

ΑΝΤΟΧΉ ΣΕ ΘΛΙΨΉ ΛΕΠΤΟΤΟΙΧΩΝ ΔΙΑΤΟΜΩΝ C ΚΑΙ Ζ ΜΕ ΟΠΕΣ ΣΤΟΝ ΚΟΡΜΟ



ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Τριμίντζιου Σ. Μαρία

Επιβλέπων: Ιωάννης Ραυτογιάννης

Αθήνα, Οκτώβριος 2012 ΕΜΚ ΔΕ 2012/31

Τριμίντζιου Σ.Μ. (2012). Αντοχή σε θλίψη λεπτότοιχων διατομών C και Z με οπές στον κορμό Διπλωματική Εργασία ΕΜΚ ΔΕ 2012/31 Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα.

Trimintziou S.M. (2012). Compressive strength of thin-walled C and Z sections with web perforations Diploma Thesis EMK ΔE 2012/31 Institute of Steel Structures, National Technical University of Athens, Greece

Ευχαριστίες

Στα πλαίσια εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας μου, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον κ. Ι.Ραυτογιάννη, για την πολύτιμη βοήθεια που μου προσέφερε, για την υπομονή του και για τις πολύτιμες γνώσεις που μου μετάδωσε καθ' όλη τη διάρκεια της συνεργασίας μας.

Επίσης οφείλω ένα μεγάλο ευχαριστώ στην οικογένειά μου και στους φίλους μου για την αμέριστη συμπαράσταση και κατανόησή τους, σε όλη τη διάρκεια των μαθητικών και ακαδημαϊκών μου σπουδών.

Πίνακας περιεχομένων

Περίληψη	1
Abstract	2
Κεφάλαιο 1 - Εισαγωγικά στοιχεία για τις διατομές ψυχρής διαμόρφωσης	3
1.1 Εισαγωγή	3
1.2 Γενικά για τη χρήση του χάλυβα ψυχρής διαμόρφωσης	4
1.3 Μορφές διατομών	6
1.4 Μέθοδοι παραγωγής	8
1.5 Ευστάθεια μελών ψυχρής έλασης	10
1.6 Πλεονεκτήματα χρήσης στοιχείων από χάλυβα ψυχρής διαμόρφωσης	11
1.7 Εφαρμογές	12
Κεφάλαιο 2 - Ιδιότητες υλικών και διατομών ψυχρής έλασης	16
2.1 Ποιότητες χαλύβων	16
2.2 Ιδιότητες υλικού μελών και φύλλων ψυχρής έλασης	17
2.3 Ονομαστικές διαστάσεις διατομών	18
2.4 Επιρροή των καμπύλων προσαρμογής	19
2.5 Γεωμετρικές συνθήκες ισχύος	21
2.6 Προσομοίωση για στατική ανάλυση	22
Κεφάλαιο 3 - Συμπεριφορά και αντοχή λεπτότοιχων στοιχείων	24
3.1 Γενικά	24
3.2 Μορφές καθολικού λυγισμού	24
3.3 Μορφές λυγισμού διατομών	25
3.4 Θεωρητική τεκμηρίωση τοπικού λυγισμού	28
3.5 Κύρτωση με στρέβλωση διατομής	32
3.6 Γεωμετρικές ιδιότητες ενεργού διατομής υποκείμενης σε τοπικό λυγισμό ή λι	νγισμό
με στρέβλωση διατομής	33
3.6.1 Παραδοχές	33
3.6.2 Επίπεδα στοιχεία χωρίς ενισχύσεις	34
3.6.3 Επίπεδα στοιχεία με ενισχύσεις	37
3.6.3.1 Γενικά	37
3.6.3.2 Ακραίες ενισχύσεις	40
3.7 Αντοχή διατομής σε αξονική θλίψη	44
Κεφάλαιο 4 - Ανάλυση λυγισμού με βάση τον Ευρωκώδικα	45
4.1 Γενικά στοιχεία εξεταζόμενων διατομών	45
4.2 Προσδιορισμός της αξονικής δύναμης αντοχής σε ομοιόμορφη θλίψη της διατομής	47
4.2.1 Διατομή C χωρίς ενισχύσεις	47
4.2.2 Διατομή C χωρίς ενισχύσεις και με οπή στον κορμό ύψους 40mm	51
4.2.3 Διατομή C με ακραίες κάθετες ενισχύσεις στα πέλματα	54

4.3 Συγκεντρωτικά αποτελέσματα αναλύσεων	58
Κεφάλαιο 5 - Ποοσδιορισμός του κρίσιμου φορτίου λυνισμού με χρήση προγρά	μματος
πεπερασμένων στοιχείων	
5.1 Γενικά	
5.2 Περινραφή μοντέλων	
5.3 Περιγραφή προσομοίωσης ενός φορέα με το πρόγραμμα MSC NASTRAN	60
5.3.1 Δημιουργία της γεωμετρίας (modeling)	60
5.3.2 Καθορισμός μλικών (materials)	63
5.3.3 Καθορισμός τύπου στοιχείων (property)	
5.3.4 Δημιουργία δικτύου (mesh generation)	67
5.3.5 Επιβολή συνοριακών συνθηκών (constraints)	70
5.3.6 Επιβολή φορτίων (loads)	72
5.3.7 Ανάλυση (Analyze)	74
Κεφάλαιο 6 - Σύγκριση αποτελεσμάτων και συμπεράσματα	76
6.1 Διατομές C χωρίς ενισχύσεις	76
6.2 Διατομές C με ακραίες κάθετες ενισχύσεις	82
6.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων διατομών C χωρίς ενισχύσεις και διατομών C με	ακραίες
κάθετες ενισχύσεις	88
6.4 Διατομή C χωρίς ενισχύσεις: Σύγκριση με φορέα μήκους 200mm	89
6.5 Διατομή C με ακραίες κάθετες ενισχύσεις: Σύγκριση με φορέα μήκους 200r	nm92
6.6 Διατομές Ζ χωρίς ενισχύσεις	94
6.7 Διατομές Ζ με ακραίες κάθετες ενισχύσεις	99
6.8 Σύγκριση αποτελεσμάτων διατομών Ζ χωρίς ενισχύσεις και διατομών Ζ με ακραίες ενισχύσεις	<άθετες 103
6.9 Διατομή Ζ χωρίς ενισχύσεις: Σύγκριση με φορέα μήκους 200mm	105
6.10 Διατομή Ζ με ακραίες κάθετες ενισχύσεις: Σύγκριση με φορέα μήκους 200	mm107
Κεφάλαιο 7 - Τελικά συμπεράσματα	111
Βιβλιογραφία	112

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο Σχολή Πολιτικών Μηχανικών Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών Διπλωματική Εργασία ΕΜΚ ΔΕ 2012/31 Τριμίντζιου Σ.Μ. (Επιβλέπων: Ραυτογιάννης Ι.)

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία έχει ως αντικείμενο μια προκαταρκτική έρευνα για τη διερεύνηση της επίδρασης μιας οπής στον κορμό, στην αντοχή και την ευστάθεια λεπτότοιχων διατομών C και Z ψυχρής διαμόρφωσης υπό ομοιόμορφη θλίψη.

Οι χαλύβδινες λεπτότοιχες διατομές C και Z χρησιμοποιούνται ευρέως στις ελαφρές μεταλλικές κατασκευές, κυρίως ως δευτερεύοντα δομικά στοιχεία. Ωστόσο τοπικές αστάθειες όπως ο τοπικός λυγισμός και ο λυγισμός με στρέβλωση της διατομής επηρεάζουν σημαντικά την αντοχή των μελών, με μεγαλύτερη επιβλαβή επίδραση σε περιοχές με οπές και μεγάλες παραμορφώσεις. Λόγω της περιορισμένης γνώσης για τη συμπεριφορά διάτρητων στοιχείων από χάλυβα ψυχρής διαμόρφωσης, η μελέτη αυτού του φαινομένου καθίσταται απαραίτητη. Στην παρούσα μελέτη εξετάστηκαν 28 φορείς, διατομής C και Z, χωρίς ενισχύσεις και με ακραίες κάθετες ενισχύσεις, με κυκλικές και τετραγωνικές οπές στον κορμό, τριών διαστάσεων.

Στο πρώτο μέρος της εργασίας γίνεται μια γενική παρουσίαση των στοιχείων ψυχρής έλασης, σχετικά με τα χαρακτηριστικά τους, τις μεθόδους παραγωγής, τα συνήθη προβλήματα ευστάθειας που παρουσιάζουν και τις εφαρμογές τους στην κατασκευή. Στο δεύτερο μέρος γίνεται αναφορά στα χαρακτηριστικά του υλικού και των διατομών ψυχρής έλασης. Ακολουθεί το τρίτο μέρος όπου παρουσιάζονται οι μορφές λυγισμού των λεπτότοιχων στοιχείων, εστιάζοντας στις τοπικές αστάθειες και στον τρόπο αντιμετώπισής τους υπολογιστικά, σύμφωνα με τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 ENV 1993-1-3.

Εν συνεχεία στο τέταρτο μέρος γίνεται ο προσδιορισμός της αξονικής αντοχής σε ομοιόμορφη θλίψη των διατομών ακολουθώντας τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3. Στο πέμπτο μέρος παρουσιάζεται το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων MSC Nastran, με το οποίο έγινε η προσομοίωση της λυγισμικής συμπεριφοράς των φορέων και προσδιορίστηκε το κρίσιμο φορτίο λυγισμού αυτών.

Τέλος παρουσιάζονται αναλυτικά τα αποτελέσματα των αναλύσεων και των δύο μεθόδων και γίνονται συγκρίσεις και σχολιασμός με τη βοήθεια γραφημάτων. Επίσης για μεγαλύτερο εύρος αποτελεσμάτων τα μέλη που αναλύθηκαν συγκρίνονται με φορείς με ίδια χαρακτηριστικά σε φόρτιση και συνοριακές συνθήκες αλλά με μικρότερο μήκος. Τα τελικά συμπεράσματα που εξήχθησαν παρατίθενται στο έβδομο μέρος της εργασίας. National Technical University of Athens Faculty of Civil Engineering Institute of Steel Structures Diploma Thesis EMK ΔE 2012/23

Compressive strength of thin-walled C and Z sections with web perforations

Trimintziou S.M. (supervised by Raftoyiannis I.)

Abstract

The present study is a preliminary research concerning the detrimental effects of a web hole, to the load-carrying capacity of lightweight cold-formed steel C and Z sections under uniform compression.

Lightweight steel C and Z-sections are extensively used in constructing light industrial steel buildings. However, local instabilities as distortional and local buckling can significantly influence the load carrying capacity of such members, especially in areas of large deformations and perforations. Due to the limited awareness of the static behavior of perforated cold-formed steel sections, the research of this phenomenon is essential. In the present study, 28 models were analyzed of C and Z shaped stub columns, both with and without stiffeners, with circular and quadrangular web perforations of three dimensions.

In the first part of the study there is a general presentation of cold-formed steel elements, describing their features, the cold-forming techniques, the usual instabilities and applications in the construction industry. In the second part the materials are presented. Following the third part where the types of buckling of lightweight steel members are presented, focusing on local instabilities based on ENV 1993.1.3.

In the fourth part we present the computation of the compressive resistance of concentrically loaded sections based on ENV 1993.1.3. Afterwards there is a presentation of MSC Nastran, a finite element analysis program that has been used for a linear buckling analysis defining the critical buckling capacity of the members.

Finally the results of the above methods are presented along with comparisons and comments and some final conclusions.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΓΙΑ ΤΑ ΧΑΛΥΒΔΙΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΨΥΧΡΗΣ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗΣ

1.1 Εισαγωγή

Οι χαλύβδινες διατομές C και Z είναι από τις πλέον διαδεδομένες διατομές ψυχρής έλασης που χρησιμοποιούνται ευρέως σήμερα στον κατασκευαστικό κλάδο. Πολλές φορές, εμφανίζεται η ανάγκη διάτρησης των διατομών στον κορμό, προκειμένου να εξυπηρετηθούν οι διάφορες λειτουργίες και ανάγκες της κατασκευής. Αυτό ωστόσο επιδρά αρνητικά στην αντοχή του μέλους καθώς μειώνεται η φέρουσα ικανότητά του και υπάρχει μεγαλύτερος κίνδυνος αστοχίας. Στην παρούσα εργασία μελετήθηκε η αντοχή σε θλίψη μελών ψυχρής έλασης διατομών C και Z, πριν και μετά τη διάνοιξη οπών στον κορμό του μέλους, για διατομές με ακραίες ενισχύσεις και χωρίς ακραίες ενισχύσεις.

Μία συνήθης χρήση των εν ψυχρώ διαμορφωμένων μελών με οπές στον κορμό είναι στον τομέα συστημάτων αποθήκευσης. Τα μέλη χρησιμοποιούνται ως ορθοστάτες για τη στήριξη διαφόρων ειδών μεταλλικών ραφιών, όπως είναι τα ράφια παλέτες ή τα ράφια πρόβολοι, οπότε και χρειάζονται οπές για τον έλεγχο και τη ρύθμιση του ραφιού, ώστε να προσαρμοστεί κάθε φορά στο μέγεθος του αποθηκευόμενου υλικού. Επίσης οπές διανοίγονται για τη διευκόλυνση εργασιών, όπως οι υδραυλικές εγκαταστάσεις, οι συνδέσεις και οι ηλεκτρικές καλωδιώσεις σε ήδη υπάρχουσες κατασκευές.

Το γεγονός ότι στον Ευρωκώδικα 3, στο τμήμα 1993-1-3 που αφορά τα λεπτότοιχα μέλη, δεν υπάρχει καμία διάταξη ώστε να προβλεφθεί υπολογιστικά η συμπεριφορά ενός μέλους ψυχρής έλασης με οπή στον κορμό του, καθιστά τη μελέτη αυτού του φαινομένου απαραίτητη.



Σχήμα 1.1: Μέλη διατομής C και Z με οπές στον κορμό



Σχήμα 1.2: Λεπτομέρεια μέλους με οπή στον κορμό

1.2 Γενικά για τη χρήση του χάλυβα ψυχρής διαμόρφωσης

Το βάρος των χαλύβδινων λεπτότοιχων διατομών ψυχρής έλασης αποτελεί το μεγάλο πλεονέκτημά τους καθώς είναι η ελαφρύτερη δυνατή κατασκευή. Παλαιότερα η χρήση τους ήταν περιορισμένη σε κατασκευές που η εξοικονόμηση βάρους είχε μεγάλη σπουδαιότητα, όπως στην αυτοκινητοβιομηχανία, τη ναυπηγική, την αεροναυπηγική, την κατασκευή συρμών και γενικότερα μεταφορικών μέσων. Με το πέρασμα των χρόνων οι διατομές ψυχρής έλασης χρησιμοποιήθηκαν ακόμη ως επικαλύψεις και ως φέροντα δομικά στοιχεία δευτερεύουσας σημασίας.

Ωστόσο με την ανάπτυξη της κατασκευαστικής τεχνολογίας και τη διεύρυνση της γνώσης ως προς τη συμπεριφορά των χαλύβδινων διατομών ψυχρής έλασης το πεδίο εφαρμογής τους μεγάλωσε και θεωρείται πλέον ένα ανταγωνιστικό προϊόν σε διάφορα έργα πολιτικού μηχανικού. Η εφαρμογή ικανοποιητικής προστασίας έναντι οξειδώσεως και οι νέες μέθοδοι πυροπροστασίας σε συνδυασμό με τη μεγάλη διάρκεια ζωής του υλικού το κατέστησαν ευρέως χρησιμοποιήσιμο. Πλέον συναντάμε το χάλυβα ψυχρής διαμόρφωσης, εκτός των προαναφερθέντων, ως τεγίδες και μηκίδες, σε γέφυρες, σε κτίρια, σε κατοικίες και προσθήκες ορόφων, σε στέγαστρα και πλαίσια, σε γερανογέφυρες και υπερμεγέθεις πυλώνες των ναυπηγείων ή των λιμένων και τέλος ως υλικό για επικαλύψεις. Επιπλέον, τραπεζοειδή χαλυβδόφυλλα εφαρμόζονται ευρέως τα τελευταία 15 χρόνια σε συνδυασμό με σκυρόδεμα, ως στοιχεία σύμμικτων πλακών, οι οποίες έχουν το μεγαλύτερο μερίδιο αγοράς σε πολυώροφα κτίρια και άλλες κατασκευές.

Τα λεπτότοιχα στοιχεία ψυχρής έλασης θεωρούνται πολύ αποδοτικά από άποψη δυσκαμψίας και αντοχής. Επίσης είναι πολύ ελαφριά δεδομένου ότι έχουν πάχη έως και 0,5 mm. Η δημοτικότητά τους οφείλεται εκτός των άλλων στην ευκολία της μαζικής παραγωγής και προκατασκευής, την ομοιόμορφη ποιότητα, τα ελαφριά σχέδια, την οικονομία στη μεταφορά και το χειρισμό, και τη γρήγορη και απλή ανέγερση ή εγκατάσταση.

Η χρήση λεπτότοιχων διατομών και χαλύβων υψηλής αντοχής οδηγεί σε ειδικά προβλήματα υπολογισμού, τα οποία δεν συναντάμε κατά τη μελέτη των συνήθων μεταλλικών κατασκευών. Οι πιο συνήθεις αστάθειες είναι ο τοπικός και ο καθολικός λυγισμός. Θα πρέπει ακόμη να ληφθεί υπόψη ότι η αντοχή του υλικού επηρεάζεται και από πρόσθετα προβλήματα όπως για παράδειγμα από την παρουσία οπών στα πέλματα ή τον κορμό των διατομών.



Σχήμα 1.3: Μεταλλικός σκελετός κατοικίας



Σχήμα 1.4: Το εθνικό μουσείο του Zayed το οποίο κατασκευάστηκε με χάλυβα ψυχρής διαμόρφωσης

1.3 Μορφές διατομών

Τα προϊόντα ψυχρής διαμόρφωσης διακρίνονται σε δύο κυρίως κατηγορίες:

- Ραβδόμορφα στοιχεία ως μέλη του φέροντα οργανισμού
- Επιφανειακά στοιχεία του κελύφους της κατασκευής ή πλακών

Τυπικές διατομές της πρώτης κατηγορίας προϊόντων ψυχρής διαμόρφωσης φαίνονται στο σχήμα 1.5. Τα ραβδόμορφα αυτά στοιχεία αποτελούνται από ανοικτές μεμονωμένες διατομές, από ανοικτές κλειστές διατομές και από κλειστές σύνθετες διατομές. Χρησιμοποιούνται κυρίως ως δοκοί για σχετικά μικρά φορτία και ανοίγματα (τεγίδες και μηκίδες), ως στύλοι και κατακόρυφες στηρίξεις και ως ράβδοι σε δικτυώματα. Συνήθως το ύψος των διατομών ψυχρής διαμόρφωσης κυμαίνεται από 50 έως 300 mm και το πάχος του υλικού από 1 έως 8 mm. Βέβαια και τιμές εκτός αυτών των ορίων χρησιμοποιούνται.

Παραδείγματα επιφανειακών στοιχείων φαίνονται στο σχήμα 1.6. Από αυτές τις διατομές αποτελούνται επίπεδα φέροντα μέλη, με το μικρότερο δυνατό πάχος υλικού, και χρησιμοποιούνται γενικά για την κάλυψη επιφανειών υπό μέτρια κατανεμημένη φόρτιση (καταστρώματα οροφής, δαπέδου, επικάλυψη τοίχων). Το ύψος των διατομών κυμαίνεται από 40 έως 200mm και το πάχος τους από 0,5 έως 2 mm. Τα μέλη ψυχρής ελάσεως και τα αυλακωτά φύλλα έχουν εντός επιτρεπόμενων ανοχών ένα σταθερό ονομαστικό πάχος σε όλο το μήκος τους και μπορεί να έχουν είτε ομοιόμορφη διατομή είτε απομειούμενη διατομή κατά το μήκος τους.



Σχήμα 1.5: Τυπικές μορφές ραβδόμορφων στοιχείων



Σχήμα 1.6: Παραδείγματα τραπεζοειδών ελασμάτων και κασετών

Για την αύξηση της δυσκαμψίας των διατομών ψυχρής έλασης, προβλέπονται ακραίες ή ενδιάμεσες ενισχύσεις. Οι αντίστοιχες ακραίες και πτυχωτές ενισχύσεις ή εγκοπές φαίνονται στα παρακάτω σχήματα.





α) Απλές ακραίες πτυχωτές ενισχύσεις

β) Διπλές ακραίες πτυχωτές ενισχύσεις

Σχήμα 1.7: Τυπικές μορφές ακραίων ενισχύσεων



α) Εσωτερικές ενισχύσεις πελμάτων
 β) Εσωτερικές ενισχύσεις κορμού
 Σχήμα 1.8: Τυπικές μορφές ενδιάμεσων διαμήκων ενισχύσεων



α) Πτυχώσεις και κάμψεις





β) Πτυχωτές και καμπύλες αυλακώσεις

γ) Κοχλιωτή ενίσχυση με γωνιακό

Σχήμα 1.9: Τυπικές μορφές ενισχύσεων για μέλη και φύλλα ψυχρής ελάσεως

1.4 Μέθοδοι παραγωγής

Οι διατομές ψυχρής ελάσεως μπορούν να κατασκευαστούν με τις ακόλουθες μεθόδους:

- 1. Αναδίπλωση
- 2. Συμπίεση
- 3. Ψυχρή έλαση

Οι δύο πρώτες μέθοδοι εφαρμόζονται για μικρές ποσότητες δομικών στοιχείων και για μήκη έως 6 μέτρα. Η τρίτη μέθοδος χρησιμοποιείται για εν σειρά βιομηχανική παραγωγή.

Η μέθοδος της αναδίπλωσης είναι η απλούστερη διαδικασία και εφαρμόζεται για ευθύγραμμες μόνο διαμορφώσεις και υπό σταθερά συνήθως γωνία 90° μέσω μιας σειράς διαμορφώσεων (Σχήμα 1.10), με χρήση ειδικών μηχανών που καλούνται «στράντζες». Η μέθοδος της αναδίπλωσης έχει πολύ περιορισμένη εφαρμογή.



Σχήμα 1.10: Μορφοποίηση μέσω αναδίπλωσης (folding)

Η συμπίεση έχει ευρύτερη εφαρμογή, επιτρέποντας την παραγωγή μεγαλύτερης ποικιλίας διατομών. Εφαρμόζεται είτε για ευθύγραμμες διαμορφώσεις (λόγω όμως της χρήσεως ειδικών μήτρων μπορούμε να έχουμε κάμψη υπό γωνία διάφορη των 90°), με χρήση των στραντζοπρεσσών είτε μέσω απλών πρεσσών για διαμόρφωση (μέσω μήτρας) οποιουδήποτε μορφώματος (Σχήμα 1.11).

Η τρίτη μέθοδος μέσω ειδικών διαμορφωτικών μηχανών (extruders) χρησιμοποιείται για την κατασκευή τόσο ανοικτών, όσο και κλειστών (συγκολλητών ή μη) διατομών, με μήκη έως και 14 μέτρα. Η μέθοδος της ψυχρής έλασης παρουσιάζει μεγάλη παραγωγικότητα και καλή ποιότητα προϊόντων από άποψη ακρίβειας και εμφάνισης. Κατά τη διαδικασία αυτή, ένα συνεχές φύλλο οδηγείται δια μιας σειράς απέναντι διατεταγμένων ελάστρων (ράουλα) τα οποία δίνουν

σταδιακά, μέσω πλαστικής παραμόρφωσης στο χάλυβα την επιθυμητή μορφή. Κάθε ζεύγος ελάστρων προκαλεί μια συγκεκριμένη σταθερή παραμόρφωση. Στο Σχήμα 1.12, μορφώνεται μια πιλοδοειδής διατομή. Κάθε ζεύγος ελάστρων ονομάζεται βαθμίδα. Όσο συνθετότερη είναι η διατομή τόσο περισσότερες βαθμίδες χρειάζονται. Σε κλειστές διατομές ψυχρής έλασης, τα έλαστρα σχηματίζουν κατ' αρχήν μια κυκλική διατομή και τα απέναντι άκρα των ελασμάτων συγκολλούνται, πριν την τελική έλαση, σε μια τετραγωνική ή κυκλική διατομή.



Σχήμα 1.11: Παραγωγή με συμπίεση (press banking)



Σχήμα 1.12: Διαδικασία διαμόρφωσης απλών διατομών (cold rolling)



Σχήμα 1.13: Ψυχρή έλαση χαλυβδόφυλλων

1.5 Ευστάθεια μελών ψυχρής έλασης

Όσον αφορά τη στατική συμπεριφορά, σε σχέση με τα συμβατικά μεταλλικά μέλη, τα λεπτότοιχα στοιχεία ψυχρής διαμόρφωσης χαρακτηρίζονται από: 1) το σταθερό πάχος της διατομής, 2) το μεγάλο πλάτος της διατομής σε σχέση με το πάχος της, 3) την ποικιλία των διατομών. Ειδικότερα, το δεύτερο στοιχείο (2) προκαλεί φαινόμενα τοπικού λυγισμού, γεγονός που επηρεάζει τη δυνατότητα ανάληψης φορτίου του μέλους. Ωστόσο δεν θα πρέπει να παραλειφθούν και οι διάφορες κατασκευαστικές ατέλειες που προκαλούνται κατά τη διαδικασία της ψυχρής διαμόρφωσης γίνεται γενικά πιο σύνθετος εξαιτίας αυτών των χαρακτηριστικών. Οι κυριότεροι παράγοντες που επηρεάζουν τη στατική συμπεριφορά των λεπτότοιχων στοιχείων είναι:

- ο τοπικός λυγισμός
- ο λυγισμός με στρέβλωση της διατομής
- ο καθολικός λυγισμός
- ο διατμητικός λυγισμός και τα φαινόμενα καμπυλώσεως

Επιπλέον, είναι πιθανή και η αλληλεπίδραση των παραπάνω ασταθειών. Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζονται διάφορες μορφές λυγισμού μιας διατομής U, όπως υπολογίστηκαν με ιδιομορφική ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων. Οι κρίσιμες τάσεις λυγισμού και τα κρίσιμα μήκη κύματος φαίνονται στο σχήμα.



Σχήμα 1. 14: Ιδιόμορφες διατομής U με ακραίες ενισχύσεις υπό αξονική θλίψη. Απλές ιδιόμορφες: α) τοπικός λυγισμός, β) τοπικός λυγισμός με στρέβλωση της διατομής γ) καμπτικός λυγισμός περί τον ασθενή άξονα δ) στρεπτοκαμπτικός λυγισμός ε) αλληλεπίδραση τοπικού λυγισμού και λυγισμού με στρέβλωση της διατομής στ) αλληλεπίδραση τοπικού λυγισμού και καμπτικού λυγισμού περί τον ασθενή άξονα.

