



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΓΕΩΤΕΧΝΙΚΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**ΒΕΛΤΙΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΑΤΟΣ ΗΟΕΚ-BROWN
ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΣΕ ΣΗΡΑΓΓΕΣ**

ΜΑΛΑΜΗΣ ΛΕΩΝΙΔΑΣ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

ΚΑΒΒΑΛΑΣ ΜΙΧΑΗΛ

Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

ΑΘΗΝΑ, ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2012

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή της διπλωματικής μου εργασίας κ. Μιχάλη Καββαδά για την εξαιρετική του συνεργασία και τη συνεχή καθοδήγηση του καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της. Ακόμα θα ήθελα να ευχαριστήσω τον υποψήφιο διδάκτορα κ. Αλέξανδρο Καλό για την αμέριστη βοήθεια και τον χρόνο που διέθεσε για την ολοκλήρωση αυτής της εργασίας.

Μαλάμης Λεωνίδας

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ο σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας συνίσταται στην διατύπωση ενός βελτιωμένου καταστικού προσομοιώματος Hoek-Brown και εφαρμογή αυτού τόσο σε δοκιμές ανεμπόδιστης θλίψης σε επίπεδο πεπερασμένου στοιχείου όσο και σε επίλυση προβλήματος επίπεδης παραμόρφωσης.

Στη συνέχεια, γίνεται αναλυτική αναφορά στο κριτήριο διαρροής Hoek-Brown. Περιγράφονται οι βασικές σχέσεις του και πώς αυτές τροποποιήθηκαν με την πορεία των μελετών. Παρατίθενται μερικά από τα πλέον διαδεδομένα κριτήρια διαρροής και γίνεται απεικόνιση τους στο χώρο των τάσεων. Εν συνεχεία, προβαίνουμε σε μαθηματική διατύπωση του καταστικού προσομοιώματος και αποσαφηνίζονται οι παράμετροι που απαιτούνται για τον ορισμό του. Ορίζεται η συνάρτηση διαρροής στο γενικευμένο χώρο των τάσεων καθώς και οι νόμοι ροής και κράτυνσης που προβλέπονται στην παρούσα εκδοχή του προσομοιώματος.

Διερευνάται παραμετρικά η προσομοίωση της χαλάρωσης και η επιρροή των παραμέτρων αποδόμησης τόσο σε επίπεδο πεπερασμένου στοιχείου σε δοκιμές ανεμπόδιστης θλίψης όσο και σε μελέτη προβλήματος σύγκλισης αποτόνωσης κυκλικής ανυποστήρικτης σήραγγας μέσω του κώδικα πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS 6.10.1. Πραγματοποιήθηκε θεωρητική σύγκριση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν σε δεδομένο πρόβλημα σύγκλισης - αποτόνωσης κυκλικής ανυποστήρικτης σήραγγας με χρήση του γενικευμένου κριτηρίου Hoek-Brown, όπως αυτό έχει προγραμματιστεί στον κώδικα πεπερασμένων στοιχείων PHASE², με τα αντίστοιχα που προβλέπει το προτεινόμενο προσομοίωμα. Καθώς προέκυψε σημαντική απόκλιση των αποτελεσμάτων διερευνήθηκε το κριτήριο διαρροής Hoek-Brown που χρησιμοποιεί ο κώδικας πεπερασμένων στοιχείων PHASE² και κατόπιν σήμανσης της διαφοράς, θεωρήθηκε η ίδια καταστατική σχέση και συνεκρίθησαν τα αποτελέσματα προς επαλήθευση του σφάλματος. Τέλος, διερευνήθηκε η επιρροή των σταθερών αποδόμησης ζ και η στη συμπεριφορά της βραχόμαζας σε πρόβλημα επίπεδης παραμόρφωσης.

ABSTRACT

The purpose of the present diploma thesis lies with the development of an improved Hoek-Brown type constitutive model. The aforementioned model is applied to unconfined compression tests at the element level along with a plane strain problem.

The Hoek-Brown failure criterion is examined in detail, basic principles are introduced and further historical modifications undertaken. An ensemble of widely employed constitutive models are cited herein and portrayed in the generalized stress space. We next, state the mathematical formulation of the improved model and elaborate on the parameters employed. The yield function is introduced straight forward in the generalized stress space while the flow and hardening rules employed in the current version of the model are stated and clarified.

Numerical analyses have been employed for the simulation of softening effects and corresponding destructuring parameters in both element level unconfined compression tests and a convergence-confinement problem of a circular unsupported tunnel, using the Finite Element Code ABAQUS 6.10.1. The proposed model was compared to the commercial F.E. code PHASE² in a convergence-confinement problem for benchmarking reasons. However, the results stemming from the numerical analyses had the tendency to diverge. Once the source for the aforementioned divergence was established in the mathematical representation of PHASE², the yield function on the proposed model was reformulated on that same assumption to verify the reason for the discrepancy. Finally, the influence of the destructuring parameters was further investigated in the plane strain problem examined.

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή.....	1
1.1	Γενικά στοιχεία.....	1
1.2	Σκοπός της διπλωματικής εργασίας.....	1
1.3	Διάρθρωση της εργασίας.....	1
2	Θεωρία πλαστικότητας.....	3
2.1	Γενικά.....	3
2.2	Αναλλοίωτοι των τάσεων.....	5
2.3	Θεωρία της ελαστικότητας.....	7
2.3.1	Γραμμική ισότροπη ελαστικότητα.....	7
2.4	Θεωρία της πλαστικότητας.....	7
2.4.1	Ανελαστική συμπεριφορά υλικών.....	9
2.4.2	Παράμετροι κράτνσης.....	9
2.4.3	Επιφάνεια διαρροής.....	10
2.4.4	Κλίση συνάρτησης διαρροής.....	12
2.4.5	Συνθήκη συμβατότητας.....	13
2.4.6	Νόμος ροής.....	14
2.4.7	Πλαστική κράτνση, πλαστική χαλάρωση, απολύτως πλαστική φόρτιση.....	15
2.4.8	Προσομοιώματα κράτνσης.....	16
3	Το κριτήριο διαρροής Hoek-Brown.....	17
3.1	Γενικά στοιχεία.....	17
3.2	Περιγραφή βασικών σχέσεων κριτηρίου.....	17
3.3	Υπολογισμός αντοχής βραχόμαζας.....	21
3.4	Ισοδύναμες παράμετροι διατμητικής αντοχής.....	21
3.5	Προσδιορισμός μέτρου ελαστικότητας.....	23
3.6	Διαδεδομένα κριτήρια διαρροής.....	25
3.6.1	Κριτήριο μέγιστης διατμητικής τάσης (Tresca).....	25
3.6.2	Κριτήριο μέγιστης στροφικής ενέργειας (V.Mises).....	27

3.6.3 Κριτήριο διαρροής Mohr-Coulomb.....	28
3.6.4 Κριτήριο διαρροής Drucker-Prager.....	30
4 Βελτιωμένο καταστατικό προσομοίωμα Hoek-Brown.....	33
4.1 Γενικά.....	33
4.2 Γραμμική ισότροπη ελαστικότητα.....	33
4.3 Συνάρτηση διαρροής.....	33
4.4 Κλίση συνάρτησης διαρροής.....	34
4.5 Νόμος ροής.....	36
4.6 Νόμος κράτυνσης.....	36
4.7 Συνθήκη συμβατότητας.....	37
4.8 Βελτιωμένο καταστατικό προσομοίωμα Hoek-Brown.....	39
5 Εφαρμογή του βελτιωμένου καταστατικού προσομοιώματος Hoek - Brown σε δοκιμές ανεμπόδισης θλίψης.....	40
5.1 Περιγραφή του προβλήματος.....	40
5.2 Περιγραφή των αναλύσεων.....	40
5.2.1 Το προσομοίωμα του ABAQUS.....	40
5.2.2 Μηχανικά χαρακτηριστικά βραχόμαζας.....	41
5.2.3 Παράμετροι αντοχής βραχόμαζας.....	42
5.3 Διαδικασία αριθμητικών αναλύσεων.....	43
5.4 Αποτελέσματα και σχολιασμός αναλύσεων.....	43
5.4.1 Η επιρροή της παραμέτρου αποδόμησης η	45
5.4.2 Η επιρροή της παραμέτρου αποδόμησης ζ	48
5.4.3 Η επιρροή του μέτρου ελαστικότητας.....	52
6 Εφαρμογή του βελτιωμένου προσομοιώματος Hoek-Brown σε κυκλική σήραγγα.....	54
6.1 Περιγραφή του προβλήματος.....	54
6.2 Περιγραφή των αναλύσεων.....	55
6.2.1 Τα προσομοιώματα σε ABAQUS και PHASE.....	55

6.2.2 Μηχανικά χαρακτηριστικά βραχόμαζας και αρχικό τασικό πεδίο.....	56
6.3 Διαδικασία αναλύσεων.....	56
6.4 Αποτελέσματα αναλύσεων.....	57
6.4.1 Σύγκριση των δύο κωδίκων (ABAQUS και PHASE).....	57
6.4.2 Η διερεύνηση της επιρροής των παραμέτρων αποδόμησης ζ και η	66
7 Συμπεράσματα.....	75
Παράρτημα Α.....	77
Βιβλιογραφία.....	84

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

1.1 Γενικά Στοιχεία

Η καταστατική συμπεριφορά βραχωδών ή εδαφικών σχηματισμών στην γεωτεχνική μηχανική συνδέει το τασικό πεδίο με την παραμορφωσιακή κατάσταση δεδομένου υλικού σημείου. Ο αντικειμενικός σκοπός της καταστατικής προσομοίωσης συνίσταται στην κατά τον δυνατόν πληρέστερη και ακριβέστερη προσέγγιση της μακροσκοπικής συμπεριφοράς των γεωυλικών όπως αυτή αντικατοπτρίζεται στις εργαστηριακές μετρήσεις και στις επί τόπου δοκιμές. Με την ανάπτυξη της τεχνολογίας και συνεπαγόμενη μείωση του υπολογιστικού κόστους κρίνεται απαραίτητη η ανάπτυξη σοφιστευμένων καταστατικών προσομοιωμάτων.

1.2 Σκοπός της Διπλωματικής Εργασίας

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας αποτελεί η διατύπωση ενός βελτιωμένου καταστατικού προσομοιώματος Hoek-Brown και η διερεύνηση της προβλεπόμενης συμπεριφοράς αυτού σε επίπεδο πεπερασμένου στοιχείου (Finite Element) καθώς και σε πρόβλημα σύγκλισης-αποτόνωσης της εσωτερικής πίεσης στην άντυγα σήραγγας. Μελετάται η συμπεριφορά του νόμου αποδόμησης της δέσης μέσω της παραμετρικής διερεύνησης δύο σταθερών που υπεισέρχονται στον προγραμματισμό του βελτιωμένου καταστατικού προσομοιώματος.

Κατόπιν, προβαίνουμε σε θεωρητική σύγκριση του προτεινόμενου κριτηρίου με ένα ευρέως χρησιμοποιούμενο καταστατικό ιδεατό προσομοίωμα (PHASE – Rocscience) σε δεδομένο πρόβλημα επίπεδης παράμορφωσης (σύγκλισης – αποτόνωσης πίεσης στην άντυγα σήραγγας) ως προς τα μεγέθη τάσεων και παραμορφώσεων. Τέλος, διερευνάται η τροποποιημένη συμπεριφορά της βραχώμαζας που επιτρέπει την προσομοίωση χαλάρωσης μέσω της εισαγωγής παραμέτρων αποδόμησης.

1.3 Διάρθρωση της εργασίας

Η παρούσα διπλωματική εργασία επιμερίζεται σε επτά κεφάλαια συμπεριλαμβανομένου του εισαγωγικού κεφαλαίου.

Στο δεύτερο κεφάλαιο, γίνεται μία σύντομη παρουσίαση της θεωρίας της πλαστικότητας. Αναλύεται η έννοια των κριτηρίων διαρροής, του νόμου ροής και του νόμου κράτυνσης. Επιπλέον, συνδέεται το μέτρο πλαστικής κράτυνσης με τις επιλεχθείσες παραμέτρους κράτυνσης και η συνθήκη συμβατότητας για εντατικές καταστάσεις επί της επιφάνειας διαρροής.

Στο τρίτο κεφάλαιο, ο συγγραφέας προβαίνει σε μία διεξοδική αναφορά στο γενικευμένο κριτήριο διαρροής Hoek-Brown. Περιγράφονται οι καταστατικές σχέσεις του προσομοιώματος, η μέθοδος υπολογισμού των παραμέτρων αντοχής της βραχώμαζας και η ιστορική εξέλιξη του κριτηρίου. Παρατίθενται οι ισοδύναμες παράμετροι διατμητικής αντοχής μέσω συσχετισμού των κριτηρίων Hoek-Brown και Mohr-Coulomb και παρουσιάζονται μερικά από τα πλέον διαδεδομένα κριτήρια διαρροής.

Στο τέταρτο κεφάλαιο, παρατίθενται οι καταστατικές εξισώσεις του προσομοιώματος το οποίο θα χρησιμοποιηθεί στα επόμενα κεφάλαια της εργασίας. Δηλώνεται το κριτήριο διαρροής εξεφρασμένο στον εξαεδρικό χώρο των τάσεων καθώς και ο συσχετισμένος νόμος ροής. Αποσαφηνίζονται οι επιλεγθείσες παράμετροι κράτυνσης και το υπολογιζόμενο μέτρο πλαστικής κράτυνσης.

Στο πέμπτο κεφάλαιο, διεξάγεται μία παραμετρική διερεύνηση δοκιμών ανεμπόδιστης θλίψης σε δεδομένη βραχόμαζα πτωχής ποιότητας, με χρήση του κώδικα πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS 6.10.1, με απώτερο σκοπό την αποσαφήνιση της επιρροής των σταθερών αποδόμησης ζ , η για διάφορες τιμές του μέτρου ελαστικότητας E .

Στο έκτο κεφάλαιο, εξετάζεται το πρόβλημα της σύγκλισης-αποτόνωσης της εσωτερικής πίεσης επί της άντυγας σήραγγας. Οι αναλύσεις αυτές πραγματοποιήθηκαν με τους κώδικες πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS και PHASE 2-D. Καθώς προέκυψε σημαντική απόκλιση των αποτελεσμάτων εξετάσθηκε το κριτήριο διαρροής Hoek-Brown που χρησιμοποιεί ο κώδικας πεπερασμένων στοιχείων PHASE 2-D και κατόπιν σήμανσης της διαφοράς, θεωρήθηκε η ίδια καταστατική σχέση και συνεκρίθησαν τα αποτελέσματα προς επαλήθευση του σφάλματος. Διερευνήθηκε η επιρροή των σταθερών αποδόμησης ζ και η στη συμπεριφορά της βραχόμαζας. Πιο συγκεκριμένα, εξετάσθηκε η επιρροή των παραμέτρων αποδόμησης της δέσης στην ακτινική παραμόρφωση και την ανάπτυξη της πλαστικής ζώνης.

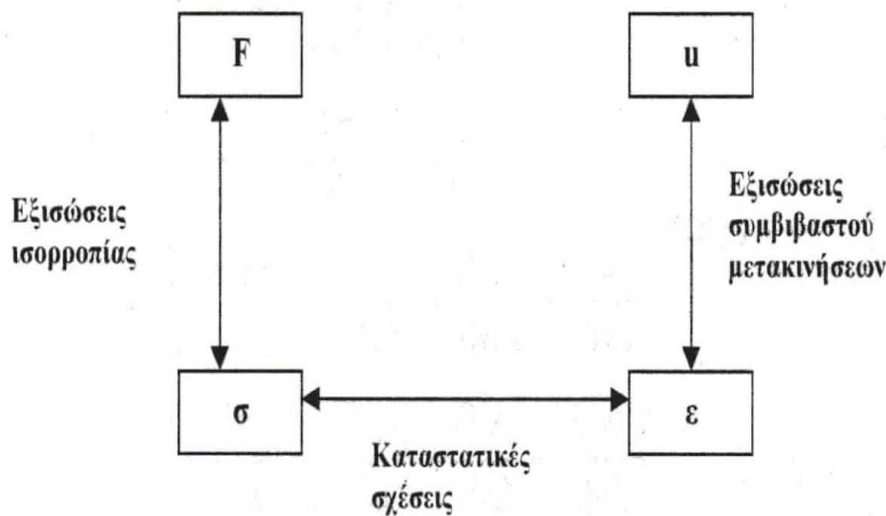
Τέλος, στο έβδομο κεφάλαιο, συνοψίζονται τα βασικά συμπεράσματα από τις αριθμητικές αναλύσεις των κεφαλαίων 5 και 6.

Κεφάλαιο 2: Θεωρία Πλαστικότητας

2.1 Γενικά

Για την περιγραφή της συμπεριφοράς ενός πολυφασικού μέσου όπως το έδαφος με όρους μηχανικής συνεχούς μέσου, απαιτούνται τρία συστήματα εξισώσεων.

- οι εξισώσεις ισορροπίας,
- οι συνοριακές συνθήκες του προβλήματος και οι εξισώσεις συμβιβαστού των παραμορφώσεων και
- οι καταστατικές εξισώσεις $\sigma = C : \varepsilon$.



Σχήμα 2.1 Σύνδεση συστήματος εξισώσεων περιγραφής συμπεριφοράς συνεχούς μέσου.

Οι εξισώσεις ισορροπίας συνδέουν τις ανηγμένες δυνάμεις επί επιφανείας T_i και τις δυνάμεις πεδίου b_i με τις τάσεις που αναπτύσσονται στο σώμα σ_{ij} (Σχήμα 2.1). Σε κάθε σημείο του σώματος έχουμε τρεις εξισώσεις ισορροπίας για τις έξι άγνωστες ανεξάρτητες τάσεις που δίνονται από την εξίσωση:

$$\nabla \sigma^T - \mathbf{b} = 0 \quad (2.1)$$

σε μητρική μορφή ή με ανάπτυξη της:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} - b_x &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} - b_y &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} - b_z &= 0 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Το διανυσματικό μέγεθος \mathbf{b} εκφράζει την δύναμη πεδίου ανά μονάδα όγκου.

Η εξίσωση που συνδέει τις παραμορφώσεις ε_{ij} με τις μετακινήσεις u_i ενός σώματος είναι:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T] \quad (2.3)$$

Από την ανωτέρω εξίσωση συνδέονται οι έξι συνιστώσες της παραμόρφωσης ε_{ij} με τις τρεις συνιστώσες της μετακίνησης u_i . Για να καταστεί δυνατός ο μονοσήμαντος ορισμός των μετακινήσεων από τις παραμορφώσεις, απαιτείται να ισχύουν οι ακόλουθες εξισώσεις συμβιβαστού των παραμορφώσεων:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2 \varepsilon_{yz}}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} &= \frac{\partial^2 \varepsilon_{zx}}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial y \partial z} &= -\frac{\partial^2 \varepsilon_{yz}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{zx}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial z \partial x} &= -\frac{\partial^2 \varepsilon_{zx}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{yz}}{\partial y \partial x} \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial x \partial y} &= -\frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{yz}}{\partial z \partial x} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{zx}}{\partial z \partial y} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Μέχρι στιγμής έχουν εισαχθεί εννέα άγνωστες ποσότητες και μόνο έξι εξισώσεις. Συνεπώς, απαιτούνται επιπλέον τρεις ανεξάρτητες εξισώσεις για την επίλυση του προβλήματος. Για τον λόγο αυτό καλούμαστε να ορίσουμε τις καταστατικές εξισώσεις που συνδέουν τις τάσεις με τις παραμορφώσεις:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.5)$$

Το μητρώο δυσκαμψίας \mathbf{C} , είναι η παράμετρος που πρέπει να προσδιοριστεί ώστε να καταστεί δυνατή η περιγραφή της μηχανικής συμπεριφοράς του υλικού. Το μητρώο δυσκαμψίας στην πιο απλή μορφή του (γραμμική ισότροπη ελαστικότητα) εκφράζεται συναρτήσει του μέτρου ελαστικότητας E και του μέτρου διάτμησης G . Πιο σύνθετες μορφές του μητρώου δυσκαμψίας \mathbf{C} προκύπτουν από ανώτερες μορφές της θεωρίας ελαστικότητας και της θεωρίας της πλαστικότητας.

Ο προσδιορισμός των καταστατικών εξισώσεων και ο ορισμός ενός καταστατικού μοντέλου συμπεριφοράς των εδαφών απαιτεί τη γνώση των τεσσάρων ακόλουθων στοιχείων:

1. Της συμπεριφοράς του υλικού εντός της ελαστικής περιοχής.
2. Της επιφάνειας διαρροής.
3. Της διεύθυνσης της πλαστικής παραμόρφωσης.

4. Των νόμων κράτυνσης.

2.2 Αναλλοίωτοι των τάσεων

Ένας τανυστής μπορεί να αναλυθεί σε δύο τασικές συνιστώσες. Σε έναν τανυστή διεκτροπικών τάσεων (deviatoric stress) s_{ij} και σε μία ορθή συνιστώσα (hydrostatic stress) $p\delta_{ij}$, όπου p είναι η μέση ορθή (ή ισότροπη) τάση.

Η ισότροπη (isotropic) συνιστώσα της τάσης δίνεται από τη σχέση:

$$p = \frac{1}{3}(\boldsymbol{\sigma}^T : \mathbf{I}) = \frac{1}{3}I_1 = \frac{1}{3}\sigma_{ii} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (2.6)$$

Και είναι βαθμωτό μέγεθος. Ορίζεται ως το εσωτερικό γινόμενο του τανυστή των τάσεων $\boldsymbol{\sigma}$ και του μοναδιαίου τανυστή δεύτερης τάξεως \mathbf{I} , ο οποίος εκφράζει το δέλτα του Kronecker.

$$\mathbf{I} = \delta_{ij} \quad (2.7)$$

με $\delta_{ij}=1$ όταν $i=j$

και $\delta_{ij}=0$ σε κάθε άλλη περίπτωση

Η αποκλίνουσα τάση είναι τανυστικό μέγεθος και ορίζεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} s_{ij} &= \sigma_{ij} - p \cdot \delta_{ij} = [\sigma_{xx} - p \quad \sigma_{yy} - p \quad \sigma_{zz} - p \quad \sigma_{xy} \quad \sigma_{yz} \quad \sigma_{zx}] \\ &= [s_{xx} \quad s_{yy} \quad s_{zz} \quad s_{xy} \quad s_{yz} \quad s_{zx}] \end{aligned} \quad (2.8)$$

Οι τρεις αναλλοίωτοι της αποκλίνουσας τάσης προκύπτουν από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\begin{aligned} J_1 &= s_{kk} = 0 \\ J_2 &= \frac{1}{2}s_{ij}s_{ij} = \frac{1}{6}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2] \\ &= \frac{1}{6}[(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{xx} - \sigma_{zz})^2] + \sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{zx}^2 \quad (2.9) \\ J_3 &= \frac{1}{3}s_{ij}s_{jk}s_{ki} \end{aligned}$$

Η πρώτη αναλλοίωτη J_1 , αντιπροσωπεύει τους όρους της κυρίας διαγωνίου του τανυστή της αποκλίνουσας τάσης. Η δεύτερη αναλλοίωτη J_2 αντιπροσωπεύει το μέγεθος της διατμητικής τάσης, ενώ η τρίτη αναλλοίωτη J_3 καθορίζει τη διεύθυνση της διατμητικής τάσης. Στην εδαφομηχανική συνήθως χρησιμοποιείται η μέση τάση p σε συνδυασμό με το μέτρο των διεκτροπικών τάσεων q που δίνεται από την εξής σχέση:

$$q = \sqrt{\frac{3}{2}s_{ij}s_{ij}} = \sqrt{3J_2} \quad (2.10)$$

Σε τριαξονική καταπόνηση όπου $\sigma_2 = \sigma_3$, η παραπάνω σχέση απλοποιείται στην ακόλουθη μορφή:

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (2.11)$$

Παρόμοια με τον τανυστή των τάσεων μπορεί να αναλυθεί και ο τανυστής των παραμορφώσεων σε μία ισότροπη (ή ογκομετρική) συνιστώσα ε_{vol} , η οποία σχετίζεται με την μεταβολή του όγκου και σε μία αποκλίνουσα συνιστώσα e_{ij} , η οποία σχετίζεται με την αλλαγή του σχήματος.

Η ογκομετρική συνιστώσα είναι βαθμωτό μέγεθος και δίνεται από τη σχέση:

$$\varepsilon_{vol} = \boldsymbol{\varepsilon} : \mathbf{I} = \varepsilon_{ii} = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} \quad (2.12)$$

Η αποκλίνουσα παραμόρφωση είναι τανυστικό μέγεθος και ορίζεται ως εξής:

$$\mathbf{e}_{ij} = \boldsymbol{\varepsilon}_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon_{vol} \mathbf{I} = \left[\varepsilon_{xx} - \frac{1}{3} \varepsilon_{vol} \quad \varepsilon_{yy} - \frac{1}{3} \varepsilon_{vol} \quad \varepsilon_{zz} - \frac{1}{3} \varepsilon_{vol} \quad \varepsilon_{xz} \quad \varepsilon_{yz} \quad \varepsilon_{zx} \right] \quad (2.13)$$

Ομοίως με την περίπτωση της αποκλίνουσας τάσης s_{ij} και στην αποκλίνουσα παραμόρφωση e_{ij} στην εδαφομηχανική συνηθίζεται να χρησιμοποιείται η ογκομετρική παραμόρφωση ε_{vol} σε συνδυασμό με το μέτρο των αποκλίνουσων παραμορφώσεων ε_q που ορίζεται κατά τον ακόλουθο τρόπο:

$$\varepsilon_q = \sqrt{\frac{2}{3} e_{ij} e_{ij}} \quad (2.14)$$

Σε τριαξονική καταπόνηση όπου $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$, η παραπάνω σχέση απλοποιείται στην επόμενη μορφή:

$$\varepsilon_q = \frac{2}{3} (\varepsilon_1 - \varepsilon_3) \quad (2.15)$$

Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό οι σχέσεις που ορίζουν τις αναλλοίωτες των τάσεων μπορούν να χρησιμοποιηθούν τόσο για τις ελαστικές όσο και για τις πλαστικές συνιστώσες των τανυστών, καθώς δεν εξαρτώνται ούτε από την κατάσταση ούτε και από τις ιδιότητες του κάθε υλικού. Για τον διαχωρισμό μεταξύ ελαστικής και πλαστικής κατάστασης θα χρησιμοποιείται στη συνέχεια της εργασίας ένας άνω δείκτης "e" και "p" αντίστοιχα. Επιπρόσθετα οι ανωτέρω σχέσεις χρησιμοποιούνται και στην περίπτωση απειροστής μεταβολής των τάσεων και των παραμορφώσεων. Σε αυτή την περίπτωση θα γίνεται χρήση του συμβόλου της μερικής παραγωγού ως προς το χρόνο (rate-insensitive materials), δηλαδή:

$$\dot{p} = \frac{1}{3} \dot{\boldsymbol{\sigma}}^T : \mathbf{I} \quad \text{και} \quad \dot{\varepsilon}_{vol} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} : \mathbf{I}$$

2.3 Θεωρία της ελαστικότητας

Το πλήθος των υλικών παρουσιάζει ελαστική συμπεριφορά εντός ενός περιορισμένου εύρους παραμορφώσεων. Οι παραμορφώσεις αυτές είναι πλήρως ανακτώμενες. Όταν το αίτιο που τις προκαλεί παύει να υφίσταται, το υλικό επανέρχεται στην αρχική του κατάσταση. Η σχέση που συνδέει τις παραμορφώσεις με τις τάσεις είναι η παρακάτω:

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e = \mathbf{S} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} \quad (2.16)$$

Όπου :

$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e$ ο ταυστής των ελαστικών παραμορφώσεων

$\dot{\boldsymbol{\sigma}}$ ο ταυστής των τάσεων

\mathbf{S} το μητρώο ευκαμψίας

Στην γενική περίπτωση το μητρώο ευκαμψίας \mathbf{S} (ή αντίστοιχα το μητρώο δυσκαμψίας \mathbf{C}) είναι ταυστής τέταρτης τάξης, αφού τόσο οι τάσεις όσο και οι παραμορφώσεις είναι ταυστές δεύτερης τάξης. Το μητρώο ευκαμψίας έχει 81 ανεξάρτητες στην γενική περίπτωση παραμέτρους.

2.3.1 Γραμμική ισότροπη ελαστικότητα

Στην περίπτωση της γραμμικής ισότροπης ελαστικότητας, οι 81 παράμετροι του μητρώου δυσκαμψίας \mathbf{C} μειώνονται σε δύο, ως αποτέλεσμα των παραδοχών που έχουν θεωρηθεί.

Για ένα εδαφικό υλικό, οι δύο αυτές σταθερές παράμετροι μπορεί να είναι το μέτρο ισότροπης συμπίεσης K (bulk modulus) που συνδέει τη μεταβολή της ισότροπης συμπίεσης \dot{p} με αυτή της ελαστικής ογκομετρικής παραμόρφωσης $\dot{\epsilon}_{vol}^e$ και το μέτρο διάτμησης G (shear modulus) που συνδέει τη μεταβολή της αποκλίνουσας τάσης $\dot{\boldsymbol{s}}$ με αυτή της ελαστικής αποκλίνουσας παραμόρφωσης $\dot{\boldsymbol{e}}^e$. Συνεπώς, οι ελαστικές σχέσεις στην επαυξητική τους μορφή μπορούν να γραφούν ως εξής:

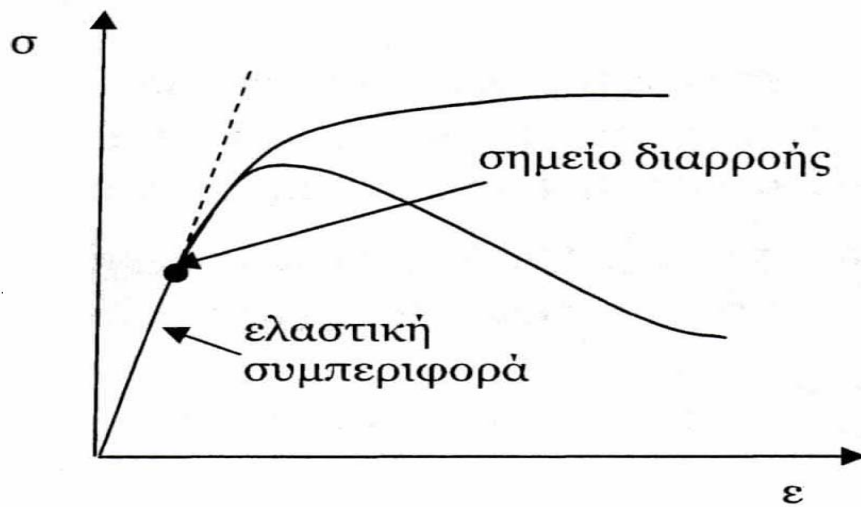
$$\begin{aligned} \dot{p} &= K \dot{\epsilon}_{vol}^e \\ \dot{\boldsymbol{s}} &= 2G \dot{\boldsymbol{e}}^e \end{aligned} \quad (2.17)$$

Σε αυτό το σημείο πρέπει να επισημανθεί ότι δεν υπάρχει σύνδεση (coupling) μεταξύ της ογκομετρικής $\dot{\epsilon}_{vol}^e$ και της διατμητικής παραμόρφωσης $\dot{\boldsymbol{e}}^e$. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα ο ταυστής της ελαστικής δυσκαμψίας \mathbf{C}^e να έχει όλα τα στοιχεία εκτός διαγωνίου ίσα με το μηδέν.

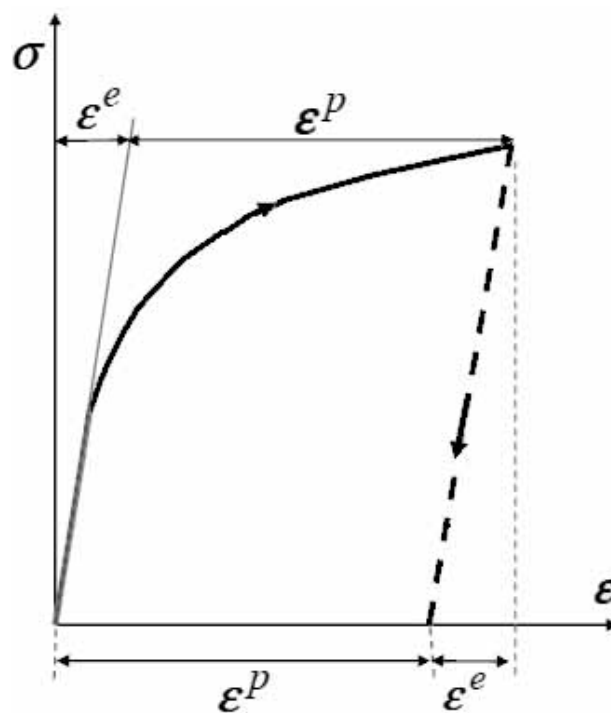
2.4 Θεωρία της πλαστικότητας

Αμέσως μετά τη διαρροή, το υλικό εισέρχεται σε μία νέα φάση της μηχανικής του συμπεριφοράς όπως διαφαίνεται από το Σχήμα 2.2. Οι παραμορφώσεις του παύουν να είναι

μόνο ελαστικές. Σε αυτήν την κατάσταση οι παραμορφώσεις του έχουν δύο συνιστώσες: μία ελαστική και μία πλαστική, όπως καθίσταται εμφανές στο ακόλουθο σχήμα 2.3.



Σχήμα 2.2 Ελαστικο-πλαστική συμπεριφορά και σημείο διαρροής.



Σχήμα 2.3 Ελαστικο-πλαστική συμπεριφορά και πλαστικές παραμορφώσεις.

Σε αυτό το σημείο αξίζει να σημειωθεί ότι πράγματι υφίσταται και η ερπυστική συνιστώσα. Η παραμόρφωση αυτή οφείλεται σε σταθερή τάση που ασκείται για μεγάλο χρονικό διάστημα. Συνήθως παίρνει μικρές τιμές και δεν λαμβάνεται υπ' όψιν στις

καταστατικές σχέσεις που η εν γένει συμπεριφορά δεν εξαρτάται από τον ρυθμό της παραμόρφωσης (rate-insensitive materials).

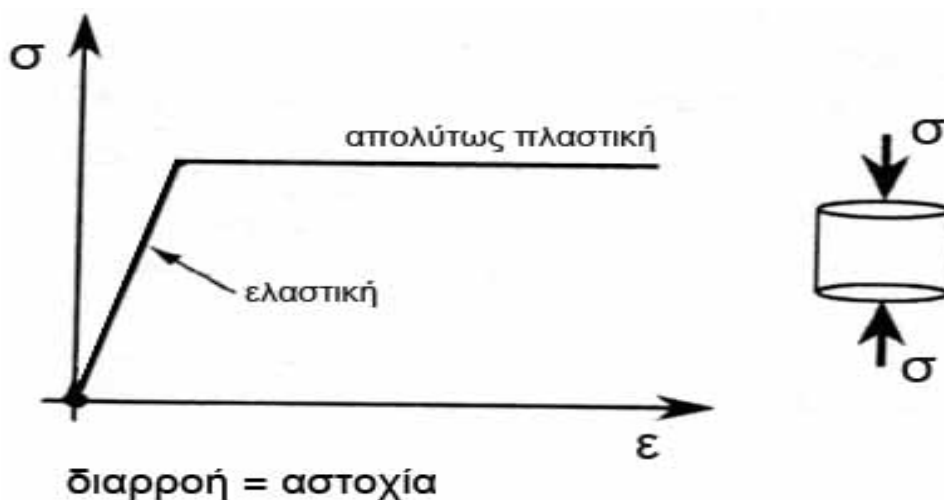
2.4.1 Ανελαστική συμπεριφορά υλικών

Αρχικά θα οριστεί η διαρροή και η αστοχία καθώς είναι έννοιες που θα χρησιμοποιηθούν εκτεταμένα.

Διαρροή ορίζεται ως η κατάσταση κατά την οποία το υλικό αρχίζει να εμφανίζει πλαστικές παραμορφώσεις.

Αστοχία ορίζεται ως η κατάσταση κατά την οποία η επιβολή επιπλέον παραμόρφωσης δεν μεταβάλλει την τασική κατάσταση του υλικού.

Όταν ένα υλικό διαρρέει και αστοχεί ταυτόχρονα χαρακτηρίζεται από ελαστική-απολύτως πλαστική συμπεριφορά. Ειδικότερα, το διάγραμμα μονοαξονικής θλίψης του υλικού αυτού έχει δύο κλάδους: Έναν ελαστικό με κλίση E και έναν πλαστικό που είναι παράλληλος στον άξονα των παραμορφώσεων, τότε θα έχει ελαστική-απολύτως πλαστική συμπεριφορά (Σχήμα 2.4). Ωστόσο, όταν το διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων διαθέτει μόνο πλαστικό κλάδο, δηλαδή οι ελαστικές παραμορφώσεις εμφανίζονται μηδενικές, τότε η μηχανική συμπεριφορά του υλικού χαρακτηρίζεται ως απαραμόρφωτη-απολύτως πλαστική (σπάνια ένα υλικό προσομοιώνεται με τέτοιο καταστατικό μοντέλο).



Σχήμα 2.4 Προσομοίωμα ελαστικής-απολύτως πλαστικής συμπεριφοράς.

Εάν, μετά τη διαρροή, το υλικό έχει την τάση να παραμορφώνεται με αύξηση της τάσης του τότε η συμπεριφορά του καλείται κρατυνόμενη. Σε περίπτωση που η παραμόρφωση πραγματοποιείται με μείωση της τάσης το υλικό έχει χαλαρούμενη συμπεριφορά.

2.4.2 Παράμετροι κράτνσης

Η παραμόρφωσιακή κατάσταση μπορεί να εκφραστεί ως συνάρτηση του τασικού πεδίου, της θερμοκρασίας και των παραμέτρων κράτνσης:

$$\varepsilon = \varepsilon(\sigma, \theta, q_n) \quad (2.18)$$

Όπου :

σ : η τάση του υλικού

θ : η θερμοκρασία του υλικού

q_n : οι παράμετροι κράτνσης του υλικού

Η τάση και η θερμοκρασία ονομάζονται εξωτερικές παράμετροι και ελέγχουν τη φόρτιση του υλικού. Οι παράμετροι κράτνσης (ή εσωτερικές παράμετροι) ελέγχουν την αλλαγή του σχήματος και της θέσης της επιφάνειας διαρροής. Αυτές συνήθως εκφράζουν την ιστορία φόρτισης του υλικού.

Ένας ακόμα παράγοντας που επηρεάζει την παραμόρφωση είναι ο ρυθμός μεταβολής της φόρτισης. Μία αργή φόρτιση τείνει να προκαλεί σχεδόν πάντα μεγαλύτερες παραμορφώσεις από μία απότομη φόρτιση. Στην παρούσα εργασία δεν θα ασχοληθούμε με τον ρυθμό επιβολής της φόρτισης.

2.4.3 Επιφάνεια διαρροής

Στα πρώτα στάδια φόρτισης ένα εδαφικό στοιχείο εμφανίζει ελαστική συμπεριφορά (οι παραμορφώσεις του είναι πλήρως ανακτώμενες). Αυτό απεικονίζεται στον χώρο των τάσεων (υπερπίπεδο των τάσεων) ως μία περιοχή η οποία περιβάλλεται από μια επιφάνεια, η οποία ονομάζεται επιφάνεια διαρροής (yield surface).

