



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ

ΑΕΡΟΕΛΑΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ ΚΑΙ ΑΠΟΚΡΙΣΗ
ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ ΑΝΕΜΟΓΕΝΝΗΤΡΙΑΣ ΣΕ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΑΝΟΙΧΤΟΥ
ΚΑΙ ΚΛΕΙΣΤΟΥ ΒΡΟΧΟΥ ΚΑΙ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΩΝ
ΕΛΕΓΧΟΥ ΓΙΑ ΤΗ ΜΕΙΩΣΗ ΤΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ ΤΟΥ ΠΥΡΓΟΥ



Διπλωματική εργασία

Γιούλη Μαρία- Ευγενία

Επιβλέπων καθηγητής: Ριζιώτης Βασίλειος

Αθήνα, Οκτώβριος 2012

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Ολοκληρώνοντας την διπλωματική μου εργασία θα ήθελα να ευχαριστήσω όσους με βοήθησαν στην προσπάθειά μου.

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου, κύριο Βασίλειο Ριζιώτη, για την ουσιαστική βοήθεια και καθοδήγηση που μου προσέφερε καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας μου. Το γεγονός ότι ήταν εκεί κάθε φορά που τον χρειαζόμουν καθώς και το θετικό κλίμα των συνατήσεών μας, με ενθάρρυνε να ολοκληρώσω με ευχαρίστηση τη δουλειά μου.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τον Αναπληρωτή καθηγητή Βουτσινά Σπυρίδωνα για την υποστήριξή του και το ενδιαφέρον που έδειξε πάνω στη διπλωματική μου εργασία.

Ξεχωριστά θέλω να ευχαριστήσω τον Διδάκτορα Προσπαθόπουλο Ιωάννη για τη βοήθειά του σε οποιαδήποτε τεχνική δυσκολία παρουσιάστηκε κατά τη διάρκεια παραμονής μου στο εργαστήριο καθώς επίσης και για τις χρήσιμες συμβουλές που μου έδωσε.

Επίσης, θέλω να ευχαριστήσω το συνεργάτη μου και υποψήφιο Διδάκτορα Σχοινά Παναγιώτη του οποίου τον κώδικα χρησιμοποίησα ως βάση για την εκπόνηση της εργασίας μου. Τον ευχαριστώ για την καθοδήγηση και βοήθεια που μου προσέφερε στο ξεκίνημά μου και που με φιλοξένησε στο γραφείο του όλον αυτό το καιρό.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου και τους συμφοιτητές και φίλους μου για τη στήριξη που μου προσέφεραν.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ	5
Σύνοψη της εργασίας	5
Βιβλιογραφική επισκόπηση	6
Δομή της εργασίας	8
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο: ΕΛΑΣΤΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ	9
ΜΕΘΟΔΟΣ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗΣ	9
Βασικοί ορισμοί	9
Η κλασική θεωρία δοκού	9
○ Κινηματική δοκού	10
○ Ανάλυση με τη μέθοδο πολλαπλών σωμάτων	13
ΣΥΣΤΗΜΑ 16 ΒΑΘΜΩΝ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑΣ	17
Παρουσίαση του μοντέλου	17
Δυναμικές εξισώσεις συστήματος	20
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο: ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΑΕΡΟΕΛΑΣΤΙΚΗ ΣΥΖΕΥΞΗ	22
Αεροδυναμική	22
Αεροδυναμική απόσβεση (damping)	24
Μετασχηματισμός από το στρεφόμενο στο μη στρεφόμενο σύστημα	25
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο: ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ – ΕΥΣΤΑΘΕΙΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ	30
Ανάλυση ιδιοσυχνοτήτων χωρίς και με εξωτερική διέγερση	30
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο: ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ (TRANSFER FUNCTION ANALYSIS)	35
Εξισώσεις συστήματος ανοιχτού βρόχου	35
Εξισώσεις συστήματος κλειστού βρόχου- βασικός ελεγκτής	38
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο: ΕΛΕΓΧΟΣ ΓΙΑ ΤΗ ΜΕΙΩΣΗ ΤΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ ΤΟΥ ΠΥΡΓΟΥ	43
Περιγραφή ελεγκτή πύργου ανεμογεννήτριας	43
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο: ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	45
Κατασκευαστικά στοιχεία Α/Γ	45
ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ	46
Αποτελέσματα ανάλυσης ευστάθειας ακίνητου συστήματος	46
Ανάλυση ευστάθειας με αεροδυναμικά φορτία	48
Σύγκριση αποτελεσμάτων με τα αποτελέσματα του κώδικα GAST	50
ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ	54

ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΝΟΙΧΤΟΥ ΒΡΟΧΟΥ	54
Αποτελέσματα ανάλυσης συχνοτήτων συστήματος ανοιχτού βρόχου	54
Σύγκριση αποτελεσμάτων με μη γραμμική ανάλυση	58
ΣΥΣΤΗΜΑ ΚΛΕΙΣΤΟΥ ΒΡΟΧΟΥ.....	62
Αποτελέσματα ανάλυσης συχνοτήτων συστήματος κλειστού βρόχου	62
ΣΥΣΤΗΜΑ ΚΛΕΙΣΤΟΥ ΒΡΟΧΟΥ ΜΕ ΕΛΕΓΚΤΗ ΠΥΡΓΟΥ	67
Αποτελέσματα παραμετρικής ανάλυσης	67
Αποτελέσματα δράσης του ελεγκτή	72
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7^ο: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΣΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΜΕΛΕΤΗ.....	77
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ	78
Παράρτημα 1: μητρώα M, C, K του δυναμικού μοντέλου	78
Παράρτημα 2: Γραμμικοποίηση αεροδυναμικών φορτίων για μόνιμη ροή	84
Παράρτημα 3: Γραμμικοποίηση αεροδυναμικών φορτίων ως προς την ταχύτητα του ανέμου για μόνιμη ροή	89
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	91

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σύνοψη της εργασίας

Η παρούσα εργασία αποτελείται από δύο μέρη. Στα πλαίσια του πρώτου μέρους για την αεροελαστική ανάλυση της ανεμογεννήτριας (Α/Γ), με σκοπό τον έλεγχο ευστάθειας, ήταν απαραίτητο να αναπτυχθεί αεροελαστικό πρότυπο για την προσομοίωση της συμπεριφοράς ολόκληρης της μηχανής. Χρησιμοποιήθηκε ένα απλό πρότυπο που βασίζεται στη λογική των συγκεντρωμένων ελαστικών ιδιοτήτων (lumped properties) για την αναπαράσταση των τμημάτων που συνθέτουν την κατασκευή (πτερύγια, αξονικό σύστημα, πύργος), ενώ η μοντελοποίηση έγινε με ένα σύστημα 16 βαθμών ελευθερίας. Το απλό αυτό μοντέλο, που αντιπροσωπεύει τα βασικά δυναμικά χαρακτηριστικά της Α/Γ, είναι πολύ χρήσιμο για την κατανόηση της δυναμικής συμπεριφοράς της κατασκευής με το ελάχιστο δυνατό υπολογιστικό κόστος. Για την διατύπωση των δυναμικών εξισώσεων του συστήματος της Α/Γ χρησιμοποιήθηκε ενεργειακή προσέγγιση (εξισώσεις Lagrange). Έτσι, το σύστημα διέπεται από 16 εξισώσεις όταν λειτουργεί σε ανοιχτό βρόχο, ενώ όταν λειτουργεί σε κλειστό βρόχο προστίθενται σε αυτό οι εξισώσεις του ελεγκτή και των φίλτρων που χρησιμοποιούνται. Από την επίλυση του συστήματος των εξισώσεων με την εφαρμογή της ιδιοδιανυσματικής ανάλυσης προκύπτουν οι ιδιοσυχνότητες και οι αποσβέσεις των ιδιομορφών που χαρακτηρίζουν το σύστημα. Μέσω των αποτελεσμάτων αυτών γίνεται η ανάλυση ευστάθειας του συστήματος. Με κατάλληλο μετασχηματισμό για τη μετατροπή των αεροελαστικών εξισώσεων σε μορφή κατάστασης-χώρου (state-space) γίνεται δυνατή η μελέτη της απόκρισης συχνότητας του συστήματος. Επίσης, γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων ανοιχτού και κλειστού βρόχου.

Το δεύτερο μέρος της εργασίας πραγματεύεται την αξιολόγηση στρατηγικών ελέγχου για τη μείωση των φορτίων του πύργου. Ο έλεγχος γίνεται με αλλαγή της γωνία βήματος των πτερυγίων. Ο ελεγκτής που εξυπηρετεί τον σκοπό αυτό δρα επιπλέον του βασικού ελεγκτή του συστήματος κλειστού βρόχου του πρώτου μέρους. Σύμφωνα με την ανάλυση που έγινε στο πρώτο μέρος για την απόκριση συχνότητας, δοκιμάζονται διάφοροι ελεγκτές και φίλτρα για την αύξηση της απόσβεσης του πύργου και άρα τη μείωση των φορτίων που αυτός δέχεται. Οι δοκιμές γίνονται μέσω παραμετρικής ανάλυσης και τελικά επιλέγεται η βέλτιστη λύση για τον ελεγκτή και για το φίλτρο.

Βιβλιογραφική επισκόπηση

Στα πλαίσια του πρώτου μέρους, δηλαδή αναφορικά με την αεροελαστική ανάλυση ευστάθειας και την απόκριση συχνότητας της ανεμογεννήτριας, απαιτείται ανάλυση της ανεμογεννήτριας οριζοντίου άξονα (ΑΓΟΑ). Το πρόβλημα ανάλυσης συντίθεται από δύο αλληλοεξαρτώμενες συνιστώσες:

- Την αεροδυναμική ανάλυση του δρομέα που σχετίζεται με την εκτίμηση της ενεργειακής απόδοσής του, καθώς και της αεροδυναμικής φόρτισης των πτερυγίων.
- Την ελαστοδυναμική ανάλυση της μηχανής που σχετίζεται με την ανάλυση της δυναμικής συμπεριφοράς του πολύπλοκου δυναμικού συστήματος που συνθέτει η Α/Γ και τον προσδιορισμό των μηχανικών ταλαντώσεων των επιμέρους τμημάτων που απαρτίζουν τη μηχανή. Η συνιστώσα αυτή του προβλήματος σχετίζεται άμεσα με τα θέματα της αντοχής και της ευστάθειας της μηχανής.

Όλες οι μεθοδολογίες που χρησιμοποιούνται σήμερα σε ευρεία κλίμακα για την αεροελαστική ανάλυση ΑΓΟΑ στηρίζονται σε μια μονοδιάστατη θεώρηση της κατασκευής βασισμένη στη θεωρία δοκού για την ανάλυση της ελαστοδυναμικής συμπεριφοράς και σε παραλλαγές του προτύπου των στοιχείων πτερύγωσης για τον υπολογισμό των αεροδυναμικών φορτίων του δρομέα. Τα τελευταία χρόνια έχουν αναπτυχθεί πλήθος κωδίκων για την υλοποίηση των αεροελαστικών υπολογισμών ΑΓΟΑ. Οι κώδικες αυτοί παρουσιάζουν μικρές διαφορές μεταξύ τους, οι οποίες ως επί το πλείστον εστιάζονται στο ελαστοδυναμικό πρότυπο. Μια βασική κατηγορία κωδίκων είναι αυτοί που χρησιμοποιούν τη μέθοδο των ιδιομορφών (modal methods). Σημαντικό πλεονέκτημα αυτών είναι το πολύ χαμηλό υπολογιστικό κόστος, ενώ μειονέκτημά τους είναι ότι έχουν τη δυνατότητα να αναπαράγουν περιορισμένο αριθμό ιδιοσυχνοτήτων της κατασκευής και απαιτούν την εκ των προτέρων γνώση των βασικών ιδιομορφών του συστήματος. Μερικοί από τους πιο διαδεδομένους κώδικες που ανήκουν σε αυτή την κατηγορία και οι οποίοι χρησιμοποιούνται ως επίσημα και πιστοποιημένα εργαλεία ανά την Ευρώπη είναι ο κώδικας BLADED των Garrad-Hassan (Garrad και Hassan (1996)), ο κώδικας FLEX4 του πολυτεχνείου της Δανίας (DTU) (Øye (1994)) και ο κώδικας VIDYN της TG (Ganander και Olsson (1994)). Μια δεύτερη κατηγορία κωδίκων είναι αυτοί οι οποίοι χρησιμοποιούν τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων ή πεπερασμένων διαφορών στην διακριτοποίηση των ελαστοδυναμικών εξισώσεων. Σε αυτήν την κατηγορία οι πλέον γνωστοί κώδικες είναι ο κώδικας HAWC του RISOE (Thirstrup Petersen (1990)), ο κώδικας PHATAS του ECN (Lindenburg και Snel (1993), Lindenburg και Schepers (1996)), ο κώδικας ALCYONE του ΚΑΠΕ (Chaviaropoulos (1996), Riziotis και Chaviaropoulos και Voutsinas (1996)) και ο κώδικας GAST του ΕΜΠ (Riziotis και Voutsinas (1997)).

Στην εργασία αυτή χρησιμοποιείται μία απλοποιημένη μέθοδος για την ελαστική ανάλυση. Η μέθοδος αυτή βασίζεται σε συγκεντρωμένες ελαστικές ιδιότητες (ελατήρια) τοποθετημένα στη ρίζα του κάθε σώματος. Στο σύστημα που προκύπτει από τη μέθοδο αυτή εφαρμόζεται η μέθοδος της ιδιοδιανυσματικής ανάλυσης για την εύρεση των ιδιομορφών του συστήματος.

Σχετικά με το δεύτερο τμήμα της εργασίας, μέχρι πρόσφατα η βελτιστοποίηση των στρατηγικών ελέγχου εστιαζόταν μόνο στην αύξηση της παραγωγής ισχύος της μηχανής. Τα τελευταία έτη, ωστόσο, έχουν αρχίσει να γίνονται μελέτες για τη σχεδίαση στρατηγικών ελέγχου με στόχο τη μείωση των φορτίων που δέχεται η κατασκευή καθώς και την ενίσχυση της απόσβεσης συγκεκριμένων τμημάτων της Α/Γ αυξάνοντας την απόσβεση της χαμηλότερα αποσβενύμενης ιδιομορφής. Μερικές από τις μελέτες που έχουν γίνει προς αυτήν την κατεύθυνση παρουσιάζονται στη συνέχεια.

- [Bossanyi, E.A., 2003]
- [Bossanyi, E.A., 2000]
- [Leithhead, W.E., Dominguez, S., 2004]

Πιο συγκεκριμένα για την μείωση των φορτίων μέσω αλλαγής της γωνίας βήματος μερικές από τις σχετικές δημοσιεύσεις παρουσιάζονται παρακάτω.

- [Geyler, M., Caselitz, P., 2007]
- [Larsen, T.J., et. al, 2004]

Διαφορετικά είδη ελέγχου με ρύθμιση της γωνίας βήματος των πτερυγίων για τη μείωση φορτίων που έχουν χρησιμοποιηθεί μπορούν να έχουν δύο μορφές. Η πρώτη αφορά τον έλεγχο με ανατροφοδότηση (feedback), που αποτελεί την πιο διαδεδομένη μορφή ελέγχου για τέτοια συστήματα. Η άλλη μορφή ελέγχου που έχει αρχίσει και χρησιμοποιείται είναι αυτή που πάνω στον ελεγκτή με ανατροφοδότηση προσθέτει και έναν ελεγκτή feedforward. Είσοδος στον feedforward ελεγκτή είναι η μετρούμενη ταχύτητα του ανέμου μπροστά από την Α/Γ και έξοδος είναι η αλλαγή στη γωνία βήματος που αθροίζεται σε αυτή του feedback ελεγκτή. Βιβλιογραφικές αναφορές σχετικά με τον feedback/feedforward έλεγχο παρουσιάζονται στη συνέχεια.

- [Laks JH, Pao LY, Wright A. , 2009]
- [Fiona Dunne et.al, 2011]

Δομή της εργασίας

Η εργασία αποτελείται από 7 κεφάλαια και συμπληρώνεται από τρία παραρτήματα.

Το πρώτο κεφάλαιο πραγματεύεται τη δυναμική συμπεριφορά του δυναμικού συστήματος που συνθέτει την Α/Γ. Αρχικά δίνονται οι απαραίτητοι ορισμοί, περιγράφεται η μεθοδολογία που χρησιμοποιείται για τη μοντελοποίηση του συστήματος από τους περισσότερους κώδικες (όπως και από τον GAST) και παρουσιάζεται το μοντέλο, όπως αυτό χρησιμοποιείται στην παρούσα εργασία και οι εξισώσεις που το διέπουν.

Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζεται η αεροδυναμική ανάλυση του δρομέα που ακολουθήθηκε. Γίνεται επίσης η σύζευξη της αεροδυναμικής με τη δυναμική του συστήματος (αεροελαστική σύζευξη ή αεροελαστικότητα). Παρουσιάζονται, τέλος, οι απαραίτητοι για την σύζευξη μετασχηματισμοί.

Το τρίτο κεφάλαιο περιγράφει την ανάλυση ιδιοσυχνοτήτων (eigenvalue analysis) που χρησιμοποιείται για την ανάλυση ευστάθειας του συστήματος.

Στο τέταρτο κεφάλαιο μελετάται η απόκριση συχνότητας του συστήματος (transfer function analysis). Γίνεται ο μετασχηματισμός των αεροελαστικών εξισώσεων σε μορφή καταστάσεων-χώρου (state-space) και παρουσιάζονται οι επιπλέον εξισώσεις του συστήματος κλειστού βρόχου.

Στο πέμπτο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι εξισώσεις του ελεγκτή για τη μείωση των φορτίων του πύργου μέσω αλλαγής της γωνίας βήματος των πτερυγίων του δρομέα.

Το έκτο κεφάλαιο αποτελεί το κεφάλαιο των αποτελεσμάτων. Παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της ανάλυσης ευστάθειας για ακίνητο και κινούμενο σύστημα και η σύγκρισή τους με τα αποτελέσματα του κώδικα GAST [Vasilis A. Riziotis and Spyros G. Voutsinas, NTUA]. Γίνεται παρουσίαση των αποτελεσμάτων της γραμμικής ανάλυσης του συστήματος ανοιχτού βρόχου τα οποία συγκρίνονται με τη μη γραμμική ανάλυση και των αποτελεσμάτων του συστήματος κλειστού βρόχου που συγκρίνονται με αυτά του ανοιχτού. Γίνεται, τέλος, παρουσίαση των αποτελεσμάτων της παραμετρικής ανάλυσης για την επιλογή του βέλτιστου ελεγκτή και φίλτρου του συστήματος ελέγχου, καθώς επίσης και της απόκρισης συχνότητας του συστήματος με τον επιπλέον ελεγκτή.

Στο έβδομο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα συμπεράσματα της εργασίας και οι συστάσεις για περαιτέρω μελέτη.

Η εργασία συμπληρώνεται από τρία παραρτήματα, τα οποία είναι κατά σειρά: τα μητρώα M , C , K του δυναμικού μοντέλου, η γραμμικοποίηση των αεροδυναμικών φορτίων για μόνιμη ροή και τέλος η γραμμικοποίηση των αεροδυναμικών φορτίων ως προς την ταχύτητα του ανέμου για μόνιμη ροή.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο: ΕΛΑΣΤΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

ΜΕΘΟΔΟΣ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗΣ

Βασικοί ορισμοί

Κάθε σύνολο μεταβλητών, το οποίο προσδιορίζει την ακριβή θέση των μελών ενός συστήματος ονομάζεται σύνολο γενικευμένων συντεταγμένων του συστήματος. Συνήθως οι γενικευμένες συντεταγμένες αντιπροσωπεύουν μήκος ή γωνία. Οι συντεταγμένες αυτές συμβολίζονται με q_i ($i=1, \dots, n$, όπου n είναι ο αριθμός των γενικευμένων συντεταγμένων) και για κάθε δυναμικό σύστημα μπορεί να υπάρχουν πολλά διαφορετικά συστήματα γενικευμένων συντεταγμένων.

Σε πολλές περιπτώσεις η κίνηση των μελών ενός δυναμικού συστήματος περιορίζεται από διάφορες κινηματικές συνθήκες ή δεσμούς κίνησης. Έστω ότι η κίνηση ενός δυναμικού συστήματος περιορίζεται από k δεσμούς της μορφής

$$f_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = 0,$$

όπου $\mathbf{q} = (q_1 \dots q_n)^T$ είναι το διάνυσμα των γενικευμένων συντεταγμένων και $\dot{\mathbf{q}} = (\dot{q}_1 \dots \dot{q}_n)^T$ είναι το διάνυσμα των γενικευμένων ταχυτήτων του συστήματος.

Στην περίπτωση αυτή, ο αριθμός των ανεξάρτητων γενικευμένων συντεταγμένων είναι $n-k$ και είναι ίσος με τον αριθμό των βαθμών ελευθερίας του συστήματος.

Με άλλα λόγια, βαθμός ελευθερίας είναι ο αριθμός των ανεξάρτητων τύπων κίνησης που επιτρέπονται σε μία κατασκευή, ή αλλιώς, ο αριθμός των ανεξάρτητων συντεταγμένων που χρειάζονται για να περιγράψουν πλήρως τη διαμόρφωση μιας κατασκευής οποιαδήποτε χρονική στιγμή.

Η κλασσική θεωρία δοκού

Η θεωρία δοκού χρησιμοποιείται από τους περισσότερους κώδικες που υπάρχουν για την ελαστική ανάλυση του προβλήματος. Ο κώδικας GAST του Ε.Μ.Π. με τον οποίο συγκρίνονται τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας χρησιμοποιεί την ανάλυση αυτή. Η θεωρία αυτή περιγράφεται εδώ για λόγους πληρότητας.

Η δυναμική μοντελοποίηση ασχολείται με τη συμπεριφορά των παραμορφώσιμων σωμάτων όταν αυτά υπόκεινται σε φόρτιση. Το μοντέλο Α/Γ που χρησιμοποιήθηκε προσεγγίζει τα τμήματα της Α/Γ ως μονοδιάστατες δομές με τη κλασσική θεωρία δοκού, η οποία περιγράφεται παρακάτω.

Η μονοδιάστατη προσέγγιση στερεών δομών αποτελεί το πιο διαδεδομένο μοντέλο για απλοποίηση των κατασκευών. Τα περισσότερα αεροελαστικά εργαλεία και εργαλεία μηχανικής των κατασκευών βασίζονται σε αυτή τη προσέγγιση για τη δομική μοντελοποίηση των ελαστικών τμημάτων της Α/Γ. Ο βασικός περιορισμός είναι ότι η δομή θα πρέπει να έχει τη μία της διάσταση σημαντικά μεγαλύτερη από τις άλλες δύο. Τότε, σύμφωνα με την ασυμπτωτική ανάλυση η εξάρτηση από τις δύο μικρότερες διαστάσεις εξαλείφεται. Έτσι το πρόβλημα διατυπώνεται με βάση τη μεγαλύτερη διάσταση. Η

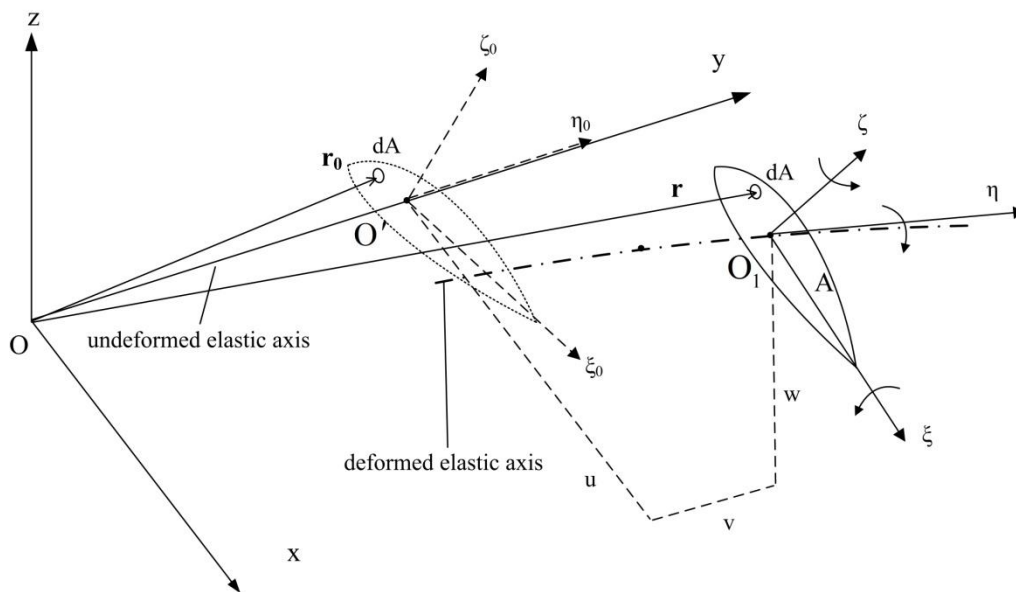
μεγαλύτερη διάσταση είναι ο άξονας της δοκού που ονομάζεται και ελαστικός άξονας. Στο πρόβλημα της Α/Γ που μελετάμε οι ελαστικοί άξονες θεωρούνται ευθύγραμμοι.

Σύμφωνα με την υπόθεση Euler- Bernoulli, κάθε διατομή κατά μήκος του ελαστικού άξονα μπορεί να κινηθεί και να στραφεί μόνο ομοιόμορφα υπό τη δράση των εξωτερικών φορτίων κάμψης, εφελκυσμού και στρέψης. Ωστόσο οι διατομές κατά μήκος του ελαστικού άξονα, παραμένουν απαραμόρφωτες και επίπεδες. Αυτή είναι μία λογική υπόθεση, καθώς οι διαστάσεις των διατομών της δοκού είναι μικρές σε σχέση με τη διάσταση του ελαστικού άξονα. Επιπλέον, οι διατομές στρέφονται με τέτοιο τρόπο ώστε να παραμένουν κάθετες και στον παραμορφωμένο ελαστικό άξονα, δηλαδή η στρέψη είναι αποτέλεσμα μόνο της κάμψης κι έτσι παραμορφώσεις λόγω εγκάρσιας διάτμησης αγνοούνται.

Σύμφωνα με αυτή τη θεωρία, όπως αυτή εφαρμόζεται σε ανεμογεννήτριες, ο πύργος, τα πτερύγια και το μηχανικό υποσύστημα (drive train) συμπεριφέρονται ως δοκοί, οι οποίες υπόκεινται σε συνδυασμό κάμψης, στρέψης και εφελκυσμού. Τα τμήματα της Α/Γ συνδέονται μεταξύ τους σε συγκεκριμένα σημεία : στην κορυφή του πύργου, στη πλήμνη και στη θέση σύνδεσης των πτερυγίων. Στα σημεία σύνδεσης πρέπει να ικανοποιούνται συγκεκριμένες κινηματικές οριακές συνθήκες και συνθήκες φόρτισης.

Κινηματική δοκού

Θεωρούμε το καθολικό καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων $Oxyz$, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1. Ο άξονας y του συστήματος είναι ευθυγραμμισμένος με τον άξονα της δοκού. Η δοκός υπόκειται σε κάμψη σε δύο κατευθύνσεις: στην κατεύθυνση πτερύγισης (flap) και στη lead-lag κατεύθυνση, στον x και z άξονα αντίστοιχα, καθώς και σε εφελκυσμό και στρέψη στην κατεύθυνση y . Το σύστημα αξόνων $O'\xi_0\eta_0\zeta_0$ αποτελεί το τοπικό σύστημα συντεταγμένων για τη μη παραμορφωμένη διατομή, όπου οι άξονες ξ_0 και ζ_0 , έχουν στραφεί σε σχέση με τους άξονες x και z του καθολικού συστήματος μόνο λόγω της συστροφής του πτερυγίου. Τέλος το σύστημα $O_1\xi_1\eta_1\zeta_1$ είναι το τοπικό σύστημα συντεταγμένων της παραμορφωμένης διατομής. Για κάθε τυχαίο σημείο της κατασκευής, τα διανύσματα $\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)^T$ και $\mathbf{r} = (x, y, z)^T$ δηλώνουν τη θέση του στην απαραμόρφωτη και παραμορφωμένη γεωμετρία αντίστοιχα.

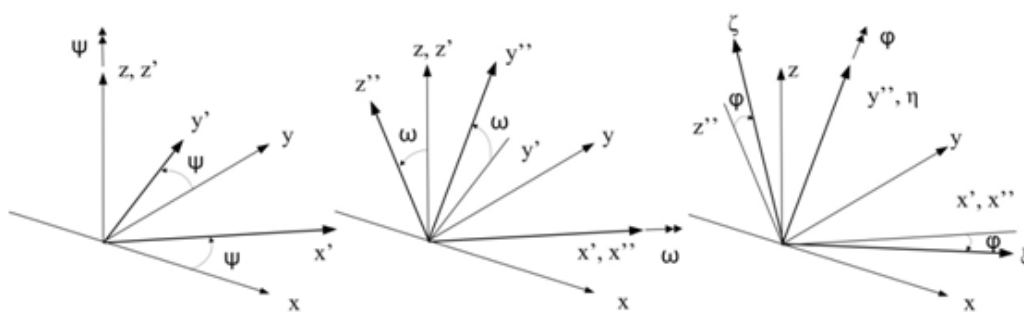


Σχήμα 1: Κινηματική δοκού.

Το διάνυσμα θέσης \mathbf{r} κάθε αυθαίρετου σημείου κατά μήκος της δοκού στην παραμορφωμένη κατάσταση δίνεται από τη γενική έκφραση:

$$\mathbf{r} = \begin{Bmatrix} 0 \\ y \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} + \mathbf{E} \begin{Bmatrix} \xi \\ 0 \\ \zeta \end{Bmatrix} \quad (1)$$

όπου u και w είναι οι δύο μετακινήσεις λόγω της κάμψης στις κατευθύνσεις x και z αντίστοιχα, ενώ v είναι η αξονική μετακίνηση της διατομής που βρισκόταν αρχικά στη θέση y . Ο πίνακας \mathbf{E} , είναι ο πίνακας μετασχηματισμού από το τοπικό σύστημα του παραμορφωμένου συστήματος $O_1\xi\eta\zeta$ στο καθολικό.

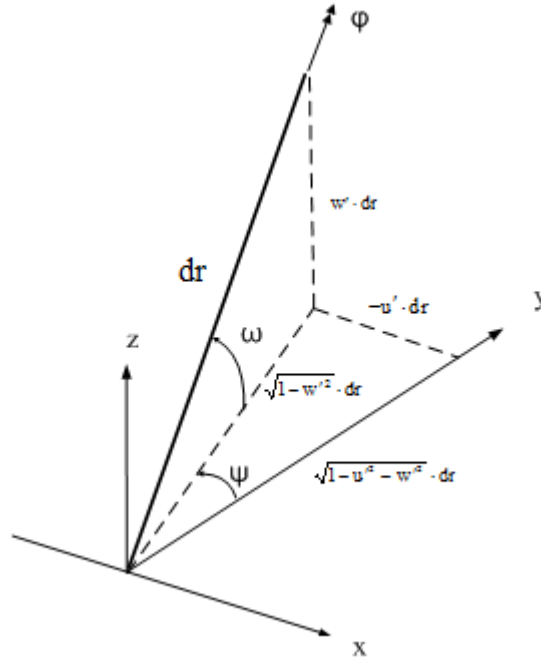


Σχήμα 2: Μετατροπή από το τοπικό σύστημα της διατομής στο καθολικό σύστημα της δοκού.

Χρησιμοποιώντας τις γωνίες Euler ϕ , ψ και ω , όπως αυτές φαίνονται στο Σχήμα 2, το μητρώο \mathbf{E} γράφεται στην ακόλουθη μορφή:

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega & -\sin \omega \\ 0 & \sin \omega & \cos \omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi \end{pmatrix}$$

όπου, οι ψ και ω σχετίζονται άμεσα με τις u και w (τις δύο μετακινήσεις κατά την κάμψη), ενώ η ϕ αντιπροσωπεύει τη παραμόρφωση λόγω στρέψης την επιπέδον της συστροφής.



Σχήμα 3: Σχέση μεταξύ γωνιών Euler και μετατοπίσεων κατά την κατεύθυνση της κάμψης.

Σύμφωνα με το Σχήμα 3, που περιγράφει ένα απειροστό στοιχείο dr της δοκού στην παραμορφωμένη κατάσταση, οι γωνίες Euler ψ και ω μπορούν να εκφραστούν ως συναρτήσεις των u και w , χρησιμοποιώντας τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\cos \omega = \sqrt{1 - \dot{w}^2}, \quad \sin \omega = \dot{w}, \quad \cos \psi = \frac{\sqrt{1 - \dot{u}^2 - \dot{w}^2}}{\sqrt{1 - \dot{w}^2}}, \quad \sin \psi = \frac{-\dot{u}}{\sqrt{1 - \dot{w}^2}}$$

Εκφράζοντας τις γωνίες Euler ως προς το πεδίο μετατοπίσεων των u και w και κρατώντας μόνο τους όρους μέχρι δεύτερης τάξης, το μητρώο \mathbf{E} γίνεται:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_t + \hat{\theta} - \dot{u}\dot{w}) \left(1 - \frac{\dot{u}^2}{2}\right) & \dot{u} & \sin(\theta_t + \hat{\theta} - \dot{u}\dot{w}) \left(1 - \frac{\dot{u}^2}{2}\right) \\ -\dot{u} \cos(\theta_t + \hat{\theta}) + \dot{w} \sin(\theta_t + \hat{\theta}) & 1 - \frac{\dot{u}^2}{2} - \frac{\dot{w}^2}{2} & -\dot{u} \sin(\theta_t + \hat{\theta}) - \dot{w} \cos(\theta_t + \hat{\theta}) \\ -\sin(\theta_t + \hat{\theta}) \left(1 - \frac{\dot{w}^2}{2}\right) & \dot{w} & \cos(\theta_t + \hat{\theta}) \left(1 - \frac{\dot{w}^2}{2}\right) \end{bmatrix}$$

όπου $(\dot{\quad})'$ δηλώνει τη χωρική παράγωγο ως προς τη συντεταγμένη y . Επιπλέον, θ_t είναι η τοπική γωνία του πτερυγίου προ-στροφής, θ η παραμόρφωση της συστροφής ως προς τον καθολικό άξονα y και $\hat{\theta} = \theta + \int_0^y u'' w' dy$, είναι η τοπική παραμόρφωση λόγω στρέψης ως προς τον τοπικό παραμορφωμένο ελαστικό άξονα n , τέτοια ώστε: $\phi = \hat{\theta} + \theta_t$.

Κρατώντας τώρα μόνο τους όρους μέχρι πρώτης τάξης, το μητρώο \mathbf{E} γίνεται:

$$E = \begin{bmatrix} \cos \theta_t - \sin \theta_t * \theta & \dot{u} & \sin \theta_t + \cos \theta_t * \theta \\ -\dot{u} \cos \theta_t + \dot{w} \sin \theta_t & 1 & -\dot{u} \sin \theta_t - \dot{w} \cos \theta_t \\ -\sin \theta_t - \cos \theta_t * \theta & \dot{w} & \cos \theta_t - \sin \theta_t * \theta \end{bmatrix}$$

Εάν υποθέσουμε ότι τα τοπικά συστήματα συντεταγμένων της μη-παραμορφωμένης και της παραμορφωμένης κατάστασης δεν έχουν στραφεί με τη γωνία συστροφής, τότε το διάνυσμα θέσης r της διατομής γράφεται:

$$\begin{aligned} r &= \begin{Bmatrix} 0 \\ y \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & u' & \theta \\ -u' & 1 & -w' \\ -\theta & w' & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ 0 \\ z \end{Bmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & z \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -x \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ \theta \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -x & 0 & -z & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ \theta \end{Bmatrix}' \\ &= r_0 + S^0 \tilde{u} + S^1 \tilde{u}' \end{aligned}$$

όπου το $\tilde{u} = (u, v, w, \theta)^T$ είναι το πεδίο μετατοπίσεων που περιλαμβάνει όλους τους ανεξάρτητους βαθμούς ελευθερίας που αφορούν μετακινήσεις και στροφές.

Από την παραδοχή μικρών μετατοπίσεων προκύπτει ότι:

$$\psi = \frac{\partial w}{\partial y} = w' \text{ και } \omega = -\frac{\partial u}{\partial y} = -u'.$$

Ανάλυση με τη μέθοδο πολλαπλών σωμάτων (multi-body)

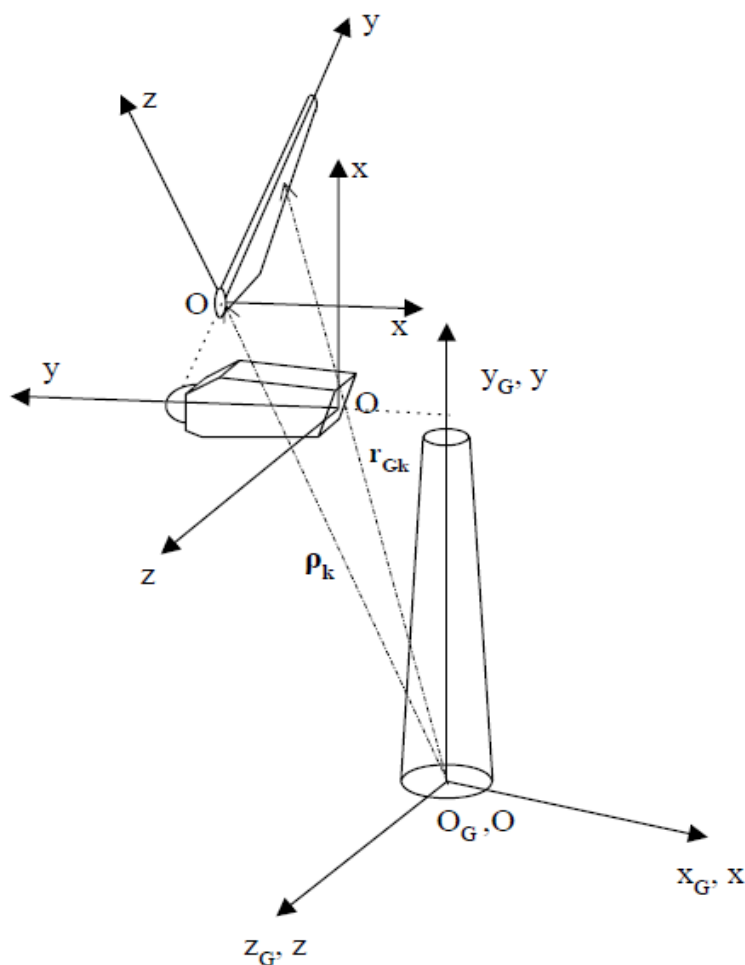
Μέχρι τώρα ασχοληθήκαμε με τη περίπτωση μίας δοκού. Υποθέσαμε, ότι το σύστημα συντεταγμένων $Oxyz$ της δοκού είναι ακίνητο. Έτσι η δοκός παραμορφώνεται μόνο ως προς το ακίνητο σύστημα. Στην περίπτωση της ανεμογεννήτριας όμως, το κάθε τμήμα της όχι μόνο παραμορφώνεται αλλά υποβάλλεται σε κίνηση άκαμπτου σώματος (rigid body motion), όπως για παράδειγμα συμβαίνει με τα πτερύγια, τα οποία περιστρέφονται και αλλάζουν γωνία βήματος. Επιπλέον, καθώς το κάθε σώμα συνδέεται με κάποιο άλλο, ακολουθεί την κίνηση που αυτό επιβάλλει.

Η συμμετοχή των διάφορων κινήσεων του κάθε τμήματος, σε συνδυασμό με το γεγονός, ότι υπάρχει συγκεκριμένο σημείο σύνδεσης μεταξύ των τμημάτων, όπου «επικοινωνούν» οι μετακινήσεις και τα φορτία από το ένα σώμα στο άλλο, επιβάλλει τη διατύπωση της δυναμικής ενός τέτοιου συστήματος σε σχέση με το καθολικό σύστημα συντεταγμένων. Η ανάλυση multi body επιτρέπει τη θεώρηση κάθε σώματος ξεχωριστά από τα άλλα, τα οποία όμως υπόκεινται σε συγκεκριμένες οριακές κινηματικές συνθήκες και δυναμικές συνθήκες σύζευξης ελεύθερου σώματος, κι έτσι επιτρέπεται η προσαρμογή του κάθε σώματος στον πλήρη σχηματισμό.

Σώματα σε κίνηση:

Θεωρούμε το γενικό (αδρανειακό) σύστημα συντεταγμένων $[O;xyz]_G$ και ένα σώμα, από τα συνολικά k , σε κίνηση για το οποίο όλες οι κατασκευαστικές πληροφορίες που έχουμε ορίζονται ως προς το τοπικό σύστημα $[O;xyz]$. Η ελαστική κίνηση του σώματος αυτού ως προς το τοπικό σύστημα ορίζεται σύμφωνα με την εξίσωση (1). Όλες οι υπόλοιπες κινήσεις εκφράζονται μέσω κατάλληλων κινηματικών συνθηκών.

Οι πίνακες \mathbf{R} και \mathbf{A} ορίζουν τη θέση και το προσανατολισμό αντίστοιχα, του συστήματος $[O;xyz]$ ως προς το $[O_G;xyz]_G$ (Σχήμα 4).



Σχήμα 4: Ορισμός συστημάτων συντεταγμένων.

Τότε, εάν $\mathbf{e}_{i,G}$ και \mathbf{e}_i οι βάσεις των δύο συστημάτων:

$$\mathbf{A} = [A_{ij}], \quad A_{ij} = \mathbf{e}_{i,G}^T * \mathbf{e}_j$$

\mathbf{A} είναι το μητρώο στροφής που επιτρέπει το πέρασμα από το τοπικό στο αδρανειακό σύστημα. Το μητρώο $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^T$ κάνει το αντίστροφο.