1.6 Πλεονεκτήματα χρήσης στοιχείων από χάλυβα ψυχρής διαμόρφωσης

Τα πλεονεκτήματα των προϊόντων ψυχρής διαμόρφωσης ως προς τη χρήση τους στις κατασκευές είναι τα εξής:

- Ελευθερία στον αρχιτεκτονικό σχεδιασμό
 Η χρήση του χάλυβα σαν κύριο δομικό υλικό επιτρέπει το σχεδιασμό ενιαίων χώρων αρκετών τετραγωνικών μέτρων χωρίς την ύπαρξη υποστυλωμάτων.
 Βασικό στοιχείο σχεδιασμού είναι η ενσωμάτωση των κύριων δοκών στις τοιχοποιίες προσφέροντας υψηλό αισθητικό αποτέλεσμα στους εσωτερικούς χώρους των κτιρίων.
- Ταχύτητα ανέγερσης της κατασκευής
 Τα στοιχεία έχουν παραχθεί στις ακριβείς διαστάσεις και έχουν ήδη διανοιγμένες οπές. Έτσι μειώνεται ο χρόνος παραμονής στο εργοτάξιο όπου γίνεται η απλή συναρμολόγηση. Τα διάφορα μέλη μπορούν να ανυψωθούν σε ομάδες με χρήση γερανού. Τα παραπάνω στοιχεία έχουν ως αποτέλεσμα τη μεγάλη ταχύτητα κατασκευής καθώς και την ταχεία απόδοση του επενδεδυμένου κεφαλαίου.
- Αντισεισμική προστασία

Το χαμηλό βάρος της κατασκευής εξασφαλίζει την άριστη συμπεριφορά του κτιρίου σε περίπτωση σεισμού και προσφέρει υψηλή ασφάλεια σε όσους κατοικούν σε αυτό. Με τη χρήση χιλιάδων αυτοδιάτρητων βιδών και κατάλληλων αγκυρίων επιτυγχάνεται άριστη σύνδεση μεταξύ των στοιχείων.

- Προστασία από διάβρωση
 Μέσω του γαλβανίσματος επιτυγχάνεται επαρκής προστασία έναντι διάβρωσης και κατά συνέπεια μεγάλη διάρκεια ζωής της κατασκευής.
- Λύση για δύσκολες εφαρμογές (προσθήκες ορόφων κλπ.) δυνατότητα προκατασκευής

Τα στοιχεία από χάλυβα ψυχρής διαμόρφωσης λόγω του χαμηλού βάρους τους είναι κατάλληλα για τις περιπτώσεις προσθήκης καθ' ύψος σε υφιστάμενα κτίρια. Επιπλέον παρέχεται η δυνατότητα προκατασκευής των μεταλλικών στοιχείων σε περιπτώσεις όπου η επί τόπου συναρμολόγηση είναι δύσκολη λόγω της μορφής και της θέσης του υφιστάμενου κτιρίου.

• Φιλικότητα προς το περιβάλλον

Ο χάλυβας είναι ανακυκλώσιμο υλικό και η διαδικασία παραγωγής του καταναλώνει λιγότερη ενέργεια σε σχέση με άλλα υλικά.

Σε σύγκριση με άλλα δομικά υλικά, όπως το ξύλο και το σκυρόδεμα, η χρήση χαλύβδινων στοιχείων ψυχρής διαμόρφωσης έχει τα εξής πλεονεκτήματα:

- Ελαφρότητα
- Υψηλή δυσκαμψία και αντοχή
- Δυνατότητα προκατασκευής και μαζικής παραγωγής
- Δυνατότητα κάλυψης μεγάλων ανοιγμάτων (μέχρι 10m)
- Μεγαλύτερη ακρίβεια στη μόρφωση των κατασκευαστικών λεπτομερειών
- Ευκολία στη δημιουργία οδών διέλευσης όπως αγωγοί και καλωδιώσεις
- Αποφυγή ερπυσμού και συστολής ξήρανσης για ήπιες θερμοκρασίες
- Ελευθερία από τερμίτες και μούχλα
- Ενιαία ποιότητα
- Καλή πυραντίσταση και ευκολία αντικατάστασης των υλικών πυροπροστασίας μετά από ενδεχόμενη πυρκαγιά.
- Ευκολία και οικονομία τόσο κατά τη μεταφορά όσο και κατά την κατασκευή
- Μεγάλη περιβαλλοντική προστασία λόγω μεγάλου χρόνου χρήσης,
 επανάχρησης, ανακύκλωσης και περιορισμού των μπάζων στο ελάχιστο

1.7 Εφαρμογές

Οι συνήθεις εφαρμογές των στοιχείων ψυχρής διαμόρφωσης συνοψίζονται στα εξής:

• Τεγίδες και μηκίδες

Αποτελούν βασικό πεδίο εφαρμογής για στήριξη επικαλύψεων, ιδιαίτερα οι διατομές Z που συνδέονται μεταξύ τους με υπερκάλυψη ώστε να δημιουργείται συνεχής δοκός.

• Κύριος φορέας

Χρησιμοποιούνται ως κύριος φορέας σε προκατασκευασμένα ελαφρά βιομηχανικά κτίρια ή κτίρια αποθήκευσης καθώς και σε κτίρια κατοικιών και πολυώροφα μεταλλικά κτίρια.

- Μεγάλα πετάσματα (πάνελ) για κτίρια κατοικίας
- Σύμμικτες πλάκες
- Δικτυώματα
- Πλαίσια με κοχλιωτούς κόμβους για βιομηχανικά κτίρια
- Κελυφωτές κατασκευές
- Βιομηχανικά ράφια
- Χωροδικτυώματα
- Γεωργικά σιλό



Σχήμα 1.15: Κατασκευή από χάλυβα ψυχρής διαμόρφωσης, φαίνονται οι τεγίδες, οι μηκίδες και τα φύλλα επικάλυψης οροφής και τοίχου



Σχήμα 1.16: Χαλυβδόφυλλο σύμμικτης πλάκας



Σχήμα 1.17: Τεγίδες διατομής Ζ από χάλυβα ψυχρής διαμόρφωσης



Σχήμα 1.18: Στέγαστρο από στοιχεία ψυχρής έλασης



Σχήμα 1.19: Επικάλυψη toll με χαλυβδόφυλλα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΥΛΙΚΩΝ ΚΑΙ ΔΙΑΤΟΜΩΝ ΨΥΧΡΗΣ ΕΛΑΣΗΣ

2.1 Ποιότητες χαλύβων

Όλοι οι χάλυβες που χρησιμοποιούνται για τη μόρφωση μελών και φύλλων ψυχρής ελάσεως πρέπει να είναι κατάλληλοι για ψυχρή έλαση και συγκόλληση, αν χρειαστεί. Χάλυβες οι οποίοι χρησιμοποιούνται για μέλη και φύλλα που πρόκειται να γαλβανιστούν πρέπει να είναι κατάλληλοι για γαλβανισμό. Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι ονομαστικές τιμές των μηχανικών χαρακτηριστικών για τις συνήθεις ποιότητες χάλυβα.

Πίνακας 2.1: Ποιότητες χάλυβα και αντίστοιχες ονομαστικές τιμές του βασικού ορίου διαρροής f_{yb} και της εφελκυστικής αντοχής f_u

Τύπος χάλυβα	Κανονισμός	Κατηγορία	f _{γb} N/mm²	f _u N/mm²
Προϊόντα θερμής ελάσεως μη κραματωμένων δομικών	1 EN 10025: Part 2	S 235	235	360
χαλύβων. Μέρος 2: Τεχνικές συνθήκες παράδοσης μη κραματωμένων δομικών χαλύβων		S 275	275	430
		S 355	355	510
Ποοϊόντα θεομάς ελάσεως		S 275 N	275	370
Προιοντά θερμής ελάσεως		S 355 N	355	470
		S 420 N	420	520
Μερος 3: Τεχνικές συνθηκές παράδοσης για εξομαλυμένους / εξομαλυμένους ελατούς συγκολλήσιμους, λεπτόκοκκους δομικούς χάλυβες	EN 10025: Part 3	S 460 N	460	550
		S 275 NL	275	370
		S 355 NL	355	470
		S 420 NL	420	520
		S 460 NL	460	550
	EN 10025: Part 4	S 275 M	275	360
Προτοντά θερμης ελάσεως		S 355 M	355	450
δομικων χαλυβων. Μέρος 4: Τεχνικές συνθήκες παράδοσης για θερμομηχανικούς, ελατούς συγκολλήσιμους λεπτόκοκκους δομικούς χάλυβες		S 420 M	420	500
		S 460 M	460	530
		S 275 ML	275	360
		S 355 ML	355	450
		S 420 ML	420	500
		S 460 ML	460	530

Πίνακας 2.1: Ποιότητες χάλυβα και αντίστοιχες ονομαστικές τιμές του βασικού ορίου διαρροής f_{yb} και της εφελκυστικής αντοχής f_u

Χαλύβδινα φύλλα ψυχρής αναγωγής, δομικής ποιότητας		CR 220	220	300
	ISO 4997	CR 250	250	330
		CR 320	320	400
Συνεχώς εν θερμώ επιψευδαργυρωμένα φύλλα δομικού χάλυβα		S220GD+Z	220	300
		S250GD+Z	250	330
	EN 10147	S280GD+Z	280	360
		S320GD+Z	320	390
		S350GD+Z	350	420
Επίπεδα προϊόντα θερμής ελάσεως από χάλυβες υψηλής αντοχής για ψυχρή έλαση Μέρος 2: Συνθήκες μεταφοράς για θερμομηχανικά ελατούς χάλυβες.		S 315 MC	315	390
	EN 10149: Part 2	S 355 MC	355	430
		S 420 MC	420	480
		S 460 MC	460	520
		S 500 MC	500	550
		S 550 MC	550	600
		S 600 MC	600	650
		S 650 MC	650	700
		S 700 MC	700	750
		S 260 NC	260	370
	EN 10149:	S 315 NC	315	430
	Part 3	S 355 NC	355	470
		S 420 NC	420	530

2.2 Ιδιότητες υλικού μελών και φύλλων ψυχρής έλασης

Η κατεργασία με την οποία θα παραχθούν οι διατομές ψυχρής έλασης, με όποια από τις μεθόδους της παραγράφου 1.4 επιτυγχάνεται, επηρεάζει τις ιδιότητες του υλικού. Συγκεκριμένα, σε σύγκριση με το αρχικό υλικό, η ψυχρή έλαση αυξάνει το όριο διαρροής του υλικού, ιδιαίτερα στις γωνίες και τα πέλματα και προσδίδει τοπική αντοχή στην παραγόμενη διατομή. Αυτή η τοπική αντοχή προσμετρείται με τον υπολογισμό ενός αυξημένου μέσου ορίου διαρροής *f*_{ya}, το οποίο υπολογίζεται με βάση την παρακάτω σχέση:

$$f_{ya} = f_{yb} + \left(f_u - f_{yb}\right) \cdot \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{t}^2}{\mathbf{A}_g} \qquad \alpha \lambda \lambda \dot{\alpha} \qquad f_{ya} \le \frac{\left(f_u + f_{yb}\right)}{2}$$
(2.1)

όπου:

Α_g εμβαδόν της πλήρους διατομής

- κ συντελεστής που λαμβάνει υπόψη τον τρόπο παραγωγής
 -k = 7 για ψυχρή κάμψη
 - -k = 5 για άλλους τρόπους διαμόρφωσης
- n αριθμός των κάμψεων κατά 90° της διατομής με εσωτερική ακτίνα $r_i \leq 5t$ (τμήματα κάμψεων 90° υπολογίζονται ως τμήματα του n)
- t πάχος σχεδιασμού πυρήνα του αρχικού ελάσματος προ της ψυχρής έλασης χωρίς μεταλλικές ή οργανικές επιστρώσεις

Το αυξημένο όριο διαρροής λόγω της ψυχρής ελασης μπορεί να λαμβάνεται υπόψη σε αξονικά φορτιζόμενα μέλη όπου η ενεργός διατομή A_{eff} της διατομής είναι ίση με την πλήρη διατομή A_g, ενώ στον υπολογισμό της A_{eff} το όριο διαρροής πρέπει να λαμβάνεται ως *f*_{yb}.

Το μέσο όριο διαρροής fya μπορεί να χρησιμοποιηθεί στον υπολογισμό:

- i) της αντοχής της διατομής για ένα αξονικά φορτιζόμενο εφελκυόμενο μέλος
- της αντοχής της διατομής και της αντοχής σε λυγισμό για ένα αξονικά φορτιζόμενο θλιβόμενο μέλος στο οποίο ολόκληρη η διατομή είναι ενεργή
- iii) στην καμπτική αντοχή όμοιας διατομής με πλήρη ενεργά πέλματα

Τέλος, το αυξημένο όριο διαρροής λόγω της ψυχρής ελάσεως δεν πρέπει να χρησιμοποιείται για μέλη τα οποία υπόκεινται σε θερμή επεξεργασία μετά την ψυχρή έλαση σε θερμοκρασία υψηλότερη από 580°C για περισσότερη από μία ώρα.

2.3 Ονομαστικές διαστάσεις διατομών

Οι ονομαστικές διαστάσεις των επιμέρους στοιχείων της διατομής καθορίζονται από τον Ευρωκώδικα και ισχύουν για κάθε διατομή. Οι συνολικές διαστάσεις μελών και φύλλων ψυχρής ελάσεως, όπως το συνολικό πλάτος *b*, το συνολικό ύψος *h*, η εσωτερική ακτίνα καμπύλωσης *r* και άλλες εξωτερικές διαστάσεις οι οποίες συμβολίζονται χωρίς δείκτες όπως *α*, *c* ή *d* μετρούνται από το εξωτερικό άκρο των στοιχείων, εκτός αν δηλώνεται διαφορετικά, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.1.



Σχήμα 2.1 : Διαστάσεις τυπικών διατομών

Οι υπόλοιπες διαστάσεις της διατομής μελών και φύλλων ψυχρής ελάσεως που συμβολίζονται με δείκτες, όπως b_d, h_w ή s_w, μετρώνται από τον άξονα των στοιχείων ή το μέσο σημείο της γωνίας. Το πάχος t είναι το πάχος σχεδιασμού του χάλυβα.

2.4 Επιρροή των καμπύλων προσαρμογής

Με τη διαδικασία της ψυχρής έλασης δημιουργούνται καμπύλες προσαρμογής στις διατομές. Ωστόσο ο υπολογισμός των ιδιοτήτων της διατομής θα πρέπει να βασίζεται στην πραγματική γεωμετρία της διατομής. Η επιρροή των στρογγυλευμένων γωνιών στην αντοχή της διατομής μπορεί να αγνοηθεί αν για εσωτερικές ακτίνες r ισχύουν οι σχέσεις r≤5t και r≤0.10b_p. Η διατομή μπορεί τότε να θεωρηθεί ότι αποτελείται από επίπεδα τοιχώματα με αιχμηρές γωνίες. Στις αδρανειακές ιδιότητες της διατομής για τον υπολογισμό δυσκαμψίας η επιρροή των στρογγυλευμένων γωνιών πρέπει να λαμβάνεται πάντα υπόψη.

Για τιμές r μεγαλύτερες των παραπάνω, η επιρροή των στρογγυλευμένων γωνιών στις ιδιότητες της διατομής μπορεί να ληφθεί υπόψη με απομείωση των ιδιοτήτων μιας παρόμοιας διατομής με αιχμηρές γωνίες, βλέπε σχήμα 2.3, με βάση τις παρακάτω προσεγγιστικές σχέσεις:

$$A_{g} \approx A_{g,sh} (1 - \delta)$$
 (2.2a)

$$I_g \approx I_{g,sh} (1 - 2\delta) \tag{2.2\beta}$$

$$I_w \approx I_{w,sh} (1 - 4\delta)$$
 (2.2 γ)

με:

όπου:

$$\delta = 0.43 \frac{\sum_{j=1}^{n} r_{j} \frac{\phi_{j}}{90^{\circ}}}{\sum_{i=1}^{m} b_{p,i}}$$
(2.28)

 A_{g} εμβαδόν πλήρους διατομής η τιμή του Ag για μια διατομή από επίπεδα στοιχεία A_{g,sh} ονομαστικά πλάτη επίπεδων τοιχωμάτων Ι για μια διατομή b_{p,i} από επίπεδα στοιχεία ροπή αδράνειας πλήρους διατομής lg τιμή της Ig για μια διατομή από επίπεδα στοιχεία l_{g,sh} σταθερά στρέβλωσης πλήρους διατομής l_w τιμή της Ιw για μια διατομή από επίπεδα στοιχεία l_{w,sh} φ γωνία μεταξύ δύο επίπεδων τοιχωμάτων αριθμός επίπεδων τοιχωμάτων m αριθμός καμπύλων τοιχωμάτων n εσωτερική ακτίνα καμπύλου τοιχώματος j ri

Οι απομειώσεις με βάση τις εξισώσεις (2.2) μπορούν επίσης να εφαρμοστούν και κατά τον υπολογισμό των ιδιοτήτων της ενεργού διατομής A_{eff},

 $I_{y,eff}$, $I_{z,eff}$ και $I_{w,eff}$ με την προϋπόθεση ότι τα ισοδύναμα πλάτη των επίπεδων στοιχείων μετρώνται από τα σημεία τομής των μέσων επιφανειών των στοιχείων.

Τέλος όταν η εσωτερική ακτίνα είναι r > 0,04·t·E/f_y η αντοχή της διατομής πρέπει να προσδιορίζεται από πειράματα.



Σχήμα 2.2: Ονομαστικά πλάτη επίπεδων στοιχείων b_p, ώστε να ληφθούν υπόψη οι κάμψεις



Πραγματική διατομή Ιδεατή διατομή **Σχήμα 2.3:** Προσεγγιστικός τρόπος για να ληφθούν υπόψη οι στρογγυλευμένες γωνίες

2.5 Γεωμετρικές συνθήκες ισχύος

Όσα έχουν αναφερθεί σχετικά με το σχεδιασμό και τον υπολογισμό των λεπτότοιχων διατομών ψυχρής έλασης ή διαμόρφωσης είναι εφαρμόσιμα μόνο στις διατομές που πληρούν ορισμένες γεωμετρικές συνθήκες. Αυτές συνοψίζονται στον παρακάτω πίνακα όπου δίνονται οι μέγιστοι λόγοι πλάτους προς πάχος της διατομής. Για διατομές των οποίων η γεωμετρία δεν περιλαμβάνεται στον πίνακα, ο σχεδιασμός τους πρέπει να διεξαχθεί πειραματικά.

Για την εξασφάλιση επαρκούς ακαμψίας και ασφάλειας έναντι πρόωρου λυγισμού των τυχών ενισχύσεων, οι διαστάσεις τους πρέπει να βρίσκονται μέσα στα ακόλουθα όρια:

$$0,2 \le \frac{c}{b} \le 0,6$$
$$0,1 \le \frac{d}{b} \le 0,3$$

όπου οι διαστάσεις b,c και d είναι αυτές που απεικονίζονται στον πίνακα 2.2. Av c / b < 0,2 ή d / b < 0,1 το χείλος αγνοείται και τίθεται c = 0 ή d = 0. Θα πρέπει ακόμη να σημειωθεί ότι το μήκος του χείλους c μετράται κάθετα στο πέλμα στην περίπτωση που το χείλος δεν είναι κάθετο στο πέλμα.



Πίνακας 2.2: Μέγιστοι λόγοι πλάτους προς πάχος

2.6 Προσομοίωση για στατική ανάλυση

Μια τυχούσα διατομή αποτελείται από μεμονωμένα πλακοειδή στοιχεία, τα οποία εδράζονται σε μία ή δύο πλευρές. Για τον προσδιορισμό των ιδιοτήτων της ενεργού διατομής, η διατομή διασπάται στα επιμέρους στοιχεία για τα οποία υπολογίζονται ξεχωριστά τα ενεργά πλάτη. Στο επόμενο βήμα η διατομή ανασυντίθεται από τα ενεργά τμήματα των επιμέρους στοιχείων.

Κατά τη διάσπαση της διατομής σε επιμέρους τοιχώματα, πρέπει να προσδιοριστεί η μεταξύ τους αλληλεπίδραση. Αυτό συμβαίνει με τη βοήθεια ενός κατάλληλου προσομοιώματος για τη σύνδεση και την ενίσχυση, μέσω της εισαγωγής κατάλληλων στροφικών και μεταφορικών ελατηρίων όπως φαίνονται στον πίνακα 2.3. Οι σταθερές των ελατηρίων μπορούν να προσδιοριστούν πειραματικά ή υπολογιστικά.

ΑΝΤΟΧΉ ΣΕ ΘΛΙΨΉ ΛΕΠΤΟΤΟΙΧΩΝ ΔΙΑΤΟΜΩΝ C ΚΑΙ Ζ ΜΕ ΟΠΕΣ ΣΤΟΝ ΚΟΡΜΟ

Τύπος στοιχείου	Προσομοίωμα	Τύπος στοιχείου	Προσομοίωμα
	*		
		ل ک ک	
	*		
		<u></u>	THE STATE

Πίνακας 2.3: Προσομοίωση των στοιχείων της διατομής

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΚΑΙ ΑΝΤΟΧΗ ΛΕΠΤΟΤΟΙΧΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

3.1 Γενικά

Το κύριο γνώρισμα των λεπτότοιχων ελασμάτων ψυχρής έλασης ή διαμόρφωσης είναι το εξαιρετικά μεγάλο πλάτος τους σε σχέση με το πάχος τους. Αυτό το στοιχείο τα διακρίνει από τα κλασσικά σιδηρά ελάσματα θερμής έλασης αλλά δημιουργεί και προβλήματα τα οποία αποτελούν και χαρακτηριστικό τους. Τέτοια προβλήματα είναι η μεγάλη τους ευκαμψία, με αποτέλεσμα ακόμα και μια απλή σημειακή καταπόνηση να προσδίδει σημαντικές παραμορφώσεις, αλλά και οι γεωμετρικές ατέλειες λόγω της ψυχρής διαμόρφωσης.

Εξαιτίας των ανωτέρω προβλημάτων, τα μέρη των λεπτότοιχων αυτών διατομών, προτού αστοχήσουν σε διαρροή, για θλιπτική ή διατμητική καταπόνηση, τείνουν να χάσουν την ευστάθειά τους. Η πιο κρίσιμη μορφή αστοχίας που εμφανίζεται είναι ο τοπικός λυγισμός, ο οποίος εξαναγκάζει τις διατομές σε μεταβολή του σχήματός τους. Γι' αυτό το λόγο, ο τοπικός λυγισμός θεωρείται πολύ σημαντικός και λαμβάνεται υπόψη στον προσδιορισμό της αντοχής και της δυσκαμψίας μελών ψυχρής έλασης.

Η αντοχή της διατομής είναι αυτή που στις περισσότερες περιπτώσεις καθορίζει την αντοχή ολόκληρου του μέλους. Όσον αφορά όμως τις χαλύβδινες διατομές, ο παραπάνω ισχυρισμός δεν επαληθεύεται πάντοτε, παρά μόνο για φόρτιση που προκαλεί εφελκυσμό ή κάμψη πλευρικά εξασφαλισμένων δοκών. Σε περιπτώσεις θλιβόμενων μελών διαπιστώνεται ότι υπάρχει στάθμη της εξωτερικής φόρτισης, για την οποία το μέλος χάνει την ευστάθειά του, αποκτά δηλαδή τη δυνατότητα να ισορροπήσει πέραν της αρχικής και σε μια γειτονική θέση ισορροπίας, φαινόμενο το οποίο χαρακτηρίζεται από το γενικό όρο λυγισμός.

3.2 Μορφές καθολικού λυγισμού

Η συμπεριφορά των μελών επηρεάζεται ως γνωστόν από φαινόμενα καθολικής αστάθειας, τα οποία υποβιβάζουν την αντοχή τους. Οι αστάθειες αυτές χαρακτηρίζονται από το γεγονός ότι κατά τη διάρκεια της φόρτισης οι διατομές υπόκεινται σε παραμορφώσεις στερεού σώματος (ως διαφράγματα), οι οποίες αποτελούνται από μετατοπίσεις γύρω από τους κύριους άξονες και από στροφές. Οι καθολικές αστάθειες χαρακτηρίζονται από το γενικό όρο καθολικός λυγισμός. Ανάλογα με τη θέση της διατομής στην παραμορφωμένη κατάσταση, διακρίνονται οι εξής μορφές λυγισμού:

- Καμπτικός λυγισμός (Flexural buckling)
 Οι διατομές υπόκεινται μόνο σε μετατοπίσεις γύρω από τους κύριους άξονες, χωρίς στροφές.
- Στρεπτικός λυγισμός (Torsional buckling)
 Οι διατομές υπόκεινται σε καθαρές στροφές.
- Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός (FT ή LT)

Οι διατομές υπόκεινται ταυτόχρονα σε μετατοπίσεις γύρω από τους κύριους άξονες και σε στροφές. Διακρίνονται, ανάλογα με τη φόρτιση, δύο είδη στρεπτοκαμπτικού λυγισμού. Το πρώτο είδος (FT= flexural torsional) αφορά λυγισμό μελών υπό θλίψη και κάμψη, ενώ το δεύτερο (LT= lateral torsional), ονομαζόμενο και πλευρικός λυγισμός, αφορά λυγισμό μελών υπό καθαρή κάμψη.



Σχήμα 3.1:Παραμορφώσεις διατομών κατά τον καθολικό λυγισμό.

Το μήκος κύματος των μορφών καθολικού λυγισμού είναι μεγάλο και τα σημεία μηδενισμού συμπίπτουν με τις θέσεις στήριξης έναντι των σχετικών μετατοπίσεων ή στροφών. Ο κίνδυνος καθολικού λυγισμού αυξάνει έτσι με την αύξηση των ανοιγμάτων. Σε αντίθεση με τις υπόλοιπες μορφές καθολικού λυγισμού, ο στρεπτικός λυγισμός έχει μικρά ως μεσαία μήκη κύματος και ταυτίζεται συχνά, με τον τοπικό λυγισμό.

3.3 Μορφές λυγισμού διατομών

Εκτός από καθολικό λυγισμό οι διατομές ψυχρής διαμόρφωσης εμφανίζουν πολύ συχνά μορφές τοπικού λυγισμού, όπου οι διατομές δεν μένουν απαραμόρφωτες ως διαφράγματα, αλλά παραμορφώνονται τοπικά. Η αστοχία δηλαδή αναφέρεται στη διατομή και δεν σχετίζεται με το λυγισμό ολόκληρου του μέλους. Ανάλογα με τις παραμορφώσεις της διατομής, διακρίνονται δύο τέτοια είδη λυγισμού: • Τοπικός λυγισμός (Local buckling)

Τα τοιχώματα της διατομής υπόκεινται σε πλακοειδείς παραμορφώσεις (κύρτωση). Το γενικό σχήμα της διατομής παραμένει αμετάβλητο, δεδομένου ότι οι εσωτερικές ακμές μένουν απαραμόρφωτες, αποτελώντας σημεία στήριξης των πλακοειδών στοιχείων. Κατ' εξαίρεση, οι εξωτερικές ακμές μπορούν να μετατοπίζονται. Ως ακμές ονομάζονται οι ευθείες τομής των επίπεδων στοιχείων της διατομής (πέλματα, κορμός, ενισχύσεις), αλλά και οι θέσεις των ενισχύσεων ενός τοιχώματος της διατομής.

• Λυγισμός με στρέβλωση της διατομής (Distorsional buckling)

Τα τοιχώματα της διατομής στρεβλώνονται, λόγω μετατοπίσεων των εσωτερικών ακμών.

