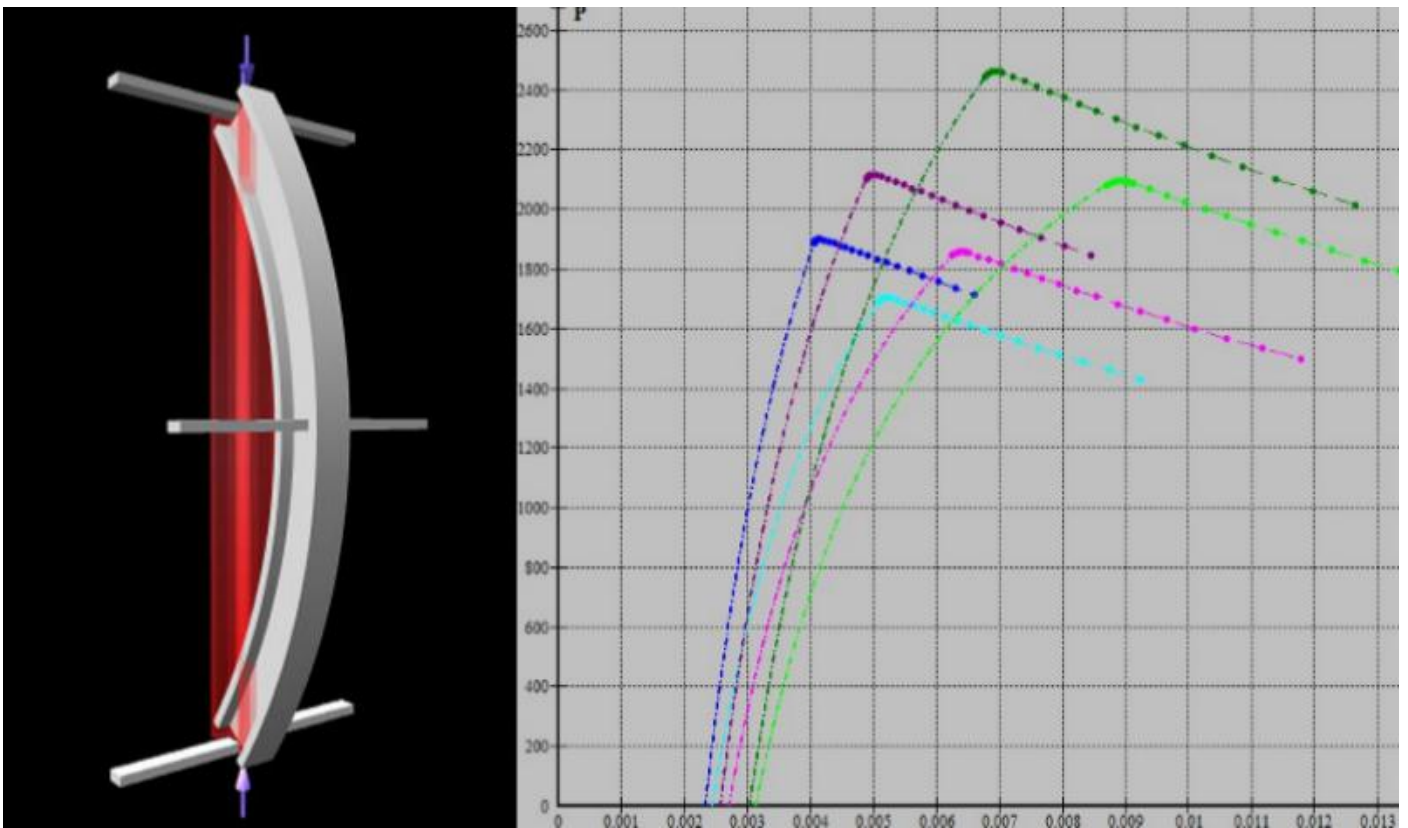




ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Πολιτικών Μηχανικών
Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών

Πλαστικός Λυγισμός Σιδηρών Υποστυλωμάτων Διατομής Διπλού Ταυ



ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Αναστάσιος Π. Στασινόπουλος

Επιβλέπων: Τάσος Αβραάμ

Αθήνα, Οκτώβριος 2012

ΕΜΚ ΔΕ 2012/39

Στασινόπουλος Π. Αναστάσιος
Πλαστικός λυγισμός σιδηρών υποστυλωμάτων διατομής διπλού ταυ
Διπλωματική Εργασία ΕΜΚ ΔΕ 2012/39
Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα.

Stasinopoulos P. Anastasios
Plastic buckling of steel columns H section
Diploma Thesis ΕΜΚ ΔΕ 2012/39
Institute of Steel Structures, National Technical University of Athens, Greece

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στον καθηγητή του Ε.Μ.Π. κ. Τ. Αβραάμ, Ε.Δ.Π., για την καθοδήγηση και την υποστήριξη που μου παρείχε για την εκπόνησή της, καθ' όλη τη διάρκειά της.

Στασινόπουλος Αναστάσιος

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο : ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	6
1.1 Σύντομη περιγραφή της εργασίας.....	
1.2 Στόχοι της εργασίας.....	
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο : ΘΕΩΡΗΤΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ.....	7
2.1 Βασικά θεωρητικά στοιχεία.....	
2.1.1 Λυγηρότητα.....	
2.1.2 Καμπύλη τάσεων - παραμορφώσεων.....	
2.2 Λυγισμός.....	
2.2.1 Καμπτικός λυγισμός.....	
2.2.2 Καμπτικός λυγισμός μεταλλικών υποστυλωμάτων.....	
2.2.3 Ατέλειες μεταλλικών υποστυλωμάτων.....	
2.2.4 Ανελαστικός λυγισμός.....	
2.3 Μέθοδοι ανάλυσης.....	
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο : ΕΞΑΓΩΓΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ.....	17
3.1 Αμφιαρθρωτά υποστυλώματα με αρχικά καμπυλωμένο διαμήκη άξονα.....	
3.2 Παραδοχές μελέτης.....	
3.3 Εξαγωγή τελικών εξισώσεων.....	
3.3.1 Ελαστική σχέση φορτίου - παραμόρφωσης.....	
3.3.2 Ανελαστική σχέση φορτίου - παραμόρφωσης.....	
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο : ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ.....	26
4.1 Διαγράμματα για την επιρροή αρχικού βέλους.....	
4.2 Προβλέψεις Ευρωκώδικα.....	
4.2.1 Προσέγγιση του φαινομένου από τον EC3.....	
4.2.2 Ισοδύναμα αρχικά βέλη.....	
4.2.3 Διαφορά $P_{cr} - P_{el}$	
4.2.4 Σύγκριση με Abaqus.....	
4.2.5 Καμπύλες $\lambda - P_{cr}$	
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο : ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΜΕΛΕΤΗΣ.....	80
5.1 Επιρροή αρχικού βέλους.....	
5.2 Ισοδύναμα αρχικά βέλη Ευρωκώδικα.....	
5.3 Διαφορά φορτίου πρώτης διαρροής με κρίσιμο φορτίο.....	

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ : ABAQUS

Πλαστικός λυγισμός σιδηρών υποστυλωμάτων διατομής διπλού ταυ

Στασινόπουλος Α. Π. (επιβλέπων : Αβραάμ Τ.)

Περίληψη

Στη μηχανική με τον όρο “λυγισμός”, νοείται αστοχία λόγω απώλειας της ευστάθειας ενός φορέα που υπόκειται μόνο σε αυστηρά κεντρικό αξονικό φορτίο. Η ύπαρξη, ωστόσο, αρχικών ατελειών ή εκκεντρότητας του φορτίου, οδηγεί στην καμπτοθλιπτική καταπόνηση του μέλους. Έτσι, η κατανομή των τάσεων καθ’ ύψος της διατομής δεν είναι ομοιόμορφη, και η τάση στη δυσμενέστερη ίνα του μέλους, που είναι η ακραία θλιβόμενη της μεσαίας διατομής, μπορεί να φτάσει την τιμή της τάσης διαρροής πριν φτάσει η φόρτιση το κρίσιμο φορτίο λυγισμού, οπότε και έχουμε πλαστικό λυγισμό.

Το φαινόμενο του πλαστικού λυγισμού εμφανίζεται περισσότερο σε ένα εύρος τιμών της λυγηρότητας των υποστυλωμάτων. Για τιμές λυγηρότητας περίπου 60 – 75, επιλέξαμε υποστυλώματα με πέντε από τις πιο συνήθεις πρότυπες διατομές και ελέγξαμε το φαινόμενο του πλαστικού λυγισμού, αφού θεωρήσαμε σε αυτά διάφορες τιμές αρχικών βελών, επί του ισχυρού άξονα. Για να το κάνουμε αυτό, θέσαμε κάποιες παραδοχές και εν συνεχεία προσεγγίσαμε θεωρητικά την εκδήλωση του φαινομένου. Το επόμενο βήμα είναι η σύγκριση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από την προσέγγισή μας, με τις αντίστοιχες κρίσιμες τιμές που προκύπτουν από τον Ευρωπαϊκό Κανονισμό (EC3) και η επαλήθευση των αποτελεσμάτων από πρόγραμμα H/Y με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (Abaqus). Τέλος, παρουσιάζονται καμπύλες λ - P_{el} P_{cr} (λυγηρότητας – ελαστικού φορτίου και κρίσιμου φορτίου) για τις υπό μελέτη διατομές,, όπου φαίνεται η επίδραση της λυγηρότητας στην εκδήλωση του πλαστικού λυγισμού.

Το φαινόμενο του πλαστικού λυγισμού, χαρακτηρίζεται από μικρές τιμές του ποσοστού της διαφοράς ανάμεσα στο κρίσιμο φορτίο (πλαστικό) και του ελαστικού φορτίου (φορτίο πρώτης διαρροής) ως προς το δεύτερο. Οι τιμές αυτές της πλαστικής “υπεραντοχής” εξαρτώνται από τη διατομή και την ποιότητα του χάλυβα, αλλά ακόμη περισσότερο από τη λυγηρότητα του κάθε υποστυλώματος. Επίσης, είδαμε ότι όσο πιο μεγάλη είναι η αρχική ατέλεια (αρχικό βέλος κάμψης), τόσο μικρότερο είναι το κρίσιμο φορτίο και τόσο πιο μεγάλη η τελική παραμόρφωση του υποστυλώματος.

Inelastic buckling of steel columns H section

Stasinopoulos A. P. (supervised by Avraam T.)

Abstract

In engineering, the term "buckling" means failure due to loss of stability of a member, that is subject of strictly central axial load. The presence, however, of initial imperfections or load eccentricity leads to compressive and flexural loading of the member. Thus, the stress distribution on height of the section is not uniform., and the stress of the least favourable fiber of the member, which is the farther fiber under compression at the middle section of the member, can reach the value of the characteristic yield stress of the steel, before the load reaches the critical buckling load, so it appears the effect of inelastic buckling.

This effect appears more in a value range of the slenderness of the columns. For values at about 60 – 75, we chose columns of five of the more common standard section profiles and tested the effect of inelastic buckling, since we considered different values of initial bending displacement, on the strong axis. To do that, we have some assumptions and then we approached theoretically the progress of the effect. The next step is the comparison of the theoretical results of our approach, with the corresponding critical values resulting by the Eurocodes. (EC3) and the verification of the results with the use of a PC program with finite elements analysis (abaqus). Finally, are being presented some λ - P_{el} P_{cr} (slenderness – elastic load and critical load) curves for the studied sections, where we can see the effects of the slenderness at inelastic buckling.

The effect of inelastic buckling, characterized by small values of the percentage of the difference between the critical load (inelastic) and the elastic load (first failure) divided by the second. The values of this inelastic "overstrength", depend on the section and the quality of the steel, but even more on the slenderness of each column. We also noticed, tha the bigger the initial imperfection (initial bending displacement), the less the critical load, and the bigger the final displacement of the column.

Ξεκινώντας την παρούσα διπλωματική εργασία, θα δοθεί μία σύντομη περιγραφή αυτής, ώστε ο αναγνώστης να αποκτήσει μία πρώτη επαφή και να έχει μία αδρή, γενική, εικόνα της μελέτης για τη συνέχεια. Επίσης, θα οριοθετηθούν οι στόχοι τους οποίους θα προσπαθήσουμε να πετύχουμε μέσω της εργασίας αυτής.

1.1 Σύντομη Περιγραφή της Εργασίας

Η αστάθεια των μελών από χάλυβα, είναι η μορφή αστοχίας που θα μας απασχολήσει στην παρούσα μελέτη. Έτσι θα ελεγχουμε μία σειρά από ατελή (imperfect) αμφιαρθρωτά υποστυλώματα, υπό αξονική θλιπτική καταπόνηση, σε λυγισμό. Πρόκειται για υποστυλώματα με αρχικός καμπυλωμένο διαμήκη άξονα, δηλ. με αρχικό βέλος κάμψης, τα οποία θα ελέγξουμε για την περίπτωση στην οποία θα έχουμε διαρροή μέρους του θλιβόμενου τμήματος της διατομής τους πριν την εκδήλωση της αστάθειας (ανελαστικός λυγισμός).

Η πορεία που θα ακολουθήσουμε είναι η ακόλουθη:

Αρχικά, θα εξάγουμε τις εξισώσεις του βέλους κάμψης (δ) ως προς το θλιπτικό φορτίο (P), για τα δύο στάδια της ανάλυσής μας, δηλ.,

-από την εφαρμογή του φορτίου P , μέχρι τη στιγμή που η μέγιστη τάση στην ακραία ίνα της δυσμενέστερης διατομής θα γίνει ίση με την τάση διαρροής του υλικού κατασκευής, και

-από τη στιγμή της εξίσωσης της μέγιστης τάσης στο φορέα με την τάση διαρροής, έως και την αστοχία λόγω ανελαστικού λυγισμού. Εδώ θα διακρίνουμε δύο στάδια, λόγω μη γραμμικότητας της διατομής.

Στην συνέχεια, θα χρησιμοποιήσουμε την πρώτη για να προσδιορίσουμε το φορτίο που αντιστοιχεί στην διαρροή της ακραίας ίνας της διατομής και από τις άλλες δύο το φορτίο λυγισμού (κρίσιμο φορτίο ανελαστικού λυγισμού), για κάθε ένα από αυτά τα υποστυλώματα. Τα δεδομένα αυτά, θα τα απεικονίσουμε σε διαγράμματα φορτίου (P) - βέλους κάμψης/μήκος υποστυλώματος (δ/l). Εδώ να σημειώσουμε ότι στο στάδιο του ανελαστικού λυγισμού δεν έχουμε την εξίσωση της πραγματικής γραμμής, αλλά τις συντεταγμένες των σημείων ($P-\delta/l$) στα οποία η τάση διαρροής έχει εισέλθει, στο αντίστοιχο διάγραμμα τάσεων, κατά ένα ποσοστό του ύψους της αντίστοιχης διατομής για τα δύο στάδια του ανελαστικού λυγισμού. Επομένως, τα αποτελέσματά μας θα είναι προσεγγιστικά.

Τέλος, θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα των διαγραμμάτων με τα αποτελέσματα που θα προκύψουν από την ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία.

Για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων μας, επιλέξαμε να ελέγξουμε μερικές συνήθεις διατομές τύπου H και I (HEA100-500, HEB100-500 και IPE100-500), για επτά διαφορετικές τιμές αρχικών βελών η κάθε μία. Ο έλεγχος έγινε για ένα εύρος λυγηροτήτων στην περιοχή των μέσων τιμών και για τις τρεις πιο συχνά χρησιμοποιούμενες ποιότητες χάλυβα (S235, S275, S355).

Επίσης, οι πρώτες τιμές των αρχικών βελών που ελέγξαμε, είναι αρκετά μεγάλες για να συναντηθούν σε πραγματικές κατασκευές, αλλά θα μας βοηθήσουν στο να ερευνήσουμε την συμπεριφορά των υποστυλωμάτων της μελέτης, παρακολουθώντας την εξέλιξη του φαινομένου από πιο ακραίες τιμές ($L/100$, $L/200$, $L/300$, $L/400$, $L/500$, $L/600$, $L/700$).

1.2 Στόχοι της εργασίας

Σκοπός της παρούσας εργασίας, είναι, αρχικά να υπολογίσουμε κατά προσέγγιση τα φορτία ανελαστικού λυγισμού (P_{cr}), αλλά και τα φορτία που αντιστοιχούν στην διαρροή της πρώτης ίνας στην κρίσιμη διατομή του κάθε μέλους (P_y). Στη συνέχεια και κυριότερα, να συγκρίνουμε τα δύο αυτά φορτία, ώστε να συμπεράνουμε το πόσο σύντομα αστοχεί το μέλος μετά την πρώτη διαρροή, αλλά και να δούμε την μεταβολή της διαφοράς των δύο παραπάνω οριακών σταθμών φόρτισης, με την αλλαγή της πρότυπης διατομής και των δομικών χαρακτηριστικών τους, αλλά και με τη μεταβολή του αρχικού βέλους. Με αυτόν τον τρόπο θα αξιολογήσουμε αν η, μετά την πρώτη διαρροή, αντοχή του μέλους, είναι τέτοιου μεγέθους που να είναι "συμφέρον" να την λάβουμε υπ' όψη ή να μπορούμε να την αγνοήσουμε.

Τέλος, στόχος μας είναι να συγκρίνουμε τα προσεγγιστικά αποτελέσματά μας με τα αποτελέσματα που θα προκύψουν από την επίλυση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, με τη βοήθεια του προγράμματος Abaqus.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο : ΘΕΩΡΗΤΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

με την παρούσα εργασία, δηλ. του λυγισμού (ελαστικού, ανελαστικού καθώς και τις μορφές τους) και του φορτίου λυγισμού, τη μέθοδο ανάλυσης που χρησιμοποιείται για τη μελέτη του καθώς και την έννοια των ατελών υποστυλωμάτων και την επιρροή τους στο φορτίο λυγισμού. Πριν από τις έννοιες αυτές όμως, θα παρουσιάσουμε μία σειρά βασικών ορισμών, απαραίτητων για τη μελέτη της εργασίας από τον αναγνώστη.

2.1 Βασικά Θεωρητικά Στοιχεία

2.1.1 Λυγηρότητα

Η **λυγηρότητα** (λ), είναι ένα μέγεθος που μας προσφέρει έναν τρόπο κατάταξης των υποστυλωμάτων. Πρόκειται για το λόγο του *ισοδύναμου μήκους λυγισμού* του μέλους, στο υπό θεώρηση επίπεδο λυγισμού, (L_{cr}) προς την *ακτίνα αδράνειας* (i), περί τον αντίστοιχο άξονα και υπολογιζόμενη χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες της πλήρους διατομής:

$$\lambda = \frac{L_{cr}}{i}$$

Το *ισοδύναμο μήκος λυγισμού* L_{cr} , ενός θλιβόμενου μέλους μήκους L , είναι το μήκος ενός κατά τα άλλα ίδιου μέλους με αρθρωτά άκρα, το οποίο έχει την ίδια αντοχή σε λυγισμό, με αυτό. Προφανώς, για τα αμφιαρθρωτά υποστυλώματα της εργασίας μας $L_{cr}=L$. Η ακτίνα αδράνειας i της διατομής είναι η τετραγωνική ρίζα του λόγου της ροπής αδράνειας της διατομής I , ως προς τον αντίστοιχο άξονα, προς το εμβαδόν A αυτής:

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

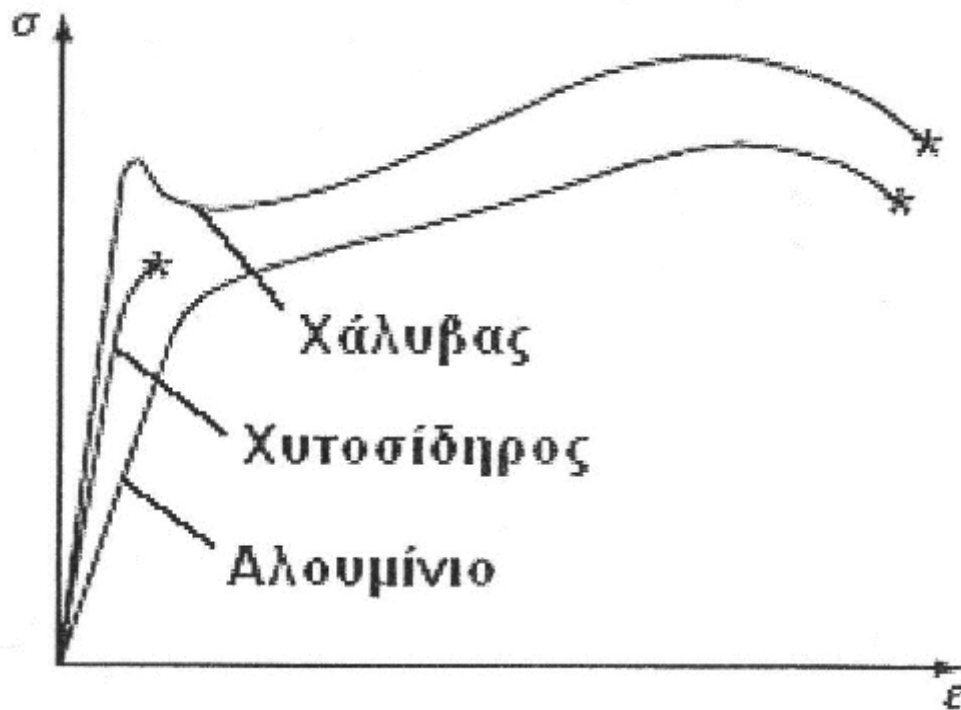
Κοντά μεταλλικά υποστυλώματα θεωρούνται αυτά με τιμές λυγηρότητας μικρότερες του 50. Για τιμές λυγηρότητας μεταξύ 50 και 200 θεωρούνται υποστυλώματα ενδιάμεσου μήκους, ενώ τέλος, τιμές μεγαλύτερες του 200 αντιστοιχούν σε μακρυά υποστυλώματα.

2.1.2 Καμπύλη Τάσεων - Παραμορφώσεων

Οι καμπύλες τάσεων - παραμορφώσεων (stress - strain curves) είναι ένας γραφικός τρόπος απόδοσης των μηχανικών ιδιοτήτων των υλικών και η γνώση της καμπύλης αυτής για το υλικό κατασκευής του φορέα που μελετάται, είναι απαραίτητη και την κατασκευάζουμε μέσω πειραματικών διαδικασιών. Για τα ευρέως χρησιμοποιούμενα υλικά, φυσικά, οι καμπύλες είναι γνωστές. Τρεις τέτοιες καμπύλες φαίνονται παρακάτω (σχ. 2.1). Παρατηρώντας την καμπύλη του χάλυβα, που είναι και το υλικό που χρησιμοποιείται στις μεταλλικές κατασκευές, βλέπουμε ότι έχει ένα αρχικό, γραμμικό, τμήμα, όπου όσο αυξάνεται η τάση αυξάνεται αναλόγως και η παραμόρφωση. Κλίση της καμπύλης στο τμήμα αυτό είναι το "**μέτρο ελαστικότητας**" E . Δηλ. ισχύει:

$$\sigma = E * \varepsilon$$

Η τιμή της τάσης στην οποία σταματάει να είναι γραμμική η καμπύλη, δηλ. η τάση δεν είναι πλέον γραμμική συνάρτηση της παραμόρφωσης, ονομάζεται *όριο αναλογίας* (*proportional limit*). Η τιμή της τάσης στην οποία το υλικό αρχίζει να παρουσιάζει μεγάλες πλαστικές παραμορφώσεις (το διάγραμμα παρουσιάζει έντονη καμπύλωση) ονομάζεται *τάση διαρροής* σ_y (*yielding stress*).

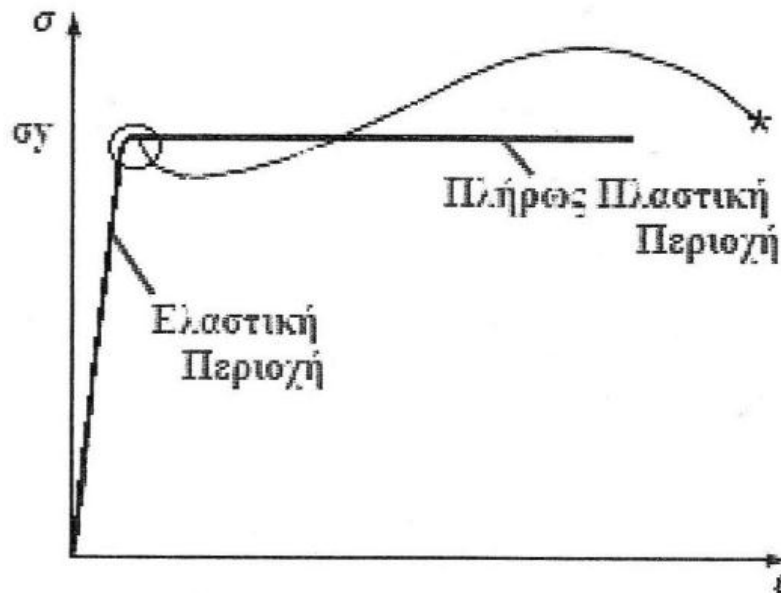


Σχήμα 2.1 Καμπύλες τάσεων – παραμορφώσεων τριών συνηθισμένων δομικών υλικών

Κατά τη μελέτη διαφόρων δομικών στοιχείων, πολλές φορές γίνονται απλοποιητικές παραδοχές για τη συμπεριφορά των δομικών υλικών, κυρίως μετά την τάση διαρροής. Μία από αυτές είναι η παραδοχή ελαστικού - ιδεατούς πλαστικού υλικού. Η συμπεριφορά ενός τέτοιου υλικού φαίνεται στο παρακάτω σχήμα (σχ. 2.2). Σ' ένα τέτοιο διάγραμμα τάσεων - παραμορφώσεων, η τάση διαρροής ταυτίζεται με το όριο αναλογίας.

2.2 Λυγισμός

Σε ορισμένες περιπτώσεις καταπόνησης, η αντοχή ενός μέλους δεν καθορίζεται από την αντοχή της εκάστοτε κρίσιμης διατομής του, αλλά υπάρχει μια στάθμη εξωτερικής φόρτισης για την οποία το μέλος χάνει την ευστάθειά του και αποκτά τη δυνατότητα να ισορροπεί και σε μία γειτονική θέση ισορροπίας πέρα της αρχικής. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται **λυγισμός**. Η θεωρητική μελέτη του λυγισμού, αναφέρεται ως *θεωρία (ελαστικής και ανελαστικής) ευστάθειας* ή *θεωρία λυγισμού*. Θεμελιωτής της θεωρίας (ελαστικού) λυγισμού υπήρξε ο Leonhard Euler τον 18^ο αιώνα. Από τότε πολλοί μελετητές έχουν ασχοληθεί εκτενώς με την ευστάθεια των κατασκευών, μεταξύ των οποίων οι Stephen P. Timoshenko και James M. Gere ("Theory of Elastic Stability", 1936) και ο Friedrich Bleich ("Buckling Strength of metal structures", 1952). Μια λεπτομερής αναδρομή της γενικής θεωρίας λυγισμού δώθηκε από τον H. L. Langhaar (1958), αλλά και πιο πρόσφατα, οι Zdenek P. Bazant και Luigi Cedolin L. Langhaar (1958), αλλά και πιο πρόσφατα, οι Zdenek P. Bazant και Luigi Cedolin στο βιβλίο τους "Stability of Structures",



Σχήμα 2.2 Καμπύλη τάσεων – παραμορφώσεων Χάλυβα με και χωρίς την Παραδοχή Ελαστικού – ιδεατός πλαστικού υλικού

(1991), όπου αναλύουν τη θεωρία

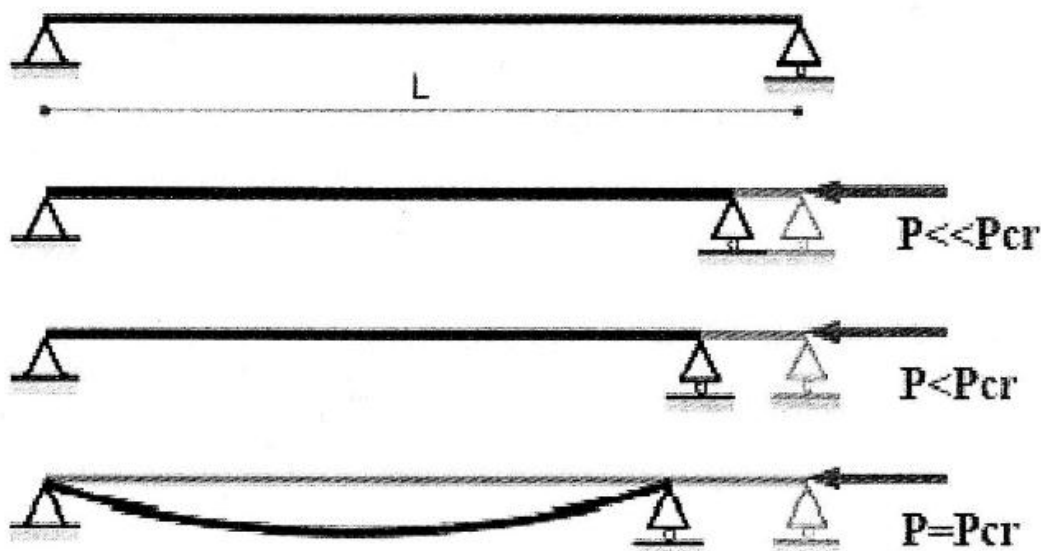
ευστάθειας, περιλαμβάνοντας τα αποτελέσματα μελετών μέχρι και το 1990. Στα επόμενα θα ασχοληθούμε κυρίως με τον καμπτικό λυγισμό (ελαστικό και ανελαστικό), ο οποίος αποτελεί το θέμα μελέτης της εργασίας και από την ανάλυση αυτού θα δούμε την επίδραση των αρχικών ατελειών των μεταλλικών ράβδων στην ευστάθεια των κατασκευών.

2.2.1 Καμπτικός λυγισμός

Από την Αντοχή των Υλικών γνωρίζουμε ότι όταν μία ευθύγραμμη ράβδος πρισματικής διατομής θλίβεται αξονικά, η αύξηση της φορτίσεως μέχρι κάποιας ορισμένης (κρίσιμης) τιμής προκαλεί συνεχώς αυξανόμενη αξονική βράχυνση. Γνωρίζουμε, επίσης, ότι όταν μία ελαστική ράβδος έχει λυγηρότητα μεγαλύτερη κάποιας ελάχιστης τιμής, η ένταση της βρίσκεται εντός της ελαστικής περιοχής και η αξονική βράχυνση είναι ανάλογη της φόρτισης. Εάν η φόρτιση υπερβεί την προαναφερθείσα κρίσιμη τιμή, η ράβδος εγκαταλείπει την ευθύγραμμη μορφή (αξονικής) παραμόρφωσης και λαμβάνει μία ελαφρώς καμπυλωμένη μορφή λόγω κάμψης (σχ.2.3). Η συμπεριφορά αυτή της ράβδου ονομάζεται **(ελαστικός) καμπτικός λυγισμός** (elastic flexural buckling). Η ράβδος αυτή, υποκειμένη στην παραπάνω στατική φόρτιση, ισορροπεί τόσο σε ευθύγραμμη όσο και σε ελαφρώς καμπυλωμένη μορφή (για φόρτιση μικρότερη και ίση ή μεγαλύτερη της κρίσιμης αντιστοίχως). Μικρή αύξηση της φόρτισης πάνω από την κρίσιμη προκαλεί σημαντικά μεγαλύτερη (δυσανάλογη) καμπτική παραμόρφωση. Σε κάποια δε τιμή της φόρτισης αρχίζει η διαρροή (στην ακραία ίνα της περισσότερο εντεινόμενης από κάμψη διατομής), η οποία επεκτείνεται όσο αυξάνεται περαιτέρω η φόρτιση, οδηγώντας σε **ανελαστικό (ή πλαστικό) λυγισμό**.

Επειδή όμως, για φόρτιση μεγαλύτερη της κρίσιμης τα περιθώρια αντοχής (μεταλυγισμική αντοχή) της ράβδου, είναι πρακτικώς περιορισμένα, θεωρούμε ότι η κρίσιμη φόρτιση συνδέεται με τη μέγιστη φέρουσα ικανότητα αξονικά θλιβόμενων ράβδων και ως εκ τούτου, η φόρτιση αυτή αποτελεί κριτήριο σχεδιασμού και ονομάζεται **φορτίο λυγισμού**. Ο προσδιορισμός, λοιπόν, του φορτίου λυγισμού μιας κατασκευής, αποτελεί στοιχείο καθοριστικό για τον δομικό σχεδιασμό. Τέλος, υπογραμμίζεται ότι, η αντιστοιχούσα στο φορτίο λυγισμού,

κρίσιμη τάση λυγισμού είναι πολύ μικρότερη της τάσης αναλογίας (ελαστικότητας) του υλικού κατασκευής της ράβδου και μάλιστα, είναι τόσο μικρότερη της τάσης αυτής, όσο μεγαλύτερη είναι η λυγηρότητα της ράβδου.



Σχήμα 2.3 Μέλος υπό καμπτικό λυγισμό

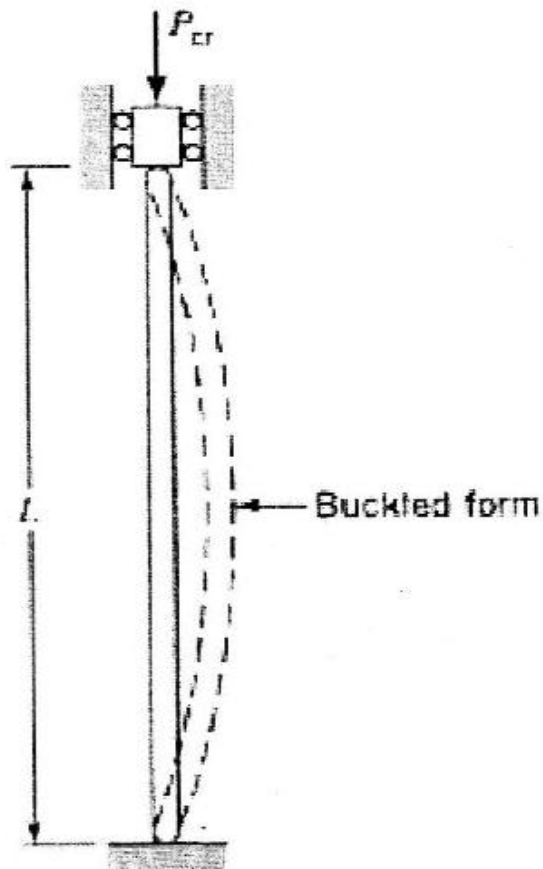
Από τα παραπάνω εξάγεται το συμπέρασμα ότι η *αστοχία λόγω ελαστικού λυγισμού*, δεν οφείλεται σε υπέρβαση τάσης, αλλά σε αστάθεια ισορροπίας η οποία οδηγεί σε υπερβολική παραμόρφωση και η οποία συμβαίνει αμέσως μετά το λυγισμό. Επομένως η αντοχή του μέλους δεν καθορίζεται από την αντοχή της διατομής, όπως συμβαίνει σε άλλες μορφές καταπόνησης (π.χ. εφελκυσμός ή κάμψη πλευρικά προστατευμένων ράβδων). Το γεγονός αυτό σημαίνει με τη σειρά του ότι αύξηση της φέρουσας ικανότητας του μέλους (δηλ. αποτροπή του λυγισμού), επιτυγχάνεται με αύξηση της ακαμψίας του, που οδηγεί σε αύξηση της κρίσιμης τάσης λυγισμού και μείωση των βελών κάμψης της παραμόρφωσης.

2.2.2 Καμπτικός Λυγισμός Μεταλλικών Υποστυλωμάτων

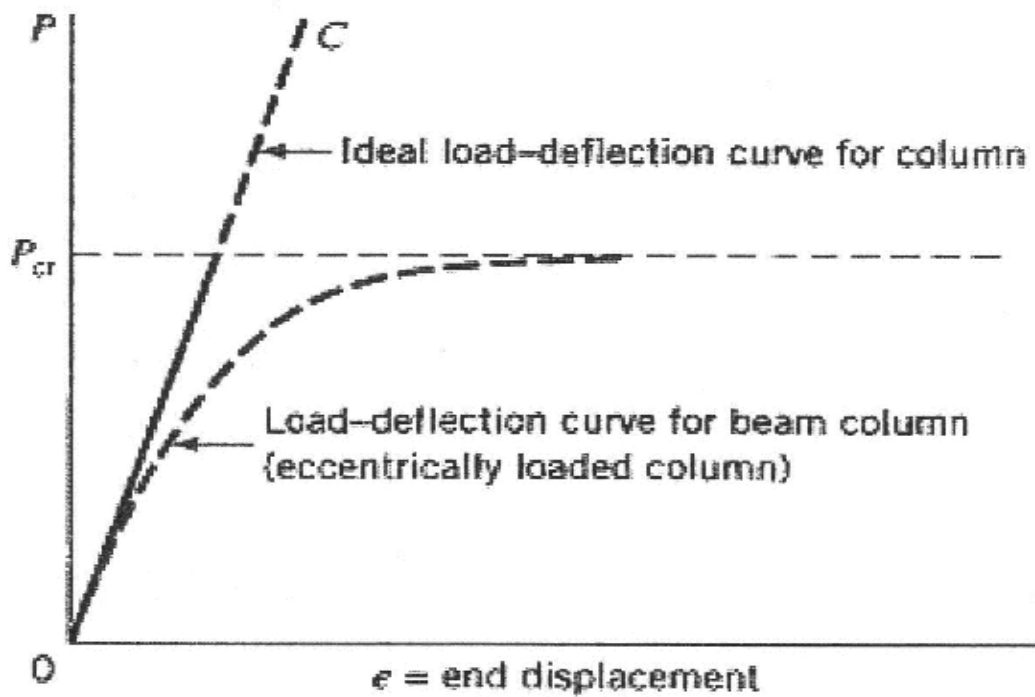
Τα υποστυλώματα είναι αξονικά (θλιπτικά) φορτισμένες ράβδοι με δεσμευμένα άκρα. Όπως είδαμε νωρίτερα σ' ένα αρχικά ευθύγραμμο, λυγηρό, υποστύλωμα θα έχουμε αστοχία λόγω ελαστικού λυγισμού όταν η φόρτισή του ξεπεράσει μία κρίσιμη τιμή (σχ. 2.4). Το κρίσιμο αυτό φορτίο δίνεται από τη σχέση:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (2-4)$$

Όπου E είναι το μέτρο ελαστικότητας του υλικού του υποστυλώματος, I είναι η ροπή αδράνειας της διατομής και L είναι το μήκος του υποστυλώματος. Το κρίσιμο αυτό φορτίο P_{cr} είναι γνωστό και ως φορτίο Euler (P_E). Σε ένα ιδανικό αμφιέριστο υποστύλωμα το ασκούμενο φορτίο μπορεί να υπερβεί την τιμή P_{cr} κατά την ευθεία OC (σχ.2.5), όμως τότε το σύστημα βρίσκεται σε κατάσταση *ασταθούς ισορροπίας*.

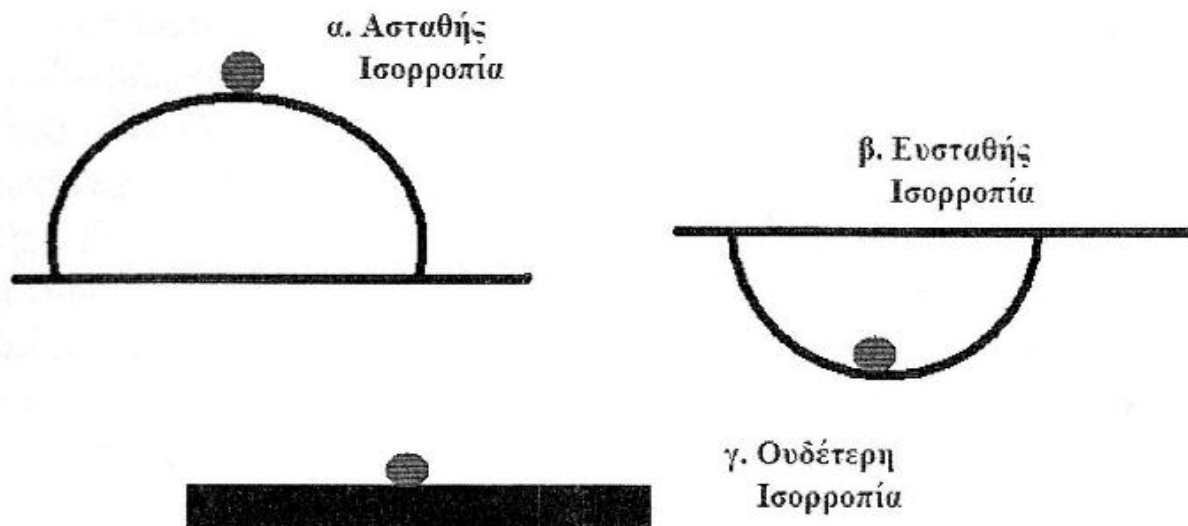


Σχήμα 2.4 Αμφιέρειστο Υποστόλωμα στη φάση λυγισμού



Σχήμα 2.5 Καμπύλες φορτίου – αξονικής παραμόρφωσης

Στο σημείο αυτό θα κάνουμε μια διάκριση των εννοιών *ευσταθής, ουδέτερη* και *ασταθής* ισορροπία. Αυτό θα γίνει μέσω του σχήματος 2.6, όπου παρουσιάζεται η ισορροπία μιας τελείως άκαμπτης σφαίρας σε τρεις διαφορετικές θέσεις μιας ομαλής επιφάνειας.



Σχήμα 2.6 Μορφές ελαστικής ισορροπίας

Βλέπουμε λοιπόν ότι ενώ η σφαίρα ισορροπεί και στις τρεις θέσεις, υπάρχουν ουσιαστικές διαφορές μεταξύ των τριών καταστάσεων ισορροπίας. Συγκεκριμένα, στο σχ.2.6α, αν η σφαίρα μετακινηθεί από τη θέση ισορροπίας της, τότε δε θα επιστρέψει στη θέση αυτή ακόμα και όταν αφαιρεθεί η δύναμη που την μετακίνησε, αλλά αντίθετα θα συνεχίσει να κινείται απομακρυνόμενη απ' την αρχική της θέση. Η συμπεριφορά αυτή χαρακτηρίζεται ως **ασταθής ισορροπία**. Στο σχ.2.6β, βλέπουμε ότι αν η σφαίρα μετακινηθεί από τη θέση ισορροπίας της, θα επιστρέψει σε αυτή μόλις αφαιρεθεί η δύναμη που προκάλεσε τη μετακίνησή (αφού πρώτα εκτελέσει κάποιες συνεχώς μειούμενου εύρους, παλινδρομήσεις). Αυτή η συμπεριφορά χαρακτηρίζεται ως **ευσταθής ισορροπία**. Τέλος, η τρίτη μορφή ισορροπίας (σχ.2.6γ) ονομάζεται **ουδέτερη ή αδιάφορη ισορροπία** και σ' αυτήν την περίπτωση, η σφαίρα, μόλις αφαιρεθεί η δύναμη που της ασκήθηκε, δεν επιστρέφει στην αρχική της θέση, αλλά ούτε και συνεχίζει να απομακρύνεται, παρά, μένει στη θέση στην οποία την μετακίνησε η εφαρμοσθείσα δύναμη.

Επανερχόμαστε, λοιπόν, στα υποστυλώματα. Στις πραγματικές κατασκευές οι φορείς παρουσιάζουν ατέλειες (imperfections). Έτσι το φορτίο P , μπορεί να μην ασκείται στον κεντροβαρικό άξονα του υποστυλώματος (έκκεντρη φόρτιση), ή η ράβδος να μην είναι απόλυτα ευθύγραμμη (αρχικό βέλος). Οι ατέλειες αυτές έχουν σαν αποτέλεσμα, το φορτίο P να δημιουργεί και μία καμπτική ροπή στο φορέα. Αυτό συμβαίνει στα περισσότερα υποστυλώματα και έτσι η καμπύλη φορτίου - παραμόρφωσης που ακολουθούν είναι η δεύτερη καμπύλη του σχήματος 2.5. Τα υποστυλώματα που καταπονούνται και καμπτικά, όπως περιγράφηκε προηγουμένως, είναι γνωστά και ως *beam columns*.

2.2.3 Ατέλειες Μεταλλικών υποστυλωμάτων

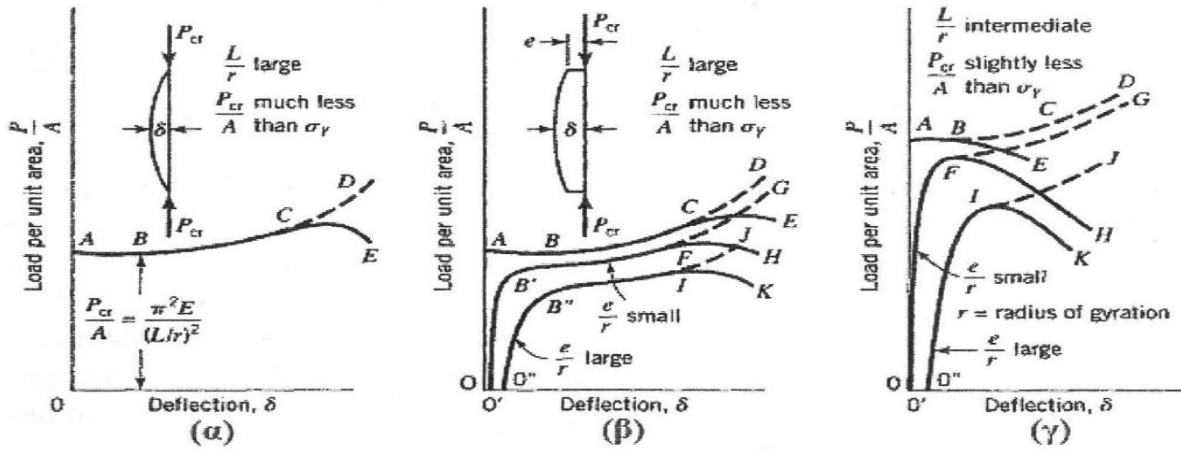
Το πρόβλημα του λυγισμού και συνεπώς το φορτίο λυγισμού, είδαμε πως, επηρεάζεται από ατέλειες που εμφανίζουν τα πραγματικά υποστυλώματα, τα οποία σχεδόν πάντα απέχουν από τις ιδανικές (τέλειες) συνθήκες και γι' αυτό η συμπεριφορά τους είναι διαφορετική από τη θεωρητικά προβλεπόμενη. Προφανώς, η ύπαρξη των ατελειών επηρεάζει τη γενικότερη συμπεριφορά των φορέων και όχι μόνο την ευστάθειά τους. Είναι, λοιπόν, απαραίτητο οι ατέλειες να λαμβάνονται υπ' όψη κατά την ανάλυση παρά το γεγονός ότι δε μπορούν να καθοριστούν με ακρίβεια εκ των

προτέρων, αφού είναι γενικά μη ορατές και βρίσκονται στην περιοχή των συνήθων κατασκευαστικών ανοχών. Οι ατέλειες μπορεί να είναι:

- **γεωμετρικής φύσης (geometrical)**, όπως έλλειψη ευθυγραμμίας, έλλειψη κατακορυφότητας, μη παραλληλότητα των πελμάτων, ανοχές της συναρμολόγησης,
- λόγω **εκκεντρότητας της φόρτισης (loading eccentricity)** ή ακόμα και
- λόγω εγγενών κατασκευαστικών ανωμαλιών (δομικές ατέλειες), π.χ. παραμένουσες τάσεις που δημιουργούνται στην αφόρτιστη κατάσταση κατά τη διαδικασία έλασης, παραγωγής, συγκόλλησης, διάνοιξης οπών κλπ, ή ανομοιογένεια του υλικού.

Για να ληφθεί υπόψη η επιρροή των ατελειών στη συμπεριφορά των χαλύβδινων κατασκευών, σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 3, χρησιμοποιούνται ισοδύναμες γεωμετρικές ατέλειες, με τιμές που απεικονίζουν τις πιθανές επιδράσεις όλων των τύπων των παραπάνω ατελειών, εκτός αν οι επιδράσεις αυτές περιλαμβάνονται στις σχέσεις ελέγχου ευστάθειας των μελών που δίνονται απ' τον κανονισμό. Ενώ ο τελευταίος απαιτεί συνυπολογισμό **α. καθολικών ατελειών** για πλαίσια και συστήματα δυσκαμψίας, αλλά και **β. τοπικών ατελειών** για μεμονωμένα μέλη.

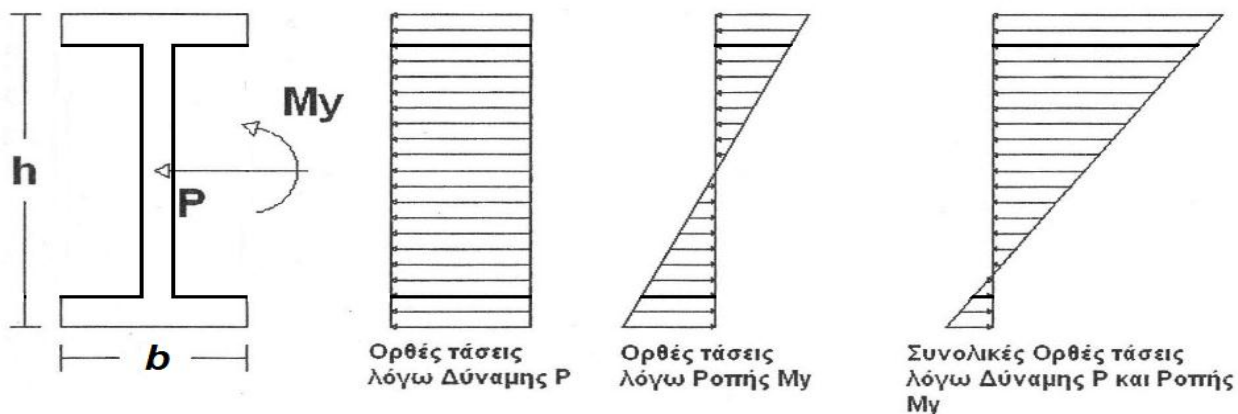
Μελετώντας τη διαφοροποίηση της συμπεριφοράς, ως προς την ευστάθεια ενός μεταλλικού υποστυλώματος με έκκεντρη φόρτιση, αντιλαμβανόμαστε την επιρροή των ατελειών στο σύνολό τους (αλλά και κυρίως της μη ευθυγραμμίας του φορέα, αντικείμενο μελέτης της παρούσας εργασίας) σ' αυτήν. Με την ύπαρξη λοιπόν, εκκεντρότητας φόρτισης, σ' ένα λυγηρό μέλος, παρουσιάζεται βέλος κάμψης δ αμέσως μετά την επιβολή του φορτίου P σ' αυτό. Το βέλος αυτό αυξάνεται, όσο αυξάνεται και το φορτίο και συνήθως γίνεται πολύ μεγάλο πριν το φορτίο φτάσει το φορτίο Euler (P_E). Πρακτικά, αν το υποστύλωμα δεν είναι πάρα πολύ λυγηρό, θα διαρρεύσει πριν εμφανιστούν τα μεγάλα αυτά βέλη. Έτσι, βλέπουμε στο σχήμα 2.7 τη συμπεριφορά μεταλλικού υποστυλώματος, α) χωρίς ατέλειες και με μεγάλη λυγηρότητα, β) με εκκεντρότητα φόρτισης (μικρή και μεγάλη) και μεγάλη λυγηρότητα και γ) με εκκεντρότητα φόρτισης (μικρή και μεγάλη) και μέση λυγηρότητα. Ταυτόχρονα, στα σχήματα 2.7β και 2.7γ υπάρχει και σύγκριση με το αντίστοιχο, χωρίς ατέλειες υποστύλωμα. Στο σχήμα 2.7α, το χωρίς ατέλειες, πολύ λυγηρό υποστύλωμα, παραμορφώνεται μόνο αξονικά μέχρι μια κρίσιμη τιμή της φόρτισης, όπου εμφανίζεται βέλος κάμψης δ και το υποστύλωμα καμπυλώνεται ελαφρώς. Το κρίσιμο αυτό φορτίο, είναι το φορτίο Euler. Στο σχήμα 2.7β, φαίνεται πως για μικρές εκκεντρότητες και μέσες λυγηρότητες (καμπύλη O'B'FG), η καμπύλη τάσεων - παραμορφώσεων πλησιάζει τη συμπεριφορά του ιδανικού υποστυλώματος (καμπύλη OABCD), όσο το υλικό παραμένει ελαστικό. Κοντά στο σημείο F, η τάση φτάνει ή ξεπερνάει την τάση διαρροής (ομοίως και στο σημείο C για το ιδανικό υποστύλωμα). Παρατηρούμε ότι το μέγιστο φορτίο δε διαφέρει πολύ από αυτό του ιδανικού υποστυλώματος για τις μικρές εκκεντρότητες. Παρόμοια συμπεριφορά παρουσιάζεται και για μεγαλύτερες εκκεντρότητες (2.7β - καμπύλη O"B"IJ), με τη διαφορά ότι το μέγιστο φορτίο είναι πολύ χαμηλότερο απ' το P_{cr} για το ιδανικό υποστύλωμα. Συνεπώς, το φορτίο Euler, δίνει μία πολύ καλή προσέγγιση του κρίσιμου φορτίου για πολύ λυγηρά υποστυλώματα, με πολύ μικρή εκκεντρότητα. Για ένα λιγότερο λυγηρό υποστύλωμα (σχ2.7γ), που η κρίσιμη τάση του είναι κοντά στην τάση διαρροής, η καμπύλη OABE (και όχι η OABCD) δίνει τη σχέση τάσης - παραμόρφωσης. Αυτό εξηγείται απ' το ότι πλέον, στο σημείο B χρειάζεται μόλις ένα μικρό ποσοστό εγκάρσιου βέλους δ για να προκαλέσει διαρροή. Οι καμπύλες O'FH και O'IK δείχνουν ότι ένα υποστύλωμα με μέση λυγηρότητα είναι πολύ πιο ευαίσθητο στην ύπαρξη εκκεντρότητας. Φαίνεται από τα παραπάνω ότι, η σχέση του Euler, δεν προβλέπει με ακρίβεια το φορτίο λυγισμού για υποστυλώματα μέσης λυγηρότητας με εκκεντρότητα. Αξίζει να σημειωθεί στο σημείο αυτό ότι για πολύ λυγηρά υποστυλώματα με έκκεντρη φόρτιση (σχ2.7β), έχουμε αστοχία (ανικανότητα να αναλάβουν παραπάνω φορτία) λόγω μεγάλων βελών πριν την πλαστικοποίηση. Αντίθετα, για μέση λυγηρότητα (σχ2.7γ) έχουμε ουσιαστικά αστοχία λόγω πλαστικοποίησης που εμφανίζεται αμέσως μετά την εκδήλωση της αστάθειας.



Σχήμα 2.7 Σχέση φορτίου – βέλους κάμψης για υποστυλώματα με και χωρίς ατέλειες

2.2.4 Ανελαστικός Λυγισμός

Η συμπεριφορά των μεταλλικών υποστυλωμάτων που περιγράφηκε στα προηγούμενα, όπου δηλ., όταν λυγίζει ο φορέας, καμία ίνα στη δυσμενέστερη διατομή του (άρα και σε όλο το φορέα) δεν καταπονείται από τάση μεγαλύτερη της τάσης διαρροής του υλικού κατασκευής, ονομάζεται **ελαστικός λυγισμός**. Υπάρχουν όμως περιπτώσεις κατά τις οποίες η μέγιστη τάση που καταπονεί την κρίσιμη διατομή γίνεται ίση με την τάση διαρροής πριν φτάσει η φόρτιση το κρίσιμο φορτίο λυγισμού, οπότε και έχουμε **ανελαστικό ή πλαστικό λυγισμό**. Προφανώς, για να συμβεί ο δεύτερος πρέπει να έχουμε ανομοιόμορφη κατανομή τάσεων καθ' ύψος της διατομής, αλλιώς ολόκληρη η διατομή θα καταπονείται από τάση σ_y και θα δημιουργηθεί πλαστική άρθρωση, δηλαδή θα αστοχήσει το μέλος πριν το λυγισμό. Όταν έχουμε εκκεντρότητα φόρτισης ή αεχικά καμπυλωμένο τον κεντροβαρικό άξονα της ράβδου, οπότε το υποστύλωμα καταπονείται και καμπτικά εξ' αρχής, έχουμε τέτοιου είδους κατανομή τάσεων, επομένως μπορεί να έχουμε ανελαστικό λυγισμό. Στο σχήμα 2.8 βλέπουμε την κατανομή των ορθών τάσεων καθ' ύψος μιας διατομής διπλού ταν, για αξονική θλιπτική καταπόνηση μόνο και την αντίστοιχη για αξονική και καμπτική, δηλαδή τη διαφορά, σε επίπεδο τάσεων, που προκαλεί η ύπαρξη καμπτικών ροπών λόγω ατελειών. Για παράδειγμα, είδαμε προηγουμένως, ότι υποστυλώματα με εκκεντρότητα και μέση λυγηρότητα έχουν κρίσιμο φορτίο κοντά στην τάση διαρροής. Επομένως, συνειδητοποιούμε πως υπάρχουν τιμές της λυγηρότητας (μέσες) για τις οποίες η διαρροή της ακραίας ίνας της κρίσιμης διατομής μπορεί και να "προλάβει" το λυγισμό. Στο υπόλοιπο εύρος των λυγηροτήτων, για πολύ μικρές τιμές, έχουμε αστοχία λόγω πλαστικοποίησης, πριν το λυγισμό, ενώ για μεγάλες τιμές, έχουμε ελαστικό λυγισμό όπως είδαμε στο προηγούμενο εδάφιο.

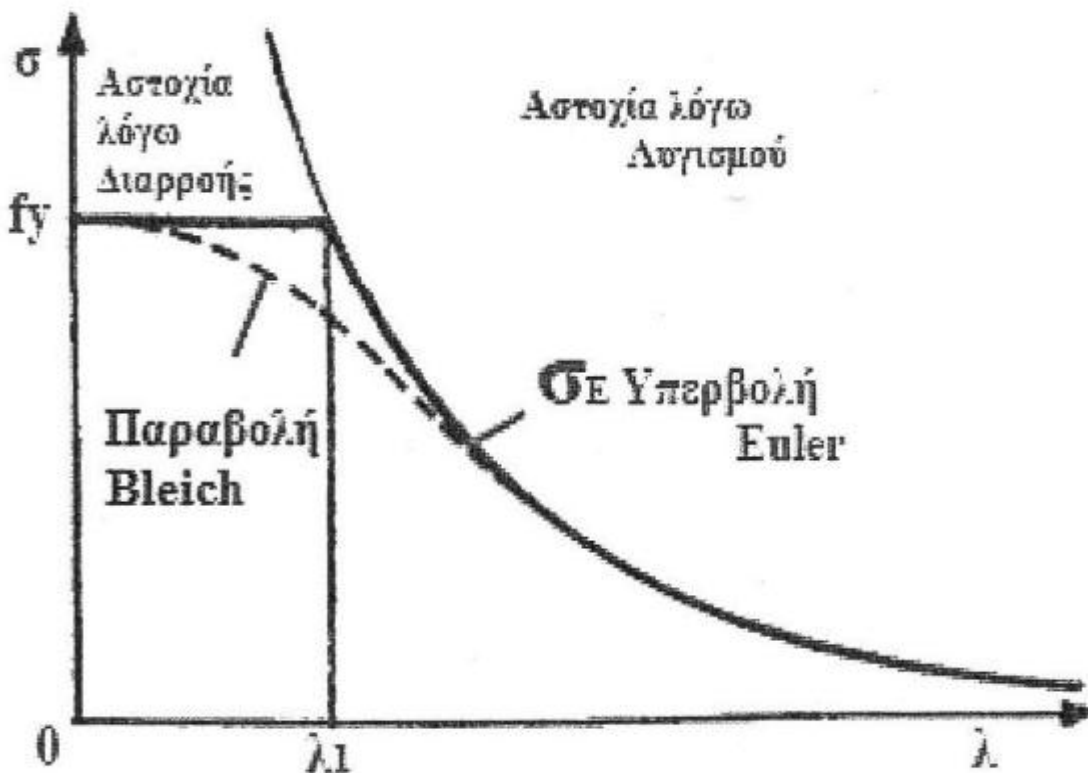


Σχήμα 2.8 Κατανομή ορθών τάσεων λόγω αξονικής δύναμης και καμπτικής ροπής καθ' ύψος διατομής διπλού ταν

Η υπερβολή του Euler (σχ.2.9), η οποία είναι η καμπύλη που δείχνει την κατανομή της τάσης Euler ως προς τη λυγηρότητα για ένα υποστύλωμα, καταδεικνύει την επιρροή της λυγηρότητας στον τύπο αστοχίας του υποστυλώματος (με τη βοήθεια της ευθείας που αντιστοιχεί στην τάση διαρροής f_y , της ποιότητας χάλυβα που χρησιμοποιούμε). Η οριζόντια ευθεία σε συνδυασμό με την καμπύλη του Euler, δίνουν τις τάσεις αστοχίας για ένα ιδανικό υποστύλωμα, ενώ η τιμή της λυγηρότητας που αντιστοιχεί στην τομή αυτών ονομάζεται **χαρακτηριστική (ή οριακή) λυγηρότητα** (λ_1). Για λυγηρότητες μικρότερες της λ_1 έχουμε αστοχία λόγω διαρροής, ενώ για μεγαλύτερες αυτής λόγω λυγισμού. Ένα πραγματικό υποστύλωμα, το οποίο όπως είπαμε έχει ατέλειες, παρουσιάζει μια σταδιακή μετάβαση από το οριζόντιο τμήμα στην υπερβολή, η οποία απεικονίζεται μέσω της παραβολής Bleich. Αυτή (η οποία διατυπώθηκε **α.** υποθέτωντας ότι όλες οι δυσμενείς επιπτώσεις των ατελειών των υποστυλωμάτων λαμβάνονται υπ' όψη μέσω ενός συντελεστή ασφαλείας και **β.** μέσω του εφαπτομενικού μέτρου ελαστικότητας E_t της κλίσης δηλ. της καμπύλης (μέσης) τάσης - (μέσης) ανηγμένης παραμόρφωσης στην τιμή της κρίσιμης τάσης), φαίνεται στο σχήμα 2.9 με διακεκομμένη γραμμή και πρόκειται για έναν ημιεμπειρικό τρόπο προσδιορίσουμε της αντοχής των υποστυλωμάτων σε ανελαστικό λυγισμό. Όπως παρατηρούμε από την παραβολή του Bleich το φαινόμενο του λυγισμού εκδηλώνεται, πρακτικά, για τιμές λυγηρότητας μεγαλύτερες ή περίπου ίσες με το μισό της χαρακτηριστικής. Επομένως, ανελαστικός λυγισμός σ' ένα υποστύλωμα, περιμένουμε να εκδηλωθεί για λυγηρότητες μεγαλύτερες του μισού της λ_1 , αλλά όπως είπαμε για όχι πολύ μεγάλες. Τέλος στο σημείο που αντιστοιχεί στην χαρακτηριστική λυγηρότητα ισχύει προφανώς:

$$\sigma_E = f_y \Rightarrow \frac{\pi^2 EI}{l^2 A^2} = f_y \Rightarrow \frac{\pi^2 E}{\lambda_1^2} = f_y \text{ δηλ. } \lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad \text{ή} \quad \lambda_1 = 93,9 \varepsilon \quad (2-5)$$

όπου $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$, με την τάση διαρροής f_y μετρημένη σε MPa.