Η επιφάνεια διαρροής περιγράφεται από τη συνάρτηση διαρροής και είναι της μορφής:

$$f(\sigma, q_n) = 0 \quad (2.19)$$

Όπου :

σ : οι τάσεις του εδαφικού στοιχείου

q_n : οι παράμετροι κράτνσης του εδαφικού στοιχείου

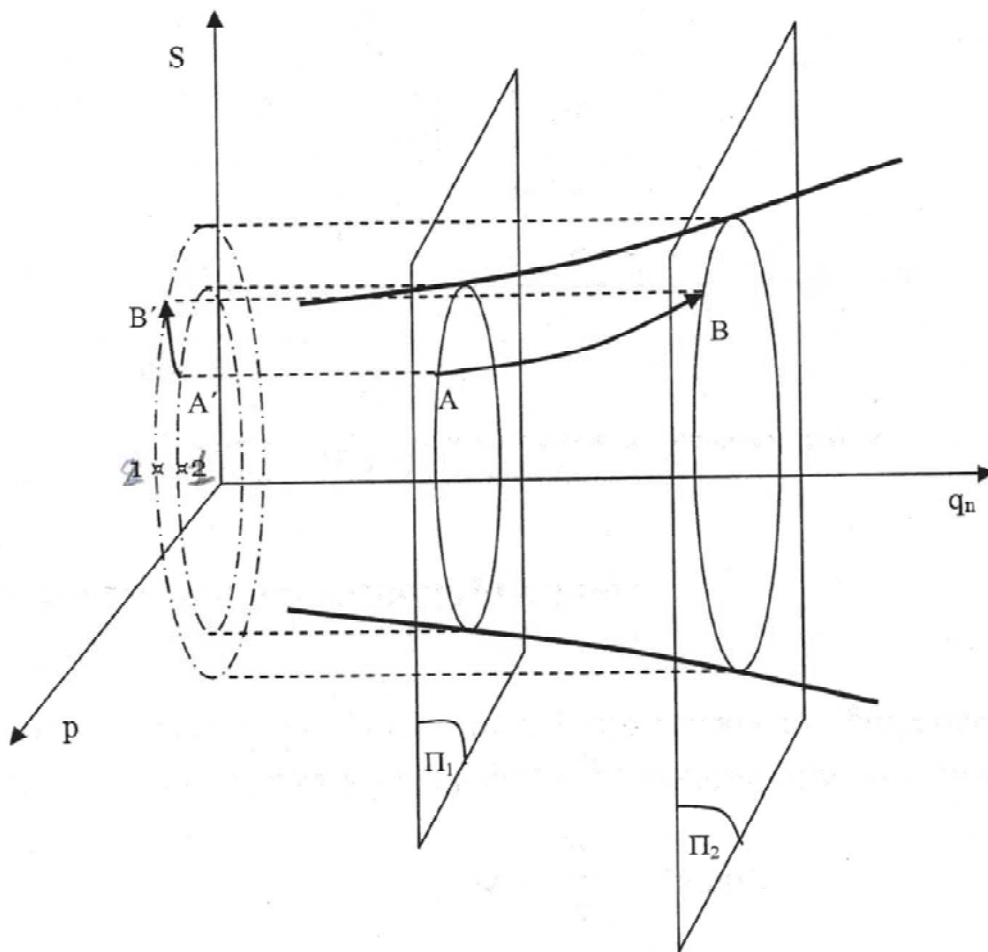
Διακρίνονται 3 περιπτώσεις:

- 1) $f(\sigma, q_n) < 0$, το εδαφικό στοιχείο βρίσκεται σε ελαστική κατάσταση
- 2) $f(\sigma, q_n) = 0$, το εδαφικό στοιχείο βρίσκεται σε πλαστική κατάσταση
- 3) $f(\sigma, q_n) > 0$, μη εφικτή κατάσταση

Στην πρώτη περίπτωση το εδαφικό στοιχείο παρουσιάζεται ως σημείο που βρίσκεται εντός της επιφάνειας διαρροής ενώ στη δεύτερη είναι επί της επιφάνειας. Στην τρίτη περίπτωση το σημείο βρίσκεται εκτός της επιφάνειας διαρροής (δεν έχει φυσική σημασία καθώς αποτελεί μη-πραγματοποιήσιμη κατάσταση).

Η κατάσταση ενός εδαφικού στοιχείου μπορεί να απεικονιστεί πλήρως σε ένα χώρο τάσεων και παραμέτρων κράτυνσης $p-s-q_n$ όπου οι αποδεκτές από τις μη αποδεκτές καταστάσεις διαχωρίζονται από την καταστατική οριακή επιφάνεια. Η επιφάνεια διαρροής αποτελεί την προβολή της τομής της καταστατικής οριακής επιφάνειας στον χώρο των ενεργών τάσεων $p-s$ με ένα υπερεπίπεδο παράλληλο στον χώρο αυτό, το οποίο αντιστοιχεί σε συγκεκριμένες τιμές των παραμέτρων κράτυνσης (Σχήμα 2.5).

Στο επόμενο σχήμα αποτυπώνεται η διαδρομή των τάσεων ενός εδαφικού στοιχείου όταν αυτό φορτίζεται ελαστοπλαστικά ($\dot{\sigma} = 0, \dot{q}_n = 0$). Όταν το σημείο A κινείται προς το σημείο B στον χώρο $p-s-q_n$ τότε το σημείο A' κινείται προς το B' στον χώρο $p-s$. Συνεπώς, δεν έχουμε αλλαγή της καταστατικής οριακής επιφάνειας αλλά του υπερεπιπέδου που τέμνει την καταστατική οριακή επιφάνεια.



Σχήμα 2.5 Καταστατική οριακή επιφάνεια σε χώρο $p-s-q_n$

(Μπαρδάνης Μ., Μπελόκας Γ., 1997)

Θα πρέπει να επισημανθεί ότι οι παράμετροι κράτυνσης παραμένουν σταθεροί κατά την ελαστική αποφόρτιση. Σε αυτή την περίπτωση, το σημείο παύει να βρίσκεται πάνω στην επιφάνεια διαρροής και αρχίζει να κινείται στο εσωτερικό της (η νέα κατάσταση είναι ελαστική).

2.4.4 Κλίση συνάρτησης διαρροής

Όταν ένα σημείο του τασικού χώρου βρίσκεται πάνω στην επιφάνεια διαρροής (πλαστική κατάσταση), μπορούμε να ορίσουμε την κλίση της συνάρτησης διαρροής ως προς την τάση (Σχήμα 2.6):

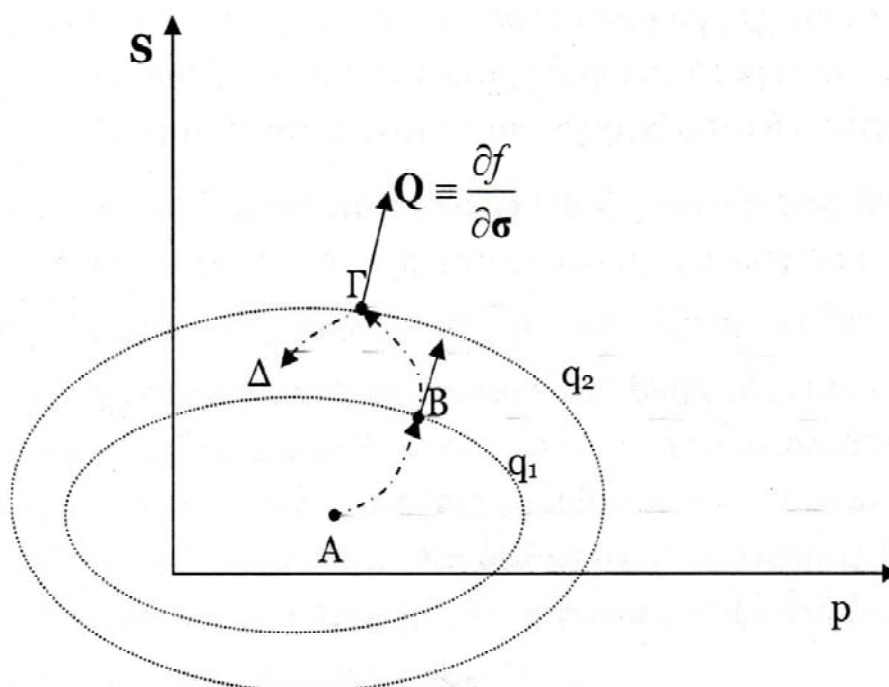
$$\mathbf{Q} = \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (2.20)$$

Η οποία είναι κάθετη στο εφαπτομενικό επίπεδο με κατεύθυνση προς το εξωτερικό της επιφάνειας. Η κλίση της επιφάνειας διαρροής είναι ένας τανυστής δεύτερης τάξης. Συνεπώς μπορεί να αναλυθεί σε μία ισότροπη και μία αποκλίνουσα συνιστώσα με βάση τις παρακάτω σχέσεις:

$$\begin{aligned} Q &= \mathbf{Q} : \mathbf{I} \\ \mathbf{Q}' &= \mathbf{Q} - \frac{1}{3} \mathbf{Q} \mathbf{I} \end{aligned} \quad (2.21)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (2.21) με την ισότητα (2.20) προκύπτει:

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\partial f}{\partial p} \\ \mathbf{Q}' &= \frac{\partial f}{\partial \mathbf{s}} - \frac{1}{3} \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{s}} : \mathbf{I} \right) \mathbf{I} \end{aligned} \quad (2.22)$$



Σχήμα 2.6 Επιφάνεια διαρροής σε χώρο τάσεων, διαδρομή τάσεων και κλίση συνάρτησης διαρροής

(Μπαρδάνης Μ., Μπελόκας Γ., 1997)

Με βάση την κλίση της συνάρτησης διαρροής Q , διακρίνεται εάν η μεταβολή της έντασης ενός εδαφικού στοιχείου, που αρχικά βρίσκεται σε μια ελαστο-πλαστική κατάσταση, είναι ελαστική ή πλαστική.

Εάν μεταβληθεί η ένταση ενός σημείου επί της επιφάνειας διαρροής ώστε να προκύψει ελαστική αποφόρτιση, τότε οι παραμορφώσεις θα είναι μόνο ελαστικές. Πλέον το σημείο θα βρίσκεται εντός της επιφάνειας διαρροής, της οποίας το σχήμα δεν θα έχει μεταβληθεί. Με δεδομένο ότι η κλίση Q είναι κάθετη στην επιφάνειας διαρροής με φορά προς τα έξω, η γωνία μεταξύ των δύο διανυσμάτων θα είναι αμβλεία (μεγαλύτερη των 90^0) οπότε:

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma} : \dot{\sigma} = \frac{\partial f}{\partial \sigma} : (C^e : \dot{\epsilon}) = 2G(Q' : \dot{\epsilon}) + KQ\dot{\epsilon}_{vol} < 0 \quad (2.23)$$

Εάν μεταβληθεί η ένταση ενός σημείου επί της επιφάνειας διαρροής ώστε να προκύψει πλαστική φόρτιση, τότε οι παραμορφώσεις θα είναι και πλαστικές. Πλέον το σημείο θα κινείται προς το εξωτερικό της επιφάνειας διαρροής, της οποίας το σχήμα θα έχει μεταβληθεί. Η γωνία μεταξύ των δύο διανυσμάτων θα είναι οξεία (μικρότερη των 90^0) οπότε:

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma} : \dot{\sigma} = \frac{\partial f}{\partial \sigma} : (C^e : \dot{\epsilon}) = 2G(Q' : \dot{\epsilon}) + KQ\dot{\epsilon}_{vol} > 0 \quad (2.24)$$

Οι επόμενες συνθήκες συνοψίζουν όλα τα παραπάνω:

1. Εάν σε ένα εδαφικό στοιχείο που βρίσκεται σε πλαστική κατάσταση επιβληθεί μία ελαστική απειροστή μεταβολή της έντασης του, θα ισχύει: $Q : \dot{\sigma} < 0$ και η νέα κατάσταση είναι ελαστική.
2. Εάν σε ένα εδαφικό στοιχείο που βρίσκεται σε μία πλαστική κατάσταση επιβληθεί μία πλαστική απειροστή μεταβολή της έντασης του, θα ισχύει: $Q : \dot{\sigma} > 0$ και η νέα κατάσταση είναι πλαστική.

2.4.5 Συνθήκη συμβατότητας

Έστω ένα σημείο εντός της επιφάνειας διαρροής $f(\sigma, q_n) < 0$. Μία συνεχής αύξηση της τάσης σ , θα έχει ως αποτέλεσμα το σημείο να κινηθεί μέχρι να "φθάσει" στην επιφάνεια διαρροής $f(\sigma, q_n) = 0$. Επιπλέον αύξηση της τάσης μετατόπιζε το σημείο έξω από την επιφάνεια διαρροής $f(\sigma, q_n) > 0$. Κάτι τέτοιο δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί. Θα πρέπει να υπάρξει μια μεταβολή των παραμέτρων κράτυνσης, q_n , ώστε να ισχύει:

$$\begin{aligned} f(\sigma, q_n) &= 0 \\ f(\sigma + \dot{\sigma}, q_n + \dot{q}_n) &= 0 \end{aligned} \quad (2.25)$$

Η παραπάνω σχέση αποτελεί τη συνθήκη συμβατότητας(condition of consistency). Εάν παραγωγιστεί θα προκύψει :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}\right) : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{q}_n}\right) : \dot{\mathbf{q}}_n = 0 \quad (2.26)$$

Αλλά:

$$\dot{\mathbf{q}}_n = \langle \dot{\Lambda} \rangle \mathbf{h} \quad (2.27)$$

Όπου το $\langle \dot{\Lambda} \rangle$ εκφράζει το μέτρο της μεταβολής των πλαστικών παραμορφώσεων. Οι αγκύλες Macauley $\langle \cdot \rangle$ δηλώνουν ότι $\langle A \rangle = 0$ όταν $A \leq 0$. Σε αντίθετη περίπτωση $\langle A \rangle = A$. Η ποσότητα \mathbf{q}_n αποτελεί διανυσματικό μέγεθος στη γενική της μορφή.

Η σχέση (2.22) παίρνει την εξής μορφή:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}\right) : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \langle \dot{\Lambda} \rangle \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{q}_n}\right) : \mathbf{h} = 0 \quad (2.28)$$

Στη συνέχεια θα οριστεί το ελαστικοπλαστικό μέτρο (ή πλαστικό μέτρο κράτυνσης):

$$H = -\left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{q}_n}\right) : \mathbf{h} \quad (2.29)$$

Τελικά, αντικαθιστώντας στην (2.24) την εξίσωση (2.25) :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}\right) : \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \langle \dot{\Lambda} \rangle H \Rightarrow \langle \dot{\Lambda} \rangle = \frac{1}{H} \left(\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}\right) : \dot{\boldsymbol{\sigma}} \quad (2.30)$$

Από την τελευταία σχέση προκύπτει ότι το $\dot{\Lambda}$ τείνει στο άπειρο όταν το H μηδενίζεται. Οι παραμορφώσεις απειρίζονται (και συνεπώς το υλικό αστοχεί).

2.4.6 Νόμος ροής

Στην ενότητα (2.2.4) αναφέραμε ότι η επιφάνεια διαρροής μεταβάλλεται κατά την πλαστική φόρτιση. Ο νόμος ροής περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο πραγματοποιείται αυτή η αλλαγή καθώς ορίζει το μέγεθος και τη διεύθυνση του διανύσματος των πλαστικών παραμορφώσεων. Εκφράζεται από την εξής σχέση:

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p = \langle \dot{\Lambda} \rangle \mathbf{P} \quad (2.31)$$

Ορίζουμε το μέγεθος:

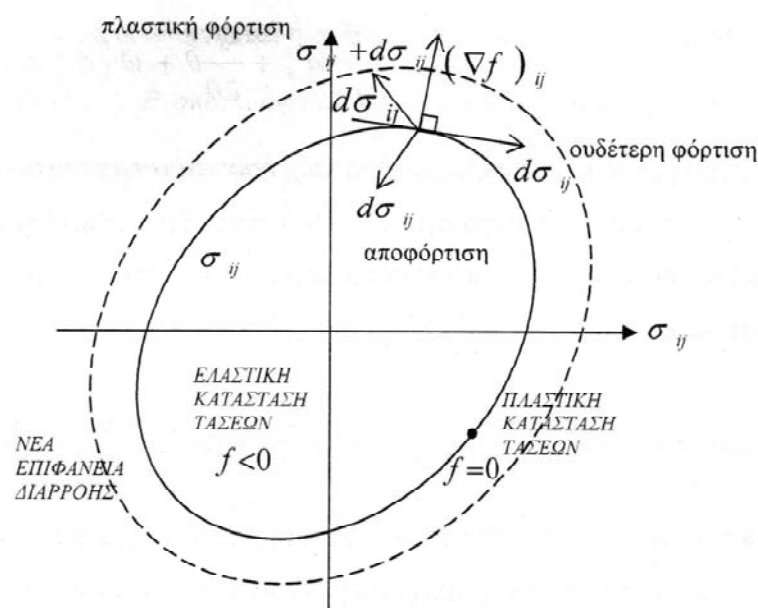
$$\mathbf{P} = \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (2.32)$$

όπου η συνάρτηση $q = q(\sigma, q_n) = 0$ ονομάζεται συνάρτηση πλαστικού δυναμικού και ορίζει μια οικογένεια καμπύλων. Στην συγκεκριμένη οικογένεια καμπύλων είναι κάθετα τα διανύσματα που περιγράφουν την διεύθυνση της πλαστικής παραμόρφωσης.

Όταν $\mathbf{P} = \mathbf{Q}$ ο νόμος ροής καλείται συσχετισμένος (associated). Σύμφωνα με αυτόν η διεύθυνση της μεταβολής της πλαστικής παραμόρφωσης είναι κάθετη στην επιφάνεια διαρροής. Ο νόμος αυτός ονομάζεται και νόμος καθετότητας.

2.4.7 Πλαστική κράτνση, πλαστική χαλάρωση, απολύτως πλαστική φόρτιση.

Όπως αποδείχθηκε το $\dot{\Lambda}$ εξαρτάται από το μέτρο πλαστικής κράτνσης H και το εσωτερικό γινόμενο $\mathbf{Q} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}$. Από την εξίσωση (2.31) προκύπτει ως συμπέρασμα ότι για να υποστεί ένα υλικό πλαστικές παραμορφώσεις απαιτείται $\dot{\Lambda} = \frac{1}{H} \mathbf{Q} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} > 0$. Δεδομένου ότι ο όρος $\dot{\Lambda}$ που εκφράζει το μέτρο των πλαστικών παραμορφώσεων λαμβάνει θετικές τιμές, το πρόσημο του πλαστικού μέτρου κράτνσης θα εξαρτάται από το πρόσημο του όρου $\mathbf{Q} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}$.



Σχήμα 2.7 Απεικόνιση της επιφάνειας διαρροής στο γενικευμένο χώρο των τάσεων και των μεγεθών που σχετίζονται με τις περιπτώσεις φορτίσεων.

Από μία προσεκτική μελέτη του σχήματος 2.7 διακρίνονται οι ακόλουθες περιπτώσεις όσον αφορά το πλαστικό μέτρο κράτνσης H :

- Περίπτωση πλαστικής κράτνσης. Το πλαστικό μέτρο κράτνσης H είναι θετικό. Συνεπώς και το εσωτερικό γινόμενο της κλίσης της συνάρτησης διαρροής και του διανύσματος της μεταβολής της τάσης είναι θετικό.

- Περίπτωση πλαστικής χαλάρωσης. Το πλαστικό μέτρο κράτνσης H είναι αρνητικό. Συνεπώς και το εσωτερικό γινόμενο της κλίσης της συνάρτησης διαρροής και του διανύσματος της μεταβολής της τάσης είναι αρνητικό έτσι ώστε να ικανοποιείται η συνθήκη $\dot{\Lambda} > 0$
- Περίπτωση απολύτως πλαστικής φόρτισης. Το πλαστικό μέτρο κράτνσης H παίρνει την τιμή 0. Για να ικανοποιείται η συνθήκη $\dot{\Lambda} > 0$ θα πρέπει το εσωτερικό γινόμενο της κλίσης της συνάρτησης διαρροής και του διανύσματος της μεταβολής της τάσης να είναι μηδενικό. Αυτό μπορεί να συμβεί με τους ακόλουθους τρόπους:

A) $\dot{\sigma} = 0$. Το σημείο στο χώρο των τάσεων παραμένει σταθερό στην επιφάνεια διαρροής ενώ έχουμε πλαστική παραμόρφωση. Η περίπτωση αυτή αντιστοιχεί σε ερπυστική καταπόνηση (creep).

B) $\frac{\partial f}{\partial \sigma} = 0$. Το διάνυσμα της μεταβολής του ταυνοστή των τάσεων πρέπει να είναι κάθετο στην κλίση της συνάρτησης διαρροής. Το σημείο θα κινείται εφαπτομενικά στην επιφάνεια διαρροής. Θα ισχύει:

$$\dot{\sigma} = 0$$

$$\dot{q}_n = 0$$

$$\dot{\epsilon}^p = 0$$

2.4.8 Προσομοιώματα κράτνσης

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, κατά τη διάρκεια μίας πλαστικής φόρτισης η επιφάνεια διαρροής εξελίσσεται. Η αλλαγή αυτή σχετίζεται με το μέγεθος, τη θέση και το σχήμα της. Τα δύο πιο συνηθισμένα προσομοιώματα κράτνσης που χρησιμοποιούνται είναι αυτά της ισότροπης και της κινηματικής κράτνσης.

Σύμφωνα με το προσομοίωμα της ισότροπης κράτνσης, που παρουσιάστηκε από τον Ishlinskii το 1954, η νέα επιφάνεια διαρροής είναι μια ομοιόμορφη επέκταση της αρχικής. Έχουμε αλλαγή στο μέγεθος της επιφάνειας διαρροής όχι όμως και στη θέση της. Το κέντρο του συνόλου των επιφανειών είναι κοινό.

Κεφάλαιο 3: Το κριτήριο διαρροής Hoek-Brown

3.1 Γενικά στοιχεία

Το κριτήριο διαρροής Hoek-Brown προτάθηκε το 1980 από τους E. Hoek και E.T. Brown για τον σχεδιασμό υπογείων κατασκευών σε καλής ποιότητας βραχώμαζα. Οι Hoek και Brown εφήρμοσαν σε βραχώδη υλικά ένα προϋπάρχον κριτήριο διαρροής σκυροδέματος. Ο Hoek είχε ήδη μελετήσει την αστοχία άθικτου βράχου ενώ ο Brown είχε ασχοληθεί με τη συμπεριφορά της βραχώμαζας. Αρχικά οι παράμετροι του κριτηρίου εκφράστηκαν συναρτήσει του γεωλογικού δείκτη RMR (Rock Mass Rating) και εν συνεχεία του δείκτη GSI (Geological Strength Index, Πίνακας 3.1).

Η διατύπωση του κριτηρίου στηρίζεται στην παραδοχή ότι η αστοχία της βραχώμαζας οφείλεται στην μεταφορά και περιστροφή βραχωδών τεμαχίων με μεγάλο αριθμό ασυνεχειών. Η αστοχία του άρρηκτου βράχου θεωρείται ότι δεν συμβάλλει στη συνολική αστοχία της βραχώμαζας και θεωρήθηκε ότι οι ασυνέχειες ήταν πολλές με τυχαία διεύθυνση ώστε το υλικό να θεωρηθεί ισότροπο. Οι Hoek και Brown προσπάθησαν να ικανοποιήσουν και τις παρακάτω τρεις συνθήκες:

- Το κριτήριο διαρροής θα έπρεπε να εκφράζεται με απλές μαθηματικές εξισώσεις.
- Το κριτήριο διαρροής θα έπρεπε να είναι συμβατό με τις τιμές αντοχής βράχου, οι οποίες καθορίζονται από εργαστηριακές δοκιμές τριαξονικής φόρτισης σε δοκίμια άθικτου υλικού. Τα δοκίμια είχαν διάμετρο 50mm και έπρεπε να είναι προσανατολισμένα κάθετα στις ασυνέχειες του βράχου.
- Τέλος, θα έπρεπε να δίνεται η δυνατότητα επέκτασης του κριτηρίου και σε περιπτώσεις ρηγματωμένου βράχου.

Η έλλειψη άλλων κριτηρίων αστοχίας βραχώμαζας συνέβαλλε στην ταχεία υιοθέτηση του κριτηρίου Hoek-Brown από την επιστημονική κοινότητα. Η εφαρμογή του γινόταν όλο και πιο συχνή ακόμα και σε βραχώμαζες που δεν τηρούσαν τις αρχικές προδιαγραφές (κατώτερης ποιότητας). Αυτό δημιούργησε την απαίτηση για επαναπροσδιορισμό των σχέσεων των κριτηρίων. Έτσι, το 1988 διατυπώθηκε το τροποποιημένο κριτήριο και το 2002 το γενικευμένο. Το τελευταίο αποτελεί ένα υπερσύνολο του αρχικού, το οποίο χρησιμοποιείται για τιμές γεωλογικού δείκτη αντοχής $GSI > 25$. Σημειώνεται ότι για μικρότερες τιμές του δείκτη αλλάζει ο τρόπος υπολογισμού των παραμέτρων.

Το κριτήριο Hoek-Brown έχει περιορισμένη ενσωμάτωση σε προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων. Συνήθως μετατρέπεται σε ένα ισοδύναμο κριτήριο Mohr-Coulomb μέσω μιας τεχνικής βελτιστοποίησης των παραμέτρων στο εύρος των αναμενόμενων τάσεων.

3.2 Περιγραφή βασικών σχέσεων κριτηρίου

Ένα υλικό διαρρέει όταν επαληθεύεται η παρακάτω σχέση:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \cdot \left(m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s \right)^a \quad (3.1)$$

Όπου :

σ_{ci} η αντοχή σε μονοαξονική θλίψη **άρρηκτου βράχου**

σ_1, σ_3 η μέγιστη και η ελάχιστη κύρια τάση (οι τάσεις αυτές είναι οι ενεργές και όχι οι ολικές)

m_b, s, a παράμετροι (σταθερές) της **βραχόμαζας** συναρτήσεως του δείκτη GSI

Πιο συγκεκριμένα οι παραπάνω παράμετροι υπολογίζονται από τους εξής τύπους:

$$m_b = m_i \cdot \left(\frac{GSI - 100}{28} \right) \quad (3.2)$$

Όπου:

m_i σταθερά του **άρρηκτου βράχου**

Η σταθερά m_i προσδιορίζεται είτε πειραματικά είτε με χρήση πινάκων. Παίρνει τιμές (συνήθως) μεταξύ του 5 και του 35. Ο γεωλογικής δείκτης αντοχής GSI δύναται ως υπολογιστεί από τον Πίνακα 3.1.

Ανάλογα της τιμής του GSI τροποποιούνται οι τύποι υπολογισμού των σταθερών s και a . Όταν $GSI > 25$ (πολύ καλή ποιότητα βραχόμαζας) κάνουμε χρήση του αρχικού κριτηρίου Hoek-Brown:

$$s = \exp\left(\frac{GSI - 100}{9}\right) \quad (3.3)$$

$$a = \frac{1}{2} \quad (3.4)$$





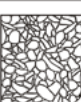

Για τιμή του $GSI < 25$ (κακή ποιότητα βραχόμαζας)

$$s = 0 \quad (3.5)$$

$$a = 0.65 - \frac{GSI}{200} \quad (3.6)$$

Σε αυτό το σημείο πρέπει να επισημανθεί ότι στις παραπάνω σχέσεις το GSI μπορεί να αντικατασταθεί με το RMR. Τα αποτελέσματα θα είναι παρόμοια.

Πίνακας 3.1 Πίνακας υπολογισμός του γεωλογικού δείκτη αντοχής GSI.

ΔΕΙΚΤΗΣ ΓΕΩΛΟΓΙΚΗΣ ΑΝΤΟΧΗΣ (GSI) (E. Hoek, Π. Μαρίνος, 2000) Βασίζομενοι στην περιγραφή της λιθολογικής σύστασης, της δομής και της ποιότητας των ασυνεχειών της βραχώμαζας εκτιμήστε τη μέση τιμή του GSI από τις καμπύλες. Το να επιλέξετε ένα εύρος τιμών από 33 έως 37 είναι πιο ρεαλιστικό από το να δηλώσετε ότι το GSI = 35. Ο καθορισμός της δομής καθώς και της ποιότητας των ασυνεχειών μπορεί να κυμαίνεται μεταξύ δύο γειτονικών πεδίων. Τονίζεται ιδιαίτερα ότι το κριτήριο Hoek - Brown δεν εφαρμόζεται σε αστάθειες που ελέγχονται από συγκεκριμένες ασυνέχειες όταν οι ασθενείς επίπεδες επιφάνειες (όπως διατημημένα επίπεδα στρώσης) έχουν δυσμενή προσανατολισμό σε σχέση με την εκσκαφή. Τότε αυτές καθορίζουν την συμπεριφορά της βραχώμαζας. Η αντοχή ορισμένων βραχομαζών μειώνεται από την παρουσία του υπόγειου νερού και αυτό μπορεί να ληφθεί υπόψη με μικρή μετακίνηση προς τα δεξιά στις στήλες της μέτριας, πτωχής και πολύ πτωχής κατάστασης ασυνεχειών. Η πίεση του νερού δεν μεταβάλλει την τιμή του GSI και λαμβάνεται υπόψη με την ανάλυση ενεργών τάσεων στους υπολογισμούς.		ΠΟΙΟΤΗΤΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΑΣΥΝΕΧΕΙΩΝ ΜΕΙΟΥΜΕΝΗ ΠΟΙΟΤΗΤΑ ΑΣΥΝΕΧΕΙΩΝ →				
		ΠΟΛΥ ΚΑΛΗ Πολύ τροχιές, υγείες, μη αποσπασθωμένες επιφάνειες	ΚΑΛΗ Τροχιές, ελαφρά αποσπασθωμένες και αεριοποιημένες επιφάνειες	ΜΕΤΡΙΑ Λείες, μετρίου αποσπασθωμένες και εξαλλοιωμένες επιφάνειες	ΠΤΩΧΗ Πολύ λείες, κατά περίπτωση ολισθηρές επιφάνειες με σημαντική επιφλοώματα ή υλικό πλήρωσης με γωνιώδη θραύσματα	ΠΟΛΥ ΠΤΩΧΗ Πολύ ολισθηρές επιφάνειες ή πολύ αποσπασθωμένες με μαλακό αργιλικό υλικό πλήρωσης ή επιφλοώματα
 ΑΡΡΗΚΤΗ Άρρηκτα βραχώδη τεμάχια ή άστρωτος βράχος με λίγες ασυνέχειες σε μεγάλη απόσταση	90 80				N/A	N/A
 ΤΕΜΑΧΩΔΗΣ/ ΑΔΙΑΤΑΡΑΚΤΗ-ΣΤΡΩΜΑΤΩΔΗΣ Αδιατάρακτη βραχώμαζα με πολύ καλό αλληλοκλείδωμα που αποτελείται από κυβικά τεμάχια οριζόμενα από τρεις ορθογώνια τεμνόμενες οικογένειες ασυνεχειών	70					
 ΠΟΛΥ ΤΕΜΑΧΩΔΗΣ Μερικώς διαταραγμένη βραχώμαζα με πολύπλευρα γωνιώδη τεμάχια (blocks) που σχηματίζονται από τέσσερις ή περισσότερες οικογένειες ασυνεχειών	60					
 ΔΙΑΤΑΡΑΓΜΕΝΗ-ΣΤΡΩΜΑΤΩΔΗΣ/ ΠΤΥΧΩΜΕΝΗ Πτυχωμένη με γωνιώδη τεμάχια που σχηματίζονται από αλληλοτεμνόμενες οικογένειες ασυνεχειών. Εμμονή στρώσης ή σχιστότητας	50		40		30	
 ΑΠΟΔΙΟΡΓΑΝΩΜΕΝΗ Ισχυρά κερματισμένη βραχώμαζα με πτωχό αλληλοκλείδωμα και με ταυτόχρονη παρουσία γωνιώδων και αποστραγγυλωμένων τεμαχίων	40				20	
 ΦΥΛΛΩΔΗΣ/ ΔΙΑΤΗΜΗΜΕΝΗ Φυλλώδης ή σχιστοποιημένη και τεκτονικώς διατημημένη ασθενής βραχώμαζα. Η φύλλωση επικρατεί έναντι οποιαδήποτε άλλης οικογένειας ασυνεχειών εμποδίζοντας την δημιουργία γωνιώδων τεμαχίων (η κλίμακα σε αυτό το εικονίδιο δεν συγκρίνεται με αυτή των άλλων εικονιδίων)	30					10
	N/A	N/A				

Το 2002 οι Hoek et al. πρότειναν κάποιες βελτιώσεις στις σχέσεις υπολογισμού των παραμέτρων της βραχώμαζας. Η πιο σημαντική αλλαγή έγκειται στην προσθήκη μιας ακόμα παραμέτρου D, η οποία παίρνει τιμές μεταξύ του 0 και 1 και υποδηλώνει τον βαθμό διατάραξης της βραχώμαζας κατά την εκσκαφή. Ειδικότερα η τιμή 1 αντιστοιχεί σε διαταραγμένη βραχώμαζα ενώ η τιμή 0 σε αδιατάρακτη. Πρέπει να τονιστεί ότι η θεώρηση D=0 κρίνεται ως εξαιρετικά αισιόδοξη και ενδέχεται να οδηγήσει σε λανθασμένα αποτελέσματα. Οι επαναδιατυπωμένες σχέσεις είναι:

$$m_b = m_i \cdot \exp\left(\frac{GSI - 100}{28 - 14D}\right) \quad (3.7)$$

$$s = \exp\left(\frac{GSI - 100}{9 - 3D}\right) \quad (3.8)$$

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left\{ \exp\left[-\left(\frac{GSI}{15}\right)\right] - \exp\left(\frac{20}{3}\right) \right\} \quad (3.9)$$

Πίνακας 3.2 Πίνακας υπολογισμού του δείκτη m_i .

Τύπος	Ομάδα	Υφή				
		Αδρή	Μείση	Λεπτή	Πολύ λεπτή	
ΙΖΗΜΑΤΟΓΕΝΗ	Κλαστικά	Κροκαλοπαγή *	Ψαμίτες 17 ± 4	Ιλυάλιθοι 7 ± 2	Αργιλώλιθοι 4 ± 2	
		Λατυποπαγή *		Γραουβάκες (18 ± 3)	Αργ.σχιστόλιθοι (6 ± 2) Μάρμες (7 ± 2)	
	Μη κλαστικά	Ανθρακικά	Κρυσταλλικοί Ασβεστόλιθοι (12 ± 3)	Σπαρτικοί Ασβεστόλιθοι (10 ± 2)	Μικρτικοί Ασβεστόλιθοι (9 ± 2)	Δολομίτες (9 ± 3)
		Εβαπορίτες		Γύψος 8 ± 2	Ανυδρίτης 12 ± 2	
	Οργανικά				Κρητίς 7 ± 2	
ΜΕΤΑΜΟΡΦΩΜΕΝΑ	Μη πτυχωμένα	Μάρμαρο 9 ± 3	Χαλαζίτες 20 ± 3 Μεταψαμίτες (19 ± 3)	Κερατόλιθοι (19 ± 4)		
	Ελαφρά πτυχωμένα	Μιγματίτες (29 ± 3)	Αμφιβολίτες 26 ± 6	Γνεύσοι 28 ± 5		
	Πτυχωμένα**		Σχιστόλιθοι 12 ± 3	Φυλλίτες (7 ± 3)	Σχιστές 7 ± 4	
ΠΥΡΙΓΕΝΗ	Πλουτώνια	Ανοιχτόχρωμα	Γρανίτης 32 ± 3	Διορίτης 25 ± 5 Γρανοδιορίτης (29 ± 3)		
		Σκοτεινόχρωμα	Γάββρος 27 ± 3 Νορίτης 20 ± 5	Δολερίτης (16 ± 5)		
	Υποαβυσσικά	Πορφύρης (20 ± 5)		Διαβάσης (15 ± 5)	Περιδοίτης (25 ± 5)	
	Ηφαιστειακά	Λάβα		Ρυώλιθος (25 ± 5) Ανδεσίτης 25 ± 5	Δακίτης (25 ± 3) Βασάλτης (25 ± 5)	
		Πυροκλαστικά	Ηφ.Κροκαλοπαγή (19 ± 3)	Ηφ.Λατυποπαγή (19 ± 5)	Τόφφοι (13 ± 5)	

3.3 Υπολογισμός αντοχής βραχώμαζας

Θέτοντας στο κριτήριο Hoek-Brown την τάση $\sigma_3=0$ και λύνοντας ως προς την τάση σ_1 τότε προκύπτει ότι:

$$\sigma_c = \sigma_{ci} \sqrt{s} \quad (3.10)$$

Όπου σ_c η αντοχή σε μονοαξονική θλίψη της βραχώμαζας.

Αντιστοίχως, θέτοντας την τάση $\sigma_1=0$ και λύνοντας ως προς την τάση σ_3 η αρχική εξίσωση μετατρέπεται στην ακόλουθη:

$$\begin{aligned} -\left(\frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}}\right) &= \sqrt{\left(m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s\right)} \Rightarrow \\ \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}}\right)^2 - m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} - s &= 0 \Rightarrow \\ \sigma_3^2 - m_b \sigma_{ci} (\sigma_3) - s &= 0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

η οποία είναι μια δευτεροβάθμια εξίσωση με άγνωστο την τάση σ_3 . Λύνοντας κατά τα γνωστά προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned} \sigma_3 &= \frac{m_b \sigma_{ci}}{2} - \sqrt{m_b^2 \sigma_{ci}^2 + 4s \sigma_{ci}^2} \Rightarrow \\ \sigma_3 &= \sigma_{ci} \left(\frac{m_b}{2} - \sqrt{m_b^2 + 4s} \right) = \sigma_t \end{aligned} \quad (3.12)$$

Όπου σ_t η αντοχή της βραχώμαζας σε μονοαξονικό εφελκυσμό.

Τέλος, θέτοντας $\sigma_1=\sigma_3$ προκύπτει:

$$\sigma_3 = -\frac{s \sigma_{ci}}{m_b} = \sigma_{t,b} \quad (3.13)$$

Όπου $\sigma_{t,b}$ η αντοχή της βραχώμαζας σε εφελκυσμό. Είναι εμφανές ότι σύμφωνα με το κριτήριο Hoek-Brown η βραχώμαζα δεν αστοχεί σε ισότροπη θλίψη (για $\sigma_1=\sigma_3$).