Ο τοπικός λυγισμός έχει μικρό μήκος κύματος, ίδιας τάξης μεγέθους με το πλάτος του στοιχείου. Έτσι, ο κίνδυνος τοπικού λυγισμού δεν εξαρτάται από το μήκος της ράβδου αλλά από, τα πολύ μικρότερα, πλάτη των τοιχωμάτων της διατομής. Καθοριστικά μήκη λυγισμού είναι λοιπόν τα πλάτη των στοιχείων, ως αποστάσεις των, αμετάθετων, ακμών της διατομής. Ο λυγισμός με στρέβλωση της διατομής έχει μεσαίο μήκος κύματος. Τα μήκη αυτά αντιπροσωπεύουν περίπου το μήκος λυγισμού δοκών επί ελαστικών στηρίξεων. Έτσι, ο κίνδυνος λυγισμού με στρέβλωση της διατομής εξαρτάται από τις σχέσεις δυσκαμψιών μεταξύ στηριζόντων και στηριζόμενων στοιχείων.



Σχήμα 3.2: Παραμορφώσεις διατομής λόγω α) τοπικού λυγισμού και β),γ) λυγισμού με στρέβλωση της διατομής



Σχήμα 3.3: Παραμορφώσεις διατομής λόγω α) τοπικού λυγισμού και β) λυγισμού με στρέβλωση της διατομής

Για περιορισμό του κινδύνου τοπικού λυγισμού η διατομή μπορεί να ενισχυθεί με ακραίες ή ενδιάμεσες ενισχύσεις, μορφής απλών ή διπλών αναδιπλώσεων. Έτσι όμως, ενώ μειώνεται ο κίνδυνος τοπικού λυγισμού, αυξάνεται ο κίνδυνος λυγισμού με στρέβλωση της διατομής, γιατί κάθε ενίσχυση προσθέτει ένα ενδιάμεσο κόμβο ο οποίος μπορεί με τη σειρά του να μετατοπισθεί προσθέτοντας έτσι μια νέα πιθανή μορφή λυγισμού. Επομένως, η σημασία του λυγισμού με στρέβλωση της διατομής αυξάνεται στις διατομές νέας γενιάς με πολλές νευρώσεις.

Είναι προφανές ότι κάθε εμφανιζόμενη αστάθεια οδηγεί σε μείωση της αντοχής. Γίνεται έτσι αντιληπτό ότι οι διάφορες αστάθειες αλληλοεπηρεάζονται. Μέσω της αλληλεπίδρασης, η οποία εξαρτάται εν μέρει από τις σχέσεις των μηκών των κυμάτων των διαφόρων ιδιόμορφων λυγισμού, μπορούμε να έχουμε σημαντική μείωση της φέρουσας ικανότητας. Αν τα μήκη κύματος δύο συνδυασμένων ιδιόμορφων είναι της ίδιας τάξης μεγέθους (όπως καμπτικός και στρεπτοκαμπτικός) η αλληλεπίδραση είναι ασθενής μέχρι μέτρια. Αν οι διαφορές είναι μεγάλες η αλληλεπίδραση είναι μέτρια μέχρι ισχυρή.



Σχήμα 3.4: Μείωση της φέρουσας ικανότητας λόγω αλληλεπίδρασης ασταθειών

Τόσο ο στρεπτικός όσο και ο λυγισμός με στρέβλωση της διατομής αλληλοεπηρεάζονται με τον καθολικό λυγισμό. Το μέγεθος αλληλεπίδρασης χαρακτηρίζεται ως μεσαίο ή ισχυρό και οδηγεί σε μείωση των θεωρητικών κρίσιμων φορτίων ως και 30% με 50%.

Ο τοπικός λυγισμός μπορεί να λάβει χώρα σε μικρά φορτία, ταυτόχρονα με το λυγισμό με στρέβλωση της διατομής. Οι δύο μορφές λυγισμού μπορούν να αλληλοεπηρεάζονται, η μεταλυγισμική συμπεριφορά τους όμως είναι ευσταθής. Για το λόγο αυτό οι αντίστοιχες αντοχές αντιμετωπίζονται ξεχωριστά, ανεξάρτητα από την ταυτόχρονη ή μη εμφάνιση των δύο ασταθειών.

3.4 Θεωρητική τεκμηρίωση τοπικού λυγισμού

Το φαινόμενο αυτό έχει εξετασθεί τόσο για τη λυγισμική όσο και για τη μεταλυγισμική συμπεριφορά των κατασκευών και για μεγάλη ποικιλία φορτίσεων. Για τη θεωρητική τεκμηρίωση του φαινομένου θα εξετάσουμε μία απειρομήκη συνεχή πλάκα με εδράσεις σε ίσες αποστάσεις όπως φαίνεται στο σχήμα 3.5. Όλα τα ανοίγματα φορτίζονται με τον ίδιο τρόπο από ίσα φορτία, συμμετρικά ως προς τον Οx. Το πλάτος της πλάκας θεωρείται απείρως μεγάλο, ενώ το πάχος της h πολύ μικρό σε σχέση με αυτό της δοκού στηρίξεως.



Σχήμα 3.5: Απειρομήκης συνεχής πλάκα

Η τασική συνάρτηση που ικανοποιεί τις συνοριακές συνθήκες και την εξίσωση της πλάκας, τελικώς είναι η εξής:

$$\Phi = \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_n \cdot e^{-\frac{n\pi y}{\ell}} + B_n \cdot \left(1 + \frac{n\pi y}{\ell} \right) \cdot e^{-\frac{n\pi y}{\ell}} \right] \cdot \cos \frac{n\pi y}{\ell}$$
(3.1)

Οι σταθερές A_n και B_n προσδιορίζονται από τη συνθήκη που ορίζει ότι η πραγματική διανομή της εντάσεως θα είναι αυτή που ελαχιστοποιεί τη συνολικά παραγόμενη ενέργεια παραμορφώσεως. Οι αναπτυσσόμενες τάσεις είναι:

$$\sigma_{x} = \frac{\partial^{2} \Phi}{\partial y^{2}}, \quad \sigma_{y} = \frac{\partial^{2} \Phi}{\partial x^{2}}, \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^{2} \Phi}{\partial x \cdot \partial y}$$
(3.2)

Η ενέργεια παραμορφώσεως της πλάκας δίδεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\mathcal{E}_1 = 2 \cdot \frac{\mathbf{h}}{2\mathbf{E}} \int_0^\infty \int_0^{2\ell} [\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - 2 \cdot \mathbf{v} \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y + 2(1+\mathbf{v})\tau_{xy}^2] dx \cdot dy$$
(3.3)

Ή λόγω των (3.1) και (3.2):

$$\mathcal{E}_{1} = 2 \cdot h \cdot \sum_{n=1}^{n} \frac{n^{3} \pi^{3}}{\ell^{2}} \left(\frac{B_{n}^{2}}{E} + \frac{A_{n} B_{n}}{2G} + \frac{A_{n}^{2}}{2G} \right)$$
(3.4)

Η συνολική ροπή κάμψεως που καλείται να παραλάβει η ενιαία διατομή της πλάκας και της δοκού μπορεί να παρασταθεί, για τον παρόντα συμμετρικό φορέα, από τον τύπο:

$$M = M_o + M_1 \cdot \cos\frac{\pi x}{\ell} + M_2 \cdot \cos\frac{2\pi x}{\ell} + \dots$$
(3.5)

Έστω N η δύναμη που θλίβει την πλάκα και M = M_w + M_f η συνολική ροπή που κατανέμεται στον κορμό (M_w) και στην πλάκα (M_f). Τότε θα έχουμε M_f = N·e και επομένως:

$$N = 2h \cdot \int_{0}^{\infty} \sigma_{x} dy = 0$$

$$M_{w} = 2h \cdot e \cdot \int_{0}^{\infty} \sigma_{x} dy = M$$
(3.6)

Η ενέργεια των εξωτερικών δυνάμεων θα είναι:

$$\mathcal{E}_{2} = \int_{0}^{2\ell} \frac{N^{2} dx}{2AE} + \int_{0}^{2\ell} \frac{M_{w}^{2} dx}{2EI}$$
(3.7)

Και το συνολικό έργο:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{1} + \mathcal{E}_{2} = \frac{\pi}{2hE} \sum_{n=1}^{\infty} n \Big[Y_{n}^{2} + (1+\nu)X_{n}Y_{n} + (1+\nu)X_{n}^{2} \Big] + \frac{\ell}{2AE} \sum_{n=1}^{\infty} X_{n}^{2} + \frac{M_{o}^{2}\ell}{EI} + \frac{\ell}{2EI} \sum_{n=1}^{\infty} (M_{n} - eX_{n})^{2}$$
(3.8)

Όπου: $X_n = 2h \cdot \frac{n\pi}{\ell} \cdot A_n$, $Y_n = 2h \cdot \frac{n\pi}{\ell} \cdot B_n$

Πρέπει:
$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial A_n} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial B_n} = 0$$

Από αυτές τις εξισώσεις προσδιορίζουμε τα An, Bn.

Av M = M₁ cos
$$\frac{\pi x}{\ell}$$
 τότε εύκολα βρίσκουμε:

$$A_{1} = \frac{\ell X_{1}}{2\pi h} \quad B_{1} = -\frac{(1+x)\ell X_{1}}{2\pi h}$$

$$\Phi = \left[A_{1} \cdot e^{-\frac{\pi \cdot y}{\ell}} + B_{1}\left(1 + \frac{\pi \cdot y}{\ell}\right) \cdot e^{-\frac{\pi \cdot y}{\ell}}\right] \cdot \cos\frac{\pi \cdot y}{\ell}$$

Η κατανομή της σx θα είναι αυτή του σχήματος

Έπειτα προσδιορίζουμε το πλάτος 2λ το οποίο θα απαιτείτο σε μια δοκό μορφής Τ, ώστε αν είχαμε ομοιόμορφη κατανομή της σ_x να λαμβάναμε την ίδια ροπή M_f . Ένα τέτοιο πλάτος 2λ, θα ήταν το ενεργό πλάτος της πλάκας. Έστω σ_c η τάση στο c, ενώ η ομοιόμορφη τάση στο μέσο επίπεδο της πλάκας είναι σ_e , τότε από τη στοιχειώδη θεωρία κάμψεως βρίσκουμε:

$$\sigma_{\ell} = \sigma_{c} - \frac{M_{w} \cdot e}{I}, \qquad 2\lambda \cdot h \cdot \sigma_{\ell} + \sigma_{c} \cdot A = 0$$

$$M_{w} = -\frac{1}{\lambda} \left(1 + \frac{2\lambda h}{A} \right) \cdot \sigma_{\ell} \text{ kat } M_{f} = -2\lambda he \sigma_{\ell}$$

$$2\lambda = \frac{4\ell}{\pi \left(3 + 2\nu - \nu^{2} \right)}$$
(3.9)

Τελικά:

Για τον χάλυβα ισχύει ν = 0,3 άρα 2λ = 0,181(2ℓ) (3.10)

Δηλαδή για το υποτιθέμενο διάγραμμα ροπής $M = M_1 \cdot \cos \frac{\pi x}{\ell}$, το ενεργό πλάτος της πλάκας είναι το 18% του ανοίγματος 2ℓ αυτής. Με ανάλογο τρόπο μπορούν να επιλυθούν διάφορες περιπτώσεις φορέων για διάφορες φορτίσεις.

Ένα αντίστοιχο παράδειγμα είναι ο πρόβολος του σχήματος 3.6, ο οποίος φορτίζεται με δύο φορτία Ρ. Η κατανομή των τάσεων φαίνεται στην άνω πλάκα έλασμα. Ο προσδιορισμός των τάσεων και αυτής της κατανομής δεν μπορεί να γίνει με την κλασσική ανάλυση. Αυτή η μετάβαση από την υποτιθέμενη μέχρι σήμερα ομοιόμορφη κατανομή της στοιχειώδους αναλύσεως στην πραγματική κατανομή, είναι γνωστή με τον όρο "shear lag".



Σχήμα 3.6: Κατανομή των τάσεων στην άνω πλάκα έλασμα προβόλου

Η παραπάνω κοπιώδης μαθηματική επεξεργασία καταλήγει σε περίπλοκους τύπους δυσεφάρμοστους στην πράξη. Η κατανομή των τάσεων ακόμα και για την απλή περίπτωση μιας πλάκας, όπως αυτή του σχήματος, είναι μια τεταρτοβάθμια παραβολή. Παρατηρήθηκε όμως ότι το μεγαλύτερο ποσοστό των τάσεων παραλαμβάνεται από το τμήμα της πλάκας που βρίσκεται κοντά στις στηρίξεις της. Είναι λοιπόν, δυνατό να θεωρηθεί με προσέγγιση και υπέρ της ασφαλείας, ότι η εξωτερική φόρτιση παραλαμβάνεται από μια ομοιόμορφη εσωτερική τάση, που είναι κατανεμημένη σε ένα πλάτος b_{eff} ≤ b το οποίο αποκαλούμε ενεργό πλάτος της διατομής.


Σχήμα 3.7: Κατανομή τάσεων περιμετρικά εδραζόμενης θλιβόμενης πλάκας α) πραγματική κατανομή τάσεων, β) κατανομή τάσεων στη βάση του ενεργού πέλματος

Μια προσέγγιση του ενεργού πλάτους έδωσε πρώτος ο Von Karman με τον τύπο:

$$\frac{b_{eff}}{b_p} = \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{f_y}}$$
(3.11)

Ο Winter βελτίωσε τον παραπάνω τύπο, προβλέποντας και πιθανές γεωμετρικές ατέλειες:

$$\rho = \frac{b_{eff}}{b_p} = \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{f_y}} \cdot \left(1 - 0.22\sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{f_y}}\right)$$
(3.12)

όπου σ_{cr} η κρίσιμη τάση λυγισμού (ή τάση δρόμου διακλαδώσεως).

Εδώ πρέπει να σημειωθεί ότι η σ_{cr},για την ίδια διατομή, είναι διαφορετική από φόρτιση σε φόρτιση. Κατά συνέπεια το ενεργό πλάτος b_{eff} της ίδιας διατομής, διαφέρει ανάλογα με την καταπόνηση στην οποία υπόκειται αυτή.

Το ενεργό πλάτος έχει ως σκοπό, να προσδιορίσει τη λεγόμενη ενεργό διατομή. Όταν αναζητούμε τη φέρουσα ικανότητα και υπολογίζουμε το φορτίο αστοχίας ενός μέλους ψυχρής ελάσεως, το πρώτο βήμα είναι να προσδιορίσουμε το ενεργό πλάτος των θλιβόμενων στοιχείων μιας διατομής, βασιζόμενοι στην κατανομή των τάσεων. Στη συνέχεια, υπολογίζουμε τις γεωμετρικές ιδιότητες της ενεργού διατομής, λαμβάνοντας υπόψη τη μετατόπιση του ουδέτερου άξονα, λόγω των παραλειπόμενων τμημάτων της διατομής. Η τελική διαδικασία ελέγχου είναι η ίδια όπως και στα πρότυπα ελάσματα. Η αντοχή μιας λεπτότοιχης ενεργού διατομής, έχει ως όριο την τάση διαρροής σε κάθε τμήμα της, αφού ο έλεγχος γίνεται με ελαστική ανάλυση. Η αλληλεπίδραση διάφορων φαινομένων, που προκαλεί διαξονικές καταπονήσεις, ελέγχεται όπως και στις διατομές ψυχρής ελάσεως. Αν το ελεγχόμενο μέλος δεν κινδυνεύει από λυγισμό, τότε η ροπή αντοχής δίνεται από τον τύπο:

$$R_{M} = rac{W_{ef} \cdot f_{y}}{\gamma_{M}}$$
 όπου W_{ef} η ροπή αντιστάσεως ενεργού διατομής

Για την αποφυγή μιας κοπιώδους επαναληπτικής διαδικασίας κατά τον προσδιορισμό της ενεργού διατομής, τα ενεργά τμήματα του κορμού μπορούν να υπολογισθούν από το λόγο $X = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$, θεωρώντας διατομή με ελαττωμένο θλιβόμενο πέλμα (ενεργό), αλλά κορμό πλήρως ενεργό.



3.5 Κύρτωση με στρέβλωση διατομής

Η κύρτωση με στρέβλωση διατομής αποτελεί, σε σχέση με τον τοπικό και τον καθολικό λυγισμό, μια πολύ πιο σύνθετη μορφή αστάθειας. Σε αυτή την περίπτωση, η μορφή της διατομής δεν διατηρείται δεδομένου ότι παραμορφώνονται οι ακμές της διατομής. Επομένως, η συγκεκριμένη μορφή αστάθειας αφορά τις διατομές με ελαστικά στηριζόμενα άκρα και παραμορφώσιμες ενισχύσεις.



Σχήμα 3.9: Παραδείγματα μορφών λυγισμού με στρέβλωση της διατομής

Η κύρτωση με στρέβλωση της διατομής αξονικά θλιβόμενων μελών διατομής U, εξαρτάται από τη στροφική δυσκαμψία της τομής κορμού-πέλματος. Πλατύτεροι κορμοί είναι πιο εύκαμπτοι και προσφέρουν μικρότερη δυσκαμψία, έτσι ώστε να είναι πιθανότερη η εμφάνιση παραμορφώσεων της διατομής. Αν το πέλμα είναι στενό, εμφανίζεται τοπικός λυγισμός στον κορμό με όμοια μήκη κύματος, όπως στο πέλμα, κάτι που οδηγεί σε μικρές τάσεις κύρτωσης. Αν το πέλμα είναι πολύ πλατύ τότε το κύριο μέλημά μας είναι η στήριξή του με ενισχύσεις. Πλατύτερες ενισχύσεις στηρίζουν καλύτερα τα πέλματα αλλά είναι οι ίδιες ευαίσθητες έναντι τοπικού λυγισμού. Όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.10, το μήκος κύματος για κύρτωση με στρέβλωση διατομής βρίσκεται μεταξύ του μήκους κύματος του τοπικού και του καθολικού λυγισμού.



Σχήμα 3.10: Μήκη ημικυμάτων για διάφορες μορφές ελαστικής αστάθειας θλιβόμενου υποστυλώματος διατομής U

3.6 Γεωμετρικές ιδιότητες ενεργού διατομής υποκείμενης σε τοπικό λυγισμό ή λυγισμό με στρέβλωση διατομής

3.6.1 Παραδοχές

Σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 3, μέρος 1.3 (ΕΝ 1993-1-3) κατά την περιγραφή διατομών υποκείμενων σε τοπικό λυγισμό ή σε λυγισμό με στρέβλωση διατομής, λαμβάνονται υπ' όψιν τα εξής:

 Η επίδραση του τοπικού λυγισμού και του λυγισμού με στρέβλωση της διατομής πρέπει να λαμβάνονται υπόψη στον προσδιορισμό της αντοχής και της δυσκαμψίας μελών και φύλλων ψυχρής ελάσεως.

- Η επίδραση του τοπικού λυγισμού μπορεί να λαμβάνεται υπόψη χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες της ενεργού διατομής, οι οποίες στηρίζονται στα ενεργά πλάτη.
- Η πιθανή μετατόπιση του κέντρου βάρους της ενεργού ως προς την πλήρη διατομή, λαμβάνεται υπόψη.
- 4. Στον υπολογισμό της αντοχής έναντι τοπικού λυγισμού, το όριο διαρροής f_y πρέπει να λαμβάνεται ίσο με το όριο διαρροής του βασικού υλικού f_{yb} όταν υπολογίζονται τα ενεργά πλάτη των θλιβόμενων στοιχείων.
- 5. Για ελέγχους στην οριακή κατάσταση λειτουργικότητας το ενεργό πλάτος ενός θλιβόμενου στοιχείου πρέπει να βασίζεται στη θλιπτική τάση σ_{com,Ed,ser} του στοιχείου, υπό τα φορτία λειτουργικότητας.
- Ο λυγισμός με στρέβλωση της διατομής λαμβάνεται υπόψη αν αποτελεί τον κρίσιμο μηχανισμό αστοχίας.

3.6.2 Επίπεδα στοιχεία χωρίς ενισχύσεις.

Στο παράδειγμα της πλάκας του σχήματος, η κρίσιμη τάση λυγισμού σ_{cr} δίνεται από τον τύπο:

$$\sigma_{\rm cr} = \left(\frac{\pi t^2}{b_{\rm p}}\right)^2 \cdot \frac{EK_{\sigma}}{12(1-\nu^2)}$$
(3.13)

όπου:

b_p το θεωρητικό πλάτος

t το πάχος της πλάκας

ν το μέτρο Poisson

 K_{σ} ο αντίστοιχος συντελεστής κυρτώσεως, από τους πίνακες 3.1 και 3.2, ο οποίος εξαρτάται από τη μορφή του διαγράμματος των τάσεων.

Η ανηγμένη λυγηρότητα προσδιορίζεται από τη σχέση $\overline{\lambda_p} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}}$ οπότε

βρίσκουμε:

$$\overline{\lambda_p} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{12(1-v^2)f_y}{\pi^2 E K_{\sigma}}} \cong 1,052 \frac{b_p}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E K_{\sigma}}} = \frac{\frac{b_p}{t}}{28,4 \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{K_{\sigma}}}$$
(3.14)

όπου:

 K_{σ} ο συντελεστής κυρτώσεως, από τους πίνακες 3.1 και 3.2

ε =
$$\sqrt{\frac{23,5}{f_y}}$$
 με f_y σε KN/cm²

Ο μειωτικός συντελεστής υπολογίζεται:

• Av
$$\overline{\lambda_p} > 0,673$$
 tóte $\rho = \frac{1}{\overline{\lambda_p}} \cdot \left(1 - \frac{0,22}{\overline{\lambda_p}}\right)$
• Av $\overline{\lambda_p} \le 0,673$ tóte $\rho = 1$
(3.15)

σι bei	+ bp	-be2-		$\psi = +1:$ b_{eff} $b_{e1} =$ b_{e2}	$= \rho b_p$ $= 0.5b_{eff}$ $= 0.5b_{eff}$	12 11
σι b _{e1}	+ b _r	be2		$+1 > \psi \ge 0$ b_{c} b_{e}	$b_{T} = \rho b_{p}$ $b_{T} = \frac{2b_{eff}}{5 - \psi}$ $b_{p} = b_{eff} - \psi$	- <i>b_{el}</i>
σι + bei	bc br	be2		0>ψ≥ b b b	1: $p_{eff} = \rho b_{ef}$ $p_{ef} = 0.44$ $p_{e2} = 0.66$	bar b _{st}
σι De bei	bez bp	b. σ2	H.asta	¥ < −1: b b b	$p_{eff} = \rho b_{eff}$ $p_{e1} = 0.44$ $p_{e2} = 0.66$	b _{ell}
$\psi = \sigma_1 / \sigma_1$	+1	1>#>0	D	0> w >-1	-1	-1>#>-3
υντελεστής ύρτωσης λ,	4,0	8,2 1,05+#	7,81	7,81-6,29 \ +9,78\ ²	23,9	5,98(1-y)2
υντελεστής ύρτωσης *, Εναλλ	4,0 актіка́, у	$\frac{8,2}{1,05+\psi}$	7,81	$7,81-6,29\psi+9,78\psi^{2}$ $=\frac{16}{[(1+\psi)^{2}+0,112(1+\psi)^{2}}$	23,9) ⁰³ + (1+y	5

Πίνακας 3.1: Εσωτερικά θλιβόμενα στοιχεία



Πίνακας 3.2: Προεξέχοντα θλιβόμενα στοιχεία

Εάν σ_{max} είναι η μεγαλύτερη θλιπτική τάση, υπό την επίδραση των φορτίων λειτουργίας, διακρίνουμε τις παρακάτω περιπτώσεις:

- Εάν $\sigma_{\max} = \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$ (μέγιστη θλιπτική τάση ίση με το όριο διαρροής διά συντελεστή ασφαλείας), τότε εφαρμόζονται οι τύποι (3.14) και (3.15). Τα ενεργά πλάτη προσδιορίζονται από τους πίνακες 3.1 και 3.2.
- Εάν $\sigma_{\max} < \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$, τότε στη θέση του σ_{cr} εισέρχεται το σ_{\max} και ο λ_{ρ} που

χρησιμοποιείται στους παραπάνω τύπους γίνεται:

$$\overline{\lambda}_{p,\max} = \overline{\lambda}_p \sqrt{\frac{\sigma_{\max}}{\frac{f_y}{\gamma_{M1}}}}$$
(3.16)

 Εάν αναπτύσσεται η σ_{ορ}. Στην οριακή κατάσταση λειτουργικότητας, θα χρησιμοποιηθεί η σχέση:

$$\overline{\lambda}_{o\rho} = \overline{\lambda}_{p} \sqrt{\frac{\sigma_{o\rho}}{f_{y}}}$$
(3.17)

όπου σ_{ορ} η μέγιστη θλιπτική τάση πλακοειδούς στοιχείου για φορτία λειτουργίας, με χρήση της ενεργού διατομής.

Συνοπτικά η πορεία υπολογισμού είναι η ακόλουθη:

- Προσδιορίζουμε τις τάσεις των άκρων σ₁ και σ₂, χρησιμοποιώντας την πλήρη διατομή του επιπέδου μέλους.
- 2. Από την τιμή του λόγου $Ψ = σ_2 / σ_1$ και από τους πίνακες 3.1 και 3.2 βρίσκουμε τον $K_σ$.
- 3. Από τον τύπο (3.14) υπολογίζουμε το $\overline{\lambda}_{p}$.
- 4. Ανάλογα με την τιμή της μέγιστης θλιπτικής τάσεως, προσδιορίζουμε το $\overline{\lambda}_p$ κατά τους τύπους (3.16) ή (3.17).
- 5. Από τους τύπους (3.15) βρίσκουμε τον συντελεστή ρ και επομένως το beff.
- 6. Επαναλαμβάνουμε τους υπολογισμούς με το b_{eff} στη θέση του b_{ρ} .
- 7. Με το τελικό b_{eff}, λ
 _p και t που υπολογίζουμε, ελέγχουμε το έλασμα για τοπικό λυγισμό, με τη βοήθεια των καμπυλών λυγισμού από τον πίνακα 5.5.2 του EC.3.1.1.

3.6.3 Επίπεδα στοιχεία με ενισχύσεις

3.6.3.1 Γενικά

Οι ενισχύσεις ενός επίπεδου στοιχείου, μπορεί να βρίσκονται στα άκρα του ή να είναι ενδιάμεσες. Ο σκοπός των ενισχύσεων είναι η αύξηση της δυσκαμψίας των επίπεδων πλατεών στοιχείων με την επιχειρούμενη μείωση του επίπεδου πλάτους του στοιχείου. Οι ενισχύσεις αυτές, που έχουν μορφή αναδιπλώσεως ή πτυχώματος όπως φαίνονται στο σχήμα 3.11 προσδίδουν έντονη τοπική ακαμψία, ώστε σε σχέση με το απομένον επίπεδο τμήμα του ελάσματος, να μπορούν να θεωρηθούν δοκοί, επί των οποίων στηρίζεται το υπόλοιπο του επίπεδου ελάσματος.