Σχήμα 2.9 Υπερβολή Euler, Παραβολή Bleich
Και τρόποι αστοχίας υποστυλωμάτων

2.3 Μέθοδοι ανάλυσης

Κλείνοντας το κεφάλαιο, θεωρούμε χρήσιμο να πούμε δυο λόγια για την ανάλυση των κατασκευών. Ο σχεδιασμός των κατασκευών έχει στόχο τον προσδιορισμό των εντατικών μεγεθών και των παραμορφώσεων των μελών του φορέα. Πλέον τα υπολογιστικά μέσα που διαθέτουμε, μας δίνουν τη δυνατότητα να χρησιμοποιούμε ακριβέστερες θεωρίες απ' ό,τι παλιότερα, για την ανάλυση φορέων. Αυτές πρέπει να είναι τόσο προσεγγιστικές όσο επιτρέπεται και τόσο ακριβείς όσο επιβάλλεται. Αυτό εξαρτάται κυρίως από τα γεωμετρικά και αδρανειακά δεδομένα του φορέα που μελετάμε και των μελών του και από το είδος και την ένταση της φόρτισης. Για κάθε χρησιμοποιούμενη θεωρία ανάλυσης κάνουμε ορισμένες βασικές παραδοχές, οι οποίες αυξάνουν όσο πιο απλουστευμένη είναι η θεωρία.

Η συμπεριφορά των κατασκευών επηρεάζεται από δύο μη γραμμικότητες. Τη μη γραμμική συμπεριφορά του υλικού, λόγω διαρροής του χάλυβα και τη γεωμετρική μη γραμμικότητα, λόγω μεγάλων μετατοπίσεων. Επίσης, αναφέραμε παραπάνω ότι οι πραγματικές κατασκευές αποκλίνουν από την ιδανική συμπεριφορά λόγω ατελειών. *Το αν θα λάβουμε υπόψη τις δύο μη γραμμικότητες και τις ατέλειες καθορίζει τη μέθοδο ανάλυσης που θα χρησιμοποιήσουμε.* Έτσι, από άποψη υλικού η ανάλυση μπορεί να είναι ελαστική ή πλαστική, ενώ από άποψη γεωμετρίας μπορεί να είναι 1^{ης} ή 2^{ης} τάξης, ανάλογα με το αν βασίζεται στη γεωμετρία του απαραμόρφωτου ή του παραμορφωμένου φορέα. Ο πίνακας 2.1 δείχνει συνοπτικά τις μεθόδους ανάλυσης και την ονομασία τους.

		Ατέλειες	Συμπεριφορά Υλικού	
			Γραμμική	Μη Γραμμική
Συμπεριφορά Γεωμετρίας	Γραμμική	ΟΧΙ	LA	MNA
	Μη Γραμμική	ΟΧΙ	GNA	GMNA
		ΝΑΙ	GNIA	GMNIA

Πίνακας 2.1 Μέθοδοι ανάλυσης φορέων

Όπου,

LA : Γραμμική Ελαστική Ανάλυση (Linear Analysis)

MNA : Πλαστική Ανάλυση (Materially non-Linear Analysis)

GNA : Γεωμετρικώς μη Γραμμική, Ελαστική Ανάλυση (Geometrically non-Linear Analysis)

GMNA : Γεωμετρικώς μη Γραμμική, Πλαστική Ανάλυση (Geometrically and materially non-Linear Analysis)

GNIA : Γεωμετρικώς μη Γραμμική, Ελαστική Ανάλυση με Αρχικές Ατέλειες (Geometrically non-Linear Analysis with Imperfections)

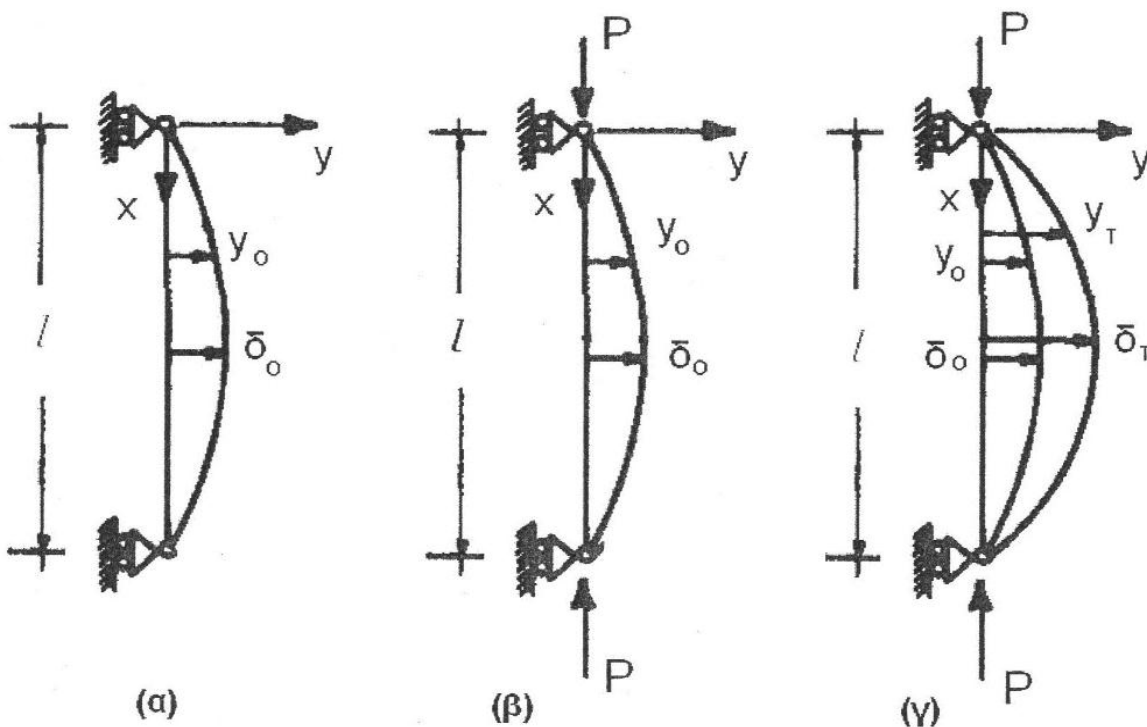
GMNIA : Γεωμετρικώς μη Γραμμική, Πλαστική Ανάλυση με Αρχικές Ατέλειες (Geometrically and Materially non-Linear Analysis with Imperfections)

Στην παρούσα εργασία, μελετούμε την προλυγισμική συμπεριφορά υποστυλωμάτων με αρχικές ατέλειες και λαμβάνουμε υπόψη τη γεωμετρία του παραμορφωμένου φορέα (με μικρές πάντως παραμορφώσεις). Ακόμα θεωρούμε διαρροή πριν το λυγισμό, δηλ. μη γραμμικότητα υλικού. Η ανάλυσή μας, λοιπόν, είναι γεωμετρικώς μη γραμμική, πλαστική ανάλυση με αρχικές ατέλειες - GMNIA (πλαστική ανάλυση 2^{ης} τάξης).

Έχοντας αποκτήσει μια γενική επαφή με τα φαινόμενα που απασχολούν τη μελέτη μας, θα προχωρήσουμε, στο παρόν κεφάλαιο, στο πρώτο βήμα για την απάντηση των ερωτημάτων που θέσαμε εξ' αρχής. Δίνουμε, έτσι, τις παραδοχές της μελέτης και εξάγουμε τις μαθηματικές εξισώσεις με τις οποίες θα περιγράψουμε το πρόβλημα. Τέλος, θα περιγράψουμε και τους υπολογισμούς που θα ακολουθήσουν μέσω των οποίων θα δώσουμε τα αποτελέσματα της εργασίας στο επόμενο κεφάλαιο.

3.1 Αμφιαρθρωτά Υποστυλώματα με Αρχικά Καμπυλωμένο Διαμήκη Άξονα

Όπως αναφέραμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, όταν ο διαμήκης άξονας ενός υποστυλώματος δεν είναι ευθύγραμμος, τότε αν του ασκηθεί αξονική θλιπτική δύναμη, αυτό ταυτόχρονα καταπονείται και καμπτικά. Αυτό συμβαίνει γιατί το αρχικό βέλος κάμψης $y_0(x)$ που αντιστοιχεί σε κάθε διατομή x του φορέα, λειτουργεί ως μοχλοβραχίονας για τη θλιπτική δύναμη P δημιουργώντας εξωτερική ροπή $M_{ext}(x)$ στη διατομή αυτή. Στο σχήμα 3.1 απεικονίζεται ένα τέτοιο υποστύλωμα στις φάσεις πριν και μετά τη φόρτιση. Αρχικά (σχ. 3.1α), πριν τη φόρτιση, με y_0 το βέλος κάμψης σε κάθε διατομή κατά μήκος του άξονα του υποστυλώματος, και δ_0 το βέλος κάμψης στη μεσαία διατομή του υποστυλώματος.



Σχήμα 3.1 Υποστύλωμα με αρχικό βέλος κάμψης, (α) πριν τη φόρτιση, (β) τη στιγμή της εφαρμογής του φορτίου, (γ) μετά την εφαρμογή και πριν την αστοχία

Μετά την επιβολή του φορτίου, το βέλος κάμψης μεγαλώνει και ονομάζεται πλέον τελικό βέλος κάμψης y_T . Προφανώς, το τελικό βέλος είναι άθροισμα του αρχικού y_0 και του πρόσθετου που προκαλείται από την επιβολή της δύναμης (αντίστοιχα για το τελικό βέλος στη μεσαία διατομή). Ονομάζουμε το πρόσθετο αυτό βέλος y (και αντίστοιχα δ) και επομένως ισχύει :

$$y_T(x) = y_0(x) + y(x) \quad \text{και} \quad \delta_T = \delta_0 + \delta \tag{3-1}$$

Κάθε διατομή, λοιπόν, κατά μήκος του υποστυλώματος καταπονείται και καμπτικά από ροπή :

$$M_{ext}(x) = P * y_T(x) \tag{3-2}$$

Αυτό σημαίνει ότι, όπως αναφέραμε στο προηγούμενο κεφάλαιο (σχ 2.8), θα έχουμε ανομοιόμορφη

κατανομή ορθών τάσεων καθ' ύψος της διατομής, η οποία προκύπτει από επαλληλία των τάσεων λόγω θλίψης και λόγω κάμψης. Η μορφή της κατανομής φαίνεται στο παρακάτω σχήμα (σχ. 3.2) και οι τάσεις σ_p και σ_m δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις.

Ορθή τάση λόγω θλιπτικής δύναμης P :

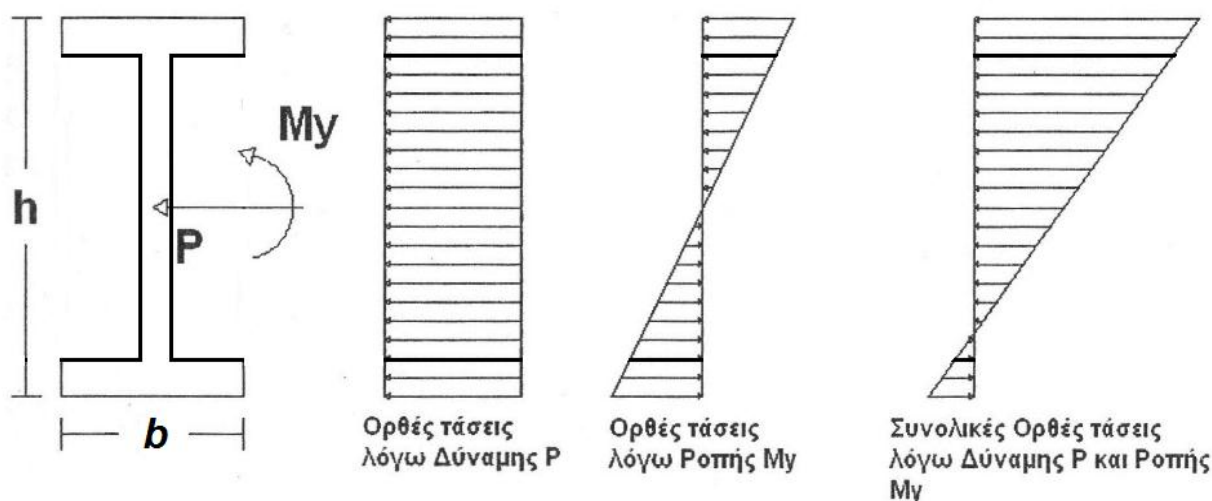
$$\sigma_p = - \frac{P}{A} \quad (3-3)$$

Ορθή τάση λόγω καμπτικής ροπής M_{ext} :

$$\sigma_{Mmax} = \pm \frac{M_{ext}}{W} \quad (3-4)$$

Όπου, W η ροπή αντίστασης της διατομής, I η ροπή αδράνειας της διατομής ως προς τον ισχυρό άξονα και y η απόσταση της ακραίας ίνας της διατομής από τον ουδέτερο άξονά της. Οι δύο τιμές (\pm) αντιστοιχούν στην ακραία εφελκυσόμενη και θλιβόμενη ίνα αντίστοιχα και μεταξύ αυτών η κατανομή είναι γραμμική. Σύμφωνα με τα παραπάνω, η κατανομή των τάσεων είναι το άθροισμα των δύο τιμών και προκύπτει ότι η μέγιστη τάση στη διατομή η οποία ασκείται στην ακραία θλιβόμενη ίνα ισούται με :

$$\sigma_{max} = \sigma_p + \sigma_{Mmax} \quad (3-5)$$



Σχήμα 3.2 Κατανομή τάσεων καθ' ύψος διατομής υποστυλώματος με αρχικό βέλος κάμψης

3.2 Παραδοχές Μελέτης

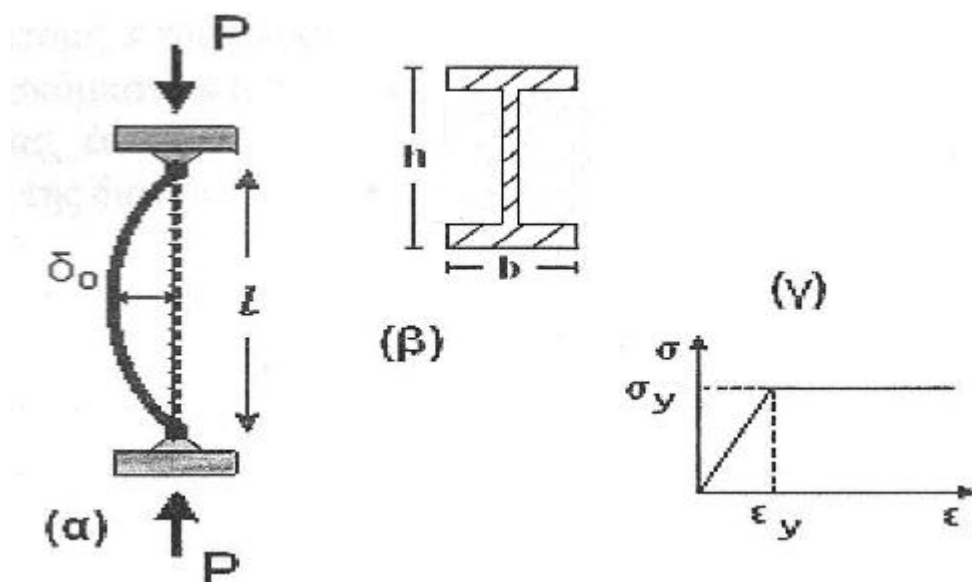
Για να αντιμετωπίσουμε τα υπολογιστικά προβλήματα που εισάγει η ανελαστικότητα του υλικού, κάνουμε μια σειρά από απλοποιητικές παραδοχές, ακολουθώντας έτσι το δρόμο των προσεγγιστικών απαντήσεων στα ερωτήματά μας. Έτσι, πρώτα απ' όλα επαναλαμβάνουμε αυτές που έχουμε αναφέρει στα προηγούμενα κεφάλαια:

- Θεωρούμε αμφιέριστα υποστυλώματα με αρχική γεωμετρική ατέλεια (αρχικό βέλος κάμψης), που φορτίζονται με αξονική θλιπτική δύναμη P (σχ.3.3α)
- Τα υποστυλώματα είναι διατομής διπλού ταυ (σχ.3.3β).
- Το υλικό κατασκευής θεωρούμε ότι συμπεριφέρεται σαν ελαστικό - ιδεατώς πλαστικό (η συμπεριφορά αυτή έχει περιγραφεί στο προηγούμενο κεφάλαιο) (σχ3.3.γ).

Το μεγαλύτερο πρόβλημα που προκύπτει στην ανελαστική ανάλυση, είναι ότι ο τρόπος με τον οποίο κατανέμονται οι τάσεις και οι παραμορφώσεις τόσο στην κάθε διατομή, όσο και κατά μήκος του μέλους, είναι εξαιρετικά πολύπλοκος όταν το όριο αναλογίας του υλικού κατασκευής έχει ξεπεραστεί. Οι δύο τελευταίες παραδοχές απλοποιούν σε σημαντικό βαθμό τον τρόπο με τον οποίο κατανέμονται οι τάσεις και οι παραμορφώσεις καθ' ύψος μιας διατομής, ενώ για να έχουμε την ευχέρια να προβλέψουμε την κατανομή των τάσεων και κατά μήκος του μέλους μελετώντας απλώς μία μεμονωμένη διατομή, εισάγουμε την παρακάτω παραδοχή :

- Θεωρούμε ότι το αρχικό βέλος $y_0(x)$ κατά μήκος του υποστυλώματος είναι ημιτονοειδής συνάρτηση της μορφής :

$$y_0(x) = \delta_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) \quad (3-6)$$



Σχήμα 3.3 Οι τρεις πρώτες βασικές παραδοχές της εργασίας

όπου, όπως δείξαμε προηγουμένως, δ_0 είναι το βέλος κάμψης στο μέσο του υποστυλώματος.

Τέλος, κάνουμε δύο ακόμα τελικές παραδοχές. Θεωρούμε :

- καθοριστικές, αλλά αρκούντως μικρές, παραμορφώσεις, έτσι ώστε η καμπυλότητα $\kappa(x)$ να προσδιορίζεται από τη δεύτερη παράγωγο του βέλους $y(x)$:

$$\kappa(x) = -y''(x) \quad (3-7)$$

- ότι ο λυγισμός λαμβάνει χώρα κατά τον ισχυρό άξονα της διατομής του μέλους.

Με βάση τις παραδοχές που δώσαμε, προχωράμε στη διατύπωση των τελικών εξισώσεων.

3.3 Εξαγωγή Τελικών Εξισώσεων

3.3.1 Ελαστική σχέση Φορτίου - Παραμόρφωσης

Σύμφωνα με τα προηγούμενα, η εξωτερική ροπή που καταπονεί κάθε διατομή x του υποστυλώματος δίνεται από τη σχέση (3-2). Ακόμα όσο βρισκόμαστε στην ελαστική περιοχή, πριν δηλ. ξεπεραστεί το όριο αναλογίας, όπου και ισχύει ο νόμος του Hooke, η εσωτερική ροπή αντοχής της διατομής δίνεται από τη σχέση :

$$M_{\text{int}} = E * I * \kappa(x) \quad \text{ή} \quad M_{\text{int}} = - E * I * y''(x) \quad (3-8)$$

Τονίζεται εδώ ότι εσωτερική ροπή αντίστασης δίνουν οι μεταβολές της καμπυλότητας και όχι η συνολική καμπυλότητα. Αυτός είναι και ο λόγος που στη σχέση (3-8), εισέρχεται το πρόσθετο βέλος κάμψης, λόγω της επιβολής της φόρτισης, $y(x)$ και όχι το τελικό βέλος $y_T(x)$.

Σε κάθε διατομή της δοκού ισχύει η ισότητα εξωτερικής - εσωτερικής ροπής (θεωρώντας ευσταθή ισορροπία) και έτσι, εξισώνοντας τις σχέσεις (3-2) και (3-8), έχουμε:

$$- E * I * y''(x) = P * y_T(x) \quad (3-9)$$

ή αλλιώς μέσω της σχέσης (3-1):

$$- E * I * y''(x) = P * y_0(x) + P * y(x) \quad \Leftrightarrow \quad P * y(x) + E * I * y''(x) = - P * y_0(x) \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow k^2 * y(x) + y''(x) = - k^2 * y_0(x) \quad (3-10)$$

$$\text{όπου } k^2 = \frac{P}{EI}$$

Η (3-10) είναι μια διαφορική εξίσωση ως προς το βέλος κάμψης $y(x)$ και έχει γενική λύση της μορφής:

$$y(x) = A \sin(Kx) + B \cos(Kx) + y_P(x) \quad (3-11)$$

με $y_P(x)$ την ειδική λύση της εξίσωσης και $A \sin(Kx) + B \cos(Kx) = y_h(x)$ η λύση της αντίστοιχης ομογενούς. Η ειδική λύση είναι της μορφής $y_P(x) = D \sin(\pi x/l)$ και εισάγοντάς την στην (3-10) και μέσω της (3-6), έχουμε:

$$k^2 * y_P(x) + y_P''(x) = - k^2 * y_0(x)$$

και καταλήγουμε στην :

$$y_P(x) = \frac{l^2 k^2}{\pi^2 - l^2 k^2} * \delta_0 \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) \quad (3-12)$$

Η σχέση αυτή ισχύει υπό την προϋπόθεση ότι $l^2 k^2 \neq \pi^2$, δηλαδή $P \neq P_E$ το οποίο όμως μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ισχύει αφού αναφερόμαστε σε ατελή υποστυλώματα, που αστοχούν, όπως είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, πριν το φορτίο P φτάσει το P_E . Συνεχίζοντας, μέσω των σχέσεων (3-11) και (3-12) και των συνοριακών συνθηκών του προβλήματος, θα καταλήξουμε στην τελική έκφραση του πρόσθετου βέλους $y(x)$, Έτσι για τις δύο στηρίξεις του υποστυλώματος έχουμε μηδενικό βέλος, δηλαδή $y(0) = 0$ και $y(l) = 0$, από όπου προκύπτει

$$B=0 \quad \text{και} \quad \sin(Kl)=0 \quad \text{ή} \quad A=0. \quad (3-13)$$

Η σχέση $\sin(Kl)=0$ μας δίνει το φορτίο Euler το οποίο εξαιρέσαμε παραπάνω, επομένως παίρνουμε $A=0$. Με βάση τη σχέση (3-13) έχουμε :

$$y(x) = y_P(x) = \frac{l^2 k^2}{\pi^2 - l^2 k^2} * \delta_0 \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) \quad (3-14)$$

και $y_{\tau}(x) = y_0(x) + y(x) = \delta_0 \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) + \frac{l^2 k^2}{\pi^2 - l^2 k^2} * \delta_0 \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right)$

$$y_{\tau}(x) = \frac{\pi^2}{\pi^2 - l^2 k^2} * \delta_0 \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) \quad (3-15)$$

Η εξίσωση (3-15) μας δίνει το συνολικό κατακόρυφο βέλος σε κάθε σημείο x του υποστυλώματος όσο βρισκόμαστε στην ελαστική περιοχή. Αν θέσουμε $x=l/2$ τότε παίρνουμε το αντίστοιχο συνολικό κατακόρυφο βέλος στο μέσο του υποστυλώματος :

$$y_{\tau}(l/2) = \delta_{\tau} = \frac{\pi^2}{\pi^2 - l^2 k^2} * \delta_0$$

Και με $l^2 k^2 = l^2 P / EI = P \pi^2 / P_E$ έχω :

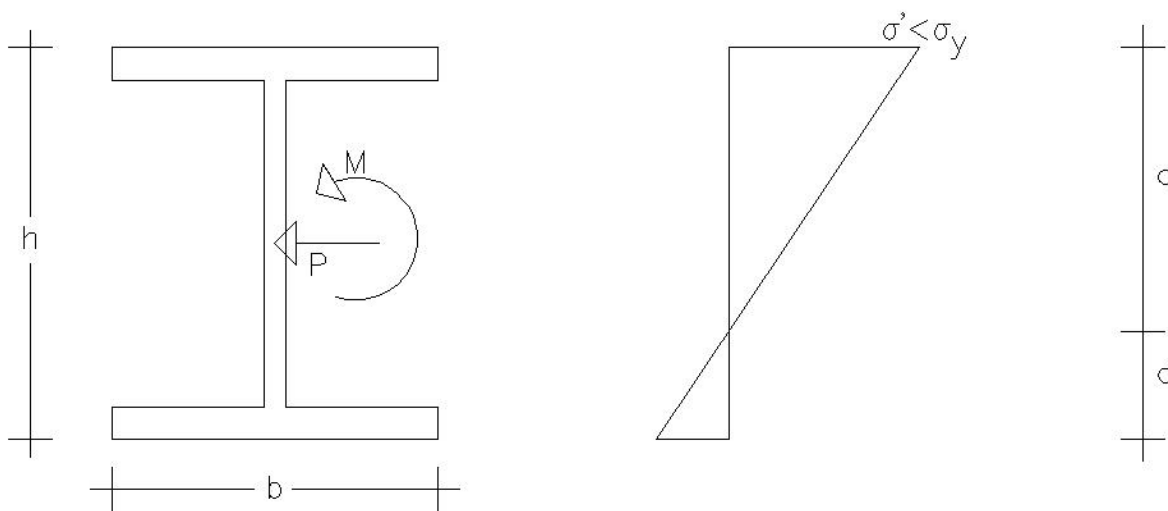
$$\delta_{\tau} = \frac{P_E}{P_E - P_0} * \delta_0 \quad (3-16)$$

και διαιρώντας τα φορτία με το εμβαδό της διατομής καταλήγουμε στην τελική σχέση σε αναφορά τάσεων :

$$\delta_{\tau} = \frac{\sigma_E}{\sigma_E - \sigma_0} * \delta_0 \quad (3-17)$$

όπου σ_E και σ_0 η τάση Euler και η μέση τάση φόρτισης αντίστοιχα.

Οι παραπάνω σχέσεις, (3-16) και (3-17) ισχύουν όσο είμαστε στην ελαστική περιοχή, δηλ. όσο ισχύει ο νόμος του Hooke στον οποίο βασιστήκαμε για να διατυπώσουμε την έκφραση της εσωτερικής ροπής αντιστάσης (3-8). Τη στιγμή που η τάση που αντιστοιχεί στην ακραία θλιβόμενη ίνα της δυσμενέστερης διατομής του φορέα, δηλ. η μέγιστη τάση που καταπονεί το φορέα, γίνεται ίση με την τάση διαρροής σ_y του υλικού κατασκευής, τότε το υποστύλωμα εγκαταλείπει την ελαστική συμπεριφορά.



Σχήμα 3.4α Κατανομή τάσεων καθ' ύψος της δυσμενέστερης διατομής για Ελαστική σχέση φορτίου παραμόρφωσης

Για να βρούμε το φορτίο εκείνο για το οποίο έχουμε την πρώτη διαρροή βρίσκουμε τη μέγιστη τάση του φορέα. Την τάση αυτή την λαμβάνουμε από τη σχέση (3-5), κατ' απόλυτη τιμή,

που δίνει τη μέγιστη τάση σε μια τυχαία διατομή του υποστυλώματος :

$$\sigma_{\max} = P/A + M_{\text{ext}}/W$$

$$\sigma_{\max} = P/A + P y_{\tau}(x) h / 2I$$

και αφού την εφαρμόσουμε στη δυσμενέστερη διατομή του υποστυλώματος, δηλ. στη μεσαία στην οποία έχουμε και το μεγαλύτερο βέλος κάμψης, η παραπάνω γίνεται :

$$\sigma_{\max} = P/A + P \delta_{\tau} h / 2I \Rightarrow$$

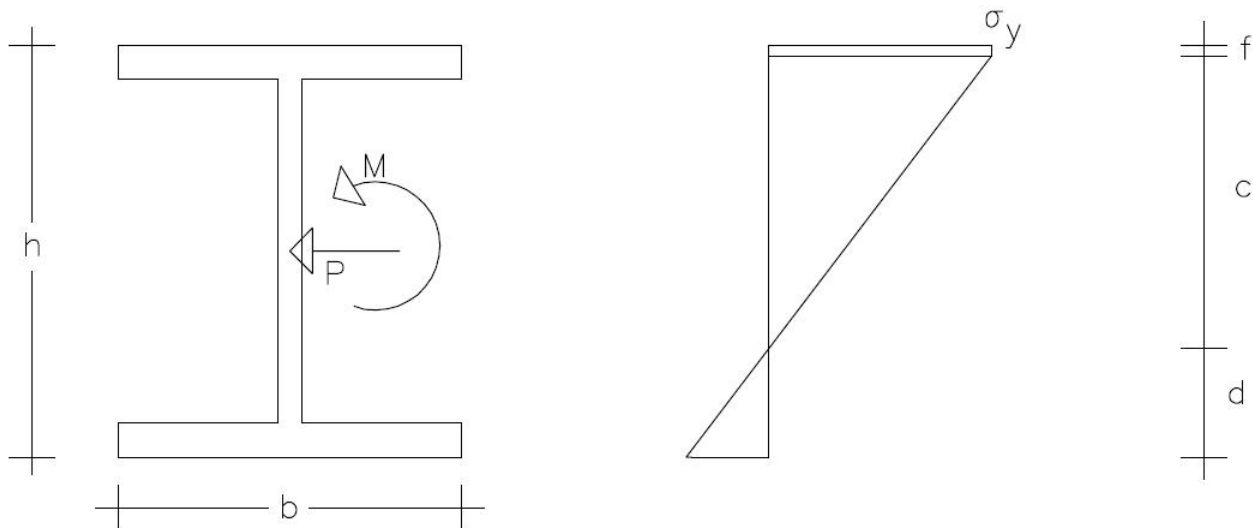
$$\Rightarrow \sigma_{\max} = \sigma_0 (1 + \delta_{\tau} h A / 2I) \quad (3-18)$$

Η τάση σ_0 που αντιστοιχεί στην εξίσωση της σ_{\max} με την τιμή σ_y δίνει το φορτίο της πρώτης διαρροής, δηλ την τιμή της φόρτισης για την οποία μόλις επιβληθεί, η (3-16) παύει να ισχύει.

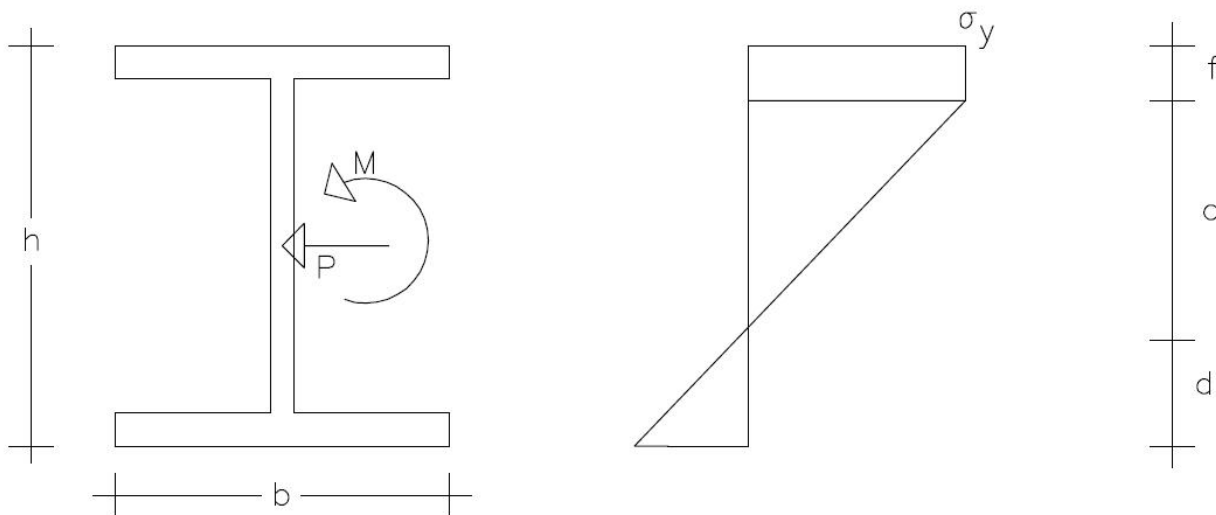
3.3.2 Ανελαστική Σχέση Φορτίου - Παραμόρφωσης

Όπως αναφέραμε παραπάνω, από τη στιγμή που διαρρέει η πρώτη ίνα της δυσμενέστερης διατομής του υποστυλώματος, δε μπορεί να αναλυθεί η συμπεριφορά του χρησιμοποιώντας τη σχέση (3-8) για την περιγραφή της εσωτερικής ροπής. Πρέπει λοιπόν, να εξάγουμε μια νέα σχέση καμπυλότητας - εσωτερικής ροπής.

Για την εξαγωγή της νέας σχέσης πρέπει να λάβουμε υπ' όψη τη νέα αλλαγμένη πλέον κατανομή των τάσεων στη διατομή του φορέα. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η νέα κατανομή (σχ3.4β). Βλέπουμε ότι η ακραία ίνα έχει διαρρεύσει και καθώς η αύξηση του φορτίου συνεχίζεται η διαρροή εξαπλώνεται στη διατομή. Στο σχήμα 3.4β, φαίνεται η περίπτωση κατά την οποία έχουμε διαρροή μόνο της θλιβόμενης περιοχής, ενώ για μεγαλύτερα φορτία έχουμε διαρροή και της εφελκυστικής. Η παρούσα μελέτη περιορίζεται μόνο στην πρώτη περίπτωση.



Σχήμα 3.4β Κατανομή τάσεων καθ' ύψος της δυσμενέστερης διατομής, αφού έχει διαρρεύσει η πρώτη ίνα της δυσμενέστερης διατομής



Σχήμα 3.4γ Κατανομή τάσεων αφού η διαρροή έχει εισέλθει στον κορμό της διατομής

Ωστόσο πρέπει να λάβουμε υπ' όψη μας και τη μεταβολή της διατομής. Το πρώτο στάδιο που διακρίνουμε είναι αυτό κατά το οποίο η διαρροή περιορίζεται στο θλιβόμενο πέλαμα της διατομής (σχ3.5α), ενώ στο δεύτερο η διαρροή έχει πλέον εισέλθει και στον κορμό της διατομής (σχ3.5β).

Ας βρούμε όμως πρώτα, με τη βοήθεια του σχ.3.5 μια νέα, ανελαστική σχέση καμπυλότητας - εξωτερικής ροπής. Μία ίνα λοιπόν, ενός καμπτόμενου στοιχείου που απέχει απόσταση y από τον ουδέτερο άξονα, έχει παραμόρφωση ϵ που σχετίζεται με την ακτίνα καμπυλότητας ρ ως εξής:

$$\epsilon = y/\rho \quad (3-19)$$

Αν προσαρμόσουμε αυτή τη σχέση στη δική μας κατανομή τάσεων (σχ3.4) θα έχουμε:

$$\epsilon_y = c/\rho \quad (3-20)$$

Γνωρίζουμε επίσης ότι:

$$E = \sigma_y / \epsilon_y \Rightarrow \epsilon_y = \sigma_y / E \quad (3-21)$$

Προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned} 1 / \rho &= \sigma_y / (E c) \\ \kappa(x) &= \sigma_y / (E c) \end{aligned} \quad (3-22)$$

Όπου, με τη βοήθεια της σχέσης (3-7) προκύπτει:

$$-y''(x) = \sigma_y / (E c) \quad (3-23)$$

Πρέπει να βρούμε την τιμή $y''(x)$. Θεωρούμε ότι το πρόσθετο βέλος είναι, για την ανελαστική περιοχή, της ίδιας μορφής με την ελαστική καθώς η αστοχία λόγω λυγισμού θα επέλθει αρκετά γρήγορα μετά τη διαρροή:

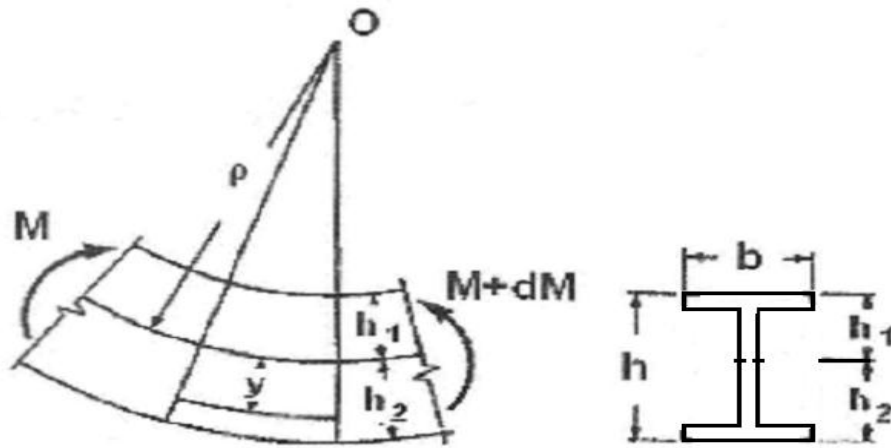
$$y(x) = \delta * \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right)$$

Έτσι, η δεύτερη παράγωγος του πρόσθετου βέλους είναι:

$$y''(x) = -\frac{\pi^2}{l^2} * \delta * \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) \quad (3-24)$$

και για το μέσο του υποστυλώματος, γίνεται:

$$y''(l/2) = -\frac{\pi^2}{l^2} * \delta \quad (3-25)$$



Σχήμα 3.5 Παραμόρφωση καμπτόμενου στοιχείου

Οι σχέσεις (3-23) και (3-25), για το μέσο του υποστυλώματος, μας δίνουν:

$$c = \sigma_y I^2 / (E \pi^2 \delta)$$

ή, χρησιμοποιώντας και τον τύπο για το φορτίο Euler:

$$c = I \sigma_y / (P_E \delta) = c_0 / \delta \quad (3-26)$$

Τώρα χρειαζόμαστε τη σχέση που συνδέει την εφαρμοζόμενη μέση τάση στη διατομή, με την κατακόρυφη παραμόρφωση του μέσου του υποστυλώματος. Για να καταλήξουμε στην τελική μας σχέση πρέπει πρώτα να υπολογίσουμε τη θλιπτική δύναμη P και την εσωτερική ροπή M_{int} , βάσει διατομής και της αντίστοιχης κατανομής τάσεων. Η δύναμη P προκύπτει με πολλαπλασιασμό του εμβαδού της διατομής με την αντίστοιχη μέση τάση της κατανομής, ενώ η ροπή M προκύπτει με πολλαπλασιασμό του εμβαδού της διατομής με την αντίστοιχη μέση τάση επί την απόσταση του σημείου εφαρμογής της κάθε συνιστώσας της δύναμης P από το κέντρο βάρους. Επειδή η εξαγωγή μιας γενικής σχέσης ανάμεσα στη δύναμη και την παραμόρφωση, είναι δύσκολη λόγω της μη γραμμικότητας της διατομής, χωρίζουμε το θλιβόμενο πέλμα της διατομής σε 10 στρώσεις και καταλήγουμε στις παρακάτω σχέσεις:

$$P = (A + Q_{P1} l \delta_\tau / l c_0 - Q_{P1} l \delta_0 / l c_0) \sigma_y \quad (3-27)$$

όπου $Q_{P1} = A h/2 - 1/2 * b t_f^2 \kappa^2 + 2 b t_f^2 \kappa + h_1 t_w t_f \kappa$ και $\kappa = 0, 0.1, 0.2, \dots, 1$

$$M c / \sigma_y = Q_{M1} \Rightarrow P = Q_{M1} \sigma_y (\delta_\tau/l - \delta_0/l) / (c_0 \delta_\tau/l)$$

όπου $Q_{M1} = I_y - 1/4 * b h_1 t_f^2 \kappa^2 - 1/2 * b t_f^3 \kappa^2 + 1/6 * b t_f^3 \kappa^3$

και τελικά έχουμε για κάθε τιμή του κ ένα ζεύγος τιμών:

$$P = Q_{M1} \sigma_y (\delta_\tau/l - \delta_0/l) / (c_0 \delta_\tau/l) \quad (3-28)$$

και

$$\delta_\tau/l = (-\beta + \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}) / 2\alpha \quad (3-29)$$

όπου $\alpha = -Q_{P1} l$, $\beta = Q_{M1} + Q_{P1} l \delta_0/l - A c_0$ και $\gamma = -Q_{M1} \delta_0/l$

Οι σχέσεις αυτές αναφέρονται στο θλιβόμενο πέλμα. Για $\kappa = 1$ η διαρροή έχει επέλθει στην εσωτερική ίνα του πέλματος και πλέον αρχίζει να επεκτείνεται και στον κορμό. Για τη μελέτη της σχέσης δύναμης - παραμόρφωσης χρησιμοποιούμε μία νέα σταθερά $\mu = 0.025, 0.05, 0.075, \dots, 0.4$ και έχουμε τις παρακάτω σχέσεις:

$$P = (A + Q_{P2} l \delta_\tau / l c_0 - Q_{P2} l \delta_0 / l c_0) \sigma_y \quad (3-30)$$

όπου $Q_{P2} = -A h_1/2 - 1/2 * b t_f^2 - m h_1/2 [h_1 t_w (m-1) - A]$

$$M c / \sigma_y = Q_{M2} \Rightarrow P = Q_{M2} \sigma_y (\delta_\tau/l - \delta_0/l) / (c_0 \delta_\tau/l)$$

όπου $Q_{M2} = 1/12 * h_1^3 t_w + 1/2 * b t_f h_1^2 + 3/4 * b t_f^2 h_1 + 1/3 * b t_f^3 +$
 $+ 1/6 * h_1^3 t_w \mu^3 - 1/4 * h_1^3 t_w \mu^2 - 1/2 * b t_f h_1^2 \mu - 1/2 * b t_f^2 h_1 \mu$
 έτσι προκύπτουν τα αντίστοιχα ζεύγη τιμών για τις διάφορες τιμές του μ :

$$P = Q_{M2} \sigma_y (\delta_\tau/l - \delta_0/l) / (c_0 \delta_\tau/l) \quad (3-31)$$

και

$$\delta_\tau/l = (-\beta + \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}) / 2\alpha \quad (3-32)$$

όπου $\alpha = -Q_{P2} l$, $\beta = Q_{M2} + Q_{P2} l \delta_0/l - A c_0$ και $\gamma = -Q_{M2} \delta_0/l$

Μπορούμε πλέον να προχωρήσουμε στη δημιουργία των σχετικών διαγραμμάτων, για την καλύτερη μελέτη του φαινομένου, τα οποία παρουσιάζονται στο επόμενο κεφάλαιο. Τα διαγράμματα προκύπτουν από τις σχέσεις (3-17), που μας δίνει τον ελαστικό κλάδο γραμμικά και τις σχέσεις (3-28), (3-29) και (3-31), (3-32) που μας δίνουν τα σημεία του διαγράμματος για τα στάδια της διαρροής στο θλιβόμενο πέλμα και στον κορμό της διατομής αντίστοιχα.

Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε σειρές διαγραμμάτων που θα μας βοηθήσουν να κατανοήσουμε ακόμη καλύτερα το φαινόμενο του πλαστικού λυγισμού στις διάφορες διατομές που έχουμε επιλέξει.

4.1: Διαγράμματα για την επιρροή του αρχικού βέλους

Θα ξεκινήσουμε με διαγράμματα, στα οποία θα φαίνεται η επιρροή της αρχικής ατέλειας (αρχικό βέλος) στην εξέλιξη του λυγισμού και στο κρίσιμο φορτίο. Επιλέξαμε τις διατομές ΗΕΑ300 / ΗΕΒ300 / ΙΡΕ300 και αρχικά βέλη 1/700 – 1/600 – 1/500 – 1/400 – 1/300 – 1/200 – 1/100. Να σημειώσουμε ότι αρχικά βέλη της τάξης 1/300–1/200 και 1/100 δεν είναι συνήθη αλλά τα επιλέξαμε για την καλύτερη κατανόηση του φαινομένου του πλαστικού λυγισμού.

Τα διαγράμματα έχουν ως άξονες P φορτίο και δ_T/L ανηγμένη παραμόρφωση. Κάτω από κάθε διάγραμμα θα δίνονται χαρακτηριστικές τιμές των δυο παραπάνω μεγεθών, καθώς και επιπλέον χρήσιμα στοιχεία για το υποστύλωμα όπως η λυγηρότητα.

Τα διαγράμματα ακολουθούν πίνακες με τα εξής στοιχεία :

x_{el} : δ_T/L τη στιγμή της διαρροής της πρώτης ίνας

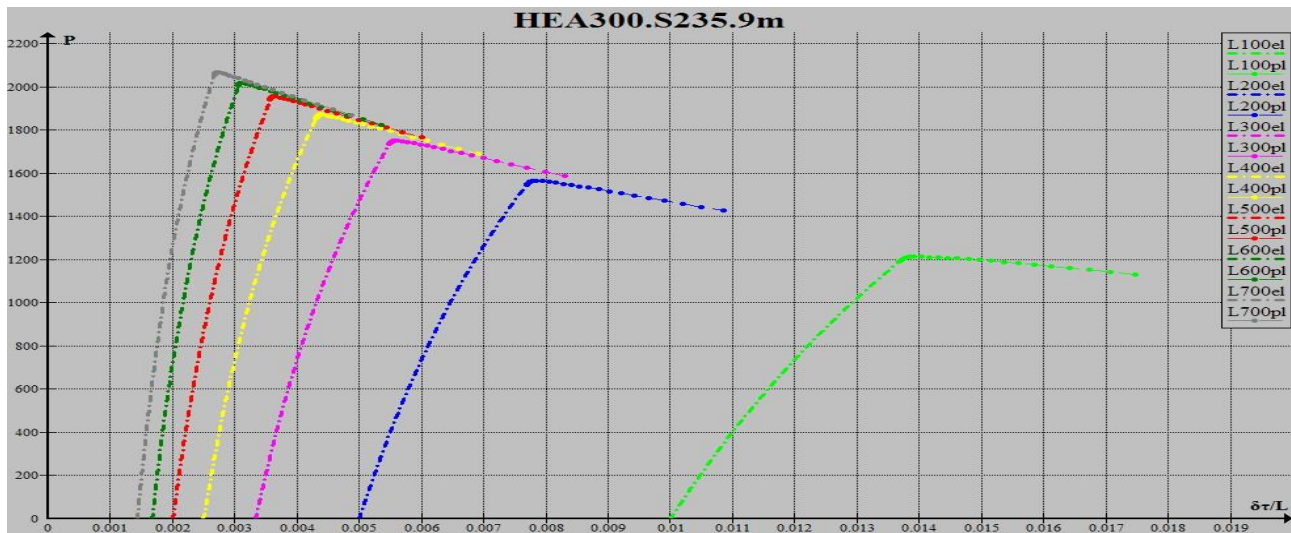
P_{el} : το αντίστοιχο φορτίο

x_{cr} : δ_T/L τη στιγμή της αστοχίας του υποστυλώματος

P_{cr} : το κρίσιμο φορτίο

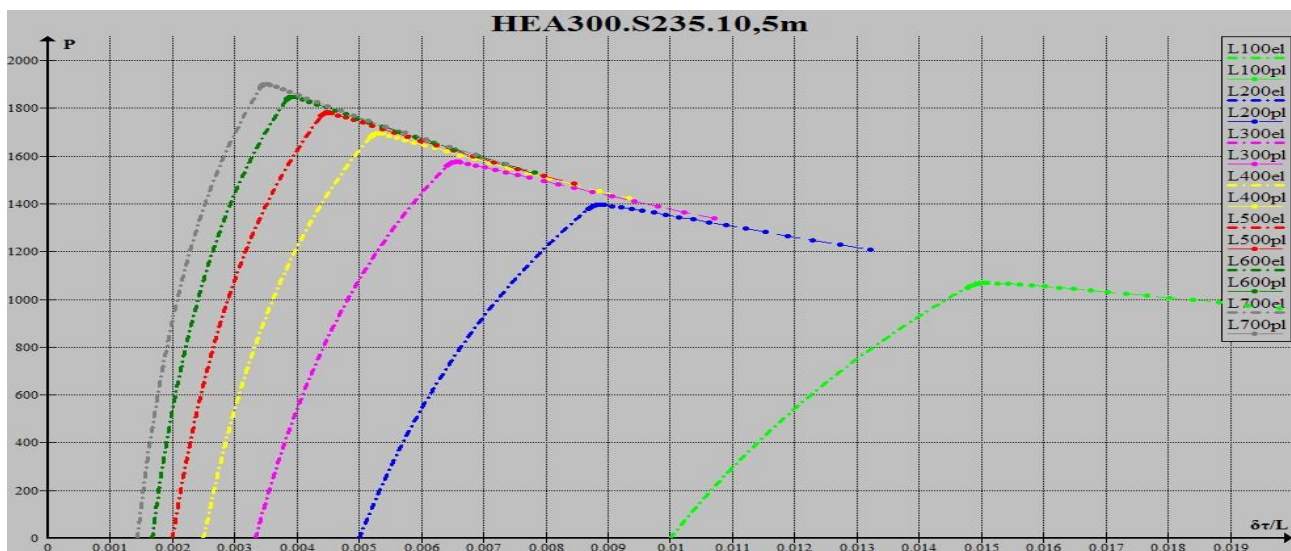
δ_0/L : το αρχικό βέλος

P_{EN} : το κρίσιμο φορτίο αντοχής του μέλους βάσει κανονισμού ($N_{b,Rd}$)



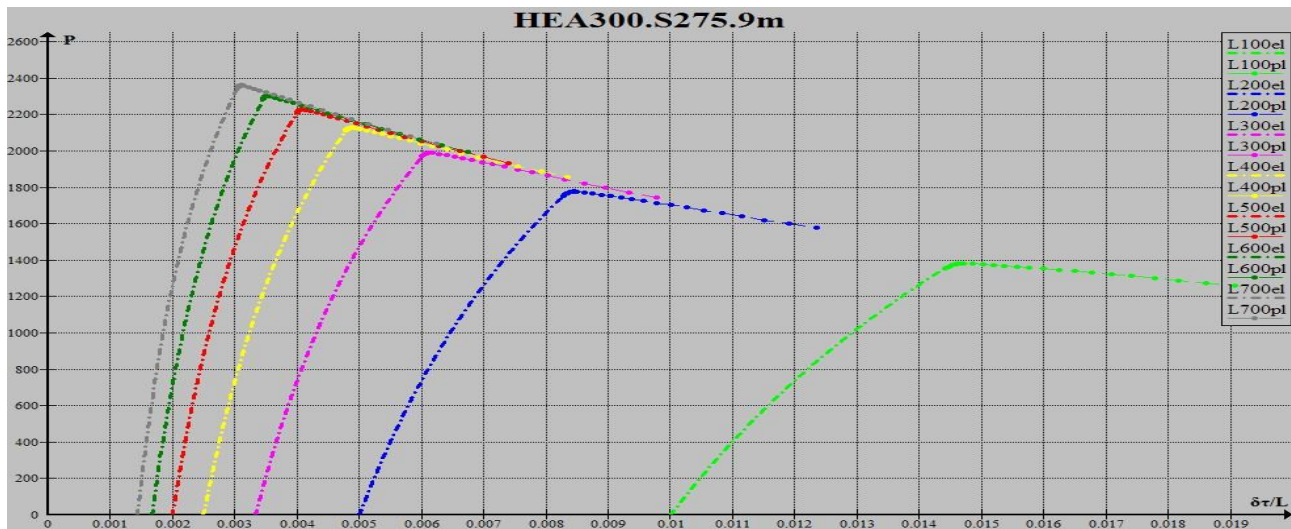
Αρχικό βέλος	χ_{el}	P_{el}	χ_{cr}	P_{cr}
l/700	0,002670348	2056,690118	0,002721095	2068,509162
l/600	0,003050441	2006,300743	0,003107655	2019,25123
l/500	0,003565422	1941,841667	0,003631112	1956,171449
l/400	0,004307577	1855,910834	0,004384935	1871,957557
l/300	0,005483626	1734,295356	0,005593712	1752,535282
l/200	0,007684065	1544,881848	0,007826094	1566,128103
l/100	0,013682906	1190,434658	0,013916923	1215,074336

$\lambda = 70,56968927$



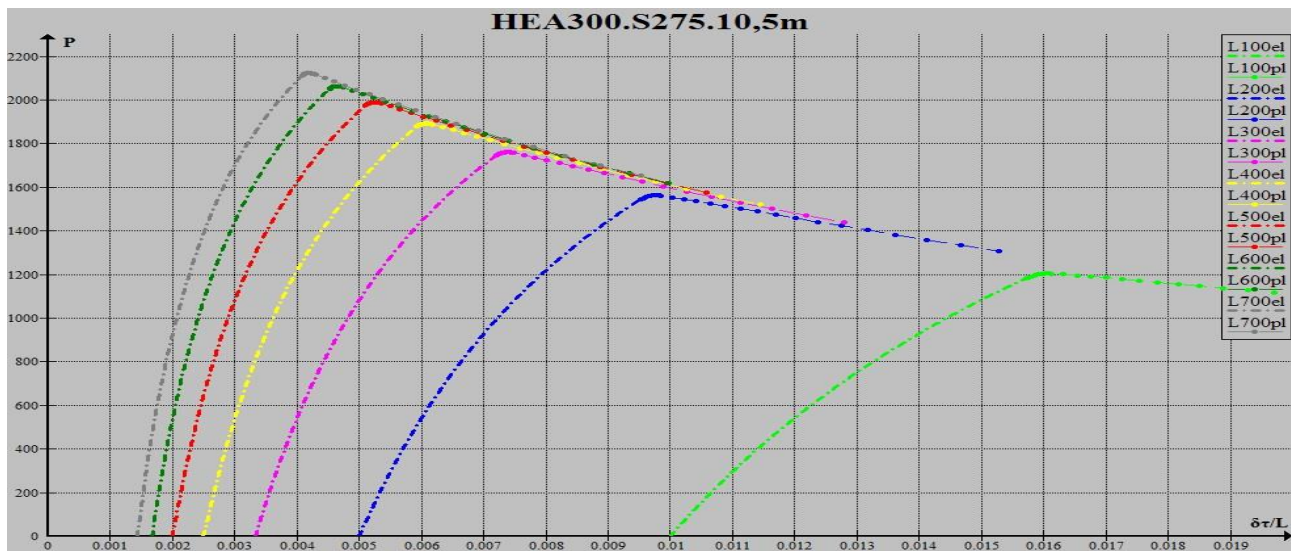
Αρχικό βέλος	P_{el}	χ_{el}	P_{cr}	χ_{cr}
l/700	0,003419356	1891,819263	0,003489643	1902,451665
l/600	0,00383589	1837,544435	0,003929628	1849,117996
l/500	0,004392137	1769,741898	0,004495587	1782,482273
l/400	0,005181715	1681,662573	0,005298097	1695,827973
l/300	0,006413348	1560,514122	0,006571359	1576,50086
l/200	0,008680779	1377,782892	0,008871784	1396,269693
l/100	0,014763576	1048,434479	0,015054447	1069,795967

$\lambda = 82,33130414$



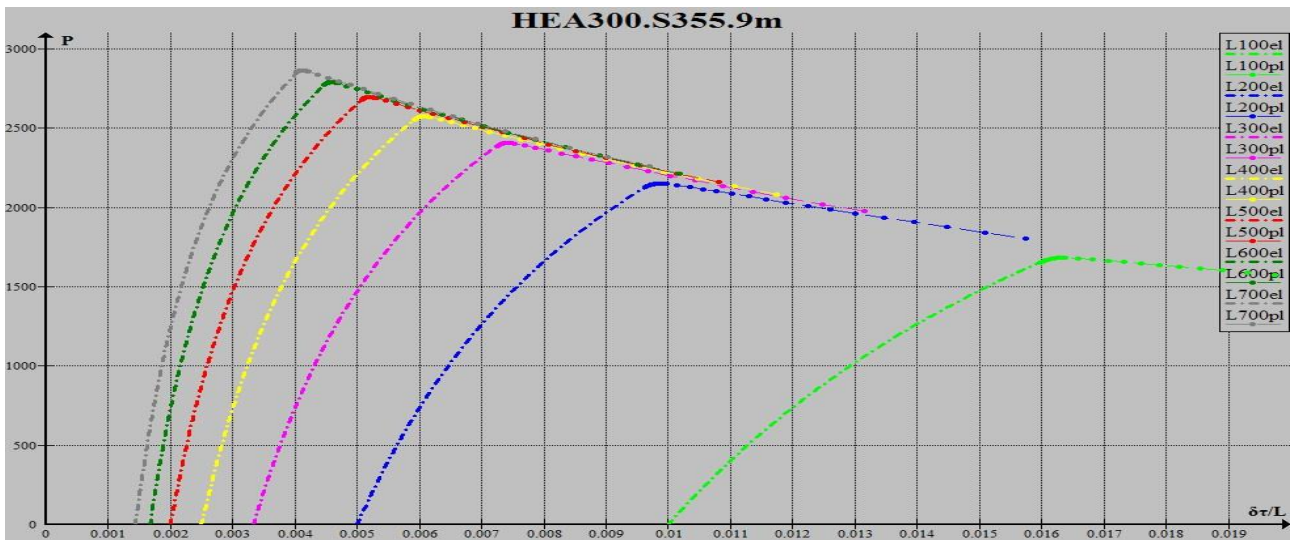
Αρχικό βέλος	P_{el}	χ_{el}	P_{cr}	χ_{cr}
l/700	0,003045979	2348,474337	0,003107527	2361,330581
l/600	0,003453527	2288,342518	0,003522076	2302,36121
l/500	0,004001464	2212,188588	0,004079069	2227,615834
l/400	0,00478447	2111,761577	0,004891364	2129,013655
l/300	0,006013707	1971,271447	0,006140863	1990,937585
l/200	0,008289568	1755,093704	0,008449693	1777,879243
l/100	0,014416991	1355,018332	0,014675677	1381,758265

$\lambda = 70,56968927$



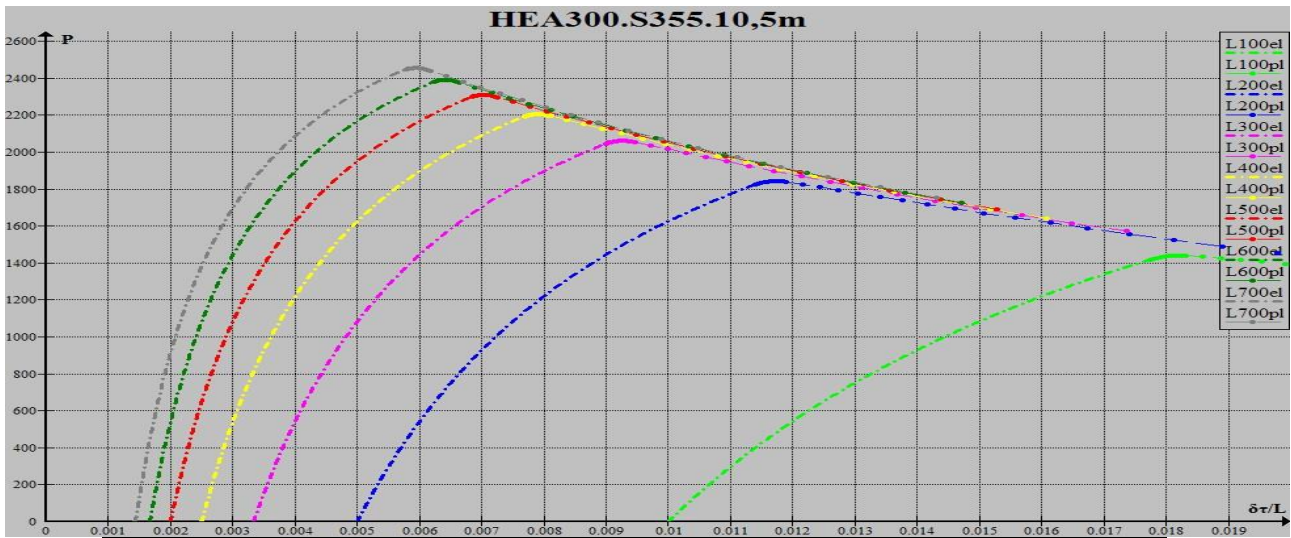
Αρχικό βέλος	P_{el}	χ_{el}	P_{cr}	χ_{cr}
l/700	0,00408741	2113,700804	0,004194588	2124,061234
l/600	0,004525827	2052,770058	0,004640259	2064,147847
l/500	0,005107957	1977,094919	0,005231585	1989,682841
l/400	0,005929355	1879,337227	0,006065198	1893,390844
l/300	0,007202511	1745,558769	0,007385336	1761,725973
l/200	0,009529998	1544,560607	0,009778561	1563,476403
l/100	0,015720602	1182,421407	0,016081083	1204,918745

