



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΤΩΝ ΚΑΤΕΡΓΑΣΙΩΝ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

**ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ:
ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ ΛΕΠΤΟΥ ΠΑΧΟΥΣ ΑΠΟ
ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ**

ΠΡΩΤΕΣΙΛΑΟΣ Κ. ΚΩΣΤΑΖΟΣ

ΔΙΠΛ. ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΟΣ ΜΗΧΑΝΙΚΟΣ Α.Π.Θ.

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Δ.Ε. ΜΑΝΩΛΑΚΟΣ

ΑΘΗΝΑ 2011

ΣΥΜΒΟΥΛΕΥΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

Καθηγητής Δ.Ε. Μανωλάκος (Επιβλέπων)
Καθηγητής Α.Γ. Μάμαλης
Αναπλ. Καθηγητής Γ.-Χ. Βοσνιάκος

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

Καθηγητής Δ.Ε. Μανωλάκος
Καθηγητής Α.Γ. Μάμαλης
Καθηγητής Χ. Προβατίδης
Καθηγητής Ι. Αντωνιάδης
Καθηγητής Δ. Παντελής
Αναπλ. Καθηγητής Γ.-Χ. Βοσνιάκος
Αναπλ. Καθηγητής Ν. Τσούβαλης

Η έγκριση της Διδακτορικής Διατριβής από την Ανώτατη Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου δεν υποδηλώνει αποδοχή των γνώμων του συγγραφέα.

(N 5343/1932, Άρθρο 202)

Αφιερώνεται
στον πατέρα μου
και
το γιο μου

Πρόλογος

Η ανά χείρας διδακτορική διατριβή με τίτλο “Συστήματα απορρόφησης ενέργειας: Ανάλυση κατασκευών λεπτού πάχους από σύνθετα υλικά” εκπονήθηκε στον Τομέα Τεχνολογίας των Κατεργασιών της Σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Αντικείμενο της διατριβής είναι η πειραματική και η δια της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων ανάλυση και διερεύνηση της συμπεριφοράς κατάρρευσης (τρόποι παραμόρφωσης, ικανότητα απορρόφησης ενέργειας) κελυφών από υβριδικό σύνθετο sandwich υλικό με ενισχυμένο πυρήνα αφρού, που χρησιμοποιούνται στον τομέα των μεταφορών ως προστατευτικά δομικά στοιχεία απορρόφησης ενέργειας έναντι πρόσκρουσης.

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω εκ βαθέων τον επιβλέποντα της παρούσας διατριβής Καθηγητή Δ.Ε. Μανωλάκο, Διευθυντή του Τομέα Τεχνολογίας των Κατεργασιών για την εμπιστοσύνη του στο πρόσωπό μου με την ανάθεση του θέματος, καθώς και για την επιστημονική καθοδήγηση, τις πολύτιμες συμβουλές και την πολύπλευρη βοήθειά του καθ’ όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της διατριβής.

Επιθυμώ επίσης να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον Καθηγητή Α.Γ. Μάμαλη για τη συμμετοχή μου στα ερευνητικά προγράμματα που διηύθυνε, για τα τεχνικά μέσα που μου διέθεσε και τις εύστοχες παρατηρήσεις από τη μακρόχρονη πείρα του στα θέματα crashworthiness.

Ευχαριστώ επίσης θερμά τον Αναπληρωτή Καθηγητή Γ.-Χ. Βοσνιάκο για την ενθάρρυνση και την εμπιστοσύνη στο πρόσωπό μου σχετικά και με άλλα επιστημονικά θέματα πέραν εκείνου της διατριβής.

Πολλές ευχαριστίες θέλω να εκφράσω σε αγαπητούς συναδέλφους (Δρ. Α. Μαρκόπουλος, Σ. Γεωργιόπουλος, Δρ. Γ. Κούζιλος, Δρ. Ν. Γαλάνης, Δρ. Α. Βορτσέλας, Η. Μάτσας, Δρ. Α. Κουμούτσος) και στο τεχνικό και γραμματειακό προσωπικό του Εργαστηρίου (Γ. Μίχας, Ν. Μελισσάς, Κ. Κερασιώτης, Δ. Σπηλιόπουλος, Μ. Βασιλείου) για την άψογη συνεργασία και τις υπέροχες αναμνήσεις.

Τέλος, σε προσωπικό επίπεδο, θα ήθελα να εκφράσω την απέραντη ευγνωμοσύνη μου στην πατρική μου οικογένεια - με ιδιαίτερη συγκίνηση στον πατέρα μου Κώστα - για την ηθική καθοδήγηση και τις θυσίες σε ολόκληρη τη διαδρομή μέχρι την έναρξη της εκπόνησης της διατριβής, καθώς στη συνέχεια τη σκυτάλη της υπομονής, της

στήριξης και της αγκαλιάς παρέλαβαν η Αναστασία και ο μικρός Κωνσταντίνος. Τους ευχαριστώ και τους υπόσχομαι και τη δική μου αρωγή στις δικές τους προσπάθειες.

Πρωτεσίλαος Κ. Κωστάζος

Περίληψη

Η ικανότητα απορρόφησης ενέργειας ενός στοιχείου ή συστήματος εκτεθειμένου σε πρόσκρουση διέπεται από το δομικό σχεδιασμό του και τις ιδιότητες των υλικών. Η ανάπτυξη του τομέα σχεδιασμού οχημάτων έχει προσανατολιστεί στη χρήση υβριδικών σύνθετων sandwich κατασκευών, που χαρακτηρίζονται από περιορισμένο βάρος και βελτιωμένο επίπεδο συμπεριφοράς σε συνθήκες πρόσκρουσης από τη σκοπιά της απόδοσης στην απορρόφηση ενέργειας και της αύξησης της ασφάλειας.

Το αντικείμενο της ανά χειράς διδακτορικής διατριβής είναι η πειραματική και η δια της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων ανάλυση και διερεύνηση της συμπεριφοράς κατάρρευσης (τρόποι παραμόρφωσης, ικανότητα απορρόφησης ενέργειας, διακύμανση θλιπτικού φορτίου, χαρακτηριστικά ζώνης θραύσης) τετραγωνικών κελυφών από υβριδικό σύνθετο sandwich υλικό με πυρήνα αφρού ενισχυμένο με FRP (fibre-reinforced plastic) ένθετα απορρόφησης ενέργειας.

Το πρώτο εισαγωγικό κεφάλαιο παρουσιάζει τον όρο “crashworthiness” και την εφαρμογή του στη λογική του σχεδιασμού παθητικής ασφάλειας των μέσων μεταφοράς. Παρουσιάζεται επίσης μια ανασκόπηση - με τη σχετική βιβλιογραφική επισκόπηση - της εφαρμογής σύνθετων, αφρώδων και σύνθετων sandwich αφρώδους πυρήνα κατασκευών σε συστήματα απορρόφησης ενέργειας μαζί με τις συνήθεις μορφές αστοχίας και κατάρρευσης αυτών σε καθιερωμένους τρόπους φόρτισης. Η βιβλιογραφική ανασκόπηση συμπληρώνεται με τις πρόσφατες αναλυτικές και δια της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων προσεγγίσεις μοντελοποίησης της συμπεριφοράς κατάρρευσης των παραπάνω υλικών και κατασκευών.

Στο δεύτερο κεφάλαιο αναφέρονται τα πειραματικά αποτελέσματα της (στατικής) αξονικής και της (στατικής και κρουστικής) πλευρικής καταπόνησης υβριδικών τετραγωνικών κελυφών sandwich δομής σύνθετου υλικού με πυρήνα αφρού και FRP ενισχυτικά ένθετα απορρόφησης ενέργειας. Εξετάζονται δύο διαφορετικές υβριδικές sandwich δομές: η πρώτη, αναφερόμενη ως sandwich σύστημα “corrugated” πυρήνα, αποτελείται από περιβλήματα πολύστρωτου σύνθετου υλικού με ίνες γυαλιού σε φαινολική μήτρα και πυρήνα αφρού φαινόλης ενισχυμένο με αυλακωτό έλασμα παρόμοιο με εκείνο των περιβλημάτων. Η δεύτερη, αναφερόμενη ως sandwich σύστημα “tubular” πυρήνα, αποτελείται από ίδια σύνθετα πολύστρωτα περιβλήματα και αφρό πυρήνα με τα αντίστοιχα της “corrugated” δομής, ενώ η ενισχυτική κατασκευή του πυρήνα αποτελείται από FRP ένθετους κυλινδρικούς σωλήνες

απορρόφησης ενέργειας. Παρουσιάζονται επίσης οι τρόποι αστοχίας σε μακρο- και μικροσκοπικό επίπεδο καθώς και η απορρόφηση ενέργειας των κατασκευών. Η συμπεριφορά κατάρρευσης των κελυφών φαίνεται ότι επηρεάζεται ιδιαίτερα από το δομικό σχεδιασμό και τις ιδιότητες των υλικών των σύνθετων sandwich κελυφών. Επιπλέον, διερευνάται και αναλύεται η επίδραση διαφόρων συνθηκών triggering (κατασκευές triggering τύπου “chamfer” (λοξότμηση) και “tulip” (μοτίβο τουλίπας)) στο ένα άκρο των εξεταζόμενων δοκιμίων, ενώ επισημαίνονται οι διαφοροποιήσεις που προκύπτουν λόγω των τύπων triggering και μεταξύ αυτών. Τα κύρια αποτελέσματα αυτής της μελέτης είναι η αποτίμηση της απορρόφησης ενέργειας των σύνθετων sandwich κατασκευών σε συνθήκες θλιπτικής καταπόνησης. Τα sandwich κελύφη της “corrugated” δομής παρουσιάζουν γενικά ανώτερη απόκριση αναφορικά με τις ιδιότητες απορρόφησης ενέργειας κατάρρευσης και την αντοχή σε σχέση με την “tubular” δομή.

Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι σημαντικές πτυχές της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method) και του “explicit” κώδικα πεπερασμένων στοιχείων, Ls-Dyna για την προσομοίωση της συμπεριφοράς κατάρρευσης των σύνθετων sandwich κατασκευών, που αφορούν στο explicit σχήμα ολοκλήρωσης, την τεχνολογία των πεπερασμένων στοιχείων, την ανάλυση της αλληλεπίδρασης επαφής και τη μοντελοποίηση των (σύνθετων) υλικών, προκειμένου να εισαχθούν οι ακολουθούσες διερευνήσεις μοντελοποίησης των επόμενων κεφαλαίων.

Λαμβάνοντας υπόψη ότι η διαχείριση της αλληλεπίδρασης επαφής είναι σπουδαίας σημασίας στην explicit ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων των κατασκευών πρόσκρουσης, το τέταρτο κεφάλαιο περιλαμβάνει εκτεταμένη διερεύνηση της μοντελοποίησης, αναφερόμενη στην ακριβή προσομοίωση με τον κώδικα Ls-Dyna σε ειδικές συνθήκες επαφής: επαφή μεταξύ επιφανειών διδιάστατων (shell) πεπερασμένων στοιχείων με θεώρηση αντισταθμίματος του πάχους, επαφή μεταξύ ακμών πεπερασμένων στοιχείων, ανανέωση επαφής μεταξύ τμημάτων με εξαλειφθέντα στοιχεία λόγω προσομοίωσης αστοχίας υλικού.

Το πέμπτο κεφάλαιο αναφέρεται στην εφαρμογή του explicit κώδικα πεπερασμένων στοιχείων, Ls-Dyna στην προσομοίωση της συμπεριφοράς κατάρρευσης και των χαρακτηριστικών απορρόφησης ενέργειας τετραγωνικών κελυφών από υβριδικό sandwich σύνθετο υλικό με δύο διαφορετικές δομικές διατάξεις ενισχυμένου πυρήνα αφρού υποκείμενων σε αξονική θλιπτική καταπόνηση.

