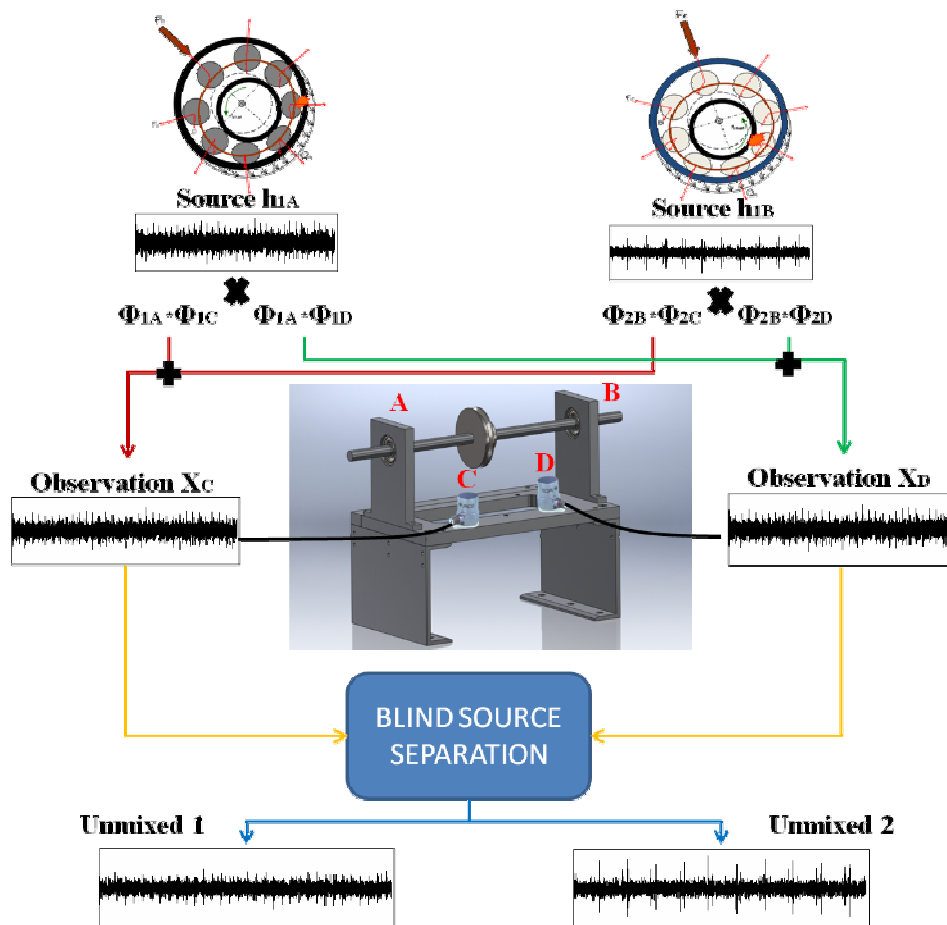




Μεταπτυχιακή Εργασία

Διαχωρισμός και αναγνώριση πηγών εκπομπής δυναμικών σημάτων προερχόμενων από ίδιου τύπου ένσφαιρους τριβείς



Μπαρδακλής Β. Σταμάτιος

Επιβλέπων Καθηγητής:

Ιωάννης Αντωνιάδης

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ο τυφλός διαχωρισμός σημάτων, από συνδυασμούς αυτών, στα αρχικά πηγαία σήματα, είναι ένα πρόβλημα που βρίσκει έδαφος σε ένα μεγάλο εύρος εφαρμογών, όπως η επεξεργασία σήματος και εικόνας, ιατρικές εφαρμογές όπως διαχωρισμός σημάτων που προέρχονται από καταγραφή της εγκεφαλικής δραστηριότητας, αλλά και προβλήματα μηχανικής, όπως καταγραφή σημάτων που προέρχονται από φθορές μηχανικών στοιχείων και τυφλός διαχωρισμός των σημάτων αυτών, ώστε να εντοπιστεί το σήμα που σχετίζεται με τη φθορά και η πηγή της φθοράς που προκαλεί τη δημιουργία αυτού του σήματος.

Στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία, πραγματοποιείται μελέτη του τυφλού διαχωρισμού σημάτων, πάνω σε ένσφαιρους τριβείς ίδιου τύπου, που εδράζονται σε μηχανική διάταξη και παράγουν σήματα τα οποία οφείλονται σε φθορά είτε στον εσωτερικό ή στον εξωτερικό δακτύλιο ή ακόμα και σήματα καλής λειτουργίας του ένσφαιρου τριβέα. Σκοπός της εργασίας είναι η καταγραφή των συνδυασμένων σημάτων που προέρχονται από τους ένσφαιρους τριβείς, και η προσπάθεια τυφλού διαχωρισμού των συνδυασμένων σημάτων, στα αρχικά πηγαία σήματα (στη πραγματικότητα πρόκειται για scaled εκδοχές των αρχικών πηγαίων σημάτων), με χρήση τεσσάρων αλγορίθμων τυφλού διαχωρισμού. Ο λόγος του τυφλού διαχωρισμού των σημάτων, είναι η επιθυμία να μπορεί να γίνεται διαχωρισμός από συνδυασμένα σήματα, χωρίς να υπάρχει γνώση των αρχικών πηγαίων σημάτων, καθώς επίσης και ο εντοπισμός της πηγής της φθοράς που προκαλεί τη δημιουργία του εκάστοτε διαχωρισμένου σήματος.

Αρχικά στο κεφάλαιο 1 γίνεται μία εισαγωγή στον τυφλό διαχωρισμό πηγών και στα κεφάλαια 2 έως 5 γίνεται μία εκτεταμένη βιβλιογραφική αναφορά στους αλγορίθμους τυφλού διαχωρισμού πηγών, Infomax, ICA Fixed Point, PearsonICA και Parra Temporal Predictability.

Ακολουθεί το κεφάλαιο 6 με τις υπολογιστικές προσομοιώσεις, όπου παρουσιάζονται το πώς δημιουργούνται τα προσομοιωμένα σήματα και τα προσομοιωμένα αποτελέσματα για 2 και 3 πηγές (ένσφαιρους τριβείς με φθορά ή χωρίς) βλάβης, που διεγείρουν μόνο local ιδιοσυχνότητες, ή διεγείρεται λόγω των βλαβών μία global ιδιοσυχνότητα.

Στο κεφάλαιο 7, γίνεται παρουσίαση της πειραματικής εφαρμογής, των πειραματικών διατάξεων που χρησιμοποιήθηκαν και τα αποτελέσματα και συμπεράσματα των πειραματικών μετρήσεων, με χρήση των προαναφερθέντων αλγορίθμων τυφλού διαχωρισμού πηγών.

Στο κεφάλαιο 8, για τις πειραματικές μετρήσεις, πραγματοποιείται υπολογιστική προσομοίωση, και μελετάται κατά πόσο, υπολογιστικά προσομοιωμένα σήματα που έχουν κατασκευαστεί με βάση τις πειραματικές μετρήσεις, δίνουν παρόμοια αποτελέσματα διαχωρισμού, με τα αντίστοιχα των πραγματικών πειραματικών μετρήσεων

Τέλος στο κεφάλαιο 9, δίνονται κατευθύνσεις και προτάσεις για μελλοντική έρευνα.

ABSTRACT

Blind source separation, from mixed observations of signals, to the original signals, has a wide range of applications, such as signal and image processing, medical applications (e.g. separation of mixed EEG signals). BSS problems in mechanical engineering, include the recording of combinations of signals coming from damages on mechanical elements and blind separation of those signals, so that each signal is separated to the original source signal, and the source that causes the creation of each signal can be traced.

This master thesis studies the problem of blind source separation of mixed signals coming from ball bearings with different damages (damages in the outer or inner ring). The reason for the blind source separation of sources comes from the desire to separate a combination of signals to the original signals, without having any knowledge about the original sources, and moreover after the separation to have the ability to trace each source from which each separated signal is coming.

Initially, chapter 1 makes an introduction to the blind source separation of sources. Chapters 2 to 5, contain a bibliographic report to the blind source separation algorithms (Infomax, ICA Fixed Point, PearsonICA and Parra Temporal Predictability) that are used in the current study.

Chapter 6 contains the computational simulations, from the creation of the simulated signals, to the blind separation of the mixed observation signals and the extraction of the results.

Chapter 7 presents the experimental application, with the experimental arrangements, the results and the conclusions of experimental measurements, with the use of the separation algorithms mentioned above.

In Chapter 8, the experimental application (arrangements, measurements etc) is computationally simulated, in order to see if the experimental results are similar to those results coming from the simulation of the experimental measurements.

Finally Chapter 9 gives directions and suggests topics for future research.

Ευχαριστίες

Προτού ξεκινήσει η παρουσίαση και ανάλυση του θέματος της Μεταπτυχιακής μου Εργασίας, νιώθω την ανάγκη να εκφράσω τις ευχαριστίες μου σε ορισμένα άτομα για τη βοήθειά τους και τη συμβολή τους στην εκπόνηση της εργασίας.

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστώ τον Καθηγητή Δρ. Αντωνιάδη Ιωάννη για την ανάθεση του θέματος, αλλά και για την άμογη συνεργασία που είχαμε καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τα μέλη Ι.Δ.Α.Χ του εργαστηρίου Δυναμικής και Κατασκευών, Δρ. Γιακόπουλο Χρήστο και Δρ. Βενετσιάνο Δημήτριο, για τις συμβουλές, την καθοδήγηση και τη συνολική βοήθεια που μου πρόσφεραν σε όλα τα στάδια εκπόνησης της εργασίας.

Ακόμα, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον υποψήφιο Διδάκτορα Ροδόπουλο Κωνσταντίνο, για τη συνεισφορά και την πολύτιμη βοήθεια του σε όλα τα στάδια του πειραματικού μέρους της εργασίας, από την εγκατάσταση των πειραματικών διατάξεων μέχρι και την τελική εξαγωγή των πειραματικών αποτελεσμάτων.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου που με στήριξε και σε αυτή μου την προσπάθεια τόσο ηθικά όσο και οικονομικά, και συνεχίζει να με στηρίζει.

Περιεχόμενα

Περίληψη	3
Abstract	4
Περιεχόμενα	6
Κεφάλαιο 1 Τυφλός Διαχωρισμός Πηγών	11
1.1 Εισαγωγή.....	11
Κεφάλαιο 2 Εκτεταμένος Αλγόριθμος Infomax	17
2.1 Εισαγωγή.....	17
2.2 Ο εκτεταμένος Αλγόριθμος Infomax	18
2.2.1 Ένας απλός αλλά γενικός κανόνας εκμάθησης.....	19
2.2.2 Κανόνας εκμάθησης για το διαχωρισμό sub-Gaussian και super-Gaussian πηγών....	20
2.2.3 Hyperbolic-Cauchy density μοντέλο	24
2.3 Προσομοιώσεις και πειραματικά αποτελέσματα	26
2.3.1 Συνδυασμένες πηγές ήχου.....	27
2.4 Περιορισμοί του εκτεταμένου αλγόριθμου Infomax	29
Κεφάλαιο 3 Αλγόριθμος ICA Fixed Point	31
3.1 Εισαγωγή.....	31
3.2 Ανάλυση ανεξάρτητων συνιστωσών (ICA)	34
3.2.1 Ορισμός.....	34
3.2.2 Προβλήματα της μεθόδου.....	35
3.2.3 Εποπτική παρουσίαση.....	36
3.3 Ανεξαρτησία	38
3.3.1 Ορισμός και θεμελιώδεις ιδιότητες	38
3.3.2 Συσχετιζόμενες μεταβλητές και ανεξαρτησία.....	39
3.3.3 Μεταβλητές κανονικής κατανομής.....	40
3.4 Βασικές αρχές μοντέλου ICA	41
3.4.1 Κατανομή μεταβλητών	41
3.4.2 Κριτήρια κανονικότητας κατανομής.....	42
3.4.2.1 Κύρτωση.....	42
3.4.2.2 Αρνητική Εντροπία	45

3.4.2.3 Προσεγγίσεις της αρνητικής εντροπίας.....	46
3.4.3 Αμοιβαία πληροφορία.....	47
3.4.3.1 Ορισμός	48
3.4.3.2 Ορίζοντας την ICA από την αμοιβαία πληροφορία	49
3.4.4 Εκτίμηση της μέγιστης πιθανότητας.....	50
3.4.4.1 Η πιθανοφάνεια	50
3.4.4.2 Σύνδεση με την αμοιβαία πληροφορία.....	50
3.5 Προεπεξεργασία.....	51
3.5.1 Αφαίρεση μέσης τιμής σήματος (centering)	51
3.5.2 'Λεύκανση' μεταβλητών (whitening)	51
3.5.3 Επιπλέον προεπεξεργασία.....	53
3.6 Ο αλγόριθμος FastICA.....	54
3.6.1 Εφαρμογή σε μία ανεξάρτητη συνιστώσα	54
3.6.2 Εφαρμογή σε πεπερασμένο πλήθος ανεξάρτητων συνιστωσών	56
3.6.3 Ο αλγόριθμος FastICA και η μέγιστη πιθανοφάνεια	57
3.6.4 Ιδιότητες.....	58
3.7 Υλοποίηση του αλγόριθμου FastICA	59
3.7.1 Εισαγωγή.....	59
3.7.2 Υλοποίηση της αφαίρεσης της μέσης τιμής της χρονοσειράς	59
3.7.3 Υλοποίηση της 'λεύκανσης' μεταβλητών.....	60
3.7.4 Υπολογισμός της νόρμας	62
3.7.5 Υλοποίηση της κύρτωσης	63
Κεφάλαιο 4 Η συστημική μέθοδος του Pearson.....	65
4.1 Εισαγωγή.....	65
4.2 Το Σύστημα Pearosn	66
4.3 Βάση συστήματος Pearson.....	68
4.4 Παραδείγματα προσομοιωμένων σημάτων.....	70
Κεφάλαιο 5 Μέθοδος Parra Temporal Predictability.....	73
5.1 Εισαγωγή.....	73
5.1.1 Ορισμός του προβλήματος και χρονική προβλεψιμότητα	74

5.1.2 Μία στρατηγική επίλυσης.....	75
5.1.3 Υπολογισμός της χρονικής προβλεψιμότητας.....	75
5.1.4 Ορίζοντας ξανά την προβλεψιμότητα σήματος.....	76
5.2 Μεγιστοποίηση της προβλεψιμότητας σήματος.....	77
5.2.1 Εφαρμογή σε απλό σήμα.....	77
5.2.2 Ταυτόχρονος διαχωρισμός πηγών.....	78
5.2.3 Φυσική ερμηνεία.....	78
5.3 Πειραματικά Αποτελέσματα.....	79
5.3.1 Διαχωρισμός συνδυασμών σημάτων με διαφορετικές κατανομές.....	80
5.3.2 Διαχωρίζοντας συνδυασμούς από ηχητικά σήματα.....	82
5.3.2.1 Διαχωρίζοντας ηχητικά σήματα συνομιλιών.....	82
5.3.2.2 Διαχωρίζοντας ηχητικά σήματα μουσικής.....	84
5.3.3 Πως μπορεί να αποτύχει η μεγιστοποίηση της προβλεψιμότητας.....	84
Κεφάλαιο 6 Υπολογιστικές Προσομοιώσεις.....	86
6.1 Στοχαστικό πρότυπο απόκρισης ένσφαιρων τριβέων.....	86
6.2 Μοντελοποίηση αποκρίσεων.....	96
6.2.1 Βασικές αρχές.....	96
6.2.2 Μοντελοποίηση δύο πηγών που διεγείρουν δύο 'τοπικές' ιδιοσυχνότητες.....	97
6.2.3 Μοντελοποίηση δύο πηγών που διεγείρουν μία 'κοινή' και δύο 'τοπικές' ιδιοσυχνότητες.....	99
6.2.4 Μοντελοποίηση τριών πηγών που διεγείρουν τρεις 'τοπικές' ιδιοσυχνότητες.....	100
6.2.5 Μοντελοποίηση τριών πηγών που διεγείρουν μία κοινή και τρεις 'τοπικές' ιδιοσυχνότητες.....	102
6.3 Αποτελέσματα για δύο πηγές που διεγείρουν δύο διαφορετικές 'τοπικές' ιδιοσυχνότητες.....	104
6.3.1 Επιλογή σημείων μέτρησης C και D.....	106
6.4 Αποτελέσματα για δύο πηγές που διεγείρουν μία 'κοινή' και δύο διαφορετικές 'τοπικές' ιδιοσυχνότητες.....	121
6.4.1 Επιλογή σημείων μέτρησης C και D.....	123
6.5 Αποτελέσματα για 3 πηγές που διεγείρουν τρεις διαφορετικές 'τοπικές' ιδιοσυχνότητες.....	137

6.5.1	Επιλογή σημείων μέτρησης C και D.....	138
6.6	Αποτελέσματα για τρεις πηγές που διεγείρουν μία ‘κοινή’ και τρεις διαφορετικές ‘τοπικές’ ιδιοσυχνότητες.....	144
6.6.1	Επιλογή σημείων μέτρησης C και D.....	146
6.7	Γιατί ο αλγόριθμος Infomax εντοπίζει τις πηγές.....	154
6.8	Συμπεράσματα υπολογιστικών προσομοιώσεων.....	163
Κεφάλαιο 7 Πειραματική Εφαρμογή.....		165
7.1	Πειραματική διάταξη και λογισμικό.....	165
7.2	Πειραματικά Αποτελέσματα - Ανάλυση.....	177
7.2.1	Ανάλυση μετρήσεων από την πειραματική διάταξη μέσης ισχύος.....	178
7.2.1.1	Ανάλυση συναρτήσεων σημείων μέτρησης.....	183
7.2.2	Ανάλυση μετρήσεων από την πειραματική διάταξη μικρής ισχύος.....	200
7.2.2.1	Ανάλυση συναρτήσεων σημείων μέτρησης.....	202
7.3	Συμπεράσματα.....	223
Κεφάλαιο 8 Υπολογιστικές Προσομοιώσεις των Πειραματικών Μετρήσεων.....		224
8.1	Προσομοίωση της Πειραματικής Διάταξης μέσης ισχύος.....	225
8.1.1	Τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C40 και D60.....	230
8.1.2	Τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C25 και D75.....	232
8.1.3	Συμπέρασμα.....	235
8.2	Προσομοίωση της Πειραματικής Διάταξης μικρής ισχύος.....	235
8.2.1	Τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C10 και D90.....	241
8.2.2	Τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C25 και D75.....	243
8.2.3	Τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C40 και D60.....	245
8.2.4	Συμπέρασμα.....	248
8.3	Συγκρίσεις τιμών kurtosis πειραματικών και προσομοιωμένων πειραματικών μετρήσεων.....	248
Κεφάλαιο 9 Μελλοντική Έρευνα.....		251
Βιβλιογραφία.....		252

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΤΥΦΛΟΣ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΣ ΠΗΓΩΝ

1.1 Εισαγωγή

Ο τυφλός διαχωρισμός πηγών ή σημάτων (blind source separation ή blind signal separation BSS) καλύπτει μία ευρεία περιοχή προβλημάτων όπως η επεξεργασία σήματος και εικόνων. Στη μέθοδο BSS, τα σήματα μίας ομάδας N πηγαίων σημάτων $\mathbf{s} = (s_1(t), s_2(t), \dots, s_N(t))$ συνδυάζονται αναμειγνύονται (mixed) μεταξύ τους με χρήση ενός άγνωστου συνδυασμένου πίνακα (mixing matrix) \mathbf{A} , παράγοντας μία ομάδα από παρατηρούμενα συνδυασμένα σήματα $\mathbf{x} = (x_1(t), x_1(t), \dots, x_N(t))$. Σκοπός της BSS είναι η ανάκτηση πηγαίων σημάτων \mathbf{S} , έχοντας γνωστά μόνο τα παρατηρούμενα συνδυασμένα σήματα (observed signals) \mathbf{x} και χωρίς να υπάρχει κάποια γνώση (ή να υπάρχει ελάχιστη γνώση) των πηγαίων σημάτων \mathbf{s} και του συνδυασμένου πίνακα \mathbf{A} .

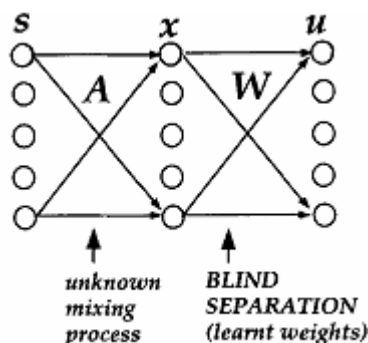
$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{s} \quad (1.1)$$

Σε πολλές περιπτώσεις όπου υπάρχει θόρυβος στη σχέση (1.1) πρέπει να προστεθεί και ένας ακόμα πίνακας που να αναπαριστά τον θόρυβο και άλλου είδους σφάλματα. Έτσι στην περίπτωση που υπάρχει θόρυβος η σχέση (1.1) γράφεται ως:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{s} + \mathbf{V} \quad (1.2)$$

Η BSS για να μπορέσει να κάνει το διαχωρισμό των συνδυασμένων σημάτων στα αρχικά πηγαία σήματα, πρέπει να βρει έναν τετραγωνικό πίνακα \mathbf{W} . Ο πίνακας \mathbf{W} αποτελεί στην πραγματικότητα μία αντιμετάθεση (permutation) και αλλαγή στην κλίμακα του αντίστροφου του άγνωστου συνδυασμένου πίνακα \mathbf{A} .

Το σχήμα 1.1 αναπαριστά σχηματικά τη μέθοδο BSS για 5 συνδυασμένα σήματα.



Σχήμα 1.1 BSS για 5 συνδυασμένα σήματα

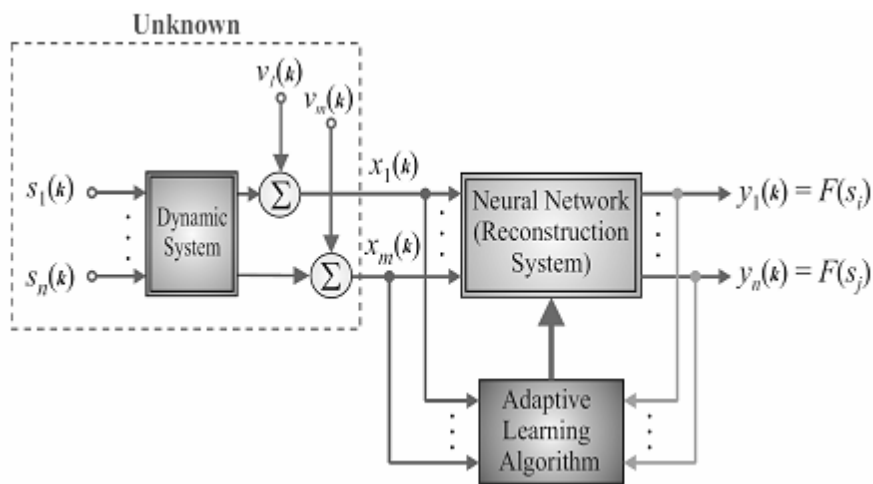
Αφού έχει βρεθεί και ο πίνακας \mathbf{W} , μπορεί να υπολογιστεί το διάνυσμα των διαχωρισμένων σημάτων $\mathbf{u} = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t))$, σύμφωνα με την ακόλουθη σχέση:

$$\mathbf{u} = \mathbf{W}\mathbf{x} \quad (1.3)$$

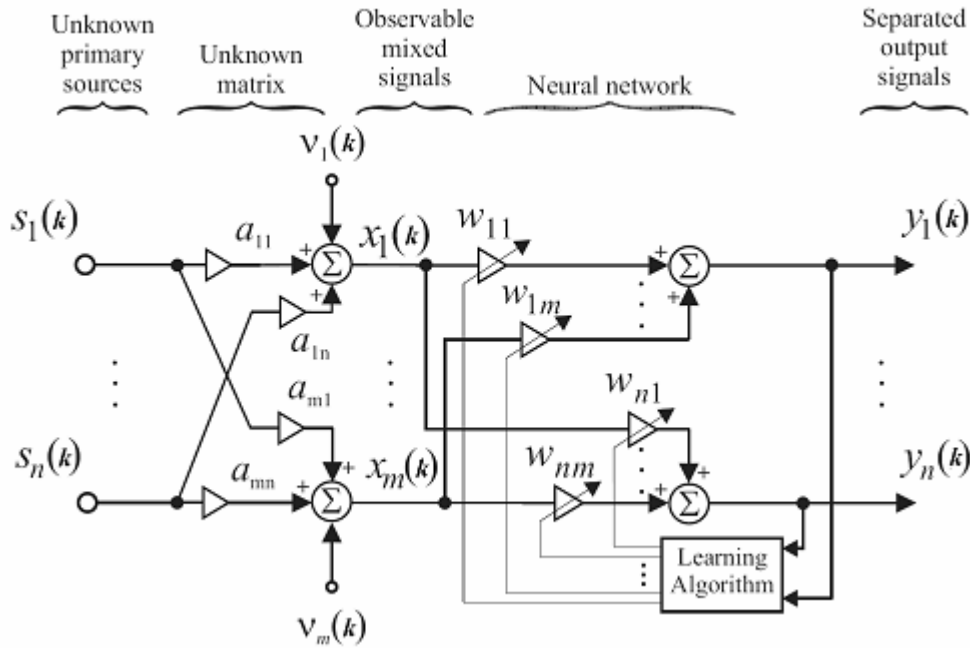
Το διάνυσμα \mathbf{u} θα περιέχει τις συνιστώσες (δηλαδή τα αρχικά πηγαία σήματα), έτσι ώστε η κανονικότητα του καθενός από τα σήματα να έχει μεγιστοποιηθεί και η κανονικότητα μεταξύ των σημάτων να έχει μεγιστοποιηθεί (δηλαδή έχει μεγιστοποιηθεί η στατιστική ανεξαρτησία των συνιστωσών του διανύσματος \mathbf{u}).

Βασική προϋπόθεση της μεθόδου BSS είναι τα πηγαία σήματα $s_1(t), s_2(t), \dots, s_N(t)$, δε πρέπει να συσχετίζονται μεταξύ τους. Αυτό σημαίνει ότι τα πηγαία σήματα θα είναι αμοιβαία στατιστικά ανεξάρτητα ή θα έχουν απο-συσχετιστεί. Επίσης ο αριθμός των αισθητήριων οργάνων που καταγράφουν τα παρατηρούμενα συνδυασμένα σήματα πρέπει να είναι τουλάχιστον ίσος με το πλήθος των πηγαίων σημάτων

Στη συνέχεια ακολουθεί μία αναλυτική αναπαράσταση και μαθηματική μοντελοποίηση του μοντέλου BSS. Στα σχήματα που ακολουθούν παρουσιάζεται ένα γενικό μοντέλο αναπαράστασης της μεθόδου BSS και το λεπτομερές σχηματικό διάγραμμα αναπαράστασης του γραμμικού τυφλού διαχωρισμού πηγών.



Σχήμα 1.2 Γενικό μοντέλο αναπαράστασης της BSS



Σχήμα 1.3 Σχηματικό διάγραμμα αναπαράστασης της γραμμικής BSS

Ένα γενικό πρόβλημα τυφλού διαχωρισμού πηγών παρουσιάζεται στο σχήμα 1.2. Η διαδικασία που λαμβάνει χώρα είναι η ακόλουθη:

Αρχικά γίνεται παρατήρηση των σημάτων από τα αισθητήρια όργανα $\mathbf{x}(k) = [x_1(k), x_2(k), \dots, x_m(k)]^T$ (όπου k διακριτός χρόνος και το $(\cdot)^T$ δηλώνει το transpose του διανύσματος), από ένα άγνωστο σύστημα συνδυασμού και φιλτραρίσματος πολλαπλών εισόδων και εξόδων (MIMO). Ο στόχος είναι η εύρεση ενός αντίστροφου συστήματος, εάν αυτό υπάρχει, ώστε να γίνει η εκτίμηση των αρχικών πηγαίων σημάτων $\mathbf{s}(k) = [s_1(k), s_2(k), \dots, s_n(k)]^T$ ή ορισμένων από αυτά που έχουν συγκεκριμένες ιδιότητες. Η εκτίμηση αυτή γίνεται με βάση των παρατηρούμενων σημάτων $\mathbf{x}(k)$ και των σημάτων εξόδου $\mathbf{y}(k) = [y_1(k), y_2(k), \dots, y_m(k)]^T$.

Προτιμάται, ο αντίστροφος πίνακας (unmixing matrix) να έχει ένα είδος προσαρμοστικότητας, με τέτοιο τρόπο ώστε να έχει ικανότητες εντοπισμού κάποιων βασικών χαρακτηριστικών των πηγαίων σημάτων, για μεταβαλλόμενα (μη σταθερά) περιβάλλοντα. Αντί να γίνεται άμεσος υπολογισμός των πηγαίων σημάτων, είναι μερικές φορές πιο βολικό να γίνει αναγνώριση του άγνωστου πίνακα συνδυασμού (mixing matrix) και ενός συστήματος φιλτραρίσματος (αυτό γίνεται στην περίπτωση που το αντίστροφο σύστημα δεν υπάρχει, κυρίως όταν το σύστημα είναι υπερπλήρες, με τον αριθμό των παρατηρήσεων να λιγότερος από το πλήθος των πηγαίων σημάτων, δηλαδή $m < n$) και στη συνέχεια να υπολογιστούν τα πηγαία σήματα, με χρήση κάποιας εκ των προτέρων γνώσης του συνδυασμένου συστήματος και με εφαρμογή κάποιας κατάλληλης διαδικασίας βελτιστοποίησης.

Φαίνεται σαν να υπάρχει κάτι μαγικό σχετικά με τον τυφλό διαχωρισμό πηγών. Τα αρχικά πηγαία σήματα υπολογίζονται χωρίς να υπάρχει γνώση των παραμέτρων των διαδικασιών συνδυασμού (mixing) και φιλτραρίσματος. Είναι δύσκολο να θεωρηθεί ότι μπορεί κάποιος να υπολογίσει όλα τα

παραπάνω. Στην πραγματικότητα, όμως, χωρίς να υπάρχει κάποια εκ των προτέρων γνώση, δεν είναι αδύνατο να γίνει υπολογισμός των αρχικών πηγαίων σημάτων με αυτόν τον τρόπο. Παρόλα αυτά, ο υπολογισμός αυτός, μπορεί να γίνει μέχρι και κάποιες συγκεκριμένες αοριστίες (indeterminacies). Σε μαθηματικούς όρους αυτές οι αοριστίες και αμφιβολίες μπορούν να εκφραστούν ως αυθαίρετη κλίμακα, αντιμεταθέσεις και καθυστερήσεις των υπολογιζόμενων πηγαίων σημάτων. Αυτές οι αοριστίες διατηρούν παρόλα αυτά, τις κυματομορφές των αρχικών σημάτων. Παρά το γεγονός ότι αυτές οι αοριστίες φαίνεται να αποτελούν σοβαρούς περιορισμούς, σε ένα μεγάλο αριθμό εφαρμογών αυτοί οι περιορισμοί δεν είναι σημαντικοί, μιας και η πιο πολύ σχετική πληροφορία σχετικά με τα πηγαία σήματα, βρίσκεται στις χρονικές κυματομορφές των πηγαίων σημάτων και συνήθως όχι στα πλάτη τους. Παρόλα αυτά, για κάποια δυναμικά μοντέλα, δεν υπάρχουν εγγυήσεις ότι τα υπολογιζόμενα ή εξαγόμενα σήματα θα έχουν ακριβώς τις ίδιες κυματομορφές με τα πηγαία σήματα, και έτσι οι απαιτήσεις θα πρέπει να χαλαρώσουν περαιτέρω σε τέτοιο βαθμό ώστε οι εξαγόμενες κυματομορφές αποτελούν “διεστραμμένες” (π.χ. έχουν φιλτραριστεί) εκδοχές των αρχικών πηγαίων σημάτων (σχήμα 1.2).

Οι διαδικασίες του συνδυασμού και του φιλτραρίσματος των άγνωστων πηγών της εισόδου (αρχικά πηγαία σήματα) s_j μπορεί να έχουν διαφορετικά μαθηματικά ή φυσικά μοντέλα, αναλόγως της εφαρμογής. Τα περισσότερα γραμμικά μοντέλα BSS με τις πιο απλές μορφές μπορούν να εκφραστούν αλγεβρικά ως κάποια συγκεκριμένα προβλήματα παραγοντοποίησης πινάκων.

Δοθέντος ενός πίνακα παρατήρησης (συχνά καλείται και πίνακας αισθητήρων – sensor matrix)

$\mathbf{X} = [\mathbf{x}(1), \mathbf{x}(2), \dots, \mathbf{x}(N)] \in \mathfrak{R}^{m \times N}$, ο πίνακας παραγοντοποίησης έχει τη μορφή:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{V} \quad (1.4)$$

,όπου N το πλήθος των διαθέσιμων δειγμάτων, m ο αριθμός των παρατηρήσεων, n το πλήθος των πηγών, $\mathbf{A} \in \mathfrak{R}^{m \times N}$ ο άγνωστος πίνακας βάσης, ή συνδυασμένος πίνακας (mixing matrix), $\mathbf{V} \in \mathfrak{R}^{m \times N}$ άγνωστος πίνακας που αναπαριστά το θόρυβο και άλλα σφάλματα και $\mathbf{S} = [\mathbf{s}(1), \mathbf{s}(2), \dots, \mathbf{s}(N)] \in \mathfrak{R}^{n \times N}$ ο πίνακας που περιέχει τις (κρυφές) συνιστώσες που συνεισφέρουν στα διανύσματα της βάσης. Συνήθως αυτές οι κρυμμένες συνιστώσες αναπαριστούν τα άγνωστα πηγαία σήματα με χαρακτηριστικές στατιστικές ιδιότητες. Οι πίνακες έχουν συνήθως ξεκάθαρη φυσική έννοια. Για παράδειγμα οι γραμμές του πίνακα \mathbf{S} που αναπαριστούν τις πηγές, θα πρέπει να όσο το δυνατόν στατιστικά αμοιβαία ανεξάρτητες (για την ICA).

Αν και κάποιοι διαχωρισμοί ή παραγοντοποιήσεις πινάκων παρέχουν μία ακριβής ανακατασκευή των δεδομένων (δηλαδή $\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S}$), εδώ θα θεωρηθούν διαχωρισμοί που είναι προσεγγιστικοί. Στην πραγματικότητα, πολλά προβλήματα επεξεργασίας εικόνων και σημάτων μπορούν να εκφραστούν με τέτοιους όρους παραγοντοποίησης πινάκων. Διαφορετικές συναρτήσεις κόστους και επιβαλλόμενοι περιορισμοί μπορεί να οδηγήσουν σε διαφορετικούς τύπους παραγοντοποίησης πινάκων. Σε πολλές εφαρμογές επεξεργασίας σήματος, ο πίνακας δεδομένων $\mathbf{X} = [\mathbf{x}(1), \mathbf{x}(2), \dots, \mathbf{x}(N)]$ αναπαρίσταται από διανύσματα της μορφής $\mathbf{x}(k)$, ($k = 1, 2, \dots, N$) για μία ομάδα από διακριτών χρονικά στιγμιότυπων (όπως πολλαπλές μετρήσεις ή καταγραφές), και έτσι η σχέση (1.4) μπορεί να γραφεί με τη μορφή διανυσμάτων ως ένα σύστημα από γραμμικές εξισώσεις:

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{A}s(k) + \mathbf{v}(k), \quad (k = 1, 2, \dots, N) \quad (1.5)$$

,όπου $\mathbf{x}(k) = [x_1(k), x_2(k), \dots, x_m(k)]^T$ το διάνυσμα των παρατηρούμενων σημάτων στο διακριτό χρονικό στιγμιότυπο k , και $\mathbf{s}(k) = [s_1(k), s_2(k), \dots, s_n(k)]^T$ το διάνυσμα των συνιστωσών στο ίδιο χρονικό στιγμιότυπο.

Τα παραπάνω διατυπωμένα προβλήματα είναι σχετικά κοντά με το αντίστροφο γραμμικό πρόβλημα ή πιο γενικά με την επίλυση ενός μεγάλου ill-conditioned συστήματος γραμμικών εξισώσεων, όπου είναι απαραίτητος ο υπολογισμός αξιόπιστων διανυσμάτων $\mathbf{s}(k)$ και σε ορισμένες περιπτώσεις να αναγνωριστεί ένας πίνακας \mathbf{A} για δεδομένα με θόρυβο. Τέτοια συστήματα εξισώσεων είναι συχνά μολυσμένα από θόρυβο ή σφάλματα, και ανέρχεται το πρόβλημα εύρεσης μίας βέλτιστης, δυναμικής, συμπεριλαμβανομένου του θορύβου, επίλυσης .

Γενικές τάξεις εξαγωγής συμπερασμάτων, ανακατασκευής, εκτίμησης, προσέγγισης, παρεμβολής και αντίστροφα προβλήματα μπορούν να μετατραπούν σε προβλήματα ελάχιστης νόρμας για την επίλυση υπο-καθοριζόμενων συστημάτων με γραμμικές εξισώσεις της μορφής της σχέσης (1.5) για $m < n$ (δηλαδή ο αριθμός των παρατηρήσεων να είναι μικρότερος του πλήθους των πηγών).

Γενικά μιλώντας, σε εφαρμογές επεξεργασίας σήματος το υπερ-καθορισμένο σύστημα (όπου $m > n$) γραμμικών εξισώσεων της μορφής της σχέσης (1.5) περιγράφει φιλτράρισμα, ενίσχυση και προβλήματα αναγνώρισης, ενώ το υπο-καθορισμένο σύστημα περιγράφει αντίστροφα προβλήματα και προβλήματα εξαγωγής συμπερασμάτων.

Σε γενικές γραμμές, το πλήθος n των πηγαίων σημάτων δεν είναι γνωστό. Θεωρείται ότι μόνο το διάνυσμα των παρατηρήσεων $\mathbf{x}(k)$ είναι διαθέσιμο και είναι απαραίτητο να σχεδιαστεί ένα προς τα εμπρός τροφοδοτούμενο ή επαναλαμβανόμενο νευρωνικό δίκτυο και ένας συνεταιρισμένος προσαρμοστικός αλγόριθμος εκμάθησης που να καθιστά δυνατή την εκτίμηση των πηγών, την αναγνώριση του συνδυασμένου πίνακα \mathbf{A} και/ή του πίνακα διαχωρισμού \mathbf{W} με καλές δυνατότητες εντοπισμού.

Συχνά η BSS εξασφαλίζεται με την εύρεση ενός $n \times m$, full rank, πίνακα γραμμικού μετασχηματισμού (διαχωρισμού) $\mathbf{W} = \hat{\mathbf{A}}^+$, όπου \mathbf{A}^+ αποτελεί ένας καλά ορισμένος ψευδο-αντίστροφος πίνακας του πίνακα \mathbf{A} , τέτοιος ώστε το διάνυσμα του σήματος της εξόδου $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T$ που προκύπτει από τη σχέση:

$$\mathbf{y} = \mathbf{W}\mathbf{x} \quad (1.6)$$

,να περιέχει συνιστώσες, οι οποίες είναι όσο το δυνατόν ανεξάρτητες, καθώς έχουν μετρηθεί από μία συνάρτηση κόστους όπως η διαφορά-απόκλιση των Kullback-Leibler ή άλλα κριτήρια όπως γραμμική προβλεψιμότητα.

Υπάρχουν διάφορες μέθοδοι που μπορούν να υλοποιήσουν την τεχνική του τυφλού διαχωρισμού πηγών:

- Principal Component Analysis (PCA)
- Independent Component Analysis (ICA)
- Dependent Component Analysis

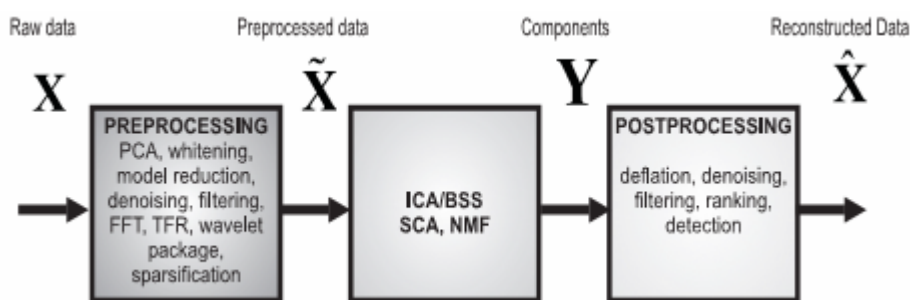
- Non-negative Matrix Factorization (NMF)
- Sparse Component analysis (SCA)
- Singular Value Decomposition (SVD)

Οι αλγόριθμοι BSS, όπως οι τεχνικές ICA, SCA κλπ, θεωρούνται συχνά ως καθαρές μαθηματικές διατυπώσεις παρά ως μηχανικές διαδικασίες. Υπάρχει η ψευδαίσθηση ότι δεν χρειάζονται να γίνουν και πολλά από πλευράς του χρήστη από τη στιγμή που έχουν όλα υλοποιηθεί με το βέλτιστο τρόπο. Στην πραγματικότητα, η επιτυχία και η αποδοτικότητα τέτοιων εργαλείων εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό πάνω σε κάποιες εκ των προτέρων γνώσεις, στην απλή λογική και στη κατάλληλη χρήση των εργαλείων προεπεξεργασίας και μετά-επεξεργασίας. Με άλλα λόγια, στα στάδια της προεπεξεργασίας των δεδομένων και της μετά-επεξεργασίας των μοντέλων είναι αναγκαία η γνώση του χρήστη ώστε να εξαχθούν συνιστώσες αξιόπιστες, έγκυρες και να έχουν κάποια φυσιολογική σημασία (δηλαδή οι εξαγόμενες συνιστώσες να συμφωνούν σε λογικό επίπεδο με τα αρχικά σήματα).

Τα τυπικά εργαλεία προεπεξεργασίας του σήματος περιλαμβάνουν την απλοποίηση του μοντέλου (model reduction), τη λεύκανση των δεδομένων (whitening), το φιλτράρισμα (filtering), το μετασχηματισμό Fast Fourier (FFT) και άλλα.

Τα εργαλεία της μετά-επεξεργασίας περιλαμβάνουν: το “ξεφούσκωμα” (deflation) και την ανακατασκευή (δηλαδή τον καθαρισμό) των αρχικών ακατέργαστων δεδομένων, απομακρύνοντας τις μη επιθυμητές συνιστώσες, όπως το θόρυβο. Στο σχήμα (1.4) παρουσιάζονται τα τρία τυπικά στάδια του τυφλού διαχωρισμού πηγών μαζί με τα αντίστοιχα εργαλεία προεπεξεργασίας και μετά-επεξεργασίας των σημάτων.

Παρόλα αυτά, πρέπει να σημειωθεί ότι τα γραμμικά συνδυασμένα μοντέλα πρέπει να είναι έγκυρα και τα αρχικά πηγαία σήματα πρέπει να έχουν καθορισμένες στατιστικές ιδιότητες.



Σχήμα 1.4 Τρεις θεμελιώδεις διαδικασίες υλοποιούνται και εκμεταλλεύονται στην BSS/ICA για αποδοτική αποσύνθεση και εξαγωγή των σημάτων.

Κεφάλαιο 2

ΕΚΤΕΤΑΜΕΝΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ INFOMAX

2.1 Εισαγωγή

Το πρόβλημα της blind source separation (τυφλός διαχωρισμός πηγών), έχει μελετηθεί από πολλούς ερευνητές στα νευρωνικά δίκτυα και στην επεξεργασία σήματος. Η μέθοδος blind source separation, μέσα από την ανεξάρτητη ανάλυση συνιστωσών (ICA), έχει λάβει αρκετή προσοχή, λόγω του δυναμικού της σε εφαρμογές επεξεργασίας σήματος, όπως συστήματα εμπλουτισμού φωνής, τηλεπικοινωνίες και επεξεργασία σημάτων στην ιατρική. Ο στόχος της ICA αποτελεί η ανάκτηση των ανεξάρτητων πηγών με χρήση μόνο των παρατηρήσεων αισθητήριων οργάνων, οι οποίες είναι άγνωστοι γραμμικοί συνδυασμοί των ανεξάρτητων πηγαίων σημάτων που δεν έχουν παρατηρηθεί. Σε αντίθεση με τους μετασχηματισμούς που βασίζονται σε συσχετισμούς όπως η Principal Component Analysis (PCA), η ICA μειώνει τις στατιστικές εξαρτήσεις των σημάτων, προσπαθώντας να κάνει τα σήματα όσο ανεξάρτητα γίνεται.

Οι Bell και Sejnowski ανέπτυξαν έναν μη-εποπτευόμενο διδασκόμενο αλγόριθμο που βασίζεται στη μεγιστοποίηση της εντροπίας σε ένα απλής στρώσης με ανάδραση προς τα εμπρός νευρωνικό δίκτυο. Ο αλγόριθμος είναι αποτελεσματικός στο διαχωρισμό πηγών που έχουν super-Gaussian κατανομές, δηλαδή πιθανοτικές συναρτήσεις πυκνότητας (probability density functions PDF) με πολύ αιχμηρές κορυφές, με “βαριές ουρές”. Παρόλα αυτά, ο πρωτότυπος αλγόριθμος Infomax των Bell και Sejnowski, αποτυγχάνει να διαχωρίσει πηγές οι οποίες έχουν αρνητική kurtosis (όπως για παράδειγμα ομοιόμορφη κατανομή). Οι Pearlmutter και Parra (1996) ανέπτυξαν ένα συναφή αλγόριθμο ICA, μέσα στο πλαίσιο της εκτίμησης μέγιστης πιθανότητας (Maximum Likelihood Estimation MLA), ο οποίος είναι ικανός να διαχωρίζει ένα γενικευμένο εύρος κατανομών των πηγών.

Σε αυτό το κεφάλαιο και με κίνητρο την υπολογιστική απλότητα, γίνεται χρήση ενός information-theoretic αλγόριθμου, ο οποίος διατηρεί την απλή αρχιτεκτονική του αρχικού αλγορίθμου Infomax και επιτρέπει την επέκταση στο διαχωρισμό συνδυασμών από super-Gaussian και sub-Gaussian πηγές. Ο Girolami (1997) παρήγαγε τον τύπο του κανόνα εκμάθησης υπό τη σκοπιά της μεγιστοποίησης της negentropy (η μεγιστοποίηση της negentropy αναφέρεται στη μεγιστοποίηση του αθροίσματος των οριακών negentropies), για τις μεθόδους εξερευνητική projection pursuit (EPP) και ICA.

Ο εκτεταμένος αλγόριθμος Infomax διατηρεί την απλότητα που εισήγαγαν οι Bell και Sejnowski, και ο κανόνας εκμάθησης συγκλίνει με το φυσικό βαθμωτό διάλυμα του Amari.

Σε υπολογιστικές προσομοιώσεις, παρατηρήθηκε ότι ο εκτεταμένος Infomax κατάφερε να διαχωρίσει με επιτυχία 20 μεικτά σήματα των ακόλουθων πηγών: 10 τμήματα ήχου ταινίας, 6 σήματα φωνής και ήχου (που χρησιμοποίησαν οι Bell και Sejnowski στον αρχικό Infomax), 3 ομοιόμορφα κατανομημένα sub-Gaussian σήματα θορύβου, και ένα σήμα πηγαίου θορύβου με Gaussian κατανομή.

Άλλη εφαρμογή, με πολύ ενδιαφέροντα και πραγματικής φύσης δεδομένα, αφορά πειράματα με καταγραφές EEG (καταγραφές εγκεφαλικής δραστηριότητας), στα οποία ο εκτεταμένος Infomax κατάφερε να ξεχωρίσει ξεκάθαρα ηλεκτρικά σήματα από την εγκεφαλική δραστηριότητα.

Στη ενότητα 3.2, δίνεται η περιγραφή του εκτεταμένου αλγόριθμου Infomax, και παρουσιάζεται ο απλός γενικός κανόνας εκμάθησης, ο οποίος μπορεί να διαχωρίσει sub-Gaussian και super-Gaussian πηγές. Στην ενότητα 3.3 δίνεται παράδειγμα υπολογιστικής προσομοίωσης διαχωρισμού 20 μεικτών σημάτων και σύγκριση των αποτελεσμάτων διαχωρισμού μεταξύ του πρωτότυπου Infomax και του εκτεταμένου Infomax. Τέλος στην ενότητα 3.4 αναφέρονται ορισμένοι περιορισμοί του εκτεταμένου Infomax.

2.2 Ο εκτεταμένος αλγόριθμος Infomax

Έστω ένα M -διάστατο διάνυσμα $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_M(t)]^T$, τέτοιο ώστε οι συνιστώσες του $s_i(t)$ να είναι αμοιβαία ανεξάρτητες. Το διάνυσμα $\mathbf{s}(t)$ αντιστοιχεί στα M ανεξάρτητα και βαθμωτών τιμών πηγαία σήματα $s_i(t)$. Το πολυμεταβλητό pdf του διανύσματος μπορεί να γραφεί ως το παράγωγο των οριακών ανεξάρτητων κατανομών, σύμφωνα με την ακόλουθη σχέση:

$$p(\mathbf{s}) = \prod_{i=1}^M p_i(s_i) \quad (2.1)$$

Σε κάθε χρονικό σημείο t παρατηρείται ένα διάνυσμα δεδομένων $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), \dots, x_N(t)]^T$, τέτοιο ώστε να ισχύει η σχέση:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) \quad (2.2)$$

όπου \mathbf{A} , είναι ένας πλήρως ανεπτυγμένος $N \times M$ γραμμικός πίνακας. Καθώς οι συνιστώσες των παρατηρούμενων διανυσμάτων δεν είναι πλέον ανεξάρτητες (λόγω της 2.2), το πολυμεταβλητό pdf δε θα ικανοποιεί την ισότητα με το παράγωγο pdf. Στη μελέτη αυτή, θεωρείται ότι ο αριθμός των πηγών είναι ίσος με τον αριθμό των αισθητήριων οργάνων, $N = M$. Εάν οι συνιστώσες του $\mathbf{s}(t)$, είναι τέτοιες ώστε το πολύ μία πηγή έχει κατανεμηθεί κανονικά, τότε είναι εφικτό να εξαχθούν οι πηγές $\mathbf{s}(t)$ από τα λαμβανόμενους συνδυασμούς $\mathbf{x}(t)$. Η αμοιβαία πληροφορία του παρατηρούμενου διανύσματος δίνεται από την απόκλιση (Kullback-Leibler, KL 1994) της πολυμεταβλητής πυκνότητας από το παράγωγο των οριακών (αμετάβλητων) πυκνοτήτων, σύμφωνα με την ακόλουθη σχέση:

$$I(x_1, x_2, \dots, x_N) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} p(x_1, x_2, \dots, x_N) \log \frac{p(x_1, x_2, \dots, x_N)}{\prod_{i=1}^N p_i(x_i)} dx_1 dx_2 \dots dx_N \quad (2.3)$$

Για λόγους συντόμευσης, η σχέση (2.3) γράφεται ως:

$$I(\mathbf{x}) = \int p(\mathbf{x}) \log \frac{p(\mathbf{x})}{\prod_{i=1}^N p_i(x_i)} d\mathbf{x} \quad (2.4)$$

Η αμοιβαία πληροφορία θα είναι πάντα θετική και θα ισούται με το μηδέν μόνο στη περίπτωση όπου οι συνιστώσες είναι ανεξάρτητες.

Ο σκοπός της ICA είναι να βρεθεί μία γραμμική χαρτογράφηση \mathbf{W} , τέτοια ώστε τα διαχωρισμένα (unmixed) σήματα, να είναι στατιστικά ανεξάρτητα:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{W}\mathbf{x}(t) = \mathbf{W}\mathbf{A}\mathbf{s}(t) \quad (2.5)$$

Υπάρχουν πολλοί τρόποι για τη μάθηση του \mathbf{W} . Ένας από αυτούς είναι η ελαχιστοποίηση του βαθμού ανεξαρτησίας μεταξύ των εξόδων, με χρήση συναρτήσεων διαφοράς (contrast functions) που έχουν προσεγγιστεί με βάση την επέκταση Edgeworth πάνω στη KL απόκλιση. Τα στατιστικά δεδομένα υψηλότερων τάξεων, προσεγγίζονται από αθροίσματα μέχρι 4^{ης} τάξης.

Άλλες μέθοδοι για τη μάθηση του \mathbf{W} , βασίζονται στη ελαχιστοποίηση της αμοιβαίας πληροφορίας και μπορούν να παραχθούν από τη προσέγγιση infomax. Οι Nadal και Parga (1994) έδειξαν ότι στη περίπτωση του χαμηλού θορύβου, το μέγιστο της αμοιβαίας πληροφορίας μεταξύ της εισόδου και της εξόδου ενός νευρωνικού επεξεργαστή επάγεται ότι η κατανομή της εξόδου είναι παραγοντική. Οι Bell και Sejnowski παρήγαγαν στοχαστικούς βαθμωτούς κανόνες εκμάθησης για αυτή τη μεγιστοποίηση και τους εφάρμοσαν σε εφαρμογές πρόβλεψης, ανάλυσης χρονικών ακολουθιών και στο τυφλό διαχωρισμό πηγών.

2.2.1 Ένας απλός αλλά γενικός κανόνας εκμάθησης

Ο αλγόριθμος εκμάθησης μπορεί να παραχθεί με χρήση της διατύπωσης της μέγιστης πιθανότητας (maximum likelihood formulation). Η προσέγγιση MLE για το τυφλό διαχωρισμό των πηγών προτάθηκε αρχικά από τους Gaeta και Lacoume (1990).

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (pdf) των παρατηρήσεων \mathbf{x} , μπορεί να εκφραστεί από την ακόλουθη σχέση:

$$p(\mathbf{x}) = |\det(\mathbf{W})| p(\mathbf{u}) \quad (2.6)$$

όπου $p(\mathbf{u}) = \prod_{i=1}^N p_i(u_i)$ είναι η υποτιθέμενη κατανομή του $p(\mathbf{s})$. Η λογαριθμική πιθανότητα, log-likelihood, της σχέσης (2.6) δίνεται από τον τύπο:

$$L(\mathbf{u}, \mathbf{W}) = \log|\det(\mathbf{W})| + \sum_{i=1}^N \log p_i(u_i) \quad (2.7)$$

Μεγιστοποιώντας τη log-likelihood σε σχέση με το \mathbf{W} , λαμβάνεται ο αλγόριθμος εκμάθησης για το \mathbf{W} (Bell και Sejnowski, 1995), ο οποίος δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta \mathbf{W} \propto \left[(\mathbf{W}^T)^{-1} - \varphi(\mathbf{u}) \mathbf{x}^T \right] \quad (2.8)$$

, όπου

$$\varphi(\mathbf{u}) = -\frac{\theta \mathbf{u}}{p(\mathbf{u})} = \left[-\frac{\theta \mathbf{u}_1}{p(\mathbf{u}_1)}, \dots, -\frac{\theta \mathbf{u}_n}{p(\mathbf{u}_n)} \right] \quad (2.9)$$

Ένας αποτελεσματικός τρόπος μεγιστοποίησης της log-likelihood είναι να ακολουθηθεί το φυσικό βαθμωτό διάνυσμα (Amari 1998):

$$\Delta \mathbf{W} \propto \frac{\theta L(\mathbf{u}, \mathbf{W})}{\theta \mathbf{W}} \mathbf{W}^T \mathbf{W} = [\mathbf{I} - \varphi(\mathbf{u}) \mathbf{u}^T] \mathbf{W} \quad (2.10)$$

Εδώ το $\mathbf{W}^T \mathbf{W}$, ξαναφτιάχνει σε μικρότερη κλίμακα το βαθμωτό διάνυσμα, απλοποιεί τον κανόνα εκμάθησης της σχέσης (2.8) και επιταχύνει αξιοσημείωτα τη σύγκλιση. Έχει αποδειχθεί ότι ο γενικός αλγόριθμος εκμάθησης της σχέσης (2.10) μπορεί να παραχθεί με διάφορους τρόπους, όπως η MLE, ο infomax και η μεγιστοποίηση της negentropy.

Η εκτίμηση της παραμετρικής πυκνότητας $p_i(u_i)$ παίζει σημαντικό ρόλο στην επιτυχία του κανόνα εκμάθησης στην εξίσωση (2.10). Η τοπική σύγκλιση διασφαλίζεται εάν η $p_i(u_i)$ είναι το παράγωγο των λογαριθμικών πυκνοτήτων (log-densities) των πηγών. Εάν επιλεγεί ως $g_i(u)$ μία logistic συνάρτηση της μορφής $g(u_i) = \tanh(u_i)$, τέτοια ώστε $\varphi(\mathbf{u}) = 2 \tanh(\mathbf{u})$, τότε ο κανόνας εκμάθησης ελαχιστοποιείται στον κανόνα των Bell και Sejnowski με το φυσικό βαθμωτό διάνυσμα:

$$\Delta \mathbf{W} \propto [\mathbf{I} - 2 \tanh(\mathbf{u}) \mathbf{u}^T] \mathbf{W} \quad (3.11)$$

Τόσο θεωρητικές μελέτες όσο και εμπειρικές παρατηρήσεις έχουν δείξει ότι αυτός ο αλγόριθμος περιορίζεται στο διαχωρισμό πηγών με super-Gaussian κατανομές. Η σιγμοειδής συνάρτηση που χρησιμοποίησαν οι Bell και Sejnowski, παρέχει μία εκ των προτέρων γνώση σχετικά με την κατανομή των πηγών, δηλαδή τη super-Gaussian μορφή των πηγών. Παρόλα αυτά, μίλησαν και για μία “εύκαμπτη” σιγμοειδή συνάρτηση, (μία σιγμοειδή συνάρτηση με παραμέτρους p, r τέτοιες ώστε $g(u_i) = \int g(u_i)^p (1 - g(u_i))^r$), η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ταιριάζει την κατανομή των πηγών. Η ιδέα της μοντελοποίησης ενός παραμετρικού μη γραμμικού μοντέλου, μελετήθηκε και γενικεύτηκε από τους Pearlmutter και Parra (1996) στο συναφή αλγόριθμο ICA (cICA). Μοντελοποίησαν το pdf σε παραμετρική μορφή λαμβάνοντας υπόψη τη χρονική πληροφορία και επιλέγοντας το $p_i(u_i)$, ως ένα σταθμικό άθροισμα από διαφορετικές logistic συναρτήσεις πυκνότητας, με μεταβλητές means και κλίμακες.

Οι Moulines et al. (1997) μοντελοποίησαν το υποκείμενο pdf με Gaussian συνδυασμούς και έδειξαν ότι μπορούν να διαχωρίσουν sub-Gaussian και super-Gaussian πηγές. Αυτές οι παραμετρικές προσεγγίσεις μοντελοποίησης, είναι “ακριβές” υπολογιστικά. Επιπροσθέτως σε εφαρμογές όπως η EEG, η χρήση του cICA έδειξε ότι μπορεί ο cICA να αποτύχει να βρει τις ανεξάρτητες συνιστώσες, γεγονός που οφείλεται στον περιορισμένο αριθμό καταγεγραμμένων χρονικών σημείων, που καθιστούν δύσκολη την αξιόπιστη εκτίμηση της πυκνότητας.

2.2.2 Κανόνας εκμάθησης για το διαχωρισμό sub-Gaussian και super-Gaussian πηγών

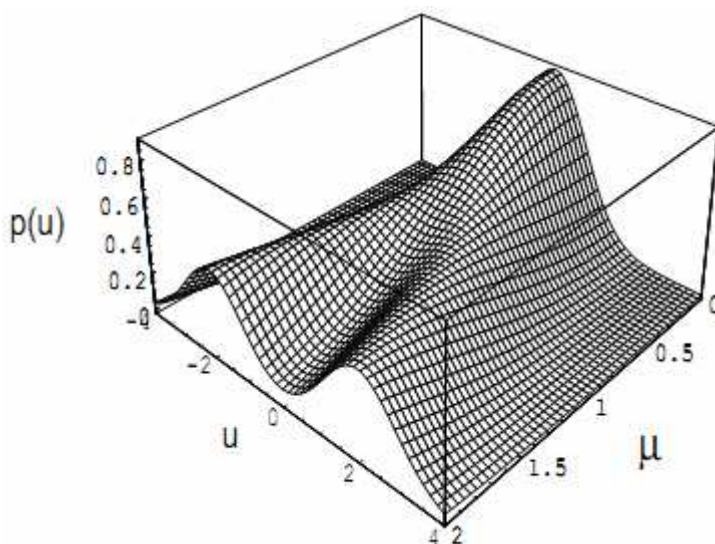
Ο σκοπός του εκτεταμένου αλγόριθμου Infomax είναι η παροχή ενός απλού κανόνα εκμάθησης με μία σταθερή μη γραμμικότητα, ο οποίος μπορεί να διαχωρίσει πηγές από μία ποικιλία κατανομών Ένας τρόπος γενίκευσης του κανόνα εκμάθησης για πηγές με sub-Gaussian ή super-Gaussian κατανομές είναι η προσέγγιση του εκτιμούμενου pdf με την επέκταση Edgeworth ή την επέκταση των Gram-Charlier, όπως προτείνεται από τον Girolami (1997). Ο Girolami χρησιμοποιεί μία παραμετρική

εκτίμηση της πυκνότητας για την παραγωγή του ίδιου κανόνα εκμάθησης χωρίς να κάνει καμία προσέγγιση, όπως παρουσιάζεται παρακάτω.

Μία συμμετρική και αυστηρά sub-Gaussian πυκνότητα μπορεί να μοντελοποιηθεί με χρήση μίας συμμετρικής μορφής του συνδυασμένου μοντέλου του Pearson (Pearson mixture model 1894), ως ακολούθως:

$$p(u) = \frac{1}{2} (N(\mu, \sigma^2) + N(-\mu, \sigma^2)) \quad (2.12)$$

όπου $N(\mu, \sigma^2)$ είναι η κανονική πυκνότητα με mean μ και διακύμανση σ^2 . Το σχήμα 2.1 δείχνει τη μορφή της πυκνότητας $p(u)$, για $\sigma^2 = 1$ και κυμαινόμενο $\mu = [0...2]$.



Σχήμα 2.1 Εκτιμώμενα sub-Gaussian μοντέλα πυκνότητας για τον εκτεταμένο infomax κανόνα εκμάθησης με $\sigma^2 = 1$ και $\mu_i = \{0...2\}$. Η πυκνότητα γίνεται bimodal (δύο φάσεων), όταν $\mu_i > 1$

Για $\mu = 0$, το $p(u)$ είναι ένα Gaussian μοντέλο, ενώ για $\mu_i = 1.5$ το $p(u)$ γίνεται ξεκάθαρα 2 φάσεων (bimodal).

Η kurtosis k_4 (κανονικοποιημένη 4^{ης} τάξης συσσώρευση) του $p(u)$ δίνεται από τη σχέση:

$$\kappa = \frac{c_4}{c_2^2} = \frac{-2\mu^4}{(\mu^2 + \sigma^2)^2} \quad (2.13)$$

όπου c_i , είναι η i-οστής τάξης συσσώρευση (cumulant). Βασιζόμενη στις τιμές των μ και σ^2 , η kurtosis βρίσκεται μεταξύ των τιμών -2 και 0. Έτσι η εξίσωση της σχέσης (2.12) ορίζει μία αυστηρώς sub-Gaussian συμμετρική πυκνότητα, όταν $\mu > 0$.

Ορίζοντας ως $\alpha = \frac{\mu}{\sigma^2}$ και με εφαρμογή στη σχέση (2.12), μπορεί να γραφεί για την $\varphi(u)$ στην ακόλουθη μορφή:

$$\varphi(u) = -\frac{\theta p(u)}{p(u)} = \frac{u}{\sigma^2} - a \left(\frac{\exp(au) - \exp(-au)}{\exp(au) + \exp(-au)} \right) \quad (2.14)$$

Χρησιμοποιώντας τον ορισμό για την υπερβολική εφαπτομένη η (2.14) γράφεται ως:

$$\varphi(u) = \frac{u}{\sigma^2} - \frac{\mu}{\sigma^2} \tanh\left(\frac{\mu}{\sigma^2} u\right) \quad (2.15)$$

Θέτοντας τώρα, $\mu = 1$ και $\sigma^2 = 1$ η εξίσωση (2.15) ελαττώνεται στην ακόλουθη σχέση:

$$\varphi(u) = u - \tanh(u) \quad (2.16)$$

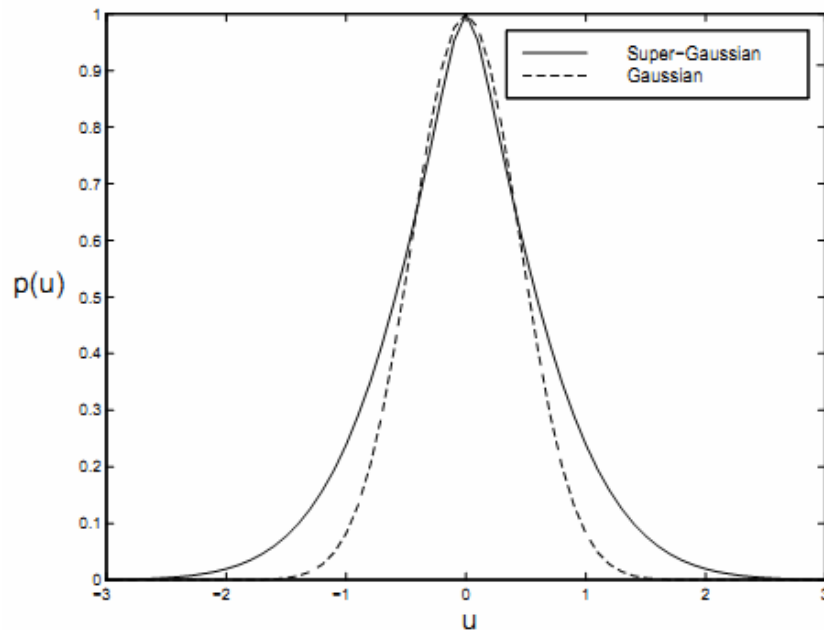
Ο κανόνας εκμάθησης για αυστηρά sub-Gaussian πηγές γίνεται τώρα (με βάση της σχέσεις 2.10 και 2.16):

$$\Delta \mathbf{W} \propto [\mathbf{I} + \tanh(\mathbf{u})\mathbf{u}^T - \mathbf{u}\mathbf{u}^T] \mathbf{W} \quad (2.17)$$

Όσον αφορά την περίπτωση των super-Gaussian πηγών με ένα μόνο μέγιστο (unimodal) υιοθετείται το ακόλουθο μοντέλο:

$$p(u) \propto p_G(u) \operatorname{sech}^2(u) \quad (2.18)$$

όπου $p_G(u) = N(0,1)$, είναι μία zero mean Gaussian πυκνότητα με μοναδιαία διακύμανση. Το σχήμα 2.2 παρουσιάζει το μοντέλο πυκνότητας για το $p(u)$.



Σχήμα 2.2 Το μοντέλο πυκνότητας για την super-Gaussian κατανομή. Το super-Gaussian Μοντέλο έχει μία “βαρύτερη ουρά” σε σχέση με το Gaussian μοντέλο, που έχει κανονική πυκνότητα

Η μη γραμμικότητα $\varphi(u)$, για την περίπτωση του super-Gaussian μοντέλου, παίρνει τη μορφή:

$$\varphi(u) = -\frac{\theta p(u)}{p(u)} = u + \tanh(u) \quad (2.19)$$

Ο κανόνας εκμάθησης για τις super-Gaussian πηγές δίνεται (με χρήση των σχέσεων 2.10 και 2.19) από τη σχέση που ακολουθεί:

$$\Delta \mathbf{W} \propto [\mathbf{I} - \tanh(\mathbf{u})\mathbf{u}^T - \mathbf{u}\mathbf{u}^T] \mathbf{W} \quad (2.20)$$

Η διαφορά μεταξύ του super-Gaussian κανόνα εκμάθησης της σχέσης (2.20) και του sub-Gaussian κανόνα εκμάθησης της σχέσης (2.17) είναι το πρόσημο πριν την εφαπτομενική συνάρτηση:

Extended Infomax algorithm:

$$\Delta \mathbf{W} \propto \begin{cases} [\mathbf{I} - \tanh(\mathbf{u})\mathbf{u}^T - \mathbf{u}\mathbf{u}^T] \mathbf{W} & : \text{super - Gaussian} \\ [\mathbf{I} + \tanh(\mathbf{u})\mathbf{u}^T - \mathbf{u}\mathbf{u}^T] \mathbf{W} & : \text{sub - Gaussian} \end{cases} \quad (2.21)$$

Οι κανόνες εκμάθησης διαφέρουν στο πρόσημο πριν την εφαπτομενική συνάρτηση και μπορούν να καθοριστούν με χρήση ενός διακλαδιζόμενου κριτηρίου. Ο Girolami (1997) θεώρησε το σύμβολο της kurtosis των διαχωρισμένων πηγών ως ένα διακλαδιζόμενο κριτήριο. Παρόλα αυτά, μιας και δεν υπάρχει κάποιος γενικός ορισμός για τις sub-Gaussian και super-Gaussian πηγές, επιλέγεται ένα διακλαδιζόμενο κριτήριο που βασίζεται σε κριτήρια σταθερότητας, τα οποία παρουσιάζονται στη συνέχεια.

Οπότε, η εναλλαγή μεταξύ του sub-Gaussian και του super-Gaussian κανόνα εκμάθησης δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta \mathbf{W} \propto [\mathbf{I} - \mathbf{K} \tanh(\mathbf{u})\mathbf{u}^T - \mathbf{u}\mathbf{u}^T] \mathbf{W} \quad \begin{cases} k_i = 1 & : \text{super - Gaussian} \\ k_i = -1 & : \text{sub - Gaussian} \end{cases} \quad (2.22)$$

όπου k_i είναι στοιχεία του N-διάστατου διαγώνιου πίνακα \mathbf{K} . Η παράμετρος εναλλαγής k_i μπορεί να αποκομιστεί από τη γενική ανάλυση σταθερότητας των ξεχωριστών λύσεων (Gardoso και Laheld 1996). Στην ανάλυση σταθερότητας το mean πεδίο προσεγγίζεται από την 1^η τάξης διαταραχή των παραμέτρων του διαχωρισμένου πίνακα. Η γραμμική προσέγγιση κοντά στο στάσιμο σημείο είναι το βαθμωτό διάνυσμα του mean πεδίου στο στάσιμο σημείο. Το πραγματικό μέρος των χαρακτηριστικών ριζών του παραγώγου του mean πεδίου πρέπει να είναι αρνητικό, ώστε οι παράμετροι κατά μέσο όρο έλκονται προς τα πίσω στο στάσιμο σημείο.

Μία επαρκής συνθήκη που εγγυάται την ασυμπτωτική σταθερότητα μπορεί να παραχθεί με τέτοιο τρόπο ώστε:

$$k_i > 0 \quad 1 \leq i \leq N \quad (2.23)$$

,όπου το k_i είναι:

$$\kappa_i = E\{\varphi'_i(u_i)\}E\{u_i^2\} - E\{\varphi_i(u_i)u_i\} \quad (2.24)$$

και

$$\varphi_i(u_i) = u_i + k_i \tanh(u_i) \quad (2.25)$$

Υποκαθιστώντας την εξίσωση (2.25) στην εξίσωση (2.24) λαμβάνονται τα ακόλουθα:

$$\kappa_i = E\{k_i \operatorname{sech}^2(u_i) + 1\}E\{u_i^2\} - E\{[k_i \tanh(u_i) + u_i]u_i\} \Rightarrow \quad (2.26)$$

$$\kappa_i = k_i (E\{\operatorname{sech}^2(u_i)\}E\{u_i^2\} - E\{[\tanh(u_i)]u_i\}) \quad (2.27)$$

Για να διασφαλιστεί ότι $\kappa_i > 0$, το πρόσημο του k_i πρέπει να είναι το ίδιο με το πρόσημο του $E\{\operatorname{sech}^2(u_i)\}E\{u_i^2\} - E\{[\tanh(u_i)]u_i\}$. Για αυτό το λόγο μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο κανόνας εκμάθησης της εξίσωσης (2.22), όπου τα k_i 's έχουν τη μορφή:

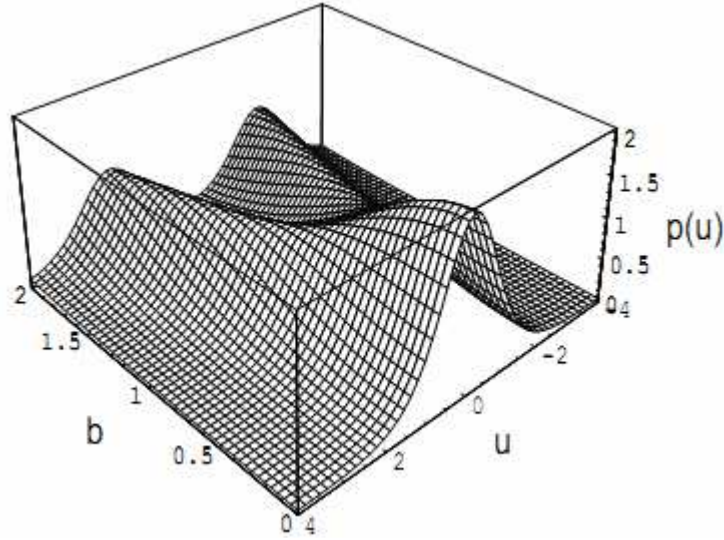
$$k_i = \operatorname{sign}(E\{\operatorname{sech}^2(u_i)\}E\{u_i^2\} - E\{[\tanh(u_i)]u_i\}) \quad (2.28)$$

2.2.3 Hyperbolic-Cauchy density μοντέλο

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζεται ένα ακόμα μοντέλο παραμετρικής πυκνότητας, το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για το διαχωρισμό των sub-Gaussian και super-Gaussian πηγών. Η συνδυασμένη παραμετρική πυκνότητα ορίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$p(u) \propto \operatorname{sech}^2(u+b) + \operatorname{sech}^2(u-b) \quad (2.29)$$

Το σχήμα 2.3 αναπαριστά την παραμετρική πυκνότητα, ως συνάρτηση του b .



Σχήμα 2.3 Η παραμετρική πυκνότητα $p(u)$ ως συνάρτηση του b . Για $b = 0$ η εκτίμηση της πυκνότητας είναι κατάλληλη για το διαχωρισμό super-Gaussian πηγών. Για $b = 2$ η εκτίμηση της πυκνότητας είναι bimodal και για αυτό το λόγο είναι κατάλληλη για το διαχωρισμό sub-Gaussian πηγών.

Για $b = 0$ η παραμετρική πυκνότητα είναι ανάλογη της hyperbolic-Cauchy κατανομής και για αυτό το λόγο είναι κατάλληλη για το διαχωρισμό super-Gaussian πηγών.

Για $b = 2$ η παραμετρική πυκνότητα έχει μία bimodal κατανομή (οι συμμετρικές bimodal πυκνότητες που χρησιμοποιούνται στο παρών κεφάλαιο είναι sub-Gaussian) με αρνητική kurtosis και για αυτό το λόγο είναι κατάλληλη για το διαχωρισμό sub-Gaussian πηγών:

$$\varphi(u) = -\frac{\partial}{\partial u} \log p(u) = -2 \tanh(u) + 2 \tanh(u+b) + 2 \tanh(u-b) \quad (2.30)$$

Ο αλγόριθμος εκμάθησης για sub-Gaussian και super-Gaussian πηγές γίνεται τώρα (με χρήση των εξισώσεων 2.30 και 2.10):

$$\Delta \mathbf{W} \propto [\mathbf{I} + 2 \tanh(\mathbf{u}) \mathbf{u}^T - 2 \tanh(\mathbf{u} + \mathbf{b}) \mathbf{u}^T - 2 \tanh(\mathbf{u} - \mathbf{b}) \mathbf{u}^T] \mathbf{W} \quad (2.31)$$

Όταν $\mathbf{b} = \mathbf{0}$ (όπου $\mathbf{0}$ είναι ένα N-διαστάσεων διάνυσμα με στοιχεία 0), τότε ο κανόνας εκμάθησης ελαττώνεται

ως εξής:

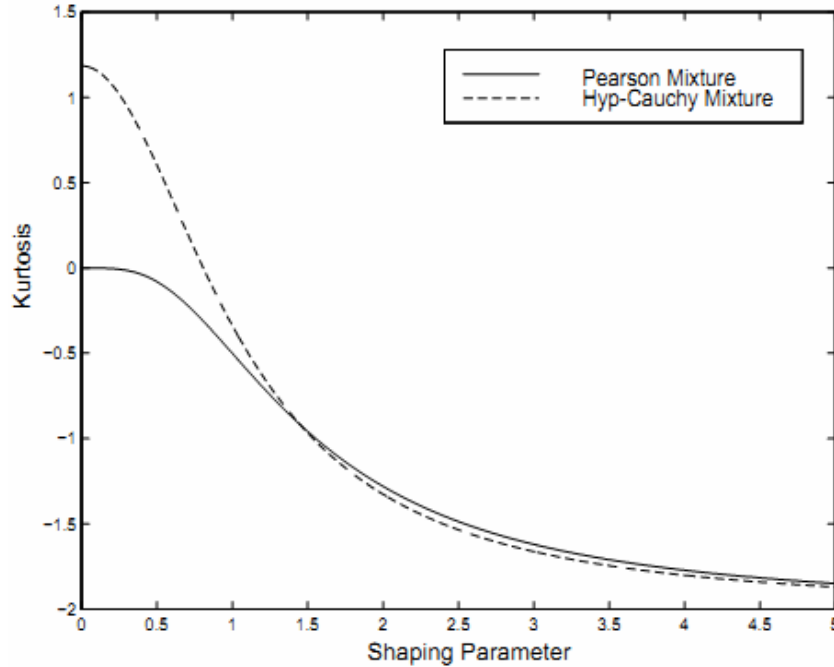
$$\Delta \mathbf{W} \propto [\mathbf{I} - 2 \tanh(\mathbf{u}) \mathbf{u}^T] \mathbf{W} \quad (2.32)$$

Η σχέση (2.32) είναι ακριβώς ο κανόνας εκμάθησης των Bell και Sejnowski (1995) με τη φυσική επέκταση του βαθμωτού διανύσματος.

Για $\mathbf{b} > \mathbf{1}$, η παραμετρική πυκνότητα είναι δύο φάσεων-bimodal (όπως φαίνεται και στο σχήμα 2.3) και ο κανόνας εκμάθησης είναι κατάλληλος για το διαχωρισμό σημάτων με sub-Gaussian κατανομές. Και εδώ μπορεί να χρησιμοποιηθεί το πρόσημο των γενικών κριτηρίων σταθερότητας της εξίσωσης

(2.23) και το κ_i της εξίσωσης (2.24) για τον καθορισμό του b_i ώστε να μπορεί να γίνεται η εναλλαγή μεταξύ των $b_i = 0$ και για παράδειγμα $b_i = 2$.

Στο σχήμα 3.4 γίνεται σύγκριση του εύρους των τιμών της kurtosis των μοντέλων παραμετρικής συνδυασμένης πυκνότητας των εξισώσεων (2.12) και (2.29).



Σχήμα 2.4 Η τιμή της kurtosis παρουσιάζεται ως συνάρτηση της παραμέτρου μορφοποίησης μ και b (μ για το μοντέλο πυκνότητας του Pearson και b για το μοντέλο πυκνότητας hyperbolic-Cauchy). Και τα δύο μοντέλα προσεγγίζουν την τιμή $k_4 = -2$ καθώς αυξάνεται η παράμετρος μορφοποίησης. Η kurtosis για το μοντέλο του Pearson είναι αυστηρά αρνητική εκτός από τη περίπτωση που $\mu = 0$. Η kurtosis για το μοντέλο hyperbolic-Cauchy κυμαίνεται μεταξύ θετικών και αρνητικών τιμών, με τέτοιο τρόπο που να επιτρέπει τη χρήση αυτού του απλού παραμετρικού μοντέλου για το διαχωρισμό σημάτων που έχουν sub-Gaussian και super-Gaussian πυκνότητες.

Η τιμή της kurtosis παρουσιάζεται ως συνάρτηση της παραμέτρου μορφοποίησης μ για το συμμετρικό μοντέλο πυκνότητας του Pearson και ως συνάρτηση της παραμέτρου μορφοποίησης b για το μοντέλο συνδυασμένης πυκνότητας hyperbolic-Cauchy. Η kurtosis για το μοντέλο Pearson είναι αυστηρά αρνητική εκτός της περίπτωσης που $\mu = 0$, όπου η kurtosis είναι μηδενική. Επειδή η kurtosis για το μοντέλο hyperbolic-Cauchy κυμαίνεται μεταξύ θετικών και αρνητικών τιμών, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για το διαχωρισμό τόσο sub-Gaussian όσο και super-Gaussian πυκνοτήτων.

2.3 Προσομοιώσεις και πειραματικά αποτελέσματα

Εκτεταμένες προσομοιώσεις και πειράματα έχουν πραγματοποιηθεί σε καταγεγραμμένα δεδομένα, ώστε να επαληθεύσουν την ικανότητα επίλυσης του εκτεταμένου αλγορίθμου Infomax, της εξίσωσης (2.21). Στο παράδειγμα προσομοίωσης που ακολουθεί, δείχνεται ότι ο εκτεταμένος Infomax μπορεί να

διαχωρίζει ένα πολύ μεγάλο αριθμό πηγών με ποικιλία sub-Gaussian και super-Gaussian κατανομών. Επίσης γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων του κανόνα εκμάθησης του εκτεταμένου αλγορίθμου Infomax της σχέσης (2.10) με τον κανόνα εκμάθησης του αρχικό αλγορίθμου Infomax της σχέσης (2.11).

2.3.1 Συνδυασμένες πηγές ήχου

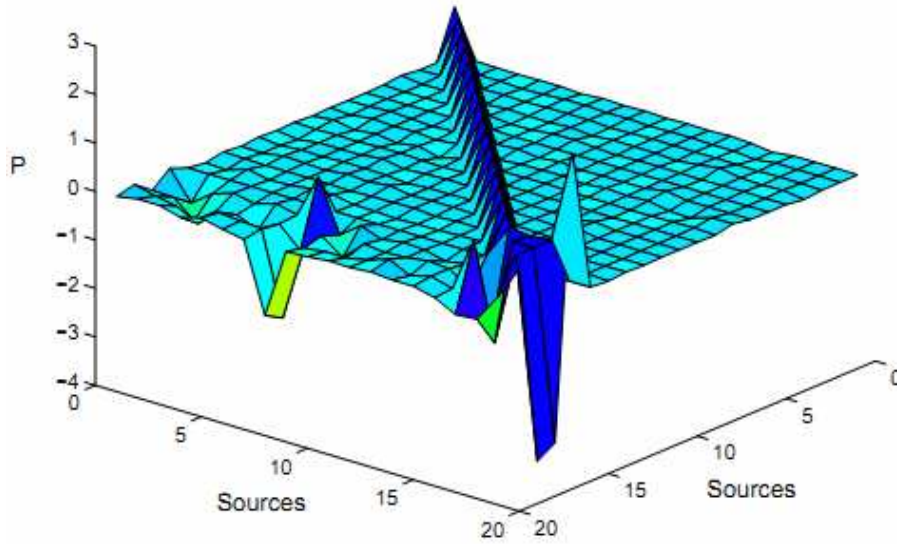
Έγινε διαχωρισμός των ακόλουθων 20 πηγών: 10 τμήματα ήχου ταινίας, 6 σήματα φωνής και ήχου (που χρησιμοποίησαν οι Bell και Sejnowski στον αρχικό Infomax), 3 ομοιόμορφα κατανεμημένα sub-Gaussian σήματα θορύβου, και ένα σήμα πηγαίου θορύβου με Gaussian κατανομή. Οι πυκνότητες των σημάτων ήταν πολύ κοντά με τις Gaussian κατανομές. Έγινε χρήση των ακόλουθων παραμέτρων: ο βαθμός εκμάθησης (learning rate) σταθερός στην τιμή 0.0005, block size των 100 δεδομένων σημείων, 150 περάσματα διαμέσου των δεδομένων (41250 επαναλήψεις).

Το σχήμα 2.5 δείχνει την απόδοση του πίνακα \mathbf{P} , αφότου οι γραμμές του πίνακα αναδιατάχθηκαν χειροκίνητα και κανονικοποιήθηκαν σε συμφωνία. Ο \mathbf{P} , είναι κοντά στον μοναδιαίο πίνακα και τα αδρανή διαγώνια στοιχεία του, δείχνουν το ποσοστό του λάθους. Σε αυτή τη προσομοίωση χρησιμοποιήθηκε το k_4 ως κριτήριο της ανάκτησης των πηγών. Ο αρχικός αλγόριθμος Infomax κατάφερε να διαχωρίσει τις περισσότερες πηγές με θετική kurtosis. Παρόλα αυτά, δεν κατάφερε να διαχωρίσει αρκετές πηγές συμπεριλαμβανομένων 2 super-Gaussian πηγών (music 7 και 8) με χαμηλή kurtosis (0.78 και 0.46 αντίστοιχα).

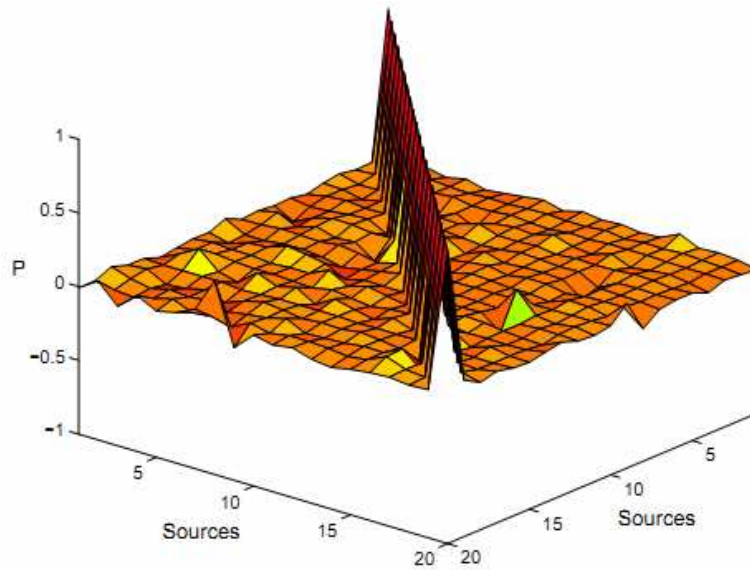
Αντίθετα, το σχήμα 2.6 δείχνει ότι η απόδοση του πίνακα \mathbf{P} για τον εκτεταμένο αλγόριθμο Infomax είναι πολύ κοντά με τον μοναδιαίο πίνακα. Σε μία ακουστική δοκιμή, υπήρξε ξεκάθαρος διαχωρισμός όλων των πηγών από τις μείξεις τους. Να σημειωθεί ότι, ενώ το εύρος των πηγών κυμαινόταν από κατανομές Laplace ($p(s) \propto \exp(-|s|)$), Gaussian θόρυβο και ομοιόμορφα κατανεμημένο θόρυβο, όλες οι πηγές διαχωρίστηκαν με χρήση μόνο μίας μη γραμμικότητας.

Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης αποδεικνύουν ότι οι εκτιμήσεις super-Gaussian και sub-Gaussian των σχέσεων 12 και 18 είναι ικανές να διαχωρίσουν τα σήματα στις πραγματικές αρχικές πηγές. Οι αλγόριθμοι εκμάθησης των σχέσεων 21 και 31 εκτελέστηκαν σχεδόν πανομοιότυπα.

Ακολουθούν τα σχήματα 2.5 και 2.6 και ο πίνακας 2.1 που παρουσιάζει την kurtosis των αρχικών πηγαίων σημάτων σε αντιπαραβολή με τις τιμές των kurtosis των ανακτημένων σημάτων από τον αρχικό Infomax και τον εκτεταμένο Infomax.



Σχήμα 2.5 Ο πίνακας απόδοσης \mathbf{P} για το διαχωρισμό 20 πηγών, με χρήση του αρχικού αλγορίθμου Infomax αφού έχει προηγηθεί κανονικοποίηση και αναδιάταξη. Οι περισσότερες super-Gaussian πηγές ανακτήθηκαν. Παρόλα αυτά, οι 3 sub-Gaussian πηγές, η Gaussian πηγή και 2 super-Gaussian πηγές παρέμειναν αδιαχώριστες (mixed). Συνολικά, 14 πηγές διαχωρίστηκαν, και 6 παρέμειναν αναμειγμένες (πίνακας 2.1).



Σχήμα 2.6 Ο πίνακας απόδοσης \mathbf{P} , για το διαχωρισμό 20 πηγών με χρήση του εκτεταμένου αλγορίθμου Infomax, αφού προηγήθηκε κανονικοποίηση και αναδιάταξη. Ο πίνακας \mathbf{P} είναι περίπου ο μοναδιαίος πίνακας, πράγμα που δηλώνει ότι έχει γίνει σχεδόν τέλειος διαχωρισμός των σημάτων.

Πίνακας 2.1

Η kurtosis των 20 αρχικών πηγαίων σημάτων και η kurtosis των ανακτημένων σημάτων από τον αρχικό Infomax και τον εκτεταμένο αλγόριθμο Infomax. Τα πηγαία σήματα ποικίλουν, από σήματα λόγου υψηλής kurtosis, Gaussian θόρυβο (η kurtosis είναι μηδέν), πηγές θορύβου με ομοιόμορφη κατανομή (η kurtosis είναι αρνητική). Έχουν τοποθετηθεί σε πλαίσιο οι πηγές που δεν κατάφεραν να διαχωριστούν καθαρά. Επιπροσθέτως, ο SNR (signal to Noise Ratio) έχει υπολογιστεί για τον εκτεταμένο αλγόριθμο Infomax.

Source number	Source type	Original kurtosis	Recovered kurtosis (infomax)	Recovered kurtosis (ext. infomax)	SNR (ext. infomax)
1	Music 1	2.4733	2.4754	2.4759	43.4
2	Music 2	1.5135	1.5129	1.5052	55.2
3	Music 3	2.4176	2.4206	2.4044	44.1
4	Music 4	1.076	1.0720	1.0840	31.7
5	Music 5	1.0317	1.0347	1.0488	43.6
6	Music 6	1.8626	1.8653	1.8467	48.1
7	Music 7	0.7867	0.8029	0.7871	32.7
8	Music 8	0.4639	0.2753	0.4591	29.4
9	Music 9	0.5714	0.5874	0.5733	36.4
10	Music 10	2.6358	2.6327	2.6343	46.4
11	Speech 1	6.6645	6.6652	6.6663	54.3
12	Speech 2	3.3355	3.3389	3.3324	50.5
13	Music 11	1.1082	1.1072	1.1053	48.1
14	Speech 3	7.2846	7.2828	7.2875	50.5
15	Music 12	2.8308	2.8198	2.8217	52.6
16	Speech 4	10.8838	10.8738	10.8128	57.1
17	Uni. Noise 1	-1.1959	-0.2172	-1.1955	61.4
18	Uni. Noise 2	-1.2031	-0.2080	-1.2013	67.7
19	Uni. Noise 3	-1.1966	-0.2016	-1.1955	63.6
20	Gauss. Noise	-0.0148	-0.0964	-0.0399	24.9

2.4 Περιορισμοί του εκτεταμένου αλγόριθμου Infomax

Ο εκτεταμένος αλγόριθμος εκμάθησης Infomax κάνει αρκετές υποθέσεις και θεωρήσεις, με αποτέλεσμα να περιορίζεται η αποτελεσματικότητά του.

Πρώτα από όλα, ο αλγόριθμος απαιτεί, ο αριθμός των αισθητήριων οργάνων (αισθητήρων) να είναι ίσος ή μεγαλύτερος του πλήθους των πηγών $N \geq M$. Η περίπτωση στην οποία οι πηγές είναι περισσότερες από τους αισθητήρες έχει θεωρητικό και πρακτικό ενδιαφέρον. Εάν δίνονταν μόνο ένας ή δύο αισθητήρες οι οποίοι έχουν να παρατηρήσουν περισσότερες από δύο πηγές σημάτων, μπορεί να γίνει ανάκτηση όλων των πηγών; Προκαταρκτικά αποτελέσματα έχουν δείξει ότι μία υπερσυμπληρωμένη αναπαράσταση των δεδομένων μπορεί μέχρι ενός σημείου να εξαγάγει τις ανεξάρτητες συνιστώσες με χρήση εκ των προτέρων γνώσης της κατανομής των πηγών. Πρακτικά αυτό έχει επιτευχθεί από τον Lee et al. (1998), όπου πραγματοποιήθηκε διαχωρισμός τριών πηγών από δύο αισθητήρες.

Δεύτερον, οι πηγές ενδέχεται να μην είναι στάσιμες, δηλαδή οι πηγές μπορεί να εμφανίζονται και να εξαφανίζονται, αλλά και να μετακινούνται (π.χ. ομιλητής που μετακινείται στο δωμάτιο). Σε αυτές τις περιπτώσεις, ο σταθμικός πίνακας \mathbf{W} μπορεί να αλλάξει ολοκληρωτικά από το ένα χρονικό σημείο στο επόμενο. Αυτό το πρόβλημα αποτελεί πρόκληση για όλους του αλγορίθμους ICA. Μία μέθοδος

μοντελοποίησης του συναφούς εναλλασσόμενου (μη σταθερού συνδυασμένου πίνακα) αποτελεί ένας μη εποπτευμένος τρόπος που προτάθηκε από τον Lee et al.

Τρίτον, ο θόρυβος από τους αισθητήρες μπορεί να επηρεάσει το διαχωρισμό και θα πρέπει να περιλαμβάνεται στο μοντέλο. Περισσότερη δουλειά πρέπει να γίνει αναφορικά με τον καθορισμό των αποτελεσμάτων του θορύβου στην απόδοση του αλγόριθμου.

Παρά τους αναφερθέντες περιορισμούς, ο εκτεταμένος αλγόριθμος Infomax που παρουσιάστηκε στο παρών κεφάλαιο, έχει αρκετές εφαρμογές όπου γίνεται διαχωρισμός τόσο sub-Gaussian όσο και super-Gaussian πηγών, χωρίς να χρειάζεται οποιαδήποτε εκ των προτέρων γνώση των στατιστικών ιδιοτήτων των πηγών.

Συμπερασματικά ο εκτεταμένος αλγόριθμος Infomax αποτελεί μία πολλά υποσχόμενη γενίκευση της μεθόδου ICA, που ικανοποιεί ένα γενικό κριτήριο σταθερότητας για sub-Gaussian και super-Gaussian πηγές. Συγκριτικά με τον αρχικό αλγόριθμο Infomax των Bell και Sejnowski, ο εκτεταμένος Infomax διαχωρίζει ένα μεγαλύτερο εύρος πηγαίων σημάτων, διατηρώντας παράλληλα την απλότητα του.

Κεφάλαιο 3

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ICA FIXED POINT

3.1 Εισαγωγή

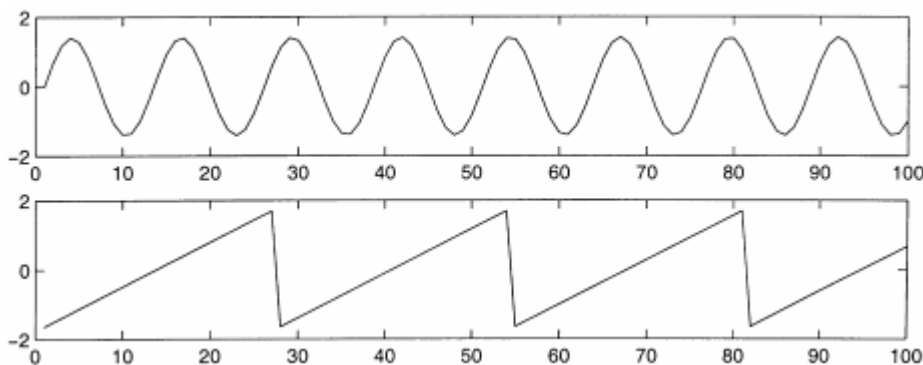
Έστω ότι σε ένα κλειστό δωμάτιο βρίσκονται δύο άνθρωποι που μιλάνε ταυτόχρονα. Δύο μικρόφωνα έχουν τοποθετηθεί σε διαφορετικές θέσεις, τα οποία καταγράφουν την ομιλία. Τα μικρόφωνα καταγράφουν δύο χρονικά σήματα (φωνής), τα οποία δηλώνονται ως $x_1(t)$ και $x_2(t)$, όπου x_1, x_2 τα πλάτη και t ο δείκτης του χρόνου. Κάθε ένα από τα καταγεγραμμένα σήματα αποτελεί ένα σταθμικό άθροισμα των σημάτων φωνής που εκπέμπεται από τους δύο ομιλητές, το οποίο δηλώνεται ως $s_1(t)$ και $s_2(t)$. Τα σήματα $x_i(t)$ μπορούν να εκφραστούν ως μία γραμμική εξίσωση που έχει την εξής μορφή:

$$x_1(t) = a_{11}s_1 + a_{12}s_2 \quad (3.1)$$

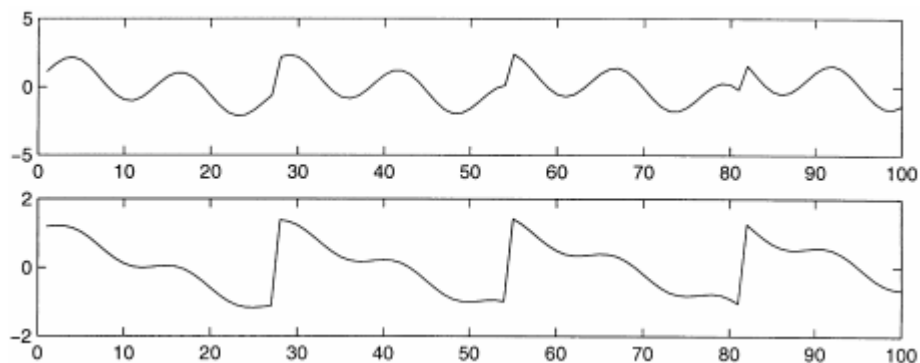
$$x_2(t) = a_{21}s_1 + a_{22}s_2 \quad (3.2)$$

,όπου τα a_{ij} είναι ορισμένες παράμετροι που εξαρτώνται από τις αποστάσεις που έχουν τα μικρόφωνα από τους ομιλητές. Θα ήταν πάρα πολύ χρήσιμο αν μπορούσαν να εκτιμηθούν τα δύο αρχικά-πρωτότυπα φωνητικά σήματα $s_1(t)$ και $s_2(t)$, χρησιμοποιώντας μόνο τα καταγεγραμμένα σήματα $x_1(t)$ και $x_2(t)$. Το παραπάνω πρόβλημα είναι γνωστό ως το “cocktail party problem”.

Ένα παράδειγμα προς επεξήγηση των παραπάνω δίνεται με τα σήματα των σχημάτων 3.1, 3.2 και 3.3. Δεν πρόκειται για πραγματικά φωνητικά σήματα, αλλά προσομοιωμένα σήματα που επαρκούν για την επεξήγηση των παραπάνω.



Σχήμα 3.1 Τα αρχικά πηγαία ηχητικά σήματα



Σχήμα 3.2 Οι παρατηρούμενοι συνδυασμοί (mixtures) των πηγαίων σημάτων του σχήματος 1

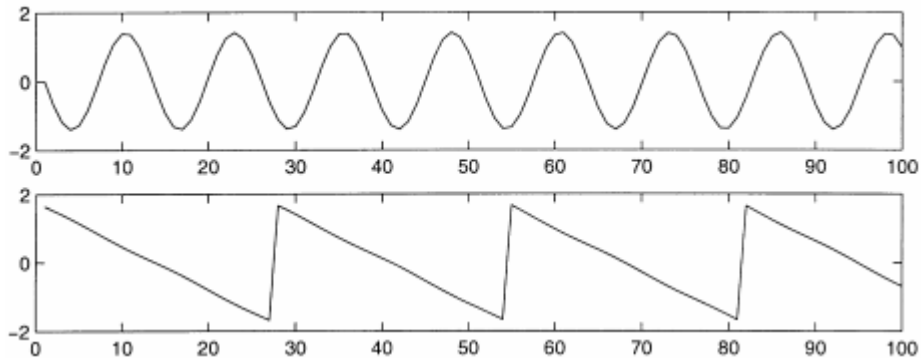
Τα αρχικά ηχητικά σήματα θα μπορούσαν να μοιάζουν με αυτά του σχήματος 3.1, και τα συνδυασμένα σήματα με αυτά του σχήματος 3.2. Το πρόβλημα αφορά την επαναφορά των δεδομένων του σχήματος 1 με χρήση μόνο των δεδομένων του σχήματος 3.2, δηλαδή την εξαγωγή των αρχικών ηχητικών σημάτων με χρήση μόνο των συνδυασμένων ηχητικών σημάτων.

Αν οι παράμετροι a_{ij} ήταν γνωστές, τότε η επίλυση των (3.1) και (3.2) θα ήταν απλή υπόθεση. Παρόλα αυτά, το θέμα που αξίζει να μελετηθεί αφορά, το πώς μπορούν να επιλυθούν οι γραμμικές εξισώσεις (δηλαδή να βρεθούν τα αρχικά σήματα) χωρίς να είναι γνωστές οι τιμές των παραμέτρων a_{ij} . Αυτό το πρόβλημα είναι αρκετά πιο δύσκολο.

Μία προσέγγιση για την επίλυση του προβλήματος αφορά την χρήση ορισμένων πληροφοριών των στατιστικών ιδιοτήτων των σημάτων $s_i(t)$ για τον υπολογισμό των a_{ij} . Στην πραγματικότητα, και ίσως εντελώς αναπάντεχα, αποδεικνύεται ότι είναι αρκετό να θεωρηθεί ότι τα $s_1(t)$ και $s_2(t)$, για κάθε χρονικό στιγμιότυπο t , είναι στατιστικά ανεξάρτητα.

Η παραπάνω θεώρηση είναι ρεαλιστική υπόθεση σε πολλές περιπτώσεις, και δεν χρειάζεται να ισχύει απολύτως κατά την πρακτική εφαρμογή.

Η τεχνική της Independent Component Analysis ή ICA, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό των a_{ij} , βασισμένη στις πληροφορίες της ανεξαρτησίας των παραμέτρων αυτών, επιτρέποντας έτσι το διαχωρισμό των δύο αρχικών πηγαίων σημάτων $s_1(t)$ και $s_2(t)$, από τα συνδυασμένα σήματα $x_1(t)$ και $x_2(t)$. Το σχήμα 3.3 παρουσιάζει τα 2 σήματα όπως υπολογίστηκαν από τη μέθοδο ICA. Όπως φαίνεται, τα σήματα αυτά είναι πολύ κοντά στα αρχικά πηγαία σήματα του σχήματος 3.1.



Σχήμα 3.3 Οι εκτιμήσεις των αρχικών πηγαιών σημάτων με χρήση μόνο των παρατηρούμενων συνδυασμένων σημάτων του σχήματος 3.2

Η μέθοδος ICA σχεδιάστηκε αρχικά για την αντιμετώπιση προβλημάτων που σχετίζονται στενά με το “cocktail party problem”. Παρόλα αυτά και λόγω του αυξημένου ενδιαφέροντος για τη μέθοδο αυτή, αποδείχθηκε ότι η ICA μπορεί να εφαρμοστεί σε πλήθος άλλων εφαρμογών.

Μία από τις πιο σημαντικές εφαρμογές αποτελούν οι ηλεκτρικές καταγραφές της εγκεφαλικής δραστηριότητας μέσω ηλεκτροεγκεφαλογραφήματος (EEG). Τα δεδομένα από το EEG αποτελούνται από καταγραφές ηλεκτρικού δυναμικού σε πολλές διαφορετικές περιοχές του κρανίου. Αυτές οι καταγραφές προκύπτουν από το συνδυασμό ορισμένων υποκείμενων συνιστωσών της εγκεφαλικής δραστηριότητας. Η περίπτωση αυτή μοιάζει με το “cocktail party problem”. Με παρατήρηση μόνο των συνδυασμών των συνιστωσών της εγκεφαλικής δραστηριότητας, να εντοπιστούν τα αρχικά συστατικά της εγκεφαλικής δραστηριότητας. Η ICA μπορεί να αποκαλύψει ενδιαφέρουσες πληροφορίες της εγκεφαλικής δραστηριότητας δίνοντας πρόσβαση στις ανεξάρτητες συνιστώσες της.

Μία άλλη δύσκολη εφαρμογή της ICA αφορά την εξαγωγή χαρακτηριστικών (feature extraction). Η ICA μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην επεξεργασία ψηφιακών σημάτων, για τον εντοπισμό των κατάλληλων αναπαραστάσεων για δεδομένα ήχου, εικόνας, κ.α. για εργασίες όπως συμπίεση ή απομάκρυνση θορύβου από το σήμα.

Όλες οι παραπάνω εφαρμογές μπορούν να διατυπωθούν σε ένα ενοποιημένο μαθηματικό πλαίσιο, αυτό της ICA. Η ICA αποτελεί μία μέθοδο γενικού σκοπού για επεξεργασία σήματος και ανάλυση δεδομένων.

Το κεφάλαιο αυτό είναι διαμορφωμένο ως εξής: Στις ενότητες 3.2 και 3.3 παρουσιάζονται ο ορισμός και οι βασικές αρχές της ICA αντίστοιχα. Στην ενότητα 3.4 το πρόβλημα της ICA αναλύεται στην επίλυση με ελαχιστοποίηση ή μεγιστοποίηση ορισμένων αντιπαραβαλλόμενων συναρτήσεων (contrast functions). Αυτό μετασχηματίζει το πρόβλημα της ICA σε ένα πρόβλημα αριθμητικής βελτιστοποίησης. Παρουσιάζονται ορισμένες contrast συναρτήσεις και διευκρινίζονται οι μεταξύ τους σχέσεις. Στην ενότητα 3.5 γίνεται αναφορά κάποιων βημάτων προεπεξεργασίας που είναι αναγκαία πριν την εφαρμογή του αλγορίθμου ICA. Στην ενότητα 3.6 παρουσιάζεται ένας από τους πιο αποδοτικούς κανόνες εκμάθησης για την επίλυση της ICA. Τέλος στην ενότητα 3.7 παρουσιάζεται η υλοποίηση του αλγορίθμου FastICA.

3.2 Ανάλυση ανεξαρτήτων συνιστωσών (ICA)

3.2.1 Ορισμός

Ένας αυστηρός ορισμός της ICA μπορεί να γίνει με χρήση του στατιστικού μοντέλου λανθάνουσων μεταβλητών (latent variables). Έστω ότι παρατηρούνται n γραμμικοί συνδυασμοί x_1, \dots, x_n από n ανεξάρτητες συνιστώσες:

$$x_j = a_{j1}s_1 + a_{j2}s_2 + \dots + a_{jn}s_n \text{ για κάθε } j \quad (3.3)$$

Με τον παραπάνω τρόπο απομακρύνεται ο δείκτης του χρόνου t . Πλέον στο μοντέλο ICA, ο κάθε συνδυασμός x_j καθώς και κάθε ανεξάρτητο συστατικό s_k , θεωρείται ως μία τυχαία μεταβλητή, αντί για ένα κανονικό χρονικό σήμα. Τα παρατηρούμενα συνδυασμένα σήματα $x_j(t)$, όπως για παράδειγμα τα ηχητικά σήματα από τα μικρόφωνα στο cocktail party problem, αποτελούν ένα δείγμα αυτής της τυχαίας μεταβλητής. Χωρίς απώλεια της γενικότητας, μπορεί να υποτεθεί ότι τόσο οι συνδυασμένες μεταβλητές όσο και οι ανεξάρτητες συνιστώσες έχουν μηδενική τιμή (zero mean). Εάν αυτό δεν αληθεύει, τότε οι παρατηρούμενες μεταβλητές x_i μπορούν να κεντράρονται (centered) με αφαίρεση της μέσης τιμής του δείγματος (sample mean), δημιουργώντας έτσι το μοντέλο zero mean. Είναι βολικό να γίνεται χρήση σημειογραφίας διανυσματικών πινάκων αντί για τα αθροίσματα της εξίσωσης (3.3). Έστω \mathbf{x} τυχαίο διάνυσμα τα στοιχεία του οποίου είναι οι συνδυασμοί x_1, \dots, x_n και \mathbf{s} το τυχαίο διάνυσμα με στοιχεία s_1, \dots, s_n . Έστω \mathbf{A} ο πίνακας με στοιχεία a_{ij} . Γενικά, τα πεζά γράμματα με έντονη γραφή δηλώνουν διανύσματα και τα κεφαλαία γράμματα με έντονη γραφή δηλώνουν πίνακες. Όλα τα διανύσματα θεωρούνται ως διανύσματα στήλης, και για αυτό το \mathbf{x}^T ή το αντιμεταθετικό του \mathbf{x} είναι ένα διάνυσμα γραμμής. Με χρήση της σημειογραφίας διανύσματος-πίνακα το παραπάνω συνδυασμένο μοντέλο γράφεται ως:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{s} \quad (3.4)$$

Ορισμένες φορές χρειάζονται οι στήλες του πίνακα \mathbf{A} . Δηλώνοντας τις στήλες του πίνακα \mathbf{A} ως \mathbf{a}_j , το μοντέλο της (3.4) μπορεί να γραφεί ως:

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^n \mathbf{a}_i s_i \quad (3.5)$$

Το στατιστικό μοντέλο της σχέσης (3.4) ονομάζεται ανάλυση ανεξάρτητων συνιστωσών ή αλλιώς μοντέλο ICA. Το μοντέλο ICA είναι ένα παραγωγικό μοντέλο, που σημαίνει ότι περιγράφει πως παράγονται τα παρατηρούμενα δεδομένα από μία διαδικασία ανάμιξης-συνδυασμού των συστατικών s_i . Οι ανεξάρτητες συνιστώσες είναι λανθάνουσες-κρυφές μεταβλητές, πράγμα που σημαίνει ότι δεν μπορούν να παρατηρηθούν άμεσα. Επίσης ο συνδυασμένος πίνακας (mixing matrix) θεωρείται ότι

είναι άγνωστος. Το μόνο που μπορεί να παρατηρηθεί είναι το τυχαίο διάνυσμα \mathbf{x} , και πρέπει με βάση αυτό να υπολογιστεί ο \mathbf{A} και το \mathbf{s} . Αυτό πρέπει να πραγματοποιηθεί κάτω από όσο το δυνατό πιο γενικευμένες υποθέσεις.

Το σημείο εκκίνησης για το μοντέλο ICA είναι η πολύ απλή υπόθεση ότι οι συνιστώσες s_i είναι στατιστικά ανεξάρτητες. Επίσης, πρέπει να θεωρηθεί ότι αυτές οι ανεξάρτητες συνιστώσες πρέπει να έχουν non-Gaussian (μη-γκαουσιανές) κατανομές. Παρόλα αυτά, στο βασικό μοντέλο δεν θεωρούνται γνωστές αυτές οι κατανομές (εάν είναι γνωστές, τότε το πρόβλημα είναι αρκετά απλοποιημένο). Για λόγους απλότητας, θεωρείται ότι ο άγνωστος συνδυασμένος πίνακας, είναι τετραγωνικός. Στη συνέχεια, μετά τον υπολογισμό του πίνακα \mathbf{A} , μπορεί να υπολογιστεί ο αντίστροφος του \mathbf{A} , έστω \mathbf{W} , και να αποκομιστούν οι ανεξάρτητες συνιστώσες απλά με τον τύπο:

$$\mathbf{s} = \mathbf{W}\mathbf{x} \quad (3.6)$$

Η μέθοδος ICA σχετίζεται σε μεγάλο βαθμό με τη μέθοδο τυφλού διαχωρισμού πηγών, Blind Source Separation (BSS) ή blind signal separation. Μία πηγή (source) θεωρείται ως ένα αρχικό-πρωτότυπο σήμα δηλαδή μία ανεξάρτητη συνιστώσα, όπως ο ομιλητής στο cocktail party problem. Ο όρος “Blind” χρησιμοποιείται για να δείξει ότι υπάρχει πολύ μικρή ή και μηδενική γνώση σχετικά με τον συνδυασμένο πίνακα και λίγες υποθέσεις μπορούν να γίνουν αναφορικά με τα πηγαία σήματα. Η ICA, είναι ίσως η πιο ευρέως χρησιμοποιούμενη μέθοδος για την εκτέλεση της blind source separation.

Σε πολλές εφαρμογές, κρίνεται απαραίτητη η ύπαρξη θορύβου στα μετρούμενα σήματα, πράγμα που σημαίνει την προσθήκη θορύβου στο χρησιμοποιούμενο μοντέλο. Για λόγους απλότητας και επειδή οι εκτιμήσεις για το μοντέλο χωρίς την ύπαρξη θορύβου είναι ήδη αρκετά δύσκολες, δεν περιλαμβάνεται θόρυβος στο μοντέλο. Παρόλα αυτά και το μοντέλο χωρίς θόρυβο είναι επαρκές για πολλές εφαρμογές.

3.2.2 Προβλήματα της μεθόδου

Στο μοντέλο ICA που περιγράφεται από τη σχέση (3.4), εύκολα παρατηρείται ότι ισχύουν οι ακόλουθες αμφιβολίες:

- Δεν μπορούν να καθοριστούν οι ενέργειες (energies) των ανεξάρτητων συνιστωσών.

Ο λόγος είναι ότι, τόσο το \mathbf{s} όσο και το \mathbf{A} όντας άγνωστα, οποιοσδήποτε βαθμωτός πολλαπλασιαστής σε μία από τις πηγές s_i θα μπορούσε πάντα να ακυρώνεται με διαίρεση της αντίστοιχης στήλης \mathbf{a}_i του πίνακα \mathbf{A} με τον ίδιο αριθμό. Ως αποτέλεσμα μπορεί να διορθωθεί το μέγεθος των ανεξάρτητων συνιστωσών. Καθώς οι συνιστώσες αυτές είναι τυχαίες μεταβλητές, ο πιο φυσικός τρόπος είναι να εξασφαλιστεί ότι κάθε συνιστώσα έχει μοναδιαία διακύμανση (unit variance) $E\{s_i^2\} = 1$. Τότε ο πίνακας \mathbf{A} θα προσαρμοστεί στη μέθοδο επίλυσης της ICA και θα λάβει υπόψη τους παραπάνω περιορισμούς.

- Δεν μπορεί να καθοριστεί η σειρά των ανεξάρτητων συνιστωσών.

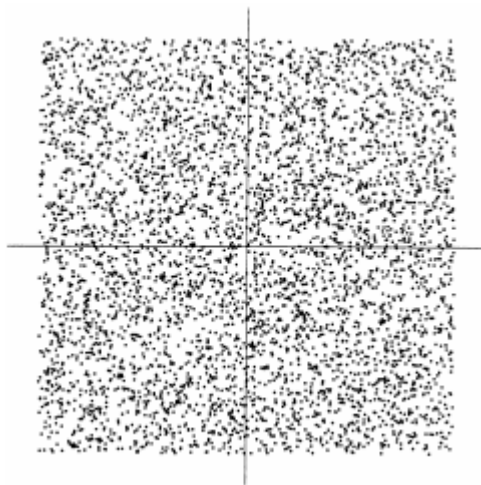
Ο λόγος είναι και πάλι ότι το \mathbf{s} όσο και το \mathbf{A} δεν είναι γνωστά, μπορεί ελεύθερα να γίνει αλλαγή στη σειρά των όρων της σχέσης (4.5), και να χαρακτηριστεί οποιαδήποτε από τις ανεξάρτητες συνιστώσες ως πρώτη. Τυπικά, ένας μεταθετικός πίνακας (permutation matrix) \mathbf{P} και ο αντίστροφος του μπορούν να εισαχθούν στο μοντέλο και να δώσουν τη σχέση $\mathbf{x} = \mathbf{AP}^{-1}\mathbf{Ps}$. Τα στοιχεία του γινομένου \mathbf{Ps} είναι οι αρχικές ανεξάρτητες μεταβλητές s_j , αλλά με διαφορετική σειρά. Ο πίνακας \mathbf{AP}^{-1} είναι απλά ένας νέος άγνωστος συνδυασμένος πίνακας, που πρέπει να επιλυθεί από τους ICA αλγορίθμους.

3.2.3 Εποπτική παρουσίαση

Για την εικονογράφηση του μοντέλου ICA με στατιστικούς όρους, θεωρούνται δύο ανεξάρτητες συνιστώσες που έχουν τις ακόλουθες ομοιόμορφες κατανομές:

$$p(s_i) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{3}} & \text{if } |s_i| \leq \sqrt{3} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.7)$$

Το εύρος των τιμών για αυτή την ομοιόμορφη κατανομή, επιλέχθηκε έτσι ώστε να κάνει την μηδενική μέση τιμή και τη διακύμανση ίσες με 1, όπως συμφωνήθηκε στην ενότητα 3.2.2. Η από κοινού πυκνότητα (joint density) των s_1 και s_2 γίνεται ομοιόμορφη. Αυτό ισχύει από το βασικό ορισμό που αναφέρει ότι η συνδυασμένη πυκνότητα δύο ανεξάρτητων συνιστωσών είναι απλά το γινόμενο των οριακών πυκνοτήτων τους. Η από κοινού πυκνότητα φαίνεται στο σχήμα 3.4, όπου παρουσιάζονται σημεία τα οποία έχουν επιλεγεί τυχαία από αυτή την κατανομή.

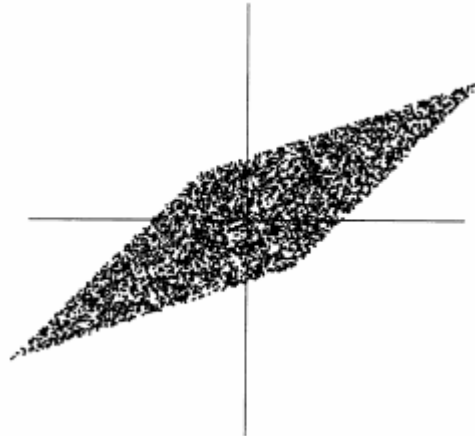


Σχήμα 3.4 Η από κοινού κατανομή των ανεξάρτητων συνιστωσών s_1 και s_2 με κανονικές κατανομές. Στον οριζόντιο άξονα: το s_1 . Στον κατακόρυφο άξονα: το s_2

Στο επόμενο βήμα γίνεται ο συνδυασμός-μίξη αυτών των ανεξάρτητων συνιστωσών. Έστω ο ακόλουθος συνδυασμένος πίνακας:

$$\mathbf{A}_0 = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

Ο πίνακας (3.8) δίνει δύο συνδυασμένες μεταβλητές, τις x_1 και x_2 . Μπορεί εύκολα να υπολογιστεί ότι τα συνδυασμένα δεδομένα έχουν μία ομοιόμορφη κατανομή πάνω σε παραλληλόγραμμο, όπως φαίνεται από το σχήμα 3.5.



Σχήμα 3.5 Η συνδεδεμένη κατανομή των παρατηρούμενων συνδυασμών x_1 και x_2 . Στον οριζόντιο άξονα: το x_1 . Στον κατακόρυφο άξονα: το x_2

Να σημειωθεί ότι πλέον οι τυχαίες μεταβλητές x_1 και x_2 δεν είναι πλέον ανεξάρτητες. Ένας απλός τρόπος για να αποδειχθεί ότι οι τυχαίες μεταβλητές έχουν πάψει να είναι ανεξάρτητες, είναι να εξεταστεί αν είναι δυνατό να προβλεφτεί η τιμή μίας εκ των δύο, έστω η x_2 , εάν η άλλη μεταβλητή είναι γνωστή. Είναι σαφές, ότι εάν η μεταβλητή x_1 φτάνει μία από τις μέγιστες ή ελάχιστες τιμές της, τότε αυτό αρκεί για να καθορίσει την τιμή της x_2 . Για αυτό το λόγο οι μεταβλητές παύουν να είναι πλέον ανεξάρτητες.

(Όσον αφορά τις μεταβλητές s_1 και s_2 τα πράγματα είναι διαφορετικά. Από το σχήμα 3.4 φαίνεται καθαρά ότι γνωρίζοντας την τιμή της s_1 , δεν βοηθά με κανένα τρόπο στην πρόβλεψη της τιμής της s_2 .)

Το πρόβλημα του υπολογισμού του μοντέλου δεδομένων της ICA, έχει αναχθεί στο πρόβλημα υπολογισμού του συνδυασμένου πίνακα \mathbf{A}_0 με χρήση μόνο των πληροφοριών που περιέχονται στους συνδυασμούς των x_1 και x_2 . Στην πραγματικότητα, από το σχήμα 3.5, προκύπτει ένας διαισθητικός τρόπος για τον υπολογισμό του \mathbf{A} : Οι άκρες του παραλληλόγραμμου βρίσκονται στις διευθύνσεις που αντιστοιχούν στις στήλες του πίνακα \mathbf{A} . Αυτό σημαίνει ότι μπορεί να υπολογιστεί το μοντέλο ICA, υπολογίζοντας σε πρώτο στάδιο την από κοινού πυκνότητα των x_1 και x_2 , και στη συνέχεια με τον εντοπισμό των άκρων. Έτσι φαίνεται ότι το πρόβλημα έχει επίλυση.

Παρόλα αυτά, στην πραγματικότητα, η παραπάνω διαδικασία αποτελεί μία φτωχή μέθοδο, διότι δουλεύει μόνο για μεταβλητές που έχουν ακριβώς ομοιόμορφες κατανομές και επιπροσθέτως υπολογιστικά αποτελεί μία πολύπλοκη μέθοδο.

Συνεπώς αυτό που χρειάζεται είναι μία μέθοδος που να έχει αποτελέσματα για οποιοδήποτε είδους κατανομή των ανεξάρτητων συνιστωσών και να είναι γρήγορη και αξιόπιστη.

3.3 Ανεξαρτησία

3.3.1 Ορισμός και θεμελιώδεις ιδιότητες

Για τον ορισμό της έννοιας της ανεξαρτησίας, έστω δύο τυχαίες μεταβλητές με βαθμωτές τιμές, y_1 και y_2 . Ουσιαστικά, οι μεταβλητές y_1 και y_2 , λέγεται ότι είναι ανεξάρτητες, αν πληροφορίες που αφορούν την τιμή της μεταβλητής y_1 δεν δίνουν καμία πληροφορία για την τιμή της y_2 και αντιστρόφως. Στην προηγούμενη ενότητα παρατηρήθηκε η ανεξαρτησία μεταξύ των συνιστωσών s_1 και s_2 , ενώ οι συνδυασμένες μεταβλητές x_1 και x_2 δεν είναι ανεξάρτητες.

Τεχνικά, η ανεξαρτησία μπορεί να οριστεί από τις πιθανοτικές πυκνότητες (probability densities). Έστω $p(y_1, y_2)$ η από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (joint **probability density function - pdf**) των y_1 και y_2 . Έστω ότι $p_1(y_1)$ το οριακό pdf (marginal pdf) της μεταβλητής y_1 , δηλαδή το pdf της y_1 όταν αυτό θεωρείται μόνο. Τότε το $p_1(y_1)$ δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$p_1(y_1) = \int p(y_1, y_2) dy_2 \quad (3.9)$$

και με παρόμοιο προκύπτει το οριακό pdf για τη μεταβλητή y_2 . Τότε ορίζεται ότι οι μεταβλητές y_1 και y_2 είναι ανεξάρτητες αν και μόνο αν το από κοινού-συνδυασμένο pdf είναι παραγωγίσιμο σύμφωνα με τον ακόλουθο τρόπο:

$$p(y_1, y_2) = p_1(y_1)p_2(y_2) \quad (3.10)$$

Αυτός ο ορισμός επεκτείνεται φυσικά για οποιοδήποτε αριθμό n τυχαίων μεταβλητών, όπου το συνδυασμένο pdf πρέπει να αποτελεί παράγωγο n όρων.

Ο ορισμός αυτός μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εξαγωγή μίας εκ των πιο σημαντικών ιδιοτήτων για ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές. Έστω δύο συναρτήσεις h_1 και h_2 . Τότε θα ισχύει πάντα η σχέση:

$$E\{h_1(y_1)h_2(y_2)\} = E\{h_1(y_1)\}E\{h_2(y_2)\} \quad (3.11)$$

Η σχέση (3.11) αποδεικνύεται ως ακολούθως:

$$\begin{aligned}
 E\{h_1(y_1)h_2(y_2)\} &= \iint h_1(y_1)h_2(y_2)p(y_1, y_2)dy_1dy_2 \\
 &= \iint h_1(y_1)p_1(y_1)h_2(y_2)p_2(y_2)dy_1dy_2 \\
 &= \int h_1(y_1)p_1(y_1)dy_1 \int h_2(y_2)p_2(y_2)dy_2 \\
 &= E\{h_1(y_1)\}E\{h_2(y_2)\}
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

3.3.2 Συσχετιζόμενες μεταβλητές και ανεξαρτησία

Μία πιο αδύναμη μορφή ανεξαρτησίας αφορά τις μη συσχετιζόμενες μεταβλητές. Δύο τυχαίες μεταβλητές y_1 και y_2 λέγονται μη συσχετιζόμενες αν το γινόμενο της συνδιακύμανσής τους (covariance) είναι μηδέν:

$$E(y_1, y_2) - E(y_1)E(y_2) = 0 \tag{3.13}$$

Στην περίπτωση που οι μεταβλητές είναι ανεξάρτητες, τότε είναι και μη συσχετιζόμενες, γεγονός που προκύπτει από τη σχέση (3.11), η οποία δίνει $h_1(y_1) = y_1$ και $h_2(y_2) = y_2$.

Από την άλλη μεριά, η ύπαρξη του μη συσχετισμού δεν σημαίνει απαραίτητα και ανεξαρτησία των μεταβλητών. Για παράδειγμα, έστω δύο μεταβλητές y_1 και y_2 , με (y_1, y_2) να έχουν διακριτές τιμές και να ακολουθούν τέτοια κατανομή ώστε το ζεύγος (y_1, y_2) να είναι με πιθανότητα 1/4 ίσο με οποιαδήποτε από τις ακόλουθες τιμές: (0,1), (0,-1), (1,0) και (-1,0). Σε αυτή τη περίπτωση οι μεταβλητές y_1 και y_2 είναι μη συσχετιζόμενες και μπορούν να υπολογιστούν. Από την άλλη μεριά

$$E\{y_1^2 y_2^2\} = 0 \neq \frac{1}{4} = E\{y_1^2\}E\{y_2^2\} \tag{3.14}$$

Συνεπώς παρατηρείται ότι η σχέση (3.14) παραβιάζει τη συνθήκη της σχέσης (3.11), και οι μεταβλητές δεν μπορούν να είναι ανεξάρτητες.