$\lambda = 82,33130414$



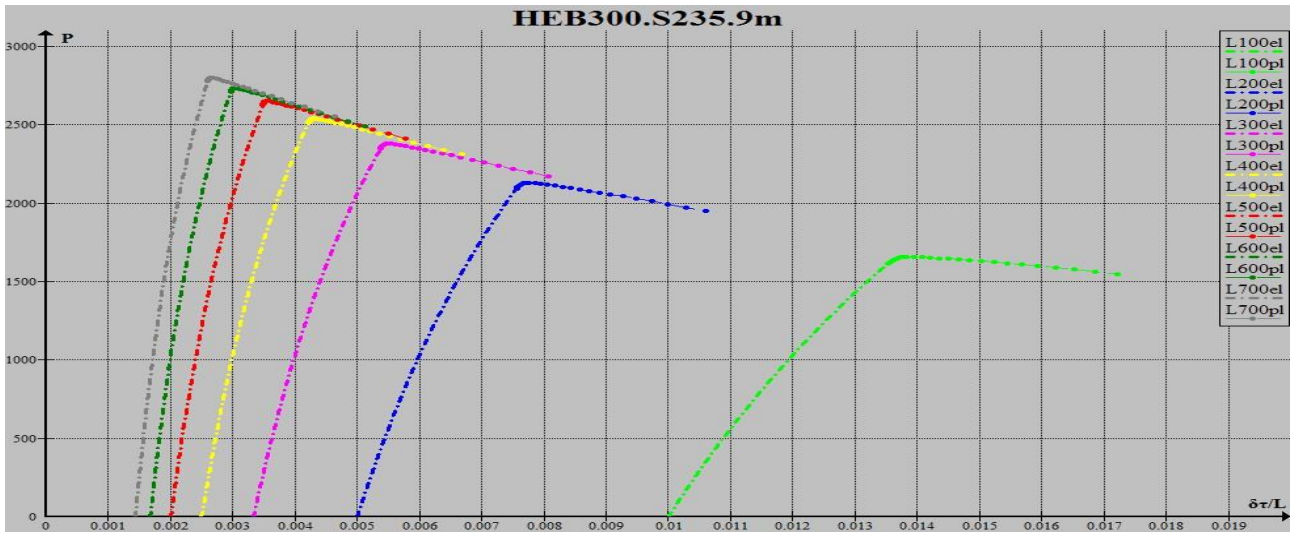
Αρχικό βέλος	P_{el}	χ_{el}	P_{cr}	χ_{cr}
l/700	0,004022593	2852,074238	0,004123155	2865,214684
l/600	0,004475657	2775,790934	0,004583997	2790,207227
l/500	0,005077285	2680,584336	0,005195497	2696,537723
l/400	0,005925864	2556,888152	0,006057215	2574,733495
l/300	0,007239643	2386,397765	0,007419551	2407,001557
l/200	0,009635353	2127,690646	0,00988462	2151,956631
l/100	0,015971396	1653,584232	0,016341524	1683,010453

$\lambda = 70,56968927$



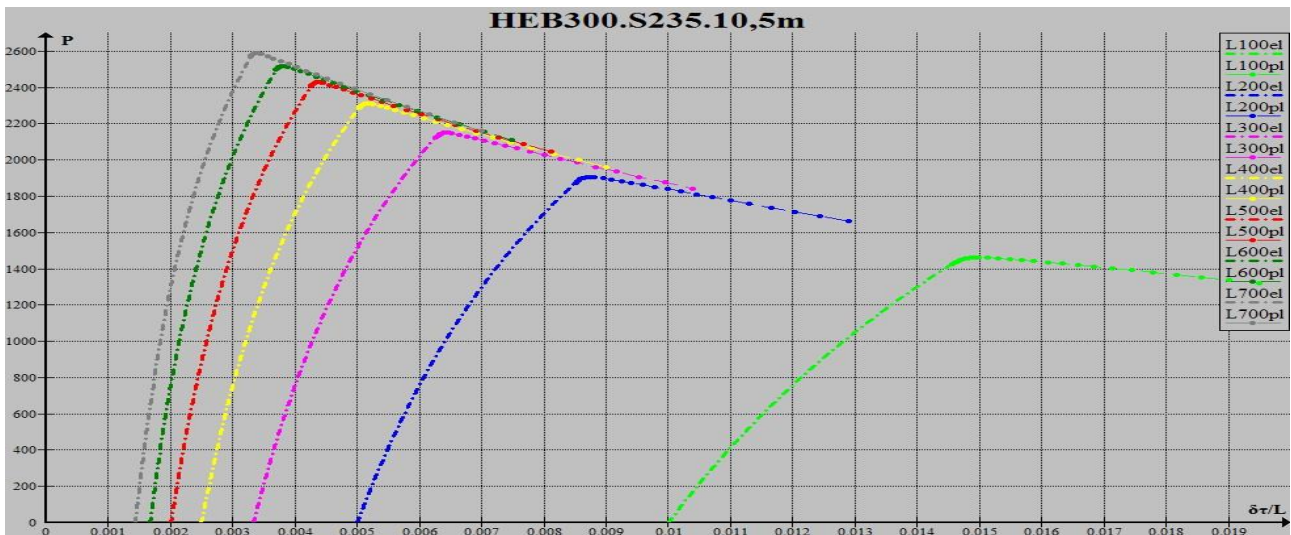
Αρχικό βέλος	P_{el}	χ_{el}	P_{cr}	χ_{cr}
l/700	0,005786251	2447,133974	0,005918559	2455,465525
l/600	0,006240122	2381,50271	0,006377109	2390,796059
l/500	0,006842628	2299,629737	0,007026113	2310,330495
l/400	0,007692177	2193,30959	0,007885586	2205,748473
l/300	0,009007045	2046,84364	0,009260891	2061,695846
l/200	0,011404014	1824,711725	0,011736178	1843,001878
l/100	0,017741579	1417,871974	0,018197749	1441,272454

$\lambda = 82,33130414$



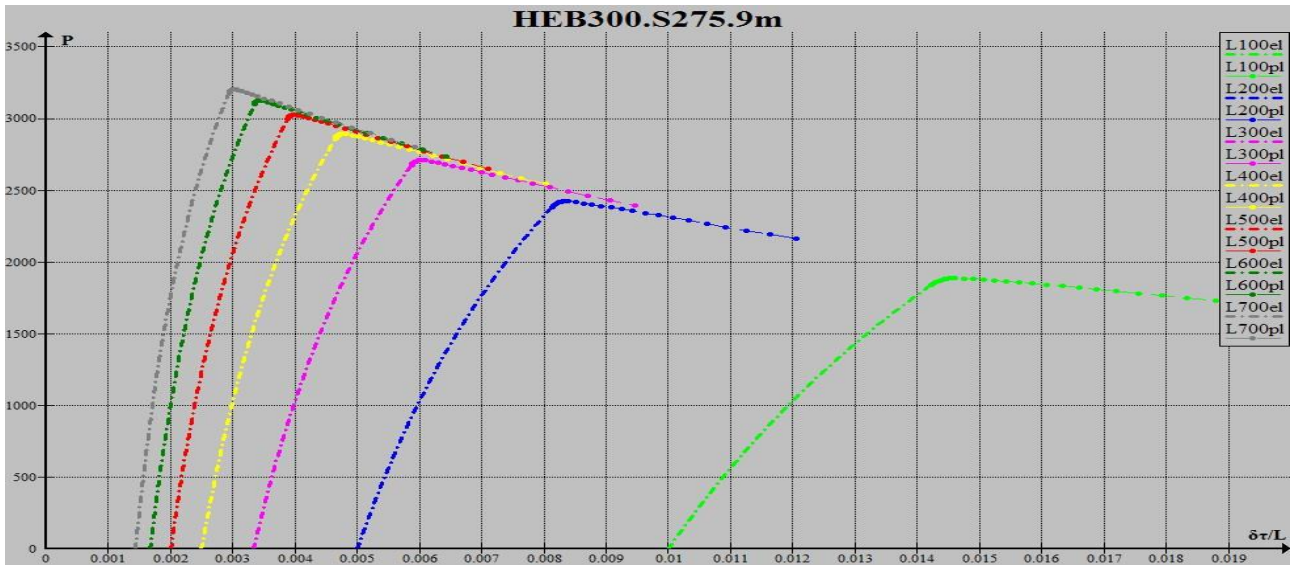
Αρχικό βέλος	P_{el}	χ_{el}	P_{cr}	χ_{cr}
l/700	0,002594427	2781,0927	0,002656944	2801,856561
l/600	0,002968428	2714,04376	0,003039118	2736,828193
l/500	0,003476081	2628,042564	0,003557527	2653,295777
l/400	0,004209169	2513,047996	0,004305485	2541,382566
l/300	0,005373505	2349,747297	0,005511774	2382,047822
l/200	0,007557665	2094,440966	0,00773721	2132,16028
l/100	0,013530058	1614,709036	0,013829375	1658,589726

$\lambda = 69,1588871$



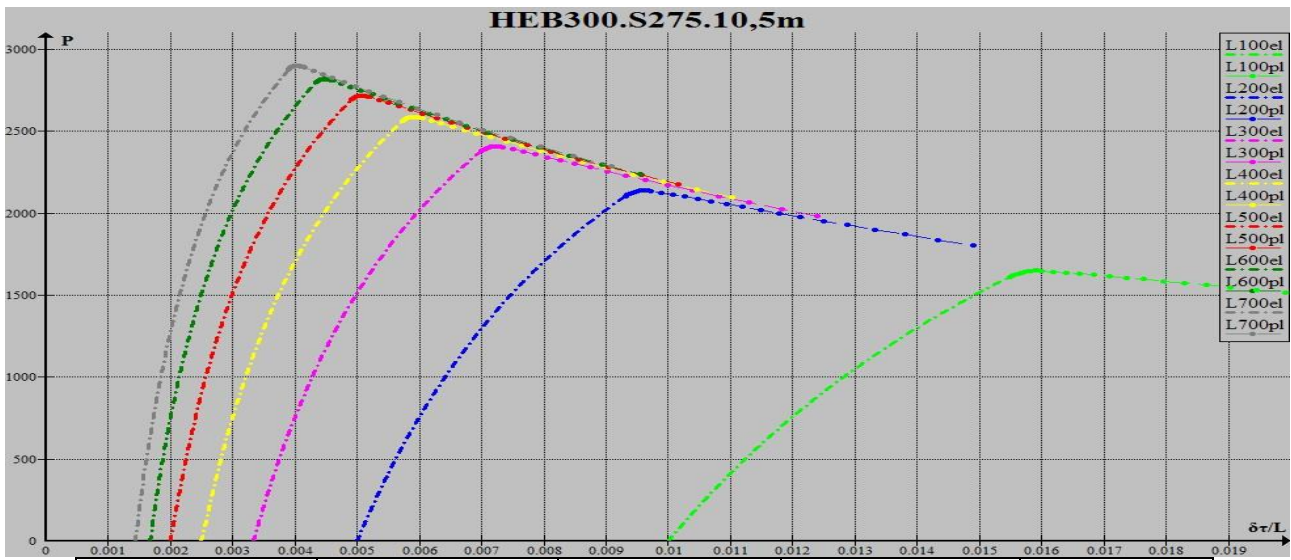
Αρχικό βέλος	P_{el}	χ_{el}	P_{cr}	χ_{cr}
l/700	0,003286621	2570,550786	0,003391369	2589,570307
l/600	0,003697608	2497,439636	0,003812211	2518,1863
l/500	0,004247417	2405,898049	0,00437458	2428,72146
l/400	0,005029284	2286,703907	0,005173217	2312,06905
l/300	0,006251219	2122,374699	0,00644876	2151,027488
l/200	0,008505354	1873,95005	0,008781447	1906,752863
l/100	0,014566166	1425,361267	0,014937464	1463,624205

$\lambda = 80,68536829$



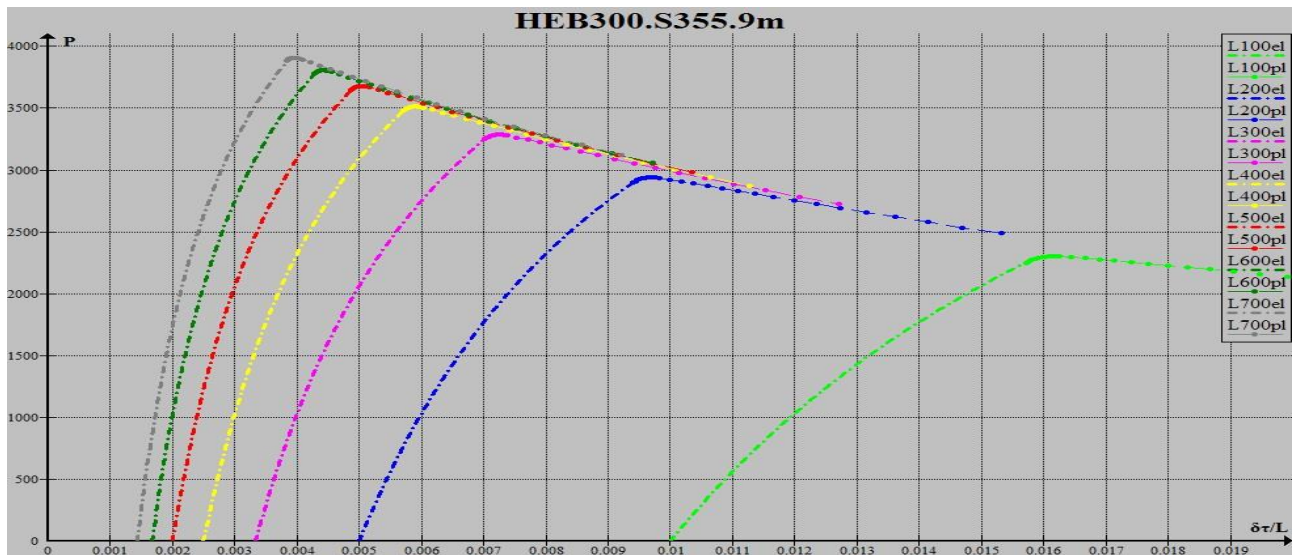
Αρχικό βέλος	P_{el}	χ_{el}	P_{cr}	χ_{cr}
l/700	0,002940154	3181,807666	0,003015093	3204,542906
l/600	0,003340981	3101,52368	0,00342479	3126,340552
l/500	0,003880998	2999,556065	0,003976331	3026,899474
l/400	0,004654402	2864,671862	0,004786988	2895,341209
l/300	0,005871477	2675,351929	0,006030193	2710,349783
l/200	0,008130705	2383,010771	0,00833214	2423,622225
l/100	0,014231213	1840,072968	0,014560977	1887,832405

$\lambda = 69,1588871$



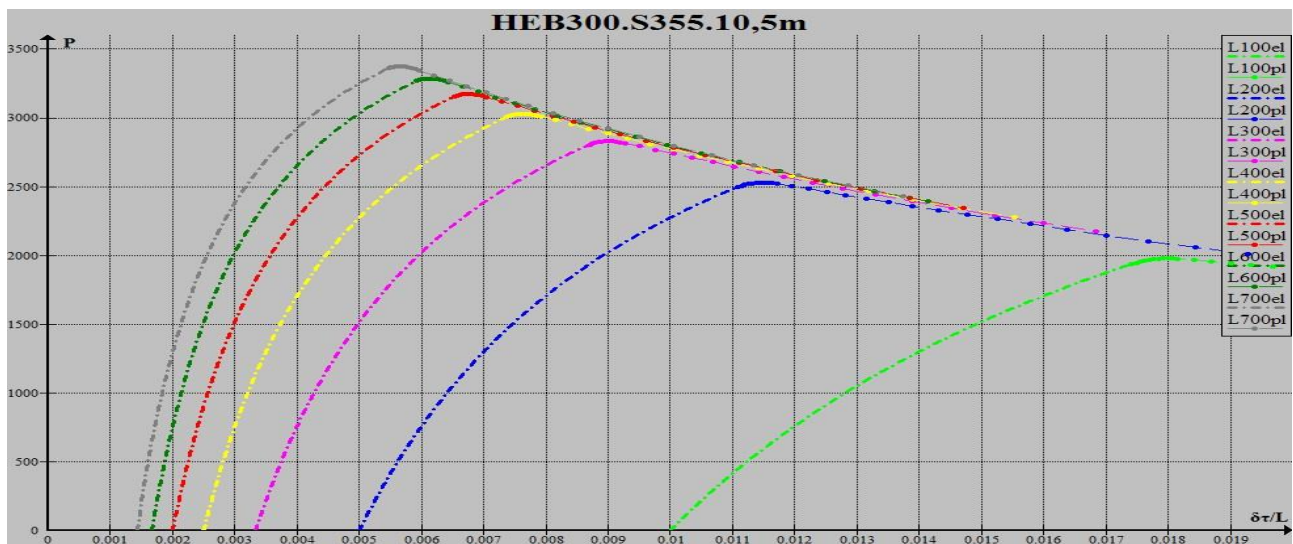
Αρχικό βέλος	P_{el}	χ_{el}	P_{cr}	χ_{cr}
l/700	0,003901247	2881,92193	0,004030684	2900,801356
l/600	0,004335483	2798,979401	0,004474452	2819,646619
l/500	0,00491271	2695,843242	0,00506376	2718,643481
l/400	0,005728134	2562,458889	0,00592961	2587,890221
l/300	0,006993568	2379,735224	0,007221096	2408,928388
l/200	0,009309994	2104,969403	0,009623076	2139,054081
l/100	0,015480927	1609,813489	0,015940978	1650,233823

$\lambda = 80,68536829$



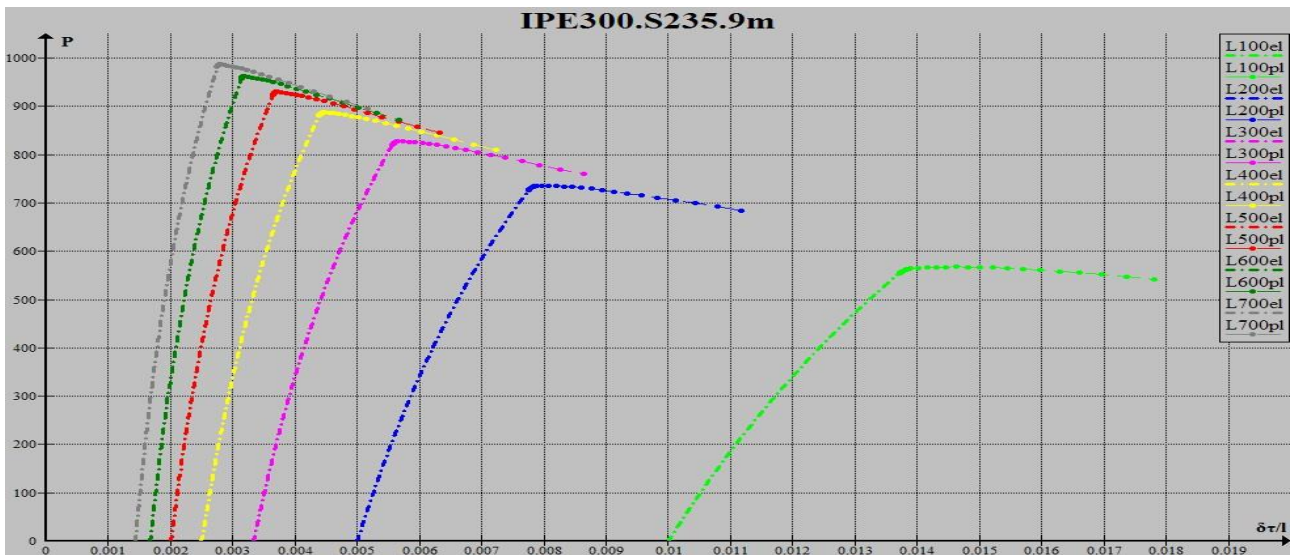
Αρχικό βέλος	P_{el}	χ_{el}	P_{cr}	χ_{cr}
l/700	0,003834476	3883,152442	0,003955241	3906,966712
l/600	0,004281834	3779,912276	0,004412711	3805,97816
l/500	0,004876845	3650,812999	0,005020576	3679,598576
l/400	0,005717482	3482,758935	0,005912494	3514,973375
l/300	0,007021201	3250,693368	0,007244284	3287,81758
l/200	0,009402892	2897,934998	0,009715981	2941,599873
l/100	0,015714896	2250,654932	0,016186413	2303,479739

$$\lambda = 69,1588871$$



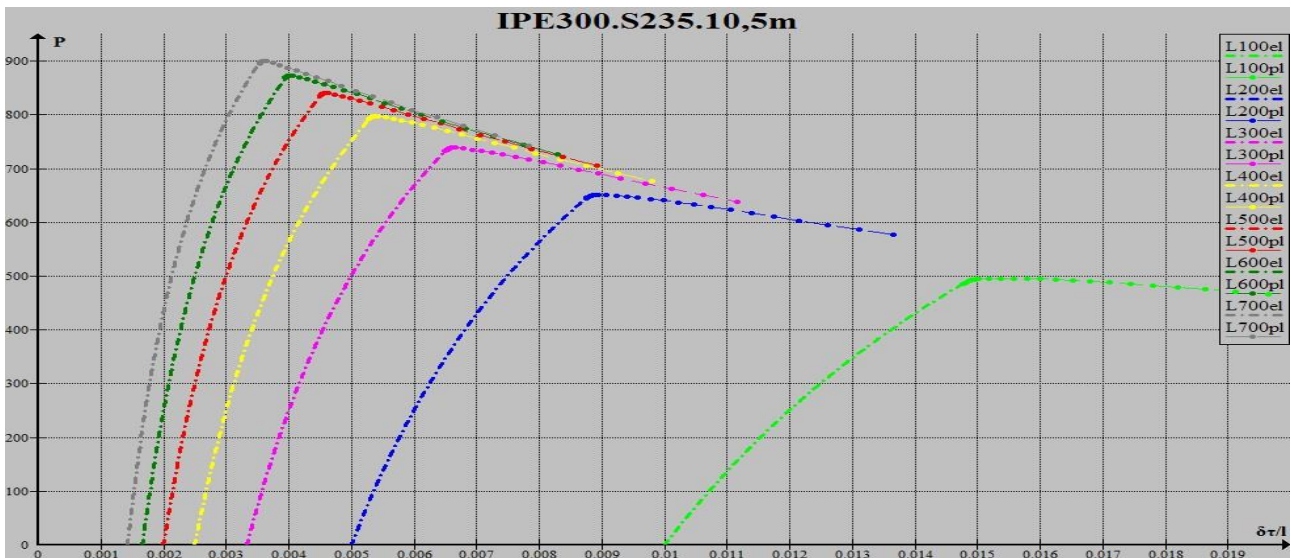
Αρχικό βέλος	P_{el}	χ_{el}	P_{cr}	χ_{cr}
l/700	0,005472602	3359,998348	0,005631671	3375,597827
l/600	0,005927298	3268,403706	0,006141403	3285,749274
l/500	0,006530301	3154,367888	0,006754337	3174,25489
l/400	0,007379756	3006,592676	0,007617291	3029,52213
l/300	0,008693387	2803,487537	0,009008618	2830,740945
l/200	0,011086537	2496,277435	0,011503828	2529,612037
l/100	0,017412386	1935,611666	0,017992974	1977,926203

$$\lambda = 80,68536829$$



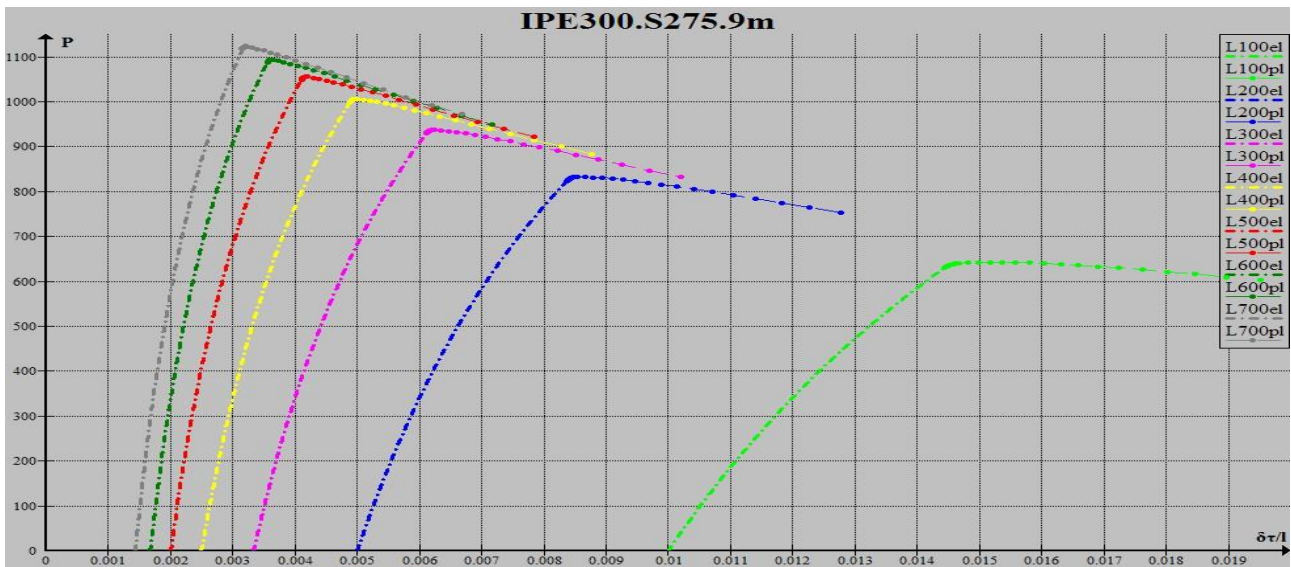
Αρχικό βέλος	P_{el}	χ_{el}	P_{cr}	χ_{cr}
l/700	0,002747991	982,7352669	0,00279497	987,848494
l/600	0,003130077	956,9299309	0,003182716	962,5109119
l/500	0,003646381	924,1390088	0,003706383	930,285588
l/400	0,004388416	880,7627734	0,004458462	887,605919
l/300	0,005561135	819,9400593	0,005657941	827,7119404
l/200	0,007750233	726,3128751	0,007972779	735,5218276
l/100	0,013711534	554,0339729	0,014631248	567,7459657

$$\lambda = 72,48155641$$



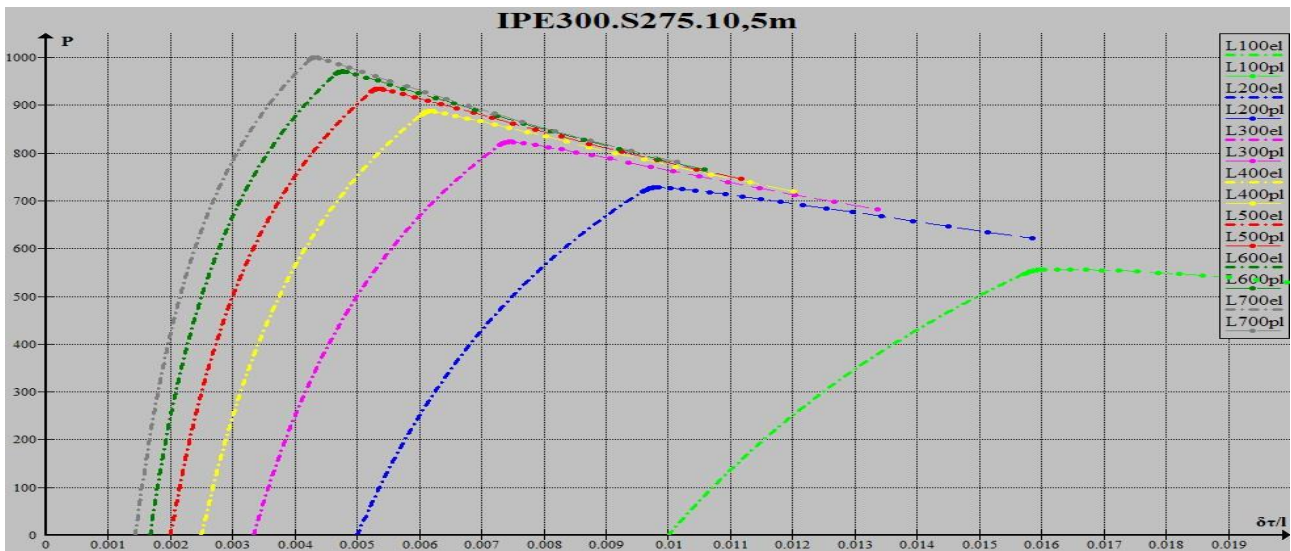
Αρχικό βέλος	P_{el}	χ_{el}	P_{cr}	χ_{cr}
l/700	0,003533678	895,8237693	0,003601614	900,2513233
l/600	0,003947424	868,8417848	0,004034604	873,6388192
l/500	0,004499163	835,2919265	0,004594494	840,5772066
l/400	0,005281405	791,9361381	0,005387545	797,8119168
l/300	0,006500585	732,6652363	0,006640089	739,3068599
l/200	0,008744775	643,9505703	0,008911216	651,5854859
l/100	0,014773706	485,8941295	0,015571541	495,578121

$$\lambda = 84,56181581$$



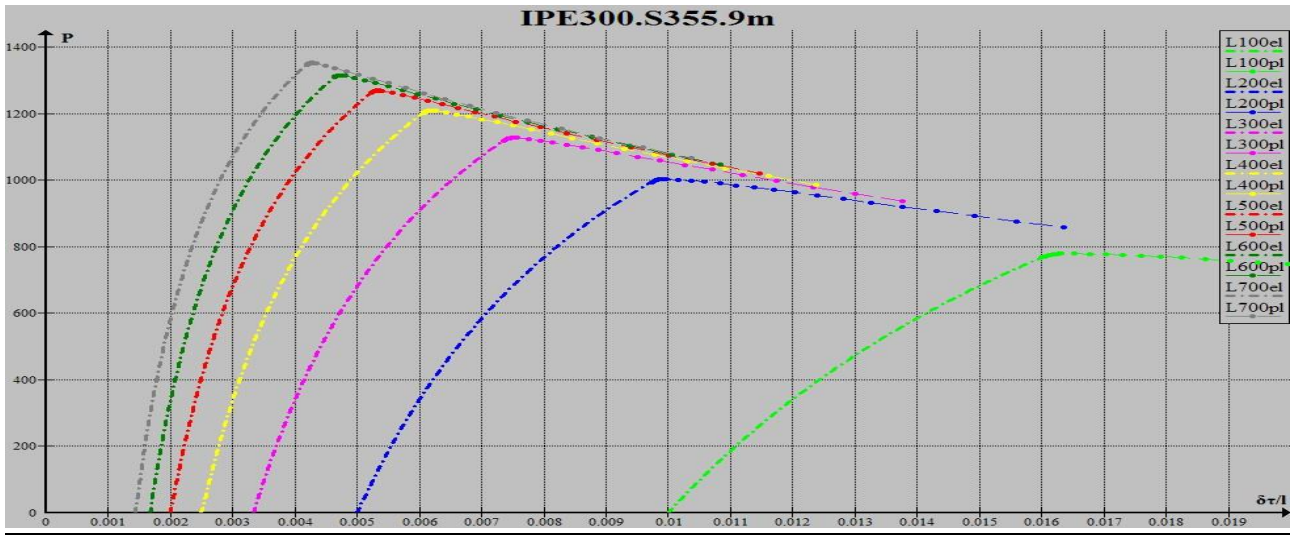
Αρχικό βέλος	P_{el}	x_{el}	P_{cr}	x_{cr}
l/700	0,00314933	1118,331948	0,003207843	1123,790574
l/600	0,003557458	1087,859559	0,003622092	1093,800036
l/500	0,004104784	1049,509071	0,004177273	1056,029867
l/400	0,004884993	999,2914945	0,004981505	1006,571651
l/300	0,006107103	929,6171955	0,006220592	937,8732047
l/200	0,008365932	823,4931933	0,008525209	833,0437037
l/100	0,014446006	629,9284789	0,015173641	642,7890171

$\lambda = 72,48155641$



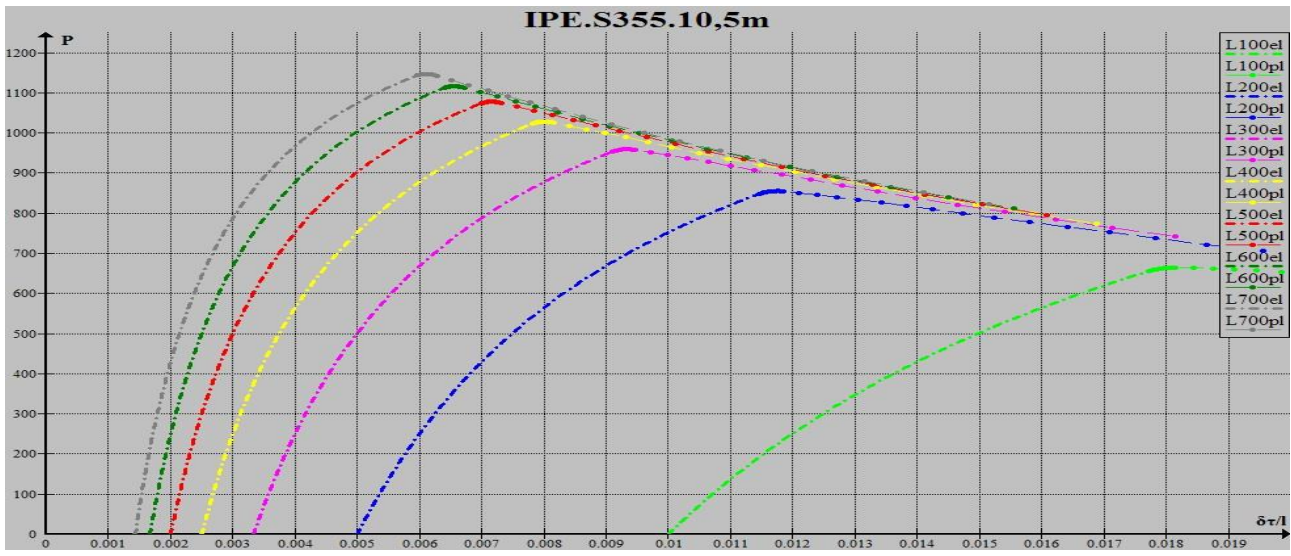
Αρχικό βέλος	P_{el}	x_{el}	P_{cr}	x_{cr}
l/700	0,004231773	996,1102354	0,004316478	1000,323186
l/600	0,004663629	966,3461809	0,004771926	970,9500076
l/500	0,005237012	929,4716747	0,005352926	934,5992904
l/400	0,006046207	881,9754701	0,006172251	887,7312069
l/300	0,007301138	817,2128337	0,007464615	823,8346548
l/200	0,009598101	720,3915899	0,009813473	728,1693372
l/100	0,015724143	547,4177848	0,016238148	556,7602692

$\lambda = 84,56181581$



Αρχικό βέλος	P_{el}	χ_{el}	P_{cr}	χ_{cr}
l/700	0,004184062	1347,937783	0,004264242	1353,300444
l/600	0,004632063	1310,319755	0,004735985	1316,187968
l/500	0,005226452	1263,534871	0,005338665	1270,066532
l/400	0,006064288	1202,989829	0,006187519	1210,330643
l/300	0,007361095	1119,928628	0,007523369	1128,396142
l/200	0,009726835	994,6445775	0,00994421	1004,65455
l/100	0,015995897	767,21055	0,016308781	779,3130324

$\lambda = 72,48155641$



Αρχικό βέλος	P_{el}	χ_{el}	P_{cr}	χ_{cr}
l/700	0,005971064	1143,978646	0,006103807	1147,221326
l/600	0,006411716	1112,863434	0,00654831	1116,558052
l/500	0,006998108	1073,990456	0,00713977	1078,211488
l/400	0,007827129	1023,448841	0,00800863	1028,42374
l/300	0,009114039	953,7738276	0,009342808	959,735998
l/200	0,011468361	848,1415128	0,011758031	855,5555613
l/100	0,017723683	655,3086323	0,018109995	664,8119685

$\lambda = 84,56181581$

Αφού είδαμε τα διαγράμματα που μας δείχνουν την επιρροή της αρχικής ατέλειας, ταξινομημένα με βάση τη διατομή, το μήκος του υποστυλώματος και την ποιότητα του χάλυβα, θα παρουσιάσουμε κ διαγράμματα ανά διατομή και μήκος υποστυλώματος, όπου θα φαίνονται οι διαφορές που οφείλονται στην ποιότητα του χάλυβα. Επειδή, όπως είπαμε και νωρίτερα, αρχικά βέλη της τάξεως L/300, L/200 και L/100 δεν συναντάμε στην πραγματικότητα, στα παρακάτω διαγράμματα εμφανίζονται μόνο τα αρχικά βέλη L/700, L/600, L/500 και L/400.

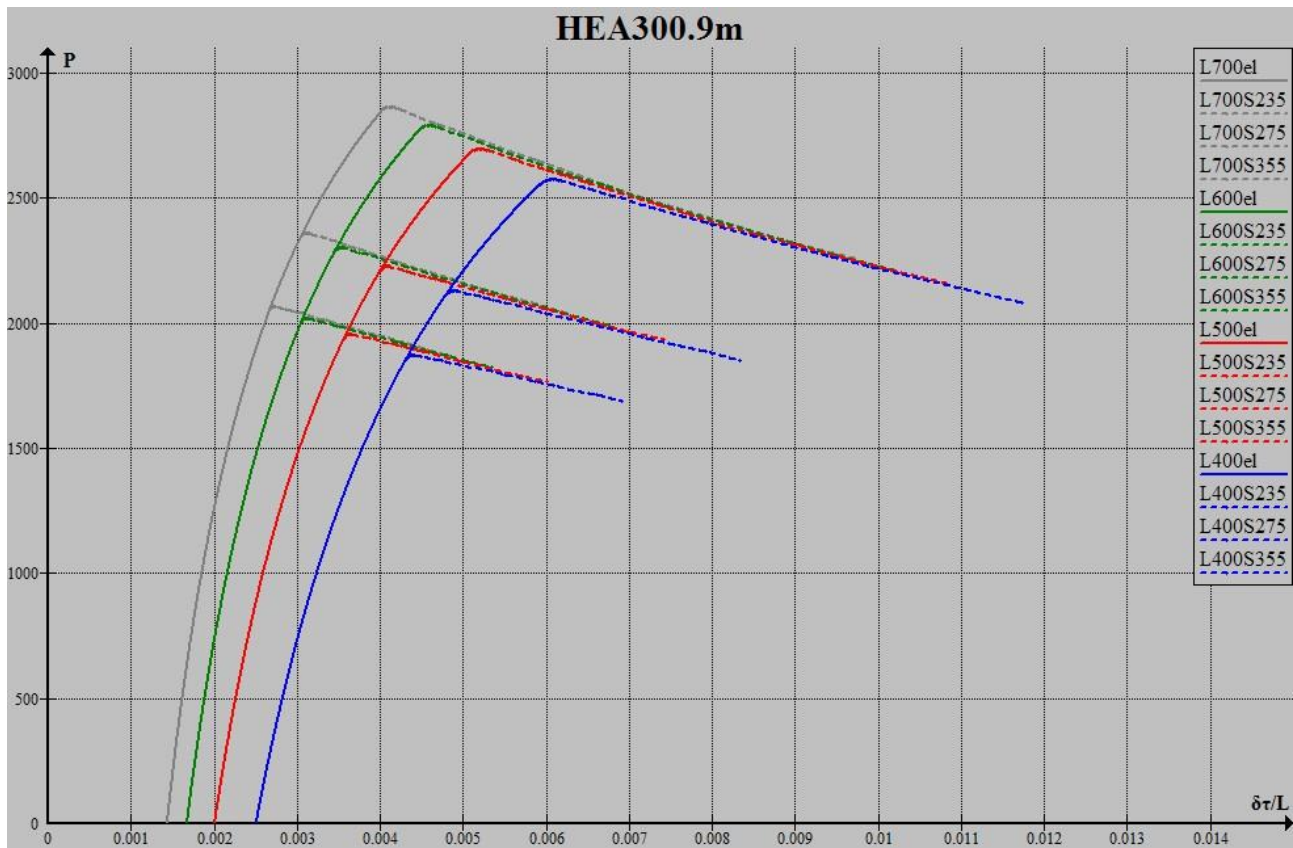
Εύκολα παρατηρεί κανείς ότι ο ελαστικός «δρόμος» είναι ο ίδιος για κάθε ποιότητα χάλυβα και το μόνο που διαφέρει είναι το πότε διαρρέει το υποστύλωμα. Κάτι το οποίο είναι αναμενόμενο από τη θεωρία μας εφ' όσον προέκυψε ότι :

$$\delta_{\tau} = \frac{P_E}{P_E - P_0} * \delta_0$$

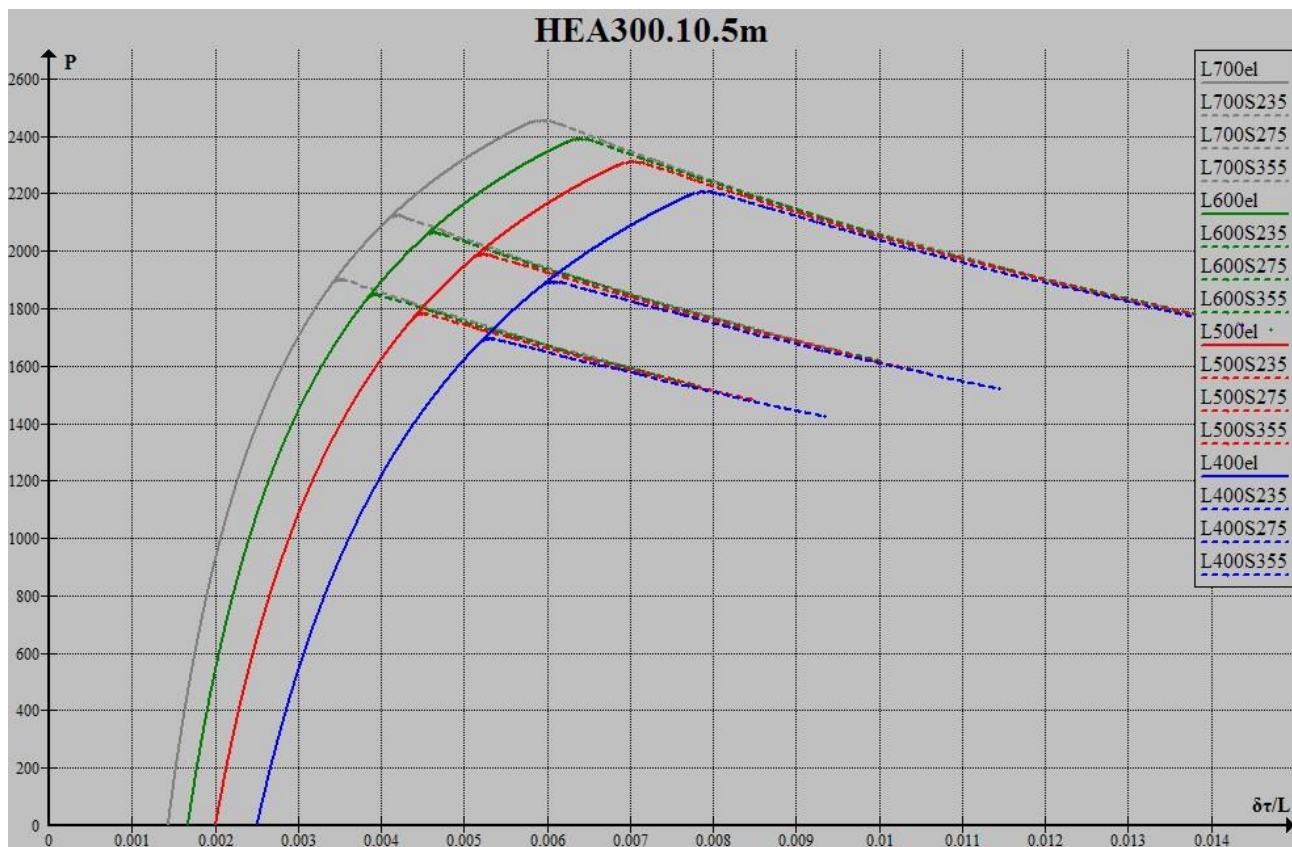
ή διαφορετικά :

$$P_0 = P_E \left(1 - \frac{\frac{\delta_0}{L}}{\frac{\delta_{\tau}}{L}} \right)$$

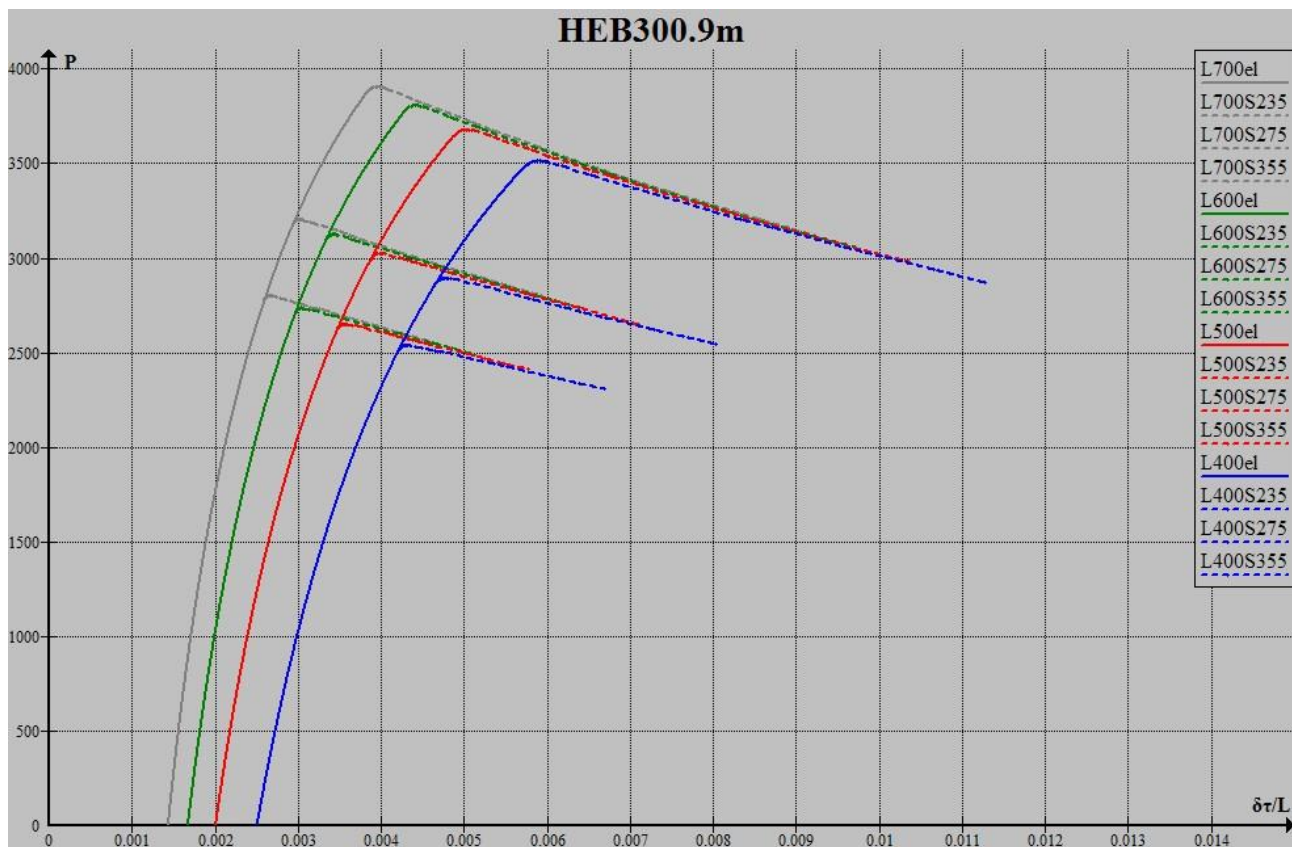
Και επειδή γνωρίζουμε ότι το φορτίο Euler είναι επίσης ανεξάρτητο της ποιότητας του χάλυβα (δηλ. της τάσης διαρροής), ο ελαστικός κλάδος είναι ίδιος για τις διαφορετικές ποιότητες του χάλυβα.



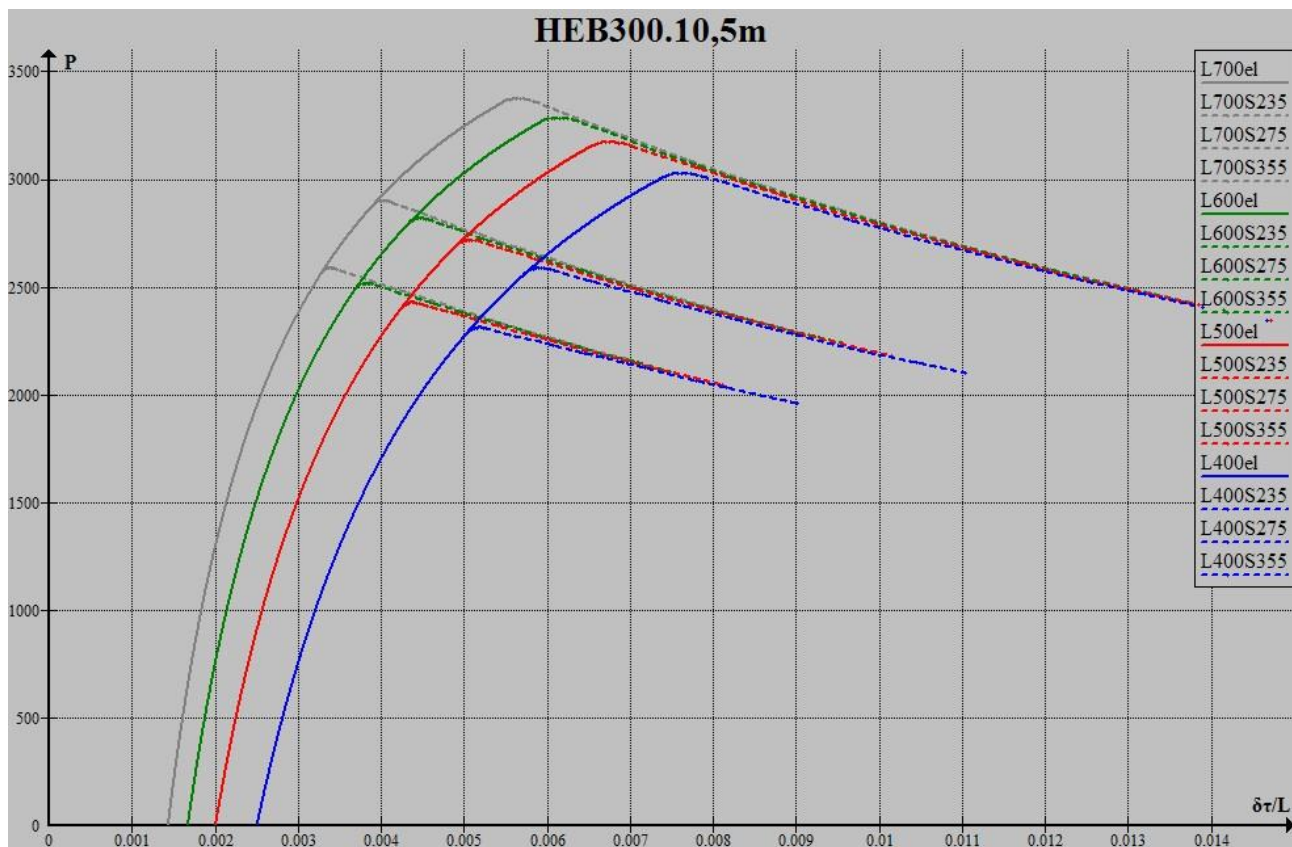
δ_0/L	S	x_{el}	P_{el}	x_{cr}	P_{cr}
L/700	235	0,002670348	2056,690118	0,002721095	2068,509162
	275	0,003045979	2348,474337	0,003107527	2361,330581
	355	0,004022593	2852,074238	0,004123155	2865,214684
L/600	235	0,003050441	2006,300743	0,003107655	2019,25123
	275	0,003453527	2288,342518	0,003522076	2302,36121
	355	0,004475657	2775,790934	0,004583997	2790,207227
L/500	235	0,003565422	1941,841667	0,003631112	1956,171449
	275	0,004001464	2212,188588	0,004079069	2227,615834
	355	0,005077285	2680,584336	0,005195497	2696,537723
L/400	235	0,004307577	1855,910834	0,004384935	1871,957557
	275	0,00478447	2111,761577	0,004891364	2129,013655
	355	0,005925864	2556,888152	0,006057215	2574,733495



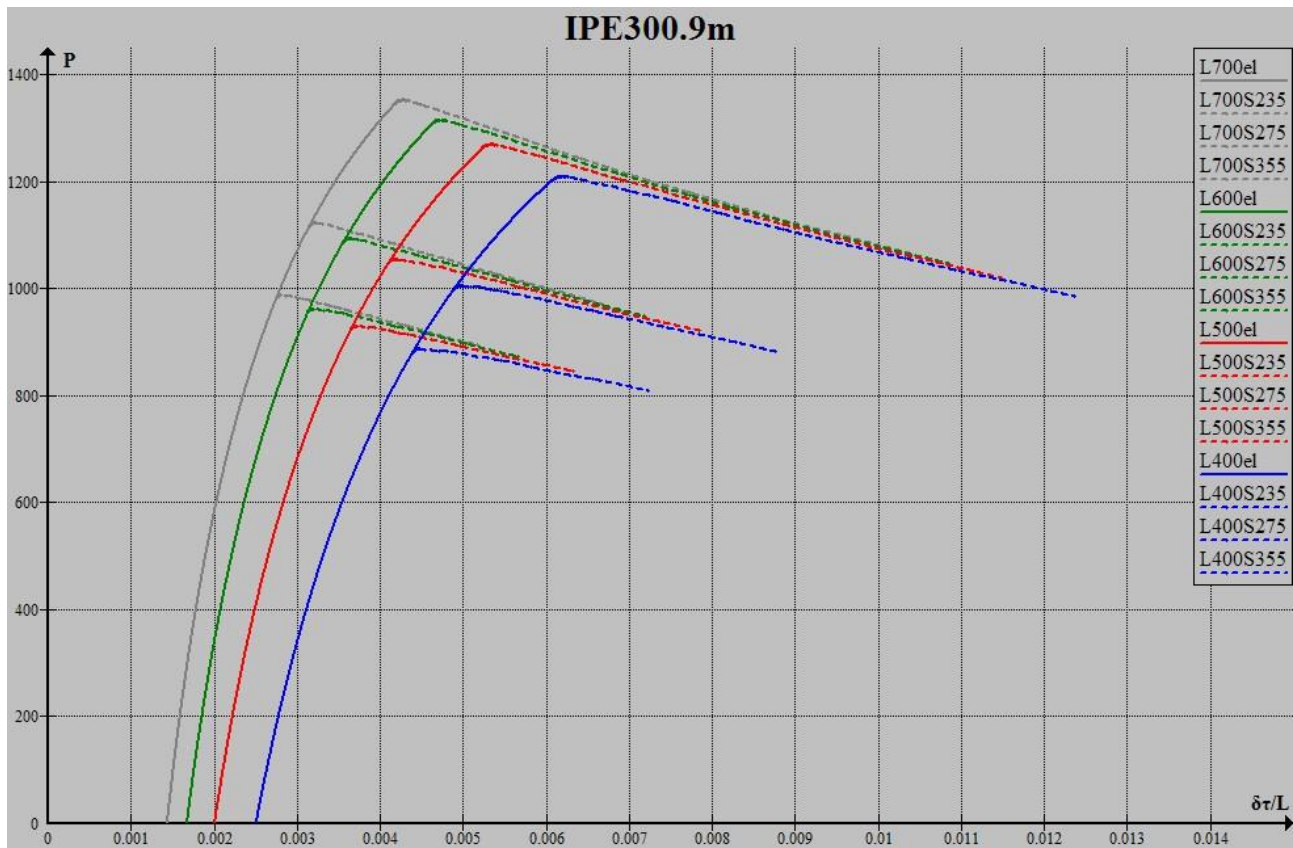
δ_0/L	S	x_{el}	P_{el}	x_{cr}	P_{cr}
L/700	235	0,003419356	1891,819263	0,003489643	1902,451665
	275	0,00408741	2113,700804	0,004194588	2124,061234
	355	0,005786251	2447,133974	0,005918559	2455,465525
L/600	235	0,00383589	1837,544435	0,003929628	1849,117996
	275	0,004525827	2052,770058	0,004640259	2064,147847
	355	0,006240122	2381,50271	0,006377109	2390,796059
L/500	235	0,004392137	1769,741898	0,004495587	1782,482273
	275	0,005107957	1977,094919	0,005231585	1989,682841
	355	0,006842628	2299,629737	0,007026113	2310,330495
L/400	235	0,005181715	1681,662573	0,005298097	1695,827973
	275	0,005929355	1879,337227	0,006065198	1893,390844
	355	0,007692177	2193,30959	0,007885586	2205,748473



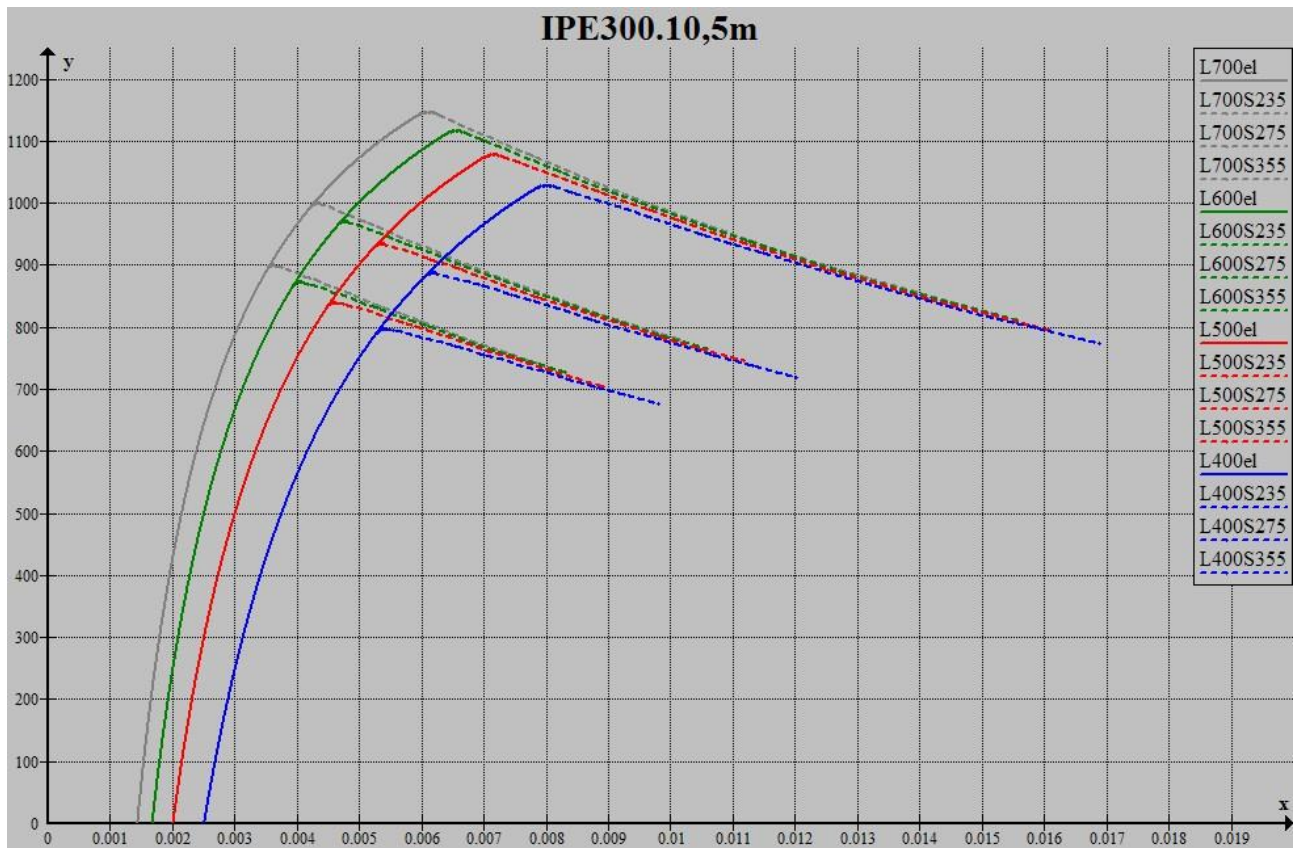
δ_0/L	S	x_{el}	P_{el}	x_{cr}	P_{cr}
L/700	235	0,002594427	2781,0927	0,002656944	2801,856561
	275	0,002940154	3181,807666	0,003015093	3204,542906
	355	0,003834476	3883,152442	0,003955241	3906,966712
L/600	235	0,002968428	2714,04376	0,003039118	2736,828193
	275	0,003340981	3101,52368	0,00342479	3126,340552
	355	0,004281834	3779,912276	0,004412711	3805,97816
L/500	235	0,003476081	2628,042564	0,003557527	2653,295777
	275	0,003880998	2999,556065	0,003976331	3026,899474
	355	0,004876845	3650,812999	0,005020576	3679,598576
L/400	235	0,004209169	2513,047996	0,004305485	2541,382566
	275	0,004654402	2864,671862	0,004786988	2895,341209
	355	0,005717482	3482,758935	0,005912494	3514,973375



δ_0/L	S	x_{el}	P_{el}	x_{cr}	P_{cr}
L/700	235	0,003286621	2570,550786	0,003391369	2589,570307
	275	0,003901247	2881,92193	0,004030684	2900,801356
	355	0,005472602	3359,998348	0,005631671	3375,597827
L/600	235	0,003697608	2497,439636	0,003812211	2518,1863
	275	0,004335483	2798,979401	0,004474452	2819,646619
	355	0,005927298	3268,403706	0,006141403	3285,749274
L/500	235	0,004247417	2405,898049	0,00437458	2428,72146
	275	0,00491271	2695,843242	0,00506376	2718,643481
	355	0,006530301	3154,367888	0,006754337	3174,25489
L/400	235	0,005029284	2286,703907	0,005173217	2312,06905
	275	0,005728134	2562,458889	0,00592961	2587,890221
	355	0,007379756	3006,592676	0,007617291	3029,52213



δ_0/L	S	x_{el}	P_{el}	x_{cr}	P_{cr}
L/700	235	0,002747991	982,7352669	0,00279497	987,848494
	275	0,00314933	1118,331948	0,003207843	1123,790574
	355	0,004184062	1347,937783	0,004264242	1353,300444
L/600	235	0,003130077	956,9299309	0,003182716	962,5109119
	275	0,003557458	1087,859559	0,003622092	1093,800036
	355	0,004632063	1310,319755	0,004735985	1316,187968
L/500	235	0,003646381	924,1390088	0,003706383	930,285588
	275	0,004104784	1049,509071	0,004177273	1056,029867
	355	0,005226452	1263,534871	0,005338665	1270,066532
L/400	235	0,004388416	880,7627734	0,004458462	887,605919
	275	0,004884993	999,2914945	0,004981505	1006,571651
	355	0,006064288	1202,989829	0,006187519	1210,330643



δ_0/L	S	x_{el}	P_{el}	x_{cr}	P_{cr}
L/700	235	0,003533678	895,8237693	0,003601614	900,2513233
	275	0,004231773	996,1102354	0,004316478	1000,323186
	355	0,005971064	1143,978646	0,006103807	1147,221326
L/600	235	0,003947424	868,8417848	0,004034604	873,6388192
	275	0,004663629	966,3461809	0,004771926	970,9500076
	355	0,006411716	1112,863434	0,00654831	1116,558052
L/500	235	0,004499163	835,2919265	0,004594494	840,5772066
	275	0,005237012	929,4716747	0,005352926	934,5992904
	355	0,006998108	1073,990456	0,00713977	1078,211488
L/400	235	0,005281405	791,9361381	0,005387545	797,8119168
	275	0,006046207	881,9754701	0,006172251	887,7312069
	355	0,007827129	1023,448841	0,00800863	1028,42374

4.2 : Προβλέψεις Ευρωκώδικα

Μέχρι τώρα στην εργασία μας έχουμε ασχοληθεί με το φαινόμενο του ανελαστικού λυγισμού σε μεταλλικά υποστυλώματα με αρχική ατέλεια (αρχικό βέλος κατά τον ισχυρό άξονα). Όπως έχουμε ήδη αναφέρει οι ατέλειες είναι πάντα παρούσες στα πραγματικά υποστυλώματα και επομένως ο ευρωπαϊκός κανονισμός αντιμετωπίζει την ύπαρξή τους.