Η διαδικασία μοντελοποίησης αφορά κυρίως στα εξής: δημιουργία μοντέλου (πλέγματος) πεπερασμένων στοιχείων, επιλογή τύπου και ιδιοτήτων των πεπερασμένων στοιχείων για τα επιμέρους τμήματα του μοντέλου, επιλογή μοντέλων υλικών και χαρακτηρισμός, καθορισμός κριτηρίων αστοχίας των υλικών, προσδιορισμός διεπιφανειών και τύπων επαφής και διαχείριση της επαφής κατόπιν αστοχίας των υλικών μεταξύ των αλληλεπιδρώντων τμημάτων και εντός του καθενός εξ αυτών (ανεξάρτητα), ορισμός συνοριακών συνθηκών. Τα προκύπτοντα αριθμητικά αποτελέσματα παραβάλλονται με πραγματικά πειραματικά δεδομένα από μικρής κλίμακας φυσικά μοντέλα (δεύτερο κεφάλαιο) αναφορικά με τους τρόπους κατάρρευσης, την ικανότητα απορρόφησης ενέργειας, τη διακύμανση του φορτίου και τα χαρακτηριστικά της ζώνης θραύσης, επιδεικνύοντας πολύ καλή συμφωνία.

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα του τέταρτου κεφαλαίου και μετά από περαιτέρω εξέταση των σχετικών δυνατοτήτων μοντελοποίησης του κώδικα, στο έκτο κεφάλαιο προτείνονται τεχνικές προσομοίωσης που αφορούν στις βασικές μορφές αστοχίας των πολύστρωτων σύνθετων υλικών, όπως η διαστρωματική αποκόλληση και η θραύση, σε συνδυασμό με μια σύντομη καταγραφή και την αντίστοιχη βιβλιογραφική επισκόπηση των τρεχουσών προσεγγίσεων μοντελοποίησης.

Το τελευταίο κεφάλαιο περιλαμβάνει μια σειρά τελικών απολογιστικών σχολίων και συμπερασμάτων που προκύπτουν από το σύνολο των πειραματικών δοκιμών και της διερεύνησης μοντελοποίησης με πεπερασμένα στοιχεία αναφορικά με τη συμπεριφορά κατάρρευσης (τρόποι κατάρρευσης και ικανότητα απορρόφησης ενέργειας) σύνθετων sandwich κελυφών. Επιπλέον περιλαμβάνονται προτάσεις για περαιτέρω έρευνα σε συνέχεια του έκτου κεφαλαίου.

Abstract

The energy absorption capability of an exposed crashworthy element or system is greatly affected by its structural design and material properties. Development in the field of vehicle design has been directed towards the use of hybrid composite sandwich structures, which are featured by light weight and improved level of crashworthiness from energy absorbing efficiency and increased safety point of view.

The subject of the on hand doctoral thesis is the experimental and finite element analysis and investigation of the crushing behaviour - in terms of deformation modes, energy absorption capability, compressive load-deflection history and crush zone characteristics - of square hollow crashworthy bodysHELLs made of hybrid sandwich foam-cored composite material with integral core-reinforcing energy absorbing FRP (fibre-reinforced plastic) inserts.

The first introductory chapter presents the term of “crashworthiness” and its application in the passive safety design concept of transportation vehicles. A review - with related literature survey - of the implementation of composite, foam and foam-cored composite sandwich structures to crash energy absorption systems along with their usual failure and collapse modes under common types of loading, is also presented. The technical literature review is accomplished with the recent analytical and finite element modelling approaches of the above mentioned materials and structures crash behaviour.

Experimental results pertaining to (static) axial and (static and impact) lateral loading of hybrid square rail vehicle tubular components, made of foam-cored composite sandwich structure with FRP reinforcing integral energy absorbing inserts, are reported in the second chapter. Two different hybrid sandwich structures are investigated: the first type, named “corrugated” tied-core sandwich system, consists of skins made from a glass fiber-phenolic matrix composite laminate and a core formed by an internal reinforcing corrugated structure of the same laminate used for the faces filled with phenolic foam. The second one, named “tubular” tied-core sandwich system, consists of the same laminated skins and foam core used for the “corrugated” tied-core sandwich system, while the core reinforcing structure is consists of integral FRP hollow cylindrical energy absorbing inserts. Failure modes at macro- and microscale and the energy absorbing of the collapsed structural components are also presented. The crashworthy behaviour of these small-scale bodysHELLs seems to be

greatly affected by the structural design and the material properties of the composite sandwich components. Furthermore, the effect of diverse triggering conditions (“chamfer” and “tulip” triggering structures) at one end of the specimens tested is investigated and analyzed and distinctions arising from triggering (and between trigger types) are also highlighted where appropriated. The main results of this study are evaluation of the absorbing energy performance of the composite sandwich structures subjected to compressive loading. The “corrugated” tied-core sandwich components have generally shown a better performance in terms of crash energy absorbing properties and strength with respect to the “tubular” tied-core sandwich components.

The third chapter presents the important aspects of the finite element method (FEM) and “explicit” FE code Ls-Dyna for the simulation of the crushing response of composite sandwich structures, dealing with the explicit integration scheme, element technology, contact analysis and (composite) material modelling, in order to introduce the forthcoming modelling investigations of the next chapters.

Considering that contact interaction processing is of great importance in explicit finite element analysis of crashworthy structures, the fourth chapter includes extensive modelling investigation dealing with accurate predictive simulation with FE code Ls-Dyna under particular contact conditions: contact between shell element surfaces taking into account the shell thickness offset, edge-to-edge contact, contact renewal between parts with eroded elements due to material failure simulation.

The fifth chapter is dealing with the implementation of the explicit FE code Ls-Dyna to the simulation of the crash behaviour and energy absorption characteristics of square hollow crashworthy bodyshells made of hybrid sandwich composite material with two different structural configurations of reinforced foam core subjected to axial compressive loading. The modelling procedure principally pertains to: finite element model (mesh) generation, selection of types and properties of elements for the various parts of the model, material models selection and designation, material failure criteria definition, definition of interfaces and types of contact and material post-failure contact processing between the interacting parts and within each of them (independently), definition of the boundary conditions. The obtained numerical results are compared with actual experimental data from small-scale physical models (second chapter) in terms of deformation modes, energy absorption capability, load-deflection history and crush zone characteristics, showing very good agreement.

Following the results obtained from the fourth chapter and after further investigation of code relevant modelling capabilities, simulation techniques pertaining to basic laminated composite material failure modes, such as delamination and fracture, are suggested in the sixth chapter in combination with a brief review and corresponding literature survey of current modelling approaches.

The last chapter includes a series of final review notes and conclusions resulted from the entirety of experimental testing and finite element modelling investigation related to the crushing response (i.e., collapse modes and energy absorption capability) of hollow sandwich composite structures. Suggestions for further research work are also included following sixth chapter.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

Περίληψη	i
Abstract	iv
ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ	vii
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: Εισαγωγή - Ανασκόπηση βιβλιογραφίας	1-29
Ο όρος “crashworthiness”	1
1.1 <i>ΥΛΙΚΑ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ</i>	1
1.1.1 Σύνθετα υλικά (composites)	1
1.1.2 Πυρήνας (core) sandwich κατασκευής	7
1.1.3 Κατασκευές sandwich	8
1.2 <i>ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ – ΚΩΔΙΚΑΣ LS-DYNA</i>	15
1.2.1 Σύνθετα υλικά	18
1.2.2 Αφρώδη υλικά	20
1.2.3 Κατασκευές sandwich	22
1.3 <i>ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΚΑΙ ΔΟΜΗ ΤΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ</i>	23
<u>Βιβλιογραφία</u>	25
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: Θλιπτική καταπόνηση κοίλων τετραγωνικών υβριδικών sandwich κατασκευών με ενισχυμένο πυρήνα αφρού: Πειραματική διερεύνηση	30-72
Περίληψη	30
2.1 <i>ΕΙΣΑΓΩΓΗ</i>	30
2.2 <i>ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ</i>	33
2.3 <i>ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ</i>	40
2.3.1 Αξονική (οιονεί-στατική) καταπόνηση κελυφών “corrugated” δομικού συστήματος	40
2.3.2 Αξονική (οιονεί-στατική) καταπόνηση κελυφών “tubular” δομικού συστήματος	52
2.3.3 Συνολικά συμπεράσματα αξονικής (οιονεί-στατικής) καταπόνησης κελυφών “corrugated” και “tubular” δομικών συστημάτων	62
2.3.4 Πλευρική (οιονεί-στατική και δυναμική) καταπόνηση κελυφών “corrugated” και “tubular” δομικών συστημάτων - Σχόλια και συμπεράσματα	64
<u>Βιβλιογραφία</u>	71
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων και ο κώδικας Ls-Dyna	73-172
3.1 <i>ΕΙΣΑΓΩΓΗ</i>	73
3.2 <i>ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ - ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΟΥ ΣΥΝΕΧΟΥΣ ΜΕΣΟΥ</i>	78
3.3 <i>EXPLICIT - ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΕΝΤΡΙΚΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ (CENTRAL DIFFERENCE METHOD)</i>	83
3.4 <i>ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ</i>	95
3.4.1 Γενική επισκόπηση	95
3.4.2 Τετραπλευρικό (shell) στοιχείο τεσσάρων κόμβων των Belytschko-Lin-Tsay (BLT) του κώδικα Ls-Dyna (Elform=2)	102

3.4.3	Τετραπλευρικό (shell) στοιχείο τεσσάρων κόμβων πλήρους ολοκλήρωσης (fully integrated) του κώδικα Ls-Dyna (Elform=16)	104
3.4.4	Άλλες διατυπώσεις στοιχείων και τεχνικές	105
3.4.5	Παρουσίαση του στοιχείου των Belytschko-Lin-Tsay	107
3.4.6	Αναφορά στη θεμελίωση του τετραπλευρικού (shell) στοιχείου τεσσάρων κόμβων πλήρους ολοκλήρωσης (fully integrated, Elform=16 στον κώδικα Ls-Dyna)	116
3.4.7	Θεωρία ελαστικών πολύστρωτων (laminated) πλακών και περιγραφή του αντίστοιχου shell πεπερασμένου στοιχείου	117
3.5	ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΕΠΑΦΗΣ-ΠΡΟΣΚΡΟΥΣΗΣ	130
3.5.1	Βασική περιγραφή του συστήματος επαφής-πρόσκρουσης και της κινηματικής και κινητικής της διεπιφάνειας επαφής μέσω των αρχών της μηχανικής του συνεχούς μέσου	131
3.5.2	Η ανάλυση της αλληλεπίδρασης επαφής στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (κώδικας Ls-Dyna)	135
3.5.3	Ο αλγόριθμος επαφής “pinball”	143
3.5.4	Ανάλυση της αλληλεπίδρασης επαφής σε συνθήκες απαλοιφής πεπερασμένων στοιχείων (element erosion - eroding contact)	151
3.6	ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΝΤΑΤΙΚΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ ΚΑΙ ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΣΤΟΧΙΑΣ ΚΑΤΑ CHANG-CHANG ΣΕ ΠΟΛΥΣΤΡΩΤΟ ΕΛΑΣΜΑ ΣΥΝΘΕΤΟΥ ΥΛΙΚΟΥ ΜΟΝΟΔΙΕΥΘΥΝΤΙΚΩΝ ΣΤΡΩΣΕΩΝ	156
	<u>Βιβλιογραφία</u>	165

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: Μοντελοποίηση της επαφής (contact modeling) στον κώδικα Ls-Dyna 173-207