Θεωρούμε οποιοδήποτε σημείο P του σώματος του οποίου η θέση ως προς τα δύο συστήματα δηλώνεται από τα διανύσματα: \mathbf{r}_G και \mathbf{r} . Τότε:

$$\mathbf{r}_G(P; t) = \mathbf{R}(t) + \mathbf{A}(t) * \mathbf{r}(P; t)$$

Γενικά τα \mathbf{R} και \mathbf{A} θα είναι συναρτήσεις του χρόνου και οι παράγωγοί τους θα ορίζουν τη κίνηση του σώματος σαν να ήταν άκαμπτο. Η ακριβής μορφή των μητρώων αυτών εξαρτάται από τις κινηματικές συνθήκες που εισάγονται όταν το σώμα συνδεθεί με το πλήρες μοντέλο, καθώς επίσης και από τον τύπο της ίδιας της κίνησης. Το μητρώο των κινηματικών βαθμών ελευθερίας ονομάζεται \mathbf{q} και μπορεί να περιλαμβάνει μεγάλες στροφές και μετακινήσεις του άκαμπτου σώματος (rigid body rotations and translations),

καθώς επίσης και κατασκευαστικές αποκλίσεις (μετακινήσεις και στροφές) των σωμάτων των συνδεδεμένων με το σώμα υπό μελέτη. Από τα παραπάνω συνεπάγεται ότι το μητρώο \mathbf{R} ορίζεται ως μία ακολουθία από στοιχειώδεις μετακινήσεις και στροφές, ενώ το μητρώο \mathbf{A} ορίζεται μόνο από μία ακολουθία στοιχειωδών στροφών, ως εξής:

Για μια γωνία στροφής q , τα μητρώα στροφής ως προς τους άξονες x , y , z , είναι τα \mathbf{A}_1 , \mathbf{A}_2 , \mathbf{A}_3 , αντίστοιχα.

$$\mathbf{A}_1^{(q)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q & -\sin q \\ 0 & \sin q & \cos q \end{bmatrix}, \mathbf{A}_2^{(q)} = \begin{bmatrix} \cos q & 0 & \sin q \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin q & 0 & \cos q \end{bmatrix}, \mathbf{A}_3^{(q)} = \begin{bmatrix} \cos q & -\sin q & 0 \\ \sin q & \cos q & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Η γωνία q αντιστοιχεί στον εκάστοτε βαθμό ελευθερίας.

Σημειώνεται εδώ, ότι προκειμένου να επιτευχθεί μία σύνδεση μεταξύ σωμάτων, πέρα από τις κινηματικές συνθήκες, θα πρέπει ικανοποιούνται και συνθήκες φόρτισης, όπως περιγράφεται στην επόμενη παράγραφο. Είναι λοιπόν προφανές, ότι σώματα που συμβάλουν στην κινηματική θα λάβουν ως αντίδραση εξωτερικά φορτία.

Για τον ορισμό της επιτάχυνσης του καθολικού συστήματος χρησιμοποιείται η ακόλουθη έκφραση του διανύσματος θέσης του σημείου P , η οποία χρησιμοποιεί την αρχική του θέση \mathbf{r}_0 για τον ορισμό του:

$$\mathbf{r}(\mathbf{r}_0; t) = \mathbf{r}_0 + \mathbf{S}(\mathbf{r}_0) * \mathbf{u}(\mathbf{r}_0; t)$$

Έτσι, η ταχύτητα και η επιτάχυνση θα είναι:

$$\dot{\mathbf{r}}_G = \dot{\mathbf{R}} + \dot{\mathbf{A}}(\mathbf{r}_0 + \mathbf{S}\mathbf{u}) + \mathbf{A}\mathbf{S}\dot{\mathbf{u}}$$

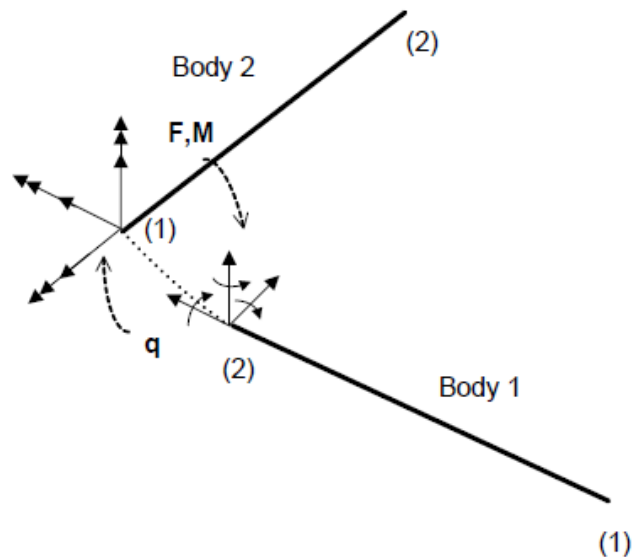
$$\ddot{\mathbf{r}}_G = \ddot{\mathbf{R}} + \ddot{\mathbf{A}}(\mathbf{r}_0 + \mathbf{S}\mathbf{u}) + 2 * \dot{\mathbf{A}}\mathbf{S}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{A}\mathbf{S}\ddot{\mathbf{u}}$$

όπου τα $\dot{\mathbf{R}}$ και $\ddot{\mathbf{R}}$ ορίζουν τη γραμμική ταχύτητα και επιτάχυνση αντίστοιχα, ενώ οι παράγωγοι του μητρώου \mathbf{A} εισάγουν τη γωνιακή ταχύτητα, τη φυγόκεντρη επιτάχυνση και την επιτάχυνση Coriolis.

Σύνδεση σωμάτων:

Στην ενότητα αυτή μελετώνται δύο σώματα συνδεδεμένα σε ένα σημείο, όπως φαίνεται στο Σχήμα 5. Λαμβάνοντας υπ' όψη ότι κάθε σώμα μελετάται ξεχωριστά, τότε για να ληφθούν αποτελέσματα με φυσική σημασία θα πρέπει:

- η θέση του σημείου σύνδεσης να είναι ίδια από οποιοδήποτε σώμα την ορίσουμε,
- η μετακίνηση από το ένα σώμα στο άλλο και αντίστροφα να είναι ομαλή,
- τα αδρανειακά φορτία από οποιοδήποτε σώμα αυτά υπολογίζονται να είναι τα ίδια.



Σχήμα 5: Κινηματικές και δυναμικές συνθήκες σύζευξης.

Οι πρώτες δύο προϋποθέσεις σχετίζονται με τις κινηματικές οριακές συνθήκες, ενώ η τρίτη με τις δυναμικές οριακές συνθήκες. Οι κινηματικές οριακές συνθήκες καθορίζουν τις μετατοπίσεις, ενώ οι δυναμικές οριακές συνθήκες καθορίζουν τα φορτία. Σημειώνεται εδώ, ότι δεν γίνεται να είναι γνωστές και οι δύο οριακές συνθήκες ταυτόχρονα. Εάν καθοριστούν οι μετακινήσεις και οι στροφές τότε λαμβάνονται από τις εξισώσεις ισορροπίας τα φορτία και το αντίστροφο. Έτσι για να ικανοποιηθούν οι τρεις προϋποθέσεις, χρειάζεται εναλλαγή των σχετικών οριακών συνθηκών που ορίζονται στο σημείο σύνδεσης των δύο σωμάτων. Για παράδειγμα, εάν για το σώμα 1 υποθεθεί ότι οι μετατοπίσεις και οι στροφές στο σημείο σύνδεσης είναι γνωστές, τότε είναι δυνατή η επίλυση των εξισώσεων ισορροπίας του. Από την επίλυση των εξισώσεων λαμβάνονται τα εσωτερικά φορτία και οι εσωτερικές ροπές του σημείου σύνδεσης. Αυτά θα εξαρτώνται από τις συγκεκριμένες οριακές συνθήκες, οι οποίες παραμένουν άγνωστες. Εάν όμως, τεθούν τα φορτία αυτά ως οριακές συνθήκες στο ίδιο σημείο αυτή τη φορά για το σώμα 2, τότε η λύση των εξισώσεων ισορροπίας του δεύτερου σώματος θα δώσει τις μετακινήσεις και τις στροφές και έτσι το σύστημα κλείνει.

Εάν υπάρχουν περισσότερα από δύο σώματα συνδεδεμένα μεταξύ τους, τότε επιλέγεται ένα από αυτά για να δώσει τις μετακινήσεις και τις στροφές, ενώ τα υπόλοιπα θα τροφοδοτηθούν από τα εσωτερικά φορτία του σώματος αυτού. Αυτό συμβαίνει στον άξονα του δρομέα. Σημειώνεται ότι αυτή η εναλλαγή μπορεί να εφαρμοστεί το ίδιο για κάθε ζεύγος μετακίνησης και συζευγμένου φορτίου, έτσι ώστε για κάθε μία από τις 6 κινηματικές παραμέτρους (3 μετακινήσεις και 3 στροφές), ένα σώμα να δίνει την κινηματική και να λαμβάνει όλα τα εσωτερικά φορτία από τα άλλα σώματα.

Η περίπτωση αυτή αντιστοιχεί σε μία άκαμπτη σύνδεση (rigid connection). Είναι δυνατά όμως και άλλα είδη σύνδεσης. Για παράδειγμα σε περίπτωση ελέγχου της γωνίας βήματος του πτερυγίου, όπως εφαρμόζεται και στο δικό μας πρόβλημα, η γωνία βήματος είναι παράμετρος που ελέγχεται από το σύστημα ελέγχου και άρα δεν συνεισφέρει σε κανένα από τα συνδεδεμένα σώματα. Σε αυτή τη περίπτωση χρειάζεται να προστεθεί μία επιπλέον

συνθήκη ισορροπίας για να κλείσει το σύστημα των εξισώσεων. Η δυναμική αυτή συνθήκη αντιστοιχεί στην εξίσωση του ελεγκτή (controller).

Ορίζουμε \mathbf{q} τους βαθμούς ελευθερίας του προβλήματος. Οι βαθμοί \mathbf{q} θα είναι: οι κινηματικοί βαθμοί ελευθερίας που σχετίζονται με τις συνθήκες σύζευξης στα σημεία σύνδεσης και οι βαθμοί ελευθερίας που δεν συνεισφέρουν στη σύνδεση των σωμάτων. Έτσι για ένα σύστημα πολλών σωμάτων (multi-body) τα μητρώα θέσης και στροφής που καθορίζουν την κινηματική του κάθε σώματος «k» θα εξαρτώνται από το \mathbf{q} :

$$\mathbf{R}_k = \mathbf{R}_k(\mathbf{q}) \Rightarrow \dot{\mathbf{R}}_k = \frac{\partial \mathbf{R}_k}{\partial q_j} \dot{q}_j, \quad \ddot{\mathbf{R}}_k = \frac{\partial^2 \mathbf{R}_k}{\partial q_i \partial q_j} \dot{q}_i \dot{q}_j + \frac{\partial \mathbf{R}_k}{\partial q_j} \ddot{q}_j$$

$$\mathbf{A}_k = \mathbf{A}_k(\mathbf{q}) \Rightarrow \dot{\mathbf{A}}_k = \frac{\partial \mathbf{A}_k}{\partial q_j} \dot{q}_j, \quad \ddot{\mathbf{A}}_k = \frac{\partial^2 \mathbf{A}_k}{\partial q_i \partial q_j} \dot{q}_i \dot{q}_j + \frac{\partial \mathbf{A}_k}{\partial q_j} \ddot{q}_j$$

Οι παραπάνω εξισώσεις δηλώνουν τον πεπλεγμένο μη-γραμμικό χαρακτήρα κάθε συστήματος πολλών σωμάτων και αυτό ανεξάρτητα από τη δομική προσέγγιση. Για να ξεπεραστεί αυτή η δυσκολία, η γραμμικοποίηση γίνεται με βάση τη σειρά του Taylor.

Ξεκινώντας από το καθολικό σύστημα του σώματος k, μια σειρά από μετατοπίσεις και στροφές θα μας φέρει στο τοπικό σύστημα και το αντίστροφο:

$$\mathbf{r}_{Gk} = \mathbf{R}_*^{q_1^k} * \dots * \mathbf{R}_*^{q_n^k} * \mathbf{P}_*^{q_{n+1}^k} + \mathbf{R}_*^{q_{n+2}^k} * \dots * \mathbf{R}_*^{q_m^k} * \left(\mathbf{P}_*^{q_{m+1}^k} + \dots + \mathbf{R}_*^{q_{l+2}^k} * \dots * \mathbf{R}_*^{q_r^k} * (\mathbf{r}_0 + \mathbf{S}^0 \tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{S}^1 \tilde{\mathbf{u}}') \right) \dots$$

Στη παραπάνω σχέση, τα μητρώα $\mathbf{R}_*^{q_i^k}$ και $\mathbf{P}_*^{q_i^k}$ αντιπροσωπεύουν τη στοιχειώδη στροφή και στοιχειώδη μετατόπιση ορισμένα για μία δεδομένη κατεύθυνση $*$ =1,2,3 (όπου 1 αφορά τον x άξονα, 2 τον y και 3 τον z) και μία δεδομένη στροφή ή μετακίνηση q_i^k .

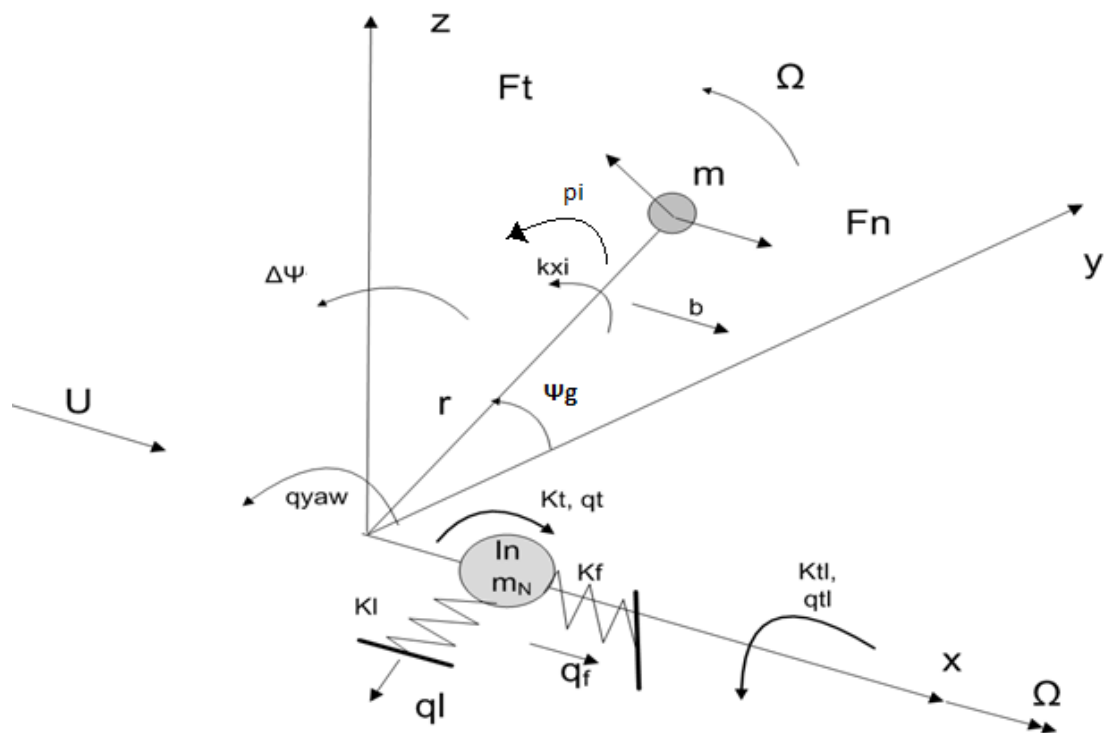
ΣΥΣΤΗΜΑ 16 ΒΑΘΜΩΝ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑΣ

Παρουσίαση του μοντέλου

Το απλό πρότυπο που παρουσιάζεται στη συνέχεια, αποτελεί τη βάση της εργασίας.

Για τη διεξαγωγή της εργασίας χρησιμοποιήθηκε κώδικας σε Fortran, ο οποίος προσομοιώνει τη δυναμική της ανεμογεννήτριας με ένα σύστημα 16 βαθμών ελευθερίας. Οι βαθμοί ελευθερίας είναι σχετικές γωνιακές και γραμμικές μετατοπίσεις μεταξύ γειτονικών τμημάτων της Α/Γ τα οποία θεωρούνται συγκεντρωμένες μάζες.

Ακολουθεί η περιγραφή των βαθμών ελευθερίας.



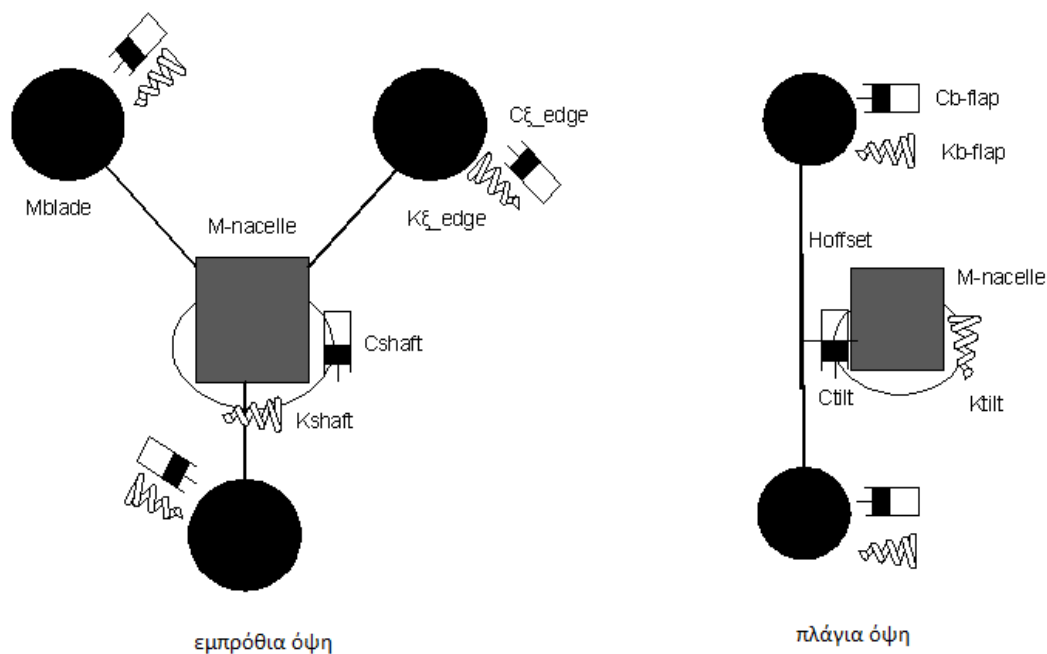
Σχήμα 6: Σύστημα 16 βαθμών ελευθερίας

1. b_1 : γωνιακή απόκλιση κατά την κατεύθυνση πτερύγισης (flap) του πρώτου πτερυγίου
2. k_{x1} : γωνιακή απόκλιση κατά την κατεύθυνση edge του πρώτου πτερυγίου
3. ρ_{i1} : κλίση (pitch) πρώτου πτερυγίου
4. b_2 : γωνιακή απόκλιση κατά την κατεύθυνση πτερύγισης του δεύτερου πτερυγίου
5. k_{x2} : γωνιακή απόκλιση κατά την κατεύθυνση edge του δεύτερου πτερυγίου
6. ρ_{i2} : κλίση (pitch) δεύτερου πτερυγίου
7. b_3 : γωνιακή απόκλιση κατά την κατεύθυνση πτερύγισης του τρίτου πτερυγίου
8. k_{x3} : γωνιακή απόκλιση κατά την κατεύθυνση edge του τρίτου πτερυγίου
9. ρ_{i3} : κλίση (pitch) τρίτου πτερυγίου
10. q_f : γωνιακή απόκλιση του κελύφους (nacelle) ως προς το κατακόρυφο επίπεδο (μπρος-πίσω)
11. q_f : γραμμική μετατόπιση πύργου και κελύφους στο διάμηκες επίπεδο
12. q_{yaw} : γωνιακή απόκλιση yaw του κελύφους
13. q_{tl} : πλευρική γωνιακή απόκλιση του κελύφους ως προς το κατακόρυφο επίπεδο (πλάγια κίνηση)
14. q_l : πλευρική μετατόπιση πύργου και κελύφους
15. $\Delta\Psi$: γωνιακή απόκλιση του άξονα του δρομέα κατά την κατεύθυνση edge
16. Ψ_g : γωνιακή απόκλιση του άξονα του δρομέα κατά την κατεύθυνση edge στη θέση της γεννήτριας ($\Psi_g' = \omega$ [rad/sec])

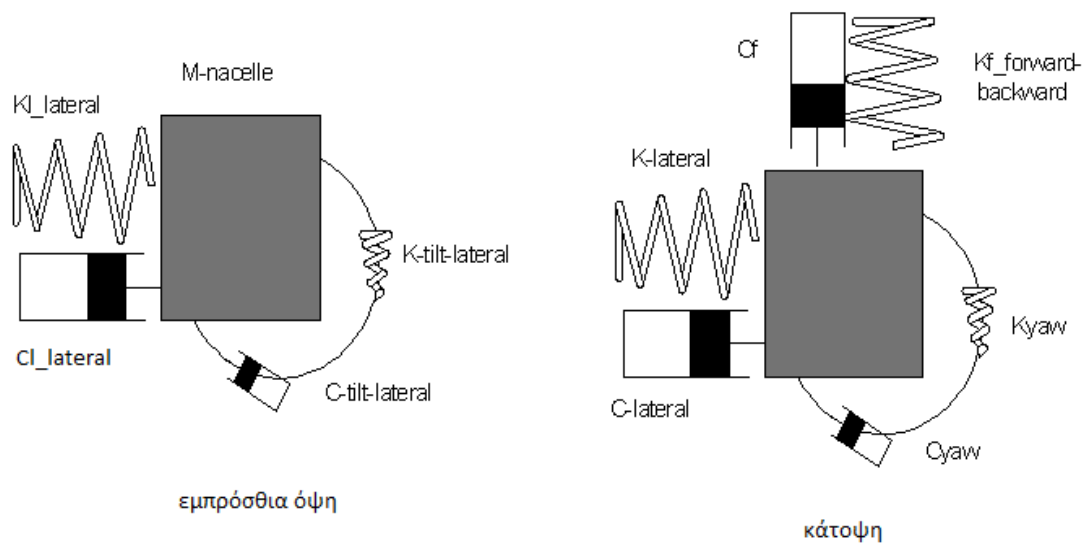
Συγκεντρωτικά, έχουμε τρεις βαθμούς ελευθερίας για το κάθε πτερύγιο (flap, edge και pitch), και επτά βαθμούς ελευθερίας που αφορούν τον πύργο και το κέλυφος (αξονικό σύστημα). Πιο συγκεκριμένα, πύργος και κέλυφος έχουν δυνατότητα να ταλαντώνονται και

να στρέφονται στο διάμηκες και στο εγκάρσιο επίπεδο, ενώ το αξονικό σύστημα έχει την επιπλέον δυνατότητα να στρίψει κατά yaw και να αποκλίνει κατά edge και από τα δύο του άκρα, στη θέση του δρομέα και στη θέση της γεννήτριας ($\Delta\Psi$, Ψ_g). Σημειώνεται ότι ο βαθμός ελευθερίας της γωνιακής μετακίνησης του άξονα του δρομέα στη θέση της γεννήτριας προστέθηκε για να μπορέσει να θεωρηθεί ως είσοδος στο σύστημα ελέγχου που δημιουργήθηκε η ροπή της γεννήτριας. Επιπλέον, η γωνία βήματος του κάθε πτερυγίου (ρ_{i1} , ρ_{i2} , ρ_{i3}) θεωρήθηκε ως βαθμός ελευθερίας λόγω της προσθήκης των ελεγκτών που δρουν στη γωνία βήματος (pitch).

Για την απλοποίηση του προβλήματος, χρησιμοποιούνται συγκεντρωμένες αδρανειακές ιδιότητες, δηλαδή συγκεντρωμένες μάζες. Έτσι, ο πύργος και το κέλυφος μοντελοποιούνται ως μία συγκεντρωμένη μάζα στην κορυφή του πύργου. Συγκεντρωμένα ελατήρια και αποσβεστήρες χρησιμοποιούνται για τη μοντελοποίηση των κινήσεων που επιτρέπονται στο κέλυφος και τον πύργο από τους βαθμούς ελευθερίας του προβλήματος. Οι κινήσεις αυτές αφορούν τους βαθμούς ελευθερίας 10-16, όπως αυτοί παρουσιάστηκαν παραπάνω. Το κάθε πτερύγιο μοντελοποιείται ως μία ράβδος με καταναμημένη μάζα και συγκεντρωμένες ελαστικές ιδιότητες στη ρίζα. Οι ελαστικές ιδιότητες στη ρίζα του κάθε πτερυγίου επιτρέπουν την κίνησή του κατά την κατεύθυνση πτερύγισης (b_1 , b_2 , b_3), την πλάγια κατεύθυνση (k_{x1} , k_{x2} , k_{x3}) καθώς και τη στροφή γύρω από τον άξονά τους (ρ_{i1} , ρ_{i2} , ρ_{i3}). Τα φορτία είναι και αυτά συγκεντρωμένα και ασκούνται πάνω στις συγκεντρωμένες μάζες. Το μοντέλο είναι καθαρά δυναμικό, όπως παρουσιάζεται στα παρακάτω σχήματα:



Σχήμα 8: Δυναμικό μοντέλο Α/Γ 1.



Σχήμα 9: Δυναμικό μοντέλο Α/Γ 2.

Δυναμικές εξισώσεις συστήματος

Για ένα σώμα σε ισορροπία τα εξωτερικά φορτία πρέπει να εξισορροπούνται με τις αντίστοιχες αντιδράσεις του σώματος. Για την έκφραση της ισορροπίας αυτής χρησιμοποιούνται οι εξισώσεις του Lagrange οι οποίες και αποτελούν τις χαρακτηριστικές εξισώσεις του συστήματος υπό μελέτη.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial q_j} \right) = Q_j = \sum_i f_i \frac{\partial r_i}{\partial q_j}, \quad L = T - U$$

όπου: T, η κινητική ενέργεια του μοντέλου:

$$T = \frac{1}{2} \int_0^R m(r) dr * \dot{r}^T * \dot{r}$$

U, η δυναμική ενέργεια του μοντέλου:

$$U = \frac{1}{2} K_{(q)} * q_j^2$$

q_j , οι ανεξάρτητοι βαθμοί ελευθερίας του προβλήματος, και Q_j , τα εξωτερικά φορτία:

$$Q_j = \frac{\delta W}{\delta q_j}, \quad \delta W = \sum_j f_i \frac{\partial r_i}{\partial q_j} * \delta q_j$$

όπου δW , το έργο των εξωτερικών δυνάμεων.

Κάθε μία από τις παραπάνω εξισώσεις αντιπροσωπεύει τη συνθήκη ισορροπίας για τον κάθε βαθμό ελευθερίας. Εάν ο βαθμός ελευθερίας είναι μετακίνηση, τότε η εξίσωση θα

εκφράζει τη δυναμική ισορροπία των δυνάμεων, ενώ εάν ο βαθμός ελευθερίας είναι στροφή, τότε η εξίσωση ισορροπίας θα εκφράζει την ισορροπία των ροπών.

Για το σύστημα των 16 βαθμών που περιγράφηκε πιο πάνω και σύμφωνα με τα προηγούμενα, το διάνυσμα θέσης r ενός τυχαίου σημείου πάνω στο πτερύγιο ως προς το καθολικό σύστημα συντεταγμένων είναι:

$$\mathbf{r}_G = \begin{Bmatrix} q_f(t) \\ q_l(t) \\ 0 \end{Bmatrix} + \mathbf{A}_2^{(qt)} * \mathbf{A}_1^{(qtl)} * \mathbf{A}_3^{(qyaw)} * \mathbf{A}_1^{(\Psi g)} * \begin{Bmatrix} -Hofst \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \mathbf{A}_1^{(\Delta\Psi)} * \mathbf{A}_1^{(\Psi g)} * \mathbf{A}_1^{(kx)} * \mathbf{A}_3^{(b)} * \begin{Bmatrix} 0 \\ r \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Με τη βοήθεια του Mathematica, αφού οριστεί το διάνυσμα r υπολογίζονται οι εξισώσεις ισορροπίας του κάθε βαθμού ελευθερίας. Η απλοποίηση που γίνεται, καθώς το μέγεθος των μετακινήσεων και των στροφών που εκφράζουν οι βαθμοί ελευθερίας είναι μικρό, είναι η εξής:

$$\cos q = 1, \quad \sin q = q$$

Γραμμικοποίηση γίνεται για τον βαθμό ελευθερίας Ψ_g (16), του οποίου η παράγωγος αποτελεί τη γωνιακή ταχύτητα του δρομέα, καθώς το μέγεθός του δεν μπορεί να θεωρηθεί μικρό. Η τυπική διαδικασία είναι η εισαγωγή της επέκτασης του Taylor. Η εξίσωση ισορροπίας γράφεται σε σχέση με την απόκλιση, η οποία θεωρείται πολύ μικρή έτσι ώστε να μηδενίζονται οι όροι δεύτερης τάξης. Πιο συγκεκριμένα θεωρούμε ότι ο βαθμός ελευθερίας γράφεται:

$$\Psi_g = \Psi_{g0} + \delta\Psi_g, \quad \dot{\Psi}_g = \dot{\Psi}_g + \delta\dot{\Psi}_g, \quad \ddot{\Psi}_g = \ddot{\Psi}_g + \delta\ddot{\Psi}_g$$

Θεωρούμε το $\delta\Psi_g$ πολύ μικρό έτσι ώστε να ισχύει η παραπάνω απλοποίηση, ενώ το Ψ_{g0} θα είναι: $\Psi_{g0} = \omega * t$.

Οι δυναμικές εξισώσεις του συστήματος μπορούν, μετά από μία απλή ανακατάταξη των όρων τους, να γραφούν στη μορφή:

$$M\ddot{\mathbf{q}} + C\dot{\mathbf{q}} + K\mathbf{q} = Q \quad (2)$$

όπου: M,C,K: τα δυναμικά μητρώα μάζας, απόσβεσης και δυσκαμψίας αντίστοιχα,

\mathbf{q} : το διάνυσμα των 16 βαθμών ελευθερίας,

$\ddot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}$: η δεύτερη και πρώτη παράγωγος του διανύσματος των βαθμών ελευθερίας ως προς τον χρόνο αντίστοιχα. Η πρώτη παράγωγος θα δώσει τις ταχύτητες των παραμορφώσεων και η δεύτερη τις επιταχύνσεις των παραμορφώσεων.

Q : το εξωτερικό φορτίο που δέχεται η κατασκευή, το οποίο για το δυναμικό μέρος του προβλήματος είναι σταθερό και το θεωρούμε ίσο με το μηδέν.

Τα δυναμικά μητρώα M, C, K του συγκεκριμένου προβλήματος των 16 βαθμών ελευθερίας παρουσιάζονται στο Παράρτημα 1.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο: ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΑΕΡΟΕΛΑΣΤΙΚΗ ΣΥΖΕΥΞΗ

Το δυναμικό πρόβλημα μετασχηματίζεται όταν προστεθεί σε αυτό η ροή του αέρα. Λόγω της αλληλεπίδρασης του στερεού με το ρευστό δημιουργείται η λεγόμενη σύζευξη και το πρόβλημα ονομάζεται συζευγμένο.

Αεροδυναμική

Μοντελοποίηση τοπικής αεροδυναμικής σε διατομή δρομέα:

Έστω δP τα αεροδυναμικά φορτία ανά μονάδα μήκους του πτερυγίου. Τα φορτία αυτά μπορούν να εκφραστούν σε σχέση με τις αδιάστατες ιδιότητες της διατομής και μάλιστα με τους συντελεστές της άνωσης C_L , της αντίστασης C_D , και της ροπής C_M . Εάν θεωρήσουμε τη διατομή του πτερυγίου του σχήματος 10, τότε τα τοπικά αεροδυναμικά φορτία δίνονται από τις ακόλουθες εκφράσεις:

$$\delta P_x = -\delta L \sin(\varphi + \theta_y) + \delta D \cos(\varphi + \theta_y) = (-C_L \sin(\varphi + \theta_y) + C_D \cos(\varphi + \theta_y)) \frac{\rho}{2} W_{eff}^2 c$$

$$\delta P_z = -\delta L \cos(\varphi + \theta_y) + \delta D \sin(\varphi + \theta_y) = (C_L \cos(\varphi + \theta_y) + C_D \sin(\varphi + \theta_y)) \frac{\rho}{2} W_{eff}^2 c$$

$$\delta M_y = \delta M_p = C_M \frac{\rho}{2} W_{eff}^2 c$$

όπου δL , δD είναι οι τοπικές δυνάμεις άνωσης και αντίστασης, δM_y η ροπή της στροφής της γωνίας βήματος, φ η τοπική γωνία ροής ως προς το επίπεδο του δρομέα και θ_y η τοπική γωνία βήματος του πτερυγίου χωρίς να περιλαμβάνει την τοπική παραμόρφωση λόγω στρέψης, W_{eff} είναι η τοπική σχετική ταχύτητα και c η τοπική χορδή του πτερυγίου. Σημειώνεται ότι η θ_y εκτός από την ελεγχόμενη ή σταθερή γωνία βήματος του πτερυγίου περιλαμβάνει επίσης και τη στροφή του πτερυγίου ως προς τον άξονα y που είναι αποτέλεσμα της καθολικής κίνησης του δρομέα λόγω της ελαστικότητας της κατασκευής που τον στηρίζει (άξονας, νασέλα, πύργος). Για παράδειγμα κλίση του πύργου θα προσδώσει μία στροφή στο πτερύγιο κατά τον άξονα y , όταν αυτό είναι οριζόντιο.

Θεωρώντας ότι οι ταχύτητες είναι γνωστές, τα τοπικά χαρακτηριστικά της ροής (γωνία και ταχύτητα) δίνονται από τις ακόλουθες εκφράσεις:

$$\tan \varphi = \frac{(U_{wz} - \dot{W}_B \cos \theta_y + \dot{U}_B \sin \theta_y)(1 - a)}{(U_{wz} - \dot{W}_B \sin \theta_y - \dot{U}_B \cos \theta_y)(1 + a')} = \frac{U_{effz}}{U_{effx}} \quad (3)$$

$$W_{eff} = \sqrt{U_{effx}^2 + U_{effz}^2}$$

$$\alpha_{eff} = \varphi + \theta_t + \theta_y + \theta_y$$

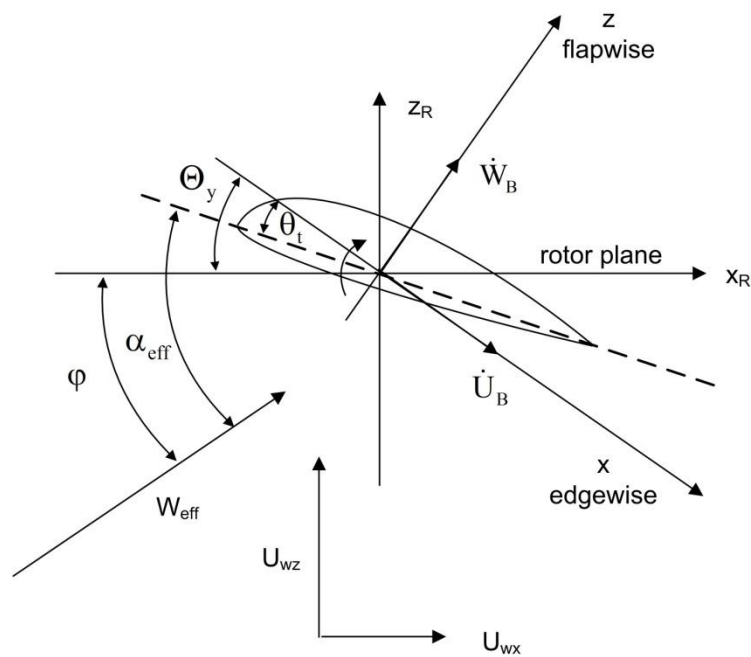
όπου α_{eff} είναι η τοπική γωνία πρόσπτωσης, θ_t είναι η τοπική συστροφή του πτερυγίου (η οποία λαμβάνεται θετική κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού, αντίθετα με τη συνηθισμένη σύμβαση), U_{wx} και U_{wz} είναι οι συνιστώσες της ταχύτητας του ανέμου, a και a' είναι οι συντελεστές αξονικής και περιφερειακής επαγωγής αντίστοιχα, \dot{U}_B και \dot{W}_B είναι οι τοπικές ταχύτητες του πτερυγίου στις κατευθύνσεις flap και edge αντίστοιχα (που

περιλαμβάνουν και την κίνηση άκαμπτου σώματος και την ελαστική παραμόρφωση) και Θ_y η τοπική γωνία στροφής του πτερυγίου. Οι ταχύτητες \dot{U}_B και \dot{W}_B μπορούν να γραφούν στη μορφή:

$$\dot{U}_B = \dot{u}_B^G + \dot{u}$$

$$\dot{W}_B = \dot{w}_B^G + \dot{w}$$

όπου \dot{u} και \dot{w} είναι οι τοπικές αποκλίσεις του πτερυγίου, ενώ \dot{u}_B^G και \dot{w}_B^G είναι οι ταχύτητες-αποτέλεσμα της καθολικής κίνησης του δρομέα λόγω της ελαστικότητας της κατασκευής που τον στηρίζει. Για παράδειγμα μπρος-πίσω κίνηση του πύργου θα αυξήσει την κίνηση του πτερυγίου στην κατεύθυνση πτερύγισης.



Σχήμα 10: Βασικά μεγέθη σε τομή πτερυγίου.

Για τον χειρισμό της ροής του αέρα χρησιμοποιείται η προσέγγιση «frozen wake». Εάν η ροή θεωρηθεί «παγωμένη», τότε κάθε διαταραχή που προκαλεί η αντίδραση του δρομέα δεν αλλάζει τα επαγωγικά χαρακτηριστικά της ροής. Έτσι όταν η εξίσωση (3) εκφράζεται για μία διαταραχή, οι όροι $(1 - a)$ και $(1 + a')$ δεν πολλαπλασιάζονται με τις ταχύτητες της διαταραχής.

Γραμμικοποίηση της αεροδυναμικής:

Υποθέτουμε αεροδυναμικά μόνιμη κατάσταση, τότε οι τοπικοί συντελεστές άνωσης C_L , αντίστασης C_D , ροπής C_M είναι συναρτήσεις μόνο της γωνίας ροής α_{eff} . Στην περίπτωση αυτή γραμμικοποίηση των εξωτερικών αεροδυναμικών φορτίων είναι απλή. Λαμβάνοντας τη μορφή των αεροδυναμικών φορτίων που παρουσιάστηκε στην προηγούμενη παράγραφο η γραμμικοποιημένη μορφή έχει ως εξής:

$$\begin{Bmatrix} \delta P_x \\ \delta P_y \\ \delta P_z \\ \delta M_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \delta P_x^0 \\ 0 \\ \delta P_z^0 \\ \delta M_y^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \Theta_y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \Theta_y} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial(\delta M_y)}{\partial \Theta_y} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta u_B^G \\ \delta v_B^G \\ \delta w_B^G \\ \delta \Theta_y \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{u}_B^G} & 0 & \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{w}_B^G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{u}_B^G} & 0 & \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{w}_B^G} & 0 \\ \frac{\partial(\delta M_y)}{\partial \dot{u}_B^G} & 0 & \frac{\partial(\delta M_y)}{\partial \dot{w}_B^G} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \dot{u}_B^G \\ \delta \dot{v}_B^G \\ \delta \dot{w}_B^G \\ \delta \dot{\Theta}_y \end{Bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \theta_y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \theta_y} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial(\delta M_y)}{\partial \theta_y} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta u \\ \delta v \\ \delta w \\ \delta \theta_y \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{u}} & 0 & \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{w}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{u}} & 0 & \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{w}} & 0 \\ \frac{\partial(\delta M_y)}{\partial \dot{u}} & 0 & \frac{\partial(\delta M_y)}{\partial \dot{w}} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \dot{u} \\ \delta \dot{v} \\ \delta \dot{w} \\ \delta \dot{\theta}_y \end{Bmatrix}$$

έχοντας λάβει υπ' όψη ότι το φορτίο κατά την κατεύθυνση y (δP_y) είναι ίσο με το μηδέν λόγω του διδιάστατου χαρακτήρα της μεθόδου των στοιχείων περυγώσης. Υπολογισμός των παραγώγων των αεροδυναμικών φορτίων ως προς τις ταχύτητες και τις παραγώγους των ταχυτήτων παρουσιάζεται στο Παράρτημα 2.

Η αεροδυναμική απόσβεση (damping)

Στην προηγούμενη ανάλυση, το εξωτερικό φορτίο ήταν δεδομένο και ανεξάρτητο των βαθμών ελευθερίας του προβλήματος. Στην αεροελαστικότητα όμως, η αεροδυναμική φόρτιση εξαρτάται από τη παραμόρφωση και τις παραγώγους της ως προς τον χρόνο. Είναι δηλαδή: $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$. Για χρόνο ίσο με t^n η εξίσωση (2) θα δώσει:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}^{(n)} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}^{(n)} + \mathbf{K}\mathbf{q}^{(n)} = \mathbf{Q}(\mathbf{q}^{(n)}, \dot{\mathbf{q}}^{(n)})$$

Επεκτείνοντας το δεύτερο μέλος της εξίσωσης προκύπτει:

$$M\ddot{q}^{(n)} + \left(C - \frac{\partial Q}{\partial \dot{q}}\right)\dot{q}^{(n)} + \left(K - \frac{\partial Q}{\partial q}\right)q^{(n)} = Q(q^{(n-1)}, \dot{q}^{(n-1)}) - \frac{\partial Q}{\partial \dot{q}}\dot{q}^{(n-1)} - \frac{\partial Q}{\partial q}q^{(n-1)}$$

Στην οποία, οι παράγωγοι: $\frac{\partial Q}{\partial \dot{q}}$ και $\frac{\partial Q}{\partial q}$ είναι υπολογισμένες για χρόνο t^{n-1} . Οι επιπλέον όροι στο αριστερό μέλος της εξίσωσης αντιπροσωπεύουν τροποποιήσεις στο μητρώο απόσβεσης και ελαστικότητας (damping και stiffness) εξ' αιτίας της αεροελαστικής σύζευξης. Το πιο σημαντικό από τα δύο είναι η απόσβεση καθώς επηρεάζει σημαντικά την ευστάθεια του συστήματος. Μετά τη γραμμικοποίησή τους οι εξισώσεις φέρονται στη μορφή:

$$M(t)\ddot{q} + C(t)\dot{q} + K(t)q = Q \quad (4)$$

αντίστοιχα με το δυναμικό σύστημα, με τη διαφορά ότι τα μητρώα μάζας, απόσβεσης και δυσκαμψίας δεν είναι σταθερά, αλλά εξαρτώνται από τον χρόνο.

Η εξίσωση αυτή λύνεται με τη διαδικασία της ιδιοδιανυσματικής ανάλυσης η οποία περιγράφεται στην αντίστοιχη παράγραφο.

Μετασχηματισμός από το στρεφόμενο στο μη στρεφόμενο σύστημα

Προσθέτοντας το αεροδυναμικό κομμάτι, το σύστημα αποκτά περιοδικούς συντελεστές. Έτσι τα μητρώα μάζας, απόσβεσης και ελαστικότητας εξαρτώνται πλέον από τον χρόνο. Η εξάλειψη του χρόνου από τους συντελεστές πραγματοποιείται με μετασχηματισμό των βαθμών ελευθερίας και των εξισώσεων. Για τη περιγραφή των στρεφόμενων βαθμών ελευθερίας στο αδρανειακό ή μη-στρεφόμενο σύστημα εισάγεται ο μετασχηματισμός Coleman. Στη συνέχεια εφαρμόζεται μετασχηματισμός στις στρεφόμενες εξισώσεις.

