

# ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Τομέας Θαλασσίων Κατασκευών



# ΕΥΡΕΣΗ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗΣ ΚΑΜΠΤΙΚΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΑΜΦΙΔΡΟΜΟΥ Ε/Γ – Ο/Γ ΑΝΟΙΚΤΟΥ ΤΥΠΟΥ

<u>Διπλωματική Εργασία</u> ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Δ. ΚΟΥΤΑΛΗΣ

> <u>Επιβλέπων Καθηγητής</u> Ε.Σ ΣΑΜΟΥΗΛΙΔΗΣ

> > A@HNA 2012

# <u>Ευχαριστίες</u>

Ολοκληρώνοντας τις σπουδές μου στη σχολή Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους καθηγητές μου κ. Ε. Σαμουηλίδη και κ. Κ. Αναστασόπουλο, για την επιμονή και υπομονή που αμφότεροι επέδειξαν προς το πρόσωπο μου, καθώς και τον ναυπηγό κ. Ν. Πετυχάκη, για την παροχή των μελετών και κατασκευαστικών σχεδίων του πλοίου.

# <u>Περιεχόμενα</u>

# Εισαγωγή

Α. Πρόλογος1	l
Β. Σκοπός της εργασίας	2
Γ. Σύντομη περιγραφή	2
Δ. Επισκόπηση κεφαλαίων	3
Κεφάλαιο 1 – Γενικά περί ταλαντώσεων	
1.1 Φυσική Ταλάντωση – Ιδιοσυχνότητες5	5
1.2 Εξαναγκασμένη Ταλάντωση - Συντονισμός	5
1.3 Ιδιομορφές (modes of vibration)	}
1.4 Είδη ελαστικών ταλαντώσεων γάστρας πλοίου1	0
1.5 Αιτίες που προκαλούν τις ταλαντώσεις1	1
Κεφάλαιο 2 – Καμπτική Ταλάντωση Δοκών	
2.1 Δοκός Euler - Bernoulli1	4
2.2 Δοκός Timoshenko2	23
2.3 Μέθοδος Πεπερασμένων Διαφορών	30
2.4 Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων	38
2.5 Λογισμικό ABAQUS	<b>1</b> 7
2.6 Σύγκριση μεθόδων με παράδειγμα	51
Κεφάλαιο 3 – Καμπτική ταλάντωση στην ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας	
3.1 Πρόσθετες μάζες	55
3.2 Ταλάντωση ελεύθερης επιπλέοντος δοκού	73
3.3 Παράδειγμα δοκού που επιπλέει στην ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας	76
Κεφάλαιο 4 – Εύρεση ιδιοσυχνοτήτων αμφίδρομου Ε/Γ – Ο/Γ πλοίου	
4.1 Γενικά περί αμφίδρομων Ε/Γ – Ο/Γ ανοικτού τύπου	37
4.1.1 Περιγραφή πλοίου8	39
4.1.2 Καμπύλες Βαρών – Lightship – DWT – Total9	<del>)</del> 0
4.1.3 Υπολογισμός πρόσθετης μάζας στην κατάσταση Full Load Departure9	<b>)</b> 4
4.1.4 Διαμέριση πλοίου – Υπολογισμός εμβαδού επιφάνειας, ροπής	
αδράνειας,περιστροφικής ροπής αδράνειας και μάζας1	09
4.2 Μοντελοποίηση1	16
4.2.1 Μοντελοποίηση πλοίου1	16
4.2.2 Μοντελοποίηση θάλασσας1	28
4.3 Υπολογισμός ιδιοσυχνοτήτων κατακόρυφης καμπτικής ταλάντωσης του πλοίου1	32
4.3.1 Κατασκευή στο κενό1	33

4.3.1.1 Θεωρία Euler	133
4.3.1.2 Μέθοδος Πεπερασμένων Διαφορών (FDM) – Θεωρία Timoshenko	134
4.3.1.3 Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων (FEM) – ABAQUS	137
4.3.1.4 Σύγκριση Αποτελεσμάτων	142
4.3.2 Η κατασκευή στη θάλασσα	142
4.3.2.1 Θεωρία Euler	142
4.3.2.2 Μέθοδος Πεπερασμένων Διαφορών (FDM) – Θεωρία Timoshenko	145
4.3.2.3 Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων (FEM) – ABAQUS	152
4.3.2.4 Σύγκριση Αποτελεσμάτων – Συμπεράσματα	159

# Κεφάλαιο 5 – Διεγέρσεις από την έλικα

5.1 Γενικά	
5.2 Έλικες Αμφίπλωρου Ε/Γ – Ο/Γ – προκύπτουσα διέγερ ση στις συνθήκες	λειτουργίας –
Σύγκριση με τις υπολογισμένες ιδιοσυχνότητες	162

# Κεφάλαιο 6 - Συμπεράσματα

6.1 Θεωρία Euler	165
6.2 Μέθοδος Πεπερασμένων Διαφορών (FDM) – θεωρία Timoshenko	165
6.3 Πρόσθετες μάζες	167
6.4 Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων (FEM) – ABAQUS	168
6.5 Διεγέρσεις	168

# Βιβλιογραφία

# Παραρτήματα

- Α. Κώδικας προγράμματος EulerBeam\_NatFreq.sce
- Β. Κώδικας προγράμματος TimBeam\_NatFreq.sce
- Γ. Σχέδια ναυπηγικών γραμμών, γενικής διάταξης, μέσης τομής
- Δ. Καμπύλες βαρών

# Κατάλογος σχημάτων

1.	Χρονική καταγραφή πλάτους ελεύθερης ταλάντωσης δοκού με απόσβεση	5
2.	Σχέση πλάτους – συχνότητας διέγερσης, εξαναγκασμένης ταλάντωσης δοκού	7
3.	Ιδιομορφές	9
4.	Ελεύθερη δοκός	15
5.	Δυνάμεις στο στοιχειώδες τμήμα της ελεύθερης δοκού	15
6.	Πραγματική παραμόρφωση διατομής	24
7.	Παραμόρφωση θεωρίας Timoshenko	24
8.	Διαφορά θεώρησης των παραμορφώσεων στη θεωρία Euler – Bernoulli και Timoshenko	25
9.	Συντελεστής διάτμησης για τυπικές διατομές δοκών	28
10.	Διακριτοποιήση δοκού για την εφαρμογή της μεθόδου πεπερασμένων διαφορών	33
11.	Τυπική καμπύλη $C_d(\omega)$	38
12.	Στάδια ανάλυσης στο ABAQUS	49
13.	Euler beam mode 1 (2-node vibration)	55
14.	Euler beam mode 2 (3-node vibration)	56
15.	Euler beam mode 3 (4-node vibration)	57
16.	Καμπύλη $C_d(\omega)$ συμπαγούς δοκού ορθογωνικής διατομής	61
17.	Αρχή υπολογισμού πρόσθετης μάζας σώματος που επιπλέει στην ελεύθερη επιφάνεια	68
18.	Μορφές νομέων και συντελεστές πρόσθετης μάζας κατά Lewis	71
19.	Διάγραμμα Todd για τον υπολογισμό των συντελεστών πρόσθετης μάζας κατακόρυφης	
	ταλάντωσης	72
20.	Καμπύλη $C_d(\omega)$ πλωτήρα στο κενό	79
21.	Ιδιομορφή τριών κόμβων διακριτοποίησης της πλωτής κατασκευής με στοιχεία	
	κελύφους	82
22.	Ιδιομορφή τεσσάρων κόμβων διακριτοποίησης της πλωτής κατασκευής με στοιχεία	
	κελύφους	83
23.	Καμπύλη $C_d(\omega)$ πλωτήρα στη θάλασσα	85
24.	Φόρμουλα υπολογισμού πρόσθετης μάζας διατομής σφήνας	98
25.	Συνολικό μοντέλο πλοίου	119
26.	Πρόσοψη συνολικού μοντέλου	120
27.	Άποψη του μοντέλου, διαφάνεια	121
28.	Μέση Τομή	122
29.	Εγκάρσια τομή στο μέσο του τμήματος Μηχανοστασίου	123

30.	Άποψη πλώρης – διαφάνεια	124
31.	Παράλληλο τμήμα	125
32.	Σαλόνι επιβατών	126
33.	Διακριτοποίηση μοντέλου (Mesh)	127
34.	Πλωτή δοκός σε ηρεμία	130
35.	1η ιδιομορφή πλωτής δοκού	131
36.	Διάγραμμα $C_d(\omega)$ για το πλοίο στο κενό	135
37.	Καμπτική ταλάντωση δύο κόμβων Mode $1 - \omega_1 = 2,796$ cps	138
38.	Καμπτική ταλάντωση τριών κόμβων Mode 2 – $ω_2$ =4,601 cps	139
39.	Καμπτική ταλάντωση τεσσάρων κόμβων Mode 3 – $ω_3$ =7,685 cps	140
40.	Στρεπτική ταλάντωση Torsional Mode 1 – $\omega_t$ =4,520 cps	141
41.	Διάγραμμα $Cd(\omega)$ για τιμές πρόσθετης μάζας με συντελεστή διόρθωσης $J_2=0,723$	147
42.	Διάγραμμα $Cd(\omega)$ για τιμές πρόσθετης μάζας με συντελεστή διόρθωσης $J_3=0,645$	149
43.	Διάγραμμα Cd(ω) για τιμές πρόσθετης μάζας με συντελεστή διόρθωσης J4= 0,560	151
44.	Διακριτοποίηση (Mesh) συστήματος πλοίου – θαλάσσιου περιβάλλοντος	153
45.	Διακριτοποίηση (Mesh) συστήματος πλοίου – θαλάσσιου περιβάλλοντος	154
46.	Καμπτική ταλάντωση δύο κόμβων Mode $1 - ω_1 = 1,832$ cps	155
47.	Καμπτική ταλάντωση τριών κόμβων Mode $2 - \omega_2 = 3,140$ cps	156
48.	Καμπτική ταλάντωση τεσσάρων κόμβων Mode 3 – $ω_3 = 5,214$ cps	157
49.	Στρεπτική ταλάντωση Torsional Mode – $\omega_t$ = 3,789 cps	158
50.	Δυνάμεις στο πτερύγιο της έλικας	161

# Κατάλογος πινάκων

1.	Ρίζες $\beta_n L$ για ελεύθερη δοκό	21
2.	Σύγκριση αποτελεσμάτων Euler και μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων για δοκό	
	ορθογωνικής διατομής	54
3.	Σύγκριση αποτελεσμάτων Timoshenko και μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων για δοκό	
	ορθογωνικής διατομής	62
4.	Σύγκριση μεθόδων Euler και Timoshenko για δοκό ορθογωνικής διατομής	63
5.	Κατακόρυφη Ταλάντωση πλωτήρα στο κενό	80
6.	Κατακόρυφη Ταλάντωση πλωτήρα στο νερό	86
7.	Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων πλωτήρα στο κενό – στο νερό	86
8.	Βασικά δεδομένα υπό μελέτη πλοίου	89
9.	Πρόσθετες μάζες ανά τομέα για κατακόρυφη καμπτική ταλάντωση 2, 3 και 4 κόμβων	109
10.	Δεδομένα συνολικής κατασκευής (Ship)	112
11.	Σύγκριση βαρών μοντέλου FEM – πραγματικής κατασκευής	118
12.	. Σύγκριση αύξησης της πυκνότητας της κατασκευής και ακουστικών στοιχείων για την	
	προσομοίωση της επίδρασης του θαλάσσιου περιβάλλοντος	129
13.	. Σύγκριση Αποτελεσμάτων για την κατακόρυφη καμπτική ταλάντωση του πλοίου στο	
	κενό	142
14.	. Σύγκριση Αποτελεσμάτων για την κατακόρυφη καμπτική ταλάντωση του πλοίου στη	
	θάλασσα	159
15.	. Σύγκριση αποτελεσμάτων για την κατακόρυφη καμπτική ταλάντωση του πλοίου στο	
	κενό, με μηδενισμό της μαζικής ροπής αδράνειας	166

### <u>Εισαγωγή</u>

#### Α. Πρόλογος

Ένα από τα προβλήματα που αντιμετωπίζει ο μελετητής ναυπηγός κατά τη μελέτη και σχεδίαση των σύγχρονων πλοίων είναι η αποφυγή των ελαστικών ταλαντώσεων της κατασκευής.

Η σύγχρονή σχεδιαστική τάση κατασκευής πλοίων με κατά το δυνατόν μικρότερο βάρος μεταλλικής κατασκευής, μεγάλου μήκους και υψηλών ταχυτήτων, οδηγεί σε σχετικά εύκαμπτες κατασκευές. Το γεγονός αυτό επιβάλει την συστηματική μελέτη των ταλαντωτικών φαινομένων, που προκύπτουν ως απόκριση του πλοίου και των κατασκευαστικών τμημάτων αυτού, σε εξωτερικές και εσωτερικές διεγέρσεις.

Τέτοιου είδους ταλαντώσεις μπορούν να οδηγήσουν στην έντονη δυσφορία των επιβατών, στη μείωση της απόδοσης και δυσκολία εκπλήρωσης των καθηκόντων του πληρώματος, σε βλάβες σε ευαίσθητο ναυτιλιακό εξοπλισμό, σε βλάβες στον μηχανολογικό και ηλεκτρολογικό εξοπλισμό, καθώς και στην εμφάνιση ρωγμών στα κατασκευαστικά στοιχεία του πλοίου, λόγω κόπωσης.

Στη παρούσα διπλωματική εργασία γίνεται μια προσπάθεια εύρεσης των φυσικών συχνοτήτων της κατακόρυφης καμπτικής ταλάντωσης ενός αμφίδρομου Ε/Γ – Ο/Γ ανοικτού τύπου, και διερεύνηση της ταλαντωτικής απόκρισης της κατασκευής στην διέγερση που επάγει η λειτουργία των ελίκων, σε αυτήν.

Τα πλοία αυτά αποτελούν μια μετεξέλιξη των γνωστών Ε/Γ – Ο/Γ ανοικτού τύπου (παντόφλες) που κυριαρχούσαν τα προηγούμενα χρόνια στα ελληνικά πορθμεία, και πλέον έχουν κατά το μεγαλύτερο μέρος τους έχουν αντικατασταθεί από τα μεγαλύτερα και ταχύτερα αμφίδρομα.

Εισαγωγή

#### Β. Σκοπός της εργασίας

Στη παρούσα διπλωματική εργασία εξετάζεται το πρόβλημα υπολογισμού των ιδιοσυχνοτήτων της κατακόρυφης καμπτικής ταλάντωσης ενός αμφίδρομου Ε/Γ – Ο/Γ ανοικτού τύπου. Κύριος σκοπός της εργασίας είναι η διερεύνηση της καταλληλότητας χρήσης του μοντέλου πλοίου - δοκού ως εργαλείο προ εκτίμησης των φυσικών συχνοτήτων μιας τέτοιας κατασκευής. Η μοντελοποίηση του πλοίου ως δοκό για τον υπολογισμό των ιδιοσυχνοτήτων, εφαρμόζεται σε "συνήθεις" τύπους πλοίων, όπως Bulk Carriers, Tankers, κλπ, με ιδιαίτερα καλά αποτελέσματα και προσφέρεται ως ένα εργαλείο πρόβλεψης της ελαστικής ταλαντωτικής συμπεριφοράς του πλοίου, από το στάδιο ήδη της προ μελέτης.

### Γ. Σύντομη περιγραφή

Για τις ανάγκες της παρούσης εργασίας αρχικά επιλέχθηκε το υπό μελέτη πλοίο, το οποίο αποτελεί τυπικό δείγμα, όσον αφορά τις κύριες διαστάσεις, τη γενική διάταξη και τη κατασκευαστική διαμόρφωση, της πλειοψηφίας των αμφίδρομων Ε/Γ – Ο/Γ ανοικτού τύπου, που έχουν σχεδιαστεί και κατασκευαστεί στη Ελλάδα.

Με βάση τα κατασκευαστικά σχέδια, η μεταλλική κατασκευή του πλοίου χωρίστηκε σε είκοσι τομείς, για τους οποίους υπολογίστηκαν η συνολική μάζα του κάθε τομέα, το εμβαδόν επιφάνειας, ο συντελεστής διάτμησης, η μαζική ροπή αδράνειας και η δεύτερη ροπή αδράνειας, για τις διατομές στα άκρα του κάθε τομέα, καθώς και η δεύτερη ροπή αδράνειας της διατομής στο μέσο του κάθε τομέα.

Γνωρίζοντας το βάρος της μεταλλικής κατασκευής ανά τομέα, συντάχθηκε η αντίστοιχη καμπύλη βάρους της μεταλλικής κατασκευής  $W_{ST}$ , ενώ βάσει εμπειρικών εκτιμήσεων του ναυπηγικού γραφείου που πραγματοποίησε τη σχεδίαση του υπό μελέτη πλοίου, συντάχθηκαν οι καμπύλες βάρους εξοπλισμού  $W_{OUT}$ , και μηχανολογικής εγκατάστασης  $W_{M}$ . Από αυτά προέκυψε η καμπύλη βάρους κενού σκάφους Light Ship.

Λαμβάνοντας ως κατάσταση υπολογισμού, την δυσμενέστερη κατάσταση φόρτωσης του πλοίου, δηλαδή τη κατάσταση Full Load Departure, συντάχθηκε η αντίστοιχη καμπύλη πρόσθετου βάρους DWT, και τελικά η συνολική καμπύλη βάρους του πλοίου.

Η επίδραση του θαλάσσιου περιβάλλοντος λαμβάνεται υπόψη, με τον υπολογισμό της πρόσθετης μάζας που επάγει η ελαστική ταλάντωση του πλοίου, ανά τομέα.

Με τα παραπάνω στοιχεία γνωστά, ακολούθησε η εφαρμογή για το πλοίο – δοκό, των θεωριών Euler και Timoshenko. Για την επίλυση των μερικών διαφορικών εξισώσεων που προκύπτουν από τη θεωρία Timoshenko, χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών (Finite Differences Method – FDM).

Προς επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από τη θεώρηση του πλοίου ως δοκό και την εφαρμογή σε αυτό των θεωριών Euler και Timoshenko, η ανάλυση ιδιοσυχνοτήτων, πραγματοποιήθηκε και με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Elements Method – FEM), με χρήση του εμπορικού λογισμικού ABAQUS. Συνοπτικά για το μοντέλο της κατασκευής, μπορούμε να αναφέρουμε ότι τα ελάσματα και τα διαμήκη ενισχυτικά αυτών, για όλα τα τμήματα, μοντελοποιήθηκαν με γενικής χρήσης στοιχεία κελύφους. Οι κολώνες στήριξης των καταστρωμάτων μοντελοποιήθηκαν με στοιχεία δοκού. Επίσης εγκάρσια στοιχεία της μεταλλικής κατασκευής, όπως έδρες πυθμένα, εγκάρσιες φρακτές, εγκάρσια ενισχυτικά πλώρης και μηχανοστασίου, μοντελοποιήθηκαν ως απλά ελάσματα, χωρίς ενισχυτικά και χωρίς κόντρα λάμα (Flat Bar), για τους ενισχυμένους νομείς, με αυξημένο όμως πάχος διατομής ώστε το μοντέλο του στοιχείου, να φέρει την ίδια μάζα με το πραγματικό στοιχείο της κατασκευής. Τα πρόσθετα βάρη του πλοίου μοντελοποιήθηκαν με τοποθέτηση αντίστοιχου μεγέθους κατανεμημένης μάζας (nonstructural mass), με γνώμονα τις αντίστοιχες καμπύλες βαρών.

Η μοντελοποίηση του θαλάσσιου περιβάλλοντος γίνεται με χρήση στοιχείων της βιβλιοθήκης του ABAQUS που ως μοναδικό βαθμό ελευθερίας έχουν ακουστική πίεση (Acoustic Elements).

#### Δ. Επισκόπηση κεφαλαίων

Η παρούσα εργασία χωρίζεται ουσιαστικά σε δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος που περιλαμβάνει τα κεφάλαια 1,2 και 3, παρουσιάζεται η θεωρητική διαπραγμάτευση του προβλήματος της καμπτικής ταλάντωσης ελεύθερων, χωρίς στηρίξεις, δοκών, στο κενό και στην επιφάνεια της θάλασσας. Το δεύτερο μέρος, που αποτελείται από τα Κεφάλαια 4,5 και 6 ασχολείται με την ανάλυση του προβλήματος εύρεσης των ιδιοσυχνοτήτων του υπό μελέτη πλοίου και παρουσιάζονται η διαδικασία υπολογισμού των απαιτούμενων δεδομένων, τα αποτελέσματα που προκύπτουν, καθώς και τα συμπεράσματα.

Στο Κεφάλαιο 1 γίνεται μια επισκόπηση γενικών εισαγωγικών εννοιών περί

3

ταλαντώσεων δοκών και αναφορά στα είδη των ελαστικών ταλαντώσεων πλοίων και τις αιτίες που τις προκαλούν.

Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζεται η μαθηματική διατύπωση των θεωριών Euler και Timoshenko, για την καμπτική ταλάντωση ελεύθερων δοκών, ενώ γίνεται και μια εισαγωγή στις μεθόδους Πεπερασμένων Διαφορών και Πεπερασμένων Στοιχείων, σε σχέση με το συγκεκριμένο πρόβλημα.

Το Κεφάλαιο 3 διαπραγματεύεται το πρόβλημα της καμπτικής ταλάντωσης δοκού που επιπλέει στην επιφάνεια της θάλασσας, και την επίδραση του θαλάσσιου περιβάλλοντος μέσω της πρόσθετης μάζας.

Στο Κεφάλαιο 4 δίνεται η περιγραφή του υπό μελέτη πλοίου και η διαδικασία υπολογισμού των απαιτούμενων για την εφαρμογή των μεθόδων, στοιχείων αυτού. Επίσης παρουσιάζεται αναλυτικά η διαδικασία και οι συμβάσεις που χρησιμοποιήθηκαν για τη μοντελοποίηση του πλοίου και του θαλάσσιου περιβάλλοντος στο ABAQUS. Γίνεται παρουσίαση και σύγκριση των αποτελεσμάτων για την ανάλυση ιδιοσυχνοτήτων, θεωρώντας την κατασκευή στο κενό και στη θάλασσα.

Στο Κεφάλαιο 5 γίνεται αναφορά στις διεγέρσεις που επάγει στο πλοίο η λειτουργία της έλικας, υπολογισμός της προκύπτουσας διέγερσης στις συνθήκες λειτουργίας του υπό μελέτη πλοίου και σύγκριση με τις υπολογισμένες ιδιοσυχνότητες.

Τέλος το Κεφάλαιο 6 αναφέρεται στα συμπεράσματα που προέκυψαν κατά την εκπόνηση της παρούσης μελέτης.

# <u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 – Γενικά περί ταλαντώσεων</u>

### 1.1 Φυσική Ταλάντωση – Φυσικές Συχνότητες

Έστω χαλύβδινη δοκός μεγάλου μήκους, η οποία εδράζεται σε δύο σημεία, έκαστο στο ένα τέταρτο του μήκους της, από κάθε άκρη.

Εάν τώρα συμπιέσουμε ελαφρώς το κέντρο της δοκού και στη συνέχεια το ελευθερώσουμε, η δοκός θα εκτελέσει ταλάντωση, στο κατακόρυφο επίπεδο, της οποίας το πλάτος θα βαίνει μειούμενο με το χρόνο. Η χρονική καταγραφή του πλάτους της ταλάντωσης θα είχε τη μορφή του Σχήματος 1.



Σχήμα 1 : Χρονική καταγραφή πλάτους ελεύθερης ταλάντωσης δοκού με απόσβεση

Με την προϋπόθεση ότι η αρχική μετατόπιση του κέντρου της δοκού, είναι σχετικά μικρή, το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών ταλαντώσεων θα είναι πρακτικά σταθερό. Αυτό το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών ταλαντώσεων, κατά την ίδια διεύθυνση, καλείται περίοδος, και μια κίνηση αυτού του είδους, καλείται ισόχρονη.

Το αντίστροφο, δηλαδή ο αριθμός των ταλαντώσεων στην μονάδα του χρόνου, καλείται συχνότητα.

Στο παραπάνω παράδειγμα, εκτός της αρχικής διέγερσης – απομάκρυνση του κέντρου της δοκού από την αρχική του θέση - η όλη ταλαντωτική κίνηση λαμβάνει χώρα κάτω από την επίδραση φυσικών δυνάμεων και των ιδιοτήτων του συστήματος :

Το βάρος της δοκού, τη γεωμετρία της διατομής, τις ελαστικές ιδιότητες του υλικού από το οποίο είναι φτιαγμένη η δοκός, τη θέση και τον αριθμό των στηρίξεων και τις ιδιότητες απόσβεσης του υλικού της δοκού, των στηρίξεων και του περιρρέοντος ρευστού.

Τέτοιου είδους ταλαντώσεις ονομάζονται φυσικές ταλαντώσεις, και οι αντίστοιχη συχνότητα φυσική συχνότητα της δοκού.

Μια ελαστική δοκός έχει άπειρες τέτοιες φυσικές συχνότητες, που εξαρτώνται από το είδος και τον αριθμό το στηρίξεων.

#### 1.2 Εξαναγκασμένη Ταλάντωση - Συντονισμός

Έστω ότι στη δοκό του προηγούμενου παραδείγματος, τοποθετούμε στο κέντρο της, ένα μικρό ηλεκτρικό κινητήρα, ο οποίος φέρει σφόνδυλο, με αναρτημένο σε αυτόν μικρό βάρος[3].

Εάν θέσουμε τον κινητήρα σε λειτουργία, με σταθερή ταχύτητα περιστροφής, το εκτός ισορροπίας βάρος που φέρει στο σφόνδυλο, θα μεταφέρει μια περιοδική δύναμη διέγερσης, στη δοκό, η οποία θα αρχίσει να ταλαντώνεται με συχνότητα ίση με αυτήν της επιβαλλόμενης περιοδικής διέγερσης. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα η συχνότητα θα είναι ίση με τις στροφές ανά λεπτό του ηλεκτρικού κινητήρα.

Σε αυτή τη περίπτωση λοιπόν, η δοκός εξαναγκάζεται σε ταλάντωση με συχνότητα διαφορετική από τη φυσική της συχνότητα, και αυτού του είδους η ταλάντωση ονομάζεται εξαναγκασμένη ταλάντωση.

Εάν ο ηλεκτρικός κινητήρας λειτουργήσει για διάφορες ταχύτητες περιστροφής, το

πλάτος της προκύπτουσας ταλάντωσης της δοκού, θα μεταβάλλεται σε σχέση με την επιβαλλόμενη συχνότητα, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.



Σχήμα 2 : Σχέση πλάτους – συχνότητας διέγερσης, εξαναγκασμένης ταλάντωσης δοκού

Από την παραπάνω καμπύλη πλάτους ταλάντωσης – συχνότητας διέγερσης, προκύπτει ότι η ταλάντωση παρουσιάζει μέγιστο πλάτος όταν η συχνότητα της πηγής διέγερσης είναι περίπου ίση με τη φυσική συχνότητα της δοκού, όπως αυτή ορίστηκε παραπάνω.

Αυτού του είδους η ταλάντωση ονομάζεται σύγχρονη ταλάντωση ή συντονισμός (synchronous – resonant vibration), και είναι το είδος της ταλάντωσης που προκαλεί τα μεγαλύτερα προβλήματα στα πλοία και στις κατασκευές γενικότερα[3]. Έτσι ο μελετητής μηχανικός πρέπει να προβλέπει και να λαμβάνει την κατάλληλη μέριμνα αποφυγής της κατάστασης συντονισμού μιας κατασκευής, υπολογίζοντας τις φυσικές συχνότητες της κατασκευής και εκτιμώντας τις διεγέρσεις από το περιβάλλον και συνθήκες λειτουργίας αυτής.

#### **1.3 Ιδιομορφές (Modes of vibration)**

Στο παραπάνω παράδειγμα με τη απλή δοκό που ταλαντώνεται, τα δύο σημεία στήριξης παραμένουν σε ηρεμία, δηλαδή η μετατόπιση της δοκού σε αυτά τα σημεία είναι μηδενική, όσων αφορά την κατακόρυφη κίνηση.

Τα σημεία αυτά, όπου η μετατόπιση είναι μηδενική κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης, ονομάζονται κόμβοι (nodes), και η εκτελούμενη ταλάντωση από τη δοκό ονομάζεται ταλάντωση δύο κόμβων (two – node vibration). Τα σημεία μεταξύ των κόμβων που παρατηρείται το μέγιστο πλάτος, αναφέρονται συχνά στη βιβλιογραφία και ως αντί – κόμβοι (anti-nodes) [3].

Μεταβάλλοντας τη θέση και τον αριθμό των στηρίξεων, καθώς και το σημείο εφαρμογής και το χαρακτήρα της πηγής διέγερσης, η δοκός θα εκτελεί ταλαντώσεις στο κατακόρυφο επίπεδο, σχηματίζοντας διαφορετικά μοτίβα, έχοντας τρεις, τέσσερις ή περισσότερους κόμβους, κατά το μήκος της.

Τα μοτίβα αυτά ονομάζονται κύριες μορφές ή ιδιομορφές (modes of vibration) της ταλαντωμένης δοκού. Η φυσική συχνότητα αυξάνεται με την αύξηση των κόμβων.

Η μορφή των παραγόμενων καμπυλών του πλάτους της ταλάντωσης κατά μήκος της δοκού, δηλαδή οι ιδιομορφές της ταλάντωσης, φαίνονται στο Σχήμα 3.



Σχήμα 3 : Ιδιομορφές

Κάτω από τις κατάλληλες συνθήκες στήριξης και διέγερσης, η δοκός δύναται να εκτελεί στρεπτική ταλάντωση ή κατά το οριζόντιο επίπεδο.

#### 1.4 Είδη Ελαστικών Ταλαντώσεων Γάστρας Πλοίου

Οι ελαστικές ταλαντώσεις που εμφανίζονται σε ένα πλοίο μπορούν σε γενικές γραμμές να χωριστούν σε δύο κατηγορίες.

Στην πρώτη κατηγορία, ολόκληρο το πλοίο διεγείρεται και η απόκριση της συνολικής κατασκευής προσομοιάζει τη συμπεριφορά δοκού, σύνθετης διατομής, η οποία εκτελεί ελαστικές καμπτικές και στρεπτικές ταλαντώσεις.

Αυτού του είδους η ταλαντωτική συμπεριφορά χαρακτηρίζεται ως ολική ταλάντωση (Global Vibration) ή συντονισμός (resonant vibration) και η παρατεταμένη λειτουργία του πλοίου σε αυτή τη κατάσταση, είναι δυνατόν να οδηγήσει σε σοβαρές αστοχίες της κατασκευής, λόγω κόπωσης[10].

Στη δεύτερη κατηγορία περιλαμβάνεται η ταλαντωτική απόκριση μεμονωμένων τμημάτων της κατασκευής, όπως η υπερκατασκευή, η γέφυρα, ο ιστός, ή κάποιο ενισχυμένο έλασμα.

Τέτοιου είδους ταλαντώσεις χαρακτηρίζονται ως τοπικές (Local Vibrations), και σε συνήθεις καταστάσεις, προκαλούν κυρίως προβλήματα ενόχλησης των επιβατών και του πληρώματος και έχουν μικρές επιπτώσεις στην κατασκευαστική ακεραιότητα του πλοίου[10].

Η εξάλειψη των τοπικών ταλαντώσεων πραγματοποιείται σχετικά εύκολα, ακόμα και σε υπάρχον πλοίο, με την απομάκρυνση της πηγής διέγερσης ή εάν αυτό δεν είναι δυνατόν, με την ενίσχυση της κατασκευής τοπικά.

Αντιθέτως, για την ολική ταλάντωση του πλοίου ως δοκό (Global Vibration), είναι κρίσιμη η εκ των προτέρων γνώση των φυσικών συχνοτήτων της κατασκευής, ακόμα από το στάδιο της προμελέτης, ώστε να μπορεί ο μελετητής ναυπηγός να αποφύγει τη λειτουργία πηγών διέγερσης σε αυτό το πεδίο συχνοτήτων ή να ενισχύσει κατάλληλα τη κατασκευή ώστε να αλλάξει το πεδίο των φυσικών συχνοτήτων.

Μέτα την ολοκλήρωση της κατασκευής του πλοίου, είναι πολύ λίγα αυτά που μπορούν να γίνουν, ώστε να "θεραπευθεί" το πρόβλημα του συντονισμού [3].

#### 1.5 Αιτίες που προκαλούν τις ταλαντώσεις

Η γάστρα ενός πλοίου θα εκτελέσει ταλάντωση μόνο όταν κάποια εξωτερική ή εσωτερική διέγερση εφαρμοστεί σε αυτή.

Οι βασικές αιτίες διέγερσης που προκαλούν ταλαντώσεις στα στοιχεία του πλοίου είναι [1][8]:

- Το θαλάσσιο περιβάλλον (εξωτερική διέγερση)
- Η έλικα (έλικες) αξονικό σύστημα (εσωτερική εξωτερική διέγερση)
- Η κύρια μηχανή (μηχανές) πρόωσης (εσωτερική διέγερση)
- Βοηθητικά μηχανήματα (εσωτερική διέγερση)

Στην περίπτωση κυματισμών που προσπίπτουν στο πλοίο, ένα περιοδικό πεδίο πιέσεων αναπτύσσεται σε όλη τη βρεχόμενη επιφάνεια της γάστρας. Ο χαρακτήρας της διέγερσης αυτής της μορφής είναι τυχαίος και μπορεί να προκύψει αν είναι γνωστό το φάσμα των κυματισμών. Η απόκριση στη διέγερση λόγω κυματισμού μπορεί να αναλυθεί [1]:

- Απόκριση του πλοίου ως απαραμόρφωτο (rigid) στερεό σώμα (sea-keeping)
- Απόκριση του πλοίου ως ελαστικό (elastic) σώμα, δηλαδή κάμψη του πλοίου ως δοκός, κατά την οποία προεξέχουσα μορφή είναι οι υψηλής συχνότητας καμπτικές ταλαντώσεις της κατασκευής (Springing).

Οι τελευταίες προκαλούνται από κρούση θαλάσσιων κυμάτων στην περιοχή της πρώρας. Προκύπτουν όταν η περίοδος της βασικής κατακόρυφης ταλάντωσης του πλοίου ως στερεό σώμα (heave), έχει σχετικά μεγάλη διάρκεια (μεγαλύτερη των 2 sec). Στην περίπτωση αυτή όταν το πλοίο συναντά κυματισμούς με αντίστοιχη συχνότητα, η διέγερση της γάστρας δεν είναι αμελητέα και παρατηρούνται συνεχείς ταλαντώσεις.

Εκτός του προσπίπτοντος κυματισμού, ταλαντώσεις του πλοίου δοκαριού προκαλούνται λόγω σφυρόκρουσης (slamming), που προκύπτει ως το αποτέλεσμα της κρούσης του πυθμένα στην περιοχή της πρώρας, με την επιφάνεια της θάλασσας. Το φαινόμενο, που είναι μεταβατικό, προκαλεί ισχυρή καμπτική ταλάντωση αμέσως μετά την κρούση και οι επαγόμενες τάσεις αναφέρονται ως whipping stresses.

Σε αντίθεση με τις υψηλής συχνότητας καμπτικές ταλαντώσεις (springing), που

ασκούνται σε όλο το μήκος του πλοίου (global), οι δυνάμεις διεγέρσεις κατά τη σφυρόκρουση έχουν τοπικό χαρακτήρα (local).

Η έλικα (έλικες) σε συνδυασμό με το αξονικό σύστημα είναι επίσης μια σημαντική πηγή διέγερσης ταλαντώσεων της γάστρας. Εάν το σύστημα δεν είναι σωστά ζυγοσταθμισμένο ή κάποιο πτερύγιο της έλικας παρουσιάζει σημαντική διαφοροποίηση στο βήμα, από τα υπόλοιπα, περιοδικές δυνάμεις μεταφέρονται στη γάστρα, σε κάθε περιστροφή [3].

Ακόμα και εάν το σύστημα έλικας – άξονα είναι στην καλύτερη δυνατή κατάσταση όσων αφορά τη ζυγοστάθμιση και την κατασκευαστική ομοιομορφία των πτερυγίων, τα πτερύγια λειτουργούν στον ανομοιόμορφο ομόρρο πίσω από το πλοίο, και η δύναμη που ασκείται σε κάθε ένα είναι διαφορετική σε κάθε περιστροφή. Αυτές οι μεταβαλλόμενες δυνάμεις μεταφέρονται στη γάστρα του πλοίου τόσο μέσω του άξονα όσο και μέσω του νερού, προκαλώντας την ανάπτυξη περιοδικών δυνάμεων διέγερσης που έχουν συχνότητα ίση με το γινόμενο των περιστροφών επί τον αριθμό των πτερυγίων.

Αναλυτικότερα οι δυνάμεις αυτές μπορούν να διακριθούν σε δύο κατηγορίες : τις δυνάμεις τριβέων και τις δυνάμεις επιφανείας [1].

Οι δυνάμεις τριβέων είναι οι περιοδικές δυνάμεις που μεταφέρονται μέσω του αξονικού συστήματος στην κατασκευή του πλοίου. Προκύπτουν από τις πιέσεις που αναπτύσσονται στα πτερύγια της έλικας, των οποίων οι συνισταμένες είναι περιοδικές κυρίως λόγω της ανομοιομορφίας του ομόρρου, καθώς επίσης και λόγω διαφορών που υπάρχουν στα πτερύγια.

Οι δυνάμεις επιφανείας είναι οι συνισταμένες των πιέσεων που αναπτύσσονται στο πρυμναίο τμήμα του πλοίου. Το περιοδικό πεδίο πιέσεων οφείλεται στην περιστροφή της έλικας και εξαρτάται από το πάχος των πτερυγίων και τις δυνάμεις που ασκούνται σε αυτά.

Οι επαγόμενες ταλαντώσεις λόγω του συστήματος έλικα – άξονας μπορούν να είναι ολικές (global) ή τοπικές (local)

Τέλος μη ζυγοσταθμισμένες περιοδικές δυνάμεις που προέρχονται από την κύρια μηχανή ή κάποιο βοηθητικό μηχάνημα, είναι δυνατόν να διεγείρουν τη γάστρα του πλοίου σε ταλάντωση. Οι παραπάνω δυνάμεις εξαρτώνται από τον τύπο της κύριας μηχανής, των αριθμό των κυλίνδρων, από το εάν τα βοηθητικά μηχανήματα παίρνουν κίνηση από την

κύρια μηχανή και διάφορους άλλους παράγοντες.

Δύο διαφορετικά είδη δυνάμεων μπορούν να συσχετιστούν με τις παλινδρομικές μηχανές εσωτερικής καύσης [11]. Αυτές είναι : (α) δυνάμεις πίεσης λόγω της διαδικασίας καύσεως και (β) αδρανειακές δυνάμεις λόγω των επιταχύνσεων που αναπτύσσονται στα μέρη της μηχανής που εκτελούν παλινδρομικές και περιστροφικές κινήσεις.

Οι κατακόρυφες και εγκάρσιες πιέσεις εξισορροπούν εσωτερικά του κινητήρα, και θεωρώντας τον κινητήρα ως άκαμπτο σώμα, δεν μεταφέρονται στη βάση του, ενώ παράγουν μόνο στρεπτικές ροπές περί το διαμήκη άξονα του κινητήρα.

Οι κατακόρυφες και εγκάρσιες δυνάμεις και ροπές, που παράγονται από τους κινητήρες Diesel και διεγείρουν σε ταλάντωση τη γάστρα του πλοίου, οφείλονται αποκλειστικά σε εκτός ισορροπίας αδρανειακά φαινόμενα.

Για κινητήρες με περισσότερους από δύο κυλίνδρους, που είναι και το σύνηθες, οι κατακόρυφες και εγκάρσιες αδρανειακές δυνάμεις ισορροπούν κοντά στο μηδέν, στη βάση της μηχανής. Έτσι απομένουν μόνο οι κατακόρυφες και εγκάρσιες αδρανειακές ροπές, ως πηγές διέγερσης της γάστρας.

Σημειώνεται ότι οι περιοδικές δυνάμεις , αδρανειακές και πιέσεις, είναι εγγενώς μηδενικές κατά το διαμήκη άξονα του κινητήρα [11].

# <u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 – Καμπτική ταλάντωση δοκών</u>

#### 2.1 Δοκός Euler – Bernoulli

Η θεωρία δοκών των Euler – Bernoulli, καθιερώθηκε περί το 1750, με τη συνεισφορά των Leonard Euler και Daniel Bernoulli. Η εργασία των Euler – Bernoulli και η τελική διατύπωση της θεωρίας βασίστηκε σε προηγούμενες μελέτες περί κάμψης δοκών από τον Jacob Bernoulli.