3.4 Ισοδύναμες παράμετροι διατμητικής αντοχής

Πολλές φορές ήταν επιθυμητή η χρήση του κριτηρίου διαρροής Hoek-Brown για την επίλυση προβλημάτων με τη βοήθεια λογισμικού. Όμως η πλειονότητα των γεωτεχνικών υπολογιστικών προγραμμάτων είχε ενσωματωμένο το κριτήριο διαρροής Mohr-Coulomb. Για

αυτό το λόγο έπρεπε να βρεθεί μια σχέση που να συνδέει τις παραμέτρους a , s , m_b , σ_{ci} του κριτηρίου Hoek-Brown με τις παραμέτρους c , φ . Αυτό πραγματοποιήθηκε μέσω βαθμονόμησης των δύο κριτηρίων και οδήγησε στις ακόλουθες σχέσεις:

$$\varphi' = \sin^{-1} \left(\frac{6am_b(s + m_b\sigma'_{sn})^{a-1}}{2(1+a)(2+a) + 6am_b(s + m_b\sigma'_{sn})^{a-1}} \right) \quad (3.14)$$

$$c' = \frac{\sigma_{ci}[(1+2a)s + (1-a)m_b\sigma'_{sn}](s + m_b\sigma'_{sn})^{a-1}}{(1+a)(2+a)\sqrt{1 + (6am_b(s + m_b\sigma'_{sn})^{a-1})/((1+a)(1+2a))}} \quad (3.15)$$

Όπου:

φ' η ισοδύναμη γωνία εσωτερικής τριβής

c' η ισοδύναμη συνοχή

Επιπλέον δίνεται:

$$\sigma'_{3n} = \frac{\sigma'_{s\max}}{\sigma_{ci}} \quad (3.16)$$

Η $\sigma'_{3n\max}$ αποτελεί το άνω όριο ισχύς του κριτηρίου και διαφοροποιείται ανάλογα με το αντικείμενο μελέτης. Διακρίνονται οι εξής δύο κατηγορίες προβλημάτων:

- Σήραγγες
- Πρανή

Για την πρώτη κατηγορία διεξήχθησαν πολλαπλές μελέτες τόσο σε βαθιές όσο και σε αβαθείς σήραγγες. Πραγματοποιήθηκε παραμετρική διερεύνηση των παραμορφώσεων του εδάφους και του εύρους της αστοχίας του και τελικά διατυπώθηκε η εξής σχέση:

$$\frac{\sigma'_{s\max}}{\sigma_{cm}} = 0.47 \left(\frac{\sigma_{cm}}{\gamma H} \right)^{-0.94} \quad (3.17)$$

Όπου:

$$\sigma_{cm} = \sigma_{ci} \frac{(m_b + 4s - a(m_b - 8s)) \left(\frac{m_b}{4} + s \right)^{a-1}}{2(1+a)(2+a)} \quad (3.18)$$

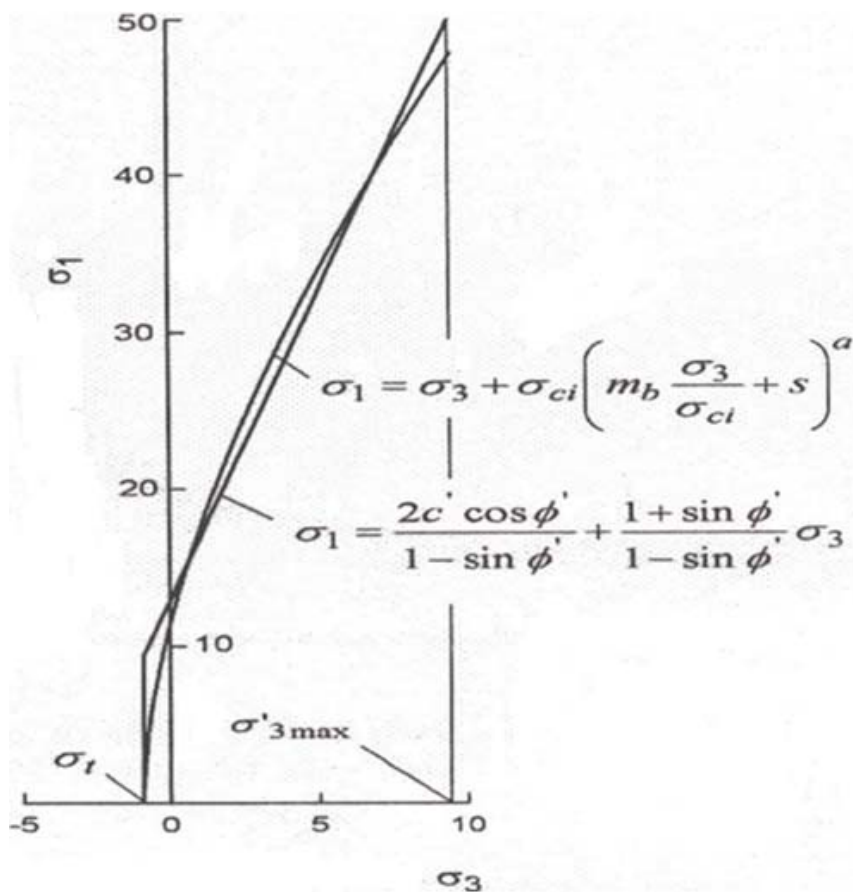
Σε περίπτωση που η κατακόρυφη τάση είναι μικρότερη της οριζόντιας, ο όρος γH αντικαθίσταται από την τιμή της οριζόντιας τάσης.

Όταν η πλαστική ζώνη εκτείνεται πέρα από την επιφάνεια του εδάφους, η σχέση (18) δεν έχει ισχύ.

Η παραμετρική διερεύνηση πρανών με διαφορετικά γεωμετρικά χαρακτηριστικά σε βραχώμαζες μεταβαλλόμενης αντοχής οδήγησαν στην παρακάτω εξίσωση:

$$\frac{\sigma'_{s \max}}{\sigma_{cm}} = 0.72 \left(\frac{\sigma_{cm}}{\gamma H} \right)^{-0.91} \quad (3.19)$$

Παρατηρούμε ότι οι σχέσεις (3.18), (3.20) εμφανίζονται παραπλήσιες.



Σχήμα 3.1 Συσχετισμός κριτηρίου Hoek-Brown και Mohr-Coulomb

3.5 Προσδιορισμός μέτρου ελαστικότητας

Το κριτήριο διαρροής Hoek-Brown δεν προβλέπει στοιχεία για τον υπολογισμό των παραμορφώσεων της βραχώμαζας παρόλο που ο προσδιορισμός τους είναι ιδιαίτερα σημαντικός σε μια σειρά προβλημάτων. Δημοσίευση των Serafim-Pereira (1983) υποδεικνύει μία σχέση υπολογισμού του μέτρου ελαστικότητας E_M συναρτήσει του δείκτη RMR:

$$E_M = 10^{\left(\frac{RMR-10}{40} \right)} \quad (3.20)$$

Η σχέση αυτή αποδείχθηκε αξιόπιστη, ιδιαίτερα στα πρώτα στάδια μελέτης του εκάστοτε έργου.

- Το 1997 οι Hoek-Brown πρότειναν μία σχέση για τον προσδιορισμό του μέτρου ελαστικότητας. Βάσει αυτής το E_M εξαρτάται από το GSI και τη σ_{ci} ως εξής:

$$\sigma_{ci} \geq 100 \text{ GPa} \Rightarrow E_M = 10^{\left(\frac{RMR-10}{40}\right)} \quad (3.21)$$

- $\sigma_{ci} < 100 \text{ GPa} \Rightarrow E_M = \sqrt{\frac{\sigma_{ci}}{100}} 10^{\left(\frac{RMR-10}{40}\right)} \quad (3.22)$

Οι τιμές του μέτρου ελαστικότητας E_M είναι εκφρασμένη σε GPa ενώ του σ_{ci} σε MPa.

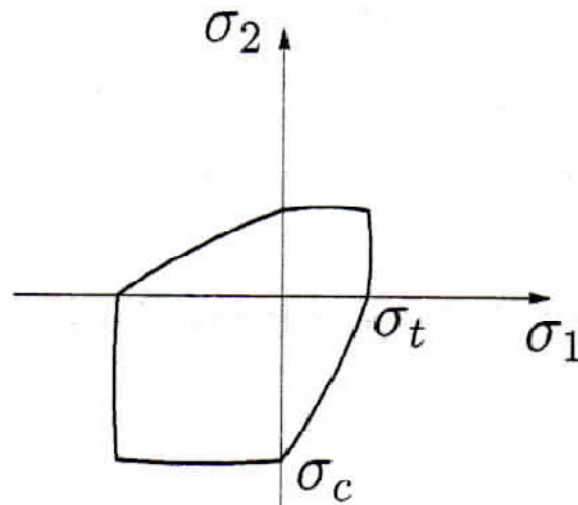
Στη συνέχεια εισήχθη η παράμετρος D στον τύπο υπολογισμού του μέτρου ελαστικότητας. Αυτό οδήγησε στον παρακάτω μετασχηματισμό των σχέσεων:

- $\sigma_{ci} \geq 100 \text{ GPa} \Rightarrow E_M = \left(1 - \frac{D}{2}\right) \cdot 10^{\left(\frac{RMR-10}{40}\right)} \quad (3.23)$

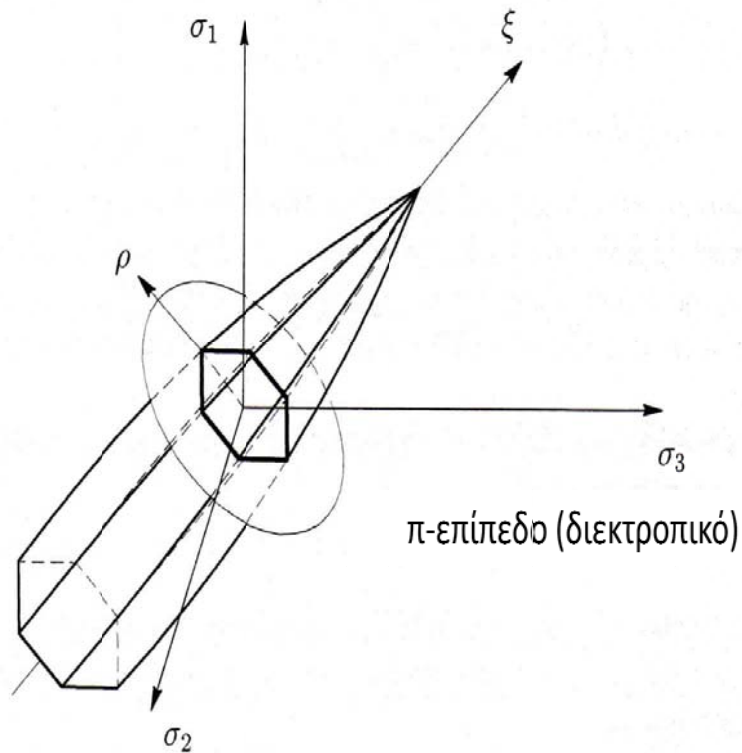
- $\sigma_{ci} < 100 \text{ GPa} \Rightarrow E_M = \left(1 - \frac{D}{2}\right) \sqrt{\frac{\sigma_{ci}}{100}} \cdot 10^{\left(\frac{RMR-10}{40}\right)} \quad (3.24)$

Ο προσδιορισμός της τιμής της σταθεράς D είναι εξαιρετικά δύσκολος καθώς η σταθερά αυτή εξαρτάται από μία σειρά παραγόντων.

Η γραφική απεικόνιση του κριτηρίου διαρροής Hoek-Brown φαίνεται στο σχήμα 3.2. Η ελαστική περιοχή στον τασικό χώρο σ_1 - σ_2 - σ_3 περικλείεται από έξι καμπύλες επιφάνειες οι οποίες τέμνονται μη ομαλά μεταξύ τους όπως καθίσταται ευκρινές από το σχήμα 3.3.



Σχήμα 3.2 Η προβολή του κριτηρίου διαρροής Hoek-Brown στο επίπεδο σ_1 - σ_2



Σχήμα 3.3 Το κριτήριο διαρροής Hoek-Brown στο χώρο των κυρίων τάσεων

3.6 Διαδεδομένα κριτήρια διαρροής

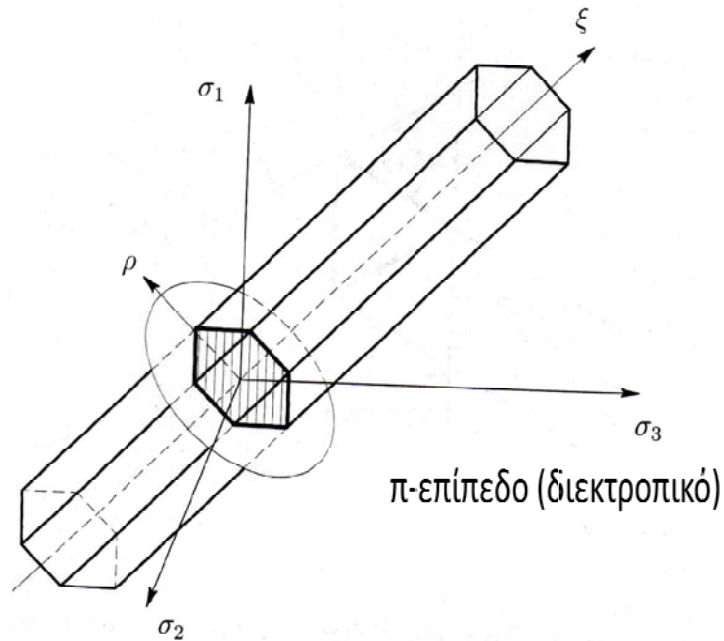
Σε αυτή την ενότητα θα αναφερθούν μερικά από τα πλέον δημοφιλή-ευρέως χρησιμοποιούμενα κριτήρια διαρροής. Θα γίνει περιγραφή των βασικών εξισώσεων και απεικόνιση στο χώρο των τάσεων των παρακάτω:

1. Κριτήριο μέγιστης διατμητικής τάσης (Tresca)
2. Κριτήριο μέγιστης στρωφικής ενέργειας (V. Misses)
3. Κριτήριο διαρροής Mohr-Coulomb
4. Κριτήριο διαρροής Drucker-Prager

3.6.1 Κριτήριο μέγιστης διατμητικής τάσης (Tresca)

Το συγκεκριμένο κριτήριο διαρροής προτάθηκε από τον Tresca (1864). Σύμφωνα με αυτό το υλικό διαρρέει όταν η μέγιστη εφαρμοζόμενη διατμητική τάση τ_{\max} ισούται με την διατμητική αντοχή τ_Y (σχήμα 3.4), δηλαδή όταν ισχύει:

$$\tau_{\max} = \tau_Y \quad (3.25)$$



Σχήμα 3.4 Το κριτήριο διαρροής Tresca στο χώρο των τάσεων

Όπως ήδη είναι γνωστό:

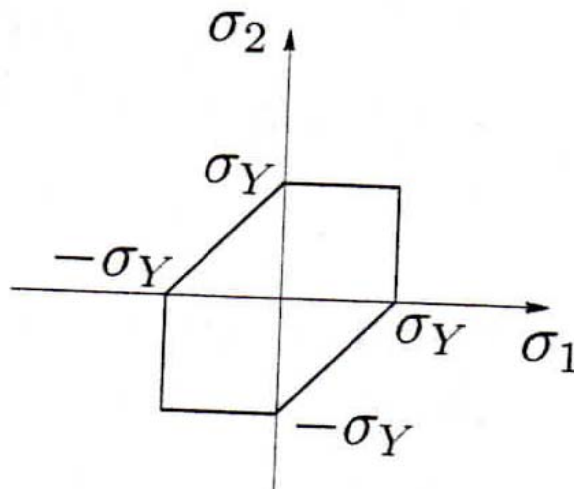
$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \quad (3.26)$$

Όπου:

$$\sigma_{\max} = \max(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \quad (3.27)$$

$$\sigma_{\min} = \min(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \quad (3.28)$$

Η γραφική απεικόνιση της προβολής του κριτηρίου Tresca στο επίπεδο σ_1 - σ_2 διαγράφεται στο σχήμα 3.5.



Σχήμα 3.5 Η προβολή του κριτηρίου διαρροής Tresca στο επίπεδο σ_1 - σ_2

Από τις σχέσεις (3.25), (3.26) :

$$\tau_Y = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \quad (3.29)$$

Εάν στην παραπάνω ισότητα θέσουμε $\sigma_{\min}=0$ προκύπτει:

$$\tau_Y = \frac{\sigma_{\max}}{2} \quad (3.30)$$

Στη συγκεκριμένη περίπτωση η τ_Y αντιστοιχεί στην αντοχή σε μονοαξονική θλίψη (ή εφελκυσμό) του υλικού. Πλέον το κριτήριο Tresca μπορεί να επαναδιατυπωθεί ως:

$$\sigma_{\max} - \sigma_{\min} = \sigma_Y \quad (3.31)$$

ή με τη μορφή συνάρτησης διαρροής:

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_{\max} - \sigma_{\min} - \sigma_Y \quad (3.32)$$

3.6.2 Κριτήριο μέγιστης στροφικής ενέργειας (V. Mises)

Το κριτήριο μέγιστης στροφικής ενέργειας που διατυπώθηκε από τον V. Mises θεωρεί ότι ένα υλικό διαρρέει όταν ισχύει η παρακάτω συνθήκη:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 = 6k^2 \quad (3.33)$$

Όπου:

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ οι κύριες τάσεις

k όριο διαρροής σε καθαρή διάτμηση

Εάν πραγματοποιηθεί δοκιμή μονοαξονικής θλίψης (ή εφελκυσμού) τότε προκύπτει:

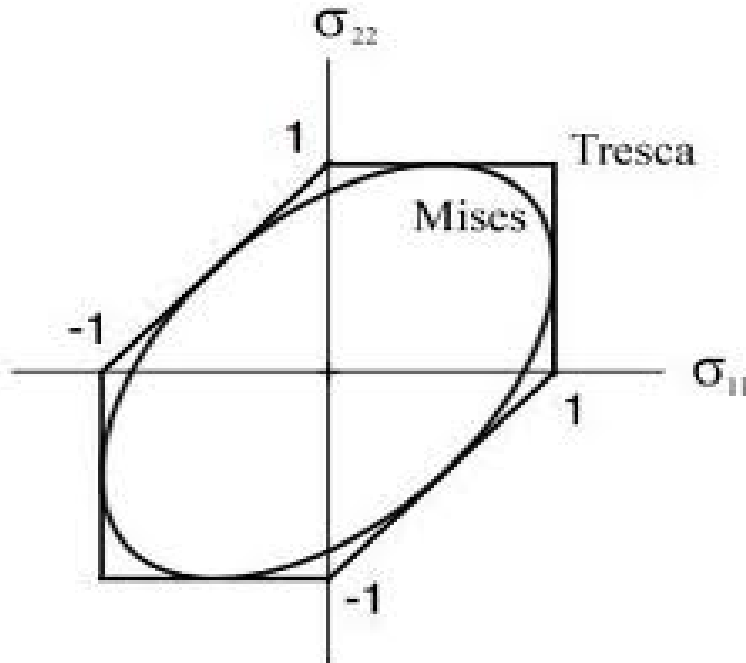
$$k = \frac{\sigma_{\max}}{\sqrt{3}} \quad (3.34)$$

και η αρχική συνθήκη μετατρέπεται στην ακόλουθη:

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2} \right) = \sigma_{\max} \quad (3.35)$$

Μία ακόμα μορφή του κριτηρίου για την οποία δεν απαιτείται η γνώση των κύριων τάσεων, είναι η εξής:

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{xx} - \sigma_{zz})^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)} \right) = \sigma_{\max} \quad (3.36)$$



Σχήμα 3.6 Σύγκριση των επιφανειών διαρροής Tresca και V. Misses στο χώρο των τάσεων

Όπως προκύπτει από το σχήμα 3.6 τα κριτήρια διαρροής του Tresca και του V. Misses σχετίζονται μεταξύ τους ως εξής: Η καμπύλη επιφάνεια του πρώτου είναι περιγεγραμμένη του εξαγώνου του δεύτερου.

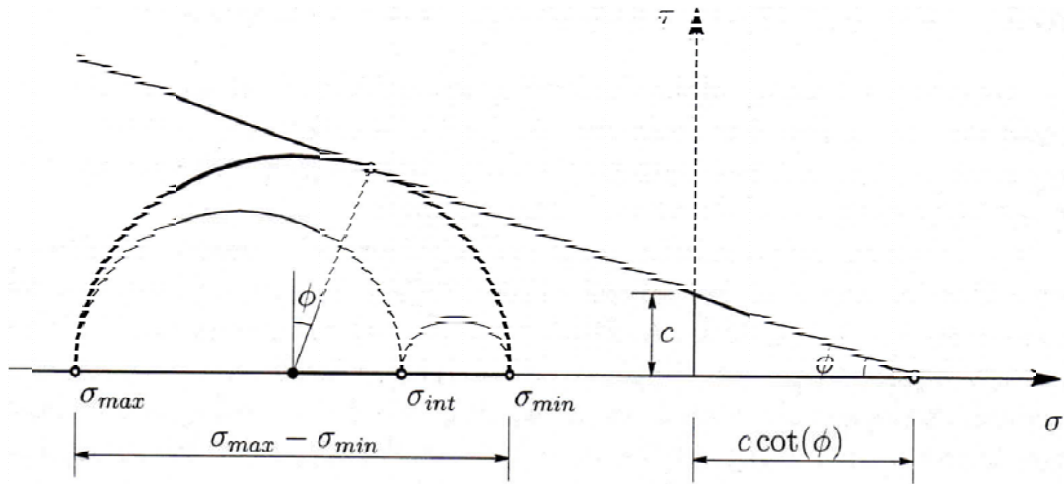
3.6.3 Κριτήριο διαρροής Mohr-Coulomb

Το κριτήριο διαρροής Mohr-Coulomb χρησιμοποιείται για την περιγραφή της συμπεριφοράς των ψαθυρών υλικών και έχει ένα εξαιρετικά ευρύ φάσμα εφαρμογών. Βασίστηκε στη θεώρηση ότι η θραύση επέρχεται λόγω της ολίσθησης κατά μήκος ενός επιπέδου. Πιο συγκεκριμένα, υποστηρίζει ότι η αστοχία προκαλείται όταν η διατμητική τάση τ και η ορθή τάση σ_n ικανοποιούν την παρακάτω σχέση, η γραφική απεικόνιση της οποίας σκιαγραφείται στο σχήμα 3.7:

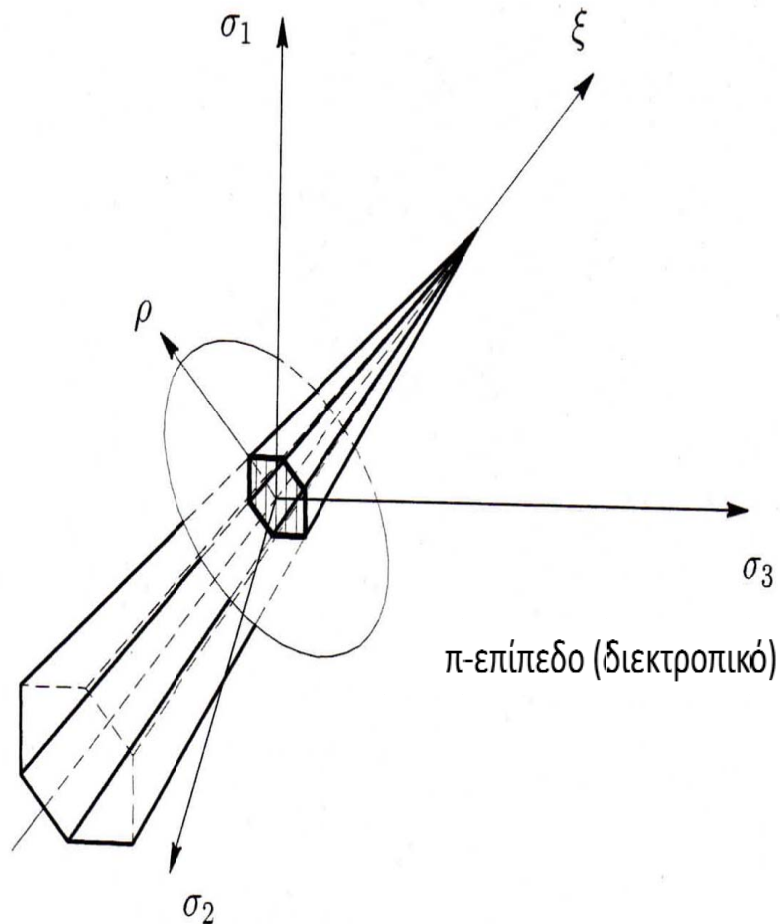
$$\tau = -\sigma_n \tan(\varphi) + c \quad (3.37)$$

Όπου:

- φ η γωνία εσωτερικής τριβής του υλικού
- c η συνοχή του υλικού

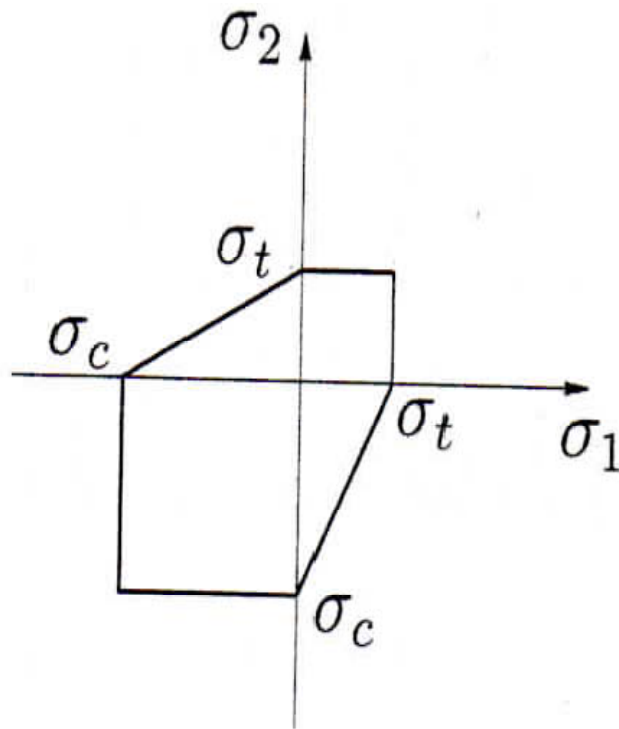


Σχήμα 3.7 Το κριτήριο διαρροής Mohr-Coulomb



Σχήμα 3.8 Το κριτήριο διαρροής Mohr-Coulomb στο χώρο των τάσεων

Η γραφική απεικόνιση του κριτηρίου Mohr-Coulomb στον χώρο των κυρίων τάσεων προβάλλεται στο σχήμα 3.8 ενώ η προβολή αυτού στο επίπεδο σ_1 - σ_2 διαφαίνεται στο σχήμα 3.9 που παρατίθεται παρακάτω.



Σχήμα 3.9 Η προβολή του κριτηρίου διαρροής Mohr-Coulomb στο επίπεδο σ_1 - σ_2

3.6.4 Κριτήριο διαρροής Drucker-Prager

Το κριτήριο Drucker-Prager στηρίζεται στην θεώρηση ότι ένα υλικό σημείο διαρρέει όταν επαληθεύεται η παρακάτω σχέση, η γραφική απεικόνιση της οποίας σκιαγραφείται στο σχήμα 3.10:

$$\beta I_1 + \sqrt{J_2} - k = 0 \quad (3.38)$$

Όπου: I_1 η πρώτη αναλλοίωτη του τανυστή των τάσεων

J_2 η δεύτερη αναλλοίωτη του εκτροπικού τανυστή των τάσεων

β, k παράμετροι του υλικού

Πολλές φορές οι παραπάνω παράμετροι δίνονται συναρτήσει της μεταβλητής a . Μέσω αυτής προσομοιώνεται η κράτυνση του υλικού (παράμετρος q_n).

Το κριτήριο Drucker-Prager χρησιμοποιείται ενίοτε και ως απλοποιημένη διατύπωση του αντίστοιχου κριτηρίου Mohr-Coulomb. Υπάρχουν δύο διαφορετικές περιπτώσεις. Ο κώνος Drucker-Prager είναι περιγεγραμμένος είτε των εσωτερικών είτε των εξωτερικών σημείων του μη κανονικού εξαγώνου Mohr-Coulomb, όπως καθίσταται εμφανές από την εξέταση του σχήματος 3.11. Οι σταθερές β, k μπορούν να γραφούν συναρτήσει των παραμέτρων διατμητικής αντοχής c, φ του κριτηρίου διαρροής Mohr-Coulomb με τους εξής τρόπους:

$$\beta = \frac{2 \sin \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)} \quad (3.39)$$

$$k = \frac{6c \cos \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)} \quad (3.40)$$

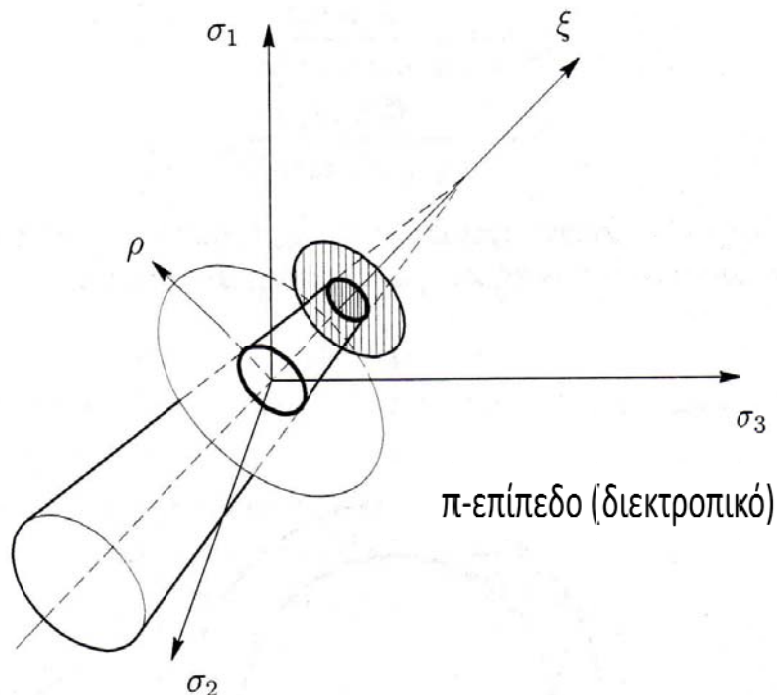
Εάν ο κώνος είναι περιγεγραμμένος των εσωτερικών σημείων του εξαγώνου και

$$\beta = \frac{2 \sin \varphi}{\sqrt{3}(3 + \sin \varphi)} \quad (3.41)$$

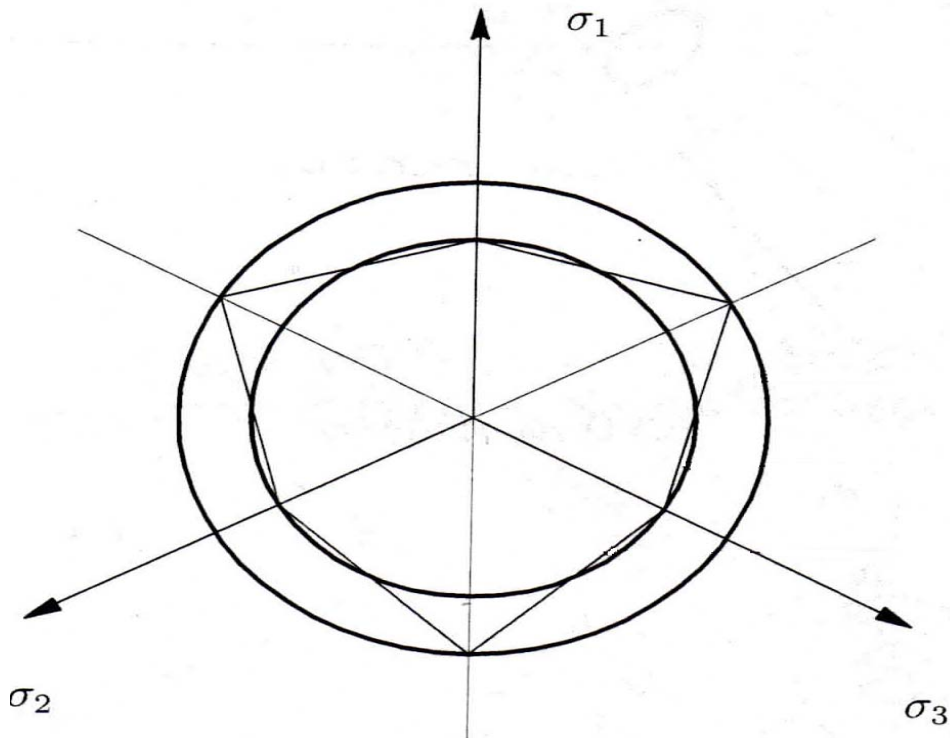
$$k = \frac{6c \cos \varphi}{\sqrt{3}(3 + \sin \varphi)} \quad (3.42)$$

Όταν ο κώνος είναι περιγεγραμμένος των εξωτερικών σημείων.

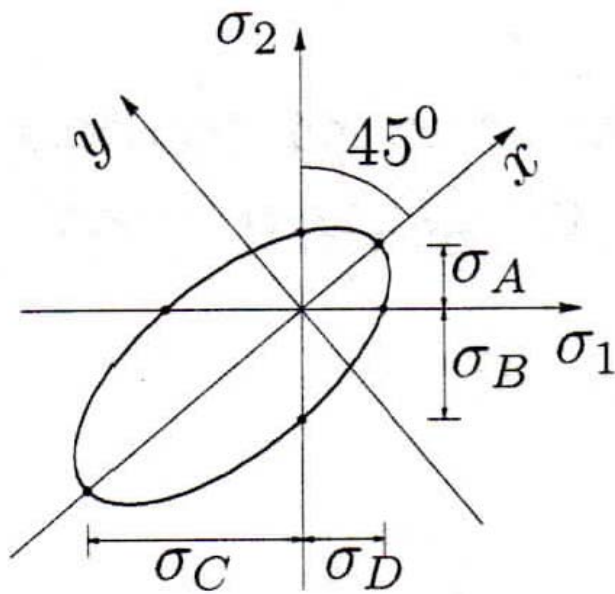
Ενώ στη σύγκριση των κριτηρίων Tresca και V. Misses γινόταν αντιληπτό πιο κριτήριο είναι το πιο συντηρητικό στις εκτιμήσεις του, στη σύγκριση Drucker-Prager και Mohr-Coulomb αυτό δεν μπορεί να συμβεί εκ των προτέρων, χωρίς να γνωρίζουμε που ακριβώς είναι περιγεγραμμένος ο κώνος. Η προβολή της επιφάνειας διαρροής του κριτηρίου Drucker-Prager στον χώρο σ_1 - σ_2 διαφαίνεται στο σχήμα 3.12.



Σχήμα 3.10 Το κριτήριο διαρροής Drucker-Prager στο χώρο των τάσεων



Σχήμα 3.11 Σχέση των επιφανειών διαρροής Drucker-Prager και Mohr-Coulomb στο χώρο των τάσεων



Σχήμα 3.12 Προβολή του κριτηρίου διαρροής Drucker-Prager στο επίπεδο σ_1 - σ_2

Κεφάλαιο 4: Βελτιωμένο Καταστατικό Προσομοίωμα Hoek-Brown

4.1 Γενικά

Το γενικευμένο κριτήριο Hoek-Brown δύναται να περιγραφεί μέσω της ακόλουθης σχέσης:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \cdot \left(\frac{m_b}{\sigma_{ci}} \cdot \sigma_3 + s \right)^\alpha \quad (4.1)$$

Η ανωτέρω σχέση είναι εξεφρασμένη στον χώρο των κυρίων τάσεων $\sigma_1 - \sigma_3$. Σε προηγούμενο κεφάλαιο αναφέρθηκε ότι η σχέση 4.1 προέκυψε από τριαξονικές φορτίσεις και για τον λόγο αυτό η δεύτερη κύρια τάση δεν υπεισέρχεται στην διατύπωση του κριτηρίου εφόσον $\sigma_2 = \sigma_3$. Ωστόσο το κριτήριο διαρροής θα πρέπει να εκφραστεί στον γενικευμένο χώρο των τάσεων ώστε να μπορεί να περιγράψει όλες τις πιθανές τασικές οδεύσεις.

4.2 Γραμμική ισότροπη ελαστικότητα

Το βελτιωμένο καταστατικό προσομοίωμα Hoek-Brown όπως αυτό διατυπώνεται στο παρόν κεφάλαιο χρησιμοποιεί την γραμμική ισότροπη ελαστικότητα για να περιγράψει τις τασικές διαδρομές εντός ελαστικής περιοχής. Συνεπώς, απαιτούνται μόνο δύο ανεξάρτητες (μη-συσχετισμένες) μεταβλητές για τον πλήρη προσδιορισμό του ελαστικού μητρώου δυσκαμψίας \mathbf{C}^e .

Το μέτρο ισότροπης συμπίεσης K (bulk modulus) και το μέτρο διάτμησης G (shear modulus) επιλέχθησαν ως δεδομένα εισαγωγής στο καταστατικό προσομοίωμα. Συνεπώς, ο ρυθμός μεταβολής των ελαστικών παραμορφώσεων μπορεί να συσχετιστεί με τον αντίστοιχο ρυθμό μεταβολής των τάσεων:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= K \dot{\epsilon}_{vol}^e \\ \dot{\mathbf{s}} &= 2G \dot{\mathbf{e}}^e \end{aligned} \quad (4.2)$$

Η σχέση 4.2 περιγράφει την επαυξητική μορφή των τάσεων. Η νέα τασική κατάσταση μπορεί να υπολογιστεί με αλγεβρική άθροιση της επαυξητικής υπολογισθείσας τάσης με την προηγούμενη τασική κατάσταση.

4.3 Συνάρτηση Διαρροής

Το κριτήριο διαρροής Hoek-Brown είναι άμεση συνέπεια γραμμικής παλινδρόμησης πειραματικών δεδομένων τριαξονικής καταπόνησης με μία καμπύλη υπερβολικής μορφής και δύναται να περιγράψει καταστάσεις τριαξονικής καταπόνησης. Οι καταστάσεις τριαξονικής καταπόνησης μπορούν να περιγραφούν και μέσω των αναλλοίωτων ποσοτήτων p (μέση

τάση) και q (διεκτροπική τάση), διατύπωση η οποία θα βοηθήσει και στην γενίκευση του κριτηρίου διαρροής στον εξαεδρικό τασικό χώρο:

$$F = \left(\frac{q}{\sigma_{ci}} \right)^{\left(\frac{1}{\alpha} \right)} - \left[\frac{m_b}{\sigma_{ci}} \cdot \left(p - \frac{1}{3} q \right) + s \right] \quad (4.3)$$

Η συνάρτηση διαρροής στο χώρο $p-q$ όπως διατυπώθηκε στην σχέση 4.3 αδυνατεί να περιγράψει τασικές διαδρομές που εξελίσσονται στον εξαεδρικό χώρο των τάσεων. Συνεπώς, η συνάρτηση διαρροής επαναδιατυπώνεται παρακάτω στον γενικευμένο χώρο των τάσεων ως εξής:

$$F(\boldsymbol{\sigma}, m_b, s) = \left[\sqrt{\frac{3}{2} \left(\frac{1}{\sigma_{ci}^2} \mathbf{s} : \mathbf{s} \right)} \right]^{\left(\frac{1}{\alpha} \right)} - \left\{ \left[\frac{m_b}{\sigma_{ci}} \cdot \sigma - \frac{1}{3} m_b \cdot \sqrt{\frac{3}{2} \left(\frac{1}{\sigma_{ci}^2} \mathbf{s} : \mathbf{s} \right)} \right] + s \right\} \quad (4.4)$$

Στην άνωθεν σχέση 4.4 αναδιατυπωμένη στον γενικευμένο χώρο των τάσεων ο τανυστής \mathbf{s} αποτελεί την έκφραση της διεκτροπικής συνιστώσας του μητρώου των τάσεων. Η ισότροπη-οκταεδρική τάση εκφράζεται ως σ . Στην συνάρτηση διαρροής όπως αυτή διατυπώθηκε παραπάνω δίνεται η δυνατότητα έκφρασης διαφορετικής αντοχής σ_{ci} κατά μήκος των μετασχηματισμένων διεκτροπικών τάσεων S_i (Whittle and Kanvadas, 1994).