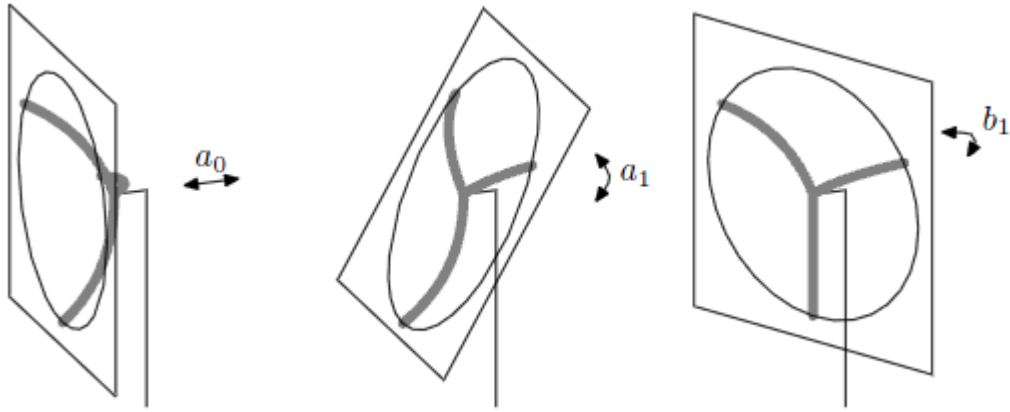
Μετασχηματισμός στους βαθμούς ελευθερίας

Ο μετασχηματισμός χρησιμοποιεί multi-blade συντεταγμένες, οι οποίες για τρίπτερο δρομέα είναι:

$$a_0 = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 u_j, \quad a_1 = \frac{2}{3} \sum_{j=1}^3 \cos(\psi_j) u_j, \quad b_1 = \frac{2}{3} \sum_{j=1}^3 \sin(\psi_j) u_j$$

Όπου: $\psi_j = \psi_1 + 2\pi(j-1)/3$, $\psi_1 = \Omega * t$, η γωνία αζιμουθίου για το πτερύγιο υπ'

αριθμόν j και u_j ένα σετ μεταβλητών κατάστασης, οι οποίες είναι πανομοιότυπες στο τοπικό σύστημα του πτερυγίου. Εάν το u_j αναπαριστά κίνηση κατα την κατεύθυνση πτερύγισης (flap) και $j=0$, όταν το πτερύγιο j είναι προς τα κάτω, τότε το Σχήμα 11 δείχνει ότι το a_0 είναι η συμμετρική flap κίνηση, το a_1 είναι η tilt κίνηση του δρομέα και το b_1 είναι η yaw κίνηση του δρομέα. Εάν το u_j αναπαριστά κίνηση κατά την edge κατεύθυνση, τότε το a_0 είναι η συμμετρική edge κίνηση συζευγμένη με τον άξονα (drive-train), το a_1 είναι η οριζόντια κίνηση του δρομέα και το b_1 είναι η κατακόρυφη κίνηση του δρομέα.



Σχήμα 11: Multi-blade συντεταγμένες κατά την κατεύθυνση flap σε τρίπτερη Α/Γ.

Ο αντίστροφος μετασχηματισμός μπορεί να γραφεί σε μορφή πινάκων, ως εξής:

$$\mathbf{u} = \mathbf{B}_u(t)\mathbf{z}$$

όπου: $\mathbf{u} = \{u_1 \ u_2 \ u_3\}^T$, $\mathbf{z} = \{a_0 \ a_1 \ b_1\}^T$ και

$$\mathbf{B}_u(t) = \begin{bmatrix} 1 & \cos(\psi_1(t)) & \sin(\psi_1(t)) \\ 1 & \cos(\psi_2(t)) & \sin(\psi_2(t)) \\ 1 & \cos(\psi_3(t)) & \sin(\psi_3(t)) \end{bmatrix}$$

όπου ο \mathbf{B}_u έχει τις ευνοϊκές ιδιότητες: $\mathbf{B}_u^{-1}(t) = \boldsymbol{\mu}\mathbf{B}_u^T(t)$ και $\dot{\mathbf{B}}_u(t) = \mathbf{B}_u(t)\bar{\boldsymbol{\omega}}$, όπου $\boldsymbol{\mu}$ και $\bar{\boldsymbol{\omega}}$ σταθεροί γνωστοί πίνακες. Ο πίνακας μετασχηματισμού $\mathbf{B}_u(t)$ μπορεί να επεκταθεί σε έναν πίνακα $\mathbf{B}(t)$ ο οποίος να περιλαμβάνει μετασχηματισμούς για όλες τις μεταβλητές κατάστασης που αντιστοιχούν στα πτερύγια, καθώς επίσης και απλούς περιστροφικούς μετασχηματισμούς για μεταβλητές κατάστασης στρεφόμενων τμημάτων εκτός των πτερυγίων, όπως είναι ο άξονας, και τέλος τον μετασχηματισμό ταυτότητα για τα μη στρεφόμενα μέρη. Έτσι ο πίνακας $\mathbf{B}(t)$ μετασχηματίζει τις αρχικές μεταβλητές κατάστασης στο αδρανειακό σύστημα, κι έτσι το ισοτροπικό σύστημα μετατρέπεται σε σύστημα χρονικά αμετάβλητο.

Κάνοντας το μετασχηματισμό που προαναφέραμε, κάθε ποσότητα του στρεφόμενου συστήματος μπορεί να γραφεί στην ακόλουθη μορφή, ως προς τη γωνία αζιμουθίου:

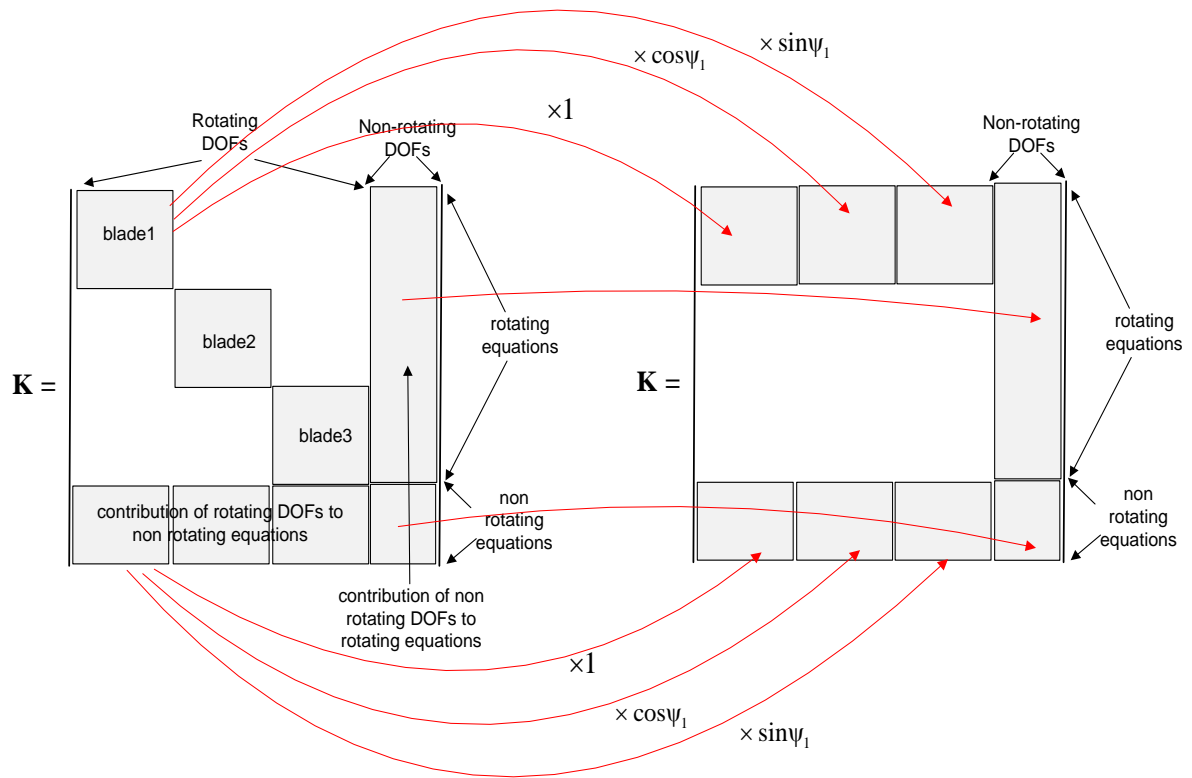
$$u_j = a_0 + a_1 \cos(\psi_j(t)) + b_1 \sin(\psi_j(t))$$

Λόγω της αξονικής συμμετρίας η έκφραση για τα διαφορετικά πτερύγια θα είναι η ίδια με μια μετατόπιση στη φάση.

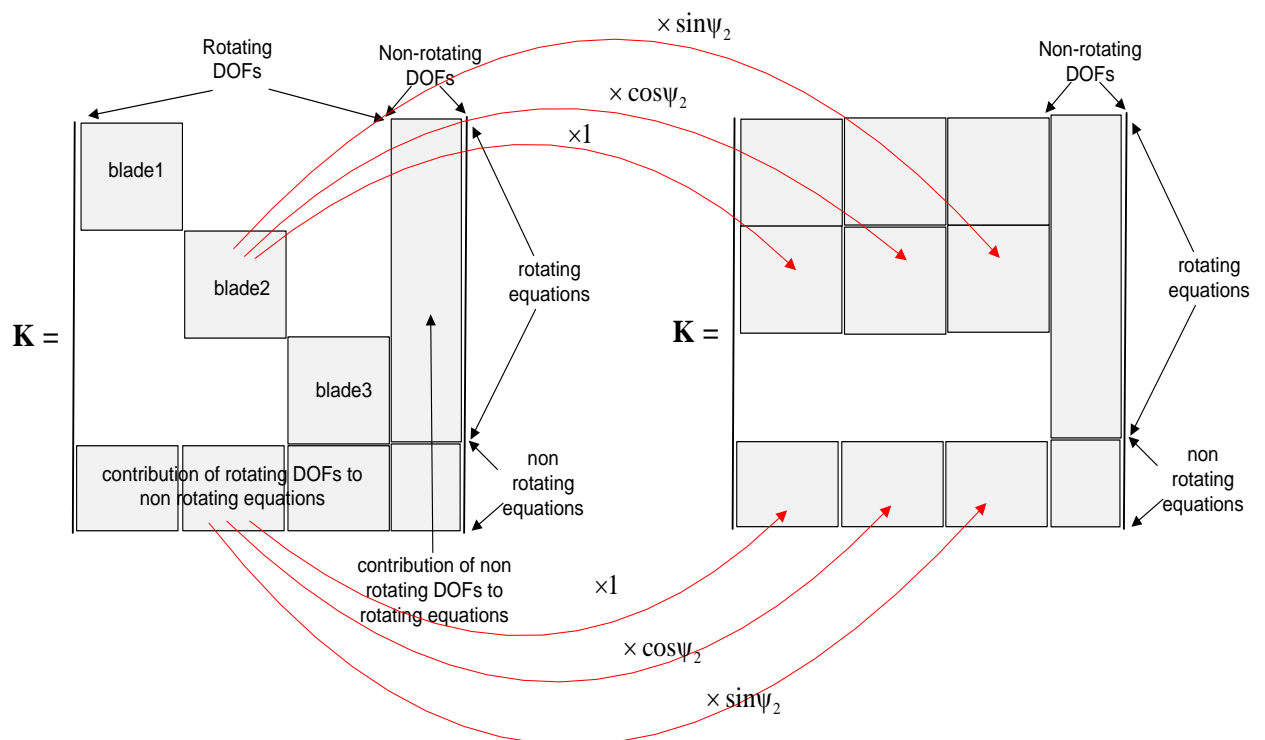
$$\dot{u}_j = \dot{a}_0 + (\dot{a}_1 + b_1 * \Omega) \cos(\psi_j(t)) + (b_1 - a_1 * \Omega) \sin(\psi_j(t))$$

$$\begin{aligned} \ddot{u}_j = & \ddot{a}_0 + (\ddot{a}_1 + 2 * \dot{b}_1 * \Omega - a_1 * \Omega^2) \cos(\psi_j(t)) \\ & + (\ddot{b}_1 - 2 * \dot{a}_1 * \Omega - b_1 * \Omega^2) \sin(\psi_j(t)) \end{aligned}$$

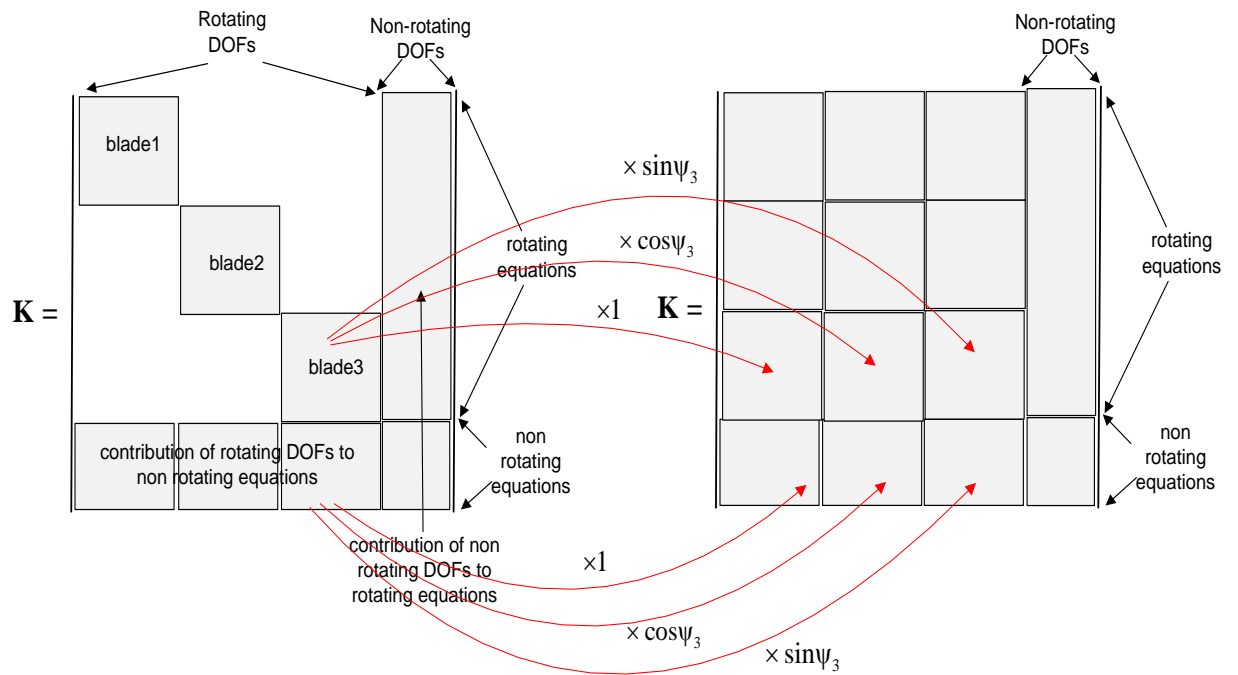
Στα παρακάτω σχήματα (Σχήμα 12 – 14) φαίνεται πως μετασχηματίζεται το μητρώο της δυσκαμψίας λόγω του μετασχηματισμού των βαθμών ελευθερίας.



Σχήμα 12: Μετασχηματισμός βαθμών ελευθερίας πρώτου πτερυγίου (και όσων επηρεάζονται από αυτό) μητρώου δυσκαμψίας.



Σχήμα 13: Μετασχηματισμός βαθμών ελευθερίας δεύτερου πτερυγίου (και όσων επηρεάζονται από αυτό) μητρώου δυσκαμψίας.



Σχήμα 14: Μετασχηματισμός βαθμών ελευθερίας τρίτου περυγίου (και όσων επηρεάζονται από αυτό) μητρώου δυσκαμψίας.

Μετασχηματισμός των στρεφόμενων εξισώσεων

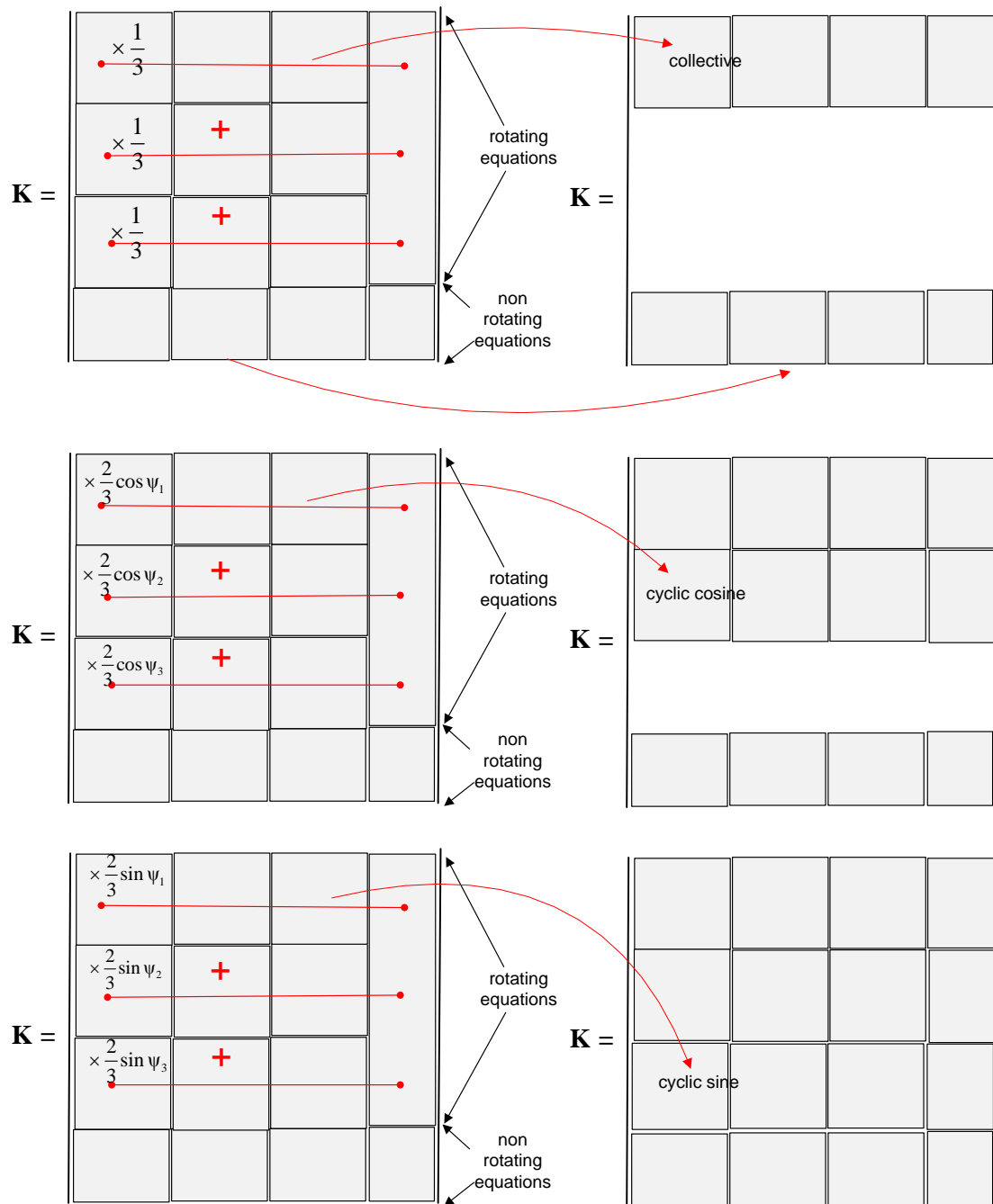
Οι στρεφόμενες εξισώσεις, που εκφράζουν τη δυναμική των πτερυγίων στο στρεφόμενο σύστημα, μετασχηματίζονται και αυτές στο μη-στρεφόμενο σύστημα, ως εξής:

$$(\text{μη στρεφόμενη εξίσωση})_1 = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 (\text{στρεφόμενη εξίσωση})_j$$

$$(\text{μη στρεφόμενη εξίσωση})_2 = \frac{2}{3} \sum_{j=1}^3 (\text{στρεφόμενη εξίσωση})_j * \cos \psi_j$$

$$(\text{μη στρεφόμενη εξίσωση})_3 = \frac{2}{3} \sum_{j=1}^3 (\text{στρεφόμενη εξίσωση})_j * \sin \psi_j$$

Ακολουθεί το Σχήμα 15, όπου φαίνεται ο μετασχηματισμός των εξισώσεων πάνω στο, ήδη μετασχηματισμένο ως προς τους βαθμούς ελευθερίας, μητρώο δυσκαμψίας.



Σχήμα 15: Μετασχηματισμός των εξισώσεων στο μη στρεφόμενο σύστημα.

Τα μητρώα μάζας και απόσβεσης μετασχηματίζονται κατά τον ίδιο τρόπο με μόνη διαφορά ότι το μητρώο της απόσβεσης συνεισφέρει (δηλαδή προσθέτει όρους) στο μητρώο δυσκαμψίας και το μητρώο μάζας συνεισφέρει και στο μητρώο απόσβεσης και στο μητρώο δυσκαμψίας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο: ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ- ΕΥΣΤΑΘΕΙΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

Ανάλυση ιδιοσυχνοτήτων χωρίς και με εξωτερική διέγερση

Η ιδιοδιανυσματική ανάλυση παρέχει τις δυναμικές ιδιότητες ενός συστήματος λύνοντας τη χαρακτηριστική του εξίσωση, η οποία αποτελείται από τα μητρώα μάζας, απόσβεσης και δυσκαμψίας (ελαστικότητας). Οι δυναμικές ιδιότητες ενός συστήματος είναι οι ιδιομορφές του, δηλαδή οι φυσικές ιδιομορφές (natural mode shapes) και οι φυσικές ιδιοσυχνότητες (natural frequencies). Για αεροελαστικά συστήματα, όπως αυτό που μελετάται εδώ, πρέπει να ληφθεί υπ' όψη και η αεροδυναμική. Σε αυτή τη περίπτωση η φασματική ανάλυση θα δώσει, εκτός από τα modes και την απόσβεση (logarithmic decrement).

Οι ιδιοσυχνότητες θα είναι μιγαδικοί αριθμοί και η λύση, λ , του συστήματος ανάλογη με το $e^{\lambda t}$. Έτσι αν το πραγματικό μέρος του λ είναι μεγαλύτερο από το 0, ($Re(\lambda) > 0$), το σύστημα είναι ασταθές και η απόκριση αυξάνεται εκθετικά.

Αντίθετα, ένα σύστημα είναι ευσταθές εάν μπορεί να αποσβέσει κάθε ταλάντωση που το διεγείρει. Η απόκριση ενός συστήματος σχετίζεται με τα modes του εάν αυτό είναι γραμμικό ή σχεδόν γραμμικό. Τα περισσότερα συστήματα, όπως και το σύστημα της ανεμογεννήτριας που μελετάται εδώ, είναι μη-γραμμικά και απαιτείται γραμμικοποίησή τους.

Σύστημα σε ελεύθερη ταλάντωση (ομογενές πρόβλημα):

Αρχικά περιγράφεται ο τρόπος λύσης του προβλήματος χωρίς εξωτερική διέγερση, και άρα, χωρίς να ληφθεί υπ' όψη η αεροδυναμική. Η δυναμική εξίσωση του κάθε βαθμού ελευθερίας παράγεται από την εξίσωση Lagrange και φέρεται στη μορφή της εξίσωσης (2).

Θέτουμε: $x_1 = \dot{q}$ και $x_2 = q$, όπου q το διάνυσμα των βαθμών ελευθερίας.

Έτσι το σύστημα μετασχηματίζεται στη μορφή:

$$M * \dot{x}_1 + C * x_1 + K * x_2 = 0$$

καθώς $\dot{x}_2 = x_1$

Γράφοντας τις παραπάνω εξισώσεις σε μορφή πινάκων, προκύπτει:

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -C & -K \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}$$

Πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη επί τον αντίστροφο της μάζας, δηλαδή λύνοντας ως προς τη παράγωγο των x_1 και x_2 , έχουμε:

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} M^{-1} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -C & -K \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}$$

Κάνοντας τις πράξεις προκύπτει τελικά:

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -M^{-1}C & -M^{-1}K \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix},$$

το οποίο γράφεται:

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} = \mathbf{A} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix},$$

$$\text{όπου } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -M^{-1}C & -M^{-1}K \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Το σύστημα αυτό έχει λύση της παρακάτω μορφής. Η λύση αυτή προϋποθέτει ότι το σύστημα έχει σταθερούς συντελεστές.

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} c_1 * e^{\lambda_1 t} \\ c_2 * e^{\lambda_2 t} \end{Bmatrix} = [\Phi_1 \quad \Phi_2] * \begin{Bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \end{Bmatrix} = \Phi * q(t)$$

Αντικαθιστώντας τη λύση αυτή στην εξίσωσή μας, έχουμε:

$$\Phi_i * \lambda_i * e^{\lambda_i t} = \mathbf{A} * \Phi_i * e^{\lambda_i t}$$

για κάθε i .

$$\text{προκύπτει τελικά: } (\mathbf{A} - \lambda_i I)\Phi_i = 0 \quad \text{και: } \det(\mathbf{A} - \lambda_i I) = 0$$

$$\text{και αφού: } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -M^{-1}C & -M^{-1}K \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \text{ η ορίζουσα θα γίνει: } \det \begin{bmatrix} -M^{-1}C - \lambda & -M^{-1}K \\ 1 & -\lambda \end{bmatrix} = 0$$

Το πολυώνυμο που προκύπτει είναι το εξής:

$$\lambda^2 + 2\zeta\omega\lambda + \omega^2 = 0$$

όπου:

- Η ω αποτελεί τη κυκλική ιδιοσυχνότητα του συστήματος με μονάδες rad/sec και ορισμό: $\omega = \sqrt{\frac{K}{M}}$
η ίδια πληροφορία εκφράζεται και μέσω της ποσότητας f , η οποία καλείται ιδιοσυχνότητα, έχει μονάδες Hz , και ορίζεται ίση προς: $f = \frac{\omega}{2\pi}$
- η ποσότητα ζ καλείται λόγος απόσβεσης, είναι αδιάστατο μέγεθος και ορίζεται ως εξής: $\zeta = \frac{C}{2\omega M}$. Όσο υψηλότερη είναι η τιμή του λόγου απόσβεσης, τόσο μεγαλύτερη είναι και η μείωση πλάτους και ενέργειας των ταλαντώσεων.

Οι λύσεις του πολυωνύμου είναι είτε πραγματικοί, είτε συζυγείς μιγαδικοί αριθμοί λ_1 και λ_2 , οι οποίοι καθορίζουν τη μορφή της απόκρισης:

$$\lambda_{1,2} = -\zeta\omega \pm i\omega\sqrt{1 - \zeta^2}$$

Η εξίσωση αυτή, βάσει της τιμής του λόγου απόσβεσης, διαθέτει για μη αρνητική απόσβεση δύο βασικές λύσεις. Ενδιαφέρει εδώ η υποκρίσιμη απόσβεση ($0 < \zeta < 1$) για την οποία η λύση είναι της μορφής:

$$x(t) = Ae^{-\zeta\omega t} \sin(\omega_n t + \varphi),$$

όπου ω_n η ιδιοσυχνότητα αποσβενόμενης ταλάντωσης.

Υπολογίζεται επίσης και η λογαριθμική μείωση ως εξής: $d = 2\pi \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}$

Σύστημα με εξωτερική διέγερση:

Προσθέτοντας δεδομένη εξωτερική φόρτιση, το σύστημα που καλούμαστε να λύσουμε έχει μη μηδενικό το δεύτερο μέλος. Η αεροδυναμική φόρτιση αγνοείται και εδώ κι έτσι τα μητρώα M,C,K είναι και σε αυτήν τη περίπτωση σταθερά και ανεξάρτητα του χρόνου:

$$M * \ddot{q} + C * \dot{q} + K * q = Q$$

Σε μορφή πινάκων, η εξίσωση θα γίνει:

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q} \\ \dot{q} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C & K \\ -I & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q} \\ q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Θέτοντας $x = (\dot{q}^T \quad q^T)^T$, έχουμε τελικά:

$$\tilde{M}\dot{x} + \tilde{K}x = \tilde{Q}$$

Λύνοντας ως προς \dot{x} , προκύπτει:

$$\dot{x} = \tilde{M}^{-1}(-\tilde{K}x + \tilde{Q})$$

ή

$$\dot{x} = Ax + B$$

Το σύστημα χαρακτηρίζεται από τις ιδιομορφές ϕ_i και τις ιδιοτιμές λ_i του πίνακα **A**, όπου $i=1,..,n$ και δηλώνει τη διάσταση του συστήματος:

$$(A - \lambda I) * \phi_i = 0 \quad \text{και} \quad |A - \lambda_i I| = 0$$

Όταν η εξωτερική δύναμη που επιβάλλεται είναι αρμονική διέγερση της μορφής: $Q(t) = F_0 \cos \Omega t$, τότε το χαρακτηριστικό πολυώνυμο παίρνει τη μορφή:

$$\lambda^2 + 2\zeta\omega\lambda + \omega^2 = F_0 \cos \Omega t$$

Η εξίσωση αυτή αποτελεί μία μη ομογενή διαφορική εξίσωση δευτέρας τάξεως με σταθερούς συντελεστές και η λύση της είναι:

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t)$$

όπου $x_h(t)$ η ομογενής λύση και $x_p(t)$ η μερική λύση.

Η ομογενής λύση είναι ίδια με τη λύση του συστήματος ελεύθερης ταλάντωσης, ενώ η μερική λύση (που είναι και μόνιμη λύση του συστήματος) έχει τη μορφή: $x_p(t) = X \cos(\Omega t - \theta)$, όπου θ η διαφορά φάσης μεταξύ της διέγερσης και της απόκρισης της μερικής λύσης.

Εξ' αιτίας της συνύπαρξης των δύο αυτών λύσεων, το δυναμικό σύστημα θα κινηθεί όπως υπαγορεύει η σύνθεση των προαναφερθέντων κινήσεων, δηλαδή όπως υπαγορεύει η παραπάνω εξίσωση. Σε συστήματα με απόσβεση, βασικό χαρακτηριστικό της ομογενούς λύσης είναι ότι εξαφανίζεται (μηδενίζεται) μετά από κάποιο χρόνο. Αντιθέτως, η κίνηση λόγω της επιβολής της εξωτερικής διέγερσης δεν υφίσταται κάποια εξασθένηση, συνεπώς η συγκεκριμένη κίνηση θα παραμείνει ακόμα και όταν η κίνηση λόγω επιβολής αρχικών συνθηκών μηδενισθεί. Καθίσταται λοιπόν φανερό, ότι μετά την παρέλευση ικανοποιητικού χρονικού διαστήματος, θα παραμείνει μόνον η κίνηση λόγω του διεγέρτη. Αυτή η κατάσταση κίνησης καλείται 'μόνιμη κατάσταση' (steady state) διότι δεν πρόκειται να μεταβληθεί περαιτέρω. Επειδή, δε, περιγράφεται από τη μερική λύση $x_p(t)$, έπεται ότι η φυσική ερμηνεία της μερικής λύσεως είναι η περιγραφή της μόνιμης κατάστασης του δυναμικού συστήματος. Αντιθέτως, η κατάσταση κίνησης λόγω της ομογενούς λύσης στα συστήματα με απόσβεση εξαφανίζεται και γι' αυτό καλείται και 'μεταβατική κατάσταση' (transient state).

Με άλλα λόγια, όταν απουσιάζει ο διεγέρτης, το σύστημα ταλαντώνεται με συχνότητα, η οποία καθορίζεται αποκλειστικά από τις αρχικές συνθήκες και τα χαρακτηριστικά του συστήματος (μάζα, σταθερά απόσβεσης, σταθερά ελατηρίου). Όταν, όμως, επιβάλλεται εξωτερική αρμονική διέγερση, τότε το σύστημα, από ένα σημείο και έπειτα, θα 'ξεχάσει' την ταλάντωσή του λόγω των αρχικών συνθηκών και θα συνεχίσει να ταλαντώνεται επ' άπειρον με τη συχνότητα του διεγέρτη. Έτσι, στην περίπτωση αυτή τα χαρακτηριστικά του συστήματος δεν καθορίζουν τη συχνότητα της ταλάντωσης αλλά παίζουν καθοριστικό ρόλο στο πλάτος της ταλάντωσης.

Σύστημα με αεροδυναμικά φορτία

Η ίδια διαδικασία ακολουθείται και για την περίπτωση που προστεθεί αεροδυναμικό φορτίο. Τα μητρώα M , C , K όμως εξαρτώνται από τον χρόνο. Η εξίσωση του συστήματος έχει τη μορφή της εξίσωσης (2):

$$M(t)\ddot{q} + C(t)\dot{q} + K(t)q = Q$$

Για τη λύση του συστήματος αυτού ακολουθείται η εξής διαδικασία:

Θεωρούμε όλο το σετ των μη-γραμμικών αεροελαστικών εξισώσεων. Το πρώτο βήμα είναι να δημιουργήσουμε μια περιοδική λύση. Αυτό είναι απαραίτητο έτσι ώστε να γραμμικοποιηθούν οι εξισώσεις γύρω από την περιοδική αυτή λύση. Για την εύρεση της λύσης, οι μη-γραμμικές εξισώσεις παραγωγίζονται στο χρόνο μέχρι να βρεθεί μια περιοδική, σε σχέση με τη γωνιακή ταχύτητα του δρομέα, απόκριση. Σε περίπτωση ασταθών συνθηκών οι υπολογισμοί δίνουν μια απόκριση η οποία περιέχει σημαντικές συνιστώσες σε όλες τις βασικές συνθήκες. Στην περίπτωση αυτή, μέσω του μετασχηματισμού Fourier, διατηρούνται μόνο τα μέρη που σχετίζονται με την περιστροφική συχνότητα ($1/P$) και τα βασικά πολλαπλάσιά της (N/P , όπου N ο αριθμός των πτερυγίων). Σύμφωνα με αυτή τη λύση, το σύστημα μετασχηματίζεται σε μορφή διαταραχής.

Στο σύστημα αυτό εφαρμόζεται ο μετασχηματισμός στρεφόμενου συστήματος και στους βαθμούς ελευθερίας και τις εξισώσεις όπως περιγράφηκε στην προηγούμενη παράγραφο. Παράγονται έτσι δυναμικές εξισώσεις κίνησης με σταθερούς συντελεστές και έτσι η ανάλυση ιδιοσυχνοτήτων παρέχει απευθείας τις δυναμικές ιδιότητες του συστήματος.

Οι νέες εξισώσεις του συστήματος είναι γενικές και εφαρμόζονται και για γραμμικά και για μη-γραμμικά προβλήματα. Η απόκριση του μη γραμμικού προβλήματος δίνεται αν λυθούν επαναληπτικά οι γραμμικοποιημένες εξισώσεις μέχρι να εξαλείφουν οι διαταραχές.

Ειδικά για τον δέκατο-έκτο βαθμό ελευθερίας που προστέθηκε (Ψ_g) ήταν απαραίτητη μια αλλαγή στον μετασχηματισμό. Η Fourier κάνει ανάλυση σε σχεδόν περιοδικές συναρτήσεις. Η σχέση όμως της γωνιακής απόκλισης του δρομέα με τον χρόνο είναι σχεδόν γραμμική. Άρα για τη συγκεκριμένη συνάρτηση θεωρείται ως μετασχηματισμένη μορφή η τελευταία περίοδος της γωνιακής ταχύτητας σε σχέση με τον χρόνο.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο: ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ (TRANSFER FUNCTION ANALYSIS)

Εξισώσεις συστήματος ανοιχτού βρόχου

Το σύστημα των αεροελαστικών εξισώσεων (συμπεριλαμβανομένης της γραμμικοποιημένης μορφής των αεροδυναμικών φορτίων) έτσι όπως αυτό υπολογίστηκε από τα προηγούμενα έχει τη μορφή:

$$M * \ddot{q} + C * \dot{q} + K * q = Q \quad (5)$$

όπου:

$q =$

$$\{b_1 \quad kx_1 \quad \rho i_1 \quad b_2 \quad kx i_2 \quad \rho i_2 \quad b_3 \quad kx i_3 \quad \rho i_3 \quad q_t \quad q_f \quad q_{yaw} \quad q_{tl} \quad q_l \quad \Delta \Psi \quad \Psi g\}^T$$

Για τη μετατροπή του συστήματος σε μορφή καταστάσεως χώρου (state-space) είναι απαραίτητο να οριστούν οι εισόδοι και οι έξοδοι του συστήματος.

Μεταβλητές εισόδου:

Για το συγκεκριμένο πρόβλημα αποφασίστηκαν μεταβλητές εισόδου να είναι: η μετωπική ταχύτητα του ανέμου, η απαιτούμενη γωνία βήματος και η απαιτούμενη ροπή γεννήτριας. Έτσι το μητρώο των μεταβλητών εισόδου θα είναι:

$$u = \{U_{wz}, p_d, M_{gen}\}^T$$

Η ταχύτητα του ανέμου εμφανίζεται μόνο στα αεροδυναμικά φορτία. Για τη μετατροπή λοιπόν του συστήματος σε state-space, όπου η ταχύτητα του ανέμου αποτελεί είσοδο στο σύστημα, τα αεροδυναμικά φορτία θα πρέπει να παραγωγιστούν όχι μόνο ως προς τους ελαστικούς βαθμούς ελευθερίας, αλλά και ως προς την ταχύτητα του ανέμου. Με τον τρόπο αυτό μπορεί να αναλυθούν οι διαταραχές στην ταχύτητα του ανέμου και η επίδρασή τους στα αεροδυναμικά φορτία. Η γραμμικοποιημένη μορφή των αεροδυναμικών φορτίων παρουσιάζεται στην επόμενη παράγραφο.

Οι άλλες δύο μεταβλητές εισόδου, η απαιτούμενη γωνία βήματος και ροπή γεννήτριας θα εμφανιστούν σε συγκεκριμένες εξισώσεις των βαθμών q . Η απαιτούμενη γωνία βήματος θα εμφανιστεί στις εξισώσεις της πραγματικής γωνίας βήματος των πτερυγίων, δηλαδή στις εξισώσεις 3, 6 και 9. Χρησιμοποιώντας ένα δεύτερης τάξης φίλτρο για τη μοντελοποίηση της δυναμικής του επενεργητή, προκύπτουν οι ακόλουθες εξισώσεις που δίνουν την πραγματική γωνία βήματος των τριών πτερυγίων:

$$\ddot{q}_i + 2 * \beta_0 * \omega_0 * \dot{q}_i + \omega_0^2 q_i = \omega_0^2 * P_d$$

όπου $i=3,6,9$ για το κάθε πτερύγιο αντίστοιχα και ω_0 και β_0 το εύρος συχνοτήτων και ο ρυθμός απόσβεσης του φίλτρου. Η παραπάνω εξίσωση γράφεται σε μορφή καταστάσεως χώρου ως εξής:

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & -2 * \beta_0 * \omega_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ \omega_0^2 \end{Bmatrix} P_d$$

$$x_1 = q_i, \quad x_2 = \dot{q}_i$$

Η γραμμικοποιημένη μορφή της παραπάνω εξίσωσης είναι:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \delta \dot{x}_1 \\ \delta \dot{x}_2 \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & -2 * \beta_0 * \omega_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ \omega_0^2 \end{Bmatrix} \delta P_d + \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & -2 * \beta_0 * \omega_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1^0 \\ x_2^0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ \omega_0^2 \end{Bmatrix} P_d^0 - \begin{Bmatrix} \dot{x}_1^0 \\ \dot{x}_2^0 \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

Με παρόμοιο τρόπο, η απαιτούμενη ροπή γεννήτριας θα εμφανιστεί μόνο στις εξισώσεις του συστήματος του άξονα, drive train (15 και 16), οι οποίες θα γραφούν ως εξής:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} I_{shaft} + 3J_b & I_{shaft} + 3J_b \\ 0 & I_{gen} + I_{shaft} + 3J_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \ddot{q}_{15} \\ \delta \ddot{q}_{16} \end{Bmatrix} &+ \begin{bmatrix} c_{shaft} & 0 \\ -c_{shaft} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \dot{q}_{15} \\ \delta \dot{q}_{16} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{shaft} & 0 \\ -k_{shaft} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta q_{15} \\ \delta q_{16} \end{Bmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \delta M_{gen} + \begin{Bmatrix} 0 \\ M_{gen}^0 \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} I_{shaft} + 3J_b & I_{shaft} + 3J_b \\ 0 & I_{gen} + I_{shaft} + 3J_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_{15}^0 \\ \ddot{q}_{16}^0 \end{Bmatrix} \\ &- \begin{bmatrix} c_{shaft} & 0 \\ -c_{shaft} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_{15}^0 \\ \dot{q}_{16}^0 \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} k_{shaft} & 0 \\ -k_{shaft} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_{15}^0 \\ q_{16}^0 \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

Μεταβλητές εξόδου:

Στη συνέχεια ορίζονται οι μεταβλητές εξόδου. Ως μεταβλητές εξόδου αποφασίζονται τα μεγέθη: γωνιακή ταχύτητα δρομέα, γωνιακή ταχύτητα της γεννήτριας, πραγματική γωνία βήματος πρώτου πτερυγίου και επιτάχυνση της κορυφής του πύργου. Άρα το μητρώο μεταβλητών εξόδου θα είναι:

$$y = \{ \Omega_{gen}, \quad \Omega_{rot}, \quad p^1, \quad a_{tower+nac} \}^T$$

Όπου:

$$\Omega_{gen} = \dot{q}_{16}$$

$$\Omega_{rot} = \dot{q}_{15} + \dot{q}_{16}$$

$$p^1 = q_3$$

$$a_{tower+nac} = \ddot{q}_{11}$$

Σημειώνεται εδώ ότι στον κώδικα που χρησιμοποιήθηκε αριθμός των μεταβλητών εξόδου ίσος με 7. Μηδενικές τιμές παίρνουν οι μεταβλητές 4, 5 και 6, ενώ οι υπόλοιπες (1,2,3,7) αντιστοιχούν στις μεταβλητές εξόδου που παρουσιάστηκαν με τη σειρά που παρουσιάστηκαν. Αυτό γίνεται για να είναι δυνατή η χρήση του script της Matlab που χρησιμοποιείται για την επίλυση του συστήματος και περιγράφεται στην παράγραφο των αποτελεσμάτων.