Βασικές παραδοχές στη θεωρία Euler – Bernoulli, είναι οι εξής [12] :

- Οι γραμμικές διαστάσεις της διατομής της δοκού, είναι μικρές συγκρινόμενες με το μήκος της δοκού.
- Η δοκός είναι ομοιόμορφη, δηλαδή η γεωμετρία της διατομής και οι ιδιότητες του υλικού δεν μεταβάλλονται κατά μήκος της δοκού.
- Ισχύει ο νόμος του Hooke, δηλαδή οι αναπτυσσόμενες τάσεις είναι μικρότερες από το όριο αναλογίας του υλικού (γραμμική ελαστική περιοχή).
- Ισχύει η υπόθεση των Bernoulli Navier κατά την οποία, κάθε διατομή επίπεδη και κάθετη στον άξονα της δοκού πριν την παραμόρφωση, παραμένει επίπεδη και κάθετη και μετά από αυτήν.

Η τελευταία παραδοχή οδηγεί στο συμπέρασμα ότι στη θεωρία δοκών Euler – Bernoulli, δεν λαμβάνονται υπόψη οι παραμορφώσεις που οφείλονται στις διατμητικές δυνάμεις και η περιστροφική ροπή αδράνειας της δοκού.

Ας θεωρήσουμε δοκό με ελεύθερα άκρα, δηλαδή χωρίς στηρίξεις, που ταλαντώνεται κάτω από την επίδραση μόνο του βάρους της, στο κενό (Σχήμα 4).

Έστω ότι η δοκός έχει τις παρακάτω ιδιότητες :

- Μήκος
- Πλάτος διατομής b
- Υψος διατομής h
- Εμβαδόν επιφάνειας διατομής A = b \* h



Σχήμα 4 - Ελεύθερη δοκός

Θεωρούμε στοιχειώδες τμήμα της δοκού μήκους dx και σημειώνουμε τις δυνάμεις που ασκούνται σε αυτό (Σχήμα 5).



Σχήμα 5 – Δυνάμεις στο στοιχειώδες τμήμα της ελεύθερης δοκού

Από την ισορροπία των δυνάμεων στην κατακόρυφη διεύθυνση έχουμε :

$$[Q(x,t) + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} dx] - Q(x,t) + f(x,t) dx = \rho A dx \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} \quad (1)$$

Από την ισορροπία των ροπών ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδο x,y και διερχόμενο από το κέντρο της διατομής έχουμε :

$$-[M(x,t) + \frac{\partial M(x,t)}{\partial x}dx] + M(x,t) + [Q(x,t) + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x}dx]dx + f(x,t)dx\frac{dx}{2} = 0$$
(2)

Από την εξίσωση (1) προκύπτει :

$$\frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} + f(x,t) = \rho A \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} \quad (3)$$

ενώ από την εξίσωση (2), αμελώντας τους όρους
$$\frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} dx dx \quad \kappa \alpha i \quad f(x,t) dx \frac{dx}{2} \quad$$
έχουμε :

$$\frac{-\partial M(x,t)}{\partial x} + Q(x,t) = 0 \quad (4)$$

Επίσης γνωρίζουμε ότι :

$$M(x,t) = -EI \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} \quad (5)$$

Από τις εξισώσεις (3), (4) και (5), τελικά προκύπτει ότι η εξίσωση που περιγράφει την κίνηση ενός στοιχειώδους τμήματος της δοκού μήκους *dx*, αμελώντας την επίδραση των αξονικών δυνάμεων, είναι :

$$-EI\frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4} + f(x,t) = \rho A \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} \quad (6)$$

όπου v(x,t) η κατακόρυφη μετατόπιση του στοιχείου μήκους dx της δοκού, από τη θέση ισορροπίας του.

Εάν θεωρήσουμε ότι στη δοκό δεν ασκούνται εξωτερικά φορτία, δηλαδή f(x,t) = 0, τότε η εξίσωση κίνησης παίρνει τη μορφή :

$$EI\frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (7)$$

Η εξίσωση (7) είναι μια μερική διαφορική εξίσωση που περιγράφει την κατακόρυφη παραμόρφωση *ν* της δοκού, ως συνάρτηση της απόστασης από την αρχή των αξόνων x και του χρόνου t.

Η εξίσωση (7) μπορεί να γραφεί :

$$c^{2} \frac{\partial^{4} v}{\partial x^{4}} + \frac{\partial^{2} v}{\partial t^{2}} = 0 \quad (8)$$

όπου: 
$$c = \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$$
 (9)

Η εξίσωση (8) μπορεί να επιλυθεί με τη μέθοδο διαχωρισμού των μεταβλητών[12]. Έστω ότι η λύση είναι το γινόμενο δύο συναρτήσεων, μια ως προς x και μια ως προς t, τότε θα έχει τη μορφή :

$$v(x,t) = V(x) \cdot T(t) \quad (10)$$

Με αντικατάσταση της εξίσωσης (10) στην εξίσωση (7) και έπειτα από πράξεις, προκύπτει :

$$\frac{\ddot{T}}{T} = -c^2 \frac{V^{\prime \prime \prime \prime \prime}}{V} \quad (11)$$

Το αριστερό μέλος της εξίσωσης (11) είναι συνάρτηση μόνο του χρόνου t, ενώ το δεξί μέλος είναι συνάρτηση μόνο της απόστασης από την αρχή των αξόνων x. Επίσης η ισότητα ισχύει για κάθε τιμή των x,t και συνεπώς μπορούμε να θεωρήσουμε ότι και τα δύο μέλη είναι ίσα με κάποια σταθερά, έστω – ω<sup>2</sup>, δηλαδή :

$$\frac{\ddot{T}}{T} = -c^2 \frac{V'''}{V} = -\omega^2 \quad (12a)$$

Από τα παραπάνω προκύπτουν οι δύο συνήθεις διαφορικές εξισώσεις :

$$V'''' - \beta^4 \cdot V = 0 \quad (13a)$$
$$\ddot{T} + \omega^2 \cdot T = 0 \quad (13b)$$

όπου 
$$\beta^4 = \frac{\omega^2}{c^2}$$
 (13c)

Για  $\beta \neq 0$  η διαφορική εξίσωση (13a) έχει γενική λύση της μορφής :

$$V(x) = C_1 \sin(\beta x) + C_2 \cos(\beta x) + C_3 \sinh(\beta x) + C_4 \cosh(\beta x) \quad (14)$$

όπου  $C_1, C_2, C_3, C_4$ , τυχαίες σταθερές που εξαρτώνται από τις οριακές συνθήκες του προβλήματος.

Η δοκός έχει ελεύθερα άκρα και συνεπώς η ροπή και η διατμητική δύναμη σε αυτά θα είναι μηδέν.

Άρα οι οριακές συνθήκες για τα άκρα της δοκού είναι :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} = 0 \quad , \; & \text{gia } x = 0 \; \text{kai } x = L \quad (\text{mbegiandle} x \text{ for and} x) \\ \frac{\partial^3 v(x,t)}{\partial x^3} = 0 \quad , \; & \text{gia } x = 0 \; \text{kai } x = L \quad (\text{mbegiandle} x \text{ for and} x) \end{aligned}$$

Για τη συνθήκη μηδενισμού της ροπής στο άκρο x = 0, έχουμε από την εξίσωση (10) :  $\frac{\partial^2 v(0,t)}{\partial x^2} = V''(0) \cdot T(t) \rightarrow V''(0) = 0 \quad (15)$ 

και με αντικατάσταση της εξίσωσης (15) στη δεύτερη παράγωγο της συνάρτησης *V(x)*, όπως υπολογίζεται από την εξίσωση (14), προκύπτει τελικά η σχέση :

$$-C_2 + C_4 = 0$$
 (16)

Όμοια :

για τη συνθήκη μηδενισμού της διατμητικής δύναμης στο άκρο <br/>  ${\bf x}=0$ προκύπτει  $-C_1 + C_3 {=}0 \quad (17)$ 

για τη συνθήκη μηδενισμού της ροπής στο άκρο <br/>  $\mathbf{x} = \mathbf{L}$ προκύπτει

$$-C_1 \sin(\beta L) - C_2 \cos(\beta L) + C_3 \sinh(\beta L) + C_4 \cosh(\beta L) = 0 \quad (18)$$

και για τη συνθήκη μηδενισμού της διατμητικής δύναμης στο άκρο x = L προκύπτει  $-C_1 \cos(\beta L) + C_2 \sin(\beta L) + C_3 \cosh(\beta L) + C_4 \sinh(\beta L) = 0 \quad (19)$ 

Σημειώνεται ότι για την εξαγωγή των παραπάνω χρησιμοποιήθηκαν οι παρακάτω σχέσεις των υπερβολικών τριγωνομετρικών συναρτήσεων :

 $\sinh(x)' = \cosh(x), \quad \cosh(x)' = \sinh(x), \quad \sinh(0) = 0, \quad \cosh(0) = 1$ 

Οι σχέσεις (18) και (19), με αντικατάσταση των  $C_3$  και  $C_4$ , από τις σχέσεις (16) και (17) δίνουν το παρακάτω γραμμικό σύστημα εξισώσεων, το οποίο υπό μορφή πινάκων γράφεται :

$$\begin{bmatrix} \sinh(\beta L) - \sin(\beta L) & \cosh(\beta L) - \cos(\beta L) \\ \cosh(\beta L) - \cos(\beta L) & \sin(\beta L) + \sinh(\beta L) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\eta}$$
  
[B][C] = [0] (20)

$$[C] = [B]^{-1}[0] \rightarrow [C] = 0$$

και συνεπώς

$$C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 0$$

Σε αυτή την περίπτωση έχουμε τη τετριμμένη λύση της εξίσωσης (8)

$$V(x) = 0$$

Άρα θα πρέπει ο πίνακας [B] να είναι μη αντιστρέψιμος, και συνεπώς θα πρέπει η ορίζουσα του να είναι μηδέν.

$$det[B] = 0$$

Η παραπάνω απαίτηση μας δίνει τελικά τη χαρακτηριστική εξίσωση του συστήματος :

$$\cos(\beta L) \cdot \cosh(\beta L) - 1 = 0 \quad (21)$$

Η εξίσωση (21) έχει άπειρες ρίζες, οι οποίες για την περίπτωση που εξετάζεται, της ελεύθερης δοκού παρουσιάζονται στο παρακάτω πίνακα :

Root	Value
$(\beta_0 L)$	0
$(\beta_1 L)$	4,7300
$(\beta_2 L)$	7,8532
(β <sub>3</sub> L)	10,9956
$(\beta_4 L)$	14,1372
$(\beta_5 L)$	17,2788
$(\beta_n L)$	(2n+1)π/2 , n>5

Πίνακας 1 – Ρίζες β<sub>n</sub>L για ελεύθερη δοκό

Αφού ο πίνακας [B] είναι μη αντιστρέψιμος, το γραμμικό σύστημα (20) είναι γραμμικά εξαρτημένο, δηλαδή οι δύο εξισώσεις του συστήματος, διαφέρουν μόνο κατά μια σταθερά.

Από την πρώτη εξίσωση του συστήματος προκύπτει :

$$C_1 = -C_2 \frac{\cosh(\beta_n L) - \cos(\beta_n L)}{\sinh(\beta_n L) - \sin(\beta_n L)} \quad (22)$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (16),(17) και (22) στην εξίσωση (14) προκύπτει:

$$V_{n}(x) = -C_{2} \{ \cosh\left[(\beta_{n}L)\frac{x}{L}\right] + \cos\left[(\beta_{n}L)\frac{x}{L}\right] - \sigma_{n} \cdot (\sinh\left[(\beta_{n}L)\frac{x}{L}\right] + \sin\left[(\beta_{n}L)\frac{x}{L}\right]) \}$$
(23)

$$\sigma_n = \frac{\cosh(\beta_n L) - \cos(\beta_n L)}{\sinh(\beta_n L) - \sin(\beta_n L)}$$

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι για κάθε τιμή  $\beta_n$  προσδιορίζεται από την εξίσωση (23) μια συνάρτηση  $V_n$  της ελεύθερης δοκού που ταλαντώνεται. Οι συναρτήσεις  $V_n$  παράγουν τις κύριες μορφές ή ιδιομορφές (mode shapes) της ταλάντωσης.

Επίσης για κάθε τιμή  $\beta_n$  προσδιορίζεται και μια φυσική συχνότητα ή ιδιοσυχνότητα της ταλαντωμένης δοκού, από την παρακάτω σχέση που προκύπτει από τις σχέσεις (9) και (13c) :

$$\omega_{n} = \beta_{n}^{2} c = \frac{(\beta_{n}L)^{2}}{L^{2}} \cdot \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$$
$$\dot{\eta}$$
$$\omega_{n} = (\beta_{n}L)^{2} \cdot \sqrt{\frac{EI}{\mu L^{4}}} \quad (24)$$

όπου  $\mu = \rho A$  είναι η μάζα ανά μονάδα μήκους της δοκού.

Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται οι πέντε πρώτες ιδιομορφές της ελεύθερης δοκού που ταλαντώνεται χωρίς εξωτερική διέγερση.



Ας εξετάσουμε τώρα τη χρονική διαφορική εξίσωση (13b) :  $\ddot{T} + \omega^2 \cdot T = 0$ 

Η εξίσωση αυτή έχει γενική λύση της μορφής :

$$T_n(t) = A_n \cos(\omega_n t - \varphi_n) \quad (25)$$

Οι σταθερές ολοκλήρωσης *A<sub>n</sub>* και *φ<sub>n</sub>* υπολογίζονται από τις αρχικές συνθήκες, δηλαδή την αρχική μετατόπιση και αρχική ταχύτητα κατά το κατακόρυφο, της δοκού.

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (23) και (25) στην (10), προκύπτει η εξίσωση κίνησης της δοκού :

$$v(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \hat{X}_n(x) \cos(\omega_n t - \varphi_n) \quad (26)$$

Σημειώνεται ότι για <br/>  $n=0,\;$ έχουμε τη μορφή ταλάντωσης της δοκού ως απαραμόρφωτο σώμα.

### 2.2 Δοκός Timoshenko

Η θεωρία δοκών Timoshenko αποτελεί επέκταση της θεωρίας των Euler – Bernoulli, λαμβάνοντας υπόψη δύο επιπλέον παράγοντες που επηρεάζουν την απόκριση της ταλαντωμένης δοκού, την παραμόρφωση της διατομής λόγω διάτμησης και την περιστροφή της διατομής κατά την κάμψη.

Η θεωρία δοκών των Euler – Bernoulli αμελεί τις παραμορφώσεις που οφείλονται στις διατμητικές τάσεις, κάτω από την παραδοχή ότι κάθε διατομή επίπεδη και κάθετη στον άξονα της δοκού πριν την παραμόρφωση, παραμένει επίπεδη και κάθετη και μετά από αυτήν.

Στην πραγματικότητα η διατομή της δοκού παραμορφώνεται περίπου όπως φαίνεται στο Σχήμα 6. Αυτό κυρίως συμβαίνει σε δοκούς όχι ιδιαίτερα λεπτόγραμμες, δηλαδή δοκούς με σχετικά μεγάλες διαστάσεις διατομής ως προς το μήκος τους, οι οποίες και υπόκεινται σε σημαντικές διατμητικές τάσεις.

Η θεωρία δοκών Timoshenko διατηρεί την υπόθεση ότι η διατομή παραμένει επίπεδη μετά την παραμόρφωση, χωρίς όμως να παραμένει και κάθετη στον ουδέτερο άξονα της δοκού [13]. Με άλλα λόγια η θεωρία Timoshenko δέχεται μια παραμόρφωση της δοκού όπως φαίνεται στο Σχήμα 7.

Το γεγονός αυτό λαμβάνεται υπόψη στις εξισώσεις, θεωρώντας την γωνία που σχηματίζει ο ουδέτερος άξονας της δοκού σε στοιχειώδες τμήμα αυτής μήκους dx, με τον άξονα των x, μετά την παραμόρφωση της δοκού , ως το άθροισμα της κλίσης που οφείλεται αποκλειστικά στην κάμψη, και της κλίσης που οφείλεται στη διάτμηση (διατμητική παραμόρφωση) [13].



**Σχήμα 6** Πραγματική παραμόρφωση διατομής

**Σχήμα** 7 Παραμόρφωση θεωρίας Timoshenko

Επίσης ένας ακόμα παράγοντας που επηρεάζει τη κατακόρυφη ταλάντωση της δοκού είναι το γεγονός ότι, όταν η δοκός παραμορφώνεται λόγω κάμψης, κάθε διατομή της δοκού εκτελεί ταυτόχρονα με την κατακόρυφη μετατόπιση και μια ελαφρά περιστροφή. Το φαινόμενο αυτό λαμβάνεται υπόψη με την εισαγωγή στις εξισώσεις της περιστροφικής ροπής αδράνειας.

Με χρήση του μοντέλου Timoshenko, μπορεί να μελετάται η συμπεριφορά δοκών, οι οποίες έχουν μεταβαλλόμενη γεωμετρία διατομής και κατανομή μάζας κατά το μήκος τους.

Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζεται η διαφορά θεώρησης των παραμορφώσεων στη θεωρία Euler – Bernoulli και Timoshenko.



**Σχήμα 8** – Διαφορά θεώρησης των παραμορφώσεων στη θεωρία Euler – Bernoulli και Timoshenko

Εάν θεωρήσουμε ελεύθερη δοκό, όπως στην περίπτωση της ανάλυσης που έγινε στην παράγραφο 2.1, για την θεωρία Euler, και υποθέτοντας ότι οι κλίσεις της ταλαντωμένης δοκού είναι μικρές, ενώ η επίδραση των αξονικών δυνάμεων αμελητέα, έχουμε :

Για την ισορροπία των δυνάμεων στην κατακόρυφη διεύθυνση ισχύει η εξίσωση (1), όπως και στη θεωρία Euler, δηλαδή

$$\left[Q(x,t) + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x}dx\right] - Q(x,t) + f(x,t)dx = \rho A(x)dx \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2}$$

#### και τελικά

$$\frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = \rho A(x) \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} \rightarrow \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = \mu(x) \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2}$$
(27)

όπου μ(x) είναι η μάζα ανά μονάδα μήκους της δοκού.

Από την ισορροπία των ροπών ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδο x,y και διερχόμενο από το κέντρο της διατομής έχουμε :

$$-[M(x,t) + \frac{\partial M(x,t)}{\partial x} dx] + M(x,t) + [Q(x,t) + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} dx] dx$$
$$+ f(x,t) dx \frac{\partial x}{2} = \rho I(x) dx \frac{\partial^2 \Theta(x,t)}{\partial t^2}$$

οι όροι  $\frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} dx dx$  και  $f(x,t) dx \frac{dx}{2}$  μπορούν να αμεληθούν, συνεπώς

προκύπτει :

$$\frac{-\partial M(x,t)}{\partial x} + Q(x,t) = J(x) \frac{\partial^2 \Theta(x,t)}{\partial t^2} \quad (28)$$

#### οπού

 $\Theta(x,t)$ η κλίση που οφείλεται αποκλειστικά στην κάμψη της δοκού

 $\rho$ η πυκνότητα του υλικού της δοκού

A(x) η επιφάνεια διατομής, συνάρτηση του x

I(x)η ροπή αδράνειας επιφάνειας της διατομής, συνάρτηση του x

και  $J(x) = \rho I(x)$  η μαζική ροπή αδράνειας ανά μονάδα μήκους της διατομής

Η συνολική μετατόπιση ενός σημείου της δοκού και η αντίστοιχη κλίση, είναι το άθροισμα αυτών που προκαλούνται από την κάμψη και τη διάτμηση, και αυτές θεωρούνται μεταξύ τους ανεξάρτητες. Στην περίπτωση αυτή ισχύουν οι σχέσεις :

$$\frac{\partial^2 v_b(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial \Theta(x,t)}{\partial x} = \frac{-M(x,t)}{E(x)I(x)} \quad (29) \text{ Kore}$$

$$\frac{\partial v_s(x,t)}{\partial x} = \frac{Q(x,t)}{KA(x)G(x)} \quad (30)$$

όπου

*v<sub>b</sub>* η μετατόπιση που οφείλεται αποκλειστικά στην κάμψη

*v*<sub>s</sub> η μετατόπιση που οφείλεται αποκλειστικά στην διάτμηση

E(x) το μέτρο ελαστικότητας της δοκού, συνάρτηση του x

G(x) το μέτρο διάτμησης της διατομής, συνάρτηση του x, που ορίζεται ως :

$$G = \frac{E}{2(1+v)}$$

v ο λόγος Poisson

Kο συντελεστής διάτμησης της διατομής, που εξαρτάται από τη γεωμετρία της και το λόγο Poisson.

Ο συντελεστής διάτμησης *K* ορίζεται ως ο λόγος της ενεργής επιφάνειας της διατομής, δηλαδή της επιφάνειας του τμήματος της διατομής που ανθίσταται στην διατμητική παραμόρφωση προς την πραγματική επιφάνεια της διατομής της δοκού.

Η τιμή του συντελεστή διάτμησης Κ, για ορισμένες τυπικές διατομές δοκών, δίνεται στο παρακάτω σχήμα [13].



Σχήμα 9 – Συντελεστής διάτμησης για τυπικές διατομές δοκών

Για συνήθεις διατομές πλοίων, η τιμή του συντελεστή διάτμησης K μπορεί να ληφθεί ίση με K = 0.85 [1].

Υπενθυμίζεται ότι για την εξαγωγή της σχέσης (30) χρησιμοποιήθηκαν οι παρακάτω σχέσεις :

γωνία διάτμησης  $\gamma = \frac{\partial v_s}{\partial x}$  και διατμητική τάση  $\tau = \gamma G \rightarrow \gamma = \frac{\partial v_s}{\partial x} = \frac{Q}{AG}$ 

Επίσης ισχύει η σχέση :

$$\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} = \Theta(x,t) + \frac{\partial v_s}{\partial x} \quad (31)$$

που υποδηλώνει, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, ότι η συνολική κλίση είναι το άθροισμα της κλίσης λόγω κάμψης και της διατμητικής παραμόρφωσης.

Από τις σχέσεις (27), (28), (29), (30) και (31) συνάγεται ότι οι συναρτήσεις v(x,t) και  $\Theta(x,t)$ , πρέπει να ικανοποιούν τις εξισώσεις :

$$\frac{\partial}{\partial x} KA(x) G(x) \left( \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} - \Theta(x,t) \right) = \mu(x) \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} \quad (32)$$

$$KA(x)G(x)\left(\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} - \Theta(x,t)\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(E(x)I(x)\frac{\partial \Theta(x,t)}{\partial x}\right) = J(x)\frac{\partial^2 \Theta(x,t)}{\partial t^2} \quad (33)$$

Οι εξισώσεις (32) και (33) αποτελούν το σύστημα διαφορικών εξισώσεων που περιγράφουν την κίνηση ενός στοιχειώδους τμήματος της δοκού, μήκους dx. Η επίλυση του συστήματος, βάση των συνοριακών συνθηκών, οδηγεί στην εύρεση των συναρτήσεων v(x,t)και  $\Theta(x,t)$  που περιγράφουν την ταλαντωτική κίνηση της δοκού.

Στην περίπτωση που εξετάζουμε της ελεύθερης – ελεύθερης δοκού, τα άκρα της είναι ελεύθερα τάσεων. Άρα οι οριακές συνθήκες ορίζουν ότι η διατμητική δύναμη και η ροπή στα άκρα θα είναι μηδενικές, δηλαδή θα ισχύουν οι σχέσεις :

$$Q(0,t) = Q(L,t) = 0$$
 кал $M(0,t) = M(L,t) = 0$ 

Εάν τώρα θεωρήσουμε ότι η συνάρτηση μετατοπίσεων μπορεί να εκφραστεί σαν το γινόμενο μια συνάρτησης της χωρικής μεταβλητής *x* και μιας της χρονικής μεταβλητής *t* και ότι δεν υπάρχει διαφορά φάσης μεταξύ των συνιστωσών των μετατοπίσεων και της συνολικής μετατόπισης, τότε μπορούμε να γράψουμε [1]:

 $v(x,t) = V(x)\sin(\omega t - \varphi)$  $v_s(x,t) = V_s(x)\sin(\omega t - \varphi)$  $\Theta(x,t) = \Theta(x)\sin(\omega t - \varphi)$  $Q(x,t) = Q(x)\sin(\omega t - \varphi)$  $M(x,t) = M(x)\sin(\omega t - \varphi)$
Αντικαθιστώντας τις παραπάνω σχέσεις στις (27), (28), (29) και (30), προκύπτουν το παρακάτω σύστημα διαφορικών εξισώσεων :

$$\frac{dQ}{dx} = -\mu\omega^2 V \quad (34a)$$

$$Q - \frac{dM}{dx} = -J\omega^2 \Theta_b \quad (34b)$$

$$\frac{dV_s}{dx} = \frac{Q}{KAG} \quad (34c)$$

$$\frac{d\Theta_b}{dx} = \frac{-M}{EI} \quad (34d)$$

Στις εξισώσεις (34) άγνωστη, εκτός από τις συναρτήσεις των μετατοπίσεων, κλίσεων, διατμητικών δυνάμεων και ροπών, παραμένει και η τιμή της συχνότητας της ταλάντωσης ω.

Για την επίλυση του παραπάνω συστήματος των διαφορικών εξισώσεων για δοκό με μεταβλητές ιδιότητες κατά μήκος της, χρησιμοποιούνται διάφορες αριθμητικές μέθοδοι, όπως η μέθοδος πεπερασμένων διαφορών και η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων.

## 2.3 Μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών (ΜΠΔ - FDM)

Η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών χρησιμοποιείται για την προσεγγιστική επίλυση διαφορικών εξισώσεων, αντικαθιστώντας τις τελευταίες με εξισώσεις διαφορών. Με τον τρόπο αυτό το πρόβλημα ανάγεται τελικά στην επίλυση ενός (συνήθως μεγάλου) συστήματος αλγεβρικών, πλέον, εξισώσεων, συνήθως εφαρμόζοντας επαναληπτικές τεχνικές. Η υλοποίηση της συγκεκριμένης μεθόδου μπορεί να αναλυθεί σε τρία βασικά βήματα:

- α) στη διακριτοποίηση του χώρου με κατάλληλο πλέγμα κόμβων, οι οποίοι αντιστοιχούν
   στις θέσεις υπολογισμού του ζητούμενου μεγέθους,
- β) στη διατύπωση των εξισώσεων διαφορών, αντικαθιστώντας τους διαφορικούς τελεστές
   με προσεγγιστικούς,
- γ) στην επίλυση των εξισώσεων διαφορών, λαμβάνοντας υπόψη τις αρχικές και οριακές

συνθήκες του προβλήματος.

Σχετικά με το πρώτο βήμα, ο πιο συνηθισμένος τύπος πλέγματος που χρησιμοποιείται είναι ο ορθογωνικός, ωστόσο διαφορετικές επιλογές αποδεικνύονται καταλληλότερες σε συγκεκριμένες περιπτώσεις (π.χ. κυλινδρικό πλέγμα). Χωρίς να είναι απαραίτητο το βήμα διακριτοποίησης να είναι παντού το ίδιο, η ευκολία κατασκευής ενός ορθογωνικού πλέγματος με ομοιόμορφη πυκνότητα σε όλη την έκταση του υπολογιστικού χώρου το καθιστά ως τη συνηθέστερη επιλογή.



Κυλινδρικό πλέγμα Οι αριθμητικές προσεγγίσεις των διαφορικών τελεστών βασίζονται στον υπολογισμό των τιμών τους με βάση τις τιμές των εξαρτημένων μεταβλητών σε γειτονικά σημεία.

Για παράδειγμα, ο υπολογισμός της  $1^{\eta_s}$  παραγώγου μιας συνάρτησης f σε ένα σημείο  $x_0$ μπορεί να πραγματοποιηθεί προσεγγιστικά από τις ακόλουθες εκφράσεις, οι οποίες χρησιμοποιούν τιμές της συνάρτησης σε απόσταση h από το σημείο ενδιαφέροντος (ως h θεωρείται το βήμα διακριτοποίησης) :

• pros ta emprós proséggist: 
$$f'(x_0) \simeq \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

Ορθογωνικό πλέγμα

• pros ta piso proséggist: 
$$f'(x_0) \simeq \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h}$$

κεντρικά ορισμένη προσέγγιση :
 
$$f'(x_0) \simeq \frac{f(x_0+h) - f(x_0-h)}{h}$$

Από τις παραπάνω εκφράσεις η τρίτη είναι και η πιο αξιόπιστη, αφού η ακρίβειά της χαρακτηρίζεται ως δεύτερης τάξης, σε αντιδιαστολή με την πρώτη τάξη των δυο πρώτων εκφράσεων.

Σημειώνεται πως η τάξη ακρίβειας μιας προσέγγισης καθορίζεται από την τάξη των σφαλμάτων αποκοπής. Για το λόγο αυτό όσο μεγαλύτερη είναι η τάξη, τόσο ταχύτερη είναι η σύγκλιση των υπολογιζόμενων μεγεθών προς τις πραγματικές τιμές.

Ας εξετάσουμε τώρα την εφαρμογή της μεθόδου πεπερασμένων διαφορών για την επίλυση των εξισώσεων κίνησης της δοκού Timoshenko, όπως διατυπώθηκαν στην Παράγραφο 2.2, και την εύρεση των ιδιοσυχνοτήτων και ιδιομορφών της δοκού.

Το πρώτο βήμα στην εφαρμογή της μεθόδου είναι η διακριτοποίηση της δοκού.

Η υπό εξέταση δοκός χωρίζεται σε *n* ισομήκη διαστήματα και τα άκρα ενός τυχόντος διαστήματος *j*, συμβολίζονται με *j-1* και *j* αντίστοιχα.

Σε αυτό το σημείο πρέπει να σημειώσουμε ότι η εφαρμογή της ΜΠΔ, δεν επιβάλλει την διακριτοποίηση σε διαστήματα ίσου μήκους, η θεώρηση όμως αυτή διευκολύνει το υπολογιστικό μέρος της διαδικασίας.

Στους κόμβους που αντιστοιχούν στα άκρα κάθε διαστήματος j αναφέρονται οι τιμές των διατμητικών δυνάμεων  $Q_{j-1}$  και  $Q_j$ , καθώς και οι τιμές των κλίσεων λόγω κάμψης  $\Theta_{bj-1}$  και  $\Theta_{bj}$ . Αντίστοιχα, οι τιμές της μετατόπισης  $V_j$  και ροπής  $M_j$ , αναφέρονται στο μέσο κάθε διαστήματος *j*.

Ο τρόπος διακριτοποίησης της δοκού και τα μεγέθη που αναφέρονται στους κόμβους και στα μέσα των διαστημάτων αντίστοιχα, παρουσιάζονται στο παρακάτω σχήμα [1].

περιστροφική ροπή αδράνειας						
διατμητική ακαμψία						
κλίση		$\Theta_{b,j-1}$	$\Theta_{b,j}$	$\Theta_{b,j+1}$	$\Theta_{b,j+2}$	
διατ.δύν.		$Q_{j-1}$	$Q_{\mathrm{j}}$	$Q_{j+1}$	$Q_{j+2}$	
διαστήματα		j-1	j	j+1	j+2	1
κόμβοι	j-2	j-1	j	j+1	j+2	
καμ. ροπή		M <sub>j-1</sub>	Mj	$M_{j+1}$	M <sub>j+2</sub>	
μετατόπιση		V <sub>j-1</sub>	$V_j$	$V_{j+1}$	$V_{j+2}$	
μάζα						
καμπτική ακαμψία						

Σχήμα 10 – Διακριτοποιήση δοκού για την εφαρμογή της μεθόδου πεπερασμένων διαφορών

Το επόμενο βήμα στη διαδικασία εφαρμογής της ΜΠΔ, είναι η διατύπωση των εξισώσεων διαφορών, από της διαφορικές εξισώσεις του προβλήματος. Εάν το σύστημα διαφορικών εξισώσεων (34a-b-c-d), που εξάχθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, αντικατασταθεί με λόγους πεπερασμένων διαφορών, και χρησιμοποιώντας την προς τα πίσω προσέγγιση, προκύπτουν οι παρακάτω σχέσεις [1]:

$$\frac{Q_j - Q_{(j-1)}}{\Delta x} = -\mu_j \omega^2 V_j \quad (35a)$$

$$Q_{(j-1)} - \frac{M_{j} - M_{(j-1)}}{\Delta x} = -J_{(j-1)} \omega^{2} \Theta_{(j-1)}$$
(35b)

$$\frac{V_{j} - V_{(j-1)}}{\Delta x} = \Theta_{(j-1)} + \frac{Q_{(j-1)}}{KAG_{(j-1)}} \quad (35c)$$

$$\frac{\Theta_j - \Theta_{(j-1)}}{\Delta x} = \frac{-M_j}{EI_j} \quad (35d)$$

Στις παραπάνω σχέσεις ως  $\Delta x = h$  ορίζεται το μήκος κάθε διαστήματος ή βήμα της διακριτοποίησης. Επίσης, όπως φαίνεται και στο ανωτέρω σχήμα, οι τιμές των  $\mu_j$  και  $EI_j$ , αναφέρονται στο μέσο του διαστήματος j, ενώ οι τιμές των  $J_{j-1}$  και  $KAG_{j-1}$ , στο κόμβο j-1 του διαστήματος j.

Εάν θεωρήσουμε διάνυσμα  $r_j = \{V_j, \Theta_j, M_j, Q_j\}^T$ , των ζητούμενων μεγεθών για τον κόμβο j, τότε με χρήση των λόγων πεπερασμένων διαφορών (35) μπορεί να δειχθεί ότι ισχύει η σχέση :

$$\mathbf{r}_{j} = \mathbf{R}_{j} \mathbf{r}_{j-1} \qquad (36)$$

όπου Rj ένας 4x4 πίνακας που έχει την μορφή :

$$\mathbf{R}_{j} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta \mathbf{x} & 0 & \frac{\Delta \mathbf{x}}{\mathbf{K} \mathbf{A} \mathbf{G}_{j-1}} \\ 0 & 1 - \frac{\mathbf{J}_{j-1} \omega^{2} \Delta \mathbf{x}^{2}}{\mathbf{E} \mathbf{I}_{j}} & -\frac{\Delta \mathbf{x}}{\mathbf{E} \mathbf{I}_{j}} & -\frac{\Delta \mathbf{x}^{2}}{\mathbf{E} \mathbf{I}_{j}} \\ 0 & \mathbf{J}_{j-1} \omega^{2} \Delta \mathbf{x} & 1 & \Delta \mathbf{x} \\ -\mu_{j} \Delta \mathbf{x} \omega^{2} & -\mu_{j} \Delta \mathbf{x}^{2} \omega^{2} & 0 & 1 - \frac{\mu_{j} \Delta \mathbf{x}^{2} \omega^{2}}{\mathbf{K} \mathbf{A} \mathbf{G}_{j-1}} \end{bmatrix}$$

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι εάν γνωρίζουμε τα στοιχεία του πίνακα  $R_j$  καθώς και το διάνυσμα  $r_0 = \{V_0, \Theta_0, M_0, Q_0\}^T$ , που αντιστοιχεί στο ένα άκρο της δοκού, μπορούμε, με επαναληπτική εφαρμογή της σχέσης (36), να υπολογίσουμε το διάνυσμα  $r_n = \{V_n, \Theta_n, M_n, Q_n\}^T$ που αντιστοιχεί στο άλλο άκρο της δοκού.

Όμως ενώ οι τιμές των  $\Theta_0$  και  $Q_0$  (κλίση και διατμητική δύναμη), αντιστοιχούν πράγματι στο ένα άκρο, έστω A, της δοκού, οι τιμές των  $V_0$  και  $M_0$  δεν είναι η μετατόπιση και ροπή αντίστοιχα στο εν λόγω άκρο A, αφού βάση τη διακριτοποίηση, όπως αυτή παρουσιάζεται στο Σχήμα 5, αναφέρονται στο μέσο του "διαστήματος" 0, το οποίο είναι εκτός των ορίων της δοκού. Με άλλα λόγια τα  $V_0$  και  $M_0$  αναφέρονται σε ένα σημείο εκτός της δοκού, που απέχει απόσταση  $\Delta x/2$  από το άκρο A. Η θεώρηση προέκτασης της διακριτοποίησης εκτός των ορίων της δοκού, γίνεται για να αντιμετωπιστούν οι περιορισμοί που επιβάλλονται από τις οριακές συνθήκες.

Για τις  $V_0$  και  $M_0$  ισχύει ότι η μέση τιμή της  $V_0$  και της  $V_1$  (αντίστοιχα των  $M_0$  και  $M_1$ ), ισούται με την τιμή της μετατόπισης  $V_A$  (αντίστοιχα της ροπής  $M_A$ ) στο άκρο (κόμβο) A, όπου  $V_1$  και  $M_1$  η μετατόπιση και η ροπή αντίστοιχα στο μέσο του διαστήματος 1. Επίσης οι  $V_0$  και  $M_0$  θα πρέπει να ικανοποιούν τις εξισώσεις (35b) και (35c). Συνεπώς ισχύουν οι σχέσεις :

$$\frac{V_0 + V_1}{2} = V_A \quad \kappa \alpha i \quad \frac{V_1 - V_0}{\Delta x} = \Theta_A + \frac{Q_A}{KAG_0}$$
$$\frac{M_0 + M_1}{2} = M_A \quad \kappa \alpha i \quad Q_A - \frac{M_1 - M_0}{\Delta x} = -J_0 \omega^2 \Theta_A$$

Από τις σχέσεις αυτές προκύπτει ότι :

$$V_1 = V_A + \Theta_A \frac{\Delta x}{2} + \frac{(\Delta x/2)}{KAG_0} \quad \text{kat}$$

$$M_1 = M_A + J_0 \omega^2 \Theta_A \frac{\Delta x}{2} + Q_A \frac{\Delta x}{2}$$

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι  $\mathbf{r}_1 = \mathbf{R}_1 \mathbf{r}_A$ , όπου  $\mathbf{r}_A = \{V_A, \Theta_A, M_A, Q_A\}^T$ ενώ ο πίνακας  $\mathbf{R}_1$  είναι ο εξής :

$$R_{1} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta x / 2 & 0 & \frac{\Delta x / 2}{KAG_{0}} \\ 0 & 1 - \frac{J_{0}\omega^{2}\Delta x^{2}}{EI_{1}} & -\frac{\Delta x}{EI_{1}} & -\frac{\Delta x^{2}}{EI_{1}} \\ 0 & J_{0}\omega^{2}\Delta x / 2 & 1 & \Delta x / 2 \\ -\mu_{1}\Delta x\omega^{2} & -\mu_{1}\Delta x^{2}\omega^{2} & 0 & 1 - \frac{\mu_{1}\Delta x^{2}\omega^{2}}{KAG_{0}} \end{bmatrix}$$

Όμοια για το άλλο άκρο της δοκού, έστω F, που αντιστοιχεί στο κόμβο n, οι τιμές των  $V_n$  και  $M_n$ , αναφέρονται στο μέσο του διαστήματος n και όχι στο κόμβο n.

Εάν  $V_F$  και  $M_F$ , η μετατόπιση και η ροπή που αναφέρονται στο άκρο F (κόμβος n), τότε λαμβάνοντας υπόψη παραδοχές ανάλογες με αυτές που έγιναν για το άκρο A, θα ισχύουν οι σχέσεις :

$$V_{F} = V_{n} + \Theta_{n} \frac{\Delta x}{2} + \frac{(\Delta x/2)}{KAG_{n}} \quad \text{kon}$$
$$M_{F} = M_{n} + J_{n} \omega^{2} \Theta_{n} \frac{\Delta x}{2} + Q_{n} \frac{\Delta x}{2}$$

Έτσι προκύπτει για το άκρο F της δοκού ότι  $\mathbf{r}_{\mathrm{F}} = \mathbf{R}_{\mathrm{F}}\mathbf{r}_{\mathrm{n}}$ , όπου  $\mathbf{r}_{\mathrm{F}} = \{V_{\mathrm{F}}, \Theta_{\mathrm{F}}, M_{\mathrm{F}}, Q_{\mathrm{F}}\}^{\mathrm{T}}$  ενώ ο πίνακας  $\mathbf{R}_{\mathrm{F}}$  είναι ο εξής :

$$R_{F} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta x / 2 & 0 & \frac{\Delta x / 2}{KAG_{n}} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & J_{n} \omega^{2} \Delta x / 2 & 1 & \Delta x / 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Τα διανύσματα  $r_F$  και  $r_A$  συνδέονται με τη σχέση :

$$r_F = \hat{R}r_A$$
  $\delta\pi\sigma\nu$   $\hat{R} = R_F R_n R_{(n-1)} \dots R_j \dots R_2 R_1$  είναι ένας 4x4 πίνακας.

Από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι εάν στο άκρο Α η διατμητική δύναμη και καμπτική ροπή είναι μηδέν, τότε στο άκρο F, η διατμητική δύναμη και ροπή θα δίνονται από τις σχέσεις :

$$Q_F = C_{11} * V_A + C_{12} * \Theta_A$$
(37)

$$M_F = C_{21} * V_A + C_{22} * \Theta_A$$

όπου V<sub>4</sub> και Θ<sub>4</sub> η μετατόπιση και η κλίση λόγω κάμψης στο άκρο A της δοκού. Οι συντελεστές  $C_{2l}$ ,  $C_{12}$ ,  $C_{22}$ ,  $C_{1l}$  είναι τα στοιχεία (4,1), (3,2), (4,2), (3,1) του πίνακα  $\hat{R}$ .