Μίας και η ανεξαρτησία υποδηλώνει και το μη συσχετισμό μεταξύ των μεταβλητών, πολλές μέθοδοι ICA, περιορίζουν τη διαδικασία της εκτίμησης, έτσι ώστε να δίνει πάντα μη συσχετιζόμενες εκτιμήσεις των ανεξάρτητων συνιστωσών. Αυτή η διαδικασία μειώνει τον αριθμό των ελεύθερων παραμέτρων και απλοποιεί το πρόβλημα.

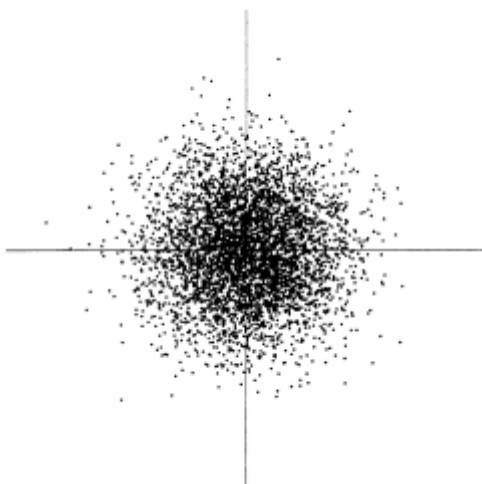
3.3.3 Μεταβλητές κανονικής κατανομής

Ο θεμελιώδης περιορισμός της ICA αναφέρει ότι οι ανεξάρτητες συνιστώσες πρέπει να είναι μη γκαουσιανές (non-Gaussian), ώστε να είναι εφικτή η ICA.

Για να αποδειχθεί γιατί οι Gaussian μεταβλητές καθιστούν την ICA αδύνατη, έστω ότι ο συνδυασμένος πίνακας (mixing matrix) είναι ορθογώνιος και οι συνιστώσες s_i είναι Gaussian. Τότε και οι παρατηρούμενοι συνδυασμοί x_1 και x_2 θα είναι γκαουσιανοί, μη συσχετιζόμενοι και με μοναδιαία απόκλιση. Η από κοινού πυκνότητα δίνεται από τον τύπο:

$$p(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{x_1^2 + x_2^2}{2}\right) \quad (3.15)$$

Η πολυμεταβλητή κατανομή των δύο ανεξάρτητων Gaussian μεταβλητών παρουσιάζεται στο σχήμα 3.6.



Σχήμα 3.6 Η πολυμεταβλητή κατανομή των δύο ανεξάρτητων gaussian μεταβλητών

Το σχήμα 3.6 δείχνει ότι η πυκνότητα είναι απόλυτα συμμετρική. Για αυτό το λόγο, δεν περιέχει καμία πληροφορία σχετικά με τις διευθύνσεις των στηλών του συνδυασμένου πίνακα \mathbf{A} . Λόγω της προηγούμενης παρατήρησης, ο πίνακας \mathbf{A} δεν μπορεί να υπολογιστεί.

Επίσης, μπορεί να αποδειχθεί ότι η κατανομή οποιουδήποτε ορθογώνιου μετασχηματισμού Gaussian (x_1, x_2) έχει ακριβώς την ίδια κατανομή με τις μεταβλητές (x_1, x_2) , και ότι οι x_1 και x_2 είναι ανεξάρτητοι. Για αυτό το λόγο, στην περίπτωση των Gaussian μεταβλητών, μπορεί να γίνει εκτίμηση για το μοντέλο ICA μόνο μέχρι και την περίπτωση του ορθογώνιου μετασχηματισμού. Με άλλα λόγια, ο πίνακας \mathbf{A} δεν είναι αναγνωρίσιμος για Gaussian ανεξάρτητες συνιστώσες. Βέβαια, στην πραγματικότητα, αν μία το πολύ από τις ανεξάρτητες συνιστώσες είναι gaussian, τότε το μοντέλο ICA μπορεί ακόμα και τότε να υπολογιστεί.

3.4 Βασικές αρχές του μοντέλου ICA

3.4.1 Κατανομή μεταβλητών

Το σημείο κλειδί για τον υπολογισμό του μοντέλου ICA αφορά την μη κανονική κατανομή των μεταβλητών (non-Gaussianity). Στην πραγματικότητα χωρίς καθόλου την ύπαρξη non-Gaussianity ο υπολογισμός δεν είναι εφικτός καθόλου. Η προηγούμενη παρατήρηση αποτελεί και τον κύριο λόγο της αναζωπύρωσης του ενδιαφέροντος για τη μελέτη της ICA: Στην κλασική θεωρία της στατιστικής, οι τυχαίες μεταβλητές θεωρούνταν ότι έχουν gaussian κατανομές, αποκλείοντας έτσι οποιεσδήποτε μεθόδους που σχετίζονταν με την ICA.

Το θεώρημα κεντρικού ορίου (Central Limit Theorem), ένα κλασικό αποτέλεσμα της θεωρίας πιθανοτήτων, αναφέρει ότι η κατανομή του αθροίσματος ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών κλίνει κοντά σε Gaussian κατανομή, κάτω υπό ορισμένες συνθήκες. Λόγω του παραπάνω, το άθροισμα δύο ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών έχει συνήθως κατανομή που είναι πιο κοντά στη Gaussian, σε σχέση με τις δύο αρχικές τυχαίες μεταβλητές.

Έστω ότι το διάνυσμα δεδομένων \mathbf{x} είναι κατανεμημένο σύμφωνα με το μοντέλο ICA της σχέσης (3.4), δηλαδή αποτελεί ένα συνδυασμό από ανεξάρτητες συνιστώσες. (Για λόγους απλότητας, έστω ότι όλες οι ανεξάρτητες συνιστώσες που αναφέρονται στην παρούσα ενότητα, έχουν ίδιες κατανομές). Για τον υπολογισμό μίας εκ των ανεξάρτητων συνιστωσών, χρησιμοποιείται ένας γραμμικός συνδυασμός του x_i (σχέση 3.6). Έστω ότι $y = \mathbf{w}^T \mathbf{x} = \sum_i w_i x_i$, όπου \mathbf{w} είναι το διάνυσμα που πρέπει να

προσδιοριστεί. Εάν το \mathbf{w} αποτελεί μία από τις γραμμές του αντίστροφου του πίνακα \mathbf{A} , τότε αυτός ο γραμμικός συνδυασμός θα ήταν ίσος με μία από τις ανεξάρτητες συνιστώσες.

Η ερώτηση που τίθεται τώρα είναι πως θα μπορούσε το θεώρημα κεντρικού ορίου να καθορίσει το \mathbf{w} ώστε να είναι ίσο με μία από τις γραμμές του αντίστροφου του πίνακα \mathbf{A} . Πρακτικά, δεν μπορεί να καθοριστεί ακριβώς ένα τέτοιο \mathbf{w} , λόγω του ότι δεν υπάρχει καθόλου γνώση σχετικά με τον πίνακα \mathbf{A} , αλλά μπορεί να βρεθεί ένας εκτιμητής που να δίνει μία καλή προσέγγιση.

Για να αποδειχθεί πως τα παραπάνω οδηγούν στη βασική αρχή της εκτίμησης με ICA, θεωρείται η ακόλουθη αλλαγή στις μεταβλητές, ορίζοντας $\mathbf{z} = \mathbf{A}^T \mathbf{w}$. Τότε $y = \mathbf{w}^T \mathbf{x} = \mathbf{w}^T \mathbf{A} \mathbf{s} = \mathbf{z}^T \mathbf{s}$. Το y είναι ένας γραμμικός συνδυασμός των ανεξάρτητων συνιστωσών s_i , με βάρη που δίνονται από το z_i . Μίας και το άθροισμα έστω και δύο ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών είναι περισσότερο Gaussian από ότι οι αρχικές μεταβλητές, το $\mathbf{z}^T \mathbf{s}$ είναι περισσότερο Gaussian από οποιαδήποτε από τις ανεξάρτητες συνιστώσες s_i , και γίνεται κατ' ελάχιστο Gaussian όταν γίνει ίσο με κάποια από τις s_i . Στην τελευταία περίπτωση, μόνο ένα από τα στοιχεία z_i του \mathbf{z} είναι μη μηδενικό. (να επισημανθεί ξανά ότι οι συνιστώσες s_i θεωρούνται ότι έχουν πανομοιότυπες κατανομές)

Για αυτό το λόγο, το διάνυσμα \mathbf{w} μπορεί να θεωρηθεί ως ένα διάνυσμα το οποίο να μεγιστοποιεί το non-Gaussianity του $\mathbf{w}^T \mathbf{x}$. Ένα τέτοιο διάνυσμα θα αντιστοιχούσε απαραίτητα (στο

μετασχηματισμένο σύστημα συντεταγμένων) σε ένα \mathbf{z} το οποίο θα έχει μόνο μία μη μηδενική συνιστώσα. Αυτό σημαίνει ότι η σχέση $\mathbf{w}^T \mathbf{x} = \mathbf{z}^T \mathbf{s}$ ισούται με μία από τις ανεξάρτητες συνιστώσες. Μεγιστοποιώντας το non-Gaussianity του $\mathbf{w}^T \mathbf{x}$ λαμβάνεται μία από τις ανεξάρτητες συνιστώσες. Το τοπικό βελτιστοποιήσης για το non-Gaussianity στον n-διάστατο χώρο για διανύσματα \mathbf{w} έχει $2n$ τοπικά μέγιστα, δύο για κάθε ανεξάρτητη συνιστώσα, που αντιστοιχεί στα s_i και $-s_i$. Για την εύρεση διαφορετικών ανεξάρτητων συνιστωσών, πρέπει να βρεθούν όλα τα τοπικά μέγιστα. Η εύρεση των τοπικών μεγίστων δεν είναι δύσκολη υπόθεση, για το λόγο ότι οι διαφορετικές ανεξάρτητες μεταβλητές είναι μη συσχετιζόμενες. Η αναζήτηση των τοπικών μεγίστων μπορεί πάντα να περιορίζεται σε διάστημα που δίνει εκτιμήσεις που δε συσχετίζονται με τις προηγούμενες. Η διαδικασία αυτή, αντιστοιχεί στην ορθογωνιοποίηση σε ένα κατάλληλα μετασχηματισμένο (δηλαδή whitened) διάστημα.

3.4.2 Κριτήρια κανονικότητας κατανομής

Για να γίνει χρήση της non-Gaussianity για την εκτίμηση ICA πρέπει να υπάρχει ένα ποσοτικό κριτήριο της non-Gaussianity για μία τυχαία μεταβλητή έστω y . Για απλοποίηση, έστω ότι η μεταβλητή y είναι κεντραρισμένη (centered, δηλαδή έχει zero mean) και έχει διακύμανση ίση με τη μονάδα.

Τα δύο κριτήρια της non-Gaussianity είναι οι Kurtosis και Negentropy, τα οποία αναλύονται στη συνέχεια.

3.4.2.1 Κύρτωση

Το κλασικό κριτήριο για την εκτίμηση της κανονικότητας είναι η κύρτωση ή ο αθροιστής $4^{\text{ης}}$ τάξης. Η κύρτωση του y ορίζεται ως

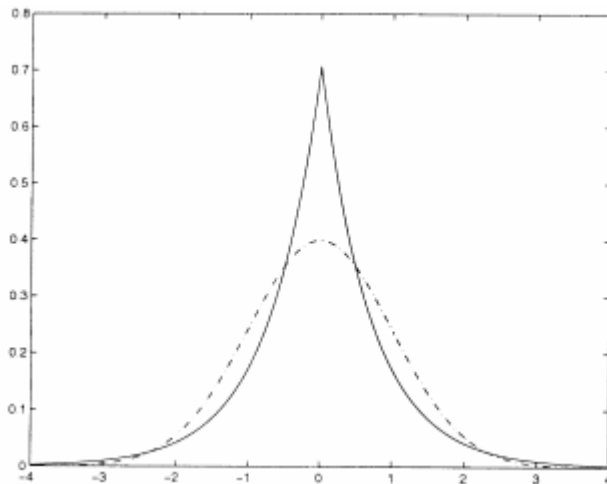
$$kurt(y) = E(y^4) - 3(E(y^2))^2 \quad (3.16)$$

Αφού έχει υποθεθεί ότι το y έχει μοναδιαία διακύμανση, τότε το δεξί μέρος της σχέσης (3.16) απλοποιείται σε $E(y^4) - 3$. Αυτό δείχνει ότι η κύρτωση είναι μία κανονικοποιημένη εκδοχή του $4^{\text{ου}}$ στιγμιότυπου του $E(y^4)$. Για μία Gaussian μεταβλητή y , το $4^{\text{ο}}$ στιγμιότυπο ισοδυναμεί με $3(E(y^2))^2$. Για αυτό το λόγο, η kurtosis είναι μηδενική για μία τυχαία Gaussian μεταβλητή. Για τις περισσότερες (όχι όμως για όλες) non-Gaussian τυχαίες μεταβλητές, η kurtosis είναι μη μηδενική.

Η kurtosis μπορεί να είναι είτε θετική είτε αρνητική. Οι τυχαίες μεταβλητές που έχουν αρνητική kurtosis καλούνται sub-Gaussian και αυτές που έχουν θετική κύρτωση καλούνται super-Gaussian. Οι super-Gaussian τυχαίες μεταβλητές έχουν συνήθως ένα “αγκαθωτό” (έχει πολλές κορυφές) pdf με “βαριές κορυφές”, δηλαδή το pdf είναι σχετικά μεγάλο στο μηδέν και για μεγάλες τιμές της

μεταβλητής, ενώ είναι μικρό για ενδιάμεσες τιμές. Ένα τυπικό παράδειγμα είναι η κατανομή Laplace, το pdf της οποίας, παρουσιάζεται στο σχήμα 3.7 δίνεται από τον τύπο:

$$p(y) = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(-\sqrt{2}|y|) \quad (3.17)$$



Σχήμα 3.7 Η συνάρτηση πυκνότητας της κατανομής Laplace, που αποτελεί μία super-Gaussian κατανομή. Για λόγους σύγκρισης παρουσιάζεται με διακεκομμένη γραμμή η Gaussian πυκνότητα. Και οι δύο πυκνότητες είναι κανονικοποιημένες με μοναδιαία διακύμανση

Από την άλλη μεριά, οι sub-Gaussian τυχαίες μεταβλητές έχουν τυπικά ένα “επίπεδο” pdf, το οποίο είναι σχετικά σταθερό κοντά στο μηδέν, και πολύ μικρό για μεγαλύτερες τιμές της μεταβλητής. Ένα παράδειγμα είναι αυτό της ομοιόμορφης κατανομής της σχέσης (3.7).

Τυπικά, η non-Gaussianity μετριέται από την απόλυτη τιμή της κύρτωσης, αν και μπορεί να χρησιμοποιηθεί και το τετράγωνο της κύρτωσης. Και τα δύο είναι μηδέν για μία Gaussian μεταβλητή, και μεγαλύτερα του μηδενός για τις περισσότερες non-Gaussian μεταβλητές.

Η κύρτωση, ή καλύτερα η απόλυτη τιμή της, έχει χρησιμοποιηθεί ευρέως ως κριτήριο της non-Gaussianity στην ICA και σε άλλα σχετικά πεδία. Ο κύριος λόγος της ευρείας χρήσης της, αφορά την απλότητα της, τόσο υπολογιστική όσο και θεωρητική. Υπολογιστικά, η kurtosis μπορεί να υπολογιστεί απλά με χρήση του 4^{ου} στιγμιότυπου των δεδομένων. Η θεωρητική ανάλυση απλουστεύεται λόγω της ακόλουθης ιδιότητας της γραμμικότητας. Εάν x_1 και x_2 δύο τυχαίες ανεξάρτητες μεταβλητές, τότε θα ισχύουν τα εξής:

$$kurt(x_1 + x_2) = kurt(x_1) + kurt(x_2) \quad (3.18)$$

και

$$kurt(ax_1) = a^4 kurt(x_1), \text{ όπου } a \text{ ένας βαθμωτός αριθμός.} \quad (3.19)$$

Για την παρουσίαση ενός απλού παραδείγματος του πως μοιάζει η διαμόρφωση για τη κύρτωση, και πως μπορούν να βρεθούν οι ανεξάρτητες συνιστώσες με χρήση της κύρτωση με ελαχιστοποίηση ή μεγιστοποίηση, ας θεωρηθεί ένα 2διάστατο μοντέλο της μορφής $\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{s}$.

Έστω ότι οι ανεξάρτητες συνιστώσες s_1 και s_2 έχουν τιμές kurtosis $kurt(s_1)$ και $kurt(s_2)$ αντίστοιχα, που είναι και οι δύο διαφορετικές του μηδενός και έχουν μοναδιαίες διακυμάνσεις. Αυτό που αναζητείται είναι η εύρεση μίας εκ των ανεξάρτητων συνιστωσών που είναι της μορφής $y = \mathbf{w}^T \mathbf{x}$.

Έστω ο μετασχηματισμός (που είχε πραγματοποιηθεί και σε προηγούμενη ενότητα) $\mathbf{z} = \mathbf{A}^T \mathbf{w}$. Τότε για το y θα ισχύει ότι $y = \mathbf{w}^T \mathbf{x} = \mathbf{w}^T \mathbf{A} \mathbf{s} = \mathbf{z}^T \mathbf{s} = z_1 s_1 + z_2 s_2$. Με βάση την προσθετική ιδιότητα της κύρτωσης, ισχύει ότι

$$kurt(y) = kurt(z_1 s_1) + kurt(z_2 s_2) = z_1^4 kurt(s_1) + z_2^4 kurt(s_2) \quad (3.20)$$

Από την άλλη μεριά, υπάρχει ο περιορισμός που τέθηκε προηγουμένως, ότι η διακύμανση του y είναι ίση με 1, υπόθεση που βασίζεται στην ίδια αντίληψη που αφορά τις συνιστώσες s_1 και s_2 . Αυτή η παρατήρηση συνεπάγεται έναν περιορισμό στο \mathbf{z} : $E\{y^2\} = z_1^2 + z_2^2 = 1$. Γεωμετρικά, αυτό σημαίνει ότι το διάνυσμα \mathbf{z} περιορίζεται στον μοναδιαίο κύκλο στο 2διάστατο επίπεδο.

Το πρόβλημα της βελτιστοποίησης ανάγεται τώρα στο εξής πρόβλημα: ποια είναι τα μέγιστα της συνάρτησης $kurt(y) = z_1^4 kurt(s_1) + z_2^4 kurt(s_2)$ πάνω στο μοναδιαίο κύκλο; Για απλότητα μπορεί να θεωρηθεί ότι η kurtosis είναι από το ίδιο σήμα, και έτσι μπορούν να ληφθούν οι συντελεστές της απόλυτης τιμής της. Το γράφημα αυτής της συνάρτησης είναι το πεδίο βελτιστοποίησης (optimization landscape) για αυτό το πρόβλημα.

Δεν είναι δύσκολο να δειχθεί ότι, τα μέγιστα βρίσκονται στα σημεία, όπου ακριβώς ένα από τα στοιχεία του διανύσματος \mathbf{z} είναι μηδέν και το άλλο μη μηδενικό. Εξαιτίας του περιορισμού του μοναδιαίου κύκλου, το μη μηδενικό στοιχείο πρέπει να είναι ίσο με 1 ή -1. Αλλά αυτά τα σημεία είναι ακριβώς αυτά στα οποία το y ισοδυναμεί με μία από τις ανεξάρτητες συνιστώσες $\pm s_i$, και το πρόβλημα έχει λυθεί.

Πρακτικά, η αρχή πρέπει να γίνει με ένα weight vector διάνυσμα \mathbf{w} , και εν συνεχεία να υπολογιστεί η διεύθυνση σύμφωνα με την οποία η κύρτωση του y , $y = \mathbf{w}^T \mathbf{x}$ αυξάνεται δυναμικά (η κύρτωση είναι θετική) ή ελαττώνεται δυναμικά (η κύρτωση είναι αρνητική), με τη βοήθεια του διαθέσιμου δείγματος $\mathbf{x}(1), \dots, \mathbf{x}(T)$ του συνδυασμένου διανύσματος \mathbf{x} και χρήση μίας βαθμωτής μεθόδου για την εύρεση του νέου διανύσματος \mathbf{w} .

Το παραπάνω παράδειγμα μπορεί να γενικευτεί σε αυθαίρετα επιλεγμένες διαστάσεις, αποδεικνύοντας έτσι ότι η κύρτωση μπορεί θεωρητικά, να χρησιμοποιηθεί ως κριτήριο βελτιστοποίησης για ένα πρόβλημα ICA.

Παρόλα αυτά, η κύρτωση έχει και ορισμένα πρακτικά μειονεκτήματα, όταν η τιμή της πρέπει να υπολογιστεί από ένα μετρημένο δείγμα. Το κύριο πρόβλημα είναι ότι η κύρτωση μπορεί να είναι πολύ ευαίσθητη σε απομακρυσμένους παράγοντες. Η τιμή της μπορεί να εξαρτάται μόνο από λίγες παρατηρήσεις των κορυφών της κατανομής, οι οποίες μπορεί να είναι λανθασμένες ή άσχετες παρατηρήσεις. Με άλλα λόγια, η κύρτωση, δεν αποτελεί ένα δυνατό κριτήριο για τη non-Gaussianity.

Πέρα από τη kurtosis, υπάρχουν και άλλα κριτήρια της non-Gaussianity τα οποία ενδέχεται να είναι καλύτερα από τη kurtosis. Στην επόμενη ενότητα θα μελετηθεί το κριτήριο της Negentropy, της οποίας οι ιδιότητες είναι σχεδόν οι αντίθετες από αυτές τις kurtosis. Στην ενότητα 3.4.2.2 παρουσιάζονται προσεγγίσεις της negentropy, που συνδυάζουν τις “καλές” ιδιότητες και των δύο κριτηρίων.

3.4.2.2 Αρνητική Εντροπία

Ένα δεύτερο αρκετά σημαντικό κριτήριο μέτρησης της non-Gaussianity δίνεται από την αρνητική εντροπία (negentropy). Η negentropy βασίζεται στην θεωρητική ποσοτική πληροφορία της (διαφορικής) εντροπίας.

Η εντροπία είναι η βασική αρχή της θεωρίας πληροφοριών. Η εντροπία μίας τυχαίας μεταβλητής μπορεί να διερμηνευτεί ως ο βαθμός πληροφορίας που δίνει η παρατήρηση της μεταβλητής. Όσο πιο τυχαία, δηλαδή όσο πιο λιγότερο προβλέψιμη και ανοργάνωτη είναι μία μεταβλητή, τόσο πιο μεγάλη είναι η εντροπία της. Πιο αυστηρά, η εντροπία είναι στενά συνδεδεμένη με τη κωδίκευση του μήκους της τυχαίας μεταβλητής, και ύστερα από ορισμένες υποθέσεις, η εντροπία είναι η κωδικοποίηση του μήκους μίας τυχαίας μεταβλητής.

Για μία διακριτή τυχαία μεταβλητή Y , η εντροπία της H ορίζεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$H(Y) = -\sum_i P(Y = a_i) \log P(Y = a_i) \quad (3.21)$$

, όπου τα a_i είναι οι πιθανές τιμές της μεταβλητής Y . Αυτός ο ορισμός μπορεί να γενικευτεί για τυχαίες μεταβλητές και διανύσματα συνεχούς τιμής, και σε αυτή τη περίπτωση καλείται διαφορική εντροπία. Η διαφορική εντροπία H ενός τυχαίου διανύσματος \mathbf{y} πυκνότητας $f(\mathbf{y})$ ορίζεται ως εξής:

$$H(Y) = -\int f(\mathbf{y}) \log f(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (3.22)$$

Ένα θεμελιώδες αποτέλεσμα της θεωρίας της πληροφορίας είναι ότι μία Gaussian μεταβλητή έχει τη μεγαλύτερη εντροπία μεταξύ όλων των τυχαίων μεταβλητών ισοδύναμης διακύμανσης. Αυτό σημαίνει ότι η εντροπία θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί ως ένα κριτήριο της non-Gaussianity. Στην πραγματικότητα, αυτό δείχνει ότι η Gaussian κατανομή είναι η “πιο τυχαία” ή η λιγότερο δομημένη από όλες τις υπόλοιπες κατανομές. Η εντροπία είναι μικρή για κατανομές που είναι ξεκάθαρα συγκεντρωμένες σε συγκεκριμένες τιμές, δηλαδή όταν η μεταβλητή είναι ξεκάθαρα ομαδοποιημένη, ή έχει ένα pdf το οποίο είναι πολύ “αγκαθωτό” (με πολλές κορυφές).

Για τη λήψη ενός κριτηρίου για non-Gaussianity το οποίο να είναι μηδέν για μία Gaussian μεταβλητή και είναι παντού μη αρνητικό, μπορεί να χρησιμοποιηθεί μία απλοποιημένη τροποποιημένη εκδοχή του ορισμού της διαφορικής εντροπίας, η οποία καλείται negentropy. Η Negentropy J ορίζεται ως ακολούθως:

$$J(\mathbf{y}) = H(\mathbf{y}_{\text{gauss}}) - H(\mathbf{y}) \quad (3.23)$$

όπου $\mathbf{y}_{\text{gauss}}$ είναι μία τυχαία Gaussian μεταβλητή που έχει τον ίδιο covariance πίνακα που έχει και το διάνυσμα \mathbf{y} . Λόγω των προαναφερθέντων ιδιοτήτων, η negentropy είναι πάντα μη αρνητική, και είναι μηδέν μόνο στην περίπτωση που το \mathbf{y} έχει Gaussian κατανομή. Η negentropy έχει και μία πρόσθετη ενδιαφέρουσα ιδιότητα, που λέει ότι είναι σταθερή για αντιστρέψιμους γραμμικούς μετασχηματισμούς.

Το πλεονέκτημα της χρήσης της negentropy ή ισοδύναμα της διαφορικής εντροπίας, ως κριτήριο μέτρησης της non-Gaussianity είναι ότι δικαιολογείται αρκετά καλά από τη στατιστική θεωρία. Στην πραγματικότητα, η negentropy είναι κατά κάποιο τρόπο ο καταλληλότερος εκτιμητής της non-Gaussianity, εάν υπάρχουν στατιστικές ιδιότητες. Το πρόβλημα της χρήσης της negentropy, έγκειται στο ότι είναι αρκετά δύσκολη υπολογιστικά. Ο υπολογισμός της negentropy με χρήση του ορισμού θα απαιτούσε τον υπολογισμό-εκτίμηση (πιθανόν μη παραμετρικά) του pdf. Για αυτό το λόγο προτιμούνται πιο απλές προσεγγίσεις της negentropy, που είναι αρκετά πιο εύκολες υπολογιστικά και εξίσου καλές. Μερικές προσεγγίσεις της negentropy παρουσιάζονται στην ενότητα που ακολουθεί.

3.4.2.3 Προσεγγίσεις της αρνητικής εντροπίας

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, υπολογισμός της negentropy είναι αρκετά δύσκολος, και για αυτό το λόγο η αντιπαραβαλλόμενη συνάρτηση (contrast function) αυτή παραμένει κυρίως στη θεωρία. Πρακτικά, χρησιμοποιούνται ορισμένες προσεγγίσεις της negentropy, που παρουσιάζουν κάποιες αρκετά υποσχόμενες ιδιότητες και θα χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια για την παραγωγή μίας αποδοτικής μεθόδου για την ICA.

Η κλασική μέθοδος για την προσέγγιση της negentropy είναι η χρήση στιγμιότυπων υψηλότερης τάξης, όπως για παράδειγμα τα ακόλουθα:

$$J(y) \approx \frac{1}{12} E\{y^3\}^2 + \frac{1}{48} kurt(y)^2 \quad (3.24)$$

Η τυχαία μεταβλητή y θεωρείται ότι έχει zero mean και μοναδιαία διακύμανση. Παρόλα αυτά, η εγκυρότητα τέτοιου είδους προσεγγίσεων πρέπει να είναι αρκετά περιορισμένη. Συγκεκριμένα, αυτές οι προσεγγίσεις υποφέρουν από τη σθεναρότητα που συναντάται μαζί με την kurtosis.

Για την αποφυγή των προβλημάτων που συναντούνται στις προηγούμενες προσεγγίσεις της negentropy, αναπτύχθηκαν νέες προσεγγίσεις (Hyvärinen 1998). Οι προσεγγίσεις αυτές βασίζονται στην αρχή της μέγιστης εντροπίας, και παρουσιάζονται στην ακόλουθη σχέση:

$$J(y) \approx \sum_{i=1}^p k_i [E\{G_i(y)\} - E\{G_i(v)\}]^2 \quad (3.25)$$

όπου k_i είναι κάποιες θετικές σταθερές, και v είναι μία Gaussian μεταβλητή με zero mean και μοναδιαία διακύμανση και οι συναρτήσεις G_i είναι ορισμένες μη τετραγωνικές συναρτήσεις. Να σημειωθεί ότι ακόμα και σε περιπτώσεις όπου η προσέγγιση αυτή δεν είναι πολύ ακριβής, η σχέση (3.25) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την κατασκευή ενός κριτηρίου μέτρησης της non-Gaussianity, το οποίο θα είναι συνεπές με την έννοια ότι θα είναι παντού μη αρνητικό και ίσο με το μηδέν εάν το y έχει Gaussian κατανομή.

Στην περίπτωση που γίνεται χρήση μόνο μη τετραγωνικών συναρτήσεων G , η προσέγγιση παίρνει τη παρακάτω μορφή:

$$J(y) \propto [E\{G(y)\} - E\{G(v)\}]^2 \quad (3.26)$$

,όπου G μία οποιαδήποτε μη τετραγωνική συνάρτηση. Η παραπάνω σχέση αποτελεί ξεκάθαρα μία γενίκευση της βασισμένης σε στιγμιότυπα προσέγγισης της σχέσης (3.24), εάν το y είναι συμμετρικό.

Πράγματι, παίρνοντας $G(y) = y^4$, μπορεί να ληφθεί ακριβώς η σχέση (3.24), δηλαδή μία προσέγγιση που βασίζεται στη kurtosis.

Το θέμα είναι ότι επιλέγοντας την κατάλληλη G , μπορούν να ληφθούν προσεγγίσεις της negentropy οι οποίες μπορεί να είναι αρκετά καλύτερες από αυτές που λαμβάνονται με βάση τη σχέση (3.24). Πιο συγκεκριμένα, αν επιλεγεί συνάρτηση G που δε μεγαλώνει πολύ γρήγορα, τότε εξασφαλίζονται αρκετά δυνατές εκτιμήσεις.

Οι ακόλουθες επιλογές των συναρτήσεων G έχουν αποδειχθεί πολύ χρήσιμες:

$$G_1(u) = \frac{1}{a_1} \log \cosh a_1 u, \quad G_2(u) = -\exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) \quad (3.27)$$

,όπου $1 \leq a_1 \leq 2$, a_1 μία κατάλληλη σταθερά.

Με την επιλογή των κατάλληλων G , μπορούν να εξασφαλιστούν προσεγγίσεις της negentropy που δίνουν πολύ καλούς συμβιβασμούς μεταξύ των ιδιοτήτων των δύο κλασικών κριτηρίων μέτρησης της non-Gaussianity που δίνονται από τις kurtosis και negentropy. Οι προσεγγίσεις που παρουσιάστηκαν είναι υπολογιστικά απλές, γρήγορες στους υπολογισμούς και έχουν ικανές στατιστικές ιδιότητες. Για αυτό το λόγο, γίνεται χρήση αυτών των αντιπαραβαλλόμενων συναρτήσεων (contrast functions) στις μεθόδους ICA. Αφού η kurtosis μπορεί να εκφραστεί στο ίδιο πλαίσιο, μπορεί κάλλιστα να χρησιμοποιηθεί στις μεθόδους ICA.

3.4.3 Αμοιβαία πληροφορία

Μία άλλη προσέγγιση για τον υπολογισμό της ICA, είναι η ελαχιστοποίηση της κοινής – αμοιβαίας πληροφορίας. Στις υποενότητες που ακολουθούν θα αναλυθεί η προσέγγιση αυτή και θα αποδειχθεί

ότι οδηγεί στην ίδια αρχή της εύρεσης των περισσότερων non-Gaussian διευθύνσεων όπως περιγράφηκε προηγουμένως.

3.4.3.1 Ορισμός

Με χρήση της αρχής της διαφορικής εντροπίας, ορίζεται η κοινή πληροφορία (mutual information) I μεταξύ των m (βαθμωτών) τυχαίων μεταβλητών, $y_i, i = 1 \dots m$, ως ακολούθως:

$$I(y_1, y_2, \dots, y_m) = \sum_{i=1}^m H(y_i) - H(\mathbf{y}) \quad (3.28)$$

Η κοινή πληροφορία αποτελεί ένα φυσικό κριτήριο της ανεξαρτησίας μεταξύ τυχαίων μεταβλητών. Στην πραγματικότητα, είναι ισοδύναμη με τη γνωστή απόκλιση των Kullback-Leibler μεταξύ της από κοινού πυκνότητας $f(\mathbf{y})$ και το παράγωγο των οριακών πυκνοτήτων, που αποτελεί ένα πολύ φυσικό κριτήριο μέτρησης της ανεξαρτησίας.

Είναι πάντοτε μη αρνητική, και μηδενική αν και μόνο αν οι μεταβλητές είναι στατιστικά ανεξάρτητες. Για αυτό το λόγο, η κοινή πληροφορία λαμβάνει υπόψη όλη τη δομή εξάρτησης των μεταβλητών και όχι μόνο το γινόμενο απόκλισης (covariance).

Η κοινή πληροφορία μπορεί να διερμηνευτεί με χρήση της ερμηνείας της εντροπίας ως τη κωδικοποίηση του μήκους. Οι όροι $H(y_i)$ δίνουν τα μήκη των κωδικοποιήσεων για το y_i , όταν αυτά έχουν κωδικοποιηθεί ξεχωριστά και ο όρος $H(\mathbf{y})$ δίνει το μήκος της κωδικοποίησης, όταν το \mathbf{y} έχει κωδικοποιηθεί ως ένα τυχαίο διάνυσμα, δηλαδή όλες οι συνιστώσες του έχουν κωδικοποιηθεί με τον ίδιο κώδικα.

Η κοινή πληροφορία δείχνει ποια μείωση στο μήκος της κωδικοποίησης λαμβάνεται από την κωδικοποίηση όλου του διανύσματος αντί των ξεχωριστών συνιστωσών. Γενικά, καλύτεροι κώδικες λαμβάνονται από κωδικοποίηση όλου του διανύσματος. Παρόλα αυτά, αν τα y_i είναι ανεξάρτητα, δεν δίνουν πληροφορίες το ένα στο άλλο, και έτσι μπορεί να κωδικοποιηθούν εξίσου καλά οι μεταβλητές ξεχωριστά χωρίς την αύξηση του μήκους κωδικοποίησης.

Μία σημαντική ιδιότητα της κοινής πληροφορίας είναι ότι για έναν αντιστρέψιμο γραμμικό μετασχηματισμό $\mathbf{y} = \mathbf{W}\mathbf{x}$ μπορεί να εξαχθεί η ακόλουθη σχέση:

$$I(y_1, y_2, \dots, y_n) = \sum_i H(y_i) - H(\mathbf{x}) - \log |\det \mathbf{W}| \quad (3.29)$$

Τώρα, θα εξεταστεί η περίπτωση όπου περιορίζονται τα y_i , να είναι μη συσχετιζόμενα και να έχουν μοναδιαία διακύμανση. Αυτό σημαίνει ότι: $E(\mathbf{y}\mathbf{y}^T) = \mathbf{W}E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^T\}\mathbf{W}^T = \mathbf{I}$, το οποίο συνεπάγει την ακόλουθη σχέση:

$$\begin{aligned} \det \mathbf{I} = \mathbf{1} &= (\det \mathbf{W} E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^T\} \mathbf{W}^T) \\ &= (\det \mathbf{W}) (\det E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^T\}) (\det \mathbf{W}^T) \end{aligned} \quad (3.30)$$

Η σχέση (3.30) οδηγεί στο συμπέρασμα ότι το \mathbf{W} πρέπει να είναι σταθερό. Επιπλέον για τα y_i της μοναδιαίας διακύμανσης, η εντροπία και η negentropy διαφέρουν μόνο από μία σταθερά και το σύμβολο. Έτσι από τα προηγούμενα εξάγεται η ακόλουθη σχέση:

$$I(y_1, y_2, \dots, y_n) = C - \sum_i J(y_i) \quad (3.31)$$

όπου C είναι μία σταθερά που δεν εξαρτάται από το \mathbf{W} . Η σχέση (3.31) δείχνει τη βασική σχέση μεταξύ της negentropy και της κοινής πληροφορίας.

3.4.3.2 Ορίζοντας την ICA από την αμοιβαία πληροφορία

Μίας και η κοινή πληροφορία αποτελεί το φυσικό κριτήριο ανεξαρτησίας για τυχαίες μεταβλητές, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως κριτήριο εύρεσης για το μετασχηματισμό ICA. Σε αυτή τη προσέγγιση, που αποτελεί εναλλακτική στο μοντέλο της υπολογιστικής προσέγγισης, ορίζεται η ICA ενός τυχαίου διανύσματος \mathbf{x} , ως ένας αντιστρέψιμος μετασχηματισμός όπως αυτός της σχέσης (3.6), όπου ο πίνακας \mathbf{W} καθορίζεται με τέτοιο τρόπο, ώστε η αμοιβαία πληροφορία των μετασχηματισμένων συνιστωσών s_i να ελαχιστοποιείται.

Είναι προφανές από τη σχέση (3.31) ότι η εύρεση ενός αντιστρέψιμου μετασχηματισμού \mathbf{W} που ελαχιστοποιεί την κοινή πληροφορία είναι περίπου ισοδύναμο με την εύρεση διευθύνσεων στις οποίες η negentropy μεγιστοποιείται. Ακόμα πιο ακριβέστερα, είναι περίπου ισοδύναμη με την εύρεση 1D υποδιαστημάτων, τέτοια ώστε οι προβολές σε αυτών έχουν μέγιστη negentropy. Αυστηρά μιλώντας, η σχέση (3.31) δείχνει ότι η εκτίμηση ICA με ελαχιστοποίηση της αμοιβαίας πληροφορίας ισοδυναμεί με τη μεγιστοποίηση του αθροίσματος των non-Gaussianities των εκτιμήσεων, όταν οι εκτιμήσεις αυτές έχουν περιοριστεί στο να είναι μη συσχετιζόμενες. Ο περιορισμός του μη συσχετισμού δεν είναι απαραίτητος, αλλά απλοποιεί σημαντικά τους υπολογισμούς, επιτρέποντας έτσι να χρησιμοποιηθεί η πιο απλή σχέση (3.31) αντί να γίνει χρήση της πιο πολύπλοκης μορφής της σχέσης (3.29).

Λόγω των προηγούμενων, συμπεραίνεται ότι η ICA ως ελαχιστοποίηση της κοινής πληροφορίας δίνει ακόμα μια δικαιολογία γιατί είναι ικανή η ιδέα της εύρεσης των ανώτατων non-Gaussian διευθύνσεων.

3.4.4 Εκτίμηση της μέγιστης πιθανοφάνειας

3.4.4.1 Η πιθανοφάνεια

Μία πολύ δημοφιλής προσέγγιση για τον υπολογισμό του μοντέλου ICA, είναι η εκτίμηση της μέγιστης πιθανοφάνειας (maximum likelihood estimation), η οποία είναι στενά συνδεδεμένη με την αρχή infomax. Στην ενότητα αυτή μελετάται αυτή η προσέγγιση και αποδεικνύεται ότι είναι ουσιαδώς ισοδύναμη με τη προσέγγιση της ελαχιστοποίησης της αμοιβαίας πληροφορίας.

Είναι πιθανό να διατυπωθεί άμεσα η πιθανότητα στο μοντέλο ICA χωρίς θόρυβο (Pharm, Garrat and Jutten 1992), και εν συνεχεία να υπολογιστεί το μοντέλο με μία μέθοδο μέγιστης πιθανότητας.

Δηλώνοντας ως $\mathbf{W} = (\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_n)^T$, τον πίνακα \mathbf{A}^{-1} , τότε η log-likelihood θα πάρει την ακόλουθη μορφή:

$$L = \sum_{i=1}^T \sum_{j=1}^n \log f_j(\mathbf{w}_j^T \mathbf{x}(t)) + T \log |\det \mathbf{W}| \quad (3.32)$$

όπου f_j είναι οι συναρτήσεις πυκνότητας των s_j (εδώ θεωρούνται γνωστά), και $\mathbf{x}(t)$, $t = 1, \dots, T$ είναι οι “πραγματοποιήσεις” (realizations) του \mathbf{x} . Ο όρος $\log |\det \mathbf{W}|$ στη σχέση (3.32) προκύπτει από τον κλασικό κανόνα για (γραμμικότητα) μετασχηματισμό των τυχαίων μεταβλητών και των πυκνοτήτων τους. Γενικώς, για οποιοδήποτε τυχαίο διάνυσμα \mathbf{x} με πυκνότητα p_x και για κάθε πίνακα \mathbf{W} , η πυκνότητα του $\mathbf{y} = \mathbf{W}\mathbf{x}$ δίνεται από τη σχέση $p_x(\mathbf{W}^{-1}\mathbf{y})|\det \mathbf{W}^{-1}|$.

3.4.4.2 Σύνδεση με την αμοιβαία πληροφορία

Για να φανερωθεί η σύνδεση μεταξύ της πιθανοφάνειας και της κοινής πληροφορίας, πρέπει να ληφθεί υπόψη η πρόβλεψη της λογαριθμικής πιθανοφάνειας, η οποία δίνεται από τη σχέση που ακολουθεί:

$$\frac{1}{T} E\{L\} = \sum_{i=1}^n E\{\log f_i(\mathbf{w}_i^T \mathbf{x})\} + \log |\det \mathbf{W}| \quad (3.33)$$

Στην πραγματικότητα, εάν τα f_i ήταν ίσα με τις πραγματικές κατανομές των $\mathbf{w}_i^T \mathbf{x}$, τότε ο πρώτος όρος της σχέσης (3.33) θα ήταν ίσος με $-\sum_i H(\mathbf{w}_i^T \mathbf{x})$. Έτσι η πιθανότητα θα ήταν ίση, μέχρι και μία προσθετική σταθερά, στην αρνητική της κοινής πληροφορίας που δίνεται από τη σχέση (3.29).

Στην πράξη, η σύνδεση αυτή είναι ακόμα πιο δυνατή. Αυτό οφείλεται λόγω του ότι στις πρακτικές εφαρμογές, δεν υπάρχει γνώση των κατανομών των ανεξάρτητων συνιστωσών. Μία λογική προσέγγιση θα ήταν ο υπολογισμός της πυκνότητας των $\mathbf{w}_i^T \mathbf{x}$, ως μέρος της υπολογιστικής μεθόδου

ML (Maximum Likelihood), και η μετέπειτα χρήση του ως προσέγγιση της πυκνότητας του s_i . Σε αυτή τη περίπτωση, η πιθανότητα και η κοινή πληροφορία θεωρούνται για όλους τους πρακτικούς σκοπούς, ισοδύναμες.

Παρόλα αυτά, υπάρχει μία μικρή διαφορά η οποία μπορεί να είναι πολύ σημαντική κατά τις πρακτικές εφαρμογές. Το πρόβλημα με την εκτίμηση της μέγιστης πιθανότητας είναι ότι οι πυκνότητες f_i πρέπει να έχουν υπολογιστεί σωστά. Μπορεί να μη χρειάζεται να έχουν υπολογιστεί με πάρα πολύ ακρίβεια. Στη πραγματικότητα είναι αρκετό να υπολογιστεί εάν είναι sub-Gaussian ή super-Gaussian. Σε πολλές περιπτώσεις, υπάρχει προηγούμενη γνώση των ανεξάρτητων συνιστωσών και δε χρειάζεται να υπολογιστεί η φύση τους από τα δεδομένα. Σε κάθε περίπτωση, εάν οι πληροφορίες πάνω στη φύση των ανεξάρτητων συνιστωσών δεν είναι σωστές, τότε η εκτίμηση ML θα δώσει ολοκληρωτικά λάθος αποτελέσματα. Πρέπει να δοθεί φροντίδα κατά την εκτίμηση ML. Αντιθέτως, αν χρησιμοποιούνται λογικά κριτήρια μέτρησης της non-Gaussianity, αυτό το πρόβλημα δεν εμφανίζεται συχνά.

3.5 Προεπεξεργασία

Προτού γίνει η εφαρμογή ενός αλγορίθμου ICA στα δεδομένα, είναι χρήσιμο να έχει προηγηθεί μία προεπεξεργασία. Στην ενότητα αυτή, μελετώνται ορισμένες τεχνικές προεπεξεργασίας, οι οποίες καθιστούν το πρόβλημα του υπολογισμού της ICA, πιο απλό και καλύτερα προετοιμασμένο.

3.5.1 Αφαίρεση μέσης τιμής σήματος (centering)

Η πιο σημαντική και αναγκαία προεπεξεργασία είναι η εστίαση του \mathbf{x} , δηλαδή η αφαίρεση της μέσης τιμής $\mathbf{m} = E\{\mathbf{x}\}$ της χρονοσειράς, ώστε να γίνει το \mathbf{x} , μία μεταβλητή με μηδενική μέση τιμή. Αυτό συνεπάγεται ότι και το \mathbf{s} θα είναι zero mean, όπως μπορεί να παρατηρηθεί λαμβάνοντας προβλέψεις και από τις δύο πλευρές της σχέσης (4.4).

Η προεπεξεργασία γίνεται μεμονωμένα για την απλοποίηση των αλγορίθμων ICA: Αυτό δε σημαίνει ότι δεν μπορεί να υπολογιστεί το mean (ο μέσος). Μετά τον υπολογισμό του συνδυασμένου πίνακα \mathbf{A} με κεντραρισμένα δεδομένα, μπορεί να ολοκληρωθεί ο υπολογισμός προσθέτοντας το mean διάνυσμα του \mathbf{s} με τις κεντραρισμένες εκτιμήσεις του \mathbf{s} . Το mean διάνυσμα δίνεται από τη σχέση $\mathbf{A}^{-1}\mathbf{m}$, όπου \mathbf{m} , είναι το mean το οποίο αφαιρέθηκε κατά τη διάρκεια της προεπεξεργασίας.

3.5.2 ‘Λεύκανση’ μεταβλητών (Whitening)

Μία ακόμα χρήσιμη στρατηγική προεπεξεργασίας στην ICA, είναι να γίνεται πρώτα η λεύκανση (whiten) των παρατηρούμενων μεταβλητών. Αυτό σημαίνει ότι πριν την εφαρμογή του αλγορίθμου ICA (και μετά το centering), γίνεται γραμμικός μετασχηματισμός του παρατηρούμενου διανύσματος \mathbf{x} , ώστε να προκύψει ένα νέο διάνυσμα $\tilde{\mathbf{x}}$, το οποίο έχει λευκανθεί, δηλαδή οι συνιστώσες του είναι

μη συσχετιζόμενες και οι διακυμάνσεις τους ισοδυναμούν αρμονικά. Με άλλα λόγια, ο covariance πίνακας του $\tilde{\mathbf{x}}$ ισοδυναμεί με τον μοναδιαίο πίνακα:

$$E\{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}^T\} = \mathbf{I} \quad (3.34)$$

Η μετασχηματισμός whitening είναι πάντα δυνατός. Μία δημοφιλής μέθοδος για whitening, είναι η χρήση της ανάλυσης της χαρακτηριστικής ρίζας (eigenvalue decomposition EVD) του covariance πίνακα $E\{\mathbf{xx}^T\} = \mathbf{E}\mathbf{D}\mathbf{E}^T$, όπου \mathbf{E} ο ορθογώνιος πίνακας των χαρακτηριστικών διανυσμάτων $E\{\mathbf{xx}^T\}$ και \mathbf{D} ο διαγώνιος πίνακας με τις χαρακτηριστικές ρίζες του $\mathbf{D} = \text{diag}(d_1, \dots, d_n)$. Να σημειωθεί ότι τα $E\{\mathbf{xx}^T\}$ μπορούν να υπολογιστούν με ένα πρότυπο τρόπο από το δεδομένο δείγμα $\mathbf{x}(1), \dots, \mathbf{x}(T)$.

Το whitening μπορεί να πραγματοποιηθεί τώρα με βάση την ακόλουθη σχέση:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{E}\mathbf{D}^{-1/2}\mathbf{E}^T \mathbf{x} \quad (3.35)$$

όπου ο πίνακας $\mathbf{D}^{-1/2}$ υπολογίζεται από μία απλή λειτουργία με χρήση συνιστώσας, καθώς $\mathbf{D}^{-1/2} = \text{diag}(d_1^{-1/2}, \dots, d_n^{-1/2})$. Είναι εύκολο να ελεγχθεί τώρα ότι ισχύει η σχέση (4.34), δηλαδή: $E\{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}^T\} = \mathbf{I}$.

Η λεύκανση μετασχηματίζει το συνδυασμένο πίνακα (mixing matrix) σε έναν καινούριο, $\tilde{\mathbf{A}}$. Από τις σχέσεις (3.35) και (3.36) προκύπτει:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{E}\mathbf{D}^{-1/2}\mathbf{E}^T \mathbf{A}\mathbf{s} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{s} \quad (3.36)$$

Η χρησιμότητα της τεχνικής του whitening δικαιώνεται από τα γεγονότα ότι ο νέος συνδυασμένος πίνακας $\tilde{\mathbf{A}}$ είναι ορθογώνιος. Η παρατήρηση αυτή μπορεί να επαληθευτεί από τη σχέση που ακολουθεί:

$$E\{\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}^T\} = \tilde{\mathbf{A}}E\{\mathbf{ss}^T\}\tilde{\mathbf{A}}^T = \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{A}}^T = \mathbf{I} \quad (3.37)$$

Εδώ παρατηρείται, ότι με whitening μειώνεται ο αριθμός των παραμέτρων που πρέπει να υπολογιστούν. Αντί λοιπόν να χρειάζεται να υπολογιστούν n^2 παράμετροι που αποτελούν στοιχεία του αρχικού πίνακα \mathbf{A} , το μόνο που χρειάζεται, είναι ο υπολογισμός του νέου ορθογώνιου συνδυασμένου πίνακα $\tilde{\mathbf{A}}$. Ένας ορθογώνιος πίνακας έχει $n(n-1)/2$ βαθμούς ελευθερίας. Για παράδειγμα, στις δύο διαστάσεις, ένας ορθογώνιος μετασχηματισμός καθορίζεται από μία και μόνο γωνιακή παράμετρο. Σε περισσότερες διαστάσεις, ένας ορθογώνιος πίνακας περιέχει περίπου τις μισές

(σε αριθμό) παραμέτρους ενός αυθαίρετα ορισμένου πίνακα. Βέβαια από το προηγούμενο μπορεί να ειπωθεί ότι με whitening λύνεται μόνο το μισό πρόβλημα της ICA. Επειδή η τεχνική του whitening είναι πολύ απλή και τυποποιημένη διαδικασία, απλούστερη από οποιονδήποτε ICA αλγόριθμο, είναι καλή ιδέα να μειώνεται η πολυπλοκότητα του προβλήματος με τον ανωτέρω τρόπο.

Επίσης, θα ήταν αρκετά χρήσιμο να μειώνεται η διάσταση των δεδομένων την ίδια στιγμή που πραγματοποιείται το whitening. Στη συνέχεια, εξετάζονται οι χαρακτηριστικές ρίζες d_j του $E\{\mathbf{xx}^T\}$ και απορρίπτονται όσες είναι πολύ μικρές, όπως γίνεται συχνά στην στατιστική τεχνική της principal component analysis (PCA). Αυτό έχει συνήθως και το αποτέλεσμα της μείωσης του θορύβου. Επιπροσθέτως, η μείωση της διάστασης προλαμβάνει και την υπερμάθηση (overlearning), η οποία παρατηρείται σε ορισμένες περιπτώσεις στην ICA.

Μία γραφική αναπαράσταση του αποτελέσματος του whitening παρουσιάζεται στο σχήμα 3.8, στην οποία έχουν “λευκανθεί” τα δεδομένα του σχήματος 3.5.



Σχήμα 3.8 Η συνδυασμένη κατανομή των whitened συνδυασμών

Το τετράγωνο που ορίζει την κατανομή φαίνεται ξεκάθαρα ότι είναι μία περιστρεφόμενη εκδοχή του αρχικού τετραγώνου του σχήματος 3.4. Αυτό που έχει μείνει είναι η εκτίμηση μίας απλής γωνίας που δίνει την περιστροφή.

3.5.3 Επιπλέον προεπεξεργασία

Η επιτυχία της ICA για ένα γνωστό σετ δεδομένων μπορεί να εξαρτάται σημαντικά από την εκτέλεση κάποιων προεπεξεργαστικών βημάτων. Για παράδειγμα, εάν τα δεδομένα αποτελούνται από χρονικά σήματα, θα είναι αρκετά χρήσιμο το φιλτράρισμά τους με κάποιο band pass φίλτρο. Να σημειωθεί ότι αν γίνει γραμμικό φιλτράρισμα των παρατηρούμενων σημάτων $x_i(t)$ για να προκύψουν τα νέα σήματα, έστω $x_i^*(t)$, τότε το μοντέλο ICA θα παραμείνει σταθερό για τα νέα σήματα $x_i^*(t)$, με τον ίδιο συνδυασμένο πίνακα.

Η προηγούμενη παρατήρηση μπορεί να αποδειχθεί ως ακολούθως. Έστω \mathbf{X} ο πίνακας που περιέχει τις παρατηρήσεις $\mathbf{x}(1), \dots, \mathbf{x}(T)$ ως στήλες του πίνακα και παρομοίως ο πίνακας \mathbf{S} περιέχει τις παρατηρήσεις $\mathbf{s}(1), \dots, \mathbf{s}(T)$. Τότε το μοντέλο ICA μπορεί να εκφραστεί με τη σχέση:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S} \quad (3.38)$$

Τώρα, το χρονικό φιλτράρισμα του \mathbf{X} αντιστοιχεί με πολλαπλασιασμό του \mathbf{X} από τα δεξιά με ένα πίνακα, έστω \mathbf{M} . Το φιλτράρισμα του πίνακα \mathbf{X} παρουσιάζεται από την σχέση που ακολουθεί:

$$\mathbf{X}^* = \mathbf{X}\mathbf{M} = \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{M} = \mathbf{A}\mathbf{S}^* \quad (3.39)$$

Από τη σχέση (3.40) γίνεται αντιληπτό ότι το μοντέλο ICA παραμένει έγκυρο και σταθερό.

3.6 Ο αλγόριθμος FastICA

Στις προηγούμενες ενότητες, παρουσιάστηκαν διαφορετικά κριτήρια μέτρησης της non-Gaussianity, δηλαδή αντικειμενικές συναρτήσεις για τον υπολογισμό της ICA. Στην πράξη, χρειάζεται επίσης και κάποιος αλγόριθμος που να μεγιστοποιεί την αντιπαραβαλλόμενη συνάρτηση (contrast function), όπως για παράδειγμα την προσέγγιση της σχέσης (3.26). Στη ενότητα αυτή παρουσιάζεται μία πολύ αποδοτική μέθοδος μεγιστοποίησης της contrast συνάρτησης. Επίσης θεωρείται ότι τα δεδομένα έχουν προεπεξεργαστεί με centering και whitening, όπως συζητήθηκε στην προηγούμενη ενότητα.

3.6.1 Εφαρμογή σε μία ανεξάρτητη συνιστώσα

Ξεκινώντας, θα παρουσιαστεί η εκδοχή του αλγόριθμου FastICA για μία μονάδα, δηλαδή μία ανεξάρτητη συνιστώσα. Ο όρος “μονάδα” (unit) αναφέρεται σε μία υπολογιστική μονάδα, και τελικά σε ένα νευρώνα, ο οποίος έχει ένα σταθμικό διάνυσμα \mathbf{w} , τέτοιο ώστε η προβολή $\mathbf{w}^T \mathbf{x}$ μεγιστοποιεί τη non-Gaussianity.

Η non-Gaussianity μετράται (εδώ) από μία προσέγγιση της negentropy $J(\mathbf{w}^T \mathbf{x})$, που δίνεται από τη σχέση (4.25). Υπενθυμίζεται ότι η διακύμανση της $\mathbf{w}^T \mathbf{x}$ πρέπει να είναι περιορισμένη στη μονάδα. Για whitened δεδομένα, αυτό είναι αντίστοιχο με τον περιορισμό της νόρμας (norm) του \mathbf{w} να είναι μονάδα.

Ο FastICA βασίζεται σε ένα πλαίσιο ανάπτυξης σταθερών σημείων (fixed-point), για την εύρεση ενός μέγιστου της non-Gaussianity της $\mathbf{w}^T \mathbf{x}$, όπως μετρήθηκε από τη σχέση (3.26). Επίσης, μπορεί να εξαχθεί και ως μία προσεγγιστική επανάληψη Newton. Δηλώνοντας με g την παράγωγο της μη

τετραγωνικής συνάρτησης G που χρησιμοποιείται στην (3.26), τότε τα παράγωγα των συναρτήσεων της σχέσης (3.27) γίνονται:

$$g_1(u) = \tanh(a_1, u), \quad g_2(u) = u \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) \quad (3.40)$$

,όπου $1 \leq a_1 \leq 2$, a_1 μία κατάλληλη σταθερά, με συχνά χρησιμοποιούμενη τιμή την $a_1 = 1$.

Η βασική μορφή του αλγορίθμου FastICA για μία ανεξάρτητη συνιστώσα είναι η ακόλουθη:

1. Επιλογή ενός αρχικού (π.χ. τυχαίου) σταθμικού διανύσματος \mathbf{w} .
2. Έστω $\mathbf{w}^+ = E\{\mathbf{x}g(\mathbf{w}^T \mathbf{x})\} - E\{g'(\mathbf{w}^T \mathbf{x})\}\mathbf{w}$.
3. Έστω $\mathbf{w} = \frac{\mathbf{w}^+}{\|\mathbf{w}^+\|}$
4. Εάν δεν υπάρξει σύγκλιση τότε επιστροφή στο βήμα 2.

Να σημειωθεί ότι, η σύγκλιση σημαίνει ότι οι παλιές τιμές και οι νέες τιμές του \mathbf{w} δείχνουν προς την ίδια κατεύθυνση, δηλαδή το εσωτερικό τους γινόμενο είναι (σχεδόν) ίσο με 1. Δεν είναι απαραίτητο το διάνυσμα να συγκλίνει σε ένα μοναδικό σημείο, αφού τα \mathbf{w} και $-\mathbf{w}$ ορίζουν την ίδια κατεύθυνση. Αυτό συμβαίνει επειδή οι ανεξάρτητες συνιστώσες μπορεί να οριστούν μέχρι και σε multiplicative sign. Να σημειωθεί ότι και εδώ τα δεδομένα έχουν ήδη “λευκανθεί”.

Η παραγωγή του FastICA γίνεται ως ακολούθως: Αρχικά να σημειωθεί ότι τα μέγιστα της προσέγγισης της negentropy της προβολής $\mathbf{w}^T \mathbf{x}$ εξασφαλίζονται σε ένα συγκεκριμένο οπτιμα του $E\{G(\mathbf{w}^T \mathbf{x})\}$. Σύμφωνα με τις συνθήκες των Kuhn-Tucker, τα οπτιμα του $E\{G(\mathbf{w}^T \mathbf{x})\}$ κάτω από τον περιορισμό $E\{(\mathbf{w}^T \mathbf{x})^2\} = \|\mathbf{w}\|^2 = 1$, λαμβάνονται σε σημεία για τα οποία ισχύει η ακόλουθη σχέση:

$$E\{xg(\mathbf{w}^T \mathbf{x})\} - \beta \mathbf{w} = 0 \quad (3.41)$$

Έστω τώρα ότι γίνεται επίλυση της εξίσωσης (3.41) με χρήση της μεθόδου του Newton. Δηλώνοντας τη συνάρτηση από τη μεριά του αριστερού χεριού της σχέσης (3.42) με F , παράγεται η Ιακωβιανή μήτρα $JF(\mathbf{w})$ ως εξής:

$$JF(\mathbf{w}) = E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^T g'(\mathbf{w}^T \mathbf{x})\} - \beta \mathbf{I} \quad (3.42)$$

Για την απλοποίηση της αντιστροφής αυτού του πίνακα, αποφασίζεται η προσέγγιση του πρώτου αντικειμένου της εξίσωσης (3.42). Μίας και τα δεδομένα είναι σφαιρικά, μία λογική προσέγγιση μπορεί να είναι η ακόλουθη:

$$E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^T g'(\mathbf{w}^T \mathbf{x})\} \approx E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^T\} E\{g'(\mathbf{w}^T \mathbf{x})\} = E\{g'(\mathbf{w}^T \mathbf{x})\} \mathbf{I} \quad (3.43)$$

Έτσι ο Ιακωβιανός πίνακας γίνεται διαγώνιος και μπορεί να αντιστραφεί με ευκολία. Με βάση τα παραπάνω, μπορεί να παραχθεί η προσεγγιστική επανάληψη του Newton ως ακολούθως:

$$\mathbf{w}^+ = \mathbf{w} - [E\{\mathbf{x}g(\mathbf{w}^T \mathbf{x})\} - \beta \mathbf{w}] / [E\{g'(\mathbf{w}^T \mathbf{x})\} - \beta] \quad (3.44)$$

Ο αλγόριθμος μπορεί να απλοποιηθεί περαιτέρω, με πολλαπλασιασμό και των δύο πλευρών της (3.44) με $\beta - E\{g'(\mathbf{w}^T \mathbf{x})\}$. Αυτό δίνει, ύστερα από αλγεβρικές απλοποιήσεις, την επανάληψη FastICA.

Στην πράξη, οι προβλέψεις στον FastICA πρέπει να αντικατασταθούν από τις εκτιμήσεις τους. Οι φυσικές εκτιμήσεις είναι οι αντίστοιχοι sample means. Ιδανικά μιλώντας, θα έπρεπε όλα τα διαθέσιμα δεδομένα να χρησιμοποιούνται, αλλά αυτό δεν είναι συχνά καλή ιδέα, διότι οι υπολογισμοί μπορεί να γίνουν υπερβολικά απαιτητικοί. Τότε οι μέσοι όροι μπορούν να εκτιμηθούν με χρήση μικρότερου δείγματος, του οποίου το μέγεθος να έχει ένα σοβαρό αποτέλεσμα στην ακρίβεια των τελικών εκτιμήσεων. Τα σημεία του δείγματος πρέπει να επιλέγονται ξεχωριστά για κάθε επανάληψη. Εάν η σύγκλιση δεν είναι ικανοποιητική, τότε μπορεί να γίνει αύξηση στο μήκος του δείγματος.

3.6.2 Εφαρμογή σε πεπερασμένο πλήθος ανεξάρτητων συνιστωσών

Στην προηγούμενη ενότητα, πραγματοποιούταν εκτίμηση μόλις για μία από τις ανεξάρτητες συνιστώσες, ή για μία διεύθυνση projection pursuit. Για να μπορέσουν να υπολογιστούν διάφορες ανεξάρτητες συνιστώσες, πρέπει να εκτελεστεί ο αλγόριθμος FastICA για μία ανεξάρτητη συνιστώσα, με χρήση διαφορετικών μονάδων (ανεξάρτητων συνιστωσών) (π.χ. νευρώνες) με σταθμικά διανύσματα $\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_n$.

Για να αποφευχθεί η σύγκλιση διαφορετικών διανυσμάτων στα ίδια μέγιστα, πρέπει να απο-συσχετιστούν οι έξοδοι $\mathbf{w}_1^T \mathbf{x}, \dots, \mathbf{w}_n^T \mathbf{x}$, ύστερα από κάθε επανάληψη. Εδώ παρουσιάζονται 3 διαφορετικές μέθοδοι για την επίτευξη της απο-συσχέτισης. Να σημειωθεί ότι για το whitened \mathbf{x} ένας τέτοιος απο-συσχετισμός είναι ισοδύναμος με ορθογωνιοποίηση.

Ένας απλός τρόπος για την επίτευξη του μη συσχετισμού είναι ένα σχήμα που βασίζεται στο μη συσχετισμό των Gram-Schmidt. Αυτό σημαίνει ότι, οι ανεξάρτητες συνιστώσες υπολογίζονται μία προς μία. Όταν έχουν υπολογιστεί p ανεξάρτητες συνιστώσες, ή p διανύσματα $\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_p$, εκτελείται ο fixed-point αλγόριθμος για μία συνιστώσα, για το διάνυσμα \mathbf{w}_{p+1} , και ύστερα από κάθε βήμα της επανάληψης, αφαιρούνται από το \mathbf{w}_{p+1} οι προβολές $\mathbf{w}_{p+1}^T \mathbf{w}_j \mathbf{w}_j$, $j = 1, \dots, p$ των p διανυσμάτων που είχαν υπολογιστεί προηγουμένως και τέλος γίνεται επανακανονικοποίηση του \mathbf{w}_{p+1} . Η διαδικασία συνοψίζεται στα ακόλουθα βήματα:

1. Έστω $\mathbf{w}_{p+1} = \mathbf{w}_{p+1} - \sum_{j=1}^p \mathbf{w}_{p+1}^T \mathbf{w}_j \mathbf{w}_j$ (4.45)

$$2. \text{ Έστω } \mathbf{w}_{p+1} = \mathbf{w}_{p+1} / \sqrt{\mathbf{w}_{p+1}^T \mathbf{w}_{p+1}}$$

Παρόλα αυτά, σε ορισμένες εφαρμογές, μπορεί να επιθυμείται η χρήση συμμετρικού μη συσχετισμού, στον οποίο κανένα διάνυσμα δεν είναι “προνομιούχο” έναντι κάποιου άλλου. Αυτό μπορεί να πραγματοποιηθεί με χρήση της κλασικής μεθόδου που περιλαμβάνει τις τετραγωνικές ρίζες των πινάκων.

Έστω ότι ισχύει:

$$\mathbf{W} = (\mathbf{W}\mathbf{W}^T)^{-1/2} \mathbf{W} \quad (3.46)$$

,όπου \mathbf{W} , ο πίνακας $(\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_n)^T$ των διανυσμάτων και η αντίστροφη τετραγωνική ρίζα $(\mathbf{W}\mathbf{W}^T)^{-1/2}$ παράγεται από την ανάλυση των χαρακτηριστικών ριζών των $\mathbf{W}\mathbf{W}^T = \mathbf{F}\mathbf{\Lambda}\mathbf{F}^T$ ως εξής:
 $(\mathbf{W}\mathbf{W}^T)^{-1/2} = \mathbf{F}\mathbf{\Lambda}^{-1/2}\mathbf{F}^T$.

Μία πιο απλή εναλλακτική αποτελεί ο ακόλουθος επαναληπτικός αλγόριθμος (Hynäriinen 1999) :

$$1. \text{ Έστω ότι } \mathbf{W} = \mathbf{W} / \sqrt{\|\mathbf{W}\mathbf{W}^T\|} \quad (3.47)$$

Επανάληψη του βήματος 2 μέχρι να επιτευχθεί σύγκλιση:

$$2. \text{ Έστω ότι } \mathbf{W} = \frac{3}{2} \mathbf{W} - \frac{1}{2} \mathbf{W}\mathbf{W}^T \mathbf{W}$$

Η νόρμα στο βήμα 1 μπορεί να είναι η νόρμα ενός σχεδόν οποιουδήποτε κοινού πίνακα, για παράδειγμα η 2^η νόρμα ή το μεγαλύτερο απόλυτο άθροισμα γραμμής (ή σειράς).

3.6.3 Ο αλγόριθμος FastICA και η μέγιστη πιθανοφάνεια

Στην ενότητα αυτή, δίνεται μία εκδοχή του FastICA που δείχνει σαφώς τη σύνδεση με τον αλγόριθμο Infomax ή τον αλγόριθμο της μέγιστης πιθανότητας (maximum likelihood algorithm). Εάν ο FastICA εκφραστεί με χρήση της ενδιάμεσης διατύπωσης της σχέσης (3.45) και γραφεί σε μορφή πίνακα, παρατηρείται ότι ο αλγόριθμος FastICA παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$\mathbf{W}^+ = \mathbf{W} + \text{diag}(a_i) [\text{diag}(\beta_i) + E\{g(\mathbf{y})\mathbf{y}^T\}] \mathbf{W} \quad (3.48)$$

,όπου $\mathbf{y} = \mathbf{W}\mathbf{x}$, $\beta_i = -E\{y_i g(y_i)\}$ και $a_i = -1/(\beta_i + E\{g'(y_i)\})$. Ο πίνακας \mathbf{W} πρέπει να ορθογωνιοποιείται ύστερα από κάθε βήμα. Σε αυτή την εκδοχή του πίνακα, είναι φυσικό να ορθογωνιοποιείται ο πίνακας \mathbf{W} συμμετρικά.

Η προηγούμενη εκδοχή του FastICA της σχέσης (3.48) μπορεί να συγκριθεί με τη στοχαστική βαθμωτή μέθοδο για μεγιστοποίηση της πιθανότητας η οποία δίνεται από τον τύπο:

$$\mathbf{W}^+ = \mathbf{W} + \mu [\mathbf{I} + g(\mathbf{y})\mathbf{y}^T] \mathbf{W} \quad (3.49)$$

όπου μ είναι ο βαθμός εκμάθησης, όχι απαραίτητα σταθερός στο χρόνο. Εδώ, το g , είναι μία συνάρτηση του pdf των ανεξάρτητων συνιστωσών: $g = f_i' / f_i$, όπου f_i είναι το pdf μίας ανεξάρτητης συνιστώσας.

Συγκρίνοντας τις εξισώσεις των σχέσεων (3.48) και (3.49), φαίνεται καθαρά ότι ο FastICA μπορεί να θεωρηθεί ως ένας fixed-point (σταθερών σημείων) για εκτίμηση της μέγιστης πιθανότητας (MLE) για ICA μοντέλα δεδομένων. Στον FastICA, η ταχύτητα σύγκλισης βελτιστοποιείται με την επιλογή των πινάκων $diag(a_i)$ και $diag(\beta_i)$.

Ένα ακόμα πλεονέκτημα του αλγορίθμου FastICA είναι ότι μπορεί να υπολογίσει τόσο sub-Gaussian όσο και super-Gaussian ανεξάρτητες συνιστώσες, σε αντίθεση με τους συνηθισμένους ML αλγόριθμους, οι οποίοι μπορούν να δουλέψουν μόνο για μία δεδομένη κλάση κατανομών.

3.6.4 Ιδιότητες

Ο αλγόριθμος FastICA και οι υποκείμενες contrast συναρτήσεις παρουσιάζουν ορισμένες επιθυμητές ιδιότητες, όταν συγκρίνονται με άλλες μεθόδους για ICA.

1. Η σύγκλιση είναι κυβική (ή τουλάχιστον τετραγωνική), κάτω από την υπόθεση του μοντέλου δεδομένων ICA. Αντιθέτως, στους συνηθισμένους ICA αλγόριθμους που βασίζονται σε (στοχαστικές) βαθμωτές μεθόδους, η σύγκλιση είναι μόνο γραμμική.
2. Σε αντίθεση με τους βαθμωτούς αλγόριθμους, δεν υπάρχουν παράμετροι μεγέθους σε κάθε βήμα του αλγορίθμου FastICA, που σημαίνει ότι ο FastICA είναι εύκολος στη χρήση του.
3. Ο αλγόριθμος βρίσκει αμέσως τις ανεξάρτητες συνιστώσες σχεδόν οποιασδήποτε non-Gaussian κατανομής με χρήση οποιασδήποτε μη γραμμικότητας g . Αντιθέτως πολλοί αλγόριθμοι χρειάζονται να είναι διαθέσιμη κάποια εκτίμηση της κατανομής της συνάρτησης πιθανότητας (pdf) και η μη γραμμικότητα πρέπει να επιλέγεται με βάση αυτήν την εκτίμηση.
4. Η απόδοση της μεθόδου μπορεί να βελτιωθεί με χρήση μίας κατάλληλης μη γραμμικότητας g . Πιο συγκεκριμένα, μπορούν να παραχθούν αλγόριθμοι οι οποίοι είναι “δυνατοί” και/ή να έχουν ελάχιστη διακύμανση.
5. Οι ανεξάρτητες συνιστώσες μπορούν να υπολογιστούν μία προς μία, πράγμα το οποίο είναι περίπου αντίστοιχο με την εφαρμογή της projection pursuit μεθόδου. Αυτό είναι χρήσιμο σε ανάλυση εξερευνητικών δεδομένων, και μειώνει το υπολογιστικό φορτίο της μεθόδου, σε περιπτώσεις όπου χρειάζονται να υπολογιστούν κάποιες από τις ανεξάρτητες συνιστώσες και όχι όλες.

6. Ο αλγόριθμος FastICA έχει όλα τα πλεονεκτήματα των νευρωνικών αλγορίθμων: είναι παράλληλος, κατανεμημένος, απλός υπολογιστικά και απαιτεί λίγη μνήμη. Οι στοχαστικές βαθμωτές μέθοδοι φαίνεται ότι προτιμούνται μόνο εάν απαιτείται γρήγορη προσαρμοστικότητα σε ένα μεταβαλλόμενο περιβάλλον.

3.7 Υλοποίηση του αλγορίθμου FastICA

3.7.1 Εισαγωγή

Για εφαρμογές πραγματικού χρόνου όπως εμπλουτισμός ηχητικών σημάτων, ο αλγόριθμος FastICA μπορεί να υλοποιηθεί σε ένα προγραμματιζόμενο περιβάλλον (FPGA, field programmable gate array), προκειμένου να επιταχυνθεί η λειτουργία του. Η υλοποίηση με VLSI προσφέρει πολλά χαρακτηριστικά όπως υψηλές ταχύτητας επεξεργασίας, που είναι εξαιρετικά επιθυμητά για υλοποίησης FastICA. Ένα από τα εμπόδια της υλοποίησης του hardware, αποτελεί η πολυπλοκότητα του υπολογισμού του ICA. Για αυτό το λόγο, διάφορες τεχνικές ιεραρχίες και συναρμολογησιμότητας του σχεδιασμού VLSI είναι πολύ σημαντικές. Η ιεραρχία περιλαμβάνει τη διαίρεση μίας διεργασίας ICA σε μικρότερες επεξεργαστικές υπομονάδες, μέχρις ότου η πολυπλοκότητα των υπομονάδων του χαμηλότερου επιπέδου να γίνουν διαχειρίσιμες. Αυτές οι υπομονάδες αναπτύσσονται ξεχωριστά και στη συνέχεια ενοποιούνται μαζί.

3.7.2 Υλοποίηση της αφαίρεσης της μέσης τιμής της χρονοσειράς

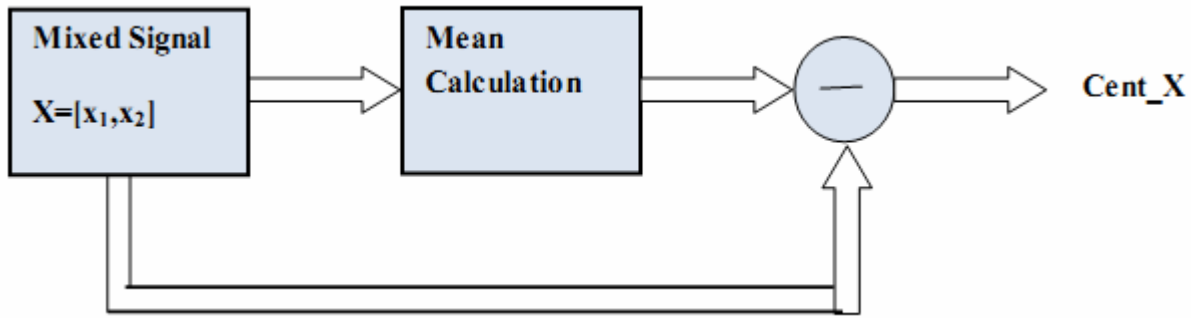
Η διαδικασία του centering αφορά την εξαγωγή των mean των συνδυασμένων σημάτων, μ_1 και μ_2 από τα x_1 και x_2 αντίστοιχα.

Πρώτον, τα στοιχεία των συνδυασμένων σημάτων συσσωρεύονται ένα προς ένα. Μετά τη λήψη της άθροισης των x , το μ παράγεται από τη διαίρεση της άθροισης με το μήκος του δείγματος (sample length). Για να επιταχυνθεί η επεξεργασία, χρησιμοποιείται η διαδικασία πολλαπλασιασμού (multiply by $1/\text{sample length}$), αντί να πραγματοποιηθεί η διαίρεση.

Δεύτερον, ο mean εξάγεται από τα δεδομένα των συνδυασμένων σημάτων για την επίτευξη του centering. Η διαδικασία διατυπώνεται ως ακολούθως:

$$x(i) = x(i) - \left(\sum_{j=1}^{\text{samplelength}} x(i) \right) \times (1/\text{samplelength}) \quad (3.50)$$

,όπου $i = 1, 2, \dots$ το δείγμα των δεδομένων. Στο σχήμα που ακολουθεί παρουσιάζεται το διάγραμμα της υλοποίησης του centering.



Σχήμα 3.9 Σχηματικό διάγραμμα υλοποίησης του centering

3.7.3 Υλοποίηση της ‘λεύκανσης’ μεταβλητών

Το πρώτο βήμα της διαδικασίας του whitening είναι η εύρεση του whitening πίνακα \mathbf{P} . Ο \mathbf{P} δίνεται από τον τύπο:

$$\mathbf{P} = \mathbf{D}^{-1/2} \times \mathbf{E}^T \quad (3.51)$$

,όπου $\mathbf{D} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2)$ ο διαγώνιος πίνακας των χαρακτηριστικών ριζών του covariance πίνακα \mathbf{C}_x ,

$\mathbf{E} = (\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$ τα χαρακτηριστικά διανύσματα του \mathbf{C}_x και $\mathbf{C}_x = \mathbf{E}\{\mathbf{X}\mathbf{X}^T\}$ είναι ένας 2×2 πίνακας.

Χρειάζονται 3 πολλαπλασιαστές για την υλοποίηση του υπολογισμού του $\mathbf{X}\mathbf{X}^T$. Ο πολλαπλασιαστής-1 χρησιμοποιείται για το $x_1 \times x_1$. Ο πολλαπλασιαστής-2 χρησιμοποιείται για το $x_1 \times x_2$. Ο πολλαπλασιαστής-3 χρησιμοποιείται για το $x_2 \times x_2$, όπου

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1(1), x_1(2), \dots, x_1(\text{samplelength}) \\ x_2(1), x_2(2), \dots, x_2(\text{samplelength}) \end{pmatrix}$$

Επειδή το $x_1 \times x_2$ ισοδυναμεί με το $x_2 \times x_1$, χρειάζεται μόνο να υλοποιηθεί το ένα από αυτά. Για αυτό το λόγο, το \mathbf{C}_x μπορεί να παραχθεί από την άθροιση του $1/\text{samplelength}$. Αυτή η διαδικασία μπορεί να διατυπωθεί ως εξής:

$$\mathbf{C}_x = \begin{bmatrix} c_{x_{00}} & c_{x_{01}} \\ c_{x_{10}} & c_{x_{11}} \end{bmatrix}, \text{ όπου για τα } c_{x_{..}} \text{ ισχύουν οι τύποι:}$$

$$c_{x_{00}} = \left(\sum_{j=1}^{\text{samplelength}} x_1(j) \times x_1(j) \right) \times (1/\text{samplelength}) \quad (3.52)$$

$$c_{x_{01}} = c_{x_{10}} = \left(\sum_{j=1}^{\text{samplelength}} x_1(j) \times x_2(j) \right) \times (1/\text{samplelength}) \quad (3.53)$$

$$c_{x_{-11}} = \left(\sum_{j=1}^{samplelength} x_2(j) \times x_2(j) \right) \times (1/samplelength) \quad (3.54)$$

Μόλις υπολογιστεί ο covariance πίνακας, το επόμενο βήμα είναι ο καθορισμός του ορθογώνιου πίνακα των χαρακτηριστικών διανυσμάτων του $C_x(E)$ και ο καθορισμός του διαγώνιου πίνακα των χαρακτηριστικών διανυσμάτων του $C_x(D)$.

$$\sigma = \frac{c_{x_{22}} - c_{x_{11}}}{2 \times c_{x_{12}}} \quad (3.55)$$

$$T = \frac{sign(\sigma)}{abs(\sigma) + \sqrt{1 + (\sigma \times \sigma)}} \quad (3.56)$$

$$C = \frac{1}{\sqrt{1 + (T \times T)}} \quad (3.57)$$

$$S = T \times C \quad (3.58)$$

$$E = \begin{bmatrix} C & S \\ -S & C \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

$$D = E^T \times [C_x \times E] \quad (3.60)$$

$$\text{Εάν } D = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}, \text{ τότε ισχύει ότι } D^{-1/2} = \begin{bmatrix} \lambda_1^{-1/2} & 0 \\ 0 & \lambda_2^{-1/2} \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

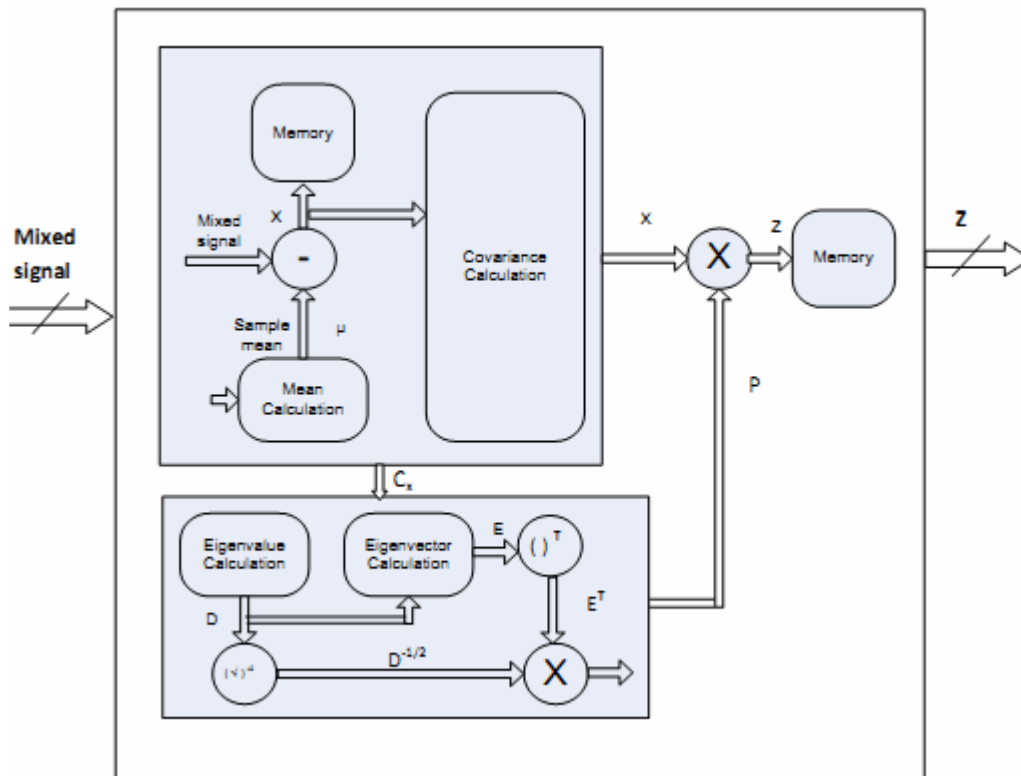
Με χρήση όλων των προηγούμενων σχέσεων μπορεί να παραχθεί ο whitening πίνακας P με πολλαπλασιασμό του $D^{-1/2}$ με το E^T , όπως φαίνεται και στην ακόλουθη σχέση:

$$P = D^{-1/2} \times E^T \quad (3.62)$$

Τελικά, τα λευκά (white) δεδομένα Z παράγονται με τον πολλαπλασιασμό του P με το X .

$$Z = PX \quad (3.63)$$

Το διάγραμμα της υλοποίησης του whitening παρουσιάζεται στο σχήμα που ακολουθεί.



Σχήμα 3.10 Σχηματικό διάγραμμα υλοποίησης του whitening

3.7.4 Υπολογισμός της νόρμας

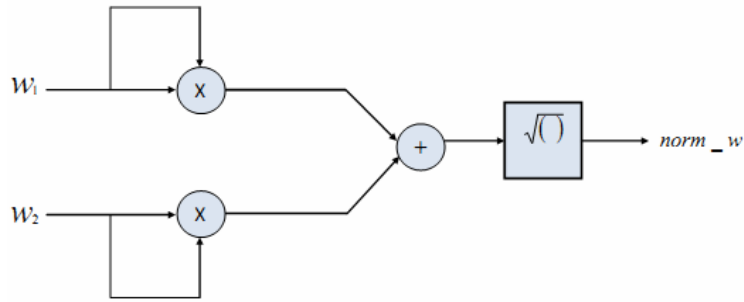
Έστω ο αρχικός τυχαίος πίνακας $w = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix}$, και η νόρμα του w , που ορίζεται σύμφωνα με τον ακόλουθο τύπο:

$$norm_w = \sqrt{(w_1 \times w_1) + (w_2 \times w_2)} \quad (3.64)$$

Διαιρώντας τα w_1 και w_2 με τη νόρμα του w , λαμβάνεται η ακόλουθη σχέση:

$$w = \begin{bmatrix} w_1/norm_w \\ w_2/norm_w \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

Στο σχήμα που ακολουθεί αναπαρίσταται το διάγραμμα για τον υπολογισμό της νόρμας του τυχαίου πίνακα w .



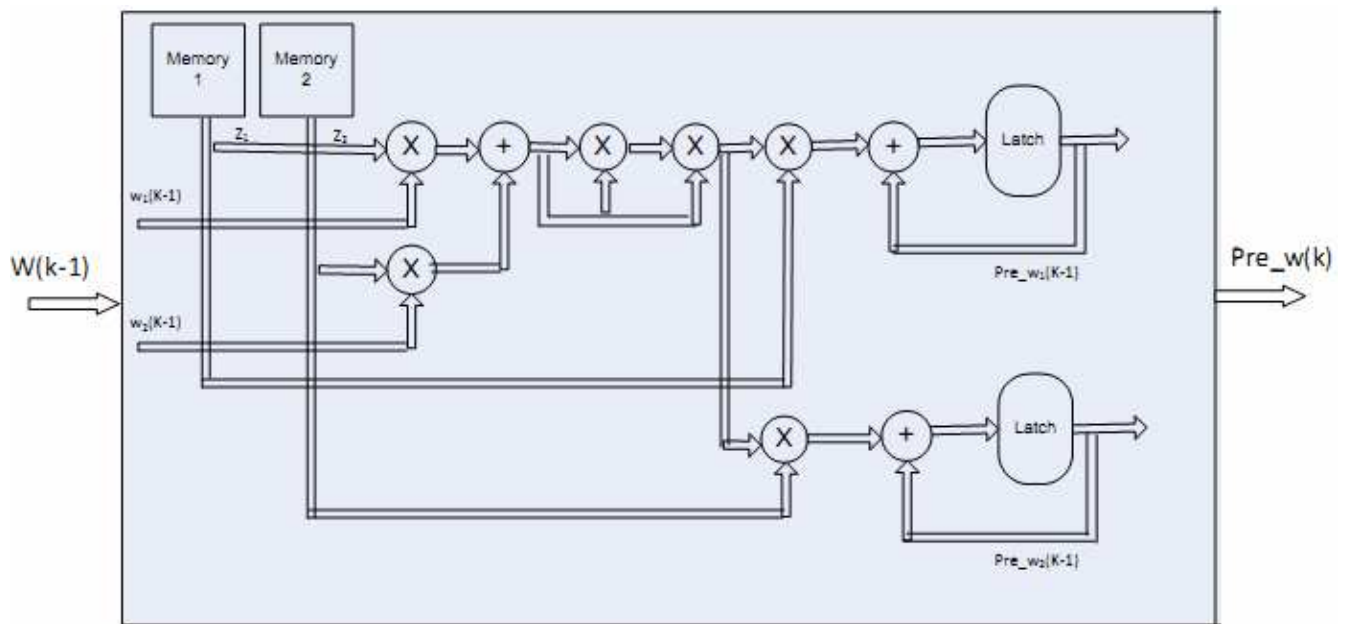
Σχήμα 3.11 Σχηματικό διάγραμμα του υπολογισμού της νόρμας ενός τυχαίου πίνακα W

3.7.5 Υλοποίηση της κύρτωσης

Η εξίσωση για τον υπολογισμό του διαχωρισμού του διανύσματος \mathbf{w} εκφράζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$w(k) = E\{Z(Z^T \times w(k-1))^3\} - 3 \times w(k-1) \quad (3.66)$$

Πρώτα υλοποιείται ο υπολογισμός $Z(Z^T \times w(k-1))^3$ και η υλοποίηση παρουσιάζεται στο ακόλουθο σχήμα.



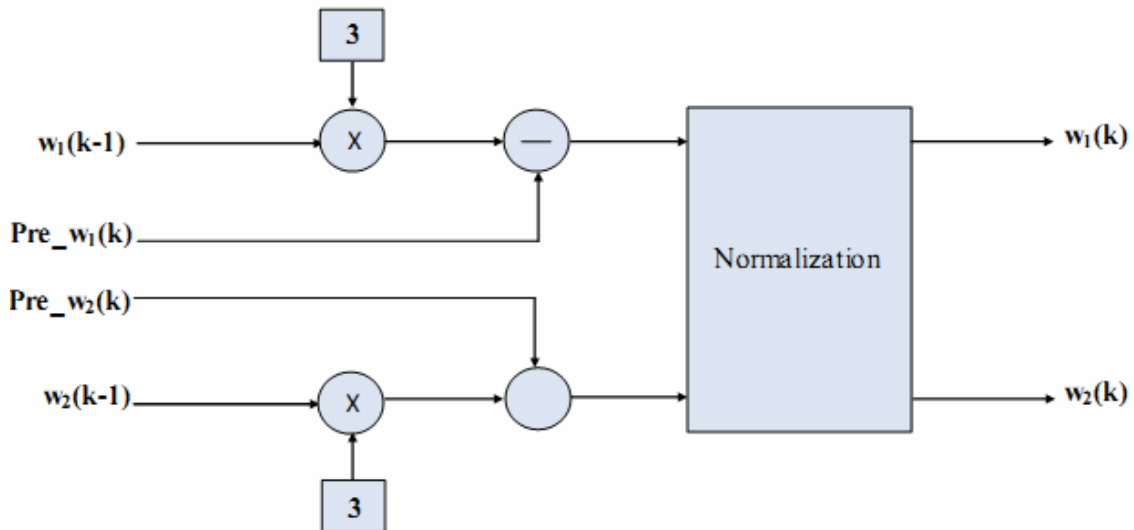
Σχήμα 3.12 Σχηματικό διάγραμμα της υλοποίησης του $pre_w(k)$

Η παραπάνω διαδικασία μπορεί να μοντελοποιηθεί μαθηματικά σύμφωνα με την ακόλουθη σχέση:

$$pre_w(k) = \sum_{j=1}^{samplelength} (z(j) \times (z(j) \times w(k-1))^3) \quad (3.67)$$

όπου το pre_w είναι το αποτέλεσμα υπολογισμού της σχέσης $Z(Z^T \times w(k-1))^3$.

Το τμήμα υλοποίησης του $w(k) = E\{Z(Z^T \times w(k-1))^3\} - 3 \times w(k-1)$, παρουσιάζεται στο σχήμα (3.13), όπου το $Z(Z^T \times w(k-1))^3 = pre_w(k) = (pre_w_1(k), pre_w_2(k))$.



Σχήμα 3.13 Σχηματικό διάγραμμα της υλοποίησης του $w(k)$

Η κανονικοποιημένη τιμή w_new συγκρίνεται με την παλιά τιμή w_old και αν οι τιμές δεν ταιριάζουν, τότε το w_new ανατροφοδοτείται στην είσοδο του τμήματος και αποθηκεύεται επίσης ως w_old σε έναν καταχωρητή, ώστε να ξαναγίνει σύγκριση με την νέα τιμή w_new . Όταν ισχύει ότι $w_new = w_old$, τότε αυτή η τιμή δίνεται στην έξοδο ως το συγκλίνον διάνυσμα w , το οποίο δίνει μία ανεξάρτητη συνιστώσα. Για την εύρεση της άλλης ανεξάρτητης συνιστώσας, θεωρείται ένα νέο τυχαίο διάνυσμα w και αποσυσχετίζεται με το προηγούμενο w , και εισάγεται στην επαναληπτική διαδικασία ώστε να ληφθεί μία συγκλίνουσα τιμή.

Για $i=1$ και 2 (για δύο συνδυασμένα σήματα) πραγματοποιούνται τα ακόλουθα βήματα:

- $B_1 = \begin{bmatrix} w_1 & 0 \\ w_2 & 0 \end{bmatrix}$ για την 1^η ανεξάρτητη συνιστώσα
- $B_2 = \begin{bmatrix} w_1 & w_{1_new} \\ w_2 & w_{2_new} \end{bmatrix}$ για την 2^η ανεξάρτητη συνιστώσα

,όπου $\begin{bmatrix} w_{1_new} \\ w_{2_new} \end{bmatrix}$ είναι τα νέα τυχαία διανύσματα για τη 2^η ανεξάρτητη συνιστώσα. Ακολουθούν οι σχέσεις:

$$B = B_i \times w \quad (3.68)$$

$$w = w - B \quad (3.69)$$

,σύμφωνα με τις οποίες η νόρμα w καθορίζεται ξανά.

Κεφάλαιο 4

Η ΣΥΣΤΗΜΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΟΥ PEARSON

4.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο γίνεται παρουσίαση της συστημικής μεθόδου Pearson για τον τυφλό διαχωρισμό πηγών. Η μέθοδος αυτή μπορεί να εφαρμοστεί σε μία ευρεία τάξη από κατανομές πηγών, οι οποίες μπορεί να είναι ασύμμετρες ή μπορεί να έχουν και μηδενική kurtosis. Τέτοια πηγές συναντώνται για παράδειγμα σε βίο-ιατρικά σήματα και στις τηλεπικοινωνίες. Οι κατανομές των πηγών μοντελοποιούνται με χρήση του συστήματος Pearson (σχέση 4.10).

Έστω το κλασικό μοντέλο ICA με ακέραιους συνδυασμούς των πηγαίων σημάτων:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{s} \quad (4.1)$$

,όπου οι πηγές $\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_m]^T$ είναι αμοιβαία ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές και $\mathbf{A}_{m \times m}$ είναι ένας άγνωστος αντιστρέψιμος πίνακας συνδυασμών (mixing matrix). Στόχος είναι η εύρεση, με χρήση μόνο των παρατηρήσεων (observations) \mathbf{x} , ενός πίνακα \mathbf{W} , έτσι ώστε η έξοδος

$$\mathbf{y} = \mathbf{W}\mathbf{x} \quad (4.2)$$

να αποτελεί μία εκτίμηση του πηγαίου διανύσματος \mathbf{s} (του οποίου πιθανόν θα έχει αλλάξει η κλίμακα).

Εδώ η προτεινόμενη μέθοδος, συνδυάζει δύο πολύ γνωστές τεχνικές για την ανάλυση ανεξάρτητων συνιστωσών: τις αμετάβλητες (fixed) μη γραμμικές σταθερές συναρτήσεις και τη προσέγγιση της μεγιστοποίησης της πιθανότητας (maximum likelihood). Στη προσέγγιση της μεγιστοποίησης πιθανότητας γίνεται χρήση του συστήματος Pearson για τη μοντελοποίηση των κατανομών των πηγών. Το σύστημα Pearson καλύπτει ένα μεγάλο εύρος από διαφορετικές τιμές kurtosis και ασυμμετρίας και περιλαμβάνει πολλές κατανομές με πρακτική σημασία. Η λογική του συστήματος Pearson στην BSS είναι ότι το μοντέλο είναι αρκετά “εύκαμπτο” ώστε να μπορεί να προσαρμόζεται σε διαφορετικές κατανομές των πηγών, οι οποίες ενδέχεται να είναι και ασύμμετρες. Οι αμετάβλητες σταθερές συναρτήσεις βελτιώνουν την ταχύτητα και τη σταθερότητα της συστημικής μεθόδου Pearson, για περιπτώσεις όπου οι πηγές μπορούν να διαχωριστούν εύκολα.

Στην ενότητα που ακολουθεί γίνεται ανασκόπηση του συστήματος Pearson και προσέγγιση των παραμέτρων του. Ακολουθεί στην ενότητα 3, μία μέθοδος BSS στην οποία έχει εφαρμοστεί το σύστημα Pearson (παραγωγή της νέας αντικειμενικής συνάρτησης και των αλγορίθμων που τη βελτιστοποιούν). Τέλος, στην 4^η ενότητα, δίνονται ορισμένα παραδείγματα προσομοίωσης του συστήματος Pearson για το διαχωρισμό πηγαίων σημάτων.

4.2 Το Σύστημα Pearson

Το σύστημα Pearson αποτελεί μία παραμετρική οικογένεια από κατανομές, οι οποίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη μοντελοποίηση μίας ευρείας τάξης από κατανομές πηγών. Το σύστημα Pearson έχει πολύ μεγάλη σημασία στη στατιστική και έχει μελετηθεί εκτεταμένα. Το σύστημα Pearson ορίζεται από τη διαφορική εξίσωση, σύμφωνα με τη σχέση που ακολουθεί:

$$f'(x) = \frac{(x-a)f(x)}{b_0 + b_1x + b_2x^2} \quad (4.3)$$

όπου a , b_0 , b_1 και b_2 είναι οι παράμετροι της κατανομής. Στη προσέγγιση της μεγιστοποίησης της πιθανότητας στην ICA, η score συνάρτηση της υποτιθέμενης κατανομής της πηγής, χρησιμοποιείται ως μία σταθερά. Η score συνάρτηση του συστήματος Pearson μπορεί εύκολα να υπολογιστεί από την εξίσωση της σχέσης (3) ως ακολούθως:

$$\varphi(x) = -\frac{f'(x)}{f(x)} = -\frac{(x-a)}{b_0 + b_1x + b_2x^2} \quad (4.4)$$

Η απλότητα της score συνάρτησης, καθιστά το σύστημα Pearson αρκετά “δελιαστικό” για την ICA. Το παράγωγο της score συνάρτησης της σχέσης (5.4) δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\varphi'(x) = -\frac{b_0 + ab_1 + 2axb_2 - x^2b_2}{(b_0 + b_1x + b_2x^2)^2} \quad (4.5)$$

Οι παράμετροι a , b_0 , b_1 και b_2 μπορούν να εκτιμηθούν από τη μέθοδο των στιγμιότυπων (method of moments). Η αντιστοιχία μεταξύ των παραμέτρων a , b_0 , b_1 και b_2 , και του 2^{ου} μ_2 , 3^{ου} μ_3 και 4^{ου} μ_4 κεντρικού στιγμιότυπου της κατανομής είναι η ακόλουθη:

$$b_1 = a = -\frac{\mu_3(\mu_4 + 3\mu_2^2)}{C} \quad (4.6)$$

$$b_0 = -\frac{\mu_2(4\mu_2\mu_4 - 3\mu_3^2)}{C} \quad (4.7)$$

$$b_2 = -\frac{(2\mu_2\mu_4 - 3\mu_3^2 - 6\mu_2^3)}{C} \quad (4.8)$$

,όπου $C = 10\mu_4\mu_2 - 12\mu_3^2 - 18\mu_2^3$.

Στη μέθοδο των στιγμιότυπων, τα θεωρητικά στιγμιότυπα εκτιμώνται από τα στιγμιότυπα του δείγματος που έχουν υπολογιστεί από τα δεδομένα με τον εξής τρόπο:

$$\hat{a}_1 = \bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i/n \quad (4.9)$$

$$\hat{a}_2 = \hat{\sigma}^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2/n \quad (4.10)$$

$$\hat{a}_3 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3 / (n\hat{\sigma}^3) \quad (4.11)$$

$$\hat{a}_4 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4 / (n\hat{\sigma}^4) \quad (4.12)$$

Όταν ο μέσος (mean) είναι μηδέν και η διακύμανση είναι μία από τις ακόλουθες διατυπώσεις που λαμβάνονται από τις εκτιμήσεις των παραμέτρων του συστήματος Pearson:

$$\hat{b}_1 = \hat{a} = -\frac{\hat{a}_3(\hat{a}_4 + 3)}{\hat{C}} \quad (4.13)$$

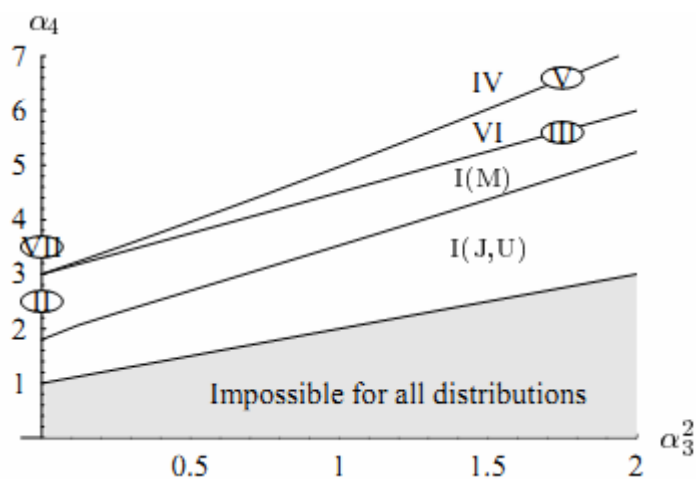
$$\hat{b}_0 = -\frac{(4\hat{a}_4 - 3\hat{a}_3^2)}{\hat{C}} \quad (4.14)$$

$$\hat{b}_2 = -\frac{(2\hat{a}_4 - 3\hat{a}_3^2 - 6)}{\hat{C}} \quad (4.15)$$

,όπου $\hat{C} = 10\hat{a}_4 - 12\hat{a}_3^2 - 18$. Έχει παρατηρηθεί ότι $b_1 = a$ και έτσι ο αριθμός των παραμέτρων μειώνεται στις τρεις.

Όταν ο παρονομαστής της σχέσης (4.4) έχει δύο πραγματικές ρίζες, τότε το σύστημα Pearson αναπαριστά μία γενικευμένη βήτα κατανομή (beta distribution). Μίας και η κατανομή βήτα ορίζεται μέσα σε ένα πεπερασμένο διάστημα, η μέθοδος εκτίμησης των στιγμιότυπων μπορεί να οδηγήσει σε ένα μοντέλο στο οποίο κάποιες από τις παρατηρήσεις βρίσκονται έξω από το διάστημα που έχει οριστεί. Μία “βιώσιμη” λύση του προβλήματος αυτού, είναι να γίνει εκμετάλλευση του ελάχιστου και του μέγιστου του δείγματος, στην εκτίμηση.

Πολλές κατανομές, όπως οι normal Students t, gamma και beta κατανομή ανήκουν στην οικογένεια των κατανομών του συστήματος Pearson. Η παρατήρηση αυτή, αναπαρίσταται και γραφικά στο σχήμα 4.1 που ακολουθεί.



Σχήμα 4.1 Αναπαράσταση του συστήματος Pearson στο επίπεδο των (a_3^2, a_4) . Το όριο για όλες τις κατανομές

αποτελεί η γραμμή $a_4 = a_3^2 + 1$. Οι λατινικοί αριθμοί αναφέρονται στη παραδοσιακή κατηγοριοποίηση των κατανομών Pearson. Οι τύποι I και II αποτελούν βήτα κατανομές του πρώτου είδους. Η σημειογραφία I(J,U) αναφέρεται σε J- και U- σχηματισμένες κατανομές και το I(M) αναφέρεται στην κατανομή με μία μόνο κορυφή (με ένα μόνο μέγιστο). Το όριο μεταξύ των I(J,U) και I(M) είναι η καμπύλη $4(4a_4 - 3a_3^2)(5a_4 - 6a_3^2 - 9) = a_3^2(a_4 + 3)^2(8a_4 - 9a_3^2 - 12)$. Ο τύπος III είναι η κατανομή Gamma για την οποία ισχύει ότι $a_4 = \frac{3}{2}a_3^2 - 3$. Ο τύπος IV είναι η κατανομή βήτα του δεύτερου είδους. Ο τύπος V χαρακτηρίζεται από την καμπύλη $a_3^2(a_4 + 3)^2 = 4(4a_4 - 3a_3^2)(2a_4 - 3a_3^2 - 6)$. Ο τύπος VI αποτελεί την περίπτωση όπου το $b_0 + b_1 + b_2x^2 = 0$ έχει σύνθετες ρίζες. Ο τύπος VII είναι η Student t κατανομή.

4.3 Βάση συστήματος Pearson

Έχει αποδειχθεί ότι εάν οι score κατανομές είναι γνωστές, τότε οι score συναρτήσεις είναι η καταλληλότερη επιλογή για την αντιπαραβαλλόμενη (contrast) συνάρτηση. Στη προσέγγιση της μεγιστοποίησης της πιθανότητας, οι πηγαίες κατανομές υπολογίζονται από ένα παραμετρικό μοντέλο. Στη μέθοδο όπου χρησιμοποιείται το σύστημα Pearson, οι πηγαίες κατανομές υπολογίζονται διαμέσου των οριακών (marginal) κατανομών προσαρμόζοντάς τες στο μοντέλο Pearson με χρήση της μεθόδου των στιγμιότυπων όπως περιγράφηκε προηγουμένως. Η προσαρμογή στο σύστημα Pearson γίνεται επαναληπτικά μέχρι να συγκλίνει ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης.

Ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης του κριτηρίου αυτού, μπορεί να είναι οποιοσδήποτε ICA αλγόριθμος, στον οποίο εφαρμόζονται οι διαφορές της μεγιστοποίησης της πιθανότητας, όπως είναι ο αλγόριθμος φυσικής βαθμωτής μεταβολής ή σχετικής βαθμωτής μεταβολής:

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{W}_k + \eta(I - \varphi(\mathbf{y})\mathbf{y}^T)\mathbf{W}_k \quad (4.16)$$

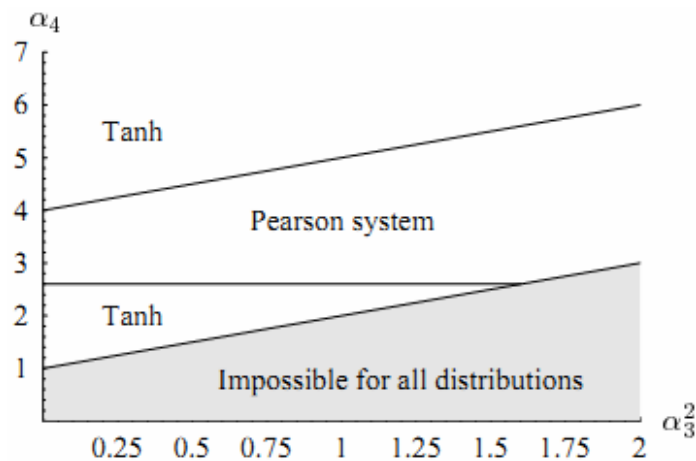
όπου η είναι ο βαθμός εκμάθησης. Επίσης ένας άλλος αλγόριθμος που μπορεί να χρησιμοποιηθεί είναι ο (fixed point) αλγόριθμος αμετάβλητων σημείων που έχει τη μορφή:

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{W}_k + \mathbf{D} \left(E \{ \varphi(\mathbf{y}) \mathbf{y}^T \} - \text{diag} (E \{ \varphi(y_i) y_i \}) \right) \mathbf{W}_k \quad (4.17)$$

,όπου $D = \text{diag}(1/(E\{\varphi(y_i)y_i\} - E\{\varphi'(y_i)\}))$.

Μίας και το σύστημα Pearson υπερτερεί σε μοντελοποιημένες κατανομές που είναι κοντά στην κανονική κατανομή, αλλά δεν προσφέρει κάποια αξιοσημείωτα πλεονεκτήματα κατά τη μοντελοποίηση κατανομών που απέχουν αρκετά από την κανονική κατανομή, χρησιμοποιούνται αμετάβλητες μη γραμμικότητες ως η αντιπαραβαλλόμενη συνάρτηση, όταν η kurtosis διαφέρει σε πολύ μεγάλο βαθμό από την kurtosis της κανονικής κατανομής. Με αυτή τη προσέγγιση, επιταχύνονται οι υπολογισμοί και αποφεύγονται τα προβλήματα εκτίμησης που μπορεί να προκύψουν, όταν μία κατανομή έχει “βαριά” κορυφή ή μορφή J- ή U- σχηματισμένη κατανομή σε ένα πεπερασμένο διάστημα. Οι αμετάβλητες μη γραμμικότητες μπορεί να είναι οποιεσδήποτε κατάλληλα επιλεγμένες μη γραμμικότητες. Για παράδειγμα μπορεί να χρησιμοποιηθεί η κυβική αντιπαραβαλλόμενη συνάρτηση όταν η κατανομή είναι ξεκάθαρα sub-Gaussian, το σύστημα Pearson όταν η κατανομή είναι περίπου Gaussian και η αντιπαραβαλλόμενη συνάρτηση της υπερβολικής εφαπτομένης όταν η κατανομή είναι ξεκάθαρα super-Gaussian. Το πλεονέκτημα της χρήσης του συστήματος Pearson είναι ότι η μέθοδος μπορεί να διαχωρίσει τις πηγές που έχουν ασύμμετρη κατανομή και την ίδια kurtosis με την Gaussian κατανομή.

Στα πειράματα που έγιναν, έγινε χρήση του αλγόριθμου αμετάβλητων σημείων (fixed point) και της αντιπαραβαλλόμενης υπερβολικής εφαπτομένης $\varphi(y) = \tanh(2y)$ τόσο για ξεκάθαρα sub-Gaussian όσο και ξεκάθαρα super-Gaussian πηγές. Τα όρια μεταξύ των αντιπαραβαλλόμενων συναρτήσεων παρουσιάζονται στο σχήμα 4.2.



Σχήμα 4.2 Οι αντιπαραβαλλόμενες συναρτήσεις που χρησιμοποιούνται στον αλγόριθμο Pearson-ICA, αναπαρίστανται στο επίπεδο (a_3^2, a_4) . Το όριο για όλες τις κατανομές αποτελεί η γραμμή $a_4 = a_3^2 + 1$. Οι sub-Gaussian πηγές ορίζεται να έχουν kurtosis λιγότερη από 2.6 και έτσι αξιοποιείται η αντιπαραβαλλόμενη υπερβολική εφαπτομένη. Οι super-Gaussian πηγές ορίζεται να έχουν $a_4 = a_3^2 + 4$ και έτσι χρησιμοποιείται και πάλι η υπερβολική εφαπτομένη. Στην περιοχή που βρίσκεται μεταξύ αυτών των ορίων, χρησιμοποιείται το σύστημα Pearson. Η επιλογή των ορίων βασίζεται στη πρακτική εξάσκηση.

Η διαδικασία για τον αλγόριθμο Pearson-ICA δίνεται ως ακολούθως:

Επανάληψη των παρακάτω βημάτων μέχρι να επιτευχθεί σύγκλιση

1. Υπολογισμός του 3^{ου} και 4^{ου} στιγμιότυπου του δείγματος a_3 και a_4 για τα τρέχοντα δεδομένα $\mathbf{y}_k = \mathbf{W}_k \mathbf{x}$ και επιλογή του συστήματος Pearson ή της αμετάβλητης αντιπαραβαλλόμενης συνάρτησης (tanh) σύμφωνα με το σχήμα 4.2.
2. Εάν έχει επιλεγεί το σύστημα Pearson, να γίνει εκτίμηση-υπολογισμός των παραμέτρων της κατανομής από τη μέθοδο των στιγμιότυπων.
3. Υπολογισμός των score συναρτήσεων $\varphi(\mathbf{y}_k)$ για το σύστημα Pearson ή την αντιπαραβαλλόμενη συνάρτηση.
4. Υπολογισμός του πίνακα διαχωρισμού (demixing matrix) \mathbf{W}_{k+1} κάνοντας χρήση του αλγόριθμου της σχέσης (4.16) ή της σχέσης (4.17).

Μίας και τόσο οι εκτιμητές των στιγμιότυπων για τις παραμέτρους όσο και η score συνάρτηση είναι απλές λογικές συναρτήσεις, ο αλγόριθμος Pearson-ICA είναι υπολογιστικά γρήγορος. Στην περίπτωση όπου οι πηγές είναι περίπου Gaussian, φαίνεται ότι ο αλγόριθμος είναι πιο γρήγορος από τις αμετάβλητες μη γραμμικότητες, πιθανόν επειδή η συνάρτηση της μεγιστοποίησης της πιθανότητας παρέχει πιο γρήγορη σύγκλιση.

Επίσης μπορεί να γίνει και συνδυασμός των εκτιμήσεων των παραμέτρων (σχέση 4.13) και του υπολογισμού της score συνάρτησης (σχέση 4.4) για να ληφθεί η score άμεσα ως συνάρτηση των στιγμιότυπων του δείγματος. Ύστερα από ορισμένους χειρισμούς λαμβάνονται οι εξής σχέσεις για την score συνάρτηση και την παράγωγο της score συνάρτησης:

$$\varphi(x) = [a_3(3 + a_4) - x(12a_3^2 - 5a_4 + 18)]/B \quad (4.18)$$

και

$$\begin{aligned} \varphi'(x) &= -\frac{-45a_3^2 - 36a_3^4 + 84a_3^2a_4 + a_3^2a_4^2 + 72a_4 - 40a_4^2}{B^2} \\ &+ \frac{x^2(126a_3^2 + 36a_3^4 - 54a_3^2a_4 + 20a_4^2 - 96a_4 + 108)}{B^2} \\ &+ \frac{x(-6a_3^3(3 + a_4) + 4a_3(-9 + a_4^2))}{B^2} \end{aligned} \quad (4.19)$$

,όπου $B = 3a_3^2 - 4a_4 - xa_3(3 + a_4) + x^2(6 + 3a_3^2 - 2a_4)$.

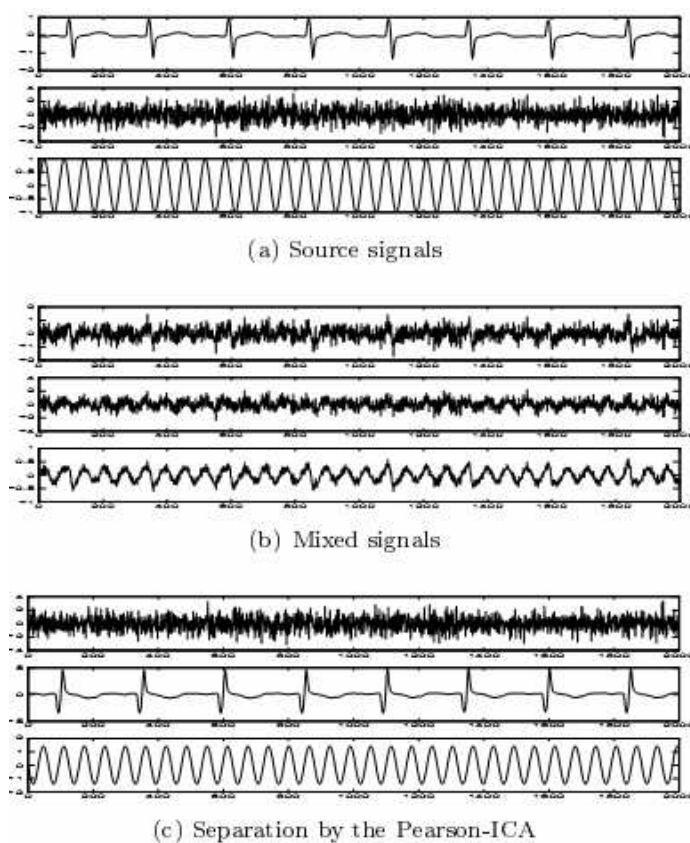
4.4 Παραδείγματα προσομοιωμένων σημάτων

Για να γίνει αντιληπτή η απόδοση του αλγόριθμου Pearson-ICA, έστω ένα παράδειγμα με ένα συνδυασμό τριών σημάτων: μία ημιτονοειδής κυματομορφή (sub-Gaussian πηγή), ένα συμμετρικό

σήμα EEG (super-Gaussian πηγή) και μία τυχαία Gaussian ακολουθία με μηδενικό mean και μοναδιαία διακύμανση. Πρόκειται για μία απλή περίπτωση, στην οποία όλες οι μέθοδοι ICA αναμένεται να δουλέψουν αρκετά καλά.

Ο αλγόριθμος Pearson-ICA συγκρίνεται με τρεις διαφορετικές μη γραμμικότητες του πακέτου FastICA και του αλγόριθμου JADE. Στο παράδειγμα χρησιμοποιούνται τρία μήκη για τα σήματα, 2000, 5000 και 10000 και γίνεται προσπάθεια παραγωγής 1000 realizations για το κάθε ένα από τα μήκη αυτά.

Το σχήμα 4.3 αναπαριστά τα αρχικά πηγαία σήματα (4.3a), τα συνδυασμένα σήματα (4.3b) και το αποτέλεσμα του διαχωρισμού των συνδυασμένων σημάτων (4.3c) από τον αλγόριθμο Pearson-ICA. Όπως φαίνεται και από το σχήμα 4.3c, οι πηγές έχουν διαχωριστεί καλά, με τη μόνη ένσταση ότι τα πηγαία σήματα μετά το διαχωρισμό βρίσκονται σε διαφορετικές θέσεις σε σχέση με τη θέση των αρχικών πηγαίων σημάτων.



Σχήμα 4.3 Διαχωρισμός μίας ημιτονοειδούς κυματομορφής, ενός σήματος EEG και ενός σήματος Gaussian θορύβου με χρήση του αλγόριθμου Pearson-ICA.

Η σύγκριση των μεθόδων πραγματοποιείται με τον υπολογισμό των SIR (Signal to Interference Ratios) $SIR(\text{dB}) = -10 \log_{10}(\text{MSE})$, μεταξύ του zero mean και της μοναδιαίας διακύμανσης των κανονικοποιημένων σημάτων. Οι πηγές και τα προσαρμοζόμενα σήματα ταιριάζονται, θεωρώντας το σήμα με την ελάχιστη τιμή SIR ως την εκτίμηση του διαχωρισμού των συνδυασμένων σημάτων. Οι μέσες SIR τιμές για τα διαφορετικά μήκη σήματος παρουσιάζονται στον πίνακα 4.1 που ακολουθεί.

Πίνακας 4.1

Η απόδοση του σφάλματος SIR για τον αλγόριθμο Pearson-ICA, τον αλγόριθμο JADE και διάφορες αντιπαραβαλλόμενες συναρτήσεις του αλγορίθμου FastICA (συμμετρική προσέγγιση). Οι πηγές και τα διαχωρισμένα σήματα κανονικοποιήθηκαν να έχουν zero mean και μοναδιαία διακύμανση. Οι τιμές SIR είναι οι μέσες τιμές από περισσότερες από 1000 πραγματοποιήσεις.

Source	Method	Sample size		
		2000	5000	10000
ECG	Pearson	24.98	34.27	36.46
	Pow3	22.75	29.32	31.17
	Tanh	25.89	35.08	37.20
	Gauss	26.63	36.52	38.81
	JADE	23.54	29.01	30.77
Sine	Pearson	13.03	40.51	44.92
	Pow3	15.03	31.14	35.19
	Tanh	14.18	39.56	43.60
	Gauss	14.02	42.16	41.96
	JADE	14.91	32.96	37.38
Gaussian	Pearson	28.19	33.11	36.15
	Pow3	28.13	32.76	35.62
	Tanh	30.37	34.57	37.75
	Gauss	30.55	34.76	37.95
	JADE	30.99	35.30	38.49

Τα αποτελέσματα της σύγκρισης δείχνουν ότι δεν υπάρχουν σημαντικές διαφορές της απόδοσης κατά το διαχωρισμό, μεταξύ του αλγορίθμου Pearson-ICA και των άλλων τεσσάρων αλγορίθμων που χρησιμοποιήθηκαν για το συγκριτικό.

Κεφάλαιο 5

ΜΕΘΟΔΟΣ PARRA TEMPORAL PREDICTABILITY

5.1 Εισαγωγή

Σχεδόν οποιοδήποτε σήμα που μετράται από ένα φυσικό σύστημα είναι στην πραγματικότητα ένας συνδυασμός από στατιστικά ανεξάρτητα πηγαία σήματα. Παρόλα αυτά, επειδή τα πηγαία σήματα παράγονται συνήθως από την κίνηση μίας μάζας (π.χ. παλλόμενες μεμβράνες), η μορφή των πηγαίων σημάτων εξαρτάται από τους νόμους που ελέγχουν το πώς οι μάζες κινούνται σε κάθε χρονικό διάστημα. Αυτή η παρατήρηση υπονοεί ότι ακόμα και η πιο φειδωλή εξήγηση για την πολυπλοκότητα ενός παρατηρούμενου σήματος είναι ότι αποτελείται από ένα συνδυασμό από απλούστερα πηγαία σήματα, κάθε ένα από διαφορετική φυσική πηγή. Εδώ, η παρατήρηση αυτή (δηλαδή τα observed signals) χρησιμοποιείται ως η βάση για την ανάκτηση των πηγαίων σημάτων από τους συνδυασμούς των σημάτων αυτών.

Έστω δύο άνθρωποι που μιλάνε ταυτόχρονα, με κάθε άτομο να βρίσκεται σε διαφορετική απόσταση από δύο μικρόφωνα. Κάθε μικρόφωνο καταγράφει ένα γραμμικό συνδυασμό των δύο φωνών (των ηχητικών σημάτων που προέρχονται από τους ομιλητές). Οι δύο ηχητικοί συνδυασμοί που προκύπτουν, χαρακτηρίζονται από τρεις γενικές ιδιότητες των γραμμικών συνδυασμών από στατιστικά ανεξάρτητα πηγαία σήματα:

1. Χρονική Προβλεψιμότητα (εικασία) : Η χρονική προβλεψιμότητα οποιοδήποτε συνδυασμού σημάτων είναι μικρότερη (ή ίση με) από τη χρονική προβλεψιμότητα από οποιαδήποτε από τα αρχικά πηγαία σήματα, που συνθέτουν τον συνδυασμό.
2. Gaussian συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας: Το θεώρημα του κεντρικού ορίου (central limit theorem) εξασφαλίζει ότι ο βαθμός σύμφωνα με τον οποίο η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (pdf) οποιοδήποτε συνδυασμού προσεγγίζει την Gaussian κατανομή είναι μεγαλύτερος (ή ίσος με) από οποιοδήποτε από τα αρχικά πηγαία σήματα, που συνθέτουν το συνδυασμένο σήμα.
3. Στατιστική ανεξαρτησία : Ο βαθμός της στατιστικής ανεξαρτησίας ανάμεσα σε δύο οποιαδήποτε συνδυασμούς σημάτων είναι μικρότερος (ή ίσος με) από το βαθμό ανεξαρτησίας ανάμεσα σε δύο πηγαία σήματα.

Η 2^η ιδιότητα σχηματίζει τη βάση της “projection pursuit” (Friedman 1987) και οι ιδιότητες 1 και 2 αποτελούν κρίσιμες και θεμελιώδεις υποθέσεις της ανεξάρτητης ανάλυσης συνιστωσών (ICA). Και οι τρεις ιδιότητες αποτελούν γενικά χαρακτηριστικά των συνδυασμένων σημάτων. Σε αντίθεση με τις ιδιότητες 2 και 3, η ιδιότητα 1 (χρονική προβλεψιμότητα) δεν χρησιμοποιείται πολύ ως βάση για το διαχωρισμό πηγών.

Παρόλα αυτά, η χρονική προβλεψιμότητα έχει χρησιμοποιηθεί ως προσθήκη – προσαύξηση στις τυπικές μεθόδους διαχωρισμού πηγών, όπως η ICA. Αυτές οι συμβατικές μέθοδοι διαχωρισμού πηγών, ορίζονται με όρους μοντελοποίησης των pdf και των αντίστοιχων συσσωρευτικών

συναρτήσεων πυκνότητας (cdf) των πηγαίων σημάτων. Τέτοιες μέθοδοι είναι σταθερές αναφορικά με τις χρονικές αντιμεταθέσεις των σημάτων.

Στο κεφάλαιο αυτό, παρουσιάζεται μία μέθοδος που βασίζεται ρητά, σε ένα απλό κριτήριο της χρονικής προβλεψιμότητας. Ο βασικός σκοπός, είναι να αποδειχθεί ότι μεγιστοποιώντας την χρονική προβλεψιμότητα και μόνο αυτό, μπορεί να είναι αρκετό για να επιτευχθεί ο διαχωρισμός συνδυασμένων σημάτων στα αρχικά πηγαία σήματα. Παρά το γεγονός ότι, μπορούν πολύ εύκολα να δημιουργηθούν πολλά παραδείγματα που δείχνουν ότι αυτή η εικασία δεν φτάνει για το διαχωρισμό συνδυασμένων σημάτων στα αρχικά πηγαία σήματα, ένας πιο επίσημος ορισμός της εικασίας αυτής (που παρουσιάζεται στην ενότητα 1.4) είναι αρκετά δυναμικός, και μπορεί να αντιμετωπίσει όλα τα παραδείγματα που προσπαθούν να καταρρίψουν την εικασία της χρονικής προβλεψιμότητας. Επιπροσθέτως, αποτελέσματα διαχωρισμού από διάφορα πηγαία σήματα, δείχνουν ότι η εικασία της χρονικής προβλεψιμότητας είναι αληθινή για μεγάλο εύρος ρεαλιστικών φυσικών σημάτων, όπως ηχητικά σήματα, μουσικά σήματα κλπ.