Σχήμα 3.11: Ισοδύναμες δοκοί σε ενισχυμένες διατομές

Η έντονη τοπική ακαμψία που προσδίδει μια ενίσχυση επιτρέπει σε αυτή να θεωρείται ως δοκός επί της οποίας στηρίζεται το υπόλοιπο του επίπεδου ελάσματος. Σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 3 (ΕΝ 1993-1-3), ο έλεγχος ενισχυμένων θλιβόμενων στοιχείων βασίζεται στην παραδοχή ότι η ενίσχυση συμπεριφέρεται σαν ένα θλιβόμενο μέλος με συνεχή μερική δέσμευση, στα σημεία επαφής του με τα επίπεδα μέρη και με ακαμψία ελατηρίου (συνεχούς ανά μέτρο μήκους), που εξαρτάται από τις συνοριακές συνθήκες, αλλά και την δυσκαμψία του γειτονικού επίπεδου στοιχείου. Αυτό μας επιτρέπει να υιοθετήσουμε απλά μοντέλα σχεδιασμού, όπου τα ενισχυτικά ακαμψίας και τα προσκείμενα σε αυτά τμήματα των επίπεδων στοιχείων, θεωρούνται ως δοκοί επί ελαστικών βάσεων. Η σταθερά του ελατηρίου μιας ενίσχυσης εξαρτάται από τις οριακές συνθήκες και τη δυσκαμψία του γειτονικού στοιχείου της διατομής.



γ) Προσδιορισμός του δ για διατομές C και Z

Σχήμα 3.12: Καθορισμός της ακαμψίας του ελατηρίου

Επομένως, ο μηχανισμός λυγισμού και το φορτίο λυγισμού, εξαρτώνται από το ενεργό εμβαδόν και την ακαμψία της ενισχύσεως. Στην περίπτωση που η ενίσχυση διαθέτει επαρκή ακαμψία, μπορεί να θεωρηθεί ως άκαμπτη στήριξη για το προσκείμενο επίπεδο στοιχείο.

Η σταθερά του ισοδύναμου ελατηρίου για μια ενίσχυση προσδιορίζεται από την υποχώρηση που προκαλείται εφαρμόζοντας ένα μοναδιαίο φορτίο u ανά μονάδα μήκους (Σχήμα 3.12), από τη σχέση:

$$K = \frac{u}{\delta}$$
(3.18)

όπου Κ η σταθερά του ισοδυνάμου ελατηρίου και δ η μετακίνηση της ενίσχυσης λόγω του φορτίου u, που ασκείται στο κέντρο βάρους (b1) του ενεργού μέρους της διατομής.

Κατά τον καθορισμό των τιμών των στροφικών σταθερών του ελατηρίου C_{θ_1} , C_{θ_2} από τη γεωμετρία της διατομής, θα πρέπει να ληφθούν υπόψη τυχόν άλλες ενισχύσεις που υπάρχουν στο ίδιο το στοιχείο, ή σε οποιοδήποτε άλλο στοιχείο της διατομής που υπόκειται σε θλίψη.

Για μια ακραία ενίσχυση το βέλος δ υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$\delta = \theta b_{p} + \frac{u b_{p}^{3}}{3} \cdot \frac{12(1 - v^{2})}{Et^{3}}$$

$$\mu\epsilon: \qquad \theta = \frac{u b_{p}}{C_{g}}$$
(3.19)

Στην περίπτωση των ακραίων ενισχύσεων για διατομές C και Z, το C_θ πρέπει να υπολογίζεται με εφαρμογή μοναδιαίας δύναμης *u*, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.12(γ). Προκύπτει έτσι η ακόλουθη έκφραση για τη σταθερά ελατηρίου K₁ του πέλματος 1:

$$K_{1} = \frac{Et^{3}}{4(1-v^{2})} \cdot \frac{1}{b_{1}^{2} h_{w} + b_{1}^{3} + 0.5 b_{1} b_{2} h_{w} k_{f}}$$
(3.20)

όπου:

- h απόσταση από το σημείο τομής κορμού πέλματος ως το κέντρο
 βάρους της ενεργού διατομής της ακραίας ενίσχυσης του πέλματος 1
 (συμπεριλαμβανομένου του ενεργού τμήματος b_{e2} του πέλματος),
 βλέπε σχήμα 3.13(α).
- b2 η απόσταση από το σημείο τομής κορμού πέλματος ως το κέντρο
 βάρους της ενεργού διατομής της ακραίας ενίσχυσης του πέλματος 2
 (συμπεριλαμβανομένου του ενεργού τμήματος του πέλματος).
- h_w το ύψος του κορμού
- k_f = 0 πέλμα 2 είναι σε εφελκυσμό (π.χ. για δοκούς υπό κάμψη περί τον άξονα y-y)

 $k_{\rm f} = \frac{A_{\rm eff\,2}}{A_{\rm eff\,1}}$ αν το πέλμα 2 είναι σε θλίψη (π.χ. για δοκό υπό αξονική θλίψη)

 $k_{\rm f} = 1$ για συμμετρική διατομή σε θλίψη.

A_{eff1} και A_{eff2} τα ενεργά εμβαδά των ακραίων ενισχύσεων (συμπεριλαμβανομένου του ενεργού πλάτους b_{e2} του πέλματος, βλέπε σχήμα 3.13(β)), των πελμάτων 1 και 2 αντίστοιχα.

Για ενδιάμεσες ενισχύσεις, οι σταθερές των στροφικών ελατηρίων $C_{\theta,1}$ και $C_{\theta,2}$, μπορούν εναλλακτικά να ληφθούν συντηρητικά ίσες με 0, οπότε το βέλος προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$\delta = \frac{ub_1^2 b_2^2}{3(b_1 + b_2)} \cdot \frac{12(1 - v^2)}{Et^3}$$
(3.21)

Ο μειωτικός συντελεστής χ_d για τον υπολογισμό της αντοχής σε λυγισμό με στρέβλωση (καμπτικός λυγισμός της ενίσχυσης) πρέπει να υπολογίζεται από τη σχετική λυγηρότητα $\overline{\lambda}_d$ από τις σχέσεις:

$$\chi_{\rm d} = 1.0$$
 $\alpha v \ \overline{\lambda}_{\rm d} \le 0.65$ (3.22)

$$\chi_{\rm d} = 1,47 - 0,723\overline{\lambda}_{\rm d}$$
 $\alpha v \ 0,65 < \overline{\lambda}_{\rm d} < 1,38$ (3.23)

$$\chi_{\rm d} = \frac{0.66}{\overline{\lambda}_{\rm d}} \qquad \qquad \alpha \nu \ \overline{\lambda}_{\rm d} \ge 1.38 \qquad (3.24)$$

όπου:

$$\overline{\lambda}_{\rm d} = \sqrt{f_{\rm yb}/\sigma_{\rm cr,s}} \tag{3.25}$$

όπου $\sigma_{\rm cr,s}$ η ελαστική κρίσιμη τάση λυγισμού της ενίσχυσης.

3.6.3.2 Ακραίες ενισχύσεις

Μια ακραία ενίσχυση είναι δυνατόν να προέρχεται από απλή ή διπλή αναδίπλωση (απλό ή διπλό στραντζάρισμα), όπως φαίνεται στο σχήμα. Η ακραία ενίσχυση αγνοείται στον υπολογισμό για τον καθορισμό της αντοχής του επίπεδου στοιχείου στο οποίο είναι συνδεδεμένη εάν δεν προσφέρει στήριξη σε αυτό. Η διατομή μιας ακραίας ενίσχυσης πρέπει να θεωρείται ότι αποτελείται από τα ενεργά τμήματα της ενίσχυσης, στοιχείο c ή στοιχεία c και d (Σχήμα 3.13), και το ενεργό τμήμα του γειτονικού πλακοειδούς στοιχείου *b*_ρ.

Οι συνθήκες που πρέπει να ικανοποιούνται προκειμένου να ληφθεί υπόψη η συνεισφορά της ενίσχυσης είναι οι εξής:

- Η γωνία μεταξύ ενίσχυσης και του επιπέδου ελάσματος είναι μεταξύ 45° και 135°.
- 2. Για το πλάτος της ενίσχυσης c πρέπει να ισχύει: c > 0,2b_p, όπου c και b_p φαίνονται στο σχήμα .
- 3. Ο λόγος $b_p/t ≤ 60$ για απλή στραντζαριστή ενίσχυση και $b_p/t ≤ 90$ για διπλή στραντζαριστή ενίσχυση.

Αν ικανοποιούνται όλα τα παραπάνω κριτήρια, η επιρροή της ενίσχυσης λαμβάνεται υπόψη. Για τον υπολογισμό των ενεργών περιοχών των ενισχύσεων υπάρχουν δύο μέθοδοι: η γενική και η απλουστευμένη, οι οποίες αναλύονται παρακάτω.



Σχήμα 3.13: Ακραίες ενισχύσεις

1. Γενική Μέθοδος

Η μέθοδος αυτή είναι μια επαναληπτική μέθοδος. Γίνονται συνεχείς επαναλήψεις, μέχρις ότου προσεγγισθεί κατά την $n^{o \sigma \tau \eta}$ επανάληψη ο μειωτικός συντελεστής λυγισμού $X_n \approx X_{n-1}$ ($X_n < X_{n-1}$), όπου X_{n-1} ο μειωτικός συντελεστής που βρέθηκε από την (n-1) προσέγγιση. Η διαδικασία περιλαμβάνει τα παρακάτω βήματα:

i) Προσδιορίζεται μια αρχική ενεργός διατομή της ενίσχυσης, με ενεργά πλάτη προσδιοριζόμενα με την παραδοχή ότι η ενίσχυση παρέχει πλήρη εξασφάλιση και είναι σ_{com,Ed} =f_y/γ_{M0}. Συγκεκριμένα θεωρούμε ότι το επίπεδο στοιχείο b_p του Σχήματος 3.13 είναι αμφίπλευρα στηριζόμενο και σύμφωνα με την παράγραφο 3.6.2 προσδιορίζονται οι αρχικές τιμές b_{e1} και b_{e2}. Οι αρχικές τιμές των c_{eff} και d_{eff} υπολογίζονται:

α) για απλή ακραία πτυχωτή ενίσχυση:

$$c_{eff} = \rho \cdot b_{p,c} \tag{3.26}$$

όπου το ρ υπολογίζεται από την παράγραφο 3.6.2, αλλά ο συντελεστής κύρτωσης K_{σ} προσδιορίζεται ως εξής:

$$- \epsilon \dot{\alpha} v \, \frac{b_{p,c}}{b_p} \le 0.35, \qquad K_{\sigma} = 0.5 \qquad (3.27)$$

$$- \epsilon \dot{\alpha} v \ 0.35 \le \frac{b_{p,c}}{b_p} \le 0.6, \quad K_{\sigma} = 0.5 + 0.83 \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{b_{p,c}}{b_p} - 0.35\right)^2}$$
(3.28)

β) για διπλή ακραία πτυχωτή ενίσχυση:

 $c_{eff} = \rho \cdot b_{p,c} \tag{3.29}$

όπου το ρ υπολογίζεται από την παράγραφο 3.6.2, με συντελεστή κύρτωσης K_σ για εσωτερικό θλιβόμενο στοιχείο (πίνακας 3.1).

 $d_{eff} = \rho \cdot b_{p,d} \tag{3.30}$

όπου το ρ υπολογίζεται από την παράγραφο 3.6.2, με συντελεστή κύρτωσης K_σ για προεξέχον θλιβόμενο στοιχείο (πίνακας 3.2).

ii) Η προηγουμένως προσδιορισθείσα ενεργός διατομή της ενίσχυσης χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του μειωτικού συντελεστή σε λυγισμό με στρέβλωση, λαμβάνοντας υπόψη την επίδραση της συνεχούς ελαστικής δέσμευσης. Το εμβαδόν της ενεργού διατομής μιας ακραίας ενίσχυσης Α_s είναι ίσο με:

$$A_s = t \cdot (b_{e2} + c_{eff}) \,\dot{\eta} \tag{3.31}$$

$$A_{s} = t \cdot (b_{e2} + c_{e1} + c_{e2} + d_{eff})$$
(3.32)

Η ελαστική κρίσιμη τάση λυγισμού σ_{cr,s} μιας ακραίας ενίσχυσης υπολογίζεται για τη δοκό επί ελαστικής βάσης από την παρακάτω σχέση:

$$\sigma_{\rm cr,s} = \frac{2 \sqrt{K E I_s}}{A_s} \tag{3.33}$$

όπου:

Κ η σταθερά του ελατηρίου ανά μονάδα μήκους

 I_s η ροπή αδράνειας της ενεργού διατομής της ενίσχυσης, που υπολογίζεται ως αυτή της ενεργού επιφάνειας A_s , ως προς τον κεντροβαρικό άξονα a-a της ενεργού διατομής.

iii) Ο μειωτικός συντελεστής X₁ για λυγισμό της ενίσχυσης προσδιορίζεται με τη μέθοδο που αναφέρθηκε στην παράγραφο 3.6.3.1 και μπορεί να διορθώνεται σταδιακά με επαναληπτική διαδικασία. Επαναλαμβάνοντας όλα τα παραπάνω βήματα χρησιμοποιώντας την ελαστική κρίσιμη τάση λυγισμού σ_{cr,s} στη θέση της θλιβόμενης τάσης σ_{com,Ed}, προσδιορίζεται ο συντελεστής X₂.



Σχήμα 3.14: Θλιπτική αντοχή πέλματος με ακραία ενίσχυση

Γενικά για την εφαρμογή της γενικής μεθόδου, θα πρέπει να έχουμε υπόψη τα παρακάτω:

 εάν X<1, η επανάληψη μπορεί να ξεκινήσει με τροποποίηση των τιμών του ρ, χρησιμοποιώντας την εξίσωση (3.14), αλλά:

$$σ_{cr} = X \cdot \frac{f_{yb}}{\gamma_M},$$
 οπότε έχουμε $\overline{\lambda}_{p,red} = \overline{\lambda}_p \sqrt{X}$ (3.34)

η μειωμένη ενεργός διατομή της ενίσχυσης A_{s,red} λόγω λυγισμού πρέπει να υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$A_{s,red} = \chi_d A_s \left(\frac{\frac{f_{yb}}{\gamma_{M0}}}{\sigma_{com,Ed}} \right), \alpha \lambda \lambda \dot{\alpha} A_{s,red} \leq A_s$$
(3.35)

όπου σ_{com,Ed} η θλιπτική τάση στο κέντρο βάρους της ενίσχυσης υπολογιζόμενη με βάση την ενεργό διατομή.

 Στον υπολογισμό των ιδιοτήτων της ενεργού διατομής η μειωμένη ενεργός επιφάνεια A_{s,red} ορίζεται θεωρώντας μειωμένο πάχος t_{red} για όλα τα στοιχεία της επιφάνειας A_s.

$$t_{red} = t A_{s,red} / A_s$$
(3.36)

 Οι ιδιότητες της ενεργού διατομής στην οριακή κατάσταση λειτουργίας θα υπολογίζονται με το πάχος σχεδιασμού t.

3.7 Αντοχή διατομής σε αξονική θλίψη

Ο έλεγχος γίνεται για να δειχθεί ότι τα μεγέθη αντοχής είναι μεγαλύτερα από τα αντίστοιχα μεγέθη των δράσεων. Η αντοχή σχεδιασμού μιας διατομής υπό αξονική θλίψη N_{c,Rd} δίνεται από τις παρακάτω σχέσεις:

•
$$\gamma_{l\alpha} A_{eff} < A_{g} \epsilon_{i} \nu_{\alpha_{l}} N_{c,Rd} = \frac{f_{yb} \cdot A_{eff}}{\gamma_{M_{0}}}$$
 (3.37)

$$N_{c,Rd} = \frac{A_g \cdot \left[f_{yb} + \left(f_{ya} - f_{yb} \right) \cdot 4 \cdot \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda_{e1}} \right) \right]}{\gamma_{M_0}} \le \frac{A_g \cdot f_{ya}}{\gamma_{M_0}}$$
(3.38)

όπου:

A_{eff} εμβαδόν ενεργού διατομής, υπολογισμένης σύμφωνα με την παράγραφο 5.5 για ομοιόμορφες θλιπτικές τάσεις ίσες προς f_{yb}/γ_{M1}

 A_g εμβαδόν πλήρους διατομής

 f_{ya} μέση τιμή ορίου διαρροής

 f_{yb} το βασικό όριο διαρροής

Η δρώσα δύναμη εξασκείται στο κέντρο βάρους της πλήρους διατομής, ενώ η αντοχή στο κέντρο βάρους της ενεργού διατομής. Αν τα δύο κέντρα βάρους δεν συμπίπτουν πρέπει να ληφθεί υπόψη η σχετική μετατόπιση e_N (Σχήμα 3.15). Αν η παραπάνω μετατόπιση έχει ευνοϊκό αποτέλεσμα κατά τον έλεγχο τάσεων, η επιρροή της μπορεί να αγνοηθεί αν προσδιορίστηκε στη στάθμη του ορίου διαρροής και όχι στη στάθμη των πραγματικών θλιπτικών τάσεων.



Σχήμα 3.15: Ενεργός διατομή υπό θλίψη

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΑΝΑΛΥΣΗ ΛΥΓΙΣΜΟΥ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΙΣ ΔΙΑΤΑΞΕΙΣ ΤΟΥ ΕΥΡΩΚΩΔΙΚΑ

4.1 Γενικά στοιχεία εξεταζόμενων διατομών

Βάσει των διατάξεων που ορίζει ο Ευρωκώδικας 3 θα υπολογιστεί η αξονική δύναμη αντοχής σε θλίψη (N_{Rd}) των διατομών που εξετάζονται. Στην παρούσα μελέτη αναλύθηκαν διατομές C και Z, χωρίς ακραίες ενισχύσεις και με ακραίες κάθετες ενισχύσεις, χωρίς οπές και με οπές στον κορμό, κυκλικές και τετραγωνικές, διαφόρων μεγεθών. Η διαδικασία παρατίθεται ενδεικτικά για τρεις διατομές C, αρχικά χωρίς οπές, έπειτα με μία οπή ύψους 40 mm και τέλος με κάθετες ενισχύσεις στα πέλματα, χωρίς οπές. Η μορφή καθώς και οι γεωμετρικές διαστάσεις των εξεταζόμενων διατομών δίνονται παρακάτω στον πίνακα 4.1 και τα σχήματα 4.1 και 4.2. Κάθε φορέας έχει μήκος ε=600mm. Η διαδικασία που ακολουθήθηκε για τις υπόλοιπες διατομές είναι όμοια με αυτήν που παρουσιάζεται. Τα αποτελέσματα των αναλύσεων παρατίθενται αναλυτικά στο τέλος του κεφαλαίου.

Διατομή	h	b	С	r	t
Διατομη	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)
C χωρίς ενισχύσεις	100	50	-	2	2
C με ακραίες ενισχύσεις	100	50	20	2	2
Ζ χωρίς ενισχύσεις	100	50	-	2	2
Ζ με ακραίες ενισχύσεις	100	50	20	2	2

Πίνακας 4.1 : Διαστάσεις εξεταζόμενων διατομών

Όπου: h, ύψος κορμού

b, πλάτος πέλματος

- ς, εύρος ενίσχυσης
- r, ακτίνα προσαρμογή
- t, πάχος διατομής



Σχήμα 4.1: Διατομή C α) χωρίς ενισχύσεις και β) με ακραίες κάθετες ενισχύσεις



Σχήμα 4.2: Διατομή Ζ α) χωρίς ενισχύσεις και β) με ακραίες κάθετες ενισχύσεις



Σχήμα 4.2: Διατομή Ζ α) χωρίς ενισχύσεις και β) με ακραίες κάθετες ενισχύσεις

4.2 Προσδιορισμός της αξονικής δύναμης αντοχής σε ομοιόμορφη θλίψη της διατομής

4.2.1 Διατομή C χωρίς ενισχύσεις

Θα υπολογιστεί η αξονική δύναμη αντοχής σε ομοιόμορφη θλίψη της διατομής C χωρίς ενισχύσεις (Σχ. 4.3) από χάλυβα S355MC.

Στοιχεία χάλυβα S355MC: f_{yb} =355 N/mm² και f_u =430 N/mm²



Σχήμα 4.3: Διατομή C χωρίς ενισχύσεις και χωρίς οπές

Γεωμετρικά χαρακτηριστικά εξεταζόμενης διατομής (πίνακας 4.2):

Πίνακας 4.2: Διαστάσεις εξεταζόμενης διατομής

Διατομή	h	b	r	t
	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)
C χωρίς ενισχύσεις	100	50	2	2

1. Έλεγχος επιρροής στρογγυλευμένων γωνιών.

Έχουμε r = 2mm , 5t = 10mm => r<5t

r/b_p = 2/(50-1) = 0,04 < 0,15

Εφ' όσον ικανοποιούνται οι δύο παραπάνω συνθήκες μπορούμε να παραλείψουμε την επιρροή των στρογγυλευμένων γωνιών και να θεωρήσουμε ότι η διατομή συνίσταται από επίπεδα στοιχεία με αιχμηρές γωνίες. Τότε τα θεωρητικά μήκη των στοιχείων μετρώνται από τα μέσα σημεία των στοιχείων της παρακείμενης γωνίας. Η διατομή θα έχει τη μορφή που φαίνεται στο σχήμα 4.4.



Σχήμα 4.4: Διατομή C από επίπεδα στοιχεία

Τα γεωμετρικά στοιχεία της διατομής είναι τα εξής:

Ag =
$$(h_p + 2 \cdot b_p) \cdot t = (98 + 2 \cdot 49) \cdot 2 = 392 \text{ mm}^2$$

 $y_G = \frac{2 \cdot (49 \cdot 2 \cdot 24,5)}{2 \cdot (49 \cdot 2) + 98 \cdot 2} = 12,25 \text{ mm}$
 $I_y = \frac{2 \cdot 98^3}{12} + 2 \cdot \frac{49 \cdot 2^3}{12} + 2 \cdot (29 \cdot 2 \cdot 49^2) = 627.526,67 \text{ mm}^4$
 $I_z = \frac{98 \cdot 2^3}{12} + 2 \cdot \frac{2 \cdot 49^3}{12} + 98 \cdot 2 \cdot 12,25^2 + 2 \cdot (49 \cdot 2 \cdot (24,5 - 12,25)^2) = 98.106,17 \text{mm}^4$

2. Ενεργός διατομή πέλματος

Θεωρούμε το πέλμα ως ένα απλά στηριζόμενο στοιχείο υπό ομοιόμορφη θλίψη, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.5.



Σχήμα 4.5: Ενεργός διατομή πέλματος

Για σ₁=σ₂ και θεωρώντας τη θλίψη με θετικό πρόσημο έχω :

$$\psi = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 1$$

Άρα ο συντελεστής κυρτώσεως είναι K_{σ} = 0,43

Για τη λυγηρότητα λ_p έχουμε :

$$\bar{\lambda}_{p} = 1,052 \cdot \frac{b_{p}}{t} \cdot \sqrt{\frac{f_{yb}}{E \cdot K_{\sigma}}}$$

για τον υπολογισμό στην κατάσταση οριακής αντοχής (μέγιστη αντοχή μέλους σε θλίψη).

Οπότε είναι:

$$\overline{\lambda}_{p} = 1,052 \cdot \frac{49}{2} \cdot \sqrt{\frac{355}{2,1 \cdot 10^{5} \cdot 0,43}} = 1,616 > 0,673$$
$$\rho = (1 - \frac{0,22}{\overline{\lambda}_{p}}) \cdot \frac{1}{\overline{\lambda}_{p}} = (1 - \frac{0,22}{1,616}) \cdot \frac{1}{1,616} = 0,5345$$

Επομένως : $b_{eff} = \rho \cdot b_p = 0,5345 \cdot 49 = 26,19$ m

3. Ενεργός διατομή κορμού.

Θεωρούμε τον κορμό ως ένα διπλά στηριζόμενο στοιχείο υπό ομοιόμορφη θλίψη, όπως φαίνεται στο Σχ. 4.6.

Επειδή $\sigma_1 = \sigma_2$ ο λόγος ψ είναι $\psi = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 1$ και ο συντελεστής κυρτώσεως είναι

 K_{σ} = 4. Όμοια με προηγουμένως, υπολογίζουμε την λυγηρότητα $\bar{\lambda}_{p}$ ως εξής:

$$\bar{\lambda}_{p} = 1,052 \cdot \frac{98}{2} \cdot \sqrt{\frac{355}{2,1 \cdot 10^{5} \cdot 0,43}} = 1,059 > 0,673$$
$$\rho = (1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_{p}}) \cdot \frac{1}{\bar{\lambda}_{p}} = \left(1 - \frac{0,22}{1,059}\right) \cdot \frac{1}{1,059} = 0,7477$$



Σχήμα 4.6: Ενεργός διατομή κορμού

Οπότε τα ενεργά πλάτη του κορμού είναι:

 $h_{eff1} = h_{eff2} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot h_p = \frac{0,7477 \cdot 98}{2} = 36,64 \text{ mm}$

4. Εμβαδόν ενεργού διατομής και νέο κέντρο βάρους.

Το εμβαδόν της ενεργού διατομής υπολογίζεται από τη σχέση:

 $A_{eff} = 2 \cdot t \cdot (b_{eff} + h_{eff1}) = 2 \cdot 2 \cdot (26,19 + 36,64) = 251,33 \text{ mm}^2$ Το νέο κέντρο βάρους βρίσκεται στη θέση:

$$y_{G,eff} = \frac{2 \cdot (26, 19 \cdot 2 \cdot 13, 095)}{251, 33} = 5,46 \text{ mm}$$

Το κέντρο βάρους της διατομής μετατοπίστηκε κατά:

 $e_N = y_G - y_{G,eff} = 12,25 - 5,46 = 6,79 \text{ mm}$

(η μετατόπιση έγινε προς τα θετικά του άξονος y-y)

5. Υπολογισμός της αξονικής δύναμης αντοχής της διατομής.

Η αξονική δύναμη αντοχής της ενεργού διατομής δίδεται από τη σχέση:

$$N_{Rd} = A_{eff} \cdot \frac{f_{yb}}{\gamma_M} = 251,33 \cdot \frac{355}{1,1} = 81.111,64 = 81,11 \text{ KN}$$

4.2.2 Διατομή C χωρίς ενισχύσεις και με οπή στον κορμό ύψους 40mm

Θα υπολογιστεί η αξονική δύναμη αντοχής σε ομοιόμορφη θλίψη της διατομής C χωρίς ενισχύσεις και με οπή στον κορμό ύψους 40mm (Σχ. 4.7) από χάλυβα S355MC.



Σχήμα 4.7: Διατομή C με οπή στον κορμό

Γεωμετρικά χαρακτηριστικά εξεταζόμενης διατομής (πίνακας. 4.3):

Διατομή	h	b	d	r	t
	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)
C χωρίς ενισχύσεις με οπή στον κορμό	100	50	40	2	2

Πίνακας 4.3: Διαστάσεις εξεταζόμενης διατομής

Στοιχεία χάλυβα S355MC: f_{yb} =355 N/mm² και f_u =430 N/mm²

1. Έλεγχος επιρροής στρογγυλευμένων γωνιών.

Έχουμε r = 2mm , 5t = 10mm => r<5t

 $r/b_p = 2/(50-1) = 0.04 < 0.15$

Εφ' όσον ικανοποιούνται οι δύο παραπάνω συνθήκες μπορούμε να παραλείψουμε την επιρροή των στρογγυλευμένων γωνιών και να θεωρήσουμε ότι η διατομή συνίσταται από επίπεδα στοιχεία με αιχμηρές γωνίες. Τότε τα θεωρητικά μήκη των στοιχείων μετρώνται από τα μέσα σημεία των στοιχείων της παρακείμενης γωνίας. Η διατομή θα έχει τη μορφή που φαίνεται στο σχήμα 4.8.