Οι ιδιοσυχνότητες ω της δοκού είναι αυτές για τις οποίες η ποσότητα

$$C_d = C_{21} * C_{12} - C_{22} * C_{11}$$

μηδενίζεται, δηλαδή είναι οι τιμές για τις οποίες το σύστημα εξισώσεων (37) έχει λύση και συνεπώς τηρούνται οι οριακές συνθήκες στα άκρα της δοκού [1].

Γνωρίζοντας τις ιδιοσυχνότητες μπορούμε να υπολογίσουμε στη συνέχεια τις αντίστοιχες ιδιομορφές.

Θεωρώντας ότι έχουμε ελεύθερα άκρα, δηλαδή η διατμητική δύναμη και ροπή κάμψης στα άκρα είναι μηδενικές, δίνουμε τυχαία τιμή στη μετατόπιση  $V_A$  (ή στην κλίση λόγω κάμψης  $\Theta_A$ ) και υπολογίζουμε την αντίστοιχη  $\Theta_A$  (ή την  $V_A$ ) από το σύστημα εξισώσεων (37). Επιλύνοντας στη συνέχεια το σύστημα  $r_j=R_jr_{j-1}$  που προκύπτει κάθε φορά, δηλαδή υπολογίζοντας το διάνυσμα  $r_j={V_j,\Theta_j,M_j,Q_j}^T$ βρίσκουμε τα αντίστοιχα  $V_j$  που αποτελούν τις ζητούμενες ιδιομορφές.

Για την εφαρμογή της υπολογιστικής διαδικασίας που αναπτύχθηκε παραπάνω και στα πλαίσια της παρούσης διπλωματικής εργασίας, συντάχθηκε πρόγραμμα στο SciLab, με το οποίο αυτοματοποιείται η επαναληπτική διαδικασία πολλαπλασιασμού των αντίστοιχων πινάκων, για ένα δοθέν εύρος τιμών ιδιοσυχνοτήτων ω.

Προκύπτει έτσι μια καμπύλη  $C_d(\omega)$  που έχει τη μορφή που φαίνεται στο σχήμα 6. Τα σημεία στα οποία η καμπύλη διέρχεται από τον άξονα των συχνοτήτων (άξονας x), όταν



δηλαδή η ποσότητα  $C_d$  μηδενίζεται, είναι οι ζητούμενες ιδιοσυχνότητες.

**Σχήμα 11** – Τυπική καμπύλη C<sub>d</sub>(ω)

## 2.4 Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων (ΜΠΣ - FEM)

Η Μέθοδος των Πεπερασμένων Διαφορών (ΜΠΔ), αν και είναι μια εύκολα κατανοητή και εφαρμόσιμη, μέθοδος διακριτοποίησης και αριθμητικής επίλυσης διαφορικών εξισώσεων με μερικές παραγώγους, παρουσιάζει πλήθος μειονεκτημάτων.

Είναι δε ιδιαίτερα δύσκολο, να εφαρμοστεί και να δώσει καλές προσεγγίσεις , για συστήματα με ακανόνιστη γεωμετρία, ασυνήθιστες συνοριακές συνθήκες, ή μη ομογενή σύσταση του στοιχείου. Αυτό οφείλεται στο ότι απαιτούνται πολύπλοκες προσεγγίσεις στα σύνορα του συστήματος καθώς και στα σύνορα μεταξύ περιοχών , που αποτελούνται από διαφορετικά υλικά.

Μια εναλλακτική μέθοδος αριθμητικής επίλυσης διαφορικών εξισώσεων με μερικές παραγώγους, η οποία είναι καταλληλότερη για συστήματα τέτοιου είδους είναι η Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων (ΜΠΣ).

Η βασική ιδέα της Μεθόδου Πεπερασμένων Στοιχείων, όπως και στη μητρωική ανάλυση, η οποία αρχικά αποτέλεσε τη βάση για την ανάπτυξη της μεθόδου αυτής, είναι η προσομοίωση της πραγματικής κατασκευής με πεπερασμένο αριθμό συστατικών στοιχείων "κανονικού" σχήματος, τα οποία συνδέονται μεταξύ τους με πεπερασμένο αριθμό ενώσεων που ονομάζονται κόμβοι. Τα τεχνητά αυτά στοιχεία στα οποία διακριτοποιείται η συνολική κατασκευή, και κάθε ένα από τα οποία αποτελεί συνεχές μέσο, ονομάζονται πεπερασμένα στοιχεία.

Η εξασφάλιση της συμπεριφοράς της διακριτής πλέον κατασκευής ως ολότητας, πραγματοποιείται με την απαίτηση συμβιβαστότητας των μετατοπίσεων και ισορροπία των εσωτερικών δυνάμεων στους κόμβους [2].

Η διατύπωση της ΜΠΣ, βασίζεται στη μέθοδο των μετατοπίσεων, κατά την οποία ως κύριες μεταβλητές του διακριτού προβλήματος επιλέγονται οι μετατοπίσεις σε κάθε κόμβο, και σε ορισμένες περιπτώσεις και οι παράγωγοι τους. Επίσης δύναται να γίνει διατύπωση της μεθόδου με χρήση της ισορροπίας των δυνάμεων στους κόμβους, ή με χρήση μικτών μεθόδων.

Έτσι η λύση της διαφορικής εξίσωσης δύναται να προσεγγιστεί ως ο γραμμικός συνδυασμός μιας σειράς απλούστερων, κατάλληλα επιλεγμένων πολυωνυμικών συναρτήσεων, με τις οποίες ορίζεται ο τρόπος μεταβολής των μετατοπίσεων (ή των τάσεων) στο εσωτερικό του κάθε στοιχείου, δηλαδή καθορίζεται ο τρόπος συμπεριφοράς του στοιχείου. Οι πολυωνυμικές αυτές συναρτήσεις ονομάζονται συναρτήσεις μορφής ή συναρτήσεις παρεμβολής. Οι συναρτήσεις παρεμβολής μπορούν κατά βάση να είναι οποιεσδήποτε καμπύλες που θα είναι συνεχείς και θα ικανοποιούν τις γεωμετρικές συνθήκες που εισάγονται από τις κομβικές μετατοπίσεις[5].

Το πρόβλημα λοιπόν εκφράζεται ως ένα σύστημα γραμμικών εξισώσεων, η λύση του οποίου μπορεί να γίνει με διάφορες γνωστές αριθμητικές μεθόδους.

Κρίσιμο βήμα στην εφαρμογή της ΜΠΣ, είναι η επιλογή των κατάλληλων στοιχείων, με τα οποία θα γίνει η διακριτοποίηση της κατασκευής. Κάθε τύπος στοιχείου που χρησιμοποιείται στην ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων, φέρει συγκεκριμένες παραδοχές όσον αφορά τη συμπεριφορά του, οι οποίες "μεταφέρονται" και στο μαθηματικό μοντέλο της κατασκευής, και συνεπώς η λανθασμένη επιλογή στοιχείων μπορεί να οδηγήσει σε λανθασμένα αποτελέσματα για την απόκριση της κατασκευής.

Τα κυριότερα στοιχεία που χρησιμοποιούνται στην ανάλυση κατασκευών είναι :

- Στοιχείο ράβδου (truss element). Το στοιχείο αυτό φέρει δυο κόμβους, με δύο βαθμούς ελευθερίας (μια κομβική μετατόπιση κατά τον άξονα x και μια κατά τον άξονα y) σε κάθε κόμβο, στη δισδιάστατη υλοποίηση του. Μπορεί να δεχθεί μόνο αξονική καταπόνηση και αναπτύσσει ορθές τάσεις.
- Στοιχείο δοκού (Beam element). Το στοιχείο αυτό φέρει δύο κόμβους, με τρεις βαθμούς ελευθερίας (δύο μετατοπίσεις και μια περιστροφή) σε κάθε κόμβο, στη δισδιάστατη υλοποίηση του. Για στοιχείο σε τρεις διαστάσεις έχουμε έξι βαθμούς ελευθερίας, τρεις μετατοπίσεις και τρεις περιστροφές σε κάθε κόμβο. Μπορεί να δεχθεί στρεπτική, καμπτική και αξονική καταπόνηση.
- Επίπεδο στοιχείο μεμβράνη (membrane element). Το στοιχείο αυτό μπορεί να είναι ορθογωνικό, με τέσσερις κόμβους, ή τριγωνικό, με τρεις κόμβους. Κάθε κόμβος έχει δύο βαθμούς ελευθερίας (δύο κομβικές μετατοπίσεις) κατά το επίπεδο του στοιχείου. Το στοιχείο μεμβράνης δεν παρουσιάζει στρεπτικής ακαμψία, ούτε ακαμψία σε διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο του, και συνεπώς δεν μπορεί να δεχθεί ροπές, παρά μόνο δυνάμεις που κείνται στο επίπεδο του στοιχείου.
- Επίπεδο στοιχείο με πάχος κέλυφος (Shell Element). Όπως το στοιχείο μεμβράνης, το στοιχείο κέλυφος μπορεί να είναι ορθογωνικό, με τέσσερις κόμβους, ή τριγωνικό, με τρεις κόμβους. Είναι τρισδιάστατο στοιχείο και κάθε κόμβος έχει πέντε βαθμούς ελευθερίας, τρεις μετατοπίσεις και δύο περιστροφές. Μπορεί να δεχθεί δυνάμεις που κείνται στο επίπεδο του, δυνάμεις κάθετες σε αυτό, καθώς και καμπτική φόρτιση.
- Στερεό στοιχείο (Solid element). Η γεωμετρία των τρισδιάστατων στοιχείων αυτών ποικίλει από τετράεδρα με τέσσερις κόμβους, έως κυβικά στοιχεία με 27

κόμβους. Η πιο κοινή υλοποίηση είναι το κυβικό στοιχείο με οκτώ κόμβους. Κάθε κόμβος του στοιχείου έχει τρεις βαθμούς ελευθερίας – τρεις μετατοπίσεις. Το στοιχείο αυτό δεν παρουσιάζει στρεπτική ακαμψία και συνεπώς μπορεί να δεχθεί όλες τις φορτίσεις, εκτός από στρέψη.

Από τα παραπάνω στοιχεία, αυτά που παρουσιάζουν το μεγαλύτερο ενδιαφέρον, για την ανάλυση ναυπηγικών κατασκευών, είναι το στοιχείο δοκού (Beam element) και το στοιχείο κελύφους (Shell element). Το στοιχείο δοκού χρησιμοποιείται για μοντελοποίηση των ενισχυτικών της κατασκευής, ενώ το στοιχείο κελύφους, για τη μοντελοποίηση τόσο των ενισχυτικών, όσο και των ελασμάτων.

#### <u>Στοιχείο δοκού Euler [5]</u>

Ας θεωρήσουμε τώρα στοιχείο δοκού, για το οποίο ισχύουν οι παραδοχές κατά Euler. Αγνοώντας τις αξονικές δυνάμεις και μετατοπίσεις, οι μεταβλητές του προβλήματος είναι η κατακόρυφες κομβικές μετατοπίσεις  $v_1$ ,  $v_2$ , καθώς και οι κλίσεις  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ , στους κόμβους 1,2 του στοιχείου.



Η μετατόπιση v(x,t) κατά τη διεύθυνση του άξονα x, μπορεί να εκφραστεί για οποιοδήποτε σημείο x του άξονα ως :

$$v(x,t) = N_1(x)v_1(t) + N_2(x)\theta_1(t) + N_3(x)v_2(t) + N_4(x)\theta_2(t)$$
(38)

και σε μητρωική μορφή :

$$\mathbf{v}(\mathbf{x},t) = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 & N_4 \end{bmatrix} \begin{cases} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{\theta}_1 \\ \mathbf{v}_2 \\ \mathbf{\theta}_2 \end{cases} = \begin{bmatrix} N(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}(t) \end{bmatrix}^T \quad (39)$$

Οι συναρτήσεις  $N_i(x)$ , i = 1,2,3,4, είναι οι συναρτήσεις μορφής, οι οποίες πρέπει να ικανοποιούν την διαφορική εξίσωση και να ικανοποιούν τις συνοριακές συνθήκες του προβλήματος.

Η διαφορική εξίσωση που περιγράφει την κίνηση ενός στοιχειώδους τμήματος της δοκού μήκους *dx*, θεωρώντας ότι στη δοκό δεν ασκούνται εξωτερικά φορτία, είναι :

$$-EI\frac{\partial^{4}v(x,t)}{\partial x^{4}} = \rho A \frac{\partial^{2}v(x,t)}{\partial t^{2}}$$
$$\dot{\eta}$$
$$EI\frac{\partial^{4}v(x,t)}{\partial x^{4}} + \rho A \frac{\partial^{2}v(x,t)}{\partial t^{2}} = 0 \quad (40)$$

Αντικαθιστώντας την (39) στην ελέγχουσα εξίσωση (40) έχουμε :

$$EI\frac{\partial^4[N]}{\partial x^4}[v]^T + \rho A[N]\frac{\partial^2[v]^T}{\partial t^2} = 0$$

Πολλαπλασιάζουμε επί τη συνάρτηση βάρους και ολοκληρώνουμε επί του μήκους, οπότε προκύπτει :

$$\int_{0}^{L} EI[N]^{T} \frac{\partial^{4}[N]}{\partial x^{4}} [v]^{T} dx + \int_{0}^{L} \rho A[N]^{T} [N] \frac{\partial^{2}[v]^{T}}{\partial t^{2}} dx = 0$$

Ολοκληρώνουμε τον πρώτο όρο κατά παράγοντες δύο φορές :

$$\int_{0}^{L} \left[ EI \frac{\partial^{2} [N]^{T}}{\partial x^{2}} \frac{\partial^{2} [N]}{\partial x^{2}} [v]^{T} + \rho A [N]^{T} [N] \frac{\partial^{2} [v]^{T}}{\partial t^{2}} \right] dx = EI \left[ \frac{\partial [N]}{\partial x} \frac{\partial^{2} [N]}{\partial x^{2}} [v]^{T} - [N] \frac{\partial^{3} [N]}{\partial x^{3}} [v]^{T} \right]_{0}^{d}$$

$$(41)$$

Στην παραπάνω εξίσωση οι όροι στο δεξί μέλος παριστάνουν τις συνοριακές συνθήκες για τη μετατόπιση και κλίση, ή για τη ροπή και διατμητική δύναμη.

Το πρόβλημα ελεύθερης ταλάντωσης χωρίς εγκάρσια φόρτιση, ελέγχεται από τη διαφορική εξίσωση μέσα στο ολοκλήρωμα στο δεξί μέλος της εξίσωσης (41).

Εάν θεωρήσουμε λύση της μορφής :

$$v(x,t) = V(x)e^{i\omega t}$$
 (42)

και αντικαθιστώντας στην διαφορική εξίσωση, προκύπτει το πρόβλημα ιδιοτιμών :

$$\int_{0}^{L} \left[ EI \frac{\partial^{2} [N]^{T}}{\partial x^{2}} \frac{\partial^{2} [N]}{\partial x^{2}} [V]^{T} - \rho A \omega^{2} [N]^{T} [N] [V]^{T} \right] dx = 0 \quad (43)$$

από τη μητρωική ανάλυση γνωρίζουμε ότι το πρόβλημα ιδιοτιμών ορίζεται ως :

$$[K][V]^{T} - \omega^{2}[M][V]^{T} = 0 \quad (44)$$

άρα ο πρώτος όρος της εξίσωσης (43) είναι το μητρώο ακαμψίας

$$[K] = \int_{0}^{L} EI \frac{\partial^{2} [N]^{T}}{\partial x^{2}} \frac{\partial^{2} [N]}{\partial x^{2}} dx \quad (45)$$

ενώ ο δεύτερος όρος ορίζει το μητρώο μάζας

$$[M] = \int_{0}^{L} \rho A[N]^{T}[N] dx \quad (46)$$

Από τα παραπάνω είναι φανερό ότι με χρήση κατάλληλων συναρτήσεων μορφής,  $N_i(x)$ , i = 1,2,3,4, είναι δυνατός ο υπολογισμός των μητρώων ακαμψίας και μάζας, για το πεπερασμένο στοιχείο δοκού, και εν συνεχεία η επίλυση με γνωστές μεθόδους της αριθμητικής ανάλυσης της εξίσωσης (44), και εύρεση των ιδιοσυχνοτήτων και ιδιομορφών της ελεύθερης ταλάντωσης.

Για την επίλυση του προβλήματος ιδιοτιμών χρησιμοποιούνται διάφορες επαναληπτικές μέθοδοι της αριθμητικής ανάλυσης όπως οι μέθοδοι Rayleigh, Jacobi, Lanczos, κ.α.

Από τη βιβλιογραφία [5] δίνεται ότι κατάλληλες συναρτήσεις μορφής, οι οποίες προκύπτουν από τη στατική θεώρηση του προβλήματος της ελαστικής γραμμής ταλαντωμένης δοκού, είναι :

$$N_1(x) = 1 - 3\frac{x^2}{L^2} + 2\frac{x^3}{L^3}$$
(47)

$$N_{2}(x) = x - 2\frac{x^{2}}{L} + \frac{x^{3}}{L^{2}}$$
(48)

$$N_{3}(x) = 3\frac{x^{2}}{L^{2}} - 2\frac{x^{3}}{L^{3}}$$
(49)

$$N_4(x) = \frac{-x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2}$$
(50)

και τα μητρώα ακαμψίας και μάζας αντίστοιχα :

$$[K] = \frac{EI}{L^3} \begin{vmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 1 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{vmatrix}$$

$$[M] = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

### <u>Στοιχείο δοκού Timoshenko [6]</u>

Για να εξάγουμε το μητρώο ακαμψίας τη δοκό Timoshenko, πρέπει να γίνει παρεμβολή για τις μεταβλητές του προβλήματος v(x,t) και  $\Theta(x,t)$ . Η εγκάρσια μετατόπιση v και η κλίση λόγω κάμψης  $\Theta$ , είναι ανεξάρτητες μεταβλητές και συνδέονται με τη σχέση (31) :

$$\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} = \Theta(x,t) + \gamma$$

Αυτό σημαίνει ότι η παρεμβολή μπορεί να γίνει ανεξάρτητα για κάθε μια από τις μεταβλητές αυτές, με χρήση κατάλληλων συναρτήσεων μορφής.

Το παραπάνω συμπέρασμα, βρίσκεται σε συμφωνία με την προϋπόθεση της εσωτερικής συμβιβαστότητας του στοιχείου, δηλαδή της συνέχειας των εγκάρσιων μετατοπίσεων και κλίσεων λόγω κάμψης στους κόμβους.

Από βιβλιογραφία προκύπτει ότι σαν συναρτήσεις μορφής, μπορούν να χρησιμοποιηθούν, πολυωνυμικές συναρτήσεις πρώτου βαθμού, δηλαδή  $C^0$  ομαλότητας, εν αντιθέσει με τις  $C^1$  που χρησιμοποιήθηκαν για το μοντέλο Euler[7]. Έτσι έχουμε :

$$v(x,t) = [H_1 \ 0 \ H_2 \ 0] \begin{cases} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{cases}$$

$$\Theta(x,t) = \begin{bmatrix} 0 & H_1 & 0 & H_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$$

45

όπου

$$\begin{split} H_1 \!=\! \frac{1}{2} (1\!-\!\xi) \quad & \textit{και} \quad H_2 \!=\! \frac{1}{2} (1\!+\!\xi) \quad & \text{οι συναρτήσεις μορφής, με} \\ & \xi \!=\! \frac{2 x}{L} \!-\! 1 \end{split}$$

Το μητρώο ακαμψίας που οφείλεται στη κάμψη υπολογίζεται :

 $[K_b] = EI \iiint [B_b]^T [B_b] dV$  όπου

$$[B_b] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial H_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial H_2}{\partial x} \end{bmatrix}$$

Το μητρώο ακαμψίας που οφείλεται στη διάτμηση υπολογίζεται[5] :

 $[K_{\sigma}] = KAG \iiint [B_s]^T [B_s] dV$  ópou

$$[B_s] = \left[\frac{\partial H_1}{\partial x} - H_1 \frac{\partial H_2}{\partial x} - H_2\right]$$

και τελικά

$$[K] = [K_b] + [K_s] \quad \acute{o}\pi o \upsilon$$
$$[K_b] = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[K_{s}] = \frac{KAG}{4L} \begin{vmatrix} 4 & 2L & 4 & -2L \\ 2L & L^{2} & -2L & L^{2} \\ -4 & -2L & -4 & 2L \\ 2L & L^{2} & -2L & L^{2} \end{vmatrix}$$

Το μητρώο μάζας για τη δοκό Timoshenko, υπολογίζεται[6] :

 $[M] = \int \rho A[\Phi]^T [\Phi] dx$  όπου

$$[\Phi] = \left[ \frac{L - x}{L} \quad 0 \quad \frac{x}{L} \quad 0 \right]$$

και τελικά

$$[M] = \frac{\rho A L}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

#### 2.5 Το λογισμικό ABAQUS

Η προσομοίωση της συμπεριφοράς μιας πραγματικής κατασκευής, με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, συνήθως οδηγεί σε μοντέλα, τα οποία αποτελούνται από μερικές εκατοντάδες ή ακόμα και χιλιάδες στοιχεία και κόμβους, καθιστώντας έτσι την επίλυση του προβλήματος, δυνατή μόνο με τη χρήση Η/Υ. Για την εφαρμογή της ΜΠΣ έχει αναπτυχθεί, ένας μεγάλος αριθμός εμπορικών ή ελεύθερων πακέτων λογισμικού, ικανών να επιλύσουν ευρύ φάσμα προβλημάτων όπως προβλήματα μηχανικής του στερεού σώματος, μηχανικής των κατασκευών, μεταφοράς μάζας και θερμότητας, μηχανικής των ρευστών κ.α.

Το ABAQUS FEA, αποτελεί και αυτό μια σουίτα εφαρμογών λογισμικού, για ανάλυση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Σχεδιασμένο ως ένα γενικής χρήσης εργαλείο προσομοίωσης, μπορεί να χρησιμοποιηθεί, όχι μόνο για την ανάλυση προβλημάτων αντοχής των υλικών (τάσεις/μετατοπίσεις), άλλα και για την επίλυση προβλημάτων μεταφοράς θερμότητας, διάχυσης μάζας, συζευγμένης θερμό-ηλεκτρικής ανάλυσης, εδαφομηχανικής, πιεζοηλεκτρικής ανάλυσης.

Επίσης περιλαμβάνει μια εκτενής βιβλιοθήκη στοιχείων, ικανών να μοντελοποιήσουν κάθε περίπλοκη γεωμετρία και παρέχει μεγάλες δυνατότητες μοντελοποίησης και παραμετροποίησης των ιδιοτήτων των υλικών.

Μπορεί να χρησιμοποιηθεί για επίλυση στατικών ή δυναμικών προβλημάτων (Abaqus/Standard και Abaqus/Explicit αντίστοιχα), καθώς και για τη μοντελοποίηση γραμμικών ή μη γραμμικών συστημάτων.

Κάθε πλήρης ανάλυση στο Abaqus, όπως και στα περισσότερα πακέτα λογισμικού για την επίλυση προβλημάτων με τη ΜΠΣ, αποτελείται από τρεις διακριτές φάσεις :

1. Στάδιο προ-επεξεργασίας

Σε αυτό το στάδιο καθορίζεται το μοντέλο του προβλήματος και δημιουργείται το αρχείο δεδομένων εισόδου του Abaqus (job.inp). Η γεωμετρία του μοντέλου, οι ιδιότητες των υλικών, ο αριθμός των κόμβων και στοιχείων και το είδος αυτών, τα φυσικά μεγέθη (δυνάμεις, ροπές), οι περιορισμοί (αρχικές – συνοριακές συνθήκες), μπορούν να καθοριστούν γραφικά μέσα από το Abaqus/CAE (Complete Abaqus Environment), που αποτελεί το περιβάλλον γραφικής διεπαφής του πακέτου με το χρήστη. Για απλά προβλήματα, το αρχείο δεδομένων εισόδου μπορεί να εισαχθεί από το χρήστη και ως απλό κείμενο, χωρίς χρήση του Abaqus/CAE.

2. Στάδιο προσομοίωσης

Η προσομοίωση, η οποία συνήθως " τρέχει " ως παρασκηνιακή διαδικασία, είναι το στάδιο κατά το οποίο τα Abaqus/Standard ή Abaqus/Explicit, επιλύουν το αριθμητικό πρόβλημα όπως αυτό ορίζεται κατά το στάδιο της προ-επεξεργασίας.

3. Στάδιο μετά-επεξεργασίας

Στο στάδιο αυτό γίνεται αξιολόγηση των αποτελεσμάτων όταν η προσομοίωση έχει ολοκληρωθεί και οι μετατοπίσεις, τάσεις ή άλλες θεμελιώδης μεταβλητές έχουν υπολογιστεί. Η αξιολόγηση πραγματοποιείται στο Abaqus/CAE, που παρέχει μεγάλες δυνατότητες γραφικής απεικόνισης των αποτελεσμάτων.

Σε κάθε ένα από τα παραπάνω στάδια της ανάλυσης, παράγεται από το Abaqus ένα αρχείο, το οποίο εισάγεται στο επόμενο στάδιο, μέχρι την ολοκλήρωση της ανάλυσης. Η διαδικασία αυτή παρουσιάζεται παραστατικά στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 12 – Στάδια ανάλυσης στο ABAQUS

Ένα μοντέλο στο Abaqus αποτελείται από μια σειρά από διαφορετικά στοιχεία, η σύνθεση των οποίων περιγράφει το φυσικό πρόβλημα και καθορίζει τα αποτελέσματα που θα ληφθούν. Για να πραγματοποιηθεί η ανάλυση το μοντέλο πρέπει να συνίσταται κατ' ελάχιστο από τα παρακάτω στοιχεία :

- Διακριτή γεωμετρία
- Ιδιότητες διατομής στοιχείου
- Ιδιότητες υλικού
- Φορτία και συνοριακές συνθήκες
- Είδος ανάλυσης
- Ζητούμενα αποτελέσματα

Για τον καθορισμό των συστατικών αυτών στοιχείων της ανάλυσης, το περιβάλλον του Abaqus/CAE, ακολουθεί τη λογική των αρθρωμάτων (modules). Τα αρθρώματα είναι

λειτουργικές μονάδες του προγράμματος, που περιέχουν μόνο τα εργαλεία εκείνα, που είναι σχετικά με ένα συγκεκριμένο βήμα της διαδικασίας της μοντελοποίησης. Για παράδειγμα το άρθρωμα Mesh, περιέχει τα εργαλεία που απαιτούνται για τη διακριτοποίηση του μοντέλου.

Η σειρά με την οποία παρουσιάζονται τα αρθρώματα στο περιβάλλον εργασίας του Abaqus/CAE, ανταποκρίνεται στη λογική αλληλουχία βημάτων που ακολουθούνται κατά τη δημιουργία του μοντέλου, αν και δίνεται η δυνατότητα να επιλεχθεί οποιοδήποτε άρθρωμα, ανεξάρτητα από το στάδιο ολοκλήρωσης του μοντέλου.

Τα παρεχόμενα αρθρώματα, με τη σειρά που παρουσιάζονται στο περιβάλλον εργασίας είναι :

- *Part*: Εργαλεία τρισδιάστατης σχεδίασης των διακριτών τμημάτων του μοντέλου. Ένα μοντέλο μπορεί να αποτελείται από ένα *Part* ή περισσότερα, κάθε ένα από τα οποία έχει το δικό του (local) σύστημα συντεταγμένων.
- Property : Στο άρθρωμα αυτό περιέχονται όλα τα απαραίτητα εργαλεία για τον ορισμό τον ιδιοτήτων των διατομών των στοιχείων και των χρησιμοποιούμενων υλικών.
- Assembly : Εδώ γίνεται η σύνθεση της γεωμετρίας συνολικού μοντέλου από τα επιμέρους Parts που το αποτελούν. Το συνολικό μοντέλο έχει δικό του (Global) σύστημα συντεταγμένων.
- Step : Καθορισμός των βημάτων της ανάλυσης και των αντίστοιχων εξαγόμενων αποτελεσμάτων. Ιδιαίτερα χρήσιμο άρθρωμα, όταν απαιτείται η μεταβολή των δυνάμεων ή των συνοριακών συνθηκών, κατά τη διάρκεια της ανάλυσης.
- Interaction : Στο άρθρωμα αυτό ορίζονται οι μηχανικές ή και θερμικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ περιοχών του μοντέλου ή μέρους του μοντέλου με το περιβάλλον.
- Load : Στο άρθρωμα αυτό ορίζονται οι δυνάμεις και ροπές που ασκούνται στο μοντέλο, καθώς και οι συνοριακές συνθήκες. Τα φορτία και οι συνοριακές συνθήκες είναι "βηματικά" στοιχεία (step dependent) του μοντέλου, που σημαίνει ότι η εφαρμογή τους πρέπει να οριστεί σε συγκεκριμένο βήμα της ανάλυσης.

- Mesh : Στο άρθρωμα αυτό περιέχονται όλα τα απαραίτητα εργαλεία για τη διακριτοποίηση του συνολικού μοντέλου (Assembly). Η διακριτοποίηση μπορεί να γίνει σε κάθε Part ξεχωριστά ή σε ολόκληρο το μοντέλο απευθείας, με αυτοματοποιημένες ή μη, διαδικασίες.
- Job : Στο άρθρωμα αυτό γίνεται η εξαγωγή του αρχείου input.inp, και η εισαγωγή του στο Abaqus/Standard ή Abaqus/Explicit, για να ξεκινήσει η διαδικασία προσομοίωσης και επίλυσης του προβλήματος.
- Visualization : Εργαλεία γραφικής απεικόνισης, των εξαγόμενων αποτελεσμάτων.

Τέλος πρέπει να σημειώσουμε ότι το Abaqus, δεν παρέχει την δυνατότητα εισαγωγής μονάδων των ποσοτήτων που αποτελούν τα δεδομένα του προβλήματος και συνεπώς πρέπει να λαμβάνεται ιδιαίτερη μέριμνα, ώστε τα μεγέθη να εισάγονται με συμβατές μονάδες, για να μην προκύπτουν λανθασμένα αποτελέσματα.

# 2.6 Σύγκριση μεθόδων με παράδειγμα

Έστω χαλύβδινη δοκός, χωρίς στηρίξεις, που ταλαντώνεται ελεύθερα στο κενό. Οι διαστάσεις της δοκού είναι :

- Μήκος L =4.0 m
- Πλάτος B = 0.2 m
- Ύψος H = 0.4 m

ενώ οι ιδιότητες του χάλυβα είναι :

- Μέτρο ελαστικότητας E = 2.07e+011 N/m2
- Πυκνότητα ρ=7800 kg/m3
- Λόγος Poisson v = 0.3

# Δοκός Euler – Bernoulli

# <u>Ακριβής Λύση</u>

Εάν υποθέσουμε ότι η συμπεριφορά της δοκού, ακολουθεί της παραδοχές Euler, τότε η ακριβής λύση του προβλήματος ιδιοσυχνοτήτων, δίνεται από τη σχέση (24):

$$\omega_n = (\beta_n L)^2 \cdot \sqrt{\frac{EI}{\mu L^4}}$$

Για τον υπολογισμό των φυσικών συχνοτήτων της εγκάρσιας ταλάντωσης δοκού Euler, με σταθερές ιδιότητες κατά μήκος της, αναπτύχθηκε πρόγραμμα στο Scilab. Το πακέτο λογισμικού Scilab αποτελεί το αντίστοιχο του Matlab, στο κόσμο του ανοικτού λογισμικού, και παρέχει παρόμοιες δυνατότητες τόσο χειρισμού πινάκων, όσο και προγραμματισμού.

Ο κώδικας του προγράμματος EulerBeam\_NatFreq.sce παρατίθεται στο Παράρτημα Α.

Η έξοδος του προγράμματος για τη δεδομένη δοκό είναι :

scilab-5.3.3 Consortium Scilab (DIGITEO) Copyright (c) 1989-2011 (INRIA)

Copyright (c) 1989-2007 (ENPC)

Startup execution: loading initial environment

```
-->exec('C:\Scilab Files\EulerBeam_NatFreq.sce', -1)
```

The calculated natural frequencies of the beam are -in rad/sec

0.			
831.79637			
2292.8787			
4494.959			
7430.3957			
11099.729			
15502.927			
20639.992			
26510.923			
33115.721			
40454.385			
0.			
132.3845			
364.92298			
715.39495			
1182.5842			
1766.5768			
2467.3675			
3284.9568			
4219.3445			
5270.5307			

# ✓ <u>Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων – ABAQUS</u>

Για τον υπολογισμό των ιδιοσυχνοτήτων εγκάρσιας ταλάντωσης δοκού Euler, με τη μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων, χρησιμοποιείται το λογισμικό ABAQUS. Το στοιχείο που χρησιμοποιείται για τη διακριτοποίηση του μοντέλου, είναι το στοιχείο δοκού **B33**, της βιβλιοθήκης του προγράμματος, το οποίο δεν περιλαμβάνει την επίδραση της διατμητικής παραμόρφωσης και της περιστροφικής αδράνειας, και συνεπώς είναι στοιχείο δοκού Euler-Bernouli.

Εδώ πρέπει να σημειώσουμε ότι το ABAQUS, υπολογίζει όλες τις ιδιοσυχνότητες της δοκού. Δηλαδή πέρα από αυτές που αντιστοιχούν στην κατακόρυφη ταλάντωση, που ενδιαφέρει στην προκειμένη περίπτωση, υπολογίζει και τις φυσικές συχνότητες που αντιστοιχούν σε ταλάντωση στο οριζόντιο επίπεδο, καθώς και αυτές που αντιστοιχούν σε στρεπτικές ταλαντώσεις της δοκού. Επίσης οι έξι πρώτες ιδιοσυχνότητες που δίνονται στο αρχείο εξόδου αντιστοιχούν σε ταλαντώσεις του στερεού σώματος.

Μετά το πέρας της ανάλυσης, μέσα από το άρθρωμα Visualization, λαμβάνουμε τα αποτελέσματα, καθώς και γραφική απεικόνιση των αντίστοιχων ιδιομορφών (modes).

## Σύγκριση αποτελεσμάτων

Τελικά προκύπτει ο παρακάτω πίνακας που περιέχει τα αποτελέσματα της αναλυτικής επίλυσης του προβλήματος και της ΜΠΣ, καθώς και την απόκλιση μεταξύ των δύο μεθόδων :

	Exact	ABAQUS	
	Solution	Beam Element	Απόκλιση
	(cps)	(cps)	%
ω0	0,000	0,000	0,00
ω1	132,385	132,380	0,00
ω2	364,923	364,920	0,00
ω3	715,395	715,400	0,00
ω4	1182,584	1182,600	0,00
ω5	1766,577	1766,600	0,00
ω6	2467,368	2467,500	0,01
ω7	3284,957	3285,200	0,01
ω8	4219,345	4219,900	0,01
ω9	5270,531	5271,600	0,02
ω10	6438,515	6440,500	0,03

Πίνακας 2 – Σύγκριση αποτελεσμάτων Euler και μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων για δοκό ορθογωνικής διατομής.

Παρατηρούμε ότι έχουμε σχεδόν απόλυτη σύγκλιση των δύο μεθόδων, ενώ τα αποτελέσματα αρχίζουν να αποκλίνουν ελάχιστα μετά το mode 6 (ταλάντωση 7 κόμβων). Παρακάτω δίνονται οι γραφικές απεικονίσεις των τριών πρώτων ιδιοσυχνοτήτων για την κατακόρυφη ταλάντωση της δοκού.



Σχήμα 13 - Euler beam mode 1 (2-node vibration)



Σχήμα 14 - Euler beam mode 2 (3-node vibration)



Σχήμα 15 - Euler beam mode 3 (4-node vibration)

#### Δοκός Timoshenko

Εάν λάβουμε υπόψη την επίδραση της διατμητικής παραμόρφωσης και της περιστροφικής ροπής αδράνειας, τότε η συμπεριφορά της δοκού διέπεται από τις εξισώσεις Timoshenko.

### ✓ <u>Μέθοδος Πεπερασμένων Διαφορών</u>

Για την επίλυση του προβλήματος ιδιοτιμών της δοκού Timoshenko με χρήση της Μεθόδου των Πεπερασμένων Διαφορών, όπως αυτή αναπτύχθηκε στη Παράγραφο 2.3, αναπτύχθηκε κώδικας στο Scilab, ο οποίος αυτοματοποιεί την επαναληπτική διαδικασία υπολογισμού, για δεδομένο εύρος δοκιμαστικών συχνοτήτων και δεδομένο βήμα, τα οποία εισάγονται από το χρήστη.

Οι υπολογισμοί μπορούν να πραγματοποιηθούν για δοκούς με διαφορετικές γεωμετρικές ιδιότητες κατά μήκος τους και αποτελούμενες από διαφορετικά υλικά. Επίσης δίνεται η δυνατότητα εισαγωγής πρόσθετης μάζας, για δοκούς που επιπλέουν σε ρευστό.

Ο χρήστης μπορεί να επιλέξει αριθμό *n* διαστημάτων, συνεπώς *n*+1 κόμβων, και στη συνέχεια να εισάγει τα δεδομένα του προβλήματος στα αντίστοιχα πεδία.

Η έξοδος του προγράμματος είναι το διάγραμμα  $C_d(\omega)$ . Με γραμμική παρεμβολή μεταξύ των τιμών, όπου η ποσότητα  $C_d$  αλλάζει πρόσημο, υπολογίζονται οι ζητούμενες φυσικές συχνότητες. Συνεπώς όσο μικρότερο είναι το βήμα, τόσο πιο ακριβής είναι ο υπολογισμός.

Ο κώδικας του προγράμματος SciLab TimBeam\_NatFreq.sce, παρατίθεται στο Παράρτημα B.

Σχετικά με τα δεδομένα εισόδου, για τη δοκό που μελετάται έχουμε :

 $A=B*H=0,2*0,4=0,08 m^{2},$ η επιφάνεια τις διατομής  $I=\frac{BH^{3}}{12}=\frac{0,2*0,4^{3}}{12}=0,00106 m^{4},$ η ροπή αδράνειας της διατομής

$$J = \frac{\rho I}{g} = \frac{7.8 * 0.00106}{9.81} = 8,428 \text{E-04} \quad tons * sec^2 \quad \text{, η μαζική ροπή αδράνειας του}$$
  
στοιχείου της δοκού

 $M\!=\!\rho A \varDelta x\!=\!7,\!8\!*\!0,\!08\!*\!0,\!2\!=\!0,\!1248$  tons , η μάζα του στοιχείου της δοκού

K=5/6, ο συντελεστής διάτμησης, για ορθογωνική διατομή

Η έξοδος του προγράμματος για τη δεδομένη δοκό είναι :

#### scilab-5.3.3

Consortium Scilab (DIGITEO) Copyright (c) 1989-2011 (INRIA) Copyright (c) 1989-2007 (ENPC)

Startup execution: loading initial environment

-->exec('C:\Scilab Files\TimBeam\_NatFreq.sce', -1)

the natural freq in cpm (cps) is

7673.5916

127.89319

the natural freq in cpm (cps) is

19978.449

332.97414

the natural freq in cpm (cps)	is
36426.639	
607.11065	
the natural freq in cpm (cps)	is
55499.802	
924.99671	
the natural freq in cpm (cps)	is
76150.264	
1269.1711	



**Σχήμα 16** – Καμπύλη C<sub>d</sub>(ω) συμπαγούς δοκού ορθογωνικής διατομής

## ✓ <u>Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων - ABAQUS</u>

Το στοιχείο που χρησιμοποιείται για τη διακριτοποίηση του μοντέλου στο ABAQUS, είναι το στοιχείο δοκού **B31**, της βιβλιοθήκης του προγράμματος, το οποίο είναι στοιχείο δύο κόμβων και περιλαμβάνει την επίδραση της διατμητικής παραμόρφωσης και της περιστροφικής αδράνειας, και συνεπώς είναι στοιχείο δοκού Timoshenko.

# Σύγκριση αποτελεσμάτων

Τα αποτελέσματα επίλυσης του προβλήματος της εγκάρσιας ταλάντωσης δοκού Timoshenko, για τις πέντε πρώτες ιδιοσυχνότητες, με τη ΜΠΔ και τη ΜΠΣ, δίνονται συγκεντρωτικά στο παρακάτω πίνακα :

	FDM (МПΔ) – cps	ABAQUS FEM (ΜΠΣ) – cps	Απόκλιση %
ω0	0,000	0,000	0,00
ω1	127,890	127,910	0,02
ω2	332,970	333,040	0,02
ω3	607,110	608,370	0,21
ω4	924,996	930,040	0,55
ω5	1269,171	1282,100	1,02

Πίνακας 3 – Σύγκριση αποτελεσμάτων Timoshenko και μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων για δοκό ορθογωνικής διατομής.

Παρατηρούμε ότι έχουμε σχεδόν απόλυτη σύγκλιση των δύο μεθόδων, για τις δύο πρώτες ιδιοσυχνότητες, καλή προσέγγιση για την τρίτη ιδιοσυχνότητα, ενώ τα αποτελέσματα αρχίζουν να αποκλίνουν σημαντικά μετά το mode 4 (ταλάντωση 5 κόμβων).

