράγραφο §1.1.

Το 1975, ένα νέο μοντέλο προτάθηκε από τους Α. Arima και F. Iachello [4] για να περιγράψει τις συλλογικές διεγέρσεις του πυρήνα βασιζόμενο σε αλγεβρικές μεθόδους. Το μοντέλο αυτό ονομάστηκε μοντέλο των αλληλεπιδρώντων μποζονίων (IBM) και αποτελεί, στην απλούστερη μορφή του, το αντικείμενο της παραγράφου 1.2. Τόσο στο γεωμετρικό μοντέλο όσο και στο μοντέλο των αλληλεπιδρώντων μποζονίων προκύπτουν τρεις λύσεις που περιγράφουν τρεις οριακές καταστάσεις της πυρηνικής δομής για τους πυρήνες που παρουσιάζουν συλλογικούς βαθμούς ελευθερίας. Τα τρία αυτά όρια είναι οι σφαιρικοί ταλαντωτές, οι αξονικά συμμετρικοί περιστροφείς και οι τριαξονικοί πυρήνες ενώ παραδείγματα και για τις τρεις περιπτώσεις έχουν βρεθεί πειραματικά [5], [6], [7].

Συστηματικές μελέτες σε ισοτοπικές αλυσίδες (σταθερό Z και μεταβαλλόμενο N) αλλά και σε ισοτονικές (σταθερό N και μεταβαλλόμενο Z) αλυσίδες έδειξαν ότι προσθέτοντας σε ένα πυρηνικό σύστημα διαδοχικά νουκλεόνια, μπορεί να αλλάξει δραματικά η δομή του ώστε να περάσει από το ένα όριο στο άλλο μέσω αλλαγής σχήματος-φάσης. Η μελέτη των αλλαγών σχήματος-φάσης στην πυρηνική δομή είχε ξεκινήσει ήδη από τη δεκαετία του '80 ωστόσο μόλις στις αρχές της προηγούμενης δεκαετίας, ο F. Iachello, με δύο διαδοχικές δημοσιεύσεις [8], [9], αναθέρμανε το ενδιαφέρον προτείνοντας δύο λύσεις της Χαμιλτονιανής του Bohr που περιγράφουν πυρήνες που βρίσκονται στο μεταβατικό στάδιο μεταξύ των τριαξονικών πυρήνων και των σφαιρικών ταλαντωτών καθώς επίσης και μεταξύ των τελευταίων και των αξονικά συμμετρικών περιστροφέων. Οι λύσεις αυτές ονομάστηκαν συμμετρίες κρίσιμου σημείου E(5) και X(5) αντιστοίχως και περιγράφονται στην παράγραφο §1.3.

Όσον αφορά τη συμμετρία X(5) έχουν βρεθεί πειραματικά αρκετοί πυρήνες που συμφωνούν με τις προβλέψεις της [10], [11], [12]. Σε αντίθεση, για τη συμμετρία E(5), με εξαίρεση το ¹³⁴Ba που προτάθηκε πρώτο ως παράδειγμα της συμμετρίας αυτής, δεν έχει μέχρι σήμερα βρεθεί κάποιος άλλος πυρήνας που να συμφωνεί με τις προβλέψεις της. Αυτό ακριβώς αποτελεί και το κίνητρο της παρούσας δι-δακτορικής διατριβής. Από ένα ολιγομελές σύνολο πυρήνων που έχουν προταθεί ως υποψήφιοι πυρήνες για την συμμετρία E(5) [13], στα πλαίσια της παρούσας εργασίας μελετήθηκαν οι πυρήνες ¹²⁸Xe, ¹³⁰Xe και ¹⁰²Pd.

Οι ανηγμένοι ρυθμοί μετάπτωσης (βλ. §2.1) αποτελούν ένα ιδιαίτερα ευαίσθητο κριτήριο για τον έλεγχο των πειραματικών μοντέλων και συνδέονται άμεσα με τους χρόνους ζωής των διεγερμένων σταθμών. Έτσι, η μέτρηση των χρόνων ζωής αποτελεί έναν έμμεσο τρόπο προσδιορισμού των ανηγμένων ρυθμών μετάπτωσης. Οι πειραματικές τεχνικές που χρησιμοποιήθηκαν στις μετρήσεις της παρούσας εργασίας, μαζί με μία σύνοψη των σημαντικότερων πειραματικών τεχνικών που εφαρμόζονται στην πυρηνική δομή για τη μέτρηση χρόνων ζωής και ανηγμένων ρυθμών μετάπτωσης, αποτελούν το αντικείμενο του δεύτερου κεφαλαίου. Στο κεφάλαιο αυτό, στην παράγραφο §2.3, αναπτύσσεται διεξοδικά η τεχνική RDDS που χρησιμοποιήθηκε και για τους τρεις πυρήνες, καθώς και η μέθοδος DDCM που χρησιμοποιήθηκε για την ανάλυση των δεδομένων. Στην παράγραφο §2.3.3 όπου αναπτύσσεται η μέθοδος DDCM παρέχονται και όλες οι σχέσεις που χρησιμοποιήθηκαν για την εξαγωγή των χρόνων ζωής. Στο τέλος του κεφαλαίου, στην παράγραφο 2.4, αναπτύσσεται και η τεχνική διέγερσης Coulomb μέσω της οποίας προσδιορίζονται άμεσα οι ανηγμένοι ρυθμοί μετάπτωσης και η οποία χρησιμοποιήθηκε στην περίπτωση των ¹²⁸Хе кат ¹³⁰Хе.

Συγκεκριμένα, για τους πυρήνες ¹²⁸Xe και ¹³⁰Xe εφαρμόστηκε η τεχνική Coulex-Plunger σε αντίστροφη κινηματική, η οποία συνδυάζει την τεχνική RDDS με τη διέγερση Coulomb επιτρέποντας έτσι την ανάλυση των δεδομένων με δύο ανεξάρτητες μεθόδους. Η τεχνική αυτή αναπτύσσεται λεπτομερώς στο κεφάλαιο 3 καθώς επίσης και η ανάλυση των δεδομένων με τις δύο μεθόδους, τόσο με τη μέθοδο DDCM στην παράγραφο §3.3 όσο και με χρήση του προγράμματος GOSIA [14] στην παράγραφο §3.4, το οποίο πρόγραμμα χρησιμοποιείται ευρέως για την ανάλυση δεδομένων από διέγερση Coulomb.

Στην περίπτωση του ¹⁰²Pd χρησιμοποιήθηκε η τεχνική RDDS μέσω της οποίας προσδιορίστηκαν επτά χρόνοι ζωής διεγερμένων σταθμών του πυρήνα αυτού. Στο κεφάλαιο 4 περιγράφονται οι λεπτομέρειες του πειράματος αυτού καθώς και η ανάλυση των δεδομένων με τη μέθοδο DDCM μέσω της οποίας προσδιορίστηκαν τελικά χρόνοι ζωής διεγερμένων σταθμών της ζώνης yrast μέχρι τη στάθμη 8⁺₁ καθώς επίσης και τρεις χρόνοι ζωής από μία πλευρική ζώνη.

Στο τελευταίο κεφάλαιο αυτής της διατριβής, γίνεται η σύγκριση των αποτελεσμάτων με τις προβλέψεις της συμμετρίας Ε(5) μαζί με τη σχετική συζήτηση και τα συμπεράσματα. Ειδικά για την περίπτωση του ¹⁰²Pd, πραγματοποιείται στην παράγραφο §5.2 και ένας θεωρητικός υπολογισμός στα πλαίσια του μοντέλου των αλληλεπιδρώντων μποζονίων ώστε να εξεταστεί το κατά πόσον ο τελευταίος μπορεί να περιγραφεί με μία μεταβατική Χαμιλτονιανή. Το κεφάλαιο κλείνει με μία σύντομη σύνοψη και προοπτικές για το μέλλον.

Τα πειράματα που πραγματοποιήθηκαν στα πλαίσια της παρούσας εργασίας έγιναν σε στενή συνεργασία με το εργαστήριο επιταχυντού JYFL του Πανεπιστημίου Jyväskylä στη Φινλανδία όπου και πραγματοποιήθηκαν οι μετρήσεις των ¹²⁸Xe και ¹³⁰Xe καθώς και με το Ινστιτούτο Πυρηνικής Φυσικής του Πανεπιστημίου της Κολωνίας όπου και πραγματοποιήθηκε μέρος της ανάλυσης των δεδομένων κατά τη διάρκεια της δίμηνης παραμονής του γράφοντος εκεί.

Abstract

Nuclear structure is a continuously evolving field which tries to describe how complex nuclei with specific properties are created by two simple building materials, protons and neutrons. The first very successful model that was proposed for that purpose was the *nuclear shell model* by M. Goeppert-Mayer [1] and J.H.D. Jensen [2] in 1949, according to which nucleons occupy specific shells and the nuclear excitations are attributed to the leap of a nucleon from an energetically lower shell to a higher one. This model was very successful especially for light nuclei as it was able, among others, to explain the mysterious magic numbers. Soon, however, it became apparent that when more nucleons are added and one enters the medium-heavy and heavy region, the shell model fails, especially in nuclei far from closed shells.

In 1952, first A. Bohr [3] and then together with B. Mottelson, proposed the *nuclear collective model*. This model describes the nucleus with a Hamiltonian which contains the geometrical parameters β and γ which correspond to the deformation of the nucleus and the deviation from axial symmetry of the nuclear shape, respectively. It also describes collective excitations in which many nucleons participate in the same time and can be seen macroscopically as vibrations and rotations of the nucleus as a whole. This model, which for obvious reasons is also named the *geometric collective model*, is described in the first chapter of this treatise in paragraph §1.1.

In 1975, a new model was proposed by A. Arima and F. Iachello [4] to describe the collective excitations of the nucleus based on algebraic methods. That model was called *interacting boson model* (IBM) and, in its simplest form, comprises the subject of paragraph 1.2. Both in the geometric model and the interacting boson model three limiting cases are reached for collective nuclei. These limiting cases are the spherical vibrators, the axially symmetric rotors and the triaxial nuclei whereas paradigms for all three limits have been found experimentally.

Systematic studies in isotopic (steady Z and varying N) and isotonic (steady N and varying Z) chains have shown that by successively adding nucleons to a nuclear system, the nuclear structure can change dramatically to the point that it passes from one limit to another through a shape-phase transition. The

study of shape-phase transitions in nuclear structure had already began from the '80s but it was only in the start of the previous decade that F. Iachello, with two successive publications [8], [9], grew new interest on the matter by suggesting two solutions of the Bohr Hamiltonian which describe nuclei that undergo the transition from the triaxial to the spherical vibrator limit and from the spherical vibrator to the axially symmetric rotor limit. These two solutions where coined E(5) and X(5) critical point symmetries respectively and they are described in paragraph §1.3.

Concerning the X(5) symmetry there have been quite a few nuclei that agree with its predictions [10], [11], [12]. On the other hand, the E(5) symmetry, with the exception of ¹³⁴Ba which was the first proposed paradigm, has not yet been established. This is exactly what gives the motivation for this thesis. From a short list of nuclei that have been proposed as candidates for the E(5) symmetry [13], three of them, in particular ¹²⁸Xe, ¹³⁰Xe and ¹⁰²Pd have been studied in this work.

Transitional strengths (see §2.1) are a very sensitive criterion for the test of nuclear models and they are directly related to the lifetimes of the excited states. Therefore, measuring a lifetime is an indirect way of determining the transitional strength. The experimental techniques applied in the measurements of the current work, along with a short review of the most important experimental techniques used in nuclear structure for lifetimes and transitional strengths measurements, constitute the subject of the second chapter. In that chapter, in paragraph §2.3, the RDDS technique which, was applied for all three measured nuclei, is described thoroughly as well as the DDC method which was used for the data analysis. In paragraph §2.3.3 where DDCM is explained all the relations used for the extraction of lifetimes are presented. In the end of the chapter, in paragraph 2.4, the Coulomb excitation technique is described, through which the transitional strengths of 128 Xe and 130 Xe are determined.

In particular, for ¹²⁸Xe and ¹³⁰Xe, the *Coulex-plunger in inverse kinematics* technique was applied, which combines the RDDS technique with Coulomb excitation, therefore enabling the analysis of the data with two separate methods. That technique is presented in detail in chapter three along with the data analysis with both methods, the DDCM in paragraph §3.3 as well as the analysis with the code GOSIA [14] in paragraph §3.4, which is a "Coulex" code commonly used for the analysis of Coulomb excitation data.

For the case of 102 Pd the RDDS technique was used through which seven lifetimes of excited states of that nucleus were determined. In chapter 4, the details of that experiment are given along with data analysis with the DDC method through which lifetimes up to the 8^+_1 of the yrast band as well as three lifetimes of a sideband were determined.

In the last chapter of this thesis, a comparison of the results with the E(5) critical point symmetry predictions is presented which is followed by discussion and conclusions. Especially for the case of ¹⁰²Pd, a theoretical calculation in terms of the interacting boson model is attempted in order to test whether the latter can be described by a transitional Hamiltonian. The chapter closes with a short summary and future perspectives.

The experiments described in the current thesis were realized in collaboration with the University of Jyväskylä in Finland where the measurements of 128 Xe and 130 Xe took place and with the Institute of Nuclear Physics of the University of Cologne where part of the data analysis took place during the author's two month stay there.

Περιεχόμενα

1	Συλ ωάο	λογικά	μοντέλα της πυρηνικής δομής, μεταβάσεις σχήματος-	1
	φ α υ 1 1		δομμετριος Αρτοτρού σημετού	1
	1.1	10.00/	Η Χαιμλτονιανή του Bohr	2
		1.1.1	$Σ_{1}$ στη τα στη του μοτη $β_{1}$	-
			Η φυσική σημασία των παραμέτρων β και ν	
			Έκφοαση της κινητικής ενέονειας στο σύστημα β.	
		1.1.2	Δ_{ij} ματη μη ματη ματη στορ του βοhr	8
		1.1.2	Το υπο-υοντέλο του σφαιοικού αουονικού ταλαντωτή	U
			Το υπο-μοντέλο Wilets-Jean	
			Το υπο-μοντέλο του στερεού περιστροφέα	
	1.2	Το μον	ντέλο των αλληλεπιδρώντων μποζονίων	11
		1.2.1	Εισαγωγικές παρατηρήσεις για το IBM-1	12
		1.2.2	Μποζονικοί τελεστές	13
		1.2.3	Η γενική Χαμιλτονιανή του ΙΒΜ-1	14
		1.2.4	Υποάλγεβρες της άλγεβρας U(6)	15
		1.2.5	Τελεστές Casimir	16
		1.2.6	Δυναμικές συμμετρίες	18
			Δυναμική συμμετρία U(5)	
			Δυναμική συμμετρία SU(3)	
			Δυναμική συμμετρία $\mathbf{O}(6)$	
		1.2.7	Ηλεκτρομαγνητικές μεταπτώσεις και ανηγμένοι ρυθμοί με-	
			τάπτωσης στο ΙΒΜ-1	21
		1.2.8	Γεωμετρική ερμηνεία των δυναμικών συμμετριών	22
		1.2.9	Το τρίγωνο του Casten	24
	1.3	Μεταβ	άσεις σχήματος-φάσης και συμμετρίες κρίσιμου σημείου	26
		1.3.1	Πειραματικές ενδείξεις για τις αλλαγές σχήματος-φάσης	26
		1.3.2	Η συμμετρία κρίσιμου σημείου Ε(5)	31
		1.3.3	Η συμμετρία κρίσιμου σημείου Χ(5)	35
		1.3.4	Υποψήφιοι πυρήνες για τις συμμετρίες κρίσιμου σημείου και	
			το κίνητρο των μετρήσεων	38

2	Πει	ραματι	κές τεχνικές και μεθοδολογία ανάλυσης των δεδομένων	43		
	2.1	Χρόνο	ι ζωής και ανηγμένοι ρυθμοί μετάπτωσης	43		
	2.2	Τεχνικές μέτρησης χρόνων ζωής				
		2.2.1	Χρόνοι ζωής $ au > { m ms}$	46		
		2.2.2	Χρόνοι ζωής $0.1 \text{ns} \le \tau \le \text{ms}$	47		
		2.2.3	Χρόνοι ζωής τ $< m ns$	50		
		2.2.4	Έμμεσες τεχνικές μέτρησης του χρόνου ζωής τ	52		
	2.3	Η μέτρ	οηση χρόνων ζωής πυρηνικών σταθμών με τη μέθοδο RDDS	54		
		2.3.1	Η πειραματική συσκευή plunger	56		
		2.3.2	Πειράματα σύμπτωσης ακτίνων γ	59		
			Χρονική συσχέτιση δύο ακτίνων γ			
			Μήτρες συσχέτισης γεγονότων σύμμτωσης			
		2.3.3	Η μέθοδος της διαφορικής καμπύλης αποδιέγερσης (D ifferentia	ıl		
			Decay Curve Method)	64		
			Η περίπτωση των "singles"			
			Η περίπτωση των γ-γ-συμπτώσεων			
			Πλεονεκτήματα της μεθόδου DDCM			
		2.3.4	Το φαινόμενο του πυρηνικού αποπροσανατολισμού	71		
		2.3.5	Μεθοδολογία ανάλυσης δεδομένων και το πρόγραμμα ΝΑΡΑ-			
			TAU	74		
			Προσδιορισμός της ταχύτητας ν			
			Κανονικοποίηση των δεδομένων			
			Πολυωνυμική προσαρμογή με το πρόγραμμα ΝΑΡΑΤΑU			
	2.4	Η μέτρ	οηση ανηγμένων ρυθμών μετάπτωσης μέσω διέγερσης Coulomb	79		
3	Μετ	ρήσεις	χρόνων ζωής σταθμών των πυρήνων ^{128,130} Χε	83		
	3.1	Η πειρ	ραματική τεχνική και η διάταξη που χρησιμοποιήθηκε	84		
		3.1.1	Το κυκλοτρόνιο K130 και οι πηγές ECR	84		
		3.1.2	Η ανιχνευτική διάταξη JUROGAM	84		
		3.1.3	Coulex-Plunger σε αντίστροφη κινηματική	86		
		3.1.4	Οι σωματιδιακοί ανιχνευτές	89		
		3.1.5	Οι στόχοι, η δέσμη και η κινηματική της αντίδρασης	93		
			Κινηματική για την περίπτωση του ¹²⁸ Χe			
			Κινηματική για την περίπτωση του ¹³⁰ Χe			
	3.2	Ταξινά	ρμηση των δεδομένων με το πρόγραμμα GRAIN	99		
	3.3	Ανάλυ	ση και αποτελέσματα με τη μέθοδο DDCM	99		
		3.3.1	Κανονικοποίηση των δεδομένων	100		
		3.3.2	Προσδιορισμός του λόγου ν/c	100		
		3.3.3	Προσδιορισμός ανιχνευτικής ικανότητας των ανιχνευτών γερ-			
			μανίου	103		
		3.3.4	Η περίπτωση του ¹²⁸ Χε	103		

			"Singles"	
			γ-γ-συμπτώσεις	
		3.3.5	Η περίπτωση του ¹³⁰ Χe	118
			"Singles"	
			γ-γ-συμπτώσεις	
	3.4	Ανάλυ	ση με χρήση του προγράμματος GOSIA	129
		3.4.1	Έλεγχος συνθήκης "Coulex"	129
		3.4.2	Το πρόγραμμα GOSIA	129
			Πλήθος ανιχνευθέντων γεγονότων σύμπτωσης ακτίνων γ - σω- ματιδίων	
		3.4.3	Το αρχείο εισόδου	132
			Ορισμός ενεργειακού διαγράμματος και αρχικοποίηση στοι- χείων πίνακα	
			Περιγραφή πειράματος	
			Ορισμός γεωμετρίας ανιχνευτικής διάταξης	
			Ορισμός λοιπών μεγεθών και μετρούμενων εντάσεων	
			Αλγόριθμοι Ελαχιστοποίησης	
		3.4.4	Ανηγμένοι ρυθμοί μετάπτωσης που υπολογίστηκαν	139
4	Μέτ	ρηση χ	ρόνων ζωής σταθμών του πυρήνα ¹⁰² Pd	145
	4.1	Η πειρ	οαματική διάταξη	145
		411	Ο επιτανιντής XTU Tandem Van de Graaff 16 MV	145
		1.1.1	o critta overig rico random van de Graam ro mv	140
		4.1.2	Το ανιχνευτικό σύστημα GASP	146
		4.1.2 4.1.3	Το ανιχνευτικό σύστημα GASP Οι στόχοι, η δέσμη και η αντίδραση	146 148
	4.2	4.1.2 4.1.3 Ανάλυ	Το ανιχνευτικό σύστημα GASP Οι στόχοι, η δέσμη και η αντίδραση ση των δεδομένων με τη μέθοδο DDCM	146 148 149
	4.2	4.1.2 4.1.3 Ανάλυ 4.2.1	Το ανιχνευτικό σύστημα GASP Οι στόχοι, η δέσμη και η αντίδραση ση των δεδομένων με τη μέθοδο DDCM Προσδιορισμός του λόγου v/c	146 148 149 151
	4.2	 4.1.2 4.1.3 Ανάλυ 4.2.1 4.2.2 	Το ανιχνευτικό σύστημα GASP Οι στόχοι, η δέσμη και η αντίδραση ση των δεδομένων με τη μέθοδο DDCM Προσδιορισμός του λόγου v/c Προσδιορισμός παραγόντων κανονικοποίησης	146 148 149 151 152
	4.2	 4.1.2 4.1.3 Ανάλυ 4.2.1 4.2.2 4.2.3 	Το ανιχνευτικό σύστημα GASP Οι στόχοι, η δέσμη και η αντίδραση ση των δεδομένων με τη μέθοδο DDCM Προσδιορισμός του λόγου v/c Προσδιορισμός παραγόντων κανονικοποίησης Επιλογή γ-πύλης	146 148 149 151 152 153
	4.2	 4.1.2 4.1.3 Aνάλυ 4.2.1 4.2.2 4.2.3 4.2.4 	Το ανιχνευτικό σύστημα GASP Οι στόχοι, η δέσμη και η αντίδραση ση των δεδομένων με τη μέθοδο DDCM Προσδιορισμός του λόγου v/c Προσδιορισμός παραγόντων κανονικοποίησης Επιλογή γ-πύλης Μεταπτώσεις ζώνης yrast (yrast transitions)	146 148 149 151 152 153 154
	4.2	 4.1.2 4.1.3 Aνάλυ 4.2.1 4.2.2 4.2.3 4.2.4 	Το ανιχνευτικό σύστημα GASP Οι στόχοι, η δέσμη και η αντίδραση ση των δεδομένων με τη μέθοδο DDCM Προσδιορισμός του λόγου v/c Προσδιορισμός παραγόντων κανονικοποίησης Επιλογή γ-πύλης Μεταπτώσεις ζώνης yrast (yrast transitions) Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 2^+_1$	146 148 149 151 152 153 154
	4.2	 4.1.2 4.1.3 Aνάλυ 4.2.1 4.2.2 4.2.3 4.2.4 	To ανιχνευτικό σύστημα GASP Οι στόχοι, η δέσμη και η αντίδραση ση των δεδομένων με τη μέθοδο DDCM Προσδιορισμός του λόγου v/c Προσδιορισμός παραγόντων κανονικοποίησης Επιλογή γ-πύλης Μεταπτώσεις ζώνης yrast (yrast transitions) Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 2^+_1$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 4^+_1$	146 148 149 151 152 153 154
	4.2	 4.1.2 4.1.3 Aνάλυ 4.2.1 4.2.2 4.2.3 4.2.4 	To ανιχνευτικό σύστημα GASP Οι στόχοι, η δέσμη και η αντίδραση ση των δεδομένων με τη μέθοδο DDCM Προσδιορισμός του λόγου v/c Προσδιορισμός παραγόντων κανονικοποίησης Επιλογή γ-πύλης Μεταπτώσεις ζώνης yrast (yrast transitions) Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 2^{+}_{1}$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 6^{+}_{1}$	146 148 149 151 152 153 154
	4.2	 4.1.2 4.1.3 Aνάλυ 4.2.1 4.2.2 4.2.3 4.2.4 	To ανιχνευτικό σύστημα GASP Οι στόχοι, η δέσμη και η αντίδραση ση των δεδομένων με τη μέθοδο DDCM Προσδιορισμός του λόγου v/c Προσδιορισμός παραγόντων κανονικοποίησης Επιλογή γ-πύλης Μεταπτώσεις ζώνης yrast (yrast transitions) Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 2^+_1$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 4^+_1$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 6^+_1$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 8^+_1$	146 148 149 151 152 153 154
	4.2	 4.1.2 4.1.3 Aνάλυ 4.2.1 4.2.2 4.2.3 4.2.4 	Το ανιχνευτικό σύστημα GASP Οι στόχοι, η δέσμη και η αντίδραση ση των δεδομένων με τη μέθοδο DDCM Προσδιορισμός του λόγου v/c Προσδιορισμός παραγόντων κανονικοποίησης Επιλογή γ-πύλης Μεταπτώσεις ζώνης yrast (yrast transitions) Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 2^{+}_{1}$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 4^{+}_{1}$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 6^{+}_{1}$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 8^{+}_{1}$ Μεταπτώσεις πλευρικής ζώνης (sideband transitions)	146 148 149 151 152 153 154
	4.2	 4.1.2 4.1.3 Aνάλυ 4.2.1 4.2.2 4.2.3 4.2.4 	To ανιχνευτικό σύστημα GASP Οι στόχοι, η δέσμη και η αντίδραση ση των δεδομένων με τη μέθοδο DDCM Προσδιορισμός του λόγου v/c Προσδιορισμός παραγόντων κανονικοποίησης Επιλογή γ-πύλης Μεταπτώσεις ζώνης yrast (yrast transitions) Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 2^{+}_{1}$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 4^{+}_{1}$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 6^{+}_{1}$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 8^{+}_{1}$ Μεταπτώσεις πλευρικής ζώνης (sideband transitions) Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 8^{-}_{1}$	146 148 149 151 152 153 154
	4.2	 4.1.2 4.1.3 Aνάλυ 4.2.1 4.2.2 4.2.3 4.2.4 	To ανιχνευτικό σύστημα GASP Οι στόχοι, η δέσμη και η αντίδραση ση των δεδομένων με τη μέθοδο DDCM Προσδιορισμός του λόγου v/c Προσδιορισμός παραγόντων κανονικοποίησης Επιλογή γ-πύλης Μεταπτώσεις ζώνης yrast (yrast transitions) Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 2^{+}_{1}$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 4^{+}_{1}$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 6^{+}_{1}$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 8^{+}_{1}$ Μεταπτώσεις πλευρικής ζώνης (sideband transitions) Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 8^{-}_{1}$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 8^{-}_{1}$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 9^{-}_{1}$	146 148 149 151 152 153 154
	4.2	 4.1.2 4.1.3 Aνάλυ 4.2.1 4.2.2 4.2.3 4.2.4 	Το ανιχνευτικό σύστημα GASP Οι στόχοι, η δέσμη και η αντίδραση ση των δεδομένων με τη μέθοδο DDCM Προσδιορισμός του λόγου v/c Προσδιορισμός παραγόντων κανονικοποίησης Επιλογή γ-πύλης Μεταπτώσεις ζώνης yrast (yrast transitions) Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 2^{+}_{1}$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 4^{+}_{1}$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 6^{+}_{1}$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 8^{+}_{1}$ Μεταπτώσεις πλευρικής ζώνης (sideband transitions) Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 8^{-}_{1}$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 9^{-}_{1}$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 10^{-}_{1}$	146 148 149 151 152 153 154
5	4.2 Σύγ	4.1.2 4.1.3 Ανάλυ 4.2.1 4.2.2 4.2.3 4.2.4 4.2.5	To aviχνευτικό σύστημα GASP Οι στόχοι, η δέσμη και η αντίδραση ση των δεδομένων με τη μέθοδο DDCM Προσδιορισμός του λόγου v/c Προσδιορισμός παραγόντων κανονικοποίησης Επιλογή γ-πύλης Μεταπτώσεις ζώνης yrast (yrast transitions) Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 2^+_1$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 4^+_1$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 6^+_1$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 8^+_1$ Μεταπτώσεις πλευρικής ζώνης (sideband transitions) Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 8^1$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 9^1$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 10^1$	146 148 149 151 152 153 154 164 164
5	4.2 Σύγ 5.1	4.1.2 4.1.3 Ανάλυ 4.2.1 4.2.2 4.2.3 4.2.4 4.2.5	To aviχνευτικό σύστημα GASP Οι στόχοι, η δέσμη και η αντίδραση ση των δεδομένων με τη μέθοδο DDCM Προσδιορισμός του λόγου v/c Προσδιορισμός παραγόντων κανονικοποίησης Επιλογή γ-πύλης Μεταπτώσεις ζώνης yrast (yrast transitions) Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 2^{+}_{1}$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 4^{+}_{1}$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 6^{+}_{1}$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 8^{+}_{1}$ Μεταπτώσεις πλευρικής ζώνης (sideband transitions) Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 8^{-}_{1}$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 9^{-}_{1}$ Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 10^{-}_{1}$ το μοντέλο Ε(5) και συμπεράσματα	146 148 149 151 152 153 154 164 169

	5.2	Ο πυρήνας ¹⁰² Pd Μελέτη του πυρήνα ¹⁰² Pd στα πλαίσια του IBM-1	175		
	5.3	Σύνοψη και προοπτικές	182		
Пс	Ιαραρτήματα				
A'	Κώδ	δικας ταξινόμησης του προγράμματος Grain	185		
B′	33 0	ορία της διέγερσης Coulomb	201		
	B′.1	Ημικλασσική προσέγγιση	201		
	B′.2	Πιθανότητα διέγερσης	204		
	B′.3	Φαινόμενο πυρηνικού αποπροσανατολισμού	207		
	B'.4	Ενεργός διατομή διέγερσης Coulomb	208		
Γ′	Αρχ	είο εισόδου του προγράμματος GOSIA	211		
Δ′	$^{102}\mathbf{P}$	d: <i>τ-</i> γραφήματα	223		

Κεφάλαιο 1

Συλλογικά μοντέλα της πυρηνικής δομής, μεταβάσεις σχήματος-φάσης και συμμετρίες κρίσιμου σημείου

Στο κεφάλαιο αυτό θα επιχειρηθεί μία συνοπτική περιγραφή του θεωρητικού πλαισίου στο οποίο εντάσσεται η παρούσα εργασία. Αρχικά θα περιγραφούν οι δύο θεωρητικές προσεγγίσεις που από διαφορετική σκοπιά περιγράφουν τη συλλογική κίνηση των νουκλεονίων, συγκεκριμένα το συλλογικό μοντέλο του Bohr και το μοντέλο των αλληλεπιδρώντων μποζονίων. Εν συνεχεία θα γίνει μία εισαγωγή στις μεταβάσεις φάσης-σχήματος με μεγαλύτερη έμφαση στις συμμετρίες κρίσιμου σημείου X(5) και E(5), οι οποίες περιγράφουν τους πυρήνες που υφίστανται αλλαγές φάσης. Στο τέλος αυτής της ενότητας θα παρατεθεί ο κατάλογος με τους πυρήνες που έχουν προταθεί ως υποψήφιοι για τις προαναφερθείσες συμμετρίες. Ο κατάλογος αυτός αναδεικνύει και το κίνητρο των μετρήσεων που αποτελούν το κυρίως περιεχόμενο της παρούσας εργασίας.

1.1 Το συλλογικό μοντέλο του Bohr

Από τη συστηματική μελέτη των πειραματικών δεδομένων προκύπτει ότι ενώ το μοντέλο των φλοιών περιγράφει καλά τους πυρήνες που βρίσκονται κοντά στους μαγικούς αριθμούς, καθώς προστίθενται νουκλεόνια σθένους αποτυγχάνει να περιγράψει καλά τα πειραματικά δεδομένα. Αιτία για αυτό είναι οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των νουκλεονίων σθένους οι οποίες προκαλούν απόκλιση από τη σφαιρικότητα του πυρήνα. Η παραμόρφωση αυτή μπορεί να είναι χρονοεξαρτημένη υπό τη μορφή δονήσεων γύρω από το σφαιρικό σχήμα ισορροπίας ή και χρονοανεξάρτητη δηλαδή μόνιμη. Οι μη σφαιρικοί πυρήνες μπορούν όχι μόνο να δονούνται αλλά και να περιστρέφονται γύρω από τον άξονα συμμετρίας τους και φυσικά μπο-

ρούν να εκτελούν υπέρθεση δόνησης και περιστροφής. Για να περιγραφεί μία κίνηση τέτοιου είδους χρειάζεται μία Χαμιλτονιανή εκπεφρασμένη σε κατάλληλες συντεταγμένες ώστε να περιγράφει τόσο την ταλάντωση όσο και την περιστροφή. Η Χαμιλτονιανή αυτή περιγράφηκε πρώτη φορά το 1952 από τον Aage Bohr [3]. Στις επόμενες παραγράφους θα περιοριστούμε σε άρτιους-άρτιους πυρήνες¹ και σε χαμηλοενεργειακές διεγέρσεις.

1.1.1 Η Χαμιλτονιανή του Bohr

Στα πλαίσια του μοντέλου του Bohr ο πυρήνας παρομοιάζεται με μία φορτισμένη υγρή σταγόνα. Η βασική ιδέα ξεκινάει από την περιγραφή του πυρήνα με βάση την επιφάνειά του, η οποία στα πλαίσια της προσέγγισης αυτής θεωρείται ότι έχει αμελητέο πάχος. Η επιφάνεια του πυρήνα μπορεί να περιγραφεί από την πυρηνική ακτίνα η οποία αναπτύσσεται σε σφαιρικές αρμονικές ως εξής

$$R(\vartheta,\varphi) = R_0 \left(1 + \sum_{\beta\mu} a_{\beta\mu} \Upsilon_{\beta\mu}(\vartheta,\varphi) \right)$$
(1.1)

Ο όρος R_0 αντιστοιχεί στη σφαίρα ενώ οι υπόλοιποι όροι αντιστοιχούν στα διάφορα ήδη ταλάντωσης. Για $\hat{J} = 0$ έχουμε ένα σφαιρικό πυρήνα που "φουσκώνει" και "ξεφουσκώνει" (στη βιβλιογραφία συναντάται ως "breathing mode") κάτι που λόγω της μικρής συμπιεστότητας του πυρήνα απαιτεί μεγάλη ενέργεια. Τέτοιοι συντονισμοί έχουν βρεθεί σε ενέργειες $80A^{-1/3}$ MeV [15], [16]. Για $\hat{J} = 1$ και πάλι δεν έχουμε παραμόρφωση του σφαιρικού σχήματος του πυρήνα αλλά μετατόπιση της κατανομής των πρωτονίων έναντι των νετρονίων, η οποία είναι υπεύθυνη για το γιγαντιαίο διπολικό συντονισμό που εμφανίζεται σε ενέργειες $\simeq 20 - 25$ MeV [17]. Για $\hat{J} = 2$ έχουμε τον επικρατέστερο τρόπο ταλάντωσης για της χαμηλοενεργειακές διεγέρσεις που είναι ο τετραπολικός με τον οποίο θα ασχοληθούμε παρακάτω. Ο οκταπολικός τρόπος ταλάντωσης για $\hat{J} = 3$ έχει χρησιμοποιηθεί για να εξηγήσει την ύπαρξη διεγερμένων καταστάσεων περιττής ομοτιμίας [18]. Οι τρόποι ταλάντωσης που αντιστοιχούν σε τιμές $\hat{J} \ge 4$ παίζουν ελάχιστο έως μηδενικό ρόλο στην πυρηνική δομή. Στο σχήμα 1.1 αναπαρίστανται οι πρώτοι τρόποι ταλάντωσης.

Οι συντελεστές $a_{\partial\mu}$ μέσα στο ανάπτυγμα είναι οι συντεταγμένες που περιγράφουν την παραμόρφωση της πυρηνικής επιφάνειας και ισχύει $a_{\partial\mu} = (-1)^{\mu}a_{\partial\mu}^{*}$, προκειμένου η ακτίνα R να είναι πραγματικός αριθμός. Ο πιο σημαντικός όρος του αναπτύγματος είναι αυτός με $\partial = 2$ διότι σχετίζεται με την τετραπολική ροπή. Κρατώντας μόνο τον όρο αυτό η Χαμιλτονιανή γράφεται

$$H_{\rm S} = T + V = \sum_{\mu} \left(\frac{1}{2B_2} |\dot{a}_{2\mu}|^2 + \frac{C_2}{2} |a_{2\mu}|^2 \right)$$
(1.2)

¹Πυρήνες με άρτιο αριθμό πρωτονίων και άρτιο αριθμό νετρονίων.



Σχήμα 1.1: Οι βασικοί τρόποι ταλάντωσης του πυρήνα όπως προκύπτουν από τη σχέση 1.1 για λ=0, 1, 2 και 3. Από τους τρόπους αυτούς ο σημαντικότερος για τις χαμηλοενεργειακές συλλογικές διεγέρσεις είναι ο τετραπολικός που αντιστοιχεί σε λ=2.

Τα B_2 και C_2 είναι παράμετροι που σχετίζονται με τα χαρακτηριστικά της πυρηνικής ύλης. Αν θεωρήσουμε τον πυρήνα ασυμπίεστο και αστρόβιλο ρευστό σταθερής πυκνότητας ρ_0 , τότε η παράμετρος μάζας B_2 γράφεται

$$B_2 = B = \frac{1}{2}\rho_0 R_0^5 \tag{1.3}$$

ενώ για ομοιόμορφη κατανομή φορτίου σε όλο τον όγκο του πυρήνα είναι

$$C_2 = C = \frac{4}{3}R_0^2 S - \frac{3}{2\pi}\frac{Z^2 e^2}{R_0}$$
(1.4)

όπου S είναι η επιφανειακή τάση. Η Χαμιλτονιανή 1.2 έχει την ίδια μορφή με αυτήν του αρμονικού ταλαντωτή. Έτσι κάθε ένας από τους συντελεστές $a_{2\mu}$ ταλαντώνεται με συχνότητα $\omega = \sqrt{C/B}$.

Σύστημα συντεταγμένων β_{μ}

Η σχέση 1.1 για $\Re = 2$ περιγράφει ένα ελλειψοειδές με τυχαίο προσανατολισμό. Είναι σκόπιμο εδώ να γίνει μετασχηματισμός σε ένα σύστημα συντεταγμένων στο οποίο η κινητική ενέργεια της επιφάνειας της "σταγόνας" να διαχωρίζεται σε ένα δονητικό και σε ένα περιστροφικό μέρος. Θεωρούμε το σύστημα Κ' του οποίου οι άξονες συμπίπτουν με τους κύριους άξονες του ελλειψοειδούς. Ο προσανατολισμός του Κ' σε σχέση με το σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου Κ γίνεται μέσω των γωνιών Euler ∂_i για i = 1,2,3. Ο μετασχηματισμός των παραμέτρων a_{2µ} στο νέο σύστημα συντεταγμένων γίνεται με τις σχέσεις

$$a_{2\nu} = \sum_{\mu=-2}^{2} a_{2\mu} D_{\mu\nu}(\partial_i)$$
(1.5)

όπου $D_{\mu\nu}$ είναι οι συναρτήσεις περιστροφής του Wigner. Μετασχηματίζονται δηλαδή τα $a_{2\mu}$ ως σφαιρικοί τανυστικοί τελεστές με στροφορμή $\mathcal{A} = 2$. Στο νέο σύστημα συντεταγμένων που επιλέξαμε είναι $a_{22} = -a_{2-2}$ και $a_{21} = a_{2-1} = 0$ οπότε μένουν ελεύθερες οι παράμετροι a_{22} , a_{20} και οι γωνίες ∂_i που περιγράφουν την περιστροφή του συστήματος συντεταγμένων. Περαιτέρω κάνουμε την παραμετροποίηση

$$a_{20} = \beta \cos \gamma \tag{1.6}$$

και

$$a_{22} = \frac{1}{\sqrt{2}}\beta\sin\gamma \tag{1.7}$$

οπότε τελικά οι πέντε παράμετροι του συστήματος είναι οι β, γ και οι τρεις γωνίες Euler ∂_i. Οι πέντε αυτές παράμετροι συμβολίζονται με β_μ.

Η φυσική σημασία των παραμέτρων β και γ

Χάρη στο μοναδιαίο χαρακτήρα του τανυστή D_{μν} ισχύει

$$\sum_{\mu} |a_{2\mu}|^2 = \sum_{\nu} |a_{2\nu}|^2 = a_{20}^2 + 2a_{22}^2 = \beta^2$$
(1.8)

όπου χρησιμοποιήθηκαν οι σχέσεις 1.6 και 1.7. Συνεπώς η παράμετρος β είναι το μέτρο της συνολικής τετραπολικής παραμόρφωσης του πυρήνα, η οποία φυσικά είναι ανεξάρτητη του προσανατολισμού του. Για $\beta = 0$ η παραμόρφωση είναι μηδενική, άρα προκύπτει σφαιρικό σχήμα, για $\beta < 0$ προκύπτει σφαιροειδές πεπλατυσμένο στους πόλους, ενώ για $\beta > 0$ προκύπτει σφαιροειδές με διαμήκη επιμήκυνση (βλ. σχήμα 1.2). Από τη σχέση 1.2 προκύπτει ότι η δυναμική ενέργεια της τετραπολικής παραμόρφωσης είναι

$$V = \frac{1}{2}C\beta^2 \tag{1.9}$$

Η επιμήκυνση των τριών αξόνων του ελλειψοειδούς δίνεται από τη σχέση

$$\delta R_{\kappa} = \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta R_0 \cos\left(\gamma - \kappa \frac{2\pi}{3}\right) \tag{1.10}$$



Σχήμα 1.2: Η παράμετρος παραμόρφωσης β καθορίζει το σχήμα του πυρήνα. Για $\beta < 0$ προκύπτει σφαιροειδές πεπλατυσμένο στους πόλους (oblate) ενώ για $\beta > 0$ προκύπτει σχήμα πούρου (prolate). Σημειώνεται ότι στη βιβλιογραφία ακολουθείται μία εκ των δύο συμβάσεων, είτε $\beta \ge 0$ και $0 \le \gamma \le \pi/3$ είτε $\beta \ge 0$ ή $\beta < 0$ και $0 \le \gamma \le \pi/6$ ($\beta\lambda$. σελ. 102 [19]). Στο παρόν σχήμα έχει ακολουθηθεί η δεύτερη σύμβαση.

όπου $\kappa = 1,2$ ή 3 για τους άξονες x', y' ή z' αντιστοίχως του συστήματος αξόνων *K'*. Παρατηρούμε ότι για τιμές $\gamma = 0 + k \cdot \pi/3$, όπου *k* ακέραιος, οι δύο από τους άξονες του ελλειψοειδούς είναι ίσοι και το σχήμα παρουσιάζει συμμετρία με άξονα περιστροφής τον τρίτο άξονα (σφαιροειδές σχήμα). Επομένως η παράμετρος γ είναι μία παράμετρος σχήματος που εκφράζει την απόκλιση από την περιστροφική συμμετρία. Λόγω της περιοδικότητας του γ η περιοχή ενδιαφέροντος είναι $0^{\circ} \leq \gamma \leq 60^{\circ}$. Στο γράφημα 1.3 φαίνεται το σχήμα του πυρήνα για διάφορες τιμές των β και γ .

Έκφραση της κινητικής ενέργειας στο σύστημα eta_μ

Από την κβαντική θεωρία γνωρίζουμε ότι ο τελεστής της κινητικής ενέργειας δίνεται από τη σχέση

$$\hat{T} = \frac{-\hbar^2}{2B} \nabla^2 \tag{1.11}$$

Η Λαπλασιανή ∇^2 στον πραγματικό Ευκλείδειο χώρο εκφράζεται συναρτήσει των καρτεσιανών συντεταγμένων ως εξής

$$\nabla^2 = \sum_i \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \tag{1.12}$$

Αν θέλουμε ωστόσο να την εκφράσουμε σε ένα γενικευμένο σύστημα καμπύλων συντεταγμένων, εν προκειμένω των συντεταγμένων β_{μ} , τότε πρέπει να χρησιμοποιήσουμε τον τελεστή Laplace-Beltrami ([19], σελίδα 108)

$$\nabla^2 = \frac{1}{\sqrt{|G|}} \sum_{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial\beta_{\mu}} \left(\sqrt{|G|} G_{\mu\nu}^{-1} \frac{\partial}{\partial\beta_{\nu}} \right)$$
(1.13)



Σχήμα 1.3: Για τις τιμές της παραμέτρου σχήματος $\gamma = 0 + k \cdot \pi/3$ το σχήμα του πυρήνα είναι αξονικά συμμετρικό (oblate ή prolate) ενώ για τις ενδιάμεσες τιμές είναι αξονικά μη συμμετρικό (γ-soft). Η απόσταση από το κέντρο των αξόνων αντιστοιχεί στην παράμετρο παραμόρφωσης β. Δεδομένης της περιοδικότητας της παραμέτρου γ αρκεί για την περιγραφή όλων των πυρήνων η σκιασμένη περιοχή. Το γράφημα προέρχεται από την αναφορά [20].

όπου G_{μν} είναι ο μετρικός τανυστής που δίνεται από τη σχέση

_

$$G_{\mu\nu} = \sum_{k} \frac{\partial a^{\beta k}}{\partial \beta^{\mu}} \frac{\partial a^{\beta k}}{\partial \beta^{\nu}}$$
(1.14)

ενώ |G| και G⁻¹ είναι η διακρίνουσα και ο αντίστροφος του μετρικού τανυστή αντιστοίχως. Από την τελευταία σχέση μπορούν να υπολογιστούν όλα τα στοιχεία πίνακα του μετρικού τανυστή. Ενδεικτικά το στοιχείο G_{βγ} προκύπτει ως εξής

$$G_{\beta\gamma} = \frac{\partial a_{2,0}}{\partial \beta} \frac{\partial a_{2,0}}{\partial \gamma} + \frac{\partial a_{2,\pm 1}}{\partial \beta} \frac{\partial a_{2,\pm 1}}{\partial \gamma} + \frac{\partial a_{2,\pm 2}}{\partial \beta} \frac{\partial a_{2,\pm 2}}{\partial \gamma}$$

$$= \cos \gamma \beta (-\sin \gamma) + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \gamma \frac{\beta}{\sqrt{2}} \cos \gamma + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \gamma \frac{\beta}{\sqrt{2}} \cos \gamma$$

$$= 0 \qquad (1.15)$$

Ομοίως υπολογίζονται και τα υπόλοιπα στοιχεία και προκύπτουν (βλ. αναφορά [20])

$$\begin{array}{rcl} G_{\beta\beta} & = & 1 \\ G_{\gamma\gamma} & = & \beta^2 \\ G_{\beta\gamma} & = & 0 \end{array}$$

$$G_{\partial'_{1}\partial'_{1}} = -\frac{\mathcal{J}_{1}}{B} = 4\beta^{2}\sin^{2}\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$G_{\partial'_{2}\partial'_{2}} = \frac{\mathcal{J}_{2}}{B} = 4\beta^{2}\sin^{2}\left(\gamma + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$G_{\partial'_{3}\partial'_{3}} = -\frac{\mathcal{J}_{3}}{B} = 4\beta^{2}\sin^{2}\gamma$$

$$G_{\partial'_{1}\partial'_{2}} = 0$$

$$G_{\partial'_{2}\partial'_{3}} = 0$$

$$G_{\partial'_{3}\partial'_{1}} = 0$$
(1.16)

όπου τα \mathcal{J}_i είναι οι ροπές αδρανείας για τους τρεις άξονες, που δίνονται από τις σχέσεις

$$\mathcal{J}_{1} = 4B\beta^{2}\sin^{2}\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{B}{2}\left[\sqrt{6}a_{0} + 2a_{2}\right]^{2}$$

$$\mathcal{J}_{2} = 4B\beta^{2}\sin^{2}\left(\gamma - \frac{4\pi}{3}\right) = \frac{B}{2}\left[\sqrt{6}a_{0} - 2a_{2}\right]^{2}$$

$$\mathcal{J}_{3} = 4B\beta^{2}\sin^{2}\gamma = 8Ba_{2}^{2}$$
(1.17)

Επομένως η διακρίνουσα |G| ισούται με

$$|G| = G_{\beta\beta} G_{\gamma\gamma} G_{\partial'_1\partial'_1} G_{\partial'_2\partial'_2} G_{\partial'_3\partial'_3}$$

= $4\beta^8 (\sin 3\gamma)^2$ (1.18)

Αντικαθιστώντας όλα τα παραπάνω στη σχέση 1.13 η Λαπλασιανή παίρνει τη μορφή

$$\nabla^{2} = \frac{1}{\sqrt{|G|}} \sum_{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial\beta_{\mu}} \left(\sqrt{|G|} G_{\mu\nu}^{-1} \frac{\partial}{\partial\beta_{\nu}} \right)$$

$$= \frac{1}{\beta^{4}} \frac{\partial}{\partial\beta} \beta^{4} \frac{\partial}{\partial\beta} + \frac{1}{\beta^{2} \sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial\gamma} |\sin 3\gamma| \frac{\partial}{\partial\gamma}$$

$$+ \frac{B}{\mathcal{J}_{1}} \frac{\partial^{2}}{\partial\partial_{1}^{2}} + \frac{B}{\mathcal{J}_{2}} \frac{\partial^{2}}{\partial\partial_{2}^{2}} + \frac{B}{\mathcal{J}_{3}} \frac{\partial^{2}}{\partial\partial\beta_{3}^{2}}$$

$$= \frac{1}{\beta^{4}} \frac{\partial}{\partial\beta} \beta^{4} \frac{\partial}{\partial\beta} + \frac{1}{\beta^{2} \sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial\gamma} |\sin 3\gamma| \frac{\partial}{\partial\gamma} + \sum_{k} \frac{B}{\mathcal{J}_{k}} \frac{J_{k}^{'2}}{\hbar^{2}}$$
(1.19)

όπου $J_k^{'}$ είναι οι τελεστές της στροφορμής. Επομένως η κινητική ενέργεια στο σύστημα συντεταγμένων β_μ γράφεται

$$T = -\frac{\hbar^2}{2B} \nabla^2$$

$$= \underbrace{-\frac{\hbar^2}{2B} \left(\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{\beta^2 \sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} |\sin 3\gamma| \frac{\partial}{\partial \gamma} \right)}_{k} + \underbrace{\sum_{k} \frac{J_k'^2}{2\mathcal{J}_k}}_{k} \quad (1.20)$$

η οποία όπως φαίνεται χωρίζεται σε δύο όρους, έναν που εκφράζει το δονητικό μέρος της κινητικής ενέργειας και έναν που εκφράζει το περιστροφικό.

Έτσι τελικά η Χαμιλτονιανή για τις συλλογικές διεγέρσεις δίνεται από τη σχέση

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2B} \left(\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{\beta^2 \sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} |\sin 3\gamma| \frac{\partial}{\partial \gamma} \right) + \sum_{k}^{3} \frac{J_k^{\prime 2}}{2\mathcal{J}_k} + V(\beta, \gamma)$$
(1.21)

η οποία ονομάζεται Χαμιλτονιανή του Bohr.

1.1.2 Λύσεις της Χαμιλτονιανής του Bohr

Υπάρχουν τρεις αναλυτικές λύσεις της Χαμιλτονιανής του Bohr που περιγράφουν τρία διαφορετικά υπο-μοντέλα του συλλογικού μοντέλου. Τα υπο-μοντέλα αυτά αποτελούν τρία διαφορετικά όρια της πυρηνικής δομής⁻ το ένα αφορά στους σφαιρικούς πυρήνες και τα άλλα δύο στους παραμορφωμένους.

Το υπο-μοντέλο του σφαιρικού αρμονικού ταλαντωτή

Η πρώτη αναλυτική λύση προκύπτει για το δυναμικό $V = \frac{1}{2}C\beta^2$, που είναι αυτό ενός πενταδιάστατου αρμονικού ταλαντωτή με συχνότητα $\omega = \sqrt{C/B}$. Οι ενεργειακές ιδιοτιμές για αυτή την περίπτωση δίνονται από τη σχέση

$$E_N = \left(N + \frac{5}{2}\right)\hbar\omega\tag{1.22}$$

όπου N είναι ο αριθμός των φωνονίων. Οι ιδιοσυναρτήσεις συμβολίζονται με |NLM⟩, όπου L και M είναι οι κβαντικοί αριθμοί της στροφορμής και της προβολής της². Στο σχήμα 1.4(α) φαίνονται τα βασικά χαρακτηριστικά του υπο-μοντέλου του σφαιρικού αρμονικού ταλαντωτή. Συγκεκριμένα, οι ενέργειες των σταθμών που διαφέρουν κατά ένα φωνόνιο απέχουν κατά σταθερή ποσότητα $\hbar\omega$, το άθροισμα των ανηγμένων ρυθμών μετάπτωσης για την αποδιέγερση μίας στάθμης N-φωνονίων σε διάφορες στάθμες ισούται με $N \cdot B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ ενώ ισχύει και ο κανόνας επιλογής $\Delta N \leq 1$. Μεταξύ των καλύτερων εκπροσώπων που έχουν βρεθεί για το υπο-μοντέλο αυτό θεωρούνται οι πυρήνες ¹¹⁸Cd [5] και ^{106,108}Pd [21]. Ωστόσο, σε αντίθεση με τη θεωρία, οι πυρήνες αυτοί παρουσιάζουν μερική μη μηδενική παραμόρφωση, γεγονός που μας υπενθυμίζει ότι το υπο-μοντέλο του αρμονικού ταλαντωτή δεν είναι παρά μία προσέγγιση.

²Για $N \ge 3$ μπορούν να προκύψουν διαφορετικές στάθμες με κοινούς τους τρεις αυτούς κβαντικούς αριθμούς και γι΄ αυτό σε αυτή την περίπτωση χρειάζεται ένας επιπλέον κβαντικός αριθμός a.

Το υπο-μοντέλο Wilets-Jean

Η Χαμιλτονιανή του Bohr απλοποιείται σημαντικά αν κάποιος θεωρήσει ότι το δυναμικό είναι ανεξάρτητο από την παράμετρο γ, οπότε προκύπτει η δεύτερη λύση της Χαμιλτονιανής του Bohr. Το υπο-μοντέλο που προκύπτει ονομάζεται μοντέλο των Wilets-Jean [22] και οι πυρήνες του υπο-μοντέλου αυτού ονομάζονται γ-μαλακοί (γ-soft) ή τριαξονικοί (triaxial), υπό την έννοια ότι δεν παρουσιάζουν συμμετρία ως προς κανέναν άξονα³ [23], στο οποίο το δυναμικό $V(\gamma)$ θεωρείται ότι έχει ένα απότομο ελάχιστο για μία καθορισμένη τιμή της παραμέτρου γ. Δε θα ασχοληθούμε εδώ με αυτό το μοντέλο. Σε αυτή την περίπτωση η εξίσωση του Schrödinger γράφεται [19]

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2B}\left(\frac{1}{\beta^4}\frac{\partial}{\partial\beta}\beta^4\frac{\partial}{\partial\beta}-\frac{\nu(\nu+3)}{\beta^2}\right)+V(\beta)\right]R_{\nu}(\beta) = E_{\nu\nu}R_{\nu}(\beta) \quad (1.23)$$

όπου $R_v(\beta)$ είναι το ακτινικό μέρος της κυματοσυνάρτησης και *v* είναι ο κβαντικός αριθμός της αρχαιότητας (seniority). Κάνοντας την περαιτέρω παραδοχή ότι η παράμετρος β λαμβάνει κάποια σταθερή τιμή β_0 , οι υπολογισμοί απλοποιούνται ακόμα περισσότερο και προκύπτουν τελικά οι ενεργειακές ιδιοτιμές

$$E_{\nu} = \frac{\hbar^2}{2B\beta_0^2}\nu(\nu+3)$$
(1.24)

Ένα ακόμα σημαντικό χαρακτηριστικό του μοντέλου Wilets-Jean είναι ότι τα μόνα μη μηδενικά στοιχεία πίνακα του τετραπολικού τελεστή είναι αυτά που συνδέουν στάθμες για τις οποίες ισχύει ο κανόνας επιλογής $\Delta v = 1$. Ως αποτέλεσμα όλες οι τετραπολικές ροπές, οι οποίες δίνονται από τα διαγώνια στοιχεία πίνακα, είναι μηδενικές στα πλαίσια του μοντέλου Wilets-Jean. Στο σχήμα 1.4(β) δίνεται το ενεργειακό διάγραμμα του μοντέλου Wilets-Jean μέχρι τις στάθμες με v = 4, ενώ καλή συμφωνία με τις προβλέψεις του μοντέλου αυτού εμφανίζει ο πυρήνας ¹⁰⁸Ru [6].

Mía αξιοσημείωτη διαφορά του μοντέλου Wilets-Jean από το μοντέλο του αρμονικού ταλαντωτή που εξετάσαμε προηγουμένως, είναι η τριπλέτα των σταθμών 2-φωνονίων 0⁺, 2⁺, 4⁺, που εμφανίζεται στον αρμονικό ταλαντωτή, ενώ στο μοντέλο Wilets-Jean εμφανίζεται για v = 2 το ζεύγος 2⁺, 4⁺ και η πρώτη διεγερμένη 0⁺ στάθμη ανήκει στην παραπάνω ομάδα σταθμών με v = 3. Αυτό έχει ως συνέπεια αφενός η στάθμη 0⁺₂ να εμφανίζεται ψηλότερα ενεργειακά στο μοντέλο Wilets-Jean απ' ό,τι σε αυτό του αρμονικού ταλαντωτή και αφετέρου, λόγω του κανόνα επιλογής $\Delta v = 1$, η μετάβαση 0⁺₂ $\rightarrow 2^+_1$ να είναι επιτρεπτή στον ταλαντωτή και απαγορευμένη για τους γ-soft πυρήνες ενώ για τη μετάβαση 0⁺₂ $\rightarrow 2^+_2$ ισχύει το ακριβώς αντίθετο. Αυτή η διαφορά θα παίξει σημαντικό ρόλο στη συζήτηση του κεφαλαίου 5.

³Σημειώνεται εδώ ότι ένα εναλλακτικό μοντέλο που περιγράφει τους τριαξονικούς πυρήνες είναι autó των Davydov και Filippov.

Το υπο-μοντέλο του στερεού περιστροφέα

Η τρίτη λύση της Χαμιλτονιανής του Bohr προκύπτει αν αποδοθούν στις παραμέτρους β και γ οι σταθερές τιμές β₀ και γ₀ αντιστοίχως. Τότε οι μόνοι δυνατοί βαθμοί ελευθερίας στη Χαμιλτονιανή είναι οι περιστροφές. Συγκεκριμένα η Χαμιλτονιανή του στερεού περιστροφέα γράφεται [19]

$$H_{\sigma\tau.\pi\epsilon\rho\iota\sigma\tau\rho\sigma\phi\epsilon a} = \sum_{k=1}^{3} \frac{J_k'^2}{2\mathcal{J}_k}$$
(1.25)

όπου \mathcal{J}_k είναι οι ροπές αδρανείας ως προς τους τρεις άξονες. Για τις τιμές $\gamma_0 = 0$ και $\gamma_0 = \pi/3$, οι τετραπολικές ροπές⁴ ως προς δύο από τους τρεις άξονες γίνονται ίσες (βλ. σελ. 122 στην αναφορά [19]). Συγκεκριμένα, όταν $\gamma_0 = 0$, η μία τετραπολική ροπή είναι μεγαλύτερη από τις άλλες δύο που είναι ίσες και ο πυρήνας παίρνει σχήμα πούρου (prolate). Αντίστοιχα, όταν $\gamma_0 = \pi/3$, η μία τετραπολική ροπή είναι μικρότερη από τις άλλες δύο και ο πυρήνας έχει σχήμα δίσκου (oblate).

Επίσης, όπως προκύπτει από τις σχέσεις 1.17, για $\gamma_0 = \pi/6$ προκύπτει τριαξονικό σχήμα καθότι καμία ροπή αδρανείας δε μηδενίζεται και οι τετραπολικές ροπές είναι διαφορετικές και για τους τρεις άξονες. Αντίθετα, για τις τιμές $\gamma_0 = 0$ και $\gamma_0 = \pi/3$, δύο από τις τρεις ροπές αδρανείας εξισώνονται ενώ η τρίτη μηδενίζεται, οπότε σε αυτές τις περιπτώσεις ο πυρήνας είναι αξονικά συμμετρικός. Οι ενεργειακές ιδιοτιμές του στερεού περιστροφέα δίνονται από τη σχέση

$$E_L = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}_1}L(L+1) + \left(\frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}_3} - \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}_1}\right)K^2$$
(1.26)

όπου K = 0, 2, 4..., ενώ αν μία ροπή αδρανείας μηδενίζεται (δηλ. ο πυρήνας είναι αξονικά συμμετρικός), τότε είναι K = 0, οπότε

$$E_L = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}_1} L(L+1) \tag{1.27}$$

Στο σχήμα 1.4(γ) δίνεται το ενεργειακό διάγραμμα του μοντέλου του στερεού περιστροφέα για τις τρεις τιμές της παραμέτρου γ₀. Μεταξύ άλλων, ένας καλός εκπρόσωπος του μοντέλου του στερεού περιστροφέα είναι ο πυρήνας ¹⁶⁶Er [7].

⁴Οι τετραπολικές ροπές ως προς τους τρεις άξονες δίνονται από τις σχέσεις $\bar{Q}_{11} = \frac{1}{3} \left(Q^{(0)} + \sqrt{\frac{16\pi}{5}} \beta \cos(\gamma - \frac{2\pi}{3}) \right), \ \bar{Q}_{22} = \frac{1}{3} \left(Q^{(0)} + \sqrt{\frac{16\pi}{5}} \beta \cos(\gamma - \frac{4\pi}{3}) \right)$ και $\bar{Q}_{33} = \frac{1}{3} \left(Q^{(0)} + \sqrt{\frac{16\pi}{5}} \beta \cos \gamma \right).$





Σχήμα 1.4: Ως λύσεις της Χαμιλτονιανής του Bohr προκύπτουν τρία υπο-μοντέλα του συλλογικού μοντέλου, συγκεκριμένα (α) το μοντέλο του σφαιρικού αρμονικού ταλαντωτή, (β) το μοντέλο των Wilets-Jean (ή του γ-μαλακού δυναμικού) και (γ) το μοντέλο του στερεού περιστροφέα. Τα παραπάνω ενεργειακά διαγράμματα προέρχονται από την αναφορά [19].

1.2 Το μοντέλο των αλληλεπιδρώντων μποζονίων

Ένας εναλλακτικός τρόπος να περιγραφούν οι συλλογικές διεγέρσεις στους πυρήνες είναι τα αλγεβρικά μοντέλα. Τέτοιου είδους μοντέλα έχουν προταθεί ήδη από τα τέλη της δεκαετίας του 1950 [24], [25], ωστόσο εδώ θα ασχοληθούμε με το αλγεβρικό μοντέλο των Arima και Iachello που προτάθηκε το 1975 [4] και ονομάζεται μοντέλο των αλληλεπιδρώντων μποζονίων (Interacting **B**oson **M**odel).

Το μοντέλο αυτό βασίζεται στην ισχυρή και μικρής εμβέλειας δύναμη μεταξύ πρωτονίου-πρωτονίου ή νετρονίου-νετρονίου. Χάρη στη δύναμη αυτή τα νουκλεόνια σθένους σχηματίζουν ζεύγη p-p και n-n, τα οποία ως ζεύγη φερμιονίων συμπεριφέρονται σαν μποζόνια με στροφορμή $J = 0^+, 2^+, ...$ κ.λπ. Συγκεκριμένα, στην αρχική του μορφή, η οποία καλείται IBM-1, το μοντέλο των αλληλεπιδρώντων μποζονίων περιορίζεται σε μποζόνια με στροφορμή J = 0 και J = 2, που συμβολίζονται με s και d αντιστοίχως, τα οποία ωστόσο αρκούν για να περιγράψουν τις χαμηλοενεργειακές τετραπολικές διεγέρσεις των άρτιων-άρτιων μεσοβαρών και βαρέων πυρήνων. Στις επόμενες παραγράφους θα δοθεί μια κατά το δυνατόν συνοπτική αλλά πλήρης περιγραφή του μοντέλου αυτού.

1.2.1 Εισαγωγικές παρατηρήσεις για το IBM-1

Μία βασική παράμετρος για το μοντέλο των αλληλεπιδρώντων μποζονίων είναι ο αριθμός των μποζονίων σθένους N_b. Ο αριθμός αυτός προκύπτει ως το άθροισμα των πρωτονικών και των νετρονικών μποζονίων σθένους που είναι το μισό του αριθμού των πρωτονίων ή νετρονίων που "περισσεύουν" από τον πλησιέστερο μέγιστο κλειστό φλοιό ή (λόγω της ισοδυναμίας σωματιδίου-οπής) τον αριθμό των πρωτονίων ή νετρονίων που υπολείπονται για το κλείσιμο του πλησιέστερου μέγιστου φλοιού. Για παράδειγμα, ο πυρήνας $^{128}_{54}$ Xe έχει 54 πρωτόνια, άρα "περισσεύουν" 4 από τον πλησιέστερο μέγιστο φλοιό N = 50, ενώ έχει 74 νετρόνια και επομένως υπολείπεται κατά 8 νετρόνια για το κλείσιμο του πλησιέστερου μέγιστου φλοιού Ν = 82. Επομένως έχει $N_{\pi} = 4/2 = 2$ πρωτονικά και $N_{\nu} = 8/2 = 4$ νετρονικά μποζόνια, οπότε τελικά έχει συνολικό αριθμό μποζονίων σθένους $N_b = N_{\pi} + N_{\nu} = 2 + 4 = 6$. Σημειώνεται εδώ ότι στα πλαίσια του μοντέλου μας δε γίνεται διαχωρισμός μεταξύ των πρωτονικών και των νετρονικών μποζονίων. Αυτή η απλοποίηση ισχύει για την εκδοχή IBM-1 του μοντέλου των αλληλεπιδρώντων μποζονίων, η οποία είναι αυτή που θα μας απασχολήσει στη συνέχεια. Απλώς αναφέρεται ότι στην εκδοχή ΙΒΜ-2 διαχωρίζονται τα πρωτόνια και τα νετρόνια και ο φορμαλισμός γίνεται λίγο πιο σύνθετος, αφού μεγαλώνει σημαντικά ο αριθμός των τελεστών αλλά και των παραμέτρων της Χαμιλτονιανής.

Κάτι ακόμα που αξίζει να σχολιαστεί είναι ότι αν και αναφερθήκαμε στην τάση των νουκλεονίων σθένους να σχηματίζουν ζεύγη p-p και n-n, δεν αναφερθήκαμε σε ζεύγη p-n. Ο λόγος είναι ότι στους μεσοβαρείς και βαρείς πυρήνες που μας απασχολούν εδώ, τα πρωτόνια σθένους βρίσκονται σε διαφορετικούς μέγιστους φλοιούς από τα νετρόνια σθένους και επομένως δεν μπορούν να σχηματίσουν ζεύγη. Σε ελαφρύτερους πυρήνες, όπου η δημιουργία τέτοιων ζευγών είναι εφικτή, τα ζεύγη p-n πρέπει να ληφθούν υπόψη και γι' αυτό υπάρχουν οι ανάλογες προεκτάσεις του μοντέλου που καλούνται IBM-3 και IBM-4.

Τέλος, περαιτέρω βελτιώσεις του μοντέλου εισάγουν μποζόνια μεγαλύτερης στροφορμής, συγκεκριμένα τα g-μποζόνια με στροφορμή L = 4, οπότε προκύπτει το sdg-IBM, καθώς επίσης και συνδυασμούς φερμιονίων-μποζονίων (IBFM), επιτρέποντας έτσι την περιγραφή και πυρήνων με περιττό αριθμό νουκλεονίων. Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας ωστόσο δε θα ασχοληθούμε με αυτές τις προεκτάσεις. Για αναλυτικότερη περιγραφή του IBM-1 καθώς και για τις προεκτάσεις του IBM που δεν εξετάζονται στην παρούσα εργασία ο αναγνώστης παραπέμπεται στις αναφορές [26] και [27], απ΄ όπου αντλούνται και οι περισσότερες πληροφορίες αυτής της ενότητας.

1.2.2 Μποζονικοί τελεστές

Όπως αναφέρθηκε ήδη, στο μοντέλο των αλληλεπιδρώντων μποζονίων οι συλλογικές διεγέρσεις περιγράφονται από μποζόνια και ο φορμαλισμός που χρησιμοποιείται είναι αυτός της δεύτερης κβάντωσης. Για το σκοπό αυτό εισάγονται οι τελεστές δημιουργίας και καταστροφής μποζονίων

$$s^{\dagger}, d^{\dagger}_{\mu} \quad (\mu = 0, \pm 1, \pm 2)$$

s, d_{\mu} \left(\mu = 0, \pm 1, \pm 2) (1.28)

όπου s^{\dagger} και s είναι οι τελεστές δημιουργίας και καταστροφής για ένα μποζόνιο με στροφορμή 0 ενώ d_{μ}^{\dagger} και d_{μ} είναι οι αντίστοιχοι τελεστές για μποζόνια με στροφορμή 2 και προβολή $\mu = -2, -1, 0, 1, 2$. Οι τελεστές αυτοί ικανοποιούν τις σχέσεις μετάθεσης

$$\begin{bmatrix} s, s^{\dagger} \end{bmatrix} = 1 \begin{bmatrix} d_{\mu}, d_{\nu}^{\dagger} \end{bmatrix} = \delta_{\mu\nu}$$
 (1.29)

ενώ όλοι οι υπόλοιποι δυνατοί μεταθέτες (π.χ. [s, s], [d, d], [s, d], κ.λπ.) μηδενίζονται. Οι έξι τελεστές δημιουργίας s[†] και d^{\dagger}_{μ} συμβολίζονται εναλλακτικά ως $b^{\dagger}_{l\mu}$ όπου $l = 0, 2 \equiv s, d$ και αντίστοιχα οι τελεστές καταστροφής ως $b_{l\mu}$ οπότε όλες οι σχέσεις μετάθεσης συνοψίζονται ως εξής

$$[b_{l\mu}, b_{l'\mu'}^{\dagger}] = \delta_{ll'} \delta_{\mu\mu'}$$
(1.30)

Στη συνέχεια θα χρειαστεί με τους τελεστές αυτούς να δημιουργήσουμε σφαιρικούς τανυστικούς τελεστές $T_{\kappa}^{(k)}$ k-τάξης⁵. Οι τελεστές δημιουργίας b^{\dagger} μετασχηματίζονται ως σφαιρικοί τανυστικοί τελεστές. Για να ισχύει το ίδιο και για τους τελεστές καταστροφής, εισάγονται οι τελεστές $\tilde{b}_{l\mu}$ οι οποίοι συνδέονται με τους $b_{l\mu}$ με τη σχέση

$$\tilde{b}_{l\mu} = (-1)^{l+\mu} b_{l,-\mu} \tag{1.31}$$

οπότε ισχύει $\tilde{d}_{\mu} = (-1)^{\mu} d_{-\mu}$ και $\tilde{s} = s$. Για να δημιουργήσουμε τώρα την πιο γενική Χαμιλτονιανή του IBM-1 παίρνουμε όλα τα δυνατά τανυστικά γινόμενα⁶ $G_{\kappa}^{k}(ll')$ των

⁵Τελεστές οι οποίοι μετασχηματίζονται σα διανύσματα βάσης μιας αναπαράστασης (2k + 1) διαστάσεων της ομάδας στροφών.

⁶Υπενθυμίζεται εδώ ότι το τανυστικό γινόμενο δύο σφαιρικών τανυστικών τελεστών $T_{\kappa_1}^{k_1}$ και $T_{\kappa_2}^{k_2}$ δίνεται από τη σχέση $[T_{\kappa_1}^{k_1} \otimes T_{\kappa_2}^{k_2}]^{k_3} = \sum_{\kappa_1 \kappa_2} (k_1 \kappa_1 k_2 \kappa_2 | k_3 \kappa_3) T_{\kappa_1}^{k_1} T_{\kappa_2}^{k_2}$, όπου $(k_1 \kappa_1 k_2 \kappa_2 | k_3 \kappa_3)$ είναι ο συντελεστής Clebsch-Gordan. Ειδικά το τανυστικό γινόμενο τάξης 0 ονομάζεται βαθμωτό γινόμενο και κατά σύμβαση δίνεται από τη σχέση $(U^k \odot V^k) = (-1)^k \sqrt{2k+1} [U^k \otimes V^k]_0^0$ [28]

τελεστών $b^{\dagger}_{l\mu}$ και $ilde{b}_{l\mu}$, τα οποία είναι τα εξής

$G_0^0(ss)$	=	$[s'\otimes ilde{s}]_0^0$	(1	τελεστής)	
$G_0^0(dd)$	=	$\left[d^{\dagger} \otimes ilde{d} ight]_{0}^{0}$	(1	τελεστής)	
$G^1_\kappa(dd)$	=	$\left[d^{\dagger} \otimes ilde{d} ight]^{1}_{\kappa}$	(3	τελεστές)	
$G^2_\kappa(dd)$	=	$[d^{\dagger}\otimes ilde{d}]^2_{\kappa}$	(5	τελεστές)	
$G^3_\kappa(dd)$	=	$\left[d^{\dagger} \otimes ilde{d} ight]^{3}_{\kappa}$	(7	τελεστές)	
$G^4_\kappa(dd)$	=	$\left[d^{\dagger} \otimes ilde{d} ight]^4_{\kappa}$	(9	τελεστές)	
$G_{\kappa}^2(ds)$	=	$\left[d^{\dagger} \otimes ilde{s} ight]^2_{\kappa}$	(5	τεβεστές)	
$G^2_\kappa(sd)$	=	$[s^{\dagger} \otimes ilde{d}]^2_{\kappa}$	(5	τεβεστές)	(1.32)

Από το συνδυασμό αυτών των 36 μποζονικών τελεστών προκύπτει η γενική Χαμιλτονιανή του IBM-1.

1.2.3 Η γενική Χαμιλτονιανή του ΙΒΜ-1

Προκειμένου η Χαμιλτονιανή που θα κατασκευασθεί να είναι αναλλοίωτη ως προς τις περιστροφές, θα πρέπει ο κάθε όρος της να έχει ολική στροφορμή 0. Επομένως, για να κατασκευασθεί η Χαμιλτονιανή, θα ληφθούν όλοι οι δυνατοί συνδυασμοί των τελεστών $G_{\kappa}^{k}(ll')$ της σχέσης 1.32 που έχουν ολική στροφορμή 0. Επίσης, προκειμένου να διατηρείται ο συνολικός αριθμός μποζονίων, θα πρέπει κάθε όρος της Χαμιλτονιανής να περιλαμβάνει ίδιο αριθμό από τελεστές δημιουργίας και καταστροφής. Κατ' αυτόν τον τρόπο προκύπτει η πιο γενική μορφή της Χαμιλτονιανής του IBM-1 [27]

$$H = \epsilon_{s}(s^{\dagger} \odot \tilde{s}) + \epsilon_{d}(d^{\dagger} \odot \tilde{d})$$

$$+ \sum_{L=0,2,4} \frac{1}{2} \sqrt{2L+1} c_{L} \left[[d^{\dagger} \otimes d^{\dagger}]^{L} \otimes [\tilde{a} \otimes \tilde{a}]^{L} \right]^{0}$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{v}_{2} \left[[d^{\dagger} \otimes d^{\dagger}]^{2} \otimes [\tilde{a} \otimes \tilde{s}]^{2} + [d^{\dagger} \otimes s^{\dagger}]^{2} \otimes [\tilde{a} \otimes \tilde{a}]^{2} \right]^{0}$$

$$+ \frac{1}{2} \tilde{v}_{0} \left[[d^{\dagger} \otimes d^{\dagger}]^{0} \otimes [\tilde{s} \otimes \tilde{s}]^{0} + [s^{\dagger} \otimes s^{\dagger}]^{0} \otimes [\tilde{a} \otimes \tilde{a}]^{0} \right]^{0}$$

$$+ v_{2} \left[[d^{\dagger} \otimes s^{\dagger}]^{2} \otimes [\tilde{a} \otimes \tilde{s}]^{2} \right]^{0}$$

$$+ \frac{1}{2} v_{0} \left[[d^{\dagger} \otimes s^{\dagger}]^{2} \otimes [\tilde{a} \otimes \tilde{s}]^{2} \right]^{0}$$

όπου έχει γίνει η υπόθεση ότι οι όροι ενός και δύο σωματιδίων⁷ αρκούν για να περιγράψουν τις χαμηλοενεργειακές διεγέρσεις, οπότε έχουν συμπεριληφθεί μόνο

⁷Οι όροι ενός σωματιδίου (1-body terms) είναι αυτοί που περιέχουν έναν τελεστή δημιουργίας και έναν καταστροφής, ενώ οι όροι δύο σωματιδίων (2-body terms) είναι αυτοί που περιέχουν δύο τελεστές δημιουργίας και δύο καταστροφής.
αυτοί. Τα ϵ_s , ϵ_d , c_0 , c_2 , c_4 , \tilde{v}_2 , \tilde{v}_0 , v_2 και v_0 είναι οι εννέα ελεύθερες παράμετροι, οι οποίες μπορούν να μειωθούν κατά μία αν λάβει κανείς υπόψη του το γεγονός ότι ο αριθμός των μποζονίων N_b διατηρείται, ενώ μπορούν να μειωθούν σε έξι αν κρατήσει κανείς μόνο τους όρους που συνεισφέρουν στις ενέργειες διέγερσης και όχι στην ενέργεια σύνδεσης του πυρήνα.

Μία σημαντική παρατήρηση είναι ότι οι μεταθετικές σχέσεις που ικανοποιούν αναμεταξύ τους οι 36 τελεστές $G_{\kappa}^{k}(ll')$ της σχέσης 1.32 είναι ίδιες με τις σχέσεις μετάθεσης της άλγεβρας Lie⁸ της ομάδας U(6) των μοναδιαίων μετασχηματισμών σε έξι διαστάσεις. Επομένως οι τελεστές $G_{\kappa}^{k}(ll')$ είναι γεννήτορες της άλγεβρας U(6)και επειδή είναι και τα συστατικά στοιχεία της Χαμιλτονιανής της σχέσης 1.33 λέμε ότι η γενική Χαμιλτονιανή του IBM-1 έχει τη δομή της ομάδας συμμετρίας U(6).

1.2.4 Υποάλγεβρες της άλγεβρας U(6)

Η μέθοδος που χρησιμοποιείται προκειμένου να διαγωνιοποιηθεί η Χαμιλτονιανή της σχέσης 1.33 είναι να απαριθμηθούν οι στάθμες της με τους κβαντικούς αριθμούς που χαρακτηρίζουν τις διάφορες μη αναγωγήσιμες αναπαραστάσεις⁹ μιας αλυσίδας από υποάλγεβρες¹⁰ της άλγεβρας *U*(6) (δηλαδή της άλγεβρας με την οποία σχετίζεται αυτή η Χαμιλτονιανή).

Έτσι, για παράδειγμα, αν από τους 36 γεννήτορες της σχέσης 1.32 διαγράψουμε τους $G_0^0(ss)$, $G_{\kappa}^2(ds)$ και $G_{\kappa}^2(sd)$, τότε οι υπόλοιποι 25 αποδεικνύεται ότι είναι γεννήτορες της άλγεβρας U(5), της ομάδας των μοναδιαίων μετασχηματισμών σε πέντε διαστάσεις. Αν από αυτούς τους 25 γεννήτορες διαγράψουμε τους $G_0^0(dd)$, $G_{\kappa}^2(dd)$ και $G_{\kappa}^4(dd)$, τότε οι υπόλοιποι 10 αποδεικνύεται ότι είναι γεννήτορες της άλγεβρας O(5), της ορθογώνιας ομάδας σε πέντε διαστάσεις. Απαλείφοντας από τους 10 εναπομείναντες και τους $G_{\kappa}^3(dd)$, οι υπόλοιποι τρεις τελεστές είναι οι γεννήτορες της άλγεβρας O(3), της ομάδας των στροφών. Τέλος, από τους τρεις αυτούς τελεστές ο $G_0^1(dd)$ είναι ο γεννήτορας της άλγεβρας O(2), της ομάδας περιστροφών γύρω από τον άξονα-z. Επομένως τελικά προκύπτει κατ' αυτόν τον τρόπο η πρώτη

⁸Οι τελεστές X που ικανοποιούν τις σχέσεις μετάθεσης $[X_a, X_b] = \sum_c C_{ab}^c X_c$ (όπου C_{ab}^c ονομάζονται σταθερές δομής για τις οποίες ισχύει $C_{ab}^c = -C_{ba}^c$) καθώς και την ταυτότητα του Jacobi $[[X_a, X_b], X_c] + [[X_b, X_c], X_a] + [[X_c, X_a], X_b] = 0$, λέμε ότι κλείνουν μία άλγεβρα Lie.

⁹Κάθε αναπαράσταση Γ μιας ομάδας G που μπορεί να αποσυντεθεί σε άθροισμα δύο ή περισσοτέρων αναπαραστάσεων Γ₁, Γ₂, ..., Γ_k, ονομάζεται αναγωγήσιμη αναπαράσταση. Σε αντίθετη περίπτωση, αν η αναπαράσταση Γ δεν μπορεί να αποσυντεθεί σε άθροισμα άλλων αναπαραστάσεων, ούτε να έρθει σε αναγωγήσιμη μορφή μέσω μετασχηματισμών ομοιότητας, τότε η αναπαράσταση καλείται μη αναγωγήσιμη (irreducible representation ή απλά irrep) [29]. Από φυσικής άποψης, η irrep μιας ομάδας αντιπροσωπεύει ένα σύνολο σταθμών που έχουν καθορισμένη τιμή του κβαντικού αριθμού που χαρακτηρίζει τη δεδομένη irrep [30].

¹⁰Μία υποάλγεβρα Η της άλγεβρας G δημιουργείται από ένα υποσύνολο των γεννητόρων της G, όταν το υποσύνολο αυτό των γεννητόρων "κλείνει" άλγεβρα Lie, δηλαδή κάθε μεταθέτης δύο γεννητόρων του υποσυνόλου ισούται με γραμμικό συνδυασμό γεννητόρων που ανήκουν στο υποσύνολο.

αλυσίδα από υποάλγεβρες της άλγεβρας U(6). Κατά παρόμοιο τρόπο, παίρνοντας κατάλληλους συνδυασμούς των γεννητόρων $G_{\kappa}^{k}(ll')$, προκύπτουν άλλες δύο αλυσίδες από υποάλγεβρες της U(6). Αποδεικνύεται μάλιστα πως αυτές οι τρεις είναι και οι μόνες αλυσίδες από υποάλγεβρες της U(6) με την προϋπόθεση να περιέχεται στην αλυσίδα η άλγεβρα O(3), καθότι θέλουμε να έχουμε περιστροφική συμμετρία. Οι τρεις δυνατές αλυσίδες από υποάλγεβρες της U(6) είναι οι εξής

$$I: \underbrace{U(6)}_{N_{b}} \supset \underbrace{U(5)}_{n_{d}} \supset \underbrace{O(5)}_{\nu} \supset \underbrace{O(3)}_{L, n_{\Delta}} \supset \underbrace{O(2)}_{M}$$
(1.34)
$$II: \underbrace{U(6)}_{N_{b}} \supset \underbrace{SU(3)}_{\hat{n}, \mu} \supset \underbrace{O(3)}_{L, \chi} \supset \underbrace{O(2)}_{M}$$
(1.34)
$$III: \underbrace{U(6)}_{N_{b}} \supset \underbrace{O(6)}_{\sigma} \supset \underbrace{O(5)}_{\tau} \supset \underbrace{O(3)}_{L, n_{\Delta}} \supset \underbrace{O(2)}_{M}$$

Στις παραπάνω αλυσίδες κάτω από κάθε άλγεβρα έχουν σημειωθεί οι κβαντικοί αριθμοί που αντιστοιχούν στις μη αναγωγήσιμες αναπαραστάσεις της αντίστοιχης ομάδας. Οι κβαντικοί αυτοί αριθμοί έχουν συγκεκριμένες επιτρεπτές τιμές που καθορίζονται από τις τιμές που λαμβάνει ο κβαντικός αριθμός της προηγούμενης στην αλυσίδα υποομάδας. Για παράδειγμα, ο κβαντικός αριθμός M παίρνει ως γνωστόν τις τιμές M = -L, -L + 1, ..., L. Παρόμοιοι κανόνες ισχύουν και για τους υπόλοιπους κβαντικούς αριθμούς, οι οποίοι ωστόσο είναι αρκετά σύνθετοι και για λόγους οικονομίας χώρου θα παραλειφθούν.

1.2.5 Τελεστές Casimir

Το επόμενο βήμα είναι να εκφραστεί η Χαμιλτονιανή ως άθροισμα των τελεστών Casimir των ομάδων που συναποτελούν την κάθε αλυσίδα. Για να γίνει αυτό θα πρέπει πρώτα να περιγράψουμε τις ιδιότητες αυτών των τελεστών. Ένας τελεστής Cκαλείται τελεστής Casimir της άλγεβρας G, αν μετατίθεται με όλους τους τελεστέςγεννήτορες G_{κ}^{k} της άλγεβρας αυτής, δηλαδή αν

$$[C, G_{\kappa}^{k}] = 0 \qquad \forall k, \kappa \tag{1.35}$$

Οι τελεστές Casimir είναι ιδιαίτερα σημαντικοί καθώς, αν η Χαμιλτονιανή είναι κατασκευασμένη από τους γεννήτορες μιας άλγεβρας, τότε ο τελεστής Casimir αυτής της άλγεβρας θα μετατίθεται με τη Χαμιλτονιανή και επομένως θα εκφράζει κάποιο αναλλοίωτο μέγεθος. Για παράδειγμα, η άλγεβρα U(6) έχει τελεστή Casimir πρώτης τάξης (δηλαδή γραμμικό ως προς τους γεννήτορες που περιέχει) τον

$$C_{1U6} = G_0^0(ss) + \sqrt{5}G_0^0(dd) = [s^{\dagger} \otimes \tilde{s}]^0 + \sqrt{5}[d^{\dagger} \otimes \tilde{d}]^0 = n_s + n_d = N_b \qquad (1.36)$$

ο οποίος εκφράζει το συνολικό αριθμό των μποζονίων N_b (με n_s και n_d συμβολίζεται ο αριθμός των s και d μποζονίων αντιστοίχως). Ο τελεστής αυτός μετατίθεται

με όλους τους γεννήτορες τις άλγεβρας U(6) που δίνονται από τη σχέση 1.32. Επομένως, εφόσον η γενική Χαμιλτονιανή του IBM-1 της σχέσης 1.33 αποτελείται από συνδυασμούς αυτών των γεννητόρων, έπεται ότι ο τελεστής Casimir C_{1U6} θα μετατίθεται με τη Χαμιλτονιανή και ο συνολικός αριθμός μποζονίων θα διατηρείται.

Αποδεικνύεται ότι είναι δυνατόν να γραφτεί η γενική Χαμιλτονιανή του IBM-1 ως άθροισμα των γραμμικών και τετραγωνικών τελεστών Casimir των υποαλγεβρών της άλγεβρας U(6). Δηλαδή η Χαμιλτονιανή της σχέσης 1.33 μπορεί να γραφτεί στη μορφή

$$H = \epsilon'' C_{1U5} + a' C_{2U5} + \beta' C_{2O5} + \gamma' C_{2O3} + \delta' C_{2SU3} + \eta' C_{2O6}$$
(1.37)

όπου έχουμε έξι ελεύθερες παραμέτρους, τα ε'', a', β', γ', δ' και η', καθότι έχουν συμπεριληφθεί μόνο οι όροι που συνεισφέρουν στις ενέργειες διέγερσης και όχι στην ενέργεια σύνδεσης του πυρήνα. Επίσης έχει παραλειφθεί σκόπιμα ο όρος με τον τελεστή Casimir της άλγεβρας O(2), καθώς ο όρος αυτός δεν παίζει κανένα ρόλο, εφ' όσον ο πυρήνας δε βρίσκεται σε μαγνητικό πεδίο (θυμίζουμε ότι η ομάδα O(2)σχετίζεται με την προβολή της στροφορμής στον άξονα-z). Οι διάφοροι τελεστές Casimir που εμφανίζονται στην παραπάνω σχέση δίνονται (χωρίς απόδειξη) από τις σχέσεις [27]

$$C_{1U5} = (d^{\dagger} \odot \tilde{d}) = n_d$$

$$C_{2U5} = (d^{\dagger} \odot \tilde{d})(d^{\dagger} \odot \tilde{d}) + 4(d^{\dagger} \odot \tilde{d}) = n_d(n_d + 4)$$

$$C_{2O5} = 4([d^{\dagger} \otimes \tilde{d}]^1 \odot [d^{\dagger} \otimes \tilde{d}]^1) + 4([d^{\dagger} \otimes \tilde{d}]^3 \odot [d^{\dagger} \otimes \tilde{d}]^3)$$

$$C_{2O3} = 20([d^{\dagger} \otimes \tilde{d}]^1 \odot [d^{\dagger} \otimes \tilde{d}]^1)$$

$$C_{2SU3} = \frac{4}{3}([d^{\dagger} \otimes \tilde{s} + s^{\dagger} \otimes \tilde{d}]^2 - \frac{\sqrt{7}}{2}[d^{\dagger} \otimes \tilde{d}]^2)$$

$$\odot([d^{\dagger} \otimes \tilde{s} + s^{\dagger} \otimes \tilde{d}]^2 - \frac{\sqrt{7}}{2}[d^{\dagger} \otimes \tilde{d}]^2)$$

$$+5([d^{\dagger} \otimes \tilde{d}]^1 \odot [d^{\dagger} \otimes \tilde{d}]^1)$$

$$C_{2O6} = 2N_b(N_b + 4) - 2[(d^{\dagger} \odot d^{\dagger}) - (s^{\dagger} \odot s^{\dagger})][(\tilde{d} \odot \tilde{d}) - (\tilde{s} \odot \tilde{s})]$$
(1.38)

Μία χρήσιμη παρατήρηση είναι ότι όταν η Χαμιλτονιανή είναι γραμμένη στη μορφή 1.37, δηλαδή ως γραμμικός συνδυασμός των τελεστών Casimir, τότε οι ιδιοτιμές της είναι απλοί γραμμικοί συνδυασμοί των ιδιοτιμών των επιμέρους τελεστών Casimir. Οι τελεστές Casimir όμως έχουν την ιδιότητα να είναι διαγώνιοι στη μη αναγωγήσιμη αναπαράσταση της άλγεδράς τους. Επομένως, οι ιδιοτιμές του κάθε τελεστή Casimir γράφονται συναρτήσει των κβαντικών αριθμών των μη αναγωγήσιμων αναπαραστάσεων της άλγεδράς τους. Αυτή η ιδιότητα μας βοηθάει να καταλήγουμε σε απλές εκφράσεις για τις ιδιοτιμές της Χαμιλτονιανής.