4.1	<i>ΕΙΣΑΓΩΓΗ</i>	173
4.2	<i>ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΕΠΑΦΗΣ (CONTACT SEARCH)</i>	176
4.3	<i>ΚΥΡΙΟΙ ΤΥΠΟΙ ΕΠΑΦΗΣ ΣΤΟΝ ΚΩΔΙΚΑ LS-DYNA</i>	180
4.4	<i>ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΔΥΣΚΑΜΨΙΑΣ/ΣΤΙΒΑΡΟΤΗΤΑΣ ΤΗΣ ΕΠΑΦΗΣ (CONTACT STIFFNESS)</i>	185
4.5	<i>ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΜΑ ΤΟΥ ΠΑΧΟΥΣ ΤΩΝ SHELL ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΣΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΕΠΑΦΗΣ</i>	192
4.6	<i>ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΕΠΑΦΗΣ ΜΕΤΑΞΥ ΑΚΜΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ (EDGE TO EDGE CONTACT)</i>	197
	<u>Βιβλιογραφία</u>	207

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: Μοντελοποίηση της κατάρρευσης των sandwich υβριδικών κελυφών με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (κώδικας Ls-Dyna) 208-281

	Περίληψη	208
5.1	<i>ΕΙΣΑΓΩΓΗ</i>	208
5.2	<i>ΜΟΝΤΕΛΑ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ (FINITE ELEMENT MODEL)</i>	210
5.2.1	Πλεγματοποίηση-Διακριτοποίηση (Meshing-Discretization)	213
5.2.2	Ιδιότητες πεπερασμένων στοιχείων	221
5.2.3	Ιδιότητες υλικών	228
5.2.4	Ειδικές τεχνικές μοντελοποίησης αστοχίας υλικών	246
5.2.5	Μοντελοποίηση διεπιφανειών αλληλεπίδρασης επαφής	252
5.2.6	Συνοριακές συνθήκες	259
5.3	<i>ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑΣ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ</i>	262
5.4	<i>ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ</i>	269
5.4.1	Τρόποι παραμόρφωσης (deformation modes)	269
5.4.2	Χαρακτηριστικά σχέσης φορτίου-μετατόπισης πλάκας συμπίεσης (βράχυνσης δοκιμίων)	273
5.5	<i>ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ</i>	277

<u>Βιβλιογραφία</u>	278
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: Περαιτέρω προτεινόμενες τεχνικές μοντελοποίησης της κατάρρευσης λεπτότοιχων κελυφών πολύστρωτου σύνθετου υλικού	282-305
<i>Βασικές παράμετροι</i>	282
<i>Διαστρωματική αποκόλληση</i>	283
<i>Ρηγμάτωση/Θραύση</i>	290
<i>Σφήνας θρυμματισμένου υλικού</i>	292
<i>Μηχανισμός “triggering” - διαμόρφωση άκρου</i>	295
<i>Άλλες μέθοδοι μοντελοποίησης της συμπεριφοράς και αστοχίας των σύνθετων υλικών</i>	299
<u>Βιβλιογραφία</u>	303
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: Συμπεράσματα - σχόλια - προτάσεις	306-318
<i>7.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ</i>	306
<i>7.2 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ</i>	306
<i>7.3 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ (ΚΩΔΙΚΑΣ LS-DYNA)</i>	307
<i>Γενική διαδικασία</i>	307
<i>Θεωρήσεις-υποθέσεις</i>	308
<i>Πιθανές ατέλειες των κελυφών σε σχέση με τη μοντελοποίησή τους</i>	309
<i>Πλεγματοποίηση (διακριτοποίηση με πεπερασμένα στοιχεία)</i>	310
<i>Ποιότητα πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων</i>	311
<i>Επιλογή μοντέλων υλικών</i>	314
<i>Ειδικές παράμετροι προσομοίωσης αστοχίας</i>	315
<i>Συνολική αποτίμηση</i>	316
<i>Προτάσεις για περαιτέρω ανάλυση</i>	317
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ: Δημοσιεύσεις του συντάκτη της παρούσας διατριβής	319

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Εισαγωγή - Ανασκόπηση βιβλιογραφίας

Ο όρος “crashworthiness”

Η έννοια της λεγόμενης “συμπεριφοράς/απόκρισης κατασκευών έναντι πρόσκρουσης” (structural crashworthiness) σχετίζεται με την απόκριση του εκτιθέμενου δομικού στοιχείου ή συστήματος και των απαιτήσεων προστασίας που δύναται να εξασφαλίσει, με κύριο παράγοντα την ικανότητα απορρόφησης υψηλού ποσοστού της ενέργειας πρόσκρουσης κατά την κατάρρευσή του. Στην περίπτωση επιβαίνοντων ή πολύτιμων υλικών εντός μιας κατασκευής (π.χ., όχημα), ειδικά, βασικό στόχο του σχεδιασμού της συνιστά η δημιουργία “μετώπου κατάρρευσης” (crash-front), δηλ., μιας συγκεκριμένης ζώνης υψηλής (προοδευτικής και ελεγχόμενης) παραμόρφωσης στην πλευρά της πρόσκρουσης. Με τον τρόπο αυτό εξασφαλίζεται αφενός υψηλή απορρόφηση ενέργειας, με αποτέλεσμα την περιορισμένη καταπόνηση των επιβαίνοντων λόγω μειωμένης επιβράδυνσης, αφετέρου διατηρείται αλώβητο (ή σχεδόν αλώβητο) το υπόλοιπο τμήμα της κατασκευής, διασφαλίζοντας ζωτικό χώρο (επιβίωσης/ακεραιότητας) στους επιβαίνοντες και τα αγαθά (Εικ. 1.1 και 1.2). Η συγκεκριμένη επιδίωξη αποτελεί αναπόσπαστο τμήμα του λεγόμενου “σχεδιασμού παθητικής ασφάλειας” των οχημάτων (passive safety). Ένα συμβάν πρόσκρουσης διέπεται από τη μάζα, το υλικό (ιδιότητες), τη γεωμετρία της ζώνης πρόσκρουσης και το ευρύτερο σχήμα των αλληλεπιδρώντων σωμάτων, καθώς και τη σχετική μεταξύ τους ταχύτητα. Βασικό πεδίο έρευνας στη βιομηχανία επίγειων και υπέργειων μέσων μεταφοράς αποτελεί η ανάπτυξη ελαφρύτερων, φθηνότερων και μηχανικά - ειδικές (ανηγμένες στο βάρος) ιδιότητες δυσκαμψίας και αντοχής - αποτελεσματικότερων υλικών και κατασκευών [1-8].

1.1 ΥΛΙΚΑ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

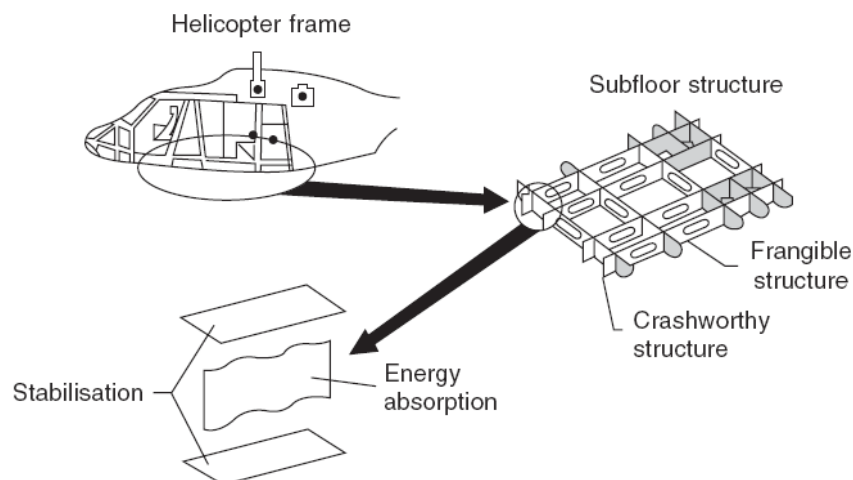
1.1.1 Σύνθετα υλικά (composites)

Η χρήση ενισχυμένων με ίνες σύνθετων υλικών (fiber-reinforced composite) [11-14] σε κατασκευές έναντι πρόσκρουσης (crashworthiness) έχει συγκεντρώσει ιδιαίτερα εκτεταμένο ερευνητικό ενδιαφέρον, καθώς, σχεδιαζόμενα κατάλληλα, μπορούν να

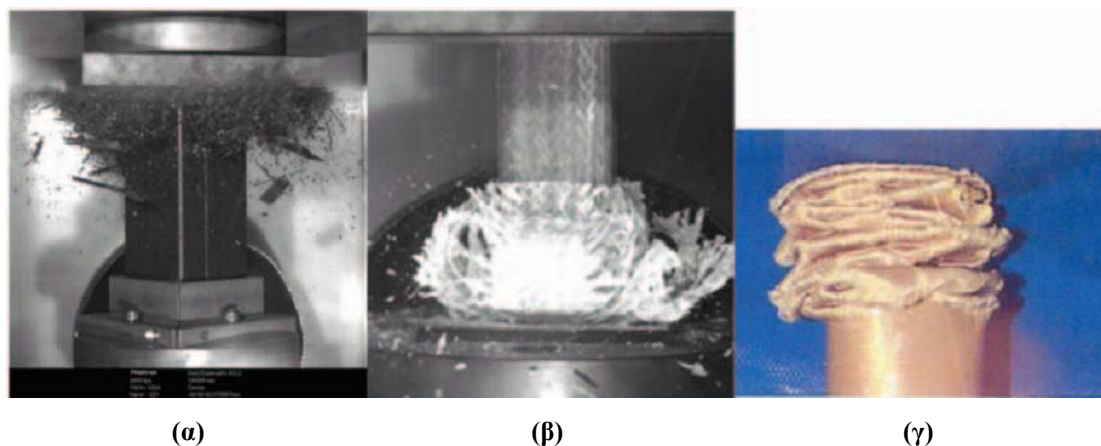
εξασφαλίσουν δυνατότητες απορρόφησης ενέργειας (energy absorption) ανώτερες εκείνων των μετάλλων αναφορικά με το βάρος τους. Γενικά, τα ινοπλισμένα πλαστικά (fibre-reinforced plastic - FRP) δεν παρουσιάζουν την όλκιμη κατάρρευση των μετάλλων, αλλά τείνουν να δημιουργούν ψαθυρό τρόπο κατάρρευσης λόγω της αντίστοιχης ψαθυρής φύσης των περισσότερων ινών και ρητινών (Εικ. 1.3). Δοθέντος ότι οι μηχανισμοί θραύσης μπορούν να ελεγχθούν έτσι ώστε το σύνθετο υλικό να αστοχεί/καταρρέει με ευσταθή και προοδευτικό τρόπο, είναι δυνατό να απορροφηθούν πολύ υψηλά ποσά ενέργειας.