## Συμπεράσματα

Σε αυτό το σημείο πρέπει να κάνουμε κάποιες σημαντικές παρατηρήσεις. Οι δύο προσεγγίσεις της επίλυσης του προβλήματος της φυσικής ταλάντωσης ελεύθερης δοκού, κατά Euler-Bernouli και Timoshenko, δίνουν διαφορετικές τιμές των ιδιοσυχνοτήτων, για την ίδια δοκό, όπως φαίνεται στον παρακάτω συγκριτικό πίνακα :

	Euler –	
	Bernoulli	Timoshenko
	FEM (cps)	FEM (cps)
ω0	0,000	0,000
ω1	132,380	127,910
ω2	364,920	333,040
ω3	715,400	608,370
ω4	1182,600	930,040
ω5	1766,600	1282,100

Πίνακας 4 – Σύγκριση μεθόδων Euler και Timoshenko για δοκό ορθογωνικής διατομής.

Παρατηρούμε ότι η θεωρία Timoshenko, δίνει χαμηλότερες τιμές ιδιοσυχνοτήτων από τη θεωρία Euler-Bernouli. Το γεγονός αυτό βρίσκεται σε συμφωνία με τη φυσική σημασία των πρόσθετων, σε σχέση με το μοντέλο Euler, μηχανισμών παραμόρφωσης της δοκού, που λαμβάνονται υπόψη στο μοντέλο Timoshenko.

Περιλαμβάνοντας τη διατμητική παραμόρφωση και τη περιστροφική ροπή αδράνειας, στις εξισώσεις που περιγράφουν το πρόβλημα, η δοκός γίνεται λιγότερο άκαμπτη, και συνεπώς αναμένεται να ταλαντώνεται ελεύθερα σε χαμηλότερες συχνότητες.

Η επιλογή της μεθόδου που θα εφαρμοστεί σε κάθε περίπτωση εξαρτάται από τις διαστάσεις της διατομής της δοκού, σε σχέση με το μήκος της ανυποστήρικτης δοκού. Για

"λεπτές" δοκούς με λόγους ύψους διατομής προς μήκος δοκού,μικρότερους από  $\frac{H}{L}$ =0,01 , προτιμάται το μοντέλο Euler αφού δίνει καλά αποτελέσματα με μικρότερο υπολογιστικό κόπο,

ενώ για πιο "γεμάτες" δοκούς, με μεγαλύτερο λόγο H/L, από τη βιβλιογραφία, προτείνεται η χρήση του μοντέλου Timoshenko<sup>[17]</sup>.

Για τη δοκό του συγκεκριμένου παραδείγματος έχουμε :

$$\frac{H}{L} = \frac{0.4}{4.0} = 0.1$$

Συνεπώς, η ταλαντωτική συμπεριφορά και οι αντίστοιχες ιδιοσυχνότητες της δοκού προσεγγίζονται καλύτερα με τη θεωρία Timoshenko.

# <u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 – Καμπτική ταλάντωση στην ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας</u>

### 3.1 Πρόσθετες Μάζες

Η κίνηση του σώματος μέσα στο νερό, έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία ενός πεδίου πιέσεων, που με τη σειρά του ασκεί δυνάμεις στο σώμα. Μία από τις συνιστώσες των δυνάμεων αυτών, είναι ανάλογη με την επιτάχυνση του σώματος και με αντίθετη φορά από αυτή, με αποτέλεσμα το σώμα να εμφανίζει αυξημένη αδράνεια, που πρέπει να υπερνικήσει κατά την κίνηση του.

Η φαινόμενη αυτή αύξηση της μάζας του ταλαντωμένου σώματος στο νερό ονομάζεται πρόσθετη μάζα (added mass), ενώ η φαινόμενη συνολική μάζα του σώματος ονομάζεται εικονική μάζα (virtual mass).

Η θεωρητική διαπραγμάτευση του φαινομένου, βασίζεται στη θεωρία του δυναμικού της ροής ιδανικού ασυμπίεστου ρευστού γύρω από σώμα βυθισμένο σε αυτό και η ανάλυση του ξεφεύγει από τα όρια της παρούσας διπλωματικής.

Επιγραμματικά μπορούμε να αναφέρουμε ότι εάν θεωρήσουμε σώμα, ο όγκος V του οποίου περιβάλλεται από την επιφάνεια του S, κινούμενο σε άπειρο ομογενές ιδανικό ρευστό, χωρίς δίνες, τότε η γραμμικότητα του προβλήματος μας επιτρέπει να εκφράσουμε το δυναμικό ως [14]:

$$\varphi = u_{ox} \varphi_1 + u_{oy} \varphi_2 + u_{oz} \varphi_3 + \omega_x \varphi_4 + \omega_y \varphi_5 + \omega_z \varphi_6$$

όπου

 $u_{ox}$ ,  $u_{oy}$ ,  $u_{oz}$  οι συνιστώσες της γραμμικής ταχύτητας u του σώματος, ως προς το σωματόδετο σύστημα αξόνων *Oxyz*.

 $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  οι συνιστώσες της γωνιακής ταχύτητας  $\omega$  του σώματος, ως προς το σωματόδετο σύστημα αξόνων *Oxyz*.

 $\varphi_{i}$ , i = 1,2,3 τα δυναμικά ροής που επάγουν οι γραμμικές μετατοπίσεις του σώματος κατά τους άξονες *x*,*y*,*z* αντίστοιχα και,

 $\varphi_i$ , i = 4,5,6 τα δυναμικά ροής που επάγουν οι περιστροφές του σώματος περί τους άξονες *x*,*y*,*z* αντίστοιχα.
Κεφάλαιο 3 – Καμπτική Ταλάντωση στην ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας Τότε μπορεί να δειχθεί ότι η κινητική ενέργεια του ρευστού δίνεται από τη σχέση :

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{6} \sum_{k=1}^{6} \alpha_{ik} u_i u_k$$

$$\alpha_{ik} = -\rho \iint_{S} \left(\frac{\partial \varphi_{i}}{\partial \eta}\right) \varphi_{k} dS$$
 *i*, *k*=1,2,...,6 είναι οι πρόσθετες μάζες

Στις παραπάνω σχέσεις είναι :

 $u_i$ , i = 1,2,3 είναι οι γραμμικές ταχύτητες  $u_{ox}$ ,  $u_{oy}$ ,  $u_{oz}$ 

 $u_i$ , i = 4,5,6 είναι οι γωνιακές ταχύτητες  $\omega_x$ ,  $\omega_y$ ,  $\omega_z$ 

και  $\frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta}$  είναι η προβολή της ταχύτητας του ρευστού κατά τη διεύθυνση του

μοναδιαίου κάθετου διανύσματος  $\eta$ , στην επιφάνεια dS του σώματος.

Από τη σχέση ορισμού των πρόσθετων μαζών παρατηρούμε ότι εάν λάβουμε υπόψη και τους έξι βαθμούς ελευθερίας του σώματος, τότε προκύπτουν συνολικά 36 πρόσθετες μάζες. Αυτό συμβαίνει διότι όταν ένα σώμα κινείται κατά μια δεδομένη διεύθυνση στο νερό, αδρανειακά φαινόμενα προκύπτουν και κατά τις άλλες διευθύνσεις. Η γραφή  $a_{ik}$  λοιπόν, συμβολίζει τη πρόσθετη μάζα που επάγεται στη διεύθυνση *i* από την κίνηση του σώματος κατά τη διεύθυνση *k*. Το φαινόμενο αυτό είναι γνωστό ως σύζευξη των αδρανειακών φαινομένων κατά τους βαθμούς ελευθερίας του σώματος. Αποδεικνύεται ότι

 $a_{ik} = a_{ki}$  και συνεπώς μόνο οι 21 πρόσθετες μάζες είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους ενώ, στη πράξη οι περισσότερες από αυτές, μπορούν να αμεληθούν.

Οι πρόσθετες μάζες εξαρτώνται από τη μορφή του σώματος και την πυκνότητα του ρευστού.

Οι τιμές των  $a_{ik}$  για i,k = 1,2,3 έχουν μονάδες μάζας, για i = 1,2,3 και k = 4,5,6 έχουν μονάδες στατικής ροπής, ενώ για i,k = 4,5,6 έχουν μονάδες ροπής αδράνειας.

Στη πράξη η επίλυση του προβλήματος με αναλυτικές μεθόδους είναι δυνατή μόνο για δισδιάστατη ή τρισδιάστατη ροή περί διατομών ή στερεών σωμάτων, αντίστοιχα,

απλών γεωμετρικών σχημάτων. Στην περίπτωση περίπλοκων γεωμετρικών διαμορφώσεων ενός σώματος, όπως είναι η γάστρα ενός πλοίου, ο υπολογισμός των πρόσθετων μαζών πραγματοποιείται με τη χρήση προσεγγιστικών μεθόδων, όπως είναι η μέθοδος των επίπεδων τομών (Method of Plane Sections).

Κατά τη μέθοδο των επίπεδων τομών το σώμα χωρίζεται κατά το διάμηκες άξονα του, έστω ο άξονας x, σε ένα επιλεγμένο αριθμό εγκαρσίων τομών (σταθμών), που για λόγους διευκόλυνσης των υπολογισμών ισάπεχουν μεταξύ τους. Οι πρόσθετες μάζες, ανά βαθμό ελευθερίας κατά τις ορθογώνιες, στο διαμήκη άξονα, διευθύνσεις (άξονες y, z), μπορούν να υπολογιστούν με θεώρηση του δισδιάστατου προβλήματος της ροής περί τη διατομή του σώματος σε κάθε σταθμό.

Στη βιβλιογραφία δίνονται οι συντελεστές πρόσθετης μάζας, σε μορφή διαγραμμάτων ή σε πίνακες, συναρτήσει γεωμετρικών παραμέτρων για διάφορες διατομές, καθώς και έτοιμοι τύποι υπολογισμού των αντίστοιχων πρόσθετων μαζών. Τελικά ολοκληρώνοντας κατά μήκος του σώματος, προκύπτει η συνολική πρόσθετη μάζα, που αντιστοιχεί στον θεωρούμενο βαθμό ελευθερίας.

Για επιμήκη σώματα, με κατά προσέγγιση ωοειδή γεωμετρία, και λόγο μήκους προς πλάτος  $L/B \ge 9$ , μπορούμε να θεωρήσουμε αμελητέα τη κίνηση του ρευστού κατά τη διεύθυνση του άξονα x, όταν το σώμα κινείται κατά διεύθυνση κάθετη σε αυτόν. Όταν όμως ο λόγος L/B μειώνεται, τότε η επίδραση της κίνησης του ρευστού κατά τον άξονα x, στο συνολικό φαινόμενο, γίνεται σημαντική, και συνεπώς οι υπολογισμένες, με την υπόθεση της δισδιάστατης ροής, πρόσθετες μάζες πρέπει να διορθωθούν για την πραγματική τρισδιάστατη ροή γύρω από το σώμα[14].

Για παράδειγμα η πρόσθετη μάζα σώματος που κινείται κατά την κατακόρυφη διεύθυνση, υπολογίζεται με χρήση της μεθόδου των επιπέδων τομών από τη σχέση :

$$A_{33} = \mu(\lambda) \cdot \int_{0}^{L} \alpha_{33}(x) dx$$

όπου  $a_{33}(x)$  η πρόσθετη μάζα της τομής στη θέση x

 $\lambda = L/B$ 

 $\mu(\lambda)$ ο συντελεστής διόρθωσης για τη τρισδιάστατη ροή

Οι συντελεστές διόρθωσης  $\mu(\lambda)$  μπορούν να υπολογιστούν πειραματικά και θεωρητικά, με πιο συχνά χρησιμοποιούμενο τον εμπειρικό τύπο του Pabst, που προέκυψε από πειράματα σε ορθογωνικές πλάκες [14] :

$$\mu(\lambda) = \frac{\lambda}{\sqrt{1+\lambda^2}} \cdot \left(1 - 0,425 \frac{\lambda}{1+\lambda^2}\right)$$

Στη περίπτωση που το σώμα επιπλέει στην ελεύθερη επιφάνεια του ρευστού, όπως η γάστρα πλοίου, αποδεικνύεται ότι η πρόσθετη μάζα  $a_{33}(x)$  που επάγεται από την κατακόρυφη κίνηση μιας διατομής του σώματος, ισούται με το 1/2 της πρόσθετης μάζας πλήρους βυθισμένης διατομής, η οποία συντίθεται από το βυθισμένο τμήμα της διατομής και τη κατοπτρική εικόνα αυτής, ως προς την ελεύθερη επιφάνεια (Duplicated Model Method). Η αρχή εφαρμογής της μεθόδου, φαίνεται στο παρακάτω σχήμα :



Σχήμα 17- Αρχή υπολογισμού πρόσθετης μάζας σώματος που επιπλέει στην ελεύθερη επιφάνεια

Ειδικότερα για τον υπολογισμό των πρόσθετων μαζών της γάστρας πλοίου, έχουν συνταχθεί διαγράμματα που δίνουν τους συντελεστές πρόσθετων μαζών C<sub>33</sub> και C<sub>22</sub> για "κοινές" μορφές νομέων, με πιο γνωστά αυτά των Lewis, Prohaska και Todd [3],

συναρτήσει των παραμέτρων  $\frac{b}{d}$  και β, όπου :

b = B/2 : το ήμι πλάτος του νομέα

d = T : το βύθισμα του νομέα

$$\beta = \frac{S}{BT}$$
 : ο συντελεστής επιφάνειας του νομέα  
S : το εμβαδόν της επιφάνειας του νομέα.

Οι υπολογισμοί πραγματοποιούνται υπό την υπόθεση ότι οι τομές με μορφή νομέων πλοίου, δύναται να προσεγγιστούν με κυλινδρικές τομές που παρουσιάζουν συγκρίσιμο μέγεθος.

Με βάση την τελευταία υπόθεση και την μέθοδο υπολογισμού πρόσθετης μάζας διατομής που επιπλέει στην ελεύθερη επιφάνεια, η πρόσθετη μάζα για κατακόρυφη κίνηση του νομέα δίνεται από τη σχέση :

$$\alpha_{33} = \frac{1}{2} C_{33} \rho \pi b^2$$

Παρακάτω δίνονται τα διαγράμματα των Lewis και Todd για τους συντελεστές πρόσθετων μαζών C<sub>33</sub>.

Στην περίπτωση πλοίου – δοκού που εκτελεί ελαστικές ταλαντώσεις κοντά στην ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας, οι υπολογισμένες, με την υπόθεση της δισδιάστατης ροής, πρόσθετες μάζες πρέπει να διορθωθούν για την πραγματική τρισδιάστατη ροή γύρω από τη γάστρα του πλοίου.

Συντελεστές διόρθωσης όπως του Pabst, δεν δίνουν κατάλληλα αποτελέσματα, καθώς σε αυτήν την περίπτωση, το τρισδιάστατο πεδίο ροής επηρεάζεται άμεσα από την ιδιομορφή της ταλάντωσης. Εισάγονται έτσι οι συντελεστές διόρθωσης  $J_n$ , οι οποίοι λαμβάνουν υπόψη τόσο την ελαστική ταλάντωση του σώματος, όσο και την τρισδιάστατη φύση της ροής γύρω από αυτό, και οι τιμές τους εξαρτώνται από την εκάστοτε ιδιομορφή της δοκού.

# J<sub>n</sub>= <u>Κινητική ενέργεια του περιρρέοντος ρευστου για τρισδιάστατη κίνηση</u> <u>Κινητική ενέργεια του περιρρέοντος ρευστου για δισδιάστατη κίνηση</u>

Οι συντελεστές αυτοί έχουν προκύψει από εργασίες με χρήση μοντέλου επιμήκους ελλειψοειδούς στερεού εκ περιστροφής και για κατακόρυφη καμπτική ταλάντωση υπολογίζονται ως εξής [14] :

Ορίζονται οι ποσότητες :

$$a_{v} := \frac{L}{B}$$

$$e_{v} := \frac{0,16 a_{v} + 1}{0,3 a_{v}}$$

$$p_{v} := 1,03 - \frac{1.7}{a_{v}}$$

$$q_{v} := \frac{a_{v} - 0,125}{a_{v} + 2,5}$$

$$f_{v} := \frac{p_{v}q_{v}(e_{v} + 5)}{1 - p_{v}q_{v}}$$

$$R_{n} := \frac{f_{v}}{p_{v}(e_{v} + f_{v} + n)}$$
(51)

όπου n είναι ο αριθμός της ιδιομορφής.

Τότε για ελλειψοειδές εκ περιστροφής με λόγο B/T = 2 είναι :

$$J_1 = 1,035 - \frac{1,674}{a_v}$$
 kat  $J_n = J_1 R_n$  (52)

Στη γενική περίπτωση για Β/Τ τυχαίο, οι συντελεστές διόρθωσης δίνονται από τη

σχέση: 
$$J'_{n} = J_{n} \left( 1 + \frac{0.02(B/T-2)}{J_{n}} \right)$$
 (53)



Κεφάλαιο 3 – Καμπτική Ταλάντωση στην ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας

Σχήμα 18 – Μορφές νομέων και συντελεστές πρόσθετης μάζας κατά Lewis



Κεφάλαιο 3 – Καμπτική Ταλάντωση στην ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας

Σχήμα 19 - Διάγραμμα Todd για τον υπολογισμό των συντελεστών πρόσθετης μάζας κατακόρυφης ταλάντωσης

#### 3.2 Ταλάντωση ελεύθερης επιπλέοντος δοκού

Σε αντίθεση με την περίπτωση δοκού που ταλαντώνεται ελεύθερα στο κενό, το πρόβλημα της εγκάρσιας ταλάντωσης του πλοίου, πρέπει να αντιμετωπιστεί ως ένα δυναμικό σύστημα, το οποίο περιλαμβάνει, εκτός από το ίδιο το σώμα, και το περιβάλλον μέσο. Η θάλασσα, που αποτελεί το περιβάλλον μέσο, στο δυναμικό σύστημα, παρουσιάζει πυκνότητα, συγκρίσιμη, με την πυκνότητα του σώματος που περιβάλλει, και συνεπώς επάγει δυνάμεις σε αυτό, που δεν μπορούν να αμεληθούν.

Η κατακόρυφη κίνηση ταλαντωμένης δοκού, μέσα στο θαλάσσιο περιβάλλον, προκαλεί ένα σύστημα πιέσεων, που με τη σειρά του ασκεί δυνάμεις στη δοκό. Οι δυνάμεις αυτές μπορούν να αναλυθούν σε τρεις συνιστώσες[1]:

- Δυνάμεις σε φάση με την επιτάχυνση της δοκού Οι δυνάμεις αυτές έχουν αδρανειακό χαρακτήρα. Είναι οι δυνάμεις που πρέπει να υπερνικηθούν για να αλλάξει η κινητική κατάσταση της δοκού.
- Δυνάμεις σε φάση με την ταχύτητα της δοκού Οι δυνάμεις αυτές καταναλώνουν ενέργεια από τη δοκό και συνεπώς λειτουργούν ως δυνάμεις απόσβεσης της κίνησης.
- 3. Δυνάμεις σε φάση με την απόκλιση της δοκού από τη θέση ισορροπίας Οι δυνάμεις αυτές είναι υδροστατικής προέλευσης και όπως οι δυνάμεις ελατηρίου και η ελαστική ροπή που αναπτύσσεται σε καμπτόμενη δοκό, είναι δυνάμεις επαναφοράς, που τείνουν να επαναφέρουν τη δοκό στην αρχική της θέση.

Ας εξετάσουμε τώρα την περίπτωση ομοιόμορφης δοκού, για τη οποία ισχύουν οι παραδοχές κατά Euler, επιπλέει στην θάλασσα και ταλαντώνεται ελεύθερα, χωρίς δηλαδή την επίδραση εξωτερικών φορτίων.

Θεωρώντας ότι οι κλίσεις της ταλαντωμένης δοκού είναι μικρές, αμελώντας την επίδραση των αξονικών δυνάμεων και της περιστροφικής αδράνειας και λαμβάνοντας υπόψη ότι το βάρος ισούται με την άνωση, που ασκείται στο στοιχειώδες τμήμα, όταν η δοκός ισορροπεί, οι εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση ενός στοιχείου της δοκού μήκους *dx* είναι :

$$\frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} + f_m(x,t) = \mu \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} \quad (51)$$

$$Q(x,t) - \frac{\partial M(x,t)}{\partial x} = 0 \quad (52)$$

όπου :

Q(x,t)η διατμητική δύναμη που αναπτύσσεται στη διατομή.M(x,t)η καμπτική ροπή που αναπτύσσεται στη διατομή.v(x,t)η κατακόρυφη μετατόπιση του στοιχείου μήκους dx της δοκού,<br/>από τη θέση ισορροπίας του. $\mu$ η μάζα της δοκού ανά μονάδα μήκους. $f_m(x,t)$ η δύναμη ανά μονάδα μήκους, που ασκείται στο στοιχείο της<br/>δοκού, η οφειλόμενη στο πεδίο πιέσεων που δημιουργείται λόγω

Στα πλαίσια της γραμμικής θεωρίας και θεωρώντας ότι η ταχύτητα της δοκού με διεύθυνση το διαμήκη άξονα του είναι μηδέν, η δύναμη του πεδίου πιέσεων  $f_m(x,t)$  δίνεται από την εξίσωση :

απομάκρυνσης της δοκού από τη θέση ισορροπίας της.

$$f_{m}(x,t) = -\alpha \frac{\partial^{2} v(x,t)}{\partial t^{2}} - \beta \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} - \gamma v(x,t) \quad (53)$$

Στην παραπάνω εξίσωση ο όρος  $-\alpha \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2}$  αντιστοιχεί στην αδρανειακή

συνισταμένη, ο όρος  $-\beta \frac{\partial v(x,t)}{\partial t}$  στις δυνάμεις απόσβεσης και ο όρος  $-\gamma v(x,t)$  στην υδροστατική συνισταμένη.

Εάν θεωρήσουμε την επίδραση της απόσβεσης αμελητέα, δηλαδή  $\beta = 0$ , ενώ ο συντελεστής γ τεθεί ίσος με :

$$\gamma = B\rho g$$

όπου Β το πλάτος της ισάλου της δοκού

 $\rho$ η πυκνότητα του νερού

g η επιτάχυνση της βαρύτητας

τότε η εξίσωση (53) γράφεται :

$$f_{m}(x,t) = -\alpha \frac{\partial^{2} v(x,t)}{\partial t^{2}} - B\rho g v(x,t) \quad (54)$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (52) και (54) στην εξίσωση (51), προκύπτει τελικά

$$\frac{\partial^2 M(x,t)}{\partial x^2} - B\rho gv(x,t) = (\alpha + \mu) \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2}$$
(55)

Η συμπεριφορά της δοκού εξετάζεται στην γραμμική ελαστική περιοχή και συνεπώς ισχύει ο νόμος του Hooke :

$$M(x,t) = -EI \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} \quad (56)$$

τελικά αντικαθιστώντας την εξίσωση (56) στην εξίσωση (55), προκύπτει η διαφορική εξίσωση που περιγράφει την κατακόρυφη κίνηση της δοκού που επιπλέει σε ήρεμη, χωρίς κυματισμούς, θάλασσα :

$$EI\frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4} + (\alpha + \mu)\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} + B\rho g v(x,t) = 0 \quad (57)$$

Εάν συγκρίνουμε την εξίσωση (7), που περιγράφει την κατακόρυφη κίνηση της δοκού στο κενό, με την εξίσωση (57) παρατηρούμε ότι η τελευταία εξίσωση περιέχει επιπλέον τον όρο  $B\rho gv(x,t)$ , που αντιστοιχεί στην υδροστατική δύναμη που ασκείται στο

Ο συντελεστής αυτός, η ύπαρξη του οποίου οφείλεται στη κατακόρυφη κίνηση της δοκού μέσα στο ρευστό, και ο οποίος προκαλεί μια φαινόμενη αύξηση της μάζας της δοκού, είναι η πρόσθετη μάζα κατά την κατακόρυφη διεύθυνση.

Για το υπολογισμό των ιδιοσυχνοτήτων της δοκού, είναι δυνατόν να αμεληθεί ο υδροστατικός όρος της εξίσωσης, οπότε έχουμε :

$$EI\frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4} + (\alpha + \mu)\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} = 0$$

Από την παραπάνω εξίσωση προκύπτει ότι για τον υπολογισμό των ιδιοσυχνοτήτων δοκού που πλέει στην ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το μαθηματικό μοντέλο της δοκού στο κενό και η επίδραση του θαλάσσιου περιβάλλοντος να λαμβάνεται υπόψη με την αύξηση της μάζας ανά μονάδα μήκους της δοκού, κατά την πρόσθετη μάζα [1].

### 3.3 Παράδειγμα Δοκού που επιπλέει στην ελεύθερη επιφάνεια της

#### θάλασσας

Ας θεωρήσουμε πλωτή χαλύβδινη κατασκευή - πλωτήρα, ορθογωνικής διατομής με τα παρακάτω γεωμετρικά χαρακτηριστικά :

Μήκος	L = 80,00  m	
Πλάτος	<i>B</i> = 6,00 m	
Ύψος	H = 3,00  m	
Πάχος διατομής	t = 100  mm	
ενώ οι ιδιότητες τοι	ο χάλυβα είνα	ι:
Μέτρο ελαστικότητ	ας	$E = 2.07 \text{e} + 011 \text{ N/m}^2$
Πυκνότητα		$\rho$ =7800 kg/m <sup>3</sup>
Λόγος Poisson		v = 0.3

Η δοκός ακολουθεί της παραδοχές του μοντέλου Timoshenko.

Το εμβαδόν επιφάνειας της διατομής υπολογίζεται :

$$A_1 = B^*H = 6^*3 = 18 m^2$$
$$A_2 = (B - 2t)^*(H - 2t) = (6 - 2^*0, 1)^*(3 - 2^*0, 1) = 16,24 m^2$$
$$A = A_1 - A_2 = 18 - 16,24 \rightarrow \underline{A} = 1,76 \text{ m}^2$$

Συνεπώς η συνολική μάζα της δοκού είναι :

$$M = \rho AL = 7,80*1,76*80 \rightarrow M = 1098,24 \text{ tons}$$

Η ροπή αδράνειας της επιφάνειας της διατομής υπολογίζεται :

$$I_{1} = \frac{BH^{3}}{12} = \frac{6(3^{3})}{12} = 13.5 \quad m^{4}$$

$$I_{2} = \frac{(B-2t)(H-2t)^{3}}{12} = \frac{(6-2*0,1)(3-2*0,1)^{3}}{12} = 10.61 \quad m^{4}$$

$$I = I_{1} - I_{2} = 13.5 - 10.61 \rightarrow I = 2.89 \quad m^{4}$$

Η μαζική ροπή αδράνειας της διατομής υπολογίζεται :

$$J = \rho I = 7,80 * 2,89 \rightarrow J = 22,542 \ tons * m$$
  
 $\dot{\eta}$   
 $J = 22,542 / 9,81 \rightarrow J = 2,297 \ tons * sec^2$ 

Ο συντελεστής διάτμησης της διατομής μπορεί να προσεγγιστεί από τη σχέση :

$$K = \frac{A_{web}}{A}$$

όπου A<sub>web</sub>, είναι το εμβαδόν της επιφάνειας των κατακόρυφων τμημάτων της διατομής:

$$A_{web} = 2^* (H - 2t)^* t = 2^* (3 - 2^* 0, 1)^* 0, 1 = 0,56 \ m^2$$
$$K = \frac{0,56}{1,76} \rightarrow \underline{K} = 0,318$$

77

Εισάγοντας τα παραπάνω δεδομένα στο πρόγραμμα *TimBeam\_NatFreq.sce*, προκύπτουν τα αποτελέσματα της πρώτης στήλης του *Πίνακα 5* (FDM), για τις τρεις πρώτες ιδιοσυχνότητες της κατακόρυφης καμπτικής ταλάντωσης της κατασκευής στο κενό.

Η έξοδος του προγράμματος είναι :

scilab-5.3.3
Consortium Scilab (DIGITEO) Copyright (c) 1989-2011 (INRIA) Copyright (c) 1989-2007 (ENPC)
Startup execution: loading initial environment
->exec('/home/kostas/TimBeam_NatFreq.sce', -1)
the natural freq in cpm (cps) is
217.43898
3.623983
the natural freq in cpm (cps) is
583.88365
9.7313941
the natural freq in cpm (cps) is
1082.8605
18.047675



Κεφάλαιο 3 – Καμπτική Ταλάντωση στην ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας

Σχήμα 20 – Καμπύλη C<sub>d</sub>(ω) πλωτήρα στο κενό

Για επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων, η ανάλυση στο κενό πραγματοποιήθηκε με δύο διαφορετικά μοντέλα και στο ABAQUS. Το στοιχείο που χρησιμοποιείται για τη διακριτοποίηση του πρώτου μοντέλου στο ABAQUS, είναι το στοιχείο δοκού **B31**, της βιβλιοθήκης του προγράμματος, το οποίο είναι στοιχείο δύο κόμβων και περιλαμβάνει την επίδραση της διατμητικής παραμόρφωσης και της περιστροφικής αδράνειας, και συνεπώς είναι στοιχείο δοκού Timoshenko, ενώ το στοιχείο που χρησιμοποιείται για τη διακριτοποίηση του δεύτερου μοντέλου, είναι το στοιχείο κελύφους (shell element) **S4**, το οποίο είναι ένα γενικής χρήσης στοιχείο κελύφους με τέσσερις κόμβους. Το στοιχείο αυτό έχει έξι βαθμούς ελευθερίας ανά κόμβο, τρεις μετατοπίσεις και τρεις περιστροφές και μπορεί να δεχθεί δυνάμεις που κείνται στο επίπεδο του, δυνάμεις κάθετες σε αυτό, καθώς και καμπτική φόρτιση.

Τα αποτελέσματα για το στοιχείο δοκού και το στοιχείο κελύφους παρουσιάζονται στη δεύτερη και τρίτη στήλη αντίστοιχα του Πίνακα 5.

	FDM		
	Scilab	FEM-BEAM	FEM-SHELL
	(cps)	(cps)	(cps)
ω0	0,00	0,00	0,00
ω1	3,62	3,62	3,62
ω2	9,73	9,70	8,77
ω3	18,05	18,17	13,20

Πίνακας 5 – Κατακόρυφη Ταλάντωση πλωτήρα στο κενό

Από τα αποτελέσματα των υπολογισμών που περιλαμβάνει ο Πίνακας 5, παρατηρούμε ότι ενώ η Μέθοδος Πεπερασμένων Διαφορών (FDM) με τη μοντελοποίηση στο ABAQUS, με στοιχεία δοκού (FEM-BEAM) παρουσιάζουν σχετικά καλή σύγκλιση μέχρι και την τρίτη ιδιοσυχνότητα, η μοντελοποίηση με στοιχεία κελύφους (FEM - SHELL), συγκλίνει μόνο για την πρώτη ιδιοσυχνότητα.

Η διαφορά αυτή ερμηνεύεται από το γεγονός ότι κάθε κόμβος του στοιχείου κελύφους μπορεί να εκτελέσει περιστροφή και ως προς τους τρεις άξονες και συνεπώς όσο

Κεφάλαιο 3 – Καμπτική Ταλάντωση στην ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας αυξάνονται οι παραμορφώσεις, παύει να ισχύει η υπόθεση της θεωρίας Timoshenko, περί διατήρησης της επιπεδότητας της διατομής μετά την παραμόρφωση.

Αυτό γίνεται εμφανές και από τα Σχήματα 21,22 όπου παρουσιάζεται η γραφική απεικόνιση της δεύτερης και τρίτης ιδιομορφής από το ABAQUS.



**Σχήμα 21** – Ιδιομορφή τρίων κόμβων διακριτοποίησης της πλωτής κατασκευής με στοιχεία κελύφους



35 SIMULIA

Σχήμα 22 – Ιδιομορφή τεσσάρων κόμβων διακριτοποίησης της πλωτής κατασκευής με στοιχεία κελύφους

Για να υπολογίσουμε τις ιδιοσυχνότητες της κατακόρυφης καμπτικής ταλάντωσης της κατασκευής που επιπλέει στην επιφάνεια της θάλασσας, πρέπει να υπολογίσουμε αρχικά την πρόσθετη μάζα α<sub>33</sub>.

Από τη συνολική μάζα και τη γεωμετρία της πλωτής κατασκευής προκύπτει ότι το βύθισμα είναι περίπου

T = 2,30 m

Η πρόσθετη μάζα α'<sub>33</sub> ανά μονάδα μέτρου, για την κατακόρυφη ταλάντωση της δοκού, υπολογίζεται ως το ήμισυ της πρόσθετης μάζας πλήρους βυθισμένου τμήματος δοκού μήκους 1 m, με διαστάσεις διατομής :

$$B' = B = 6,00 m$$
 кал  $H' = 2T = 4,60 m$ 

Από τις οδηγίες του DNV (Det Norske Veritas) περί προτεινόμενων πρακτικών μοντελοποίησης – DNV RP-H103 MODELLING AND ANALYSIS OF MARINE OPERATIONS / APPENDIX A – δίνεται ότι η πρόσθετη μάζα μοναδιαίου τμήματος πλήρους βυθισμένης δοκού ορθογωνικής διατομής, υπολογίζεται από τη σχέση :

$$\alpha'_{33} = \frac{1}{2} C_A \rho \pi a^2 \quad \text{se kg/m}$$

όπου

 $C_A = 1,33$  ο συντελεστής πρόσθετης μάζας για κατακόρυφη κίνηση, για a/b = B'/H' = 4,6

 $\rho = 1025 \ kg/m^3$ η πυκνότητα του νερού

a = B/2 = 3,00 m το ήμι πλάτος της διατομής (ενεργός ακτίνα)

Σημειώνεται ότι ο λόγος μήκους προς πλάτους της δοκού είναι L/B = 13,3 > 9, και συνεπώς μπορεί να αμεληθεί, χωρίς σημαντικό σφάλμα η επίδραση της κίνησης του νερού κατά το διαμήκη άξονα. Με άλλα λόγια δεν απαιτείται διόρθωση λόγω τρισδιάστατης ροής [14].

Τελικά έχουμε ότι για ολόκληρο το μήκος της δοκού είναι :

$$\alpha_{33} = \frac{1}{2} C_A \rho \pi a^2 L = \frac{1}{2} \cdot 1,33 \cdot 1,025 \cdot 3,14 \cdot (3,0)^2 \cdot 80 = 1541,017 \text{ tons}$$

Γνωρίζοντας τη πρόσθετη μάζα που επάγεται από τη κατακόρυφη ταλάντωση της πλωτής κατασκευής, μπορούμε να συμπληρώσουμε το αντίστοιχο πεδίο στο πρόγραμμα SciLab, *TimBeam\_NatFreq.sce*, οπότε προκύπτουν τα αποτελέσματα της πρώτης στήλης του *Πίνακα 6* (FDM), για τις τρεις πρώτες ιδιοσυχνότητες.

Η έξοδος του προγράμματος είναι :

```
scilab-5.3.3
                Consortium Scilab (DIGITEO)
Copyright (c) 1989-2011 (INRIA)
Copyright (c) 1989-2007 (ENPC)
Startup execution:
  loading initial environment
-->exec('/home/kostas/TimBeam_NatFreq.sce', -1)
 the natural freq in cpm (cps) is
    142.21147
    2.3701912
 the natural freq in cpm (cps) is
    379.13557
    6.3189262
 the natural freq in cpm (cps) is
    704.92159
    11.748693
```



Κεφάλαιο 3 – Καμπτική Ταλάντωση στην ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας

**Σχήμα 23** – Καμπύλη  $C_d(\omega)$  πλωτήρα στη θάλασσα

Στο ABAQUS η ανάλυση πραγματοποιήθηκε και για τα δύο προαναφερθέντα μοντέλα, με τα αποτελέσματα να παρουσιάζονται στη δεύτερη και τρίτη στήλη του Πίνακα 6.

Η επίδραση της θάλασσας ελήφθη υπόψη με αύξηση της πυκνότητας του υλικού της κατασκευής, τέτοια ώστε η συνολική φαινόμενη μάζα να ισούται με το άθροισμα της μάζας του χάλυβα της κατασκευής και της πρόσθετης μάζας που υπολογίστηκε.

	FDM		
	Scilab	FEM-BEAM	FEM-SHELL
	(cps)	(cps)	(cps)
ω0	0,00	0,00	0,00
ω1	2,37	2,37	2,36
ω2	6,31	6,28	6,16
ω3	11,74	11,81	11,48

Πίνακας 6 - Κατακόρυφη Ταλάντωση πλωτήρα στο νερό

Ο Πίνακας 7 δίνει τη σύγκριση των ιδιοσυχνοτήτων της δοκού, για ταλάντωση στο κενό και για ταλάντωση στην ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας. Παρατηρούμε ότι πράγματι, λόγω της μεγαλύτερης φαινόμενης μάζας που παρουσιάζει η δοκός όταν ταλαντώνεται στην επιφάνεια της θάλασσας, οι υπολογιζόμενες ιδιοσυχνότητες είναι σημαντικά μικρότερες, κατά περίπου 35 % από τις αντίστοιχες για ταλάντωση στο κενό.

	FEM-	FEM-BEAM	
	ΒΕΑΜ στο	στο νερό	Απόκλιση
	κενό (cps)	(cps)	%
ω0	0,00	0,00	0,00
ω1	3,62	2,37	-34,53
ω2	9,70	6,28	-35,26
ω3	18,17	11,81	-35,00

Πίνακας 7 – Σύγκριση ιδιοσυχνοτήτων πλωτήρα στο κενό – στο νερό

#### <u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 – Εύρεση ιδιοσυχνοτητων αμφίδρομου Ε/Γ-Ο/Γ</u>

#### 4.1 Γενικά περί Αμφίδρομων Ε/Γ – Ο/Γ ανοικτού τύπου.

Τα αμφίδρομα Ε/Γ – Ο/Γ ανοικτού τύπου αποτελούν τη σύγχρονη εκδοχή των κλασσικών ελληνικών Ε/Γ – Ο/Γ ανοικτού τύπου, γνωστών ως "παντόφλες", που κυριαρχούσαν τις προηγούμενες δεκαετίες στις ελληνικές θάλασσες.

Ο τύπος αυτός πλοίου, εκτός από το διάμηκες επίπεδο συμμετρίας, παρουσιάζεται συμμετρικός και ως προς εγκάρσιο επίπεδο, που βρίσκεται στο μέσο του πλοίου. Με άλλα λόγια, όπως υποδηλώνει και η ονομασία, στα πλοία αυτού του τύπου η διαμόρφωση της, κατά σύμβαση πρύμνης, είναι όμοια με τη διαμόρφωση της πρώρας, ενώ φέρουν καταπέλτες φορτοεκφόρτωσης και στα δύο άκρα τους. Η διάταξη αυτή της κατασκευής, προσφέρει το πλεονέκτημα της άμεσης, χωρίς μανούβρες των οχημάτων, φόρτωσης και εκφόρτωσης του πλοίου, και καθιστά ταχύτερη την αναχώρηση από ή την προσέγγιση προς τους λιμένες, καθώς το πλοίο δεν χρειάζεται να πραγματοποιήσει μανούβρες πρυμνοδέτησης.

Τα αμφίδρομα Ε/Γ – Ο/Γ, φέρουν δύο μηχανοστάσια, εκατέρωθεν του μέσου νομέα, ενώ η συνήθης πρακτική είναι, η προωστήρια εγκατάσταση να αποτελείται από τέσσερα ζεύγη κινητήρα - ελικοπηδαλίου (podded unit), σε διάταξη δύο ζεύγη ανά πρώρα. Η χρήση ελικοπηδαλίων παρέχει στα πλοία αυτού του τύπου μεγάλη ευελιξία και ευκολία χειρισμού, καθώς κάθε ελικοπηδάλιο, μπορεί να λειτουργεί ανεξάρτητα από τα υπόλοιπα.

Η γάστρα των αμφίπλωρων χαρακτηρίζεται από μεγάλο παράλληλο τμήμα, νομείς τύπου V, γωνία ανύψωσης του πυθμένα που μειώνεται στη περιοχή της πρώρης, μορφή ισάλων έντονα κοίλη στην περιοχή της πρώρης με μεγάλες γωνίες εισόδου και ευθείες διαμήκεις τομές που ανυψώνονται οδεύοντας προς την πρώρη.

Αναφορικά με τη Γενική Διάταξη, ο τύπος αυτός, φέρει συνήθως, διπύθμενο από την πρωραία έως την πρυμναία φρακτή συγκρούσεως και κύριο συνεχές κατάστρωμα αντοχής, που αποτελεί και το κατάστρωμα στοιβασίας των οχημάτων (Main Garage Deck).

Άνωθεν του κύριου καταστρώματος, υπάρχουν συνήθως τρία επιπλέον καταστρώματα. Το κατάστρωμα επιβατών με το σαλόνι (Saloon Deck), το ανοικτό κατάστρωμα επιβατών με τους χώρους ενδιαίτησης του πληρώματος (Sun Deck) και η

γέφυρα (Bridge Deck). Οι υπερκατασκευές και υπερστεγάσματα αυτά, τοποθετούνται στο μέσο του πλοίου, ενώ το μέγιστο μήκος τους, στο κατάστρωμα σαλονιού, ισούται περίπου με το 1/4 έως 1/3 του ολικού μήκους του πλοίου.