Σχήμα 4.8: Διατομή C με οπή από επίπεδα στοιχεία

Τα γεωμετρικά στοιχεία της διατομής είναι τα εξής:

Ag = $(2 \cdot h'_p + 2 \cdot b_p) \cdot t = (2 \cdot 29 + 2 \cdot 49) \cdot 2 = 312 \text{ mm}^2$ $y_G = \frac{2 \cdot (49 \cdot 2 \cdot 24, 5)}{312} = 15,39 \text{ mm}$

$$I_{\gamma} = 2 \cdot \frac{2 \cdot 29^{3}}{12} + 2 \cdot \frac{49 \cdot 2^{3}}{12} + 2 \cdot (49 \cdot 2 \cdot 49^{2}) = 478.791 \text{ mm}^{4}$$

$$I_{z} = 2\frac{29 \cdot 2^{3}}{12} + 2 \cdot \frac{2 \cdot 49^{3}}{12} + 2 \cdot 29 \cdot 2 \cdot 15,39^{2} + 2 \cdot (49 \cdot 2 \cdot (24,5 - 15,39)^{2}) = 82.996.29 \text{ mm}^{4}$$

2. Ενεργός διατομή πέλματος

Όμοια διαδικασία με την παράγραφο 5.1 : b_{eff} = 26,19 m

3. Ενεργός διατομή κορμού

Θεωρούμε ότι ο κορμός αποτελείται από δύο απλά στηριζόμενα στοιχεία υπό ομοιόμορφη θλίψη, όπως φαίνεται στο Σχ. 4.9.

Επειδή $\sigma_1 = \sigma_2$ ο λόγος ψ είναι $\psi = \frac{\sigma 1}{\sigma 2} = 1$ και ο συντελεστής κυρτώσεως είναι $K_\sigma = 4$.

Η λυγηρότητα $\bar{\lambda}_{p}$ για τον υπολογισμό στην κατάσταση οριακής αντοχής (μέγιστη αντοχή μέλους σε θλίψη) είναι:

$$\bar{\lambda}_{p} = 1,052 \cdot \frac{58}{2} \cdot \sqrt{\frac{355}{2,1 \cdot 10^{5} \cdot 0,43}} = 0,627 < 0,673$$

ρ=1

Άρα τα ενεργά πλάτη του κορμού είναι:

$$h_{eff1} = h_{eff2} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot h_p = \frac{1 \cdot 58}{2} = 29 \text{ mm}$$

Δηλαδή ολόκληρος ο κορμός είναι πλήρως ενεργός.



Σχήμα 4.9: Ενεργός διατομή κορμού

4. Εμβαδόν ενεργού διατομής και νέο κέντρο βάρους.

Το εμβαδόν της ενεργού διατομής υπολογίζεται από τη σχέση:

$$A_{eff} = 2 \cdot t \cdot (b_{eff} + h_{eff1}) = 2 \cdot 2 \cdot (26,19 + 29) = 220,77 \text{ mm}^2$$

Το νέο κέντρο βάρους βρίσκεται στη θέση:

$$y_{G,eff} = \frac{2 \cdot (26, 19 \cdot 2 \cdot 13, 095)}{251.33} = 5,46 \text{ mm}$$

Το κέντρο βάρους της διατομής μετατοπίστηκε κατά:

(η μετατόπιση έγινε προς τα θετικά του άξονος γ-γ)

5. Υπολογισμός της αξονικής δύναμης αντοχής της διατομής.

Η αξονική δύναμη αντοχής της ενεργού διατομής δίδεται από τη σχέση:

$$N_{Rd} = A_{eff} \cdot \frac{f_{yb}}{\gamma_M} = 220,77 \cdot \frac{355}{1,1} = 71.249,49 = 71,25 \text{ KN}$$

4.2.3 Διατομή C με ακραίες κάθετες ενισχύσεις στα πέλματα

Θα υπολογιστεί η αξονική δύναμη αντοχής σε ομοιόμορφη θλίψη της διατομής C με ακραίες ενισχύσεις κάθετες στα πέλματα (Σχ. 4.10) από χάλυβα S355MC.

Στοιχεία χάλυβα S355MC: f_{vb} =355 N/mm² και f_u =430 N/mm²

Σχήμα 4.10: Διατομή C με ακραίες κάθετες ενισχύσεις χωρίς οπή

Γεωμετρικά χαρακτηριστικά εξεταζόμενης διατομής (πίνακας 4.4):

Διατομή	h	b	c	r	t
	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)
C με κάθετες στα πέλματα ενισχύσεις	100	50	20	2	2

Πίνακας 4.4: Διαστάσεις διατομής C με ακραίες ενισχύσεις

1. Έλεγχος επιρροής στρογγυλευμένων γωνιών.

Έχουμε r = 2mm , 5t = 10mm => r<5t

 $r/b_p = 2/(50-2) = 0.042 < 0.15$

Εφ' όσον ικανοποιούνται οι δύο παραπάνω συνθήκες μπορούμε να παραλείψουμε την επιρροή των στρογγυλευμένων γωνιών και να θεωρήσουμε ότι η διατομή συνίσταται από επίπεδα στοιχεία με αιχμηρές γωνίες. Τότε τα θεωρητικά μήκη των στοιχείων μετρώνται από τα μέσα σημεία των στοιχείων της παρακείμενης γωνίας. Η διατομή θα έχει τη μορφή που φαίνεται στο σχήμα 4.11.

Σχήμα 4.11: Διατομή C με ακραίες ενισχύσεις από επίπεδα στοιχεία

Τα γεωμετρικά στοιχεία της διατομής είναι τα εξής:

$$Ag = [h_p + 2 \cdot (b_p + c_p)] \cdot t = (98 + 2 \cdot (48 + 19) \cdot 2 = 464 \text{ mm}^2$$

$$Y_G = \frac{2 \cdot (48 \cdot 2 \cdot 24) + 2 \cdot (19 \cdot 2 \cdot 48)}{464} = 17,79 \text{ mm}$$

$$I_y = \frac{2 \cdot 98^3}{12} + 2 \cdot \frac{48 \cdot 2^3}{12} + 2 \cdot \frac{2 \cdot 19^3}{12} + 2 \cdot (48 \cdot 2 \cdot 49^2) + 2 \cdot (19 \cdot 2 \cdot 39, 5^2) = 738.786,67$$

mm⁴

 $I_{z} = \frac{98 \cdot 2^{3}}{12} + 2 \cdot \frac{2 \cdot 48^{3}}{12} + 2 \cdot \frac{19 \cdot 2^{3}}{12} + 98 \cdot 2 \cdot 17,79^{2} + 2 \cdot (48 \cdot 2 \cdot (24 - 17,79)^{2}) + 2 \cdot (19 \cdot 2 \cdot (48 - 17,79)^{2}) = 175.750,81 \text{ mm}^{4}$

2. Ενεργός διατομή κορμού.

Θεωρούμε τον κορμό ως ένα διπλά στηριζόμενο στοιχείο υπό ομοιόμορφη θλίψη, ακολουθώντας ίδια διαδικασία με την παράγραφο 4.2.1.

Επειδή $\sigma_1 = \sigma_2$ ο λόγος ψ είναι ψ= $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 1$ και ο συντελεστής κυρτώσεως είναι K_σ = 4. Από τη σχέση της λυγηρότητας $\overline{\lambda}_p$ έχουμε:

$$\bar{\lambda}_{p} = 1,052 \cdot \frac{.98}{2} \cdot \sqrt{\frac{355}{2,1 \cdot 10^{5} \cdot 4}} = 1,059 > 0,673$$

$$\rho = (1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_{p}}) \cdot \frac{1}{\bar{\lambda}_{p}} = \left(1 - \frac{0,22}{1,059}\right) \cdot \frac{1}{1,059} = 0,7477$$

Οπότε τα ενεργά πλάτη του κορμού είναι:

$$h_{eff1} = h_{eff2} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot h_p = \frac{0,7477 \cdot 98}{2} = 36,64 \text{ mm}$$

3. Ενεργός διατομή πέλματος.

Για να θεωρηθεί ότι οι ενισχύσεις συνεισφέρουν στην αντοχή και ότι λειτουργούν ως στηρίγματα πρέπει να πληρούνται οι εξής προϋποθέσεις:

α) $45^{\circ} \le φ \le 135^{\circ}$ όπου φ η γωνία μεταξύ ενισχύσεως και επιπέδου στοιχείου. Εδώ φ=90°

 β) $c_p \le 0.2 \ b_p \Rightarrow c_p = 19 \ mm > 0.2 \ b_p = 9.6 \ mm$

γ) b_p/t \leq 60 \Rightarrow b_p/t = 24 mm \leq 60 mm

Επειδή ικανοποιούνται τα παραπάνω κριτήρια μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η ακραία ενίσχυση του πέλματος λειτουργεί ως στήριξη. Το μοντέλο που πρέπει να χρησιμοποιηθεί σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα, είναι αυτό που φαίνεται στο σχήμα 4.12.

Σχήμα 4.12: Προσομοίωση πέλματος-ενίσχυσης

<u>Πρώτη προσέγγιση</u>

Θα προσδιορίσουμε την ενεργό διατομή του πέλματος, θεωρώντας ότι η ενίσχυση λειτουργεί ως πλήρης στήριξη. Οπότε το πέλμα μελετάται ως διπλά στηριζόμενο ενδιάμεσο στοιχείο (σχήμα 4.13). α) Πέλμα :

Για σ₁=σ₂ και θεωρώντας τη θλίψη με θετικό πρόσημο έχω :

$$\psi = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 1$$

Άρα ο συντελεστής κυρτώσεως είναι Κ_σ=4

Από τη σχέση της λυγηρότητας $\bar{\lambda}_p$ έχουμε:

$$\bar{\lambda}_{p} = 1,052 \cdot \frac{48}{2} \cdot \sqrt{\frac{355}{2,1 \cdot 10^{5} \cdot 4}} = 0,519 < 0,673$$

 $\rho = 1$

Επομένως : b_{eff} = ρ · b_p = 1 · 48 = 48 mm β) Ενίσχυση:

Για απλή στραντζαριστή ακραία ενίσχυση, η αρχική τιμή του c_{eff} θα υπολογίζεται από τη σχέση:

 $c_{eff} = \rho \cdot c_p$

όπου ο συντελεστής ρ προσδιορίζεται ως εξής:

i) av
$$\frac{c_p}{b_p} < 0.35$$
 tóte: K_s = 0.5
ii) av $0.35 < \frac{c_p}{b_p} < 0.6$ tóte K_s = 0.5 + 0.83 $\cdot \sqrt[3]{(c_p/b_p - 0.35)^2}$

Στην περίπτωσή μας έχουμε:

$$\frac{c_{\rm p}}{b_{\rm p}} = \frac{19}{48} = 0,3958 > 0,35$$

Άρα K_σ = 0,5 + 0,83· $\sqrt[3]{(19/48 - 0,35)^2}$ =0,606

Για την λυγηρότητα έχουμε:

$$\bar{\lambda}_{p} = 1,052 \cdot \frac{c_{p}}{t} \cdot \sqrt{\frac{f_{yb}}{E \cdot K_{\sigma}}} = 1,052 \cdot \frac{19}{2} \cdot \sqrt{\frac{355}{2,1 \cdot 10^{5} \cdot 0,606}} = 0,5277 < 0,673$$

Άρα ρ=1 και c_{eff} = ρ · c_p = 1·19 = 19 mm

Σχήμα 4.13: Ενεργός διατομή πέλματος-ενίσχυσης

Εφόσον το πέλμα είναι πλήρως ενεργό, δε χρειάζεται να προχωρήσουμε στη θεώρηση του πέλματος ως δοκού επί ελαστικής στηρίξεως.

4. Εμβαδόν ενεργού διατομής.

Το εμβαδόν της ενεργού διατομής βρίσκεται από τη σχέση:

 $A_{eff} = 2 \cdot t \cdot (b_{eff} + h_{eff1} + c_{eff}) = 2 \cdot 2 \cdot (48 + 36,64 + 19) = 414,56$ Το κέντρο βάρους της ενεργού διατομής βρίσκεται στη θέση:

$$Y_{\text{Geff}} = \frac{2 \cdot (48 \cdot 2 \cdot 24) + 2 \cdot (19 \cdot 2 \cdot 48)}{414,56} = 19,92 \text{ mm}$$

Παρατηρούμε ότι το κέντρο βάρους της διατομής μετακινήθηκε κατά

(Η μετατόπιση έγινε προς τα αρνητικά του άξονα γ-γ)

5. Υπολογισμός της αξονικής δύναμης αντοχής της διατομής.

Η αξονική δύναμη αντοχής της ενεργού διατομής δίδεται από τη σχέση:

$$N_{Rd} = A_{eff} \cdot \frac{f_{yb}}{\gamma_M} = 414,56 \cdot \frac{355}{1,1} = 133.789,81 = 133,79 \text{ KN}$$

4.3 Συγκεντρωτικά αποτελέσματα αναλύσεων

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα των αναλύσεων για την εύρεση της αξονικής δύναμης αντοχής σε θλίψη, σύμφωνα με τις προδιαγραφές του Ευρωκώδικα 3, για όλες τις διατομές που μελετήθηκαν.

Εξεταζόμενη διατομή			Αξονική δύναμη αντοχής Ν _{Rd} (KN)
			Πάχος στοιχείου t=2mm
	χωρίς οπή		81,11
		40mm	71,25
	με κυκλικη οπη	50mm	64,79
Διατομη C,2 χωρις	οιαμετρου.	60mm	58,34
ενιοχουεις	με τετοαγωγική	20mm	77,93
	με τετραγωνικη	25mm	76,87
	οπή πλευράς:	30mm	75,64
	χωρίς οπι	ή	133,79
		40mm	123,93
	με κυκλικη οπη	50mm	117,47
Διατομη C,2 με	οιαμετρου.	60mm	111,02
ενιοχυσεις		20mm	130,61
	με τετραγωνική	25mm	129,55
	ολη παευράς.	30mm	128,32

Τίνακας 4.8: Αξονική	δύναμη	αντοχής εξεταζά	ύμενων διατομών
-----------------------------	--------	-----------------	-----------------

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΚΡΙΣΙΜΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ ΛΥΓΙΣΜΟΥ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

5.1 Γενικά

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων αποτελεί σήμερα τη σημαντικότερη μέθοδο της υπολογιστικής μηχανικής. Η αξία της μεθόδου έγκειται στη δυνατότητα της να παρουσιάζεται ως ένα ενιαίο εργαλείο για την στατική και δυναμική γραμμική και μη-γραμμική ανάλυση των κατασκευών από ραβδωτούς, επιφανειακούς και χωρικούς φορείς ή συνδυασμό τους, για τυχαία γεωμετρία, φόρτιση και συνοριακές συνθήκες.

Στην παρούσα εργασία η επίλυση και ανάλυση των προς εξέταση διατομών έγινε με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων MSC NASTRAN for WINDOWS, το οποίο επιτρέπει στο μηχανικό την προσομοίωση της συμπεριφοράς μιας κατασκευής. Το NASTRAN for Windows είναι ένα πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ικανό να δημιουργήσει τόσο το δίκτυο των στοιχείων κατά την προεπεξεργασία του φορέα όσο και να μας βοηθήσει να επεξεργαστούμε τα αποτελέσματα της ανάλυσής μας. Η ανάλυση γίνεται με τη διαίρεση του φορέα σε μικρότερα στοιχεία τα οποία συνδέονται με κόμβους.

Η πορεία που ακολουθείται είναι η εξής:

- 1. Δημιουργία της γεωμετρίας του φορέα (solid modeling)
- 2. Καθορισμός υλικών και τύπου στοιχείων των μελών του φορέα
- 3. Δημιουργία δικτύου πεπερασμένων στοιχείων από κόμβους και στοιχεία (mesh generation)
- 4. Εφαρμογή φορτίων και επιβολή συνοριακών συνθηκών (loads and constraints)
- 5. Ανάλυση φορέα
- 6. Παρουσίαση των αποτελεσμάτων

Στη συνέχεια παρουσιάζεται η διαδικασία μοντελοποίησης και διεξαγωγής αποτελεσμάτων στο πρόγραμμα MSC NASTRAN.

5.2 Περιγραφή μοντέλων

Στην παρούσα μελέτη εξετάστηκαν 28 φορείς, μήκους ε=600 mm και πάχους t=2 mm ο καθένας, αποτελούμενοι από δύο μορφές διατομών, μία διατομή C και μία Z. Κάθε φορέας επιλύθηκε: α) χωρίς ενίσχυση και β) με κάθετες στα πέλματα ενισχύσεις. Για κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις ο φορέας εξετάστηκε χωρίς οπές και με οπές. Οι οπές έγιναν στον κορμό των διατομών και είναι κυκλικές με διάμετρο d=40,50,60 mm και τετραγωνικές με πλευρά μήκους a=20,25,30 mm.

Με το πρόγραμμα MSC NASTRAN έγινε η προσομοίωση της λυγισμικής συμπεριφοράς των φορέων και προσδιορίστηκε το κρίσιμο φορτίο λυγισμού αυτών.

5.3 Περιγραφή προσομοίωσης ενός φορέα με το πρόγραμμα MSC NASTRAN.

5.3.1 Δημιουργία της γεωμετρίας (modeling)

Το μέλος αποτελείται από τις εξής επιφάνειες: τον κορμό, τα πέλματα και τις ακραίες ενισχύσεις των πελμάτων. Οι ενισχύσεις προστίθενται για την επαύξηση της φέρουσας ικανότητας του μέλους καθώς και της τοπικής ακαμψίας του. Η προσομοίωση ενός μέλους χωρίς ενισχύσεις γίνεται δημιουργώντας τρεις επιφάνειες εκ των οποίων οι δύο είναι παράλληλες μεταξύ τους και αφορούν τα πέλματα της διατομής, ενώ η τρίτη είναι κάθετη στα πέλματα και αφορά τον κορμό. Η προσομοίωση ενός μέλους με ακραίες ενισχύσεις γίνεται με τις τρεις επιφάνειες που προαναφέρθηκαν συν άλλες δύο επιφάνειες που η καθεμία είναι κάθετη σε κάθε πέλμα αντίστοιχα και αφορούν τις ενισχύσεις. Εδώ θα παρουσιαστεί ενδεικτικά η προσομοίωση ενός μέλους μέλους διατομής Ζ, με ενίσχυση και με δύο οπές, μία κυκλική και μία τετραγωνική.

Η εισαγωγή των δεδομένων για τη δημιουργία της γεωμετρίας του φορέα γίνεται ως εξής:

Από το μενού «Geometry» επιλέγεται η εντολή «Point». Στο πλαίσιο διαλόγου που εμφανίζεται εισάγουμε τις συντεταγμένες Χ, Υ, Ζ του κάθε σημείου.

Έχοντας ορίσει τα ακραία σημεία του φορέα μας, προχωρούμε στην σχεδίαση των γραμμών που θα συνδέσουν αυτά τα σημεία προκειμένου ο φορέας να πάρει μορφή. Από το μενού «Geometry» επιλέγεται η εντολή «Curve - Line» και στο πλαίσιο διαλόγου που εμφανίζεται ορίζουμε τα ακραία σημεία που θέλουμε να ενωθούν με μία γραμμή.

ΑΝΤΟΧΉ ΣΕ ΘΛΙΨΉ ΛΕΠΤΟΤΟΙΧΩΝ ΔΙΑΤΟΜΩΝ C ΚΑΙ Ζ ΜΕ ΟΠΕΣ ΣΤΟΝ ΚΟΡΜΟ

File Tools Geometry Model Mesh Modify List Delete Group View Help Point Point Curve - Line Curve - Arc Curve - Spline Curve - Spline Curve - Spline Stacken Stacken Boundary Surface Nidsurface Volume State Rotate Reflect Reflect Y D. Z D. Preview D. Z D. Parameters Methods ^ Cancel	🚺 Untitled -	MSC.Nastran for Windows	
Point Curve - Line Curve - Arc Curve - Arc Curve - Spline Curve - From Surface Stetch Boundary Surface State Volume Solid Copy Radial Copy Scale Reflect Volume Solid Corve - Enter Coordinates or Select with Cursor Y Q Z D CSys D.Basic Rectangular Parameters Methods ^	File Tools	Geometry Model Mesh	Modify List Delete Group View Help
Default Curve - Line Curve - Arc > Curve - Circle > Curve - Spline > Curve - From Surface > Surface > Surface > Volume > Solid > Copy > Radial Copy > Scale > Reflect > Volume > Volume > Scale > Retext > Retext > Retext > ID CSys 0. Basic Rectangular Parameters Methods ^ OK Cancel		Point	
Curve - Arc Curve - Spline + Curve - Spline + Curve - From Surface + Stetch Boundary Surface + Midsurface + Volume + Solid + Copy + Radial Copy + Radial Copy + Radial Copy + Radial Copy + Reflect + Reflect + Reflect + Reflect + Preview - ID 1 CSys 0Basic Rectangular - Parameters Methods ^ Cancel	Default	Curve - Line	
Curve - Circle Curve - Spline Curve - From Surface Boundary Surface Surface Volume Solid Copy Radial Copy Scale Rotate Retlect Loccate - Enter Coordinates or Select with Cursor X Y D CSys 0.Basic Rectangular Parameters Methods ^ Cancel		Curve - Arc	,
Curve - Spline Curve - From Surface Stetch Boundary Surface Surface Volume Solid Copy Scale Rotate Reflect Locate - Enter Coordinates or Select with Cursor X Y Q. Preview OK Cancel		Curve - Circle	*
Curve - From Surface Sketch Boundary Surface Nidsurface Volume Solid Copy Radial Copy Scale Rotate Retlect Image: Copy		Curve - Spline	•
Sketch Boundary Surface Surface Midsurface Volume Solid Copy Scale Radial Copy Scale Reflect Reflect ID CSys D.Basic Rectangular Parameters Methods ^ Cancel		Curve - From Surface	•
Boundary Surface Surface Midsurface Volume Solid Copy Ratial Copy Sale Reflect Image: Complex series of the series of th		Sketch	
Surface Midsurface Volume Solid Solid Copy Radial Copy Radial Copy Scale Radiate Reflect Reflect		Boundary Surface	
Midsurface > Volume > Solid > Copy > Radial Copy > Scale > Rotate > Reflect > Locate - Enter Coordinates or Select with Cursor X Y 0, Z 0, Preview OK ID CSys 0Basic Rectangular Parameters Methods ^ OK Cancel		Surface	•
Volume > Solid > Copy > Radial Copy > Scale > Rotate > Reflect > Locate - Enter Coordinates or Select with Cursor X Y 0, Z 0, Preview OK OK OK Cancel ID 1 CSys 0Basic Rectangular Parameters Methods ^ OK Cancel OK		Midsurface	•
Selid Copy Radial Copy Scale Rotate Reflect Reflect ID CSys 0Basic Rectangular Parameters Methods OK Cancel		Volume	•
Copy + Radial Copy + Scale + Rotate + Reflect +		Solid	•
Radial Copy Scale Rotate Reflect Reflect ID CSys 0Basic Rectangular Parameters Methods OK Cancel		Сору	•
Scale Rotate Reflect Kotate Reflect Locate - Enter Coordinates or Select with Cursor X Y 0, Z 0, Preview 0K 0K Cancel		Radial Copy	*
Rotate > Reflect > Locate - Enter Coordinates or Select with Cursor Image: Constant of the second secon		Scale	*
Reflect Locate - Enter Coordinates or Select with Cursor X Y 0, Z 0, Preview 0K 0K Cancel		Rotate	*
Locate - Enter Coordinates or Select with Cursor X Y 0, Z 0, Preview 0K OK 1D CSys 0Basic Rectangular Parameters Methods ^ Cancel		Reflect	×
X II Y 0, Z 0, Preview ID 1 CSys 0.Basic Rectangular Parameters Methods ^	Locate	e - Enter Coordinate	es or Select with Cursor
× Y U, Preview ID 1 CSys 0.Basic Rectangular Parameters Methods ^			Denim 1
ID 1 CSys 0.Basic Rectangular Parameters Methods Cancel			
ID 1 CSys 0.Basic Rectangular Parameters Methods Cancel	1		OK
	ID 1	CSys 0B	Basic Rectangular 👻 Parameters Methods 🔪 Cancel

Σχήμα 5.1: Πλαίσιο διαλόγου δημιουργίας σημείων

ile Tools Geometry	Model Mesh Modi t re - Line re - Arc re - Circle re - Circle re - Spline re - From Surface cch	fy List Delete Group View Help Project Points Horizontal Vertical Perpendicular Parallel
Default Curv Curv Curv Curv Sket Bour	t re - Line re - Arc re - Circle re - Circle re - Spline re - From Surface ch	Project Points Horizontal Vertical Perpendicular Parallel
Default Curv Curv Curv Curv Curv Sket Bour Suff	re - Line re - Arc re - Circle re - Spline re - From Surface ch	Project Points Horizontal Vertical Perpendicular Parallel
Curv Curv Curv Curv Sket Bour	re - Arc re - Circle re - Spline re - From Surface ch	Horizontal Vertical Perpendicular Parallel
Curv Curv Sket Bour	re - Circle re - Spline re - From Surface ch	Vertical Perpendicular Parallel
Curv Curv Sket Bour	re - Spline re - From Surface ch	Perpendicular Parallel
Curv Sket Bour	re - From Surface 🔹 🕨	Parallel
Sket Bour Surfa	ch	
Mids	ndary Surface ace + surface +	Midline At Angle Angle to Curve Point and Tangent
Volu Solic	me ⊧ I ⊧	Rectangle
Cop	v •	Continuous
Radi	al Copy 🕨 🕨	Points
Scale Rota Refle	e ► te ►	Coordinates Offset Vectored

Σχήμα 5.2: Πλαίσιο διαλόγου σχεδίασης γραμμών

Για το σχεδιασμό μιας κυκλικής οπής στον κορμό επιλέγουμε από το μενού «Geometry» την εντολή «Curve - Circle» και έπειτα «Center and Points» και στο πλαίσιο διαλόγου που εμφανίζεται ορίζουμε τις συντεταγμένες του κέντρου του κύκλου και δύο σημεία της περιφέρειας αυτού, ένα στον άξονα γ και ένα στον άξονα z.