4.2.1 Προσέγγιση του φαινομένου από τον EC3

Η αντιμετώπιση του ζητήματος των ατελειών των υποστυλωμάτων (στα πραγματικά υποστυλώματα, όπως έχουμε αναφέρει έχουμε διάφορα είδη ατελειών, εκτός του αρχικού βέλους), από τον κανονισμό γίνεται μέσω της θεώρησης ενός θλιβόμενου υποστυλώματος με αρχική γεωμετρική ατέλεια, σαν και αυτά που εξετάζουμε στην παρούσα εργασία. Ενσωματώνει έτσι το σύνολο των ατελειών που παρουσιάζει ένα πραγματικό υποστυλώμα σε μια ισοδύναμη γεωμετρική ατέλεια, δηλαδή ένα ισοδύναμο αρχικό βέλος.

Για να γίνει αυτό, χρησιμοποιείται η σχέση (3-18) που δίνει την μέγιστη τάση στο υποστυλώμα, αλλά και η (3-16) που δίνει τη σχέση τελικού βέλους δ_τ και θλιπτικού φορτίου P όταν υπάρχει ροπή δεύτερης τάξης λόγω αρχικού βέλους δ_0 .

Να υπενθυμίσουμε ότι η σχέση (3-16) έχει ισχύ μέχρι η μέγιστη τάση στο υποστυλώμα να φτάσει την τάση διαρροής. Η συνθήκη αυτή είναι και απαίτηση του κανονισμού, δηλαδή η αστοχία επέρχεται όταν διαρρεύσει η πρώτη ίνα στη δυσμενή διατομή του μέλους. Επομένως αρκεί η σχέση (3-16) για την περιγραφή της συμπεριφοράς του υποστυλώματος και δε χρειάζεται νέα σχέση για την ανελαστική περιοχή, όπως έγινε στην παρούσα μελέτη. Δηλαδή, η αντοχή σε λυγισμό βάσει κανονισμού, αντιστοιχεί στο φορτίο πρώτης διαρροής P_{el} και όχι στο κρίσιμο φορτίο ανελαστικού λυγισμού P_{cr} .

$$\delta_\tau = \frac{P_E}{P_E - P_0} * \delta_0 \quad (3-16)$$

$$\sigma_{\max} = \sigma_0 \left(1 + \delta_\tau \frac{hA}{2I} \right) \quad (3-18)$$

Η διαφορά της προσέγγισης του κανονισμού βρίσκεται στη συνέχεια της διαδικασίας, όπου υπολογίζεται ένας μειωτικός συντελεστής χ , ο οποίος ονομάζεται μειωτικός συντελεστής λυγισμού, και πολλαπλασιάζει την πλαστική αντοχή του μέλους σε θλίψη, δίνοντας με αυτόν τον τρόπο την αντοχή του μέλους σε λυγισμό $N_{b,Rd}$. Ο μειωτικός συντελεστής υπολογίζεται από τη σχέση :

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \quad \text{με } \chi \leq 1 \quad (4-1)$$

Όπου :

$$\Phi = 0,5 [1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2]$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \frac{L_{cr}}{i} \frac{1}{\lambda_1} = \frac{\lambda}{\lambda_1} \quad \text{για κατηγορία διατομής 1, 2 και 3}$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A_{eff} f_y}{N_{cr}}} = \frac{L_{cr}}{i} \frac{\sqrt{\frac{A_{eff}}{A}}}{\lambda_1} \quad \text{για κατηγορία διατομής 4}$$

Με

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_{cr}^2} \quad \text{το φορτίο Euler}$$

L_{cr} το ισοδύναμο μήκος λυγισμού

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} \text{ η ακτίνα αδράνειας περί τον αντίστοιχο άξονα}$$

$$\lambda = \frac{L_{cr}}{i} \text{ η λυγηρότητα}$$

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93.9 \varepsilon \text{ η οριακή λυγηρότητα}$$

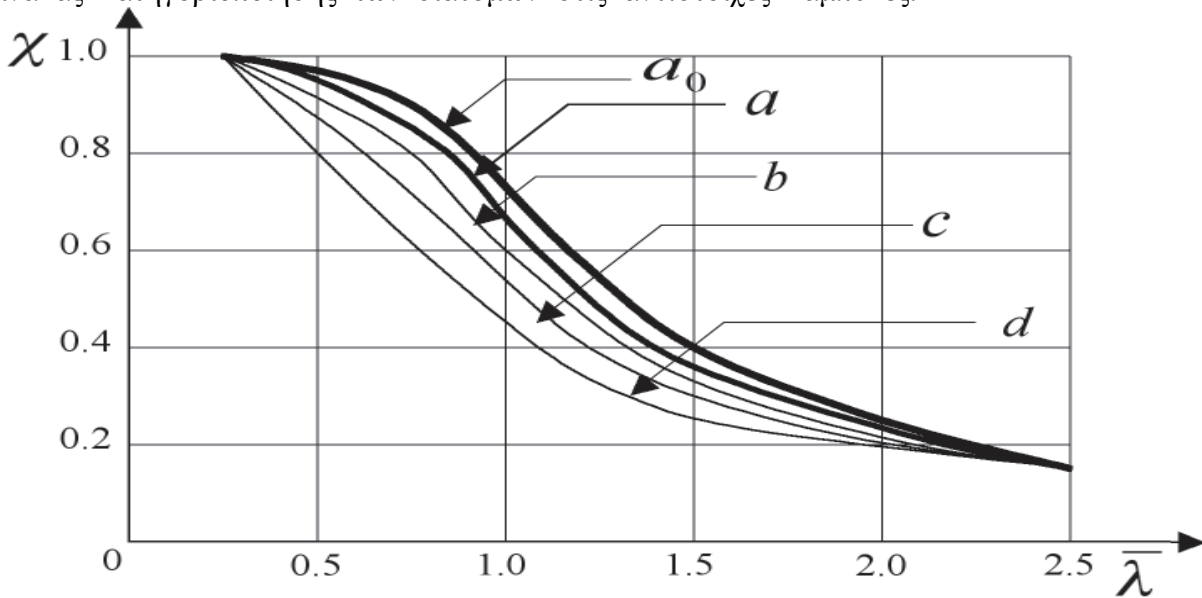
$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \text{ } f_y \text{ σε N/mm}^2$$

και ο συντελεστής α που υπολογίστηκε πειραματικά και έχει τις εξής τιμές :

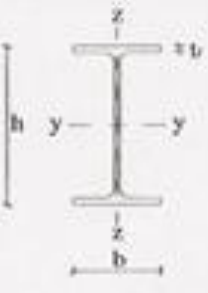


Καμπύλη λυγισμού	a_0	a	b	c	d
Συντελεστής ατελειών α	0.13	0.21	0.34	0.49	0.76

Από το 1960 και μετά, πραγματοποιήθηκε από την ECCS (European Convention of Constructional Steelworks) ένα διεθνές πειραματικό πρόγραμμα με σκοπό τη μελέτη της συμπεριφοράς των πρότυπων υποστυλωμάτων. Εκτελέστηκαν περισσότερες από 1000 δοκιμές λυγισμού σε διάφορους τύπους μελών, με διαφορετικές τιμές λυγηρότητας (μεταξύ 55 και 160). Ο συσχετισμός μεταξύ της πειραματικής αντοχής και της θεωρητικής ανάλυσης, έδειξε ότι είναι δυνατόν να σχεδιαστούν καμπύλες λυγισμού που περιέγραφαν την αντοχή σε θλίψη του υποστυλώματος ως συνάρτηση της ανηγμένης του λυγηρότητας. Οι ατέλειες που λήφθηκαν υπόψη ήταν : μια γεωμετρική ατέλεια μισού ημιτονοειδούς κύματος με μέγεθος $L/1000$ και η επίδραση των παραμενουσών τάσεων ανάλογα με το κάθε είδος διατομής.

Πρόέκυψαν έτσι οι πέντε ευρωπαϊκές καμπύλες λυγισμού, που δίνουν την τιμή του μειωτικού συντελεστή χ της αντοχής του υποστυλώματος ως συνάρτηση της ανηγμένης λυγηρότητας για διαφορετικούς τύπους διατομών. Ακολουθεί ο πίνακας με τις ευρωπαϊκές καμπύλες λυγισμού και ο πίνακας κατηγοριοποίησης των διατομών στις αντίστοιχες καμπύλες.



Σχήμα 4.1 Καμπύλες λυγισμού Ευρωπαϊκού κανονισμού

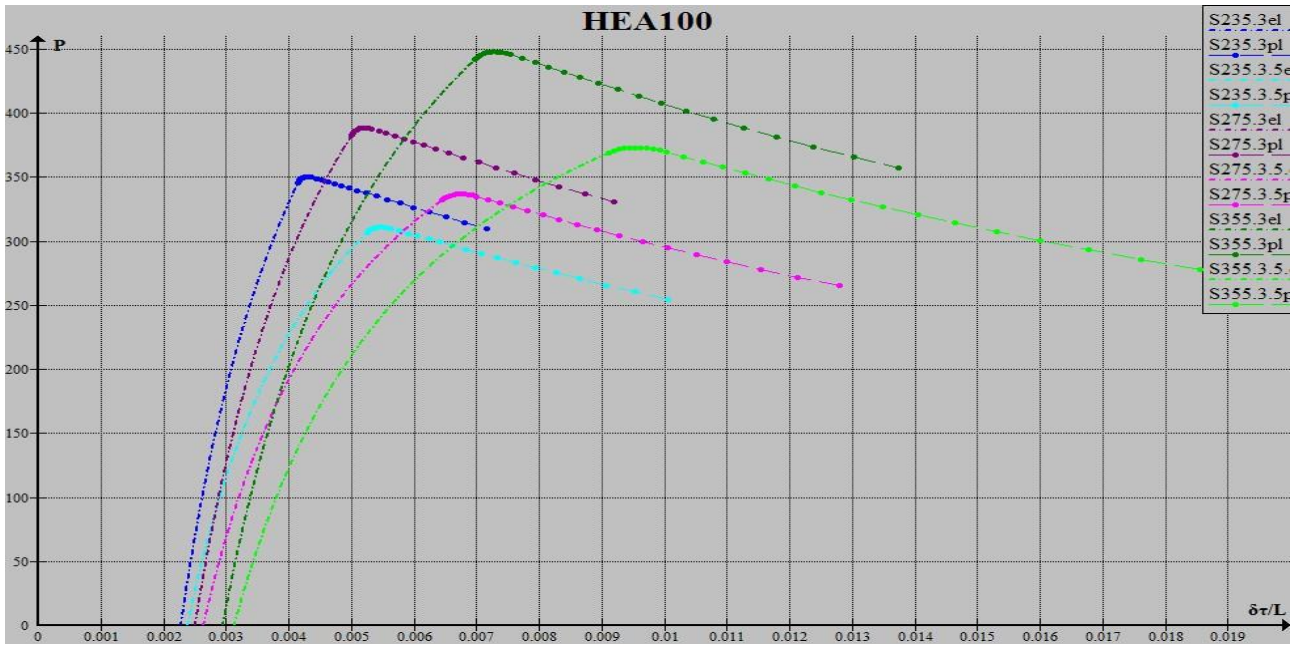
Διατομή	Όρια	Λυγισμός περί άξονα	Καμπύλη λυγισμού	
			S235 S275 S355 S420	S460
Πρότυπες I – διατομές 	$h/b > 1,2$ $t_f \leq 40mm$	y – y z – z	a	a ₀
	$40mm < t_f \leq 100mm$	y – y z – z	b	a
	$h/b \leq 1,2$ $t_f \leq 100mm$	y – y z – z	b	a
	$t_f > 100mm$	y – y z – z	d	c
Συγκολλητές διατομές I 	$t_f \leq 40mm$	y – y z – z	b	b
	$t_f > 40mm$	y – y z – z	c	c
Κοίλες διατομές 	Εν θερμώ έλαση	οποιοσδήποτε	a	a ₀
	Εν ψυχρώ έλαση	οποιοσδήποτε	c	c

Σχήμα 4.2 Κατηγοριοποίηση διατομών στις καμπύλες λυγισμού

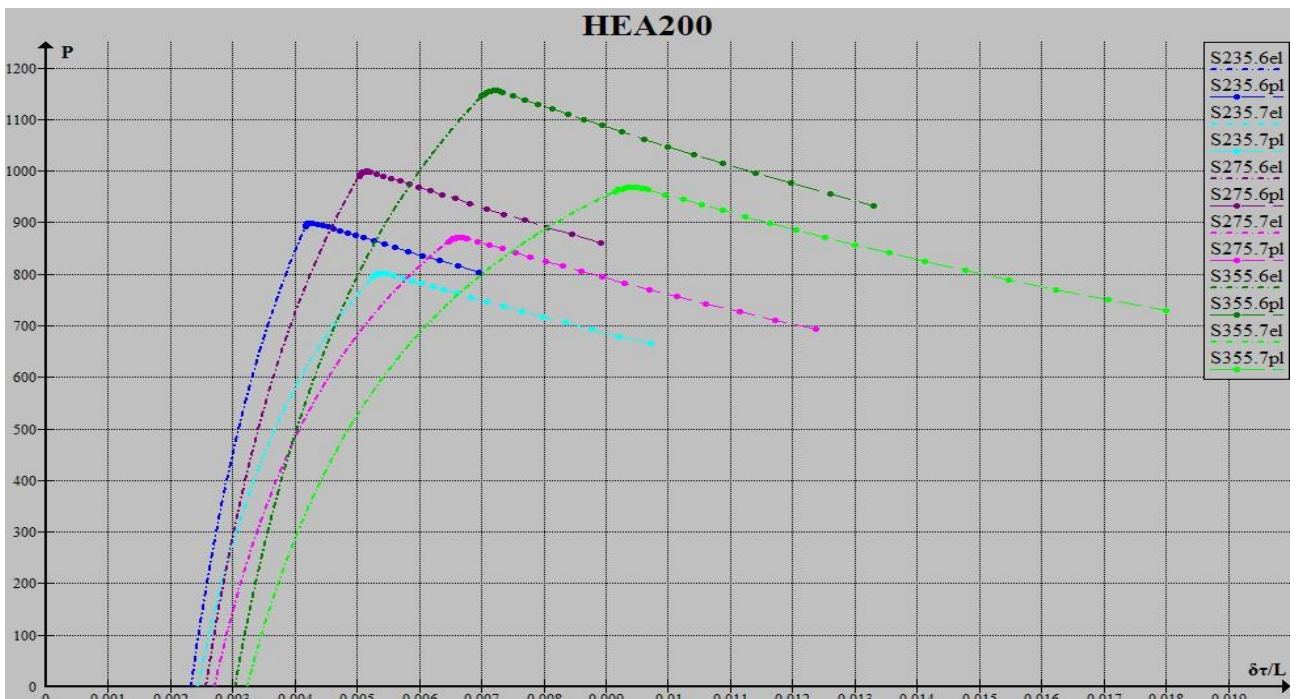
Στη συνέχεια της παρούσας εργασίας, προσδιορίσαμε τα αρχικά βέλη για τα οποία η τιμή του κρίσιμου φορτίου που προκύπτει για κάθε υποστύλωμα από τον κανονισμό, συμπίπτει με το φορτίο P_{el} , δηλαδή το φορτίο πρώτης διαρροής του υποστυλώματος βάσει της θεωρητικής προσέγγισης μας.

Οι διατομές που έχουμε επιλέξει είναι κατηγορίας a και b. Αφού παρουσιάσουμε σε διαγράμματα τη συμπεριφορά που προβλέπει ο κανονισμός για κάθε υποστύλωμα, λαμβάνοντας υπόψη την αντίστοιχη ισοδύναμη αρχική ατέλεια, θα παρουσιάσουμε ένα συνοπτικό πίνακα με τα ισοδύναμα αρχικά βέλη και θα δώσουμε έναν μέσο όρο των αποτελεσμάτων μας.

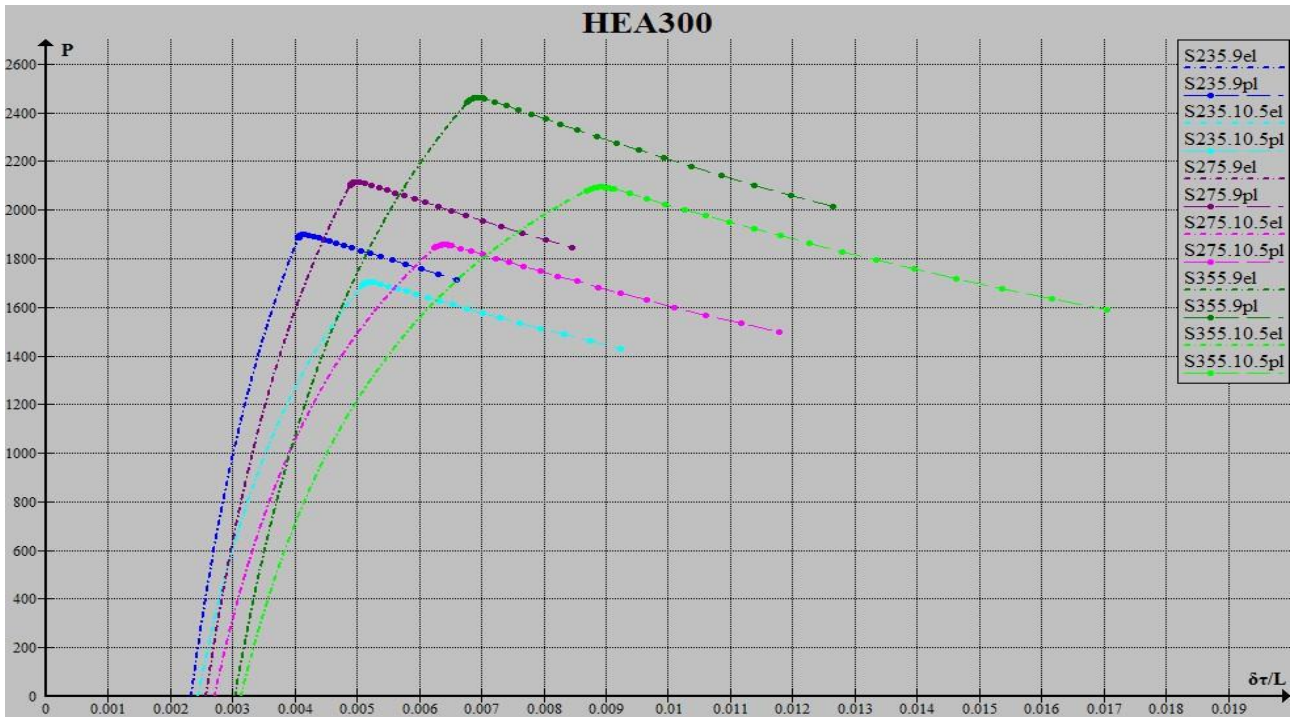
Επίσης, θα παρουσιάσουμε έναν πίνακα με τη διαφορά του κρίσιμου φορτίου της εργασίας μας με το κρίσιμο φορτίο του κανονισμού ως ποσοστό του δεύτερου και, τέλος, θα συγκρίνουμε τη συμπεριφορά που προβλέπει η θεωρητική προσέγγιση μας για αρχικές ατέλειες που συμπίπτουν με τον κανονισμό, με τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη μελέτη με τη χρήση του Abaqus με τη θεωρία των πεπερασμένων στοιχείων.



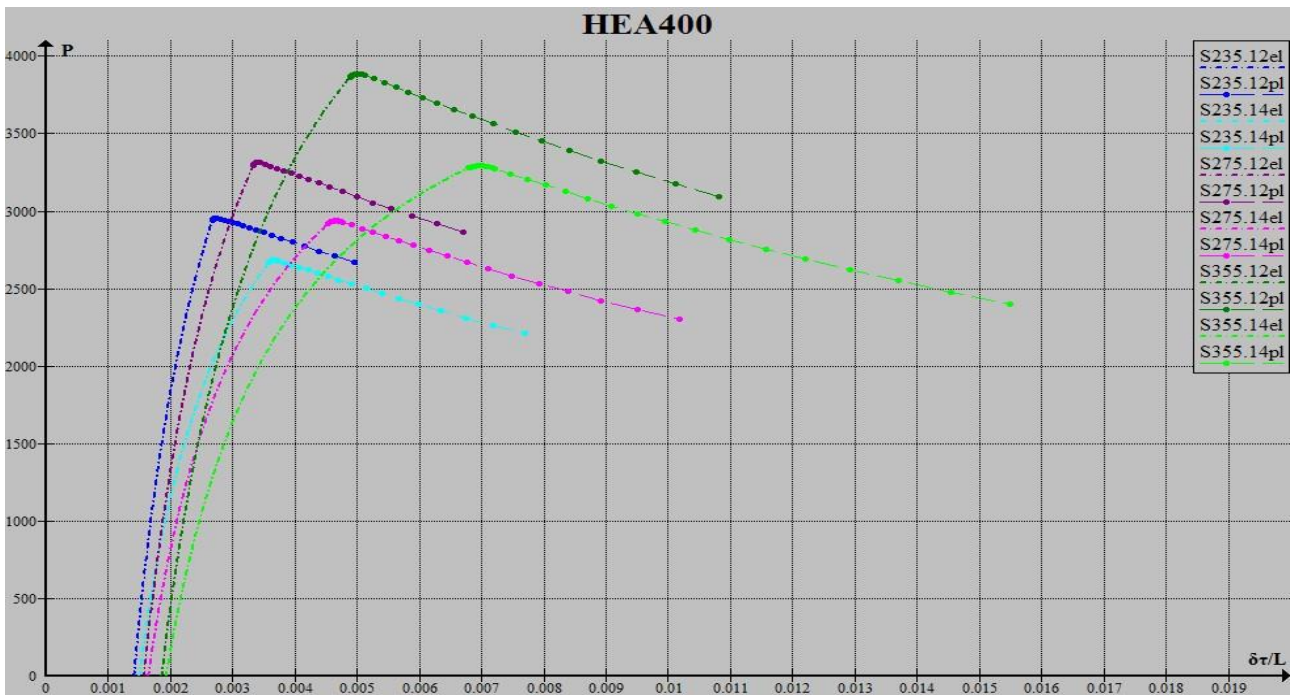
L	λ	S	δ_0/L	x_{el}	P_{el}	x_{cr}	P_{cr}	P_{EN}
3	73,63801899	235	0,002272727	0,004148164	345,6140161	0,004302654	350,4465106	345,0461677
		275	0,0025	0,005013815	383,2744067	0,00520482	388,6053865	381,807891
		355	0,002941176	0,006978242	442,2467119	0,007273069	447,9757483	440,2655045
3,5	85,91102215	235	0,002380952	0,005249758	306,9114748	0,005488526	311,0629221	306,2434909
		275	0,002631579	0,006454758	332,656423	0,006741906	336,8950822	331,9553821
		355	0,003125	0,009120056	369,1875174	0,009529596	373,2127055	369,7180045



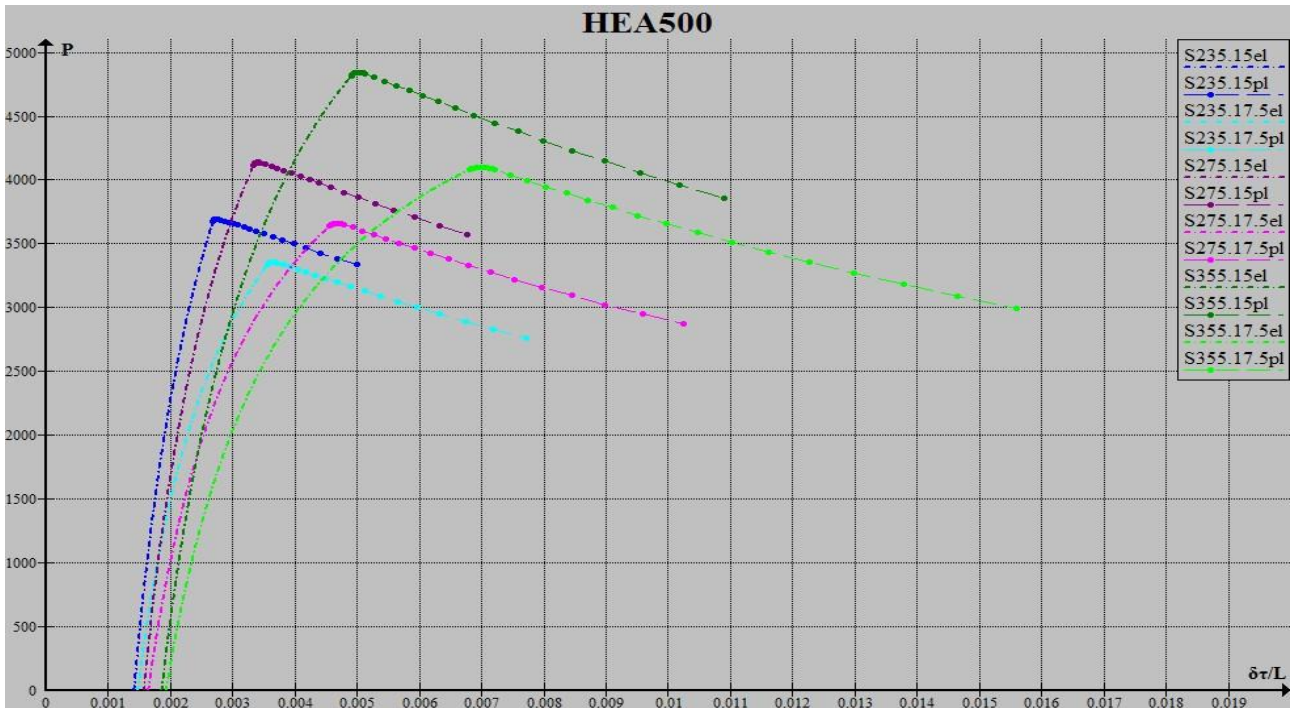
L	λ	S	δ_0/L	x_{el}	P_{el}	x_{cr}	P_{cr}	P_{EN}
6	72,36512825	235	0,002325581	0,004163173	891,8271154	0,004251691	899,9125489	890,6035028
		275	0,002564103	0,005030668	990,6564914	0,005161498	999,6394808	987,5667018
		355	0,003030303	0,007004865	1146,424946	0,007211614	1156,326163	1143,175846
7	84,42598296	235	0,002439024	0,005254466	795,3906657	0,005392598	802,5213088	793,8937999
		275	0,002702703	0,006463995	863,7709645	0,006631954	871,0996004	862,6565181
		355	0,003225806	0,009152409	961,2424218	0,009449643	968,3721017	964,4909763



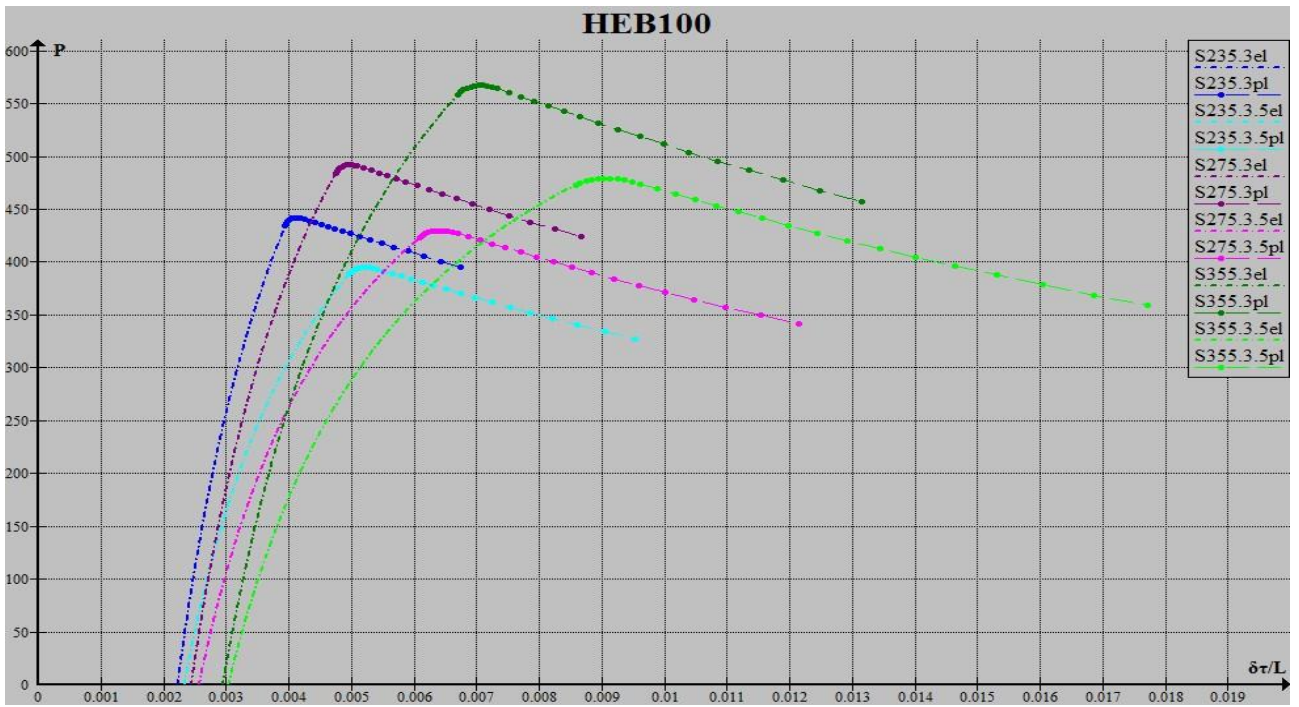
L	λ	S	δ_0/L	x_{el}	P_{el}	x_{cr}	P_{cr}	P_{EN}
9	70,56968927	235	0,002325581	0,00405233	1884,593441	0,004125747	1900,082802	1882,563022
		275	0,002564103	0,004882051	2099,881343	0,004990627	2117,348152	2093,638198
		355	0,003030303	0,006773744	2444,193141	0,006946297	2463,889101	2436,809016
10,5	82,33130414	235	0,002439024	0,005087824	1691,674346	0,005202716	1705,683356	1688,373924
		275	0,002702703	0,006248533	1843,90954	0,006416743	1858,535513	1841,042619
		355	0,003125	0,00868781	2080,576215	0,008937685	2094,851898	2069,972456



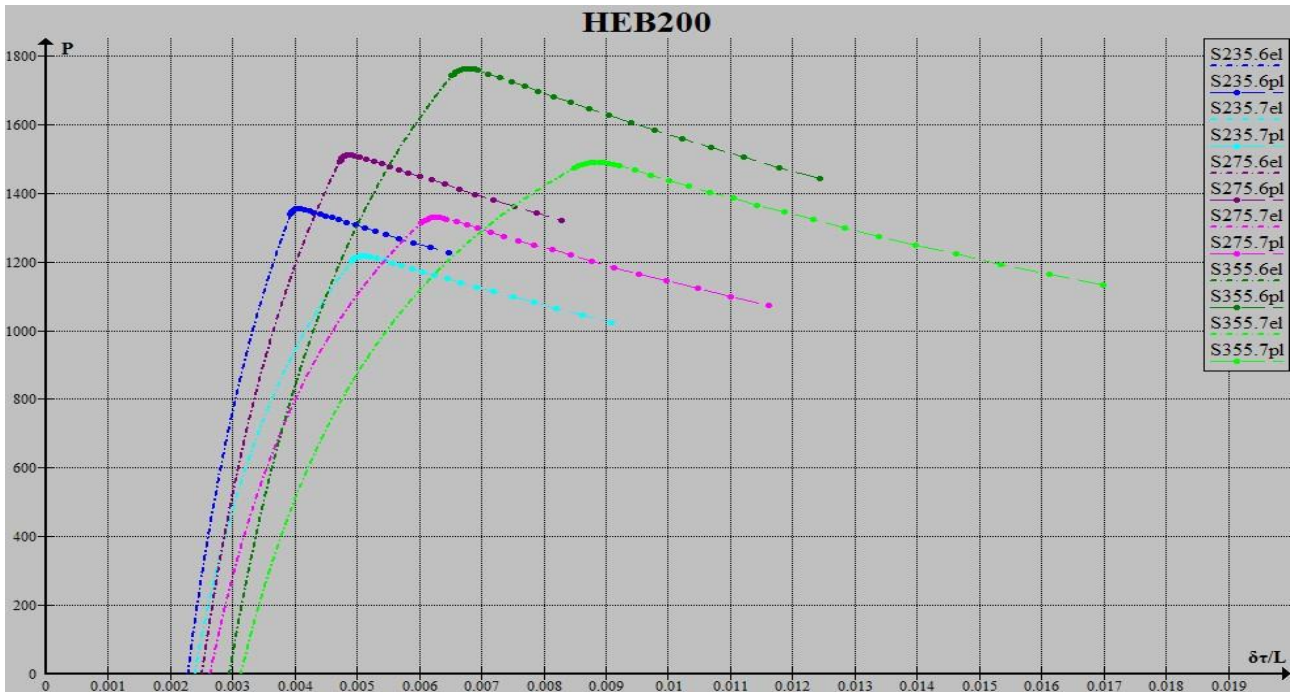
L	λ	S	δ_0/L	x_{el}	P_{el}	x_{cr}	P_{cr}	P_{EN}
12	71,2994536	235	0,001408451	0,002668898	2940,594847	0,002721456	2958,34492	2936,147631
		275	0,0015625	0,003319796	3295,915118	0,003388615	3316,212263	3289,487089
		355	0,001851852	0,00488033	3863,828055	0,004999727	3886,473472	3858,538169
14	83,1826959	235	0,001492537	0,003581252	2668,045204	0,003673733	2684,293087	2667,200781
		275	0,001639344	0,00453779	2921,929756	0,004656669	2938,580612	2917,0965
		355	0,001923077	0,006785068	3277,999805	0,006973722	3293,185606	3272,986233



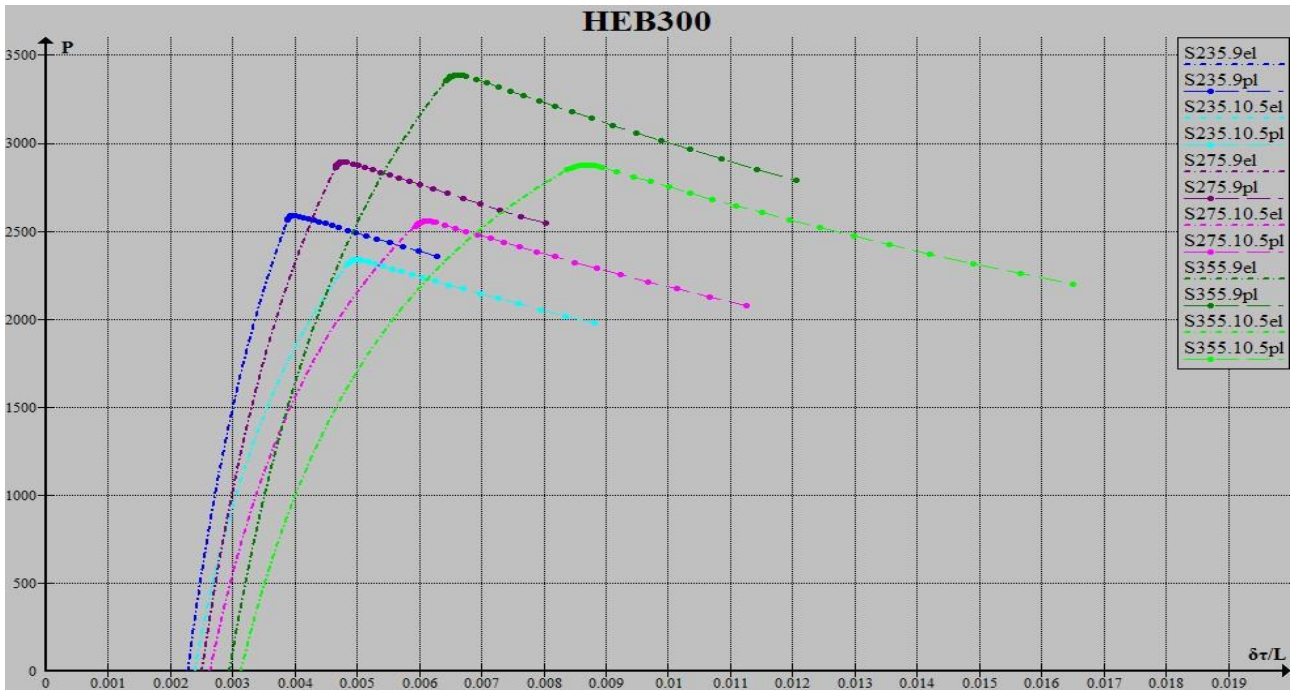
L	λ	S	δ_0/L	x_{el}	P_{el}	x_{cr}	P_{cr}	P_{EN}
15	71,5559695	235	0,001408451	0,002679113	3672,281416	0,002730128	3694,24762	3670,965679
		275	0,0015625	0,003333432	4113,458954	0,003400328	4138,471593	4110,811039
		355	0,001851852	0,004900079	4816,605629	0,005016114	4844,390511	4817,294677
17,5	83,4819644	235	0,001470588	0,00355728	3336,902825	0,003646423	3356,766636	3331,333169
		275	0,001639344	0,004555665	3641,554079	0,004671134	3661,990711	3641,123369
		355	0,001923077	0,006804785	4080,944426	0,006987578	4099,532533	4081,079658



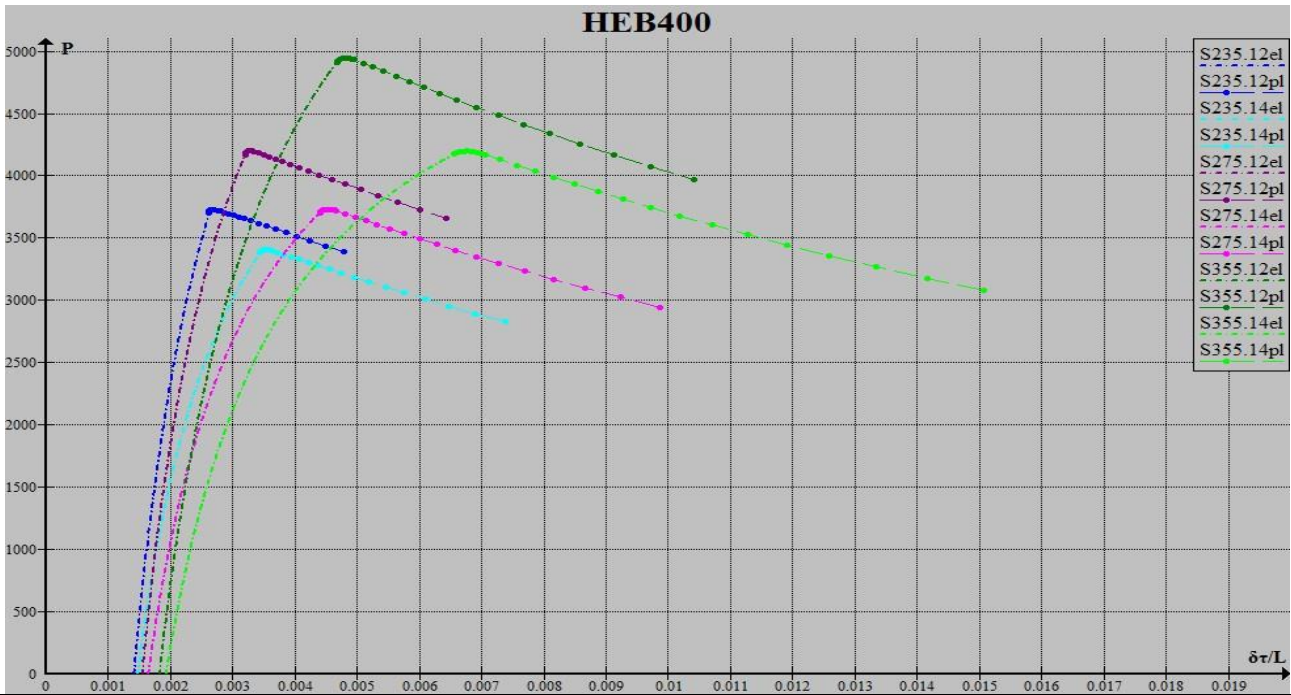
L	λ	S	δ_0/L	x_{el}	P_{el}	x_{cr}	P_{cr}	P_{EN}
3	71,85735407	235	0,002222222	0,00394716	435,0277533	0,00411783	442,1988724	434,5525944
		275	0,002439024	0,004748477	484,1534204	0,004958316	492,1278985	482,2653991
		355	0,002941176	0,006699412	558,4388228	0,007027398	567,2665234	559,1178965
3,5	83,83357975	235	0,002325581	0,004966335	388,8898272	0,005229925	395,1779397	388,0345683
		275	0,002564103	0,006087247	423,2960365	0,006404099	429,7729154	422,0593473
		355	0,003030303	0,00857832	473,0099066	0,009033382	479,2317082	472,622135



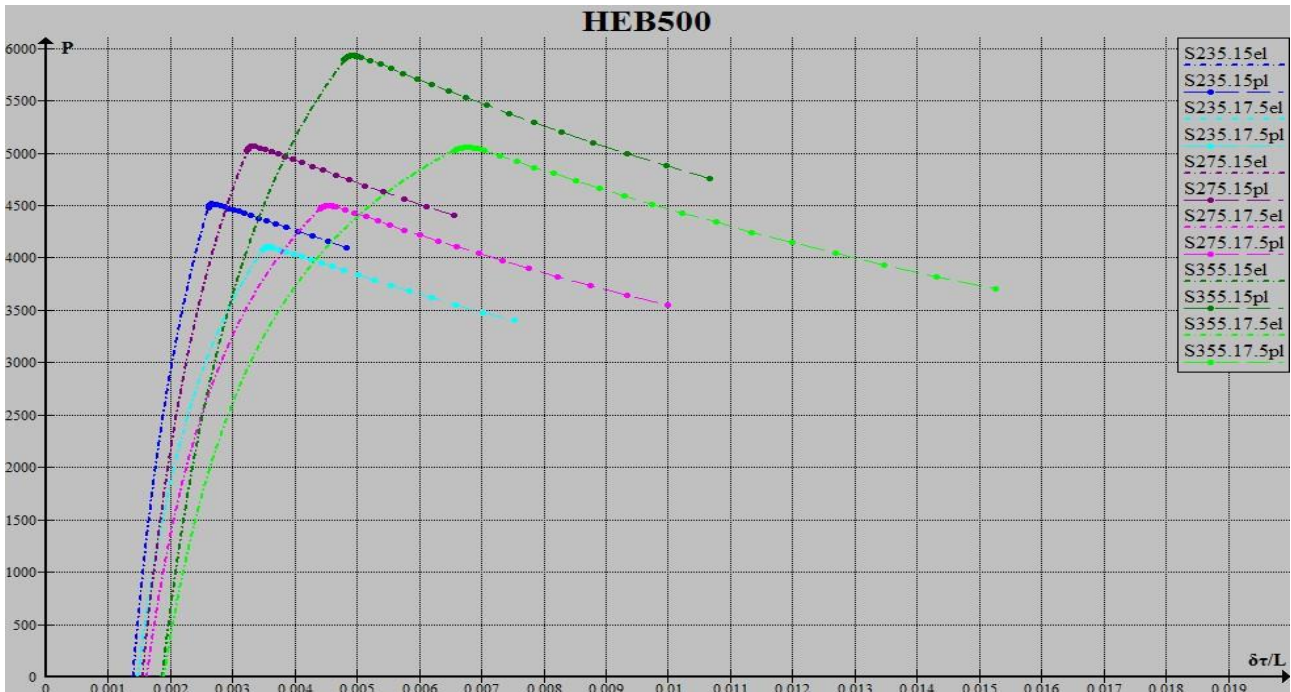
L	λ	S	δ_0/L	x_{el}	P_{el}	x_{cr}	P_{cr}	P_{EN}
6	70,1190516	235	0,002272727	0,003929854	1338,509014	0,004043744	1355,35498	1338,967502
		275	0,0025	0,004720522	1493,16235	0,00488868	1512,099558	1490,173139
		355	0,002941176	0,006519798	1742,302541	0,006785209	1763,613674	1736,810088
7	81,8055602	235	0,002380952	0,004919859	1203,489781	0,005096948	1218,722841	1202,670156
		275	0,002631579	0,006026722	1313,788014	0,006241702	1329,639448	1312,580967
		355	0,003125	0,008500173	1474,73179	0,008886271	1490,437166	1477,931341



L	λ	S	δ_0/L	x_{el}	P_{el}	x_{cr}	P_{cr}	P_{EN}
9	69,1588871	235	0,002272727	0,003879722	2563,456157	0,00396945	2590,471309	2559,801588
		275	0,0025	0,004654402	2864,671862	0,004786988	2895,341209	2853,231424
		355	0,002941176	0,006420256	3353,699238	0,006630743	3388,706618	3335,187901
10,5	80,6853683	235	0,002380952	0,004847074	2313,413724	0,004987205	2338,226426	2306,611616
		275	0,002631579	0,005934737	2530,733332	0,006140653	2556,850034	2522,178175
		355	0,003125	0,008374537	2850,222075	0,008684407	2876,464111	2848,783521

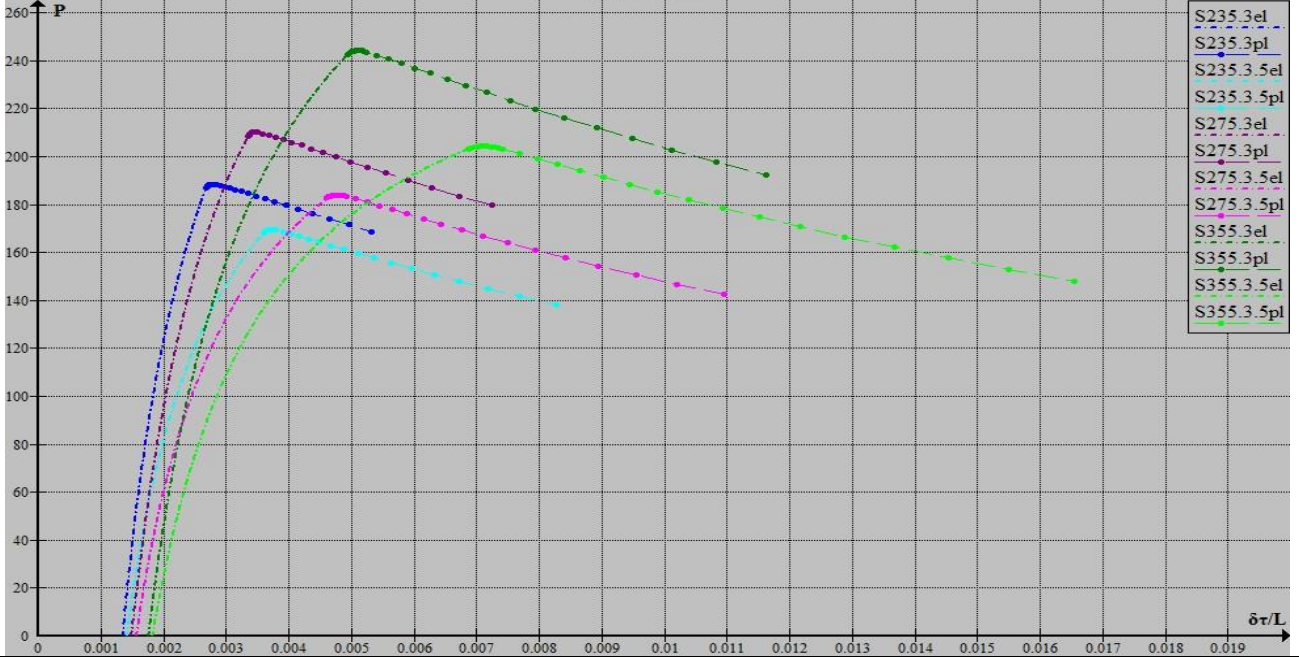


L	λ	S	δ_0/L	x_{el}	P_{el}	x_{cr}	P_{cr}	P_{EN}
12	70,25783868	235	0,001408451	0,002611605	3704,737842	0,002673417	3732,103396	3708,27532
		275	0,001538462	0,00319578	4170,352181	0,003275322	4201,550505	4162,29351
		355	0,001818182	0,004671125	4911,512033	0,00480883	4946,798265	4901,357861
14	81,96747846	235	0,001470588	0,003441157	3383,273593	0,003548226	3408,502107	3382,302013
		275	0,001639344	0,004394786	3704,277394	0,004533231	3730,597758	3708,811192
		355	0,001923077	0,006552013	4174,038536	0,006772576	4198,456411	4179,248747



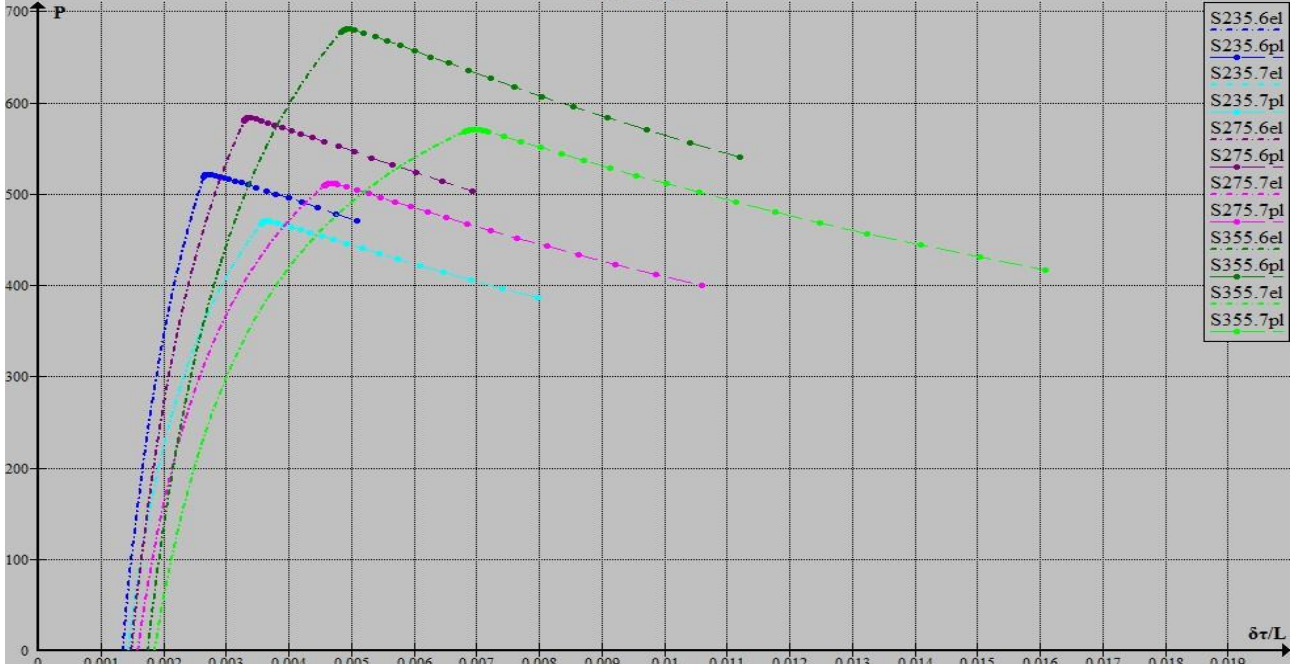
L	λ	S	δ_0/L	x_{el}	P_{el}	x_{cr}	P_{cr}	P_{EN}
15	70,81762888	235	0,001388889	0,002605506	4484,321942	0,002663835	4515,939886	4482,441236
		275	0,001538462	0,003231457	5031,441221	0,0033076	5067,571548	5026,233655
		355	0,001851852	0,004790115	5890,874303	0,004923185	5931,766502	5906,376848
17,5	82,62056703	235	0,001470588	0,003482759	4076,456798	0,003585219	4105,597298	4079,554367
		275	0,001612903	0,004402725	4470,914267	0,004534308	4500,807383	4467,139246
		355	0,001886792	0,006567765	5028,748702	0,006777079	5056,12892	5022,067386

IPE100

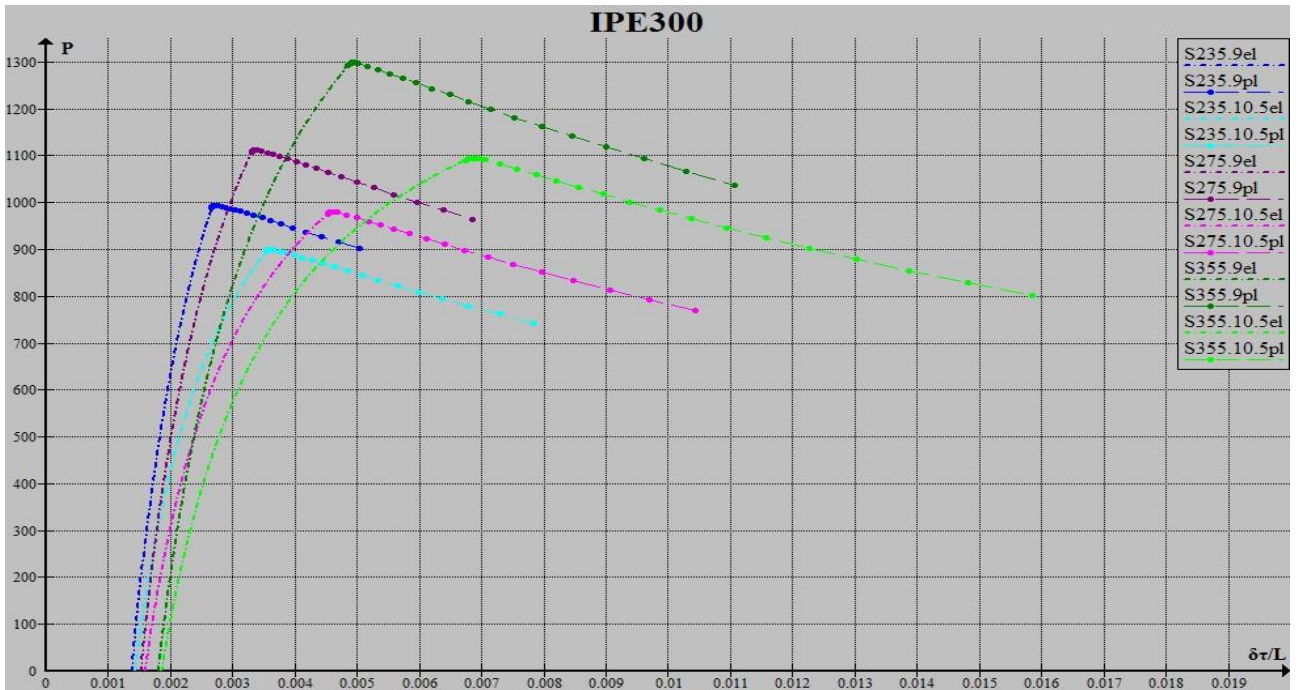


L	λ	S	δ_0/L	x_{el}	P_{el}	x_{cr}	P_{cr}	P_{EN}
3	73,8707701	235	0,001351351	0,002687601	187,0018023	0,00275649	188,4737771	186,9175552
		275	0,001492537	0,003352835	208,6859937	0,003461796	210,3242733	208,4035819
		355	0,001754386	0,004940461	242,5557282	0,005096912	244,2819572	242,0828275
3,5	86,1825651	235	0,001408451	0,00360394	168,3384163	0,003725044	169,6073021	168,0432812
		275	0,0015625	0,004615954	182,7929223	0,004771562	184,0550336	182,6170059
		355	0,001818182	0,006875566	203,257663	0,007116392	204,3504291	202,8253502

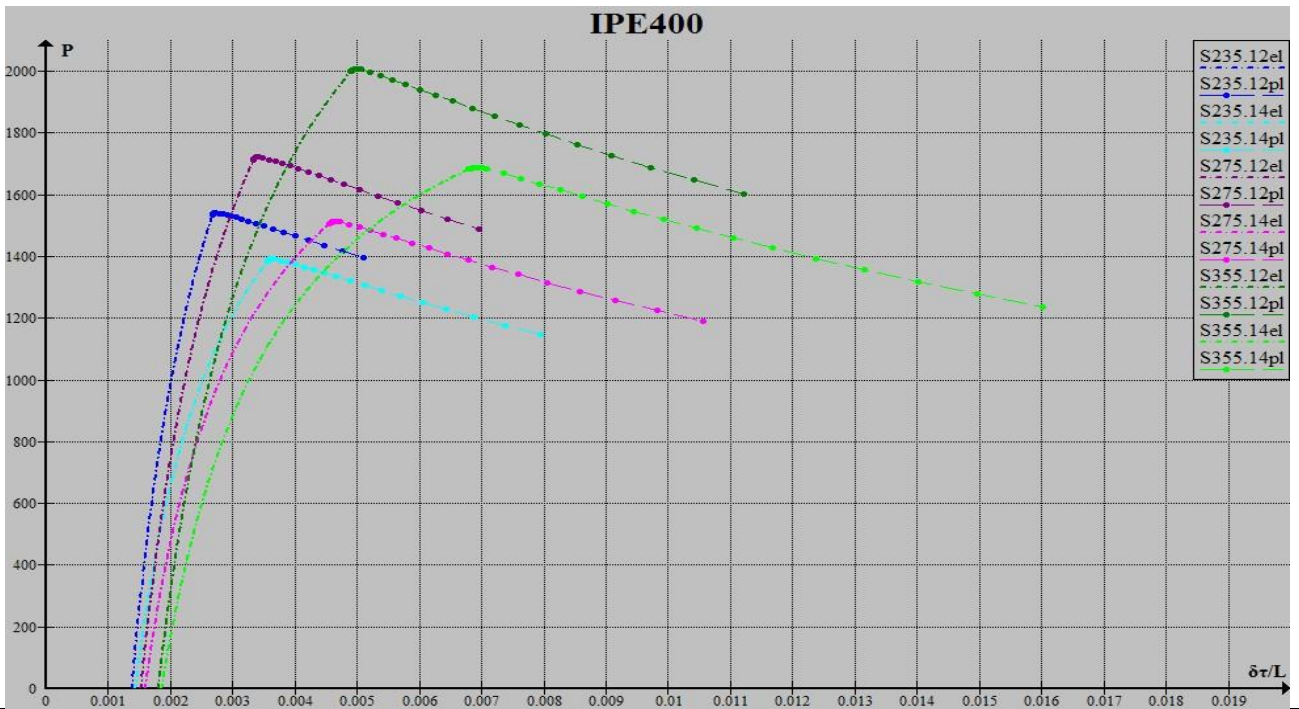
IPE200



L	λ	S	δ_0/L	x_{el}	P_{el}	x_{cr}	P_{cr}	P_{EN}
6	72,90392741	235	0,001351351	0,00264125	518,9170052	0,002697125	521,9877936	517,9671529
		275	0,001492537	0,003288408	580,2847172	0,003362981	583,7434486	578,5756725
		355	0,001754386	0,004836937	677,1605865	0,004967942	680,8620472	674,5585228
7	85,05458198	235	0,001428571	0,003565808	467,899826	0,003649745	470,6262306	467,5106523
		275	0,001587302	0,004564097	509,1577824	0,004672742	511,899737	509,2739333
		355	0,001851852	0,006800355	568,0682261	0,006970795	570,5005617	567,7473164