Κατασκευαστικά, τα πλοία αυτά ακολουθούν διάμηκες, εγκάρσιο ή μικτό σύστημα κατασκευής, με το τελευταίο να αποτελεί την συνηθέστερη επιλογή. Στο μικτό σύστημα τα καταστρώματα ενισχύονται κατά το μήκος, ενώ για τις πλευρές και το πυθμένα, χρησιμοποιείται εγκάρσια διάταξη ενισχυτικών.

Το υλικό κατασκευής είναι κοινός Ναυπηγικός Χάλυβας Grade A. Τα πάχη των ελασμάτων κυμαίνονται από 6mm για τις υπερκατασκευές και υπερστεγάσματα, έως 12 με 14 mm για την τρόπιδα και το κύριο κατάστρωμα αντοχής. Τα απλά ενισχυτικά, διαδοκίδες, λώροι και απλοί νομείς, είναι κυρίως μορφοσίδηροι διατομής L (γωνίες ) ισοσκελείς και ανισοσκελείς.

Τέλος αναφορικά με την αρίθμηση των νομέων, κοινή πρακτική σε αυτού του τύπου τα πλοία είναι, λόγω συμμετρίας, να λαμβάνεται ως Νομέας 0, ο μέσος νομέας και εκατέρωθεν αυτού η αρίθμηση να είναι θετική και αρνητική.

Στην Ελλάδα τα αμφίδρομα Ε/Γ – Ο/Γ δραστηριοποιούνται με μεγάλη επιτυχία στην ακτοπλοΐα μικρών και μέσων αποστάσεων, κυρίως σε πορθμεία, όπως Πέραμα – Παλούκια, Ωρωπός – Ερέτρια, Ρίο – Αντίρριο, Ηγουμενίτσα – Κέρκυρα, Κεραμωτή – Θάσος, Αρκίτσα – Αιδηψός, Γλύφα - Αγιοκαμπος και αλλού.

Σε μικρές και μέσες αποστάσεις τα  $E/\Gamma - O/\Gamma$  αυτού του τύπου αξιοποιούν στο έπακρο τα πλεονεκτήματά τους έναντι των συμβατικών  $E/\Gamma - O/\Gamma$  ανοικτού τύπου.

#### 4.1.1 Περιγραφή πλοίου

Το πλοίο που επιλέχθηκε, για τις ανάγκες της παρούσας Διπλωματικής, είναι ένα υπάρχον Αμφίδρομο Ε/Γ – Ο/Γ ανοικτού τύπου, το οποίο είναι δρομολογημένο στο πορθμείο Πέραμα – Παλούκια. Η μελέτη και σχεδίαση του πλοίου, πραγματοποιήθηκε από το Ναυπηγικό Γραφείο του κυρίου Νικόλαου Πετυχάκη, ενώ η κατασκευή του ολοκληρώθηκε το 2009 σε καρνάγιο στο Πέραμα.

Οι κύριες διαστάσεις και τα βασικά δεδομένα του πλοίου δίνονται στο παρακάτω πίνακα, ενώ στο Παράρτημα Γ, δίνονται τα σχέδια Ναυπηγικών Γραμμών, Γενικής Διάταξης και Μέσης τομής.

Όνομα σκάφους	ΘΕΟΛΟΓΟΣ Β
$L_{OA}(m)$	95,800
$L_{_{WL}}(m)$	80,717
$B_{max}(m)$	17,560
$B_{_{WL}}(m)$	15,500
D (m)	3,900
T (m)	2,700
DWT (ton)	960,415
$\Delta$ (ton)	1782,540
LS (ton)	822,125
V <sub>service</sub> (kn)	13
Рв (НР)	4x500
Pв (total)	2000
Τύπος Μηχανής	CATERPILLAR 3412C

Πίνακας 8 – Βασικά δεδομένα υπό μελέτη πλοίου

Επίσης πρέπει να αναφέρουμε ότι η ισαπόσταση των νομέων κατά το διάμηκες είναι Longitudinal Frame spacing : 600 mm, ενώ κατά το εγκάρσιο

Transverse Frame spacing: 500 mm

## 4.1.2 Καμπύλες βαρών – Lightship – DWT – Total

Σχεδίαση Καμπύλης Βάρους

1. Βάρος Μεταλλικής κατασκευής Wst

Για τη σχεδίαση της καμπύλης του βάρους της μεταλλικής κατασκευής, το πλοίο χωρίστηκε σε 20 τομείς, για τους οποίους έγινε, κατά το δυνατόν, αναλυτικός υπολογισμός, κάθε τομέα, βάσει των κατασκευαστικών στοιχείων και της διάταξης της μεταλλικής κατασκευής. Η κατανομή θεωρήθηκε γραμμική από το ακροπρωραίο (ακροπρυμναίο) σημείο έως το νομέα 62 (-62) όπου αρχίζει περίπου η ανύψωση της πρώρας. Για την υπόλοιπη κατασκευή (ενδιάμεσο τμήμα από νομέα 62 έως νομέα -62), το βάρος θεωρήθηκε ότι κατανέμεται ομοιόμορφα κατά μήκος κάθε τομέα. <u>Από τα στοιχεία του Ναυπηγικού Γραφείου</u> προκύπτει βάρος μεταλλικής κατασκευής <u>Wst\_an = 744.112 tons</u>. Συνεπώς έχουμε μια πολύ καλή προσέγγιση.

2. Βάρος Μηχανολογικής εγκατάστασης W<sub>M</sub>

Το βάρος της μηχανολογικής εγκατάστασης, όπως προκύπτει από τα δεδομένα στοιχεία είναι  $W_{\rm M} = 27.848$  tons Το πλοίο διαθέτει δύο μηχανοστάσια (N45 έως N57 και N-45 έως N-57) και το βάρος της μηχανολογικής εγκατάστασης κατανέμεται κατά 60% (16.708 tons) στο πρωραίο μηχανοστάσιο και κατά 40% (11.138 tons) στο πρυμναίο, λόγω της τοποθέτησης δύο εκ των τριών, ηλεκτροπαραγωγών ζευγών στο πρωραίο μηχανοστάσιο. Η κατανομή των βαρών θεωρήθηκε ομοιόμορφη κατά μήκος των δύο μηχανοστασίων.

3. Βάρος Εξοπλισμού W<sub>OUT</sub>

Το βάρος Εξοπλισμού, είναι <u>W<sub>OUT</sub> = 50.165 tons</u> Λόγω έλλειψης αναλυτικών στοιχείων για την κατανομή αυτής της κατηγορίας βάρους, θεωρήθηκε ότι κατανέμεται ομοιόμορφα, κατά 70% (35.115 tons) από το N 25 έως το N-25, όπου βρίσκονται και οι υπερκατασκευές του πλοίου, κατά 15% (7.525 tons) από το πρωραίο Μηχ/σιο (N45) έως το N70 και κατά 15% (7.525 tons) από το πρυμναίο Μηχ/σιο (N-45) έως το N-70.

Η ανωτέρω κατανομή θεωρήθηκε μια λογική προσέγγιση βάσει της Γενικής Διάταξης του πλοίου, και της εμπειρίας του γραφείου μελετών από το οποίο δόθηκαν τα στοιχεία.

4. Βάρος Κενού Σκάφους W<sub>LS</sub>

Προκύπτει από την άθροιση των ανωτέρω καμπυλών  $W_{LS} = 823.330$  tons.

5. Βάρος Φορτίου W<sub>CARGO</sub>

Το φορτίο που μεταφέρει το πλοίο (δυσμενέστερη κατάσταση φόρτωσης) είναι 44 οχήματα Ι.Χ και 20 φορτηγά στο κυρίως κατάστρωμα (Main Garage Deck), καθώς και 500 επιβάτες στο κατάστρωμα επιβατών (Saloon Deck). Η κατανομή θεωρήθηκε ομοιόμορφη και έγινε βάση του Stowing Plan του πλοίου. Το συνολικό  $W_{CARGO}$ , βάσει της φόρτωσης είναι  $W_{CARGO} = 835.5$  tons.

6. Βάρος Δεξαμενών W<sub>TANK</sub>

Το πλοίο φέρει μια δεξαμενή φρέσκου νερού (N-12 έως N-20), μια δεξαμενή Πετρελαίου (N12 έως N20) δύο ημερήσιες  $\Delta/\Xi$  πετρελαίου και δύο  $\Delta/\Xi$  ελαίου λίπανσης. Η κατανομή είναι ομοιόμορφη κατά μήκος των δεξαμενών. Το συνολικό W<sub>TANK</sub>, βάσει των χωρητικοτήτων κάθε δεξαμενής είναι W<sub>TANK</sub> = 108.465 tons

7. Βάρος Προμηθειών – Αποσκευών – Πληρώματος W<sub>PROVISIONS-STORES-LUGGAGE</sub>

Το βάρος αυτό θεωρήθηκε ομοιόμορφα κατανεμημένο από το N15 έως το N-15, περιοχή όπου βρίσκεται το σαλόνι επιβατών και η ενδιαίτηση του πληρώματος. Το συνολικό  $W_{PROVISIONS-STORES-LUGGAGE}$ , βάσει των δεδομένων στοιχείων είναι  $W_{PROVISIONS-STORES-LUGGAGE} = 16.45$  tons. 8. Πρόσθετο Βάρος DWT

Προκύπτει από την άθροιση των καμπυλών  $W_{CARGO}$ ,  $W_{TANK}$  και  $W_{PROVISIONS-STORES-}$ 

LUGGAGE.

<u>DWT = 960.415 tons.</u>

9. Εκτόπισμα Δ

Η καμπύλη του συνολικού βάρους του πλοίου προκύπτει από την άθροιση των καμπυλών  $W_{\rm LS}$  και DWT.

 $\Delta = W_{TOTAL} = 1783,745$  tons

Παρακάτω παρατίθεται το φύλλο από το Stability Book του πλοίου, για την κατάσταση φόρτωσης Full Load Departure και στο Παράρτημα Δ δίνονται οι αντίστοιχες καμπύλες βαρών.

#### CONDITION No1 DEPARTURE WITH 100% DIESEL, FRESH WATER, PROVISIONS 500 PASSENGERS, 6 CREW 798 TONS CARGO

				VERTICAL		LONGITUDINAL	FREE	FREE
		WEIGHT	KG	MOMENT	LCG	MOMENT	SURFACE	SURFACE
								M <sub>FS</sub> =γ*I <sub>F</sub>
		(TONS)	(m)	(tons*m)	(m)	(tons*m)	l <sub>F</sub> (m^4)	(tons*m)
LIGHT WEIGHT		823,330	4,538	3736,272	0,208	171,253		
AFT FRESH WATER TANK	51.3 m^3	51,300	2,620	134,406	-9,600	-492,480	34,073	34,073
TOTAL FRESH WATER		51,300		134,406		-492,480		
DIESEL								
Fore F.O. Tank	51.3 m^3	43,605	2,620	114,245	9,600	418,608	34,073	28,962
Fore Daily F.O. Tank	6.45 m^3	5,480	2,620	14,358	26,400	144,672	1,065	0,905
AFT DAILY F.O. TANK	6.45 m^3	5,480	2,620	14,358	-26,400	-144,672	1,065	0,905
TOTAL DIESEL		54,565		142,960		418,608		
LUBRICANT OIL								
FORE LUB OIL TANK	1.32 m^3	1,300	1,900	2,470	26,400	34,320	0,133	0,131
AFT LUB OIL TANK	1.32 m^3	1,300	1,900	2,470	-26,400	-34,320	0,133	0,131
PROVISIONS		6,000	9,500	57,000	0,000	0,000		
STORES – LUGGAGE		10,000	9,500	95,000	0,000	0,000		
CREW	6	0,450	14,200	6,390	0,000	0,000		
PASSENGERS ON SALOON	500	37,500	10,150	380,625	0,000	0,000		
CARS ON MAIN GARAGE	44	66,000	4,850	320,100	0,000	0,000		
TRUCKS ON MAIN GARAGE	20	732,000	5,350	3916,200	0,000	0,000		
TOTAL CARGO		798,000		4236,300		0,000		
DEADWEIGHT		960,415	5,266	5057,621	-0,077	-73,872		65,108
DISPLACEMENT		1783,745	4,930	8793,893	0,055	97,381		65,108

DRAFT	2,700
KM	12,992
KG	4,930
GM	8,062
LCB	0,000
LCG	0,055
TPC	12,370
MTC	74,180

KG cor =	4,967
GM cor =	8,025
TRIM =	0,013
TF =	2,713
TA =	2,687

## 4.1.3 Υπολογισμός Πρόσθετης μάζας για κατακόρυφη κίνηση, στη κατάσταση Full Load Departure.

Ο υπολογισμός της πρόσθετης μάζας για την κατακόρυφη καμπτική ταλάντωση του πλοίου, πραγματοποιείται αρχικά με βάση τα διαγράμματα του Todd. Τα διαγράμματα αυτά βασίζονται στις εργασίες περί υπολογισμού της πρόσθετης μάζας κοινών μορφών νομέων από τους Lewis και Prohaska, και δίνουν το συντελεστή πρόσθετης μάζας για κατακόρυφη  $C_{33}$  ( $C_V$ ) και οριζόντια κίνηση  $C_{22}$  ( $C_H$ ) του νομέα, συναρτήσει του λόγου ήμι πλάτους του νομέα προς το βύθισμα B/2T και του λόγου επιφάνειας του νομέα προς την επιφάνεια του

περιγεγραμμένου ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου  $\beta = \frac{A}{BT}$ .

Η διαδικασία υπολογισμού είναι αυτή που περιγράφτηκε στο Κεφάλαιο 3, Παράγραφό 3.1. Το βρεχόμενο μήκος της γάστρας χωρίστηκε σε είκοσι νομείς με ισαπόσταση s = 4,03585 m. Για κάθε νομέα υπολογίστηκαν οι λόγοι B/2T και β ενώ οι συντελεστές  $C_{\rm F}$ , προέκυψαν με γραφική παρεμβολή, από το αντίστοιχο διάγραμμα Todd (Σχήμα 19). Η πρόσθετη μάζα για δισδιάστατη ροή περί έκαστο νομέα υπολογίζεται :

$$\alpha_{33} = \frac{1}{2} C_{33} \rho \pi b^2$$

όπου b = B/2 το ήμι πλάτος του νομέα.

Οι συντελεστές διόρθωσης για τη τρισδιάστατη ροή υπολογίζονται από τις σχέσεις (51), (52), (53) που παρουσιάζονται στο *Κεφάλαιο 3*, Παράγραφό 3.1.

Για  $L = L_{WL}$ =80,717 m,  $B = B_{WL}$ =15,5 m και T=2,70 m προκύπτει

$$J_2 = 0,723$$
  $J_3 = 0,645$  kai  $J_4 = 0,560$ 

Η συνολική πρόσθετη μάζα προκύπτει με ολοκλήρωση κατά μήκος της γάστρας. Στη συνέχεια παρατίθενται οι πίνακες υπολογισμών βάση των διαγραμμάτων Todd, για κατακόρυφη ταλάντωση δύο και τριών κόμβων αντίστοιχα.

s-Todd	vibration
led Mass	vertical
Total Add	2-node

	(7)	(2)	(4)	(c)	(o)	(1)	(o)	(2)	(01)	(11)
ations	Half beam on WL (m)	Draft (m)	Area of ½ section	Sectional area coefft.	Ratio	Coefft.	Cvxb2	Added weight	Simpson	(9)x(11)
	٩	σ	A	A/bxd	p/q	ç		1/2CvJ₂πb²w		
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000
-	5,908	2,141	6,470	0,512	2,759	0,800	27,924	32,466	4,000	129,865
7	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	60,057	2,000	120,114
e	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	60,057	4,000	240,228
4	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	60,057	2,000	120,114
S	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	60,057	4,000	240,228
9	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	60,057	2,000	120,114
7	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	60,057	4,000	240,228
œ	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	60,057	2,000	120,114
6	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	60,057	4,000	240,228
10	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	60,057	2,000	120,114
7	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	60,057	4,000	240,228
12	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	60,057	2,000	120,114
13	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	60,057	4,000	240,228
14	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	60,057	2,000	120,114
15	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	60,057	4,000	240,228
16	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	60,057	2,000	120,114
17	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	60,057	4,000	240,228
18	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	60,057	2,000	120,114
19	5,908	2,141	6,470	0,512	2,759	0,800	27,924	32,466	4,000	129,865
20	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000
									L	00000

Κεφάλαιο 4 – Εύρεση Ιδιοσυχνοτήτων Αμφίδρομου Ε/Γ - Ο/Γ

4389,09 tons

 $A_{33} =$ 

-Todd	vibration
II Added Mass	node vertical
Tota	3-1

	(=)	2	+	6	6)	1	(o)	(2)	(11)	(111)
tions	Half beam on WL (m)	Draft (m)	Area of ½ section	Sectional area coefft.	Ratio	Coefft.	Cvxb2	Added weight	Simpson	(9)x(11)
	q	p	A	A/bxd	p/q	S		1/2CvJ₂πb²w		
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000
-	5,908	2,141	6,470	0,512	2,759	0,800	27,924	28,984	4,000	115,935
8	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	53,615	2,000	107,230
e	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	53,615	4,000	214,459
4	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	53,615	2,000	107,230
5	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	53,615	4,000	214,459
9	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	53,615	2,000	107,230
7	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	53,615	4,000	214,459
8	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	53,615	2,000	107,230
<mark>6</mark>	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	53,615	4,000	214,459
10	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	53,615	2,000	107,230
1	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	53,615	4,000	214,459
12	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	53,615	2,000	107,230
13	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	53,615	4,000	214,459
14	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	53,615	2,000	107,230
15	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	53,615	4,000	214,459
16	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	53,615	2,000	107,230
17	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	53,615	4,000	214,459
18	7,750	2,700	12,911	0,617	2,870	0,860	51,654	53,615	2,000	107,230
19	5,908	2,141	6,470	0,512	2,759	0,800	27,924	28,984	4,000	115,935
20	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000
									L	

3918,29 tons

A<sub>33</sub> =

Από τους παραπάνω υπολογισμούς βάσει των διαγραμμάτων Todd, παρατηρούμε ότι προκύπτουν υπερβολικά υψηλές τιμές για τις πρόσθετες μάζες, συγκρινόμενες με το εκτόπισμα του πλοίου για την κατάσταση Full Load Departure. Συνεπώς προκύπτει το συμπέρασμα ότι η επιλογή των διαγραμμάτων Todd, για τον υπολογισμό της πρόσθετης μάζας για αυτό το τύπο πλοίου, είναι λανθασμένη.

Το γεγονός αυτό μπορεί να εξηγηθεί από το ότι αν και οι λόγοι B/2T και β για το υπό μελέτη πλοίο βρίσκονται μέσα στα όρια των διαγραμμάτων, η μορφή των νομέων του πλοίου, είναι τελείως ασύμβατη με τη μορφή των νομέων Lewis, για τους οποίους έχουν σχηματιστεί τα διαγράμματα. Οι μορφές των νομέων Lewis προσομοιάζουν κυλινδρικές τομές αντίστοιχων διαστάσεων, ενώ οι νομείς του υπό μελέτη πλοίου είναι τύπου V και συνεπώς η σημαντική αυτή γεωμετρική διαφοροποίηση των μορφών έχει ως αποτέλεσμα να οδηγούμαστε σε λανθασμένη εκτίμηση της πρόσθετης μάζας αφού η τιμή της εξαρτάται από τη γεωμετρία του σώματος και την πυκνότητα του ρευστού.

Για να εξαχθεί μια καλύτερη προσέγγιση της ζητούμενης πρόσθετης μάζας, λαμβάνοντας υπόψη τη μορφή των νομέων του υπό μελέτη πλοίου, χρησιμοποιείται η φόρμουλα υπολογισμού της πρόσθετης μάζας για κατακόρυφη κίνηση διατομής σφήνας, που επιπλέει στην ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας [14] :

$$\alpha_{33} = \frac{\rho h \pi^3}{8} \cdot \left(1 - \frac{\beta}{\pi}\right) \cdot \cot\beta$$

όπου

ρ	:	η πυκνότητα του ρευστού
h	:	το βύθισμα της σφήνας
β	:	η γωνία που σχηματίζει η πλευρά της σφήνας με την ελεύθερη
		επιφάνεια του ρευστού



Σχήμα 24 – Φόρμουλα διατομής σφήνας

Ο παραπάνω τύπος λαμβάνει υπόψη την άνοδο της στάθμης της επιφάνειας του ρευστού στην περιοχή κοντά στις πλευρές της σφήνας, λόγω της κατακόρυφης κίνησης αυτής.

Οι υπολογισμοί πραγματοποιούνται με τη μέθοδο των επίπεδων τομών (Method of Plane Sections), με τη διαμέριση του πλοίου σε τομές όπως περιγράφτηκε ανωτέρω. Η διόρθωση λόγω τρισδιάστατης ροής, έγινε επίσης με χρήση των συντελεστών  $J_n$ , όπως αυτοί υπολογίστηκαν παραπάνω για το υπό μελέτη πλοίο. Στη συνέχεια παρατίθενται οι πίνακες υπολογισμών βάση του τύπου διατομής σφήνας, για κατακόρυφη ταλάντωση δύο και τριών κόμβων αντίστοιχα.

Formulation
Wedge
lass -
Added Mass -

# 2-node vertical vibration

	(1)	(Z)	(3)	(4)	(c)	(6)	(1)	(x)=(e)x(1)	(6)	(10)=(8)x(9)
tation	۲	β (deg)	β (rad)	cot(B)	(1-β/π)	1/8phπ <sup>3*</sup> (1-β/π)*cot(β)	ſ		Simpson	
•	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0'000	0,723	0,000	-	0,000
-	2,141	21,000	0,367	2,605	0,883	23,010	0,723	16,624	4	66,498
7	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,723	23,357	2	46,714
ę	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,723	23,357	4	93,428
4	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,723	23,357	2	46,714
5	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,723	23,357	4	93,428
9	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,723	23,357	2	46,714
7	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,723	23,357	4	93,428
8	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,723	23,357	7	46,714
<u>б</u>	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,723	23,357	4	93,428
10	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,723	23,357	2	46,714
1	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,723	23,357	4	93,428
12	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,723	23,357	2	46,714
13	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,723	23,357	4	93,428
14	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,723	23,357	2	46,714
15	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,723	23,357	4	93,428
16	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,723	23,357	2	46,714
17	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,723	23,357	4	93,428
18	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,723	23,357	2	46,714
19	2,141	21,000	0,367	2,605	0,883	23,010	0,723	16,624	4	66,498
<mark>20</mark>	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0'000	0,723	0,000	-	0,000
					-				<b>∠</b> =	1300.843

tons

1750,003

A<sub>33</sub> =

mulation	
Wedge For	
d Mass - /	
Total Adde	

2
0
1
20
9
2
7
8
1
5
ž
Ð
6
0
÷
3

	1.1	•	2	ŧ)	6	(0)	(1)	()) <u>()</u> ()	(a)	(e)x(o)=(ni)
Station	ч	β (deg)	β (rad)	cot(B)	(1-β/π)	1/8phπ³*(1-β/π)*cot(β)	٦		Simpson	
0	0,000	0,000	0'000	0,000	1,000	0,000	0,645	0,000	L	0,000
-	2,141	21,000	0,367	2,605	0,883	23,010	0,645	14,841	4	59,365
7	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,645	20,852	2	41,703
en S	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,645	20,852	4	83,406
4	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,645	20,852	2	41,703
5	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,645	20,852	4	83,406
9	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,645	20,852	2	41,703
7	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,645	20,852	4	83,406
∞	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,645	20,852	2	41,703
ი	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,645	20,852	4	83,406
10	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,645	20,852	2	41,703
1	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,645	20,852	4	83,406
12	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,645	20,852	2	41,703
13	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,645	20,852	4	83,406
14	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,645	20,852	2	41,703
15	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,645	20,852	4	83,406
16	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,645	20,852	2	41,703
17	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,645	20,852	4	83,406
18	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,645	20,852	2	41,703
19	2,141	21,000	0,367	2,605	0,883	23,010	0,645	14,841	4	59,365
20	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,645	0,000	١	0'000
									Σ =	1161,307

A<sub>33</sub> = 1562,286 tons

Formulation
- Wedge
Mass
Added Mass

2
o
-
ē
9
.Z
1
ö
Ŧ
Ş
Φ
σ
0
F
4

		1	2	ŧ	2	(0)	5	( 1)v(0)-(0)	(2)	(IV)-(VI)
tation	ч	β (deg)	β (rad)	cot(B)	(1-β/π)	1/8phπ <sup>3*</sup> (1-β/π)*cot(β)	٦		Simpson	
0	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0'000	0,560	0,000	-	0,000
-	2,141	21,000	0,367	2,605	0,883	23,010	0,560	12,885	4	51,542
2	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,560	18,104	2	36,207
en en	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,560	18,104	4	72,415
4	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,560	18,104	2	36,207
5	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,560	18,104	4	72,415
9	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,560	18,104	2	36,207
7	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,560	18,104	4	72,415
<b>∞</b>	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,560	18,104	2	36,207
<mark>6</mark>	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,560	18,104	4	72,415
10	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,560	18,104	2	36,207
1	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,560	18,104	4	72,415
12	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,560	18,104	2	36,207
13	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,560	18,104	4	72,415
14	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,560	18,104	2	36,207
15	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,560	18,104	4	72,415
16	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,560	18,104	2	36,207
17	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,560	18,104	4	72,415
18	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,560	18,104	2	36,207
19	2,141	21,000	0,367	2,605	0,883	23,010	0,560	12,885	4	51,542
<mark>2</mark> 0	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,560	0,000	-	0,000
									L	

1356,404 tons

A<sub>33</sub> =
Οι τιμές για τις ζητούμενες πρόσθετες μάζες που προκύπτουν τελικά με χρήση της φόρμουλας διατομής σφήνας, παρουσιάζονται λογικές σε σχέση με το εκτόπισμα του πλοίου και κρίνονται ως κατάλληλες για χρήση στους περαιτέρω υπολογισμούς.

Άρα η συνολική πρόσθετη μάζα για κατακόρυφη ταλάντωση του πλοίου είναι

για ταλάντωση δύο κόμβων	:	$A_{33} = 1750,003 \text{ tons}$
για ταλάντωση τριών κόμβων	:	$A_{33} = 1562,286 \text{ tons}$
για ταλάντωση τεσσάρων κόμβων	:	$A_{33} = 1354,861 \text{ tons}$

Για τη χρήση του προγράμματος SciLab *TimBeam\_NatFreq.sce* απαιτείται η γνώση της πρόσθετης μάζας ανά τμήμα του πλοίου, όπως αυτά ορίζονται παρακάτω στη *Παράγραφο 4.1.4.* Ο υπολογισμός της πρόσθετης μάζας ανά τμήμα, πραγματοποιείται με διαμέριση του κάθε τμήματος σε τρεις νομείς και εφαρμογή της μεθόδου επιπέδων τομών μορφής σφήνας, όπως για τη συνολική κατασκευή. Παρακάτω δίνονται οι πίνακες των αντίστοιχων υπολογισμών, καθώς και ο *Πίνακας 9*, ο οποίος περιλαμβάνει συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα.

Εδώ πρέπει να σημειώσουμε ότι οι υπολογισμοί πραγματοποιούνται μόνο για τους τομείς (sections) 1,2,3,4 και 5, λόγω συμμετρίας της γάστρας ως προς το εγκάρσιο επίπεδο στο μέσο νομέα.

Συνεπώς η γάστρα του πλοίου αποτελείται από :

- 12 τμήματα όμοια με το τομέα Νο5
- 2 τμήματα όμοια με το τομέα No4
- 2 τμήματα όμοια με το τομέα No3
- 2 τμήματα όμοια με το τομέα No2
- 2 τμήματα όμοια με το τομέα No1

Formulation
n-Wedge
per sectio
Mass
Added

# 2-node vertical vibration

Section 1

	(1)	(2)	(3)	(4)	(2)	(9)	(2)	(8)=(6)×(7)	(6)	(10)=(8)×(9)
Station	ų	β (deg)	β (rad)	cot(B)	(1-β/π)	phπ3/8*(1-β/π)*cot(β)	٦		Simpson	
0	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0'000	0,723	0,000	-	0,000
0,5	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0'000	0,723	0,000	4	0,000
-	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0'000	0,723	0,000	-	0,000
										0,000

Added Mass 0,000 tons

2	
2	
<u>e</u> .	
ಕ	
ē	
S	

	(1)	(2)	(3)	(4)	(2)	(9)	(7)	(8)=(6)×(7)	(6)	(10)=(8)x(9)
Station	Ч	β (deg)	β (rad)	cot(B)	(1-β/π)	1/8phπ <sup>3*</sup> (1-β/π)*cot(β)	٦		Simpson	
-	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0'000	0,723	0,000	-	0,000
1,5	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0'000	0,723	0,000	4	0,000
2	1,492	17,470	0,305	3,177	0,903	19,992	0,723	14,444	-	14,444
										14,444

Section 3

Station

2 2,5

ო

(10)=(8)x(9) 14,444 78,574 21,480 114,499 Simpson 6) 4 (8)=(6)×(7) 14,444 19,644 21,480 0,723 0,723 0,723 E ¬ 1/8phπ<sup>3\*</sup>(1-β/π)\*cot(β) 19,992 27,188 29,731 9 (5) (1-β/π) 0,903 0,891 0,886 (4) cot(β) 3,177 2,791 2,675 (3) (3) (3) (3) (3) (3) (3) (3) (4) 0,358 17,470 19,710 20,500 β (deg) 5 1,492 2,342 2,686 ء <del>ت</del>

tons

90.568

Added Mass

tons

11,425

Added Mass per section-Wedge Formulation

Section 4

	Ð	(2)	(3)	(4)	(2)	(9)	6	(8)=(6)x(7)	(6)	(10)=(8)x(9)
Station	٩	β (deg)	β (rad)	cot(B)	(1-β/π)	1/8phπ³*(1-β/π)*cot(β)	-		Simpson	
en S	2,686	20,500	0,358	2,675	0,886	29,731	0,723	21,480	+	21,480
3,5	2,700	19,760	0,345	2,784	0,890	31,249	0,723	22,577	4	90,309
4	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,723	23,357	-	23,357
										135,146

tons
106,900
Mass
Added

Section 5										
	(1)	(2)	(3)	(4)	(2)	(9)	(2)	(8)=(6)x(7)	(6)	(10)=(8)×(9)
Station	ء	β (deg)	β (rad)	cot(B)	(1-β/π)	1/8phπ³*(1-β/π)*cot(β)	<b>۔</b>		Simpson	
4	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,723	23,357	٢	23,357
4,5	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,723	23,357	4	93,428
5	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,723	23,357	-	23,357
										140,142
									Added Mass	110,852

# Κεφάλαιο 4 – Εύρεση Ιδιοσυχνοτήτων Αμφίδρομου Ε/Γ - Ο/Γ

1748,01 tons

Total

section
per
Mass
ded N
Ad

# 3-node vertical vibration

Section 1

	(1)	(2)	(3)	(4)	(2)	(9)	(2)	(8)=(6)×(7)	(6)	(10)=(8)×(9)
Station	ч	β (deg)	β (rad)	cot(β)	(1-β/π)	рhπ3/8*(1-β/π)*cot(β)	ſ		Simpson	
0	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,645	0,000	-	0,000
0,5	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,645	0,000	4	0,000
-	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,645	0,000	-	0,000
										0'000

tons	
0,000	
Added Mass	

2	
5	
ž	
ě	
•••	

	(1)	(2)	(3)	(4)	(2)	(9)	(7)	(8)=(6)×(7)	(6)	(10)=(8)×(9)
Station	ų	β (deg)	β (rad)	cot(β)	( <del>1-β/π</del> )	1/8phπ³*(1-β/π)*cot(β)	ſ		Simpson	
-	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,645	0,000	-	0,000
1,5	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,645	0,000	4	0,000
7	1,492	17,470	0,305	3,177	0,903	19,992	0,645	12,895	-	12,895
										12,895

Section 3										
	(1)	(2)	(3)	(4)	(2)	(9)	(2)	(8)=(6)×(7)	<mark>(6)</mark>	(10)=(8)×(9)
Station	٩	β (deg)	β (rad)	cot(B)	(1-β/π)	1/8phπ³*(1-β/π)*cot(β)	٦		Simpson	
7	1,492	17,470	0,305	3,177	0,903	19,992	0,645	12,895	-	12,895
2,5	2,342	19,710	0,344	2,791	0,891	27,188	0,645	17,536	4	70,146
e	2,686	20,500	0,358	2,675	0,886	29,731	0,645	19,176	-	19,176
										102,217

# Κεφάλαιο 4 – Εύρεση Ιδιοσυχνοτήτων Αμφίδρομου Ε/Γ - Ο/Γ

tons

10,200

Added Mass

tons

80,853

Added Mass per section

Section 4

	Ē	(2)	(3)	(4)	(2)	(9)	E	(8)=(6)x(7)	(6)	(10)=(8)x(9)
Station	٩	β (deg)	β (rad)	cot(B)	(1-β/π)	1/8phπ³*(1-β/π)*cot(β)	٦		Simpson	
ę	2,686	20,500	0,358	2,675	0,886	29,731	0,645	19,176	-	19,176
3,5	2,700	19,760	0,345	2,784	0,890	31,249	0,645	20,155	4	80,622
4	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,645	20,852	-	20,852
										120,649

tons

95,434

Added Mass

	<del>〔</del>	(2)	(3)	(4)	(2)	(9)	6	(8)=(6)×(7)	(6)	(10)=(8)x(9)
Station	٩	β (deg)	β (rad)	cot(β)	(1-β/π)	1/8phπ <sup>3*</sup> (1-β/π)*cot(β)	٦		Simpson	
4	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,645	20,852	-	20,852
4,5	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,645	20,852	4	83,406
S	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,645	20,852	-	20,852
	-									125,109

Total

section	
per	
Mass	
ded	
βġ	

# 4-node vertical vibration

Section 1

	(1)	(2)	(3)	(4)	(2)	(9)	(2)	(8)=(6)×(7)	(6)	(10)=(8)x(9)
Station	٩	β (deg)	β (rad)	cot(B)	( <del>1-β/π</del> )	phπ3/8*(1-β/π)*cot(β)	٦		Simpson	
0	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,560	0,000	-	0,000
0,5	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,560	0,000	4	0,000
-	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,560	0,000	-	0,000
										0'000

tons	1
0,000	
Added Mass	

	<del>〔</del>	(2)	(3)	(4)	(2)	(9)	6	(8)=(6)×(7)	(6)	(10)=(8)x(9)
Station	ء	β (deg)	β (rad)	cot(β)	(1-β/π)	1/8ρhπ³*(1-β/π)*cot(β)	٦		Simpson	
-	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,560	0,000	-	0,000
1,5	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,560	0,000	4	0,000
7	1,492	17,470	0,305	3,177	0,903	19,992	0,560	11,195	-	11,195
										11,195

Section 2

(10)=(8)×(9)		11,195	60,902	16,649
(6)	Simpson	1	4	1
(8)=(6)×(7)		11,195	15,225	16,649
(2)	ſ	0,560	0,560	0,560
(9)	1/8ρhπ³*(1-β/π)*cot(β)	19,992	27,188	29,731
(2)	(1-β/π)	0,903	0,891	0,886
(4)	cot(β)	3,177	2,791	2,675

## Κεφάλαιο 4 – Εύρεση Ιδιοσυχνοτήτων Αμφίδρομου Ε/Γ - Ο/Γ

tons

70,198

Added Mass

60,902 16,649 88,746

19,710

3 2,5 3

20,500

β (rad) 0,305 0,344 0,358

β (deg) 17,470

Station

1,492 2,342 2,686

<u></u>

2

Ē -

Section 3

tons

8,855

(1)         (2)         (3)         (4)         (5)           Station         h         β (deg)         β (rad)         cot(β)         (1-β/π)         1/8ρhπ³           3         2,686         20,500         0,358         2,675         0,886         1/8           3,5         2,700         19,760         0,345         2,784         0,890         1				
Station         h         β (deg)         β (rad)         cot(β)         (1-β/π)         1/8ρhπ <sup>3</sup> 3         2,686         20,500         0,358         2,675         0,886         1/8ρhπ <sup>3</sup> 3,5         2,700         19,760         0,345         2,784         0,890         1/8           4         2700         10,710         0,325         2,784         0,890         1		(2) (8)	=(6)×(7) (9)	(10)=(8)x(9)
3         2,686         20,500         0,358         2,675         0,886           3,5         2,700         19,760         0,345         2,784         0,890           4         2,700         40,240         0,335         2,784         0,890	ot(β) (1-β/π) 1/8ρhπ³*(1-β/π)*cot(β)	<b>ر</b>	Simps	n
<b>3,5</b> 2,700 19,760 0,345 2,784 0,890 <b>1 3,5 3,7</b> 00 <b>1 3,7</b> 00 <b>1 3,5 3,7</b> 0 <b>0,80</b>	675 0,886 29,731	0,560 1	3,649 1	16,649
A 2700 10.210 0.32E 2.870 0.803	784 0,890 31,249	0,560 1	7,499 4	69,997
	870 0,893 32,328	0,560 1	8,104 1	18,104
				104,750

section
per
Mass
Added

Contion /

tons 82,857 Added Mass

Ľ	0
5	2
2	2
Ş	S
ù	5

(1)         (2)         (3)         (4)         (1)           Station         h         β (deg)         β (rad)         cot(β)         (1)         (1)           4         2,700         19,210         0,335         2,870         0,345         2,870         0,345	<del>1</del>	(2) β (deg)	(3)	(4)	(L)	(8)	Í		101	(0)(0)-(0))
Station         h         β (deg)         β (rad)         cot(β)         (1-1)           4         2,700         19,210         0,335         2,870         0,345           4.5         2,700         19,210         0.335         2,870         0,345	٩	β (deg)			2	(0)	$(\mathbf{r})$	(8)=(6)x(7)	(a)	(10)=(0)X(2)
4         2,700         19,210         0,335         2,870         0,1           4.5         2,700         19,210         0,335         2,870         0,1			p (rau)	cot(B)	( <del>1-β/π</del> )	1/8phπ <sup>3*</sup> (1-β/π)*cot(β)	ſ		Simpson	
<b>4.5</b> 2 700 19 210 0 335 2 870 0 3	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,560	18,104	-	18,104
	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,560	18,104	4	72,415
<b>5</b> 2,700 19,210 0,335 2,870 0,	2,700	19,210	0,335	2,870	0,893	32,328	0,560	18,104	-	18,104
										108,622

# Κεφάλαιο 4 – Εύρεση Ιδιοσυχνοτήτων Αμφίδρομου Ε/Γ - Ο/Γ

tons

85,920

Added Mass

1354,861 tons

Total

	Added Ma	ass (tons)	
	2-node	3-node	4-node
Section No	vibration	vibration	vibration
S1	0,000	0,000	0,000
S2	11,425	10,200	8,855
S3	90,568	80,853	70,198
<b>S</b> 4	106,900	95,434	82,857
S5	110,852	98,961	85,920
S6	110,852	98,961	85,920
<b>S</b> 7	110,852	98,961	85,920
<b>S</b> 8	110,852	98,961	85,920
S9	110,852	98,961	85,920
S10	110,852	98,961	85,920
S11	110,852	98,961	85,920
S12	110,852	98,961	85,920
S13	110,852	98,961	85,920
S14	110,852	98,961	85,920
S15	110,852	98,961	85,920
S16	110,852	98,961	85,920
S17	106,900	95,434	82,857
S18	90,568	80,853	70,198
S19	11,425	10,200	8,855
S20	0,000	0,000	0,000

Πίνακας 9 – Πρόσθετες μάζες ανά τομέα για κατακόρυφη καμπτική ταλάντωση 2, 3 και 4 κόμβων

# 4.1.4 Διαμέριση πλοίου - Υπολογισμός εμβαδού επιφάνειας, ροπής αδράνειας, περιστροφικής ροπής αδράνειας και μάζας.

Το πλοίο κατά τους υπολογισμούς ανεύρεσης των ιδιοσυχνοτήτων, με την υλοποίηση της μεθόδου των πεπερασμένων διαφορών, όπως παρουσιάζεται στη παρούσα Διπλωματική, μπορεί να προσεγγιστεί με μια δοκό που εμφανίζει διαφορετικές ιδιότητες κατά το μήκος της.

Συνεπώς η εφαρμογή της μεθόδου με χρήση του προγράμματος SciLab *TimBeam\_NatFreq.sce*, για το υπό μελέτη πλοίο, απαιτεί τη γνώση του εμβαδού επιφάνειας, της ροπής αδράνειας της μαζικής ροπής αδράνειας και του συντελεστή διάτμησης των διατομών καθώς και της μάζας ανά τμήμα του πλοίου. Για να καταστεί αυτό δυνατό, το πλοίο διαμερίζεται, καθ' όλο το μήκος του, από το ακροπρωραίο έως το ακροπρυμναίο σημείο, σε είκοσι ισομήκη τμήματα – τομείς (sections), κάθε ένα από τα οποία έχει μήκος :

$$\Delta x = \frac{L_{OA}}{20} = \frac{95,8}{20} \rightarrow \Delta x = 4,79 m$$

Στη συνέχεια για κάθε τομέα υπολογίζεται η δεύτερη ροπή αδράνειας στη μέση διατομή του τομέα, το εμβαδόν της διατομής, ο συντελεστής διάτμησης και η μαζική ροπή αδράνειας για τα άκρα του τομέα καθώς και η συνολική μάζα του εν λόγω τομέα.