Μορφή καταστάσεως χώρου

Λαμβάνοντας υπ' όψη τη μορφή των εξισώσεων της απαιτούμενης γωνίας βήματος και ροπής γεννήτριας, καθώς επίσης και τη μορφή της ασταθούς αεροδυναμικής που εξετάζεται στην επόμενη παράγραφο, το δεύτερης τάξης σύστημα (5) γίνεται:

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = Q + Q_u \delta u \quad (6)$$

Το σύστημα (6) μπορεί να μετατραπεί σε πρώτης τάξης εφαρμόζοντας τον ακόλουθο μετασχηματισμό:

$$x = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{q} - M^{-1}Q_u' \delta u \end{Bmatrix}$$

Και άρα το σύστημα γίνεται:

$$\dot{x} = Ax + B\delta u + F \quad (7)$$

$$\text{Όπου: } A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}, \quad B = \begin{Bmatrix} M^{-1}Q_u' \\ M^{-1}Q_u - M^{-1}CM^{-1}Q_u' \end{Bmatrix}, \quad F = \begin{Bmatrix} 0 \\ M^{-1}Q \end{Bmatrix},$$

εφόσον ο πίνακας M είναι αντιστρέψιμος.

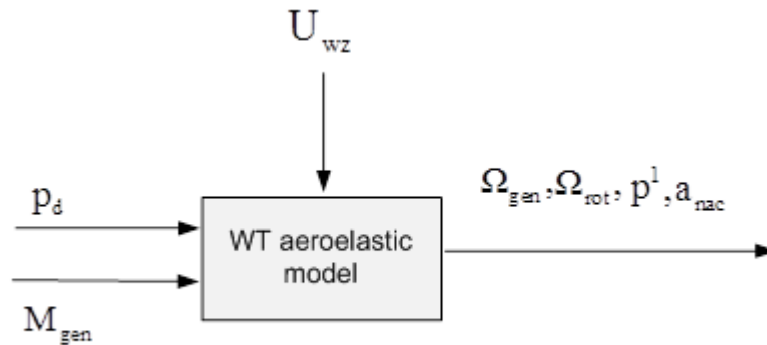
Το μητρώο των μεταβλητών εξόδου φέρεται εύκολα σε μορφή καταστάσεως χώρου:

$$y = Cx + D\delta u$$

μέσω μιας απλής μετάθεσης των μεταβλητών εξόδου y και των μεταβλητών κατάστασης και εισόδου x και δu . Σημειώνεται εδώ ότι όταν η έξοδος είναι η επιτάχυνση της κορυφής του πύργου, τότε η μεταβλητή εξόδου θα τεθεί ίση με την εξίσωση (6):

$$y_k = (-M^{-1}Kx_1 - M^{-1}Cx_2 + (M^{-1}Q_u - M^{-1}CM^{-1}Q_u')\delta u + M^{-1}Q)^i$$

όπου k ο αριθμός της μεταβλητής εξόδου και i ο αριθμός της μεταβλητής κατάστασης που ισούται με το y_k , εδώ $i=27$. Το διάγραμμα του συστήματος ανοιχτού βρόχου φαίνεται στο Σχήμα 16.



Σχήμα 16: Διάγραμμα συστήματος ανοιχτού βρόχου.

Γραμμικοποίηση αεροδυναμικών εξισώσεων ως προς την ταχύτητα του ανέμου για μόνιμη κατάσταση

Η γραμμικοποίηση των φορτίων θα είναι ίδια με πριν με τη διαφορά ότι θα προστεθεί ο όρος που πολλαπλασιάζεται με τη μεταβολή της ταχύτητας του ανέμου:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \delta P_x \\ \delta P_y \\ \delta P_z \\ \delta M_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta P_x^0 \\ 0 \\ \delta P_z^0 \\ \delta M_y^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \Theta_y} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \Theta_y} \\ 0 & 0 & \frac{\partial(\delta M_y)}{\partial \Theta_y} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta u_B^G \\ \delta w_B^G \\ \delta \Theta_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{u}_B^G} & \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{w}_B^G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{u}_B^G} & \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{w}_B^G} & 0 \\ \frac{\partial(\delta M_y)}{\partial \dot{u}_B^G} & \frac{\partial(\delta M_y)}{\partial \dot{w}_B^G} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta \dot{u}_B^G \\ \delta \dot{w}_B^G \\ \delta \dot{\Theta}_y \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \theta_y} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \theta_y} \\ 0 & 0 & \frac{\partial(\delta M_y)}{\partial \theta_y} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta u \\ \delta w \\ \delta \theta_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{u}} & \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \dot{w}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{u}} & \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \dot{w}} & 0 \\ \frac{\partial(\delta M_y)}{\partial \dot{u}} & \frac{\partial(\delta M_y)}{\partial \dot{w}} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta \dot{u} \\ \delta \dot{w} \\ \delta \dot{\theta}_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial U_{wz}} \\ 0 \\ \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial U_{wz}} \\ \frac{\partial(\delta M_y)}{\partial U_{wz}} \end{bmatrix} \cdot \delta U_{wz}
 \end{aligned}$$

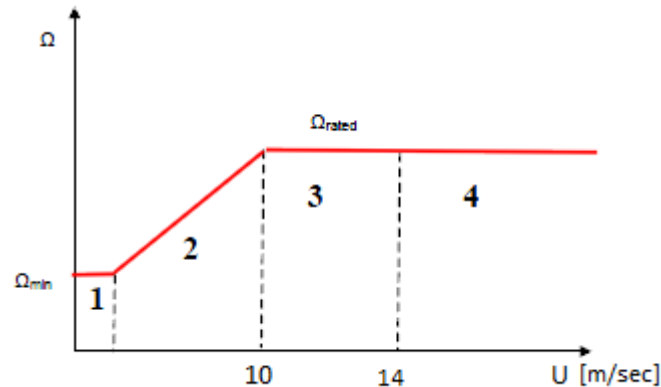
Στο Παράρτημα 3 παρουσιάζονται οι παράγωγοι των αποκλίσεων και των ταχυτήτων τους ως προς την ταχύτητα του αέρα.

Εξισώσεις συστήματος κλειστού βρόχου- βασικός ελεγκτής

Ο ελεγκτής (controller) της συγκεκριμένης Α/Γ αποτελείται από τέσσερα διαφορετικά στάδια λειτουργίας. Το πρώτο στάδιο (mode 1) χαρακτηρίζεται από σταθερές στροφές του δρομέα και χαμηλές ταχύτητες ανέμου. Η ταχύτητα περιστροφής του δρομέα ρυθμίζεται ώστε να είναι η ελάχιστη δυνατή (ω_{min}) μέσω της ροπής της γεννήτριας. Για μεγαλύτερες αλλά όχι πολύ μεγάλες ταχύτητες ανέμου, ο ελεγκτής εισέρχεται στο δεύτερο στάδιο (mode 2), όπου η γωνιακή ταχύτητα του δρομέα μεταβάλλεται έτσι ώστε να επιτευχθεί η βέλτιστη λειτουργία (μέγιστο C_p). Για ταχύτητες ανέμου μεγαλύτερες από 10m/sec, η γωνιακή ταχύτητα του δρομέα παραμένει σταθερή και ίση με τη μέγιστη δυνατή τιμή της (ω_{max}) μεταβάλλοντας τη ροπή της γεννήτριας (mode 3). Στα τρία πρώτα στάδια η γωνία βήματος έχει τεθεί ίση με την ελάχιστη τιμή της και παραμένει σταθερή. Στο τέταρτο στάδιο λειτουργίας η γωνιακή ταχύτητα παραμένει σταθερή, ενώ η γωνία βήματος των πτερυγίων αλλάζει. Μόλις η ροπή της γεννήτριας φτάσει την ονομαστική της τιμή, η ταχύτητα του δρομέα ελέγχεται με αλλαγή της γωνίας βήματος των πτερυγίων.

Η ανάλυση που έγινε αφορά μόνο τα στάδια λειτουργίας 3 και 4 για ταχύτητες ανέμου μεγαλύτερες από 10m/sec και ονομαστική γωνιακή ταχύτητα 1,806rad/sec. Από τη μοντελοποίηση του ελεγκτή λείπει η μη-γραμμική μεταβατική διαδικασία που εξασφαλίζει την ομαλή μεταβολή από το ένα στάδιο στο άλλο. Έτσι κάνουμε την υπόθεση ότι όταν η ταχύτητα του ανέμου βρίσκεται μεταξύ των τιμών 10 και 14m/sec ο ελεγκτής λειτουργεί στο mode 3, ενώ για ταχύτητες μεγαλύτερες από 14m/sec ο ελεγκτής εισέρχεται αυτόματα

στο τέταρτο στάδιο. Αυτή η θεώρηση δικαιολογείται κάνοντας προσομοιώσεις για σταθερή και ομοιόμορφη ροή χωρίς διαταραχές. Στο επόμενο σχήμα φαίνονται τα τέσσερα προαναφερθέντα στάδια.

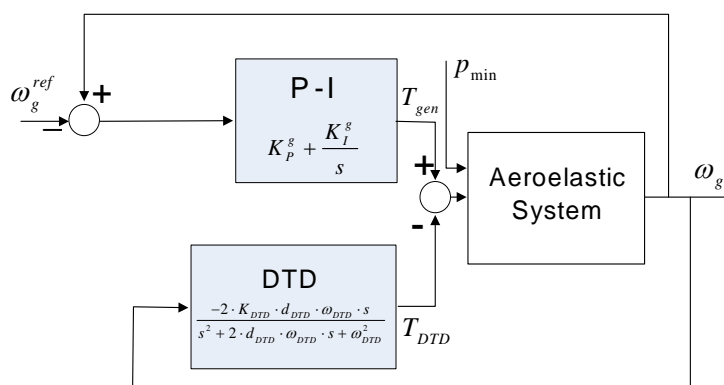


Σχήμα 17: Οι τέσσερις περιοχές λειτουργίας της Α/Γ.

Στο τρίτο στάδιο λειτουργίας (mode 3) η ταχύτητα του δρομέα ελέγχεται μέσω της ροπής της γεννήτριας. Για να γίνει αυτό εισάγεται ένας βρόχος ανάδρασης για να προσδιορίσει την επιθυμητή ροπή γεννήτριας T_{gen} που παίρνει ως είσοδο τη διαφορά της μετρούμενης ταχύτητας της γεννήτριας από την ταχύτητα αναφοράς $\omega_{gen} - \omega_{gen,ref}$. Ο βρόχος ανάδρασης πραγματοποιείται μέσω ενός στοιχείου PI (Proportional- Integral controller) που δίνεται από την ακόλουθη πρώτη τάξης εξίσωση:

$$\dot{T}_{gen} = K_p^g \dot{\omega}_g + K_i^g (\omega_g - \omega_g^{ref})$$

όπου K_p^g και K_i^g είναι το αναλογικό και ολοκληρωτικό κέρδος του PI ελεγκτή αντίστοιχα. Για τη προσαρμογή της εξίσωσης της ροπής της γεννήτριας στο πρόγραμμα χρειάζεται η μετατροπή της σε δεύτερης τάξης. Για τον σκοπό αυτό προσθέτεται στο πρώτο μέλος ο όρος $\tau \ddot{T}_{gen}$, όπου το τ είναι ένας πολύ μικρός αριθμός. Ακολουθεί το διάγραμμα ροής του mode 3 του ελεγκτή.



Σχήμα 18: Διάγραμμα ροής ελεγκτή για το τρίτο στάδιο.

Για την εξαγωγή της παραπάνω εξίσωσης ακολουθείται η εξής διαδικασία. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 18 το στοιχείο PI έχει τη μορφή: $K_p + \frac{K_i}{s}$, όπου s ο διαφορικός τελεστής Laplace. Τότε η ροπή της γεννήτριας θα δίνεται από τον τύπο:

$$T_{gen} = \left(K_p + \frac{K_I}{s} \right) \Delta\omega$$

Η ροπή της γεννήτριας που προκύπτει περνάει από ένα στοιχείο $\frac{1}{\tau s + 1}$ που δεν φαίνεται στο σχήμα και από αυτό προκύπτει η πραγματική ροπή της γεννήτριας, η οποία θα είναι:

$$T_{gen}^{actual} = \left(K_p + \frac{K_I}{s} \right) \Delta\omega \frac{1}{\tau s + 1}$$

Κάνοντας τις πράξεις έχουμε:

$$(\tau s + 1) T_{gen}^{actual} = K_p \Delta\omega + \frac{K_I}{s} \Delta\omega \Rightarrow$$

$$\tau s^2 T_{gen}^{actual} = K_p \Delta\omega + K_I \Delta\omega$$

Εφαρμόζοντας τον αντίστροφο μετασχηματισμό Laplace, όπου ο συντελεστής s αποτελεί την παράγωγο ως προς το χρόνο, προκύπτει η εξίσωση που παρουσιάστηκε στην αρχή με τον όρο μετασχηματισμού της σε δεύτερης τάξης.

$$\tau \ddot{T}_{gen} + \dot{T}_{gen} = K_p^g \dot{\omega}_g + K_i^g (\omega_g - \omega_g^{ref})$$

Στο τέταρτο στάδιο λειτουργίας του ελεγκτή (mode 4) η ροπή της γεννήτριας φτάνει την ονομαστική της τιμή και παραμένει σταθερή. Η ταχύτητα του δρομέα ρυθμίζεται μέσω της γωνίας βήματος των πτερυγίων. Σε αυτή τη περίπτωση εισάγεται ένας βρόχος ανάδρασης για να ορίσει την απαιτούμενη γωνία βήματος P_d , ο οποίος βασίζεται και πάλι στην απόκλιση της μετρούμενης ταχύτητας γεννήτριας από την ταχύτητα αναφοράς (Σχήμα 20):

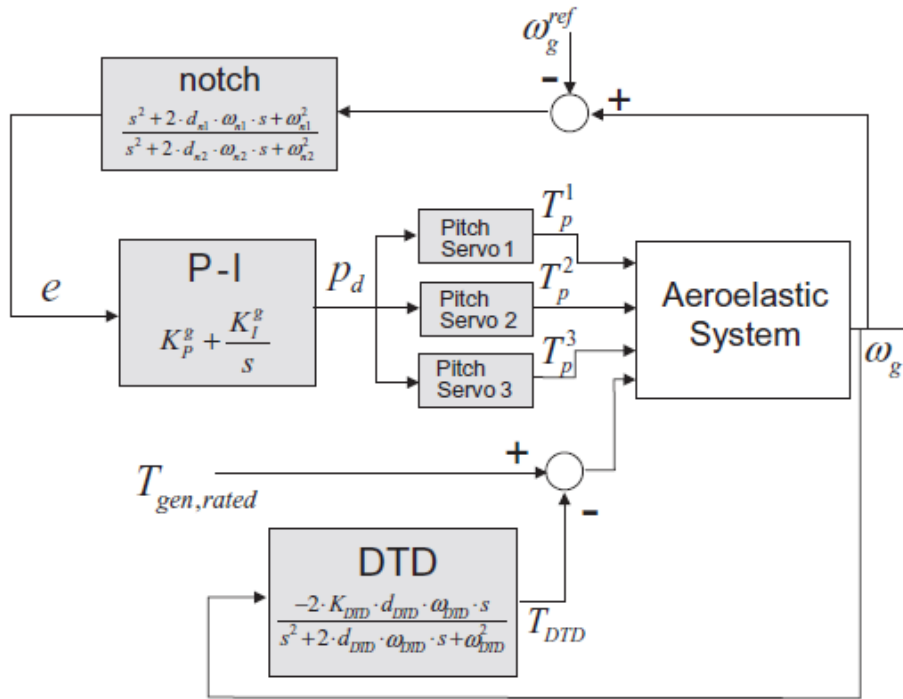
$$\tau \ddot{P}_d + \dot{P}_d = K_g [K_p^p \dot{\omega}_g + K_i^p (\omega_g - \omega_g^{ref})]$$

όπου K_p^g και K_i^g είναι το αναλογικό και ολοκληρωτικό κέρδος του PI ελεγκτή αντίστοιχα και K_g είναι μία μη-γραμμική παράμετρος κέρδους της οποίας η μεταβολή φαίνεται στο σχήμα 21 και ο τύπος της παρουσιάζεται στη συνέχεια:

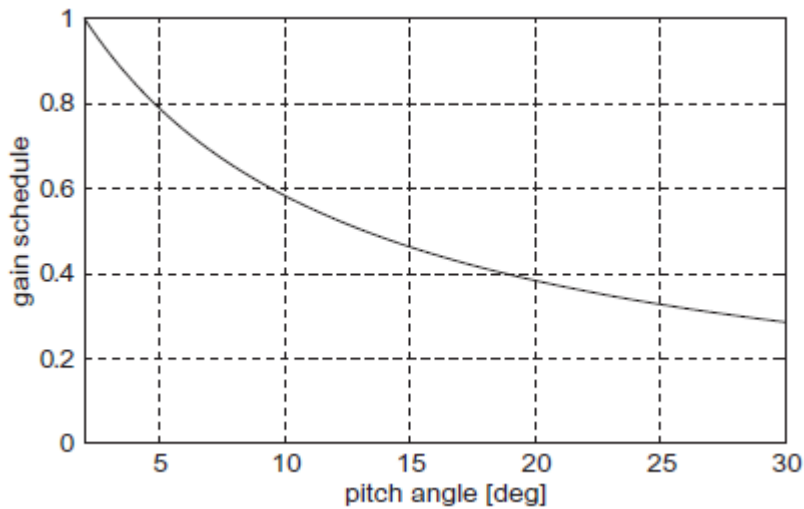
$$K_g = \frac{1}{D}$$

- εάν $P_d < 2^\circ$, τότε $D=1.0$
- εάν $P_d > 30^\circ$, τότε $D=3.5$
- εάν $30^\circ > P_d > 2^\circ$, τότε $D = \frac{P_d - 2^\circ}{30^\circ - 2^\circ} (3.5 - 1.0) + 1.0$

Η σχέση αυτή δείχνει τη μεταβολή της κλίσης της ροπής της γεννήτριας σε σχέση με τη γωνία βήματος στην περιοχή πλήρους φορτίου. Η φθίνουσα μορφή του κέρδους σημαίνει ότι η κλίση της ροπής αυξάνεται καθώς αυξάνεται η ταχύτητα του ανέμου και έτσι χρειάζεται μικρότερο κέρδος για μεγάλες ταχύτητες.



Σχήμα 19: Διάγραμμα ροής ελεγκτή για το τρίτο και τέταρτο στάδιο (mode3 και 4).



Σχήμα 20: Μεταβολή κέρδους σε σχέση με τη γωνία βήματος.

Η απαιτούμενη γωνία βήματος p_d αποτελεί είσοδο στους ενεργητές (actuators) των τριών πτερυγίων, όπως φαίνεται και στο σχήμα 20. Στο στάδιο αυτό, η σταθερή ροπή της γεννήτριας θα έχει ως αποτέλεσμα μικρή απόσβεση στο σύστημα του drive-train. Για την αποφυγή μη απόσβεσης στη συχνότητα του drive-train, εισάγεται ένας αποσβεστήρας (DTD, Drive-Train Damper). Το DTD είναι ένα φίλτρο διέλευσης ζώνης που επιδρά στη μετρούμενη ταχύτητα της γεννήτριας με κεντρική συχνότητα στην περιοχή της συχνότητας της ιδιομορφής του drive-train (drive-train mode). Η διαφορική εξίσωση που δίνει την επιπλέον ροπή T_{DTD} που εισάγεται από τον αποσβεστήρα είναι:

$$\ddot{T}_{DTD} + 2 * d_{DTD} * \omega_{DTD} * \dot{T}_{DTD} + \omega_{DTD}^2 * T_{DTD} = -2 * K_{DTD} * d_{DTD} * \omega_{DTD} * \dot{\omega}_g$$

όπου ω_{DTD} και d_{DTD} είναι η κεντρική συχνότητα και η απόσβεση, ενώ K_{DTD} είναι το κέρδος του φίλτρου. Σημειώνεται ότι το φίλτρο αυτό δρα και στα δύο στάδια λειτουργίας που μελετώνται.

Για την αποφυγή περιττής μεταβολής γωνίας βήματος στην ίδια συχνότητα αλλά και για την αποφυγή διέγερσης των φυσικών συχνοτήτων των πτερυγίων (οι συμμετρικές συχνότητες δεύτερης τάξης των πτερυγίων κατά την κατεύθυνση flap έχουν κοντινή συχνότητα με αυτή του συστήματος του άξονα (drive-train)), εισάγεται επιπλέον ένα φίλτρο ζώνης αποκοπής (notch ή band-stop filter) πριν από τον PI controller που παρέχει την απαιτούμενη γωνία βήματος (pitch demand). Με τον τρόπο αυτό το σήμα εισόδου στον PI του pitch θα είναι ανεξάρτητο της απόκρισης της ταχύτητας της γεννήτριας στη συχνότητα του drive train. Η εξίσωση που δίνει την φιλτραρισμένη είσοδο στον PI του pitch είναι η:

$$\ddot{e} + 2d_{n2}\omega_{n2}\dot{e} + \omega_{n2}^2 e = \ddot{\omega}_g + 2d_{n1}\omega_{n1}\dot{\omega}_g + \omega_{n1}^2 (\omega_g - \omega_g^{ref})$$

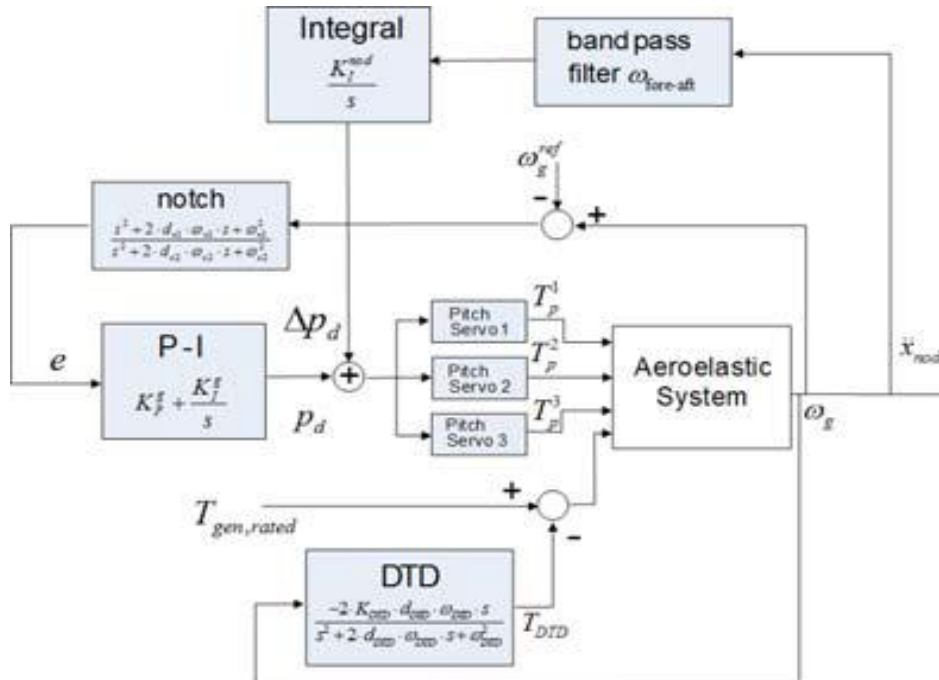
όπου, όπως στη περίπτωση του φίλτρου διέλευσης ζώνης, ω_n , d_n δηλώνουν την συχνότητα και την απόσβεση του φίλτρου.

Οι εξισώσεις του ελέγχου που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο αυτό αποτελούν επιπλέον εξισώσεις στο σύστημα των 16 βαθμών ελευθερίας. Έτσι το σύστημα μετατρέπεται σε σύστημα 20 βαθμών ελευθερίας, με τους επιπλέον βαθμούς ελευθερίας να είναι τα μεγέθη: ροπή της γεννήτριας (T_{gen}), ροπή του φίλτρου διέλευσης ζώνης (T_{DTD}), φιλτραρισμένη γωνία βήματος (e_{notch}) και απαιτούμενη γωνία βήματος (P_d). Σημειώνεται ότι όλες οι επιπλέον εξισώσεις εκφράζονται στο μη στρεφόμενο σύστημα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο: ΕΛΕΓΧΟΣ ΓΙΑ ΤΗ ΜΕΙΩΣΗ ΤΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ ΤΟΥ ΠΥΡΓΟΥ

Περιγραφή ελεγκτή πύργου ανεμογεννήτριας

Για την επίτευξη της μείωσης των φορτίων που δέχεται ο πύργος στη διαμήκη κατεύθυνση, χρησιμοποιείται ένας επιπλέον ελεγκτής που πραγματοποιεί αλλαγή στη γωνία βήματος, ίδια για όλα τα πτερύγια της Α/Γ (collective pitching). Η μείωση των φορτίων πραγματοποιείται με την ενίσχυση της απόσβεσης της ιδιοσυχνότητας του πύργου που αντιστοιχεί στην μπρος-πίσω κίνηση. Το σύστημα κλειστού βρόχου που εκτελεί την αλλαγή στη γωνία βήματος φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 21: Διάγραμμα ροής ελεγκτή πύργου.

Η λειτουργία του ελεγκτή έχει ως εξής: Αρχικά η μετρούμενη διαμήκης επιτάχυνση της κορυφής του πύργου χρησιμοποιείται ως είσοδος για το πρώτης τάξης φίλτρο διέλευσης ζώνης. Στη συνέχεια, η φιλτραρισμένη επιτάχυνση εισέρχεται στον ελεγκτή, του οποίου έξοδος είναι η απαιτούμενη γωνία βήματος των πτερυγίων (ίδια για το κάθε πτερύγιο). Η απαιτούμενη γωνία βήματος που προκύπτει από αυτόν τον ελεγκτή αθροίζεται στην απαιτούμενη γωνία βήματος που έχει υπολογιστεί για τη ρύθμιση της ισχύος από τον βασικό ελεγκτή. Θεωρώντας σταθερό κέρδος K_i η φιλτραρισμένη επιτάχυνση \ddot{y}_{nod} , μεταφράζεται σε γωνία βήματος μέσω του ελεγκτή σύμφωνα με τον τύπο:

$$\tau \Delta \ddot{p}_d + \Delta \dot{p}_d = K_i^{nod} \ddot{y}_{nod}$$

Η σταθερά 'τ' γενικά αποτελεί μια σταθερά χρόνου που ορίζει την καθυστέρηση του ελεγκτή. Στην περίπτωσή μας λαμβάνει μια πολύ μικρή τιμή.

Το πρώτης τάξης διέλευσης ζώνης φίλτρο που χρησιμοποιείται ονομάζεται Chebyshev και έχει κεντρική συχνότητα πολύ κοντά στη συχνότητα της μπρος-πίσω κίνησης του πύργου. Η γραμμική διαφορική εξίσωση που το διέπει έχει την ακόλουθη μορφή:

$$\ddot{y}_{nod} - \alpha_{11} \dot{y}_{nod} + \alpha_{12}^2 y_{nod} = -\alpha_{11} \dot{x}_{nod}$$

όπου \dot{x}_{nod} , η επιτάχυνση της κορυφής του πύργου, ενώ τα α_{11} και α_{12} είναι σταθερές εξαρτώμενες από το εύρος και τα decibel μείωσης της απόκρισης κέρδους του φίλτρου.

Οι δύο αυτές εξισώσεις ακολουθούν τις εξισώσεις του βασικού ελεγκτή στο γραμμικοποιημένο αεροελαστικό σύστημα και εισάγουν δύο επιπλέον βαθμούς ελευθερίας: τη φιλτραρισμένη επιτάχυνση στην κορυφή του πύργου και τη μετρούμενη επιτάχυνση της κορυφής στο μπρος-πίσω επίπεδο.

Η τιμή του κέρδους K_i^{nod} και τα χαρακτηριστικά του φίλτρου επιλέγονται μέσω παραμετρικής ανάλυσης, η οποία παρουσιάζεται στο κεφάλαιο των αποτελεσμάτων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο: ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Στοιχεία Α/Γ

Η ανεμογεννήτρια υπό μελέτη ονομάζεται nm 80 και έχει ονομαστική ισχύ 2,75 MW. Τα κατασκευαστικά στοιχεία των πτερυγίων, του πύργου και του κελύφους έχουν ως εξής:

Μάζα κάθε πτερυγίου: $m_b = 9588 \text{ kg}$

Ροπή αδράνειας: $J_b = 2,643 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

Στατική ροπή: $S = \sum m_i r_i \delta r_i = 1,270 \cdot 10^5 \text{ kg} \cdot \text{m}$

Σταθερά ελαστικότητας του ελατηρίου κατά την κατεύθυνση flap:

$$K_\beta = \omega^2 J_b = 1,06 \cdot 10^8 \text{ N} \cdot \text{m} / \text{rad}$$

Σταθερά ελαστικότητας του ελατηρίου κατά την κατεύθυνση edge:

$$K_\xi = \omega^2 J_b = 3,81 \cdot 10^8 \text{ N} \cdot \text{m} / \text{rad}$$

Για τον άξονα και τη γεννήτρια έχουμε:

Ροπή αδρανείας της γεννήτριας: $J_g = 1,067 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

Ροπή αδρανείας του άξονα: $J_{\text{shaft}} = 31600 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

Σταθερά ελαστικότητας του άξονα: $K_{\text{sh}} = 2,3 \cdot 10^8 \text{ N} \cdot \text{m} / \text{rad}$

Τέλος για τον πύργο και το κέλυφος οι σταθερές των ελατηρίων είναι:

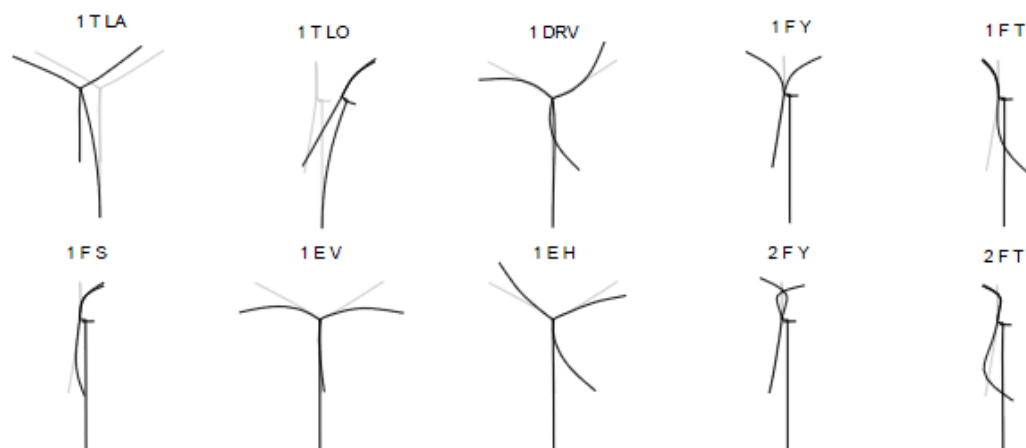
Για την μπρος-πίσω και πλάγια κίνηση του πύργου: $K_f = K_i = 1,135 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m} / \text{rad}$, για την γωνιακή απόκλιση του κελύφους στο μπρος-πίσω και πλάγιο επίπεδο: $K_t = K_{tl} = 6 \cdot 10^8 \text{ N} \cdot \text{m} / \text{rad}$ και για την κατά yaw απόκλιση του κελύφους: $K_{\text{yaw}} = 3,5 \cdot 10^8 \text{ N} \cdot \text{m} / \text{rad}$.

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ

Αποτελέσματα ανάλυσης ευστάθειας ακίνητου συστήματος

Ιδιομορφές

Η ανεμογεννήτρια περιγράφεται εδώ, ως ισοτροπικό σύστημα. Όλα τα πτερύγια του δρομέα είναι κατασκευασμένα πανομοιότυπα, έχουν την ίδια μάζα, απόσβεση και δυσκαμψία και είναι τοποθετημένα σε γωνίες αζιμουθίου που διαφέρουν κατά 120° . Λειτουργία κάτω από ισοτροπικές εξωτερικές συνθήκες συνεπάγεται ότι δεν υπάρχει πεδίο βαρύτητας και ότι το πεδίο του ανέμου είναι σταθερό στο χρόνο, ομοιόμορφο και κάθετο στο επίπεδο του δρομέα. Οι συνθήκες αυτές δεν είναι αυτές στις οποίες υποβάλλεται η ανεμογεννήτρια στο πεδίο του ανέμου, αλλά τα αποτελέσματά της είναι πιο εύκολο να ερμηνευτούν και περιέχουν τα πιο βασικά χαρακτηριστικά της δυναμικής ανάλυσης της ανεμογεννήτριας. Το Σχήμα 22 δείχνει τις δέκα ιδιομορφές με τη χαμηλότερη συχνότητα του ακίνητου συστήματος.



Σχήμα 22: Ιδιομορφές των 10 χαμηλότερων συχνοτήτων. Απαραμόρφωτη (γκρι) και παραμορφωμένη (μαύρο) κατάσταση.

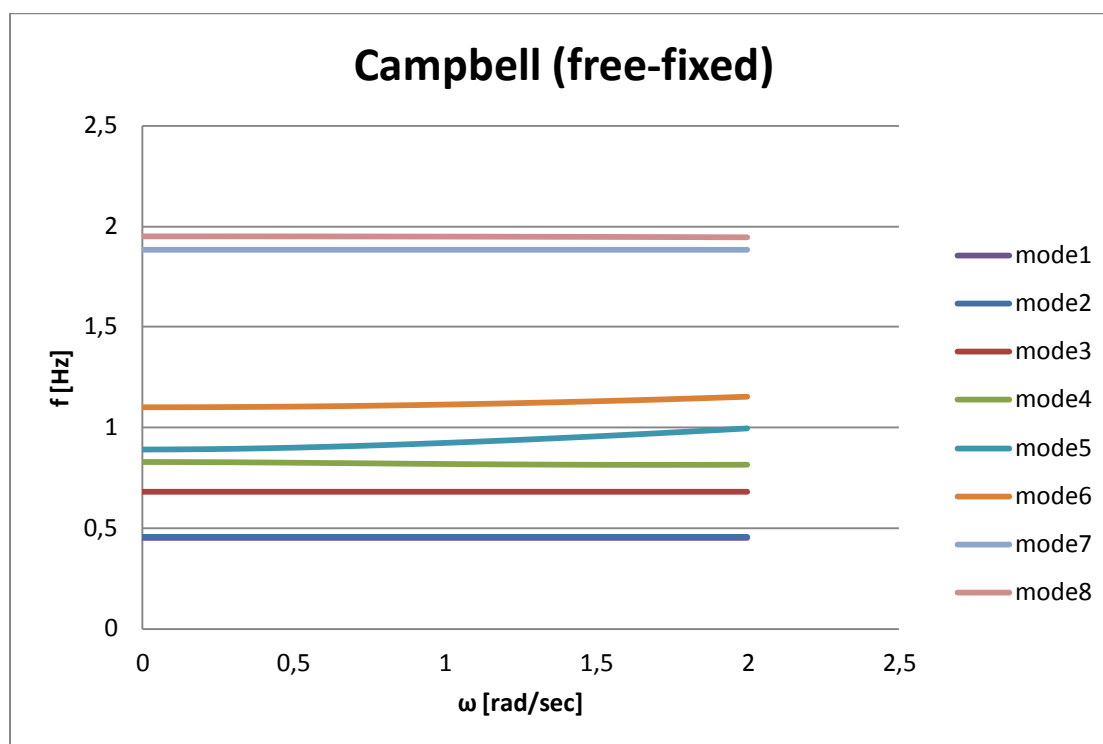
Οι ιδιομορφές αντιστοιχούν σε διαφορετικούς συνδυασμούς κάμψης των συνιστωσών, κυρίως του πύργου και των πτερυγίων. Ξεκινώντας από τη χαμηλότερη συχνότητα, βλέπουμε ότι οι ιδιομορφές του πύργου χαρακτηρίζονται από απόκλιση του πύργου και μικρή απόκλιση των πτερυγίων, κυρίως προς τα πάνω. Οι ιδιομορφές του πύργου παρουσιάζονται σε ζευγάρια: μία πλευρική (1T LA, Lateral bending mode), με κύρια κίνηση του πύργου παράλληλη με το επίπεδο του δρομέα και μία μπρός-πίσω (1T LO, Longitudinal mode ή Fore- aft bending mode) με κύρια κίνηση του πύργου κάθετη στο επίπεδο του δρομέα.

Οι ιδιομορφές του δρομέα σε τρίπτερη Α/Γ εμφανίζονται σε τριάδες και αφορούν τη περιφερειακή παραμόρφωση των πτερυγίων (edge) και την απόκλιση των πτερυγίων στην κατεύθυνση πτερύγισης (flap) για την πρώτη και για μεγαλύτερης τάξης ιδιομορφές. Κάθε τριάδα, αποτελείται από μία συμμετρική και δύο ασύμμετρες ιδιομορφές. Στη συμμετρική ιδιομορφή τα πτερύγια παραμορφώνονται στην ίδια κατεύθυνση. Έτσι για τις συμμετρικές ιδιομορφές στη κατεύθυνση πτερύγισης, εμφανίζεται μια σε-φάση απόκλιση στο διάμηκες επίπεδο (1F S, rotor symmetric Flap mode). Στην κατεύθυνση edge, εμφανίζεται μια περιφερειακή παραμόρφωση στην ίδια κατεύθυνση συζευγμένη απευθείας με την

ελαστικότητα του άξονα, δηλαδή με το drive-train system (1 DRV, Drive-train mode ή Symmetric edge mode). Οι ασύμμετρες ιδιομορφές στην κατεύθυνση περύγισης αποτελούνται από ιδιομορφές tilt (1F T και 2F T, 1st και 2nd asymmetric flap mode coupled to tilt flexibility) και ιδιομορφές yaw (1F Y και 2F Y, 1st και 2nd asymmetric flap mode coupled to yaw flexibility). Οι ασύμμετρες ιδιομορφές για τη κίνηση στην κατεύθυνση edge αποτελούνται από μία ιδιομορφή με κίνηση των πτερυγίων στο οριζόντιο επίπεδο (1E H, asymmetric edge mode coupled to horizontal flexibility) και μία με κίνηση των πτερυγίων στο κατακόρυφο επίπεδο (1E V, asymmetric edge mode coupled to vertical flexibility).

Ιδιοσυχνότητες- διάγραμμα Campbell

Λύνοντας το σύστημα για το δυναμικό, μόνο, κομμάτι της κατασκευής, δημιουργήσαμε το διάγραμμα Campbell. Σημειώνεται ότι το διάγραμμα αυτό αντιστοιχεί στο πρόβλημα πριν σε αυτό προστεθεί ο βαθμός ελευθερίας του άξονα (κατάσταση free-fixed). Το διάγραμμα αυτό, δείχνει τις ιδιοσυχνότητες της Α/Γ που μελετήθηκε (nm80) σε σχέση με τη γωνιακή ταχύτητα του δρομέα για σταθερές στροφές. Κάθε ιδιοσυχνότητα αντιστοιχεί στις ιδιομορφές (modes) που περιγράφηκαν πιο πάνω. Στο επόμενο σχήμα φαίνεται το διάγραμμα Campbell για τις 8 χαμηλότερες τιμές συχνοτήτων.



Σχήμα 23: Διάγραμμα Campbell για το δυναμικό μέρος.

Όπου:

mode1: 1^η ιδιοσυχνότητα πύργου στο πλάγιο επίπεδο

mode2: 1^η ιδιοσυχνότητα πύργου στο μπρος- πίσω επίπεδο

mode3: 1^η συμμετρική κατά την edge, συζευγμένη με την ελαστικότητα του άξονα (drive-train)

mode4: 1^η ασύμμετρη κατά την flap, συζευγμένη με την ελαστικότητα του yaw

mode5: 1^η ασύμμετρη κατά την flap, συζευγμένη με την ελαστικότητα του tilt

mode6: 1^η συμμετρική κατά την flap κατεύθυνση

mode7: 1^η ασύμμετρη κατά την edge, συζευγμένη με την κατακόρυφη ελαστικότητα

mode8: 1^η ασύμμετρη κατά την edge, συζευγμένη με την οριζόντια ελαστικότητα

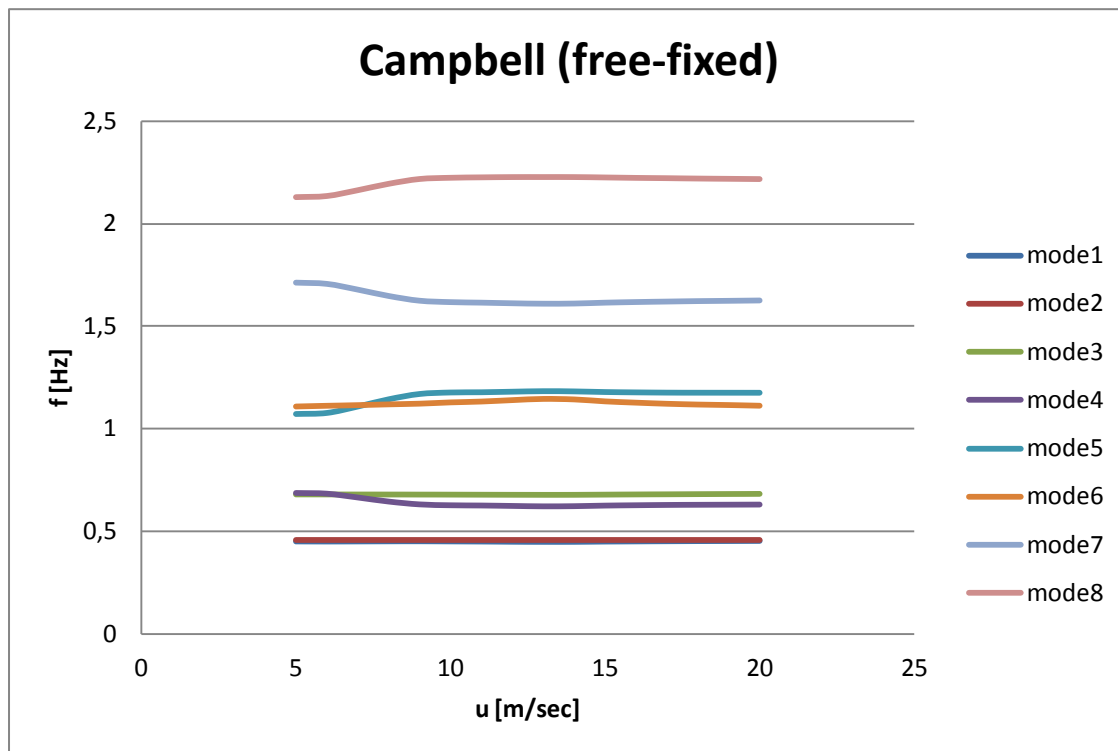
Ανάλυση ευστάθειας με αεροδυναμικά φορτία

Η μετάβαση από το στρεφόμενο στο μη-στρεφόμενο σύστημα έχει επίδραση στις ιδιοσυχνότητες. Στο κινούμενο σύστημα η αδράνεια της ταλάντωσης του πτερυγίου μεταφέρεται σε άλλη γωνία αζιμουθίου, το οποίο προκαλεί σύζευξη μεταξύ των συντεταγμένων α_1 και b_1 , δηλαδή μεταξύ των ασύμμετρων ιδιομορφών στις κατευθύνσεις flap και edge. Οι ιδιομορφές αυτές στο μη-στρεφόμενο σύστημα θα είναι όπως αυτές στο στρεφόμενο +/- τη γωνιακή ταχύτητα. Οι ιδιομορφές που μετακινούνται προς μεγαλύτερη συχνότητα ονομάζονται Forward Whirling (FW) (προοδευτικές), ενώ οι ιδιομορφές που μετακινούνται προς χαμηλότερη συχνότητα ονομάζονται Backward Whirling (BW) (οπισθοδρομικές). Αξίζει να σημειωθεί ότι για πιο σύνθετα προβλήματα, όπως μία πλήρης Α/Γ, γίνεται σύζευξη των ιδιομορφών FW και BW με τα μη στρεφόμενα μέρη του συστήματος και η αναγνώρισή τους γίνεται πιο δύσκολη.