5.1.1 Ορισμός του προβλήματος και χρονική προβλεψιμότητα

Έστω μία ομάδα από K στατιστικά ανεξάρτητα πηγαία σήματα $\mathbf{s} = \{s_1 | s_2 | \dots | s_K\}^t$, όπου η i -οστή γραμμή του \mathbf{s} είναι ένα σήμα s_i που έχει μετρηθεί σε n χρονικά σημεία (το γράμμα t δηλώνει τον τελεστή transpose). Σε όλο το κεφάλαιο, θεωρείται ότι τα πηγαία σήματα είναι στατιστικά ανεξάρτητα, εκτός και αν δηλώνονται διαφορετικά. Μία ομάδα από $M \geq K$ γραμμικών συνδυασμών της μορφής $\mathbf{x} = \{x_1 / x_2 / \dots / x_M\}^t$ των σημάτων του \mathbf{s} μπορεί να δημιουργηθεί με τη χρήση ενός $M \times K$ πίνακα συνδυασμών (mixing matrix) \mathbf{A} , ως εξής:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{s}$$

Εάν οι γραμμές στον πίνακα \mathbf{A} είναι γραμμικά ανεξάρτητες (αυτό μπορεί να επιτευχθεί εάν για παράδειγμα τοποθετηθεί ο κάθε ένας από τους K ομιλητές σε διαφορετική απόσταση από κάθε ένα από τα M μικρόφωνα καταγραφής των ηχητικών σημάτων), τότε κάθε πηγαίο σήμα s_i μπορεί να ανακτηθεί από τον \mathbf{x} με ένα $1 \times M$ πίνακα W_i σύμφωνα με την ακόλουθη σχέση:

$$s_i = W_i \mathbf{x}$$

Το πρόβλημα που εμφανίζεται, είναι η εύρεση ενός τέτοιου πίνακα διαχωρισμού (unmixing matrix) $W = \{W_1 / W_2 / \dots / W_K\}^t$, τέτοιου ώστε κάθε διάνυσμα γραμμή W_i να ανακτά ένα διαφορετικό σήμα y_i , όπου y_i είναι μία κλιμακωμένη (scaled) εκδοχή του πηγαίου σήματος s_i , για $K = M$ σήματα.

5.1.2 Μία στρατηγική επίλυσης

Η μέθοδος για την ανάκτηση των πηγαίων σημάτων βασίζεται στην ακόλουθη εικασία: Η χρονική προβλεψιμότητα ενός συνδυασμένου σήματος x_i είναι συνήθως μικρότερη από οποιαδήποτε χρονική προβλεψιμότητα του καθενός από τα πηγαία σήματα που συνεισφέρουν στο x_i . Για παράδειγμα, η κυματομορφή που λαμβάνεται από τη σύνθεση δύο ημιτονοειδών κυμάτων με διαφορετικές συχνότητες, είναι πιο πολύπλοκη από το κάθε ένα από τα αρχικά ημιτονοειδή σήματα.

Η προηγούμενη παρατήρηση χρησιμοποιείται για τον ορισμό ενός κριτηρίου $F(W_i, \mathbf{x})$ για τη χρονική προβλεψιμότητα, το οποίο χρησιμοποιείται στη συνέχεια για την εκτίμηση της σχετικής προβλεψιμότητας ενός σήματος y_i , που έχει ανακτηθεί από έναν δεδομένο πίνακα W_i , όπου $y_i = W_i \mathbf{x}$. Εάν τα πηγαία σήματα είναι περισσότερο προβλέψιμα – αναμενόμενα από οποιονδήποτε γραμμικό συνδυασμό y_i αυτών των πηγαίων σημάτων, τότε η τιμή του W_i , η οποία μεγιστοποιεί την προβλεψιμότητα ενός εξαγόμενου σήματος y_i , θα πρέπει να “αποφέρει” ένα πηγαίο σήμα (για παράδειγμα $y_i = c s_i$, όπου c είναι μία σταθερά).

Μία θεωρητικό-πληροφορική ανάλυση της συνάρτησης F αποδεικνύει ότι η μεγιστοποίηση της χρονικής προβλεψιμότητας ενός σήματος ισοδυναμεί με τη διαφορική μεγιστοποίηση της δύναμης των συνιστωσών του Fourier, που έχουν τις χαμηλότερες (όχι μηδενικές) συχνότητες. Η συνάρτηση F είναι σταθερή αναφορικά με τη δύναμη των χαμηλόσυχων συνιστωσών των συνδυασμένων σημάτων και για αυτό το λόγο τείνει να ενισχύει διαφορικά ακόμα και πολύ μικρής δύναμης συνιστώσες, οι οποίες έχουν την χαμηλότερη (όχι μηδενική) χρονική συχνότητα,

5.1.3 Υπολογισμός της χρονικής προβλεψιμότητας

Ο ορισμός της προβλεψιμότητας σήματος F που χρησιμοποιείται εδώ έχει την εξής μορφή:

$$F(W_i, \mathbf{x}) = \log \frac{V(W_i, \mathbf{x})}{U(W_i, \mathbf{x})} = \log \frac{V_i}{U_i} = \log \frac{\sum_{\tau=1}^n (\bar{y}_\tau - y_\tau)^2}{\sum_{\tau=1}^n (\tilde{y}_\tau - y_\tau)^2} \quad (5.1)$$

,όπου $y_\tau = W_i \mathbf{x}_\tau$ είναι η τιμή του σήματος y τη χρονική στιγμή τ και \mathbf{x}_τ είναι διάνυσμα που αποτελείται από K τιμές του συνδυασμένου σήματος τη χρονική στιγμή τ . Ο όρος U_i απεικονίζει το βαθμό στον οποίο το y_τ έχει προβλεφθεί από ένα μικρής διάρκειας (short term) κινούμενο μέσο \tilde{y}_τ των τιμών στο y . Σε αντίθεση, ο όρος V_i αποτελεί μία μέτρηση της συνολικής διακύμανσης στο y , καθώς μετράται από το βαθμό στον οποίο το y_τ έχει προβλεφθεί από ένα μακράς διάρκειας (long term) μέσο \bar{y}_τ των τιμών στο y . Οι προβλεφθείς τιμές \tilde{y}_τ και \bar{y}_τ του y_τ αποτελούν (και οι δύο)

εκθετικά σταθμικά αθροίσματα των τιμών των σημάτων που έχουν μετρηθεί μέχρι το χρονικό διάστημα $(\tau - 1)$, ώστε οι πρόσφατες τιμές να έχουν μεγαλύτερη βαρύτητα από προηγούμενες τιμές:

$$\begin{aligned}\tilde{y}_\tau &= \lambda_S \tilde{y}_{(\tau-1)} + (1 - \lambda_S) y_{(\tau-1)} : & 0 \leq \lambda_S \leq 1 \\ \bar{y}_\tau &= \lambda_L \bar{y}_{(\tau-1)} + (1 - \lambda_L) y_{(\tau-1)} : & 0 \leq \lambda_L \leq 1\end{aligned}\quad (5.2)$$

Η μισή-ζωή (half life) h_L του λ_L διαρκεί πολύ περισσότερο (τυπικά 100 φορές μακρύτερη), σε σχέση με την αντίστοιχη μισή-ζωή h_S του λ_S . Η σχέση ανάμεσα στη μισή-ζωή h και στην παράμετρο λ ορίζεται ως $\lambda = 2^{-1/h}$. Να σημειωθεί ότι μεγιστοποιώντας μόνο τον όρο V_i , θα είχε ως αποτέλεσμα ένα σήμα υψηλής διακύμανσης χωρίς περιορισμούς στη χρονική του δομή. Αντίθετα, μειώνοντας μόνο τον όρο U_i θα είχε ως αποτέλεσμα ένα σήμα DC. Και στις δύο περιπτώσεις, μπορούν να ληφθούν συνηθισμένες λύσεις για το W_i , επειδή το V_i μπορεί να μεγιστοποιηθεί θέτοντας την νόρμα του W_i να είναι μεγάλη και το U_i μπορεί να ελαχιστοποιηθεί θέτοντας $W_i = 0$. Αντιθέτως ο λόγος V_i/U_i μπορεί να μεγιστοποιηθεί μόνο όταν ικανοποιούνται και οι δύο περιορισμοί ταυτοχρόνως: (1) το y έχει ένα μη μηδενικό εύρος (π.χ. υψηλή διακύμανση) και (2) οι τιμές στο y να μεταβάλλονται αργά στο χρόνο. Να σημειωθεί επίσης, ότι η τιμή του F είναι ανεξάρτητη της νόρμας του W_i , έτσι ώστε μόνο αλλαγές στη διεύθυνση του W_i να επηρεάζουν την τιμή του F .

5.1.4 Ορίζοντας ξανά την προβλεψιμότητα σήματος

Ένα αντι-παράδειγμα στην εικασία της χρονικής προβλεψιμότητας είναι το ακόλουθο. Έστω δύο ημιτονοειδή πηγαία σήματα s_1 και s_2 με την ίδια περίοδο, ώστε $s_2 = s_1 + \pi$. Το συνδυασμένο σήμα $s = s_1 + s_2$ είναι μηδέν σε όλα τα χρονικά σημεία και για αυτό το λόγο είναι αρκετά προβλέψιμο.

Ενώ το s είναι διαισθητικά προβλέψιμο, ο λειτουργικός ορισμός της προβλεψιμότητας F που χρησιμοποιείται εδώ είναι δυνατή (robust) αναφορικά με τέτοιου είδους αντι-παράδειγματα. Πιο συγκεκριμένα, η τιμή της συνάρτησης F δεν ορίζεται για το s , αφού εάν το $s=0$ παντού, τότε θα ισχύει ότι $V_i = U_i$ και $F = \log 0/0$. Αντιστρόφως, εάν οι συχρότητες των s_1 και s_2 δεν είναι ακριβώς οι ίδιες, τότε η τιμή του F μπορεί πλέον να οριστεί.

Η ανεπίσημη εικασία της χρονικής προβλεψιμότητας, μπορεί τώρα να διατυπωθεί ξανά επίσημα, σε σχέση με τη συνάρτηση F ως ακολούθως: **Εάν η τιμή της F που σχετίζεται με ένα συνδυασμένο σήμα x_i μπορεί να οριστεί, τότε η τιμή της F για τον κάθε συνδυασμό είναι μεγαλύτερη από (ή ίση με) την τιμή της F του καθενός από τα πηγαία σήματα που συνεισφέρουν στο συνδυασμένο σήμα x_i .**

5.2 Μεγιστοποίηση της προβλεψιμότητας σήματος

5.2.1 Εφαρμογή σε απλό σήμα

Έστω ένα βαθμωτό συνδυασμένο σήμα y_i το οποίο έχει σχηματιστεί με βάση την εφαρμογή ενός $1 \times M$ πίνακα W_i σε μία ομάδα από $K = M$ σήματα \mathbf{x} . Δοθέντος ότι το y_i ισούται με $y_i = W_i \mathbf{x}$, η εξίσωση (6.1) μπορεί να γραφτεί ξανά ως ακολούθως:

$$F = \log \frac{W_i \bar{C} W_i^t}{W_i \tilde{C} W_i^t} \quad (5.3)$$

,όπου \bar{C} είναι ένας $M \times M$ πίνακας από μακράς διάρκειας covariance (γινόμενα απόκλισης 2 τυχαίων από μέσο) μεταξύ των συνδυασμένων σημάτων και \tilde{C} είναι ο αντίστοιχος πίνακας των μικρής διάρκειας covariance. Το μακροσκελές covariance \bar{C}_{ij} και το μικροσκελές covariance \tilde{C}_{ij} μεταξύ των i -οστών και j -οστών συνδυασμών, ορίζονται ως ακολούθως:

$$\begin{aligned} \tilde{C}_{ij} &= \sum_{\tau}^n (x_{i\tau} - \tilde{x}_{i\tau})(x_{j\tau} - \tilde{x}_{j\tau}) \\ \bar{C}_{ij} &= \sum_{\tau}^n (x_{i\tau} - \bar{x}_{i\tau})(x_{j\tau} - \bar{x}_{j\tau}) \end{aligned} \quad (5.4)$$

Να σημειωθεί ότι οι πίνακες \tilde{C} και \bar{C} χρειάζεται να υπολογιστούν μόνο μία φορά για μία δεδομένη ομάδα συνδυασμών σήματος και οι όροι $(x_{i\tau} - \bar{x}_{i\tau})$ και $(x_{i\tau} - \tilde{x}_{i\tau})$ μπορούν να προϋπολογιστούν με χρήση γρήγορων διαδικασιών περιέλιξης.

Η βαθμωτή μεταβολή της κλίσης στην F σχετικά με το W_i θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για τη μεγιστοποίηση της F , και έτσι θα μεγιστοποιηθεί και η προβλεψιμότητα του y_i . Το παράγωγο της F συναρτήσει του W_i δίνεται από τον τύπο:

$$\nabla W_i F = \frac{2W_i}{V_i} \bar{C} - \frac{2W_i}{U_i} \tilde{C} \quad (5.5)$$

Μία διαδικασία βελτιστοποίησης (δεν χρησιμοποιείται εδώ) θα αποτελούταν από επαναλαμβανόμενες ενημερώσεις του W_i μέχρι να εντοπιστεί μία μεγιστοποίηση του F : $W_i = W_i + \eta \nabla W_i F$, όπου η είναι μία μικρή σταθερά (τυπικά, $\eta = 0.001$).

Να σημειωθεί ότι η συνάρτηση F είναι ο λόγος τετραγωνικών μορφοποιήσεων. Για αυτό το λόγο, η F έχει ακριβώς ένα global μέγιστο και ακριβώς ένα global ελάχιστο, με όλα τα υπόλοιπα κριτικά σημεία να είναι ραχιαία σημεία. Αυτό συνεπάγεται ότι η βαθμωτή μεταβολή της κλίσης είναι εγγυημένο ότι θα βρει το global μέγιστο στην F . Δυστυχώς, η επαναλαμβανόμενη εφαρμογή της παραπάνω διαδικασίας σε ένα απλό σετ από συνδυασμούς, εξάγει το ίδιο (δηλαδή το πιο προβλέψιμο) πηγαίο σήμα. Παρά το γεγονός ότι μπορεί να αποφευχθεί η εξαγωγή του ίδιου πηγαίου σήματος με χρήση διαδικασιών όπως η ορθοκανονικοποίηση των Gram-Schmidt, υπάρχει και μία πιο κομψή μέθοδος για την ταυτόχρονη εξαγωγή όλων των πηγαίων σημάτων, η οποία και παρουσιάζεται στη συνέχεια.

5.2.2 Ταυτόχρονος διαχωρισμός πηγών

Η βαθμωτή μεταβολή του F είναι μηδέν σε μία λύση όπου, από την σχέση (5.5) προκύπτει ότι

$$W_i \bar{C} = \frac{V_i}{U_i} W_i \tilde{C} \quad (5.6)$$

Τα ακρότατα στην F αντιστοιχούν στις τιμές του W_i που ικανοποιούν την σχέση (6.6), η οποία έχει τη μορφή ενός γενικευμένου προβλήματος με χαρακτηριστική συνάρτηση. Για αυτό το λόγο, οι λύσεις για το W_i μπορούν να λαμβάνονται ως χαρακτηριστικά διανύσματα του πίνακα $(\tilde{C}^{-1} \bar{C})$, με αντίστοιχες χαρακτηριστικές ρίζες που έχουν τη μορφή $\gamma_i = V_i / U_i$. Όπως σημειώθηκε και παραπάνω, το πρώτο τέτοιο χαρακτηριστικό διάνυσμα ορίζει ένα μέγιστο στην F και τα υπόλοιπα από τα εναπομείναντα χαρακτηριστικά διανύσματα ορίζουν τα “ραχιαία” σημεία στην F .

Να σημειωθεί ότι προβλήματα με χαρακτηριστική συνάρτηση έχουν κλιμακωμένα χαρακτηριστικά $O(N^3)$, όπου N είναι το πλήθος των συνδυασμένων σημάτων. Ο πίνακας W μπορεί να ληφθεί με χρήση μίας γενικευμένης ρουτίνας με χαρακτηριστικές ρίζες. Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται σε επόμενη ενότητα, εξασφαλίστηκαν με χρήση της συνάρτησης χαρακτηριστικών ριζών του Matlab : $W = \text{eig}(\bar{C}, \tilde{C})$. Όλα τα K σήματα ανακτήθηκαν σύμφωνα με τη σχέση : $y = Wx$, όπου κάθε γραμμή του y αντιστοιχεί σε ακριβώς ένα εξαγόμενο σήμα y_i .

5.2.3 Φυσική ερμηνεία

Οι λύσεις που βρέθηκαν από τη παραπάνω μέθοδο, είναι τα χαρακτηριστικά διανύσματα

(W_1, W_2, \dots, W_M) του πίνακα $(\tilde{C}^{-1} \bar{C})$. Αυτά τα χαρακτηριστικά διανύσματα είναι ορθογώνια στους πίνακες \bar{C} και \tilde{C} :

$$\begin{aligned} W_i \tilde{C} W_j^t &= 0 \\ W_i \bar{C} W_j^t &= 0 \end{aligned} \quad (5.7)$$

,όπου

$$\begin{aligned} W_i \tilde{C} W_j^t &= \sum (y_{it} - \tilde{y}_{it})(y_{jt} - \tilde{y}_{jt}) \\ W_i \bar{C} W_j^t &= \sum_{\tau} (y_{it} - \bar{y}_{it})(y_{jt} - \bar{y}_{jt}) \end{aligned} \quad (5.8)$$

Με δεδομένες τις εξισώσεις της σχέσης (5.5) μπορεί να περιγραφεί μία πιο απλή και φυσική – ρεαλιστική ερμηνεία της μεθόδου. Έστω οι short term και long term half life παράμετροι h_S και h_L με όρια ($h_S \rightarrow 0$) και ($h_L \rightarrow \infty$).

Πρώτον στο όριο ($h_S \rightarrow 0$), ο μέσος του short term είναι $\tilde{y}_{\tau} \approx y_{\tau-1}$ και για αυτό το λόγο θα ισχύει ότι $(y_{\tau} - \tilde{y}_{\tau}) \approx dy_{\tau}/d\tau = y'_{\tau}$.

Δεύτερον, εάν το y έχει μηδενικό μέσο, τότε στο όριο ($h_L \rightarrow \infty$), ο μέσος του long term $\bar{y} \approx 0$ και για αυτό το λόγο θα ισχύει ότι $(y_{\tau} - \bar{y}_{\tau}) \approx y_{\tau}$. Σε αυτές τις περιοριστικές περιπτώσεις, οι σχέσεις (5.7) και (5.8) συνεπάγονται ότι:

$$\begin{aligned} E[y'_i y'_j] &= 0 \\ E[y_i y_j] &= 0 \end{aligned} \quad (5.9)$$

, όπου το $E[]$ δηλώνει μία αναμενόμενη – προβλεπόμενη τιμή. Για αυτό το λόγο, μία ερμηνεία της μεθόδου της χρονικής προβλεψιμότητας είναι ότι το κάθε σήμα $y_i = W_i \mathbf{x}$ δε συσχετίζεται με κανένα άλλο σήμα $y_j = W_j \mathbf{x}$ και το χρονικό παράγωγο $y'_i = W_i \mathbf{x}'$ του κάθε εξαγόμενου σήματος δε συσχετίζεται με το χρονικό παράγωγο $y'_j = W_j \mathbf{x}'$ οποιουδήποτε άλλου εξαγόμενου σήματος, όπου \mathbf{x}' είναι ένα μεταβαλλόμενο διάνυσμα, που αποτελεί το χρονικό παράγωγο των συνδυασμών \mathbf{x} . Εάν δύο σήματα y_i και y_j είναι στατιστικά ανεξάρτητα, τότε ικανοποιούνται οι συνθήκες που έχουν οριστεί στη σχέση (5.7). Έτσι, οι συνδυασμοί από ανεξάρτητα σήματα, είναι εγγυημένο ότι μπορούν να διασπαστούν – διαχωριστούν από τη μέθοδο της χρονικής προβλεψιμότητας, τουλάχιστον για τις οριοθετημένες περιπτώσεις που αναφέρθηκαν προηγουμένως.

5.3 Πειραματικά Αποτελέσματα

Διάφορα πειράματα (προσομοιώσεις) έχουν πραγματοποιηθεί με χρήση της μεθόδου της χρονικής προβλεψιμότητας, τα οποία έχουν υλοποιηθεί με χρήση του Matlab. Σε κάθε πείραμα, χρησιμοποιήθηκαν K πηγαία σήματα για τη δημιουργία $M = K$ συνδυασμούς των σημάτων αυτών, με χρήση ενός $K \times K$ πίνακα συνδυασμών (mixing matrix) και αυτοί οι M συνδυασμοί

χρησιμοποιήθηκαν ως είσοδος για τη μέθοδο. Κάθε συνδυασμένο σήμα έχει κανονικοποιηθεί να έχει μηδενικό μέσο (zero mean) και μοναδιαία διακύμανση (unit variance). Κάθε συνδυασμένος πίνακας παράχθηκε με χρήση της συνάρτησης *randn* του Matlab. Οι short term και long term half lives της σχέσης (1.2) έλαβαν τις τιμές $h_s = 1$ και $h_L = 9000$. Οι συσχετισμοί μεταξύ των πηγαίων σημάτων και των ανακτημένων σημάτων καταγράφονται ως απόλυτες τιμές. Τα αποτελέσματα που θα παρουσιαστούν, λήφθηκαν σε λιγότερο από 60sec σε υπολογιστή Macintosh (cpu G3 233MHz), με χρήση κώδικα που γράφηκε στο Matlab. Σε κάθε περίπτωση, λήφθηκε ένας πίνακας διαχωρισμού (unmixing matrix), ως η επίλυση για το γενικευμένο πρόβλημα χαρακτηριστικών ριζών, με χρήση της συνάρτησης με χαρακτηριστικές ρίζες $W = eig(\overline{C}, \tilde{C})$, του Matlab.

Τα παραδείγματα που θα παρουσιαστούν αφορούν τον διαχωρισμό συνδυασμών σημάτων με διαφορετικές συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας (pdf) και τον διαχωρισμό συνδυασμένων ηχητικών σημάτων.

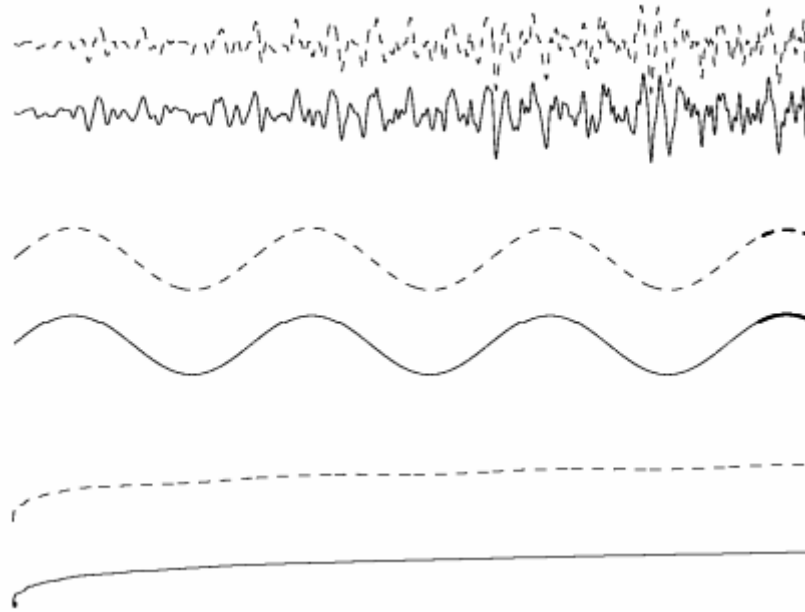
5.3.1 Διαχωρισμός συνδυασμών σημάτων με διαφορετικές κατανομές

Στο σχήμα 5.1, παρουσιάζονται 3 πηγαία σήματα $\mathbf{s} = \{s_1 \parallel s_2 \parallel s_3\}^t$: (1) Ένα super Gaussian σήμα (ο ήχος από ένα gong), (2) ένα sub Gaussian σήμα (ένα ημιτονοειδές κύμα) και (3) Gaussian θόρυβος. Το 3^ο σήμα (ο Gaussian θόρυβος) δημιουργήθηκε με χρήση της συνάρτησης *randn* και η χρονική δομή επιβλήθηκε στο σήμα με ταξινόμηση των τιμών του κατά αύξουσα σειρά. Αυτά τα 3 σήματα συνδυάστηκαν με χρήση ενός τυχαίου πίνακα *A* (mixing matrix), που έδωσε μία ομάδα από τρεις συνδυασμούς σημάτων σύμφωνα με τη σχέση: $\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{s}$. Κάθε σήμα αποτελείτο από 3000 δείγματα, από τα οποία μόνο τα πρώτα 1000 παρουσιάζονται στις εικόνες που ακολουθούν (σχήμα 1 και σχήμα 2). Οι συσχετισμοί μεταξύ των πηγαίων σημάτων και των αντίστοιχων ανακτημένων σημάτων δίνονται στον πίνακα 5.1. Τα τρία ανακτημένα σήματα είχαν βαθμό συσχετισμού $r = 0.99$, με μόνο ένα από τα πηγαία σήματα και άλλους συσχετισμούς να είναι κοντά στο μηδέν. Να σημειωθεί ότι οι συνδυασμοί των σημάτων που χρησιμοποιήθηκαν δεν περιέχουν χρονικές καθυστερήσεις ή άλλου είδους σφάλματα (π.χ. αντήχηση) που να επηρεάζουν τη διαδικασία διαχωρισμού.

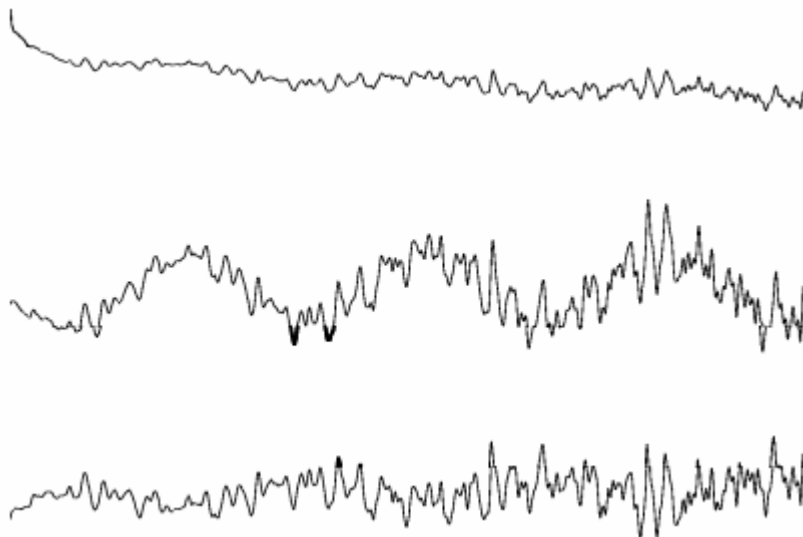
Πίνακας 5.1

Το μέγεθος του συσχετισμού μεταξύ των πηγαίων σημάτων και των σημάτων που ανακτήθηκαν από τους συνδυασμούς των πηγαίων σημάτων με διαφορετικά pdf. Να σημειωθεί ότι το κάθε πηγαίο σήμα έχει υψηλό βαθμό συσχετισμού με μόνο ένα ανακτημένο σήμα.

Signals Recovered	Source Signals		
	s_1	s_2	s_3
y_1	0.000	0.001	1.000
y_2	1.000	0.000	0.000
y_3	0.042	0.999	0.002



Σχήμα 6.1: Τρία σήματα με διαφορετικά pdf. Τα πηγαία σήματα από πάνω προς τα κάτω είναι: Ένα super Gaussian ηχητικό σήμα (από gong), ένα sub Gaussian ημιτονοειδές σήμα και ταξινομημένος Gaussian θόρυβος. Τα σήματα που είναι με τη σταθερή γραμμή αποτελούν τα αρχικά πηγαία σήματα, που χρησιμοποιήθηκαν για τη σύνθεση των συνδυασμένων σημάτων (σχήμα 2) ενώ τα σήματα που είναι με διακεκομμένη γραμμή, αποτελούν τα σήματα που ανακτήθηκαν ύστερα από το διαχωρισμό των συνδυασμένων σημάτων (σχήμα 2). Κάθε πηγαίο σήμα και το αντίστοιχο ανακτημένο σήμα έχουν μετατοπιστεί κάθετα για λόγους ευκρίνειας. Οι συσχετισμοί μεταξύ των πηγαίων και των ανακτημένων σημάτων είναι μεγαλύτεροι από $r = 0.99$ (πίνακας 1). Μόνο τα πρώτα 1000 δείγματα παρουσιάζονται εδώ. Ο ordinal άξονας αναπαριστά το πλάτος του σήματος.



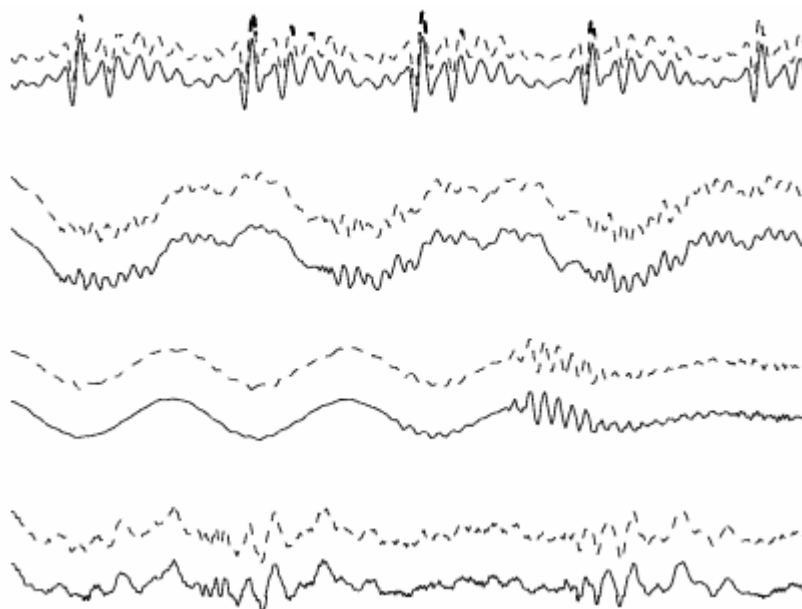
Σχήμα 6.2: Τα συνδυασμένα σήματα, όπως προκύπτουν από τη σύνθεση των αρχικών πηγαίων σημάτων (με τη σταθερή γραμμή) του σχήματος 1. Τα 3 αυτά συνδυασμένα σήματα χρησιμοποιήθηκαν ως είσοδος στη μέθοδο της χρονικής προβλεψιμότητας. Μόνο τα πρώτα 1000 από τα συνολικά 9000 δείγματα που χρησιμοποιήθηκαν παρουσιάζονται εδώ. Ο ordinal άξονας αναπαριστά το πλάτος του σήματος.

5.3.2 Διαχωρίζοντας συνδυασμούς από ηχητικά σήματα

Για κάθε πείραμα που πραγματοποιήθηκε, ως δείγματα χρησιμοποιήθηκαν 50000 σημεία δεδομένων με συχνότητα δειγματοληψίας 44100Hz, με χρήση ενός μικροφώνου για την καταγραφή των διαφορετικών φωνών από ένα ραδιόφωνο. Καταγράφηκαν δύο σετ από 8 ηχητικά σήματα : ανδρικές και γυναικείες ομιλίες, και κλασική μουσική, με ή χωρίς τραγούδι.

5.3.2.1 Διαχωρίζοντας ηχητικά σήματα συνομιλιών

Η μέθοδος της χρονικής προβλεψιμότητας δοκιμάστηκε σε συνδυασμούς από σήματα που προέρχονταν από κανονική ομιλία. Στους πίνακες 5.2 και 5.3 παρουσιάζονται οι συσχετισμοί μεταξύ των πηγαίων σημάτων και του καθενός από τα ανακτημένα σήματα για 4 και 8 ηχητικά σήματα αντίστοιχα. Οι γραφικές αναπαραστάσεις για την περίπτωση των 4 ηχητικών σημάτων παρουσιάζονται στο σχήμα 5.3 (να σημειωθεί ότι δεν παρουσιάζεται και αντίστοιχο σχήμα για τους συνδυασμούς σημάτων από τα 4 αρχικά πηγαία ηχητικά σήματα). Ακολουθεί το σχήμα 3 στην οποία παρουσιάζονται τα 4 αρχικά πηγαία ηχητικά σήματα με τη σταθερή γραμμή και τα αντίστοιχα ανακτημένα σήματα με τη διακεκομμένη γραμμή. Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι πίνακες 2 και 3 που δείχνουν τους συσχετισμούς μεταξύ του καθενός από τα πηγαία και ανακτημένα σήματα για την περίπτωση των 4 πηγαίων σημάτων και των 8 πηγαίων σημάτων.



Σχήμα 6.3 : Τέσσερα ηχητικά σήματα (δύο από άνδρες και δύο από γυναίκες). Κάθε ένα από τα γραφήματα με τη σταθερή γραμμή, αποτελεί ένα από τα 4 αρχικά πηγαία σήματα, τα οποία χρησιμοποιήθηκαν για τη σύνθεση των συνδυασμένων σημάτων, και τα γραφήματα με τη διακεκομμένη γραμμή αποτελούν τα αντίστοιχα ανακτημένα σήματα. Κάθε ένα από τα πηγαία σήματα και το αντίστοιχό του ανακτημένο σήμα έχουν μετατοπιστεί κάθετα για λόγους ευκρίνειας. Οι συσχετισμοί μεταξύ των πηγαίων και των ανακτημένων σημάτων είναι μεγαλύτερη από $r = 0.99$ (πίνακας 2). Μόνο τα πρώτα 1000 από τα 50000 δείγματα παρουσιάζονται εδώ. Ο ordinal άξονας αναπαριστά τα πλάτη των σημάτων.

Πίνακας 5.2

Το μέγεθος του συσχετισμού μεταξύ των 4 πηγαίων σημάτων και των σημάτων που ανακτήθηκαν y_1, \dots, y_4 από τη μέθοδο της χρονικής προβλεψιμότητας. Να σημειωθεί ότι το κάθε πηγαίο σήμα έχει υψηλό βαθμό συσχετισμού μόνο με ένα ανακτημένο σήμα.

Signal Recovered	Source Signals (voices)			
	s_1	s_2	s_3	s_4
y_1	0.097	0.994	0.028	0.049
y_2	0.996	0.081	0.012	0.019
y_3	0.002	0.042	0.995	0.095
y_4	0.030	0.076	0.101	0.992

Πίνακας 6.3

Το μέγεθος του συσχετισμού μεταξύ των 8 πηγαίων σημάτων και των σημάτων που ανακτήθηκαν από τη μέθοδο της χρονικής προβλεψιμότητας. Να σημειωθεί ότι το κάθε πηγαίο σήμα έχει υψηλό βαθμό συσχετισμού μόνο με ένα ανακτημένο σήμα.

Signal Recovered	Source Signals (voices)							
	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
y_1	0.001	0.008	0.004	0.003	0.028	0.046	0.988	0.143
y_2	0.994	0.013	0.003	0.001	0.001	0.017	0.016	0.109
y_3	0.179	0.001	0.162	0.011	0.037	0.102	0.134	0.956
y_4	0.015	0.012	0.007	0.999	0.024	0.032	0.004	0.004
y_5	0.004	0.020	0.993	0.000	0.021	0.008	0.007	0.109
y_6	0.010	0.003	0.026	0.018	0.021	0.992	0.044	0.111
y_7	0.027	0.999	0.012	0.002	0.000	0.010	0.009	0.002
y_8	0.015	0.003	0.027	0.022	0.998	0.020	0.021	0.043

Όπως φαίνεται και από τους πίνακες 5.2 και 5.3 όπου παρουσιάζουν το βαθμό του συσχετισμού μεταξύ του καθενός εκ των πηγαίων σημάτων και ανακτημένων σημάτων, αυτό που παρατηρείται είναι ότι το κάθε πηγαίο σήμα έχει υψηλό βαθμό συσχετισμού **μόνο** με ένα από τα ανακτημένα σήματα. Επίσης, παρατηρείται ότι ο βαθμός συσχετισμού μεταξύ πηγαίων και ανακτημένων σημάτων προσεγγίζει το $r = 0.99$. Με βαθμούς συσχετισμού τόσο μεγάλους, δεν είναι δυνατό να γίνει αντιληπτή η διαφορά μεταξύ των αρχικών και των ανακτημένων ηχητικών σημάτων ομιλίας.

Στην περίπτωση όπου υπάρχουν 8 πηγαία σήματα, παρουσιάστηκε βαθμός συσχετισμού $r = 0.956$ μεταξύ του πηγαίου σήματος 8 (s_8) και του αντίστοιχου ανακτημένου σήματος 3 (y_3), που αποτελεί τη χειρότερη επίδοση της μεθόδου από όλα τα σετ σημάτων και πειραμάτων που καταγράφηκαν εδώ.

5.3.2.2 Διαχωρίζοντας ηχητικά σήματα μουσικής

Η μέθοδος της χρονικής προβλεψιμότητας χρησιμοποιήθηκε επίσης και για συνδυασμούς από 8 τμήματα μουσικής. Οι συσχετισμοί μεταξύ του κάθε πηγαίου σήματος και του κάθε ανακτημένου σήματος παρουσιάζονται στον πίνακα 5.4 που ακολουθεί.

Πίνακας 5.4

Το μέγεθος του συσχετισμού μεταξύ των 8 πηγαίων σημάτων και των σημάτων που ανακτήθηκαν από τη μέθοδο της χρονικής προβλεψιμότητας. Να σημειωθεί ότι το κάθε πηγαίο σήμα έχει υψηλό βαθμό συσχετισμού μόνο με ένα ανακτημένο σήμα

Signal Recovered	Source Signals (classical music)							
	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
y_1	0.096	0.993	0.001	0.001	0.019	0.030	0.035	0.043
y_2	0.088	0.032	0.000	0.002	0.000	0.991	0.038	0.086
y_3	0.006	0.070	0.005	0.001	0.016	0.094	0.085	0.990
y_4	0.028	0.044	0.018	0.002	0.068	0.034	0.991	0.093
y_5	0.005	0.007	0.998	0.066	0.006	0.009	0.021	0.010
y_6	0.995	0.083	0.001	0.008	0.007	0.055	0.018	0.007
y_7	0.000	0.001	0.075	0.997	0.002	0.002	0.000	0.000
y_8	0.008	0.027	0.022	0.012	0.995	0.006	0.098	0.019

Και σε αυτή την περίπτωση, ο βαθμός συσχετισμού μεταξύ πηγαίων και ανακτημένων σημάτων προσεγγίζει το $r = 0.99$ και δεν είναι δυνατό να γίνει αντιληπτή η διαφορά μεταξύ του πηγαίου και του αντίστοιχου ανακτημένου μουσικού σήματος.

Η μέθοδος φάνηκε ότι είναι αρκετά σταθερή για τις τιμές που χρησιμοποιήθηκαν για τις short term και long term half lives της σχέσης (5.2), με την προϋπόθεση ότι η τιμή του long term να είναι πολύ μεγαλύτερη από αυτή του short term.

5.3.3 Πως μπορεί να αποτύχει η μεγιστοποίηση της προβλεψιμότητας

Η μέθοδος της χρονικής προβλεψιμότητας βασίζεται στην υπόθεση ότι διαφορετικά πηγαία σήματα σχετίζονται (μέσα από το W_i) με ξεχωριστά κρίσιμα σημεία της F . Παρόλα αυτά, εάν οποιαδήποτε δύο πηγαία σήματα έχουν τον ίδιο βαθμό προβλεψιμότητας, τότε δύο χαρακτηριστικά διάνυσματα W_i και W_j θα έχουν τις ίδιες χαρακτηριστικές ρίζες (και θα σχετίζονται με τα ίδια κρίσιμα σημεία στην F). Συνεπώς, οποιοδήποτε διάνυσμα W_k που δημιουργείται στο επίπεδο που ορίζεται από τα W_i και W_j επίσης θα μεγιστοποιεί την F , αλλά το W_k δεν μπορεί (γενικά) να χρησιμοποιηθεί για την εξαγωγή ενός πηγαίου σήματος. Αυτό έχει αποδειχθεί με τη δημιουργία δύο συνδυασμών της μορφής

$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{s}$ από δύο σήματα s_1 και s_2 , όπου το σήμα s_1 είναι μία ανεστραμμένη (ως προς τον χρόνο) εκδοχή του σήματος s_2 . Αν και τα σήματα s_1 και s_2 έχουν διαφορετικά χρονικά μονοπάτια, μοιράζονται ακριβώς τον ίδιο βαθμό προβλεψιμότητας F και **δεν** μπορούν να εξαχθούν από τους συνδυασμούς \mathbf{x} με χρήση της μεθόδου της χρονικής προβλεψιμότητας.

Στην πράξη, σήματα που προέρχονται από διαφορετικές πηγές (π.χ. σήματα φωνής) μπορούν τυπικά να διαχωρίζονται, επειδή κάθε πηγαίο σήμα έχει ένα μοναδικό βαθμό προβλεψιμότητας (δηλαδή τιμή της F). Πράγματι, κάθε ομάδα σημάτων, στην οποία το κάθε σήμα προέρχεται από μία ξεχωριστή πηγή (π.χ. σήματα φωνής) μπορεί να διαχωριστεί επιτυχώς και να ληφθούν τα αντίστοιχα ανακτημένα σήματα, από τους συνδυασμούς των πηγαίων σημάτων.

Κεφάλαιο 6

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΕΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΙΣ

6.1 Στοχαστικό πρότυπο απόκρισης ένσφαιρων τριβέων

Οι ένσφαιροι τριβείς αποτελούν αναπόσπαστο στοιχείο των μηχανολογικών κατασκευών λόγω των υψηλών αποδόσεων που επιδεικνύουν και του σχετικά μικρού κόστους τους. Ένας ένσφαιρος τριβέας αποτελεί μία πηγή δονήσεων κατά τη λειτουργία του. Οι κραδασμοί παράγονται από τις κρούσεις των στοιχείων κύλισης στη φθαρμένη μεταλλική επιφάνεια των συνεργαζόμενων δακτυλίων του ένσφαιρου τριβέα. Αποτέλεσμα αυτού του φαινομένου είναι η διέγερση ιδιοσυχνοτήτων της κατασκευής ή του ένσφαιρου τριβέα.

Η πλειονότητα των δονήσεων που εκπέμπονται από το σύνολο των στοιχείων του στρεφόμενου μηχανολογικού εξοπλισμού, όπως οδοντωτοί τροχοί, θεωρούνται περιοδικές με φασματικές συνιστώσες που εμφανίζουν γωνιακή συμφωνία (phase-locked) με την ταχύτητα περιστροφής του άξονα, στον οποίο εδράζονται. Όμως, οι κραδασμοί που παράγονται από ελαττωματικούς ένσφαιρους τριβείς, συσχετίζονται μεν με την ταχύτητα περιστροφής, αλλά δεν εμφανίζουν ισχυρή συμφωνία φάσης με αυτή, γεγονός που πηγάζει από την παρουσία της ολίσθησης, η οποία μεταβάλλεται κατά τυχαίο τρόπο μεταξύ των συνεργαζόμενων δομικών στοιχείων του ένσφαιρου τριβέα.

Κατά τη διάρκεια της λειτουργίας του ένσφαιρου τριβέα, ο λόγος αξονικού-ακτινικού φορτίου κάθε στοιχείου κύλισης μεταβάλλεται σε σχέση με τη θέση που κατέχει στην περιφέρεια του ένσφαιρου τριβέα κάθε χρονική στιγμή. Το φαινόμενο αυτό υποχρεώνει τα στοιχεία κύλισης να κινηθούν με διαφορετικές ταχύτητες μεταξύ τους. Ο κλωβός, όμως, ο οποίος συγκρατεί τα στοιχεία κύλισης, προσπαθεί να διατηρήσει μία ομοιόμορφη και σταθερή μέση απόσταση μεταξύ τους, με αποτέλεσμα να προκαλείται το μη γραμμικό φαινόμενο της ολίσθησης ανάμεσα στα συνεργαζόμενα μεταλλικά δομικά στοιχεία του ένσφαιρου τριβέα.

Επίσης, η ανάπτυξη της ολίσθησης κατά τη διάρκεια της κίνησης των στοιχείων κύλισης μεταβάλλει απειροστά και τοπικά την γωνία επαφής του ένσφαιρου τριβέα επηρεάζοντας την μέση ακτίνα κύλισης.

Έτσι, τα χρονικά σήματα, που χαρακτηρίζονται από διαδικασίες τέτοιας φύσης, δεν εμφανίζουν ισχυρές περιοδικότητες, και αυθεντικούς γωνιακούς δεσμούς με την ταχύτητα περιστροφής. Αντίθετα εμφανίζουν κυκλοστάσιμες ιδιότητες, δηλαδή περιοδικότητα των ανώτερων στατιστικών μεγεθών τους.

Επομένως, βασικός σκοπός είναι η ανάπτυξη ενός στοχαστικού μοντέλου προσομοίωσης κραδασμών που παράγονται από φθαρμένους ένσφαιρους τριβείς και χαρακτηρίζονται από έντονα μη γραμμικά φαινόμενα, όπως η ολίσθηση. Το τυχαίο σήμα που προσομοιώνεται διαμέσου του προτεινόμενου μοντέλου συνίσταται από δύο μέρη: ένα στάσιμο και ντετερμινιστικό, και ένα μη στάσιμο και στοχαστικό.

Κάθε φορά που τα στοιχεία κύλισης ενός ένσφαιρου τριβέα έρχονται σε επαφή με σημειακές φθορές ή ελαττώματα παράγεται μία δόνηση. Η δόνηση αυτή μπορεί να προσομοιωθεί με έναν κρουστικό

παλμό, ο οποίος μαθηματικά εκφράζεται από την κρουστική συνάρτηση $\delta(t)$. Ο βαθμός βαρύτητας της βλάβης δηλώνεται με το γινόμενο της κρουστικής συνάρτησης $\delta(t)$ με μια σταθερά d_0 . Αυτός ο κρουστικός παλμός παριστάνει την εξωτερική διέγερση, δηλαδή τη δύναμη που εφαρμόζεται ως είσοδος στον έσφαιρο τριβέα και γενικότερα στην κατασκευή. Κάθε τέτοια διέγερση προκαλεί μία απόκριση από τον έσφαιρο τριβέα και την κατασκευή, η οποία λαμβάνεται υπόψιν για την ανάπτυξη του μοντέλου στη συνέχεια. Ο κρουστικός παλμός, εξαιτίας της περιστροφής του έσφαιρου τριβέα, εκδηλώνεται περιοδικά με μία συχνότητα που εξαρτάται από τον τύπο της βλάβης. Οι χαρακτηριστικές συχνότητες, στις οποίες εκδηλώνονται οι βλάβες ενός έσφαιρου τριβέα υπολογίζονται με βάση την ταχύτητα περιστροφής του άξονα και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του έσφαιρου τριβέα.

Σε έναν έσφαιρο τριβέα που παρουσιάζει βλάβη στον εσωτερικό ή εξωτερικό δακτύλιο, οι κρουστικοί παλμοί παράγονται κάθε φορά που η φθαρμένη επιφάνεια έρχεται σε επαφή με τα στοιχεία κύλισης του έσφαιρου τριβέα στη ζώνη φόρτισης. Ο ρυθμός με τον οποίο επαναλαμβάνονται οι κρούσεις ονομάζεται συχνότητα διέλευσης των στοιχείων κύλισης από τον εσωτερικό ή εξωτερικό δακτύλιο (Ball Pass Frequency inner/outer race).

Στην περίπτωση που ο εξωτερικός δακτύλιος θεωρείται ακίνητος και ο εσωτερικός περιστρέφεται, οι προαναφερθείσες χαρακτηριστικές συχνότητες ισούνται με:

$$BPF I = \frac{N}{2} \cdot f_{shaft} \cdot \left(1 + \frac{BD}{PD} \cdot \cos \beta \right) \quad (6.1)$$

$$BPF O = \frac{N}{2} \cdot f_{shaft} \cdot \left(1 - \frac{BD}{PD} \cdot \cos \beta \right) \quad (6.2)$$

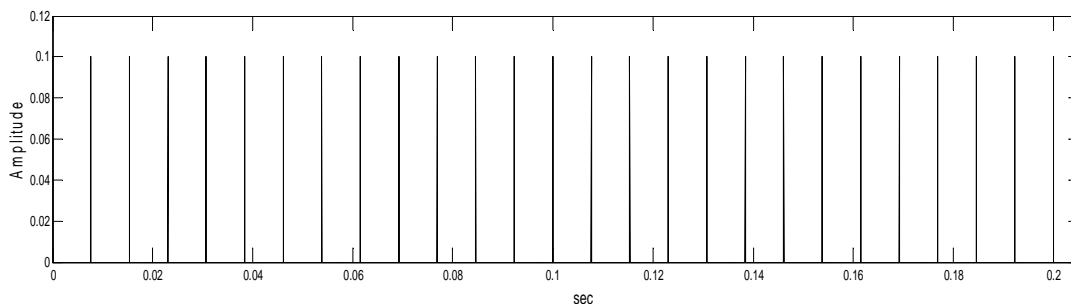
όπου: f_{shaft} είναι η συχνότητα περιστροφής του άξονα πάνω στον οποίο εδράζεται ο έσφαιρος τριβέας, N είναι το πλήθος των στοιχείων κύλισης, BD είναι η διάμετρος των στοιχείων κύλισης, PD είναι η απόσταση των κέντρων δύο αντιδιαμετρικών στοιχείων κύλισης και β είναι η γωνία επαφής.

Αρχικά, θεωρείται μοναδιαία ακτινική φόρτιση, η οποία αναπτύσσεται ομοιόμορφα ολόγυρα της περιφέρειας του έσφαιρου τριβέα. Έτσι, ο κραδασμός, που παράγεται λόγω του προβλήματος που εξετάζεται, είναι δυνατόν να προσομοιωθεί με μία σειρά άπειρων κρουστικών παλμών ίσου πλάτους. Η περίοδος T_d των επαναλαμβανόμενων κρουστικών παλμών ισούται με την αντίστροφη τιμή της χαρακτηριστικής συχνότητας βλάβης (BPF O ή BPF I). Η προαναφερθείσα σειρά κρουστικών παλμών μπορεί μαθηματικά να εκφραστεί με τη σχέση:

$$d(t) = d_0 \cdot \sum_{k=0}^N \delta(t - k \cdot T_d) \quad (6.3)$$

Στο σχήμα 6.1 η χρονική ακολουθία $d(t)$ αναπαριστάται γραφικά ως μια σειρά κρουστικών παλμών με ίσο πλάτος d_0 .

Το πλάτος των κρουστικών παλμών εκφράζει την ένταση της σύγκρουσης των στοιχείων κύλισης με τη φθαρμένη επιφάνεια του έσφαιρου τριβέα. Σύμφωνα με την πλειονότητα των μελετών που αφορούν τη δυναμική των έσφαιρων τριβέων, το πλάτος των κρούσεων επηρεάζεται από τη θέση στην περίμετρο του έσφαιρου τριβέα που συμβαίνει η σύγκρουση σε συνάρτηση με το κέντρο της ζώνης φόρτισης. Η περίπτωση αυτή θα σχολιασθεί και θα αναπτυχθεί στη συνέχεια αυτής της ενότητας.



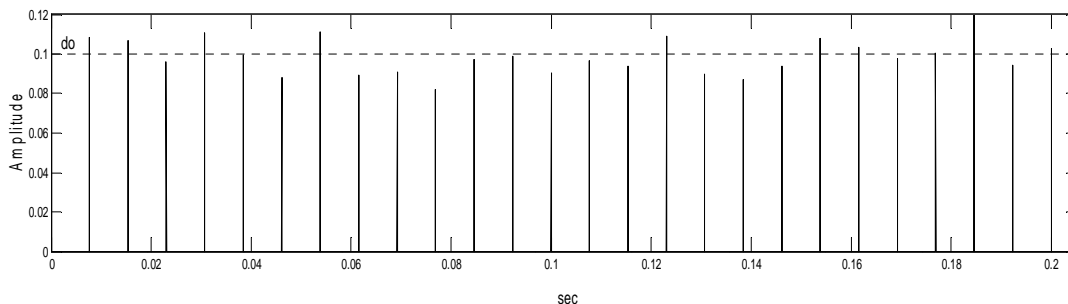
Σχήμα 6.1 Απεικόνιση των κρουστικών παλμών που εκφράζονται από τη σχέση 6.3

Το πλάτος των κρουστικών παλμών διαμορφώνεται, εκτός από την προηγούμενη περίπτωση, κατά τυχαίο τρόπο από: (α) τις διακυμάνσεις της ακαμψίας που εμφανίζει η δομή του έσφαιρου τριβέα, (β) την κυματιδιακή ανομοιομορφία των επιφανειών των δομικών στοιχείων, (γ) την ανομοιομορφία του μεγέθους των στοιχείων κύλισης, (δ) την κακή ευθυγράμμιση των διαδρόμων κύλισης και (ε) την εκκεντρότητα των διαδρόμων κύλισης.

Έτσι, για όλους τους παραπάνω λόγους, το πλάτος των κρουστικών παλμών εμφανίζει μία τυχαία διακύμανση περί μίας μέσης τιμής d_0 (σχήμα 6.2). Η τυχαία διακύμανση των κρούσεων θεωρείται ότι ακολουθεί κανονική κατανομή.

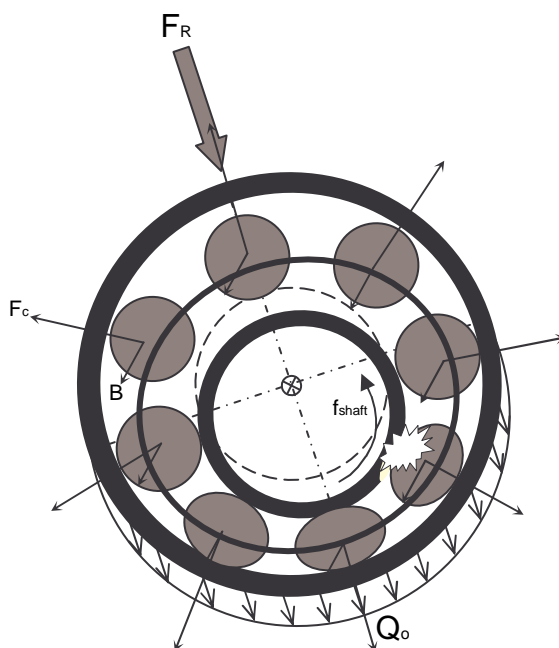
$$d(t) = \sum_{k=0}^N A_k \cdot \delta(t - k \cdot T_d) \quad (6.4)$$

όπου $A_k = d_0 \pm a_k$ είναι το πλάτος του k -οστού κρουστικού παλμού και a_k είναι η τυχαία απόκλιση του πλάτους της κρούσης από την μέση τιμή d_0 .



Σχήμα 6.2 Απεικόνιση των κρουστικών παλμών που εκφράζονται από τη σχέση 6.4

Η κατανομή του φορτίου (σχήμα 6.3) περιφερειακά του ένσφαιρου τριβέα όταν αυτός βρίσκεται υπό την επίδραση ακτινικής φόρτισης ορίζεται κατά προσέγγιση από τη συνάρτηση του Stribeck.



Σχήμα 6.3 Κατανομή ακτινικού φορτίου περιφερειακά του ένσφαιρου τριβέα

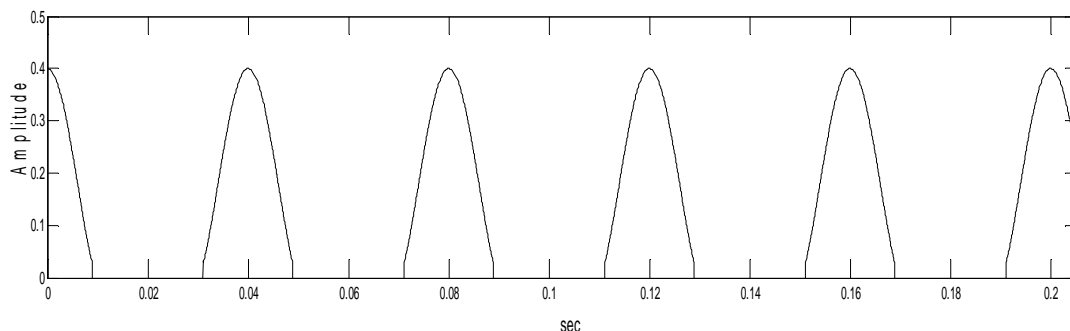
Η συνάρτηση του Stribeck δεν λαμβάνει υπόψη τις μεταβολές στην κατανομή του φορτίου, οι οποίες οφείλονται στο πλήθος και τη θέση των στοιχείων κύλισης εντός της ζώνης φόρτισης κάθε χρονική στιγμή. Έχει αποδειχθεί, όμως, ότι οι διακυμάνσεις της ακαμψίας (stiffness), οι οποίες οφείλονται στην μεταβολή του πλήθους των στοιχείων κύλισης και της θέσης αυτών εντός της ζώνης φόρτισης, δεν υπερβαίνουν το 0,5% της συνολικής τιμής τους για μία δεδομένη φόρτιση. Έτσι, η εκδήλωση αυτών των μεταβολών αγνοείται κατά την ανάπτυξη του μοντέλου.

Επομένως, η κατανομή του φορτίου είναι δυνατόν να εκφρασθεί από τη σχέση:

$$q(t) = \begin{cases} q_0 \cdot \left[1 - \frac{1}{2 \cdot \varepsilon} \cdot (1 - \cos \theta) \right]^n & , \text{για } |\theta| < \theta_{\max} \\ 0 & , \text{οπουδήποτε αλλού} \end{cases} \quad (6.5)$$

όπου q_0 ορίζει το μέγιστο φορτίο, ε είναι ο συντελεστής της κατανομής του φορτίου, ο όρος θ_{\max} παριστάνει τη μέγιστη γωνιακή έκταση της ζώνης φόρτισης, και $n=3/2$ για τριβέα με σφαιρικά στοιχεία κύλισης και $n=10/9$ για τριβέα με κυλινδρικά στοιχεία κύλισης. Η συνάρτηση $q(t)$ είναι περιοδική διότι η φθαρμένη επιφάνεια του εσωτερικού δακτυλίου του ένσφαιρου τριβέα διασχίζει τη ζώνη φόρτισης μία φορά σε κάθε περιστροφή του άξονα.

Στο σχήμα 6.4 αναπαρίσταται γραφικά η συνάρτηση $q(t)$. Συνίσταται από μία σειρά λοβών, όπου η απόσταση των κέντρων τους ισούται με την περίοδο περιστροφής του άξονα T_{shaft} .



Σχήμα 6.4 Καμπύλη κατανομής ακτινικού φορτίου περιφερειακά του ένσφαιρου τριβέα

Στην περίπτωση που εξετάζεται φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο του ένσφαιρου τριβέα, οι κρουστικοί παλμοί διαμορφώνονται κατά πλάτος διότι η σημειακή φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο διέρχεται περιοδικά από τη ζώνη φόρτισης. Έτσι, το πλάτος των κρούσεων δύναται να ορισθεί από τη σχέση:

$$d(t) = q(t) \cdot \sum_{k=0}^N A_k \cdot \delta(t - k \cdot T_d) \quad (6.6)$$

Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενες παραγράφους, στους ένσφαιρους τριβείς αναπτύσσεται ολίσθηση στην κίνηση των στοιχείων κύλισης τους. Αποτέλεσμα αυτού του μη γραμμικού φαινομένου είναι οι κρούσεις των συνεργαζόμενων δομικών στοιχείων του ένσφαιρου τριβέα να μην επαναλαμβάνονται σε ίσες χρονικές περιόδους. Έτσι, εμφανίζεται μία χρονική υστέρηση τ_k μεταξύ των διαδοχικών κρούσεων. Η χρονική υστέρηση τ_k θεωρείται ως μία τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί κανονική κατανομή (Gauss distribution). Έτσι, εισάγεται η στοχαστική ιδέα στο προτεινόμενο πρότυπο προσομοίωσης. Επομένως, η ακολουθία των χρονικών κρουστικών δονήσεων μπορεί να εκφραστεί από την ακόλουθη σχέση:

$$d(t) = \begin{cases} q(t) \cdot \sum_{k=0}^N A_k \cdot \delta(t - k \cdot T_d - \tau_k) & , \text{για φθορά εσωτερικού δακτυλίου} \\ \sum_{k=0}^N A_k \cdot \delta(t - k \cdot T_d - \tau_k) & , \text{για φθορά εξωτερικού δακτυλίου} \end{cases} \quad (6.7)$$

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, κάθε φορά που η σημειακή φθορά έρχεται σε επαφή με κάποια συνεργαζόμενη επιφάνεια του ένσφαιρου τριβέα παράγεται κάποιος κρουστικός παλμός, ο οποίος προκαλεί τη διέγερση πεπερασμένου πλήθους ιδιοσυχνοτήτων της κατασκευής. Αυτή η

διαδικασία μπορεί να προσομοιωθεί με την απόκριση ενός γραμμικού μηχανικού συστήματος ενός βαθμού ελευθερίας (σχήμα 6.5), η οποία εκφράζεται μαθηματικά ως εξής:

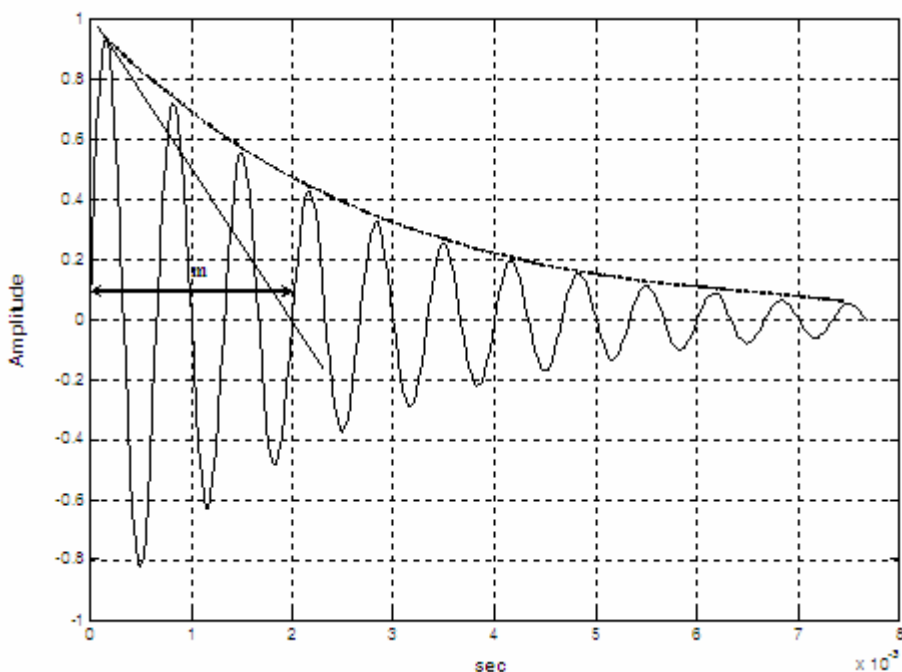
$$s(t) = B \cdot e^{-t/m} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t) \quad (6.8)$$

με

$$m = \frac{Q}{\pi \cdot f_n}, \quad f_0 = f_n \cdot \sqrt{1 - 1/4 \cdot Q^2} \quad \text{και} \quad Q > 1/2 \quad (6.9)$$

όπου, m είναι ο χρόνος άμβλυνσης (relaxation time), f_0 είναι η συχνότητα ελεύθερης ταλάντωσης (free oscillation frequency), f_n είναι η ιδιοσυχνότητα της κατασκευής (phase resonance frequency) και Q είναι ο συντελεστής ποιότητας (quality factor), ο οποίος σχετίζεται με το μέσο διάδοσης.

Σύμφωνα με τη διεθνή βιβλιογραφία, η πλειονότητα των προτεινόμενων μοντέλων προσομοίωσης θεωρεί ότι οι κρουστικοί παλμοί διεγείρουν μία μόνο ιδιοσυχνότητα και μεταφέρονται στο αισθητήριο καταγραφής δεδομένων ακολουθώντας την ίδια διαδρομή μέσα από το ίδιο σώμα του μηχανικού συστήματος. Οι παραπάνω υποθέσεις περιγράφουν ένα ιδανικό μηχανικό σύστημα και σαφώς απέχουν πολύ από τις πραγματικές συνθήκες. Με βάση τις παραπάνω υποθέσεις αγνοείται πλήρως το ενδεχόμενο να διεγείρονται διαφορετικές ιδιοσυχνότητες για κάθε διαφορετική θέση που συμβαίνει η σύγκρουση των συνεργαζόμενων δομικών στοιχείων του ένσφαιρου τριβέα. Παράλληλα, δεν λαμβάνεται υπόψη το πιθανό γεγονός κατά το οποίο οι κραδασμοί μεταφέρονται στο επιταχυνσιόμετρο μέσω διαφορετικών διαδρομών και μέσω μετάδοσης ανάλογα με τη θέση επαφής της σημειακής φθοράς και των συνεργαζόμενων μεταλλικών επιφανειών του ένσφαιρου τριβέα.



Σχήμα 6.5: Απόκριση του γραμμικού μηχανικού συστήματος ενός βαθμού ελευθερίας.

Στο προτεινόμενο στοχαστικό μοντέλο που αναπτύσσεται σε αυτό το κεφάλαιο, υιοθετείται το ενδεχόμενο οι κρουστικοί παλμοί να διεγείρουν ένα διαφορετικό πεπερασμένο πλήθος ιδιοσυχνοτήτων της κατασκευής ανάλογα με τη θέση της σύγκρουσης. Η υπόθεση αυτή υλοποιείται μέσω μιας τυχαίας διαδικασίας, η οποία λαμβάνει υπόψη τη θέση της σημειακής φθοράς ως προς το κέντρο της ζώνης φόρτισης τη στιγμή της σύγκρουσης. Επιπλέον, το στοχαστικό μοντέλο δύναται να υποθέσει τη διάδοση των δονήσεων διαμέσου διαφορετικών υλικών και μονοπατιών ανάλογα με το σημείο που πραγματοποιείται η επαφή των μεταλλικών επιφανειών του ένσφαιρου τριβέα. Η επίτευξη αυτής της διαδικασίας διενεργείται με την μεταβολή του συντελεστή ποιότητας Q συναρτήσει της θέσης της σύγκρουσης και των ιδιοσυχνοτήτων που διεγείρονται. Έτσι, οι σχέσεις 6.8 και 6.9 μπορούν να τροποποιηθούν ώστε να αξιοποιηθούν από το προτεινόμενο μοντέλο:

$$s(t) = \sum_{i=1}^M B_i \cdot e^{-t/m_i} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_{0i} \cdot t) \quad (6.10)$$

με

$$m_i = \frac{Q_i}{\pi \cdot f_{ni}}, \quad f_{0i} = f_{ni} \cdot \sqrt{1 - 1/4 \cdot Q_i^2} \quad \text{και} \quad Q_i > 1/2 \quad (6.11)$$

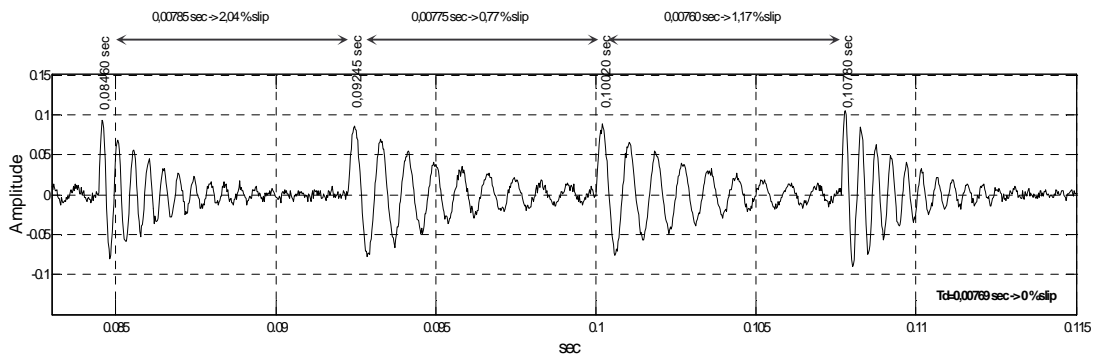
όπου m_i είναι ο χρόνος άμβλυνσης του i -στου κρουστικού παλμού, f_{0i} είναι η i -οστή συχνότητα ελεύθερης ταλάντωσης, f_{ni} είναι η i -οστή ιδιοσυχνότητα της κατασκευής που διεγείρεται, Q_i είναι ο i -οστός συντελεστής ποιότητας του μέσου διάδοσης των κραδασμών και ο όρος M ορίζει το πεπερασμένο πλήθος ιδιοσυχνοτήτων της κατασκευής που διεγείρονται από την i -οστή κρούση.

Τελικά, με βάση τα παραπάνω, το προσομοιωμένο σήμα $d(t)$ που προκύπτει από το προτεινόμενο μοντέλο εκφράζεται μαθηματικά από τη σχέση:

$$d(t) = \begin{cases} \sum_{k=0}^N \left[q(t) \cdot A_k \cdot \delta(t - k \cdot T_d - \tau_k) \otimes \sum_{i=1}^M B_i \cdot e^{-t/m_i} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_{oi} \cdot t) \right] + n(t) & (6.12a) \\ \sum_{k=0}^N \left[A_k \cdot \delta(t - k \cdot T_d - \tau_k) \otimes \sum_{i=1}^M B_i \cdot e^{-t/m_i} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_{oi} \cdot t) \right] + n(t) & (6.12b) \end{cases}$$

όπου ο μαθηματικός τελεστής \otimes συμβολίζει τη συνέλιξη της απόκρισης της κατασκευής και της κρουστικής δύναμης, και $n(t)$ είναι ο περιβάλλοντας θόρυβος που προστίθεται στη χρονική ακολουθία. Η σχέση 6.12α αναφέρεται σε φθορά εσωτερικού δακτυλίου και η σχέση 6.12β αναφέρεται σε φθορά εξωτερικού δακτυλίου.

Η αναπαράσταση των σχέσεων 6.12α και 6.12β απεικονίζεται στο σχήμα 6.6, στο οποίο διακρίνεται το ποσοστό της ολίσθησης και η διέγερση διαφορετικής ιδιοσυχνότητας της κατασκευής ανάλογα με τη θέση που πραγματοποιείται η σύγκρουση μεταξύ της σημειακής φθοράς και των συνεργαζόμενων επιφανειών του ένσφαιρου τριβέα.



Σχήμα 6.6 Απόκριση ένσφαιρου τριβέα, η οποία χαρακτηρίζεται από την παρουσία της ολίσθησης και τη διέγερση διαφορετικών ιδιοσυχνοτήτων ανάλογα με το σημείο σύγκρουσης της φθαρμένης επιφάνειας και των συνεργαζόμενων δομικών στοιχείων του ένσφαιρου τριβέα.

Με βάση το στοχαστικό πρότυπο της απόκρισης των ένσφαιρων τριβέων και με χρήση του υπολογιστικού περιβάλλοντος Matlab, για τις υπολογιστικές προσομοιώσεις, δημιουργήθηκαν τα προσομοιωμένα σήματα, όπως παρουσιάζονται στον πίνακα 6.1 όπου γίνεται επεξήγηση των σημάτων που δημιουργήθηκαν και των συμβόλων που χρησιμοποιήθηκαν στις υπολογιστικές προσομοιώσεις.

Πίνακας 6.1

Επεξήγηση συμβόλων και σημάτων που δημιουργήθηκαν για τις υπολογιστικές προσομοιώσεις

ΕΠΕΞΗΓΗΣΗ ΣΥΜΒΟΛΩΝ	
H1A1	Η ΚΥΜΑΤΟΜΟΡΦΗ ΤΗΣ BPFO ΜΕ $F_n=1100\text{Hz}$
H1A2	Η ΚΥΜΑΤΟΜΟΡΦΗ ΤΗΣ BPFO ΜΕ $F_n=2000\text{Hz}$
H1A1SNR10	Η H1A1 με Signal to Noise Ratio SNR=10
H1A2SNR20	Η H1A2 με Signal to Noise Ratio SNR=20
H1A2SNR5	Η H1A2 με Signal to Noise Ratio SNR=5
H1A2Md01	Η H1A2 με signal amplitude $M_d=0.1$
H1A2Md3	Η H1A2 με signal amplitude $M_d=3$
H1A2Md01SNR5	Η H1A2 με signal amplitude $M_d=0.1$ και SNR=5
H1A1SLIP1	Η H1A1 με ολίσθηση 1.7%
H1A1SLIP5	Η H1A2 με ολίσθηση 5%
H1A2SLIP1	Η H1A2 με ολίσθηση 1.7%
H1A2SLIP5	Η H1A2 με ολίσθηση 5%
H2B1	Η ΚΥΜΑΤΟΜΟΡΦΗ ΤΗΣ BPFI ΜΕ $F_n=1500\text{Hz}$
H2B2	Η ΚΥΜΑΤΟΜΟΡΦΗ ΤΗΣ BPFI ΜΕ $F_n=2500\text{Hz}$
H2B2Md01SNR5	Η H2B2 με signal amplitude $M_d=0.1$ και SNR=5
H2B1SLIP1	Η H2B1 με ολίσθηση 1.7%
H2B1SLIP5	Η H2B1 με ολίσθηση 5%
H2B2SLIP1	Η H2B2 με ολίσθηση 1.7%
H2B2SLIP5	Η H2B2 με ολίσθηση 5%
X_C	MIXTURED SIGNAL ΣΤΟ ΟΠΟΙΟ ΥΠΕΡΕΧΕΙ Ο ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΤΗΣ ΒΛΑΒΗΣ ΤΟΥ ΡΟΥΛΕΜΑΝ ΠΟΥ ΕΔΡΑΖΕΤΑΙ ΣΤΗ ΘΕΣΗ Α
X_D	MIXTURED SIGNAL ΣΤΟ ΟΠΟΙΟ ΥΠΕΡΕΧΕΙ Ο ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΤΗΣ ΒΛΑΒΗΣ ΤΟΥ ΡΟΥΛΕΜΑΝ ΠΟΥ ΕΔΡΑΖΕΤΑΙ ΣΤΗ ΘΕΣΗ Β
X_E	MIXTURED SIGNAL ΣΤΟ ΟΠΟΙΟ ΥΠΕΡΕΧΕΙ Ο ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΤΗΣ ΒΛΑΒΗΣ ΤΟΥ ΡΟΥΛΕΜΑΝ ΠΟΥ ΕΔΡΑΖΕΤΑΙ ΣΤΗ ΘΕΣΗ F
U_1	ΤΟ 1 ^ο UNMIXED SIGNAL
U_2	ΤΟ 2 ^ο UNMIXED SIGNAL
U_3	ΤΟ 3 ^ο UNMIXED SIGNAL

Τα σήματα που δημιουργήθηκαν, παρουσιάζονται στους πίνακες που ακολουθούν, στους οποίους, παρουσιάζονται τα χαρακτηριστικά που φέρει το εκάστοτε δημιουργούμενο προσομοιωμένο σήμα.

Πιο αναλυτικά, οι πίνακες 6.2 και 6.3, παρουσιάζουν τα χαρακτηριστικά των προσομοιωμένων σημάτων για τις περιπτώσεις όπου υπάρχουν 2 ή 3 πηγές βλάβης (δηλαδή 2 ή 3 ένσφαιροι τριβείς που παρουσιάζουν φθορά), από τις οποίες διεγείρεται μόνο από μία “τοπική” (local) ιδιοσυχνότητα. Ο πίνακας 6.4 που ακολουθεί, επεξηγεί τα σύμβολα των πινάκων 6.2 και 6.3.

Ακολουθεί ο πίνακας 6.4, στον οποίο παρουσιάζονται τα χαρακτηριστικά των προσομοιωμένων σημάτων για τις περιπτώσεις όπου υπάρχουν 2 ή 3 πηγές βλάβης, από τις οποίες διεγείρεται πέρα από μία local ιδιοσυχνότητα, και μία global ιδιοσυχνότητα που διεγείρεται από όλες τις πηγές βλάβης.

Πίνακας 6.2

Προσομοιωμένα σήματα για 2 και 3 local modes

Model setup	H1A1	H1A2	H1A1SNR10	H1A2SNR20	H1A2SNR5	H1A2Md3	H1A2Md01SNR5	H1A1SLIP1	H1A1SLIP5
sampling rate (Hz)	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
#samples	8192	8192	8192	8192	8192	8192	8192	8192	8192
fshaft	17	17	17	17	17	17	17	17	17
A	5	5	5	5	5	5	5	-	-
Fb	-	-	-	-	-	-	-	85.5	85.5
Md	1	1	1	1	1	3	0.1	1	1
Amplitude	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Fn (Hz)	1100	2000	1100	2000	2000	2000	2000	1100	1100
Q	10	12	10	12	12	12	12	10	10
Noisecoef	0	0	SNR=10	SNR=20	SNR=5	0	SNR=5	0	0
Thmax	-	-	-	-	-	-	-	-	0
Input factor e	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Max load q0	-	-	-	-	-	-	-	-	-
VM	-	-	-	-	-	-	-	0.015	0.015
g	-	-	-	-	-	-	-	0.6667	2.000
Resulted Kurtosis	2.9820	6.1605	3.8260	6.1626	4.2134	6.912	3.3796	3.0525	3.2251

Πίνακας 6.3

Προσομοιωμένα σήματα για 2 και 3 local modes

Model setup	H1A2SLIP1	H1A2SLIP5	H2B1	H2B2	H2B2Md01SNR5	H2B1SLIP1	H2B1SLIP5	H2B2SLIP1	H2B2SLIP5
sampling rate (Hz)	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
#samples	8192	8192	8192	8192	8192	8192	8192	8192	8192
fshaft	17	17	17	17	17	17	17	17	17
A	-	-	11	11	11	-	-	-	-
Fb	85.5	85.5	-	-	-	188.67	188.67	188.67	188.67
Md	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Amplitude	-	-	1	1	1	1	1	1	1
Fn (Hz)	2000	2000	1500	2500	2500	1500	1500	2500	2500
Q	12	12	10	14	14	10	10	14	14
Noisecoef	0	0	0	0	SNR=5	0	0	0	0
Thmax	-	-	80	80	80	80	80	80	80
Input factor e	-	-	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
Max load q0	-	-	1	1	1	0.4	0.4	0.4	0.4
VM	0.015	0.015	-	-	-	0.015	0.015	0.015	0.015
g	0.6667	2.000	-	-	-	0.3333	1.000	0.3333	1.000
Resulted Kurtosis	6.048	6.1281	10.4659	20.9998	10.4718	10.3036	10.9920	21.5614	21.6096

Πίνακας 6.4

Επεξήγηση των συμβόλων των πινάκων 6.2 και 6.3

Σύμβολο	Ερμηνεία
A	$fb=A*fshaft \rightarrow A=fb/fshaft$, fb=bearing defective frequency
Md	Signal Amplitude
Q	Quality factor
Amplitude	amplitude of impulsive responses (BPFI only)
Tmax	max angle of bearing load zone (BPFI only)
Max load q0	BPFI only
VM	variation of the amplitude of the impacts
g	slid factor variation
Fb	defective frequency

Πίνακας 6.5

Προσομοιωμένα σήματα για 2 και 3 local modes & 1 global ιδιοσυχνότητα

Model setup	2 local modes & 1 global frequency		3 local modes & 1 global frequency		
	BPFO & Global	BPFI & Global	BPFO_I & Global	BPFO_II & Global	BPFI_I & Global
sampling rate (Hz)	10000	10000	10000	10000	10000
#samples	8192	8192	8192	8192	8192
fshaft	17	17	17	17	17
Fb	45	165	45	45	165
Md	1	3	1	1	3
Amplitude	1	1	1	1	1
Fn1 (Hz)	1550	2500	800	1400	3100
Fn2 (Hz)	800	800	2000	2000	2000
Q1	12	14	10	12	16
Q2	10	10	14	14	14
Noisecoef	0.02	0.008	0.02	0.02	0.008
Thmax	-	80	-	-	80
Input factor e	-	0.5	-	-	0.5
Max load q0	-	0.5	-	-	0.5
VM	0.015	0.015	0.015	0.015	0.015
Resulted Kurtosis	11.7517	10.0233	11.1905	18.0942	29.9545

Πίνακας 6.6 Επεξήγηση συμβόλων του πίνακα 6.5

Σύμβολο	Ερμηνεία
Fb	defective frequency (BPFO or BPFI)
Md	Signal Amplitude
fn1	local διεγερόμενη ιδιοσυχνότητα
fn2	global διεγερόμενη ιδιοσυχνότητα
Q1	Quality factor for fn1
Q2	Quality factor for fn2
Amplitude	amplitude of impulsive responses
Tmax	max angle of bearing load zone (BPFI only)
Max load q0	BPFI only
VM	variation of the amplitude of the impacts

Ακολουθεί η ενότητα 6.2 με τις mode Shape Συναρτήσεις, για 2 και 3 local modes και 2 και 3 local modes που διεγείρουν μία global ιδιοσυχνότητα.

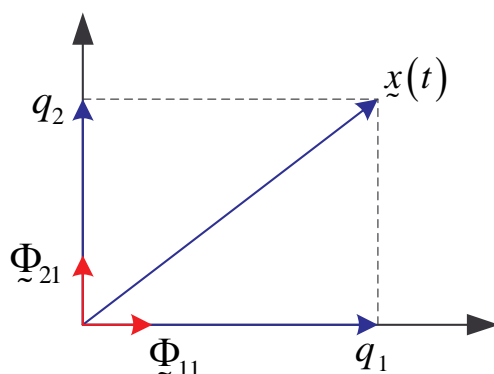
6.2 Μοντελοποίηση αποκρίσεων

6.2.1 Βασικές αρχές

Το διάνυσμα $\underline{x}(t)$ των αγνώστων Βαθμών Ελευθερίας (δηλαδή της απόκρισης) του εξεταζομένου δυναμικού συστήματος είναι δυνατόν να γραφεί ως γραμμικός συνδυασμός των ιδιοανυσμάτων $\underline{\Phi}_i$, με συντελεστές γραμμικού συνδυασμού τις ποσότητες $q_i(t)$. Οι ποσότητες $q_i(t)$ αποκαλούνται ‘γενικευμένοι Βαθμοί Ελευθερίας’ και περιγράφουν την απόκριση του συστήματος ως εάν αυτό ήταν μονοβάθμιο και ταλαντωνόταν με συχνότητα ω_i . Έτσι, η απόκριση της μηχανής γράφεται ως εξής:

$$\underline{x}(t) = \sum_{i=1}^N \underline{\Phi}_i q_i(t) = \underline{\Phi}_1 q_1(t) + \underline{\Phi}_2 q_2(t) + \dots + \underline{\Phi}_N q_N(t) \quad (6.13)$$

Με άλλα λόγια, είναι δυνατόν να θεωρήσουμε τα ιδιοανύσματα $\underline{\Phi}_i$ ως μία βάση του N – διάστατου γραμμικού χώρου, στην οποία μπορούμε να προβάλουμε το διάνυσμα $\underline{x}(t)$ των αγνώστων Βαθμών Ελευθερίας. Οι, δε, συντελεστές προβολής είναι οι γενικευμένοι Βαθμοί Ελευθερίας $q_i(t)$. Στο ακόλουθο σχήμα 6.7 απεικονίζεται η εξίσωση (6.13) στο διδιάστατο χώρο (δηλαδή για $N = 2$).



Σχήμα 6.7 Σχηματική αναπαράσταση δυναμικής απόκρισης $\underline{x}(t)$ στο διδιάστατο χώρο

Επίσης, η εξίσωση (6.) είναι δυνατόν να γραφεί με τον ακόλουθο συνοπτικό τρόπο:

$$\underline{x}(t) = \underline{\Phi} \underline{q}(t) \quad (6.14)$$

όπου $\underline{\Phi}$ είναι ο **πίνακας των ιδιοανυσμάτων**, δηλαδή $\underline{\Phi} = [\underline{\Phi}_1 \quad \underline{\Phi}_2 \quad \dots \quad \underline{\Phi}_N]$, και $\underline{q}(t)^T = [q_1(t) \quad q_2(t) \quad \dots \quad q_N(t)]$. Συνεπώς, η εξίσωση (6.2) περιγράφει έναν γραμμικό μετασχηματισμό, στον οποίο η βάση του μετασχηματισμού είναι το σύνολο των ιδιοανυσμάτων (εξ ου και η ονομασία ‘*Ιδιοανυσματικός Μετασχηματισμός*’) του εξεταζόμενου δυναμικού συστήματος.

Γενικεύοντας, έστω ένα δυναμικό σύστημα N Βαθμών Ελευθερίας, στο οποίο αμελούμε την απόσβεση (συντηρητική προσέγγιση). Με άλλα λόγια, θεωρούμε ένα πολύβαθμιο σύστημα $m - k$ και

έστω ότι σε αυτό ασκείται εξωτερική δύναμη διέγερσης \underline{F} . Κατά τα γνωστά, η εξίσωση ισορροπίας του συστήματος είναι:

$$\underline{M} \ddot{\underline{x}} + \underline{K} \underline{x} = \underline{F} \quad (6.15)$$

Πολλαπλασιάζοντας από αριστερά την εξίσωση (6.15) με τον πίνακα $\underline{\Phi}^T$, λαμβάνοντας υπόψη τις ιδιότητες ορθοκανονικότητας των ιδιοανυσμάτων και εισάγοντας την εξίσωση (6.14), προκύπτει:

$$\begin{aligned} & \underline{\Phi}^T \underline{M} \underline{\Phi} \ddot{\underline{q}}(t) + \underline{\Phi}^T \underline{K} \underline{\Phi} \underline{q}(t) = \underline{\Phi}^T \underline{F} \xrightarrow{q=q(t)} \\ \Rightarrow & \left\{ \begin{bmatrix} \Phi_1^T & \Phi_2^T & \dots & \Phi_N^T \end{bmatrix} \underline{M} \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \dots \\ \Phi_N \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \dots \\ \ddot{q}_N \end{bmatrix} + \left\{ \begin{bmatrix} \Phi_1^T & \Phi_2^T & \dots & \Phi_N^T \end{bmatrix} \underline{K} \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \dots \\ \Phi_N \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \dots \\ q_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_1^T & \Phi_2^T & \dots & \Phi_N^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \dots \\ F_N \end{bmatrix} \Rightarrow \\ \Rightarrow & \left\{ \underbrace{\Phi_1^T \underline{M} \Phi_1}_{m_{11}} + \underbrace{\Phi_2^T \underline{M} \Phi_2}_{m_{22}} + \dots + \underbrace{\Phi_N^T \underline{M} \Phi_N}_{m_{NN}} \right\} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \dots \\ \ddot{q}_N \end{bmatrix} + \left\{ \underbrace{\Phi_1^T \underline{K} \Phi_1}_{k_{11}} + \underbrace{\Phi_2^T \underline{K} \Phi_2}_{k_{22}} + \dots + \underbrace{\Phi_N^T \underline{K} \Phi_N}_{k_{NN}} \right\} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \dots \\ q_N \end{bmatrix} = \\ = & \left\{ \Phi_1^T F_1 + \Phi_2^T F_2 + \dots + \Phi_N^T F_N \right\} \Rightarrow m_{ii} \ddot{q}_i + k_{ii} q_i = \Phi_i^T F \Rightarrow \ddot{q}_i + \underbrace{\left(\frac{k_{ii}}{m_{ii}} \right)}_{\omega_i^2} q_i = \underbrace{\left(\frac{\Phi_i^T F}{m_{ii}} \right)}_{g_i(t)} \Rightarrow \\ \Rightarrow & \ddot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = g_i(t), \quad i=1,2,\dots,N \quad (6.16) \end{aligned}$$

Επομένως, η απόκριση της μηχανής με φθορά ρουλεμάν σε μια θέση μέτρησης A, η οποία διεγείρει μια συχνότητα ω_A είναι δυνατόν να περιγραφεί από τον ‘γενικευμένο βαθμό ελευθερίας’ $q_{1A} = \Phi_{1A} \times h_{1A}$ και το ιδιοάνυσμα Φ_{1A} στη θέση μέτρησης A.

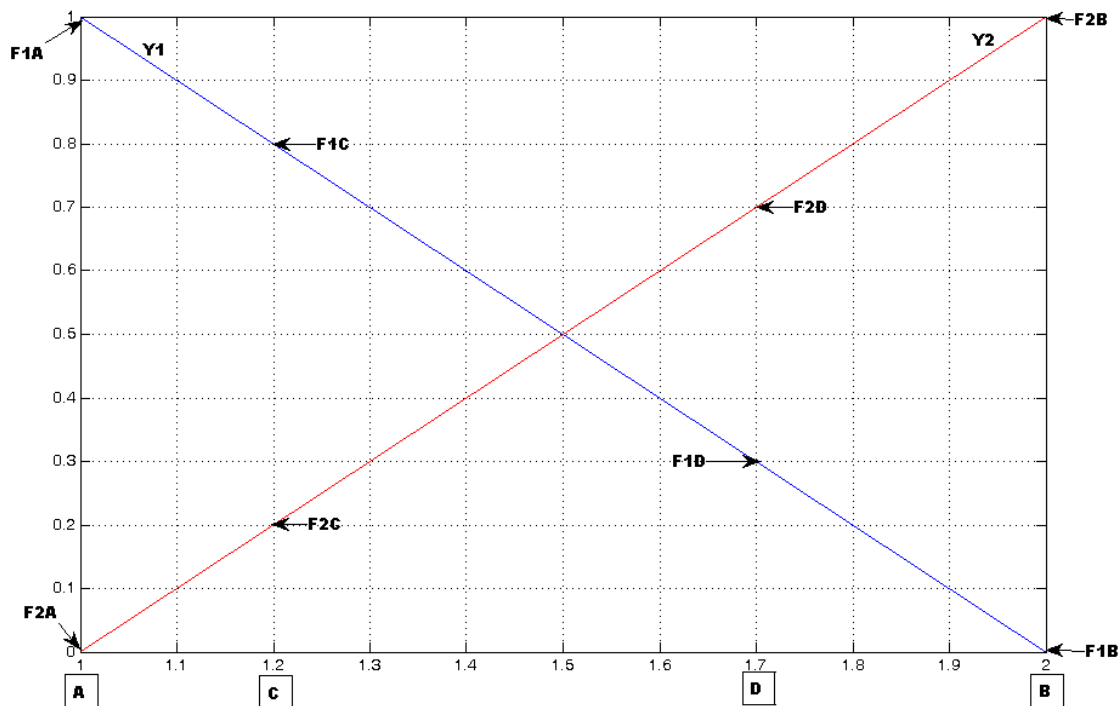
Έτσι, η απόκριση του συστήματος (μηχανής) στη θέση μέτρησης A ως εάν αυτό ήταν μονοβάθμιο και ταλαντωνόταν με συχνότητα ω_A γράφεται ως εξής:

$$\underline{X}_A = \Phi_{1A} \cdot q_{1A} = \Phi_{1A} \cdot \Phi_{1A} \cdot h_{1A} = \Phi_{1A}^2 \cdot h_{1A} \quad (6.17)$$

6.2.2 Μοντελοποίηση δύο πηγών που διεγείρουν δύο ‘τοπικές’ ιδιοσυχνότητες

Η 1^η περίπτωση αφορά την ύπαρξη δύο ένσφαιρων τριβέων – ρουλεμάν τα οποία ενδέχεται να παρουσιάζουν βλάβη στον εξωτερικό ή εσωτερικό δακτύλιο, ή λειτουργούν χωρίς βλάβη (δύο πηγές σημάτων), που βρίσκονται στα σημεία A και B. Κάθε μία από τις πηγές αυτές διεγείρει μία τοπική ιδιοσυχνότητα (local mode) που δεν είναι ορατή στην άλλη πηγή. Τα σημεία C και D αποτελούν σημεία παρατήρησης (αισθητήρια όργανα), που παρατηρούν τα σήματα που προέρχονται και από τις δύο πηγές. Τα σημεία C και D έχουν τοποθετηθεί σε τυχαίες θέσεις, αλλά με τέτοιο τρόπο, ώστε το

κάθε ένα από τα C και D να βρίσκεται πιο κοντά σε μία από τις δύο πηγές αντίστοιχα. Αυτό συμβαίνει προκειμένου, όταν υπολογιστούν τα συνδυασμένα σήματα (observed signals X_C X_D), στο X_C να “υπερέχει” αριθμητικά το σήμα που προέρχεται από την πηγή της θέσης A και στο X_D να υπερέχει το σήμα της πηγής B. Το σχήμα που ακολουθεί, απεικονίζει τις δύο shape functions που χρησιμοποιούνται στην περίπτωση των 2 πηγών βλάβης, καθώς και την τοποθέτηση των σημείων A, B, C, και D.



Σχήμα 6.8 Shape Functions for 2 local modes (The Lagrange linear shape functions)

Οι shape functions που χρησιμοποιούνται στην περίπτωση των 2 πηγών είναι $Y_1 = 2 - x_1$ και $Y_2 = x_2 - 1$

Τα F_{1A} , F_{1B} , F_{1C} , F_{1D} , F_{2A} , F_{2B} , F_{2C} και F_{2D} είναι συντελεστές των X_C και X_D , που υπολογίζονται από τις παραπάνω shape functions.

Ο υπολογισμός των σημάτων των σημείων παρατήρησης X_C και X_D πραγματοποιείται ως εξής:

$$X = [X_C \quad X_D] = \Phi \times q = \begin{bmatrix} \Phi_{1A} & 0 \\ 0 & \Phi_{2B} \\ \Phi_{1C} & \Phi_{2C} \\ \Phi_{1D} & \Phi_{2D} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Phi_{1A} \cdot h_{1A} \\ \Phi_{2B} \cdot h_{2B} \end{bmatrix}$$

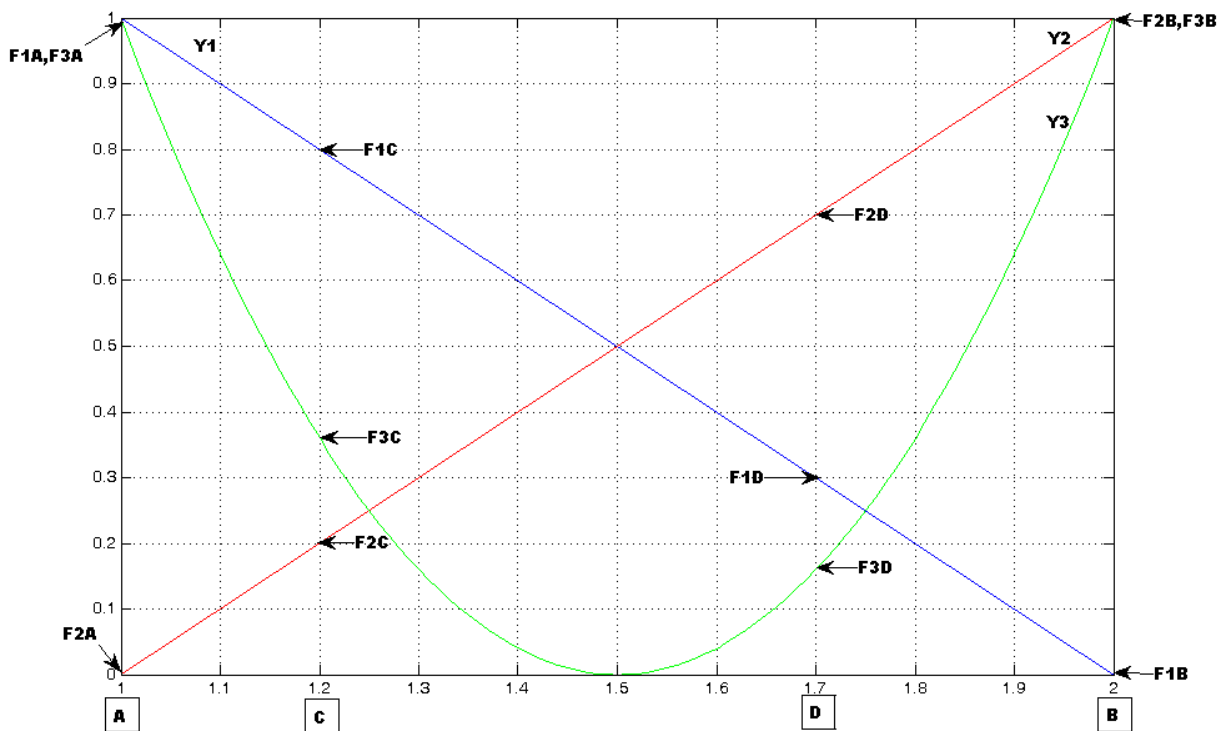
,όπου Φ_i οι συντελεστές F_i , h_{1A} το σήμα (η κυματομορφή του σήματος) που προέρχεται από την πηγή της θέσης A και h_{2B} το σήμα που προέρχεται από την πηγή της θέσης B.

Συνεπώς τα συνδυασμένα σήματα X_C και X_D δίνονται από τους τύπους που ακολουθούν:

$$X_C = \Phi_{1A} \cdot \Phi_{1C} \cdot h_{1A} + \Phi_{2B} \cdot \Phi_{2C} \cdot h_{2B} \text{ και } X_D = \Phi_{1A} \cdot \Phi_{1D} \cdot h_{1A} + \Phi_{2B} \cdot \Phi_{2D} \cdot h_{2B}$$

6.2.3 Μοντελοποίηση δύο πηγών που διεγείρουν μία ‘κοινή’ και δύο ‘τοπικές’ ιδιοσυχνότητες

Η περίπτωση αυτή αφορά και πάλι την ύπαρξη δύο πηγών σημάτων (δύο ένσφαιροι τριβείς που ενδέχεται να παρουσιάζουν βλάβη στον εξωτερικό ή στον εσωτερικό δακτύλιο) που βρίσκονται στις θέσεις A και B. Κάθε μία από τις πηγές, διεγείρει μία τοπική (local) ιδιοσυχνότητα. Επίσης από κάθε πηγή, διεγείρεται μία global ιδιοσυχνότητα. Η global ιδιοσυχνότητα που διεγείρεται από κάθε πηγή (ρουλεμάν), έχει την ίδια συχνότητα, αλλά διαφορετικά χαρακτηριστικά, που εξαρτώνται από το είδος της βλάβης που φέρει το κάθε ρουλεμάν. Και σε αυτή την περίπτωση τα σημεία C και D αποτελούν σημεία παρατήρησης των σημάτων, κάθε ένα από τα οποία βρίσκεται πιο κοντά σε μία από τις δύο πηγές. Η διαφορά σε σχέση με την περίπτωση που υπάρχουν μόνο τοπικές ιδιοσυχνότητες, είναι ότι στον υπολογισμό των συνδυασμένων σημάτων X_C και X_D , θα εμπεριέχεται και η global ιδιοσυχνότητα που διεγείρεται από την κάθε πηγή. Η εικόνα που ακολουθεί παρουσιάζει τις shape functions για τα 2 local mode, καθώς και τη shape function της global ιδιοσυχνότητας που διεγείρεται και από τις δύο πηγές των σημείων A και B.



Σχήμα 6.9 Shape Functions for 2 local modes and 1 global frequency

Οι shape functions χρησιμοποιούνται στην περίπτωση των 2 πηγών και της μίας global ιδιοσυχνότητας είναι: $Y_1 = 2 - x_1$, $Y_2 = x_2 - 1$ και $Y_3 = 4 \cdot x_3^2 - 12 \cdot x_3 + 9$.

Τα F_{1A} , F_{1B} , F_{1C} , F_{1D} , F_{2A} , F_{2B} , F_{2C} , F_{2D} , F_{3A} , F_{3B} , F_{3C} και F_{3D} είναι συντελεστές των X_C και X_D , που υπολογίζονται από τις παραπάνω shape functions. Αυτό που παρατηρείται και είναι αναμενόμενο αφορά τους συντελεστές F_{1A} , F_{2B} , F_{3A} και F_{3B} που λαμβάνουν και οι τέσσερις την τιμή 1. Αυτό οφείλεται στο ότι οι F_{1A} και F_{2B} αποτελούν συντελεστές που προέρχονται από local ιδιοσυχνότητες, και οι F_{3A} , F_{3B} αποτελούν συντελεστές της global ιδιοσυχνότητας που διεγείρεται και από τις δύο πηγές.

Ο υπολογισμός των σημάτων των σημείων παρατήρησης X_C και X_D πραγματοποιείται ως εξής:

$$X = [X_C \quad X_D] = \Phi \times q = \begin{bmatrix} \Phi_{1A} & 0 & \Phi_{3A} \\ 0 & \Phi_{2B} & \Phi_{3B} \\ \Phi_{1C} & \Phi_{2C} & \Phi_{3C} \\ \Phi_{1D} & \Phi_{2D} & \Phi_{3D} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Phi_{1A} \cdot h_{1A} \\ \Phi_{2B} \cdot h_{2B} \\ \Phi_{3A} \cdot h_{3A} + \Phi_{3B} \cdot h_{3B} \end{bmatrix}$$

,όπου Φ_i οι συντελεστές F_i , και h_{1A} το σήμα (η κυματομορφή του σήματος) που προέρχεται από την πηγή της θέσης A, h_{2B} το σήμα που προέρχεται από την πηγή της θέσης B, h_{3A} το σήμα με τη global ιδιοσυχνότητα, αλλά χαρακτηριστικά που εξαρτώνται από το είδος της βλάβης που φέρει το ρουλεμάν που εδράζεται στη θέση A και h_{3B} το σήμα με τη global ιδιοσυχνότητα, αλλά χαρακτηριστικά που εξαρτώνται από το είδος της βλάβης που φέρει το ρουλεμάν που εδράζεται στη θέση B.

Συνεπώς τα συνδυασμένα σήματα X_C και X_D δίνονται από τους τύπους που ακολουθούν:

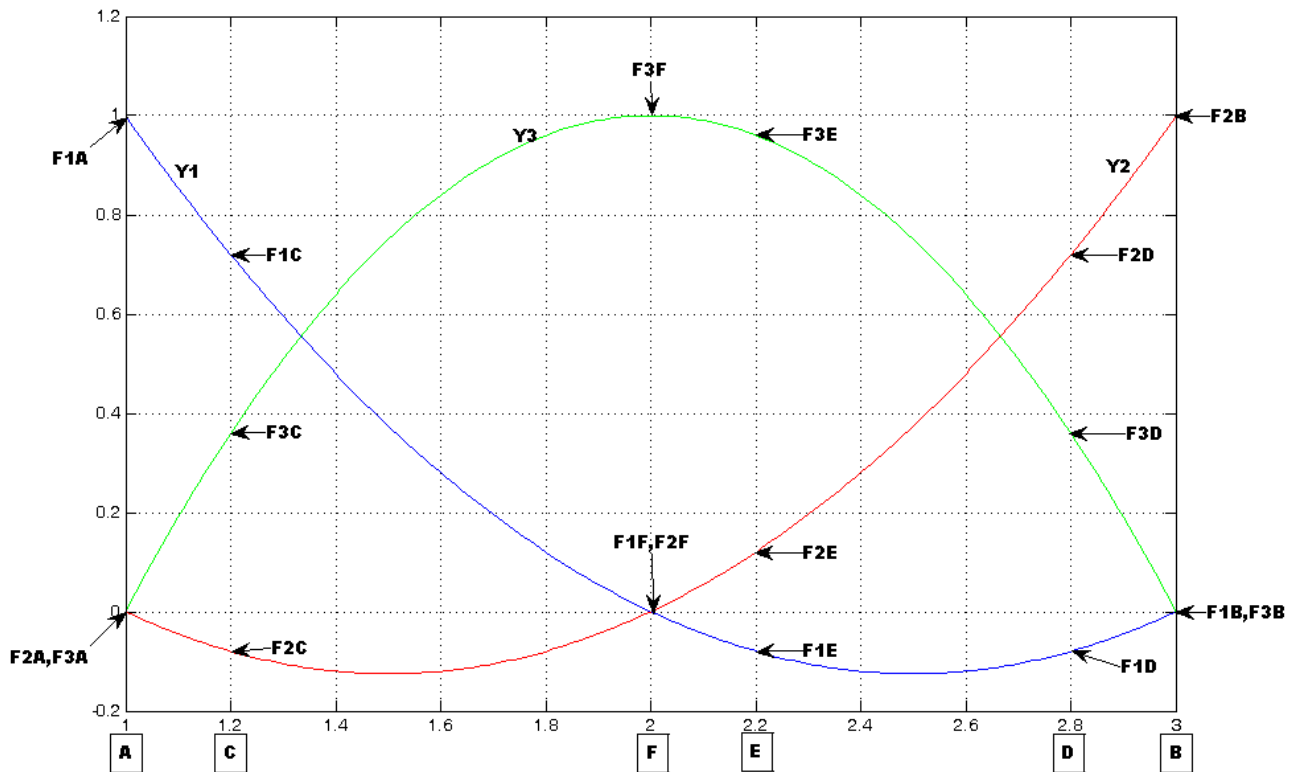
$$X_C = \Phi_{1A} \cdot \Phi_{1C} \cdot h_{1A} + \Phi_{2B} \cdot \Phi_{2C} \cdot h_{2B} + \Phi_{3A} \cdot \Phi_{3C} \cdot h_{3A} + \Phi_{3B} \cdot \Phi_{3C} \cdot h_{3B}$$

$$X_D = \Phi_{1A} \cdot \Phi_{1D} \cdot h_{1A} + \Phi_{2B} \cdot \Phi_{2D} \cdot h_{2B} + \Phi_{3A} \cdot \Phi_{3D} \cdot h_{3A} + \Phi_{3B} \cdot \Phi_{3D} \cdot h_{3B}$$

6.2.4 Μοντελοποίηση τριών πηγών που διεγείρουν τρεις ‘τοπικές’ ιδιοσυχνότητες

Σε αυτή την περίπτωση υπάρχουν 3 ένσφαιροι τριβείς που ενδέχεται να παρουσιάζουν βλάβη στον εξωτερικό ή εσωτερικό δακτύλιο (3 πηγές σημάτων), που εδράζονται στις θέσεις A, B και F. Κάθε μία από τις πηγές σημάτων διεγείρει μία τοπική ιδιοσυχνότητα (local mode). Τα σημεία C, D, και E αποτελούν τα σημεία παρατήρησης (εκεί τοποθετούνται τα αισθητήρια όργανα), τα οποία έχουν τοποθετηθεί σε τυχαίες θέσεις, αλλά κάθε ένα από αυτά βρίσκεται πιο κοντά σε μία από τις τρεις πηγές. Από τα σημεία C, D και E μπορούν να παρατηρηθούν τα σήματα X_C , X_D και X_E (observed signals), κάθε ένα από τα οποία αποτελεί συνδυασμό των σημάτων που προέρχονται από τις τρεις πηγές. Η τοποθέτηση των σημείων C, D και E πιο κοντά στις θέσεις A, B και F αντίστοιχα, συμβαίνει ώστε σε κάθε ένα από τα X_C , X_D , X_E να υπερέχει αριθμητικά το σήμα που προέρχεται από την πηγή A,

B και F αντίστοιχα. Η εικόνα που ακολουθεί, παρουσιάζει τις τρεις shape functions που χρησιμοποιούνται στην περίπτωση των 3 πηγών βλάβης, καθώς και την τοποθέτηση των σημείων A, B, C, D, E και F.



Σχήμα 6.10 Shape Functions for 3 local modes (The Lagrange quadratic shape functions)

Οι shape functions που χρησιμοποιούνται στην περίπτωση των 3 ένσφαιρων τριβέων είναι:

$$Y_1 = \frac{(x_1^2 - 5 \cdot x_1 + 6)}{2}, \quad Y_2 = \frac{(x_2^2 - 3 \cdot x_2 + 2)}{2} \quad \text{και} \quad Y_3 = \frac{(-x_3^2 + 4 \cdot x_3 - 3)}{2}.$$

Τα F_i είναι συντελεστές των X_C, X_D, X_E και υπολογίζονται από τις παραπάνω shape functions.

Ο υπολογισμός των σημάτων X_C, X_D και X_E των σημείων παρατήρησης C, D και E πραγματοποιείται ως ακολούθως:

$$X = [X_C \quad X_D \quad X_E] = \Phi \times q = \begin{bmatrix} \Phi_{1A} & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_{2B} & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_{3F} \\ \Phi_{1C} & \Phi_{2C} & \Phi_{3C} \\ \Phi_{1D} & \Phi_{2D} & \Phi_{3D} \\ \Phi_{1E} & \Phi_{2E} & \Phi_{3E} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Phi_{1A} \cdot h_{1A} \\ \Phi_{2B} \cdot h_{2B} \\ \Phi_{3F} \cdot h_{3F} \end{bmatrix}$$

,όπου Φ_i οι συντελεστές F_i , h_{1A} το σήμα που προέρχεται από την πηγή της θέσης A, h_{2B} το σήμα που προέρχεται από την πηγή της θέσης B και h_{3F} το σήμα που προέρχεται από την πηγή της θέσης F. Συνεπώς τα συνδυασμένα σήματα X_C , X_D και X_E δίνονται από τους τύπους που ακολουθούν:

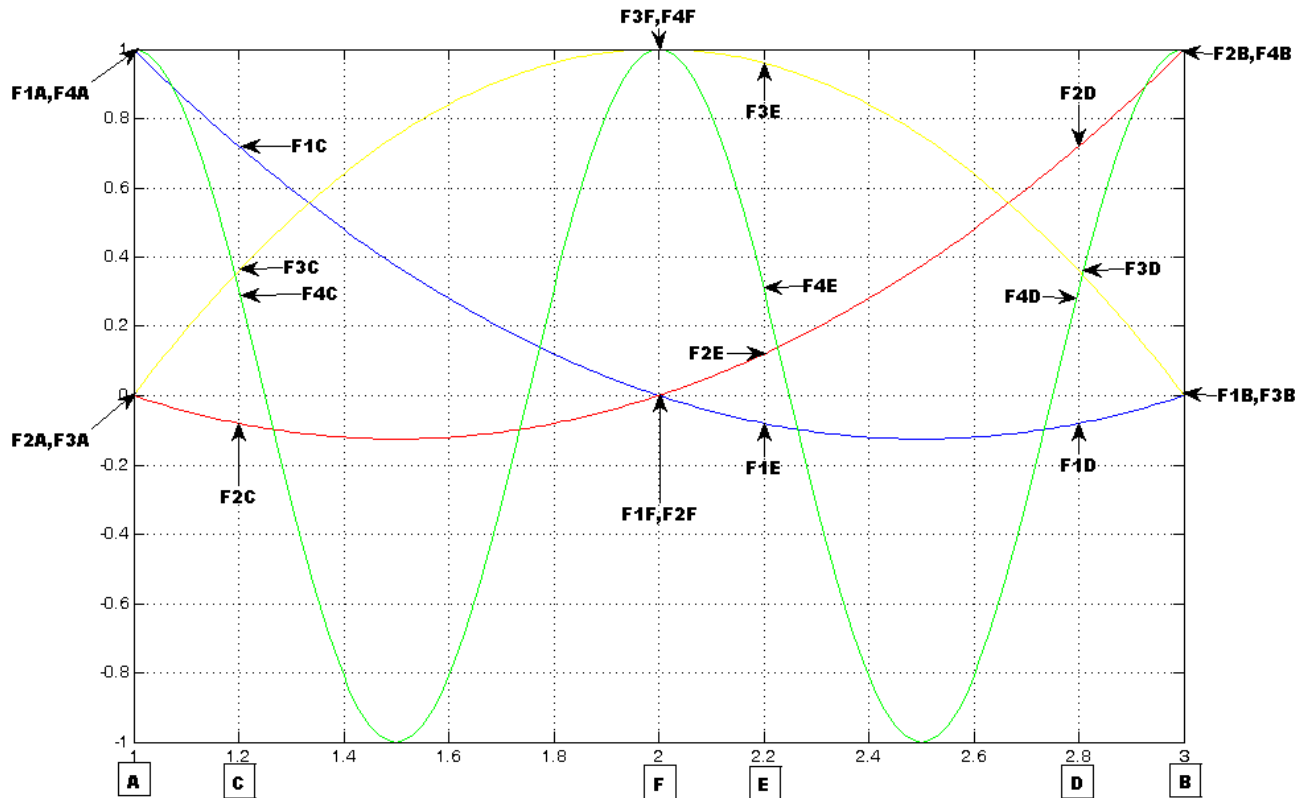
$$X_C = \Phi_{1A} \cdot \Phi_{1C} \cdot h_{1A} + \Phi_{2B} \cdot \Phi_{2C} \cdot h_{2B} + \Phi_{3F} \cdot \Phi_{3C} \cdot h_{3F}$$

$$X_D = \Phi_{1A} \cdot \Phi_{1D} \cdot h_{1A} + \Phi_{2B} \cdot \Phi_{2D} \cdot h_{2B} + \Phi_{3F} \cdot \Phi_{3D} \cdot h_{3F}$$

$$X_E = \Phi_{1A} \cdot \Phi_{1E} \cdot h_{1A} + \Phi_{2B} \cdot \Phi_{2E} \cdot h_{2B} + \Phi_{3F} \cdot \Phi_{3E} \cdot h_{3F}$$

6.2.5 Μοντελοποίηση τριών πηγών που διεγείρουν μία ‘κοινή’ και τρεις ‘τοπικές’ ιδιοσυχνότητες

Σε αυτή την περίπτωση υπάρχουν και πάλι 3 ένσφαιροι τριβείς (3 πηγές σημάτων) που ενδέχεται να παρουσιάζουν βλάβη στον εξωτερικό ή τον εσωτερικό δακτύλιο ή να μην παρουσιάζουν βλάβη. Τα ρουλεμάν εδράζονται στις θέσεις A, B και F. Από κάθε πηγή σήματος διεγείρεται μία τοπική (local) ιδιοσυχνότητα. Επίσης εξαιτίας των σημάτων των τριών πηγών διεγείρεται μία global ιδιοσυχνότητα, που έχει την ίδια συχνότητα για την κάθε πηγή στην οποία εμφανίζεται, αλλά διαφορετικά χαρακτηριστικά που εξαρτώνται από τον τύπο της βλάβης που φέρει το κάθε ένα από τα τρία ρουλεμάν. Τα σημεία C, D και E αποτελούν σημεία παρατήρησης των σημάτων, κάθε ένα από τα οποία βρίσκεται πιο κοντά σε μία από τις τρεις πηγές. Η διαφορά σε αυτή την περίπτωση, είναι ότι στον υπολογισμό των συνδυασμένων σημάτων X_C , X_D και X_E , θα εμπεριέχεται και η global ιδιοσυχνότητα που διεγείρεται από την κάθε πηγή. Η εικόνα που ακολουθεί παρουσιάζει τις shape functions για τα 3 local mode, καθώς και τη shape function της global ιδιοσυχνότητας που διεγείρεται και από τις τρεις πηγές σημάτων στις θέσεις A, B και F.



Σχήμα 6.11 Shape Functions for 3 local modes and 1 global frequency

Οι shape functions χρησιμοποιούνται στην περίπτωση των 3 πηγών και της μίας global ιδιοσυχνότητας είναι:

$$Y_1 = \frac{(x_1^2 - 5 \cdot x_1 + 6)}{2}, Y_2 = \frac{(x_2^2 - 3 \cdot x_2 + 2)}{2}, Y_3 = \frac{(-x_3^2 + 4 \cdot x_3 - 3)}{2}, Y_4 = \cos(2 \cdot \pi \cdot x_4).$$

Τα F_i είναι συντελεστές των X_C , X_D και X_E και υπολογίζονται από τις παραπάνω shape functions.

Ο υπολογισμός των σημάτων X_C , X_D και X_E των σημείων παρατήρησης C, D και E πραγματοποιείται ως ακολούθως:

$$X = [X_C \quad X_D \quad X_E] = \Phi \times q = \begin{bmatrix} \Phi_{1A} & 0 & 0 & \Phi_{4A} \\ 0 & \Phi_{2B} & 0 & \Phi_{4B} \\ 0 & 0 & \Phi_{3F} & \Phi_{4F} \\ \Phi_{1C} & \Phi_{2C} & \Phi_{3C} & \Phi_{4C} \\ \Phi_{1D} & \Phi_{2D} & \Phi_{3D} & \Phi_{4D} \\ \Phi_{1E} & \Phi_{2E} & \Phi_{3E} & \Phi_{4E} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Phi_{1A} \cdot h_{1A} \\ \Phi_{2B} \cdot h_{2B} \\ \Phi_{3F} \cdot h_{3F} \\ \Phi_{4A} \cdot h_{4A} + \Phi_{4B} \cdot h_{4B} + \Phi_{4F} \cdot h_{4F} \end{bmatrix}$$

,όπου Φ_i οι συντελεστές F_i , h_{1A} το σήμα που προέρχεται από την πηγή στη θέση A, h_{2B} το σήμα που προέρχεται από την πηγή στη θέση B, h_{3F} το σήμα που προέρχεται από την πηγή στη θέση A, h_{4A} το σήμα με τη global ιδιοσυχνότητα, αλλά χαρακτηριστικά που εξαρτώνται από το είδος της βλάβης που φέρει το ρουλεμάν που εδράζεται στη θέση A, h_{4B} το σήμα με τη global ιδιοσυχνότητα, αλλά χαρακτηριστικά που εξαρτώνται από το είδος της βλάβης που φέρει το ρουλεμάν που εδράζεται στη

θέση B και h_{4F} το σήμα με τη global ιδιοσυχνότητα, αλλά χαρακτηριστικά που εξαρτώνται από το είδος της βλάβης που φέρει το ρουλεμάν που εδράζεται στη θέση F.

Συνεπώς τα συνδυασμένα σήματα X_C , X_D και X_E δίνονται από τους τύπους που ακολουθούν:

$$\begin{aligned} X_C &= \Phi_{1A} \cdot \Phi_{1C} \cdot h_{1A} + \Phi_{2B} \cdot \Phi_{2C} \cdot h_{2B} + \Phi_{3F} \cdot \Phi_{3C} \cdot h_{3F} + \Phi_{4A} \cdot \Phi_{4C} \cdot h_{4A} + \Phi_{4B} \cdot \Phi_{4C} \cdot h_{4B} + \Phi_{4F} \cdot \Phi_{4C} \cdot h_{4F} \\ X_D &= \Phi_{1A} \cdot \Phi_{1D} \cdot h_{1A} + \Phi_{2B} \cdot \Phi_{2D} \cdot h_{2B} + \Phi_{3F} \cdot \Phi_{3D} \cdot h_{3F} + \Phi_{4A} \cdot \Phi_{4D} \cdot h_{4A} + \Phi_{4B} \cdot \Phi_{4D} \cdot h_{4B} + \Phi_{4F} \cdot \Phi_{4D} \cdot h_{4F} \\ X_E &= \Phi_{1A} \cdot \Phi_{1E} \cdot h_{1A} + \Phi_{2B} \cdot \Phi_{2E} \cdot h_{2B} + \Phi_{3F} \cdot \Phi_{3E} \cdot h_{3F} + \Phi_{4A} \cdot \Phi_{4E} \cdot h_{4A} + \Phi_{4B} \cdot \Phi_{4E} \cdot h_{4B} + \Phi_{4F} \cdot \Phi_{4E} \cdot h_{4F} \end{aligned}$$

Προτού ξεκινήσει η παρουσίαση των προσομοιωμένων αποτελεσμάτων από τους αλγόριθμους διαχωρισμού για 2 ή 3 local πηγές με ή χωρίς διεγερόμενη global ιδιοσυχνότητα, πρέπει να σημειωθεί, ότι τα Mode Shapes που χρησιμοποιούνται εδώ, δεν είναι μοναδικά, με την έννοια ότι μπορεί να χρησιμοποιηθούν και άλλα mode shape, αρκεί βέβαια να είναι σχεδιασμένα με βάση το είδος της εργασίας την οποία πρόκειται να επιτελέσουν. Τα mode shape που χρησιμοποιήθηκαν εδώ, μπορούν να αναζητηθούν στην ακόλουθη ιστοσελίδα για περαιτέρω πληροφορίες <http://infhost.nmt.edu/~es421/ansys/shapefmt.htm>.

Επιπροσθέτως, να σημειωθεί ότι οι τοποθετήσεις των αισθητήριων οργάνων στις θέσεις C, D και E, δεν είναι μοναδικές, και όπως παρουσιάζεται στη συνέχεια, γίνονται μετρήσεις για διαφορετικές τοποθετήσεις των αισθητήριων, σε σχέση πάντα με τις θέσεις στις οποίες βρίσκονται οι πηγές βλάβης (θέσεις A, B και F, όπου δηλαδή εκεί εδράζονται οι ένσφαιροι τριβείς που φέρουν ή όχι κάποια φθορά).

6.3 Αποτελέσματα για δύο πηγές που διεγείρουν δύο διαφορετικές ‘τοπικές’ ιδιοσυχνότητες

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των αλγορίθμων διαχωρισμού για τα υπολογιστικά προσομοιωμένα σήματα, στην περίπτωση όπου υπάρχουν δύο πηγές βλάβης.

Πιο συγκεκριμένα η ενότητα 6.3 έχει διαρθρωθεί ως εξής: Αρχικά παρουσιάζονται τα ποσοτικά αποτελέσματα των αλγορίθμων διαχωρισμού, για κάποιες ενδεικτικές περιπτώσεις βλάβης, για 2 διαφορετικές τοποθετήσεις των αισθητήριων (δηλαδή των σημείων C και D). Στη συνέχεια, δίνονται πίνακες με τα αποτελέσματα διαχωρισμού όλων των προσομοιωμένων σημάτων από τους τέσσερις αλγόριθμους διαχωρισμού. Τέλος δίνονται ορισμένα σχήματα, που παρουσιάζουν τα ποιοτικά αποτελέσματα διαχωρισμού για κάποιες ενδεικτικές περιπτώσεις βλάβης. Όλες οι υπόλοιπες σχηματικές αναπαραστάσεις (κυματομορφές, φάσματα, κλπ), οι χρησιμοποιούμενοι αλγόριθμοι, τα προσομοιωμένα σήματα κλπ, είναι διαθέσιμα για περαιτέρω επεξεργασία.

Στην περίπτωση όπου δεν διεγείρεται κάποια global ιδιοσυχνότητα από τις 2 πηγές, οποιαδήποτε και αν είναι η τοποθέτηση των σημείων C και D (αρκεί να μην ξεπερνά το μέσο του διαγράμματος) πάνω

στις shape functions (όπου εκεί εδράζονται τα αισθητήρια όργανα), οι αλγόριθμοι έδωσαν εξίσου καλά αποτελέσματα διαχωρισμού.

Για αυτό το λόγο, θα εξεταστούν το πώς διαχωρίζονται τα σήματα, μόνο για δύο διαφορετικές τοποθετήσεις των σημείων C και D.

Για τη μελέτη αυτή, χρησιμοποιούνται κάποια ζεύγη από τα προσομοιωμένα σήματα που παρουσιάστηκαν στους πίνακες 6.1, 6.2, 6.3.

Στις θέσεις A και B (όπως φαίνεται από τις shape functions) εδράζεται ένα ρουλεμάν που εμφανίζει κάποιο από τα παραπάνω προσομοιωμένα σήματα (π.χ. βλάβη στον εσωτερικό-εξωτερικό δακτύλιο με/χωρίς πρόσθετο θόρυβο, ή σκέτος Gaussian θόρυβος που σημαίνει ότι το ρουλεμάν δεν παρουσιάζει φθορά).

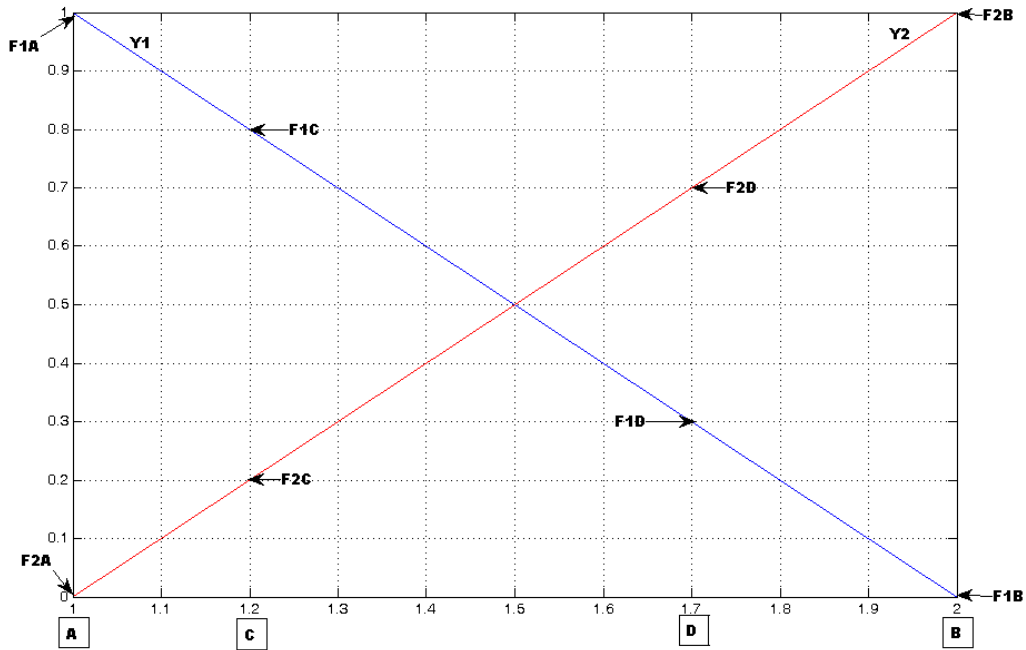
Οι περιπτώσεις βλαβών που θα μελετηθούν είναι οι εξής (βλάβη στη θέση A – βλάβη στη θέση B):

- H1A1 – H2B1
- H1A1 – H1A2
- H1A2 – WHITENOISE
- H1A1SNR10 – H1A2SNR5
- H2B1 – H2B2
- H1A2Md01SNR5 – H2B2Md01SNR5

Η μελέτη που θα πραγματοποιηθεί θα περιλαμβάνει τα ακόλουθα στάδια:

- Υπολογίζεται η κύρτωση των ακολούθων:
 - Kurtosis_A -> Η τιμή της κύρτωσης της πηγής A
 - Kurtosis_B -> Η τιμή της κύρτωσης της πηγής B
- Οι τιμές της κύρτωσης των αρχικών πηγαίων σημάτων των ρουλεμάν στις θέσεις A και B, θα συγκριθούν με τις αντίστοιχες τιμές κύρτωσης των διαχωρισμένων σημάτων όπως προκύπτουν από τους αλγόριθμους διαχωρισμού, προκειμένου να παρατηρηθεί κατά πόσο καλά διαχωρίζουν ή όχι τα σήματα.