Εικ. 1.1 Αποτέλεσμα δοκιμής σύγκρουσης οχήματος (crash-test) με επιβαίνον ανθρώπινο ομοίωμα (dummy) [9]

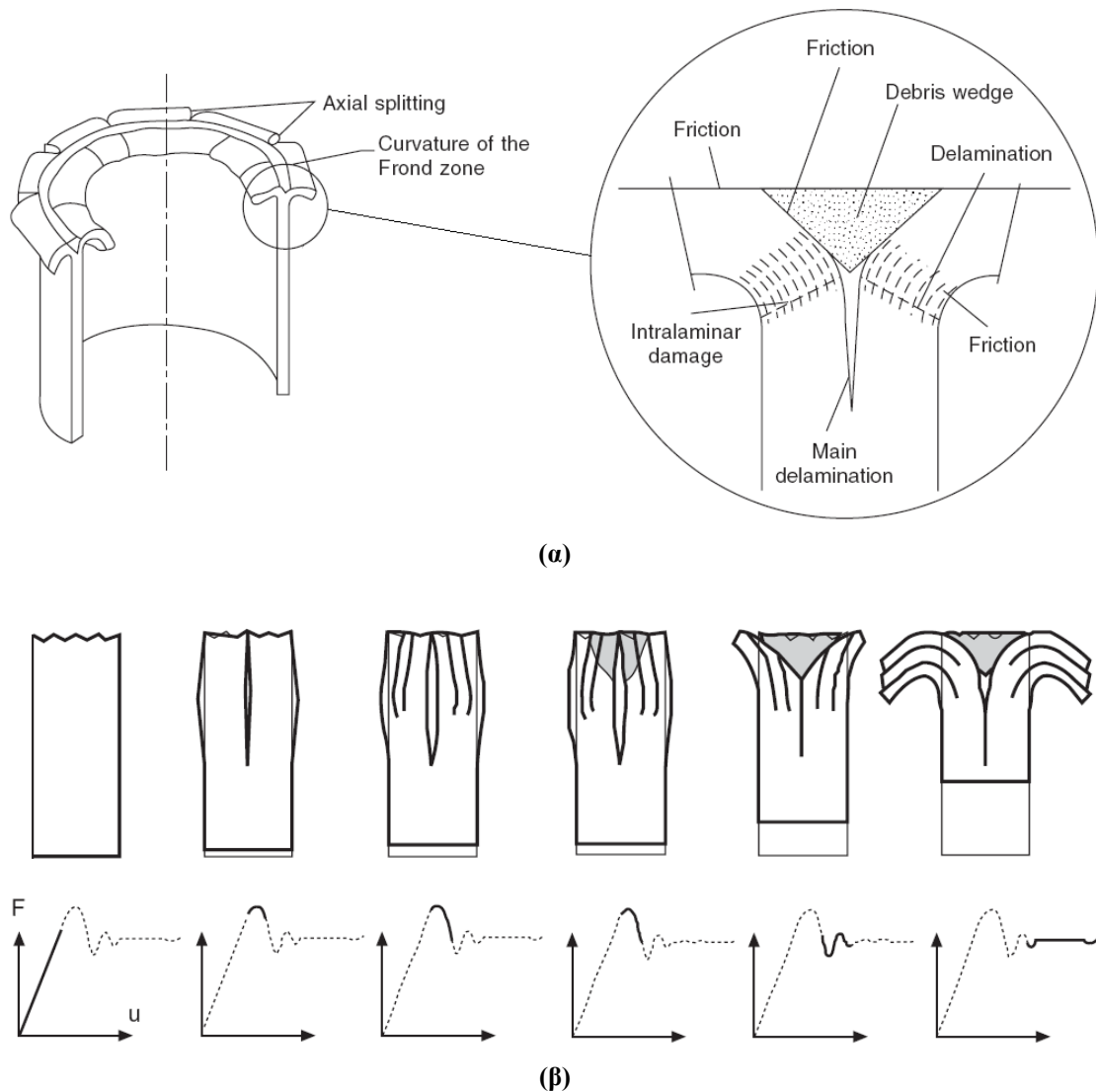


Εικ. 1.2 Πραγματική κατασκευή απορρόφησης ενέργειας σε πρόσκρουση [10]



Εικ. 1.3 Τρεις τρόποι κατάρρευσης σωλήνων σύνθετου υλικού σε αξονική κρουστική καταπόνηση, ανάλογα με το υλικό και τη δομή/διάταξή του: (α) ψαθυρή θραύση (woven carbon fiber/epoxy), (β) σχηματισμός ενιαίων φύλλων (frond) υλικού λόγω αξονικής διάρρηξης (tri-axial braided carbon/vinyl ester), (γ) διαδοχικές πτυχώσεις/λοβοί (Kevlar reinforced) [15]

Τα πλεονεκτήματα των σύνθετων υλικών σε εφαρμογές του τομέα μεταφορών (οχημάτων), αναφορικά με το μικρό βάρος, το κόστος του κύκλου ζωής τους και κυρίως τη συμπεριφορά τους έναντι πρόσκρουσης, έχουν αναγνωριστεί και διατυπωθεί εκτεταμένα στη διεθνή βιβλιογραφία [16-25]. Για ευρύ όμως χρονικό ορίζοντα, η σχετική έρευνα και οι εφαρμογές αφορούσαν στους τομείς της αεροδιαστημικής και της αγωνιστικής αυτοκινητοβιομηχανίας, όπου, λόγω των μεγάλων οικονομικών προϋπολογισμών, υπήρχε η δυνατότητα χρήσης υψηλής ποιότητας σύνθετων υλικών (κατασκευές εποξικής ρητίνης ενισχυμένες με ανθρακονήματα). Τέτοιου είδους και αντίστοιχου κόστους εφαρμογές δεν είναι (οικονομικά) προσιτές στους τομείς των μαζικών μεταφορών (αυτοκίνητα, λεωφορεία, τραίνα, τραμ), ενώ, από την άλλη πλευρά, η έρευνα αφορούσε κυρίως κατασκευές (κελύφη) απλής γεωμετρίας, όπως πλάκες, κυλινδρικούς και ορθογωνικούς σωλήνες, κώνους, τετραγωνικές πυραμίδες, σε αξονική φόρτιση (Εικ. 1.4) [26-33], ενώ μέρος της ερευνητικής προσπάθειας αφορούσε και σε δοκίμια διαφορετικής γεωμετρίας (π.χ., διατομής κλεψύδρας/hourglass) και διεύθυνσης επιβολής του φορτίου (κάμψη), καθώς και συγκριτικές δοκιμές σε σχέση με τη γεωμετρία και την ταχύτητα καταπόνησης [34-38]. Το ερώτημα που εγείρεται αφορά στο κατά πόσο τέτοιες απλές γεωμετρίες, ενταγμένες σε ευρύτερες κατασκευές, ή πολύπλοκες κατασκευές τέτοιων γεωμετριών εμφανίζουν απορρόφηση υψηλών ποσών ενέργειας σε ρεαλιστικές εφαρμογές συνθηκών κατάρρευσης [39-40].



Εικ. 1.4 (α) Αξονική κατάρρευση σωλήνα σύνθετου υλικού (τρέχον στιγμιότυπο) [3], (β) αρχικές διαδοχικές φάσεις κατάρρευσης του τοιχώματος (σηματισμός σφήνα θρυμματισμένου υλικού - debris wedge) [41]

Το προαναφερθέν πεδίο έρευνας, βέβαια, είναι “εκ των ων ουκ άνευ” για την κατανόηση και ανάλυση της συμπεριφοράς των σύνθετων υλικών στις ζητούμενες εφαρμογές (crashworthiness), καθώς και την περαιτέρω ενσωμάτωσή τους σε πολύπλοκες γεωμετρίες και δομικές διατάξεις, ενώ ο σχεδιασμός ευρύτερων συνθέσεων από απλής γεωμετρίας στοιχεία απαιτεί τη γνώση της συμπεριφοράς των επιμέρους δομικών συστατικών. Γενικά, πάντως, προκειμένου να υιοθετηθούν από τη βιομηχανία συμβατικών επίγειων οχημάτων τα σύνθετα υλικά (και τα πλεονεκτήματά τους), ο σχεδιασμός τους πρέπει να εξασφαλίζει οικονομικές και ελαφρές κατασκευές με σταθερό, προοδευτικό και ελεγχόμενο τρόπο κατάρρευσης καθώς και υψηλής απορρόφησης ενέργειας μορφές αστοχίας σε συνθήκες πρόσκρουσης.

Η ικανότητα απορρόφησης ενέργειας σύνθετων κελυφών εξαρτάται από τη γεωμετρία (μορφή, σχετικές διαστάσεις, διαμόρφωση μηχανισμών triggering για πρόκληση αστοχίας/κατάρρευσης), το υλικό (ίνες, μήτρα, προσανατολισμός ινών, διαστρωμάτωση) και τις πειραματικές παραμέτρους (ταχύτητα παραμόρφωσης, συνθήκες τριβής). Βλάβη/αστοχία σε ένα κέλυφος σύνθετου υλικού προκύπτει όταν, κατά την αλληλεπίδρασή του με άλλο αντικείμενο (πρόσκρουση), υπόκειται σε θραύση κατά το πάχος ή/και στην επιφάνειά του υλικού του. Σε πολλές περιπτώσεις μπορεί η αστοχία να μην είναι απολύτως εμφανής, εντούτοις, η απώλεια αντοχής του πολύστρωτου ελάσματος μπορεί να είναι ιδιαίτερα σημαντική και δύναται να ληφθεί υπόψη μέσω της παραμένουσας αντοχής μετά την πρόσκρουση. Η έκταση και ο βαθμός της μείωσης της αντοχής και του υποβιβασμού της δυσκαμψίας εξαρτώνται από το βαθμό παραμόρφωσης/αστοχίας της πληγείσας περιοχής του κελύφους. Οι βλάβες στα ελάσματα σύνθετου υλικού αποτελούν συνήθως συνδυασμό των κύριων τρόπων αστοχίας: διαστρωματική αποκόλληση (delamination), ρηγμάτωση μήτρας (matrix cracking/fracturing) και θραύση ινών (fiber breakage). Οι πρώτοι δύο τύποι αστοχίας εξαρτώνται κυρίως από τις ιδιότητες της ρητίνης της μήτρας, ενώ ο τρίτος αφορά στις προδιαγραφές και τα χαρακτηριστικά των ινών (Εικ. 1.5) [3, 16-19, 21-24, 42-45]:

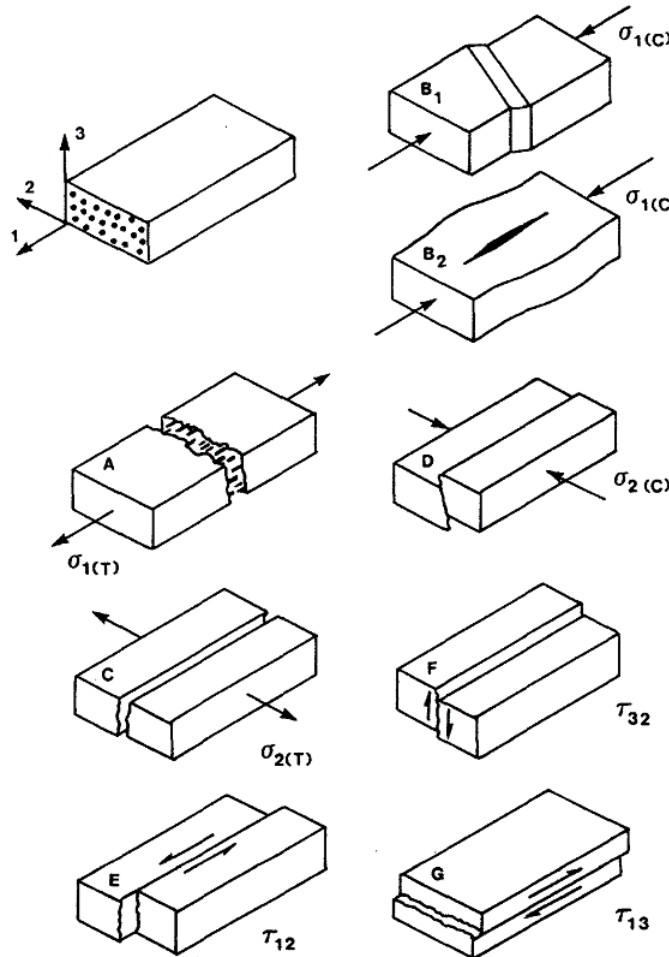
Ρηγμάτωση μήτρας

Η ρηγμάτωση της μήτρας προκαλείται από συγκεντρώσεις τάσεων στη διεπιφάνεια ινών-μήτρας και παράγεται από εφελκυστικές ή θλιπτικές τάσεις, που καθορίζουν και το μέγεθός της. Οι εξωτερικές (επιφανειακές) ρηγματώσεις της μήτρας αποτελούν ενδεικτικό στοιχείο εσωτερικής διαστρωματικής αποκόλλησης. Η ολική ενέργεια που απορροφάται από ρηγμάτωση της μήτρας ισούται ουσιαστικά με το γινόμενο της ενέργειας επιφάνειας και της μικρής περιοχής που παράγεται από τη ρωγμή, καθώς η συμβολή της (συνήθως πολύ μικρής) παραμόρφωσης - πριν τη θραύση - στην απορρόφηση ενέργειας είναι περιορισμένη. Μεγαλύτερες ζώνες ρηγμάτωσης - που αυξάνουν σημαντικά την ενέργεια ρηγμάτωσης - δημιουργούνται από τη διάδοση ρωγμών που διαδίδονται σε διεύθυνση κάθετη στη γενική διεύθυνση της βασικής ρωγμής.