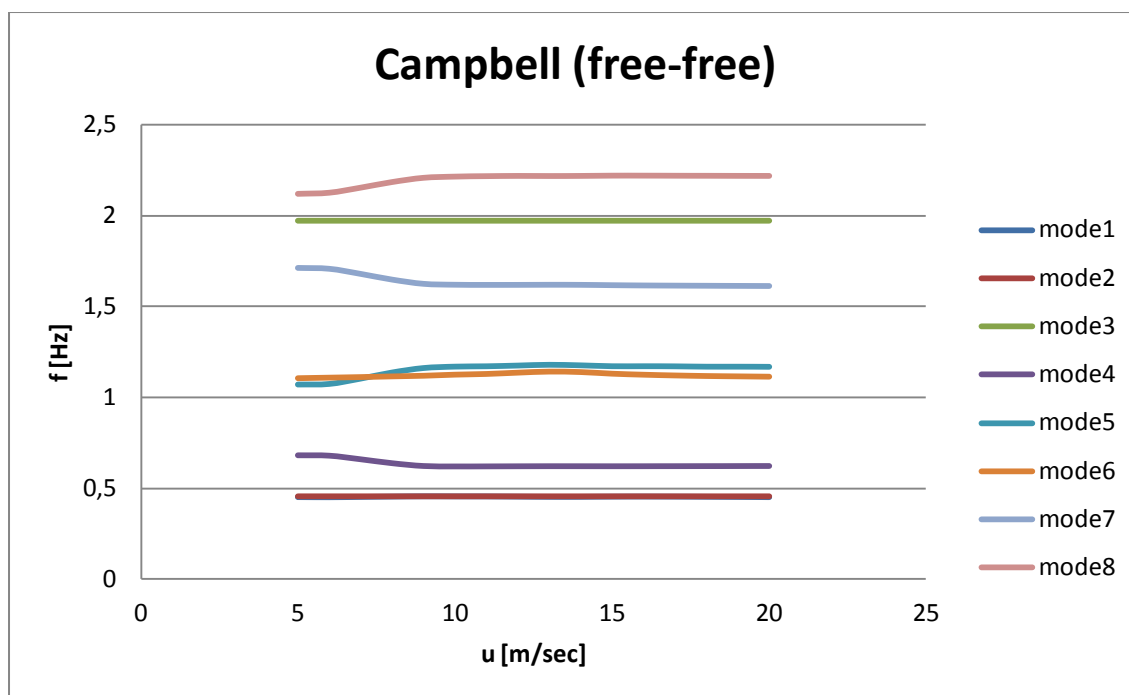
Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα διαγράμματα αεροελαστικών συχνοτήτων και απόσβεσης σε συνθήκες λειτουργίας. Το πρώτο (Σχήμα 24) αντιστοιχεί στο χωρίς τον βαθμό ελευθερίας του άξονα (free-fixed). Σε σχέση με το Σχήμα 23, παρατηρείται η μεταβολή στη συχνότητα των ασύμμετρων ιδιομορφών που αναφέρθηκε προηγουμένως. Η ιδιοσυχνότητα του mode 4 είναι η flap που μετακινήθηκε προς χαμηλότερη συχνότητα (BW), ενώ το mode 5 αντιστοιχεί στην FW flap. Αντίστοιχα για τις edge, η ιδιοσυχνότητα του mode 7 είναι η BW edge, ενώ το mode 8 αντιστοιχεί στην FW edge.

Ακολουθεί το διάγραμμα Campbell (Σχήμα 25) που αντιστοιχεί στο σύστημα των 16 βαθμών ελευθερίας (free-free), όπου έχουμε ελευθερώσει το άκρο του άξονα.

Μεταξύ των δύο διαγραμμάτων (24 και 25) παρατηρείται η μετακίνηση της ιδιοσυχνότητας που αντιστοιχεί στο mode 3 (ιδιοσυχνότητα συζευγμένη με τον άξονα). Η μετακίνηση αυτή συμβαίνει λόγω της απελευθέρωσης του άκρου του άξονα με τη θεώρησή του ως βαθμό ελευθερίας.

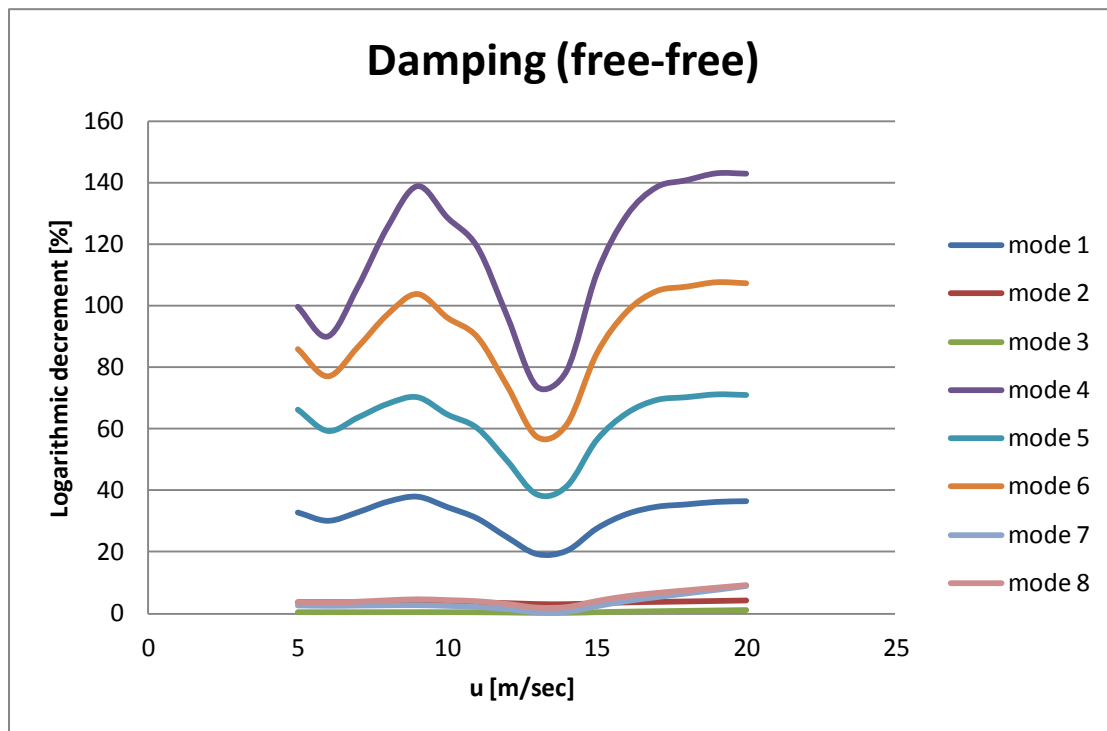


Σχήμα 24: Διάγραμμα Campbell για σύστημα χωρίς ελευθερία του άξονα.



Σχήμα 25: Διάγραμμα Campbell για σύστημα με ελεύθερο άξονα.

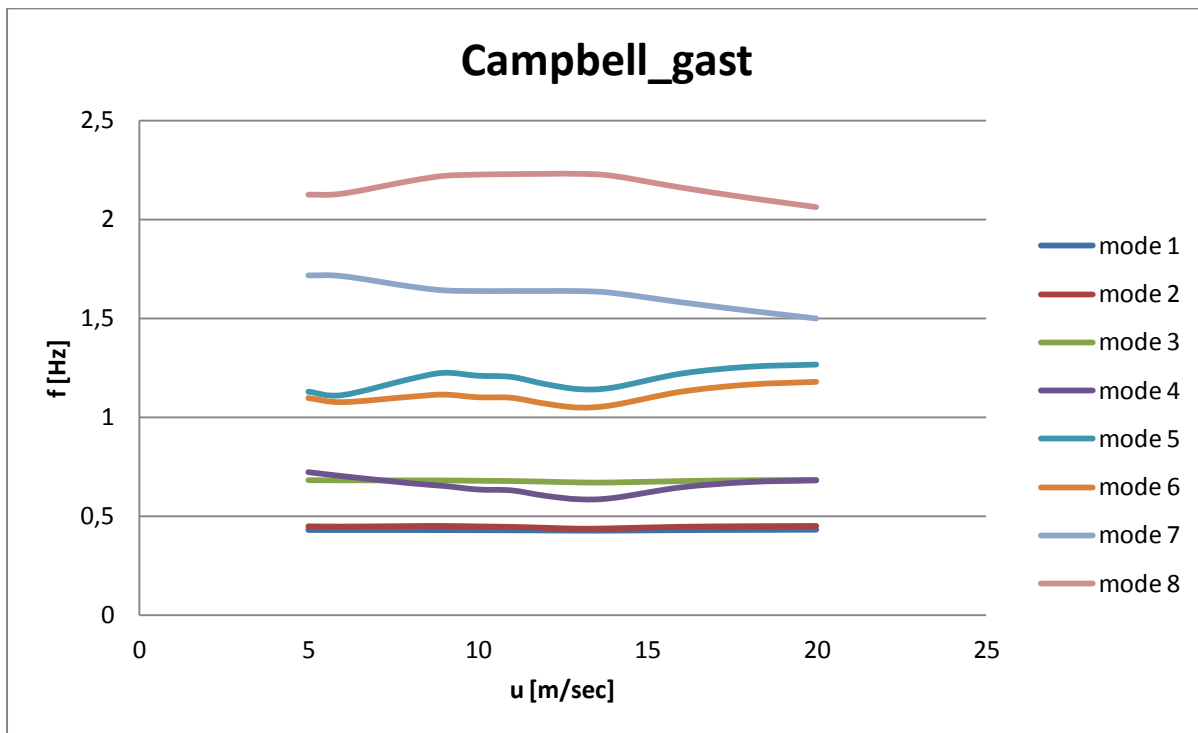
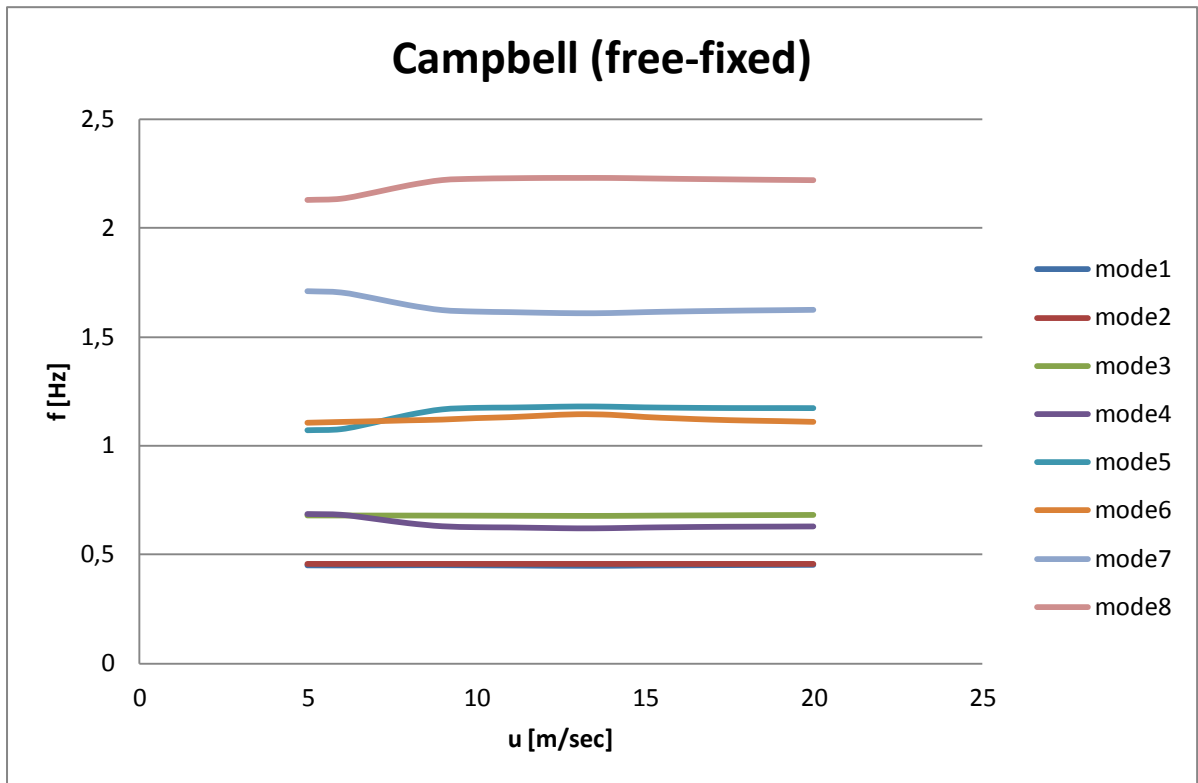
Ακολουθεί το διάγραμμα των αποσβέσεων (logarithmic decrement) σε σχέση με την ταχύτητα του ανέμου για το σύστημα με ελεύθερο άξονα.



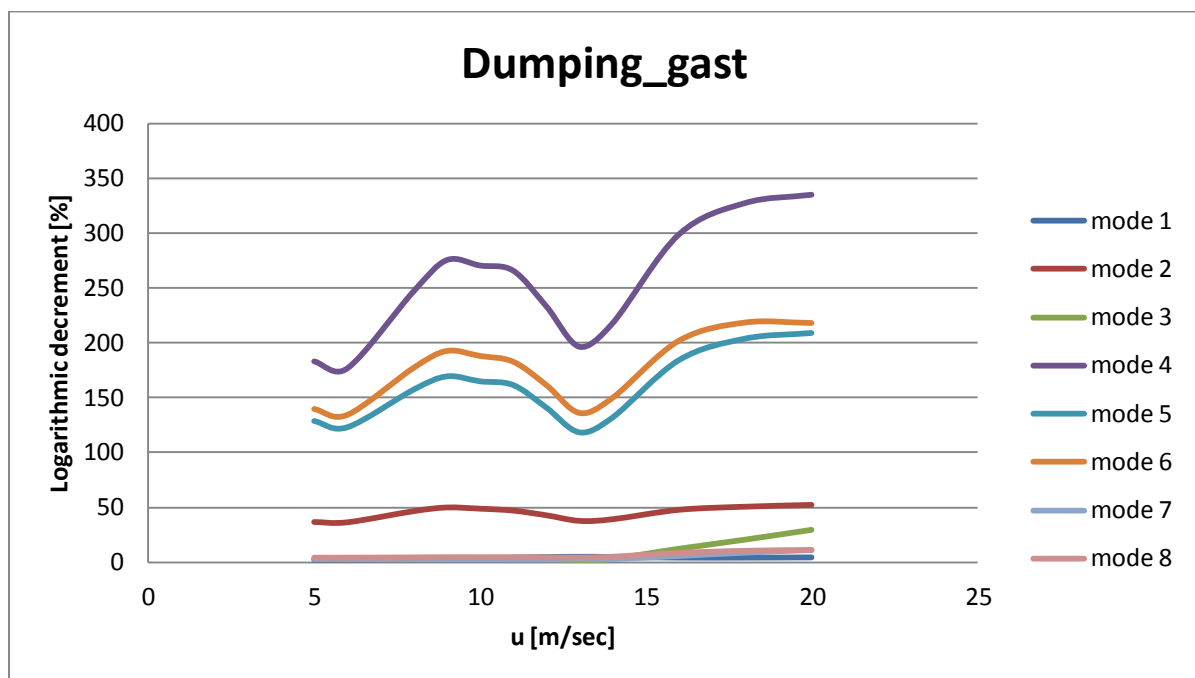
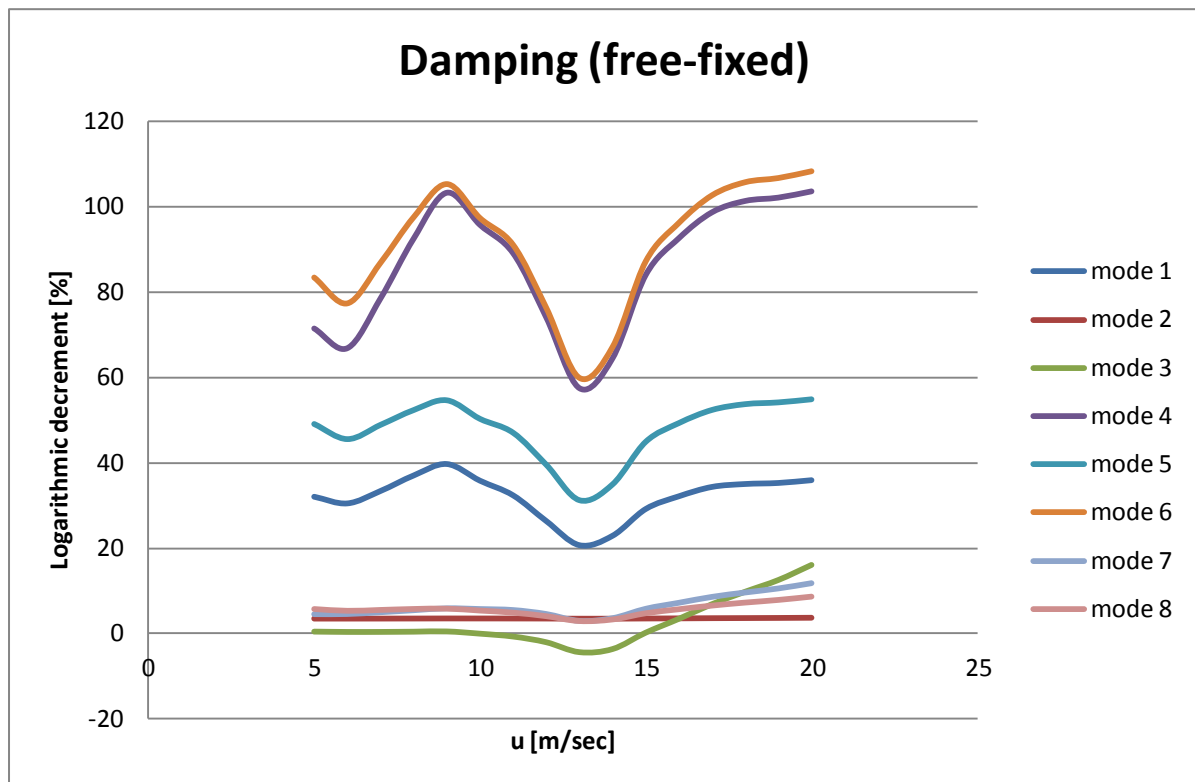
Σχήμα 26: Απόσβεση της κάθε ιδιοσυχνότητας σε σχέση με την ταχύτητα του ανέμου.

Σύγκριση αποτελεσμάτων με αποτελέσματα κώδικα GAST

Για την αξιολόγηση του προτύπου που χρησιμοποιήθηκε παρουσιάζουμε στην παράγραφο αυτή τη σύγκριση των αποτελεσμάτων του απλού μοντέλου με το μοντέλο που χρησιμοποιείται στον κώδικα GAST (General Aerodynamic and Structural Tool). Ο κώδικας αυτός έχει αναπτυχθεί στο εργαστήριο αεροδυναμικής του ΕΜΠ και το μοντέλο Α/Γ που χρησιμοποιεί αποτελείται από πολλούς βαθμούς ελευθερίας. Ακολουθούν τα διαγράμματα Campbell και απόσβεσης- ταχύτητας ανέμου για σύστημα σταθερού άξονα (free-fixed). Τα διαγράμματα αφορούν τις ιδιοσυχνότητες πρώτης τάξης. Στο πάνω μέρος παρουσιάζονται τα διαγράμματα του απλού μοντέλου και κάτω αυτά του κώδικα GAST.

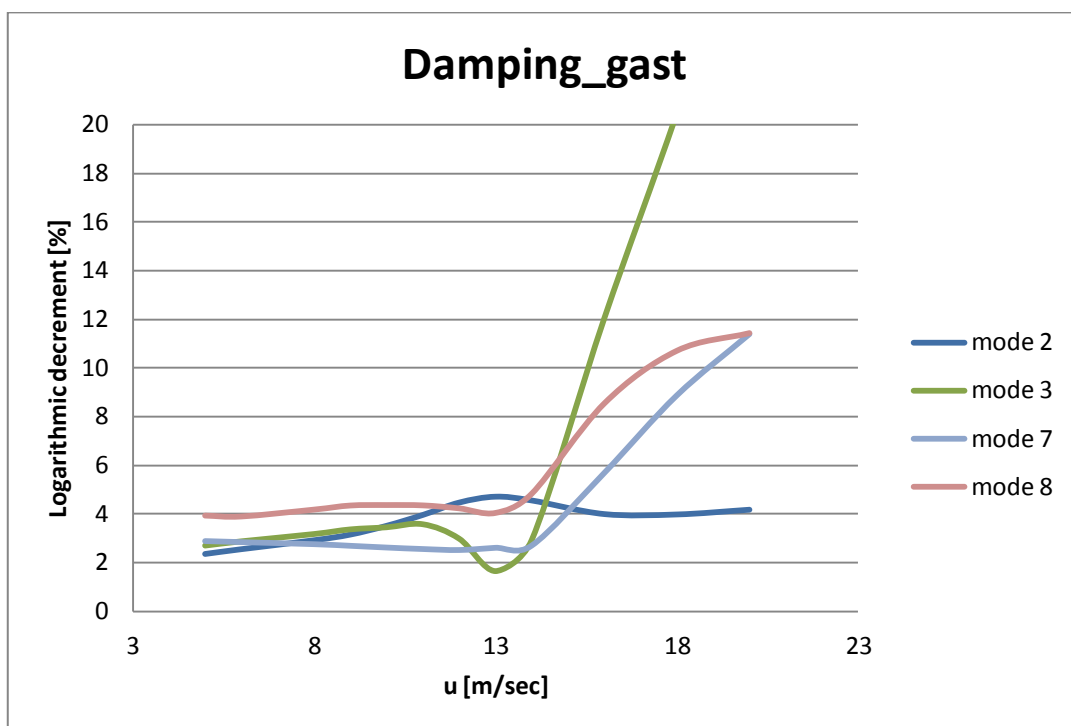
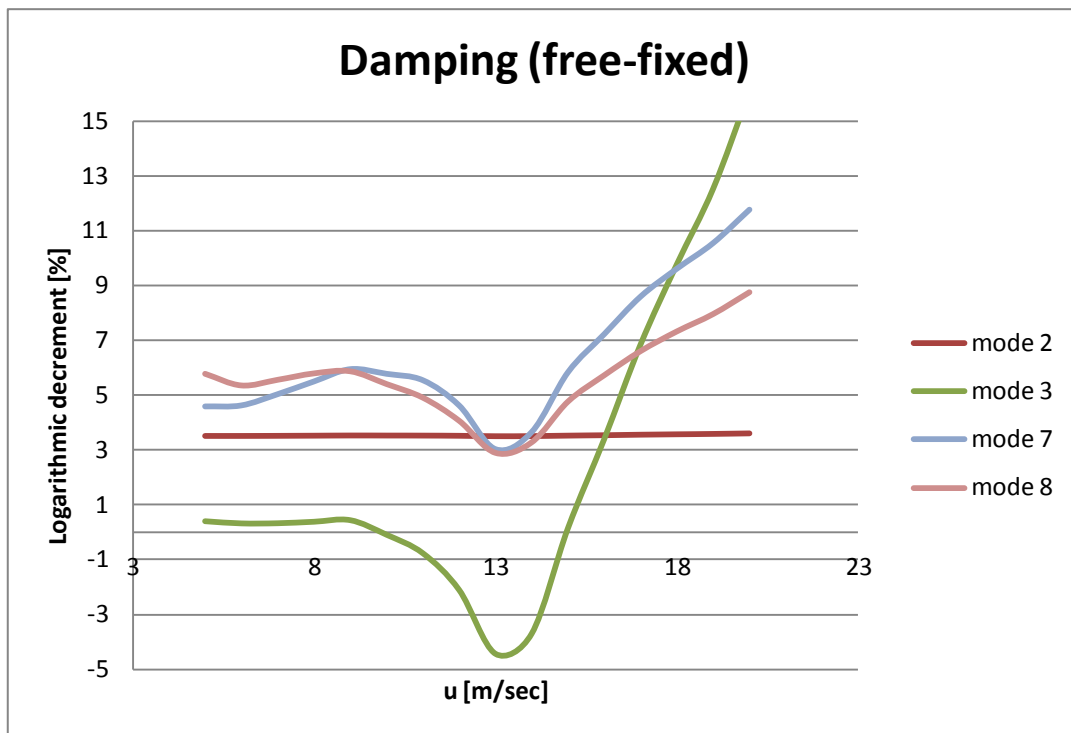


Σχήμα 27: Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων για κατάσταση free-fixed.



Σχήμα 28: Σύγκριση αποσβέσεων για κατάσταση free-fixed.

Παρατηρούμε ότι η μορφή των διαγραμμάτων είναι ίδια και για τις συχνότητες και για τις αποσβέσεις. Η κυριότερη διαφορά είναι αυτή του μεγέθους της λογαριθμικής μείωσης. Το μοντέλο του GAST δίνει μεγαλύτερες λογαριθμικές μειώσεις. Αυτό έχει να κάνει με τη διαφορετική μοντελοποίηση του προβλήματος στα δύο εργαλεία. Και στις δύο περιπτώσεις πάντως το μέγεθος της απόσβεσης είναι μεγάλο για τις flap ιδιοσυχνότητες. Τέλος ακολουθεί μία μεγένθυση των δύο παραπάνω διαγραμμάτων για να φανούν καθαρά οι αποσβέσεις των ιδιομορφών με χαμηλές τιμές.



Σχήμα 29: Σύγκριση αποσβέσεων για κατάσταση free-fixed (χαμηλές τιμές απόσβεσης).

Για την κατάσταση free-free τα αποτελέσματα του απλού μοντέλου έχουν ήδη παρουσιαστεί και μάλιστα σε σύγκριση με την κατάσταση free-fixed. Η μόνη μεταβολή που παρατηρήθηκε μεταξύ των δύο καταστάσεων free-fixed και free-free όπως έχει ήδη αναφερθεί αφορά την μετακίνηση της ιδιοσυχνότητας του αξονικού συστήματος (drive-train) σε υψηλότερη τιμή. Η ίδια συμπεριφορά παρατηρείται και στο μοντέλο του GAST κι έτσι για την αποφυγή παρουσίασης παρόμοιων διαγραμμάτων παραλείπεται η σύγκριση της κατάστασης free-free των δύο μοντέλων.

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ

ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΝΟΙΧΤΟΥ ΒΡΟΧΟΥ

Αποτελέσματα ανάλυσης συχνοτήτων συστήματος ανοιχτού βρόχου

Το σύστημα στο οποίο έχουμε καταλήξει έχει την ακόλουθη state-space μορφή:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

Τα μητρώα A, B, C, D υπολογίζονται με τον τρόπο που προαναφέρθηκε. Έτσι έχουμε τα μητρώα μετά τη γραμμική ανάλυση. Τα μητρώα αυτά τα εξάγουμε από το πρόγραμμα και τροφοδοτούμε με αυτά ένα script της Matlab. Το script αυτό ακολουθεί την εξής διαδικασία για την επίλυση του συστήματος. Αρχικά εφαρμόζει τον μετασχηματισμό Laplace στην πρώτη εξίσωση, η οποία γίνεται:

$$sx(s) = Ax(s) + Bu(s) \Rightarrow$$

$$(sI - A)x(s) = Bu(s) \Rightarrow$$

$$x(s) = (sI - A)^{-1}Bu(s)$$

Αντικαθιστά τη λύση αυτή στην δεύτερη εξίσωση και προκύπτει η ακόλουθη μορφή του συστήματος.

$$y(s) = K(s)u(s)$$

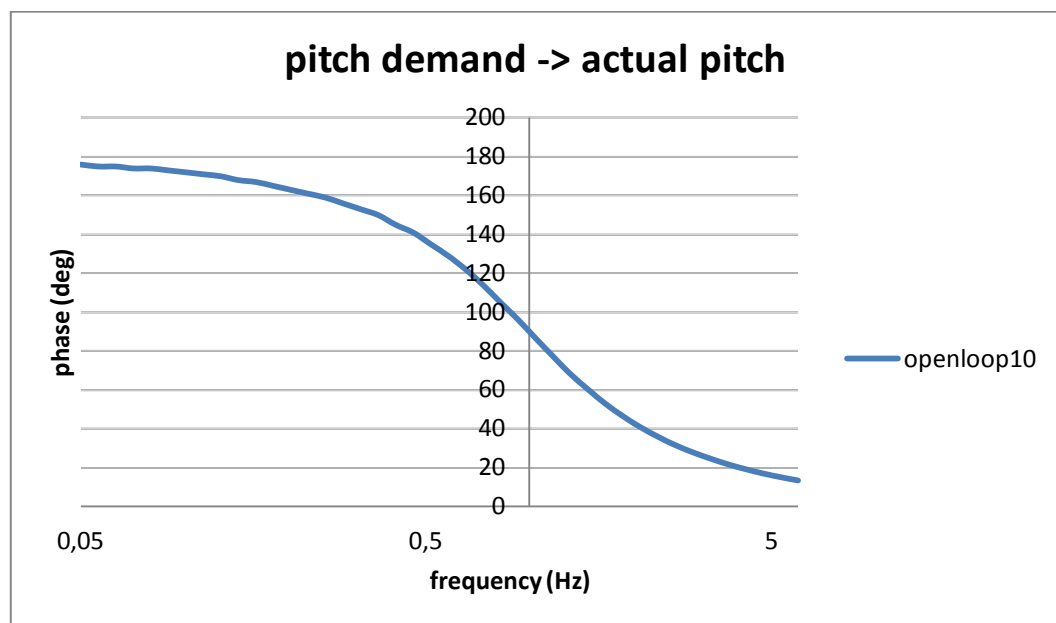
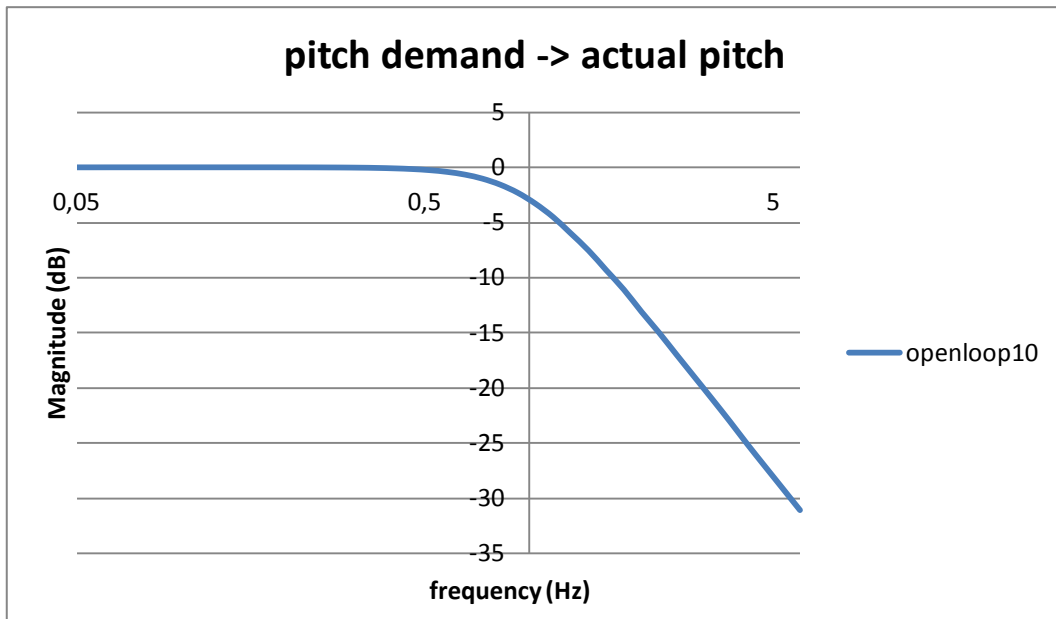
όπου:

$$K(s) = (C(sI - A)^{-1}B + D)u(s)$$

υπολογίζεται το K(s) και έτσι αποκτούμε μια μορφή, η οποία σχετίζει άμεσα τις εξόδους του συστήματος με τις αντίστοιχες εισόδους. Έτσι προκύπτουν τα διαγράμματα Bode μέτρου και φάσης για τον κάθε συνδυασμό εισόδου με έξοδο. Το διάγραμμα Bode μέτρου έχει στον λογαριθμικό άξονα x το μέγεθος της συχνότητας, ενώ στον άξονα y το μέτρο: $20 \log \frac{y(s)}{u(s)}$ σε decibel.

Το διάγραμμα φάσης έχει τον ίδιο άξονα x και στον άξονα y τη φάση: $\varphi = \varphi(y(s)) - \varphi(u(s))$ σε μοίρες.

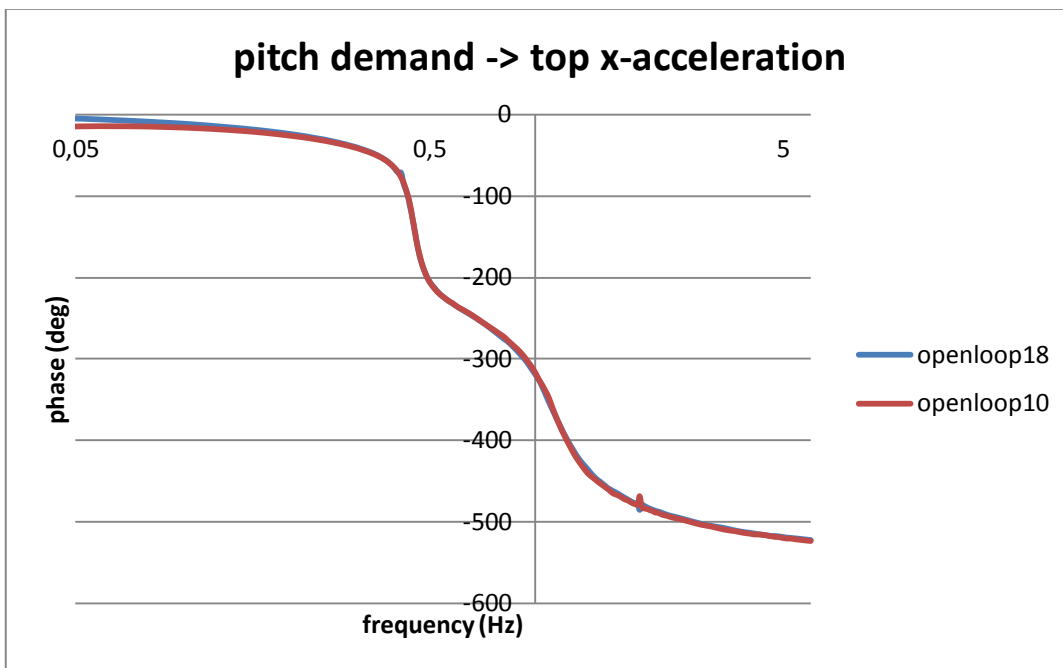
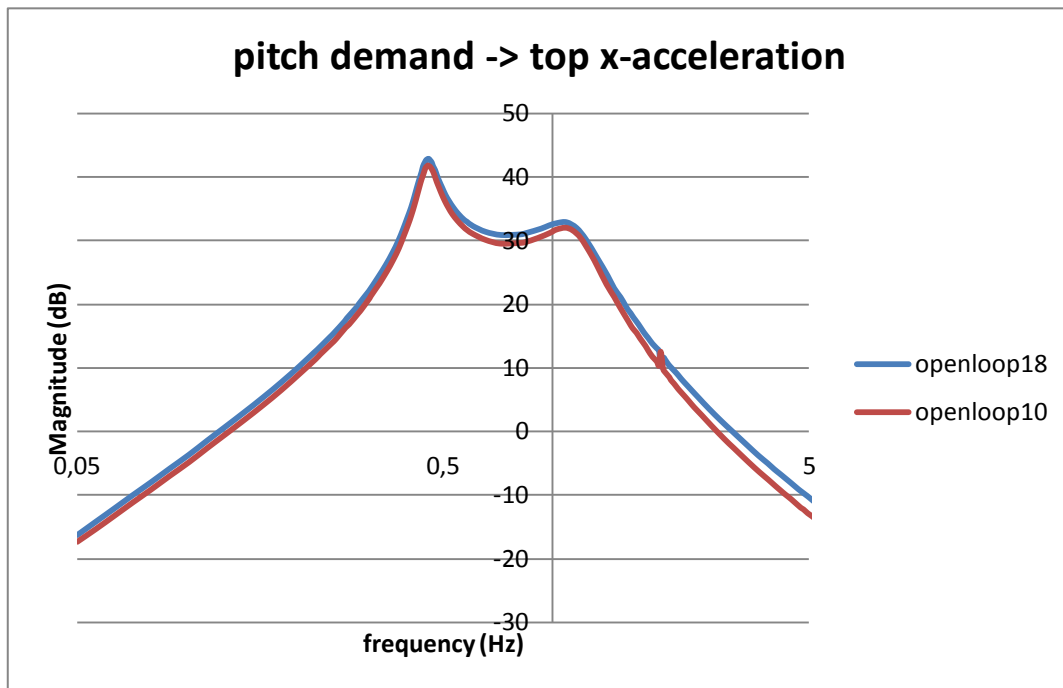
Ακολουθούν τα διαγράμματα bode κέρδους και φάσης σε σχέση με τη συχνότητα για ταχύτητες ανέμου 10 και 18m/sec, όπως αυτά προέκυψαν από τη γραμμική ανάλυση. Παρουσιάζουμε εδώ μόνο τα διαγράμματα με είσοδο τη γωνία βήματος και τη ροπή της γεννήτριας, καθώς αυτά με είσοδο την ταχύτητα του ανέμου θα παρουσιαστούν παρακάτω, όταν γίνει σύγκρισή τους με το σύστημα κλειστού βρόχου. Το πρώτο διάγραμμα είναι αυτό με είσοδο την απαιτούμενη γωνία βήματος και έξοδο την πραγματική.



Σχήμα 30: Διάγραμμα Bode (κέρδους και φάσης) με είσοδο την απαιτούμενη γωνία βήματος των πτερυγίων και έξοδο την πραγματική γωνία βήματος του πρώτου πτερυγίου για ταχύτητα ανέμου 10 m/sec.

Στα δύο αυτά σχήματα παρατηρούμε πως μεταβάλλεται το πραγματικό pitch του πρώτου πτερυγίου σε σχέση με αυτό που του επιβάλλει ο επενεργητής (δεύτερης τάξης φίλτρο). Το φίλτρο αυτό για χαμηλές τιμές συχνοτήτων μεταφέρει αυτούσια τις αλλαγές που του επιβάλλουμε. Όσο, όμως οι τιμές των συχνοτήτων μεγαλώνουν, το φίλτρο δεν επιτρέπει τις υψίσυχνες μεταβολές που του επιβάλλουμε. Αυτό φαίνεται από την πτώση του κέρδους. Το διάγραμμα που προέκυψε για ταχύτητα ανέμου 18m/sec είναι όμοιο με αυτό και αποφεύγεται η παρουσίασή του.

Ακολουθεί το διάγραμμα κέρδους-συχνότητας με είσοδο την απαιτούμενη γωνία βήματος και έξοδο την επιτάχυνση στην κορυφή του πύργου, για τις δύο ταχύτητες ανέμου.

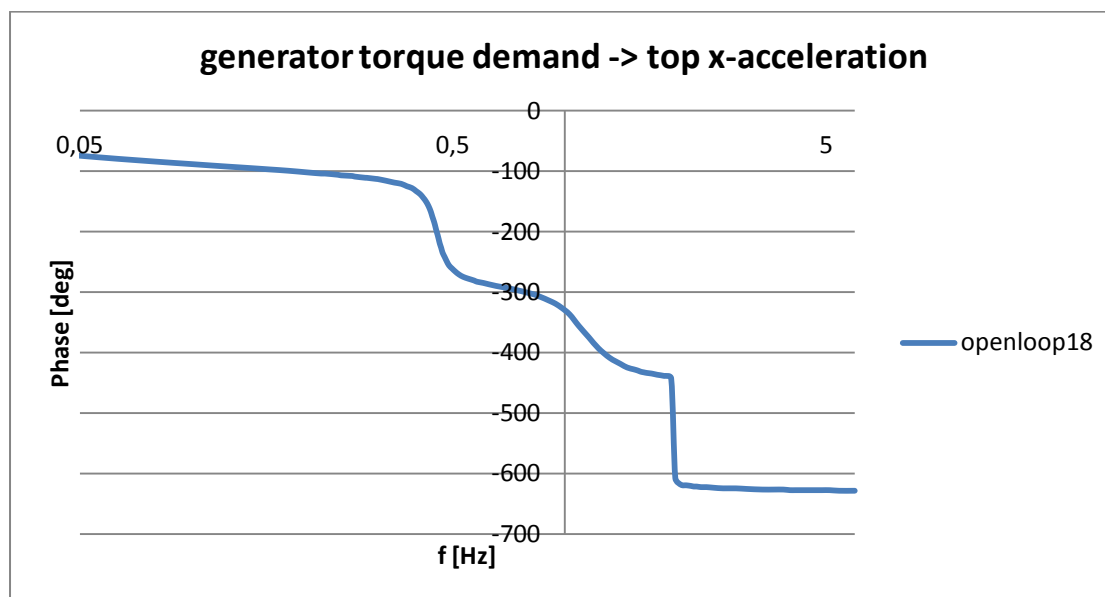
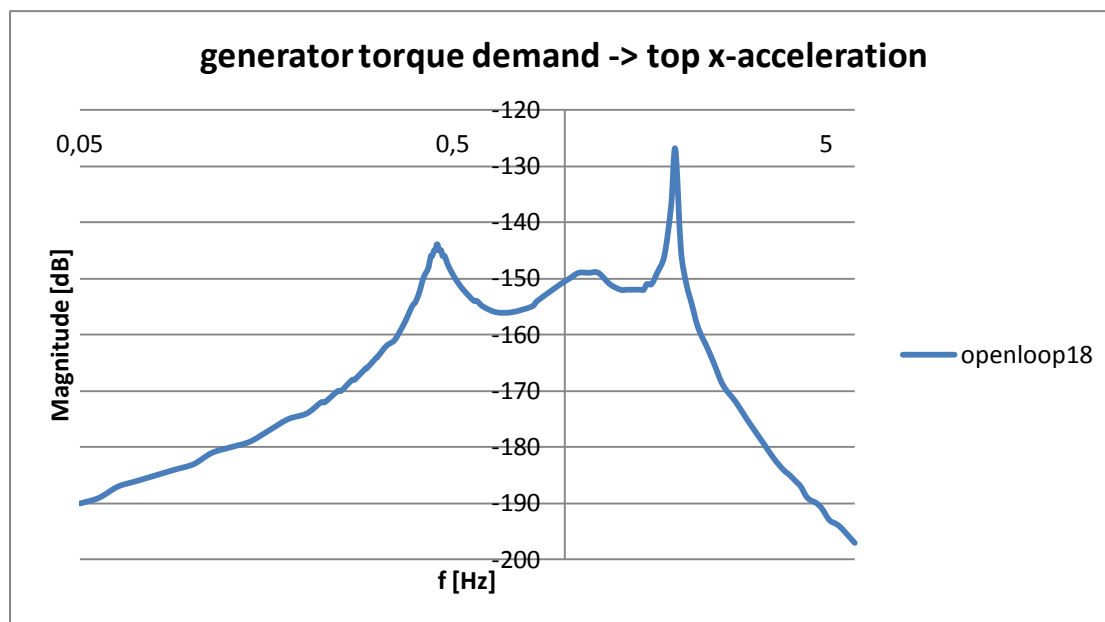


Σχήμα 32: Διάγραμμα Bode (κέρδους και φάσης) με είσοδο την απαιτούμενη γωνία βήματος των πτερυγίων και έξοδο την επιτάχυνση της κορυφής του πύργου για ταχύτητα ανέμου 10 και 18 m/sec.