Πριν περάσουμε στην επόμενη ενότητα των δυναμικών συμμετριών, θα πρέπει να αναφέρουμε ότι συνήθως για τους υπολογισμούς χρησιμοποιείται μία εναλλα-

κτική μορφή της Χαμιλτονιανής 1.37, που είναι η εξής

$$H = \epsilon''' n_d + a_0(P^{\dagger} \odot P) + a_1(L \odot L) + a_2(Q \odot Q) + a_3(T_3 \odot T_3) + a_4(T_4 \odot T_4)$$
(1.39)

όπου οι τελεστές n_d , P, L, Q, T_3 και T_4 δίνονται από τις σχέσεις

$$n_{d} = (d^{\dagger} \odot \tilde{d})$$

$$P = \frac{1}{2} (\vec{a} \odot \tilde{d}) - \frac{1}{2} (\tilde{s} \odot \tilde{s})$$

$$L = \sqrt{10} (d^{\dagger} \otimes \tilde{d})^{1}$$

$$Q = [d^{\dagger} \otimes \tilde{s}]^{2} + [s^{\dagger} \otimes \tilde{d}]^{2} - \frac{\sqrt{7}}{2} [d^{\dagger} \otimes \tilde{d}]^{2}$$

$$T_{3} = [d^{\dagger} \otimes \tilde{d}]^{3}$$

$$T_{4} = [d^{\dagger} \otimes \tilde{d}]^{4}$$
(1.40)

Οι τελεστές αυτοί μπορούν να γραφούν συναρτήσει των τελεστών Casimir, οπότε μπορεί να βρεθεί και η σχέση των ελεύθερων παραμέτρων αυτής της Χαμιλτονιανής (δηλαδή των ϵ''' , a_0 , a_1 , a_2 , a_3 και a_4) με τους αντίστοιχους της Χαμιλτονιανής της σχέσης 1.37. Ο λόγος που χρησιμοποιείται αυτή η Χαμιλτονιανή για υπολογισμούς είναι ότι οι τελεστές που περιέχει έχουν πιο άμεσο φυσικό νόημα. Ο τελεστής P έχει να κάνει με τη σύζευξη των μποζονίων, ο τελεστής L με τη στροφορμή, ο τελεστής Q με την τετραπολική ροπή, ενώ οι τελεστές T_3 και T_4 με την οκταπολική και την δεκαεξαπολική ροπή αντιστοίχως. Έτσι, είναι πολλές φορές δυνατόν να παραλειφθούν στους υπολογισμούς κάποιοι όροι, κάνοντας ορισμένες απλές φυσικές παραδοχές. Για παράδειγμα, αν περιγράφουμε ένα σφαιρικό πυρήνα, ο όρος ($Q \odot Q$) της τετραπολικής παραμόρφωση παραλείπεται. Η Χαμιλτονιανή σε αυτή τη μορφή χρησιμοποιήθηκε για τους υπολογισμούς που παρουσιάζονται στο κεφάλαιο 5.

1.2.6 Δυναμικές συμμετρίες

Όπως αναφέραμε στην προηγούμενη ενότητα, οι τελεστές Casimir είναι διαγώνιοι στην βάση της μη αναγωγήσιμης αναπαράστασης της άλγεβράς τους. Αν επομένως η Χαμιλτονιανή μπορεί να γραφτεί σε όρους τελεστών Casimir της άλγεβρας U(6) και των υποαλγεβρών αυτής που περιέχονται σε μία από τις αλυσίδες της ενότητας 1.2.4, τότε η Χαμιλτονιανή θα είναι διαγώνια στη βάση της αλυσίδας αυτής. Σε αυτή την περίπτωση λέμε ότι η Χαμιλτονιανή παρουσιάζει δυναμική συμμετρία. Δεδομένου ότι υπάρχουν τρεις δυνατές αλυσίδες υποαλγεβρών της άλγεβρας U(6) υπάρχουν και τρεις δυνατές δυναμικές συμμετρίες οι οποίες "βαφτίζονται" από την πρώτη υποάλγεβρα της U(6) που περιέχουν.

Δυναμική συμμετρία U(5)

Η δυναμική αυτή συμμετρία προκύπτει όταν η Χαμιλτονιανή γραφτεί συναρτήσει των τελεστών Casimir των αλγεβρών που περιέχονται στην αλυσίδα

$$U(6) \supset U(5) \supset O(5) \supset O(3) \supset O(2) \tag{1.41}$$

οπότε η Χαμιλτονιανή γράφεται στη μορφή

$$H_{U5} = \epsilon'' C_{1U5} + a' C_{2U5} + \beta' C_{2O5} + \gamma' C_{2O3}$$
(1.42)

Τότε οι ιδιοσυναρτήσεις της Χαμιλτονιανής γράφονται στην αναπαράσταση $||N_b n_d u n_\Delta LM\rangle$ και οι ιδιοτιμές δίνονται από τη σχέση

$$\langle H_{U5} \rangle = \epsilon'' n_d + a' n_d (n_d + 4) + 2\beta' \upsilon(\upsilon + 3) + 2\gamma' L(L+1)$$
(1.43)

Το ενεργειακό διάγραμμα που προκύπτει από τη σχέση 1.43 για την περίπτωση της δυναμικής συμμετρίας U(5) δίνεται στο σχήμα 1.5.



Σχήμα 1.5: Το ενεργειακό διάγραμμα της δυναμικής συμμετρίας U(5), όπως προκύπτει για την περίπτωση $N_b = 4$. Στις παρενθέσεις δίνονται οι κβαντικοί αριθμοί (n_d, v, n_Δ) , ενώ ο κβαντικός αριθμός L της στροφορμής γράφεται δίπλα σε κάθε στάθμη. Το σχήμα προέρχεται από την αναφορά [31].

Δυναμική συμμετρία SU(3)

Κατά τον ίδιο τρόπο, όταν η Χαμιλτονιανή γραφτεί συναρτήσει των τελεστών Casimir των αλγεβρών που περιέχονται στην αλυσίδα

$$U(6) \supset SU(3) \supset O(3) \supset O(2) \tag{1.44}$$

προκύπτει η δυναμική συμμετρία SU(3). Σε αυτή την περίπτωση η Χαμιλτονιανή γράφεται στη μορφή

$$H_{SU3} = \delta' C_{2SU3} + \gamma' C_{2O3} \tag{1.45}$$

ενώ μια ισοδύναμη γραφή στη μορφή της εξίσωσης 1.39 που χρησιμοποιείται συχνά είναι η εξής

$$H_{\mathrm{SU3}} = a_2 \mathbf{Q}^2 + a_1 \mathbf{J}^2 \tag{1.46}$$

Οι ιδιοσυναρτήσεις της Χαμιλτονιανής τώρα γράφονται στην αναπαράσταση $||N_b(\beta, \mu)\chi LM\rangle$ και οι ιδιοτιμές της δίνονται από τη σχέση

$$\langle H_{SU3} \rangle = \delta' \frac{6}{9} [\hat{\jmath}^2 + \mu^2 + \hat{\jmath}\mu + 3(\hat{\jmath} + \mu)] + \gamma' 2L(L+1)$$
 (1.47)

Το ενεργειακό διάγραμμα που προκύπτει από τη σχέση 1.47 για την περίπτωση της δυναμικής συμμετρίας SU(3) δίνεται στο σχήμα 1.6.

Δυναμική συμμετρία O(6)

Τέλος, η Χαμιλτονιανή μπορεί να γραφτεί συναρτήσει των τελεστών Casimir των αλγεβρών που περιέχονται στην αλυσίδα

$$U(6) \supset O(6) \supset O(5) \supset O(3) \supset O(2) \tag{1.48}$$

οπότε προκύπτει η δυναμική συμμετρία Ο(6). Η Χαμιλτονιανή γράφεται στη μορφή

$$H_{06} = \beta' C_{205} + \gamma' C_{203} + \eta' C_{206}$$
(1.49)

ή συχνά γράφεται στη μορφή της εξίσωσης 1.39 ως εξής

$$H_{SU3} = a_0 \mathbf{P}^{\dagger} \mathbf{P}^2 + a_1 \mathbf{J}^2 + a_3 \mathbf{T}_3^2$$
(1.50)

ενώ οι ιδιοσυναρτήσεις της γράφονται στην αναπαράσταση $||N_b \sigma t v_\Delta LM\rangle$. Οι ιδιοτιμές της H_{O6} δίνονται από τη σχέση

$$\langle H_{O6} \rangle = \beta' 2\tau(\tau+3) + \gamma' 2L(L+1) + \eta' 2\sigma(\sigma+4)$$
 (1.51)

απ' όπου προκύπτει το ενεργειακό διάγραμμα για την περίπτωση της δυναμικής συμμετρίας O(6), το οποίο δίνεται στο σχήμα 1.7.



Σχήμα 1.6: Το ενεργειακό διάγραμμα της δυναμικής συμμετρίας SU(3), όπως προκύπτει για την περίπτωση $N_b = 8$. Στις παρενθέσεις δίνονται οι κβαντικοί αριθμοί (\hat{J}, μ), ενώ ο κβαντικός αριθμός L της στροφορμής και σε αυτή την περίπτωση γράφεται δίπλα σε κάθε στάθμη. Το σχήμα προέρχεται από την αναφορά [32].

1.2.7 Ηλεκτρομαγνητικές μεταπτώσεις και ανηγμένοι ρυθμοί μετάπτωσης στο IBM-1

Στα πλαίσια του IBM-1, εκτός από τις ενέργειες των σταθμών, μπορούν να υπολογιστούν και οι ανηγμένοι ρυθμοί μετάπτωσης για τις διάφορες αποδιεγέρσεις. Οι ανηγμένοι ρυθμοί μετάπτωσης δίνονται εν γένει από τη σχέση

$$B(\sigma l; \Psi_i \to \Psi_f) = \frac{1}{2J_i + 1} |\langle \Psi_f || T^l || \Psi_i \rangle|^2$$
(1.52)

όπου T^l είναι ο τελεστής που περιγράφει την ηλεκτρομαγνητική μετάβαση. Στα πλαίσια του IBM-1, ο τελεστής αυτός εκφράζεται συναρτήσει των μποζονικών τελεστών της σχέσης 1.32 ως εξής

$$T_m^l = a_2 \delta_{l2} [d^{\dagger} \otimes \tilde{\mathbf{s}} + \mathbf{s}^{\dagger} \otimes \tilde{d}]_m^2 + \beta_l [d^{\dagger} \otimes \tilde{d}]_m^l + \gamma_0 \delta_{l0} \delta_{m0} [\mathbf{s}^{\dagger} \otimes \tilde{\mathbf{s}}]_0^0$$
(1.53)

όπου για μεταβάσεις με l = 2 ο τρίτος όρος εξαφανίζεται και για μεταβάσεις με l = 0 ο πρώτος όρος εξαφανίζεται χάρη στους συντελεστές δ_{l2} και δ_{l0} του Kronecker.



Σχήμα 1.7: Το ενεργειακό διάγραμμα της δυναμικής συμμετρίας O(6), όπως προκύπτει για την περίπτωση $N_b = 6$. Στις παρενθέσεις δίνονται οι κβαντικοί αριθμοί (σ, v_{Δ}), ενώ ως συνήθως ο κβαντικός αριθμός L της στροφορμής γράφεται δίπλα σε κάθε στάθμη. Το σχήμα προέρχεται από την αναφορά [33].

Επομένως για ηλεκτρικές τετραπολικές μεταπτώσεις, οι οποίες κατά κύριο λόγο μας ενδιαφέρουν, γράφεται

$$T_m^{E2} = a_2 [d^{\dagger} \otimes \tilde{s} + s^{\dagger} \otimes \tilde{d}]_m^2 + \beta_2 [d^{\dagger} \otimes \tilde{d}]_m^2$$
(1.54)

Με βάση αυτή τη σχέση γίνανε οι υπολογισμοί του κεφαλαίου 5.

1.2.8 Γεωμετρική ερμηνεία των δυναμικών συμμετριών

Στην ενότητα 1.1 δόθηκε μία περιγραφή των συλλογικών διεγέρσεων με γεωμετρικούς όρους μέσα από την περιγραφή του σχήματος του πυρήνα με τη βοήθεια πέντε παραμέτρων που περιγράφουν την παραμόρφωση (παράμετρος β), την αξονική συμμετρία (παράμετρος γ) και τις τρεις γωνίες Euler $\partial_{1,2,3}$. Στα πλαίσια του μοντέλου IBM-1, οι συλλογικές διεγέρσεις εξετάστηκαν από την αλγεβρική σκοπιά με τη βοήθεια των μποζονικών τελεστών. Θα ήταν σκόπιμο λοιπόν να βρεθεί μία αντιστοίχιση μεταξύ των δύο μοντέλων. Το 1980 οι Ginocchio και Kirson [34] και ανεξάρτητα αλλά ταυτόχρονα οι Dieperink, Scholten και Iachello [35], πρότειναν μία μέθοδο που καλείται μέθοδος των συναφών καταστάσεων (method of coherent states) προκειμένου να βρουν το γεωμετρικό όριο του μοντέλου των αλληλεπιδρώντων μποζονίων.

Στα πλαίσια του μοντέλου αυτού ορίζεται η συναφής στάθμη

$$|N_b, a_{\mu}\rangle = \left(s^{\dagger} + \sum_{\mu} a_{\mu} d_{\mu}^{\dagger}\right)^{N_b} |0\rangle$$
 (1.55)

όπου a_{μ} ($\mu = -2, -1, 0, 1, 2$) είναι πέντε παράμετροι. Εν συνεχεία, χρησιμοποιώντας την ίδια παραμετροποίηση που χρησιμοποιήθηκε και στην παράγραφο 1.1.1 για τη Χαμιλτονιανή του Bohr, δηλαδή τις σχέσεις

$$a_0 = \beta \cos \gamma$$
$$a_{\pm 2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin \gamma$$
$$a_{\pm 1} = 0$$

η συναφής στάθμη εκφράζεται ως

$$|N_b,\beta,\gamma\rangle = \left[s^{\dagger} + \beta\cos\gamma d_0^{\dagger} + \frac{1}{\sqrt{2}}\beta\sin\gamma (d_{+2}^{\dagger} + d_{-2}^{\dagger})\right]^{N_b}|0\rangle \qquad (1.56)$$

Μέσω αυτής της έκφρασης μπορεί να εκφραστεί οποιαδήποτε στάθμη του IBM-1, με κατάλληλη επιλογή των παραμέτρων β και γ. Εν συνεχεία κατασκευάζεται το συναρτησιοειδές της ενέργειας

$$E(N_b, \beta, \gamma) = \frac{\langle N_b, \beta, \gamma | H | N_b, \beta, \gamma \rangle}{\langle N_b, \beta, \gamma | N_b, \beta, \gamma \rangle}$$
(1.57)

όπου Η ο τελεστής της Χαμιλτονιανής. Η σχέση αυτή εκφράζει το κλασσικό όριο του τελεστή της Χαμιλτονιανής. Ελαχιστοποιώντας το συναρτησιοειδές αυτό ως προς τις παραμέτρους β και γ, προκύπτει το σχήμα ισορροπίας του πυρήνα.

Για τις Χαμιλτονιανές των τριών δυναμικών συμμετριών της προηγούμενης παραγράφου προκύπτουν τρία διαφορετικά συναρτησιοειδή για το σχήμα ισορροπίας του πυρήνα. Συγκεκριμένα για τη δυναμική συμμετρία U(5) προκύπτει το συναρτησιοειδές [35]

$$E_{U5} = \epsilon_d N_b \frac{\beta^2}{1+\beta^2} \tag{1.58}$$

το οποίο ελαχιστοποιείται για την τιμή $\beta = 0$, ενώ είναι ανεξάρτητο από το γ. Άρα το σχήμα ισορροπίας σε αυτή την περίπτωση είναι το σχήμα μηδενικής παραμόρφωσης, δηλαδή η σφαίρα. Η δυναμική συμμετρία U(5) επομένως είναι κατάλληλη για την περιγραφή σφαιρικών (ή σχεδόν σφαιρικών) πυρήνων, στους οποίους ο κύριος μηχανισμός διέγερσης είναι οι ταλαντώσεις γύρω από το σφαιρικό σχήμα ισορροπίας. Συνεπώς, η δυναμική συμμετρία U(5) αντιστοιχίζεται στο υπο-μοντέλο του σφαιρικού αρμονικού ταλαντωτή του μοντέλου του Bohr. Αυτό αποτυπώνεται και στην ομοιότητα των φασμάτων που προβλέπουν οι δύο διαφορετικές προσεγγίσεις, όπως μπορεί κανείς να δει στα σχήματα 1.5 και 1.4(α), όπου και στα δύο παρατηρείται το κύριο χαρακτηριστικό του αρμονικού ταλαντωτή που είναι οι ισαπέχουσες (ή σχεδόν ισαπέχουσες) στάθμες εντός της ίδιας ζώνης.

Από τη Χαμιλτονιανή της δεύτερης δυναμικής συμμετρίας, της SU(3), προκύπτει το συναρτησιοειδές [35]

$$E_{SU3} = \kappa \frac{N_b (N_b - 1)}{(1 + \beta^2)^2} \left(1 + \frac{3}{4} \beta^4 - \sqrt{2} \beta^3 \cos 3\gamma \right)$$
(1.59)

το οποίο ελαχιστοποιείται για την τιμή $\gamma = 0$ και για $\beta \neq 0$. Συνεπώς το σχήμα ισορροπίας σε αυτήν την περίπτωση είναι παραμορφωμένο αλλά αξονικά συμμετρικό και επομένως η δυναμική συμμετρία SU(3) αντιστοιχίζεται στο υπο-μοντέλο του στερεού περιστροφέα του μοντέλου του Bohr. Όπως φαίνεται εξάλλου και στο ενεργειακό διάγραμμα της SU(3), στο σχήμα 1.6, οι ενέργειες των σταθμών εντός της ίδιας ζώνης ακολουθούν περίπου τον κανόνα L(L + 1) που ισχύει στο υπο-μοντέλο του στερεού περιστροφέα (βλ. σχήμα 1.4(γ».

Τέλος, για την περίπτωση της δυναμικής συμμετρίας O(6) προκύπτει το συναρτησιοειδές [35]

$$E_{O6} = \kappa' N_b (N_b - 1) \left(\frac{1 - \beta^2}{1 + \beta^2}\right)^2$$
(1.60)

το οποίο είναι ανεξάρτητο του γ και παρουσιάζει ελάχιστο για $\beta \neq 0$, το σχήμα δηλαδή σε αυτή την περίπτωση είναι παραμορφωμένο και γ-ασταθές (ή γ-μαλακό). Είναι φανερό ότι η δυναμική συμμετρία O(6) αντιστοιχεί στο υπο-μοντέλο Wilets-Jean. Μία επισήμανση που πρέπει να γίνει εδώ είναι ότι σε αντίθεση με το υπομοντέλο Wilets-Jean, στην περίπτωση του IBM-1 δεν προβλέπεται σχήμα με μόνιμη τριαξονική παραμόρφωση, επομένως η γ-αστάθεια εδώ θα μπορούσε να ερμηνευθεί ως συνεχής εναλλαγή του σχήματος από σφαιροειδές πεπλατυσμένο στους πόλους σε σφαιροειδές με διαμήκη επιμήκυνση. Για να προκύψουν τριαξονικά σχήματα στα πλαίσια του IBM-1, θα πρέπει να συμπεριληφθούν στη Χαμιλτονιανή 1.33 και όροι 3-σωμάτων.

1.2.9 Το τρίγωνο του Casten

Κλείνοντας αυτή την ενότητα, είναι χρήσιμο να αναφέρουμε ότι αν και η πλήρης Χαμιλτονιανή του IBM-1 είναι αυτή της σχέσης 1.39, που περιέχει έξι ελεύθερες παραμέτρους, πολύ συχνά χρησιμοποιείται για τους υπολογισμούς η απλοποιημένη Χαμιλτονιανή

$$H = c \Big[(1 - \zeta) n_d - \frac{\zeta}{4N_b} Q \cdot Q \Big]$$
(1.61)

όπου

$$Q = s^{\dagger} \tilde{a} + d^{\dagger} \tilde{s} + \chi [d^{\dagger} \tilde{a}]^2$$
(1.62)

Στις σχέσεις αυτές η παράμετρος *c* είναι μία παράμετρος κλίμακας (scaling factor) και επομένως μπορεί να αγνοηθεί, οπότε απομένουν οι παράμετροι ζ και χ για να περιγράψουν τη δομή του πυρήνα. Για την τιμή $\zeta = 0$ επιζεί μόνο ο πρώτος όρος

της Χαμιλτονιανής στη σχέση 1.61, που έχει να κάνει με τον αριθμό των μποζονίων και μπορεί να δειχθεί (βλ. για παράδειγμα την αναφορά [36]) ότι το προκύπτον φάσμα είναι αυτό της δυναμικής συμμετρίας U(5). Αντίστοιχα για $\zeta = 1$ επιζεί μόνο ο όρος $Q \cdot Q$ και τότε για $\chi = -\sqrt{7}/2$ και $\chi = 0$ προκύπτουν τα φάσματα των δυναμικών συμμετριών SU(3) και O(6) αντιστοίχως. Με ενδιάμεσες τιμές των παραμέτρων ζ και χ προσεγγίζονται πυρήνες που δε βρίσκονται σε κάποιο από τα τρία όρια των δυναμικών συμμετριών.

Μπορεί επομένως να κατασκευαστεί ένα τρίγωνο, στις κορυφές του οποίου να βρίσκονται οι τρεις δυναμικές συμμετρίες και κάθε σημείο του τριγώνου να αντιστοιχεί σε ένα ζεύγος (ζ, χ). Το τρίγωνο αυτό ονομάζεται "τρίγωνο των πυρηνικών συμμετριών" ή συνηθέστερα "τρίγωνο του Casten". Όπως φαίνεται στο σχήμα 1.8, η παράμετρος ζ είναι η απόσταση ενός τυχαίου σημείου του τριγώνου από την κορυφή της δυναμικής συμμετρίας U(5) και άρα από τη σφαιρικότητα, ενώ η παράμετρος χ είναι η γωνία που σχηματίζεται με τον άξονα U(5)-SU(3) και εκφράζει την αξονική ασυμμετρία. Έτσι, κάθε πυρήνας αντιστοιχίζεται μέσω ενός ζευγαριού (ζ, χ) σε ένα σημείο του τριγώνου. Οι πυρήνες που περιγράφονται καλά από τις δυναμικές συμμετρίες τοποθετούνται στις τρεις κορυφές, οι περισσότεροι πυρήνες τοποθετούνται σε κάποιο σημείο στο εσωτερικό του τριγώνου, ενώ στις πλευρές βρίσκονται οι πυρήνες που είναι σε μεταβατικό στάδιο μεταξύ δύο συμμετριών. Οι μεταβατικοί αυτοί πυρήνες περιγράφονται από τις συμμετρίες κρίσιμου σημείου E(5) και X(5), οι οποίες θα αποτελέσουν το περιεχόμενο της επόμενης ενότητας.



Σχήμα 1.8: Το τρίγωνο των πυρηνικών συμμετριών (ή τρίγωνο του Casten όπως έχει επικρατήσει να λέγεται). Στις τρεις κορυφές έχουν τοποθετηθεί οι τρεις οριακές καταστάσεις του συλλογικού μοντέλου, οι σφαιρικοί δονητικοί πυρήνες (vibrators), οι αξονικά συμμετρικοί παραμορφωμένοι περιστροφείς (rotors) και οι αξονικά μη συμμετρικοί παραμορφωμένοι πυρήνες (γ-soft), οι οποίοι αντιστοιχούν κατά σειρά στις δυναμικές συμμετρίες U(5), SU(3) και O(6) του IBA αντιστοίχως. Στις δύο από τις τρεις ακμές έχουν σημειωθεί και οι συμμετρίες κρίσιμου σημείου, που περιγράφουν τη μετάβαση από το ένα άκρο στο άλλο (βλ. §1.3.2 και §1.3.3).

1.3 Μεταβάσεις σχήματος-φάσης και συμμετρίες κρίσιμου σημείου

Στις προηγούμενες παραγράφους περιγράφηκαν οι συλλογικές διεγέρσεις των πυρήνων από τη σκοπιά ενός φαινομενολογικού κι ενός ημιμικροσκοπικού μοντέλου, του γεωμετρικού μοντέλου και του μοντέλου των αλληλεπιδρώντων μποζονίων αντιστοίχως. Και οι δύο προσεγγίσεις συγκλίνουν σε τρεις οριακές καταστάσεις συλλογικών πυρήνων, που χαρακτηρίζονται από το σχήμα τους. Συγκεκριμένα είναι οι σφαιρικοί δονητικοί, οι αξονικά συμμετρικοί παραμορφωμένοι περιστροφείς και οι αξονικά μη συμμετρικοί παραμορφωμένοι πυρήνες, οι οποίοι στα πλαίσια του ΙΒΜ περιγράφονται από τις δυναμικές συμμετρίες U(5), SU(3) και O(6) αντιστοίχως. Όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη ενότητα, οι οριακές αυτές καταστάσεις έχουν τοποθετηθεί στις γωνίες του τριγώνου του Casten του σχήματος 1.8, κάθε σημείο του οποίου αντιστοιχεί σε διαφορετικό σχήμα και πυρηνική δομή. Έτσι, αν κανείς ακολουθήσει μία σειρά ισοτόπων εντός του τριγώνου, μπορεί να ξεκινήσει από ένα σφαιρικό (ή σχεδόν σφαιρικό) πυρήνα και να καταλήξει σε έναν παραμορφωμένο (αξονικά συμμετρικό ή μη). Στην παράγραφο αυτή θα ασχοληθούμε με τις περιοχές αυτές του τριγώνου που συμβαίνουν τέτοιου είδους αλλαγές σχήματος-φάσης. Σημειώνεται ότι η συζήτηση εδώ περιορίζεται σε άρτιους-άρτιους πυρήνες και σε χαμηλοενεργειακούς συλλογικούς τρόπους διέγερσης.

Η μελέτη των αλλαγών σχήματος-φάσης της πυρηνικής δομής έχει ξεκινήσει από αρκετά παλιά [35], όμως στις αρχές της περασμένης δεκαετίας υπήρξε αναβίωση του τομέα αυτού χάρη σε δύο εργασίες του F. Iachello [8], [9], στις οποίες προτείνει συγκεκριμένες λύσεις της Χαμιλτονιανής του Bohr, που περιγράφουν τους πυρήνες που βρίσκονται στο κρίσιμο σημείο της αλλαγής φάσης. Πριν όμως φτάσουμε στην αναλυτική περιγραφή των εργασιών αυτών, θα δοθούν ορισμένες από τις ενδείξεις που προκύπτουν μέσα από τη συστηματική μελέτη των πειραματικών δεδομένων, οι οποίες μαρτυρούν απότομες αλλαγές στη δομή των πυρήνων καθώς απομακρυνόμαστε από τους κλειστούς φλοιούς.

1.3.1 Πειραματικές ενδείξεις για τις αλλαγές σχήματος-φάσης

Στους άρτιους-άρτιους πυρήνες η θεμελιώδης κατάσταση έχει πάντα γωνιακή στροφορμή $L^{\pi} = 0^+$, καθώς λόγω της μικρής εμβέλειας ελκτικής πυρηνικής δύναμης αλλά και της απαγορευτικής αρχής του Pauli, τα νουκλεόνια έχουν την τάση να "ζευγαρώνουν" ανά δύο, με συνολική στροφορμή μηδέν. Επίσης σχεδόν πάντα η πρώτη διεγερμένη κατάσταση είναι η 2^+ και η δεύτερη η 4^+ .

Ένας δείκτης που χρησιμοποιείται ευρέως στη βιβλιογραφία ως ενδεικτικό της δομής των πυρήνων, είναι ο λόγος $R_{4/2} = E_{4_1^+}/E_{2_1^+}$. Στους πυρήνες που απέχουν ένα ζεύγος νουκλεονίων από έναν κλειστό φλοιό, παρατηρείται ένα μεγάλο άλμα

από τη θεμελιώδη κατάσταση 0⁺ σε μία ομάδα διεγερμένων καταστάσεων με στροφορμή L = 0, 2, 4..., που βρίσκονται κοντά σε ενέργεια. Επομένως για αυτούς τους πυρήνες ο λόγος $R_{4/2}$ είναι < 2. Όσο προστίθενται νουκλεόνια σθένους, αρχίζει να αναπτύσσεται η συλλογικότητα στις πυρηνικές διεγέρσεις. Αρχικά οι πυρήνες δεν απομακρύνονται από το σφαιρικό σχήμα αλλά αρχίζουν να κάνουν ταλαντώσεις (κυρίως τετραπολικού χαρακτήρα) γύρω από ένα σημείο ισορροπίας, προσεγγίζοντας το φάσμα του αρμονικού ταλαντωτή. Όπως είναι γνωστό από την κβαντική θεωρία, οι στάθμες του αρμονικού ταλαντωτή είναι ισαπέχουσες και επομένως οι δονητικοί αυτοί πυρήνες εμφανίζουν τιμές $R \simeq 2$. Καθώς απομακρυνόμαστε ακόμα περισσότερο από τους κλειστούς φλοιούς, αρχίζει να κερδίζει έδαφος η αλληλεπίδραση p-n μεταξύ των πρωτονίων και των νετρονίων σθένους, η οποία είναι υπεύθυνη για την πυρηνική παραμόρφωση¹¹ και από ένα σημείο και ύστερα οι πυρήνες έχουν μόνιμη παραμόρφωση στη θεμελιώδη τους κατάσταση. Τότε δεν εκλείπουν οι δονητικές συλλογικές διεγέρσεις αλλά οι ενεργειακά προτιμότερες συλλογικές διεγέρσεις είναι οι περιστροφικές. Όπως επίσης γνωρίζουμε από την κβαντική θεωρία, οι ενεργειακές ιδιοτιμές ενός στερεού περιστροφέα είναι ανάλογες του L(L + 1), οπότε για αυτούς τους πυρήνες θα είναι $R_{4/2} \simeq 3.33$. Οι τρεις αυτές οριακές περιπτώσεις αναπαρίστανται στο σχήμα 1.9. Σημειώνεται εδώ ότι για τους πυρήνες που βρίσκονται σε μία ενδιάμεση μεταβατική κατάσταση, από το σφαιρικό δονητικό όριο στο περιστροφικό με μόνιμη παραμόρφωση, προβλέπονται ενδιάμεσες τιμές για το λόγο $R_{4/2}$.

Με αυτά υπόψη, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η μελέτη της εξέλιξης του λόγου $R_{4/2}$ στην περιοχή των λανθανίδων συναρτήσει του αριθμού Ν, όπως παρουσιάζεται στο σχήμα 1.10. Στο σχήμα αυτό φαίνεται πως ο λόγος $R_{4/2}$ παρουσιάζει μία απότομη αύξηση από τιμές $\simeq 2$, που αντιστοιχούν σε δονητικούς πυρήνες, σε τιμές $\simeq 3.33$, που αντιστοιχούν σε παραμορφωμένους περιστροφείς, καθώς αυξάνονται τα νετρόνια σθένους. Η απότομη αλλαγή που παρουσιάζει ο λόγος $R_{4/2}$ στην περιοχή αυτή του ισοτοπικού χάρτη υπήρξε ένα από τα αρχικά κίνητρα μελέτης της περιοχής αυτής για φαινόμενα αλλαγής φάσης.

Πρέπει εδώ να παρατηρήσουμε ότι όσο αυξάνεται η παραμόρφωση του πυρήνα τόσο αυξάνονται και οι συλλογικοί βαθμοί ελευθερίας, καθότι ένας σφαιρικός πυρήνας μπορεί να διεγερθεί συλλογικά μόνο μέσω ταλαντώσεων, ενώ ένας παραμορφωμένος μπορεί παράλληλα να περιστρέφεται. Ένας δείκτης που σχετίζεται άμεσα με τη συλλογικότητα είναι ο ανηγμένος ρυθμός μετάπτωσης $B(E2; 2^+_1 \rightarrow 0^+_1)$,

¹¹Αξίζει εδώ να σημειωθεί ότι η πυρηνική παραμόρφωση προκύπτει μέσα από τον ανταγωνισμό της αλληλεπίδρασης σύζευξης ιδίων νουκλεονίων (p-p και n-n), που οδηγεί στη σφαιρικότητα και της αλληλεπίδρασης p-n που είναι υπεύθυνη για την παραμόρφωση. Η πρώτη έχει ισχύ $\approx N_p + N_n$, καθώς κάθε νουκλεόνιο "ζευγαρώνει" με ένα μόνο ίδιου είδους νουκλεόνιο, ενώ η δεύτερη έχει ισχύ $\approx N_p N_n$, καθώς αυτή δρα μεταξύ όλων των νουκλεονίων σθένους. Έτσι ο λόγος $P = \frac{N_p N_n}{N_p + N_n}$ είναι ενδεικτικός της παραμόρφωσης που αναμένεται να έχει ο πυρήνας. Συγκεκριμένα η τιμή $P \approx 5$ θέτει το όριο πάνω από το οποίο αρχίζει να επικρατεί η παραμόρφωση.



Σχήμα 1.9: Ο λόγος $R_{4/2}$ όπως διαμορφώνεται για (α) τους πυρήνες που απέχουν μόλις ένα ζεύγος νουκλεονίων από κλειστό φλοιό, (β) τους σφαιρικούς δονητικούς πυρήνες και (γ) τους παραμορφωμένους περιστροφείς. Επίσης το πάχος του βέλους μεταξύ της πρώτης διεγερμένης και της θεμελιώδους κατάστασης υποδεικνύει και την αύξηση του ανηγμένου ρυθμού μετάπτωσης $B(E2; 2^+_1 \rightarrow 0^+_1)$ καθώς αυξάνεται η συλλογικότητα. Το σχήμα προέρχεται από την αναφορά [37].

ο οποίος αναμένουμε να αυξάνεται όσο αυξάνεται η συλλογικότητα. Πράγματι στο σχήμα 1.11 φαίνονται τα πειραματικά δεδομένα που υπάρχουν σχετικά με τη μεταβολή του $B(E2; 2^+_1 \rightarrow 0^+_1)$ συναρτήσει του N (πάνω) και του Z (κάτω). Παρατηρούμε στο πάνω μέρος του σχήματος ότι, όπως και στην περίπτωση του $R_{4/2}$, εμφανίζεται μία απότομη αύξηση του δείκτη αυτού καθώς απομακρυνόμαστε από τον κλειστό φλοιό N = 82 και οδεύουμε προς τον επόμενο, μεγιστοποιείται περίπου στο μέσο μεταξύ των δύο κλειστών φλοιών και εν συνεχεία παρουσιάζει μία απότομη μείωση καθώς πλησιάζουμε τον κλειστό φλοιό N = 126. Το ίδιο συμβαίνει και στο κάτω μέρος του σχήματος 1.11 καθώς αυξάνονται τα πρωτόνια σθένους από τον κλειστό φλοιό Z = 50 στον κλειστό φλοιό Z = 82. Η απότομη μεταβολή του ανηγμένου ρυθμού μετάπτωσης καθώς αυξάνονται τα νουκλεόνια σθένους υποδεικνύει και σε αυτή την περίπτωση την αλλαγή σχήματος-φάσης.

Ένας ακόμα δείκτης που παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον στη μελέτη της πυρηνικής δομής, είναι η ενέργεια που χρειάζεται για να αφαιρεθεί από τον πυρήνα ένα ζεύγος νετρονίων. Αυτή συμβολίζεται με S_{2n} και δίνεται από τη σχέση

$$S_{2n} = B(N, Z) - B(N - 2, Z)$$
(1.63)

όπου B(N, Z) είναι η ενέργεια σύνδεσης του πυρήνα με N νετρόνια και Z πρωτόνια. Στο σχήμα 1.12 φαίνονται τα πειραματικά δεδομένα που υπάρχουν για το δείκτη S_{2n} για διάφορες αλυσίδες ισοτόπων. Το πρώτο που παρατηρεί κανείς είναι η απότομη μείωση που παρουσιάζουν οι ενέργειες S_{2n} κατά το κλείσιμο των



Σχήμα 1.10: Η εξέλιξη του λόγου $R_{4/2}$, όπως προκύπτει από τη μελέτη των πειραματικών δεδομένων στην περιοχή των λανθανίδων, συναρτήσει του αριθμού νετρονίων Ν. Παρατηρούμε ότι καθώς απομακρυνόμαστε από τον κλειστό φλοιό N = 82, ο λόγος $R_{4/2}$ αυξάνεται απότομα από την τιμή ≈ 2 στην τιμή ≈ 3.33 . Η απότομη αυτή αλλαγή αποτελεί μία από τις πρώτες ενδείξεις αλλαγής σχήματος-φάσης. Το σχήμα είναι δανεισμένο από την αναφορά [36].

φλοιών N = 82 και N = 126 καθότι τα ζεύγη νετρονίων που προστίθενται μετά τη συμπλήρωση ενός φλοιού καταλαμβάνουν λιγότερο δέσμιες καταστάσεις και άρα μπορούν να αφαιρεθούν ευκολότερα. Μεγαλύτερη σημασία ωστόσο για την παρούσα συζήτηση έχει το πλατώ που εμφανίζεται σε κάποιες από τις αλυσίδες ισοτόπων στην περιοχή $N \simeq 90$, που υποδηλώνει μία αύξηση στην ενέργεια σύνδεσης της θεμελιώδους κατάστασης για αυτούς τους πυρήνες. Η αύξηση αυτή οφείλεται στην ενέργεια σύνδεσης που κερδίζει ο πυρήνας καθώς παραμορφώνεται και επομένως στην περιοχή αυτή είναι που αρχίζει να εμφανίζεται η παραμόρφωση.

Πρέπει τέλος να σημειωθεί ότι οι αλλαγές σχήματος-φάσης διακρίνονται σε αλλαγές πρώτης ή δεύτερης τάξης. Σύμφωνα με το κριτήριο του Ehrenfest, στις αλλαγές φάσης πρώτης τάξης η παράμετρος τάξης (εν προκειμένω θα μπορούσε να θεωρηθεί η παράμετρος παραμόρφωσης β), παρουσιάζει ασυνέχεια στην πρώτη της παράγωγο, ενώ στις αλλαγές φάσης δεύτερης τάξης η ασυνέχεια εμφανίζεται στη δεύτερη παράγωγο. Έτσι, στην αλλαγή σχήματος-φάσης πρώτης τάξης η παράμετρος παραμόρφωσης β αλλάζει με ασυνεχή τρόπο και συνυπάρχουν το σφαιρικό με το παραμορφωμένο σχήμα, ενώ στην αλλαγή φάσης δεύτερης τάξης η παραμόρφωση μεταβάλλεται με συνεχή τρόπο και υπάρχει μόνο μία φάση [38]. Αυτό έχει ως



Σχήμα 1.11: Ο ανηγμένος ρυθμός μετάπτωσης $B(E2; 2^+_1 \to 0^+_1)$ αποτελεί δείκτη της συλλογικότητας και κατ' επέκταση της πυρηνικής παραμόρφωσης (βλ. κείμενο). Στο σχήμα φαίνεται η απότομη μεταβολή του δείκτη αυτού καθώς αυξάνονται τα νετρόνια (πάνω) και τα πρωτόνια (κάτω) σθένους. Το σχήμα προέρχεται από την αναφορά [37].

συνέπεια οι αλλαγές φάσεις-σχήματος δεύτερης τάξης να είναι πιο ανεπαίσθητες και δύσκολες στο να εντοπιστούν πειραματικά. Επίσης, σε αντίθεση με τις αλλαγές φάσης στη θερμοδυναμική, όπου η παράμετρος ελέγχου είναι συνεχής (πχ. θερμοκρασία), εδώ η μεταβολή του αριθμού των νουκλεονίων γίνεται προφανώς με ασυνεχή τρόπο. Αυτό σημαίνει ότι δεν εξασφαλίζεται από τη φύση ότι θα υπάρχει πυρήνας ακριβώς στο κρίσιμο σημείο.

Στις παρακάτω παραγράφους περιγράφονται δύο λύσεις της Χαμιλτονιανής του Bohr, οι οποίες περιγράφουν την αλλαγή φάσης-σχήματος μεταξύ των ορίων της πυρηνικής δομής. Συγκεκριμένα η πρώτη, η συμμετρία κρίσιμου σημείου Ε(5), περιγράφει την αλλαγή φάσης από τους σφαιρικούς δονητικούς πυρήνες στους αξονικά μη συμμετρικούς παραμορφωμένους πυρήνες, ενώ η δεύτερη, η συμμετρία



Σχήμα 1.12: Οι ενέργειες αποσύνδεσης δύο νετρονίων (S_{2n}), όπως προκύπτουν από πειραματικές μετρήσεις σε διάφορες αλυσίδες ισοτόπων. Η πτωτική τάση του δείκτη S_{2n} στην περιοχή $N \simeq 90$ ανακόπτεται από ένα ανεπαίσθητο πλατώ. Το πλατώ αυτό, στο οποίο έχει γίνει μεγέθυνση στο δεξιό μέρος του σχήματος, αποτελεί ένδειξη για αλλαγή φάσης. Το σχήμα προέρχεται από την αναφορά [36].

κρίσιμου σημείου X(5), περιγράφει τη μετάβαση από τους σφαιρικούς δονητικούς πυρήνες στους αξονικά συμμετρικούς περιστροφείς. Από τις δύο, η E(5) είναι αλλαγή φάσης δεύτερης τάξης, ενώ η X(5) είναι αλλαγή φάσης πρώτης τάξης. Αυτό φαίνεται και στα σχήματα 1.13 και 1.15, όπου αναπαρίσταται η μεταβολή του δυναμικού κατά την αλλαγή φάσης σχήματος στις δύο περιπτώσεις και μπορεί κανείς να παρατηρήσει τη συνύπαρξη δύο ελαχίστων στη δεύτερη περίπτωση, σε αντίθεση με την πρώτη. Στην τελευταία παράγραφο αυτής της ενότητας παρουσιάζονται οι πυρήνες που έχουν προταθεί ως υποψήφιοι για τις δύο αυτές συμμετρίες, με βάση τα μέχρι σήμερα πειραματικά δεδομένα.

1.3.2 Η συμμετρία κρίσιμου σημείου Ε(5)

To 2000 ο Iachello πρότεινε μία νέα κατηγορία δυναμικών συμμετριών, αυτήν που περιγράφει συστήματα που βρίσκονται σε μία μεταβατική κατάσταση. Συγκεκριμένα, στην εργασία του [8] εξετάζει τους πυρήνες που βρίσκονται στο κρίσιμο σημείο της μετάβασης από την U(5) στην O(6) συμμετρία.

Ξεκινώντας από τη Χαμιλτονιανή του Bohr

$$H = -\frac{\hbar^2}{2B} \left[\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial\beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial\beta} + \frac{1}{\beta^2 \sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial\gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial\gamma} - \frac{1}{4\beta^2} \sum_{\kappa} \frac{J_{\kappa}^2}{\sin^2(\gamma - \frac{2}{3}\pi\kappa)} \right] + V(\beta, \gamma)$$
(1.64)

πήρε την περίπτωση όπου το δυναμικό εξαρτάται αποκλειστικά από την παράμε-

τρο παραμόρφωσης β, δηλαδή $V(\beta, \gamma) = U(\beta)$. Η παραδοχή αυτή για το δυναμικό σημαίνει ότι η λύση που θα προκύψει θα περιγράφει σφαιρικούς ή ελαφρώς παραμορφωμένους πυρήνες. Δεν μπορούν να περιγραφούν με τη συμμετρία E(5) πυρήνες με μεγάλη παραμόρφωση (για τους οποίους $R_{4/2} = \frac{E_{4^+}}{E_{2^+}} > 2, 5$), καθώς δεν έχουμε εξάρτηση από το γ. Σε αυτή λοιπόν την περίπτωση, γράφοντας την κυματοσυνάρτηση $\Psi(\beta, \gamma, \partial_i) = f(\beta)\Phi(\gamma, \partial_i)$, ο Iachello προχώρησε σε επίλυση της εξίσωσης του Shrödinger με τη μέθοδο χωρισμού των μεταβλητών, οπότε προκύπτουν δύο εξισώσεις, η μία εκ των οποίων περιέχει μόνο την παράμετρο β και η άλλη τις παραμέτρους γ και ∂_i . Συγκεκριμένα προκύπτουν οι εξισώσεις

$$\left[-\frac{1}{\sin 3\gamma}\frac{\partial}{\partial \gamma}\sin 3\gamma\frac{\partial}{\partial \gamma} + \frac{1}{4}\sum_{\kappa}\frac{J_{\kappa}^{2}}{\sin^{2}(\gamma-\frac{2}{3}\pi\kappa)}\right]\Phi(\gamma,\partial_{i}) = \Lambda \Phi(\gamma,\partial_{i}) \quad (1.65)$$

και

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2B}\left(\frac{1}{\beta^4}\frac{\partial}{\partial\beta}\beta^4\frac{\partial}{\partial\beta}-\frac{\Lambda}{\beta^2}\right) + U(\beta)\right]f(\beta) = Ef(\beta)$$
(1.66)

με κοινή σταθερά την $\Lambda = \tau(\tau + 3)$ όπου $\tau = 0, 1, 2,$

Όσον αφορά το γωνιακό κομμάτι, οι λύσεις για τις γωνιακές κυματοσυναρτήσεις της εξίσωσης 1.65 περιγράφονται σε διάφορες αναφορές και δίνονται από τη σχέση [39]

$$\Psi_{\tau\tilde{\nu}_{\Delta}LM_{L}}(\gamma,\partial) = \sum_{K=0,even}^{L} F_{\tau\tilde{\nu}_{\Delta}LK}(\gamma)\phi_{M_{L}K}^{L}(\partial)$$
(1.67)

όπου $\varphi_{M_LK}^L(\partial) = [(2L+1)/16\pi^2(1+\delta_k)]^{1/2}[D_{MK}^{(L)}(\partial)+(-1)^L D_{M-K}^{(L)}(\partial)]$ είναι ένας συμμετρικός, κανονικοποιημένος συνδυασμός από συναρτήσεις περιστροφής του Wigner και τα $F_{\tau \tilde{\nu}_{\Delta} LK}(\gamma)$ είναι πολυώνυμα που περιέχουν τριγωνομετρικές συναρτήσεις ως προς γ.

Για την επίλυση της δεύτερης εξίσωσης, αυτής που εξαρτάται μόνο από την παράμετρο β , εισάγεται η ανηγμένη ενέργεια $\varepsilon = \frac{2B}{\hbar^2}E$ και το ανηγμένο δυναμικό $u = \frac{2B}{\hbar^2}U$ στη σχέση 1.66, οπότε απλοποιείται ως εξής

$$\left[-\frac{1}{\beta^4}\frac{\partial}{\partial\beta}\beta^4\frac{\partial}{\partial\beta} + \frac{\Lambda}{\beta^2} + u(\beta)\right]f(\beta) = \varepsilon f(\beta)$$
(1.68)

Αντικαθιστώντας στην τελευταία σχέση $\phi(\beta) = \beta^{3/2} f(\beta)$, προκύπτει η τελική διαφορική εξίσωση για την παράμετρο παραμόρφωσης β

$$\phi'' + \frac{\phi'}{\beta} + \left[\varepsilon - u(\beta) - \frac{(\tau + 3/2)^2}{\beta^2}\right]\phi = 0$$
 (1.69)

Προκειμένου να μελετήσει τη μετάβαση U(5)-O(6) ο Iachello προχώρησε σε μία ακόμα απλούστευση, λαμβάνοντας ως δυναμικό το πενταδιάστατο πηγάδι απείρου βάθους

$$u(\beta) = 0, \qquad \beta \le \beta_w$$

 $u(\beta) = \infty, \qquad \beta > \beta_w$

Η προσέγγιση του δυναμικού της αλλαγής φάσης με το απειρόβαθο πηγάδι δίνεται σχηματικά στο σχήμα 1.13.



Σχήμα 1.13: Η σταδιακή μετάβαση ενός σφαιρικού πυρήνα σε έναν πυρήνα με μόνιμη παραμόρφωση. Το δυναμικό ελαχιστοποιείται αρχικά στην τιμή $\beta = 0$, ενώ σταδιακά μετατοπίζεται το ελάχιστο στην τιμή $\beta = \beta_w \neq 0$. Η μετάβαση πραγματοποιείται μέσω ενός σχεδόν επίπεδου, ως προς την παράμετρο παραμόρφωσης β , δυναμικού το οποίο στα πλαίσια της συμμετρίας E(5) προσεγγίζεται με ένα απειρόβαθο πηγάδι (διακεκομμένη γραμμή).

Η επιλογή του πηγαδιού σημαίνει από φυσικής άποψης ότι, χωρίς να δαπανηθεί ενέργεια, μπορεί να γίνει η μετάβαση από έναν πυρήνα με $\beta = 0$ σε έναν πυρήνα με $\beta = \beta_w \neq 0$. Με αυτόν τον τρόπο οδηγούμαστε σε μία διαφορική εξίσωση Bessel J_v με $v = \tau + 3/2$

$$\phi'' + \frac{\phi'}{z} + \left[1 - \frac{(\tau + 3/2)^2}{(\beta k)^2}\right]\phi = 0$$
 (1.70)

όπου $k = \sqrt{\varepsilon}$.

Η συνοριακή συνθήκη του πηγαδιού $\phi(\beta_w) = 0$ οδηγεί στις ενεργειακές ιδιοτιμές

$$E_{\xi\tau} = \frac{\hbar^2}{2B} \left(\frac{x_{\xi\tau}}{\beta_w} \right)^2 \tag{1.71}$$

όπου $x_{\xi,\tau}$ είναι οι $\xi^{ootέ\varsigma}$ ρίζες της $J_{\tau+3/2}$.

Οι αντίστοιχες ιδιοσυναρτήσεις (επιστρέφοντας στην $f(\beta) = \beta^{-3/2} \phi(\beta)$) είναι

$$f_{\xi,\tau}(\beta) = c_{\xi,\tau} \beta^{-3/2} J_{\tau+3/2}(\frac{x_{\xi,\tau} \beta}{\beta_w})$$
(1.72)

όπου οι συντελεστές $c_{\xi,\tau}$ υπολογίζονται από τη συνθήκη κανονικοποίησης

$$\int_0^\infty \beta^4 f^2(\beta) \, d\beta = 1 \tag{1.73}$$

Δεδομένου ότι οι συναρτήσεις Bessel αποτελούν βάση για τις αναπαραστάσεις της Ευκλείδιας ομάδας και καθότι οι διαστάσεις του προβλήματος είναι πέντε, η επακόλουθη συμμετρία ονομάστηκε E(5).

Από τη σχέση 1.71 μπορεί κάποιος να υπολογίσει τις ενεργειακές ιδιοτιμές, με μόνη αβεβαιότητα έναν παράγοντα κλίμακας (scaling factor). Στον πίνακα 1.1 έχουν υπολογιστεί οι ενέργειες διέγερσης των πρώτων διεγερμένων σταθμών, κανονικοποιημένες στην ενέργεια της πρώτης διεγερμένης στάθμης.

Πίνακας 1.1: Οι ενέργειες που προβλέπονται από τη συμμετρία Ε(5) για τις πρώτες διεγερμένες στάθμες. Οι ενέργειες δίνονται κανονικοποιημένες στην ενέργεια της πρώτης διεγερμένης στάθμης.

	$\xi = 1$	$\xi = 2$	$\xi = 3$	$\xi = 4$
$\tau = 0$	0	3.03	7.58	13.64
$\tau = 1$	1	4.80	10.11	16.93
$\tau = 2$	2.20	6.78	12.86	20.44
$\tau = 3$	3.59	8.97	15.81	24.16

Ο αριθμός των επιτρεπόμενων τιμών στροφορμής για κάθε τιμή του t προκύπτει από την αναγωγή $SO(5) \supset SO(3)$ όπως περιγράφεται στην αναφορά [40], ως εξής

$$\beta = \tau - 3\nu_{\Delta} \tag{1.74}$$

όπου $v_{\Delta} = 0, 1, ...$ και

$$L = 2\beta, 2\beta - 2, ..., \beta + 1, \beta$$
(1.75)

Στη συνέχεια ο Iachello προχωράει στον υπολογισμό ανηγμένων ρυθμών μετάπτωσης για τις διάφορες μεταβάσεις μεταξύ των σταθμών του Ε(5). Συγκεκριμένα, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι ηλεκτρικές τετραπολικές μεταπτώσεις Ε2. Ο ανηγμένος ρυθμός μετάπτωσης δίνεται από τη σχέση

$$B(E2; \xi \tau L \to \xi' \tau' L') = \frac{1}{2L+1} \langle \xi' \tau' L' \| T^{E(2)} \| \xi \tau L \rangle^2$$
(1.76)

όπου $T^{E(2)} = \beta a_{2\mu}$ είναι ο τετραπολικός τελεστής, β είναι σταθερά κλίμακας και οι τετραπολικές συντεταγμένες $a_{2\mu}$ δίνονται από τη σχέση

$$a_{2\mu} = \beta \left[D_{\mu,0}^{(2)} \cos \gamma + \frac{1}{\sqrt{2}} (D_{\mu,2}^{(2)} + D_{\mu,-2}^{(2)}) \sin \gamma \right]$$
(1.77)

Υπολογίζοντας τους ανηγμένους ρυθμούς μετάπτωσης για τις διάφορες μεταβάσεις από τη σχέση 1.76 και με γνωστές τις ενεργειακές ιδιοτιμές για τις διάφορες στάθμες, όπως αυτές προκύπτουν από τη σχέση 1.71, προκύπτει το ενεργειακό διάγραμμα του σχήματος 1.14 για τη συμμετρία κρίσιμου σημείου Ε(5).



Σχήμα 1.14: Το ενεργειακό διάγραμμα της συμμετρίας κρίσιμου σημείου E(5). Οι ενεργειακές ιδιοτιμές και οι ιδιοσυναρτήσεις προκύπτουν ως λύσεις της εξίσωσης Schrödinger με χρήση της Χαμιλτονιανής του Bohr και δυναμικό της μορφής 1.70, που σύμφωνα με τον Iachello αρκεί για την περιγραφή της μετάβασης φάσης U(5) \rightarrow O(6). Οι ανηγμένοι ρυθμοί μετάπτωσης για τις διάφορες μεταβάσεις είναι κανονικοποιημένοι σε αυτόν της μετάβασης $2^+_1 \rightarrow 0^+_1$.

1.3.3 Η συμμετρία κρίσιμου σημείου X(5)

Ένα χρόνο μετά την εργασία του πάνω στη συμμετρία E(5), ο Iachello πρότεινε σε μία νέα εργασία [9] μία άλλη λύση της Χαμιλτονιανής του Bohr, για να περιγράψει πυρήνες που βρίσκονται στο σημείο της μετάβασης από ένα σφαιρικό σχήμα σε ένα αξονικά συμμετρικά παραμορφωμένο σχήμα. Σε όρους IBM αυτή η συμμετρία κρίσιμου σημείου περιγράφει τη μετάβαση από το όριο U(5) (δονητικοί σφαιρικοί πυρήνες) στο όριο SU(3) (περιστροφικοί παραμορφωμένοι πυρήνες) και ονομάστηκε X(5).

Όπως και στην περίπτωση του E(5), έτσι κι εδώ γίνονται κάποιες απλουστευτικές παραδοχές προκειμένου να διευκολυνθεί η επίλυση της εξίσωσης 1.64. Η βασική παραδοχή είναι ότι το δυναμικό $V(\beta, \gamma)$ μπορεί να γραφτεί ως άθροισμα ενός δυναμικού που εξαρτάται μόνο από το β κι ενός δυναμικού που να εξαρτάται μόνο από το γ, δηλαδή $V(\beta, \gamma) = V(\beta) + V(\gamma)$. Αυτή η απλοποίηση είναι ιδιαιτέρως παρακινδυνευμένη για λόγους που ξεφεύγουν από τα όρια της παρούσας εργασίας αλλά περιγράφονται αναλυτικά στην αναφορά [41]. Πάντως, όπως συμπεραίνεται και στην προαναφερθείσα αναφορά, η απλοποίηση αυτή δίνει αξιόπιστες προβλέψεις για την περιοχή των λανθανίδων ($N \simeq 90$).

Για την περίπτωση του $V(\beta)$ λαμβάνεται πάλι ένα δυναμικό της μορφής 1.70, δηλαδή ένα απειρόβαθο πηγάδι. Για την περίπτωση του $V(\gamma)$ λαμβάνεται ένα δυναμικό αρμονικού ταλαντωτή για μικρές τιμές του γ γύρω από την τιμή 0. Αυτό σημαίνει ότι η λύση που θα προκύψει περιγράφει τη μετάβαση από σφαιρικούς πυρήνες σε παραμορφωμένους ωσειδούς σχήματος (prolate), όπου $\gamma = 0^{\circ}$, και όχι σχήματος δίσκου (oblate), όπου $\gamma = 60^{\circ}$. Για μικρές τιμές του γ ο τελευταίος όρος της σχέσης 1.64 γράφεται

$$\sum_{\kappa=1,2,3,\dots} \frac{J_{\kappa}^2}{\sin^2(\gamma - \frac{2\pi}{3}\kappa)} \simeq \frac{4}{3} \left(J_1^2 + J_2^2 + J_3^2 \right) + J_3^2 \left(\frac{1}{\sin^2(\gamma)} - \frac{4}{3} \right)$$
(1.78)

Χρησιμοποιώντας τη σχέση αυτή, εισάγοντας πάλι την ανηγμένη ενέργεια $\varepsilon = \frac{2B}{\hbar^2} E$ και το ανηγμένο δυναμικό $u = \frac{2B}{\hbar^2} V$ και αξιοποιώντας την παραδοχή $V(\beta, \gamma) = V(\beta) + V(\gamma)$, μπορεί να γίνει και πάλι χωρισμός των μεταβλητών, οπότε προκύπτουν οι ακόλουθες δύο διαφορικές εξισώσεις

$$\left[-\frac{1}{\beta^4}\frac{\partial}{\partial\beta}\beta^4\frac{\partial}{\partial\beta}+\frac{4L(L+1)}{12\beta^2}+u(\beta)\right]\xi_L(\beta) = \varepsilon_\beta \xi_L(\beta) \quad (1.79)$$

και

ł

$$\left[-\frac{1}{<\beta^{2}>\sin 3\gamma}\frac{\partial}{\partial\gamma}\sin 3\gamma\frac{\partial}{\partial\gamma}+\frac{1}{4<\beta^{2}>}K^{2}\left(\frac{1}{\sin^{2}\gamma}-\frac{4}{3}\right)+u(\gamma)\right]\eta_{K}(\gamma) = \varepsilon_{\gamma}\eta_{K}(\gamma)$$
(1.80)

όπου $\varepsilon = \varepsilon_{\beta} + \varepsilon_{\gamma}$ και < β^2 > είναι η μέση τιμή του β^2 .



Σχήμα 1.15: Το δυναμικό ως προς την παράμετρο παραμόρφωσης β, όπως διαμορφώνεται κατά τη μετάβαση από έναν σφαιρικό σε έναν αξονικά παραμορφωμένο πυρήνα. Η μετάβαση πραγματοποιείται μέσω αλλαγής φάσης πρώτης τάξης κατά την οποία, σε αντίθεση με την περίπτωση της αλλαγής φάσης δεύτερης τάξης, συνυπάρχουν ταυτόχρονα δύο ελάχιστα. Το κρίσιμο σημείο είναι το σημείο στο οποίο τα δύο ελάχιστα "διασταυρώνονται". Στο σημείο αυτό, σύμφωνα με την προσέγγιση της X(5) συμμετρίας, το δυναμικό προσεγγίζεται από ένα απειρόβαθο πηγάδι (διακεκομμένη γραμμή).

Από την πρώτη εξίσωση, θέτοντας $\tilde{\xi}(\beta) = \beta^{3/2} \xi(\beta)$, $\varepsilon_{\beta} = k_{\beta}^2$, $z = \beta k_{\beta}$ και

$$v = \sqrt{\frac{L(L+1)}{3} + \frac{9}{4}} \tag{1.81}$$

προκύπτει πάλι μία διαφορική εξίσωση τύπου Bessel

$$\tilde{\xi}^{\prime\prime} + \frac{\tilde{\xi}^{\prime}}{z} + \left[1 - \frac{\nu^2}{z^2}\right]\tilde{\xi} = 0$$
(1.82)

με συνοριακή συνθήκη $\tilde{\xi}(\beta_w) = 0$. Οι ενεργειακές ιδιοτιμές και οι ιδιοσυναρτήσεις της εξίσωσης αυτής είναι

$$\varepsilon_{\beta;s,L} = k_{s,L}^2 \quad , \xi_{s,L}(\beta) = c_{s,L}\beta^{-3/2}J_{\nu}(k_{s,L}\beta) \tag{1.83}$$
$$k_{s,L} = \frac{\chi_{s,L}}{\beta_{w}}$$

Η δεύτερη εξίσωση, θεωρώντας ότι για $\gamma \to 0$ είναι sin $\gamma \simeq \gamma$, παίρνει τη μορφή εξίσωσης αρμονικού ταλαντωτή

$$\left[-\frac{1}{\langle\beta^2\rangle\gamma}\frac{\partial}{\partial\gamma}\gamma\frac{\partial}{\partial\gamma}+\frac{(K/2)^2}{\langle\beta^2\rangle}+(3a)^2\frac{\gamma^2}{2}\right)+u(\gamma)\right]\eta_{K}(\gamma) = \tilde{\varepsilon}_{\gamma}\eta_{K}(\gamma) \quad (1.84)$$

όπου $\tilde{\epsilon}_{\gamma} = \epsilon_{\gamma} + \frac{(K/2)^2}{\langle \beta^2 \rangle} \frac{4}{3}$. Οι ενεργειακές ιδιοτιμές που προκύπτουν από αυτή την εξίσωση είναι

$$\tilde{\varepsilon}_{\gamma} = \frac{3a}{\sqrt{<\beta^2 >}} (n_{\gamma} + 1) , n_{\gamma} = 0, 1, 2, ...$$
 (1.85)

όπου για $n_{\gamma} = 0$ είναι K = 0, για $n_{\gamma} = 1$ είναι $K = \pm 2$, για n_{γ} είναι $K = 0, \pm 4$ κ.ο.κ. Οι ιδιοσυναρτήσεις τέλος της τελευταίας εξίσωσης είναι

$$\eta_{n_{\gamma},K}(\gamma) = c_{n,K} \gamma^{|K/2|} e^{-3a\gamma^2/2} L_n^{|K|} (3a\gamma)^2$$
(1.86)

όπου $n = (n_{\gamma}-K)/2$ και $L_n^{|K|}$ είναι τα πολυώνυμα Laguerre. Οι τιμές της στροφορμής L καθορίζονται από το K ως εξής: για K = 0 είναι L = 0, 2, 4, ..., για $K \neq 0$ είναι L = K, K + 1, K + 2,

Η ολική κυματοσυνάρτηση του προβλήματος προκύπτει ως γινόμενο των δύο λύσεων. Λαμβάνοντας υπόψη και τις συναρτήσεις Wigner $D_{M,K}^L$ που εμπεριέχουν την εξάρτηση ως προς τις γωνίες Euler ∂_t και αφού γίνει η απαραίτητη συμμετροποίηση, η ολική κυματοσυνάρτηση δίνεται από τη σχέση

$$\Psi(\beta,\gamma,\partial_{\iota}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\xi_{L}(\beta) n_{K}(\gamma) D_{M,K}^{L}(\partial_{\iota}) + (-1)^{I+K} \xi_{L}(\beta) n_{-K}(\gamma) D_{M,-K}^{L}(\partial_{\iota}) \right]$$
(1.87)

Με δεδομένη τη λύση μπορούν πλέον να υπολογιστούν (αν και όχι εύκολα) από τις σχέσεις 1.76 και 1.77 οι ανηγμένοι ρυθμοί μετάπτωσης για τις διάφορες μεταβάσεις. Στο σχήμα 1.16 δίνεται μέρος του ενεργειακού διαγράμματος που προκύπτει για την περίπτωση της συμμετρίας X(5).



Σχήμα 1.16: Μέρος του ενεργειακού διαγράμματος της X(5) συμμετρίας. Οι ανηγμένοι ρυθμοί μετάπτωσης για τις διάφορες μεταβάσεις είναι κανονικοποιημένοι σε αυτόν της μετάβασης $2_1^+ \to 0_1^+$. Για λόγους οικονομίας χώρου έχουν συμπεριληφθεί μόνο καταστάσεις με $n_{\gamma} = 0$ και επομένως K = 0 και L = 0, 2, 4, ...

1.3.4 Υποψήφιοι πυρήνες για τις συμμετρίες κρίσιμου σημείου και το κίνητρο των μετρήσεων

Μαζί με τις προτάσεις για τις συμμετρίες κρίσιμου σημείου που περιγράφηκαν στις προηγούμενες παραγράφους, δημοσιεύτηκαν και δύο εργασίες, συγκεκριμένα οι αναφορές [42] και [11], οι οποίες πρότειναν τους πυρήνες ¹³⁴Ba και ¹⁵²Sm ως τους πρώτους εκπροσώπους για τις συμμετρίες Ε(5) και X(5) αντιστοίχως. Αξίζει εδώ να σημειωθεί ότι και οι δύο αυτές εργασίες αναφέρονται σε παλαιότερα δεδομένα. Στα σχήματα 1.17 και 1.18 φαίνονται οι συγκρίσεις των πειραματικών δεδομένων για τους πυρήνες αυτούς με τις αντίστοιχες θεωρητικές προβλέψεις, όπως παρουσιάζονται στις προαναφερθείσες εργασίες.

Έκτοτε ακολούθησε μία σειρά από δημοσιεύσεις οι οποίες επιβεβαίωσαν την ύπαρξη και άλλων πυρήνων που επιδεικνύουν τα χαρακτηριστικά της X(5) συμμετρίας. Ενδεικτικά από τους πυρήνες που προτάθηκαν ξεχωρίζουν στην περιοχή των ισοτόνων πυρήνων με N = 90 και $A \simeq 150$ οι πυρήνες ¹⁵⁰Nd [10] και ¹⁵⁴Gd [12], καθώς και το ¹⁵²Sm που αναφέρθηκε ήδη. Δεν αποτελεί έκπληξη ότι όλοι αυτοί οι πυρήνες βρέθηκαν στην περιοχή αυτή του ισοτοπικού χάρτη καθώς, όπως προκύπτει και από τα σχήματα 1.9 και 1.12, υπήρχαν ήδη σημαντικές ενδείξεις για



Σχήμα 1.17: Η σύγκριση του πυρήνα ¹³⁴Ва με τις προβλέψεις της συμμετρίας κρίσιμου σημείου E(5), όπως αυτή παρουσιάζεται στην αναφορά [42]. Η σύγκριση συμπληρώνεται και από τους υπολογισμούς του IBM για την περίπτωση της μετάβασης $U(5) \to O(6)$ και για αριθμό μποζονίων N = 5.

αλλαγή σχήματος-φάσης στην περιοχή αυτή. Υπήρξαν ωστόσο και εκπρόσωποι της X(5) συμμετρίας και σε άλλες περιοχές του ισοτοπικού χάρτη. Ενδεικτικά, στην περιοχή των ισοτόπων με $A \simeq 180$ βρέθηκε καλή συμφωνία στον πυρήνα ¹⁷⁸Os [43]. Οι πυρήνες αυτοί εμφανίζουν ικανοποιητική συμφωνία με τις προβλέψεις της X(5) συμμετρίας τόσο στις ενέργειες των διεγερμένων σταθμών, όσο και στους α-νηγμένους ρυθμούς μετάπτωσης και έτσι η X(5) συμμετρία θεωρείται σήμερα καλά επιβεβαιωμένη.

Στην περίπτωση της συμμετρίας E(5) τα πράγματα είναι λίγο διαφορετικά. Όπως και στην περίπτωση της X(5), αμέσως μετά την πρόταση της συμμετρίας E(5) και του ¹³⁴Ba ως του πρώτου εκπροσώπου της, ακολούθησε έντονο πειραματικό ενδιαφέρον για την αναζήτηση και άλλων πυρήνων που να επιδεικνύουν καλή συμφωνία με τις προβλέψεις της εν λόγω συμμετρίας. Μία από τις πρώτες προτάσεις ήταν αυτή του πυρήνα ¹⁰²Pd στην αναφορά [44], όπου γίνεται σύγκριση των ενεργειών διέγερσης και των μέχρι τότε γνωστών ανηγμένων ρυθμών μετάπτωσης με τις προβλέψεις της E(5) συμμετρίας. Ορισμένες σημαντικές παρεκκλίσεις από τις προβλέψεις του E(5) που θα συζητηθούν στο κεφάλαιο 5, καθώς και η έλλειψη τιμών B(E2) για τη ζώνη yrast¹² πάνω από την στάθμη 4⁺₁, δίνουν ένα κίνητρο για την επανεξέταση της υποψηφιότητας του πυρήνα ¹⁰²Pd ως εκπροσώπου της συμμετρίας E(5).

Η συστηματικότερη εργασία στην αναζήτηση άλλων εκπροσώπων της συμμετρί-

¹²Οι στάθμες που για δεδομένη στροφορμή έχουν τη χαμηλότερη ενέργεια, αποτελούν τη ζώνη yrast.



Σχήμα 1.18: Αριστερά οι προβλέψεις για τις ενέργειες και τους ανηγμένους ρυθμούς μετάπτωσης, όπως προκύπτουν για την συμμετρία κρίσιμου σημείου Χ(5) και δεξιά οι αντίστοιχες πειραματικές τιμές για τον πυρήνα ¹⁵²Sm. Το γράφημα προέρχεται από την αναφορά [11].

ας E(5) πέραν του ¹³⁴Ba έγινε από τους Clark *et al.* [13] το 2004. Στην εργασία αυτή γίνεται μία συστηματική αναζήτηση υποψήφιων πυρήνων για τη συμμετρία E(5) στην περιοχή $30 \le Z \le 82$ και $A \ge 60$. Η αναζήτηση έγινε εφαρμόζοντας στις βάσεις πειραματικών δεδομένων δύο βασικά κριτήρια "φιλτραρίσματος", συγκεκριμένα:

- 1. Ο λόγος $R_{4/2}$ πρέπει να είναι $\simeq 2.2$.
- 2. Πρέπει να υπάρχουν δύο διεγερμένες στάθμες με σπιν 0⁺ σε ενέργειες 3-4 φορές μεγαλύτερες από την ενέργεια της στάθμης 2_1^+ , οι οποίες είναι υποψήφιες για τις στάθμες 0_t^+ και 0_ξ^+ της συμμετρίας E(5).

Εφαρμόζοντας τα δύο αυτά κριτήρια οι Clark *et al.* κατέληξαν σε μία μικρή λίστα υποψήφιων πυρήνων, συγκεκριμένα στους πυρήνες ¹⁰²Pd, ^{106,108}Cd, ¹²⁴Te, ¹²⁸Xe και ¹³⁴Ba. Σημειώνεται εδώ ότι, όπως αναφέρουν και οι ίδιοι οι συγγραφείς, επειδή τα ενεργειακά διαγράμματα δεν είναι πλήρως γνωστά για όλους τους πυρήνες αλλά και επειδή το δεύτερο κριτήριο περιορίστηκε στις δύο πρώτες διεγερμένες 0⁺ στάθμες των εξεταζόμενων πυρήνων, υπάρχει η πιθανότητα να "κόπηκαν" από το φιλτράρισμα πυρήνες που να αποτελούν πράγματι καλούς υποψήφιους για την Ε(5) συμμετρία. Εν συνεχεία εξέτασαν περαιτέρω κάθε έναν από τους παραπάνω πυρήνες με έμφαση στα εξής δύο επιπλέον κριτήρια

- 1. Ο λόγος $B(E2; 4_1^+ \to 2_1^+)/B(E2; 2_1^+ \to 0_1^+)$ πρέπει να είναι ~ 1.5.
- 2. Η συμπεριφορά των δύο διεγερμένων 0⁺ σταθμών θα πρέπει να μοιάζει με αυτή που προβλέπεται για τις στάθμες 0⁺_t και 0⁺_ξ της συμμετρίας E(5). Συγκεκριμένα, η 0⁺_t θα πρέπει να εμφανίζει μία επιτρεπτή E2 μετάβαση στη στάθμη 2⁺₂ και μία απαγορευμένη στη στάθμη 2⁺₁, ενώ για την 0⁺_ξ θα πρέπει να ισχύει το ακριβώς αντίθετο.

Φυσικά ο έλεγχος αυτός έγινε για τις περιπτώσεις που είναι μετρημένοι οι εν λόγω ανηγμένοι ρυθμοί μετάπτωσης. Από τον έλεγχο αυτό κατέληξαν ότι οι καλύτεροι υποψήφιοι πυρήνες για τη συμμετρία Ε(5) είναι το ¹²⁸Χε και το ¹³⁴Ba. Υπογραμμίζεται βεβαίως στην εργασία τους ότι η περαιτέρω πειραματική διερεύνηση είναι απαραίτητη.

Πέραν από τους πυρήνες που προτάθηκαν από τους Clark *et al.* έχουν δημοσιευτεί και άλλες εργασίες που προτείνουν πιθανούς εκπροσώπους της E(5) συμμετρίας. Συγκεκριμένα έχουν προταθεί το ¹¹⁴Cd [45], το ¹⁰⁴Ru [46], το ¹⁰⁸Pd [47] και το ¹³⁰Xe [48], ενώ έχουν προταθεί και κάποιοι ελαφρύτεροι πυρήνες όπως το ⁶⁴Zn [49]. Ειδικά όσον αφορά στο ¹³⁰Xe, η υποψηφιότητά του υποστηρίζεται και στην εργασία των Coquard *et al.* [50], η οποία δημοσιεύτηκε κατά τη διάρκεια της εκπόνησης της παρούσας διατριβής και στην οποία εξετάζεται η περίπτωση του ¹²⁸Xe. Στην εργασία αυτή απορρίπτεται το ¹²⁸Xe από τον κατάλογο με τους υποψήφιους πυρήνες και προβάλλεται ως ο πιο πιθανός υποψήφιος το ¹³⁰Xe.

Στον πίνακα 1.2 παρουσιάζεται η σύγκριση των υποψήφιων πυρήνων με τη συμμετρία E(5), με βάση ορισμένους κρίσιμους δείκτες. Από τον κατάλογο αυτό, στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, μελετώνται τρεις από τους πιο πολλά υποσχόμενους πυρήνες, συγκεκριμένα ο πυρήνας ¹⁰²Pd και οι πυρήνες ^{128,130}Xe. Όσον αφορά στον πρώτο, όπως ήδη αναφέρθηκε, είναι από τους πρώτους πυρήνες που προτάθηκαν, με αρκετές ενδείξεις που να υποστηρίζουν την υποψηφιότητά του, αλλά και με ελλιπή στοιχεία όσον αφορά στη ζώνη yrast, γεγονός που αποτελεί σημαντικό κίνητρο για την πειραματική του διερεύνηση. Όσον αφορά στα ισότοπα του Xe, το αρχικό κίνητρο για τη μέτρηση του ¹²⁸Xe δόθηκε από την εργασία των Clark *et al.*. Καθότι το αποτέλεσμα της μέτρησης ήταν αρνητικό (σε συμφωνία με την εργασία των Coquard *et al.*) αποφασίστηκε να εφαρμοστεί η ίδια πειραματική τεχνική (βλ. §3.1) και για την περίπτωση του ¹³⁰Xe.

Στη συνέχεια της εργασίας δίνεται αρχικά μία περίληψη των πειραματικών τεχνικών που χρησιμοποιούνται για τη μελέτη της πυρηνικής δομής και μετά, στα κεφάλαια 3 και 4, περιγράφονται τα πειράματα που έγιναν και η ανάλυση των δεδομένων για τους πυρήνες ^{128,130}Xe και ¹⁰²Pd αντιστοίχως. Τέλος, η συζήτηση

Πίνακας 1.2: Στον πίνακα παρουσιάζονται οι επικρατέστεροι υποψήφιοι πυρήνες για τη συμμετρία E(5), ενώ με παχιά γράμματα φαίνονται οι πυρήνες που εξετάστηκαν στην παρούσα εργασία. Στην πρώτη στήλη, δίπλα στον κάθε πυρήνα, δίνονται και οι αντίστοιχες αναφορές, από τις οποίες προέρχονται οι λόγοι των ανηγμένων ρυθμών μετάπτωσης. Οι λόγοι των ενεργειών προέρχονται από την ENSDF [51]. Στις περιπτώσεις που είναι γνωστός ο λόγος $\frac{B(E2;0^+_t \rightarrow 2^+_1)}{B(E2;0^+_t \rightarrow 2^+_2)}$ και όχι η κάθε τιμή ξεχωριστά, δίνεται η σχέση τους μέσω μιας σταθεράς α. Στον πίνακα έχουν παραλειφθεί τα αποτελέσματα από τις εργασίες των Coquard et al. (βλ. αναφορές [50], [52]), όπως και της παρούσας εργασίας, καθώς αυτά θα συζητηθούν στο κεφάλαιο 5.

Πυρήνας	R _{4/2}	$\frac{B(E2;\!4_1^+\!\rightarrow\!2_1^+)}{B(E2;\!2_1^+\!\rightarrow\!0_1^+)}$	$\frac{\frac{E_{0_{2}^{+}}}{E_{2_{1}^{+}}}}{\frac{E_{0_{2}^{+}}}{E_{1}}}$	$\frac{B(E2;0^+_2\!\rightarrow\!2^+_1)}{B(E2;2^+_1\!\rightarrow\!0^+_1)}$	$\frac{B(E2;0^+_2\!\!\rightarrow\!\!2^+_2)}{B(E2;2^+_1\!\!\rightarrow\!\!0^+_1)}$	$\frac{E_{0_{3}^{+}}}{E_{2_{1}^{+}}}$	$\frac{B(E2;0^+_3\!\rightarrow\!2^+_1)}{B(E2;2^+_1\!\rightarrow\!0^+_1)}$	$\frac{B(E2;\!0_3^+\!\rightarrow\!2_2^+)}{B(E2;\!2_1^+\!\rightarrow\!0_1^+)}$
E(5) [8]	2.2	1.68	3.03	0.86	0	3.59	0	2.21
¹³⁴ Ba [13], [42]	2.32	1.56	2.91	1 <i>a</i>	27a	3.57	0.42	0.07
¹⁰⁶ Cd [13]	2.36	1.78	2.84			3.39	1 <i>a</i>	230a
¹⁰⁸ Cd [13]	2.38	1.54	2.72			3.02	1 <i>a</i>	$\simeq 1000a$
¹¹⁴ Cd [45]	2.30	1.97	2.03	0.87	0	2.34	10^{-4}	3.5
¹⁰⁸ Pd [47]	2.42	1.47	2.43	1.05		3.03		
¹⁰² Pd [13], [44]	2.29	1.55	2.86		2.9	2.98	0.40	
¹⁰⁴ Ru [46]	2.48	1.18	2.76	0.42		3.73		
¹²⁴ Te [13], [53]	2.07	3.14	2.75	> 0.67		3.12		> 1.76
¹²⁸ Xe [13]	2.33	1.47	3.57	1 <i>a</i>	14a	4.24		
¹³⁰ Xe [48]	2.25	1.21	(2.97)	> 0.40		(3.35)		
⁶⁴ Zn [49]	2.33	1.34	1.93	0.0027	2.78	2.63	0.79	< 0.07

των αποτελεσμάτων και η σύγκριση με τις προβλέψεις της συμμετρίας Ε(5) πραγματοποιείται στο κεφάλαιο 5.

Κεφάλαιο 2

Πειραματικές τεχνικές και μεθοδολογία ανάλυσης των δεδομένων

Δεδομένου του πλήθους των μοντέλων που περιγράφουν την πυρηνική δομή, είναι απαραίτητο να πραγματοποιηθούν μετρήσεις κρίσιμων πυρηνικών μεγεθών ώστε να ελεγχθεί η αξιοπιστία αυτών των μοντέλων. Τα μοντέλα αυτά περιγράφουν τους πυρήνες υπολογίζοντας μεταξύ άλλων τις ενέργειες διέγερσης, τα σπιν και τις ομοτιμίες των διεγερμένων καταστάσεων καθώς και τους ανηγμένους ρυθμούς μετάπτωσης των διαφόρων μεταβάσεων. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι τελευταίοι καθώς είναι ιδιαίτερα ευαίσθητοι στις παραμέτρους που υπεισέρχονται σε αυτά τα μοντέλα. Οι ανηγμένοι ρυθμοί μετάπτωσης μετρώνται είτε άμεσα με πειράματα διέγερσης Coulomb είτε έμμεσα με μετρήσεις χρόνων ζωής. Στο κεφάλαιο αυτό αρχικά δίνεται η σχέση που συνδέει τους μέσους χρόνους ζωής με τους ανηγμένους ρυθμούς μετάπτωσης και εν συνεχεία δίνεται μία περιγραφή των πειραματικών μεθόδων που χρησιμοποιούνται για το σκοπό αυτό με ιδιαίτερη έμφαση στη μέτρηση χρόνων ζωής με τη χρήση της πειραματικής συσκευής plunger καθώς και στη μέθοδο μέτρησης ανηγμένων ρυθμών μετάπτωσης μέσω διέγερσης Coulomb.

2.1 Χρόνοι ζωής και ανηγμένοι ρυθμοί μετάπτωσης

Ένας πυρήνας που βρίσκεται σε μία διεγερμένη κατάσταση έχει ανά πάσα στιγμή μία πεπερασμένη πιθανότητα *λ* να αποδιεγερθεί το αντίστροφο της οποίας ισούται με το μέσο χρόνο ζωής *τ* της στάθμης. Η πιθανότητα αυτή συνδέεται μέσω της αρχής της αβεβαιότητας με το εύρος Γ της στάθμης

$$\Gamma \cdot \frac{1}{\beta} = \Gamma \cdot \tau = \hbar \tag{2.1}$$

το οποίο καθορίζεται από τα στοιχεία πίνακα που συνδέουν την αρχική "*i*" με τις τελικές καταστάσεις "f", δηλαδή

$$\Gamma \propto \sum_{f} |\langle \Psi_{f} | \widehat{O} | \Psi_{i} \rangle|$$
(2.2)

όπου Ο είναι ο κβαντομηχανικός τελεστής που έχει να κάνει με τον τύπο της αποδιέγερσης. Επομένως, οι χρόνοι ζωής των διεγερμένων πυρηνικών καταστάσεων σχετίζονται μέσω των προαναφερθέντων στοιχείων πίνακα με τη δομή των πυρήνων και αυτός είναι ο λόγος που παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον η μέτρησή τους.

Συνήθως στη βιβλιογραφία η σύγκριση του πειράματος με τη θεωρία γίνεται μέσω των ανηγμένων ρυθμών μετάπτωσης $B(\sigma l)$ που συνδέονται άμεσα με το χρόνο ζωής τ. Συγκεκριμένα, η πιθανότητα αποδιέγερσης $\mathcal{J} = 1/\tau$ της πυρηνικής στάθμης με κυματοσυνάρτηση Ψ_i και στροφορμή J_i στην πυρηνική στάθμη με κυματοσυνάρτηση Ψ_f και στροφορμή J_f μέσω της εκπομπής ενός φωτονίου ενέργειας E_v και στροφορμής l, δίνεται από τη σχέση [54]

$$\hat{\beta} = \frac{1}{\tau} = \frac{8\pi(l+1)}{l\{(2l+1)!!\}^2} \frac{1}{\hbar} \left(\frac{E_{\gamma}}{\hbar c}\right)^{2l+1} B(\sigma l)$$
(2.3)

όπου B(σl) είναι ο ανηγμένος ρυθμός μετάπτωσης (σ = E για ηλεκτρικές ή M για μαγνητικές μεταπτώσεις) ο οποίος υπενθυμίζεται ότι δίνεται από τη σχέση 1.52 της παραγράφου 1.2.7

$$B(\sigma l; \Psi_i \to \Psi_f) = \frac{1}{2J_i + 1} |\langle \Psi_f || T^l || \Psi_i \rangle|^2$$
(2.4)

Πρέπει εδώ να διευκρινιστεί ότι η σχέση 2.3 ισχύει εφ΄ όσον η στάθμη "i" αποδιεγείρεται αποκλειστικά μέσω της μετάβασης $i \to f$. Μία στάθμη, ωστόσο, είναι δυνατό να αποδιεγείρεται και μέσω άλλων μεταβάσεων ή ακόμα και με εσωτερική ηλεκτρονική μετατροπή¹. Επομένως, για να υπολογιστεί ο ανηγμένος ρυθμός μιας μετάπτωσης από το χρόνο ζωής που έχει προσδιοριστεί πειραματικά, πρέπει να

¹Εσωτερική ηλεκτρονική μετατροπή ονομάζεται η διαδικασία κατά την οποία ένας διεγερμένος πυρήνας αλληλεπιδρά με ένα ηλεκτρόνιο εσωτερικού φλοιού με αποτέλεσμα την απευθείας εκπομπή του ηλεκτρονίου και την αποδιέγερση του πυρήνα χωρίς να μεσολαβήσει β-διάσπαση. Το ποσοστό συμμετοχής της εσωτερικής μετατροπής στην αποδιέγερση μιας στάθμης δίνεται από τον συντελεστή εσωτερικής μετατροπής $a = \hat{J}_e/\hat{J}_y$ (Internal Conversion Coefficient) που εκφράζει το λόγο των αποδιεγέρσεων λόγω εσωτερικής μετατροπής προς τις αποδιεγέρσεις μέσω γ-διάσπασης. Οι συντελεστές αυτοί μπορούν να βρεθούν σε βάσεις δεδομένων (http://bricc.anu.edu.au/).

ληφθεί υπόψη και ο συντελεστής διακλάδωσης b_{if} , δηλαδή η σχετική πιθανότητα αποδιέγερσης για κάθε μία από τις δυνατές μεταβάσεις, καθώς επίσης και ο συντελεστής εσωτερικής μετατροπής. Σε αυτή την περίπτωση η σχέση 2.3 διαμορφώνεται ως εξής [55]

$$\hat{\eta} = \frac{1}{\tau} = \frac{1+a}{b_{if}} \cdot \frac{8\pi(l+1)}{l\{(2l+1)!\}^2} \frac{1}{\hbar} \left(\frac{E_{\gamma}}{\hbar c}\right)^{2l+1} B(\sigma l)$$
(2.5)

Ακόμη, αν η μετάβαση πραγματοποιείται με μίγμα πολυπόλων M1 και E2 τότε πρέπει να γίνει διόρθωση και με έναν παράγοντα $\delta^2/(1 + \delta^2)$ για τον υπολογισμό του B(E2) και $1/(1 + \delta^2)$ για τον υπολογισμό του B(M1), όπου δ ο λόγος επιμίξεως της μετάβασης².

Έτσι, για τις μεταπτώσεις E2 και M1, που είναι και οι μόνες που θα μας απασχολήσουν στην παρούσα εργασία, προκύπτουν τελικά οι σχέσεις

$$B(E2; J_i \to J_f) \downarrow = \frac{39.23}{E_\gamma^5} \cdot \frac{1}{\tau} \cdot \frac{b_{if}}{1+a} \cdot \frac{\delta^2}{\delta^2 + 1}$$
(2.6)

και

$$B(M1; J_i \to J_f) \downarrow = \frac{2.733 \cdot 10^{-5}}{E_{\gamma}^3} \cdot \frac{1}{\tau} \cdot \frac{b_{if}}{1+a} \cdot \frac{1}{1+\delta^2}$$
(2.7)

όπου τα B(E2) και B(M1) δίνονται σε μονάδες e^2b^2 και μ_N^2 αντιστοίχως, η ενέργεια E_{γ} δίνεται σε keV και ο χρόνος τ σε ps.

Συχνά για τη σύγκριση των πειραματικών δεδομένων με το μοντέλο των ανεξάρτητων σωματιδίων χρησιμοποιείται η προσέγγιση του Weisskopf [56] που προβλέπει για τις αποδιεγέρσεις που προέρχονται από τη μεταβολή ενός μόνο νουκλεονίου μέσα στον πυρήνα τους εξής ανηγμένους ρυθμούς μετάπτωσης

$$B(El)_{W} \downarrow = \frac{1.2^{2l}}{4\pi} \left(\frac{3}{3+l}\right)^{2} A^{\frac{2}{3}l}$$
(2.8)

και

$$B(Ml)_{W} \downarrow = \frac{10}{\pi} 1.2^{2l-2} \left(\frac{3}{2+l}\right)^{2} A^{\frac{2}{3}(l-1)}$$
(2.9)

για τις ηλεκτρικές και τις μαγνητικές μεταπτώσεις αντιστοίχως. Από τη σύγκριση της πειραματικά προσδιοριζόμενης τιμής με την προσέγγιση Weisskopf μπορεί να εκτιμηθεί ο χαρακτήρας της μετάπτωσης. Αν για παράδειγμα η πειραματική τιμή είναι κατά πολύ μεγαλύτερη από την εκτίμηση Weisskopf τότε η υπό εξέταση διέγερση είναι συλλογικής φύσεως. Για να γίνεται εύκολα η σύγκριση αυτή έχουν καθιερωθεί στη βιβλιογραφία οι μονάδες Weisskopf που συμβολίζονται *W.u.* και

²Ο λόγος επιμίξεως μίας μετάπτωσης που πραγματοποιείται με μίγμα πολυπόλων διαφορετικής τάξης δίνεται από τη σχέση $\delta^2 = I(l+1)/I(l)$ όπου I η ένταση της ακτινοβολίας του κάθε πολυπόλου.