6.3.1 Επιλογή σημείων μέτρησης C και D



Σχήμα 6.12 1^η τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C και D (2 local modes)

Οι συντελεστές F_i για τα σημεία C και D, όπως προκύπτουν από την 1^η τοποθέτησή τους στις shape functions είναι οι εξής:

$$F_{1A}=1, F_{1B}=0, F_{1C}=0.8, F_{1D}=0.3$$

$$F_{2A}=0, F_{2B}=1, F_{2C}=0.2, F_{2D}=0.7$$

Για την περίπτωση όπου το ένα ρουλεμάν δεν παρουσιάζει βλάβη (έστω αυτό που εδράζεται στη θέση B), τότε οι συντελεστές υποδεκαπλασιάζονται (λόγω του ότι εμφανίζεται μόνο λευκός Gaussian θόρυβος):

$$F_{2A}=0, F_{2B}=0.1, F_{2C}=0.02, F_{2D}=0.07$$

Ακολουθούν για κάθε μία από τις περιπτώσεις βλαβών (ζεύγη βλάβης της πηγής A και βλάβης της πηγής B), οι αντίστοιχες τιμές της κύρτωσης των αρχικών πηγαίων σημάτων και των διαχωρισμένων σημάτων που προκύπτουν από τον καθένα από τους αλγόριθμους διαχωρισμού που χρησιμοποιήθηκαν.

Πίνακας 6. 7

Αποτελέσματα αλγορίθμων διαχωρισμού για την 1^η τοποθέτηση των αισθητήρων (2 local modes)

Source Signals	Προσομοιώσεις Βλαβών	Kurtosis of source signals $S_1 S_2$	Unmixed Signals	Infomax kurtosis of $U_1 U_2$	ICA Fixed Point kurtosis of $U_1 U_2$	PearsonICA kurtosis of $U_1 U_2$	Parra Temporal Predictability kurtosis of $U_1 U_2$
S_1	H1A1	2.9820	U_1	2.9580	10.0794	2.9544	9.9067
S_2	H2B1	10.0677	U_2	10.0778	2.9471	10.0700	2.9825
S_1	H1A1	2.9820	U_1	2.9906	6.1709	6.1679	6.1378
S_2	H1A2	6.1605	U_2	6.1654	2.9871	2.9904	2.9831
S_1	H1A2	6.1605	U_1	6.1609	6.1628	0.0458	6.1496
S_2	WHITENOISE	0.0440	U_2	0.0418	0.0441	6.1644	0.0388
S_1	H1A1SNR10	3.8260	U_1	3.8285	4.2154	3.8292	4.2074
S_2	H1A2SNR5	4.2134	U_2	4.2131	3.8257	4.2120	3.8284
S_1	H2B1	10.4659	U_1	10.4990	21.0117	21.0203	20.8983
S_2	H2B2	20.9998	U_2	21.0046	10.4936	10.4980	10.4346
S_1	H1A2Md01SNR5	3.3796	U_1	3.3748	10.4511	3.3753	10.2018
S_2	H2B2Md01SNR5	10.4718	U_2	10.4704	3.3816	10.4802	3.4013
S_1	H1A2SLIP5	6.1281	U_1	6.1299	21.6130	6.1298	21.5539
S_2	H2B2SLIP5	21.6096	U_2	21.6095	6.1291	21.6048	6.1274

- Παρατηρήθηκε ότι για κάθε ζεύγος βλαβών, εκτελώντας τον αλγόριθμο Infomax περισσότερες από μία φορές, μπόρεσαν και λήφθηκαν καλύτερα αποτελέσματα για τις τιμές της κύρτωσης, που σε ορισμένες περιπτώσεις συμπίπτουν με τις τιμές κύρτωσης των αρχικών πηγαίων σημάτων. Μία ακόμα πολύ σημαντική παρατήρηση είναι ότι ο αλγόριθμος Infomax, διαχωρίζει πάντα τα σήματα σε συμφωνία με τη σειρά με την οποία φορτώθηκαν κάτι που σημαίνει ότι είναι σε θέση να εντοπίζει την πηγή από την οποία προέρχεται το εκάστοτε διαχωρισμένο σήμα.
- Να σημειωθεί ότι ο αλγόριθμος ICA Fixed Point διαθέτει τρεις επιλογές πριν τον υπολογισμό του demixing πίνακα.

Select non-quadratic function G

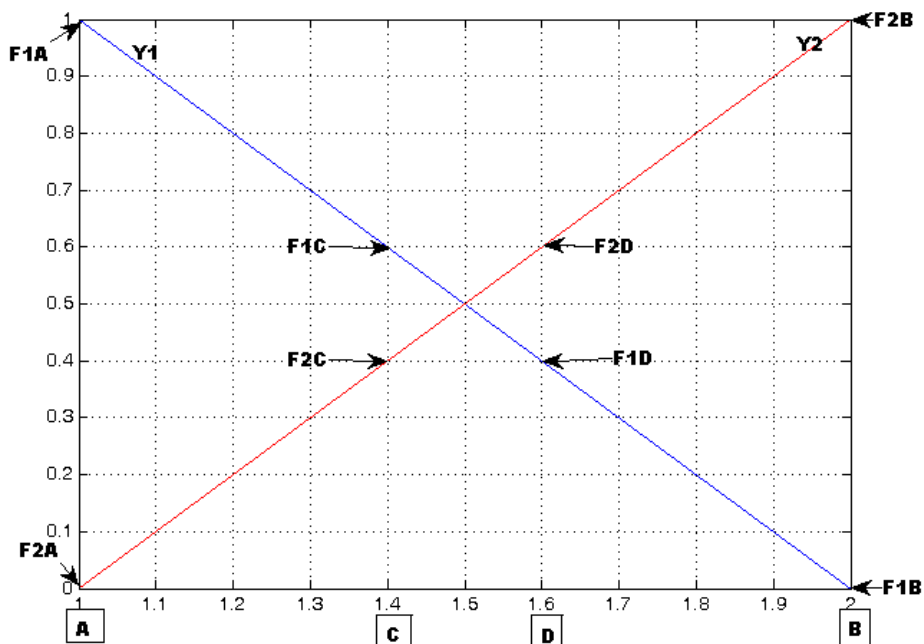
1:cosh, 2:exp, 3:power(kurt)

value= ...

Εδώ επιλέγεται κάθε φορά η τιμή που δίνει τα καλύτερα αποτελέσματα στις τιμές της kurtosis των διαχωρισμένων σημάτων σε σχέση με τα αρχικά πηγαία σήματα. Όπως παρατηρήθηκε από διάφορες επαναλήψεις του αλγόριθμου για value=2 τα η τιμή της κύρτωσης των διαχωρισμένων σημάτων είναι πιο κοντά στην τιμή της kurtosis των αρχικών πηγαίων σημάτων.

- Όσον αφορά τον αλγόριθμο PearsonICA, πρέπει να σημειωθεί ότι σε κάθε 2^η επανάληψη εκτέλεσης του για το ίδιο ζεύγος προσομοιωμένων βλαβών, αλλάζει τη σειρά εμφάνισης των διαχωρισμένων σημάτων. Επίσης πρέπει να σημειωθεί ότι ο demixing matrix W, αλλάζει συνεχώς ως προς τα πρόσημα για κάθε επανάληψη του ίδιου ζεύγους προσομοιωμένων βλαβών. Τέλος και η τιμή της κύρτωσης των διαχωρισμένων σημάτων, μεταβάλλεται σε πολύ μικρό ποσοστό (της τάξης $\pm 0.0001 \sim 0.0025$) ύστερα από κάθε επανάληψη του αλγόριθμου.
- Όσον αφορά τον αλγόριθμο Parra Temporal Predictability, ανεξαρτήτως του πλήθους των εκτελέσεων για κάθε ζεύγος βλάβης, ο αλγόριθμος έδινε τις ίδιες τιμές kurtosis, για το εκάστοτε ζεύγος βλάβης. Από αυτή τη παρατήρηση συμπεραίνεται ότι ο αλγόριθμος Parra Temporal Predictability είναι “απόλυτα” σταθερός, κατά το διαχωρισμό των συνδυασμένων σημάτων, σε σχέση με τους υπόλοιπους αλγόριθμους, όπου με επαναλαμβανόμενες εκτελέσεις τους μεταβάλλονται οι τιμές της κύρτωσης, αν και η μεταβολή αυτή προσεγγίζει ακόμα καλύτερα τις τιμές kurtosis των αρχικών πηγαίων σημάτων.

Κάτι που πρέπει ακόμα να τονιστεί για τους αλγόριθμους ICA Fixed Point, PearsonICA και Parra Temporal Predictability, είναι ότι σε αντίθεση με τον αλγόριθμο Infomax, δε μπορούν να εντοπίζουν πάντα την πηγή από την οποία προέρχεται το κάθε διαχωρισμένο σήμα. Αυτό φαίνεται και από τον πίνακα 6.7, στον οποίο οι 3 αυτοί αλγόριθμοι διαχωρίζουν μεν τα σήματα (φαίνεται από τις τιμές kurtosis των διαχωρισμένων σε σύγκριση με τις τιμές kurtosis των αρχικών πηγαίων σημάτων), αλλά η σειρά διαχωρισμού διαφωνεί σε σχέση με την αντίστοιχη σειρά φόρτωσης των αρχικών σημάτων.



Σχήμα 6.13 2^η τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C και D (2 local modes)

Οι συντελεστές F_i για τα σημεία C και D, όπως προκύπτουν από την 2^η τοποθέτηση τους στις shape functions είναι οι εξής:

$$F_{1A}=1, F_{1B}=0, F_{1C}=0.6, F_{1D}=0.4$$

$$F_{2A}=0, F_{2B}=1, F_{2C}=0.4, F_{2D}=0.6$$

Ακολουθούν για κάθε μία από τις περιπτώσεις βλαβών (ζεύγη βλάβης της πηγής A και βλάβης της πηγής B), οι αντίστοιχες τιμές της kurtosis των αρχικών πηγαίων σημάτων και των διαχωρισμένων σημάτων που προκύπτουν από τον καθένα από τους αλγόριθμους διαχωρισμού που χρησιμοποιήθηκαν.

Πίνακας 6.8

Αποτελέσματα αλγορίθμων διαχωρισμού για την 2^η τοποθέτηση των αισθητήρων (2 local modes)

Source Signals	Προσομοιώσεις Βλαβών	Kurtosis of source signals $S_1 S_2$	Unmixed Signals	Infomax kurtosis of $U_1 U_2$	ICA Fixed Point kurtosis of $U_1 U_2$	PearsonICA kurtosis of $U_1 U_2$	Parra Temporal Predictability kurtosis of $U_1 U_2$
S_1	H1A1	2.9632	U_1	2.9612	10.4729	10.4675	10.4601
S_2	H2B1	10.4659	U_2	10.4714	2.9526	2.9578	2.9610
S_1	H1A1	2.9632	U_1	2.9633	6.1696	2.9625	6.1516
S_2	H1A2	6.1692	U_2	6.1685	2.9628	6.1702	2.9642
S_1	H1A2	6.1605	U_1	6.1627	6.1628	0.0458	6.1496
S_2	WHITENOISE	0.0440	U_2	0.0463	0.0441	6.1644	0.0388
S_1	H1A1SNR10	3.7537	U_1	3.7530	4.3140	3.7529	4.3086
S_2	H1A2SNR5	4.3152	U_2	4.3154	3.7519	4.3122	3.7538
S_1	H2B1	10.4659	U_1	10.4987	21.0116	21.0191	20.8983
S_2	H2B2	20.9998	U_2	20.9999	10.4935	10.4974	10.4346
S_1	H1A2Md01SNR5	3.3796	U_1	3.3753	10.4511	3.3753	10.2018
S_2	H2B2Md01SNR5	10.4718	U_2	10.4747	3.3816	10.4802	3.4013
S_1	H1A2SLIP5	6.1281	U_1	6.1291	21.6130	6.1298	21.5539
S_2	H2B2SLIP5	21.6096	U_2	21.6093	6.1291	21.6049	6.1274

Από όλες τις παραπάνω προσομοιώσεις για τις 2 διαφορετικές τοποθετήσεις των σημείων C και D, παρατηρείται ότι και οι 4 αλγόριθμοι διαχωρίζουν τα συνδυασμένα σήματα στα αρχικά πηγαία σήματα. Αυτό διακρίνεται παρατηρώντας τις τιμές της kurtosis των αρχικών πηγαίων σημάτων με τα τελικά διαχωρισμένα σήματα, για κάθε περίπτωση.

Εξάγοντας ένα τελικό συμπέρασμα με βάση τις προσομοιώσεις για 2 local modes, φαίνεται ο αλγόριθμος Infomax δίνει συνολικά τον καλύτερο διαχωρισμό. Το συμπέρασμα αυτό προκύπτει, εξετάζοντας τις τιμές kurtosis των αλγορίθμων για όλες τις περιπτώσεις, από όπου και φαίνεται ότι συνολικά ο Infomax δίνει τιμές kurtosis των διαχωρισμένων σημάτων που είναι πιο κοντά στις αντίστοιχες τιμές kurtosis των αρχικών πηγαίων σημάτων. Επιπροσθέτως, μόνο ο αλγόριθμος Infomax είναι σε θέση να εντοπίσει την πηγή του κάθε ενός από τα διαχωρισμένα σήματα, για κάθε ζεύγος προσομοιωμένων βλαβών.

Ακολουθούν πίνακες με τα αποτελέσματα διαχωρισμού όλων των προσομοιωμένων σημάτων από τους τέσσερις αλγόριθμους διαχωρισμού.

Πίνακας 6.9

Αποτελέσματα διαχωρισμού για 2 local modes κατά τον αλγόριθμο Infomax

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ	ΣΕΙΡΑ ΦΟΡΤΩΣΗΣ ΤΩΝ MIXTURED SIGNALS $X_C X_D$		ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΣ ΠΗΓΗΣ		
	X_1	X_2	U_1	U_2	N/O
INFOMAX MODES = 2 $X_C X_D$					
Simulation					
1 st	H1A1	H2B1	H1A1	H2B1	N
2 nd	H1A1	H2B2	H1A1	H2B2	N
3 rd	H1A1	H2B2Md01SNR5	H1A1	H2B2Md01SNR5	N
4 th	H1A1	H1A2	H1A1	H1A2	N
5 th	H1A1	H1A2Md3	H1A1	H1A2Md3	N
6 th	H1A1	H1A2SNR20	H1A1	H1A2SNR20	N
7 th	H1A1	H1A2Md01SNR5	H1A1	H1A2Md01SNR5	N
8 th	H1A1	WHITENOISE	H1A1	WHITENOISE	N
9 th	H1A2	H2B1	H1A2	H2B1	N
10 th	H1A2	H2B2	H1A2	H2B2	N
11 th	H1A2	H2B2Md01SNR5	H1A2	H2B2Md01SNR5	N
12 th	H1A2	WHITENOISE	H1A2	WHITENOISE	N
13 th	H1A1SNR10	H1A2	H1A1SNR10	H1A2	N
14 th	H1A1SNR10	H1A2SNR5	H1A1SNR10	H1A2SNR5	N
15 th	H1A1SNR10	H1A2Md01SNR5	H1A1SNR10	H1A2Md01SNR5	N
16 th	H1A1SNR10	H2B1	H1A1SNR10	H2B1	N
17 th	H1A1SNR10	H2B2Md01SNR5	H1A1SNR10	H2B2Md01SNR5	N
18 th	H1A1SNR10	WHITENOISE	H1A1SNR10	WHITENOISE	N
19 th	H2B1	H2B2	H2B1	H2B2	N
20 th	H2B1	H2B2Md01SNR5	H2B1	H2B2Md01SNR5	N
21 st	H2B1	WHITENOISE	H2B1	WHITENOISE	N

22 nd	H1A2Md3	H2B2	H1A2Md3	H2B2	N
23 rd	H1A2Md01SNR5	H2B2Md01SNR5	H1A2Md01SNR5	H2B2Md01SNR5	N
24 th	H1A1SLIP1	H2B1SLIP1	H1A1SLIP1	H2B1SLIP1	N
25 th	H1A1SLIP1	H2B2SLIP5	H1A1SLIP1	H2B2SLIP5	N
26 th	H1A1SLIP1	H1A2SLIP5	H1A1SLIP1	H1A2SLIP5	N
27 th	H1A2SLIP5	H2B2SLIP5	H1A2SLIP5	H2B2SLIP5	N
28 th	H1A2SLIP5	H2B1SLIP1	H1A2SLIP5	H2B1SLIP1	N
29 th	H2B1SLIP1	H2B2SLIP1	H2B1SLIP1	H2B2SLIP1	N
30 th	H2B1SLIP5	H2B2SLIP1	H2B1SLIP5	H2B2SLIP1	N
31 st	H1A2SLIP5	WHITENOISE	H1A2SLIP5	WHITENOISE	N
32 nd	H2B1SLIP1	WHITENOISE	H2B1SLIP1	WHITENOISE	N
33 rd	H1A1	H1A2Md01	H1A1	H1A2Md01	N
34 th	H1A1	H1A2SNR5	H1A1	H1A2SNR5	N
35 th	H1A2SNR5	H2B2	H1A2SNR5	H2B2	N
36 th	H1A1	H2B2SLIP5	H1A1	H2B2SLIP5	N
37 th	H1A2SLIP5	H2B1	H1A2SLIP5	H2B1	N
38 th	H1A1SLIP5	H2B1SLIP5	H1A1SLIP5	H2B1SLIP5	N
39 th	H1A1SLIP5	H1A2SLIP5	H1A1SLIP5	H1A2SLIP5	N
40 th	H1A2SLIP1	H2B2SLIP1	H1A2SLIP1	H2B2SLIP1	N
41 st	H1A2SLIP5	H2B1SLIP5	H1A2SLIP5	H2B1SLIP5	N
42 nd	H2B1SLIP5	H2B2SLIP5	H2B1SLIP5	H2B2SLIP5	N

Από τον πίνακα 6.9 προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα

- Σε όλες τις περιπτώσεις, ο αλγόριθμος INFOMAX έκανε άριστο διαχωρισμό των συνδυασμένων σημάτων X_C , X_D χωρίζοντας τα σήματα στα αρχικά πηγαία σήματα.
- Όσον αφορά στον εντοπισμό της πηγής, για να γίνει αντιληπτό αν ο αλγόριθμος εντοπίζει την πηγή από την οποία προέρχεται τα κάθε διαχωρισμένο σήμα, προκύπτει ότι ο αλγόριθμος INFOMAX κάνει αποτελεσματικό εντοπισμό της πηγής, είτε έχουμε δύο διαφορετικές φθορές (BPFO, BPF1), είτε δύο ίδιες φθορές (BPFO, BPFO) (BPF1, BPF1) είτε το ένα από τα δύο ρουλεμάν δεν παρουσιάζει βλάβη (BPFO WHITENOISE), (BPF1, WHITENOISE), είτε υπάρχει πρόσθετος θόρυβος στο ένα ή και στα δύο σήματα (πχ H1A1SNR10, H1A2SNR5), είτε αλλάζει το signal amplitude των σημάτων (πχ H1A1 H1A2Md01), είτε απλά αλλάζει η σειρά εισόδου των σημάτων (πχ $X_1=X_C$ $X_2=X_D$ -> $X_1=X_D$ $X_2=X_C$). Σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις ο αλγόριθμος διαχωρίζει τα σήματα και εντοπίζει την αντίστοιχη του εκάστοτε διαχωρισμένου σήματος.

Πίνακας 6.10

Αποτελέσματα διαχωρισμού για 2 local mode κατά τον αλγόριθμο ICA Fixed Point

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ	ΣΕΙΡΑ ΦΟΡΤΩΣΗΣ ΤΩΝ MIXTURED SIGNALS $X_C X_D$			ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΣ ΠΗΓΗΣ		
	X_1	X_2	VALUE*	U_1^{**}	U_2^{**}	N/O
ICA FIXED POINT MODES = 2 $X_C X_D$						
Simulation						
1 st	H1A1	H2B1	1,2,3	H2B1	H1A1	O
2 nd	H1A1	H2B2	1,2,3	H2B2	H1A1	O
3 rd	H1A1	H2B2Md01SNR5	1,2,3	H2B2Md01SNR5	H1A1	O
			2	H1A1	H2B2Md01SNR5	
4 th	H1A1	H1A2	1,2,3	H1A2	H1A1	O
5 th	H1A1	H1A2Md3	1,2,3	H1A2Md3	H1A1	O
6 th	H1A1	H1A2SNR20	1,2,3	H1A2SNR20	H1A1	O
7 th	H1A1	H1A2Md01SNR5	1,2,3	H1A2Md01SNR5	H1A1	O
				H1A1	H1A2Md01SNR5	
8 th	H1A1	WHITENOISE	1,2,3	H1A1	WHITENOISE	Y
9 th	H1A2	H2B1	1,2,3	H2B1	H1A2	O
10 th	H1A2	H2B2	1,2,3	H2B2	H1A2	O
11 th	H1A2	H2B2Md01SNR5	1,3	H2B2Md01SNR5	H1A2	O
			1,2,3	H1A2	H2B2Md01SNR5	
12 th	H1A2	WHITENOISE	1,2,3	H1A2	WHITENOISE	N
13 th	H1A1SNR10	H1A2	1,2,3	H1A2	H1A1SNR10	O
14 th	H1A1SNR10	H1A2SNR5	1,2,3	H1A2SNR5	H1A1SNR10	O
15 th	H1A1SNR10	H1A2Md01SNR5	1,2,3	H1A2Md01SNR5	H1A1SNR10	O
				H1A1SNR10	H1A2Md01SNR5	
16 th	H1A1SNR10	H2B1	1,2,3	H2B1	H1A1SNR10	O
17 th	H1A1SNR10	H2B2Md01SNR5	1,2,3	H2B2Md01SNR5	H1A1SNR10	O
18 th	H1A1SNR10	WHITENOISE	1,2,3	H1A1SNR10	WHITENOISE	N
19 th	H2B1	H2B2	1,2,3	H2B2	H2B1	O
20 th	H2B1	H2B2Md01SNR5	1,2,3	H2B1	H2B2Md01SNR5	O
				H2B2Md01SNR5	H2B1	
21 st	H2B1	WHITENOISE	1,2,3	H2B1	WHITENOISE	N
22 nd	H1A2MD3	H2B2	1,2,3	H2B2	H1A2MD3	O
23 rd	H1A2Md01SNR5	H2B2Md01SNR5	1,2,3	H2B2Md01SNR5	H1A2Md01SNR5	O
24 th	H1A1SLIP1	H2B1SIP1	1,2,3	H2B1SLIP1	H1A1SLIP1	O
25 th	H1A1SLIP1	H2B2SLIP5	1,2,3	H2B2SLIP5	H1A1SLIP1	O
26 th	H1A1SLIP1	H1A2SLIP5	1,2,3	H1A2SLIP5	H1A1SLIP1	O
27 th	H1A2SLIP5	H2B2SLIP5	1,2,3	H2B2SLIP5	H1A2SLIP5	O
28 th	H1A2SLIP5	H2B1SLIP1	1,2,3	H2B1SLIP1	H1A2SLIP5	O
			1,2	H1A2SLIP5	H2B1SLIP1	
29 th	H2B1SLIP1	H2B2SLIP1	1,2,3	H2B2SLIP1	H2B1SLIP1	O
30 th	H2B1SLIP5	H2B2SLIP1	1,2,3	H2B2SLIP1	H2B1SLIP5	O
31 st	H1A2SLIP5	WHITENOISE	1,2,3	H1A2SLIP5	WHITENOISE	N
32 nd	H2B1SLIP1	WHITENOISE	1,2,3	H2B1SLIP1	WHITENOISE	N

Αναφορικά με τον αλγόριθμο ICA Fixed Point παρατηρούνται από τον πίνακα 6.10 τα εξής:

- Σε όλες τις περιπτώσεις ο αλγόριθμος ICA FIXED POINT, έκανε ικανοποιητικό διαχωρισμό των συνδυασμένων σημάτων X_C , X_D χωρίζοντας τα συνδυασμένα (observed signals) σήματα στα αρχικά πηγαία σήματα.
- Όσον αφορά στον εντοπισμό της πηγής ο αλγόριθμος ICA δεν τα καταφέρνει καθόλου καλά. Στην περίπτωση που υπάρχουν δύο πηγές και η μία από αυτές είναι θόρυβος WHITENOISE, τότε, όπως παρατηρήθηκε από τις προσομοιώσεις, ο αλγόριθμος σε οποιαδήποτε σειρά εισόδου και αν μπουν τα σήματα, πάντα στα διαχωρισμένα σήματα στη 2^η θέση θα βρίσκεται το σήμα του θορύβου. Σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση, άλλες φορές εντοπίζει την πηγή του κάθε ενός διαχωρισμένου σήματος, ενώ άλλες φορές εξάγει τα διαχωρισμένα σήματα με διαφορετική σειρά σε σχέση με τη σειρά με την οποία είχαν φορτωθεί αρχικά στον αλγόριθμο.

Πίνακας 6.11

Αποτελέσματα διαχωρισμού για 2 local mode κατά τον αλγόριθμο PearsonICA

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ	ΣΕΙΡΑ ΦΟΡΤΩΣΗΣ ΤΩΝ MIXTURED SIGNALS X_C X_D		Διαχωρισμός Σημάτων / Εντοπισμός Πηγής		
INFOMAX MODES = 2 X_C X_D	X_1	X_2			
Simulation			U_1	U_2	N\O
1 st	H1A1	H2B1	H2B1	H1A1	O
2 nd	H1A1	H2B2	H1A1	H2B2	O
			H2B2	H1A1	
3 rd	H1A1	H2B2Md01SNR5	H1A1	H2B2Md01SNR5	O
			H2B2Md01SNR5	H1A1	
4 th	H1A1	H1A2	H1A1	H1A2	O
			H1A2	H1A1	
5 th	H1A1	H1A2Md3	H1A1	H1A2Md3	O
			H1A2Md3	H1A1	
6 th	H1A1	H1A2SNR20	H1A2SNR20	H1A1	O
			H1A1	H1A2SNR20	
7 th	H1A1	H1A2Md01SNR5	H1A2Md01SNR5	H1A1	O
			H1A1	H1A2Md01SNR5	
8 th	H1A1	WHITENOISE	WHITENOISE	H1A1	O
9 th	H1A2	H2B1	H2B1	H1A2	O
			H1A2	H2B1	
10 th	H1A2	H2B2	H2B2	H1A2	O
			H1A2	H2B2	
11 th	H1A2	H2B2Md01SNR5	H1A2	H2B2Md01SNR5	O
			H2B2Md01SNR5	H1A2	
12 th	H1A2	WHITENOISE	WHITENOISE	H1A2	O
13 th	H1A1SNR10	H1A2	H1A1SNR10	H1A2	O
			H1A2	H1A1SNR10	
	H1A1SNR10	H1A2SNR5	H1A1SNR10	H1A2SNR5	O

14 th	H1A1SNR10	H1A2SNR5	H1A1SNR10	H1A2SNR5	O
			H1A2SNR5	H1A1SNR10	
15 th	H1A1SNR10	H1A2Md01SNR5	H1A1SNR10	H1A2Md01SNR5	O
			H1A2Md01SNR5	H1A1SNR10	
16 th	H1A1SNR10	H2B1	H2B1	H1A1SNR10	O
			H1A1SNR10	H2B1	
17 th	H1A1SNR10	H2B2Md01SNR5	H1A1SNR10	H2B2Md01SNR5	O
			H2B2Md01SNR5	H1A1SNR10	
18 th	H1A1SNR10	WHITENOISE	WHITENOISE	H1A1SNR10	O
			H1A1SNR10	WHITENOISE	
19 th	H2B1	H2B2	H2B1	H2B2	O
			H2B2	H2B1	
20 th	H2B1	H2B2Md01SNR5	H2B2Md01SNR5	H2B1	O
			H2B1	H2B2Md01SNR5	
21 st	H2B1	WHITENOISE	H2B1	WHITENOISE	O
			WHITENOISE	H2B1	
22 nd	H1A2Md3	H2B2	H1A2Md3	H2B2	O
			H2B2	H1A2Md3	
23 rd	H1A2Md01SNR5	H2B2Md01SNR5	H2B2Md01SNR5	H1A2Md01SNR5	
			H1A2Md01SNR5	H2B2Md01SNR5	
24 th	H1A1SLIP1	H2B1SLIP1	H2B1SLIP1	H1A1SLIP1	O
			H1A1SLIP1	H2B1SLIP1	
25 th	H1A1SLIP1	H2B2SLIP5	H1A1SLIP1	H2B2SLIP5	O
			H2B2SLIP5	H1A1SLIP1	
26 th	H1A1SLIP1	H1A2SLIP5	H1A2SLIP5	H1A1SLIP1	O
			H1A1SLIP1	H1A2SLIP5	
27 th	H1A2SLIP5	H2B2SLIP5	H1A2SLIP5	H2B2SLIP5	O
			H2B2SLIP5	H1A2SLIP5	
28 th	H1A2SLIP5	H2B1SLIP1	H1A2SLIP5	H2B1SLIP1	O
			H2B1SLIP1	H1A2SLIP5	
29 th	H2B1SLIP1	H2B2SLIP1	H2B1SLIP1	H2B2SLIP1	O
			H2B2SLIP1	H2B1SLIP1	
30 th	H2B1SLIP5	H2B2SLIP1	H2B2SLIP1	H2B1SLIP5	O
			H2B1SLIP5	H2B2SLIP1	
31 st	H1A2SLIP5	WHITENOISE	H1A2SLIP5	WHITENOISE	O
			WHITENOISE	H1A2SLIP5	
32 nd	H2B1SLIP1	WHITENOISE	H2B1SLIP1	WHITENOISE	O
			WHITENOISE	H2B1SLIP1	

Από τον πίνακα 6.11 παρατηρούνται τα εξής:

- Ο αλγόριθμος PearsonICA στην περίπτωση όπου υπάρχουν δύο πηγές σημάτων (2 ρουλεμάν που είτε παρουσιάζουν φθορά στον εξωτερικό ή στον εσωτερικό δακτύλιο, ή και πρόσθετες βλάβες όπως BPFO με θόρυβο κλπ, ή το ένα από τα δύο ρουλεμάν δουλεύει κανονικά και εμφανίζεται μόνο λευκός Gaussian θόρυβος), διαχωρίζει τα συνδυασμένα σήματα, στα αρχικά πηγαία σήματα, αλλά δεν καταφέρνει σε καμία περίπτωση να εντοπίσει και τις αντίστοιχες πηγές, δηλαδή δεν μπορεί να αντιστοιχήσει το διαχωρισμένο σήμα με την πηγή φθοράς από την οποία προέρχεται

Πίνακας 6.12

Αποτελέσματα διαχωρισμού για 2 local mode κατά τον αλγόριθμο Parra Temporal Predictability

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ	ΣΕΙΡΑ ΦΟΡΤΩΣΗΣ ΤΩΝ MIXTURED SIGNALS $X_C X_D$		Διαχωρισμός Σημάτων / Εντοπισμός Πηγής		
INFOMAX MODES = 2 $X_C X_D$	X_1	X_2			
Simulation			U_1	U_2	N\O
1 st	H1A1	H2B1	H2B1	H1A1	O
2 nd	H1A1	H2B2	H2B2	H1A1	O
3 rd	H1A1	H2B2Md01SNR5	H2B2Md01SNR5	H1A1	O
4 th	H1A1	H1A2	H1A2	H1A1	O
5 th	H1A1	H1A2Md3	H1A2Md3	H1A1	O
6 th	H1A1	H1A2SNR20	H1A2SNR20	H1A1	O
7 th	H1A1	H1A2Md01SNR5	H1A2Md01SNR5	H1A1	O
8 th	H1A1	WHITENOISE	WHITENOISE	H1A1	O
9 th	H1A2	H2B1	H1A2	H2B1	O
10 th	H1A2	H2B2	H2B2	H1A2	O
11 th	H1A2	H2B2Md01SNR5	H2B2Md01SNR5	H1A2	O
12 th	H1A2	WHITENOISE	H1A2	WHITENOISE	O
13 th	H1A1SNR10	H1A2	H1A2	H1A1SNR10	O
14 th	H1A1SNR10	H1A2SNR5	H1A2SNR5	H1A1SNR10	O
15 th	H1A1SNR10	H1A2Md01SNR5	H1A2Md01SNR5	H1A1SNR10	O
16 th	H1A1SNR10	H2B1	H2B1	H1A1SNR10	O
17 th	H1A1SNR10	H2B2Md01SNR5	H2B2Md01SNR5	H1A1SNR10	O
18 th	H1A1SNR10	WHITENOISE	WHITENOISE	H1A1SNR10	O
19 th	H2B1	H2B2	H2B2	H2B1	O
20 th	H2B1	H2B2Md01SNR5	H2B2Md01SNR5	H2B1	O
21 st	H2B1	WHITENOISE	WHITENOISE	H2B1	O
22 nd	H1A2Md3	H2B2	H2B2	H1A2Md3	O
23 rd	H1A2Md01SNR5	H2B2Md01SNR5	H2B2Md01SNR5	H1A2Md01SNR5	O
24 th	H1A1SLIP1	H2B1SLIP1	H2B1SLIP1	H1A1SLIP1	O
25 th	H1A1SLIP1	H2B2SLIP5	H2B2SLIP5	H1A1SLIP1	O
26 th	H1A1SLIP1	H1A2SLIP5	H1A2SLIP5	H1A1SLIP1	O
27 th	H1A2SLIP5	H2B2SLIP5	H2B2SLIP5	H1A2SLIP5	O
28 th	H1A2SLIP5	H2B1SLIP1	H1A2SLIP5	H2B1SLIP1	O
29 th	H2B1SLIP1	H2B2SLIP1	H2B2SLIP1	H2B1SLIP1	O
30 th	H2B1SLIP5	H2B2SLIP1	H2B2SLIP1	H2B1SLIP5	O
31 st	H1A2SLIP5	WHITENOISE	H1A2SLIP5	WHITENOISE	O
32 nd	H2B1SLIP1	WHITENOISE	WHITENOISE	H2B1SLIP1	O

Από τον πίνακα 6.12 παρατηρούνται τα εξής:

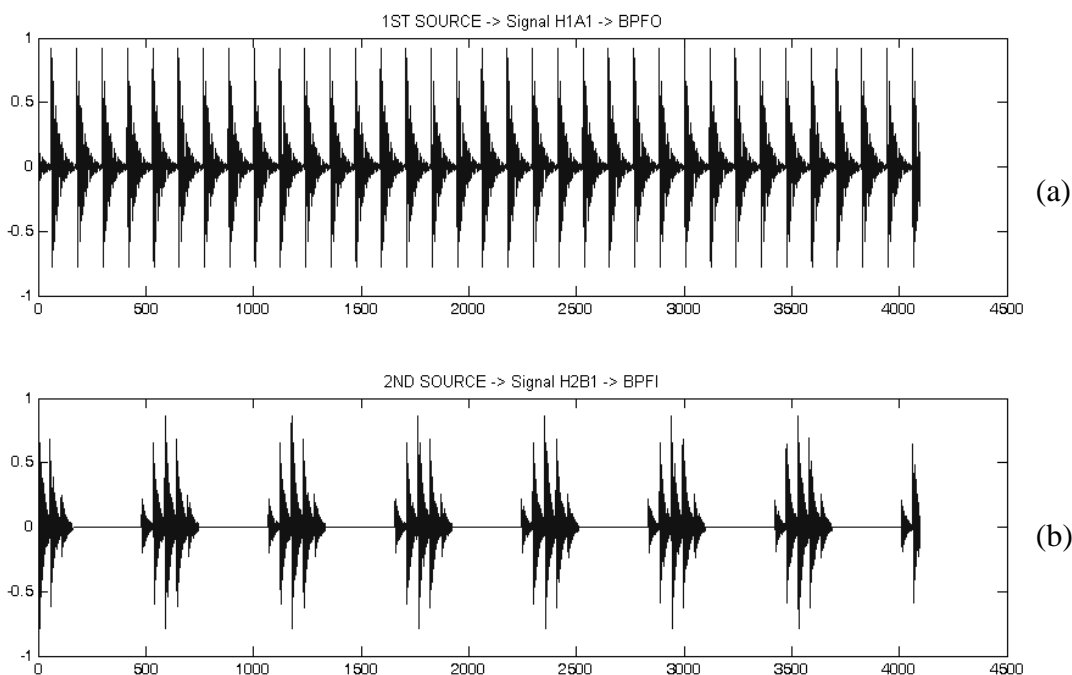
- Σε όλες τις περιπτώσεις ο αλγόριθμος Parra Temporal Predictability έκανε άρτιο διαχωρισμό των συνδυασμένων σημάτων στα αρχικά πηγαία σήματα, αλλά δεν κατάφερε να εντοπίσει τις πηγές. Ανεξαρτήτως των επαναλήψεων που εκτελέστηκε ο αλγόριθμος για την καθεμία από τις προσομοιώσεις, τα αποτελέσματα ήταν κάθε φορά τα ίδια.

- Αυτό που παρατηρήθηκε όσον αφορά τις θέσεις εμφάνισης των διαχωρισμένων σημάτων, στην πρώτη θέση (U_1) εμφανίζεται το διαχωρισμένο σήμα που έχει τη μεγαλύτερη σε τιμή ιδιοσυχνότητα, ή εμφανίζει την υψηλότερη τιμή της kurtosis.

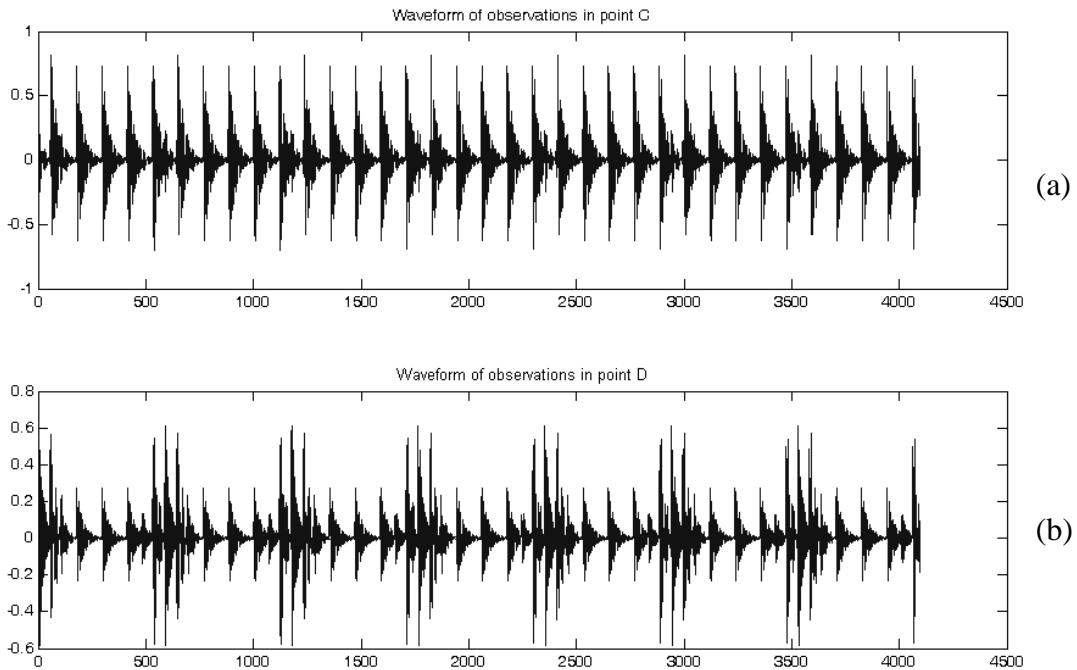
Ακολουθούν σχήματα για ένα ζεύγος προσομοιωμένων σημάτων, το πρώτο εκ των οποίων αφορά φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο που προέρχεται από ένσφαιρο τριβέα που εδράζεται στη θέση Α στις shape functions (σήμα H1A1) και το δεύτερο αφορά φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο που προέρχεται από ένσφαιρο τριβέα που εδράζεται στη θέση Β στις shape functions (σήμα H2B1). Τα χαρακτηριστικά των σημάτων παρουσιάζονται στους πίνακες 6.2 και 6.3.

Τα σχήματα 6.14 και 6.15 που ακολουθούν, απεικονίζουν τις κυματομορφές των αρχικών πηγαίων σημάτων και τις κυματομορφές των συνδυασμένων σημάτων όπως προκύπτουν από την καταγραφή των αισθητήρων, και τα σχήματα 6.16 και 6.17 τα αντίστοιχα φάσματα.

Είναι προφανές ότι δε γίνεται ανάλυση των κυματομορφών ή των φασμάτων για εύρεση περιοδικοτήτων, αφού τα χαρακτηριστικά των σημάτων που χρησιμοποιούνται είναι γνωστά.

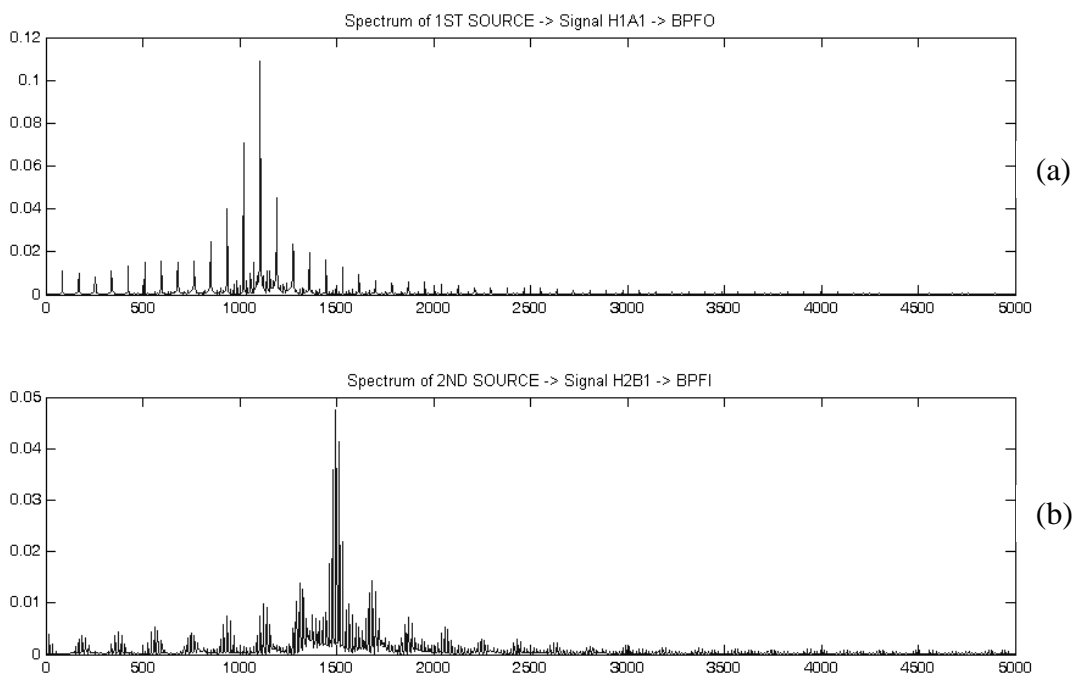


Σχήμα 6.14 Κυματομορφές των αρχικών πηγαίων σημάτων. a) BPFO signal, b) BPFI signal

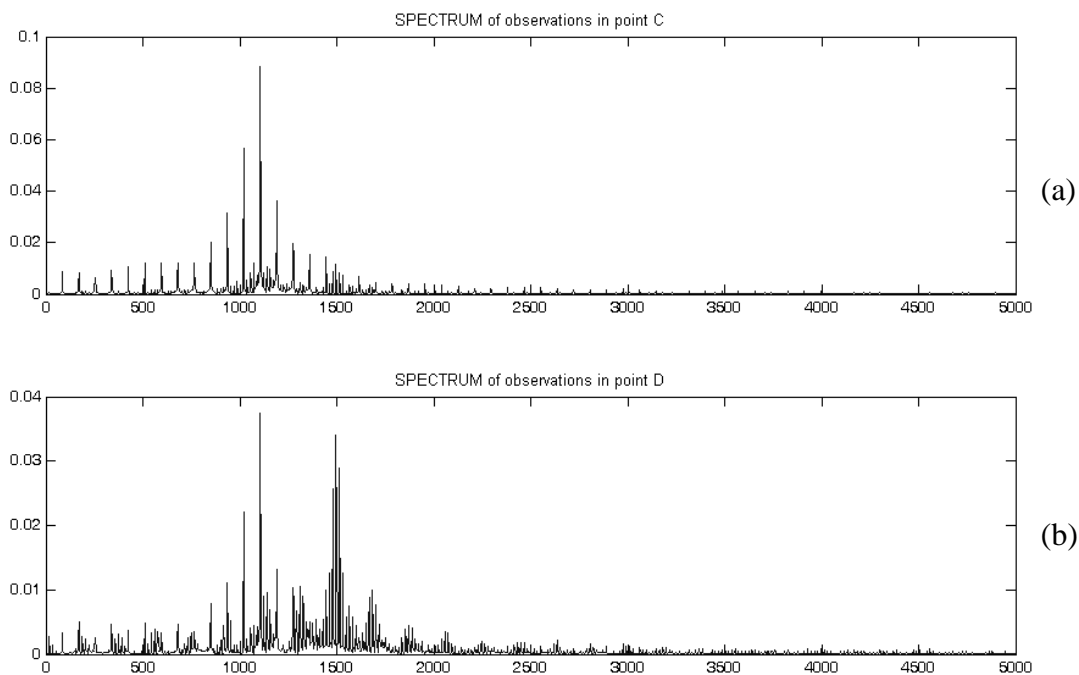


Σχήμα 6.15 Κυματομορφές των συνδυασμένων σημάτων όπως καταγράφονται από τους αισθητήρες α) στη θέση C, β) στη θέση D

Όπως φαίνεται από τα αρχικά πηγαία σήματα του σχήματος 6.14 η σειρά φόρτωσης των σημάτων έχει ως εξής: Στην πρώτη θέση φορτώνεται το σήμα που σχετίζεται με τη φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο, και στη δεύτερη θέση φορτώνεται το σήμα που σχετίζεται με τη φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο. Όπως φαίνεται από τα συνδυασμένα σήματα του σχήματος 6.15, στο σήμα που προέρχεται από τον αισθητήρα της θέσης C, υπερισχύει η συχνότητα BPFO, ενώ στο σήμα που προέρχεται από τον αισθητήρα της θέσης D, υπερισχύει η συχνότητα BPFI.

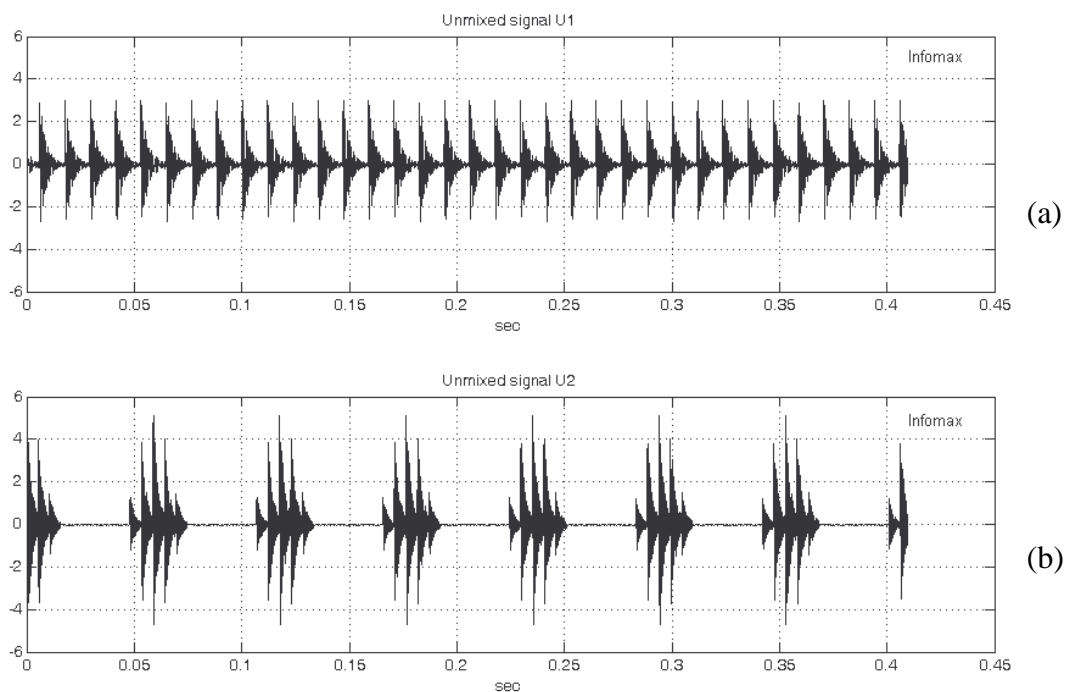


Σχήμα 6.16 Τα φάσματα των αρχικών πηγαιών σημάτων. α) το φάσμα του σήματος H1A1 -> BPFO, β) το φάσμα του σήματος H2B1 -> BPFI

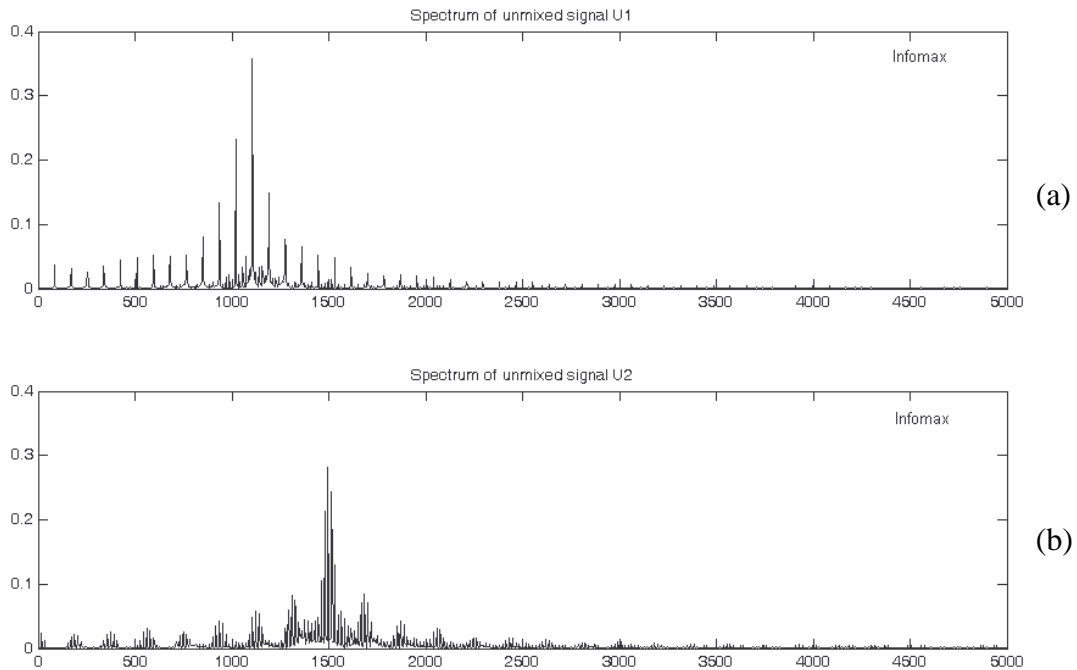


Σχήμα 6.17 Τα φάσματα των συνδυασμένων σημάτων όπως καταγράφονται από τους αισθητήρες a) στη θέση C, b) στη θέση D

Ακολουθούν σχήματα με τα αποτελέσματα διαχωρισμού των προαναφερθέντων σημάτων, από τον αλγόριθμο Infomax και από τους υπόλοιπους τρεις αλγόριθμους.



Σχήμα 6.18 Κυματομορφές των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax

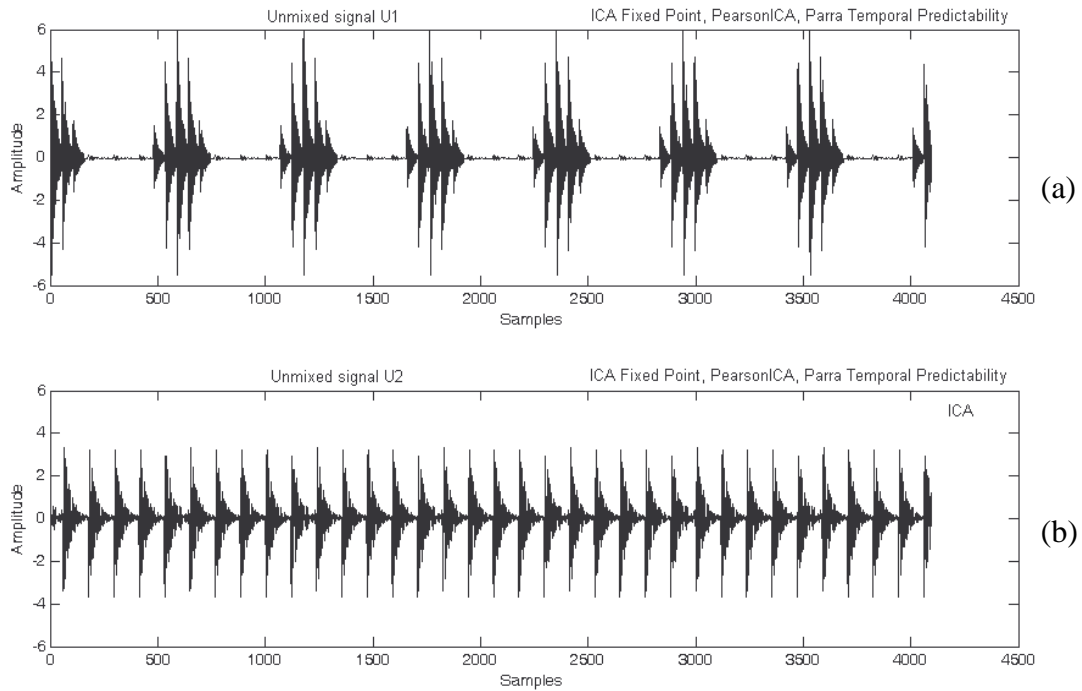


Σχήμα 6.19 Φάσματα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax

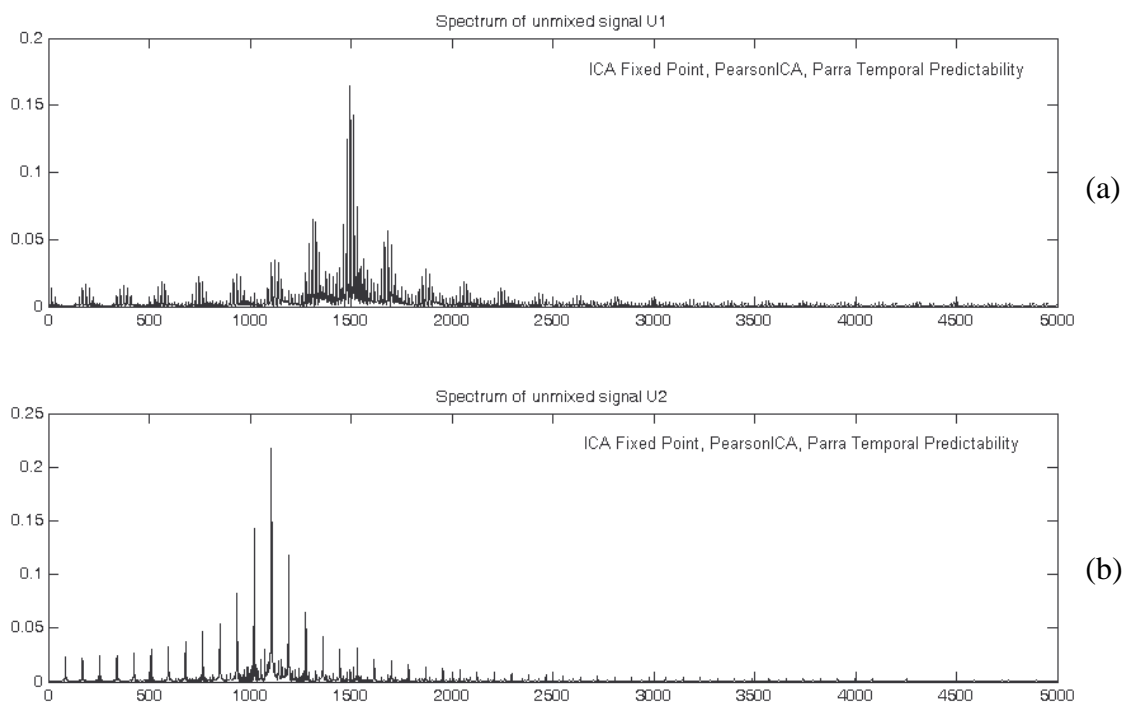
Όπως φαίνεται από τα σχήματα 6.18 και 6.19, ο αλγόριθμος Infomax διαχωρίζει πολύ καλά τα συνδυασμένα σήματα, στα αρχικά σήματα (στην πραγματικότητα είναι scaled εκδοχές των αρχικών πηγαίων σημάτων).

Εκτός αυτού, φαίνεται ότι ο αλγόριθμος Infomax μπορεί να εντοπίσει και την πηγή από την οποία προέρχεται το καθένα από τα διαχωρισμένα σήματα, αφού η σειρά με την οποία εμφανίζονται τα διαχωρισμένα σήματα κατά τον Infomax, συμφωνούν με τη σειρά φόρτωσης των αρχικών πηγαίων σημάτων. Αυτή η παρατήρηση γίνεται αντιληπτή αν συγκριθούν οι κυματομορφές των αρχικών πηγαίων σημάτων του σχήματος 6.14 με τις κυματομορφές των διαχωρισμένων σημάτων κατά Infomax του σχήματος 6.18. Πράγματι από τη σύγκριση φαίνεται ότι έχει γίνει καλός διαχωρισμός, και η σειρά εμφάνισης των διαχωρισμένων σημάτων συμφωνεί με τη σειρά φόρτωσης των αρχικών πηγαίων σημάτων.

Ακολουθούν τα σχήματα 6.20 και 6.21 με τις κυματομορφές των διαχωρισμένων σημάτων και τα αντίστοιχα φάσματα σύμφωνα με τον διαχωρισμό που πραγματοποιούν οι αλγόριθμοι ICA Fixed Point, PearsonICA και Parra Temporal Predictability. Εδώ σημειώνεται ότι, παρουσιάζεται μόνο ένα σχήμα με τις κυματομορφές και τα φάσματα των διαχωρισμένων σημάτων από τους 3 αλγόριθμους, γιατί και οι 3 έδωσαν παρόμοια αποτελέσματα διαχωρισμού, με τις κυματομορφές και τα φάσματα των διαχωρισμένων σημάτων να είναι σχεδόν πανομοιότυπα.



Σχήμα 6.20 Κυματομορφές των διαχωρισμένων σημάτων κατά τους αλγόριθμους ICA Fixed Point, PearsonICA, Parra Temporal Predictability



Σχήμα 6.21 Φάσματα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τους αλγόριθμους ICA Fixed Point, PearsonICA, Parra Temporal Predictability

Όπως φαίνεται από τα σχήματα 6.20 και 6.21, οι αλγόριθμοι ICA Fixed Point, PearsonICA και Parra Temporal Predictability, διαχωρίζουν πολύ καλά τα συνδυασμένα σήματα στα αρχικά σήματα (σε scaled εκδοχές των αρχικών πηγαίων σημάτων).

Αναφορικά με τον εντοπισμό των πηγών, φαίνεται τόσο από τις κυματομορφές όσο και από τα φάσματα των διαχωρισμένων σημάτων (σχήματα 6.20 και 6.21) ότι οι αλγόριθμοι ICA Fixed Point, PearsonICA και Parra Temporal Predictability, δεν μπορούν να εντοπίσουν την πηγή από την οποία προέρχεται το καθένα από τα δύο διαχωρισμένα σήματα. Αυτό φαίνεται εξάλλου αν συγκριθούν οι κυματομορφές των αρχικών πηγαίων σημάτων του σχήματος 6.14 με τις κυματομορφές των διαχωρισμένων σημάτων του σχήματος 6.20, φαίνεται ότι ο διαχωρισμός είναι καλός, αλλά τα διαχωρισμένα σήματα, εμφανίζονται ανάποδη σειρά σε σχέση με τη σειρά με την οποία είχαν φορτωθεί τα αρχικά πηγαία σήματα.

6.4 Αποτελέσματα για δύο πηγές που διεγείρουν μία ‘κοινή’ και δύο διαφορετικές ‘τοπικές’ ιδιοσυχνότητες

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των αλγορίθμων διαχωρισμού για τα υπολογιστικά προσομοιωμένα σήματα, στην περίπτωση όπου υπάρχουν δύο πηγές βλάβης, οι οποίες διεγείρουν μία global ιδιοσυχνότητα.

Πιο συγκεκριμένα η ενότητα 6.4 έχει διαρθρωθεί ως εξής: Αρχικά παρουσιάζονται τα ποσοτικά αποτελέσματα των αλγορίθμων διαχωρισμού, για κάποιες ενδεικτικές περιπτώσεις βλάβης, για 4 διαφορετικές τοποθετήσεις των αισθητήρων (δηλαδή των σημείων C και D). Στη συνέχεια δίνονται ορισμένα σχήματα, που παρουσιάζουν τα ποιοτικά αποτελέσματα διαχωρισμού για τις τέσσερις διαφορετικές τοποθετήσεις των αισθητήρων, για τον αλγόριθμο Infomax. Όλες οι υπόλοιπες σχηματικές αναπαραστάσεις (κυματομορφές, φάσματα, κλπ), οι χρησιμοποιούμενοι αλγόριθμοι, τα προσομοιωμένα σήματα κλπ, είναι διαθέσιμα για περαιτέρω επεξεργασία.

Στην περίπτωση όπου διεγείρεται μία global ιδιοσυχνότητα από τις 2 πηγές, αποδεικνύεται ότι η θέση των σημείων C και D (όπου έχουν τοποθετηθεί οι αισθητήρες) πάνω στις shape functions, έχει πρωταρχικό ρόλο. Οι αλγόριθμοι δίνουν για κάθε διαφορετική τοποθέτηση των C και D διαφορετικά αποτελέσματα διαχωρισμού, και σε ορισμένες περιπτώσεις δεν καταφέρνουν να διαχωρίσουν καθόλου τα συνδυασμένα σήματα. Για αυτό το λόγο, θα εξεταστούν το πώς διαχωρίζονται τα σήματα, για τρεις διαφορετικές τοποθετήσεις των σημείων C και D.

Για τη μελέτη αυτή θα γίνει χρήση των ακόλουθων προσομοιωμένων σημάτων, όπως παρουσιάζονται στον πίνακα 6.5.

- Το ρουλεμάν που εδράζεται στη θέση A, φέρει βλάβη στον εξωτερικό δακτύλιο BPFO=45Hz με $f_{n1}=1550\text{Hz}$, και διεγείρει μία Global ιδιοσυχνότητα $f_{n2}=800\text{Hz}$, που φέρει τα χαρακτηριστικά της βλάβης BPFO.
- Το ρουλεμάν που εδράζεται στη θέση B, φέρει βλάβη στον εσωτερικό δακτύλιο BPFI=165Hz με $f_{n1}=2500\text{Hz}$, και διεγείρει μία Global ιδιοσυχνότητα $f_{n2}=800\text{Hz}$, που φέρει τα χαρακτηριστικά της βλάβης BPFI.

Η μελέτη που θα πραγματοποιηθεί θα περιλαμβάνει τα ακόλουθα στάδια:

Για να μπορέσει να γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων διαχωρισμού, για κάθε μία από τις διαφορετικές περιπτώσεις τοποθέτησης των C και D, θα γίνει χρήση των τιμών της kurtosis των ακολούθων:

- **kurtosisA** -> Η τιμή της κύρτωσης από το συνδυασμό local & global της πηγής στη θέση A, χωρίς τους F_i
- **kurtosisB** -> Η τιμή της κύρτωσης από το συνδυασμό local & global της πηγής στη θέση B, χωρίς τους F_i
- **kurtosisA_CD** -> Η τιμή της κύρτωσης από το συνδυασμό local & global της πηγής στη θέση A για τα σημεία C και D
- **kurtosisB_CD** -> Η τιμή της κύρτωσης από το συνδυασμό local & global της πηγής στη θέση B για τα σημεία C και D
- **kurtosisDA** -> Η τιμή της κύρτωσης από το συνδυασμό local & global της πηγής στη θέση A ύστερα από αποδιαμόρφωση του σήματος που προκύπτει από την πηγή A (δηλαδή έχουν αφαιρεθεί όλες οι ιδιοσυχνότητες), χωρίς τους συντελεστές F_i των shape functions
- **kurtosisDB** -> Η τιμή της κύρτωσης από το συνδυασμό local & global της πηγής στη θέση B ύστερα από αποδιαμόρφωση του σήματος που προκύπτει από την πηγή B (δηλαδή έχουν αφαιρεθεί όλες οι ιδιοσυχνότητες), χωρίς τους συντελεστές F_i των shape functions
- **kurtosisDA_CD** -> Η τιμή της κύρτωσης από την πηγή A (local + global) ύστερα από αποδιαμόρφωση του σήματος που προκύπτει από την πηγή A (δηλαδή έχουν αφαιρεθεί όλες οι ιδιοσυχνότητες), για κάθε τοποθέτηση των σημείων C και D
- **kurtosisDB_CD** -> Η τιμή της κύρτωσης από την πηγή B (local + global) ύστερα από αποδιαμόρφωση του σήματος που προκύπτει από την πηγή B (δηλαδή έχουν αφαιρεθεί όλες οι ιδιοσυχνότητες), για κάθε τοποθέτηση των σημείων C και D
- Αναλόγως αν χρησιμοποιηθεί ή όχι αποδιαμόρφωση των σημάτων, θα γίνεται σύγκριση των τιμών κύρτωσης, kurtosisDA_CD, kurtosisDB_CD (αν γίνεται αποδιαμόρφωση) και των kurtosisA_CD kurtosisB_CD (αν δεν γίνεται αποδιαμόρφωση) με τις αντίστοιχες τιμές κύρτωσης των διαχωρισμένων σημάτων.

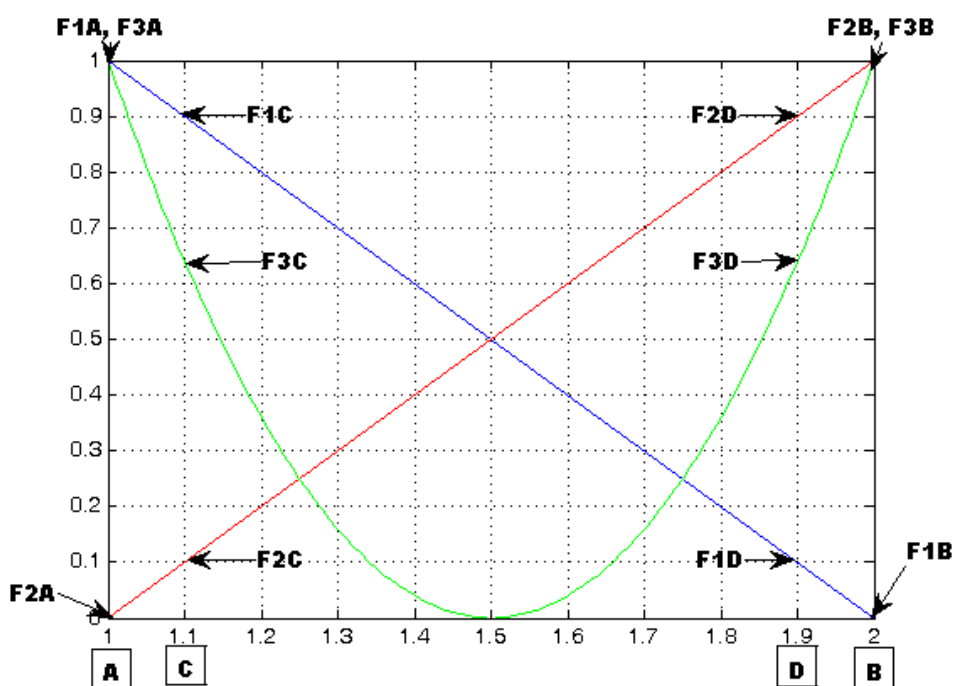
Πριν την παρουσίαση των αποτελεσμάτων διαχωρισμού, πρέπει να σημειωθεί είναι το εξής: Στους πίνακες 6.13 έως και 6.16, όπου παρουσιάζονται τα αποτελέσματα διαχωρισμού για τις τέσσερις διαφορετικές τοποθετήσεις των αισθητήρων, οι τιμές κύρτωσης των διαχωρισμένων σημάτων παρουσιάζονται για όλους τους αλγόριθμους με μία συγκεκριμένη σειρά, όπου στη θέση A εμφανίζεται η τιμή της kurtosis του ένσφαιρου τριβέα που εδράζεται στη θέση A και έχει φθορά στον εξωτερικό, ενώ στη θέση B, εμφανίζεται η τιμή της κύρτωσης του ένσφαιρου τριβέα που εδράζεται στη θέση B και έχει φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο.

Ο λόγος που γίνεται αυτό, οφείλεται στις τιμές της κύρτωσης που είναι πιο “μπερδεμένες” στην περίπτωση που διεγείρεται μία global ιδιοσυχνότητα από τις δύο πηγές, σε σχέση με τις τιμές της

κύρτωσης στην περίπτωση που υπάρχουν πηγές που διεγείρουν μόνο local ιδιοσυχνότητες, όπου εκεί τα πράγματα είναι πιο ξεκάθαρα.

Παρόλα αυτά, πρέπει επίσης να σημειωθεί ότι από τους τέσσερις αλγόριθμους διαχωρισμού, **μόνο** ο Infomax είναι σε θέση να εντοπίζει και την πηγή από την οποία προέρχεται το κάθε διαχωρισμένο σήμα, στην περίπτωση βέβαια που μπορεί να πραγματοποιηθεί καλός διαχωρισμός.

6.4.1 Επιλογή σημείων μέτρησης C και D



Σχήμα 6.22 1^η τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C και D (2 local modes & 1 global frequency)

Οι συντελεστές F_i για τα σημεία C και D, όπως προκύπτουν από την 1^η τοποθέτηση τους στις shape functions είναι οι εξής:

$$F_{1A}=1, F_{1B}=0, F_{1C}=0.9, F_{1D}=0.1$$

$$F_{2A}=0, F_{2B}=1, F_{2C}=0.1, F_{2D}=0.9$$

$$F_{3A}=1, F_{3B}=1, F_{3C}=0.64, F_{3D}=0.64$$

Ακολουθούν για την κάθε περίπτωση της προσομοιωμένης βλάβης, οι αντίστοιχες τιμές της κύρτωσης που προκύπτουν από τον καθένα από τους αλγόριθμους διαχωρισμού που χρησιμοποιήθηκαν.

Σημειώνονται οι ακόλουθες περιπτώσεις διαχωρισμού:

1. Χωρίς χρονικό παράθυρο, Χωρίς αποδιαμόρφωση: Σύγκριση των **kurtosisA_CD** και **kurtosisB_CD**
2. Με χρονικό παράθυρο, Χωρίς αποδιαμόρφωση
3. Με χρονικό παράθυρο, Με αποδιαμόρφωση

4. Χωρίς χρονικό παράθυρο, Με Αποδιαμόρφωση: Σύγκριση των **kurtosisDA_CD** και **kurtosisDB_CD**

Πίνακας 6.13

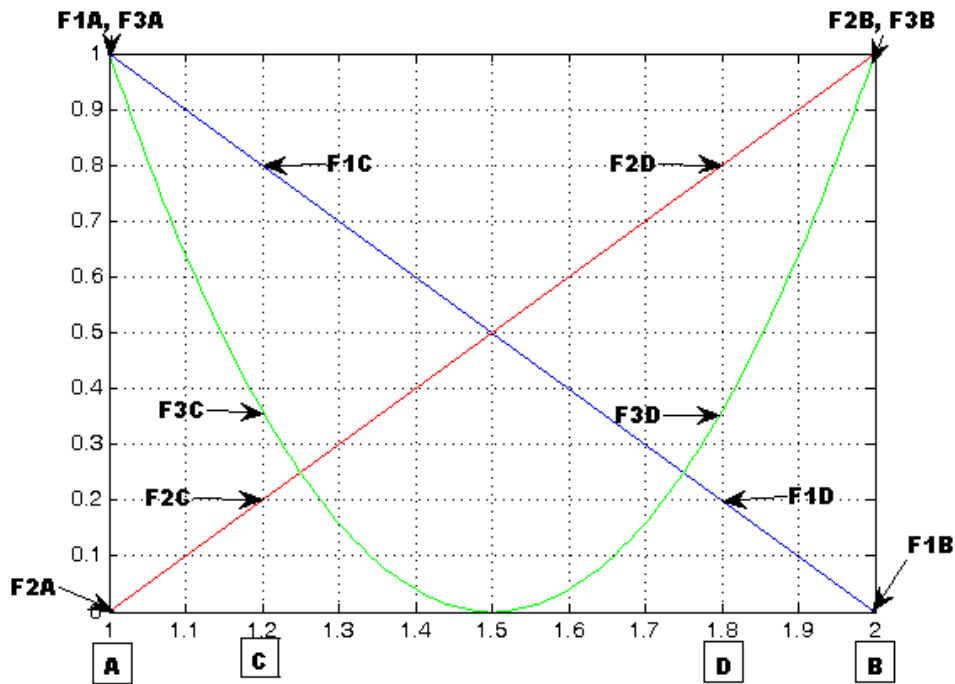
Αποτελέσματα αλγορίθμων διαχωρισμού για την 1^η τοποθέτηση των αισθητήρων (2 local modes & 1 global frequency)

Περίπτωση Διαχωρισμού	Τιμές της κύρτωσης που συγκρίνονται με τις αντίστοιχες των U_1, U_2		Εκτιμήσεις των διαχωρισμένων σημάτων ανά πηγή	Infomax kurtosis of $U_1 U_2$	ICA Fixed Point kurtosis of $U_1 U_2$	PearsonICA kurtosis of $U_1 U_2$	Parra Temporal Predictability kurtosis of $U_1 U_2$
1	kurtosisA	11.7517	A	7.0417	4.0636	7.1459	9.9940
	kurtosisA_CD	10.3212					
	kurtosisB	10.0233	B	12.2867	9.3189	12.2158	4.1079
	kurtosisB_CD	7.9167					
2			A	15.8125	16.2521	15.8996	9.3316
			B	26.4709	25.7021	26.2309	21.3354
3			A	15.2460	15.4796	15.1171*	5.9941**
			B	22.2572	20.4069	22.0137*	14.5361**
4	kurtosisDA	5.7913	A	6.2089	5.7824	6.2676	2.2400**
	kurtosisDA_CD	5.0223					
	kurtosisDB	7.1182	B	9.9589	10.0932	9.7959	6.0994**
	kurtosisDB_CD	6.0910					

*οι χρονικές κυματομορφές των σημάτων εμφανίζονται προς τα κάτω.

** οι χρονικές κυματομορφές εμφανίζονται προς τα πάνω προς τα κάτω. Στο U_1 δεν μπόρεσε να πραγματοποιηθεί η αποδιαμόρφωση – δεν πραγματοποιήθηκε σωστά η αποδιαμόρφωση.

Όπως φαίνεται και από τις τιμές της κύρτωσης των αλγορίθμων διαχωρισμού, τα αποτελέσματα δεν είναι καλά, και μάλιστα για τη συγκεκριμένη τοποθέτηση των σημείων C και D (1^η περίπτωση επιλογής θέσης), οι αλγόριθμοι δεν καταφέρνουν να διαχωρίσουν τα συνδυασμένα σήματα στα αρχικά πηγαία σήματα. Μάλιστα, να σημειωθεί ότι κατά τις προσομοιώσεις, παρατηρήθηκε ότι η εκτίμηση για την διαχωρισμένη πηγή A, περιλαμβάνει μέρος του σήματος της πηγής B και το αντίστροφο.



Σχήμα 6.23 2^η τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C και D (2 local modes & 1 global frequency)

Οι συντελεστές F_i για τα σημεία C και D, όπως προκύπτουν από την 2^η τοποθέτηση τους στις shape functions είναι οι εξής:

$$F_{1A}=1, F_{1B}=0, F_{1C}=0.8, F_{1D}=0.2$$

$$F_{2A}=0, F_{2B}=1, F_{2C}=0.2, F_{2D}=0.8$$

$$F_{3A}=1, F_{3B}=1, F_{3C}=0.36, F_{3D}=0.36$$

Ακολουθούν για την κάθε περίπτωση της προσομοιωμένης βλάβης, οι αντίστοιχες τιμές της κύρτωσης που προκύπτουν από τον καθένα από τους αλγόριθμους διαχωρισμού που χρησιμοποιήθηκαν

Πίνακας 6.14

Αποτελέσματα αλγορίθμων διαχωρισμού για την 2^η τοποθέτηση των αισθητήρων (2 local modes & 1 global frequency)

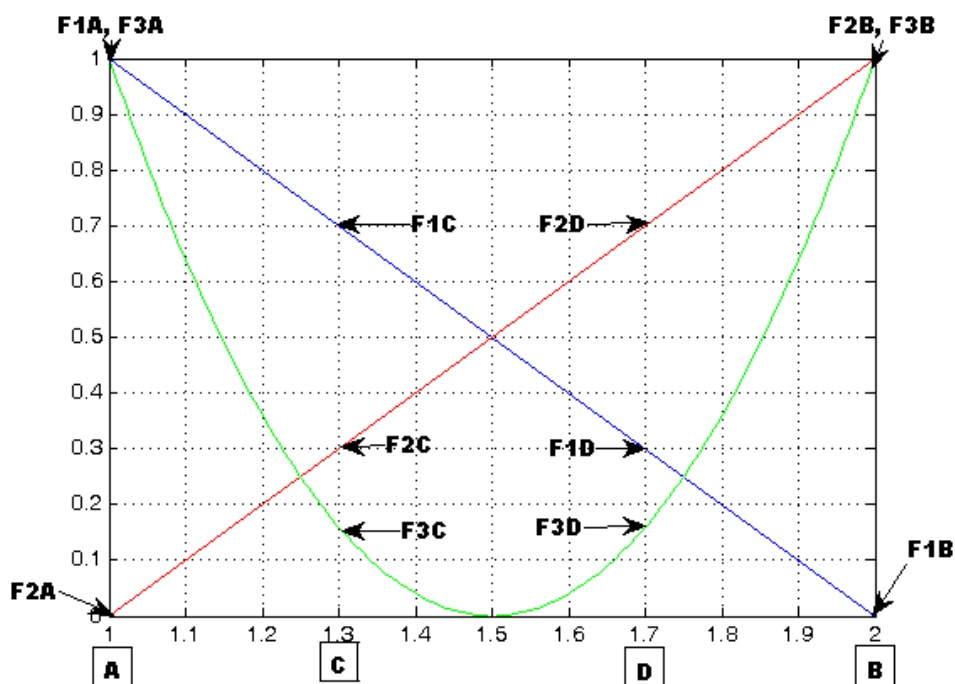
Περίπτωση Διαχωρισμού	Τιμές της κύρτωσης που συγκρίνονται με τις αντίστοιχες των U_1, U_2		Εκτιμήσεις των διαχωρισμένων σημάτων ανά πηγή	Infomax kurtosis of $U_1 U_2$	ICA Fixed Point kurtosis of $U_1 U_2$	PearsonICA kurtosis of $U_1 U_2$	Parra Temporal Predictability kurtosis of $U_1 U_2$
1	kurtosisA	11.7517	A	8.0390	5.9165	8.0581	5.9472
	kurtosisA_CD	12.3874					
	kurtosisB	10.0233	B	15.7980	12.2411	15.7735	12.3487
	kurtosisB_CD	13.3857					

2			A	17.9704	17.5801	18.0057	13.0658
			B	33.1000	28.0933	33.0279	26.0283
3			A	17.5320	16.9003	17.5165	10.3718*
			B	24.8965	25.2020	24.8397	20.0588*
4	kurtosisDA	5.7913	A	7.3277	7.1294	7.3602	4.2447**
	kurtosisDA_CD	6.7275					
	kurtosisDB	7.1182	B	11.4560	11.4878	11.1978	7.9889**
	kurtosisDB_CD	8.6465					

*οι χρονικές κυματομορφές εμφανίζονται προς τα κάτω ή και προς τις δύο κατευθύνσεις – δεν πραγματοποιήθηκε σωστά η αποδιαμόρφωση.

** οι χρονικές κυματομορφές εμφανίζονται προς τα πάνω προς τα κάτω – δεν πραγματοποιήθηκε σωστά η αποδιαμόρφωση.

Όπως φαίνεται και από τις τιμές της κύρτωσης των αλγόριθμων διαχωρισμού, τα αποτελέσματα και για τη 2^η περίπτωση επιλογής θέσης των σημείων C και D δεν είναι καλά. Οι αλγόριθμοι δεν καταφέρνουν να διαχωρίσουν τα συνδυασμένα σήματα στα αρχικά πηγαία σήματα. Μάλιστα, να σημειωθεί ότι κατά τις προσομοιώσεις, παρατηρήθηκε ότι η εκτίμηση για την διαχωρισμένη πηγή A, περιλαμβάνει μέρος του σήματος της πηγής B και το αντίστροφο.



Σχήμα 6.24 3^η τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C και D (2 local modes & 1 global frequency)

Οι συντελεστές F_i για τα σημεία C και D, όπως προκύπτουν από την 3^η τοποθέτηση τους στις shape functions είναι οι εξής:

$$F_{1A}=1, F_{1B}=0, F_{1C}=0.7, F_{1D}=0.3$$

$$F_{2A}=0, F_{2B}=1, F_{2C}=0.3, F_{2D}=0.7$$

$$F_{3A}=1, F_{3B}=1, F_{3C}=0.16, F_{3D}=0.16$$

Ακολουθούν για κάθε την περίπτωση της προσομοιωμένης βλάβης, οι αντίστοιχες τιμές της kurtosis που προκύπτουν από τον καθένα από τους αλγόριθμους διαχωρισμού που χρησιμοποιήθηκαν.

Πίνακας 6.15

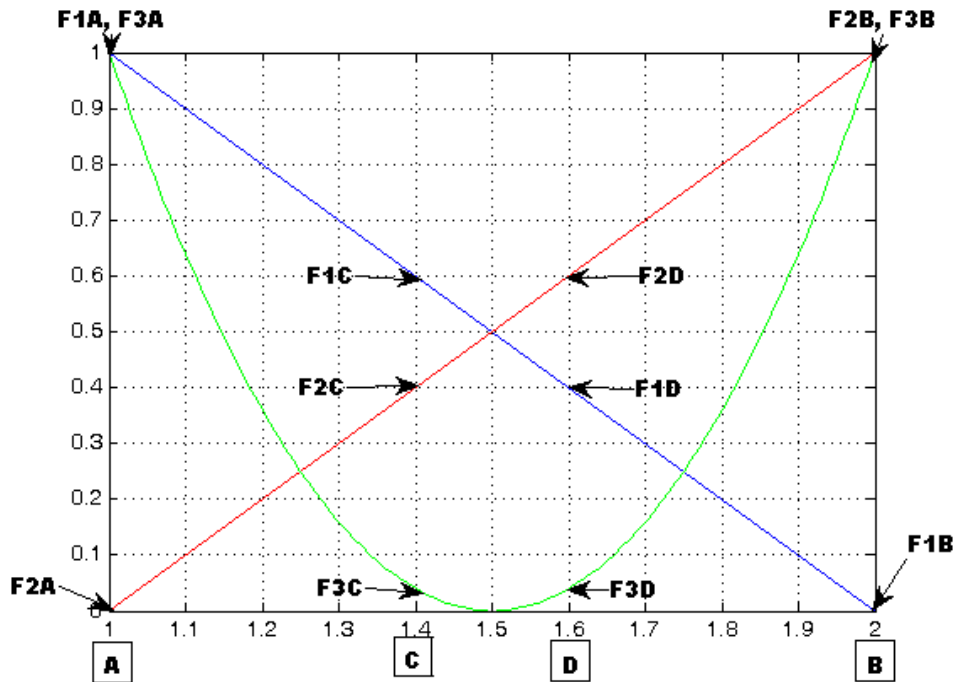
Αποτελέσματα αλγορίθμων διαχωρισμού για την 3^η τοποθέτηση των αισθητήρων (2 local modes & 1 global frequency)

Περίπτωση Διαχωρισμού	Τιμές της κύρτωσης που συγκρίνονται με τις αντίστοιχες των U_1, U_2		Εκτιμήσεις των διαχωρισμένων σημάτων ανά πηγή	Infomax kurtosis of U_1, U_2	ICA Fixed Point kurtosis of U_1, U_2	PearsonICA kurtosis of U_1, U_2	Parra Temporal Predictability kurtosis of U_1, U_2
1	kurtosisA	11.7517	A	9.6343	9.4417	9.6294	8.9861
	kurtosisA_CD	11.6925					
	kurtosisB	10.0233	B	19.3467	19.1600	19.3359	18.3763
	kurtosisB_CD	19.3012					
2			A	21.6702	21.1944	21.7257	20.2221
			B	39.9250	39.4272	39.9503	37.8426
3			A	15.2086	15.1999	15.2201	9.6514*
			B	22.2451	22.2576	22.2160	9.2213*
4	kurtosisDA	5.7913	A	6.0093	6.0094	5.9007	3.7370**
	kurtosisDA_CD	6.9414					
	kurtosisDB	7.1182	B	9.8335	9.8377	9.6283	3.7505**
	kurtosisDB_CD	9.5971					

*οι χρονικές κυματομορφές εμφανίζονται προς τα κάτω ή και προς τις δύο κατευθύνσεις – δεν πραγματοποιήθηκε σωστά η αποδιαμόρφωση.

** οι χρονικές κυματομορφές εμφανίζονται προς τα πάνω προς τα κάτω – δεν πραγματοποιήθηκε σωστά η αποδιαμόρφωση.

Όπως φαίνεται και από τις τιμές της kurtosis των αλγορίθμων διαχωρισμού, τα αποτελέσματα και για τη 3^η περίπτωση επιλογής θέσης των σημείων C και D είναι πολύ καλά. Οι αλγόριθμοι κατάφεραν να διαχωρίσουν τα συνδυασμένα σήματα στα αρχικά πηγαία σήματα. Παρόλα αυτά, πρέπει να σημειωθεί ότι κατά τις προσομοιώσεις, παρατηρήθηκε ένα πολύ μικρό μέρος του σήματος από τη μία πηγή, να έχει περάσει στην εκτίμηση διαχωρισμού της άλλης πηγής. Βέβαια ήταν τόσο μικρό, που μπορεί να θεωρηθεί αμελητέο.



Σχήμα 6.25 4^η τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C και D (2 local modes & 1 global frequency)

Οι συντελεστές F_i για τα σημεία C και D, όπως προκύπτουν από την 4^η τοποθέτηση τους στις shape functions είναι οι εξής:

$$F_{1A}=1, F_{1B}=0, F_{1C}=0.6, F_{1D}=0.4$$

$$F_{2A}=0, F_{2B}=1, F_{2C}=0.4, F_{2D}=0.6$$

$$F_{3A}=1, F_{3B}=1, F_{3C}=0.04, F_{3D}=0.04$$

Ακολουθούν για κάθε την περίπτωση της προσομοιωμένης βλάβης, οι αντίστοιχες τιμές της kurtosis που προκύπτουν από τον καθένα από τους αλγόριθμους διαχωρισμού που χρησιμοποιήθηκαν.

Πίνακας 6.16 Αποτελέσματα αλγορίθμων διαχωρισμού για την 4^η τοποθέτηση των αισθητήρων (2 local modes & 1 global frequency)

Περίπτωση Διαχωρισμού	Τιμές της κύτωσης που συγκρίνονται με τις αντίστοιχες των U_1, U_2		Εκτιμήσεις των διαχωρισμένων σημάτων ανά πηγή	Infomax kurtosis of $U_1 U_2$	ICA Fixed Point kurtosis of $U_1 U_2$	PearsonICA kurtosis of $U_1 U_2$	Parra Temporal Predictability kurtosis of $U_1 U_2$
1	kurtosisA	11.7517	A	9.8664	9.5915	9.8766	9.8617
	kurtosisA_CD	9.5401					
	kurtosisB	10.0233	B	20.7154	20.4588	20.7001	20.7156
	kurtosisB_CD	20.9884					
2			A	22.3406	22.3001	22.3330	22.3037
			B	42.0151	41.6661	42.0071	42.0262

3			A	14.6870	14.6815	14.6878	10.7621*
			B	22.2607	22.2663	22.2516	12.3952*
4	kurtosisDA	5.7913	A	5.6287	5.6197	5.4321	3.3607**
	kurtosisDA_CD	5.7386					
	kurtosisDB	7.1182					
	kurtosisDB_CD	9.4439	B	9.9073	9.9087	9.7165	3.0995**

*οι χρονικές κυματομορφές εμφανίζονται προς τα κάτω – δεν πραγματοποιήθηκε σωστά η αποδιαμόρφωση.

** οι χρονικές κυματομορφές εμφανίζονται προς τα πάνω προς τα κάτω – δεν πραγματοποιήθηκε σωστά η αποδιαμόρφωση.

Κατά την 4^η περίπτωση επιλογής θέσης των σημείων C και D, τα αποτελέσματα διαχωρισμού είναι ακόμα καλύτερα. Όπως φαίνεται και από τις τιμές κύρτωσης των διαχωρισμένων σημάτων, βρίσκονται πολύ κοντά με τις αντίστοιχες τιμές κύρτωσης των αρχικών πηγαίων σημάτων. Αυτό φάνηκε και ποιοτικά από τις προσομοιώσεις, όπου τα συνδυασμένα σήματα διαχωρίστηκαν κανονικά και είναι σε συμφωνία με τα αρχικά πηγαία σήματα. Παρόλα αυτά, πρέπει να σημειωθεί ότι μόνο ο αλγόριθμος Infomax είναι σε θέση να εντοπίζει και τη πηγή του καθενός από τα διαχωρισμένα σήματα.

Μία σημαντική παρατήρηση, αφορά τις τιμές κύρτωσης που χρησιμοποιούνται για τη σύγκριση. Λόγω του ότι οι αλγόριθμοι διαχωρισμού δεν γνωρίζουν καθόλου τα αρχικά πηγαία σήματα, αλλά λαμβάνουν ως είσοδο συνδυασμούς σημάτων, όπως αυτά έχουν παρατηρηθεί από τις θέσεις των σημείων C και D (όπου εδράζονται οι αισθητήρες) και λόγω του ότι στην έξοδο τους δίνουν ένα scaled διαχωρισμένο σήμα, η σύγκριση των τιμών κύρτωσης των αλγορίθμων διαχωρισμού πραγματοποιείται με τις τιμές της κύρτωσης **kurtosisA_CD**, **kurtosisB_CD** (όταν δεν γίνεται αποδιαμόρφωση) και **kurtosisDA_CD**, **kurtosisDB_CD** (όταν γίνεται αποδιαμόρφωση), δηλαδή τις τιμές κύρτωσης αρχικών σημάτων, όπως έχουν παρατηρηθεί για κάθε μία από τις τοποθετήσεις των σημείων C και D.

Οι συγκριτικοί έλεγχοι των τιμών της κύρτωσης για τους αλγόριθμους διαχωρισμού έχει ως εξής:

- Για τον αλγόριθμο Infomax, μπορεί να πραγματοποιηθεί σύγκριση των τιμών της κύρτωσης στις περιπτώσεις 1 (χωρίς χρονικό παράθυρο - χωρίς αποδιαμόρφωση) και 4 (χωρίς χρονικό παράθυρο – με αποδιαμόρφωση).
- Για τον αλγόριθμο ICA Fixed Point, μπορεί να πραγματοποιηθεί σύγκριση των τιμών της κύρτωσης στις περιπτώσεις 1 (χωρίς χρονικό παράθυρο - χωρίς αποδιαμόρφωση) και 4 (χωρίς χρονικό παράθυρο – με αποδιαμόρφωση).
- Για τον αλγόριθμο PearsonICA, μπορεί να πραγματοποιηθεί σύγκριση των τιμών της κύρτωσης στις περιπτώσεις 1 (χωρίς χρονικό παράθυρο - χωρίς αποδιαμόρφωση) και 4 (χωρίς χρονικό παράθυρο – με αποδιαμόρφωση).

- Για τον αλγόριθμο Parra Temporal Predictability μπορεί να πραγματοποιηθεί σύγκριση των τιμών της κύρτωσης μόνο για την περίπτωση 1 (χωρίς χρονικό παράθυρο - χωρίς αποδιαμόρφωση).
- Για τις περιπτώσεις 2 (με χρονικό παράθυρο – χωρίς αποδιαμόρφωση) και 3 (με χρονικό παράθυρο – με αποδιαμόρφωση) δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί κάποια σύγκριση με τα αποτελέσματα των αλγόριθμων. Αυτό οφείλεται πρώτον στην ύπαρξη του χρονικού παραθύρου που μεταβάλλει σημαντικά τις τιμές της κύρτωσης, και δεύτερον στο γεγονός ότι για τα αρχικά πηγαία σήματα, δεν κατέστη δυνατό, να πραγματοποιηθεί αντίστοιχος υπολογισμός για την τιμή της κύρτωσης.
- Ο αλγόριθμος Infomax χρειάστηκε να εκτελεστεί μόλις μία φορά για να δώσει αποτελέσματα τιμών kurtosis που είναι κοντά στις τιμές κύρτωσης των αρχικών σημάτων και επιπροσθέτως μπορεί να εντοπίζει και τις πηγές.
- Ο αλγόριθμος ICA Fixed Point διαθέτει τρεις επιλογές πριν τον υπολογισμό του demixing πίνακα.
Select non-quadratic function G
1:cosh, 2:exp, 3:power(kurt)
value= ...
Εδώ επιλέγεται κάθε φορά η τιμή που δίνει τα καλύτερα αποτελέσματα στις τιμές της kurtosis των διαχωρισμένων σημάτων σε σχέση με τα αρχικά πηγαία σήματα. Όπως παρατηρήθηκε για τις περιπτώσεις 1 και 2 (χωρίς παράθυρο – χωρίς αποδιαμόρφωση, με παράθυρο – χωρίς αποδιαμόρφωση) αλγόριθμος ICA Fixed Point έδωσε καλύτερα αποτελέσματα για value=2, ενώ για τις περιπτώσεις 3 και 4 (με παράθυρο – με αποδιαμόρφωση, χωρίς παράθυρο – με αποδιαμόρφωση), ο ICA έδωσε καλύτερα αποτελέσματα για value=3. Για τις περιπτώσεις 3 και 4, σε περίπτωση που τεθεί value=1 ή 2, τότε ο αλγόριθμος δεν μπορεί να πραγματοποιήσει την αποδιαμόρφωση.
- Ο αλγόριθμος PearsonICA προκειμένου να δώσει τα καλύτερα δυνατά αποτελέσματα, χρειάστηκε να εκτελεστεί αρκετές φορές για κάθε μία από τις εξεταζόμενες περιπτώσεις και τοποθετήσεις των σημείων C και D. Επίσης, πρέπει να σημειωθεί ότι σε ορισμένες περιπτώσεις και παρά το γεγονός ότι οι τιμές της κύρτωσης των διαχωρισμένων σημάτων ήταν κοντά με τις αντίστοιχες των πηγαίων σημάτων, οι κυματομορφές των αποδιαμορφωμένων διαχωρισμένων σημάτων, εμφανίζονταν με τις κορυφές προς τα κάτω. Και πάλι, μετά από αρκετές επαναλήψεις, εμφανίζονταν οι κυματομορφές με τις κορυφές προς τα πάνω.
- Ο αλγόριθμος Parra Temporal Predictability για τις περιπτώσεις 3 και 4, δεν μπορεί να πραγματοποιήσει αποδιαμόρφωση και συνεπώς και δεν μπορεί να διαχωρίσει τα συνδυασμένα σήματα στα αρχικά πηγαία σήματα.

Όπως φαίνεται και από τους συγκριτικούς πίνακες 6.13 έως 6.16 των τιμών της kurtosis μεταξύ διαχωρισμένων και αρχικών πηγαίων σημάτων, παρατηρείται ότι και οι 4 αλγόριθμοι διαχωρισμού έδωσαν καλά αποτελέσματα για την 3^η και 4^η τοποθέτηση των σημείων C και D στις shape functions (πίνακες 6.15 και 6.16), όπου οι αισθητήρες καταγραφής των πηγαίων σημάτων, έχουν απομακρυνθεί από τις πηγές των σημάτων. Ιδιαίτερα κατά την 4^η τοποθέτηση των σημείων C και D, τα

αποτελέσματα των αλγόριθμων συγκλίνουν σε μεγαλύτερο βαθμό με τις τιμές kurtosis των αρχικών πηγαίων σημάτων.

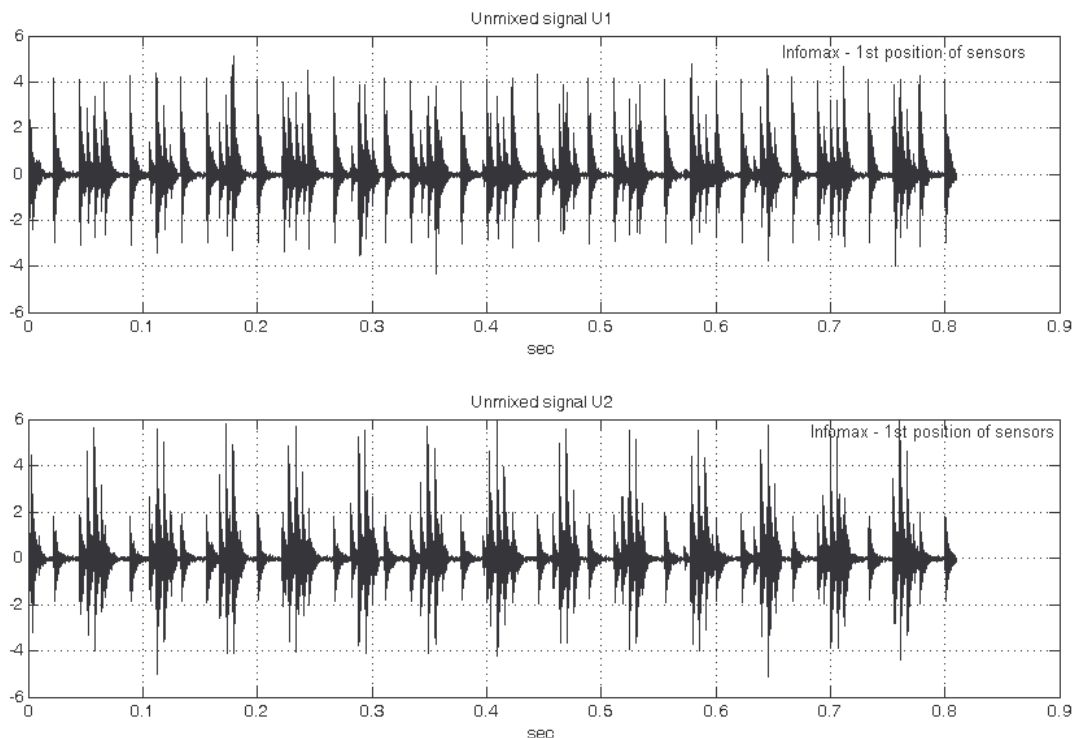
Πιο αναλυτικά, ο αλγόριθμος Parra Temporal Predictability, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως μπόρεσε να διαχωρίσει τα σήματα χωρίς τη χρήση χρονικού παραθύρου και χωρίς αποδιαμόρφωση (περίπτωση 1) και συνεπώς δεν μπορεί να θεωρηθεί ως ο αλγόριθμος που δίνει τα καλύτερα αποτελέσματα.

Από τους υπόλοιπους 3 αλγόριθμους, οι οποίοι μπόρεσαν να διαχωρίσουν τα σήματα στις περιπτώσεις 1 (χωρίς χρονικό παράθυρο - χωρίς αποδιαμόρφωση) και 4 (χωρίς χρονικό παράθυρο – με αποδιαμόρφωση), εμφανίζουν και οι 3 παρόμοιες τιμές κύρτωσης.

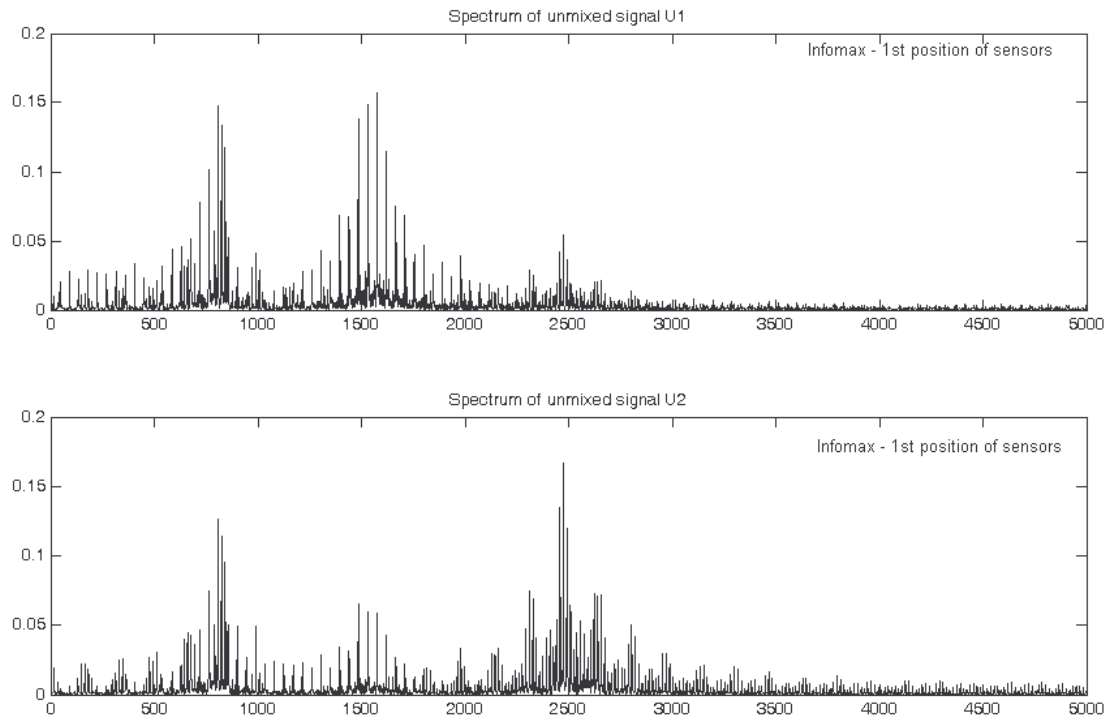
Παρόλα αυτά, φαίνεται ότι οι τιμές kurtosis που εξάγονται από τον αλγόριθμο Infomax βρίσκονται λίγο πιο “κοντά” στις αντίστοιχες τιμές kurtosis των πηγαίων σημάτων.

Εξαιτίας της προηγούμενης παρατήρησης, αλλά και λόγω του ότι οι άλλοι δύο αλγόριθμοι (ICA και PearsonICA) έπρεπε να εκτελεστούν περισσότερες από μία φορές προκειμένου να πετύχουν σύγκλιση στις τιμές της κύρτωσης, μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι ο αλγόριθμος Infomax, είναι ο καταλληλότερος για το διαχωρισμό σημάτων από δύο πηγές, οι οποίες διεγείρουν μία global ιδιοσυχνότητα.

Ακολουθούν σχήματα (κυματομορφή και φάσμα) με τα αποτελέσματα διαχωρισμού του αλγόριθμου Infomax για τις προαναφερόμενες τέσσερις διαφορετικές τοποθετήσεις των αισθητήρων.

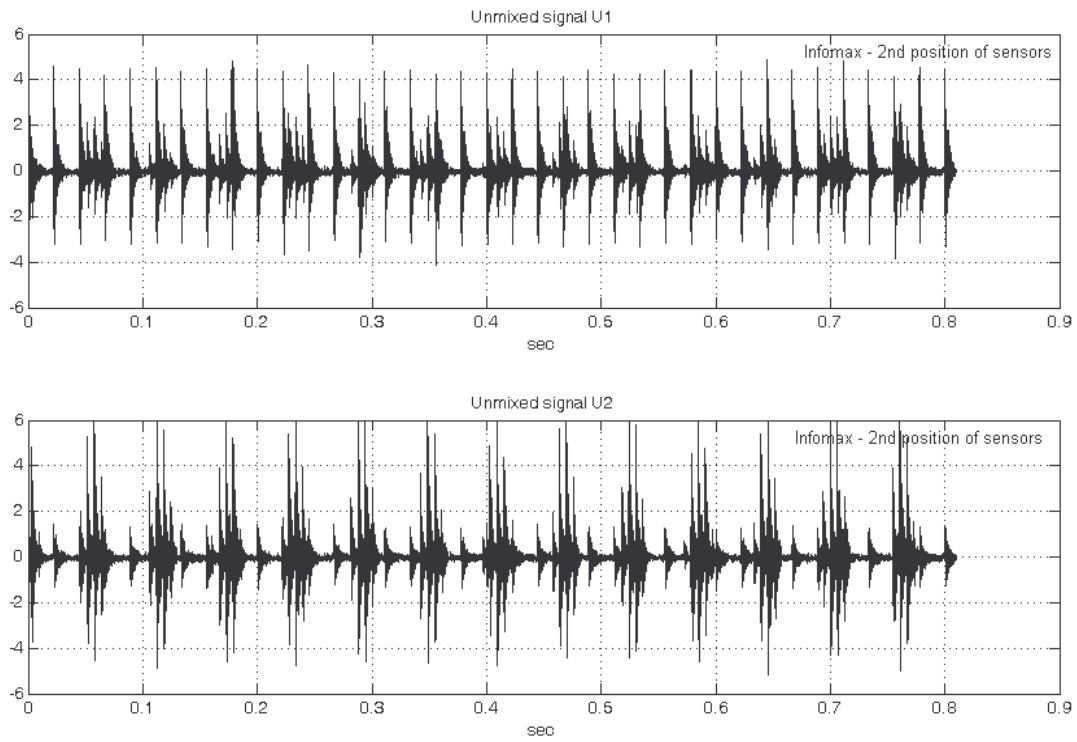


Σχήμα 6.26 Κυματομορφές των “διαχωρισμένων” σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax για την 1^η τοποθέτηση των αισθητήρων (χωρίς αποδιαμόρφωση, χωρίς χρονικό παράθυρο)

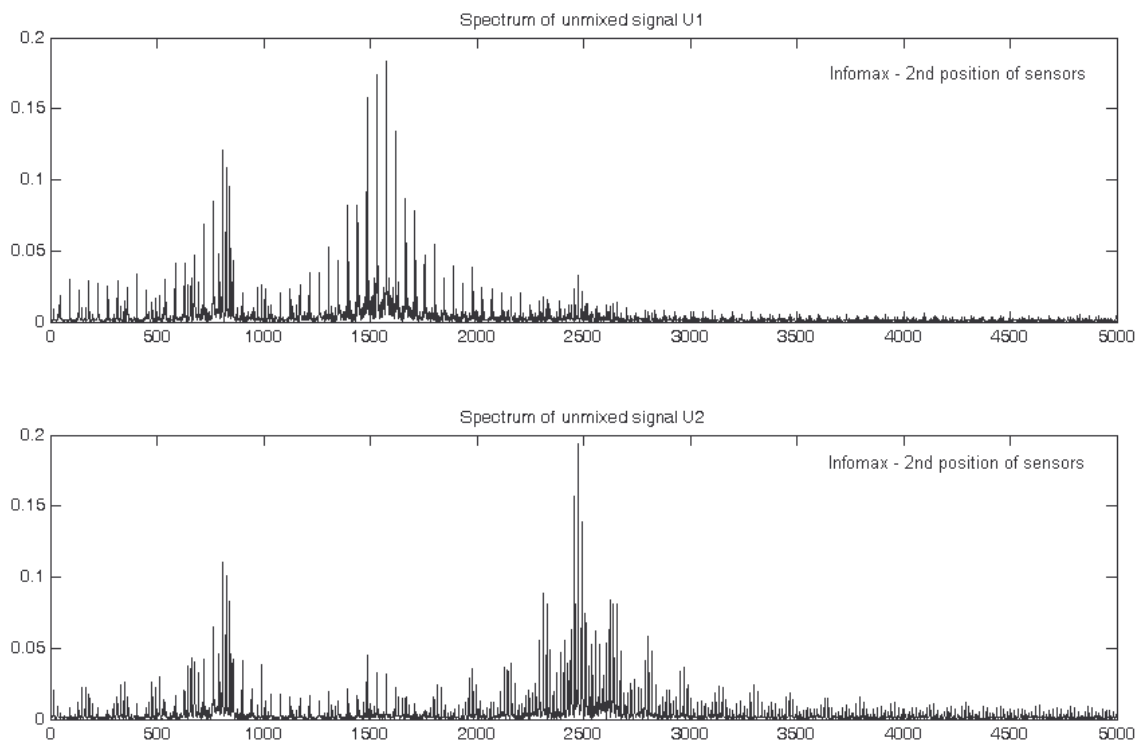


Σχήμα 6.27 Φάσματα των “διαχωρισμένων” σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax για την 1^η τοποθέτηση των αισθητήρων (χωρίς αποδιαμόρφωση, χωρίς χρονικό παράθυρο)

Όπως φαίνεται από τα σχήματα 6.26 και 6.27, ο αλγόριθμος Infomax, δεν μπορεί να κάνει διαχωρισμό για την 1^η τοποθέτηση των αισθητήρων. Αυτό φαίνεται τόσο από τις κυματομορφές (σχήμα 6.24) όπου καθένα από τα “διαχωρισμένα” σήματα περιλαμβάνει πληροφορίες και από τις δύο πηγές βλάβης. Και από τα φάσματα των διαχωρισμένων σημάτων (σχήμα 6.27), προκύπτει το ίδιο συμπέρασμα, όπου παρουσιάζονται σε καθένα από τα φάσματα των “διαχωρισμένων” σημάτων οι local ιδιοσυχνότητες της κάθε μίας πηγής βλάβης, και η global ιδιοσυχνότητα.



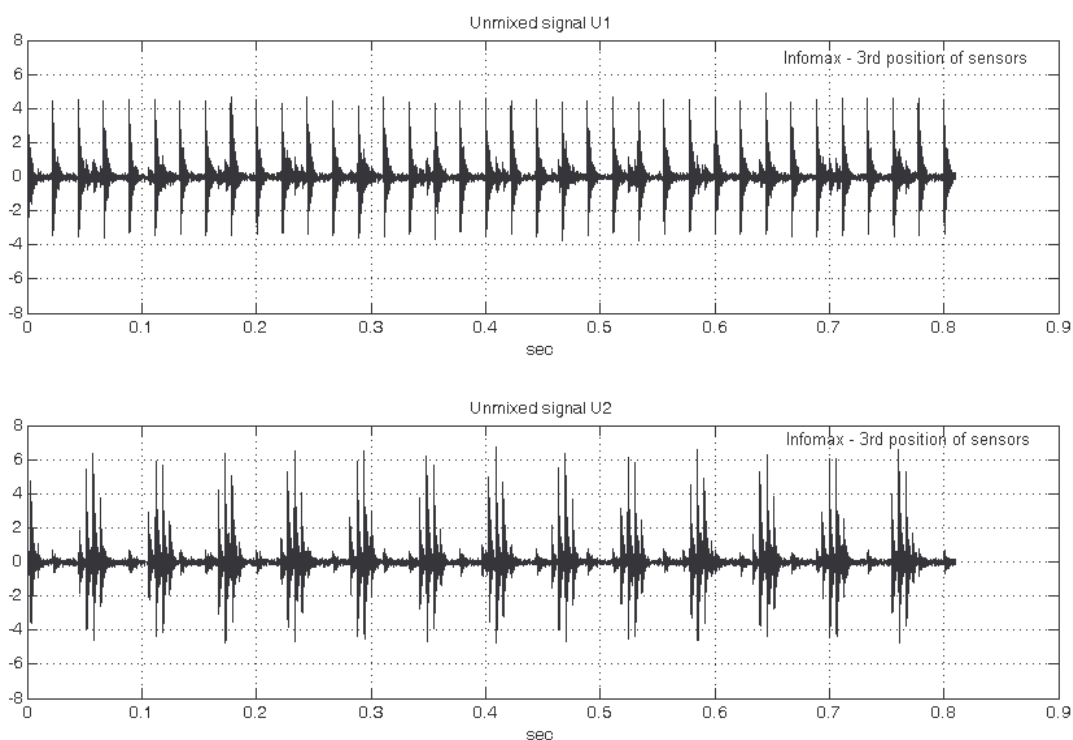
Σχήμα 6.28 Κυματομορφές των “διαχωρισμένων” σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax για την 2^η τοποθέτηση των αισθητήρων (χωρίς αποδιαμόρφωση, χωρίς χρονικό παράθυρο)



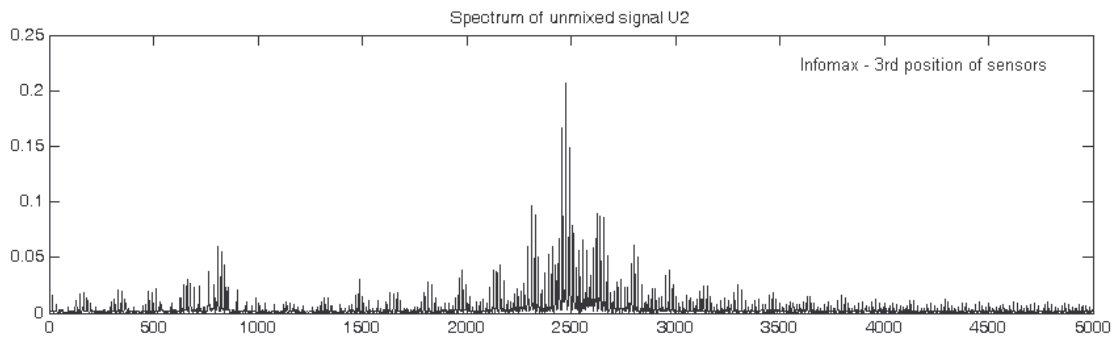
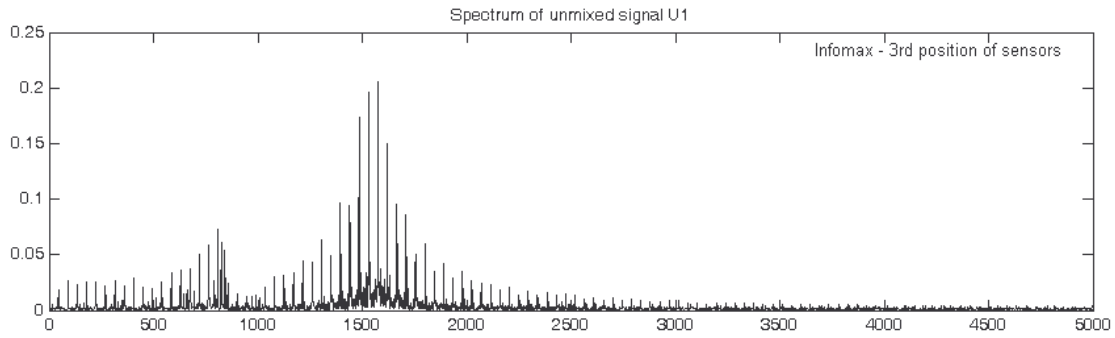
Σχήμα 6.29 Φάσματα των “διαχωρισμένων” σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax για την 2^η τοποθέτηση των αισθητήρων (χωρίς αποδιαμόρφωση, χωρίς χρονικό παράθυρο)

Όπως φαίνεται από τα σχήματα 6.28 και 6.29, ο αλγόριθμος Infomax, δεν μπορεί να κάνει διαχωρισμό ούτε και για την 2^η τοποθέτηση των αισθητήρων. Αυτό φαίνεται τόσο από τις κυματομορφές (σχήμα 6.28) όπου καθένα από τα “διαχωρισμένα” σήματα περιλαμβάνει πληροφορίες και από τις δύο πηγές βλάβης, αλλά και από τα φάσματα των διαχωρισμένων σημάτων (σχήμα 6.29), όπου σε καθένα από τα φάσματα των “διαχωρισμένων” σημάτων εμφανίζονται οι local ιδιοσυχνότητες της κάθε μίας πηγής βλάβης, και η global ιδιοσυχνότητα.

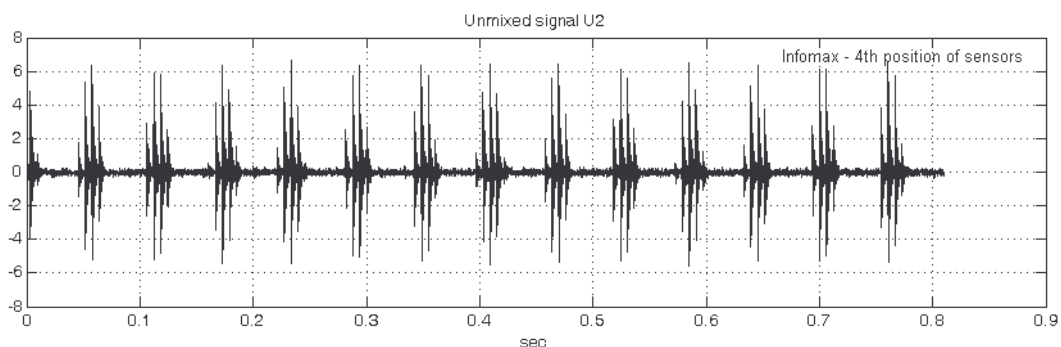
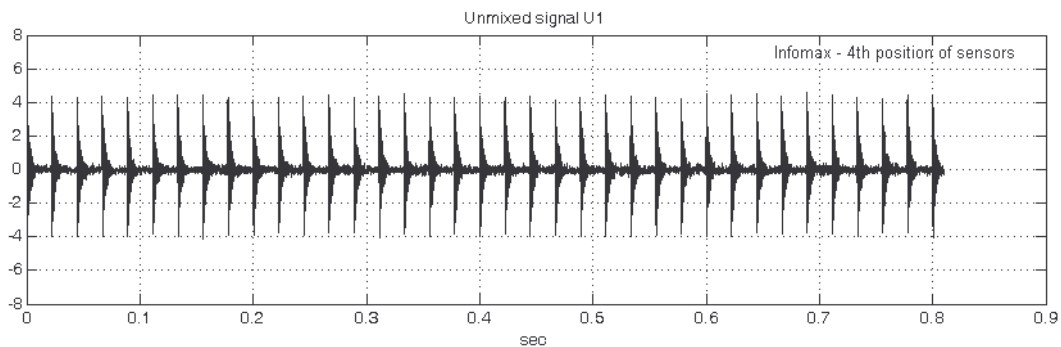
Βέβαια συγκρίνοντας τα αποτελέσματα διαχωρισμού μεταξύ 1^{ης} και 2^{ης} τοποθέτησης των αισθητήρων, φαίνεται ότι ο “διαχωρισμός” είναι καλύτερος στη 2^η τοποθέτηση από ότι στην 1^η. Οι κυματομορφές του σχήματος 6.28 σε σύγκριση με αυτές του σχήματος 6.26 έχουν εμφανείς διαφορές. Ενώ έχει περάσει πληροφορία από το ένα διαχωρισμένο σήμα στο άλλο, η πληροφορία αυτή είναι σαφώς πιο εξασθενημένη σε σχέση με την 1^η τοποθέτηση των αισθητήρων. Το ίδιο ισχύει και από τα φάσματα του σχήματος 6.29, όπου έχει περάσει μεν πληροφορία από το ένα διαχωρισμένο σήμα στο άλλο, αλλά αυτή είναι αρκετά πιο εξασθενημένη σε σχέση με την αντίστοιχη της 1^{ης} τοποθέτησης των αισθητήρων.



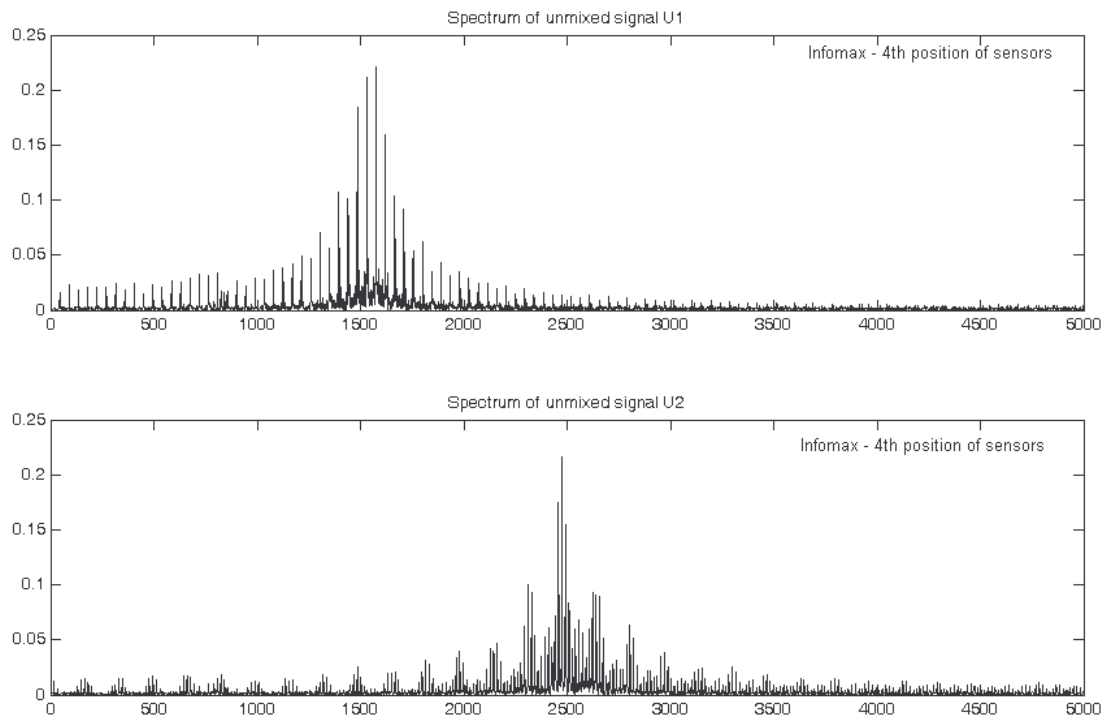
Σχήμα 6.30 Κυματομορφές των “διαχωρισμένων” σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax για την 3^η τοποθέτηση των αισθητήρων (χωρίς αποδιαμόρφωση, χωρίς χρονικό παράθυρο)



Σχήμα 6.31 Φάσματα των “διαχωρισμένων” σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax για την 3^η τοποθέτηση των αισθητήρων (χωρίς αποδιαμόρφωση, χωρίς χρονικό παράθυρο)



Σχήμα 6.32 Κυματομορφές των “διαχωρισμένων” σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax για την 4^η τοποθέτηση των αισθητήρων (χωρίς αποδιαμόρφωση, χωρίς χρονικό παράθυρο)



Σχήμα 6.33 Φάσματα των “διαχωρισμένων” σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax για την 4^η τοποθέτηση των αισθητήρων (χωρίς αποδιαμόρφωση, χωρίς χρονικό παράθυρο)

Από την 3^η τοποθέτηση των αισθητήρων τα αποτελέσματα διαχωρισμού (σχήματα 6.30 και 6.31) έχουν βελτιωθεί ακόμα περισσότερο. Εξετάζοντας τις κυματομορφές του σχήματος 6.30 φαίνεται ότι ο διαχωρισμός είναι ακόμα καλύτερος σε σχέση με τις προηγούμενες δύο τοποθετήσεις. Παρόλα αυτά, εξακολουθεί να μην είναι τέλειος ο διαχωρισμός, και φαίνεται καθαρά, ότι μικρό μέρος της πληροφορίας του καθενός από τα διαχωρισμένα σήματα έχει περάσει στο άλλο. Προφανώς τα αποτελέσματα διαχωρισμού κατά την 3^η τοποθέτηση των αισθητήρων είναι εμφανώς καλύτερα από τις προηγούμενες δύο περιπτώσεις. Επίσης εξετάζοντας τα φάσματα των διαχωρισμένων σημάτων στο σχήμα 6.31 φαίνεται ότι και εδώ έχει περάσει ένα μικρό μέρος πληροφορίας από το ένα διαχωρισμένο σήμα στο άλλο, αλλά είναι πολύ μικρότερο από τις προηγούμενες δύο τοποθετήσεις.

Η 4^η τοποθέτηση των αισθητήρων, όπως φαίνεται και από τα αποτελέσματα διαχωρισμού στα σχήματα 6.32 και 6.33, είναι πάρα πολύ καλά.

Πιο συγκεκριμένα, από το σχήμα 6.32 των κυματομορφών των διαχωρισμένων σημάτων, φαίνεται ότι τα σήματα έχουν διαχωριστεί πάρα πολύ καλά, χωρίς να είναι εμφανές αν έχει περάσει κάποια πληροφορία από το ένα διαχωρισμένο σήμα στο άλλο. Πλέον τα σήματα έχουν διαχωριστεί στα αρχικά σήματα (scaled εκδοχές των αρχικών πηγαίων σημάτων). Από τα φάσματα των διαχωρισμένων σημάτων του σχήματος 6.33 φαίνεται και από εδώ ότι ο διαχωρισμός είναι πολύ καλός.

Συμπερασματικά, αυτό που παρατηρήθηκε είναι ότι με αλλαγή της θέσης των αισθητήρων, βρέθηκε τοποθέτηση των αισθητήρων (εδώ η 4^η τοποθέτηση), στην οποία τα καταγεγραμμένα από τους αισθητήρες συνδυασμένα σήματα, επέτρεψαν στον αλγόριθμο Infomax (το ίδιο συνέβη και για τους υπόλοιπους τρεις αλγόριθμους διαχωρισμού), να διαχωρίσει τα συνδυασμένα σήματα, στα αρχικά σήματα με τον καλύτερο δυνατό τρόπο.

Από το παραπάνω συμπέρασμα, γίνεται αντιληπτό ότι η ποιότητα του διαχωρισμού και γενικά η πραγματοποίηση καλού διαχωρισμού, είναι άμεσα εξαρτημένη από τις θέσεις στις οποίες τοποθετούνται οι αισθητήρες.

Κάτι ακόμα πολύ σημαντικό που πρέπει να παρατηρηθεί, είναι ότι στην περίπτωση που αλλάζουν τα Mode Shapes, τότε μεταβάλλεται άμεσα και η θέση στην οποία πρέπει να τοποθετηθούν οι αισθητήρες, ώστε να μπορεί να προκύψει ικανοποιητικό διαχωρισμός των σημάτων.

6.5 Αποτελέσματα για 3 πηγές που διεγείρουν τρεις διαφορετικές ‘τοπικές’ ιδιοσυχνότητες

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των αλγορίθμων διαχωρισμού για τα υπολογιστικά προσομοιωμένα σήματα, στην περίπτωση όπου υπάρχουν δύο πηγές βλάβης που διεγείρουν μόνο local ιδιοσυχνότητες.