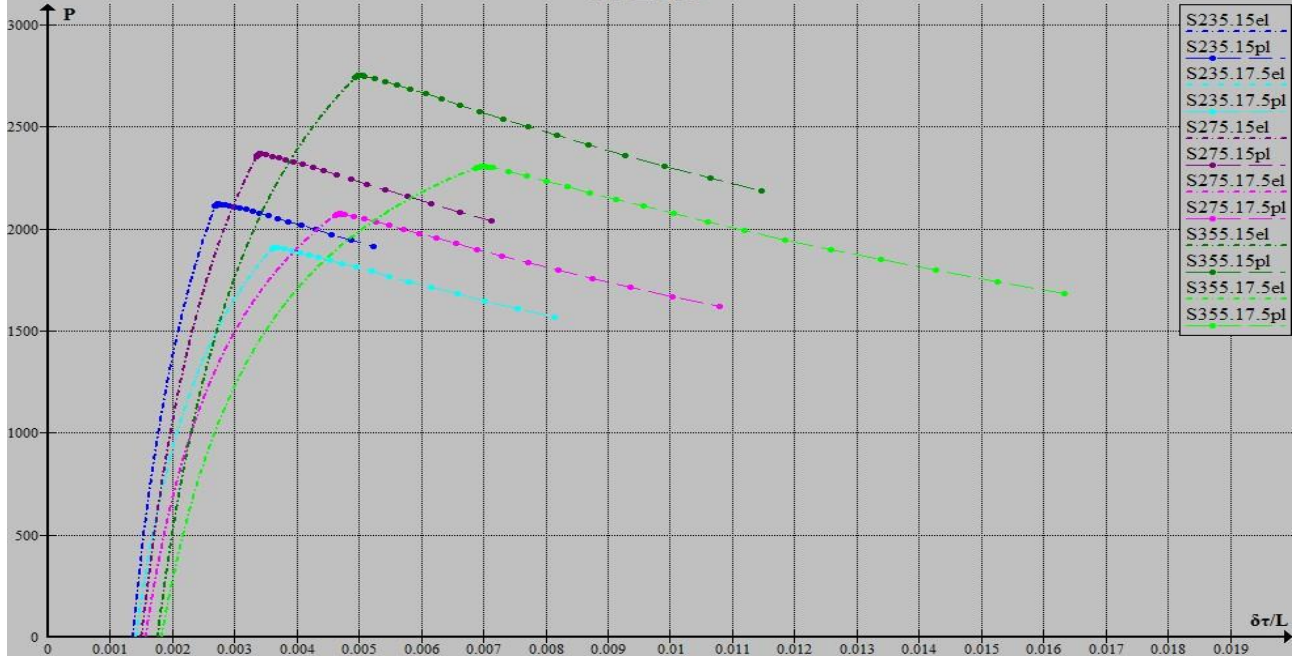


L	λ	S	δ_0/L	x_{el}	P_{el}	x_{cr}	P_{cr}	P_{EN}
9	72,48155641	235	0,001369863	0,0026518	989,452546	0,002697325	994,4408283	989,2072291
		275	0,001515152	0,00329962	1106,914169	0,003360415	1112,555395	1105,835213
		355	0,001785714	0,004848281	1292,905454	0,004955268	1299,024249	1291,358009
10,5	84,56181581	235	0,001428571	0,003533678	895,8237693	0,003601614	900,2513233	894,3729723
		275	0,001587302	0,004522015	975,908502	0,00461028	980,3800857	975,2918747
		355	0,001851852	0,006741376	1090,670263	0,006880829	1094,670471	1089,083698



L	λ	S	δ_0/L	x_{el}	P_{el}	x_{cr}	P_{cr}	P_{EN}
12	72,87358583	235	0,001369863	0,002670397	1533,485873	0,002714153	1540,966317	1533,972806
		275	0,001515152	0,003325508	1714,115037	0,003384039	1722,539892	1713,564758
		355	0,001785714	0,004890102	1998,904026	0,004993075	2007,989051	1998,067244
14	85,01918346	235	0,001428571	0,003563495	1385,946662	0,003628948	1392,529052	1384,715142
		275	0,001587302	0,004561074	1508,276289	0,004663367	1514,900119	1508,527068
		355	0,001851852	0,00679613	1682,989905	0,006929956	1688,879354	1681,931896

IPE500



L	λ	S	δ_0/L	x_{el}	P_{el}	x_{cr}	P_{cr}	P_{EN}
15	73,761902	235	0,001351351	0,002682336	2112,067288	0,002725152	2122,147737	2110,781601
		275	0,001492537	0,003345531	2357,527863	0,003403	2368,775706	2353,908884
		355	0,001754386	0,004928788	2741,383184	0,005029915	2753,312832	2735,451323
17,5	86,055553	235	0,001408451	0,003595575	1902,214362	0,003660017	1910,921155	1898,493514
		275	0,0015625	0,004605088	2066,1392	0,004705532	2074,823755	2063,697008
		355	0,001818182	0,006860556	2298,423854	0,006991343	2306,000707	2293,017416

4.2.2 : Ισοδύναμα αρχικά βέλη

Διατομή	(m)	Λυγηρότητα	Χάλυβας	1/Αρχικό βέλος	
HEA	100	3	73,63801899	S235	440
			S275	400	
			S355	340	
		3,5	85,91102215	S235	420
			S275	380	
			S355	320	
	200	6	72,36512825	S235	430
			S275	390	
			S355	330	
		7	84,42598296	S235	410
			S275	370	
			S355	320	
	300	9	70,56968927	S235	430
			S275	390	
			S355	330	
		11	82,33130414	S235	410
			S275	370	
			S355	320	
400*	12	71,29945363	S235	710	
		S275	640		
		S355	540		
	14	83,1826959	S235	670	
		S275	610		
		S355	520		
500*	15	71,55596949	S235	710	
		S275	640		
		S355	540		
	18	83,4819644	S235	680	
		S275	610		
		S355	520		

HEA100 / HEA200 / HEA300 καμπύλη b

HEA400 / HEA500 καμπύλη a

Διατομή	(m)	Λυγηρότητα	Χάλυβας	1/Αρχικό βέλος	
HEB	100	3	71,8573541	S235	450
			S275	410	
			S355	340	
		3,5	83,8335797	S235	430
			S275	390	
			S355	330	
	200	6	70,1190516	S235	440
			S275	400	
			S355	340	
		7	81,8055602	S235	420
			S275	380	
			S355	320	
	300	9	69,1588871	S235	440
			S275	400	
			S355	340	
		11	80,6853683	S235	420
			S275	380	
			S355	320	
400*	12	70,2578387	S235	710	
		S275	650		
		S355	550		
	14	81,9674785	S235	680	
		S275	610		
		S355	520		
500*	15	70,8176289	S235	720	
		S275	650		
		S355	540		
	18	82,620567	S235	680	
		S275	620		
		S355	530		

HEB100 / HEB200 / HEB300 καμπύλη b

HEB400 / HEB500 καμπύλη a

Διατομή	(m)	Λυγηρότητα	Χάλυβας	1/Αρχικό βέλος	
IPE	100*	3	73,8707701	S235	740
			S275	670	
			S355	570	
		3,5	86,1825651	S235	710
			S275	640	
			S355	550	
	200*	6	72,9039274	S235	740
			S275	670	
			S355	570	
		7	85,054582	S235	700
			S275	630	
			S355	540	
	300*	9	72,4815564	S235	730
			S275	660	
			S355	560	
		11	84,5618158	S235	700
			S275	630	
			S355	540	
400*	12	72,8735858	S235	730	
		S275	660		
		S355	560		
	14	85,0191835	S235	700	
		S275	630		
		S355	540		
500*	15	73,7619024	S235	740	
		S275	670		
		S355	570		
	18	86,0555528	S235	710	
		S275	640		
		S355	550		

IPE100 / IPE200 / IPE300 / IPE400 / IPE500 καμπύλη a

Μέσος όρος ισοδύναμου αρχικού βέλους για καμπύλη a : 1/631,5
καμπύλη b : 1/381,9

4.2.3 : Διαφορά $P_{cr} - P_{el}$

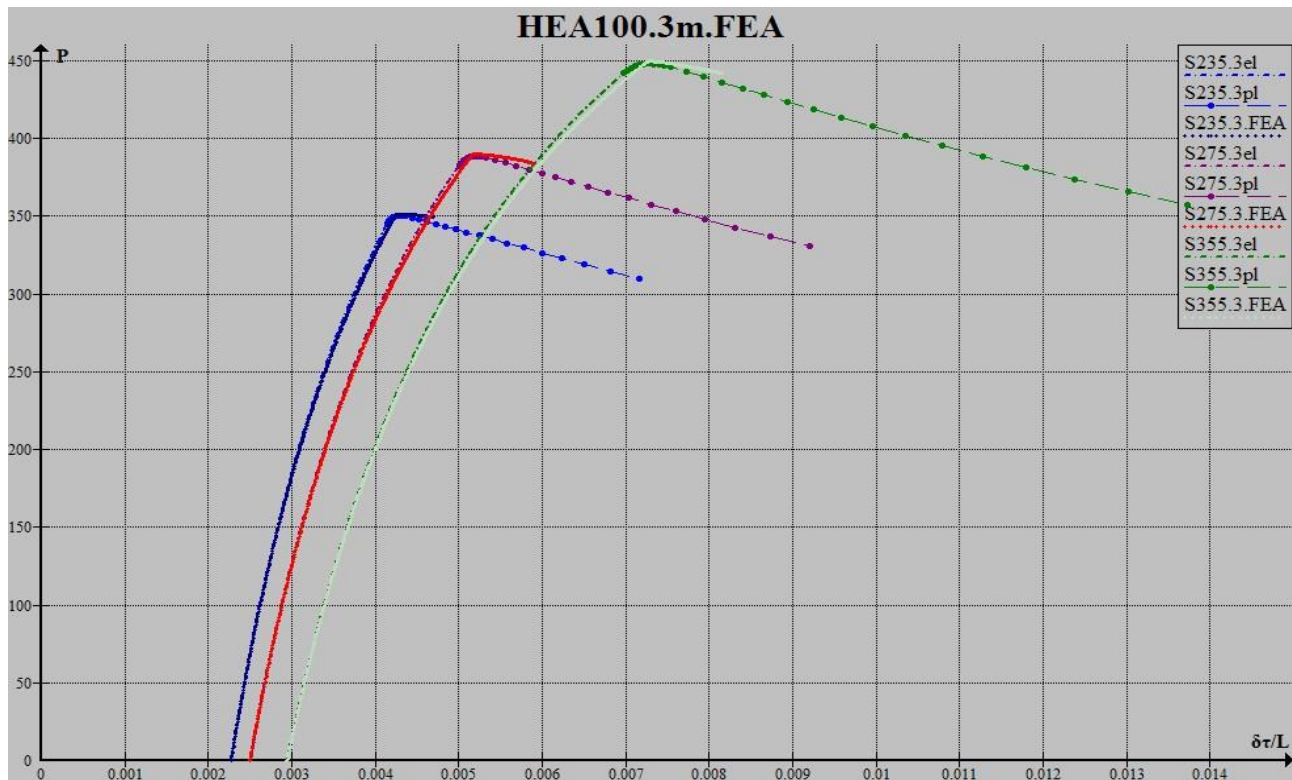
Διατομή	(m)	Λυγηρότητα	Χάλυβας	Υπεραντοχή(%)
HEA	100	3	S235	1,4
			S275	1,4
			S355	1,3
		3,5	S235	1,35
			S275	1,25
			S355	1,1
	200	6	S235	0,9
			S275	0,9
			S355	0,85
		7	S235	0,9
			S275	0,85
			S355	0,75
	300	9	S235	0,8
			S275	0,85
			S355	0,8
		11	S235	0,85
			S275	0,8
			S355	0,7
	400*	12	S235	0,6
			S275	0,6
			S355	0,6
		14	S235	0,6
			S275	0,6
			S355	0,45
500*	15	S235	0,6	
		S275	0,6	
		S355	0,55	
	18	S235	0,6	
		S275	0,55	
		S355	0,45	

Όπου η στήλη «υπεραντοχή» σημαίνει : $\frac{P_{cr}-P_{el}}{P_{el}}\%$

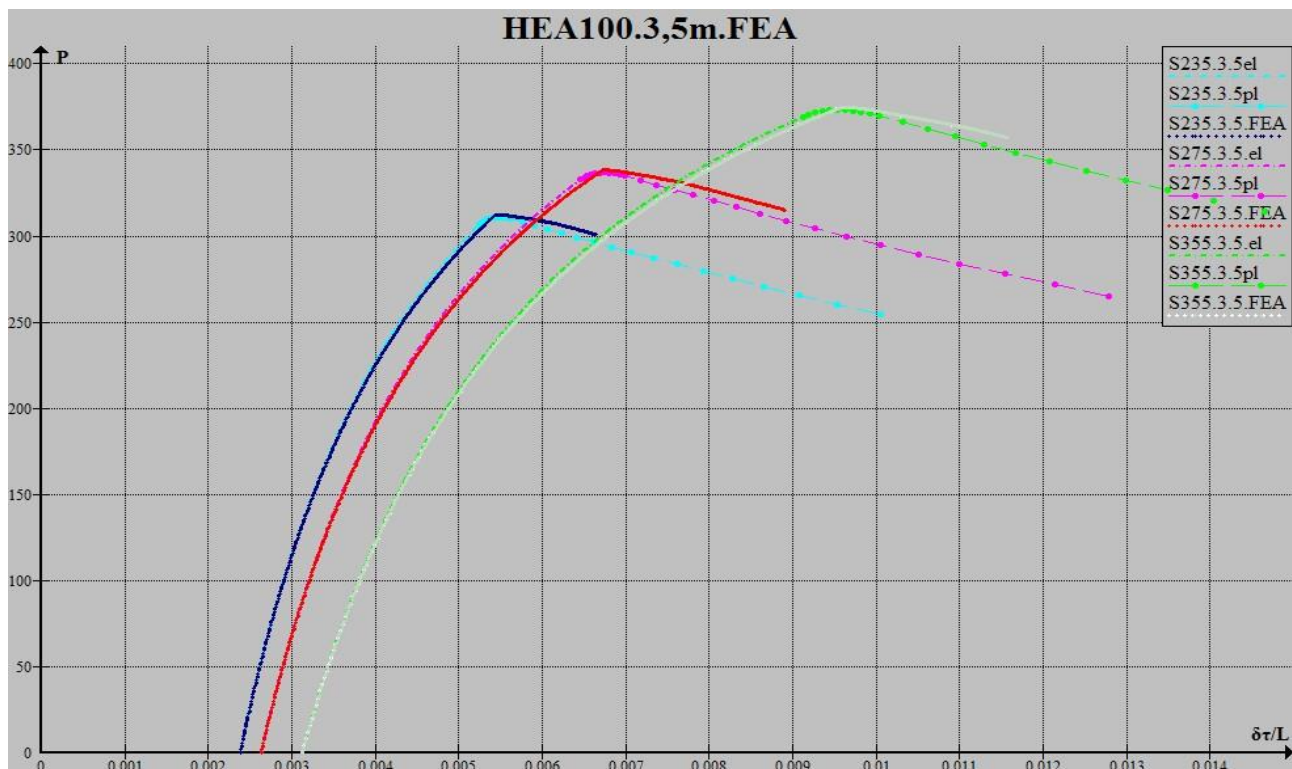
Διατομή	(m)	Λυγηρότητα	Χάλυβας	Υπεραντοχή(%)	
HEB	100	3	71,8573541	S235	1,65
			S275	1,65	
			S355	1,6	
		3,5	83,8335797	S235	1,6
			S275	1,5	
			S355	1,3	
	200	6	70,1190516	S235	1,25
			S275	1,25	
			S355	1,2	
		7	81,8055602	S235	1,25
			S275	1,2	
			S355	1	
	300	9	69,1588871	S235	1
			S275	1,1	
			S355	1	
		10,5	80,6853683	S235	1,1
			S275	1	
			S355	0,9	
	400*	12	70,2578387	S235	0,75
			S275	0,75	
			S355	0,7	
		14	81,9674785	S235	0,75
			S275	0,7	
			S355	0,6	
500*	15	70,8176289	S235	0,7	
		S275	0,7		
		S355	0,7		
	17,5	82,620567	S235	0,7	
		S275	0,65		
		S355	0,55		

Διατομή	(m)	Λυγηρότητα	Χάλυβας	Υπεραντοχή(%)
IPE	100*	3	S235	0,8
			S275	0,8
			S355	0,7
		3,5	S235	0,75
			S275	0,7
			S355	0,55
	200*	6	S235	0,6
			S275	0,6
			S355	0,55
		7	S235	0,6
			S275	0,55
			S355	0,4
	300*	9	S235	0,5
			S275	0,5
			S355	0,45
		11	S235	0,5
			S275	0,45
			S355	0,35
	400*	12	S235	0,5
			S275	0,5
			S355	0,45
		14	S235	0,45
			S275	0,45
			S355	0,35
500*	15	S235	0,5	
		S275	0,5	
		S355	0,45	
	18	S235	0,45	
		S275	0,4	
		S355	0,3	

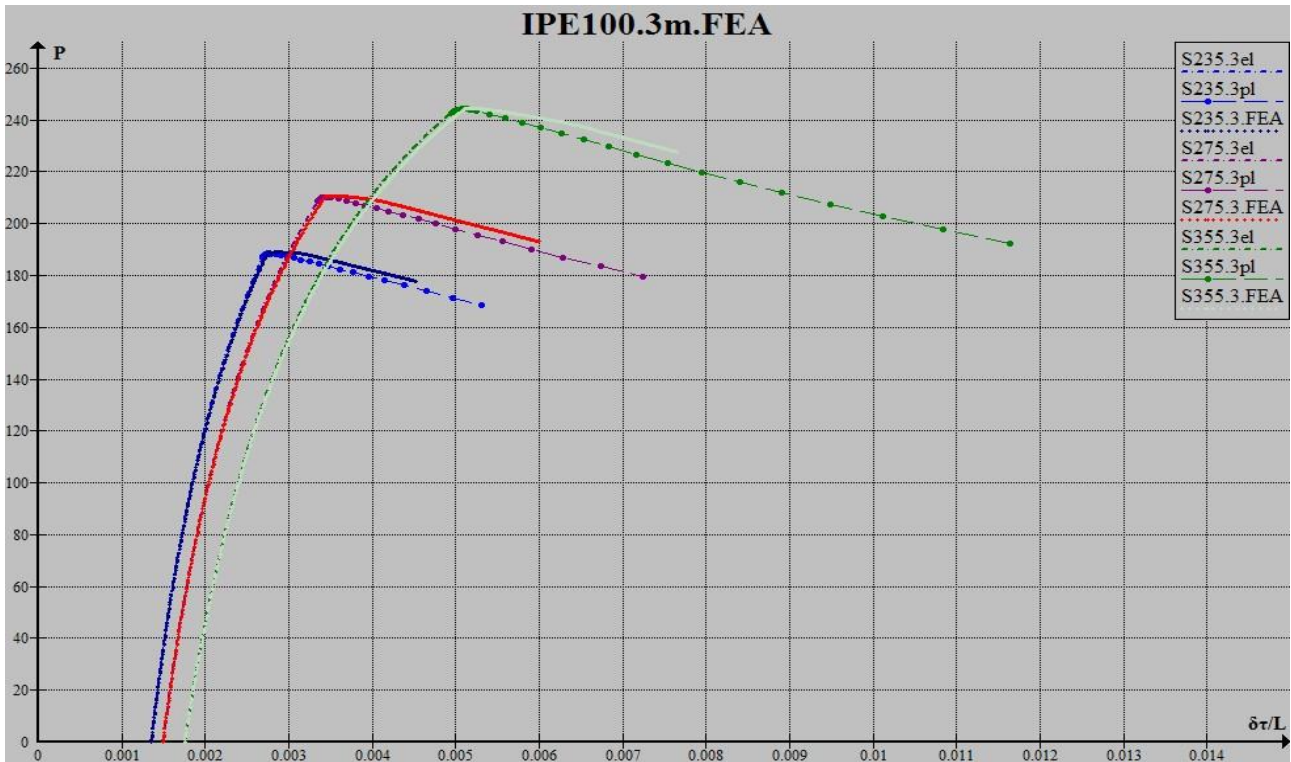
4.2.4 : Σύγκριση με αποτελέσματα από Abaqus



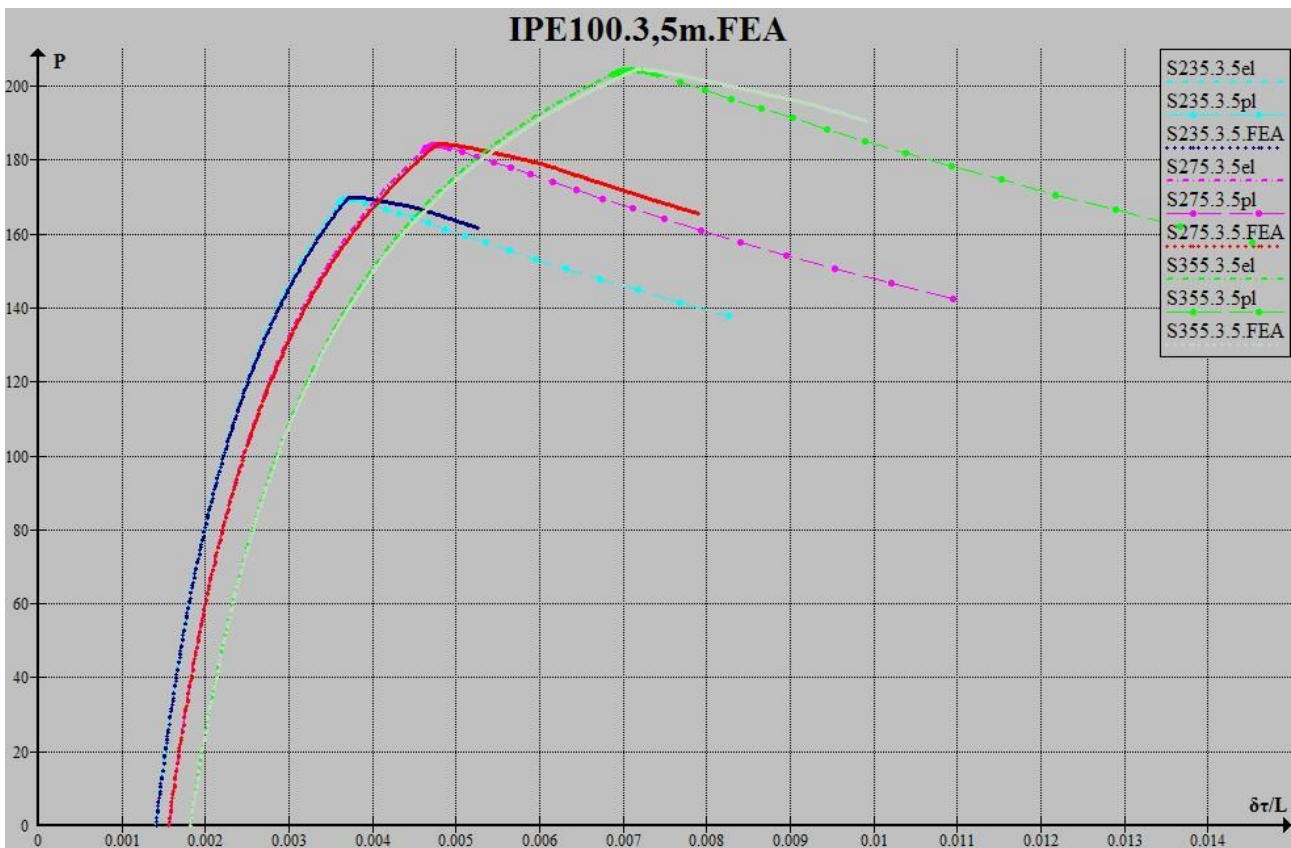
L	S	x_{cr}	P_{cr}	x_{FEA}	P_{FEA}
3	235	0,004302654	350,4465106	0,004309	351,41
	275	0,00520482	388,6053865	0,005213	389,76
	355	0,007273069	447,9757483	0,0073	449,53



L	S	x_{cr}	P_{cr}	x_{FEA}	P_{FEA}
3,5	235	0,005489	311,0629	0,005475	312,29
	275	0,006742	336,8951	0,00676	338,34
	355	0,00953	373,2127	0,009619	374,94

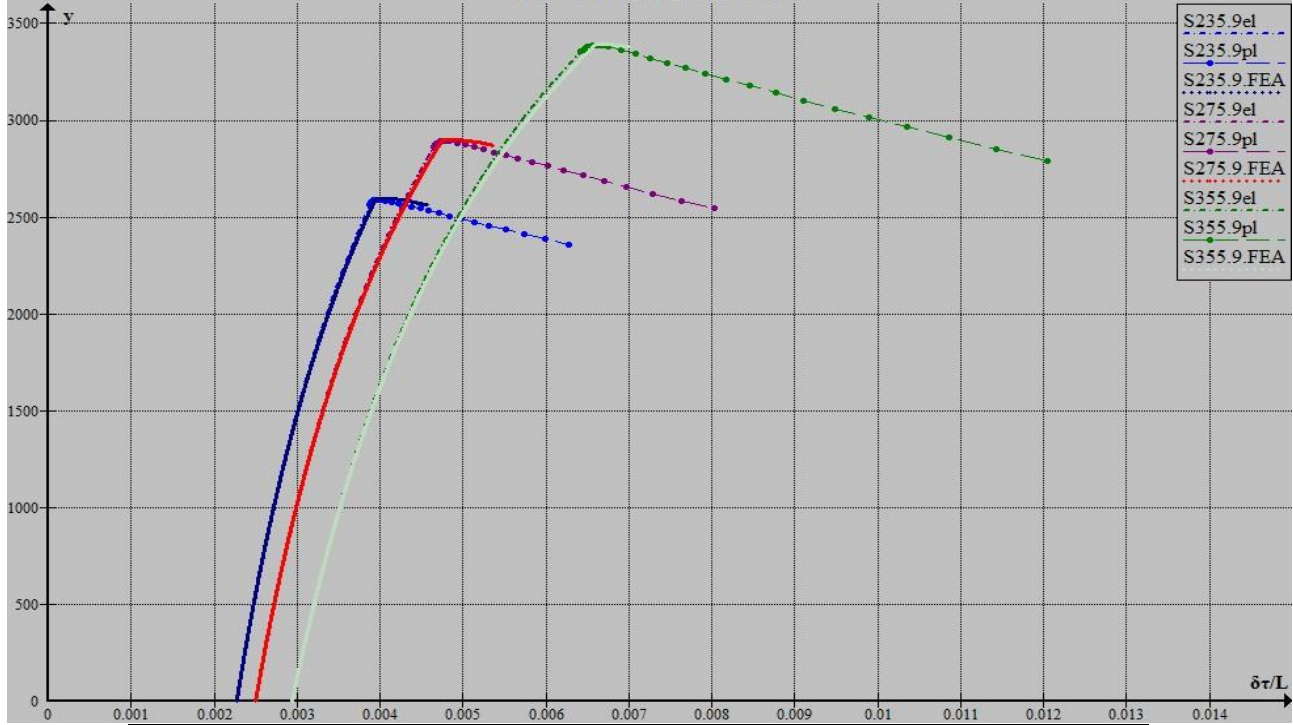


L	S	x_{cr}	P_{cr}	x_{FEA}	P_{FEA}
3	235	0,00275649	188,4737771	0,002871	188,94
	275	0,003461796	210,3242733	0,003529	210,69
	355	0,005096912	244,2819572	0,005172	244,53



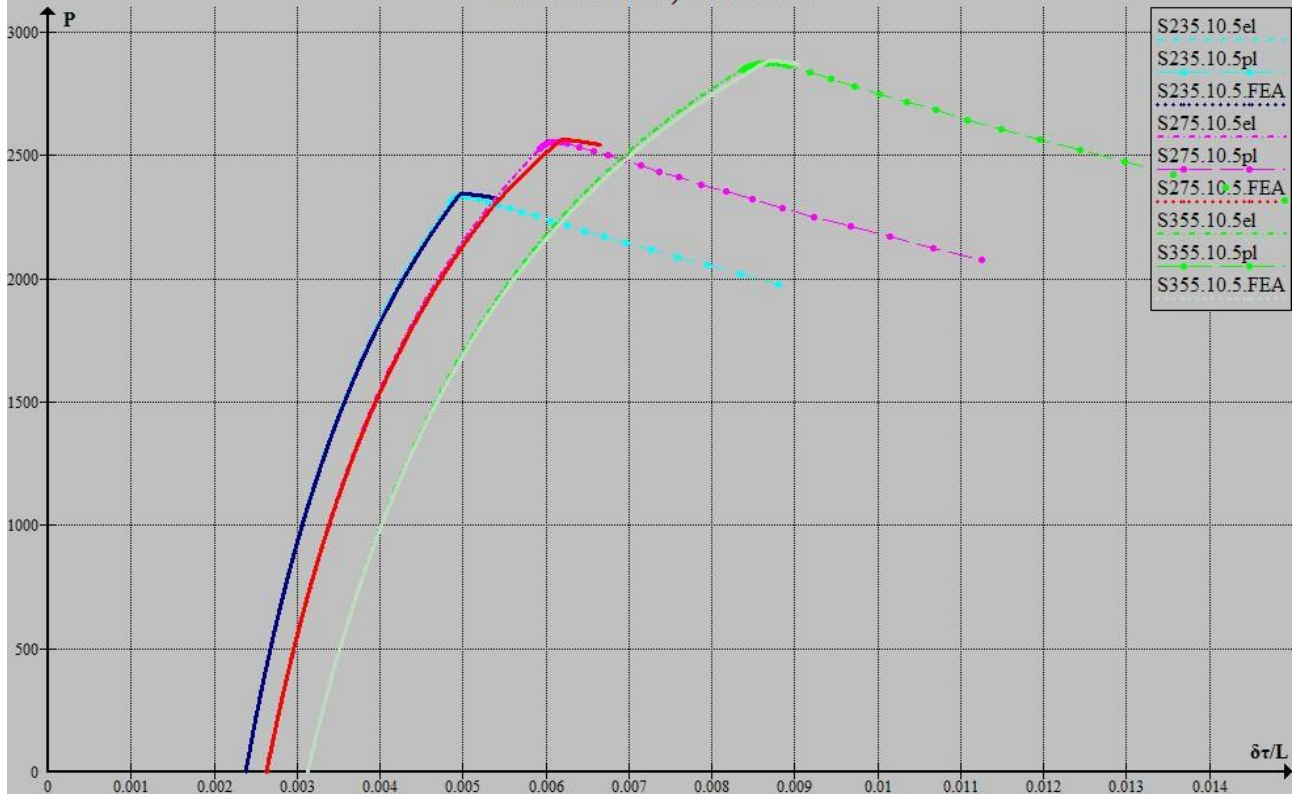
L	S	x_{cr}	P_{cr}	x_{FEA}	P_{FEA}
3,5	235	0,003725	169,6073	0,003767	169,93
	275	0,004772	184,055	0,004827	184,36
	355	0,007116	204,3504	0,0072	204,58

HEB300.9m.FEA

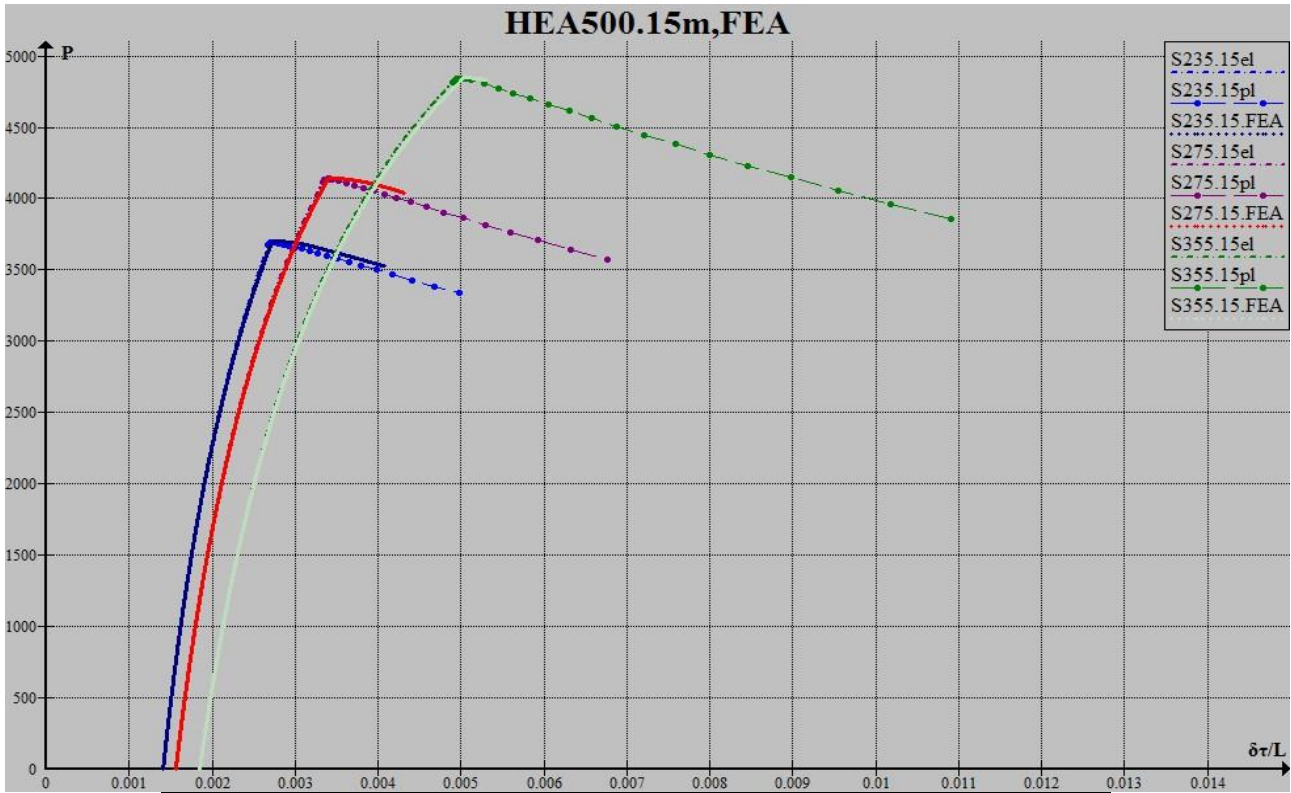


L	S	x_{cr}	P_{cr}	x_{FEA}	P_{FEA}
9	235	0,00396945	2590,471309	0,004024	2595,95
	275	0,004786988	2895,341209	0,004812	2901,1
	355	0,006630743	3388,706618	0,006648	3395,53

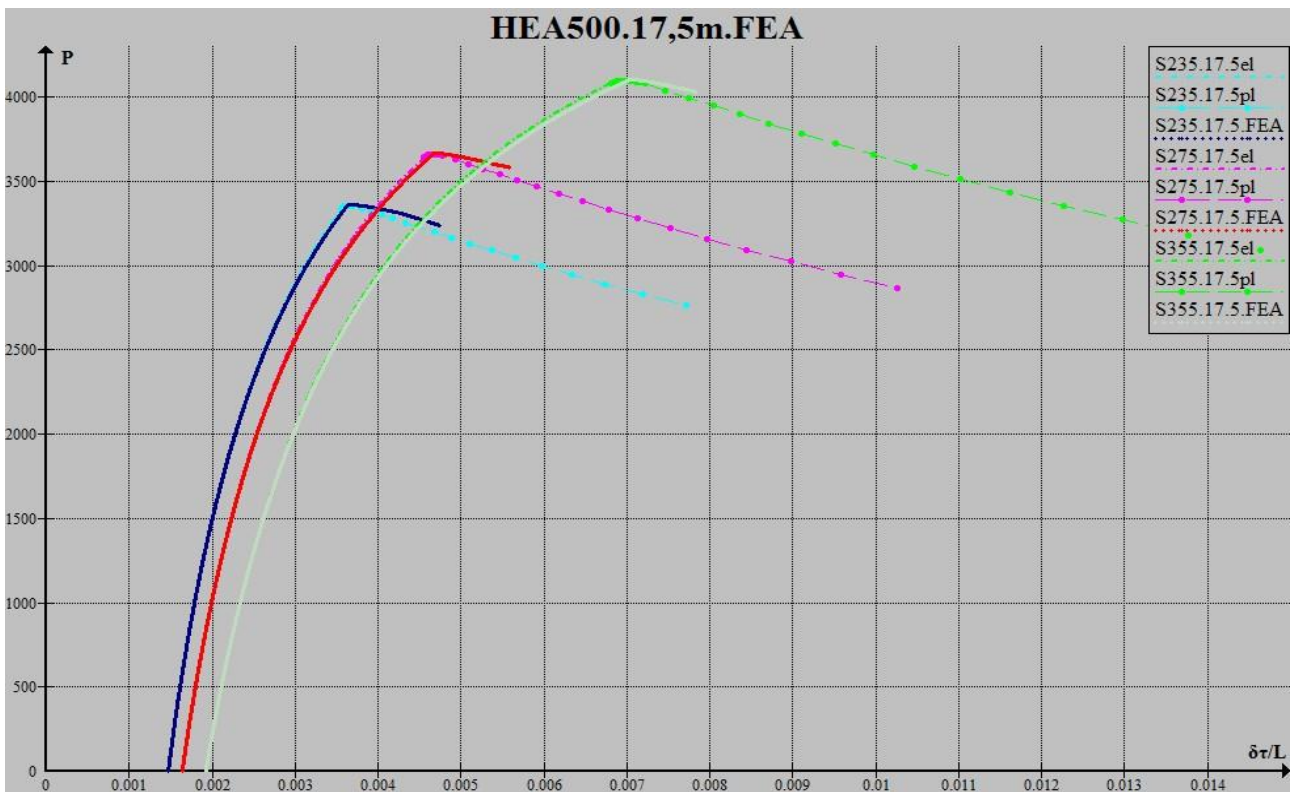
HEB300.10,5m.FEA



L	S	x_{cr}	P_{cr}	x_{FEA}	P_{FEA}
10,5	235	0,004987	2338,226	0,005006	2344,27
	275	0,006141	2556,85	0,006215	2564,03
	355	0,008684	2876,464	0,008716	2885,11



L	S	χ_{cr}	P_{cr}	χ_{FEA}	P_{FEA}
15	235	0,002730128	3694,24762	0,002789	3700,02
	275	0,003400328	4138,471593	0,003452	4143,4
	355	0,005016114	4844,390511	0,00507	4847,89



L	S	χ_{cr}	P_{cr}	χ_{FEA}	P_{FEA}
17,5	235	0,003646	3356,767	0,003674	3361,8
	275	0,004671	3661,991	0,004708	3667,09
	355	0,006988	4099,533	0,007062	4103,78

4.2.5 : Καμπύλες $\lambda - P_{cr}$

Τέλος, παρουσιάζουμε μία σειρά διαγραμμάτων όπου για κάθε διατομή, με το ισοδύναμο αρχικό βέλος (για το οποίο το κρίσιμο φορτίο που προκύπτει από τον κανονισμό συμπίπτει περίπου με το πρώτο σημείο διαρροής της θεωρητικής προσέγγισής μας), έχουμε τις καμπύλες $\lambda - P_{cr}$.

Να θυμήσουμε ότι η χαρακτηριστική ή οριακή λυγηρότητα εξαρτάται από την ποιότητα του χάλυβα και ισούται με :

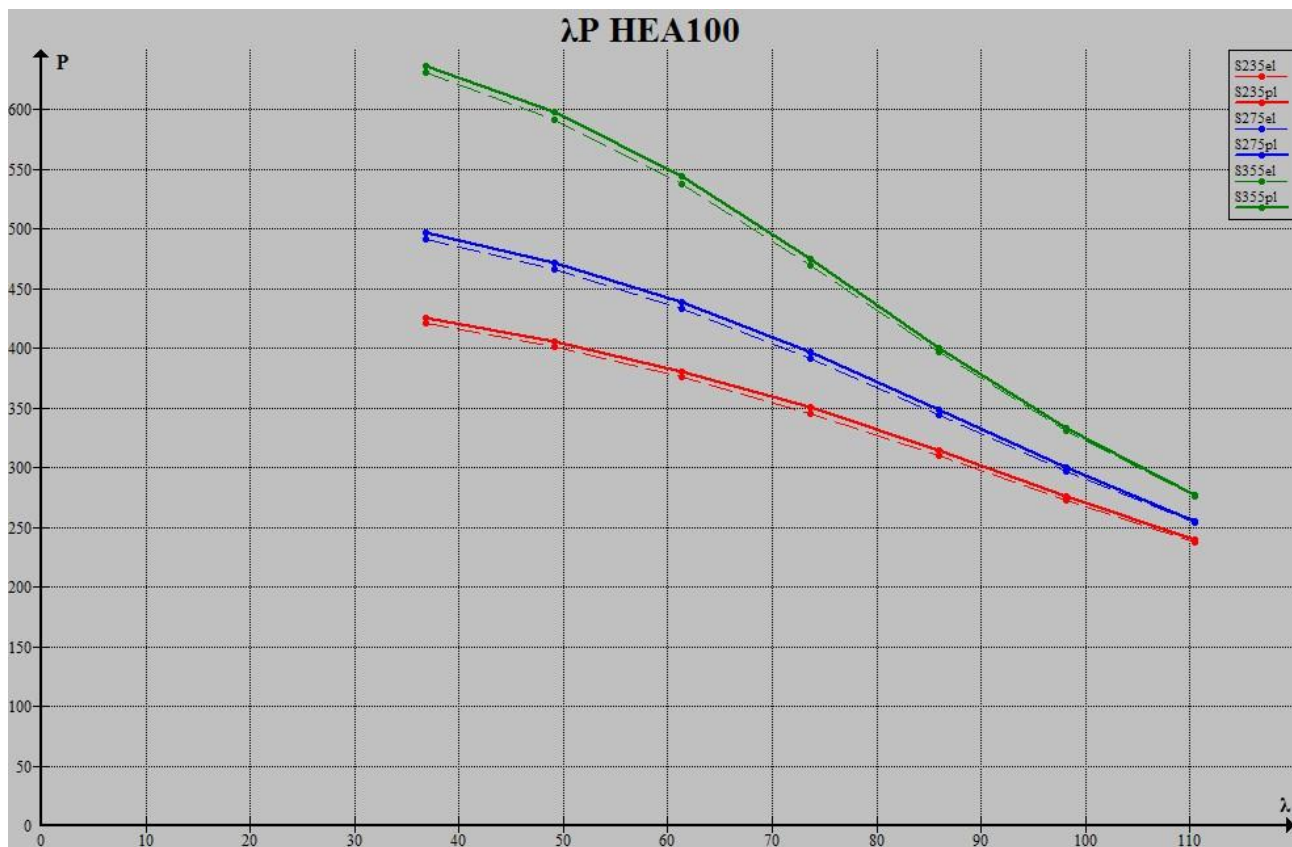
$$\lambda_1 = 93,9 \varepsilon$$

$$\begin{aligned} \text{Για χάλυβα S235, } \varepsilon = 1, \quad \text{άρα } \lambda_1 &= 93,9 \\ \text{S275, } \varepsilon = 0,92, \quad \text{άρα } \lambda_1 &= 86,8 \\ \text{S355, } \varepsilon = 0,81, \quad \text{άρα } \lambda_1 &= 76,4 \end{aligned}$$

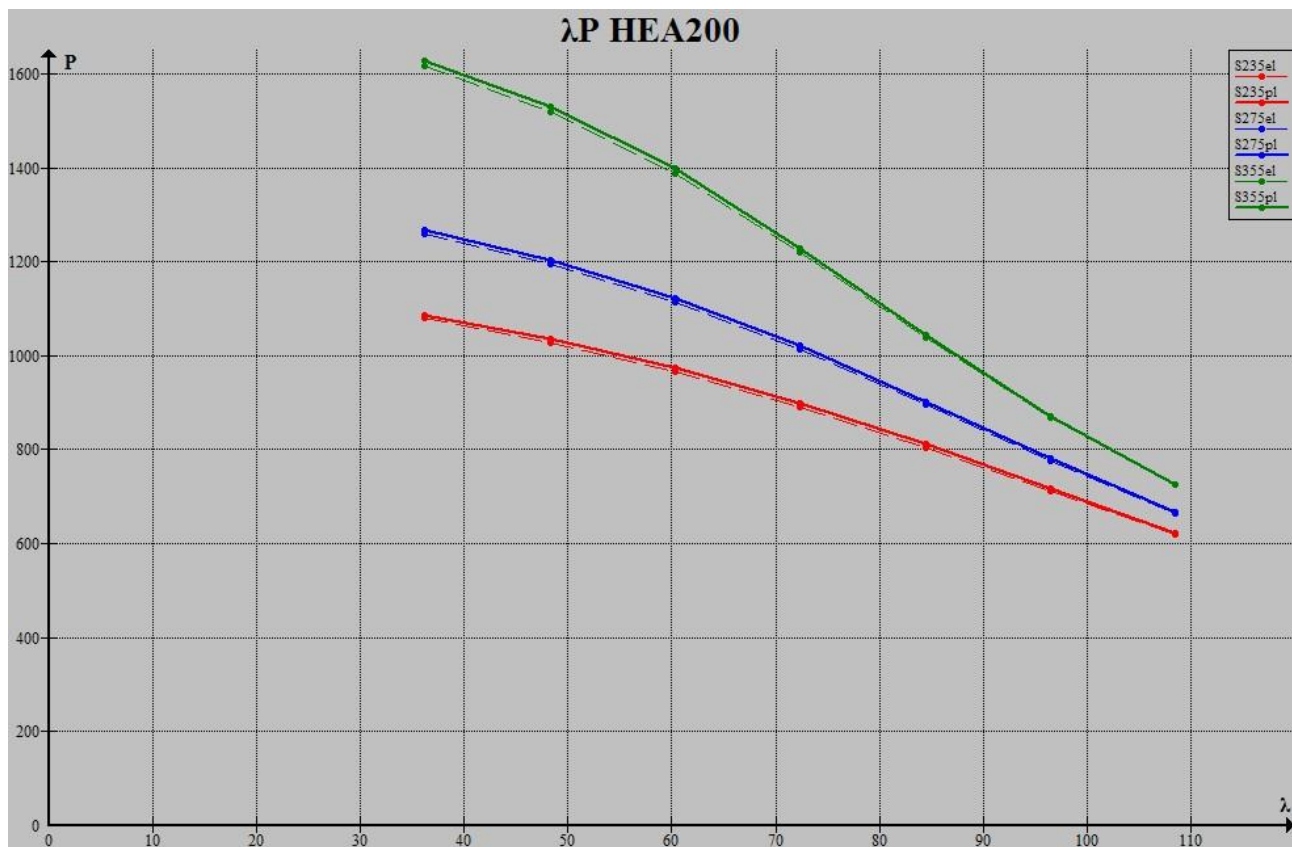
Και η καμπύλη Euler που προκύπτει :

$$\sigma_E = f_y \Rightarrow \frac{\pi^2 EI}{L^2 A} = f_y \Rightarrow f_y = \frac{\pi^2 E i^2}{L^2} \Rightarrow f_y = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

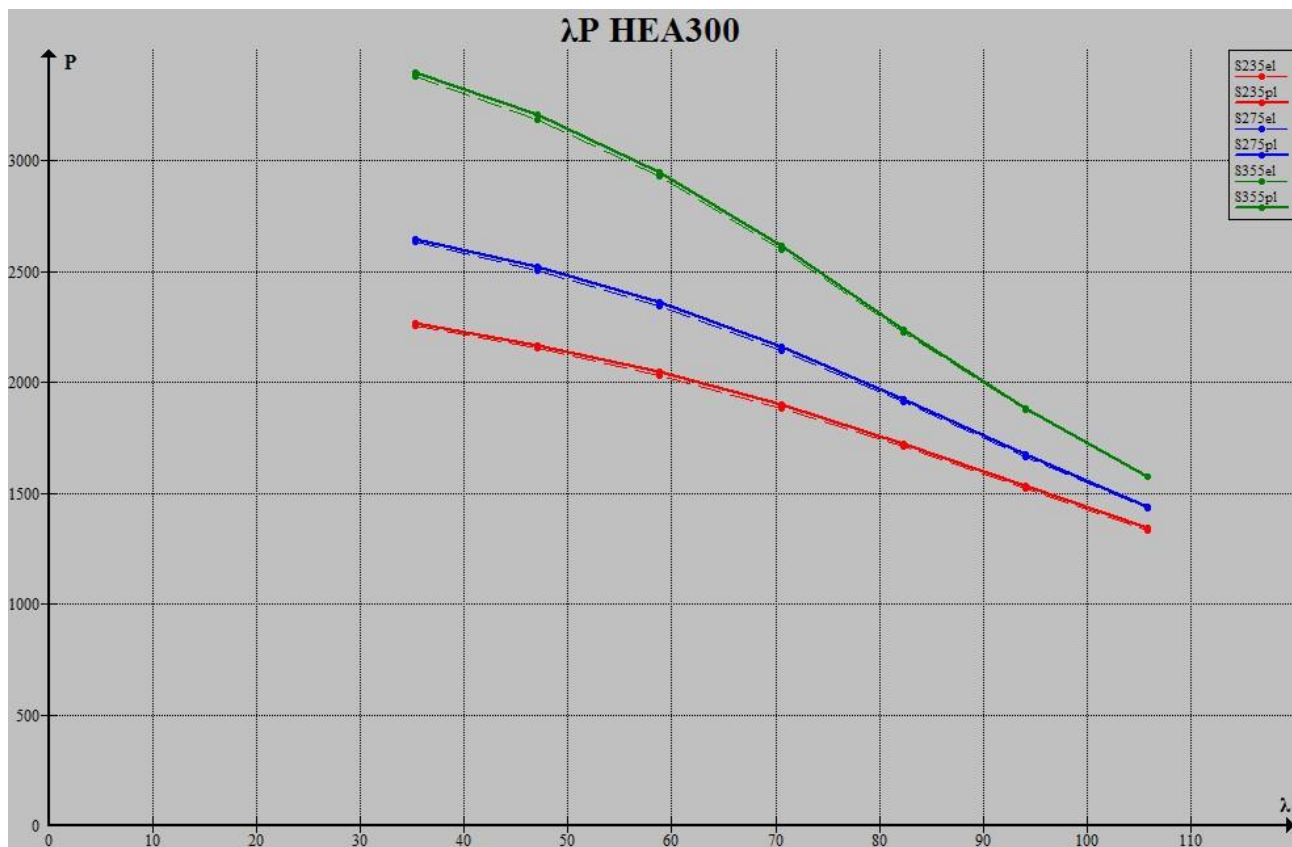
Στις καμπύλες παρουσιάζουμε και το φορτίο πρώτης διαρροής (με διακεκομμένη γραμμή) και το κρίσιμο φορτίο ανελαστικού λυγισμού όπως αυτό προκύπτει από τη θεωρητική προσέγγισή μας (με συνεχή γραμμή).



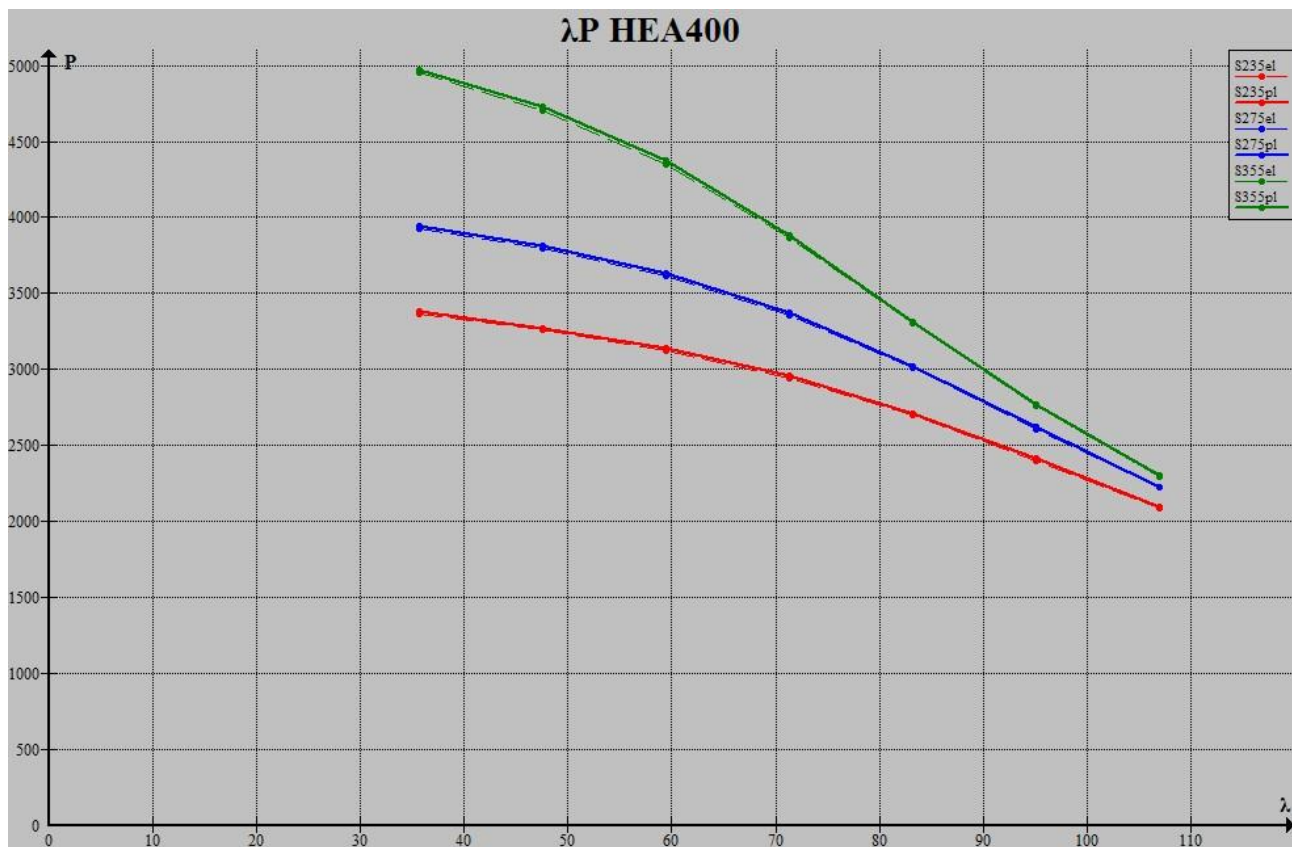
λ	P _{el}	P _{cr}	(P _{cr} - P _{el}) / P _{el}
36,81900949	421,7641821	425,894693	0,009793413
49,09201266	401,2126132	405,8176744	0,011477857
61,36501582	376,1190111	380,921075	0,012767405
73,63801899	345,6140161	350,4465106	0,013982345
85,91102215	310,3855145	314,4381196	0,013056682
98,18402532	273,1405791	276,1711548	0,011095297
110,4570285	237,2867683	239,4165509	0,008975564
36,81900949	492,167744	496,786763	0,00938505
49,09201266	465,9816708	471,3016662	0,011416748
61,36501582	432,8032548	438,4327053	0,01300695
73,63801899	391,6441788	396,7373635	0,013004623
85,91102215	344,7000423	348,6128409	0,011351315
98,18402532	297,1449844	299,8308435	0,009038884
110,4570285	253,7058679	255,4732057	0,00696609
36,81900949	631,5295486	637,2155282	0,009003505
49,09201266	591,4907831	598,1642019	0,011282371
61,36501582	537,4391313	543,9057582	0,012032296
73,63801899	469,737968	474,7345317	0,010636917
85,91102215	397,3897298	400,5867152	0,008044962
98,18402532	331,1699762	333,1001576	0,005828371
110,4570285	275,8881727	277,0706495	0,004286073



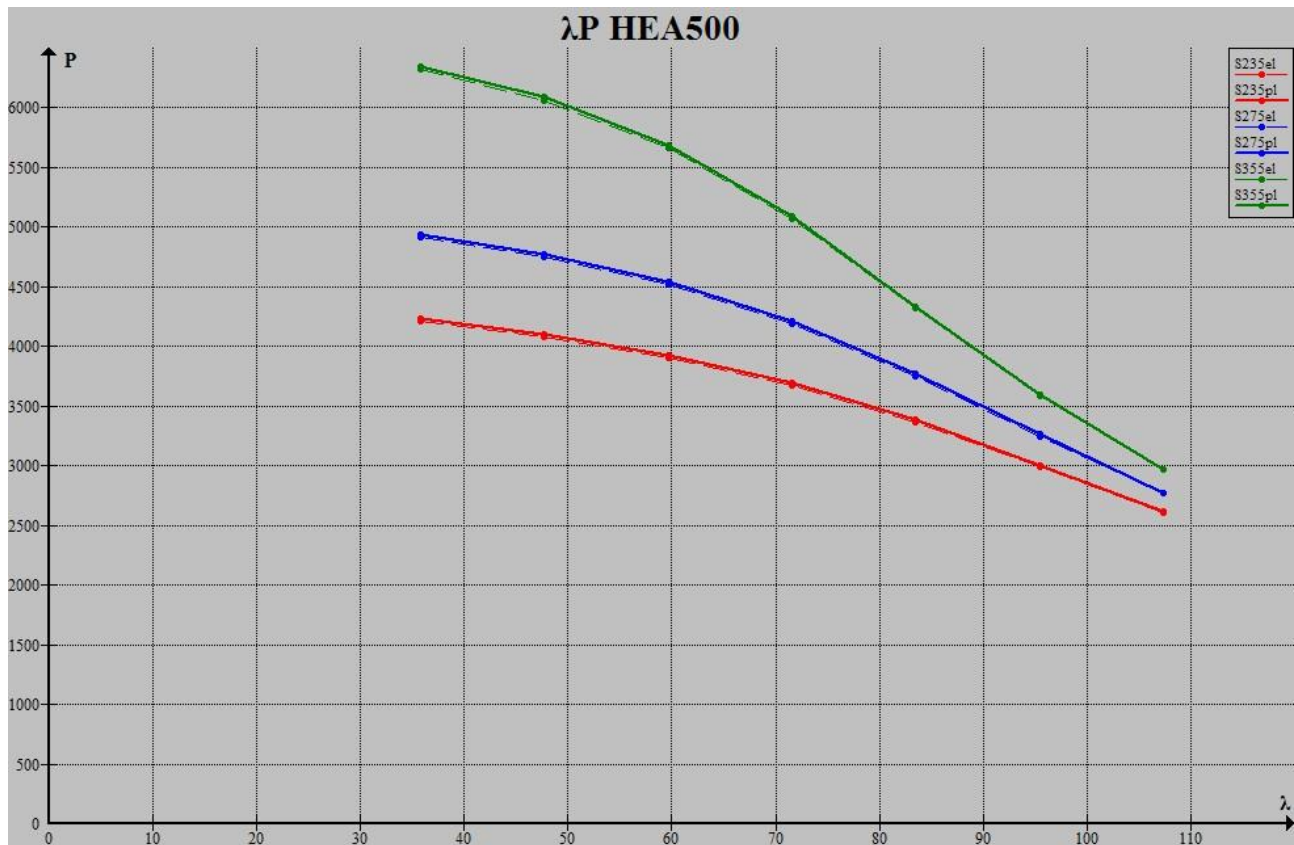
λ	P_{el}	P_{cr}	$(P_{cr} - P_{el}) / P_{el}$
36,18256413	1079,547257	1087,150949	0,007043408
48,24341883	1028,7503	1036,242839	0,007283146
60,30427354	966,9545933	975,1948742	0,00852189
72,36512825	891,8271154	899,9125489	0,009066144
84,42598296	804,52716	811,4988721	0,008665602
96,48683767	711,156605	716,5119013	0,007530404
108,5476924	620,100058	623,9228608	0,006164816
36,18256413	1259,963397	1268,173942	0,006516495
48,24341883	1195,386745	1204,052318	0,00724918
60,30427354	1113,864503	1123,154592	0,008340412
72,36512825	1012,517467	1021,104268	0,008480645
84,42598296	895,7491436	902,5607198	0,007604335
96,48683767	775,7009843	780,4933522	0,006178112
108,5476924	664,5382746	667,7164442	0,004782523
36,18256413	1617,333008	1626,808036	0,005858427
48,24341883	1519,01757	1529,936381	0,007188074
60,30427354	1386,599302	1397,439008	0,007817476
72,36512825	1219,325236	1228,002904	0,007116778
84,42598296	1037,379245	1043,151474	0,005564242
96,48683767	867,9542374	871,4946048	0,004078979
108,5476924	724,8591311	727,0086536	0,002965435



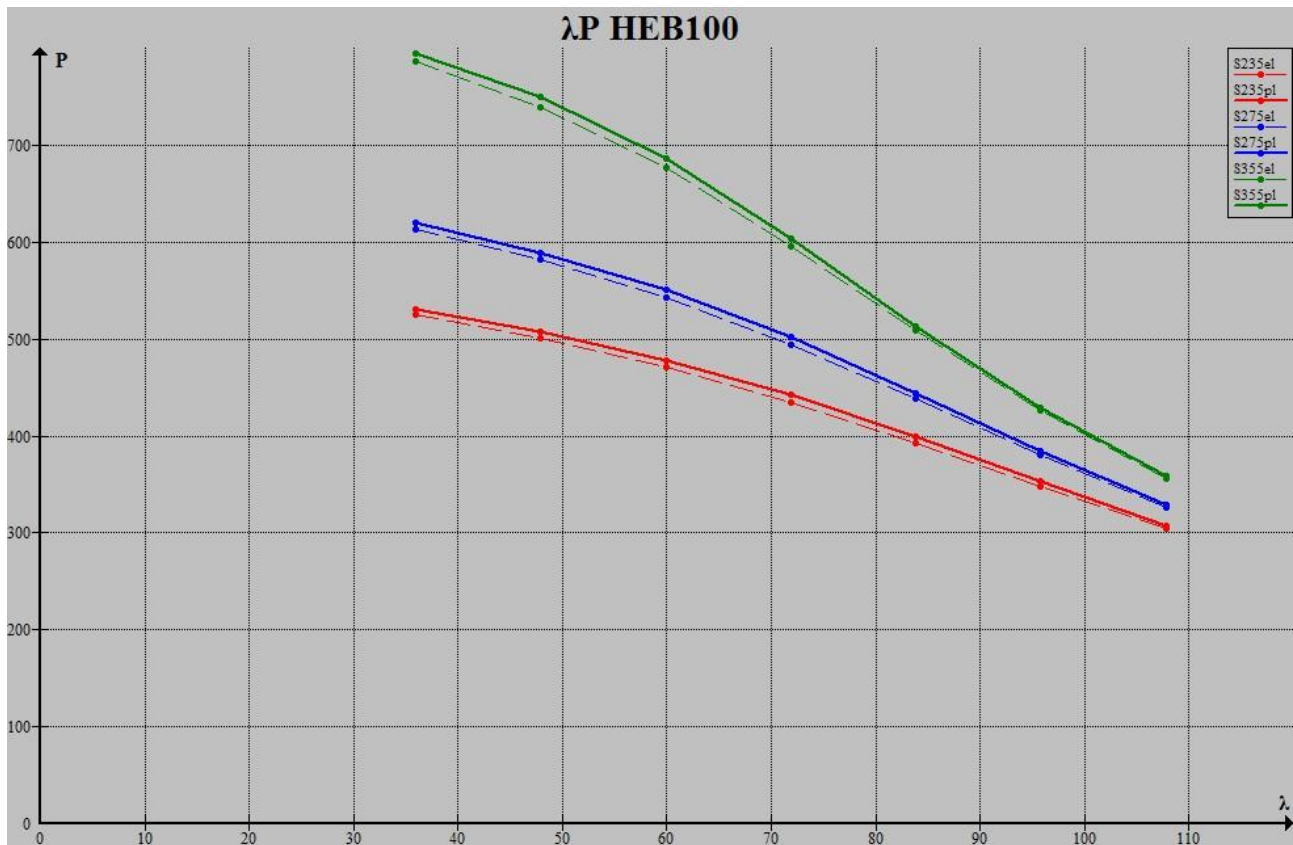
λ	P_{el}	P_{cr}	$(P_{cr} - P_{el}) / P_{el}$
35,28484463	2256,094109	2270,490038	0,006380908
47,04645951	2155,145566	2169,129144	0,006488461
58,80807439	2033,001581	2048,495413	0,00762116
70,56968927	1884,593441	1900,082802	0,008218941
82,33130414	1710,802588	1724,5087	0,00801151
94,09291902	1521,986232	1532,792569	0,007100154
105,8545339	1334,395213	1342,249976	0,005886384
35,28484463	2633,729161	2649,209005	0,005877538
47,04645951	2505,807408	2521,961022	0,006446471
58,80807439	2345,20878	2362,796653	0,007499491
70,56968927	2145,159995	2161,798542	0,00775632
82,33130414	1911,622218	1925,204652	0,007105187
94,09291902	1666,511733	1676,313866	0,005881827
105,8545339	1434,938348	1441,523146	0,004588907
35,28484463	3382,421331	3400,150053	0,005241429
47,04645951	3188,851927	3209,296928	0,006411398
58,80807439	2929,217017	2950,049998	0,007112133
70,56968927	2597,824675	2615,057973	0,006633742
82,33130414	2228,489833	2240,372108	0,005331985
94,09291902	1875,745724	1883,163484	0,003954566
105,8545339	1572,458552	1576,967342	0,002867351