Κορυφές στο διάγραμμα Bode παρατηρούνται για δύο συχνότητες: για συχνότητα ίση με αυτήν της ιδιοσυχνότητας του πύργου κατά την διαμήκη κίνηση (~0,455 Hz) και για συχνότητα που αντιστοιχεί στη συμμετρική ιδιομορφή κατά την κατεύθυνση πτερυγίωσης (~1,1 Hz). Καθώς αυξάνεται η ταχύτητα του ανέμου, αυξάνεται και η διαταραχή που αυτός προκαλεί κι έτσι επηρεάζονται οι ιδιοσυχνότητες στην κατεύθυνση του ανέμου. Με αύξηση της ταχύτητας του ανέμου παρατηρείται η μετακίνηση του διαγράμματος προς τα πάνω,

δηλαδή το σύστημα γίνεται όλο και πιο ασταθές. Τα διαγράμματα της φάσης συναρτήσει της συχνότητας για τις δύο ταχύτητες σχεδόν ταυτίζονται.

Ακολουθεί το Bode μέτρου και φάσης με είσοδο την απαιτούμενη ροπή της γεννήτρια και έξοδο την επιτάχυνση στην κορυφή του πύργου κατά την κατεύθυνση του ανέμου.



Σχήμα 32: Διάγραμμα Bode μέτρου και φάσης με είσοδο την απαιτούμενη ροπή της γεννήτριας και έξοδο την επιτάχυνση στην κορυφή του πύργου για ταχύτητα ανέμου 18m/sec.

Οι κορυφές που παρατηρούνται στο διάγραμμα αυτό αντιστοιχούν στις συχνότητες της διαμήκουσ κίνησης του πύργου (~0.45Hz), της συμμετρικής κατά την κατεύθυνση πτερύγισης ιδιομορφής του δρομέα (~1.12 Hz) και της συμμετρικής κατά την edge κατεύθυνση ιδιομορφής του δρομέα που είναι συζευγμένη με το σύστημα του άξονα (~1.97 Hz). Αυτό που συμπεραίνεται από τη μορφή του διαγράμματος είναι ότι μεταβολή στη ροπή της γεννήτριας θα διεγείρει τις ιδιομορφές που αντιστοιχούν στις συχνότητες των

peaks. Η απόσβεση δηλαδή για αυτές τις συχνότητες θα είναι μειωμένη. Παρατηρείται, ωστόσο, ότι τα πλάτη έχουν πολύ μικρές τιμές, το οποίο συνεπάγεται ότι αλλαγή στη ροπή της γεννήτριας δεν συνεισφέρει σημαντικά στην επιτάχυνση της κορυφής του πύργου.

Σύγκριση αποτελεσμάτων με μη-γραμμική ανάλυση

Για τον έλεγχο των αποτελεσμάτων του script έγινε σύγκρισή τους με τα αποτελέσματα της μη γραμμικής ανάλυσης. Για δημιουργία των διαγραμμάτων bode από το πρόγραμμα ακολουθήθηκε η εξής διαδικασία:

Το μη-γραμμικό σύστημα έχει τη μορφή:

$$M\ddot{z} + C\dot{z} + Kz = Q + Q_u\delta u$$

Προστέθηκε μια περιοδική διαταραχή στο διάνυσμα των μεταβλητών εισόδου δu μετά τη διέλευση ικανοποιητικού για τη σταθεροποίηση του συστήματος χρόνο. Τα διαγράμματα που ενδιαφέρουν είναι αυτά με είσοδο την ταχύτητα του ανέμου και τη γωνία βήματος των πτερυγών, έτσι επιλέγουμε τα μεγέθη αυτά να μεταβάλλονται στο πεδίο του χρόνου. Η εξίσωση που χρησιμοποιείται για τη μεταβολή τους είναι της μορφής:

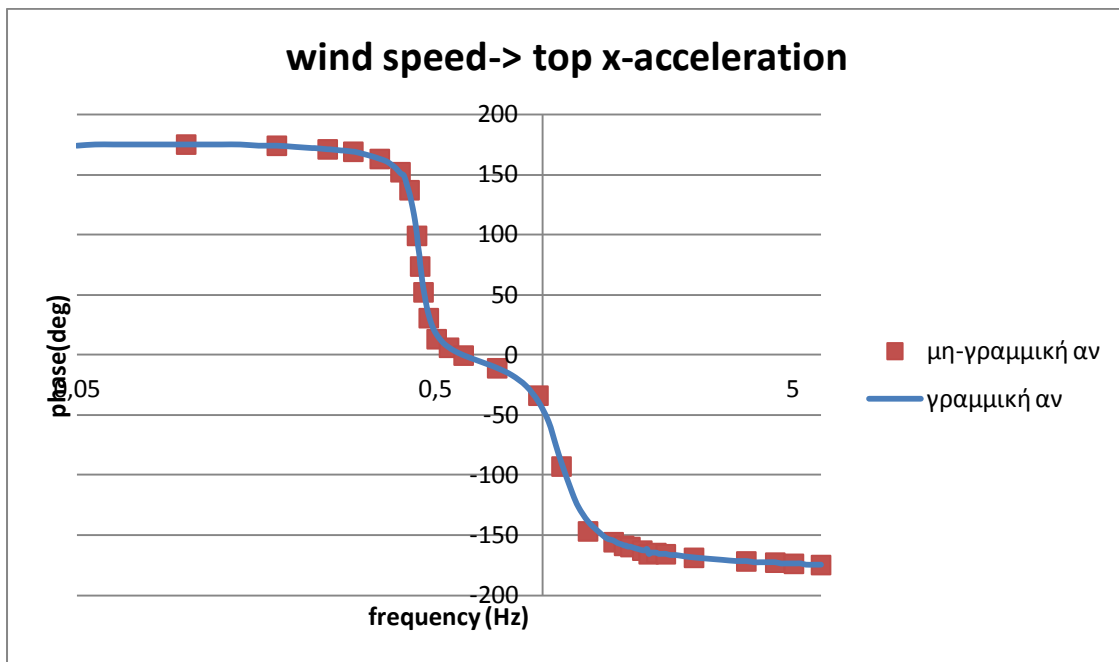
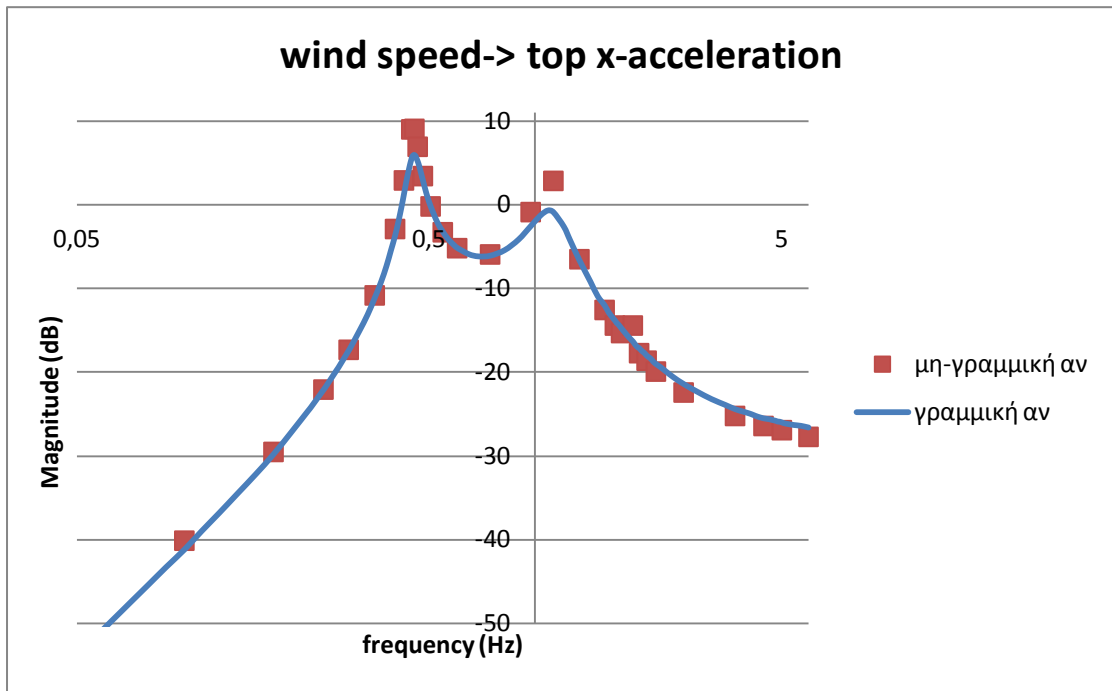
$$\delta x = X_0 * \cos(2\pi f(t - t_0))$$

όπου x η ταχύτητα του ανέμου ή η γωνία βήματος ανάλογα με ποιο μέγεθος εξετάζεται κάθε φορά. Στη θέση του πλάτους της ταλάντωσης X_0 , τοποθετείται μια μικρή τιμή έτσι ώστε να μην επηρεαστεί η ευστάθεια του προβλήματος. Πιο συγκεκριμένα, όταν μεταβάλλεται η ταχύτητα θέτουμε $U_0=0.5\text{m/sec}$, ενώ όταν μεταβάλλεται η γωνία βήματος pitch, θέτουμε $P_0=0.5^\circ$.

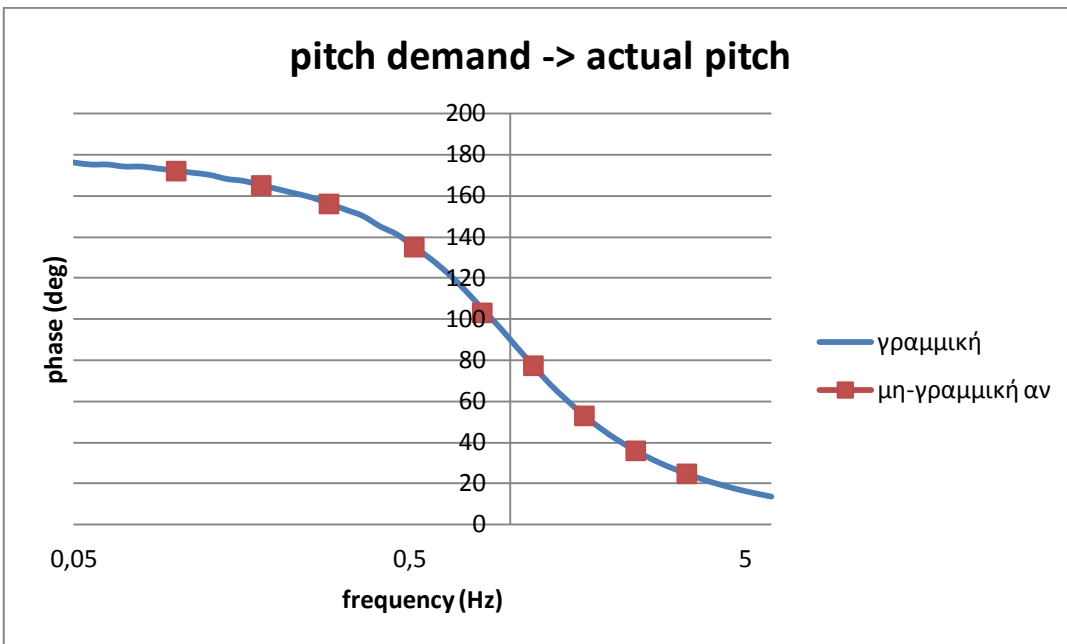
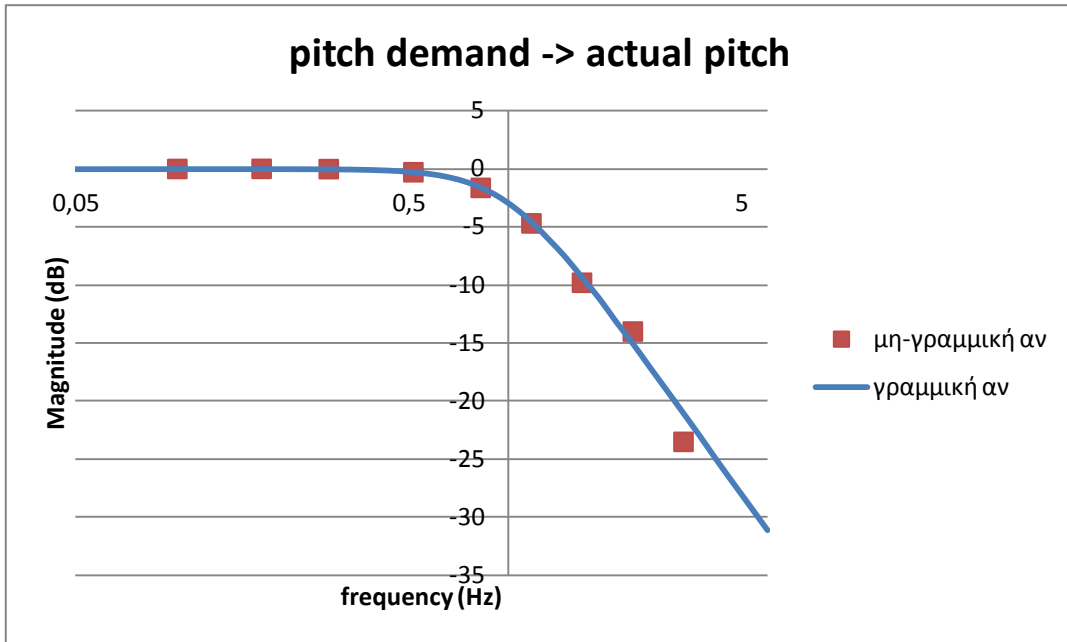
Τρέχοντας το πρόγραμμα για μία συγκεκριμένη συχνότητα f δημιουργούμε το διάγραμμα του βαθμού ελευθερίας που αντιστοιχεί στην έξοδο που ενδιαφέρει σε σχέση με το χρόνο. Στο διάγραμμα αυτό μετράμε το πλάτος που προκαλείται από τη διαταραχή και το διαιρούμε με το πλάτος της διαταραχής που έχουμε προσθέσει. Έτσι υπολογίζουμε το μέτρο για τη συγκεκριμένη συχνότητα. Επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία αυτή για έναν ικανοποιητικό αριθμό συχνοτήτων στο εύρος των διαγραμμάτων της γραμμικής ανάλυσης δημιουργούμε τα διαγράμματα bode της μη-γραμμικής ανάλυσης.

Αντίστοιχη διαδικασία ακολουθείται και για τον υπολογισμό της φάσης. Εδώ, μετράμε τη διαφορά της φάσης μεταξύ εισόδου και εξόδου τους και το μέγεθος που βρίσκουμε είναι η φάση του διαγράμματος bode για τη συγκεκριμένη συχνότητα. Όμοια με πριν, η διαδικασία επαναλαμβάνεται για πολλές συχνότητες.

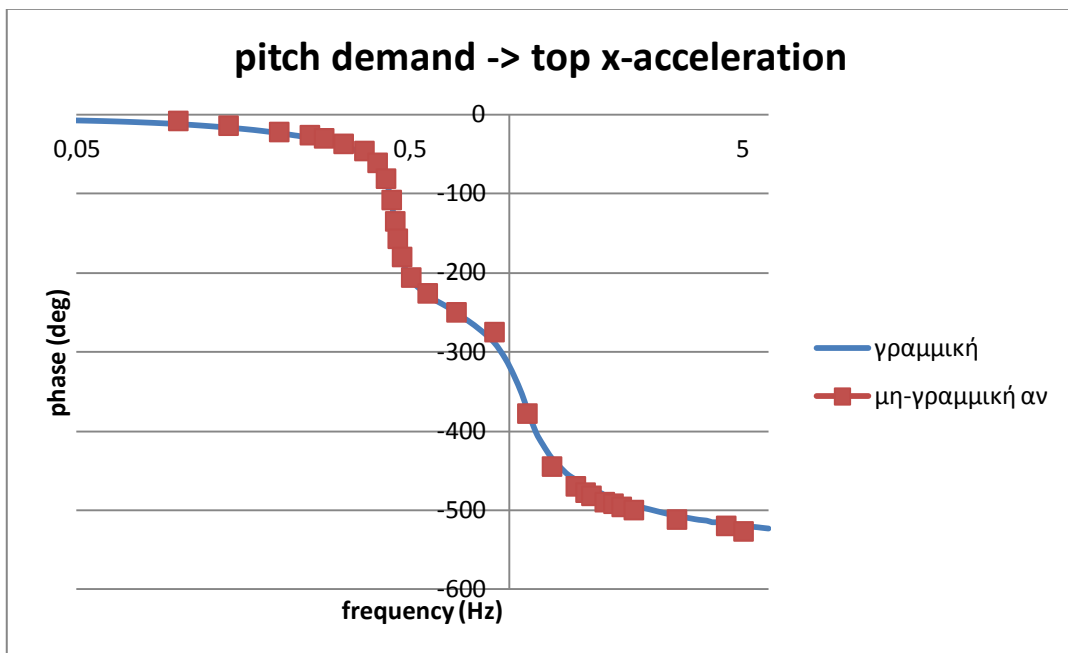
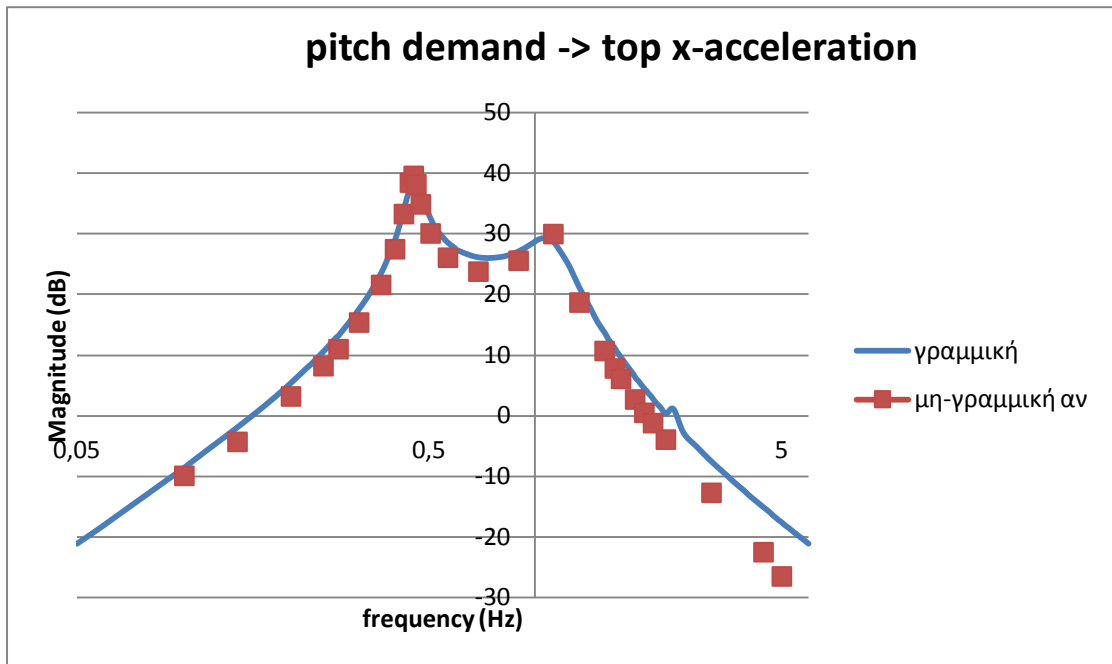
Ακολουθούν τα διαγράμματα bode της γραμμικής και μη γραμμικής ανάλυσης για ταχύτητα ανέμου 5m/sec . Τα κόκκινα σημεία είναι αυτά της μη γραμμικής ανάλυσης. Οι αποκλίσεις μεταξύ των δύο διαγραμμάτων είναι σχεδόν αμελητέες πράγμα που αποδεικνύει τη σωστή λειτουργία του μοντέλου.



Σχήμα 33: Διάγραμμα Bode (κέρδους και φάσης) με είσοδο την ταχύτητα του ανέμου και έξοδο την επιτάχυνση της κορυφής του πύργου για ταχύτητα ανέμου 5m/sec.



Σχήμα 34: Διάγραμμα Bode (κέρδους και φάσης) με είσοδο την απαιτούμενη γωνία βήματος των πτερυγίων και έξοδο την πραγματική γωνία βήματος του πρώτου πτερυγίου για ταχύτητα ανέμου 5m/sec.



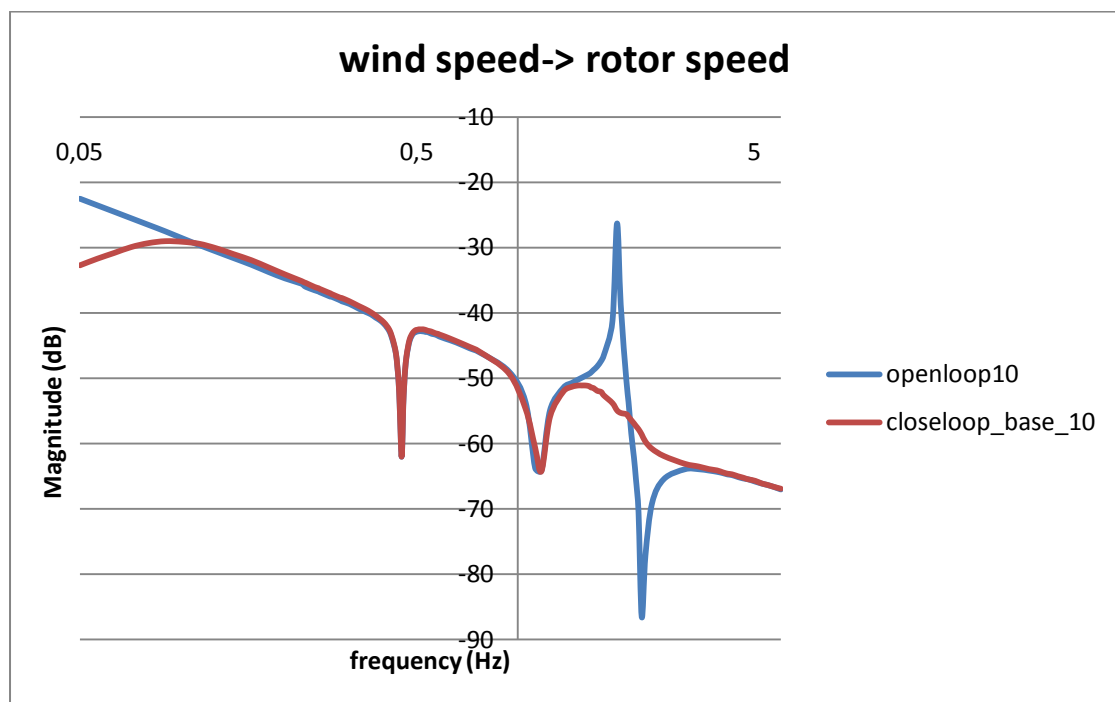
Σχήμα 35: Διάγραμμα Bode (κέρδους και φάσης) με είσοδο την απαιτούμενη γωνία βήματος των πτερυγίων και έξοδο την επιτάχυνση της κορυφής του πύργου για ταχύτητα ανέμου 5m/sec.

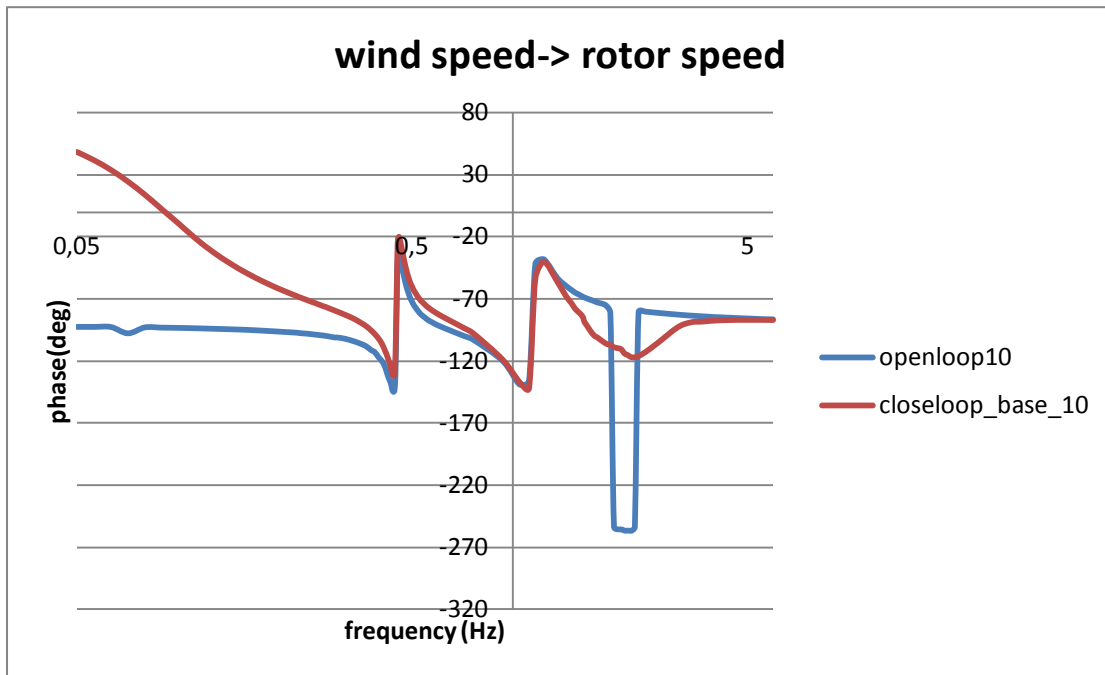
ΣΥΣΤΗΜΑ ΚΛΕΙΣΤΟΥ ΒΡΟΧΟΥ

Αποτελέσματα ανάλυσης συχνοτήτων συστήματος κλειστού βρόχου

Τα διαγράμματα Bode που δημιουργούνται για το σύστημα κλειστού βρόχου μπορούν να έχουν ως είσοδο μόνο την ταχύτητα του ανέμου, καθώς τα μεγέθη της απαιτούμενης γωνίας βήματος και ροπής γεννήτριας είναι πλέον μεταβλητές κατάστασης και όχι είσοδοι στο σύστημα. Τα διαγράμματα παρουσιάζονται σε σχέση με αυτά του ανοιχτού βρόχου για να γίνει φανερή η επίδραση που έχει ο βασικός ελεγκτής. Η ανάλυση απόκρισης συχνότητας έγινε για ταχύτητες ανέμου 10 και 18m/sec.

Ακολουθούν τα διαγράμματα Bode με είσοδο την ταχύτητα του ανέμου και εξόδους τη γωνιακή ταχύτητα του δρομέα και της γεννήτριας και την επιτάχυνση στην κορυφή του πύργου.

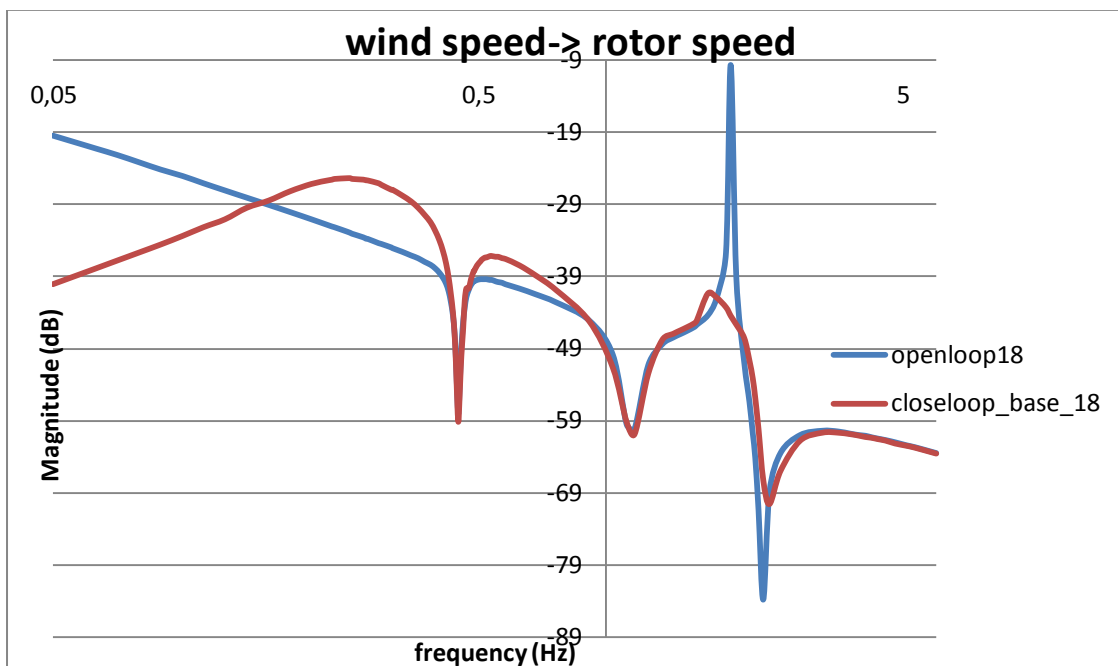


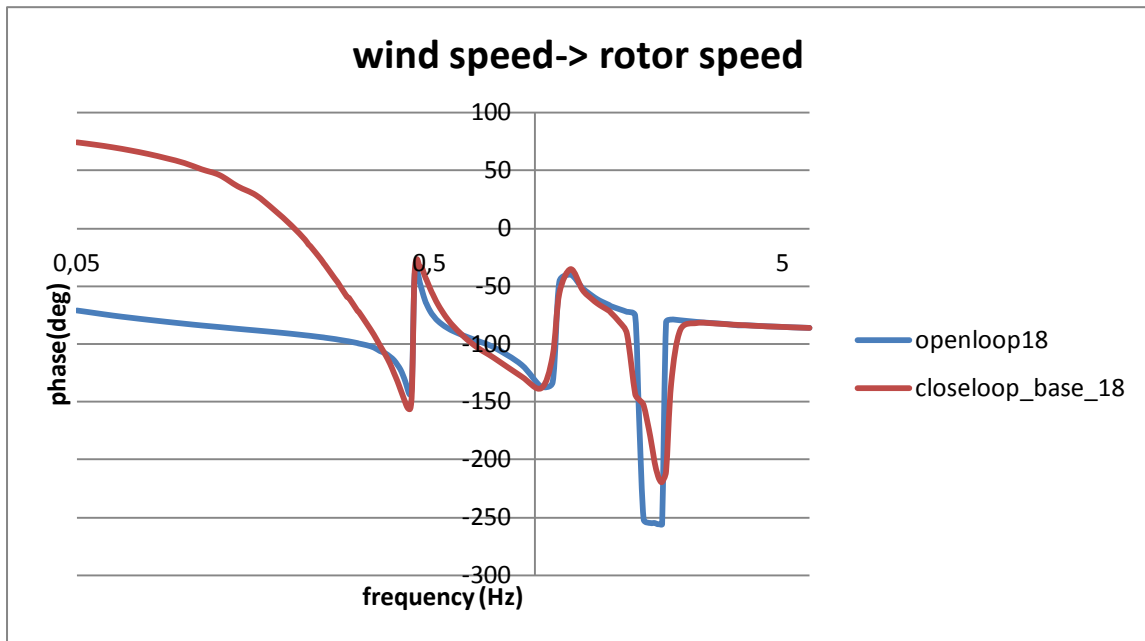


Σχήμα 36: Διάγραμμα Bode (κέρδους και φάσης) με έξοδο τη γωνιακή ταχύτητα του δρομέα για ταχύτητα 10m/sec.

Το *reak* που παρατηρείται για το σύστημα ανοιχτού βρόχου αντιστοιχεί στη συχνότητα της συμμετρικής ιδιομορφής κατά την *edge* κατεύθυνση που είναι συζευγμένη με τον άξονα (~1,97 Hz). Με την τοποθέτηση του *controller* αυξάνει η απόσβεση της ιδιοσυχνότητας αυτής και έτσι το διάγραμμα γίνεται πιο ομαλό στην περιοχή της. Η αύξηση της απόσβεσης οφείλεται στην προσθήκη του φίλτρου διέλευσης ζώνης (*Drive-Train Damper (DTD)*).

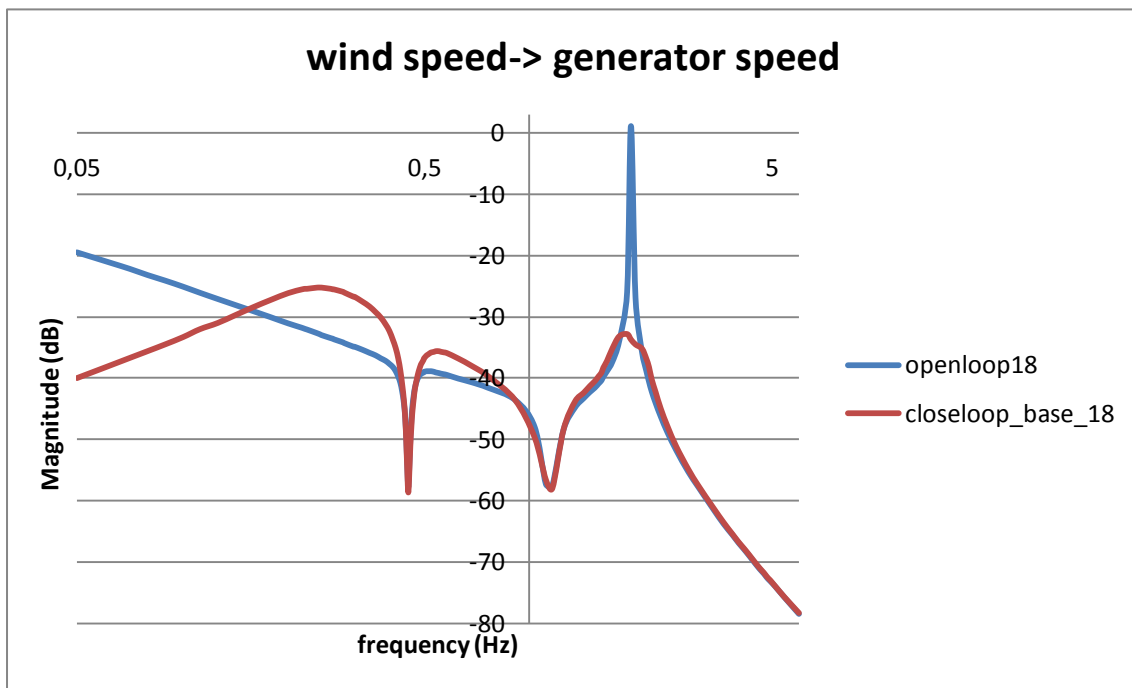
Ακολουθούν τα ίδια διαγράμματα για ταχύτητα ανέμου 18m/sec, όπου παρατηρείται η ίδια συμπεριφορά. Κατά τη μετάβαση σε μεγαλύτερη ταχύτητα ανέμου είναι φανερό ότι παρουσιάζονται λιγότερο ομαλές καμπύλες.

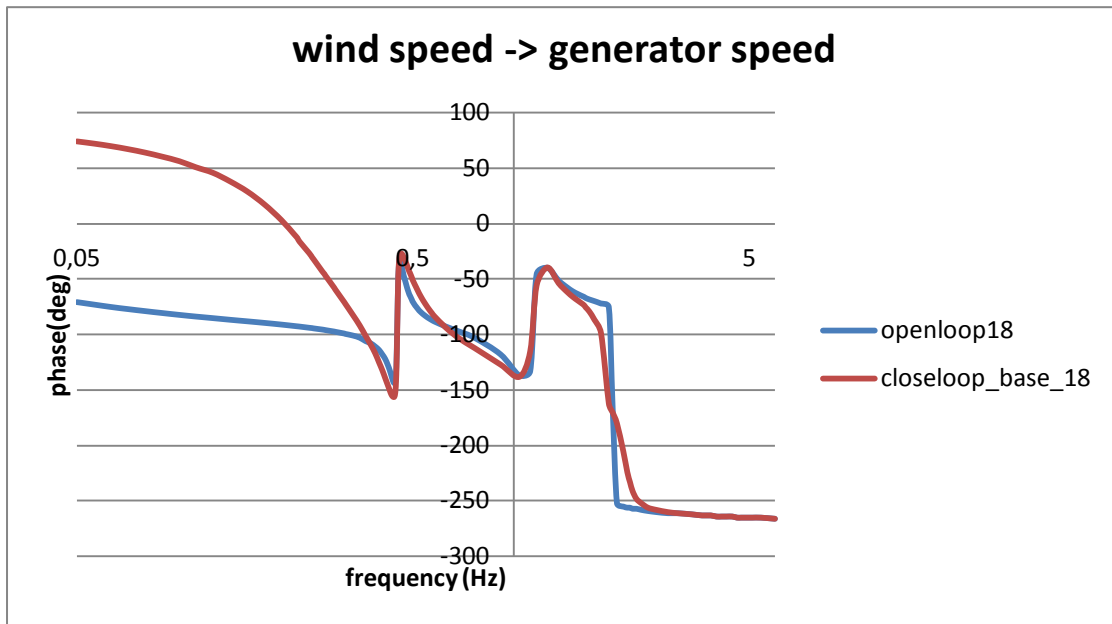




Σχήμα 37: Διάγραμμα Bode (κέρδους και φάσης) με έξοδο τη γωνιακή ταχύτητα του δρομέα για ταχύτητα 18m/sec.

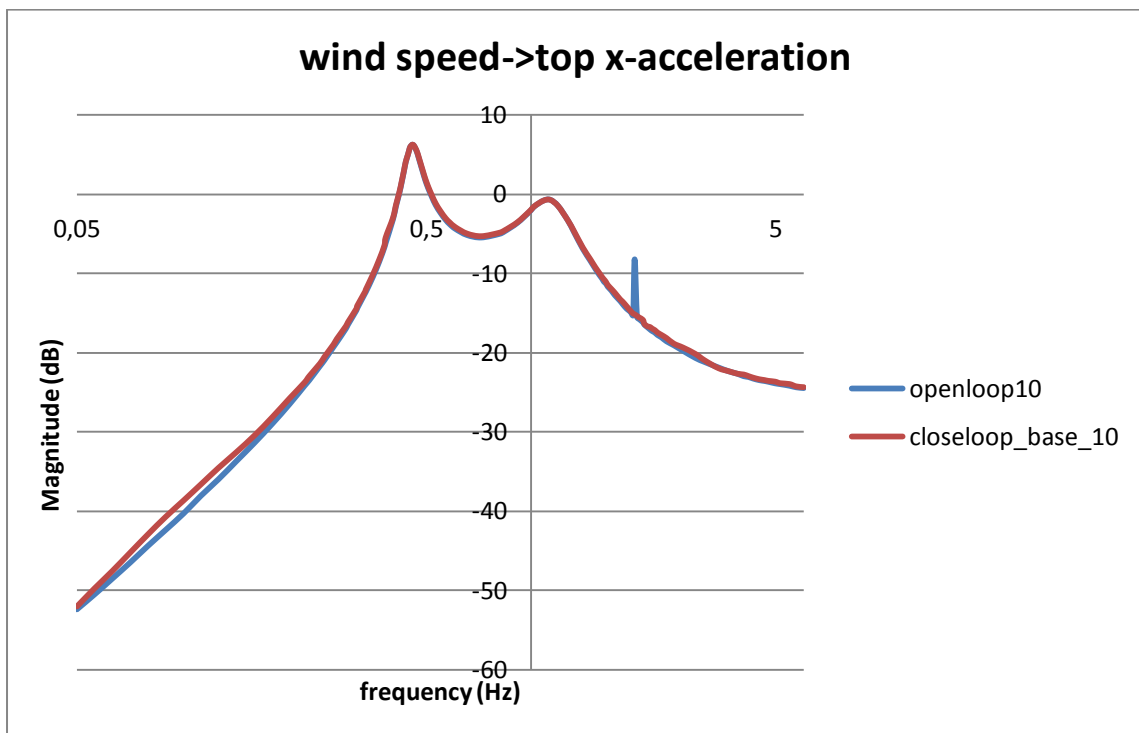
Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα διαγράμματα που έχουν ως έξοδο την ταχύτητα της γεννήτριας για ταχύτητα ανέμου 18m/sec. Η συμπεριφορά είναι παρόμοια με αυτής της ταχύτητας του δρομέα. Επίσης, λόγω της μεγάλης ομοιότητας των διαγραμμμάτων για ταχύτητα ανέμου 10m/sec με τα παρακάτω, παραλείπεται η παρουσίασή τους.