Πιο συγκεκριμένα η ενότητα 6.5 έχει διαρθρωθεί ως εξής: Αρχικά παρουσιάζονται τα ποσοτικά αποτελέσματα των αλγορίθμων διαχωρισμού, για κάποιες ενδεικτικές περιπτώσεις βλάβης, για 1 τοποθέτηση των αισθητήρων (δηλαδή των σημείων C και D). Στη συνέχεια, δίνονται πίνακες με τα αποτελέσματα διαχωρισμού όλων των προσομοιωμένων σημάτων από τους τέσσερις αλγόριθμους διαχωρισμού. Όλες οι σχηματικές αναπαραστάσεις (κυματομορφές, φάσματα, κλπ), οι χρησιμοποιούμενοι αλγόριθμοι, τα προσομοιωμένα σήματα κλπ, είναι διαθέσιμα για περαιτέρω επεξεργασία.

Το γεγονός ότι για την περίπτωση όπου υπάρχουν τρεις πηγές βλάβης δεν πραγματοποιείται αλλαγή στις θέσεις των αισθητήρων οφείλεται στο εξής: Η περαιτέρω μετακίνηση (απομάκρυνση από τις πηγές) των σημείων C και D, σε συνδυασμό με τις δεδομένες Mode Shape functions (σχήμα 7.9) έχει ως αποτέλεσμα για τους συντελεστές F_i των shape functions να μην ισχύουν οι σχέσεις $F_{1C} > F_{2C}, F_{3C}$ και $F_{2D} > F_{1D}, F_{3D}$ αλλά να ισχύει ότι $F_{1C} < F_{3C}$ και $F_{2D} < F_{3D}$, δηλαδή σε όλους τους αισθητήρες (των σημείων C, D και E) υπερέχει το σήμα που προέρχεται από την πηγή στη θέση F, παραβιάζοντας έτσι τη λογική κατασκευής των shape functions, όπου σε κάθε αισθητήρα θα υπερέχει το σήμα μίας εκ των πηγών. Εξαιτίας αυτού, και με τα δεδομένα Mode Shape (σχήμα 7.9), αλλαγές των θέσεων των αισθητήρων, δεν θα βοηθήσουν στη βελτίωση του διαχωρισμού και μάλιστα με αλλαγή στις θέσεις, παρατηρήθηκε ότι δεν μπορεί κανένας αλγόριθμος να διαχωρίσει τα συνδυασμένα σήματα, στα αρχικά σήματα.

Στην περίπτωση όπου δεν διεγείρεται κάποια global ιδιοσυχνότητα από τις 3 πηγές (που είναι τοποθετημένες στις θέσεις A, B και F), όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως μόνο μία τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C, D και E πάνω στις shape functions μπορεί να δώσει καλά αποτελέσματα διαχωρισμού.

Για αυτό το λόγο, θα εξεταστούν το πώς διαχωρίζονται τα σήματα, από αυτή τη μοναδική τοποθέτηση των σημείων C, D και E.

Οι περιπτώσεις βλαβών που θα μελετηθούν είναι οι εξής (βλάβη στη θέση A – βλάβη στη θέση B, βλάβη στη θέση F):

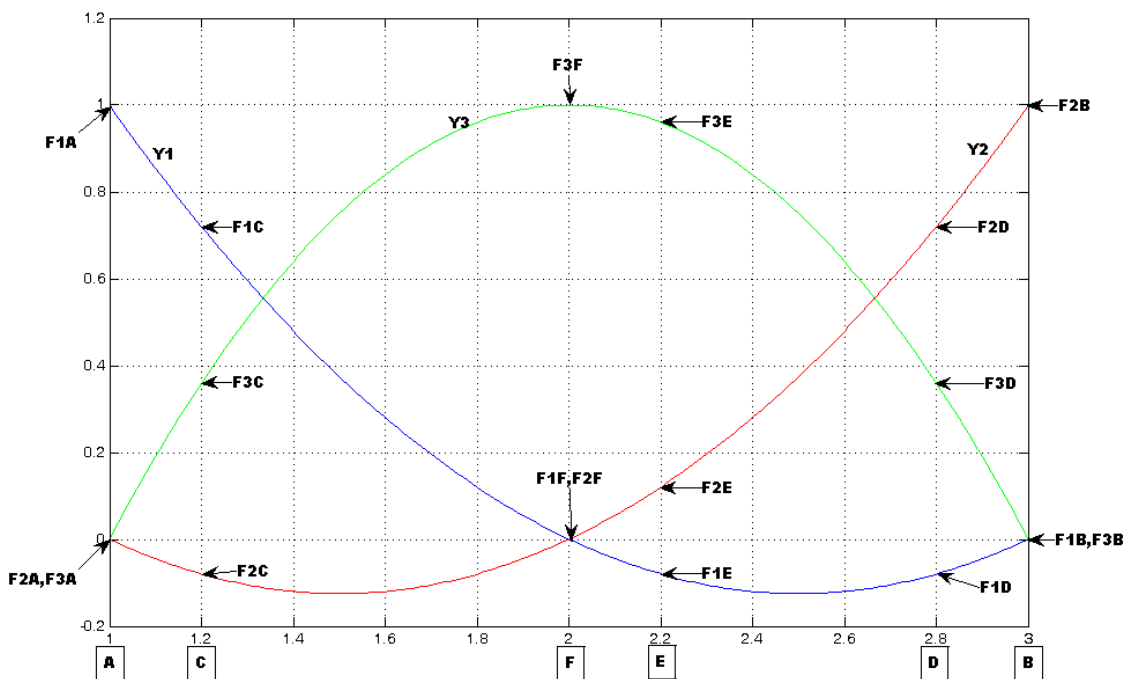
- H1A1 – H2B1 – WHITENOISE
- H1A1 – H1A2 – H2B1
- H1A1 – H2B1 – H2B2
- H1A2Md01SNR5 – H2B2Md01SNR5 – WHITENOISE
- H1A2SLIP5 H2B1SLIP5 H2B2SLIP5

Τα χρησιμοποιούμενα προσομοιωμένα σήματα παρουσιάζονται στους πίνακες 6.1, 6.2, 6.3.

Η μελέτη που θα πραγματοποιηθεί θα περιλαμβάνει τα ακόλουθα στάδια:

- Υπολογίζεται η τιμή της kurtosis των ακολούθων:
 - Kurtosis_A -> Η τιμή της κύρτωσης της πηγής A
 - Kurtosis_B -> Η τιμή της κύρτωσης της πηγής B
 - Kurtosis_F -> Η τιμή της κύρτωσης της πηγής F
- Οι τιμές της kurtosis των αρχικών πηγαίων σημάτων των ρουλεμάν στις θέσεις A, B και F, θα συγκριθούν με τις αντίστοιχες τιμές kurtosis των διαχωρισμένων σημάτων όπως προκύπτουν από τους αλγόριθμους διαχωρισμού, προκειμένου να παρατηρηθεί κατά πόσο καλά διαχωρίζουν ή όχι τα σήματα.

6.5.1 Επιλογή σημείων μέτρησης C και D



Σχήμα 6.34 Τοποθέτηση των αισθητήρων για 3 'τοπικές' πηγές

Οι συντελεστές F_i για τα σημεία C, D και E, όπως προκύπτουν από την τοποθέτηση τους στις shape functions είναι οι εξής:

$$F_{1A}=1, F_{1B}=0, F_{1C}=0.72, F_{1D}=-0.08, F_{1E}=-0.08, F_{1F}=0$$

$$F_{2A}=0, F_{2B}=1, F_{2C}=-0.08, F_{2D}=0.72, F_{2E}=0.12, F_{2F}=0$$

$$F_{3A}=0, F_{3B}=0, F_{3C}=0.36, F_{3D}=0.36, F_{3E}=0.96, F_{3F}=1$$

Για την περίπτωση όπου το ένα ρουλεμάν δεν παρουσιάζει βλάβη (έστω αυτό που εδράζεται στη θέση B), τότε οι συντελεστές υποδεκαπλασιάζονται (λόγω του ότι εμφανίζεται μόνο λευκός Gaussian θόρυβος):

$$F_{3A}=0, F_{3B}=0, F_{3C}=0.036, F_{3D}=0.036, F_{3E}=0.096, F_{3F}=0.1$$

Ακολουθούν για κάθε μία από τις περιπτώσεις βλαβών (τριάδες βλάβης της πηγής A, βλάβης της πηγής B και βλάβης της πηγής F), οι αντίστοιχες τιμές της kurtosis των αρχικών πηγαίων σημάτων και των διαχωρισμένων σημάτων που προκύπτουν από τον καθένα από τους αλγόριθμους διαχωρισμού που χρησιμοποιήθηκαν.

Να σημειωθεί ότι η σειρά φόρτωσης των σημάτων είναι η εξής: $X_1 \rightarrow X_C$, $X_2 \rightarrow X_D$ και $X_3 \rightarrow X_E$, δηλαδή στη πρώτη θέση του mixing matrix $\mathbf{x}=[\mathbf{x}_1; \mathbf{x}_2; \mathbf{x}_3]$, φορτώνεται το συνδυασμένο σήμα X_C στο οποίο υπερέχει η βλάβη του ρουλεμάν που εδράζεται στη θέση A. Στη δεύτερη θέση του \mathbf{x} , φορτώνεται το συνδυασμένο σήμα X_D στο οποίο υπερέχει η βλάβη του ρουλεμάν που εδράζεται στη θέση B. Τέλος, στη Τρίτη θέση του πίνακα \mathbf{x} , φορτώνεται το συνδυασμένο σήμα X_E στο οποίο υπερέχει η βλάβη του ρουλεμάν που εδράζεται στη θέση F.

Πίνακας 6.17

Αποτελέσματα αλγορίθμων διαχωρισμού για μία τοποθέτηση των αισθητήρων (3 local modes)

Source Signals	Προσομοιώσεις Βλαβών	Kurtosis of source signals $S_1 S_2 S_3$	Unmixed Signals	Infomax kurtosis of $U_1 U_2 U_3$	ICA Fixed Point kurtosis of $U_1 U_2 U_3$	PearsonICA kurtosis of $U_1 U_2 U_3$	Parra Temporal Predictability kurtosis of $U_1 U_2 U_3$
S_1	H1A1	2.9632	U_1	2.9553	10.4754	10.4720	0.0396
S_2	H2B1	10.4659	U_2	10.4643	2.9543	0.0424	10.4621
S_3	WHITENOISE	0.0440	U_3	0.0478	0.0429	2.9601	2.9621
S_1	H1A1	2.9632	U_1	2.9604	10.4724	10.4680	6.1521
S_2	H1A2	6.1692	U_2	6.1697	2.9534	6.1708	10.4534
S_3	H2B1	10.4659	U_3	10.4699	6.1670	2.9575	2.9619
S_1	H1A1	2.9820	U_1	2.9720	10.4678	21.0071	20.8451
S_2	H2B1	10.4659	U_2	10.4954	2.9818	10.4948	10.4327
S_3	H2B2	20.9998	U_3	20.9999	20.9074	2.9685	2.9715
S_1	H1A2Md01SNR5	3.3796	U_1	3.3788	10.5378	0.0399	10.5187
S_2	H2B2Md01SNR5	10.5377	U_2	10.5250	3.3817	3.3844	3.3850

S ₃	WHITENOISE	0.0440	U ₃	0.0410	0.0404	10.5328	0.0405
S ₁	H1A2SLIP5	6.1663	U ₁	6.1633	6.1678	20.9768	20.9322
S ₂	H2B1SLIP5	10.1445	U ₂	10.1504	10.0744	10.1521	6.1511
S ₃	H2B2SLIP5	20.9730	U ₃	20.9740	20.9009	6.1604	10.1392

- Παρατηρήθηκε ότι για κάθε ομάδα βλαβών, εκτελώντας τον αλγόριθμο Infomax περισσότερες από μία φορές, λήφθηκαν καλύτερα αποτελέσματα για τις τιμές της κύρτωσης, που σε ορισμένες περιπτώσεις συμπίπτουν με τις τιμές κύρτωσης των αρχικών πηγαίων σημάτων. Επίσης, παρατηρήθηκε ότι ο Infomax σε κάθε περίπτωση μπόρεσε να εντοπίσει και την πηγή για το εκάστοτε διαχωρισμένο σήμα.
- Να σημειωθεί ότι ο αλγόριθμος ICA Fixed Point διαθέτει τρεις επιλογές πριν τον υπολογισμό του demixing πίνακα.

Select non-quadratic function G

1:cosh, 2:exp, 3:power(kurt)

value= ...

Έτσι για τον αλγόριθμο ICA Fixed Point επιλέγεται κάθε φορά η τιμή που δίνει τα καλύτερα αποτελέσματα στις τιμές της κύρτωσης των διαχωρισμένων σημάτων σε σχέση με τα αρχικά πηγαία σήματα. Όπως παρατηρήθηκε από διάφορες επαναλήψεις του αλγόριθμου για value=2 τα η τιμή της kurtosis των διαχωρισμένων σημάτων είναι πιο κοντά στην τιμή της κύρτωσης των αρχικών πηγαίων σημάτων. Κάτι ακόμα που παρατηρήθηκε είναι ότι, ο ICA Fixed Point δεν μπόρεσε σε όλες τις περιπτώσεις να εντοπίσει τη πηγή που αντιστοιχεί σε καθένα από τα διαχωρισμένα σήματα.

- Όσον αφορά τον αλγόριθμο PearsonICA, πρέπει να σημειωθεί ότι σε κάθε επανάληψη εκτέλεσης του για το ίδιο ζεύγος προσομοιωμένων βλαβών, αλλάζει τη σειρά εμφάνισης των διαχωρισμένων σημάτων, πράγμα που σημαίνει ότι δεν μπορεί να εντοπίζει τις πηγές. Επίσης πρέπει να σημειωθεί ότι ο demixing matrix W, αλλάζει συνεχώς ως προς τα πρόσημα για κάθε επανάληψη του ίδιου ζεύγους προσομοιωμένων βλαβών. Τέλος και η τιμή της κύρτωσης των διαχωρισμένων σημάτων, μεταβάλλεται σε πολύ μικρό ποσοστό (της τάξης $\pm 0.0001 \sim 0.0025$) ύστερα από κάθε επανάληψη του αλγόριθμου.
- Όσον αφορά τον αλγόριθμο Parra Temporal Predictability, ανεξαρτήτως του πλήθους των εκτελέσεων για κάθε ζεύγος βλάβης, ο αλγόριθμος έδινε τις ίδιες τιμές κύρτωσης, για την εκάστοτε ομάδα βλαβών. Από αυτή τη παρατήρηση συμπεραίνεται ότι ο αλγόριθμος Parra Temporal Predictability είναι “απόλυτα” σταθερός, κατά το διαχωρισμό των συνδυασμένων σημάτων, σε σχέση με τους υπόλοιπους αλγόριθμους, όπου με επαναλαμβανόμενες εκτελέσεις τους μεταβάλλονται οι τιμές της κύρτωσης, αν και η μεταβολή αυτή προσεγγίζει ακόμα καλύτερα τις τιμές κύρτωσης των αρχικών πηγαίων σημάτων. Παρόλα αυτά, ούτε αυτός ο αλγόριθμος είναι σε θέση να εντοπίζει τις πηγές.

Από όλες τις παραπάνω προσομοιώσεις για τα σημεία C, D και E, παρατηρείται ότι και οι 4 αλγόριθμοι διαχωρίζουν τα συνδυασμένα σήματα στα αρχικά πηγαία σήματα για τη δεδομένη τοποθέτηση των αισθητήρων στα σημεία C, D και E. Αυτό διακρίνεται παρατηρώντας τις τιμές της kurtosis των αρχικών πηγαίων σημάτων με τα τελικά διαχωρισμένα σήματα, για κάθε περίπτωση.

Επιπροσθέτως, μόνο ο αλγόριθμος Infomax, μπόρεσε να εντοπίσει την πηγή από την οποία προέρχεται το κάθε διαχωρισμένο σήμα, για όλες τις περιπτώσεις.

Εξάγοντας ένα τελικό συμπέρασμα με βάση όλες τις προσομοιώσεις, φαίνεται ο αλγόριθμος Infomax δίνει συνολικά τα καλύτερα δυνατά διαχωρισμένα σήματα και μπορεί να βρίσκει και την προέλευση του καθενός από τα διαχωρισμένα σήματα. Το συμπέρασμα αυτό προκύπτει, εξετάζοντας όλες τις τιμές kurtosis των αλγορίθμων για όλες τις περιπτώσεις καθώς και το σφάλμα απόδοσης, από όπου και φαίνεται ότι συνολικά ο Infomax δίνει τιμές kurtosis των διαχωρισμένων σημάτων που είναι πιο κοντά στις αντίστοιχες τιμές kurtosis των αρχικών πηγαίων σημάτων και σφάλμα απόδοσης πιο κοντά στο μηδέν.

Ακολουθούν πίνακες με τα αποτελέσματα διαχωρισμού, για όλα τα προσομοιωμένα σήματα και για τους τέσσερις αλγόριθμους.

Πίνακας 6.18

Αποτελέσματα διαχωρισμού κατά τον αλγόριθμο Infomax για 3 local πηγές. Τα συνδυασμένα σήματα φορτώνονται με τη σειρά, $x_1 \rightarrow X_C$, $x_2 \rightarrow X_D$ και $x_3 \rightarrow X_E$.

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ	ΣΕΙΡΑ ΦΟΡΤΩΣΗΣ ΤΩΝ MIXTURED SIGNALS $X_C X_D X_E$			ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΣ ΠΗΓΗΣ			
	X_1	X_2	X_3	U_1	U_2	U_3	N/O
INFOMAX MODES = 3 XC XD XE							
Simulation							
1 st	H1A1	H2B1	WHITENOISE	H1A1	H2B1	WHITENOISE	N
2 nd	H1A1	H2B1	H2B2	H1A1	H2B1	H2B2	N
3 rd	H1A1	H1A2	H2B1	H1A1	H1A2	H2B1	N
4 th	H2B1	H2B2	WHITENOISE	H2B1	H2B2	WHITENOISE	N
5 th	H1A1SNR10	H1A2Md01	H2B2Md01SNR5	H1A1SNR10	H1A2Md01	H2B2Md01SNR5	N
6 th	H1A2Md01SNR5	H2B2Md01SNR5	WHITENOISE	H1A2Md01SNR5	H2B2Md01SNR5	WHITENOISE	N
7 th	H1A1SNR10	H1A2SNR5	H2B2	H1A1SNR10	H1A2SNR5	H2B2	N
8 th	H1A2SNR20	H2B1	H2B2Md01SNR5	H1A2SNR20	H2B1	H2B2Md01SNR5	N
9 th	H1A1SLIP1	H2B1SLIP1	H2B2SLIP5	H1A1SLIP1	H2B1SLIP1	H2B2SLIP5	N
10 th	H1A2SLIP5	H2B1SLIP5	H2B2SLIP5	H1A2SLIP5	H2B1SLIP5	H2B2SLIP5	N
11 th	H1A1SLIP5	H1A2SLIP1	H2B2SLIP1	H1A1SLIP5	H1A2SLIP1	H2B2SLIP1	N
12 th	H1A2SLIP5	H2B2SLIP5	WHITENOISE	H1A2SLIP5	H2B2SLIP5	WHITENOISE	N
13 th	H1A1SLIP5	H1A2	H2B1	H1A1SLIP5	H1A2	H2B1	N
14 th	H1A1	H2B1SLIP1	H2B2SLIP5	H1A1	H2B1SLIP1	H2B2SLIP5	N

Πίνακας 6.19

Αποτελέσματα διαχωρισμού κατά τον αλγόριθμο ICA Fixed Point για 3 local πηγές. Τα συνδυασμένα σήματα φορτώνονται με τη σειρά, $x_1 \rightarrow X_C$, $x_2 \rightarrow X_D$ και $x_3 \rightarrow X_E$.

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ	ΣΕΙΡΑ ΦΟΡΤΩΣΗΣ ΤΩΝ MIXTURED SIGNALS $X_C X_D X_E$				ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΣ ΠΗΓΗΣ			
ICA Fixed Point MODES = 3 XC XD XE	X_1	X_2	X_3	VALU E				N/ O
Simulation					U_1	U_2	U_3	
1 st	H1A1	H2B1	WHITENOISE	1,2,3	H2B1	H1A1	WHITENOISE	O
2 nd	H1A1	H2B1	H2B2	1,2,3	H2B1	H1A1	H2B2	O
					H2B1	H2B2	H1A1	
3 rd	H1A1	H1A2	H2B2	1,2,3	H2B2	H1A2	H1A1	O
					H2B2	H1A1	H1A2	
4 th	H2B1	H2B2	WHITENOISE	1,2,3	H2B2	H2B1	WHITENOISE	O
5 th	H1A1Md01SNR5	H2B2Md01SNR5	WHITENOISE	1,2,3	H2B2Md01SNR5	H1A2Md01SNR5	WHITENOISE	O
6 th	H1A1SNR10	H1A2SNR5	H2B2	1,2,3	H2B2	H1A2SNR5	H1A1SNR10	O
					H2B2	H1A1SNR10	H1A2SNR5	
7 th	H1A2Md01	H2B1	H2B2Md01SNR5	1,2,3	H2B1	H2B2Md01SNR5	H1A2Md01	O
				1,2	H2B1	H1A2Md01	H2B2Md01SNR5	
				3	H2B2Md01SNR5	H2B1	H1A2Md01	
8 th	H1A1SNR10	H1A2Md01SNR5	H2B2Md01SNR5	1,2,3	H1A2Md01SNR5	H1A1SNR10	H2B2Md01SNR5	O
					H1A2Md01SNR5	H2B2Md01SNR5	H1A1SNR10	
					H1A1SNR10	H1A2Md01SNR5	H2B2Md01SNR5	
9 th	H1A1SLIP1	H2B1SLIP1	H2B2SLIP5	1,2,3	H2B1SLIP1	H1A1SLIP1	H2B2SLIP5	O
					H2B1SLIP1	H2B2SLIP5	H1A1SLIP1	
10 th	H1A2SLIP5	H2B1SLIP5	H2B2SLIP5	1,2,3	H2B2SLIP5	H1A2SLIP5	H2B1SLIP5	O
				3	H2B2SLIP5	H2B1SLIP5	H1A2SLIP5	
11 th	H1A1SLIP5	H1A2SLIP1	H2B2SLIP1	1,2,3	H2B2SLIP1	H1A2SLIP1	H1A1SLIP5	O
12 th	H1A2SLIP5	H2B2SLIP5	WHITENOISE	1,2,3	H2B2SLIP5	H1A2SLIP5	WHITENOISE	O
13 th	H1A1SLIP5	H1A2	H2B1	1,2,3	H2B1	H1A1SLIP5	H1A2	O
				3	H2B1	H1A2	H1A1SLIP5	
14 th	H1A1	H2B1SLIP1	H2B2SLIP5	1,2,3	H2B1SLIP1	H2B2SLIP5	H1A1	O
					H2B1SLIP1	H1A1	H2B2SLIP5	
15 th	H1A1SNR10	H1A2Md01	H2B2Md01SNR5	1,2,3	H2B2Md01SNR5	H1A2Md01	H1A1SNR10	O
					H1A2Md01	H2B2Md01SNR5	H1A1SNR10	
16 th	H1A2SNR20	H2B1	H2B2Md01SNR5	1,2,3	H2B2Md01SNR5	H2B1	H1A2SNR20	O
					H2B1	H2B2Md01SNR5	H1A2SNR20	

Πίνακας 6.20

Αποτελέσματα διαχωρισμού κατά τον αλγόριθμο PearsonICA για 3 local πηγές. Τα συνδυασμένα σήματα φορτώνονται με τη σειρά, $x_1 \rightarrow X_C$, $x_2 \rightarrow X_D$ και $x_3 \rightarrow X_E$.

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ	ΣΕΙΡΑ ΦΟΡΤΩΣΗΣ ΤΩΝ MIXTURED SIGNALS $X_C X_D X_E$			Διαχωρισμός Σημάτων / Εντοπισμός Πηγής			
	X_1	X_2	X_3	U_1	U_2	U_3	N/O
PearsonICA MODES = 3 XC XD XE	X_1	X_2	X_3	U_1	U_2	U_3	O
Simulation				U_1	U_2	U_3	
1 st				H1A1	H2B1	WHITENOISE	
2 nd	H1A1	H2B1	H2B2	H2B2	H1A1	H2B1	O
				H2B2	H2B1	H1A1	
				H2B1	H1A1	H2B2	
				H1A1	H2B1	H2B2	
3 rd	H1A1	H1A2	H2B1	H2B1	H1A2	H1A1	O
				H2B1	H1A1	H1A2	
				H1A2	H2B1	H1A1	
4 th	H2B1	H2B2	WHITENOISE	H2B1	WHITENOISE	H2B2	O
				H2B2	WHITENOISE	H2B1	
				WHITENOISE	H2B2	H2B1	
5 th	H1A1SNR10	H1A2Md01	H2B2Md01SNR5	H1A1SNR10	H2B2Md01SNR5	H1A2Md01	O
				H1A1SNR10	H1A2Md01	H2B2Md01SNR5	
				H2B2Md01SNR5	H1A2Md01	H1A1SNR10	
6 th	H1A2Md01SNR5	H2B2Md01SNR5	WHITENOISE	H1A2Md01SNR5	H2B2Md01SNR5	WHITENOISE	O
				H2B2Md01SNR5	H1A2Md01SNR5	WHITENOISE	
				WHITENOISE	H2B2Md01SNR5	H1A2Md01SNR5	
7 th	H1A1SNR10	H1A2SNR5	H2B2	H1A2SNR5	H1A1SNR10	H2B2	O
				H1A1SNR10	H1A2SNR5	H2B2	
				H2B2	H1A2SNR5	H1A1SNR10	
8 th	H1A2SNR20	H2B1	H2B2Md01SNR5	H2B2Md01SNR5	H1A2SNR20	H2B1	O
				H1A2SNR20	H2B1	H2B2Md01SNR5	
				H2B1	H1A2SNR20	H2B2Md01SNR5	
9 th	H1A1SLIP1	H2B1SLIP1	H2B2SLIP5	H2B2SLIP5	H2B1SLIP1	H1A1SLIP1	O
				H1A1SLIP1	H2B1SLIP1	H2B2SLIP5	
				H2B2SLIP5	H1A1SLIP1	H2B1SLIP1	
10 th	H1A2SLIP5	H2B1SLIP5	H2B2SLIP5	H2B2SLIP5	H1A2SLIP5	H2B1SLIP5	O
				H2B1SLIP5	H2B2SLIP5	H1A2SLIP5	
				H1A2SLIP5	H2B2SLIP5	H2B1SLIP5	
11 th	H1A1SLIP5	H1A2SLIP1	H2B2SLIP1	H1A1SLIP5	H2B2SLIP1	H1A2SLIP1	O
				H2B2SLIP1	H1A1SLIP5	H1A2SLIP1	
				H2B2SLIP1	H1A2SLIP1	H1A1SLIP5	
12 th	H1A2SLIP5	H2B2SLIP5	WHITENOISE	H2B2SLIP5	WHITENOISE	H1A2SLIP5	O
				H1A2SLIP5	WHITENOISE	H2B2SLIP5	
				WHITENOISE	H2B2SLIP5	H1A2SLIP5	
				WHITENOISE	H1A2SLIP5	H2B2SLIP5	

Πίνακας 6.21

Αποτελέσματα διαχωρισμού κατά τον αλγόριθμο Parra Temporal Predictability για 3 local πηγές. Τα συνδυασμένα σήματα φορτώνονται με τη σειρά, $x_1 \rightarrow X_C$, $x_2 \rightarrow X_D$ και $x_3 \rightarrow X_E$

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ	ΣΕΙΡΑ ΦΟΡΤΩΣΗΣ ΤΩΝ MIXTURED SIGNALS $X_C X_D X_E$			Διαχωρισμός Σημάτων / Εντοπισμός Πηγής			
	X_1	X_2	X_3	U_1	U_2	U_3	N/O
Paraa Temporal MODES = 3 XC XD XE							
Simulation							
1 st	H1A1	WHITENOISE	H2B1	WHITENOISE	H2B1	H1A1	O
2 nd	H1A1	H2B2	H2B1	H2B2	H2B1	H1A1	O
3 rd	H1A1	H2B1	H1A2	H1A2	H2B1	H1A1	O
4 th	H2B1	WHITENOISE	H2B2	H2B2	WHITENOISE	H2B1	O
5 th	H1A1SNR10	H2B2Md01SNR5	H1A2Md01	H2B2Md01SNR5	H1A2Md01	H1A1SNR10	O
6 th	H1A2Md01SNR5	WHITENOISE	H2B2Md01SNR5	H2B2Md01SNR5	H1A2Md01SNR5	WHITENOISE	O
7 th	H1A1SNR10	H2B2	H1A2SNR5	H2B2	H1A2SNR5	H1A1SNR10	O
8 th	H1A2SNR20	H2B2Md01SNR5	H2B1	H2B2Md01SNR5	H1A2SNR20	H2B1	O
9 th	H1A1SLIP1	H2B2SLIP5	H2B1SLIP1	H2B2SLIP5	H2B1SLIP1	H1A1SLIP1	O
10 th	H1A2SLIP5	H2B2SLIP5	H2B1SLIP5	H2B2SLIP5	H1A2SLIP5	H2B1SLIP5	O
11 th	H1A1SLIP5	H2B2SLIP1	H1A2SLIP1	H2B2SLIP1	H1A2SLIP1	H1A1SLIP5	O
12 th	H1A2SLIP5	WHITENOISE	H2B2SLIP5	H2B2SLIP5	H1A2SLIP5	WHITENOISE	O

Από τους πίνακες 6.18 έως και 6.21, φαίνεται ότι και οι τέσσερις αλγόριθμοι κάνουν καλό διαχωρισμό, για τη δεδομένη τοποθέτηση των αισθητήρων, αλλά μόνο ο αλγόριθμος Infomax μπορεί να εντοπίζει την πηγή του καθενός από τα διαχωρισμένα σήματα.

Συμπερασματικά και στην περίπτωση όπου υπάρχουν τρεις πηγές βλάβης, ο Infomax αποδείχθηκε ότι είναι ο καλύτερος από τους αλγόριθμους διαχωρισμού που μελετώνται στην παρούσα εργασία.

6.6 Αποτελέσματα για τρεις πηγές που διεγείρουν μία ‘κοινή’ και τρεις διαφορετικές ‘τοπικές’ ιδιοσυχνότητες

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των αλγορίθμων διαχωρισμού για τα υπολογιστικά προσομοιωμένα σήματα, στην περίπτωση όπου υπάρχουν τρεις πηγές βλάβης, οι οποίες διεγείρουν μία global ιδιοσυχνότητα.

Πιο συγκεκριμένα η ενότητα 6.6 έχει διαρθρωθεί ως εξής: Αρχικά παρουσιάζονται τα ποσοτικά αποτελέσματα των αλγορίθμων διαχωρισμού, για κάποιες ενδεικτικές περιπτώσεις βλάβης, για μία τοποθέτηση των αισθητήρων (δηλαδή των σημείων C, D και E). Εδώ πρέπει να σημειωθεί, όπως και με τις τρεις local πηγές, έτσι όπως έχουν κατασκευαστεί τα Mode Shapes, η περαιτέρω μεταβολή της θέσης των αισθητήρων δεν βοηθάει στο διαχωρισμό, αντιθέτως, δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί καλός διαχωρισμός των συνδυασμένων σημάτων. Τέλος παρουσιάζονται τα αποτελέσματα διαχωρισμού και

για μία διαφορετική τοποθέτηση των αισθητήρων, προκειμένου να δειχθεί ότι δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί διαχωρισμός.

Για τη μελέτη αυτή θα γίνει χρήση των ακόλουθων προσομοιωμένων σημάτων, όπως παρουσιάζονται στον πίνακα 6.5

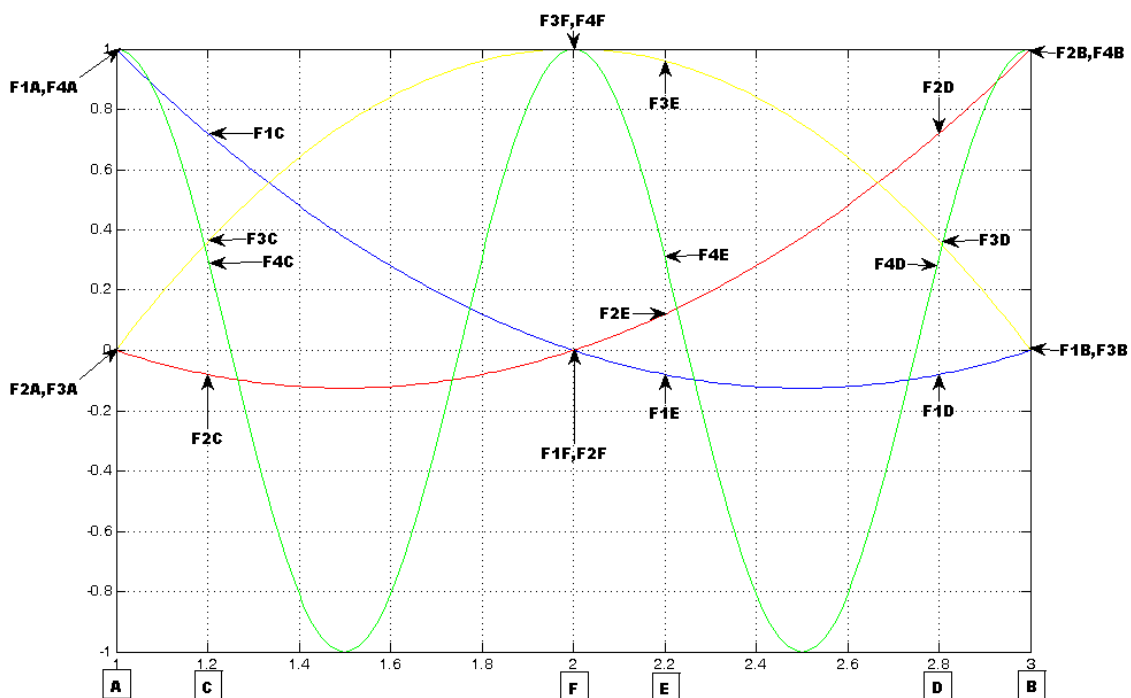
- Το ρουλεμάν που εδράζεται στη θέση A, φέρει φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο με συχνότητα $BPFO=45\text{Hz}$ με $fn1=800\text{Hz}$, και διεγείρει μία Global ιδιοσυχνότητα $fn2=2000\text{Hz}$, που φέρει τα χαρακτηριστικά της βλάβης BPFO.
- Το ρουλεμάν που εδράζεται στη θέση B, φέρει φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο με συχνότητα $BPFI=165\text{Hz}$ με $fn1=31000\text{Hz}$, και διεγείρει μία Global ιδιοσυχνότητα $fn2=2000\text{Hz}$, που φέρει τα χαρακτηριστικά της βλάβης BPFI.
- Το ρουλεμάν που εδράζεται στη θέση F, φέρει φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο με συχνότητα $BPFO=45\text{Hz}$ με $fn1=1400\text{Hz}$, και διεγείρει μία Global ιδιοσυχνότητα $fn2=2000\text{Hz}$, που φέρει τα χαρακτηριστικά της βλάβης BPFO.

Για να μπορέσει να γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων διαχωρισμού, θα γίνει χρήση των τιμών της κύρτωσης των ακολούθων:

- **kurtosisA** -> Η τιμή της κύρτωσης από το συνδυασμό local & global της πηγής στη θέση A, χωρίς τους F_i
- **kurtosisB** -> Η τιμή της κύρτωσης από το συνδυασμό local & global της πηγής στη θέση B, χωρίς τους F_i
- **kurtosisF** -> Η τιμή της κύρτωσης από το συνδυασμό local & global της πηγής στη θέση F, χωρίς τους F_i
- **kurtosisA_CDE** -> Η τιμή της κύρτωσης από το συνδυασμό local & global της πηγής στη θέση A για τα σημεία C, D και E
- **kurtosisB_CDE** -> Η τιμή της κύρτωσης από το συνδυασμό local & global της πηγής στη θέση B για τα σημεία C, D και E
- **kurtosisF_CDE** -> Η τιμή της κύρτωσης από το συνδυασμό local & global της πηγής στη θέση F για τα σημεία C, D και E
- **kurtosisDA** -> Η τιμή της κύρτωσης από το συνδυασμό local & global της πηγής στη θέση A ύστερα από αποδιαμόρφωση του σήματος που προκύπτει από την πηγή A (δηλαδή έχουν αφαιρεθεί όλες οι ιδιοσυχνότητες), χωρίς τους συντελεστές F_i των shape functions
- **kurtosisDB** -> Η τιμή της κύρτωσης από το συνδυασμό local & global της πηγής στη θέση B ύστερα από αποδιαμόρφωση του σήματος που προκύπτει από την πηγή B (δηλαδή έχουν αφαιρεθεί όλες οι ιδιοσυχνότητες), χωρίς τους συντελεστές F_i των shape functions
- **kurtosisDF** -> Η τιμή της κύρτωσης από το συνδυασμό local & global της πηγής στη θέση F ύστερα από αποδιαμόρφωση του σήματος που προκύπτει από την πηγή F (δηλαδή έχουν αφαιρεθεί όλες οι ιδιοσυχνότητες), χωρίς τους συντελεστές F_i των shape functions

- **kurtosisDA_CDE** -> Η τιμή της κύρτωσης από την πηγή A (local + global) ύστερα από αποδιαμόρφωση του σήματος που προκύπτει από την πηγή A (δηλαδή έχουν αφαιρεθεί όλες οι ιδιοσυχνότητες), για κάθε τοποθέτηση των σημείων C, D και E
- **kurtosisDB_CDE** -> Η τιμή της κύρτωσης από την πηγή B (local + global) ύστερα από αποδιαμόρφωση του σήματος που προκύπτει από την πηγή B (δηλαδή έχουν αφαιρεθεί όλες οι ιδιοσυχνότητες), για κάθε τοποθέτηση των σημείων C, D και E
- **kurtosisFB_CDE** -> Η τιμή της κύρτωσης από την πηγή F (local + global) ύστερα από αποδιαμόρφωση του σήματος που προκύπτει από την πηγή F (δηλαδή έχουν αφαιρεθεί όλες οι ιδιοσυχνότητες), για κάθε τοποθέτηση των σημείων C, D και E

6.6.1 Επιλογή σημείων μέτρησης C και D



Σχήμα 6.35 1^η τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C,D και E (3 local modes & 1 global frequency)

Ακολουθούν για τις προσομοιωμένες βλάβες, οι αντίστοιχες τιμές της κύρτωσης που προκύπτουν από τον καθένα από τους αλγόριθμους διαχωρισμού που χρησιμοποιήθηκαν (πίνακας 6.22).

Σημειώνονται οι ακόλουθες περιπτώσεις διαχωρισμού:

1. Χωρίς χρονικό παράθυρο, Χωρίς αποδιαμόρφωση: Σύγκριση των kurtosis, kurtosis και kurtosis
2. Με χρονικό παράθυρο, Χωρίς αποδιαμόρφωση
3. Με χρονικό παράθυρο, Με αποδιαμόρφωση
4. Χωρίς χρονικό παράθυρο, Με Αποδιαμόρφωση: Σύγκριση των kurtosis, kurtosis και kurtosis

Πίνακας 6.22

Αποτελέσματα αλγορίθμων διαχωρισμού για την 1^η τοποθέτηση των αισθητήρων (3 local modes & 1 global frequency)

Περίπτωση Διαχωρισμού	Τιμές της κύρωσης που συγκρίνονται με τις αντίστοιχες των U_1, U_2		Εκτιμήσεις των διαχωρισμένων σημάτων ανά πηγή	Infomax kurtosis of unmixed	ICA Fixed Point kurtosis of unmixed	PearsonICA kurtosis of unmixed	Parra Temporal Predictability kurtosis of unmixed
1	kurtosisA	9.0892	A	3.6925	3.5787	3.6921	3.5278
	kurtosisA_CDE	11.2002					
	kurtosisB	34.6536	B	16.2928	16.6756	16.3182	16.0516
	kurtosisB_CDE	34.4837					
	kurtosisF	17.6585	F	7.1955	7.0037	7.1719	7.1863
	kurtosisF_CDE	12.2272					
2	kurtosisA	9.0892	A	10.6567	10.1103	10.6187	10.1686
	kurtosisA_CDE	11.2002					
	kurtosisB	34.6536	B	34.1180	35.7328	33.9574	33.3699
	kurtosisB_CDE	34.4837					
	kurtosisF	17.6585	F	16.8050	16.2572	16.8577	16.8715
	kurtosisF_CDE	12.2272					
3	kurtosisDA	5.9777	A	7.3905	7.2794	7.3596	9.3170
	kurtosisDA_CDE	9.0052					
	kurtosisDB	16.9652	B	27.9670	27.8114	27.9625	12.6732*
	kurtosisDB_CDE	17.5403					
	kurtosisDF	12.8348	F	12.3874	12.4550	12.3828	12.0223
	kurtosisDF_CDE	8.5280					
4	kurtosisDA	5.9777	A	2.1358	2.1107	2.0837	2.5956
	kurtosisDA_CDE	9.0052					
	kurtosisDB	16.9652	B	13.0060	13.1078	11.6484	6.2879*
	kurtosisDB_CDE	17.5403					
	kurtosisDF	12.8348	F	4.1871	4.2088	3.5899	3.9836
	kurtosisDF_CDE	8.5280					

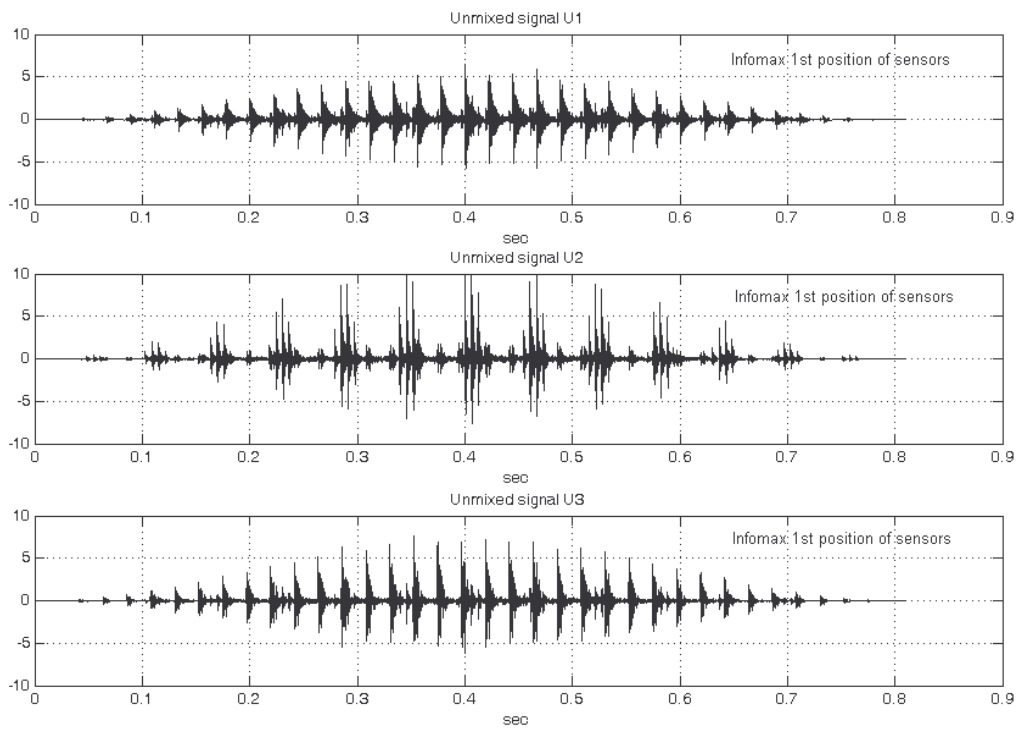
* Ο αλγόριθμος δεν πραγματοποίησε σωστά την αποδιαμόρφωση, ακόμα και ύστερα από εκτεταμένες επαναλήψεις.

Όπως φαίνεται και από τον παραπάνω πίνακα, η μοναδική περίπτωση όπου μπορεί να πραγματοποιηθεί σύγκριση των τιμών της κύρτωσης αφορά την περίπτωση όπου γίνεται χρήση του χρονικού παραθύρου. Σε αυτή την περίπτωση μπορεί να πραγματοποιηθεί σύγκριση τόσο των τιμών $kurtosis_A$, $kurtosis_B$, $kurtosis_F$ (τα πηγαία σήματα χωρίς τους συντελεστές F_i), όσο και των τιμών $kurtosis_{A_CDE}$, $kurtosis_{B_CDE}$, $kurtosis_{F_CDE}$ (τα σήματα όπως παρατηρούνται και από τους 3 αισθητήρες των σημείων C, D και E), με τις αντίστοιχες τιμές $kurtosis$ των αλγόριθμων διαχωρισμού. Για τις υπόλοιπες περιπτώσεις (1, 3 και 4) δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί αντικειμενική σύγκριση και συνεπώς δεν μπορούν να εξαχθούν αξιόπιστα συμπεράσματα.

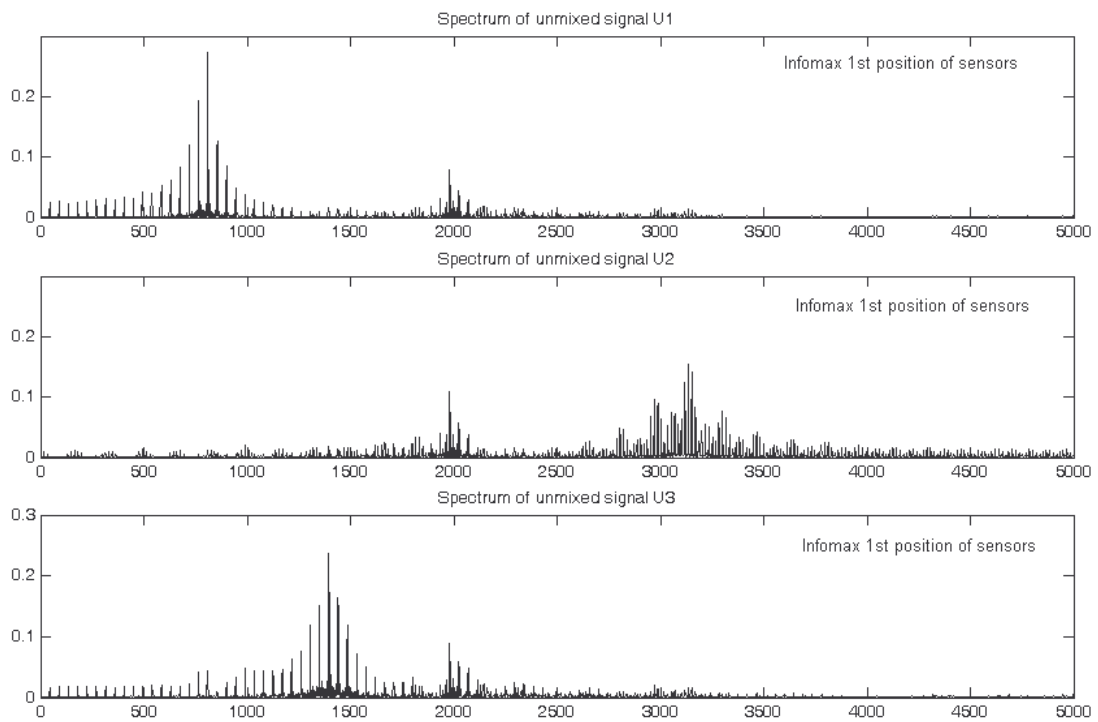
Και οι τέσσερις αλγόριθμοι διαχωρισμού για τη 2^η περίπτωση διαχωρισμού (με χρονικό παράθυρο, χωρίς αποδιαμόρφωση) έδωσαν τιμές κύρτωσης που βρίσκονται κοντά στις αντίστοιχες τιμές $kurtosis$ των αρχικών πηγαίων σημάτων. Παρόλα αυτά πρέπει να αναφερθεί ότι κανένας αλγόριθμος δεν κατάφερε να διαχωρίσει εντελώς τα συνδυασμένα σήματα.

Πιο συγκεκριμένα, αυτό που παρατηρήθηκε από τα ποιοτικά αποτελέσματα διαχωρισμού (κυματομορφές και φάσματα των διαχωρισμένων σημάτων), σε όλους τους αλγόριθμους, από την εξέταση των φασμάτων των διαχωρισμένων σημάτων (π.χ. σχήμα 6.37), φαίνεται ότι έχει γίνει πολύ καλός διαχωρισμός των συνδυασμένων σημάτων. Όμως, αν παρατηρηθούν και οι κυματομορφές των διαχωρισμένων σημάτων (π.χ. σχήμα 6.36), φαίνεται ξεκάθαρα ότι στα διαχωρισμένα σήματα της κάθε πηγής, υπάρχει και ένα μικρό μέρος του σήματος ενός εκ των άλλων πηγών το οποίο έχει “περάσει” στην εκτίμηση διαχωρισμού του σήματος της εκάστοτε πηγής. Παρά τα γεγονός ότι “περνάει” μικρό μέρος του σήματος στην εκτίμηση του καθενός από τα διαχωρισμένα σήματα των πηγών, θεωρείται ότι ο διαχωρισμός είναι ικανοποιητικός. Αυτό συμβαίνει γιατί όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως δεν υπάρχει η δυνατότητα μετακίνησης των σημείων C, D και E, γιατί σε αυτή την περίπτωση δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί διαχωρισμός των συνδυασμένων σημάτων από κανέναν αλγόριθμο διαχωρισμού.

Ακολουθούν σχήματα με τις κυματομορφές και τα φάσματα των διαχωρισμένων σημάτων (σχήματα 6.36 και 6.37) για την περίπτωση που χρησιμοποιείται χρονικό παράθυρο, χωρίς αποδιαμόρφωση, από τον αλγόριθμο Infomax, προκειμένου να δικαιολογηθεί η προηγούμενη παρατήρηση.



Σχήμα 6.36 Κυματομορφές των “διαχωρισμένων” σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax για την 1^η τοποθέτηση των αισθητήρων (χωρίς αποδιαμόρφωση, με χρονικό παράθυρο)



Σχήμα 6.37 Φάσματα των “διαχωρισμένων” σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax για την 1^η τοποθέτηση των αισθητήρων (χωρίς αποδιαμόρφωση, με χρονικό παράθυρο)

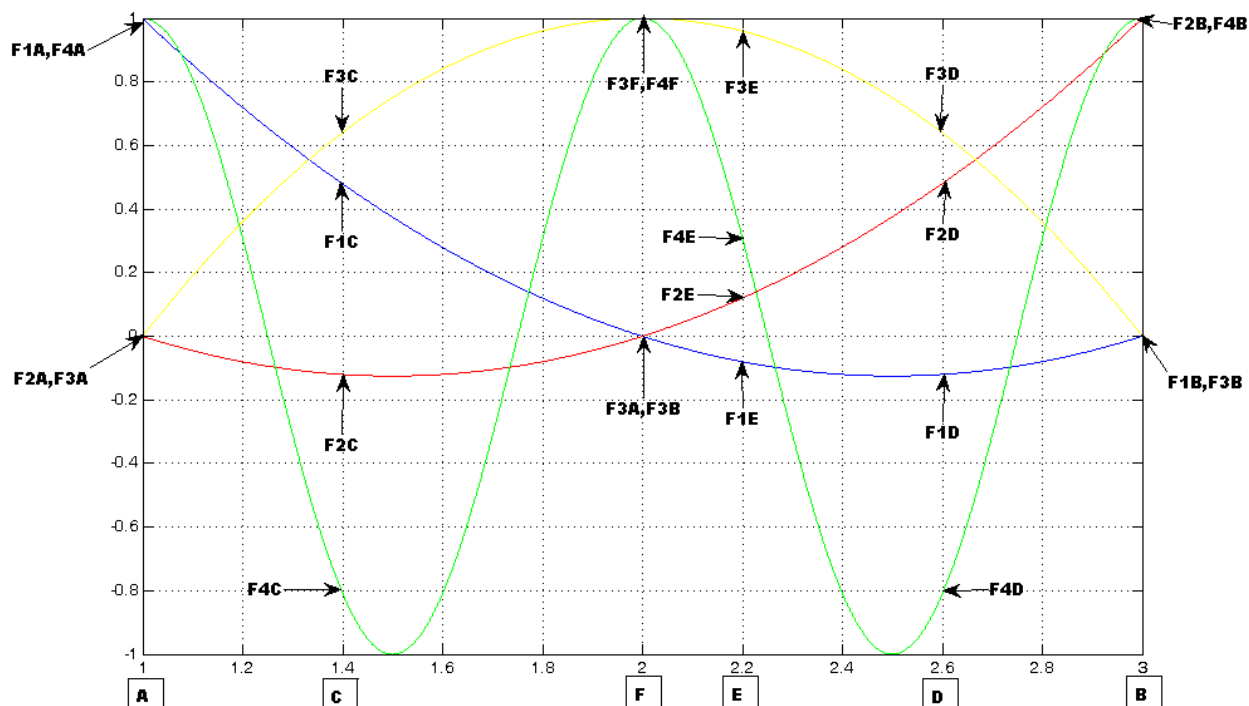
Πιο αναλυτικά:

- Ο αλγόριθμος Infomax για την 1^η τοποθέτηση των αισθητήρων στα σημεία C, D και E (με χρονικό παράθυρο, χωρίς αποδιαμόρφωση) όπου πραγματοποιείται η σύγκριση, χρειάστηκε να εκτελεστεί μόλις μία φορά για να δώσει αποτελέσματα τιμών kurtosis που είναι κοντά στις τιμές kurtosis των αρχικών σημάτων. Αναφορικά με τις άλλες περιπτώσεις διαχωρισμού (δηλαδή χωρίς χρονικό παράθυρο, με χρονικό παράθυρο – με αποδιαμόρφωση, χωρίς χρονικό παράθυρο – με αποδιαμόρφωση), οι τιμές kurtosis είναι κοντά με τους αλγόριθμους ICA Fixed Point και PearsonICA.
- Ο αλγόριθμος ICA Fixed Point διαθέτει τρεις επιλογές πριν τον υπολογισμό του demixing πίνακα.
Select non-quadratic function G
1:cosh, 2:exp, 3:power(kurt)
value= ...
Εδώ επιλέγεται κάθε φορά η τιμή που δίνει τα καλύτερα αποτελέσματα στις τιμές της κύρτωσης των διαχωρισμένων σημάτων σε σχέση με τα αρχικά πηγαία σήματα.
Όπως παρατηρήθηκε για τις περιπτώσεις ο αλγόριθμος ICA Fixed Point έδωσε καλύτερα αποτελέσματα (για τη 2^η περίπτωση διαχωρισμού – με χρονικό παράθυρο, χωρίς αποδιαμόρφωση – όπου και εξετάζεται) για value=3. Για value=2 ο ICA προκειμένου να δώσει καλά αποτελέσματα, χρειάστηκε να εκτελεστεί αρκετές φορές, ενώ για value=1 δεν μπορεί να διαχωρίσει τα σήματα.
Αναφορικά με τις άλλες περιπτώσεις διαχωρισμού, οι τιμές κύρτωσης του ICA ήταν κοντά με τις αντίστοιχες των αλγόριθμων Infomax και PearsonICA, για value=3.
- Ο αλγόριθμος PearsonICA (για τη 2^η περίπτωση διαχωρισμού) προκειμένου να δώσει τα καλύτερα δυνατά αποτελέσματα, χρειάστηκε να εκτελεστεί αρκετές φορές. Επίσης, πρέπει να σημειωθεί ότι σε ορισμένες περιπτώσεις και παρά το γεγονός ότι οι τιμές της κύρτωσης των διαχωρισμένων σημάτων ήταν κοντά με τις αντίστοιχες των πηγαίων σημάτων, οι κυματομορφές των αποδιαμορφωμένων διαχωρισμένων σημάτων, εμφανίζονταν με τις κορυφές προς τα κάτω. Και πάλι, μετά από αρκετές επαναλήψεις, εμφανίζονταν οι κυματομορφές με τις κορυφές προς τα πάνω. Αναφορικά με τις υπόλοιπες περιπτώσεις διαχωρισμού, οι τιμές kurtosis του Pearson είναι κοντά με τις αντίστοιχες τιμές των αλγόριθμων Infomax και ICA Fixed Point.
- Ο αλγόριθμος Parra Temporal Predictability για την 2^η περίπτωση διαχωρισμού όπου και εξετάζεται, έδωσε καλές τιμές κύρτωσης κοντά στις αρχικές τιμές των πηγαίων σημάτων. Αναφορικά με τις υπόλοιπες περιπτώσεις διαχωρισμού, απέχει πολύ από τους υπόλοιπους αλγόριθμους και μάλιστα δεν μπορεί να πραγματοποιήσει πάντα αποδιαμόρφωση των σημάτων.

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως ο αλγόριθμος Parra Temporal Predictability δίνει καλές τιμές κύρτωσης (για τη 2^η περίπτωση διαχωρισμού), αλλά απέχουν από τις τιμές κύρτωσης των υπόλοιπων αλγορίθμων διαχωρισμού. Οι αλγόριθμοι ICA Fixed Point και PearsonICA δίνουν καλές τιμές κύρτωσης, αλλά για να επιτευχθεί αυτό, χρειάζονται αρκετές επαναλήψεις του κάθε αλγόριθμου.

Με βάση όλων των προηγούμενων παρατηρήσεων, μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι ο αλγόριθμος **Infomax**, είναι ο καταλληλότερος για το διαχωρισμό σημάτων από τρεις πηγές, οι οποίες διεγείρουν μία global ιδιοσυχνότητα.

Τέλος, παρουσιάζονται και τα αποτελέσματα διαχωρισμού, για μία 2^1 τοποθέτηση των σημείων C, D και E, όπου τα σημεία C και D έχουν απομακρυνθεί από τις πηγές, ενώ το σημείο E παρέμεινε σταθερό. Ο λόγος που παρουσιάζεται αυτή η τοποθέτηση των σημείων, είναι για να δείχθει ότι πέραν της 1^{15} τοποθέτησης, οι αλγόριθμοι δεν είναι σε θέση να διαχωρίσουν ικανοποιητικά τα σήματα. Αυτό οφείλεται, στα Mode Shape functions που χρησιμοποιούνται για την περίπτωση που υπάρχουν 3 Local πηγές, στην παρούσα εργασία.



Σχήμα 6.38 2^1 τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C,D και E (3 local modes & 1 global frequency)

Ακολουθεί για τις προσομοιωμένες βλάβες, οι αντίστοιχες τιμές της kurtosis που προκύπτουν από τον καθένα από τους αλγόριθμους διαχωρισμού που χρησιμοποιήθηκαν (πίνακας 6.23).

Πίνακας 6.23

Αποτελέσματα αλγορίθμων διαχωρισμού για την 2^η τοποθέτηση των αισθητήρων (3 local modes & 1 global frequency)

Περίπτωση Διαχωρισμού	Τιμές της κύρτωσης που συγκρίνονται με τις αντίστοιχες των U_1, U_2		Εκτιμήσεις των διαχωρισμένων σημάτων ανά πηγή	Infomax kurtosis of unmixed	ICA Fixed Point kurtosis of unmixed	PearsonICA kurtosis of unmixed	Parra Temporal Predictability kurtosis of unmixed
1	kurtosisA	9.0892	A	7.3439*	4.0822*	7.3859*	2.5968*
	kurtosisA_CDE	13.6724					
	kurtosisB	34.6536	B	8.7226*	6.2326*	8.5594*	6.5530*
	kurtosisB_CDE	21.3664					
	kurtosisF	17.6585	F	6.6792	6.7144	6.6009	5.5460
	kurtosisF_CDE	9.9468					
2	kurtosisA	9.0892	A	18.1945*	12.0960*	17.7998*	7.8491*
	kurtosisA_CDE	13.6724					
	kurtosisB	34.6536	B	19.4568*	17.7892*	19.5165*	16.8526*
	kurtosisB_CDE	21.3664					
	kurtosisF	17.6585	F	15.5317	15.7367	15.7446	12.9388
	kurtosisF_CDE	9.9468					
3	kurtosisDA	5.9777	A	10.3820*	10.2511*	10.3715*	6.9348**
	kurtosisDA_CDE	10.7308					
	kurtosisDB	16.9652	B	15.1107*	15.6775*	15.2441*	9.9492**
	kurtosisDB_CDE	12.8154					
	kurtosisDF	12.8348	F	17.5102	16.0606	17.3234	14.7238
	kurtosisDF_CDE	6.0932					
4	kurtosisDA	5.9777	A	3.1360*	3.6248*	3.6409**	1.5186**
	kurtosisDA_CDE	10.7308					
	kurtosisDB	16.9652	B	6.6578*	6.9362*	3.9583**	4.5503**
	kurtosisDB_CDE	12.8154					
	kurtosisDF	12.8348	F	7.2996	5.1227	7.5319	6.2155
	kurtosisDF_CDE	6.0932					

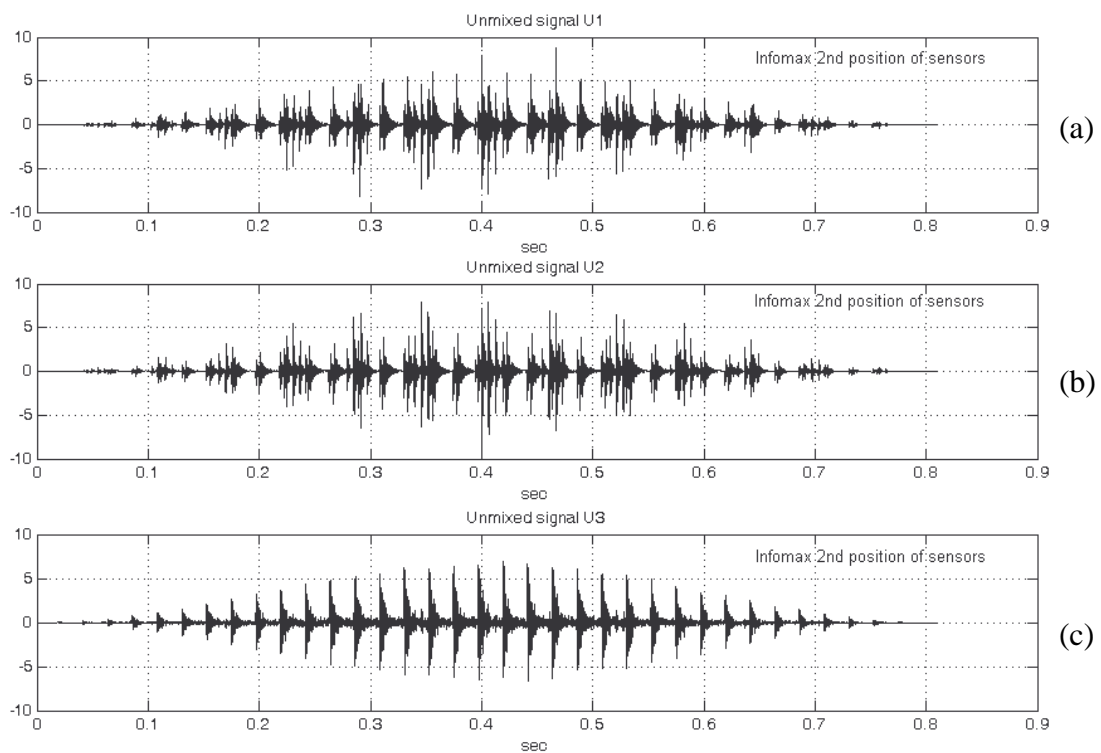
* Τα σήματα από τις πηγές στις θέσεις A και B δεν διαχωρίστηκαν.

** Στα σήματα δεν μπόρεσαν να διαχωριστούν και ούτε και να πραγματοποιηθεί αποδιαμόρφωση

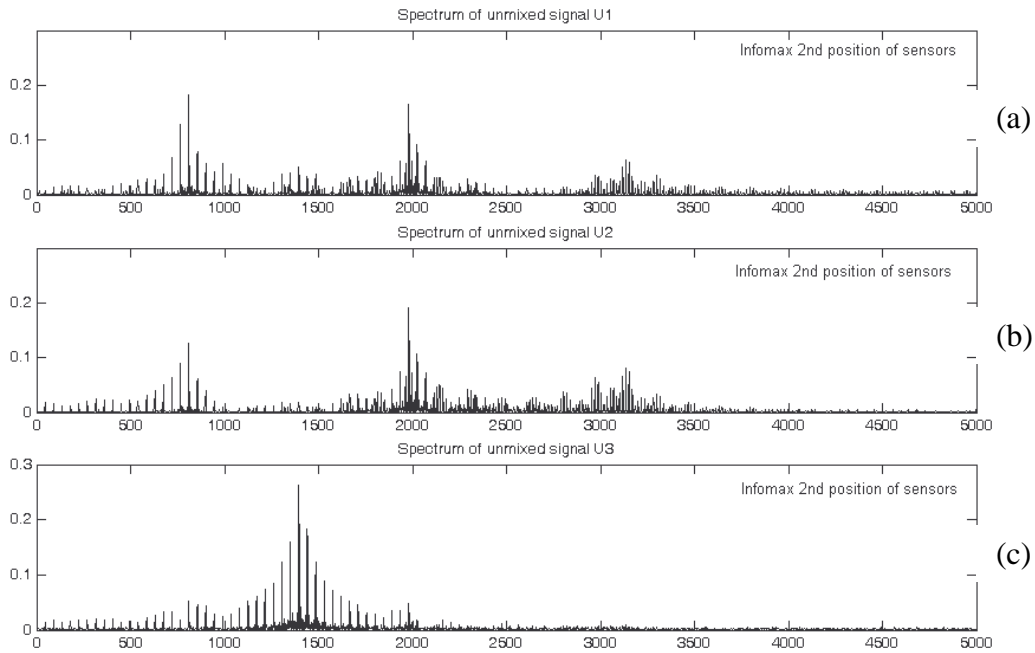
Όπως παρατηρείται από τις τιμές της κύρτωσης των διαχωρισμένων σημάτων συγκρινόμενες με τις αντίστοιχες των πηγαίων σημάτων, το μοναδικό σήμα που φαίνεται να διαχωρίζεται ικανοποιητικά, προέρχεται από το ρουλεμάν που εδράζεται στη θέση F. Αντιθέτως για τα άλλα δύο ρουλεμάν, δεν μπορεί να γίνει σε καμία από τις 4 περιπτώσεις ο διαχωρισμός των αντίστοιχων σημάτων τους, από κανέναν αλγόριθμο και σε ορισμένες περιπτώσεις δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί ούτε η αποδιαμόρφωση.

Αυτό οφείλεται, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως στη μετακίνηση (απομάκρυνση) των σημείων C και D, και στις shape functions, όπου με μετακίνηση των σημείων C και D για τους συντελεστές F_i των shape functions δεν ισχύουν οι σχέσεις $F_{1C} > F_{2C}, F_{3C}$ και $F_{2D} > F_{1D}, F_{3D}$, αλλά $F_{1C} < F_{3C}$ και $F_{2D} < F_{3D}$, δηλαδή σε όλους τους αισθητήρες (των σημείων C, D και E) υπερέχει το σήμα που προέρχεται από την πηγή στη θέση F, παραβιάζοντας έτσι τη λογική κατασκευής των shape functions, όπου σε κάθε αισθητήρα θα υπερέχει το σήμα μίας εκ των πηγών.

Ακολουθούν τα σχήματα 6.39 και 6.40 που παρουσιάζουν τις κυματομορφές και τα φάσματα των διαχωρισμένων σημάτων για την περίπτωση που χρησιμοποιείται χρονικό παράθυρο, χωρίς αποδιαμόρφωση, από τον αλγόριθμο Infomax, προκειμένου να δικαιολογηθεί η προηγούμενη παρατήρηση.



Σχήμα 6.39 Κυματομορφές των “διαχωρισμένων” σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax για την 2^η τοποθέτηση των αισθητήρων (χωρίς αποδιαμόρφωση, με χρονικό παράθυρο)



Σχήμα 6.40 Φάσματα των “διαχωρισμένων” σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax για την 2^η τοποθέτηση των αισθητήρων (χωρίς αποδιαμόρφωση, με χρονικό παράθυρο)

Πράγματι, εξετάζοντας τα σχήματα 6.39 και 6.40, φαίνεται ότι το σήμα που προέρχεται από τον ένσφαιρο τριβέα που εδράζεται στη θέση F, διαχωρίζεται καλά. Όμως τα υπόλοιπα δύο σήματα που προέρχονται από τους ένσφαιρους τριβείς στις θέσεις A και B, δεν διαχωρίζονται και μάλιστα όπως φαίνεται και από τα σχήματα 6.39a, 6.39b, 6.40a και 6.40b, όχι μόνο δεν έχει γίνει διαχωρισμός των σημάτων των θέσεων A και B, αλλά εμφανίζεται ακριβώς το ίδιο συνδυασμένο σήμα, ως διαχωρισμένο σήμα U_1 (δηλαδή διαχωρισμένο σήμα που προέρχεται από την πηγή βλάβης της θέσης A) και ως διαχωρισμένο σήμα U_2 (δηλαδή διαχωρισμένο σήμα που προέρχεται από την πηγή βλάβης της θέσης B).

Αποδεικνύεται λοιπόν, ότι για τα δεδομένα Mode Shape και 3 πηγές που διεγείρουν μία global ιδιοσυχνότητα, μόνο μία τοποθέτηση των αισθητήρων μπορεί να δώσει καλά αποτελέσματα διαχωρισμού.

Και εδώ, όπως και σε όλες τις προηγούμενες περιπτώσεις (2 local modes, 2 local modes & 1 global frequency, 3 local modes), εξάγεται το συμπέρασμα, ότι η ποιότητα του διαχωρισμού είναι άμεσα εξαρτημένη τόσο από το χρησιμοποιούμενο Mode Shape, όσο και από τις θέσεις στις οποίες τοποθετούνται οι αισθητήρες για την καταγραφή των συνδυασμένων σημάτων.

6.7 Γιατί ο αλγόριθμος Infomax εντοπίζει τις πηγές

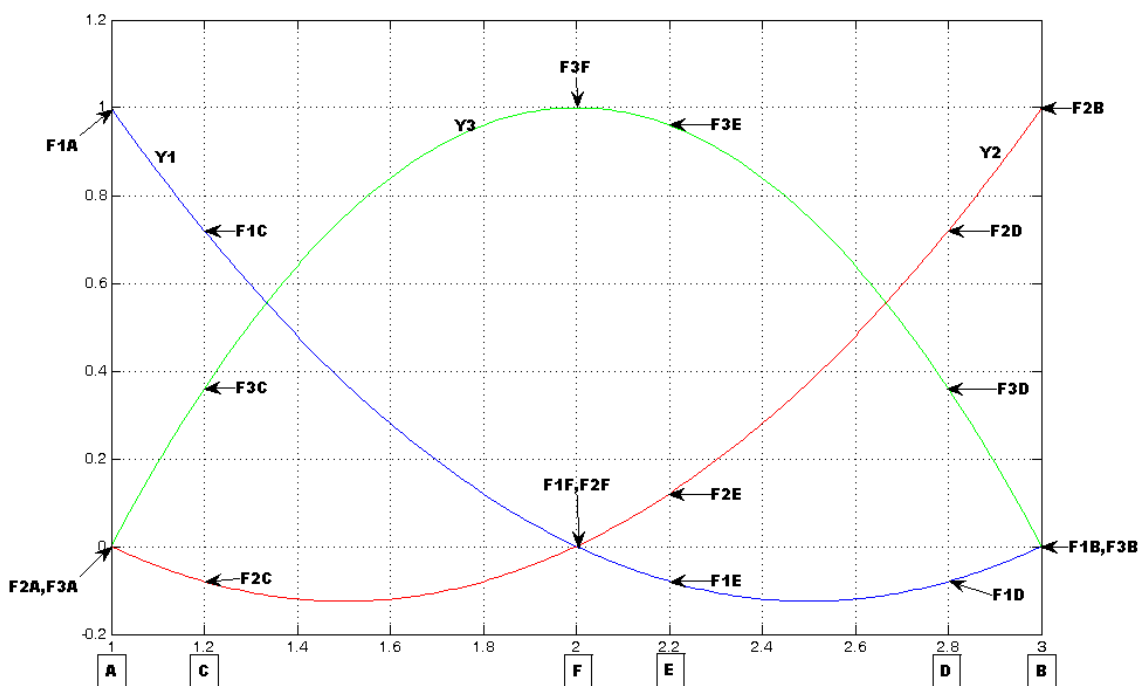
Στην παρούσα ενότητα θα μελετηθούν οι λόγοι για τους οποίους ο αλγόριθμος Infomax είναι σε θέση να εντοπίζει πάντα τις πηγές από τις οποίες προέρχονται τα διαχωρισμένα σήματα, ανεξαρτήτως σειράς φόρτωσης των συνδυασμένων σημάτων, σε αντίθεση με τους υπόλοιπους αλγόριθμους

διαχωρισμού (ICA Fixed Point, PearsonICA και Parra Temporal Predictability) οι οποίοι δεν μπορούν να εντοπίσουν τις πηγές των διαχωρισμένων σημάτων.

Για τον σκοπό αυτό, εξετάζεται η περίπτωση (το ίδιο συμβαίνει και για 2 local πηγές, ή για πηγές που διεγείρουν και μία global ιδιοσυχνότητα), όπου υπάρχουν τρεις local πηγές στις θέσεις A, B και F, όπου στη θέση A εδράζεται ρουλεμάν με φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο (BPFO) με ιδιοσυχνότητα $f_{n1}=1000\text{Hz}$ και στη θέση B εδράζεται ρουλεμάν με φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο (BPFO) με ιδιοσυχνότητα $f_{n2}=2000\text{Hz}$ και στη θέση F εδράζεται ρουλεμάν με φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο (BPFI) με ιδιοσυχνότητα $f_{n3}=1500\text{Hz}$.

Η σειρά φόρτωσης των σημάτων είναι $x_1 \rightarrow$ BPFO (της θέσης A), $x_2 \rightarrow$ BPFO (της θέσης B) και $x_3 \rightarrow$ BPFI (της θέσης F). Συνεπώς μετά το διαχωρισμό των συνδυασμένων σημάτων, ένας αλγόριθμος μπορεί να εντοπίσει τις πηγές, εάν διαχωρίσει τα σήματα με σειρά εμφάνισής τους: $U_1 \rightarrow$ διαχωρισμένο σήμα με συχνότητα BPFO και ιδιοσυχνότητα f_{n1} , $U_2 \rightarrow$ διαχωρισμένο σήμα με συχνότητα BPFO και ιδιοσυχνότητα f_{n2} και $u_3 \rightarrow$ διαχωρισμένο σήμα με συχνότητα BPFI και ιδιοσυχνότητα f_{n3} .

Η τοποθέτηση των θέσεων που εδράζονται οι ένσφαιροι τριβείς καθώς και τα σημεία C, D και E (στα οποία εδράζονται οι αισθητήρες) παρουσιάζονται στο σχήμα που ακολουθεί.



Σχήμα 6.41 Τοποθετήσεις των ρουλεμάν στις θέσεις A, B, F, και τοποθετήσεις των αισθητήρων στις θέσεις C, D και E

Όπως είναι γνωστό, στον τυφλό διαχωρισμό σημάτων – πηγών (BSS), τα σήματα μίας ομάδας N πηγαίων σημάτων $\mathbf{s} = (s_1(t), s_2(t), \dots, s_N(t))$ συνδυάζονται-αναμειγνύονται (mixed) μεταξύ τους με χρήση ενός άγνωστου συνδυασμένου πίνακα (mixing matrix) \mathbf{A} , παράγοντας μία ομάδα από παρατηρούμενα συνδυασμένα σήματα $\mathbf{x} = (x_1(t), x_1(t), \dots, x_N(t))$. Σκοπός της BSS είναι η ανάκτηση πηγαίων σημάτων \mathbf{S} , έχοντας γνωστά μόνο τα παρατηρούμενα συνδυασμένα σήματα (observed

signals) \mathbf{x} και χωρίς να υπάρχει κάποια γνώση (ή να υπάρχει ελάχιστη γνώση) των πηγαίων σημάτων \mathbf{s} και του συνδυασμένου πίνακα \mathbf{A} .

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{s} \quad (6.18)$$

Η BSS για να μπορέσει να κάνει το διαχωρισμό των συνδυασμένων σημάτων στα αρχικά πηγαία σήματα, πρέπει να βρει έναν τετραγωνικό πίνακα \mathbf{W} . Ο πίνακας \mathbf{W} αποτελεί στην πραγματικότητα μία αντιμετάθεση (permutation) και αλλαγή στην κλίμακα του αντίστροφου του άγνωστου συνδυασμένου πίνακα \mathbf{A} .

Αφού έχει βρεθεί και ο πίνακας \mathbf{W} , μπορεί να υπολογιστεί το διάνυσμα των διαχωρισμένων σημάτων $\mathbf{u} = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t))$, σύμφωνα με την ακόλουθη σχέση:

$$\mathbf{u} = \mathbf{W}\mathbf{x} \quad (6.19)$$

Η ικανότητα των αλγόριθμων διαχωρισμού να εντοπίζουν και τις αντίστοιχες πηγές των διαχωρισμένων σημάτων, οφείλεται στον τρόπο με τον οποίο έχει οριστεί αρχικά και χρησιμοποιείται στη συνέχεια ο (decorrelating ή demixing matrix) πίνακας \mathbf{W} .

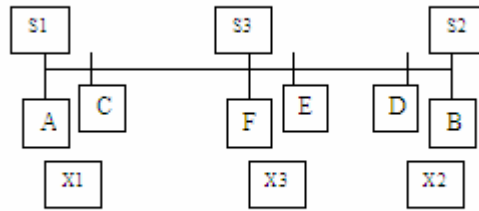
Ο τρόπος με τον οποίο έχει αρχικοποιηθεί ο πίνακας \mathbf{W} , αποτελεί και την ειδοποιό διαφορά, που καθιστά ικανό τον αλγόριθμο Infomax να εντοπίζει και τις αντίστοιχες πηγές των διαχωρισμένων σημάτων, σε αντίθεση με τους υπόλοιπους 3 αλγόριθμους διαχωρισμού.

Αρχικά, θα δειχθεί για πιο λόγο ο αλγόριθμος Infomax είναι σε θέση να εντοπίζει τις πηγές των διαχωρισμένων σημάτων, ανεξαρτήτως της σειράς φόρτωσης τους.

Στη συνέχεια, θα μελετηθεί το πώς αρχικοποιείται ο αντίστοιχος πίνακας \mathbf{W} για κάθε αλγόριθμο διαχωρισμού. Επιπροσθέτως, θα γίνει αλλαγή της αρχικοποίησης του πίνακα \mathbf{W} για τους αλγόριθμους Infomax και ICA Fixed Point (ο τρόπος με τον οποίο αρχικοποιείται ο πίνακας διαχωρισμού για τους αλγόριθμους PearsonICA και Parra Temporal Predictability δεν επιτρέπει την αλλαγή της αρχικοποίησής του), ώστε να εξεταστεί, εάν με διαφορετική αρχικοποίηση εξακολουθεί ο αλγόριθμος Infomax να εντοπίζει τις πηγές ή αν εξακολουθεί να διαχωρίζει και τα συνδυασμένα σήματα και αν ο αλγόριθμος ICA μπορεί να εντοπίσει τις πηγές.

Όπως προαναφέρθηκε ο αλγόριθμος Infomax έχει την ικανότητα να εντοπίζει τις πηγές των διαχωρισμένων σημάτων, ανεξαρτήτως της σειράς φόρτωσης των σημάτων. Αυτό οφείλεται στον πίνακα \mathbf{W} , ο οποίος για κάθε περίπτωση προσομοιωμένων σημάτων έχει σταθερές θέσεις για τις μέγιστες τιμές του στη διαγώνιο. Αυτό έχει ως επακόλουθο, να μπορεί να εντοπιστεί η πηγή του διαχωρισμένου σήματος, αφού για κάθε συνδυασμένο σήμα θα υπερέχει ένα από τα σήματα και η αντίστοιχη πηγή από την οποία προκαλείται το σήμα.

Η παρατήρηση αυτή αποδεικνύεται με χρήση του σχήματος που ακολουθεί.



Σχήμα 6.42 Τοποθέτηση των πηγών βλάβης (s1, s2, s3) στις θέσεις A, B, F, τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C, D, E. Τα σήματα x1, x2, x3, αποτελούν συνδυασμούς των σημάτων των τριών πηγών βλάβης που έχουν καταγραφεί από τους αισθητήρες στις θέσεις C, D και E αντίστοιχα

Στο σχήμα 6.42, παρουσιάζεται ο τρόπος με τον οποίο έχουν τοποθετηθεί οι πηγές βλάβης s1, s2, s3 στις θέσεις A, B και F (δηλαδή οι ένσφαιροι τριβείς που φέρουν φθορά), η τοποθέτηση των σημείων C, D και E (όπου εδράζονται οι αισθητήρες), καθώς και τα παρατηρούμενα σήματα x1, x2 και x3, όπως προκύπτουν από τους αισθητήρες.

Κατά την αποδιαμόρφωση για τον αλγόριθμο Infomax η σχέση (6.19) τα διαχωρισμένα σήματα παίρνουν την παρακάτω μορφή:

$$\mathbf{u} = \mathbf{W}\mathbf{x} \Rightarrow$$

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \max & \bullet & \bullet \\ \bullet & \max & \bullet \\ \bullet & \bullet & \max \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x_1 & x_1 & x_1 \\ x_2 & x_2 & x_2 \\ x_3 & x_3 & x_3 \end{pmatrix} \Rightarrow , \text{ όπου } \bullet \text{ κάποιος άλλος αριθμός}$$

↓

decorelating matrix \mathbf{W}

↓

Ο πίνακας \mathbf{x} με τα παρατηρούμενα σήματα, με τη υποφαινόμενη σειρά

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \max \cdot x_1 + \bullet \cdot x_2 + \bullet \cdot x_3 & \max \cdot x_1 + \bullet \cdot x_2 + \bullet \cdot x_3 & \max \cdot x_1 + \bullet \cdot x_2 + \bullet \cdot x_3 \\ \bullet \cdot x_1 + \max \cdot x_2 + \bullet \cdot x_3 & \bullet \cdot x_1 + \max \cdot x_2 + \bullet \cdot x_3 & \bullet \cdot x_1 + \max \cdot x_2 + \bullet \cdot x_3 \\ \bullet \cdot x_1 + \bullet \cdot x_2 + \max \cdot x_3 & \bullet \cdot x_1 + \bullet \cdot x_2 + \max \cdot x_3 & \bullet \cdot x_1 + \bullet \cdot x_2 + \max \cdot x_3 \end{pmatrix} \begin{matrix} \rightarrow u_1 \\ \rightarrow u_2 \\ \rightarrow u_3 \end{matrix}$$

Όπως φαίνεται από τις προηγούμενες σχέσεις, ακόμα και στην περίπτωση που αλλάξει η σειρά

φόρτωσης των σημάτων, π.χ. $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_3 & x_3 & x_3 \\ x_1 & x_1 & x_1 \\ x_2 & x_2 & x_2 \end{pmatrix}$ και πάλι ο αλγόριθμος Infomax μπορεί να

εντοπίσει την πηγή του εκάστοτε διαχωρισμένου σήματος και τα διαχωρισμένα σήματα θα έχουν την μορφή:

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \max \cdot x_3 + \bullet \cdot x_1 + \bullet \cdot x_2 & \max \cdot x_3 + \bullet \cdot x_1 + \bullet \cdot x_2 & \max \cdot x_3 + \bullet \cdot x_1 + \bullet \cdot x_2 \\ \bullet \cdot x_2 + \max \cdot x_1 + \bullet \cdot x_3 & \bullet \cdot x_2 + \max \cdot x_1 + \bullet \cdot x_3 & \bullet \cdot x_2 + \max \cdot x_1 + \bullet \cdot x_3 \\ \bullet \cdot x_1 + \bullet \cdot x_3 + \max \cdot x_2 & \bullet \cdot x_1 + \bullet \cdot x_3 + \max \cdot x_2 & \bullet \cdot x_1 + \bullet \cdot x_3 + \max \cdot x_2 \end{pmatrix} \begin{matrix} \rightarrow u_3 \\ \rightarrow u_1 \\ \rightarrow u_2 \end{matrix}$$

Αυτό συμβαίνει, για το λόγο ότι ο πίνακας \mathbf{W} έχει πάντα (για τον αλγόριθμο Infomax) σταθερή μορφή με τα μέγιστα του να βρίσκονται στην κύρια διαγώνιο.

Για τους υπόλοιπους αλγόριθμους (ICA Fixed Point, PearsonICA, Parra Temporal Predictability), δεν συμβαίνει το ίδιο με τον πίνακα \mathbf{W} , αντιθέτως για κάθε περίπτωση προσομοιωμένων σημάτων, ακόμα και για επανάληψη διαχωρισμού για τα ίδια προσομοιωμένα σήματα, ο πίνακας \mathbf{W} , για αυτούς τους 3 αλγόριθμους δεν έχει σταθερή μορφή αναφορικά με τα μέγιστα, αλλά τα μέγιστα του, βρίσκονται κάθε φορά και σε διαφορετική θέση. Εξαιτίας αυτής της συμπεριφοράς του πίνακα \mathbf{W} , οι αλγόριθμοι αυτοί δεν είναι σε θέση να εντοπίζουν την πηγή του καθενός από τα διαχωρισμένα σήματα.

Αυτή η συμπεριφορά οφείλεται στον τρόπο με τον οποίο έχει οριστεί ο πίνακας \mathbf{W} για κάθε έναν από αυτούς τους 3 αλγόριθμους.

Στο επόμενο βήμα της μελέτης αυτής, θα εξεταστεί ο τρόπος αρχικοποίησης των πινάκων \mathbf{W} για κάθε έναν από τους αλγόριθμους.

Ο αλγόριθμος **Infomax** κατά την αρχικοποίηση των παραμέτρων, αρχικοποιεί τον πίνακα \mathbf{W} , στον πίνακα $\text{eye}(N)$, όπου N το πλήθος των πηγών: $w = \text{eye}(N)$. Στη συνέχεια ο πίνακας \mathbf{W} μεταβάλλεται με βάση των παρακάτω κανόνων εκμάθησης:

- $dw = L * (BI - K * \tanh(u) * u' - u * u') * w$
- $d_w = dw + \alpha * dw_old$;
- $dw_old = d_w$;
- $w = w + d_w$

, d_w ο προηγούμενος πίνακας \mathbf{W} και το BI αρχικοποιείται και αυτό σε $\text{eye}(N)$. Για τα προαναφερόμενα προσομοιωμένα σήματα, παρουσιάζεται η αρχικοποίηση του πίνακα \mathbf{W} , καθώς και οι τιμές του νέου πίνακα \mathbf{W} , ύστερα από διαφορετικά βήματα των κανόνων εκμάθησης, και ο τελικός πίνακας \mathbf{W} με βάση τον οποίο διαχωρίζονται τα συνδυασμένα σήματα.

Πίνακας 6.24a Ο αρχικός w_0

w_0		
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Πίνακας 6.24b

w_new		
0.3883	0.0040	-0.0944
-0.0144	0.4090	-0.0387
0.1049	0.0425	0.4007

Πίνακας 6.24c

w_new		
0.3862	0.0039	-0.0959
-0.0144	0.4087	-0.0390
0.1041	0.0426	0.4044

Πίνακας 6.24e

w_new		
0.3857	0.0035	-0.0962
-0.0145	0.4092	-0.0380
0.1037	0.0436	0.4038

Πίνακας 6.24f

w_new		
0.3875	0.0048	-0.0971
-0.0138	0.4128	-0.0399
0.1026	0.0411	0.3989

Πίνακας 6.24g

w_new		
0.3878	0.0043	-0.0958
-0.0137	0.4020	-0.0384
0.1044	0.0428	0.4089

Πίνακας 6.24h

w_new		
0.3858	0.0037	-0.0975
-0.0142	0.4063	-0.0397
0.1030	0.0414	0.4075

Πίνακας 6.24i

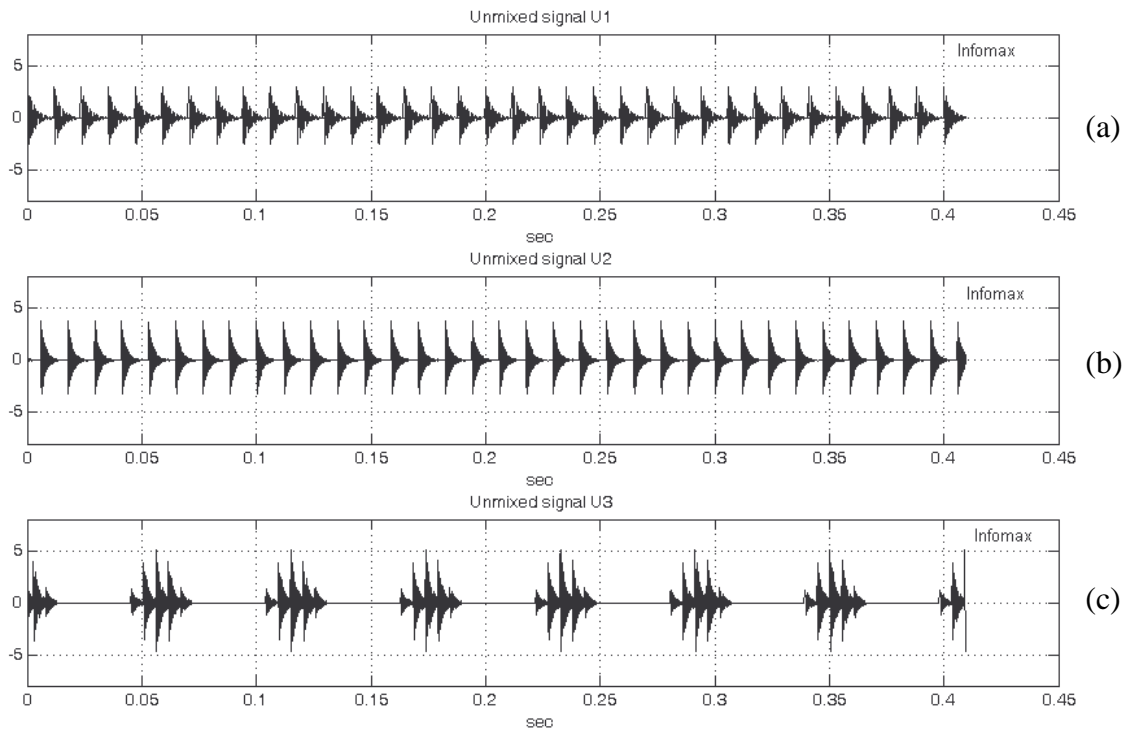
w_new		
0.3898	0.0037	-0.0987
-0.0143	0.4095	-0.0402
0.1016	0.0411	0.4019

Πίνακας 6.24j Τελικός w_final

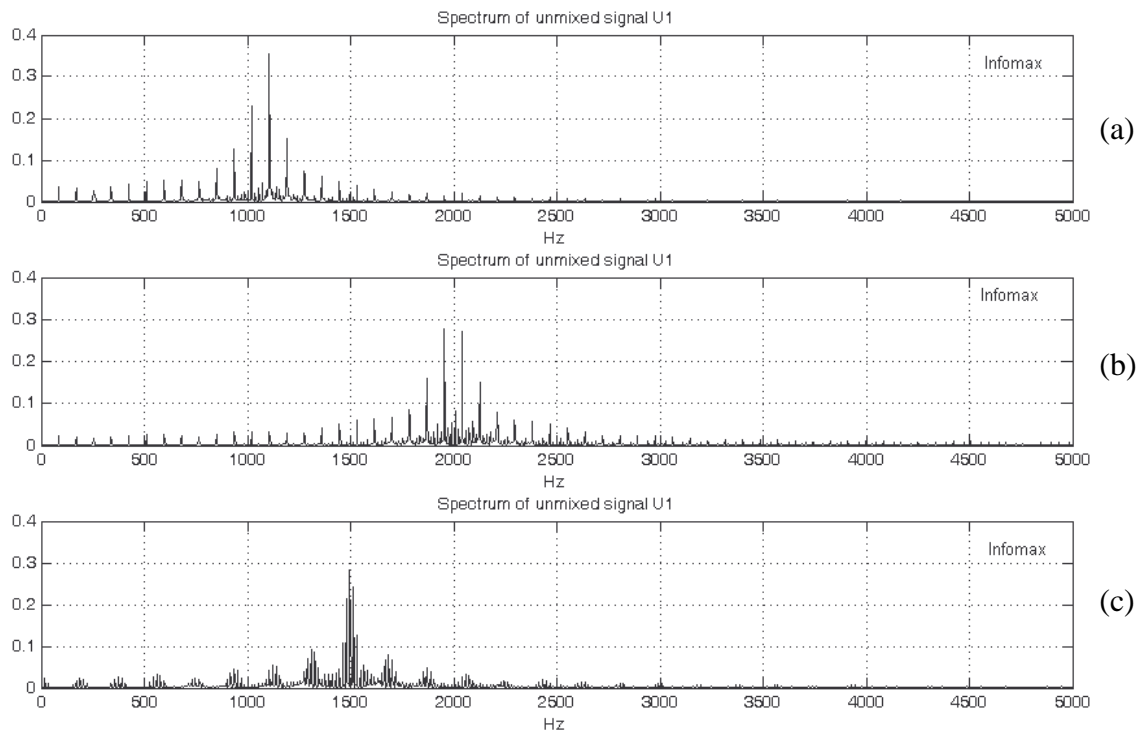
w_final		
0.3928	0.0030	-0.0997
-0.0143	0.4075	-0.0385
0.1003	0.0419	0.3985

Αυτό που παρατηρείται και αναφέρθηκε και προηγουμένως, είναι η σταθερότητα του πίνακα W για τον αλγόριθμο Infomax, αναφορικά με τη θέση των μέγιστων, που όπως παρατηρείται και από τους τυχαία επιλεγμένους πίνακες W , κατά τη διαδικασία εκμάθησης, τα μέγιστα βρίσκονται πάντα στην κύρια διαγώνιο. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, ο αλγόριθμος να μπορεί να εντοπίζει την πηγή για το εκάστοτε διαχωρισμένο σήμα.

Ακολουθούν τα σχήματα 6.43 και 6.44 που παρουσιάζουν τις κυματομορφές και τα φάσματα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax.



Σχήμα 6.43 Κυματομορφές των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον Infomax. Η σειρά των διαχωρισμένων σημάτων συμφωνεί με τη σειρά φόρτωσης των αρχικών πηγαίων σημάτων ($x_1 \rightarrow$ BPFO με $fn1$, $x_2 \rightarrow$ BPFO με $fn2$, $x_3 \rightarrow$ BPF1 με $fn3$). a) $U_1 \rightarrow$ BPFO με ιδιοσυχνότητα $fn1$, b) $U_2 \rightarrow$ BPFO με ιδιοσυχνότητα $fn2$, c) $U_3 \rightarrow$ BPF1 με ιδιοσυχνότητα $fn3$



Σχήμα 6.44 Φάσματα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον Infomax. Η σειρά των φασμάτων των διαχωρισμένων σημάτων συμφωνεί με τη σειρά φόρτωσης των αρχικών πηγών σημάτων ($x_1 \rightarrow$ BPFO με $fn1$, $x_2 \rightarrow$ BPFO με $fn2$, $x_3 \rightarrow$ BPF1 με $fn3$). a) $U_1 \rightarrow$ BPFO με ιδιοσυχνότητα $fn1$, b) $U_2 \rightarrow$ BPFO με ιδιοσυχνότητα $fn2$, c) $U_3 \rightarrow$ BPF1 με ιδιοσυχνότητα $fn3$

Ο αλγόριθμος **ICA Fixed Point** δημιουργεί αρχικά τον πίνακα συνδυασμού (mixing matrix) Mix_A και τον αρχικοποιεί (ομοίως αρχικοποιείται και ο πίνακας διαχωρισμού $W=Mix_A'$) στον πίνακα $zeros(Comp_No)$, όπου $Comp_No$ το πλήθος των ανεξάρτητων πηγών που πρόκειται να διαχωριστούν: $Mix_A = zeros(Comp_No) \rightarrow$ mixing matrix, $Mix_A(:, comp) = w_new;$.

Ο τρόπος με τον οποίο δημιουργείται ο πίνακας Mix_A , σχετίζεται με το κατά πόσο η διαφορά των διανυσμάτων w_new' και w_old είναι ίση με (if $1-abs(w_new'*w_old) \leq 0.0000001$). Αν ισχύει η συνθήκη, τότε δημιουργείται ο πίνακας συνδυασμού, διαφορετικά, ξανά-υπολογίζονται οι πίνακες w_new' και w_old και υπολογίζεται ξανά η διαφορά τους. Αυτό συνεχίζεται μέχρι να πραγματοποιηθεί η συνθήκη. Αυτή η διαδικασία πραγματοποιείται 3 φορές, μία φορά για κάθε στήλη του πίνακα Mix_A , προκειμένου να συμπληρωθούν και οι 3 στήλες του πίνακα συνδυασμού.

Αφού δημιουργηθεί ο πίνακας συνδυασμού, μπορεί να δημιουργηθεί και ο πίνακας διαχωρισμού, που δεν είναι άλλος από τον αντίστροφο του πίνακα συνδυασμού: $W = Mix_A'$.

Όπως παρατηρείται η διαδικασία δημιουργίας του πίνακα διαχωρισμού στον ICA διαφέρει σε σχέση με τη διαδικασία του Infomax

Για τα προαναφερόμενα προσομοιωμένα σήματα, παρουσιάζεται η αρχικοποίηση του πίνακα W , καθώς και οι τιμές του νέου πίνακα W , ύστερα από τη δημιουργία του πίνακα συνδυασμού Mix_A , για 5 διαφορετικές εκτελέσεις του αλγόριθμου ICA Fixed Point

Πίνακας 6.26a Ο αρχικός w_0

w_0		
0	0	0
0	0	0
0	0	0

Πίνακας 6.26b

w_final		
0.3691	0.0262	0.9290
0.6240	0.7338	-0.2686
-0.6888	0.6789	0.2545

Πίνακας 6.26c

w_final		
0.3710	0.0244	0.9283
-0.6240	-0.7338	0.2687
0.6877	-0.6790	-0.2570

Πίνακας 6.26d

w_final		
0.6213	0.7231	-0.3019
0.3227	0.1150	0.9395
0.7140	-0.6812	-0.1619

Πίνακας 6.26e

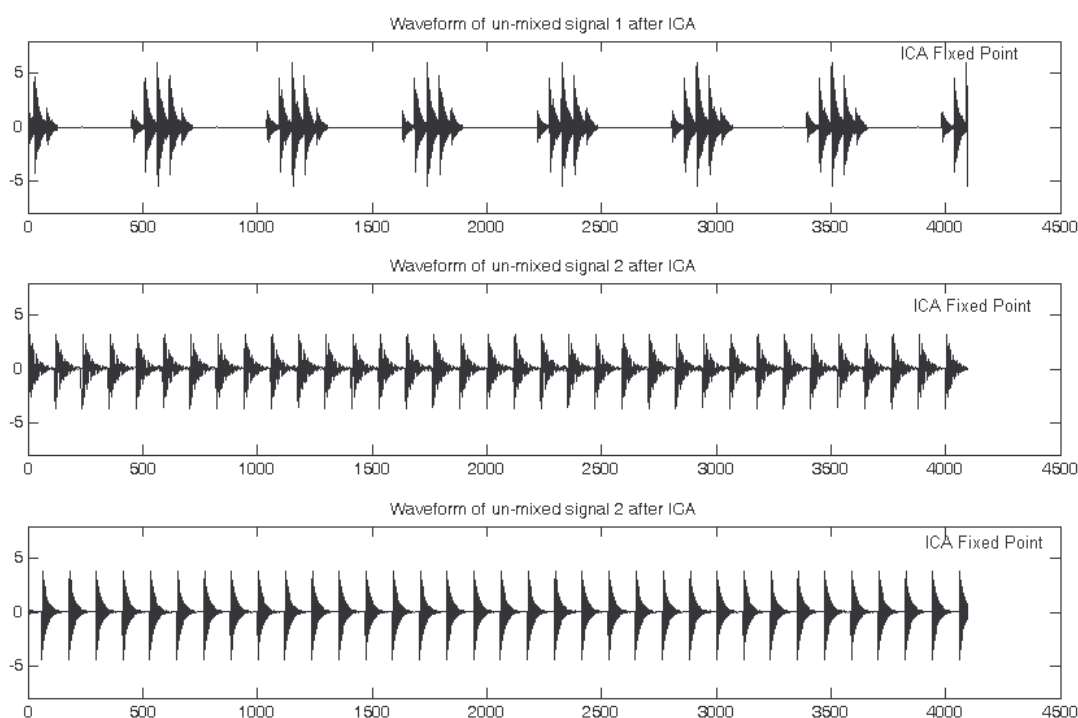
w_final		
-0.6143	-0.7330	0.2923
0.3864	0.0435	0.9213
0.6880	-0.6789	-0.2565

Πίνακας 6.26f Ο τελικός w_{final}

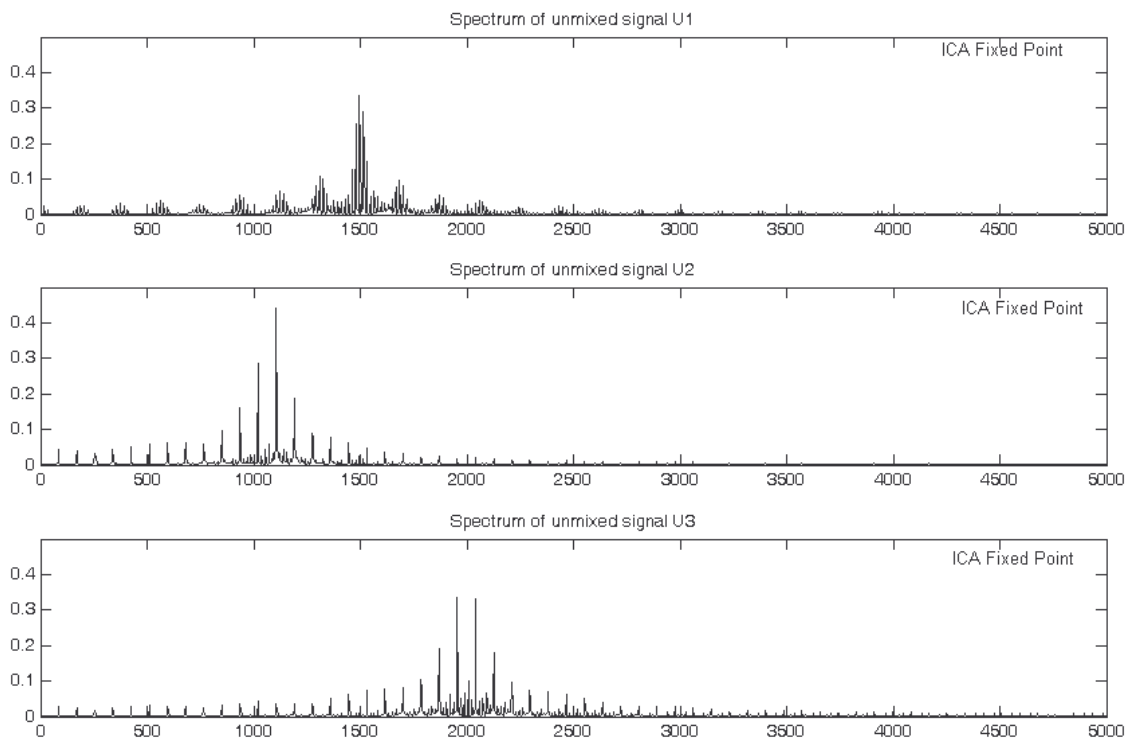
w_final		
0.6214	0.7230	-0.3019
0.6686	-0.6902	-0.2767
0.4085	0.0299	0.9123

Όπως παρατηρείται, ύστερα από 5 διαφορετικές εκτελέσεις του αλγόριθμου ICA Fixed Point (για τα ίδια προσομοιωμένα σήματα), ο πίνακας w δεν είναι σταθερός ως προς την τοποθέτηση των μεγίστων του, πράγμα που δικαιολογεί το γεγονός ότι δεν είναι σε θέση να εντοπίσει την πηγή για το κάθε ένα από τα διαχωρισμένα σήματα.

Ακολουθούν τα σχήματα 6.45 και 6.46 που παρουσιάζουν τις κυματομορφές και τα φάσματα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο ICA Fixed Point.



Σχήμα 6.45 Κυματομορφές των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον ICA Fixed Point. Η σειρά των διαχωρισμένων σημάτων δε συμφωνεί με τη σειρά φόρτωσης των αρχικών πηγαίων σημάτων ($x_1 \rightarrow$ BPFO με $fn1$, $x_2 \rightarrow$ BPFO με $fn2$, $x_3 \rightarrow$ BPFI με $fn3$). a) $U_1 \rightarrow$ BPFI με ιδιοσυχνότητα $fn3$, b) $U_2 \rightarrow$ BPFO με ιδιοσυχνότητα $fn1$, c) $U_3 \rightarrow$ BPFO με ιδιοσυχνότητα $fn2$



Σχήμα 6.46 Φάσματα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον ICA Fixed Point. Η σειρά των διαχωρισμένων σημάτων *δε* συμφωνεί με τη σειρά φόρτωσης των αρχικών πηγαίων σημάτων ($x_1 \rightarrow$ BPFO με fn1, $x_2 \rightarrow$ BPFO με fn2, $x_3 \rightarrow$ BPFI με fn3). a) $U_1 \rightarrow$ BPFI με ιδιοσυχνότητα fn3, b) $U_2 \rightarrow$ BPFO με ιδιοσυχνότητα fn1, c) $U_3 \rightarrow$ BPFO με ιδιοσυχνότητα fn2

Ο τρόπος με τον οποίο ο αλγόριθμος **PearsonICA** δημιουργεί τον πίνακα διαχωρισμού W διαφέρει σε σχέση με τον τρόπο με τον οποίο δημιουργούν οι προηγούμενοι δύο αλγόριθμοι και έχει ως εξής: Για την αρχικοποίηση δημιουργείται ένα τυχαίο σημείο εκκίνησης (rotation matrix): $B = \text{orth}(\text{rand}(\text{numOfIC}) - .5)$; $\text{Bold} = B$; , όπου numOfIC είναι το πλήθος των πηγών.

Ο πίνακας διαχωρισμού W , υπολογίζεται ως εξής: $W = B' * \text{whitening_Matrix}$;

Για τα προαναφερόμενα προσομοιωμένα σήματα, παρουσιάζονται οι τιμές του νέου πίνακα W , ύστερα από 6 διαφορετικές εκτελέσεις του αλγόριθμου PearsonICA.

Πίνακας 6.27a Ο αρχικός w_0

W_final		
0.5224	7.4282	-2.8925
-5.4352	-1.1937	2.7120
-5.4352	1.1763	-7.4746

Πίνακας 6.27b

w_final		
-0.7053	1.1798	-7.4759
-5.4370	-1.2199	2.7224
0.5036	7.4233	-2.8792

Πίνακας 6.27c

w_final		
5.4373	1.2246	-2.7245
0.7055	-1.1799	7.4758
-0.5002	-7.4226	2.8775

Πίνακας 6.27d

W_final		
0.5349	7.4303	-2.8951
-0.7051	1.1797	-7.4759
-5.4340	-1.1770	2.7054

Πίνακας 6.27e

w_final		
-0.5458	-7.4326	2.9006
0.7050	-1.1796	7.4759
-5.4329	-1.1621	2.6995

Πίνακας 6.27f Ο τελικός w_final

w_final		
0.7054	-1.1799	7.4758
0.4955	7.4215	-2.8752
5.4377	1.2309	-2.7268

Όπως παρατηρείται, ύστερα από 6 διαφορετικές εκτελέσεις του αλγόριθμου PearsonICA (για τα ίδια προσομοιωμένα σήματα), ο πίνακας w δεν είναι σταθερός ως προς την τοποθέτηση των μεγίστων του, πράγμα που δικαιολογεί το γεγονός ότι δεν είναι σε θέση να εντοπίσει την πηγή για το κάθε ένα από τα διαχωρισμένα σήματα.

Για τον αλγόριθμο **Parra Temporal Predictability**, ο υπολογισμός του πίνακα W είναι και εδώ διαφορετικός σε σχέση με τους άλλους τρεις αλγόριθμους. Εδώ ο πίνακας W δημιουργείται μόνο μία φορά και αποτελεί τον τελικό πίνακα διαχωρισμού. Βέβαια, αυτό δεν σημαίνει ότι δεν μπορεί να εξαχθεί συμπέρασμα σχετικά με το γιατί δεν μπορεί να εντοπίζει τις πηγές. Όπως φαίνεται, τα μέγιστα του πίνακα W δεν βρίσκονται στην κύρια διαγώνιο και κατά συνέπεια ο αλγόριθμος δεν μπορεί να εντοπίσει την πηγή του εκάστοτε διαχωρισμένου σήματος.

Επίσης πρέπει να σημειωθεί ότι όσες φορές και αν εκτελέστηκε ο αλγόριθμος Parra Temporal Predictability για τα ίδια προσομοιωμένα σήματα, ο πίνακας διαχωρισμού W δεν μεταβάλλεται, αλλά παραμένει σταθερός τόσο στις τιμές των συνιστωσών του όσο και στη θέση που βρίσκονται τα μέγιστά του.

Πίνακας 6.28a Ο τελικός w_final

w_final		
-0.0080	0.1084	-0.5026
-0.0452	0.4401	0.1230
0.4141	0.0502	0.0038

Πίνακας 6.28b Ο τελικός w_final

w_final		
-0.0080	0.1084	-0.5026
-0.0452	0.4401	0.1230
0.4141	0.0502	0.0038

6.8 Συμπεράσματα υπολογιστικών προσομοιώσεων

Οι υπολογιστικές προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν, αφορούσαν την ύπαρξη δύο ή και τριών πηγών βλάβης, μόνο με local ιδιοσυχνότητες ή και με μία global ιδιοσυχνότητα που διεγειρόταν λόγω των βλαβών.

Για κάθε μία από τις περιπτώσεις προσομοιώσεων (2 – 3 local modes, 2 – 3 local modes & 1 global frequency), πραγματοποιήθηκαν διαφορετικές τοποθετήσεις των αισθητήρων (θέσεις C, D και E), προκειμένου να καταγραφούν σήματα, τα οποία δίνουν όσο το δυνατόν γίνεται καλύτερη ποιότητα διαχωρισμού.

Τα προσομοιωμένα σήματα που χρησιμοποιήθηκαν, παρουσιάζονται στους πίνακες 7.2 και 7.3, και αφορούν φθορές στον εσωτερικό ή εξωτερικό δακτύλιο, προσθήκη θορύβου, ολίσθηση, η καλή λειτουργία (Gaussian noise) του ρουλεμάν.

Τέσσερις αλγόριθμοι χρησιμοποιήθηκαν για τον διαχωρισμό των σημάτων που προέκυψαν από όλες τις προαναφερόμενες περιπτώσεις, οι Infomax, ICA Fixed Point, PearsonICA και Parra Temporal Predictability.

Από τα αποτελέσματα των υπολογιστικών προσομοιώσεων μπορούν να εξαχθούν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

1. Σε όλες τις περιπτώσεις προσομοιώσεων (2 – 3 local modes, 2 – 3 local modes & 1 global frequency), παρατηρήθηκε ότι **τα αποτελέσματα διαχωρισμού αλλά και η ποιότητα του διαχωρισμού των συνδυασμένων σημάτων είναι άμεσα εξαρτημένα από τις χρησιμοποιούμενες Mode Shape functions καθώς επίσης και από τις θέσεις στις οποίες τοποθετούνται οι αισθητήρες (θέσεις C, D, E) σε σχέση με τις θέσεις στις οποίες εδράζονται οι ένσφαιροι τριβείς (θέσεις A, B, F).**
2. Επίσης, πρέπει να σημειωθεί ότι θέσεις στις οποίες εδράζονται οι αισθητήρες είναι στενά συνδεδεμένες με τις Mode Shape functions. Αλλάζοντας Mode Shape, τότε αλλάζουν και οι θέσεις που πρέπει να τοποθετηθούν οι αισθητήρες, όπου και θα καταγράψουν σήματα, τα οποία θα δώσουν καλά αποτελέσματα διαχωρισμού.
3. Από τους τέσσερις αλγόριθμους που χρησιμοποιούνται για τον διαχωρισμό των συνδυασμένων σημάτων, μόνο ο **Infomax** πέρα από τον διαχωρισμό των συνδυασμένων σημάτων (στις περιπτώσεις όπου τα συνδυασμένα σήματα διαχωρίζονται), μπορεί να εντοπίζει και την πηγή από την οποία προέρχεται το κάθε ένα από τα διαχωρισμένα σήματα.
4. Τέλος, αναφορικά με τις περιπτώσεις όπου διεγείρεται μία global ιδιοσυχνότητα από τις πηγές βλάβης, ακόμα και στην περίπτωση που γίνεται καλός διαχωρισμός, κανένας από τους τέσσερις αλγόριθμους δεν κατάφερε να κάνει τέλειο διαχωρισμό των σημάτων. Αντιθέτως και οι τέσσερις αλγόριθμοι, εμφάνισαν μικρό ποσοστό πληροφορίας του ενός διαχωρισμένου σήματος, να περνάει στο άλλο και το αντίστροφο.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

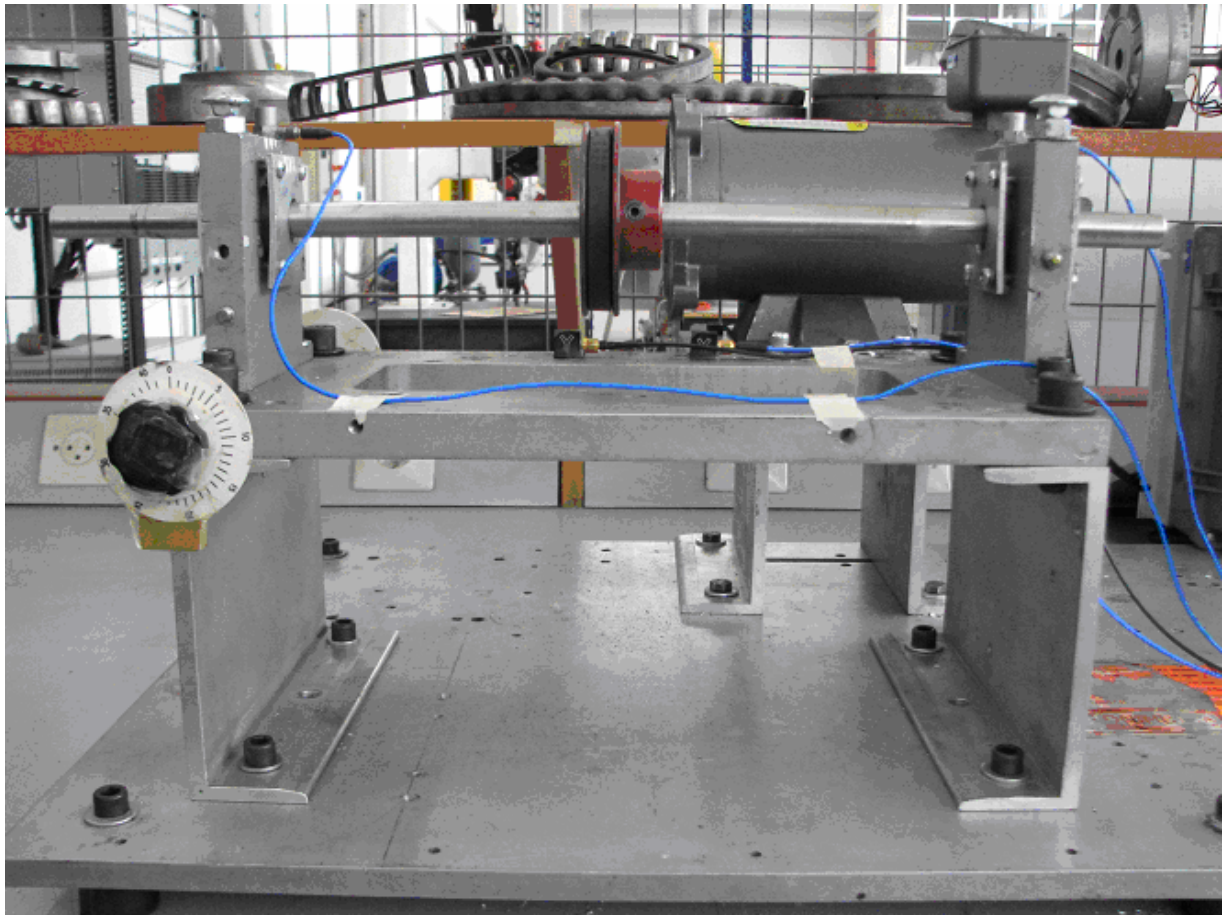
Πειραματική Εφαρμογή

7.1 Πειραματική διάταξη και λογισμικό

Οι πειραματικές μετρήσεις έλαβαν χώρα σε δύο διαφορετικές πειραματικές διατάξεις, μία μεγάλη πειραματική διάταξη (μέσης ισχύος μηχανή προσομοίωσης, σχήμα 7.1) και μία μικρότερη πειραματική διάταξη (μέσης ισχύος μηχανή προσομοίωσης, σχήμα 7.2).



Σχήμα 7.1 Πειραματική Διάταξη Large Test Rig



Σχήμα 7.2 Πειραματική Διάταξη Small Test Rig

Στην πρώτη πειραματική διάταξη (Large Test Rig, διάταξη μεγάλης κλίμακας σχήμα 7.1), χρησιμοποιήθηκαν ένσφαιροι τριβείς τύπου SKF 22208 EK/C3. Πραγματοποιήθηκαν μετρήσεις για διαφορετικές ταχύτητες περιστροφής του χρησιμοποιούμενου ηλεκτρικού μοτέρ, διαφορετικές φθορές των ένσφαιρων (στον εξωτερικό δακτύλιο, στον εσωτερικό δακτύλιο, χωρίς φθορά, κλπ), καθώς και διαφορετικές τοποθετήσεις των αισθητήριων οργάνων.

Στη δεύτερη πειραματική διάταξη (Small Test Rig, διάταξη μικρής κλίμακας), χρησιμοποιήθηκαν ένσφαιροι τριβείς τύπου SKF 7303 BEP και πραγματοποιήθηκαν μετρήσεις για διάφορες ταχύτητες περιστροφής του μοτέρ, διαφορετικές φθορές των ένσφαιρων τριβέων, καθώς και διαφορετικές θέσεις των αισθητήριων οργάνων.

Να σημειωθεί ότι, οι ένσφαιροι τριβείς που χρησιμοποιήθηκαν ήταν καινούριοι και, “χτυπήθηκαν” με μικρό ηλεκτρικό δράπανο, προκειμένου να δημιουργηθούν οι φθορές στον εσωτερικό και εξωτερικό δακτύλιο

Για την καταγραφή των κραδασμών – σημάτων που προέρχονται από τη φθορά που φέρει ο καθένας από τους ένσφαιρους τριβείς, χρησιμοποιήθηκαν:

- Δύο μονό-αξονικά πιεζοηλεκτρικά επιταχυνσιόμετρα PCB 352C33 (σχήμα 7.3) με τα παρακάτω τεχνικά χαρακτηριστικά.



Σχήμα 8.3 Επιταχυνσιόμετρο PCB 352C33

Πίνακας 7.1

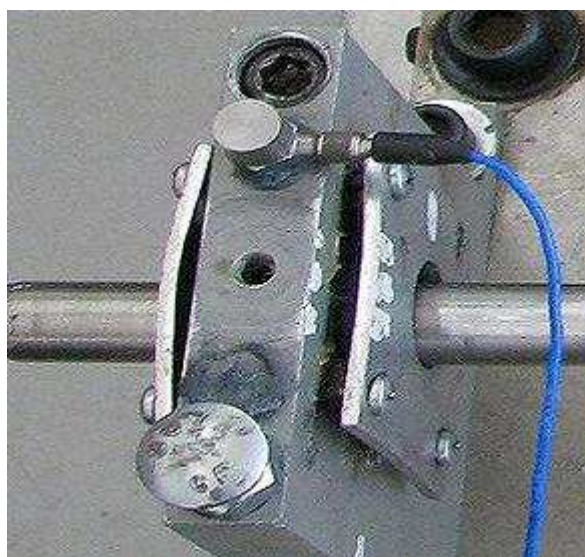
Χαρακτηριστικά επιταχυνσιόμετρου PCB 352C33

PERFORMANCE	ENGLISH	SI
Sensitivity(± 10 %)	100 mV/g	10.2 mV/(m/s ²)
Measurement Range	± 50 g pk	± 490 m/s ² pk
Frequency Range(± 5 %)	0.5 to 10,000 Hz	0.5 to 10,000 Hz
Frequency Range(± 10 %)	0.3 to 15,000 Hz	0.3 to 15,000 Hz
Resonant Frequency	≥ 50 kHz	≥ 50 kHz
Broadband Resolution(1 to 10,000 Hz)	0.00015 g rms	0.0015 m/s ² rms
Non-Linearity	≤ 1 %	≤ 1 %
Transverse Sensitivity	≤ 5 %	≤ 5 %
ENVIRONMENTAL		
Overload Limit(Shock)	± 5000 g pk	± 49,000 m/s ² pk
Temperature Range(Operating)	-65 to +200 °F	-54 to +93 °C
Temperature Response	See Graph	See Graph [3]
Base Strain Sensitivity	0.003 g/με	0.029 (m/s ²)/με
ELECTRICAL		
Excitation Voltage	18 to 30 VDC	18 to 30 VDC
Constant Current Excitation	2 to 20 mA	2 to 20 mA
Output Impedance	≤ 200 ohm	≤ 200 ohm
Output Bias Voltage	7 to 12 VDC	7 to 12 VDC
Discharge Time Constant	1.0 to 2.5 sec	1.0 to 2.5 sec
Settling Time(within 10% of bias)	<10 sec	<10 sec
Spectral Noise(1 Hz)	39 μg/√Hz	380 (μm/sec ²)/√Hz
Spectral Noise(10 Hz)	11 μg/√Hz	110 (μm/sec ²)/√Hz
Spectral Noise(100 Hz)	3.4 μg/√Hz	33 (μm/sec ²)/√Hz
Spectral Noise(1 kHz)	1.4 μg/√Hz	14 (μm/sec ²)/√Hz
PHYSICAL		
Sensing Element	Ceramic	Ceramic
Sensing Geometry	Shear	Shear
Housing Material	Titanium	Titanium
Sealing	Hermetic	Hermetic
Size (Hex x Height)	0.44 in x 0.62 in	11.2 mm x 15.7 mm
Weight	0.20 oz	5.8 gm
Electrical Connector	10-32 Coaxial Jack	10-32 Coaxial Jack
Electrical Connection Position	Side	Side
Mounting Thread	10-32 Female	10-32 Female
Mounting Torque	10 to 20 in-lb	113 to 226 N-cm

Τα πιεζοηλεκτρικά επιταχυνσιόμετρα PCB 352C33, τοποθετήθηκαν ακριβώς πάνω από τις πηγές βλάβης, δηλαδή πάνω από τις “θήκες”, μέσα στις οποίες εδράζονται οι ένσφαιροι τριβείς (σχήμα 7.4, σχήμα 7.5). Η τοποθέτηση αυτή, αφορούσε αρχικά την οριζόντια διεύθυνση και σε επόμενο στάδιο, τα επιταχυνσιόμετρα τοποθετήθηκαν στην κατακόρυφη διεύθυνση πάνω από τις πηγές βλάβης. Οι δύο διαφορετικές τοποθετήσεις πάνω από τις πηγές βλάβης, έγιναν προκειμένου να ληφθεί η καλύτερη δυνατή καταγραφή σήματος που προέρχεται από την εκάστοτε πηγή βλάβης.



Σχήμα 7.4 Τοποθέτηση του μονό-αξονικού επιταχυνσιόμετρου PCB 352C33 πάνω από την πηγή βλάβης στην κατακόρυφη διεύθυνση, στη μεγάλη πειραματική διάταξη



Σχήμα 7.5 Τοποθέτηση του μονό-αξονικού επιταχυνσιόμετρου PCB 352C33 πάνω από την πηγή βλάβης στην κατακόρυφη διεύθυνση, στη μικρή πειραματική διάταξη

- Δύο τριαξονικά πιεζοηλεκτρικά επιταχυνσιόμετρα (σχήμα 7.6) τριών διευθύνσεων μέτρησης (χρησιμοποιήθηκαν οι οριζόντια και η κατακόρυφη διεύθυνση για την καταγραφή των σημάτων) DYTRAN 3023M23 με τα παρακάτω τεχνικά χαρακτηριστικά:



Σχήμα 7.6 Επιταχυνσιόμετρο Dytran 3023M23

Πίνακας 7.2

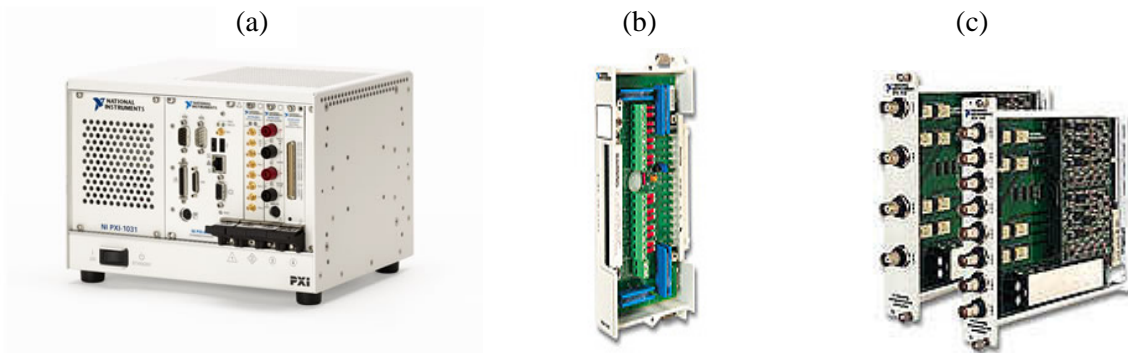
Χαρακτηριστικά επιταχυνσιόμετρου Dytran 3023M23

SPECIFICATIONS	VALUE	UNITS
PHYSICAL		
WEIGHT	4	grams
SIZE (HEIGHT x WIDTH x DEPTH)	0.49 x .36 x .36	inch
MOUNTING	10-32 TAPPED HOLE IN BASE	
CONNECTOR	4-PIN [1]	
MATERIAL, HOUSING/CONNECTOR	TITANIUM ALLOY	
PERFORMANCE		
SENSITIVITY, -10 +15%[2]	10.0	mV/g
RANGE, F.S. (each axis)	+/- 500	g
FREQUENCY RESPONSE, -5 / +15%		
Axis X & Y	1.5 to 5000	Hz
Axis Z	1.5 to 10000	Hz
ELEMENT NATURAL FREQUENCY	>30	kHz
EQUIVALENT ELECTRICAL NOISE	.0095	g rms
LINEARITY [3]	1	%F.S.
TRANSVERSE SENSITIVITY, MAX,	5	%
SIGNAL POLARITY	POSITIVE FOR MOTION IN DIRECTION OF ARROWS ON HOUSING	
ENVIRONMENTAL		
MAXIMUM VIBRATION	+/- 600	gpk
MAXIMUM SHOCK	5000	gpk
TEMPERATURE RANGE	-60 to +320	°F
ENVIRONMENTAL SEAL	HERMETIC	
COEFFICIENT OF THERMAL SENSITIVITY	.03	%/°F
ELECTRICAL		
SUPPLY CURRENT RANGE, (each axis) [4]	2 to 20	mA
COMPLIANCE (SUPPLY) VOLTAGE RANGE (each axis)	+18 to +30	VDC
OUTPUT IMPEDANCE, TYP.	100	OHMS
OUTPUT BIAS VOLTAGE	+7 to +9	VDC
DISCHARGE TIME CONSTANT	0.3 to 0.7	SEC
GROUND ISOLATION	CASE GROUNDED	

Τα τριαξονικά πιεζοηλεκτρικά επιταχυνσιόμετρα Dytran 3023M203, χρησιμοποιήθηκαν για την καταγραφή των συνδυασμένων σημάτων που προέρχονται και από τις δύο πηγές βλάβης. Για αυτό το λόγο, τοποθετήθηκαν σε διαφορετικές θέσεις (τρεις διαφορετικές τοποθετήσεις) σε σχέση με τις θέσεις όπου εδράζονται οι ένσφαιροι τριβείς. Οι διαφορετικές τοποθετήσεις των τριαξονικών επιταχυνσιόμετρων, έγιναν προκειμένου να βρεθούν οι κατάλληλες θέσεις, έτσι ώστε τα καταγεγραμμένα συνδυασμένα σήματα, εισερχόμενα στους αλγόριθμους διαχωρισμού, να διαχωριστούν όσο τον δυνατόν καλύτερα, στα “αρχικά” (στην πραγματικότητα ο διαχωρισμός δίνει μία scaled εκδοχή των αρχικών πηγαίων σημάτων) πηγαία σήματα.