Οι παράμετροι κράτνσης $\mathbf{q}_n = \{m_b, s\}^T$ έχουν εξαρτηθεί από την διεκτροπική πλαστική παραμόρφωση. Οι παράμετροι κράτνσης παραμένουν σταθεροί κατά την ελαστική φόρτιση και αποφόρτιση $\dot{\mathbf{q}}_n = \mathbf{0}$.

Διακρίνονται 3 περιπτώσεις:

- 1) $F(\boldsymbol{\sigma}, m_b, s) < 0$, η τασική κατάσταση εντοπίζεται εντός ελαστικής περιοχής.
- 2) $F(\boldsymbol{\sigma}, m_b, s) = 0$, η τασική κατάσταση βρίσκεται επί της επιφάνειας διαρροής.
- 3) $F(\boldsymbol{\sigma}, m_b, s) > 0$, μη εφικτή τασική κατάσταση.

4.4 Κλίση συνάρτησης διαρροής

Όταν ένα σημείο του τασικού χώρου βρίσκεται επί της επιφάνειας διαρροής (πλαστική κατάσταση) , ορίζουμε την κλίση της συνάρτησης διαρροής ως προς την τάση:

$$\mathbf{Q} = \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{1}{3} \mathbf{QI} + \mathbf{Q}' \quad (4.5)$$

Η οποία είναι κάθετη στο εφαπτομενικό επίπεδο με κατεύθυνση προς το εξωτερικό της επιφάνειας. Η κλίση της επιφάνειας διαρροής συνιστά τανυστή δεύτερης τάξης. Συνεπώς

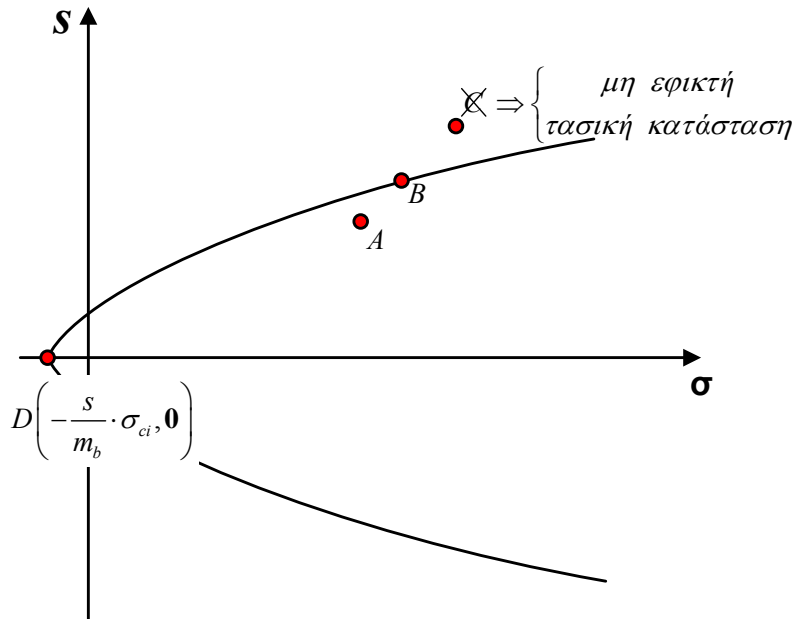
μπορεί να αναλυθεί σε μία ισότροπη και μία αποκλίνουσα συνιστώσα με βάση τις παρακάτω σχέσεις:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Q} : \mathbf{I} = \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = -\frac{m_b}{\sigma_{ci}} \quad (4.6)$$

$$\mathbf{Q}' = \frac{1}{\alpha} \left[\frac{3}{2} \left(\frac{1}{\sigma_{ci}^2} \mathbf{s} : \mathbf{s} \right) \right]^{\left(\frac{1}{\alpha}\right)} \frac{3}{2} \frac{1}{\sigma_{ci}^2} \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\Sigma} + \frac{1}{\alpha} m_b \frac{1}{2 \sqrt{\frac{3}{2} \left(\frac{1}{\sigma_{ci}^2} \mathbf{s} : \mathbf{s} \right)}} \frac{3}{\alpha} \frac{1}{\sigma_{ci}^2} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{s} \quad (4.7)$$

$$\mathbf{Q}' = \left\{ \frac{3}{2\alpha} \left[\frac{3}{2} \left(\frac{1}{\sigma_{ci}^2} \mathbf{s} : \mathbf{s} \right) \right]^{\left(\frac{1}{\alpha}\right)} + \frac{1}{2} m_b \frac{1}{\sqrt{\frac{3}{2} \left(\frac{1}{\sigma_{ci}^2} \mathbf{s} : \mathbf{s} \right)}} \right\} \frac{1}{\sigma_{ci}^2} \mathbf{s} \quad | \quad \mathbf{s} : \mathbf{s} \neq 0$$

Η ανωτέρω σχέση που εκφράζει την κλίση της επιφάνειας διαρροής στο αποκλίνον υπερεπίπεδο των τάσεων \mathbf{Q}' ισχύει για τιμές του μέτρου διακτροπικής τάσης (ή τάση Mises) διάφορη του μηδενός. Αυτό σημαίνει ότι η συνάρτηση διαρροής εμφανίζει ασυνέχεια στο σημείο $D \left(-\frac{s}{m_b} \cdot \sigma_{ci}, \mathbf{0} \right)$ που αποτελεί το σημείο επί του ισότροπου άξονα στο οποίο συγκλίνει η επιφάνεια διαρροής (Σχήμα 4.1). Επιπλέον, από την ισότροπη συνιστώσα του ταυυστή της κλίσης της επιφάνειας διαρροής γίνεται εύκολα κατανοητό ότι διατηρεί μία σταθερή τιμή στην περίπτωση που το m_b έχει μια σταθερή τιμή ίση με την παραμένουσα και συνεπώς δεν κρατύνεται.



Σχήμα 4.1 Σχηματική απεικόνιση του βελτιωμένου καταστατικού προσομοιώματος Hoek-Brown στον γενικευμένο χώρο των τάσεων.

Τα σημεία A και B αντιπροσωπεύουν τασικές καταστάσεις εντός και επί της επιφάνειας πλαστικής διαρροής F . Το σημείο C αντιστοιχεί σε μία μη-εφικτή τασική κατάσταση από την στιγμή που βρίσκεται εκτός της επιφάνειας πλαστικής διαρροής (η τιμή της συνάρτησης διαρροής λαμβάνει τιμή θετική).

4.5 Νόμος ροής

Στην παρούσα φάση ανάπτυξης και προσομοίωσης του βελτιωμένου καταστατικού προσομοιώματος Hoek-Brown γίνεται χρήση *συσχετισμένου* νόμου ροής. Συνεπώς, ο ταυιστής του πλαστικού δυναμικού \mathbf{P} , ο οποίος ορίζει τον ρυθμό ανάπτυξης των πλαστικών παραμορφώσεων σύμφωνα με την σχέση $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \langle \dot{\Lambda} \rangle \mathbf{P}$, δίνεται παρακάτω:

$$\mathbf{P} = \mathbf{Q} = \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{1}{3} \mathbf{QI} + \mathbf{Q}' \quad (4.8)$$

Υπονοείται ότι, η συνάρτηση πλαστικού δυναμικού ταυίζεται με την κλίση της επιφάνειας πλαστικής διαρροής.

4.6 Νόμος κράτνσης

Οι παράμετροι κράτνσης που επιλέχθηκαν κατά τον σχεδιασμό του βελτιωμένου καταστατικού προσομοιώματος Hoek-Brown $\mathbf{q}_n = \{m_b, s\}^T$ είναι οι παράμετροι m_b και s . Η παράμετρος m_b εμφανίζει συμπεριφορά ανάλογη της γωνίας τριβής στο κλασσικό καταστατικό προσομοίωμα Mohr-Coulomb. Από την άλλη μεριά, η παράμετρος s τείνει να εμφανίζει μια συμπεριφορά ανάλογη με την συνοχή c όπως γίνεται εμφανές από το Σχήμα 4.1. Στην παρούσα μορφή του βελτιωμένου καταστατικού προσομοιώματος επιλέχθηκε ο απευθείας ορισμός της επαυξητικής μορφή των παραμέτρων κράτνσης. Επιλέγονται οι παρακάτω σχέσεις 4.9 και 4.10:

$$\dot{m}_b = -(m_b - m_{b,fin}) \cdot \zeta_{q1} \cdot \left[\exp(-\eta_{q1} \cdot |\boldsymbol{\varepsilon}_q^p|) \right] \cdot |\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_q^p| \quad (4.9)$$

$$\dot{s} = -(s - s_{fin}) \cdot \zeta_{q2} \cdot \left[\exp(-\eta_{q2} \cdot |\boldsymbol{\varepsilon}_q^p|) \right] \cdot |\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_q^p| \quad (4.10)$$

Όπου

- \dot{m}_b : ο ρυθμός μεταβολής της παραμέτρου κράτνσης m_b
- m_b : η τιμή του m_b στο προηγούμενο βήμα της ανάλυσης
- \dot{s} : ο ρυθμός μεταβολής της παραμέτρου κράτνσης s
- s : η τιμή του s στο προηγούμενο βήμα της ανάλυσης
- $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_q^p$: ο ρυθμός μεταβολής της διεκροπικής πλαστικής παραμόρφωσης

ε_q^p :	το μέτρο της διεκτροπικής πλαστικής παραμόρφωσης
$m_{b,fin}$:	η τελική (ή παραμένουσα-redidual) τιμή του m_b
s_{fin} :	η τελική (ή παραμένουσα-redidual) τιμή του s
$\zeta_{q1}, \zeta_{q2}, n_{q1}, n_{q2}$:	σταθερές που ελέγχουν την ταχύτητα σύγκλισης στην παραμένουσα τιμή του m_b και του s

Στην παραπάνω διατύπωση των επαυξητικών σχέσεων αξίζει να σημειωθεί ότι η τιμή των τελικών τιμών δύναται να είναι είτε μεγαλύτερες είτε μικρότερες της αρχικής. Αυτό συνεπάγεται την προσομοίωση κράτυνσης ή χαλάρωσης αντίστοιχα κατά την υποβολή δεδομένης έντασης. Για τον λόγο αυτό στο παρόν κεφάλαιο γίνεται μια προσπάθεια να μην χρησιμοποιείται ο όρος της παραμένουσας τιμής των παραμέτρων πλαστικής κράτυνσης. Η παραμετρική διερεύνηση ωστόσο που ακολουθεί στα επόμενα κεφάλαια θα κάνει χρήση της παραμένουσας τιμής και συνεπώς θα στοχεύει στην προσομοίωση φαινομένων χαλάρωσης.

Σημειώνεται ότι η ανωτέρω σχέση δεν υπονοεί κάτι για την τιμή των παραμέτρων κράτυνσης παρά μόνο για την επαυξητική τους μορφή. Συνεπώς, δεν είναι άμεσα ελέγξιμη αφού για δεδομένες τιμές των σταθερών $\zeta_{q1}, \zeta_{q2}, n_{q1}, n_{q2}$ συγκλίνει σε μία τιμή διαφορετική και εν γένει μικρότερη της τελικώς επιλεγθείσας τιμής των παραμέτρων $\mathbf{q}_n = \{m_b, s\}^T$.

Οι σχέσεις (4.9) και (4.10) δύνανται να αναδιατυπωθούν συναρτήσει του μέτρου πλαστικών παραμορφώσεων $\dot{\Lambda}$ ως:

$$\dot{m}_b = \underbrace{\left\{ -(m_b - m_{b,fin}) \cdot \zeta_{q1} \cdot \left[\exp(-\eta_{q1} \cdot \varepsilon_q^p) \right] \cdot \sqrt{\frac{2}{3}(\mathbf{P}' : \mathbf{P}')} \right\}}_{=h(1)} \cdot \dot{\Lambda} \quad (4.11)$$

$$\dot{s} = \underbrace{\left\{ -(s - s_{fin}) \cdot \zeta_{q2} \cdot \left[\exp(-\eta_{q2} \cdot \varepsilon_q^p) \right] \cdot \sqrt{\frac{2}{3}(\mathbf{P}' : \mathbf{P}')} \right\}}_{=h(2)} \cdot \dot{\Lambda} \quad (4.12)$$

4.7 Συνθήκη συμβατότητας

Η συνθήκη συμβατότητας προϋποθέτει ότι οποιαδήποτε πλαστική μεταβολή σημείου επί της συνάρτησης πλαστικής διαρροής θα πρέπει να οδηγεί σε μία νέα τασική κατάσταση η οποία επίσης θα βρίσκεται επί της νέας θέσης της επιφάνειας διαρροής, όπως αυτή έχει μεταβληθεί λόγω μεταβολής των παραμέτρων κράτυνσης. Συνεπώς, εαν ίσχυε στην προηγούμενη εντατική κατάσταση ότι $F(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}_n) = 0$ τότε και στην νέα εντατική κατάσταση θα υφίσταται ότι $F(\boldsymbol{\sigma} + \dot{\boldsymbol{\sigma}}, \mathbf{q}_n + \dot{\mathbf{q}}_n) = 0$.

Η παραπάνω σχέση αποτελεί τη συνθήκη συμβατότητας (consistency condition). Εάν παραγωγιστεί θα προκύψει :

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}}\right) : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \left(\frac{\partial F}{\partial \mathbf{q}_n}\right) : \dot{\mathbf{q}}_n = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}}\right) : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \left(\frac{\partial F}{\partial m_b}\right) : \dot{m}_b + \left(\frac{\partial F}{\partial s}\right) : \dot{s} = 0 \quad (4.13)$$

Επιπλέον:

$$\dot{\mathbf{q}}_n = -\langle \dot{\Lambda} \rangle : \mathbf{h} \quad (4.14)$$

Όπου το $\dot{\Lambda}$ εκφράζει το μέγεθος του μέτρου πλαστικής παραμόρφωσης.

Η σχέση (4.13) χρησιμοποιώντας την κλίση της συνάρτησης διαρροής δύναται να διαμορφωθεί ακόλουθως:

$$\mathbf{Q} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \left(\frac{\partial F}{\partial m_b}\right) : \dot{m}_b + \left(\frac{\partial F}{\partial s}\right) : \dot{s} = 0 \quad (4.15)$$

Στη συνέχεια θα οριστεί το ελαστικοπλαστικό μέτρο (ή πλαστικό μέτρο κράτνσης) ως:

$$\mathbf{H} = -\left(\frac{\partial F}{\partial \mathbf{q}_n}\right) : \mathbf{h} = -\left[\left(\frac{\partial F}{\partial m_b}\right) : h(1) + \left(\frac{\partial F}{\partial s}\right) : h(2)\right] \quad (4.16)$$

Παρακάτω δίνονται οι μερικές παράγωγοι της συνάρτησης διαρροής ως προς τις παραμέτρους κράτνσης:

$$\frac{\partial F}{\partial m_b} = -\left[\frac{1}{\sigma_{ci}} \sigma + \frac{1}{3} \sqrt{\frac{3}{2} \left(\frac{1}{\sigma_{ci}^2} \mathbf{s} : \mathbf{s}\right)}\right] \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial F}{\partial s} = -1 \quad (4.18)$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (4.11), (4.12), (4.17) και (4.18) στην εξίσωση (4.16) προκύπτει το πλαστικό μέτρο κράτνσης:

$$\mathbf{H} = -\left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{1}{\sigma_{ci}} \sigma + \frac{1}{3} \sqrt{\frac{3}{2} \left(\frac{1}{\sigma_{ci}^2} \mathbf{s} : \mathbf{s}\right)}\right] \cdot (m_b - m_{b,fn}) \cdot \zeta_{q1} \cdot \exp(-\eta_{q1} \cdot |\varepsilon_q^p|) \\ + (s - s_{fn}) \cdot \zeta_{q2} \cdot \exp(-\eta_{q2} \cdot |\varepsilon_q^p|) \end{array} \right\} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} (\mathbf{P}' : \mathbf{P}') \quad (4.19)$$

Το μέτρο των πλαστικών παραμορφώσεων υπολογίζεται από απλή ανδιατύπωση της (4.15):

$$\dot{\Lambda} = \frac{\mathbf{Q} : \mathbf{C}^e : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}{H + \mathbf{Q} : \mathbf{C}^e : \mathbf{P}} \quad (4.20)$$

4.8 Βελτιωμένο καταστατικό προσομοίωμα Hoek-Brown

Το βελτιωμένο καταστατικό προσομοίωμα Hoek-Brown όπως αυτό διατυπώθηκε στο παρόν κεφάλαιο χρησιμοποιεί την γραμμική ισότροπη ελαστικότητα για την περιγραφή τασικών οδεύσεων εντός της ελαστικής περιοχής. Η συνάρτηση διαρροής διατυπώθηκε στον γενικευμένο εξαεδρικό χώρο των τάσεων και εν συνεχεία δόθηκε η κλίση της επιφάνειας διαρροής.

Στην παρούσα φάση ανάπτυξης του ελαστοπλαστικού προσομοιώματος Hoek-Brown χρησιμοποιείται πλήρως συζευγμένος νόμος ροής ενώ επιλέχθηκε διεκτροπική πλαστική κράτνση μέσω των παραμέτρων κράτνσης m_b και s . Τέλος, μέσω της συνθήκης συμβατότητας υπολογίστηκε το πλαστικό μέτρο κράτνσης και κατ' επέκταση το μέτρο των πλαστικών παραμορφώσεων $\dot{\Lambda}$.

Κεφάλαιο 5: Εφαρμογή του βελτιωμένου καταστατικού προσομοιώματος Hoek - Brown σε δοκιμές ανεμπόδιστης θλίψης

5.1 Περιγραφή του προβλήματος

Σκοπός του συγκεκριμένου κεφαλαίου της διπλωματικής εργασίας αποτελεί η διερεύνηση της επιρροής των παραμέτρων αποδόμησης (ζ , η) για διάφορες τιμές του μέτρου ελαστικότητας E όπως αποτυπώνεται στην εντατική και παραμορφωσιακή κατάσταση πτωχής ποιότητας βραχομάζας.

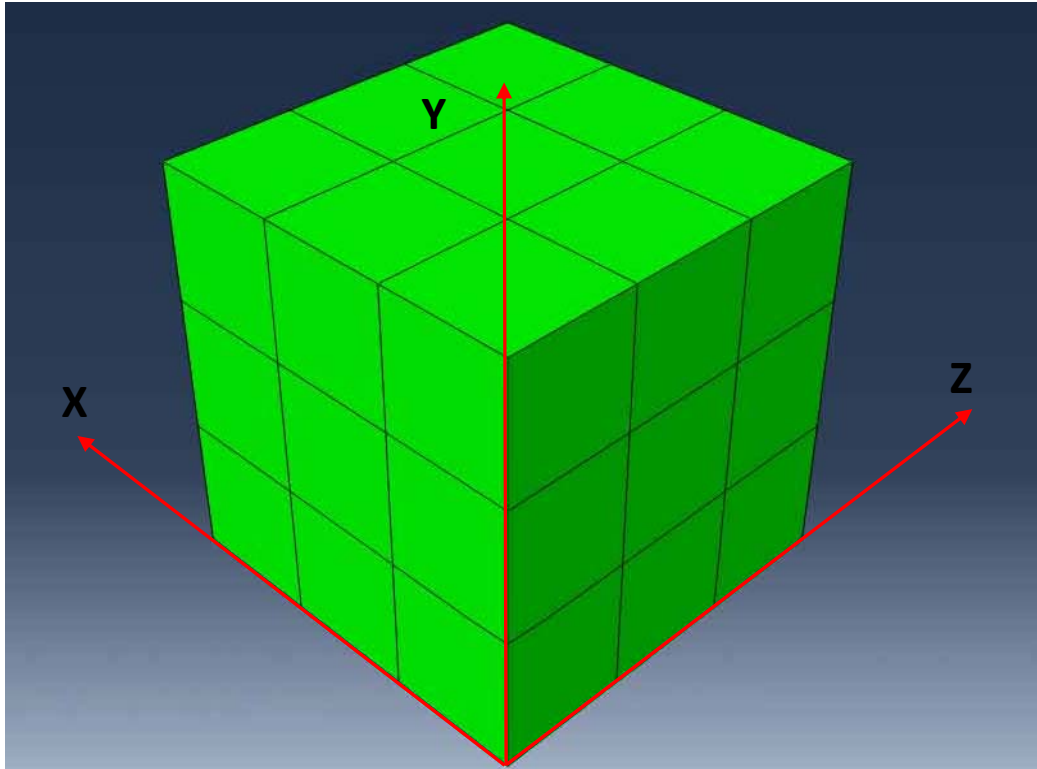
Η παραμετρική διερεύνηση που ακολουθεί αναφέρεται σε δοκιμές ανεμπόδιστης θλίψης που πραγματοποιήθηκαν στον κώδικα πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS. Για τον λόγο αυτό σχεδιάστηκε και διακριτοποιήθηκε τριδιάστατος κάρναβος πεπερασμένων στοιχείων με τη βοήθεια του λογισμικού ANSYS v.13.0. Οι κόμβοι, τα στοιχεία, καθώς και οι ιδιότητες των υλικών, οι συνοριακές συνθήκες, οι φορτίσεις και τα βήματα των αναλύσεων εισήχθησαν μέσω αρχείου δεδομένων (input file) στον κώδικα πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS 6.10.1.

5.2 Περιγραφή των αναλύσεων

Στην ενότητα αυτή περιγράφονται το προσομοίωμα του ABAQUS και τα μηχανικά χαρακτηριστικά της βραχομάζας που αναλύθηκαν.

5.2.1 Το προσομοίωμα του ABAQUS

Σχεδιάστηκε ένας κάρναβος πεπερασμένων στοιχείων με διάσταση (1x1x1 m) καθώς επιλέχθηκε να προσομοιωθεί κυβικό δοκίμιο βραχομάζας. Η διακριτοποίηση του προσομοιώματος υλοποιήθηκε με τη βοήθεια του λογισμικού προγράμματος ANSYS v.13.0. Επιλέχθηκαν τριδιάστατα, οκτακομβικά, εξαεδρικά, πεπερασμένα στοιχεία C3D8. Η πυκνότητα του δικτύου παρέμεινε σταθερή. Πιο συγκεκριμένα, η διακριτοποίηση του προσομοιώματος κατά τις διευθύνσεις X,Y,Z πραγματοποιήθηκε ανά $\frac{1}{3}$ m. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα τον σχηματισμό 27 κυβικών στοιχείων (elements) ίδιων διαστάσεων. Το προσομοίωμα φαίνεται στο σχήμα 5.1.



Σχήμα 5.1 Ο κάρναβος του δοκιμίου βραχώμαζας στο κώδικα πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS

Στο αρχείο που μορφώθηκε για την εισαγωγή δεδομένων στον κώδικα πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS 6.10.1 θεωρήθηκαν οι ακόλουθες συννοριακές συνθήκες:

- Οι κόμβοι της βάσης του προσομοιώματος στο επίπεδο XZ δεν μπορούν να μετατοπιστούν κατά τον κατακόρυφο άξονα Y λόγω ύπαρξης κυλίσεων.
- Οι κόμβοι στην επιφάνεια του προσομοιώματος στο επίπεδο XZ είναι ελεύθεροι να παραμορφωθούν.
- Οι μετατοπίσεις των επιπέδων XY , YZ δεν δεσμεύονται σε καμία διεύθυνση.

5.2.2 Μηχανικά Χαρακτηριστικά Βραχώμαζας

Μελετήθηκαν δύο τύποι πτωχής ποιότητας βραχώμαζας. Προσδιορίστηκαν οι τιμές του γεωλογικού δείκτη αντοχής (GSI), της αντοχής σε ανεμπόδιση θλίψη του άρρηκτου πετρώματος (σ_{ci}), και της σταθεράς m_i . Οι βραχώμαζες διερευνήθηκαν παραμετρικά και τα χαρακτηριστικά αυτών εμφανίζονται στον πίνακα 5.1 που παρατίθεται παρακάτω. Κρίθηκε σκόπιμο να διερευνηθεί η μηχανική συμπεριφορά πτωχής ποιότητας βραχώμαζας όπου τα παραμορφωσιακά μεγέθη αυξάνονται δυσανάλογα με μικρή αύξηση της πίεσης.

Πίνακας 5.1 Μηχανικά χαρακτηριστικά των θεωρούμενων τύπων βραχώμαζας.

Τύποι θεωρούμενης βραχώμαζας	GSI	m_i	σ_{ci} (MPa)
Αποσαθρωμένο μάρμαρο	20	10	5
Σχιστόλιθος	30	13	10

5.2.3 Παράμετροι αντοχής βραχώμαζας

Για τις τιμές των GSI, m_i , σ_{ci} και D υπολογίστηκαν για κάθε βραχώμαζα οι τιμές των παραμέτρων m_b , s , a και E μέσω του προγράμματος ROCLAB της ROCSCIENCE με τον τρόπο που περιγράφηκε στο κεφάλαιο 3. Ειδικότερα για το αποσαθρωμένο μάρμαρο προέκυψαν: $m_b = 0.57432$, $s = 0.00014$, $a = 0.54372$ και $E = 397.64 \text{ MPa}$ ενώ για τον σχιστόλιθο: $m_b = 1.0671$, $s = 0.00042$, $a = 0.52234$ και $E = 1000 \text{ MPa}$.

Για τη διερεύνηση της επιρροής των μεταβλητών αποδόμησης ζ , η στη συμπεριφορά της βραχώμαζας αποφασίστηκε η επιλογή απομειωμένης τιμής των μεταβλητών m_b και s . Ειδικότερα η μεταβλητή $m_{b,res}$ έλαβε τις παρακάτω απομειωμένες τιμές:

- 0.30 και
- 0.40.

Η δε μεταβλητή $s_{,res}$ έλαβε την απομειωμένη τιμή 0.

Η παράμετρος αποδόμησης η έλαβε τις ακόλουθες τιμές:

- 1,
- 10, και
- 100.

Τέλος η παράμετρος αποδόμησης ζ τις τιμές:

- 20,
- 50, και
- 100.

Η επιρροή του μέτρου ελαστικότητας E στη μηχανική συμπεριφορά της βραχώμαζας διερευνήθηκε μέσω της επιλογής δύο διακριτών τιμών για τον σχιστόλιθο και τριών τιμών για το αποσαθρωμένο μάρμαρο. Πιο συγκεκριμένα οι τιμές του μέτρου ελαστικότητας για τον σχιστόλιθο υπολογίστηκαν:

α) από την εξίσωση (3.24) και

β) από την εξίσωση των *E. Hoek* και *M.S. Diederichs*:

$$E (MPa) = 100000 \left(\frac{1 - D/2}{1 + \exp(75 + 25D - GSI) / 11} \right)$$

Αντιστοίχως, υπολογίστηκαν και οι τιμές του μέτρου ελαστικότητας για το αποσαθρωμένο μάρμαρο. Όμως στην περίπτωση του αποσαθρωμένου μαρμάρου επιλέχθηκε και μία τρίτη τιμή, ενδιάμεση των δύο αρχικών.

5.3 Διαδικασία Αριθμητικών Αναλύσεων

Η διαδικασία που ακολουθήθηκε για την φόρτιση του δοκιμίου περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα:

- Στο πρώτο βήμα της ανάλυσης ασκείται μια ελάχιστη ισότροπη θλιπτική τάση ίση με 0.001kPa και επιλύεται το πρόβλημα της αρχικής εξισορρόπησης των εξωτερικών φορτίων με τις εσωτερικές τάσεις (body forces). Δίνεται ομοιόμορφη κατανομή των αρχικών τάσεων δηλαδή γίνεται θεώρηση αβαρούς πεδίου (ημίχωρος), η δε αρχική τιμή των 0.001kPa επιλέγεται αντί του μηδενός προς αποφυγή αριθμητικών ασταθειών.
- Στο επόμενο βήμα, το δοκίμιο υποβάλλεται σε μία δοκιμή μονοαξονικής παραμόρφωσης (ανεμπόδιστης θλίψης). Επιβάλλεται στην άνω επιφάνεια του δοκιμίου ομοιόμορφη κατακόρυφη μετατόπιση 5 cm η οποία αντιστοιχεί σε κατακόρυφη θλιπτική παραμόρφωση 5%.

5.4 Αποτελέσματα και σχολιασμός των αναλύσεων

Από τα αποτελέσματα των αριθμητικών αναλύσεων προσδιορίστηκαν τα παρακάτω εντατικά μεγέθη:

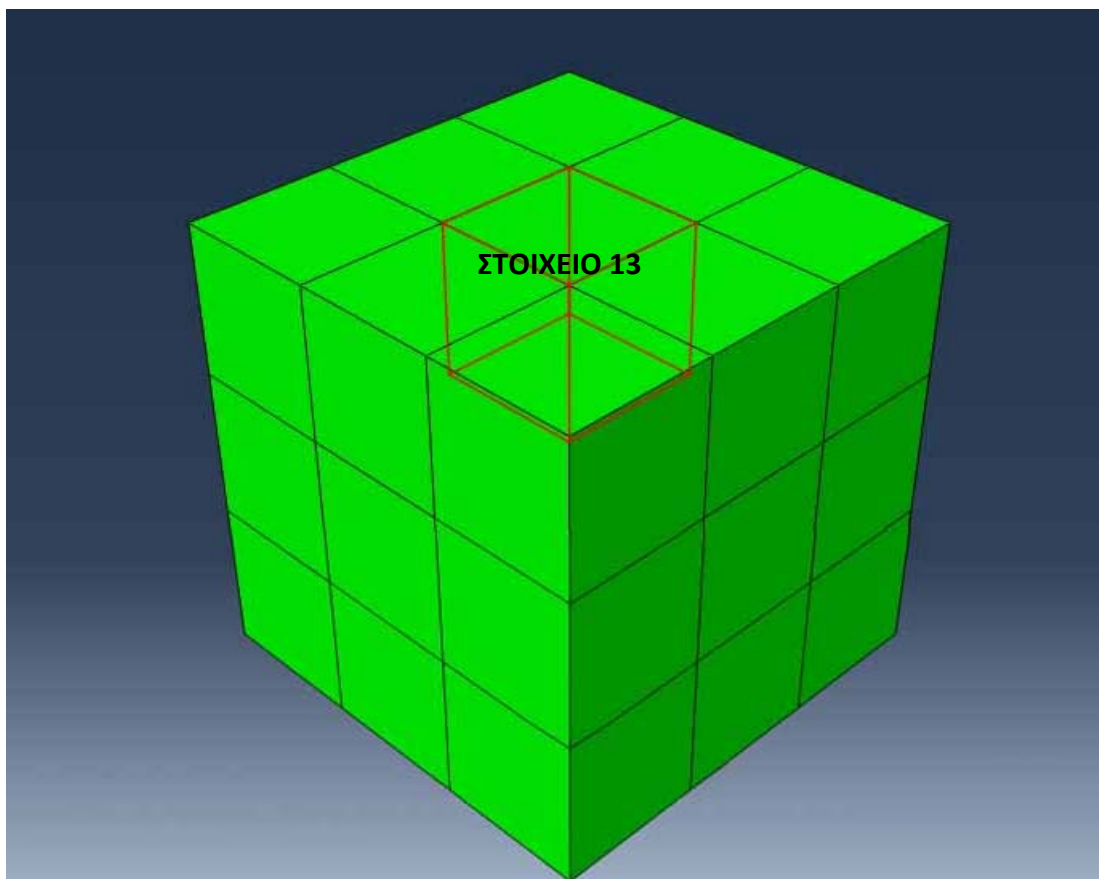
- Η κατακόρυφη παραμόρφωση (στα επόμενα διαγράμματα θα συμβολίζεται με ϵ).
- Η κατακόρυφη τάση (στα επόμενα διαγράμματα θα συμβολίζεται με σ).
- Η μέση τάση (στα επόμενα διαγράμματα θα συμβολίζεται με p).
- Το μέτρο διεκτροπικής τάσης (στα επόμενα διαγράμματα θα συμβολίζεται με q).

Αυτά τα εντατικά μεγέθη αναφέρονται στο κεντρικό στοιχείο της πάνω σειράς όπως διακρίνεται στο επόμενο σχήμα (στοιχείο 13).

Τα εντατικά μεγέθη (σε κάθε βήμα της ανάλυσης) υπολογίστηκαν ως ο μέσος όρος των οκτώ σημείων ολοκλήρωσης του πεπερασμένου στοιχείου. Παρατηρήθηκε ότι τα σημεία ολοκλήρωσης με ίδια τιμή στον άξονα των Y εμφάνιζαν ίδιες τιμές σε όλα τα εξεταζόμενα μεγέθη λόγω συμμετρίας.

Πρέπει να τονιστεί ότι ο κώδικας πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS 6.10.1 στηρίζεται στην παραδοχή σήμανσης μηχανικής και συνεπώς, υπολογίζει ως αρνητικά τα θλιπτικά εντατικά μεγέθη. Για το λόγο αυτό στα επόμενα διαγράμματα σ - ϵ παρουσιάζονται εξεφρασμένα σε μεγέθη αμιγώς γεωτεχνικά.

Αρχικά παρουσιάζονται τα διαγράμματα που αναφέρονται στην επίδραση των παραμέτρων αποδόμησης ζ και η στη συμπεριφορά της βραχόμαζας και εν συνεχεία τα διαγράμματα που σχετίζονται με την επιρροή του μέτρου ελαστικότητας E . Επισημαίνεται ότι όταν η μεταβλητή αποδόμησης ζ λαμβάνει τιμή μεγαλύτερη του 0 και οι τιμές των παραμέτρων κράτυνσης δύνανται να απομειωθούν, είναι δυνατή η προσομοίωση χαλάρωσης. Στο σημείο αυτό σημειώνεται ότι για λόγους οικονομίας χώρου αλλά και καλύτερης διάρθρωσης του παρόντος κεφαλαίου παρουσιάζονται μόνο όσα διαγράμματα κρίνεται απαραίτητο ότι χρειάζονται προκειμένου να φανεί η επιρροή της κάθε παραμέτρου και να διατυπωθούν σχόλια και συμπεράσματα.

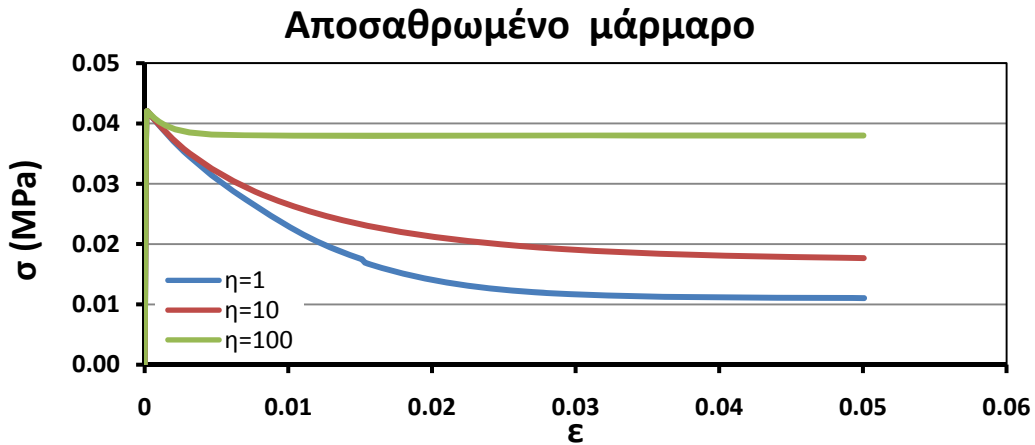


Σχήμα 5.2 Ο κώνναβος πεπερασμένων στοιχείων του κυβικού δοκιμίου. Με κόκκινο περίγραμμα το στοιχείο που επιλέχθηκε για τον προσδιορισμό των εντατικών μεγεθών

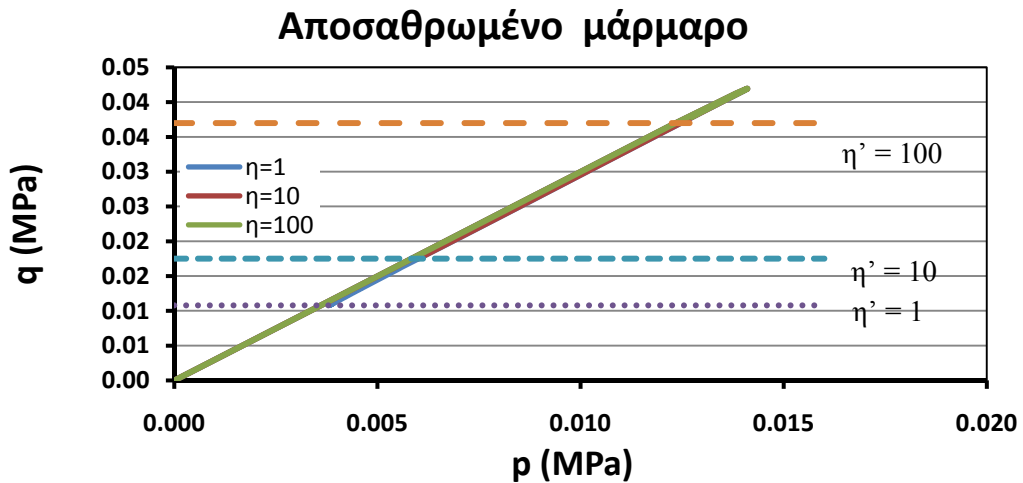
Επειδή σε κάποια από τα παρακάτω διαγράμματα p - q δεν είναι ευδιάκριτο το σημείο που αντιστοιχεί στο πέρας της ανάλυσης, σχεδιάστηκαν ευθείες παράλληλες στο άξονα p που διέρχονται από το τελικό σημείο. Πριν την παρουσίαση των διαγραμμάτων κρίνεται σημαντικό να υπενθυμιστούν οι τύποι υπολογισμού της τελικής τιμής των επαυξητικών τιμών των m_b και s :

$$\begin{aligned}
 dm_b &= -(m_b - m_{b,res.}) \zeta_{q1} \exp(-\eta_{q1} \cdot \varepsilon_q^p) d\varepsilon_q^p & \& \quad m_b = m_b + dm_b \\
 ds &= -(s - s_{res.}) \cdot \zeta_{q2} \cdot \exp(-\eta_{q2} \cdot \varepsilon_q^p) \cdot d\varepsilon_q^p & \& \quad s = s + ds
 \end{aligned}$$

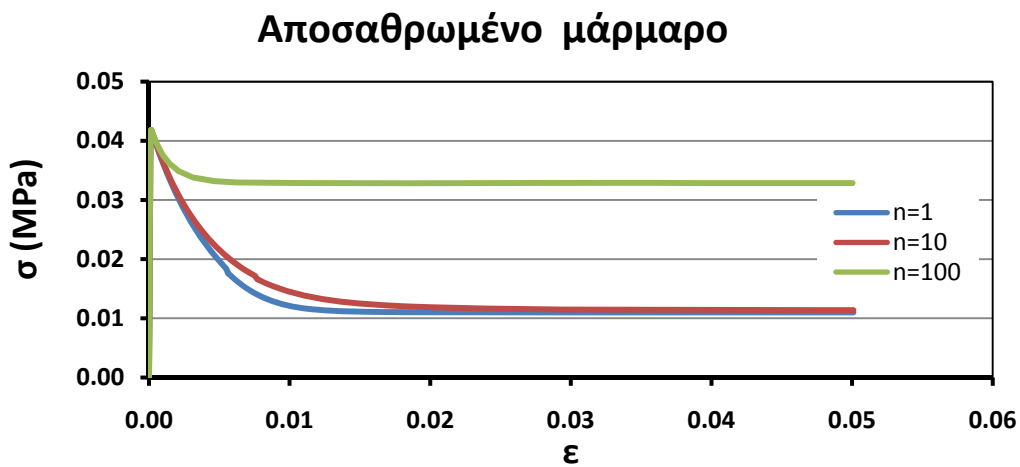
5.4.1 Η επιρροή της παραμέτρου αποδόμησης η



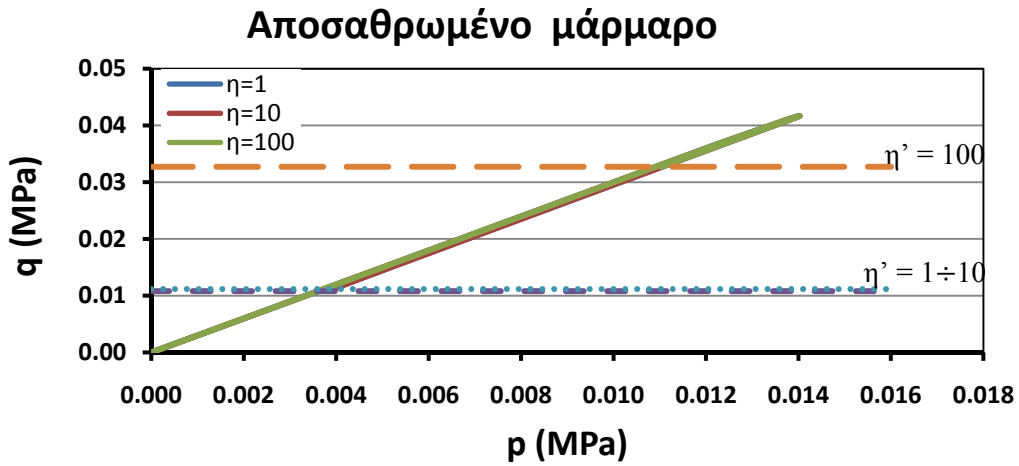
Σχήμα 5.3 Διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων σε αποσαθρωμένο μάρμαρο για σταθερή τιμή της παραμέτρου αποδόμησης $\zeta=20$ και διάφορες τιμές της παραμέτρου η .