λ	P _{el}	P _{cr}	(P _{cr} - P _{el}) / P _{el}
35,64972682	3362,754834	3379,162019	0,00487909
47,53296909	3259,43926	3274,662432	0,004670488
59,41621136	3124,04115	3141,107068	0,00546277
71,29945363	2940,594847	2958,34492	0,006036218
83,1826959	2696,97126	2712,684723	0,005826337
95,06593817	2402,345913	2414,140993	0,004909817
106,9491804	2092,20201	2100,02088	0,003737149
35,64972682	3928,46252	3945,944296	0,00445003
47,53296909	3795,932497	3813,08364	0,004518295
59,41621136	3613,041144	3632,601869	0,005413922
71,29945363	3353,939007	3373,092925	0,005710872
83,1826959	3007,756169	3022,933683	0,005046125
95,06593817	2610,20263	2620,158071	0,003814049
106,9491804	2223,792872	2229,75192	0,002679678
35,64972682	4949,124829	4973,781004	0,004981926
47,53296909	4700,187299	4726,953399	0,005694688
59,41621136	4346,239783	4373,932339	0,006371612
71,29945363	3863,828055	3886,473472	0,005860876
83,1826959	3302,321447	3317,067986	0,004465507
95,06593817	2761,022354	2769,678784	0,003135226
106,9491804	2299,585296	2304,709331	0,002228243



λ	P _{el}	P _{cr}	(P _{cr} - P _{el}) / P _{el}
35,77798474	4208,262601	4230,746217	0,005342731
47,70397966	4077,098984	4096,998459	0,004880793
59,62997457	3905,130117	3926,310112	0,005423634
71,55596949	3672,281416	3694,24762	0,005981623
83,4819644	3363,888703	3383,269166	0,005761327
95,40795932	2992,730349	3007,14763	0,004817434
107,3339542	2604,002762	2613,532992	0,003659839
35,77798474	4916,041648	4939,860258	0,004845079
47,70397966	4747,712986	4769,377458	0,004563138
59,62997457	4515,327203	4539,631818	0,005382692
71,55596949	4186,535854	4210,156601	0,005642075
83,4819644	3749,086406	3767,736362	0,004974534
95,40795932	3249,69686	3261,822437	0,003731295
107,3339542	2766,636443	2773,932659	0,002637215
35,77798474	6322,557957	6348,503648	0,00410367
47,70397966	6060,626931	6087,923848	0,004503976
59,62997457	5661,454076	5690,513218	0,005132806
71,55596949	5065,180247	5088,897871	0,004682484
83,4819644	4320,8421	4335,40375	0,003370095
95,40795932	3588,649999	3596,584597	0,002211026
107,3339542	2968,882396	2973,184444	0,001449046



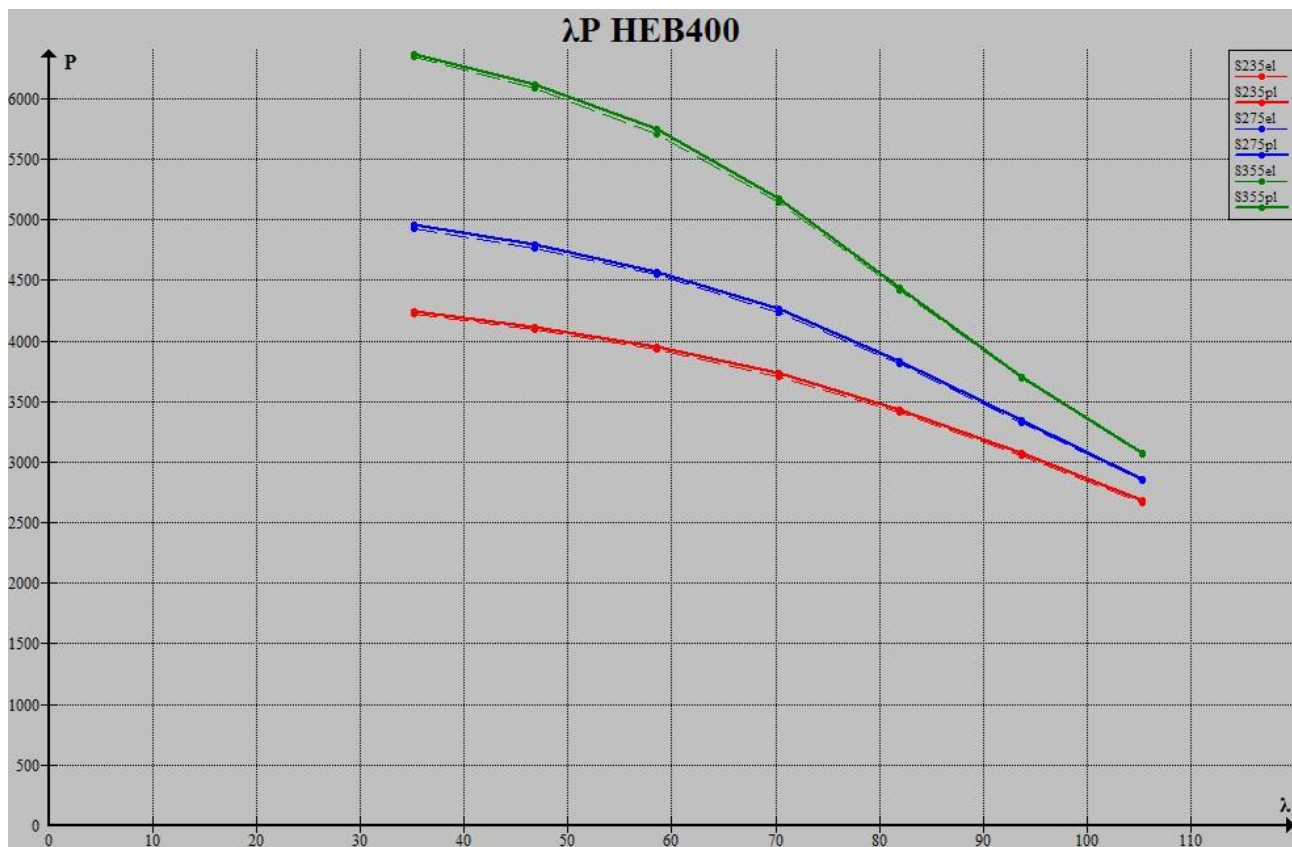
λ	P_{el}	P_{cr}	$(P_{cr} - P_{el}) / P_{el}$
35,92867703	524,9782643	530,8302623	0,011147124
47,90490271	500,6053565	507,2704139	0,013313995
59,88112839	471,004396	478,3436031	0,015582035
71,85735407	435,0277533	442,1988724	0,01648428
83,83357975	393,1346963	399,27832	0,015627274
95,80980542	348,133686	352,8206187	0,013463026
107,7860311	304,0224556	307,3591853	0,010975274
35,92867703	612,7524467	619,3518951	0,010770171
47,90490271	581,7967087	589,5063478	0,013251431
59,88112839	542,7844573	551,0353271	0,015201006
71,85735407	494,2635283	501,8861834	0,015422249
83,83357975	438,1564113	444,1607252	0,013703586
95,80980542	380,1424938	384,3422755	0,011047914
107,7860311	326,1250967	328,9143111	0,008552591
35,92867703	786,6603422	794,8545777	0,010416485
47,90490271	739,614899	749,3174022	0,013118318
59,88112839	676,3337656	685,9176608	0,014170363
71,85735407	596,1677278	603,8121203	0,012822553
83,83357975	508,3787492	513,3995661	0,009876134
95,80980542	426,0593551	429,1232761	0,007191301
107,7860311	356,1932103	358,0735838	0,005279083



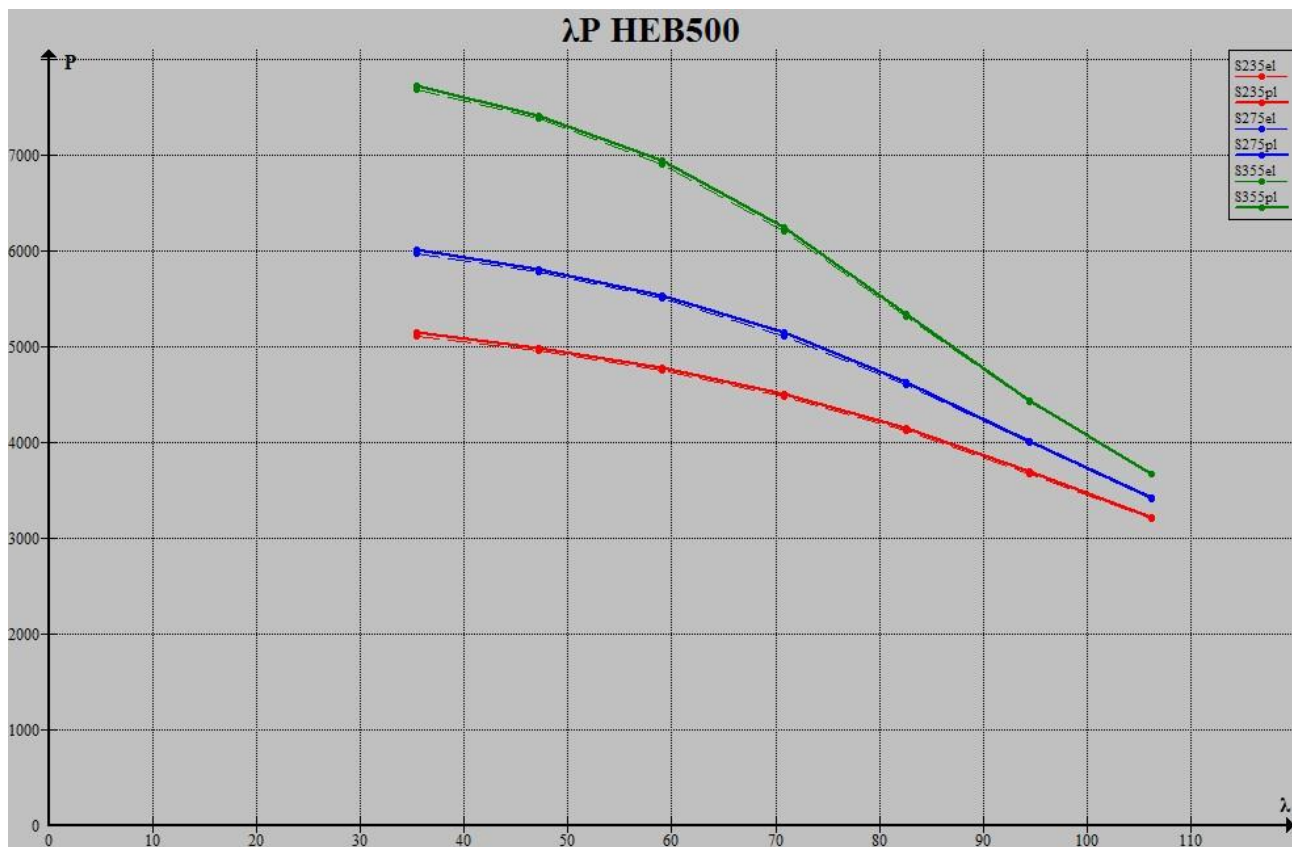
λ	P_{el}	P_{cr}	$(P_{cr} - P_{el}) / P_{el}$
35,05952582	1599,178008	1613,329268	0,008849084
46,74603443	1528,166946	1543,303146	0,009904808
58,43254304	1442,462239	1459,322402	0,011688461
70,11905164	1338,509014	1355,35498	0,01258562
81,80556025	1216,761137	1231,662929	0,012247098
93,49206886	1084,168106	1095,917194	0,010836961
105,1785775	951,9293879	960,4782255	0,008980538
35,05952582	1866,934536	1882,613397	0,008398185
46,74603443	1777,036021	1794,605589	0,009887007
58,43254304	1664,485063	1683,586479	0,011475871
70,11905164	1524,48038	1542,552867	0,01185485
81,80556025	1360,819183	1375,605687	0,010865884
93,49206886	1188,379673	1199,057911	0,008985545
105,1785775	1024,707474	1031,89727	0,007016437
35,05952582	2397,875826	2416,702538	0,007851412
46,74603443	2262,099394	2284,317675	0,009821974
58,43254304	2080,511949	2103,104418	0,010859091
70,11905164	1848,687028	1867,432988	0,010140148
81,80556025	1589,201207	1602,118315	0,008128051
93,49206886	1339,919421	1347,986706	0,006020724
105,1785775	1124,576316	1129,502714	0,00438067



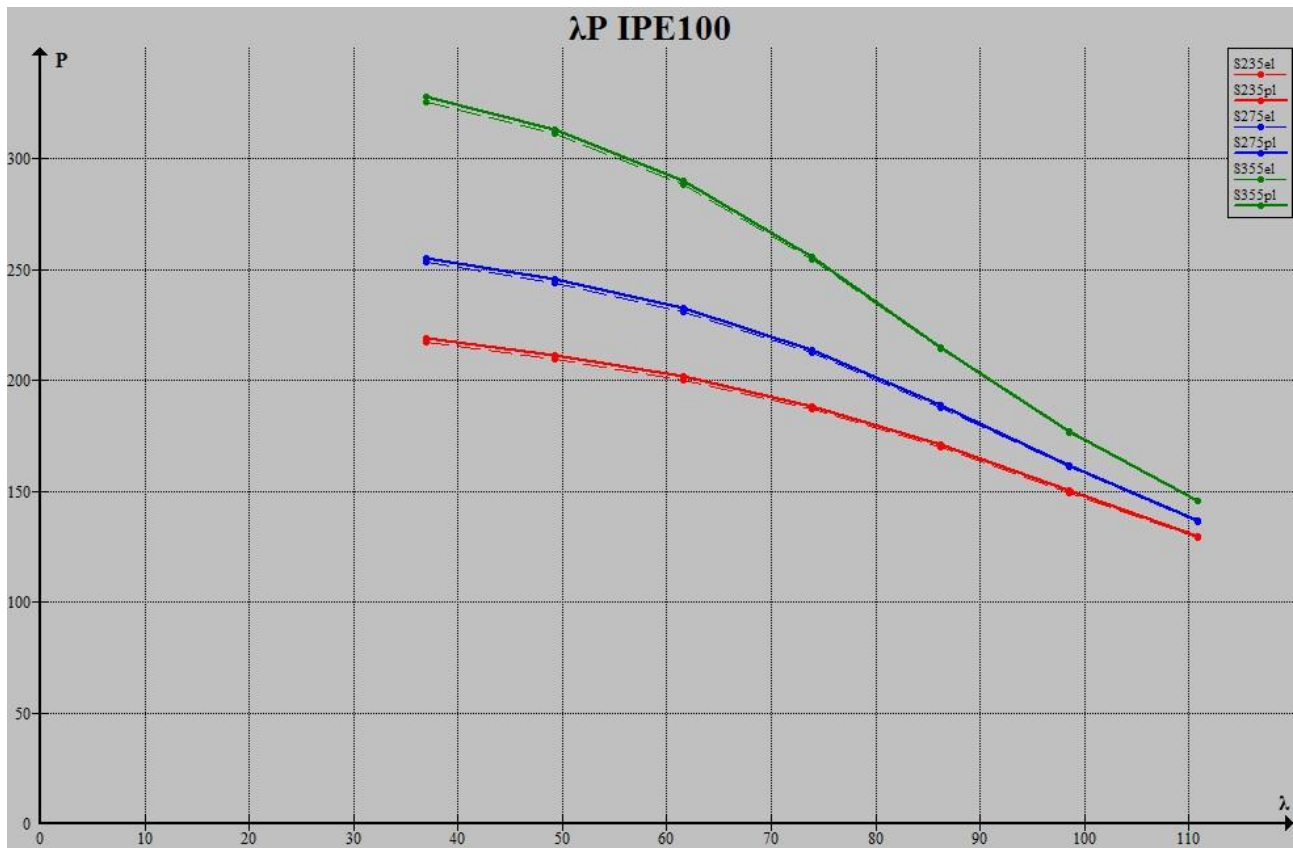
λ	P_{el}	P_{cr}	$(P_{cr} - P_{el}) / P_{el}$
34,57944355	3042,090511	3065,090494	0,007560585
46,10592474	2911,626913	2935,516081	0,008204749
57,63240592	2754,400938	2781,120229	0,009700582
69,1588871	2563,456157	2590,471309	0,010538566
80,68536829	2338,548237	2362,831828	0,010384045
92,21184947	2091,179705	2110,637005	0,009304461
103,7383307	1841,680104	1855,99396	0,007772173
34,57944355	3551,898887	3577,142526	0,007107083
46,10592474	3386,982179	3414,67285	0,008175617
57,63240592	3180,797603	3211,214791	0,009562755
69,1588871	2923,614625	2952,8373	0,009995392
80,68536829	2620,367929	2644,65904	0,009270114
92,21184947	2296,816717	2314,416063	0,007662494
103,7383307	1985,998387	1998,085577	0,006086204
34,57944355	4563,316541	4593,17427	0,006542989
46,10592474	4314,939699	4350,061721	0,008139632
57,63240592	3982,891912	4019,206096	0,009117542
69,1588871	3555,865189	3586,574479	0,008636236
80,68536829	3070,794738	3092,436863	0,007047728
92,21184947	2597,693793	2611,359673	0,005260774
103,7383307	2184,657764	2192,997264	0,003817303



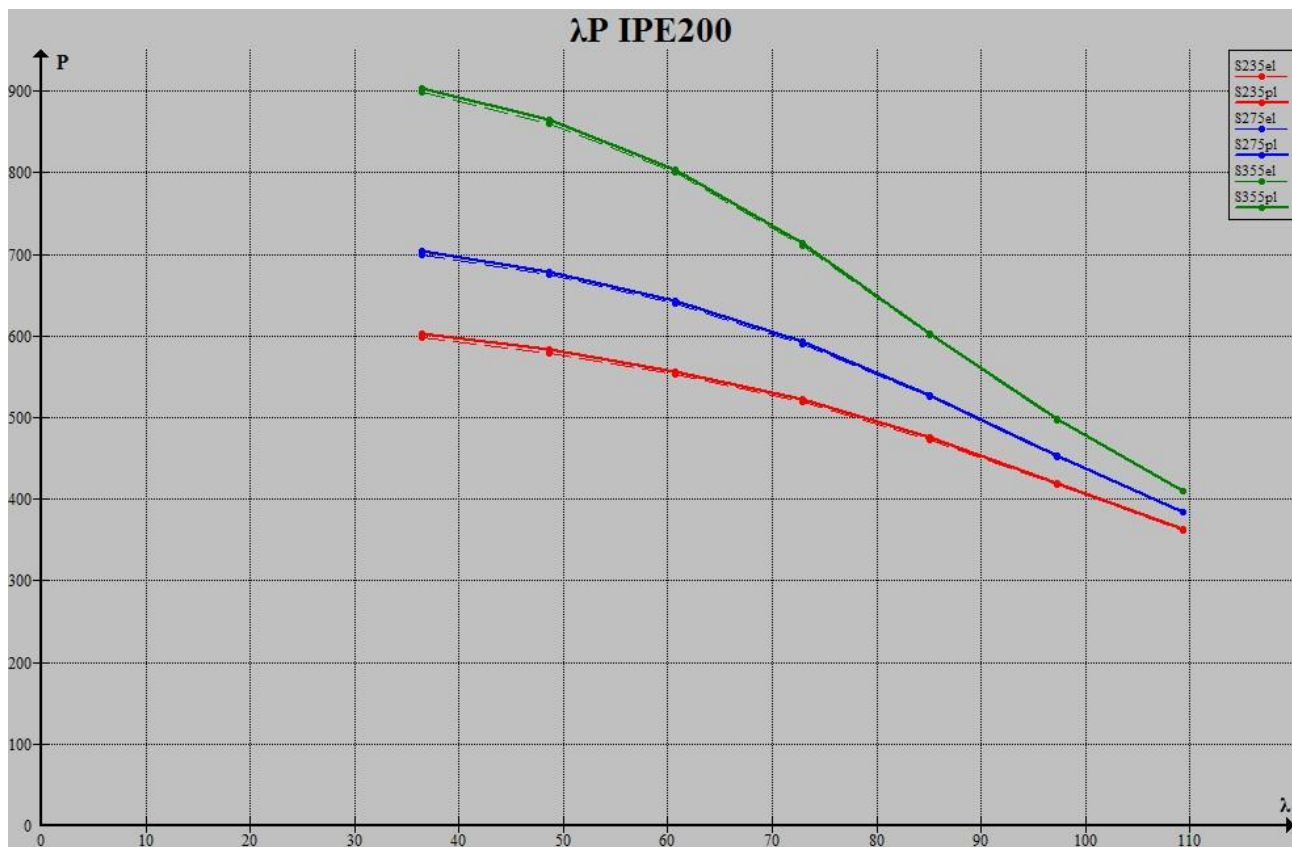
λ	P_{el}	P_{cr}	$(P_{cr} - P_{el}) / P_{el}$
35,12891934	4219,359595	4242,799013	0,005555207
46,83855912	4092,212138	4115,296573	0,005641065
58,5481989	3926,959159	3953,086152	0,006653238
70,25783868	3704,737842	3732,103396	0,007386637
81,96747846	3410,281798	3434,893547	0,007216925
93,67711824	3051,659954	3070,439349	0,00615383
105,386758	2668,946098	2681,586486	0,004736097
35,12891934	4929,513594	4954,90872	0,005151649
46,83855912	4766,856092	4793,063072	0,00549775
58,5481989	4544,523196	4574,522677	0,006601238
70,25783868	4231,794049	4261,47495	0,007013787
81,96747846	3813,116129	3837,168061	0,006307684
93,67711824	3325,884578	3341,920599	0,004821581
105,386758	2844,550673	2854,309469	0,003430699
35,12891934	6341,352704	6370,371999	0,004576199
46,83855912	6089,865048	6123,451766	0,005515183
58,5481989	5710,918415	5747,086135	0,006333083
70,25783868	5144,41176	5174,871296	0,005920898
81,96747846	4422,144929	4441,456371	0,004366985
93,67711824	3692,647869	3703,329894	0,002892782
105,386758	3064,343178	3070,132607	0,001889289



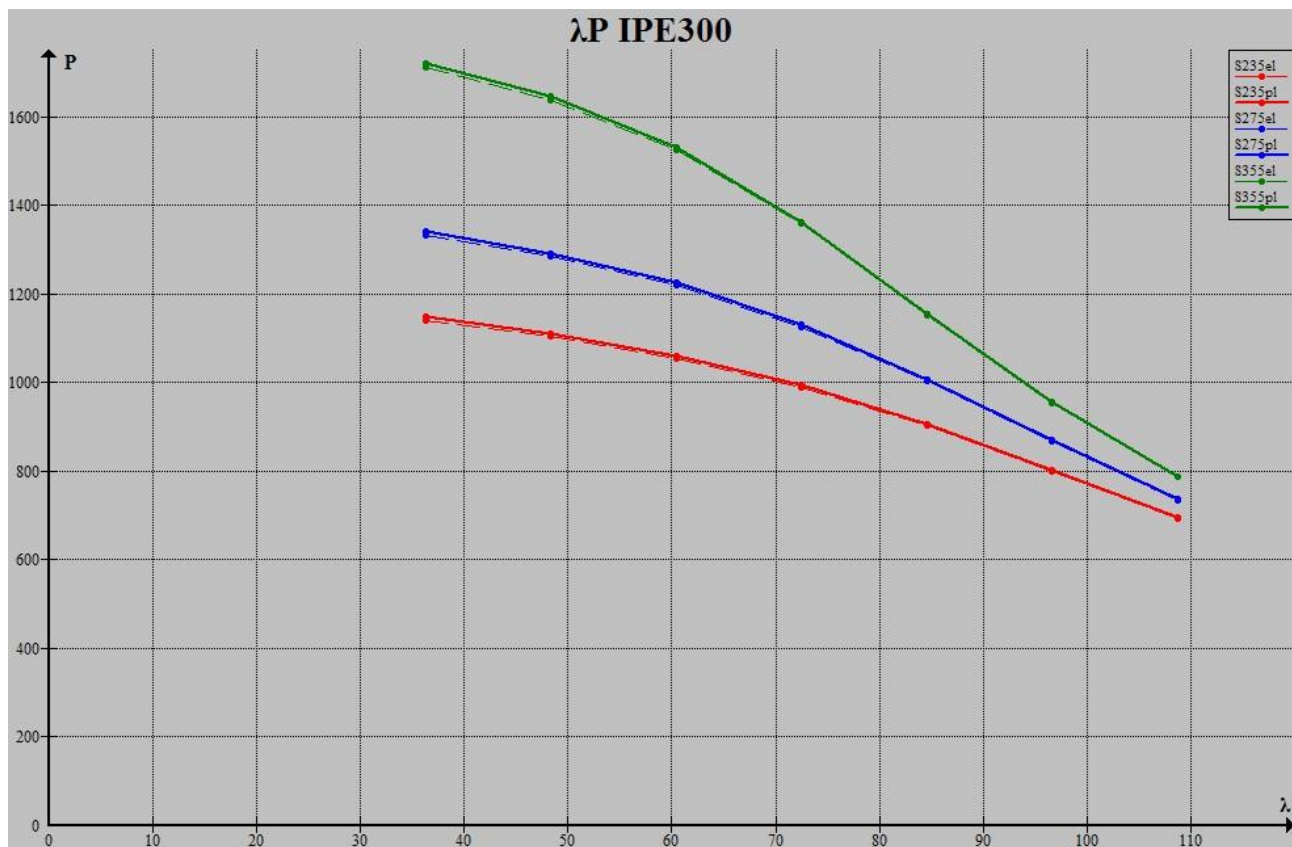
λ	P_{el}	P_{cr}	$(P_{cr} - P_{el}) / P_{el}$
35,40881444	5118,175541	5148,321994	0,005890078
47,21175259	4962,377193	4990,51722	0,005670675
59,01469074	4758,974104	4789,279507	0,006368054
70,81762888	4484,321942	4515,939886	0,007050775
82,62056703	4119,890035	4148,099486	0,006847137
94,42350518	3677,631363	3698,843599	0,005767907
106,2264433	3209,069852	3223,206856	0,004405328
35,40881444	5979,389541	6011,768526	0,005415099
47,21175259	5779,78751	5810,694422	0,005347413
59,01469074	5505,538372	5540,368142	0,006326315
70,81762888	5118,246654	5152,374403	0,006667859
82,62056703	4600,187349	4627,534526	0,005944796
94,42350518	4001,472528	4019,43275	0,004488403
106,2264433	3415,139043	3426,013078	0,003184068
35,40881444	7691,281736	7727,391413	0,004694884
47,21175259	7381,749888	7420,762458	0,005285003
59,01469074	6912,450235	6954,281592	0,006051596
70,81762888	6209,657544	6244,349835	0,005586828
82,62056703	5320,152542	5341,758745	0,0040612
94,42350518	4431,501217	4443,343548	0,002672307
106,2264433	3672,03118	3678,446872	0,001747178



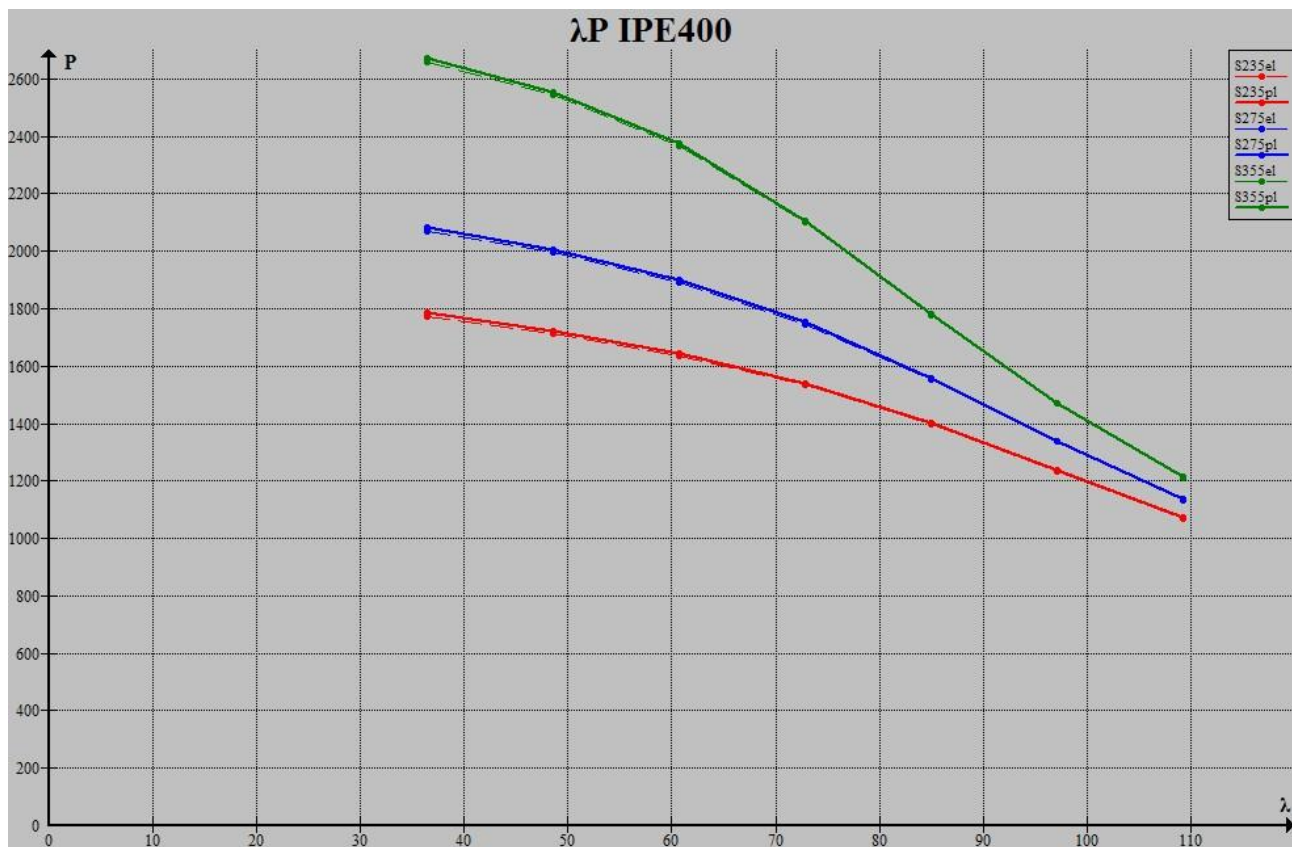
λ	P _{el}	P _{cr}	(P _{cr} - P _{el}) / P _{el}
36,93538505	217,1185975	218,9238243	0,008314473
49,24718007	209,8477413	211,452539	0,007647439
61,55897508	200,1866308	201,6608053	0,007364001
73,8707701	187,0018023	188,4737771	0,007871447
86,18256512	169,6763184	170,9150416	0,007300507
98,49436014	149,3971877	150,269841	0,005841163
110,8061552	128,8988027	129,4559068	0,004322027
36,93538505	253,5797046	255,5130395	0,00762417
49,24718007	244,1976848	245,8747413	0,006867618
61,55897508	231,0515379	232,720152	0,007221826
73,8707701	212,3695871	213,916166	0,007282488
86,18256512	187,996331	189,1461585	0,006116223
98,49436014	161,2408811	161,9533334	0,004418558
110,8061552	136,2881496	136,704938	0,003058142
36,93538505	325,9703095	328,088141	0,006497007
49,24718007	311,2115399	313,121517	0,006137231
61,55897508	288,3739506	290,3200156	0,006748408
73,8707701	254,6416795	256,1143803	0,005783424
86,18256512	214,3930753	215,2420588	0,003959939
98,49436014	176,5770452	177,0278634	0,002553096
110,8061552	145,4211542	145,6628899	0,001662314



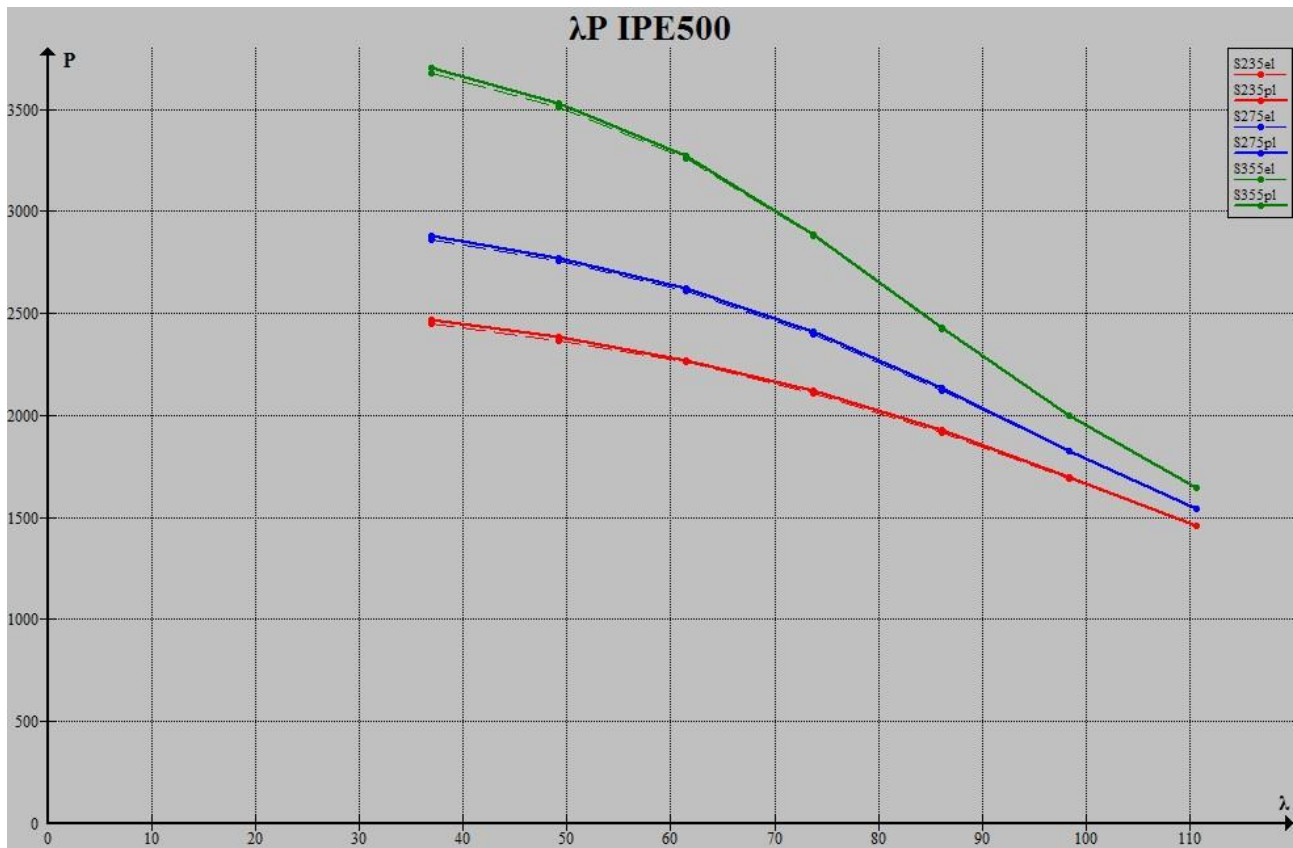
λ	P_{el}	P_{cr}	$(P_{cr} - P_{el}) / P_{el}$
36,4519637	598,6245402	603,088349	0,007456776
48,60261827	579,3111308	583,0254738	0,006411655
60,75327284	553,7562078	556,8157362	0,005525046
72,90392741	518,9170052	521,9877936	0,005917687
85,05458198	472,8467167	475,4908428	0,005591931
97,20523655	418,1486587	420,0476373	0,004541396
109,3558911	361,9755291	363,1965636	0,003373252
36,4519637	699,2278979	703,9548861	0,006760297
48,60261827	674,3588095	678,1043098	0,005554165
60,75327284	639,6682515	643,106391	0,005374879
72,90392741	590,3195443	593,5870715	0,005535184
85,05458198	525,187374	527,679921	0,004746015
97,20523655	452,3656022	453,9422678	0,003485379
109,3558911	383,3997041	384,3377654	0,002446693
36,4519637	899,0558108	904,0824074	0,005590973
48,60261827	860,0950928	864,0608977	0,004610891
60,75327284	800,0362112	804,0969427	0,005075685
72,90392741	710,5505421	713,7306989	0,004475624
85,05458198	601,4339699	603,2997616	0,003102239
97,20523655	496,9127322	497,9111651	0,002009272
109,3558911	409,8919351	410,4411356	0,001339867



λ	P _{el}	P _{cr}	(P _{cr} - P _{el}) / P _{el}
36,2407782	1139,78328	1147,976659	0,007188541
48,32103761	1103,190754	1109,768271	0,005962267
60,40129701	1054,961976	1059,980087	0,004756675
72,48155641	989,452546	994,4408283	0,005041457
84,56181581	902,9441778	907,2726788	0,004793764
96,64207521	799,9652129	803,1226608	0,003946981
108,7223346	693,6543606	695,7058379	0,002957492
36,2407782	1331,365646	1339,978478	0,006469171
48,32103761	1284,303595	1290,797579	0,005056425
60,40129701	1218,950876	1224,516437	0,004565861
72,48155641	1126,31274	1131,64232	0,004731883
84,56181581	1003,984768	1008,094878	0,004093797
96,64207521	866,5101316	869,1531114	0,003050143
108,7223346	735,5161043	737,1010088	0,00215482
36,2407782	1711,947261	1720,950416	0,005259015
48,32103761	1638,400065	1644,904024	0,003969701
60,40129701	1525,63038	1532,219522	0,004318963
72,48155641	1357,867718	1363,101174	0,003854172
84,56181581	1152,167921	1155,286916	0,002707066
96,64207521	953,6123325	955,2845659	0,001753578
108,7223346	787,4387031	788,3752755	0,001189391



λ	P _{el}	P _{cr}	(P _{cr} - P _{el}) / P _{el}
36,43679291	1771,003015	1784,359248	0,007541621
48,58239055	1713,27616	1723,923407	0,006214554
60,72798819	1637,061728	1644,805856	0,004730504
72,87358583	1533,485873	1540,966317	0,004878065
85,01918346	1397,031001	1403,467131	0,004607006
97,1647811	1235,505129	1240,172045	0,003777334
109,3103787	1069,829387	1072,851053	0,002824437
36,43679291	2068,596721	2082,627599	0,0067828
48,58239055	1994,290824	2004,704847	0,005221918
60,72798819	1890,914716	1899,293809	0,004431238
72,87358583	1744,415165	1752,379052	0,004565362
85,01918346	1551,820746	1557,902959	0,003919404
97,1647811	1336,969841	1340,860828	0,002910302
109,3103787	1133,55204	1135,880299	0,00205395
36,43679291	2659,669062	2674,315979	0,005507045
48,58239055	2543,352667	2553,434673	0,003964061
60,72798819	2364,711887	2374,576789	0,004171714
72,87358583	2099,808533	2107,561086	0,003692029
85,01918346	1777,797765	1782,388854	0,002582459
97,1647811	1469,46027	1471,906206	0,001664513
109,3103787	1212,563356	1213,939544	0,001134941



λ	P_{el}	P_{cr}	$(P_{cr} - P_{el}) / P_{el}$
36,8809512	2450,416574	2470,618745	0,008244382
49,1746016	2368,69946	2384,774426	0,00678641
61,468252	2260,168758	2271,271968	0,004912558
73,7619024	2112,067288	2122,147737	0,004772788
86,0555528	1917,309228	1925,825417	0,00444174
98,3492032	1688,978541	1695,048789	0,003594035
110,6428536	1457,771563	1461,654363	0,002663517
36,8809512	2861,954718	2883,244875	0,007439026
49,1746016	2756,535077	2772,138812	0,005660634
61,468252	2608,893122	2620,274577	0,004362561
73,7619024	2399,048095	2409,69547	0,004438167
86,0555528	2124,90714	2132,860574	0,003742956
98,3492032	1823,351225	1828,355786	0,002744705
110,6428536	1541,637924	1544,607623	0,001926327
36,8809512	3679,072174	3701,295241	0,0060404
49,1746016	3513,313962	3527,783976	0,004118623
61,468252	3256,923478	3270,210517	0,004079629
73,7619024	2877,828629	2887,991765	0,003531529
86,0555528	2424,388779	2430,278317	0,002429288
98,3492032	1997,447476	2000,552006	0,001554248
110,6428536	1645,297832	1647,044327	0,001061507

5.1 : Επιρροή Αρχικού Βέλους

Όπως είδαμε στα διαγράμματα, και όπως ήταν αναμενόμενο από τη θεωρία, μεγαλύτερο αρχικό βέλος σημαίνει διαρροή σε μικρότερο φορτίο και με ακόμη μεγαλύτερο τελικό βέλος. Ωστόσο, όσο μεγαλύτερο το αρχικό βέλος, τόσο μεγαλύτερη και η διαφορά ανάμεσα στο φορτίο πρώτης διαρροής και στο κρίσιμο φορτίο του ανελαστικού λυγισμού.

5.2 : Ισοδύναμα Αρχικά Βέλη Ευρωκώδικα

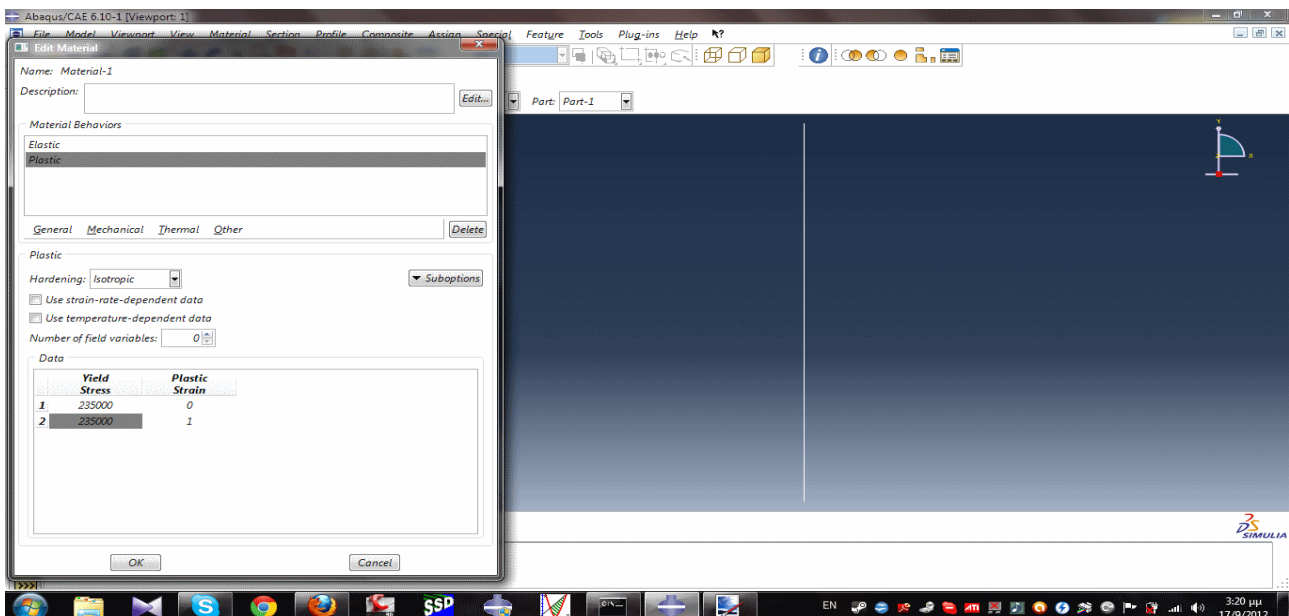
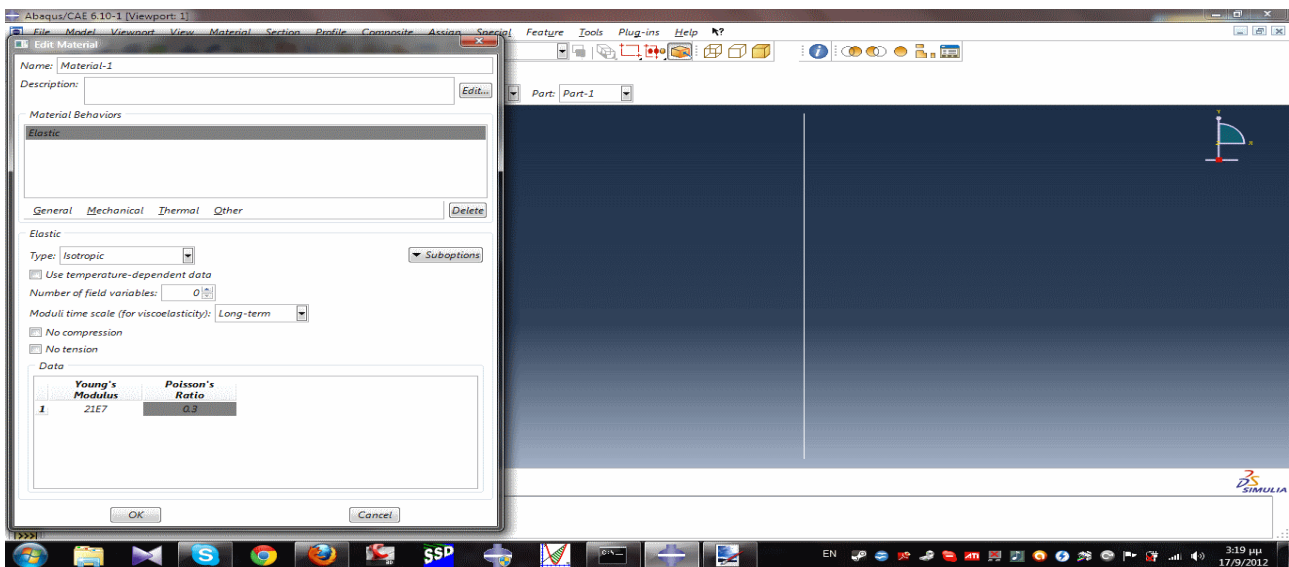
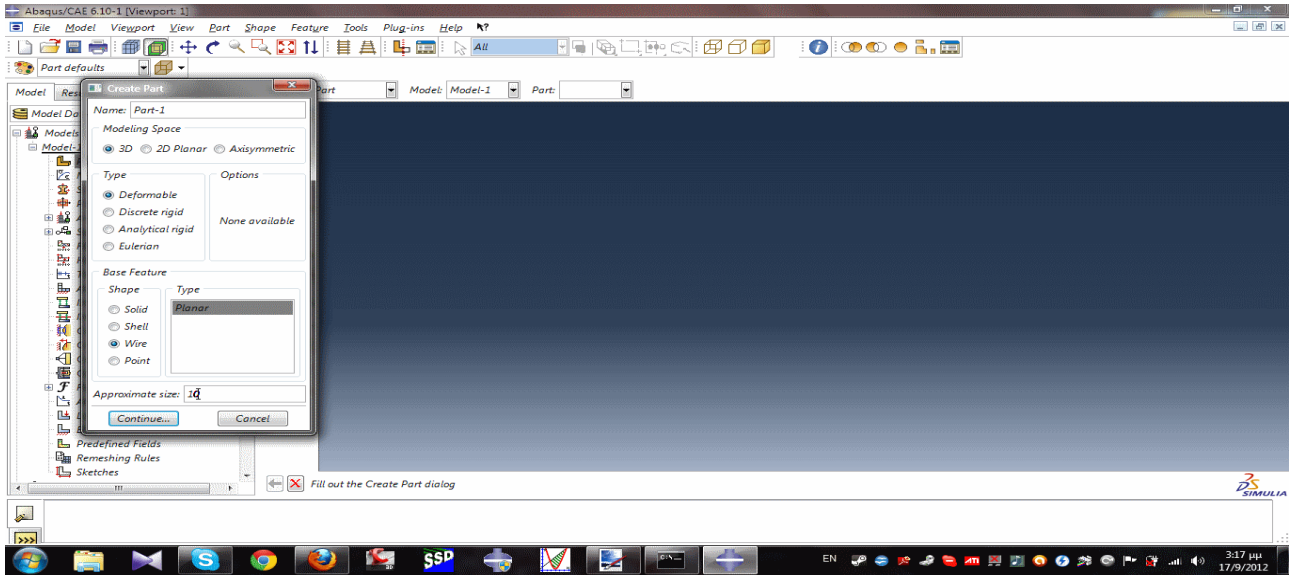
Τα αρχικά βέλη τα οποία προτείνει ο Ευρωκώδικας ως ισοδύναμα, δεν είναι σταθερά, αλλά μεταβάλλονται ανάλογα με τη διατομή, τη λυγηρότητα και την ποιότητα του χάλυβα. Πιο συγκεκριμένα, αύξηση της λυγηρότητας μας επιτρέπει ελαφρώς μεγαλύτερα αρχικά βέλη, μεγαλύτερες διατομές επίσης μας επιτρέπουν ελαφρώς μεγαλύτερα αρχικά βέλη, ενώ η αύξηση της τάσης διαρροής μας επιτρέπει ακόμα μεγαλύτερα αρχικά βέλη.

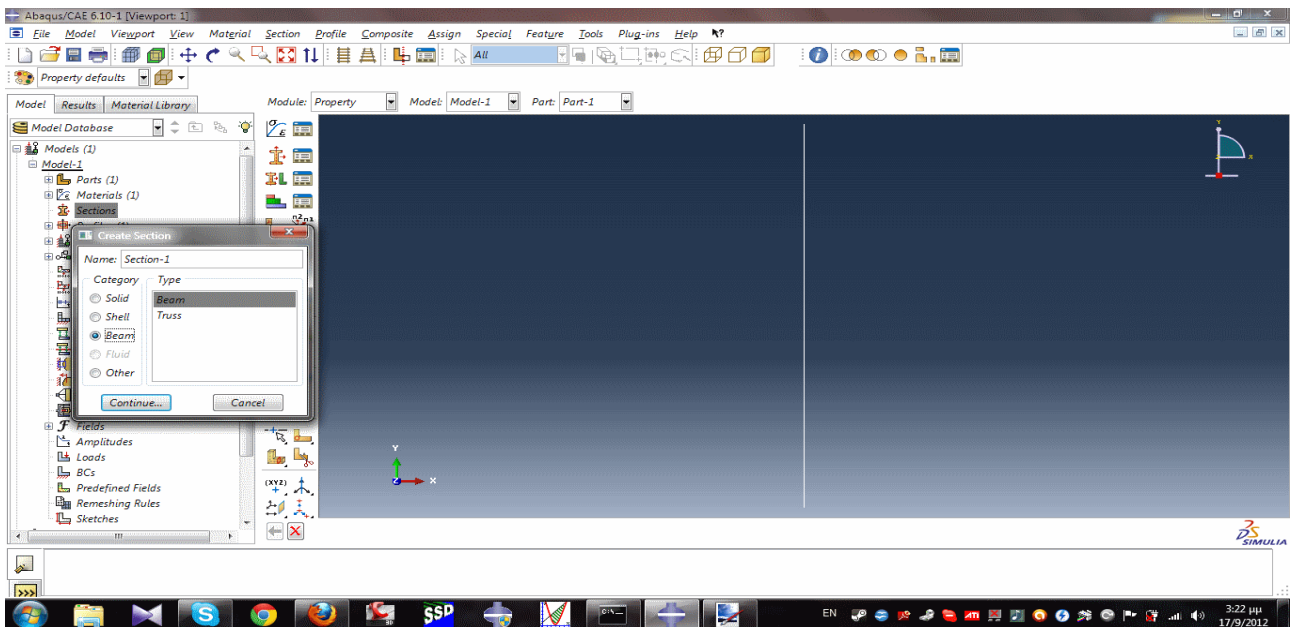
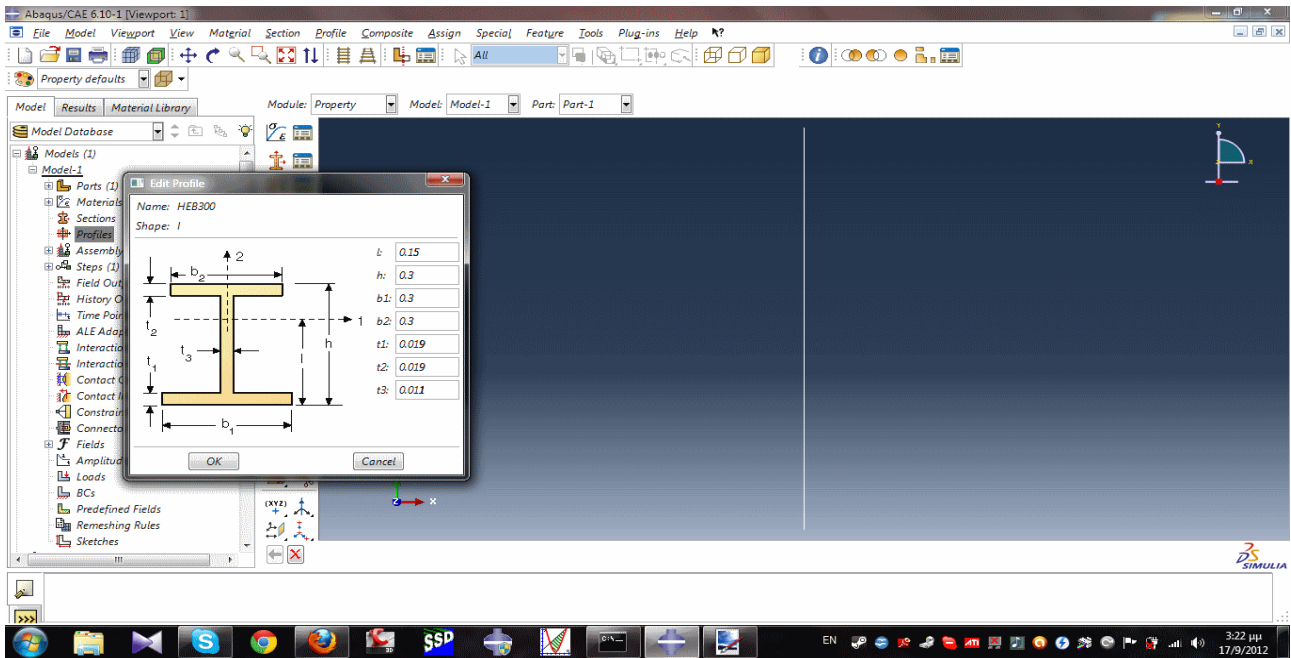
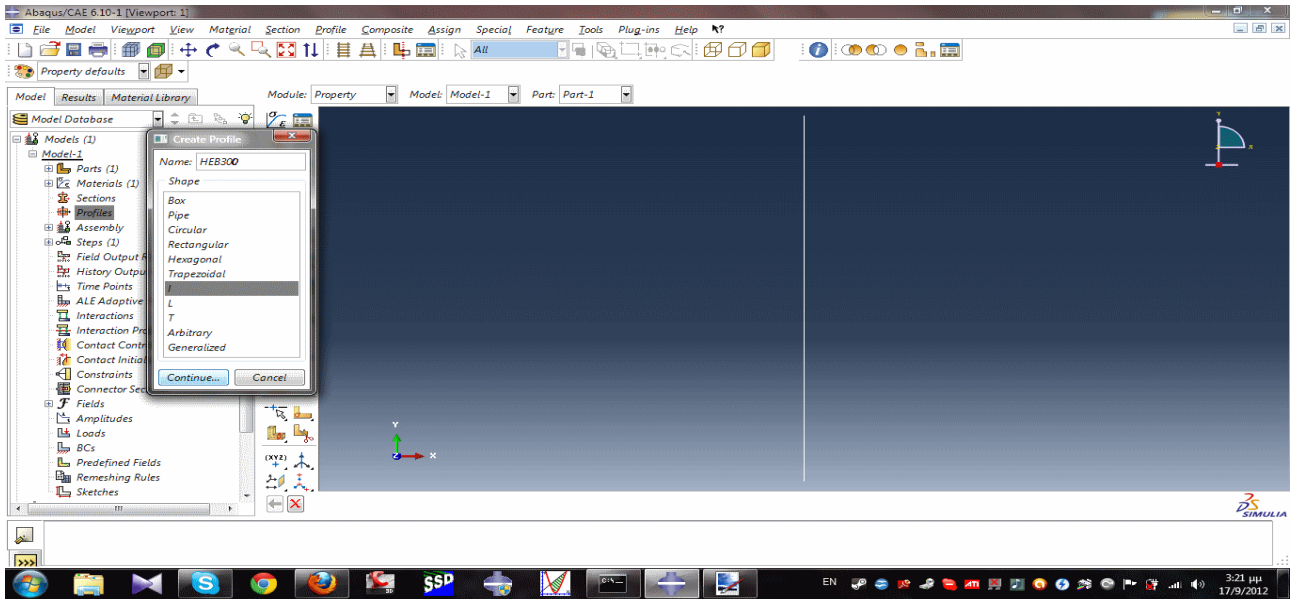
5.3 : Διαφορά Φορτίου Πρώτης Διαρροής με Κρίσιμο Φορτίο

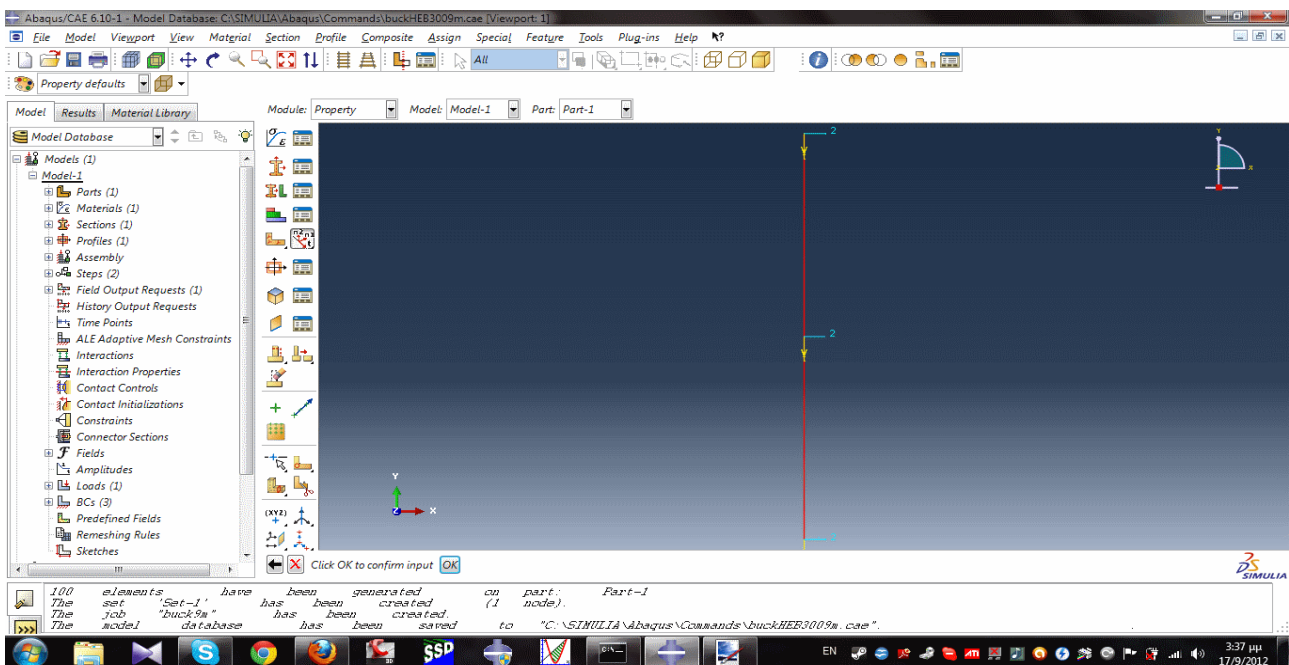
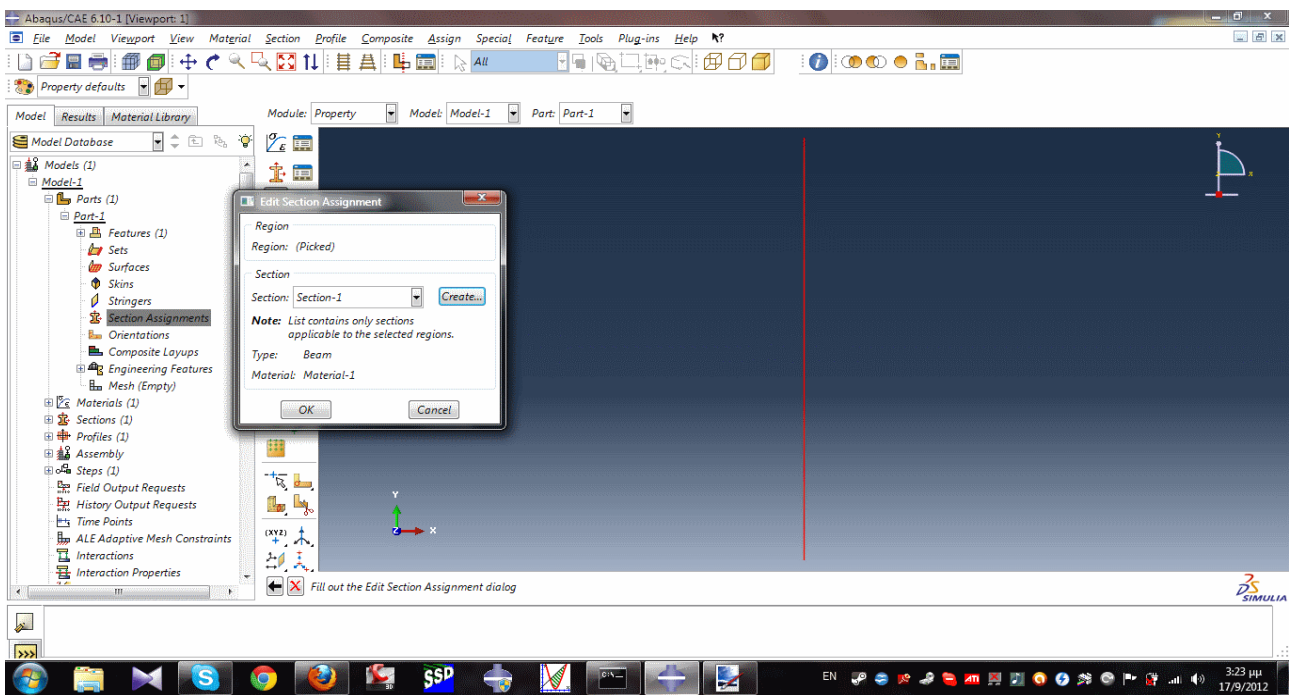
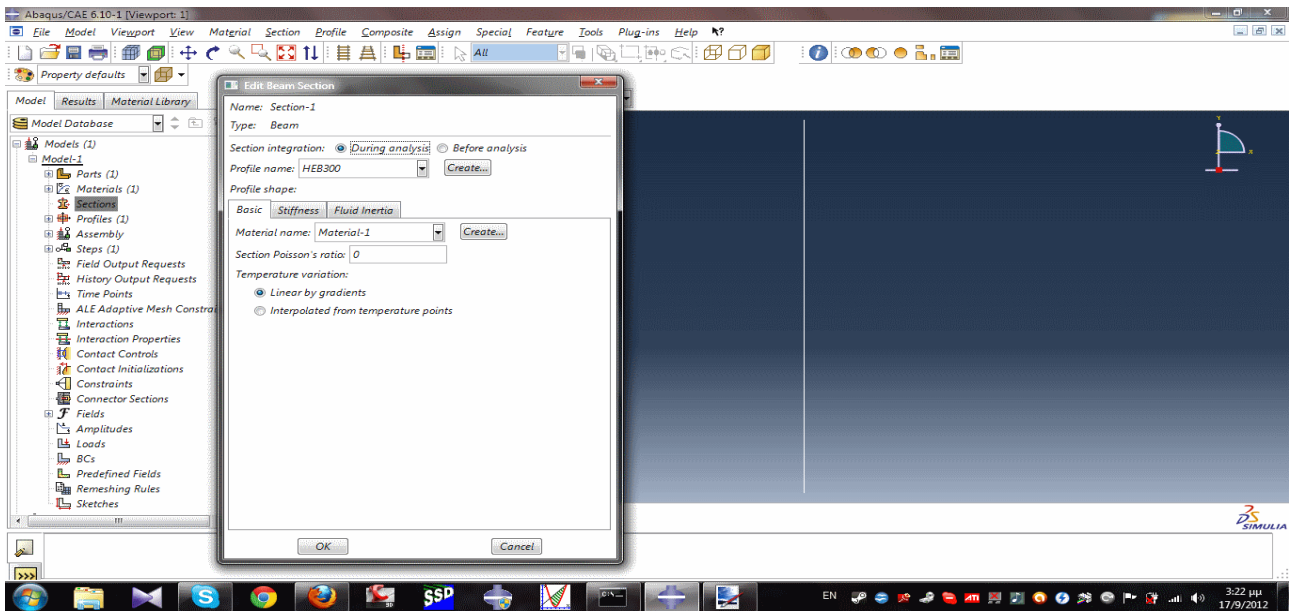
Και εδώ η διαφορά των φορτίων αναφοράς μεταβάλλεται ανάλογα με τη διατομή, τη λυγηρότητα και την ποιότητα του χάλυβα. Πιο συγκεκριμένα, αύξηση της λυγηρότητας συνεπάγεται πολύ μικρή μείωση της διαφοράς, η αύξηση της τάσης διαρροής του χάλυβα έχει μικρή επιρροή στη διαφορά με τάση να την μικραίνει, ενώ μεγάλη είναι η επιρροή της διατομής, όπου αύξηση των διαστάσεων μας δίνει μικρότερες διαφορές και ακόμα παρατηρούμε ότι για καμπύλη λυγισμού a (όπου έχουμε ακόμα μικρότερα ισοδύναμα αρχικά βέλη) η διαφορά είναι εμφανώς μικρότερη σε σχέση με διατομές καμπύλης λυγισμού b .