Διαστρωματική αποκόλληση

Η διαφορετική διεύθυνση των ενισχυτικών ινών των στρώσεων μπορεί να συμβάλει στην ανάπτυξη διαστρωματικής αποκόλλησης μεταξύ δύο διαδοχικών στρώσεων λόγω της ανομοιογένειας/ασυνέχειας της δυσκαμψίας στη διεπιφάνειά τους. Το

μέγεθος των ζωνών διαστρωματικής αποκόλλησης επηρεάζεται άμεσα από το μέγεθος της επιβαλλόμενης παραμόρφωσης, ενώ, όταν αναπτύσσονται στη διεπιφάνεια παράλληλα στο επίπεδο των στρώσεων, οδηγούν συνήθως σε υψηλή απορρόφηση ενέργειας.



Εικ. 1.5 Τρόποι αστοχίας/θραύσης στρώσης σύνθετου υλικού μονοδιευθυντικών ινών σε εφελκυσμό, θλίψη και διάτμηση παράλληλα και κάθετα στη διεύθυνση των ινών [21]

Θραύση ινών

Θραύση ινών μπορεί να προκληθεί λόγω διάδοσης ρωγμής σε διεύθυνση κάθετη στις ίνες. Υφιστάμενη, δύναται τελικά να αναπτυχθεί και να δημιουργήσει πλήρη διαχωρισμό του πολύστρωτου ελάσματος, φτάνοντας το όριο παραμόρφωσης θραύσης. Μεγαλύτερη ικανότητα ινών για απορρόφηση ενέργειας καταλήγει σε πιο περιορισμένη θραύση ινών και υψηλότερη παραμένουσα εφελκυστική αντοχή, ενώ η δευτερογενής βλάβη της μήτρας, που συνήθως λαμβάνει χώρα κατόπιν της αρχικής αστοχίας των ινών, μειώνεται επίσης, επιτρέποντας την αύξηση της παραμένουσας θλιπτικής αντοχής. Ψαθυρές ίνες, όπως οι ίνες άνθρακα, έχουν περιορισμένη ικανότητα απορρόφησης ενέργειας καθώς παρουσιάζουν μικρή παραμόρφωση

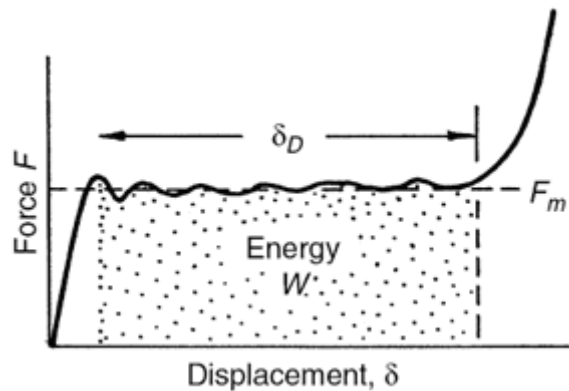
θραύσης. Πάντως, παρόλο που οι ενισχυτικές ίνες συμβάλλουν ιδιαίτερα στην υψηλή τιμή της αντοχής των σύνθετων υλικών, η (μεμονωμένη) θραύση τους αποτελεί μόνο ένα μικρό κλάσμα της συνολικά απορροφούμενης ενέργειας. Επηρεάζουν όμως τους μηχανισμούς αστοχίας και επομένως τη συνολική ενέργεια που απαιτείται για την πρόκληση βλάβης σε έλασμα σύνθετου υλικού.

1.1.2 Πυρήνας (core) sandwich κατασκευής

Η επιλογή του κατάλληλου υλικού για τον πυρήνα ενός sandwich κελύφους αποτελεί κορυφαία σημασία παράγοντα στην επίτευξη της απαιτούμενης απόκρισης του κελύφους. Προορισμός του πυρήνα σε ένα sandwich κέλυφος σύνθετου πολύστρωτου υλικού είναι η αύξηση της δυσκαμψίας του πολύστρωτου υλικού μέσω της αύξησης του πάχους του με ένα υλικό πυρήνα μικρής πυκνότητας μάζας. Με τον τρόπο αυτό μπορεί να επιτευχθεί πολύ μεγαλύτερη δυσκαμψία με ιδιαίτερα μικρό πρόσθετο βάρος στο κέλυφος, επιτρέποντας μια περισσότερο οικονομική και αποτελεσματική (δηλ., συνολικά αποδοτικότερη) κατασκευή δομικών στοιχείων. Επομένως, η μικρή πυκνότητα μάζας συνιστά κρίσιμο παράγοντα στο σχεδιασμό υλικών πυρήνα sandwich κατασκευών [46-49]. Επιπλέον, σημαντικές παραμέτρους αποτελούν το μέτρο διάτμησης, η διατμητική αντοχή, η θλιπτική αντοχή (για λεπτότερες κατασκευές), σταθερότητα στις θερμοκρασίες κατεργασίας και τις ευρύτερες συνθήκες λειτουργίας, αντοχή σε κόπωση, χαμηλό κόστος παραγωγής, ευχέρεια διαχείρισης/κατεργασίας (στις μήτρες κατασκευής).

Οι σκληροί/δύσκαμπτοι (rigid) αφροί πολυουρεθάνης (rigid polyurethane foam) αναπτύχθηκαν αρχικά (δεκαετία 1930) σε ελαφρά sandwich υλικά υψηλής αντοχής για την κατασκευή αεροσκαφών, ενώ τις πρόσφατες δεκαετίες, λόγω της επιζητούμενης απόδοσης των καυσίμων και των αυστηρών κανονισμών παθητικής ασφάλειας στα οχήματα, η αυτοκινητοβιομηχανία έχει υιοθετήσει την εφαρμογή τους σε κατασκευές απορρόφησης ενέργειας [50-51]. Τα κύρια πλεονεκτήματα των σκληρών αφρών πολυουρεθάνης σε σχέση με τα αντίστοιχης χρήσης υλικά περιλαμβάνουν την υψηλή απόδοση στην απορρόφηση ενέργειας, χαμηλή ελαστική επαναφορά, καλές θερμικές ιδιότητες και ευχέρεια μορφοποίησης σε πολύπλοκα σχήματα. Επίσης, αποτελούν συχνά υλικό πυρήνα σε sandwich κέλυφη σύνθετων υλικών που κατασκευάζονται με τη μέθοδο “Resin Transfer Molding” (RTM) (βλ. Κεφ. 2).

Στην Εικόνα 1.6 παρουσιάζεται μια τυπική καμπύλη θλιπτικής τάσης-παραμόρφωσης ενός πολυμερούς αφρού, όπου φαίνονται τρεις διακριτές φάσεις παραμόρφωσης: μια αρχική γραμμικά ελαστική περιοχή στις μικρές παραμορφώσεις, μια παρατεταμένη περιοχή παραμόρφωσης (plateau) μετά τη διαρροή του υλικού και μια περιοχή απότομης αύξησης της τάσης. Η πρώτη φάση αντιστοιχεί στην ομοιόμορφη παραμόρφωση των κυψελίδων (cell) του υλικού σε όλη την έκτασή του και σχετίζεται με την κάμψη και στρέβλωση των τοιχωμάτων και των ακμών των κυψελίδων. Γενικά, αυτή η φάση ανακτήσιμης παραμόρφωσης συνιστά ένα πολύ μικρό ποσοστό πριν την εμφάνιση διαρροής και ουσιαστικά ορίζει το μέτρο ελαστικότητας. Το πλατό μετά τη διαρροή αποτελεί το κυρίαρχο χαρακτηριστικό της κατάρρευσης των κυψελωδών υλικών και αντιστοιχεί σε μόνιμη παραμόρφωση λόγω πλαστικού λυγισμού, διαρροής και ρήξης των τοιχωμάτων και των ακμών των κυψελίδων, καθώς η παραμόρφωση λαμβάνει χώρα σε σχετικά σταθερά επίπεδα φορτίου. Στην τελική φάση, οι κυψελίδες παραμορφώνονται τόσο έντονα που τα κενά εντός τους εξαλείφονται ολοκληρωτικά. Περαιτέρω φόρτιση οδηγεί σε υψηλή συμπίεση του υλικού των τοιχωμάτων των κυψελίδων, προκαλώντας συμπεριφορά που τείνει σε εκείνη του ομογενούς συμπαγούς υλικού, οπότε δημιουργείται η απότομη αύξηση του φορτίου. Η φάση αυτή καλείται συμύκνωση (densification) [52].



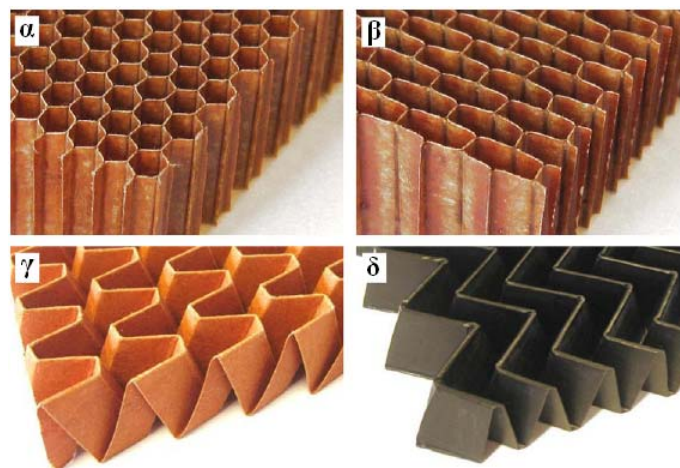
Εικ. 1.6 Καμπύλη φορτίου-μετατόπισης για υλικό απορρόφησης ενέργειας (π.χ., αφρός πολυουρεθάνης) [47]

1.1.3 Κατασκευές sandwich

Η ικανότητα απορρόφησης ενέργειας ενός στοιχείου ή συστήματος πρόσκρουσης διέπεται σε μέγιστο βαθμό από το δομικό σχεδιασμό και τις ιδιότητες του υλικού του. Η εφαρμογή sandwich κατασκευών σε προστατευτικά συστήματα έναντι πρόσκρουσης συγκεντρώνει ιδιαίτερο ενδιαφέρον στο σχεδιασμό της παθητικής

ασφάλειας των μέσων μεταφοράς [40, 53-57]. Τυπικά, αποτελούνται είτε από πυρήνα αφρού (foam core) είτε από κυψελοειδή (honeycomb) πυρήνα τοποθετημένο ανάμεσα σε δύο μεταλλικά ή πολύστρωτα σύνθετα (laminated composite) εξωτερικά ελάσματα. Ο καθιερωμένος sandwich τύπος κατασκευών συνίσταται σε τρεις επιμέρους στρώσεις, εκ των οποίων οι δύο, που καλούνται επιφανειακά ελάσματα, αποτελούν τις εξωτερικές στρώσεις (περιβλήματα) και θεωρούνται λεπτότοιχα κελύφη, τα οποία χωρίζονται από ένα μεγάλο πάχους ενδιάμεσο στρώμα που αποτελεί τον πυρήνα της sandwich δομής.

Ενώ τα περιβλήματα συνίστανται καταρχήν από υλικά υψηλής αντοχής (χάλυβας, αλουμίνιο, ινοπλισμένα πλαστικά-FRP), το στρώμα του πυρήνα αποτελείται από υλικό χαμηλού ειδικού βάρους (balsa, πορώδες ελαστικό, μεταλλικό ή μη μεταλλικό (π.χ. FRP) αυλακωτό έλασμα (corrugated), μεταλλική ή μη μεταλλική κυψελοειδής εξαγωνική δομή (honeycomb), πολυμερής αφρός (polymeric foam)) με πολύ μικρότερη δυσκαμψία και αντοχή από τα εξωτερικά ελάσματα (Εικ. 1.7) [58-62].