εκφράζουν το λόγο $B(\sigma l)/B(\sigma l)_W$. Έτσι, οι ανηγμένοι ρυθμοί μετάπτωσης B(E2) και B(M1) υπολογίζονται σε μονάδες W.u. από τις σχέσεις

$$B(E2; J_i \to J_f) \downarrow \quad (W.u.) = \frac{13.74 \ 10^6}{E_{\gamma}^5 A^{4/3}} \cdot \frac{1}{\tau} \cdot \frac{b_{if}}{1+a} \cdot \frac{\delta^2}{\delta^2 + 1}$$
(2.10)

και

$$B(M1; J_i \to J_f) \downarrow \quad (W.u.) = \frac{3.177 \cdot 10^{-5}}{E_v^3} \cdot \frac{1}{\tau} \cdot \frac{b_{if}}{1+a} \cdot \frac{1}{1+\delta^2}$$
(2.11)

2.2 Τεχνικές μέτρησης χρόνων ζωής

Ο χρόνος ζωής μιας πυρηνικής στάθμης μπορεί να κυμαίνεται από 10^{15} χρόνια για ορισμένες μακρόβιες μετασταθείς στάθμες³ (πχ. η στάθμη 9⁻₁ του ¹⁸⁰Ta [57]) μέχρι μερικά $as = 10^{-18} s$ (πχ. η στάθμη 10.71 MeV του ²⁴Mg [58]). Λόγω του τεράστιου αυτού εύρους έχουν αναπτυχθεί πολλές πειραματικές τεχνικές μέτρησης των χρόνων ζωής, που εφαρμόζονται κατά περίπτωση. Σε αυτή την παράγραφο δίνεται μία σύντομη περιγραφή των σημαντικότερων από αυτές τις τεχνικές.

2.2.1 Χρόνοι ζωής τ > ms

Η πιο απλή τεχνική μέτρησης χρόνων ζωής είναι η ακτινοδόληση και η κατόπιν μέτρηση της ενεργότητας συναρτήσει του χρόνου. Αφού το δείγμα ακτινοδοληθεί ώστε να δημιουργηθούν οι επιθυμητοί πυρήνες στην στάθμη ενδιαφέροντος, μεταφέρεται εν συνεχεία σε περιοχή χαμηλού υποδάθρου. Εκεί μετριέται η ένταση της ακτινοδολίας που αποδιεγείρει τη στάθμη σε διαδοχικά χρονικά διαστήματα, μικρά σε σχέση με το χρόνο ζωής που προσδιορίζεται, ώστε προκύπτει η καμπύλη αποδιέγερσης από την οποία με εκθετική προσαρμογή προσδιορίζεται ο χρόνος ζωής [59]. Στην απλή της μορφή αυτή η μέθοδος μπορεί να εφαρμοστεί για χρόνους ζωής μεγαλύτερους από 1 *min*. Με τη βοήθεια ειδικού συστήματος που μεταφέρει τον ενεργοποιημένο στόχο στην περιοχή χαμηλού υποδάθρου πολύ γρήγορα, μπορούν να προσδιοριστούν και χρόνοι ζωής της τάξης του s [60] (βλ. σχήμα 2.1). Ακόμη, με τη χρήση πολυκαναλικού αναλυτή (**M**ulti Channel **A**nalyser), που επιτρέπει την αυτόματη αποθήκευση του αριθμού των γεγονότων για πολύ μικρές χρονικές διαμερίσεις, μπορούν να μετρηθούν χρόνοι ζωής της τάξης του *ms* = $10^{-3} s$ [61].

Για πολύ μεγάλους χρόνους ζωής, οπότε η μέθοδος της ενεργοποίησης απαιτεί απαγορευτικά μεγάλους χρόνους μέτρησης, μετριέται η ειδική ενεργότητα του δείγματος⁴. Σε αυτή την περίπτωση μετριέται η ενεργότητα ορισμένης ποσότητας

³Ισομερής ή μετασταθής καλείται μία στάθμη η οποία λόγω μεγάλης διαφοράς σπιν και μικρής διαφοράς στην ενέργεια με τη στάθμη στην οποία αποδιεγείρεται, έχει μεγάλο χρόνο ζωής σε σχέση με τις συνήθεις πυρηνικές μεταπτώσεις.

 $^{{}^{4}}$ Ειδική ενεργότητα καλείται η ενεργότητα ανά μονάδα μάζας και μετριέται σε Bq/kg



Σχήμα 2.1: Ενδεικτική καμπύλη της εκθετικής αποδιέγερσης σταθμών του ¹⁶⁰Ho [60]. Από την κλίση της καμπύλης προκύπτει η σταθερά αποδιέγερσης *β*. Στο συγκεκριμένο πείραμα, η χρήση ειδικού συστήματος ταχείας μεταφοράς του στόχου επέτρεψε τη μέτρηση χρόνων ζωής ~ 1 s.

του δείγματος καθώς επίσης και η μάζα του είτε με χημικές μεθόδους είτε με φασματογράφο μάζας. Με εφαρμογή της σχέσης $R = \beta N$, όπου R η ενεργότητα και N ο αριθμός των πυρήνων, δηλαδή η μάζα, προκύπτει η σταθερά διάσπασης β και άρα ο μέσος χρόνος ζωής τ. Με αυτή τη μέθοδο μπορεί να προσδιοριστεί ο χρόνος ζωής ακόμα και για τις μακροβιότερες στάθμες [62].

2.2.2 Χρόνοι ζωής **0.1** $ns \le \tau \le ms$

Για το χρονικό εύρος μεταξύ 100 μs και 1 ms επιστρατεύεται η τεχνική της μέτρησης του χρονικού διαστήματος από τη στιγμή της δημιουργίας μιας στάθμης μέχρι τη στιγμή της αποδιέγερσής της. Για το λόγο αυτό, οι τεχνικές αυτές ονομάζονται μέθοδοι ηλεκτρονικής χρονομέτρησης (electronic timing methods) και οι σημαντικότερες είναι οι εξής:

Μέθοδος καθυστερημένων συμπτώσεων (delayed coincidences technique) [63]: Η στιγμή της αποδιέγερσης της στάθμης ενδιαφέροντος προσδιορίζεται από την ανίχνευση της προκύπτουσας ακτίνας γ. Αντίστοιχα, η στιγμή της δημιουργίας της, μπορεί να προσδιοριστεί από την ανίχνευση μιας ακτίνας γ που την τροφοδοτεί. Έτσι, για κάθε σύμπτωση μεταξύ των δύο αυτών ακτίνων γ, καταγράφονται οι χρονικές διαφορές τους με τη βοήθεια μιας μονάδας ΤΑC (βλ. §2.3.2). Αυτές καλούνται καθυστερημένες συμπτώσεις, εξ΄ ου και το όνομα της μεθόδου. Η καμπύλη που προκύπτει στο χρονικό φάσμα του ΤΑC, η οποία αποτυπώνει την εκθετική αποδιέγερση της στάθμης, θα χαρακτηρίζεται από ένα εύρος και μία κλίση. Τα δύο αυτά χαρακτηριστικά εξαρτώνται τόσο από το χρόνο ζωής της στάθμης όσο και από άλλους πειραματικούς παράγοντες (πχ. χαρακτηριστικά ανιχνευτών, ηλεκτρονικός θόρυβος κτλ). Για το λόγο αυτό καταγράφονται και συμπτώσεις μεταξύ "γρήγορων" αποδιεγέρσεων (prompt coincidences) δηλαδή αποδιεγέρσεων με χρόνους ζωής τ ~ps, οπότε προκύπτει και μία δεύτερη καμπύλη στο χρονικό φάσμα. Από τη σύγκριση των δύο αυτών καμπυλών προκύπτει ο χρόνος ζωής της υπό εξέταση στάθμης με έναν από τους δύο τρόπους:

- Μέθοδος κλίσης (slope method): Αν ο χρόνος ζωής της υπό εξέταση στάθμης είναι τουλάχιστον κατά 30% μεγαλύτερος από τον αντίστοιχο χρόνο ζωής των "γρήγορων" αποδιεγέρσεων, τότε ο πρώτος προσδιορίζεται από την κλίση, σε λογαριθμική κλίμακα, της καμπύλης αποδιέγερσης στο χρονικό φάσμα των καθυστερημένων συμπτώσεων.
- Μέθοδος μετατόπισης του κεντροειδούς (centroid shift method): Η διαφορά των κεντροειδών των δύο καμπυλών στο χρονικό φάσμα ισούται με το χρόνο ζωής της υπό εξέταση στάθμης. Αυτή η μέθοδος ωστόσο έχει σημαντικά μεγαλύτερο σφάλμα.

Ο βασικός περιορισμός της μεθόδου είναι η χρονική διακριτική ικανότητα των ανιχνευτών που μπορεί να κυμαίνονται από μερικά *ns* για τους ανιχνευτές Ge μέχρι 0.1 *ns* για ορισμένους πλαστικούς σπινθηριστές. Επομένως, με αυτή τη μέθοδο μπορούν να προσδιοριστούν χρόνοι ζωής μέχρι 10⁻¹¹ s.

Μέθοδος παλμικής δέσμης⁵ (pulsed beam technique): Η τεχνική αυτή διαφέρει από την προηγούμενη μόνο στο γεγονός ότι η δημιουργία της στάθμης ενδιαφέροντος σηματοδοτείται από την άφιξη ενός παλμού δέσμης. Για το σκοπό αυτό οι παλμοί πρέπει να έχουν χρονικό εύρος μικρότερο του *τ* που μελετάται και να απέχουν μεταξύ τους χρόνο μεγαλύτερο του *τ*. Έτσι μπορεί να μελετηθεί η εκθετική αποδιέγερση της στάθμης στα διαστήματα μεταξύ των παλμών.

Φασματοσκοπία των "επισημασμένων" ανακρουόμενων πυρήνων (Recoil Tagged Spectroscopy): Η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται για τη μέτρηση ισομερών σταθμών που τροφοδοτούνται από γρήγορες αποδιεγέρσεις. Σύμφωνα με την τεχνική αυτή, που περιγράφεται αναλυτικά στην αναφορά [64], από τους πυρήνες που δημιουργούνται κατά την πρόσκρουση της δέσμης στο στόχο, διαχωρίζονται με τη βοήθεια διαχωριστή μάζας (Recoil Separator) οι πυρήνες ενδιαφέροντος οι οποίοι καταλήγουν σε σωματιδιακό ανιχνευτή που βρίσκεται σε περιοχή χαμηλού

⁵Σε αντίθεση με τις συνήθεις δέσμες όπου τα ιόντα καταφθάνουν στο στόχο κατά συνεχή τρόπο, στις παλμικές δέσμες η ροή των ιόντων κόβεται σε παλμούς οι οποίοι έχουν καθορισμένο χρονικό εύρος και συχνότητα



Σχήμα 2.2: Ενδεικτικές χρονικές καμπύλες από πείραμα καθυστερημένων συμπτώσεων [63]. Οι δύο καμπύλες αντιστοιχούν στις χρονικές διαφορές των γρήγορων συμπτώσεων και των καθυστερημένων συμπτώσεων. Ο χρόνος ζωής της υπό εξέταση στάθμης προσδιορίζεται από την κλίση της δεύτερης καμπύλης.

υποβάθρου στο τέλος της γραμμής (βλ. σχήμα 2.3). Με τη βοήθεια ανιχνευτών HPGe που είναι τοποθετημένοι τόσο στον στόχο όσο και στο τέλος της γραμμής, καταγράφονται οι ακτίνες γ που τροφοδοτούν και που αποδιεγείρουν τη στάθμη ενδιαφέροντος, αντιστοίχως. Η στιγμή δημιουργίας της στάθμης προσδιορίζεται, όπως προηγουμένως, από τις "γρήγορες" ακτίνες γ (prompt-γ's) που τροφοδοτούν τη στάθμη και ανιχνεύονται στην περιοχή του στόχου. Αντίστοιχα, η ανίχνευση στο τέλος της γραμμής της ακτίνας γ που προέρχεται από τη στάθμη ενδιαφέροντος, σηματοδοτεί την αποδιέγερση της στάθμης. Όμοια με πριν, από το χρονικό φάσμα που προκύπτει προσδιορίζεται ο χρόνος ζωής της στάθμης. Λόγω του τυπικού χρόνου μεταφοράς του πυρήνα από τον στόχο μέχρι το τέλος της γραμμής (~ 1 μs) η τεχνική αυτή περιορίζεται σε χρόνους ζωής > μs.



Σχήμα 2.3: Στο σχήμα δίνεται αριστερά (a) ένα διάγραμμα της πειραματικής διάταξης για πειράματα τύπου Recoil Tagged Spectrometry και δεξιά (β) η προκύπτουσα καμπύλη αποδιέγερσης από την οποία προσδιορίζεται ο χρόνος ζωής της στάθμης.

2.2.3 Χρόνοι ζωής $\tau < ns$

Όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο λόγω της περιορισμένης χρονικής διακριτικής ικανότητας των ανιχνευτών δεν μπορούν να εφαρμοστούν οι μέθοδοι ηλεκτρονικής χρονομέτρησης για χρόνους μικρότερους από 0.1 *ns*. Για μικρότερους χρόνους ζωής χρησιμοποιούνται τεχνικές που εκμεταλλεύονται τη μετατόπιση Doppler που υφίσταται μία ακτίνα γ όταν εκπέμπεται από κινούμενο πυρήνα. Οι κυριότερες εξ΄ αυτών είναι οι παρακάτω:

Μέθοδος μέτρησης του βεληνεκούς των ανακρουόμενων πυρήνων μέσω του φαινομένου Doppler (Recoil Distance Doppler Shift): Η τεχνική αυτή συνίσταται στη μέτρηση της απόστασης που διανύει ο ανακρουόμενος πυρήνας που δημιουργείται στο στόχο προτού αποδιεγερθεί. Αυτό επιτυγχάνεται με τη χρήση δεύτερου υμενίου σε ορισμένη απόσταση μετά τον στόχο, όπου όσοι πυρήνες φτάνουν σταματάνε. Έτσι, όσες ακτίνες γ εκπέμπονται πριν την άφιξη του πυρήνα στο δεύτερο υμένιο θα παρουσιάζουν μετατόπιση Doppler σε αντίθεση με όσες εκπέμπονται μετά και σαν αποτέλεσμα στο φάσμα θα εμφανίζονται δύο φωτοκορυφές, μία μετατοπισμένη και μία όχι. Από το λόγο των δύο φωτοκορυφών για διάφορες αποστάσεις μεταξύ των δύο υμενίων, εξάγεται ο χρόνος ζωής της στάθμης. Η μέθοδος αυτή, η οποία ενδείκνυται για χρόνους ζωής 1 ps < τ < 1 ns, είναι αυτή που χρησιμοποιήθηκε για τους χρόνους ζωής που μετρήθηκαν στην παρούσα εργασία και γι' αυτό αναπτύσσεται λεπτομερώς στην παράγραφο 2.3.
Μέθοδος απόσβεσης της μετατόπισης Doppler (Doppler Shift Attenuation Method): Όταν ο χρόνος ζωής της υπό εξέταση στάθμης είναι συγκρίσιμος ή μικρότερος από το χρόνο που χρειάζεται ο ανακρουόμενος πυρήνας για να επιβραδυνθεί μέσα στο δεύτερο υμένιο (συνήθως ~ 0.5 ps), τότε είναι εμφανές ότι η προηγούμενη μέθοδος δεν μπορεί να εφαρμοστεί. Για αυτές τις περιπτώσεις χρησιμοποιούνται στόχοι το υλικό των οποίων έχει εξαχνωθεί πάνω σε κάποιο παχύ υπόστρωμα ώστε οι ανακρουόμενοι πυρήνες να σταματάνε μέσα σε αυτό. Τη στιγμή της δημιουργίας τους στο στόχο οι πυρήνες έχουν μία αρχική ταχύτητα υ₀ η οποία, καθώς διατρέχουν το υλικό του υποστρώματος, μειώνεται λαμβάνοντας όλες τις ενδιάμεσες ταχύτητες μέχρι το μηδέν. Σαν αποτέλεσμα, οι ακτίνες γ που θα προκύψουν από την αποδιέγερση του πυρήνα ενόσω αυτός επιβραδύνει, θα παρουσιάζουν μία συνεχή κατανομή ενεργειών, από αυτή που αντιστοιχεί στην ταχύτητα v_0 και άρα στη μέγιστη μετατόπιση Doppler έως και την πραγματική (μη μετατοπισμένη) ενέργεια της αποδιέγερσης. Η μορφή που έχει η κατανομή αυτή, άρα και η μέση ταχύτητα \widetilde{v} , εξαρτάται τόσο από την ισχύ ανάσχεσης του υλικού του υποστρώματος όσο και από το χρόνο ζωής της στάθμης. Έτσι, αν με τη βοήθεια κάποιου θεωρητικού μοντέλου υπολογιστεί η ισχύς ανάσχεσης, τότε η μόνη ελεύθερη παράμετρος που μένει να προσδιοριστεί είναι ο χρόνος ζωής της στάθμης τ. Υπάρχουν δύο τρόποι για να γίνει αυτό:

- Υπολογισμός F(τ): Από τη μετατόπιση Doppler του κεντροειδούς για διάφορες πολικές γωνίες παρατήρησης ∂_γ, προσδιορίζεται πειραματικά η μέση ταχύτητα v (βλ. §2.3.5) και επομένως ο λόγος F = v/v₀ ο οποίος καλείται παράγοντας απόσβεσης F. Εν συνεχεία υπολογίζεται από κάποιο θεωρητικό μοντέλο, όπως αυτό του Blaugrund [65] ή του Winterbon [66], η θεωρητική τιμή του παράγοντα απόσβεσης ως συνάρτηση του χρόνου ζωής της στάθμης, F(τ). Από τη σύγκριση των δύο προκύπτει ο χρόνος ζωής τ (βλ. σχήμα 2.4α).
- Ανάλυση της μορφής της φωτοκορυφής (lineshape analysis): Υπολογίζεται με τη βοήθεια πάλι των προαναφερθέντων θεωρητικών μοντέλων η μορφή της φωτοκορυφής με ελεύθερη παράμετρο το χρόνο ζωής τ. Με προσαρμογή της θεωρητικής κορυφής σε αυτήν που προσδιορίστηκε πειραματικά σε καθορισμένη γωνία ∂ ≠ 90° προκύπτει και πάλι ο χρόνος ζωής τ (βλ. σχήμα 2.4β).

Το όριο της μεθόδου κρίνεται από το χρόνο που χρειάζεται ο πυρήνας για να φρενάρει μέσα στο υλικό καθώς αυτός πρέπει να είναι μεγαλύτερος αλλά συγκρίσιμος με το χρόνο ζωής που μετράται. Αν η ταχύτητα των ανακρουόμενων πυρήνων είναι αρκετά μικρή (< 0.2% c) και το υλικό που χρησιμοποιείται για να τους επιβραδύνει αρκετά βαρύ (πχ. ¹⁸¹Τα) τότε ο χρόνος επιβράδυνσης του πυρήνα μπορεί να μειωθεί αρκετά ώστε να μπορούν να μετρηθούν χρόνοι ζωής έως και 1-2 fs [69]. Ωστόσο το σημαντικότερο πρόβλημα της συγκεκριμένης μεθόδου είναι ότι λόγω των



Σχήμα 2.4: Η ανάλυση των δεδομένων από πειράματα DSAM με δύο διαφορετικούς τρόπους. Επάνω (a) φαίνεται στα αριστερά ο πειραματικός προσδιορισμός του παράγοντα απόσβεσης F που προκύπτει ως η κλίση της ευθείας στο γράφημα E'(cos ∂). Αριστερά φαίνεται η θεωρητική καμπύλη F(τ) που προκύπτει από το μοντέλο του Blaugrund. Από τη σύγκριση των δύο προκύπτει ο χρόνος ζωής της στάθμης 2⁺₃ του ⁹²Mo [67]. Κάτω (β) φαίνεται η προσαρμογή της θεωρητικά υπολογισμένης μορφής της φωτοκορυφής (συνεχής γραμμή) στην πειραματικά προσδιορισμένη (σημεία) για τέσσερις διαφορετικές μεταπτώσεις του πυρήνα ¹⁷⁶Yb [68].

μεγάλων αβεβαιοτήτων στις ισχείς ανασχέσεως των διαφόρων υλικών προκύπτουν μεγάλες αβεβαιότητες στους χρόνους ζωής που προσδιορίζονται.

2.2.4 Έμμεσες τεχνικές μέτρησης του χρόνου ζωής τ

Στις προηγούμενες παραγράφους δόθηκε μία περιγραφή των σημαντικότερων τεχνικών που χρησιμοποιούνται για την άμεση μέτρηση του χρόνου ζωής μιας διεγερμένης πυρηνικής κατάστασης. Ο προσδιορισμός "άμεση" έχει να κάνει με το ότι αυτές οι τεχνικές προσδιορίζουν είτε απ' ευθείας το χρόνο ζωής (πχ. τεχνικές χρονομέτρησης) είτε κάποιο μέγεθος που σχετίζεται άμεσα με το χρόνο ζωής (πχ. την απόσταση που διανύει ο ανακρουόμενος πυρήνας πριν αποδιεγερθεί). Υπάρχουν ωστόσο και τεχνικές στις οποίες ο χρόνος ζωής προσδιορίζεται έμμεσα από τη μέτρηση του εύρους Γ της στάθμης. Το κοινό χαρακτηριστικό αυτών των τεχνικών είναι η διέγερση του πυρήνα στόχου με κάποιο είδος ακτινοβολίας, όπου η ενεργός διατομής της διέγερσης σχετίζεται είτε με το εύρος της στάθμης είτε με το στοιχείο πίνακα που συνδέει τη θεμελιώδη κατάσταση με τη διεγερμένη. Οι τρεις βασικότερες έμμεσες μέθοδοι αναφέρονται εδώ επιγραμματικά και είναι οι εξής:

- 1. Πυρηνικός συντονισμένος φθορισμός (Nuclear Resonance Fluorescence): Για τη διέγερση του υπό εξέταση πυρήνα ο στόχος ακτινοβολείται με δέσμη ακτίνων γ των οποίων η ενέργεια συμπίπτει με την ενέργεια διέγερσης της στάθμης που μελετάται. Οι ακτίνες γ που προκύπτουν από την κατόπιν αποδιέγερση της στάθμης ανιχνεύονται και από αυτές προσδιορίζεται η ενεργός διατομή της διαδικασίας της συντονισμένης διέγερσης η οποία με τη σειρά της σχετίζεται με το εύρος Γ της στάθμης. Δεν υπάρχει κάτω όριο στους χρόνους ζωής που μπορούν να μετρηθούν με αυτή τη μέθοδο. Στο παρελθόν έχουν μετρηθεί και στάθμες στην περιοχή του as = 10⁻¹⁸ s [58]. Ωστόσο η μέθοδος αυτή περιορίζεται επίσης σε σταθερούς πυρήνες με μεγάλη ισοτοπική αναλογία καθώς χρειάζεται μεγάλη ποσότητα υλικού στόχου.
- 2. Μέθοδος ανελαστικής σκέδασης ηλεκτρονίων (inelastic e-scattering): Σε αυτή την περίπτωση η ακτινοβολία που χρησιμοποιείται για να διεγερθεί ο πυρήνας στόχος είναι δέσμη ηλεκτρονίων. Η διαφορική ενεργός διατομή σκέδασης ηλεκτρονίου από πυρήνα ατομικού αριθμού Z δίνεται από τη σχέση [70]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Ze}{2E_0}\right)^2 \frac{\cos^2(\partial/2)}{\sin^4(\partial/2)} \eta F^2(q,\partial)$$
(2.12)

όπου F ονομάζεται συντελεστής μορφής του πυρήνα και περιέχει όλη την πληροφορία για τη δομή του. Προσδιορίζοντας το συντελεστή μορφής F από τα πειράματα σκέδασης, υπολογίζεται α ανηγμένος ρυθμός μετάπτωσης από τη σχέση [70]:

$$B(\sigma l\uparrow) = \frac{Z^2}{4\pi} \frac{\{(2l+1)!\}^2}{E^{2l}} \cdot F_{\sigma}^2$$
(2.13)

από τον οποίο μπορεί να εξαχθεί και ο χρόνος ζωής της στάθμης τ από τη σχέση 2.3.

3. **Μέθοδος διέγερσης Coulomb** (**Cou**lomb **ex**citation measurement): Στα πειράματα coulex οι πυρήνες στόχοι διεγείρονται από τη δέσμη μέσω της αλληλεπίδρασης Coulomb. Η ένταση της αποδιεγείρουσας ακτινοβολίας γ σχετίζεται άμεσα με το στοιχείο πίνακα της αποδιέγερσης και επομένως με το χρόνο ζωής της στάθμης. Περισσότερες λεπτομέρειες δίνονται στην παράγραφο §2.4.

Οι τεχνικές που αναπτύχθηκαν σε αυτή την ενότητα δεν καλύπτουν βέβαια το σύνολο των υπαρχόντων τεχνικών ούτε γίνεται εις βάθος μελέτη για κάθε μία από αυτές. Η επισκόπηση όμως που επιχειρήθηκε δίνει μία αίσθηση των βασικών εργαλείων που διαθέτουν οι πειραματικοί φυσικοί για τη μέτρηση των χρόνων ζωής αναλόγως με τη χρονική κλίμακα που μελετάται. Στο σχήμα 2.5 δίνεται μία συγκεντρωτική εικόνα των τεχνικών που περιγράφηκαν και του χρονικού εύρους που καλύπτεται από την κάθε μία. Μία εποπτεία αυτού του σχήματος καθιστά εύλογη την επιλογή της μεθόδου RDDS στα πλαίσια της παρούσας εργασίας καθώς οι χρόνοι ζωής που μελετήθηκαν βρίσκονται στην περιοχή 2 $\leq t < 30$ ps.



Σχήμα 2.5: Συγκεντρωτική εικόνα των σημαντικότερων πειραματικών τεχνικών μέτρησης χρόνων ζωής. Στο σχήμα σημειώνονται τα όρια εφαρμογής της κάθε πειραματικής τεχνικής στο μεγάλο εύρος των δυνατών πυρηνικών χρόνων ζωής.

2.3 Η μέτρηση χρόνων ζωής πυρηνικών σταθμών με τη μέθοδο RDDS

Όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο για τη μέτρηση χρόνων ζωής στην περιοχή 1 $ps \rightarrow 1$ ns χρησιμοποιείται η μέθοδος μέτρησης του βεληνεκούς

των ανακρουόμενων πυρήνων μέσω του φαινομένου Doppler η οποία στο εξής θα καλείται μέθοδος RDDS (**R**ecoil **D**istance **D**oppler **S**hift). Η μέθοδος aυτή συνίσταται στην ιδέα της μέτρησης του χρόνου ζωής μιας στάθμης μέσω της μέτρησης της απόστασης που διανύει ο ανακρουόμενος πυρήνας μέχρι να αποδιεγερθεί.

Για το σκοπό αυτό τοποθετούνται δύο υμένια σε καθορισμένη απόσταση μεταξύ τους d. Το πρώτο υμένιο είναι ο στόχος πάνω στον οποίο προσπίπτει η δέσμη και δημιουργούνται μέσω αντίδρασης οι υπό εξέταση πυρήνες. Το υμένιο αυτό πρέπει να είναι αρκετά λεπτό (μερικές εκατοντάδες μg/cm²) ώστε να είναι όσο το δυνατόν μικρότερη η απώλεια ενέργειας των πυρήνων εντός αυτού. Το δεύτερο υμένιο, το οποίο καλείται stopper, πρέπει να είναι αρκετά παχύ ώστε να σταματάει τους ανακρουόμενους πυρήνες. Κατ' αυτόν τον τρόπο οι ακτίνες γ που εκπέμπονται προτού οι πυρήνες φτάσουν στο δεύτερο υμένιο και σταματήσουν, όσο δηλαδή είναι ακόμα "εν πτήσει", θα εμφανίζονται μετατοπισμένες κατά Doppler. Αντίθετα, οι ακτίνες γ που εκπέμπονται από πυρήνες που έχουν προλάβει να φτάσουν και να σταματήσουν στο δεύτερο υμένιο δε θα παρουσιάζουν αυτή τη μετατόπιση. Η φωτοκορυφή επομένως που θα καταγραφεί στο φάσμα θα έχει δύο μέρη, ένα μετατοπισμένο κατά Doppler (shifted component) και ένα μη μετατοπισμένο (unshifted component), οι σχετικές εντάσεις των οποίων, I_s και I_u αντίστοιχα, θα εξαρτώνται από την απόσταση d που διανύουν οι πυρήνες πριν σταματήσουν μέσα στο stopper (βλέπε σχήμα 2.6).



Σχήμα 2.6: Αρχή λειτουργίας της μεθόδου RDDS.

Εάν η στάθμη που ενδιαφέρει δεν τροφοδοτείται από ενεργειακά υψηλότερες

στάθμες ή ο χρόνος ζωής των σταθμών που τροφοδοτούν τη στάθμη ενδιαφέροντος είναι κατά πολύ μεγαλύτερος του χρόνου ζωής της στάθμης, τότε ο λόγος $I_u/(I_u + I_s)$ δίνεται από τη σχέση [71]

$$Q = \frac{I_u}{I_u + I_s} = e^{-\frac{d}{vt}}$$
(2.14)

όπου v είναι η ταχύτητα των πυρήνων που βρίσκονται "εν πτήσει" και t είναι ο μέσος χρόνος ζωής της στάθμης. Στη γενική περίπτωση που υπάρχει τροφοδοσία και από ανώτερες στάθμες η σχέση 2.14 διαμορφώνεται αναλόγως (βλέπε §2.3.3), και η σχέση που συνδέει τις εντάσεις I_u και I_s , την ταχύτητα v και το χρόνο ζωής t είναι αρκετά πιο σύνθετη. Επομένως, τοποθετώντας σε διάφορες αποστάσεις d τα δύο υμένια και μετρώντας το λόγο Q σε κάθε απόσταση, είναι δυνατόν να προσδιοριστεί ο ζητούμενος χρόνος ζωής t. Η προκύπτουσα καμπύλη Q(d) ονομάζεται καμπύλη αποδιέγερσης (βλ. σχήμα 2.7).



Σχήμα 2.7: Ενδεικτικές καμπύλες αποδιέγερσης Q(d).

Σημειώνεται τέλος ότι το κάτω όριο της μεθόδου RDDS καθορίζεται από το χρόνο που χρειάζονται οι πυρήνες για να φρενάρουν πλήρως στο stopper και ο οποίος για τυπικές ταχύτητες ανακρουόμενων πυρήνων είναι ~ 0.5 ps [72].

2.3.1 Η πειραματική συσκευή plunger

Οι αποστάσεις d στις οποίες τοποθετούνται τα δύο υμένια στα πλαίσια της μεθόδου RDDS πρέπει να είναι συγκρίσιμες με τη μέση απόσταση που διανύουν οι πυρήνες προτού αποδιεγερθούν. Για τυπικές, σε πειράματα RDDS, ταχύτητες πυρήνων της τάξης του 2% της ταχύτητας του φωτός, η απόσταση που διανύεται από τον "εν πτήσει" πυρήνα σε 1 ps είναι 6 μm. Αυτό σημαίνει ότι για να είναι εφικτή η μέτρηση χρόνων ζωής της τάξης του ps πρέπει τοποθετηθούν τα υμένια σε αποστάσεις λίγων μm με όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ακρίβεια και σταθερότητα. Αυτή η δυνατότητα παρέχεται από την πειραματική συσκευή plunger που αποτελεί το θέμα αυτής της παραγράφου.

Η πειραματική συσκευή plunger στην πιο απλή μορφή της αποτελείται από μία σταθερή βάση στην οποία τοποθετείται το ένα υμένιο και μία δεύτερη βάση η οποία μετακινείται μέσω ενός μικρομετρικού βερνιέρου, η ένδειξη του οποίου είναι ανάλογη της απόστασης των δύο βάσεων. Ωστόσο, έχει παρατηρηθεί ότι λόγω της θερμότητας που αναπτύσσεται από την προσπίπτουσα δέσμη, αφενός τα σταθερά μέρη της συσκευής plunger μπορεί να υφίστανται μικροδιαστολές, αφετέρου τα υμένια υφίστανται παραμόρφωση λόγω της μη ισοτροπικής κατανομής της θερμότητας που εναποτίθεται σε αυτά (το στίγμα της δέσμης καλύπτει μέρος και όχι ολόκληρη την επιφάνεια του υμενίου) [73]. Για τους λόγους αυτούς χρειάζεται ένας τρόπος μέτρησης της πραγματικής απόστασης των δύο υμενίων και όχι των βάσεων στήριξης αυτών.

Το πρόβλημα αντιμετωπίζεται όπως περιγράφεται από τους Alexander και Bell [72] μετρώντας τη χωρητικότητα C του πυκνωτή που σχηματίζουν τα δύο υμένια. Στο ένα από τα δύο υμένια εφαρμόζεται ένας παλμός εισόδου V_{in} συγκεκριμένου πλάτους και ύψους που δίνεται από μία παλμογεννήτρια ακριβείας. Στο δεύτερο υμένιο μετριέται το επαγόμενο φορτίο το οποίο συλλέγεται σε έναν προενισχυτή ευαίσθητο στο φορτίο. Μετά από την ενίσχυση του σήματος του προενισχυτή και τη διαμόρφωσή του σε παλμό τάσης προκύπτει τελικά ένας παλμός εξόδου V_{out}. Δεδομένου ότι το συνολικό επαγόμενο φορτίο Q δίνεται από τη σχέση

$$Q = C \cdot V_{in} \tag{2.15}$$

προκύπτει ότι ο παλμός εξόδου V_{out} θα είναι ανάλογος της χωρητικότητας C. Δηλαδή

$$V_{out} \propto C \cdot V_{in}$$
 (2.16)

Η χωρητικότητα όμως εξαρτάται μόνο από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του πυκνωτή και δίνεται σε πρώτη προσέγγιση από τη σχέση

$$C = \varepsilon \frac{A}{d} \tag{2.17}$$

όπου ε η διηλεκτρική σταθερά του μέσου και A η επιφάνεια του πυκνωτή. Από τις τρεις τελευταίες σχέσεις συνάγεται ότι ο παλμός εξόδου V_{out} θα είναι αντιστρόφως ανάλογος της απόστασης d. Είναι επομένως δυνατόν, μετρώντας τον παλμό εξόδου V_{out} για διάφορες αποστάσεις του μικρομέτρου, να σχεδιασθεί η καμπύλη $V^{-1} = \frac{1}{\epsilon A}d + d_0$ όπου d_0 είναι η απόκλιση που έχει η πραγματική απόσταση d από την ένδειξη του μικρομέτρου d_m και βρίσκεται με παρέκταση της καμπύλης αυτής στο σημείο όπου $V^{-1} = 0$ (βλ. σχήμα 2.8). Σημειώνεται ότι η ανωτέρω γραμμική σχέση ισχύει με ακρίβεια σε μικρές αποστάσεις. Σε μεγαλύτερες αποστάσεις



Σχήμα 2.8: Ενδεικτική καμπύλη βαθμονόμησης της συσκευής plunger που προκύπτει από τη μέτρηση της τάσης εξόδου $V_{out} \propto C$ για διάφορες τιμές της απόστασης d_m που δείχνει το μικρόμετρο. Όπως μπορεί να παρατηρηθεί για μικρές αποστάσεις η σχέση είναι γραμμική. Η εικόνα προέρχεται από την αναφορά [74].

λαμβάνεται μη γραμμική σχέση για τη βαθμονόμηση. Η καμπύλη αυτή καλείται καμπύλη βαθμονόμησης της απόστασης της διάταξης plunger και καταγράφεται προτού αρχίσει η ακτινοβόληση και τα διάφορα ανεπιθύμητα φαινόμενα διαστολής και παραμόρφωσης που περιγράφηκαν προηγουμένως. Επισημαίνεται ότι, καθότι στη σχέση 2.17 υπεισέρχεται η διηλεκτρική σταθερά του μέσου ε, πρέπει η βαθμονόμηση να γίνει υπό τις ίδιες συνθήκες που θα γίνει και η ακτινοβόληση, δηλαδή σε κενό.

Μία περαιτέρω βελτίωση της συσκευής plunger η οποία επιτρέπει όχι μόνο ακριδή μέτρηση της απόστασης αλλά και συνεχή διόρθωση αυτής κατά τη διάρκεια της ακτινοδόλησης δίνεται από τους Cleemann *et al.* στην αναφορά [75]. Η βασική ιδέα είναι η προσθήκη ενός πιεζοηλεκτρικού κρυστάλλου⁶ μέσω του οποίου καθορίζεται με μεγαλύτερη ακρίδεια η απόσταση αλλά ενώ ταυτόχρονα επιτρέπει συνεχείς μικρομετατοπίσεις του κινούμενου υμενίου ώστε η απόσταση να διατηρείται σταθερή καθ΄ όλη τη διάρκεια της ακτινοδόλησης.

Συγκεκριμένα, πάνω στην κινούμενη βάση, της οποίας η κίνηση καθορίζεται από το μικρόμετρο μοτέρ (inchworm), τοποθετείται δεύτερη κινούμενη βάση της οποίας η κίνηση καθορίζεται από τον πιεζοκρύσταλλο. Έτσι για αποστάσεις > 15 μm χρησιμοποιείται για τη μετακίνηση του υμενίου το μικρομετρικό μοτέρ με ακρίβεια ~ 1 μm ενώ για αποστάσεις < 15 μm χρησιμοποιείται ο πιεζοκρύσταλλος με ακρίβεια ~ 0.01 μm. Κατ΄ αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνεται μεγαλύτερη ακρίβεια

⁶Πιεζοηλεκτρικός κρύσταλλος είναι ένας κρύσταλλος (συνήθως quartz) ο οποίος, αναλόγως με την μηχανική παραμόρφωση που υφίσταται, αναπτύσσει ένα δυναμικό και αντίστροφα για δεδομένο δυναμικό που εφαρμόζεται στα άκρα του προκαλείται η ανάλογη παραμόρφωση (επιμήκυνση η συστολή) του κρυστάλλου.



Σχήμα 2.9: Γραφική απεικόνιση της πειραματικής συσκευής plunger. Η εικόνα προέρχεται από την αναφορά [76].

όσον αφορά τον καθορισμό της θέσης για μικρές αποστάσεις. Το σημαντικότερο ωστόσο πλεονέκτημα της χρήσης του πιεζοκρύσταλλου είναι ότι επιτρέπει τη διατήρηση μιας ορισμένης απόστασης, σταθερής καθ΄ όλη τη διάρκεια της ακτινοβόλησης. Αυτό επιτυγχάνεται μέσω ενός κυκλώματος ανάδρασης το οποίο παρέχει αυτόματα και συνεχώς διορθωτική τάση στον πιεζοκρύσταλλο την ώρα της ακτινοβόλησης ώστε να αντισταθμίζεται η απόκλιση από την επιθυμητή απόσταση d λόγω των μικροδιαστολών και των παραμορφώσεων που προαναφέρθηκαν.

Πρέπει τέλος να αναφερθεί ότι η ακρίβεια του καθορισμού της απόστασης περιορίζεται από την τραχύτητα της επιφάνειας του υμενίου. Για να επιτευχθεί όσο το δυνατόν καλύτερο αποτέλεσμα τα υμένια τεντώνονται με τη βοήθεια ειδικών βάσεων στήριξης. Συγκεκριμένα, τα υμένια στηρίζονται πάνω σε ένα αλουμινένιο πλαίσιο το οποίο τοποθετείται πάνω σε μία βάση κωνικού σχήματος. Με τη βοήθεια τριών βιδών το πλαίσιο πιέζεται πάνω στον κώνο ώστε τα χείλη του κώνου τεντώνουν ομοιόμορφα το υμένιο (βλέπε σχήμα 2.10). Έτσι επιτυγχάνεται ομαλότητα < 0.1 μm [75] η οποία θέτει και το όριο ακριβείας της πειραματικής συσκευής plunger.

2.3.2 Πειράματα σύμπτωσης ακτίνων γ

Στην απλούστερη περίπτωση γ-φασματοσκοπίας, κάθε ακτίνα γ καταγράφεται ως ξεχωριστό γεγονός και στην περίπτωση αυτή λέμε ότι έχουμε μία μέτρηση ασυσχέτιστων γεγονότων ή όπως θα καλείται στο εξής μία "singles" μέτρηση. Στις επόμενες



Σχήμα 2.10: Αριστερά (α) δίνεται σχεδιάγραμμα από την αναφορά [75] της βάσης μέσω της οποίας επιτυγχάνεται το τέντωμα του υμενίου προκειμένου να επιτευχθεί η όσο το δυνατόν πιο λεία επιφάνειά του. Δεξιά (β) φωτογραφία της βάσης αυτής. Στο κέντρο του στόχου διακρίνεται και το σημάδι από τη δέσμη.

παραγράφους, ωστόσο, θα ασχοληθούμε και με περιπτώσεις όπου για τον προσδιορισμό των χρόνων ζωής χρειάζεται η μελέτη δύο ακτίνων γ που διαδέχονται η μία την άλλη στην αποδιέγερση του υπό εξέταση πυρήνα. Καθότι για να γίνει αυτό πρέπει να πραγματοποιηθεί ταυτόχρονη ανίχνευση των δύο ακτινοβολιών οι περιπτώσεις αυτές καλούνται γ-γ-συμπτώσεις. Κρίνεται σκόπιμο σε αυτή την παράγραφο να δοθούν ορισμένες γενικές πληροφορίες για τα πειράματα σύμπτωσης που θα βοηθήσουν στην καλύτερη κατανόηση των όσων θα ακολουθήσουν.

Χρονική συσχέτιση δύο ακτίνων γ

Η ταυτόχρονη ανίχνευση δύο ακτίνων γ ονομάζεται σύμπτωση. Στην πράξη η ανίχνευσή τους λαμβάνει χώρα εντός ορισμένου χρονικού παραθύρου. Η σύμπτωση δύο ακτίνων γ που προέρχονται από τον ίδιο πυρήνα καλείται πραγματική σύμπτωση. Υπάρχει ωστόσο και η περίπτωση εντός του χρονικού παραθύρου να ανιχνευθούν δύο ακτινοβολίες που προέρχονται από διαφορετικούς πυρήνες οπότε έχουμε μία τυχαία σύμπτωση. Είναι κρίσιμο σε πειράματα συμπτώσεων να μπορούν να διαχωριστούν οι τυχαίες από τις πραγματικές συμπτώσεις. Αυτό γίνεται με τη βοήθεια της ηλεκτρονικής μονάδας TAC (**T**ime to **A**mplitude **C**onverter) που μετατρέπει χρονικές διαφορές σε παλμούς τάσης όπου το ύψος του κάθε παλμού είναι ανάλογο της εκάστοτε χρονικής διαφοράς. Η πρώτη ακτινοβολία που ανιχνεύεται θέτει την αρχή του χρονικού διαστήματος και η επόμενη το τέλος. Με τη βοήθεια της μονάδας TAC καταγράφεται, για κάθε ζεύγος ακτίνων γ που ανιχνεύεται, η χρονική διαφορά τους σε ένα χρονικό φάσμα. Δύο ακτίνες γ που προέρχονται από τον ίδιο πυρήνα θα έχουν συγκεκριμένη χρονική συσχέτιση κι έτσι θα αποθηκεύονται πάντα στο ίδιο κανάλι σχηματίζοντας κατ΄ αυτό τον τρόπο μία κορυφή στο χρονικό φάσμα. Αντίθετα, οι τυχαίες συμπτώσεις θα έχουν όλες τις δυνατές χρονικές συσχετίσεις και θα εμφανίζονται στο χρονικό φάσμα σαν ένα ομοιόμορφο υπόβαθρο (βλ. σχήμα 2.11). Αφαιρώντας από την κορυφή αυτή το υπόβαθρο είναι δυνατόν να απομονωθούν οι πραγματικές συμπτώσεις.



Χρονικές διαφορές (ns)

Σχήμα 2.11: Ενδεικτικό χρονικό φάσμα πειράματος συμπτώσεων. Η κορυφή αντιστοιχεί στη χρονική συσχέτιση που έχουν δύο ακτίνες γ που προέρχονται από την αποδιέγερση ενός πυρήνα (πραγματικές συμπτώσεις). Η κορυφή αυτή "κάθεται" πάνω σε ένα υπόβαθρο από τυχαίες συμπτώσεις που έχουν όλες τις δυνατές χρονικές συσχετίσεις και γι΄ αυτό εμφανίζονται σαν ένα οριζόντιο υπόστρωμα. Αν από την κορυφή αφαιρεθεί το υπόβαθρο τυχαίων συμπτώσεων, φροντίζοντας η περιοχή που αφαιρείται να έχει το ίδιο εύρος με την κορυφή (γραμμοσκιασμένη περιοχή), τότε προκύπτει το εμβαδόν με τις πραγματικές συμπτώσεις (γκρι περιοχή).

Μήτρες συσχέτισης γεγονότων σύμμτωσης

Στα πειράματα τύπου "singles" κάθε ακτίνα γ καταγράφεται ως ξεχωριστό γεγονός και ταξινομείται ανάλογα με την ενέργειά του σε έναν άξονα. Αντίθετα στα πειράματα σύμπτωσης τα γεγονότα που καταγράφονται είναι αυτά στα οποία συμβαίνει ταυτόχρονη ανίχνευση δύο ακτίνων γ από διαφορετικούς ανιχνευτές. Για να καταγραφεί αυτή η πληροφορία χρειάζονται δύο άξονες, ένας για κάθε ανιχνευτή. Έτσι ένα γεγονός σύμπτωσης καταγράφεται σε ένα επίπεδο όπου η *x*-συνιστώσα αντιστοιχεί στην ενέργεια του φωτονίου που καταγράφηκε στον ανιχνευτή *X* και η *y*-συνιστώσα αντιστοιχεί στην ενέργεια το αριθμός των γεγονότων. Αυτό το τρισδιάστατο φάσμα καλείται μήτρα και παράδειγμα τέτοιας μήτρας δίνεται στο σχήμα 2.12.

Αν θέλει κανείς να βάλει μια συνθήκη σύμπτωσης σε μία φωτοκορυφή που καταγράφηκε από τον ανιχνευτή Y και εκτείνεται από το κανάλι y₁ μέχρι το κανάλι y₂ τότε αρκεί να πάρει για κάθε κανάλι yε(y₁, y₂) την προβολή του στον άξονα x



Σχήμα 2.12: Εικονική αναπαράσταση μιας μήτρας. Κάθε άξονας αντιστοιχεί σε έναν ανιχνευτή. Κάθε τυχόν σημείο στο επίπεδο με συντεταγμένες (x, y) αντιστοιχεί σε ένα γεγονός σύμπτωσης όπου στον έναν ανιχνευτή καταγράφηκε ένα φωτόνιο ενέργειας x και στον άλλο καταγράφηκε ταυτόχρονα ένα φωτόνιο ενέργειας y. Η αναπαράσταση αυτή πραγματοποιήθηκε με το πρόγραμμα PLOT3DW [77].

και στο τέλος να προσθέσει αυτές τις προβολές. Το φάσμα που θα προκύψει από αυτή τη διαδικασία θα καλείται στο εξής φάσμα-τομή (cut spectrum) ενώ το εύρος της συνθήκης σύμπτωσης (y_1, y_2) καλείται γ-πύλη (gate). Για τη μήτρα συνήθως χρησιμοποιείται ο συμβολισμός " X_Y " όπου κατά σύμβαση δεύτερος αναφέρεται ο ανιχνευτής στον οποίο μπαίνει η γ-πύλη και πρώτος ο ανιχνευτής στον οποίο γίνεται η προβολή.

Όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, ένα πρόβλημα που υπάρχει στα πειράματα σύμπτωσης είναι οι τυχαίες συμπτώσεις, δηλαδή η ανίχνευση δύο ακτίνων γ που δεν προέρχονται μεν από τον ίδιο πυρήνα αλλά "κατά σύμπτωση" έχουν την ίδια χρονική συσχέτιση με αυτή που θα είχαν αν προερχόντουσαν από τον ίδιο πυρήνα. Παρά την αφαίρεση του υποβάθρου στο χρονικό φάσμα που περιγράφηκε στην προηγούμενη παράγραφο, οι τυχαίες συμπτώσεις δεν εξαλείφονται πλήρως από τις μήτρες. Για να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα αυτό, η μεθοδολογία που ακολουθείται είναι η εξής:

- Τοποθετείται μία ή περισσότερες γ-πύλες σε περιοχές του φάσματος, κοντά στην κορυφή που τοποθετείται η κυρίως γ-πύλη, όπου υπάρχει σκέτο υπόβαθρο. Αυτές οι γ-πύλες θα καλούνται στο εξής γ-πύλες υποβάθρου και τα φάσματα-τομές που προκύπτουν από αυτές θα καλούνται επίσης φάσματατομές υποβάθρου. Καθότι, εντός της γ-πύλης υποβάθρου δεν περιλαμβάνεται η φωτοκορυφή, στα φάσματα-τομές υποβάθρου δε θα περιλαμβάνονται γεγονότα που βρίσκονται σε σύμπτωση με τη φωτοκορυφή αυτή αλλά θα περιλαμβάνονται μόνο τυχαίες συμπτώσεις.
- Το αθροιστικό εύρος των γ-πυλών υποβάθρου πρέπει να ισούται με το εύρος της κύριας γ-πύλης ούτως ώστε τα φάσματα-τομές υποβάθρου να περιέχουν

τον ίδιο αριθμό τυχαίων συμπτώσεων ανά κανάλι με το φάσμα-τομή που προκύπτει από την κύρια γ-πύλη.

 Γίνεται αφαίρεση του φάσματος-τομής υποβάθρου από το αντίστοιχο φάσματομή της κύριας γ-πύλης μειώνοντας έτσι στο ελάχιστο δυνατό το υπόβαθρο που οφείλεται σε τυχαίες συμπτώσεις.

Μία αναπαράσταση της παραπάνω διαδικασίας δίνεται στο σχήμα 2.13.



Σχήμα 2.13: (a) Μία τρισδιάστατη μήτρα στην οποία έχει τοποθετηθεί μία γ-πύλη (συνεχείς γραμμές) από το κανάλι y_1 ως το κανάλι y_2 και μία γ-πύλη υποβάθρου ίσου εύρους (διακεκομμένες γραμμές). Για κάθε y εντός της γ-πύλης δημιουργείται μία προβολή στο επίπεδο "N - ανιχνευτής X" και τελικά αυτές οι προβολές αθροίζονται για να προκύψει το αρχικό φάσμα-τομή (β). Ομοίως από τη γ-πύλη υποβάθρου προκύπτει το φάσμα-τομή υποβάθρου (γ). Από την αφαίρεση των δύο προκύπτει το τελικό φάσμα-τομή (δ).

2.3.3 Η μέθοδος της διαφορικής καμπύλης αποδιέγερσης (Differential Decay Curve Method)

Στην παράγραφο αυτή θα αναπτυχθεί ο φορμαλισμός μέσω του οποίου από τις προσδιοριζόμενες εντάσεις I_u και I_s που αναφέρθηκαν προηγουμένως προκύπτει τελικά ο ζητούμενος χρόνος ζωής.

Ο φορμαλισμός που περιγράφεται στη συνέχεια αναπτύσσεται με λεπτομέρεια στις αναφορές [78] και [79]. Για την κατανόησή του είναι απαραίτητο να γίνει διαχωρισμός σε δύο υποπεριπτώσεις, στην περίπτωση των "singles" και στην περίπτωση των γ-γ-συμπτώσεων. Στη δεύτερη περίπτωση, η συνθήκη σύμπτωσης μπορεί να επιλεγεί έτσι ώστε να καταγράφονται οι ακτίνες γ που έρχονται σε σύμπτωση με μία συγκεκριμένη αποδιέγερση, έστω την D. Αυτό επιτυγχάνεται τοποθετώντας μία γ-πύλη στην D και τότε το πλήρες διάγραμμα αποδιέγερσης περιορίζεται σε έναν μόνο από τους κλάδους του (αυτόν που περιέχει την D) όπως φαίνεται στην περίπτωση β του σχήματος 2.14.



Σχήμα 2.14: Παράδειγμα διαγράμματος αποδιέγερσης. Με L_i συμβολίζεται η στάθμη ενδιαφέροντος ενώ με L_h και L_j συμβολίζονται οι στάθμες που βρίσκονται ενεργειακά ψηλότερα και χαμηλότερα αντιστοίχως. Στη περίπτωση α) (αριστερά) δεν υπάρχει κάποια συνθήκη στην ανίχνευση των ακτίνων γ οπότε στο φάσμα αποτυπώνονται όλες οι αποδιεγέρσεις. Αντίθετα στην περίπτωση β) (δεξιά), καταγράφονται μόνο οι ακτίνες γ που έρχονται σε σύμπτωση με την κυκλωμένη αποδιέγερση D.

Η περίπτωση των "singles"

Η στάθμη ενδιαφέροντος L_i τροφοδοτείται από τις στάθμες L_h και αποδιεγείρεται στις στάθμες L_j . Επομένως, αν $n_i(t)$ είναι ο αριθμός των πυρήνων της στάθμης L_i τη στιγμή t, έχουμε την εξής διαφορική εξίσωση "δημιουργίας και καταστροφής"

$$\frac{dn_i(t)}{dt} = -\hat{\eta}_i n_i(t) + \sum_h \hat{\eta}_h n_h b_{hi}$$
(2.18)

όπου \mathcal{A}_i και \mathcal{A}_h είναι οι σταθερές αποδιέγερσης των σταθμών L_i και L_h αντίστοιχα και b_{hi} είναι οι κανονικοποιημένοι λόγοι διακλάδωσης (normalized branching ratios) των σταθμών L_h . Σημειώνεται ότι αν μία στάθμη μπορεί να αποδιεγερθεί σε περισσότερες της μίας τελικές στάθμες τότε με τους κανονικοποιημένους συντελεστές διακλάδωσης εκφράζεται η σχετική πιθανότητα αποδιέγερσης σε κάθε μία από τις στάθμες αυτές. Αν I_{ij} είναι η ένταση της μετάπτωσης $L_i \rightarrow L_j$ τότε ο συντελεστής διακλάδωσης για αυτή την αποδιέγερση δίνεται από τη σχέση $b_{ij} = I_{ij} / \sum_k I_{ik}$ όπου η άθροιση γίνεται ως προς όλες τις πιθανές τελικές στάθμες L_k . Ολοκληρώνοντας τη σχέση 2.18 από τη χρονική στιγμή t μέχρι το ∞ παίρνουμε

$$n_i(\infty) - n_i(t) = -R_i(t) + \sum_h R_{hi}(t)$$
 (2.19)

όπου

$$R_i(t) = \beta_i \int_t^\infty n_i(t) dt$$

και

$$R_{hi} = \beta_h b_{hi} \int_t^\infty n_h(t) dt = b_{hi} R_h(t)$$

Εφόσον η στάθμη L_i έχει πεπερασμένο χρόνο ζωής μπορεί να θεωρηθεί ότι $n_i(\infty) = 0$, οπότε η σχέση 2.19 γίνεται

$$-n_i(t) = -R_i(t) + \sum_h R_{hi}(t)$$
 (2.20)

Παραγωγίζοντας το $R_i(t)$ παίρνουμε

$$\frac{dR_i(t)}{dt} = \beta_i \frac{d}{dt} \int_t^\infty n_i(t) dt = \beta_i n_i(t) \Big|_t^\infty = -\beta_i n_i(t)$$
(2.21)

και με αντικατάσταση στη σχέση 2.20 προκύπτει

$$\frac{dR_i(t)}{dt} = -\Re_i \left(R_i(t) - \sum_h R_{hi}(t) \right)$$
(2.22)

Πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη της τελευταίας σχέσης με b_{ij} και θέτοντας $\beta_i = 1/\tau_i$ όπου τ_i ο μέσος χρόνος ζωής της στάθμης L_i καταλήγουμε στη σχέση

$$\tau_i(t) = -\left(R_{ij}(t) - b_{ij}\sum_h R_{hi}(t)\right) / \frac{dR_{ij}(t)}{dt}$$
(2.23)

Τα $R_{ij}(t)$ και $R_{hi}(t)$ εκφράζουν τον αριθμό των μεταπτώσεων $L_i \to L_j$ και $L_h \to L_i$ που συμβαίνουν μετά από τη χρονική στιγμή t. Δεδομένου ότι με τη βοήθεια της διάταξης plunger γνωρίζουμε την απόσταση των δύο υμενίων είναι καλύτερα να εκφραστεί η σχέση 2.23 συναρτήσει της απόστασης x αντί του χρόνου t. Επομένως αντικαθιστώντας t = x/v όπου v είναι η ταχύτητα των "εν πτήσει" πυρήνων παίρνουμε τη βασική σχέση

$$\tau_i(x) = -\left(R_{ij}(x) - b_{ij}\sum_h R_{hi}(x)\right)/\upsilon \cdot \frac{dR_{ij}(x)}{dx}$$
(2.24)

Εφόσον η απόσταση x αντιστοιχεί στην απόσταση μεταξύ των δύο υμενίων της συσκευής plunger τότε οι ποσότητες $R_{ij}(x)$ και $R_{hi}(x)$ είναι ανάλογες των εντάσεων των μη μετατοπισμένων φωτοκορυφών των μεταπτώσεων $L_i \rightarrow L_j$ και $L_h \rightarrow L_i$, αντιστοίχως.

Αντί των απολύτων εντάσεων των φωτοκορυφών είναι προτιμότερο να χρησιμοποιούνται λόγοι εντάσεων διότι με τον τρόπο αυτό αποφεύγονται προβλήματα κανονικοποίησης (βλ. §2.3.5) και επιπλέον μειώνεται η επίδραση του φαινομένου του πυρηνικού αποπροσανατολισμού (βλ. §2.3.4). Για το λόγο αυτό ορίζεται το μέγεθος

$$Q_{ij}(x) = \frac{R_{ij}(x)}{R_{ij}(0)}$$
(2.25)

που ονομάζεται καμπύλη αποδιέγερσης της στάθμης "i" και εκφράζει το λόγο των πυρήνων που αποδιεγέρθηκαν μετά από απόσταση x προς το σύνολο όλων των πυρήνων που αποδιεγέρθηκαν. Δηλαδή

$$Q_{ij} = \frac{I_u^{ij}}{I_u^{ij} + I_s^{ij}}$$
(2.26)

όπου με I_u^{ij} και I_s^{ij} συμβολίζονται στο εξής οι εντάσεις των μη μετατοπισμένων και των μετατοπισμένων κατά Doppler κορυφών αντίστοιχα.

Εξ΄ ορισμού ισχύει

$$\frac{dR_{ij}(x)}{dx} = \frac{R_{ij}(x + \Delta x) - R_{ij}(x - \Delta x)}{2\Delta x}$$
(2.27)

οπότε λαμβάνοντας υπόψη τις σχέσεις 2.25 και 2.27, η σχέση 2.24 αναγράφεται ως

$$\tau_{i}(x) = -\left\{Q_{ij}(x)R_{ij}(0) - b_{ij}\sum_{h}Q_{hi}(x)R_{hi}(0)\right\} / \frac{Q_{ij}(x+\Delta x)R_{ij}(0) - Q_{ij}(x-\Delta x)R_{ij}(0)}{v\cdot 2\Delta x}$$
(2.28)

από την οποία με εξαγωγή του κοινού παράγοντα $R_{ij}(0)$ λαμβάνουμε τελικά την έκφραση

$$\tau_i(x) = -\left\{Q_{ij}(x) - b_{ij}\sum_h \left(\frac{I_{hi}}{I_{ij}}\right)Q_{hi}(x)\right\} / \upsilon \cdot \frac{dQ_{ij}(x)}{dx}$$
(2.29)

Στην τελευταία σχέση όλα τα εμπεριεχόμενα μεγέθη είναι μετρήσιμα πειραματικά και για το λόγο αυτό χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό του χρόνου ζωής της στάθμης "i" με την προϋπόθεση ότι δεν υπεισέρχεται κάποια συνθήκη που να περιορίζει το διάγραμμα αποδιέγερσης του πυρήνα.

Υπογραμμίζεται ότι στην περίπτωση "singles" υπάρχει ο κίνδυνος η στάθμη που μελετάται να τροφοδοτείται όχι μόνο από τις στάθμες που γνωρίζουμε και μπορούμε να λάβουμε υπόψη αλλά και από άλλες άγνωστες στάθμες του διακριτού φάσματος που είτε βρίσκονται υψηλά ενεργειακά και γι΄ αυτό δεν ανιχνεύονται είτε αποδιεγείρονται στην υπό εξέταση στάθμη μέσω ασθενών μεταπτώσεων που δεν ανιχνεύονται. Η ολική ένταση της μη παρατηρήσιμης τροφοδοσίας βρίσκεται από το ισοζύγιο

$$I_{i}^{f} = \sum_{j} I_{ij} - \sum_{h} I_{hi}$$
 (2.30)

όπου ο πρώτος όρος εκφράζει την αποδιέγερση της στάθμης και ο δεύτερος την τροφοδοσία της από όλες τις γνωστές στάθμες. Προφανώς, η διαφορά των δύο όρων είναι η ζητούμενη μη παρατηρήσιμη τροφοδοσία. Σε αυτές τις περιπτώσεις συνήθως γίνεται η παραδοχή ότι η τροφοδοσία αυτή προέρχεται από μία εικονική στάθμη "f" με χρόνο ζωής τ_f ο οποίος θεωρείται άγνωστη παράμετρος και μπορεί να οδηγήσει σε συστηματικά σφάλματα. Έχει αποδειχθεί [80] ότι εν μέρει η δυσκολία αντιμετωπίζεται αν θεωρηθεί ότι ο χρόνος t_f ισούται με το "φαινόμενο" χρόνο ζωής⁷ των σταθμών L_h που τροφοδοτούν τη στάθμη "i". Το πρόβλημα ωστόσο εξαλείφεται πλήρως στην περίπτωση των γ-γ-συμπτώσεων καθώς με κατάλληλα επιλεγμένη συνθήκη σύμπτωσης μπορεί να περιοριστεί το διάγραμμα τροφοδοσίας της υπό εξέταση στάθμης αποκλειστικά σε γνωστές μεταπτώσεις.

Η περίπτωση των γ-γ-συμπτώσεων

Όπως φαίνεται στο σχήμα 2.14, θέτοντας μία συνθήκη σύμπτωσης σε κάποια μετάπτωση του διάγραμμα αποδιέγερσης τότε αυτό απλοποιείται. Η μετάπτωση στην

⁷Φαινόμενος χρόνος ζωής (effective lifetime) είναι ο χρόνος ζωής που προκύπτει από την καμπύλη αποδιέγερσης μιας στάθμης αν αγνοηθεί η τροφοδοσία της από υψηλότερες στάθμες.

οποία τοποθετείται η συνθήκη σύμπτωσης καλείται μετάπτωση συνθήκης (gating transition). Η μετάπτωση συνθήκης μπορεί να βρίσκεται ενεργειακά υψηλότερα ή χαμηλότερα από τη στάθμη ενδιαφέροντος. Στην περίπτωση που η μετάπτωση συνθήκης βρίσκεται χαμηλότερα από τη στάθμη ενδιαφέροντος δεν αλλάζει τίποτα όσον αφορά το μοτίδο τροφοδοσίας της στάθμης και επομένως παραμένει ο κίνδυνος της άγνωστης τροφοδοσίας της υπό εξέτασης στάθμης που αναφέρθηκε προηγουμένως. Για το λόγο αυτό θα ασχοληθούμε μόνο με την περίπτωση που η μετάπτωση συνθήκης βρίσκεται υψηλότερα από τη στάθμη ενδιαφέροντος. Στην περίπτωση του αναφέρθηκε προηγουμένως. Για το λόγο αυτό θα ασχοληθούμε μόνο με την περίπτωση που η μετάπτωση συνθήκης βρίσκεται υψηλότερα από τη στάθμη ενδιαφέροντος. Επίσης, είναι προτιμότερο η συνθήκη σύμπτωσης να επιλέγεται έτσι ώστε στο "υπό συνθήκη" διάγραμμα αποδιέγερσης να περιλαμβάνεται μόνο ένας άμεσος τροφοδότης της στάθμης ενδιαφέροντος. Αυτό φαίνεται και στην περίπτωση του σχήματος 2.14 όπου ως μετάπτωση συνθήκης έχει επιλεγεί η "D" με αποτέλεσμα ενώ στο αρχικό διάγραμμα αποδιέγερσης (α) η στάθμη ενδιαφέροντος "i" είχε τρεις τροφοδότες, τις C_1 , C_2 και C_3 , στο τελικό υπό συνθήκη διάγραμμα (β) έχει μόνο την C.

Για την περίπτωση των γ-γ-συμπτώσεων είναι βολικότερο να χρησιμοποιηθεί ο συμβολισμός των Bohm et al. [79]. Για να εκφραστεί ο αριθμός των συμπτώσεων της μετάπτωσης X με τη μετάπτωση Y, όπου η Y προηγείται χρονικά της X, θα χρησιμοποιηθεί ο συμβολισμός $\{Y_{t_1}^{t_2}, X_{t_3}^{t_4}\}$. Οι δείκτες υποδηλώνουν ότι η μετάπτωση Y έλαβε χώρα στο χρονικό διάστημα μεταξύ των στιγμών t_1 και t_2 ενώ η X στο διάστημα μεταξύ των στιγμών t_3 και t_4 . Τα χρονικά αυτά διαστήματα μπορούν να χωριστούν σε μικρότερα υποδιαστήματα. Έτσι ισχύει

$$\{Y_0^{\infty}, X_0^{\infty}\} = \{Y_0^t, X_0^t\} + \{Y_0^t, X_t^{\infty}\} + \{Y_t^{\infty}, X_0^t\} + \{Y_t^{\infty}, X_t^{\infty}\}$$
(2.31)

Στη σχέση αυτή ο όρος $\{Y_t^{\infty}, X_0^t\}$ μηδενίζεται καθώς άρει τη χρονική συνέχεια (η Y πρέπει να προηγείται χρονικά της X). Επίσης ο όρος $\{Y_0^{\infty}, X_0^{\infty}\}$ δεν εξαρτάται από το χρόνο. Επομένως παραγωγίζοντας τη σχέση 2.31 προκύπτει

$$-\frac{d}{dt}\{Y_0^t, X_0^t\} = \frac{d}{dt}\{Y_0^\infty, X_t^\infty\}$$
(2.32)

Ακόμη επειδή οι συντελεστές διακλάδωσης αποτελούν ιδιότητες των σταθμών και δεν εξαρτώνται από το χρονικό διάστημα στο οποίο γίνεται η αποδιέγερση ισχύουν οι παρακάτω ισότητες λόγων

$$\frac{\{Y_0^{\infty}, X_0^{\infty}\}}{\{Y_0^{\infty}, Z_0^{\infty}\}} = \frac{\{Y_0^t, X_0^{\infty}\}}{\{Y_0^t, Z_0^{\infty}\}} = \frac{\{Y_t^{\infty}, X_0^{\infty}\}}{\{Y_t^{\infty}, Z_0^{\infty}\}} = \frac{\{Y_t^{\infty}, X_t^{\infty}\}}{\{Y_t^{\infty}, Z_t^{\infty}\}}$$
(2.33)

Επιστρέφοντας στη σχέση 2.23 και διαιρώντας με b_{ij} προκύπτει

$$\tau_i(t) = -\left(R_i(t) - \sum_h b_{hi} R_h(t)\right) / \frac{dR_i(t)}{dt}$$
(2.34)

Εφαρμόζοντας τη σχέση αυτή στην περίπτωση των γ-γ-συμπτώσεων πρέπει να γίνει σωστή αντιστοίχιση των διαφόρων μεγεθών. Το $R_i(t)$ αντιστοιχεί στο πλήθος των

αποδιεγέρσεων B (βλ. σχήμα 2.14) που συμβαίνουν μετά τη στιγμή t και που βρίσκονται σε σύμπτωση με την μετάπτωση E, οπότε θα συμβολίζεται

$$R_i(t) \to \{E_0^\infty, B_t^\infty\} \tag{2.35}$$

Ο δεύτερος όρος στον αριθμητή της σχέσης 2.34 εκφράζει το άθροισμα όλων των μεταπτώσεων που τροφοδοτούν άμεσα την "i". Όπως προαναφέρθηκε, η συνθήκη σύμπτωσης έχει επιλεγεί έτσι ώστε να αφήνει μόνο έναν άμεσο τροφοδότη της υπό εξέταση στάθμης ο οποίος στο σχήμα 2.14 συμβολίζεται με "C", επομένως το άθροισμα περιττεύει. Η ζητούμενη ένταση δεν είναι άμεσα παρατηρήσιμη είναι όμως ανάλογη του πλήθους των συμπτώσεων $\{D_0^\infty, C_t^\infty\}$ και μάλιστα με συντελεστή αναλογίας το σύνολο των συμπτώσεων $\{D, B\}$ προς τις $\{D, C\}$. Επομένως αντικαθιστώντας στη σχέση 2.34 παίρνουμε

$$\tau_{i}(t) = \frac{-\{D_{0}^{\infty}, B_{t}^{\infty}\} + \{D_{0}^{\infty}, C_{t}^{\infty}\} \frac{\{D_{0}^{\infty}, B_{0}^{\infty}\}}{\{D_{0}^{\infty}, C_{0}^{\infty}\}}}{\frac{d}{dt} \{D_{0}^{\infty}, B_{t}^{\infty}\}}$$
(2.36)

Στην ακόμα πιο ειδική περίπτωση όπου επιλέξουμε να βάλουμε τη συνθήκη σύμπτωσης σε έναν άμεσο τροφοδότη της στάθμης ενδιαφέροντος "i" τότε ο όρος που εκφράζει την τροφοδοσία της στάθμης είναι το πλήθος των αποδιεγέρσεων του άμεσου τροφοδότη "C" που βρίσκεται σε σύμπτωση με τη μετάπτωση "B", επομένως για την ειδική αυτή περίπτωση ισχύει

$$\tau_{i}(t) = \frac{-\{C_{0}^{\infty}, B_{t}^{\infty}\} + \{C_{t}^{\infty}, B_{0}^{\infty}\}}{\frac{d}{dt}\{C_{0}^{\infty}, B_{t}^{\infty}\}}$$
(2.37)

Ακόμη, αν στις παραπάνω σχέσεις χωρίσουμε το διάστημα $[0, \infty]$ σε [0, t] και $[t, \infty]$ και χρησιμοποιήσουμε τις σχέσεις 2.32 και 2.33 είναι εύκολο να δείξουμε ότι

$$\tau_{l}(x) = \frac{\{D_{0}^{x}, B_{x}^{\infty}\} - \{D_{0}^{x}, C_{x}^{\infty}\} \frac{\{D_{0}^{x}, B_{0}^{\infty}\}}{\{D_{0}^{x}, C_{0}^{\infty}\}}}{\upsilon \cdot \frac{d}{dx} \{D_{0}^{x}, B_{0}^{x}\}}$$
(2.38)

και

$$\tau_i(x) = \frac{-\{C_0^x, B_x^\infty\}}{v \cdot \frac{d}{dx} \{C_0^x, B_0^x\}}$$
(2.39)

όπου έχει γίνει και η αντικατάσταση x = vt.

Τέλος, για λόγους συμβατότητας με άλλες εργασίες της βιβλιογραφίας, είναι καλό να δοθούν οι παραπάνω σχέσεις και με τον συμβολισμό των Dewald *et al.* [78]. Στον συμβολισμό αυτό, αντί να τοποθετούνται χρονικά (ή χωρικά) όρια στις μεταπτώσεις, δηλώνεται με έναν δείκτη το αν η φωτοκορυφή που προκύπτει από τη συγκεκριμένη μετάπτωση και για συγκεκριμένο *x* είναι μετατοπισμένη ή όχι. Εφόσον το *x* αντιστοιχεί στην απόσταση των δύο υμενίων της συσκευής plunger

αν μία μετάπτωση συμβεί στο διάστημα [0, x] τότε η αντίστοιχη φωτοκορυφή θα είναι μετατοπισμένη διότι ο πυρήνας που εξέπεμψε τη συγκεκριμένη ακτίνα γ δεν είχε φτάσει στο δεύτερο υμένιο ώστε να σταματήσει. Αν πάλι η μετάπτωση συμβεί στο διάστημα $[x, \infty]$ τότε η φωτοκορυφή θα είναι μη μετατοπισμένη. Οπότε τελικά έχουμε

$$\tau_i(x) = \frac{I_u^B - \frac{I_u^B + I_s^B}{I_u^C + I_s^C} \cdot I_u^C}{\upsilon \cdot \frac{dI_s^B}{dx}}$$
(2.40)

για την περίπτωση που η συνθήκη σύμπτωσης μπαίνει σε μία αποδιέγερση "Ε" που βρίσκεται ψηλότερα από τη στάθμη ενδιαφέροντος "i" και την τροφοδοτεί έμμεσα μέσω της "C" ενώ η "i" αποδιεγείρεται μέσω της "B". Αντίστοιχα προκύπτει η σχέση

$$\tau_i(x) = \frac{I_u^B}{\upsilon \cdot \frac{d}{dx} I_s^B}$$
(2.41)

για την περίπτωση που η συνθήκη σύμπτωσης μπαίνει σε άμεσο τροφοδότη "C" της στάθμης ενδιαφέροντος "i" και η τελευταία αποδιεγείρεται μέσω της "B". Στις τελευταίες σχέσεις, που είναι αυτές που χρησιμοποιήθηκαν και στην ανάλυση, με "I" συμβολίζονται οι εντάσεις των αποδιεγέρσεων και οι δείκτες "u" και "s" υποδεικνύουν ότι για τη συγκεκριμένη μετάβαση παίρνουμε το μη μετατοπισμένο (unshifted) ή το μετατοπισμένο (shifted) μέρος της φωτοκορυφής αντίστοιχα.

Πλεονεκτήματα της μεθόδου DDCM

Η μέθοδος DDCM παρουσιάζει τα εξής πλεονεκτήματα:

- Με τη βοήθεια των σχέσεων 2.29, 2.41 και 2.40 προσδιορίζεται μία τιμή του χρόνου ζωής τ για κάθε απόσταση d οι οποίες πρέπει, εντός σφάλματος, να βρίσκονται πάνω σε μία οριζόντια ευθεία. Μία ενδεχόμενη απόκλιση των επιμέρους τιμών από την ευθεία είναι ένδειξη συστηματικού σφάλματος και το εύρος της απόκλισης μπορεί να χρησιμοποιηθεί για εκτίμηση αυτού του σφάλματος.
- Ειδικά στην περίπτωση των γ-γ-συμπτώσεων λύνεται το πρόβλημα της άγνωστης τροφοδοσίας της στάθμης ενδιαφέροντος καθώς και το πρόβλημα του πυρηνικού αποπροσανατολισμού (βλ. §2.3.4).
- Στις σχέσεις 2.29, 2.41 και 2.40 η απόσταση υπεισέρχεται μόνο στο διαφορικό d/dx επομένως μόνο οι σχετικές (και όχι οι απόλυτες) αποστάσεις είναι απαραίτητες για τον προσδιορισμό του χρόνου ζωής. Δεν είναι δηλαδή απαραίτητος ο προσδιορισμός της απόκλισης d₀ της συσκευής plunger (βλ. §2.3.1) που μπορεί να εισάγει σφάλμα στη μέτρηση.

2.3.4 Το φαινόμενο του πυρηνικού αποπροσανατολισμού

Καθώς τα ιόντα της δέσμης διασχίζουν το στόχο υφίστανται διαδοχικές συγκρούσεις με τα άτομα του, με αποτέλεσμα τα ηλεκτρόνιά τους να καταλαμβάνουν διάφορες διεγερμένες καταστάσεις. Κατά την αποδιέγερση των ιόντων, καθώς δηλαδή τα ηλεκτρόνια επιστρέφουν στις αρχικές τους καταστάσεις, δημιουργούνται απότομες και τυχαίες διακυμάνσεις στο μαγνητικό πεδίο του ηλεκτρονικού νέφους, οι οποίες αλληλεπιδρούν με τη μαγνητική διπολική ροπή του πυρήνα (φαινόμενο υπέρλεπτης υφής). Ως αποτέλεσμα, ο αρχικός προσανατολισμός που είχε ο πυρήνας λόγω του μηχανισμού της αντίδρασης, υφίσταται μία χρονοεξαρτημένη διαταραχή από αυτό το κυμαινόμενο πεδίο το οποίο μπορεί να φτάσει έως και τα 50 *MG* [81]. Το φαινόμενο αυτό καλείται πυρηνικός αποπροσανατολισμός (De-orientation effect). Ως αποτέλεσμα, η γωνιακή κατανομή της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας γ δίνεται πλέον από τη σχέση:

$$W(\partial, t) = 1 + G_2(t)A_2P_2(\cos \partial) + G_4(t)A_4P_4(\cos \partial)$$
(2.42)

όπου οι συντελεστές $G_t(t)$ εκφράζουν τη χρονοεξαρτημένη διαταραχή. Σύμφωνα με το μοντέλο των Abragam και Pound [82] αυτοί οι συντελεστές έχουν την εκθετική μορφή⁸

$$G_{k}(t) = e^{-\left(\frac{1}{3}k(k+1)\tau_{c}\omega_{M}^{2}\right)t}$$
(2.43)

όπου το τ_c εκφράζει το μέσο χρόνο διακύμανσης του υπέρλεπτου πεδίου και

$$\omega_M = \frac{g/\mu_N}{\hbar} H \tag{2.44}$$

είναι η συχνότητα περιστροφής της γωνιακής στροφορμής του ιόντος \vec{J} γύρω από το μαγνητικό πεδίο \vec{H} (συχνότητα Larmor⁹). Όπως προκύπτει από τη σχέση 2.43, οι συντελεστές $G_k(t)$ παίρνουν την τιμή 1 τη χρονική στιγμή t = 0 ενώ μηδενίζονται για $t \to \infty$. το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι καθώς περνάει ο χρόνος η αρχική γωνιακή κατανομή των ακτίνων γ εξασθενεί ώσπου τελικά γίνεται ισοτροπική.

Η χρονοεξαρτημένη αυτή γωνιακή εξάρτηση της εκπομπής των ακτίνων γ συνιστά πρόβλημα για τις μετρήσεις RDDS καθώς οι ακτίνες γ που εκπέμπονται σε μία χρονική στιγμή t_1 θα έχουν ισχυρότερη γωνιακή εξάρτηση από αυτές που εκπέμπονται σε μία χρονική στιγμή $t_2 > t_1$. Επομένως αναμένεται ότι η γωνιακή

⁸Η έκφραση που δίνεται εδώ ισχύει για την περίπτωση που η αλληλεπίδραση της υπέρλεπτης υφής είναι καθαρά μαγνητικής διπολικής φύσεως. Σε περίπτωση που υπάρχει και ηλεκτρική τετραπολική συνιστώσα στην έκφραση αυτή προστίθεται και ο ανάλογος όρος [82].

⁹Αξίζει εδώ να αναφερθεί ότι λόγω της εξάρτησης του G_k από τη συχνότητα Larmor στην οποία υπεισέρχεται ο γυρομαγνητικός λόγος g, το φαινόμενο του πυρηνικού αποπροσανατολισμού χρησιμοποιείται για τον πειραματικό προσδιορισμό παραγόντων g [83].

εξάρτηση των εκπεμπόμενων ακτίνων γ από τους "εν πτήσει" πυρήνες θα είναι εξασθενημένη για μεγαλύτερες αποστάσεις της συσκευής plunger, για τις οποίες ο μέσος χρόνος πτήσης των πυρήνων είναι μεγαλύτερος. Δεδομένου ότι η γωνιακή εξάρτηση ευνοεί τις εμπρός και τις πίσω γωνίες ως προς την κατεύθυνση της δέσμης, η μετρούμενη ένταση των μετατοπισμένων φωτοκορυφών I_s για τους ανιχνευτές που βρίσκονται σε αυτές τις γωνίες θα μειώνεται όσο μεγαλώνει η απόσταση της συσκευής plunger (βλ. Σχήμα 2.15). Η ένταση I_u της μη μετατοπισμένης φωτοκορυφής αντίθετα δεν επηρεάζεται αφού προέρχεται από πυρήνες που έχουν "φρενάρει" μέσα στο υλικό του στόχου και επομένως η εκπομπή τους θα είναι ισοτροπική. Ένας συνήθης τρόπος αντιμετώπισης του προβλήματος είναι η μέτρηση των εν-



Σχήμα 2.15: Η αρχική ωοειδής γωνιακή κατανομή των ακτίνων γ (αριστερά) εξασθενεί καθώς αυξάνεται ο χρόνος πτήσης του πυρήνα (δεξιά) λόγω του φαινομένου του πυρηνικού αποπροσανατολισμού. Η σκιασμένη περιοχή δείχνει την απώλεια της παρατηρούμενης έντασης για ανιχνευτές που βρίσκονται σε μπροστά ή πίσω γωνίες.

τάσεων από ανιχνευτή τοποθετημένο σε γωνία 55° και ο υπολογισμός του λόγου $W(\partial)/W(55^\circ)$. Δεδομένου ότι $P_2(\cos 55^\circ) \approx 0$ και στην πλειονότητα των περιπτώσεων $A_4 \ll A_2$, ο λόγος αυτός προφανώς δείχνει την επίδραση του φαινομένου του πυρηνικού αποπροσανατολισμού και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη διόρθωση των παρατηρούμενων εντάσεων [84] (βλ. σχήμα 2.16).

Η διαδικασία που περιγράφηκε για τη διόρθωση του προβλήματος στα πειράματα RDDS δεν είναι πάντα εφικτή καθώς σε πολλές συστοιχίες ανιχνευτών δεν είναι εφικτή η τοποθέτηση ανιχνευτών στις 55°. Για το λόγο αυτό είναι αναγκαίο να εξεταστεί πόσο επηρεάζεται ο προσδιορισμός του χρόνου ζωής μιας στάθμης από το φαινόμενο του πυρηνικού αποπροσανατολισμού.

Στην εργασία των Rascher et al. [85] προσδιορίστηκαν χρόνοι ζωής διαφόρων πυρήνων στην περιοχή $A \sim 40 \ \mu \epsilon$ και χωρίς τη σχετική διόρθωση και διαπιστώθηκε ότι αυτή δεν ξεπερνάει το 5%. Επίσης, στην ίδια εργασία, τονίζεται ότι το φαινόμενο είναι σχεδόν αμελητέο για τιμές του πυρηνικού σπιν I > 7/2. Αυτό εξηγείται από το γεγονός ότι η ατομική τροχιακή στροφορμή \vec{J} επιδρά ως διαταραχή στο σπιν



Σχήμα 2.16: Ο λόγος της μετρούμενης έντασης στη γωνία μέτρησης θ (εν προκειμένω ίση με 0°) προς την ένταση στις 55° για διάφορες αποστάσεις σε πείραμα μέτρησης χρόνων ζωής του ¹²⁸Ba [84]. Η καμπύλη αποδιέγερσης που προέκυψε από τη συγκεκριμένη μέτρηση διαιρέθηκε με το λόγο αυτό προκειμένου να διορθωθεί η επίδραση του φαινομένου του πυρηνικού αποπροσανατολισμού.

του πυρήνα \vec{I} ώστε το σύστημα αποκτάει ολική γωνιακή στροφορμή $\vec{F} = \vec{I} + \vec{J}$. Για μεγάλες τιμές του πυρηνικού σπιν \vec{I} , η ολική στροφορμή \vec{F} θα είναι σχεδόν παράλληλη στο \vec{I} και συνεπώς σχεδόν ανεξάρτητη του \vec{J} . Το ίδιο συμπέρασμα εκφράζεται και στις αναφορές [86], [87] καθώς και στην [88] η οποία κλείνει με το απόφθεγμα:

If I is large, And J is small, Then I is not Perturbed at all.

("Όταν το Ι είναι μεγάλο, και το J μικρό, τότε το Ι δεν διαταράσσεται καθόλου")

Μία πιο λεπτομερής μελέτη της επίδρασης του πυρηνικού αποπροσανατολισμού στις μετρήσεις χρόνων ζωής γίνεται από τον P. Petkov στην αναφορά [86]. Στην εργασία αυτή αναφέρεται ότι στην περίπτωση των "singles" το σφάλμα στον προσδιορισμό του χρόνου ζωής τ μπορεί να φτάσει έως και 20% όταν για την εξαγωγή του τ χρησιμοποιείται η καμπύλη αποδιέγερσης της έντασης της μη μετατοπισμένης φωτοκορυφής I_u (σχέση 2.24) αλλά είναι μόλις 6% όταν χρησιμοποιείται η καμπύλη αποδιέγερσης του λόγου $I_u/(I_u + I_s)$ (σχέση 2.29).

Στην ίδια εργασία εξετάζεται και η περίπτωση των γ-γ-συμπτώσεων. Τα τελικά συμπεράσματα της λεπτομερούς εργασίας των Petkov *et al.* για την περίπτωση αυτή είναι ότι

1. Όταν τίθεται η συνθήκη σύμπτωσης σε άμεσο τροφοδότη της στάθμης ενδια-

φέροντος το φαινόμενο του πυρηνικού αποπροσανατολισμού δεν επηρεάζει τον προσδιοριζόμενο χρόνο ζωής.

2. Όταν, ωστόσο, η συνθήκη σύμπτωσης μπαίνει σε μη άμεσο τροφοδότη της στάθμης ενδιαφέροντος τότε η επίδραση του φαινομένου του πυρηνικού αποπροσανατολισμού δεν εξαφανίζεται τελείως αλλά, σύμφωνα με επιχειρήματα που αναπτύσσονται στην ίδια εργασία, είναι πολύ μικρή.

2.3.5 Μεθοδολογία ανάλυσης δεδομένων και το πρόγραμμα ΝΑΡΑΤΑU

Παρακάτω αναπτύσσεται η μεθοδολογία που ακολουθείται για την ανάλυση των δεδομένων. Αρχικά θα εξηγηθεί πώς προσδιορίζεται η ταχύτητα *v* των "εν πτήσει" πυρήνων που υπεισέρχεται στις σχέσεις 2.29, 2.40 και 2.41. Εν συνεχεία θα περιγραφεί ο τρόπος με τον οποίο γίνεται η κανονικοποίηση των δεδομένων και τέλος το πως γίνεται εφαρμογή των σχέσεων με τη βοήθεια του προγράμματος NAPATAU [89].

Προσδιορισμός της ταχύτητας ν

Ο προσδιορισμός της ταχύτητας υ των "εν πτήσει" πυρήνων γίνεται με τη βοήθεια του φαινομένου Doppler δηλαδή της μεταβολής της φαινόμενης συχνότητας (άρα και της ενέργειας) της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας λόγω της σχετικής κίνησης του πομπού ως προς τον δέκτη. Εάν Ε είναι η ενέργεια ενός κύματος που εκπέμπεται από έναν κινούμενο πομπό στο σύστημα ηρεμίας του, τότε η ενέργεια Ε΄ που καταγράφεται από έναν δέκτη υπό γωνία παρατήρησης ∂ δίνεται από τη σχέση

$$E' = E \frac{\sqrt{1 - (v/c)^2}}{(1 - \frac{v}{c}\cos\partial)}$$
(2.45)

όπου v είναι η ταχύτητα του πομπού. Για τις ενέργειες που ενδιαφέρουν στα πλαίσια της παρούσας εργασίας ισχύει $(v/c)^2 \ll 1$ οπότε η σχέση παίρνει τη μορφή

$$E' \approx E(1 + \frac{v}{c}\cos\partial)$$
 (2.46)

Επομένως γνωρίζοντας τη γωνία παρατήρησης *θ* και μετρώντας στο πειραματικό φάσμα την ενεργειακή μετατόπιση *E* – *E*' των φωτοκορυφών που προέρχονται από τον υπό εξέταση πυρήνα, προσδιορίζεται η ταχύτητα *υ*.

Πρέπει εδώ να γίνει ένας σημαντικός διαχωρισμός μεταξύ της περίπτωσης των "singles" και αυτής των γ-γ-συμπτώσεων. Στην πρώτη περίπτωση δεν μπαίνει κατά την ανάλυση των δεδομένων κάποιος κινηματικός περιορισμός οπότε η ταχύτητα των "εν πτήσει" πυρήνων είναι μία σταθερά της μέτρησης που εξαρτάται μόνο από την κινηματική της αντίδρασης και το πάχος του στόχου. Στην περίπτωση των γ-γ-συμπτώσεων όμως η γ-πύλη μέσω της οποίας μπαίνει η συνθήκη σύμπτωσης, όπως θα εξηγηθεί παρακάτω, καθορίζει σε ένα βαθμό και τη μετρούμενη ταχύτητα στο φάσμα-τομή. Όπως φαίνεται στις σχέσεις 2.38 και 2.39 η συνθήκη σύμπτωσης μπαίνει στη μετατοπισμένη κατά Doppler φωτοκορυφή της μετάβασης που τροφοδοτεί άμεσα ή έμμεσα τη στάθμη ενδιαφέροντος. Τα γεγονότα αυτής της φωτοκορυφής προέρχονται από πυρήνες που αποδιεγείρονται "εν πτήσει" και ταξιδεύουν με διάφορες ταχύτητες αναλόγως με την απώλεια ενέργειας που υπέστησαν εντός του στόχου. Για τον λόγο αυτό (καθώς επίσης και λόγω της μη σημειακής φύσης των ανιχνευτών) η φωτοκορυφή αυτή έχει μεγαλύτερο εύρος απ'ο,τι θα περίμενε κανείς από τη διακριτική ικανότητα των ανιχνευτών. Το εύρος δηλαδή της κορυφής σχετίζεται με την κατανομή των ταχυτήτων των πυρήνων.