Παράρτημα : Abaqus

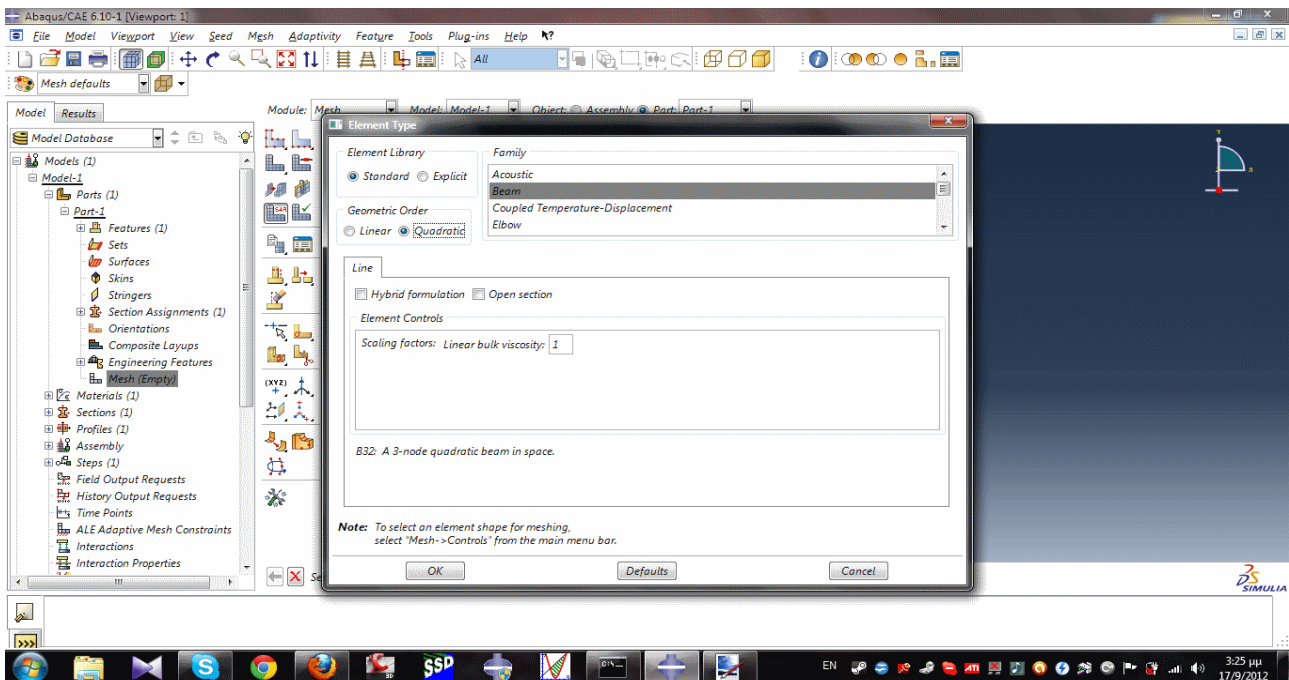
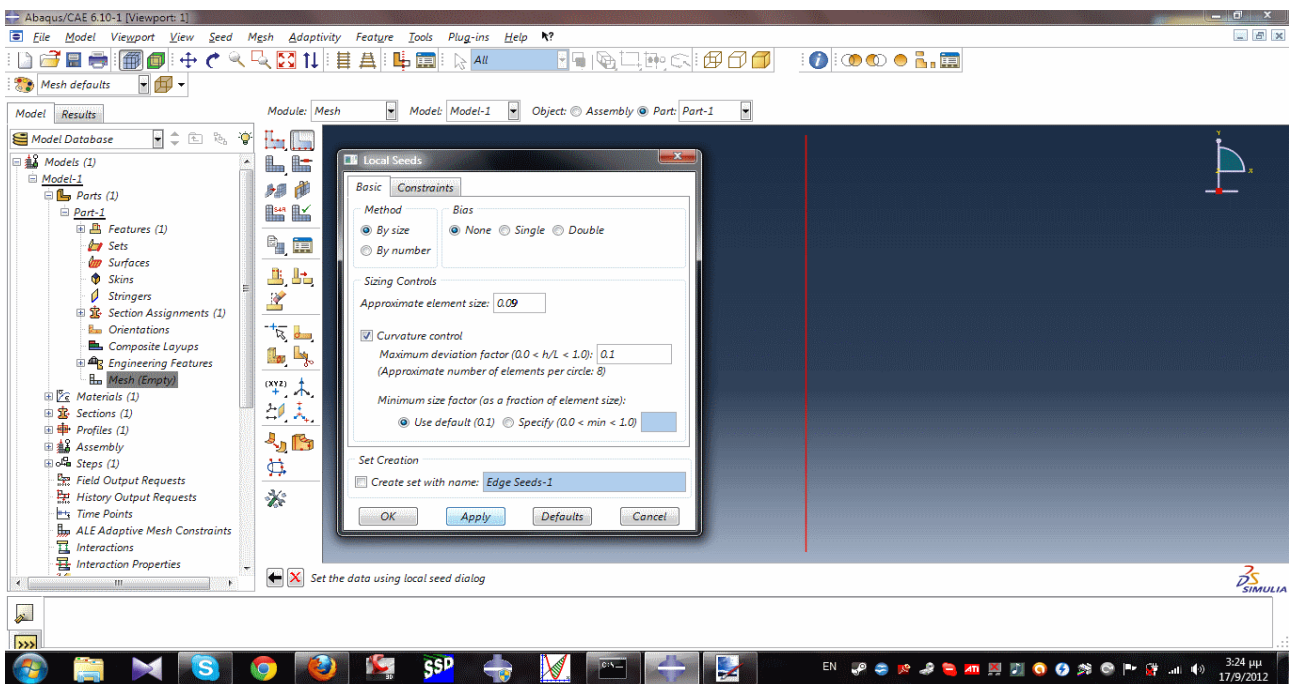
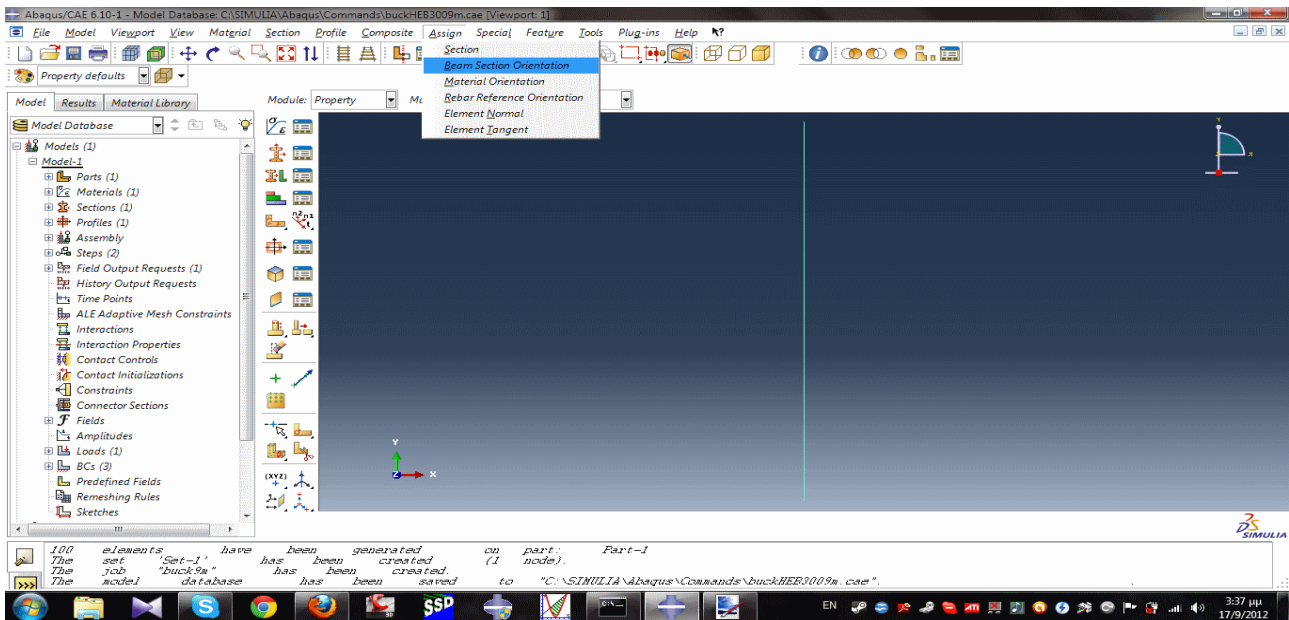
Σε αυτό το παράρτημα θα δώσουμε με screen shots τη διαδικασία που ακολουθήσαμε στο abaqus.

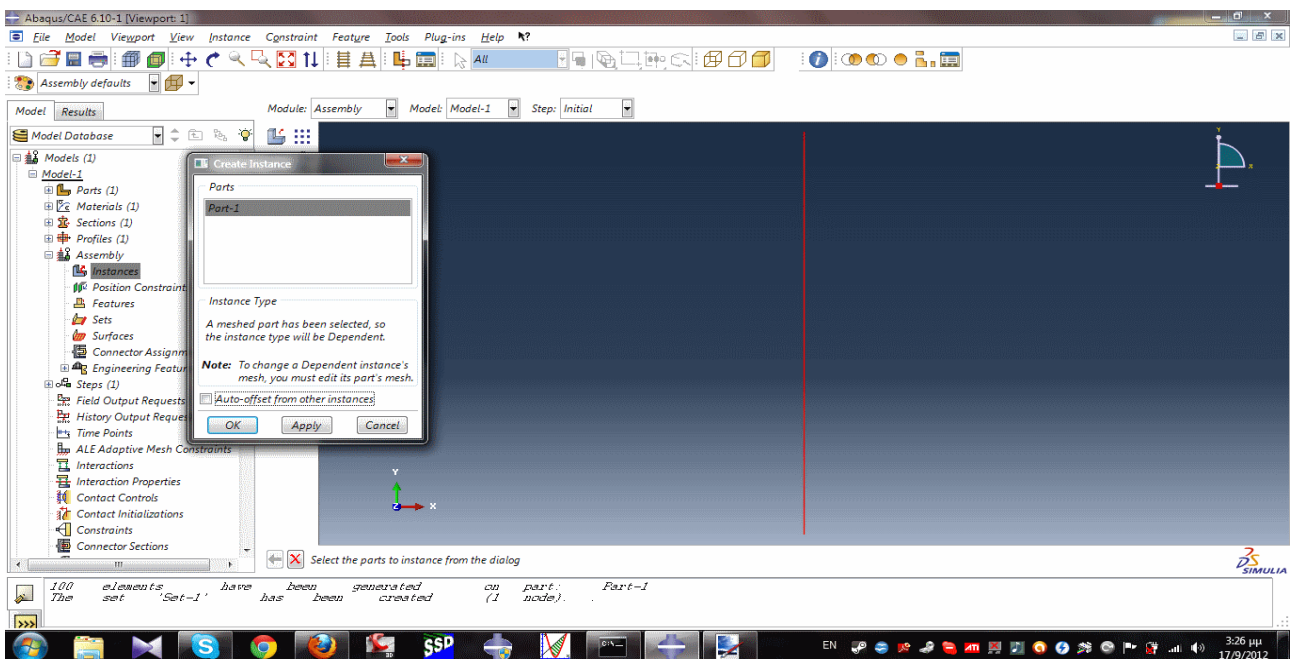
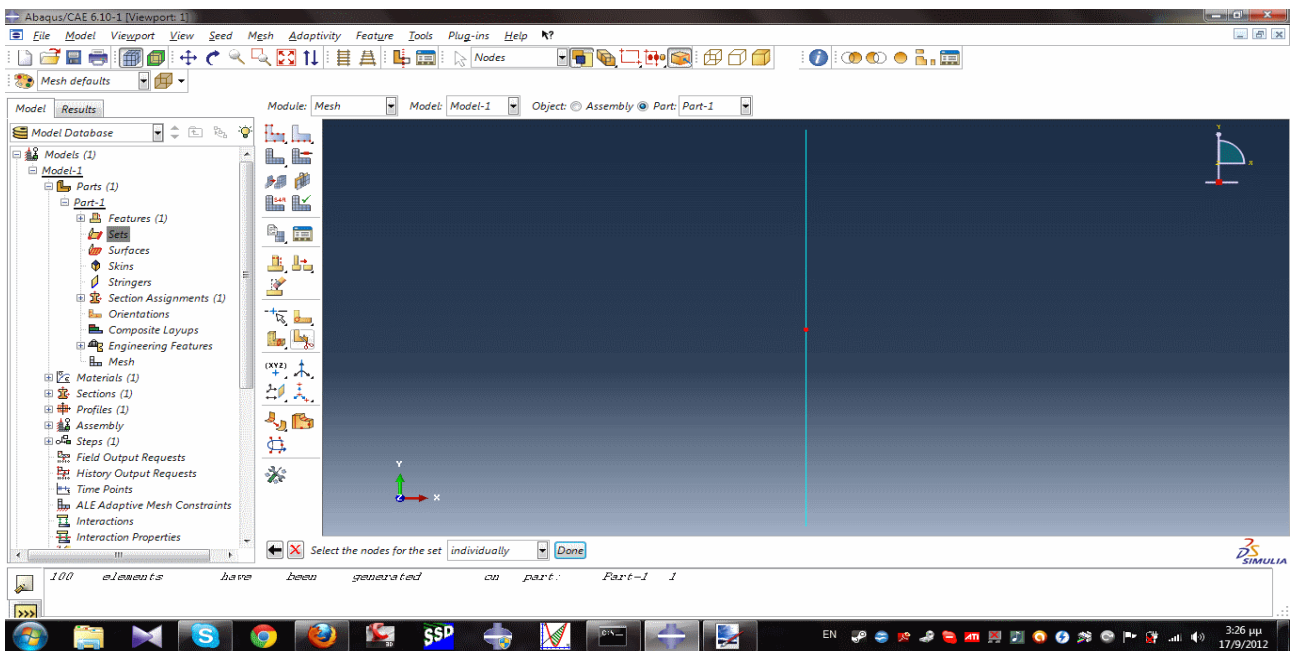
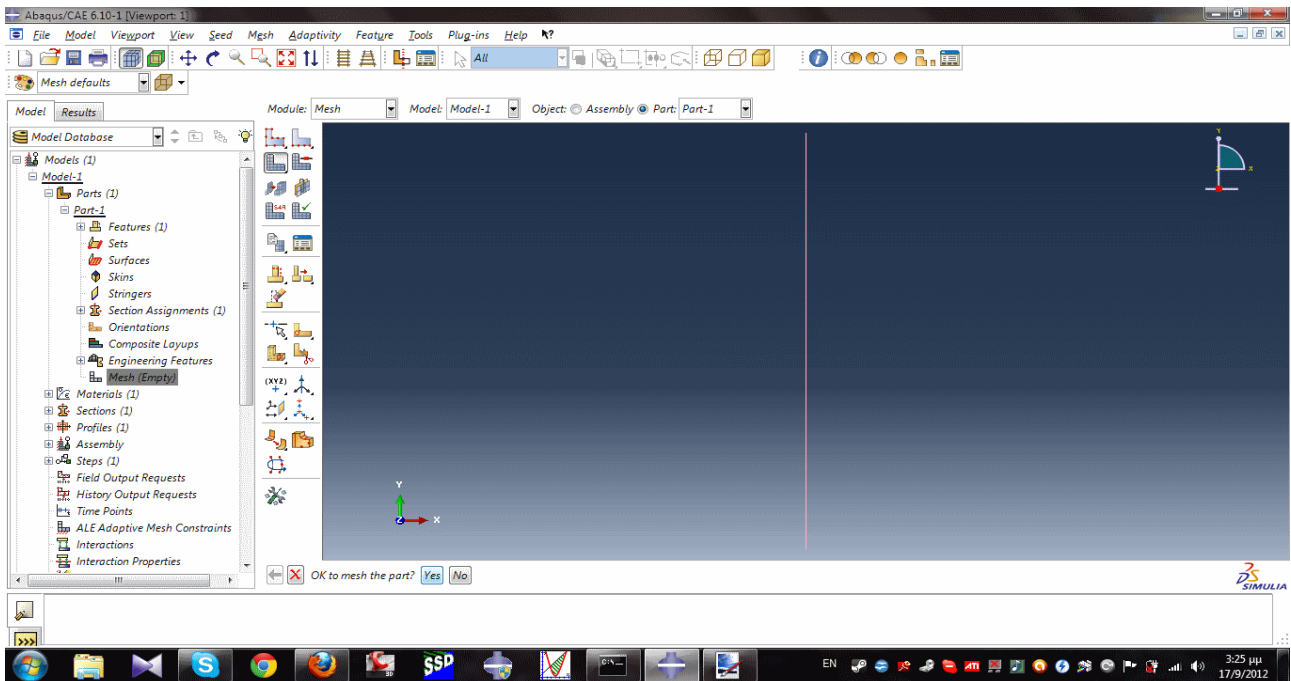


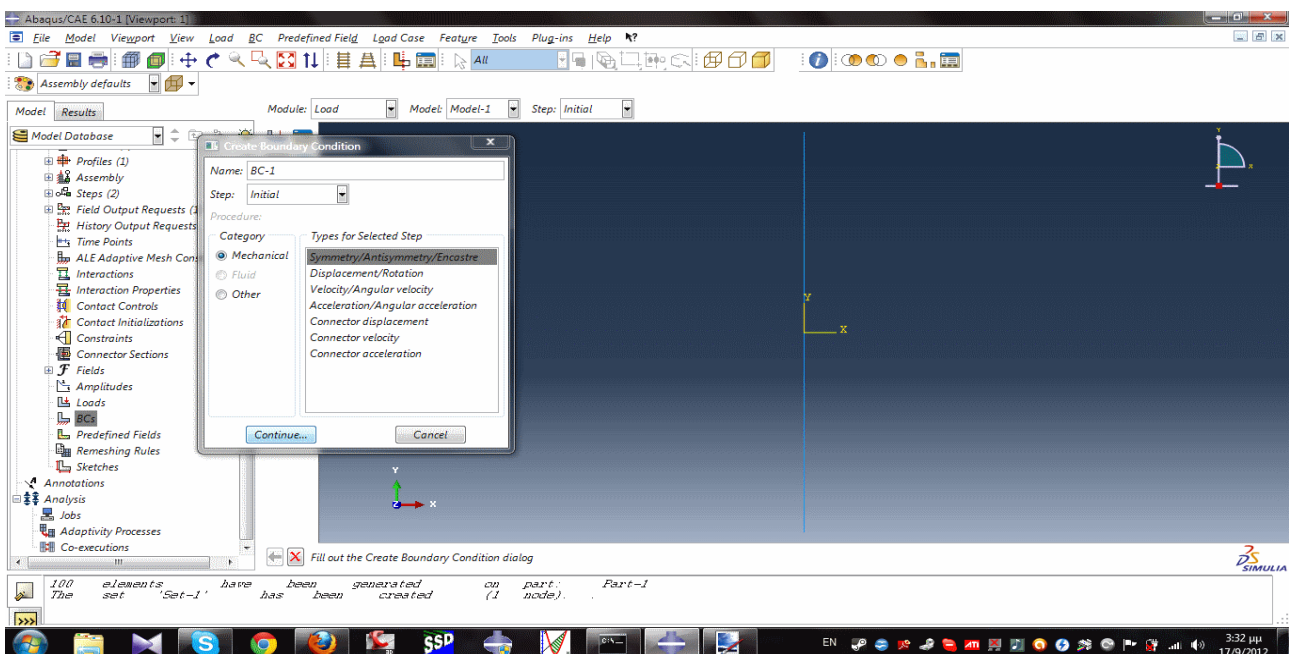
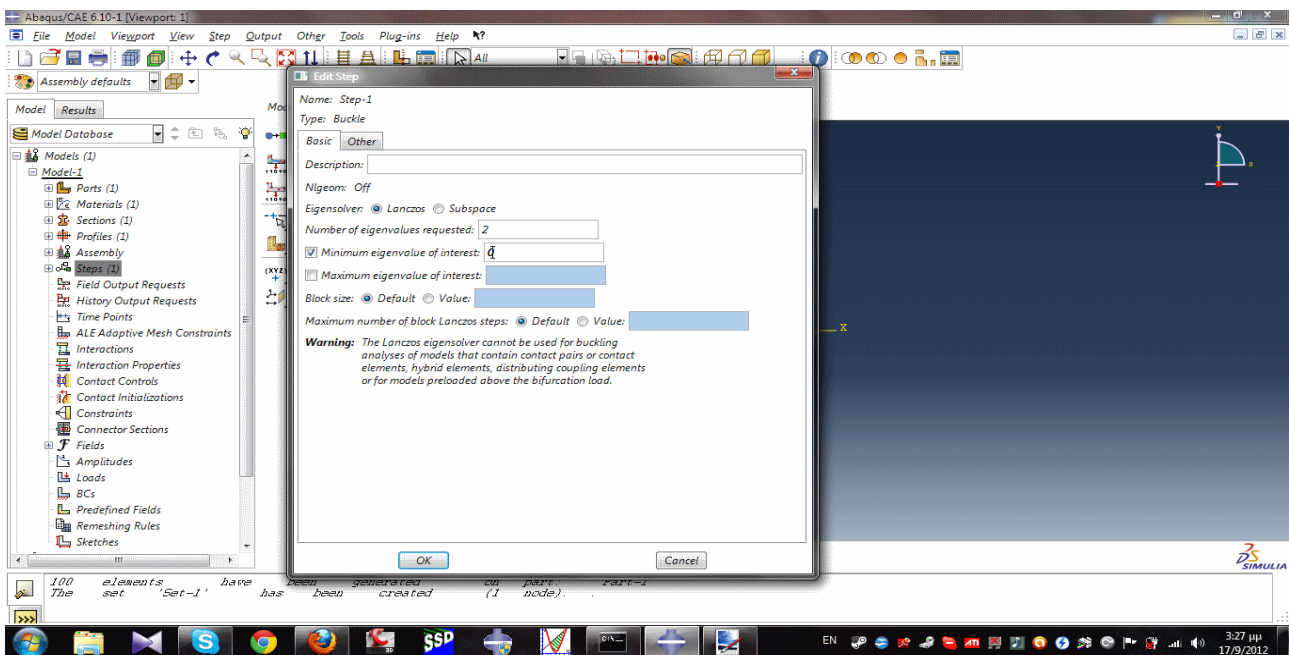
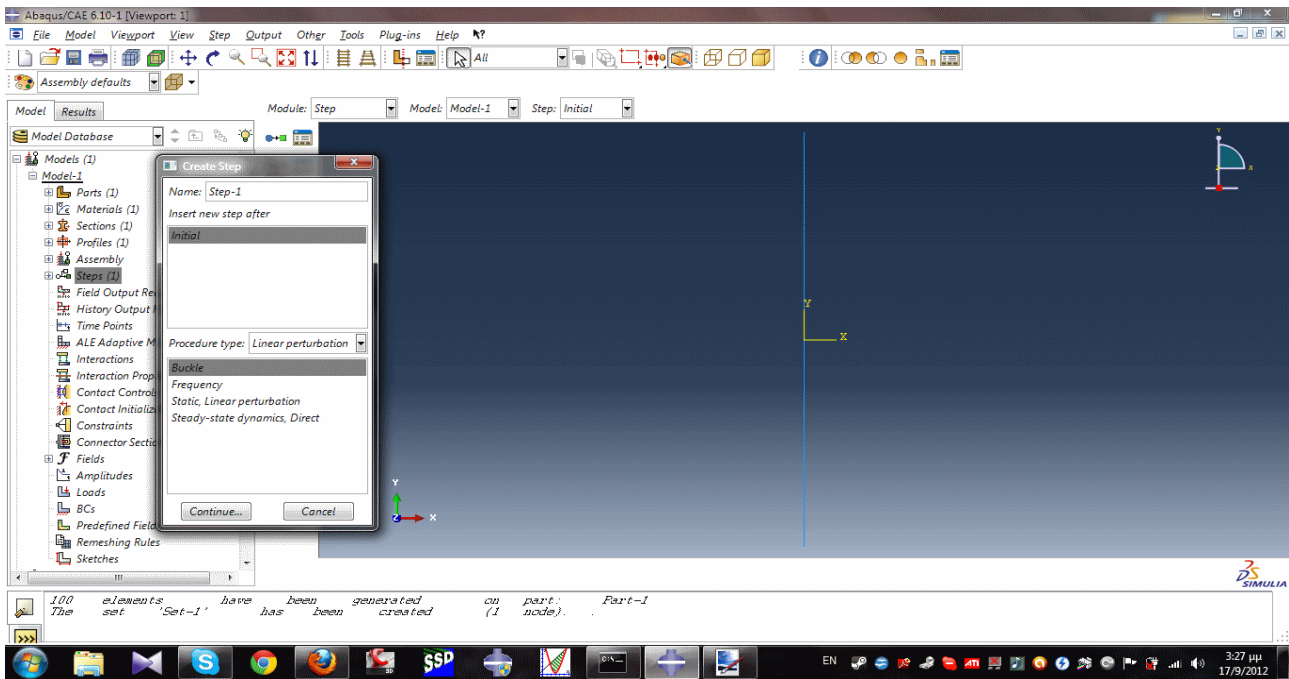


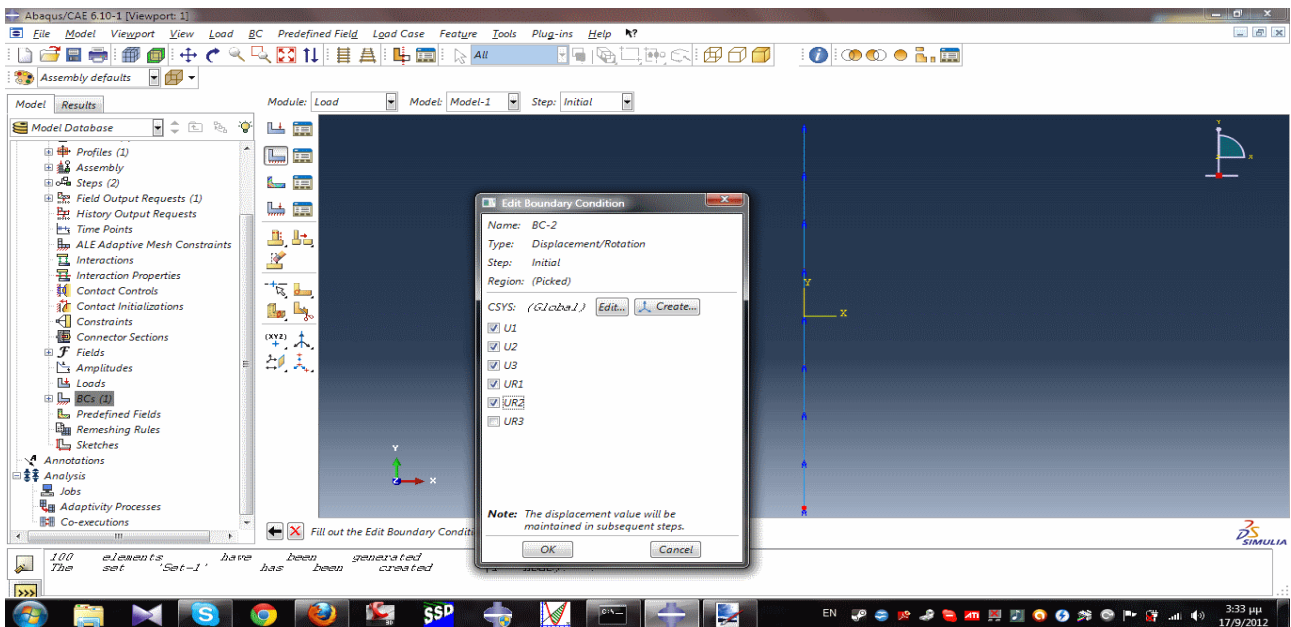
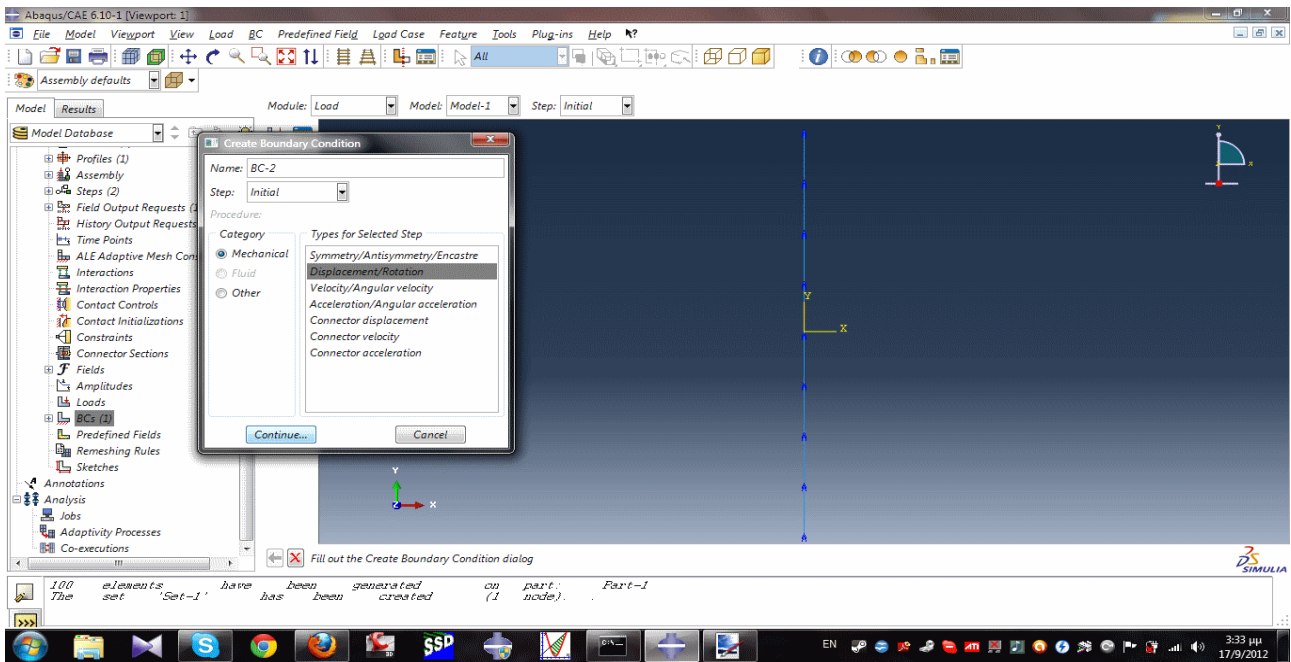
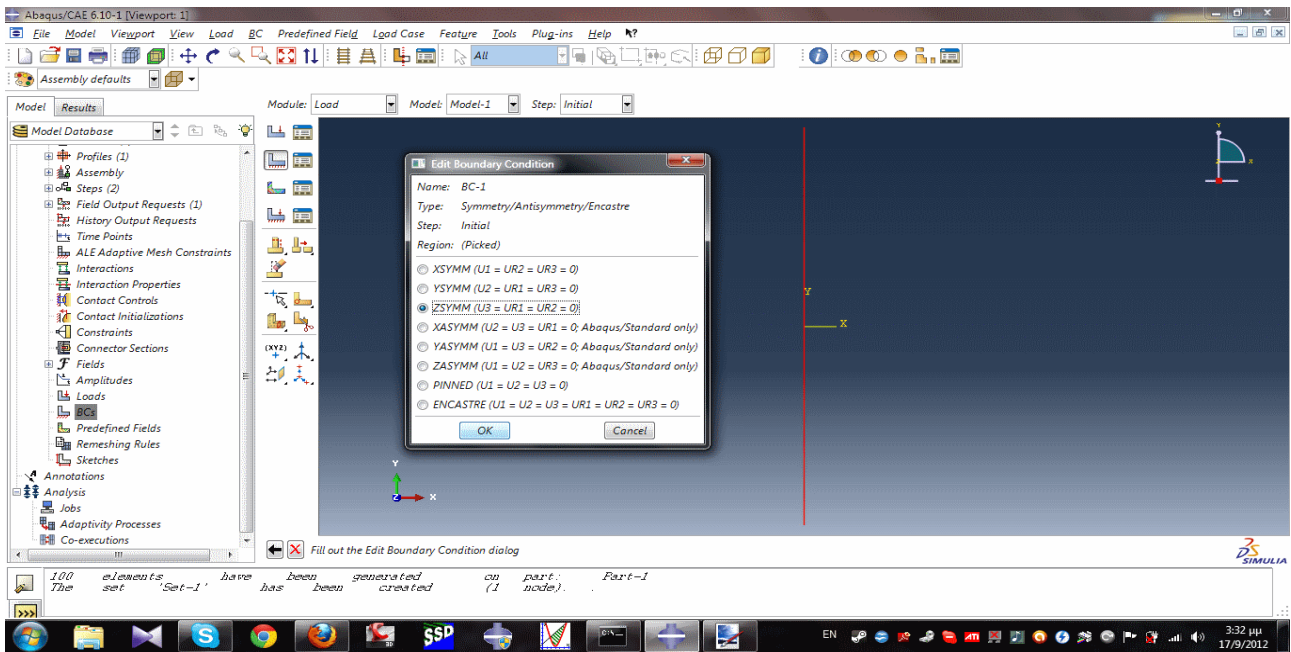


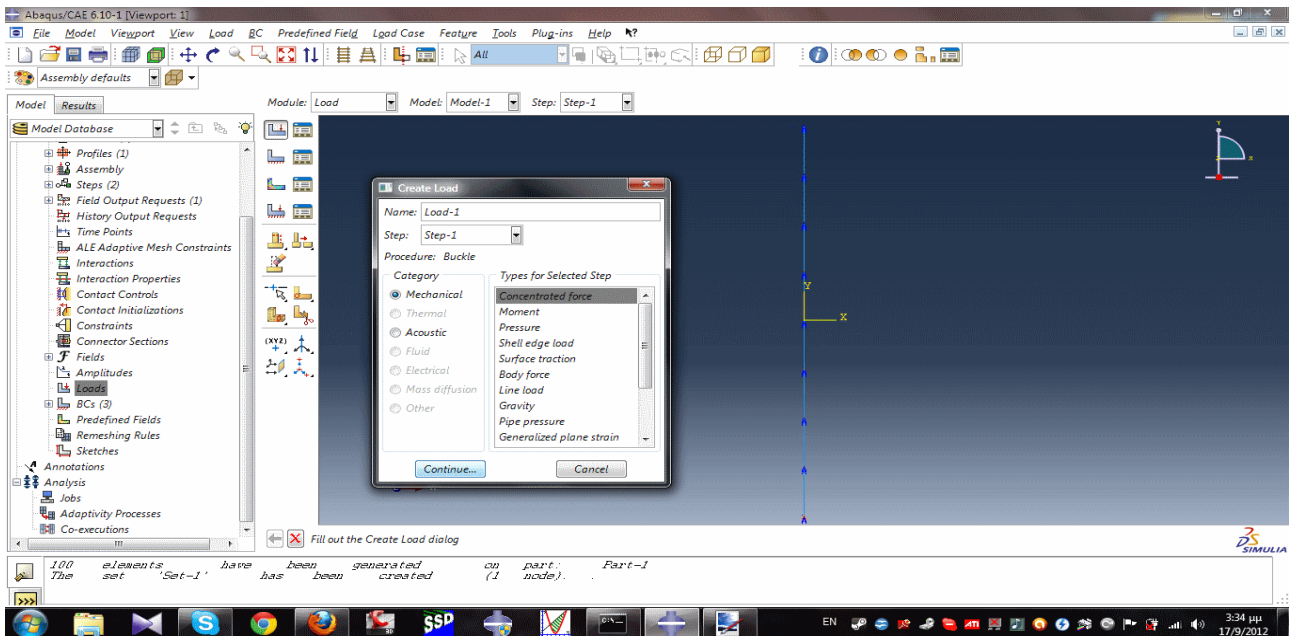
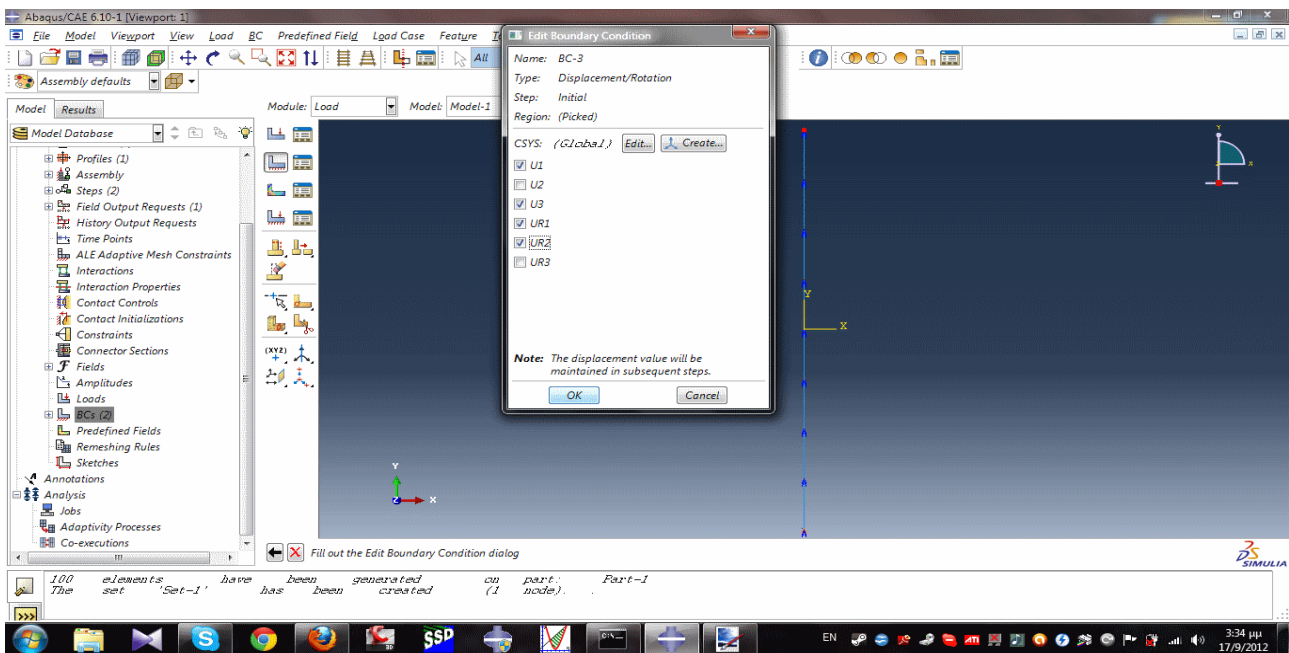
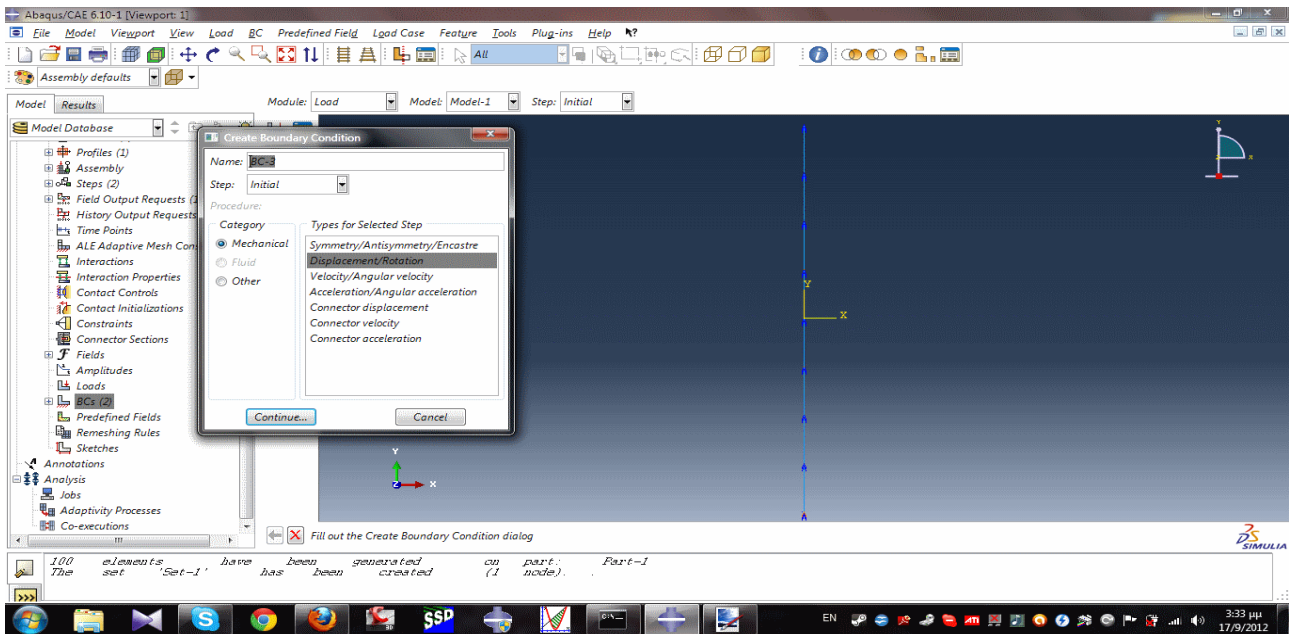
100 elements have been generated on part: Part-1
The set "Set-1" has been created (1 node).
The job "buck20m" has been created to "C:\SIMULIA\Abaqus\Commands\buckHEB300m.cae".
The model database has been saved

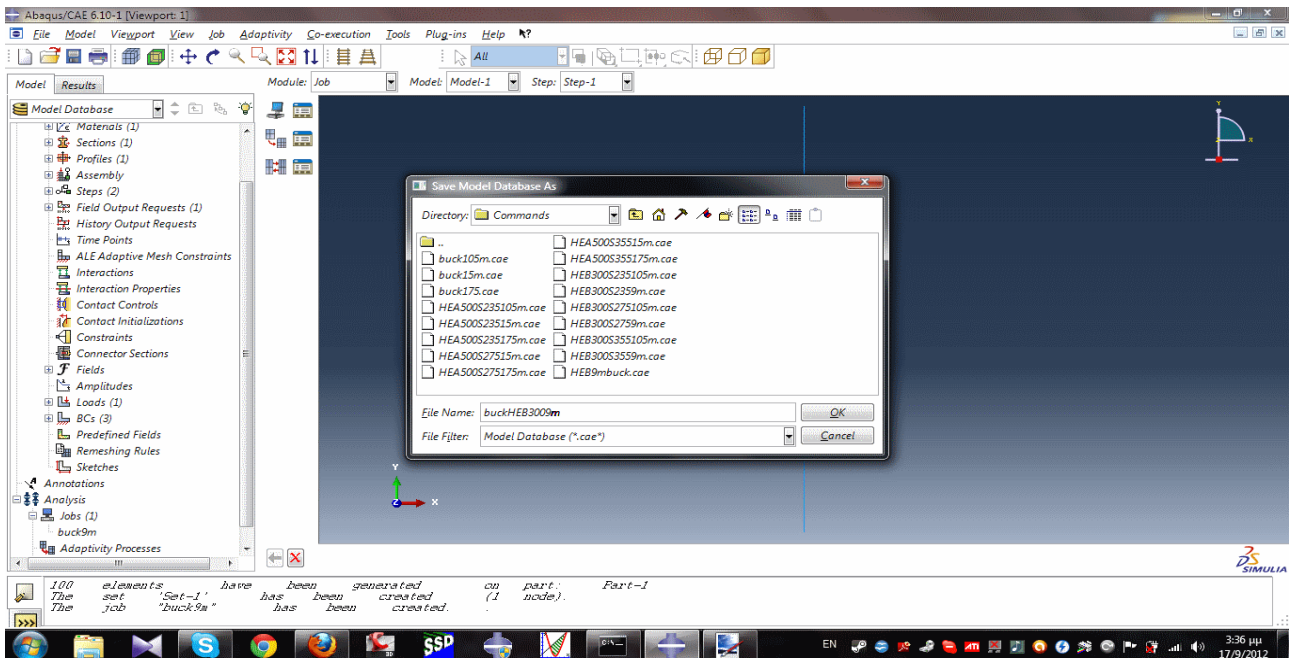
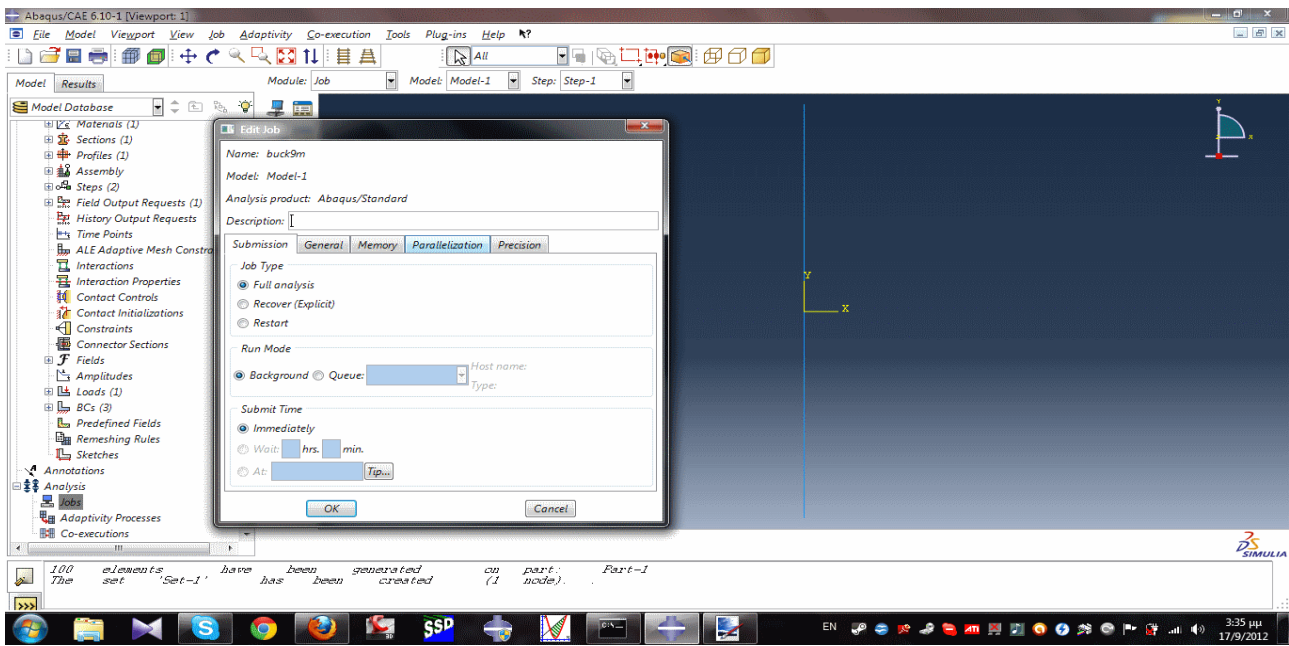
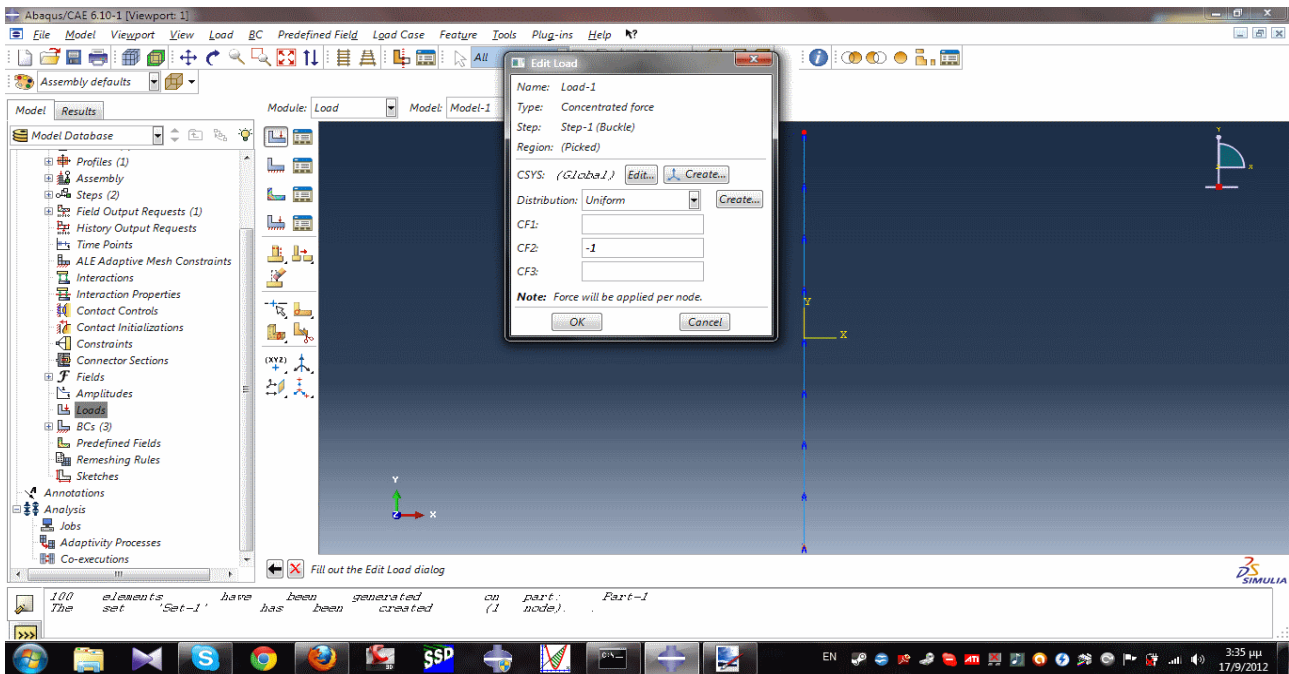


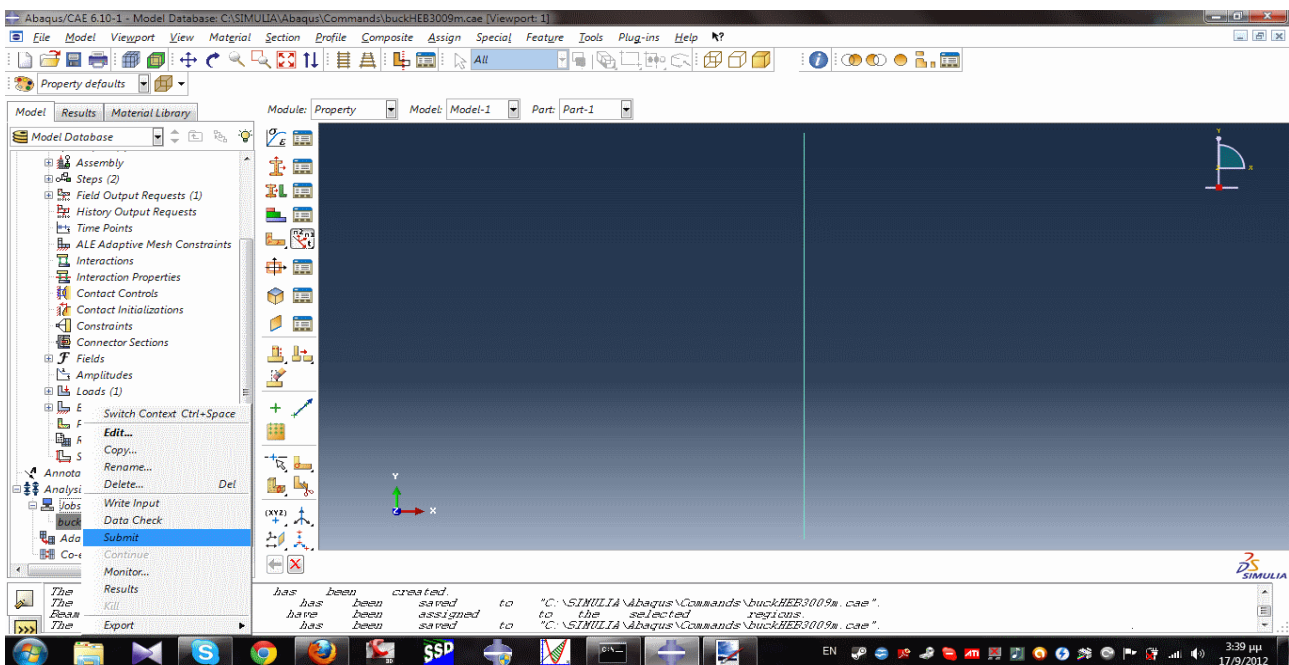
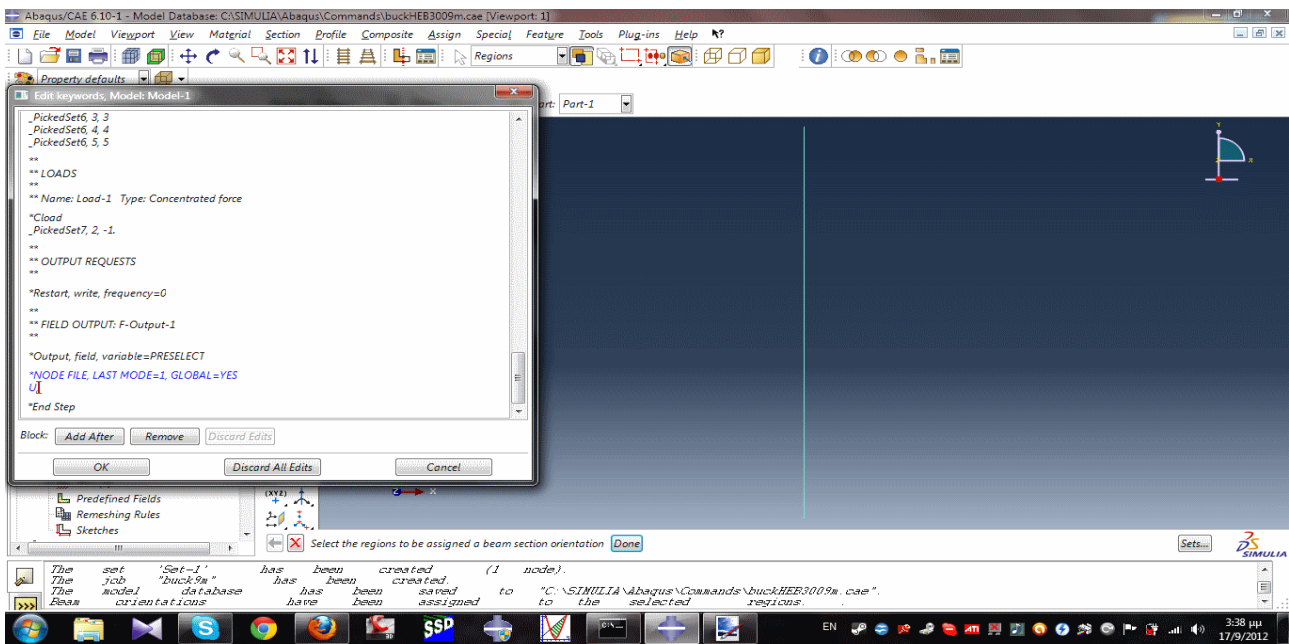
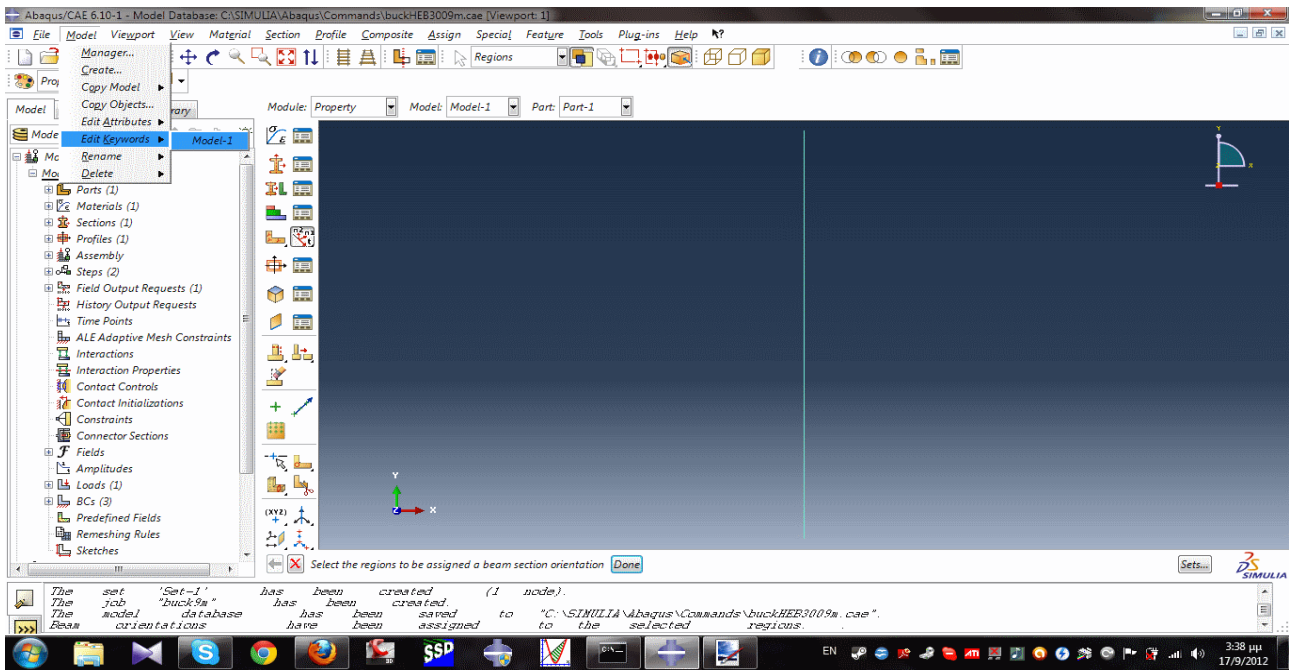