Εικ. 1.7 Πυρήνες - sandwich κατασκευών - από εξαγωνική (α) και διευρυμένη εξαγωνική (β) Nomex κυψελώδη δομή, διπλωμένο χαρτί Kevlar (γ) και ανθρακονήματος (δ) [62]

Αν και οι καθιερωμένες sandwich δομές αποτελούνται από δύο στιβαρά εξωτερικά ελάσματα και έναν ασθενέστερο εσωτερικό πυρήνα, στα πλαίσια μιας συνεχούς προσπάθειας για την επίτευξη υψηλότερων λόγων δυσκαμψίας προς βάρος, τα παραδοσιακά υλικά έχουν εξελιχθεί από τα μεταλλικά περιβλήματα και τον πυρήνα honeycomb αλουμινίου στα σύνθετα υλικά. Για τα εξωτερικά ελάσματα, τα σύνθετα υλικά παρουσιάζουν ένα μακροχρόνια επιδιωκόμενο συνδυασμό, την υψηλή δυσκαμψία σε συνδυασμό με το χαμηλό ειδικό βάρος. Για τον πυρήνα, τα μη

μεταλλικά honeycomb και οι πολυμερείς αφροί είναι πλέον διαθέσιμα και ευρέως χρησιμοποιούμενα υλικά.

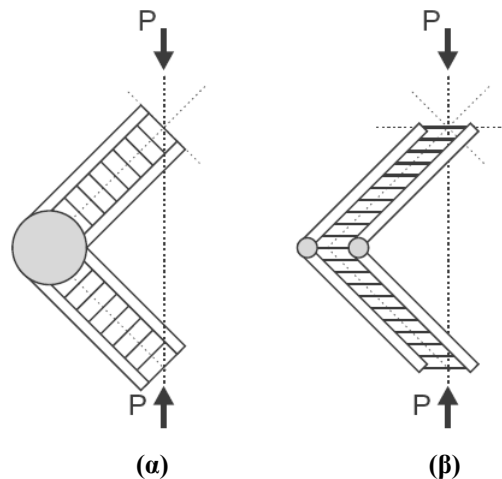
Τα τελευταία χρόνια, η ερευνητική δραστηριότητα και ανάπτυξη στο πεδίο αυτό έχει επικεντρωθεί στη χρήση “υβριδικών” (δηλ., ενισχυμένου πυρήνα - reinforced core) σύνθετων sandwich κατασκευών (hybrid composite sandwich structure), οι οποίες χαρακτηρίζονται από μικρό βάρος και βελτιωμένη απόδοση αναφορικά με τους παραπάνω παράγοντες [25, 40]. Στη συνέχεια παρουσιάζονται πιο αναλυτικά τα επιμέρους δομικά συστατικά τέτοιων κατασκευών.

Για κατασκευαστικές εφαρμογές υψηλών επιδόσεων, τα κύρια υποψήφια υλικά εξωτερικών ελασμάτων συνίστανται από ίνες άνθρακα, αραμιδίου ή γυαλιού (carbon, aramid, glass fibre) εμβαπτισμένες σε θερμοσκληρυνόμενες πολυμερείς μήτρες (thermosetting polymer matrix), κυρίως εποξικές, φαινολικές και πολυεστερικές ρητίνες (epoxy, phenolic, polyester resin). Τα ενισχυμένα με ίνες πλαστικά (fibre-reinforced plastics) δεν παρουσιάζουν την όλκιμη αστοχία που εμφανίζουν τα μέταλλα, αντιθέτως, η ψαθυρή φύση των περισσότερων ινών και ρητινών τείνει να παράγει μηχανισμούς ψαθυρών μικροαστοχιών, όπως διάρρηξη μήτρας (matrix cracking), διαστρωματική αποκόλληση (delamination), θραύση ινών (fibre breakage) κ.λ.π., που συνιστούν τους κύριους τρόπους αστοχίας των κατασκευών αυτών όταν καταρρέουν [3, 29, 63]. Υπό τον όρο ότι οι μηχανισμοί κατάρρευσης μπορούν να ελεγχθούν, ώστε το σύνθετο υλικό να αστοχεί με σταθερό προοδευτικό τρόπο, μπορούν να απορροφηθούν υψηλά ποσά ενέργειας. Ωστόσο, η αποτελεσματική συμπεριφορά σε σύγκρουση κατασκευών από σύνθετα υλικά δεν μπορεί να θεωρείται ανεξάρτητα ή εις βάρος άλλων ζητημάτων ασφάλειας, όπως της προστασίας από πυρκαγιά, επομένως, κατά την επιλογή των σύνθετων υλικών πρέπει να λαμβάνονται υπόψη περισσότερες παράμετροι. Επιπλέον, χρησιμοποιώντας σύνθετα υλικά, ο σχεδιαστής μπορεί να επιλέγει τον τύπο των ινών και της μήτρας, καθώς και τη διεύθυνση των ινών, προκειμένου να παραγάγει υλικά με βελτιωμένες ιδιότητες.

Ο πυρήνας μιας sandwich (υβριδικής) δομής πρέπει να πληροί κάποια σημαντικά χαρακτηριστικά - με απαραίτητη προϋπόθεση την κατάλληλη ποιότητα σύνδεσής του με τα εξωτερικά ελάσματα -, που μπορούν να συνεισφέρουν δραστικά σε μια βελτιωμένη μηχανική απόκριση σε περίπτωση πρόσκρουσης (Εικ. 1.8):

- Πρέπει να είναι δύσκαμπτος (stiff) σε διεύθυνση κάθετη στα περιβλήματα, ώστε να αποτρέπει εκτεταμένη στρέβλωση των τοιχωμάτων του κελύφους στα τρεχόντως - προϊούσης της κατάρρευσης - αλώβητα τμήματά του.

- Πρέπει να παρουσιάζει αυξημένη αντοχή σε διάτμηση προκειμένου να αποφεύγεται σχετική ολίσθηση των περιβλημάτων όταν το sandwich κέλυφος υπόκειται σε καμπτική καταπόνηση.
- Πρέπει να έχει την απαιτούμενη δυσκαμψία προκειμένου να εξασφαλίζει επιπεδότητα στα περιβλήματα, προλαμβάνοντας τη δημιουργία πτυχώσεων στις ανέπαφες περιοχές τους, κατά τη διάρκεια ολόκληρης της διαδικασίας κατάρρευσης.



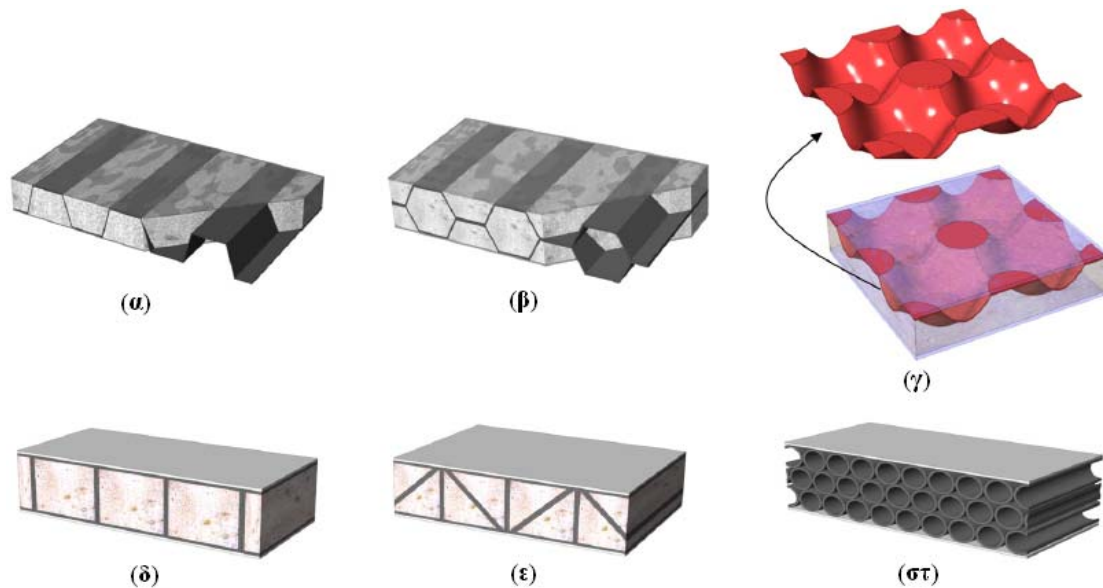
Εικ. 1.8 Δίπλωση sandwich πάνελ ως συνάρτηση των ιδιοτήτων του πυρήνα: (α) διατμητικά άκαμπτος πυρήνας (καθολικός αρμός), (β) διατμητικά ενδοτικός πυρήνας (αρμός στα περιβλήματα) [55]

Γενικά, ο πυρήνας μιας sandwich δομής αποτελείται από υλικό που στοχεύει - χωρίς ουσιαστική αύξηση του συνολικού βάρους της κατασκευής - στην αύξηση της δεύτερης ροπής αδράνειας και τη βελτίωση της εγκάρσιας ορθής και διατμητικής δυσκαμψίας και αντοχής, προκειμένου να φέρει διατμητικά φορτία μεταξύ των περιβλημάτων και εγκάρσιες ορθές δυνάμεις. Επομένως, ο αφρός του πυρήνα δε είναι απαραίτητο να χαρακτηρίζεται πάντα από υψηλές μηχανικές ιδιότητες.

Οι σκληροί αφροί πολυουρεθάνης (rigid polyurethane foam), φαίνεται ότι συμβάλλουν σημαντικά προς αυτή την κατεύθυνση, επιδεικνύοντας επιπλέον αξιοσημείωτα χαρακτηριστικά απορρόφησης ενέργειας. Πρόκειται για υλικά κυψελώδους δομής (cellular materials) με μεγάλο εύρος εφαρμογών σε συνθήκες πρόσκρουσης, αποτελώντας αξιόλογη επιλογή υλικού πυρήνα sandwich δομών [50-52, 54, 64]. Αποτελούνται από μεγάλο αριθμό επιμέρους μικροσκοπικών πολυμερείς κυψελίδες (κελιά - cell) που τους προσδίδουν κατάλληλες ιδιότητες, όπως χαμηλή πυκνότητα, σχετικά υψηλή ειδική αντοχή (λόγος της αντοχής προς τη μάζα) και αξιοσημείωτα χαρακτηριστικά συμπεριφοράς έναντι πρόσκρουσης. Η πορώδης δομή τους διευκολύνει την κατάρρευση των τοιχωμάτων των κελιών μέσω κάμψης και

λυγισμού, παρουσιάζοντας υψηλές τιμές ενέργειας παραμόρφωσης όταν χρησιμοποιούνται ως συστατικά πυρήνων sandwich κατασκευών.