Giat 2C - IV	and an an an and an		
File Tools	Geometry Model Mesh Modify	List Delete Group View Help	1 - 1 - 1
	Point		
Default :	Curve - Line		
	Curve - Circle	Radius	
	Curve - Spline +	Diameter	
	Curve - From Surface	Center	
	Sketch	Two Points	
	Boundary Surface	Point-Tangent	
	Surface >	Concentric	
	Midsurface +	Deinte en Arc	
	Volume +	Center and Points	KH
	Solid +		11/2
	Сору		/////
	Radial Copy		
	Rotate +		\checkmark
	Reflect +		
			5
			1
Locate - I	inter Location at Center	of Circle	×
Locate - F	inter Location at Center	of Circle	Preview
Locate - I	inter Location at Center	of Circle	Preview
Locate - I	inter Location at Center	of Circle	Preview
Locate - F × 100, 10 46	inter Location at Center Y 20. CSys 0Basic Red	of Circle Z 600, ctangular V Parameters Methods 7	Preview OK Cancel
Locate - F × 100 ID 46	inter Location at Center Y 20, CSys 0Basic Rea	of Circle Z 600, ctangular V Parameters Methods 1	Preview OK Cancel
Locate - F × 100 1D 46	nter Location at Center Y 20, CSys 0Basic Rea	of Circle Z 600, ctangular V Parameters Methods ^	Preview OK Cancel
Locate - F × 100 ID 46 Locate -	Inter Location at Center Y 20, CSys 0Basic Rec Enter Location on Circle	of Circle Z 600, ctangular V Parameters Methods 7	Preview OK Cancel
Locate - F × 100 ID 46 Locate -	Inter Location at Center Y 20, CSys 0.Basic Rec Enter Location on Circle	of Circle Z 600, ctangular V Parameters Methods 7	Preview OK Cancel
Locate - F × 100 ID 46 Locate - × 100	Inter Location at Center Y 20, CSys 0Basic Red Enter Location on Circle Y 20,	of Circle Z 600, ctangular V Parameters Methods 7 Z 600,	Preview OK Cancel
Locate - F × 100 ID 46 Locate -	Inter Location at Center Y 20, CSys 0Basic Red Enter Location on Circle Y 20,	of Circle Z 600, ctangular V Parameters Methods 7 Z 600,	Preview OK Cancel
Locate - F × 100 ID 46 Locate - × 100 ID 46	Inter Location at Center Y 20, CSys 0Basic Red Enter Location on Circle Y 20, CSys 0Basic Red	of Circle Z 600, ctangular ▼ Parameters Methods ^ Z 600, ctangular ▼ Parameters Methods	Preview OK Cancel

Σχήμα 5.3: Πλαίσιο διαλόγου σχεδίασης κυκλικής οπής

Για το σχεδιασμό μιας τετραγωνικής οπής στον κορμό επιλέγουμε από το μενού «Geometry» την εντολή «Curve - Line» και έπειτα «Rectangle». Στο πλαίσιο διαλόγου που εμφανίζεται ορίζουμε τις συντεταγμένες δύο σημείων στη διαγώνιο του τετραγώνου.

Τέλος, από το μενού «Geometry» επιλέγουμε την εντολή «Boundary Surface» με την οποία μπορούμε να ορίσουμε τις επιφάνειες του φορέα επιλέγοντας τις γραμμές που οριοθετούν μία επιφάνεια. Με τον ορισμό των επιφανειών ολοκληρώνεται και η σχεδίαση του φορέα.

ΑΝΤΟΧΗ ΣΕ ΘΛΙΨΗ ΛΕΠΤΟΤΟΙΧΩΝ ΔΙΑΤΟΜΩΝ C ΚΑΙ Ζ ΜΕ ΟΠΕΣ ΣΤΟΝ ΚΟΡΜΟ

🔰 diat zc - N	ISC.Nastran for Windows					
File Tools	Geometry Model Mesh	Modify List	Delete Group	View Help		1 1 - 1 - 1
	Point] <u># + ×</u>	
Default	Curve - Line	+				
	Curve - Arc	•				
	Curve - Circle	*				
	Curve - Spline	•				
	Curve - From Surface	*				
	Sketch					
	Boundary Surface					
	Surface	•				
	Midsurface	*				
	Volume	•				
	Solid	•				
	Сору					11
	Radial Copy	*				////
	Scale	•			B	4/ j
	Rotate	•			P	T
	Reflect	•				1
						1
						1
						1
						1
						1/
Entity Se	election - Select Curve(s) on Closed	Boundary			
Add	I C Remove C Exc	lude		Select All	Reset	Pick ^
ID 🔢	to by	1		Previous	Delete	ОК
30				Do To-		

Σχήμα 5.4: Πλαίσιο διαλόγου ορισμού επιφανειών φορέα

5.3.2 Καθορισμός υλικών (materials)

Το MSC/NASTRAN υποστηρίζει επτά τύπους υλικών, ώστε να μπορούν να προσομοιωθούν διάφορα υλικά ανάλογα με τις ιδιότητές τους. Υποστηρίζονται:

α) τα ισοτροπικά υλικά (isotropic) των οποίων οι ιδιότητες έχουν την ίδια τιμή και κατά τις 3 διαστάσεις του χώρου

β) τα ορθότροπα υλικά με διαφορετικές ιδιότητες σε δύο και τρεις διαστάσεις (2D orthotropic), (3D orthotropic)

δ) τα ανισότροπα υλικά, με διαφορετικές ιδιότητες σε δύο και τρεις διαστάσεις (2D anisotropic), (3D anisotropic)

ε) τα υπερελαστικά υλικά (hyperelastic)

ζ) μία κατηγορία «άλλα υλικά» η οποία υποστηρίζει 85 υλικά όπως ελαστικά, αφρώδη, βισκοελαστικά κ.λ.π

Για τον προσδιορισμό των υλικών του φορέα ακολουθείται η εξής διαδικασία: Από το μενού «Model» επιλέγεται η εντολή «Material». Στο πλαίσιο διαλόγου που εμφανίζεται («Define Isotropic Material»), με προεπιλεγμένο τύπο υλικού το ισοτροπικό, ζητούνται το μέτρο ελαστικότητας Ε (Young's modulus), το μέτρο διάτμησης G (shear modulus), ο λόγος του Poisson v (Poisson's ratio), οι συντελεστές θερμικής διαστολής a, θερμικής αγωγιμότητας k και η ειδική θερμότητα Cp, οι οποίοι δεν είναι απαραίτητο να καθοριστούν εάν δεν λαμβάνονται υπόψη στην ανάλυση θερμοκρασιακές μεταβολές και θερμικά φορτία, οι οριακές τάσεις (Limit stress) σε εφελκυσμό (tension), θλίψη (compression) και διάτμηση (shear) καθώς και η πυκνότητα του υλικού (mass density). Σ' αυτό το σημείο συμπληρώνονται μόνο εκείνες οι ιδιότητες του υλικού που είναι απαραίτητες για να γίνει ο επιθυμητός τύπος ανάλυσης.

Σχήμα 5.5: Πλαίσιο διαλόγου διαμόρφωσης υλικών φορέα

Το πρόγραμμα δίνει μεγάλη ελευθερία στον καθορισμό των μονάδων. Οι μονάδες μέτρησης με τις οποίες θα εισαχθούν οι σταθερές του υλικού καθορίζουν τις μονάδες σε ολόκληρη τη μοντελοποίηση και ανάλυση. Γι' αυτό είναι αναγκαίο κατά την έναρξη μιας ανάλυσης να έχουν προαποφασιστεί οι μονάδες της γεωμετρίας, των φορτίων, της μάζας κ.λ.π., ούτως ώστε να υπάρχει συμβατότητα όλων των μονάδων και να προκύψουν λογικά αποτελέσματα.

Για μη γραμμικό υλικό επιλέγεται η εντολή «Nonlinear» στο πλαίσιο διαλόγου «Define Isotropic Material». Στο νέο πλαίσιο διαλόγου που εμφανίζεται ζητείται να καθοριστεί ο τύπος της μη γραμμικότητας του υλικού, ανάμεσα στα: μη γραμμικό ελαστικό (Nonlinear Elastic), ελαστοπλαστικό-διγραμμικό (Elasto-plastic, Bi-linear) το οποίο περιγράφει υλικά με κράτυνση και πλαστικό (Plastic) το οποίο αναφέρεται σε υλικά με γραμμική ελαστική συμπεριφορά μέχρι το όριο διαρροής και με τελείως πλαστική συμπεριφορά πέρα από αυτό, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η κράτυνση του υλικού. Ανάλογα με την ως άνω επιλογή, ζητείται το όριο διαρροής (Initial Yield Stress) και το κριτήριο αστοχίας Von Mises.

Nonlinearity Type	
	C Nonlinear Elastic
C None	Elasto-Plastic (Bi-Linear)
	C Plastic
Nonlinear Properties	
Plasticity Modulus, H	0,
Compute From	Tangent Modulus, Et
Hardening Rule	0Isotropic 🗸
Function Dependence	0None - Ignore 🖉 👻
Yield Function	
Yield Criterion	0von Mises 🖉 👻
Initial Yield Stress	0,
Friction Angle	0,
Extende	d Material Model

Σχήμα 5.6: Πλαίσιο διαλόγου καθορισμού μη γραμμικού υλικού

Τέλος υπάρχει και η δυνατότητα να επιλεγεί κάποιο από τα έτοιμα υλικά της βιβλιοθήκης του προγράμματος, που αφορούν διάφορα είδη χάλυβα και τα οποία βρίσκονται με την εντολή «Load» στο πλαίσιο διαλόγου επιλογής υλικού.

Στο πλαίσιο της δικής μας εφαρμογής χρησιμοποιήθηκε χάλυβας S355 με στοιχεία:

 Μέτρο ελαστικότητας, Ε
 210 kN/mm²

 Μέτρο διάτμησης, G
 80 kN/mm²

 Λόγος Poisson, nu
 0,3

Τα υπόλοιπα στοιχεία του πλαισίου μένουν κενά καθώς δεν χρειάζεται να προσδιορισθούν στα πλαίσια της ανάλυσης που θα κάνουμε. Το υλικό που ορίσαμε θα ονομαστεί με το όνομα «steel» και θα χρησιμοποιηθεί αργότερα.

5.3.3 Καθορισμός τύπου στοιχείων (property)

Ο τύπος στοιχείων βοηθά στον προσδιορισμό επιπλέον πληροφοριών, που αφορούν κυρίως γεωμετρικές παραμέτρους αλλά και τη μάζα και το υλικό των στοιχείων. Για τον καθορισμό του τύπου στοιχείων ακολουθείται η εξής διαδικασία:

Από το μενού «Model» επιλέγεται η εντολή «Property» οπότε εμφανίζεται το παράθυρο διαλόγου με τίτλο «Define Property».

ΑΝΤΟΧΗ ΣΕ ΘΛΙΨΗ ΛΕΠΤΟΤΟΙΧΩΝ ΔΙΑΤΟΜΩΝ C ΚΑΙ Ζ ΜΕ ΟΠΕΣ ΣΤΟΝ ΚΟΡΜΟ

e Tools Geometry	Model Mesh Modify List	Delete Group View Help
Default XY View	Coord Sys Node Ctrl Element Ctrl Material	+N +E
	Property	
	Load Constraint	• •
	Contact Optimization	•
	Function	
	Output	•

Σχήμα 5.7: Πλαίσιο διαλόγου καθορισμού τύπου στοιχείων φορέα

Ο τύπος των στοιχείων επιλέγεται μέσω της εντολής «Elem/Property type…», η οποία εμφανίζεται στο τρέχον πλαίσιο διαλόγου. Το πρόγραμμα υποστηρίζει διάφορα γραμμικά και μη γραμμικά στοιχεία. Στην περίπτωσή μας επιλέγουμε το στοιχείο πλάκας (plate), το οποίο είναι και η προεπιλογή του προγράμματος.

ID 🚺	Title	Title Color 110 Palette Layer 1		Material		
	Color 110 Palette			Elem.		
Property V	alues	Additional Opt	ions			
Thicknesses, Tavg or T1 0,		Ben	Bend Stiffness, 12I/T**3 0,			
	blank or T2 0,	TShear	TShear/Mem Thickness,ts/t 0,			
	blank or T3 0,		Bending	0Plate	Material	
	blank or T4 0,	Trans	Transverse Shear 0Plate Material		Material	
Nonstr	uctural mass/area 0,	Memb-Be	Memb-Bend Coupling 0None - Ignore			
Stress Rec	covery (Default=T/2)		-			
	Top Fiber 0,	Load	Sa	ve	ОК	
	Bottom Fiber 0,		Copy Cance		Cancel	

Σχήμα 5.8: Πλαίσιο διαλόγου καθορισμού παραμέτρων του τύπου του φορέα

Στη θέση «Material» καθορίζεται το υλικό το οποίο είχαμε προσδιορίσει στο προηγούμενο βήμα, στην περίπτωσή μας το υλικό με το όνομα steel. Στη θέση «Thickness T1» προσδιορίζεται το πάχος του στοιχείου. Εάν το στοιχείο δεν είναι ισοπαχές δίνεται η δυνατότητα εισαγωγής τιμών στις θέσεις T2, T3 και T4. Οι μονάδες μέτρησης του πάχους θα πρέπει να βρίσκονται σε συμφωνία με τις ήδη χρησιμοποιηθείσες στο στάδιο εισαγωγής των υλικών.

Στην παρούσα εφαρμογή το πάχος της διατομής είναι σταθερό σε όλες τις επιφάνειες και ίσο με 2mm.
5.3.4 Δημιουργία δικτύου (mesh generation)

Σ' αυτό το σημείο δημιουργείται το δίκτυο των πεπερασμένων στοιχείων στο φορέα και η μεταξύ τους σύνδεση με κόμβους. Ακολουθείται η εξής διαδικασία:

Από το μενού «Mesh» επιλέγεται η εντολή «Mesh control» και έπειτα «Default size..». Στο πλαίσιο διαλόγου που εμφανίζεται δηλώνεται το μέγεθος των τετρακομβικών στοιχείων πλάκας στα οποία θα διαιρεθεί ο φορέας. Στην περίπτωσή μας οι διαστάσεις των στοιχείων επιλέχθηκαν 5x5 χιλιοστά.



Σχήμα 5.9: Πλαίσιο διαλόγου δημιουργίας δικτύου

efault Mesh Size	
Size	
5	ОК
Min Elem	Cancel
1	-

Σχήμα 5.10: Ορισμός διαστάσεων πεπερασμένων στοιχείων

Στη συνέχεια επιλέγεται η επιφάνεια που θέλουμε να διαιρεθεί σε πεπερασμένα στοιχεία. Από το μενού «Mesh» επιλέγεται η εντολή «Geometry» και στο υπομενού επιλέγεται η εντολή «Surface». Στο πλαίσιο διαλόγου που εμφανίζεται επιλέγεται η εντολή «Select All» προκειμένου να επιλεχθούν όλες οι επιφάνειες.

ΑΝΤΟΧΗ ΣΕ ΘΛΙΨΗ ΛΕΠΤΟΤΟΙΧΩΝ ΔΙΑΤΟΜΩΝ C ΚΑΙ Ζ ΜΕ ΟΠΕΣ ΣΤΟΝ ΚΟΡΜΟ

		1 + 10	Mesh Control	•			## + >
		- 14	Geometry	۴.	Point		
Default)	(Y View		Between	Ctrl+B	Curve		
			Region		Surface.		
			Transition		HexMes	h Solids	
			Remesh Edge Members Smooth	۲	Volume Solids	in from Elemen	LS
			Copy Radial Copy Scale Rotate) 	Solids fr	rom Surfaces rom Elements	
			Reflect				
			Extrude	•			
ntity Sele	ction - Sel	ect Surface	s to Mesh				×
• Add	C Remov	e C Exc	lude	1	Select All	Reset	Pick ^
	to	by	1		Previous	Delete	OK
toun			*		More	Method ^	Cancel

Σχήμα 5.11: Πλαίσιο διαλόγου επιλογής επιφανειών δικτύου

Με την επιλογή των επιφανειών εμφανίζεται το παρακάτω πλαίσιο διαλόγου. Στη θέση «Property», πατώντας το βέλος, εμφανίζεται ο τύπος στοιχείου που είχαμε δημιουργήσει στο προηγούμενο βήμα, οπότε τον επιλέγουμε. Πατώντας την εντολή «ΟΚ» εμφανίζεται στις επιλεγμένες επιφάνειες το δίκτυο πεπερασμένων στοιχείων και κόμβων.

Node and Element Uptions		82011	
Node ID 🚺 CSys	0Basic Rectangular	Node Param	Elem Param
Elem ID 1 Property		New Prop]
Min Elements Between Boundarie Max Element Aspect Ratio	s 1 C All Tri	angles 🕅 s (when all internal ar	Fast Tri Mesh
Quick-Cut boundaries with mo	re than	degrees of 90	igies are wirnin) degrees) y

Σχήμα 5.12: Πλαίσιο διαλόγου καθορισμού ιδιοτήτων δικτύου

Επειδή το πρόγραμμα εκλαμβάνει την κάθε επιφάνεια ως ξεχωριστή και ανεπηρέαστη από την εντατική κατάσταση των υπολοίπων, είναι αναγκαίο να

συνδεθούν οι επιφάνειες ώστε να μπορούν να επιλυθούν ως μία ενιαία δοκός. Η σύνδεση γίνεται από το μενού «Tools» όπου επιλέγεται η εντολή «Check». Στο υπομενού που εμφανίζεται επιλέγεται η εντολή «Coincident Nodes». Τότε ζητείται να προσδιορισθούν οι κόμβοι που πρέπει να ελεγχθούν και επιλέγεται η εντολή «Select All» ώστε να συμπεριληφθούν όλοι οι κόμβοι. Στην ερώτηση που εμφανίζεται επιλέγεται η εντολή «No» και στο νέο πλαίσιο διαλόγου ζητείται η μέγιστη απόσταση μεταξύ κόμβων ώστε αυτοί να θεωρηθούν ως ένας. Επιλέγουμε «Merge coincident entities» και μετά «OK» προκειμένου να συγχωνευτούν οι κόμβοι των οποίων η απόσταση είναι μικρότερη από την ορισμένη.



Σχήμα 5.13: Πλαίσιο διαλόγου συγχώνευσης συνοριακών κόμβων

Σε αυτό το σημείο έχει ολοκληρωθεί η μοντελοποίηση σε ό,τι αφορά τη γεωμετρία, τα υλικά και το δίκτυο πεπερασμένων στοιχείων της δοκού. Απομένουν η επιβολή συνοριακών συνθηκών και η φόρτιση του φορέα.

5.3.5 Επιβολή συνοριακών συνθηκών (constraints)

Από το πρόγραμμα δίνεται η επιλογή επιβολής συνοριακών συνθηκών είτε απευθείας σε μεμονωμένους κόμβους (Nodal Constraint) είτε σε γραμμές (Constraint on Curve) ή σε επιφάνειες (Constraint on Surface). Όταν πρόκειται να επιβληθούν επικόμβιες συνοριακές συνθήκες δεσμεύονται κάποιοι ή όλοι από τους έξι βαθμούς ελευθερίας του κάθε κόμβου. Όταν πρόκειται να επιβληθούν συνοριακές συνθήκες σε γραμμή ή επιφάνεια τότε επιλέγεται είτε πάκτωση, είτε δέσμευση των μετακινήσεων (και των τριών), είτε δέσμευση της στροφής της επιφάνειας ή της γραμμής περί το διαμήκη άξονά τους. Η διαδικασία που ακολουθείται είναι η εξής:

Από το μενού «Model» επιλέγεται η εντολή «Constraint» και από το υπομενού επιλέγεται η εντολή «Set» ώστε να δοθεί όνομα στην ομάδα συνοριακών συνθηκών.

ile Tools	Geometry	Model Mesh Modify Li	st Delete	Group View Help	
Default)	V View	Coord Sys Node Ct Element C Material Property	rl+N trl+E		
		Load Constraint	+	Set Shift+F2	2
		Contact Optimization	•	Nodal Nodal on Face Equation	- C. L
		Output	•	On Point On Curve On Surface Expand	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
				Copy Combine	

Σχήμα 5.14: Πλαίσιο διαλόγου ορισμού ομάδας συνοριακών συνθηκών

Από το μενού «Model» επιλέγεται η εντολή «Constraint» και από το υπομενού επιλέγεται η εντολή «Nodal» ώστε να γίνει η δέσμευση των βαθμών ελευθερίας που θέλουμε στους κόμβους που θα επιλέξουμε.

ΑΝΤΟΧΗ ΣΕ ΘΛΙΨΗ ΛΕΠΤΟΤΟΙΧΩΝ ΔΙΑΤΟΜΩΝ C ΚΑΙ Ζ ΜΕ ΟΠΕΣ ΣΤΟΝ ΚΟΡΜΟ

ile Tools	Geometry	Model Mesh Modify List D	elete Group	View Help	9						
Defaul	t XY View	Coord Sys Node Ctrl+N Element Ctrl+E Material Property				<u> </u>	##	+	\times	ø	a (4
		Load	•			E.					
		Constraint	Set		Shift+F	2					
		Contact	Noda	l							
		Optimization	Noda	Nodal on Face Equation							
		Function	Equat								
		Output	On Po On Co On Su Expar	oint urve urface nd							
			Copy Coml	 oine							

Σχήμα 5.15: Πλαίσιο διαλόγου ορισμού κόμβων στήριξης

Μετά την επιλογή των κόμβων προς δέσμευση δίνεται η εντολή «ΟΚ» και εμφανίζεται το πλαίσιο διαλόγου με τίτλο «Create Nodal Constraints/DOF». Σ' αυτό το πλαίσιο επιλέγουμε ποιους από τους έξι βαθμούς ελευθερίας θα δεσμεύσουμε.

Constraint Set 1 m	har				
Color 120 Palette	Laye	r 1	Coord Sys 0B	asic Rectangular	•
DOF		1	X Symmetry	X AntiSym	
	Fixed	Pinned	Y Symmetry	Y AntiSym	ОК
I BXI BYI BZ	Free	No Rotation	Z Symmetry	Z AntiSym	Cancel

Σχήμα 5.16: Πλαίσιο διαλόγου εισαγωγής συνοριακών συνθηκών

Στη δική μας εφαρμογή επιλέγουμε να δεσμεύσουμε όλους τους ακραίους κόμβους του κορμού, των πελμάτων και των ενισχύσεων. Στη μία πλευρά της δοκού δεσμεύονται η πλευρική, η κατακόρυφη και η διαμήκης μετατόπιση (TX, TY, TZ). Στην άλλη πλευρά της δοκού δεσμεύονται η πλευρική και η κατακόρυφη μετακίνηση (TX, TY) ενώ επιτρέπεται η διαμήκης μετατόπιση κατά τον άξονα Ζ. Σε αυτή την πλευρά εφαρμόζεται και η φόρτιση της δοκού. Οι υπόλοιποι κόμβοι είναι ελεύθεροι να μετακινηθούν και να στραφούν. Στο σχήμα που ακολουθεί παρουσιάζεται η δοκός με το δίκτυο και τις επιβεβλημένες συνοριακές συνθήκες.



Σχήμα 5.17: Συνοριακές δεσμεύσεις κόμβων

5.3.6 Επιβολή φορτίων (loads)

Η επιβολή φορτίων μπορεί να γίνει αντίστοιχα με την επιβολή συνοριακών συνθηκών είτε σε κόμβους (Load on Curve), είτε σε γραμμή (Load on curve), είτε σε επιφάνειες (Load on Surface). Ακολουθώντας την ανάλογη διαδικασία, από το μενού «Model» επιλέγεται η εντολή «Load». Από το υπομενού που εμφανίζεται επιλέγεται η εντολή «Set» ώστε να δοθεί όνομα στην ομάδα φορτίων που θα εφαρμοστούν στη συνέχεια.

File Tools Geor	netry Model	Mesh Moo	dify List Dele	te Group View	Help	
(→) + + 1	+ C	oord Sys				XDG
Default XY Vie	w N El M Pr	lode lement 1aterial roperty	Ctrl+N Ctrl+E			
	Lo	oad	•	Set	Ctrl+F2	
	C	onstraint	•	Body		
	0	ontact ptimization	•	Nodal Nodal on Face		
	Fu	unction		Elemental		
	0	lutput	•	On Point On Curve On Surface Expand		
				Nonlinear Analy Dynamic Analys Heat Transfer	sis is	
				Copy Combine From Output From Freebody.		

Σχήμα 5.18: Πλαίσιο διαλόγου ορισμού ομάδας φορτίων

Από το μενού «Model» επιλέγεται η εντολή «Load» και από το υπομενού επιλέγεται η εντολή «Nodal». Στο πλαίσιο διαλόγου που εμφανίζεται επιλέγονται οι κόμβοι στους οποίους εφαρμόζεται το φορτίο.

🗰 🔹 🔹 Coord Sys				
fault XY View Node Ctrl+N Element Ctrl+E Material Property				
Load +	Set Ctrl+F2			
Constraint +	Body			
Contact +	Nodal			
Optimization	Nodal on Face			
Function	Elemental Nonlinear Force			
Output +	On Point On Curve On Surface Expand			
	Nonlinear Analysis Dynamic Analysis Heat Transfer			
	Copy Combine From Output From Freebody			

Σχήμα 5.19: Πλαίσιο διαλόγου επιλογής κόμβων επιβολής φορτίου

Μετά την επιλογή εμφανίζεται το πλαίσιο διαλόγου του σχήματος στο οποίο ζητείται να καθοριστεί το είδος της φόρτισης, το μέγεθος αυτής, προσημασμένο ανάλογα με τη φορά, και η διεύθυνση (Χ, Υ, Ζ) σε σύστημα τοπικών ή καθολικών συντεταγμένων. Στη θέση «Value» εισάγεται η τιμή του φορτίου. Οι μονάδες μέτρησης θα πρέπει να συμβαδίζουν με τις μονάδες που έχουν χρησιμοποιηθεί στο στάδιο της εισαγωγής των υλικών.

ΑΝΤΟΧΗ ΣΕ ΘΛΙΨΗ ΛΕΠΤΟΤΟΙΧΩΝ ΔΙΑΤΟΜΩΝ C ΚΑΙ Ζ ΜΕ ΟΠΕΣ ΣΤΟΝ ΚΟΡΜΟ

			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
Color 10 Palette	Layer 1	Coord Sys	0Basic Rectangular
force Moment Displacement Enforced Rotation Velocity Rotational Velocity Acceleration Rotational Acceleration	Direction Com C Vect C Alon C Norm C Norm	n ponents or g Curve nal to Plane nal to Surface	Method Constant Variable Specify
Temperature Heat Flux Heat Generation Static Fluid Pressure Total Fluid Pressure General Scalar Steam Quality Relative Humidity	E Load FX FY FZ	Value	Function Dependence

Σχήμα 5.20: Πλαίσιο διαλόγου καθορισμού φορτίου

Στην παρούσα εφαρμογή εισήχθηκε η τιμή 0.01 KN ως αξονικό θλιπτικό φορτίο επί του άξονα Z και εφαρμόστηκε στους κόμβους που είχαν δεσμευτεί οι μετακινήσεις μόνο στου άξονες X,Y. Ανάλογα με τη θετική φορά του άξονα Z τέθηκε και το πρόσημο μπροστά από την τιμή ώστε να είναι θλιπτικό. Τώρα το μοντέλο είναι έτοιμο για ανάλυση.



Σχήμα 5.21: Τελικό μοντέλο δοκού με δίκτυο πεπερασμένων στοιχείων

5.3.7 Ανάλυση (Analyze)

Από το μενού «File» επιλέγεται η εντολή «Analyze». Στο πλαίσιο διαλόγου που εμφανίζεται καθορίζεται ο τύπος ανάλυσης και ο αριθμός των ιδιομορφών που θα υπολογιστούν.