Το εμβαδόν διατομής και η ροπή αδράνειας υπολογίζονται κατά τα γνωστά, η μάζα από το διάγραμμα W<sub>TOTAL</sub> του πλοίου, ενώ η μαζική ροπή αδράνειας υπολογίζεται από τη σχέση :

$$J = \frac{\rho I}{g} \quad \sigma \varepsilon \ tons^* sec^2$$

όπου

Ι	:	η ροπή αδράνειας στα άκρα του τομέα
$\rho = 7,8 \ tons/m^3$	:	η πυκνότητα του χάλυβα
$g = 9,81 \ m/sec^2$	:	η επιτάχυνση της βαρύτητας

Ο συντελεστής διάτμησης Κ υπολογίζεται από την σχέση[19] :

$$K = \frac{I\Sigma t}{ASt}$$

#### όπου

Ι	•	η ροπή αδράνειας στα άκρα του τομέα
$\Sigma t$	:	το άθροισμα των παχών των κάθετων στον ουδέτερο άξονα της
		διατομής, ελασμάτων

- *A* : Το εμβαδόν της επιφάνειας της διατομής στα άκρα του τομέα
- St : η στατική ροπή του τμήματος της διατομής άνωθεν του ουδέτερου άξονα, ως προς αυτόν.

Για τον υπολογισμό της στατικής ροπής αδράνειας της επιφάνειας της διατομής άνωθεν του ουδέτερου άξονα, βρίσκουμε το συνολικό εμβαδόν της ζητούμενης επιφάνειας και την καθ' ύψος απόσταση του κεντροειδούς αυτής από τη βασική γραμμή αναφοράς (Base Line). Λόγω συμμετρίας της διατομής το κέντρο της επιφάνειας θα βρίσκεται πάνω στη βασική γραμμή συμμετρίας (Center Line). Τότε η ζητούμενη πρώτη ροπή της επιφάνειας, άνωθεν του ουδέτερου άξονα της συνολικής διατομής, δίνεται από το γινόμενο του εμβαδού της επιφάνειας επί την κάθετη απόσταση του κεντροειδούς της από τον ουδέτερο άξονα της συνολικής διατομής.

Παρακάτω παρατίθενται ενδεικτικά οι υπολογισμοί σε μορφή πίνακα για το εμβαδόν επιφανείας, τη ροπή αδράνειας και της στατική ροπή αδράνειας, που απαιτείται για τον υπολογισμό του συντελεστή διάτμησης, του μέσου νομέα, καθώς η αναλυτική παρουσίαση των υπολογισμών ξεφεύγει από τα όρια της παρούσης.

Τελικά προκύπτει ο Πίνακας 10, όπου παρουσιάζονται συγκεντρωτικά οι τιμές των ζητούμενων μεγεθών ανά τομέα για τη συνολική κατασκευή.

Κεφάλαιο 4 – Εύρ	εση Ιδιοσυχν	οτήτων Αμφίδι	οομου Ε/Γ - Ο/Γ

					Mass	
	Section	_			Moment of	Section
Section	Middle	Shear	Section Area	Moment of	Inertia	Weight
No/Frame	Frame	Coeff. K	( <i>m</i> ²)	Inertia (m⁴)	(tons*sec <sup>2</sup> )	(tons)
0		0,025	0,007	0	0	
S1	0,5			0,0365		8,722
1		0,057	0,389	0,2018	0,1605	
S2	1,5			0,9163		28,193
2		0,254	0,558	1,2741	1,0130	
S3	2,5			1,4767		44,406
3		0,151	0,630	1,9347	1,5383	
S4	3,5			2,0209		72,880
4		0,148	0,693	2,0209	1,6068	
S5	4,5			2,2367		101,979
5		0,200	0,720	2,2367	1,8500	
S6	5,5			2,2367		90,599
6		0,217	0,731	2,7022	2,1485	
S7	6,5	,	,	2,6101	,	101,254
7	,	0.236	0.696	2.6101	2.0753	,
<b>S</b> 8	7.5		-,	19.1573	,	145.664
8	- , -	0.378	1,150	19.1573	15.2321	
<u> </u>	8.5	0,010	.,	19,1573	,	154,430
9	0,0	0.501	1 197	24 1150	19 1740	
<u>S10</u>	9.5	0,001	1,107	34 1620	10,1710	143 120
10	0,0	0.633	1 314	34 1620	27 1624	140,120
<u> </u>	10.5	0,000	1,014	34 1620	27,1024	143 120
11	10,0	0.501	1 107	24 1150	10 17/0	140,120
S12	11 5	0,001	1,107	19 1573	10,1740	158 110
12	11,5	0.378	1 150	10 1573	15 2321	130,110
512	12 5	0,370	1,150	19,1573	13,2321	140 027
12	12,5	0.226	0.606	2 6101	2.0752	149,927
13 614	12 E	0,230	0,090	2,0101	2,0755	101 254
514	13,5	0.017	0.704	2,0101	0.1405	101,254
14	44.5	0,217	0,731	2,7022	2, 1400	00.000
515	14,5	0.000	0.700	2,2367	4 7704	88,660
15	45 -	0,200	0,720	2,2367	1,7784	400.074
516	15,5	0.1.10	0.000	2,2367	1.0000	100,671
16		0,148	0,693	2,0209	1,6068	
\$17	16,5			2,0209		69,365
17	• • • -	0,151	0,630	1,9347	1,5383	
S18	17,5			1,4767		43,663
18		0,254	0,558	1,2741	1,0130	
S19	18,5			0,9163		28,193
19		0,057	0,389	0,2018	0,1605	
S20	19,5			0,0365		8,722
20		0,025	0,007	0,0000	0	
					Total	1782,93

Πίνακας 10 – Δεδομένα συνολικής κατασκευής (Ship)

Item         No off         h         b         A         di         A x off		AREA	and MOMEN	IT OF INER	TIA CALCU	LATION Se	ection 10	1		
Keel plate         1         0.0         722,7         722,7         90.         66043         605337         780005,27           Side plate         1         0.8         273,3         218,64         287         6274,86         100015,61         790003,77         7307,444,75         72,92         1274644,67         72,937         100716,16         720,937         144,4         41688         643602,7,2         8,10         643602,7,2         8,10         643602,7,2         8,10         643602,7,2         8,10         643602,7,2         8,10         643602,7,2         8,10         643602,7,2         8,10         643602,7,2         8,10         643602,7,2         8,10         643602,7,2         8,10         643602,7,2         8,10         643602,7,2         8,10         643602,7,2         8,10         643602,7,2         64,10         1,10         0,8         8         112,00,8,2         7653,37         44046,50         1150,8         65,71530,47         3045,67         3031,39         66,71         3045,67         3031,39         66,71         3035,71         26,67         30350,12         66,67         13030,12         66,67         13030,01         7100,08         8         12,20         66,67         13030,01         7100,08         72,20         6	ltem	No off	h	b	A	di	A x di	A x di^2	li=bh^3/12	Axdi^2+li
Side plate         1         0.8         273.3         218.64         287         6274.868         16000168,167         79020.37         18071161,53           Double bottom plate         1         0.6         450         270         114.4         41688         6436827,3         81.0         6436823,3           Double bottom carter grider         1         353.0         0.8         31.44         135.3         4263.23,3         57554.347         72.40         66.67         30940,50         112.066.0         74343.64         20046,50         112.066.0         749340,60         112.066.0         74343.64         2004,50         74344,60         112.066.0         74343.64         10.0         8         8.43.5         348         15151.66         7204.67         7204.67         7204.67         7204.67         7204.67         7204.67         7204.67         7204.67         7204.67         7204.67         7204.67         7204.67         7205.67         7204.67	Keel plate	1	1,0	722,7	722,7	90	65043	5853870	1839183,27	7693053,27
Deck plate         1         1         975         875         398,5         34882,5         122744848,75         72,20         112745441,67           Dottom center grider         1         155         0,5         77,5         600,625         463682,7         28,10         633682,50         633682,50         633682,50         633682,50         633682,50         633682,50         633682,50         633682,50         633682,50         633682,50         633682,50         633682,50         633682,50         633682,50         633682,50         75543,47         4946,50         11600,60         633682,50         3036,59         3037,59         72200         66,67         7776,67         77100         80,8         100,8         <	Side plate	1	0,8	273,3	218,64	287	62749,68	18009158,16	798023,37	18807181,53
Dauble Bottom plate         1         0.6         450         270         154.4         41688         643623.2         8.10         643683.3           Bottom order grider         1         39.3         0.8         31.44         135.3         4253.83         675547.47         40616.2         11121696.9         74.448.00         11806943.70           Longitudinal BHD 4500 forn CL         1         2.246         0.6         147.6         217.45         40516.2         11121696.9         74.448.00         11806943.70           Longitudinal BHD 4500 forn CL         1         0         8         8         19.3         154.4         2979.590.06         60.67         3261.39           3         10         0.8         8         43.5         34.8         1691.2         2544.68         11529.46         11529.46         1529.46         1533.6         66.67         32837.57         66.67         32837.57         256.67         32837.57         256.67         32837.57         266.67         32837.57         220.66.67         32837.57         220.56         66.67         32837.57         220.56         66.67         32837.57         220.56         66.67         32837.57         220.57         1161.40         0.8         146.5         1177.	Deck plate	1	1	875	875	389,5	340812,5	132746468,75	72,92	132746541,67
Bolton center girder         1         165         0.5         77,5         77,6         0006 25         4654433         155614,6         620245,83           Longitudinal BHD 4500 from CL         1         246         0.6         147,6         274,5         440516,2         111/2669,9         744348,80         1186064,370           Longitudinal BHD 4500 from CL         1         0.6         8         8         32,2         257,6         8294,72         66,67         3304,650           2         10         0.8         8         43,2         257,6         8294,72         66,67         3304,650           3         10         0.8         8         66,2         3530,12         66,67         3530,957           6         10         0.8         8         66,1         3530,92         66,67         72260,67           Numbering starts from C.L         8         10         0.8         8         107,8         862,4         42266,72         66,67         17266,67         11764,67           11         0.0         0.8         10,10         8         107,1174,67         200,17,2         66,67         27263,67         1334,49         203,33         3344         3344         3344	Double Bottom plate	1	0,6	450	270	154,4	41688	6436627,2	8,10	6436635,30
Bottom side ginder         1         99.3         0.8         31.44         195.3         4253.83         675643.47         4046.66         577690.03           Longitudinal BHD 4500 from CL         1         1         0         0.8         8         19.3         154.4         2979.92         66.67         3931.39           2         10         0.8         8         92.2         257.6         8234.72         66.67         3531.39           3         10         0.8         8         64.4         451.2         25447.68         66.67         3537.79           6         10         0.8         8         66.1         3532.28         66.67         3537.79           6         10         0.8         8         66.7         7220.6         66.67         3537.79           9         10         0.8         8         107.8         862.4         929647.2         66.67         3903.39           10         0.8         8         107.8         861.7         117764.67         300.67         12206.67         110644.59           11         0.8         7.2         5.76         142.1         1376.8         20275.12         66.67         127171.72         66.	Bottom center girder	1	155	0,5	77,5	77,5	6006,25	465484,38	155161,46	620645,83
Longitudinal BHD 4500 from CL 1 246 1 246 1 2475 4458 1 1 10 0,8 8 22 257,6 2577 2 6667 3046,59 3 3 10 0,8 8 422 257,6 257 2 4 257,7 2 4 667 350,467  350,46,67  350,46,7  350,40,7  350,46,7  350,46  350,40,7  350,40,7  350,40  350,40  350,40	Bottom side girder	1	39,3	0,8	31,44	135,3	4253,83	575543,47	4046,56	579590,03
I         10         0.8         8         19.3         1154.4         29.9.2         66.67         3046.59           3         10         0.8         8         43.5         34.8         1513.8         66.67         15204.67           4         10         0.8         8         65.4         451.2         2547.68         66.67         3397.57           6         10         0.8         8         66.2         536.5         5392.28         66.67         72266.67           Numbering starts from C.L.         8         10         0.8         8         102.7         66.67         17266.67         17164.4         66.67         172266.67           Numbering starts from C.L.         8         10         0.8         8         102.7         56.67         166.67         171764.7           11         10         0.8         8         145.2         1172.4         171648         66.67         171764.7           12         10         0.8         7.2         5.76         25.8         148.61         133.49         0.31         384.39           13         0         0.0         0         0         0         0         0.00         0.00	Longitudinal BHD 4500 from CL	1	246	0,6	147,6	274,5	40516,2	11121696,9	744346,80	11866043,70
Bottom beams (web)         2         10         0.8         8         43,5         3.484         16138         66,67         15204,67           Bottom beams (web)         7         10         0.8         8         66,2         253,3         3830,912         66,67         3337,57           Numbering starts from C.L.         6         10         0.8         8         66,2         253,6         3830,912         66,67         33383,95           Numbering starts from C.L.         8         10         0.8         8         107.8         86,67         108,77,97         66,67         116614,59         66,67         116614,59         66,67         116614,59         66,67         11764,67         116614,59         66,67         11764,67         116614,59         66,67         11764,67         116614,59         66,67         11764,67         116614,59         66,67         11764,67         11634,59         66,67         11764,67         11         0.8         72,2         57,6         1171,1176,8         236947,28         66,67         202823,79         138,33,39         333,39         333,39         333,39         333,39         333,39         334,39         334,39         334,39         334,39         334,39         334,39         3	-	1	10	0,8	8	19,3	154,4	2979,92	66,67	3046,59
a         10         0.8         8         43.5         34.8         15138         66.67         15204.67           bestom beams (web)         5         10         0.8         8         66.4         4512         25447.68         66.67         33375.79           Numbering starts from C.L.         8         10         0.8         8         66.21         166.67         33333.39           9         10         0.8         8         107.8         862.4         9286.72         66.67         13033.39           9         10         0.8         8         102.7         656.5         116647.32         66.67         116647.59           11         10         0.8         8         172.1         1376.8         226947.28         66.67         23701.39           12         10         0.8         7.2         5.76         30.87         22.91         862.69         0.31         862.70         0.00 <t< td=""><td></td><td>2</td><td>10</td><td>0,8</td><td>8</td><td>32,2</td><td>257,6</td><td>8294,72</td><td>66,67</td><td>8361,39</td></t<>		2	10	0,8	8	32,2	257,6	8294,72	66,67	8361,39
Bottom beams (web)         4         10         0.8         8         66.4         451.2         2.547.65         66.67         2.551.43           Bottom beams (web)         7         10         0.8         8         80.2         55.36         3.339.9 12         66.67         7.3398.95           Numbering starts from C.L.         8         10         0.8         8         107.8         862.4         9296.72         66.67         7.2266.67           10         10         0.8         8         100.7         965.5         116614.59         66.67         1178.67           11         10         0.8         8         107.1         176.8         220847.22         66.67         202837.79           12         10         0.8         7.2         15.76         2.58         148.61         138.40         0.31         3854.39           1         0.8         7.2         5.76         84.5         127.8         1354.98         0.31         3854.99           2         0.8         7.2         5.76         61.4         353.66         0.31         3549.27           12         0.8         7.2         5.76         14.5         327.49         0.31		3	10	0,8	8	43,5	348	15138	66,67	15204,67
Bottom beams (web)         5         10         0.8         8         60.2         653.6         38309.12         66.67         39375.79           Bottom beams (web)         7         10         0.8         8         95         760         72200         66.67         72286.67           Numbering starts from C.L.         8         10         0.8         8         107.8         882.4         1085.6         116814.50         1172         11674.67           10         10         0.8         8         146.5         1172         171698         66.67         11674.67           12         10         0.8         8         1552.2         1273.6         202877.12         66.67         20283.73           13         0         0.0         0         0         0         0.0         0.01         13649.96         0.31         13549.27         0.31         31712.79         0.31         31712.79         0.3		4	10	0,8	8	56,4	451,2	25447,68	66,67	25514,35
6         10         0.8         8         82.1         666.7         53923.28         66.67         53989.95           Bottom beams (web)         8         10         0.8         8         107.8         882.4         9296.72         66.67         72286.67           Numbering starts from C.L.         9         10         0.8         8         107.2         760         72206         66.77         116647.32         66.67         116164.39           10         10         0.8         8         146.51         1172         17168         66.67         22023.79           12         10         0.8         8         172.1         1376.8         22047.12         66.67         22013.93           13         0         0.0         0         0         0         0.01         11054.92         23171.52         576         174.2         477.9         0.31         21717.279         30.83         21717.7		5	10	0,8	8	69,2	553,6	38309,12	66,67	38375,79
Bottom beams (web)         7         10         0.8         8         95         760         72200         66,67         72286,67           Numbering starts from C.L.         9         10         0.8         8         102,7         865,6         116547,92         66,67         116614,59           10         10         0.8         8         146,5         1172         1073,6         20275,712         66,67         20281,73           11         10         0.8         8         150,2         1273,6         20267,728         66,67         20283,73           13         0         0.0         0         0         0         0,01         21715,28         5,76         144,5         279,36         13549,86         0,31         31712,79         0,31         31712,79         0,31         31712,79         0,31         31712,89         0,31         13712,99         0,31		6	10	0,8	8	82,1	656,8	53923,28	66,67	53989,95
Numbering starts from C.L.         8         10         0.8         8         107.8         965.6         116547.92         66.67         116614.59           10         10         0.8         8         120.7         985.6         116547.92         66.67         11764.67           11         10         0.8         8         146.5         1172         177686         66.67         171764.67           12         10         0.8         8         172.1         137.86         25667         227013.95           13         0         0.0         0         0         0         0.01         1334.39         0.31         31349.27         0.31         31742.99         0.31         31742.99         0.31         31742.99         0.31         31742.99	Bottom beams (web)	7	10	0,8	8	95	760	72200	66,67	72266,67
9         10         0.8         8         120,7         966,67         116614,69           10         10         0,8         8         146,5         1172         171688         66,67         1201764,67           11         10         0,8         8         172,1         1376,8         22682,79         22028,37           12         10         0,8         8         172,1         1376,8         236647,28         66,67         22028,37           12         0,8         7,2         5,76         28,8         148,61         333,409         0,31         3383,39           2         0,8         7,2         5,76         48,5         279,36         13548,96         0,31         13549,27           3         0,8         7,2         5,76         74,2         427,39         31712,49         0,31         31712,79           8         0,8         7,2         5,76         110,57         4369,77         20,31         43696,031           Numbering starts from C.L.         8         0,8         7,2         5,76         176,71         110,20,1         140659         0,31         135209,05         0,31         135209,05         0,31         132204,96 <t< td=""><td>Numbering starts from C.L.</td><td>8</td><td>10</td><td>0,8</td><td>8</td><td>107,8</td><td>862,4</td><td>92966,72</td><td>66,67</td><td>93033,39</td></t<>	Numbering starts from C.L.	8	10	0,8	8	107,8	862,4	92966,72	66,67	93033,39
10         10         0.8         8         146,5         1172         17168         66,67         171764,67           11         10         0,8         8         159,2         127,36         202757,12         66,67         202823,79           12         10         0,8         8         172,1         1376,6         226823,79         220283,79           13         0         0,0         0         0         0         0         0,00         0,00           14         0,8         7,2         5,76         28,8         148,61         3383,499         0,31         3834,39           2         0,8         7,2         5,76         64,9,5         279,36         13548,96         0,31         13549,27           4         0,8         7,2         5,76         74,1         427,19         0,31         31712,79           6         0,8         7,2         5,76         171,5         501,7         4368,03         23771,238,63         0,31         73289,63         0,31         73289,63         0,31         132205,27         131         3268,61         101,13         1220,576         171,1         100,8         73         73289,32         0,31         132	5	9	10	0,8	8	120,7	965,6	116547,92	66,67	116614,59
11         10         0.8         8         192         127.6         202757.12         66.67         202823.79           12         10         0.8         8         172.1         1376.8         236947.28         66.67         237013.95           13         0         0.0         0         0         0         0         0         0.01         3384.39         0.31         3549.27         0.31         3749.72         0.31         31712.79         6         0.8         7.2         5.76         174.2         427.3         3289.32         0.31         37289.32         0.31         37289.32         0.31         37289.57         171.1         0.8         7.2         5.76         177.4         1020.1         180659         0.31         132205.27         111.1         0.8<		10	10	0,8	8	146,5	1172	171698	66,67	171764,67
12         10         0.8         8         172.1         1376.8         236947.28         66.67         237013.95           13         0         0.0         0         0         0         0.00         0.00         0.00           1         0.8         7.2         5.76         25.8         144.61         3834.09         0.31         383.43.93           2         0.8         7.2         5.76         48.5         279.36         13549.96         0.31         13549.27           4         0.8         7.2         5.76         61.4         353.66         21714.97         0.31         21715.28           5         0.8         7.2         5.76         61.4         353.66         21714.97         0.31         31549.27           6         0.8         7.2         5.76         100         575         57600         0.31         15760.31           Numbering starts from C.L.         8         0.8         7.2         5.76         112.67         724.03         9101.82         0.31         132205.27           11         0.8         7.2         5.76         142.945.79         156290.05         0.31         155299.35         122.05         0.31		11	10	0.8	8	159.2	1273.6	202757.12	66.67	202823.79
13         0         0.0         0         0         0         0         0.00         0.00           1         0.8         7.2         5.76         25.8         148.61         3834.99         0.31         3834.39           2         0.8         7.2         5.76         48.5         222.91         8626.69         0.31         8627.00           3         0.8         7.2         5.76         48.5         279.36         13549.96         0.31         1349.27           4         0.8         7.2         5.76         61.4         353.66         21714.97         0.31         21715.28           5         0.8         7.2         5.76         100         576         5760         0.31         73289.03         0.31         73289.63           9         0.8         7.2         5.76         112.8         649.73         73289.32         0.31         152205.27         1312205.27         1312205.27         1312205.27         1312205.27         1312205.27         141.03.2206.96         0.31         152209.35         132205.93         132205.93         132205.27         111         0.8         7.2         5.76         161.5         872.40         0.8         66.67		12	10	0.8	8	172.1	1376.8	236947.28	66.67	237013.95
1         0.8         7.2         5.76         25.8         148.61         383.40         0.31         338.439           2         0.8         7.2         5.76         38.7         22.91         8626.69         0.31         384.29           3         0.8         7.2         5.76         48.5         279.36         0.31         13549.27           4         0.8         7.2         5.76         61.4         353.66         2171.4.97         0.31         21715.28           5         0.8         7.2         5.76         142         47.39         31712.49         0.31         31712.49         0.31         31712.49         0.31         31712.49         0.31         31712.49         0.31         31712.49         0.31         31712.49         0.31         31712.49         0.31         31712.49         0.31         31712.49         0.31         31712.49         0.31         31712.49         0.31         31712.49         0.31         3172.49         0.31         3172.49         0.31         3172.49         0.31         3172.49         0.31         312205.27         11         0.8         7.2         5.76         112.5         0.31         15229.5         31         3205.45         31		13	0	0.0	0	0	0	0	0.00	0.00
2         0.8         7.2         5.76         38,7         222,91         8826,69         0,31         8827,00           3         0.8         7.2         5.76         48,5         279,36         13348,96         0,31         1349,27           4         0.8         7.2         5.76         61,4         353,66         21714,97         0,31         21715,27           5         0.8         7.2         5.76         74.2         427,39         31712,49         0,31         31712,49           0.31         43698,03         576         100         576         57600         0,31         57600,01           Numbering starts from C.L.         9         0.8         7.2         5.76         112,8         649,73         73289,32         0,31         132205,27           10         0.8         7.2         5.76         151,5         872,64         132204,96         0,31         132205,27           11         0.8         7.2         5.76         171,1         1020,1         1032205,27           13         0.0         0         0         0         0         0,00         0,00         0,00         0,00         0,00         0,00         0,00		1	0.8	7.2	5.76	25.8	148.61	3834.09	0.31	3834.39
3         0,8         7,2         5,76         48,5         279,36         13648,96         0,31         13549,27           4         0,8         7,2         5,76         61,4         353,66         21714,97         0,31         21715,28           Bottom beams (flange)         6         0,8         7,2         5,76         67,1         501,7         43697,72         0,31         31712,79           Bottom beams (flange)         7         0,8         7,2         5,76         100         576         5760         0,31         5760,31         43698,03           9         0,8         7,2         5,76         102,8         649,73         73289,32         0,31         132205,27           10         0,8         7,2         5,76         151,5         872,64         132204,96         0,31         132205,27           11         0,8         7,2         5,76         154,79         15629,05         0,31         135205,27           12         0,8         7,2         5,76         177,1         1200,1         180699,31         13205,27         125,07         0,31         1550,33         130,00         0         0         0         0         0,00         0,00		2	0.8	7.2	5.76	38.7	222.91	8626.69	0.31	8627.00
4         0,8         7,2         5,76         61,4         353,66         21714,97         0,31         21715,28           Bottom beams (flange)         6         0,8         7,2         5,76         87,1         501,7         427,39         31712,49         0,31         31712,79           Numbering starts from C.L.         7         0,8         7,2         5,76         100         576         57600         0,31         435980,03           9         0,8         7,2         5,76         102,57         724,03         91010,62         0,31         132205,27           10         0,8         7,2         5,76         115,5         872,64         132204,96         0,31         132205,27           11         0,8         7,2         5,76         1164,2         945,79         155299,05         0,31         132205,27           12         0,8         7,2         5,76         1164,2         945,79         155299,05         0,31         13205,53           Double Bottom beams (tange)         8         10         0,8         8         150         1200         180000         66,67         1440533,33           Deck grider (web)         1         30         0,5         <		3	0.8	7.2	5.76	48.5	279.36	13548.96	0.31	13549.27
5         0.8         7.2         5.76         74.2         427.39         31712.49         0.31         31712.79           Bottom beams (flange)         6         0.8         7.2         5.76         87.1         501.7         43697.72         0.31         43698.03           Numbering starts from C.L.         8         0.8         7.2         5.76         112.8         649.73         73289.32         0.31         73289.63           9         0.8         7.2         5.76         112.8         649.73         73289.32         0.31         173289.63           9         0.8         7.2         5.76         115.5         872.64         13220.496         0.31         132205.27           11         0.8         7.2         5.76         177.1         1020.1         180659         0.31         152295.37           12         0.8         7.2         5.76         177.1         1020.1         180659         0.31         15205.27           Double Bottom beams (web)         8         10         0.8         8         150         1200         180000         66.67         144053333           Dock girder (mape)         1         2         10         20         359		4	0.8	7.2	5.76	61.4	353.66	21714.97	0.31	21715.28
Bottom beams (flange) Numbering starts from C.L.         6         0.8         7.2         5.76         87.1         501.7         43697.72         0.31         43699.03           Numbering starts from C.L.         8         0.8         7.2         5.76         100         576         57600         0.31         57600,31         57800,31         57800,31         57809.63         0.31         57800,31         57809.63         0.31         9101.82         0.31         9101.13         9101.82         0.31         9101.13         9101.13         9101.13         9101.13         9101.13         9101.13         9101.13         9101.13         9101.13         9101.13         9101.13         9101.82         0.31         132205.27         11         0.8         7.2         5.76         164.2         945.79         15529.05         0.31         15259.35         122         0.8         7.2         5.76         177.1         1020.1         180000         66.67         144053.33         90.01         10         0.8         8         150         1200         180000         66.67         144053.33           Dack girder (rkep)         1         2         10         20         359         7180         2577620         6.67         2577620		5	0.8	7.2	5.76	74.2	427.39	31712.49	0.31	31712.79
Bottom beams (flange)         7         0,8         7,2         5,76         100         576         57600         0,31         57600,31           Numbering starts from C.L.         8         0,8         7,2         5,76         112,8         649,73         73289,32         0,31         73289,63           9         0,8         7,2         5,76         151,5         872,40         19101,82         0,31         91011,13         10         0,8         7,2         5,76         151,5         872,64         132204,96         0,31         132205,27           11         0,8         7,2         5,76         177,1         1020,1         180659         0,31         135629,35           12         0,8         7,2         5,76         177,1         1020,1         180659         0,31         180659,33         33           Double Bottom beams (flange)         8         0,8         4,2         3,36         144,6         485,86         70254,78         0,18         56203,65         2109375         1125,00         211050,00         0         0         0         0         0         115         0,573,5         21453,33,32         2023125,00         287762,67         2877,22,6,67         287,25		6	0.8	7.2	5.76	87.1	501.7	43697.72	0.31	43698.03
Numbering starts from C.L.         8         0,8         7,2         5,76         112,8         649,73         73289,32         0,31         73289,63           9         0,8         7,2         5,76         112,5,7         724,03         91010,82         0,31         132205,27           10         0,8         7,2         5,76         164,2         945,79         155290,05         0,31         132205,27           11         0,8         7,2         5,76         164,2         945,79         155290,05         0,31         185299,35           12         0,8         7,2         5,76         177,1         10200         1800659         0,31         180559,31           Double Bottom beams (thenge)         8         0.0         0         0         0         0         0,00         0,00           Deck girder (web)         1         30         0,5         15         375         5652         2109375         1125,00         2110500,00           Deck girder (web)         15         1         15         382,5         5737,5         2194593,75         281,25         329,32         4057796,40,00           Deck beams(thange)         15         1         8         30,6	Bottom beams (flange)	7	0.8	7.2	5.76	100	576	57600	0.31	57600.31
9         0.8         7.2         5.76         125.7         724.03         91010.82         0.31         91011.13           10         0.8         7.2         5.76         151.5         872.64         132204.96         0.31         132205.27           11         0.8         7.2         5.76         161.2         945.79         155299.05         0.31         135229.32           12         0.8         7.2         5.76         177.1         1020.1         180659         0.31         185299.35           Duble Bottom beams (web)         8         10         0.8         8         150         1200         180000         66.67         144053.33           Duble Bottom beams (flange)         1         30         0.5         15         375         5625         2109375         1125.00         2110500.00           Deck beams(flange)         1         2         10         20         359         7180         257762.0         6.67         127762.67           Deck beams(flange)         15         1         8         8         380.5         3044         1158242         0.67         12737364.00           Deck beams(flange)         15         1         8         8 <td rowspan="2">Numbering starts from C.L.</td> <td>8</td> <td>0.8</td> <td>7.2</td> <td>5.76</td> <td>112.8</td> <td>649.73</td> <td>73289.32</td> <td>0.31</td> <td>73289.63</td>	Numbering starts from C.L.	8	0.8	7.2	5.76	112.8	649.73	73289.32	0.31	73289.63
10         0.8         7.2         5.76         151,5         872,64         132204,96         0.31         132205,27           11         0.8         7,2         5,76         164,2         945,79         155299,05         0.31         155299,35           12         0.8         7,2         5,76         177,1         1020,1         180659         0.31         180659,31           Double Bottom beams (web)         8         10         0.8         8         150         1200         180000         66,67         144053,33           Double Bottom beams (flange)         8         0,8         4,2         3,36         144,6         485,86         70254,78         0,18         562039,65           Deck girder (web)         1         30         0,5         15         375         5625         210937,75         125,00         2110500,00           Deck beams(flange)         15         1         15         382,5         5737,5         2194593,75         281,25         32232125,00         2105,00           Deck beams(flange)         15         1         8         8<300,5		9	0.8	7.2	5.76	125.7	724.03	91010.82	0.31	91011.13
11         0.8         7.2         5.76         164.2         945,79         155299,05         0.31         155299,35           12         0.8         7.2         5.76         177,1         1020,1         180659         0.31         155299,35           13         0,0         0         0         0         0         0         0,00         0,00           Double Bottom beams (web)         8         10         0.8         8         150         1200         180000         66,67         144053,33           Double Bottom beams (flange)         1         20         0.5         15         375         5625         2109375         1125,00         2110500,00           Deck girder (flange)         1         2         10         20         359         7180         257762         66,67         257764,67           Deck beams(flange)         15         1         8         8         380,5         3044         1158242         0,67         17373640,00           Side longitudinal stiffeners(web)         1         10         0,8         8         309         2472         763848         39,32         763887,32           Side longitudinal stiffeners(flange)         2         10		10	0.8	7.2	5.76	151.5	872.64	132204.96	0.31	132205.27
12         0,8         7,2         5,76         177,1         100,1         180659         0,31         180659,31           Double Bottom beams (web)         8         10         0,8         8         150         1200         180000         66,67         1440533,33           Double Bottom beams (flange)         8         0,8         4,2         3,36         144,6         485,86         70254,78         0,18         56203,65           Deck girder (web)         1         30         0,5         15         375         5625         2109375         1125,00         2110500,00           Deck girder (flange)         1         2         10         20         359         7180         2577620         6,67         2577626,67           Deck beams(meb)         15         15         1         15         382,5         5737,5         2194593,75         281,25         32923125,00           Deck beams(flange)         15         1         8         8         380,5         3044         1158242         0,67         17373640,00           Side longitudinal stiffeners(web)         2         10         0,8         8         205         2800         980000         39,32         960393,22		11	0.8	7.2	5.76	164.2	945.79	155299.05	0.31	155299.35
13         0,0         0         0         0         0         0         0         0,00         0,00           Double Bottom beams (tlange)         8         10         0,8         8         150         1200         180000         66,67         1440533,33           Double Bottom beams (tlange)         8         0,8         4,2         3,36         144,6         485,86         70254,78         0,18         562039,65           Deck girder (web)         1         2         10         20         359         7180         2577620         6,67         2577626,67           Deck beams(tlange)         15         15         1         15         382,5         5737,5         2194593,75         281,25         32923125,00           Deck beams(tlange)         15         1         8         8         380,5         3044         1158242         0,67         1737640,00           Deck beams(tlange)         12         10         0,8         8         266,3         2130,4         56732,52         39,32         567364,84           3         10         0,8         8         309         2472         763848         39,32         763887,32           Side longitudinal stiffeners(tlange)		12	0.8	7.2	5.76	177.1	1020.1	180659	0.31	180659.31
Double Bottom beams (web)         8         10         0,8         8         150         1200         180000         66,67         1440533,33           Double Bottom beams (flange)         8         0,8         4,2         3,36         144,6         485,86         70254,78         0,18         562039,65           Deck girder (web)         1         30         0,5         15         375         5625         2109375         1125,00         2110500,00           Deck girder (flange)         1         2         10         20         359         7180         2577620         6,67         2577626,67           Deck beams(meb)         15         1         15         382,5         5737,5         2194593,75         281,25         32923125,00           Deck beams(flange)         15         1         8         8         380,5         3044         1158242         0,67         17373640,00           Side longitudinal stiffeners(web)         1         10         0,8         8         309         2472         763848         39,32         763887,32           Side longitudinal stiffeners(flange)         1         0,8         4,2         3,36         265,3         891,41         236490,54         2,97		13	0.0	0	0	0	0	0	0.00	0.00
Double Bottom beams (flange)         8         0,8         4,2         3,36         144,6         485,86         70254,78         0,18         562039,65           Deck girder (web)         1         30         0,5         15         375         5625         2109375         1125,00         2110500,00           Deck girder (flange)         1         2         10         20         359         7180         2577620         6,67         2577626,67           Deck beams(web)         15         15         1         15         382,5         5737,5         2194593,75         281,25         32923125,00           Deck beams(flange)         15         1         8         8         380,5         3044         1158242         0,67         1737364,000           Deck beams(flange)         1         10         0,8         8         266,3         2130,4         567325,52         39,32         567364,84           3         10         0,8         8         309         2472         763848         39,32         763887,32           4         10         0,8         4,2         3,36         224,2         753,31         168892,55         2,97         168895,52           Side longitudin	Double Bottom beams (web)	8	10	0.8	8	150	1200	180000	66.67	1440533.33
Deck girder (web)         1         30         0,5         15         375         5625         2109375         1125,00         2110500,00           Deck girder (flange)         1         2         10         20         359         7180         2577620         6,67         2577626,67           Deck beams(web)         15         15         1         15         382,5         5737,5         2194593,75         281,25         32923125,00           Deck beams(flange)         15         1         8         8         380,5         3044         1158242         0,67         17373640,00           Side longitudinal stiffeners(web)         2         10         0,8         8         225,2         1801,6         405720,32         39,32         405759,64           3         10         0,8         8         309         2472         763848         39,32         763887,32           4         10         0,8         8         350         2800         980000         39,32         98039,32           Side longitudinal stiffeners(flange)         2         0,8         4,2         3,36         226,3         891,41         236490,54         2,97         236493,51           3         0,8	Double Bottom beams (flange)	8	0,8	4,2	3,36	144,6	485,86	70254,78	0,18	562039,65
Deck girder (flange)         1         2         10         20         359         7180         2577620         6,67         2577626,67           Deck beams(web)         15         15         1         15         382,5         5737,5         2194593,75         281,25         32923125,00           Deck beams(flange)         15         1         8         8         380,5         3044         1158242         0,67         17373640,00           Side longitudinal stiffeners(web)         1         10         0,8         8         226,2         1801,6         405720,32         39,32         405759,64           3         10         0,8         8         266,3         2130,4         567325,52         39,32         763887,32           4         10         0,8         8         309         2472         763848         39,32         763887,32           4         10         0,8         8         309         2472         753,31         168892,55         2,97         168895,52           Side longitudinal stiffeners(flange)         1         0,8         4,2         3,36         265,3         891,41         236490,54         2,97         236493,51           3         0,8	Deck girder (web)	1	30	0.5	15	375	5625	2109375	1125.00	2110500.00
Deck beams(web)         15         15         1         15         382,5         5737,5         2194593,75         281,25         32923125,00           Deck beams(flange)         15         1         8         8         380,5         3044         1158242         0,67         17373640,00           Side longitudinal stiffeners(web)         1         10         0,8         8         225,2         1801,6         405720,32         39,32         405759,64           3         10         0,8         8         266,3         2130,4         567325,52         39,32         567364,84           3         10         0,8         8         309         2472         763848         39,32         763887,32           4         10         0,8         8         350         2800         980000         39,32         96039,32           4         10,8         4,2         3,36         265,3         891,41         236490,54         2,97         236493,51           3         0,8         4,2         3,36         308,1         1035,22         318950,05         2,97         318953,02           Upper Side Plate         1         175         0,8         140         477,5	Deck girder (flange)	1	2	10	20	359	7180	2577620	6,67	2577626,67
Deck beams(flange)         15         1         8         8         380,5         3044         1158242         0,67         17373640,00           Side longitudinal stiffeners(web)         1         10         0,8         8         225,2         1801,6         405720,32         39,32         405759,64           3         10         0,8         8         266,3         2130,4         567325,52         39,32         567364,84           3         10         0,8         8         309         2472         763848         39,32         763887,32           4         10         0,8         8         350         2800         980000         39,32         98039,32           Side longitudinal stiffeners(flange)         1         0,8         4,2         3,36         224,2         753,31         168892,55         2,97         168895,52           Side longitudinal stiffeners(flange)         2         0,8         4,2         3,36         308,1         1035,22         318950,05         2,97         318953,02           2         0,8         4,2         3,36         349         1172,64         409251,36         2,97         32278166,67           3         0,8         10         8	Deck beams(web)	15	15	1	15	382,5	5737,5	2194593,75	281,25	32923125,00
1         10         0,8         8         225,2         1801,6         405720,32         39,32         405759,64           Side longitudinal stiffeners(web)         2         10         0,8         8         266,3         2130,4         567325,52         39,32         567364,84           3         10         0,8         8         309         2472         763848         39,32         763887,32           4         10         0,8         8         350         2800         980000         39,32         980039,32           Side longitudinal stiffeners(flange)         1         0,8         4,2         3,36         224,2         753,31         168892,55         2,97         168895,52           Side longitudinal stiffeners(flange)         2         0,8         4,2         3,36         265,3         891,41         236490,54         2,97         236493,51           3         0,8         4,2         3,36         308,1         1035,22         318950,05         2,97         318953,02           4         0,8         1         175         0,8         140         477,5         66850         31920875         357291,67         32278166,67           1         0,8         10 <td>Deck beams(flange)</td> <td>15</td> <td>1</td> <td>8</td> <td>8</td> <td>380.5</td> <td>3044</td> <td>1158242</td> <td>0,67</td> <td>17373640,00</td>	Deck beams(flange)	15	1	8	8	380.5	3044	1158242	0,67	17373640,00
Side longitudinal stiffeners (web)         2         10         0,8         8         266,3         2130,4         567325,52         39,32         567364,84           3         10         0,8         8         309         2472         763848         39,32         763887,32           4         10         0,8         8         350         2800         980000         39,32         980039,32           Side longitudinal stiffeners (flange)         1         0,8         4,2         3,36         224,2         753,31         168892,55         2,97         168895,52           Side longitudinal stiffeners (flange)         2         0,8         4,2         3,36         265,3         891,41         236490,54         2,97         236493,51           3         0,8         4,2         3,36         308,1         1035,22         318950,05         2,97         409254,33           Upper Side Plate         1         175         0,8         140         477,5         66850         31920875         357291,67         32278166,67           Upper Side Stiffeners (web)         1         0,8         10         8         515         4120         2121800         0,43         2121800,43           Upper Sid		1	10	0,8	8	225,2	1801,6	405720,32	39,32	405759,64
3         10         0,8         8         309         2472         763848         39,32         763887,32           4         10         0,8         8         350         2800         980000         39,32         980039,32           Side longitudinal stiffeners(flange)         1         0,8         4,2         3,36         224,2         753,31         168892,55         2,97         168895,52           Side longitudinal stiffeners(flange)         2         0,8         4,2         3,36         265,3         891,41         236490,54         2,97         236493,51           3         0,8         4,2         3,36         308,1         1035,22         318950,05         2,97         318953,02           4         0,8         4,2         3,36         349         1172,64         409251,36         2,97         409254,33           Upper Side Plate         1         175         0,8         140         477,5         66850         31920875         357291,67         32278166,67           4         0,8         10         8         465         3720         1729800         0,43         2121800,43           4         0,8         10         8         565         4520 </td <td>Side longitudinal stiffeners(web)</td> <td>2</td> <td>10</td> <td>0,8</td> <td>8</td> <td>266.3</td> <td>2130,4</td> <td>567325,52</td> <td>39,32</td> <td>567364,84</td>	Side longitudinal stiffeners(web)	2	10	0,8	8	266.3	2130,4	567325,52	39,32	567364,84
4         10         0,8         8         350         2800         980000         39,32         980039,32           Side longitudinal stiffeners(flange)         1         0,8         4,2         3,36         224,2         753,31         168892,55         2,97         168895,52           Side longitudinal stiffeners(flange)         2         0,8         4,2         3,36         265,3         891,41         236490,54         2,97         236493,51           3         0,8         4,2         3,36         308,1         1035,22         318950,05         2,97         409254,33           Upper Side Plate         1         175         0,8         140         477,5         66850         31920875         357291,67         32278166,67           Upper Side Stiffeners (web)         1         0,8         10         8         465         3720         1729800         0,43         1729800,43           Upper Side Stiffeners (web)         1         0,8         10         8         565         4520         2553800         0,43         2553800,43           Upper Side Stiffeners (flange)         1         4,2         0,8         3,36         512,5         1722         882525         4,94         718729,94	, , , , , , , , , , , , , , , , , , ,	3	10	0,8	8	309	2472	763848	39,32	763887,32
Side longitudinal stiffeners(flange)         1         0,8         4,2         3,36         224,2         753,31         168892,55         2,97         168895,52           Side longitudinal stiffeners(flange)         2         0,8         4,2         3,36         265,3         891,41         236490,54         2,97         236493,51           3         0,8         4,2         3,36         308,1         1035,22         318950,05         2,97         318953,02           4         0,8         4,2         3,36         308,1         1035,22         318950,05         2,97         409254,33           Upper Side Plate         1         175         0,8         140         477,5         66850         31920875         357291,67         32278166,67           Upper Side Stiffeners (web)         1         0,8         10         8         465         3720         1729800         0,43         1729800,43           Upper Side Stiffeners (web)         1         0,8         10         8         565         4520         2553800         0,43         2121800,43           Upper Side Stiffeners (flange)         1         4,2         0,8         3,36         512,5         1554         718725         4,94         718729		4	10	0,8	8	350	2800	980000	39,32	980039,32
Side longitudinal stiffeners (flange)         2         0,8         4,2         3,36         265,3         891,41         236490,54         2,97         236493,51           3         0,8         4,2         3,36         308,1         1035,22         318950,05         2,97         318953,02           4         0,8         4,2         3,36         349         1172,64         409251,36         2,97         409254,33           Upper Side Plate         1         175         0,8         140         477,5         66850         31920875         357291,67         32278166,67           Upper Side Stiffeners (web)         1         0,8         10         8         465         3720         1729800         0,43         1729800,43           Upper Side Stiffeners (web)         1         0,8         10         8         515         4120         2121800         0,43         2121800,43           Upper Side Stiffeners (flange)         1         0,8         10         8         565         4520         2553800         0,43         2553800,43           Upper Side Stiffeners (flange)         1         4,2         0,8         3,36         512,5         1722         882525         4,94         718729,94 <td></td> <td>1</td> <td>0,8</td> <td>4,2</td> <td>3,36</td> <td>224,2</td> <td>753,31</td> <td>168892,55</td> <td>2,97</td> <td>168895,52</td>		1	0,8	4,2	3,36	224,2	753,31	168892,55	2,97	168895,52
3         0,8         4,2         3,36         308,1         1035,22         318950,05         2,97         318953,02           4         0,8         4,2         3,36         349         1172,64         409251,36         2,97         409254,33           Upper Side Plate         1         175         0,8         140         477,5         66850         31920875         357291,67         32278166,67           Upper Side Stiffeners (web)         1         0,8         10         8         465         3720         1729800         0,43         1729800,43           Upper Side Stiffeners (web)         1         0,8         10         8         515         4120         2121800         0,43         2121800,43           Upper Side Stiffeners (web)         1         0,8         10         8         565         4520         2553800         0,43         2553800,43           Upper Side Stiffeners (flange)         1         4,2         0,8         3,36         512,5         1722         882525         4,94         718729,94           Upper Side Stiffeners (flange)         1         4,2         0,8         3,36         512,5         1722         882525         4,94         882529,94	Side longitudinal stiffeners(flange)	2	0,8	4,2	3,36	265,3	891,41	236490,54	2,97	236493,51
4         0,8         4,2         3,36         349         1172,64         409251,36         2,97         409254,33           Upper Side Plate         1         175         0,8         140         477,5         66850         31920875         357291,67         32278166,67           Upper Side Stiffeners (web)         1         0,8         10         8         465         3720         1729800         0,43         1729800,43           Upper Side Stiffeners (web)         1         0,8         10         8         515         4120         2121800         0,43         2121800,43           Upper Side Stiffeners (web)         1         0,8         10         8         565         4520         2553800         0,43         2121800,43           Upper Side Stiffeners (flange)         1         4,2         0,8         3,36         462,5         1554         718725         4,94         718729,94           Upper Side Stiffeners (flange)         1         4,2         0,8         3,36         512,5         1722         882525         4,94         882529,94           Upper Side Stiffeners (flange)         1         4,2         0,8         3,36         562,5         1890         1063125         4,94		3	0,8	4,2	3,36	308,1	1035,22	318950,05	2,97	318953,02
Upper Side Plate         1         175         0,8         140         477,5         66850         31920875         357291,67         32278166,67           Upper Side Stiffeners (web)         1         0,8         10         8         465         3720         1729800         0,43         1729800,43           Upper Side Stiffeners (web)         1         0,8         10         8         515         4120         2121800         0,43         2121800,43           Upper Side Stiffeners (web)         1         0,8         10         8         565         4520         2553800         0,43         2121800,43           Upper Side Stiffeners (flange)         1         4,2         0,8         3,36         462,5         1554         718725         4,94         718729,94           Upper Side Stiffeners (flange)         1         4,2         0,8         3,36         512,5         1722         882525         4,94         882529,94           Upper Side Stiffeners (flange)         1         4,2         0,8         3,36         562,5         1890         1063125         4,94         1063129,94           Saloon Deck         1         1         875         875         925         809375         748671875		4	0.8	4.2	3.36	349	1172.64	409251.36	2.97	409254.33
1         0,8         10         8         465         3720         1729800         0,43         1729800,43           Upper Side Stiffeners (web)         1         0,8         10         8         515         4120         2121800         0,43         2121800,43           1         0,8         10         8         565         4520         2553800         0,43         2121800,43           1         0,8         10         8         565         4520         2553800         0,43         2553800,43           1         4,2         0,8         3,36         462,5         1554         718725         4,94         718729,94           Upper Side Stiffeners (flange)         1         4,2         0,8         3,36         512,5         1722         882525         4,94         718729,94           1         4,2         0,8         3,36         562,5         1890         1063125         4,94         1063129,94           Saloon Deck         1         1         875         875         925         809375         748671875         72,92         748671947,92           Saloon Deck Flat         1         50         1         50         900         45000	Upper Side Plate	1	175	0,8	140	477,5	66850	31920875	357291,67	32278166,67
Upper Side Stiffeners (web)         1         0,8         10         8         515         4120         2121800         0,43         2121800,43           1         0,8         10         8         565         4520         2553800         0,43         2553800,43           1         0,8         10         8         565         4520         2553800         0,43         2553800,43           1         4,2         0,8         3,36         462,5         1554         718725         4,94         718729,94           Upper Side Stiffeners (flange)         1         4,2         0,8         3,36         512,5         1722         882525         4,94         882529,94           1         4,2         0,8         3,36         562,5         1890         1063125         4,94         1063129,94           Saloon Deck         1         1         875         875         925         809375         748671875         72,92         748671947,92           Saloon Deck Flat         1         50         1         50         900         45000         40500000         10416.67         40510416.67		1	0.8	10	8	465	3720	1729800	0,43	1729800.43
1         0,8         10         8         565         4520         2553800         0,43         2553800,43           Upper Side Stiffeners (flange)         1         4,2         0,8         3,36         462,5         1554         718725         4,94         718729,94           Upper Side Stiffeners (flange)         1         4,2         0,8         3,36         512,5         1722         882525         4,94         882529,94           1         4,2         0,8         3,36         562,5         1890         1063125         4,94         1063129,94           Saloon Deck         1         1         875         875         925         809375         748671875         72,92         748671947,92           Saloon Deck Flat         1         50         1         50         900         45000         40500000         10416.67         40510416.67	Upper Side Stiffeners (web)	1	0,8	10	8	515	4120	2121800	0,43	2121800.43
1         4,2         0,8         3,36         462,5         1554         718725         4,94         718729,94           Upper Side Stiffeners (flange)         1         4,2         0,8         3,36         512,5         1722         882525         4,94         718729,94           1         4,2         0,8         3,36         512,5         1722         882525         4,94         882529,94           1         4,2         0,8         3,36         562,5         1890         1063125         4,94         1063129,94           Saloon Deck         1         1         875         875         925         809375         748671875         72,92         748671947,92           Saloon Deck Flat         1         50         1         50         900         45000         40500000         10416.67         40510416.67		1	0.8	10	8	565	4520	2553800	0,43	2553800.43
Upper Side Stiffeners (flange)         1         4,2         0,8         3,36         512,5         1722         88252,5         4,94         882529,94           1         4,2         0,8         3,36         562,5         1890         1063125         4,94         1063129,94           Saloon Deck         1         1         875         875         925         809375         748671875         72,92         748671947,92           Saloon Deck Flat         1         50         1         50         900         45000         40500000         10416.67         40510416.67		1	4.2	0.8	3.36	462.5	1554	718725	4.94	718729.94
1         4,2         0,8         3,36         562,5         1890         1063125         4,94         1063129,94           Saloon Deck         1         1         875         875         925         809375         748671875         72,92         748671947,92           Saloon Deck Flat         1         50         1         50         900         45000         40500000         10416.67         40510416.67	Upper Side Stiffeners (flange)	1	4.2	0.8	3.36	512.5	1722	882525	4.94	882529.94
Saloon Deck         1         1         875         875         925         809375         748671875         72,92         748671947,92           Saloon Deck Flat         1         50         1         50         900         45000         40500000         10416.67         40510416.67		1	4.2	0.8	3.36	562.5	1890	1063125	4,94	1063129.94
Saloon Deck Flat 1 50 1 50 900 45000 40500000 10416.67 40510416.67	Saloon Deck	1	1	875	875	925	809375	748671875	72.92	748671947.92
	Saloon Deck Flat	1	50	1	50	900	45000	40500000	10416.67	40510416.67