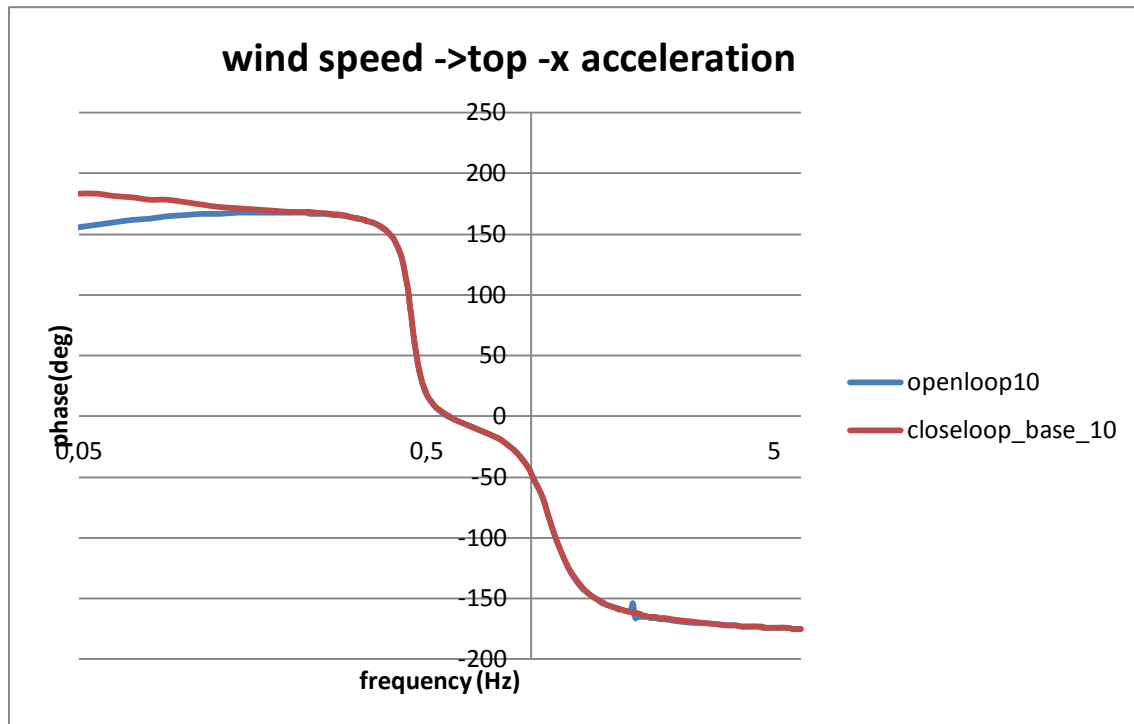




Σχήμα 38: Διάγραμμα Bode (κέρδους και φάσης) με έξοδο τη γωνιακή ταχύτητα της γεννήτριας για ταχύτητα 18m/sec.

Τέλος, έχουμε τα διαγράμματα Bode μέτρου και φάσης με έξοδο την επιτάχυνση στην κορυφή του πύργου για ταχύτητα ανέμου 18m/sec. Παρατηρείται πάλι το peak στην ιδιοσυχνότητα του άξονα το οποίο εξαλείφεται με την προσθήκη του ελεγκτή.





Σχήμα 39: Διάγραμμα Bode (κέρδους και φάσης) με έξοδο την επιτάχυνση στην κορυφή του πύργου για ταχύτητα 10m/sec.

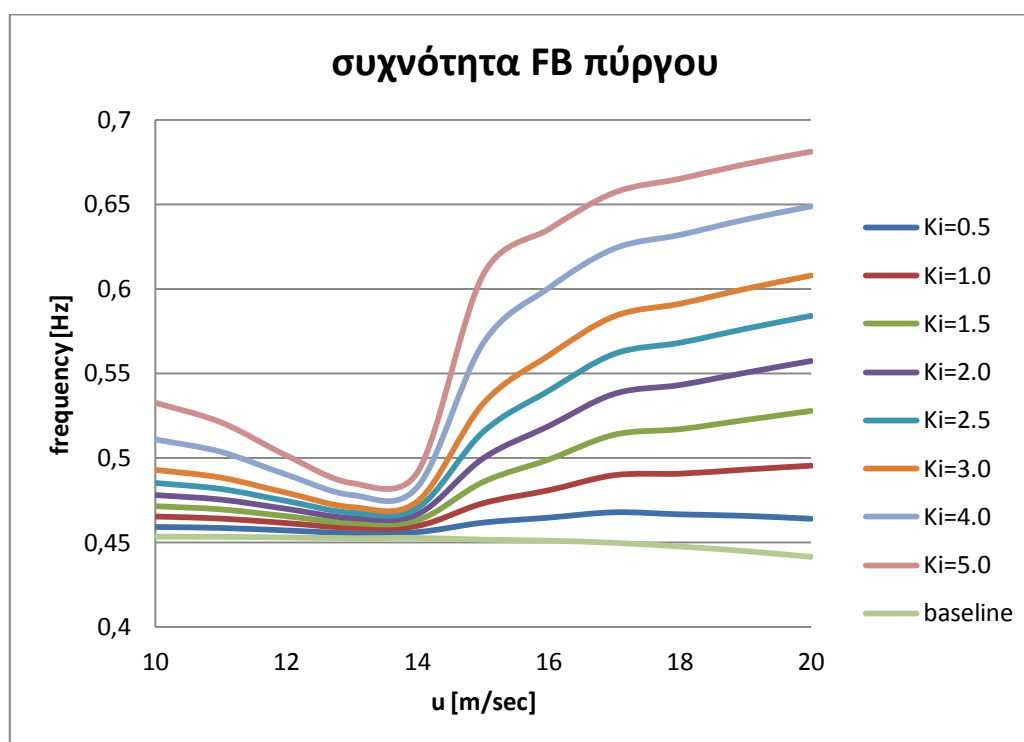
ΣΥΣΤΗΜΑ ΚΛΕΙΣΤΟΥ ΒΡΟΧΟΥ ΜΕ ΕΛΕΓΚΤΗ ΠΥΡΓΟΥ

Αποτελέσματα παραμετρικής ανάλυσης

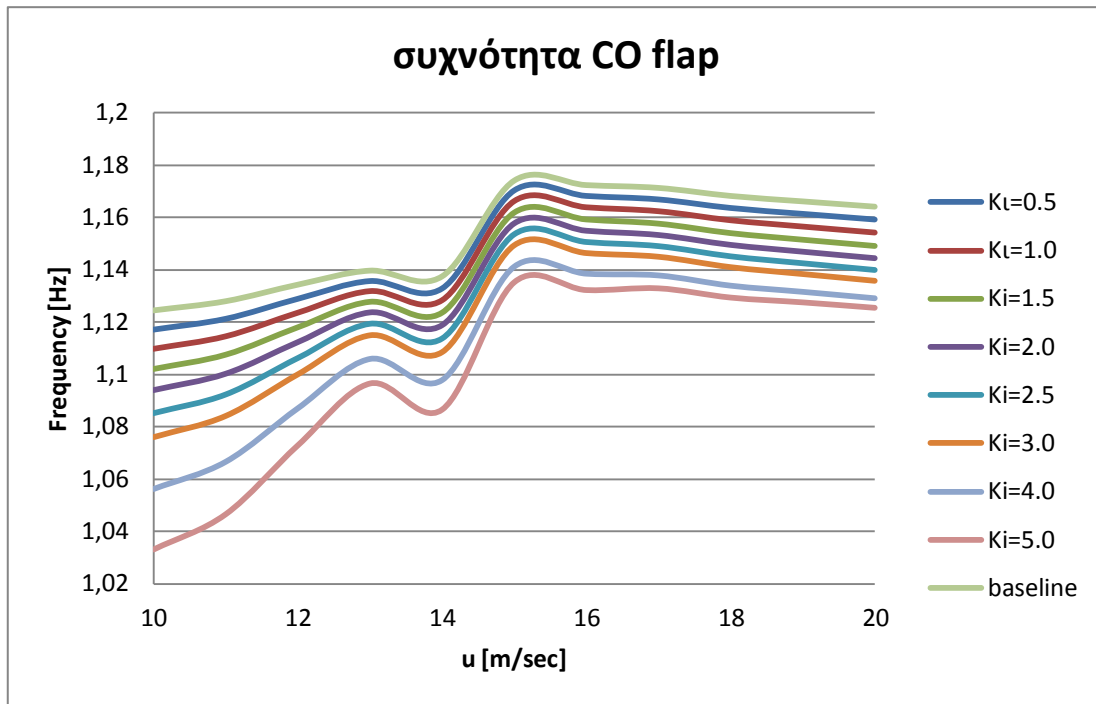
Βελτιστοποίηση της στρατηγικής αυτής ελέγχου πραγματοποιείται σε δύο στάδια. Αρχικά γίνεται παραμετρική ανάλυση με βάση το κέρδος του ελεγκτή, όπου το φίλτρο είναι ανενεργό, για την επιλογή της βέλτιστης τιμής του. Στη συνέχεια πραγματοποιείται παραμετρική ανάλυση για την επιλογή του βέλτιστου φίλτρου.

Κέρδος K_i :

Για διαφορετικές τιμές του κέρδους πραγματοποιήθηκε ανάλυση ευστάθειας του συστήματος και βρέθηκαν οι ιδιοσυχνότητες και οι αποσβέσεις για κάθε ιδιομορφή. Από τον έλεγχο του collective pitch οι ιδιομορφές που επηρεάζονται είναι αυτή της μπρος-πίσω κίνησης του πύργου και η ιδιομορφή των πτερυγίων η συμμετρική κατά flap. Τα κέρδη του ελεγκτή που δοκιμάστηκαν έχουν εύρος τιμών από 0 έως $5^{\circ}/(m/sec)$. Η ανάλυση έγινε για όλες τις ταχύτητες του ανέμου (10-20m/sec). Οι ιδιοσυχνότητες και τα χαρακτηριστικά της απόσβεσης (damping) των δύο επηρεαζόμενων ιδιομορφών φαίνονται στα επόμενα διαγράμματα. Σημειώνεται ότι ο ελεγκτής του πύργου δρα ακόμη και όταν ο βασικός ελεγκτής βρίσκεται σε mode 3, δηλαδή όταν ελέγχεται η ροπή της γεννήτριας.

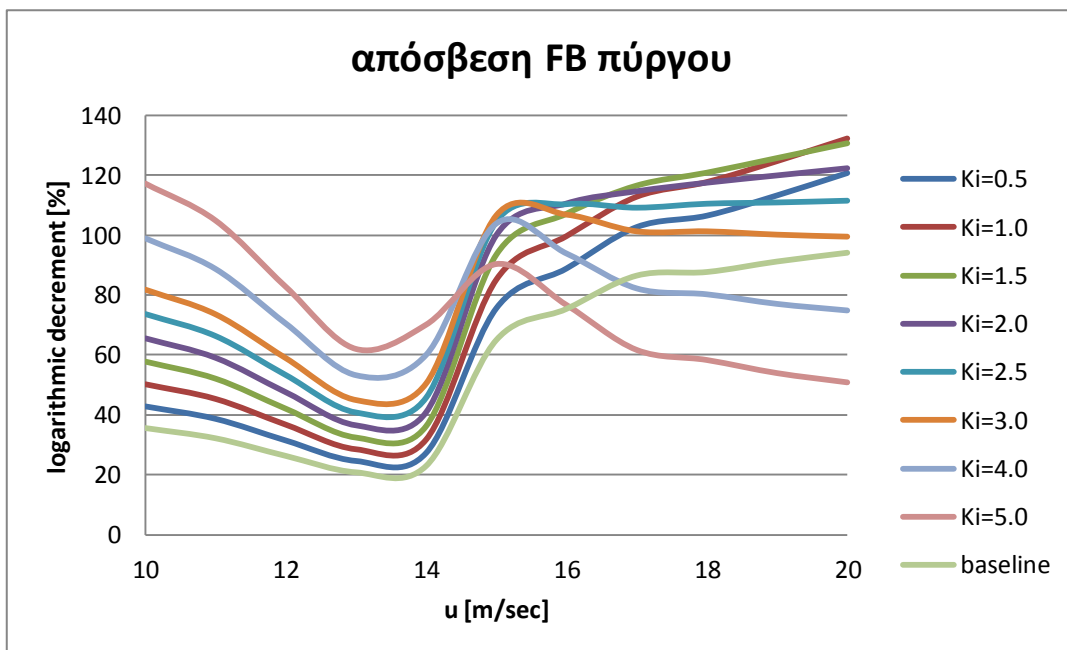


Σχήμα 40: Διάγραμμα μεταβολής συχνότητας πύργου στο μπρος-πίσω επίπεδο συναρτήσει της ταχύτητας του ανέμου για διαφορετικές τιμές του K_i .

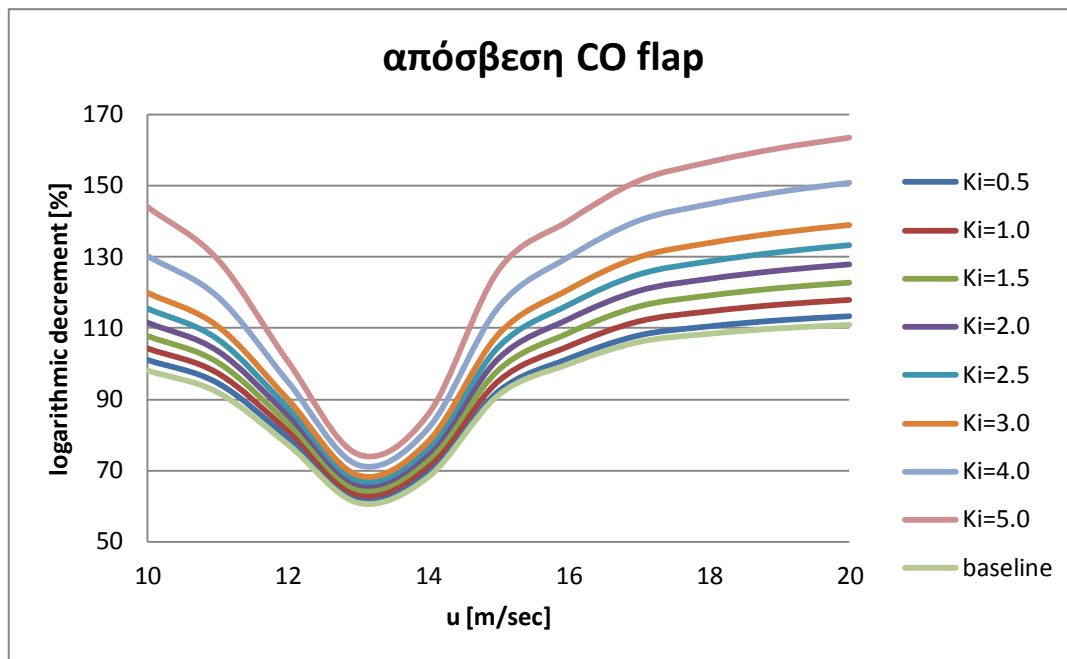


Σχήμα 41: Διάγραμμα μεταβολής συχνότητας των πτερυγίων της συμμετρικής ιδιομορφής κατά flap συναρτήσει της ταχύτητας του ανέμου για διαφορετικές τιμές του K_i .

Στα διαγράμματα έχει σχεδιαστεί και η μεταβολή της συχνότητας της αντίστοιχης ιδιομορφής για το σύστημα με τον βασικό ελεγκτή μόνο (baseline). Αυτό που παρατηρείται σχετικά με τις συχνότητες είναι ότι η συχνότητα της μπρος-πίσω κίνησης του πύργου αυξάνεται συνεχώς με αύξηση του K_i , σε αντίθεση με τη συχνότητα των πτερυγίων CO flap, η οποία μειώνεται με αύξηση του K_i . Ακολουθούν τα διαγράμματα των αποσβέσεων των συχνοτήτων αυτών.



Σχήμα 42: Διάγραμμα απόσβεσης της ιδιοσυχνότητας της μπρος-πίσω κίνησης του πύργου συναρτήσει της ταχύτητας του ανέμου για διαφορετικά K_i .



Σχήμα 43: Διάγραμμα απόσβεσης της ιδιοσυχνότητας των πτερυγίων CO flap συναρτήσει της ταχύτητας του ανέμου για διαφορετικά K_i .

Σύμφωνα με τα παραπάνω διαγράμματα των damping επιλέγεται το βέλτιστο κέρδος K_i . Η απόσβεση της συμμετρικής ιδιομορφής των πτερυγίων κατά την κατεύθυνση flap αυξάνεται συνεχώς με αύξηση της τιμής του κέρδους. Αυτό όμως δεν συμβαίνει και για την απόσβεση της ιδιομορφής του πύργου. Παρατηρούμε αύξηση της απόσβεσης για τιμές του κέρδους μέχρι και 1,5. Για μεγαλύτερες τιμές του K_i , η απόσβεση αυξάνεται στις χαμηλές ταχύτητες. Αντίθετα, η απόσβεση στις υψηλές ταχύτητες όχι μόνο δεν αυξάνεται αλλά ειδικά για πολύ μεγάλες τιμές του κέρδους μειώνεται. Για την επίτευξη όσο το δυνατόν μεγαλύτερης απόσβεσης στις χαμηλές ταχύτητες σε συνδυασμό με την προσπάθεια για όσο το δυνατόν μεγαλύτερη αύξηση στην απόσβεση για τις μεγάλες ταχύτητες καταλήγουμε τελικά σε τιμή του K_i ίση με 3 ($^{\circ}/(m/sec)$).

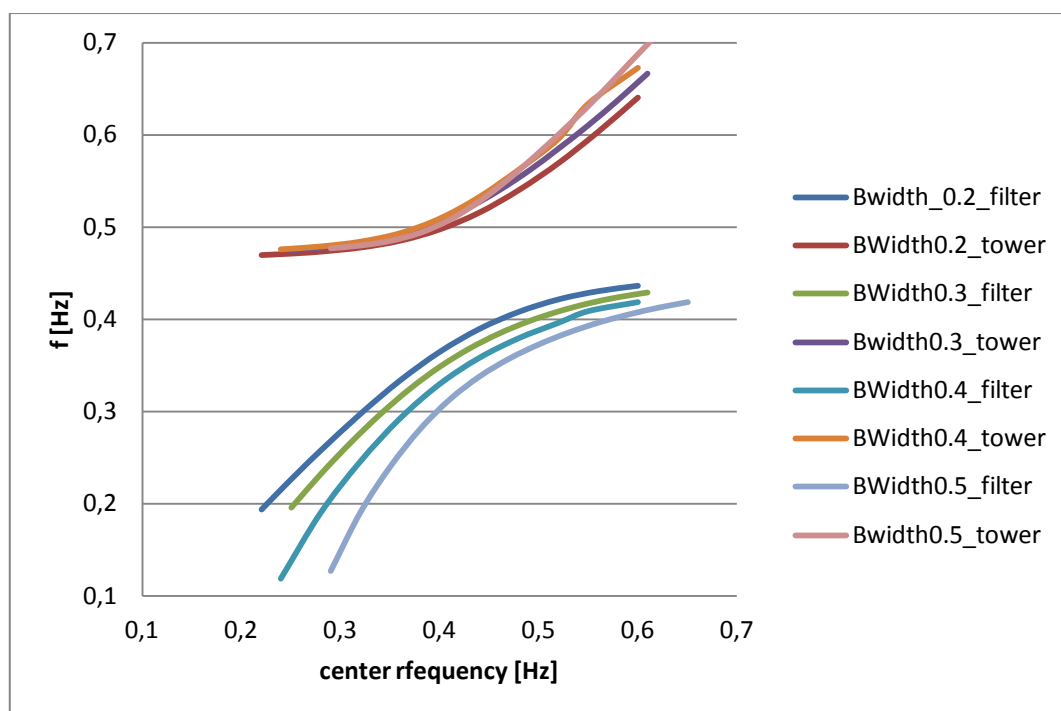
Φίλτρο διέλευσης ζώνης:

Το επόμενο βήμα είναι η εισαγωγή του φίλτρου διέλευσης ζώνης με σκοπό να αποφευχθεί δράση της απόκρισης του pitch σε συχνότητες διαφορετικές από την ιδιοσυχνότητα του πύργου. Η παραμετρική ανάλυση εδώ γίνεται με σκοπό την εύρεση της βέλτιστης κεντρικής συχνότητας και του βέλτιστου εύρους για το φίλτρο. Η παραμετρική ανάλυση πραγματοποιείται για ταχύτητα ανέμου 10m/sec. Τα φίλτρα που δοκιμάστηκαν καλύπτουν ένα μεγάλο εύρος κεντρικών συχνοτήτων από 0,22Hz έως 0,65Hz και εύρη ζώνης (bandwidths) από 0,2Hz έως 0,5Hz. Σε όλες τις περιπτώσεις χρησιμοποιείται η βέλτιστη τιμή του κέρδους του ελεγκτή που βρέθηκε πιο πάνω. Υποθέτουμε 10 dB μείωσης κέρδους για όλα τα φίλτρα.

Το φίλτρο έχει μοντελοποιηθεί μέσω μιας γραμμικής διαφορικής εξίσωσης, έτσι ανάλυση ευστάθειας σε αυτό το πρόβλημα θα δώσει μία επιπλέον ιδιομορφή (mode), η οποία θα αντιστοιχεί στην ιδιοσυχνότητα του φίλτρου. Η ιδιοσυχνότητα του φίλτρου επηρεάζει την ιδιοσυχνότητα της ιδιομορφής του πύργου κατά την κατεύθυνση του ανέμου, η οποία για

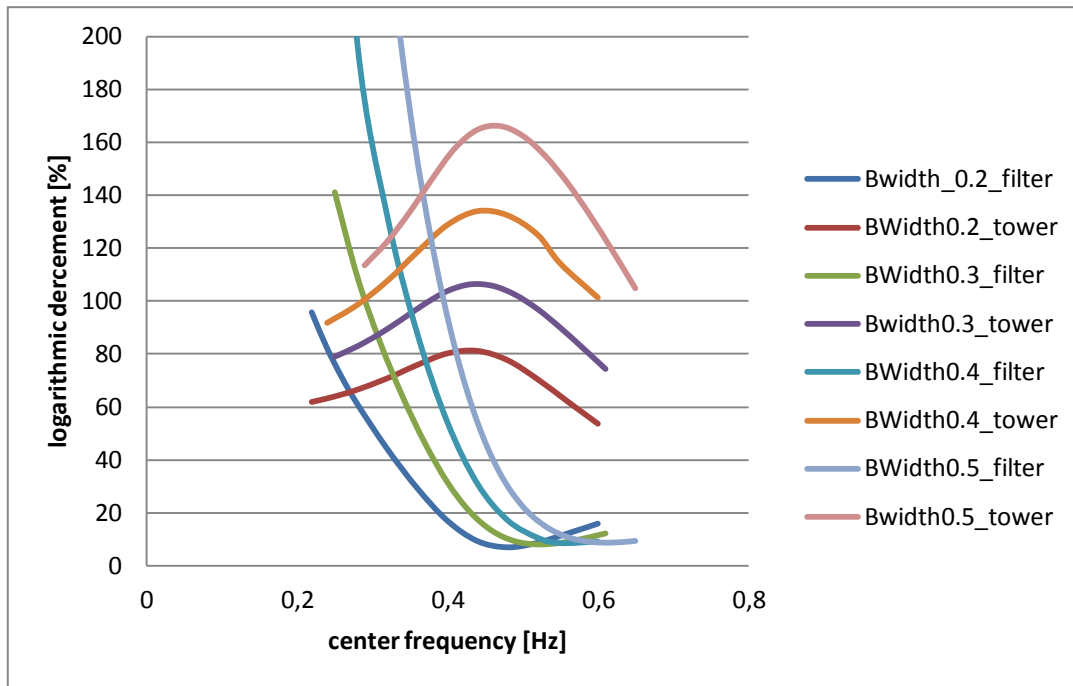
συντομία θα αναφέρεται στο εξής FB mode. Στα διαγράμματα που ακολουθούν παρουσιάζονται οι συχνότητες και τα damping των δύο αυτών modes (FB πύργου και φίλτρο).

Για χαμηλές τιμές κεντρικής συχνότητας του φίλτρου (κάτω από 0,3Hz) η συχνότητα του φίλτρου συγκλίνει στην κεντρική συχνότητα (ευθεία γραμμή στο διάγραμμα), ενώ η συχνότητα FB του πύργου συγκλίνει σε σταθερή τιμή. Για υψηλότερες τιμές κεντρικής συχνότητας του πύργου (πάνω από 0,5Hz) παρατηρείται η αντίθετη τάση. Αυτό δείχνει ότι σε κάποιο σημείο τα δύο modes εναλλάσσουν συχνότητα.



Σχήμα 44: Διάγραμμα μεταβολής συχνοτήτων πύργου και φίλτρου συναρτήσει της κεντρικής συχνότητας του φίλτρου για διαφορετικά εύρη.

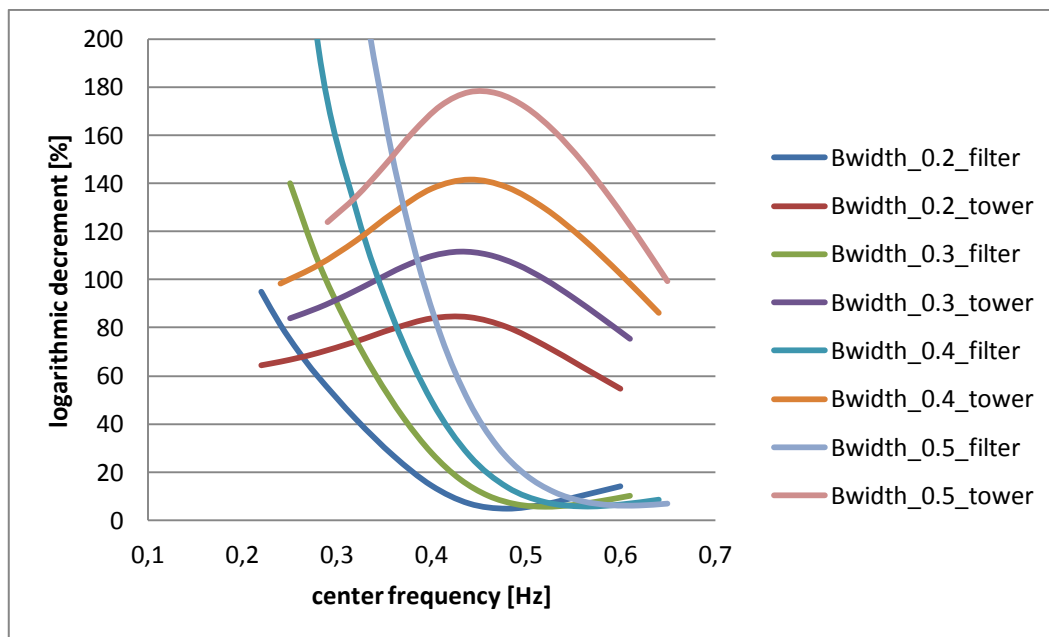
Σχετικά με τα χαρακτηριστικά της απόσβεσης των δύο ιδιομορφών αξίζει να σημειωθεί ότι για χαμηλές τιμές της κεντρικής συχνότητας του φίλτρου, η διαμήκης ιδιομορφή του πύργου έχει σταθερή απόσβεση που αυξάνει με αύξηση της κεντρικής συχνότητας. Στις πολύ υψηλές συχνότητες η απόσβεση πέφτει. Η απόσβεση της ιδιομορφής του φίλτρου παρουσιάζει μια μονοτονική συμπεριφορά. Είναι πολύ υψηλή για χαμηλές κεντρικές συχνότητες, ενώ μειώνεται απότομα στις υψηλές κεντρικές συχνότητες. Το σημείο τομής των καμπυλών απόσβεσης των δύο ιδιομορφών αντιστοιχεί στη μέγιστη αλληλεπίδραση μεταξύ τους και ορίζεται έτσι η βέλτιστη τιμή της κεντρικής συχνότητας του φίλτρου.



Σχήμα 45: Διάγραμμα μεταβολής damping πύργου και φίλτρου συναρτήσει της κεντρικής συχνότητας του φίλτρου για διαφορετικά εύρη.

Σύμφωνα με το παραπάνω διάγραμμα ως βέλτιστη κεντρική συχνότητα του φίλτρου επιλέγεται η $f=0,368$ Hz με εύρος $BWidth=0,5$ Hz.

Τέλος, γίνεται παραμετρική ανάλυση για το φίλτρο και για ταχύτητα ανέμου ίση με 18m/sec, για την επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων που πήραμε. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το διάγραμμα της απόσβεσης σε σχέση με τη κεντρική συχνότητα για τη νέα ταχύτητα.



Σχήμα 46: Διάγραμμα μεταβολής damping πύργου και φίλτρου συναρτήσει της κεντρικής συχνότητας του φίλτρου για διαφορετικά εύρη για ταχύτητα ανέμου 18m/sec.

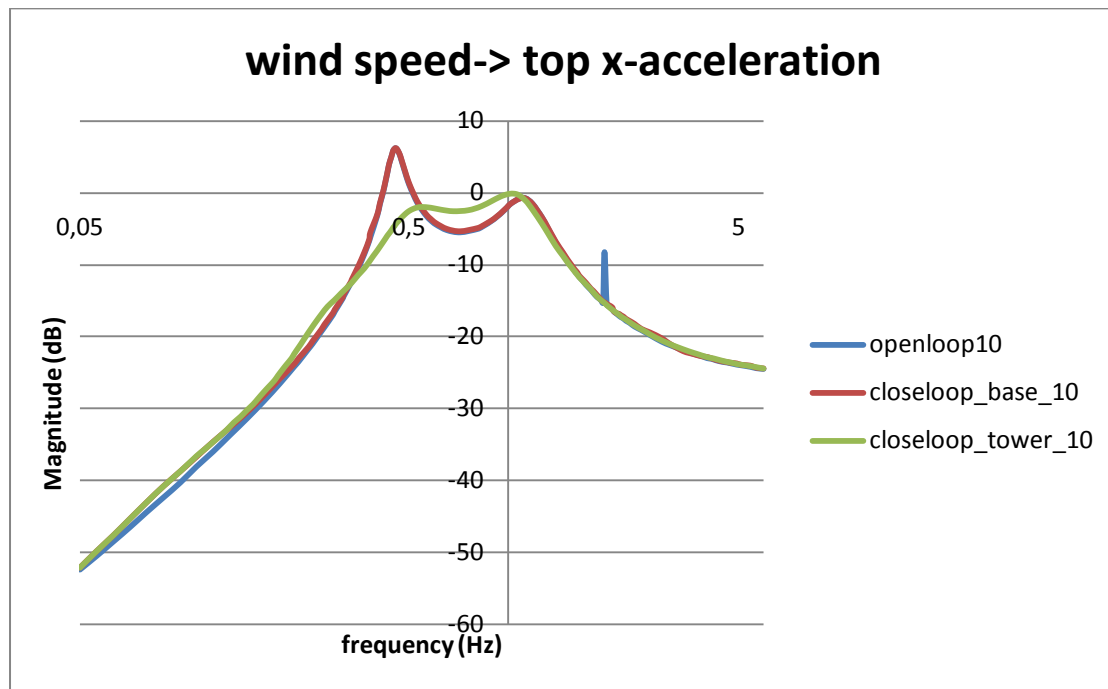
Σύμφωνα με το παραπάνω διάγραμμα η κεντρική συχνότητα για την οποία έχουμε μεγαλύτερη απόσβεση είναι η $f=0,360$ Hz για εύρος $BWidth=0.5$ Hz.

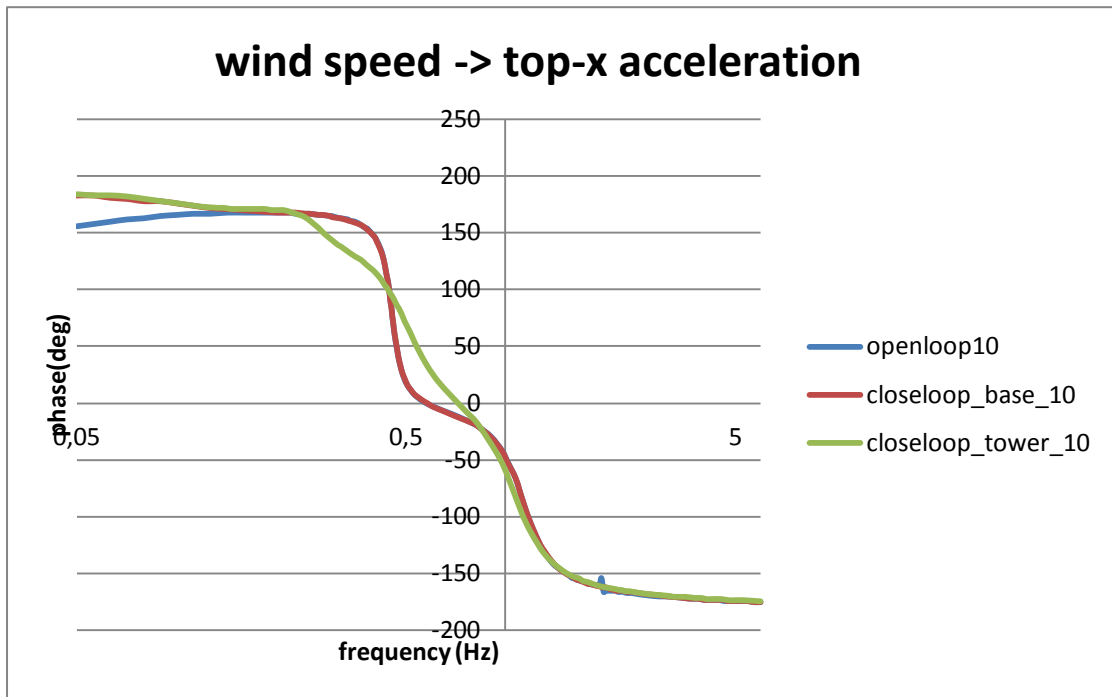
Το αποτέλεσμα αυτής της ανάλυσης συμπίπτει σχεδόν με αυτό της ανάλυσης για ταχύτητα 10m/sec. Επιλέγεται τελικά μια μέση τιμή για την κεντρική συχνότητα του φίλτρου: $f=0.364$ Hz.

Αποτελέσματα δράσης του ελεγκτή

Δράση ελεγκτή χωρίς την προσθήκη φίλτρου

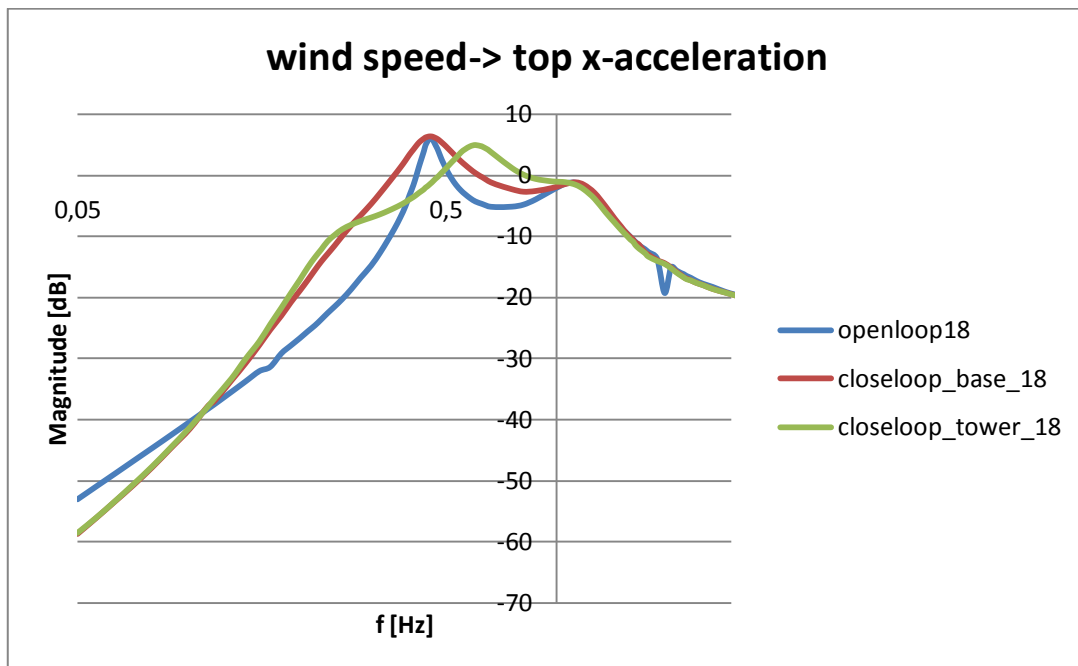
Χρησιμοποιώντας τη βέλτιστη τιμή του κέρδους του ελεγκτή που βρέθηκε μέσω της παραμετρικής ανάλυσης, χωρίς την προσθήκη του φίλτρου, είναι εμφανής η αύξηση της απόσβεσης της ιδιοσυχνότητας της διαμήκουσ κίνησης του πύργου. Η απόσβεση αυτή φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα Bode, με είσοδο την ταχύτητα του ανέμου και έξοδο την επιτάχυνση στην κορυφή του πύργου για ταχύτητα ανέμου 10m/sec. Είναι φανερό η μείωση της κορυφής (peak) στη συχνότητα του πύργου (~0.455Hz). Στο ίδιο διάγραμμα φαίνεται και η δράση του βασικού ελεγκτή, ο οποίος εξομαλύνει το διάγραμμα κυρίως κοντά στην περιοχή της ιδιοσυχνότητας του άξονα (~1.97 Hz).

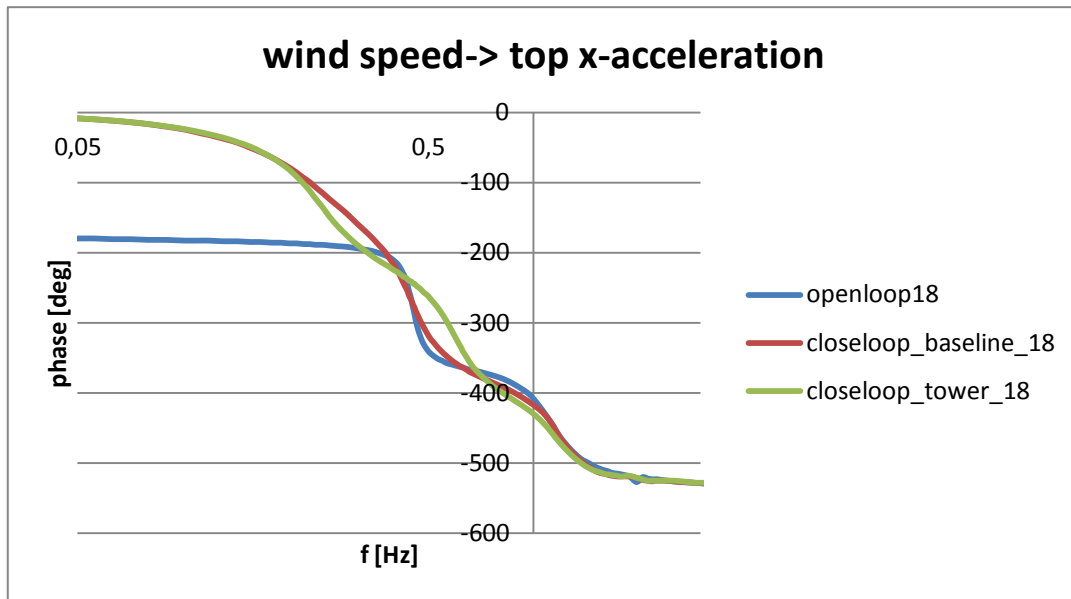




Σχήμα 47: Διάγραμμα Bode μέτρου και φάσης για σύστημα ανοιχτού και κλειστού βρόχου με βασικό ελεγκτή και ελεγκτή πύργου για ταχύτητα ανέμου 10m/sec.

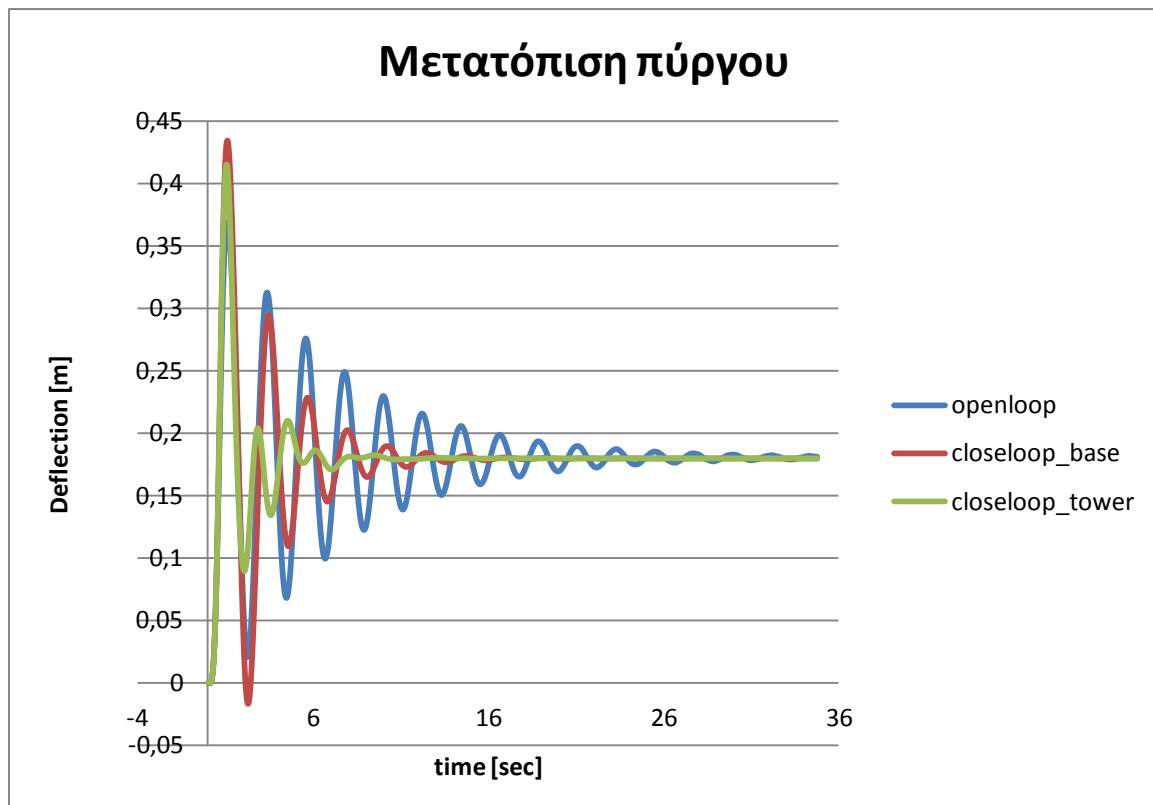
Ακολουθεί το ίδιο διάγραμμα για ταχύτητα ανέμου 18m/sec. Είναι και πάλι φανερή η μείωση στη συχνότητα του πύργου, η οποία ωστόσο μεταφέρεται σε πιο μικρή κλίμακα σε συχνότητα περίπου ίση με 0.6Hz. Αυτό συμβαίνει λόγω της σύζευξης σε μεγάλες ταχύτητες της ιδιοσυχνότητας του πύργου με την ιδιοσυχνότητα του ελεγκτή.





Σχήμα 48: Διάγραμμα Bode μέτρου και φάσης για σύστημα ανοιχτού και κλειστού βρόχου με βασικό ελεγκτή και ελεγκτή πύργου για ταχύτητα ανέμου ίση 10m/sec.