Οι διαφορετικές των τριαξονικών αισθητήρων, παρουσιάζονται κατά την ανάλυση των πειραματικών αποτελεσμάτων

Η διαδικασία που ακολουθήθηκε περιλαμβάνει την καταγραφή των σημάτων από όλα τα αισθητήρια όργανα για διάφορες συνθήκες λειτουργίας σε πραγματικού χρόνου πλατφόρμα τύπου PXI 1301 της National Instruments, με χρήση των μετρητικών καρτών SCXI 1531 και SCXI 1308 (σχήμα 7.7).



Σχήμα 7.7 a) PXI 1301, b) SCXI 1531, c) SCXI 1308

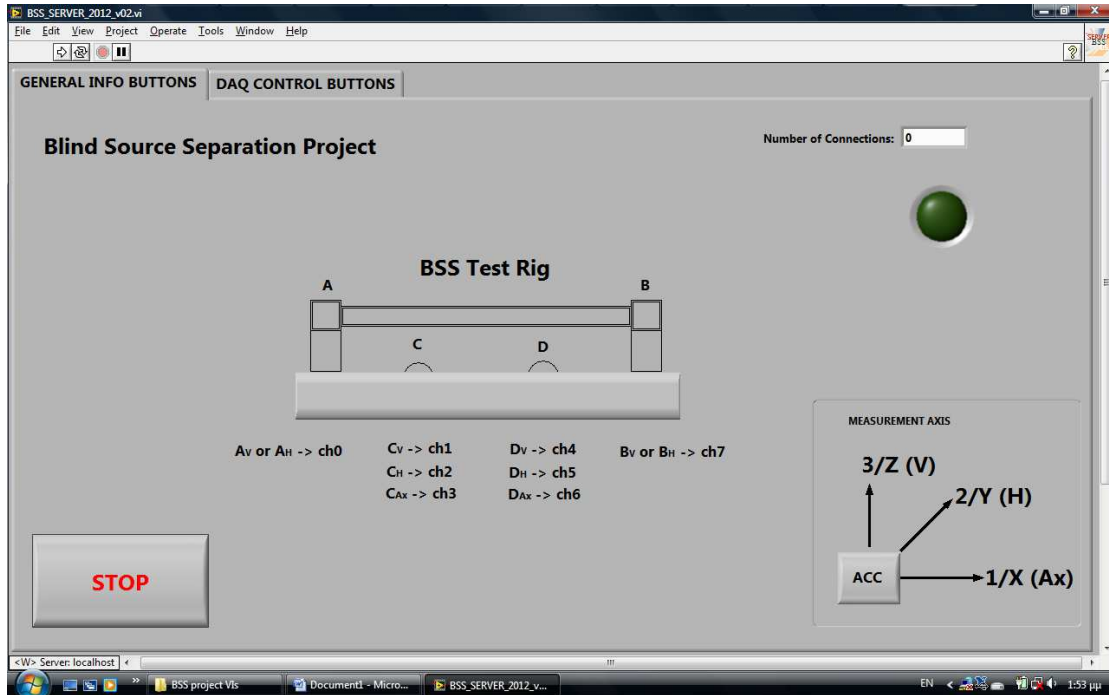
Για τις πειραματικές μετρήσεις έγινε χρήση δύο υπολογιστικών περιβάλλοντα προγραμματισμού, το LabVIEW και το Matlab.

Με τη βοήθεια του LabVIEW έγινε η καταγραφή των σημάτων. Τα αισθητήρια συνδέθηκαν στο PXI όπου είχε «φορτωθεί» ο αλγόριθμος της καταγραφής των σημάτων των αισθητηρίων. Επίσης στο PXI συνδέθηκε υπολογιστής (μέσω καλωδίου Ethernet) (σχήμα 7.8), και κατά τη διάρκεια της εκτέλεσης των πειραμάτων και σε πραγματικό χρόνο παρουσιάζονταν τα καταγεγραμμένα σήματα και υπήρχε η επιλογή καταγραφής – αποθήκευσής τους. Το πρόγραμμα που χρησιμοποιήθηκε για την παρατήρηση και καταγραφή των σημάτων αρχικά φορτωνόταν ο Server VI, και στη συνέχεια ο Host PC VI στο LabVIEW.

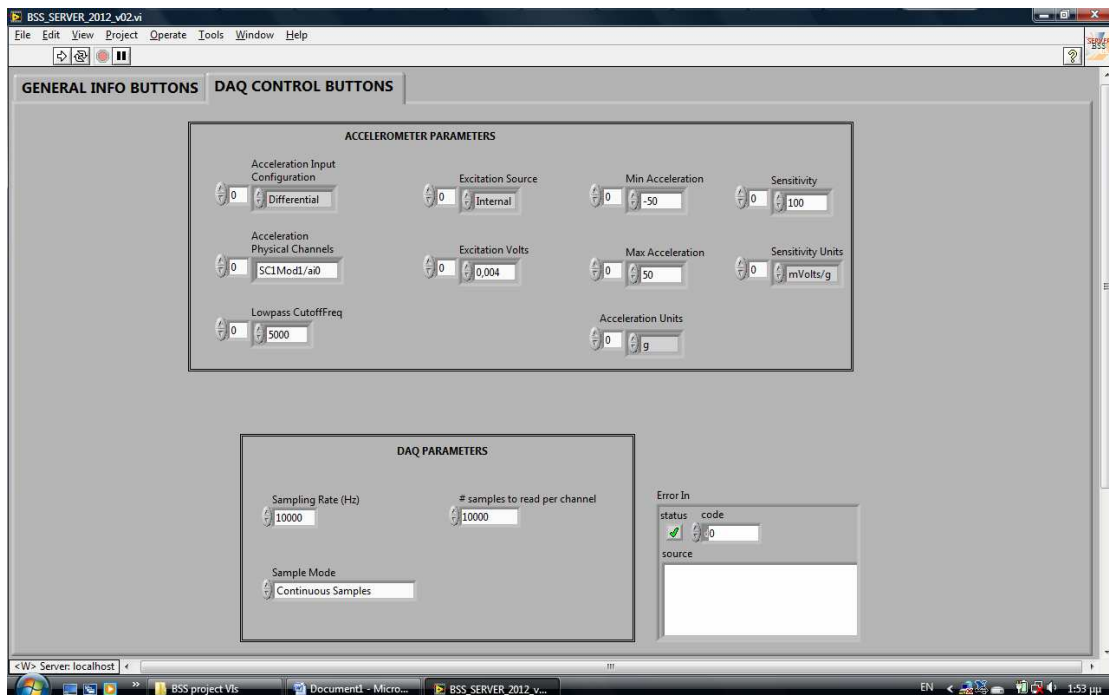
Από τον Server VI (σχήματα 7.9, 7.10) γίνονται επιλογές για τα κανάλια που αντιστοιχούν σε κάθε αισθητήριο όργανο αναλόγως της θέσης όπου έχει τοποθετηθεί, επιλογές της συχνότητας δειγματοληψίας του πλήθους των καταγεγραμμένων δειγμάτων κλπ.



Σχήμα 7.8 Ο υπολογιστής και το PXI



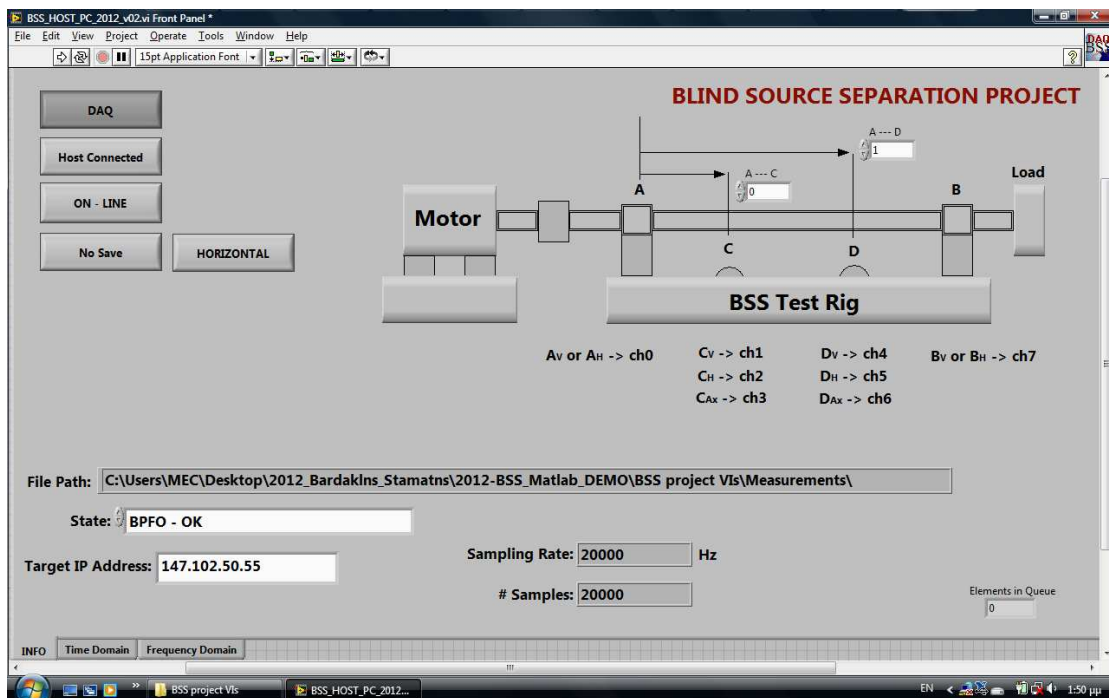
Σχήμα 7.9 Server VI front Panel General Info Buttons. Εδώ ορίζονται τα κανάλια εισόδου των αισθητήριων οργάνων, ανάλογα με τη θέση στην οποία έχουν τοποθετηθεί, πάνω στην πειραματική διάταξη. Επίσης, παρουσιάζεται η πειραματική διάταξη, όπου στις θέσεις A και B εδράζονται οι ένσφαιροι τριβείς και τα μονό-αξονικά επιταχυνσιόμετρα, ενώ στις θέσεις C και D (οι οποίες μεταβάλλονται), εδράζονται τα τριαξονικά επιταχυνσιόμετρα



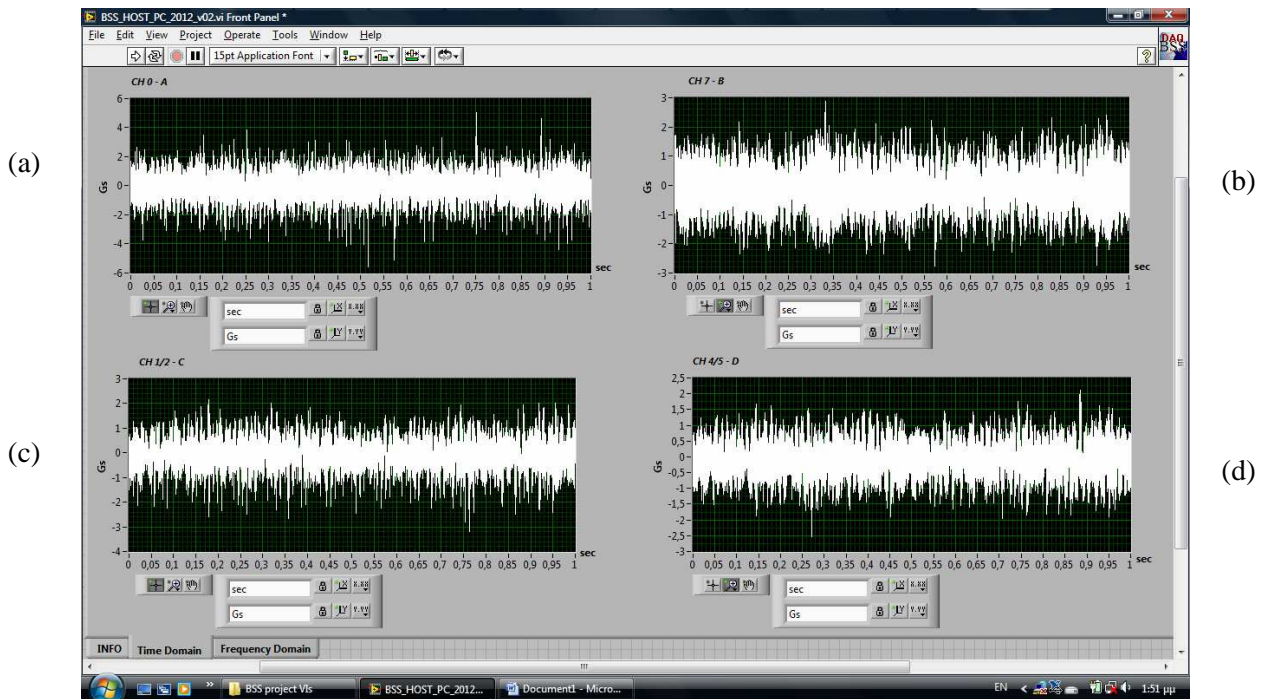
Σχήμα 7.10 Server VI front Panel Daq Control Buttons. Εδώ γίνεται η επιλογή της συχνότητας δειγματοληψίας και του πλήθους των δειγμάτων που θα καταγράφονται, καθώς και ορισμένες άλλες επιλογές

Εδώ πρέπει να σημειωθεί, ότι στην 1^η πειραματική διάταξη (Large Test Rig), χρησιμοποιήθηκε συχνότητα δειγματοληψίας $f_s = 10\text{kHz}$ και πλήθος δειγμάτων $P = 10\text{k samples}$, ενώ στη 2^η πειραματική διάταξη, χρησιμοποιήθηκε $f_s = 10\text{kHz}$ και πλήθος δειγμάτων $P = 20\text{k samples}$.

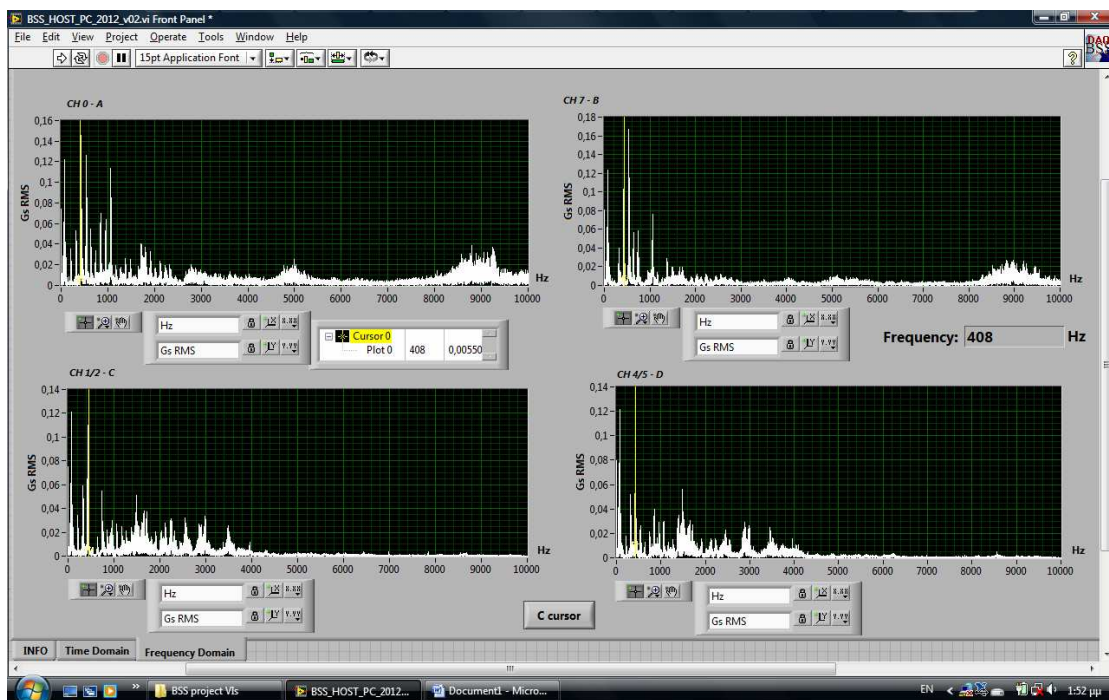
Ακολουθούν τα σχήματα 7.11 έως 7.13, που παρουσιάζουν το Host PC VI καθώς και καταγεγραμμένα σήματα των κυματομορφών και των αντίστοιχων φασμάτων από μία πειραματική μέτρηση. Στο Host PC VI, επιλέγονται οι θέσεις των αισθητήριων οργάνων (σε συμφωνία με την τοποθέτησή τους πάνω στις πειραματικές διατάξεις), επιλέγεται το ζεύγος των σημάτων (αναλόγως της φθοράς ή όχι των ένσφαιρων τριβέων) π.χ. BPFO-BPFI, BPFO-OK κλπ, που πρόκειται να καταγραφούν. Επίσης επιλέγεται αν η καταγραφή γίνεται στην οριζόντια (Horizontal) ή κατακόρυφη (Vertical) διεύθυνση. Εδώ πρέπει να δοθεί προσοχή σχετικά με τους μονό-αξονικούς αισθητήρες, οι οποίοι έχουν διαφορετική τοποθέτηση αν καταγράφουν στην οριζόντια διεύθυνση και διαφορετική τοποθέτηση, αν καταγράφουν στην κατακόρυφη διεύθυνση.



Σχήμα 7.11 Host PC VI front Panel Info. Από εδώ ορίζονται οι αποστάσεις των τριαξονικών αισθητήριων οργάνων (θέσεις C και D), σύμφωνα πάντα με τις θέσεις στις οποίες τοποθετούνταν πάνω στις πειραματικές διατάξεις. Επίσης, εδώ επιλέγεται των καταγεγραμμένων σημάτων (BPFO-BPFI, BPFO-OK κλπ), που πρόκειται να αποθηκευτούν. Ακόμα από εδώ μπορεί επιλέγεται η διεύθυνση στην οποία καταγράφουν οι αισθητήρες (Horizontal και Vertical).



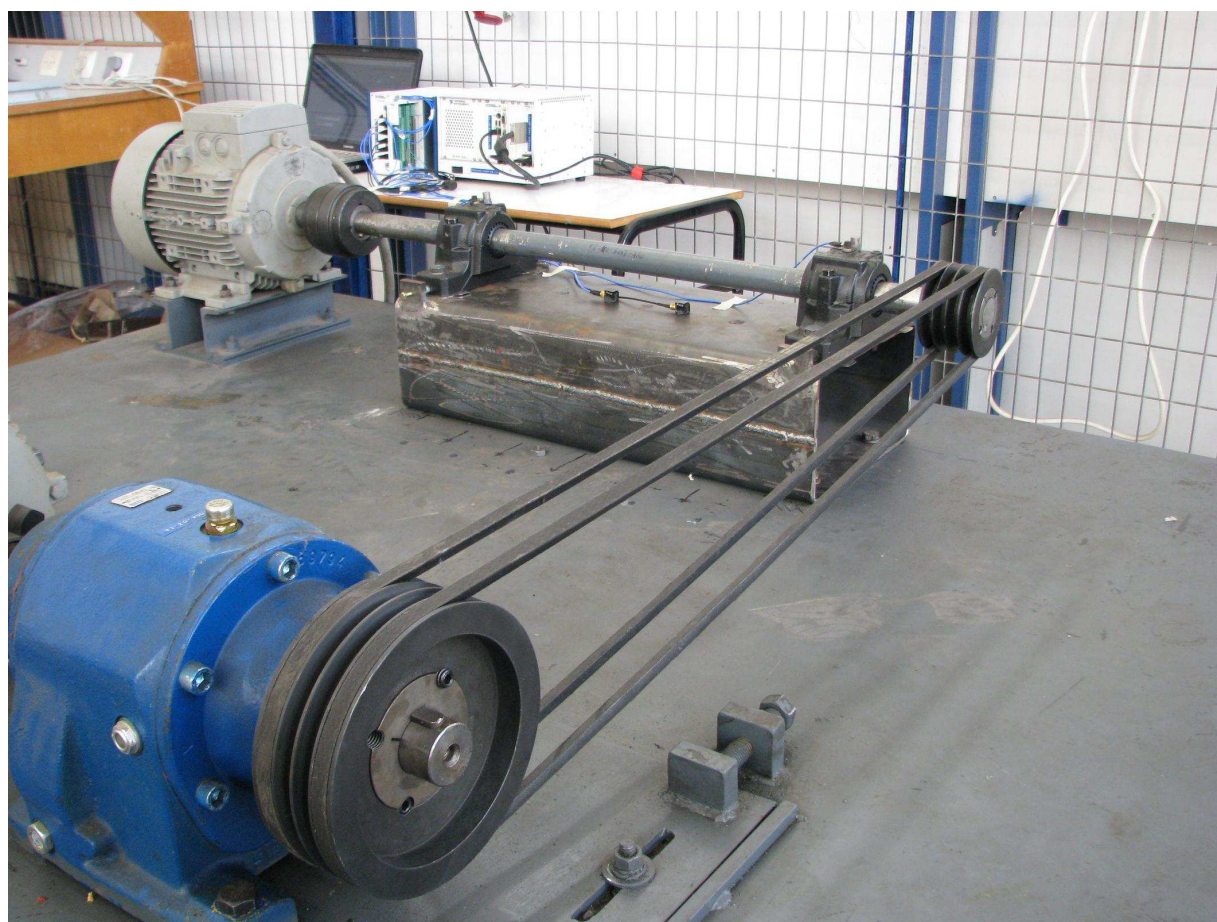
Σχήμα 7.12 Host PC VI front Panel Time Domain. Εδώ παρουσιάζονται σε πραγματικό χρόνο τα σήματα όπως καταγράφονται και από τους 4 αισθητήρες σε μία διεύθυνση (εδώ είναι η οριζόντια διεύθυνση). a και b : Η κυματομορφή που καταγράφουν το μονό-αξονικά επιταχυνσιόμετρα στη θέση A και B αντίστοιχα, στην οριζόντια διεύθυνση. c και d : Η κυματομορφή που καταγράφουν τα τριαξονικά επιταχυνσιόμετρα στη θέση C και D αντίστοιχα, στην οριζόντια διεύθυνση.



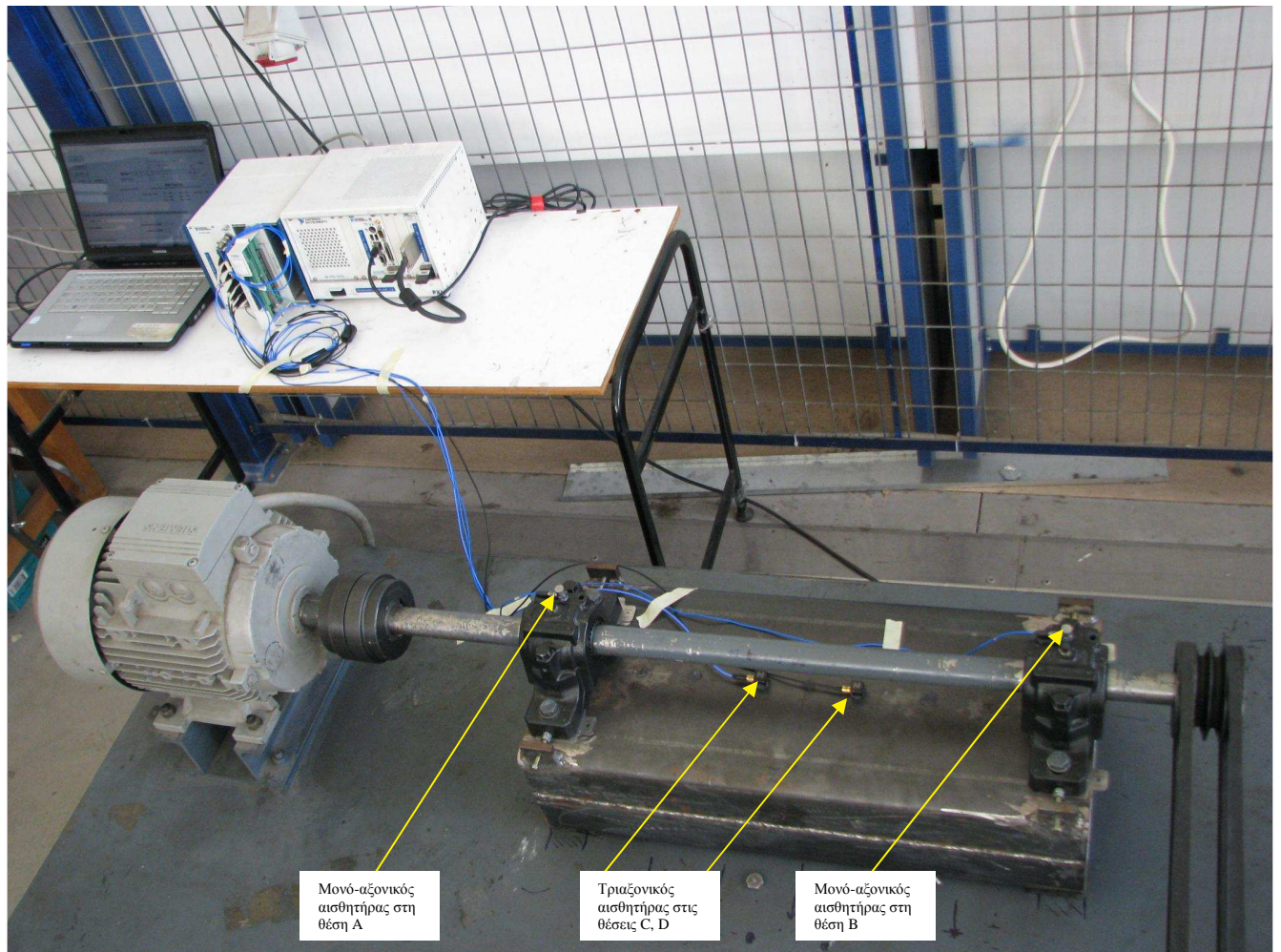
Σχήμα 7.13 Host PC VI front Panel Frequency Domain. Εδώ παρουσιάζονται τα αντίστοιχα φάσματα, των καταγεγραμμένων σημάτων του σχήματος 7.12, στην οριζόντια διεύθυνση

Ακολουθούν τα σχήματα 7.14 έως 7.17, που παρουσιάζουν και τις δύο πειραματικές διατάξεις, σε ολοκληρωμένη μορφή, με τοποθετημένα όλα τα αισθητήρια όργανα (σε κάποιες συγκεκριμένες θέσεις), καθώς και φορτίο.

Εδώ όπως φαίνεται και από τα σχήματα, τα φορτία που έχουν χρησιμοποιηθεί δεν είναι τίποτα άλλο από μάντες. Ο λόγος που χρησιμοποιείται το φορτίο είναι για να “πιέσει” την διάταξη και να μπορέσει να γίνει όσο το δυνατόν καλύτερη καταγραφή των σημάτων από τους αισθητήρες.



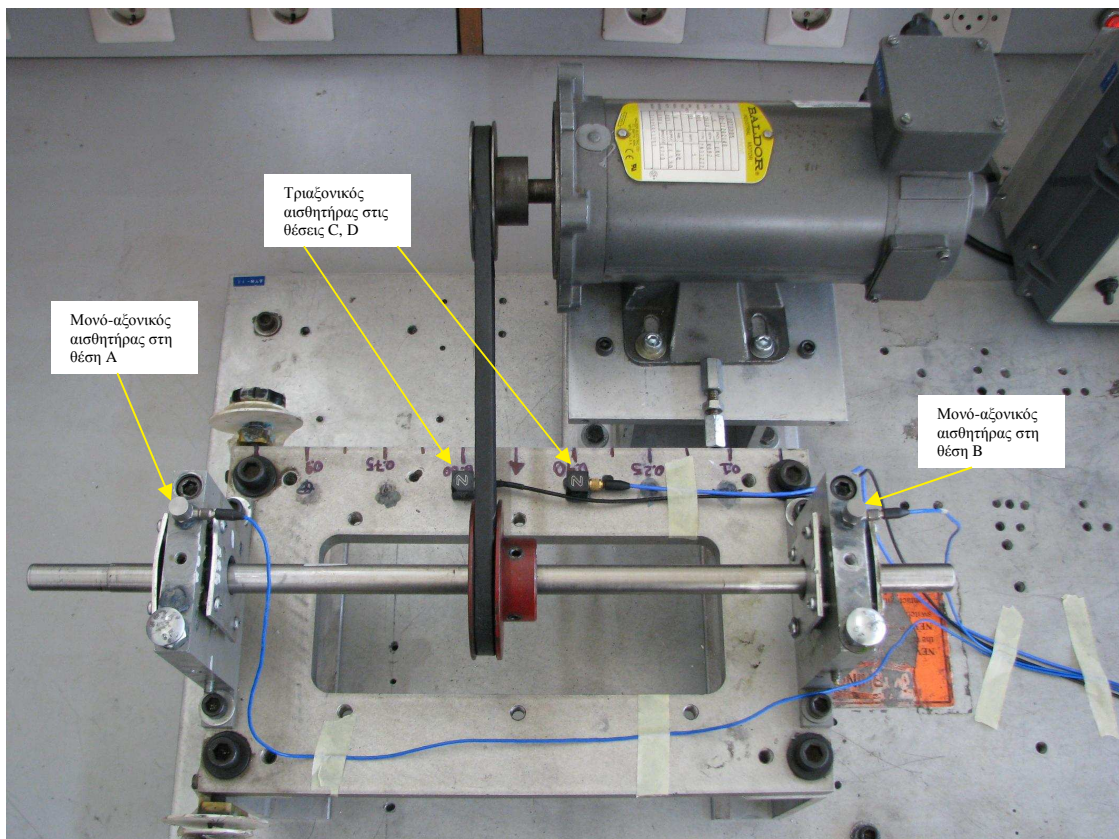
Σχήμα 7.14 Η πειραματική διάταξη Large Test Rig, με τοποθετημένα όλα τα επιταχυνσιόμετρα, το φορτίο, σε σύνδεση με το PXI, και τον υπολογιστή, έτοιμη για καταγραφή των σημάτων για τη δεδομένη τοποθέτηση των αισθητήριων οργάνων.



Σχήμα 7.15 Η πειραματική διάταξη Large Test Rig. Έχει γίνει εστίαση, προκειμένου να γίνει εμφανής η τοποθέτηση των αισθητήριων οργάνων πάνω στη διάταξη. Όπως έχει προαναφερθεί οι μονό-αξονικοί αισθητήρες τοποθετούνται πάνω από τους κλωβούς που εδράζονται οι ένσφαιροι τριβείς, ενώ οι τριαξονικοί αισθητήρες, βρίσκονται πάνω στη διάταξη, στις (μεταβαλλόμενες θέσεις) δεδομένες υποφαινόμενες θέσεις.



Σχήμα 7.16 Η πειραματική διάταξη Small Test Rig, με τοποθετημένα όλα τα επιταχυνσιόμετρα, το φορτίο, σε σύνδεση με το PXI, και τον υπολογιστή, έτοιμη για καταγραφή των σημάτων για τη δεδομένη τοποθέτηση των αισθητήριων οργάνων.



Σχήμα 7.17 Η πειραματική διάταξη Small Test Rig. Έχει γίνει εστίαση, προκειμένου να γίνει εμφανής η τοποθέτηση των αισθητήριων οργάνων πάνω στη διάταξη. Όπως έχει προαναφερθεί οι μονό-αξονικοί αισθητήρες τοποθετούνται πάνω από τους κλωβούς που εδράζονται οι ένσφαιροι τριβείς, ενώ οι τριαξονικοί αισθητήρες, βρίσκονται πάνω στη διάταξη, στις (μεταβαλλόμενες θέσεις) δεδομένες υποφαινόμενες θέσεις.

7.2 Πειραματικά Αποτελέσματα – Ανάλυση

Αναφορικά με τα πειραματικά αποτελέσματα, πραγματοποιήθηκαν μετρήσεις σε δύο διαφορετικές πειραματικές διατάξεις:

- Στην πρώτη πειραματική διάταξη (Large Test Rig, διάταξη μεγάλης κλίμακας), χρησιμοποιήθηκαν έσφαιροι τριβείς τύπου SKF 22208 EK/C3. Πραγματοποιήθηκαν μετρήσεις για διαφορετικές ταχύτητες περιστροφής του χρησιμοποιούμενου ηλεκτρικού μοτέρ, διαφορετικές φθορές των ρουλεμάν (στον εξωτερικό δακτύλιο, στον εσωτερικό δακτύλιο, χωρίς φθορά, κλπ), καθώς και διαφορετικές τοποθετήσεις των αισθητήριων οργάνων.

Ενδεικτικά εδώ, παρουσιάζονται τα πειραματικά αποτελέσματα, για μία ταχύτητα περιστροφής την $f_{\text{shaft}} = 960\text{rpm} = 16\text{Hz}$, για δύο ρουλεμάν με φθορά στον εσωτερικό και τον εξωτερικό δακτύλιο αντίστοιχα, και δύο διαφορετικές τοποθετήσεις των αισθητήριων (θέσεις C και D). Ποιο συγκεκριμένα, στη θέση A εδράζεται έσφαιρος τριβέας που φέρει φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο (BPFI=150Hz κατά SKF) και στη θέση B εδράζεται έσφαιρος τριβέας που φέρει φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο (BPFO=106Hz κατά SKF). Όλες οι υπόλοιπες πειραματικές μετρήσεις συμπεριλαμβανομένων των αποτελεσμάτων διαχωρισμού, είναι διαθέσιμες για περαιτέρω μελέτη.

- Στη δεύτερη πειραματική διάταξη (Small Test Rig, διάταξη μικρής κλίμακας), χρησιμοποιήθηκαν έσφαιροι τριβείς τύπου SKF 7303 BEP. Και στη μικρή διάταξη πραγματοποιήθηκαν μετρήσεις για διάφορες ταχύτητες περιστροφής του μοτέρ, διαφορετικές φθορές των ρουλεμάν, καθώς και διαφορετικές θέσεις των αισθητήριων οργάνων.

Όπως και στην πρώτη πειραματική διάταξη, έτσι και εδώ ενδεικτικά παρουσιάζονται τα πειραματικά αποτελέσματα για μία ταχύτητα περιστροφής την $f_{\text{shaft}} = 640\text{rpm} \approx 10.67\text{Hz}$, για δύο ρουλεμάν με φθορά στον εξωτερικό και τον εσωτερικό δακτύλιο και τρεις διαφορετικές τοποθετήσεις των αισθητήριων (θέσεις C και D). Σε αντίθεση με την πρώτη πειραματική διάταξη, στη θέση A εδράζεται το ρουλεμάν που φέρει φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο (BPFO=40.8Hz κατά SKF) και στη θέση B εδράζεται το ρουλεμάν που φέρει φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο (BPFI=64.9Hz κατά SKF). Όλες οι υπόλοιπες πειραματικές μετρήσεις συμπεριλαμβανομένων και των αποτελεσμάτων διαχωρισμού είναι διαθέσιμες για περαιτέρω μελέτη.

- Τέλος, κάτι που πρέπει να επισημανθεί είναι ότι, δεν παρατίθενται όλες οι εικόνες για κάθε αλγόριθμο διαχωρισμού (κυματομορφές, φάσματα, αποδιαμορφωμένες κυματομορφές, αποδιαμορφωμένα φάσματα, συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας – pdf, συνδυασμένων και διαχωρισμένων σημάτων), αλλά κάποιες χαρακτηριστικές όπου φαίνονται ξεκάθαρα τα αποτελέσματα των αλγόριθμων διαχωρισμού. Όλες οι υπόλοιπες πειραματικές μετρήσεις, τα αποτελέσματα καθώς και οι αντίστοιχες εικόνες, είναι διαθέσιμες.

Ακολουθεί, ανάλυση των πειραματικών αποτελεσμάτων για καθεμία από τις δύο πειραματικές διατάξεις.

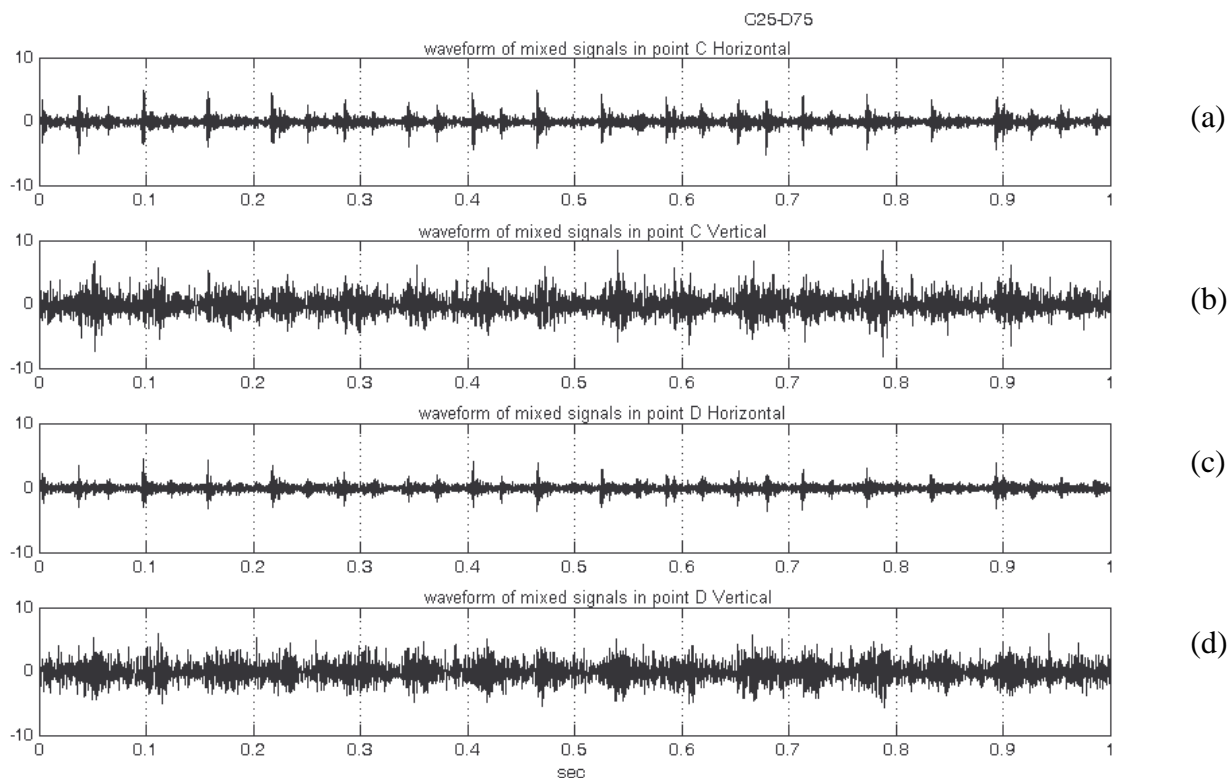
7.2.1 Ανάλυση μετρήσεων από την πειραματική διάταξη μέσης ισχύος

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, οι πειραματική μέτρηση που θα αναλυθεί, είναι για ταχύτητα περιστροφής άξονα $f_{\text{shaft}} = 960\text{rpm} = 16\text{Hz}$, για δύο ρουλεμάν τύπου SKF 22208 EK/C3, όπου στη θέση A εδράζεται ρουλεμάν που φέρει φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο (BPFI) και στη θέση B εδράζεται ρουλεμάν που φέρει φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο (BPFO). Οι τοποθετήσεις των αισθητήριων οργάνων είναι 3 και αφορούν τη θέση (μακριά ή κοντά) που τοποθετούνται, σε σχέση με τις πηγές βλάβης, δηλαδή τους ένσφαιρους τριβείς στις θέσεις A και B, που φέρουν βλάβη στον εσωτερικό και εξωτερικό δακτύλιο αντίστοιχα.

Προτού γίνει η αναλυτική περιγραφή για κάθε μία από τις τρεις τοποθετήσεις των αισθητήρων, πραγματοποιείται ο υπολογισμός των συχνοτήτων BPFO, BPFI, και των όποιων περιοδικοτήτων εμφανίζονται, με χρήση των σημάτων που λήφθηκαν από τις πειραματικές μετρήσεις. Πιο συγκεκριμένα τα σήματα που χρησιμοποιούνται για την εύρεση των περιοδικοτήτων, αφορούν την τοποθέτηση των αισθητήρων στα σημεία C25 και D75. Ο λόγος, όπως θα αποδειχθεί και στη συνέχεια, είναι ότι σε αυτή την τοποθέτηση οι αλγόριθμοι πραγματοποιούν τον καλύτερο διαχωρισμό των συνδυασμένων σημάτων.

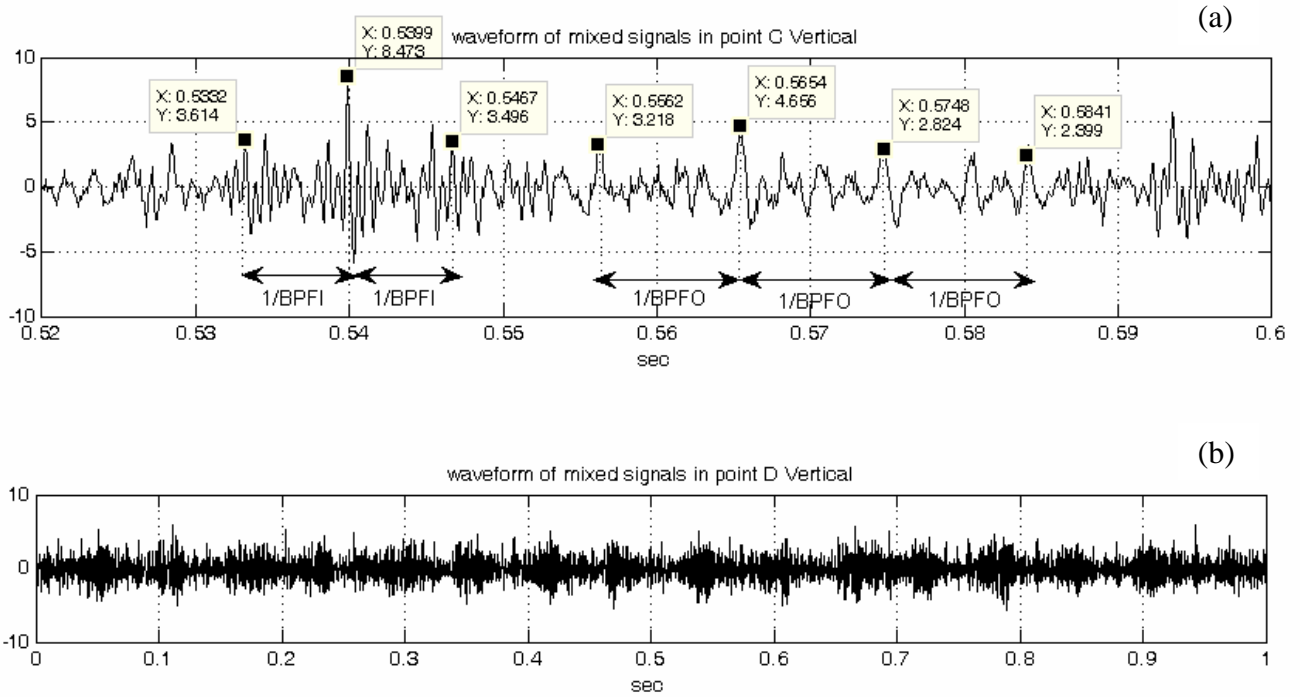
Επίσης πρέπει να αναφερθεί ότι λόγω του ότι τα αισθητήρια που χρησιμοποιήθηκαν είναι τριαξονικά επιταχυνσιόμετρα και πραγματοποιήθηκε καταγραφή των σημάτων στον οριζόντιο (Horizontal) και στον κατακόρυφο (Vertical) άξονα. Όμως, η μελέτη των σημάτων πραγματοποιείται με χρήση των μετρήσεων στον κατακόρυφο άξονα, επειδή όπως θα φανεί και από τα φάσματα των σημάτων, τα πλάτη στον οριζόντιο άξονα είναι πάρα πολύ μικρά και δυσκολεύουν πολύ την ανάλυση του σήματος και την εξαγωγή συμπερασμάτων.

Ακολουθεί το σχήμα 7.18 που παρουσιάζει τις κυματομορφές των συνδυασμένων (mixed) σημάτων, για την τοποθέτηση των αισθητήρων στα σημεία C25 και D75 (χωρίς να έχει γίνει φιλτράρισμα).



Σχήμα 7.18 Κυματομορφές των συνδυασμένων σημάτων, όπως παρατηρούνται από τα αισθητήρια όργανα. α) καταγραφή από τον αισθητήρα της θέσης C στην οριζόντια διεύθυνση, β) καταγραφή από τον αισθητήρα της θέσης C στην κατακόρυφη διεύθυνση, γ) καταγραφή από τον αισθητήρα της θέσης D στην οριζόντια διεύθυνση, δ) καταγραφή από τον αισθητήρα της θέσης D στην κατακόρυφη διεύθυνση (χωρίς την προσθήκη φίλτρου)

Από το προηγούμενο σχήμα, φαίνεται ότι υπάρχουν κρουστικοί παλμοί ή και συνδυασμοί κρουστικών παλμών αλλά, δεν μπορεί να εξαχθεί κάποιο συμπέρασμα σχετικά τις συχνότητες βλάβης (δηλαδή τις συχνότητες που αφορούν την φθορά στον εσωτερικό και τη φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο του ένσφαιρου τριβέα) και τις όποιες άλλες περιοδικότητες. Για αυτό το λόγο, πραγματοποιείται εστίαση, προκειμένου να εντοπιστούν οι περιοδικότητες και να αναγνωριστούν οι συχνότητες βλάβης των ρουλεμάν. Στο σχήμα 7.19 που ακολουθεί έχει γίνει εστίαση στον αισθητήρα της θέσης C στον κατακόρυφο άξονα (όμοια και για τον αισθητήρα της θέσης D).

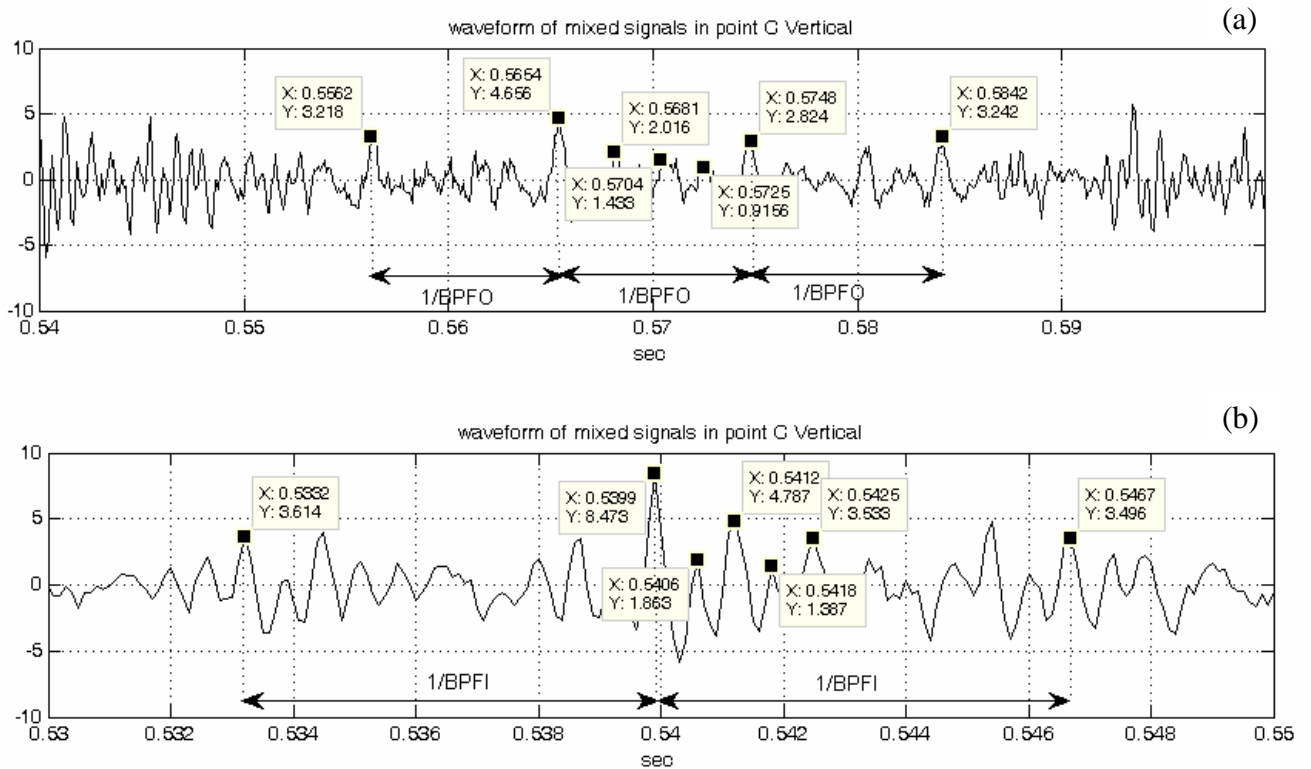


Σχήμα 7.19 Εύρεση περιοδικοτήτων από τη κυματομορφή των συνδυασμένων σημάτων . a) εστίαση στον αισθητήρα της θέσης C στην κατακόρυφη διεύθυνση για εύρεση περιοδικοτήτων (χωρίς φίλτράρισμα)

Όπως φαίνεται από το σχήμα 7.19, βρέθηκε κρουστικός παλμός του οποίου οι πλευρικές του αιχμές ισαπέχουν κατά $1/BPFI \text{ sec}$ ($0.5467-0.5399=0.0068\text{sec}$, $0.5399-0.5332=0.0067\text{sec}$), άρα από εδώ συμπεραίνεται ότι εμφανίζεται η φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο και μπορεί να υπολογιστεί ότι το ρουλεμάν που φέρει φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο έχει συχνότητα $BPFI \approx 149\text{Hz}$.

Επίσης, όπως παρατηρείται βρέθηκαν και κρουστικοί παλμοί που ισαπέχουν κατά $1/BPFO \text{ sec}$ ($0.5841-0.5748=0.0093\text{sec}$, $0.5748-0.5654=0.0094\text{sec}$, $0.5654-0.5562=0.0092\text{sec}$), άρα από εδώ συμπεραίνεται ότι εμφανίζεται η φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο $BPFO$ και μπορεί να υπολογιστεί ότι το ρουλεμάν που φέρει φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο έχει συχνότητα $BPFO \approx 108\text{Hz}$.

Στη συνέχεια πραγματοποιείται περαιτέρω εστίαση στους παλμούς $BPFI$ και $BPFO$ που εντοπίστηκαν, προκειμένου να βρεθούν περαιτέρω περιοδικότητες που θα οδηγήσουν στον υπολογισμό των ιδιοσυχνοτήτων που διεγείρονται λόγω των βλαβών.



Σχήμα 7.20 Περαιτέρω εστίαση πάνω στους κρουστικούς παλμούς, για εύρεση περιοδικότητας. α) εστίαση του αισθητήρα της θέσης C για εύρεση περιοδικοτήτων σχετικά με τη φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο (με παρόμοιο τρόπο αν γινόταν εστίαση στον αισθητήρα της θέσης D), β) εστίαση στον αισθητήρα της θέσης D για εύρεση περιοδικοτήτων σχετικά με τη φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο (χωρίς φιλτράρισμα)

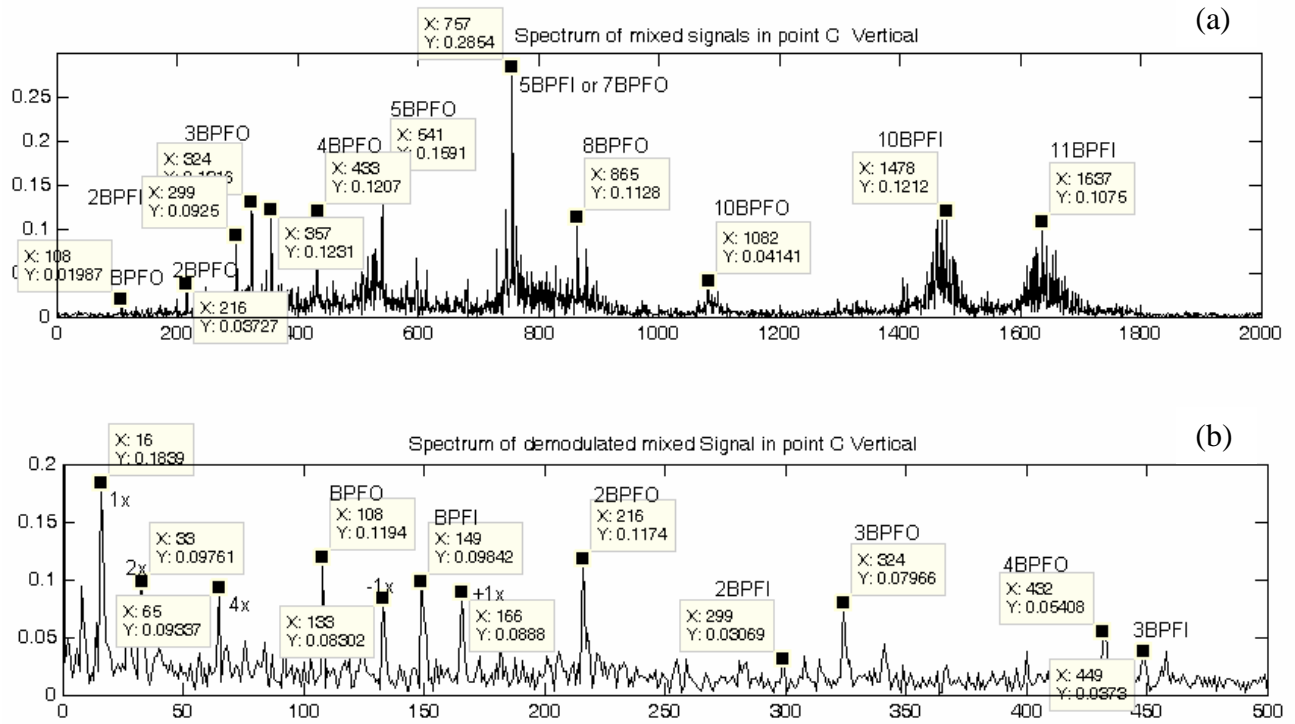
Όπως φαίνεται από την παραπάνω σχήμα με περαιτέρω εστίαση πάνω στους κρουστικούς παλμούς BPFO και BPFI που βρέθηκαν προηγουμένως, μπορούν να εντοπιστούν ορισμένες περιοδικότητες.

Έτσι για τους κρουστικούς παλμούς BPFO, βρίσκονται οι εξής περιοδικότητες: $0.5748-0.5725=0.0023\text{sec}$, $0.5725-0.5704=0.0021\text{sec}$, $0.5704-0.5681=0.0023\text{sec}$. Από τις πάνω περιοδικότητες φαίνεται ότι διεγείρεται μία ιδιοσυχνότητα με $f_{n1} = 1/0.0023 \approx 435\text{Hz}$

Για τον κρουστικό παλμό BPFI βρίσκονται οι εξής περιοδικότητες: $0.5425-0.5418=0.0007\text{sec}$, $0.5418-0.5412=0.0006\text{sec}$, $0.5412-0.5406=0.0006\text{sec}$ και $0.5406-0.5399=0.0007\text{sec}$. Συνεπώς παρατηρείται ότι διεγείρονται συχνότητες $f_{n1} = 1/0.0007 \approx 1428\text{Hz}$ και $f_{n2} = 1/0.0006 \approx 1667\text{Hz}$.

Πρέπει να σημειωθεί ότι είναι αναμενόμενο να εμφανίζονται και επιπλέον περιοδικότητες, αλλά λόγω της πολυπλοκότητας των σημάτων δεν καθίσταται εύκολο να εντοπιστούν όλες.

Στη συνέχεια, εξετάζονται τα φάσματα και τα αποδιαμορφωμένα φάσματα των ανωτέρω συνδυασμένων σημάτων, όπως παρατηρούνται από τον αισθητήρα που εδράζεται στη θέση C (παρόμοια και για τον αισθητήρα της θέσης D), προκειμένου να εντοπιστούν οι συχνότητες BPFO, BPFI και οι αρμονικές τους, εάν υπάρχουν.



Σχήμα 7.21 Φάσμα (a) και αποδιαμορφωμένο φάσμα (b) των συνδυασμένων σημάτων (χωρίς την προσθήκη φίλτρου)

Όπως φαίνεται από το φάσματα του σχήματος 7.21, εντοπίζονται διάφορες συχνότητες μεταξύ των οποίων και οι συχνότητες των βλαβών BPFO και BPF1, καθώς και οι αρμονικές τους. Όπως φαίνεται, υπάρχουν και ορισμένες συχνότητες, όπως η 757Hz, οι οποίες ενδέχεται να είναι αρμονικές και των δύο βλαβών, δηλαδή ενδέχεται (και πράγματι ισχύει) λόγω των βλαβών να διεγείρονται και μία ή περισσότερες global ιδιοσυχνότητες.

Όπως φαίνεται από το αποδιαμορφωμένο φάσμα, εντοπίζονται η συχνότητα της ταχύτητας περιστροφής και οι αρμονικές της, καθώς και οι συχνότητες των βλαβών BPFO και BPF1 και οι αρμονικές τους.

Αφού ολοκληρώθηκε η ανάλυση των αρχικών συνδυασμένων σημάτων μπορεί τώρα να ξεκινήσει η ανάλυση – διαδικασία διαχωρισμού των συνδυασμένων σημάτων για τις διαφορετικές τοποθετήσεις των αισθητήρων.

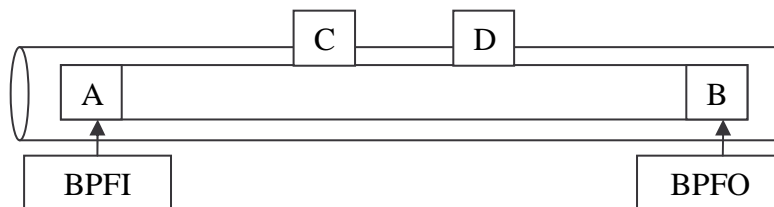
Πρέπει να σημειωθεί το εξής: Λόγω του ότι από τις πειραματικές μετρήσεις προέκυψαν περισσότερες από μία local ιδιοσυχνότητες που διεγείρονται από κάθε βλάβη και λόγω ότι και στις υπολογιστικές μετρήσεις μελετήθηκε η περίπτωση όπου διεγείρεται μόνο μία local ιδιοσυχνότητα από την κάθε πηγή βλάβης, στους αλγόριθμους διαχωρισμού γίνεται χρήση ενός Bandpass Butterworth φίλτρου που φέρει τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

```
order=7;
FL1=1250;% Outer Natural frequency
FH1=1600;
FL2=400; % Inner Natural frequency
FH2=700;
```

Ο λόγος που χρησιμοποιήθηκε φίλτρο, είναι να “κοπούν” οι όποιες επιπρόσθετες διεγερόμενες local ιδιοσυχνότητες, και να γίνει εστίαση σε μία local ιδιοσυχνότητα που διεγείρεται από κάθε βλάβη.

7.2.1.1 Ανάλυση συναρτήσεων σημείων μέτρησης

Ακολουθεί η ανάλυση για την πρώτη τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C40-D60.



Ακολουθεί πίνακας με τα αποτελέσματα διαχωρισμού των συνδυασμένων σημάτων, όταν οι αισθητήρες εδράζονται στις θέσεις C40 και D60 αντίστοιχα.

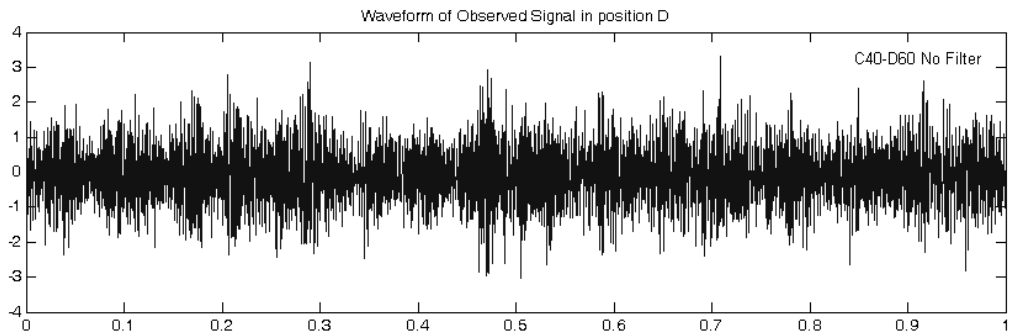
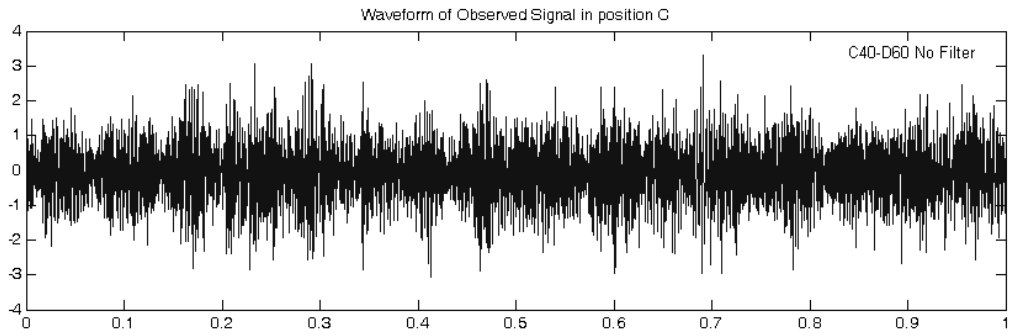
Πίνακας 7.3. Αποτελέσματα διαχωρισμού με αισθητήρες στις θέσεις C40 και D60

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΥ	Source Signals		ΣΕΙΡΑ ΦΟΡΤΩΣΗΣ ΤΩΝ MIXED SIGNALS XC XD		Διαχωρισμένα Σήματα		Εντοπισμός πηγής
	A	B	X ₁	X ₂	U ₁	U ₂	N\O
Infomax	BPF1	BPFO	BPF1	BPFO	BPFO & BPF1	BPFO & BPF1	O
ICA Fixed Point					BPFO & BPF1	BPFO & BPF1	O
PearsonICA					BPFO & BPF1	BPFO & BPF1	O
Parra Temporal Predictability					BPFO & BPF1	BPFO & BPF1	O

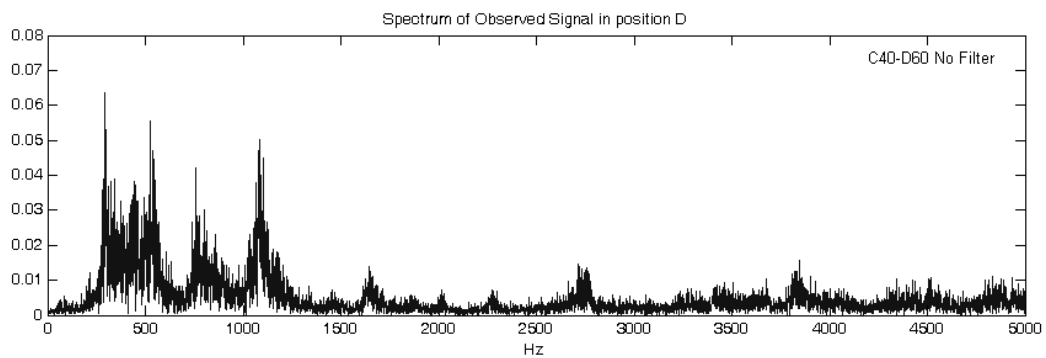
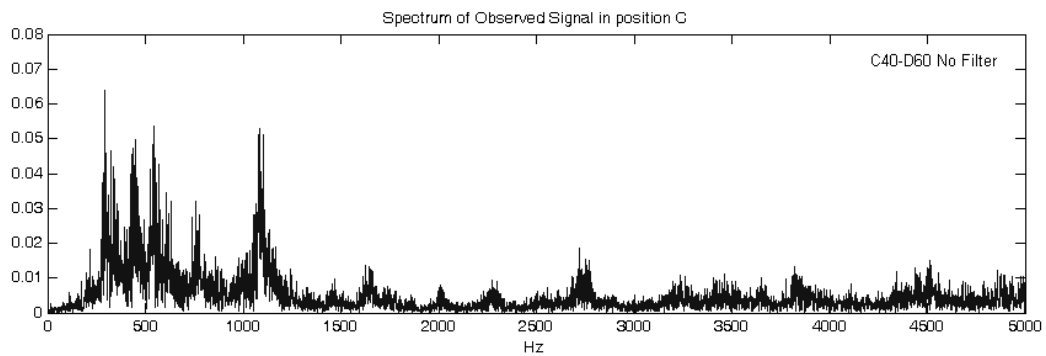
Όπως φαίνεται από τον πίνακα 7.3, για την τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C40 και D60 (δηλαδή μεγάλη απομάκρυνση των αισθητήρων από τις πηγές βλάβης), κανένας από τους αλγόριθμους δεν μπορεί να διαχωρίσει τα συνδυασμένα σήματα, αλλά κάθε “διαχωρισμένο” σήμα, περιλαμβάνει πληροφορία και από τις 2 πηγές βλάβης BPFO και BPF1.

Ακολουθούν σχήματα (7.22, 7.23), όπου παρουσιάζονται οι κυματομορφές και τα φάσματα των συνδυασμένων σημάτων χωρίς να έχει γίνει φιλτράρισμα και σχήμα (7.24) με τα αποδιαμορφωμένα φάσματα των συνδυασμένων σημάτων (ίδια για όλους τους αλγόριθμους).

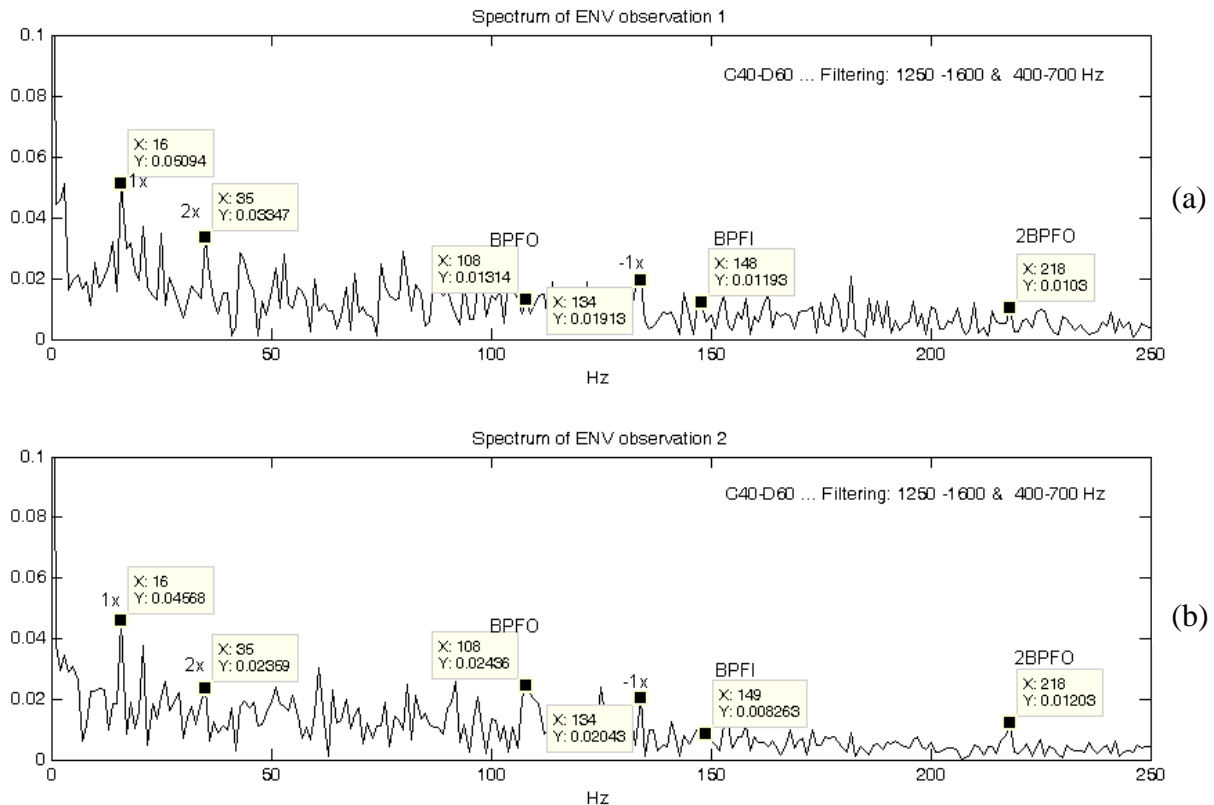
Για κάθε έναν από τους αλγόριθμους διαχωρισμού, παρουσιάζονται στη συνέχεια εικόνες με τα αποδιαμορφωμένα φάσματα των διαχωρισμένων σημάτων για να δειχθεί και ποιοτικά ότι για αυτές τις θέσεις των αισθητήρων, οι αλγόριθμοι δεν μπορούν να διαχωρίσουν τα συνδυασμένα σήματα.



Σχήμα 7.22 Κυματομορφές των συνδυασμένων σημάτων για τις θέσεις C40-D60, χωρίς φιλτράρισμα



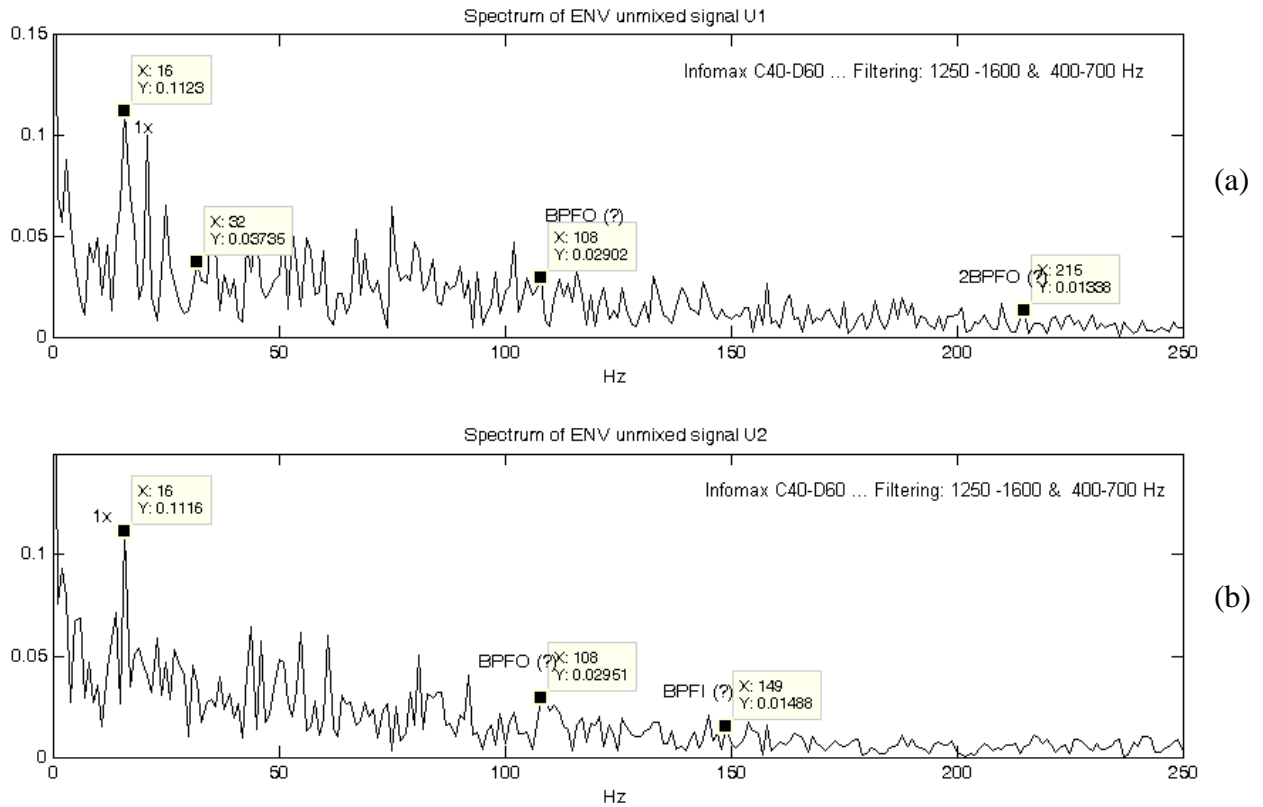
Σχήμα 7.23 Φάσματα των συνδυασμένων σημάτων για τις θέσεις C40-D60, χωρίς φιλτράρισμα



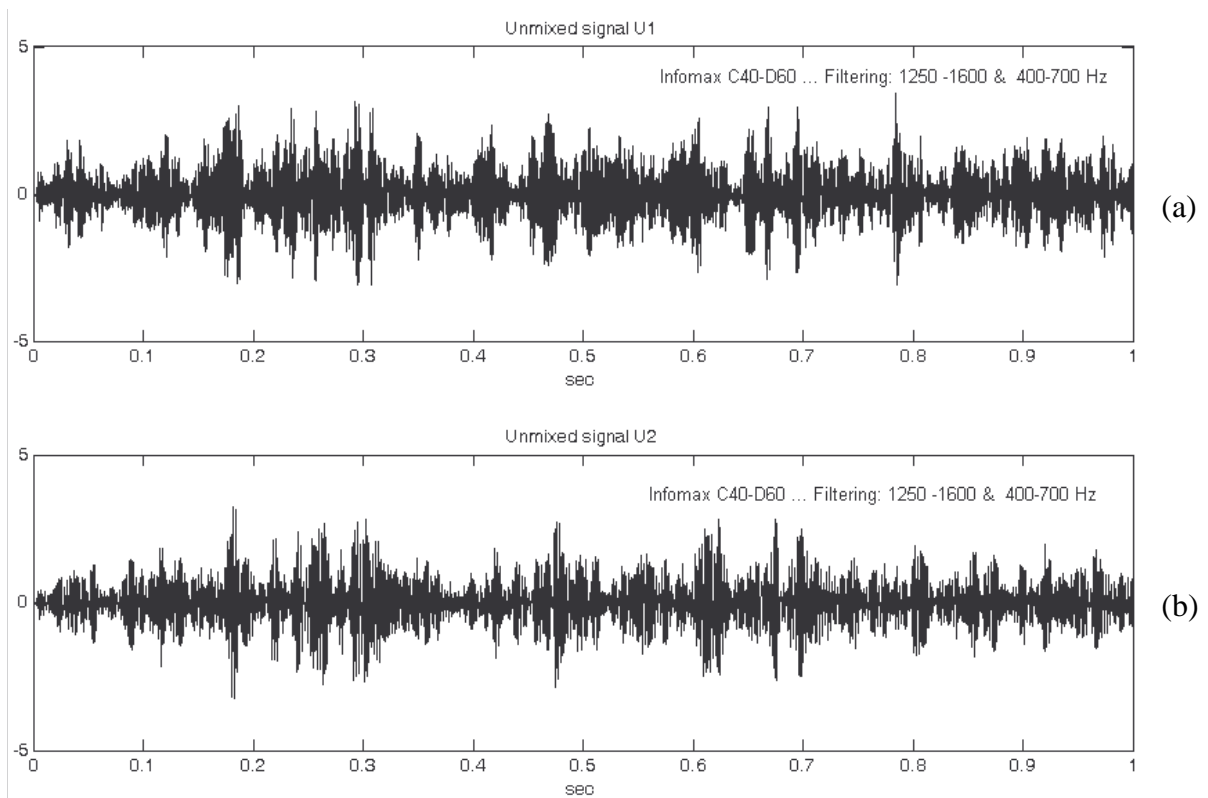
Σχήμα 7.24 Αποδιαμορφωμένα φάσματα των συνδυασμένων σημάτων για τις θέσεις C40-D60

Όπως φαίνεται από το σχήμα 7.24 του αποδιαμορφωμένου φάσματος των συνδυασμένων σημάτων, εντοπίζονται η ταχύτητα του άξονα περιστροφής και η 2^η αρμονική της, η BPFO και η 2^η αρμονική της, και η BPF1 που διαμορφώνεται κατά $\pm f_{\text{shaft}}$.

Ακολουθούν τα αποδιαμορφωμένα φάσματα των αλγόριθμων διαχωρισμού, για κάθε έναν από τους τέσσερις αλγόριθμους διαχωρισμού (Infomax, ICA Fixed Point, PearsonICA και Parra Temporal Predictability).



Σχήμα 7.25 Αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax

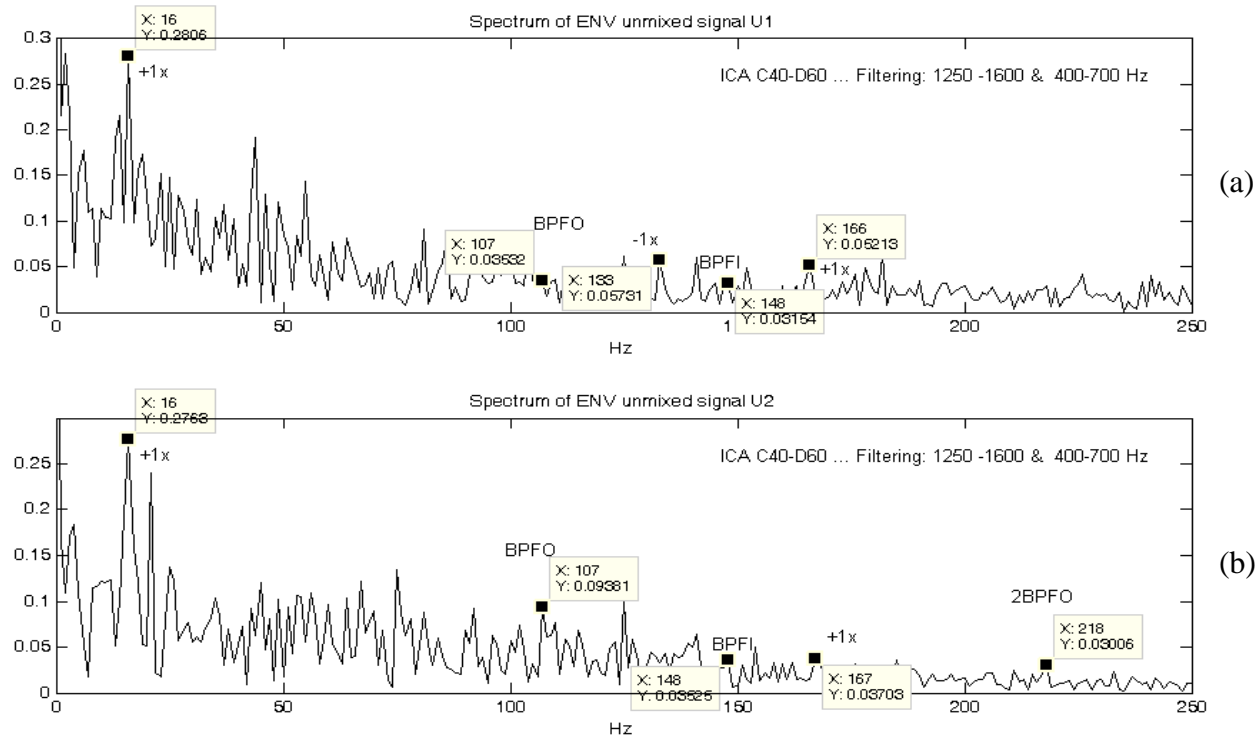


Σχήμα 7.26 Κυματομορφές των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax

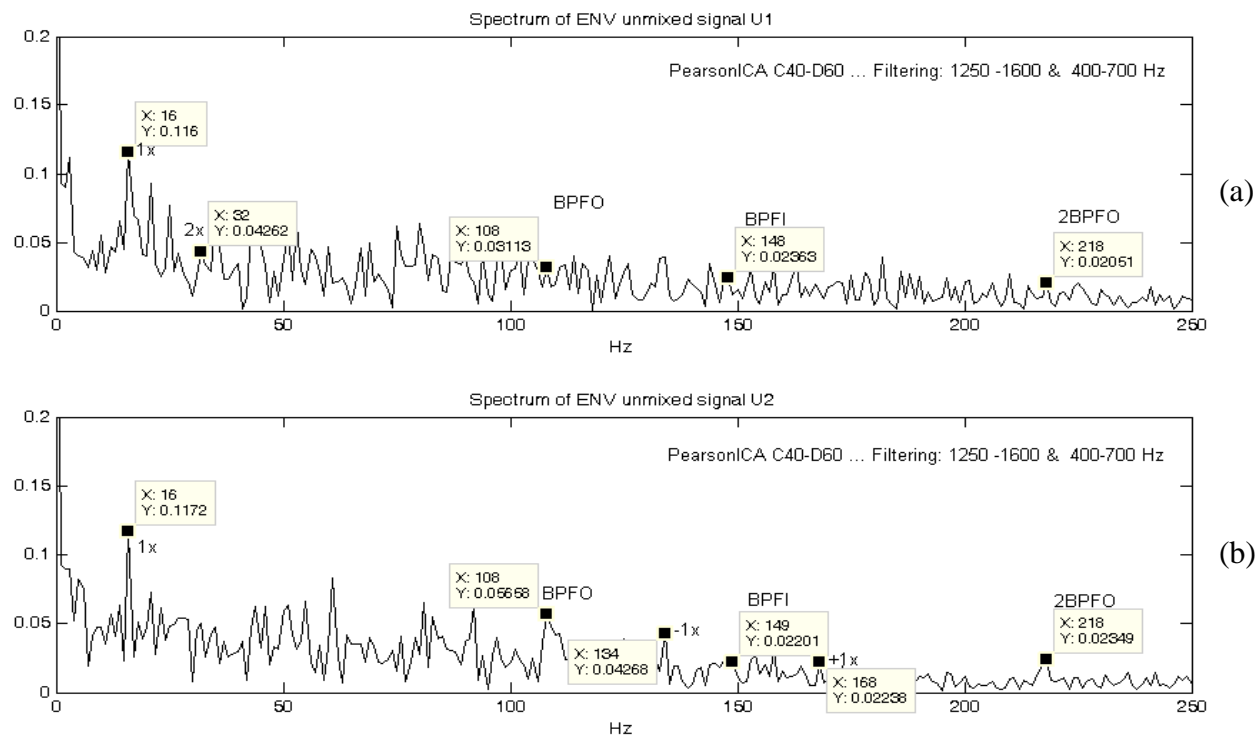
Ο αλγόριθμος Infomax, για τις θέσεις C40 και D60 των αισθητήριων οργάνων, δεν καταφέρνει να διαχωρίσει τα συνδυασμένα σήματα, όπως φαίνεται εξάλλου και από τα αποδιαμορφωμένα φάσματα του σχήματος 7.25 και από τις κυματομορφές των διαχωρισμένων σημάτων του σχήματος 7.26.

Μάλιστα, από τα αποδιαμορφωμένα φάσματα των διαχωρισμένων σημάτων, με δυσκολία εντοπίζονται οι συχνότητες βλάβης BPFO και BPFI.

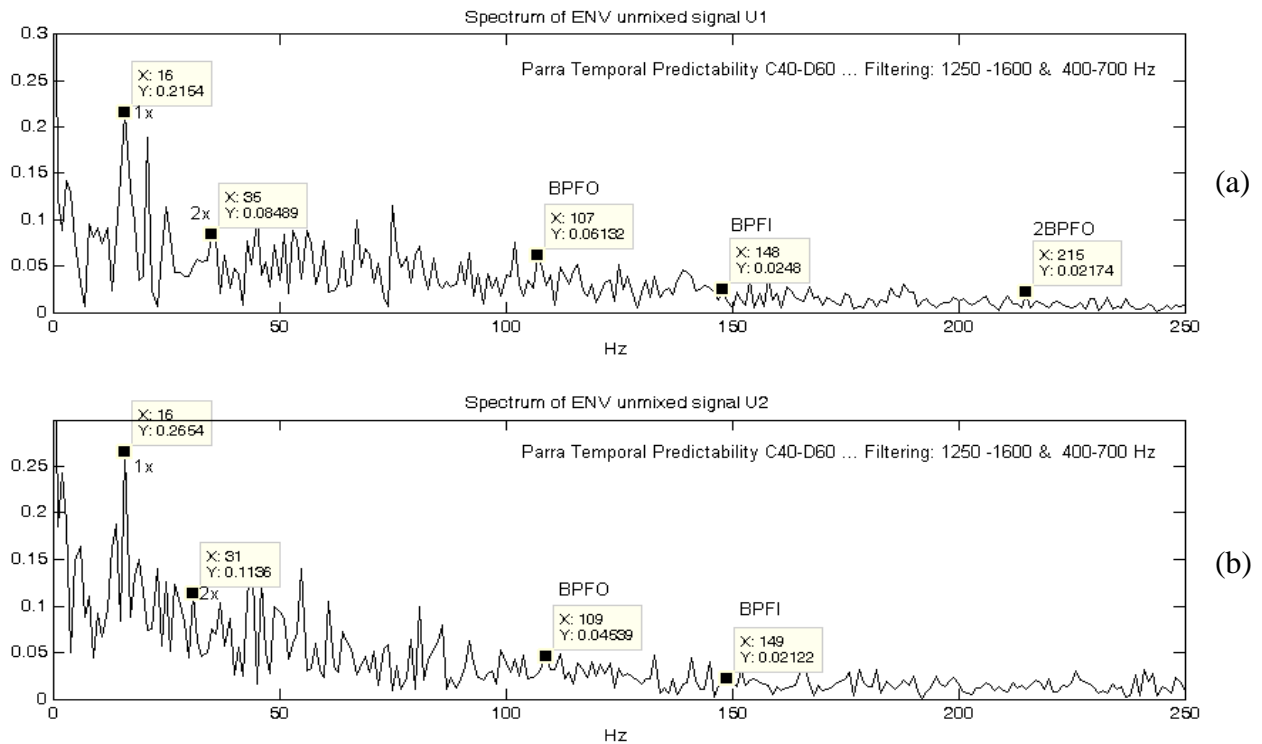
Ακολουθούν εικόνες με τα αποδιαμορφωμένα φάσματα των διαχωρισμένων σημάτων για τους υπόλοιπους αλγόριθμους διαχωρισμού.



Σχήμα 7.27 Αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο ICA Fixed Point

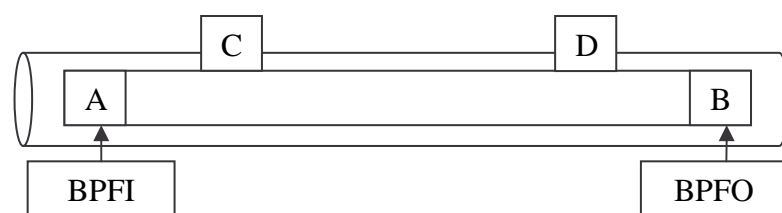


Σχήμα 7.28 Αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο PearsonICA



Σχήμα 7.29 Αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο Parra Temporal

Όπως παρατηρείται από τα σχήματα 7.27, 7.28 και 7.29 των αποδιαμορφωμένων φασμάτων των διαχωρισμένων σημάτων, οι αλγόριθμοι ICA Fixed Point, PearsonICA και Parra Temporal Predictability δεν μπορούν να διαχωρίσουν τα συνδυασμένα σήματα, για τη δεδομένη τοποθέτηση των αισθητήριων οργάνων. Αντιθέτως, και στα δύο φάσματα, εντοπίζονται και οι δύο συχνότητες βλάβης. Ακολουθεί η ανάλυση για την δεύτερη τοποθέτηση των αισθητήριων στις θέσεις C25-D75.



Ακολουθεί πίνακας με τα αποτελέσματα διαχωρισμού των συνδυασμένων σημάτων, όταν οι αισθητήρες εδράζονται στις θέσεις C25 και D75 αντίστοιχα.

Πίνακας 7.4 Αποτελέσματα διαχωρισμού με αισθητήρες στις θέσεις C25 και D75

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΥ	Source Signals		ΣΕΙΡΑ ΦΟΡΤΩΣΗΣ ΤΩΝ MIXED SIGNALS XC XD		Διαχωρισμένα Σήματα		Εντοπισμός πηγής
	A	B	X ₁	X ₂	U ₁	U ₂	N\O
Infomax	BPFI	BPFO	BPFI	BPFO	BPFI	BPFO	N
ICA Fixed Point					BPFI	BPFO	N
PearsonICA					BPFI	BPFO	N
Parra Temporal Predictability					BPFI	BPFO	N
			Αλλαγή στη σειρά φόρτωσης των συνδυασμένων σημάτων				
Infomax	BPFI	BPFO	BPFO	BPFI	BPFO	BPFI	N
ICA Fixed Point					BPFI	BPFO	O
PearsonICA					BPFI	BPFO	O
Parra Temporal Predictability					BPFI	BPFO	O

Όπως φαίνεται από τον πίνακα 7.4, για την τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C25 και D75 (δηλαδή μικρή απομάκρυνση των αισθητήρων από τις πηγές βλάβης), και οι τέσσερις αλγόριθμοι καταφέρνουν να διαχωρίσουν τα συνδυασμένα σήματα, στα “αρχικά” πηγαία σήματα (στην πραγματικότητα δεν πρόκειται για τα αρχικά πηγαία σήματα, αλλά για scaled εκδοχές των αρχικών πηγαίων σημάτων).

Αυτό που παρατηρείται σε αυτή την περίπτωση όπου ο διαχωρισμός είναι καλός είναι το εξής: Από τους τέσσερις αλγόριθμους διαχωρισμού, **μόνο** ο αλγόριθμος Infomax είναι σε θέση να εντοπίζει και την πηγή του εκάστοτε διαχωρισμένου σήματος. Αυτό αποδεικνύεται και με αλλαγή στη σειρά φόρτωσης των συνδυασμένων σημάτων.

Σύμφωνα με την αρχική σειρά φόρτωσης, στη πρώτη θέση φορτώνεται το συνδυασμένο σήμα στο οποίο “υπερισχύει” η φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο με συχνότητα BPFI και στη δεύτερη θέση φορτώνεται το συνδυασμένο σήμα στο οποίο “υπερισχύει” η φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο με συχνότητα BPFO. Συνεπώς, ο αναμενόμενος διαχωρισμός των συνδυασμένων σημάτων, θα δώσει ως διαχωρισμένο σήμα U₁ το σήμα όπου εμφανίζεται η συχνότητα BPFI (U₁ = BPFI) και ως διαχωρισμένο σήμα U₂ το σήμα όπου εμφανίζεται η συχνότητα BPFO (U₂ = BPFO). Πράγματι, όπως φαίνεται και από τον πίνακα 3, και οι τέσσερις αλγόριθμοι διαχωρίζουν τα συνδυασμένα σήματα, όπως αναμενόταν.

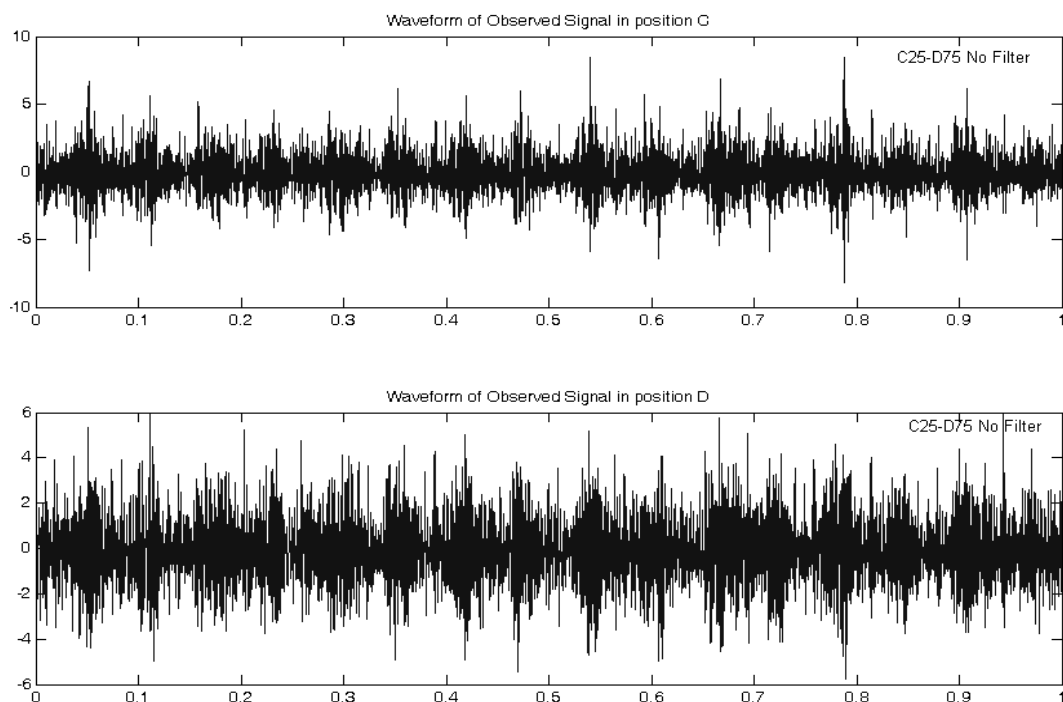
Αλλάζοντας τώρα τη σειρά φόρτωσης, έχοντας στη πρώτη θέση να φορτώνεται το συνδυασμένο σήμα στο οποίο “υπερισχύει” η φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο με συχνότητα BPFO και στη δεύτερη θέση να φορτώνεται το συνδυασμένο σήμα στο οποίο “υπερισχύει” η φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο με συχνότητα BPFI, ο αναμενόμενος διαχωρισμός των συνδυασμένων σημάτων, θα δώσει ως διαχωρισμένο σήμα U₁ το σήμα όπου εμφανίζεται η συχνότητα BPFO (δηλαδή φθορά στον εξωτερικό

δακτύλιο) ($U_1 = \text{BPFO}$) και ως διαχωρισμένο σήμα U_2 το σήμα όπου εμφανίζεται η συχνότητα BPF1 (δηλαδή φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο) ($U_2 = \text{BPF1}$). Σε αυτή την περίπτωση και οι τέσσερις αλγόριθμοι διαχωρίζουν τα σήματα, **αλλά** μόνο ο αλγόριθμος Infomax εμφανίζει τα διαχωρισμένα σήματα, σύμφωνα με την αναμενόμενη σειρά, ενώ οι υπόλοιποι αλγόριθμοι εμφανίζουν τα διαχωρισμένα σήματα, σύμφωνα με την αρχική σειρά φόρτωσης των συνδυασμένων σημάτων.

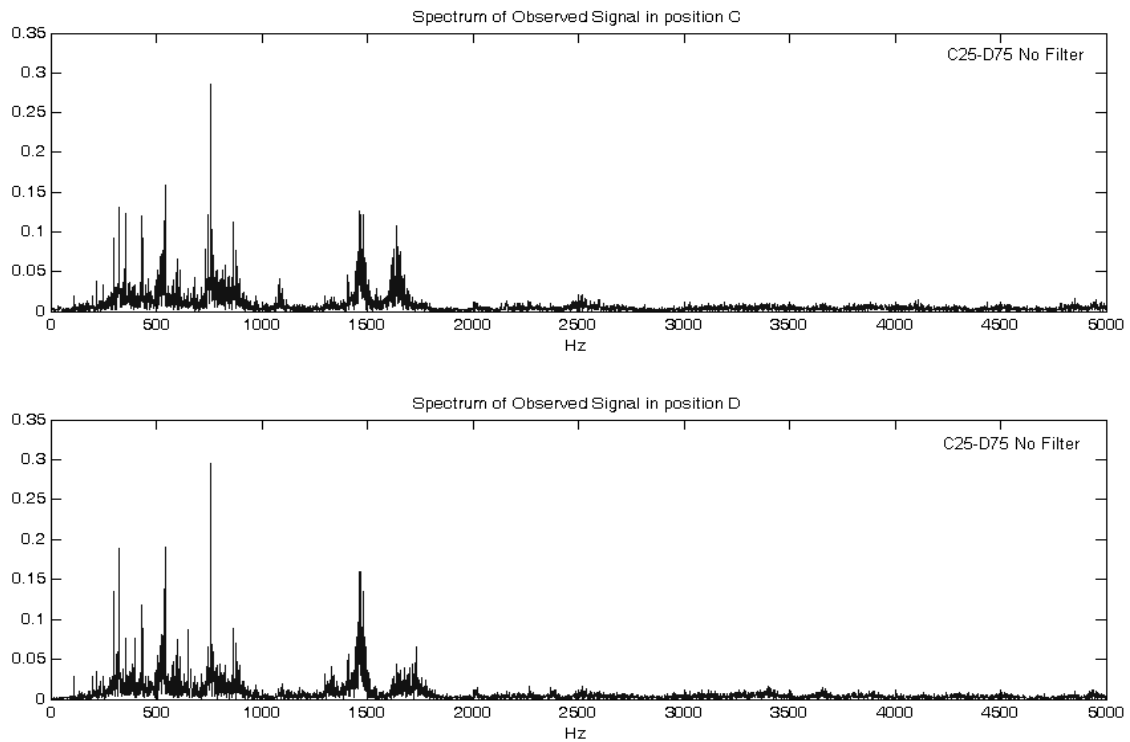
Από τις δύο παραπάνω περιπτώσεις, μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα, ότι **μόνο** ο αλγόριθμος Infomax είναι σε θέση να εντοπίζει και την πηγή για το εκάστοτε διαχωρισμένο σήμα. Αυτό το συμπέρασμα, έρχεται σε συμφωνία και με τα συμπεράσματα των υπολογιστικών προσομοιώσεων, όπου και εκεί μόνο ο αλγόριθμος Infomax μπορούσε να εντοπίζει και τις πηγές των διαχωρισμένων σημάτων.

Ακολουθούν σχήματα (7.30, 7.31), όπου παρουσιάζονται οι κυματομορφές και τα φάσματα των συνδυασμένων σημάτων χωρίς να έχει πραγματοποιηθεί φιλτράρισμα και σχήμα (7.32) με τα αποδιαμορφωμένα φάσματα των συνδυασμένων σημάτων (ίδια για όλους τους αλγόριθμους).

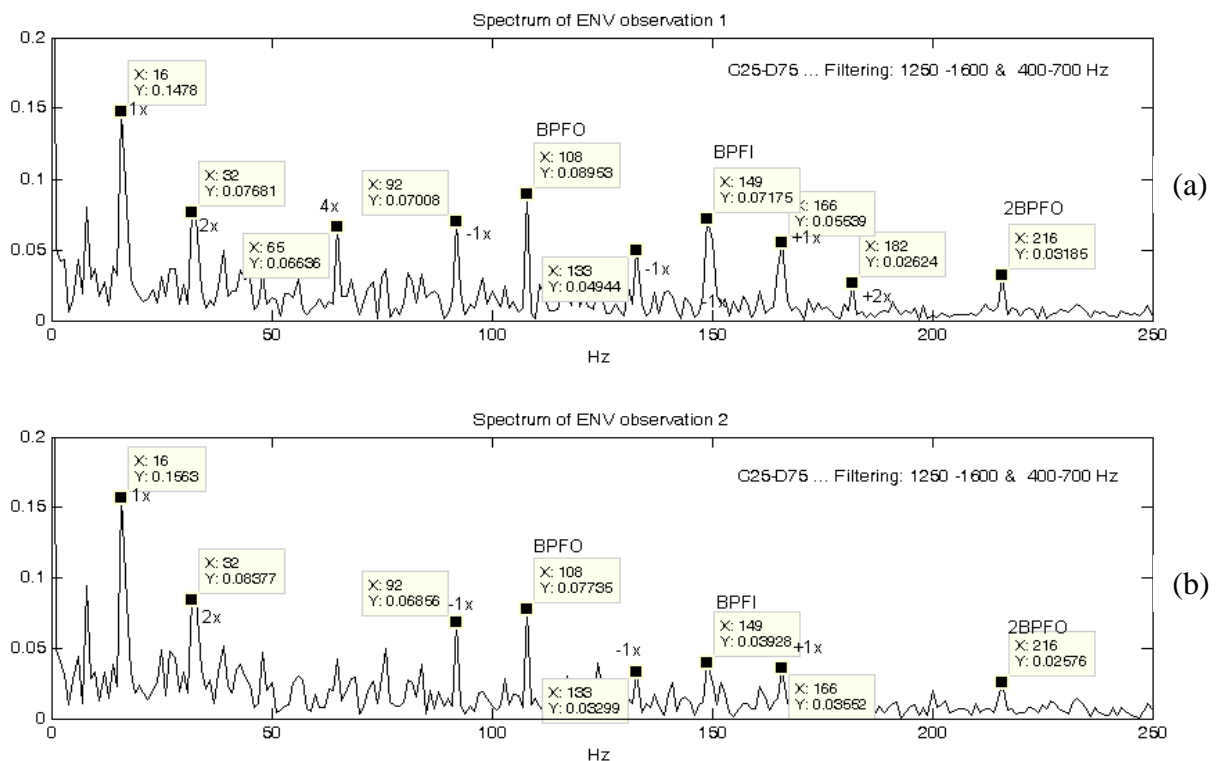
Για κάθε έναν από τους αλγόριθμους διαχωρισμού και για τις δύο διαφορετικές σειρές φόρτωσης των συνδυασμένων, παρουσιάζονται εικόνες με τα αποδιαμορφωμένα φάσματα των διαχωρισμένων σημάτων για να δειχθεί και ποιοτικά ότι για αυτές τις θέσεις των αισθητήρων, οι αλγόριθμοι διαχωρίζουν τα συνδυασμένα σήματα, αλλά μόνο ο αλγόριθμος Infomax μπορεί να εντοπίζει και τις πηγές.



Σχήμα 7.30 Κυματομορφές των συνδυασμένων σημάτων για τις θέσεις C25-D75, χωρίς φιλτράρισμα



Σχήμα 7.31 Φάσματα των συνδυασμένων σημάτων για τις θέσεις C25-D75, χωρίς φιλτράρισμα



Σχήμα 7.32 Αποδιαμορφωμένα φάσματα των συνδυασμένων σημάτων για τις θέσεις C25-D75

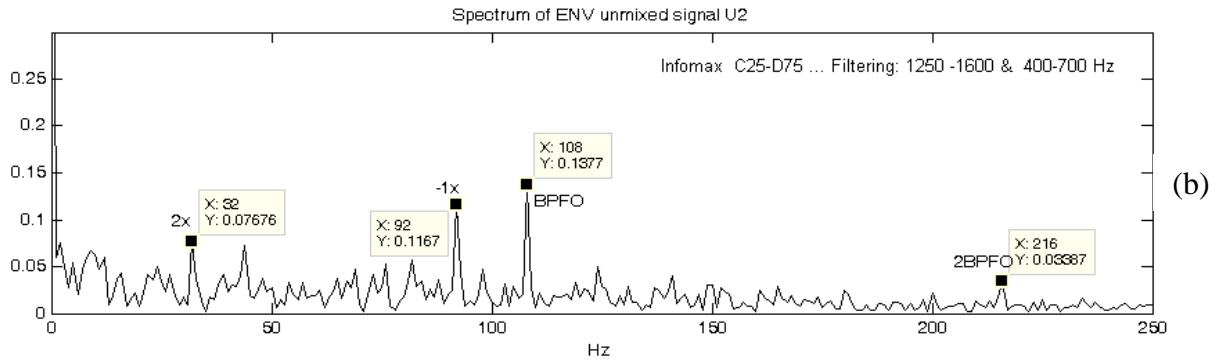
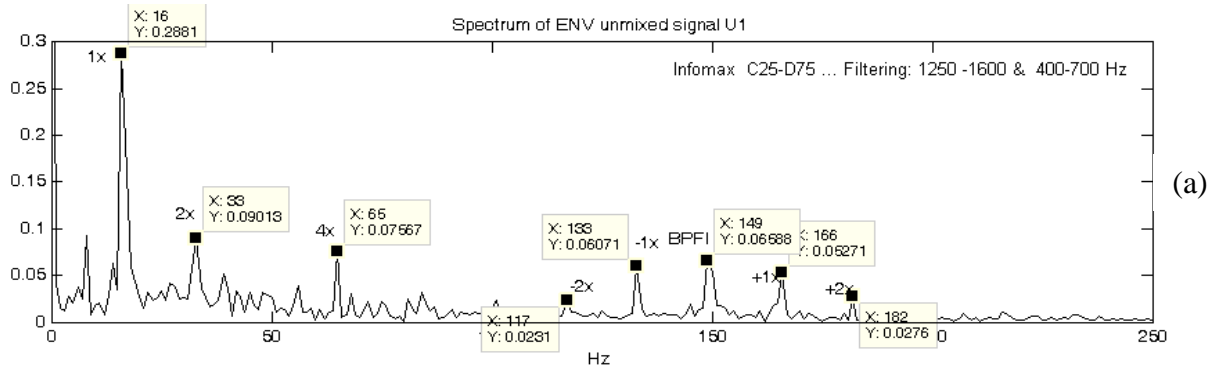
Όπως φαίνεται από το σχήμα 7.32 του αποδιαμορφωμένου φάσματος των συνδυασμένων σημάτων, εντοπίζονται η ταχύτητα του άξονα περιστροφής και αρμονικές της, η BPFO και η 2^η αρμονική της, και η BPFI που διαμορφώνεται κατά $\pm f_{\text{shaft}}$.

Συγκριτικά με τις προηγούμενες δύο τοποθετήσεις των αισθητήρων, τα πλάτη των αιχμών όπου εντοπίζονται οι συχνότερες βλάβης, είναι πιο μεγάλα και εντοπίζονται ξεκάθαρα. Το γεγονός αυτό, δημιουργεί μία “προδιάθεση” ότι με αυτή την τοποθέτηση των αισθητήρων, αναμένεται καλός διαχωρισμός των συνδυασμένων σημάτων.

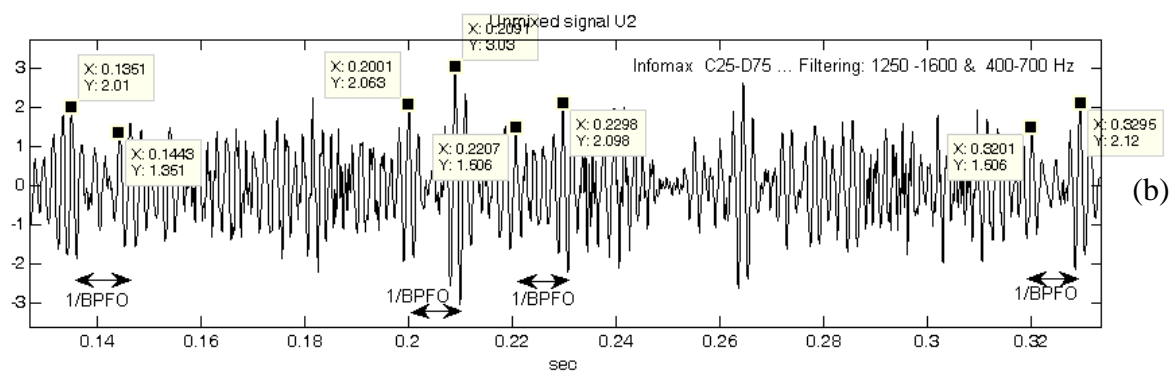
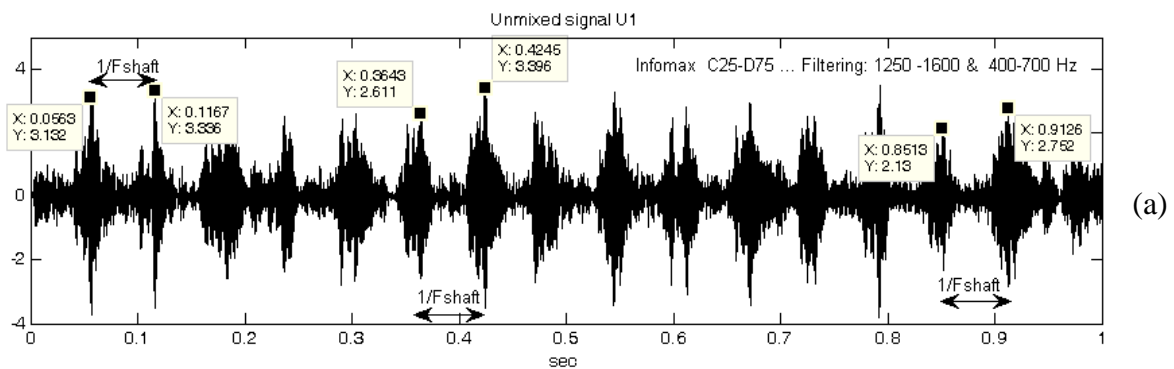
Ακολουθούν τα αποτελέσματα των αλγόριθμων διαχωρισμού, στην περίπτωση που οι αισθητήρες τοποθετούνται στις θέσεις C25-D75 και τα σήματα φορτώνονται με σειρά $X_1 \rightarrow \text{BPFO } X_2 \rightarrow \text{BPFO}$.

Όπως φαίνεται από το φάσμα των αποδιαμορφωμένων διαχωρισμένων σημάτων που ακολουθεί (σχήμα 7.33), ο αλγόριθμος Infomax για τη δεδομένη τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C25-D75 διαχωρίζει πολύ καλά τα σήματα. Παρατηρώντας το αποδιαμορφωμένο φάσμα του διαχωρισμένου σήματος U_1 (σχήμα 7.33a), εντοπίζονται η ταχύτητα του άξονα περιστροφής και αρμονικές της, καθώς και η συχνότητα BPFI της φθοράς στον εσωτερικό δακτύλιο, με τις πλευρικές της αιχμές να ισαπέχουν κατά $\pm f_{\text{shaft}}$. Από το αποδιαμορφωμένο φάσμα του διαχωρισμένου σήματος U_2 (σχήμα 7.33b), φαίνονται η 2^η αρμονική της ταχύτητας του άξονα περιστροφής και η συχνότητα βλάβης BPFO και η 2^η αρμονική της που σχετίζεται με τη συγκεκριμένη βλάβη.

Επίσης, από τις κυματομορφές των διαχωρισμένων σημάτων κατά Infomax, φαίνεται ότι οι κρουστικοί παλμοί (έχουν επιλεγθεί ορισμένοι τυχαία) στο διαχωρισμένο σήμα U_1 (σχήμα 7.34a), ισαπέχουν κατά $1/f_{\text{shaft}} \text{ sec}$, πράγμα που υποδηλώνει ότι πρόκειται για κρουστικούς παλμούς που προκαλούνται από φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο, και στο διαχωρισμένο σήμα U_2 (σχήμα 7.34b) (όπου έχει γίνει εστίαση για καλύτερο εντοπισμό), εντοπίζονται κρουστικοί παλμοί που ισαπέχουν κατά $1/\text{BPFO sec}$, επομένως συμπεραίνεται ότι στο U_2 εμφανίζονται κρουστικοί παλμοί που προκαλούνται από φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο.

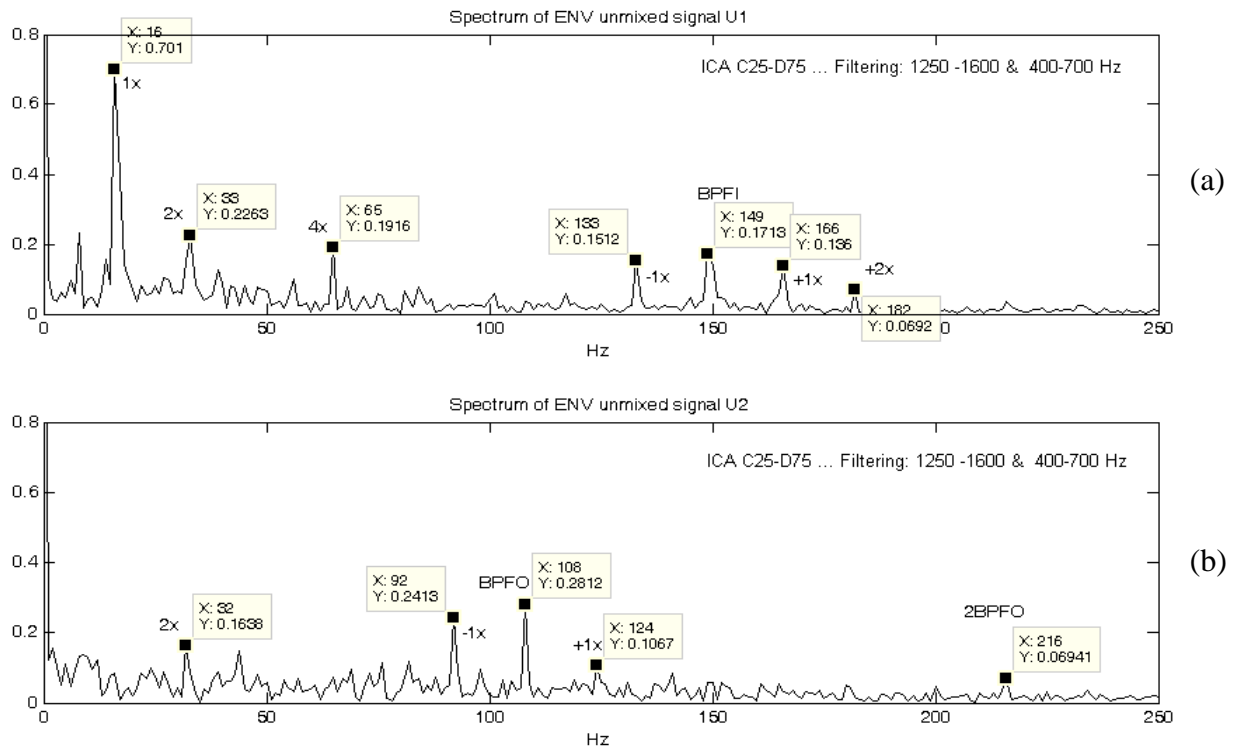


Σχήμα 7.33 Αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax



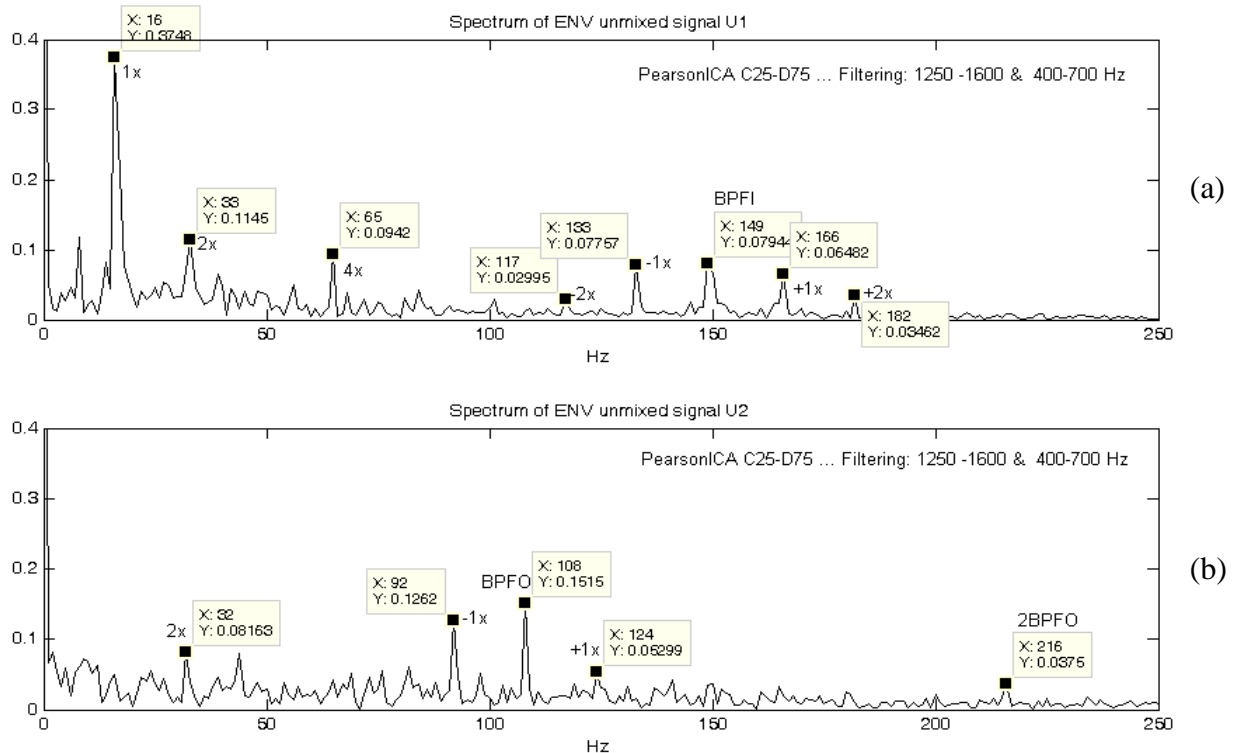
Σχήμα 7.34 Κυματομορφή των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax

Ακολουθούν τα αποδιαμορφωμένα φάσματα για τους υπόλοιπους αλγόριθμους διαχωρισμού (ICA Fixed Point, PearsonICA και Parra Temporal Predictability).

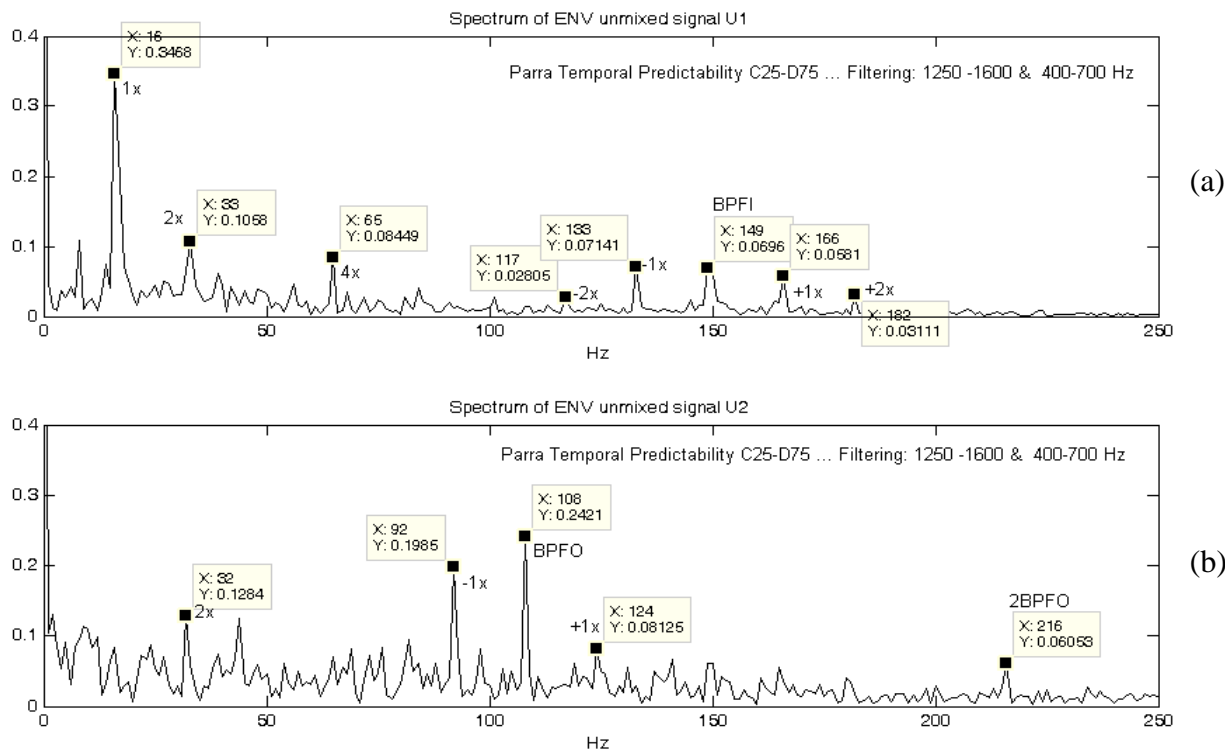


Σχήμα 7.35 Αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο ICA Fixed Point

Όπως ο αλγόριθμος Infomax, έτσι και ο ICA Fixed Point για τη δεδομένη τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C25-D75, κάνει καλό διαχωρισμό των σημάτων, με το διαχωρισμένο σήμα U_1 (σχήμα 7.35a) να αφορά τη φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο (BPF1) και το σήμα U_2 (σχήμα 7.35b) να αφορά τη φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο (BPF0).



Σχήμα 7.36 Αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο PearsonICA

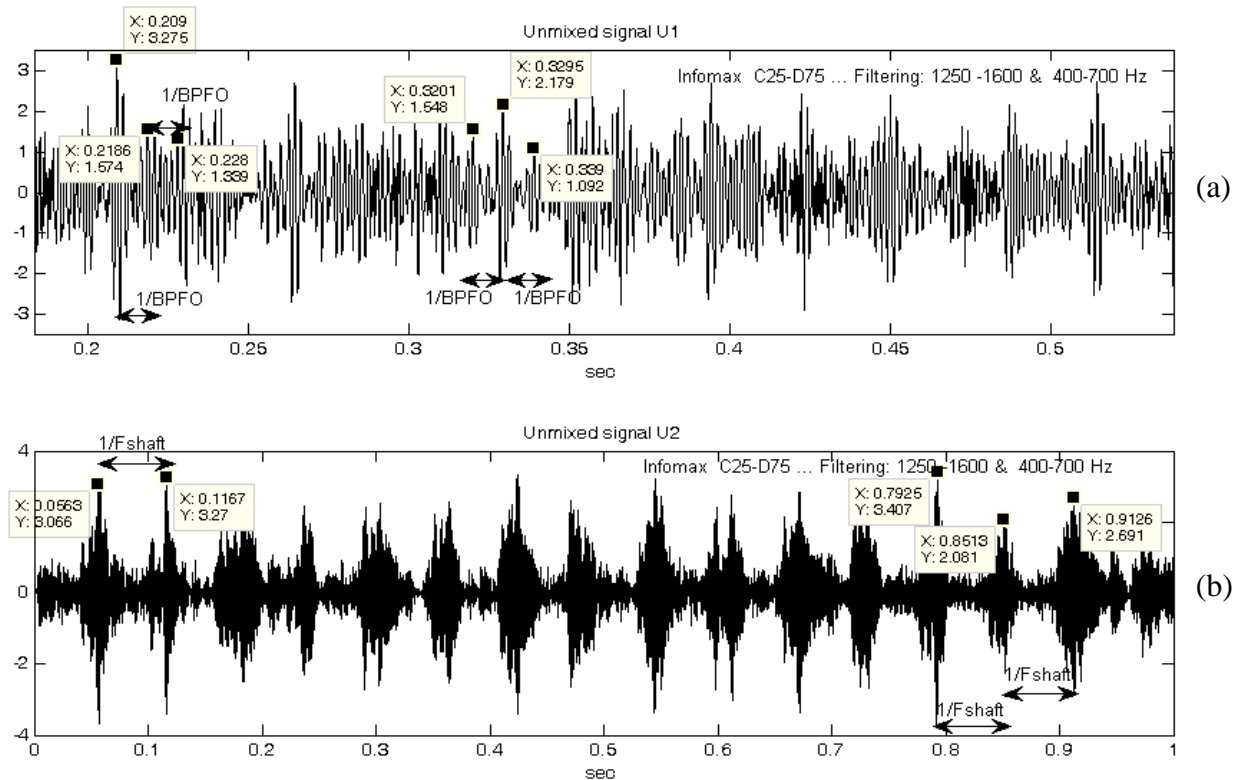


Σχήμα 7.37 Αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο Parra Temporal

Και οι αλγόριθμοι PearsonICA και Parra Temporal Predictability, διαχωρίζουν πολύ καλά τα συνδυασμένα σήματα για τη δεδομένη τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C25-D75, με το σήμα U_1 (σχήματα 7.36a, 7.37a) να αφορά τη φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο (BPF1) και το σήμα U_2 (σχήματα 7.36b, 7.37b) να αφορά τη φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο (BPF0).

Ακολουθούν τα αποτελέσματα διαχωρισμού για την περίπτωση όπου οι αισθητήρες εδράζονται στις θέσεις C25-D75, αλλά πραγματοποιείται αλλαγή στη σειρά φόρτωσης των σημάτων, όπου στο πρώτο συνδυασμένο σήμα υπερिशύει η συχνότητα BPF0, $X_1 \rightarrow \text{BPF0}$ και στο δεύτερο συνδυασμένο σήμα υπερिशύει η συχνότητα BPF1, $X_2 \rightarrow \text{BPF1}$.