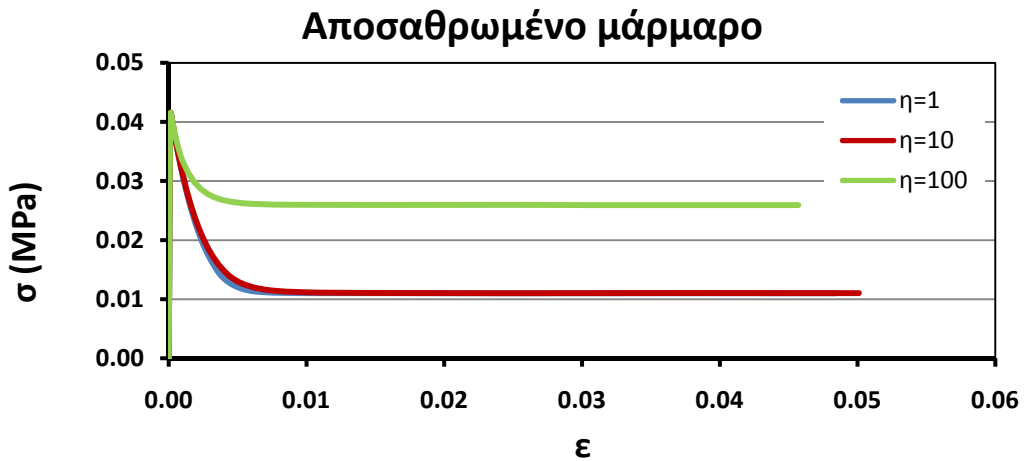
Σχήμα 5.4 Τασικές οδεύσεις p - q σε αποσαθρωμένο μάρμαρο για σταθερή τιμή της παραμέτρου αποδόμησης $\zeta=20$ και διάφορες τιμές της παραμέτρου η .



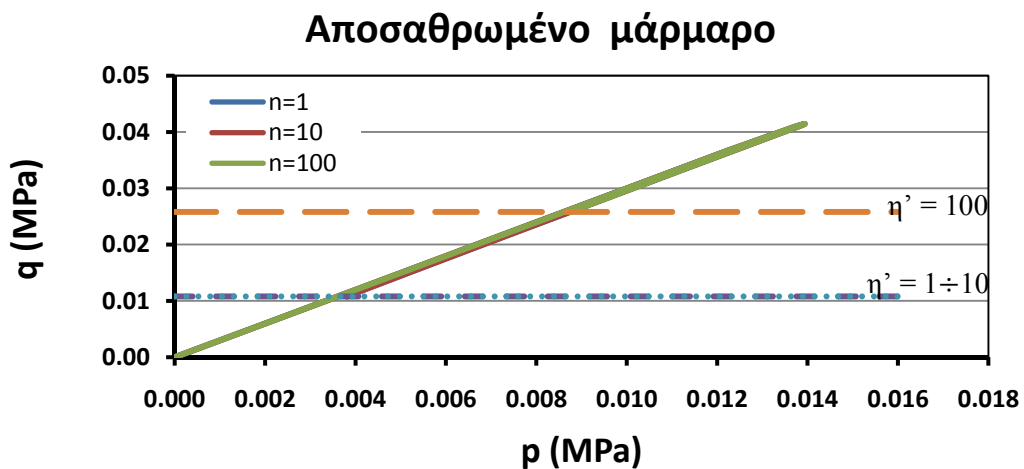
Σχήμα 5.5 Διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων σε αποσαθρωμένο μάρμαρο για σταθερή τιμή της παραμέτρου αποδόμησης $\zeta=50$ και διάφορες τιμές της παραμέτρου η .



Σχήμα 5.6 Τασικές οδεύσεις p - q σε αποσαθρωμένο μάρμαρο για σταθερή τιμή της παραμέτρου αποδόμησης $\zeta=50$ και διάφορες τιμές της παραμέτρου η .



Σχήμα 5.7 Διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων σε αποσαθρωμένο μάρμαρο για σταθερή τιμή της παραμέτρου αποδόμησης $\zeta=100$ και διάφορες τιμές της παραμέτρου η .



Σχήμα 5.8 Τασικές οδεύσεις p - q σε αποσαθρωμένο μάρμαρο για σταθερή τιμή της παραμέτρου αποδόμησης $\zeta=100$ και διάφορες τιμές της παραμέτρου η .

Η τελική τιμή της παραμένουσας αντοχής εξαρτάται άμεσα από την τιμή των m_b και s όταν οι επαυξητικοί όροι dm_b, ds τείνουν να λάβουν τιμές πλησίον του μηδενός. Οι όροι αυτοί τείνουν να μηδενίζονται για τις ακόλουθες περιπτώσεις:

1. Όταν $d\varepsilon_q^p = 0$
2. Όταν $\zeta = 0$
3. Όταν $m_b = m_{b,res}$.
4. Όταν $\eta_q^p \cdot \varepsilon_q^p \rightarrow \infty$

Η βραχόμαζα κατά την αστοχία έχει συσσωρεύσει πλαστικές παραμορφώσεις, συνεπώς $\varepsilon_q^p \neq 0$. Επιπλέον, η παράμετρος αποδόμησης ζ λαμβάνει θετικές τιμές επομένως ο μηδενισμός του dm_b ή ds κατά αναλογία οφείλεται είτε στην επίτευξη της παραμένουσας τιμής των παραμέτρων κράτυνσης είτε σε καταστάσεις όπου επέρχεται ο κορεσμός του εκθετικού όρου λόγω $\eta_q^p \cdot \varepsilon_q^p \rightarrow \infty$.

Παρατηρείται ότι η αύξηση της τιμής της παραμέτρου αποδόμησης η στα σχήματα 5.3 και 5.4 (αποσαθρωμένο μάρμαρο με $\zeta = 20$) έχει ως άμεση συνέπεια την αύξηση της παραμένουσας αντοχής. Αυτό υφίσταται επειδή όταν η σταθερά η λαμβάνει υψηλές τιμές, αυτομάτως αυξάνεται το γινόμενο $\eta_p^q \cdot \varepsilon_p^q$ και συνεπώς επέρχεται ο κορεσμός του εκθετικού όρου όπως αυτός διατυπώθηκε στις εξισώσεις (4.9) και (4.10).

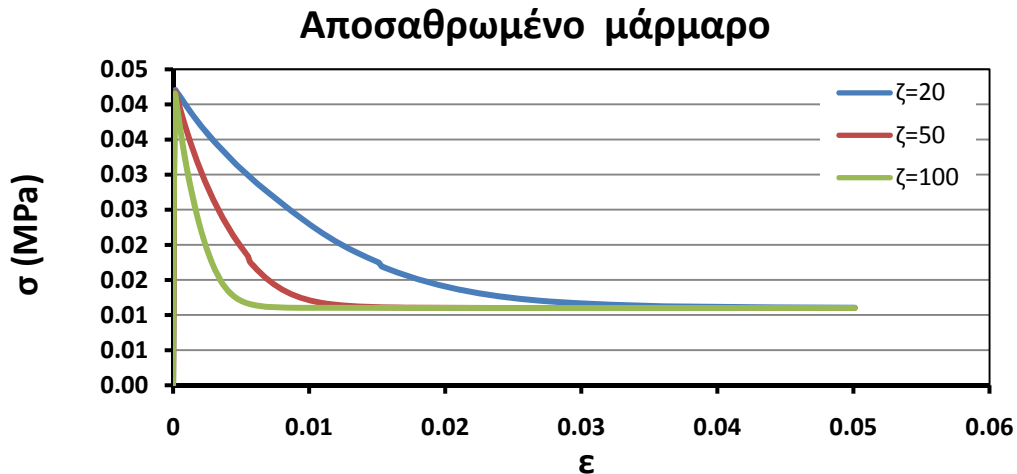
Αντιστρόφως, όταν η σταθερά η λαμβάνει "σχετικά" μικρές τιμές, ο μηδενισμός του όρου dm_b πραγματοποιείται λόγω της επίτευξης της παραμένουσας τιμής της παραμέτρου κράτυνσης. Η σταδιακή επίτευξη της παραμένουσας τιμής αυτής αποτυπώνεται στην τιμή της παραμόρφωσης ε για την οποία επιτυγχάνεται η σύγκλιση.

Παρόμοια συμπεράσματα εξάγονται από την μελέτη των σχημάτων 5.5-5.6 και 5.7-5.8. Για τιμές της παραμέτρου ζ ίσες με 50 και 100 αντίστοιχα τα διαγράμματα τείνουν να ακολουθούν την ίδια μορφή. Η μοναδική ίσως απόκλιση συνίσταται στην "ταχύτητα" σύγκλισης στην παραμένουσα τιμή των παραμέτρων κράτυνσης καθώς και στις αντίστοιχες τιμές των παραμορφώσεων.

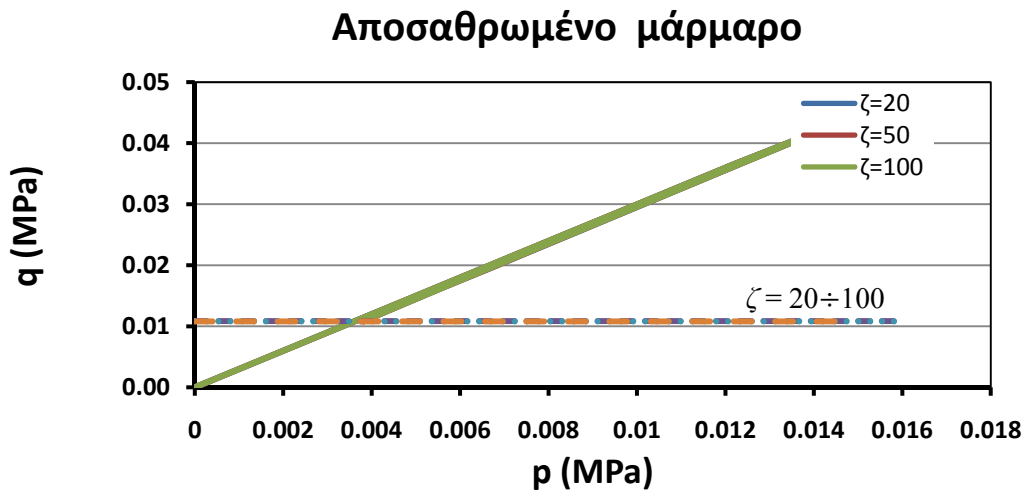
Η αύξηση της τιμής της παραμέτρου ζ επηρεάζει τον ρυθμό απομείωσης των παραμέτρων κράτυνσης. Ωστόσο, όταν η σταθερά η λαμβάνει μεγάλες τιμές ο μηδενισμός του προσαυξητικού όρου επέρχεται λόγω του κορεσμού που εκπορεύεται από την εκθετική μορφή που έχει επιλεγεί και η οποία κρίνεται ανεπιτυχής, από την στιγμή που η επίτευξη της παραμένουσας τιμής των παραμέτρων κράτυνσης εξαρτάται από την βαθμονόμηση των παραμέτρων αποδόμησης.

Όταν οι τιμές της σταθεράς η είναι "σχετικά" μικρές, η αύξηση της σταθεράς ζ οδηγεί σε μεγαλύτερη μείωση του όρου dm_b . Συνεπώς και ο όρος m_b μειώνεται και παίρνει την τελική τιμή του γρηγορότερα (δηλαδή για μικρότερες παραμορφώσεις).

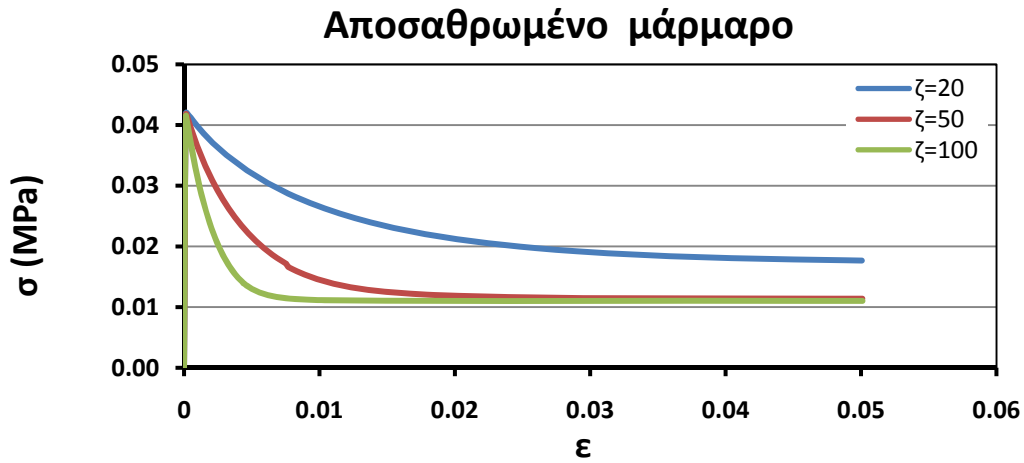
5.4.2 Η επιρροή της παραμέτρου αποδόμησης ζ



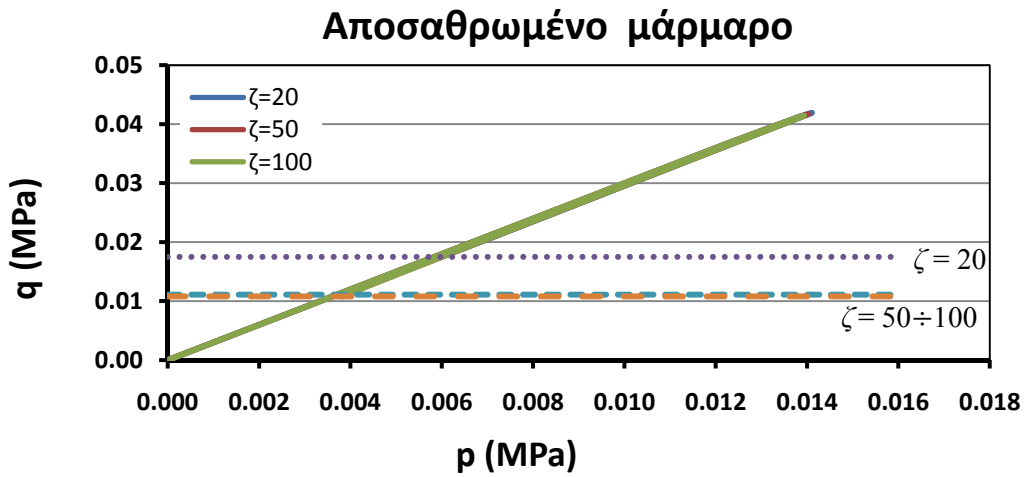
Σχήμα 5.9 Διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων σε αποσαθρωμένο μάρμαρο για σταθερή τιμή της παραμέτρου αποδόμησης $\eta=1$ και διάφορες τιμές της παραμέτρου ζ .



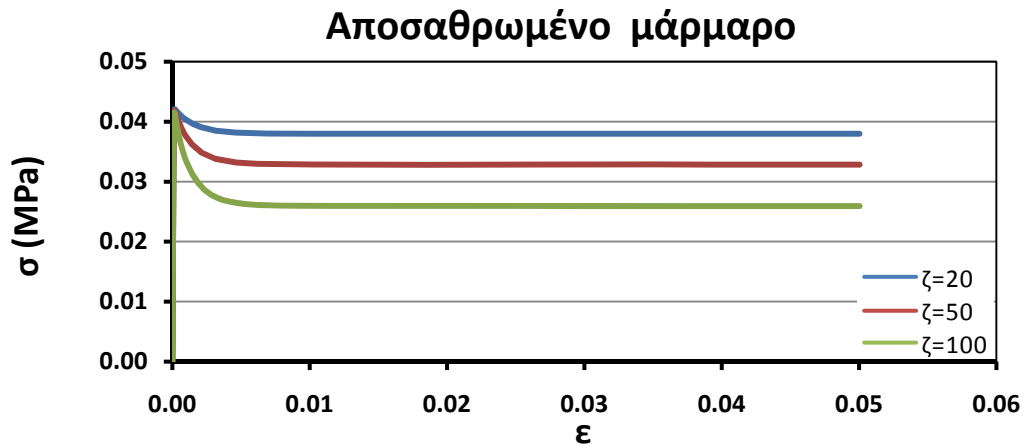
Σχήμα 5.10 Τασικές οδεύσεις p - q σε αποσαθρωμένο μάρμαρο για σταθερή τιμή της παραμέτρου αποδόμησης $\eta=1$ και διάφορες τιμές της παραμέτρου ζ .



Σχήμα 5.11 Διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων σε αποσαθρωμένο μάρμαρο για σταθερή τιμή της παραμέτρου αποδόμησης $\eta=10$ και διάφορες τιμές της παραμέτρου ζ .

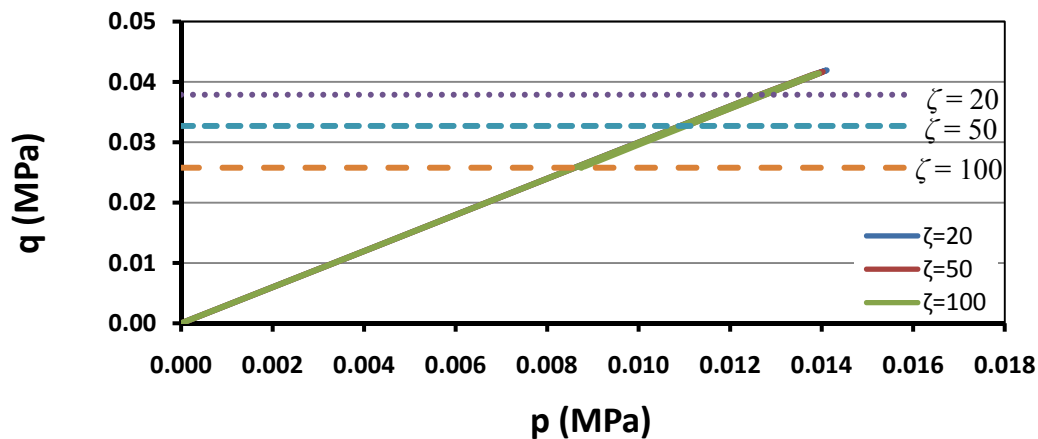


Σχήμα 5.12 Τασικές οδεύσεις p - q σε αποσαθρωμένο μάρμαρο για σταθερή τιμή της παραμέτρου αποδόμησης $\eta=10$ και διάφορες τιμές της παραμέτρου ζ .



Σχήμα 5.13 Διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων σε αποσαθρωμένο μάρμαρο για σταθερή τιμή της παραμέτρου αποδόμησης $\eta=100$ και διάφορες τιμές της παραμέτρου ζ .

Αποσαθρωμένο μάρμαρο



Σχήμα 5.14 Τασικές οδεύσεις p - q σε αποσαθρωμένο μάρμαρο για σταθερή τιμή της παραμέτρου αποδόμησης $\eta=100$ και διάφορες τιμές της παραμέτρου ζ .

Για τιμή της παραμέτρου αποδόμησης $\eta = 1$ (δηλαδή για την ελάχιστη δυνατή τιμή που εξετάστηκε) η παραμένουσα αντοχή ελαχιστοποιείται ανεξαρτήτως της τιμής της μεταβλητής ζ , όπως καθίσταται εμφανές από τα σχήματα 5.9 και 5.10. Αυτό συμβαίνει όπως υπογραμμίστηκε και στις προηγούμενη ενότητα, επειδή δεν επιτυγχάνεται κορεσμός του εκθετικού όρου και συνεπώς οι παράμετροι κράτυνσης συνεχίζουν να απομειώνονται μέχρι την επίτευξη της παραμένουσας τιμής τους. Η σταθερά αποδόμησης ζ επιταχύνει απλά την διαδικασία απομείωσης.

Παρόμοια συμπεράσματα εξάγονται και από τη μελέτη των σχημάτων 5.11 και 5.12. Ωστόσο, η καμπύλη για τιμή της παραμέτρου αποδόμησης $\zeta = 20$ φαίνεται να αποκλίνει από την παραμένουσα αντοχή στην οποία καταλήγουν οι υπόλοιπες καμπύλες για τιμή της παραμέτρου $\eta = 10$.

Όταν η μεταβλητή η λάβει την τιμή 100 παρατηρείται ότι η μεταβλητή ζ επηρεάζει με διαφορετικό τρόπο την μηχανική συμπεριφορά της βραχόμαζας. Η τιμή αυτή της παραμέτρου η προκαλεί τον μηδενισμό του εκθετικού όρου προτού επιτευχθεί η σύγκλιση των παραμέτρων κράτυνσης στις παραμένουσες τιμές αυτών. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα οι τελικές τιμές των m_b και s να είναι αρκετά υψηλότερες της οριακής-παραμένουσας. Μεγάλη τιμή της παραμέτρου ζ έχει ως αποτέλεσμα την μείωση της ταχύτητας απομείωσης των παραμέτρων κράτυνσης. Αυτό με τη σειρά του οδηγεί στον μηδενισμό των προσαυξητικών τιμών των παραμέτρων κράτυνσης για σαφώς μεγαλύτερες παραμορφώσεις.

Στον ακόλουθο πίνακα 5.2 καταγράφονται αναλυτικά οι μέγιστες και ελάχιστες τιμές της κύριας τάσης σ και του μέτρου διεκτροπικής τάσης q για κάθε μία αριθμητική ανάλυση που πραγματοποιήθηκε για την προσομοίωση της χαλάρωσης.

Πίνακας 5.2 Μέγιστες και ελάχιστες τιμές βασικών μεγεθών για κάθε συνδυασμό μεταβλητών ζ , η που μελετήθηκαν.

	σ_{\min} (KPa)	σ_{\max} (KPa)	q_{\min} (KPa)	q_{\max} (KPa)
$\zeta=20$ $\eta=1$	11.05	42.06	10.84	41.93
$\zeta=20$ $\eta=10$	17.68	42.06	17.52	41.93
$\zeta=20$ $\eta=100$	37.99	42.06	37.87	41.93
$\zeta=50$ $\eta=1$	11.00	41.82	10.80	41.70
$\zeta=50$ $\eta=10$	11.38	41.82	11.17	41.70
$\zeta=50$ $\eta=100$	32.84	41.82	32.71	41.70
$\zeta=100$ $\eta=1$	11.00	41.55	10.80	41.43
$\zeta=100$ $\eta=10$	11.01	41.55	10.80	41.43
$\zeta=100$ $\eta=100$	25.93	41.55	25.79	41.43

Παρακάτω προβαίνουμε σε κάποιες επιπλέον παρατηρήσεις που προέκυψαν από τη μελέτη των προηγούμενων διαγραμμάτων:

1. Για σταθερή τιμή του ζ οι μέγιστες τιμές της κύριας τάσης (σ_{\max}) και του μέτρου διεκτροπικής τάσης (q_{\max}) παραμένουν αμετάβλητες.
2. Για σταθερή τιμή του ζ , έχουμε: $\sigma_{\max} \approx q_{\max}$. Αυτό είναι αναμενόμενο καθώς ισχύει:

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 \Rightarrow$$

$$q = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$$

Επειδή η δοκιμή είναι ανεμπόδιστης θλίψης, $\sigma_{\min} = 0$.

3. Η κλίση της ευθείας στο διάγραμμα p - q τείνει να λάβει την τιμή 1:3:

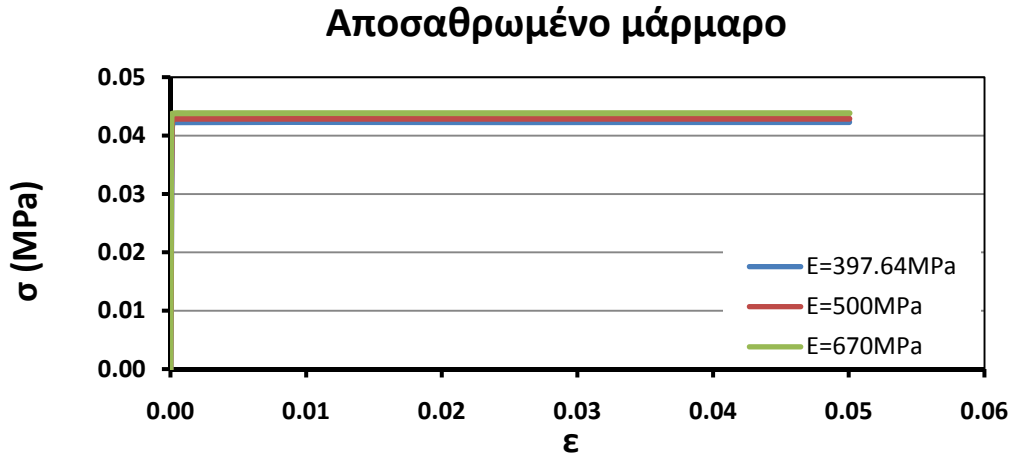
$$p = \frac{\sigma_1}{3}, q = \sigma_1, \tan(\omega) = \frac{dq}{dp}$$

$$\frac{dp}{dq} = \frac{\frac{1}{3} d\sigma_1}{d\sigma_1} = \frac{1}{3}$$

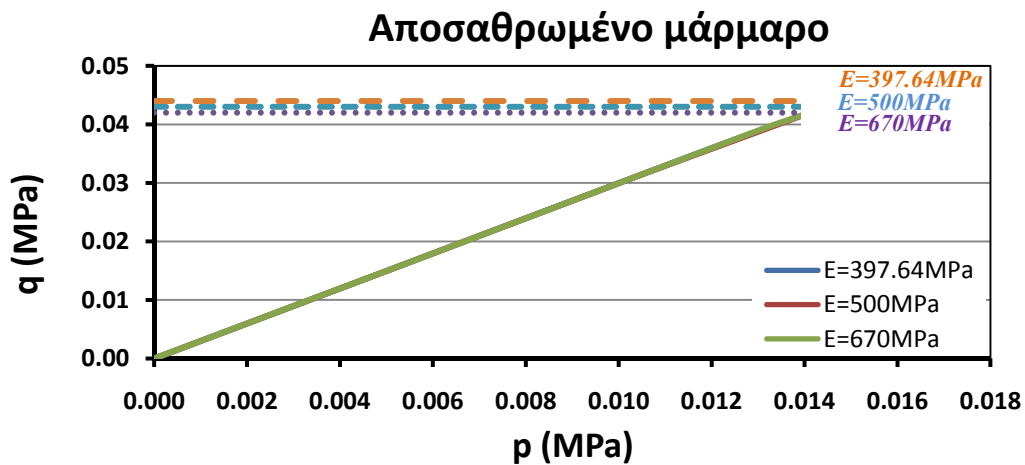
4. Ο ελαστικός κλάδος τόσο στα διαγράμματα σ - ε όσο και στα p - q είναι κοινός ανεξαρτήτως της τιμής των μεταβλητών ζ και η . Αυτό συμβαίνει επειδή όσο η βραχόμαζα βρίσκεται στην ελαστική περιοχή, $\varepsilon_q^p = 0$. Συνεπώς, $dm_b = 0$ και η τιμή του m_b δεν μεταβάλλεται.

5.4.3 Η επιρροή του μέτρου ελαστικότητας

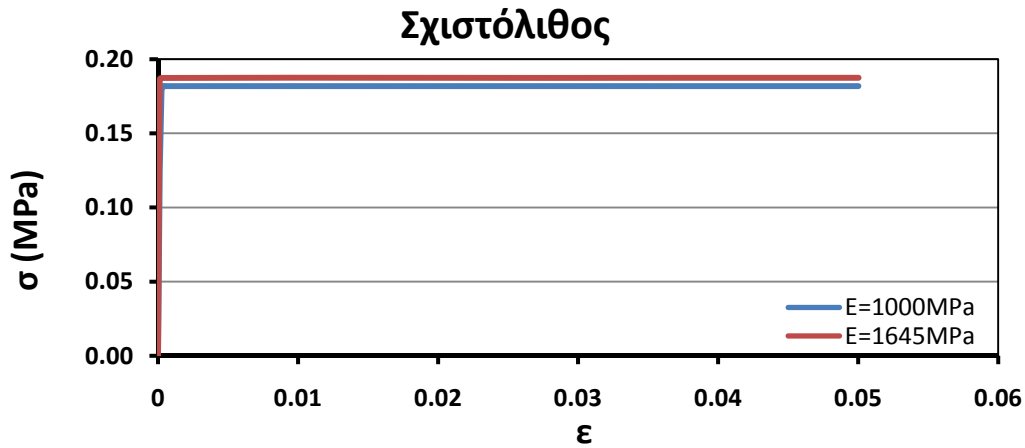
Τέλος, παρατίθενται ενδεικτικά διαγράμματα με σκοπό την αποσαφήνιση της επιρροής του μέτρου ελαστικότητας E στη συμπεριφορά της βραχόμαζας. Αρχικά παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των αριθμητικών αναλύσεων σε αποσαθρωμένο μάρμαρο και στη συνέχεια σε σχιστόλιθο.



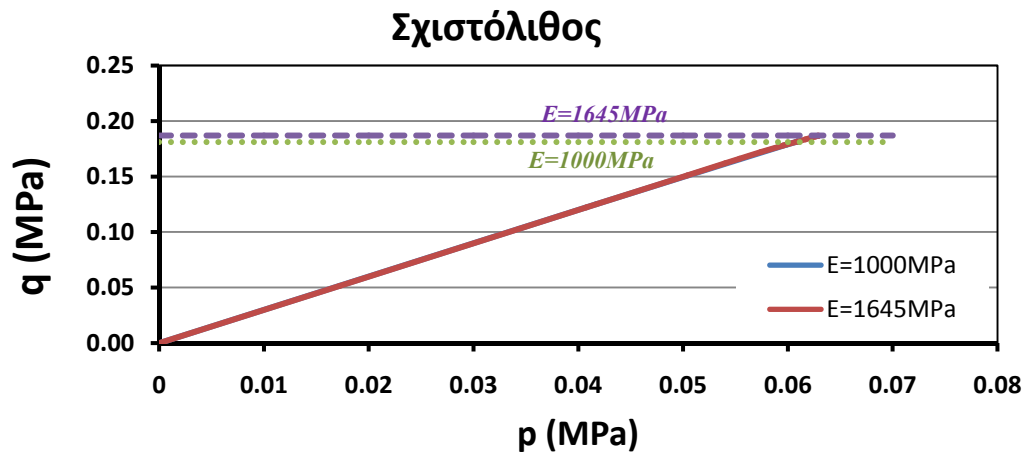
Σχήμα 5.15 Διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων σε αποσαθρωμένο μάρμαρο για διάφορες τιμές του μέτρου ελαστικότητας E , με θεώρηση ελαστικής-απολύτως μηχανικής συμπεριφοράς.



Σχήμα 5.16 Τασικές οδεύσεις p - q σε αποσαθρωμένο μάρμαρο για διάφορες τιμές του μέτρου ελαστικότητας E , με θεώρηση ελαστικής-απολύτως μηχανικής συμπεριφοράς.



Σχήμα 5.17 Διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων σε σχιστόλιθο για διάφορες τιμές του μέτρου ελαστικότητας E , με θεώρηση ελαστικής-απολύτως μηχανικής συμπεριφοράς.



Σχήμα 5.18 Τασικές οδεύσεις p - q σε σχιστόλιθο για διάφορες τιμές του μέτρου ελαστικότητας E , με θεώρηση ελαστικής-απολύτως μηχανικής συμπεριφοράς.

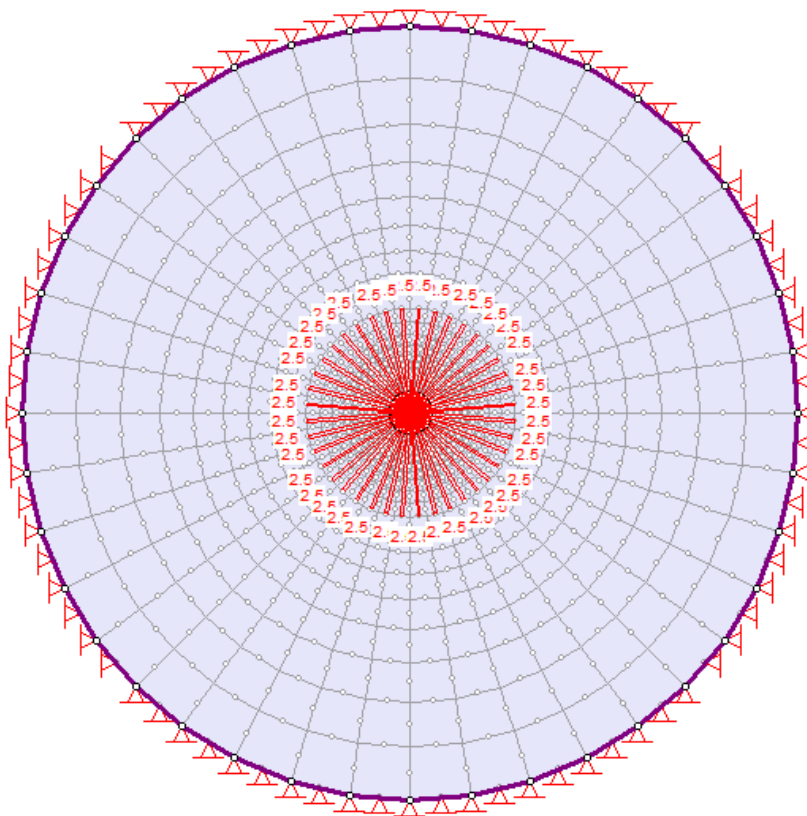
Από τα προηγούμενα διαγράμματα γίνεται αντιληπτό ότι το μέτρο ελαστικότητας E επηρεάζει σε ελάχιστο βαθμό τη μηχανική συμπεριφορά της βραχόμαζας. Η αστοχία λαμβάνει χώρα για παρόμοια τιμή κατακόρυφης τάσης σ σε κάθε μία βραχόμαζα ενώ και οι ελαστικοί κλάδοι των δύο υλικών ταυτίζονται.

Κεφάλαιο 6: Εφαρμογή του βελτιωμένου προσομοιώματος Hoek-Brown σε κυκλική σήραγγα

6.1 Περιγραφή του προβλήματος

Στόχος του παρόντος κεφαλαίου της διπλωματικής εργασίας είναι η εφαρμογή του βελτιωμένου καταστατικού προσομοιώματος Hoek-Brown στη μελέτη σηράγγων. Αρχικά μελετήθηκε η συμπεριφορά της βραχώμαζας γύρω από κυκλική σήραγγα, για πλήρη αποτόνωση των εσωτερικών πιέσεων, με χρήση των κωδίκων πεπερασμένων στοιχείων PHASE 2-D και ABAQUS 6.10.1. Στη συνέχεια έγινε σύγκριση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από τις αναλύσεις με τους δύο παραπάνω κώδικες. Τέλος, διερευνήθηκε η επιρροή των μεταβλητών ζ και η στη συμπεριφορά της βραχώμαζας.

Η παραπάνω διερεύνηση πραγματοποιείται με θεώρηση απειρομήκους σήραγγας, με συνέπεια το μηχανικό πρόβλημα να χαρακτηρίζεται ως διδιάστατο επίπεδης παραμόρφωσης. Κατά τον άξονα Z (άξονας της σήραγγας) δεν επιτρέπεται η ανάπτυξη παραμορφώσεων, όμως, όπως είναι αναμενόμενο, λόγω της παρεμπόδισης αυτής αναπτύσσονται τάσεις.



Σχήμα 6.1 Ο κάρναβος του προσομοιώματος, στον κώδικα πεπερασμένων στοιχείων PHASE 2D και η αρχική τιμή της ισοδύναμης εσωτερικής πίεσης στην άντρυγα της σήραγγας, η οποία αντιστοιχεί στις γεωστατικές τάσεις.

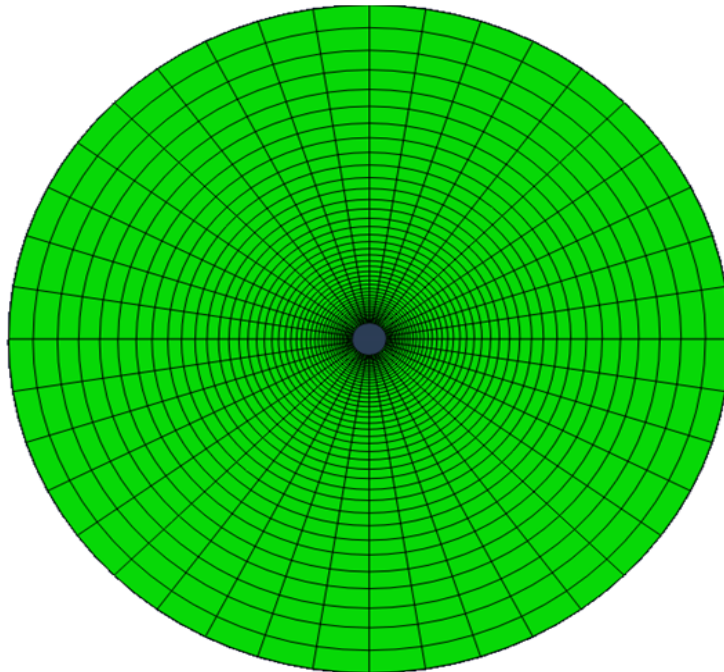
6.2 Περιγραφή των αναλύσεων

Στην ενότητα αυτή περιγράφονται τα γεωμετρικά και μηχανικά χαρακτηριστικά του προβλήματος το οποίο προσομοιώθηκε στους κώδικες ABAQUS και PHASE.