## Κεφάλαιο 4 – Εύρεση Ιδιοσυχνοτήτων Αμφίδρομου Ε/Γ - Ο/Γ

		Total Area	= 2*Σ(A) =	1,314	m^2		-		
			Σ(A) =	6567,88	Σ(Axdi) =	4827825,26		=	5256928605,3
Bridge Roof Stiffeners (flange)	7	0,8	4,2	3,36	1665,4	5595,74	9319152,06	0,18	65234065,66
Bridge Roof Stiffeners (web)	7	10	0,8	8	1670	13360	22311200	66,67	156178866,67
Bridge Deck Stiffeners (flange)	8	0,8	4,2	3,36	1415,4	4755,74	6731280,06	0,18	53850241,89
Bridge Deck Stiffeners (web)	8	10	0,8	8	1420	11360	16131200	66,67	129050133.33
	1	4.2	0.8	3.36	1621.5	5448.24	8834321.16	4,94	8834326.10
Bridge L.BHD Stiffeners (flange)	1	4.2	0.8	3.36	1521.5	5112.24	7778273.16	4.94	7778278.10
	1	4.2	0.8	3.36	1471.5	4944.24	7275449.16	4.94	7275454.10
	1	0.8	10	8	1624.6	12996.8	21114601.28	0.43	21114601.71
Bridge L.BHD Stiffeners (web)	1	0.8	10	8	1524.6	12196.8	18595241.28	0.43	18595241.71
	1	0.8	10	8	1474.6	11796.8	17395561.28	0.43	17395561.71
Bridge Roof Center Girder (flange)	1	12	6	72	1649.4	11875.68	19587746 59	0.86	19587747 46
Bridge Roof Center Girder (web)	1	25	04	10	1662.5	16625	27639062 5	520.83	27639583 33
Bridge Deck Center Girder (Meb)	1	12	6	72	1399.4	10075.68	14099906 59	0.86	14099907 46
Bridge Deck Center Girder (web)	1	25	0.4	10	1412.5	14125	19951562.5	520.83	19952083.33
Bridge Long BHD	1	250	0.6	150	1550	232500	360375000	781250.00	361156250.00
Bridge Roof Flat	1	20	0.8	16	1665	26640	44355600	533.33	44356133.33
Bridge Roof Plate	1	0.6	450	270	1675	452250	757518750	8.10	757518758.10
Crew Acc Long BHD	1	250	0.6	150	1300	195000	253500000	781250.00	254281250.00
Bridge Deck Flat	1	20	0.8	16	1415	22640	32035600	533.33	32036133.33
Bridge Deck plate	1	0.6	500	300	1424.7	427410	608931027	9,00	608931036.00
Sun Deck Stiffeners (flange)	15	0,8	4,2	3,36	1165,4	3915,74	4563408,06	0,18	68451123.55
Sun Deck Stiffeners (web)	15	10	0.8	8	1170	9360	10951200	66,67	164269000.00
	1	4,2	0.8	3,36	971.5	3264,24	3171209,16	4,94	3171214,10
	1	4,2	0,8	3,36	1021,5	3432,24	3506033,16	4,94	3506038,10
Saloon Long BHD Stiffeners (flange)	1	4,2	0,8	3,36	1071,5	3600,24	3857657,16	4,94	3857662,10
	1	4,2	0,8	3,36	971,5	3264,24	3171209,16	4,94	3171214,10
	1	0,8	10	8	1124,6	8996,8	10117801,28	0,43	10117801,71
	1	0.8	10	8	1074.6	8596.8	9238121.28	0.43	9238121.71
Saloon Long BHD Stiffeners (web)	1	0.8	10	8	1024.6	8196.8	8398441.28	0.43	8398441.71
	1	0.8	10	8	975	7800	7605000	0.43	7605000.43
Sun Deck Center Girder (flange)	1	1.2	20	24	1149.4	27585.6	31706888.64	2.88	31706891.52
Sun Deck Center Girder (web)	1	25	0.8	20	1162.5	23250	27028125	1041 67	27029166.67
Sun Deck Center Girder (flange)	1	12	10	10	1149.4	13792.8	15853444 32	1 44	15853445 76
Sun Deck Center Girder (web)	1	25	0,0	10	1162.5	11625	13514062 5	520.83	13514583.33
Sun Deck Elat	1	50	0,0	30	1150	34500	39675000	6250.00	39681250.00
Saloon Long BHD	1	250	0/0	150	1050	157500	165375000	781250.00	166156250.00
Sun Deck Plate	1	0,0	875	525	1174 7	616717 5	724458047.25	15 75	724458063.00
S Deck Stiffeners (flange)	16	0.8	4.2	3 36	920	3073.06	2810617.02	00,07	100340200,07
S. Deck Stiffeners (web)	16	10	20	40 8	074	7360	6771200	66 67	108340266 67
S. Deck Side Girder (Web)	1	30	20	40	900	4000	20555040	12 22	40510410,07
S. Deck Center Girder (web)	1	50	10	<u>20</u> 50	0/4	45000	4050000	10/16 67	10211020,07
S. Deck Center Girder (web)	1	50	0,5	20	900	22500	20250000	5206,33	20255206,55
S Dock Contor Girdor (wob)	1	50	0.5	25	000	22500	20250000	5000 33	20255209 22

Ουδέτερος άξονας

dn =  $\Sigma(Axdi)/\Sigma(A) = 735,07$  cm

Ροπή αδράνειας ως προς τον ουδέτερο άξονα

				Мо	oment of Inerti	a
$lo = l - \Sigma$	(A)dn^2 =	1708158415	Cm <sup>4</sup>	x2 =	34,1632	m^4
ή	lo =	17081584,15	m*cm^	3		

Επεξηγήσεις συμβόλων

h : ύψος εξεταζόμενης διατομής

d : πλάτος εξεταζόμενης διατομής

Α : εμβαδόν επιφανείας διατομής

di : απόσταση κέντρου βάρους της διατομής από την B.L.

Axdi : Στατική ροπή της διατομής ως προς την B.L.

li : ροπή αδράνειας της διατομής ως προς τον κεντροβαρικό της άξονα

Axdi^2+li : ροπή αδράνειας της διατομής ως προς την B.L.

# Κεφάλαιο 4 – Εύρεση Ιδιοσυχνοτήτων Αμφίδρομου Ε/Γ - Ο/Γ

Stati	c Moment calcul	ation of area	above neutra	l axis –Middle	frame of Sec	tion 10
	No off	h	b	A	di	A x di
Saloon Deck	1	1	875	875	925	809375
Saloon Deck Flat	1	50	1	50	900	45000
S.Deck Center Girder (web)	1	50	0,5	25	900	22500
S.Deck Center Girder (flange)	1	2	10	20	874	17480
S.Deck Side Girder (web)	1	50	1	50	900	45000
S.Deck Side Girder (flange)	1	2	20	40	874	34960
S.Deck Stiffeners (web)	16	10	0,8	8	920	7360
S.Deck Stiffeners (flange)	16	0,8	4,2	3,36	914,6	3073,06
Sun Deck Plate	1	0,6	875	525	1174,7	616717,5
Saloon Long BHD	1	250	0,6	150	1050	157500
Sun Deck Flat	1	50	0,6	30	1150	34500
Sun Deck Center Girder (web)	1	25	0,4	10	1162,5	11625
Sun Deck Center Girder (flange)	1	1,2	10	12	1149,4	13792,8
Sun Deck Center Girder (web)	1	25	0,8	20	1162,5	23250
Sun Deck Center Girder (flange)	1	1,2	20	24	1149,4	27585,6
	1	0,8	10	8	975	7800
Saloon Long BHD Stiffeners (web)	1	0,8	10	8	1024,6	8196,8
	1	0,8	10	8	1074,6	8596,8
	1	0,8	10	8	1124,6	8996,8
	1	4,2	0,8	3,36	971,5	3264,24
Saloon Long BHD Stiffeners (flange)	1	4,2	0,8	3,36	1071,5	3600,24
	1	4,2	0,8	3,36	1021,5	3432,24
	1	4,2	0,8	3,36	971,5	3264,24
Sun Deck Stiffeners (web)	15	10	0,8	8	1170	9360
Sun Deck Stiffeners (flange)	15	0,8	4,2	3,36	1165,4	3915,74
Bridge Deck plate	1	0,6	500	300	1424,7	427410
Bridge Deck Flat	1	20	0,8	16	1415	22640
Crew Acc Long BHD	1	250	0,6	150	1300	195000
Bridge Roof Plate	1	0,6	450	270	1675	452250
Bridge Roof Flat	1	20	0,8	16	1665	26640
Bridge Long BHD	1	250	0,6	150	1550	232500
Bridge Deck Center Girder (web)	1	25	0,4	10	1412,5	14125
Bridge Deck Center Girder (flange)	1	1,2	6	7,2	1399,4	10075,68
Bridge Roof Center Girder (web)	1	25	0,4	10	1662,5	16625
Bridge Roof Center Girder (flange)	1	1,2	6	7,2	1649,4	11875,68
	1	0,8	10	8	1474,6	11/96,8
Bridge L.BHD Stiffeners (web)	1	0,8	10	8	1524,6	12196,8
	1	0,8	10	8	1624,6	12996,8
	1	4,2	0,8	3,36	14/1,5	4944,24
Bridge L.BHD Stiffeners (flange)	1	4,2	0,8	3,36	1521,5	5112,24
	1	4,2	0,8	3,36	1621,5	5448,24
Bridge Deck Stiffeners (web)	8	10	0,8	8	1420	11360
Bridge Deck Stiffeners (flange)	8	0,8	4,2	3,36	1415,4	4/55,/4
Bridge Root Stiffeners (web)		10	0,8	8	1670	13360
Bridge Root Stilleners (flange)	/	0,8	4,2	3,36	1665,4	5595,74
			2(A) =	3369,48	≥(Axdi) =	3995754,96

Total Area =  $A = 2^{*}\Sigma(A) = 0.674 \text{ m}^{-2}$ 

$$A) = 0,674$$
 m

m^3

Κεντροειδές επιφάνειας ως προς τη Β.L. **dn = Σ(Axdi)/Σ(A) = 11,859** m

Απόσταση κεντροειδούς επιφάνειας από τον ουδέτερο		
άξονα της συνολικής διατομής	d =	4,508
Στατική ροπή	St = A*d	3,0379

#### 4.2 Μοντελοποίηση

#### 4.2.1 Μοντελοποίηση πλοίου

Για τις ανάγκες της παρούσης διπλωματικής, πραγματοποιήθηκε η σχεδίαση πλήρους και κατά το δυνατόν αναλυτικού, τρισδιάστατου μοντέλου του υπό μελέτη πλοίου στο ABAQUS. Το μοντέλο απαρτίζεται κυρίως από οκτώ (8) τμήματα (Parts), ο συνδυασμός των οποίων αποτελεί τη συνολική μεταλλική κατασκευή του πλοίου. Τα κύρια αυτά τμήματα είναι :

- Παράλληλο τμήμα κυρίως σκάφους (Main Hull Parallel Body)
- Διαμέρισμα Μηχανοστασίου (Engine Room)
- Πρωραίο τμήμα κυρίως σκάφους (Fore Peak)
- Μεταλλική Κατασκευή άνωθεν του κύριου καταστρώματος αντοχής, μέχρι το κατάστρωμα επιβατών. Περιλαμβάνει πλευρές, "μαγαζιά", παραπέτα, διαδρόμους επιβατών, κολώνες και δοκούς στήριξης καταστρώματος επιβατών κλπ.
- Μεταλλική κατασκευή χώρου σαλονιού επιβατών μαζί με την οροφή ανοικτό κατάστρωμα επιβατών.
- Μεταλλική κατασκευή χώρου ενδιαίτησης πληρώματος μαζί με την οροφή κατάστρωμα γέφυρας.
- Μεταλλική κατασκευή χώρου πηδαλιουχίας Γέφυρα, μαζί με την οροφή.
- Ράμπες φορτοεκφόρτωσης οχημάτων Καταπέλτες.

Επίσης συμπληρωματικά με τα παραπάνω κύρια τμήματα (Parts) μοντελοποιήθηκαν κάποιες κατασκευαστικές λεπτομέρειες, όπως πλευρικές εγκάρσιες φρακτές του κυρίως σκάφους, εγκάρσιοι ενισχυμένοι νομείς, κολώνες στήριξης καταστρωμάτων (μπουντέλια), έδρες πυθμένα.

Η συνολική γεωμετρία του μοντέλου (Assembly) της μεταλλικής κατασκευής, αποτελείται από τη σύνθεση δύο "εικόνων" (instance) του πρωραίου τμήματος, δύο "εικόνων" του Μηχανοστασίου και από μια "εικόνα" των υπολοίπων ανωτέρω αναφερόμενων κυρίων τμημάτων.

Η ένωση των διάφορων "εικόνων" των επιμέρους στοιχείων του συνολικού μοντέλου πραγματοποιήθηκε με χρήση περιορισμού τύπου ΤΙΕ, μεταξύ των τμημάτων. Ο

περιορισμός τύπου TIE, επιτρέπει την σταθερή ένωση τμημάτων του μοντέλου, ανεξάρτητα από την πυκνότητα διαμέρισης (Mesh Density) αυτών[18].

Τα ελάσματα και τα διαμήκη ενισχυτικά αυτών, για όλα τα τμήματα, μοντελοποιήθηκαν με τα γενικής χρήσης στοιχεία κελύφους (Shell Elements) της S4. Οι κολώνες βιβλιοθήκης του ABAQUS στήριξης των καταστρωμάτων μοντελοποιήθηκαν με τα στοιχεία δοκού B31 (Beam Elements). Εδώ πρέπει να σημειώσουμε ότι τα ενισχυτικά των ελασμάτων μπορούν να μοντελοποιηθούν και ως στοιχεία δοκού, αντίστοιχης διατομής. Η επιλογή αυτή έχει ως πλεονέκτημα, σε σχέση με τη μοντελοποίηση των ενισχυτικών με στοιχεία κελύφους, την σημαντική μείωση του υπολογιστικού χρόνου. Απαιτεί όμως τη χρήση επιπλέον συνδέσεων και περιορισμών, μεταξύ ελασμάτων και ενισχυτικών, που δεν απαιτείται με την άμεση σχεδίαση ως, ένα τμήμα κελύφους, του ενισχυμένου ελάσματος.

Για λόγους περιορισμού του μεγέθους του μοντέλου, εγκάρσια στοιχεία της μεταλλικής κατασκευής, όπως έδρες πυθμένα, εγκάρσιες φρακτές, εγκάρσια ενισχυτικά πλώρης και μηχανοστασίου, μοντελοποιήθηκαν ως απλά ελάσματα, χωρίς ενισχυτικά και χωρίς κόντρα λάμα (Flat Bar), για τους ενισχυμένους νομείς, με αυξημένο όμως πάχος διατομής ώστε το μοντέλο του στοιχείου, να φέρει την ίδια μάζα με το πραγματικό στοιχείο της κατασκευής. Άλλωστε τα εγκάρσια στοιχεία "συμμετέχουν" στους υπολογισμούς εύρεσης των ιδιοσυχνοτήτων κατακόρυφων καμπτικών ταλαντώσεων, μόνο με τη μάζα τους και όχι με τη ροπή αδράνειας της διατομής τους.

Το βάρος μηχανολογικής εγκατάστασης  $W_M$  μοντελοποιήθηκε με την τοποθέτηση αντίστοιχου μεγέθους κατανεμημένης μάζας (non-structural mass) στους χώρους Μηχανοστασίου, ενώ το βάρος εξοπλισμού  $W_{OUT}$ , με αύξηση της πυκνότητας του υλικού στα σημεία που υποδεικνύονται από την αντίστοιχη καμπύλη βάρους.

Η προσομοίωση της κατάστασης φόρτωσης του πλοίου – Full Load Departure, επιτεύχθηκε, με την τοποθέτηση αντίστοιχων κατανεμημένων μαζών (non-structural masses), σε κατάλληλες θέσεις επί του μοντέλου, με γνώμονα την καμπύλη πρόσθετου βάρους του πλοίου. Οι μάζες των υγρών στις δεξαμενές, πετρέλαιο, φρέσκο νερό, λιπαντικά, προσομοιώνονται με την τοποθέτηση συγκεντρωμένων μαζών σε σημεία επί του μοντέλου που αντιστοιχούν στα κέντρα βάρους των αντίστοιχων δεξαμενών.

Τελικά το βάρος της μεταλλικής κατασκευής  $W_{st}$  καθώς και το εκτόπισμα για την κατάσταση Full Load Departure και τα αντίστοιχα κέντρα βάρους, καθ' ύψος (VCG) και κατά το διάμηκες (LCG) από το μέσο νομέα, του μοντέλου στο ABAQUS, συγκριτικά με αυτά του πραγματικού πλοίου, δίνονται στο παρακάτω πίνακα.

	Ε/Γ – Ο/Γ ΘΕΟΛΟΓΟΣ	ABAQUS
Wst (tons)	745,32	739,77
	FULL LOAD	DEPARTURE
$\Delta$ (tons)	1783,75	1778,2
VCG (m)	4,93	4,84
LCG (m) from Amidships	0,055	0,048

Πίνακας 11 – Σύγκριση βαρών μοντέλου FEM – πραγματικής κατασκευής

Στη συνέχεια παρατίθενται οι γραφικές απεικονίσεις τμημάτων και του συνολικού μοντέλου.





Σχήμα 25 – Συνολικό μοντέλο πλοίου



# Κεφάλαιο 4 – Εύρεση Ιδιοσυχνοτήτων Αμφίδρομου Ε/Γ - Ο/Γ

Σχήμα 26 – Πρόσοψη συνολικού μοντέλου



Κεφάλαιο 4 – Εύρεση Ιδιοσυχνοτήτων Αμφίδρομου Ε/Γ - Ο/Γ

Σχήμα 27 – Άποψη του μοντέλου, διαφάνεια



Κεφάλαιο 4 – Εύρεση Ιδιοσυχνοτήτων Αμφίδρομου Ε/Γ - Ο/Γ

**Σχήμα 28** – Μέση Τομή



Κεφάλαιο 4 – Εύρεση Ιδιοσυχνοτήτων Αμφίδρομου Ε/Γ - Ο/Γ

Σχήμα 29 – Εγκάρσια τομή στο μέσο του τμήματος Μηχανοστασίου

ду SIMULIA

Κεφάλαιο 4 – Εύρεση Ιδιοσυχνοτήτων Αμφίδρομου Ε/Γ - Ο/Γ

Σχήμα 30 – Άποψη πλώρης - διαφάνεια



Κεφάλαιο 4 – Εύρεση Ιδιοσυχνοτήτων Αμφίδρομου Ε/Γ - Ο/Γ

**Σχήμα 31** – Παράλληλο τμήμα



Κεφάλαιο 4 – Εύρεση Ιδιοσυχνοτήτων Αμφίδρομου Ε/Γ - Ο/Γ

**Σχήμα 32** – Σαλόνι επιβατών



Κεφάλαιο 4 – Εύρεση Ιδιοσυχνοτήτων Αμφίδρομου Ε/Γ - Ο/Γ

Σχήμα 33 – Διακριτοποίηση μοντέλου (Mesh)

#### 4.2.2 Μοντελοποίηση Θάλασσας

Η βιβλιοθήκη στοιχείων του ABAQUS περιέχει στοιχεία, τα οποία δίνουν τη δυνατότητα να μοντελοποιήσουμε μη συμπιεστό ρευστό που υποβάλλεται σε μικρές διακυμάνσεις πίεσης. Τα στοιχεία αυτά, τα οποία ονομάζονται acoustic elements, δέχονται πίεση σαν το μόνο βαθμό ελευθερίας τους. Όταν τα acoustic elements περικλείουν ή περιβάλλουν μια κατασκευή τότε οι εξισώσεις κίνησης της κατασκευής, επιλύονται σε σύζευξη με το ακουστικό μέσο (coupled acoustic – structural analysis). Σε αυτή την περίπτωση δηλαδή πίεση, που προκύπτει από τα στοιχεία του ρευστού, εφαρμόζεται στη κατασκευή και αντίστοιχα η κίνηση των στοιχείων της κατασκευής, προκαλεί διακυμάνσεις της πίεσης στο ρευστό<sup>[18]</sup>.

Με χρήση λοιπόν των στοιχείων AC3D (acoustic elements) της βιβλιοθήκης του ABAQUS, γίνεται η μοντελοποίηση του θαλάσσιου περιβάλλοντος, ενώ η γεωμετρία του λαμβάνεται ως μισός κύλινδρος με διάμετρο περίπου δύο φορές το μήκος ισάλου του πλοίου και μήκος περίπου τρεις το φορές επίσης το μήκος ισάλου. Η διακριτοποίηση είναι πιο πυκνή κοντά στο πλοίο και εφαρμόζεται συνοριακή συνθήκη μηδενικής ακουστικής πίεσης στην επίπεδη επιφάνεια. Η συνοριακή αυτή συνθήκη μοντελοποιεί την ελεύθερη επιφάνεια, όπου η πίεση δεν μεταβάλλεται λόγω της κίνησης της επιφάνειας<sup>[16]</sup>.

Τέλος εφαρμόζεται ένωση – περιορισμός τύπου **ΤΙΕ**, μεταξύ του μοντέλου του πλοίου και του μοντέλου του θαλάσσιου περιβάλλοντος.

Για να διερευνήσουμε την επάρκεια του ανωτέρω μοντέλου περιγραφής της επίδρασης του θαλάσσιου περιβάλλοντος στην εγκάρσια καμπτική ταλάντωση μιας κατασκευής που επιπλέει, ας θεωρήσουμε τη χαλύβδινη πλωτή κατασκευή - πλωτήρα, για την οποία υπολογίσαμε τις φυσικές συχνότητες στο *Κεφάλαιο 3*.

Η ανάλυση της δοκού στο ABAQUS επαναλαμβάνεται με μοντελοποίηση του θαλάσσιου περιβάλλοντος κάνοντας χρήση **acoustic elements** και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο Πίνακα 12, μαζί με τα αποτελέσματα της ανάλυσης που πραγματοποιήθηκε στο *Κεφάλαιο 3*, προς σύγκριση.

Και στις δύο περιπτώσεις η πλωτή κατασκευή μοντελοποιήθηκε με Shell Elements, αφού το ABAQUS δεν επιτρέπει την σύζευξη Beam Elements με Acoustic Elements. Θυμίζουμε ότι τα αποτελέσματα της ανάλυσης του μοντέλου της πλωτής κατασκευής με Shell Elements, στο *Κεφάλαιο 3* (1η στήλη του *Πίνακα 12*) προέκυψαν με αύξηση της πυκνότητας του υλικού, ώστε η συνολική μάζα του μοντέλου να ισούται με το άθροισμα της μάζας της κατασκευής και της πρόσθετης μάζας.

Από τα στοιχεία του Πίνακα 12, παρατηρούμε ότι έχουμε πολύ καλή σύμπτωση των αποτελεσμάτων για την πρώτη ιδιοσυχνότητα και συνεπώς μπορεί να γίνει χρήση των acoustic elements, για τους περαιτέρω υπολογισμούς.

	FEM-SHELL- added mass	FEM-SHELL- acoustic coupling
	(cps)	(cps)
ω0	0,00	0,00
ω1	2,36	2,37
ω2	6,16	6,15
ω3	11,48	-

Πίνακας 12 – Σύγκριση αύζησης της πυκνότητας της κατασκευής και ακουστικών στοιχείων για την προσομοίωση της επίδρασης του θαλάσσιου περιβάλλοντος. (Αποτελέσματα για το παράδειγμα της πλωτής κατασκευής όπως παρουσιάστηκε στο

Κεφάλαιο 3)



**Σχήμα 34** – Πλωτή δοκός σε ηρεμία



Σχήμα 35 – 1η ιδιομορφή πλωτής δοκού

# 4.3 Υπολογισμός ιδιοσυχνοτήτων κατακόρυφης καμπτικής ταλάντωσης του πλοίου.

Ο υπολογισμός των φυσικών συχνοτήτων της κατασκευής, πραγματοποιείται θεωρώντας το πλοίο ως μια δοκό μεταβλητής διατομής, η οποία ταλαντώνεται ελεύθερα στο κενό και στη θάλασσα [1][8][9]. Και για τις δύο περιπτώσεις, θα υπολογίσουμε τις ιδιοσυχνότητες της κατακόρυφης ταλάντωσης του πλοίου, αναλυτικά με χρήση της θεωρίας Euler, καθώς και με χρήση των μεθόδων Πεπερασμένων Διαφορών και Πεπερασμένων Στοιχείων εφαρμόζοντας τις συμβάσεις τις θεωρίας Timoshenko.

Εδώ πρέπει να σημειώσουμε ότι η ανάλυση της Θεωρίας Euler – Bernoulli, όπως αναπτύσσεται στη παρούσα διπλωματική, βρίσκει εφαρμογή σε ομοιόμορφες δοκούς που εμφανίζουν σταθερές ιδιότητες κατά το μήκος τους. Το πλοίο προφανώς δεν μπορεί να θεωρηθεί ως μια τέτοια δοκός, όμως η εύκολη και γρήγορη εφαρμογή της θεωρίας Euler, δίνει τη δυνατότητα στο μελετητή να αποκτήσει μια αρχική, αν και πρόχειρη, προσέγγιση των χαμηλών πρώτων φυσικών συχνοτήτων του πλοίου.

Η θεωρία Euler, δίνει καλύτερα αποτελέσματα, για "κοινές" γεωμετρίες πλοίων, που δεν παρουσιάζουν σημαντικές διακυμάνσεις των ιδιοτήτων των διατομών τους, κατά το μεγαλύτερο τμήμα του μήκος τους. Τύποι πλοίων που προσεγγίζουν το μοντέλο της ομοιόμορφης δοκού είναι Tankers, Bulk Carriers και γενικά πλοία για τα οποία το μήκος των υπερκατασκευών τους αποτελεί σχετικά μικρό ποσοστό του συνολικού μήκους του πλοίου. Σε μια τέτοια περίπτωση η διερεύνηση των φυσικών συχνοτήτων μπορεί να πραγματοποιηθεί, λαμβάνοντας υπόψη τις ιδιότητες των διατομών μόνο του κυρίως σκάφος, ενώ οι υπερκατασκευές μπορούν να συμπεριληφθούν με αύξηση της μάζας, κατά το βάρος τους, στο πρυμναίο τμήμα του πλοίου.

Αντιθέτως η γεωμετρία του υπό μελέτη πλοίου, το οποίο παρουσιάζει σημαντικές μεταβολές των ιδιοτήτων των διατομών του κατά το μήκος του, δεν επιτρέπει να έχουμε μια καλή προσέγγιση των ιδιοσυχνοτήτων με χρήση της θεωρίας Euler, όπως φαίνεται και από τα αποτελέσματα των υπολογισμών, που παρουσιάζονται στη συνέχεια.

### 4.3.1 Η κατασκευή στο κενό

### **4.3.1.1 Θεωρία Euler**

Για την εφαρμογή της θεωρίας Euler, απαιτείται η γνώση της ροπής αδράνειας της διατομής της δοκού. Όμως, όπως αναφέραμε, το πλοίο παρουσιάζει σημαντικές διακυμάνσεις της επιφάνειας διατομής και της αντίστοιχης ροπής αδράνειας, κατά μήκος του. Εάν λάβουμε ως ροπή αδράνειας, για τους υπολογισμούς, το μέσο όρο των τιμών των ροπών αδράνειας, που δίνονται στο Πίνακα 2, τότε για την εφαρμογή της θεωρίας Euler, μπορούμε να θεωρήσουμε ισοδύναμη ομοιόμορφη δοκό με ιδιότητες :

Ροπή αδράνειας	$I = 7,867 m^4$
Συνολική μάζα	$M = 1782930 \ kg$
Μέτρο Ελαστικότητας	$E = 2,07E011 \ N/m^2$
Μήκος δοκού	L = 95,8 m

Με τα στοιχεία αυτά η έξοδος του προγράμματος SciLab EulerBeam\_NatFreq.sce, είναι :

scilab-5.3.3

Consortium Scilab (DIGITEO) Copyright (c) 1989-2011 (INRIA) Copyright (c) 1989-2007 (ENPC)

Startup execution: loading initial environment ->exec('C:\Scilab Files\EulerBeam\_NatFreq.sce', -1) The calculated natural frequencies of the beam are -in rad/sec \_\_\_\_\_ 0. 22.803636 62.859101 123.22897 203.70375 304.29826 .01161 565.84386 26.79501 907.86504 1109.054

The calculated	natural f	frequencies	of tl	he beam	are	-in	cps
==================				=======	====		
0. 3.6293114 10.004337 19.6125 32.420459 48.430572 67.642699 90.056848 115.67302							

Συνεπώς οι τρεις πρώτες ιδιοσυχνότητες της δοκού είναι :

	EULER- Dry (cps)
ωΟ	0,000
ω1	3,630
ω2	10,004
ω3	19,612

#### 4.3.1.2 Μέθοδος Πεπερασμένων Διαφορών (FDM) – Θεωρία Timoshenko

Εισάγοντας το εμβαδόν επιφάνειας A, τη ροπή αδράνειας I, τη περιστροφική ροπή αδράνειας J και το συντελεστή διάτμησης K ανά διατομή, καθώς και τη μάζα M ανά τμήμα του πλοίου δοκού, όπως υπολογίστηκαν και παρουσιάζονται στον Πίνακα 10, στα αντίστοιχα πεδία του προγράμματος SciLab TimBeam\_NatFreq.sce προκύπτουν τα αποτελέσματα, στην έξοδο του προγράμματος :



Κεφάλαιο 4 – Εύρεση Ιδιοσυχνοτήτων Αμφίδρομου Ε/Γ - Ο/Γ

**Σχήμα 36** – Διάγραμμα C<sub>d</sub>(ω) για το πλοίο στο κενό

```
scilab-5.3.3
                 Consortium Scilab (DIGITEO)
Copyright (c) 1989-2011 (INRIA)
Copyright (c) 1989-2007 (ENPC)
Startup execution:
loading initial environment
-->exec('C:\Scilab Files\TimBeam_NatFreq_ShipDry.sce', -1)
 the natural freq in cpm (cps) is
    167.4463
    2.7907717
 the natural freq in cpm (cps) is
    279.18214
    4.6530357
 the natural freq in cpm (cps) is
    463.77408
    7.729568
 the natural freq in cpm (cps) is
    794.72296
    13.245383
```

	FDM-Dry (cps)
ω0	0,000
ω1	2,791
ω2	4,653
ω3	7,729

Συνεπώς οι τρεις πρώτες ιδιοσυχνότητες της δοκού είναι :

Παρατηρούμε ότι δεν υπάρχει καμία σύγκλιση με τα αποτελέσματα της θεωρίας Euler.