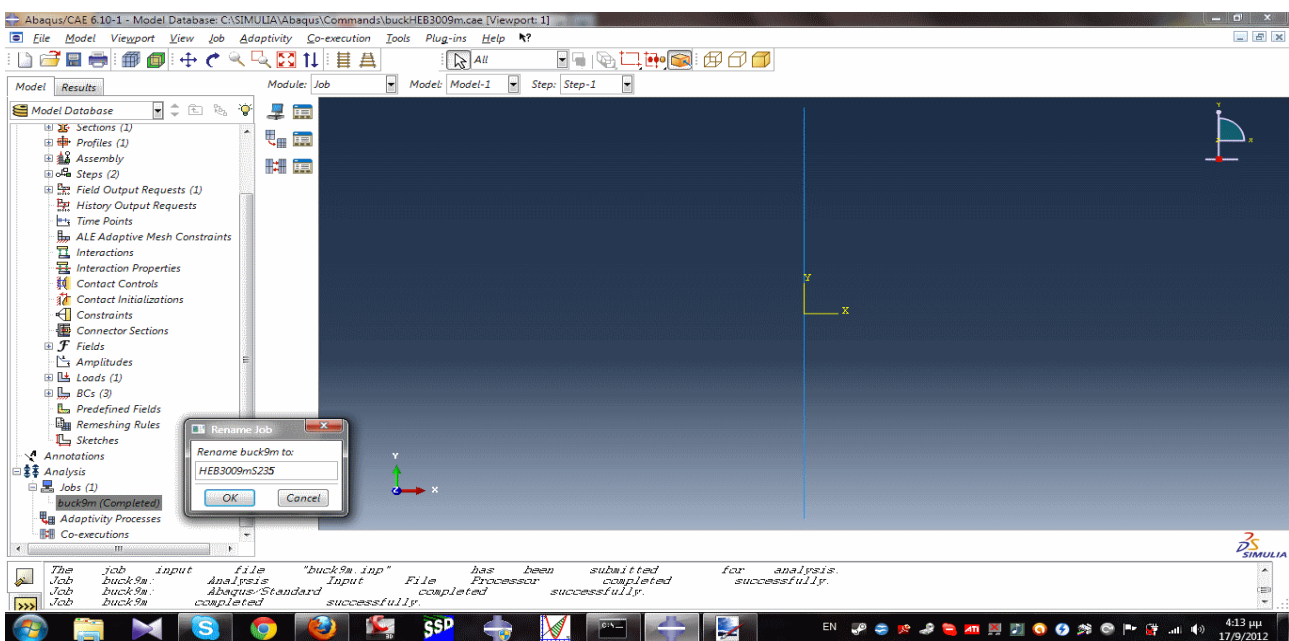
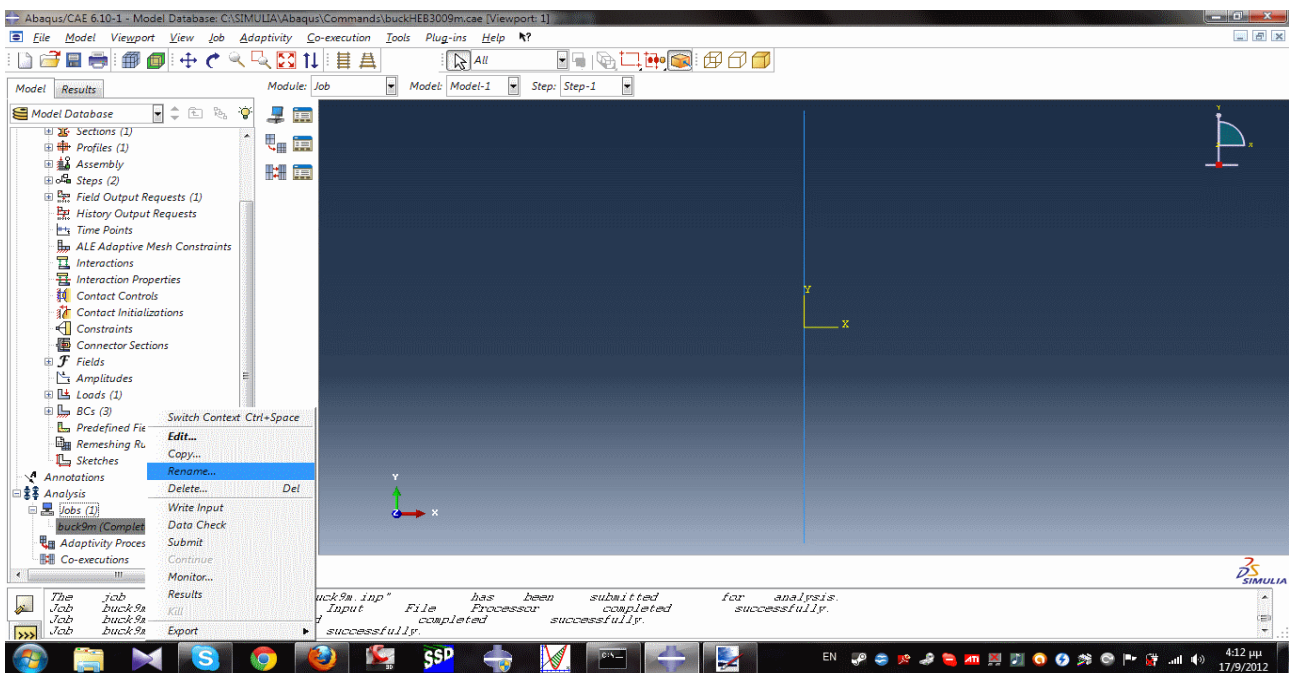
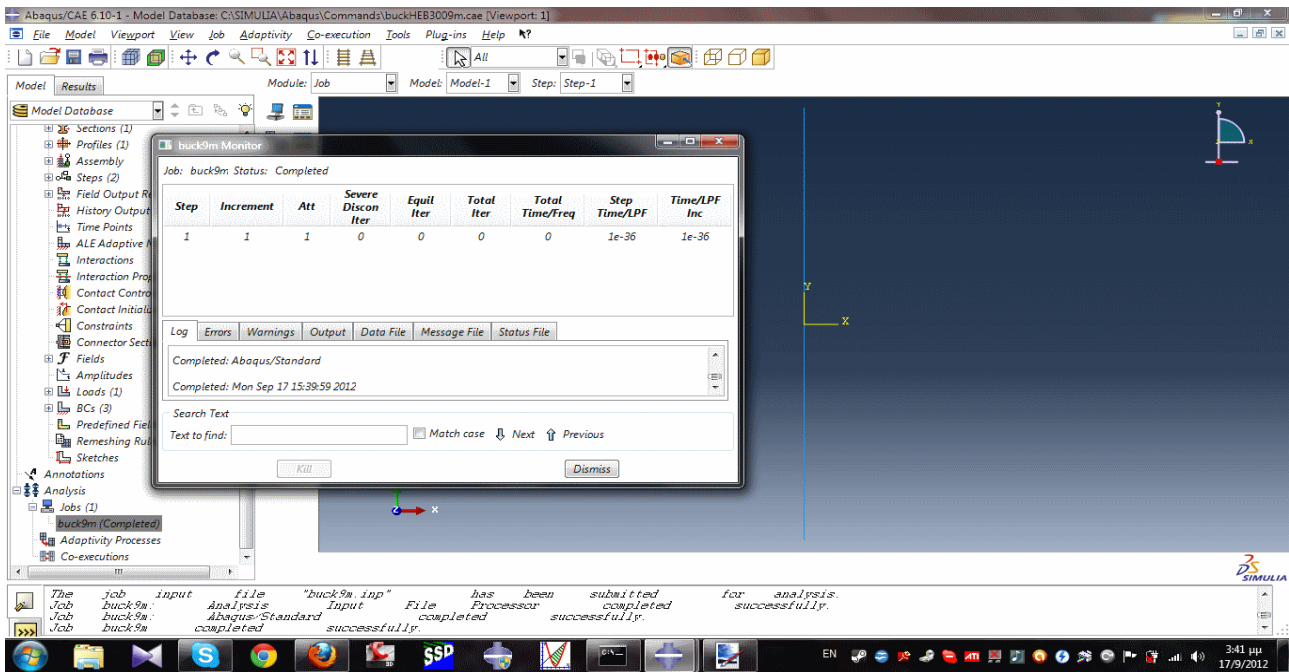


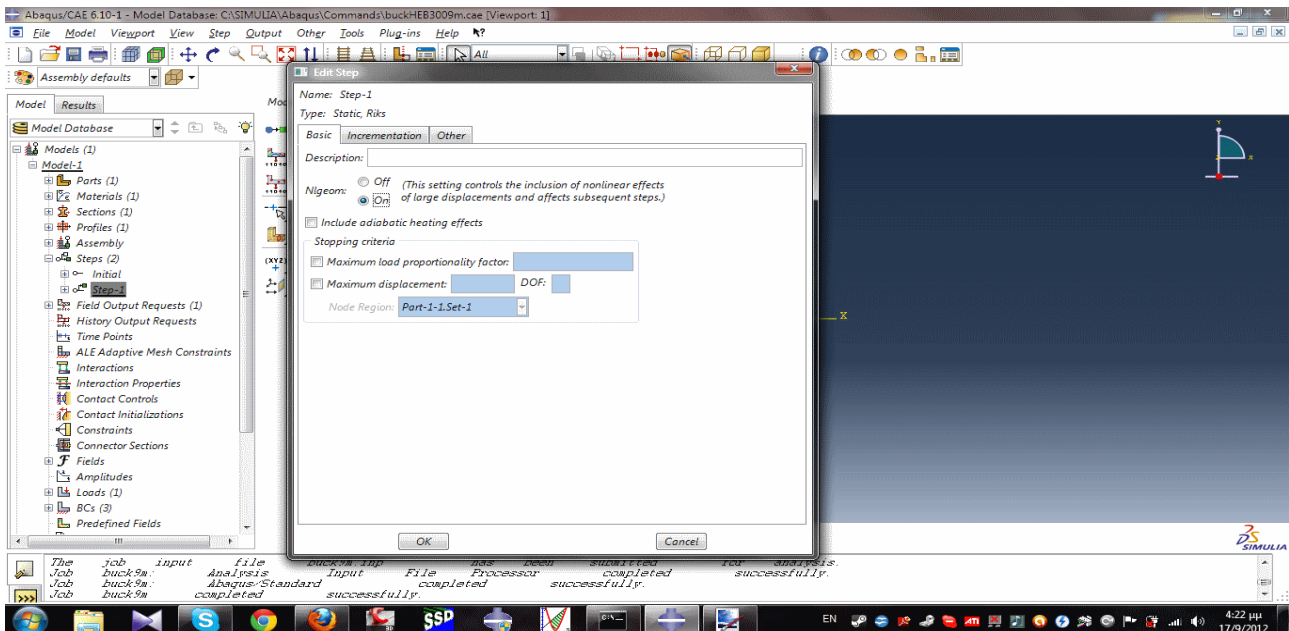
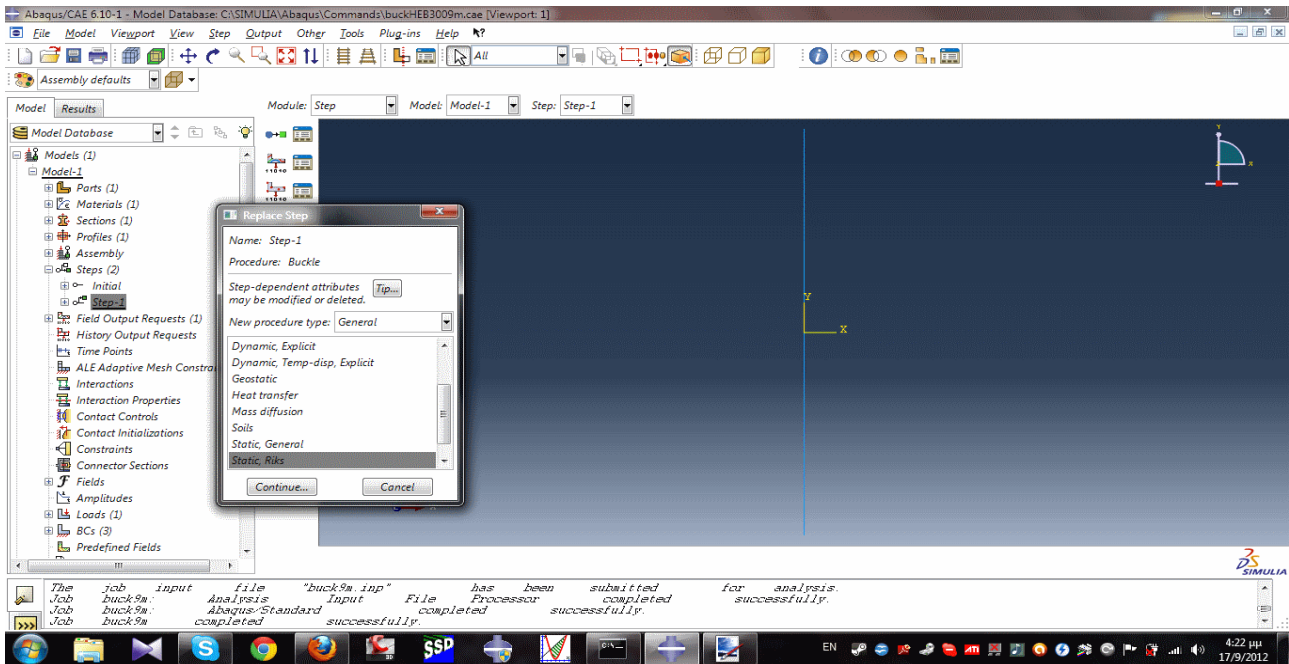
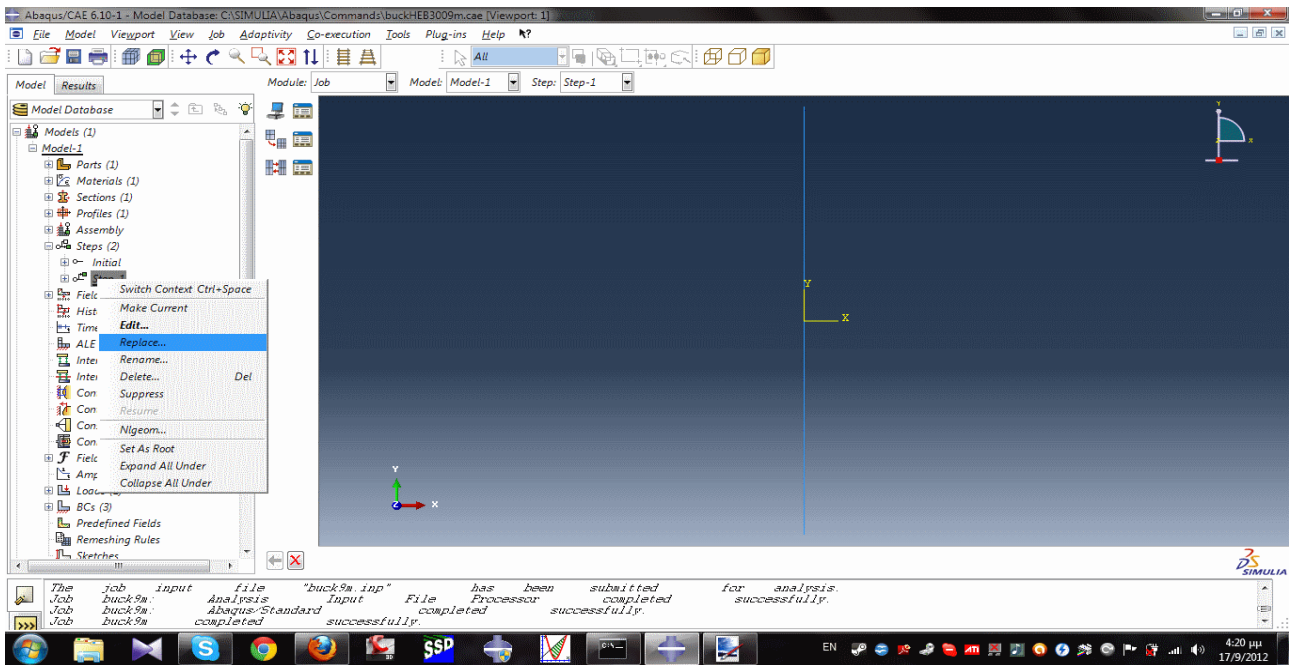


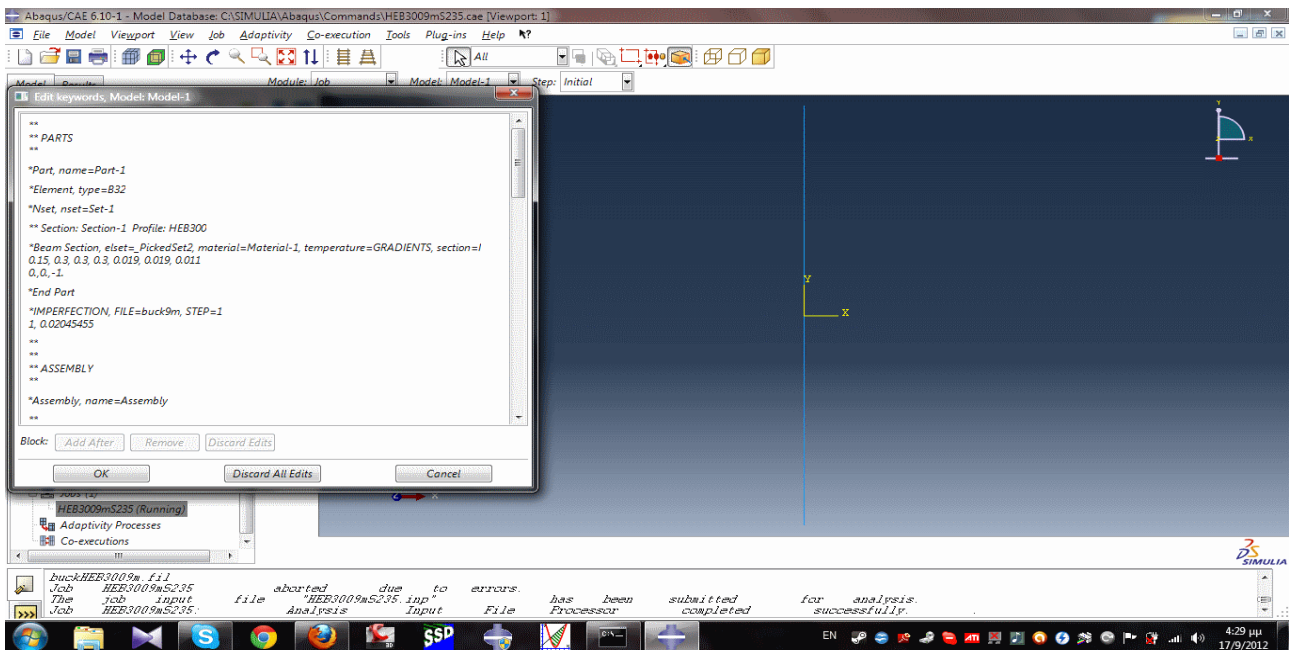
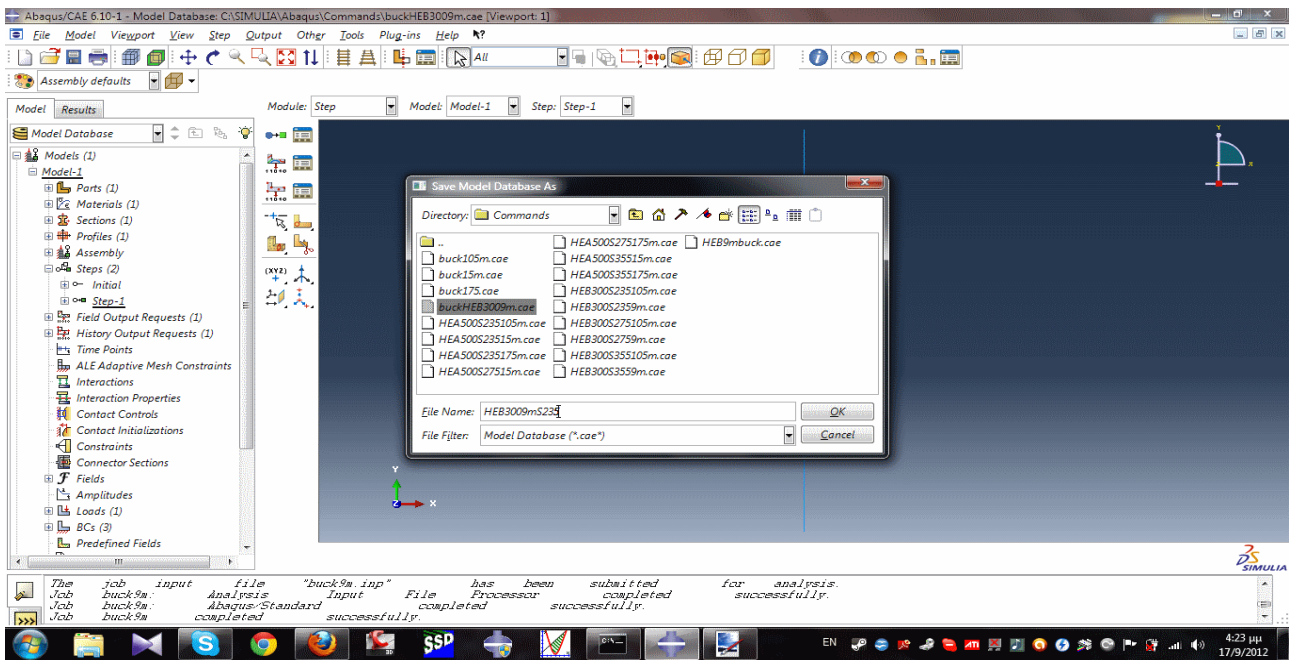
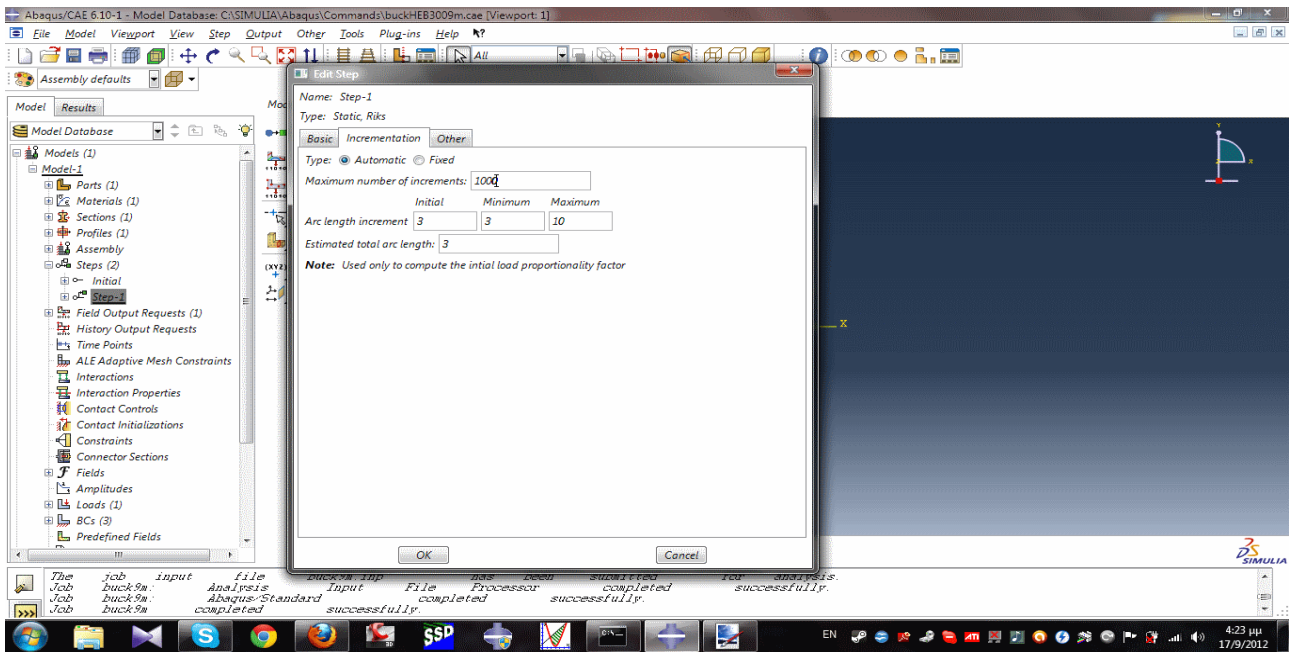


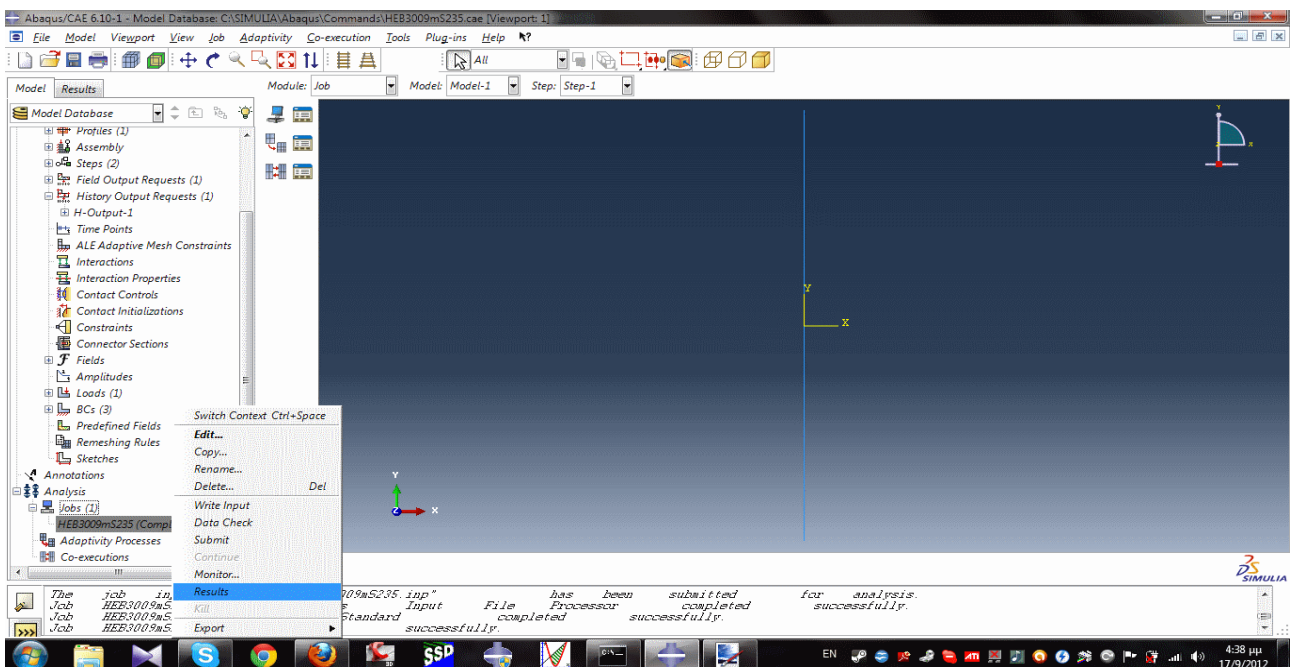
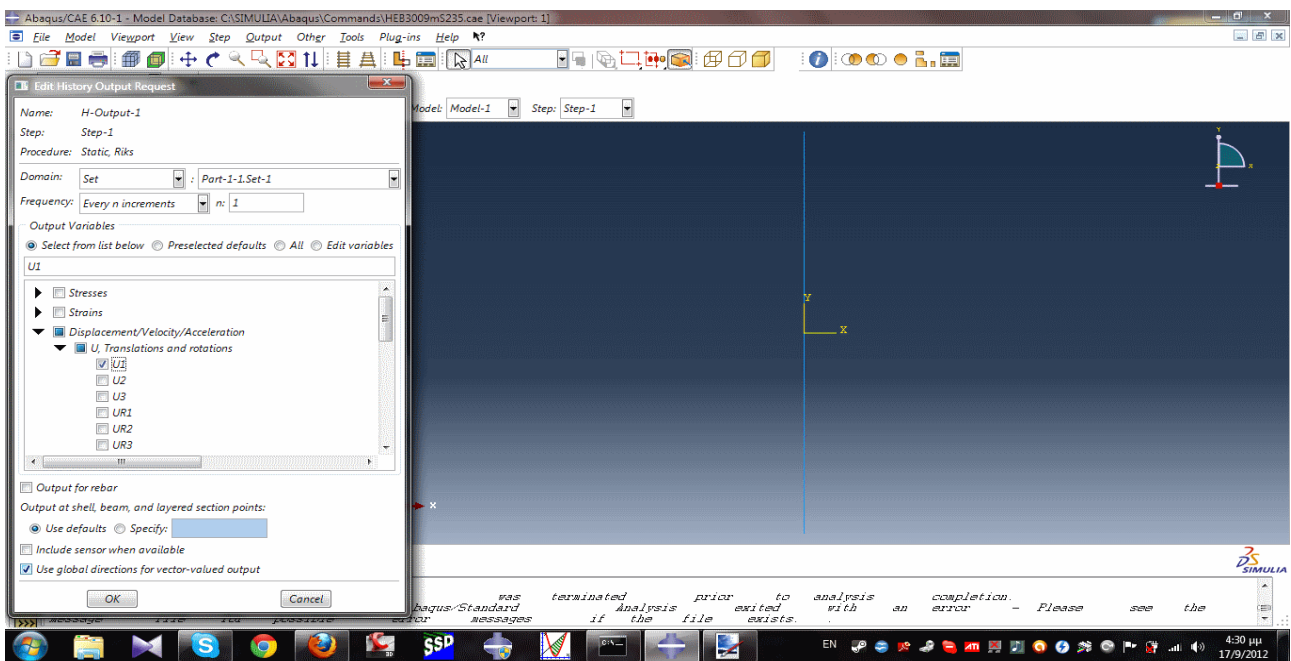
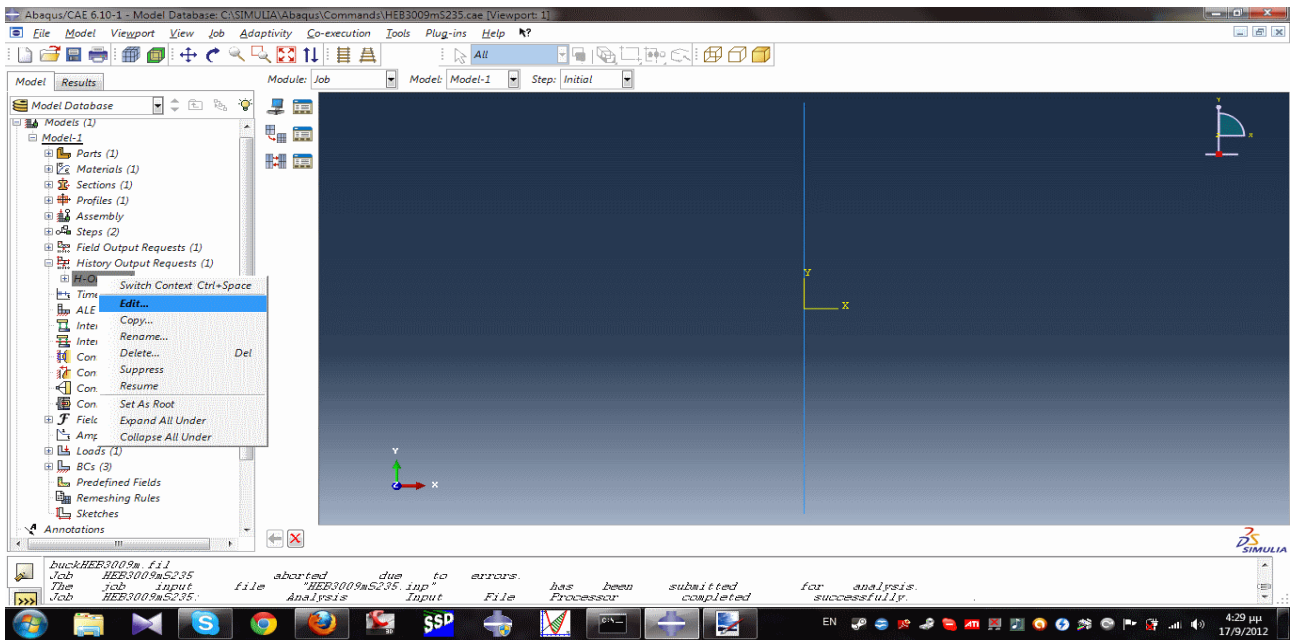


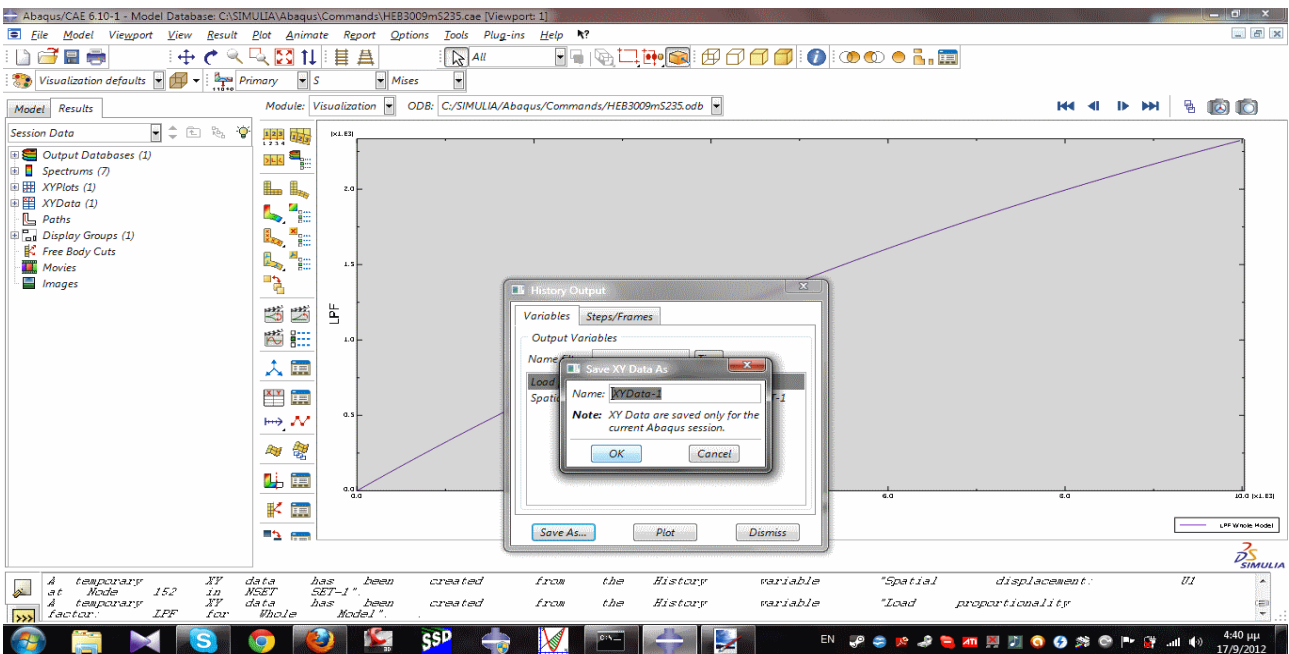
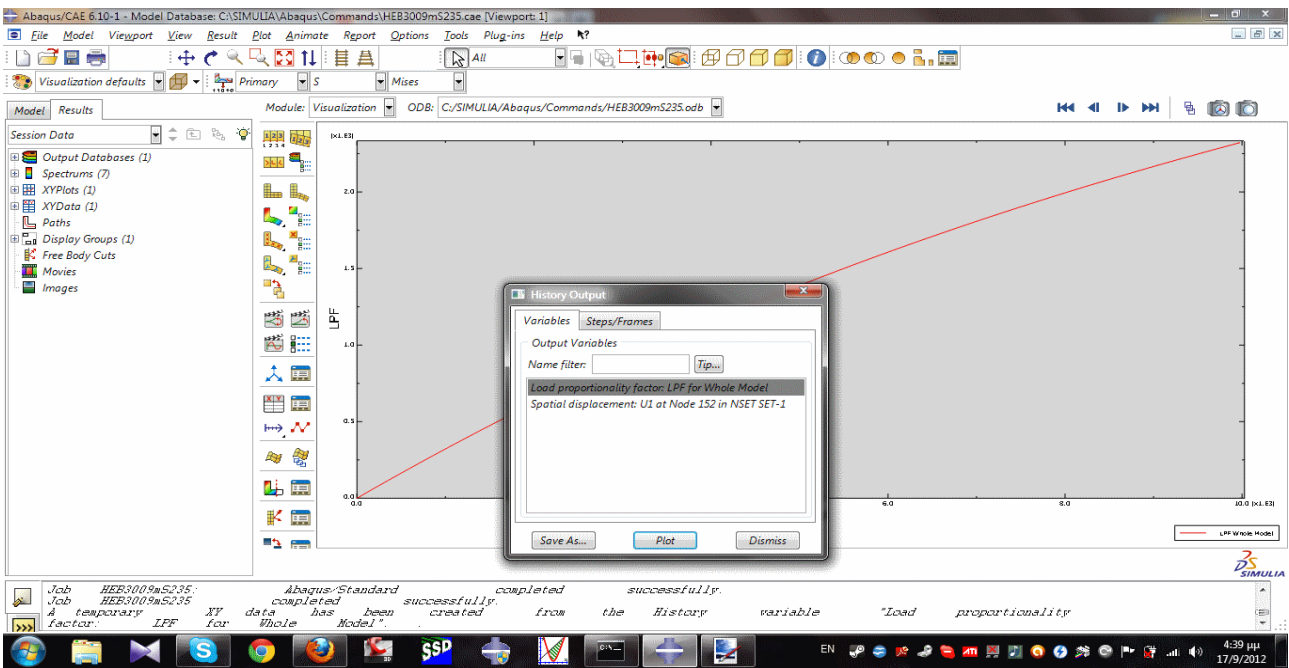
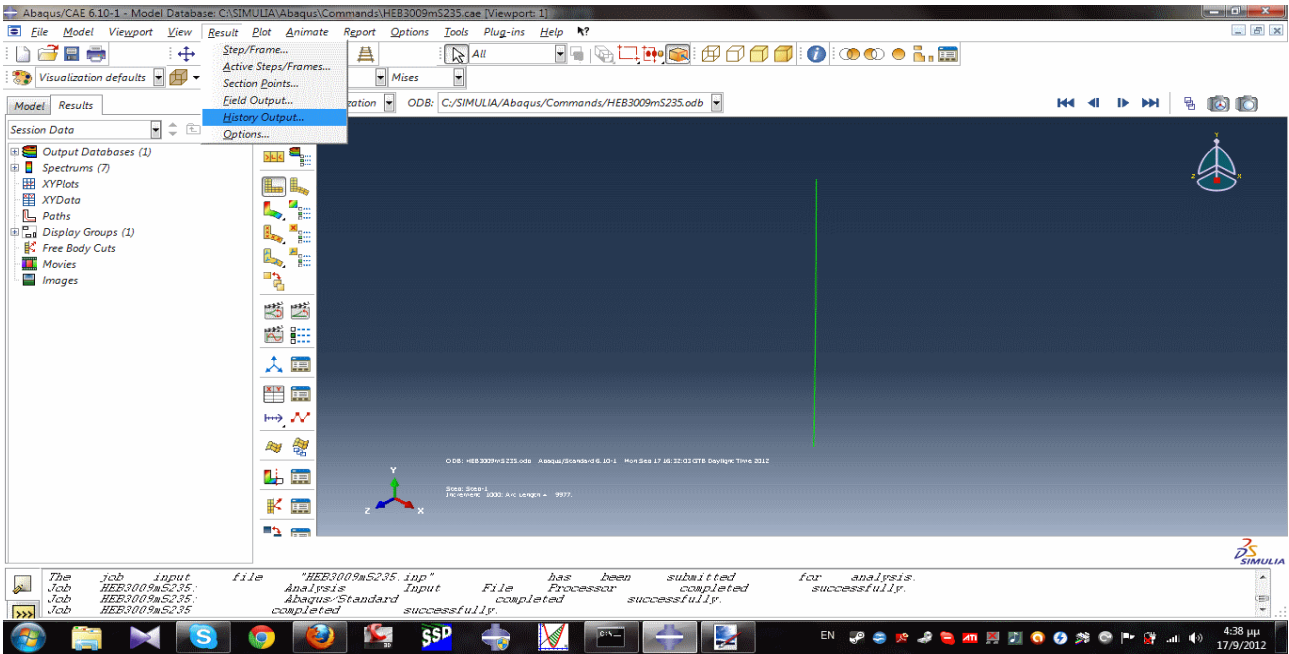


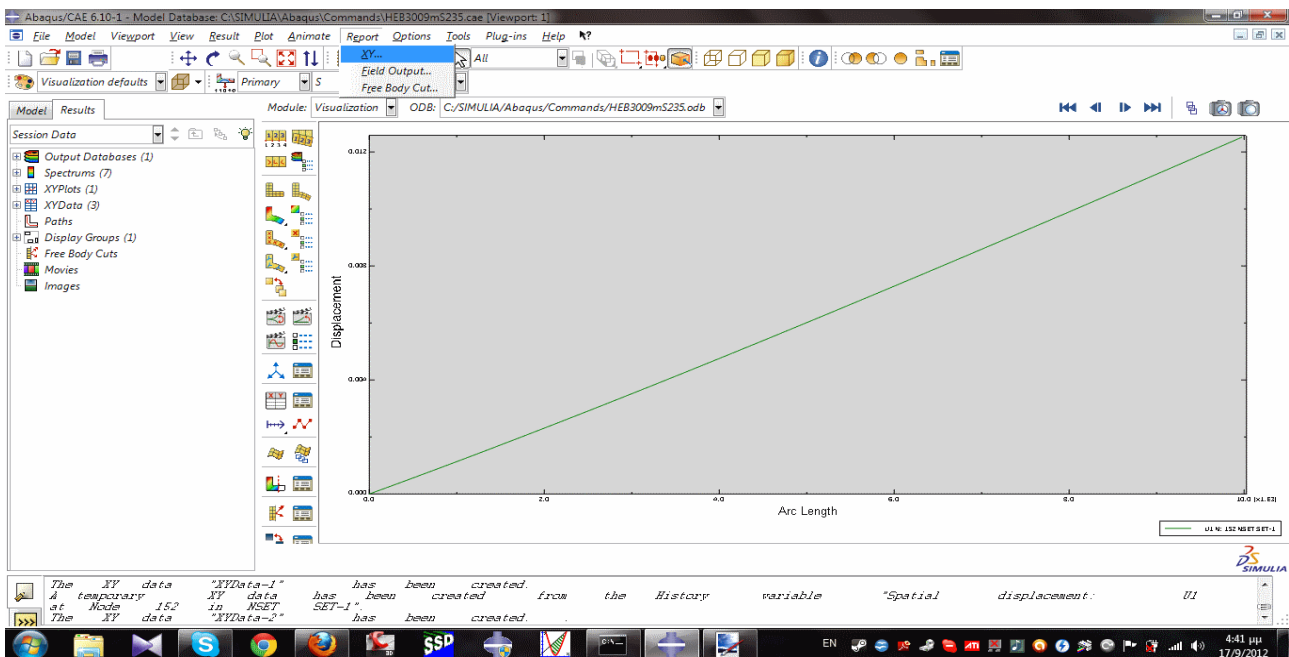
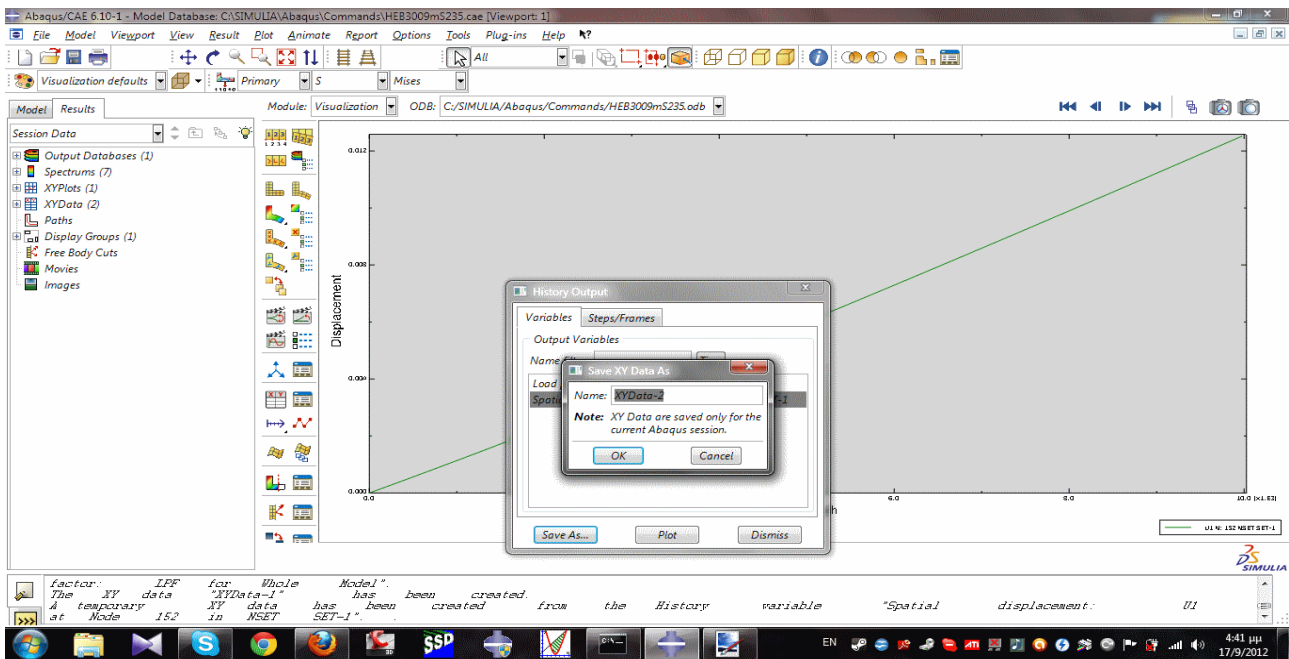
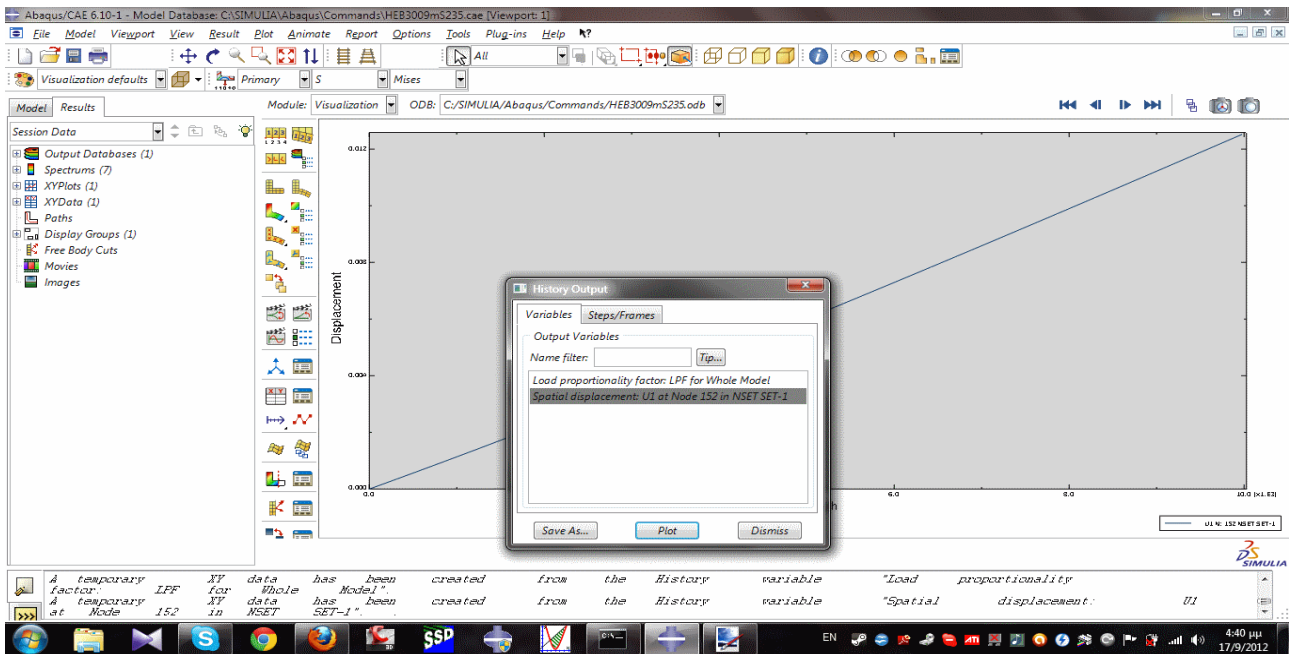












Abaqus/CAE 6.10-1 - Model Database: C:\SIMULIA\Abaqus\Commands\HEB3009mS235.cae [Viewport: 1]

File Model Viewport View Result Plot Animate Report Options Tools Plug-ins Help

Visualization defaults Primary S Mises

Module: Visualization ODB: C:\SIMULIA\Abaqus\Commands\HEB3009mS235.odb

Session Data

Output Databases (1)
Spectrums (7)
XYPlots (1)
XYData (3)
Paths
Display Groups (1)
Free Body Cuts
Movies
Images

Report XY Data

XY Data Setup

Select from: All XY data XY plot in current viewport

Name filter:

Name	Description
XYData-1	Load proportionality factor: LPF for Whole Model
XYData-2	Spatial displacement: U1 at Node 152 in NSET SET-1
_temp_2	Spatial displacement: U1 at Node 152 in NSET SET-1

OK Apply Defaults Cancel

Arc Length

U1 at Node 152 in NSET SET-1

The XY data "XYData-1" has been created from the history variable "Spatial displacement: U1" at Node 152 in NSET SET-1.
The XY data "XYData-2" has been created from the history variable "Spatial displacement: U1" at Node 152 in NSET SET-1.
The XY data "XYData-3" has been created from the history variable "Spatial displacement: U1" at Node 152 in NSET SET-1.

4:41 pm 17/9/2012

Abaqus/CAE 6.10-1 - Model Database: C:\SIMULIA\Abaqus\Commands\HEB3009mS235.cae [Viewport: 1]

File Model Viewport View Result Plot Animate Report Options Tools Plug-ins Help

Visualization defaults Primary S Mises

Module: Visualization ODB: C:\SIMULIA\Abaqus\Commands\HEB3009mS235.odb

Session Data

Output Databases (1)
Spectrums (7)
XYPlots (1)
XYData (3)
Paths
Display Groups (1)
Free Body Cuts
Movies
Images

Report XY Data

XY Data Setup

File

Name:

Append to file

Output Format

Layout: Single table for all XY data
 Interpolate between X values (if necessary)
 Separate table for each XY data

Page width (characters): No limit Specify:

Number of significant digits:

Number format:

Data

Write: XY data Column totals Column min/max

OK Apply Defaults Cancel

Arc Length

U1 at Node 152 in NSET SET-1

at Node 152 in NSET SET-1 "XYData-2" has been created.
The XY report was appended to file "HEB30052359m.ods".
The XY report was appended to file "HEB30052359m.LPF.ods".

4:41 pm 17/9/2012

Abaqus/CAE 6.10-1 - Model Database: C:\SIMULIA\Abaqus\Commands\HEB3009mS235.cae [Viewport: 1]

File Model Viewport View Result Plot Animate Report Options Tools Plug-ins Help

Visualization defaults Primary S Mises

Module: Visualization ODB: C:\SIMULIA\Abaqus\Commands\HEB3009mS235.odb

Session Data

Output Databases (1)
Spectrums (7)
XYPlots (1)
XYData (3)
Paths
Display Groups (1)
Free Body Cuts
Movies
Images

Report XY Data

XY Data Setup

Select from: All XY data XY plot in current viewport

Name filter:

Name	Description
XYData-1	Load proportionality factor: LPF for Whole Model
XYData-2	Spatial displacement: U1 at Node 152 in NSET SET-1
_temp_2	Spatial displacement: U1 at Node 152 in NSET SET-1

OK Apply Defaults Cancel

Arc Length

U1 at Node 152 in NSET SET-1

at Node 152 in NSET SET-1 "XYData-2" has been created.
The XY report was appended to file "HEB30052359m.ods".
The XY report was appended to file "HEB30052359m.LPF.ods".

4:43 pm 17/9/2012

Abaqus/CAE 6.10-1 - Model Database: C:\SIMULIA\Abaqus\Commands\HEB3009mS235.cae [Viewport: 1]

File Model Viewport View Result Plot Animate Report Options Tools Plug-ins Help

Visualization defaults Visualization Defaults Primary S Mises

Model Results Module: Visualization ODB: C:\SIMULIA\Abaqus\Commands\HEB3009mS235.odb

Session Data

Output Databases (1) Spectrums (7) XYPlots (1) XYData (3) Paths Display Groups (1) Free Body Cuts Movies Images

Report XY Data

XY Data Setup

File Name: HEB30052359mLods Select...

Append to file

Output Format Layout: Single table for all XY data Interpolate between X values (if necessary) Separate table for each XY data

Page width (characters): No limit Specify: 80

Number of significant digits: 6

Number format: Engineering

Data Write: XY data Column totals Column min/max

OK Apply Defaults Cancel

Arc Length

at Node 152 in NSET SET-1 has been created. The XY data was appended to file "HEB30052359m.ods". The XY report was appended to file "HEB30052359mLFF.ods".

EN 4:43 μμ 17/9/2012

HEB30052359mLFF.ods - OpenOffice.org Calc

Αρχείο Επεξεργασία Προβολή Εισαγωγή Μορφή Εργαλεία Δεδομένα Παράθυρο Βοήθεια

Arial 10 B I U

C2:C48 = 137.047

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2		X	XYData-13												
3															
4		0.	0												
5		3.	999.895E-03												
6		6.	1.99958												
7		10.5	3.49871												
8		17.25	5.74651												
9		27.25	9.07463												
10		37.25	12.4004												
11		47.25	15.7238												
12		57.25	19.0449												
13		67.25	22.3637												
14		77.25	25.6801												
15		87.25	28.9942												
16		97.25	32.3059												
17		107.25	35.6153												
18		117.25	38.9223												
19		127.25	42.227												
20		137.25	45.5294												
21		147.25	48.8294												
22		157.25	52.1271												
23		167.25	55.4225												
24		177.25	58.7155												
25		187.25	62.0061												
26		197.25	65.2945												
27		207.25	68.5805												
28		217.25	71.8641												
29		227.25	75.1454												
30		237.25	78.4244												
31		247.25	81.7011												

Φύλλο 1 / 1 Προσεύλη ΠΡΟΕΤ Αθροισμα=0 100%

EL 4:44 μμ 17/9/2012

HEB30052359mLods - OpenOffice.org Calc

Αρχείο Επεξεργασία Προβολή Εισαγωγή Μορφή Εργαλεία Δεδομένα Παράθυρο Βοήθεια

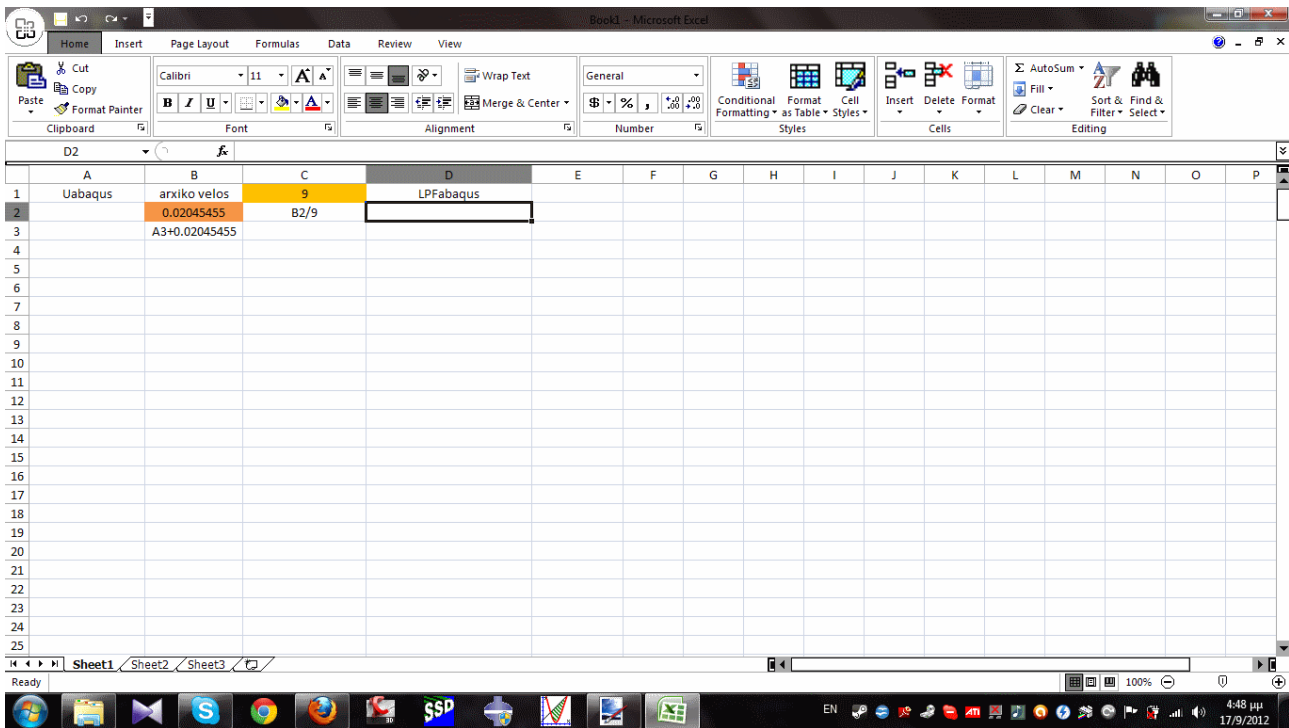
Arial 10 B I U

C2:C51 = 503.145E-06

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2		X	XYData-14												
3															
4		0.	0												
5		3.	3.34676E-06												
6		6.	6.69391E-06												
7		10.5	11.7154E-06												
8		17.25	19.2492E-06												
9		27.25	30.4139E-06												
10		37.25	41.583E-06												
11		47.25	52.7564E-06												
12		57.25	63.934E-06												
13		67.25	75.1159E-06												
14		77.25	86.3021E-06												
15		87.25	97.4926E-06												
16		97.25	108.687E-06												
17		107.25	119.886E-06												
18		117.25	131.089E-06												
19		127.25	142.297E-06												
20		137.25	153.509E-06												
21		147.25	164.724E-06												
22		157.25	175.945E-06												
23		167.25	187.169E-06												
24		177.25	198.398E-06												
25		187.25	209.63E-06												
26		197.25	220.867E-06												
27		207.25	232.109E-06												
28		217.25	243.354E-06												
29		227.25	254.604E-06												
30		237.25	265.867E-06												
31		247.25	277.115E-06												

Φύλλο 1 / 1 Προσεύλη ΠΡΟΕΤ Αθροισμα=0 100%

EL 4:44 μμ 17/9/2012



Επειδή τα αποτελέσματα του Abaqus για την μετατόπιση της μεσαίας διατομής του μέλους είναι σε cm και μας δίνουν μόνο την επιπλέον μετατόπιση, με το παραπάνω φύλλο excel προσθέτουμε στις τιμές του Abaqus το αρχικό βέλος και στη συνέχεια διαιρούμε με το μήκος του υποστρώματος για να πάρουμε το τελικό δ_r/L που έχουμε στα διαγράμματα.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Βάγιας Κ. Ιωάννης, 'Σιδηρές κατασκευές, ανάλυση και διαστασιολόγηση', Εκδόσεις Κλειδάριθμος 2003
2. Βάγιας Ι., Ερμόπουλος Ι., Ιωαννίδης Γ., 'Σχεδιασμός Δομικών Έργων από Χάλυβα με βάση τα τελικά κείμενα των Ευρωκωδίκων', Εκδόσεις Κλειδάριθμος 2005
3. Bazant Z. P., Cedolin L., 'Stability of Structures, Elastic, Inelastic, Fracture and Damage Theories', Dover Publications, Mineola, New York
4. Κουνάδης Ν. Αντώνιος, 'Γραμμική Θεωρία Ελαστικής Ευστάθειας', Εκδόσεις Συμεών 1997
5. Κουνάδης Ν. Αντώνιος, 'Σιδηρές Κατασκευές, Συμπεριφορά και Ανάλυσις, Τομος ΙΙ', Εκδόσεις Συμεών 1999
6. Timoshenko S. P., Gere J. M., 'Theory of elastic stability', McGraw-Hill, New York, 1961