Προκειμένου να αποφευχθεί εντός της γ-πύλης να περιέχονται και γεγονότα που προέρχονται από πυρήνες σε ηρεμία, η γ-πύλη επιλέγεται έτσι ώστε να περιλαμβάνει το μέρος της μετατοπισμένης φωτοκορυφής που διαχωρίζεται σαφώς από τη μη μετατοπισμένη (βλέπε σχήμα 2.17). Επομένως από όλο το εύρος της μετατοπισμένης φωτοκορυφής, που αντιστοιχεί σε ολόκληρη την κατανομή των ταχυτήτων, περιλαμβάνονται στην γ-πύλη τα πιο μετατοπισμένα γεγονότα, αυτά δηλαδή που αντιστοιχούν στους "πιο γρήγορους" πυρήνες. Αντίστοιχα στο φάσμα-τομή θα περιέχονται οι ακτίνες γ που προέρχονται από αποδιεγέρσεις των πιο γρήγορων πυρήνων. Επομένως, επιλέγοντας τα όρια της γ-πύλης βάζουμε έναν κινηματικό δεσμό που καθορίζει τη μετρούμενη ταχύτητα στο φάσμα-τομή. Λεπτομέρειες για την παρούσα εργασία δίνονται στις παραγράφους 3.3.2 και 4.2.1.

Κανονικοποίηση των δεδομένων

Όπως περιγράφηκε και στην παράγραφο 2.3.1, ακτινοβολώντας τα δύο υμένια σε διάφορες αποστάσεις x μεταξύ τους, μετρώνται οι εντάσεις των μετατοπισμένων και των μη μετατοπισμένων φωτοκορυφών σε κάθε απόσταση. Ωστόσο, οι εντάσεις $I_s(x)$ και $I_u(x)$ των φωτοκορυφών, ως απόλυτα νούμερα, θα εξαρτώνται όχι μόνο από την απόσταση x αλλά ακόμη από την ένταση του ρεύματος της προσπίπτουσας δέσμης καθώς επίσης και από τη διάρκεια της ακτινοβόλησης ή με άλλα λόγια από το συνολικό αριθμό αντιδράσεων που συμβαίνουν κατά τη διάρκεια της κάθε ακτινοβόλησης. Επομένως, προκειμένου να προσδιοριστούν οι εντάσεις $I_s(x)$ και $I_u(x)$ ως συνάρτηση της απόστασης x και μόνο, θα πρέπει οι μετρούμενες εντάσεις που προκύπτουν από την ακτινοβόληση σε κάθε απόσταση να αναχθούν τελικά σε ίδιο αριθμό αντιδράσεων. Η διαδικασία αυτή καλείται κανονικοποίηση των δεδομένων και συνίσταται στον υπολογισμό κατάλληλων αριθμητικών παραγόντων, οι οποίοι είναι ανάλογοι του συνολικού αριθμού των αντιδράσεων και με τους οποίους πολλαπλασιάζονται οι μετρούμενες εντάσεις της κάθε ακτινοβόλησης. Σημειώνεται εδώ ότι στην περίπτωση των "singles" κάτι τέτοιο δε χρειάζεται μιας που στη σχέ-



Σχήμα 2.17: Στο φάσμα του σχήματος διακρίνονται η μετατοπισμένη (**s**) και η μη μετατοπισμένη (**u**) φωτοκορυφή μιας τυχούσας μετάβασης όπως αυτή καταγράφεται από κάποιον ανιχνευτή που βρίσκεται σε $\partial > 90^\circ$. Στη μετατοπισμένη φωτοκορυφή έχουν μπει ενδεικτικά δύο γ-πύλες. Η γπύλη με τη συνεχή γραμμή περιλαμβάνει ολόκληρη τη μετατοπισμένη φωτοκορυφή και επομένως ολόκληρη την κατανομή των ταχυτήτων. Η γ-πύλη με τη εστιγμένη γραμμή έχει τοποθετηθεί αριστερότερα, έτσι ώστε να μην υπάρχει κανένας κίνδυνος να περιλαμβάνονται εντός της γ-πύλης και γεγονότα από τη μη μετατοπισμένη φωτοκορυφή. Ως συνέπεια, επιλέγονται τα γεγονότα που προέρχονται από τους πιο γρήγορους πυρήνες.

ση 2.29 υπεισέρχονται οι λόγοι $I_u/(I_u + I_s)$ οπότε οι παράγοντες κανονικοποίησης απλοποιούνται.

Η διαδικασία της κανονικοποίησης θα μπορούσε να γίνεται με μέτρηση του φορτίου σε κάθε ακτινοβόληση και εν συνεχεία κανονικοποιώντας τα δεδομένα της κάθε ακτινοβόλησης με βάση το συνολικό συλλεγμένο φορτίο που είναι ανάλογο με το συνολικό αριθμό των αντιδράσεων. Επειδή η απόλυτη μέτρηση του φορτίου ενέχει πειραματικές δυσκολίες, το πρόβλημα της κανονικοποίησης αντιμετωπίζεται με άλλους τρόπους. Ένας τρόπος είναι να εξαχθούν οι παράγοντες κανονικοποίησης από το συνολικό αριθμό των συμπτώσεων στις γ-γ-μήτρες. Αυτή η μέθοδος ωστόσο παρουσιάζει το πρόβλημα ότι οι συμπτώσεις που καταγράφονται είναι μεν ως επί το πλείστον ακτίνες γ που προέρχονται από τον ίδιο πυρήνα είναι όμως και τυχαίες συμπτώσεις. Οι τυχαίες συμπτώσεις είναι συμπτώσεις μεταξύ ακτίνων γ που προέρχονται από διαφορετικούς πυρήνες ή και ακτίνων γ του φυσικού υποβάθρου. Όσο μεγαλύτερη είναι η ένταση του ρεύματος τόσο περισσότερα γεγονότα καταγράφονται στη μονάδα του χρόνου και επομένως τόσο πιθανότερες είναι και οι τυχαίες συμπτώσεις μεταξύ ακτίνων γ που προέρχονται από διαφορετικούς πυρήνες. Επίσης όσο μεγαλύτερη είναι η διάρκεια της ακτινοβόλησης τόσο περισσότερες ακτίνες γ του φυσικού υποβάθρου καταγράφονται στις μήτρες. Φυσικά οι τυχαίες συμπτώσεις αποτελούν μικρό ποσοστό της ολικής μήτρας, σε περίπτωση ωστόσο που δύο διαφορετικές αποστάσεις μετρήθηκαν για σημαντικά διαφορετικές χρονικές διάρκειες ή με πολύ διαφορετικό ρεύμα είναι πιθανό οι τυχαίες συμπτώσεις να επηρεάζουν σημαντικά τους παράγοντες κανονικοποίησης που προέκυψαν από την ολική προβολή της μήτρας.

Μία πιο αξιόπιστη μέθοδος για την εξαγωγή παραγόντων κανονικοποίησης που προτείνεται στις αναφορές [78] και [79], είναι η μέτρηση των συμπτώσεων των ακτίνων γ που προέρχονται από τον υπό εξέταση πυρήνα. Δηλαδή τίθεται μία γ-πύλη σε μία ισχυρή μετάπτωση του πυρήνα που εξετάζουμε και στο φάσμα-τομή που προκύπτει προσδιορίζονται οι εντάσεις των πιο ισχυρών και ευδιάκριτων φωτοκορυφών του ίδιου πυρήνα οι οποίες εν συνεχεία αθροίζονται. Το άθροισμα αυτών των εντάσεων είναι πλέον αυτό που χρησιμοποιείται ως παράγοντας κανονικοποίησης για την κάθε ακτινοβόληση. Αυτός ο τρόπος κανονικοποίησης είναι πιο αξιόπιστος καθώς περιορίζει σημαντικά την περίπτωση των τυχαίων συμπτώσεων της προηγούμενης μεθόδου.

Πολυωνυμική προσαρμογή με το πρόγραμμα ΝΑΡΑΤΑυ

Έχοντας προσδιορίσει τις ποσότητες I_s , I_u και Q_{ij} για τις μεταβάσεις που μας ενδιαφέρουν και γνωρίζοντας την ταχύτητα v, χρειάζεται απλή εφαρμογή μίας εκ των σχέσεων 2.29, 2.41 ή 2.40 προκειμένου να προσδιοριστεί ο χρόνος ζωής της στάθμης ενδιαφέροντος. Για να εφαρμοστούν όμως οι σχέσεις πρέπει πρώτα οι ποσότητες αυτές που έχουν προσδιοριστεί για ορισμένα x να προσαρμοστούν από συνεχείς συναρτήσεις. Για το λόγο αυτό γίνεται πολυωνυμική προσαρμογή των σημείων με τη βοήθεια του προγράμματος NAPATAU [89]. Το πρόγραμμα NAPATAU έχει φτιαχτεί για την ανάλυση δεδομένων με τη μέθοδο DDCM που περιγράφηκε προηγουμένως.

Συγκεκριμένα, στην περίπτωση των γ-γ-συμπτώσεων με την γ-πύλη τοποθετημένη σε άμεσο τροφοδότη, το πρόγραμμα λαμβάνει σε κατάλληλο αρχείο εισόδου τις εντάσεις I_s , I_u της μετάβασης μέσω της οποίας αποδιεγείρεται η στάθμη ενδιαφέροντος για τις διάφορες αποστάσεις x. Εν συνεχεία τις κανονικοποιεί χρησιμοποιώντας τους παράγοντες κανονικοποίησης που έχουν επίσης δοθεί στην είσοδο. Έπειτα, προσαρμόζει ομαλά συνδεόμενα πολυώνυμα δευτέρου βαθμού f στις κανονικοποιημένες εντάσεις I_s ενώ ταυτόχρονα προσαρμόζει στις κανονικοποιημένες εντάσεις I_u την παράγωγο df/dx των πολυωνύμων αυτών, πολλαπλασιαζόμενη με μία παράμετρο η οποία βάσει της σχέσης 2.41 πρέπει να ισούται με $v \cdot t$. Αυτό το βήμα επαναλαμβάνεται πολλές φορές μέχρι να ελαχιστοποιηθεί το χ^2 της προσαρμογής. Τέλος, γνωρίζοντας το v υπολογίζεται ο ζητούμενος χρόνος ζωής μαζί με το σφάλμα του για κάθε σημείο x και από αυτές τις τιμές λαμβάνεται ο σταθμισμένος μέσος όρος. Το συνεπακόλουθο γράφημα που περιλαμβάνει τους επιμέρους χρόνους ζωής που υπολογίζονται για κάθε x ονομάζεται t-γράφημα. Τα σημεία του t-γραφήματος αναμένεται να έχουν μία στατιστική διασπορά γύρω από μία ευθεία γραμμή που αντιστοιχεί στο σταθμισμένο μέσο όρο τους. Στην περίπτωση που η γ -πύλη έχει τοποθετηθεί σε έμμεσο τροφοδότη, το πρόγραμμα χρειάζεται και τις εντάσεις I_s^{df} , I_u^{df} του άμεσου τροφοδότη (**d**irect **f**eeder) της υπό εξέταση στάθμης ώστε να υπολογίσει τον επιπλέον όρο που υπάρχει στον αριθμητή της σχέσης 2.40. Εν συνεχεία ακολουθείται η ίδια διαδικασία με πριν.



Σχήμα 2.18: (a) Το γραφικό περιβάλλον του προγράμματος ΝΑΡΑΤΑU. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα έχουν επιλεγεί τρία πολυώνυμα. Με τις κατακόρυφες γραμμές διακρίνονται τα ενδιάμεσα σημεία στα οποία ενώνονται, (β) Το τ-γράφημα που προκύπτει στην έξοδο του προγράμματος.

Τέλος, για τα "singles", παρότι το NAPATAU δεν έχει σχεδιαστεί ειδικά για την περίπτωση αυτή, ακολουθείται η ίδια διαδικασία με πριν προσέχοντας στο σημείο που προηγουμένως εισήχθησαν οι εντάσεις I_s , τώρα θα πρέπει να μπει ολόκληρος ο αριθμητής της σχέσης 2.29, δηλαδή το $-\{Q_{ij}(x) - b_{ij}\sum_h {I_{ii} \choose I_{ij}}Q_{hi}(x)\}$, και όπου I_u να μπει το $Q_{ij}(x)$. Επίσης, επειδή όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 2.3.5 στην περίπτωση των "singles" δε χρειάζεται κανονικοποίηση, θα πρέπει να δοθούν στο input του προγράμματος παράγοντες ίσοι με τη μονάδα.

Κάποιες επιπλέον δυνατότητες που δίνει το NAPATAU είναι η επιλογή του αριθμού "i" των πολυωνύμων που θα χρησιμοποιηθούν για την προσαρμογή καθώς επίσης και τα "i-1" ενδιάμεσα σημεία στα οποία το πρόγραμμα φροντίζει τα πολυώνυμα να ενώνονται ομαλά. Σημειώνεται εδώ ότι τα πολυώνυμα δευτέρου βαθμού δεν έχουν καμία φυσική σημασία και θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν αντ' αυτών οποιεσδήποτε συνεχείς και παραγωγίσιμες συναρτήσεις. Συμβαίνει, ωστόσο, να επαρκούν για το συγκεκριμένο σκοπό ενώ παράλληλα διευκολύνουν κάποιες πράξεις όπως τον υπολογισμό του σφάλματος. Τέλος, δίνεται η δυνατότητα επιλογής του εύρους $x_1 \rightarrow x_2$ εντός του οποίου θα γίνει η προσαρμογή. Ο λόγος που δίνεται αυτή η δυνατότητα είναι ότι αναλόγως με το χρόνο ζωής της στάθμης που εξετάζουμε υπάρχει ένα εύρος x εντός του οποίου η συνάρτηση $I_s(x)$ μεταβάλλεται και εκτός αυτού είναι πρακτικά σταθερή. Συγκεκριμένα, οι βραχύβιες στάθμες παρουσιάζουν πλατώ στις μεγάλες αποστάσεις και οι μακρόβιες στις πολύ μικρές και στις πολύ μεγάλες. Τα σημεία που βρίσκονται εκτός του εύρους αυτού (δηλαδή τα σημεία των πλατώ) δεν προσφέρουν καμία πληροφορία για το χρόνο ζωής της στάθμης παραμόνο δυσκολεύουν την πολυωνυμική προσαρμογή και γί αυτό καλό είναι να παραλείπονται.

Στην έξοδο, το πρόγραμμα NAPATAU, δίνει το μέσο χρόνο ζωής τ, το σφάλμα δτ και μία τιμή χ^2 που είναι ενδεικτική της ποιότητας της προσαρμογής. Είναι σημαντικό να αναφερθεί εδώ ότι ο υπολογισμός του σφάλματος που γίνεται από το NAPATAU είναι αρκετά σύνθετος λόγω της ταυτόχρονης προσαρμογής των πολυωνύμων και των παραγώγων αυτών στα I_s και dI_u/dx αντίστοιχα και περιγράφεται αναλυτικά στο εγχειρίδιο του προγράμματος. Πάντως, το σφάλμα αυτό που δίνεται από το NAPATAU λαμβάνει υπόψη του το σφάλμα στον προσδιορισμό των παραγόντων κανονικοποίησης και το στατιστικό σφάλμα των προσδιοριζόμενων εντάσεων.

2.4 Η μέτρηση ανηγμένων ρυθμών μετάπτωσης μέσω διέγερσης Coulomb

Όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο §2.2, στην περίπτωση των πειραμάτων διέγερσης Coulomb επιδιώκεται η διέγερση του υπό εξέταση πυρήνα να πραγματοποιείται μόνο μέσω της αλληλεπίδρασης Coulomb. Το σημαντικό πλεονέκτημα της διέγερσης Coulomb είναι ότι, σε αντίθεση με άλλες πυρηνικές αντιδράσεις, περιγράφεται μέσω της καλά γνωστής θεωρίας της ηλεκτρομαγνητικής αλληλεπίδρασης επιτρέποντας έτσι τη μελέτη της δομής του πυρήνα με μία μέθοδο που δεν εξαρτάται από κάποιο πυρηνικό μοντέλο. Συνεπώς, μπορούν να υπολογιστούν αναλυτικά τα αναμενόμενα πλήθη των ακτίνων γ που θα προκύψουν καθώς και των γωνιακών κατανομών τους επιτρέποντας έτσι τη σύγκριση με το πείραμα.

Για να ισχύει όμως αυτή η προϋπόθεση πρέπει η ενέργεια της προσπίπτουσας δέσμης να είναι τέτοια ώστε οι πυρήνες που συμμετέχουν στην αλληλεπίδραση να μην πλησιάζουν εντός του βεληνεκούς της πυρηνικής δύναμης. Συνεπώς, πρέπει το μήκος κύματος de Broglie του προσπίπτοντος σωματιδίου $\mathcal{J} = h/p$ να είναι πολύ μικρότερο από την ελάχιστη δυνατή απόσταση για τη δυσμενέστερη περίπτωση δηλαδή αυτήν της μετωπικής σύγκρουσης. Η ελάχιστη δυνατή απόσταση μετωπικής

σύγκρουσης δύο σωματιδίων δίνεται από τη σχέση [90]:

$$b = 2Z_1 Z_2 e^2 \frac{1}{m_0 v^2} \tag{2.47}$$

όπου Z₁ και Z₂ το φορτίο του πυρήνα-βλήματος και του πυρήνα-στόχου αντίστοιχα. Επομένως, πρέπει η παράμετρος

$$\eta = \frac{b}{2\beta} = Z_1 Z_2 e^2 \frac{1}{hv} \tag{2.48}$$

να είναι

$$\eta \gg 1 \tag{2.49}$$

Η παράμετρος η ονομάζεται παράμετρος Sommerfeld και η συνθήκη αυτή είναι ιδιαίτερα σημαντική για τα πειράματα σκέδασης Coulomb.

Κατά την αλληλεπίδραση Coulomb διεγείρονται οι στάθμες που συνδέονται με τη θεμελιώδη κατάσταση με μη μηδενικό στοιχείο πίνακα ή, σε περίπτωση που η ένταση του πεδίου επιτρέπει πολλαπλή διέγερση Coulomb, με σειρά τέτοιων στοιχείων πίνακα. Ο τελικός πληθυσμός κάθε στάθμης εξαρτάται από την ενεργό διατομή διέγερσης της συγκεκριμένης στάθμης. Για μία διέγερση τετραπολικού τύπου *E*2, που είναι και ο συνηθέστερος τρόπος διέγερσης μέσω αλληλεπίδρασης Coulomb, η ενεργός διατομή δίνεται από τη σχέση [90]

$$\sigma_{E2}(E) = \frac{4.819}{\left(1 + \frac{A_1}{A_2}\right)^2} \cdot \frac{A_1}{Z_2^2} \left(E - \Delta E \left(1 + \frac{A_1}{A_2}\right) \right) \cdot B(E2) \uparrow \cdot f_{E2}(\eta_i, \xi)$$
(2.50)

όπου *E* η ενέργεια της δέσμης σε MeV, *A*₁ και *A*₂ οι ατομικοί αριθμοί βλήματος και στόχου αντίστοιχα, *Z*₂ το φορτίο του πυρήνα-στόχου, Δ*E* η ενέργεια διέγερσης της στάθμης, η_i η αρχική παράμετρος Sommerfeld (για την αρχική ενέργεια δέσμης), $\xi = \eta_f - \eta_i$ όπου η_f η τελική παράμετρος Sommerfeld και $f_{E2}(\eta_i, \xi)$ μία συνάρτηση η τιμή της οποίας είναι υπολογισμένη για διάφορες τιμές των η_i και ξ και δίνεται σε πίνακες [91]. Χρησιμοποιώντας τη σχέση 2.50 υπολογίζεται ο συνολικός πληθυσμός της στάθμης από τη σχέση [70]

$$\Upsilon = \frac{N}{\rho} \int_{E}^{E_{min}} \frac{\sigma_{E2}(E)}{dE/dx} dE$$
(2.51)

όπου N/ρ ο αριθμός των ατόμων ανά γραμμάριο στόχου και dE/dx είναι η ισχύς ανάσχεσης σε μονάδες $MeV \cdot cm^2/g$. Σε περίπτωση πολλαπλής διέγερσης Coulomb ο υπολογισμός του Υ γίνεται πιο σύνθετος αλλά είναι και πάλι εφικτός. Από τις σχέσεις 2.50 και 2.51 μπορεί να προσδιοριστεί ο ανηγμένος ρυθμός μετάπτωσης¹⁰ $B(E2) \uparrow$ αν είναι γνωστό το Υ.

¹⁰Σημειώνεται ότι ο ανηγμένος ρυθμός μετάπτωσης B(E2) ↑ συνδέεται με τον ανηγμένο ρυθμό μετάπτωσης B(E2) ↓ μέσω της σχέσης B(E2) ↓= $\frac{2J_2+1}{2J_1+1}B(E2)$ ↑ όπου $E_{J_1} > E_{J_2}$ όπου το ↑ δηλώνει διέγερση και το ↓ δηλώνει αποδιέγερση.

Σκοπός, επομένως, του πειράματος είναι ο προσδιορισμός του πλήθους Υ των πυρήνων που διεγείρονται σε κάθε στάθμη. Αυτό πραγματοποιείται έμμεσα με τη μέτρηση των ακτίνων γ που αποδιεγείρουν την κάθε στάθμη. Η πειραματική διαδικασία είναι σχετικά απλή. Αρχικά επιλέγεται ένας στόχος μεγάλου Z ώστε να αυξηθεί το πεδίο Coulomb και άρα η πιθανότητα διέγερσης του πυρήνα που εξετάζεται (γίνεται εδώ η υπόθεση ότι μελετάται ο πυρήνας βλήμα χωρίς αυτό να είναι απαραίτητο). Εν συνεχεία ο στόχος βομβαρδίζεται και καταγράφονται οι ακτίνες γ που αποδιεγείρουν τη στάθμη ενδιαφέροντος σε διάφορες γωνίες. Μέσω αυτών των ακτίνων γ προσδιορίζεται ο απόλυτος αριθμός πυρήνων που διεγέρθηκαν στη συγκεκριμένη στάθμη με την προϋπόθεση ότι οι εντάσεις που καταγράφονται στα φάσματα διορθώνονται για [70]:

- την απόλυτη ανιχνευτική απόδοση των ανιχνευτών
- την πιθανή ενδοαπορρόφηση ακτίνων γ στο υλικό του στόχου
- τους διεγερμένους στην εν λόγω στάθμη πυρήνες που αποδιεγέρθηκαν με εσωτερική μετατροπή
- την τροφοδοσία από ανώτερες στάθμες
- το νεκρό χρόνο του ανιχνευτικού συστήματος
- τη γωνιακή εξάρτηση των ακτίνων γ

Για την ανάλυση δεδομένων από πειράματα διέγερσης Coulomb υπάρχουν ειδικά προγράμματα. Το πλέον διαδεδομένο και σύγχρονο από αυτά είναι το πρόγραμμα GOSIA [14] για το οποίο θα δοθεί λεπτομερής αναφορά στην παράγραφο §3.4. Στην ίδια παράγραφο θα δοθούν και επιμέρους λεπτομέρειες των πειραμάτων διέγερσης Coulomb που σχετίζονται πιο πολύ με την ανάλυση των δεδομένων. Τέλος, στο παράρτημα Β΄ δίνονται τα βασικά σημεία της θεωρίας της διέγερσης Coulomb.

Κεφάλαιο 3

Μετρήσεις χρόνων ζωής σταθμών των πυρήνων ^{128,130}Χε

Σε αυτό το κεφάλαιο περιγράφονται οι μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν στους πυρήνες ¹²⁸Xe και ¹³⁰Xe στο εργαστήριο επιταχυντού του JYFL (**J**yväskylän **Y**liopisto **F**ysiikan Laitos) στο Πανεπιστήμιο της Jyväskylä στη Φινλανδία. Και για τους δύο αυτούς πυρήνες χρησιμοποιήθηκε η ίδια πειραματική τεχνική η οποία θα αναφέρεται στο εξής ως "Μέθοδος Coulex-plunger σε αντίστροφη κινηματική". Αυτή η μέθοδος, όπως θα συζητηθεί παρακάτω, αποσκοπεί στη μέτρηση χρόνων ζωής χρησιμοποιώντας τη διέγερση Coulomb σε πυρήνες που δεν προσφέρονται για τη δημιουργία στόχων σε στερεά κατάσταση είτε πρόκειται για στοιχεία που βρίσκονται σε αέρια μορφή είτε για ραδιενεργά ισότοπα. Ένα ακόμα σημαντικό πλεονέκτημα της μεθόδου είναι ότι επιτρέπει την ανάλυση των δεδομένων με τη μέθοδο DDCM (βλ. §2.3.3) αλλά, υπό συνθήκες και με τη μέθοδο της διέγερσης Coulomb (βλ. §2.4).

Το ¹²⁸Χε είναι ένας πυρήνας που έχει μετρηθεί στο παρελθόν (βλ. [92], [93]) και επίσης, όντας ισότοπο του ευγενούς αερίου Χε και επομένως μη κατάλληλο για δημιουργία στόχου, δίνει τη δυνατότητα να ελεγχθεί η αποτελεσματικότητα της μεθόδου ώστε να εφαρμοστεί εν συνεχεία και για τη μέτρηση του ¹³⁰Χε. Αρχικά, στην παράγραφο §3.1 περιγράφεται η πειραματική μέθοδος και η πειραματική διάταξη που χρησιμοποιήθηκε και στη συνέχεια, στις παραγράφους §3.2-3.4 παρουσιάζονται η ανάλυση των δεδομένων και τα αποτελέσματα των δύο πειραμάτων αρχικά με τη μέθοδο DDCM και εν συνεχεία με τη μέθοδο διέγερσης Coulomb με χρήση του προγράμματος GOSIA.

3.1 Η πειραματική τεχνική και η διάταξη που χρησιμοποιήθηκε

Στην παράγραφο αυτή δίνεται μία αναλυτική περιγραφή των πειραματικών διατάξεων που χρησιμοποιήθηκαν για την εκτέλεση της συγκεκριμένης μέτρησης καθώς επίσης λεπτομέρειες σχετικά με την τεχνική που ακολουθήθηκε.

3.1.1 Το κυκλοτρόνιο K130 και οι πηγές ECR

Η δέσμη του Χε παρασχέθηκε από τον επιταχυντή K130 του εργαστηρίου του JYFL. Ο επιταχυντής K130 είναι ένα κυκλοτρόνιο εφοδιασμένο με δύο πηγές ECR (Electron Cyclotron Resonance) τις 6.4 *GHz* ECRIS (1990) και 14 *GHz* ECRIS (2000), οι οποίες χρησιμοποιούνται για την παραγωγή τόσο ελαφρών όσο και βαρέων ιόντων [94], [95]. Από τις δύο πηγές η δεύτερη είναι αυτή που χρησιμοποιείται κυρίως για μελέτες στην πυρηνική φυσική και η οποία χρησιμοποιήθηκε και στο παρόν πείραμα.

Το κυκλοτρόνιο κατασκευάστηκε την περίοδο 1990-1992 και τα πρώτα πειράματα ξεκίνησαν το 1993 έχοντας πλέον μία μέση ετήσια χρήση 6000-7500 ώρες. Η πειραματική γραμμή ξεκινάει από το κυκλοτρόνιο και εν συνεχεία διακλαδίζεται σε διάφορες υπο-γραμμές κάθε μία από τις οποίες καταλήγει σε μία συγκεκριμένη πειραματική διάταξη. Η πειραματική διάταξη που χρησιμοποιήθηκε για τη μέτρηση αυτή ήταν η σφαιρική συστοιχία ανιχνευτών γερμανίου JUROGAM που αποτελεί το αντικείμενο της επόμενης παραγράφου.

3.1.2 Η ανιχνευτική διάταξη JUROGAM

Το ανιχνευτικό σύστημα JUROGAM είναι μία διάταξη 38-45 ανιχνευτών γερμανίου τοποθετημένων σε σφαιρική διάταξη με τη βοήθεια μεταλλικού σκελετού. Το μεταλλικό αυτό πλαίσιο είναι χωρισμένο σε δύο μέρη τα οποία στηρίζονται σε μεταλλικές ράγες, ώστε να είναι δυνατό το άνοιγμα και το κλείσιμο της σφαίρας των ανιχνευτών σε οριζόντια διεύθυνση κάθετη στη δέσμη. Κάθε ένας από τους κρυστάλλους γερμανίου του JUROGAM περιβάλλεται από ανιχνευτές τύπου BGO¹ που βρίσκονται σε αντισύμπτωση με τους ανιχνευτές γερμανίου ώστε να μειώνεται κατά το δυνατόν το υπόβαθρο που δημιουργείται λόγω σκέδασης Compton.

¹Οι κρύσταλλοι $Bi_4 Ge_3 O_{12}$, εν συντομία BGO, είναι ανόργανοι σπινθηριστές που λόγω της μεγάλης τους πυκνότητας (7.13 g/cm^3) και του μεγάλου ατομικού αριθμού A = 83 του Bi έχουν σημαντικά καλύτερη ανιχνευτική απόδοση αν και σαφώς χειρότερη διακριτική ικανότητα από τους ανιχνευτές NaI [96]. Επίσης οι μηχανικές και χημικές του ιδιότητες τον καθιστούν πιο ανθεκτικό και διαχειρίσιμο ως υλικό από τον NaI. Αυτές του οι ιδιότητες τον καθιστούν κατάλληλο για τη χρήση του ως "ασπίδα αντισύμπτωσης" όπου η χαμηλή ενεργειακή διακριτική του ικανότητα δεν αποτελεί πρόδλημα.



Σχήμα 3.1: Στη φωτογραφία φαίνεται το JUROGAM, μία σφαιρική συστοιχία ανιχνευτών ακτίνων γ τύπου HPGe οι οποίοι περιβάλλουν την πειραματική συσκευή plunger.

Κατά τη διάρκεια του πειράματος του ¹²⁸Xe το JUROGAM αποτελείτο από 45 ανιχνευτές HPGe (10 εκ των οποίων είχαν αφαιρεθεί για λόγους συντήρησης) οι οποίοι ήταν τοποθετημένοι σε έξι «δακτυλίους», καθένας εκ των οποίων κάλυπτε μία πολική γωνία² θ και αποτελείτο από δύο μέχρι και εννέα ανιχνευτές. Οι πολικές γωνίες και το πλήθος των ανιχνευτών του κάθε «δακτυλίου» δίνονται στον πίνακα 3.1 ενώ στο σχήμα 3.1 μπορεί κανείς να δει και μία φωτογραφία ολόκληρης της ανιχνευτικής διάταξης JUROGAM. Η απόλυτη ανιχνευτική απόδοση του συστήματος JUROGAM ήταν 4.2% στην ενέργεια 1.332 MeV.

Στο μεσοδιάστημα μεταξύ των πειραμάτων του ¹²⁸Xe και του ¹³⁰Xe, το JURO-GAM αναβαθμίσθηκε. Οι δύο πρώτοι δακτύλιοι έμειναν ως έχουν ενώ οι υπόλοιποι τέσσερις αντικαταστάθηκαν με δύο δακτυλίους σε γωνίες $\vartheta = 104^{\circ}.5$ και 75°.5, καθένας εκ των οποίων αποτελείται από 12 ανιχνευτές τύπου clover³. Με το αναβαθμισμένο αυτό σύστημα, το οποίο καλείται JUROGAM2 και έχει απόλυτη ανιχνευτική απόδοση 6% στην ενέργεια 1.332 MeV, πραγματοποιήθηκε το πείρα-

²η γωνία που σχηματίζεται από τη διεύθυνση της δέσμης και την ευθεία που ενώνει το στόχο με το παράθυρο του ανιχνευτή. Ως 0° λαμβάνεται η κατεύθυνση της δέσμης.

³Οι ανιχνευτές clover αποτελούνται από τέσσερις κρυστάλλους Ge τοποθετημένους ο ένας δίπλα στον άλλο πάνω σε κοινό κρυοστάτη. Η χρήση τεσσάρων μικρότερων κρυστάλλων αντί ενός μεγαλύτερου αφενός μειώνει το κόστος αφετέρου μειώνει το φαινόμενο της πεπλάτυνσης Doppler αφού η στερεά γωνία που καλύπτει ο κάθε κρύσταλλος είναι μικρότερη [97].

Πίνακας 3.1: Στον πίνακα δίνονται οι γωνίες και το πλήθος των ανιχνευτών γερμανίου που ανήκουν στον κάθε δακτύλιο του JUROGAM. Η διάταξη αυτή ίσχυε κατά την περίοδο του πειράματος του ¹²⁸Xe. Σημειώνεται ωστόσο ότι κατά τη διάρκεια του πειράματος, 10 από αυτούς τους ανιχνευτές είχαν αποσυρθεί για λόγους συντήρησης.

Δακτύλιος	Γωνία ∂	Αριθμός
HPGe	deg	ανιχνευτών
1	157.6	5
2	133.54	10
3	107.94	10
4	94.16	5
5	85.84	5
6	72.05	10

Πίνακας 3.2: Στον πίνακα δίνονται οι γωνίες και το πλήθος των ανιχνευτών που ανήκουν στον κάθε δακτύλιο του JUROGAM2. Με τη διάταξη αυτή πραγματοποιήθηκε το πείραμα του ¹³⁰Xe.

Δακτύλιος	Γωνία ∂	Αριθμός
HPGe	deg	ανιχνευτών
1	157.6	4
2	133.54	10
3	104.5	12
4	75.5	12

μα του ¹³⁰Xe. Όμοια με πριν, οι πολικές γωνίες και το πλήθος των ανιχνευτών του κάθε δακτυλίου δίνεται στον πίνακα 3.2.

3.1.3 Coulex-Plunger σε αντίστροφη κινηματική

Η πειραματική τεχνική που χρησιμοποιήθηκε είναι η τεχνική RDDS η οποία περιγράφεται αναλυτικά στην παράγραφο §2.3. Η ιδιαιτερότητα της συγκεκριμένης μέτρησης είναι ότι η αντίδραση πραγματοποιείται σε αντίστροφη κινηματική δηλαδή ο υπό εξέταση πυρήνας αποτελεί τη δέσμη η οποία προσπίπτει σε έναν ελαφρύτερο στόχο. Το αποτέλεσμα είναι η διέγερση Coulomb του πυρήνα ενδιαφέροντος μέσω του πεδίου Coulomb του πυρήνα-στόχου. Κατ΄ αυτόν τον τρόπο είναι δυνατόν να μετρηθούν μέσω της διέγερσης Coulomb πυρήνες οι οποίοι δεν είναι κατάλληλοι για δημιουργία υμενίων πάχους $\simeq 1 \text{ mg/cm}^2$ (πχ. αέρια ή ραδιενεργά στοιχεία). Η μέθοδος αυτή έχει προταθεί με μικρές παραλλαγές στο παρελθόν [98] χωρίς ωστόσο να εφαρμοστεί έκτοτε. Η άνοδος τα τελευταία χρόνια των ραδιενεργών δεσμών
στο προσκήνιο της πυρηνικής φυσικής δίνει ωστόσο νέο ενδιαφέρον στη χρησιμοποίησή της.

Όπως φαίνεται στο σχήμα 3.2, η δέσμη του Χε προσπίπτει σε στόχο Fe και διεγείρεται λόγω του πεδίου Coulomb του τελευταίου. Εν συνεχεία ακολουθεί ένα υμένιο-επιβραδυντής Nb το οποίο επιβραδύνει τα διεγερμένα ιόντα τόσο ώστε να διαχωρίζονται οι μετατοπισμένες κατά Doppler φωτοκορυφές των ακτίνων γ που εκπέμπονται από τα εν πτήσει ιόντα Χε πριν και μετά το Nb. Μετά το υμένιο του Νb τοποθετείται ένα προστατευτικό υμένιο από Αυ σκοπός του οποίου είναι να σταματήσει τα ιόντα Χε της δέσμης αλλά και τα ιόντα Nb που προέρχονται από τον επιβραδυντή και επιτρέπει τη διέλευση σχεδόν αποκλειστικά (βλ. §3.1.5) των ιόντων Fe που προέρχονται από τη σκέδαση της δέσμης στο στόχο. Τέλος, πίσω από το προστατευτικό υμένιο Αυ τοποθετείται μία συστοιχία φωτοβολταϊκών κυττάρων που λειτουργούν ως σωματιδιακοί ανιχνευτές (βλ. σχήμα 3.4) στους οποίους ανιχνεύονται τα ιόντα του Fe. Με τη βοήθεια της συσκευής plunger λαμβάνονται δεδομένα για διάφορες αποστάσεις μεταξύ του υμενίου του Fe και αυτού του Nb επιτρέποντας έτσι την ανάλυση με τη μέθοδο DDCM που περιγράφηκε στην παράγραφο §2.3.3. Ακόμα, λόγω του μηχανισμού της αντίδρασης η μέθοδος επιτρέπει και την ανάλυση των δεδομένων σαν ένα συνηθισμένο πείραμα διέγερσης Coulomb με τον τρόπο που περιγράφεται στην παράγραφο §2.4.

Κατά την ταξινόμηση των δεδομένων (βλ. §3.2) καταγράφονται οι χρονικές διαφορές μεταξύ της ανίχνευσης των ακτίνων γ από τους ανιχνευτές του JUROGAM με την ανίχνευση των σωματιδίων στα κύτταρα και έτσι προκύπτει το χρονικό φάσμα του σχήματος 3.3(α). Λόγω της καθορισμένης χρονικής συσχέτισης που υπάρχει μεταξύ της ανίχνευσης ενός ιόντος Fe και της αντίστοιχης ακτίνας γ που εκπέμπεται από το διεγερμένο Xe (εφόσον και τα δύο αυτά γεγονότα είναι αποτέλεσμα της ίδιας αντίδρασης) στο φάσμα των χρονικών διαφορών εμφανίζεται μία κορυφή που αντιστοιχεί στα χρήσιμα γεγονότα. Όπως φαίνεται στο σχήμα, αυτή η κορυφή "κάθεται" πάνω σε ένα κυματοειδές⁴ υπόβαθρο το οποίο αντιστοιχεί σε τυχαίες συμπτώσεις και το οποίο αφαιρείται όπως περιγράφεται στο σχήμα 2.11. Στο στάδιο της ταξινόμησης των δεδομένων καταγράφονται στα φάσματα μόνο οι ακτίνες γ των οποίων οι χρονικές διαφορές από τα αντίστοιχα σωματίδια βρίσκονται εντός της κορυφής αυτής. Τα φάσματα που προκύπτουν κατ' αυτό τον τρόπο αναλύονται εν συνεχεία ως "singles" δεδομένα, όπως περιγράφεται στην παράγραφο §2.3.3.

Η στατιστική του πειράματος ωστόσο επιτρέπει και την καταγραφή γ-γ-συμπτώσεων. Υπάρχει δηλαδή η περίπτωση για ένα σωματίδιο που ανιχνεύθηκε στα κύτταρα να καταγραφούν περισσότερες από μία ακτίνες γ στους ανιχνευτές του JUROGAM. Αν αυτές προέρχονται από τον ίδιο πυρήνα αναμένει κανείς να ανιχνεύονται ταυ-

⁴Λόγω της αρχής λειτουργίας του κυκλοτρονίου η δέσμη έρχεται σε παλμούς και όχι κατά συνεχή τρόπο. Η συχνότητα του κυκλοτρονίου είναι 13.817 *MHz* το οποίο αντιστοιχεί σε έναν παλμό ανά $\simeq 72$ ns που είναι ακριβώς η απόσταση δύο μεγίστων της κυματοειδούς μορφής του υποβάθρου.



Σχήμα 3.2: Στο σχήμα φαίνεται η πειραματική διάταξη που χρησιμοποιήθηκε στα πειράματα για την περίπτωση του Xe. Η δέσμη του Xe, ενέργειας 500-525 MeV (βλ. κείμενο), προσπίπτει πάνω σε στόχο φυσικού Fe πάχους $\simeq 2 \text{ mg/cm}^2$ με αποτέλεσμα τη διέγερση Coulomb και των δύο πυρήνων. Εν συνεχεία οι ανακρουόμενοι πυρήνες προσπίπτουν στο δεύτερο υμένιο της συσκευής plunger που είναι φυσικό Nb πάχους $\simeq 3.5 \text{ mg/cm}^2$. Προκειμένου να ανακοπεί η πορεία των πυρήνων Xe και Nb τοποθετείται στη συνέχεια υμένιο Au πάχους $\simeq 20 \text{ mg/cm}^2$ από το οποίο, ιδανικά, περνάνε μόνο οι ανακρουόμενοι πυρήνες Fe. Η ανίχνευση αυτών στο τέλος της γραμμής με χρήση συστοιχίας φωτοβολταϊκών κυττάρων δίνει τη συνθήκη σκανδαλισμού για την αντίδραση. Στο σχήμα σημειώνονται οι περιοχές α, β και γ στις οποίες έγινε ο υπολογισμός της ενέργειας των ανακρουόμενων ιόντων (βλ. §3.1.5).

τόχρονα δηλαδή οι χρονικές διαφορές ανίχνευσής τους να βρίσκονται γύρω από το μηδέν. Τυπικές χρονικές διαφορές για το πείραμα δίνονται στο σχήμα 3.3(β). Αν, επομένως, για ένα σωματίδιο που ανιχνεύεται σε κάποιο κύτταρο καταγράφονται δύο ακτίνες γ για τις οποίες η χρονική διαφορά ανίχνευσής τους σε σχέση με την ανίχνευση του σωματιδίου βρίσκεται εντός της κορυφής του σχήματος 3.3(α) και η χρονική διαφορά ανίχνευσης μεταξύ τους βρίσκεται εντός της κορυφής του σχήματος 3.3(β) τότε οι ενέργειες αυτών των ακτίνων γ καταγράφονται σε μία μήτρα όπως αυτές που περιγράφονται στην παράγραφο 2.3.2. Οι μήτρες αυτές εν συνεχεία αναλύονται όπως περιγράφεται στην παράγραφο 2.3.3.



Σχήμα 3.3: Στα χρονικά φάσματα του σχήματος καταγράφονται (a) οι χρονικές διαφορές ανίχνευσης ενός σωματιδίου σε κάποιο φωτοβολταϊκό κύτταρο με την ανίχνευση ακτίνας γ σε κάποιο ανιχνευτή γερμανίου και (β) οι χρονικές διαφορές ανίχνευσης δύο ακτίνων γ από δύο διαφορετικούς ανιχνευτές.

3.1.4 Οι σωματιδιακοί ανιχνευτές

Για την ανίχνευση των ανακρουόμενων πυρήνων χρησιμοποιήθηκε ένα πλαίσιο από φωτοβολταϊκά κύτταρα (solar cells) πυριτίου. Τα φωτοβολταϊκά κύτταρα έχουν χρησιμοποιηθεί συχνά ως σωματιδιακοί ανιχνευτές [99], [100], [101] και τα κύρια πλεονεκτήματά τους είναι το χαμηλό τους κόστος και το γεγονός ότι μπορούν να κοπούν σε ό,τι σχήμα επιθυμείται. Ακόμα με χρήση κατάλληλου προ-ενισχυτή φορτίου δεν είναι ευαίσθητοι σε ακτίνες γ, νετρόνια και ελαφριά ιόντα [102]. Τέλος, έχουν χρονική διακριτική ικανότητα ~ 10 ns. Τα χαρακτηριστικά τους αυτά καθιστούν τα φωτοβολταϊκά κύτταρα ιδανική επιλογή για το συγκεκριμένο πείραμα. Το γεγονός ότι έχουν μέτρια ενεργειακή διακριτική ικανότητα [99] δεν επηρεάζει τη μέτρηση καθώς για τις ανάγκες του πειράματος ενδιαφέρει μόνο η ανίχνευση ή μη των ιόντων του Fe και όχι η ενέργεια αυτών.

Η συστοιχία φωτοβολταϊκών κυττάρων που χρησιμοποιήθηκε κατασκευάστηκε από το Πανεπιστήμιο της Κολωνίας και αποτελούνταν από 16 κύτταρα μεγέθους 1 $cm \times 1$ cm και 16 κύτταρα μεγέθους 1 $cm \times 0.5$ cm διατεταγμένα όπως φαίνεται στην εικόνα 3.4. Για την ενίσχυση των σημάτων χρησιμοποιήθηκαν προ-ενισχυτές ιδιοκατασκευής επίσης του πανεπιστημίου της Κολωνίας [103] και δύο φασματοσκοπικοί ενισχυτές Mesytec STM-16 [104] οι οποίοι έχουν ενσωματωμένους διευκρινιστές με τους οποίους καθορίζεται το κατώφλι των παλμών που ενισχύονται.

15	1	6	1	9	1	8	17
11	12	1	4 3	2 2	2 3	21	20
8	9	10			26	25	24
4	5	(7 5	2	9 0	28	27
1		2		3	3	2	31

Σχήμα 3.4: Η συστοιχία των φωτοβολταϊκών κυττάρων που χρησιμοποιήθηκε για την ανίχνευση των ιόντων του σιδήρου στα πειράματα του ¹²⁸Xe και του ¹³⁰Xe. Συνολικά αποτελείται από 16 κύτταρα μεγέθους 1 cm × 1 cm και 16 κύτταρα μεγέθους 1 cm × 0.5 cm τα οποία είναι διατεταγμένα με τρόπο ώστε να σχηματίζουν τρεις δακτυλίους. Ο εσωτερικός δακτύλιος (δακτύλιος 1) αποτελείται από τα κύτταρα 7, 10, 13, 23, 26 και 29 και απεικονίζεται με σκούρο γκρι. Ο μεσαίος (δακτύλιος 2) αποτελείται από τα κύτταρα 5, 6, 9, 12, 14, 21, 22, 25, 28 και 30 και απεικονίζεται με γκρι. Τέλος, ο εξωτερικός δακτύλιος (δακτύλιος 3) αποτελείται από τα κύτταρα 1, 2, 3, 4, 8, 11, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 24, 27, 31 και 32 και απεικονίζεται με ανοιχτό γκρι.

Όπως φαίνεται στο σχήμα 3.4 στο κέντρο της συστοιχίας αφέθηκε κενό σχήματος τετραγώνου επιφάνειας 1 cm^2 . Ο λόγος ήταν ότι ο αρχικός σχεδιασμός του πειράματος του ¹²⁸Χε προέβλεπε ως στόχο τη χρήση υμενίου Αυ και φύλλο Mg ως υμενίου-επιβραδυντή. Αυτό θα είχε σαν αποτέλεσμα οι πυρήνες του Mg να σκεδάζονται σε εύρος $< 12^{o}$ και να διαφεύγουν επομένως από το κενό στο κέντρο των

φωτοβολταϊκών κυττάρων ενώ οι ανακρουόμενοι πυρήνες Au να σκεδάζονται στο διάστημα $20^{\circ} \rightarrow 40^{\circ}$ και να ανιχνεύονται από τα κύτταρα δίνοντας έτσι τη συνθήκη σκανδαλισμού για την αντίδραση. Κατά την έναρξη των μετρήσεων παρατηρήθηκε κακή συμπεριφορά του Mg ως επιβραδυντικό φύλλο λόγω της θερμικής καταπόνησης από τη δέσμη. Ως αποτέλεσμα ο σχεδιασμός του πειράματος άλλαξε και ενώ χρησιμοποιήθηκαν τελικά τα υμένια που περιγράφονται στην παράγραφο 3.1.3, η υπάρχουσα συστοιχία ανιχνευτών παρέμεινε. Στο πείραμα του ¹³⁰Xe χρησιμοποιήθηκε αρχικά μία άλλη συστοιχία φωτοβολταϊκών κυττάρων, αποτελούμενη από 40 κύτταρα χωρίς κενό στο κέντρο. Ωστόσο στο αρχικό στάδιο του πειράματος όπου δοκιμάζονταν διάφορα πάχη υμενίων, η συστοιχία αυτή υπέστη ζημιά από την ακτινοβόληση γεγονός που κατέστησε υποχρεωτική την αντικατάστασή τους και τη χρησιμοποίηση της προαναφερθείσας διάταξης.

Αν και το κενό στο κέντρο της συστοιχίας των σωματιδιακών ανιχνευτών προέκυψε από ατύχημα, εκ του αποτελέσματος ίσως να κρίνεται απαραίτητο. Ο λόγος είναι ότι λόγω της γωνιακής εξάρτησης της ενεργού διατομής η οποία περιμένουμε ότι θα είναι σχεδόν ταυτόσημη με τη Rutherford ο ρυθμός γεγονότων στο κεντρικό κύτταρο ήταν τόσο μεγάλος που θα έπρεπε, προκειμένου να μην προκληθεί ζημιά στους ανιχνευτές, να μειωθεί δραματικά το ρεύμα της δέσμης και να αχρηστευθούν πρακτικά τα περιφερειακά κύτταρα τα οποία ήταν απαραίτητα ειδικά για την ανάλυση με το GOSIA 3.4. Ωστόσο η χρησιμοποίηση της ίδιας συστοιχίας ανιχνευτών και στα δύο πειράματα είχε μία σημαντική επίπτωση. Λόγω της καταπόνησης από την ακτινοβόληση κατά τη διάρκεια του πειράματος του ¹²⁸Χε τα κύτταρα είχαν υποστεί ζημιές.

Συγκεκριμένα παρατηρήθηκε σημαντική επιδείνωση:

- της διακριτικής ικανότητας των ανιχνευτών
- της ανιχνευτικής τους ικανότητας (efficiency) η οποία ενδεχομένως οφείλεται στη μείωση του ύψους των παλμών εξόδου για ίδιας ενέργειας ιόντα με αποτέλεσμα ορισμένα χρήσιμα γεγονότα να "χάνονται" στο θόρυβο.

Αυτό στάθηκε ένας καθοριστικός παράγοντας για τη μέτρηση του ¹³⁰Xe καθώς ενώ η ακτινοβόληση είχε παρόμοια διάρκεια και το ρεύμα είχε περίπου την ίδια ένταση με την περίπτωση της μέτρησης του ¹²⁸Xe, συγκεντρώθηκε τελικά πολύ μικρότερη στατιστική. Ενδεικτικά στο σχήμα 3.5 δίνεται μία εικόνα του ενεργειακού φάσματος ενός κυττάρου σε τρεις διαφορετικές χρονικές στιγμές κατά τη διάρκεια της μέτρησης του ¹²⁸Xe.

Τέλος πρέπει να αναφερθεί ότι στην περίπτωση του πειράματος του ¹³⁰Xe παρατηρήθηκε στους σωματιδιακούς ανιχνευτές μία δεύτερη κορυφή στο δεξί άκρο του σωματιδιακού φάσματος (βλ. ένθετη εικόνα του σχήματος 3.5). Αυτή η κορυφή δεν παρατηρήθηκε στην περίπτωση του πειράματος του ¹²⁸Xe παρ' ό,τι χρησιμο-



Σχήμα 3.5: Το ενεργειακό φάσμα ενός κυττάρου στην αρχή (μαύρο), στη μέση (σκούρο γκρι) και στο τέλος (ανοιχτό γκρι) του πειράματος του ¹²⁸Xe. Τα φάσματα έχουν κανονικοποιηθεί ώστε να μπορεί να γίνει απ' ευθείας σύγκριση. Από τα φάσματα αυτά είναι εμφανής η επίπτωση της ακτινοβόλησης στη διακριτική ικανότητα των φωτοβολταϊκών κυττάρων. Ως αποτέλεσμα, στο πείραμα του ¹³⁰Xe, χρειάστηκε να αυξηθεί το κατώφλι του ενισχυτή ώστε να μειωθεί ο θόρυβος (βλ. ένθετη εικόνα). Αυτό δυστυχώς είχε ως επίπτωση να χαθούν και χρήσιμοι παλμοί. Επίσης, στο ένθετο διάγραμμα, διακρίνεται η κορυφή άγνωστης προέλευσης στο δεξί μέρος του φάσματος η οποία όμως απορρίφθηκε κατά τη διαδικασία της ταξινόμησης των δεδομένων (βλέπε κείμενο).

ποιήθηκε η ίδια διάταξη και οι ίδιοι στόχοι (με μόνη διαφορά τα πάχη). Για την κορυφή αυτή υπάρχουν οι εξής εικασίες:

- Λόγω της καταπόνησης από την ακτινοβόληση είναι δυνατόν, όπως αναφέρεται στην αναφορά [96], οι φωτοδίοδοι να δίνουν πολλαπλές κορυφές για μονοενεργειακά ιόντα. Είναι ωστόσο αμφίβολο αν θα μπορούσε κάτι τέτοιο να ευθύνεται για μία κορυφή σε τόσο διαφορετική ενέργεια.
- Δεδομένης της ενέργειας που φαίνεται να έχει η συγκεκριμένη κορυφή αλλά και του γεγονότος ότι εμφανίζεται πιο έντονα στα εξωτερικά κύτταρα, φαίνεται να προέρχεται από κάποιο ελαφρύτερο στοιχείο (πχ C, O ή Al) που βρίσκεται σε κάποιο σημείο της διάταξης όπου ατυχώς "βρίσκει" η δέσμη. Η υπόθεση αυτή ενισχύεται από το γεγονός ότι η συγκεκριμένη κορυφή υπήρχε και σε σωματιδιακά φάσματα που ελήφθησαν χωρίς στόχο.

Σε κάθε περίπτωση η συγκεκριμένη κορυφή απορρίφθηκε κατά τη διαδικασία της ταξινόμησης των γεγονότων (βλ. Παράρτημα §Α') και δε χρησιμοποιήθηκε ως συνθήκη σκανδαλισμού για την πλήρωση των γ-φασμάτων ούτε συνυπολογίστηκε κατά την εξαγωγή των παραγόντων κανονικοποίησης από τις φωτοδιόδους (βλ. §3.3.1).

3.1.5 Οι στόχοι, η δέσμη και η κινηματική της αντίδρασης

Η δέσμη του Χε παρέχεται από το κυκλοτρόνιο K130 και ήταν τόσο στην περίπτωση του ¹²⁸Xe όσο και του ¹³⁰Xe καθαρή και καλά εστιασμένη. Η δέσμη στην περίπτωση του ¹²⁸Xe είχε ενέργεια 525 MeV και η έντασή της κυμάνθηκε από $0.2 - 0.6 \text{ pnA}^5$. Στο πείραμα του ¹³⁰Xe, όπως αναφέρεται παρακάτω, η ενέργεια της δέσμης ήταν 500 MeV ενώ το ρεύμα κυμάνθηκε από 0.3 - 0.8 pnA. Η διάρκεια ακτινοβόλησης για την κάθε απόσταση ήταν και στα δύο πειράματα ≈ 8 ώρες. Η ενέργεια της δέσμης του Xe επιλέχτηκε έτσι ώστε να είναι κάτω από το φράγμα Coulomb (βλ. §3.4.1). Οι ενεργές διατομές των επιμέρους σταθμών για αυτές τις ενέργειες δίνονται στο σχήμα 3.6.



Σχήμα 3.6: Η ολική ενεργός διατομή της διέγερσης Coulomb από τη σκέδαση του ¹²⁸Xe (αριστερά) και του ¹³⁰Xe (δεξιά) πάνω στον Fe για τις διάφορες στάθμες των πυρήνων αυτών. Η γραμμοσκιασμένη περιοχή αντιστοιχεί στο εύρος ενεργειών της δέσμης μέσα στον στόχο. Οι υπολογισμοί πραγματοποιήθηκαν με το πρόγραμμα coulex [105].

Όπως φαίνεται στο σχήμα 3.2 ως στόχος χρησιμοποιήθηκε ένα υμένιο φυσικού σιδήρου πάχους $\simeq 2 \ mg/cm^2$. Αντί για stopper χρησιμοποιήθηκε ένας επιβραδυντής (degrader) φυσικού νιοβίου πάχους $\simeq 3 - 4 \ mg/cm^2$. Σημειώνεται εδώ ότι ο επιβραδυντής έχει το ρόλο του stopper αλλά αντί να σταματάει τελείως τους πυρήνες που εξετάζονται, τους επιβραδύνει. Σαν αποτέλεσμα αντί να εμφανίζονται στο φάσμα μία μετατοπισμένη και μία μη μετατοπισμένη φωτοκορυφή, εμφανίζονται μία μετατοπισμένη και μία λιγότερο μετατοπισμένη. Εφόσον υπάρχει σαφής διαχωρισμός των δύο αυτών κορυφών η ανάλυση εφαρμόζεται κανονικά (όπως δηλαδή

⁵To pnA (particle nano-Ampere) είναι μονάδα μέτρησης του ρεύματος η οποία διαιρούμενη με το στοιχειώδες φορτίο δίνει το πλήθος των πυρήνων της δέσμης. Για να μετατραπεί στις συνήθεις μονάδες μέτρησης ρεύματος nA χρειάζεται η γνώση του φορτίου του κάθε πυρήνα, δηλαδή της κατάστασης φόρτισης (charge state) Q της δέσμης, οπότε είναι $1nA = pnA \cdot Q$.

περιγράφεται στην παράγραφο 2.3) όπου το I_u αντικαθίσταται από το I_d που είναι η ένταση της λιγότερο μετατοπισμένης φωτοκορυφής. Στο τέλος της γραμμής και μπροστά από τους σωματιδιακούς ανιχνευτές τοποθετήθηκε ένα υμένιο φυσικού χρυσού πάχους $\simeq 20 \ mg/cm^2$. Τα υμένια αυτά κατασκευάστηκαν με τη μέθοδο της πεπλάτυνσης με ειδικό κύλινδρο.

Τα πάχη χρησιμοποιήθηκαν έτσι ώστε να επιτρέπεται, κατά το δυνατόν, μόνο η διέλευση των ανακρουόμενων πυρήνων σιδήρου και από τα τρία υμένια ώστε να καταλήγουν στους ανιχνευτές στο τέλος της γραμμής. Πρακτικά, τα πάχη προκύπτουν από ένα συνδυασμό αναγκαίων συνθηκών, της ανάσχεσης των ιόντων του Xe και Nb και της όσο το δυνατόν μεγαλύτερης διέλευσης των ιόντων του Fe. Όπως αναλύεται παρακάτω τα μεν ιόντα του Xe σταματάνε πλήρως στο υμένιο του Au, τα δε ιόντα του Nb στην πλειοψηφία τους ανακόπτονται, ένα μέρος όμως αυτών περνάει από το υμένιο του Au και φτάνει στους ανιχνευτές με χαμηλή ωστόσο ενέργεια. Για το λόγο αυτό, κατά την ανάλυση των δεδομένων, τα γεγονότα που προέρχονται από σωματίδια χαμηλής ενέργειας απορρίπτονται και διασφαλίζεται έτσι ότι η συνθήκη σκανδαλισμού δίνεται μόνο από τα ιόντα του Fe. Θα εξεταστεί εδώ ξεχωριστά η κινηματική για την περίπτωση του ¹²⁸Xe και του ¹³⁰Xe.

Κινηματική για την περίπτωση του ¹²⁸Χε

Τα πάχη των υμενίων για την περίπτωση της μέτρησης του ¹²⁸Χε προέκυψαν από την εμβαδομέτρηση και ζύγιση τους και ως εκ τούτου είναι ενδεικτικά. Οι τιμές που υπολογίστηκαν ήταν:

- 2.1 mg/cm² Fe
- 4 mg/cm^2 Nb
- 20.4 mg/cm^2 Au

Το πλαίσιο των φωτοβολταϊκών κυττάρων κάλυπτε τις γωνίες από 8° μέχρι 44°, επομένως ανιχνεύονται μόνο τα ιόντα του Fe που βρίσκονται μέσα σε αυτό το εύρος γωνιών. Όπως φαίνεται στο σχήμα 3.7(α), αυτές οι γωνίες σκέδασης των ιόντων του Fe αντιστοιχούν σε αντίστοιχες γωνίες σκέδασης των ιόντων του Xe από ~ 12° μέχρι 25°.

Βάσει των ανωτέρω παχών και για το προαναφερθέν εύρος γωνιών, υπολογίστηκαν οι ενέργειες των ιόντων του Xe και του Fe στα διάφορα στάδια της διάταξης, δηλαδή αμέσως μετά το υμένιο του Fe, μετά το υμένιο του Nb και μετά το υμένιο του Au. Οι υπολογισμοί έγιναν για τρεις περιπτώσεις: υποθέτοντας ότι η σκέδαση γίνεται στην αρχή του υμενίου, στο μέσο του υμενίου και στο τέλος του υμενίου. Τα αποτελέσματα αυτών των υπολογισμών παρουσιάζονται στον πίνακα 3.3. Όλοι οι υπολογισμοί που παρουσιάζονται παρακάτω έγιναν με τα προγράμματα LISE [106] και SRIM2008 [107].



Σχήμα 3.7: Η κινηματική (a) της αντίδρασης ${}^{56}Fe({}^{128}Xe,{}^{128}Xe^*){}^{56}Fe$ με $E_{Xe} = 525$ MeV και (β) της αντίδρασης ${}^{56}Fe({}^{130}Xe,{}^{130}Xe^*){}^{56}Fe$ με $E_{Xe} = 500$ MeV υποθέτοντας και στις δύο περιπτώσεις ότι η αντίδραση λαμβάνει χώρα στο κέντρο του στόχου. Με σκούρο γκρι, γκρι και ανοιχτό γκρι έχουν σημειωθεί οι περιοχές που καλύπτουν οι δακτύλιοι 1, 2 και 3 των φωτοβολταϊκών κυττάρων αντιστοίχως (βλ. Σχήμα 3.4). Η διαφορά μεταξύ του ${}^{128}Xe$ και του ${}^{130}Xe$ οφείλεται στο γεγονός ότι στην περίπτωση του ${}^{130}Xe$ το πάνελ των κυττάρων είχε τοποθετηθεί ≈ 1 cm πιο πίσω. Πρέπει επίσης να σημειωθεί ότι λόγω του μη κυκλικού σχήματος των τριών δακτυλίων υπάρχει περιοχή αλληλοεπικάλυψης στις γωνίες που καλύπτουν η οποία δε φαίνεται στο σχήμα.

Πίνακας 3.3: Οι ενέργειες των ιόντων ⁵⁶ Fe και ¹²⁸Xe μετά τη σκέδαση ⁵⁶Fe(¹²⁸Xe,¹²⁸Xe)⁵⁶Fe στις θέσεις (a) μεταξύ Fe και Nb, (β) μεταξύ Nb και Au και (γ) μετά το Au όπως αυτές σημειώνονται στο σχήμα 3.2 για το εύρος γωνιών 8° – 44°. Με E_i σημειώνεται η ενέργεια των ιόντων του Xe αμέσως πριν τη σκέδαση ενώ όλες οι ενέργειες δίνονται σε MeV. Όπως διαπιστώνεται τα ιόντα του Xe σταματούν πλήρως στο προστατευτικό υμένιο του Au ενώ τα ιόντα του Fe φτάνουν στους ανιχνευτές στο τέλος της γραμμής με ενέργειες έως \approx 120 MeV δίνοντας έτσι τη συνθήκη σκανδαλισμού για την αντίδραση.

$56 Fe(^{128}Xe,^{128}Xe^*)^{56}Fe$	E_i^{Xe}	E_a^{Xe}	E^{Xe}_eta	E_{γ}^{Xe}
στην αρχή του στόχου	525	21 - 189	0 - 46	0
στο μέσον του στόχου	472	44 – 213	0 - 62	0
στο τέλος του στόχου	420	71 – 237	6 - 80	0
${}^{56}Fe({}^{128}Xe, {}^{128}Xe^*){}^{56}Fe$	E_i^{Xe}	E_a^{Fe}	E^{Fe}_eta	E_{γ}^{Fe}
στην αρχή του στόχου	525	222 - 410	128 – 353	0 – 123
στο μέσον του στόχου	472	220 - 382	126 – 324	0 – 91
στο τέλος του στόχου	420	219 - 356	125 – 296	0 - 61

Εκτός όμως από τη σκέδαση του Xe πάνω στο Fe, υπάρχει η δυνατότητα σκέδασης του Xe πάνω στο Nb. Γι' αυτό έγινε και ο υπολογισμός της ενέργειας των ιόντων του Xe και του Nb αμέσως μετά το υμένιο του Nb και μετά το υμένιο του Au. Τα αποτελέσματα για αυτόν τον υπολογισμό δίνονται στον πίνακα 3.4.

Όπως φαίνεται στον πίνακα αυτό τα ιόντα του Xe, μετά τη σκέδασή τους στο Nb, σταματάνε πλήρως στο προστατευτικό υμένιο του Au ενώ όσον αφορά τα ιόντα του Nb, τα πιο υψηλοενεργειακά εξ΄ αυτών, περνάνε με μικρές ενέργειες και από τον χρυσό και φτάνουν στους ανιχνευτές. Οι ενέργειες ωστόσο αυτές είναι μικρές σε σχέση με τις αντίστοιχες ενέργειες των ιόντων του Fe και επομένως είναι δυνατό κατά

Πίνακας 3.4: Οι ενέργειες των ιόντων ⁹³Nb και ¹²⁸Xe μετά τη σκέδαση ⁹³Nb(¹²⁸Xe,¹²⁸Xe^{*})⁹³Nb στις θέσεις (a), (β) και (γ) (βλ. εξήγηση πίνακα 3.3) για το εύρος γωνιών 8° – 44°. Με E_i σημειώνεται η ενέργεια των ιόντων του Xe αμέσως πριν τη σκέδαση ενώ όλες οι ενέργειες δίνονται σε MeV. Ο υπολογισμός δείχνει ότι τα ιόντα του Xe σταματάνε πλήρως στο προστατευτικό υμένιο του Au ενώ τα πιο υψηλοενεργειακά από τα ιόντα του Nb φτάνουν στους ανιχνευτές στο τέλος της γραμμής με ενέργειες έως $\simeq 4.4$ MeV. Τα ιόντα αυτά απορρίπτονται κατά τη διαδικασία της επεξεργασίας και ταξινόμησης των δεδομένων.

$^{93}Nb(^{128}Xe,^{128}Xe^*)^{93}Nb$	E_i^{Xe}	E^{Xe}_eta	E_{eta}^{Nb}	E_{γ}^{Xe}	E_{γ}^{Nb}
στην αρχή του στόχου	420	0 - 42	52 – 275	0	0-4.4
στο μέσον του στόχου	335	0 - 81	87 – 257	0	0 - 2.5
στο τέλος του στόχου	253	11 – 126	127 – 242	0	0 - 1.4

τη διαδικασία της ταξινόμησης των δεδομένων (βλ. Παράρτημα Α'), να απορριφθούν τα χαμηλής ενέργειας γεγονότα ώστε να εξασφαλιστεί ότι η συνθήκη σκανδαλισμού αφορά μόνο τα ιόντα του Fe.

Κινηματική για την περίπτωση του ¹³⁰Χε

Στην περίπτωση του ¹³⁰Xe αποφασίστηκε να μειωθεί η ενέργεια της δέσμης σε 500 MeV προκειμένου να μειωθεί στο ελάχιστο ο αριθμός και η ενέργεια των ιόντων του Nb που περνάνε το προστατευτικό υμένιο του Au. Ο σχετικός υπολογισμός που προηγήθηκε του πειράματος προέβλεπε ίδια γεωμετρία και πάχη υμενίων με την περίπτωση του ¹²⁸Xe. Στην πράξη ωστόσο και οι δύο αυτές παράμετροι διαφοροποιήθηκαν.

Όσον αφορά τη γεωμετρία, λόγω πρόσθετης μονωτικής φλάντζας μεταξύ του θαλάμου και του τέλους της γραμμής, αυξήθηκε η απόσταση των σωματιδιακών ανιχνευτών από το στόχο κατά ~ 1 cm με αποτέλεσμα να καλύπτουν γωνίες $6.3^{\circ}-38^{\circ}$ που αντιστοιχούν σε αντίστοιχες γωνίες σκέδασης των ιόντων του ¹³⁰Xe μεταξύ 9.3° – 25.1°. Αυτή η διαφοροποίηση είχε ως αποτέλεσμα να φτάνουν στους ανιχνευτές επιπλέον ιόντα Nb στο εύρος $6.3^{\circ} - 8^{\circ}$ υψηλότερης ενέργειας.

Όσον αφορά τα πάχη παρατηρήθηκε σημαντική απόκλιση των παχών των υμενίων Fe και Nb μεταξύ της ονομαστικής τιμής τους και αυτήν που προέκυψε, κατόπιν του πειράματος, από τη μέτρηση του πάχους τους με τη μέθοδο RBS (μέθοδος φασματοσκοπίας οπισθοσκέδασης Rutherford) η οποία πραγματοποιήθηκε στο εργαστήριο επιταχυντού TANDEM του Δημοκρίτου. Συγκεκριμένα, τα πάχη των υμενίων του Fe και του Nb όπως προέκυψαν από αυτές τις μετρήσεις ήταν

- 1.75 mg/cm² Fe
- 2.35 mg/cm² Nb
- $\simeq 20 mg/cm^2$ Au

Για τα πάχη και τις γωνίες αυτές, όπως και στην περίπτωση του ¹²⁸Xe, έγινε ο υπολογισμός για τις ενέργειες των ιόντων Xe, Fe και Nb και τα αποτελέσματα δίνονται στους πίνακες 3.5 και 3.6.

Πρέπει εδώ να επισημανθεί ότι ο σκοπός της διάταξης και η χρήση των σωματιδιακών ανιχνευτών στο τέλος της γραμμής είναι να διαχωριστούν κατά το δυνατόν τα γεγονότα που προέρχονται από σκέδαση των ιόντων του Χε στον στόχο από όλα τα υπόλοιπα. Αν ωστόσο κάποιες από τις ακτίνες γ που καταγράφονται προέρχονται από τη διέγερση Coulomb του Χε πάνω στο υμένιο του Nb (ή κάπου αλλού) και

Πίνακας 3.5: Οι ενέργειες των ιόντων ⁵⁶Fe και ¹³⁰Xe μετά τη σκέδαση ⁵⁶Fe(¹³⁰Xe,¹³⁰Xe^{*})⁵⁶Fe στις θέσεις (α), (β) και (γ) (βλ. εξήγηση πίνακα 3.3) για το εύρος γωνιών 6°.3 – 38°. Με E_i σημειώνεται η ενέργεια των ιόντων του Xe αμέσως πριν τη σκέδαση ενώ όλες οι ενέργειες δίνονται σε MeV. Όπως φαίνεται τα ιόντα του Xe σταματάνε πλήρως στο προστατευτικό υμένιο του Au ενώ τα ιόντα του Fe φτάνουν στους ανιχνευτές στο τέλος της γραμμής με ενέργειες έως \simeq 127 MeV δίνοντας έτσι τη συνθήκη σκανδαλισμού για την αντίδραση.

$\overline{{}^{56}Fe({}^{130}Xe,{}^{130}Xe^*){}^{56}Fe}$	E_i^{Xe}	E_a^{Xe}	E^{Xe}_eta	E_{γ}^{Xe}
στην αρχή του στόχου	500	27 – 152	3 – 67	0
στο μέσον του στόχου	458	46 – 173	10 – 84	0
στο τέλος του στόχου	413	68 – 195	19 – 102	0
$^{56}Fe(^{130}Xe,^{130}Xe^*)^{56}Fe$	E_i^{Xe}	E_a^{Fe}	E^{Fe}_eta	E_{γ}^{Fe}
στην αρχή του στόχου	500	219 – 389	170 – 356	0 – 127
στο μέσον του στόχου	458	218 - 367	169 – 333	0 – 101
στο τέλος του στόχου	413	217 - 346	168 – 312	0 – 79

Πίνακας 3.6: Οι ενέργειες των ιόντων ⁹³Nb και ¹³⁰Xe μετά τη σκέδαση ⁹³Nb(¹³⁰Xe,¹³⁰Xe^{*})⁹³Nb στις θέσεις (a), (β) και (γ) (βλ. εξήγηση πίνακα 3.3) για το εύρος γωνιών 6°.3 – 38°. Με E_i σημειώνεται η ενέργεια των ιόντων του Xe αμέσως πριν τη σκέδαση ενώ όλες οι ενέργειες δίνονται σε MeV. Τα ιόντα του Xe σταματάνε πλήρως στο προστατευτικό υμένιο του Au. Τα πιο υψηλοενεργειακά από τα ιόντα του Nb ωστόσο, φτάνουν στους ανιχνευτές στο τέλος της γραμμής με ενέργειες $\approx 0 - 13.7$ MeV. Τα ιόντα αυτά απορρίπτονται κατά τη διαδικασία της επεξεργασίας και ταξινόμησης των δεδομένων (βλ. §3.2).

$^{93}Nb(^{130}Xe,^{130}Xe^*)^{93}Nb$	E_i^{Xe}	E^{Xe}_eta	E_{eta}^{Nb}	E_{γ}^{Xe}	E_{γ}^{Nb}
στην αρχή του στόχου	413	0-61	157 – 325	0	0 - 13.7
στο μέσον του στόχου	364	0 - 91	174 – 314	0	0 - 11.3
στο τέλος του στόχου	316	12 – 123	191 – 304	0	0 – 9.3

όχι σε αυτό του Fe, αυτό θα φανεί στην ανάλυση καθώς η προκύπτουσα φωτοκορυφή δε θα παρουσιάζει εξάρτηση από την απόσταση των δύο υμενίων. Επομένως, σε κάθε περίπτωση θα πρέπει τα φάσματα να εξετασθούν προσεκτικά και αν κάτι τέτοιο παρατηρηθεί να ληφθεί υπόψη.

3.2 Ταξινόμηση των δεδομένων με το πρόγραμμα GRAIN

Στα συνήθη πειράματα σύμπτωσης, πχ. μεταξύ ενός ανιχνευτή ακτίνων γ κι ενός σωματιδιακού ανιχνευτή, χρησιμοποιείται ως συνθήκη σύμπτωσης η ενεργοποίηση του πρώτου η οποία με τη βοήθεια μιας γεννήτριας λογικών πυλών καθορισμένου πλάτους (**G**ate and **D**elay **G**enerator) ορίζει ένα χρονικό παράθυρο ανίχνευσης για την καταγραφή του σήματος από το δεύτερο. Το πλάτος του χρονικού αυτού παραθύρου καθορίζεται από τη φυσική του πειράματος και μπορεί να είναι της τάξης μερικών μs. Κατά τη χρονική διάρκεια του παραθύρου τα ηλεκτρονικά του σωματιδιακού ανιχνευτή παραμένουν νεκρά κάτι που έχει ως αποτέλεσμα να "χάνονται" γεγονότα.

Το σύστημα ανάκτησης δεδομένων του εργαστηρίου του JYFL αντιμετωπίζει το πρόβλημα του νεκρού χρόνου με τη μέθοδο της ολικής καταγραφής δεδομένων (**T**otal **D**ata **R**eadout) [108]. Κατά τη μέθοδο αυτή καταγράφονται χωρίς συνθήκη σύμπτωσης όλα τα γεγονότα, όλων των καναλιών, λαμβάνοντας το καθένα από αυτά μία χρονική ετικέτα (time-stamp) από ένα κοινό ρολόι συχνότητας 100 *MHz*. Εν συνεχεία, σε επίπεδο software γίνεται αναδόμηση του κάθε γεγονότος σύμπτωσης χρησιμοποιώντας χρονικές ή και χωρικές συσχετίσεις. Για τη διαδικασία αυτή χρησιμοποιείται το πρόγραμμα GRAIN [109] ενώ η διαδικασία της αναδόμησης καλείται ταξινόμηση των δεδομένων (data sorting).

Οι οδηγίες βάσει των οποίων γίνεται η ταξινόμηση των δεδομένων παρέχονται στο GRAIN μέσω ενός εκτενούς κώδικα σε γλώσσα προγραμματισμού Java. Ο κώδικας που χρησιμοποιήθηκε για την περίπτωση του ¹³⁰Xe δίνεται στο παράρτημα Α' μαζί με τις απαραίτητες επεξηγήσεις.

3.3 Ανάλυση και αποτελέσματα με τη μέθοδο DDCM

Στις παρακάτω ενότητες παρουσιάζεται βήμα-βήμα η ανάλυση που έγινε με τη μέθοδο DDCM (βλέπε §2.3.3) τόσο στα δεδομένα του ¹²⁸Xe όσο και σε αυτά του ¹³⁰Xe. Καθώς το μεγαλύτερο μέρος της ανάλυσης και για τους δύο πυρήνες είναι πανομοιότυπο έχει γίνει προσπάθεια να παρουσιαστούν από κοινού τα επιμέρους βήματα, επισημαίνοντας όπου χρειάζεται ορισμένες διαφορές. Στο τέλος της ενότητας αυτής παρουσιάζονται ξεχωριστά τα αποτελέσματα για τη μία και την άλλη περίπτωση.

3.3.1 Κανονικοποίηση των δεδομένων

Δεδομένου του ότι ο χρόνος ακτινοβόλησης δεν είναι ο ίδιος για κάθε απόσταση της συσκευής plunger αλλά και του γεγονότος ότι το ρεύμα της δέσμης παρουσιάζει διακυμάνσεις είναι απαραίτητο να γίνει κανονικοποίηση των δεδομένων για τις διάφορες αποστάσεις προτού προχωρήσουμε στην ανάλυση.

Όπως περιγράφεται στην παράγραφο §2.3.5 η κανονικοποίηση στα πειράματα σύμπτωσης⁶ γίνεται συνήθως με δύο τρόπους. Ο ένας τρόπος είναι μετρώντας το συνολικό αριθμό των γ-γ-συμπτώσεων παίρνοντας δηλαδή το ολοκλήρωμα της προβολής της γ-μήτρας. Ο δεύτερος τρόπος είναι να τεθεί μία γ-πύλη σε μία από τις φωτοκορυφές που προέρχονται από το Xe και να προσδιοριστούν οι εντάσεις των υπόλοιπων φωτοκορυφών του Xe στο φάσμα-τομή. Όπως επίσης αναφέρεται στην παράγραφο §2.3.5 ο δεύτερος τρόπος αποφεύγει το πρόβλημα των τυχαίων συμπτώσεων που μπορεί σε κάποιες περιπτώσεις να οδηγήσει σε σφάλματα.

Στο συγκεκριμένο πείραμα λόγω χαμηλής στατιστικής στα φάσματα τομές δεν ήταν ασφαλές να εξαχθούν παράγοντες κανονικοποίησης με το δεύτερο τρόπο. Ωστόσο, τα γεγονότα που καταμετρώνται προκειμένου να εξαχθούν οι παράγοντες κανονικοποίησης είναι ο συνολικός αριθμός συμπτώσεων σωματιδίου-γ-γ και καθότι πρόκειται για γεγονότα τριπλής σύμπτωσης η πιθανότητα τυχαίων συμπτώσεων είναι αμελητέα. Έτσι αρκεί στην συγκεκριμένη περίπτωση η ολοκλήρωση της προβολής της εξεταζόμενης γ-γ-μήτρας στην κάθε απόσταση. Οι παράγοντες κανονικοποίησης που προέκυψαν με αυτό τον τρόπο τόσο στην περίπτωση του ¹²⁸Χε όσο και σε αυτή του ¹³⁰Χε δίνονται στον πίνακα 3.7.

3.3.2 Προσδιορισμός του λόγου v/c

Όπως έχει αναφερθεί στην παράγραφο §2.3.5 η μέτρηση της ταχύτητας των ανακρουόμενων πυρήνων γίνεται από τον προσδιορισμό της ενεργειακής μετατόπισης κατά Doppler των ακτίνων γ που εκπέμπονται από τους εν πτήσει πυρήνες. Η σχετική ταχύτητα v/c των εν πτήσει πυρήνων του ¹²⁸Xe και του ¹³⁰Xe έγινε τόσο από τα "singles" φάσματα όσο και από τις προβολές των μητρών στην περίπτωση των γ-γ-συμπτώσεων.

Τα βήματα που ακολουθήθηκαν για την περίπτωση των "singles" φασμάτων και για τους δύο πυρήνες ήταν:

⁶Υπενθυμίζεται εδώ ότι η κανονικοποίηση χρειάζεται μόνο για την περίπτωση των γ-γσυμπτώσεων καθότι στην περίπτωση των "singles", όπως προκύπτει από τη σχέση 2.29, ο χρόνος ζωής εξαρτάται από τις ποσότητες *Q*_{ij} που είναι λόγοι εντάσεων και επομένως οι παράγοντες κανονικοποίησης απλοποιούνται.

Πίνακας 3.7: Οι παράγοντες κανονικοποίησης C_{128} και C_{130} όπως προσδιορίστηκαν για τις μετρήσεις του ¹²⁸Xe (1^η και 2^η στήλη) και του ¹³⁰Xe (3^η και 4^η στήλη) αντίστοιχα. Οι παράγοντες κανονικοποίησης προσδιορίστηκαν από την καταμέτρηση των συνολικών συμπτώσεων σωματιδίουγ-γ στην κάθε απόσταση.

¹²⁸ Xe		¹³⁰ Xe	
Αποστάσεις	C_{128}	Αποστάσεις	C_{130}
(µm)		(µm)	
3	1.39(1)	7	1.00(1)
6	1.50(1)	10	0.65(1)
10	1.45(1)	13	2.08(2)
13	1.39(1)	16	4.28(7)
18	0.93(1)	25	1.05(1)
23	2.21(2)	30	1.33(1)
30	1.91(2)	40	1.31(1)
50	1.82(1)	50	1.12(1)
70	1.10(1)	75	1.50(2)
100	0.99(1)	100	0.98(1)
150	1.10(1)	150	1.33(1)
200	1.00(1)	400	0.55(1)
300	1.40(1)		

- άθροιση των επιμέρους φασμάτων από όλες τις αποστάσεις σε ένα αθροιστικό φάσμα προκειμένου να αυξηθεί η στατιστική
- προσδιορισμός του κεντροειδούς της μετατοπισμένης και της μη μετατοπισμένης φωτοκορυφής για τις ισχυρότερες μεταβάσεις στο αθροιστικό φάσμα
- υπολογισμός της τιμής του v/c εφαρμόζοντας τη σχέση 2.46 για κάθε μία από τις μεταβάσεις

Στο σχήμα 3.8 φαίνονται με κλειστά σύμβολα τα αποτελέσματα τόσο για την περίπτωση του ¹²⁸Χε όσο και για την περίπτωση του ¹³⁰Χε.

Στις γ-γ-συμπτώσεις, ο προσδιορισμός της ταχύτητας γίνεται από τον προσδιορισμό της μετατόπισης Doppler των ισχυρότερων φωτοκορυφών στην γ-προβολή που προκύπτει για τη δεδομένη γ-πύλη που χρησιμοποιήθηκε στην κάθε περίπτωση. Για το ¹²⁸Xe το v/c προσδιορίστηκε θέτοντας τη γ-πύλη στις αποδιεγέρσεις $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$, $6_1^+ \rightarrow 4_1^+$ και $4_2^+ \rightarrow 2_2^+$ και αναλύοντας στις προκύπτουσες προβολές τις φωτοκορυφές 443 keV, 590 keV και 527 keV αντίστοιχα. Στην περίπτωση του ¹³⁰Xe

το v/c προσδιορίστηκε από τη φωτοκορυφή 536 keV στην προβολή που προέκυψε θέτοντας τη γ-πύλη στην τροφοδότρια αποδιέγερση $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$. Τα αποτελέσματα τόσο για το ¹²⁸Xe όσο και για το ¹³⁰Xe απεικονίζονται στο σχήμα 3.8 με ανοιχτά σύμβολα.



Σχήμα 3.8: Ο προσδιορισμός της σχετικής ταχύτητας v/c για τις περιπτώσεις του ¹²⁸Xe (πάνω) και ¹³⁰Xe (κάτω) όπως προέκυψε από την ανάλυση των πιο ισχυρών αποδιεγέρσεων των πυρήνων αυτών. Με κλειστά σύμβολα φαίνονται οι ταχύτητες που προσδιορίστηκαν από τα "singles" δεδομένα ενώ με ανοιχτά σύμβολα απεικονίζονται οι ταχύτητες που προσδιορίστηκαν από τα φάσματα στην περίπτωση των γ-γ-συμπτώσεων. Τέλος με τη συνεχή γραμμή απεικονίζεται ο μέσος όρος των σημείων και με τη διακεκομμένη η μέση απόκλιση των σημείων από το μέσο όρο.

Πρέπει εδώ να αναφερθεί ότι, όπως επισημαίνεται στην παράγραφο §2.3.5, η σχετική ταχύτητα v/c στην περίπτωση των γ-γ-συμπτώσεων διαφέρει εν γένει από αυτήν που προσδιορίζεται από τα "singles" δεδομένα λόγω του κινηματικού δεσμού που τίθεται από την επιλογή της γ-πύλης. Ωστόσο και στις δύο μετρήσεις του Xe λόγω της σχετικά μεγάλης ταχύτητας των εν πτήσει πυρήνων, υπήρχε αμελητέα αλληλοεπικάλυψη μεταξύ μετατοπισμένης και μη φωτοκορυφής οπότε στάθηκε δυνατό η γ-πύλη να περιλαμβάνει σχεδόν ολόκληρο το εύρος της μετατοπισμένης φωτοκορυφής και επομένως ολόκληρη την κατανομή των ταχυτήτων. Ως αποτέλεσμα οι τιμές που προσδιορίστηκαν από τα "singles" δεδομένα και από αυτά των γ-γ-συμπτώσεων δεν παρουσιάζουν στατιστικά σημαντική διαφορά. Για το λόγο αυτό αποφασίστηκε να χρησιμοποιηθεί μία μέση τιμή v/c για το κάθε πείραμα η οποία και χρησιμοποιήθηκε για τον προσδιορισμό όλων των χρόνων ζωής του κάθε πυρήνα. Οι τιμές αυτές απεικονίζονται με συνεχείς γραμμές ξεχωριστά για το ¹²⁸Χε και για το ¹³⁰Χε στα δύο γραφήματα του σχήματος 3.8.

3.3.3 Προσδιορισμός ανιχνευτικής ικανότητας των ανιχνευτών γερμανίου

Όπως φαίνεται από τη σχέση 2.29 για τον προσδιορισμό του χρόνου ζωής από την ανάλυση των "singles" δεδομένων χρειάζεται να προσδιοριστούν οι λόγοι των εντάσεων I_{hi} των μεταβάσεων που τροφοδοτούν την υπό εξέταση στάθμη προς την ένταση I_{ij} της μετάβασης μέσω της οποίας αυτή αποδιεγείρεται. Για να υπολογιστούν αυτοί οι λόγοι πρέπει οι εντάσεις που προσδιορίζονται από την εμβαδομέτρηση των εμπλεκόμενων φωτοκορυφών να διορθωθούν ως προς την ανιχνευτική απόδοση των ανιχνευτών.

Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκε, όπως συνηθίζεται, ραδιενεργός πηγή ¹⁵² Eu γνωστής ενεργότητας η οποία τοποθετήθηκε στη θέση του στόχου και με κλειστό θάλαμο ώστε να εξομοιωθούν όσο το δυνατόν καλύτερα οι πειραματικές συνθήκες. Τα φάσματα που συλλέχθηκαν αναλύθηκαν και στις εντάσεις που προσδιορίστηκαν για τις κορυφές του Eu προσαρμόστηκε η παρακάτω συνάρτηση από την αναφορά [110]

$$\varepsilon_{abs} = a_1 + a_2 \cdot E_{\nu}^{-a_3} \cdot e^{-E_{\nu}/a_4}$$
(3.1)

όπου ε_{abs} η απόλυτη ανιχνευτική απόδοση, $a_{1,2,3,4}$ ελεύθερες παράμετροι και E_{γ} η ενέργεια της ακτίνας γ . Με βάση τα παραπάνω υπολογίστηκε η ανιχνευτική απόδοση για τους δύο πρώτους δακτυλίους του JUROGAM (καθώς αυτοί μόνο χρησιμοποιήθηκαν στην ανάλυση με τη μέθοδο DDCM) και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στις εικόνες 3.9 και 3.10 για την περίπτωση του ¹²⁸Xe και του ¹³⁰Xe αντιστοίχως.

3.3.4 Η περίπτωση του ¹²⁸Χε

Τα δεδομένα από το πείραμα του ¹²⁸Xe αναλύθηκαν ξεχωριστά και ανεξάρτητα τόσο από την ομάδα του Ι.Π.Φ. του ΕΚΕΦΕ "Δημόκριτος" όσο και και από την ομάδα του Ι.Π.Φ. του Πανεπιστημίου της Κολωνίας και τα αποτελέσματα έχουν δημοσιευτεί στην αναφορά [103]. Στις επόμενες παραγράφους θα παρουσιαστεί η ανάλυση και τα αποτελέσματα όπως αυτά πραγματοποιήθηκαν στον Δημόκριτο στα πλαίσια της παρούσας διδακτορικής διατριβής. Υπενθυμίζεται εδώ ότι η συγκεκριμένη μέτρηση αποσκοπεί:

- στην εκ νέου μέτρηση των χρόνων ζωής για τις πρώτες διεγερμένες καταστάσεις του ¹²⁸Χε καθώς οι τιμές που βρίσκονται στη βιβλιογραφία (βλ. [92] και [93]) είναι παλιές και το ενδιαφέρον για το συγκεκριμένο πυρήνα αναθερμάνθηκε από τη στιγμή που προτάθηκε ως υποψήφιος Ε(5) πυρήνας το 2004.
- στον έλεγχο της αποτελεσματικότητας της μεθόδου και της συγκεκριμένης



Σχήμα 3.9: Η απόλυτη ανιχνευτική απόδοση ε_{abs} του πρώτου (πάνω) και του δεύτερου (κάτω) δακτυλίου του ανιχνευτικού συστήματος JUROGAM που χρησιμοποιήθηκε στη μέτρηση του ¹²⁸Xe.



Σχήμα 3.10: Η απόλυτη ανιχνευτική απόδοση ε_{abs} του πρώτου (πάνω) και του δεύτερου (κάτω) δακτυλίου του ανιχνευτικού συστήματος JUROGAM2 που χρησιμοποιήθηκε στη μέτρηση του ¹³⁰Xe.

πειραματικής διάταξης που χρησιμοποιήθηκε ώστε να μετρηθεί εν συνεχεία ο πυρήνας ¹³⁰Xe.