ΑΝΤΟΧΗ ΣΕ ΘΛΙΨΗ ΛΕΠΤΟΤΟΙΧΩΝ ΔΙΑΤΟΜΩΝ C ΚΑΙ Ζ ΜΕ ΟΠΕΣ ΣΤΟΝ ΚΟΡΜΟ

e	Tools Geometry	Mode	el Mesh	Modi	fy List	Delete	Group	View	Help
	New Open		80	Ø	Q Q	t t	1⊕		
	Save Save As Timed Save	F4							
	Import Export	*							
	Analyze								
	Notes								
	Page Setup Print Printer Setup Picture Messages	F3							
	Program Rebuild Preferences	•							
	1 3cctk25.MOD 2 zct30.MOD 3 z-n.MOD 4 diat zc.MOD								
	Exit								
ST	TRAN Analysis Contr	rol							
Ar	nalysis Conditions					Additio	nal Info-		
Ar	nalysis Type	7Bu	ickling		•	Numbe	er of Eiger	nvalues	5
Ý	Loads	1F			•	From			
~	Constraints	1 ma	ır			To			
	Initial Conditions				-	🔽 Ru	ın Analysi:	5	
							1844		Restarts
0.	utout Requests					Estimati	ed Disk S	pace :	237 MBytes
0	utput Requests	10.0			Laure I			1	
0	utput Requests utput Types	0St	andard		•	Ad	vanced		OK

Σχήμα 5.22: Πλαίσιο διαλόγου καθορισμού παραμέτρων ανάλυσης

Στη θέση «Analysis Type» επιλέγεται Buckling, δηλαδή γραμμική ανάλυση λυγισμού. Στη θέση «Loads» επιλέγεται ο τύπος φορτίων που επιθυμούμε, από αυτούς που έχουν οριστεί σε προηγούμενο στάδιο και στη θέση «Constraints» επιλέγεται η ομάδα συνοριακών συνθηκών αντίστοιχα. Στη θέση «Number of Eigenvalues» εισάγεται ο αριθμός των ιδιομορφών που επιθυμούμε να υπολογιστούν. Στη δική μας εφαρμογή επιλέγονται πέντε ιδιομορφές. Πατώντας «OK» ξεκινά η ανάλυση.

Μετά το τέλος της ανάλυσης μπορούμε να δούμε την παραμόρφωση του φορέα και τις τάσεις που αναπτύσσονται σε αυτόν. Προκειμένου να προσδιοριστεί το κρίσιμο φορτίο λυγισμού θα πολλαπλασιαστεί το εφαρμοσμένο κατανεμημένο φορτίο με το συντελεστή της πρώτης ιδιομορφής που έχει υπολογιστεί από την ανάλυση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Προκειμένου να διεξαχθούν χρήσιμα συμπεράσματα για την επιρροή της οπής στον κορμό στα μέλη που ανωτέρω αναλύθηκαν, θα γίνει σύγκριση των πρώτων ιδιομορφών των μελών, όπως προέκυψαν από τη γραμμική ανάλυση λυγισμού. Ακόμη, για να επιτευχθεί μεγαλύτερο εύρος συμπερασμάτων, θα μελετηθεί η συμπεριφορά του φορέα ανάλογα με το μήκος του, μέσω της σύγκρισης ενός φορέα μήκους 600 mm και ενός φορέα μήκους 200 mm με όμοια φορτία και συνοριακές συνθήκες.

6.1 Διατομές C χωρίς ενισχύσεις.

Στα παρακάτω σχήματα φαίνονται οι παραμορφώσεις των αξονικά θλιβόμενων μελών διατομής C χωρίς ενισχύσεις όπως προέκυψαν από γραμμική ανάλυση λυγισμού με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων.



Σχήμα 6.1: Μοντέλο διατομής C χωρίς ενισχύσεις, χωρίς οπή



Σχήμα 6.2: Μοντέλο διατομής C χωρίς ενισχύσεις με κυκλική οπή στον κορμό διαμέτρου 40mm



Σχήμα 6.3: Μοντέλο διατομής C χωρίς ενισχύσεις με κυκλική οπή στον κορμό διαμέτρου 50mm



Σχήμα 6.4: Μοντέλο διατομής C χωρίς ενισχύσεις με κυκλική οπή στον κορμό διαμέτρου 60mm



Σχήμα 6.5: Μοντέλο διατομής C χωρίς ενισχύσεις με τετραγωνική οπή στον κορμό πλευράς 20mm



Σχήμα 6.6: Μοντέλο διατομής C χωρίς ενισχύσεις με τετραγωνική οπή στον κορμό πλευράς 25mm



Σχήμα 6.7: Μοντέλο διατομής C χωρίς ενισχύσεις με τετραγωνική οπή στον κορμό πλευράς 30mm

Παρατηρώντας τα μοντέλα βλέπουμε ότι η κύρια μορφή αστοχίας είναι η αλληλεπίδραση του τοπικού λυγισμού με τον λυγισμό με στρέβλωση διατομής. Η παρουσία της οπής μειώνει σημαντικά τον αριθμό των ημικυμάτων σε σχέση με το μέλος χωρίς οπή.

Στον πίνακα 6.1 δίνονται τα κρίσιμα φορτία λυγισμού για την ομάδα των μη ενισχυμένων μελών διατομής C, ενώ στο γράφημα 6.1 παρουσιάζονται συγκριτικά τα μέλη με κυκλική οπή στον κορμό διαφόρων διαμέτρων.

Εξεταζ	όμενη διατομή	Κρίσιμο φορτίο λυγισμού Ρ _{cr} (KN)	
	χωρίς ο	οπή	87,60
	με κυκλική οπή διαμέτρου:	40mm	85,26
		50mm	83,88
Διατομη C χωρις		60mm	83,62
ενισχυσεις	με	20mm	86,68
	τετραγωνική	25mm	86,91
	οπή πλευράς:	30mm	85,82

Πίνακας 6.1: Κρίσιμο φορτίο λυγισμού διατομών C χωρίς ενισχύσεις





Συγκρίνοντας τις παραπάνω τιμές, συμπεραίνουμε ότι η παρουσία των οπών στον κορμό είχε ως συνέπεια μια μικρή μείωση της φέρουσας ικανότητας των μελών. Συγκεκριμένα, τη δυσμενέστερη επίδραση είχε η οπή με μεγαλύτερη διάμετρο (d=60mm) η οποία κατάφερε μείωση του κρίσιμου φορτίου λυγισμού κατά 4,54%, ενώ οι οπές με μικρότερη διάμετρο μείωσαν το P_{cr} κατά 4,24% και 2,67% αντίστοιχα με το μέγεθος της οπής. Στο γράφημα 6.2 παρουσιάζονται συγκριτικά τα κρίσιμα φορτία λυγισμού για τα μέλη με τετραγωνικές οπές στον κορμό, διαφόρων πλευρών.



Γράφημα 6.2: Σύγκριση P_{cr} μελών διατομής C χωρίς ενισχύσεις με τετραγωνική οπή

Σ' αυτή την περίπτωση, τη δυσμενέστερη επίδραση είχε η οπή με μεγαλύτερη πλευρά (α=30mm) η οποία κατάφερε μείωση του κρίσιμου φορτίου λυγισμού κατά 2,03% ενώ οι οπές με μικρότερη πλευρά μείωσαν το P_{cr} κατά 0,78% για α=25mm και κατά 1,05% για α=20mm. Εδώ παρατηρούμε ότι οι οπές μείωσαν κατά πολύ λίγο τη φέρουσα ικανότητα των μελών. Επίσης η διαβάθμιση του μεγέθους της οπής δεν επηρεάζει σημαντικά το κρίσιμο φορτίο λυγισμού.

Η αξονική δύναμη αντοχής κάθε διατομής όπως υπολογίστηκε με βάση τον Ευρωκώδικα, φαίνεται συγκεντρωτικά στον πίνακα 6.2 και στα γραφήματα 6.3 και 6.4.

Εξεταζ	όμενη διατομή	Αξονική δύναμη αντοχής Ν _{Rd} (KN)	
	χωρίς ο	οπή	81,11
	με κυκλική	40mm	71,25
Διατομή C χωρίς	οπή διαμέτρου:	50mm	64,79
		60mm	58,34
ενισχουεις	με	20mm	77,93
	τετραγωνική	25mm	76,87
	οπή πλευράς:	30mm	75,64

Πίνακας 6.2: Αξονική δύναμη αντοχής με βάση τον Ευρωκώδικα διατομών C χωρίς ενισχύσεις



Γράφημα 6.3: Σύγκριση N_{rd} μελών διατομής C χωρίς ενισχύσεις με κυκλική οπή

Παρατηρούμε ότι η κυκλική οπή μείωσε την αξονική δύναμη αντοχής της διατομής. Συγκεκριμένα, τη δυσμενέστερη επίδραση είχε η οπή με μεγαλύτερη διάμετρο (d=60mm) η οποία κατάφερε μείωση της αντοχής κατά 28%, ενώ οι οπές με μικρότερη διάμετρο, 50mm και 40mm, μείωσαν τη N_{rd} κατά 20,1% και 12,1% αντίστοιχα. Επίσης υπάρχει μεγαλύτερη διαβάθμιση αντοχής ανάλογα με τη διάμετρο της οπής, απ' ότι υπήρχε στο κρίσιμο φορτίο λυγισμού.





Για την τετραγωνική οπή παρατηρούμε μικρότερη μείωση της αξονικής δύναμης αντοχής. Η οπή πλευράς α=30mm μειώνει τη N_{rd} κατά 6,7%, η οπή πλευράς α=25mm κατά 5,2% και η οπή πλευράς α=20mm κατά 3,9%.

Γενικά οι τιμές της αξονικής δύναμης αντοχής με βάση τον Ευρωκώδικα παρουσιάζουν μεγαλύτερη μείωση με την παρουσία της οπής σε σχέση με το μέλος

χωρίς οπή. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι με την ανάλυση που έγινε υπερεκτιμήσαμε την παρουσία της οπής καθώς η διατομή που εξετάστηκε σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα, αφορά μόνο το κέντρο του φορέα που έχει τη μικρότερη αντοχή.

6.2 Διατομές C με ακραίες κάθετες ενισχύσεις

Στα παρακάτω σχήματα φαίνονται οι παραμορφώσεις των αξονικά θλιβόμενων μελών διατομής C με ακραίες κάθετες στα πέλματα ενισχύσεις όπως προέκυψαν από γραμμική ανάλυση λυγισμού με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων.



Σχήμα 6.8: Μοντέλο διατομής C με κατακόρυφες ενισχύσεις χωρίς οπή



Σχήμα 6.9: Μοντέλο διατομής C με κατακόρυφες ενισχύσεις και κυκλική οπή στον κορμό διαμέτρου 40mm



Σχήμα 6.10: Μοντέλο διατομής C με κατακόρυφες ενισχύσεις και κυκλική οπή στον κορμό διαμέτρου 50mm



Σχήμα 6.11: Μοντέλο διατομής C με κατακόρυφες ενισχύσεις και κυκλική οπή στον κορμό διαμέτρου 60mm



Σχήμα 6.12: Μοντέλο διατομής C με κατακόρυφες ενισχύσεις και τετραγωνική οπή στον κορμό πλευράς 20mm



Σχήμα 6.13: Μοντέλο διατομής C με κατακόρυφες ενισχύσεις και τετραγωνική οπή στον κορμό πλευράς 25mm



Σχήμα 6.14: Μοντέλο διατομής C με κατακόρυφες ενισχύσεις και τετραγωνική οπή στον κορμό πλευράς 30mm

Από τα παραμορφωμένα σχήματα των μελών, συμπεραίνουμε ότι η παρουσία των κατακόρυφων ακραίων ενισχύσεων περιόρισε σημαντικά τη μετατόπιση των πελμάτων σε όλους τους φορείς. Ο τρόπος αστοχίας για όλες τις περιπτώσεις είναι ο τοπικός λυγισμός. Επίσης παρατηρούμε ότι τα ημικύματα στις περιπτώσεις με μεγαλύτερες οπές ολοκληρώνονται πριν την οπή στο φορέα, με αποτέλεσμα η οπή να μην επηρεάζει σημαντικά ή και καθόλου το λυγισμό του μέλους.

Στον πίνακα 6.3 δίνονται τα κρίσιμα φορτία λυγισμού για την ομάδα των ενισχυμένων μελών διατομής C, στο γράφημα 6.5 παρουσιάζονται συγκριτικά τα μέλη με κυκλική οπή στον κορμό, διαφόρων διαμέτρων και στο γράφημα 6.6 αντίστοιχα τα μέλη με τετραγωνική οπή.

Εξεταζόμενη διατομή			Κρίσιμο φορτίο λυγισμού Ρ _{cr} (KN)
Διατομή C με ενισχύσεις	χωρίς οπή		192,17
	με κυκλική οπή διαμέτρου:	40mm	194,04
		50mm	194,93
		60mm	195,69
	με τετραγωνική οπή πλευράς:	20mm	192,22
		25mm	192,94
		30mm	194,01

Πίνακας 6.3: Κρίσιμο φορτίο λυγισμού διατομών C με ενισχύσεις





Όπως φαίνεται στο σχήμα, με την παρουσία της οπής το κρίσιμο φορτίο λυγισμού αυξήθηκε σε σχέση με το μέλος χωρίς οπή. Συγκεκριμένα για οπή διαμέτρου 40mm αυξήθηκε κατά 0,9%, για οπή διαμέτρου 50mm κατά 1,4% και διαμέτρου 60mm κατά 1,8%. Βλέπουμε ότι όσο μεγαλύτερη είναι η οπή τόσο αυξάνεται και το κρίσιμο φορτίο λυγισμού, χωρίς ωστόσο να παρουσιάζει σημαντικές διαφορές στην τιμή του.



Γράφημα 6.6: Σύγκριση P_{cr} μελών διατομής C με ενισχύσεις και τετραγωνική οπή

Ομοίως στην περίπτωση της τετραγωνικής οπής το κρίσιμο φορτίο αυξάνεται αλλά πολύ λιγότερο σε σχέση με τις κυκλικές οπές. Θα μπορούσαμε να πούμε ότι η διαφορά είναι αμελητέα. Συγκεκριμένα για οπή πλευράς 20mm το κρίσιμο φορτίο αυξήθηκε κατά 0,02% (πρακτικά σταθερό), για πλευρά 25mm αυξήθηκε κατά 0,4% και για πλευρά 30mm κατά 0,9%.

Η αύξηση στο κρίσιμο φορτίο λυγισμού με την παρουσία της οπής εξηγείται από το γεγονός ότι ο λυγισμός σταματά πριν την οπή, όπως φαίνεται και στα παραμορφωμένα μοντέλα. Ωστόσο οι διαφορές στην τιμή του δεν θεωρούνται σημαντικές.

Η αξονική δύναμη αντοχής κάθε διατομής από τις παραπάνω, όπως υπολογίστηκε με βάση τον Ευρωκώδικα, φαίνεται συγκεντρωτικά στον πίνακα 6.4 και γραφικά στα γραφήματα 6.7 και 6.8.

Εξεταζόμενη διατομή			Αξονική δύναμη αντοχής Ν _{Rd} (KN)
Διατομή C με ενισχύσεις	χωρίς οπή		133,79
	με κυκλική οπή διαμέτρου:	40mm	123,93
		50mm	117,47
		60mm	111,02
	με τετραγωνική οπή πλευράς:	20mm	130,61
		25mm	129,55
		30mm	128,32

Πίνακας 6.4: Αξονική δύναμη αντοχής με βάση τον Ευρωκώδικα διατομών C με ακραίες ενισχύσεις



Γράφημα 6.7: Σύγκριση Nrd μελών διατομής C με ενισχύσεις και κυκλική οπή

Οι αντοχές των διατομών που υπολογίστηκαν με βάση τον Ευρωκώδικα έδειξαν ότι η κυκλική οπή μείωσε την αντοχή, για διάμετρο 40mm κατά 7,3%, για διάμετρο 50mm κατά 12,2% και για διάμετρο 60mm κατά 17%. Εδώ αποδεικνύεται ότι οι ενισχύσεις προσφέρουν μεγαλύτερη αντοχή στη διατομή.



Γράφημα 6.8: Σύγκριση N_{rd} μελών διατομής C με ενισχύσεις και τετραγωνική οπή

Στις τετραγωνικές οπές πάλι εμφανίζεται μικρότερη σχετικά μείωση της αντοχής. Για πλευρά 20mm η αξονική δύναμη αντοχής μειώνεται κατά 2,4%, για πλευρά 25mm κατά 3,2% και για πλευρά 30mm κατά 4,1%.

6.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων διατομών C χωρίς ενισχύσεις και διατομών C με ακραίες κάθετες ενισχύσεις.

Μελετώντας τα αποτελέσματα των αναλύσεων των δύο μεθόδων, για τα μέλη διατομής C, χωρίς ενισχύσεις και με ακραίες κάθετες στα πέλματα ενισχύσεις, βγάζουμε ορισμένα συμπεράσματα. Ενδεικτικά θα συγκριθούν οι διατομές χωρίς οπή, οι διατομές με κυκλική οπή διαμέτρου 40mm και οι διατομές με τετραγωνική οπή 25x25(mm).

Από τα αποτελέσματα της ανάλυσης με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων βλέπουμε ότι η παρουσία των ακραίων κάθετων ενισχύσεων οδήγησε σε σημαντική αύξηση του κρίσιμου φορτίου λυγισμού. Ειδικότερα, στα μέλη διατομής C χωρίς οπές, οι ακραίες ενισχύσεις είχαν ως αποτέλεσμα την αύξηση του κρίσιμου φορτίου κατά 119%. Στα μέλη με κυκλική οπή διαμέτρου 40mm η αντίστοιχη αύξηση λόγω ενισχύσεων ήταν 127% και στα μέλη με τετραγωνική οπή πλευράς 25mm ήταν 121%.

Παρατηρούμε ακόμη ότι με την παρουσία των ενισχύσεων αυξάνεται το κρίσιμο φορτίο λυγισμού όταν υπάρχει οπή, γεγονός που οφείλεται στην αλλαγή του λυγισμού του μέλους, ο οποίος ολοκληρώνεται πριν την οπή.



Γράφημα 6.9: Σύγκριση P_{cr} μελών διατομής C χωρίς ενισχύσεις και διατομής C με ακραίες ενισχύσεις

Εξίσου αυξάνεται και η αξονική δύναμη αντοχής της διατομής με την παρουσία των ακραίων ενισχύσεων. Στα μέλη διατομής C χωρίς οπές, οι ακραίες ενισχύσεις είχαν ως αποτέλεσμα την αύξηση της αντοχής κατά 64%. Στα μέλη με κυκλική οπή διαμέτρου 40mm η αντίστοιχη αύξηση λόγω ενισχύσεων ήταν 73% και στα μέλη με τετραγωνική οπή 25x25(mm) ήταν 68%.

Γράφημα 6.10: Σύγκριση Ν_{rd} μελών διατομής C χωρίς ενισχύσεις και διατομής C με ακραίες ενισχύσεις



Κατά συνέπεια, αποδεικνύεται και στην πράξη η αποτελεσματικότητα των ενισχύσεων στην ισχυροποίηση της γενικότερης συμπεριφοράς του μέλους, τόσο στο κρίσιμο φορτίο λυγισμού όσο και στην αξονική θλιπτική αντοχή της διατομής.

6.4 Διατομή C χωρίς ενισχύσεις: Σύγκριση με φορέα μήκους 200mm.

Στα παρακάτω σχήματα φαίνονται οι παραμορφώσεις των αξονικά θλιβόμενων μελών διατομής C χωρίς ενισχύσεις, για μέλη μήκους 200mm, όπως προέκυψαν από γραμμική ανάλυση λυγισμού με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων. Αναλύθηκαν ενδεικτικά τρία μέλη: χωρίς οπή, με κυκλική οπή στον κορμό διαμέτρου 60mm και με τετραγωνική οπή στον κορμό πλευράς 30mm.



Σχήμα 6.15: Μοντέλο διατομής C χωρίς ενισχύσεις, χωρίς οπή



Σχήμα 6.16: Μοντέλο διατομής C χωρίς ενισχύσεις με κυκλική οπή στον κορμό διαμέτρου 60mm



Σχήμα 6.17: Μοντέλο διατομής C χωρίς ενισχύσεις με τετραγωνική οπή στον κορμό πλευράς 30mm

Παρατηρώντας τα παραμορφωμένα μοντέλα βλέπουμε ότι ο τρόπος αστοχίας είναι ο συνδυασμός τοπικού λυγισμού με λυγισμό με στρέβλωση της διατομής. Η παρουσία των οπών επηρεάζει το λυγισμό του μέλους καθώς αλλάζει ο αριθμός των ημικυμάτων. Στο μέλος χωρίς οπή έχουμε δύο ημικύματα ενώ στα μέλη με οπή έχουμε ένα. Γενικά σε όλα τα μοντέλα βλέπουμε τις μεγαλύτερες παραμορφώσεις στα πέλματα των διατομών.

Στον πίνακα 6.5 δίνονται τα κρίσιμα φορτία λυγισμού για την ομάδα των μη ενισχυμένων μελών διατομής C, μήκους φορέα 200mm.

Εξεταζόμενη διατομή		Κρίσιμο φορτίο λυγισμού Ρ _{cr} (KN)
C χωρίς ενισχύσεις -	χωρίς οπή	91,98
	με κυκλική οπή διαμέτρου 60mm	80,06
	με τετραγωνική οπή πλευράς 30mm	90,36

Πίνακας 6.5: Κρίσιμο φορτίο λυγισμού μελών διατομής C χωρίς ενισχύσεις και μήκους 200mm

Με την παρουσία της οπής το κρίσιμο φορτίο λυγισμού μειώνεται κατά 12,96% για την κυκλική οπή (έναντι 4,54% του φορέα μήκους 600mm) και κατά 1,76% για την τετραγωνική οπή (έναντι 2,03% του φορέα μήκους 600mm).

Στο γράφημα 6.11 παρουσιάζονται συγκριτικά τα αποτελέσματα των αναλύσεων για τα παραπάνω μέλη, για τον φορέα μήκους 600mm και τον φορέα μήκους 200mm. Ο φορέας 200mm φαίνεται γενικά να έχει μεγαλύτερο κρίσιμο φορτίο λυγισμού εκτός από την περίπτωση του μέλους με κυκλική οπή όπου το κρίσιμο φορτίο μειώνεται πολύ περισσότερο σε σχέση με τον μακρύτερο φορέα. Συγκεκριμένα ο φορέας με μήκος 200mm εμφάνισε μεγαλύτερο κρίσιμο φορτίο λυγισμού κατά 5% στις διατομές C χωρίς οπή και κατά 5,3% στις διατομές με τετραγωνική οπή πλευράς 30mm, ενώ στις διατομές με κυκλική οπή διαμέτρου 60mm το κρίσιμο φορτίο μειώθηκε κατά 4,25%.



Γράφημα 6.11: Σύγκριση Ρ_{cr} μελών διατομής C χωρίς ενισχύσεις για μήκη φορέα 200mm και 600mm

6.5 Διατομή C με ακραίες κάθετες ενισχύσεις: Σύγκριση με φορέα μήκους 200mm.

Στα παρακάτω σχήματα φαίνονται οι παραμορφώσεις των αξονικά θλιβόμενων μελών διατομής C με ακραίες κάθετες στα πέλματα ενισχύσεις, για μέλη μήκους 200mm, όπως προέκυψαν από γραμμική ανάλυση λυγισμού με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων. Αναλύθηκαν ενδεικτικά τρία μέλη: χωρίς οπή, με κυκλική οπή στον κορμό διαμέτρου 60mm και με τετραγωνική οπή στον κορμό πλευράς 30mm.



Σχήμα 6.18: Μοντέλο διατομής C με κατακόρυφες ενισχύσεις χωρίς οπή



Σχήμα 6.19: Μοντέλο διατομής C με κατακόρυφες ενισχύσεις με κυκλική οπή στον κορμό διαμέτρου 60mm



Σχήμα 6.20: Μοντέλο διατομής C με κατακόρυφες ενισχύσεις και τετραγωνική οπή στον κορμό πλευράς 30mm

Η παρουσία των ενισχύσεων περιόρισε τις μετατοπίσεις των πελμάτων και οδήγησε τα μέλη σε καθαρό τοπικό λυγισμό, δύο ημικυμάτων για το μοντέλο χωρίς οπή και το μοντέλο με τετραγωνική οπή. Στο μοντέλο με την κυκλική οπή ο λυγισμός διακόπτεται από την οπή και παραμένει στο πρώτο μέρος του φορέα χωρίς ουσιαστικά να προκαλεί πρόβλημα σ' αυτόν.

Εξεταζόμενη διατομή		Κρίσιμο φορτίο λυγισμού Ρ _{cr} (KN)
	χωρίς οπή	195,19
C με ακραίες ενισχύσεις	με κυκλική οπή διαμέτρου 60mm	263,54
	με τετραγωνική οπή πλευράς 30mm	203,55

Πίνακας 6.6: Κρίσιμο φορτίο λυγισμού μελών διατομής C με ακραίες ενισχύσεις και μήκους 200mm

Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού αυξήθηκε με την παρουσία της οπής κατά 35% (έναντι 1,8% του φορέα μήκους 600mm) για το μοντέλο με την κυκλική οπή και κατά 4,3% (έναντι 0,9%) για το μοντέλο με την τετραγωνική οπή (πρακτικά αμελητέο).

Συγκριτικά με τον μακρύτερο φορέα, ο φορέας μήκους 200mm παρουσιάζει μεγαλύτερες τιμές στο κρίσιμο φορτίο λυγισμού όπως φαίνεται και στο γράφημα 6.12. Ειδικότερα, στον φορέα μήκους 200mm το κρίσιμο φορτίο είναι μεγαλύτερο κατά 1,57% για το μέλος χωρίς οπή, κατά 34,67% για το μέλος με κυκλική οπή και κατά 4,92% για το μέλος με τετραγωνική οπή.



Γράφημα 6.12: Σύγκριση P_{cr} μελών διατομής C με ακραίες ενισχύσεις για μήκη φορέα 200mm και 600mm

Γενικά οι αλλαγές που εμφανίζονται στην τιμή του κρίσιμου φορτίου λυγισμού οφείλονται στην αλλαγή του μήκους των ημικυμάτων των μελών, όπως φαίνεται στο σχήμα. Έτσι για μεγαλύτερο ή μικρότερο μήκος ημικύματος είναι δυνατόν να έχουμε μεγαλύτερο κρίσιμο φορτίο λυγισμού, καθώς μπορεί να πέσουμε σε υψηλότερο σημείο της αντίστοιχης καμπύλης.



Μήκη ημικυμάτων

Σχήμα 6.21: Παραδείγματα της ελαστικής κρίσιμης τάσης για διάφορες ιδιομορφές λυγισμού ως συνάρτηση του μήκους των ημικυμάτων και παραδείγματα μορφών λυγισμού

6.6 Διατομές Ζ χωρίς ενισχύσεις

Στα παρακάτω σχήματα φαίνονται οι παραμορφώσεις των αξονικά θλιβόμενων μελών διατομής Ζ χωρίς ενισχύσεις όπως προέκυψαν από γραμμική ανάλυση λυγισμού με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων.