6.2.1 Τα προσομοιώματα σε ABAQUS και PHASE.

Στα δημιουργηθέντα προσομοιώματα η σήραγγα αντιπροσωπεύεται από μία κυκλική οπή διαμέτρου 2m, ενώ η συνολική διάμετρος του επίσης κυκλικού προσομοιώματος είναι 21 φορές μεγαλύτερη ίση με 42m, έτσι ώστε να εξασφαλιστεί ότι δεν θα υπάρξει επιρροή από τα όρια του καννάβου στα αποτελέσματα, ακόμα και για πολύ κακής ποιότητας βραχόμαζες όπου αναμένεται ανάπτυξη μεγάλης πλαστικής ζώνης

Ο κάνναβος που χρησιμοποιήθηκε στο PHASE 2-D (σχήμα 6.1) δημιουργήθηκε απευθείας σε αυτό ενώ ο κάνναβος που χρησιμοποιήθηκε στο ABAQUS 6.10.1 (σχήμα 6.2) σχεδιάστηκε με τη βοήθεια του λογισμικού ANSYS v.13.0. Έγινε χρήση διδιάστατων, οκτακομβικών πεπερασμένων στοιχείων, μεταβαλλόμενων διαστάσεων, καθώς επιλέχθηκε η δημιουργία καννάβου με προοδευτική αραιώση προς τα άκρα του μοντέλου για λόγους οικονομικότητας των αναλύσεων.



Σχήμα 6.2 Ο κάνναβος τους προσομοιώματος στον κώδικα πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS 6.10.1

Σε ότι αφορά τις αρχικές συνοριακές συνθήκες, και στα δύο προσομοιώματα στους κόμβους της εξωτερικής περιμέτρου εισήχθησαν αρθρώσεις με σκοπό την παρεμπόδιση των ακτινικών και εφαπτομενικών μετατοπίσεων, ενώ στην άντυγα της σήραγγας επιβάλλεται ακτινική ορθή τάση ίση με το εκάστοτε αρχικό τασικό πεδίο.

6.2.2 Μηχανικά χαρακτηριστικά βραχώμαζας και αρχικό τασικό πεδίο

Μελετήθηκαν δύο κατηγορίες βραχώμαζας χαμηλών ποιοτικών χαρακτηριστικών. Τα χαρακτηριστικά τους (GSI , m_i , σ_{ci} και D) περιγράφονται στην ενότητα 5.2.2 και δίνονται στον πίνακα 5.1 ο οποίος για λόγους καλύτερης εποπτείας επαναλαμβάνεται και στη παρούσα ενότητα ως πίνακας 6.1

Πίνακας 6.1 Βραχώμαζες που μελετήθηκαν και τιμές βασικών χαρακτηριστικών τους

Τύποι θεωρούμενης βραχώμαζας	GSI	m_i	σ_{ci} (Mpa)
Αποσαθρωμένο μάρμαρο	20	10	5
Σχιστόλιθος	30	13	10

Οι τιμές των m_b , s , a και E ήταν όμοιες με αυτές που αναφέρθηκαν στην ενότητα 5.2.3. Σε ότι αφορά τις παραμένουσες τιμές των μεταβλητών $m_{b,res}$ και s_{res} αυτές έλαβαν τις τιμές 0.30 και μηδέν (0) αντίστοιχα.

Η παράμετρος η έλαβε την σταθερή τιμή 100 ενώ η παράμετρος ζ έλαβε τις τιμές:

- 20,
- 50, και
- 100

Το αρχικό τασικό πεδίο το οποίο δόθηκε στον θεωρούμενο ημίχωρο του προσομοιώματος έλαβε δύο διαφορετικές τιμές. Στις αναλύσεις που η βραχώμαζα είχε τα χαρακτηριστικά αποσαθρωμένου μαρμάρου ελήφθη ισότροπο τασικό πεδίο ($K_0=1.0$) ίσο με $2.5MPa$, ενώ στις αναλύσεις που αφορούν τον αργιλικό σχιστόλιθο ίσο με $5.0MPa$.

6.3 Διαδικασία αναλύσεων

Όλες οι αναλύσεις τόσο με τον κώδικα ABAQUS όσο και με το PHASE περιελάμβαναν δύο βήματα επίλυσης :

- Γεωστατικό βήμα: επιβολή αρχικού τασικού πεδίου, (σταθερή ισότροπη τάση P_0) τόσο στα άκρα του προσομοιώματος όσο και στην άντρυγα της σήραγγας και εν συνεχεία επίλυση του μηχανικού προβλήματος με σκοπό την εξισορρόπηση των εξωτερικών δυνάμεων με τις εσωτερικές τάσεις (body forces) των στοιχείων στερεού.
- Βήμα εκσκαφής: μηδενισμός της ισοδύναμης εσωτερικής πίεσης P_0 στην άντρυγα της σήραγγας που αντιστοιχεί σε πλήρη αποτόνωση ανυποστήρικτης διατομής. Στο σημείο αυτό πρέπει να σημειωθεί ότι λόγω τις μη-γραμμικότητας της ανάλυσης (λόγω μη γραμμικότητας του υλικού) παρότι η πλήρης αποτόνωση δόθηκε ως ένα βήμα, η απομείωση της εσωτερικής πίεσης γίνεται τμηματικά σε υποβήματα κάτι το οποίο επιτρέπει τον υπολογισμό της καμπύλης σύγκλισης -

αποτόνωσης σε όλο το εύρος τιμών της ισοδύναμης εσωτερικής πίεσης P_i από $P_i = P_0$ έως και $P_i = 0$.

6.4 Αποτελέσματα αναλύσεων

Τα αποτελέσματα των αναλύσεων τα οποία παρουσιάζονται στην παρούσα παράγραφο αφορούν στα παρακάτω μεγέθη:

ακτινική μετατόπιση στην άντρυγα της σήραγγας, U_r ,
μέση (p) και διεκτροπική (q) τάση στην άντρυγα της σήραγγας.
ακτινική και εφαπτομενική (εντός και εκτός επιπέδου) τάση κατά μήκος μίας ακτίνας της σήραγγας κατά την πλήρη αποτόνωση.

Λόγω του ότι η το "στήσιμο" των προσομοιωμάτων έχει γίνει σε επίπεδο καρτεσιανών και όχι πολικών συντεταγμένων για τον απευθείας προσδιορισμό των ακτινικών και εφαπτομενικών τάσεων χρησιμοποιούνται οι κύριες τάσεις οι οποίες λόγω της γεωμετρικής και φορτιστικής συμμετρίας του μοντέλου είναι πλήρως ισοδύναμες. Πιο συγκεκριμένα η ακτινική τάση αντιστοιχεί στην μέγιστη κύρια σ_1 , η εντός του επιπέδου εφαπτομενική τάση στην ελάχιστη κύρια τάση σ_3 , και η εκτός του επιπέδου εφαπτομενική τάση στην ενδιάμεση κύρια τάση σ_2 . Στην συνέχεια της εργασίας στα διαγράμματα που παρουσιάζονται συμβολίζονται ως σ_1 , σ_3 και σ_z αντίστοιχα.

6.4.1 Σύγκριση των δύο κωδίκων (ABAQUS και PHASE)

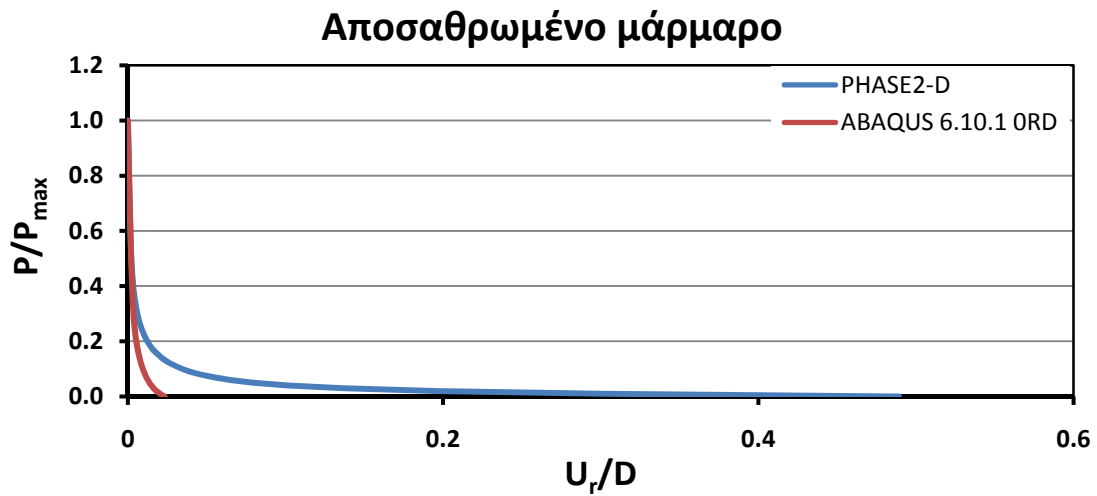
Στην παράγραφο αυτή συγκρίνονται αντίστοιχα αποτελέσματα από τους κώδικες PHASE και ABAQUS, με σκοπό να ελεγχτεί το κατά πόσον τα αποτελέσματα τα οποία προκύπτουν με το ενσωματωμένο στο PHASE καταστατικό προσομοίωμα Hoek - Brown είναι ταυτόσημα με το νέο καταστατικό προσομοίωμα το οποίο ενσωματώθηκε στο ABAQUS.

Στο σημείο αυτό πρέπει να αναφερθεί ότι στο καταστατικό προσομοίωμα Hoek - Brown του PHASE δίνεται η δυνατότητα κράτυνσης. Ωστόσο, επειδή έχει επιλεγεί διαφορετικός τρόπος απομείωσης των παραμέτρων κράτυνσης η σύγκριση με το νέο καταστατικό προσομοίωμα (ABAQUS) θα πραγματοποιηθεί μόνο για ελαστική-απολύτως πλαστική μηχανική συμπεριφορά εδαφικού στοιχείου, λαμβάνοντας μηδενική την τιμή της παραμέτρου αποδόμησης ζ .

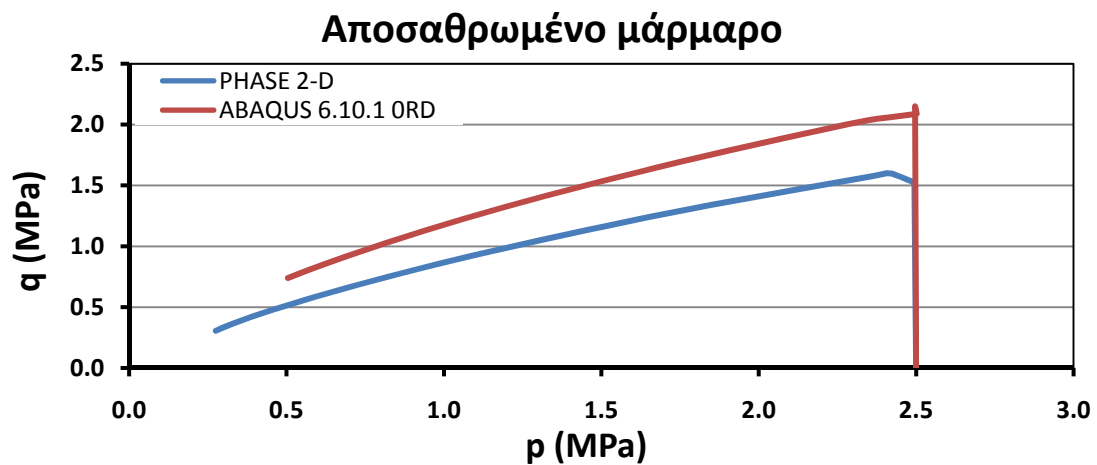
Η σύγκριση γίνεται σε όρους διαγραμμάτων:

- σύγκλισης- αποτόνωσης (Σχήματα 6.3 και 6.6)
- τασικών οδεύσεων p - q στην άντρυγα της σήραγγας (Σχήματα 6.4 και 6.7)
- μεταβολής των κύριων τάσεων κατά μήκος της ακτίνας της σήραγγας στην ανυποστήρικτη διατομή (Σχήματα 6.5 και 6.8)

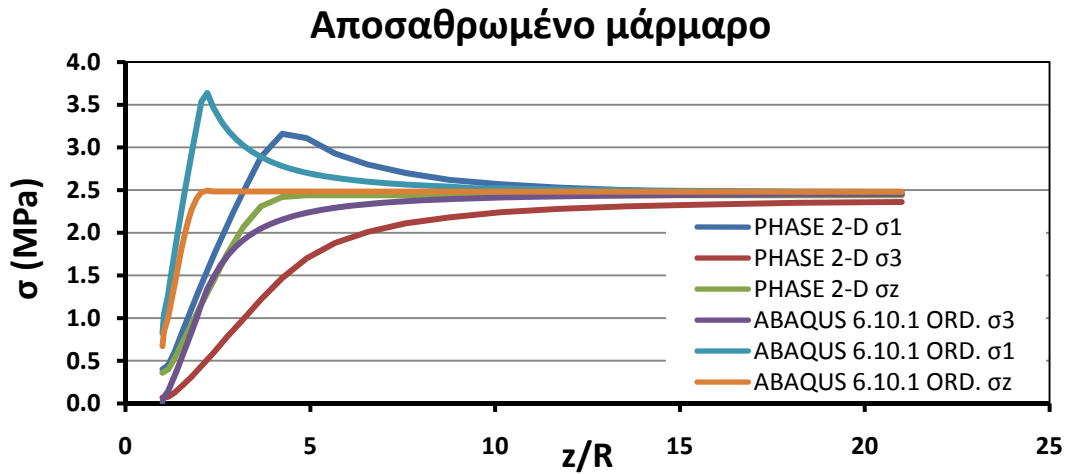
Στις επόμενες σελίδες παρατίθενται τα διαγράμματα για τις δύο κατηγορίες βραχόμαζας που αναλύθηκαν, του αποσαθρωμένου μαρμάρου (Σχήματα 6.3 έως 6.5) και του αργιλικού σχιστολίθου (Σχήματα 6.6 έως 6.8).



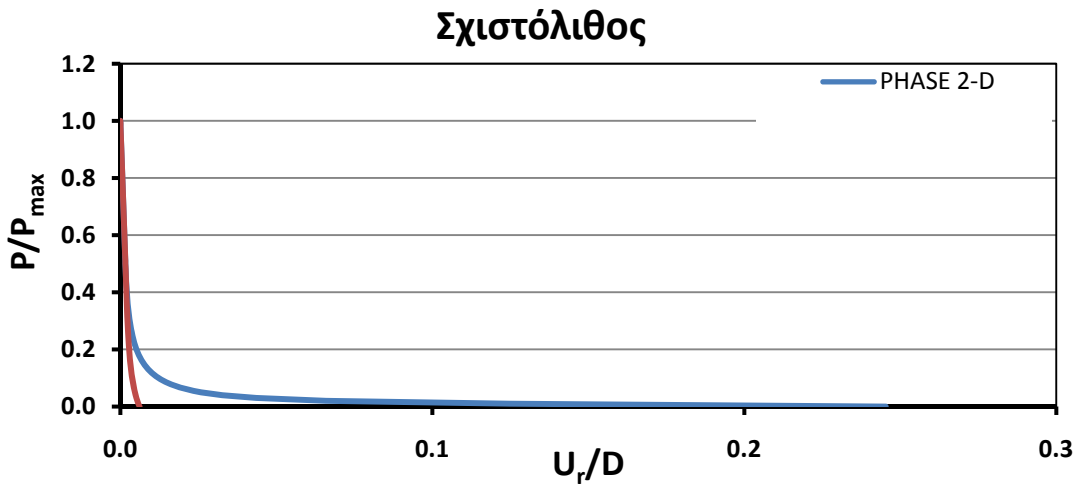
Σχήμα 6.3 Διάγραμμα αδιαστατοποιημένης σύγκλισης-αποτόνωσης για το αποσαθρωμένο μάρμαρο.



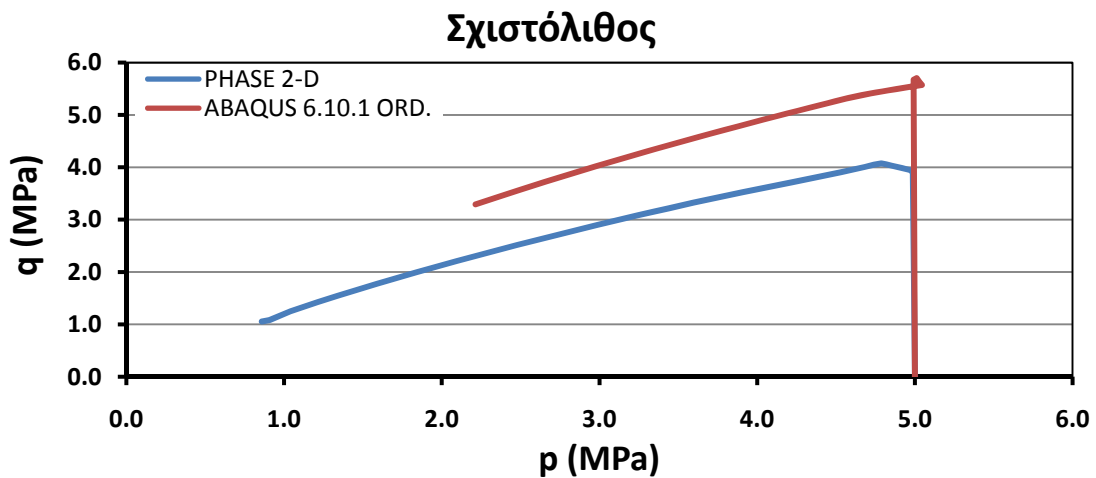
Σχήμα 6.4 Τασική όδευση $p - q$ στην άντληση της σήραγγας για το αποσαθρωμένο μάρμαρο.



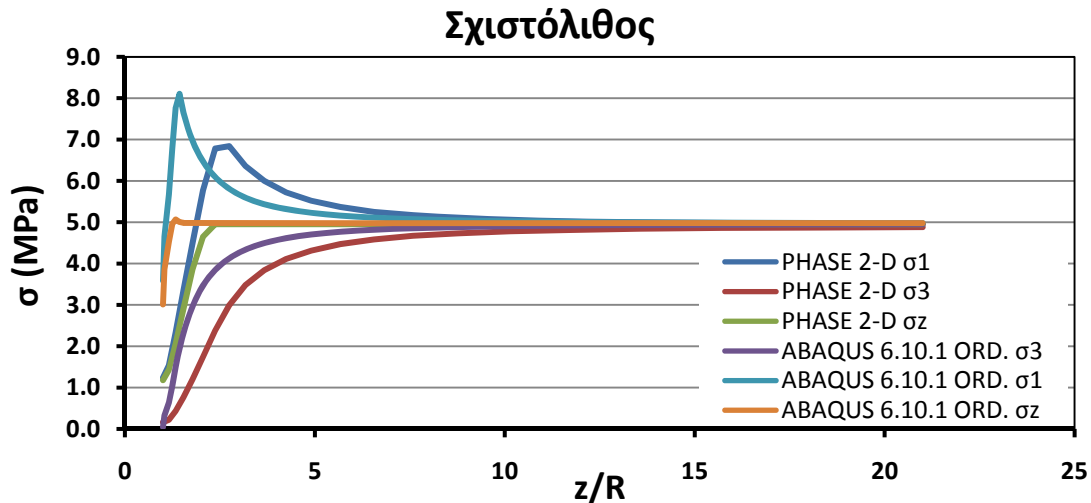
Σχήμα 6.5 Διάγραμμα κύριων τάσεων-αδιαστατοποιημένης απόστασης από το κέντρο της σήραγγας για το αποσαθρωμένο μάρμαρο.



Σχήμα 6.6 Διάγραμμα αδιαστατοποιημένης σύγκλισης-αποτόνωσης για το σχιστόλιθο.



Σχήμα 6.7 Τασική όδευση $p - q$ στην άντρυγα της σήραγγας για το σχιστόλιθο.



Σχήμα 6.8 Διάγραμμα κύριων τάσεων-αδιαστατοποιημένης απόστασης από το κέντρο της σήραγγας για το σχιστόλιθο.

Όπως προκύπτει από τα παραπάνω διαγράμματα τα αποτελέσματα των αναλύσεων με τη χρήση του προγράμματος PHASE 2-D διαφέρουν σημαντικά σε σχέση με τα αντίστοιχα του προγράμματος ABAQUS 6.10.1. Από τις συγκρίσεις μπορεί να διατυπώσει κανείς τα παρακάτω σχόλια:

- Από τα σχήματα 6.3 και 6.6 προκύπτει ότι το PHASE 2-D υπολογίζει πολύ μεγαλύτερες συγκλίσεις σε σχέση με το ABAQUS 6.10.1, για πλήρη αποτόνωση των εσωτερικών πιέσεων. Ακόμα διακρίνεται ότι η βραχόμαζα αρχίζει να πλαστικοποιείται για μικρότερη τιμή του λόγου $\frac{P}{P_{max}}$, δηλαδή σε μικρότερα επίπεδα αποτόνωσης.
- Το ίδιο συμπέρασμα προκύπτει και από τη μελέτη των σχημάτων 6.4 και 6.7. Η βραχόμαζα, σύμφωνα με το PHASE 2-D, εισέρχεται στην πλαστική περιοχή για μικρότερη τιμή του μέτρου διεκτροπικής τάσης.
- Από τα σχήματα 6.5 και 6.8 είναι φανερό ότι οι κύριες τάσεις, τόσο κατά το PHASE 2-D όσο και κατά το ABAQUS 6.10.1, έχουν την ίδια μορφή. Όμως, οι πρώτες είναι μετατοπισμένες προς τα δεξιά και προς τα κάτω.
- Από τα ίδια σχήματα παρατηρείται ότι οι κύριες τάσεις τείνουν να πάρουν την τιμή P σε απόσταση $z = 15R$ από το κέντρο της σήραγγας. Συνεπώς, ο αρχικός μας κάρναβος έχει επαρκές μέγεθος καθώς τα σύνορα του δεν επηρεάζουν τη μορφή των τάσεων.

Από τις παραπάνω επισημάνσεις είναι ξεκάθαρο ότι ένα από τα δύο λογισμικά πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιήθηκαν εισάγουν σημαντικό σφάλμα στα αποτελέσματα των αναλύσεων. Κατόπιν διερεύνησης το σφάλμα εντοπίστηκε στην συνάρτηση διαρροής την οποία θεωρεί κατά την κατάστρωση των καταστατικών εξισώσεων το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων PHASE.

Η μαθηματική διατύπωση του κριτηρίου διαρροής Hoek-Brown όπως αυτό διατυπώνεται στο πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων PHASE δύναται να περιγραφεί από την κατωτέρω σχέση:

$$f = m_b \cdot \sigma_{ci}^{\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)} \cdot \left[\sqrt{J_2} \cdot \left(\cos \theta + \frac{\sin \theta}{\sqrt{3}} \right) - \frac{I_1}{3} \right] - s \cdot \sigma_{ci}^{\left(\frac{1}{\alpha}\right)} + \left(2 \cdot \sqrt{J_2} \cdot \cos \theta \right)^{\left(\frac{1}{\alpha}\right)} \quad (6.1)$$

Η άνωθεν σχέση έχει προκύψει από την γενίκευση του κριτηρίου Hoek-Brown στον εξαεδρικό χώρο των τάσεων και συνεπώς σε τριαξονικές συνθήκες θα πρέπει να εκφυλιστεί στην καταστατική σχέση από την οποία προήλθε:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \cdot \left(\frac{m_b}{\sigma_{ci}} \cdot \sigma_3 + s \right)^\alpha \quad (6.2)$$

Στον τριαξονικό χώρο των τάσεων θα πρέπει να ισχύουν τα κάτωθι:

$$\theta = \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin \theta = \frac{1}{2} \\ \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$I_1 = (\sigma_1 + 2 \cdot \sigma_3) \quad (6.3)$$

$$J_2 = \frac{1}{3}(\sigma_1 - \sigma_3)^2 \Leftrightarrow \sqrt{J_2} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\sigma_1 - \sigma_3)$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές στους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Lode θ καθώς και τις αμετάβλητες των τάσεων I_1 και J_2 στο κριτήριο διαρροής (6.1) προκύπτει:

$$f = -\frac{1}{3}(\sigma_1 + 2 \cdot \sigma_3) \cdot m_b \cdot \sigma_{ci}^{\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)} - s \cdot \sigma_{ci}^{\left(\frac{1}{\alpha}\right)} + \left[2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}(\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right]^{\left(\frac{1}{\alpha}\right)} +$$

$$m_b \cdot \sigma_{ci}^{\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}(\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2\sqrt{3}} \right) \Rightarrow \quad (6.4)$$

$$f = -\frac{1}{3}(\sigma_1 + 2 \cdot \sigma_3) \cdot m_b \cdot \sigma_{ci}^{\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)} - s \cdot \sigma_{ci}^{\left(\frac{1}{\alpha}\right)} + (\sigma_1 - \sigma_3)^{\left(\frac{1}{\alpha}\right)} + \frac{2}{3} m_b \cdot \sigma_{ci}^{\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)} \cdot (\sigma_1 - \sigma_3) \Rightarrow$$

$$f = -\frac{1}{3}(4 \cdot \sigma_3 - \sigma_1) \cdot m_b \cdot \sigma_{ci}^{\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)} - s \cdot \sigma_{ci}^{\left(\frac{1}{\alpha}\right)} + (\sigma_1 - \sigma_3)^{\left(\frac{1}{\alpha}\right)}$$

Συνεπώς, η άνωθεν έκφραση δεν καταλήγει σε σωστή έκφραση στο τριαξονικό επίπεδο όμοια με εκείνη της εξίσωσης (6.2). Ο λόγος συνίσταται στο γεγονός ότι θεωρείται μικρότερη ελαστική περιοχή:

$$f = 0 \Rightarrow -\frac{1}{3}(4 \cdot \sigma_3 - \sigma_1) \cdot m_b \cdot \sigma_{ci}^{\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)} - s \cdot \sigma_{ci}^{\left(\frac{1}{\alpha}\right)} + (\sigma_1 - \sigma_3)^{\left(\frac{1}{\alpha}\right)} = 0 \Rightarrow$$

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \cdot \left[\frac{1}{3}(4 \cdot \sigma_3 - \sigma_1) \cdot \frac{m_b}{\sigma_{ci}} + s \right]^\alpha \neq \sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \cdot \left(\frac{m_b}{\sigma_{ci}} \cdot \sigma_3 + s \right)^\alpha \quad (6.5)$$

Εάν ωστόσο προβούμε σε μια άλλη θεώρηση του κριτηρίου διαρροής:

$$f = m_b \cdot \sigma_{ci}^{\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)} \cdot \left[\frac{1}{2} \sqrt{J_2} \cdot \left(\cos \theta + \frac{\sin \theta}{\sqrt{3}} \right) - \frac{I_1}{3} \right] - s \cdot \sigma_{ci}^{\left(\frac{1}{\alpha}\right)} + \left(2 \cdot \sqrt{J_2} \cdot \cos \theta \right)^{\left(\frac{1}{\alpha}\right)} \quad (6.6)$$

Τότε με χρήση των τριγωνομετρικών αριθμών της γωνίας Lode θ καθώς και τις αμετάβλητες των τάσεων I_1 και J_2 προκύπτει:

$$f = -\sigma_3 \cdot m_b \cdot \sigma_{ci}^{\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)} - s \cdot \sigma_{ci}^{\left(\frac{1}{\alpha}\right)} + (\sigma_1 - \sigma_3)^{\left(\frac{1}{\alpha}\right)} \quad (6.7)$$

και για εντατικές καταστάσεις επί της επιφάνειας διαρροής:

$$f = 0 \Rightarrow -\sigma_3 \cdot m_b \cdot \sigma_{ci}^{\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)} - s \cdot \sigma_{ci}^{\left(\frac{1}{\alpha}\right)} + (\sigma_1 - \sigma_3)^{\left(\frac{1}{\alpha}\right)} = 0 \Rightarrow$$

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \cdot \left(\frac{m_b}{\sigma_{ci}} \cdot \sigma_3 + s \right)^\alpha \quad (6.8)$$

Συνεπώς για να προσεγγίσουμε τα αποτελέσματα του PHASE² και να επαληθεύσουμε ότι η θεώρηση της συνάρτησης διαρροής όντως περιγράφεται από την συνάρτηση (6.1) επιβάλλεται να αναθεωρήσουμε τη θεωρούμενη συνάρτηση διαρροής κατά τον ακόλουθο τρόπο:

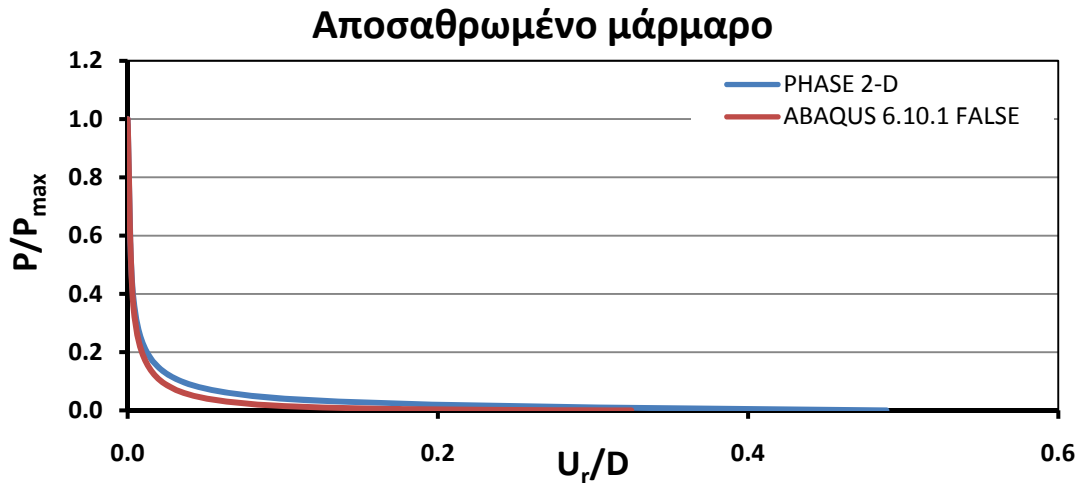
$$f = \left[\sqrt{\frac{3}{2} \left(\frac{1}{\sigma_{ci}^2} \mathbf{s} : \mathbf{s} \right)} \right]^{\left(\frac{1}{\alpha}\right)} - \left\{ \left[\frac{m_b}{\sigma_{ci}} \cdot \sigma - \frac{2}{3} m_b \cdot \sqrt{\frac{3}{2} \left(\frac{1}{\sigma_{ci}^2} \mathbf{s} : \mathbf{s} \right)} \right] + s \right\} \quad (6.9)$$

Με την άνωθεν θεώρηση, κατά αναλογία της συνάρτησης διαρροής (4.4), προκύπτουν παρόμοια αποτελέσματα με εκείνα που προβλέπει το γενικευμένο κριτήριο Hoek-Brown όπως ακριβώς έχει προγραμματιστεί στον κώδικα πεπερασμένων στοιχείων PHASE. Οι επόμενες συγκρίσεις που σημειώνονται με τον όρο "FALSE" θα αναφέρονται στην άνωθεν "λανθασμένη" θεώρηση του κριτηρίου αστοχίας.

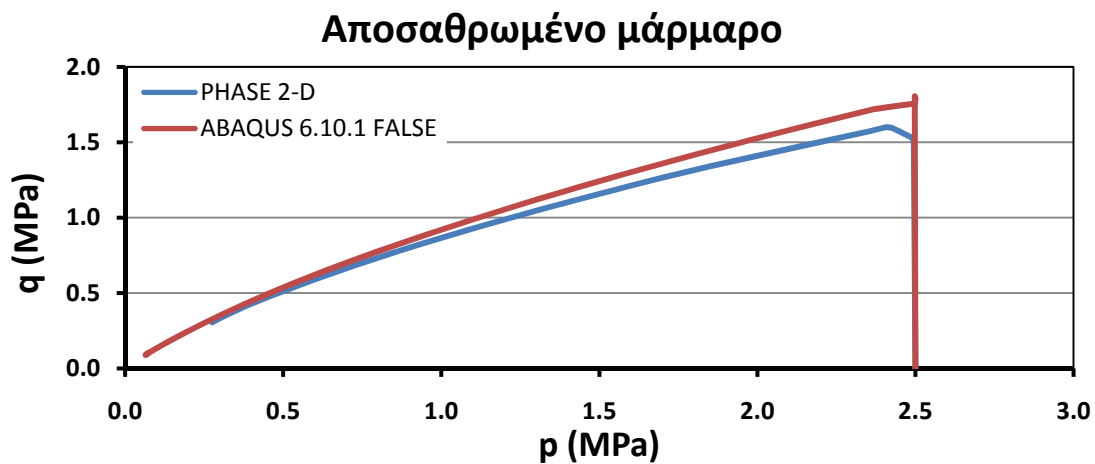
Στις επόμενες σελίδες παρατίθενται τα διαγράμματα από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από την επίλυση του προβλήματος με:

1. τον κώδικα πεπερασμένων στοιχείων PHASE 2-D και
2. την εισαγωγή ενός δεύτερου τροποποιημένου "λανθασμένου" προσομοιώματος Hoek-Brown στο ABAQUS 6.10.1.

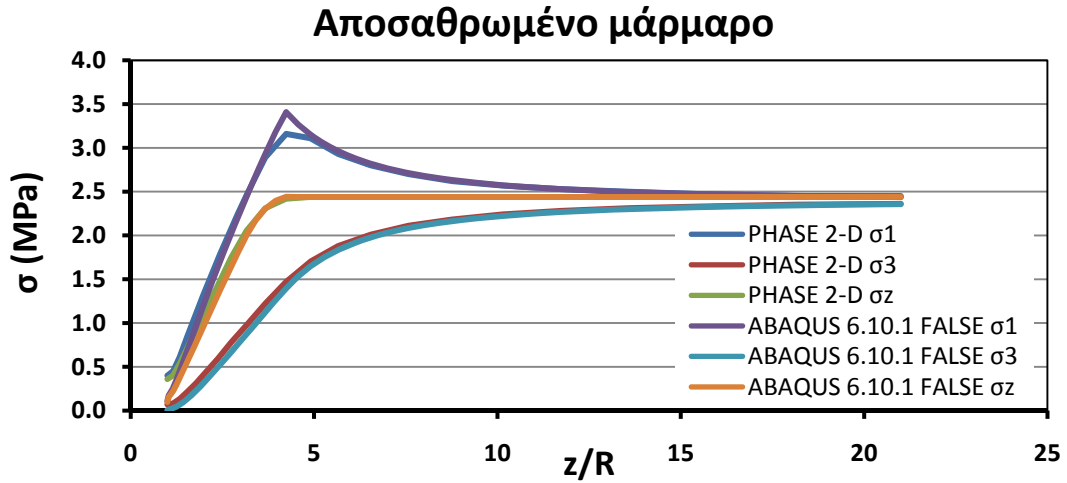
Στο προσομοίωμα αυτό έχει εισαχθεί εξ' αρχής ένα σφάλμα κατά τον προγραμματισμό του. Εφ' όσον τα αποτελέσματα που θα προκύψουν θα συγκλίνουν μεταξύ τους, θα αποδεικνύεται αυτομάτως ότι το σφάλμα των προηγούμενων αποτελεσμάτων οφείλεται σε λάθος του λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων PHASE 2-D.



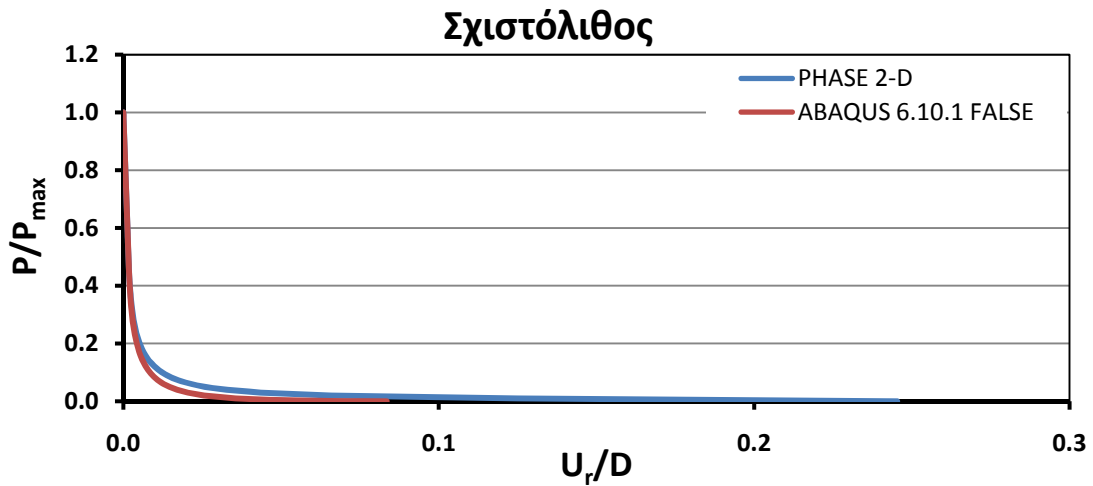
Σχήμα 6.9 Διάγραμμα αδιαστατοποιημένης σύγκλισης-αποτόνωσης για το αποσαθρωμένο μάρμαρο.



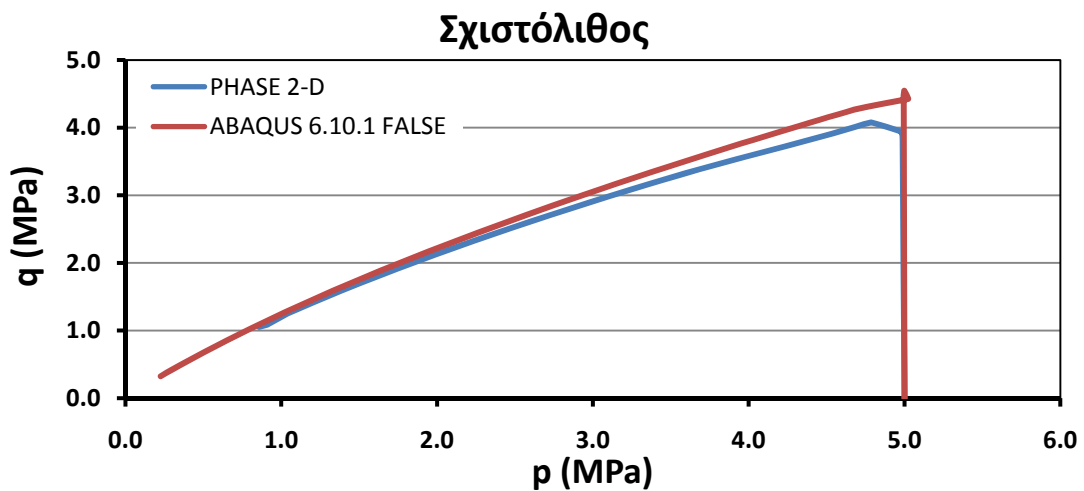
Σχήμα 6.10 Τασική όδευση $p - q$ στην άντληση της σήραγγας για το αποσαθρωμένο μάρμαρο.