Στο σχήμα 3.11 δίνεται μέρος του ενεργειακού διαγράμματος του ¹²⁸Xe στο οποίο έχουν σημειωθεί οι χρόνοι ζωής που δίνονται στις αναφορές [92] και [93]. Επίσης οι δυνατές μεταβάσεις αναπαριστώνται με βέλη ενώ για τις μεταβάσεις που είναι ορατές στα πειραματικά φάσματα που προέκυψαν έχουν σημειωθεί πάνω από τα βέλη και οι αντίστοιχες ενέργειες.

"Singles"

Συνολικά, στο πείραμα του ¹²⁸Xe λήφθηκαν δεδομένα σε 13 αποστάσεις της συσκευής plunger οι οποίες ήταν οι εξής: 3, 6, 10, 13, 18, 23, 30, 50, 70, 100, 150 και 300 μm. Η διάρκεια της ακτινοβόλησης σε κάθε περίπτωση κυμάνθηκε μεταξύ 6 και 8 ωρών αναλόγως της απόστασης. Στο σχήμα 3.12 απεικονίζεται η σύγκριση μεταξύ του φάσματος που λήφθηκε στη μικρότερη (γκρι) και στη μεγαλύτερη (μαύρο) απόσταση. Στην απόσταση των 3 μm πιο ισχυρή είναι η μη μετατοπισμένη φωτοκορυφή καθώς λόγω της μικρής απόστασης μεταξύ των δύο υμενίων οι περισσότεροι πυρήνες Xe προλαβαίνουν να φτάσουν στο δεύτερο υμένιο προτού αποδιεγερθούν. Αντίθετα στην απόσταση των 300 μm, λόγω της μεγάλης απόστασης, όλοι οι πυρήνες για τις μεταβάσεις που εικονίζονται αποδιεγείρονται εν πτήσει.

Στην παράγραφο §2.3 εξηγείται ότι η αρχή λειτουργίας της μεθόδου RDDS έχει να κάνει με το διαχωρισμό της κάθε φωτοκορυφής σε δύο μέρη, ένα μη μετατοπισμένο κατά Doppler και ένα μετατοπισμένο αναλόγως με το αν ο υπό εξέταση πυρήνας έχει φτάσει ή όχι στο δεύτερο υμένιο αντιστοίχως. Ωστόσο, όπως φαίνεται στον πίνακα 3.3, οι πυρήνες του Xe που φτάνουν στο υμένιο του Nb, αναλόγως με την κινητική τους κατάσταση, είναι δυνατόν να σταματήσουν πλήρως μέσα στο υμένιο του Νb καθώς επίσης και να εξέλθουν από αυτό με σχετικά μικρές ενέργειες. Στην πρώτη περίπτωση η φωτοκορυφή που προκύπτει δεν παρουσιάζει καθόλου μετατόπιση κατά Doppler ενώ στη δεύτερη παρουσιάζει μικρή μετατόπιση. Αντίθετα οι πυρήνες που αποδιεγείρονται προτού φτάσουν στο υμένιο του Nb έχουν, όπως επίσης φαίνεται στον πίνακα 3.3, πολύ μεγαλύτερες ενέργειες και επομένως η φωτοκορυφή που προέρχεται από αυτούς παρουσιάζει μεγάλη μετατόπιση κατά Doppler. Για το λόγο αυτό, κάθε φωτοκορυφή που προέρχεται από το Χε χωρίζεται σε τρεις επιμέρους κορυφές, τη μη μετατοπισμένη, τη μερικώς μετατοπισμένη και την πλήρως μετατοπισμένη. Καθώς το κρίσιμο γεγονός που ενδιαφέρει για την ανάλυση είναι το κατά πόσον ο πυρήνας του Χε έφτασε ή όχι στο υμένιο του Nb, η πρώτη και η δεύτερη φωτοκορυφή αθροίζονται και αντιμετωπίζονται ως το "μη μετατοπισμένο" μέρος ενώ η τρίτη αποτελεί το μετατοπισμένο μέρος της υπό εξέταση μετάβασης. Η γενική μορφή που έχουν οι φωτοκορυφές φαίνεται στο σχήμα 3.13 όπου έχει γίνει μεγέθυνση του φάσματος στην φωτοκορυφή που προέρχεται από τη μετάβαση $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$ ενέργειας 590.24 keV.



Σχήμα 3.11: Μερικό ενεργειακό διάγραμμα του πυρήνα ¹²⁸Xe. Στο διάγραμμα έχουν σημειωθεί οι χρόνοι ζωής που ήταν γνωστοί όταν πραγματοποιήθηκε η μέτρηση και οι οποίοι βρίσκονται στις αναφορές [92] και [93]. Για τις μεταβάσεις που είναι ορατές στα πειραματικά φάσματα έχει σημειωθεί δίπλα στο αντίστοιχο βέλος η ενέργειά τους σε keV.



Σχήμα 3.12: Στο σχήμα απεικονίζεται με γκρι το φάσμα που λήφθηκε στην απόσταση των 3 μm και με μαύρο αυτό που λήφθηκε στην απόσταση 300 μm στη μέτρηση του 128 Xe.



Σχήμα 3.13: Οι τρεις φωτοκορυφές που προκύπτουν από τη μετάβαση $4^+_1 \rightarrow 2^+_1$ ενέργειας 590.24 keV. Η φωτοκορυφή (1) αντιστοιχεί σε πυρήνες που έχουν σταματήσει πλήρως στο υμένιο του Nb και βρίσκεται επομένως ακριβώς στην ενέργεια 590 keV. Η φωτοκορυφή (2) αντιστοιχεί σε πυρήνες που έχουν εξέλθει από το υμένιο του Nb με μικρές ενέργειες και παρουσιάζει μικρή μετατόπιση κατά Doppler. Η φωτοκορυφή (3) αντιστοιχεί στους πυρήνες που δεν έχουν φτάσει στο υμένιο του Nb και είναι επομένως πλήρως μετατοπισμένη.

Ένα ενδεικτικό φάσμα από μία ενδιάμεση απόσταση των 30 μm δίνεται στο σχήμα 3.14, όπου έχουν σημειωθεί οι μεταβάσεις που χρησιμοποιήθηκαν στην ανάλυση. Μεταξύ 750 – 800 keV διακρίνεται μία φωτοκορυφή με ασυνήθιστα μεγάλο πλάτος. Αυτή η φωτοκορυφή φαίνεται να προέρχεται από εν πτήσει πυρήνες Fe. Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι η κορυφή μετατοπίζεται αναλόγα με τη γωνία παρατήρησης και μάλιστα, όπως διακρίνεται και στο σχήμα 3.15, κινείται γύρω από την φωτοκορυφή ενέργειας 847 keV που προέρχεται από την πρώτη διεγερμένη κατάσταση του ⁵⁶Fe.



Σχήμα 3.14: Τυπικό φάσμα από το πείραμα του ¹²⁸Xe για την περίπτωση των "singles" όπως καταγράφηκε στο δακτύλιο 1 ($\partial = 157^{\circ}.6$) του JUROGAM. Έχουν σημειωθεί οι φωτοκορυφές των μεταβάσεων που στάθηκε δυνατό να αναλυθούν ενώ με "s" και "u" έχουν σημειωθεί το μετατοπισμένο και το μη μετατοπισμένο μέρος της κάθε φωτοκορυφής αντίστοιχα. Η παχιά κορυφή που εμφανίζεται μεταξύ 750–800 keV προέρχεται από το στόχο (βλ. κείμενο) και είναι το μετατοπισμένο μέρος της μετάβασης $2^+_1 \rightarrow 0^+_1$ του ⁵⁶Fe που έχει ενέργεια 847 keV και διακρίνεται λίγο δεξιότερα.

Για την ανάλυση των "singles" δεδομένων χρησιμοποιήθηκε μόνο ο πρώτος δακτύλιος του JUROGAM ο οποίος εμφάνιζε τη μεγαλύτερη μετατόπιση κατά Doppler καθόσον είναι τοποθετημένος στη μεγαλύτερη γωνία παρατήρησης από τους υπόλοιπους . Όπως φαίνεται στο σχήμα 3.15, λόγω της διακριτικής ικανότητας των ανιχνευτών γερμανίου αλλά και λόγω της πεπλάτυνσης των φωτοκορυφών εξ' αιτίας του φαινομένου Doppler, στους υπόλοιπους δακτυλίους δε διαχωρίζονται επαρκώς οι μετατοπισμένες από τις μη μετατοπισμένες φωτοκορυφές. Σημειώνεται εδώ ότι η πεπλάτυνση των φωτοκορυφών λόγω του φαινομένου Doppler σχετίζεται με δύο παράγοντες. Ο πρώτος έχει συζητηθεί στην παράγραφο §2.3.5 και έχει να κάνει με το γεγονός ότι οι "εν πτήσει" πυρήνες κινούνται με ένα εύρος ταχυτήτων. Ο δεύτερος έχει να κάνει με το γεγονός ότι το παράθυρο παρατήρησης του κάθε ανιχνευτή γερμανίου δεν είναι σημειακό αλλά καλύπτει ένα εύρος γωνιών ∂.

Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 2^+_1$

Η πρώτη διεγερμένη κατάσταση 2⁺₁ αποδιεγείρεται στη βασική κατάσταση με την εκπομπή ακτίνας γ ενέργειας 443 keV. Στο σχήμα 3.16 φαίνονται η πλήρως μετατοπισμένη "s", η μερικώς μετατοπισμένη "d" και η μη μετατοπισμένη "u" φωτοκορυφή της αποδιέγερσης αυτής. Όπως διακρίνεται σε αυτό το σχήμα το μετατοπισμένο μέρος της μετάβασης αυτής "κάθεται" πάνω σε ένα υπόβαθρο δύο κορυφών που βρίσκονται στ' αριστερά της. Οι κορυφές αυτές παρουσιάζουν τα εξής χαρακτηριστικά:

- Μετατοπίζονται ανάλογα με τη γωνία παρατήρησης ∂. Αυτό σημαίνει ότι προέρχονται από πυρήνες που αποδιεγείρονται "εν πτήσει".
- Η σχετική ένταση μεταξύ τους δε φαίνεται να εξαρτάται από την απόσταση της συσκευής plunger επομένως δεν προέρχονται από σκέδαση πάνω στον στόχο.
- Εμφανίζονται ακριβώς στην ίδια θέση σε σχέση με την αποδιέγερση $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ και στο πείραμα του ¹³⁰Xe. Αυτό υποδηλώνει ότι σχετίζονται με την αποδιέγερση αυτή.
- Δεν εμφανίζονται αντίστοιχες κορυφές δίπλα στις υπόλοιπες αποδιεγέρσεις του Χε. Ως συνέπεια, στην περίπτωση των γ-γ-συμπτώσεων όπου τοποθετείται γ-πύλη στις υπόλοιπες αποδιεγέρσεις οι κορυφές αυτές σχεδόν εξαλείφονται.

Βάσει των παραπάνω, η υπόθεση που μπορεί να γίνει σχετικά με την προέλευση των δύο αυτών κορυφών είναι ότι προέρχονται από πυρήνες Xe οι οποίοι σκεδάζονται σε κάποιο μέρος της διάταξης πριν τον στόχο. Σημειώνεται εδώ ότι η μετατόπιση Doppler που εμφανίζουν αυτές οι κορυφές αντιστοιχεί σε ενέργεια μικρότερη της ενέργειας της δέσμης τόσο στην περίπτωση του ¹²⁸Xe όσο και σε αυτή του ¹³⁰Xe. Το γεγονός ότι εμφανίζονται μόνο δίπλα στη μετάβαση $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ υποδηλώνει πως η σκέδαση αυτή γίνεται σε στοιχεία ελαφρύτερα του Fe στοιχεία, όπως C, O ή Al, οπότε η ενεργός διατομή της διέγερσης Coulomb για στάθμες πάνω από την πρώτη διεγερμένη είναι πολύ μικρή. Η υπόθεση της σκέδασης σε ελαφρύτερα στοιχεία εξηγεί και το γεγονός ότι οι εν λόγω φωτοκορυφές παρουσιάζουν μεγαλύτερη μετατόπιση κατά Doppler καθότι έχουν μεγαλύτερη ενέργεια από τους πυρήνες που σκεδάζονται στον στόχο. Σε κάθε περίπτωση οι κορυφές αυτές αντιμετωπίστηκαν ως



Σχήμα 3.15: Συγκριτικά φάσματα μεταξύ των έξι δακτυλίων του JUROGAM για το πείραμα του ¹²⁸Xe. Τα φάσματα προέρχονται όλα από την ίδια ακτινοβόληση, το μόνο που αλλάζει είναι η γωνία παρατήρησης ∂. Όπως φαίνεται λόγω της διακριτικής ικανότητας των ανιχνευτών αλλά και της πεπλάτυνσης Doppler των φωτοκορυφών μόνο στον πρώτο δακτύλιο, στον οποίο η γωνία παρατήρησης παίρνει τη μέγιστη τιμή της $\partial = 157^{\circ}.6$, διαχωρίζονται επαρκώς οι μετατοπισμένες από τις μη μετατοπισμένες φωτοκορυφές ώστε να είναι δυνατός ο προσδιορισμός των εντάσεών τους.



Σχήμα 3.16: Η μετατοπισμένη "s", η μερικώς μετατοπισμένη "d" και η μη μετατοπισμένη "u" φωτοκορυφή της αποδιέγερσης $2_1^+ \to 0_1^+$. Το μετατοπισμένο τμήμα "κάθεται" πάνω σε ένα μεταβλητό υπόβαθρο δύο κορυφών. Η θέση των κορυφών αυτών παρουσιάζει εξάρτηση από τη γωνία παρατήρησης ∂.

υπόβαθρο και αποτελούν μία παράμετρο αβεβαιότητας για τον προσδιορισμό της έντασης του μετατοπισμένου μέρους της μετάβασης $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ στα "singles" φάσματα. Για το λόγο αυτό εκτός του σφάλματος που υπολογίζεται από το πρόγραμμα ανάλυσης TV [111] για την περίπτωση πολλαπλής γκαουσιανής προσαρμογής, λήφθηκε ένα επιπλέον σφάλμα στο μετατοπισμένο μέρος της φωτοκορυφής 443 keV. Το σφάλμα αυτό εκτιμήθηκε πραγματοποιώντας πολλαπλές γκαουσιανές προσαρμογές και μεταβάλλοντας την παράμετρο από την οποία καθορίζεται η αριστερή "ουρά" του μετατοπισμένου μέρους της φωτοκορυφής 443 keV. Το μέσο σφάλμα που προέκυψε με αυτό τον τρόπο και το οποίο τελικά λήφθηκε υπόψη κατά την ανάλυση ήταν της τάξης του 6%. Η ίδια διαδικασία ακολουθήθηκε και στην περίπτωση του ¹³⁰Xe.

Αφού προσδιορίστηκαν οι εντάσεις των μετατοπισμένων και μη φωτοκορυφών της μετάβασης $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ για όλες τις αποστάσεις, υπολογίστηκαν οι λόγοι $Q_{ij} = \frac{I_u^{ij}}{I_u^{ij} + I_s^{ij}}$ της σχέσης 2.29. Ακόμα προσδιορίστηκαν οι λόγοι $\frac{I_{hi}}{I_{ij}}$, όπου I_{hi} είναι οι εντάσεις των μεταβάσεων που τροφοδοτούν την 2_1^+ δηλαδή των φωτοκορυφών 590 keV και 527 keV. Χρησιμοποιώντας και την τιμή του v/c που φαίνεται στο σχήμα 3.8 προσδιορίστηκε ο μέσος χρόνος ζωής της στάθμης 2_1^+ ίσος με $t_{2_1^+} = 30.1(2)$ ps με χρήση του προγράμματος Napatau όπως περιγράφεται στην παράγραφο 2.3.5. Οι καμπύλες αποδιέγερσης Q_{ij} μαζί με το *τ*-γράφημα που προέκυψε από την ανάλυση αυτή δίνονται στο σχήμα 3.17.



Σχήμα 3.17: 2_1^+ : Οι καμπύλες αποδιέγερσης Q_{ij} και το αντίστοιχο τ-γράφημα για την ενεργειακή στάθμη 2_1^+ του πυρήνα ¹²⁸Xe όπως προέκυψε από την ανάλυση της φωτοκορυφής 443 keV στα "singles" δεδομένα.

Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 4_1^+$

Η στάθμη 4_1^+ αποδιεγείρεται στην κατάσταση 2_1^+ με την εκπομπή ακτίνας γ ενέργειας 590 keV. Η περίπτωση αυτή δεν παρουσιάζει τις δυσκολίες που περιγράφηκαν για την πρώτη διεγερμένη κατάσταση. Έτσι, με τη διαδικασία που περιγράφηκε προηγουμένως προσδιορίστηκε ο μέσος χρόνος ζωής της στάθμης 4_1^+ ίσος με $t_{4_1^+} = 5.00(1)$ ps. Οι καμπύλες αποδιέγερσης Q_{ij} μαζί με το αντίστοιχο *τ*-γράφημα δίνονται στο αριστερό μέρος του σχήματος 3.18.

Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 6^+_1$

Η στάθμη 6_1^+ αποδιεγείρεται στην κατάσταση 4_1^+ με την εκπομπή ακτίνας γ ενέργειας 704 keV. Όμοια με την περίπτωση της κατάστασης 4_1^+ και στην περίπτωση της κατάστασης 6_1^+ δεν παρουσιάστηκαν ιδιαίτερες δυσκολίες. Ο χρόνος ζωής που προσδιορίστηκε για αυτή τη στάθμη είναι $t_{6_1^+} = 1.83(5)$ ps και οι καμπύλες αποδιέγερσης μαζί με το *τ*-γράφημα για αυτή την περίπτωση δίνονται στο δεξί μέρος του σχήματος 3.18.



Σχήμα 3.18: $\mathbf{4}_{1}^{+}$ και $\mathbf{6}_{1}^{+}$: Οι καμπύλες αποδιέγερσης Q_{ij} και το αντίστοιχο τ-γράφημα για τις ενεργειακές καταστάσεις $\mathbf{4}_{1}^{+}$ (αριστερά) και $\mathbf{6}_{1}^{+}$ (δεξιά) του πυρήνα ¹²⁸Xe όπως προέκυψαν από την ανάλυση των φωτοκορυφών 590 keV και 704 keV αντιστοίχως στα "singles" δεδομένα.

Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 2^+_2$

Η στάθμη 2_2^+ αποδιεγείρεται τόσο στην πρώτη διεγερμένη κατάσταση 2_1^+ όσο και στη βασική κατάσταση 0_1^+ εκπέμποντας τις ακτίνες γ με ενέργειες 527 keV και 969 keV αντίστοιχα. Σε αυτές τις περιπτώσεις, όπως προκύπτει από τη σχέση 2.29 είναι δυνατός ο προσδιορισμός του χρόνου ζωής της στάθμης και από τις δύο αυτές μεταβάσεις αρκεί να είναι γνωστός ο λόγος διακλάδωσης (branching ratio) για την κάθε μία. Οι λόγοι διακλάδωσης λήφθηκαν από τη βιβλιογραφία και ισούνται με 78.9% για τη μετάβαση $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$ και 21.1% για τη μετάβαση $2_2^+ \rightarrow 0_1^+$ [92]. Χρησιμοποιώντας όπως και πριν το πρόγραμμα Napatau προσδιορίστηκε ο μέσος χρόνος ζωής της στάθμης 2_2^+ από τη φωτοκορυφή 527 keV ίσος με $t_{2_2^+} =$ 8.00(3) ps και από τη φωτοκορυφή 969 keV ίσος με $t_{2_2^+} = 8.17(5)$ ps. Οι καμπύλες αποδιέγερσης και τα αντίστοιχα *τ*-γραφήματα και για τις δύο περιπτώσεις δίνονται στο σχήμα 3.19.

γ-γ-συμπτώσεις

Για την ανάλυση των δεδομένων από τις γ-γ-συμπτώσεις αναλύθηκαν, όπως και στην περίπτωση των "singles", μόνο τα φάσματα του πρώτου δακτυλίου του JURO-GAM όπου είναι καθαρός ο διαχωρισμός του μετατοπισμένου και του μη μετατοπισμένου μέρους των φωτοκορυφών. Χρησιμοποιήθηκαν ωστόσο οι δακτύλιοι 1, 2, 3



Σχήμα 3.19: 2_2^+ : Οι καμπύλες αποδιέγερσης Q_{ij} και τα αντίστοιχα τ-γραφήματα για την ενεργειακή στάθμη 2_2^+ του πυρήνα ¹²⁸Xe όπως προέκυψε από την ανάλυση της φωτοκορυφής 527 keV (αριστερά) και της φωτοκορυφής 969 keV (δεξιά) στα "singles" δεδομένα.

και 6 για την τοποθέτηση των γ-πυλών και οι προκύπτουσες προβολές τους αθροίστηκαν. Οι δακτύλιοι 4 και 5 δε χρησιμοποιήθηκαν καθότι είναι πολύ κοντά στις 90° και η μετατόπιση Doppler της κορυφής που προέρχεται από τους "εν πτήσει" πυρήνες Xe είναι ελάχιστη με αποτέλεσμα να μην είναι δυνατόν να τοποθετηθεί σε αυτή γ-πύλη. Στο σχήμα 3.20 απεικονίζεται η ολική προβολή όπως προέκυψε από το προαναφερθέν άθροισμα των προβολών όλων των αποστάσεων. Έτσι, η διαδικασία που ακολουθήθηκε και για τις τρεις ενεργειακές καταστάσεις που αναφέρονται παρακάτω ήταν η εξής:

- Τοποθετήθηκε γ-πύλη στο μετατοπισμένο μέρος της μετάβασης που τροφοδοτεί άμεσα τη στάθμη ενδιαφέροντος ξεχωριστά στις γ-μήτρες "1_1", "1_2", "1_3" και "1_6" (υπενθυμίζεται ότι ο συμβολισμός "X_Y" σημαίνει ότι η γπύλη τοποθετείται στο δακτύλιο "Y" και το φάσμα-τομή που δημιουργείται προβάλλεται στο δακτύλιο "X").
- Τοποθετήθηκε γ-μήτρα υποβάθρου (βλ. §2.3.2) ξεχωριστά στις γ-μήτρες "1_1", "1_2", "1_3" και "1_6". Οι προκύπτουσες προβολές που αντιστοιχούν στις τυχαίες συμπτώσεις αφαιρέθηκαν από τις αντίστοιχες προβολές του πρώτου βήματος.
- Οι διορθωμένες προβολές που προέκυψαν από τα δύο πρώτα βήματα προστέθηκαν σε μία αθροιστική προβολή για κάθε απόσταση της συσκευής plunger.



Σχήμα 3.20: Προκειμένου να είναι πιο ευδιάκριτες οι φωτοκορυφές του φάσματος στην περίπτωση των γ-γ-συμπτώσεων, στην εικόνα δίνεται το άθροισμα των ολικών προβολών όλων των αποστάσεων. Σε αυτήν έχουν σημειωθεί οι φωτοκορυφές που προέρχονται από την αποδιέγερση του πυρήνα ¹²⁸Xe. Με "s" και "u" έχουν σημειωθεί οι μετατοπισμένες και οι μη μετατοπισμένες φωτοκορυφές αντιστοίχως.

- Στις αθροιστικές προδολές προσδιορίστηκε η ένταση του μετατοπισμένου και του μη μετατοπισμένου μέρους της φωτοκορυφής με την οποία αποδιεγείρεται η στάθμη ενδιαφέροντος.
- Οι εντάσεις αυτές πολλαπλασιάστηκαν με τους παράγοντες κανονικοποίησης για το πείραμα του ¹²⁸Xe που δίνονται στον πίνακα 3.7.
- Έγινε πολυωνυμική προσαρμογή με το πρόγραμμα Napatau στις κανονικοποιημένες εντάσεις και χρησιμοποιώντας την ταχύτητα που δίνεται στο σχήμα
 3.8(a) για την περίπτωση του ¹²⁸Χε προσδιορίστηκε ο μέσος χρόνος ζωής της στάθμης.

Στο σχήμα 3.21 απεικονίζονται οι τελικές διορθωμένες αθροιστικές προβολές που προέκυψαν με τη διαδικασία που περιγράφηκε από την τοποθέτηση της γπύλης στην αποδιέγερση ενέργειας 590 keV που τροφοδοτεί τη στάθμη 2^+_1 . Όπως φαίνεται η στατιστική είναι ιδιαίτερα χαμηλή καθώς τα φάσματα αυτά προκύπτουν υπό την προϋπόθεση ότι γίνεται ταυτόχρονη ανίχνευση ενός σωματιδίου και δύο ακτίνων γ εκ των οποίων η μία να έχει ενέργεια 590 keV και έχει γίνει και η αφαίρεση των τυχαίων συμπτώσεων. Έτσι, παρά τη χαμηλή στατιστική στα φάσματα αυτά σχεδόν κάθε γεγονός αντιστοιχεί σε πραγματικό γεγονός εξ' ου και το υπόβα-



Σχήμα 3.21: Οι διορθωμένες (για τυχαίες συμπτώσεις) αθροιστικές προβολές που προέκυψαν θέτοντας τη συνθήκη σύμπτωσης στη φωτοκορυφή ενέργειας 590 keV που τροφοδοτεί τη στάθμη 2_1^+ για τέσσερις διαφορετικές αποστάσεις. Έχει γίνει εστίαση στην περιοχή της φωτοκορυφής ενέργειας 443 keV με την οποία αποδιεγείρεται η στάθμη 2_1^+ ώστε να φανεί η εξέλιξη της μετατοπισμένης και της μη μετατοπισμένης φωτοκορυφής συναρτήσει της απόστασης.

θρο είναι πρακτικά μηδενικό. Οι εντάσεις των φωτοκορυφών προσδιορίστηκαν με ολοκλήρωση των περιοχών ενδιαφέροντος.

Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 2^+_1$

Όπως φαίνεται στο σχήμα 3.11, η στάθμη 2_1^+ τροφοδοτείται από τις μεταβάσεις $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$ και $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$ με αντίστοιχες ενέργειες ακτίνων γ ίσες με 590 keV και 527 keV ενώ αποδιεγείρεται στη βασική κατάσταση με ακτίνα γ ενέργειας 443 keV. Εφόσον η στάθμη αυτή έχει δύο άμεσους τροφοδότες στάθηκε δυνατός ο προσδιορισμός του μέσου χρόνου ζωής θέτοντας τη γ-πύλη ξεχωριστά στην κάθε μία. Οι χρόνοι ζωής που προέκυψαν είναι $t_{2_1^+} = 27.8(4)$ ps και $t_{2_1^+} = 25.5(7)$ ps θέτοντας τη συνθήκη σύμπτωσης στην 590 keV και στην 527 keV αντίστοιχα. Στο σχήμα 3.22 δίνονται οι καμπύλες αποδιέγερσης με τα αντίστοιχα *τ*-γραφήματα και για τις δύο περιπτώσεις.

Ένεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 4^+_1$

Για τον προσδιορισμό του μέσου χρόνου ζωής της στάθμης 4⁺₁ τοποθετήθηκε γπύλη στο μετατοπισμένο μέρος της φωτοκορυφής 704 keV που προκύπτει από τη



Σχήμα 3.22: **2**⁺₁: Οι καμπύλες αποδιέγερσης με τα αντίστοιχα τ-γραφήματα για την ενεργειακή στάθμη 2⁺₁ του πυρήνα ¹²⁸Xe όπως προέκυψαν θέτοντας τη γ-πύλη στο μετατοπισμένο μέρος (a) της φωτοκορυφής 590 keV και (β) της φωτοκορυφής 527 keV.

μετάβαση $6_1^+ \to 4_1^+$ και η οποία, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.11, τροφοδοτεί άμεσα τη στάθμη ενδιαφέροντος. Στα φάσματα-τομές που προέκυψαν προσδιορίστηκε η ένταση της φωτοκορυφής 590 keV με την οποία αποδιεγείρεται η στάθμη 4_1^+ σύμφωνα με τη διαδικασία που περιγράφηκε παραπάνω. Ο μέσος χρόνος ζωής που τελικά προσδιορίστηκε για αυτή τη στάθμη είναι $t_{4_1^+} = 4.8(2)$ ps. Οι καμπύλες αποδιέγερσης με το αντίστοιχο *τ*-γράφημα δίνονται στο αριστερό μέρος του σχήματος 3.23.

Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 2^+_2$

Τέλος, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.11, η ενεργειακή στάθμη 2_2^+ τροφοδοτείται άμεσα από τη μετάβαση $4_2^+ \rightarrow 2_2^+$ με ενέργεια ακτίνας γ ίση με 634 keV στο μετατοπισμένο μέρος της οποίας τοποθετήθηκε η γ-πύλη. Η στάθμη 2_2^+ αποδιεγείρεται με δύο μεταβάσεις, την $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$ και την $2_2^+ \rightarrow 0_1^+$, ωστόσο μόνο η πρώτη με ενέργειαίση με 527 keV παρείχε στοιχειώδη στατιστική για να είναι δυνατό να αναλυθεί. Ο μέσος χρόνος ζωής που προέκυψε για αυτή τη στάθμη είναι $t_{2_2^+} = 9.1(7)$ ps. Οι καμπύλες αποδιέγερσης με το αντίστοιχο *τ*-γράφημα για την περίπτωση αυτή δίνονται στο δεξί μέρος του σχήματος 3.23.



Σχήμα 3.23: 4_1^+ και 2_2^+ : Οι καμπύλες αποδιέγερσης με τα αντίστοιχα τ-γραφήματα για τις ενεργειακές καταστάσεις 4_1^+ (αριστερά) και 2_2^+ (δεξιά) του πυρήνα ¹²⁸Xe όπως προέκυψαν θέτοντας τη γ-πύλη στο μετατοπισμένο μέρος των φωτοκορυφών 704 keV και 634 keV αντιστοίχως.

3.3.5 Η περίπτωση του ¹³⁰Χε

Όπως και στην περίπτωση του ¹²⁸Xe έτσι και σε αυτή του ¹³⁰Xe τα δεδομένα αναλύθηκαν τόσο για την περίπτωση των "singles" όσο και για αυτήν των γ-γσυμπτώσεων. Για τους λόγους που εξηγήθηκαν στην παράγραφο §3.1.4 η στατιστική που συλλέχτηκε στην περίπτωση του πειράματος του ¹³⁰Xe ήταν πολύ μικρότερη από αυτήν του πειράματος του ¹²⁸Xe. Αυτό είχε σημαντική επίπτωση στην ανάλυση καθώς ειδικά στην περίπτωση των γ-γ-συμπτώσεων στάθηκε δυνατός ο προσδιορισμός του χρόνου ζωής μόνο της στάθμης 2_1^+ . Από την ανάλυση των "singles" δεδομένων προέκυψαν επιπλέον οι χρόνοι ζωής των σταθμών 4_1^+ , 2_2^+ και 6_1^+ με μεγάλη αδεβαιότητα στην τελευταία. Στις επόμενες παραγράφους παρουσιάζεται αναλυτικά η κάθε περίπτωση ενώ στο σχήμα 3.24 δίνεται μέρος του ενεργειακού διαγράμματος του πυρήνα ¹³⁰Xe. Όπως και στην περίπτωση του σχήματος 3.11, για τις μεταβάσεις που είναι ορατές στα πειραματικά φάσματα έχει σημειωθεί πάνω από το αντίστοιχο βέλος και η ενέργεια της μετάβασης.

"Singles"

Τα πειραματικά φάσματα που προέκυψαν για την περίπτωση του ¹³⁰Χε είναι παρόμοια με αυτά της περίπτωσης του ¹²⁸Χε με σημαντικά μικρότερη στατιστική όπως φαίνεται και στο τυπικό φάσμα που δίνεται στο σχήμα 3.26 που προέρχεται από τον



Σχήμα 3.24: Στο σχήμα φαίνεται μέρος του ενεργειακού διαγράμματος του ¹³⁰Xe. Για τις μεταβάσεις που διακρίνονται στα πειραματικά φάσματα έχουν σημειωθεί πάνω από τα αντίστοιχα βέλη οι ενέργειες των εκπεμπόμενων ακτίνων γ. Ιδιαίτερη σημασία για τη συζήτηση των αποτελεσμάτων έχει η στάθμη με ενέργεια 1590 keV της οποίας το σπιν δεν είναι γνωστό με βεβαιότητα.

δακτύλιο ανιχνευτών 1 σε απόσταση 30 μm. Η μορφή των φωτοκορυφών είναι αυτή που δίνεται στο σχήμα 3.25 και θυμίζει τη μορφή του σχήματος 3.13 με τη διαφορά ότι λόγω της χαμηλότερης ταχύτητας των ανακρουόμενων πυρήνων του ¹³⁰Xe σε σχέση με αυτούς του ¹²⁸Xe, η κορυφή που προέρχεται από τους πυρήνες του ¹³⁰Xe που έχουν σταματήσει πλήρως στο υμένιο του Nb (κορυφή 1 του σχήματος 3.25a) υπερισχύει σαφώς της κορυφής που προέρχεται από πυρήνες που εξέρχονται από το υμένιο του Nb με μικρή ταχύτητα (κορυφή 2 του σχήματος 3.25a). Όσον αφορά τη φωτοκορυφή που προέρχεται από τη μετάβαση $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.25β) έχει ακριβώς την ίδια μορφή με αυτή του σχήματος 3.16 και για το λόγω αυτό λήφθηκε και σε αυτή την περίπτωση ένα επιπλέον σφάλμα 6% στο μετατοπισμένο μέρος της φωτοκορυφής αυτής.

Οι αποστάσεις της συσκευής plunger για τις οποίες ελήφθησαν δεδομένα στην περίπτωση του ¹³⁰Xe ήταν οι 7, 10, 13, 16, 25, 30, 40, 50, 75, 150 και 400 μ m. Σε κάθε απόσταση η ακτινοβόληση διήρκεσε από 6 έως 10 ώρες. Συγκεκριμένα, στις αποστάσεις άνω των 100 μ m, οι οποίες ενδιαφέρουν μόνο για τη μακροβιότερη από τις στάθμες που μελετήθηκαν, οι ακτινοβολήσεις διήρκεσαν 6-7 ώρες ενώ στις μικρότερες αποστάσεις διήρκεσαν 8 με 10 ώρες. Ωστόσο, λόγω πειραματικών δυσκολιών που προέκυψαν στη συσκευή plunger, στην απόσταση 13 μ m και ιδιαίτερα στην απόσταση 16 μ m η ακτινοβόληση διακόπηκε αρκετά νωρίτερα με αποτέλεσμα τα φάσματα σε αυτές τις περιπτώσεις να έχουν σημαντικά μειωμένη

στατιστική. Ως αποτέλεσμα τα φάσμα της απόστασης 13 μm χρησιμοποιήθηκε μόνο για τη μετάβαση $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ η οποία έχει επαρκή αριθμό γεγονότων ενώ το φάσμα της απόστασης 16 μm δε χρησιμοποιήθηκε τελικώς καθόλου. Παρακάτω περιγράφεται η ανάλυση που έγινε σε κάθε μία από τις στάθμες που μελετήθηκαν.

Σημειώνεται επίσης ότι κατά την ακτινοβόληση παρατηρήθηκε πως το μη μετατοπισμένο μέρος της φωτοκορυφής 536 keV, η οποία εκπέμπεται κατά την αποδιέγερση της στάθμης 2⁺ στη βασική στάθμη, εξακολουθούσε να διακρίνεται στην απόσταση των 400 μm. Προκειμένου να ελεγχθεί αν αυτό εξαφανίζεται όταν μεγαλώνει πολύ η απόσταση, πραγματοποιήθηκε μια σύντομη ακτινοβόληση στην απόσταση $\simeq 1000 \ \mu m$. Διαπιστώθηκε κατ΄ αυτόν τον τρόπο ότι η φωτοκορυφή εξακολουθούσε να διακρίνεται. Αυτό σημαίνει ότι καταγράφονται και μερικά γεγονότα τα οποία δεν προέρχονται από διέγερση Coulomb του ¹³⁰Xe στο στόχο αλλά κάπου αλλού. Για το λόγο αυτό τα γεγονότα που καταγράφηκαν στο μη μετατοπισμένο μέρος της φωτοκορυφής αυτής στην απόσταση του 1 mm, αρχικά διορθώθηκαν με τους αντίστοιχους παράγοντες κανονικοποίησης της κάθε απόστασης (βλ. §3.3.1) και εν συνεχεία η κανονικοποιημένη ένταση αφαιρέθηκε από τις αντίστοιχες εντάσεις της φωτοκορυφής 536 keV στις υπόλοιπες αποστάσεις. Ο έλεγχος αυτός έγινε και για τις υπόλοιπες μεταβάσεις που μελετήθηκαν χρησιμοποιώντας το φάσμα της απόστασης των 400 $\mu {
m m}$ όπου οι βραχύβιες στάθμες $4^+_1,~6^+_1$ και 2^+_2 θα έπρεπε να εμφανίζουν μόνο μετατοπισμένη φωτοκορυφή. Και για αυτές τις περιπτώσεις η μη μετατοπισμένη φωτοκορυφή εξακολουθούσε να διακρίνεται (αν και μετά βίας) και έτσι, κατά τον ίδιο τρόπο με πριν, έγινε η διόρθωση στις κανονικοποιημένες εντάσεις των υπόλοιπων αποστάσεων.

Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 2^+_1$

Η στάθμη 2_1^+ τροφοδοτείται από τις μετάβαση $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$ (668 keV) και $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$ (586 keV) ενώ αποδιεγείρεται στη βασική κατάσταση 0_1^+ με μία ακτίνα γ ενέργειας 536 keV. Κατά τον τρόπο που περιγράφηκε στις προηγούμενες παραγράφους, προσδιορίστηκαν οι λόγοι $\frac{I_{hi}}{I_{ij}}$, όπου I_{hi} είναι οι εντάσεις των φωτοκορυφών 668 keV και 586 keV και οι καμπύλες αποδιέγερσης $Q_{ij} = \frac{I_{ij}^{ij}}{I_{ij}^{ij}+I_{s}^{ij}}$ και με εφαρμογή της σχέσης 2.29 προέκυψε ο χρόνος ζωής της στάθμης 2_1^+ ίσος με $t_{2_1^+} = 14.1(1)$ ps. Οι καμπύλες αποδιέγερσης μαζί με την πολυωνυμική προσαρμογή που έγινε με το πρόγραμμα Napatau καθώς επίσης και το *τ*-γράφημα της στάθμης 2_1^+ φαίνονται στο αριστερό μέρος του σχήματος 3.27.

Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 4_1^+$

Η στάθμη 4_1^+ τροφοδοτείται από τη μετάβαση $6_1^+ \rightarrow 4_1^+$ (735 keV) και αποδιεγείρεται στη στάθμη 2_1^+ με ενέργεια ακτίνας γ ίση με 668 keV. Αφού προσδιορίστηκε ο λόγος $\frac{I_{735}}{I_{668}}$ και οι καμπύλες αποδιέγερσης που φαίνονται στο πάνω-δεξιά μέρος του



Σχήμα 3.25: (a) Οι τρεις φωτοκορυφές που προκύπτουν ενδεικτικά από τη μετάβαση $4^+_1 \rightarrow 2^+_1$ ενέργειας 668 keV (βλ. λεζάντα σχήματος 3.13. Η φωτοκορυφή 2 που αντιστοιχεί στους πυρήνες ¹³⁰Xe που εξέρχονται από το υμένιο του Nb με μικρή ταχύτητα έχει σχεδόν εξαφανιστεί λόγω της μικρότερης αρχικής ενέργειας των ιόντων του Xe. (β) Η μορφή της που έχει η φωτοκορυφή της μετάβασης $2^+_1 \rightarrow 0^+_1$ ενέργειας 536 keV, είναι ίδια με αυτή που είχε και στην περίπτωση του ¹²⁸Xe (βλ. σχήμα 3.16 και τη συζήτηση στη σχετική παράγραφο).



Σχήμα 3.26: Τυπικό φάσμα από το πείραμα του ¹³⁰Xe για την περίπτωση των "singles" όπως καταγράφηκε στο δακτύλιο 1 του JUROGAM και σε απόσταση 30 μm. Έχουν σημειωθεί οι φωτοκορυφές των μεταβάσεων που στάθηκε δυνατό να αναλυθούν ενώ, όπως και στα προηγούμενα, με "s" και "u" έχουν σημειωθεί το μετατοπισμένο και το μη μετατοπισμένο μέρος της κάθε φωτοκορυφής αντίστοιχα.

σχήματος 3.27 προέκυψε το τ-γράφημα της στάθμης 4_1^+ της οποίας ο χρόνος ζωής υπολογίστηκε $t_{4_1^+} = 3.32(3)$ ps.



Σχήμα 3.27: 2_1^+ και 4_1^+ : Τα τ-γραφήματα και οι αντίστοιχες καμπύλες αποδιέγερσης όπως προέκυψαν από την ανάλυση των "singles" δεδομένων για τις στάθμες 2_1^+ (αριστερά) και 4_1^+ (δεξιά) του πυρήνα ¹³⁰Xe.

Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 6^+_1$

Στην περίπτωση της στάθμης 6⁺₁ δεν παρατηρείται στα φάσματα κάποια από τις ακτίνες γ που να την τροφοδοτεί. Συνεπώς η σχέση 2.29 απλοποιείται στην

$$\tau_i(x) = -Q_{ij}(x)/v \cdot \frac{dQ_{ij}(x)}{dx}$$
(3.2)

Αυτό έχει σαν συνέπεια το πρόγραμμα ΝΑΡΑΤΑU να προσπαθεί να προσαρμόσει μία πολυωνυμική συνάρτηση και την παράγωγό της στα ίδια πειραματικά σημεία και το αποτέλεσμα δεν είναι πολύ καλό. Για το λόγο αυτό προτιμήθηκε να εφαρμοστεί η σχέση 3.2 ως εξής:

 Έγινε πολυωνυμική προσαρμογή της καμπύλης αποδιέγερσης *Q_{ij}* με τη βοήθεια του προγράμματος APATAU⁷ χρησιμοποιώντας δύο πολυώνυμα.

⁷Το πρόγραμμα APATAU είναι ο "πρόγονος" του προγράμματος NAPATAU. Η βασική του διαφορά είναι ότι το δεύτερο επιτρέπει ταυτόχρονη προσαρμογή της πολυωνυμικής συνάρτησης και της παραγώγου της σε δύο διαφορετικά σετ δεδομένων. Το APATAU κάνει πολυωνυμική προσαρμογή σε ένα σετ δεδομένων χρησιμοποιώντας ένα ή περισσότερα πολυώνυμα.
- Κατόπιν, υπολογίστηκε η τιμή της προκύπτουσα συνάρτησης για κάθε απόσταση x στην περιοχή ευαισθησίας (εκεί που η καμπύλη έχει μεγάλη κλίση).
- Προσδιορίστηκε εν συνεχεία η παράγωγος της προκύπτουσας συνάρτησης και υπολογίστηκε η τιμή της παραγώγου σε κάθε απόσταση x.
- Υπολογίστηκε ο λόγος των πρώτων τιμών προς τις δεύτερες και προέκυψε το γνωστό τ-γράφημα.
- Ως τελική τιμή λήφθηκε ο σταθμισμένος μέσος όρος των επιμέρους τ_i και ως σφάλμα η ζυγισμένη μέση απόκλιση όπως αυτά δίνονται από τις σχέσεις 4.1 και 4.2 αντίστοιχα.

Ο μέσος χρόνος ζωής που προέκυψε για τη στάθμη 6_1^+ είναι $t_{6_1^+} = 1.9(6)$ ps και τόσο η καμπύλη αποδιέγερσης όσο και το *τ*-γράφημα δίνονται στο σχήμα 3.28.



Σχήμα 3.28: 6_1^+ : Η καμπύλη αποδιέγερσης όπως προέκυψε από την ανάλυση των "singles" δεδομένων για τη μετάβαση $6_1^+ \to 4_1^+$. Ο χρόνος ζωής που υπολογίστηκε για τη στάθμη 6_1^+ είναι $τ_{6_1^+} = 1.9(6)$ ps. Το σφάλμα είναι ιδιαιτέρως μεγάλο καθώς είναι πολύ λίγα τα πειραματικά σημεία στην κρίσιμη περιοχή για αυτή τη μετάβαση.

Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 2^+_2$

Όπως και στην περίπτωση της στάθμης 6⁺₁ δεν παρατηρήθηκαν στα πειραματικά φάσματα ακτίνες γ που προκύπτουν από μεταβάσεις που τροφοδοτούν την στάθμη 2⁺₂. Συνεπώς ακολουθήθηκε κι εδώ η ίδια διαδικασία που περιγράφηκε προηγουμένως. Σημειώνεται επίσης ότι η συγκεκριμένη στάθμη μπορεί να αποδιεγερθεί με δύο ακτίνες γ με ενέργειες 586 keV και 1122 keV, η πρώτη προκύπτει από τη μετάβαση στη στάθμη 2_1^+ και η δεύτερη από τη μετάβαση στη βασική στάθμη. Έτσι, στάθηκε δυνατός ο προσδιορισμός του χρόνου ζωής της στάθμης τόσο από την καμπύλη αποδιέγερσης της μετάβασης $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$ όσο και από την $2_2^+ \rightarrow 0_1^+$ και είναι $t_{2_2^+} = 6.2(5)$ ps για την πρώτη και $t_{2_2^+} = 6.7(5)$ psγια τη δεύτερη περίπτωση. Και οι δύο καμπύλες αποδιέγερσης μαζί με τα σχετικά *τ*-γραφήματα δίνονται στο σχήμα 3.29.



Σχήμα 3.29: 2_2^+ : Η καμπύλες αποδιέγερσης (πάνω) και τα αντίστοιχα τ-γραφήματα (κάτω) των μεταβάσεων $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$ (αριστερά) και $2_2^+ \rightarrow 0_1^+$ (δεξιά). Οι χρόνοι ζωής που προέκυψαν από τις δύο μεταβάσεις για τη στάθμη 2_2^+ είναι 6.2(5) ps και 6.7(5) ps αντίστοιχα.

γ-γ-συμπτώσεις

Στο σχήμα 3.30 δίνεται το φάσμα που προκύπτει από το άθροισμα των ολικών προβολών όλων των αποστάσεων για την περίπτωση του πειράματος του ¹³⁰Xe. Από απλή σύγκριση της εικόνας αυτής με την αντίστοιχη για την περίπτωση του ¹²⁸Xe (βλ. σχήμα 3.20) φαίνεται ότι η στατιστική στην περίπτωση αυτή είναι σαφώς πιο περιορισμένη. Ως αποτέλεσμα, τοποθετήθηκε γ-πύλη μόνο στις μεταβάσεις $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$ και $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$ που τροφοδοτούν την πρώτη διεγερμένη στάθμη 2_1^+ και έτσι προσδιορίστηκε ο χρόνος ζωής της τελευταίας. Όπως φαίνεται στο σχήμα, η μετάβαση $6_1^+ \rightarrow 4_1^+$ είναι πολύ ασθενική ενώ η μετάβαση $4_2^+ \rightarrow 2_2^+$ δε διακρίνεται καν, συνεπώς δε στάθηκε δυνατό να προσδιοριστούν και οι χρόνοι ζωής των σταθμών 4_1^+ και 2_2^+ αντίστοιχα.



Σχήμα 3.30: Η αθροιστική ολική προβολή για την περίπτωση των γ-γ-συμπτώσεων στο πείραμα του ¹³⁰Xe. Όπως και στην περίπτωση του σχήματος 3.20, το φάσμα αυτό προκύπτει από το άθροισμα των ολικών προβολών όλων των αποστάσεων στο οποίο έχουν σημειωθεί οι φωτοκορυφές που προέρχονται από τον υπό μελέτη πυρήνα. Με "s" και "u" έχουν σημειωθεί οι μετατοπισμένες και οι μη μετατοπισμένες φωτοκορυφές αντιστοίχως.

Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 2^+_1$

Για τον προσδιορισμό του χρόνου ζωής της στάθμης 2_1^+ τοποθετήθηκε γ-πύλη τόσο στη μετάβαση $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$ όσο και στην $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$ οι οποίες τροφοδοτούν τη στάθμη 2_1^+ και από τις οποίες προσδιορίστηκε ανεξάρτητα ο μέσος χρόνος ζωής της υπό εξέταση στάθμης. Κατόπιν, στα φάσματα τομές που προέκυψαν από τις παραπάνω γ-πύλες αναλύθηκε η φωτοκορυφή ενέργειας 536 keV που προέρχεται από την αποδιέγερση $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$. Στο σχήμα 3.31 φαίνεται το πώς μεταβάλλεται η φωτοκορυφή αυτή στα φάσματα-τομές σε τέσσερις διαφορετικές αποστάσεις από τη μικρότερη απόσταση των 7 μm μέχρι τη μεγαλύτερη των 400 μm. Τα βήματα που ακολουθήθηκαν



Σχήμα 3.31: Στο σχήμα φαίνεται το μετατοπισμένο και μη μέρος της φωτοκορυφής 536 keV που προέρχεται από την αποδιέγερση της στάθμης 2^+_1 για τις αποστάσεις 7, 50, 150 και 400 μm. Τα φάσματα-τομές του σχήματος έχουν προκύψει από την τοποθέτηση της γ-πύλης στο μετατοπισμένο μέρος της φωτοκορυφής 668 keV που προέρχεται από τη μετάβαση $4^+_1 \rightarrow 2^+_1$.

για την ανάλυση των δεδομένων των γ-γ-συμπτώσεων είναι ακριδώς τα ίδια με αυτά που αναφέρονται στη σχετική υποπαράγραφο της παραγράφου §3.3.4 για την περίπτωση του πυρήνα ¹²⁸Xe και γι' αυτό δε θα γίνει εκ νέου περιγραφή των. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν για το μέσο χρόνο ζωής της στάθμης 2⁺₁ είναι $\tau_{2^+_1} = 14.6(4)$ ps και $\tau_{2^+_1} = 15.3(6)$ ps για τις περιπτώσεις όπου η γ-πύλη τίθεται στις μεταβάσεις 4⁺₁ \rightarrow 2⁺₁ και 2⁺₂ \rightarrow 2⁺₁ αντιστοίχως. Οι καμπύλες αποδιέγερσης και τα αντίστοιχα *τ*-γραφήματα και για τις δύο περιπτώσεις δίνονται στο σχήμα 3.32.



Σχήμα 3.32: $\mathbf{2}_1^+$: Στο σχήμα δίνονται οι καμπύλες αποδιέγερσης (πάνω) με τα αντίστοιχα τγραφήματα (κάτω) της στάθμης $\mathbf{2}_1^+$ για την περίπτωση όπου η γ-πύλη τίθεται στη μετάβαση $\mathbf{4}_1^+ \to \mathbf{2}_1^+$ (αριστερά) και στη μετάβαση $\mathbf{2}_2^+ \to \mathbf{2}_1^+$ (δεξιά).

Όλα τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την ανάλυση με τη μέθοδο DDCM για τους πυρήνες ¹²⁸Xe και ¹³⁰Xe συνοψίζονται στο τέλος του κεφαλαίου στον πίνακα 3.11.

3.4 Ανάλυση με χρήση του προγράμματος GOSIA

Αν ξεχάσει κανείς τη συσκευή plunger (και άρα το γεγονός ότι πραγματοποιήθηκαν πολλές ακτινοβολήσεις σε διάφορες αποστάσεις) η συγκεκριμένη μέτρηση δε διαφέρει από μία τυπική μέτρηση ρυθμών μετάπτωσης με τη μέθοδο της διέγερσης Coulomb όπως αυτή περιγράφηκε στην παράγραφο §2.4. Στάθηκε επομένως δυνατό να πραγματοποιηθεί η ανάλυση των δεδομένων και με τη μέθοδο Coulomb με χρήση του προγράμματος GOSIA [14]. Στις επόμενες παραγράφους θα περιγραφούν τα διάφορα στάδια της ανάλυσης αυτής και θα δοθούν τα αποτελέσματα που προσδιορίστηκαν τόσο για την περίπτωση του ¹²⁸Χε όσο και για αυτή του ¹³⁰Χε. Διευκρινίζεται ότι η ανάλυση των δεδομένων του ¹²⁸Χε με το πρόγραμμα GOSIA πραγματοποιήθηκε από τη συνεργαζόμενη ομάδα του Ινστιτούτου Πυρηνικής Φυσικής του Πανεπιστημίου της Κολωνίας. Για το λόγο αυτό, στην παρούσα διατριβή, δίνεται η σύνοψη των αποτελεσμάτων για λόγους πληρότητας. Η αντίστοιχη ανάλυση των δεδομένων του ¹³⁰Χε πραγματοποιήθηκε αποκλειστικά στα πλαίσια της παρούσας εργασίας.

3.4.1 Έλεγχος συνθήκης "Coulex"

Η ανάλυση των δεδομένων με το πρόγραμμα GOSIA βασίζεται στην υπόθεση ότι η αλληλεπίδραση μεταξύ βλήματος και στόχου είναι κατά κύριο λόγο μονοπολικήςμονοπολικής φύσεως. Πρέπει επομένως να ικανοποιείται η συνθήκη της παραμέτρου Sommerfeld που αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 2 και εκφράζεται από τη σχέση 2.49. Αντικαθιστώντας στη σχέση 2.48 τα μεγέθη που αντιστοιχούν στις συνθήκες της δεδομένης μέτρησης προκύπτει η παράμετρος Sommerfeld για το πείραμα του ¹²⁸Xe ίση με $\eta = 110$ και για το πείραμα του ¹³⁰Xe ίση με $\eta = 113$. Και στις δύο περιπτώσεις ισχύει $\eta \gg 1$ και επομένως μπορούμε να θεωρήσουμε ότι έχουμε ασφαλές Coulex.

3.4.2 Το πρόγραμμα GOSIA

Το πρόγραμμα GOSIA [14] είναι ένας ημικλασσικός⁸ κώδικας που αναπτύχθηκε από το Πανεπιστήμιο του Rochester το 1980 και αποσκοπεί τόσο στον σχεδιασμό όσο και στην ανάλυση δεδομένων από πειράματα διέγερσης Coulomb. Σκοπός του κώδικα είναι ο προσδιορισμός των ανηγμένων ρυθμών μετάπτωσης των εμπλεκόμενων Ελ και Μλ μεταβάσεων καθώς επίσης και των στατικών ροπών (πχ. τετραπο-

⁸Στην ημικλασσική προσέγγιση της διέγερσης Coulomb γίνεται η παραδοχή ότι η σχετική κίνηση των δύο εμπλεκόμενων πυρήνων ακολουθεί τις κλασσικές υπερβολικές τροχιές που είναι χαρακτηριστικές της ελαστικής σκέδασης σε μονοπολικό πεδίο. Αυτή η παραδοχή δικαιολογείται όταν η κυρίαρχη αλληλεπίδραση είναι η μονοπολική-μονοπολική κάτι το οποίο εξασφαλίζεται από τη συνθήκη Sommerfeld. Για περισσότερες λεπτομέρειες βλ. Παράρτημα Β'.

λική ροπή) του πυρήνα. Τα μεγέθη αυτά είναι κρίσιμα στη μελέτη της πυρηνικής δομής. Το GOSIA έχει σχεδιαστεί έτσι ώστε να μπορεί να διαχειριστεί πειράματα όπου συμμετέχουν βαριά ιόντα καθώς επίσης και περιπτώσεις σύμπτωσης των ανακρουόμενων ιόντων με τις εκπεμπόμενες ακτίνες γ.

Το αρχείο εισόδου του GOSIA περιλαμβάνει όλες τις πληροφορίες σχετικά με το πείραμα. Δίνονται οι θέσεις των ανιχνευτών των ακτίνων γ αλλά και των σωματιδιακών ανιχνευτών καθώς και το εύρος γωνιών που καλύπτουν οι τελευταίοι, η ενέργεια του βλήματος και η ενεργειακή απώλεια στο στόχο. Ακόμα δίνεται το ενεργειακό διάγραμμα του υπο εξέταση πυρήνα μαζί με όσα πειραματικά μεγέθη είναι γνωστά για αυτόν όπως συντελεστές διακλάδωσης, λόγοι επιμίξεως E2/M1, χρόνοι ζωής, παράμετροι του φαινομένου αποπροσανατολισμού κτλ αλλά και μία αρχική εκτίμηση για τα στοιχεία πίνακα που συνδέουν τις στάθμες που διεγείρονται. Τέλος, σε ξεχωριστό αρχείο δίνεται το πλήθος των συμπτώσεων σωματιδίων-ακτίνων γ για κάθε ζεύγος σωματιδιακού ανιχνευτή με ανιχνευτή ΗPGe όπως αυτές προσδιορίστηκαν πειραματικά. Χρησιμοποιώντας όλα τα παραπάνω στοιχεία, το GOSIA τρέχει έναν αλγόριθμο ελαχιστοποίησης ο οποίος ως ελεύθερες παραμέτρους έχει τα στοιχεία πίνακα. Ως αποτέλεσμα, το GOSIA δίνει ένα ολοκληρωμένο σετ από στοιχεία πίνακα μαζί με μία τιμή χ² ενδεικτική της ποιότητας της τελικής προσαρμογής των υπολογιζόμενων συμπτώσεων στις πειραματικές. Επιγραμματικά ο τρόπος λειτουργίας του κώδικα GOSIA δίνεται στο σχήμα 3.33.



Σχήμα 3.33: Μια απλοποιημένη αναπαράσταση της ανάλυσης με χρήση του κώδικα GOSIA [112].

Είναι σημαντικό επίσης να σημειωθεί ότι εφόσον δεν έγινε μέτρηση του φορτίου, κάτι το οποίο έτσι κι αλλιώς θα ήταν ένας σημαντικός παράγοντας αβεβαιότητας, τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την ανάλυση με το GOSIA είναι σχετικά και όχι απόλυτα. Προκειμένου να μετατραπούν σε απόλυτα χρειάζεται η γνώση τουλάχιστον ενός στοιχείου πίνακα. Ως τέτοιο χρησιμοποιήθηκε το στοιχείο πίνακα της μετάβασης $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ όπως αυτό προέκυψε από την ανάλυση DDCM.

Ποσότητα	Ορισμός					
N_{γ}	Αριθμός συμπτώσεων σωματιδίων-ακτίνων γ σε χρόνο Τ					
I_i, I_f	Αρχική και τελική κατάσταση					
Ω_γ	Στερεά γωνία ανιχνευτή γερμανίου					
Ω_p	Στερεά γωνία σωματιδιακού ανιχνευτή					
E_{γ}	Ενέργεια ακτίνας γ					
$\varepsilon_x(E_\gamma)$	Ανιχνευτική απόδοση του ανιχνευτή γερμανίου <i>x</i>					
$\varepsilon_y(E_p)$	Ανιχνευτική απόδοση του σωματιδιακού ανιχνευτή y					
$arepsilon_p$	Ανιχνευτική απόδοση σωματιδιακού ανιχνευτή (≈1)					
$ ho_T$	Επιφανειακή πυκνότητα σωματιδιακού ανιχνευτή (σε $\frac{mg}{cm^2}$					
m_T	Μάζα στόχου					
I_p	Ρεύμα δέσμης					
$N_{\deltaarepsilon \sigma \mu\etaarepsilon} := I_p \cdot T$	Αριθμός σωματιδίων δέσμης ρεύματος I_p σε χρόνο Τ					
G_k	Παράγοντας ενίσχυσης αποπροσανατολισμού					
$ ho_{k\kappa}$	Στατιστικός τανυστής αποδιέγερσης					
$\delta_{ar{ ho}}$	Πιθανότητα εκπομπής για πολυπολικότητα β					
$\gamma(I_i \rightarrow I_f)$	Πιθανότητα μετάπτωσης $I_i o I_f$					
$F_k(\widehat{\eta}\widehat{\eta}'I_fI_i)$	Συντελεστής γωνιακής εξάρτησης					

Πλήθος ανιχνευθέντων γεγονότων σύμπτωσης ακτίνων γ - σωματιδίων

Το μετρήσιμο μέγεθος που μας ενδιαφέρει εν προκειμένω είναι ο αριθμός των συμπτώσεων σωματιδίου-ακτίνας γ μεταξύ ενός φωτοβολταϊκού κυττάρου και ενός ανιχνευτή Γερμανίου σε καθορισμένες γωνίες φ και ∂. Από τη σχέση της ολικής ενεργού διατομής Β'.46 του παραρτήματος Β' προκύπτει ότι το πλήθος των ανιχνευθέντων ακτίνων γ είναι

$$N_{\gamma} \approx \int_{SC} d\Omega_{p} \int_{HPGe} d\Omega_{\gamma} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{R} (\partial_{R}) \times \sum_{\hat{\eta}\hat{\eta}'} \frac{\delta_{\hat{\eta}}\delta_{\hat{\eta}'}}{\gamma(I_{i} \to I_{f})}$$

$$\sum_{k\kappa} G_{k} Y_{k\kappa} (\partial_{\gamma}, \phi_{\gamma}) \rho_{k\kappa} F_{k} (\hat{\eta}\hat{\eta}'I_{f}I_{i}) \quad \times \varepsilon_{x}(E_{\gamma}) \varepsilon_{y}(E_{p}) \cdot \underbrace{\frac{N_{\sigma\tauo\chiov}}{\rho_{T}}}_{m_{T}} N_{A} \cdot N_{\delta\varepsilon\sigma\mu\eta\varsigma}$$

$$(3.3)$$

όπου όλα τα μεγέθη που εμφανίζονται στην παραπάνω σχέση περιγράφονται στον παρακάτω πίνακα. Βάσει της παραπάνω σχέσης, χρησιμοποιώντας τις τιμές των στοιχείων πίνακα και τις παραμέτρους του αρχείου εισόδου, το GOSIA υπολογίζει τον αριθμό των γεγονότων σύμπτωσης που αναμένονται για κάθε ζεύγος φωτοβολταϊκού κυττάρου - ανιχνευτή γερμανίου και για κάθε μετάβαση ξεχωριστά. Εν συνεχεία, συγκρίνοντας τις τιμές που υπολογίστηκαν με τις αντίστοιχες πειραματικές εκτελεί, όπως προαναφέρθηκε, έναν αλγόριθμο ελαχιστοποίησης και βρίσκει το βέλτιστο σετ στοιχείων πίνακα.

3.4.3 Το αρχείο εισόδου

Στην παράγραφο αυτή θα περιγραφεί το αρχείο εισόδου που δίνεται στο παράρτημα Γ', μέσω του οποίου παρέχονται στο πρόγραμμα όλες οι πληροφορίες που χρειάζονται για τον υπολογισμό των γεγονότων της σχέσης 3.3. Η παρουσίαση των παρακάτω παραγράφων γίνεται με ταυτόχρονη ανάγνωση του παραρτήματος Γ' μέσω αναφορών σε γραμμές του κώδικα. Είναι προφανές ότι στα παρακάτω σκιαγραφούνται τα σημαντικότερα τμήματα του αρχείου εισόδου και δεν επιχειρείται λεπτομερής επεξήγηση της κάθε γραμμής αυτού. Ο πιο απαιτητικός αναγνώστης παραπέμπεται στο αναλυτικότατο εγχειρίδιο του προγράμματος GOSIA [113]. Τέλος, σημειώνεται ότι η περιγραφή του αρχείου εισόδου που ακολουθεί αφορά την περίπτωση του ¹³⁰Χε καθώς όπως προαναφέρθηκε η ανάλυση με το GOSIA για την περίπτωση του ¹²⁸Χε δεν πραγματοποιήθηκε από τον γράφοντα.

Ορισμός ενεργειακού διαγράμματος και αρχικοποίηση στοιχείων πίνακα

To ενεργειακό διάγραμμα του πυρήνα ¹³⁰Xe δίνεται στις γραμμές 25-36 του κώδικα και είναι αυτό που παρουσιάζεται στο σχήμα 3.24. Στο εγχειρίδιο του GOSIA αναφέρεται ότι ακόμη και στάθμες που δεν διακρίνονται στα πειραματικά φάσματα αλλά έχουν πιθανότητα διέγερσης που υπερβαίνει το 0.1% μπορούν να έχουν μετρήσιμα αποτελέσματα στους πληθυσμούς των παρατηρούμενων σταθμών που υπολογίζει το πρόγραμμα. Για το λόγο αυτό προτείνεται να συμπεριληφθεί σε κάθε ζώνη τουλάχιστον μία στάθμη πάνω από την τελευταία παρατηρίσιμη. Έτσι εκτός από τις στάθμες που παρατηρήθηκαν στα πειραματικά φάσματα, δηλαδή τις 2⁺₁, 4⁺₁, 6⁺₁ και 2⁺₂, συμπεριλήφθησαν και οι 4⁺₂ και 8⁺₁. Ακόμη συμπεριλήφθηκε η στάθμη 3⁺₁ διότι είχε παρατηρηθεί η αντίστοιχη στάθμη στην περίπτωση του ¹²⁸Xe, καθώς επίσης και οι στάθμες (0⁺₂) και 0⁺₃ καθώς αν πρόκειται για τις 0_{π,ξ} στάθμες του μοντέλου E(5) συνδέονται με ισχυρές B(E2) τιμές με τις στάθμες 2⁺₁ και 2⁺₂ αντιστοίχως. Για κάθε στάθμη δίνεται αρχικά ο αύξων αριθμός, εν συνεχεία η τιμή 1 αν έχει θετική ομοτιμία και -1 αν έχει αρνητική, το σπιν και τέλος η ενέργεια εκφρασμένη σε MeV.

Αμέσως μετά το ενεργειακό διάγραμμα, στις γραμμές 37-64, δίνονται οι αρχικές τιμές για τα στοιχεία πίνακα που συνδέουν τις παραπάνω στάθμες. Σε κάθε γραμμή τα δύο πρώτα νούμερα προσδιορίζουν τις στάθμες που συνδέει το συγκεκριμένο στοιχείο πίνακα. Με χρήση αρνητικού προσήμου στο δεύτερο νούμερο υποδηλώνεται ότι το συγκεκριμένο στοιχείο πίνακα συσχετίζεται με το αντίστοιχο που υποδηλώνουν τα δύο τελευταία νούμερα της ίδιας γραμμής. Ακολουθεί η τιμή του στοιχείου πίνακα σε $eb^{n/2}$ και $\mu_N b^{(n-1)/2}$ για En και Mn μεταβάσεις αντίστοιχα ενώ τα δύο τελευταία νούμερα αντιστοιχούν στο εύρος που δύναται να κινηθεί το πρόγραμμα κατά τη διαδικασία της ελαχιστοποίησης. Για να μην εγκλωβιστεί ο αλγόριθμος ελαχιστοποίησης σε λάθος κατεύθυνση το εύρος αυτό ορίστηκε ιδιαίτερα ελαστικό. Ως αρχικές τιμές δόθηκαν, όπου ήταν δυνατό, αυτές που προέκυψαν από την DDCM ανάλυση που περιγράφηκε παραπάνω ενώ για τις υπόλοιπες μεταπτώσεις χρησιμοποιήθηκαν οι τιμές από την αναφορά [52]. Για τα διαγώνια στοιχεία πίνακα που αντιστοιχούν στις τετραπολικές ροπές των αντίστοιχων σταθμών, χρησιμοποιήθηκαν ως αρχικές τιμές αυτές που είχαν προκύψει για την περίπτωση του ¹²⁸Χε καθότι δεν αναμένεται να διαφέρουν σημαντικά οι δύο πυρήνες ως προς την παραμόρφωση. Σημειώνεται επίσης ότι προκειμένου να περιοριστεί ο αριθμός των ελεύθερων παραμέτρων, έγινε η παραδοχή ότι οι στάθμες της ενεργειακής ζώνης yrast έχουν την ίδια τετραπολική παραμόρφωση.

Περιγραφή πειράματος

Στις γραμμές 65-72 του αρχείου εισόδου δίνονται οι βασικές πληροφορίες σχετικά με το πείραμα, δηλαδή τα Z και A του βλήματος και του στόχου, η ενέργεια της δέσμης και η μέση γωνία σκέδασης που ορίζει κάθε φωτοβολταϊκό κύτταρο από τα έξι που χρησιμοποιήθηκαν.

Πρέπει εδώ να διευκρινιστεί ότι για το GOSIA ένα πείραμα ορίζεται από την ενέργεια δέσμης, τα Z και A του στόχου και τη γωνία σκέδασης η οποία καθορίζεται από τη θέση του σωματιδιακού ανιχνευτή. Θα μπορούσε επομένως κανείς να θεωρήσει ολόκληρη τη συστοιχία των φωτοβολταϊκών κυττάρων ως έναν ανιχνευτή, χάνοντας ,ωστόσο, μέρος της πληροφορίας σχετικά με τη γωνία σκέδασης. Αντ' αυτού ορίσθηκαν στο αρχείο εισόδου έξι ξεχωριστά πειράματα για τα έξι διαφορετικά φωτοβολταϊκά κύτταρα που χρησιμοποιήθηκαν για την ανάλυση αυτή. Συγκεκριμένα χρησιμοποιήθηκαν τα κύτταρα 5, 6, 9, 25, 29 και 30 του σχήματος 3.4 καθότι τα εσωτερικά κύτταρα, όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενη παράγραφο, είχαν υποστεί ζημιά και από τα εναπομείναντα κύτταρα, τα προαναφερθέντα ήταν που παρείχαν την περισσότερη στατιστική. Κάθε ένα από αυτά τα κύτταρα αντιστοιχεί σε διαφορετική γωνία σκέδασης και επομένως ορίζει για το πρόγραμμα ξεχωριστό πείραμα. Το GOSIA δηλαδή υπολογίζει ξεχωριστά τις συμπτώσεις των ακτίνων γ με τα σωματίδια που σκεδάζονται σε δεδομένη γωνία σκέδασης δ και συγκρίνει με τις αντίστοιχες πειραματικά προσδιορισμένες συμπτώσεις μεταξύ των ανιχνευτών ΗΡGe με το αντίστοιχο κύτταρο. Με αυτόν τον τρόπο εκμεταλλευόμαστε τη μέγιστη δυνατή πληροφορία καθώς κάθε μετάβαση μελετάται για έξι διαφορετικές γωνίες σκέδασης. Ακόμη με αυτόν τον τρόπο αποφεύγονται προβλήματα κανονικοποίησης μεταξύ των κυττάρων που θα ανέκυπταν αν κάποιο από τα κύτταρα αυτά είχε μειωμένη απόδοση.

Ορισμός γεωμετρίας ανιχνευτικής διάταξης

Η περιγραφή της γεωμετρίας των ανιχνευτών δίνεται μέσω των γωνιών ∂_{γ} και ϕ_{γ} των ανιχνευτών HPGe και ∂_{p} και ϕ_{p} των σωματιδιακών ανιχνευτών. Στο σχήμα 3.34

περιγράφεται το πως ορίζονται οι γωνίες αυτές. Οι γωνίες ∂_{γ} και ϕ_{γ} των ανιχνευτών



Σχήμα 3.34: Στο σχήμα σημειώνονται οι γωνίες με τις οποίες περιγράφεται η θέση των ανιχνευτών στο αρχείο εισόδου του GOSIA. Στα σχήματα (α) και (β) ορίζονται οι γωνίες θ και φ για τους σωματιδιακούς ανιχνευτές και στα (γ) και (δ) οι αντίστοιχες γωνίες για τους ανιχνευτές γερμανίου. Το 0° για τη γωνία θ ορίζεται στην κατεύθυνση της δέσμης ενώ για τη γωνία φ ορίζεται στην κατακόρυφη διεύθυνση προς τα πάνω με φορά δεξιόστροφη.

γερμανίου δίνονται στις γραμμές 109 έως 126 ενώ η απόσταση από το στόχο και οι διαστάσεις του κρυστάλλου για τους ανιχνευτές αυτούς δίνονται στις γραμμές 19 έως 22. Βάσει αυτών, το GOSIA διορθώνει τις υπολογιζόμενες γωνιακές κατανομές για το γεγονός ότι οι ανιχνευτές δεν είναι σημειακοί. Καθότι η απόσταση των ανιχνευτών γερμανίου είναι αρκετά μεγαλύτερη από το μέγεθος του κρυστάλλου, η διόρθωση αυτή δεν είναι ιδιαίτερα σημαντική.

Πιο σημαντικό ρόλο ωστόσο παίζει ο καθορισμός της γεωμετρίας των σωματιδιακών ανιχνευτών καθώς τα πλάτη της διέγερσης Coulomb εξαρτώνται από τη γωνία σκέδασης (βλ. Παράρτημα §Β'.2). Η γεωμετρία των σωματιδιακών κυττάρων στο GOSIA δίνεται στις πολικές συντεταγμένες του σχήματος 3.34(α) και 3.34(β) καθώς το πρόγραμμα είχε αρχικά γραφτεί για ανιχνευτές με κυλινδρική συμμετρία. Δεδομένου ότι οι ανιχνευτές του συγκεκριμένου πειράματος έχουν ορθογώνιο σχήμα, η περιγραφή τους μέσω των γωνιών ∂ και ϕ είναι προσεγγιστική. Κάθε κύτταρο καλύπτει ένα εύρος γωνιών σκέδασης από μία γωνία ∂_{min} μέχρι μια γωνία ∂_{max} . Κάθε γωνία ∂ εντός αυτού του εύρους ορίζει ένα τόξο μέσα στο κύτταρο το οποίο καθορίζεται από μία γωνία ϕ_{min} μέχρι μια γωνία ϕ_{max} . Έτσι, αφού αρχικά προσδιοριστεί η μικρότερη και η μεγαλύτερη γωνία σκέδασης ∂ που καλύπτει ένα κύτταρο, εν συνεχεία ορίζεται ένα πλήθος από ενδιάμεσες γωνίες ∂_i (δηλαδή $\partial_{min} \leq \partial_i \leq \partial_{max}$) για κάθε μία από τις οποίες δίνονται και οι αντίστοιχες γωνίες $\phi_{min}(\partial_i)$ και $\phi_{max}(\partial_i)$ αντιστοίχως οι οποίες καθορίζουν το μήκος του τόξου που βρίσκεται εντός του κυττάρου. Όπως φαίνεται στο σχήμα 3.35 υπάρχουν και τιμές του ∂ για τις οποίες το εν λόγω τόξο που ορίζεται από τις γωνίες ϕ δε βρίσκεται ολόκληρο εντός του κυττάρου. Σε αυτές τις περιπτώσεις ορίζονται δύο εύρη γωνιών ϕ καθώς το ενδιάμεσο από τα δύο εύρη τόξο βρίσκεται εκτός κυττάρου.



Σχήμα 3.35: Η γεωμετρία των φωτοβολταϊκών κυττάρων στο πρόγραμμα GOSIA γίνεται μέσω των γωνιών ∂ και φ του σχήματος. Κάθε γωνία ∂ ορίζει ένα τόξο εντός του κυττάρου. Για τη γωνία ∂₁ του σχήματος το τόξο αυτό περιγράφεται από τις γωνίες $\phi_{min}(\partial_1)$ και $\phi_{max}(\partial_1)$. Η γωνία ∂_2 ορίζει ένα τόξο που δεν εσωκλείεται εξ΄ ολοκλήρου στο κύτταρο αλλά μόνο τα δύο τμήματα αυτού που ορίζονται από τις γωνίες $\phi_1(\partial_2) \rightarrow \phi_2(\partial_2)$ και $\phi_3(\partial_2) \rightarrow \phi_4(\partial_2)$.

Βάσει των παραπάνω για κάθε ένα από τα κύτταρα που χρησιμοποιήθηκαν στην ανάλυση με το GOSIA υπολογίστηκε η μικρότερη και η μεγαλύτερη γωνία σκέδασης που καλύπτει και επιλέχθηκαν 20 ενδιάμεσες γωνίες ∂ για τις οποίες υπολογίστηκαν τα εύρη $\phi_{min} \rightarrow \phi_{max}$. Η επιλογή του πλήθους των ενδιάμεσων γωνιών ∂_i και άρα του αριθμού των διαμερίσεων του κυττάρου είναι αποτέλεσμα δύο ανταγωνιστικών απαιτήσεων, της κατά το δυνατόν καλύτερης προσέγγισης του ορθογώνιου σχήματος του κυττάρου και της οικονομίας σε υπολογιστική ισχύ και άρα χρόνο. Στο σχήμα 3.36 φαίνεται το αποτέλεσμα που προέκυψε για όλα τα κύτταρα και το οποίο δίνεται στο αρχείο εισόδου στις γραμμές 156 έως 402.



Σχήμα 3.36: Τα φωτοβολταϊκά κύτταρα όπως ορίζονται στο αρχείο εισόδου του GOSIA. Κάθε κύτταρο περιγράφεται από 20 γωνίες ∂ κάθε μία από τις οποίες ορίζει ένα τόξο το εύρος του οποίου καθορίζεται από τις γωνίες φ_{min} και φ_{max}.

Ορισμός λοιπών μεγεθών και μετρούμενων εντάσεων

Στην παράγραφο αυτή συνοψίζονται οι υπόλοιπες πληροφορίες που παρέχονται στο GOSIA μέσω του αρχείου εισόδου.

Στις γραμμές 102-107 του αρχείου εισόδου δίνεται ο συντελεστής εσωτερικής μετατροπής⁹ συναρτήσει της ενέργειας αρχικά για μεταβάσεις Ε2 και εν συνεχεία

⁹Εσωτερική μετατροπή είναι ο μηχανισμός κατά τον οποίο μία διεγερμένη πυρηνική κατάσταση αποδιεγείρεται με ταυτόχρονη εκπομπή ενός ηλεκτρονίου με ενέργεια $E_e = E_\gamma - E_x$ όπου E_γ η ενέργεια της στάθμης και E_x η ενέργεια συνδέσεως του ηλεκτρονίου. Καθότι η εσωτερική μετατροπή είναι ανταγωνιστικός μηχανισμός της αποδιέγερσης με εκπομπή ακτίνας γ ορίζεται ο συντελεστής εσωτερικής μετατροπής $a = \beta_e / \beta_\gamma$ που εκφράζει τη σχετική συνεισφορά των δύο μηχανισμών.

για μεταβάσεις M1. Συγκεκριμένα επιλέγεται ένα εύρος ενεργειών (σε MeV) που να περικλείει τη μικρότερη και τη μεγαλύτερη ενέργεια ακτίνας γ που εκπέμπει ο υπό εξέταση πυρήνας. Εν συνεχεία δίνονται οι τιμές του συντελεστή εσωτερικής μετατροπής για ένα πλήθος ενεργειών εντός αυτού του εύρους και ο κώδικας κάνει παρεμβολή μεταξύ αυτών των σημείων. Οι τιμές του συντελεστή για τις διάφορες τιμές ενέργειας ελήφθησαν από την αναφορά [114].

Το πάχος του στόχου δίνεται στο αρχείο εισόδου έμμεσα. Στη γραμμή 157 του αρχείου εισόδου δίνεται η ενέργεια της δέσμης πριν και μετά το στόχο ενώ στις γραμμές 404-405 δίνονται ενδιάμεσες τιμές ενέργειας με τις αντίστοιχες τιμές ισχύος ανασχέσεως σε μονάδες *MeV/mg/cm*² οι οποίες υπολογίστηκαν με το πρό-γραμμα SRIM [107]. Ο υπολογισμός της ενεργού διατομής της διέγερσης Coulomb γίνεται για όλες αυτές τις ενδιάμεσες τιμές.

Στις γραμμές 75-80 δίνονται οι παράμετροι J_i , Γ, Λ^{*}, t_c , g, K και x της σχέσης που χρειάζονται για τον υπολογισμό των συντελεστών απόσδεσης $G_k(t)$ του φαινομένου του πυρηνικού αποπροσανατολισμού (βλ. Παράρτημα §B'.3). Οι παράμετροι αυτοί υπολογίστηκαν στα πλαίσια της εργασίας [112] για την περίπτωση του ¹²⁸Xe με προσαρμογή στα πειραματικά δεδομένα. Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας θεωρήθηκε ότι οι παράμετροι αυτοί δε διαφέρουν για την περίπτωση του πυρήνα ¹³⁰Xe καθότι οι δύο πυρήνες έχουν την ίδια κατανομή ηλεκτρονίων στις ηλεκτρονικές τους στιβάδες. Αξίζει να σημειωθεί ότι θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν και οι προεπιλεγμένες τιμές του GOSIA για τις παραμέτρους αυτές οι οποίες ελάχιστα διαφέρουν από αυτές που υπολογίστηκαν.

Τέλος, στις γραμμές 147-152 δίνονται ο χρόνος ζωής της στάθμης 2_1^+ όπως προέκυψε από την ανάλυση DDCM που περιγράφηκε προηγουμένως καθώς επίσης και ο λόγος επιμίξεως της μετάβασης $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$ που αναφέρεται στη βιβλιογραφία [115].

Σε ξεχωριστό αρχείο, το οποίο δίνεται στο παράρτημα Γ', παρέχονται στο πρόγραμμα οι πειραματικά προσδιορισμένες συμπτώσεις για τις τέσσερις μεταβάσεις που αναλύθηκαν διορθωμένες για την ανιχνευτική απόδοση του κάθε ανιχνευτή. Για κάθε ένα από τα 6 φωτοβολταϊκά κύτταρα, που όπως αναφέρθηκε παραπάνω ορίζει για το GOSIA ξεχωριστό πείραμα, αναλύθηκαν οι 4 κορυφές στα φάσματα των 15 ανιχνευτών των δύο πρώτων δακτυλίων του JUROGAM. Δηλαδή παρέχονται στο GOSIA συνολικά $6 \times 4 \times 15 = 360$ πειραματικά σημεία τα οποία καλείται αυτό να προσεγγίσει.

Αλγόριθμοι Ελαχιστοποίησης

Προκειμένου για την εξεύρεση της βέλτιστης λύσης το GOSIA τρέχει έναν αλγόριθμο ελαχιστοποίησης μίας στατιστικής παραμέτρου S. Η στατιστική παράμετρος S είναι μία συνηθισμένου τύπου χ^2 -συνάρτηση με τη μόνη διαφορά ότι κανογικοποιείται ως προς το σύνολο των πειραματικών μεγεθών που παρέχονται στο

αρχείο εισόδου και όχι στο πλήθος των βαθμών ελευθερίας όπως συνηθίζεται (εν προκειμένω τα στοιχεία πίνακα) καθότι είναι πολύ διαφορετική η ευαισθησία του αποτελέσματος στα διάφορα στοιχεία πίνακα. Το μέγεθος S ορίζεται ως

$$S = \frac{1}{N} \left(S_y + S_1 + \sum_i w_i S_i \right) \tag{3.4}$$

όπου N είναι ο συνολικός αριθμός των πειραματικών μεγεθών δηλαδή των πειραματικά προσδιορισμένων εντάσεων και των όποιων χρόνων ζωής, συντελεστών διακλάδωσης, λόγων επιμίξεως ή άλλων παραμέτρων παρέχονται στο αρχείο εισόδου.

Στη σχέση 3.4 ο όρος S_y αφορά τη συνεισφορά στη στατιστική παράμετρο S των πειραματικά προσδιορισμένων εντάσεων και ορίζεται από τη σχέση

$$S_y = \sum_{I_e I_d} w_{I_e I_d} \sum_{k(I_e I_d)} \frac{1}{\sigma_k^2} (C_{I_e I_d} Y_k^c - Y_k^e)^2$$
(3.5)

όπου Y_k^c και Y_k^e είναι οι υπολογισμένες από το GOSIA και οι πειραματικά προσδιορισμένες εντάσεις αντίστοιχα και σ_k τα πειραματικά σφάλματα. Η άθροιση γίνεται ως προς όλα τα πειράματα I_e (τα οποία όπως αναφέρθηκε ορίζονται από τους σωματιδιακούς ανιχνευτές) και όλους τους ανιχνευτές HPGe I_d . Οι παράμετροι $C_{I_eI_d}$ είναι παράμετροι κανονικοποίησης που συνδέουν τα πειραματικά με τα θεωρητικά υπολογισμένα μεγέθη και $w_{I_eI_d}$ είναι στατιστικά βάρη που μπορούν να μπουν ξεχωριστά σε κάθε πείραμα ή ανιχνευτή HPGe (αν για παράδειγμα επιθυμείται η εξαίρεση ενός ανιχνευτή από την ανάλυση μπορεί να τεθεί ο αντίστοιχος παράγοντας ίσος με 0).

Ο δεύτερος όρος της σχέσης 3.4 έχει να κάνει με το όριο παρατήρησης και αποσκοπεί στο να αποτρέψει το πρόγραμμα από το να οδηγηθεί σε μία αφύσικη λύση που θα προέβλεπε εκπομπή κάποιων ακτίνων γ που δεν παρατηρούνται στο πείραμα. Ο όρος αυτός ορίζεται ως

$$S_{1} = \sum_{j} \left(\frac{\Upsilon_{j}^{c}(I_{e}I_{d})}{\Upsilon_{n}^{c}(I_{e}I_{d})} - u(I_{e}, I_{d}) \right)^{2} \cdot \frac{1}{u^{2}(I_{e}, I_{d})}$$
(3.6)

όπου $u(I_e, I_d)$ είναι το κατώτατο πειραματικά παρατηρίσιμο όριο που τίθεται από τον χρήστη για κάθε μετάβαση που περιλαμβάνεται στο αρχείο εισόδου και ορίζεται ως ο λόγος της έντασης της μετάβασης αυτής προς μία μετάβαση που έχει επιλεγεί για την κανονικοποίηση (εν προκειμένω τη μετάβαση $2^+_1 \rightarrow 0^+_1$).

Ο τελευταίος όρος στη σχέση 3.4 περιλαμβάνει όλα τα υπόλοιπα πειραματικά μεγέθη που δίνονται στο αρχείο εισόδου εκτός των εντάσεων, δηλαδή συντελεστές διακλάδωσης, λόγους επιμίξεως E2/M1, μέσους χρόνους ζωής και γνωστά στοιχεία

πίνακα. Ορίζεται από τη σχέση

$$S_{i} = \sum_{n_{i}} (d_{n_{i}}^{c} - d_{n_{i}}^{e})^{2} \cdot \frac{1}{\sigma_{n_{i}}^{2}}$$
(3.7)

όπου $d_{n_i}^c$ και $d_{n_i}^e$ είναι τα υπολογιζόμενα από τον κώδικα και τα πειραματικά μεγέθη αντιστοίχως ενώ $\sigma_{n_i}^2$ είναι τα σφάλματα των πειραματικών μεγεθών.

Για την ελαχιστοποίηση το GOSIA προσφέρει δύο αλγορίθμους. Ο πρώτος είναι ο αλγόριθμος της "απότομης κατάβασης" (steepest descent minimization). Ο αλγόριθμος αυτός υποθέτει ότι η συνάρτηση S μπορεί να αναπτυχθεί τοπικά σε ανάπτυγμα Taylor ως προς τις παραμέτρους x, που είναι τα στοιχεία πίνακα, ως εξής

$$\mathbf{S}(\bar{\mathbf{x}}) = \mathbf{S}(\bar{\mathbf{x}}_0) + \bar{\nabla}_0 \Delta \bar{\mathbf{x}} + \dots \tag{3.8}$$

όπου η κλίση ∇ είναι ένα διάνυσμα παραγώγων στο σημείο $\bar{x_0}$

$$\bar{\nabla}_{0,i} = \frac{\partial f}{\partial x_i} \tag{3.9}$$

Η μέθοδος αυτή βασίζεται στην παρατήρηση ότι τοπικά η μείωση του στατιστικού S μεγιστοποιείται αν η αλλαγή $\Delta \bar{x}$ στο διάνυσμα \bar{x} είναι αντιπαράλληλη στην κλίση.

Ο δεύτερος αλγόριθμος είναι αυτός της κλίσης-παραγώγου (gradient-derivative minimization) ο οποίος χρησιμοποιεί δύο διανύσματα για να βρει τη βέλτιστη κατεύθυνση, την κλίση και ένα διάνυσμα παραγώγου \bar{D} που δίνεται από τη σχέση

$$\bar{D} = \lim_{h \to 0} \frac{\bar{\nabla}(\bar{x_0} + h\bar{\nabla}_0) - \bar{\nabla}_0}{h}$$
(3.10)

Για περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά με τους δύο αλγορίθμους ο αναγνώστης παραπέμπεται στο εγχειρίδιο του GOSIA [113].

Βάσει των παραπάνω το GOSIA δίνει τη δυνατότητα ρύθμισης της μεθόδου και των παραμέτρων ελαχιστοποίησης. Συγκεκριμένα στις γραμμές 425-426 του αρχείου εισόδου επιλέγεται από τον χρήστη ο αλγόριθμος που θα χρησιμοποιηθεί, τα κριτήρια σύγκλησης καθώς και κάποιες άλλες επιλογές σχετικά με τον τρόπο υπολογισμού της παραγώγου.

3.4.4 Ανηγμένοι ρυθμοί μετάπτωσης που υπολογίστηκαν

Στον πίνακα 3.9 δίνονται τα αποτελέσματα για τον πυρήνα ¹²⁸Xe [112]. Για τη περίπτωση του ¹³⁰Xe και για λόγους που αναλύθηκαν σε προηγούμενες παραγράφους, η στατιστική που καταγράφηκε ήταν κατά πολύ μικρότερη. Το γεγονός αυτό κατέστησε δυσκολότερη την ανάλυση των φασμάτων και ως αποτέλεσμα η ποιότητα των γωνιακών κατανομών που προέκυψαν δεν ήταν εξ' ίσου καλή με αυτή της περίπτωσης του ¹²⁸Xe. Κατά την εκτέλεση του κώδικα διαπιστώθηκε ότι παρότι επετεύχθη γρήγορα μία ικανοποιητική σύγκλιση ως προς το στατιστικό μέγεθος S, δοκιμάζοντας διάφορες παραμέτρους στον αλγόριθμο ελαχιστοποίησης προέκυπταν διαφορετικές λύσεις κάτι που ενδεχομένως να οφείλεται στην ποιότητα των γωνιακών κατανομών που αναφέρθηκε. Έτσι επιχειρήθηκε να εκτελεστεί το πρόγραμμα για όλους τους δυνατούς συνδυασμούς παραμέτρων του αλγόριθμου ελαχιστοποίησης λαμβάνοντας κατ' αυτόν τον τρόπο ένα μεγάλο πλήθος λύσεων. Καθότι η στατιστική παράμετρος S κυμαινόταν για όλες αυτές τις λύσεις σε ένα εύρος 7.5 έως 9.5 και δεδομένου ότι στην τιμή αυτή συνεισφέρουν όχι μόνο τα ζητούμενα στοιχεία πίνακα αλλά και όλα τα υπόλοιπα (λιγότερο ή περισσότερο), δεν υπήρχε σαφής ένδειξη ότι κάποιο σετ είναι προτιμητέο. Συνεπώς επιλέχθηκε ως τελικά στοιχεία πίνακα να ληφθούν οι μέσες τιμές από όλα τα σετ και ως σφάλμα η μέση απόκλιση αυτών.