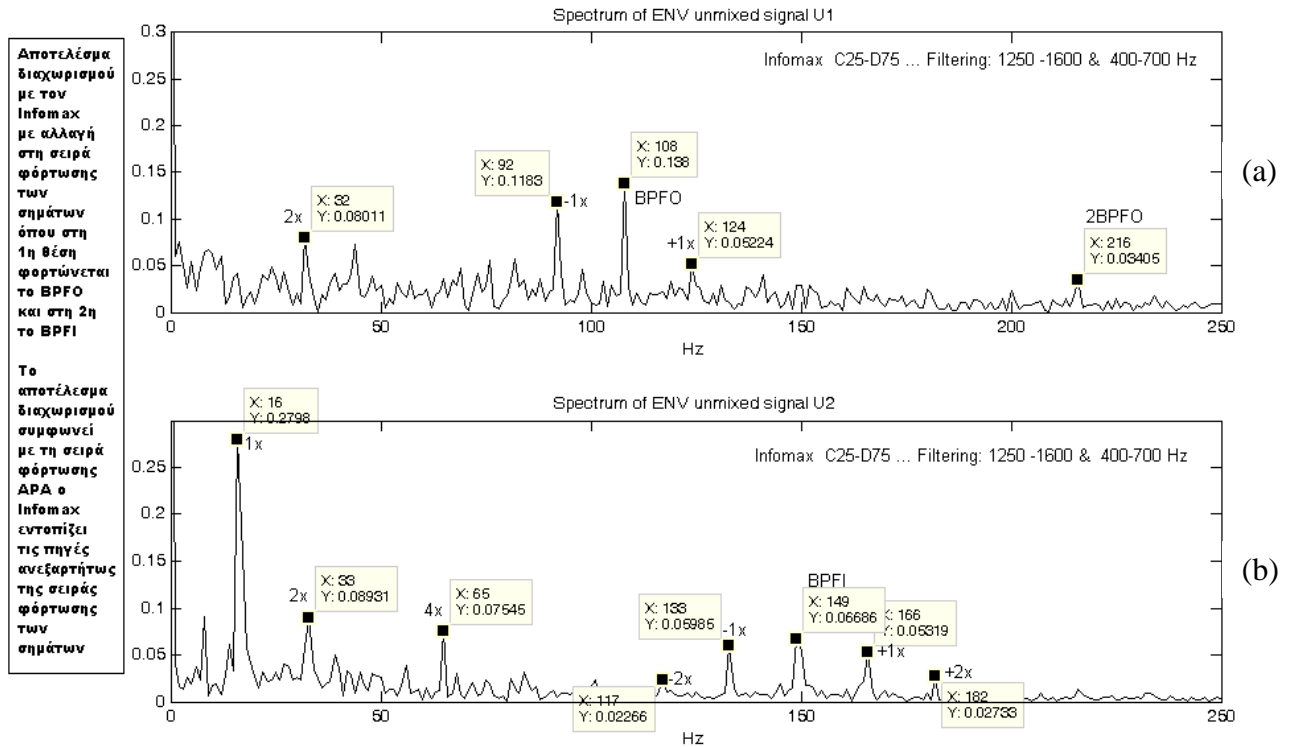
Η αλλαγή στη σειρά φόρτωσης των σημάτων γίνεται, προκειμένου να δειχθεί ότι μόνο ο αλγόριθμος Infomax είναι σε θέση να εντοπίζει την πηγή του εκάστοτε διαχωρισμένου σήματος.



Σχήμα 7.38 Κυματομορφή των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax

Από τις κυματομορφές των διαχωρισμένων σημάτων κατά Infomax, το πρώτο πράγμα που παρατηρείται είναι ότι, τα συνδυασμένα σήματα διαχωρίζονται πολύ καλά, καθώς και ότι τα διαχωρισμένα σήματα εμφανίζονται σύμφωνα με τη σειρά με την οποία είχαν φορτωθεί τα συνδυασμένα σήματα, δηλαδή ως U_1 (σχήμα 7.38a) εμφανίζεται το σήμα που αφορά τη φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο (συχνότητα BPFO) και ως U_2 (σχήμα 7.38b) το σήμα που αφορά τη φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο (συχνότητα BPFI)

Εξετάζοντας πιο προσεκτικά τις κυματομορφές φαίνεται ότι οι κρουστικοί παλμοί (έχουν επιλεγθεί ορισμένοι τυχαία) στο διαχωρισμένο σήμα U_1 , ισαπέχουν κατά $1/BPFO$ sec που επιβεβαιώνει ότι στο U_1 εμφανίζονται κρουστικοί παλμοί που προκαλούνται από φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο και στο διαχωρισμένο σήμα U_2 οι κρουστικοί παλμοί ισαπέχουν κατά $1/f_{shaft}$ sec, πράγμα που επιβεβαιώνει ότι πρόκειται για κρουστικούς παλμούς που προκαλούνται από φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο.

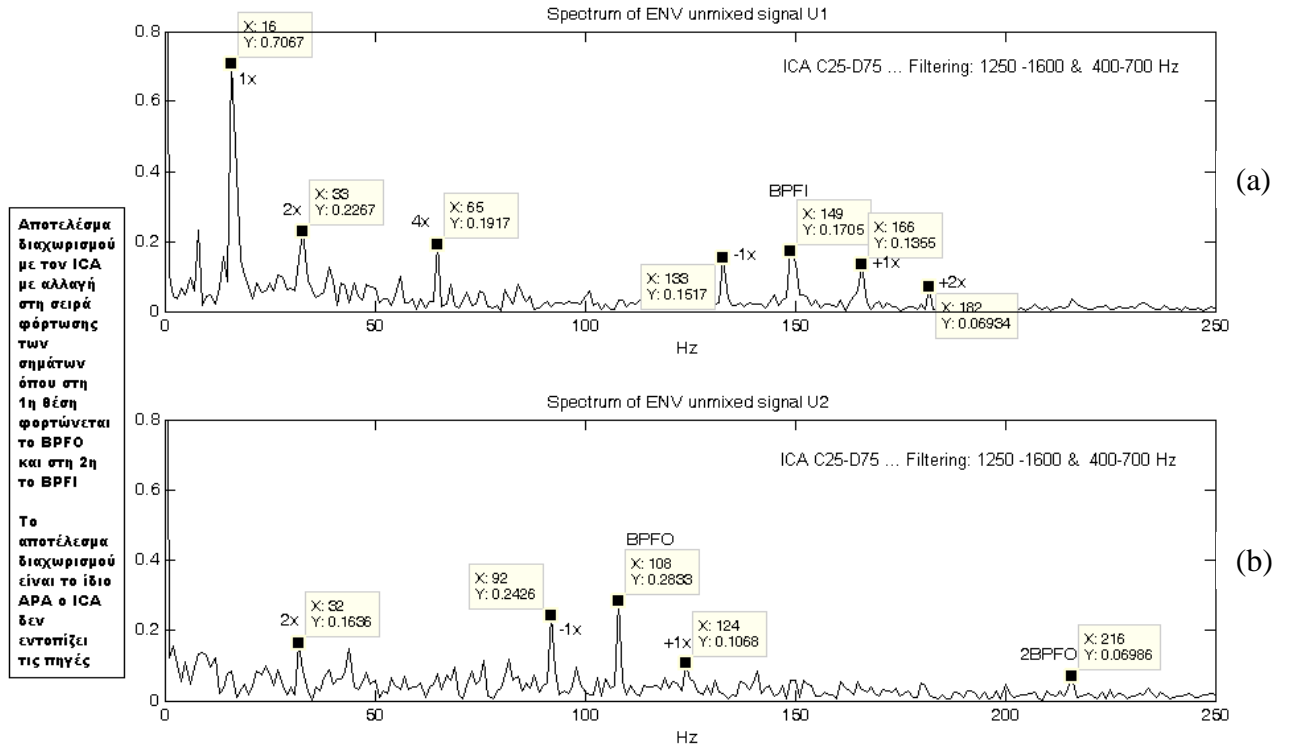


Σχήμα 7.39 Αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax

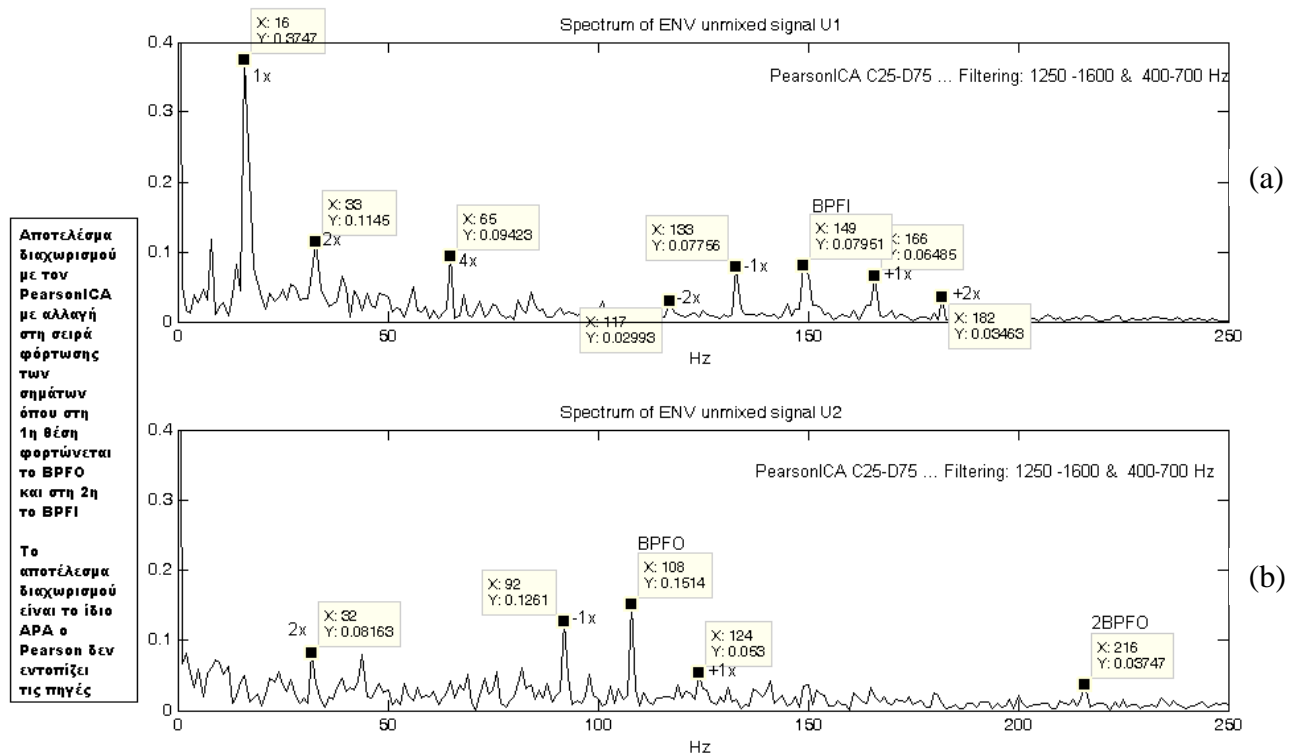
Εξετάζοντας τώρα το αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων, φαίνεται ότι το αποδιαμορφωμένο φάσμα του σήματος U_1 (σχήμα 7.39a), αφορά τη φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο, αφού εμφανίζονται η συχνότητα που αφορά τη φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο, BPFO καθώς και η 2^η αρμονική της, ενώ το αποδιαμορφωμένο φάσμα του σήματος U_2 (σχήμα 7.39b), αφορά φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο, αφού εμφανίζονται η f_{shaft} και οι αρμονικές της, και η συχνότητα που αφορά τη φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο, BPFI, με τις πλευρικές της αιχμές να ισαπέχουν κατά $\pm f_{shaft}$.

Από την κυματομορφή των διαχωρισμένων σημάτων και από τα αποδιαμορφωμένα φάσματα των διαχωρισμένων σημάτων, μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι ο αλγόριθμος Infomax εκτός από καλό διαχωρισμό (για τη δεδομένη τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C25-D75) μπορεί να εντοπίζει και την πηγή του εκάστοτε διαχωρισμένου σήματος.

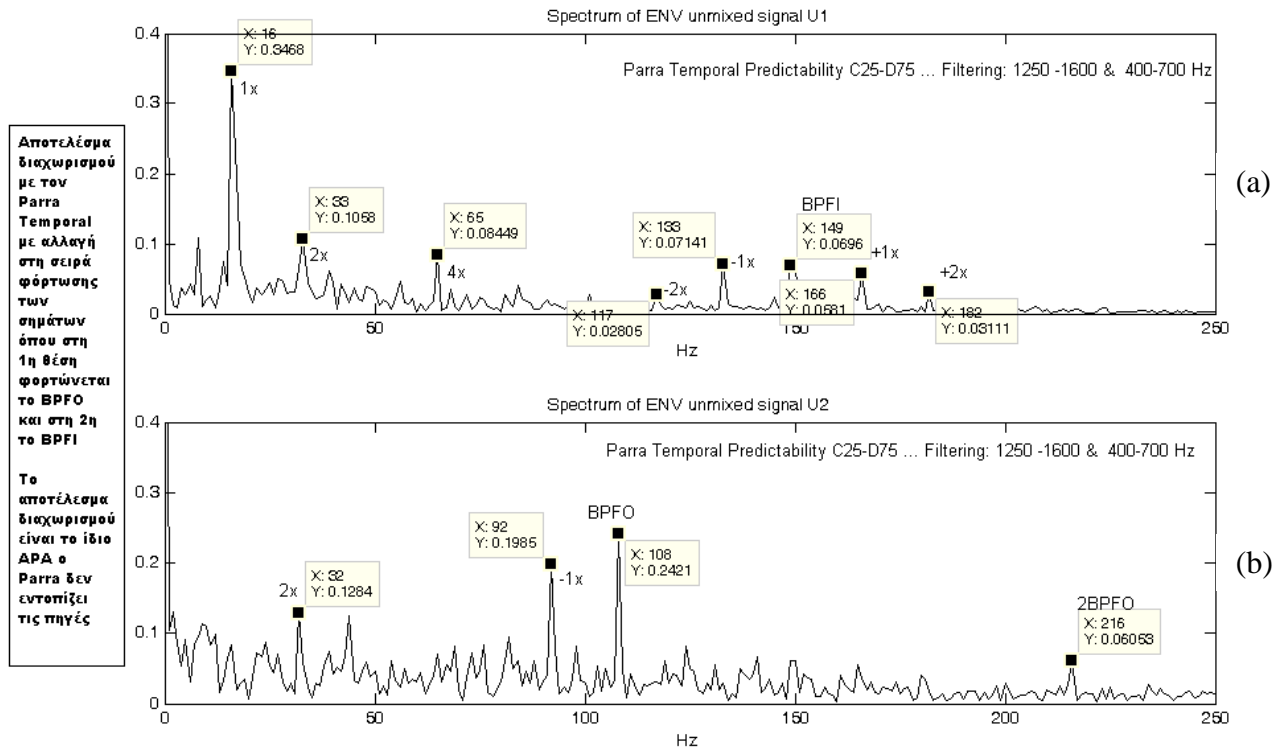
Ακολουθούν τα αποδιαμορφωμένα φάσματα, για τους υπόλοιπους αλγόριθμους διαχωρισμού (ICA Fixed Point, PearsonICA και Parra Temporal Predictability), προκειμένου να δειχθεί ότι με αλλαγή στη σειρά φόρτωσης των συνδυασμένων σημάτων, εκτός από τον διαχωρισμό, μπορούν ή όχι να εντοπίσουν και την πηγή για το εκάστοτε διαχωρισμένο σήμα.



Σχήμα 7.40 Αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο ICA Fixed Point



Σχήμα 7.41 Αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο PearsonICA



Σχήμα 7.42 Αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο Parra Temporal

Όπως φαίνεται από τα αποδιαμορφωμένα φάσματα των διαχωρισμένων σημάτων και οι τρεις αλγόριθμοι (ICA Fixed Point, PearsonICA και Parra Temporal Predictability), διαχωρίζουν αρκετά καλά τα συνδυασμένα σήματα. Η διαφορά με τον αλγόριθμο Infomax, είναι ότι κανένας από τους υπόλοιπους τρεις αλγόριθμους δεν είναι σε θέση να εντοπίσει την πηγή του εκάστοτε διαχωρισμένου σήματος, αφού η σειρά των διαχωρισμένων σημάτων δεν συμφωνεί με τη σειρά φόρτωσης των συνδυασμένων σημάτων, δηλαδή ενώ έπρεπε στο U_1 να εμφανίζεται η συχνότητα BPFO και στο U_2 η συχνότητα BPF1 (αφού η σειρά φόρτωσης είναι $X_1 \rightarrow \text{BPFO}$ και $X_2 \rightarrow \text{BPF1}$), οι τρεις αυτοί αλγόριθμοι εμφανίζουν ως U_1 (σχήματα 7.40a, 7.41a, 7.42a) το σήμα που αφορά τη φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο (συχνότητα BPF1) και ως U_2 (σχήματα 7.40b, 7.41b, 7.42b) το σήμα που αφορά τη φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο (συχνότητα BPFO).

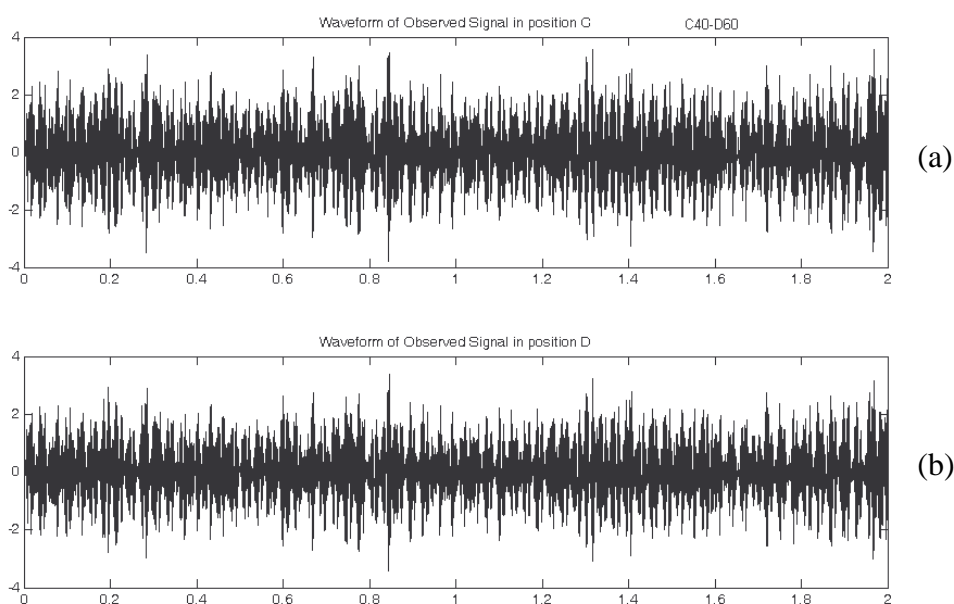
7.2.2 Ανάλυση μετρήσεων από την πειραματική διάταξη μικρής ισχύος

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, οι πειραματική μέτρηση που θα αναλυθεί, είναι για ταχύτητα περιστροφής άξονα $f_{\text{shaft}} = 640\text{rpm} = 10.67\text{Hz}$, για δύο ρουλεμάν τύπου SKF 7303 BEP, όπου στη θέση A εδράζεται ρουλεμάν που φέρει φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο (συχνότητα BPFO) και στη θέση B εδράζεται ρουλεμάν που φέρει φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο (συχνότητα BPFI). Οι τοποθετήσεις των αισθητήριων οργάνων είναι 3 και αφορούν τη θέση (μακριά ή κοντά) που τοποθετούνται σχετικά με τις πηγές βλάβης, δηλαδή τα ρουλεμάν στις θέσεις A και B.

Όπως και στη πρώτη πειραματική διάταξη (Large Test Rig), έτσι και στη δεύτερη διάταξη προτού γίνει η αναλυτική περιγραφή για κάθε μία από τις τρεις τοποθετήσεις των αισθητήρων, πραγματοποιείται ο υπολογισμός των συχνοτήτων BPFO, BPFI, και των όποιων περιοδικοτήτων εμφανίζονται, με χρήση των σημάτων που λήφθηκαν από τις πειραματικές μετρήσεις. Πιο συγκεκριμένα τα σήματα που χρησιμοποιούνται για την εύρεση των περιοδικοτήτων, αφορούν την τοποθέτηση των αισθητήρων στα σημεία C40 και D60. Ο λόγος, όπως θα αποδειχθεί και στη συνέχεια, είναι ότι σε αυτή την τοποθέτηση οι αλγόριθμοι πραγματοποιούν τον καλύτερο διαχωρισμό των συνδυασμένων σημάτων.

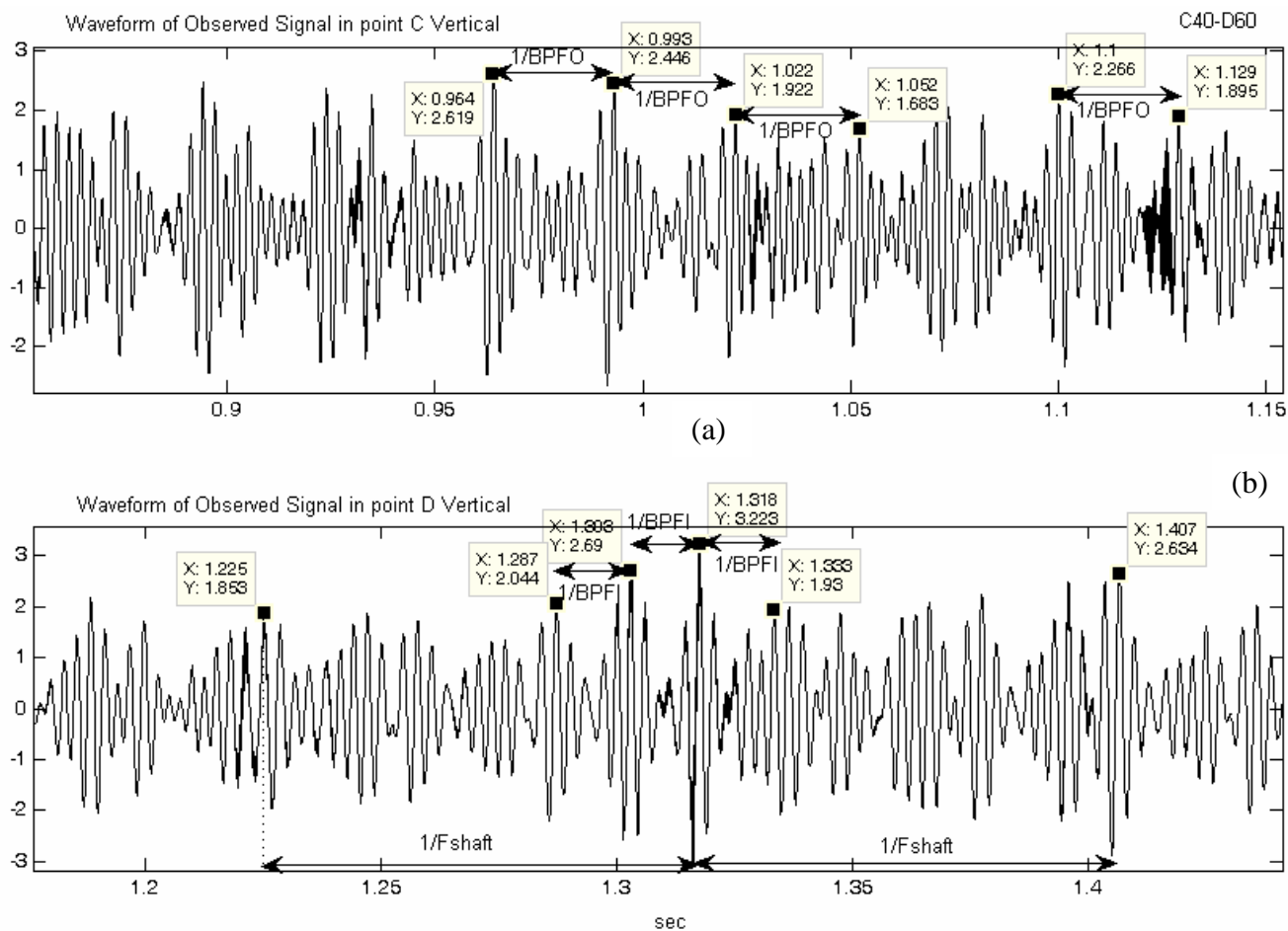
Επίσης πρέπει να αναφερθεί ότι λόγω του ότι τα αισθητήρια που χρησιμοποιήθηκαν είναι τριαξονικά επιταχυνσιόμετρα και πραγματοποιήθηκε καταγραφή των σημάτων στον οριζόντιο (Horizontal) και στον κατακόρυφο (Vertical) άξονα. Όμως, η μελέτη των σημάτων πραγματοποιείται με χρήση των μετρήσεων στον κατακόρυφο άξονα, επειδή όπως θα φανεί και από τα φάσματα των σημάτων, τα πλάτη στον οριζόντιο άξονα είναι πάρα πολύ μικρά και δυσκολεύουν πολύ την ανάλυση του σήματος και την εξαγωγή συμπερασμάτων.

Ακολουθεί σχήμα (7.43) με τις κυματομορφές των συνδυασμένων (mixed) σημάτων, για την τοποθέτηση των αισθητήρων στα σημεία C25 και D75.



Σχήμα 7.43 Κυματομορφές των συνδυασμένων σημάτων, όπως παρατηρούνται από τα αισθητήρια όργανα (χωρίς την προσθήκη φίλτρου)

Όπως παρατηρείται δεν μπορεί να εξαχθεί κάποιο συμπέρασμα και για αυτό το λόγο πραγματοποιείται εστίαση, προκειμένου να εντοπιστούν οι περιοδικότητες και να αναγνωριστούν οι συχνότητες βλάβης των ρουλεμάν. Στο σχήμα που ακολουθεί έχει γίνει εστίαση στον αισθητήρα της θέσης C στον κατακόρυφο άξονα (όμοια και για τον αισθητήρα της θέσης D).



Σχήμα 7.44 Εύρεση περιοδικοτήτων από τη κυματομορφή των συνδυασμένων σημάτων (χωρίς φιλτράρισμα)

Όπως παρατηρείται από τις κυματομορφές (σχήμα 7.44) που κατέγραψαν οι αισθητήρες στα σημεία C και D, με περαιτέρω εστίαση, γίνονται αντιληπτοί κρουστικοί παλμοί που ισαπέχουν κατά $1/BPFO$ sec (όπως φαίνεται στο σημείο C) ($1.129-1.1=0.029$ sec, $1.052-1.022=0.03$ sec, $1.022-0.993=0.029$ sec, $0.993-0.964=0.029$ sec), άρα από εδώ συμπεραίνεται ότι εμφανίζεται η συχνότητα BPFO και μπορεί να υπολογιστεί ότι το ρουλεμάν φέρει φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο με συχνότητα $BPFO \approx 34$ Hz (είναι προφανές ότι εξετάζοντας και το συνδυασμένο σήμα που κατέγραψε ο αισθητήρας στη θέση D, και πάλι θα εντοπιζόνταν κρουστικοί παλμοί που ισαπέχουν κατά $1/BPFO$ sec).

Επίσης από τις κυματομορφές εντοπίζονται κρουστικοί παλμοί που ισαπέχουν κατά $1/f_{shaft}$ sec ($1.407-1.318=0.009$ sec, $1.318-1.225=0.093$ sec) (κάτι που προδιαθέτει για ύπαρξη BPFI), και μέσα σε έναν κρουστικό παλμό εντοπίζονται περιοχές που ισαπέχουν κατά $1/BPFI$ sec ($1.333-1.318=0.015$ sec, $1.318-1.303=0.015$ sec, $1.303-1.287=0.016$ sec), άρα από εδώ συμπεραίνεται ότι

$f_{\text{shaft}} \approx 10.5\text{Hz}$, εμφανίζεται η συχνότητα BPFi και μπορεί να υπολογιστεί ότι το ρουλεμάν φέρει φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο με συχνότητα BPFi $\approx 62.5\text{Hz}$.

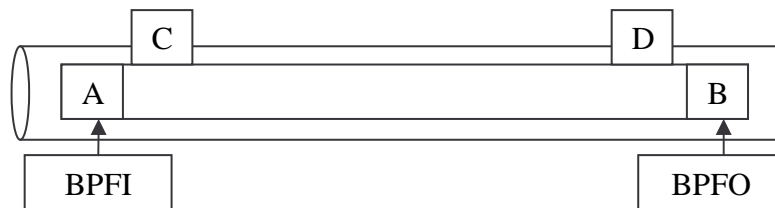
Προτού ξεκινήσει η ανάλυση – διαδικασία διαχωρισμού των συνδυασμένων σημάτων για τις διαφορετικές τοποθετήσεις των αισθητήρων, πρέπει να σημειωθεί το εξής: Λόγω του ότι από τις πειραματικές μετρήσεις προέκυψαν περισσότερες από μία local ιδιοσυχνότητες που διεγείρονται λόγω των συχνοτήτων BPFO και BPFi και λόγω ότι και στις υπολογιστικές μελετήθηκε η περίπτωση όπου διεγείρεται μόνο μία local ιδιοσυχνότητα από την κάθε πηγή βλάβης, στους αλγόριθμους διαχωρισμού γίνεται χρήση ενός Bandpass Butterworth φίλτρου που φέρει τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

```
order=7;
FL1=200;% Outer Natural frequency
FH1=400;
FL2=3000;% Inner Natural frequency
FH2=3500;
```

Ο λόγος που χρησιμοποιήθηκε φίλτρο, είναι να “κοπούν” οι επιπρόσθετες διεγυριόμενες local ιδιοσυχνότητες, και να γίνει εστίαση σε μία local ιδιοσυχνότητα που διεγείρεται από κάθε βλάβη.

7.2.2.1 Ανάλυση συναρτήσεων σημείων μέτρησης

Ακολουθεί η ανάλυση για την πρώτη τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C10-D90.



Ακολουθεί πίνακας με τα αποτελέσματα διαχωρισμού των συνδυασμένων σημάτων, όταν οι αισθητήρες εδράζονται στις θέσεις C10 και D90 αντίστοιχα.

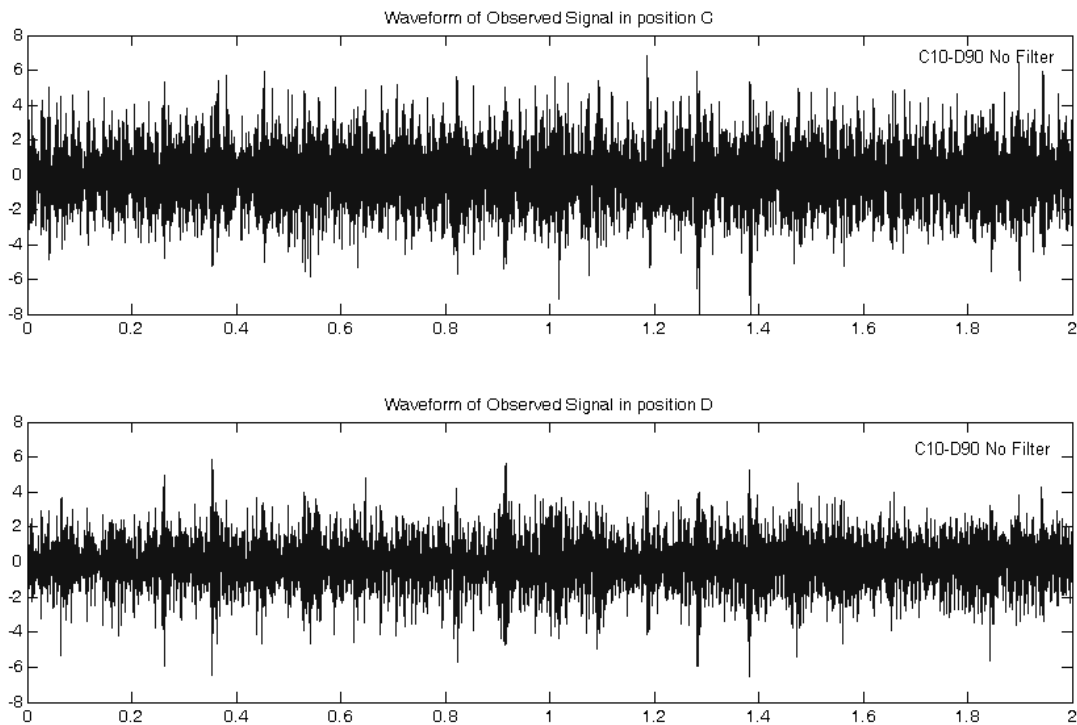
Πίνακας 7.5 Αποτελέσματα διαχωρισμού με αισθητήρες στις θέσεις C10 και D90

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΥ	Source Signals		ΣΕΙΡΑ ΦΟΡΤΩΣΗΣ ΤΩΝ MIXED SIGNALS XC XD		Διαχωρισμένα Σήματα		Εντοπισμός πηγής
	A	B	X ₁	X ₂	U ₁	U ₂	
Infomax	BPFO	BPFi	BPFO	BPFi	BPFO & BPFi	BPFO & BPFi	0
ICA Fixed Point					BPFO & BPFi	BPFO & BPFi	0
PearsonICA					BPFO & BPFi	BPFO & BPFi	0
Parra Temporal Predictability					BPFO & BPFi	BPFO & BPFi	0

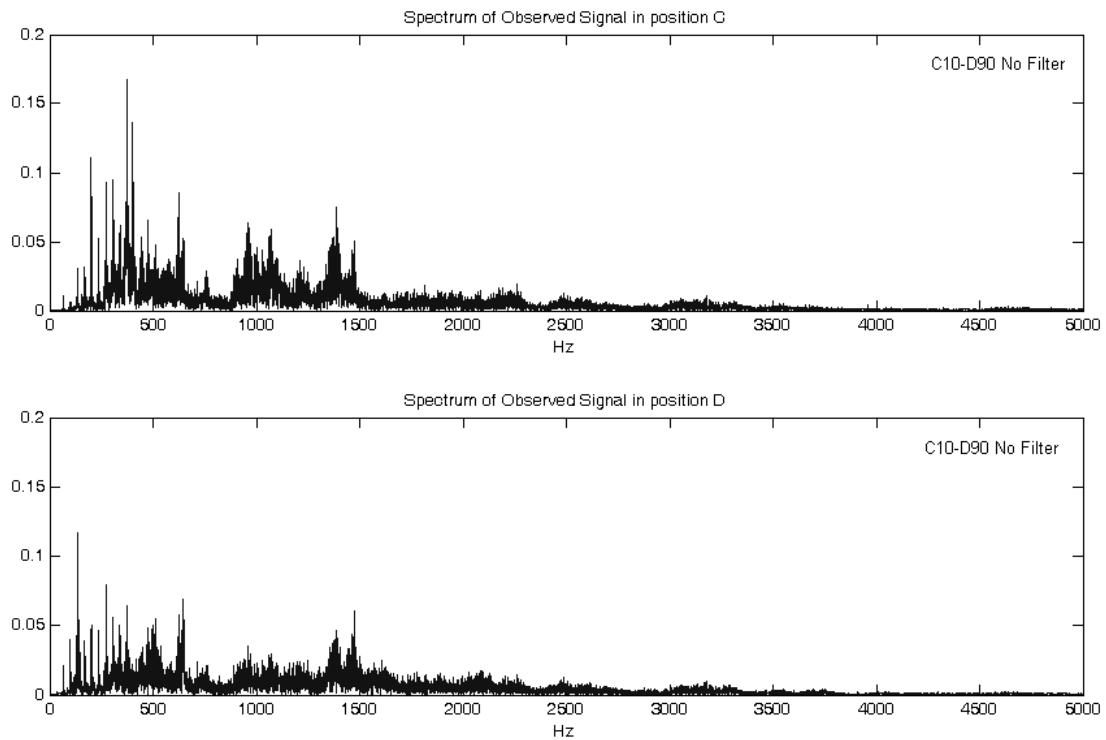
Όπως φαίνεται από τον πίνακα 7.5, για την τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C10 και D90 (πάνω πολύ κοντά στις πηγές βλάβης), κανένας από τους αλγόριθμους δεν μπορεί να διαχωρίσει τα συνδυασμένα σήματα, αλλά κάθε “διαχωρισμένο” σήμα, περιλαμβάνει πληροφορία και από τις 2 πηγές βλάβης (φθορά στον εξωτερικό και φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο) με συχνότητες BPFO και BPFI.

Ακολουθούν σχήματα (7.45, 7.46), όπου παρουσιάζονται οι κυματομορφές και τα φάσματα των συνδυασμένων σημάτων χωρίς να έχει πραγματοποιηθεί φιλτράρισμα και σχήμα (7.47) με τα αποδιαμορφωμένα φάσματα των συνδυασμένων σημάτων (ίδια για όλους τους αλγόριθμους).

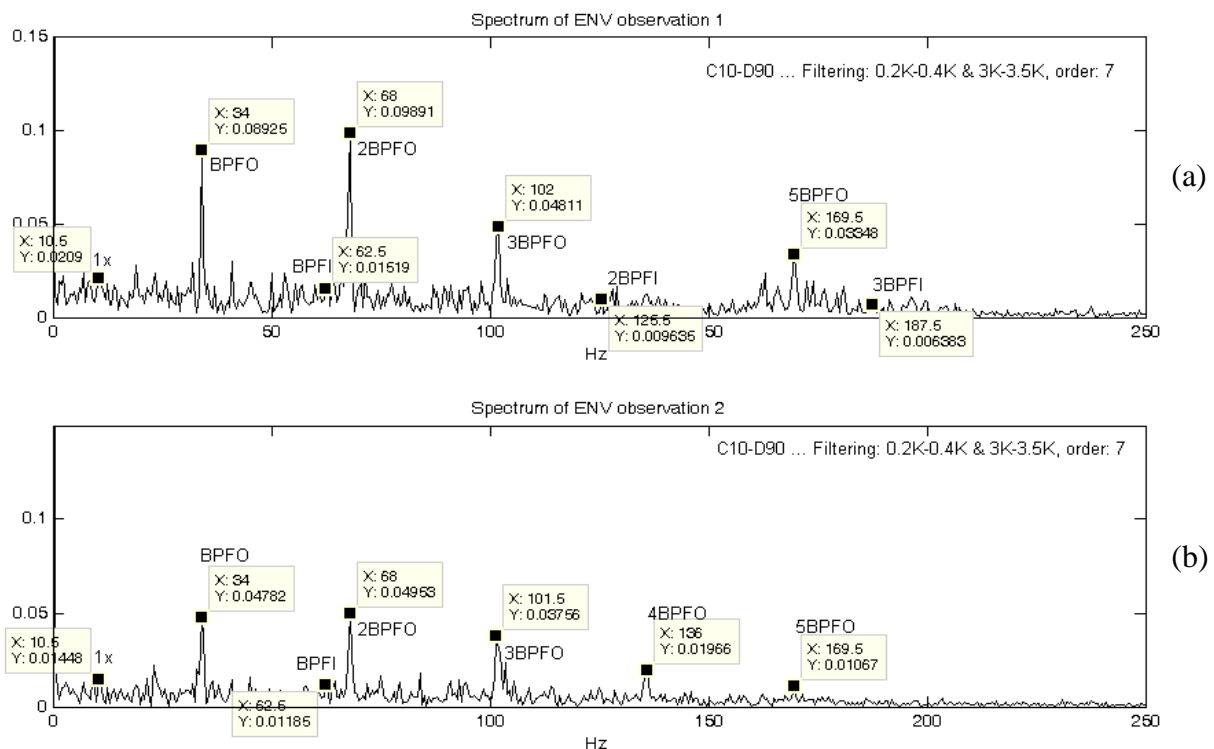
Για κάθε έναν από τους αλγόριθμους διαχωρισμού, παρουσιάζονται στη συνέχεια εικόνες με τα αποδιαμορφωμένα φάσματα των διαχωρισμένων σημάτων για να δειχθεί και ποιοτικά ότι για αυτές τις θέσεις των αισθητήρων, οι αλγόριθμοι δεν μπορούν να διαχωρίσουν τα συνδυασμένα σήματα.



Σχήμα 7.45 Κυματομορφές των συνδυασμένων σημάτων για τις θέσεις C10-D90, χωρίς φιλτράρισμα



Σχήμα 7.46 Φάσματα των συνδυασμένων σημάτων για τις θέσεις C10-D90, χωρίς φιλτράρισμα

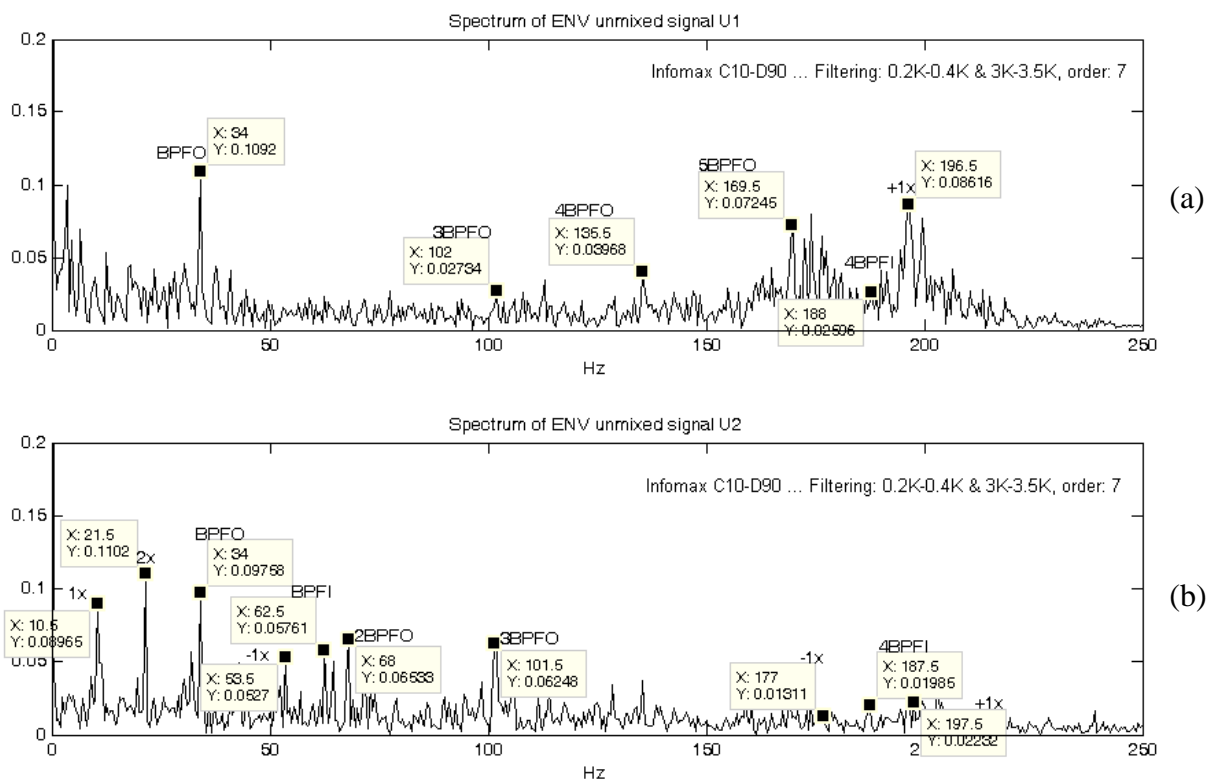


Σχήμα 7.47 Αποδιαμορφωμένα φάσματα των συνδυασμένων σημάτων για τις θέσεις C10-D90

Όπως φαίνεται από το σχήμα 7.47 του αποδιαμορφωμένου φάσματος των συνδυασμένων σημάτων, εντοπίζονται η ταχύτητα του άξονα περιστροφής, η BPFO και αρμονικές της, και η BPF1. Αυτό που παρατηρείται είναι ότι το πλάτος της BPF1 είναι πολύ μικρό, ώστε να εντοπίζεται με δυσκολία. Αυτό βέβαια μπορεί να δικαιολογηθεί λόγω του είδους της βλάβης (BPF1, φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο, που σημαίνει ότι η “διαδρομή” που έχει να διανύσει το σήμα που οφείλεται στη φθορά στον

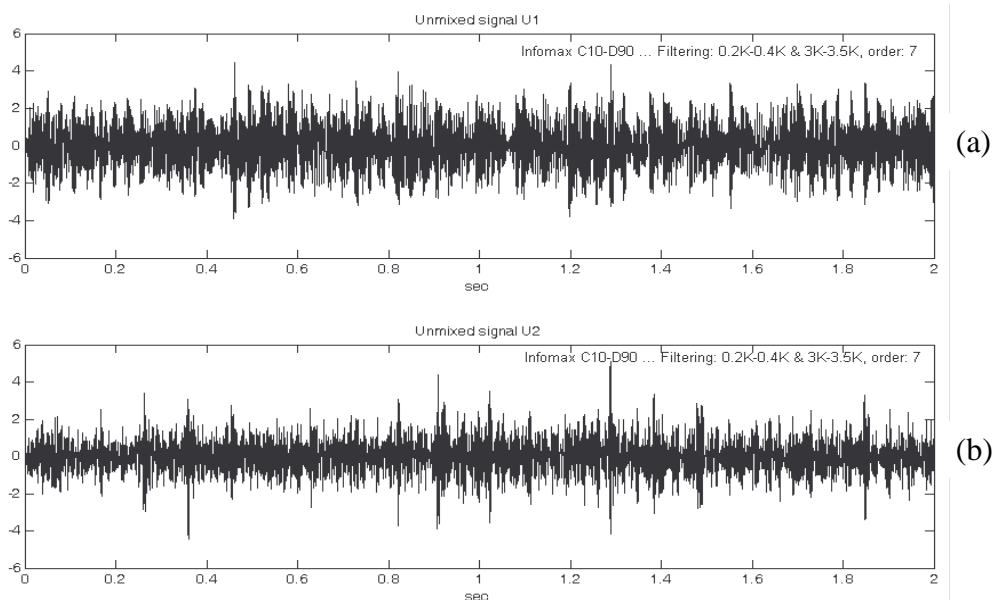
εσωτερικό δακτύλιο του ένσφαιρου τριβέα είναι πολύ μεγαλύτερη σε σχέση με το σήμα που οφείλεται στη φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο), αλλά και λόγω της αρκετά μικρότερης (σε μέγεθος) πειραματικής διάταξης σε σχέση με την πρώτη πειραματική διάταξη.

Ακολουθούν τα αποδιαμορφωμένα φάσματα των αλγόριθμων διαχωρισμού, για κάθε έναν από τους τέσσερις αλγόριθμους διαχωρισμού (Infomax, ICA Fixed Point, PearsonICA και Parra Temporal Predictability).



Σχήμα 7.48 Αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax

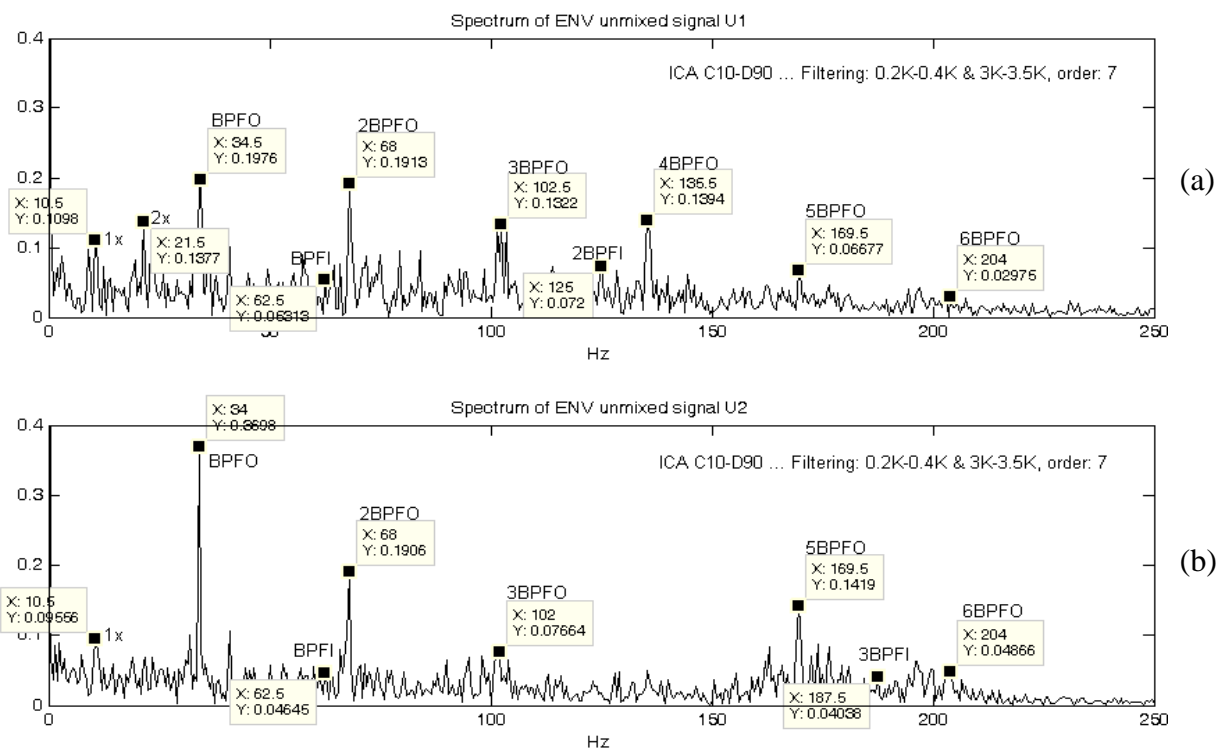
Από το αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων (σχήμα 7.48), εντοπίζονται και η ταχύτητα του άξονα περιστροφής και αρμονικές της αλλά, ο Infomax δεν μπορεί να διαχωρίσει τα συνδυασμένα σήματα. Αντιθέτως, παρατηρείται ότι και στα δύο αποδιαμορφωμένα φάσματα των “διαχωρισμένων” σημάτων, περιέχεται πληροφορία και από τις δύο πηγές βλάβης. Ακολουθεί και το σχήμα (8.49) των κυματομορφών των “διαχωρισμένων” σημάτων, από τον αλγόριθμο Infomax, προκειμένου ναδειχθεί ότι πράγματι δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί διαχωρισμός των συνδυασμένων σημάτων για αυτή την τοποθέτηση των αισθητήρων.



Σχήμα 7.49 Κυματομορφή των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax

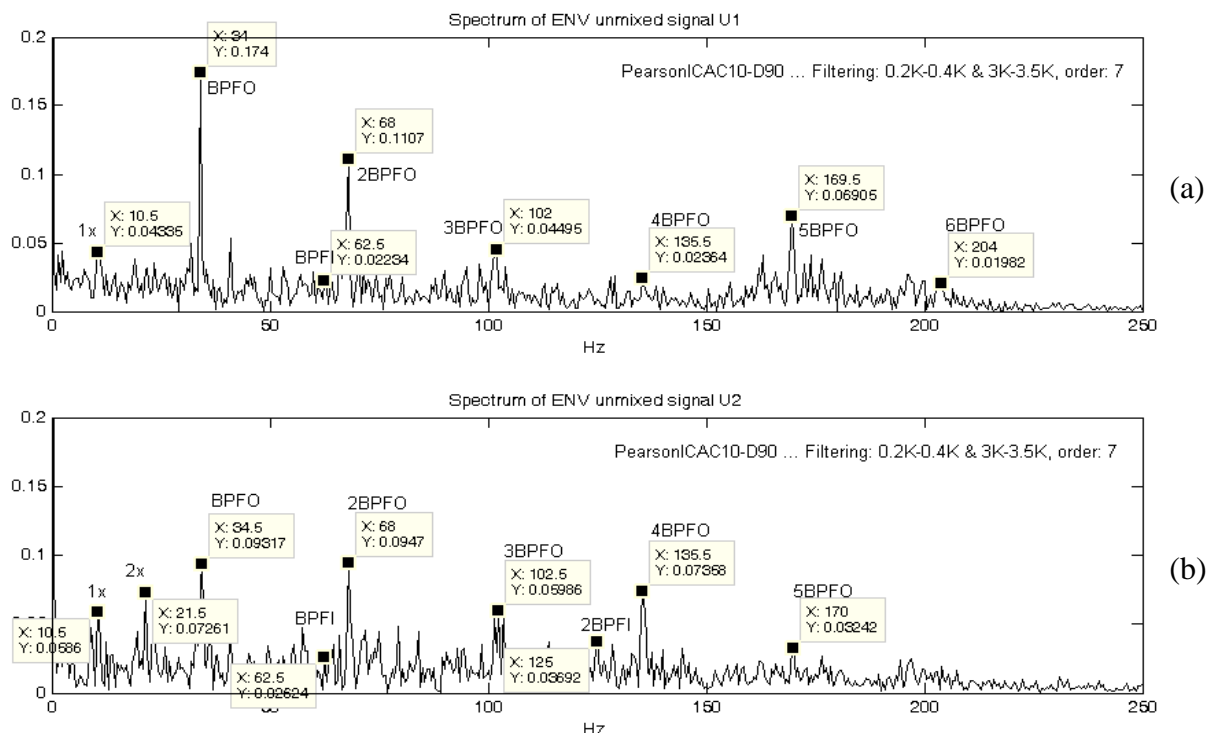
Όπως παρατηρείται και από την κυματομορφή των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον Infomax (σχήμα 7.49), φαίνεται ξεκάθαρα, ότι δεν έχει γίνει διαχωρισμός για αυτή την τοποθέτηση των αισθητήρων (θέσεις C10-D90), αντιθέτως διακρίνονται και στα δύο διαχωρισμένα σήματα κρουστικοί παλμοί BPFO και BPFI (με περαιτέρω εστίαση εντοπίζονται και οι συχνότητες BPFO και BPFI, που οφείλονται και στους δύο τύπους φθοράς και στα δύο “διαχωρισμένα” σήματα).

Ακολουθούν σχήματα (7.50, 7.51 και 7.52) με τα αποδιαμορφωμένα φάσματα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τους αλγόριθμους ICA Fixed Point, PearsonICA και Parra Temporal Predictability.

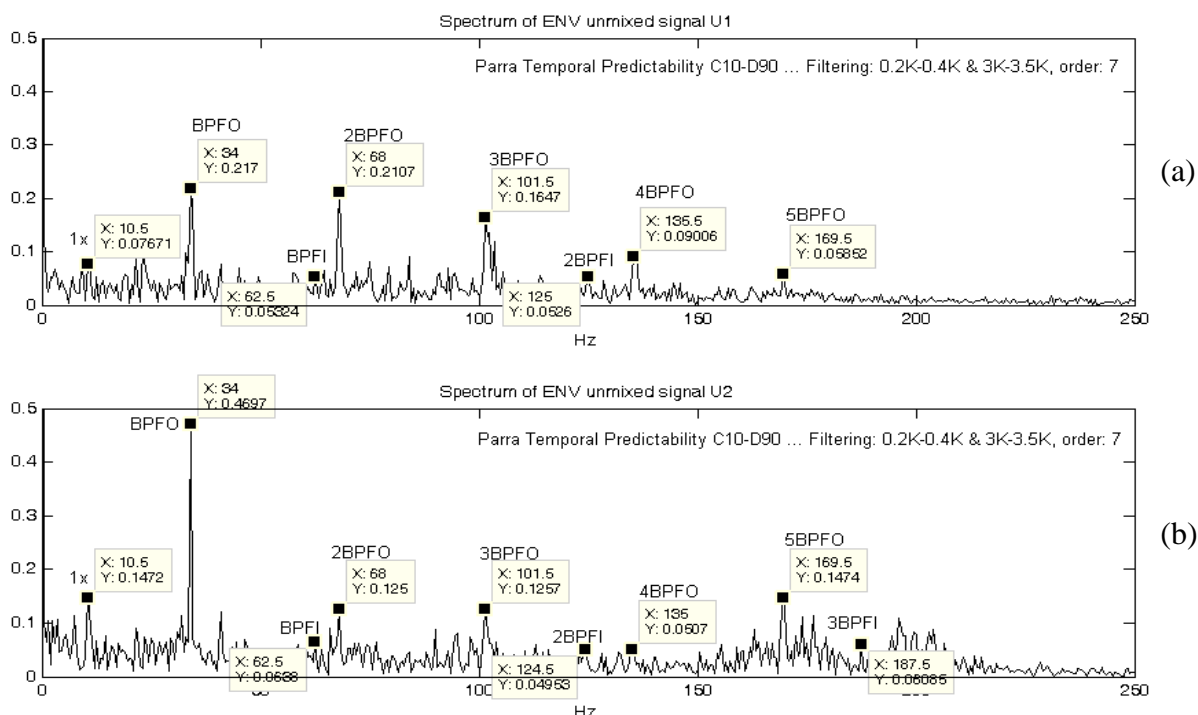


Σχήμα 7.50 Αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο ICA Fixed Point

Από το αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων (σχήμα 7.50), ο αλγόριθμος ICA Fixed Point φαίνεται ότι δεν μπορεί να διαχωρίσει τα συνδυασμένα σήματα, για αυτή την τοποθέτηση των αισθητήρων (θέσεις C10-D90). Στα αποδιαμορφωμένα φάσματα εντοπίζονται η ταχύτητα του άξονα περιστροφής και αρμονικές της, καθώς και πληροφορίες και για τις δύο βλάβες, γεγονός που επιβεβαιώνει ότι δεν γίνεται διαχωρισμός των σημάτων.



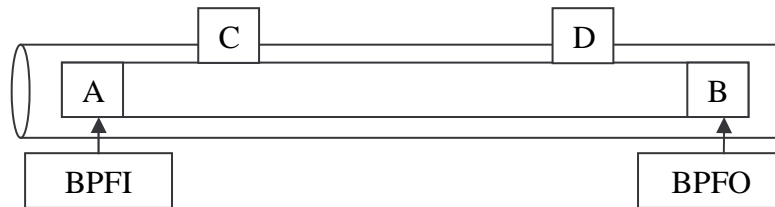
Σχήμα 7.51 Αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο PearsonICA



Σχήμα 8.52 Αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο Parra Temporal

Όπως φαίνεται και από τα αποδιαμορφωμένα φάσματα των “διαχωρισμένων” σημάτων (σχήματα 8.51, 8.52) ούτε οι αλγόριθμοι PearsonICA και Parra Temporal Predictability δεν μπορούν να διαχωρίσουν τα συνδυασμένα σήματα για τη δεδομένη τοποθέτηση των αισθητήρων (θέσεις C10-D90).

Ακολουθεί ανάλυση για τη δεύτερη τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C25-D75



Ακολουθεί πίνακας με τα αποτελέσματα διαχωρισμού των συνδυασμένων σημάτων, όταν οι αισθητήρες εδράζονται στις θέσεις C25 και D75 αντίστοιχα.

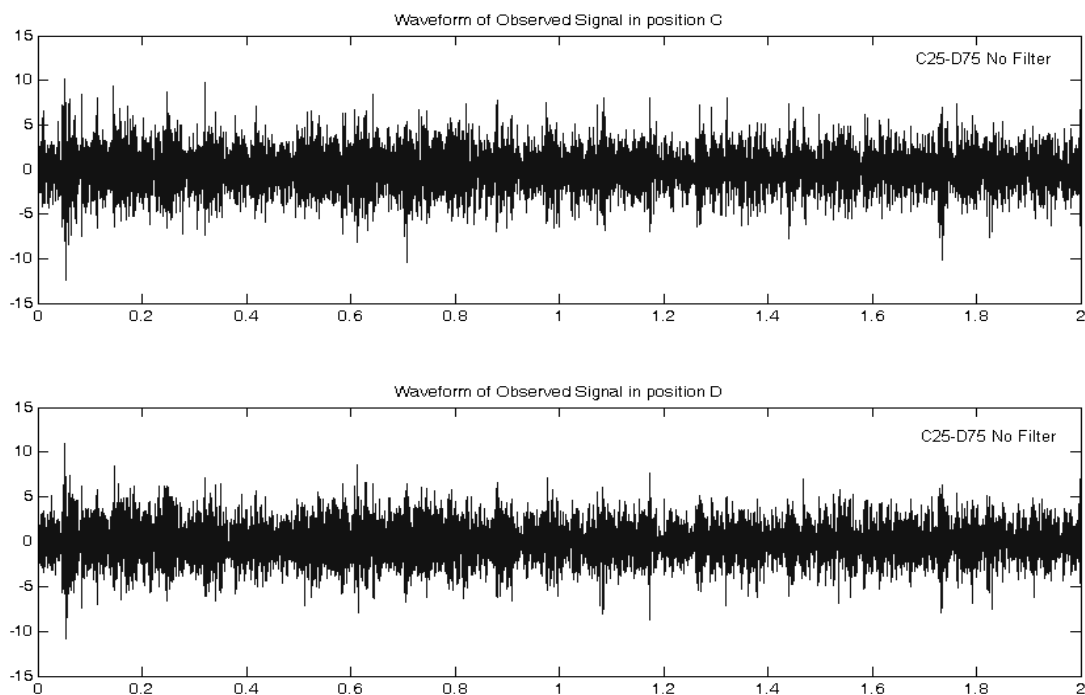
Πίνακας 7.6 Αποτελέσματα διαχωρισμού με αισθητήρες στις θέσεις C25 και D75

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΥ	Source Signals		ΣΕΙΡΑ ΦΟΡΤΩΣΗΣ ΤΩΝ MIXED SIGNALS XC XD		Διαχωρισμένα Σήματα		Εντοπισμός πηγής
	A	B	X ₁	X ₂	U ₁	U ₂	N\O
Infomax	BPFO	BPF1	BPFO	BPF1	BPFO & BPF1	BPFO & BPF1	0
ICA Fixed Point					BPFO & BPF1	BPFO & BPF1	0
PearsonICA					BPFO & BPF1	BPFO & BPF1	0
Parra Temporal Predictability					BPFO & BPF1	BPFO & BPF1	0

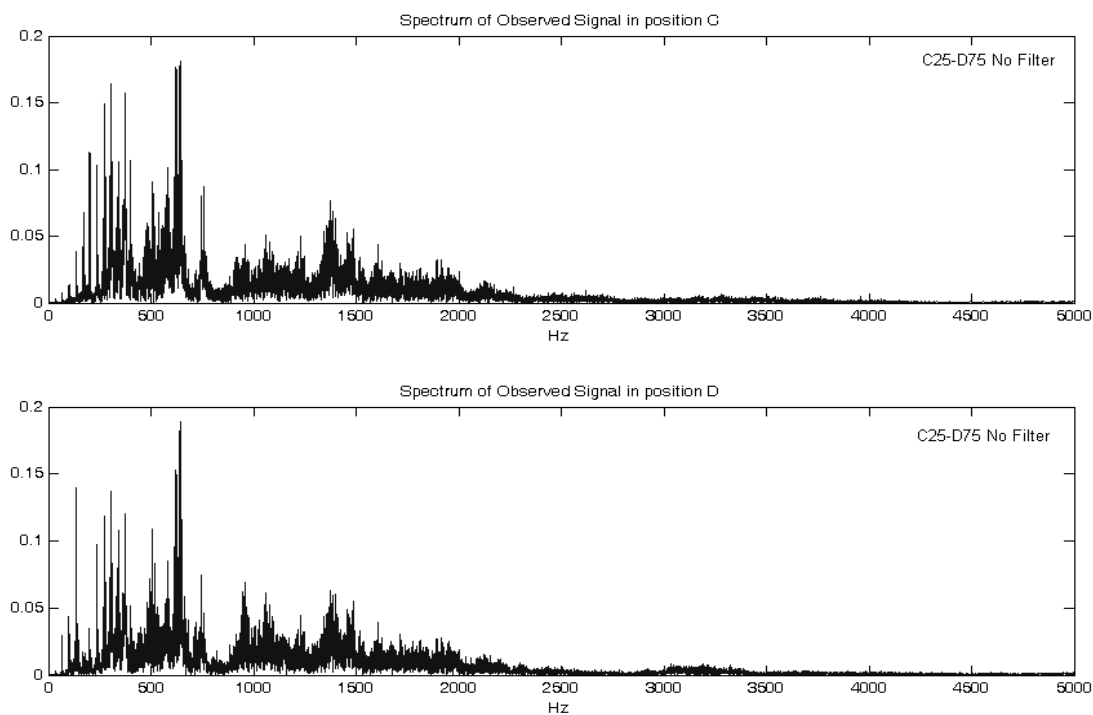
Όπως φαίνεται από τον πίνακα 7.6, για την τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C25 και D75 (μικρή απομάκρυνση από τις πηγές βλάβης), κανένας από τους αλγόριθμους δεν μπορεί να διαχωρίσει τα συνδυασμένα σήματα, αλλά κάθε “διαχωρισμένο” σήμα, περιλαμβάνει πληροφορία και από τους 2 τύπους φθοράς με συχνότητες BPFO και BPF1.

Ακολουθούν σχήματα (7.53, 7.54), όπου παρουσιάζονται οι κυματομορφές και τα φάσματα των συνδυασμένων σημάτων χωρίς να έχει πραγματοποιηθεί φιλτράρισμα και σχήμα (7.55) με τα αποδιαμορφωμένα φάσματα των συνδυασμένων σημάτων (ίδια για όλους τους αλγόριθμους).

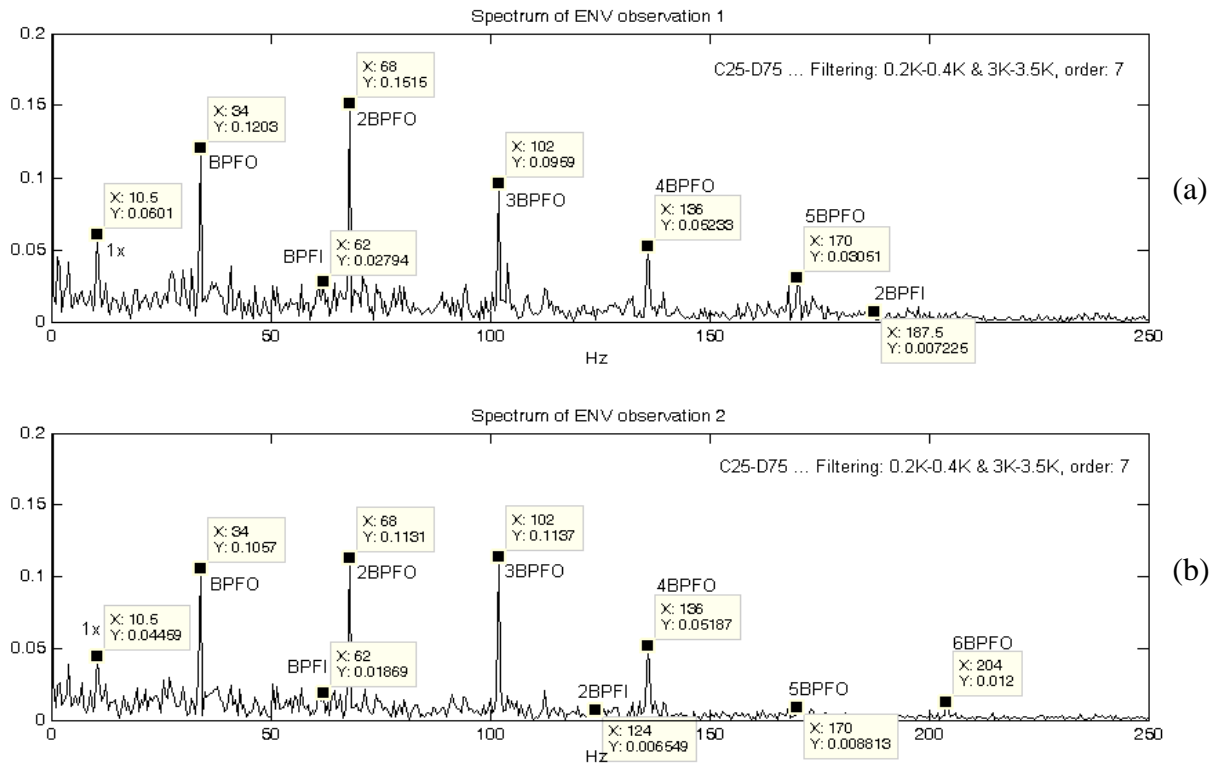
Για κάθε έναν από τους αλγόριθμους διαχωρισμού, παρουσιάζονται στη συνέχεια εικόνες με τα αποδιαμορφωμένα φάσματα των διαχωρισμένων σημάτων για να δειχθεί και ποιοτικά ότι για αυτές τις θέσεις των αισθητήρων, οι αλγόριθμοι δεν μπορούν να διαχωρίσουν τα συνδυασμένα σήματα.



Σχήμα 7.53 Κυματομορφές των συνδυασμένων σημάτων για τις θέσεις C25-D75, χωρίς φιλτράρισμα



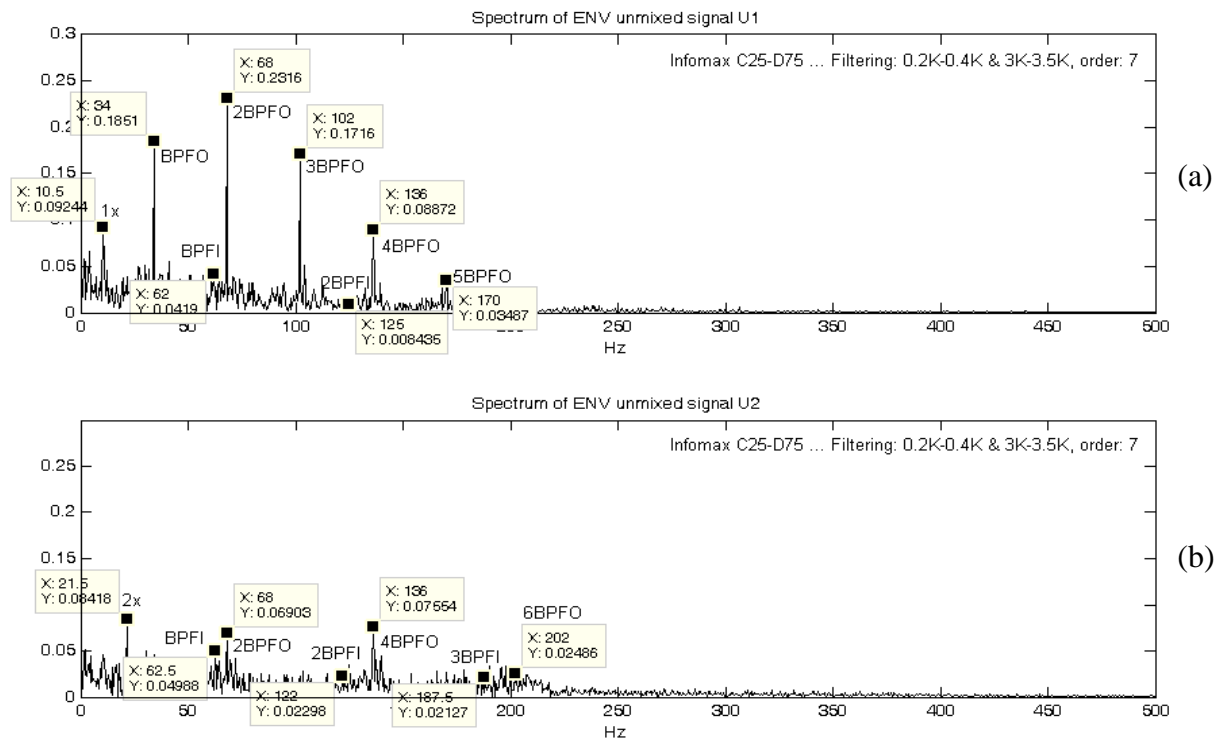
Σχήμα 7.54 Φάσματα των συνδυασμένων σημάτων για τις θέσεις C25-D75, χωρίς φιλτράρισμα



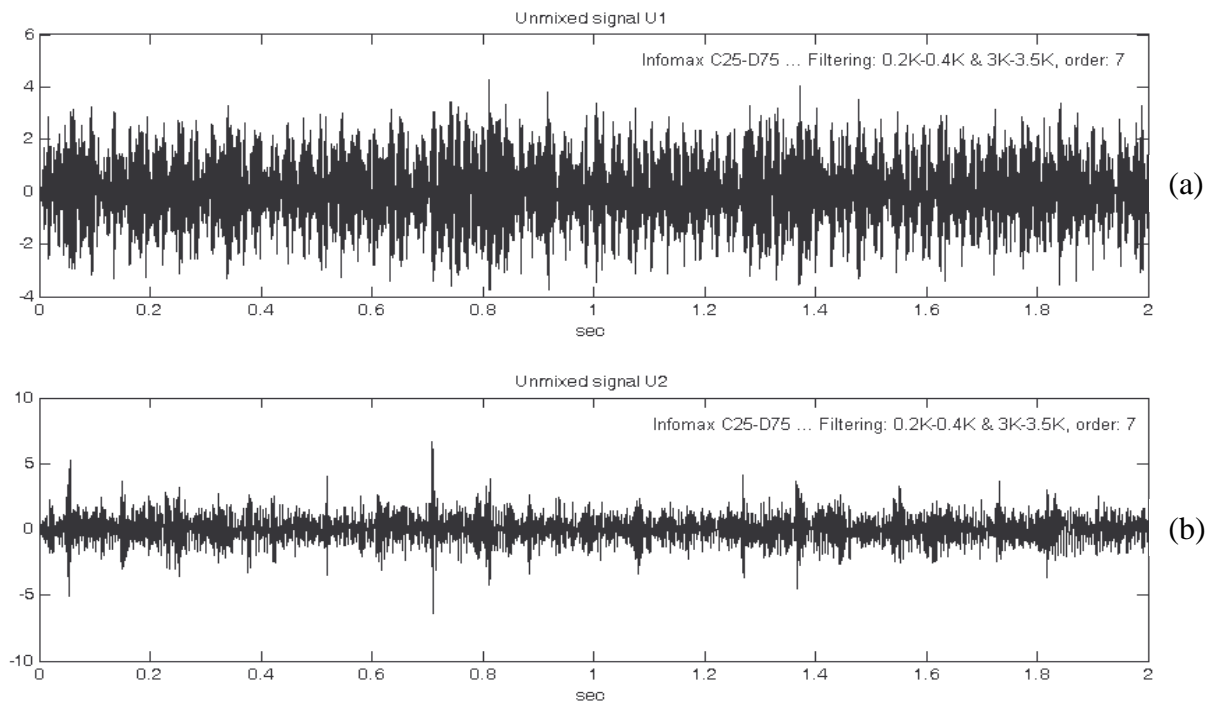
Σχήμα 7.55 Αποδιαμορφωμένα φάσματα των συνδυασμένων σημάτων για τις θέσεις C25-D75

Όπως φαίνεται από το σχήμα 7,55 του αποδιαμορφωμένου φάσματος των συνδυασμένων σημάτων, εντοπίζονται η ταχύτητα του άξονα περιστροφής, η BPFO και αρμονικές της, και η BPF1 και η 2^η αρμονική της. Αυτό που παρατηρείται είναι ότι το πλάτος της BPF1 είναι και σε αυτή την περίπτωση τοποθέτησης των αισθητήρων πολύ μικρό, ώστε να εντοπίζεται με δυσκολία.

Ακολουθούν τα αποδιαμορφωμένα φάσματα των αλγόριθμων διαχωρισμού, για κάθε έναν από τους τέσσερις αλγόριθμους διαχωρισμού (Infomax, ICA Fixed Point, PearsonICA και Parra Temporal Predictability).



Σχήμα 7.56 Αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax



Σχήμα 7.57 Κυματομορφή των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax

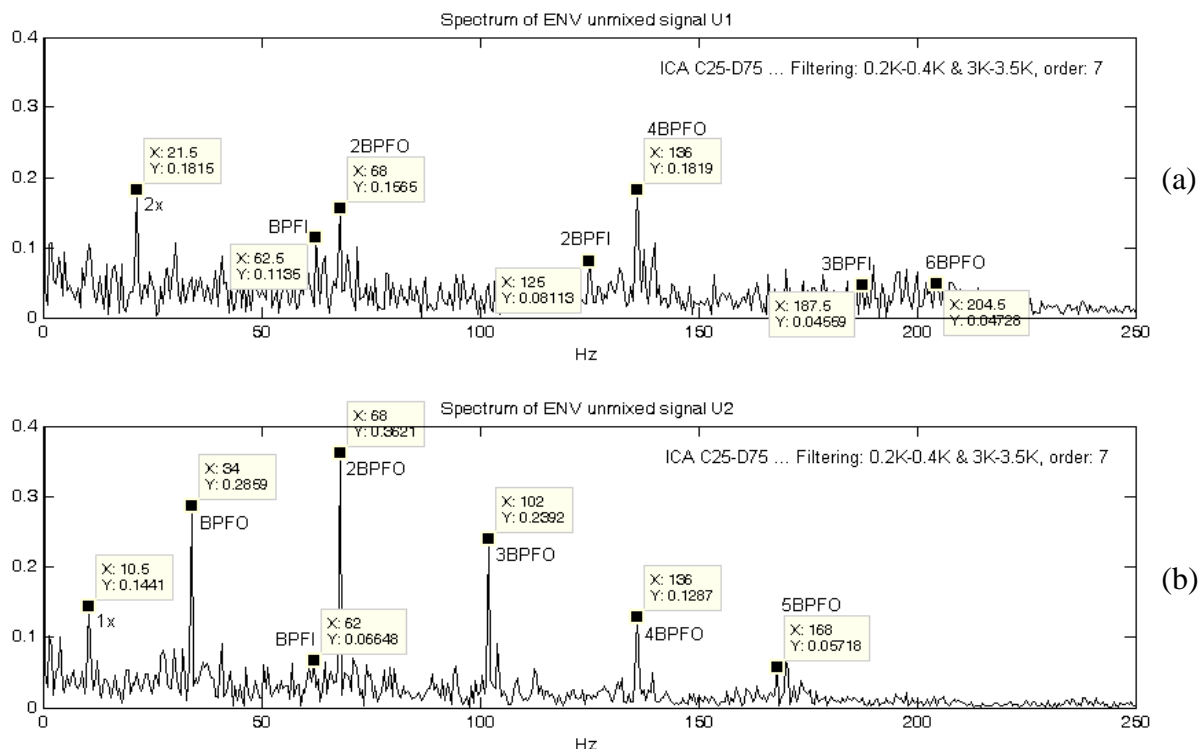
Όπως φαίνεται από το αποδιαμορφωμένο φάσμα και από την κυματομορφή των “διαχωρισμένων” σημάτων (σχήμα 7.56 και 7.57), ο αλγόριθμος Infomax, διαχωρίζει καλύτερα τα σήματα για τη τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C25-D75, αλλά όχι τελείως. Αυτό που παρατηρείται είναι ότι και στα δύο αποδιαμορφωμένα φάσματα, πέρα από την ταχύτητα του άξονα περιστροφής, περιέχεται πληροφορία και από τις δύο πηγές βλάβης (συχνότητες BPFO και BPF1 και αρμονικές αυτών). Παρόλα αυτά η πληροφορία αυτή είναι μικρή. Πιο συγκεκριμένα από το σχήμα 7.56, φαίνεται

ξεκάθαρα ότι έχει βελτιωθεί ο διαχωρισμός, με το φάσμα του διαχωρισμένου σήματος U_1 (8.56a), να περιέχει την BPFO και τις αρμονικές της, και ελάχιστη πληροφορία της BPF1. Αντίστοιχα στο φάσμα του U_2 (8.56b), περιέχεται η BPF1 και αρμονικές της, αλλά περιέχεται και “αρκετή” πληροφορία της BPFO

Συγκριτικά με το αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων της 1^{ης} τοποθέτησης των αισθητήρων (θέσεις C10-D90), φαίνεται ότι με απομάκρυνση από τις πηγές βλάβης, η ποιότητα του διαχωρισμού βελτιώνεται.

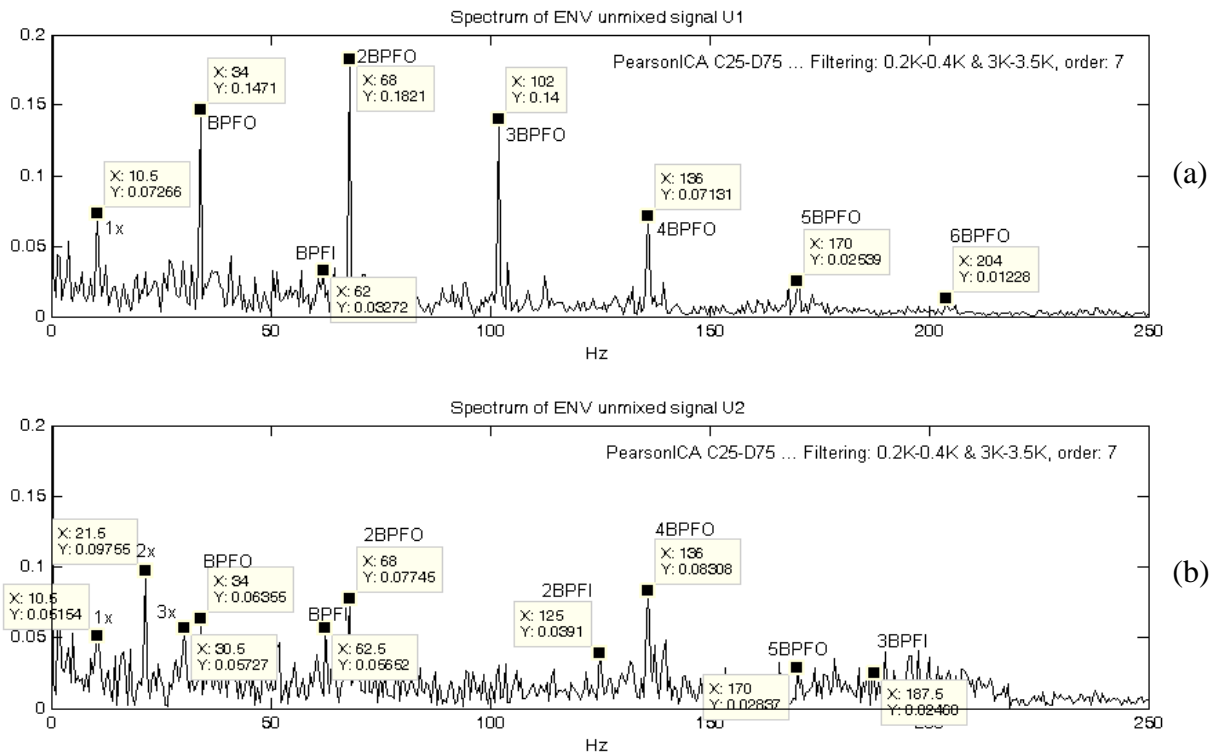
Αναφορικά με την κυματομορφή των διαχωρισμένων σημάτων (σχήμα 7.57), φαίνεται και από εδώ ότι ο διαχωρισμός των συνδυασμένων σημάτων είναι καλύτερος σε σχέση με την 1^η τοποθέτηση των αισθητήρων, αλλά ακόμα δεν είναι ο καλύτερος δυνατός, αφού σε κάθε διαχωρισμένο σήμα παρατηρούνται κρουστικοί παλμοί (με εστίαση), που προέρχονται και από τις δύο πηγές βλάβης.

Ακολουθούν σχήματα με τα αποδιαμορφωμένα φάσματα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τους αλγόριθμους ICA Fixed Point, PearsonICA και Parra Temporal Predictability.

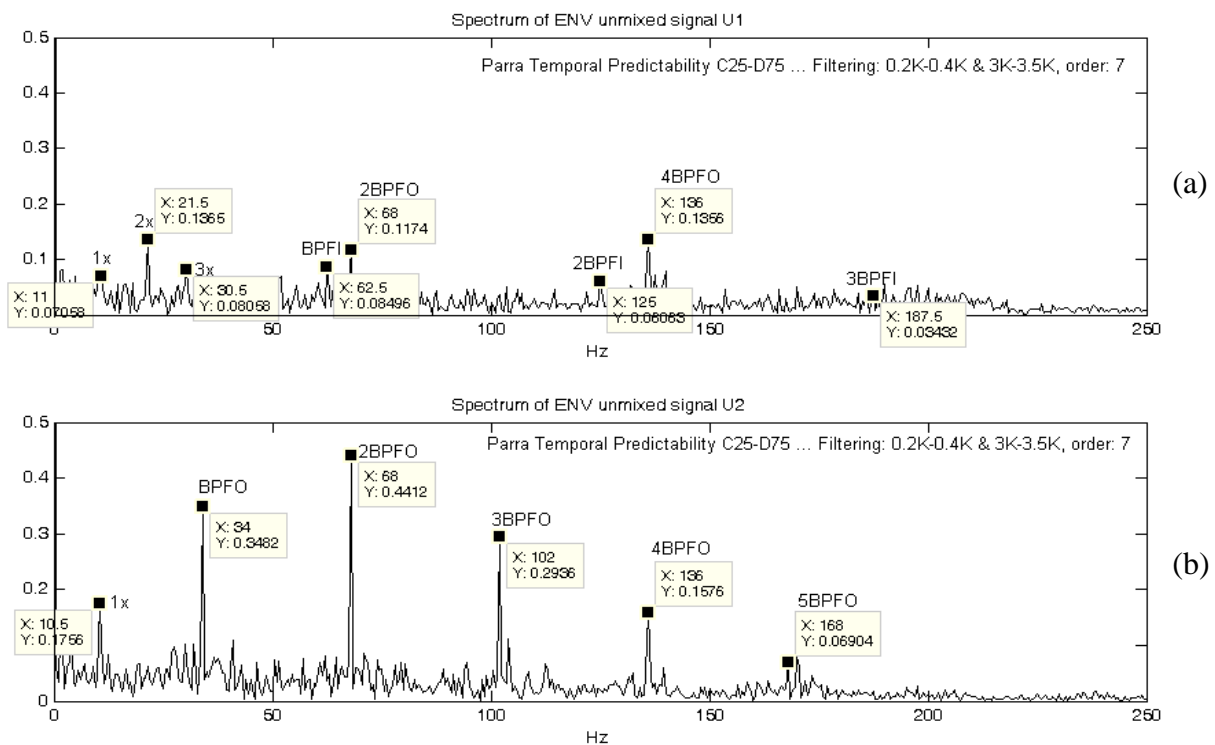


Σχήμα 7.58 Αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο ICA Fixed Point

Παρατηρώντας το αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο ICA (σχήμα 7.58), εξάγεται το συμπέρασμα ότι ούτε ο αλγόριθμος ICA μπορεί να διαχωρίσει τέλεια τα συνδυασμένα σήματα για τη δεδομένη τοποθέτηση των αισθητήρων (θέσεις C25-D75). Και στα δύο φάσματα παρατηρούνται πέρα από την ταχύτητα του άξονα περιστροφής και οι δύο συχνότητες BPFO και BPF1 (που σχετίζονται με τους δύο τύπου φθοράς στον εξωτερικό και εσωτερικό δακτύλιο) και οι αρμονικές τους.

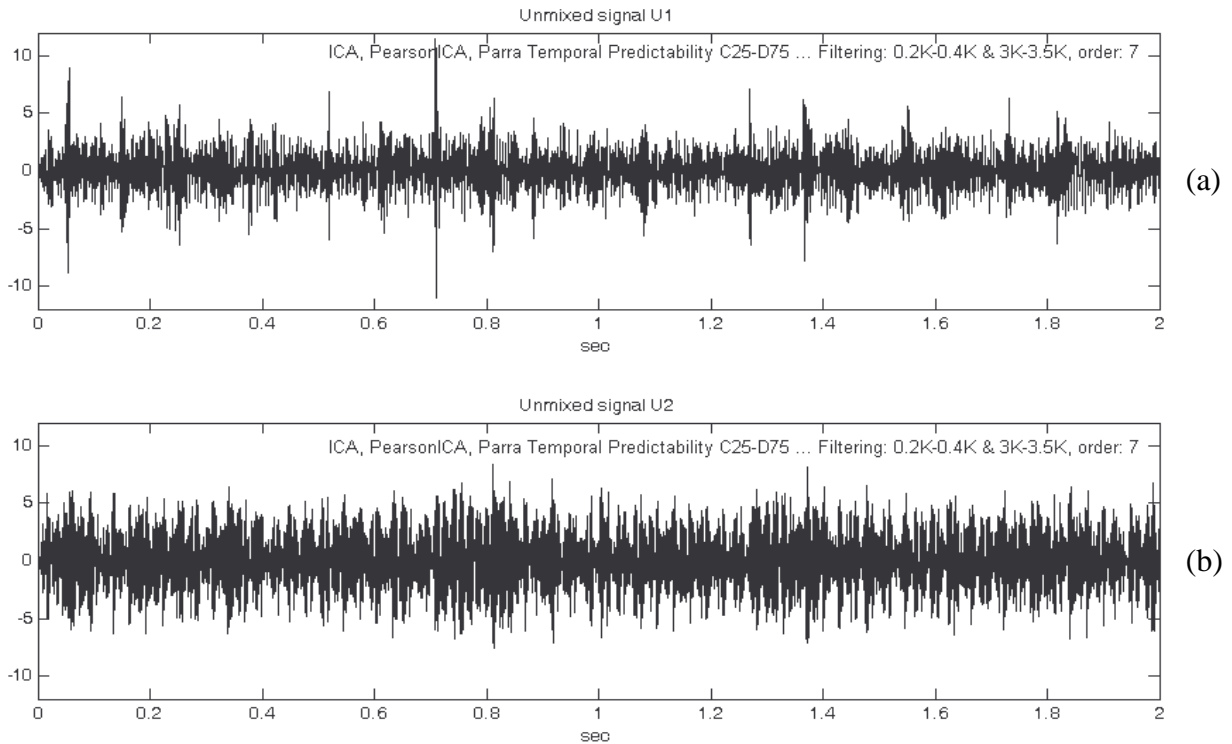


Σχήμα 7.59 Αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο PearsonICA



Σχήμα 7.60 Αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο Parra Temporal

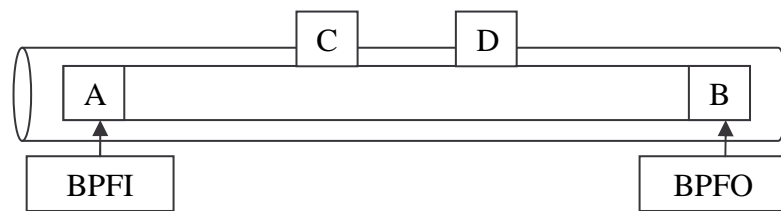
Όπως φαίνεται από τα αποδιαμορφωμένα φάσματα των διαχωρισμένων σημάτων για τους αλγόριθμους PearsonICA και Parra Temporal (σχήματα 7.59, 7.60), ούτε αυτοί οι αλγόριθμοι μπορούν να κάνουν καλό διαχωρισμό για τη δεδομένη θέση των αισθητήρων.



Σχήμα 7.61 Κυματομορφή των διαχωρισμένων σημάτων κατά τους αλγόριθμους ICA, PearsonICA και Parra Temporal

Ο λόγος που παρατίθεται και η χρονική κυματομορφή των διαχωρισμένων σημάτων για τους αλγόριθμους ICA, PearsonICA και Parra Temporal Predictability (σχήμα 7.61), είναι για ναδειχθεί ότι και η 3 αλγόριθμοι εμφανίζουν την ίδια περίπου ποιότητα διαχωρισμού με τον αλγόριθμο Infomax (για τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C25-D75), αλλά τα “διαχωρισμένα” σήματα, έχουν εξαχθεί με αντίστροφη σειρά, σε σχέση με τη σειρά με την οποία είχαν φορτωθεί τα σήματα αρχικά στους αλγόριθμους.

Ακολουθεί ανάλυση για την Τρίτη τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C40-D60.



Ακολουθεί πίνακας με τα αποτελέσματα διαχωρισμού των συνδυασμένων σημάτων, όταν οι αισθητήρες εδράζονται στις θέσεις C40 και D60 αντίστοιχα.

Πίνακας 7.7 Αποτελέσματα διαχωρισμού με αισθητήρες στις θέσεις C40 και D60

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΥ	Source Signals		ΣΕΙΡΑ ΦΟΡΤΩΣΗΣ ΤΩΝ MIXED SIGNALS XC XD		Διαχωρισμένα Σήματα		Εντοπισμός πηγής
	A	B	X1	X2	U1	U2	N\O
Infomax	BPFO	BPFI	BPFO	BPFI	BPFO	BPFI	N
ICA Fixed Point					BPFI	BPFO	O
PearsonICA					BPFI	BPFO	O
Parra Temporal Predictability					BPFI	BPFO	O
			Αλλαγή στη σειρά φόρτωσης των συνδυασμένων σημάτων				
Infomax	BPFO	BPFI	BPFI	BPFO	BPFI	BPFO	N
ICA Fixed Point					BPFI	BPFO	N
PearsonICA					BPFI	BPFO	N
Parra Temporal Predictability					BPFI	BPFO	N

Όπως φαίνεται από τον πίνακα 7.7, για την τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C40 και D60 (δηλαδή μεγάλη απομάκρυνση των αισθητήρων από τις πηγές βλάβης), και οι τέσσερις αλγόριθμοι καταφέρνουν να διαχωρίσουν τα συνδυασμένα σήματα, στα “αρχικά” πηγαία σήματα (στην πραγματικότητα δεν πρόκειται για τα αρχικά πηγαία σήματα, αλλά για scaled εκδοχές των αρχικών πηγαίων σημάτων).

Όπως και στη μεγάλη πειραματική διάταξη (Large Test Rig) έτσι και στη μικρή πειραματική διάταξη (Small Test Rig), αυτό που παρατηρείται στην περίπτωση όπου ο διαχωρισμός είναι καλός είναι το εξής: Από τους τέσσερις αλγόριθμους διαχωρισμού, **μόνο** ο αλγόριθμος Infomax είναι σε θέση να εντοπίζει και την πηγή του εκάστοτε διαχωρισμένου σήματος. Αυτό αποδεικνύεται και με αλλαγή στη σειρά φόρτωσης των συνδυασμένων σημάτων.

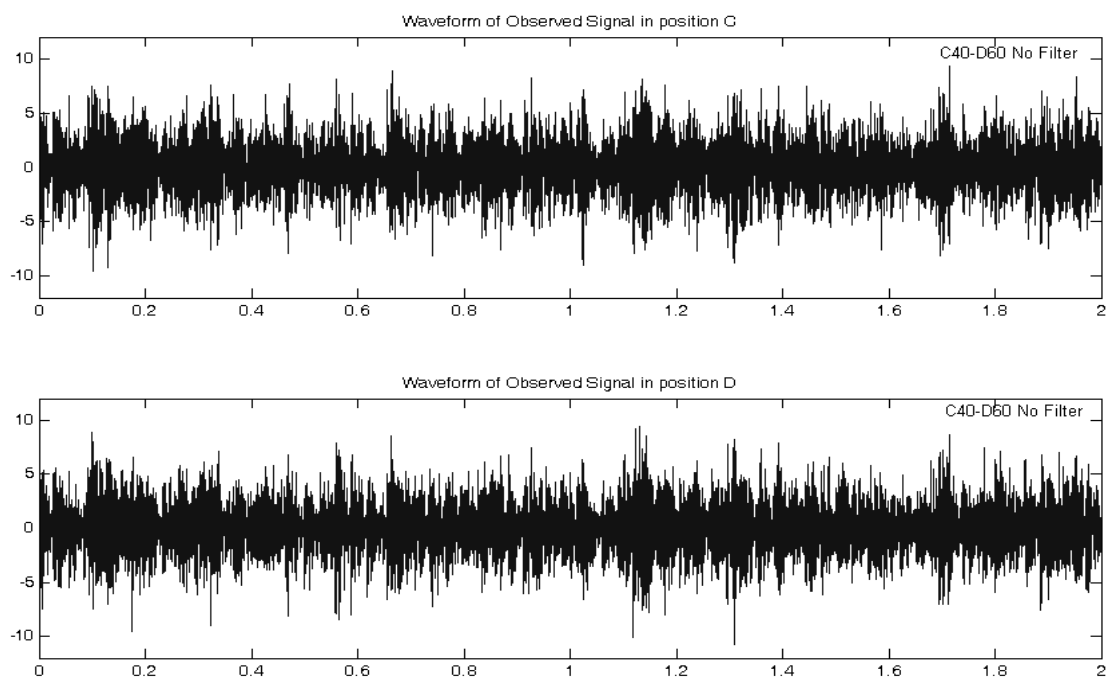
Σύμφωνα με την αρχική σειρά φόρτωσης των σημάτων όπως φαίνεται και από τον πίνακα 6, και οι τέσσερις αλγόριθμοι διαχωρίζουν καλά τα συνδυασμένα σήματα, **αλλά** μόνο ο αλγόριθμος Infomax εμφανίζει τα διαχωρισμένα σήματα, σύμφωνα με την αναμενόμενη σειρά.

Αλλάζοντας τώρα τη σειρά φόρτωσης, έχοντας (πίνακας 7.7) και οι τέσσερις αλγόριθμοι διαχωρίζουν και πάλι τα σήματα, ο αλγόριθμος Infomax εμφανίζει τα διαχωρισμένα σήματα, σύμφωνα με την αναμενόμενη σειρά, ενώ και οι υπόλοιποι αλγόριθμοι εμφανίζουν τα διαχωρισμένα σήματα, σύμφωνα με την αναμενόμενη σειρά, η οποία όμως είναι ίδια με την προηγούμενη σειρά εμφάνισης των διαχωρισμένων σημάτων.

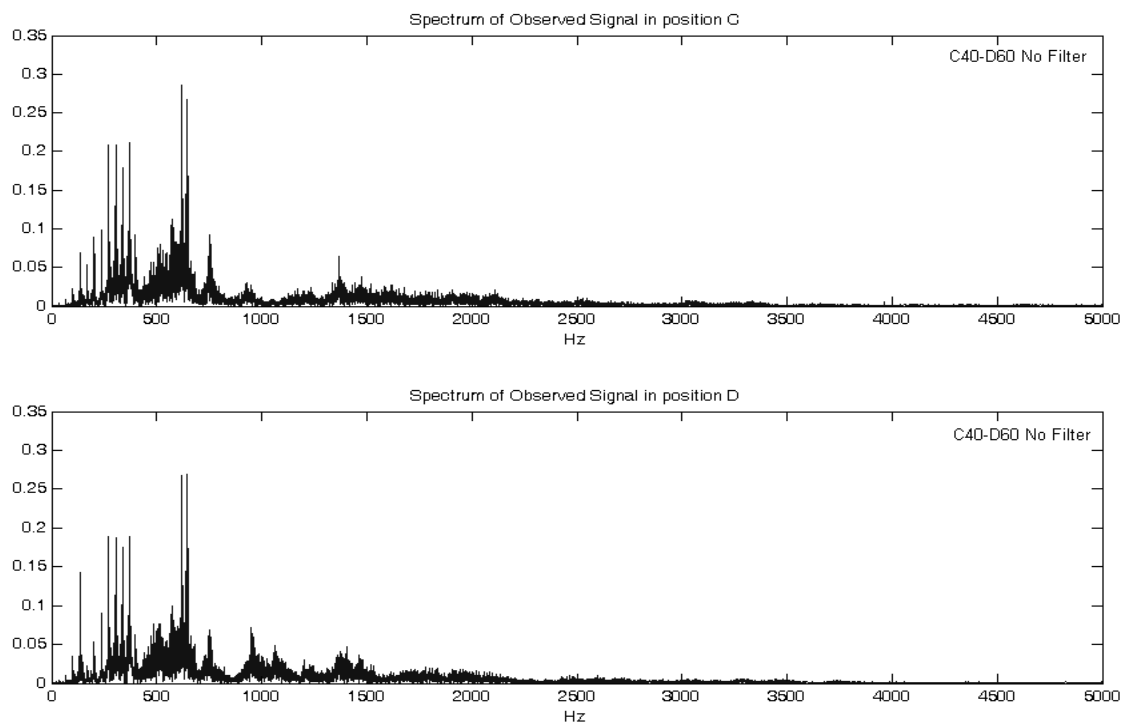
Από εδώ γίνεται αντιληπτό, ότι μόνο ο αλγόριθμος Infomax, μπορεί να εντοπίζει την πηγή του εκάστοτε διαχωρισμένου σήματος.

Ακολουθούν σχήματα (7.62, 7.63), όπου παρουσιάζονται οι κυματομορφές και τα φάσματα των συνδυασμένων σημάτων χωρίς να έχει πραγματοποιηθεί φιλτράρισμα και σχήμα (7.64) με τα αποδιαμορφωμένα φάσματα των συνδυασμένων σημάτων (ίδια για όλους τους αλγόριθμους).

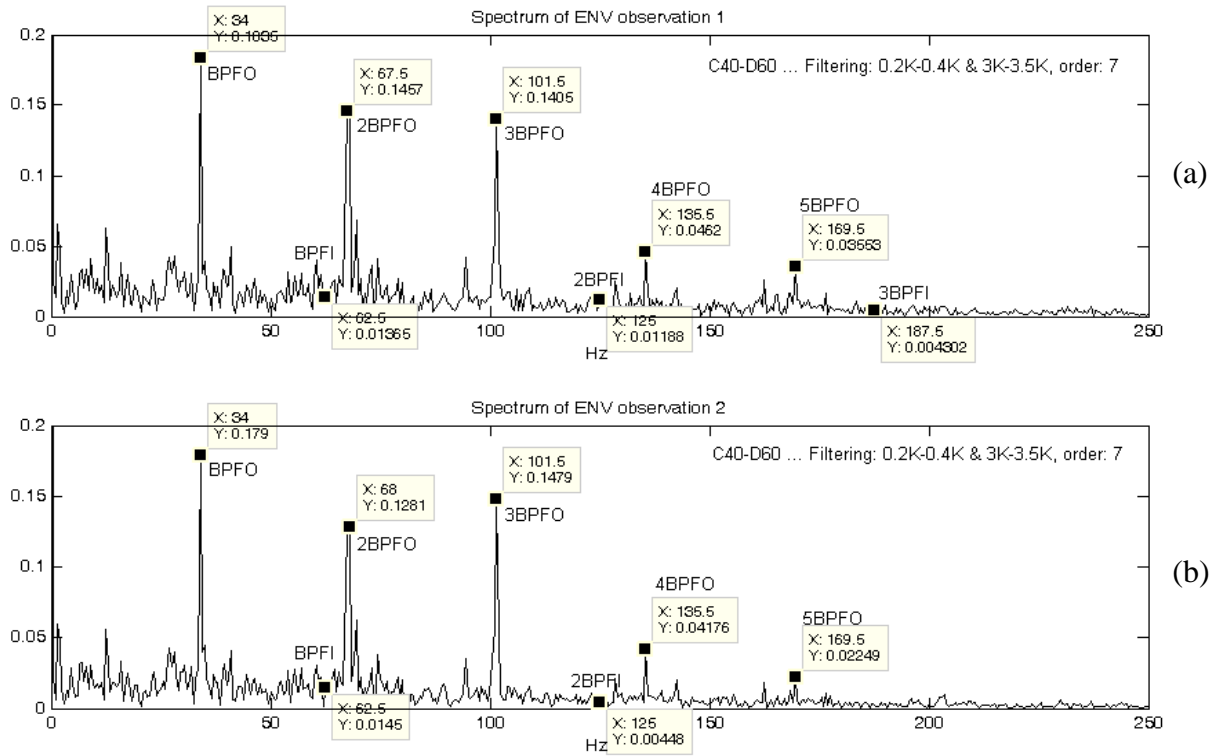
Για κάθε έναν από τους αλγόριθμους διαχωρισμού και για την αρχική σειρά φόρτωσης των συνδυασμένων, παρουσιάζονται εικόνες με τα αποδιαμορφωμένα φάσματα των διαχωρισμένων σημάτων για ναδειχθεί και ποιοτικά ότι για αυτές τις θέσεις των αισθητήρων, οι αλγόριθμοι διαχωρίζουν τα συνδυασμένα σήματα, αλλά μόνο ο αλγόριθμος Infomax μπορεί να εντοπίζει και τις πηγές.



Σχήμα 7.62 Κυματομορφές των συνδυασμένων σημάτων για τις θέσεις C40-D60, χωρίς φιλτράρισμα



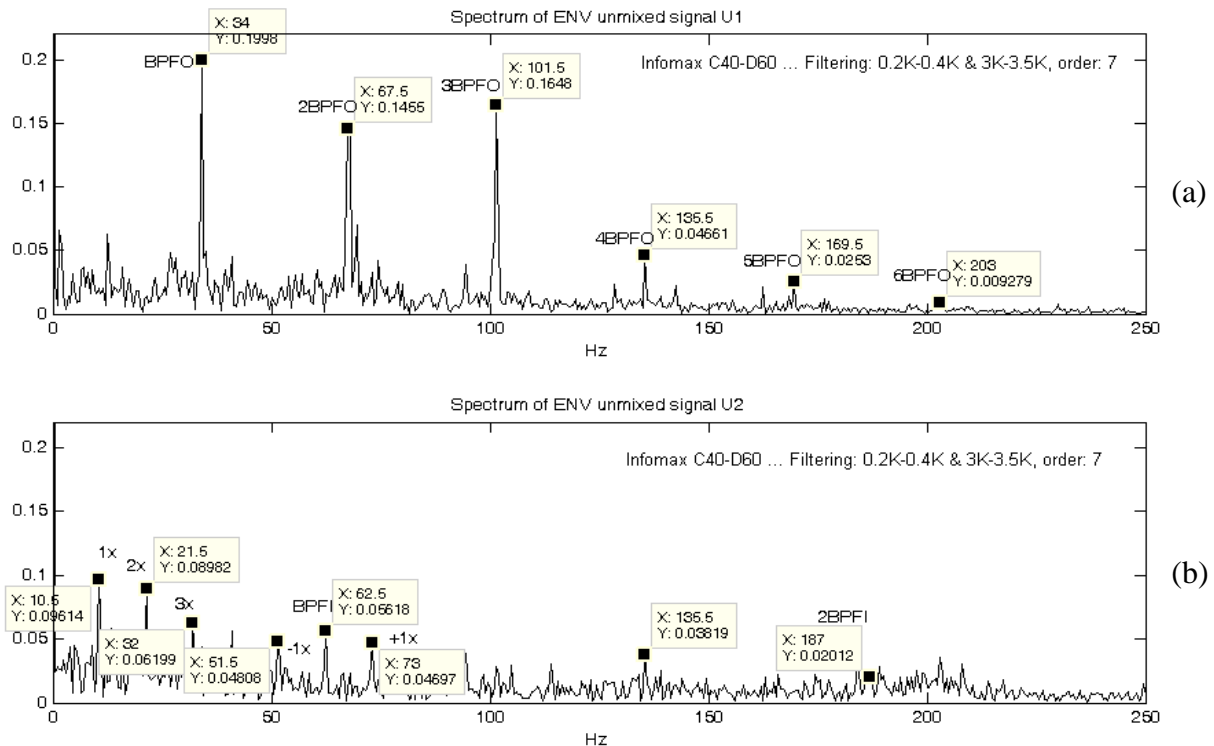
Σχήμα 7.63 Φάσματα των συνδυασμένων σημάτων για τις θέσεις C40-D60, χωρίς φιλτράρισμα



Σχήμα 7.64 Αποδιαμορφωμένα φάσματα των συνδυασμένων σημάτων για τις θέσεις C40-D60

Όπως φαίνεται από το σχήμα 7.64 του αποδιαμορφωμένου φάσματος των συνδυασμένων σημάτων, εντοπίζονται η BPFO και οι αρμονικές της, και η BPFI, η οποία όμως έχει πάρα πολύ μικρό πλάτος. Συγκριτικά με τις προηγούμενες δύο τοποθετήσεις των αισθητήρων, τα πλάτη των αιχμών όπου εντοπίζονται οι συχνότητες BPFO και BPFI, είναι πιο μεγάλα αναφορικά με τη συχνότητα BPFO, ενώ για τη συχνότητα BPFI είναι μικρότερα.

Ακολουθούν σχήματα με τα αποτελέσματα διαχωρισμού, με τους αισθητήρες να βρίσκονται στις θέσεις C40-D60, αλλά τη σειρά φόρτωσης των σημάτων να έχει αλλάξει και να είναι $X_1 \rightarrow$ BPFO (δηλαδή στο πρώτο συνδυασμένο σήμα θα υπερέχει η συχνότητα BPFO) και $X_2 \rightarrow$ BPFI (δηλαδή στο δεύτερο συνδυασμένο σήμα θα υπερέχει η συχνότητα BPFI).



Σχήμα 7.65 Αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax

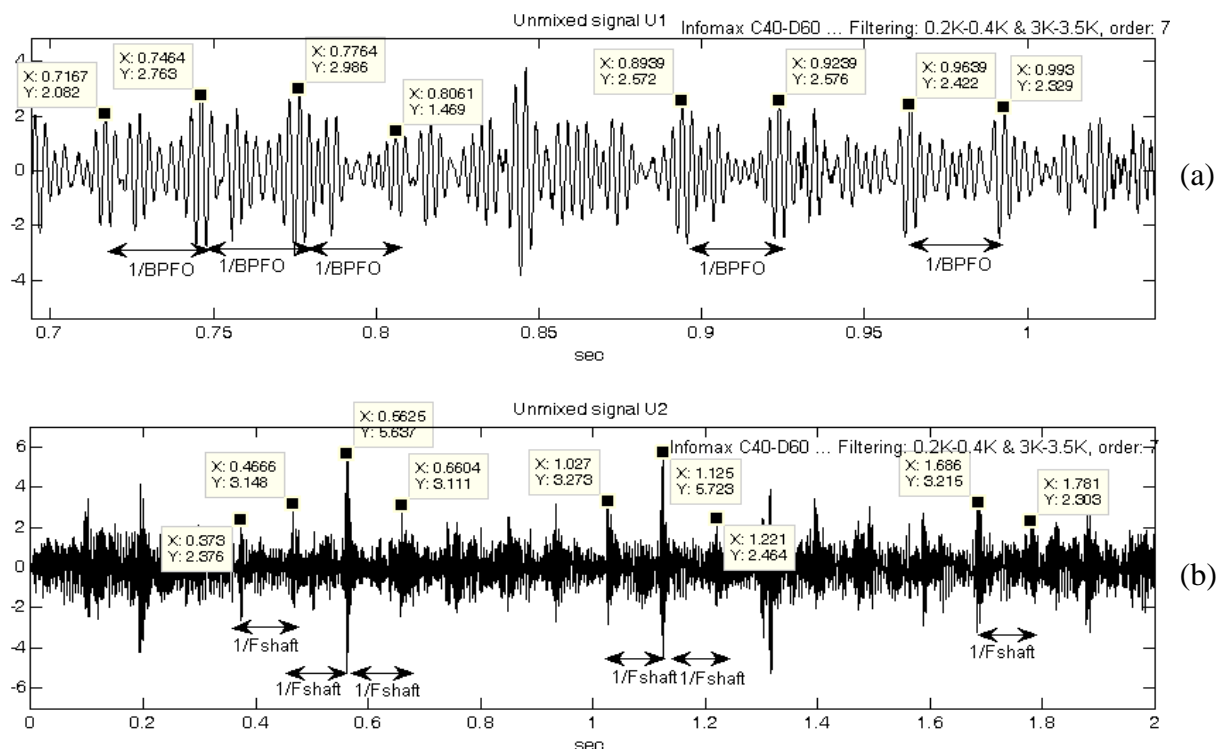
Όπως φαίνεται από το φάσμα των αποδιαμορφωμένων διαχωρισμένων σημάτων (σχήμα 7.65), ο αλγόριθμος Infomax για τη δεδομένη τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C40-D60 διαχωρίζει πολύ καλά τα σήματα. Παρατηρώντας το αποδιαμορφωμένο φάσμα του διαχωρισμένου σήματος U_1 (σχήμα 7.65a), φαίνονται η συχνότητα της φθοράς στον εξωτερικό δακτύλιο, BPFO και οι αρμονικές της που σχετίζεται με τη συγκεκριμένη βλάβη.

Από το αποδιαμορφωμένο φάσμα του διαχωρισμένου σήματος U_2 (σχήμα 7.65b), εντοπίζονται οι ταχύτητα του άξονα περιστροφής και αρμονικές της, καθώς και η συχνότητα της φθοράς στον εσωτερικό δακτύλιο, BPF1 και αρμονικές της, με τις πλευρικές της αιχμές να ισαπέχουν κατά $\pm f_{\text{shaft}}$.

Κάτι που παρατηρείται από το αποδιαμορφωμένο φάσμα του U_2 (σχήμα 7.65b), είναι ότι εμφανίζεται μία αιχμή με συχνότητα 135.5Hz που ισοδυναμεί με την 5^η αρμονική της BPFO (χωρίς αυτό απαραίτητα να σημαίνει ότι πρόκειται για την 5BPFO). Από αυτό γίνεται αντιληπτό ότι δεν πραγματοποιείται τέλειος διαχωρισμός των σημάτων, αλλά ένα μικρό ποσοστό πληροφορίας της συχνότητας BPFO περνάει στο σήμα U_2 που αφορά τη φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο συχνότητας BPF1.

Αναφορικά με τον εντοπισμό των πηγών, φαίνεται ξεκάθαρα ότι ο αλγόριθμος Infomax εντοπίζει και την πηγή του διαχωρισμένου σήματος, αφού για τη σειρά φόρτωσης των συνδυασμένων σημάτων που είναι $X_1 \rightarrow \text{BPFO}$ (δηλαδή στο πρώτο συνδυασμένο σήμα θα υπερέχει η φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο συχνότητας BPFO) και $X_2 \rightarrow \text{BPF1}$ (δηλαδή στο δεύτερο συνδυασμένο σήμα θα υπερέχει η φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο συχνότητας BPF1), τα διαχωρισμένα σήματα εμφανίζονται με σειρά

$U_1 \rightarrow$ BPFO και $U_2 \rightarrow$ BPFI, δηλαδή ο Infomax διαχωρίζει τα σήματα και τα εμφανίζει κατά αντιστοιχία με την σειρά φόρτωσης.

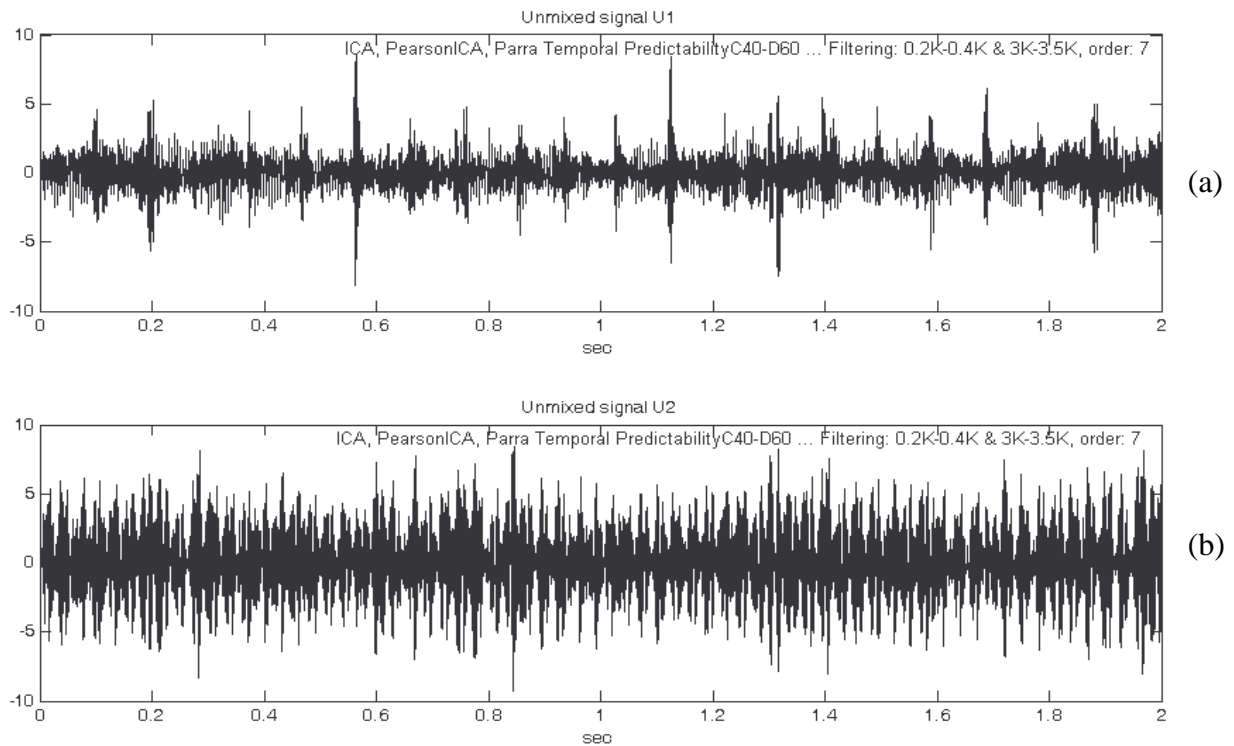


Σχήμα 7.66 Κυματομορφή των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax

Από τις κυματομορφές των διαχωρισμένων σημάτων κατά Infomax, φαίνεται ότι οι κρουστικοί παλμοί (έχουν επιλεγθεί ορισμένοι τυχαία) στο διαχωρισμένο σήμα U_1 (σχήμα 7.66a) (όπου έχει γίνει εστίαση για καλύτερο εντοπισμό), ισαπέχουν κατά $1/BPFO$ sec επομένως συμπεραίνεται ότι στο U_1 εμφανίζονται κρουστικοί παλμοί που προκαλούνται από φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο.

Από το διαχωρισμένο σήμα U_2 (σχήμα 7.66b), εντοπίζονται κρουστικοί παλμοί που ισαπέχουν κατά $1/f_{shaft}$ sec, πράγμα που υποδηλώνει ότι πρόκειται για κρουστικούς παλμούς που προκαλούνται από φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο.

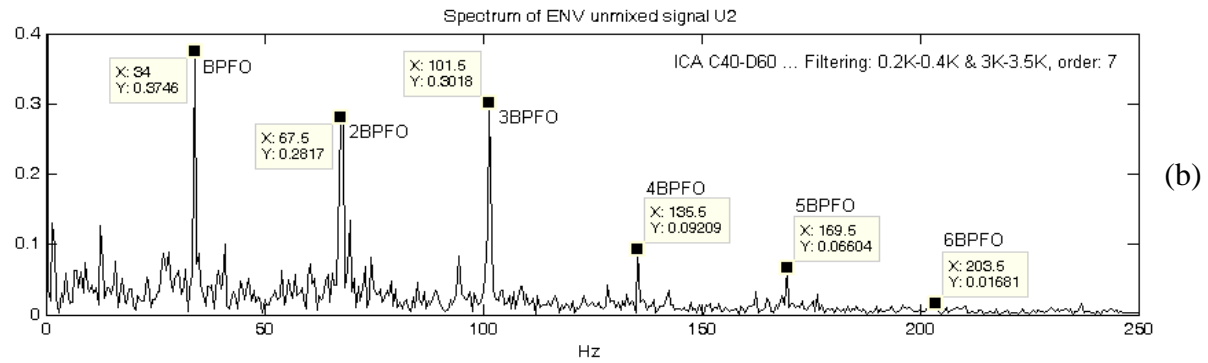
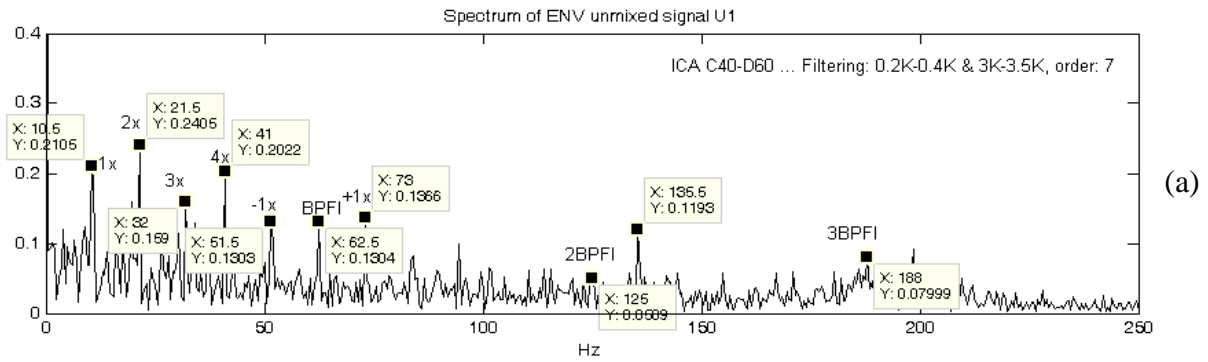
Ακολουθούν, η κυματομορφή των διαχωρισμένων σημάτων (είναι ίδια και για τους τρεις αλγόριθμους) και τα αποδιαμορφωμένα φάσματα, για τους υπόλοιπους αλγόριθμους διαχωρισμού (ICA Fixed Point, PearsonICA και Parra Temporal Predictability).



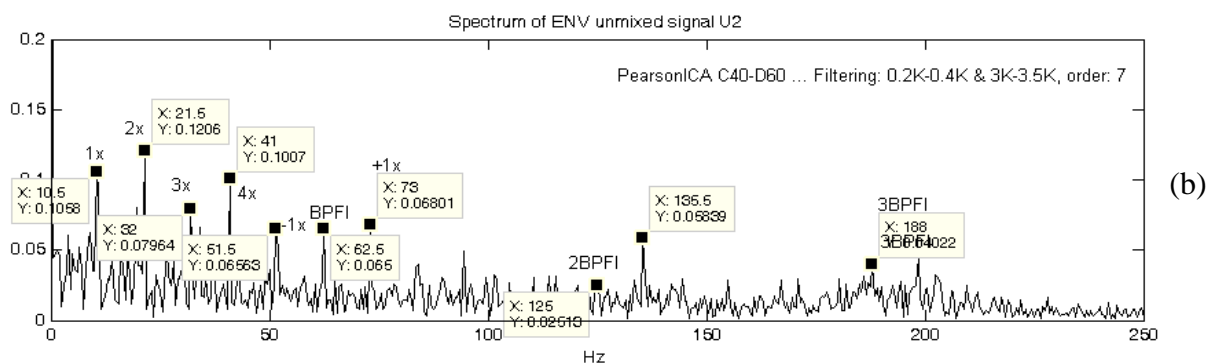
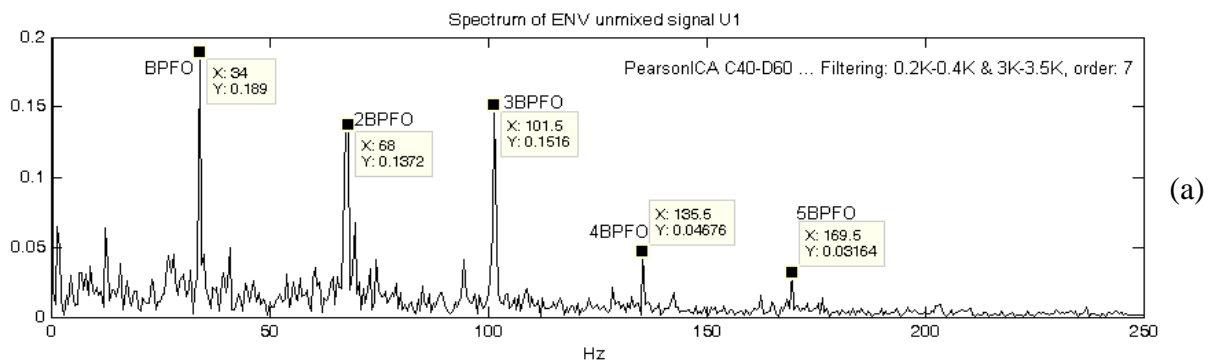
Σχήμα 7.67 Κυματομορφή των διαχωρισμένων σημάτων κατά τους αλγόριθμους ICA, PearsonICA και Parra Temporal

Το πρώτο πράγμα που γίνεται αντιληπτό βλέποντας τις κυματομορφές των διαχωρισμένων σημάτων (σχήμα 7.67) και συγκριτικά με τις αντίστοιχες που έδωσε ο αλγόριθμος Infomax, είναι ότι γίνεται μεν καλός διαχωρισμός των σημάτων για τη δεδομένη τοποθέτηση των αισθητήρων (θέσεις C40-D60), **αλλά** δεν μπορεί να γίνει εντοπισμός της πηγής από την οποία προήλθε το κάθε ένα από τα διαχωρισμένα σήματα, αφού ενώ η σειρά φόρτωσης των σημάτων είναι $X_1 \rightarrow \text{BPFO}$ (δηλαδή στο πρώτο συνδυασμένο σήμα θα υπερέχει η φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο με συχνότητα BPFO) και $X_2 \rightarrow \text{BPFI}$ (δηλαδή στο δεύτερο συνδυασμένο σήμα θα υπερέχει η φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο με συχνότητα BPFI), τα διαχωρισμένα σήματα εμφανίζονται με σειρά $U_1 \rightarrow \text{BPFI}$ (σχήμα 7.67a) και $U_2 \rightarrow \text{BPFO}$ (σχήμα 7.67b).