Σχήμα 6.22: Μοντέλο διατομής Ζ χωρίς ενισχύσεις, χωρίς οπή



Σχήμα 6.23: Μοντέλο διατομής Ζ χωρίς ενισχύσεις με κυκλική οπή στον κορμό διαμέτρου 40mm



Σχήμα 6.24: Μοντέλο διατομής Ζ χωρίς ενισχύσεις με κυκλική οπή στον κορμό διαμέτρου 50mm



Σχήμα 6.25: Μοντέλο διατομής Ζ χωρίς ενισχύσεις με κυκλική οπή στον κορμό διαμέτρου 60mm



Σχήμα 6.26: Μοντέλο διατομής Ζ χωρίς ενισχύσεις με τετραγωνική οπή στον κορμό πλευράς 20mm



Σχήμα 6.27: Μοντέλο διατομής Ζ χωρίς ενισχύσεις με τετραγωνική οπή στον κορμό πλευράς 25mm



Σχήμα 6.28: Μοντέλο διατομής Ζ χωρίς ενισχύσεις με τετραγωνική οπή στον κορμό πλευράς 30mm

Εξετάζοντας τα μοντέλα παρατηρούμε ότι η κυρίαρχη μορφή αστοχίας για όλες τις περιπτώσεις είναι η αλληλεπίδραση τοπικού λυγισμού και λυγισμού με στρέβλωση της διατομής. Είναι φανερό ότι η παρουσία της οπής μειώνει σημαντικά τον αριθμό των ημικυμάτων κυρίως στα μέλη με κυκλική οπή, σε σχέση με το μέλος χωρίς οπή. Στον πίνακα 6.7 δίνονται τα κρίσιμα φορτία λυγισμού για την ομάδα των μη ενισχυμένων μελών διατομής Ζ, ενώ στο γράφημα 6.13 παρουσιάζονται συγκριτικά τα μέλη με κυκλική οπή στον κορμό διαφόρων διαμέτρων.

Εξεταζόμενη διατομή			Κρίσιμο φορτίο λυγισμού Ρ _{cr} (KN)
Διατομή Ζ χωρίς ενισχύσεις	χωρίς οπή		87,56
	με κυκλική οπή διαμέτρου:	40mm	85,22
		50mm	83,85
		60mm	81,62
	με τετραγωνική οπή πλευράς:	20mm	86,64
		25mm	86,23
		30mm	85,78

Πίνακας 6.7: k	ζοίσιμο	φορτίο λυ	νισμού ι	μελών διατ	ομής Ζ χω	οίς ενισχύσεις
1100 anay 01711	pioipo	φοριιο πο	riopoor		ομης - λω	



Γράφημα 6.13: Σύγκριση P_{cr} μελών διατομής Ζ χωρίς ενισχύσεις με κυκλική οπή

Συγκρίνοντας τις παραπάνω τιμές, συμπεραίνουμε ότι η παρουσία των οπών στον κορμό είχε ως συνέπεια τη μείωση της φέρουσας ικανότητας των μελών. Συγκεκριμένα, τη δυσμενέστερη επίδραση είχε η οπή με μεγαλύτερη διάμετρο (d=60mm) η οποία κατάφερε μείωση του κρίσιμου φορτίου λυγισμού κατά 6,8%, ενώ οι οπές με μικρότερη διάμετρο μείωσαν το P_{cr} κατά 4,2% και 2,7% για διάμετρο 50mm και 40mm αντίστοιχα.

Στο γράφημα 6.14 παρουσιάζονται συγκριτικά τα κρίσιμα φορτία λυγισμού για τα μέλη με τετραγωνικές οπές στον κορμό διαφόρων πλευρών.



Γράφημα 6.14: Σύγκριση P_{cr} μελών διατομής Ζ χωρίς ενισχύσεις με τετραγωνική οπή

Σ' αυτή την περίπτωση, τη δυσμενέστερη επίδραση είχε η οπή με τη μεγαλύτερη πλευρά (α=30mm) η οποία κατάφερε μείωση του κρίσιμου φορτίου λυγισμού κατά 2,03% ενώ οι οπές με μικρότερη πλευρά μείωσαν το P_{cr} κατά 1,52% για α=25mm και κατά 1,05% για α=20mm. Εδώ παρατηρούμε ότι οι οπές μείωσαν κατά πολύ λίγο τη φέρουσα ικανότητα των μελών. Επίσης η διαβάθμιση του μεγέθους της οπής δεν επηρεάζει σημαντικά το κρίσιμο φορτίο λυγισμού.

Η αξονική δύναμη αντοχής κάθε μέλους διατομής Ζ όπως υπολογίστηκε με βάση τον Ευρωκώδικα, είναι ίδια με τα μέλη διατομής C, όπως παρουσιάστηκαν ανωτέρω στον πίνακα 6.2 και στα γραφήματα 6.3 και 6.4.

6.7 Διατομές Ζ με ακραίες κάθετες ενισχύσεις

Στα παρακάτω σχήματα φαίνονται οι παραμορφώσεις των αξονικά θλιβόμενων μελών διατομής Ζ με ακραίες κάθετες στα πέλματα ενισχύσεις όπως προέκυψαν από γραμμική ανάλυση λυγισμού με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων.



Σχήμα 6.29: Μοντέλο διατομής Ζ με κατακόρυφες ενισχύσεις χωρίς οπή



Σχήμα 6.30: Μοντέλο διατομής Ζ με κατακόρυφες ενισχύσεις και κυκλική οπή στον κορμό διαμέτρου 40mm



Σχήμα 6.31: Μοντέλο διατομής Ζ με κατακόρυφες ενισχύσεις και κυκλική οπή στον κορμό διαμέτρου 50mm



Σχήμα 6.32: Μοντέλο διατομής Ζ με κατακόρυφες ενισχύσεις και κυκλική οπή στον κορμό διαμέτρου 60mm



Σχήμα 6.33: Μοντέλο διατομής Ζ με κατακόρυφες ενισχύσεις και τετραγωνική οπή στον κορμό πλευράς 20mm



Σχήμα 6.34: Μοντέλο διατομής Ζ με κατακόρυφες ενισχύσεις και τετραγωνική οπή στον κορμό πλευράς 25mm



Σχήμα 6.35: Μοντέλο διατομής Ζ με κατακόρυφες ενισχύσεις και τετραγωνική οπή στον κορμό πλευράς 30mm

Παρατηρώντας τα παραμορφωμένα σχήματα των μελών, συμπεραίνουμε ότι η παρουσία των κατακόρυφων ακραίων ενισχύσεων περιόρισε σημαντικά τη μετατόπιση των πελμάτων σε όλους τους φορείς. Η μορφή αστοχίας σε όλες τις περιπτώσεις είναι η αλληλεπίδραση τοπικού λυγισμού και λυγισμού με στρέβλωση της διατομής. Επίσης παρατηρούμε ότι τα ημικύματα στις περισσότερες περιπτώσεις ολοκληρώνονται πριν την οπή στο φορέα, με αποτέλεσμα η οπή να μην επηρεάζει σημαντικά ή και καθόλου το λυγισμό του μέλους.

Στον πίνακα 6.8 δίνονται τα κρίσιμα φορτία λυγισμού για την ομάδα των ενισχυμένων μελών διατομής Ζ, στο γράφημα 6.15 παρουσιάζονται συγκριτικά τα μέλη με κυκλική οπή στον κορμό διαφόρων διαμέτρων και στο γράφημα 6.16 αντίστοιχα τα μέλη με τετραγωνική οπή.

ΑΝΤΟΧΗ ΣΕ ΘΛΙΨΗ ΛΕΠΤΟΤΟΙΧΩΝ ΔΙΑΤΟΜΩΝ C ΚΑΙ Ζ ΜΕ ΟΠΕΣ ΣΤΟΝ ΚΟΡΜΟ

Εξεταζόμενη διατομή			Κρίσιμο φορτίο λυγισμού Ρ _{cr} (KN)
Διατομή Ζ με ενισχύσεις	χωρίς οπή		192,16
	με κυκλική οπή διαμέτρου:	40mm	194,08
		50mm	195,06
		60mm	195,93
	με τετραγωνική οπή πλευράς:	20mm	192,15
		25mm	192,90
		30mm	193,54

Πίνακας 6.8: Κρίσιμο φορτίο λυγισμού μελών διατομής Ζ με ακραίες ενισχύσεις





Παρατηρούμε ότι με την παρουσία της οπής το κρίσιμο φορτίο λυγισμού αυξήθηκε σε σχέση με το μέλος χωρίς οπή, όπως συνέβη και στα μέλη διατομής C με ενισχύσεις. Συγκεκριμένα για οπή διαμέτρου 40mm αυξήθηκε κατά 0,99%, για οπή διαμέτρου 50mm κατά 1,51% και διαμέτρου 60mm κατά 1,96%. Με την αύξηση του εμβαδού της οπής μεγαλύτερη είναι η οπή τόσο αυξάνεται και το κρίσιμο φορτίο λυγισμού, χωρίς ωστόσο να παρουσιάζει σημαντικές διαφορές στην τιμή του. Η μεγαλύτερη τιμή οφείλεται στο γεγονός ότι ο λυγισμός του μέλους ολοκληρώνεται πριν την οπή.


Γράφημα 6.16: Σύγκριση P_{cr} μελών διατομής Z με ενισχύσεις και τετραγωνική οπή

Στην περίπτωση της τετραγωνικής οπής το κρίσιμο φορτίο αυξάνεται, για οπή πλευράς 25 και 30mm, ενώ για οπή πλευράς 20mm παραμένει πρακτικά σταθερό. Αυτό φαίνεται και από τα παραμορφωμένα μέλη στα σχήματα, όπου παρατηρούμε ότι η παραμόρφωση του μέλους με οπή 20x20 μοιάζει περισσότερο με την παραμόρφωση του μέλους χωρίς οπή ενώ αντιθέτως στα υπόλοιπα μέλη τα ημικύματα φαίνονται να ολοκληρώνονται πριν την οπή αλλάζοντας έτσι το λυγισμό του μέλους. Συγκεκριμένα, για οπή πλευράς 20mm το κρίσιμο φορτίο μειώθηκε κατά 0,005% (πρακτικά σταθερό), για πλευρά 25mm το κρίσιμο φορτίο αυξήθηκε κατά 0,38% και για πλευρά 30mm κατά 0,71%. Η αλλαγή στην τιμή του φορτίου ουσιαστικά είναι αμελητέα.

Η αξονική δύναμη αντοχής κάθε μέλους διατομής Ζ με ενισχύσεις όπως υπολογίστηκε με βάση τον Ευρωκώδικα, είναι ίδια με τα μέλη διατομής C με ενισχύσεις, όπως παρουσιάστηκαν ανωτέρω στον πίνακα 6.4 και στα γραφήματα 6.3 και 6.4.

6.8 Σύγκριση αποτελεσμάτων διατομών Ζ χωρίς ενισχύσεις και διατομών Ζ με κάθετες ακραίες ενισχύσεις.

Μελετώντας τα αποτελέσματα των αναλύσεων των δύο μεθόδων, για τα μέλη διατομής Ζ, ενισχυμένα και μη, βγάζουμε ορισμένα συμπεράσματα. Ενδεικτικά θα συγκριθούν οι διατομές χωρίς οπή, οι διατομές με κυκλική οπή διαμέτρου 50mm και οι διατομές με τετραγωνική οπή 30x30(mm).

Από τα αποτελέσματα της ανάλυσης με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων βλέπουμε ότι η παρουσία των ακραίων κάθετων ενισχύσεων οδήγησε σε σημαντική αύξηση του κρίσιμου φορτίου λυγισμού. Ειδικότερα, στα μέλη διατομής Ζ χωρίς οπές, οι ακραίες ενισχύσεις είχαν ως αποτέλεσμα την αύξηση του κρίσιμου φορτίου κατά 119%. Στα μέλη με κυκλική οπή διαμέτρου 50mm η αντίστοιχη αύξηση λόγω ενισχύσεων ήταν 132% και στα μέλη με τετραγωνική οπή 30x30(mm) ήταν 125%.



Γράφημα 6.17: Σύγκριση P_{cr} μελών διατομής Ζ χωρίς ενισχύσεις και διατομής Ζ με ακραίες ενισχύσεις

Σημαντική ήταν και η αντίστοιχη αύξηση της αξονικής δύναμης αντοχής της διατομής, λόγω της παρουσίας των ενισχύσεων, αν και μικρότερη σε τιμή. Για τις διατομές χωρίς οπή η N_{rd} αυξήθηκε κατά 64%. Στα μέλη με κυκλική οπή διαμέτρου 50mm η αντοχή αυξήθηκε λόγω ενισχύσεων κατά 81% και στα μέλη με τετραγωνική οπή 30x30(mm) κατά 69%.

Γράφημα 6.18: Σύγκριση N_{rd} μελών διατομής Z χωρίς ενισχύσεις και διατομής Z με ακραίες ενισχύσεις



Κατά συνέπεια, αποδεικνύεται και στην πράξη η αποτελεσματικότητα των ενισχύσεων στην ισχυροποίηση της γενικότερης συμπεριφοράς του μέλους, τόσο στο κρίσιμο φορτίο λυγισμού όσο και στην αξονική θλιπτική αντοχή της διατομής.

6.9 Διατομή Ζ χωρίς ενισχύσεις: Σύγκριση με φορέα μήκους 200mm.

Στα παρακάτω σχήματα φαίνονται οι παραμορφώσεις των αξονικά θλιβόμενων μελών διατομής Ζ χωρίς ενισχύσεις, για μέλη μήκους 200mm, όπως προέκυψαν από γραμμική ανάλυση λυγισμού με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων. Αναλύθηκαν ενδεικτικά τρία μέλη: χωρίς οπή, με κυκλική οπή στον κορμό διαμέτρου 60mm και με τετραγωνική οπή στον κορμό πλευράς 30mm.



Σχήμα 6.36: Μοντέλο διατομής Ζ χωρίς ενισχύσεις, χωρίς οπή



Σχήμα 6.37: Μοντέλο διατομής Ζ χωρίς ενισχύσεις με κυκλική οπή στον κορμό διαμέτρου 60mm



Σχήμα 6.38: Μοντέλο διατομής Ζ χωρίς ενισχύσεις με τετραγωνική οπή στον κορμό πλευράς 30mm

Όπως φαίνεται από τα παραμορφωμένα μοντέλα η κύρια μορφή αστοχίας είναι η αλληλεπίδραση τοπικού λυγισμού και λυγισμού με στρέβλωση της διατομής.

Στον πίνακα 6.9 δίνονται τα κρίσιμα φορτία λυγισμού για την ομάδα των μη ενισχυμένων μελών διατομής Ζ, μήκους φορέα 200mm και στο γράφημα 6.19 παρουσιάζονται συγκριτικά τα μέλη χωρίς οπή, με κυκλική οπή διαμέτρου 60mm και με τετραγωνική οπή πλευράς 30mm για κάθε έναν από τους φορείς που προαναφέρθηκαν.

Εξεταζόμενη διατομή		Κρίσιμο φορτίο λυγισμού Ρ _{cr} (KN)
Ζ χωρίς ενισχύσεις	χωρίς οπή	91,95
	με κυκλική οπή διαμέτρου 60mm	47,94
	με τετραγωνική οπή πλευράς 30mm	90,28

Πίνακας 6.9: Κρίσιμο φορτίο λυγισμού μελών διατομής Ζ χωρίς ενισχύσεις και μήκους 200mm

Διαπιστώνουμε ότι το κρίσιμο φορτίο λυγισμού μειώνεται όταν υπάρχει οπή στον κορμό του μέλους. Για την κυκλική οπή διαμέτρου 60mm το φορτίο μειώνεται κατά 47,8% (έναντι 6,8% του φορέα μήκους 600mm), ενώ για τετραγωνική οπή πλευράς 30mm μειώνεται κατά 1,81% (έναντι 2,03% του φορέα μήκους 600mm).

Παρατηρούμε ότι το μέλος με την κυκλική οπή εμφανίζει διαφορετική συμπεριφορά από τα άλλα δύο μέλη καθώς μειώνεται σημαντικά το κρίσιμο φορτίο λυγισμού και γίνεται αρκετά μικρότερο από το αντίστοιχο του φορέα μήκους 600mm. Αντίθετα, το μέλος χωρίς οπή και το μέλος με τετραγωνική οπή εμφανίζουν μεγαλύτερο κρίσιμο φορτίο στον φορέα μήκους 200mm απ' ότι στον μακρύτερο φορέα. Συγκεκριμένα ο φορέας με μήκος 200mm εμφάνισε μεγαλύτερο κρίσιμο φορτίο λυγισμού κατά 5% στις διατομές Ζ χωρίς οπή και στις διατομές με τετραγωνική οπή πλευράς 30mm. Στις διατομές Ζ με κυκλική οπή διαμέτρου 60mm, ο φορέας με μήκος 200mm εμφάνισε μικρότερο κρίσιμο φορτίο λυγισμού κατά 41% σε σχέση με τον φορέα μήκους 600mm.



Γράφημα 6.19: Σύγκριση P_{cr} μελών διατομής Ζ χωρίς ενισχύσεις για φορείς μήκους 200mm και 600mm

6.10 Διατομή Z με ακραίες κάθετες ενισχύσεις: Σύγκριση με φορέα μήκους 200mm.

Στα παρακάτω σχήματα φαίνονται οι παραμορφώσεις των αξονικά θλιβόμενων μελών διατομής Ζ με ακραίες κάθετες στα πέλματα ενισχύσεις, για μέλη μήκους 200mm, όπως προέκυψαν από γραμμική ανάλυση λυγισμού με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων. Αναλύθηκαν ενδεικτικά τρία μέλη: χωρίς οπή, με κυκλική οπή στον κορμό διαμέτρου 60mm και με τετραγωνική οπή στον κορμό πλευράς 30mm.



Σχήμα 6.39: Μοντέλο διατομής Ζ με κατακόρυφες ενισχύσεις χωρίς οπή



Σχήμα 6.40: Μοντέλο διατομής Ζ με κατακόρυφες ενισχύσεις και κυκλική οπή στον κορμό διαμέτρου 60mm



Σχήμα 6.41: Μοντέλο διατομής Ζ με κατακόρυφες ενισχύσεις και τετραγωνική οπή στον κορμό πλευράς 30mm

Παρατηρώντας τα παραπάνω σχήματα διαπιστώνουμε ότι η μορφή αστοχίας για όλα τα μέλη είναι ο τοπικός λυγισμός. Στο μέλος με την κυκλική οπή παρατηρούμε όπως και στον μακρύτερο φορέα ότι ο λυγισμός σταματά στο τμήμα του φορέα που βρίσκεται η οπή και μετά την οπή ο φορέας παραμένει απαραμόρφωτος.

Στον πίνακα 6.10 δίνονται τα κρίσιμα φορτία λυγισμού για την ομάδα των ενισχυμένων μελών διατομής Ζ, μήκους φορέα 200mm και στο γράφημα 6.20 παρουσιάζονται συγκριτικά τα μέλη με κυκλική οπή διαμέτρου 60mm και με τετραγωνική οπή πλευράς 30mm.

Εξεταζόμενη διατομή		Κρίσιμο φορτίο λυγισμού Ρ _{cr} (KN)
Ζ με ενισχύσεις	χωρίς οπή	196,56
	με κυκλική οπή διαμέτρου 60mm	263,58
	με τετραγωνική οπή πλευράς 30mm	203,53

Πίνακας 6.10: Κρίσιμο φορτίο λυγισμού μελών διατομής Ζ με ακραίες ενισχύσεις και μήκους 200mm

Διαπιστώνουμε ότι το κρίσιμο φορτίο λυγισμού αυξάνεται με την εμφάνιση της οπής και μάλιστα πολύ περισσότερο απ' ότι αυξήθηκε στο μακρύτερο φορέα. Για την κυκλική οπή διαμέτρου 60mm το φορτίο αυξάνεται κατά 34% (έναντι 1,96% του φορέα μήκους 600mm), ενώ για τετραγωνική οπή πλευράς 30mm αυξάνεται κατά 3,5% (έναντι 0,71% του φορέα μήκους 600mm).

Βλέπουμε λοιπόν, ότι ενώ οι φορείς παραμορφώνονται με παρόμοιο τρόπο, ο φορέας με μικρότερο μήκος εμφανίζει μεγαλύτερο κρίσιμο φορτίο λυγισμού και μεγαλύτερη διακύμανση στις τιμές του ανάλογα με το είδος της οπής. Συγκεκριμένα ο φορέας με μήκος 200mm εμφάνισε μεγαλύτερο κρίσιμο φορτίο λυγισμού κατά 2,3% στις διατομές Z χωρίς οπή, κατά 34,5% στις διατομές με κυκλική οπή διαμέτρου 60mm και κατά 5,1% στις διατομές με τετραγωνική οπή πλευράς 30mm.



Γράφημα 6.20: Σύγκριση P_{cr} μελών διατομής Z με ενισχύσεις για φορείς μήκους 200mm και 600mm

Η αύξηση στο κρίσιμο φορτίο λυγισμού εξηγείται από το παρακάτω σχήμα. Διαπιστώνουμε ότι το κρίσιμο φορτίο επηρεάζεται από το μήκος ημικύματος κάθε φορά ανάλογα με τη μορφή λυγισμού του κάθε μοντέλου. Έτσι για μεγαλύτερο ή μικρότερο μήκος ημικύματος είναι δυνατόν να έχουμε μεγαλύτερο κρίσιμο φορτίο λυγισμού, καθώς μπορεί να πέσουμε σε υψηλότερο σημείο της αντίστοιχης καμπύλης.



Μήκη ημικυμάτων

Σχήμα 6.42: Παραδείγματα της ελαστικής κρίσιμης τάσης για διάφορες ιδιομορφές λυγισμού ως συνάρτηση του μήκους των ημικυμάτων και παραδείγματα μορφών λυγισμού

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Από την ανάλυση που έγινε, αποδείχτηκε η αποτελεσματικότητα των ακραίων ενισχύσεων σε όλα τα μοντέλα που εξετάστηκαν. Οι ακραίες ενισχύσεις περιόρισαν σημαντικά τις μετατοπίσεις των πελμάτων και αύξησαν τόσο το κρίσιμο φορτίο λυγισμού όσο και την αξονική δύναμη αντοχής κάθε διατομής, συμβάλλοντας έτσι στη γενικότερη βελτίωση της αντοχής κάθε μέλους σε τοπικό λυγισμό.

Όσον αφορά τις οπές στον κορμό, παρατηρήθηκε ότι στις μη ενισχυμένες διατομές η παρουσία των οπών μείωσε το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του μέλους ενώ στις ενισχυμένες διατομές παρουσιάστηκε μια μικρή αύξηση στο κρίσιμο φορτίο λυγισμού με την παρουσία των οπών. Γενικότερα όμως, οι διαφορές στην τιμή του κρίσιμου φορτίου λυγισμού στα μέλη χωρίς οπή και στα μέλη με οπή είναι μικρές και δεν θεωρούνται σημαντικές. Σε όλα τα μοντέλα παρατηρήθηκε μείωση της αξονικής δύναμης αντοχής παρουσία της οπής και σε μεγαλύτερο ποσοστό απ' ότι επηρεάστηκε το κρίσιμο φορτίο λυγισμού. Αυτή η διαφορά στην τιμή οφείλεται στην υπερεκτίμηση της επίδρασης της οπής στο μέλος, κατά τη διαδικασία της ανάλυσης σύμφωνα με τις διατάξεις του Ευρωκώδικα. Στα περισσότερα μοντέλα που εξετάστηκαν η κύρια μορφή λυγισμού ήταν η αλληλεπίδραση του τοπικού λυγισμού με τον λυγισμό με στρέβλωση της διατομής. Όσον αφορά τα διαφορετικά μεγέθη των οπών δεν παρατηρήθηκαν σημαντικές διαφορές στις τιμές των αποτελεσμάτων. Ωστόσο παρατηρήθηκε ότι για μεγαλύτερο μέγεθος της οπής, ο τοπικός λυγισμός του μέλους ολοκληρωνόταν πριν από αυτήν χωρίς έτσι να επηρεάζεται σημαντικά η αντοχή του μέλους λόγω της οπής.

Τέλος, με τη σύγκριση που έγινε ως προς την επιρροή των οπών σε φορείς ανάλογα με το μήκος τους, διαπιστώθηκε ότι για μικρότερο μήκος φορέα παρουσιάζεται μεγαλύτερο κρίσιμο φορτίο λυγισμού. Ο τρόπος λυγισμού είναι σε γενικές γραμμές ο ίδιος μόνο που για μικρότερο μήκος μέλους εμφανίζονται μεγαλύτερες διακυμάνσεις στην τιμή του κρίσιμου φορτίου λυγισμού ανάλογα με το μέγεθος και τη μορφή της οπής. Συμπερασματικά θα λέγαμε ότι τα μέλη χωρίς ενισχύσεις είναι πιο ευαίσθητα και η παρουσία των οπών επηρεάζει περισσότερο την αντοχή τους, ενώ στα μέλη με ακραίες ενισχύσεις η παρουσία οπών δεν έχει σημαντικές επιπτώσεις στην αντοχή των μελών.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Μιχάλτσος Γ. (2009), «Ελαφρές μεταλλικές κατασκευές: Θεωρία της παραμορφωσίμου διατομής, διαφραγματική θεωρία, εφαρμογές στα οικοδομικά έργα, στοιχεία του ENV 1993.1.3», Εκδόσεις Συμεών, Αθήνα.
- Μιχάλτσος Γ. (2008), «Ελαφρές μεταλλικές κατασκευές: Μέθοδοι υπολογισμού», Εκδόσεις Συμεών, Αθήνα.
- Βάγιας Ι.Κ., Dubina D. (2004), «Σιδηρές κατασκευές από λεπτότοιχες διατομές ψυχρής διαμόρφωσης», Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα.
- 4. ENV 1993-1-3, Ευρωκώδικας 3 (2004), «Σχεδιασμός κατασκευών από χάλυβα. Μέρος 1-3: Γενικοί κανόνες, πρόσθετοι κανόνες για μέλη και φύλλα ψυχρής έλασης», CEN Ευρωπαϊκή Επιτροπή Κανονισμών, Βρυξέλλες.
- 5. Polyzois D., Raftoyiannis I. (2007), «Numerical stimulation of axially-loaded cold-formed steel Z-sections with web perforations», Συνέδριο ISCAS'07.
- 6. Ghersi A., Landolfo R, Mazzolani F.M. (2002), «Design of metallic cold-formed thin-walled members», Spon Press, London.
- Τσατσαρά Ε. (2007), «Κρίσιμα φορτία λυγισμού σε διατομές Ζ με οπές στον κορμό», Διπλωματική εργασία, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα.
- Λάμπρου Α. (2007), «Διερεύνηση αντοχής λεπτότοιχων διατομών Ζ με οπές στον κορμό έναντι θλιπτικών φορτίων», Διπλωματική εργασία, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα.
- Παπαδρακάκης Μ., Γκισάκης Α. (2002), «Μοντελοποίηση φορέων με πεπερασμένα στοιχεία με το πρόγραμμα Nastran για Windows έκδοση 4.5», Σημειώσεις, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα.
- 10. Moen C., Schafer B. (2007), «Direct strength design for cold-formed steel members with perforations», Department of Civil Engineering, John Hopkins University, Baltimore.
- 11. ICTWS 2001 Conference (2001), «A probabilistic approach to the limit state of centrally loaded thin-walled columns», Z. Kala, J. Kala, B. Teply, Faculty of Civil Engineering, Brno University of Technology, Brno.
- 12. Moen C., Schafer B. (2009), «Elastic buckling of cold-formed steel columns and beams with holes», Engineering structures journal, 31(12), 2812-2824.
- 13. Zhen Yu Wu et al. (2011), «Numerical Simulation of Cold-Formed Steel Stiffened Lipped Channel Columns with and without Perforations», Advanced Materials Research, 243-249, 761-764.
- 14. Moen C., Schafer B. (2008), «Experiments on cold-formed steel columns with holes», Thin-walled structures journal, 46(10), 1164-1182.
- 15. Δικτυακοί τόποι