Στο σχήμα 3.37 δίνεται ενδεικτικά η εικόνα των αποτελεσμάτων σε σύγκριση με τις πειραματικά προσδιορισμένες εντάσεις για την περίπτωση σύμπτωσης με το κύτταρο 30. Η γωνιακή κατανομή των ακτίνων γ ως προς τη γωνία φ αναμένεται λόγω του γεγονότος ότι η συνθήκη σύμπτωσης με το κύτταρο 30 "σπάει" την αζιμουθιακή συμμετρία του πειράματος. Όπως φαίνεται στο σχήμα 3.37 εμφανίζεται πράγματι μία τέτοια εξάρτηση η οποία προσεγγίζεται ικανοποιητικά από τη λύση του GOSIA. Αντίστοιχη εικόνα προέκυψε και για τα υπόλοιπα 5 κύτταρα που χρησιμοποιήθηκαν στην ανάλυση με το GOSIA.

Ωστόσο η γωνιακή εξάρτηση ως προς φ είναι λιγότερο ισχυρή από την αντίστοιχη ως προς ∂. Πρέπει εδώ να σημειωθεί ότι επιχειρήθηκε κατά την ανάλυση με το GO-SIA να χρησιμοποιηθούν και τα δεδομένα των δακτυλίων στις γωνίες $\partial = 104^{\circ}.5$ και $\partial = 75^{\circ}.5$ ωστόσο λόγω του υποβάθρου πάνω στο οποίο επικάθεται (βλ. σχήμα 3.25) η φωτοκορυφή 536 keV κάτι τέτοιο δε στάθηκε δυνατό. Ο λόγος είναι ότι όπως έχει αναφερθεί οι κορυφές του υποβάθρου αυτού μετατοπίζονται ανάλογα με τη γωνία παρατήρησης με αποτέλεσμα στις γωνίες $\partial = 104^{\circ}.5$ και $\partial = 75^{\circ}.5$ να εισχωρούν εξ΄ ολοκλήρου κάτω από τη φωτοκορυφή 536 keV. Κατόπιν αυτών δεν είναι δυνατόν να σχεδιασθεί μία γωνιακή κατανομή ως προς ∂ αντίστοιχη με αυτήν ως προς ϕ του σχήματος 3.37. Δίνονται ωστόσο στον πίνακα 3.8 οι λόγοι $Y_{πεφαμa}/Y_{GOSIA}$ που προκύπτουν για τις τέσσερις μεταβάσεις για τις γωνίες $\partial = 157^{\circ}.6$ και $\partial = 133^{\circ}.57$ και για την περίπτωση και πάλι της σύμπτωσης με το κύτταρο υπ' αριθμό 30.

Στον πίνακα 3.10 παρουσιάζονται τα τελικά αποτελέσματα που προέκυψαν από την ανάλυση των δεδομένων του πυρήνα ¹³⁰Χε με το πρόγραμμα GOSIA.

Κλείνοντας αυτό το κεφάλαιο δίνονται στον πίνακα 3.11 συγκεντρωμένα όλα τα αποτελέσματα για τα δύο ισότοπα του Χε που μελετήθηκαν. Όπως προκύπτει από τα ανωτέρω, για ορισμένες στάθμες οι χρόνοι ζωής προσδιορίστηκαν τόσο από τα



Σχήμα 3.37: Στο σχήμα φαίνονται οι πειραματικές εντάσεις και οι θεωρητικά προσδιορισμένες από το GOSIA κατανομές για τους 15 ανιχνευτές γερμανίου όταν η ανίχνευση των ανακρουόμενων πυρήνων Fe γίνεται στο φωτοβολταϊκό κύτταρο 30. Η αριστερή στήλη απεικονίζει τους ανιχνευτές HPGe του πρώτου δακτυλίου στις 157.6° και η δεξιά τους αντίστοιχους του δεύτερου δακτυλίου στις 133°.57 ενώ στον οριζόντιο άξονα αναγράφονται οι αντίστοιχες γωνίες φ των ανιχνευτών αυτών.

Πίνακας 3.8: Στον πίνακα συγκρίνονται οι μετρημένες εντάσεις ακτίνων γ με τις υπολογισμένες από το GOSIA για την περίπτωση του ¹³⁰Xe. Οι εντάσεις αυτές μετρήθηκαν στις γωνίες $\partial = 157^{\circ}.6$ και $\partial = 133^{\circ}.57$ και σε σύμπτωση με το φωτοβολταϊκό κύτταρο 30 του σχήματος 3.4.

$\overline{I_i^{\pi} \to I_f^{\pi}}$	$rac{Y_{\pi arepsilon arphi arphi arphi arphi arphi}}{Y_{GOSIA}} \left(157^o.6 ight)$	$rac{Y_{\pi arepsilon arphi a \mu a}}{Y_{GOSIA}} \left(133^o.57 ight)$
$2^+_1 \rightarrow 0^+_1$	0.96 (0.01)	1.02 (0.01)
$4^+_1 \rightarrow 2^+_1$	0.93 (0.03)	1.06 (0.02)
$6^+_1 \rightarrow 4^+_1$	1.04 (0.12)	0.91 (0.09)
$2^+_2 \rightarrow 2^+_1$	0.87 (0.04)	1.05 (0.03)

Πίνακας 3.9: Οι ανηγμένοι ρυθμοί μετάπτωσης που προέκυψαν από την ανάλυση των δεδομένων του πυρήνα ¹²⁸Xe με το πρόγραμμα GOSIA στα πλαίσια της εργασίας της αναφοράς [112]. Οι τιμές έχουν κανονικοποιηθεί στον ανηγμένο ρυθμό μετάπτωσης της μετάβασης $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ όπως αυτή προέκυψε από την ανάλυση DDCM του γράφοντος.

Μετάβαση	$B(E2;I_i^+ \rightarrow I_f^+)$ (W.u.)
$2^+_1 ightarrow 0^+_1$	42.9
$2^+_2 \rightarrow 2^+_1$	53.8(36)
$2^+_2 \rightarrow 0^+_1$	0.72(5)
$4^+_1 \rightarrow 2^+_1$	57.7(72)
$6^+_1 ightarrow 4^+_1$	60.7(51)

Πίνακας 3.10: Οι ανηγμένοι ρυθμοί μετάπτωσης που προέκυψαν από την ανάλυση των δεδομένων του πυρήνα ¹³⁰Xe με το πρόγραμμα GOSIA στα πλαίσια της παρούσας εργασίας. Δεδομένου ότι από την ανάλυση προέκυψαν σχετικές τιμές και όχι απόλυτες χρησιμοποιήθηκε η τιμή του ανηγμένου ρυθμού μετάπτωσης της μετάβασης $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ όπως αυτή προέκυψε από την ανάλυση DDCM και χρησιμοποιήθηκε για την κανονικοποίηση των υπολοίπων τιμών.

Μετάβαση	$B(E2;I_i^+ \rightarrow I_f^+)$ (W.u.)
$2^+_1 ightarrow 0^+_1$	32
$2^+_2 \rightarrow 2^+_1$	37.2(36)
$2^+_2 ightarrow 0^+_1$	0.3(1)
$4^+_1 \rightarrow 2^+_1$	48.8(29)
$6_1^+ \rightarrow 4_1^+$	44.4(83)

"singles" δεδομένα όσο και από αυτά των γ-γ-συμπτώσεων. Για τις περιπτώσεις αυτές έχει ληφθεί ως τελική τιμή ο μέσος όρος σταθμισμένος ως προς το σφάλμα. Σημειώνεται επίσης ότι για την περίπτωση των χρόνων ζωής που υπολογίστηκαν από την ανάλυση των "singles" δεδομένων συνυπολογίστηκε ένα επιπλέον 5% σφάλμα το οποίο, όπως σχολιάσθηκε στην παράγραφο §2.3.4, είναι το άνω όριο που αναφέρεται στην εργασία των Rascher *et al.* [85] σχετικά με την αβεβαιότητα που οφείλεται στο φαινόμενο του πυρηνικού αποπροσανατολισμού. Τέλος, για τον υπολογισμό των τελικών τιμών για τους ανηγμένους ρυθμούς μετάπτωσης λήφθηκε ο μέσος όρος των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από τις μεθόδους DDCM και GOSIA και πάλι ο σταθμισμένος ως προς τα σφάλματα.

2^+_2 1122.1 6.5(6)	6_1^+ 1944.1 1.9(7)	4^+_1 1204.6 3.3(2)	2^+_1 536.1 14.1(8) 14.			2^+_2 969.5 8.1(3) 9.	6^+_1 1737.3 1.83(14)	4_1^+ 1033.1 5.0(3) 4.8	2^+_1 442.9 30(2) 27.		(keV) (ps) (l)	$I_i^{\pi} E_x I_{singles} I_y$
6	1	ω	.8(3) 1.			1(7) 8	1.8	8(2) 4	2(3) 2		(sc	γ-γ
3.5(6)	9(7)	3.3(2)	4.7(3)			3.3(3)	83(14)	ŀ.9(2)	7.3(3)		(pg)	7
$2^+_2 ightarrow 2^+_1$	$6^+_1 \rightarrow 4^+_1$	$4^+_1 ightarrow 2^+_1$	$2^+_1 ightarrow 0^+_1$	¹³⁰ Xe	$2^+_2 ightarrow 0^+_1$	$2^+_2 ightarrow 2^+_1$	$6^+_1 \rightarrow 4^+_1$	$4^+_1 ightarrow 2^+_1$	$2^+_1 ightarrow 0^+_1$	¹²⁸ Xe		$I^{\pi}_i \to I^{\pi}_f$
586.0	739.5	668.5	536.1		969.5	526.6	704.2	590.2	442.9		(keV)	E_{γ}
38(7)	51(40)	47(6)	32(1)		0.64(5)	47(4)	67(11)	61(4)	45(1)		(W.u.)	$B(E2)_{DDCM}$
37(4)	44(8)	48(3)			0.76(5)	57(4)	64(5)	61(8)			(W.u.)	$B(E2)_{GOSIA}$
37(3)	44(8)	48(3)	32(1)		0.69(4)	52(3)	65(5)	61(4)	45(1)		(W.u.)	$\overline{B(E2)}$

Πίνακας 3.11: Τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα όπως προέκυψαν από την ανάλυση των δεδομένων του ¹²⁸Xe και του ¹³⁰Xe. Στην 3^η και 4^η στήλη δίνονται οι μέσοι χρόνοι ζωής που προέκυψαν από την ανάλυση μέσω DDCM και GOSIA αντιστοίχως ενώ στην 5^η στήλη δίνεται ο όρος των δύο προαναφερθέντων τιμών. για το τ ενώ στην 9^η στήλη δίνεται η αντίστοιχη τιμή που υπολογίστηκε με το GOSIA. Τέλος, στη 10^η στήλη, δίνεται ο σταθμισμένος μέσος κείμενο λόγω αβεβαιότητας του φαινομένου αποπροσανατολισμού. Στην 8^η στήλη δίνεται ο ανηγμένος ρυθμός μετάπτωσης που προκύπτει σταθμισμένος μέσος όρος των δύο. Στα σφάλματα των τ_{singles} έχει προστεθεί ένα επιπλέον σφάλμα 5% σε σχέση με τις τιμές που δίνονται στο

143

Κεφάλαιο 4

Μέτρηση χρόνων ζωής σταθμών του πυρήνα ¹⁰²Pd

Όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο §1.3.4, το ¹⁰²Pd βρίσκεται στη λίστα με τους πυρήνες που είναι υποψήφιοι για τη συμμετρία E(5). Προκειμένου να ελεγχθεί αυτή η υπόθεση πραγματοποιήθηκε η μέτρηση χρόνων ζωής των πυρηνικών σταθμών της ζώνης yrast του πυρήνα αυτού με τη μέθοδο RDDS χρησιμοποιώντας την αντίδραση ${}^{92}_{40}Zr({}^{13}_{6}C,3n){}^{102}_{46}Pd$. Η μέτρηση έγινε στο εργαστήριο Laboratori Nationali di Legnaro (LNL) στην Ιταλία. Στο κεφάλαιο αυτό θα δοθεί λεπτομερής περιγραφή του πειράματος αυτού καθώς επίσης και της ανάλυσης των δεδομένων. Στο τέλος του κεφαλαίου δίνονται τα αποτελέσματα όπως προέκυψαν από την ανάλυση ενώ γίνεται και μία προσπάθεια σύγκρισής τους με τις προβλέψεις του μοντέλου αλληλεπιδρώντων μποζονίων για τους μεταβατικούς πυρήνες.

4.1 Η πειραματική διάταξη

Στην ενότητα αυτή περιγράφεται η πειραματική διάταξη που χρησιμοποιήθηκε για το πείραμα του ¹⁰²Pd η οποία περιλαμβάνει τον επιταχυντή του εργαστηρίου LNL, το ανιχνευτικό σύστημα GASP και τις συγκεκριμένες πειραματικές συνθήκες (δέσμη, στόχοι κτλ) που χρησιμοποιήθηκαν για το καθαυτό πείραμα.

4.1.1 Ο επιταχυντής XTU Tandem Van de Graaff 16 MV

Ο επιταχυντής XTU Tandem Van de Graaff [116] του εθνικού εργαστηρίου του Legnaro είναι ένας ηλεκτροστατικός επιταχυντής τύπου TANDEM με γεννήτρια Van de Graaff. Ο επιταχυντής διαθέτει τρεις πηγές αρνητικών ιόντων, μία πηγή τύπου Duoplasmatron, μία πηγή ανταλλαγής ιόντων λιθίου και μία πηγή τύπου Sputter, με τις οποίες μπορεί να παράγει δέσμες ιόντων από ¹H έως ¹⁹⁷Au. Μέσα στην κεντρική μεταλλική δεξαμενή βρίσκεται η γεννήτρια Van de Graaff που φορτίζεται με το σύστημα Laddertron, το οποίο είναι ένα σύστημα από μεταλλικές αλυσίδες που χρησιμοποιείται για να "ανεβάζει" το φορτίο στο τερματικό της γεννήτριας [117]. Η δεξαμενή πληρούται με μονωτικό αέριο SF_6 το οποίο επιτρέπει μέγιστη τάση τερματικού 15-16 *MV*. Εντός του επιταχυντικού σωλήνα, στο κέντρο του τερματικού, με τη βοήθεια ειδικού αερίου αλλά και κατάλληλων υμενίων, γίνεται απογύμνωση των αρνητικών ιόντων από ένα ή περισσότερα ηλεκτρόνια με αποτέλεσμα να γίνεται διπλή εκμετάλλευση της υψηλής τάσης του τερματικού. Μετά τη δεξαμενή και αφού έχουν επιταχυνθεί τα ιόντα στην επιθυμητή ενέργεια ακολουθεί ένας μαγνήτης 90° με τη βοήθεια του οποίου παραμένει εντός της γραμμής μόνο η επιθυμητή δέσμη. Τέλος, ο επιταχυντής καταλήγει σε δέκα πειραματικές γραμμές που μοιράζονται σε τρία δωμάτια όπου και βρίσκονται οι πειραματικές διατάξεις.

4.1.2 Το ανιχνευτικό σύστημα GASP

Το GASP (GAmmaray SPectrometer) [118] είναι ένα φασματόμετρο ακτίνων γ το οποίο αποτελείται από μία σφαιρική συστοιχία 40 ανιχνευτών γερμανίου υψηλής καθαρότητας με σύστημα καταστολής υποβάθρου Compton και από ένα σφαιρικό 4π καλορίμετρο που αποτελείται από 80 κρυστάλλους τύπου BGO. Στο κέντρο της διάταξης βρίσκεται ο θάλαμος στον οποίο καταλήγει η δέσμη από τον επιταχυντή. Συγκεκριμένα, το GASP έχει σχήμα πολυέδρου με 122 έδρες από τις οποίες οι 2 χρησιμεύουν για την είσοδο και την έξοδο της γραμμής, οι 80 έδρες είναι αφιερωμένες στους κρυστάλλους τύπου BGO και οι εναπομείνασες 40 έδρες είναι αφιερωμένες στους ανιχνευτές γερμανίου (βλ. Σχήμα 4.1). Οι κρύσταλλοι BGO χρησιμεύουν για τη μέτρηση της ολικής ενέργειας της πολλαπλότητας μίας αποδιέγερσης, σε περίπτωση που αυτό ενδιαφέρει. Σε αυτό το σχηματισμό (""Configuration I"") οι ανιχνευτές γερμανίου βρίσκονται σε απόσταση 27 cm από το κέντρο του θαλάμου, καλύπτοντας περίπου το 10% της ολικής στερεάς γωνίας και πετυχαίνοντας έτσι απόλυτη ανιχνευτική απόδοση 3% στην ενέργεια 1.332 Me-V. Σε πειράματα ωστόσο που η στατιστική είναι καθοριστικής σημασίας υπάρχει η δυνατότητα αφαίρεσης των 80 κρυστάλλων BGO γεγονός που επιτρέπει στους 28 από τους 40 ανιχνευτές γερμανίου να πλησιάσουν στα 20 cm και στους υπόλοιπους 12 στα 24 cm. Με αυτό το σχηματισμό (""Configuration II"") επιτυγχάνεται σχεδόν διπλασιασμός της ολικής απόλυτης ανιχνευτικής απόδοσης, η οποία φτάνει το 5.8% στην ενέργεια 1.332 MeV. Στην περίπτωση του πειράματος της παρούσας εργασίας το GASP βρισκόταν στον σχηματισμό "ΙΙ". Και στις δύο διατάξεις, οι ανιχνευτές γερμανίου είναι τοποθετημένοι έτσι ώστε να σχηματίζουν επτά δακτυλίους σε ισάριθμες πολικές γωνίες θ ως προς τη δέσμη. Οι γωνίες των δακτυλίων καθώς και ο αριθμός των ανιχνευτών σε κάθε δακτύλιο δίνονται στον πίνακα 4.1.



Σχήμα 4.1: Το φασματόμετρο GASP του εθνικού εργαστηρίου του Legnaro. Στην αριστερή φωτογραφία διακρίνεται το αριστερό ημισφαίριο στο σχηματισμό "Ι". Από τις 122 έδρες του εσωτερικού πολυέδρου, οι 80 καταλαμβάνονται από τους κρυστάλλους BGO, οι 40 από τους ανιχνευτές γερμανίου (διακρίνονται στη φωτογραφία από τις μαύρες ταινίες) και οι 2 προορίζονται για την είσοδο και την έξοδο της γραμμής του επιταχυντού από το GASP. Στη δεξιά φωτογραφία το GASP βρίσκεται στο σχηματισμό "ΙΙ" στον οποίο οι 80 κρύσταλλοι BGO έχουν αφαιρεθεί και οι ανιχνευτές γερμανίου έχουν πλησιάσει με αποτέλεσμα την αύξηση της ανιχνευτικής απόδοσης του συστήματος από 3% σε 5.8% στην ενέργεια 1.332 MeV.

Δακτύλιος	Γωνία ∂ ⁰	Αριθμός ανιχνευτών
0	34.57	6
1	59.43	6
2	72	4
3	90	8
4	108	4
5	120.57	6
6	145.43	6

Πίνακας 4.1: Οι γωνίες των επτά δακτυλίων του GASP και ο αριθμός των ανιχνευτών σε κάθε δακτύλιο.

Τελικός πυρήνας	Ποσοστό %	Ενεργός διατομή (mb)
^{103}Pd	1.4	9.43
^{103}Rh	0.3	2.02
¹⁰² Pd	69.7	470
^{102}Rh	10.9	73.4
^{102}Ru	0.1	0.674
^{101}Pd	9.7	65.3
^{101}Rh	0.3	2.02
^{100}Ru	1.0	6.74
⁹⁹ Ru	6.3	42.4
^{99}Tc	0.1	0.674
⁹⁸ Ru	0.1	0.674
⁹⁶ Mo	0.1	0.674

Πίνακας 4.2: Στον πίνακα δίνονται όλα τα πιθανά κανάλια της αντίδρασης ⁹²2r(¹³₆C, X)Υ σε ενέργεια δέσμης 48 MeV που εμφανίζονται με ποσοστό άνω του 0.1%. Ο υπολογισμός έγινε με το πρόγραμμα PACE4 και έχει ληφθεί υπόψη η απώλεια ενέργειας εντός του στόχου που υπολογίστηκε με τη βοήθεια του προγράμματος SRIM [107].

4.1.3 Οι στόχοι, η δέσμη και η αντίδραση

Για το πείραμα του ¹⁰²Pd χρησιμοποιήθηκε στόχος Zr πάχους ~ 1.1 mg/cm^2 εμπλουτισμένος κατά 95.13% σε ⁹²Zr. Οι στόχοι βομβαρδίστηκαν από δέσμη ¹³C ενέργειας 48 MeV και έντασης 3-5 pnA, οπότε πραγματοποιήθηκε η αντίδραση ${}^{92}Zr({}^{13}_{6}C, 3n){}^{102}_{46}Pd$. Όπως φαίνεται στον πίνακα 4.2, από υπολογισμό που έγινε με το πρόγραμμα PACE4 [106], το κανάλι εκπομπής τριών νετρονίων από το οποίο προκύπτει το ¹⁰²Pd, είναι ιδιαίτερα προτιμητέο κατά ποσοστό ~70% σε σχέση με όλα τα άλλα δυνατά κανάλια, γεγονός που εξηγεί γιατί επιλέχθηκε η συγκεκριμένη αντίδραση. Επίσης από τον υπολογισμό αυτόν προκύπτει ότι οι πυρήνες του ¹⁰²Pd αναμένεται να έχουν ταχύτητα v/c της τάξης του 1% κατά την έξοδό τους από τον στόχο και γωνιακή απόκλιση από τη δέσμη λιγότερο από 8° σε ποσοστό άνω του 80% των πυρήνων. Με αυτή την ταχύτητα αναμένεται να διαχωρίζεται επαρκώς το μετατοπισμένο από το μη μετατοπισμένο κομμάτι της φωτοκορυφής για τις ενέργειες που μας ενδιαφέρουν. Ως δεύτερο υμένιο για τη συσκευή plunger χρησιμοποιήθηκε φύλλο Au απείρου πάχους¹. Σχηματικά η διάταξη δίνεται στο σχήμα 4.2.

¹Ως απείρου πάχους στην πειραματική πυρηνική φυσική καλούνται τα υμένια των οποίων το πάχος επαρκεί για να σταματήσει πλήρως τους συγκεκριμένους πυρήνες και για τη συγκεκριμένη ενέργεια που εξετάζουμε.



Σχήμα 4.2: Η διάταξη που χρησιμοποιήθηκε για τη μέτρηση του ¹⁰² Pd. Ο στόχος ⁹²Zr πάχους 1.1 mg/cm² βομβαρδίστηκε από δέσμη ¹³C ενέργειας 48 MeV με αποτέλεσμα να πραγματοποιηθεί η αντίδραση ${}^{92}_{40}Zr({}^{13}_{6}C, X)Y$. Οι πυρήνες του ¹⁰² Pd εν συνεχεία σταματούν σε υμένιο Au απείρου πάχους.

4.2 Ανάλυση των δεδομένων με τη μέθοδο DDCM

Με τη διάταξη που περιγράφηκε προηγουμένως καταγράφηκαν δεδομένα για 24 αποστάσεις των δύο υμενίων της συσκευής plunger, από 0.1 μ m μέχρι 9 mm, και για ~5 έως 8 ώρες ακτινοβόληση ανά απόσταση. Συγκεκριμένα οι αποστάσεις στις οποίες καταγράφηκαν δεδομένα είναι: 0.1, 2, 4, 6, 8, 12, 14, 17, 20, 24, 36, 44, 54, 68, 89, 132, 244, 500, 1000, 2000, 3500, 6000 και 9000 μ m.

Στην περίπτωση του Pd, σε αντίθεση με το Xe, η ανάλυση έγινε μόνο για την περίπτωση των γ-γ-συμπτώσεων για τρεις λόγους:

- Σε αυτό το πείραμα δεν υπήρχε κάτι αντίστοιχο με τους σωματιδιακούς ανιχνευτές του πειράματος του Χε που να μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως συνθήκη σκανδαλισμού και να "καθαρίσει" το φάσμα.
- 2. Η αντίδραση που χρησιμοποιήθηκε για τη δημιουργία του ¹⁰²Pd, όπως φαίνεται στον πίνακα 4.2, μπορεί να οδηγήσει και στη δημιουργία πολλών άλλων πυρήνων γεμίζοντας έτσι το φάσμα με ανεπιθύμητες ακτίνες γ.
- 3. Όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 2 στην περίπτωση των "singles" υπάρχει ο κίνδυνος της μη παρατηρήσιμης τροφοδοσίας της υπό εξέταση στάθμης. Στην περίπτωση του Xe, όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 3, εφόσον ο πυρήνας διεγείρεται από τη βασική του κατάσταση δεν υπήρχε αυτό το πρόβλημα. Οι πυρήνες του ¹⁰²Pd όμως δημιουργούνται κατέυθείαν σε μία διεγερμένη κατάσταση από την οποία μετά αποδιεγείρονται και επομένως δεν μπορεί να αποκλεισθεί η περίπτωση να υπάρχει κάποια "άγνωστη" στάθμη που να τροφοδοτεί την εκάστοτε στάθμη ενδιαφέροντος.

Επομένως για να θεωρηθεί ένα γεγονός έγκυρο και να καταγραφεί έπρεπε να δώσουν σήμα τουλάχιστον δύο ανιχνευτές γερμανίου. Εν συνεχεία, τα έγκυρα αυτά γεγονότα ταξινομήθηκαν σε δισδιάστατες μήτρες για όλους τους δυνατούς συνδυασμούς από δακτυλίους ανιχνευτών και για κάθε μία από τις 24 αποστάσεις. Συνολικά 7 × 7 × 24 = 1176 μήτρες κατασκευάστηκαν, κάθε μία από τις οποίες είχε 4096 × 4096 κανάλια. Η σύμβαση που ακολουθήθηκε για τις προβολές των μητρών είναι η ίδια με αυτήν της περίπτωσης του Xe. Κάθε προβολή συμβολίζεται ως "X_Y" όπου "X" είναι ο δακτύλιος των ανιχνευτών στον οποίον προβάλλεται η μήτρα και "Y" ο δακτύλιος στον οποίον μπαίνει η γ-πύλη. Σε ορισμένες περιπτώσεις είναι δυνατόν η γ-πύλη να μπει σε περισσότερους του ενός δακτυλίους, για παράδειγμα στους "Y", "Z" και "W". Είναι τότε δυνατή η πρόσθεση των προβολών "X_Y", "X_Z" και "X_W" και η προκύπτουσα αθροιστική προβολή συμβολίζεται "X_YZW". Ένα παράδειγμα ολικής προβολής μίας μήτρας σύμπτωσης δίνεται στο σχήμα 4.3 όπου έχουν σημειωθεί και οι φωτοκορυφές που προέρχονται από το ¹⁰²Pd.



Σχήμα 4.3: Ολική προβολή μίας γ-γ-μήτρας για την περίπτωση του ¹⁰²Pd και για απόσταση των υμενίων της συσκευής plunger ίση με 8 μm. Συγκεκριμένα πρόκειται για την προβολή στο δακτύλιο "6" στις 145.43° όταν η γ-πύλη περιέχει όλες τις ακτίνες γ που ανιχνεύονται στο δακτύλιο '0' στις 34.5°. Σύμφωνα με τη σύμβαση συμβολισμού η προβολή αυτή καλείται "6_0". Στο φάσμα έχουν σημειωθεί και οι ευδιάκριτες φωτοκορυφές που προέρχονται από το ¹⁰²Pd όπου σε κάθε μία με "s" και "u" υποδεικνύονται το μετατοπισμένο και το μη μετατοπισμένο κατά Doppler μέρος της.

Έχοντας τα προηγούμενα υπόψη, στις επόμενες παραγράφους θα δοθούν οι λεπτομέρειες της ανάλυσης των δεδομένων και τελικά τα αποτελέσματα που προέκυψαν.

4.2.1 Προσδιορισμός του λόγου v/c

Όπως περιγράφηκε στην παράγραφο §2.3.5, για την περίπτωση των γ-γ-συμπτώσεων χρειάζεται ξεχωριστός υπολογισμός της ταχύτητας των "εν πτήσει" πυρήνων για κάθε διαφορετική γ-πύλη που τίθεται. Όπως θα συζητηθεί παρακάτω, για την περίπτωση του Pd, στάθηκε δυνατός ο υπολογισμός των χρόνων ζωής της κάθε στάθμης με περισσότερες της μίας γ-πύλες. Για κάθε μία από αυτές τις περιπτώσεις ακολουθήθηκε η ίδια διαδικασία για τον υπολογισμό του v/c η οποία συνίσταται στα εξής βήματα:

- Αρχικά τοποθετείται η γ-πύλη στη μετάβαση, έστω Α, που έχει επιλεγεί ως συνθήκη σύμπτωσης προσέχοντας να περιέχει μόνο γεγονότα της μετατοπισμένης φωτοκορυφής (δηλαδή ακτίνες γ που προέρχονται από τους "εν πτήσει" πυρήνες) καθώς τα ίδια φάσματα-τομές είναι που θα χρησιμοποιηθούν και στην περαιτέρω ανάλυση. Προβάλλοντας τη μήτρα στο δακτύλιο που έχουμε επιλέξει να αναλύσουμε παίρνουμε τα φάσματα-τομές, ένα για κάθε απόσταση. Στο φάσμα-τομή εμφανίζονται όλες οι μεταβάσεις που βρίσκονται στον ίδιο κλάδο αποδιέγερσης με την Α.
- 2. Για να προσδιοριστεί το v/c χρειάζεται ο προσδιορισμός του κεντροειδούς της μη μετατοπισμένης και της μετατοπισμένης φωτοκορυφής για τουλάχιστον μία μετάβαση του φάσματος-τομή, έστω τη Β, που συμβολίζονται E_B και E'_B αντιστοίχως. Στις μικρές αποστάσεις η μη μετατοπισμένη φωτοκορυφή διακρίνεται πολύ καθαρότερα ενώ στις μεγάλες σχεδόν εξαφανίζεται και επικρατεί η μετατοπισμένη. Έτσι, κάνοντας γκαουσιανή προσαρμογή στα φάσματα-τομές των μικρών αποστάσεων προκύπτει το E_B ως μέση τιμή των επιμέρους κεντροειδών E_B, ενώ το E'_B προσδιορίζεται ομοίως από τα φάσματα-τομές των μεγάλων αποστάσεων. Από τις δύο αυτές τιμές προκύπτει το v/c από τη σχέση 2.46.
- 3. Αν στο φάσμα τομή είναι δυνατόν να αναλυθούν περισσότερες από μία μεταβάσεις, τότε επαναλαμβάνεται η παραπάνω διαδικασία για κάθε μία από τις μεταβάσεις αυτές και από τις τιμές για το v/c που προκύπτουν λαμβάνεται ως τελική τιμή ο σταθμισμένος μέσος όρος.

Το v/c που προσδιορίστηκε από την παραπάνω διαδικασία ποικίλει για κάθε περίπτωση αναλόγως με τη γ-πύλη που χρησιμοποιήθηκε, σε γενικές γραμμές πάντως αυτό κυμάνθηκε γύρω από την τιμή 0.8%, τιμή αναμενόμενη και από την κινηματική της αντίδρασης (βλ. §4.1.3).

4.2.2 Προσδιορισμός παραγόντων κανονικοποίησης

Όπως και στην περίπτωση του Xe έτσι και σε αυτό το πείραμα, δεδομένου ότι τόσο το ρεύμα όσο και ο χρόνος ακτινοβόλησης δεν ήταν σταθερά σε κάθε απόσταση που μετρήθηκε, χρειάζεται να γίνει κανονικοποίηση των δεδομένων ώστε τα δεδομένα που ελήφθησαν σε διαφορετικές αποστάσεις της συσκευής plunger να αντιστοιχούν σε ίδιο αριθμό αντιδράσεων.

Η κανονικοποίηση έγινε και με τους δύο τρόπους που περιγράφονται στην παράγραφο §2.3.5. Αφενός ολοκληρώνοντας τις ολικές προβολές των μητρών που προέρχονται από διαφορετικές αποστάσεις. Αφετέρου, βάζοντας μία γ-πύλη σε μία ισχυρή φωτοκορυφή του υπό εξέταση πυρήνα και εν συνεχεία προσδιορίζοντας τις εντάσεις των πιο ισχυρών και ευδιάκριτων φωτοκορυφών του ίδιου πυρήνα στο φάσμα-τομή.

Στο γράφημα 4.4 παρουσιάζεται η σύγκριση από τους παράγοντες κανονικοποίησης που προέκυψαν και από τις δύο μεθόδους. Όπως παρατηρείται τουλάχιστον μέχρι την απόσταση των 240 μm υπάρχει ικανοποιητική συμφωνία. Σε μεγαλύτερες αποστάσεις υπάρχουν σημαντικές αποκλίσεις. Αυτό αποδίδεται στο γεγονός ότι οι ακτινοβολήσεις στις μεγάλες αποστάσεις διήρκεσαν κατά μέσο όρο λιγότερο απ'ο,τι στις μικρές και είχαν αυξημένο ρεύμα. Συγκεκριμένα οι ακτινοβολήσεις των μεγάλων αποστάσεων διήρκεσαν κατά μέσο όρο 5 ώρες αντί για 8 που διήρκεσαν οι αντίστοιχες των μικρών ενώ το ρεύμα είχε αυξηθεί από 12 σε 18 nA. Όπως έχει σχολιαστεί στην παράγραφο §2.3.5 η μείωση της διάρκειας οδηγεί σε χαμηλότερο φυσικό υπόβαθρο ενώ η αύξηση του ρεύματος οδηγεί σε περισσότερες τυχαίες συμπτώσεις. Σε κάθε περίπτωση, τα δεδομένα που ελήφθησαν σε αποστάσεις μεγαλύτερες από 128 μm δε χρειάστηκε να χρησιμοποιηθούν.

Ένα σημείο στο οποίο πρέπει να δοθεί προσοχή είναι ότι η συνθήκη σύμπτωσης είναι προτιμότερο να μπει σε μετάπτωση που να μην επηρεάζεται ιδιαίτερα από το φαινόμενο αποπροσανατολισμού. Αν για παράδειγμα τεθεί η συνθήκη σύμπτωσης στη μετάπτωση $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$, η εκπομπή της οποίας γίνεται όλο και πιο ισοτροπική σε μεγαλύτερες αποστάσεις λόγω αποπροσανατολισμού της στάθμης 2_1^+ , τότε φυσικά επηρεάζονται και οι παράγοντες κανονικοποίησης που θα προκύψουν. Όπως σχολιάστηκε στην παράγραφο §2.3.4 η στάθμη 2_1^+ , λόγω μικρότερης γωνιακής στροφορμής αλλά και λόγω μεγαλύτερου χρόνου ζωής, αναμένεται να επηρεάζεται περισσότερο από το φαινόμενο αποπροσανατολισμού. Για τον ίδιο λόγο αποφεύχθηκε και η στάθμη 4_1^+ και οι παράγοντες κανονικοποίησης που χρησιμοποιήθηκαν τελικά προέκυψαν θέτοντας τη γ-πύλη στη μετάβαση $6_1^+ \rightarrow 4_1^+$ και εν συνεχεία, στο φάσμα-τομή που προέκυψε, υπολογίζοντας το άθροισμα των εντάσεων των μεταβάσεων που βρίσκονται ενεργειακά ψηλότερα. Ωστόσο, για τον προσδιορισμό του σφάλματος των παραγόντων κανονικοποίησης, χρησιμοποιήθηκε η διαφορά των δύο μεθόδων.



Σχήμα 4.4: Οι παράγοντες κανονικοποίησης όπως προέκυψαν με τις δύο διαφορετικές μεθόδους που περιγράφονται στο κείμενο. Με \triangle φαίνονται οι παράγοντες που προέκυψαν θέτοντας τη συνθήκη σύμπτωσης στη μετάβαση $6^+_1 \rightarrow 4^+_1$ και υπολογίζοντας το άθροισμα των "καθαρών" φωτοκορυφών στο συνεπακόλουθο φάσμα-τομή και με \blacktriangle φαίνονται οι παράγοντες που προέκυψαν από το ολοκλήρωμα της ολικής προβολής. Μέχρι τα 240 μm παρατηρείται πολύ καλή συμφωνία ενώ σε μεγαλύτερες αποστάσεις υπάρχουν σημαντικές διαφορές. Ωστόσο, τα δεδομένα που λήφθηκαν σε αποστάσεις μεγαλύτερες των 128 μm δε χρησιμοποιήθηκαν τελικά στην ανάλυση.

4.2.3 Επιλογή γ-πύλης

Ιδιαίτερη προσοχή κατά την ανάλυση των δεδομένων από πειράματα RDDS χρειάζεται κατά την επιλογή της γ-πύλης. Σε αντίθεση με την περίπτωση του Χε, όπου λόγω της μεγάλης ταχύτητας των ανακρουόμενων πυρήνων υπήρχε απόλυτος διαχωρισμός μεταξύ της μετατοπισμένης και της μη μετατοπισμένης φωτοκορυφής, στην περίπτωση του Pd υπάρχει μερική αλληλοεπικάλυψη μεταξύ των δύο. Κατά την επιλογή της γ-πύλης ωστόσο, όπως προκύπτει από τις σχέσεις 2.38 και 2.39, η τελευταία πρέπει να περιλαμβάνει αποκλειστικά γεγονότα από τη μετατοπισμένη φωτοκορυφή. Αν εντός της γ-πύλης περιλαμβάνονται και γεγονότα από τη μη μετατοπισμένη φωτοκορυφή της αποδιέγερσης που τροφοδοτεί (άμεσα ή έμμεσα) τη στάθμη ενδιαφέροντος τότε στο φάσμα-τομή που προκύπτει, η μη μετατοπισμένη φωτοκορυφή της αποδιέγερσης της στάθμης ενδιαφέροντος δε θα εξαφανίζεται, όπως θα έπρεπε, σε πολύ μεγάλες αποστάσεις. Αυτό θα έχει σα συνέπεια να επηρεάζεται η μορφή της καμπύλης αποδιέγερσης και να επηρεάζεται τελικά ο χρόνος ζωής που προσδιορίζεται. Προκειμένου να διασφαλιστεί ότι στην περιοχή της γ-πύλης που περιλαμβάνει το μετατοπισμένο κομμάτι της τροφοδότριας αποδιέγερσης, δεν περιλαμβάνονται γεγονότα από την "ουρά" της μη μετατοπισμένης φωτοκορυφής, έως και πέντε πύλες διαφορετικού εύρους χρησιμοποιήθηκαν σε κάθε περίπτωση (βλ. σχήμα 4.5) και τα αποτελέσματα εξετάστηκαν για συνέπεια.

Εκτός όμως από τα γεγονότα τα προερχόμενα από τη μη μετατοπισμένη φω-



Σχήμα 4.5: Πέντε διαφορετικές γ-πύλες τοποθετήθηκαν στη μετατοπισμένη φωτοκορυφή της μετάβασης $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$ προκειμένου να εξετασθεί πιθανή εξάρτηση του προσδιοριζόμενου χρόνου ζωής της στάθμης 2_1^+ από το πλάτος της πύλης. Η ίδια διαδικασία ακολουθήθηκε σε κάθε γ-πύλη που χρησιμοποιήθηκε στην ανάλυση.

τοκορυφή, υπάρχουν και άλλες προσμίξεις που είναι δυνατόν να "μολύνουν" την περιοχή της γ-πύλης. Στην περίπτωση του πειράματος του Pd, όπως φαίνεται στον πίνακα 4.2, εκτός από το κανάλι 3n το οποίο οδηγεί στη δημιουργία του ¹⁰²Pd υπάρχουν και εναλλακτικά κανάλια που οδηγούν σε διαφορετικούς πυρήνες. Τα φάσματα και ειδικά οι περιοχές στις οποίες τοποθετήθηκαν οι γ-πύλες ελέγχθηκαν προσεκτικά για ακτίνες γ προερχόμενες από αυτούς τους πυρήνες. Δεδομένου ότι η γ-πύλη μπαίνει στη μετατοπισμένη φωτοκορυφή της τροφοδότριας αποδιέγερσης, είναι δυνατόν να ελεγχθεί η περιοχή αυτή εξετάζοντας τα φάσματα που προέρχονται από τους ανιχνευτές στις $\partial = 90^\circ$. Αν για παράδειγμα επιθυμούμε την τοποθέτηση της γ-πύλης σε μία μετατοπισμένη φωτοκορυφή σε φάσμα που προέρχεται από ανιχνευτή του δακτυλίου 0 στις $\partial = 34^\circ.57$, τότε η περιοχή που καλύπτει η γ-πύλη μπορεί να εξετασθεί για ενδεχόμενες προσμίξεις της ελέγχοντας τα φάσματα των ανιχνευτών του δακτυλίου 3 στις $\partial = 90^\circ$ (βλ. σχήμα 4.6).

Σε κάθε περίπτωση, αν μία γ-πύλη δεν περάσει επιτυχώς τους παραπάνω ελέγχους, η συγκεκριμένη πύλη απορρίπτεται και δε χρησιμοποιείται στην ανάλυση.

4.2.4 Μεταπτώσεις ζώνης yrast (yrast transitions)

Ακολουθώντας τη διαδικασία που περιγράφηκε σχετικά με τη γ-πύλη, προέκυψαν καθαρές προβολές των μητρών (φάσματα-τομές) για όλες τις αποστάσεις της συσκευής plunger που αναφέρθηκαν όπως φαίνεται στο σχήμα 4.7. Οι προβολές αυτές γίνανε στους δακτυλίους 0 και 6 καθώς αυτοί είναι οι δακτύλιοι που απέχουν περισσότερο από τις 90° και άρα εμφανίζουν τη μεγαλύτερη μετατόπιση κατά



Σχήμα 4.6: Η γ-πύλη τοποθετείται στη μετατοπισμένη κατά Doppler φωτοκορυφή της τροφοδότριας αποδιέγερσης. Η περιοχή στην οποία πρόκειται να τοποθετηθεί η γ-πύλη (γκρι περιοχή) στο δακτύλιο 6 στις $\partial = 145^{\circ}.43$ εξετάζεται για πιθανές προσμίξεις στο αντίστοιχο φάσμα του δακτυλίου 3 στις $\partial = 90^{\circ}$ όπου δεν υπάρχει μετατόπιση Doppler.

Doppler. Αυτό συνεπάγεται καλύτερο διαχωρισμό των μετατοπισμένων από τις μη μετατοπισμένες φωτοκορυφές, γεγονός που διευκολύνει την ανάλυση αυτών με δύο καμπύλες Gauss.

Για κάθε χρόνο ζωής που προσδιορίστηκε για τη ζώνη yrast του ¹⁰²Pd, τοποθετήθηκαν γ-πύλες σε έμμεσους τροφοδότες της στάθμης ενδιαφέροντος και με εξαίρεση την περίπτωση της στάθμης 4_1^+ τοποθετήθηκαν και σε άμεσους. Για χάριν ευκολίας στις επόμενες παραγράφους η γ-πύλη σε έμμεσο τροφοδότη θα καλείται έμμεση γ-πύλη ενώ η γ-πύλη σε άμεσο τροφοδότη θα καλείται αντίστοιχα άμεση γ-πύλη. Όπως έχει αναφερθεί στην παράγραφο §2.3.4, η τοποθέτηση της πύλης σε άμεσο τροφοδότη είναι προτιμητέα καθώς εξαλείφει τις αβεβαιότητες λόγω του φαινομένου του πυρηνικού αποπροσανατολισμού. Ωστόσο, δεδομένου ότι στις περιπτώσεις που στάθηκε δυνατό να τοποθετηθούν γ-πύλες τόσο σε έμμεσους όσο και σε άμεσους τροφοδότες δεν παρατηρήθηκε συστηματική απόκλιση στους προσδιοριζόμενους χρόνους ζωής, συμπεραίνεται ότι για το συγκεκριμένο πείραμα το φαινόμενο του πυρηνικού αποπροσανατολισμού είναι αμελητέο.

Για κάθε στάθμη προσδιορίστηκαν περισσότεροι του ενός χρόνοι ζωής t_i , τοποθετώντας τη γ-πύλη σε διάφορους έμμεσους και άμεσους τροφοδότες και σε διαφορετικούς δακτυλίους. Όλες οι καμπύλες αποδιέγερσης και τα αντίστοιχα tγραφήματα για κάθε έναν από τους προσδιοριζόμενους χρόνους ζωής και για όλες τις στάθμες δίνονται στο παράρτημα Δ'. Ακόμη, καθότι τα δεδομένα από τα οποία προκύπτουν αυτοί οι χρόνοι είναι στατιστικά ανεξάρτητα, σαν τελική τιμή για κάθε στάθμη, υπολογίζεται ο σταθμισμένος μέσος όρος \overline{t} των επιμέρους τιμών t_i από τη



Σχήμα 4.7: Οι μετατοπισμένες και οι μη μετατοπισμένες κατά Doppler φωτοκορυφές της μετάβασης $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ ($E_\gamma = 556$ keV) όπως έχουν προβληθεί στο δακτύλιο 6 όταν η συνθήκη σύμπτωσης έχει τεθεί στο μετατοπισμένο μέρος της άμεσης τροφοδότριας μετάβασης $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$ ($E_\gamma = 719$ keV) στο δακτύλιο 0. Στο σχήμα δίνονται οι προβολές αυτές για τις αποστάσεις 2 μm, 12 μm, 17 μm, 36 μm, 54 μm, 68 μm, 89 μm και 500 μm όπου απεικονίζεται η εξέλιξη από μία εξ΄ ολοκλήρου μη μετατοπισμένη σε μία εξ΄ ολοκλήρου μετατοπισμένη φωτοκορυφή. Με διακεκομμένη γραμμή φαίνεται η προσαρμογή που έγινε με διπλή καμπύλη Gauss ώστε να εξαχθούν οι εντάσεις I_u και I_s της σχέσης 2.41.

σχέση [119]

$$\bar{\tau} = \frac{\sum (\tau_i / \delta \tau_i^2)}{\sum (1 / \delta \tau_i^2)}$$
(4.1)

ενώ ως ολική αβεβαιότητα λαμβάνεται η σταθμισμένη τυπική απόκλιση που δίνεται από τη σχέση [119]

$$\overline{\delta\tau} = \sqrt{\frac{\sum (1/\delta\tau_i^2)(\tau_i - \overline{\tau})^2}{\sum 1/\delta\tau_i^2} \cdot \frac{N}{N-1}}$$
(4.2)

όπου Ν είναι ο αριθμός των στατιστικά ανεξάρτητων μετρήσεων του ίδιου μεγέθους.

Τέλος, για να διευκολυνθεί η παρακολούθηση των παραγράφων που ακολουθούν δίνεται εδώ ένα μέρος του ενεργειακού διαγράμματος του ¹⁰²Pd στο οποίο φαίνονται όλες οι αποδιεγέρσεις που χρησιμοποιήθηκαν στην ανάλυση.

Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 2^+_1$

Για τον προσδιορισμό του χρόνου ζωής της στάθμης 2_1^+ χρησιμοποιήθηκαν γ-πύλες τόσο σε έμμεσους όσο και σε άμεσους τροφοδότες της στάθμης ενδιαφέροντος. Ο άμεσος τροφοδότης της στάθμης αυτής είναι η μετάβαση $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$ με ενέργεια 719 keV, ενώ η στάθμη αποδιεγείρεται στη βασική κατάσταση εκπέμποντας ακτίνα γ ενέργειας 556 keV.

Δε στάθηκε δυνατόν να τεθεί γ-πύλη στους δακτυλίους που βρίσκονται στις πίσω γωνίες καθώς η μετατοπισμένη κατά Doppler φωτοκορυφή της μετάβασης $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$ συμπίπτει με τη μη μετατοπισμένη φωτοκορυφή της μετάβασης $9_1^- \rightarrow 8_1^+$ που έχει ενέργεια 715 keV. Έτσι η γ-πύλη για την περίπτωση του άμεσου τροφοδότη τέθηκε στους δακτυλίους 0 και 1 που βρίσκονται στις μπροστινές γωνίες (βλ. πίνακα 4.1). Για τις αντίστοιχες προβολές αυτής της πύλης στους δακτυλίους 0 και 1 παρατηρήθηκε έντονη εξάρτηση του προσδιοριζόμενου χρόνου ζωής από το εύρος της πύλης οπότε οι προβολές 0_0 και 0_1 απορρίφθηκαν. Έτσι τελικά, οι χρόνοι ζωής που προσδιορίστηκαν για τη στάθμη 2_1^+ με τη συνθήκη σύμπτωσης στον άμεσο τροφοδότη $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$, είναι 17.5(2) ps και 18.2(2) ps για τους συνδυασμούς δακτυλίων 6_0 και 6_1 αντιστοίχως. Οι καμπύλες αποδιέγερσης και το αντίστοιχο *τ*-γράφημα για το συνδυασμό 6_0 δίνονται στις εικόνες (α) και (β) του σχήματος 4.10.

Ένα σετ από έμμεσες γ-πύλες τέθηκε στη μετατοπισμένο μέρος της φωτοκορυφής με ενέργεια 980 keV που προέρχεται από την αποδιέγερση $10_1^+ \rightarrow 8_1^+$. Η συγκεκριμένη γ-πύλη χρησιμοποιήθηκε για τον προσδιορισμό του χρόνου ζωής και των υπολοίπων σταθμών της ζώνης yrast. Λόγω προσμίξεων εκατέρωθεν της φωτοκορυφής 980 keV από τις ακτίνες γ με ενέργειες 970 keV και 988 keV, χρησιμοποιήθηκαν σε αυτή την περίπτωση πολύ στενές γ-πύλες, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.9. Επειδή δε, στην περιοχή που τέθηκαν αυτές οι πύλες συγκεντρώνεται περισσότερη στατιστική στους δακτυλίους 1 και 5 λόγω μικρότερης μετατόπισης



 102 Pd

Σχήμα 4.8: Μέρος του ενεργειακού διαγράμματος του ¹⁰² Pd στο οποίο φαίνονται όλες οι μεταβάσεις για τις οποίες γίνεται αναφορά στο κείμενο.
Doppler, η γ-πύλη τέθηκε σε αυτούς αντί στους 0 και 6. Έτσι, με τη συνθήκη σύμπτωσης στην έμμεση τροφοδότρια $10_1^+ \rightarrow 8_1^+$, προσδιορίστηκαν οι χρόνοι ζωής 17.9(4) ps, 17.6(4) ps, 17.2(4) ps και 18.0(4) ps για τους συνδυασμούς δακτυλίων 0_1, 0_5, 6_1 και 6_5 αντίστοιχα.



Σχήμα 4.9: Η φωτοκορυφή με ενέργεια 980 keV που προέρχεται από τη μετάβαση $10_1^+ \rightarrow 8_1^+$ φαίνεται σε τρεις διαφορετικούς δακτυλίους. Όπως φαίνεται στο φάσμα του δακτυλίου 3 στις 90°, εκατέρωθεν της κορυφής υπάρχουν προσμίξεις στις ενέργειες 970 keV και 988 keV (γραμμοσκιασμένες περιοχές). Προκειμένου να μη συμπεριληφθούν οι προσμίξεις αυτές στις συνθήκες σύμπτωσης χρησιμοποιήθηκαν πολύ στενές γ-πύλες (γκρι περιοχές). Οι πύλες αυτές τέθηκαν στους δακτυλίους 1 (πάνω) και 5 (κάτω) προκειμένου να συμπεριληφθεί μεγαλύτερο μέρος της στατιστικής εντός του εύρους της πύλης.

Τέλος, ένα σετ από γ-πύλες τοποθετήθηκε στη φωτοκορυφή 1062 keV που προέρχεται από την αποδιέγερση $12_1^+ \rightarrow 10_1^+$. Για τη συγκεκριμένη γ-πύλη δε χρησιμοποιήθηκαν οι δακτύλιοι των μπροστά γωνιών για τη συνθήκη σύμπτωσης καθώς στα φάσματα εμφανίζονται προσμίξεις στην περιοχή 1070 \rightarrow 1080 keV. Επίσης, καθώς η φωτοκορυφή αυτή βρίσκεται σε περιοχή υψηλού υποβάθρου, χρησιμοποιήθηκαν δύο σετ από γ-πύλες υποβάθρου (βλ. §2.3.2) και παρατηρήθηκε 2% απόκλιση στους προσδιοριζόμενους χρόνους ζωής. Για το λόγο αυτό στα σφάλματα του Napatau προστέθηκε επιπλέον αβεβαιότητα 2%. Ακόμη, στο συνδυασμό δακτυλίων 0_6 παρατηρήθηκε εξάρτηση του χρόνου ζωής από το εύρος της πύλης και γι' αυτό ο συνδυασμός αυτός απορρίφθηκε. Κατόπιν αυτών, οι χρόνοι ζωής που προσδιορίστηκαν για τη στάθμη 2_1^+ με τη συνθήκη σύμπτωσης στη μετάβαση $12_1^+ \rightarrow 10_1^+$ είναι 17.1(6) ps, 16.1(6) ps και 17.3(5) ps για τους συνδυασμούς δακτυλίων 0_5, 6_5 και 6_6 αντιστοίχως. Από τις συνολικά εννέα τιμές που προσδιορίστηκαν για το χρόνο ζωής της 2_1^+ προκύπτει ο σταθμισμένος μέσος όρος $t_{2_1^+} = 17.7(5)$ ps. Στο σχήμα 4.11 φαίνονται όλοι οι χρόνοι ζωής με τα επιμέρους σφάλματά τους. Με τη συνεχή γραμμή απεικονίζεται ο σταθμισμένος μέσος όρος τους και με την εστιγμένη το ολικό σφάλμα όπως υπολογίστηκαν από τις σχέσεις 4.1 και 4.2.

Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 4^+_1$

Гіа тη στάθμη 4_1^+ δε στάθηκε δυνατό να χρησιμοποιηθεί άμεση γ-πύλη στη μετάβαση $6_1^+ \to 4_1^+$ ($E_{\gamma} = 835$ keV) καθώς, στο φάσμα-τομή που προκύπτει, η μετάβαση $4_1^+ \to 2_1^+$ (719 keV) με την οποία αποδιεγείρεται η 4_1^+ , αλληλοεπικαλύπτεται με τη φωτοκορυφή 715 keV που προέρχεται από τη μετάβαση $9_1^- \to 8_1^+$. Χρησιμοποιήθηκαν ωστόσο τα δύο σετ από έμμεσες πύλες στις μεταβάσεις 980 keV και 1062 keV που χρησιμοποιήθηκαν και στην περίπτωση της 2_1^+ . Από την πρώτη προέκυψαν οι χρόνοι ζωής 3.37(16) ps, 3.60(17) ps, 3.68(16) ps και 3.72(16) ps για τους συνδυασμούς δακτυλίων 0_1, 0_5, 6_1 και 6_5 αντίστοιχα. Στις εικόνες (γ) και (δ) του σχήματος 4.10 φαίνονται οι καμπύλες αποδιέγερσης και το αντίστοιχο *τ*-γράφημα για την περίπτωση του συνδυασμού 6_5.

Τα φάσματα-τομές που προέκυψαν από τις γ-πύλες στη μετάβαση 1062 keV είχαν χαμηλή στατιστική. Για το λόγο αυτό χρειάστηκε να προστεθούν οι προβολές 0_5 και 0_6 ώστε προέκυψε η αθροιστική προβολή 0_56 από την οποία προέκυψε ο χρόνος ζωής 4.01(16) ps. Ομοίως προέκυψε η αθροιστική προβολή 6_56 από την πρόσθεση των 6_5 και 6_6, ωστόσο σε αυτή την περίπτωση παρατηρήθηκε ότι η μη μετατοπισμένη φωτοκορυφή της 719 keV δεν εξαφανίζεται, όπως θα έπρεπε, σε πολύ μεγάλες αποστάσεις οπότε για αυτό το συνδυασμό δεν υπολογίστηκε χρόνος ζωής. Από τις συνολικά πέντε τιμές που προσδιορίστηκαν για το χρόνο ζωής της στάθμης 4⁺₁ προκύπτει ο σταθμισμένος μέσος όρος $t_{4^+_1} = 3.68(26)$ ps, όπως φαίνεται και στο σχήμα 4.11.

Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 6_1^+$

Η στάθμη 6_1^+ ενέργειας $E_{6_1^+} = 2111$ keV αποδιεγείρεται στην 4_1^+ εκπέμποντας μία ακτίνα γ ενέργειας 835 keV. Η περιοχή δεξιά² της φωτοκορυφής 835 keV στα φάσματα-τομές φαίνεται να έχει προσμίξεις και γι΄ αυτό προτιμήθηκε να χρησιμοποιηθούν μόνο οι προβολές στους ανιχνευτές των πίσω γωνιών.

Για τη στάθμη αυτή χρησιμοποιήθηκε αρχικά μία γ-πύλη στην άμεση τροφοδότρια αποδιέγερση 8⁺₁ → 6⁺₁ ενέργειας 902 keV. Λόγω προσμίξεων στην περιοχή 892 → 896 keV η γ-πύλη τέθηκε μόνο στους δακτυλίους των μπροστινών γωνιών,

²Στα φάσματα που προέρχονται από ανιχνευτές σε μπροστινές (πίσω) γωνίες όπου $\partial < 90^{\circ}$ ($\partial > 90^{\circ}$) οι μετατοπισμένες φωτοκορυφές εμφανίζονται δεξιότερα (αριστερότερα) από την κανονική ενέργεια της μετάβασης.

δηλαδή τους δακτυλίους 0 και 1. Ακόμη στην προβολή 6_1 η μη μετατοπισμένη φωτοκορυφή της 835 keV δεν εξαφανίζεται, όπως θα έπρεπε, σε πολύ μεγάλες αποστάσεις οπότε ο συνδυασμός αυτός απορρίφθηκε. Συνεπώς, για τη συγκεκριμένη γ-πύλη μόνο από το συνδυασμό δακτυλίων 6_0 προέκυψε χρόνος ζωής ο οποίος ήταν 1.96(5) ps. Οι καμπύλες αποδιέγερσης μαζί με το τ-γράφημα για αυτή την περίπτωση δίνονται στις εικόνες (ε) και (στ) του σχήματος 4.10.

Χρησιμοποιήθηκαν ακόμη οι έμμεσες γ-πύλες που αναφέρθηκαν και για τις προηγούμενες περιπτώσεις. Από την γ-πύλη στο μετατοπισμένο μέρος της φωτοκορυφής 980 keV προέκυψαν οι χρόνοι ζωής 1.96(14) ps, 1.81(20) ps, 2.02(17) ps και 2.09(22) ps για τους συνδυασμούς δακτυλίων 0_1, 0_5, 6_1 και 6_5 αντιστοίχως. Τέλος, από τη γ-πύλη στη μετάβαση $12_1^+ \rightarrow 10_1^+$ ($E_{\gamma} = 1062$ keV), αφού προστέθηκαν για λόγους στατιστικής οι προβολές 6_5 και 6_6 στην 6_56, προέκυψε ο χρόνος ζωής 1.81(18) ps.

Από τις συνολικά έξι τιμές που προαναφέρθηκαν προέκυψε ο σταθμισμένος μέσος όρος $t_{6_1^+} = 1.95(6)$ ps. Οι επιμέρους τιμές μαζί με το μέσο όρο τους δίνονται στο σχήμα 4.11.

Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 8^+_1$

Η στάθμη 8_1^+ έχει ενέργεια $E_{8_1^+} = 3013$ keV και αποδιεγείρεται στην 6_1^+ εκπέμποντας ακτίνα γ ενέργειας 902 keV. Για τον προσδιορισμό του χρόνου ζωής της 8_1^+ χρησιμοποιήθηκαν ένα σετ από άμεσες γ-πύλες στη μετάβαση $10_1^+ \rightarrow 8_1^+$ ($E_{\gamma} = 980$ keV) και μία έμμεση γ-πύλη στη μετάβαση $12_1^+ \rightarrow 10_1^+$ ($E_{\gamma} = 1062$ keV). Από την πρώτη προέκυψαν οι χρόνοι ζωής 1.91(11) ps, 1.67(10) ps και 1.89(11) ps για τους συνδυασμούς 0_1, 0_5 και 6_5 αντίστοιχα. Ο συνδυασμός 6_1 απορρίφθηκε καθώς η μη μετατοπισμένη φωτοκορυφή της 902 keV δεν εξαφανίζεται σε πολύ μεγάλες αποστάσεις. Για την περίπτωση της γ-πύλης στη φωτοκορυφή 1062 keV, όπως και στα προηγούμενα, προστέθηκαν οι προβολές 0_5 και 0_6 στην αθροιστική προδολή 0_56 από την οποία προέκυψε ο χρόνος ζωής 1.66(20) ps. Οι καμπύλες αποδιέγερσης και το αντίστοιχο *τ*-γράφημα φαίνεται στις εικόνες (ζ) και (η) του σχήματος 4.10. Σημειώνεται ότι η αθροιστική προβολή 6_56 απορρίφθηκε καθώς παρατηρήθηκε εξάρτηση του χρόνου ζωής από το εύρος της πύλης.

Από τις συνολικά τέσσερις τιμές που προσδιορίστηκαν για το χρόνο ζωής της στάθμης 8_1^+ προκύπτει ο σταθμισμένος μέσος όρος $\tau_{8_1^+} = 1.80(14)$ ps. Όλες οι προαναφερθείσες τιμές μαζί με τον τελικό μέσο όρο δίνονται στο σχήμα 4.11.



Σχήμα 4.10: Τυπικές περιπτώσεις καμπύλων αποδιέγερσης και τ-γραφημάτων για τις αποδιεγέρσεις της ζώνης yrast που μελετήθηκαν. Στις εικόνες (α), (γ), (ε) και (ζ) φαίνονται οι κανονικοποιημένες εντάσεις του μετατοπισμένου (ανοιχτοί κύκλοι) και του μη μετατοπισμένου (κλειστοί κύκλοι) μέρους των ακτίνων γ που αποδιεγείρουν τις υπό μελέτη στάθμες καθώς επίσης και οι αντίστοιχες πολυωνυμικές προσαρμογές που έγιναν με το πρόγραμμα ΝΑΡΑΤΑU. Στις εικόνες (β), (δ), (στ) και (η) φαίνονται τα αντίστοιχα τ-γραφήματα.



Σχήμα 4.11: Όλοι οι χρόνοι ζωής που προσδιορίστηκαν για τις στάθμες της ζώνης yrast του ¹⁰² Pd φαίνονται στο γράφημα μαζί με τα σφάλματά τους. Τα γεμάτα σύμβολα αντιστοιχούν στους χρόνους ζωής για τους οποίους χρησιμοποιήθηκε άμεση γ-πύλη και τα ανοιχτά σύμβολα σε αυτούς που χρησιμοποιήθηκε έμμεση. Τα τετράγωνα σύμβολα υποδηλώνουν ότι χρησιμοποιήθηκαν για την ανάλυση οι προβολές στο δακτύλιο 6 ενώ οι κύκλοι ότι χρησιμοποιήθηκαν οι προβολές στο δακτύλιο 0. Κάθε επιμέρους χρόνος ζωής τ_i περιλαμβάνει και το αντίστοιχο σφάλμα του δτ_i που δίνεται από το NAPATAU. Ο τελικός σταθμισμένος μέσος όρος κάθε στάθμης, τ, μαζί με το σφάλμα του, δτ, όπως υπολογίστηκαν από τις σχέσεις 4.1 και 4.2, εμφανίζονται σε κάθε στάθμη με τη συνεχή και την εστιγμένη γραμμή αντίστοιχα.

4.2.5 Μεταπτώσεις πλευρικής ζώνης (sideband transitions)

Παράπλευρα του κυρίως στόχου του πειράματος που ήταν η μελέτη της ζώνης yrast, στάθηκε δυνατό να προσδιοριστούν και οι χρόνοι ζωής των σταθμών 8⁻₁, 9⁻₁ και 10⁻₁ της πλευρικής ζώνης του ¹⁰²Pd (βλ. σχήμα 4.8). Επειδή στις αποδιεγέρσεις της πλευρικής ζώνης η στατιστική ήταν χαμηλότερη, ήταν αναγκαίο να προστεθούν οι επιμέρους προδολές 0_0, 0_1, 0_5 και 0_6 στην αθροιστική προδολή 0_s. Ομοίως προέκυψαν και οι αθροιστικές προδολές 1_s, 5_s και 6_s. Σημειώνεται ότι στην πλευρική ζώνη, αντίθετα με την ζώνη yrast, προκειμένου να προκύψει ο σταθμισμένος μέσος χρόνος ζωής για κάθε στάθμη από περισσότερες των δύο τιμές, χρησιμοποιήθηκαν και οι προδολές στους δακτυλίους 1 και 5. Ακολουθώντας, κατά τα άλλα, την ίδια διαδικασία με πριν προσδιορίστηκαν οι χρόνοι ζωής για τις στάθμες αυτές οι οποίοι δίνονται συνολικά στο σχήμα 4.13. Όλοι οι χρόνοι ζωής των υπό εξέταση ενεργειακών σταθμών.

Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 8^{-}_{1}$

Гіа точ прообюріоно́ тоυ хро́чоυ ζωής της στάθμης 8_1^+ хρησιμοποιήθηκε ένα σετ апо́ άμεσες πύλες στη μετάβαση $10_1^- \rightarrow 8_1^-$ ($E_y = 647$ keV). Επειδή στις επιμέρους провоλές η στατιστική της μετάβασης $8_1^- \rightarrow 6_1^-$ ($E_y = 756$ keV) που αποδιεγείρει τη στάθμη ενδιαφέροντος ήταν χαμηλή, χρησιμοποιήθηκαν οι αθροιστικές προβολές 0_s , 1_s , 5_s και 6_s για τις οποίες προσδιορίστηκαν οι χρόνοι ζωής 11.9(2) ps, 12.3(3) ps, 11.2(3) ps και 12.2(2) ps αντιστοίχως. Οι καμπύλες αποδιέγερσης και το αντίστοιχο *τ*-γράφημα για την περίπτωση της αθροιστικής προβολής 0_s δίνονται στο σχήμα 4.12. Από τις τέσσερις αυτές τιμές προκύπτει ως μέσος χρόνος ζωής της στάθμης 8_1^+ η τιμή $t_{8_1^-} = 11.9(5)$ ps.

Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 9^{-}_{1}$

Η στάθμη 9⁻₁, ενέργειας $E_{9^-_1} = 3728$ keV, τροφοδοτείται από την αποδιέγερση $11^-_1 \rightarrow 9^-_1 (E_\gamma = 705 \text{ keV})$ και αποδιεγείρεται στην 7⁺₁ με μία ακτίνα γ ενέργειας 540 keV. Θέτοντας τη γ-πύλη στο μετατοπισμένο μέρος της φωτοκορυφής 705 keV και προσθέτοντας τις προκύπτουσες προβολές για τον κάθε δακτύλιο όπως και προηγουμένως, προκύπτουν οι χρόνοι ζωής 27.1(7) ps, 26.1(9) ps, 26.9(7) ps και 28.1(7) ps για τις αθροιστικές προβολές 0_s, 1_s, 5_s και 6_s. Στο σχήμα 4.12 δίνονται οι καμπύλες αποδιέγερσης και το αντίστοιχο *τ*-γράφημα για την περίπτωση της αθροιστικής προβολής 5_s. Ο μέσος χρόνος ζωής της στάθμης 9⁺₁ που υπολογίζεται ως σταθμισμένος μέσος όρος των τεσσάρων προαναφερθέντων τιμών, είναι $t_{9^-_1} = 27.2(8)$ ps.

Ενεργειακή στάθμη $I^{\pi} = 10^{-1}_{1}$

Για τη στάθμη $I^{\pi} = 10_1^-$, που έχει ενέργεια 4318 keV και αποδιεγείρεται στη στάθμη 8_1^+ με την ακτίνα γ ενέργειας $E_{\gamma} = 647$ keV, χρησιμοποιήθηκε ένα σετ από γ-πύλες στην άμεση τροφοδότρια αποδιέγερση $12_1^- \rightarrow 10_1^-$ ($E_{\gamma} = 777$ keV). Οι προβολές για τον κάθε δακτύλιο προστέθηκαν στις αθροιστικές προβολές 0_s, 1_s, 5_s και 6_s και οι χρόνοι ζωής που προέκυψαν είναι 6.0(2) ps, 6.8(2) ps, 7.2(2) ps και 6.1(2) ps αντιστοίχως. Για την περίπτωση της προβολής 0_s δίνονται οι καμπύλες αποδιέγερσης και το αντίστοιχο *τ*-γράφημα στο σχήμα 4.12. Ο σταθμισμένος μέσος όρος των τεσσάρων αυτών τιμών είναι $t_{10_1^-} = 6.4(6)$ ps.



Σχήμα 4.12: Τυπικές περιπτώσεις καμπύλων αποδιέγερσης και τ-γραφημάτων για τις αποδιεγέρσεις της πλευρικής ζώνης. Όμοια με το σχήμα 4.10 στο σχήμα αυτό, φαίνονται οι κανονικοποιημένες εντάσεις του μετατοπισμένου (ανοιχτοί κύκλοι) και του μη μετατοπισμένου (κλειστοί κύκλοι) μέρους των ακτίνων γ που αποδιεγείρουν τις υπό μελέτη στάθμες μαζί με τις πολυωνυμικές προσαρμογές που έγιναν με το πρόγραμμα ΝΑΡΑΤΑU καθώς επίσης και τα αντίστοιχα τ-γραφήματα.

Όλα τα αποτελέσματα των χρόνων ζωής που προσδιορίστηκαν τόσο για τη ζώνη yrast όσο και για την πλευρική ζώνη του ¹⁰²Pd, καθώς επίσης και οι τιμές B(E2) που προκύπτουν από αυτούς τους χρόνους, συγκεντρώνονται στον πίνακα 4.3.



Σχήμα 4.13: Όλοι οι χρόνοι ζωής που προσδιορίστηκαν για τις στάθμες της πλευρικής ζώνης μαζί με τα σφάλματά τους. Ο συμβολισμός είναι ο ίδιος με την περίπτωση του σχήματος 4.11. Όπως και στην περίπτωση της ζώνης yrast κάθε επιμέρους χρόνος ζωής τ_ι περιλαμβάνει και το αντίστοιχο σφάλμα του δτ_ι που δίνεται από το NAPATAU. Ο τελικός σταθμισμένος μέσος όρος κάθε στάθμης, τ, μαζί με το σφάλμα του, δτ, όπως υπολογίστηκαν από τις σχέσεις 4.1 και 4.2, εμφανίζονται σε κάθε στάθμη με τη συνεχή και την εστιγμένη γραμμή αντίστοιχα.

Πίνακας 4.3: Οι μέσοι χρόνοι ζωής (3^{η} στήλη) που προσδιορίστηκαν στα πλαίσια της παρούσας εργασίας για τις στάθμες 2^+_1 έως 8^+_1 της ζώνης yrast του 102 Pd, καθώς επίσης και των σταθμών 8^-_1 , 9^-_1 και 10^-_1 της πλευρικής ζώνης, συγκεντρώνονται σε αυτόν τον πίνακα. Στην 1^{η} και 2^{η} στήλη σημειώνονται η στροφορμή και η ομοτιμία των υπό εξέταση σταθμών καθώς και οι αντίστοιχες ενέργειες διέγερσής τους. Οι μεταβάσεις που αποδιεγείρουν τις στάθμες ενδιαφέροντος μαζί με τις ενέργειές τους δίνονται στην 4^{η} και 5^{η} στήλη αντίστοιχα. Στην τελευταία στήλη δίνονται οι προκύπτουσες τιμές των ανηγμένων ρυθμών μετάπτωσης (τιμές B(E2)) σε μονάδες Weisskopf (W.u.).

I_i^{π}	E_x	τ	$I_i^{\pi} \to I_f^{\pi}$	E_{γ}	B(E2)
	(keV)	(<i>ps</i>)		(keV)	(W.u.)
${\bf 2}_1^+$	556.4	17.7(5)	$2^+_1 \rightarrow 0^+_1$	556.4	30.4 (7)
4_{1}^{+}	1275.9	3.69(26)	$4^+_1 \rightarrow 2^+_1$	719.4	40.3 (29)
6_{1}^{+}	2111.4	1.95(6)	$6^+_1 \rightarrow 4^+_1$	835.5	36.2 (11)
8^{+}_{1}	3013.1	1.80(14)	$8^+_1 \rightarrow 6^+_1$	901.7	26.9 (20)
8_{1}^{-}	3670.6	11.9(5)	$8^1 \rightarrow 6^1$	756.5	7.7 (7)
			$8^1 \rightarrow 7^1$	482.4	14.6 (47)
9^{-}_{1}	3727.8	27.2(8)	$9^1 \rightarrow 7^1$	539.7	4.6 (12)
			$9^1 \rightarrow (7^2)$	338.1	2.4 (3)
10^{-}_{1}	4317.8	6.4(6)	$10^1 \rightarrow 8^1$	647.2	24.3 (32)
			$10^1 \rightarrow 9^1$	590.0	0.12 (15)

Κεφάλαιο 5

Σύγκριση με το μοντέλο Ε(5) και συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό θα συζητηθούν τα αποτελέσματα για τους τρεις πυρήνες που μελετήθηκαν και θα εξαχθούν ορισμένα χρήσιμα συμπεράσματα. Αρχικά θα εξετασθεί η περίπτωση των ισοτόπων του Χε. Θα πραγματοποιηθεί σύγκριση των αποτελεσμάτων της παρούσας εργασίας με τα αντίστοιχα άλλων μετρήσεων και εν συνεχεία με τις προβλέψεις της Ε(5) συμμετρίας. Κατόπιν, θα ακολουθήσει η περίπτωση του ¹⁰²Pd. Για την περίπτωση αυτή, εκτός από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων, θα πραγματοποιηθεί και ένας θεωρητικός υπολογισμός στα πλαίσια του IBM-1. Το κεφάλαιο θα κλείσει με γενικά συμπεράσματα και πειραματικές προοπτικές για το μέλλον.

5.1 Οι πυρήνες ¹²⁸Χε και ¹³⁰Χε

Τόσο στην περίπτωση του ¹²⁸Xe όσο και σε αυτή του ¹³⁰Xe εκτός από τα προϋπάρχοντα δεδομένα που μπορεί κανείς να βρει στις βάσεις δεδομένων [92] και [115] αντιστοίχως, πραγματοποιήθηκαν επιπλέον μετρήσεις από τους Coquard *et al.* [50], [52], την ίδια περίοδο με την εκπόνηση της παρούσας διατριβής. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων της παρούσας εργασίας με τα αντίστοιχα της βιβλιογραφίας, καθώς και με αυτά της ομάδας των Coquard *et al.* παρουσιάζεται στον πίνακα 5.1 για την περίπτωση του ¹²⁸Xe και στον πίνακα 5.2 για την περίπτωση του ¹³⁰Xe. Οι μετρήσεις των Coquard *et al.* πραγματοποιήθηκαν στο ANL (Argonne National Laboratory) με τη μέθοδο της διέγερσης Coulomb μέσω της αντίδρασης ¹²C(Xe,Xe^{*})¹²C^{*} σε ενέργεια δέσμης 404 MeV. Καθότι δεν έκαναν απόλυτη μέτρηση, οι ανηγμένοι ρυθμοί μετάπτωσης που μέτρησαν είναι σχετικοί και πρέπει να κανονικοποιηθούν. Για να μπορεί να γίνει εύκολα η σύγκριση των αποτελεσμάτων, οι τιμές των Coquard *et al.* έχουν κανονικοποιηθεί ως προς την

$I_i^{\pi} \to I_f^{\pi}$	E_{γ}	B(E2)	B(E2)	B(E2)
	(keV)	(W.u.)	(W.u.)	(W.u.)
		NDS94 (2001)	Coquard <i>et al</i> .	Παρούσα
		[92]	[50]	εργασία
$2^+_1 \rightarrow 0^+_1$	442.9	40(4)	45(7)	45(1)
$4^+_1 \rightarrow 2^+_1$	590.2	59(7)	67(6)	61(4)
$6^+_1 \rightarrow 4^+_1$	704.2	71(12)	112(14)	65(5)
$2^+_2 \rightarrow 2^+_1$	526.6	48(9)	53(10)	52(3)
$2^+_2 \rightarrow 0^+_1$	969.5	0.64(12)	0.69(8)	0.69(4)
$0^+_2 \rightarrow 2^+_1$	1140.1		3.9(6)	
$0^+_2 \rightarrow 2^+_2$	613.5		56(8)	
$0^+_3 \rightarrow 2^+_1$	1434.4		11.0(24)	
$0^+_3 \rightarrow 2^+_2$	907.9		23.5(49)	

Πίνακας 5.1: Σύγκριση των αποτελεσμάτων της παρούσας εργασίας (5^η στήλη) με τα αντίστοιχα της βιβλιογραφίας μέχρι το 2001 (3^η στήλη) και της πιο πρόσφατης μέτρησης των Coquard et al. (4^η στήλη) όσον αφορά τον πυρήνα ¹²⁸Xe.

τιμή $B(E2; 2^+_1 \rightarrow 0^+_1)$ που προσδιορίστηκε στην παρούσα εργασία.

Από τη σύγκριση, για τον πυρήνα ¹²⁸Xe, προκύπτει πολύ καλή συμφωνία των αποτελεσμάτων της παρούσας εργασίας σε σχέση με τις τιμές της βιβλιογραφίας. Όσον αφορά τις τιμές των Coquard *et al.*, η συμφωνία είναι εντός του πειραματικού σφάλματος με εξαίρεση την τιμή $B(E2; 6_1^+ \rightarrow 4_1^+)$, όπου παρουσιάζεται σημαντική απόκλιση.

Τα ίδια ακριβώς ισχύουν και στην περίπτωση του ¹³⁰Xe με τη διαφορά ότι μέχρι πρότινος η βιβλιογραφία ήταν πολύ φτωχή, καθώς μόνο ο ανηγμένος ρυθμός μετάπτωσης $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ είχε μετρηθεί. Όπως και στην περίπτωση του ¹²⁸Xe, έτσι κι εδώ η συμφωνία είναι ικανοποιητική για όλες τις τιμές που προσδιορίστηκαν, εκτός από την τιμή $B(E2; 6_1^+ \rightarrow 4_1^+)$. Η ασυμφωνία που παρουσιάζεται και στους δύο πυρήνες σχετικά με την τιμή αυτή δεν μπορεί να ερμηνευθεί και ενδεχομένως χρειάζεται νέα μέτρηση για να επιλυθεί η διαφορά. Ωστόσο, το γεγονός ότι η τιμή που προσδιορίστηκε στα πλαίσια της παρούσας εργασίας για την περίπτωση του ¹²⁸Xe βρίσκεται σε πολύ καλύτερη συμφωνία με αυτή της πρότερης βιβλιογραφίας, καθώς και το γεγονός ότι τόσο στο ¹²⁸Xe όσο και στο ¹³⁰Xe οι ανηγμένοι ρυθμοί μετάπτωσης προσδιορίστηκαν με δύο ανεξάρτητες μεθόδους (DDCM και GOSIA), συνιστά έναν επιπλέον λόγο να τις εμπιστευθούμε.

Στα γραφήματα 5.1 και 5.2 παρουσιάζεται η σύγκριση των αποτελεσμάτων, τόσο της παρούσας εργασίας όσο και των Coquard *et al.*, με τις προβλέψεις της

$I_i^{\pi} \to I_f^{\pi}$	E_{γ}	B(E2)	B(E2)	B(E2)
	(keV)	(W.u.)	(W.u.)	(W.u.)
		NDS93 (2001)	Coquard <i>et al</i> .	Παρούσα
		[115]	[52]	εργασία
$2^+_1 \rightarrow 0^+_1$	536.1	38(14)	32(2)	32(1)
$4^+_1 \rightarrow 2^+_1$	668.5		44(4)	48(3)
$6^+_1 \rightarrow 4^+_1$	739.5		66(9)	44(8)
$2^+_2 \rightarrow 2^+_1$	586.0		42(8)	37(3)
$2^+_2 \rightarrow 0^+_1$	1122.2		0.27(5)	0.26(4)
$(0^+_2) \rightarrow 2^+_1$	1053.6		3.4(36)	
$(0^+_2) \rightarrow 2^+_2$	469.2		245(113)	

Πίνακας 5.2: Σύγκριση των αποτελεσμάτων της παρούσας εργασίας (5^η στήλη) με τα αντίστοιχα της βιβλιογραφίας μέχρι το 2001 (3^η στήλη) και της πιο πρόσφατης μέτρησης των Coquard et al. (4^η στήλη) όσον αφορά τον πυρήνα ¹³⁰Xe.

συμμετρίας E(5) για τους πυρήνες ¹²⁸Xe και ¹³⁰Xe αντιστοίχως. Όλες οι τιμές έχουν κανονικοποιηθεί στην τιμή $B(E2; 2^+_1 \rightarrow 0^+_1) = 100$. Στην περίπτωση του ¹²⁸Xe παρατηρείται μία εμφανής απόκλιση των πειραματικών τιμών από τις αντίστοιχες της συμμετρίας E(5). Οι τιμές των Coquard *et al.* για τη ζώνη yrast είναι πιο κοντά στη συμμετρία E(5) από αυτές της παρούσας εργασίας, όχι όμως και η τιμή $B(E2; 2^+_2 \rightarrow 2^+_1)$, καθώς και οι ανηγμένοι ρυθμοί μετάπτωσης των αποδιεγέρσεων των σταθμών 0^+_2 και 0^+_3 .

Στο σχήμα 5.3 φαίνονται οι πειραματικοί λόγοι $\frac{B(E2;L\rightarrow L-2)}{B(E2;2_1^+\rightarrow 0_1^+)}$ συναρτήσει της στροφορμής L, για την yrast ζώνη των πυρήνων ¹²⁸Xe και ¹³⁰Xe, σε σύγκριση με την πρόβλεψη της συμμετρίας E(5). Και σε αυτό το γράφημα η απόκλιση από το μοντέλο E(5) είναι εμφανής.

Ο ρόλος των διεγερμένων σταθμών 0⁺

Ειδικά όσον αφορά τις στάθμες 0_2^+ και 0_3^+ οι Coquard *et al.*, [50] κάνουν ιδιαίτερη αναφορά που χρήζει σχολιασμού. Οι ιδιότητες των σταθμών αυτών διαμορφώνονται σταδιακά κατά τη μετάβαση $U(5) \to O(6)$. Η μία από τις δύο είναι μέλος της τρι-φωνονικής ομάδας σταθμών με κβαντικό αριθμό της O(5) ίσο με t = v = 3(βλ. §1.2.4) και διατηρεί το χαρακτήρα αυτό κατά τη μετάβαση $U(5) \to O(6)$. Αυτή η στάθμη συμβολίζεται ως 0_t . Η άλλη διεγερμένη 0^+ ξεκινάει ως μέλος της δι-φωνονικής ομάδας σταθμών στο όριο της δυναμικής συμμετρίας U(5) και καταλήγει ως βάση της ζώνης με $\sigma = N - 2$ στο όριο της δυναμικής συμμετρίας



Σχήμα 5.1: Σύγκριση των αποτελεσμάτων της παρούσας εργασίας (άνω τιμές) με αυτά των Coquard et al. (κάτω τιμές) για τον πυρήνα ¹²⁸Xe καθώς και με τις προβλέψεις της συμμετρίας E(5). Όλοι οι ανηγμένοι ρυθμοί μετάπτωσης έχουν κανονικοποιηθεί στην τιμή $B(E2; 2^+_1 \rightarrow 0^+_1) = 100$.



Σχήμα 5.2: Σύγκριση των αποτελεσμάτων της παρούσας εργασίας (άνω τιμές) με αυτά των Coquard et al. (κάτω τιμές) για τον πυρήνα ¹³⁰Xe καθώς και με τις προβλέψεις της συμμετρίας E(5). Όλοι οι ανηγμένοι ρυθμοί μετάπτωσης έχουν κανονικοποιηθεί στην τιμή $B(E2; 2^+_1 \rightarrow 0^+_1) = 100$.



Σχήμα 5.3: Στο σχήμα αναπαρίσταται ο λόγος $\frac{B(E2;L\rightarrow L-2)}{B(E2;2_1^+\rightarrow 0_1^+)}$ συναρτήσει της στροφορμής L για το ¹²⁸Xe με □ και για το ¹³⁰Xe με ▲. Μαζί με τα πειραματικά σημεία έχουν σχεδιασθεί και οι αναμενόμενες τιμές για τις δυναμικές συμμετρίες U(5) και O(6) καθώς και για τη συμμετρία κρίσιμου σημείου E(5).

O(6) με $\tau = 0$. Αυτή η στάθμη συμβολίζεται με $0_{\hat{s}}$. Ενεργειακά η στάθμη $0_{\hat{s}}$ αναμένεται να βρίσκεται χαμηλότερα από τη στάθμη 0_{τ} στο όριο της U(5) δυναμικής συμμετρίας και καταλήγει ψηλότερα στο όριο της δυναμικής συμμετρίας O(6). Η εξέλιξη των δύο αυτών σταθμών από το σημείο της συμμετρίας E(5) (ενδιάμεσα των ορίων U(5) και O(6)) προς το όριο O(6) περιγράφεται από το μοντέλο του O(5)-CBS περιστροφέα της αναφοράς [120].

Σύμφωνα με το μοντέλο αυτό, στο όριο της συμμετρίας E(5) η στάθμη $0_{\hat{s}}$ εξακολουθεί να βρίσκεται χαμηλότερα από τη στάθμη 0_{τ} , ενώ καθώς πλησιάζουμε στο όριο O(6) και οι δύο στάθμες ανεβαίνουν ενεργειακά σε σχέση με την 2_1^+ . Ωστόσο, η ενέργεια $E_{0_{\hat{s}}}$ της στάθμης $0_{\hat{s}}$ αυξάνεται με μεγαλύτερο ρυθμό από την αντίστοιχη ενέργεια $E_{0_{\tau}}$ της στάθμης 0_{τ} , με αποτέλεσμα σε κάποιο σημείο μεταξύ της E(5) και της O(6) συμμετρίας να γίνεται αναστροφή της σειράς των δύο σταθμών. Στο σχήμα 5.4 δίνεται μία σχηματική αναπαράσταση της αναστροφής αυτής.

Κατά τη διάρκεια της μετάβασης $U(5) \rightarrow O(6)$, η δονητικού χαρακτήρα O(5)συμμετρία διατηρείται, καθότι περιέχεται και στις δύο δυναμικές συμμετρίες. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα οι E2-μεταβάσεις με $\Delta t = 2$, δηλαδή οι μεταβάσεις $0_t \rightarrow 2_1^+$ και $0_{\xi} \rightarrow 2_2^+$, να απαγορεύονται λόγω του κανόνα επιλογής $\Delta t = \pm 1$. Αντίθετα, οι μεταβάσεις $0_t \rightarrow 2_2^+$ και $0_{\xi} \rightarrow 2_1^+$ είναι επιτρεπτές. Έτσι από τον προσδιορισμό των ανηγμένων ρυθμών μετάπτωσης των ανωτέρω μεταβάσεων μπορεί να αποδοθεί ο χαρακτήρας 0_t ή 0_{ξ} στις πρώτες δύο διεγερμένες 0^+ στάθμες του υπό μελέτη πυρήνα.

Βάσει αυτών, η στάθμη 0_2^+ του ¹²⁸Χε με ενέργεια 1583 keV αντιστοιχεί στη στάθμη 0_t , καθώς έχει ισχυρή τιμή B(E2) προς τη στάθμη 2_2^+ και πολύ ασθενική



Σχήμα 5.4: Η αναστροφή της σειράς των σταθμών 0^+_{ξ} και 0^+_{τ} κατά τη μετάβαση σχήματος-φάσης $U(5) \rightarrow E(5) \rightarrow O(6)$.

проς την 2⁺₁. Όσον αφορά τη στάθμη 0⁺₃ ενέργειας 1877 keV, εκ πρώτης όψεως δεν παρουσιάζει τη συμπεριφορά που αναμένεται για την 0_ξ, καθώς η τιμή $B(E2; 0^+_3 \rightarrow 2^+_1)$ είναι σχεδόν η μισή από την τιμή $B(E2; 0^+_3 \rightarrow 2^+_2)$. Αυτό αποτελεί ένδειξη σπασίματος της συμμετρίας 0(5) στο πυρήνα ¹²⁸Xe, γεγονός που επιτρέπει στις στάθμες 0_τ και 0_ξ να αναμειχθούν (two-state mixing). Αυτό σημαίνει ότι οι κυματοσυναρτήσεις των παρατηρούμενων διεγερμένων 0⁺_{2,3} σταθμών είναι γραμμικοί συνδυασμοί των "καθαρών" κυματοσυναρτήσεων των 0_ξ και 0_τ, γράφονται δηλαδή ως εξής

$$|0_{2}^{+}\rangle = a_{\tau}|0_{\tau}^{+}\rangle + a_{\xi}|0_{\xi}^{+}\rangle |0_{3}^{+}\rangle = -a_{\xi}|0_{\tau}^{+}\rangle + a_{\tau}|0_{\xi}^{+}\rangle$$
(5.1)

Για το λόγο αυτό οι Coquard *et al.* υπολόγισαν τους ανηγμένους ρυθμούς μετάπτωσης και τις ενέργειες για τις "καθαρές" Ο_ξ και Ο_τ στάθμες, λύνοντας το σύστημα

Από τη λύση προκύπτει $B(E2; 0_t^+ \to 2_2^+) = 81(11)$ W.u. και $B(E2; 0_{\xi}^+ \to 2_1^+) = 15(2)$ W.u., ενώ για τις ενέργειες των σταθμών προκύπτει $E(0_t^+) = 1666$ keV και $E(0_{\xi}^+) = 1795$ keV. Συνεπώς προκύπτει ότι $E_{0_{\xi}} > E_{0_t}$ και σύμφωνα με το σχήμα

5.4 ο πυρήνας ¹²⁸Χε βρίσκεται μετά το σημείο της ενεργειακής αναστροφής και επομένως μετά το κρίσιμο σημείο της Ε(5) συμμετρίας και πιο κοντά στη συμμετρία O(6). Αυτό το συμπέρασμα ενισχύεται και από το γεγονός ότι ο λόγος $R_{4/2}$ για το ¹²⁸Χε παίρνει την τιμή 2.33 που βρίσκεται ανάμεσα από τις τιμές 2.2 και 2.5 που προβλέπονται για τις τιμές $R_{4/2}$ των ορίων Ε(5) και O(6) αντιστοίχως.