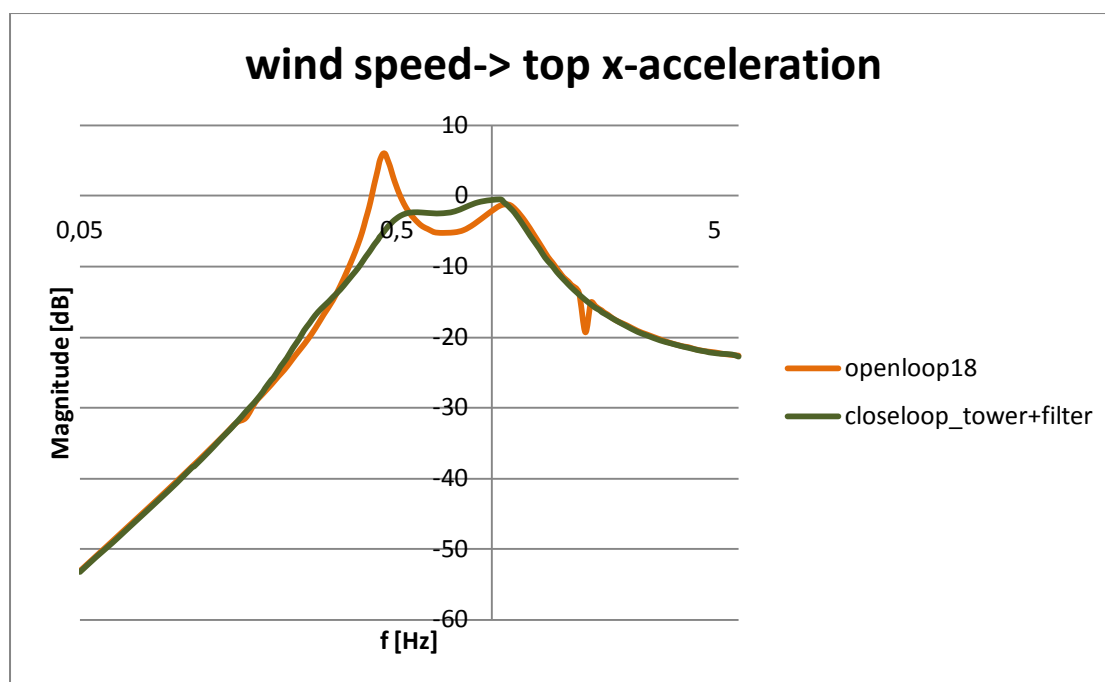
Η αύξηση της απόσβεσης φαίνεται και στο διάγραμμα μεταβολής της μετακίνησης της κορυφής του πύργου (βαθμός ελευθερίας af) με τον χρόνο. Ακολουθεί η χρονοσειρά σε κατάσταση ανοιχτού βρόχου, κλειστού βρόχου με τον βασικό ελεγκτή και κλειστού βρόχου με τον βασικό ελεγκτή και τον ελεγκτή του πύργου για ταχύτητα ανέμου 18m/sec. Με την προσθήκη του κάθε ελεγκτή το πλάτος της ταλάντωσης όλο και μειώνεται.



Σχήμα 49: Μετατόπιση πύργου κατά την κατεύθυνση της ροής του αέρα (18m/sec).

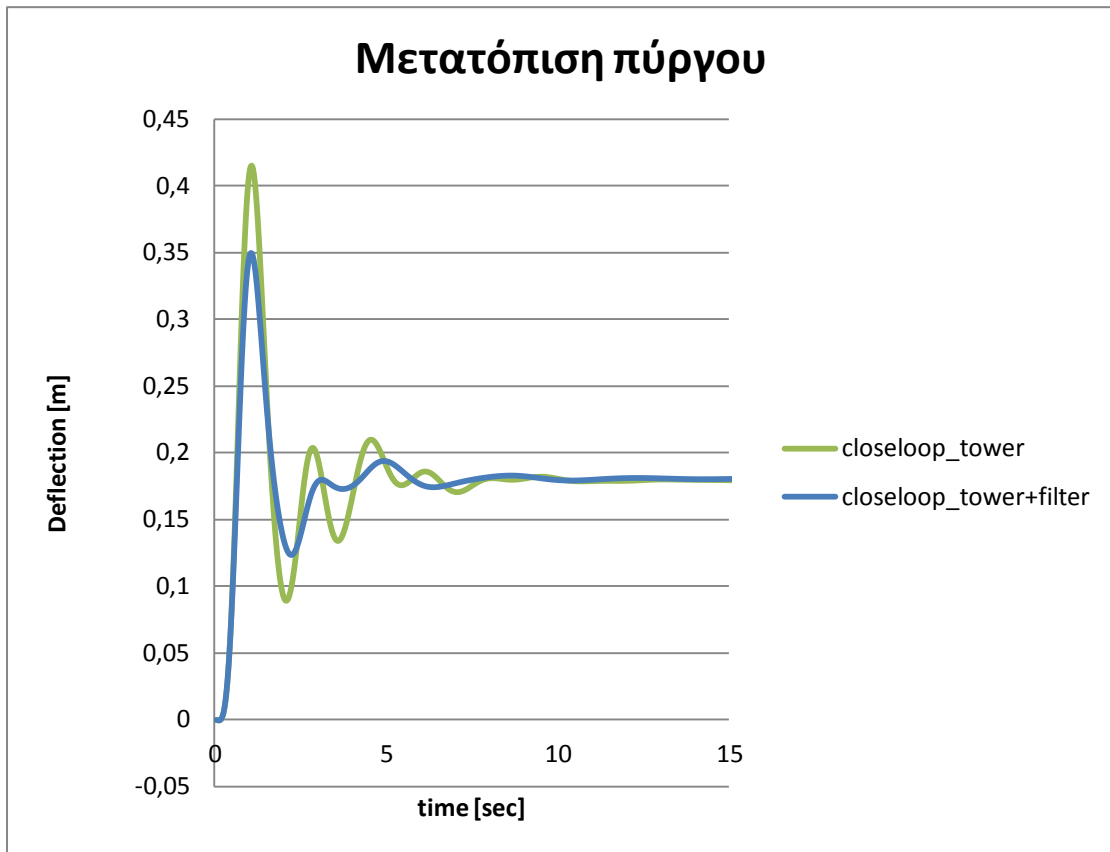
Δράση ελεγκτή και φίλτρου

Χρησιμοποιούμε τώρα το σύστημα ελέγχου αυτούσιο, δηλαδή με τον ελεγκτή και το φίλτρο μαζί. Το κέρδος K_i του ελεγκτή, η κεντρική συχνότητα και το εύρος ζώνης του φίλτρου λαμβάνουν τις τιμές που υπολογίστηκαν μέσω παραμετρικής ανάλυσης. Στο διάγραμμα Bode που ακολουθεί, συγκρίνεται η απόκριση συχνότητας της επιτάχυνσης στην κορυφή του πύργου του συστήματος ανοιχτού βρόχου με το σύστημα κλειστού βρόχου με δράση του ελεγκτή πύργου. Είναι εμφανής η μείωση της κορυφής που δημιουργείται στη συχνότητα του πύργου, η οποία συνεπάγεται τη μείωση στα φορτία του πύργου.



Σχήμα 50: Διάγραμμα Bode μέτρου για σύστημα ανοιχτού και κλειστού βρόχου με βασικό ελεγκτή και ελεγκτή πύργου για ταχύτητα ανέμου 18m/sec.

Τέλος, παρουσιάζεται το διάγραμμα της μετατόπισης της κορυφής του πύργου με τον χρόνο για σύστημα με ελεγκτή πύργου και για σύστημα με ελεγκτή πύργου και φίλτρο. Γίνεται φανερή η σημασία του φίλτρου για την επίτευξη μεγαλύτερης απόσβεσης της ιδιομορφής του πύργου.



Σχήμα 51: Μετατόπιση πύργου κατά την κατεύθυνση της ροής του αέρα για σύστημα με ελεγκτή πύργου και σύστημα με ελεγκτή πύργου και φίλτρο (18m/sec).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7^ο: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΣΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΜΕΛΕΤΗ

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Σχετικά με το μέρος της εργασίας που αφορά την ανάλυση ευστάθειας του απλού μοντέλου καταλήγουμε στο εξής συμπέρασμα:

Αρχικά, μπορούμε να πούμε ότι το απλό μοντέλο των 16 βαθμών ελευθερίας που χρησιμοποιήθηκε για την αναπαράσταση της ανεμογεννήτριας προσεγγίζει ικανοποιητικά την κατασκευή. Οι ιδιοσυχνότητες και οι αποσβέσεις που παίρνουμε από το απλό αυτό μοντέλο έχουν μεγάλη ομοιότητα με τα αποτελέσματα του σύνθετου μοντέλου του κώδικα GAST. Καταφέραμε έτσι να πραγματοποιήσουμε την ανάλυση ευστάθειας του πολύπλοκου συστήματος της Α/Γ με ελάχιστο υπολογιστικό κόστος και να παίρνουμε αντιπροσωπευτικά αποτελέσματα.

Σχετικά με την απόκριση στο πεδίο της συχνότητας, για το σύστημα ανοιχτού βρόχου συμπεραίνουμε τα εξής: Τα διαγράμματα Bode που προέκυψαν μέσω της γραμμικής ανάλυσης συμφωνούν απόλυτα με αυτά της μη-γραμμικής ανάλυσης. Έτσι μπορούμε να παράγουμε με μεγάλη ακρίβεια τα διαγράμματα Bode από τα γραμμικοποιημένα μητρώα που προκύπτουν από την ιδιοδιανυσματική ανάλυση. Έτσι μαζί με την ανάλυση ευστάθειας πραγματοποιείται σε πολύ μικρό χρόνο και η απόκριση στο πεδίο της συχνότητας.

Για το σύστημα κλειστού βρόχου, αποδείχτηκε ότι ο ελεγκτής που χρησιμοποιήθηκε επιφέρει τα επιθυμητά αποτελέσματα στην αύξηση απόσβεσης του συστήματος. Η κύρια επίδραση του βασικού ελεγκτή αφορά την ιδιοσυχνότητα του αξονικού συστήματος, το οποίο οφείλεται κυρίως στη δράση του φίλτρου DTD.

Τέλος, για το δεύτερο μέρος που αφορά την αξιολόγηση στρατηγικών για τη μείωση των φορτίων του πύργου, συμπεραίνουμε εκ του αποτελέσματος ότι πετυχαίνεται η μείωση στα φορτία του πύργου. Μάλιστα με την παραμετρική ανάλυση που έγινε, επιλέχθηκε η βέλτιστη μορφή ελέγχου για τη μείωση αυτή.

ΣΥΣΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΜΕΛΕΤΗ

Οι συστάσεις για περαιτέρω μελέτη και βελτίωση του μοντέλου και των τεχνικών ελέγχου θα μπορούσαν να ήταν οι εξής:

Το μοντέλο παρ' ότι ικανοποιητικό για οτιδήποτε χρειάστηκε στην παρούσα εργασία, είναι ελλιπές. Ο πύργος μοντελοποιείται με ελατήρια στην κορυφή του. Έτσι φορτία που δέχεται ο πύργος στη βάση του δεν λαμβάνονται υπ' όψη στο παρόν μοντέλο. Μεταφορά των βαθμών ελευθερίας στη βάση του πύργου θα ήταν πολύ χρήσιμη κυρίως σε εφαρμογή για πλωτή Α/Γ.

Μια επιπλέον παράμετρος που μπορεί να αποτελέσει προϊόν περαιτέρω μελέτης είναι ο ελεγκτής για τη μείωση των φορτίων του πύργου με ρύθμιση της γωνίας βήματος των πτερυγίων. Ο ελεγκτής που χρησιμοποιήθηκε στην εργασία αυτή είναι ένας απλός PI κατευθυντής ανάδρασης. Γίνονται ήδη μελέτες για την προθήκη ενός επιπλέον ελεγκτή πρόσω ανάδρασης (feedforward). Μελέτη προς αυτήν την κατεύθυνση μπορεί να δώσει μεγαλύτερη αύξηση της απόσβεσης και άρα μεγαλύτερη μείωση των φορτίων.

Παράρτημα 1

Μητρώα M, C, K δυναμικής ανάλυσης

M	b1''	ξ1''	ρ''1	β2''	ξ2''	ρ''2	β3''	ξ3''	ρ''3	qt''	qf''	qyaw''	qtl''	ql''	ΔψG''	δψG''
EQ1b1	Jb	0	0	0	0	0	0	0	0	Jb*sin(ψG0)	Sb	- Jb*cos(ψG0)	0	0	0	0
EQ2ξ1	0	Jb	0	0	0	0	0	0	0	Hofset* Sb*cos(ψG0)	0	Hofset* Sb*sin(ψG0)	Jb	- Sb*sin(ψG0)	Jb	Jb
EQ3ρ1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EQ1b2	0	0	0	Jb	0	0	0	0	0	Jb*sin(ψG0+2* Pi/3)	Sb	- Jb*cos(ψG0+2* Pi/3)	0	0	0	0
EQ2ξ2	0	0	0	0	Jb	0	0	0	0	Hofset* Sb*cos(ψG0+2* Pi/3)	0	Hofset* Sb*sin(ψG0+2* Pi/3)	Jb	- Sb*sin(ψG0+2* Pi/3)	Jb	Jb
EQ3ρ2			0			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EQ1b3	0	0	0	0	0	0	Jb	0	0	Jb*sin(ψG0+4* Pi/3)	Sb	- Jb*cos(ψG0+4* Pi/3)	0	0	0	0
EQ2ξ3	0	0	0	0	0	0	0	Jb	0	Hofset* Sb*cos(ψG0+4* Pi/3)	0	Hofset* Sb*sin(ψG0+4* Pi/3)	Jb	- Sb*sin(ψG0+4* Pi/3)	Jb	Jb

										Pi/3)		Pi/3)		Pi/3)		
EQ3p3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EQ4qt	Jb*sin(ψG0)	Hofset* Sb*cos(ψG0)	0	Jb*sin(ψG0+2* Pi/3)	Hofset* Sb*cos(ψG0+2* Pi/3)	0	Jb*sin(ψG0+4* Pi/3)	Hofset* Sb*cos(ψG0+4* Pi/3)	0	In + 1,5*Jb + 3*(Hofs et^2)* Mbl	0	0	0	0	0	0
EQ5qf	sb	0	0	sb	0	0	sb	0	0	0	3*Mbl+ Mn	0	0	0	0	0
EQ6qya w	- Jb*cos(ψG0)	Hofset* Sb*sin(ψG0)	0	- Jb*cos(ψG0+2* Pi/3)	Hofset* Sb*sin(ψG0+2* Pi/3)	0	- Jb*cos(ψG0+4* Pi/3)	Hofset* Sb*sin(ψG0+4* Pi/3)	0	0	0	Inyaw + 1,5*Jb+ 3*(Hofs et^2)* Mbl	0	- 3*Hofse t*Mbl	0	0
EQ7qtl	0	Jb	0	0	Jb	0	0	Jb	0	0	0	0	Inl+3*J b	0	3*Jb	3*Jb
EQ8ql	0	- Sb*sin(ψG0)	0	0	- Sb*sin(ψG0+2* Pi/3)	0	0	- Sb*sin(ψG0+4* Pi/3)	0	0	0	- 3*Hofse t*Mbl	0	3*Mbl+ Mn	0	0
EQ9Δψ G	0	Jb	0	0	Jb	0	0	Jb	0	0	0	0	3*Jb	0	Ishaft+3 *Jb	Ishaft+3 *Jb
EQ10δ ψG	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Igen

C	b1'	ξ1'	p'1	β2'	ξ2'	p'2	β3'	ξ3'	p'3	qt'	qf'	qyaw'	qtl'	ql'	ΔψG'	δψG'2
EQ1b1	ac1	0		0	0	0	0	0	0	$2 \cdot J_b \cdot (\psi_{G0}') \cdot \cos(\psi_{G0})$	0	$2 \cdot J_b \cdot (\psi_{G0}') \cdot \sin(\psi_{G0})$	0	0	0	0
EQ2ξ1	0	ac2		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EQ3p1	0	0	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EQ1b2	0	0	0	ac3	0	0	0	0	0	$2 \cdot J_b \cdot (\psi_{G0}') \cdot \cos(\psi_{G0} + 2 \cdot \pi/3)$	0	$2 \cdot J_b \cdot (\psi_{G0}') \cdot \sin(\psi_{G0} + 2 \cdot \pi/3)$	0	0	0	0
EQ2ξ2	0	0		0	ac4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EQ3p2			0			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EQ1b3	0	0	0	0	0	0	ac5	0	0	$2 \cdot J_b \cdot (\psi_{G0}') \cdot \cos(\psi_{G0} + 4 \cdot \pi/3)$	0	$2 \cdot J_b \cdot (\psi_{G0}') \cdot \sin(\psi_{G0} + 4 \cdot \pi/3)$	0	0	0	0
EQ2ξ3	0	0	0	0	0		0	ac6	0	0	0	0	0	0	0	0
EQ3p3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EQ4qt	0	- 2Hofset *Sb*(ψ G0') sin(ψG0)		0	- 2*Hofse t*Sb*(ψ G0') sin(ψG0 +2*Pi/3)	0	0	- 2*Hofse t*Sb*(ψ G0') sin(ψG0 +4*Pi/3)	0	ac7	0	3*Jb*(ψ G0')	0	0	0	0
EQ5qf	0	0		0	0	0	0	0	0	0	ac8	0	0	0	0	0
EQ6qyaw	0	2*Hofse t*Sb*(ψ G0') cos(ψG		0	2*Hofse t*Sb*(ψ G0') cos(ψG	0	0	2*Hofse t*Sb*(ψ G0') cos(ψG	0	- 3*Jb*(ψ G0')	0	ac9	0	0	0	0

		0)			$0+2*\pi/3)$			$0+4*\pi/3)$								
EQ7qtl	0	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	ac10	0	0	0
EQ8ql	0	$-2*Sb*(\psi G0')*\cos(\psi G0)$		0	$-2*Sb*(\psi G0')*\cos(\psi G0+2*\pi/3)$	0	0	$-2*Sb*(\psi G0')*\cos(\psi G0+4*\pi/3)$	0	0	0	0	0	ac11	0	0
EQ9Δψ_G	0	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	ac12	0
EQ10δ_{ψG}	0	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-ac12	0

K	b1	ξ1	p1	β2	ξ2	p2	β3	ξ3	p3	qt	qf	qyaw	qtl	ql	ΔψG	δψG2
EQ11b1	$Jb^*(\psi G 0')^2 + K\beta$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EQ11ξ1	0	Kξ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
p1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EQ11b2	0	0	0	$Jb^*(\psi G 0')^2 + K\beta$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EQ11ξ2	0	0	0	0	Kξ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
p2			0			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EQ11b3	0	0	0	0	0	0	$Jb^*(\psi G 0')^2 + K\beta$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EQ11ξ3	0	0	0	0	0	0	0	Kξ	0	0	0	0	0	0	0	0
p3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EQ33qt	$Jb^*(\psi G 0')^2 \sin(\psi G 0) - Jb^*(\psi G 0'') \cos(\psi G 0)$	- Hofset* $Sb^*(\psi G 0')^2 \cos(\psi G 0) -$ Hofset* $Sb^*(\psi G 0'') \sin(\psi G 0)$	0	$Jb^*(\psi G 0')^2 \sin(\psi G 0 + 2 * \pi / 3) - Jb^*(\psi G 0'') \cos(\psi G 0 + 2 * \pi / 3)$	- Hofset* $Sb^*(\psi G 0')^2 \cos(\psi G 0 + 2 * \pi / 3) -$ Hofset* $Sb^*(\psi G 0'') \sin(\psi G 0 + 2 * \pi / 3)$		$Jb^*(\psi G 0')^2 \sin(\psi G 0 + 4 * \pi / 3) - Jb^*(\psi G 0'') \cos(\psi G 0 + 4 * \pi / 3)$	- Hofset* $Sb^*(\psi G 0')^2 \cos(\psi G 0 + 4 * \pi / 3) -$ Hofset* $Sb^*(\psi G 0'') \sin(\psi G 0 + 4 * \pi / 3)$		Kt	0	$3 * Jb^*(\psi G 0'')$	0	0	0	0
EQ44qf	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Kf	0	0	0	0	0

EQ55qy aw	$-Jb^*(\psi G0')^2 * \cos(\psi G0) - Jb^*(\psi G0'') * \sin(\psi G0)$	$- Hofset^* Sb^*(\psi G0')^2 \sin(\psi G0) + Hofse t^* Sb^*(\psi G0'') * \cos(\psi G0)$	0	$- Jb^*(\psi G0')^2 * \cos(\psi G0 + 2 * \pi / 3) - Jb^*(\psi G0'') * \sin(\psi G0 + 2 * \pi / 3)$	$- Hofset^* Sb^*(\psi G0')^2 \sin(\psi G0 + 2 * \pi / 3) + Hofse t^* Sb^*(\psi G0'') * \cos(\psi G0 + 2 * \pi / 3)$		$-Jb^*(\psi G0')^2 * \cos(\psi G0 + 4 * \pi / 3) - Jb^*(\psi G0'') * \sin(\psi G0 + 4 * \pi / 3)$	$- Hofset^* Sb^*(\psi G0')^2 \sin(\psi G0 + 4 * \pi / 3) + Hofse t^* Sb^*(\psi G0'') * \cos(\psi G0 + 4 * \pi / 3)$		0	0	Kyaw	0	0	0	0
EQ66qtl	0	0		0	0		0	0		0	0	0	Ktl	0	0	0
EQ77qI	0	$Sb^*(\psi G0')^2 \sin(\psi G0) - Sb^*(\psi G0'') * \cos(\psi G0)$		0	$Sb^*(\psi G0')^2 \sin(\psi G0 + 2 * \pi / 3) - Sb^*(\psi G0'') * \cos(\psi G0 + 2 * \pi / 3)$		0	$Sb^*(\psi G0')^2 \sin(\psi G0 + 4 * \pi / 3) - Sb^*(\psi G0'') * \cos(\psi G0 + 4 * \pi / 3)$		0	0	0	0	KI	0	0
EQ9Δψ G	0	0		0	0		0	0		0	0	0	0	0	Ksh	0
EQ8δψ G	0	0		0	0		0	0		0	0	0	0	0	-Ksh	0

Παράρτημα 2

Γραμμικοποίηση των αεροδυναμικών φορτίων

$$\frac{\partial U_{\text{effx}}}{\partial \dot{u}} = -\cos \Theta_y$$

$$\frac{\partial U_{\text{effx}}}{\partial \dot{w}} = -\sin \Theta_y$$

$$\frac{\partial U_{\text{effx}}}{\partial \Theta_y} = \dot{U}_B \cdot \sin \Theta_y - \dot{W}_B \cdot \cos \Theta_y$$

$$\frac{\partial U_{\text{effz}}}{\partial \dot{u}} = \sin \Theta_y$$

$$\frac{\partial U_{\text{effz}}}{\partial \dot{w}} = -\cos \Theta_y$$

$$\frac{\partial U_{\text{effz}}}{\partial \Theta_y} = \dot{U}_B \cdot \cos \Theta_y + \dot{W}_B \cdot \sin \Theta_y$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \dot{u}} = \frac{\partial \varphi}{\partial U_{\text{effx}}} \frac{\partial U_{\text{effx}}}{\partial \dot{u}} + \frac{\partial \varphi}{\partial U_{\text{effz}}} \frac{\partial U_{\text{effz}}}{\partial \dot{u}}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \dot{w}} = \frac{\partial \varphi}{\partial U_{\text{effx}}} \frac{\partial U_{\text{effx}}}{\partial \dot{w}} + \frac{\partial \varphi}{\partial U_{\text{effz}}} \frac{\partial U_{\text{effz}}}{\partial \dot{w}}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \Theta_y} = \frac{\partial \varphi}{\partial U_{\text{effx}}} \frac{\partial U_{\text{effx}}}{\partial \Theta_y} + \frac{\partial \varphi}{\partial U_{\text{effz}}} \frac{\partial U_{\text{effz}}}{\partial \Theta_y}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial U_{\text{effx}}} = \frac{-U_{\text{effz}}}{U_{\text{effx}}^2 + U_{\text{effz}}^2}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial U_{\text{effz}}} = \frac{U_{\text{effx}}}{U_{\text{effx}}^2 + U_{\text{effz}}^2}$$

$$\frac{\partial \alpha_{\text{eff}}}{\partial \dot{u}} = \frac{\partial \alpha_{\text{eff}}}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial \dot{u}}$$

$$\frac{\partial \alpha_{\text{eff}}}{\partial \dot{w}} = \frac{\partial \alpha_{\text{eff}}}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial \dot{w}}$$

$$\frac{\partial \alpha_{\text{eff}}}{\partial \Theta_y} = 1 + \frac{\partial \alpha_{\text{eff}}}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial \Theta_y}$$

$$\frac{\partial \alpha_{\text{eff}}}{\partial \theta_y} = 1$$

$$\frac{\partial \alpha_{\text{eff}}}{\partial \varphi} = 1$$

$$\frac{\partial \mathbf{W}_{\text{eff}}^2}{\partial \dot{u}} = \frac{\partial \mathbf{W}_{\text{eff}}^2}{\partial U_{\text{effx}}} \frac{\partial U_{\text{effx}}}{\partial \dot{u}} + \frac{\partial \mathbf{W}_{\text{eff}}^2}{\partial U_{\text{effz}}} \frac{\partial U_{\text{effz}}}{\partial \dot{u}}$$

$$\frac{\partial \mathbf{W}_{\text{eff}}^2}{\partial \dot{w}} = \frac{\partial \mathbf{W}_{\text{eff}}^2}{\partial U_{\text{effx}}} \frac{\partial U_{\text{effx}}}{\partial \dot{w}} + \frac{\partial \mathbf{W}_{\text{eff}}^2}{\partial U_{\text{effz}}} \frac{\partial U_{\text{effz}}}{\partial \dot{w}}$$

$$\frac{\partial \mathbf{W}_{\text{eff}}^2}{\partial \Theta_y} = \frac{\partial \mathbf{W}_{\text{eff}}^2}{\partial U_{\text{effx}}} \frac{\partial U_{\text{effx}}}{\partial \Theta_y} + \frac{\partial \mathbf{W}_{\text{eff}}^2}{\partial U_{\text{effz}}} \frac{\partial U_{\text{effz}}}{\partial \Theta_y}$$

$$\frac{\partial \mathbf{W}_{\text{eff}}^2}{\partial U_{\text{effx}}} = 2 \cdot U_{\text{effx}}$$

$$\frac{\partial \mathbf{W}_{\text{eff}}^2}{\partial U_{\text{effz}}} = 2 \cdot U_{\text{effz}}$$

$$\frac{\partial C_L}{\partial \dot{u}} = \frac{\partial C_L}{\partial \alpha_{\text{eff}}} \frac{\partial \alpha_{\text{eff}}}{\partial \dot{u}}$$

$$\frac{\partial C_L}{\partial \dot{w}} = \frac{\partial C_L}{\partial \alpha_{\text{eff}}} \frac{\partial \alpha_{\text{eff}}}{\partial \dot{w}}$$

$$\frac{\partial C_L}{\partial \Theta_y} = \frac{\partial C_L}{\partial \alpha_{\text{eff}}} \frac{\partial \alpha_{\text{eff}}}{\partial \Theta_y}$$

$$\frac{\partial C_L}{\partial \theta_y} = \frac{\partial C_L}{\partial \alpha_{\text{eff}}} \frac{\partial \alpha_{\text{eff}}}{\partial \theta_y}$$

$$\frac{\partial C_D}{\partial \dot{u}} = \frac{\partial C_D}{\partial \alpha_{\text{eff}}} \frac{\partial \alpha_{\text{eff}}}{\partial \dot{u}}$$

$$\frac{\partial C_D}{\partial \dot{w}} = \frac{\partial C_D}{\partial \alpha_{\text{eff}}} \frac{\partial \alpha_{\text{eff}}}{\partial \dot{w}}$$

$$\frac{\partial C_D}{\partial \Theta_y} = \frac{\partial C_D}{\partial \alpha_{\text{eff}}} \frac{\partial \alpha_{\text{eff}}}{\partial \Theta_y}$$

$$\frac{\partial C_D}{\partial \theta_y} = \frac{\partial C_D}{\partial \alpha_{\text{eff}}} \frac{\partial \alpha_{\text{eff}}}{\partial \theta_y}$$

$$\frac{\partial C_M}{\partial \dot{u}} = \frac{\partial C_M}{\partial \alpha_{\text{eff}}} \frac{\partial \alpha_{\text{eff}}}{\partial \dot{u}}$$

$$\frac{\partial C_M}{\partial \dot{w}} = \frac{\partial C_M}{\partial \alpha_{\text{eff}}} \frac{\partial \alpha_{\text{eff}}}{\partial \dot{w}}$$

$$\frac{\partial C_M}{\partial \Theta_y} = \frac{\partial C_M}{\partial \alpha_{\text{eff}}} \frac{\partial \alpha_{\text{eff}}}{\partial \Theta_y}$$

$$\frac{\partial C_M}{\partial \theta_y} = \frac{\partial C_M}{\partial \alpha_{\text{eff}}} \frac{\partial \alpha_{\text{eff}}}{\partial \theta_y}$$

$$\frac{\partial(\delta L)}{\partial \dot{u}} = \frac{\partial(\delta L)}{\partial C_L} \frac{\partial C_L}{\partial \dot{u}} + \frac{\partial(\delta L)}{\partial W_{\text{eff}}^2} \frac{\partial W_{\text{eff}}^2}{\partial \dot{u}}$$

$$\frac{\partial(\delta L)}{\partial \dot{w}} = \frac{\partial(\delta L)}{\partial C_L} \frac{\partial C_L}{\partial \dot{w}} + \frac{\partial(\delta L)}{\partial W_{\text{eff}}^2} \frac{\partial W_{\text{eff}}^2}{\partial \dot{w}}$$

$$\frac{\partial(\delta L)}{\partial \Theta_y} = \frac{\partial(\delta L)}{\partial C_L} \frac{\partial C_L}{\partial \Theta_y} + \frac{\partial(\delta L)}{\partial W_{\text{eff}}^2} \frac{\partial W_{\text{eff}}^2}{\partial \Theta_y}$$

$$\frac{\partial(\delta L)}{\partial \theta_y} = \frac{\partial(\delta L)}{\partial C_L} \frac{\partial C_L}{\partial \theta_y}$$

$$\frac{\partial(\delta L)}{\partial C_L} = \frac{\rho}{2} \cdot c \cdot W_{\text{eff}}^2$$

$$\frac{\partial(\delta L)}{\partial W_{\text{eff}}^2} = \frac{\rho}{2} \cdot c \cdot C_L$$

$$\frac{\partial(\delta D)}{\partial \dot{u}} = \frac{\partial(\delta D)}{\partial C_D} \frac{\partial C_D}{\partial \dot{u}} + \frac{\partial(\delta D)}{\partial W_{\text{eff}}^2} \frac{\partial W_{\text{eff}}^2}{\partial \dot{u}}$$

$$\frac{\partial(\delta D)}{\partial \dot{w}} = \frac{\partial(\delta D)}{\partial C_D} \frac{\partial C_D}{\partial \dot{w}} + \frac{\partial(\delta D)}{\partial W_{\text{eff}}^2} \frac{\partial W_{\text{eff}}^2}{\partial \dot{w}}$$

$$\frac{\partial(\delta D)}{\partial \Theta_y} = \frac{\partial(\delta D)}{\partial C_D} \frac{\partial C_D}{\partial \Theta_y} + \frac{\partial(\delta D)}{\partial W_{\text{eff}}^2} \frac{\partial W_{\text{eff}}^2}{\partial \Theta_y}$$

$$\frac{\partial(\delta D)}{\partial \theta_y} = \frac{\partial(\delta D)}{\partial C_D} \frac{\partial C_D}{\partial \theta_y}$$

$$\frac{\partial(\delta D)}{\partial C_D} = \frac{\rho}{2} \cdot c \cdot W_{\text{eff}}^2$$

$$\frac{\partial(\delta D)}{\partial W_{\text{eff}}^2} = \frac{\rho}{2} \cdot c \cdot C_D$$

$$\frac{\partial(\delta M_y)}{\partial \dot{u}} = \frac{\partial(\delta M_y)}{\partial C_M} \frac{\partial C_M}{\partial \dot{u}} + \frac{\partial(\delta M_y)}{\partial W_{\text{eff}}^2} \frac{\partial W_{\text{eff}}^2}{\partial \dot{u}}$$

$$\frac{\partial(\delta M_y)}{\partial \dot{u}_B^G} = \frac{\partial(\delta M_y)}{\partial \dot{u}}$$

$$\frac{\partial(\delta M_y)}{\partial \dot{w}} = \frac{\partial(\delta M_y)}{\partial C_M} \frac{\partial C_M}{\partial \dot{w}} + \frac{\partial(\delta M_y)}{\partial W_{\text{eff}}^2} \frac{\partial W_{\text{eff}}^2}{\partial \dot{w}}$$

$$\frac{\partial(\delta M_y)}{\partial \dot{w}_B^G} = \frac{\partial(\delta M_y)}{\partial \dot{w}}$$

$$\frac{\partial(\delta M_y)}{\partial \Theta_y} = \frac{\partial(\delta M_y)}{\partial C_M} \frac{\partial C_M}{\partial \Theta_y} + \frac{\partial(\delta M_y)}{\partial W_{\text{eff}}^2} \frac{\partial W_{\text{eff}}^2}{\partial \Theta_y}$$

$$\frac{\partial(\delta M_y)}{\partial \theta_y} = \frac{\partial(\delta M_y)}{\partial C_M} \frac{\partial C_M}{\partial \theta_y}$$

$$\frac{\partial(\delta M_y)}{\partial C_M} = \frac{\rho}{2} \cdot c^2 \cdot W_{\text{eff}}^2$$

$$\frac{\partial(\delta M_y)}{\partial W_{\text{eff}}^2} = \frac{\rho}{2} \cdot c^2 \cdot C_M$$

$$\frac{\partial(\delta P_x)}{\partial(\delta L)} = -\sin(\varphi + \Theta_y)$$

$$\frac{\partial(\delta P_x)}{\partial(\delta D)} = \cos(\varphi + \Theta_y)$$

$$\frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \varphi} = -\delta L \cdot \cos(\varphi + \Theta_y) - \delta D \cdot \sin(\varphi + \Theta_y)$$

$$\frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \Theta_y} = -\delta L \cdot \cos(\varphi + \Theta_y) - \delta D \cdot \sin(\varphi + \Theta_y)$$

$$\frac{\partial(\delta P_z)}{\partial(\delta L)} = \cos(\varphi + \Theta_y)$$

$$\frac{\partial(\delta P_z)}{\partial(\delta D)} = \sin(\varphi + \Theta_y)$$

Παράτημα 3

Γραμμικοποίηση αεροδυναμικών φορτίων ως προς την ταχύτητα του ανέμου.

$$\frac{\partial U_{\text{effz}}}{\partial U_{\text{wz}}} = 1$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial U_{\text{wz}}} = \frac{\partial \varphi}{\partial U_{\text{effz}}} \frac{\partial U_{\text{effz}}}{\partial U_{\text{wz}}}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial U_{\text{effz}}} = \frac{U_{\text{effx}}}{U_{\text{effx}}^2 + U_{\text{effz}}^2}$$

$$\frac{\partial \alpha_{\text{eff}}}{\partial U_{\text{wz}}} = \frac{\partial \alpha_{\text{eff}}}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial U_{\text{wz}}}$$

$$\frac{\partial \alpha_{\text{eff}}}{\partial \varphi} = 1$$

$$\frac{\partial W_{\text{eff}}^2}{\partial U_{\text{wz}}} = \frac{\partial W_{\text{eff}}^2}{\partial U_{\text{effz}}} \frac{\partial U_{\text{effz}}}{\partial U_{\text{wz}}}$$

$$\frac{\partial W_{\text{eff}}^2}{\partial U_{\text{effz}}} = 2 \cdot U_{\text{effz}}$$

$$\frac{\partial C_L}{\partial U_{\text{wz}}} = \frac{\partial C_L}{\partial \alpha_{\text{eff}}} \frac{\partial \alpha_{\text{eff}}}{\partial U_{\text{wz}}}$$

$$\frac{\partial C_D}{\partial U_{\text{wz}}} = \frac{\partial C_D}{\partial \alpha_{\text{eff}}} \frac{\partial \alpha_{\text{eff}}}{\partial U_{\text{wz}}}$$

$$\frac{\partial C_M}{\partial U_{\text{wz}}} = \frac{\partial C_M}{\partial \alpha_{\text{eff}}} \frac{\partial \alpha_{\text{eff}}}{\partial U_{\text{wz}}}$$

$$\frac{\partial(\delta L)}{\partial U_{\text{wz}}} = \frac{\partial(\delta L)}{\partial C_L} \frac{\partial C_L}{\partial U_{\text{wz}}} + \frac{\partial(\delta L)}{\partial W_{\text{eff}}^2} \frac{\partial W_{\text{eff}}^2}{\partial U_{\text{wz}}}$$

$$\frac{\partial(\delta L)}{\partial C_L} = \frac{\rho}{2} \cdot c \cdot W_{\text{eff}}^2$$

$$\frac{\partial(\delta L)}{\partial W_{\text{eff}}^2} = \frac{\rho}{2} \cdot c \cdot C_L$$

$$\frac{\partial(\delta D)}{\partial U_{\text{wz}}} = \frac{\partial(\delta D)}{\partial C_D} \frac{\partial C_D}{\partial U_{\text{wz}}} + \frac{\partial(\delta D)}{\partial W_{\text{eff}}^2} \frac{\partial W_{\text{eff}}^2}{\partial U_{\text{wz}}}$$

$$\frac{\partial(\delta D)}{\partial C_D} = \frac{\rho}{2} \cdot c \cdot W_{\text{eff}}^2$$

$$\frac{\partial(\delta D)}{\partial W_{\text{eff}}^2} = \frac{\rho}{2} \cdot c \cdot C_D$$

$$\frac{\partial(\delta M_y)}{\partial U_{\text{wz}}} = \frac{\partial(\delta M_y)}{\partial C_M} \frac{\partial C_M}{\partial U_{\text{wz}}} + \frac{\partial(\delta M_y)}{\partial W_{\text{eff}}^2} \frac{\partial W_{\text{eff}}^2}{\partial U_{\text{wz}}}$$

$$\frac{\partial(\delta M_y)}{\partial C_M} = \frac{\rho}{2} \cdot c^2 \cdot W_{\text{eff}}^2$$

$$\frac{\partial(\delta M_y)}{\partial W_{\text{eff}}^2} = \frac{\rho}{2} \cdot c^2 \cdot C_M$$

$$\frac{\partial(\delta P_x)}{\partial(\delta L)} = -\sin(\varphi + \Theta_y)$$

$$\frac{\partial(\delta P_x)}{\partial(\delta D)} = \cos(\varphi + \Theta_y)$$

$$\frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \varphi} = -\delta L \cdot \cos(\varphi + \Theta_y) - \delta D \cdot \sin(\varphi + \Theta_y)$$

$$\frac{\partial(\delta P_z)}{\partial(\delta L)} = \cos(\varphi + \Theta_y)$$

$$\frac{\partial(\delta P_z)}{\partial(\delta D)} = \sin(\varphi + \Theta_y)$$

$$\frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \varphi} = -\delta L \cdot \sin(\varphi + \Theta_y) + \delta D \cdot \cos(\varphi + \Theta_y)$$

$$\frac{\partial(\delta P_x)}{\partial U_{\text{wz}}} = \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial(\delta L)} \frac{\partial(\delta L)}{\partial U_{\text{wz}}} + \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial(\delta D)} \frac{\partial(\delta D)}{\partial U_{\text{wz}}} + \frac{\partial(\delta P_x)}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial U_{\text{wz}}}$$

$$\frac{\partial(\delta P_z)}{\partial U_{\text{wz}}} = \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial(\delta L)} \frac{\partial(\delta L)}{\partial U_{\text{wz}}} + \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial(\delta D)} \frac{\partial(\delta D)}{\partial U_{\text{wz}}} + \frac{\partial(\delta P_z)}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial U_{\text{wz}}}$$

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Ριζιώτης Βασίλειος, "Αεροδυναμική και Αεροελαστική Ανάλυση της Απώλειας Στήριξης σε Δρομείς Ανεμογεννητριών", Διδακτορική Διατριβή 2003
2. Bossanyi, E.A., "Wind Turbine Control for Load Reduction," *Wind Energy*, 2003, 6, 229-244.
3. Bossanyi, E.A., "The Design of Closed Loop Controllers for Wind Turbines," *Wind Energy*, 2000, 3, 149-163.
4. Leithhead, W.E., Dominguez, S., "Analysis of Tower/Blade Interaction in the Cancellation of the Tower Fore-Aft Mode via Control," *Proceedings of the 2004 European Wind Energy Conference & Exhibition, London*.
5. Geyler, M., Caselitz, P., "Individual Blade Pitch Control Design for Load Reduction on Large Wind Turbines", *Proceedings of the 2007 European Wind Energy Conference & Exhibition, Milan*.
6. Larsen, T.J., Madsen, H.A. and Thomsen, K., "Active load reduction using individual pitch, based on local blade flow measurements," *Proceedings of The Science of Making Torque from Wind, The Netherlands, April 2004, Delft University of Technology*, 476-485.
7. Laks JH, Pao LY, Wright A. "Combined feedforward/feedback control of wind turbines to reduce blade flap bending moments". In: *Proceedings AIAA/ASME wind energy symposium. Orlando (FL); 2009. p. 82–6.*
8. Fiona Dunne, Lucy Y. Pao, Alan D. Wright, Bonnie Jonkman, Neil Kelley, "Adding feedforward blade pitch control to standard feedback controllers for load mitigation in wind turbines", *Mechatronics*, 2011 Elsevier Ltd
9. Σωτήριος Νατσιάβας, "Εφαρμοσμένη δυναμική", εκδόσεις Ζήτη 1999
10. Σπύρος Βουτσινάς, "Μη μόνιμη αεροδυναμική, αεροελαστικότητα, αερακουστική", πανεπιστημιακές σημειώσεις Ε.Μ.Π.
11. Vasilis A. Riziotis and Spyros G. Voutsinas, "GAST: General Aerodynamic and Structural Tool for Wind Turbines", NTUA
12. Ιστοσελίδα μαθήματος Δυναμικής Μηχανών Ι της σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών Ε.Μ.Π. <http://courseware.mech.ntua.gr/ml23065/>
13. Vasilis A. Riziotis and Evangelos S. Politis, "Methods for linearizing the servo- aero-elastic equations of the full wind turbine", CRESS, NTUA, May 2010
14. Peter Fisker Skjoldan, "Aeroelastic modal dynamics of wind turbines including anisotropic effects", Riso-PhD-Report, March 2011
15. V. A. Riziotis, E. S. Politis, S. G. Voutsinas, P. K. Chaviaropoulos, "Stability Analysis of Pitch-regulated Variable-speed Wind Turbines in Closed Loop Operation Using a Linear Eigenvalue Approach", *WIND ENERGY* 2008
16. E. S. Politis , P. K. Chaviaropoulos, V. A. Riziotis, S. G. Voutsinas, "Assessment of a Control Strategy for Reducing Tower Loads"
17. Fiona Dunne, Lucy Y. Pao, Alan D. Wright, Bonnie Jonkman, Neil Kelley, "Adding feedforward blade pitch control to standard feedback controllers for load mitigation in wind turbines", *Mechatronics*, 2011 Elsevier Ltd