Σχήμα 6.11 Διάγραμμα κύριων τάσεων-αδιαστατοποιημένης απόστασης από το κέντρο της σήραγγας για το αποσαθρωμένο μάρμαρο.

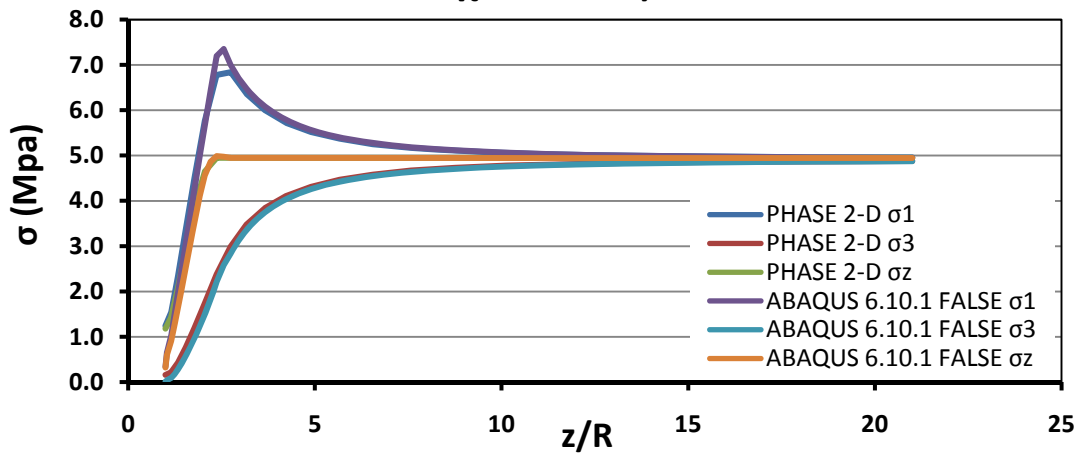


Σχήμα 6.12 Διάγραμμα αδιαστατοποιημένης σύγκλισης-αποτόνωσης για το σχιστόλιθο.



Σχήμα 6.13 Τασική όδευση $p - q$ στην άντρυγα της σήραγγας για το σχιστόλιθο.

Σχιστόλιθος



Σχήμα 6.14 Διάγραμμα κύριων τάσεων-αδιαστατοποιημένης απόστασης από το κέντρο της σήραγγας για το σχιστόλιθο.

Πράγματι, τα αποτελέσματα από την επίλυση του προβλήματος με τα δύο διαφορετικά λογισμικά δεν διαφέρουν σημαντικά μεταξύ τους. Αυτό γίνεται πιο ξεκάθαρο από τους παρακάτω δύο πίνακες:

Πίνακας 6.1 Παρουσίαση βασικών αποτελεσμάτων για αποσαθρωμένο μάρμαρο με μέτρο ελαστικότητας $E=397.64\text{MPa}$

	$U_{r \max}$ (m)	q_{\max} (MPa)
PHASE 2-D	0.98	1.60
ABAQUS 6.10.1 ORD.	0.05	2.15
ABAQUS 6.10.1 FALSE	0.65	1.81

Πίνακας 6.2 Παρουσίαση βασικών αποτελεσμάτων για σχιστόλιθο με μέτρο ελαστικότητας $E=1000\text{MPa}$

	$U_{r \max}$ (m)	q_{\max} (MPa)
PHASE 2-D	0.49	4.08
ABAQUS 6.10.1 ORD.	0.01	5.71
ABAQUS 6.10.1 FALSE	0.17	4.55

Όπου:

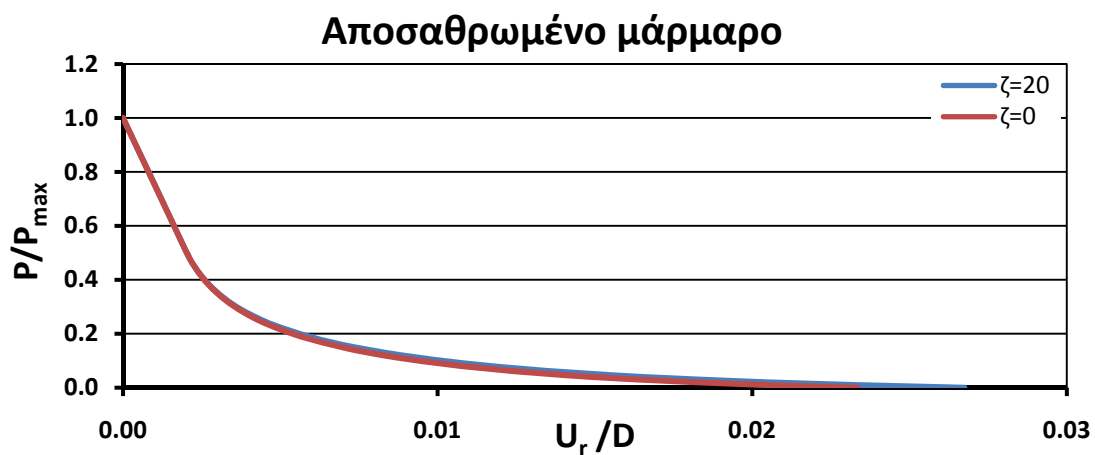
- ABAQUS 6.10.1 ORD. το αρχικό προσομοίωμα σύμφωνα με το οποίο επιλύθηκε το πρόβλημα στο ABAQUS 6.10.1

- ABAQUS 6.10.1 FALSE το δεύτερο (εσφαλμένο) προσομοίωμα σύμφωνα με το οποίο επιλύθηκε το πρόβλημα στο ABAQUS 6.10.1
- $U_{r \max}$ η μέγιστη ακτινική παραμόρφωση
- q_{\max} η μέγιστη τιμή του μέτρου διεκτροπικής τάσης

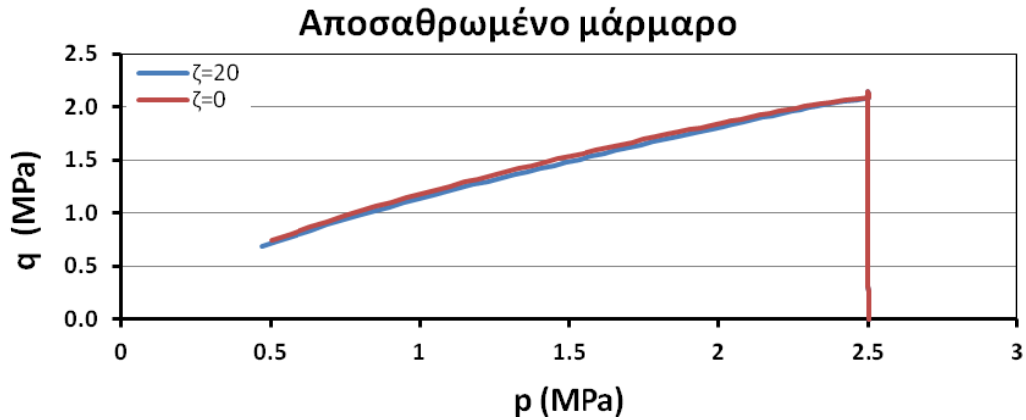
Συνεπώς, η αρχική απόκλιση των αποτελεσμάτων οφειλόταν σε σφάλμα του λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων PHASE 2-D. Κάποιες διαφορές που εξακολουθούν να υφίστανται πιθανότατα οφείλονται σε αριθμητικούς λόγους (ακρίβεια σύγκλισης, μη γραμμικότητα ανάλυσης, κ.λ.π.)

6.4.2 Διερεύνηση της επιρροής των παραμέτρων αποδόμησης η και ζ .

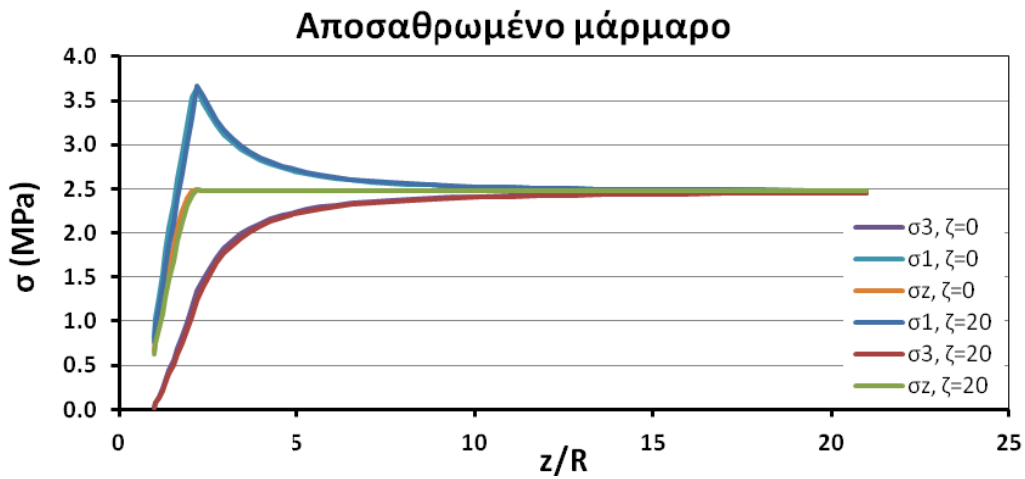
Τα διαγράμματα τα οποία παρουσιάζονται στη συνέχεια αναφέρονται στην επίδραση των παραμέτρων αποδόμησης ζ και η στη μηχανική συμπεριφορά της βραχόμαζας. Οι τιμές των διαγραμμάτων αυτών προέκυψαν από τα αποτελέσματα των αναλύσεων που πραγματοποιήθηκαν αποκλειστικά στον κώδικα πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS 6.10.1.



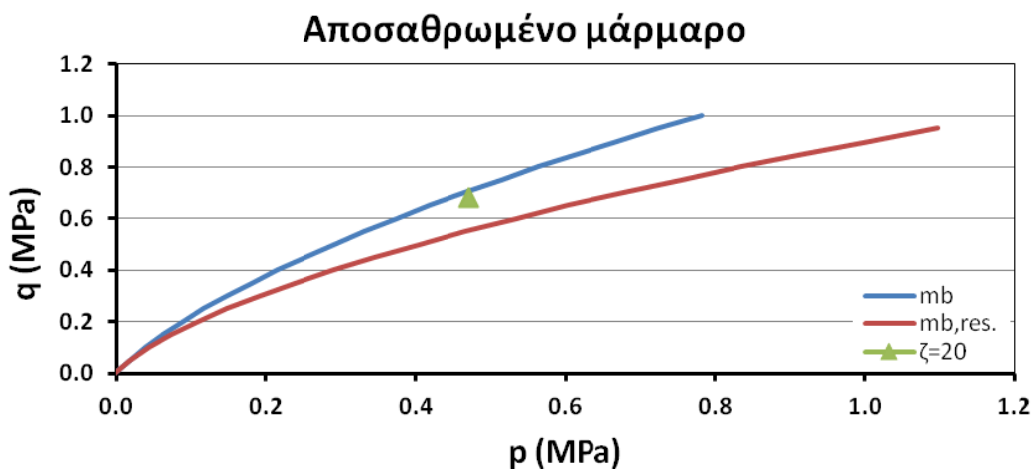
Σχήμα 6.15 Διάγραμμα αδιαστατοποιημένης σύγκλισης-αποτόνωσης για το αποσαθρωμένο μάρμαρο με διαφορετικές τιμές της παραμέτρου ζ .



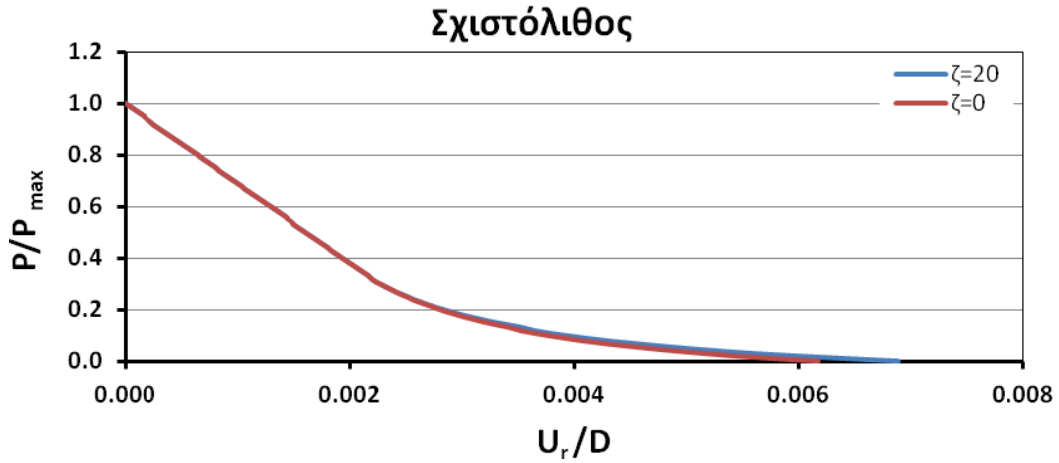
Σχήμα 6.16 Τασική όδευση $p - q$ στην άντυγα της σήραγγας για το αποσαθρωμένο μάρμαρο και για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου ζ .



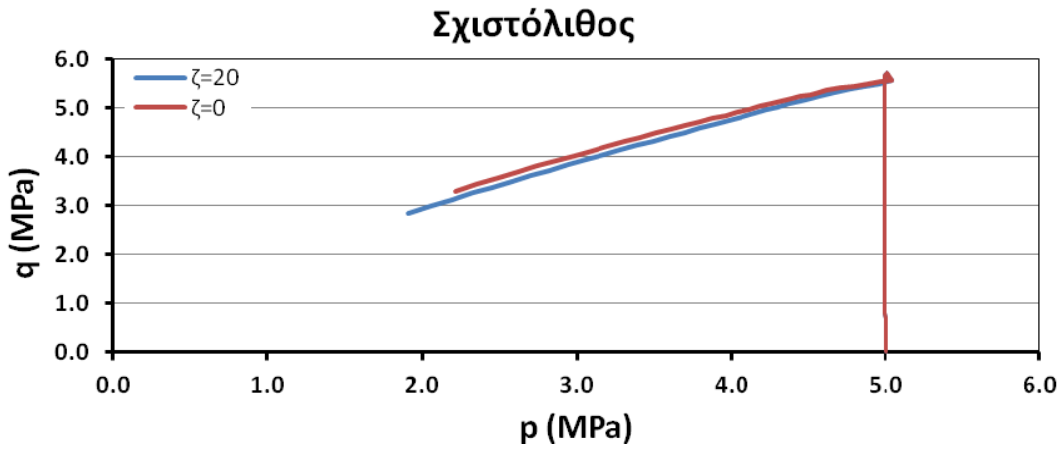
Σχήμα 6.17 Διάγραμμα κύριων τάσεων-αδιαστατοποιημένης απόστασης από το κέντρο της σήραγγας για το αποσαθρωμένο μάρμαρο για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου ζ .



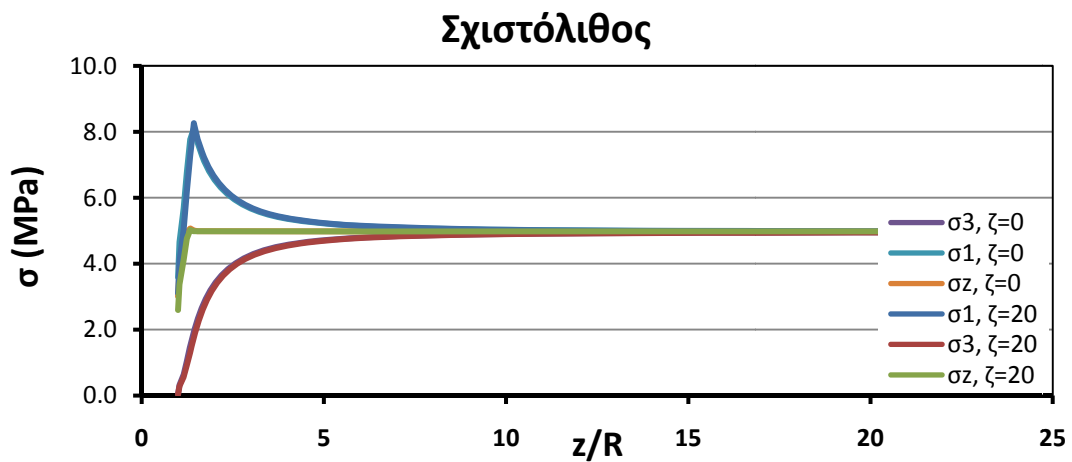
Σχήμα 6.18 Τελική τασική κατάσταση στην άντυγα της σήραγγας για πλήρη αποτόνωση και παράμετρο $\zeta=20$ (σημείο) και των επιφανειών διαρροής για την αρχική και παράμενουσα τιμή του m_b σε αποσαθρωμένο μάρμαρο.



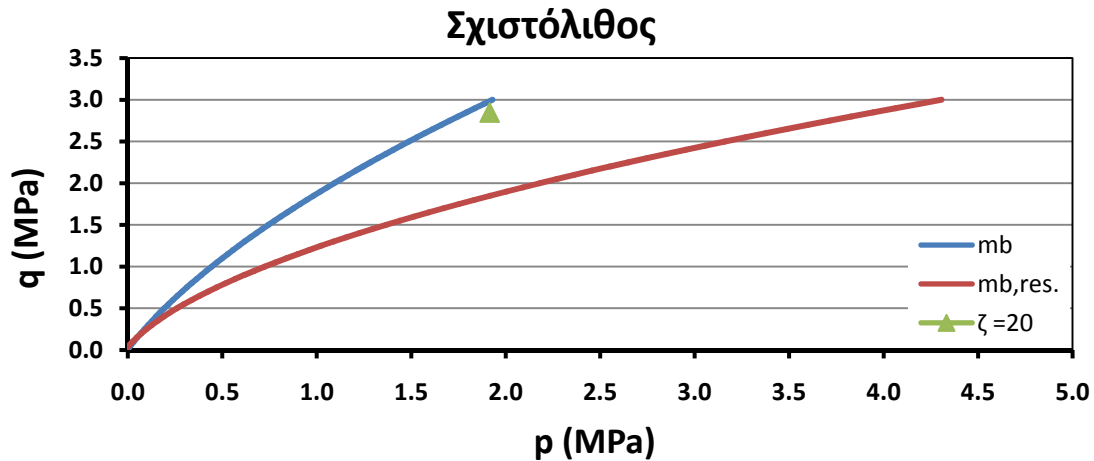
Σχήμα 6.19 Διάγραμμα αδιαστατοποιημένης σύγκλισης-αποτόνωσης για το σχιστόλιθο με διαφορετικές τιμές της παραμέτρου ζ .



Σχήμα 6.20 Τασική όδευση $p - q$ στην άντρυγα της σήραγγας για το σχιστόλιθο και για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου ζ



Σχήμα 6.21 Διάγραμμα κύριων τάσεων-αδιαστατοποιημένης απόστασης από το κέντρο της σήραγγας για το σχιστόλιθο και για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου ζ .



Σχήμα 6.22 Τελική τασική κατάσταση στην άντληση της σήραγγας για πλήρη αποτόνωση και παράμετρο $\zeta=20$ (σημείο) και των επιφανειών διαρροής για την αρχική και παράμενουσα τιμή του m_b σε σχιστόλιθο.

Από τα διαγράμματα που αποτυπώνονται στα σχήματα 6.15 και 6.19 παρατηρείται ότι η βραχόμαζα υπόκειται σε ελαφρώς μεγαλύτερες συγκλίσεις όταν αποκτά χαλαρούμενη συμπεριφορά. Οι αρχικοί γραμμικοί κλάδοι που αναπαριστούν την ελαστική συμπεριφορά ταυτίζονται, όπως άλλωστε ήταν αναμενόμενο. Ακόμα η τιμή του λόγου P/P_{\max} για την οποία η γραμμική συμπεριφορά παύει, είναι ίδια και στις δύο περιπτώσεις. Αυτό προκύπτει και από τα διαγράμματα που απεικονίζονται στα σχήματα 6.16 και 6.20. Η πλαστικοποίηση ξεκινάει για ίδια τιμή του μέτρου διεκτροπικής τάσης. Στη συνέχεια το τμήμα της καμπύλης που περιγράφει την πλαστική περιοχή έχει πιο έντονη κλίση για τη βραχόμαζα που αποδομείται.

Από τα σχήματα 6.17 και 6.21 εξάγεται το συμπέρασμα ότι οι κύριες τάσεις που αναπτύσσονται είναι παρόμοιες και για τις δύο βραχόμαζες (οι τάσεις αυτές έχουν υποστεί μια μετατόπιση προς τα δεξιά που δεν είναι ιδιαίτερος εμφανής).

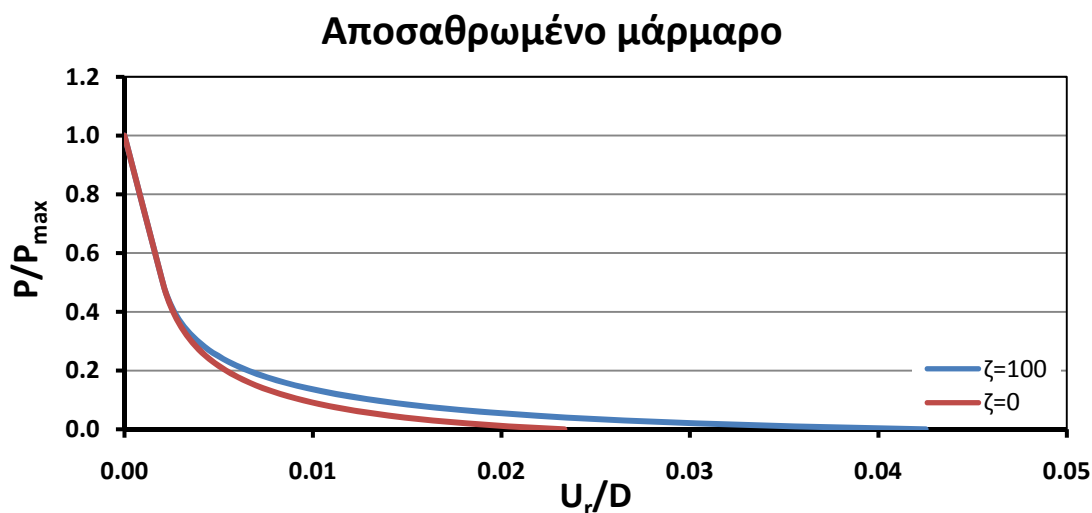
Τέλος, από τα διαγράμματα 6.18 και 6.22 επιβεβαιώνονται τα συμπεράσματα που προέκυψαν στο προηγούμενο κεφάλαιο για μικρή τιμή της παραμέτρου αποδόμησης ζ και μεγάλη της παραμέτρου αποδόμησης η . Η τελική τιμή του m_b δεν έχει απομειωθεί σημαντικά. Το σημείο που την απεικονίζει βρίσκεται κοντά στο άνω όριο (δηλαδή στην αρχική τιμή του m_b). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η παραμένουσα αντοχή να μην έχει μειωθεί σημαντικά σε σχέση με την κορυφαία της τιμή. Στον πίνακα 6.3 παρουσιάζονται οι μέγιστες ακτινικές παραμορφώσεις όπως και οι μέγιστες και οι τελικές τιμές του μέτρου διεκτροπικής τάσης για κάθε μία ανάλυση.

Πίνακας 6.3 Παρουσίαση βασικών αποτελεσμάτων για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου ζ και του μέτρου ελαστικότητας E

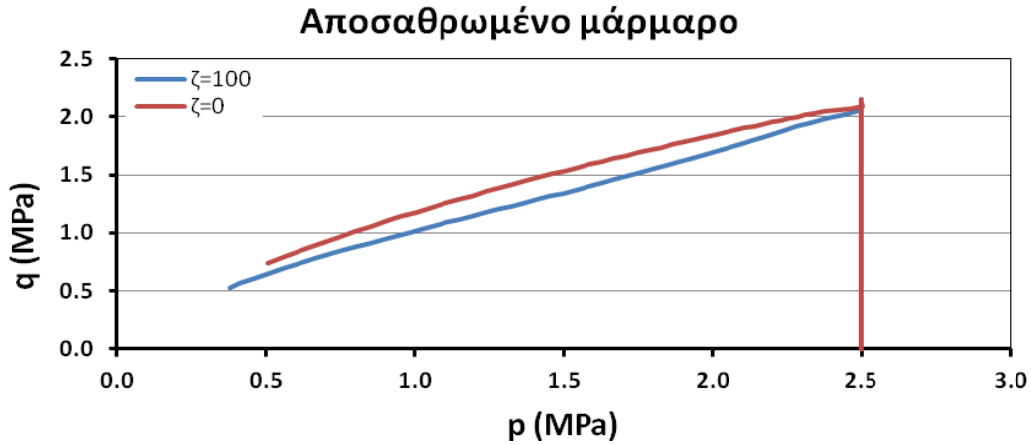
Μέτρο ελαστικότητας E (MPa)	Τιμή παραμέτρου ζ	$U_{r,max}$ (m)	q_{max} (MPa)	$q_{τελικό}$ (MPa)
397.64	0	0.047	2.15	0.74
	20	0.053	2.15	0.68
1000	0	0.012	5.71	3.29
	20	0.014	5.71	2.84

Συνοψίζοντας, όταν η παράμετρος ζ λάβει την τιμή 20 και η παράμετρος η την τιμή 100 προκαλείται αύξηση κατά περίπου 15% στις συγκλίσεις.

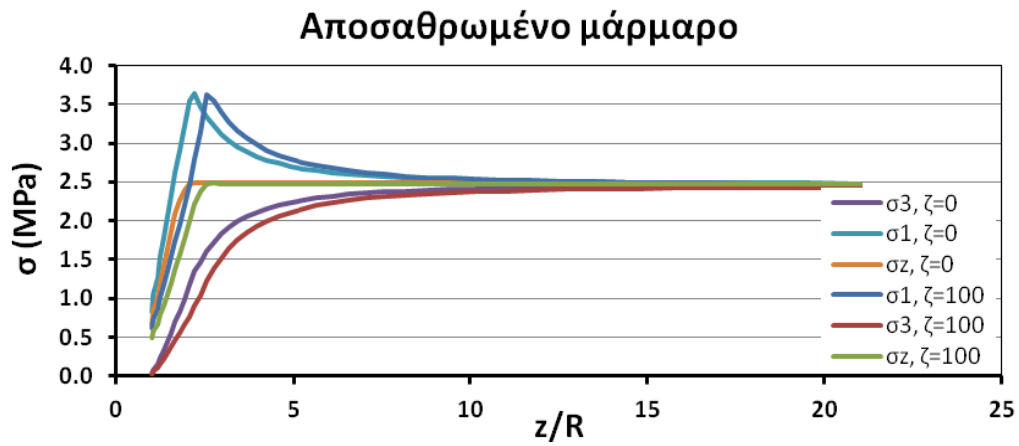
Στα επόμενα σχήματα παρατίθενται τα αντίστοιχα διαγράμματα που προέκυψαν για αύξηση της τιμής της παραμέτρου ζ (η παράμετρος η όπως ειπώθηκε και προηγουμένως διατηρεί την τιμή 100).



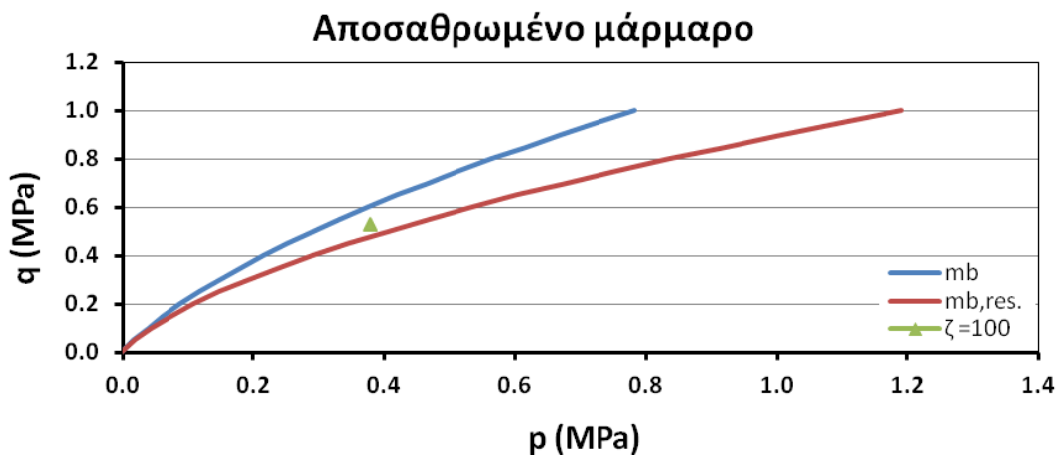
Σχήμα 6.23 Διάγραμμα αδιαστατοποιημένης σύγκλισης-αποτόνωσης για το αποσαθρωμένο μάρμαρο και για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου ζ .



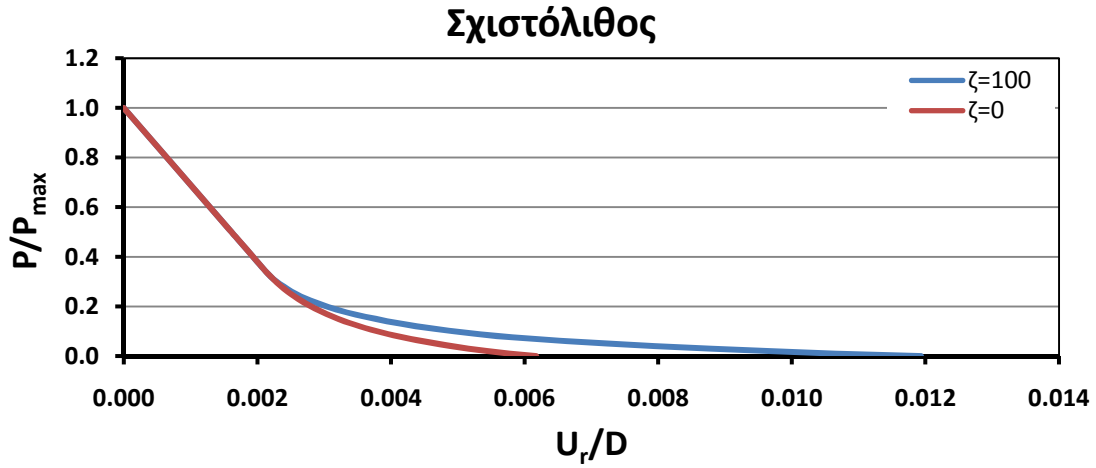
Σχήμα 6.24 Τασική όδευση $p - q$ στην άντυγα της σήραγγας για το αποσαθρωμένο μάρμαρο και για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου ζ



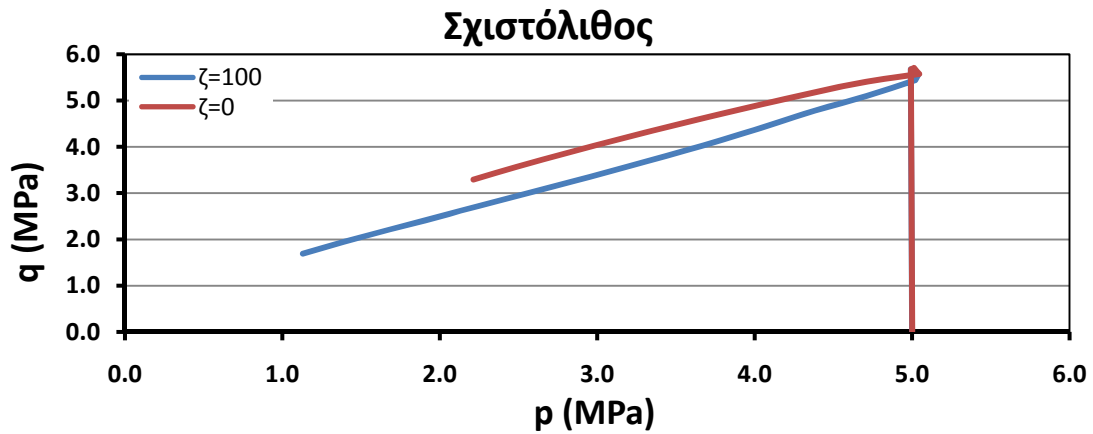
Σχήμα 6.25 Διάγραμμα κύριων τάσεων-αδιαστατοποιημένης απόστασης από το κέντρο της σήραγγας για το αποσαθρωμένο μάρμαρο και για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου ζ .



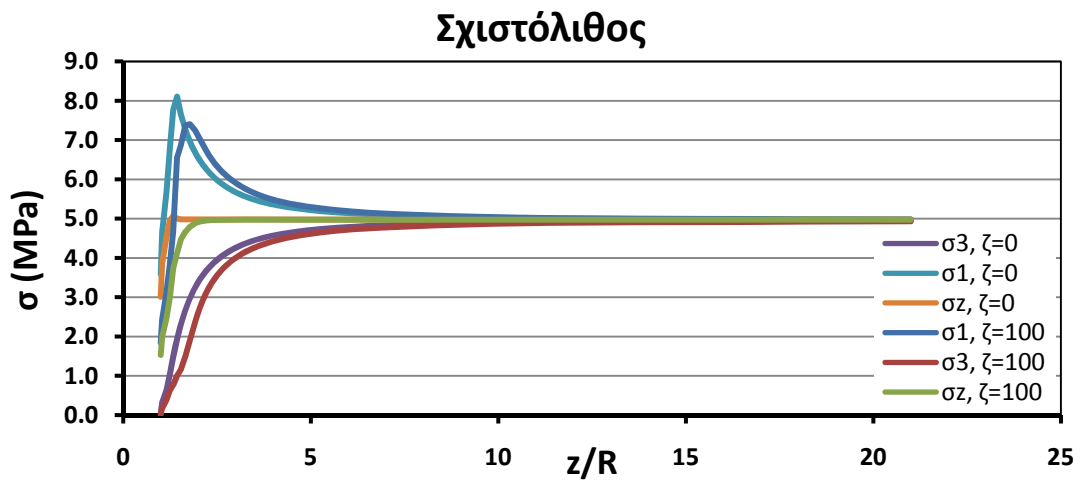
Σχήμα 6.26 Τελική τασική κατάσταση στην άντυγα της σήραγγας για πλήρη αποτόνωση και παράμετρο $\zeta=100$ (σημείο) και των επιφανειών διαρροής για την αρχική και παράμενουσα τιμή του m_b σε αποσαθρωμένο μάρμαρο.



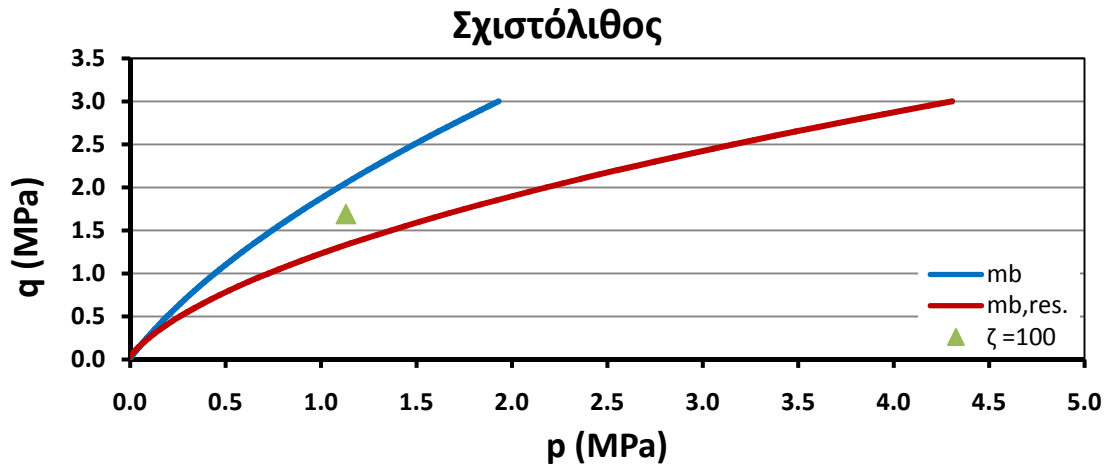
Σχήμα 6.27 Διάγραμμα αδιαστατοποιημένης σύγκλισης-αποτόνωσης για το αποσαθρωμένο μάρμαρο με διαφορετικές τιμές της παραμέτρου ζ .



Σχήμα 6.28 Τασική όδευση $p - q$ στην άντληση της σήραγγας για το σχιστόλιθο και για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου ζ .



Σχήμα 6.29 Διάγραμμα κύριων τάσεων-αδιαστατοποιημένης απόστασης από το κέντρο της σήραγγας για το σχιστόλιθο και για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου ζ .



Σχήμα 6.30 Τελική τασική κατάσταση στην άντρυγα της σήραγγας για πλήρη αποτόνωση και παράμετρο $\zeta=100$ (σημείο) και των επιφανειών διαρροής για την αρχική και παραμένουσα τιμή του m_b σε σχιστόλιθο.

Από τα διαγράμματα που αποτυπώνονται στα σχήματα 6.23 και 6.27 παρατηρείται ότι η βραχώμαζα υπόκειται σε αισθητά μεγαλύτερες συγκλίσεις όταν αποκτά πιο έντονα χαλαρούμενη συμπεριφορά. Οι αρχικοί γραμμικοί κλάδοι που αναπαριστούν την ελαστική συμπεριφορά ταυτίζονται και πάλι. Η τιμή του λόγου P/P_{\max} για την οποία η γραμμική συμπεριφορά παύει, παραμένει ίδια. Αυτό προκύπτει και από τα διαγράμματα που απεικονίζονται στα σχήματα 6.24 και 6.28. Η πλαστικοποίηση ξεκινάει για σχεδόν ίδια τιμή του μέτρου διεκτροπικής τάσης. Στη συνέχεια το τμήμα της καμπύλης που περιγράφει την πλαστική περιοχή έχει αρκετά μεγαλύτερη κλίση για τη βραχώμαζα που αποδομείται.

Από τα σχήματα 6.25 και 6.29 εξάγεται το συμπέρασμα ότι οι κύριες τάσεις που αναπτύσσονται είναι παρόμοιες και για τις δύο βραχώμαζες (οι τάσεις αυτές έχουν υποστεί μια μετατόπιση προς τα δεξιά που σε αυτή την περίπτωση είναι ιδιαίτερος εμφανής).

Τέλος, από τα διαγράμματα 6.26 και 6.30 επιβεβαιώνονται τα συμπεράσματα που προέκυψαν στο προηγούμενο κεφάλαιο για μεγάλη τιμή της παραμέτρου αποδόμησης ζ και μεγάλη της παραμέτρου αποδόμησης η . Η τελική τιμή του m_b έχει απομειωθεί σημαντικά. Το σημείο που την απεικονίζει βρίσκεται κοντά στο μέσον των δύο καμπυλών. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η παραμένουσα αντοχή να έχει μειωθεί σημαντικά σε σχέση με την κορυφαία τιμή. Στον πίνακα 6.4 παρουσιάζονται οι μέγιστες ακτινικές παραμορφώσεις όπως και οι μέγιστες και οι τελικές τιμές του μέτρου διεκτροπικής τάσης για κάθε μία ανάλυση.