Η σύγκριση των πειραματικών δεδομένων του σχήματος 5.1, σε συνδυασμό με την παραπάνω επιχειρηματολογία για τις στάθμες 0⁺_{2,3}, μας οδηγεί ασφαλώς στο συμπέρασμα ότι ο πυρήνας ¹²⁸Χε δεν είναι καλός εκπρόσωπος της συμμετρίας Ε(5).

Για την περίπτωση του ¹³⁰Xe δεν μπορούμε να είμαστε απόλυτα κατηγορηματικοί. Οι τιμές που προέκυψαν από τη δικιά μας ανάλυση αποκλίνουν σημαντικά από τις προβλέψεις της συμμετρίας E(5), οι τιμές όμως των Coquard *et al.* αφήνουν σαφώς περιθώρια αμφιβολίας. Σημειώνεται ακόμα ότι ο λόγος $R_{4/2}$ για την περίπτωση του ¹³⁰Xe ισούται με 2.25, φαίνεται δηλαδή να βρίσκεται πιο κοντά στο όριο E(5) απ' ό,τι ο πυρήνας ¹²⁸Xe.

Όσον αφορά την επιχειρηματολογία που διατυπώθηκε παραπάνω σχετικά με τις στάθμες $0^+_{2,3}$, δεν μπορεί να εφαρμοστεί εδώ καθότι αφενός δεν υπάρχουν δεδομένα για τη στάθμη 0^+_3 , αφετέρου η στροφορμή της στάθμης με ενέργεια 1590.4 keV είναι άγνωστη. Στην εργασία των Coquard *et al.* γίνεται η υπόθεση ότι η στάθμη αυτή είναι η πρώτη διεγερμένη 0^+ . Η υπόθεση αυτή, βάσει της διδακτορικής διατριβής του L. Coquard [121], βασίζεται στο γεγονός ότι ενώ παρατηρήθηκε στο πείραμά τους ισχυρή μετάβαση στη στάθμη 2^+_2 , δεν παρατηρήθηκε μετάβαση στην 0^+_1 . Αυτό, σε συνδυασμό με το γεγονός ότι υπάρχουν οι στάθμες 2^+ και 4^+ ως υποψήφιες της δι-φωνονικής ομάδας σταθμών, ενώ λείπει η 0^+ για να συμπληρώσει την τριπλέτα τους, οδήγησε στο συμπέρασμα ότι η εν λόγω στάθμη είναι η ελλειπούσα 0^+_2 .

Αν όντως ισχύει ο ισχυρισμός των Coquard *et al.*, δηλαδή η στάθμη ενέργειας 1590.4 keV είναι η 0_2^+ , τότε από τις τιμές B(E2) που υπολόγισαν φαίνεται να αντιστοιχεί στη στάθμη 0_t . Δεδομένου ότι η επόμενη διεγερμένη 0^+ στάθμη βρίσκεται σε ενέργεια 1793.5 keV, φαίνεται να ισχύει και πάλι η σχέση $E_{0_f} > E_{0_t}$ και επομένως, για τους ίδιους λόγους με προηγουμένως, ο πυρήνας ¹³⁰Xe βρίσκεται μετά το κρίσιμο σημείο της E(5). Για να μπορεί ωστόσο να ειπωθεί αυτό με βεβαιότητα θα πρέπει να μετρηθεί τόσο το σπιν της στάθμης με ενέργειας 1590.4 keV, όσο και οι τιμές B(E2) των αποδιεγέρσεων της στάθμης ενέργειας 1793.5 keV στις στάθμες 2_1^+ και 2_2^+ . Κάτι τέτοιο θα μπορούσε να αποτελέσει το αντικείμενο μίας μελλοντικής μέτρησης.

5.2 Ο πυρήνας ¹⁰²Pd

Όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο §1.3.4, ο πυρήνας ¹⁰²Pd όχι μόνο περιλαμβάνεται στη λίστα των Clark *et al*. [13] ως ένας εκ των υποψήφιων πυρήνων για τη συμμετρία E(5) αλλά σε ξεχωριστή δημοσίευση των Zamfir *et al.* [44], στην οποία εξετάζεται λεπτομερώς η υποψηφιότητα του ¹⁰²Pd, συμπεραίνεται ότι ο τελευταίος αποτελεί πράγματι παράδειγμα E(5) πυρήνα. Αυτό το συμπέρασμα βασίζεται κυρίως στο λόγο $R_{4/2}$, που για την περίπτωση του ¹⁰²Pd παίρνει την τιμή 2.29, στις κανονικοποιημένες τιμές των ανηγμένων ρυθμών μετάπτωσης $B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)$ και $B(E2; 4_2^+ \rightarrow 2_2^+)$, καθώς επίσης και στη σχετική συμφωνία που παρουσιάζουν οι ιδιότητες της στάθμης 0_3^+ όταν αυτή αναγνωριστεί ως η στάθμη 0_{ε}^+ .

Ωστόσο, σημαντικές διαφορές από τις αναμενόμενες τιμές για τη συμμετρία E(5) επισημαίνονται και στις δύο προαναφερθείσες αναφορές. Συγκεκριμένα, η πειραματική τιμή $B(E2; 2_2^+ \to 2_1^+)$ είναι παραπάνω από έναν παράγοντα τρία χαμηλότερη από την αναμενόμενη, ενώ η πειραματική τιμή $B(E2; 4_2^+ \to 4_1^+)$ έχει άνω όριο, το οποίο είναι κατά ένα παράγοντα δύο χαμηλότερο. Ακόμη, η ενέργεια και ο χρόνος ζωής της στάθμης 0_2^+ την αποκλείουν από ενδεχόμενο μέλος της τριφωνονικής ομάδας σταθμών του E(5). Για το λόγο αυτό η στάθμη 0_2^+ χαρακτηρίζεται ως στάθμη-εισβολέας¹, αφήνοντας έτσι κενό το ρόλο της 0_t^+ στο μοντέλο E(5).

Στο σχήμα 5.5 φαίνεται η σύγκριση των μέχρι πρότινος πειραματικών δεδομένων με τις προβλέψεις της συμμετρίας Ε(5), όπως παρουσιάζεται στην εργασία των Zamfir *et al.* [44]. Στο ίδιο σχήμα γίνεται και μία απόπειρα περιγραφής του πυρήνα ¹⁰²Pd στα πλαίσια του IBM-1, χρησιμοποιώντας μία μεταβατική Χαμιλτονιανή. Βάσει αυτής της εικόνας οι Zamfir *et al.* καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι ο πυρήνας ¹⁰²Pd περιγράφεται ικανοποιητικά από τη συμμετρία κρίσιμου σημείου E(5).

Η παρούσα εργασία έρχεται σε αντίθεση με τα ανωτέρω συμπεράσματα, καθώς συμπληρώνει την εικόνα του πυρήνα ¹⁰²Pd με τους ανηγμένους ρυθμούς μετάπιωσης της ζώνης yrast μέχρι τη στάθμη 8_1^+ οι οποίοι και επιτρέπουν έναν πιο ευαίσθητο έλεγχο. Όπως φαίνεται στον πίνακα 5.3, η τιμή $B(E2; 2_1^+ \to 0_1^+)$, που προσδιορίστηκε στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, είναι σε πολύ καλή συμφωνία με την τιμή που έχει υιοθετηθεί στη βιβλιογραφία, η οποία προέρχεται από την αναφορά [123]. Αντίθετα, η τιμή $B(E2; 4_1^+ \to 2_1^+)$ είναι σημαντικά χαμηλότερη από την τιμή της βιβλιογραφίας που προέρχεται από την αναφορά [124] και έρχεται ήδη σε σύγκρουση με την πρόβλεψη της συμμετρίας E(5). Ολοκληρώνοντας την εικόνα, η φθίνουσα τάση που παρουσιάζουν οι ανηγμένοι ρυθμοί μετάπτωσης $B(E2; 6_1^+ \to 4_1^+)$ και $B(E2; 8_1^+ \to 6_1^+)$ έρχεται σε πλήρη αντίθεση με την αυξητική τάση που προδλέπει η συμμετρία E(5) (βλ. σχήμα 5.6).

¹Ως στάθμη-εισβολέας (intruder state) χαρακτηρίζεται μία στάθμη που λόγω αλληλεπιδράσεων p-n χαμηλώνει σε ενέργεια, με αποτέλεσμα να φαίνεται ενεργειακά ότι ανήκει σε μία ομάδα σταθμών (π.χ. μία δι-φωνονική τριπλέτα) στην οποία δομικά δεν ανήκει. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι ο πυρήνας ¹¹⁴Cd όπου, στην ίδια ενεργειακή περιοχή με τις στάθμες 0⁺, 2⁺ και 4⁺ της δι-φωνονικής τριπλέτας, εμφανίζονται δύο επιπλέον στάθμες με στροφορμή 0⁺ και 2⁺, οι οποίες έχουν χαρακτήρα εισβολέα [122]. Λόγω των διαφορετικών δομικών χαρακτηριστικών που έχουν αυτές οι στάθμες, παρουσιάζουν τιμές B(E2) διαφορετικές από τις αναμενόμενες και έτσι μπορούν να αναγνωριστούν.



Σχήμα 5.5: Η σύγκριση των πειραματικών δεδομένων, ως είχαν μέχρι το 2002 για τον πυρήνα ¹⁰² Pd, με τις προβλέψεις της συμμετρίας E(5), καθώς και με τους υπολογισμούς του IBM-1 για πυρήνα με 5 μποζόνια που βρίσκεται στη μετάβαση U(5) \rightarrow O(6). Το σχήμα προέρχεται από την αναφορά [44].

Αξίζει εδώ ένα σύντομο σχόλιο σχετικά με τη διαφωνία που παρουσιάζει η τιμή $B(E2; 4_1^+ \to 2_1^+)$ της παρούσας εργασίας σε σχέση με αυτήν της αναφοράς [124]. Η μέτρηση της τιμής αυτής στην εργασία των Luontama *et al.* πραγματοποιήθηκε με τη μέθοδο διέγερσης Coulomb μέσω της αντίδρασης ¹⁰²Pd(p,p*γ)¹⁰²Pd*, με στόχο ο οποίος ήταν ισοτοπικά εμπλουτισμένος κατά 75%. Ωστόσο, το ισότοπο του στοιχείου Pd με τη μεγαλύτερη ισοτοπική αναλογία είναι το ¹⁰⁶Pd, του οποίου η αποδιέγερση $4_1^+ \to 2_1^+$ έχει ενέργεια 717 keV, πολύ κοντά στην αντίστοιχη ενέργεια 719 keV της αποδιέγερσης $4_1^+ \to 2_1^+$ του ¹⁰²Pd. Το γεγονός αυτό θα μπορούσε να οδηγήσει σε λανθασμένη εκτίμηση του ανηγμένου ρυθμού μετάπτωσης $B(E2; 4_1^+ \to 2_1^+)$.

Για μία ολική εποπτεία, οι ανηγμένοι ρυθμοί μετάπτωσης που προσδιορίστηκαν στην παρούσα εργασία για τη ζώνη yrast μαζί με τις προϋπάρχουσες τιμές της βιβλιογραφίας για τις πλαϊνές ζώνες από την αναφορά [125], φαίνονται στο σχήμα 5.7, όπου γίνεται σύγκριση με τις προβλέψεις της συμμετρίας Ε(5).

$I_i^{\pi} \to I_f^{\pi}$	E_{γ}	B(E2)	B(E2)
-	(keV)	(W.u.)	(W.u.)
		[123], [124]	Παρούσα
			εργασία
$2^+_1 \rightarrow 0^+_1$	556.4	32.5(22)	30.4(7)
$4^+_1 \rightarrow 2^+_1$	719.4	50.7(25)	40.3(29)
$6^+_1 \rightarrow 4^+_1$	835.5		36.2(11)
$8^+_1 \rightarrow 6^+_1$	901.7		26.9(20)
$8^1 \rightarrow 6^1$	756.5		7.7(7)
$9^1 \rightarrow 7^1$	539.7		4.6(12)
$10^1 \rightarrow 8^1$	647.2		24.3(32)

Πίνακας 5.3: Σύγκριση των αποτελεσμάτων της παρούσας εργασίας (4^η στήλη) με τα αντίστοιχα της βιβλιογραφίας μέχρι το 2009 (3^η στήλη), όσον αφορά στον πυρήνα ¹⁰² Pd.



Σχήμα 5.6: Στο σχήμα αναπαρίσταται ο λόγος $\frac{B(E2;L\to L-2)}{B(E2;2^+_1\to 0^+_1)}$ συναρτήσει της στροφορμής L. Μαζί με τα πειραματικά σημεία (ανοιχτοί κύκλοι) έχουν σχεδιασθεί και οι αναμενόμενες τιμές για τις δυναμικές συμμετρίες U(5) και O(6) καθώς και για τη συμμετρία κρίσιμου σημείου E(5).



Σχήμα 5.7: Σύγκριση των αποτελεσμάτων της παρούσας εργασίας για τη ζώνη yrast του πυρήνα ¹⁰²Pd αλλά και των τιμών της βιβλιογραφίας για τις πλαϊνές ζώνες [125], με τις προβλέψεις της συμμετρίας E(5). Όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις, όλοι οι ανηγμένοι ρυθμοί μετάπτωσης έχουν κανονικοποιηθεί στην τιμή $B(E2; 2_1^+ \to 0_1^+) = 100$.

Μελέτη του πυρήνα ¹⁰²Pd στα πλαίσια του IBM-1

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, στην εργασία των Zamfir *et al.* της αναφοράς [44], γίνεται προσπάθεια περιγραφής του πυρήνα ¹⁰²Pd στα πλαίσια του IBM-1. Η Χαμιλτονιανή που χρησιμοποιήθηκε για να περιγράψει τη μετάβαση $U(5) \rightarrow O(6)$ από τους Zamfir *et al.* ήταν η ακόλουθη

$$H = \epsilon \hat{n_d} + a_0 \hat{P^{\dagger}} \cdot \hat{P} + a_3 \hat{T_3} \cdot \hat{T_3}$$
(5.3)

στην οποία ο πρώτος όρος είναι ο τελεστής Casimir της άλγεβρας U(5), ενώ οι άλλοι δύο όροι προέρχονται από τη Χαμιλτονιανή της δυναμικής συμμετρίας O(6), που δίνεται από τη σχέση 1.50. Η βέλτιστη προσαρμογή στα πειραματικά δεδομένα από τους Zamfir *et al.* επετεύχθη για τις τιμές $\epsilon = 0.76$ MeV, $a_0 = 0.18$ MeV και $a_3 = 0.05$ MeV και είναι αυτή του σχήματος 5.5 που δόθηκε παραπάνω.

Εν όψει των νέων δεδομένων που προέκυψαν στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, επιχειρήθηκε μία εκ νέου απόπειρα προσαρμογής στα πειραματικά δεδομένα, ώστε να περιγραφεί καλύτερα η ζώνη yrast. Για τους υπολογισμούς χρησιμοποιήθηκε ο κώδικας υπολογισμών IBA-1 του P. Van Isacker². Ως αφετηρία των υπολογισμών χρησιμοποιήθηκε η μεταβατική Χαμιλτονιανή της εξίσωσης 5.3, όπως

²Ο κώδικας παραχωρήθηκε στον γράφοντα από τον καθηγητή P. Petkov.

προτάθηκε από τους Zamfir *et al.* και οι παράμετροι της βέλτιστης προσαρμογής τους. Αν και αρχικά έγινε προσπάθεια να προσεγγιστούν τα πειραματικά σημεία μεταβάλλοντας απλώς τις τρεις παραμέτρους *ε*, *a*₀ και *a*₃, έγινε σύντομα φανερό ότι χρειαζόταν απαραιτήτως η προσθήκη περισσότερων όρων στη Χαμιλτονιανή της εξίσωσης 5.3.

Η Χαμιλτονιανή με την οποία επετεύχθη τελικά η καλύτερη προσαρμογή είναι η ακόλουθη

$$H = \epsilon \hat{n_d} + a_0 \hat{P^{\dagger}} \cdot \hat{P} + a_1 \hat{L} \cdot \hat{L} + a_2 \hat{Q_{\chi}} \cdot \hat{Q_{\chi}} + a_3 \hat{T_3} \cdot \hat{T_3}$$
(5.4)

όπου οι παράμετροι που χρησιμοποιήθηκαν ήταν $\epsilon = 0.68$ MeV, $a_0 = 0.2$ MeV, $a_1 = 0.015$ MeV, $a_2 = 0.025$ MeV και $a_3 = 0.050$ MeV. Οι E2 μεταβάσεις περιγράφηκαν από τον τελεστή

$$T(E2) = e_2[s^{\dagger}\vec{a} + d^{\dagger}s + \chi(d^{\dagger}\vec{a})^{(2)}]$$
(5.5)

όπου e_2 =0.1266 $e \cdot b$ και η παράμετρος χ τέθηκε ίση με – $\sqrt{7}/2$ τόσο στον τελεστή \hat{Q}_{χ} της Χαμιλτονιανής όσο και στον τελεστή T(E2) όπως συνηθίζεται στα πλαίσια του συνεπή Q-φορμαλισμού³. Όπως φαίνεται στο σχήμα 5.8 όπου γίνεται σύγκριση των δύο προσαρμογών με τα πειραματικά δεδομένα, είναι σαφές ότι η προσαρμογή της παρούσας εργασίας περιγράφει πολύ καλύτερα τον πυρήνα ¹⁰²Pd. Το γεγονός ότι χρειάζεται μία πολύ γενικότερη IBA-1 Χαμιλτονιανή σε σχέση με τη μεταβατική της εξίσωσης 5.3 για να περιγράψει τα πειραματικά δεδομένα, είναι μία ακόμα καλή ένδειξη ότι ο πυρήνας ¹⁰²Pd δεν είναι κατάλληλος υποψήφιος για τη συμμετρία E(5).

³Παλιότερα συνηθιζόταν να χρησιμοποιείται η τιμή – $\sqrt{7}/2$ για την παράμετρο χ στη Χαμιλτονιανή, ενώ η ίδια παράμετρος στον τελεστή T(E2) αφηνόταν ελεύθερη. Ωστόσο, δεδομένου ότι είναι η ίδια τετραπολική δύναμη που προκαλεί την παραμόρφωση στους πυρήνες καθώς και τις συλλογικές E2 μεταβάσεις, προτιμάται συνήθως η προσέγγιση στην οποία χρησιμοποιούνται συνεπείς μορφές του τελεστή Q τόσο στη Χαμιλτονιανή όσο και στον τελεστή T(E2). Αυτή η προσέγγιση ονομάζεται συνεπής Q-φορμαλισμός (βλ. αναλυτικότερα την αναφορά [126]).



προσαρμογές που πραγματοποιήθηκαν από τους Zamfir et al. και από τον γράφοντα αντιστοίχως. Ως συνήθως, για να διευκολυνθεί η σύγκριση, όλοι οι ανηγμένοι ρυθμοί μετάπτωσης έχουν κανονικοποιηθεί στην τιμή B(E2; 2⁺ → 0⁺) = 100. Σχήμα 5.8: Στο διάγραμμα φαίνεται στο κέντρο ο πυρήνας ¹⁰²Ρd με τα πειραματικά δεδομένα, ενώ αριστερά και δεξιά είναι οι IBM-1

5.3 Σύνοψη και προοπτικές

Στα πλαίσια της παρούσας διδακτορικής διατριβής μελετήθηκαν οι πυρήνες ¹²⁸Xe, ¹³⁰Xe και ¹⁰²Pd ως υποψήφιοι πυρήνες της συμμετρίας κρίσιμου σημείου E(5). Όσον αφορά στον πρώτο και στον τρίτο, αποδείχθηκε πέραν κάθε αμφιβολίας ότι δε συμφωνούν με τις προβλέψεις της συμμετρίας E(5) και επομένως μπορούν να διαγραφούν από τη λίστα των υποψηφίων. Όσον αφορά το δεύτερο πυρήνα, το ¹³⁰Xe, αν και προέκυψαν ενδείξεις διαφωνίας και αυτού με το μοντέλο E(5), το ερώτημα παραμένει ανοιχτό.

Προκειμένου να διευθετηθεί και η περίπτωση του ¹³⁰Χε θα πρέπει κατ' αρχάς να προσδιοριστεί πειραματικά η στροφορμή της στάθμης με ενέργεια 1590.4 keV, ώστε να ελεγχθεί η υπόθεση των Coquard *et al.*, ότι είναι πράγματι 0⁺. Αυτό θα μπορούσε να γίνει με μία τεχνική όπως αυτή που περιγράφεται στην αναφορά [127], η οποία εξάλλου χρησιμοποιήθηκε στην αναφορά αυτή και για τον προσδιορισμό της στροφορμής ορισμένων σταθμών του ¹²⁸Χε μεταξύ άλλων. Επίσης, αν πράγματι η προαναφερθείσα στάθμη είναι η 0⁺, τότε είναι κρίσιμο να μελετηθούν οι ιδιότητες της στάθμης 03 ενέργειας 1793.5 keV. Από τη μέτρηση των ανηγμένων ρυθμών μετάπτωσης $B(E2; 0_3^+ \to 2_2^+)$ και $B(E2; 0_3^+ \to 2_1^+)$ μπορεί να ελεγχθεί αν πρόκειται για την 0_τ ή την 0_ξ του IBM. Για το σκοπό αυτό θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί μία μέτρηση διέγερσης Coulomb, σαν αυτή των Coquard et al. αλλά με προτίμηση σε κάποιον στόχο βαρύτερο από το ¹²C, ώστε να αυξηθεί η ενεργός διατομή διέγερσης σε αυτή τη στάθμη και ενδεχομένως θα χρειαστεί περισσότερη ώρα ακτινοβόλησης. Το γεγονός ότι οι Coquard et al. μπόρεσαν να μετρήσουν τις αντίστοιχες ιδιότητες της στάθμης 0^+_3 στην περίπτωση του 128 Xe δείχνει ότι κάτι τέτοιο θα μπορούσε να γίνει και στην περίπτωση του ¹³⁰Xe.

Τέλος, αν και η περίπτωση του πυρήνα ¹³⁰Χε αποδειχθεί μη συμβατή με τις προβλέψεις της συμμετρίας κρίσιμου σημείου Ε(5), τότε θα πρέπει να αναρωτηθεί κανείς αν η αναζήτηση ενός επιτυχόντος υποψηφίου είναι ενδεχομένως μάταιη. Σε αυτή την περίπτωση θα πρέπει κανείς να στραφεί στον πρώτο πυρήνα που προτάθηκε ως ιδανικό παράδειγμα της συμμετρίας Ε(5), το ¹³⁴Ba.

Παραρτήματα

Παράρτημα Α΄

Κώδικας ταξινόμησης του προγράμματος Grain

Στο παράρτημα αυτό παρουσιάζεται ο κώδικας ταξινόμησης (sorting code) που χρησιμοποιήθηκε για την ταξινόμηση των δεδομένων του ¹³⁰Xe με το πρόγραμμα GRAIN [109]. Ο αντίστοιχος κώδικας για το ¹²⁸Xe είναι παρεμφερής και γι' αυτό παραλείπεται. Μετά τον κώδικα ακολουθούν επεξηγήσεις των επιμέρους τμημάτων του.

/** * plunger.java 12.10.10 */
<pre>import fi.jyu.phys.grain.sort.*: import fi.jyu.phys.grain.sort.detector.*: import fi.jyu.phys.grain.sort.gates *: import fi.jyu.phys.grain.resources.GrainConstants: import arg.util.*: import java.util.*: import java.text.NumberFormat;</pre>
public class Xel30_sorting_code extends GrainJurogam2Sorter {
/*
lHistogram1D jurogam2tot_tac, jurogam2tot_e, jurogam2_fold, jurogam2_map; lHistogram1D jurogam211, jurogam2raw11, jurogam2_tac11, jurogam2_rings11, jurogam2_rings_peak211, jurogam2_rawrings11, jurogam2_bg_rings11;
[Histogram1D HPGe_SC5 gated]], HPGe_SC6 gated]], HPGe_SC9 gated]], HPGe_SC10_gated]], HPGe_SC12 gated]], HPGe_SC12 gated]], HPGe_SC32 gated]], HPGe_SC32 gated]], HPGe_SC26 gated]], HPGe_SC28_gated]], HPGe_SC38_gated]], HPGe_SC38_gated]], HPGe_SC28_gated]], HPGE_SC38_gated]],
lHistogram1D SC_GE_t; lHistogram1D juro_gg_proj, juro_gg_time;
<pre>HistogramID SC_tot, SC_tot_t, SC_l_tot, SC_l_tot_t, SC_r_tot_t; SC_r_tot_t; HistogramID SC_fold, SC_map: HistogramID SC[1, SC_t1], SC_l1], SC_r1], SC_r1], SC_r1[1, SC_r_t1];</pre>
IHistogramID SC_tot_all SC_tot_t_all: IHistogramID SC_fold_all SC_map_all: IHistogramID SC_all[], SC_t_all[];
IHistogram1D jurogam2_rate, SC_rate;
Histogram1D JGR1_SC_Energy_Gated[1; Histogram1D JGR1_SC_ENg_Gated[1;
<pre>Histogram2D juro_gg: // 1 added the following 2 2DHistograms Histogram2D gg_SC 1, bgr_gg_SC 1, Sc_TImeVsEnergy;</pre>
GrainDetectorGermaniumArray juro2;
/*
GrainGateID gr_gate, gg_gate, tac_gate, tac_gate_peak1, tac_gate_peak2, SC_t_gate, tac_bgr_gate_left, tac_bgr_gate_right, left_gg_bgr_gate, right_gg_bgr_gate; // I added some gates here
*

jurogam2_map = hfactory.createHistogram1D("Jurogam2_TAC_Gated_Hit_Pattern_gated_on_s.e<3000", 112, 0, 112); SC_lot_t = hfactory.createHistogram1D("SC.Time.Total_10keV_bin", 400. -200, 200); SC_lot_t = hfactory.createHistogram1D("SC.Time.Total_left.TRC.peak.10keV_bin", 400. -200, 200); SC_l_tot_t = hfactory.createHistogram1D("SC.Time.Total_right.TRC.peak.10keV_bin", 400. -200, 200); SC_fold = hfactory.createHistogram1D("SC.Fold", 32, 0, 32); SC_map = hlactory.createHistogram1D("SC.Hit.Pattern", 32, 0, 32); SC_map = hlactory.createHistogram1D("SC.Energy.over.SC-Ge.Time", 1638, 0, 16384, 400. -200, 200); SC_tot_all = hfactory.createHistogramID("SC_Total_(even_with_no.gmma)...l0keV_bin", 1638, 0, 16384); SC_tot_t_all = hfactory.createHistogramID("SC.Thmc_Total_10keV_bin_(even_with_no.gmma)", 400, -200, 200); SC_fold_all = hfactory.createHistogramID("SC.Fold_(even_with_no.gmma)", 32, 0, 32); SC_map_all = hfactory.createHistogramID("SC.HipLettern.(even_with_no.gmma)", 32, 0, 32); juro_gg = hfactory.createHistogram2D("Jurogan2.Gamme-gamma", 6000, 0, 3000, 6000, 0, 3000); Juro_gg_proj = hfactory.createHistogram1D("Jurogan2.Gamme-gamma_projection,...JkeV.bin", 6000, 0, 3000); jurogam2tot_e = hfactory.createHistogram1D["Jurogam2_TAC_Gated_Total.._0.5keV_bin", 6000, 0, 3000]; tree.cd("Rates"); jurogan2_rate = hfactory.createHistogram1D("Jurogan2_Rate_10min_bin.__Imin_axis", 2016, 0, 20160); SC_rate = hfactory.createHistogram1D("SC_Rate_10min_bin.._Jmin_axis", 2016, 0, 20160); SC_GE_t = hfactory.createHistogram1D["s.time.__ge.time.for_Jurogam2_detectors", 400, -200, 200]; SC_tot = hitactory.createHistogram1D["SC_Total.._100kV_bin", 1638, 0, 16384); SC_1 tot = hfactory.createHistogram1D["SC_Total_left_JNC_peak_10keV_bin", 1638, 0, 16384); SC_r_tot = hfactory.createHistogram1D["SC_Total_left_JNC_peak_10keV_bin", 1638, 0, 16384); juro_gg_time = hfactory.createHistogram1D("Jurogam2.Camma-gamma_Time_Tota1", 400, -200, 200); jurogam2tot_tac = hfactory.createHistogram1D("Jurogam2_Thme_Total", 400, -200, 200); jurogam2_fold = hfactory.createHistogram1D["Jurogam2_TAC_Gated_Fold_using_gear", 40, 0, 40); * Set tree information for Target / Focal Plane Ge detectors // Solar cells total events (even with no gamma at all) NumberFormat nf2 = NumberFormat.getInstance(); HPGe_SC5_gated = new IHistogram1D[40]; HPGe_SC6_gated = new IHistogram1D[40]; HPGe_SC7_gated = new IHistogram1D[40]; * Define Spectrum Limits and Binning jurogam2raw = **new** IHistogram1D[40]; * Set tree information for Rates tree.mkdir("Jurogam2_Detectors"); urogam2 = new IHistogram1D[40]; nf2 .setMaximumIntegerDigits (2) ; nf2 .setMinimumIntegerDigits (2) ; nf2 .setGroupingUsed (false) ; tree.cd("Jurogam2_Detectors"); * Start the Programme Proper public void initialise() { tree.mkdir("Rates"); tree.cd(".."); * ł

jurogam2_rawrings[i] = hfactory.createHistogram1D("Jurogam2_Raw-Ring." +(1+1)+"_0.5keV_bln", 6000, 0, 3000); jurogam2_rings[i] = hfactory.createHistogram1D("Jurogam2_Rng."+(1+1)+"_(gated_on.s. e<3000)_0.5keV_bln", 6000, 0, 3000); jurogam2_rings_peak1[i] = hfactory.createHistogram1D("Jurogam2_Rng."+(1+1)+"_(gated_on.s. e<3000)_ogating_on_left_TAC_peak.0.5keV_bln", 6000, 0, 3000); jurogam2_rings_peak2[i] = hfactory.createHistogram1D("Jurogam2_Rng."+(1+1)+"_(gated_on.s. e<3000)_gating_on_left_TAC_peak.0.5keV_bln", 6000, 0, 3000); jurogam2_rings_peak2[i] = hfactory.createHistogram1D("Jurogam2_Rng."+(1+1)+"_(gated_on.s. e<3000)_gating_on_rightTAC_peak.0.5keV_bln", 6000, 0, 3000); jurogam2_rings[i] = hfactory.createHistogram1D("Jurogam2_Rng."+(1+1)+"_(gated_on.s. e<3000)_0.5keV_bln", 6000, 0, 3000);</pre> 0, 3000) 0, 3000) 0, 3000) 0, 3000) 0, 3000) 0, 3000) 0, 3000] 0, 3000] 0, 3000] 0, 3000] 0, 3000] 0, 3000] 0, 3000] jurogam2[1] = hfactory.createHistogram1D("Jurogam2_Detector_"+nf2.format(1+1)+".fgated_on_s.e<3000)_0.5keV_bin", 6000, 0, 3000; jurogam2_tac[i] = hfactory.createHistogram1D("Jurogam2_Detector_"+nf2.format(1+1)+".TAC", 400, -200, 200); 0, 3000); . 6000. 0. 3000); . 6000. 0. 3000); . 6000. 0. 3000); . 6000. 0. 3000); 0. Jurogeand_actiony createrly of any constraint in the international constraint of the internation of the international constraint in the internation of 3000); Jurogam2raw[1] = hfactory.createHistogram1D("Jurogam2.Raw.Detector."+nf2.format(i+1)+"..0.5keV.bin", 6000, 0, jurogam2_rings_peak! = new Illistogram1D[6]; jurogam2_rings_peak2 = new Illistogram1D[6]; jurogam2_rarrings = new Illistogram1D[6]; jurogam2_rings = new Illistogram1D[6]; jurogam2_bg_rings = new Illistogram1D[6]; for(int i=0;i<jurogam2_rings.length;i++){</pre> HPCe_SC25_gated = new IHistogram1D[40]; HPCe_SC26_gated = new IHistogram1D[40]; HPCe_SC28_gated = new IHistogram1D[40]; HPCe_SC29_gated = new IHistogram1D[40]; HPCe_SC30_gated = new IHistogram1D[40]; HPGe_SC12_gated = new IHistogram1D[40]; HPGe_SC13_gated = new IHistogram1D[40]; HPGe_SC14_gated = new IHistogram1D[40]: HPGe_SC14_gated = new IHistogram1D[40]: HPGe_SC22_gated = new IHistogram1D[40]: HPGe_SC23_gated = new IHistogram1D[40]: tree.mkdir("SC_when_there_is_agenma"); new IHistogram1D[40]; tree.cd("SC_when_there_is_a_gamma"); jurogam2_tac = new IHistogram1D[40]; for (int i=0; i < jurogam2.length; i++){ tree.mkdir("Jurogam2_Rings"); tree.cd("Jurogam2_Rings"); new IHistogram1D[32]; HPGe_SC10_gated = tree.cd(".."); tree.cd(".."); SC = 1

new IHistogram ID [40];

HPGe_SC9_gated =

<pre>SC_t = new IHistogramID[32]: SC_j = new IHistogramID[32]: SC_j = new IHistogramID[32]: SC_j = new IHistogramID[32]: SC_r = new</pre>	tree .mkdir("Jurogam2_Ring1_SC_Gated"); tree .cd("Jurogam2_Ring1_SC_Gated");	<pre>tree .mkdir("Energy-Gated"): tree .od("Energy-Gated"): JGRL_SC_Energy_Gated = new IHistogram1D[3]: JGRL_SC_Energy_Gated[1]=hfactory.createHistogram1D("Jurogam2_RL_Gated_on_Low_Recoil_Energies", 6000, 0, 3000); JGRL_SC_Energy_Gated[1]=hfactory.createHistogram1D("Jurogam2_RL_Gated_on_Medium_Recoil_Energies", 6000, 0, 3000); JGRL_SC_Energy_Gated[2]=hfactory.createHistogram1D("Jurogam2_RL_Gated_on_Medium_Recoil_Energies", 6000, 0, 3000); JGRL_SC_Energy_Gated[2]=hfactory.createHistogram1D("Jurogam2_RL_Gated_on_Medium_Recoil_Energies", 6000, 0, 3000); JGRL_SC_Energy_Gated[2]=hfactory.createHistogram1D("Jurogam2_RL_Gated_on_High_Recoil_Energies", 6000, 0, 3000); JGRL_SC_Energy_Gated[2]=hfactory.createHistogram1D("Jurogan2_RL_Gated_on_High_Recoil_Energies", 6000, 0, 3000); JGRL_SC_Energy_Gated[2]=hfactory.createHistogram1D("Jurogated_SC_SC_SC_SC_SC_SC_SC_SC_SC_SC_SC_SC_SC_</pre>	<pre>tree .mkdir("Angle_Gated"); tree .ot("Angle_Gated"); JGR1_SC_Ring_Gated = mew Hilstogram1D[3]; JGR1_SC_Ring_Cated[0]= hiactory. createHistogram1D ("Junogam2_R1_Gated_on_Jow_Recol1_Angles", 6000, 0, 3000); JGR1_SC_Ring_Cated[1]= hiactory. createHistogram1D ("Junogam2_R1_Gated_on_Medium_Recol1_Angles", 6000, 0, 3000); JGR1_SC_Ring_Cated[2]= hiactory. createHistogram1D ("Junogam2_R1_Gated_on_High_Recol1_Angles", 6000, 0, 3000); JGR1_SC_Ring_Cated[2]= hiactory. createHistogram1D ("Junogam2_R1_Gated_on_High_Recol1_Angles", 6000, 0, 3000); JGR1_SC_Ring_Cated[2]= hiactory. createHistogram1D ("Junogam2_R1_Gated_on_High_Recol1_Angles", 6000, 0, 3000); tree.cd["");</pre>	trree.cd[""]; trree.cd[""];	tree.mkdir("SC_total_(even_with_no_gamma)"); tree.cd("SC_total_(even_with_no_gamma)");	<pre>SC_all = new IHistogram1D[32]: SC_Lall = new IHistogram1D[32]: for (int i=0;1<sc.length:i++){ SC_all[i] = hfactory.createHistogram1D("SC.Energy."+nf2.format(i+1)+"_l0keV.bin_(even_with_no_gmma)", 1638, 0, 16384); SC_tall[i] = hfactory.createHistogram1D("SC.Time."+nf2.format(i+1)+"(even_with_no_gmma)", 400, -200, 200); }</sc.length:i++){ </pre>	tree.cd("");	/*	tree.mkduf"CammaCama Matrices gated by SolarCells and low particle energies"); tree.cd["CammaCama Matrices gated by SolarCells and low particle energies"); gg_SC = new IHistogram2D[6][6]; //LNCOMMENIED TO LOOK ONLY AT GG_TOTAL bgr_gg_SC = new IHistogram2D[6][6];
									**
	13	91 91 90 10 91 90 10 91 90 10 91 90 10 90 10 90 10 90 10 90 10 90 10 90 10 90 10 90 10 90 10 90 10 90 10 90 10 90 10 90 10 90 10 90 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	189 189	500	512	515515	2 2 2 2 2	5 2 2 2	3 3 3 3 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5

	<pre>for (int i=0; i<6; i++) {</pre>
*	tree.cd $(" \cdot \cdot ")$;
	* Set Gate Limits
	<pre>tac_gate = new GrainGatelD(1, 37); //tac gate tgate = new GrainGatelD(-20, 60); //timegate needed for addback code tgate = new GrainGatelD(-20, 60); //timegate needed for addback code tac_gate_peak2 = new GrainGatelD(18, 13); //gating on the left tac peak tac_bgr_gate_left = new GrainGatelD(17, 1); tac_bgr_gate_left = new GrainGatelD(17, 1); tac_bgr_gate = new GrainGatelD(-11, 7); // gg_gate gg_gate = new GrainGatelD(-11, 7); // gg_gate SC_t_gate = new GrainGatelD(-20, 20); // event.stamp-s.time 0 left_gg_bgr_gate = new GrainGatelD(-20, -11); // gg_bgr_gate is set equal to the gg_gate ifth_gg_bgr_gate = new GrainGatelD(7, 16); //There are no events on the right side of (ge_a.time-ge_b.time) right_gg_bgr_gate</pre>
	int total_triggers=0;
	<pre>public void process() {</pre>
	juro2 = constructJuro2(tgate, false, false);
	/*
	<pre>for (GrainDetectorStrip s : event.strip.strips) { // These are total SC events even if there is no gamma SC_all(s.channel-32].fill(s.e): SC_tot_all.fill(s.e): SC_tot_all.fill(s.e): SC_tot_all.fill(s.event.stamp-s.time); SC_cold_all.fill(s.channel-32).fill(s.than): SC_fold_all.fill(s.thannel-32): }</pre>
	SC_rate.fill(event.stamp/GrainConstants.TDR_M);
	/*
	*
	total_triggers++;
	ArrayList <graindetectorgermanium> gear = new ArrayList<graindetectorgermanium>(3);</graindetectorgermanium></graindetectorgermanium>
	int s_ring=0; //1 added this variable to tag the particle ring

293 294		gear.clear():
295		for (GrainDetectorGermanium ge: juro2.ges) { // 1 call GrainDetectorGermanium ge: juro2.ges and phase1s will be 1–15 (rings 0 and 1) while addbacked clovers will be above 15 (rings 2, 3, 4, 5)
297 298 200		if(tac_gate.passes(event.stamp-ge.time)) [gear.add(ge):} // I fill the gear here to avoid artifacts in the matrices
200 301 302 303 304 305		<pre>jurogam2_fold. fill (gear. size ()) : jurogam2_raw[ge.number]. fill (ge. e) : jurogam2_rawrings [ge.ring]. fill (ge.e) : jurogam2_tect [se.number]. fill (event. stamp-ge. time) : jurogam2tot_ae. fill (event. stamp-ge. time) : jurogam2tot_e. fill (ge.e) :</pre>
306 307		for(GrainDetectorStrip s : event.strip.strips) {
309 310 310		SC_GE_1. fill (s. time-ge. time) : SC_TimeVsEnergy. fill (s. e., s. time-ge. time) ;
311 312 313 315 315 315 317 317 319 319 319 319		<pre>if(tac_gate.passes(s.time_ge.time)) { SC[s.channel-32].fill(s.c); SC_totic(fill(s.c); SC_totic(fill(s.c); SC_totic(fill(s.c); SC_totic(fill(event.stamp-s.time); SC_nap.fill(event.stamp-s.time); SC_fold.fill(event.strips.size()); }</pre>
35224 3523 3524 3554 3554 3554 3557 3557 3557 3557 355		<pre>if(tac_gate_peak1.passes(s.time_ge.time)) { SC_1[s.channel-32!.fill(s.c); SC_1_t[s.channel-32!.fill(event.stamp-s.time); SC_1_tot.fill(s.e); SC_1_tot_t.fill(event.stamp-s.time); }</pre>
327 328 329 330 331 331 332 333 334		<pre>if(tac_gate_peak2.passes(s.time_ge.time)) { SC_rfs.channel-32! fill(s.e); SC_r_tls.channel-32].fill(s.e); SC_r_tot.fill(s.e); SC_r_tot.fill(s.e); SC_r_tot_t.fill(event.stamp-s.time); }</pre>
335 336		if (SC_t_gate.passes(event.stamp-s.time))(
338 338	//	### SC 5 ###
339 340 341 342 343		<pre>if(s.channel==36 && s.e<3200) { if(ac_gate_peakl.passes(event.stamp_ge.time)) { HPGe_SC5_gated[ge.number].fill(ge.e); } }</pre>
344 345) // end of if(s.e<3000)
346 347 248	//	### SC 6 ###
349 349 350		if(s.channel==37 && s.e<2000) { if(tac_gate_peakl.passes(event.stamp-ge.time)) {

351 352 353 354 355	HPGe_SC6_gated[ge.number]. fi1l(ge.e); } // end of {f(s.e<3000)
356 357 //	### SC 7 ###
358 359 361 362	<pre>if(s.channel==38 && s.e<2500) { if(lac_gate_peakl.passes(event.stamp_ge.time)) { HPGe_SC7_gated[ge.number].fill(ge.e); }</pre>
363 364	} // end of {f(s.e<3000)
365 //	### SC 9 ###
367 368 370 371	<pre>if(s.channel==40 && s.e<2500) { if(tac_gate_peak1, passes(event.stamp-ge.time)) { HPGe_SC9_gated[ge.number], fi11(ge.e); } }</pre>
372 373	} // end of tf(s.e<3000)
375 //	### SC 10 ###
9/2 828 192	<pre>if(s.channel==41 && s.e<2200) { if(tac_gate_peakl.passes(event.stamp_ge.time)) { HPGe_SC10_gated[ge.number].fill(ge.e); } }</pre>
381 382	} // end of (f(s.e<3000)
383 384 //	### SC 12 ###
385 386 388 388 389 389	<pre>if(s.channel==43 && s.e<2600) { if(tac_gate_peakl.passes(event.stamp-ge.time)) { HPGe_SC12_gated[ge.number].fill(ge.e); } }</pre>
390 391	} // end of tf(s.e<3000)
392 //	### SC 13 ###
395 395 397 398	<pre>if(s.channel==44 && s.e<2500) { if(tac_gate_peakl.passes(event.stamp_ge.time)) { HPGe_SC13_gated[ge.number].fill(ge.e); } }</pre>
399 400	} // end of tf(s.e<3000)
401 402 //	### SC 14 ###
404 405 406 406	<pre>if(s.channel==45 && s.e<2500) { if(tac_gate_peak1, passes(event.stamp-ge.time)) { HPGe_SC14_gated[ge.number].fill(ge.e); } }</pre>
408) // end of tf(s.e<3000)

### SC 21 ###	<pre>if(s.channel==52 && s.e<2400) { if(tac_gate_peakl.passes(event.stamp-ge.time)) HPGe_SC21_gated[ge.number].fill(ge.e); } }</pre>	// end of $f(s, e<3000)$	### SC 22 ###	<pre>if(s. channel==53 && s. e<2500) { if(tac_gate_peak1, passes(event. stamp-ge. time)) HPGe_SC22_gated[ge.number], fill(ge.e); }</pre>	} // end of if(s.e<3000)	### SC 23 ###	<pre>if(s.channel==54 && s.e<2200) { if(tac_gate_peakl.passes(event.stamp_ge.time)) HPGe_SC23_gated[ge.number].fill(ge.e); } </pre>	} // end of $if(s,e<3000)$	### SC 25 ###	<pre>if(s.channel==56 && s.e<2700) { if(iac_gate_peak1, passes(event.stamp-ge.time) HPGe_SC25_gated[ge.number].fill(ge.e); } }</pre>	} // end of $tf(s,e<3000)$	### SC 26 ###	if (s. channel==57 && s. e<2200) { if (iac_gate_peak!, passes(event, stamp-ge. time)] HPGe_SC26_gated[ge.number]. fi11(ge.e); }	1/ end of $(s, e<3000)$	### SC 28 ###	<pre>if(s.channel==59 && s.e<2800) { if(tac_gate_peakl.passes(event.stamp-ge.time)) HPGe_SC28_gated[ge.number].fill(ge.c); } }</pre>	// end of tf(s, e<3000)	### SC 29 ###	
//			//			//			//			//			//			//	

HPGe_SC29_gated[ge.number]. fi1l [ge.e); } // end of tf(s.e<3000)	### SC 30 ###	if(s.channel==61 && s.c<2900) { if(iac_gate_peakl.passes(event.stamp_ge.time)) { HPGe_SC30_gated[ge.number].fill(ge.e); }	$\}$ // end of $if(s,e<3000)$	} // end of if SC_t_gate.passes	 1f [SC_Lgate.passes[event.stamp-s.time)](1f (sc.channel==32 & & s.e<2500) (s.channel==33 & s.e<2300) (s.channel==36 & s.e<2300) (s.channel==46 & s.e<2300) (s.channel==47 & s.e<2300) (s.channel==48 & s.e<2300) (s.channel==47 & s.e<2300) (s.channel==48 & s.e<2300) (s.channel==47 & s.e<2300) (s.channel==48 & s.e<2300) (s.channel==47 & s.e<2300) (s.channel==48 & s.e<2300) (s.channel==48 & s.e<2300) (s.channel==48 & s.e<2300) (s.channel==46 & s.e<2300) (s.channel==48 & s.e<2300) (s.channel==48 & s.e<2300) (s.channel==48 & s.e<2300) (s.channel==48 & s.e<2300) (s.channel==58 & s.e<2300) (s.channel=58 & s.e<2300) (<pre>if(tac_gate.passes(event.stamp_ge.time)) { jurogam2_map.fill(ge.number); jurogam2_rings(ge.ring], fill(ge.e); jurogam2[ge.number].fill(ge.e); }</pre>	if(tac_gate_peak1.passes(s.time-ge.time)) {jurogam2_rings_peak1 ge.ring].fill(ge.e):}	if(tac_gate_peak2.passes(s.time-ge.time)) {jurogam2_rings_peak2[ge.ring].fill(ge.e):}	<pre>if (tac_bgr_gate_left.passes(event.stamp-ge.time) 11 tac_bgr_gate_right.passes(event.stamp-ge.time)){ jurogam2_bg_rings[ge.ring].fill(ge.e); }</pre>	<pre>} // end of if (s.e<3000)) // end of if (s.e<3000)) // end of if SC_igate.passes } // end of for (GratinDetectorStrip s : event. strip.strips)</pre>	//	<pre>if(ge.ring == 0){ for(GrainDetectorStrip s : event.strip.strips){ if (SC_t_gate.passes(event.stamp-s.time)){ if(s.e < 3000){ JGR1_SC_Energy_Gated[0].fill(ge.e);</pre>	if ((s. e >= 3000)&&(s. e <= 7000)){ JGRL_SC_Energy_Gated [1], fill (ge. e) ; }	if (s.e > 7000){
69 70 72 72 73	04 k	02 02 02 02 02 02 02 02 02 02 02 02 02 0	81	2 00 0	0 0 0 7 4	60/ 188 190 192 193	94 95	97 097	66 00	02 03 03 00	006 007	00 00 111 113 113 113	115 116 117	19
<pre>// Single hit case // Pull out the hit GrainDetectorGermanium ge = ((ArrayList<graindetectorgermanium>)cclist[11]).get(0): // Create and store the new detector object if((ige.iau) & ige.pledup & ige.vetoed) 11 allowbad) result.ges.add(new GrainDetectorGermanium(1+15, (1/12)+2, ge.theta.ge.phi.ge. e.ge.time.l.ge.valid.ge.fail.ge.pledup.ge.vetoed)): heak: // Double hit case // Double hit case // Pull out the hits GrainDetectorGermanium ge1 = ((ArrayList<graindetectorgermanium>)cclist[11].get(0): GrainDetectorGermanium ge2 = ((ArrayList<graindetectorgermanium>)cclist[11].get(0):</graindetectorgermanium></graindetectorgermanium></graindetectorgermanium></pre>	<pre>// Nor-diagonals and diagonals int diff = Math.abs(gel.number%4 - ge2.number%4): if(!(diff == 2)){ // Pick out the time from the higher energy // Pick out the time from the higher energy // Pick out the time from the higher energy // Calculate acergaes // Calculate acergaes // Create and store the new detector object // Stath gel.philuge2.fall, gel.philuge2.fall, gel.vetoed) !! allowbad) result.ges.add(new GrainDetectoGemanium(1+15. (1/12)+2. theta. phil. gel.e+ge2.e. t. 2. gel.valid&& ge2.valid. gel.fall.gel.fall.gel.fall.gel.fall.ge2.fall, gel.philedup.ge2.vetoed)); ge2.valid.gel.fall.gel.fall.gel.fall.gel.philedup.ge2.vetoed)); ge2.valid.gel.fall.gel.fall.gel.fall.gel.philedup.ge2.vetoed)); ge2.valid.gel.fall.gel.fall.gel.philedup.ge1.philedup.ge1.philedup.ge2.vetoed)); ge2.vetoed); ge2.vetoed); gel.fall.ge2.fall.gel.philedup.ge1.philedup.ge1.philedup.ge1.vetoed]; ge1.vetoed];</pre>	<pre>else if(diagonals){ // Diagonal his // Diagonal his // Diagonal his // Use as single hits at your ourn risk // Use as single hits at your ourn risk // Use as single hits at your ourn risk if((lge1.fail & ge1.phi, ge1.e; ge1.vetoed) 11 allowbad]result.ges.add(new GrainDetectorGermanium(1+15, (1/12)+2, ge1.ge2.fail & ge2.phi, ge2.e; ge2.time, 1, ge2.vetoed) 11 allowbad]result.ges.add(new GrainDetectorGermanium(1+15, (1/12)+2, ge2.theta, ge2.phi, ge2.e; ge2.time, 1, ge2.vetoed) 11 allowbad]result.ges.add(new GrainDetectorGermanium(1+15, (1/12)+2, ge2.theta, ge2.phi, ge2.e; ge2.time, 1, ge2.valid, ge1.fail, ge2.fail, ge2.pliedup, ge2.vetoed)); beak: beak: beak: beak: constants:</pre>	Triple hit case // Triple hit case // Accept everything valid = true: fail = pileup = veto = false; sume = 0.0; // Pick out the time from the highest energy max = 0.0; $+ = 0.0;$	<pre>for (GrainDetectorGermanium geh: ((ArrayList-GrainDetectorGermanium>) cclist[1])){ sum += geh.e: if(geh.ermax){</pre>										
--	--	---	--	---										
622 623 625 625 626 627 629 630 633 631	633 634 636 636 636 638 638 640 641 641 644 644 644	6449 6448 6448 655 655 655 655 655 655 854 854 854 854 854 855 855 855 855 8	655 656 657 657 661 661	663 664 665 665 666 668 668 668 668 671 672 672 673 675										



Γραμμές 5-11: Επισύναψη απαραίτητων βιβλιοθηκών.

Γραμμές 20-45: Ορισμός των δισδιάστατων και τρισδιάστατων ιστογραμμάτων που αντιστοιχούν στα φάσματα και στις μήτρες αντίστοιχα.

Γραμμή 52: Ορισμός χρονικών πυλών.

Γραμμές 70-242: Ορισμός μεγέθους, καθορισμός ετικέτας και αρχικοποίηση των ιστογραμμάτων.

Γραμμές 249-258: Ορισμός εύρους των χρονικών πυλών.

Γραμμές 271-281: Πλήρωση ακατέργαστων (χωρίς συνθήκες) σωματιδιακών ιστογραμμάτων. Σημειώνεται ότι τα γεγονότα που καταγράφονται στους σωματιδιακούς ανιχνευτές αναφέρονται στον κώδικα ως "s" οπότε η εντολή "s.time" επιστρέφει τη χρονική ετικέτα του συγκεκριμένου γεγονότος, "s.e" την ενέργειά του και "s.channel" το αντίστοιχο κανάλι. Ομοίως τα γεγονότα των ανιχνευτών γερμανίου αναφέρονται ως "ge" και με τις εντολές "ge.time", "ge.e" και "ge.number" επιστρέφονται η χρονική ετικέτα, η ενέργεια και το κανάλι, αντιστοίχως, του κάθε γεγονότος.

Στη γραμμή 286 αρχίζει το κυρίως πρόγραμμα. Με τη δήλωση "if(true)" εξασφαλίζεται η συνθήκη ότι καταγράφηκε γεγονός σε ένα από τα κανάλια των σωματιδιακών ανιχνευτών.

Στις γραμμές 298-305 πληρούνται ιστογράμματα ακτίνων γ με μόνη προϋπόθεση να ισχύει η συνθήκη της γραμμής 298 που εξασφαλίζει ότι η διαφορά της χρονικής ετικέτας του σήματος που έδωσε την συνθήκη σκανδαλισμού με τη χρονική ετικέτα της ακτίνας γ είναι εντός του χρονικού παραθύρου "tac_gate" το εύρος του οποίου τέθηκε στις γραμμές 249-258.

Στις γραμμές 307-333 πληρούνται τα σωματιδιακά ιστογράμματα υπό τη συνθήκη ότι κατεγράφη γεγονός σε ανιχνευτή γερμανίου εντός του ορισμένου χρονικού παραθύρου.

Στις γραμμές 336-483 πληρούνται τα ιστογράμματα με τις ενέργειες των ακτίνων γ υπό τη συνθήκη σύμπτωσης με κάθε ένα φωτοβολταϊκό κύτταρο ξεχωριστά. Δηλαδή, για παράδειγμα, στις γραμμές 338-343, πληρούνται τα ιστογράμματα των ακτίνων γ με την προϋπόθεση ότι καταγράφηκε γεγονός στο κύτταρο υπ' αριθμόν 5. Μπαίνει επίσης η επιπλέον συνθήκη η ενέργεια του σωματιδίου να είναι μικρότερη από ένα όριο (διαφορετικό σε κάθε κύτταρο) ώστε να λαμβάνεται υπόψη μόνο η αριστερή κορυφή στα σωματιδιακά φάσματα (βλ. ένθετο διάγραμμα του σχήματος 3.5). Τα φάσματα που δημιουργήθηκαν σε αυτές τις γραμμές είναι αυτά που χρησιμοποιήθηκαν για την ανάλυση με το GOSIA.

Στις γραμμές 485-504 πληρούνται τα φάσματα των ακτίνων γ υπό την προϋπόθεση ότι ανιχνεύθηκε γεγονός σε κάποιο από τα κύτταρα, ενέργειας μικρότερης από αυτή που ορίστηκε ξεχωριστά για κάθε κύτταρο και υπό τον όρο ότι η χρονική διαφορά ανίχνευσης σωματιδίου-ακτίνας γ είναι εντός του εύρους που ορίστηκε στις γραμμές 249-258. Στις γραμμές 509-523 πληρούνται ξεχωριστά φάσματα ακτίνων γ υπό την προϋπόθεση ότι ανιχνεύθηκε γεγονός σε κάποιο από τα κύτταρα ενέργειας μικρής, μεσαίας ή μεγάλης αντιστοίχως. Ομοίως, στις γραμμές 524-538, πληρούνται ξεχωριστά φάσματα ακτίνων γ υπό την προϋπόθεση ότι ανιχνεύθηκε γεγονός σε κάποιο από τα κύτταρα του εσωτερικού, του ενδιάμεσου ή του εξωτερικού δακτυλίου της συστοιχίας των φωτοβολταϊκών κυττάρων (βλ. σχήμα 3.4).

Στις γραμμές 550-588 διαχειρίζονται οι συμπτώσεις σωματιδίου-ακτίνας γακτίνας γ. Συγκεκριμένα στις γραμμές 561-569 πληρούνται οι μήτρες X_Y για όλους τους συνδυασμούς δακτυλίων του JUROGAM με την προϋπόθεση ότι καταγράφηκε γεγονός σε κάποιο από τα κύτταρα, ενέργειας μικρότερης από αυτή που ορίστηκε ξεχωριστά για κάθε κύτταρο και ότι η χρονική διαφορά ανίχνευσης των δύο ακτίνων γ είναι εντός του χρονικού εύρους "gg_gate" που ορίστηκε στις γραμμές 249-258. Ομοίως, στις γραμμές 573-582, πληρούνται οι αντίστοιχες μήτρες για την περίπτωση που η χρονική διαφορά ανίχνευσης των δύο ακτίνων γ είναι εκτός του χρονικού εύρους "gg_gate" (δηλαδή πρόκειται για τυχαίες συμπτώσεις οι οποίες αφαιρούνται από τις πρώτες).

Τέλος, στις γραμμές 591-722, γίνεται η άθροιση των σημάτων (addback) των τεσσάρων διαφορετικών κρυστάλλων των ανιχνευτών clover ώστε να μπορούν να χειριστούν από το πρόγραμμα ως ενιαίες οντότητες κατά τον ίδιο τρόπο δηλαδή που χειρίζεται το πρόγραμμα και τους συνήθεις ανιχνευτές HPGe. Το μέρος αυτού του κώδικα προσφέρθηκε από την ομάδα του JYFL [128].

Παράρτημα Β΄ Θεωρία της διέγερσης Coulomb

Στο παράρτημα αυτό θα σκιαγραφηθεί η θεωρία της διέγερσης Coulomb πάνω στην οποία βασίζεται ο υπολογισμός των ανηγμένων ρυθμών μετάπτωσης με χρήση του προγράμματος GOSIA που περιγράφεται στο κεφάλαιο 3. Η προσέγγιση που θα γίνει θα είναι περισσότερο ποιοτική, δίνοντας κάποιες βασικές σχέσεις, όπου αυτό κρίνεται σκόπιμο. Για μία αναλυτικότερη παρουσίαση του θέματος ο αναγνώστης παραπέμπεται στη μονογραφία [91] καθώς και στο άρθρο ανασκόπησης [90], απ΄ όπου έχουν αντληθεί οι περισσότερες από τις πληροφορίες που δίνονται παρακάτω.

Β'.1 Ημικλασσική προσέγγιση

Στα πειράματα διέγερσης Coulomb γίνεται η υπόθεση ότι η αλληλεπίδραση μεταξύ των δύο πυρήνων είναι καθαρά ηλεκτρομαγνητική. Αυτή η υπόθεση εξασφαλίζεται από την απαίτηση $\eta \gg 1$ όπου η παράμετρος Sommerfeld η δίνεται από τη σχέση 2.48. Από φυσικής άποψης αυτό σημαίνει ότι η απόσταση των δύο πυρήνων είναι κατά πολύ μεγαλύτερη από το μήκος κύματος του κάθε κυματοπακέτου-πυρήνα και επομένως μπορούν να εφαρμοστούν οι σχέσεις της κλασσικής μηχανικής προκειμένου να υπολογιστεί η κινηματική της αντίδρασης. Συνεπώς, στα πλαίσια της ημικλασσικής προσέγγισης η σχετική κίνηση των δύο ιόντων θα έχει μορφή υπερβολής όπως φαίνεται στο σχήμα Β΄.1, ενώ η πιθανότητα τα ιόντα να σκεδάζονται σε γωνία ∂ και εντός στερεάς γωνίας $d\Omega$, εκφράζεται από τη διαφορική ενεργό διατομή της σκέδασης Rutherford

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Rutherford} = \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4E_{lab}}\right)^2 \frac{1}{\sin^4(\frac{\partial}{2})} \tag{B'.1}$$

Σημειώνεται ακόμη πως έχει γίνει η σιωπηλή υπόθεση ότι η απώλεια κινητικής ενέργειας λόγω διέγερσης Coulomb δεν επηρεάζει την κινηματική της αντίδρασης. Αυτό ισχύει μόνο εφόσον η ενέργεια της διεγερμένης στάθμης Δ*E*_n είναι κατά πολύ



Σχήμα Β'.1: Σχηματική αναπαράσταση της σκέδασης του πυρήνα-βλήματος στο πεδίο Coulomb του πυρήνα-στόχου. Η τροχιά του βλήματος μετά τη σκέδαση, ιδωμένη στο σύστημα ηρεμίας του στόχου και στα πλαίσια της ημικλασσικής προσέγγισης, είναι υπερβολή. Με δ σημειώνεται η γωνία σκέδασης ενώ με b(δ) η πλησιέστερη απόσταση μεταξύ των δύο πυρήνων.

μικρότερη από την κινητική ενέργεια E, δηλαδή $\Delta E_n/E \ll 1$ κάτι που ισχύει για όλες τις στάθμες που εξετάστηκαν στα πλαίσια της παρούσας εργασίας.

Εν γένει η ηλεκτρομαγνητική αλληλεπίδραση μεταξύ δύο εκτεταμένων κατανομών φορτίου εκφράζεται μέσα από όρους μαγνητικών και ηλεκτρικών πολυπολικών ροπών των δύο κατανομών οι οποίες ορίζονται από τις σχέσεις

$$M(E\hat{n},\mu) = \int \rho(r)r^{\hat{n}}\Upsilon_{\hat{n}\mu}(\hat{r})d\tau$$
 (B'.2)

και

$$M(M\hat{\eta},\mu) = \frac{-i}{c(\hat{\eta}+1)} \int j(r)r^{\hat{\eta}}(-ir \times \nabla)\Upsilon_{\hat{\eta}\mu}(\hat{r})d\tau$$
(B'.3)

για την ηλεκτρική και τη μαγνητική πολυπολική ροπή αντιστοίχως. Βάσει των σχέσεων αυτών η η/μ αλληλεπίδραση μεταξύ του πυρήνα βλήματος (1) και του πυρήνα στόχου (2) εκφράζεται με τη σχέση

$$W(1,2) = W_E(1,2) + W_M(1,2) + W_{EM}(1,2)$$
(B'.4)

όπου ο πρώτος όρος εκφράζει την αλληλεπίδραση μεταξύ των ηλεκτρικών πολυπόλων, ο δεύτερος εκφράζει την αλληλεπίδραση μεταξύ των μαγνητικών πολυπόλων και ο τρίτος την αλληλεπίδραση μεταξύ των ηλεκτρικών και των μαγνητικών πολυπόλων λόγω της σχετικής κίνησης των δύο συστημάτων. Οι όροι της σχέσης Β΄.4 εκφράζονται από αναλυτικές σχέσεις που δίνονται σε αρκετά εγχειρίδια. Ενδεικτικά, ο πρώτος από τους τρεις όρους δίνεται από τη σχέση:

$$W_{E}(1,2) = \sum_{\hat{\beta}_{1}\hat{\beta}_{2}\mu_{1}\mu_{2}} c(\hat{\beta}_{1},\hat{\beta}_{2}) \begin{pmatrix} \hat{\beta}_{1} & \hat{\beta}_{2} & \hat{\beta} \\ \mu_{1} & \mu_{2} & \mu \end{pmatrix} \times M_{1}(E\hat{\beta}_{1},\mu_{1})M_{2}(E\hat{\beta}_{2},\mu_{2}) \frac{1}{r^{\hat{\beta}+1}} \Upsilon_{\hat{\beta},\mu}(\partial,\phi)$$
(B'.5)

όπου

$$c(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) = (4\pi)^{3/2} (-1)^{\hat{\beta}_2} \left[\frac{(2\hat{\beta})!}{(2\hat{\beta}_1 + 1)!(2\hat{\beta}_2 + 1)!} \right]^{1/2}$$
(B'.6)

Ο πιο ισχυρός όρος της σχέσης Β'.4 είναι αυτός που εκφράζει την ηλεκτρική μονοπολική-μονοπολική αλληλεπίδραση και προκύπτει από τη σχέση Β'.5 αν αντικαταστήσουμε όπου $\hat{J}_1 = \hat{J}_2 = 0$. Αυτό που προκύπτει μετά τις πράξεις δεν είναι παρά η ενέργεια Coulomb $Z_1 Z_2 e^2/r$. Η αλληλεπίδραση αυτή δεν περιέχει εσωτερικούς βαθμούς ελευθερίας των δύο πυρήνων και άρα δεν προκαλεί καμία διέγερση, καθορίζει ωστόσο την κινηματική της αντίδρασης.

Οι επόμενοι κατά σημαντικότητα όροι είναι αυτοί που εκφράζουν την αλληλεπίδραση μεταξύ της μονοπολικής ροπής του βλήματος και των ηλεκτρικών πολυπολικών ροπών του στόχου, η οποία προκαλεί τη διέγερση του στόχου¹. Η αλληλεπίδραση μεταξύ υψηλότερης τάξης ροπών του βλήματος με τις πολυπολικές ροπές του στόχου είναι συνήθως αμελητέες και, παρότι δε θα μας απασχολήσουν στα πλαίσια αυτού του παραρτήματος, λαμβάνονται υπόψη από τον κώδικα GOSIA. Τέλος, οι όροι που περιγράφουν την αλληλεπίδραση μονοπόλου-πολυπόλου στον όρο $W_{EM}(1, 2)$ της σχέσης Β΄.4 είναι αυτοί που οδηγούν στις μαγνητικές διεγέρσεις του στόχου και του βλήματος. Βάσει αυτών, η σχέση Β΄.4 μπορεί να ξαναγραφτεί έτσι ώστε να περιέχει μόνο τους σημαντικότερους όρους δηλαδή την αλληλεπίδραση μονοπόλου-μονοπόλου (ενέργεια Coulomb) και την αλληλεπίδραση των μονοπολικών ροπών με τις ηλεκτρικές και τις μαγνητικές πολυπολικές ροπές, ως εξής

$$W(1,2) = V(1,r) + V(2,r) + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}$$
(B'.7)

όπου

$$V(2, r) = V_E(2, r) + V_M(2, r)$$
 (B'.8)

είναι ο όρος που εκφράζει τη διέγερση του στόχου. Αναλυτικά τα $V_{E,M}(2, r)$ δίνονται από τη σχέση

$$V_{E,M}(2,t) = \sum_{\hat{\beta} \ge 1,\mu} \frac{4\pi Z_1 e}{2\hat{\beta} + 1} S_{(E,M)\hat{\beta}\mu}(t) M_2(\hat{\beta},-\mu)(-1)^{\mu}$$
(B'.9)

¹Αντίστοιχα η αλληλεπίδραση της μονοπολικής ροπής του στόχου με τις πολυπολικές ροπές του βλήματος οδηγεί στη διέγερση του βλήματος.

όπου για τις ηλεκτρικές διεγέρσεις είναι

$$\mathbf{S}_{E\hat{n}\mu}(t) = \mathbf{r}(t)^{-\hat{n}-1}\Upsilon_{\hat{n}\mu}(\partial, \phi) \tag{B'.10}$$

ενώ για τις μαγνητικές διεγέρσεις είναι

$$S_{M\beta\mu}(t) = \frac{i}{\beta} r(t)^{-\beta-1} \frac{r(t)}{c} (-ir \times \nabla) \Upsilon_{\beta\mu}(\partial, \phi)$$
(B'.11)

Εναλλάσσοντας στη σχέση Β'.9 τους δείκτες $1 \leftrightarrow 2$ προκύπτει η αντίστοιχη σχέση για τη διέγερση του βλήματος. Τα $S_{E,M}$ καλούνται συναρτήσεις σύγκρουσης (collision functions).

Έτσι τελικά, στην ημικλασσική προσέγγιση η μεν κινηματική της αντίδρασης καθορίζεται από την ηλεκτρική μονοπολική-μονοπολική αλληλεπίδραση που είναι η δύναμη Coulomb ενώ για τη διέγερση των πυρήνων λαμβάνονται υπόψη πρωτίστως οι όροι που περιγράφουν την μονοπολική-πολυπολική αλληλεπίδραση που κατά τη σύγκρουση η μονοπολική-πολυπολική αλληλεπίδραση προκαλέσει διέγερση του πυρήνα στόχου από τη στάθμη $|0\rangle$ στη στάθμη $|n\rangle$ με πιθανότητα P_n τότε η ενεργός διατομή της ανελαστικής σκέδασης δίνεται από τη σχέση

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_n = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Rutherford} P_n \tag{B'.12}$$

Η πιθανότητα διέγερσης P_n θα μας απασχολήσει στις επόμενες παραγράφους.

Β'.2 Πιθανότητα διέγερσης

Έχοντας εκφράσει πλέον την αλληλεπίδραση πυρήνα στόχου με τη σχέση Β'.7 μπορεί κανείς να προχωρήσει σε επίλυση της εξίσωσης του Schrödinger

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\Psi(t)\rangle = \left(H_0(1) + H_0(2) + W(1,2)\right)|\Psi(t)\rangle \tag{B.13}$$

όπου οι Χαμιλτονιανές $H_0(1)$ και $H_0(2)$ είναι οι εσωτερικές ελεύθερες Χαμιλτονιανές των δύο πυρήνων και ισχύει η αρχική συνθήκη

$$|\Psi(-\infty)\rangle = |\Psi_0^{(1)}\rangle|\Psi_0^{(2)}\rangle \tag{B'.14}$$

δηλαδή υποθέτουμε ότι αρχικά οι δύο πυρήνες βρίσκονται στη βασική τους κατάσταση. Αν τώρα κρατήσουμε μόνο τους όρους αλληλεπίδρασης μονοπόλουπολυπόλου και χωρίσουμε τη σχέση Β'.13 σε δύο εξισώσεις (μία για τον κάθε πυρήνα) τότε παίρνουμε τις εξής σχέσεις

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(t)\rangle = (H_0(1) + V(1, t))|\Psi\rangle$$
 (B'.15)

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(t)\rangle = (H_0(2) + V(2, t))|\Psi\rangle$$
 (B'.1

για το βλήμα και τον στόχο αντίστοιχα, όπου τα V(t) δίνονται από τις σχέσεις Β'.9, Β'.10 και Β'.11. Στην τελευταία σχέση, μπορεί η κυματοσυνάρτηση Ψ να αναπτυχθεί στην ορθοκανονική βάση των ιδιοδιανυσμάτων |n> της ελεύθερης Χαμιλτονιανής H₀ όπου

$$H_0|n\rangle = E_0|n\rangle \tag{B'.17}$$

6)

Οι συντελεστές των ιδιοδιανυσμάτων στο εν λόγω ανάπτυγμα είναι τα πλάτη διέγερσης *a_n* και ορίζονται ως

$$a_n(t) = \langle n | \Psi \rangle e^{iE_n t/\hbar}$$
 (B'.18)

Έτσι, αντικαθιστώντας στην εξίσωση Schrödinger προκύπτει

$$i\hbar \dot{a}_n(t) = \sum_m a_m(t) \langle n|V|m \rangle e^{\frac{i}{\hbar}(E_n - E_m)t}$$
(B'.19)

το οποίο είναι ένα σύστημα γραμμικών διαφορικών εξισώσεων πρώτης τάξης. Για την επίλυση του συστήματος χρησιμοποιείται η αρχική συνθήκη

$$a_m(-\infty) = \delta_{0m} \tag{B'.20}$$

που δηλώνει ότι αρχικά οι πυρήνες βρίσκονται στη βασική τους κατάσταση. Επίσης, για την επίλυση, γίνεται η υπόθεση ότι διεγείρεται ένας πεπερασμένος αριθμός σταθμών $|m\rangle$ με ενέργεια $E_m < E_{max}$. Η υπόθεση αυτή είναι δικαιολογημένη σε πειράματα που ικανοποιείται η συνθήκη 2.49.

Σκοπός είναι να υπολογιστεί το πλάτος διέγερσης από την αρχική κατάσταση $|0\rangle = |I_0M_0\rangle$ τη στιγμή $t = -\infty$ στην τελική κατάσταση $|f\rangle = |I_fM_f\rangle$ τη στιγμή $t = +\infty$. Για το σκοπό αυτό ολοκληρώνουμε τη σχέση Β'.19 από $t = -\infty$ μέχρι $t = +\infty$ λαμβάνοντας υπόψη και την αρχική συνθήκη Β'.20, οπότε προκύπτει

$$a_f = \frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} dt \langle f|V|0\rangle e^{i\omega t}$$
(B'.21)

όπου $\omega = (E_f - E_0)/\hbar$ είναι η συχνότητα Bohr. Όπως προαναφέρθηκε, στη διέγερση του πυρήνα συμβάλλει κυρίως η αλληλεπίδραση μεταξύ της μονοπολικής ροπής του βλήματος και των ηλεκτρικών πολυπολικών ροπών του στόχου. Συνεπώς, αντικαθιστούμε στην τελευταία σχέση το πολυπολικό ανάπτυγμα που εκφράζει αυτή την αλληλεπίδραση από τη σχέση Β'.9 και παίρνουμε

$$a_{f} = \frac{4\pi Z_{1}e}{i\hbar} \sum_{\hat{\eta}\mu} \frac{(-1)^{\mu}}{2\hat{\eta}+1} \langle f|M(E\hat{\eta},-\mu)|0\rangle \tilde{S}^{E}_{\hat{\eta}\mu}$$
(B'.22)

και

$$\tilde{S}^{E}_{\hat{\eta}\mu} = \int_{-\infty}^{+\infty} S^{E}_{\hat{\eta}\mu} e^{i\omega t} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} r^{-\hat{\eta}-1} \Upsilon_{\hat{\eta}\mu}(\partial(t)\phi(t)) e^{i\omega t} dt$$
(B'.23)

Σε αυτό το σημείο εξυπηρετεί να γίνει αλλαγή συστήματος συντεταγμένων και να εκφραστούν οι συναρτήσεις σύγκρουσης $S_{E\partial\mu}$ σε υπερβολικές συντεταγμένες. Για το σκοπό αυτό εισάγονται η παράμετρος εκκεντρότητας ϵ και η παράμετρος w από τις σχέσεις

$$\epsilon = \frac{1}{\sin(\partial/2)} \tag{B'.24}$$

και

$$t = \frac{a}{v} [\epsilon \sinh w + w]$$
(B'.25)

όπου

$$a = b/2 = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{m_0 v^2}$$
 (B'.26)

Σε αυτό το νέο σύστημα συντεταγμένων το διάνυσμα θέσης είναι

$$r = \begin{pmatrix} a[\cosh w + \epsilon] \\ a\sqrt{\epsilon^2 - 1} \sinh w \\ 0 \end{pmatrix}$$
(B'.27)

ενώ καθώς η παράμετρος w παίρνει τιμές από το $-\infty$ μέχρι το $+\infty$ ο πυρήνας βλήμα κινείται πάνω σε μία υπερβολική τροχιά ενώ το σημείο της ελάχιστης απόστασης αντιστοιχεί στην τιμή w = t = 0.

Η συνάρτηση σύγκρουσης παίρνει τη μορφή

$$S_{E\hat{n}\mu}(w) = \Upsilon_{\hat{n}\mu} \frac{[\cosh w + \epsilon + i\sqrt{\epsilon^2 - 1}\sinh w]^{\mu}}{a^{\hat{n}+1}[\epsilon\cosh w + 1]^{\hat{n}+\mu+1}}$$
(B'.28)

Αντ΄ αυτής της συνάρτησης χρησιμοποιείται συχνά η κανονικοποιημένη και αδιάστατη συνάρτηση σύγκρουσης $Q_{\partial\mu}$ που δίνεται από τη σχέση

$$Q_{j\mu}(\epsilon, w) = a^{j} \frac{(2j-1)!!}{(j-1)!} \sqrt{\frac{\pi}{2j+1}} r(w) S_{Ej\mu}(t(w))$$
(B'.29)

Χρησιμοποιώντας τις συναρτήσεις $Q_{\hat{\jmath}\mu}$ η σχέση Β΄.23 ξαναγράφεται

$$\tilde{S}_{E\beta\mu} = \frac{1}{a^{\beta}v} \frac{(\beta-1)!}{(2\beta-1)!!} \sqrt{\frac{2\beta+1}{\pi}} R_{\beta\mu}(\partial,\xi)$$
(B'.30)

όπου οι συναρτήσεις $R_{\beta\mu}(\partial, \xi)$ ονομάζονται τροχιακά ολοκληρώματα (orbital integrals), περιγράφουν τη μορφή της υπερβολής και δίνονται από τη σχέση

$$R_{\beta\mu}(\partial,\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} Q_{\beta\mu}(\epsilon,w) e^{i\xi(\epsilon\sinh w + w)} dw$$
 (B'.31)

όπου $\xi = a(E_f - E_0)/v\hbar$.

Τέλος, η εξάρτηση των πλατών διέγερσης από τους μαγνητικούς κβαντικούς αριθμούς δίνονται από το θεώρημα Wigner-Eckart

$$\langle I_0 M_0 | M(E\beta,\mu) | I_f M_f \rangle = (-1)^{I_0 - M_0} \begin{pmatrix} I_0 & \beta & I_f \\ -M_0 & \mu & M_f \end{pmatrix} \langle I_0 M_0 | | M(E\beta) | | I_f M_f \rangle$$
(B'.32)

όπου ο τελευταίος παράγοντας είναι το ανηγμένο στοιχείο πίνακα.

Αντικαθιστώντας στη σχέση Β'.22 τα $\langle f|M(E\beta, -\mu)|0\rangle$ και $\tilde{S}_{E\beta\mu}$ από τις σχέσεις Β'.32 και Β'.30 αντιστοίχως προκύπτει η τελική μορφή για τα πλάτη διέγερσης

$$a_{I_{f}M_{f}I_{0}M_{0}} = \sum_{\hat{\mu}\mu} \frac{4\pi Z_{1}e}{i\hbar\upsilon} \frac{1}{a^{\hat{\mu}}} \frac{(\hat{\mu}-1)!}{(2\hat{\mu}+1)!!} \sqrt{\frac{2\hat{\mu}+1}{\pi}} (-1)^{I_{0}-M_{0}}$$

$$\times \begin{pmatrix} I_{0} & \hat{\mu} & I_{f} \\ -M_{0} & \mu & M_{f} \end{pmatrix} \langle I_{0}M_{0} || M(E\hat{\mu}) || I_{f}M_{f} \rangle R_{\hat{\mu}\mu}(\partial, \xi)$$
(B'.33)

Β΄.3 Φαινόμενο πυρηνικού αποπροσανατολισμού

Στην παράγραφο §2.3.4 περιγράφηκε το φαινόμενο του πυρηνικού αποπροσανατολισμού, εξ' αιτίας του οποίου ο αρχικός προσανατολισμός της στροφορμής των πυρήνων μετά την κρούση που είναι κάθετος στη δέσμη, εξασθενεί λόγω της αλληλεπίδρασης με το πεδίο του ηλεκτρονικού νέφους. Σε αυτή την παράγραφο σκιαγραφείται ο τρόπος με τον οποίο το GOSIA αντιμετωπίζει το πρόβλημα αυτό.

Το GOSIA χρησιμοποιεί μία παραλλαγή του "μοντέλου δύο καταστάσεων" που περιγράφεται στις αναφορές [129] και [130]. Σύμφωνα με αυτό το μοντέλο, το υπέρλεπτο πεδίο μπορεί να βρίσκεται είτε σε μία κυμαινόμενη κατάσταση, κατά την οποία τα διεγερμένα ηλεκτρόνια αποδιεγείρονται στη βασική κατάσταση του ατόμου, είτε σε μία στατική κατάσταση που αντιστοιχεί στην κατανομή των ηλεκτρονικών τροχιακών στροφορμών στη βασική κατάσταση του ατόμου. Σε αυτό το μοντέλο οι χρονοεξαρτημένοι συντελεστές απόσβεσης $G_k(t)$ του φαινομένου αποπροσανατολισμού στα πλαίσια αυτού του μοντέλου δίνονται από τη σχέση

$$G_{k}(t) = e^{-\Lambda^{*}t}G_{k}^{fluct}(t) + \int_{0}^{t} \Lambda^{*}G_{k}^{fluct}(t') \cdot e^{-\Lambda^{*}t'}G_{k}^{stat}(t-t')dt'$$
(B'.34)

όπου Λ^* είναι ο ρυθμός μετάβασης από την κυμαινόμενη στη βασική κατάσταση. Στη σχέση αυτή οι συντελεστές απόσβεσης $G_k^{stat}(t)$ της στατικής κατάστασης δίνονται από τη σχέση

$$G_k^{stat}(t) = \langle a_k \rangle + (1 - \langle a_k \rangle)e^{-\Gamma t}$$
(B'.35)

όπου Γείναι το εύρος της κατανομής των συχνοτήτων Larmor και τα $\langle a_k \rangle$ δίνονται από τη σχέση

$$\langle a_k \rangle = \sum_i p(J_i) \cdot \sum_{F_i F'_i} \frac{(2F_i + 1)(2F'_i + 1)}{2J_i + 1} \left\{ \begin{array}{cc} F_i & F'_i & k \\ I & I & J_i \end{array} \right\}^2$$
 (B'.36)

Στην τελευταία σχέση το J_i είναι το σπιν της βασικής κατάστασης του ατόμου, το F_i είναι το διανυσματικό άθροισμα του πυρηνικού και του ατομικού σπιν ενώ το $p(J_i)$ εκφράζει την κατανομή των J_i . Οι συντελεστές απόσδεσης της κυμαινόμενης κατάστασης δίνονται από τη σχέση

$$G^{\text{fluct}}(t) = (1 - \hat{\eta}_k \tau_c) e^{-\hat{\eta}_k t}$$
(B'.37)

όπου τ_c είναι ο μέσος χρόνος μεταξύ των αλλαγών προσανατολισμού του κυμαινόμενου πεδίου. Το \mathcal{J}_k δίνεται από τη σχέση

$$\beta_k = \frac{1 - \langle a_k \rangle}{\tau_c} \left(1 - e^{\frac{-\langle a^2 \rangle \tau_c^2}{1 - \langle a_k \rangle}} \right)$$
(B'.38)

όπου $\langle \omega^2 \rangle$ είναι η μέση συχνότητα Larmor

$$\langle \omega^2 \rangle = \frac{1}{3}k(k+1)\sum_{J_i} p(J_i) \frac{\mu_n g_{\overline{J_i}}^{\overline{H}}}{\hbar^2} J_i(J_i+1)$$
(B'.39)

Το μέσο μαγνητικό πεδίο στην κυμαινόμενη κατάσταση είναι

$$\overline{H} = KZ \left(\frac{v}{c}\right)^{x} \tag{B'.40}$$

Στις σχέσεις Β'.34, Β'.35, Β'.37, Β'.38, Β'.39 και Β'.40 υπεισέρχονται οι παράμετροι $\Lambda^*, \Gamma, \tau_c, J_i, x, K$ και g = Z/A, οι οποίες προσαρμόζονται στα πειραματικά δεδομένα και δίνονται στο αρχείο εισόδου του GOSIA.

B'.4 Ενεργός διατομή διέγερσης Coulomb

Μετά τη διέγερση του πυρήνα ακολουθεί η αποδιέγερσή του με ταυτόχρονη εκπομπή ακτίνας γ. Η γωνιακή κατανομή εκπομπής των ακτίνων αυτών σχετίζεται με την κατάσταση πόλωσης του πυρήνα μετά τη διέγερση Coulomb η οποία για μία στάθμη με σπιν Ι δίνεται από τον στατιστικό τανυστή

$$\rho_{k\kappa}(I) = \frac{\sqrt{2I+1}}{2I_0+1} \sum_{M_0 M M'} (-1)^{I-M'} \begin{pmatrix} I & k & I \\ -M' & \kappa & M \end{pmatrix} a^*_{IM'}(M_0) a_{IM}(M_0)$$
(B'.41)

όπου έχει ληφθεί ο μέσος όρος όλων των δυνατών μαγνητικών υποκαταστάσεων της βασικής κατάστασης. Μέσω του στατιστικού τανυστή υπεισέρχονται τα ανηγμένα στοιχεία πίνακα στη σχέση της ενεργού διατομής που δίνεται από τη σχέση

$$\frac{d^{2}\sigma}{d\Omega_{p}d\Omega_{\gamma}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}(\partial_{p})\right)_{Rutherford} \frac{1}{\sqrt{4\pi\gamma_{f}}} \sum_{k_{even}} \rho_{k\kappa}^{*}(I_{f}) \sum_{\hat{j}\hat{j}'} \delta_{\hat{j}}\delta_{\hat{j}'}^{*} \times G_{k}F_{k}(\hat{j}\hat{j}'I_{f}I_{i})Y_{k\kappa}(\partial_{\gamma},\phi_{\gamma})$$
(B'.42)

Στη σχέση αυτή τα $F_{\kappa}(\mathcal{M}', I_{f}I_{i})$ είναι οι συντελεστές συσχέτισης των ακτίνων γ που δίνονται από τη σχέση

$$F_{\kappa}(\hat{\eta}\hat{\eta}', I_{f}I_{i}) = (-1)^{I_{1}+I_{2}-1} \sqrt{(2k+1)(2I_{1}+1)(2\hat{\eta}+1)(2\hat{\eta}'+1)}$$

$$\times \begin{pmatrix} \hat{\eta} & \hat{\eta}' & k \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{cases} \hat{\eta} & \hat{\eta}' & k \\ I_{1} & I_{1} & I_{2} \end{cases}$$
(B'.43)

Τα $Y_{k\kappa}(\partial_{\gamma}, \phi_{\gamma})$ είναι οι κανονικοποιημένες σφαιρικές αρμονικές συναρτήσεις, G_k είναι οι συντελεστές απόσβεσης του φαινομένου αποπροσανατολισμού της παραγράφου Β΄.3, γ_f είναι η πιθανότητα αποδιέγερσης 1/t, ενώ δ_{β} είναι τα πλάτη της μετάβασης $I_1 \rightarrow I_2$ πολυπολικότητας β που δίνονται από τη σχέση

$$\delta_{\hat{\beta}} = i^{\eta} \frac{1}{(2\hat{\beta}+1)!!\hat{h}^{\hat{\beta}+1}} \sqrt{\left(\frac{8\pi(\hat{\beta}+1)}{\hat{\beta}}\right)} \left(\frac{E_{\gamma}}{c}\right)^{\hat{\beta}+1/2} \frac{\langle I_2 || E(M)\hat{\beta} || I_1 \rangle}{\sqrt{2I_1+1}} \tag{B'.44}$$

με $\eta = \beta$ για μεταβάσεις $E\beta$ και $\eta = \beta + 1$ για μεταβάσεις $M\beta$. Τα δ_β συνδέονται με την πιθανότητα αποδιέγερσης με τη σχέση

$$\gamma_f = \frac{1}{\tau} = \sum_{\hat{n}} |\delta_{\hat{n}}(I_1 \to I_f)|^2 \tag{B.45}$$

Ολοκληρώνοντας τελικώς τη σχέση Β΄.42 στη στερεά γωνία Ω_{γ} για τις ακτίνες γ και Ω_p για τα ανακρουόμενα σωματίδια, βρίσκουμε τη ζητούμενη ολική ενεργό διατομή

$$\sigma_{total} = \int_{SC} d\Omega_p \int_{HPGe} d\Omega_{\gamma} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_R (\partial_R) \times \sum_{\hat{\eta}\hat{\eta}'} \frac{\delta_{\hat{\eta}}\delta_{\hat{\eta}'}}{\gamma(I_i \to I_f)}$$

$$\sum_{k\kappa} G_k Y_{k\kappa} (\partial_{\gamma}, \phi_{\gamma}) \rho_{k\kappa} F_k(\hat{\eta}\hat{\eta}' I_f I_i)$$
(B'.46)

στην οποία τα στοιχεία πίνακα υπεισέρχονται μέσω του στατιστικού τανυστή $\rho_{\rm kcc}(I)$ και των πλατών μετάβασης $\delta_{\hat{n}}$.

Παράρτημα Γ΄

Αρχείο εισόδου του προγράμματος GOSIA

Στο παράρτημα αυτό δίνεται το αρχείο εισόδου του προγράμματος GOSIA, που χρησιμοποιήθηκε για την ανάλυση των δεδομένων του πυρήνα ¹³⁰Xe, καθώς και το αρχείο που περιέχει τις πειραματικά προσδιορισμένες και διορθωμένες για την ανιχνευτική απόδοση των ανιχνευτών συμπτώσεις σωματιδίων-ακτίνων γ για κάθε ζεύγος φωτοβολταϊκού κυττάρου-ανιχνευτή HPGe. Πρέπει να διευκρινιστεί ότι η εκτέλεση του κώδικα GOSIA γίνεται σε πολλά στάδια, σε ορισμένα από τα οποία επαναλαμβάνονται μέρη του κώδικα. Για λόγους οικονομίας έχει γίνει σε αυτό το παράρτημα μία συρραφή όλων των επιμέρους τμημάτων του κώδικα χωρίς "διπλοεγγραφές". Συνεπώς, το αρχείο εισόδου, όπως παρουσιάζεται εδώ, δεν είναι άμεσα εκτελέσιμο.