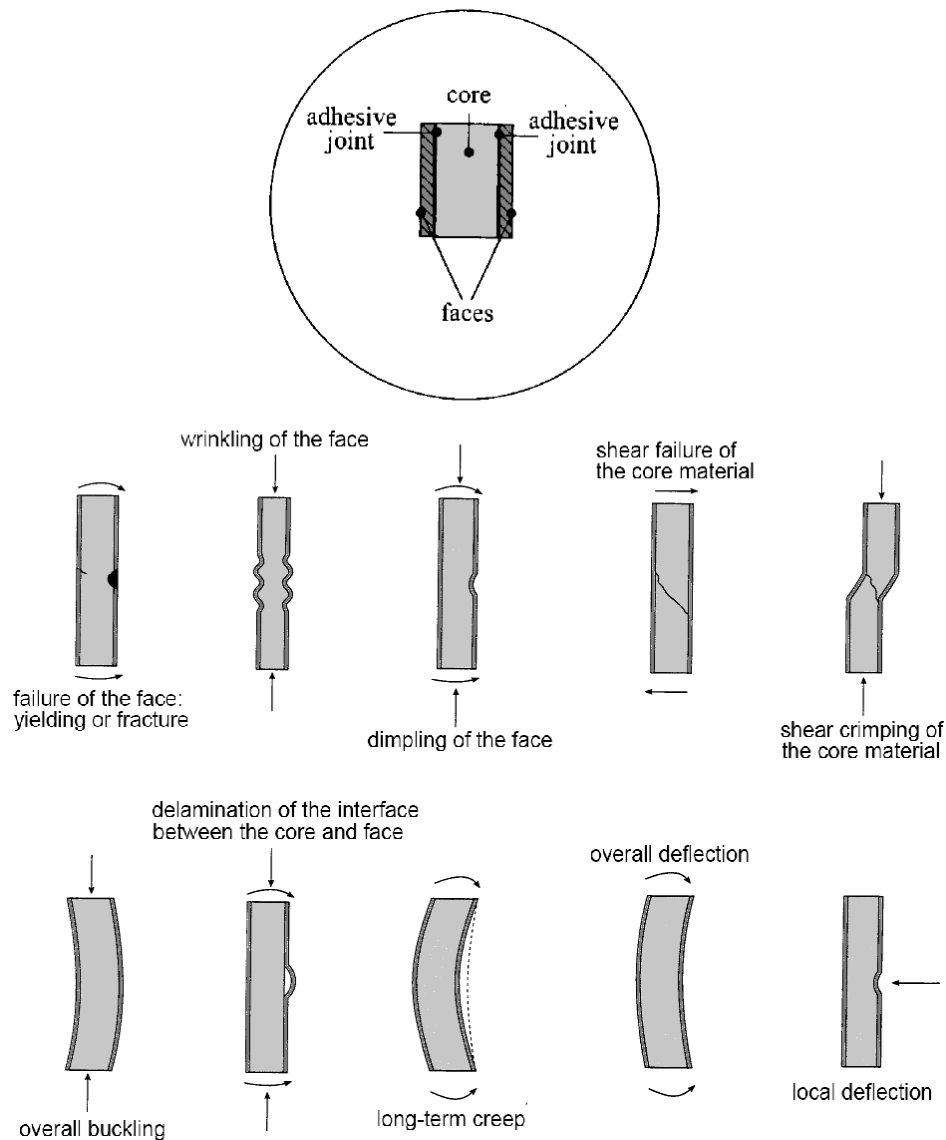
Η “υβριδική” δομή μιας sandwich διάταξης ολοκληρώνεται με την ενσωμάτωση ολοκληρωμένων στοιχείων απορρόφησης ενέργειας σε μορφή ελασμάτων/κελυφών ποικίλης γεωμετρίας και δομής, που διασχίζουν το υλικό του πυρήνα και συνδέονται με τα δομικά στοιχεία (ελάσματα) που τον περιβάλλουν (ενοποίηση της sandwich διάταξης), επιτυγχάνοντας με αυτό τον τρόπο τον αποτελεσματικό έλεγχο των φορτίων κατάρρευσης και της ικανότητας απορρόφησης ενέργειας ολόκληρης της κατασκευής. Βελτίωση της συμπεριφοράς μιας sandwich κατασκευής έναντι πρόσκρουσης, με αποτελεσματικότερο έλεγχο των φορτίων κατάρρευσης και της ικανότητας απορρόφησης ενέργειας, μπορεί να επιτευχθεί μέσω ισχυρότερης σύνδεσης των πολύστρωτων περιβλημάτων με τον πυρήνα αφρού και βελτίωσης των ιδιοτήτων του τελευταίου (δομικό σύστημα sandwich ενισχυμένου πυρήνα) (Εικ. 1.9) [25, 40]. Στο πλαίσιο αυτού του σκεπτικού κατασκευάστηκαν τα συγκεκριμένα δομικά συστήματα, τα οποία εξετάζονται (πειραματικές δοκιμές και μοντελοποίηση) στην παρούσα διατριβή (βλ. Κεφ. 2 και εκείθεν).



Εικ. 1.9 Διατάξεις πυρήνα (πολυμερούς αφρού) sandwich δομών, (ενισχυμένου με ελάσματα/κελύφη σύνθετου υλικού): (α) μονό αυλακωτό έλασμα (corrugation), (β) διπλό αυλακωτό έλασμα, (γ) έλασμα με κοιλότητες (dimpled), (δ) ελάσματα (web) κάθετα στα περιβλήματα, (ε) δικτύωμα ελασμάτων κάθετων και διαγώνιων στα περιβλήματα, (στ) κυλινδρικοί σωλήνες [25]

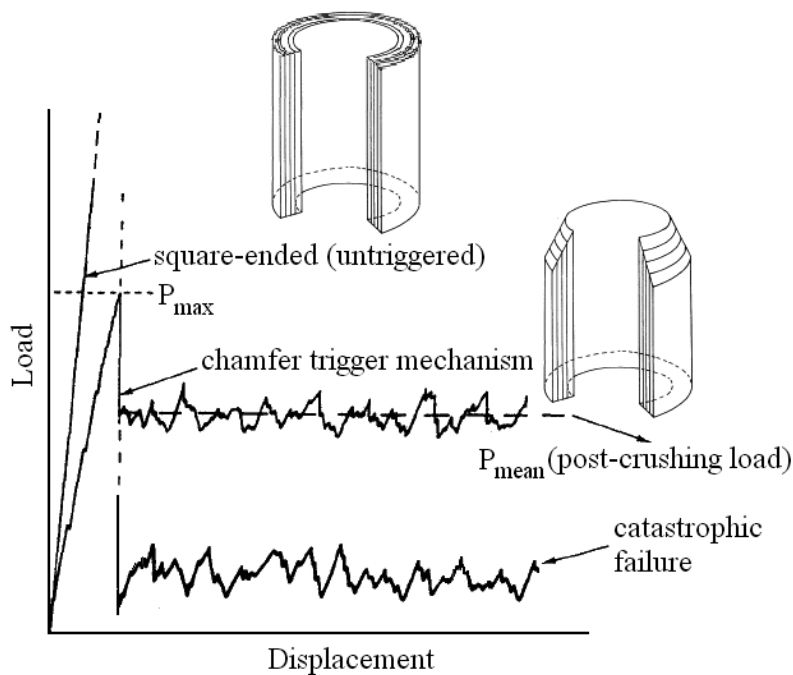
Οι πλέον σημαντικοί μηχανισμοί απορρόφησης ενέργειας των κατασκευών αυτών κατά την παραμόρφωσή τους είναι η τοπική σύνθλιψη/θραύση (crushing) και η διατμητική παραμόρφωση/ρηγμάτωση του υλικού του (ενισχυμένου) πυρήνα, η

κάμψη (bending) και έκταση (stretching) των ελασμάτων περιβλημάτων (facings), καθώς και η θραύση ινών, η αποσύνδεση ινών-μήτρας (debonding) και η διαστρωματική αποκόλληση σε αυτά, ενώ ενέργεια απορροφάται αποτελεσματικά μέσω και της τοπικής σύνθλιψη του δομικού στοιχείου και της παραμόρφωσής του ως συνόλου (global deflection) (Εικ. 1.10). Η διάταξη των σύνθετων περιβλημάτων και η πυκνότητα του πυρήνα φαίνεται ότι διέπουν τη συμπεριφορά των sandwich κατασκευών κατά την κατάρρευσή τους έναντι πρόσκρουσης. Είναι προφανές ότι, προκειμένου να κατασκευαστούν sandwich υβριδικά δομικά στοιχεία με αποτελεσματική συμπεριφορά έναντι πρόσκρουσης, είναι αναγκαίο να χρησιμοποιηθούν συστατικά υλικά με μεγάλη ικανότητα απορρόφησης ενέργειας, εξετάζοντας τις ιδιαίτερες και συζευγμένες ιδιότητες των επιμέρους στοιχείων (εξωτερικά ελάσματα, πυρήνας, ενίσχυση πυρήνα) που τα αποτελούν.



Εικ. 1.10 Τυπική δομή και τρόποι αστοχίας sandwich πάνελ σε διάφορες συνθήκες φόρτισης [65]

Σε πολλές περιπτώσεις, προκειμένου να βελτιωθούν τα χαρακτηριστικά απορρόφησης ενέργειας μιας κατασκευής (σύνθετου υλικού ή sandwich δομής), είναι απαραίτητος ο σχηματισμός μιας εντοπισμένης ζώνης θραύσης, με σκοπό την προοδευτική και σταθερή διάδοσή της εντός του δοκιμίου προϊούσης της καταπόνησης, αναχαιτίζοντας, με αυτόν τον τρόπο, την τάση για καταστροφική αστοχία, που προκαλείται σε ασθενείς περιοχές συγκέντρωσης τάσεων με κατώτερα χαρακτηριστικά απορρόφησης ενέργειας κατάρρευσης. Αυτού του είδους η (επιθυμητή σχεδιαστικά) κατάρρευση διευκολύνεται ιδιαίτερα με τη διαμόρφωση ενός μηχανισμού πρόκλησης (triggering) περιορισμένης - αρχικά - μικροθραύσης στο ένα άκρο του sandwich κελύφους (εκκίνηση κατάρρευσης). Έχουν δοκιμαστεί - ανάλογα με τη γεωμετρία, τις διαστάσεις και το γενικό πεδίο εφαρμογής του κελύφους - διάφοροι τύποι διαμόρφωσης μηχανισμών triggering, μεταξύ αυτών, η μείωση της εγκάρσιας διατομής, η διάνοιξη οπών, η μεταβολή της γεωμετρίας ολόκληρης της διατομής, η βαθμιαία μείωση του πάχους του τοιχώματος, χρήση σφηνών, διαμορφώσεις “chamfer” (λοξότμηση άκρου) και “tulip” (σχήμα τουλίπας), κλπ. (Εικ. 1.11) [21, 66-68].



Εικ. 1.11 Τυπική καμπύλη φορτίου-μετατόπισης αξονικής κατάρρευσης σωλήνα σύνθετου υλικού με τετραγωνισμένο άκρο (χωρίς μηχανισμό triggering) και με διαμορφωμένο άκρο (π.χ., με chamfer μηχανισμό triggering) του σωλήνα. Ο μηχανισμός triggering διαμορφώνεται για να μειωθεί το αρχικό (μέγιστο) φορτίο ή/και για να προληφθεί καταστροφική αστοχία (πρόκληση προοδευτικής κατάρρευσης). Η έλλειψή του δεν αποκλείει την προοδευτική κατάρρευση, ενώ με την εισαγωγή του μπορεί ακόμα και να εξαλείφεται η διαφορά μεταξύ των P_{max} και P_{mean}

1.2 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ - ΚΩΔΙΚΑΣ LS-DYNA

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method - FEM) [69-71] αποτελεί σημαντικό (προβλεπτικό) εργαλείο ανάλυσης της συμπεριφοράς κατασκευών έναντι πρόσκρουσης, χρησιμοποιούμενο ευρύτατα - πέραν της ακαδημαϊκής και ερευνητικής κοινότητας - και σε βιομηχανικές εφαρμογές. Οι βιομηχανίες κατασκευής οχημάτων και μέσων μεταφοράς έχουν υιοθετήσει τις προσομοιώσεις με κώδικες πεπερασμένων στοιχείων ως βασικό τμήμα της διαδικασίας σχεδιασμού, προκειμένου να ελαχιστοποιήσουν το κόστος σχεδιασμού και να δημιουργήσουν ασφαλέστερες κατασκευές [72-74]. Μαζί με την προτυποποίηση και τις πειραματικές δοκιμές, που αποτελούν πάντα εργαλεία ελέγχου του σχεδιασμού, η προσομοίωση συνιστά μια επιπλέον καθιερωμένη διαδικασία βελτίωσής του.