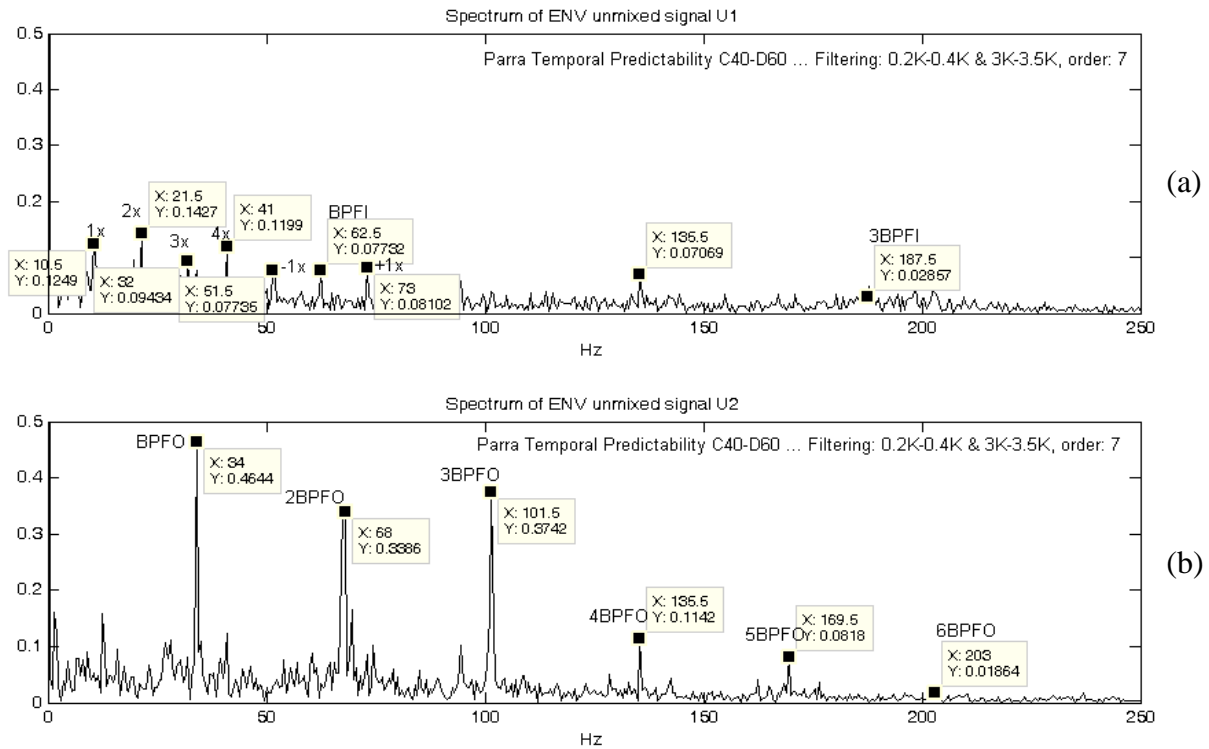
Συνεπώς, από εδώ εξάγεται ότι οι αλγόριθμοι ICA Fixed Point, PearsonICA και Parra Temporal Predictability **δεν** μπορούν να εντοπίσουν την πηγή από την οποία προέρχεται το καθένα από τα διαχωρισμένα σήματα.



Σχήμα 7.68 Αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο ICA Fixed Point



Σχήμα 7.69 Αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο PearsonICA



Σχήμα 7.70 Αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο Parra Temporal

Από τα αποδιαμορφωμένα φάσματα των διαχωρισμένων σημάτων για τους αλγόριθμους PearsonICA και Parra Temporal Predictability (σχήματα 7.68, 7.69 και 7.70), φαίνεται ότι και οι τρεις αλγόριθμοι διαχωρίζουν καλά τα συνδυασμένα σήματα για τη δεδομένη τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C40-D60, όμως δεν μπορούν να εντοπίσουν την πηγή βλάβης από την οποία προέρχεται το εκάστοτε διαχωρισμένο σήμα.

Στο αποδιαμορφωμένο φάσμα του διαχωρισμένου σήματος U_1 (σχήματα 7.68a, 7.69a, 7.70a), εντοπίζονται η ταχύτητα του άξονα περιστροφής και οι αρμονικές της, καθώς και η συχνότητα BPF1 και αρμονικές της, συμπεραίνοντας ότι το U_1 αφορά τη φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο, ενώ στο φάσμα του U_2 (σχήματα 7.68b, 7.69b, 7.70b) εντοπίζεται η συχνότητα BPFO και οι αρμονικές της, συμπεραίνοντας ότι το U_2 αφορά τη φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο.

Όπως και στο αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων του αλγόριθμου Infomax, έτσι και εδώ, εμφανίζεται στο φάσμα του U_1 (σχήματα 7.68a, 7.69a, 7.70a) μία αιχμή με συχνότητα 135.5Hz που ισοδυναμεί με την 5^η αρμονική της BPFO (χωρίς αυτό απαραίτητα να σημαίνει ότι πρόκειται για την 5BPFO). Από αυτό γίνεται αντιληπτό ότι ούτε οι αλγόριθμοι ICA, PearsonICA και Parra Temporal Predictability πραγματοποιούν τέλειο διαχωρισμό των σημάτων, αλλά ένα μικρό ποσοστό πληροφορίας της φθοράς στον εξωτερικό δακτύλιο (συχνότητας BPFO) περνάει στο σήμα U_1 που αφορά τη φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο.

7.3 Συμπεράσματα

Και στις δύο πειραματικές διατάξεις (Large Test Rig και Small Test Rig), πραγματοποιήθηκε διαχωρισμός των συνδυασμένων σημάτων που αφορούσαν φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο συχνότητας BPFO και φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο συχνότητας BPFI, για τρεις διαφορετικές τοποθετήσεις των αισθητήριων οργάνων σε σχέση με τις θέσεις στις οποίες εδράζονται οι ένσφαιροι τριβείς που φέρουν την εκάστοτε φθορά, με χρήση τεσσάρων αλγορίθμων διαχωρισμού, Infomax, ICA Fixed Point, PearsonICA και Parra Temporal Predictability.

Από τα πειραματικά αποτελέσματα μπορούν να εξαχθούν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

5. Τόσο στη μεγάλη πειραματική διάταξη όσο και στη μικρή πειραματική διάταξη, οι αλγόριθμοι κατάφεραν να κάνουν καλό διαχωρισμό των συνδυασμένων σημάτων, για **μία μόνο** τοποθέτηση των αισθητήριων οργάνων.
6. Στη μεγάλη πειραματική διάταξη (Large Test Rig), οι αλγόριθμοι πραγματοποίησαν καλό διαχωρισμό των συνδυασμένων σημάτων, με τοποθέτηση των αισθητήριων στις θέσεις C25-D75.
7. Στη μικρή πειραματική διάταξη (Small Test Rig), οι αλγόριθμοι πραγματοποίησαν καλό διαχωρισμό των συνδυασμένων σημάτων, με τοποθέτηση των αισθητήριων στις θέσεις C40-D60.
8. Από τις παρατηρήσεις 2 και 3 εξάγεται ένα πάρα πολύ σημαντικό συμπέρασμα: **Τα αποτελέσματα διαχωρισμού αλλά και η ποιότητα του διαχωρισμού των συνδυασμένων σημάτων είναι άμεσα εξαρτημένα από τις θέσεις στις οποίες τοποθετούνται τα αισθητήρια όργανα σε σχέση με τις θέσεις στις οποίες εδράζονται οι ένσφαιροι τριβείς.**
9. Από τους τέσσερις αλγόριθμους που χρησιμοποιούνται για τον διαχωρισμό των συνδυασμένων σημάτων, μόνο ο **Infomax** πέρα από τον διαχωρισμό των συνδυασμένων σημάτων (στις περιπτώσεις όπου τα συνδυασμένα σήματα διαχωρίζονται), μπορεί να εντοπίζει και την πηγή από την οποία προέρχεται το κάθε ένα από τα διαχωρισμένα σήματα.
10. Τέλος, ακόμα και στην περίπτωση που γίνεται καλός διαχωρισμός, κανένας από τους τέσσερις αλγόριθμους δεν κατάφερε να κάνει τέλειο διαχωρισμό των σημάτων. Αντιθέτως και οι τέσσερις αλγόριθμοι ειδικά στη (μικρή πειραματική διάταξη), εμφάνισαν μικρό ποσοστό πληροφορίας που σχετιζόταν με τη φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο (συχνότητας BPFO), στο διαχωρισμένο σήμα που σχετιζόταν με τη φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο (συχνότητας BPFI).

Κεφάλαιο 8

Υπολογιστικές Προσομοιώσεις των Πειραματικών Μετρήσεων

Στο κεφάλαιο 8, πραγματοποιείται υπολογιστική προσομοίωση των πειραματικών διατάξεων που μελετήθηκαν στο κεφάλαιο 8, καθώς και όλων των πειραματικών μετρήσεων. Ο λόγος που πραγματοποιήθηκε υπολογιστική προσομοίωση των πειραματικών διατάξεων και των πειραματικών μετρήσεων, είναι για να δειχθεί κατά πόσο συμφωνούν τα αποτελέσματα των πειραματικών μετρήσεων, με τα αποτελέσματα από την υπολογιστική προσομοίωση των πειραματικών μετρήσεων. Με αυτό τον τρόπο εξασφαλίζεται η εγκυρότητα και αξιοπιστία των πειραματικών μετρήσεων, αποτελεσμάτων και των συμπερασμάτων.

Το κεφάλαιο 8 αναπτύσσεται ως εξής:

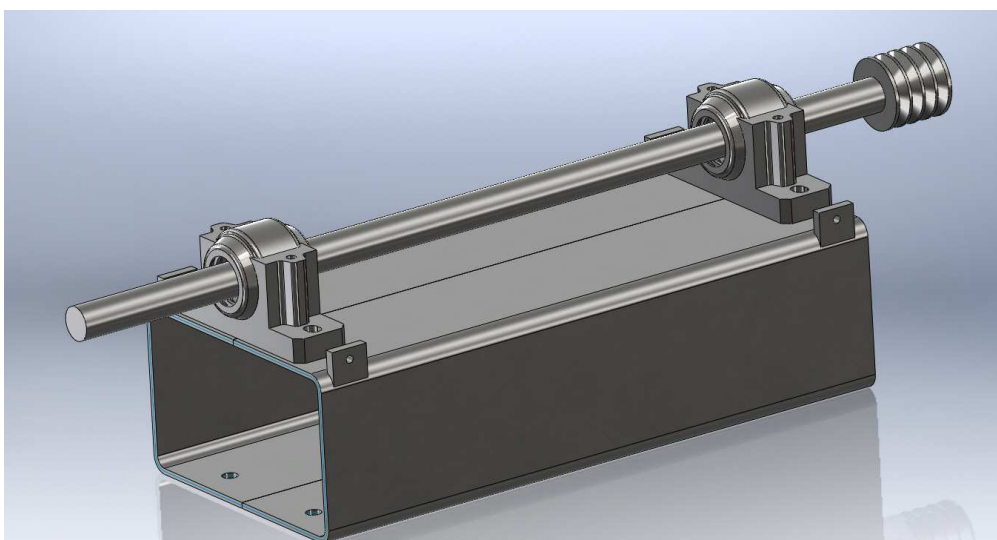
Στη ενότητα 8.1 πραγματοποιείται η υπολογιστική προσομοίωση της πειραματικής διάταξης Large Test Rig για τις δύο διαφορετικές τοποθετήσεις των αισθητήριων οργάνων, όπου παρουσιάζεται η διάταξη με υπολογιστική προσομοίωση, τα Mode Shapes όπως προκύπτουν από την πραγματική πειραματική διάταξη και οι συχνότητες BPF_I και BPF_O, όπως μετρήθηκαν από την ανάλυση των πειραματικών αποτελεσμάτων στην ενότητα 7.2.1. Από τα σήματα των προσομοιωμένων μετρήσεων, γίνεται διαχωρισμός των συνδυασμένων σημάτων με χρήση του αλγόριθμου Infomax (ο οποίος, όπως έχει αποδειχθεί από τα κεφάλαια 6 και 7, δίνει τα καλύτερα αποτελέσματα, και εντοπίζει και την πηγή του καθενός από τα διαχωρισμένα σήματα). Τα αποτελέσματα του διαχωρισμού, παρουσιάζονται ποιοτικά με σχήματα και γίνεται σύγκριση των παραγόμενων σχημάτων διαχωρισμού, με τα αντίστοιχα σχήματα διαχωρισμού των πραγματικών πειραματικών μετρήσεων και εξάγονται συμπεράσματα.

Στην ενότητα 8.2 πραγματοποιείται η υπολογιστική προσομοίωση της πειραματικής διάταξης Small Test Rig για τις τρεις διαφορετικές τοποθετήσεις των αισθητήριων, όπου παρουσιάζεται η διάταξη με υπολογιστική προσομοίωση, τα Mode Shapes όπως προκύπτουν από την πραγματική πειραματική διάταξη και οι συχνότητες BPF_O και BPF_I, όπως μετρήθηκαν από την ανάλυση των πειραματικών αποτελεσμάτων στην ενότητα 7.2.2. Από τα σήματα των προσομοιωμένων μετρήσεων, γίνεται διαχωρισμός των συνδυασμένων σημάτων με χρήση του αλγόριθμου Infomax. Τα αποτελέσματα του διαχωρισμού, παρουσιάζονται ποιοτικά με σχήματα και γίνεται σύγκριση των παραγόμενων σχημάτων διαχωρισμού, με τα αντίστοιχα σχήματα διαχωρισμού των πραγματικών πειραματικών μετρήσεων και εξάγονται συμπεράσματα.

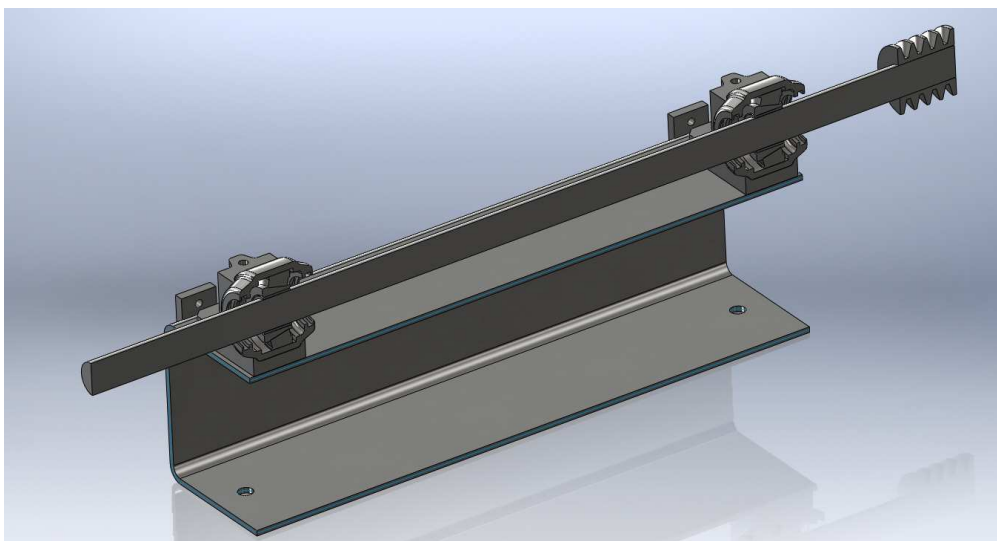
Για την προσομοίωση των πειραματικών διατάξεων, χρησιμοποιήθηκε το υπολογιστικό περιβάλλον SolidWorks (SolidWorks Simulation), και για τον αλγόριθμο διαχωρισμού το υπολογιστικό περιβάλλον Matlab.

8.1 Προσομοίωση της Πειραματικής Διάταξης μέσης ισχύος

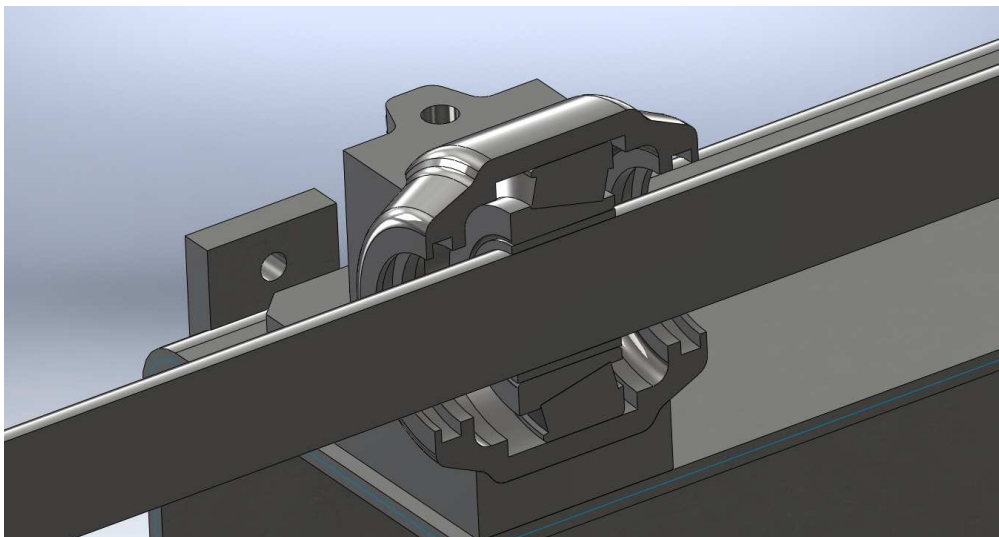
Η πειραματική διάταξη Large Test Rig παρουσιάζεται στα σήματα 7.1, 7.14 και 7.15 του κεφαλαίου 7. Στα σχήματα 8.1 έως και 8.8, παρουσιάζεται η υπολογιστικά προσομοιωμένη διάταξη Large Test Rig και οι ιδιομορφές που παρουσιάζονται για τις ιδιοσυχνότητες 1447.5Hz (που διεγείρεται λόγω φθοράς στον εσωτερικό δακτύλιο) και 544.52Hz (που διεγείρεται λόγω φθοράς στον εξωτερικό δακτύλιο). Πιο συγκεκριμένα, στη θέση A εδράζεται ένσφαιρος τριβέας που φέρει φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο (BPFI=150Hz κατά SKF και υπολογισμένη από τις προσομοιώσεις των πειραματικών μετρήσεων $BPFI \approx 148\text{Hz}$) και στη θέση B εδράζεται ένσφαιρος τριβέας που φέρει φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο (BPFO=106Hz κατά SKF και υπολογισμένη από τις προσομοιώσεις των πειραματικών μετρήσεων κεφ. 8 $BPFO \approx 107 - 108\text{Hz}$).



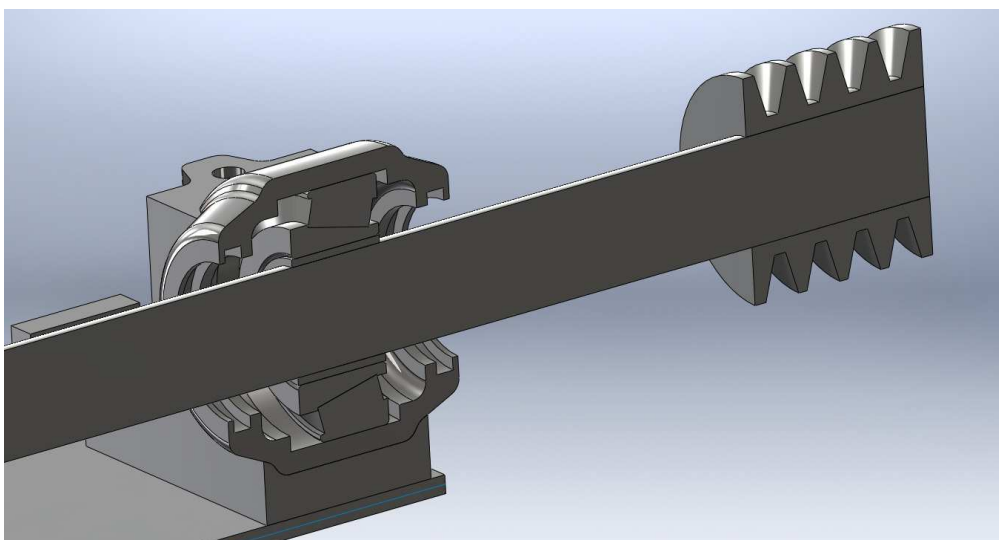
Σχήμα 8.1 Το προσομοιωμένο μοντέλο της πειραματικής διάταξης Large Test Rig



Σχήμα 8.2 Η διαμήκης τομή του προσομοιωμένου μοντέλου της διάταξης Large Test Rig



Σχήμα 8.3 Μεγέθυνση του προσομοιωμένου μοντέλου Large Test Rig, στην άπω, ως προς τη τροχαλία θέση



Σχήμα 8.4 Μεγέθυνση του προσομοιωμένου μοντέλου Large Test Rig, στην εγγύς, ως προς τη τροχαλία θέση

Τα χαρακτηριστικά της πειραματικής διάταξης Large Test Rig, που χρησιμοποιήθηκαν για τη δημιουργία του προσομοιωμένου μοντέλου είναι τα ακόλουθα:

Υλικό τεμαχίων (κοινό για όλα τα τεμάχια): Χάλυβας

Μέτρο Ελαστικότητας: 210000MPa

Λόγος Poisson: 0.28

Πυκνότητα: 7800kg/m³

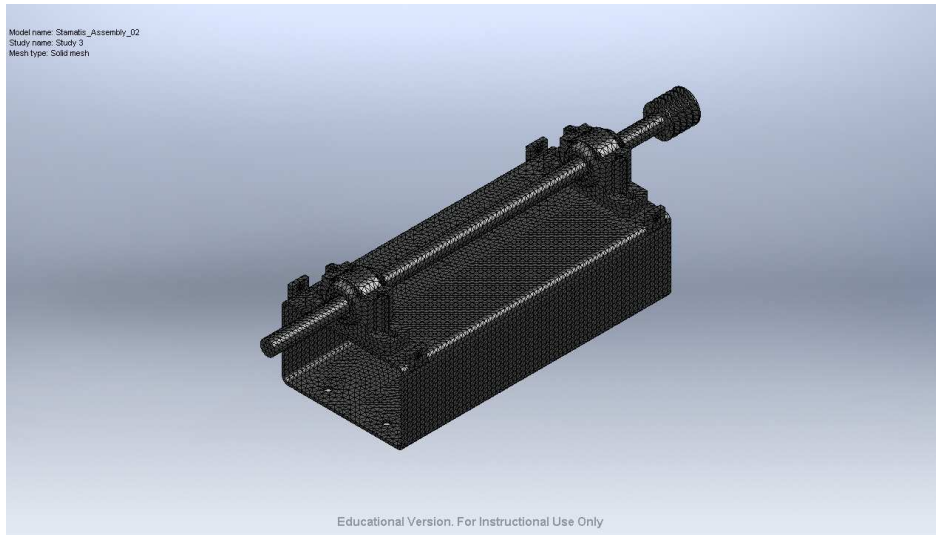
Στοιχεία μοντέλου

Πεπερασμένα Στοιχεία (ΠΣ): Τετραεδρικά (πυραμιδικά) 10-κομβικά

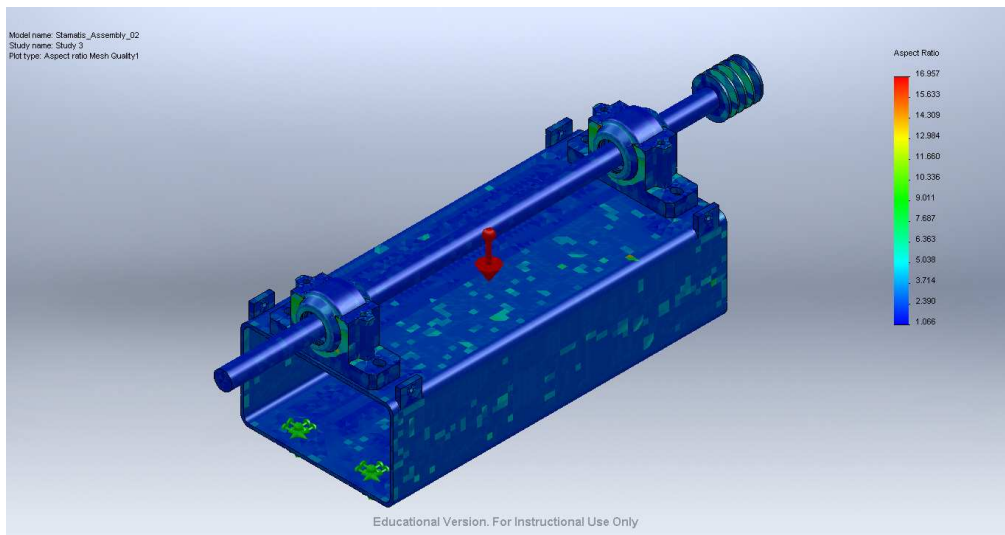
Πλήθος (Π.Σ.): 67874

Πλήθος κόμβων: 125764

Πλήθος Βαθμών Ελευθερίας: 376554



Σχήμα 8.5 Το πλέγμα του προσομοιωμένου μοντέλου Large Test Rig



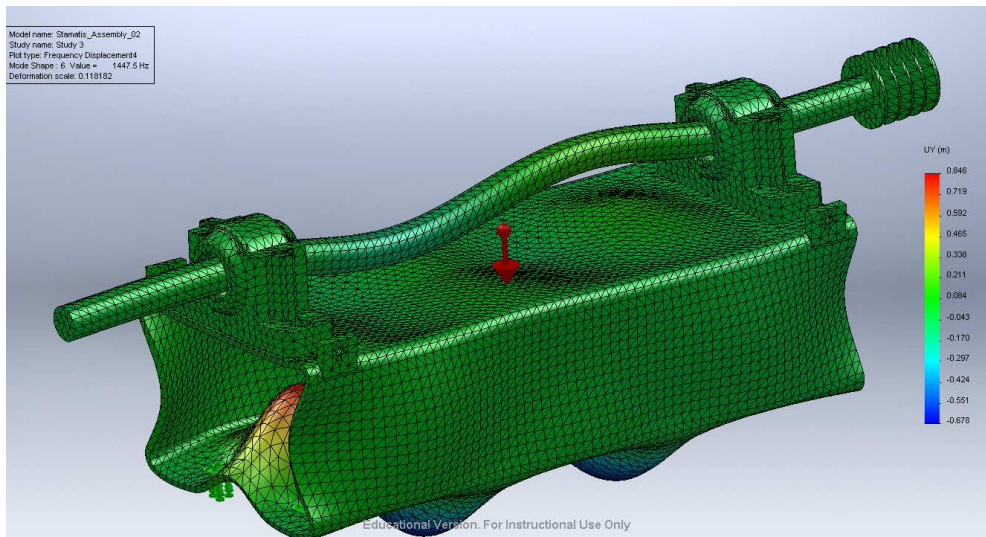
Σχήμα 8.6 Η ποιότητα πλέγματος του προσομοιωμένου μοντέλου Large Test Rig, λόγος πλευρών (Aspect Ratio)

Ποιότητα πλέγματος

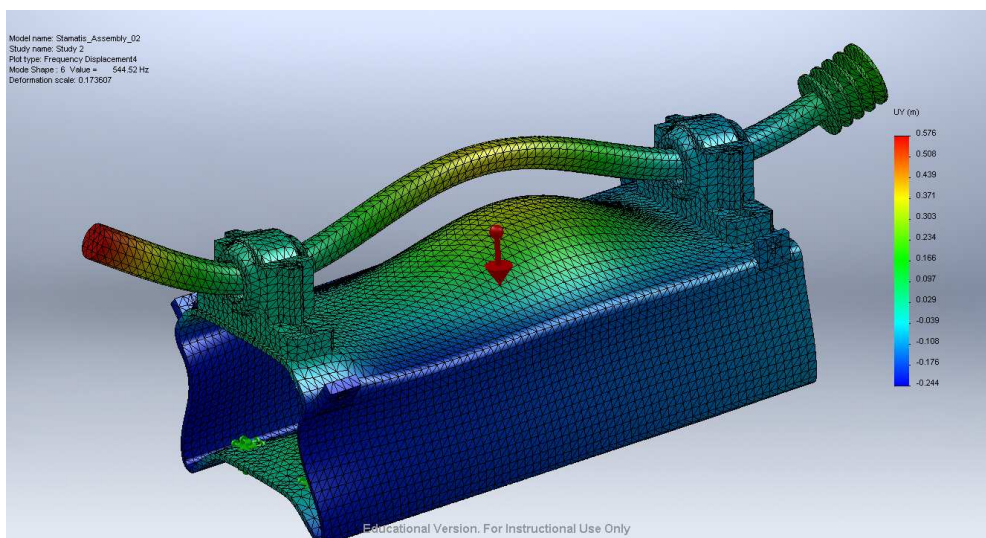
Ποσοστό Π.Σ. με Λόγο Πλευρών (AspectRatio)< 3: 85.3%

Ποσοστό Π.Σ. με Λόγο Πλευρών (AspectRatio)>10: 0.124%

ΠοσοστόστρεβλομένωνΠ.Σ. (distortedelements):0%



Σχήμα 8.7 Ιδιομορφή του προσομοιωμένου μοντέλου Large Test Rig, για την ιδιοσυχνότητα 1447.5Hz

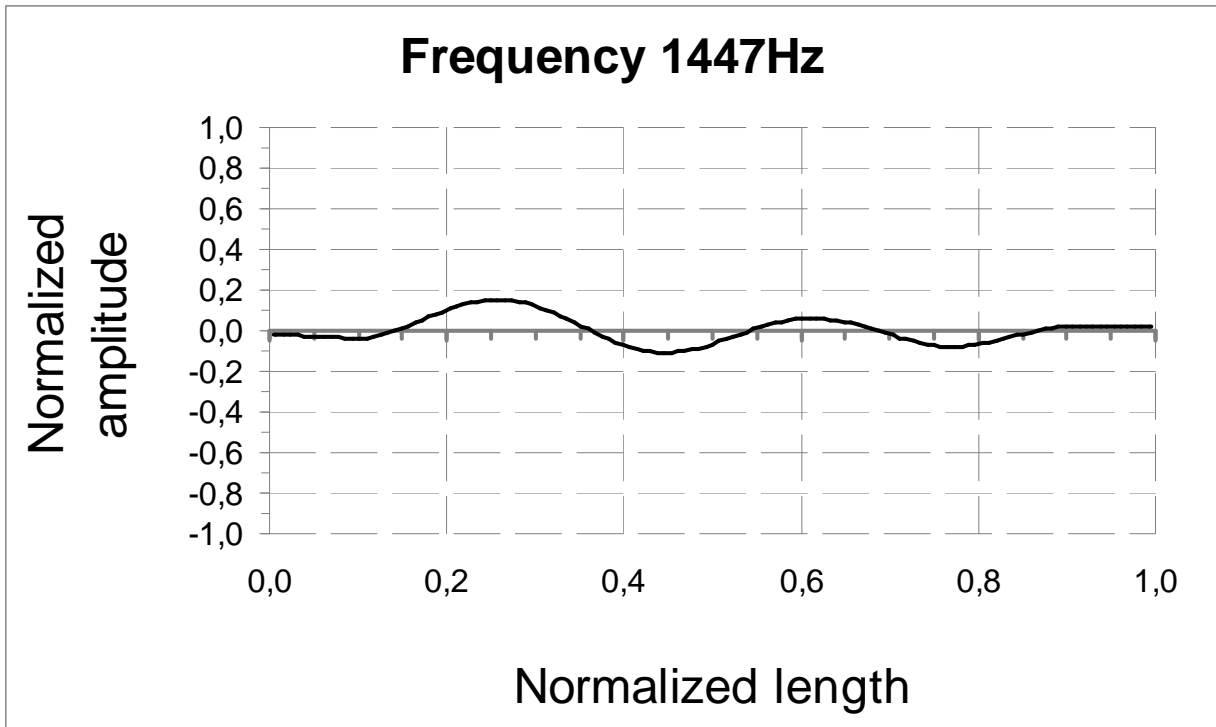


Σχήμα 8.8 Ιδιομορφή του προσομοιωμένου μοντέλου Large Test Rig, για την ιδιοσυχνότητα 544.52Hz

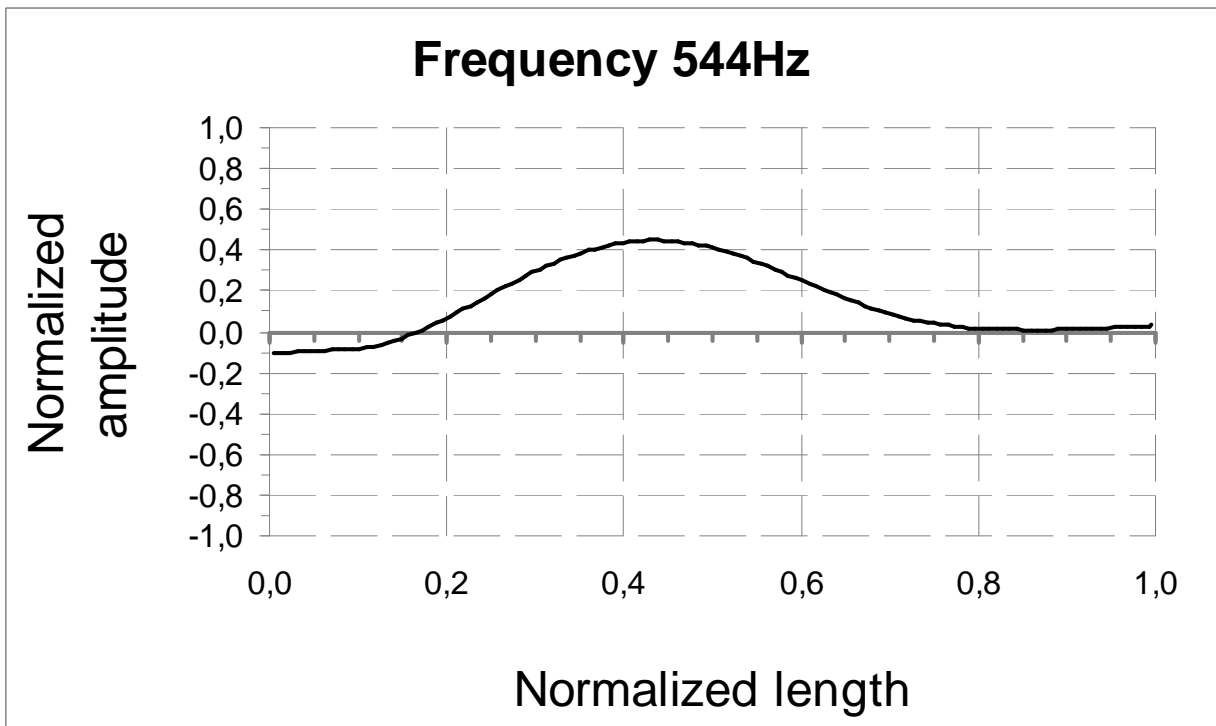
Ακολουθούν τα σχηματικά διαγράμματα 8.10 και 8.11, που παρουσιάζουν τα Mode Shapes που δημιουργούνται με βάση τις παρατηρούμενες ιδιοσυχνότητες των 1447.5Hz και 544.52Hz και απεικονίζουν το κανονικοποιημένο πλάτος ως προς το κανονικοποιημένο μήκος. Τα Mode Shapes, όπως έχει ήδη αναφερθεί από την ενότητα 6.2.2, χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των συντελεστών F_i (ή Φ_i), οι οποίοι με τη σειρά τους χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των συνδυασμένων σημάτων από τους αισθητήρες που είναι τοποθετημένοι στις θέσεις C και D (δηλαδή τα συνδυασμένα σήματα X_C και X_D).

Τα συνδυασμένα σήματα X_C και X_D δίνονται από τους τύπους που ακολουθούν:

$$X_C = \Phi_{1A} \cdot \Phi_{1C} \cdot h_{1A} + \Phi_{2B} \cdot \Phi_{2C} \cdot h_{2B} \text{ και } X_D = \Phi_{1A} \cdot \Phi_{1D} \cdot h_{1A} + \Phi_{2B} \cdot \Phi_{2D} \cdot h_{2B}$$



Σχήμα 8.9 Mode Shape, όπως διαμορφώνεται για την ιδιοσυχνότητα 1447.5Hz (διεγερόμενη από τη ΒΡΦΙ)



Σχήμα 8.10 Mode Shape όπως διαμορφώνεται για την ιδιοσυχνότητα 544.52Hz (διεγερόμενη από τη ΒΡΦΟ)

Τέλος, πριν την έναρξη του αλγόριθμου διαχωρισμού Infomax, παρατίθεται ο πίνακας 8.1, με τα προσομοιωμένα σήματα που δημιουργήθηκαν για τις δύο φθορές των ένσφαιρων τριβέων.

Πίνακας 8.1

Προσομοιωμένα σήματα με βάση τους ένσφαιρους τριβείς που χρησιμοποιήθηκαν στη διάταξη Large Test Rig

Model setup	BPFI	BPFO
sampling rate (Hz)	10000	10000
#samples	10000	10000
fshaft Hz	16	16
Fb Hz	149	108
Md	1	1
Fn (Hz)	1447.5	544.52
Q	12	8
Noisecoeff	0.1	0.3
Thmax	80	-
Input factor e	0.5	-
Max load q0	0.5	-
VM	0.015	0.015
g (slip)	0.6667 (~2.98%)	1 (~3.23%)

Ακολουθούν τα σχηματικά διαγράμματα των αποτελεσμάτων διαχωρισμού, για τις δύο διαφορετικές τοποθετήσεις των αισθητήρων. Πρέπει να σημειωθεί ότι δεν κρίθηκε απαραίτητο να γίνει ανάλυση των σημάτων που θα παρουσιαστούν στη συνέχεια (κυματομορφές και φάσματα) για εύρεση περιοδικοτήτων, αφού τα σήματα που χρησιμοποιούνται είναι προσομοιωμένα και υπάρχει εκ των προτέρων γνώση των χαρακτηριστικών τους περιοδικοτήτων.

8.1.1 Τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C40 και D60

Ακολουθεί ο πίνακας 8.2 με τα αποτελέσματα διαχωρισμού των συνδυασμένων σημάτων, όταν οι αισθητήρες εδράζονται στις θέσεις C40 και D60 αντίστοιχα.

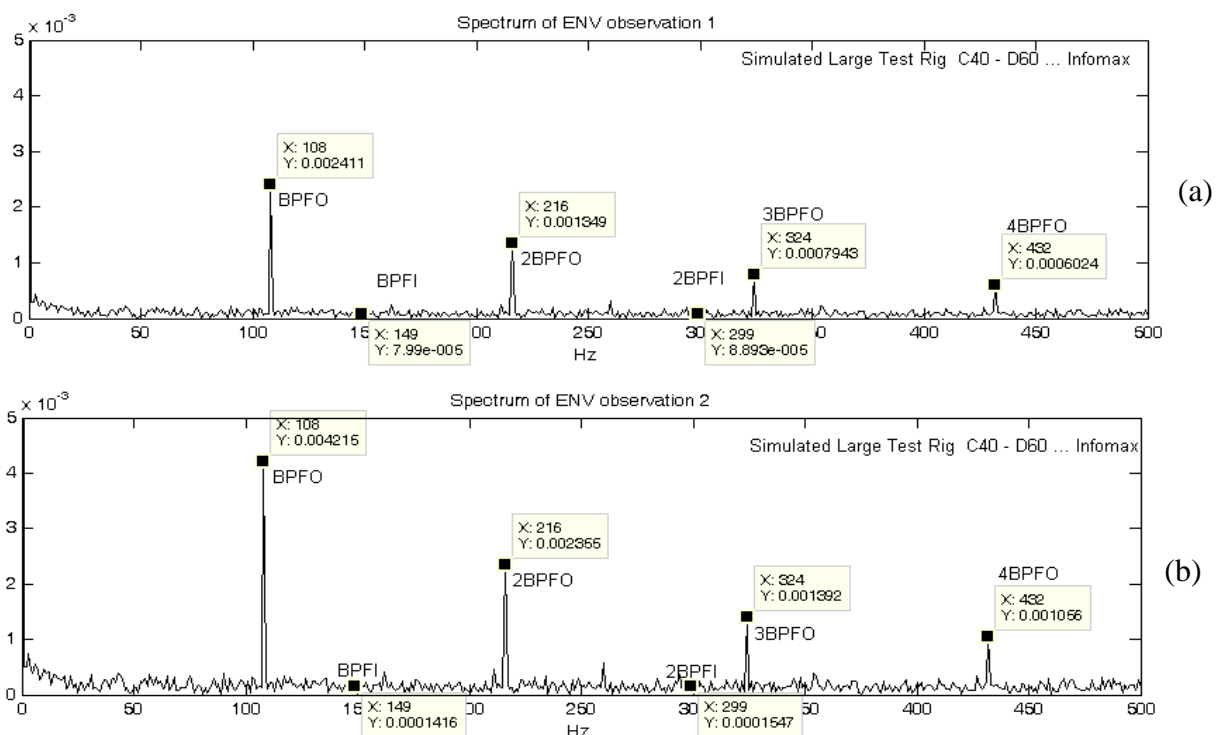
Πίνακας 8.2

Αποτελέσματα διαχωρισμού με αισθητήρες στις θέσεις C40-D60 (προσομοίωση Large Test Rig)

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΥ	Source Signals		ΣΕΙΡΑ ΦΟΡΤΩΣΗΣ ΤΩΝ MIXED SIGNALS X_C X_D		Διαχωρισμένα Σήματα		Έντοποςμός πηγής
	A	B	X_1	X_2	U_1	U_2	N\O
Infomax	BPFI	BPFO	BPFI	BPFO	BPFO & BPFI	BPFO & BPFI	O

Όπως φαίνεται από τον πίνακα 8.2, για την τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C40 και D60 (δηλαδή μεγάλη απομάκρυνση των αισθητήρων από τις πηγές βλάβης), ο Infomax δεν μπορεί να διαχωρίσει τα συνδυασμένα σήματα, αλλά κάθε “διαχωρισμένο” σήμα, περιλαμβάνει πληροφορία και από τις 2 πηγές βλάβης BPFO και BPFI. Η παρατήρηση αυτή, έρχεται σε συμφωνία με τα αντίστοιχα αποτελέσματα των πειραματικών μετρήσεων της ενότητας 7.2.1, για τη δεδομένη τοποθέτηση των αισθητήρων.

Ακολουθεί σχήμα, όπου παρουσιάζονται τα αποδιαμορφωμένα φάσματα των συνδυασμένων σημάτων για την τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C40 και D60.

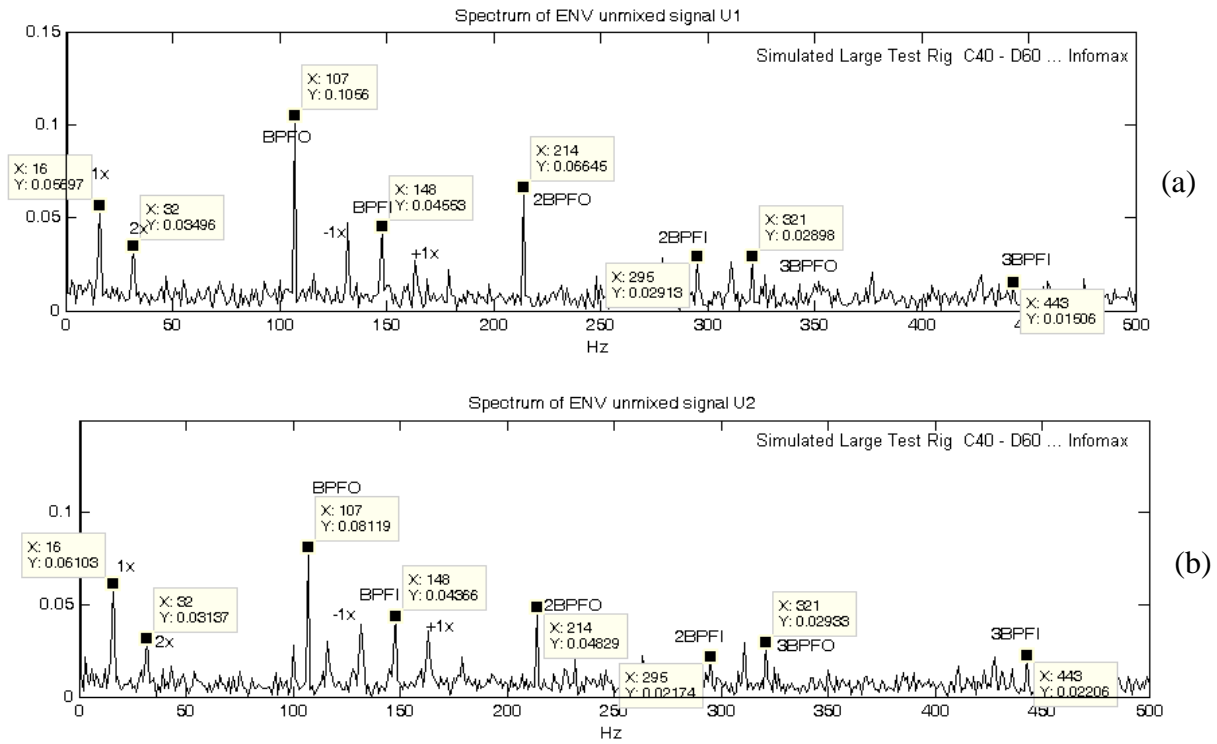


Σχήμα 8.11 Αποδιαμορφωμένα φάσματα των συνδυασμένων σημάτων για τις θέσεις C40-D60

Όπως φαίνεται από το σχήμα 8.11, στα αποδιαμορφωμένα φάσματα των συνδυασμένων σημάτων, διακρίνονται η συχνότητα BPFO και οι αρμονικές της, καθώς και η BPFI και η 2^η αρμονική της, οι οποίες όμως έχουν πάρα πολύ μικρό πλάτος και εντοπίζονται στο επίπεδα του θορύβου.

Ακολουθεί το σχήμα 8.12 με το αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax.

Ο αλγόριθμος Infomax, για τις θέσεις C40 και D60 των αισθητήριων οργάνων, δεν καταφέρνει να διαχωρίσει τα συνδυασμένα σήματα, όπως φαίνεται εξάλλου και από τα αποδιαμορφωμένα φάσματα του σχήματος 8.12 που ακολουθεί. Στα αποδιαμορφωμένα φάσματα και των δύο διαχωρισμένων σημάτων, εντοπίζονται τόσο η συχνότητα BPFO όσο και η BPFI, πράγμα που σημαίνει ότι περνάει μέρος της πληροφορίας από το ένα διαχωρισμένο σήμα στο άλλο.



Σχήμα 8.12 Αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax (θέσεις C40-D60)

Από τις παραπάνω παρατηρήσεις, μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι τα πειραματικά αποτελέσματα διαχωρισμού για την τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C40 και D60, συμφωνούν με τα αντίστοιχα αποτελέσματα από την προσομοίωση της πειραματικής διάταξης Large Test Rig.

8.1.2 Τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C25 και D75

Ακολουθεί ο πίνακας 8.3 με τα αποτελέσματα διαχωρισμού των συνδυασμένων σημάτων, όταν οι αισθητήρες εδράζονται στις θέσεις C25 και D75 αντίστοιχα.

Πίνακας 8.3

Αποτελέσματα διαχωρισμού με αισθητήρες στις θέσεις C25-D75 (προσομοίωση Large Test Rig)

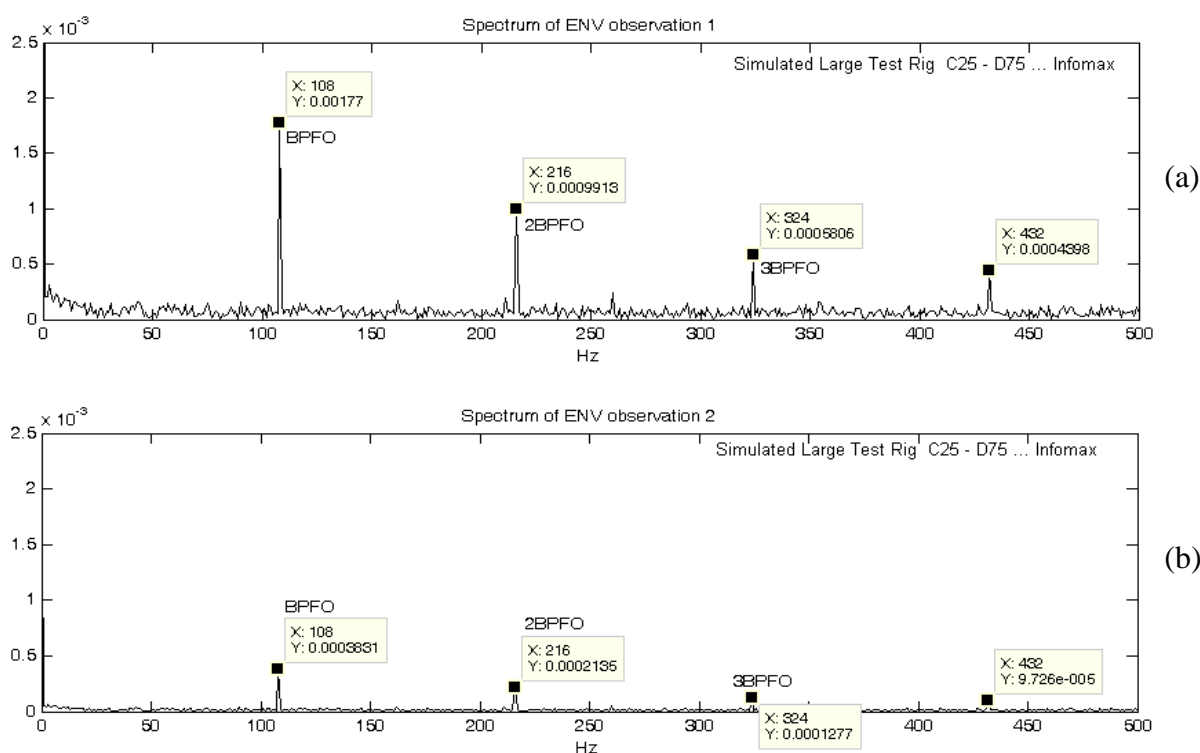
ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΥ	Source Signals		ΣΕΙΡΑ ΦΟΡΤΩΣΗΣ ΤΩΝ MIXED SIGNALS X_C X_D		Διαχωρισμένα Σήματα		Εντοπισμός πηγής
	A	B	X_1	X_2	U_1	U_2	N\O
Infomax	BPFI	BPFO	BPFI	BPFO	BPFI	BPFI	N

Όπως φαίνεται από τον πίνακα 8.3, για την τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C25 και D75 (δηλαδή μικρή απομάκρυνση των αισθητήρων από τις πηγές βλάβης), ο αλγόριθμος Infomax

καταφέρνει να διαχωρίσει τα συνδυασμένα σήματα, στα “αρχικά” πηγαία σήματα (στην πραγματικότητα δεν πρόκειται για τα αρχικά πηγαία σήματα, αλλά για scaled εκδοχές των αρχικών πηγαίων σημάτων).

Ακόμα αυτό που παρατηρείται σε αυτή την περίπτωση όπου ο διαχωρισμός είναι καλός είναι το εξής: Ο αλγόριθμος Infomax είναι σε θέση να εντοπίζει και την πηγή του εκάστοτε διαχωρισμένου σήματος. Οι παρατηρήσεις αναφορικά του πίνακα 8.3 για τα αποτελέσματα διαχωρισμού έρχονται σε απόλυτη συμφωνία με τα αντίστοιχα αποτελέσματα διαχωρισμού των πειραματικών μετρήσεων, για τη δεδομένη τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C25 και D75.

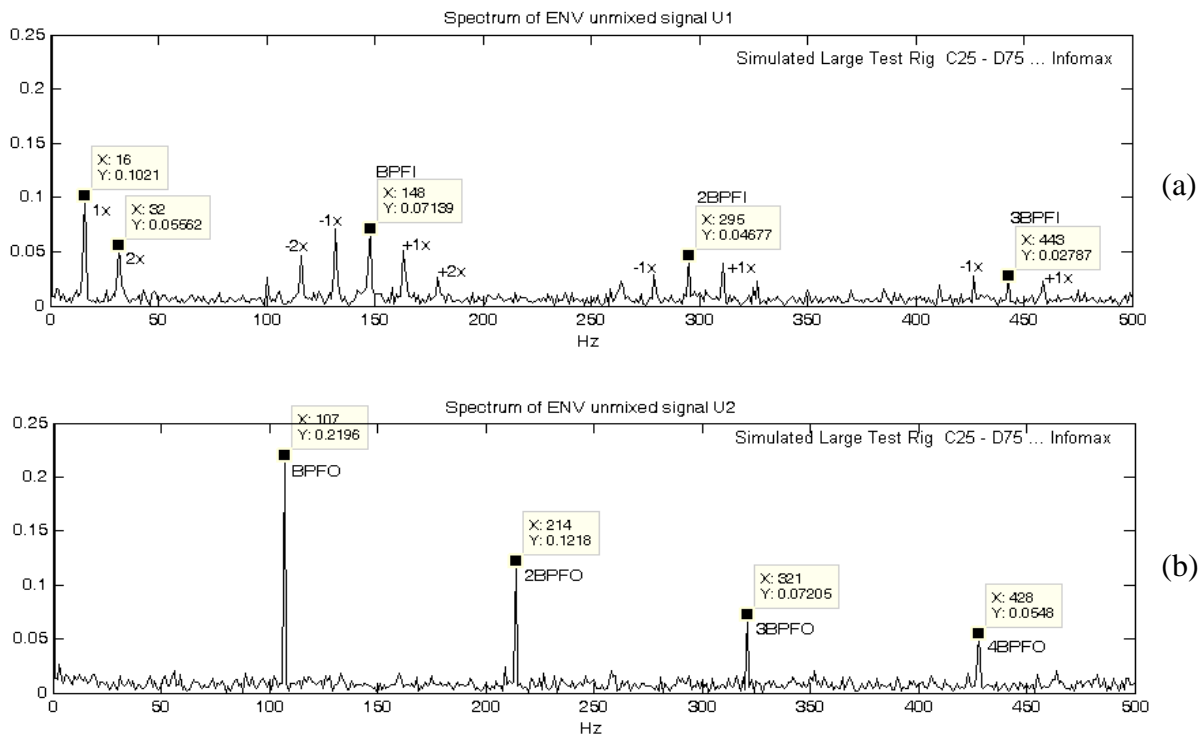
Ακολουθεί σχήμα, όπου παρουσιάζονται τα αποδιαμορφωμένα φάσματα των συνδυασμένων σημάτων για την τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C25 και D75.



Σχήμα 8.13 Αποδιαμορφωμένα φάσματα των συνδυασμένων σημάτων για τις θέσεις C25-D75

Όπως φαίνεται από το σχήμα 8.13, στα αποδιαμορφωμένα φάσματα των συνδυασμένων σημάτων, διακρίνονται η συχνότητα BPFO και οι αρμονικές της, αλλά η BPF1 δεν μπορεί να εντοπιστεί. Η δυσκολία εντοπισμού της BPF1, οφείλεται στο γεγονός ότι τα πλάτη των κορυφών που αντιστοιχούν στη συχνότητα BPF1 είναι πάρα πολύ μικρά.

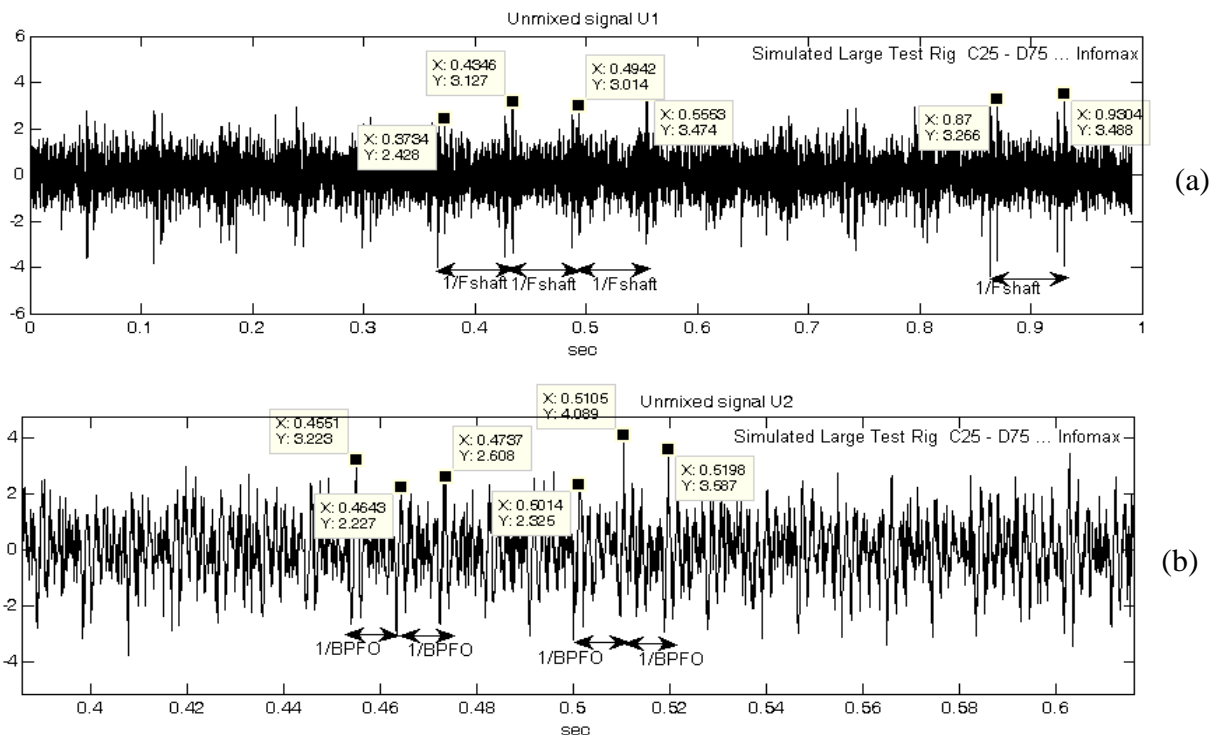
Ακολουθεί το σχήμα 8.14 το αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax, και το σχήμα 8.15 με τις κυματομορφές των διαχωρισμένων σημάτων.



Σχήμα 8.14 Αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax (θέσεις C25-D75)

Από το φάσμα των αποδιαμορφωμένων διαχωρισμένων σημάτων (σχήμα 8.14), ο αλγόριθμος Infomax για την τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C25-D75 διαχωρίζει πολύ καλά τα σήματα. Παρατηρώντας το αποδιαμορφωμένο φάσμα του διαχωρισμένου σήματος U_1 (σχήμα 8.14a), εντοπίζονται η ταχύτητα του άξονα περιστροφής και αρμονικές της, καθώς και η συχνότητα BPF1 της φθοράς στον εσωτερικό δακτύλιο και αρμονικές της, με τις πλευρικές τους αιχμές να ισαπέχουν κατά $\pm f_{\text{shaft}}$. Από το αποδιαμορφωμένο φάσμα του διαχωρισμένου σήματος U_2 (σχήμα 8.14b), εντοπίζονται η συχνότητα βλάβης BPFO και αρμονικές της που σχετίζονται με τη συγκεκριμένη βλάβη.

Από τις κυματομορφές των διαχωρισμένων σημάτων κατά Infomax του σχήματος 8.15 που ακολουθεί, φαίνεται ότι οι κρουστικοί παλμοί (έχουν επιλεγθεί ορισμένοι τυχαία) στο διαχωρισμένο σήμα U_1 (σχήμα 8.15a), ισαπέχουν κατά $1/f_{\text{shaft}}$ sec, πράγμα που υποδηλώνει ότι πρόκειται για κρουστικούς παλμούς που προκαλούνται από φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο, και στο διαχωρισμένο σήμα U_2 (σχήμα 8.15b) (όπου έχει γίνει εστίαση για καλύτερο εντοπισμό), εντοπίζονται κρουστικοί παλμοί που ισαπέχουν κατά $1/\text{BPFO}$ sec, επομένως συμπεραίνεται ότι στο U_2 εμφανίζονται κρουστικοί παλμοί που προκαλούνται από φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο.



Σχήμα 8.15 Κυματομορφή των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax (θέσεις C25-D75)

Από τα σχήματα 8.14 και 8.15 προκύπτει το συμπέρασμα ότι ο αλγόριθμος Infomax για την τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C25 και D75, διαχωρίζει καλά τα συνδυασμένα σήματα και μπορεί να εντοπίσει και την πηγή από την οποία προέρχεται το καθένα από τα διαχωρισμένα σήματα.

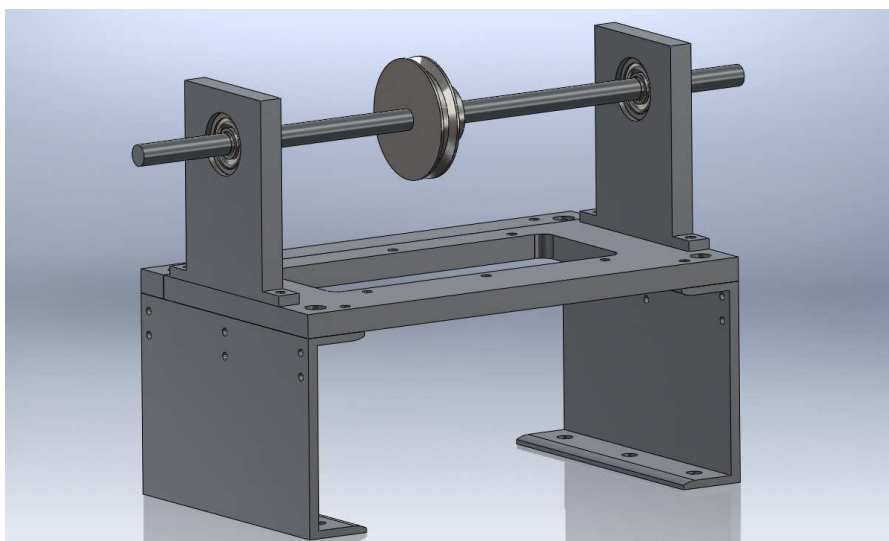
8.1.3 Συμπέρασμα

Η υπολογιστική προσομοίωση των πειραματικών μετρήσεων για τη διάταξη Large Test Rig, δίνει αποτελέσματα που έρχονται σε απόλυτη συμφωνία με τα αντίστοιχα αποτελέσματα διαχωρισμού των πειραματικών μετρήσεων, πράγμα που επιβεβαιώνει την εγκυρότητα τόσο των πειραματικών μετρήσεων, όσο και των αποτελεσμάτων διαχωρισμού, για τη πειραματική διάταξη Large Test Rig.

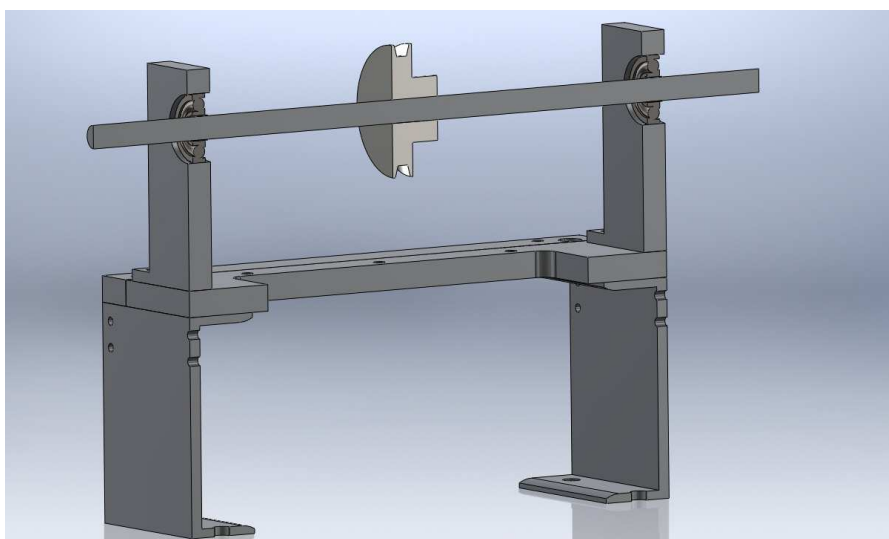
8.2 Προσομοίωση της Πειραματικής Διάταξης μικρής ισχύος

Η πειραματική διάταξη Small Test Rig παρουσιάζεται στα σήματα 7.2, 7.16 και 7.17 του κεφαλαίου 7. Στα σχήματα 8.16 έως και 8.22, παρουσιάζεται η υπολογιστικά προσομοιωμένη διάταξη Small Test Rig και οι ιδιομορφές που παρουσιάζονται για τις ιδιοσυχνότητες 490Hz (που διεγείρεται λόγω φθοράς στον εξωτερικό δακτύλιο) και 3460Hz (που διεγείρεται λόγω φθοράς στον εξωτερικό δακτύλιο). Πιο συγκεκριμένα, στη θέση A εδράζεται ένσφαιρος τριβέας που φέρει φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο ($BPFO \approx 34\text{Hz}$ υπολογισμένη από τις προσομοιώσεις των πειραματικών

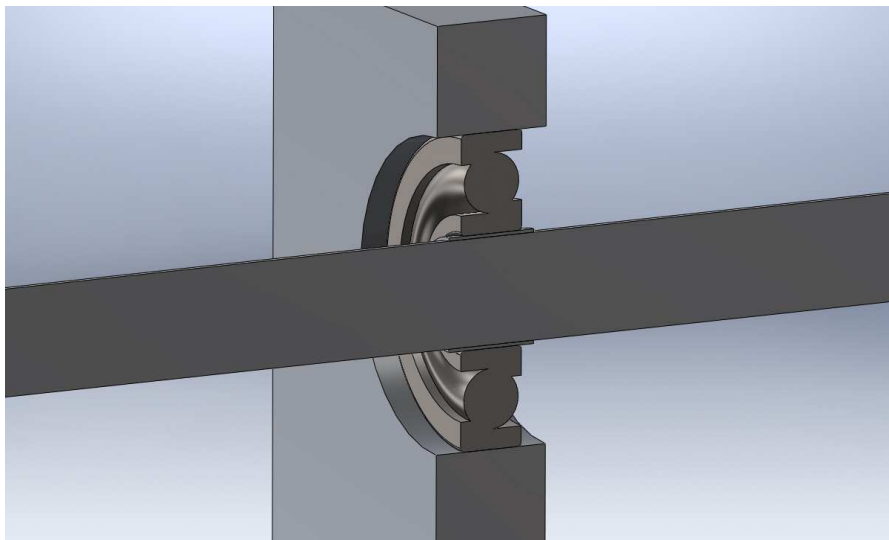
μετρήσεων) και στη θέση Β εδράζεται ένσφαιρος τριβέας που φέρει φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο (BPFI \approx 62.5Hz υπολογισμένη από τις προσομοιώσεις των πειραματικών μετρήσεων).



Σχήμα 8.16 Το προσομοιωμένο μοντέλο της πειραματικής διάταξης Small Test Rig



Σχήμα 8.17 Η διαμήκης τομή του προσομοιωμένου μοντέλου της διάταξης Small Test Rig



Σχήμα 8.18 Μεγέθυνση του προσομοιωμένου μοντέλου Small Test Rig, σε θέση στήριξης του άξονα

Τα χαρακτηριστικά της πειραματικής διάταξης Small Test Rig, που χρησιμοποιήθηκαν για τη δημιουργία του προσομοιωμένου μοντέλου είναι τα ακόλουθα:

Υλικό τροχαλίας / άξονα / ρουλεμάν: Χάλυβας

Μέτρο Ελαστικότητας: 210000MPa

Λόγος Poisson: 0.28

Πυκνότητα: 7800kg/m³

Υλικό για όλα τα υπόλοιπα τεμάχια: Αλουμίνιο

Μέτρο Ελαστικότητας: 69000MPa

Λόγος Poisson: 0.33

Πυκνότητα: 2700kg/m³

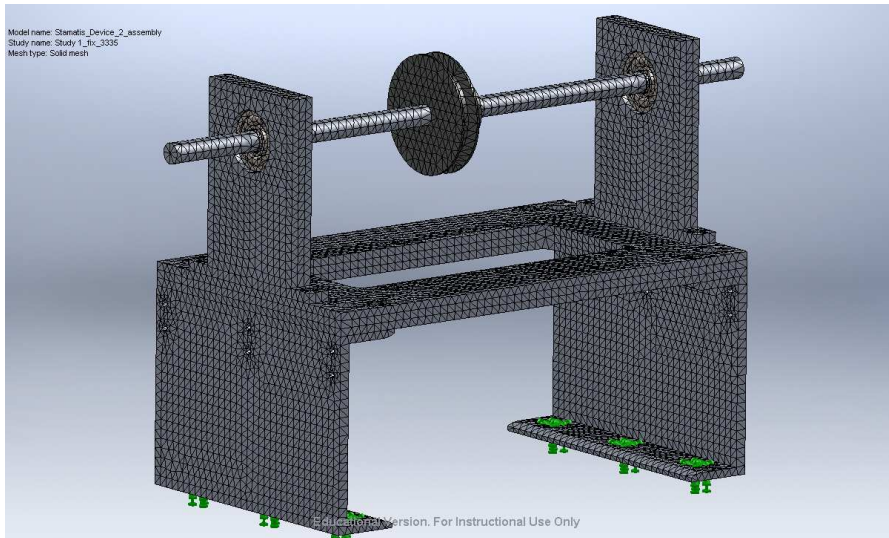
Στοιχεία μοντέλου

Πεπερασμένα Στοιχεία (ΠΣ): Τετραεδρικά (πυραμιδικά) 10-κομβικά

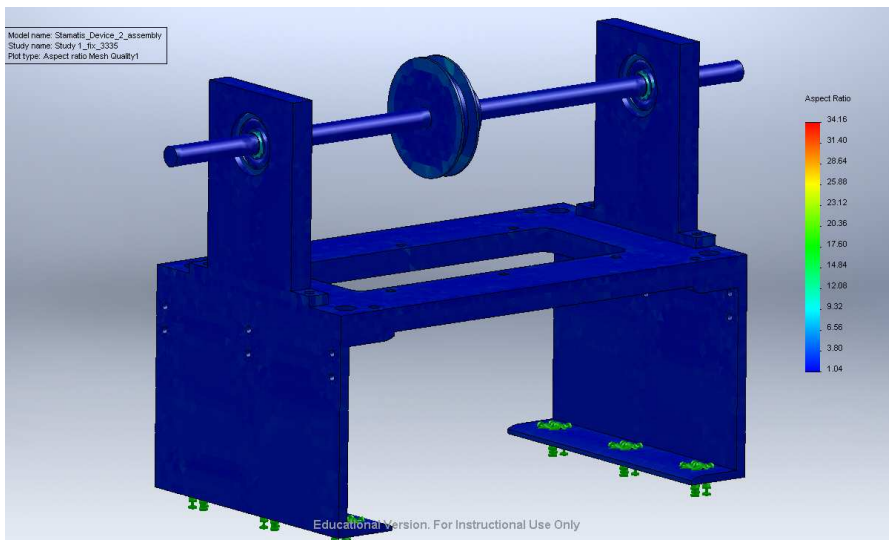
Πλήθος (Π.Σ.): 66266

Πλήθος κόμβων: 111082

Πλήθος Βαθμών Ελευθερίας: 333246



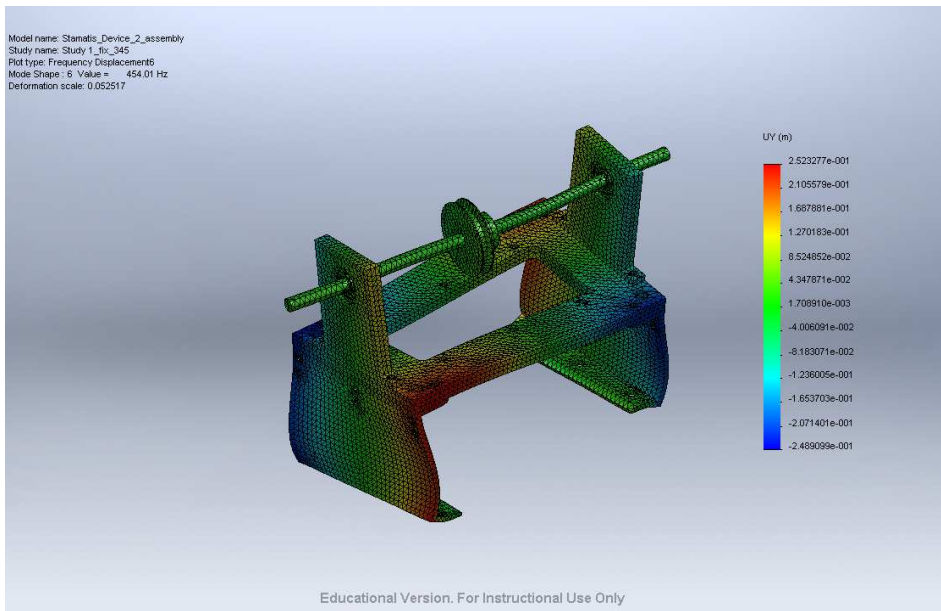
Σχήμα 8.19 Το πλέγμα του προσομοιωμένου μοντέλου Small Test Rig



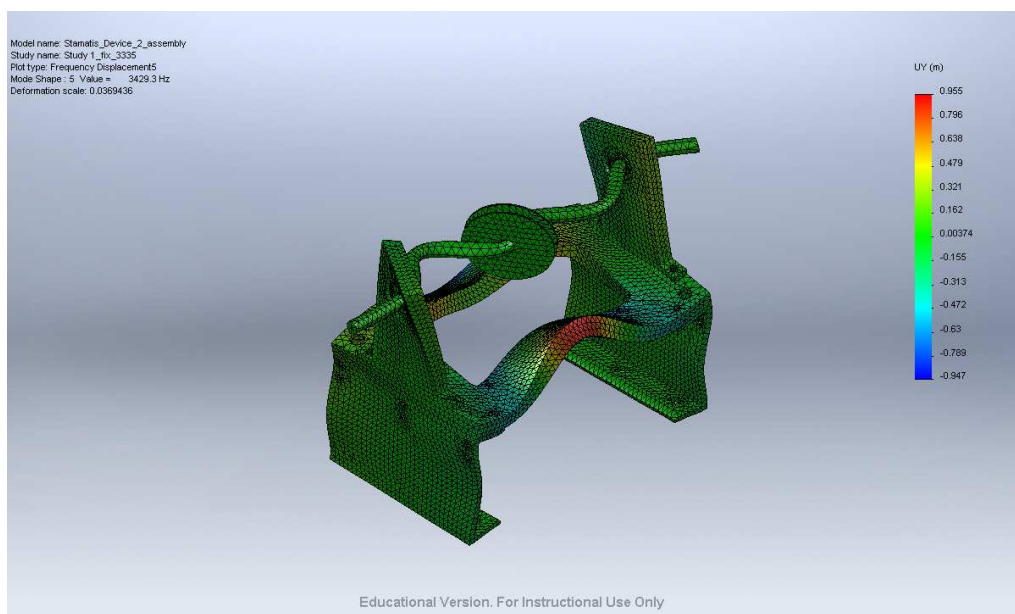
Σχήμα 8.20 Η ποιότητα πλέγματος του προσομοιωμένου μοντέλου Small Test Rig, λόγος πλευρών (Aspect Ratio)

Ποιότητα πλέγματος

Ποσοστό Π.Σ. με Λόγο Πλευρών (AspectRatio)< 3:	96.9%
Ποσοστό Π.Σ. με Λόγο Πλευρών (AspectRatio)>10:	0.389%
Ποσοστό στρεβλωμένων Π.Σ. (distorted elements):	0%

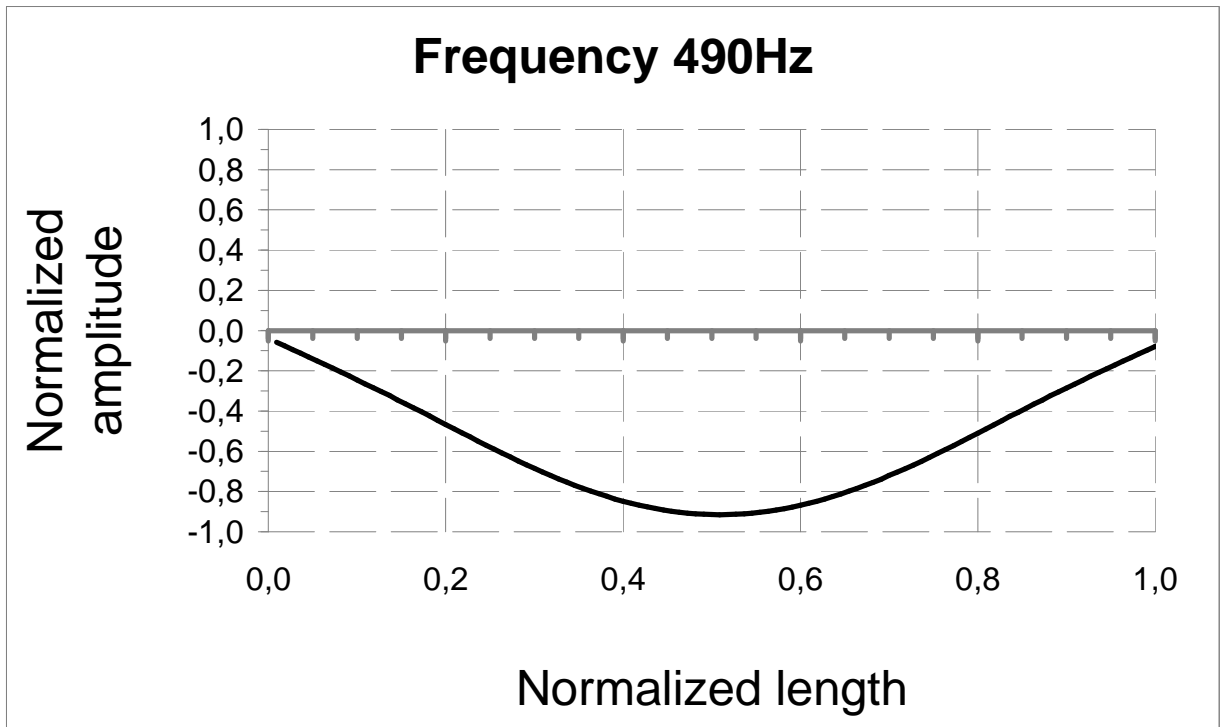


Σχήμα 8.21 Ίδιομορφή του προσομοιωμένου μοντέλου Small Test Rig, για την ιδιοσυχνότητα 489.976Hz

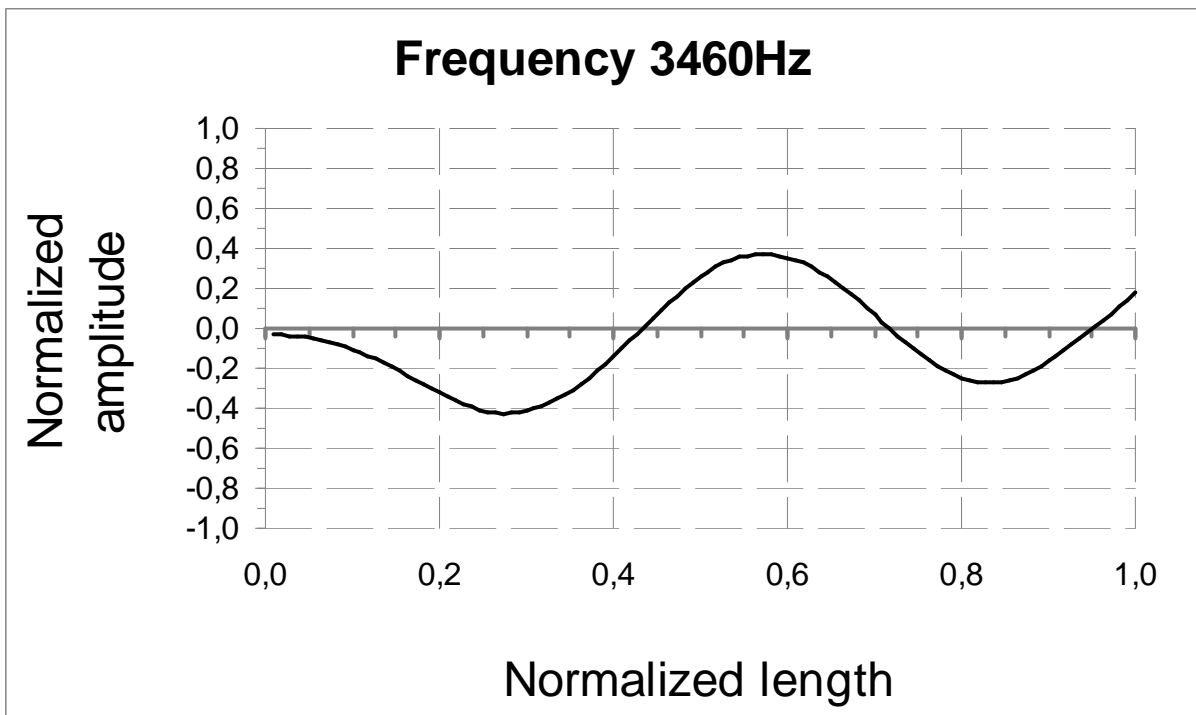


Σχήμα 8.22 Ίδιομορφή του προσομοιωμένου μοντέλου Small Test Rig, για την ιδιοσυχνότητα 3459.99Hz

Ακολουθούν τα σχηματικά διαγράμματα 8.23 και 8.24, που παρουσιάζουν τα Mode Shapes που δημιουργούνται με βάση τις παρατηρούμενες ιδιοσυχνότητες των 490Hz και 3460Hz και απεικονίζουν το κανονικοποιημένο πλάτος ως προς το κανονικοποιημένο μήκος.



Σχήμα 8.23 Mode Shape, όπως διαμορφώνεται για την ιδιοσυχνότητα 490Hz (διεγερόμενη από τη BPFO)



Σχήμα 8.24 Mode Shape, όπως διαμορφώνεται για την ιδιοσυχνότητα 3460Hz (διεγερόμενη από τη BPFI)

Τέλος, πριν την έναρξη του αλγόριθμου διαχωρισμού Infomax, παρατίθεται ο πίνακας 8.4, με τα προσομοιωμένα σήματα που δημιουργήθηκαν για τις δύο φθορές των έσφαιρων τριβέων.

Πίνακας 8.4

Προσομοιωμένα σήματα με βάση τους ένσφαιρους τριβείς που χρησιμοποιήθηκαν στη διάταξη Small Test Rig

Model setup	BPFO	BPMI
sampling rate (Hz)	10000	10000
#samples	10000	10000
fshaft Hz	10.5	10.5
Fb Hz	34	62.5
Md	1	1
Fn (Hz)	490	3460
Q	8	10
Noisecoeff	0.3	0.05
Thmax	-	80
Input factor e	-	0.5
Max load q0	-	0.5
VM	0.015	0.015
g (slip)	2 (~2.04%)	1 (~1.87%)

Ακολουθούν τα σχηματικά διαγράμματα των αποτελεσμάτων διαχωρισμού (φάσματα και κυματομορφές), για τις τρεις διαφορετικές τοποθετήσεις των αισθητήρων.

8.2.1 Τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C10 και D90

Ακολουθεί ο πίνακας 8.5 με τα αποτελέσματα διαχωρισμού των συνδυασμένων σημάτων, όταν οι αισθητήρες εδράζονται στις θέσεις C40 και D60 αντίστοιχα.

Πίνακας 8.5

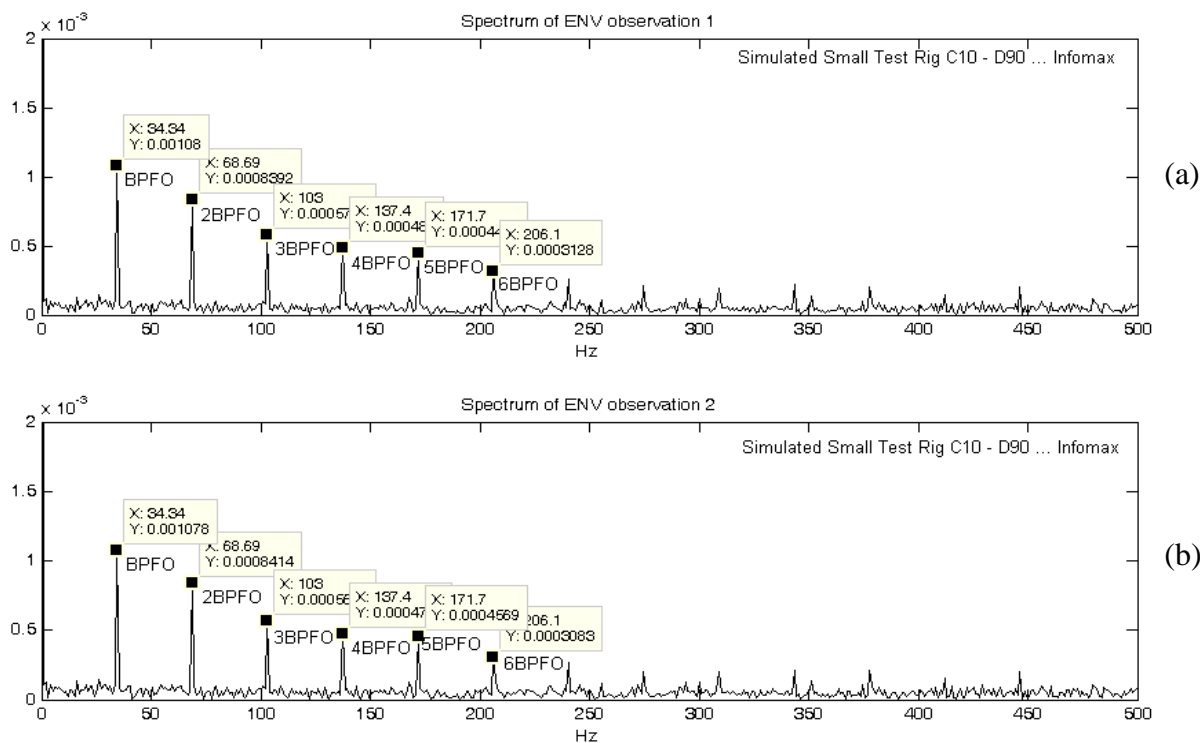
Αποτελέσματα διαχωρισμού με αισθητήρες στις θέσεις C10-D90 (προσομοίωση Small Test Rig)

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΥ	Source Signals		ΣΕΙΡΑ ΦΟΡΤΩΣΗΣ ΤΩΝ MIXED SIGNALS X _C X _D		Διαχωρισμένα Σήματα		Εντοπισμός πηγής
	A	B	X ₁	X ₂	U ₁	U ₂	N\O
Infomax	BPMI	BPFO	BPMI	BPFO	BPFO & BPMI	BPFO & BPMI	0

Όπως φαίνεται από τον πίνακα 8.5, για την τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C10 και D90 (πάνω πολύ κοντά στις πηγές βλάβης), ο Infomax δεν μπορεί να διαχωρίσει τα συνδυασμένα σήματα, αλλά κάθε “διαχωρισμένο” σήμα, περιλαμβάνει πληροφορία και από τις 2 πηγές βλάβης (φθορά στον εξωτερικό και φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο) με συχνότητες BPFO και BPMI. Η παρατήρηση αυτή,

έρχεται σε συμφωνία με τα αντίστοιχα αποτελέσματα των πειραματικών μετρήσεων της ενότητας 7.2.2, για τη δεδομένη τοποθέτηση των αισθητήρων.

Ακολουθεί το σχήμα 8.25, όπου παρουσιάζονται τα αποδιαμορφωμένα φάσματα των συνδυασμένων σημάτων.

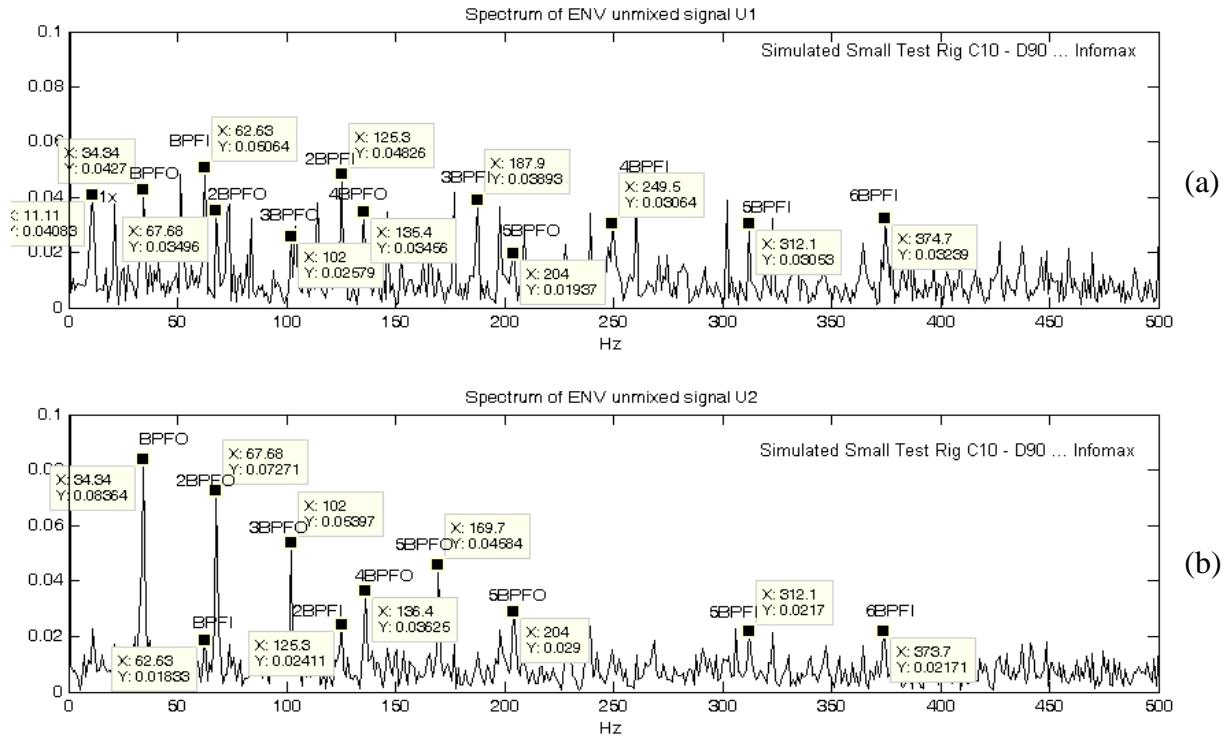


Σχήμα 8.25 Αποδιαμορφωμένα φάσματα των συνδυασμένων σημάτων για τις θέσεις C10-D90

Όπως φαίνεται από το σχήμα 8,25 του αποδιαμορφωμένου φάσματος των συνδυασμένων σημάτων, εντοπίζεται μόνο η συχνότητα BPFO που αφορά τη φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο (όλες οι αιχμές αφορούν αρμονικές της BPFO). Το γεγονός ότι δεν μπορεί να εντοπιστεί η συχνότητα BPF1 μπορεί να δικαιολογηθεί λόγω του είδους της βλάβης (BPF1, φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο, που σημαίνει ότι η “διαδρομή” που έχει να διανύσει το σήμα που οφείλεται στη φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο του ένσφαιρου τριβέα είναι πολύ μεγαλύτερη σε σχέση με το σήμα που οφείλεται στη φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο), αλλά και λόγω της αρκετά μικρότερης (σε μέγεθος) πειραματικής διάταξης.

Όπως φαίνεται από το αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων από τον αλγόριθμο Infomax (σχήμα 8.26), αποδεικνύεται και ποιοτικά ότι για την τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C10 και D90 δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί διαχωρισμός. Πράγματι εξετάζοντας το σχήμα 8.26, παρατηρείται ότι και στα δύο φάσματα των “διαχωρισμένων” σημάτων, υπάρχουν πληροφορίες που σχετίζονται και με τις δύο πηγές βλάβης, που σημαίνει ότι δεν έχουν διαχωριστεί τα σήματα.

Από τις παραπάνω παρατηρήσεις, μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι τα πειραματικά αποτελέσματα διαχωρισμού για την τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C10 και D90, συμφωνούν με τα αντίστοιχα αποτελέσματα από την προσομοίωση της πειραματικής διάταξης Small Test Rig.



Σχήμα 8.26 Αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax (θέσεις C10-D90)

8.2.2 Τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C25 και D75

Ακολουθεί ο πίνακας 8.6 με τα αποτελέσματα διαχωρισμού των συνδυασμένων σημάτων, όταν οι αισθητήρες εδράζονται στις θέσεις C25 και D75 αντίστοιχα.

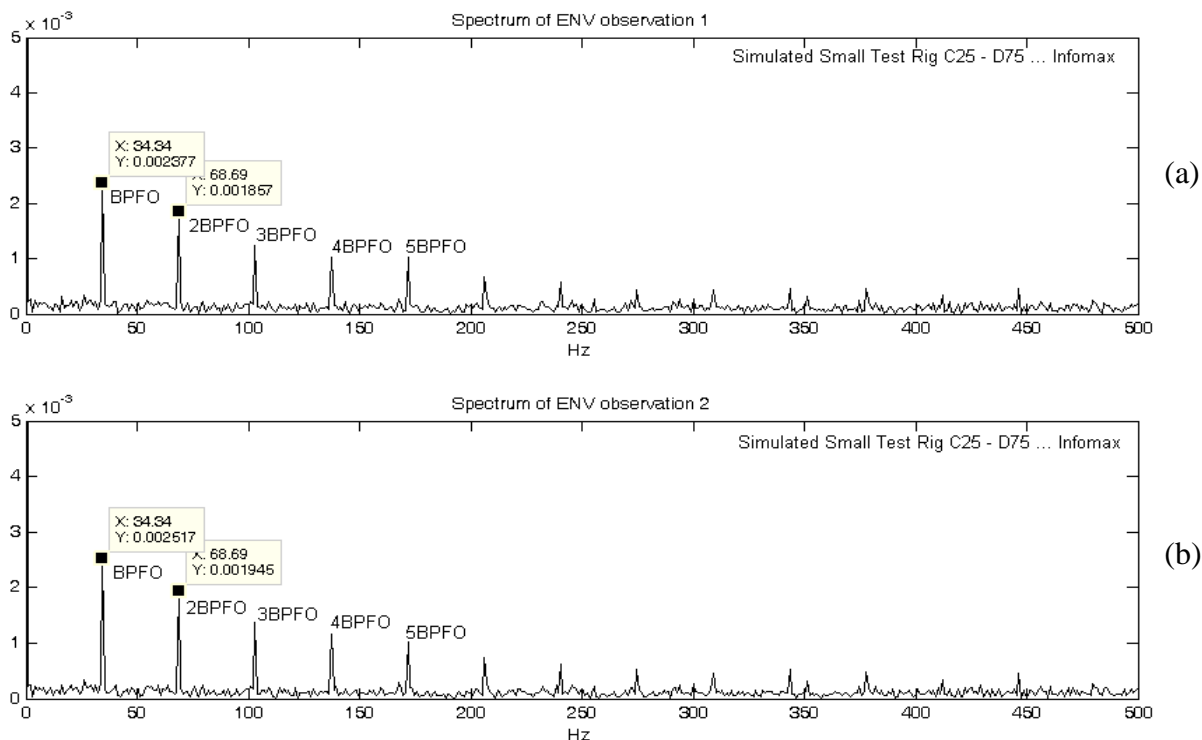
Πίνακας 8.6

Αποτελέσματα διαχωρισμού με αισθητήρες στις θέσεις C25-D75 (προσομοίωση Small Test Rig)

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΥ	Source Signals		ΣΕΙΡΑ ΦΟΡΤΩΣΗΣ ΤΩΝ MIXED SIGNALS X_C X_D		Διαχωρισμένα Σήματα		Εντοπισμός πηγής
	A	B	X_1	X_2	U_1	U_2	N\O
Infomax	BPFI	BPFO	BPFI	BPFO	BPFO & BPFI	BPFO & BPFI	O

Όπως φαίνεται από τον πίνακα 9.6, για την τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C25 και D75 (μικρή απομάκρυνση από τις πηγές βλάβης), ο αλγόριθμος Infomax δεν μπορεί να διαχωρίσει, ούτε για αυτή τη τοποθέτηση των αισθητήρων, τα συνδυασμένα σήματα, αλλά κάθε “διαχωρισμένο” σήμα, περιλαμβάνει πληροφορία και από τους 2 τύπους φθοράς με συχνότητες BPFO και BPFI. Η παρατήρηση αυτή, έρχεται σε συμφωνία με τα αντίστοιχα αποτελέσματα των πειραματικών μετρήσεων της ενότητας 7.2.2, για τη δεδομένη τοποθέτηση των αισθητήρων.

Ακολουθεί το σχήμα 8.27, όπου παρουσιάζονται τα αποδιαμορφωμένα φάσματα των συνδυασμένων σημάτων.



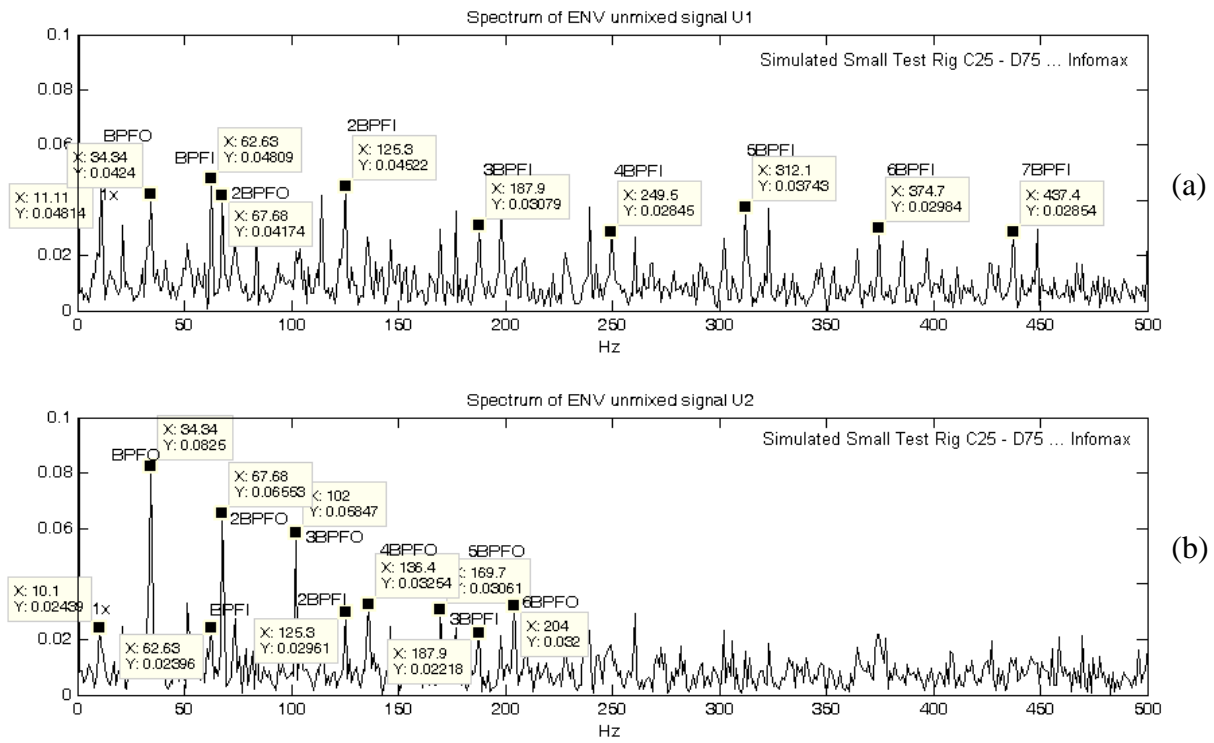
Σχήμα 8.27 Αποδιαμορφωμένα φάσματα των συνδυασμένων σημάτων για τις θέσεις C25-D75

Όπως φαίνεται από το σχήμα 8.27 του αποδιαμορφωμένου φάσματος των συνδυασμένων σημάτων, εντοπίζονται, η BPFO και αρμονικές της, αλλά και εδώ δεν μπορεί να εντοπιστεί η συχνότητα BPFI, λόγω του πολύ μικρού της πλάτους, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι δεν υπάρχει.

Όπως φαίνεται από το αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων από τον αλγόριθμο Infomax (σχήμα 8.28), αποδεικνύεται και ποιοτικά ότι για την τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C25 και D75 δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί διαχωρισμός. Πράγματι εξετάζοντας το σχήμα 8.28, παρατηρείται ότι και στα δύο φάσματα των “διαχωρισμένων” σημάτων, υπάρχουν πληροφορίες που σχετίζονται και με τις δύο πηγές βλάβης, που σημαίνει ότι δεν έχουν διαχωριστεί τα σήματα.

Επίσης, σε αντίθεση με τα αποδιαμορφωμένα φάσματα του σχήματος 8.27, κατά τον “διαχωρισμό” των συνδυασμένων σημάτων, μπορεί πλέον και εντοπίζεται η συχνότητα BPFI και οι αρμονικές της που σχετίζονται με τη φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο.

Από τις παραπάνω παρατηρήσεις, μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι τα πειραματικά αποτελέσματα διαχωρισμού για την τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C25 και D75, συμφωνούν με τα αντίστοιχα αποτελέσματα από την προσομοίωση της πειραματικής διάταξης Small Test Rig.



Σχήμα 8.28 Αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax (θέσεις C25-D75)

8.2.3 Τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C40 και D60

Ακολουθεί ο πίνακας 8.7 με τα αποτελέσματα διαχωρισμού των συνδυασμένων σημάτων, όταν οι αισθητήρες εδράζονται στις θέσεις C40 και D60 αντίστοιχα.

Πίνακας 8.7

Αποτελέσματα διαχωρισμού με αισθητήρες στις θέσεις C25-D75 (προσομοίωση Small Test Rig)

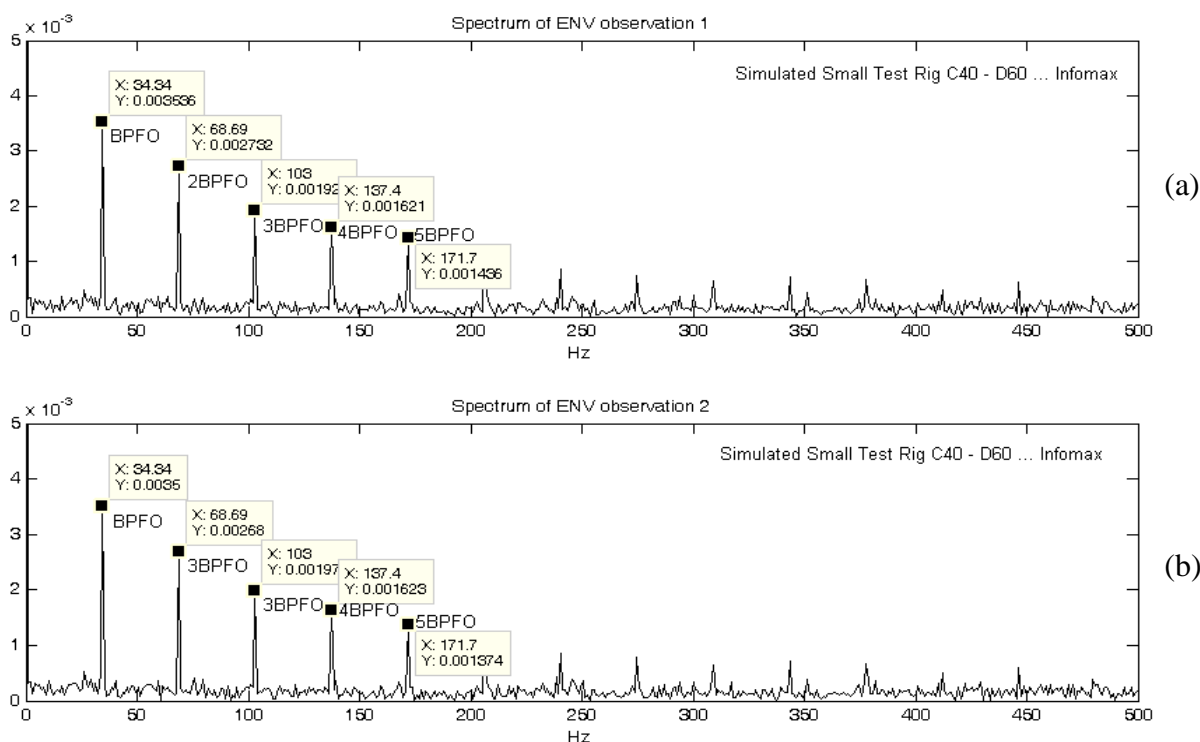
ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΥ	Source Signals		ΣΕΙΡΑ ΦΟΡΤΩΣΗΣ ΤΩΝ MIXED SIGNALS X_C X_D		Διαχωρισμένα Σήματα		Εντοπι σμός πηγής
	A	B	X_1	X_2	U_1	U_2	$N \setminus O$
Infomax	BPFI	BPFO	BPFI	BPFO	BPFO	BPFO	N

Όπως φαίνεται από τον πίνακα 8.7, για την τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C40 και D60 (δηλαδή μεγάλη απομάκρυνση των αισθητήρων από τις πηγές βλάβης), ο αλγόριθμος Infomax καταφέρνει να διαχωρίσει τα συνδυασμένα σήματα, στα “αρχικά” πηγαία σήματα (στην πραγματικότητα δεν πρόκειται για τα αρχικά πηγαία σήματα, αλλά για scaled εκδοχές των αρχικών πηγαίων σημάτων).

Εκτός αυτού, όπως φαίνεται και από διαχωρισμένα σήμα U_1 και U_2 οι θέσεις εμφάνισής τους συμφωνούν με την αρχική σειρά φόρτωσης των πηγαίων σημάτων, πράγμα που σημαίνει ότι ο Infomax μπορεί να εντοπίσει και την πηγή από την οποία προέρχεται το καθένα από τα διαχωρισμένα σήματα.

Από τις παρατηρήσεις του πίνακα 8.7, φαίνεται ότι και για αυτή την τοποθέτηση των αισθητήρων τα αποτελέσματα των προσομοιωμένων σημάτων συμφωνούν με τα αντίστοιχα αποτελέσματα των πειραματικών μετρήσεων της ενότητας 7.2.2.

Ακολουθεί το σχήμα 8.29, όπου παρουσιάζονται τα αποδιαμορφωμένα φάσματα των συνδυασμένων σημάτων.

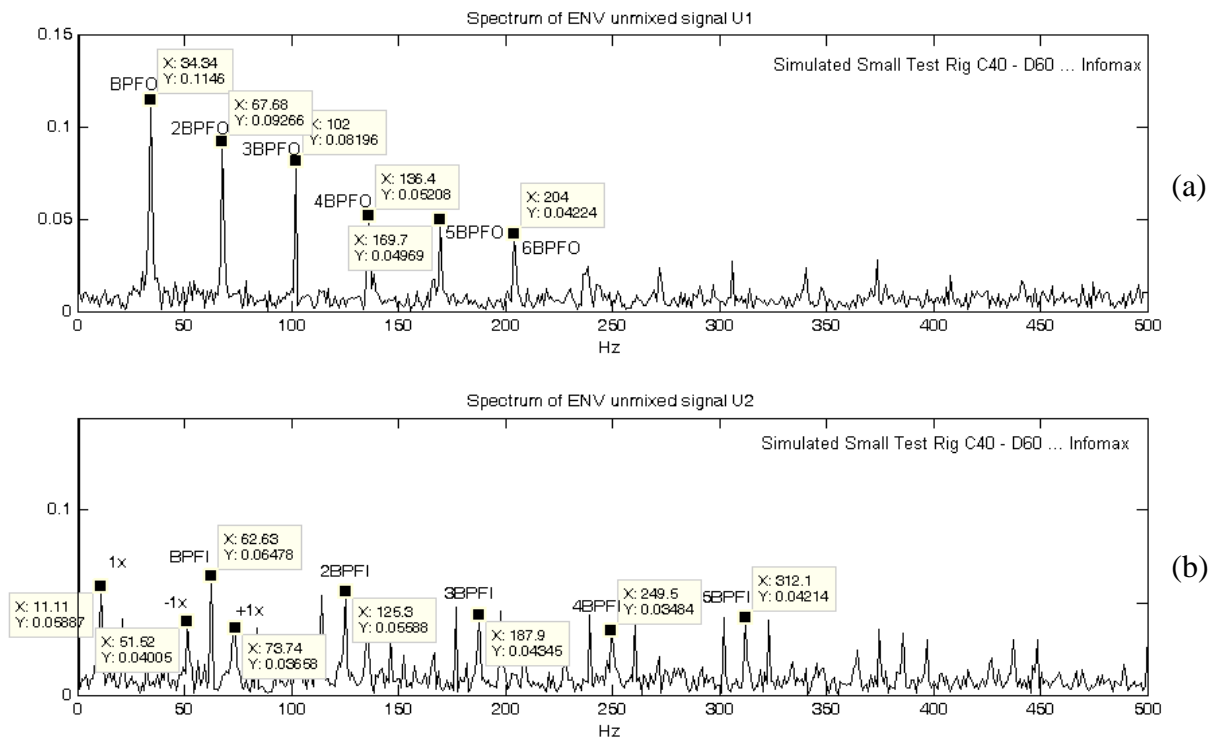


Σχήμα 8.29 Αποδιαμορφωμένα φάσματα των συνδυασμένων σημάτων για τις θέσεις C40-D60

Όπως φαίνεται και από το σχήμα 8.29 του αποδιαμορφωμένου φάσματος των συνδυασμένων σημάτων, εντοπίζονται, η BPFO και αρμονικές της, αλλά πάλι δεν μπορεί να εντοπιστεί η συχνότητα BPFI, λόγω του πολύ μικρού της πλάτους, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι δεν υπάρχει.

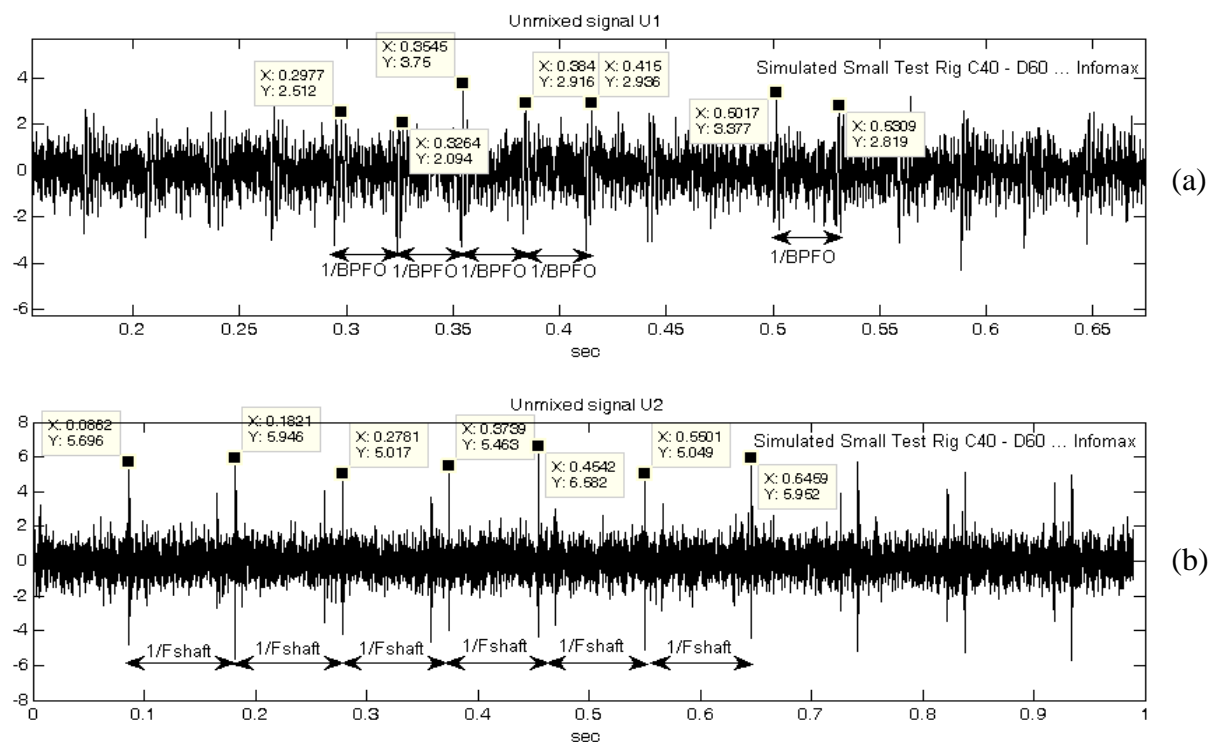
Από το φάσμα των αποδιαμορφωμένων διαχωρισμένων σημάτων (σχήμα 8.30 που ακολουθεί), ο αλγόριθμος Infomax για την τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C40-D60 διαχωρίζει πολύ καλά τα σήματα. Παρατηρώντας το αποδιαμορφωμένο φάσμα του διαχωρισμένου σήματος U_1 (σχήμα 8.30a), εντοπίζονται η συχνότητα βλάβης BPFO και αρμονικές της που σχετίζονται με τη συγκεκριμένη βλάβη.

Από το αποδιαμορφωμένο φάσμα του διαχωρισμένου σήματος U_2 (σχήμα 8.30b), εντοπίζονται η ταχύτητα του άξονα περιστροφής και αρμονικές της, καθώς και η συχνότητα BPF1 της φθοράς στον εσωτερικό δακτύλιο και αρμονικές της, με τις πλευρικές τους αιχμές να ισαπέχουν κατά $\pm f_{\text{shaft}}$.



Σχήμα 8.30 Αποδιαμορφωμένο φάσμα των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax (θέσεις C40-D60)

Ακολουθούν οι κυματομορφές των διαχωρισμένων σημάτων (σχήμα 8.31)



Σχήμα 8.31 Κυματομορφή των διαχωρισμένων σημάτων κατά τον αλγόριθμο Infomax (θέσεις C40-D60)

Από τις κυματομορφές των διαχωρισμένων σημάτων κατά Infomax (σχήμα 8.31), φαίνεται ότι οι κρουστικοί παλμοί (έχουν επιλεγθεί ορισμένοι τυχαία) στο διαχωρισμένο σήμα U_1 (σχήμα 8.31a), (όπου έχει γίνει εστίαση για καλύτερο εντοπισμό), εντοπίζονται κρουστικοί παλμοί που ισαπέχουν κατά $1/BPFO \text{ sec}$, επομένως συμπεραίνεται ότι στο U_1 εμφανίζονται κρουστικοί παλμοί που προκαλούνται από φθορά στον εξωτερικό δακτύλιο.

Αντίστοιχα στο διαχωρισμένο σήμα U_2 (σχήμα 8.31b) εντοπίζονται διαδοχικοί κρουστικοί παλμοί που ισαπέχουν κατά $1/f_{\text{shaft}} \text{ sec}$, πράγμα που υποδηλώνει ότι πρόκειται για κρουστικούς παλμούς που προκαλούνται από φθορά στον εσωτερικό δακτύλιο.

Συνεπώς από τα σχήματα 8.30 και 8.31 προκύπτει το συμπέρασμα ότι ο αλγόριθμος Infomax για την τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C40 και D60, διαχωρίζει πολύ καλά τα συνδυασμένα σήματα και μπορεί να εντοπίσει και την πηγή από την οποία προέρχεται το καθένα από τα διαχωρισμένα σήματα.

8.2.4 Συμπέρασμα

Η υπολογιστική προσομοίωση των πειραματικών μετρήσεων για τη διάταξη Small Test Rig, δίνει αποτελέσματα που έρχονται σε απόλυτη συμφωνία με τα αντίστοιχα αποτελέσματα διαχωρισμού των πειραματικών μετρήσεων, πράγμα που επιβεβαιώνει την εγκυρότητα τόσο των πειραματικών μετρήσεων, όσο και των αποτελεσμάτων διαχωρισμού, για την πειραματική διάταξη Small Test Rig.

8.3 Συγκρίσεις τιμών kurtosis πειραματικών και προσομοιωμένων πειραματικών μετρήσεων

Στην ενότητα αυτή, πραγματοποιείται σύγκριση των τιμών kurtosis των συνδυασμένων σημάτων για κάθε μία από τις τοποθετήσεις των αισθητήριων οργάνων, των πειραματικών μετρήσεων και των προσομοιωμένων πειραματικών μετρήσεων. Ο λόγος που γίνεται αυτό, είναι να εξεταστεί κατά πόσο συμφωνούν ποιοτικά οι τιμές της kurtosis των πειραματικών και των προσομοιωμένων πειραματικών μετρήσεων, κατά την μετακίνηση των θέσεων των αισθητήρων.

Σημειώνεται ότι, στις θέσεις στις οποίες ο διαχωρισμός των συνδυασμένων σημάτων είναι καλός, οι τιμές kurtosis των συνδυασμένων σημάτων είναι υψηλές (“super” Gaussian). Για αυτό το λόγο εξάλλου οι αλγόριθμοι δίνουν καλό διαχωρισμό, αφού όσο πιο super Gaussian είναι οι συνιστώσες τις οποίες διαχωρίζουν, τόσο καλύτερος είναι και ο διαχωρισμός.

Ακολουθούν οι πίνακες 8.8 και 8.9 που παρουσιάζουν τις τιμές kurtosis για τη διάταξη Large Test Rig και Small Test Rig αντίστοιχα.

Πίνακας 8.8

Τιμές της kurtosis για τις διαφορετικές τοποθετήσεις των αισθητήρων στη διάταξη Large Test Rig

Large Test Rig	kurtosis of observations in point C vertical	kurtosis of observations in point D vertical	θέσεις των αισθητήρων
Τιμές kurtosis των Πειραματικών Μετρήσεων	0.5213*	0.3143*	C40 – D60
	3.5220**	3.3150**	
Τιμές kurtosis των Προσομοιώσεων των Πειραματικών Μετρήσεων	1.6533*	0.5232*	C25 – D75
	4.6542**	3.5239**	
Τιμές kurtosis των Προσομοιώσεων των Πειραματικών Μετρήσεων	-0.0386*	-0.0367*	C40 – D60
	2.9904**	2.9923**	
Τιμές kurtosis των Προσομοιώσεων των Πειραματικών Μετρήσεων	-0.0338*	-0.0463*	C25 – D75
	2.9952**	2.9826**	

*kurtosis= $P^{-1} \cdot \text{std}(h1)^{-4} \cdot \sum((h1 - \text{mean}(h1)).^4) - 3$

** k1=kurtosis(h1) έτοιμη εντολή του Matlab

Για την περίπτωση της διάταξης Large Test Rig, οι αλγόριθμοι έκαναν καλό διαχωρισμό για την τοποθέτηση των αισθητήρων στις θέσεις C25-D75. Πράγματι εξετάζοντας και τις τιμές kurtosis τόσο των πειραματικών όσο και των προσομοιώσεων των πειραματικών μετρήσεων, φαίνεται ότι οι κατανομές των συνδυασμένων σημάτων γίνονται πιο super Gaussian στις θέσεις C25-D75, από ότι στις θέσεις C40-D60, επιτρέποντας έτσι να πραγματοποιείται καλός διαχωρισμός των σημάτων. Εξαίρεση αποτελεί η τιμή kurtosis της προσομοίωσης των πειραματικών μετρήσεων στη θέση D75 (για τον αισθητήρα που εδράζεται στο σημείο D), όπου η τιμή της kurtosis έχει “πέσει” λίγο σε σχέση με την θέση D60. Παρόλα αυτά, αυτό δεν εμπόδισε να γίνει καλός διαχωρισμός των σημάτων για τις θέσεις C25-D75.

Πίνακας 8.9

Τιμές της kurtosis για τις διαφορετικές τοποθετήσεις των αισθητήρων στη διάταξη Small Test Rig

Small Test Rig	kurtosis of observations in point C vertical	kurtosis of observations in point D vertical	θέσεις των αισθητήρων
Τιμές kurtosis των Πειραματικών Μετρήσεων	0.4010*	0.8585*	C10 – D90
	3.4013**	3.8589**	
	0.5677*	0.5479*	C25 – D75
	3.5680**	3.5482**	
	0.1959*	0.2912*	C40 – D60
	3.1962**	3.2915**	
Τιμές kurtosis των Προσομοιώσεων των Πειραματικών Μετρήσεων	0.4720*	0.4167*	C10 – D90
	3.5077**	3.4519**	
	0.3991*	0.5236*	C25 – D75
	3.4342**	3.5599**	
	0.5246*	0.5684*	C40 – D60
	3.5609**	3.6052**	

*kurtosis= $P^{-1} \cdot \text{std}(h1)^{-4} \cdot \sum((h1 - \text{mean}(h1))^4) - 3$

** k1=kurtosis(h1) έτοιμη εντολή του Matlab

Για τη διάταξη Small Test Rig, οι αλγόριθμοι έκαναν σχετικά καλό διαχωρισμό για τις θέσεις C25-D75 και ακόμα καλύτερο διαχωρισμό για τις θέσεις C40-D60. Πράγματι εξετάζοντας τις τιμές kurtosis για τις θέσεις C25-D75 και C40-D60, είναι συνολικά πιο αυξημένες από αυτές στις θέσεις C10-D90. Οι κατανομές των συνδυασμένων σημάτων γίνονται πιο super Gaussian στις θέσεις C25-D75 και C40-D60 σε σχέση με τις θέσεις C10-D90, γεγονός που επιτρέπει στους αλγόριθμους να κάνουν καλύτερο διαχωρισμό των σημάτων για τις θέσεις αυτές. Παρατηρώντας τις θέσεις C40-D60 των πειραματικών μετρήσεων, οι τιμές kurtosis έχουν “πέσει” λίγο από τις αντίστοιχες τιμές στις θέσεις C25-D75. Παρόλα αυτά, καλύτερος διαχωρισμός επιτεύχθηκε από τις θέσεις C40-D60. Παρατηρώντας τώρα, τις θέσεις C40-D60 των προσομοιώσεων των πειραματικών μετρήσεων, οι τιμές kurtosis είναι ψηλότερες από τις αντίστοιχες τιμές για τις θέσεις C25-D75, κάτι που δικαιολογεί την επίτευξη καλύτερων αποτελεσμάτων διαχωρισμού για τις θέσεις C40-D60.

Κεφάλαιο 9

Μελλοντική Έρευνα

Η παρούσα μεταπτυχιακή εργασία καλύπτει ένα μικρό μέρος της μελέτης του τυφλού διαχωρισμού πηγών. Υπάρχουν πολλές παράμετροι που χρήζουν περαιτέρω μελέτης, μερικές από τις οποίες παρουσιάζονται παρακάτω:

- Επίδραση συνισταμένης ιδιομορφής στην μετρούμενη απόκριση
- Επίδραση μεθόδου κανονικοποίησης ιδιομορφής, ώστε να ληφθεί υπόψη και το πλάτος της ιδιομορφής στην απόδοση του κώδικα
- Απόδοση κώδικα έναντι πολλών ιδιοσυχνοτήτων διεγερμένων από κάθε πηγή φθοράς
- Επίδραση μη συγχρονισμένης ανάπτυξης ιδιομορφών
- Τροποποίηση κώδικα ώστε τα δεδομένα εισόδου να είναι αποδιαμορφωμένα χρονικά σήματα
- Ανάπτυξη διαδικασιών εντοπισμού πηγών
- Έλεγχος απόδοσης κώδικα για μη συμμετρικές καταγραφές
- Μελέτη και σύγκριση επιπλέον αλγορίθμων στην κατηγορία των *instantaneous methods*
- Μελέτη και σύγκριση διαφόρων μεθόδων διαχωρισμού: *instantaneous*, *non-linear* και *convolutive* μέθοδοι
- Επίδραση χωρικής κατεύθυνσης μέτρησης
- Αναλυτική υπολογιστική μελέτη και εντοπισμός ιδιοσυχνοτήτων και ιδιομορφών συναρτήσει των μετρούμενων μεγεθών
- Ανάλυση ευαισθησίας παραμέτρων κώδικα διαχωρισμού
- Έλεγχος απόδοσης κώδικα συναρτήσει ιδιοτήτων υλικού στοιχείων μηχανής
- Επίδραση θορύβου και ολίσθησης ρουλεμάν στην απόδοση του κώδικα
- Επίδραση μεγέθους φθοράς στην απόδοση του κώδικα
- Επίδραση ταχύτητας περιστροφής μηχανής
- Επίδραση φορτίου
- Πειραματική εφαρμογή με ένα ρουλεμάν σε καλή κατάσταση λειτουργίας και υπολογιστικός έλεγχος αυτής
- Εφαρμογές και με άλλους τύπους βλαβών στα ρουλεμάν: ελλειπής λίπανση, φθορά κλωβού και φθορά στοιχείων κύλισης
- Εφαρμογές με *local* και *global* ιδιοσυχνότητες
- Εφαρμογές με περισσότερες από δύο (2) πηγές

Βιβλιογραφία

1. Seungjin Choi, Andrzej Cichocki, Hyung – Min Park, Soo Young Lee, 2004, “Blind Source Separation and Independent Component Analysis : A Review” .
2. P. Comon and C. Jutten Eds, 2009, “Handbook of Blind Source Separation, Independent Component Analysis and Applications”.
3. A. Hyvarinen, E. Oja, 2000, “Independent component analysis: algorithms and applications”, Neural Networks 13, pp 411-430, Elsevier Science Ltd.
4. Anthony J. Bell, Terrence J. Sejnowski, 1995, “An Information – Maximization Approach to Blind Separation and Blind Deconvolution”, Neural Computation 7, pp. 1129-1159.
5. Te – Won Lee, Mark Girolami and Terrence J. Sejnowski, 1999, “Independent Component Analysis using an Extended Infomax Algorithm for Mixed Sub-Gaussian and Super-Gaussian Sources”, Neural Computation, Vol. 11, pp 409-433.
6. Zhenwei Shi, Huanwen Tang, Yiyuan Tang, 2004, “A new fixed-point algorithm for independent component analysis“, Neurocomputing, Elsevier Science Ltd.
7. Aapo Hyvarinen, 1997, “A Family of Fixed-Point Algorithms For Independent Component Analysis”, IEEE.
8. Ella Bingham, Aapo Hyvarinen, 2000, “A Fast Fixed-Point Algorithm for Independent Component Analysis Of Complex Valued Signals”, International Journal of Neural Systems Vol. 10, pp 1-8.
9. Aapo Hyvarinen, 1999, “Fast and Robust Fixe-Point Algorithms for Independent Component Analysis”, IEEE Transactions on Neural Networks Vol. 10.
10. Aapo Hyvarinen, 1999, “The Fixed Point Algorithm and Maximum Likelihood Estimation for Independent Component Analysis”, Neural Processing Letters, Kluwer Academic Publionshers
11. Sasmita Kumari Behera, 2009, “Fast ICA For Blind Source Separation and its Implementations”, Master Thesis, National Institute of Technology Rourkela, pp 20-26, 35-41.
12. Juha Karvanen, Jan Erikson, Visa Koivunen, “Pearson System Based Method For Blind Separation“, Signal Processing Laboratory, Helsinki Univerisity of Technology.
13. Juha Karvanen, Jan Erikson, Visa Koivunen, “Source Distribution Adaptive Maximum Likelihood Estimation of ICA Model“,Signal Processing Laboratory, Helsinki Univerisity of Technology
14. James V. Stone, 2001, “Blind Source Separation Using Temporal Predictability”, Neural Computation Vol.13, pp 1559-1574.