Το αρχείο εισόδου του κώδικα GOSIA:

OP, FILE 2 3 22, 3, 1 Xe130_2.out 25, 3, 14 5 6 7 8 Xe130.inp 3.3.1 Xe130.yld 4 3 1 9 Xe130.cor 7, 3, 1 Xe130.map 10 11 12 13 12, 3, 1 Xe130.bst 14 9.3.1 15 det.gdt.new 16 0. 0. 0 17 OP, TITL 18 N E W === 130Xe on 56Fe at 500 MeV 19 OP, GDET 20 21 0.2, 5.5, 15., 20. 0.2, 0, 0, 0, 0, 0, 022 23 OP. GOSI 24 25 LEVE $\begin{array}{c} 1 \\ 1, 1, 0, 0.0 \\ 2, 1, 2, 0.536066 \end{array}$ 26 27 28 29 5. 1. 0. 1.590400

6, 1, 3, 1.632580 7, 1, 0, 1.793520 34 35 36 8, 1, 4, 1.808166 9, 1, 6, 1.944140 10. 1. 8. 2.69695 0, 0, 0, 0, 0 ME 2, 0, 0, 0, 0 1, 2, 0.791706645, 0.085, 0.085 1, 3, 0.0727030412, -5.05, 5.0 2, 3, 0.914525661, -5.0, 5.0 2, 3, 0.914525661, -5.0, 5.0 2, 4, 1.2557092439, -5.0, 5.0 2, 5, 0.1165901339, -5.0, 5.0 2, 7, 0.0138, -5.0, 5.0 2, 7, 0.0138, -5.0, 5.0 2, 7, 0.0138, -5.0, 5.0 2, 7, 0.0138, -5.0, 5.0 3, 6, 2.4440699274, -5.01, 10.0 3, 7, 1.166255029, -5.0, 5.0 3, 6, 2.4440699274, -5.01, 10.0 3, 7, 1.166255029, -5.0, 5.0 3, 8, 0.8898361012, -5.0, 5.0 4, -4, -0.1625, 2, 2 4, 6, 1.1835760373, -5.21, 10.0 4, 8, 0.9327210708, -4.5, 4.0 4, 9, 1.8403694171, -5.0, 5.0 6, 6, -0.5312, -5.0, 5.0 9, -9, -0.1625, 2, 2 9, 10, 4.1815, -6.0, 6.0 10, -10, -0.1625, 2, 2 7, 0, 0, 0, 0 2, 3, 0.2438695797, 0.07, 0.144 0, 0, 0, 0, 0 EXPT 6, 54, 130 0, 0, 0, 0 38 39 ME 49 51 52 53 55 57 59 EXPT $\begin{array}{l} \text{EXPT} \\ 6, \ 54, \ 130 \\ -26, \ 56, \ 500, \ -22.14, \ 20, \ 1, \ 1, \ 33.69, \ 71.57, \ 0, \ 1 \ !\text{SC5} \\ -26, \ 56, \ 500, \ -21.15, \ 20, \ 1, \ 1, \ 0.00, \ 45.00, \ 0, \ 2 \ !\text{SC6} \\ -26, \ 56, \ 500, \ -19.35, \ 20, \ 1, \ 1, \ 63.43, \ 116.57, \ 0, \ 3 \ !\text{SC9} \\ -26, \ 56, \ 500, \ -19.35, \ 20, \ 1, \ 1, \ 243.43, \ 296.57, \ 0, \ 4 \ !\text{SC29} \\ -26, \ 56, \ 500, \ -15.36, \ 20, \ 1, \ 1, \ 296.57, \ 360.00, \ 0, \ 5 \ !\text{SC29} \\ -26, \ 56, \ 500, \ -21.15, \ 20, \ 1, \ 1, \ 315.00, \ 360.00, \ 0, \ 6 \ !\text{SC30} \\ \hline \hline \end{array}$ 67 71 73 74 75 76 77 78 79 80 CONT TEN, VAC, VAC, 3, 0.0270 5, 0.38 6, 6.E-06 7, 0.8 0, 0 82 PRT, 1, 1 $\begin{array}{c} 1, \ 1\\ 2, \ 0\\ 3, \ 1\\ 4, \ -2\\ 5, \ 1\\ 7, \ 0\\ 8, \ 1\\ \end{array}$ 84 86 88 90 10, 0 11, 0 92 12, 014, 194 15, 1 16, 0 19.1 96 97 0, 0 SPL, 1. END, OP, YIEL 15, 2 $0.408,\ 0.450,\ 0.491,\ 0.500,\ 0.520,\ 0.550,\ 0.570,\ 0.599,\ 0.650,\ 0.680,\ 0.720,\ 0.750,\ 0.850,\ 0.934,\ 1.000$ 0.01613, 0.01211, 0.00945, 0.00898, 0.00806, 0.00691, 0.00628, 0.00551, 0.00447, 0.00399, 0.00346, 0.00313, 0.00233, 0.00188, 0.001621

 $0.0185,\ 0.01447,\ 0.01165,\ 0.01114,\ 0.01011,\ 0.00881,\ 0.00807,\ 0.00716,\ 0.00588,\ 0.00527,\ 0.00460,\ 0.00418,\ 0.00311,\ 0.00250,\ 0.00418,\ 0.00311,\ 0.00250,\ 0.00418,\ 0.00311,\ 0.00250,\ 0.00418,\ 0.00418,\ 0.00311,\ 0.00250,\ 0.00418,\ 0.00418,\ 0.00311,\ 0.00250,\ 0.00418,\ 0.00418,\ 0.00311,\ 0.00250,\ 0.00418,\ 0.00418,\ 0.00311,\ 0.00250,\ 0.00418,\ 0.00418,\ 0.00311,\ 0.00250,\ 0.00418,\ 0.00418,\ 0.00311,\ 0.00250,\ 0.00418,\ 0.00418,\ 0.00311,\ 0.00250,\ 0.00418,\ 0.00418,\ 0.00418,\ 0.00418,\ 0.00311,\ 0.00250,\ 0.00418,\ 0.00418,\ 0.00311,\ 0.00250,\ 0.00418,\ 0.004$ 0.00214

15, 15, 15, 15, 15, 15

 $\begin{array}{c} 157.6, \ 157.$ 115 $0.05,\ 0.05,\$ $\begin{matrix} 10\\ 0.05, & 0.05,$ $\overset{-0}{0.05},\ 0.05,\$ 0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.050.05, 0.05NOS, 0.05, 0 0, 0 1, 1 2. 14.6. 0.4 1, 1 3, 2, 3.75, 0.12 0, 0 OP. POIN 0, 0.01 OP, INTI (3), 1311
(5), -19, 397.6, 500, 13.8934, 25.1415 !SC5
(5), 400, 410, 420, 430, 440, 450, 460, 470, 480, 490, 495, 500, 505, 510
(14.4558, 15.0182, 15.5806, 16.143, 16.7054, 17.2678, 17.8302, 18.3927, 18.9551, 19.5175, 20.0799, 20.6423, 21.2047, 21.7671, 22.3295, 22.8919, 23.4543, 24.0167, 24.5791 59.1148, 64.5896 55.5506, 65.6498 52.5067, 66.6272 49.8488, 67.5317 170 47.4912, 68.3715 172 45.3753, 69.1537 43.4586, 69.8844 41.7095. 70.5687 40.1031, 71.2111 180 38.6202, 69.4281 37.2448. 65.2077 35.9642, 61.7536 34,7676, 58,8011 33.7892, 56.2108 36.102, 53.898 38.1934, 51.8066 40.1029, 49.8971

107	
192	41.8597, 48.1403
196	
197	43,4862, 46,5138
198	15, -19, 597.6, 500, 12.4751, 21.7455 Store
200	12.9386, 13.402, 13.8655, 14.3289, 14.7924, 15.2559, 15.7193, 16.1828, 16.6462, 17.1097, 17.5732, 18.0366, 18.5001, 18.9635,
	19.427, 19.8905, 20.3539, 20.8174, 21.2808
201	1
202	0, 15.6345
203	
204	0, 21.795
205	1 0 26 3241
207	1
208	0, 29.9884
209	1
210	0, 33.0909
211 212	1 0.357898
212	
214	0, 38.1807
215	1
216	0, 40.326
217	
219	1
220	0, 44.0515
221	1
222	0, 44.3123
223	
224	0, 42,7500 1
226	7.3355, 41.3922
227	1
228	15.0316, 40.0799
229	
230	1
232	23.4762, 37.6969
233	1
234	26.5504, 36.6097
235	
236	29.2113, 35.5832
238	31.5685, 34.6116
239	15, -19, 397.6, 500, 12.4751, 19.2803 !SC9
240	390, 400, 410, 420, 430, 440, 450, 460, 470, 480, 490, 495, 500, 505, 510
241	12.8154, 13.1556, 13.4959, 13.8362, 14.1764, 14.5167, 14.8569, 15.1972, 15.5375, 15.8777, 16.218, 16.5582, 16.8985, 17.2388, 15.8777, 16.218, 16.5582, 16.8985, 17.2388, 16.8985, 17.2388, 16.8985, 17.2388, 17.2388, 17.2388, 18.8985, 18.
2.4.2	17.579, 17.9193, 18.2595, 18.5998, 18.9401
242 243	17.579, 17.9193, 18.2595, 18.5998, 18.9401 1 76.5514, 103.4486
242 243 244	17.579, 17.9193, 18.2595, 18.5998, 18.9401 1 76.5514, 103.4486 1
242 243 244 245	17.579, 17.9193, 18.2595, 18.5998, 18.9401 1 76.5514, 103.4486 1 71.183, 108.817
242 243 244 245 246	17.579, 17.9193, 18.2595, 18.5998, 18.9401 1 76.5514, 103.4486 1 71.183, 108.817 1 67.1922, 112.8067
242 243 244 245 246 247 248	17.579, 17.9193, 18.2595, 18.5998, 18.9401 1 76.5514, 103.4486 1 71.183, 108.817 1 67.1933, 112.8067 1
242 243 244 245 246 247 248 249	17.579, 17.9193, 18.2595, 18.5998, 18.9401 1 76.5514, 103.4486 1 71.183, 108.817 1 67.1933, 112.8067 1 63.9324, 116.0676
242 243 244 245 246 247 248 249 250	17.579, 17.9193, 18.2595, 18.5998, 18.9401 1 76.5514, 103.4486 1 1 71.183, 108.817 1 67.1933, 112.8067 1 63.9324, 116.0676 1 1
242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252	17.579, 17.9193, 18.2595, 18.5998, 18.9401 1 76.5514, 103.4486 1 71.183, 108.817 1 67.1933, 112.8067 1 63.9324, 116.0676 1 64.0286, 115.9714
242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253	17.579, 17.9193, 18.2595, 18.5998, 18.9401 1 76.5514, 103.4486 1 71.183, 108.817 1 67.1933, 112.8067 1 63.9324, 116.0676 1 64.0286, 115.9714 1 64.7087, 115.2913
242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254	17.579, 17.9193, 18.2595, 18.5998, 18.9401 1 76.5514, 103.4486 1 71.183, 108.817 1 67.1933, 112.8067 1 63.9324, 116.0676 1 64.0286, 115.9714 1 64.7087, 115.2913 1
242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255	$\begin{array}{c} 17.579, \ 17.9193, \ 18.2595, \ 18.5998, \ 18.9401 \\ 1 \\ 76.5514, \ 103.4486 \\ 1 \\ 71.183, \ 108.817 \\ 1 \\ 67.1933, \ 112.8067 \\ 1 \\ 63.9324, \ 116.0676 \\ 1 \\ 64.0286, \ 115.9714 \\ 1 \\ 64.7087, \ 115.2913 \\ 1 \\ 65.3547, \ 114.6453 \end{array}$
242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255 256	17.579, 17.9193, 18.2595, 18.5998, 18.9401 1 76.5514, 103.4486 1 71.183, 108.817 1 67.1933, 112.8067 1 63.9324, 116.0676 1 64.0286, 115.9714 1 64.7087, 115.2913 1 1 65.5547, 114.6453 1
242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255 256 255 256	17.579, 17.9193, 18.2595, 18.5998, 18.9401 1 76.5514, 103.4486 1 71.183, 108.817 1 67.1933, 112.8067 1 63.9324, 116.0676 1 64.0286, 115.9714 1 64.7087, 115.2913 1 65.36547, 114.6453 1 65.9693, 114.0307
242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255 256 255 256 257 258	$\begin{array}{c} 17.579, \ 17.9193, \ 18.2595, \ 18.5998, \ 18.9401 \\ 1 \\ 76.5514, \ 103.4486 \\ 1 \\ 71.183, \ 108.817 \\ 1 \\ 67.1933, \ 112.8067 \\ 1 \\ 63.9324, \ 116.0676 \\ 1 \\ 64.0286, \ 115.9714 \\ 1 \\ 64.7087, \ 115.2913 \\ 1 \\ 65.547, \ 114.6453 \\ 1 \\ 65.9693, \ 114.0307 \\ 1 \\ 66.5549, \ 113.4451 \end{array}$
242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255 256 257 258 259 258 259 260	$\begin{array}{c} 17.579,\ 17.9193,\ 18.2595,\ 18.5998,\ 18.9401\\ 1\\ 76.5514,\ 103.4486\\ 1\\ 71.183,\ 108.817\\ 1\\ 67.1933,\ 112.8067\\ 1\\ 63.9324,\ 116.0676\\ 1\\ 64.0286,\ 115.9714\\ 1\\ 64.7087,\ 115.2913\\ 1\\ 65.3647,\ 114.6453\\ 1\\ 65.9693,\ 114.0307\\ 1\\ 66.5549,\ 113.4451\\ 1\\ 1\end{array}$
242 243 244 245 246 247 248 250 251 252 253 254 255 256 255 256 257 258 259 269 261	$\begin{array}{c} 17.579,\ 17.9193,\ 18.2595,\ 18.5998,\ 18.9401\\ 1\\ 76.5514,\ 103.4486\\ 1\\ 71.183,\ 108.817\\ 1\\ 67.1933,\ 112.8067\\ 1\\ 63.9324,\ 116.0676\\ 1\\ 64.0286,\ 115.9714\\ 1\\ 64.7087,\ 115.2913\\ 1\\ 65.3547,\ 114.6453\\ 1\\ 65.9693,\ 114.0307\\ 1\\ 1\\ 66.5549,\ 113.4451\\ 1\\ 67.1135,\ 112.8865\\ \end{array}$
242 243 244 245 246 247 248 250 251 252 253 254 255 256 255 256 257 258 259 260 261 262	17.579, 17.9193, 18.2595, 18.5998, 18.9401 1 76.5514, 103.4486 1 71.183, 108.817 1 67.1933, 112.8067 1 63.9324, 116.0676 1 64.0286, 115.9714 1 64.0286, 115.9714 1 64.7087, 115.2913 1 1 65.5547, 114.6453 1 1 65.5549, 113.4451 1 66.5549, 113.4451 1 1 67.1135, 112.8865 1 1
242 243 244 245 246 247 248 250 251 252 253 254 255 256 255 256 257 258 259 260 261 262 262	17.579, 17.9193, 18.2595, 18.5998, 18.9401 1 76.5514, 103.4486 1 71.183, 108.817 1 67.1933, 112.8067 1 63.9324, 116.0676 1 64.0286, 115.9714 1 64.0286, 115.9714 1 65.9693, 114.6453 1 65.9693, 114.6453 1 66.5549, 113.4451 1 66.5549, 113.4451 1 66.5549, 113.4451 1 67.1135, 112.8865 1 67.6472, 112.3528
242 243 244 245 246 247 255 255 255 255 255 255 255 255 255 25	$\begin{array}{c} 17.579, \ 17.9193, \ 18.2595, \ 18.5998, \ 18.9401 \\ 1 \\ 76.5514, \ 103.4486 \\ 1 \\ 71.183, \ 108.817 \\ 1 \\ 67.1933, \ 112.8067 \\ 1 \\ 63.9324, \ 116.0676 \\ 1 \\ 64.0286, \ 115.9714 \\ 1 \\ 64.0286, \ 115.9714 \\ 1 \\ 64.7087, \ 115.2913 \\ 1 \\ 65.5693, \ 114.6453 \\ 1 \\ 65.5693, \ 114.0307 \\ 1 \\ 66.5549, \ 113.4451 \\ 1 \\ 67.1135, \ 112.8865 \\ 1 \\ 67.6472, \ 112.3528 \\ 1 \\ 68.1575, \ 111.8425 \\ \end{array}$
242 243 244 245 246 247 252 253 254 255 256 256 257 258 257 258 259 260 261 262 263 264 263 264 265	$\begin{array}{c} 17.579, \ 17.9193, \ 18.2595, \ 18.5998, \ 18.9401 \\ 1 \\ 76.5514, \ 103.4486 \\ 1 \\ 71.183, \ 108.817 \\ 1 \\ 67.1933, \ 112.8067 \\ 1 \\ 63.9324, \ 116.0676 \\ 1 \\ 64.0286, \ 115.9714 \\ 1 \\ 64.7087, \ 115.2913 \\ 1 \\ 65.3647, \ 114.6453 \\ 1 \\ 65.9693, \ 114.0307 \\ 1 \\ 66.5549, \ 113.4451 \\ 1 \\ 66.5549, \ 113.4451 \\ 1 \\ 67.6172, \ 112.8865 \\ 1 \\ 67.6472, \ 112.3528 \\ 1 \\ 68.1575, \ 111.8425 \\ 1 \\ \end{array}$
242 243 244 245 246 247 251 252 253 254 255 256 256 257 258 259 260 261 262 263 264 265 266 265 266 265	17.579, 17.9193, 18.2595, 18.5998, 18.9401 1 76.5514, 103.4486 1 71.183, 108.817 1 67.1933, 112.8067 1 63.3924, 116.0676 1 64.0286, 115.9714 1 64.0286, 115.9714 1 65.3547, 114.6453 1 65.3547, 114.6453 1 65.5549, 113.4451 1 66.5549, 113.4451 1 67.1135, 112.8865 1 67.6472, 112.3528 1 68.1575, 111.8425 1 68.6462, 111.3538
242 243 244 245 246 247 255 252 253 255 256 257 258 259 260 261 262 264 265 264 265 266 267 268	17.579, 17.9193, 18.2595, 18.5998, 18.9401 1 76.5514, 103.4486 1 71.183, 108.817 1 67.1933, 112.8067 1 63.9324, 116.0676 1 64.0286, 115.9714 1 64.7087, 115.2913 1 65.3547, 114.6453 1 65.9693, 114.0307 1 65.9693, 114.0307 1 66.5549, 113.4451 1 1 67.1135, 112.8865 1 67.6472, 112.3528 1 68.1575, 111.8425 1 68.1575, 111.8425 1 68.6462, 111.3538 1
242 243 244 245 246 247 250 251 252 253 255 256 257 258 259 260 261 262 263 263 263 264 265 266 265 266 265 266 267 268	17.579, 17.9193, 18.2595, 18.5998, 18.9401 1 $76.5514, 103.4486$ 1 $71.183, 108.817$ 1 $67.1933, 112.8067$ 1 $63.9324, 116.0676$ 1 $64.0286, 115.9714$ 1 $64.7087, 115.2913$ 1 $65.3547, 114.6453$ 1 $65.3547, 114.6453$ 1 $65.9693, 114.0307$ 1 $65.9693, 113.4451$ 1 $67.1472, 112.3528$ 1 $68.1575, 111.8425$ 1 $68.6462, 111.3538$ 1 $68.6462, 111.3538$ 1 $69.1146, 110.8854$
242 243 244 245 246 247 255 255 255 255 255 255 255 255 255 25	$\begin{array}{c} 17.579, \ 17.9193, \ 18.2595, \ 18.5998, \ 18.9401 \\ 1 \\ 76.5514, \ 103.4486 \\ 1 \\ 71.183, \ 108.817 \\ 1 \\ 67.1933, \ 112.8067 \\ 1 \\ 63.9324, \ 116.0676 \\ 1 \\ 64.0286, \ 115.9714 \\ 1 \\ 64.0286, \ 115.9714 \\ 1 \\ 64.7087, \ 115.2913 \\ 1 \\ 65.9693, \ 114.6453 \\ 1 \\ 65.9693, \ 114.6453 \\ 1 \\ 65.9693, \ 114.0307 \\ 1 \\ 66.5549, \ 113.4451 \\ 1 \\ 67.1135, \ 112.8865 \\ 1 \\ 67.6472, \ 112.3528 \\ 1 \\ 68.1167, \ 111.8425 \\ 1 \\ 68.1164, \ 110.8854 \\ 1 \\ 69.564, \ 110.8854 \\ 1 \\ 69.564, \ 110.436 \end{array}$
242 243 244 245 246 247 252 253 254 255 256 256 257 258 259 260 261 262 263 264 263 264 265 266 266 266 266 266 266 266 266 266	17.579, 17.9193, 18.2595, 18.5998, 18.9401 1 $76.5514, 103.4486$ 1 1 $67.1933, 112.8067$ 1 $63.9324, 116.0676$ 1 $64.7087, 115.2913$ 1 $65.3547, 114.6453$ 1 $65.3547, 114.6453$ 1 $65.5649, 113.4451$ 1 $67.1135, 112.8865$ 1 $67.6472, 112.3528$ 1 $68.16575, 111.8425$ 1 $68.61462, 111.3538$ 1 $69.1164, 110.8854$ 1 $69.1164, 110.8854$ 1 $69.564, 110.436$
242 243 244 245 246 247 252 253 254 255 256 256 257 258 259 260 261 262 263 264 265 266 265 266 266 267 268 269 264 265 266 267 268 269 270 271 273	17.579, 17.9193, 18.2595, 18.5998, 18.9401 1 $76.5514, 103.4486$ 1 $71.183, 108.817$ 1 $67.1933, 112.8067$ 1 $63.9324, 116.0676$ 1 $64.0286, 115.9714$ 1 $64.7087, 115.2913$ 1 $65.3647, 115.4913$ 1 $65.549, 113.4451$ 1 $65.549, 113.4451$ 1 $67.6472, 112.3528$ 1 $68.1575, 111.8425$ 1 $68.1575, 111.8425$ 1 $68.642, 111.3538$ 1 $69.9457, 110.043$
242 243 244 245 246 247 252 253 254 255 256 256 261 262 263 264 265 266 266 266 266 266 266 266 266 266	17.579, 17.9193, 18.2595, 18.5998, 18.9401 1 76.5514, 103,4486 1 71.183, 108.817 1 63.9324, 116.0676 1 64.0286, 115.9714 1 64.7087, 115.2913 1 65.3547, 114.6453 1 65.9693, 114.0307 1 66.5549, 113.4451 1 67.6472, 112.3528 1 68.1575, 111.8425 1 68.1575, 111.8425 1 68.1575, 111.8425 1 68.6462, 111.3538 1 69.1146, 110.8854 1 69.564, 110.436 1 69.9957, 110.0043 1

```
275
              70.4107, 109.5893
276
                2
277
278
                70.8099, 80.4388, 99.5612, 109.1901
                2
71.1945, 75.2559, 104.7441, 108.8055
279
                71.1945, 75.2559, 104.7441, 108.8055

15, -19, 397.6, 500, 12.4751, 19.2803 !SC25

390, 400, 410, 420, 430, 440, 450, 460, 470, 480, 490, 495, 500, 505, 510

12.8154, 13.1556, 13.4959, 13.8362, 14.1764, 14.5167, 14.8569, 15.1972, 15.5375, 15.8777, 16.218, 16.5582, 16.8985, 17.2388,

17.579, 17.9193, 18.2595, 18.5998, 18.9401
280
281
282
283
                256.5514, 283.4486
284
285
                251.183, 288.817
286
 287
                247.1933, 292.8067
288
289
                243.9324, 296.0676
290
 291
                244.0286, 295.9714
292
293
                244.7087, 295.2913
294
295
                245.3547, 294.6453
296
297
                245.9693, 294.0307
298
299
300
                246.5549, 293.4451
301
302
                247.1135, 292.8865
303
304
                247.6472, 292.3528
305
                248.1575, 291.8425
306
307
 308
                248.6462, 291.3538
309
310
                249.1146, 290.8854
311
 312
                249.564, 290.436
313
314
                249.9957, 290.0043
315
316
                250.4107, 289.5893
318
                250.8099,\ 260.4388,\ 279.5612,\ 289.1901
319
 320
                 251.1945, 255.2559, 284.7441, 288.8055
                2011040, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 2020, 202
321
322
323
                                 15.1615, 15.7146, 16.2677, 16.8207
324
                 1
325
326
                336.745,\ 360
327
                328.1653, 360
328
329
                322.18, 360
330
331
332
                317.5613, 360
333
334
                313.8159, 360
335
                310.6843, 360
336
337
                308.0095, 360
338
                305.6883, 360
339
 340
341
342
                303.6487, 360
                301.8383, 360
343
 344
345
                300.2177, 360
 346
                298,7566, 344,192
347
 348
                297.4311, 337.1262
349
 350
                297.9079, 332.0921
351
 352
353
                301.9147, 328.0853
354
              305.2679, 324.7321
355
```

308.1577, 321.8423 310.6972, 319.3028 312.9607, 317.0393 15, -19, 397.6, 500, 12.4751, 21.7443 ISC30 390, 400, 410, 420, 430, 440, 450, 460, 470, 480, 490, 495, 500, 505, 510 12.9386, 13.402, 13.8655, 14.3289, 14.7924, 15.2559, 15.7193, 16.1828, 16.6462, 17.1097, 17.5732, 18.0366, 18.5001, 18.9635, 19.427, 19.8905, 20.3539, 20.8174, 21.2808 344.3655, 360 338.205, 360 371 333.6759, 360 373 330.0116, 360 326.9091, 360 324.2102, 360 379 321.8193, 360 319.6731, 360 317.7271, 360 315.9485, 360 315 6877 360 317.2012, 360 318.6078, 352.6645 319.9201. 344.9684 321.1489. 340.2113 322.3031. 336.5238 323.3903, 333.4496 324.4168. 330.7887 325.3884. 328.4315 380, 390, 400, 410, 420, 430, 440, 450, 460, 470, 480, 490, 500, 510, 520 $51.67,\ 51.75,\ 51.83,\ 51.87,\ 51.92,\ 51.96,\ 52.01,\ 52.05,\ 52.07,\ 52.08,\ 52.10,\ 52.11,\ 52.13,\ 52.12,\ 52.11,\ 50,\ -18$ 5.4748, 10.0992, 14.1205, 17.6829, 20.8803, 23.7784, 26.4258, 28.8592, 31.108, 30.8079, 27.9629, 25.7894, 24.0335, 22.4216, 17.796, 13.6132, 9.7942, 6.2806, 3.0276 50, -18 $15.6345,\ 21.795,\ 26.3241,\ 29.9884,\ 33.0909,\ 35.7898,\ 38.1807,\ 40.3269,\ 42.2729,\ 44.0515,\ 44.3123,\ 42.7988,\ 34.0567,\ 25.0483,\ 19.0624,\ 14.2207,\ 10.0593,\ 6.3719,\ 3.0431$ 412 50, -18 26.8972, 37.634, 45.6134, 52.1352, 51.9428, 50.5826, 49.2906, 48.0614, 46.8902, 45.773, 44.7056, 43.685, 42.7076, 41.7708, 40.872, 40.0086, 39.1786, 19.2578, 8.1228 50, -18 26,8972, 37,634, 45,6134, 52,1352, 51,9428, 50,5826, 49,2906, 48,0614, 46,8902, 45,773, 44,7056, 43,685, 42,7076, 41,7708, 40.872, 40.0086, 39.1786, 19.2578, 8.1228 50, -18 $23.255,\ 31.8347,\ 37.82,\ 42.4387,\ 46.1841,\ 49.3157,\ 51.9905,\ 54.3117,\ 56.3513,\ 58.1617,\ 59.7823,\ 45.4354,\ 39.6951,\ 34.1842,\ 26.1706,\ 19.4642,\ 13.6846,\ 8.6056,\ 4.0786$ 50, -18 15.6345, 21.795, 26.3241, 29.9884, 33.0909, 35.7898, 38.1807, 40.3269, 42.2729, 44.0515, 44.3123, 42.7988, 34.0567, 25.0483, 19.0624, 14.2207, 10.0593, 6.3719, 3.0431 OP. CORR OP, MAP OP, MINI 2000, 1000, .001, .00001, 1, 0, 0, 0, 0, 0 OP, SELE OP. REST 0, 0 OP, RE, F

 432
 OP, ERRO

 433
 0, 0, 0, 0, 0, 18446744073709551615

 434
 OP, EXIT

Το αρχείο Xe130.yld που περιέχει τις πειραματικά προσδιορισμένες συμπτώσεις:

1	1.	15.	54.	130.	455.	4.	1.0		
2	1,	10,	2	100,	1	-,	2957433	53676	
3			3		2		309835	17785	
4			4		2		547622	24254	
5			à		4		54725	14340	
6	1	15	54	120	455	4	1.0	14340	
7	1,	15,	54, 9	130,	455,	4,	1.0	77656	
1			2		1		2515045	77656	
8			3		2		258700	27284	
9			4		2		435157	26865	
10			9		4		72823	13566	
11	1,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0		
12			2		1		2133918	43496	
13			3		2		203036	14151	
14			4		2		582959	23787	
15			9		4		80404	11374	
16	1,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0		
17			2		1		1886236	38774	
18			3		2		199591	12430	
19			4		2		449366	19290	
20			9		4		53512	10614	
21	1,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0		
22			2		1		2580477	40339	
23			3		2		270686	13609	
24			4		2		550627	19670	
25			9		4		46763	9267	
26	1.	15	54	130	455	4	1.0		
27	-,	10,	2	100,	1	£,	2821525	64820	
2.8			3		2		315366	16917	
2.9			4		2		530379	21480	
30			q		4		45316	6361	
31	1	15	3	120	т 155	4	1.0	0001	
30	1,	19,	04,	130,	400, 1	4,	1.0	55990	
02 00			2		1		2004070	17896	
33			3		2		547698	1/628	
34			4		2		598789	26006	
35			9		4		37502	12261	
36	1,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0		
37			2		1		2841372	48760	
38			3		2		290460	15457	
39			4		2		543952	31366	
40			9		4		35433	10674	
41	1,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0		
42			2		1		3415872	63109	
43			3		2		355928	19575	
44			4		2		627893	26504	
45			9		4		57424	8095	
46	1,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0		
47			2		1		3045687	54645	
48			3		2		338987	18578	
49			4		2		654593	25850	
50			9		4		55994	13455	
51	1,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0		
52			2		1		2808833	45436	
53			3		2		293034	14928	
54			4		2		602927	21821	
55			9		4		66306	11815	
56	1.	15	54	130	455	4.	1.0		
57	-,	- 0,	2	- 50,	1	-,	3016848	51633	
58			3		2		316577	16996	
50			1		2		597019	23782	
60			4		2 4		52083	19401	
61	1	15	51	120	-± 455	4	1.0	12401	
60	1,	19,	o4,	130,	400,	4,	1.0	45050	
02			2		1		2029043	40909	
63			3		2		279481	14545	
64			4		2		536859	20918	
65			9		4		52900	11427	
66	1,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0		
67			2		1		2864005	55043	
68			3		2		334606	16983	
69			4		2		554373	22030	
70			9		4		51360	11969	
71	1,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0		
72			2		1		2703457	54773	
73			3		2		277003	15155	
74			4		2		509019	20597	

75			9		4		45993	10947
76	2,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
77			2		1		3843363	61350
78			3		2		426222	20778
80			4		2		7/000	26900
81	2	15	54	130	455	4	1 0	13004
82	2,	10,	2	100,	100,	ч,	3031752	85153
83			3		2		246378	26476
84			4		2		691002	33468
85			9		4		66350	14063
86	2,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
87			2		1		2507646	47292
88			3		2		311170	17233
89			4		2		737100	26793
90		15	9	120	4	4	96159	15095
91	2,	15,	54, 9	150,	455,	4,	1.0	47410
93			3		2		277864	14802
94			4		2		654393	23071
95			9		4		54386	10860
96	2,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
97			2		1		3518751	47504
98			3		2		397581	16400
99			4		2		748143	22810
100		15	9	100	4		75414	12747
101	2,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	79466
102			2		1		49309778	10480
103			4		2		657515	24202
105			9		4		66199	11677
106	2.	15.	54,	130,	455,	4.	1.0	
107			2		1		3982626	60629
108			3		2		421714	20237
109			4		2		819690	30791
110			9		4		116443	20029
111	2,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	= 1000
112			2		1		3666971	54382
113			3		2		395214	18163
114			4 0		2		66476	11225
116	2	15	54	130	455	4	1.0	11220
117	,	,	2	,	1	- ,	4443560	80655
118			3		2		491755	23089
119			4		2		843612	31021
120			9		4		81018	15274
121	2,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
122			2		1		3796543	63550
123			3		2		357508	18956
124			4 Q		4		91209	15012
126	2.	15.	54.	130.	455.	4.	1.0	10012
127	,	.,	2	,	1	,	3792574	52742
128			3		2		407226	17601
129			4		2		690818	23777
130			9		4		64203	11089
131	2,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
132			2		1		3976178	60579
133			3		2		402397	19526
135			9		4		76461	14741
136	2,	15,	54,	130,	455.	4,	1.0	
137			2		1		3590934	58834
138			3		2		406354	17426
139			4		2		637926	22306
140			9		4		57704	12291
141	2,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
142			2		1		3629536	55376
143			3		2		382370 732509	25358
144			q		4		58482	12481
146	2.	15.	54.	130.	455.	4.	1.0	12401
147	,	.,	2	,	1	,	3345675	75783
148			3		2		380461	17505
149			4		2		684895	23939
150			9		4		57391	12546
151	3,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	105
152			2		1		1554140	43561
153			3		2		108896	13216
154			4 0		∠ 4		∠10004 32021	9580
156	3.	15.	54.	130	455	4.	1.0	5505
157	,	- 0,	2		1	-,	1355072	62954

158			3		2		91811	21357
150			4		2		946999	21007
159			4		2		246363	20234
160	_		9		4		21421	9348
161	3,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
162			2		1		1258044	37703
163			3		2		134910	11426
164			4		2		329962	18165
165			9		4		20323	6245
166	3,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
167			2		1		1068090	31578
168			3		2		123427	10130
169			4		2		243070	14298
170			9		4		36316	7382
171	3	15	54	130	455	4	1.0	
179	0,	10,	21,	100,	1	• •	1977317	30012
172			2		2		1/0315	10317
173			4		2		201001	14505
174			4		2		301021	14505
175			-9		4		31647	8001
176	З,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
177			2		1		1700480	42922
178			3		2		170265	12523
179			4		2		292392	16423
180			9		4		22820	2511
181	3,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
182			2		1		1623623	38557
183			3		2		223054	14510
184			4		2		311541	19177
185			9		4		33274	9193
186	3	15	54	130	455	4	1.0	
187	0,	10,	21,	100,	1	• •	1551580	36008
107			2		1		155797	11202
100			3		2		210750	10002
109			4		2		316736	10008
190			-9	100	4		12329	7476
191	З,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
192			2		1		2022194	49709
193			3		2		192682	14420
194			4		2		290419	18378
195			9		4		12367	7165
196	3,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
197			2		1		1734585	42337
198			3		2		188583	13993
199			4		2		327842	18753
200			9		4		38944	9661
201	3.	15.	54.	130.	455.	4.	1.0	
2.02	-,	,	2	,	1	- ,	1621111	35177
202			õ		2		153226	10804
200			4		2		328405	16337
204			0		4		99497	9590
203	-	15	5	120	455	4	1.0	0020
206	э,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	00000
207			2		1		1715049	39689
208			3		2		169070	12517
209			4		2		337617	18364
210			9		4		33266	8378
211	3,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
212			2		1		1556456	34390
213			3		2		157378	11012
214			4		2		299836	15531
215			9		4		27881	5196
216	3,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
217			2		1		1728382	38215
218			3		2		195938	12974
219			4		2		325335	22495
220			9		4		15328	4796
221	3	15	54	130	455	4	1.0	
222	5,	,	2	,	1	-,	1664929	37513
222			2		2		197141	19749
220			⊿		2		287602	15680
224 225			+		∠ ∕		4854	6974
220 00 <i>C</i>		15	9	100	+	4	+004	0214
220	4,	10,	o4,	130,	400,	4,	1.0	00070
227			2		1		6/2024	29270
228			3		2		/4262	9219
229			4		2		172969	13753
230			9		4		21444	7444
231	4,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
232			2		1		689842	41391
233			3		2		76806	21906
234			4		2		148674	15780
235			9		4		15777	6453
236	4.	15.	54.	130.	455.	4.	1.0	
237			2	,	1		751568	26593
238			3		2		55078	7753
239			4		2		163742	12819
240			9		4		29946	7961
			-		-			

241	4,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
242			2		1		791467	26456
243			3		2		73465	7620
244			4		2		152192	11092
245			9		4		17657	3777
246	4,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
247			2		1		917829	24733
248			3		2		82417	7730
249			4		2		151696	10432
250			9		4		16476	4648
251	4,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
252			2		1		1102206	33670
253			3		2		107099	9955
254			4		2		160271	16960
255		15	9	100	4		13146	3593
256	4,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	00150
257			2		1		1098718	30159
200			3		2		264125	9910
200			а а		4		12815	4015
261	4	15	54	130	455	4	1.0	4313
262	ч,	10,	2	100,	100,	ч,	1028096	28866
263			3		2		93199	8982
264			4		2		196303	17228
265			9		4		8744	4350
266	4.	15.	54.	130.	455.	4.	1.0	
267	,	. ,	2	,	1		1213736	47239
268			3		2		67461	9430
269			4		2		196650	15279
270			9		4		8231	5204
271	4,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
272			2		1		1028816	32883
273			3		2		68407	9050
274			4		2		154902	13325
275			9		4		15752	4366
276	4,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
277			2		1		863088	26969
278			3		2		85815	8441
279			4		2		153485	11120
280			9		4		8463	2154
281	4,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	01007
.78.7								
202			2		1		953723	31367
283			2 3		2		953723 71222	8404
283 284			2 3 4		1 2 2		953723 71222 122651	8404 11068
283 284 285	4	15	2 3 4 9	120	1 2 2 4	4	953723 71222 122651 7198	8404 11068 4641
282 283 284 285 286 287	4,	15,	2 3 4 9 54, 2	130,	1 2 2 4 455,	4,	953723 71222 122651 7198 1.0 915202	8404 11068 4641
283 284 285 286 287 288	4,	15,	2 3 4 9 54, 2 3	130,	1 2 2 4 455, 1 2	4,	953723 71222 122651 7198 1.0 915202 83068	31367 8404 11068 4641 38819 7974
283 284 285 286 287 288 288 289	4,	15,	2 3 4 9 54, 2 3 4	130,	1 2 2 4 455, 1 2 2	4,	953723 71222 122651 7198 1.0 915202 83068 150018	31367 8404 11068 4641 38819 7974 10871
283 284 285 286 287 288 289 290	4,	15,	2 3 4 9 54, 2 3 4 9	130,	1 2 2 4 455, 1 2 2 4	4,	953723 71222 122651 7198 1.0 915202 83068 150018 12240	31367 8404 11068 4641 38819 7974 10871 5299
283 284 285 286 287 288 289 290 291	4,	15,	2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54,	130, 130,	1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455,	4,	953723 71222 122651 7198 1.0 915202 83068 150018 12240 1.0	31367 8404 11068 4641 38819 7974 10871 5299
282 283 284 285 286 287 288 289 290 291 292	4, 4,	15, 15,	$2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 54, \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 54, \\ 2 \\ 54, \\ 2$	130, 130,	1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1	4, 4,	953723 71222 122651 7198 1.0 915202 83068 150018 12240 1.0 1029509	31367 8404 11068 4641 38819 7974 10871 5299 30453
282 283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 291 292 293	4, 4,	15, 15,	2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3	130, 130,	1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2	4, 4,	953723 71222 122651 7198 1.0 915202 83068 152018 12240 1.0 1029509 70948	31367 8404 11068 4641 38819 7974 10871 5299 30453 8022
282 283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294	4, 4,	15, 15,	$2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 54, \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 54, \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 3 \\ 4$	130, 130,	1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 2	4, 4,	953723 71222 122651 7198 1.0 915202 83068 150018 12240 1.0 1029509 70948 172163	8404 11068 4641 38819 7974 10871 5299 30453 8022 12568
283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295	4, 4,	15, 15,	2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 9 54, 9 54, 9 54, 9 54, 9 9 54, 9 9 9 9 9 9 9 9	130, 130,	1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4	4, 4,	953723 71222 122651 7198 1.0 915202 83068 150018 12240 1.0 1029509 70948 172163 16515	 31367 8404 11068 4641 38819 7974 10871 5299 30453 8022 12568 2025
283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 296	4, 4, 4,	15, 15, 15,	2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 3 4 9 54, 7 9 54, 7 9 54, 7 9 54, 7 9 54, 7 9 54, 7 9 54, 7 9 54, 7 7 7 7 7 7 7 7	130, 130, 130,	1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455,	4, 4, 4,	953723 71222 122651 1.0 915202 83068 150018 12240 1.0 1029509 70948 172163 16515 1.0	8404 11068 4641 38819 7974 10871 5299 30453 8022 12568 2025
283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 296 297	4, 4, 4,	15, 15, 15,	2 3 4 9 54, 2 3 3 4 9 54, 2 3 3 3 4 9 54, 2 3 3 3 3 3 4 9 54, 2 3 3 3 3 3 3 3 3	130, 130, 130,	1 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1	4, 4, 4,	953723 71222 122651 7198 1.0 915202 83068 150018 150018 150018 150018 150018 150018 12240 1.0 1029509 70948 172163 16515 1.0 1094901	 8404 11068 4641 38819 7974 10871 5299 30453 8022 12568 2025 29508
283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 296 297 298	4, 4, 4,	15, 15, 15,	2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 3 4 9 54, 2 3 3 2 3 4 9 54, 2 3 3 4 9 54, 2 3 3 4 9 54, 2 3 3 3 3 4 9 54, 2 3 3 3 3 3 3 3 3	130, 130, 130,	1 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2	4, 4, 4,	953723 71222 7122651 122651 7198 1.0 915202 83068 150018 12240 1.0 1029509 70948 172163 16515 1.0 1094901 1094901 1096619	8404 11068 4641 38819 7974 10871 5299 30453 8022 12568 2025 29508 9342
283 283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 294 295 296 297 298 299	4, 4, 4,	15, 15, 15,	$2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 54, \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 50 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10$	130, 130, 130,	1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 5, 1 2 2 4	4, 4, 4,	953723 71222 122651 7198 1.0 915202 83068 150018 12240 1.0 1029509 1029509 1029509 1029509 1029509 1029509 1029509 1029509 1029509 1039401 1094901 1094901 109619 188645	8404 11068 4641 38819 7974 10871 5299 30453 8022 12568 2025 29508 9342 12648
283 284 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 296 297 298 299 300	4, 4, 4,	15, 15, 15,	2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 54, 2 3 4 9 5 4 9 54, 2 3 4 9 9 4 9 10	130, 130, 130,	1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 4 5 4 5 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 2 4 5 5, 1 2 2 2 4 5 5, 1 2 2 2 4 5 5, 1 2 2 2 2 2 4 5 5, 1 2 2 2 2 2 4 5 5, 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	4, 4, 4,	953723 71222 7122651 7198 1.0 915202 83068 150018 12240 1.0 1029509 70948 172163 16515 1.0 1094901 106619 186845 11104	8404 11068 4641 38819 7974 10871 5299 30453 8022 12568 2025 29508 9342 12648 6466
283 283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 296 297 298 299 300 301	4, 4, 4, 5,	15, 15, 15,	2 3 4 9 54, 54, 54, 54, 54, 54, 54, 54, 54, 75	130, 130, 130,	1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 5 5, 1 2 2 2 4 5 5, 1 2 2 2 4 5 5, 1 2 2 2 4 5 5, 1 2 2 2 4 5 5, 1 2 2 2 4 5, 1 2 2 2 2 2 4 5, 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	4, 4, 4,	953723 71222 7122651 7198 1.0 915202 83068 150018 12240 1.0 1029509 70948 172163 16515 1.0 1094901 106619 186845 11104 1.0	8404 11068 4641 38819 7974 10871 5299 30453 8022 12568 2025 29508 9342 12648 6466
283 283 284 285 286 287 288 290 290 291 292 293 294 295 296 297 298 299 300 301 302	4, 4, 4, 5,	15, 15, 15,	$2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 54 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 54 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ $	130, 130, 130,	1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 5 4 5 5 1 2 2 4 5 4 5 5 1 2 2 2 4 4 5 5 1 2 2 4 4 5 5 1 2 2 4 5 5 1 2 2 4 5 5 1 2 2 4 5 5 1 2 2 4 5 5 1 2 2 2 4 5 5 1 2 2 2 4 5 5 1 2 2 2 4 5 5 1 2 2 2 4 5 5 1 2 2 2 2 4 5 5 5 1 2 2 2 2 4 5 5 1 2 2 2 2 2 2 2 2 4 5 5 2 2 2 2 2 2 2 2 2	4, 4, 4,	953723 71222 122651 7198 1.0 915202 83068 150018 12240 1.0 1029509 70948 16515 1.0 1094901 106619 188845 11104 1.0 1318269	8404 11068 4641 38819 7974 10871 5299 30453 8022 12568 2025 29508 9342 12648 6466 35600
283 283 284 285 286 287 290 291 292 293 294 295 294 295 296 297 298 299 300 301 302 303	4, 4, 4, 5,	15, 15, 15,	$2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 54 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1$	130, 130, 130, 130,	1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 2 4 4 5 5 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	4, 4, 4,	953723 71222 122651 7198 1.0 915202 83068 152018 12240 1.0 1029509 70948 172163 16515 1.0 1096199 106619 1106645 11104 1.0 1318269 124568	31367 8404 11068 4641 38819 7974 10871 5299 30453 8022 12568 2025 29508 9342 12648 6466 35600 11529
283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 294 295 296 297 298 299 300 301 302 303 304 305	4, 4, 4, 5,	15, 15, 15,	$2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 54, \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 54, \\ 2 \\ 54, \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 54, \\ 2 \\ 54, \\ 2 \\ 54, \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 54, \\ 2 \\ 54, \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 54, \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 54, \\ 2 \\ 3 \\ 54, \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 54, \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 54, \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 54, \\ 2 \\ 54, \\ 2 \\ 3 \\ 54, \\ 2 \\ 3 \\ 54, \\ 2 \\ 3 \\ 54, \\ 2 \\ 3 \\ 54, \\ 2 \\ 3 \\ 54, \\ 2 \\ 3 \\ 54, \\ 2 \\ 3 \\ 54, \\ 2 \\ 3 \\ 54, \\ 2 \\ 3 \\ 54, \\ 2 \\ 3 \\ 54, \\ 3 \\ 54, \\ 3 \\ 54, \\ 3 \\ 54, \\ 3 \\ 54, \\ 3 \\ 54, $	130, 130, 130,	1 2 2 4 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 4 5 5 5 1 2 2 2 2 4 4 5 5 5 1 2 2 2 2 4 4 5 5 5 1 2 2 2 2 4 4 5 5 5 1 2 2 2 2 2 2 4 4 5 5 5 1 2 2 2 2 2 2 4 4 5 5 5 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	4, 4, 4,	953723 71222 122651 7198 1.0 915202 83068 150018 12240 1.0 1029509 70948 172163 16515 1.0 1094901 106619 186845 11104 1.0 91318268 295735 26329	31367 8404 11068 4641 38819 7974 10871 5299 30453 8022 12568 2025 29508 9342 12648 6466 35600 11529 17662 6350
2283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 296 299 299 299 299 300 301 300 300 303 304 305 306	4, 4, 4, 5,	15, 15, 15,	$2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1$	130, 130, 130, 130,	1 2 2 4 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 2 4 4 5, 1 2 2 2 4 4 5, 1 2 2 2 4 4 5, 1 2 2 2 4 4 5, 1 2 2 2 4 4 5, 1 2 2 2 4 4 5, 1 2 2 2 4 4 5, 1 2 2 2 4 4 5, 1 2 2 2 2 4 4 5, 1 2 2 2 4 4 5, 1 2 2 2 4 4 5, 1 2 2 2 2 2 2 4 4 5, 1 2 2 2 2 4 4 5, 1 2 2 2 2 2 2 4 4 5, 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	4, 4, 4, 4,	953723 71222 122651 7198 1.0 915202 83068 150018 150018 150018 150018 172163 16515 1.0 1094901 1064901 106619 186845 11104 1.0 1318269 124568 295735 26282 1.0	31367 31367 3404 11068 4641 38819 7974 10871 5299 30453 8002 12568 2025 29508 9342 12648 6466 35600 11529 17662 6359
283 283 284 285 286 287 288 290 290 291 292 293 294 295 295 295 295 296 297 298 300 301 302 303 304 305 306	4, 4, 5, 5,	15, 15, 15, 15,	$2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1$	130, 130, 130, 130,	1 2 2 4 4 455, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 2 4 5, 1 2 2 4 5 5, 1 2 2 4 5 5, 1 2 2 4 5 5, 1 2 2 4 5 5, 1 2 2 4 5 5, 1 2 2 4 5 5 2 2 4 5 5 2 2 2 4 5 5 5 2 2 2 4 5 5 2 2 2 4 5 5 5 2 2 4 5 5 5 2 2 2 4 5 5 5 2 2 2 2	4, 4, 4, 4,	953723 71222 122651 7198 1.0 915202 83068 152018 12240 1.0 1029509 70948 172163 16515 1.0 1094901 106619 186845 11104 1.0 1318269 124568 295735 26282 1.0 914233	31367 31367 38404 11068 4641 38819 7974 10871 5299 30453 8022 12568 2025 29508 9342 12648 6466 35600 11529 46936
2283 2283 2284 2285 2286 2287 2288 2290 2291 2292 2293 2294 2295 2296 2297 2298 2295 2296 2297 2298 2299 3001 3001 3002 3003 3004 3005 3004 307 308	4, 4, 5, 5,	15, 15, 15, 15,	$2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4$	130, 130, 130, 130, 130,	1 2 2 4 4 55, 1 2 2 4 4 55, 1 2 2 4 4 55, 1 2 2 4 4 55, 1 2 2 4 4 55, 1 2 2 4 4 55, 1 2 2 4 4 55, 1 2 2 4 4 55, 1 2 2 4 4 55, 1 2 2 4 4 55, 1 2 2 4 4 55, 1 2 2 4 4 55, 1 2 2 4 4 55, 1 2 2 4 4 55, 1 2 2 4 4 55, 1 2 2 2 4 4 55, 1 2 2 2 4 4 55, 1 2 2 2 4 4 55, 1 2 2 2 4 4 55, 1 2 2 2 4 4 55, 1 2 2 2 4 4 55, 1 2 2 2 4 4 55, 1 2 2 2 4 4 55, 1 2 2 2 4 4 55, 1 2 2 2 4 4 55, 1 2 2 2 4 4 55, 1 2 2 2 4 4 55, 1 2 2 2 4 4 55, 1 2 2 2 4 4 55, 1 2 2 2 4 4 55, 1 2 2 2 4 4 55, 1 2 2 2 4 4 55, 1 2 2 2 4 4 55, 1 2 2 4 4 55, 1 2 2 4 4 55, 1 2 2 4 4 55, 1 2 2 4 4 55, 1 2 2 4 4 55, 1 2 2 4 4 55, 1 2 2 4 55, 1 2 2 4 4 55, 1 2 2 4 4 55, 1 2 2 4 4 55, 1 2 2 4 4 55, 1 2 2 4 4 55, 1 2 2 2 4 4 55, 1 2 2 2 4 4 55, 1 2 2 2 4 4 5 5 5, 1 2 2 2 4 4 55, 1 2 2 2 4 5 5, 1 2 2 2 4 5 5 2 2 2 4 4 5 5 2 2 2 4 5 5 5 5	4. 4. 4.	953723 71222 122651 7198 1.0 915202 83068 152018 83068 12240 1.0 1029509 70948 172163 16515 1.0 1094901 106619 186845 11104 1.0 1318269 124568 295735 26282 1.0 914233 52870	31367 8404 11068 4641 38819 7974 10871 5299 30453 8022 12568 2025 29508 9342 12648 6466 35600 11529 17662 6359 46936 12081
2283 284 285 286 287 288 289 291 292 293 293 294 295 294 295 294 295 294 295 294 295 294 295 300 301 302 303 304 305 306 307 308	4, 4, 5, 5,	15, 15, 15, 15,	$2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 5 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1$	130, 130, 130, 130,	1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 2 2 2 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 2 2 2 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 2 2 2 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 2 2 2 2 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	4. 4. 4.	953723 71222 122651 7198 1.0 915202 83068 150018 12240 1.0 1029509 70948 172163 16515 1.0 1094901 106619 186845 11104 1.0 1318269 124568 295735 26282 1.0 914233 52870 180188	31367 8404 11068 4641 38819 7974 10871 5299 30453 8022 12568 2025 29508 9342 12648 35600 11529 17662 6359 46936 12081 17323
283 284 285 286 287 288 290 291 292 293 294 295 296 297 298 299 300 301 302 303 304 305 306 307 308 309 307 308	4, 4, 5, 5,	15, 15, 15, 15,	$2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 6 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1$	130, 130, 130, 130,	1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 455, 1 2 2 2 4 4 455, 1 2 2 2 4 4 455, 1 2 2 2 4 4 455, 1 2 2 2 4 4 455, 1 2 2 2 4 4 455, 1 2 2 2 4 4 455, 1 2 2 2 4 4 455, 1 2 2 2 4 4 4 5 5, 1 2 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 2 2 4 5 5, 1 2 2 4 5 5, 1 2 2 4 5 5, 1 2 2 2 2 4 5 5 5 5, 1 2 2 2 4 5 5, 1 2 2 2 4 5 5 5, 2 2 2 2 4 5 5 5 5 5, 1 2 2 2 2 4 5 5 5 5 5 5 5 2 2 2 2 2 2 2 2	4, 4, 4, 4,	953723 71222 122651 7198 1.0 915202 83068 150018 12240 1.0 1029509 70948 172163 16515 1.0 1094901 106619 186845 11104 1.0 1318269 124568 295735 26282 1.0 124568 295735 26282 1.0 1318269 14233 52870 180188	31367 8404 11068 4641 38819 7974 10871 10871 10871 5299 30453 8022 12568 2025 29508 9342 12648 6466 35600 11529 17662 6359 46936 12081 17323 6658
283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 296 297 298 299 300 301 302 303 304 305 306 307 308 309 310	4. 4. 5, 5,	 15, 15, 15, 15, 15, 	$2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 4 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5$	 130, 130, 130, 130, 130, 130, 130, 	$\begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 5 \\ 5 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 5 \\ 5 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 5 \\ 5 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \\ 2$	 4. 4. 4. 4. 4. 	953723 71222 122651 7198 1.0 915202 83068 152018 12240 1.0 1029509 70948 172163 16515 1.0 1094901 106619 1104 1.0 1318269 124568 295735 26282 1.0 914233 52870 180188 21881 1.0	31367 8404 11068 4641 38819 7974 10871 5299 30453 8022 12568 2025 29508 9342 2025 29508 9342 12648 6466 35600 11529 17662 6359 46936 12081 17323 6658
283 284 285 286 287 288 299 290 291 292 293 294 299 295 295 296 297 298 300 301 300 301 302 303 304 305 306 307 308 309 311	4. 4. 5, 5,	 15, 15, 15, 15, 15, 	$2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1$	 130, 130, 130, 130, 130, 130, 		 4. 4. 4. 4. 4. 	953723 71222 122651 7198 1.0 915202 83068 150018 150018 150018 172163 16515 1.0 1094901 106619 186845 11104 1.0 106619 186845 11104 1.0 914233 52870 914233 52870 914233 52870	31367 31367 38404 11068 4641 38819 7974 10871 5299 30453 8022 12568 2025 29508 9342 12648 6466 35600 11529 17662 6359 46936 12081 17323 6658 28890
283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 299 299 299 299 299 299 209 299 209 209	4, 4, 5, 5, 5,	 15, 15, 15, 15, 15, 	$2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1$	 130, 130, 130, 130, 130, 130, 	$\begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2$	 4. 4. 4. 4. 4. 	953723 71222 122651 7198 1.0 915202 83068 150018 12240 1.0 1029509 70948 172163 16515 1.0 1094901 106619 186845 11104 1.0 1318269 124568 295735 26282 1.0 914233 52870 180188 21881 1.0 926986	31367 38404 11068 4641 38819 7974 10871 5299 30453 8022 12568 2025 29508 9342 12648 6466 35600 11529 17662 6359 46936 12081 17323 6658 28890 9321
2283 2284 2285 2286 2287 2289 291 292 293 294 295 294 295 294 295 295 296 297 298 299 300 300 300 300 300 300 300 300 300 3	4, 4, 5, 5, 5,	15, 15, 15, 15,	$2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 5 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4$	 130, 130, 130, 130, 130, 130, 	1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 455, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5, 2 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 2 2 4 4 5, 1 2 2 2 4 4 5, 1 2 2 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 2 4 4 5, 1 2 2 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 2 2 4 4 5, 1 2 2 2 4 4 5, 2 2 2 4 5 5, 2 2 2 2 2 2 2 2 4 4 5, 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	 4, 4, 4, 4, 4, 	953723 71222 122651 7198 1.0 915202 83068 152018 812240 1.0 1029509 70948 172163 16515 1.0 1094901 106619 186845 11104 1.0 1318269 124568 295735 26282 1.0 914233 52870 180188 21881 1.0 926986 88898	31367 38404 11068 4641 38819 7974 10871 5299 30453 8022 12568 2025 29508 3342 12648 6466 35600 11529 17662 6359 46936 12081 17323 6658 28890 9321 16111
283 284 285 286 287 288 290 291 292 293 294 295 295 296 297 298 299 300 301 302 303 304 305 306 307 308 309 310 311 312 313 314 315	4, 4, 5, 5,	 15, 15, 15, 15, 15, 	$2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1$	 130. 130. 130. 130. 130. 130. 	$\begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \\ 2$	 4. 4. 4. 4. 4. 	953723 71222 122651 7198 1.0 915202 83068 152018 81029509 1029509 1029509 1029509 1029509 1029509 1029509 1029509 1004901 100619 186845 1104 1.0 106619 186845 1104 1.0 1086845 1104 1.0 914233 52870 180188 21881 1.0 926986 88898 262546 16168	31367 38404 11068 4641 38819 7974 10871 5299 30453 8022 12568 2025 29508 9342 12648 6466 35600 11529 17662 6359 46936 12081 17323 6658 28890 9321 16111 2371
283 284 285 286 287 288 290 291 292 293 294 299 299 299 299 299 299 209 209 209 209	4, 4, 5, 5, 5,	 15, 15, 15, 15, 15, 	$2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5$	 130, 130, 130, 130, 130, 130, 130, 130, 	$\begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 5 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 5 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 5 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2$	 4. 4. 4. 4. 4. 4. 4. 	953723 71222 122651 7198 1.0 915202 83068 150018 12240 1.0 1029509 70948 172163 16515 1.0 1094901 106619 186845 11104 1.0 914233 52870 1.0 914233 52870 914233 52870 1.80188 21881 1.0 926986 88898 262546 16168 1.0	31367 38404 11068 4641 38819 7974 10871 10872 2299 30453 8022 12568 2025 29508 9342 12648 6466 35600 11529 17662 6359 46936 12081 17323 6658 28890 9321 16111 2371
283 284 285 286 287 288 299 290 291 292 293 294 295 294 295 295 296 297 298 299 300 301 302 303 304 305 306 307 308 309 311 312 313 314 315	4, 4, 5, 5, 5,	 15. 15. 15. 15. 15. 	$2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1$	 130. 130. 130. 130. 130. 130. 130. 	$\begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \\ 2$	 4. 4. 4. 4. 4. 4. 	953723 71222 122651 7198 1.0 915202 83068 150018 12240 1.0 1029509 70948 172163 16515 1.0 1094901 106619 186845 11104 1.0 1318269 124568 295735 26282 1.0 180188 21881 1.0 926986 88898 262546 16168 1.0 1076284	31367 38404 11068 4641 38819 7974 10871 5299 30453 8022 12568 2025 29508 3342 12648 6466 35600 117622 6359 46936 12081 17323 6658 28890 9321 16111 2371 29837
283 284 285 286 287 288 290 291 292 293 294 295 294 295 294 295 295 296 297 298 299 300 302 303 304 305 306 307 308 309 311 312 313 314 315 316 317 318	4. 4. 5. 5. 5.	 15. 15. 15. 15. 15. 	$2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 5 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4$	 130, 130, 130, 130, 130, 130, 	$\begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 2 \\ 2$	 4. 4. 4. 4. 4. 4. 	953723 71222 122651 7198 1.0 915202 83068 152018 83068 12240 1.0 1029509 70948 172163 16515 1.0 1094901 106619 124568 295735 26282 1.0 914233 52870 180188 21881 1.0 926986 88898 202846 1.0 926886 88898 202846 1.0 926886 88998 202846 1.0 926886 81.0 926246 1.0 926886 81.0 9262546 1.0 9262545 1.0 9262545 1.0 9262545 1.0 9262545 1.0 9262545 1.0 9262545 1.0 9262545 1.0 9262545 1.0 9262545 1.0 9262545 1.0 9262545 1.0 9262545 1.0 926255 1.0 926255 1.0 926255 1.0 926255 1.0 926255 1.0 926255 1.0 926255 1.0 926255 1.0 926255 1.0 926255 1.0 926255 1.0 926255 1.0 926255 1.0 926255 1.0 926255 1.0 926255 1.0 926255 1.0 926255 1.0 9265555 1.0 9265555 1.0 9265555 1.0 9265555 1.0 9265555 1.0 9265555 1.0 9265555 1.0 9265555 1.0 9265555 1.0 9265555 1.0 92655555 1.0 9265555 1.0 92655555 1.0 926555555555555555555555555555555555555	31367 38404 11068 4641 38819 7974 10871 5299 30453 8022 12568 2025 29508 9342 12648 6466 35600 11529 17662 6359 6658 28890 9321 16111 2371 29837 7977
283 284 285 286 287 288 299 290 291 292 293 294 299 299 295 299 300 301 302 303 304 305 306 307 308 309 310 311 313 314 315 316 317 318	4. 4. 5, 5, 5,	 15. 15. 15. 15. 15. 	$2 \ 3 \ 4 \ 9 \ 4, 2 \ 3 \ 4 \ 6 \ 4 \ 6 \ 4 \ 6 \ 6 \ 6 \ 6 \ 6$	 130, 130, 130, 130, 130, 130, 130, 	$\begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2$	 4. 4. 4. 4. 4. 	953723 71222 122651 7198 1.0 915202 83068 150018 150018 150018 12240 1.0 1029509 70948 172163 16515 1.0 1094901 106619 186845 10 106619 186845 2155 1104 1.0 914233 52870 914233 52870 914233 52870 914233 52870 914233 52870 914233 52870 914233 52870 914233 52870 914233 52870 914233 52870 914688 1.0 9126986 88898 262546 16168 1.0 1076284 82215 203968	31367 31367 3404 11068 4641 38819 7974 10871 5299 30453 8022 12568 2025 29508 9342 12648 6466 35600 11529 17662 6359 46936 12081 16111 2371 29837 7977 13069
283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 294 295 294 299 300 301 302 303 304 305 306 307 308 309 310 313 314 315 313 314 315 316 317 318 320	4. 4. 5. 5. 5.	 15, 15, 15, 15, 15, 	2 3 4 9 4, 2 3 4 4 9 4, 2 3 4 4 4, 2 4 4, 2 4 4, 2 4 4, 2 4 4, 2 4 4, 2 4 4, 2 4 4, 2 4 4, 2 4 4,	 130, 130, 130, 130, 130, 130, 130, 	1 2 2 4 455, 1 2 2 4 4 455, 1 2 2 4 4 455, 1 2 2 4 4 455, 1 2 2 4 4 455, 1 2 2 4 4 455, 1 2 2 4 4 455, 1 2 2 4 4 455, 1 2 2 4 4 455, 1 2 2 4 4 455, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 2 4 4 5 5, 1 2 2 2 4 5 2 2 2 4 5 5 2 2 2 2 2 2 2 2 2	4. 4. 4. 4.	953723 71222 122651 7198 1.0 915202 83068 150018 12240 1.0 1029509 70948 172163 16515 1.0 1094901 106619 186845 11104 1.0 1318269 124568 295735 26282 1.0 1318268 295735 26282 1.0 914233 52870 180188 21881 1.0 926986 88898 88898 262546 16168 1.0 926986 88898 262546 16168 1.0 926986 88898 262546 1.0 926986 88898 262546 1.0 926986 88898 262546 1.0 926986 88898 262546 1.0 926986 88898 262546 1.0 926986 21581 2.0 926986 202658 202682 202	31367 38404 11068 4641 38819 7974 10871 5299 30453 8022 12568 2025 29508 9342 12648 6466 35600 11529 46936 120281 17323 6658 28890 9321 16111 29771 30837 7977 13069 3389
2283 2284 2285 2286 2287 2288 2290 2291 2292 2293 2294 2295 2296 2297 2298 2299 300 3002 3003 3004 3005 3004 3005 3004 3005 3006 3007 3008 3007 3008 3007 3008 3011 312 313 314 315 316 317 318 319 3200 321	4, 4, 5, 5, 5, 5,	 15. 15. 15. 15. 15. 15. 	$2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 5 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 4 \\ 5 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 4 \\ 5 \\ 4 \\ 5 \\ 4 \\ 5 \\ 4 \\ 5 \\ 4 \\ 5 \\ 4 \\ 5 \\ 4 \\ 5 \\ 4 \\ 5 \\ 5$	 130, 130, 130, 130, 130, 130, 130, 130, 	$\begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 5 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2$	4. 4. 4. 4. 4.	953723 71222 122651 71928 1.0 915202 83068 152018 812240 1.0 1029509 70948 172163 16515 1.0 1094901 106619 104525 11104 1.0 11318269 124568 295735 26282 1.0 914233 226282 1.0 914233 21881 1.0 926986 88898 21881 1.0 926986 88898 202546 1076284 82215 203968 23581 1.0	31367 38404 11068 4641 38819 7974 10871 5299 30453 8022 12568 2025 29508 312648 6466 35600 11529 17662 6359 6936 12081 17323 6658 28890 9321 16111 2371 29837 7977 13069 3389 27800
283 284 285 286 287 288 290 291 292 293 294 295 295 296 297 298 299 300 301 302 303 304 305 306 307 308 309 311 312 313 314 315 316 317 318 319 220 221 222	4, 4, 5, 5, 5, 5,	 15, 15, 15, 15, 15, 15, 15, 	$2 \ 3 \ 4 \ 9 \ 4, 2 \ 5 \ 4 \ 5 \ 4 \ 5 \ 4 \ 5 \ 4 \ 5 \ 4 \ 5 \ 4 \ 4$	 130, 130, 130, 130, 130, 130, 130, 130, 	$ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 455, \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 5 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 5 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 5 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 5 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 5 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2$	 4. 4. 4. 4. 4. 4. 4. 	953723 71222 122651 7198 1.0 915202 83068 150018 150018 150018 150018 1029509 70948 172163 16515 1.0 1094901 106619 186845 11104 1.0 1094901 106619 186845 11104 1.0 1086845 24568 295735 26282 1.0 914233 52870 180188 21881 1.0 926986 88888 262546 1.0 926986 88888 262546 1.0 1076284 82215 203968 23581 1.0 1211671	31367 3404 11068 4641 38819 7974 10871 5299 30453 8022 12568 2025 29508 9342 12648 6466 35600 11529 17662 6359 46936 6658 28890 9321 16111 29837 7977 13069 3389 27866

294			4		9		220608	19097
324			4		2		230608	12987
325			9		4		17124	4963
326	5,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
327			2		1		1470244	37419
328			3		2		148148	11364
220			4		2		250776	15096
020			-		2		200770	13000
330			9		4		18091	5748
331	5,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
332			2		1		1480463	34498
333			3		2		177302	13105
334			4		2		330909	20099
225			0		4		19997	7905
000	_	15	- 4	100	455		10207	1035
336	э,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
337			2		1		1284054	31800
338			3		2		118997	10057
339			4		2		252238	16324
340			9		4		17654	5255
241	5	15	54	120	455	4	1.0	0200
0.40	5,	15,	54,	130,	400,	4,	1.0	41170
342			2		1		1579826	41173
343			3		2		140146	12705
344			4		2		271400	17698
345			9		4		13795	5781
346	5	15	54	130	455	4	1.0	
347	0,	10,	2	100,	1	• •	1208211	36/10
0.4.0			2		1		1230211	10075
348			3		2		108379	10975
349			4		2		276923	19738
350			9		4		14477	6659
351	5,	15,	54,	130,	455,	4.	1.0	
352			2		1		1285278	31120
252			2		- -		155212	10701
000			3		2		100010	10791
354			4		2		231116	18186
355			9		4		21792	7639
356	5,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
357			2		1		1330187	36066
358			3		2		106385	10192
350			4		2		210808	14934
209			4		4		210090	14234
360	_		9		4		9361	5955
361	5,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
362			2		1		1300846	31584
363			3		2		119143	9362
364			4		2		209593	12748
365			9		4		11716	3985
2000	-	15	E 4	120	455	4	10	0000
300	э,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
367			2		1		1211317	32838
368			3		2		110340	9649
369			4		2		244714	14747
370			9		4		9367	5620
371	5	15	54	130	455	4	1.0	
379	0,	10,	2	100,	1	• •	1252050	31776
072			2		1		1252050	0050
373			3		2		105897	9250
374			4		2		257816	14710
375			9		4		19536	6540
376	6.	15,	54,	130,	455,	4.	1.0	
377			2		1		1684748	41096
378			3		2		1/030/	19457
070			3		2		145554	12407
379			4		2		247436	16349
380			9		4		45270	3706
381	6,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
382			2		1		1305451	55938
383			3		2		101514	17281
384			4		2		291047	21731
385			a		4		12755	7038
200	G	15	54	190	455	4	1.0	
000	υ,	10,	04,	130,	400,	÷÷,	1.0	001
387			2		1		1141852	32161
388			3		2		104211	10553
389			4		2		325313	17985
390			9		4		28526	8424
391	6	15	54	130	455	4	1.0	
302	5,	,	,	,	1	-,	1397069	33044
202			4		1		116505	0407
393			3		2		110000	3467
394			4		2		281712	15007
395			9		4		20979	7805
396	6,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
397			2		1		1547196	31986
398			2		2		183651	11151
200			4		2		100001	14450
100			4		4		232341	7000
400			9		4		35243	7903
401	6,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
402			2		1		1687959	42172
403			3		2		181463	13021
404			4		2		268686	15412
105			0		1		200000	6300
100	6		9	100	+		20030	0090
406	ю,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	

407			2		1		1884193	39547
408			3		2		178066	12972
409			4		2		370937	21117
410			9		4		22739	7102
411	6,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
412			2		1		1626192	35935
413			3		2		158428	11667
414			4		2		311433	18880
415			9		4		18333	5263
416	6,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
417			2		1		1996688	47215
418			3		2		205025	15234
419			4		2		339337	19789
420			9		4		24866	7721
421	6,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
422			2		1		1756702	41671
423			3		2		148197	12357
424			4		2		378543	19856
425			9		4		28675	8478
426	6,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
427			2		1		1685523	35786
428			3		2		153891	15530
429			4		2		295004	15399
430			9		4		29117	6852
431	6,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
432			2		1		1725277	40909
433			3		2		162184	12054
434			4		2		315081	17304
435			9		4		17817	8947
436	6,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
437			2		1		1568120	48017
438			3		2		144770	10816
439			4		2		243734	13870
440	-		9		4		17370	6534
441	6,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
442			2		1		1495950	38448
443			3		2		142707	10959
444			4		2		249354	15148
445	~		-9		4		22850	7955
446	6,	15,	54,	130,	455,	4,	1.0	
447			2		1		1510564	36715
448			3		2		118798	10269
449			4		2		294141	10641
430			9		4		29329	1154

Παράρτημα Δ΄ ¹⁰²**Ρd:**τ**-γραφήματα**

Στο παράρτημα αυτό δίνονται όλες οι καμπύλες αποδιέγερσης μαζί με τα αντίστοιχα *τ*-γραφήματα που περιγράφονται στις παραγράφους §4.2.4 και §4.2.5. Στις λεζάντες των γραφημάτων σημειώνεται για την κάθε περίπτωση η αποδιέγερση στην οποία τέθηκε η γ-πύλη και η προβολή που χρησιμοποιήθηκε.

Ζώνη yrast

Στάθμη 2_1^+



Σχήμα Δ΄.1: (α') γ-πύλη: 719 keV, προβολή: 6_0, (β') γ-πύλη: 719 keV, προβολή: 6_1



Σχήμα Δ΄.2: (α') γ-πύλη: 980 keV, προβολή: 0_1, (β') γ-πύλη: 980 keV, προβολή: 0_5, (γ') γ-πύλη: 980 keV, προβολή: 6_1, (δ') γ-πύλη: 980 keV, προβολή: 6_5



Σχήμα Δ΄.3: (a) γ-πύλη: 1062 keV, προβολή: 0_5, (β) γ-πύλη: 1062 keV, προβολή: 6_5, (γ) γ-πύλη: 1062 keV, προβολή: 6_6



Σχήμα Δ΄.4: (a) γ-πύλη: 980 keV, προβολή: 0_1, (β) γ-πύλη: 980 keV, προβολή: 0_5, (γ) γ-πύλη: 980 keV, προβολή: 6_1, (δ) γ-πύλη: 980 keV, προβολή: 6_5



Σχήμα Δ΄.5: (a) γ-πύλη: 1062 keV, προβολή: 0_56



Σχήμα Δ΄.6: (α') γ-πύλη: 980 keV, προβολή: 0_1, (β') γ-πύλη: 980 keV, προβολή: 0_5, (γ') γ-πύλη: 980 keV, προβολή: 6_1, (δ') γ-πύλη: 980 keV, προβολή: 6_5



Σχήμα Δ΄.7: (a) γ-πύλη: 901 keV, προβολή: 6_0, (β) γ-πύλη: 1062 keV, προβολή: 6_56


Σχήμα Δ΄.8: (a) γ-πύλη: 980 keV, προβολή: 0_1, (β) γ-πύλη: 980 keV, προβολή: 0_5, (γ) γ-πύλη: 980 keV, προβολή: 6_5, (δ) γ-πύλη: 1062 keV, προβολή: 0_56

Πλευρική ζώνη

Στάθμη 8₁⁻



Σχήμα Δ΄.9: (a') γ-πύλη: 647 keV, προβολή: 0_s, (β') γ-πύλη: 647 keV, προβολή: 1_s, (γ') γ-πύλη: 647 keV, προβολή: 5_s, (δ') γ-πύλη: 647 keV, προβολή: 6_s



Σχήμα Δ΄.10: (a') γ-πύλη: 705 keV, προβολή: 0_s, (β') γ-πύλη: 705 keV, προβολή: 1_s, (γ') γ-πύλη: 705 keV, προβολή: 5_s, (δ') γ-πύλη: 705 keV, προβολή: 6_s



Σχήμα Δ΄.11: (a) γ-πύλη: 776 keV, προβολή: 0_s, (β) γ-πύλη: 776 keV, προβολή: 1_s, (γ') γ-πύλη: 776 keV, προβολή: 5_s, (δ') γ-πύλη: 776 keV, προβολή: 6_s

Bibliography

- [1] M. G. Mayer, Phys. Rev. 75, 1969 (1949).
- [2] O. Haxel, J. H. D. Jensen, and H. E. Suess, Phys. Rev. 75, 1766 (1949).
- [3] A. Bohr, Mat. Fys. Medd. K. Dan. Vidensk. Selsk. 26, 1 (1952).
- [4] A. Arima and F. Iachello, Phys. Rev. Lett. 35, 1069 (1975).
- [5] A. Aprahamian, D. S. Brenner, R. F. Casten, R. L. Gill, and A. Piotrowski, Phys. Rev. Lett. 59, 535 (1987).
- [6] N. Kaffrell, N. Trautmann, G. Herrmann, and H. Ahrens, Phys. Rev. C 8, 320 (1973).
- [7] C. Fields, K. Hicks, and R. Peterson, Nuclear Physics A 440, 301 (1985).
- [8] F. Iachello, Phys. Rev. Lett. 85, 3580 (2000).
- [9] F. Iachello, Phys. Rev. Lett. 87, 052502 (2001).
- [10] R. Krücken et al., Phys. Rev. Lett. 88, 232501 (2002).
- [11] R. F. Casten and N. V. Zamfir, Phys. Rev. Lett. 87, 052503 (2001).
- [12] D. Tonev et al., Phys. Rev. C 69, 034334 (2004).
- [13] R. M. Clark et al., Phys. Rev. C 69, 064322 (2004).
- [14] T. Czosnyka, D. Cline, and W. C.Y., Bulletin of the American Physical Society 28, 745 (1983).
- [15] M. N. Harakeh et al., Phys. Rev. Lett. 38, 676 (1977).
- [16] D. H. Youngblood, C. M. Rozsa, J. M. Moss, D. R. Brown, and J. D. Bronson, Phys. Rev. Lett. **39**, 1188 (1977).
- [17] M. Goldhaber and E. Teller, Phys. Rev. 74, 1046 (1948).

- [18] M. L. Rustgi and S. N. Mukherjee, Phys. Rev. 131, 2615 (1963).
- [19] D. J. Rowe and J. L. WoodFundamentals of Nuclear Models: Foundational Models Vol. 1, First ed. (World Scientific, 2010).
- [20] W. Greiner and A. Maruhn, Nuclear Models (Springer-Verlag, 1996).
- [21] L. Svensson et al., Nuclear Physics A 584, 547 (1995).
- [22] L. Wilets and M. Jean, Phys. Rev. 102, 788 (1956).
- [23] A. Davydov and G. Filippov, Nuclear Physics 8, 237 (1958).
- [24] J. P. Elliott, Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences 245, 128 (1958).
- [25] J. P. Elliott, Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences 245, 562 (1958).
- [26] F. Iachello and A. Arima, *The Interacting Boson Model*Cambridge Monographs on Mathematical Physics (Cambridge University Press, 1987).
- [27] D. Bonatsos, Interacting Boson Models of Nuclear StructureOxford Studies in Nuclear Physics (Oxford Science Publications, 1988).
- [28] Δ. Μπονάτσος, Κβαντομηχανική ΙΙ (Ελληνικό Ανοιχτό Πανεπιστήμιο, 2000).
- [29] D. Bonatsos, Group Theory (University of Fribourg, 1989).
- [30] R. F. Casten, *Nuclear Structure from a Simple Perspective*, Second ed. (Oxford Science Publications, 2005).
- [31] A. Arima and F. Iachello, Annals of Physics 99, 253 (1976).
- [32] A. Arima and F. Iachello, Annals of Physics 111, 201 (1978).
- [33] A. Arima and F. Iachello, Annals of Physics 123, 468 (1979).
- [34] J. N. Ginocchio and M. W. Kirson, Phys. Rev. Lett. 44, 1744 (1980).
- [35] A. E. L. Dieperink, O. Scholten, and F. Iachello, Phys. Rev. Lett. 44, 1747 (1980).
- [36] R. Casten, Progress in Particle and Nuclear Physics 62, 183 (2009).
- [37] P. Cejnar, J. Jolie, and R. F. Casten, Rev. Mod. Phys. 82, 2155 (2010).

- [38] R. F. Casten, Nature Physics 2, 811 (2006).
- [39] M. Caprio and F. Iachello, Nuclear Physics A 781, 26 (2007).
- [40] A. Arima and F. Iachello, Annals of Physics 123, 468 (1979).
- [41] M. A. Caprio, Phys. Rev. C 72, 054323 (2005).
- [42] R. F. Casten and N. V. Zamfir, Phys. Rev. Lett. 85, 3584 (2000).
- [43] A. Dewald et al., J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 31, 1427 (2005).
- [44] N. V. Zamfir et al., Phys. Rev. C 65, 044325 (2002).
- [45] Z. Jin-Fu et al., Chinese Physics Letters 20, 1231 (2003).
- [46] A. Frank, C. E. Alonso, and J. M. Arias, Phys. Rev. C 65, 014301 (2001).
- [47] D.-l. Zhang and Y.-x. Liu, Phys. Rev. C 65, 057301 (2002).
- [48] D. Zhang and Y. Liu, Chinese Physics Letters **20**, 1028 (2003).
- [49] C. Mihai et al., Phys. Rev. C 75, 044302 (2007).
- [50] L. Coquard et al., Phys. Rev. C 80, 061304 (2009).
- [51] ENSDF, Evaluated Nuclear Structure Data File a computer file of evaluated nuclear structure data maintained by the National Nuclear Data Center, Brookhaven National Laboratory.
- [52] L. Coquard et al., Phys. Rev. C 82, 024317 (2010).
- [53] S. F. Hicks, J. R. Vanhoy, and S. W. Yates, Phys. Rev. C 78, 054320 (2008).
- [54] Π. Α. Ασημακόπουλος, Πυρηνική Φυσική, Vol. I, Second ed. (, 1981).
- [55] M. J. Martin, Oak Ridge National Laboratory Report No. 1B/1, 1982 (unpublished).
- [56] V. F. Weisskopf, Phys. Rev. 83, 1073 (1951).
- [57] S.-C. Wu and H. Niu, Nuclear Data Sheets 100, 483 (2003).
- [58] L. W. Fagg, W. L. Bendel, S. K. Numrich, and B. T. Chertok, Phys. Rev. C 1, 1137 (1970).

- [59] N. A. Bonner, W. Goishi, W. H. Hutchin, G. M. Iddings, and H. A. Tewes, Phys. Rev. **127**, 217 (1962).
- [60] R. K. Bhowmik, A. Chakrabarti, S. K. Saha, S. K. Basu, and B. Sethi, Phys. Rev. C 37, 2894 (1988).
- [61] K. Krane, Introductory Nuclear Physics (John Wiley & Sons, 1988).
- [62] J. B. Cumming and D. E. Alburger, Phys. Rev. C 31, 1494 (1985).
- [63] A. Schwarzschild, Nuclear Instruments and Methods 21, 1 (1963).
- [64] A. Chakraborty et al., Phys. Rev. C 70, 014311 (2004).
- [65] A.E. and Blaugrund, Nuclear Physics 88, 501 (1966).
- [66] K.B. and Winterbon, Nuclear Physics A 246, 293 (1975).
- [67] C. Papadopoulos, A. Hartas, P. Assimakopoulos, G. Andritsopoulos, and N. Gangas, Nuclear Physics A 254, 93 (1975).
- [68] D. Ward et al., Nuclear Physics A 266, 194 (1976).
- [69] P. F. Bertone et al., Phys. Rev. Lett. 87, 152501 (2001).
- [70] P. J. Nolan and J. F. Sharpey-Schafer, Reports on Progress in Physics **42**, 1 (1979).
- [71] J. R. MacDonald, Science **167**, 1339 (1970), http://www.sciencemag.org/content/167/3923/1339.full.pdf.
- [72] T. Alexander and A. Bell, Nuclear Instruments and Methods 81, 22 (1970).
- [73] J. Altmann, A. Dewald, K. Zell, and P. von Brentano, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment **321**, 59 (1992).
- [74] A. Dewald, O. Möller, and P. Petkov, Developing the Recoil Distance Doppler-Shift technique towards a versatile tool for lifetime measurements of excited nuclear states, Progress in Particle and Nuclear Physics - to be published, 2012.
- [75] L. Cleemann, J. Eberth, W. Neumann, N. Wiehl, and V. Zobel, Nuclear Instruments and Methods 156, 477 (1978).

- [76] R. Wolfram, Development of a new recoil distance technique using coulomb excitation in inverse kinematics, Master's thesis, Institut für Kernphysik der Universität zu Köln, 2008.
- [77] C. A. Kalfas, Private communications.
- [78] A. Dewald, S. Harissopulos, and P. von Brentano, Zeitschrift fur Physik A Hadrons and Nuclei **334**, 163 (1989).
- [79] G. Böhm, A. Dewald, P. Petkov, and P. von Brentano, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment **329**, 248 (1993).
- [80] S. Harissopulos et al., Nuclear Physics A 467, 528 (1987).
- [81] D. Ward, R. Graham, J. Geiger, H. Andrews, and S. Sie, Nuclear Physics A 193, 479 (1972).
- [82] A. Abragam and R. V. Pound, Phys. Rev. 92, 943 (1953).
- [83] I. B. Zvi et al., Nuclear Physics A 121, 592 (1968).
- [84] P. Petkov et al., Nuclear Physics A 543, 589 (1992).
- [85] R. Rascher, K. P. Lieb, and M. Uhrmacher, Phys. Rev. C 13, 1217 (1976).
- [86] P. Petkov, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment **349**, 289 (1994).
- [87] P. Petkov et al., Nuclear Physics A 589, 341 (1995).
- [88] R. Nordhagen, G. Goldring, R. Diamond, K. Nakai, and F. Stephens, Nuclear Physics A 142, 577 (1970).
- [89] B. Saha, *Program NAPATAU*, Institute for Nuclear Physics, Cologne, Unpublished.
- [90] K. Alder, A. Bohr, T. Huus, B. Mottelson, and A. Winther, Rev. Mod. Phys. 28, 432 (1956).
- [91] K. Alder and A. Winther, Electromagnetic Excitation: Theory of Coulomb Excitation with heavy ions, 1st ed. (North Holland Publishing Company, Amsterdam-Oxford and American Elsevier Publishing Company, INC-New York, 1975).

- [92] M. Kanbe and K. Kitao, Nuclear Data Sheets 94, 227 (2001).
- [93] J. Srebrny et al., Nuclear Physics A 557, 663 (1993).
- [94] Koivisto H., Heikkinen P., Ranttila K., Arje J. and Liukkonen E., Development work with the JYFL ECR ion sources, in *Cyclotrons and their Applications 2001: Sixteenth International Conference* Vol. 600, pp. 255– 257, AIP Conference Proceedings, 2001.
- [95] H. Koivisto *et al.*, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms **174**, 379 (2001).
- [96] G. F. Knoll, *Radiation Detection and Measurement*, 3rd ed. (John Wiley and Sons, 2000).
- [97] G. Duchkne *et al.*, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment **432**, 90 (1999).
- [98] O. Naviliat-Cuncic, M. Loiselet, Z. Seres, and J. Vervier, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment 287, 487 (1990).
- [99] G. Siegert, Nuclear Instruments and Methods 164, 437 (1979).
- [100] N. Ajitanand, R. Anand, S. Murthy, and K. Iyengar, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment **300**, 354 (1991).
- [101] M. Petit *et al.*, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment 554, 340 (2005).
- [102] T. Ethvignot, T. Granier, L. Giot, P. Casoli, and R. Nelson, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment **490**, 559 (2002).
- [103] W. Rother *et al.*, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment **654**, 196 (2011).
- [104] http://www.mesytec.com/datasheets/STM-16.pdf.
- [105] A. Winther and J. de Boer, Coulomb Excitation code, 1966.

- [106] O. Tarasov and D. Bazin, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms 266, 4657 (2008).
- [107] J. Ziegler, J. Biersack, and U. Littmark, *The Stopping and Range of Ions in Solids*, 1996 ed. (Pergamon Press, 1985).
- [108] I. A. Lazarus et al., IEEE Transactions on Nuclear Science 48, 567 (2001).
- [109] P. Rahkila, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment 595, 637 (2008).
- [110] A. Owens, S. M. Pascarelle, N. Gehrels, and B. J. Teegarden, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment **310**, 681 (1991).
- [111] J. Theuerkauf et al., Program Tv, Institute for Nuclear Physics, Cologne.
- [112] M. Hackstein, Determination of absolute transition probabilities and quadropole moments in ^{128}Xe , Master's thesis, Institut für Kernphysik der Universität zu Köln, 2009.
- [113] T. Czosnyka, D. Cline, and W. C.Y., Coulomb excitation data analysis code: GOSIA, Nuclear Structure Research Laboratory, University of Rochester, 2011.
- [114] T. Kibidi, T. Burrows, M. Trzhaskovskaya, P. Davidson, and C. N. Jr., Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment 589, 202 (2008).
- [115] B. Singh, Nuclear Data Sheets 93, 33 (2001).
- [116] R. Ricci and C. Signorini, Nuclear Instruments and Methods **184**, 35 (1981).
- [117] F. Cervellera and C. Signorini, Nuclear Instruments and Methods 184, 49 (1981).
- [118] C. R. Alvarez, Nuclear Physics News 3 (1993).
- [119] P. R. Bevington and D. K. Robinson, *Data reduction and error analysis for physical sciences*, 3rd ed. (McGraw Hill, 2003).

- [120] D. Bonatsos, D. Lenis, N. Pietralla, and P. A. Terziev, Phys. Rev. C 74, 044306 (2006).
- [121] L. Coquard, *Evolution of the One-Quadrupole Phonon* $2^+_{1,ms}$ *Mixed-Symmetry State in* 124,126,128,130,132 *Xe*, PhD thesis, Technische Universität Darmstadt, Fachbereich Physik Institut für Kernphysik, Schlossgartenstr. 9, D-64289 Darmstadt, 2010.
- [122] J. Jolie and K. Heyde, Phys. Rev. C 42, 2034 (1990).
- [123] J. Lange et al., Nuclear Physics A 292, 301 (1977).
- [124] M. Luontama *et al.*, Zeitschrift for Physik A Hadrons and Nuclei **324**, 317 (1986).
- [125] D. D. Frenne, Nuclear Data Sheets 110, 1745 (2009).
- [126] R. F. Casten and D. D. Warner, Rev. Mod. Phys. 60, 389 (1988).
- [127] W. Zipper et al., Nuclear Physics A 504, 36 (1989).
- [128] P. Rahkila, Private communications.
- [129] F. Bosch and H. Spehl, Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei 280, 329 (1977), 10.1007/BF01435441.
- [130] R. Brenn, H. Spehl, A. Wecjherlin, H. Doubt, and G. van Middelkoop, Zeitschrift fur Physik A Hadrons and Nuclei 281, 219 (1977).