Πίνακας 6.4 Παρουσίαση βασικών αποτελεσμάτων για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου ζ και του μέτρου ελαστικότητας E

Μέτρο ελαστικότητας E (Μρα)	Τιμή παραμέτρου ζ	$U_{r,max}$ (m)	q_{max} (MPa)	$q_{τελικό}$ (MPa)
397.64	0	0.047	2.15	0.74
	100	0.085	2.15	0.53
1000	0	0.012	5.71	3.29
	100	0.024	5.68	1.69

Συνοψίζοντας, όταν η παράμετρος ζ λάβει την τιμή 100 και η παράμετρος η την τιμή 100 προκαλείται αξιοσημείωτη αύξηση κατά περίπου 100% στις συγκλίσεις.

Κεφάλαιο 7: Συμπεράσματα

Στην παρούσα διπλωματική εργασία διατυπώθηκε πλήρως ένα βελτιωμένο καταστατικό προσομοίωμα Hoek-Brown με δυνατότητα χαλάρωσης. Επιχειρήθηκε η διερεύνηση της επιρροής των παραμέτρων αποδόμησης ζ και η για διάφορες τιμές του μέτρου ελαστικότητας E στη συμπεριφορά πτωχής ποιότητας βραχώμαζας. Στη συνέχεια, προβήκαμε σε θεωρητική σύγκριση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν με χρήση του γενικευμένου κριτηρίου Hoek-Brown, όπως αυτό έχει προγραμματιστεί στον κώδικα πεπερασμένων στοιχείων PHASE², με τα αντίστοιχα που προβλέπει το προτεινόμενο προσομοίωμα σε ένα πρόβλημα σύγκλισης-αποτόνωσης σε σήραγγα κυκλικής διατομής. Καθώς προέκυψε σημαντική απόκλιση των αποτελεσμάτων διερευνήθηκε το κριτήριο διαρροής Hoek-Brown που χρησιμοποιεί ο κώδικας πεπερασμένων στοιχείων PHASE² και κατόπιν σήμανσης της διαφοράς, θεωρήθηκε η ίδια καταστατική σχέση και συνεκρίθησαν τα αποτελέσματα προς επαλήθευση του σφάλματος. Τέλος, διερευνήθηκε η επιρροή των σταθερών αποδόμησης ζ και η στη συμπεριφορά της βραχώμαζας σε πρόβλημα επίπεδης παραμόρφωσης.

Από τις αριθμητικές αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν είναι δυνατόν να εξαχθούν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

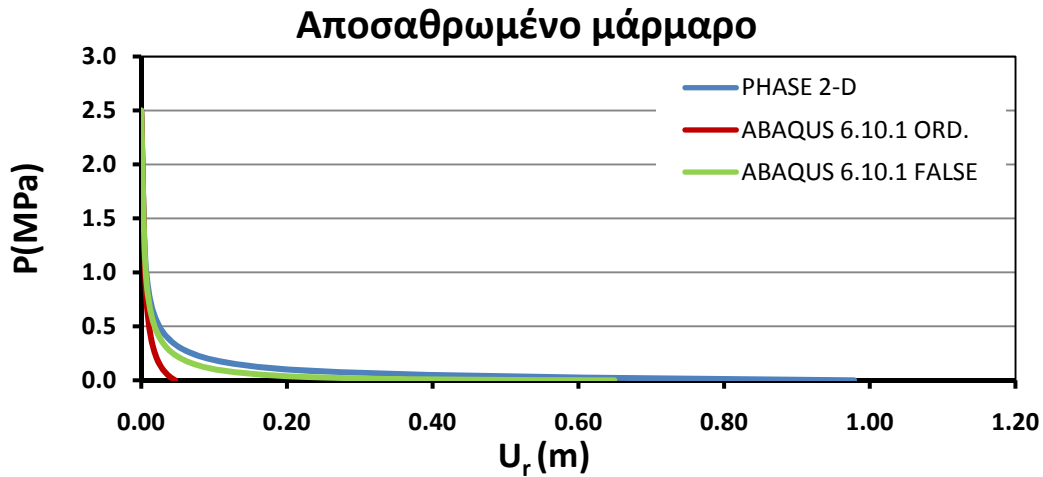
- Η επιρροή του μέτρου ελαστικότητας E στη συμπεριφορά της βραχώμαζας κρίνεται αμελητέα.
- Για τις παραμέτρους αποδόμησης ζ και η είναι εξαιρετικά δύσκολο να προσδιορίσουμε έναν γενικό τρόπο επίδρασης στη συμπεριφορά της βραχώμαζας καθώς παρατηρείται μία αλληλεπίδραση της μίας επί της άλλης. Για τον λόγο αυτό θα πρέπει να αναφερθούμε στις παρακάτω ειδικότερες περιπτώσεις:
 1. Όταν η τιμής της παραμέτρου η είναι "σχετικά" μικρή (1-10), η αύξηση της τιμής της παραμέτρου ζ οδηγεί σε ταχύτερη απομείωση της αντοχής της βραχώμαζας. Παρόλη την αύξηση του ρυθμού μείωσης της αντοχής, η τελική τιμή της θα είναι ίδια ανεξαρτήτως της τιμής που θα λάβει η παράμετρος ζ .
 2. Αντιθέτως όταν η τιμή της παραμέτρου η είναι "σχετικά" μεγάλη (100), η αύξηση της τιμής της παραμέτρου ζ έχει ως επακόλουθο την μικρότερη μείωση της παραμένουσας αντοχής, επειδή οι εκθετικοί όροι στις σχέσεις 4.11 και 4.12 λαμβάνουν μηδενικές τιμές και το φαινόμενο της αποδόμησης σταματάει να υφίσταται (επέρχεται κορεσμός του εκθετικού όρου).
 3. Όταν η τιμή της παραμέτρου ζ είναι μικρή (20) η αύξηση της παραμέτρου η έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση του ρυθμού απομείωσης της αντοχής της βραχώμαζας. Επιπλέον, αυξάνει την τιμή της παραμένουσας αντοχής (πάντα όμως είναι μικρότερη της κορυφαίας τιμής της).
 4. Όταν η τιμή της παραμέτρου ζ είναι μεγάλη (100), η τιμή της παραμέτρου η δεν επηρεάζει τον ρυθμό απομείωσης της αντοχής της βραχώμαζας. Γενικότερα "σχετικά" μικρή αύξηση της παραμέτρου η δεν έχει κάποιο ουσιαστικό αποτέλεσμα στη συμπεριφορά της βραχώμαζας. Όταν όμως η αύξηση γίνει μεγαλύτερη, οδηγεί σε αύξηση της παραμένουσας αντοχής.

Εν κατακλείδι, μεγάλη τιμή της παραμέτρου η και μικρή της παραμέτρου ζ έχει ως αποτέλεσμα την ελάχιστη δυνατή χαλάρωση της βραχόμαζας, ενώ η μέγιστη χαλάρωση επέρχεται στην περίπτωση που επιλέγεται μία "σχετικά" μικρή τιμή της παραμέτρου η και μεγάλη της παραμέτρου ζ .

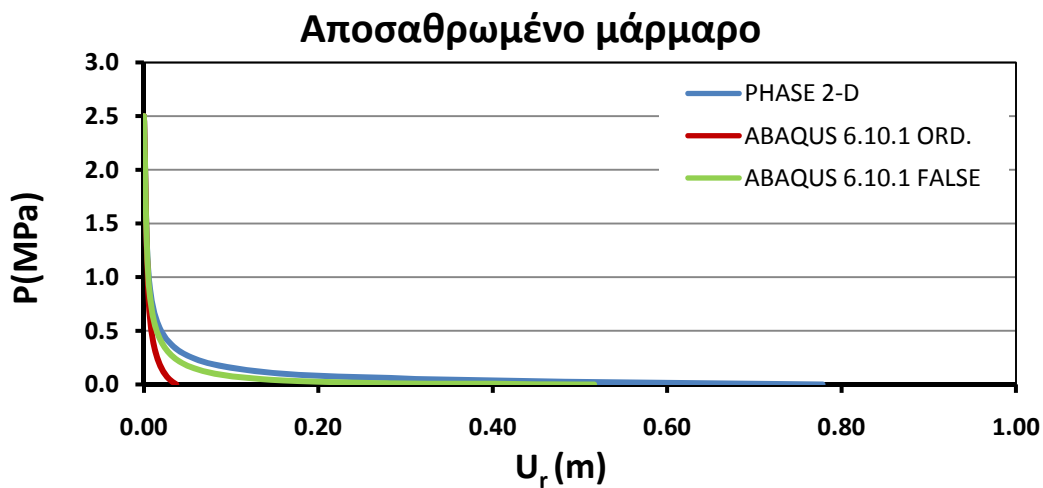
- Ο προγραμματισμός και εν-γένει η γενίκευση του γενικευμένου κριτηρίου Hoek-Brown στον εξαεδρικό χώρο των τάσεων, όπως προβλέπεται στον κώδικα πεπερασμένων στοιχείων PHASE 2-D, κρίνεται ανεπιτυχής.
- Αύξηση της τιμής της παραμέτρου ζ για σταθερή (μεγάλη) τιμή της παραμέτρου η οδηγεί σε αύξηση των συγκλίσεων.
- Αύξηση των συγκλίσεων προκαλείται και με μείωση της παραμέτρου η για σταθερή τιμή της παραμέτρου ζ .
- Η μεταβολή των παραμέτρων αποδόμησης δεν επηρεάζουν την ανάπτυξη των κυρίων τάσεων $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Σε αυτό το παράρτημα παρουσιάζονται αρχικά διαγράμματα που αποτυπώνουν τις καμπύλες σύγκλισης-αποτόνωσης για το αποσαθρωμένο μάρμαρο και το σχιστόλιθο με χρήση του κώδικα πεπερασμένων στοιχείων PHASE 2-D και των δύο προσομοιωμάτων που εισήχθησαν στο ABAQUS 6.10.1.

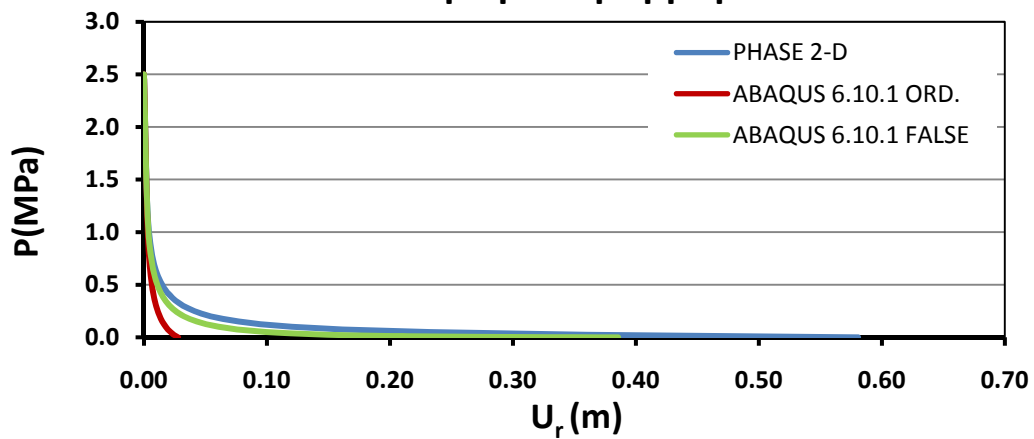


Σχήμα 1 Διάγραμμα σύγκλισης-αποτόνωσης για το αποσαθρωμένο μάρμαρο με μέτρο ελαστικότητας $E=397.64\text{ MPa}$



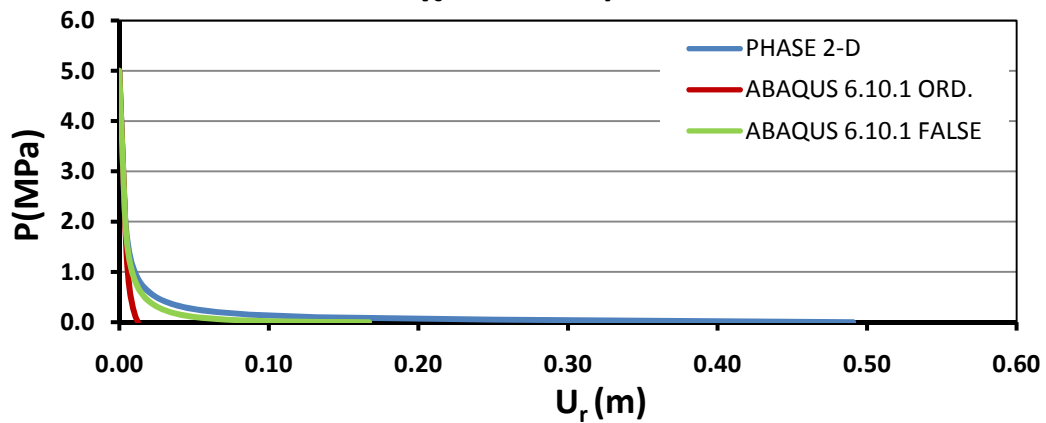
Σχήμα 2 Διάγραμμα σύγκλισης-αποτόνωσης για το αποσαθρωμένο μάρμαρο με μέτρο ελαστικότητας $E=500\text{ MPa}$.

Αποσαθρωμένο μάρμαρο



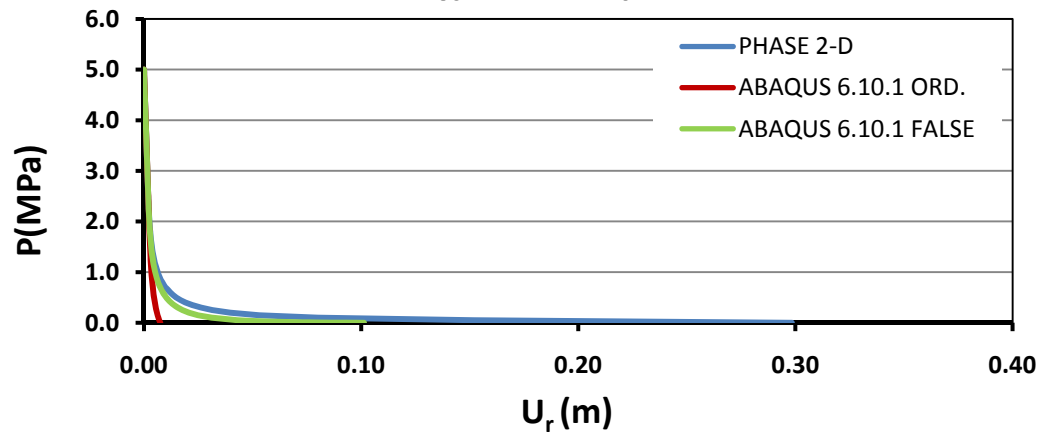
Σχήμα 3 Διάγραμμα σύγκλισης-αποτόνωσης για το αποσαθρωμένο μάρμαρο με μέτρο ελαστικότητας $E=670\text{MPa}$.

Σχιστόλιθος



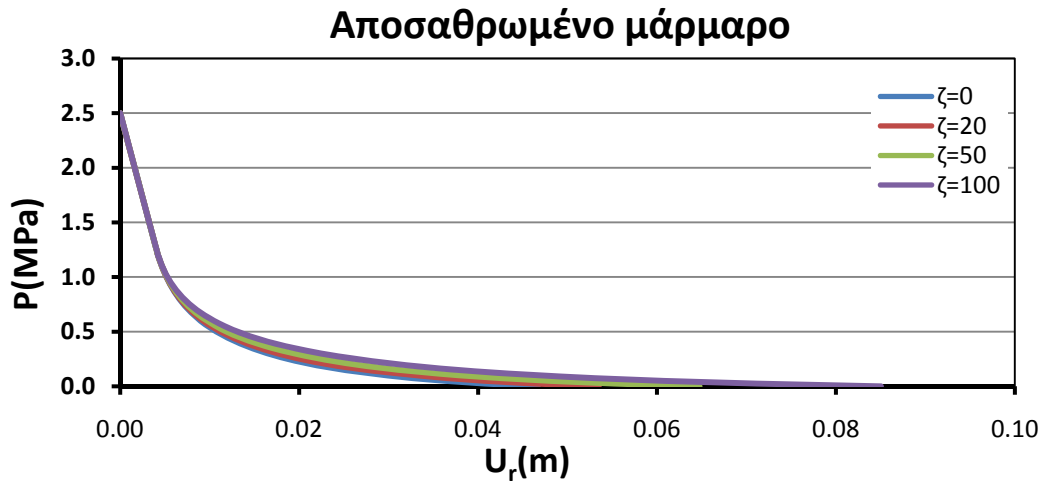
Σχήμα 4 Διάγραμμα σύγκλισης-αποτόνωσης για το σχιστόλιθο με μέτρο ελαστικότητας $E=1000\text{MPa}$.

Σχιστόλιθος

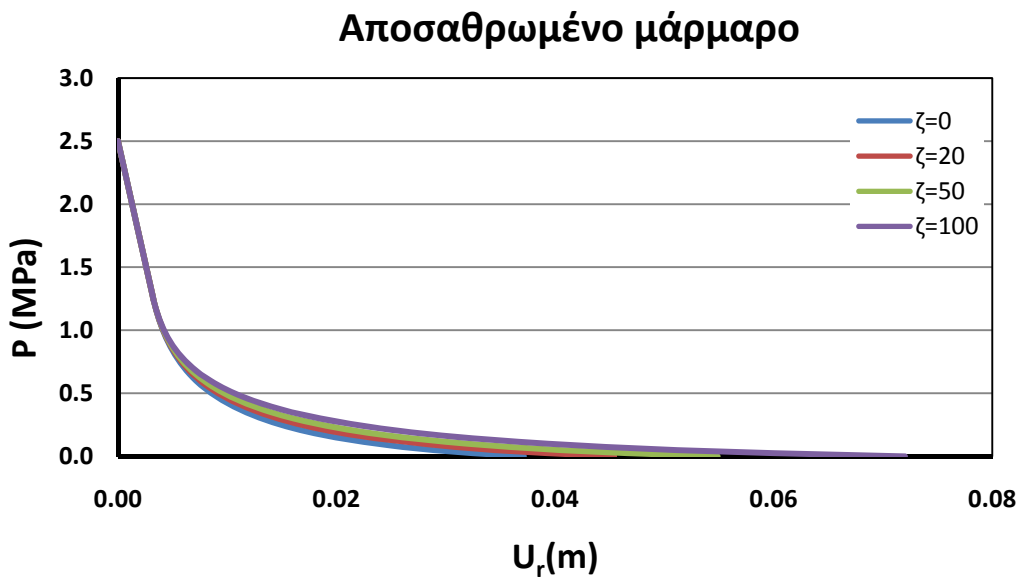


Σχήμα 5 Διάγραμμα σύγκλισης-αποτόνωσης για το σχιστόλιθο με μέτρο ελαστικότητας $E=1645\text{MPa}$.

Στη συνέχεια του παραρτήματος παρουσιάζονται διαγράμματα σύγκλισης -αποτόνωσης για το αποσαθρωμένο μάρμαρο και το σχιστόλιθο για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου αποδόμησης ζ και για $\eta = 100$. Οι βραχόμαζες χαρακτηρίζονται από ελαστοπλαστική συμπεριφορά με χαλάρωση. Ως αποτέλεσμα αυτού, η παραμένουσα αντοχή μειώνεται και οι συγκλίσεις αυξάνονται. Τα διαγράμματα αυτά προέκυψαν από αριθμητικές αναλύσεις που μορφώθηκαν και εκπονήθηκαν στον κώδικα πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS 6.10.1 .

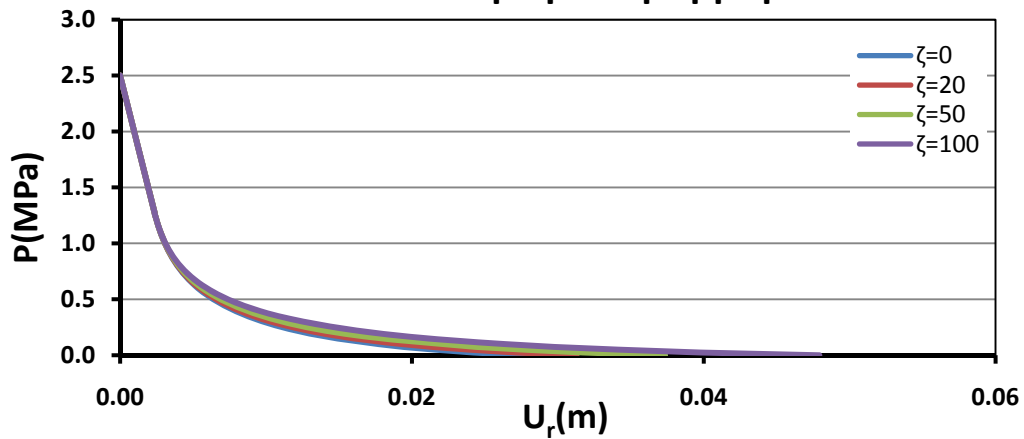


Σχήμα 6 Διάγραμμα σύγκλισης-αποτόνωσης για το αποσαθρωμένο μάρμαρο με μέτρο ελαστικότητας $E=397.64\text{MPa}$ και παράμετρο αποδόμησης $\eta=100$.



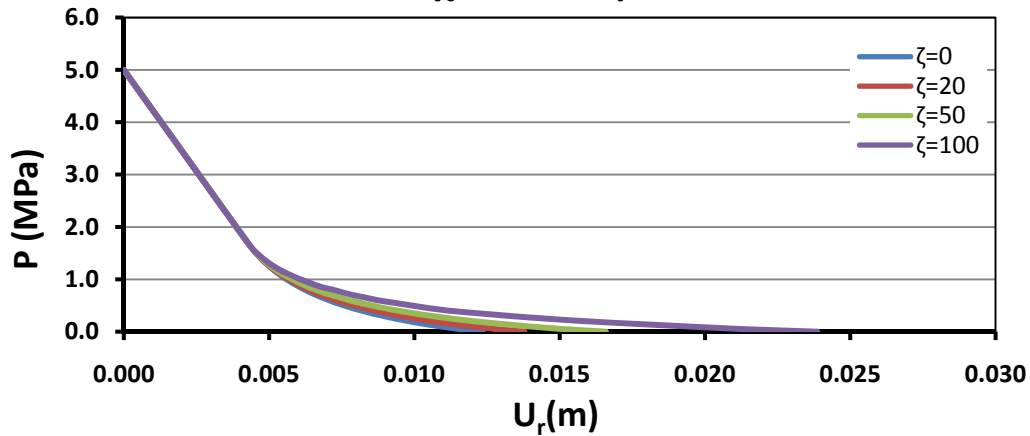
Σχήμα 7 Διάγραμμα σύγκλισης-αποτόνωσης για το αποσαθρωμένο μάρμαρο με μέτρο ελαστικότητας $E=500\text{MPa}$ και παράμετρο αποδόμησης $\eta=100$.

Αποσαθρωμένο μάρμαρο



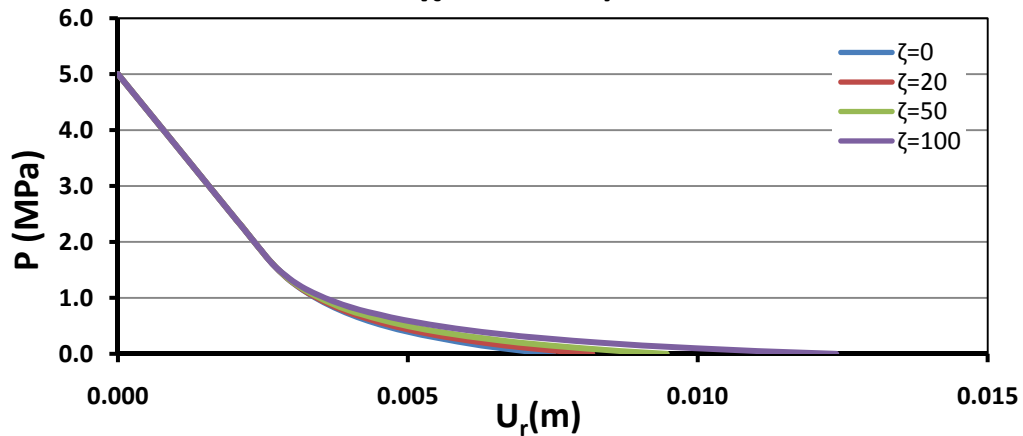
Σχήμα 8 Διάγραμμα σύγκλισης-αποτόνωσης για το αποσαθρωμένο μάρμαρο με μέτρο ελαστικότητας $E=670\text{MPa}$ και παράμετρο αποδόμησης $\eta=100$

Σχιστόλιθος



Σχήμα 9 Διάγραμμα σύγκλισης-αποτόνωσης για το σχιστόλιθο με μέτρο ελαστικότητας $E=1000\text{MPa}$ και παράμετρο αποδόμησης $\eta=100$.

Σχιστόλιθος



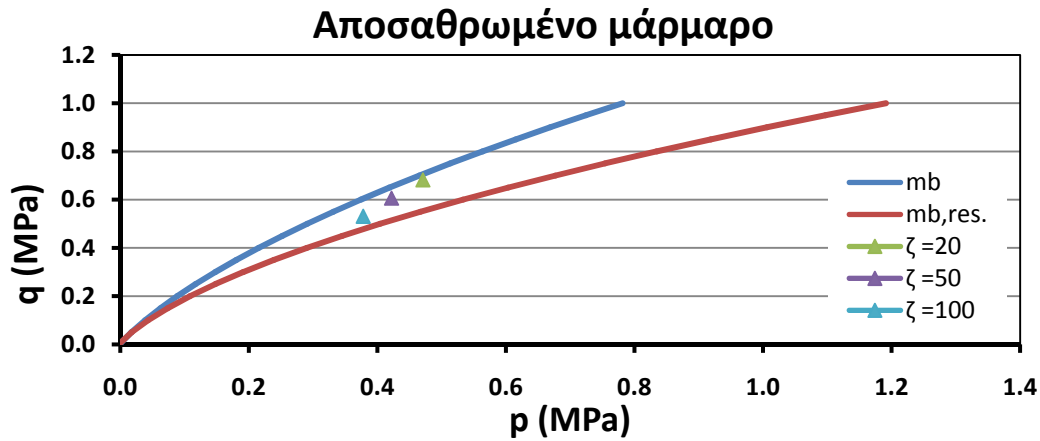
Σχήμα 10 Διάγραμμα σύγκλισης-αποτόνωσης για το σχιστόλιθο με μέτρο ελαστικότητας $E=1645\text{MPa}$ και παράμετρο αποδόμησης $\eta=100$.

Συνοψίζοντας τα άνωθεν αποτελέσματα, που εξήχθησαν από τις αριθμητικές αναλύσεις και προβλήθηκαν στα άνωθεν διαγράμματα, στο παρακάτω συγκεντρωτικό πίνακα 1:

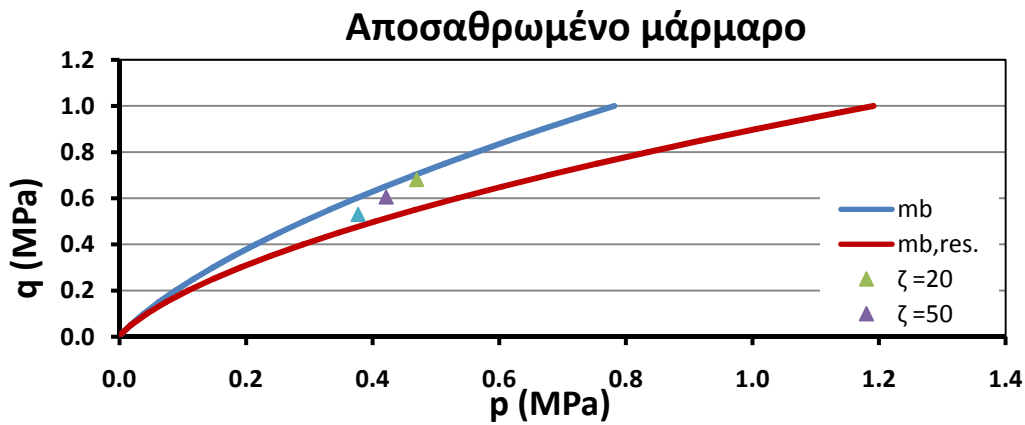
Πίνακας 1: Συγκεντρωτικός πίνακας συγκλίσεων για τις εξετασθείσες τιμές της παραμέτρου αποδόμησης ζ και του μέτρου ελαστικότητας E που διερευνήθηκε, και παραμέτρο $n=100$:

Τύποι θεωρούμενης βραχόμαζας	E (MPa)	ζ	U_r (m)
Αποσαθρωμένο μάρμαρο	397.64	0	0.047
		20	0.053
		50	0.065
		100	0.085
	500	0	0.037
		20	0.045
		50	0.055
		100	0.072
	670	0	0.028
		20	0.031
		50	0.037
		100	0.048
Σχιστόλιθος	1000	0	0.012
		20	0.014
		50	0.017
		100	0.024
	1645	0	0.008
		20	0.008
		50	0.010
		100	0.012

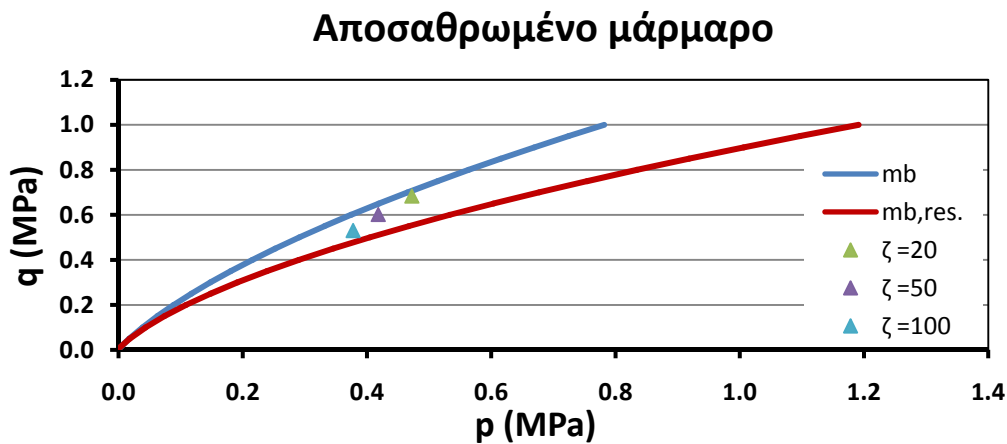
Στα επόμενα διαγράμματα που ακολουθούν σημειώνεται η τελική τιμή των αριθμητικών αναλύσεων για σταθερή τιμή της παραμέτρου αποδόμησης $n=100$ και για μια σειρά τιμών που διερευνήθηκε για την παράμετρο ζ . Επιπλέον, προβάλλονται οι επιφάνειες διαρροής που αντιστοιχούν στην αρχική τιμή και την παραμένουσα τιμή της παραμέτρου κράτυνσης m_b . Από μια προσεκτική μελέτη των ακόλουθων διαγραμμάτων προκύπτει ότι η παραμένουσα τιμή της παραμέτρου m_b δεν επιτυγχάνεται εξαιτίας του κορεσμού του εκθετικού όρου που χρησιμοποιήθηκε στην διατύπωση των προσαυξητικών σχέσεων της επιλεχθείσας παραμέτρου κράτυνσης όπως αυτή μορφώνεται στην εξίσωση 4.11.



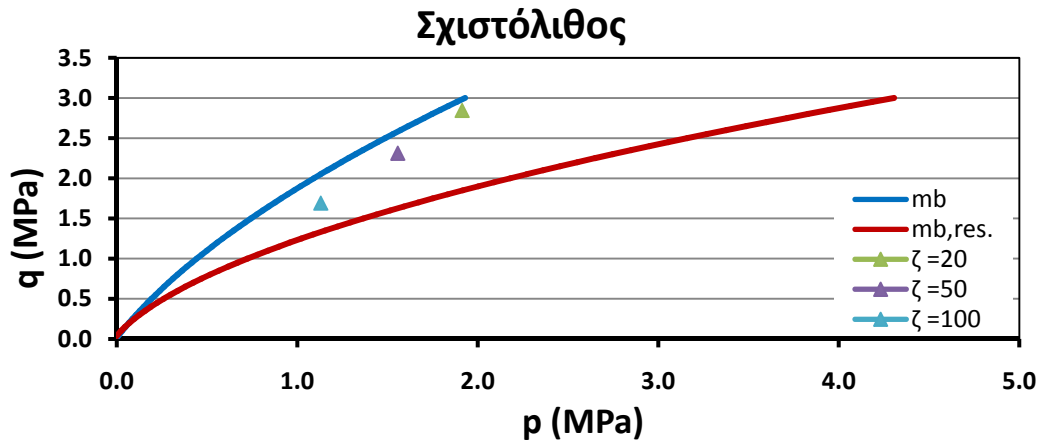
Σχήμα 11 Τελική τασική κατάσταση στην άντυγα της σήραγγας για πλήρη αποτόνωση και παραμέτρους $\zeta=20, 50, 100$ (σημεία) και των επιφανειών διαρροής για την αρχική και παράμενουσα τιμή του m_b σε αποσαθρωμένο μάρμαρο με μέτρο ελαστικότητας $E=397.64\text{MPa}$.



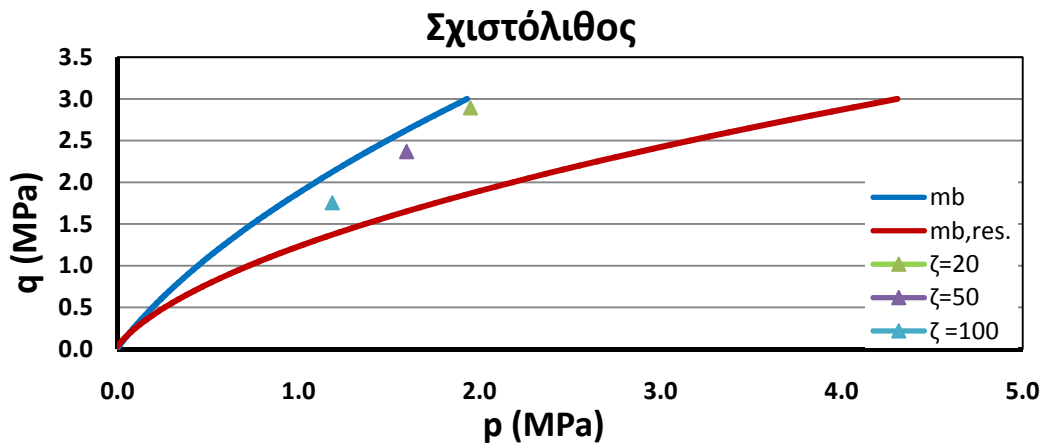
Σχήμα 12 Τελική τασική κατάσταση στην άντυγα της σήραγγας για πλήρη αποτόνωση και παραμέτρους $\zeta=20, 50, 100$ (σημεία) και των επιφανειών διαρροής για την αρχική και παράμενουσα τιμή του m_b σε αποσαθρωμένο μάρμαρο με μέτρο ελαστικότητας $E=500\text{MPa}$.



Σχήμα 13 Τελική τασική κατάσταση στην άντυγα της σήραγγας για πλήρη αποτόνωση και παραμέτρους $\zeta=20, 50, 100$ (σημεία) και των επιφανειών διαρροής για την αρχική και παράμενουσα τιμή του m_b σε αποσαθρωμένο μάρμαρο με μέτρο ελαστικότητας $E=670\text{MPa}$.



Σχήμα 14 Τελική τασική κατάσταση στην άντρυγα της σήρραγγας για πλήρη αποτόνωση και παραμέτρους $\zeta=20, 50, 100$ (σημεία) και των επιφανειών διαρροής για την αρχική και παράμενουσα τιμή του m_b σε σχιστόλιθο με μέτρο ελαστικότητας $E=1000\text{MPa}$



Σχήμα 15 Τελική τασική κατάσταση στην άντρυγα της σήρραγγας για πλήρη αποτόνωση και παραμέτρους $\zeta=20, 50, 100$ (σημεία) και των επιφανειών διαρροής για την αρχική και παράμενουσα τιμή του m_b σε σχιστόλιθο με μέτρο ελαστικότητας $E=1645\text{MPa}$

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Καββαδάς Μ. (2006), Εποπτικό Υλικό Διαλέξεων του Μαθήματος "Υπολογιστική Γεωτεχνική", ΕΜΠ, Αθήνα
2. Καββαδάς Μ. (2012), Σημειώσεις Σχεδιασμού Υπογείων Έργων, Ε.Μ.Π., Αθήνα
3. Γκαζέτας Γ. (2004), Σημειώσεις Εδαφομηχανικής, Ε.Μ.Π., Αθήνα
4. Παπαδόπουλος Β. (2007), Στοιχεία του Μαθήματος "Βραχομηχανική-Σήραγγες", ΕΜΠ, Αθήνα
5. Περικλέου Γ. (2008), Καταστατικά Προσομοιώματα Εδαφικών Υλικών με Βάση τη Θεωρία Κρίσιμης Κατάστασης, Διπλωματική Εργασία, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών Ε.Μ.Π., Αθήνα
6. Μαρίνος Π. (2008), Σημειώσεις Ειδικών Γεωτεχνικών Έργων, Ε.Μ.Π., Αθήνα
7. Μπαρδάνης Μ., Μπελόκας Γ. (1997), "Καταστατική προσομοίωση εδαφικών υλικών με δομή", Διπλωματική Εργασία, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών Ε.Μ.Π., Αθήνα
8. Καραουλάνης Φ. (2010), Ελαστοπλαστικά Κριτήρια Διαρροής Πολλαπλών Επιφανειών, Διδακτορική Διατριβή, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών Α.Π.Θ.
9. Βαρδουλάκης Ι. (1999), Τεχνική Μηχανική ΙΙ, Εκδόσεις Συμμετρία, Αθήνα
10. Bathe K. (1996), Finite Element Procedure, Prentice Hall
11. Hoek E., Brown E.T. (1988), The Hoek-Brown Failure Criterion - a 1988 Update, paper presented at Proc. 15th Canadian Rock Mech. Symp, Toronto, Dept. Civil Engineering, University of Toronto.
12. Hoek E., Carranza-Torres C. (2002), Hoek-Brown Failure Criterion, Proc. NARMS-TAC Conference, Toronto, 267-273
13. Hoek E., Diederichs M.S. (2005), Empirical Estimation of Rock Mass Modulus, International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences 43, 203-215
14. Eberhardt E. (2010), Review: GSI and Hoek-Brown Procedure, <http://www.eos.ubc.ca/courses/eosc547/lecture-material/Part1-SupplementaryNotes.pdf>
15. Carranza-Torres, C. (2004), Elasto-plastic solution of tunnel problems using the generalized form of the Hoek–Brown failure criterion, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 41(3), 480-481.
16. Fritz P. (1984), An Analytical Solution for Axisymmetric Tunnel Problems in Elasto-Viscoplastic Media, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, VOL.8, 325-342
17. Chaboche J. (2009), Notes on Nonlinear Computational Mechanics, http://mms2.enscm.fr/msi_paris/transparentes/JLC-Plasticity.pdf, Athens
18. Whittle, A. and Kavvas, M. (1994). "Formulation of MIT-E3 Constitutive Model for Overconsolidated Clays." J. Geotech. Engrg.