## 4.3.1.3 Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων (FEM) - ABAQUS

Ο αριθμός των στοιχείων (Number of Elements - NE) στα οποία διακριτοποιείται η συνολική κατασκευή, είναι

ενώ ο αριθμός των κόμβων (Number of Nodes – NN) είναι

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης, για τις τρεις πρώτες ιδιοσυχνότητες της κατακόρυφης ταλάντωσης, παρουσιάζονται στο παρακάτω πίνακα, ενώ στη συνέχεια παρατίθενται οι γραφικές απεικονίσεις των αντίστοιχων ιδιομορφών, καθώς και για λόγους πληρότητας, η γραφική απεικονίση της πρώτης στρεπτικής ιδιομορφής.

	FEM-Dry (cps)
ω0	0,000
ω1	2,796
ω2	4,601
ω3	7,685


**Σχήμα 37** – Καμπτική ταλάντωση δύο κόμβων Mode 1 – ω<sub>1</sub>=2,796 cps



Κεφάλαιο 4 – Εύρεση Ιδιοσυχνοτήτων Αμφίδρομου Ε/Γ - Ο/Γ

**Σχήμα 38** – Καμπτική ταλάντωση τριών κόμβων Mode 2 – ω<sub>2</sub>=4,601 cps



Κεφάλαιο 4 – Εύρεση Ιδιοσυχνοτήτων Αμφίδρομου Ε/Γ - Ο/Γ

**Σχήμα 39** – Καμπτική ταλάντωση τεσσάρων κόμβων Mode 3 – ω<sub>3</sub>=7,685 cps



# Κεφάλαιο 4 – Εύρεση Ιδιοσυχνοτήτων Αμφίδρομου Ε/Γ - Ο/Γ

**Σχήμα 40** – Στρεπτική ταλάντωση Torsional Model – ω<sub>t</sub>=4,520 cps

#### 4.3.1.4 Σύγκριση Αποτελεσμάτων

Τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα για τις τρεις πρώτες ιδιοσυχνότητες της κατακόρυφης καμπτικής ταλάντωσης του πλοίου στο κενό, παρουσιάζονται στο παρακάτω Πίνακα 13.

	EULER- Dry (cps)	FDM-Dry (cps)	FEM-Dry (cps)
ω0	0,000	0,000	0,000
ω1	3,630	2,791	2,796
ω2	10,004	4,653	4,601
ω3	19,612	7,729	7,685

Πίνακας 13 – Σύγκριση Αποτελεσμάτων για την κατακόρυφη καμπτική ταλάντωση του πλοίου στο κενό

Από τα αποτελέσματα του Πίνακα 13, γίνεται φανερό το ότι η θεωρία Euler, για ομοιόμορφη δοκό, όπως αναπτύχθηκε στην παρούσα Διπλωματική, δεν μπορεί να προσεγγίσει, για το συγκεκριμένο τύπο πλοίου, ικανοποιητικά τις ζητούμενες ιδιοσυχνότητες.

Αντιθέτως παρατηρούμε ότι έχουμε πολύ καλή σύγκλιση των τιμών των ιδιοσυχνοτήτων, με χρήση των Μεθόδων Πεπερασμένων Διαφορών (FDM) και Πεπερασμένων Στοιχείων (FEM). Το γεγονός αυτό μας επιτρέπει, με σχετική ασφάλεια, να κάνουμε την εκτίμηση ότι οι τρεις πρώτες φυσικές συχνότητες της καμπτικής ταλάντωσης του υπό μελέτη πλοίου στο κενό, είναι πράγματι αυτές που υπολογίσαμε.

#### 4.3.2 Η κατασκευή στη θάλασσα

#### **4.3.2.1 Θεωρία Euler**

Όπως έγινε φανερό παραπάνω, η εφαρμογή της θεωρίας Euler, για ομοιόμορφη δοκό, δεν προσφέρει κάποια αξιόπιστη προσέγγιση των ιδιοσυχνοτήτων για το συγκεκριμένο τύπο πλοίου και συνεπώς δεν υπάρχει λόγος χρήσης της, στην προκειμένη περίπτωση. Παρόλα αυτά, παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα εφαρμογής της για λόγους πληρότητας και συνοχής της παρούσης Διπλωματικής.

Θεωρώντας ισοδύναμη ομοιόμορφη δοκό με ιδιότητες :

Ροπή αδράνειας	$I = 7,867 m^4$
Μάζα Κατασκευής	$M = 1782930 \ kg$
Πρόσθετη μάζα	$AM_1 = 1750003 \ kg \ (2-node \ vibration)$
	$AM_2 = 1562286 \ kg \ (3-node \ vibration)$
Συνολική μάζα	<i>M</i> <sub>1</sub> = 3532933 <i>kg</i> ( <i>2-node vibration</i> )
	$M_2 = 3345216 \text{ kg} (\underline{3\text{-node vibration}})$
Μέτρο Ελαστικότητας	$E = 2,07E011 \ N/m^2$
Μήκος δοκού	L = 95,8 m

Μετά από δύο διαδοχικά "τρεξίματα" του προγράμματος SciLab EulerBeam\_NatFreq.sce, ένα για κάθε συνολική φαινόμενη μάζα, και λαμβάνοντας από το πρώτο "τρέξιμο" την πρώτη ιδιοσυχνότητα, ενώ από το δεύτερο την δεύτερη ιδιοσυχνότητα, προκύπτουν :

scilab-5.3.3 Consortium Scilab (DIGITEO) Copyright (c) 1989-2011 (INRIA) Copyright (c) 1989-2007 (ENPC) Startup execution: loading initial environment -->exec('C:\Scilab Files\EulerBeam\_NatFreq.sce', -1) The calculated natural frequencies of the beam are -in rad/sec \_\_\_\_\_ 0. 16.457615 45.36605 88.935597 147.01506 219.61514 306.73519 408.37525 524.53532 655.2154 800.41549 The calculated natural frequencies of the beam are -in cps

\_\_\_\_\_

0.
2.6193108
7.2202311
14.15454
23.398174
34.952835
48.818421
64.99494
83.482389
127 20008
TTT . 22000

==============

# scilab-5.3.3 Consortium Scilab (DIGITEO) Copyright (c) 1989-2011 (INRIA) Copyright (c) 1989-2007 (ENPC) Startup execution:

\_\_\_\_\_\_

loading initial environment

-->exec('C:\Scilab Files\EulerBeam\_NatFreq.sce', -1)

The calculated natural frequencies of the beam are -in rad/sec

0. 16.913073 46.621537 91.396853 151.08364 225.6929 315.22396 419.67687 539.05162 673.34822 822.56666

The calculated natural frequencies of the beam are -in cps

0. 2.6917992 7.4200481 14.546261 24.045708 35.92014 50.169451 66.793648 85.79273 107.1667 130.91555

	EULER- Wet (cps)
ω0	0,000
ω1	2,619
ω2	7,420
ω3	14,546

#### 4.3.2.2 Μέθοδος Πεπερασμένων Διαφορών (FDM) – Θεωρία Timoshenko

Εισάγοντας το εμβαδόν επιφάνειας *A*, τη ροπή αδράνειας *I*, τη περιστροφική ροπή αδράνειας *J* και το συντελεστή διάτμησης *K* ανά διατομή, τη μάζα *M* ανά τμήμα του πλοίου δοκού, όπως υπολογίστηκαν και παρουσιάζονται στον Πίνακα 10, καθώς και την πρόσθετη μάζα, όπως δίνεται στο Πίνακα 9, στα αντίστοιχα πεδία του προγράμματος SciLab TimBeam\_NatFreq.sce προκύπτουν τα ζητούμενα αποτελέσματα, στην έξοδο του προγράμματος.

Εδώ πρέπει να σημειώσουμε ότι, αφού έχουμε εξάρτηση των συντελεστών διόρθωσης λόγω τρισδιάστατης ροής, και συνεπώς της πρόσθετης μάζας από την ιδιοσυχνότητα, θα πρέπει να "τρέξουμε" τους υπολογισμούς τρεις φορές. Την πρώτη φορά με χρήση των τιμών της πρόσθετης μάζας για καμπτική ταλάντωση 2 κόμβων, όπου θα λάβουμε την πρώτη εξαχθείσα ιδιοσυχνότητα, την δεύτερη φορά με χρήση των τιμών της πρόσθετης μάζας για καμπτική ταλάντωση 3 κόμβων, όπου θα λάβουμε την δεύτερη εξαχθείσα ιδιοσυχνότητα και την τρίτη φορά με χρήση των τιμών της πρόσθετης μάζας για καμπτική ταλάντωση 4 κόμβων, όπου θα λάβουμε την τρίτη εξαχθείσα ιδιοσυχνότητα

Για τις τιμές της πρόσθετης μάζας, όπως δίνονται στη δεύτερη στήλη του Πίνακα 9 (2-node vibration), η έξοδος του προγράμματος είναι :

scilab-5.3.3 Consortium Scilab (DIGITEO) Copyright (c) 1989-2011 (INRIA) Copyright (c) 1989-2007 (ENPC) Startup execution: loading initial environment ->exec('/home/Scilab Files/TimBeam\_NatFreq\_ShipWet1.sce', -1) the natural freq in cpm (cps) is 110.62113 1.8436856 the natural freq in cpm (cps) is 177.71247 2.9618745 the natural freq in cpm (cps) is 310.43445 5.1739074



**Σχήμα 41** – Διάγραμμα  $Cd(\omega)$  για τιμές πρόσθετης μάζας με συντελεστή διόρθωσης  $J_2 = 0,723$ 

Για τις τιμές της πρόσθετης μάζας, όπως δίνονται στη τρίτη στήλη του Πίνακα 9 (3node vibration), η έξοδος του προγράμματος είναι :

scilab-5.3.3
Consortium Scilab (DIGITEO) Copyright (c) 1989-2011 (INRIA) Copyright (c) 1989-2007 (ENPC)
Startup execution: loading initial environment >exec('/home/Scilab Files/TimBeam_NatFreq_ShipWet2.sce', -1)
the natural freq in cpm (cps) is
113.71487
1.8952478
the natural freq in cpm (cps) is
189.36386
3.1560644
the natural freq in cpm (cps) is
319.92754
5.3321257



**Σχήμα 42** – Διάγραμμα Cd(ω) για τιμές πρόσθετης μάζας με συντελεστή διόρθωσης J<sub>3</sub>= 0,645

Για τις τιμές της πρόσθετης μάζας, όπως δίνονται στη τέταρτη στήλη του Πίνακα 9 (4-node vibration), η έξοδος του προγράμματος είναι :

scilab-5.3.3
Consortium Scilab (DIGITEO) Copyright (c) 1989-2011 (INRIA) Copyright (c) 1989-2007 (ENPC)
Startup execution: loading initial environment >exec('/home/Scilab Files/TimBeam_NatFreq_ShipWet3.sce', -1)
the natural freq in cpm (cps) is
118.19437
1.9699061
the natural freq in cpm (cps) is
190.96174
3.1826957
the natural freq in cpm (cps) is
331.10473
5.5184122



Σχήμα 43 – Διάγραμμα  $Cd(\omega)$  για τιμές πρόσθετης μάζας με συντελεστή διόρθωσης  $J_4=$ 

	FDM-Wet (cps)
ω0	0,000
ω1	1,843
ω2	3,156
ω3	5,518

Συνεπώς οι τρεις πρώτες ιδιοσυχνότητες της δοκού είναι :

## 4.3.2.3 Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων (FEM) – ABAQUS

Κατά την εφαρμογή της Μεθόδου Πεπερασμένων Στοιχείων στο ABAQUS, με μοντελοποίηση του θαλάσσιου περιβάλλοντος κάνοντας χρήση ακουστικών στοιχείων (acoustic elements), ο συνολικός αριθμός των στοιχείων (Number of Elements - NE) στα οποία διακριτοποιείται η συνολική κατασκευή και το ακουστικό μέσο, είναι

ενώ ο συνολικός αριθμός των κόμβων (Number of Nodes – NN) είναι

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης, για τις τρεις πρώτες ιδιοσυχνότητες της κατακόρυφης ταλάντωσης του πλοίου στη θάλασσα, παρουσιάζονται στο παρακάτω πίνακα, ενώ στη συνέχεια παρατίθενται οι γραφικές απεικονίσεις της διακριτοποίησης (Mesh) του συστήματος πλοίο – θάλασσα, των αντίστοιχων ιδιομορφών, καθώς και για λόγους πληρότητας, η γραφική απεικόνιση της πρώτης στρεπτικής ιδιομορφής.

	FEM-Wet (cps)	
ω0	0,000	
ω1	1,832	
ω2	3,140	
ω3	5,214	





Σχήμα 43 – Διακριτοποίηση (Mesh) συστήματος πλοίου – θαλάσσιου περιβάλλοντος



Κεφάλαιο 4 – Εύρεση Ιδιοσυχνοτήτων Αμφίδρομου Ε/Γ - Ο/Γ

Σχήμα 44 – Διακριτοποίηση (Mesh) συστήματος πλοίου – θαλάσσιου περιβάλλοντος



Κεφάλαιο 4 – Εύρεση Ιδιοσυχνοτήτων Αμφίδρομου Ε/Γ - Ο/Γ

**Σχήμα 45–** Καμπτική ταλάντωση δύο κόμβων Mode  $1 - \omega_1 = 1,832 \ cps$ 



Κεφάλαιο 4 – Εύρεση Ιδιοσυχνοτήτων Αμφίδρομου Ε/Γ - Ο/Γ

**Σχήμα 46**– Καμπτική ταλάντωση τριων κόμβων Mode  $2 - \omega_2 = 3,140 \text{ cps}$ 



## Κεφάλαιο 4 – Εύρεση Ιδιοσυχνοτήτων Αμφίδρομου Ε/Γ - Ο/Γ

**Σχήμα 47** – Καμπτική ταλάντωση τεσσάρων κόμβων Mode 3 – ω<sub>3</sub> = 5,214 cps

Η ιδιομορφή δίνεται σε διαμήκη τομή για καλύτερη προ επισκόπηση



Κεφάλαιο 4 – Εύρεση Ιδιοσυχνοτήτων Αμφίδρομου Ε/Γ - Ο/Γ

**Σχήμα 48** – Στρεπτική ταλάντωση Torsional Mode –  $\omega_t$  = 3,789 cps

ğ

#### 4.3.2.4 Σύγκριση Αποτελεσμάτων – Συμπεράσματα

Τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα για τις τρεις πρώτες ιδιοσυχνότητες της κατακόρυφης καμπτικής ταλάντωσης του πλοίου στη θάλασσα, παρουσιάζονται στο παρακάτω Πίνακα 14.

	FDM-Wet (cps)	FEM-Wet (cps)
ω0	0,000	0,000
ω1	1,843	1,832
ω2	3,156	3,140
ω3	5,518	5,214

Πίνακας 14 – Σύγκριση Αποτελεσμάτων για την κατακόρυφη καμπτική ταλάντωση του πλοίου στη θάλασσα

Παρατηρούμε ότι τα αποτελέσματα που προκύπτουν με τη Μέθοδο Πεπερασμένων Διαφορών (FDM), παρουσιάζουν ιδιαίτερα καλή σύγκλιση με τα αντίστοιχα αποτελέσματα της Μεθόδου Πεπερασμένων Στοιχείων (FEM). Το γεγονός αυτό μας επιτρέπει να θεωρήσουμε ότι η παραπάνω μελέτη, δίνει μια καλή προσέγγιση, τουλάχιστον, της περιοχής συχνοτήτων όπου βρίσκονται οι πραγματικές ιδιοσυχνότητες της κατακόρυφης καμπτικής ταλάντωσης του πλοίου στη κατάσταση Full Load Departure.

Η τελική επιβεβαίωση των ανωτέρω αποτελεσμάτων, μπορεί να πραγματοποιηθεί μόνο με μετρήσεις επί του πραγματικού πλοίου.

Επίσης πρέπει να σημειώσουμε ότι ανωτέρω δίνεται η σύγκριση μόνο των τριών πρώτων ιδιοσυχνοτήτων, όπως αυτές προέκυψαν με εφαρμογή των δύο μεθόδων. Αυτό συμβαίνει γιατί, όπως προέκυψε από τις αντίστοιχες γραφικές απεικονίσεις στο ABAQUS, οι επόμενες ιδιομορφές παρουσιάζονται ως σύζευξη κατακόρυφων, οριζόντιων καμπτικών ή και στρεπτικών ταλαντώσεων. Συνεπώς οι αντίστοιχες ιδιοσυχνότητες που υπολογίζονται στο ABAQUS, διαφέρουν σημαντικά από αυτές που υπολογίζονται με την μέθοδο πεπερασμένων διαφορών (FDM), η υλοποίηση της οποίας αγνοεί αυτό το φαινόμενο και υπολογίζει καθαρά κατακόρυφες καμπτικές ιδιοσυχνότητες.

## <u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 – Διεγέρσεις από την έλικα</u>

#### 5.1 Γενικά

Η λειτουργία της έλικας, στην περιοχή του ανομοιόμορφου ομμόρου του πλοίου, έχει ως αποτέλεσμα την ανάπτυξη περιοδικά μεταβαλλόμενων δυνάμεων, οι οποίες μεταφέρονται στη γάστρα του πλοίου, τόσο μέσω του άξονα, ως συγκεντρωμένες δυνάμεις και ροπές στην πλύμνη της έλικας, όσο και μέσω του περιρρέοντος νερού ως διακυμάνσεις πίεσης που επενεργούν στις περί της έλικας επιφάνειες της γάστρας.

Οι πρώτες από αυτές χαρακτηρίζονται ως δυνάμεις τριβέων, η περιοδικότητα τους οφείλεται κυρίως στην ανομοιομορφία του ομμόρου και εξαρτώνται από τη θέση των πτερυγίων σχετικά με τη γάστρα, ενώ οι δεύτερες, χαρακτηρίζονται ως δυνάμεις επιφάνειας, η περιοδικότητα τους οφείλεται στη περιστροφή της έλικας και εξαρτώνται από το πάχος των πτερυγίων και τις δυνάμεις που ασκούνται σε αυτά[1][3].

Παρακάτω θα εξετάσουμε αναλυτικότερα τις δυνάμεις τριβέων.

Στο Σχήμα 49 παρουσιάζεται πτερύγιο έλικας που περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\Omega$ , κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού. Λόγω της περιστροφής του πτερυγίου στον ανομοιόμορφο ομμόρου, η δύναμη  $L(r, \theta)$  που αναπτύσσεται σε στοιχειώδες τμήμα δr του πτερυγίου, μεταβάλλεται με το χρόνο ή διαφορετικά, με τη θέση του πτερυγίου βάσει της γωνίας  $\theta = \Omega t$ .

Σε πρώτη προσέγγιση η  $L(r, \theta)$  μπορεί να αναλυθεί σε μια αξονική  $\delta T$  και μια κάθετη, στην αξονική,  $\delta A$  συνιστώσα αντίστοιχα :

$$\delta T = L(r,\theta) \cos\beta_G$$
$$\delta A = L(r,\theta) \sin\beta_G$$

Τότε για την αξονική συνιστώσα του πρώτου πτερυγίου αναφοράς ισχύει :

$$\delta T = t_0 + t_1 \cos(\theta - \varepsilon_1) + t_2 \cos(2\theta - \varepsilon_2) + \dots + t_p \cos(p\theta - \varepsilon_2) + \dots \quad (1)$$

ενώ για το ν-οστό πτερύγιο έχουμε :

$$\delta T = t_0 + t_1 \cos\left[\left(\theta_v + k\frac{2\pi}{Z} - \varepsilon_1\right)\right] + t_2 \cos\left[2\left(\theta_v + k\frac{2\pi}{Z} - \varepsilon_2\right)\right] + \dots + t_p \cos\left[p\left(\theta_v + k\frac{2\pi}{Z} - \varepsilon_p\right)\right] + \dots$$
(2)

όπου

 $t_i$ ,  $\varepsilon_i$ , i = 0, 1, ..., p οι συντελεστές που προκύπτουν από την ανάλυση Fourier

Ζο αριθμός πτερυγίων

k ακέραιος αριθμός με k = 0,...,Z

 $\theta_{v}$ η γωνία που σχηματίζει το ν-οστό πτερύγιο με την κατακόρυφο



Σχήμα 49 – Δυνάμεις στο πτερύγιο της έλικας

Εάν λάβουμε υπόψη ότι οι συντελεστές που προκύπτουν από την ανάλυση Fourier είναι ανεξάρτητοι του πτερυγίου στο οποίο αναφέρονται, τότε η συνολική δύναμη που ασκείται σε όλα τα πτερύγια είναι[1]:

Κεφάλαιο 5 – Διεγέρσεις από την έλικα

$$T = Zt_0 + t_1 \sum_{k=0}^{Z-1} \cos\left[\left(\theta_v + k \frac{2\pi}{Z} - \varepsilon_1\right)\right] + \dots + t_p \sum_{k=0}^{Z-1} \cos\left[p\left(\theta_v + k \frac{2\pi}{Z} - \varepsilon_p\right)\right] + \dots \quad (3)$$

Ο πρώτος όρος της ανωτέρω παράστασης ισούται με τη σταθερή ώση, ενώ οι υπόλοιποι συνεισφέρουν στην κατά χρόνο μεταβλητότητα της δύναμης. Αποδεικνύεται ότι οι όροι για τους οποίους ο ακέραιος *p* δεν είναι πολλαπλάσιο του αριθμού των πτερυγίων *Z*, μηδενίζονται.

Όμοια η κάθετη, στην αξονική, δ*A* συνιστώσα της δύναμης μπορεί να αναλυθεί σε μια κατακόρυφη και μια οριζόντια συνιστώσα :

 $\delta Y v = \delta A \cos\theta = L(r,\theta) \sin\beta_G \cos\theta$  $\delta Y h = \delta A \sin\theta = L(r,\theta) \sin\beta_G \sin\theta$ 

για τις οποίες επίσης αποδεικνύεται ότι οι μη μηδενικές αρμονικές τους είναι οι πολλαπλάσιες του αριθμού Z των πτερυγίων.

Γενικά ισχύει ότι[11] :

- Οι γενικευμένες δυνάμεις τριβέων (δυνάμεις και ροπές) είναι περιοδικές με θεμελιώδη συχνότητα η οποία ισούται με το γινόμενο του αριθμού των πτερυγίων της έλικας επί την ταχύτητα περιστροφής της , Z\*Ω, και αποτελούνται από το άθροισμα όρων που αντιστοιχούν στη θεμελιώδη συχνότητα και στα ακέραια πολλαπλάσια της ή αρμονικές της.
- Μόνο συγκεκριμένες αρμονικές της περιοδικής δύναμης, που ασκείται στο πτερύγιο, και συνεπώς του ομμόρου της γάστρας, συνεισφέρουν στις δυνάμεις τριβέων. Η ώση και η στρεπτική ροπή προκύπτουν από αρμονικές που είναι ακέραια πολλαπλάσια του αριθμού των πτερυγίων, ενώ οι πλευρικές γενικευμένες δυνάμεις (κατακόρυφες και οριζόντιες δυνάμεις και ροπές) παράγονται από αρμονικές που είναι ακέραια πολλαπλάσια του αριθμού των πτερυγίων συν πλην μία.

# 5.2 Έλικες Αμφίδρομου Ε/Γ – Ο/Γ, προκύπτουσα διέγερση στις συνθήκες λειτουργίας, σύγκριση με τις υπολογισμένες ιδιοσυχνότητες.

Το υπό μελέτη πλοίο, βάσει των στοιχείων που ελήφθησαν από το μελετητικό γραφείο, φέρει τέσσερις έλικες με χαρακτηριστικά, ανά έλικα :

- Αριθμός πτερυγίων Z = 4
- Διάμετρος έλικας D = 1,30 m

• Λόγος εκτεταμένης επιφάνειας 
$$\frac{A_E}{A_O} = 0.85$$

• Λόγος βήματος προς διάμετρο 
$$\frac{P}{D} = 1,0$$

Η υπηρεσιακή ταχύτητα του πλοίου είναι

$$V = 13 \text{ kn}$$

ενώ οι αντίστοιχες στροφές της έλικας είναι περίπου

$$N = 445 RPM$$

Από τα παραπάνω στοιχεία προκύπτει ότι η έλικα θα προκαλεί αρμονική αξονική και στρεπτική διέγερση στην περιοχή έως 120 Hz, με συχνότητες :

1. 
$$f = \frac{Z \cdot N}{60} = \frac{4 \cdot 445}{60} \rightarrow f = 29,66 \ cps$$
  
2.  $f = \frac{2Z \cdot N}{60} = \frac{8 \cdot 445}{60} \rightarrow f = 59,32 \ cps$   
3.  $f = \frac{3Z \cdot N}{60} = \frac{12 \cdot 445}{60} \rightarrow f = 88,98 \ cps$   
4.  $f = \frac{4Z \cdot N}{60} = \frac{16 \cdot 445}{60} \rightarrow f = 118,64 \ cps$ 

και αρμονική εγκάρσια διέγερση (κατακόρυφες και οριζόντιες ροπές) στην περιοχή έως 70 Hz , με συχνότητες :

1.  $f = \frac{(Z-1) \cdot N}{60} = \frac{3 \cdot 445}{60} \rightarrow f = 22,25 \ cps$ 

2. 
$$f = \frac{(Z+1) \cdot N}{60} = \frac{5 \cdot 445}{60} \rightarrow f = 37,08 \ cps$$

3. 
$$f = \frac{(2Z-1) \cdot N}{60} = \frac{7 \cdot 445}{60} \rightarrow f = 51,916 \ cps$$

4. 
$$f = \frac{(2Z+1) \cdot N}{60} = \frac{9 \cdot 445}{60} \rightarrow f = 66,75 \ cps$$

Συγκρίνοντας τις ανωτέρω υπολογισμένες συχνότητες διέγερσης από την έλικα, με τις ιδιοσυχνότητες του υπό μελέτη πλοίου, οι οποίες παρουσιάζονται στο Πίνακα 14, προκύπτει το συμπέρασμα ότι οι συχνότητες στις οποίες η έλικα διεγείρει τη γάστρα, είναι πολύ υψηλότερες από τις φυσικές συχνότητες της κατακόρυφης καμπτικής ταλάντωσης του πλοίου και συνεπώς δεν τίθεται θέμα συντονισμού. Πράγματι η εμπειρία λειτουργίας πλοίων αυτού του τύπου, υποδεικνύει ότι σε συνθήκες ήρεμης θάλασσας, χωρίς κυματισμούς, το πλοίο δεν εμφανίζει κάποιου είδους ολικής ταλάντωσης (Global Vibration), ως δοκός. Η ανωτέρω διεγέρσεις όμως είναι δυνατόν να προκαλέσουν τοπικές ταλαντώσεις (Local Vibration), κυρίως στην περιοχή πέριξ των μηχανοστασίων, του σαλονιού των επιβατών και της γέφυρας.

### <u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 – Συμπεράσματα</u>

#### 6.1 Σχετικά με την εφαρμογή της θεωρίας Euler

Η ανάλυση της Θεωρίας Euler – Bernoulli, όπως αναπτύσσεται στη παρούσα διπλωματική, βρίσκει εφαρμογή σε ομοιόμορφες δοκούς που εμφανίζουν σταθερές ιδιότητες κατά το μήκος τους. Το πλοίο προφανώς δεν μπορεί να θεωρηθεί ως μια τέτοια δοκός. Παρόλα αυτά όμως, η εύκολη και γρήγορη εφαρμογή της θεωρίας Euler, δίνει τη δυνατότητα στο μελετητή να αποκτήσει μια αρχική, αν και πρόχειρη, προσέγγιση των χαμηλών πρώτων φυσικών συχνοτήτων για πλοία τα οποία δεν παρουσιάζουν σημαντικές διακυμάνσεις των ιδιοτήτων των διατομών τους, κατά το μεγαλύτερο τμήμα του μήκος τους και με μικρό, σε σχέση με το συνολικό μήκος του πλοίου, μήκος υπερκατασκευών.

Δυστυχώς τα αμφίδρομα Ε/Γ – Ο/Γ ανοικτού τύπου, που επιχειρούν στις Ελληνικές θάλασσες, και των οποίων το υπό μελέτη πλοίο είναι τυπικό δείγμα, παρουσιάζουν σημαντικές μεταβολές των ιδιοτήτων των διατομών τους κατά το μήκος τους και σημαντικό μήκος υπερστεγασμάτων, όπως διαφαίνεται από τον Πίνακα 10, αλλά και από μια απλή επισκόπηση του επισυναπτόμενου σχεδίου Γενικής Διάταξης.

Συνεπώς η θεωρία Euler δεν δύναται να δώσει αξιόπιστη αρχική εκτίμηση της περιοχής των ιδιοσυχνοτήτων της καμπτικής ταλάντωσης, αυτού του τύπου πλοίων και η εφαρμογή της δεν παρουσιάζει κάποια χρησιμότητα.

# 6.2 Σχετικά με την εφαρμογή της Μεθόδου Πεπερασμένων Διαφορών (FDM) θεωρία Timoshenko

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον κατά την εφαρμογή της Μεθόδου Πεπερασμένων Διαφορών (FDM), παρουσιάζει ο υπολογισμός του συντελεστή διάτμησης *K*. Στο αρχικό στάδιο των υπολογισμών χρησιμοποιήθηκαν διάφορες προτεινόμενες, για διατομές πλοίων, τιμές του συντελεστή *K*, σταθερές καθ' όλο το μήκος του υπό μελέτη πλοίου. Οι τιμές των ιδιοσυχνοτήτων που προέκυπταν κάθε φορά, απείχαν πολύ από τις αντίστοιχες που είχαν υπολογιστεί στο ABAQUS. Επίσης παρατηρήθηκε ότι μικρές σχετικά μεταβολές της τιμής του *K*, είχαν ως αποτέλεσμα, σημαντικές μεταβολές στις υπολογιζόμενες ιδιοσυχνότητες. Η σύγκλιση τιμών των δύο μεθόδων, όπως παρουσιάζονται στο Πίνακα 14, επήλθε μόνο όταν

υπολογίστηκε αναλυτικά ο συντελεστής διάτμησης Κ, για κάθε διατομή του υπό μελέτη πλοίου.

Συνεπώς ο τύπος υπολογισμού του συντελεστή διάτμησης που δίνεται στο *Κεφάλαιο* 4, Παράγραφο 4.1.4, Σελ. 115, κρίνεται ως ικανοποιητικός για αυτό τον τύπο πλοίου.

Ένα άλλο ενδιαφέρον σημείο στην εφαρμογή της Μεθόδου Πεπερασμένων Διαφορών (FDM), είναι το ότι η μαζική ροπή αδράνειας της διατομής, έχει "μικρή" συμμετοχή στο τελικό αποτέλεσμα, τουλάχιστον για τις χαμηλές ιδιοσυχνότητες. Παρατηρήθηκε ότι κατά την εφαρμογή της μεθόδου, ακόμα και αν μηδενίσουμε την τιμή της μαζικής ροπής αδράνειας για όλες τις διατομές, τα τελικά αποτελέσματα διαφέρουν ελάχιστα. Για παράδειγμα "τρέχοντας" το πρόγραμμα Scilab TimBeam\_NatFreq.sce, για το πλοίο στο κενό, με μηδενικές μαζικές ροπές αδράνειας, προκύπτουν τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στη τελευταία στήλη του παρακάτω πίνακα.

	FDM-Dry (cps)	FDM-Dry zero mass moment of inertia (cps)
ω0	0,000	0,000
ω1	2,791	2,791
ω2	4,653	4,668
ω3	7,729	7,804

Πίνακας 15 – Σύγκριση αποτελεσμάτων για την κατακόρυφη καμπτική ταλάντωση του πλοίου στο κενό, με μηδενισμό της μαζικής ροπής αδράνειας

Συγκρίνοντας τις τιμές αυτές με τις τελικές τιμές των ιδιοσυχνοτήτων, που παρουσιάζονται στη δεύτερη στήλη του ανωτέρω πίνακα, παρατηρούμε ότι πράγματι η απόκλιση, τουλάχιστον για τις δύο πρώτες ιδιοσυχνότητες είναι αμελητέα. Η τιμή της μαζικής ροπής αδράνειας, φαίνεται να αποκτά κάποια σημασία, μετά την τρίτη ιδιοσυχνότητα.

Επίσης με την μέθοδο αυτή, δεν μπορούν να ληφθούν αποτελέσματα για τις ιδιοσυχνότητες της οριζόντιας ή στρεπτικής ταλάντωσης

Τελικά μπορούμε να πούμε ότι η θεωρία Timoshenko, με χρήση της μεθόδου πεπερασμένων διαφορών, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση των ιδιοσυχνοτήτων της καμπτικής ταλάντωσης, για αυτού του τύπου πλοία, αν και η εφαρμογή της, σε αυτή την περίπτωση απαιτεί επιπλέον υπολογιστικό κόπο, καθώς σχεδόν κάθε διατομή του πλοίου, παρουσιάζει διαφορετικές ιδιότητες. Βέβαια αυτό το υπολογιστικό μειονέκτημα, εξισορροπείται ως ένα βαθμό από το γεγονός ότι τα αμφίδρομα πλοία, είναι συμμετρικά και ως προς εγκάρσιο επίπεδο στο μέσο νομέα. Έτσι απαιτείται ο υπολογισμός των ιδιοτήτων των διατομών για το μισό πλοίο.

#### 6.3 Πρόσθετες μάζες

Σχετικά με τον υπολογισμό της πρόσθετης μάζας, όπως παρουσιάζεται στο *Κεφάλαιο 4, Παράγραφο 4.1.3*, προκύπτει ότι η κλασσική μέθοδος υπολογισμού βάσει των διαγραμμάτων του Todd και σύμφωνα με τις μορφές νομέων Lewis, δεν δίνει σωστά αποτελέσματα για αυτό τον τύπο πλοίου.

Το γεγονός αυτό μπορεί να εξηγηθεί από το ότι αν και οι λόγοι B/2T και β για το υπό μελέτη πλοίο βρίσκονται μέσα στα όρια των διαγραμμάτων, η μορφή των νομέων του πλοίου, είναι τελείως ασύμβατη με τη μορφή των νομέων Lewis, για τους οποίους έχουν σχηματιστεί τα διαγράμματα.

Επίσης η τιμή του λόγου B/2T του υπό μελέτη πλοίου, αν και περιλαμβάνεται στο διάγραμμα του Todd, είναι εκτός των ορίων των διαγραμμάτων Lewis, στα οποία τα πρώτα θεωρητικά βασίζονται.

Αντιθέτως ο υπολογισμός της πρόσθετης μάζας με τον τύπο για κατακόρυφη κίνηση διατομής σφήνας, που επιπλέει στην ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας, δίνει λογικά αποτελέσματα, γεγονός που επιβεβαιώνεται και από τα τελικά αποτελέσματα του Πίνακα 14.

Η χρήση των συντελεστών διόρθωσης  $J_n$  για τη τρισδιάστατη ροή, οι οποίοι έχουν προκύψει από εργασίες με χρήση μοντέλου επιμήκους ελλειψοειδούς στερεού εκ περιστροφής και υπολογίζονται από τις σχέσεις (51),(52) και (53), κρίνεται εκ του αποτελέσματος, ικανοποιητική.

# 6.4 Σχετικά με την εφαρμογή της Μεθόδου Πεπερασμένων Στοιχείων (FEM) – ABAQUS

Σχετικά με τη μοντελοποίηση στο ABAQUS, οφείλουμε να τονίσουμε ένα ιδιαίτερα λεπτό σημείο. Για τους σκοπούς της ανάλυσης του συνολικού συστήματος πλοίο – θαλάσσιο περιβάλλον, επιβάλλεται η εφαρμογή περιορισμού (constraint) τύπου TIE, μεταξύ του μοντέλου του πλοίου και του μοντέλου της θάλασσας. Για την εφαρμογή αυτού του περιορισμού μεταξύ των δύο επιφανειών, πρέπει να ορίσουμε την μια ως Master και την άλλη ως Slave. Σε αυτό το σημείο απαιτείται ιδιαίτερη προσοχή, καθώς εάν επιλέξουμε την βρεχόμενη επιφάνεια του πλοίου (structural part) ως Master τότε οι συζευγμένοι, στην περιοχή της ένωσης των δύο μοντέλων, βαθμοί ελευθερίας είναι οι μετατοπίσεις, ενώ στην αντίθετη περίπτωση, δηλαδή η επιφάνεια της θάλασσας (acoustic part) ως Master, είναι οι ακουστικές πιέσεις. Στη συγκεκριμένη ανάλυση όμως, ενδιαφέρουν οι μεταβολές της πίεσης και συνεπώς πρέπει να ληφθεί ως επιφάνεια Master, το ακουστικό μέσο.

#### 6.5 Σχετικά με τις διεγέρσεις

Από τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στο Κεφάλαιο 5, Παράγραφο 5.2, προκύπτει ότι λόγω της σχετικά υψηλής ταχύτητας περιστροφής της έλικας, σε υπηρεσιακές συνθήκες, οι συχνότητες διέγερσης είναι πολύ υψηλές, για να προκαλέσουν προβλήματα συντονισμού της συνολικής κατασκευής, στο υπό μελέτη πλοίο.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον θα παρουσίαζε μια μελέτη της ελαστικής απόκρισης, του συγκεκριμένου τύπου πλοίου σε διέγερση λόγω κυματισμού. Άλλωστε η εμπειρία λειτουργίας πλοίων αυτού του τύπου, υποδεικνύει ότι σε συνθήκες έντονης θαλασσοταραχής και ιδιαίτερα σε συνθήκες πρόσπτωσης κυματισμού στην πλώρη, παρουσιάζουν σημαντικές καμπτικές και στρεπτικές ταλαντώσεις.

## <u>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</u>

[1] ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΓΑΣΤΡΑΣ Σημειώσεις μαθήματος – Ε. ΣΑΜΟΥΗΛΙΔΗΣ - Ε.Μ.Π, Αθήνα 2007

[2] ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΝΑΥΠΗΓΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ Σημειώσεις μαθήματος – Σ.Α. ΜΑΥΡΑΚΟΣ - Ε.Μ.Π - Αθήνα 2000

[3] SHIP HULL VIBRATION – F.H. TODD – Edward Arnold LTD, London

[4] *VIBRATION PROBLEMS IN ENGINEERING* – S. TIMOSHENKO – D. Van Nostrand Company LTD, New York

[5] ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ – G.R. BUCHANAN – Εκδόσεις Τζιόλα, Θεσσαλονίκη

[6] THE FINITE ELEMENT METHOD USING MATLAB – Y.W. KWON, H.BANG – CRC Press, London

[7] FINITE ELEMENT PROCEDURES - K.J. BATHE - Prentice Hall Inc, New Jersey, 1996

[8] SHIP VIBRATION - R.T. McGOLDRICK - David Taylor Model Basin, Washington D.C

[9] *SHIP VIBRATION* Lecture Notes – H. NOWACKI – The University of Michigan, College of Engineering, Michigan 1970

[10] SHIP VIBRATION - I. ASMUSSEN, W. MENZEL, H. MUMM - GL Technology, Hamburg 2011

[11] PRINCIPLES OF NAVAL ARCHITECTURE, VOLUME II RESISTANCE PROPULSION

VIBRATION – E.D LEWIS (editor), W.S VORUS – SNAME 1988

[12] EULER-BERNOULI BEAMS Lecture Notes – D.M. PARKS – M.I.T 2004

[13] TIMOSHENKO BEAMS Lecture Notes – T. HAUKAAS – University of British Columbia

[14] ADDED MASSES OF SHIP STRUCTURES - A. KOROTKIN - Springer Science Publications, 2009

[15] DNV – MODELLING AND ANALYSIS OF MARINE OPERATIONS Recommended Practice H103 – DNV 2011

[16] GLOBAL VIBRATION ANALYSIS OF A 1900TEU CAPACITY CONTAINER SHIP Technical paper
 Y. GUL, L.KAYDIHAN – Delta Marine Engineering Co

[17] EIGENVALUE ANALYSIS OF TIMOSHENKO BEAMS AND AXISYMMETRIC MINDLIN PLATES BY PSEUDOSPECTRAL METHOD – J. LEE, W.W. SCHULTZ – Journal of sound and vibration 269 609-621, 2004

[18] ABAQUS USER'S MANUAL

[19] A METHOD FOR THE CALCULATION OF VERTICAL VIBRATION WITH SEVERAL NODES AND SOME OTHER ASPECTS OF SHIP VIBRATION – G. ANDERSSON, K.NORRAND – Royal Institution of Naval Architects meeting