Με τη βελτίωση των κωδίκων πεπερασμένων στοιχείων και την ανάπτυξη προηγμένων μοντέλων υλικών, οι προσομοιώσεις στη βιομηχανία οχημάτων βρίσκουν ευρεία εφαρμογή καθώς γίνονται όλο και πιο προσιτές και ρεαλιστικές με τη συνεχιζόμενη αύξηση της υπολογιστικής ισχύος.

Στη μελέτη της απόκρισης τέτοιων κατασκευών μπορούν να χρησιμοποιηθούν implicit μέθοδοι πεπερασμένων στοιχείων σε στατική και δυναμική ανάλυση, όπου πρόκειται να εξεταστούν γραμμικά και μετρίως μη γραμμικά φαινόμενα. Στην implicit μέθοδο ανάλυσης δομείται ένα σύνολο μητρών που συνιστούν τη μαθηματική διατύπωση βασικών παραμέτρων της κατασκευής, όπως η μάζα και η δυσκαμψία (stiffness). Η χρήση των υπολογιστών στην επεξεργασία των μητρικών σχέσεων επιτρέπει την επίλυση των συστημάτων διαφορικών εξισώσεων συνοριακών τιμών. Βασικό μειονέκτημα της implicit προσέγγισης συνιστά η ανάγκη αντιστροφής του μητρώου δυσκαμψίας, που απαιτεί εκτεταμένους υπολογιστικούς πόρους (ιδιαίτερα μνήμη).

Το κύριο πλεονέκτημα της explicit μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων προέρχεται από τη δομή της υπολογιστικής προσέγγισης, στην οποία η σύζευξη εξαιρετικά μικρών χρονικών βημάτων και μιας επαναληπτικής μεθόδου επίλυσης παράγει λύσεις σε δυναμικά προβλήματα με ακραίες μη-γραμμικότητες γεωμετρίας και υλικού. Με τον τρόπο αυτό απαιτούνται σημαντικά λιγότεροι υπολογιστικοί πόροι, ενώ - λόγω

των πολύ μικρών χρονικών βημάτων - μόνο μικρής διάρκειας φαινόμενα μπορούν να επιλυθούν σε εύθετο χρονικό διάστημα [42, 69, 70, 71, 75].

Στη συνήθη explicit ανάλυση της συμπεριφοράς κατασκευών έναντι πρόσκρουσης με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, ο υπολογιστικός χρόνος που απαιτείται για την αριθμητική επεξεργασία των πεπερασμένων στοιχείων είναι ύψιστης σημασίας. Γενικά, ο τομέας ανάλυσης συγκρούσεων απαιτεί συνεχώς αυξανόμενα μεγέθη μοντέλων προκειμένου να συμβαδίζει με τις αξιώσεις ασφάλειας των μεταφορών. Λόγω της συνεχούς αύξησης του μεγέθους των μοντέλων, οι υπολογιστικοί χρόνοι ανάλυσης έχουν αυξηθεί παρά τη συνεχώς αυξανόμενη διαθέσιμη υπολογιστική ισχύ.

Κύρια ανταπόκριση στην απαίτηση για σύντομους υπολογιστικούς χρόνους αποτέλεσε η ανάπτυξη διδιάστατων (επιφανειακών) πεπερασμένων στοιχείων (shell element), τα οποία απαιτούν τον ελάχιστο αριθμό μαθηματικών εντολών ανά χρονικό βήμα (time-step) της ανάλυσης. Τα στοιχεία αυτής της κατηγορίας που χρησιμοποιούνται ευρύτερα, λόγω του περιορισμένου αριθμού των απαιτούμενων αριθμητικών υπολογισμών, είναι γνωστά ως στοιχεία κατώτερης τάξης ολοκλήρωσης ή ενός σημείου ολοκλήρωσης (under-integrated, one-point quadrature/integration). Η διατύπωσή τους βασίζεται στα απλούστερα αριθμητικά σχήματα, όμως αποδίδουν πολύ ικανοποιητικές προβλέψεις σε συνθήκες μεγάλων παραμορφώσεων. Επιπλέον, τα επίπεδα αυτά στοιχεία ανταποκρίνονται αποτελεσματικά σε σημαντικές στρεβλώσεις χωρίς αξιοσημείωτη επίδραση στην ακρίβειά απόκρισής τους. Οι περισσότεροι explicit κώδικες - μεταξύ αυτών και ο κώδικας Ls-Dyna - διαθέτουν περισσότερο ακριβή shell στοιχεία πλήρους ολοκλήρωσης (fully integrated) και επιλεκτικά περιορισμένης ολοκλήρωσης (selectively reduced integration), αλλά υψηλότερου υπολογιστικού κόστους (άρα μικρότερης ταχύτητας ανάλυσης) [42, 69-71, 76, 77].

Κλειστού τύπου (closed-form) μέθοδοι για την πρόβλεψη της απόκρισης πολύστρωτων κελυφών σύνθετου υλικού υπό μηχανική φόρτιση περιορίζονται σε γραμμικές επιλύσεις (με πολλές απλουστευτικές υποθέσεις) για συγκεκριμένες γεωμετρίες, αλληλουχίες διαστρωμάτωσης, φορτίσεις και συνοριακές συνθήκες. Οι πειραματικές δοκιμές από την άλλη μεριά μπορούν να παραγάγουν πληροφορίες μηχανικής συμπεριφοράς για κάποιο κέλυφος και φόρτιση, αλλά δεν είναι γενικά εφικτή, αναφορικά με τον απαιτούμενο χρόνο και την οικονομική δαπάνη, η πειραματική διάγνωση της επίδρασης μεγάλου εύρους μεταβλητών. Αντίθετα με τις πειραματικές δοκιμές, οι αριθμητικές τεχνικές, όπως η μέθοδος των πεπερασμένων

στοιχείων (Finite Element Method -FEM), μπορούν να εφαρμοστούν σε πλάκες και κελύφη διαφορετικών σχημάτων, μεγεθών, συνθέσεων, φορτίσεων και συνοριακών συνθηκών χωρίς το χρονικό και οικονομικό κόστος που προϋποθέτουν οι πειραματικές δοκιμές. Η ακρίβεια και η λειτουργικότητα της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων εξαρτώνται από τις διέπουσες θεωρίες και εξισώσεις, την πολυπλοκότητα του μοντέλου, την πυκνότητα του πλέγματος, την ικανότητα του χρήστη - στην αντιπροσωπευτική απόδοση της γεωμετρίας των κατασκευών, των ιδιοτήτων των υλικών, των συνοριακών συνθηκών και των φορτίσεων -, καθώς και τη διαθέσιμη υπολογιστική μνήμη, ταχύτητα και ακρίβεια [42, 78].

Η πολυπλοκότητα και η έκταση της γεωμετρίας, της δομής, της φόρτισης και των αναμενόμενων τρόπων κατάρρευσης των υβριδικών sandwich κελυφών που εξετάζονται στην παρούσα διατριβή, δεν επιτρέπουν άλλου είδους προσέγγιση παρά μόνο τριδιάστατη. Η ικανότητα του explicit κώδικα πεπερασμένων στοιχείων (Ls-Dyna) στην ανάλυση γεωμετρικά μη-γραμμικών φαινομένων, αναδεικνύεται στην αριθμητική διαχείριση της αλληλεπίδρασης επαφής μεταξύ των πλακών συμπίεσης και του κελύφους, καθώς και των εκτεταμένων και υψηλών παραμορφώσεων του τελευταίου. Επιπλέον, η ικανότητα του κώδικα στη μη γραμμική ανάλυση αστοχίας υλικού, χρησιμοποιείται στον υποβιβασμό της δυσκαμψίας των πολύστρωτων σύνθετων ελασμάτων, ο οποίος σχετίζεται με την αστοχία των ινών και της μήτρας στις επιμέρους στρώσεις. Οι προηγούμενοι παράγοντες οδηγούν σε μοντέλα εξαιρετικά απαιτητικά ως προς την αναγκαία υπολογιστική ισχύ και, επομένως, αποτελούν βασικό κριτήριο επιλογής των παραμέτρων της μοντελοποίησης, στα πλαίσια μιας ολοκληρωμένης ανάλυσης με αξιόπιστα αποτελέσματα.

Την τελευταία εικοσαετία, οι αριθμητικές προσομοιώσεις που βασίζονται στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων συνιστούν ένα καθιερωμένο εργαλείο στις διαδικασίες έρευνας και ανάπτυξης της βιομηχανίας των μέσων μεταφοράς, από το επίπεδο του συστατικού υλικού στο επίπεδο του επιμέρους στοιχείου και μέχρι τη συνολική κατασκευή. Ο σχεδιασμός προστατευτικών κατασκευών έναντι πρόσκρουσης προσεγγίζεται με δύο ξεχωριστούς τρόπους. Ο πρώτος είναι πειραματικός και συνίσταται στην καταγραφή της κατάρρευσης του εξεταζόμενου υλικού σε διάφορες συνθήκες φόρτισης και γεωμετρικές δοκιμίων. Ο δεύτερος αφορά κυρίως στην προσομοίωση των φαινομένων με χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων και απαιτεί ισχυρά υπολογιστικά συστήματα και λογισμικό, ενώ στοχεύει να υποκαταστήσει όσον το δυνατόν περισσότερο - ανάλογα με την

αξιοπιστία των αποτελεσμάτων (validation) - τις χρονοβόρες και υψηλού κόστους δοκιμές πρωτοτύπων. Επιπλέον, τα αριθμητικά μοντέλα προσφέρονται για την αποτελεσματική μελέτη και βελτιστοποίηση των διεπουσών παραμέτρων των φαινομένων αυτών [62].

Οι δύο αυτές προσεγγίσεις μπορούν να συνδυαστούν, όπως επιχειρείται και στην παρούσα διατριβή, όπου παρουσιάζεται αφενός η πειραματική διερεύνηση της κατάρρευσης νέων sandwich υβριδικών κατασκευών από πολύστρωτο σύνθετο υλικό και πυρήνα πολυμερούς αφρού, που σχεδιάστηκαν ως συστήματα απορρόφησης ενέργειας έναντι πρόσκρουσης στον τομέα των μεταφορών, αφετέρου η μοντελοποίηση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων - μέσω του explicit κώδικα Ls-Dyna - των αντίστοιχων κύριων πειραματικών δοκιμών. Η συνολική αυτή διαδικασία αποσκοπεί στον χαρακτηρισμό των συγκεκριμένων κατασκευών και την αξιολόγηση του σχεδιασμού τους. Ταυτόχρονα, στοχεύει στη διερεύνηση της δυνατότητας προσομοίωσης της συμπεριφοράς τέτοιου είδους πολύπλοκων κατασκευών (γεωμετρικά και δομικά σε σχέση με τα επιμέρους υλικά, την αλληλεπίδρασή τους και τους τρόπους παραμόρφωσης και αστοχίας) μέσω μιας αναγκαστικά εκτεταμένης και επίπονης διαδικασίας μοντελοποίησης, αφού συχνά αποκαλύπτονται κρυφές πτυχές και ανακύπτουν δυσχέρειες στην εξαγωγή ρεαλιστικών αποτελεσμάτων.

1.2.1 Σύνθετα υλικά

Ο κύριος στόχος της μοντελοποίησης της κατάρρευσης των κατασκευών/κελυφών σύνθετου υλικού είναι η πρόβλεψη της ικανότητας απορρόφησης ενέργειας μέσω της προσομοίωσης της εκτεταμένης παραμόρφωσης και των μορφών αστοχίας (θραύση ινών, ρηγμάτωση/θραύση μήτρας, διαστρωματική αποκόλληση) του υλικού που λαμβάνει χώρα προϋούσης της συγκεκριμένης διαδικασίας. Γι' αυτό το σκοπό απαιτούνται καταστατικά μοντέλα ικανά να περιγράψουν την παραμόρφωση ενός υλικού με σοβαρή αστοχία [15, 79-82], πειραματικές μέθοδοι χαρακτηρισμού της συμπεριφοράς και αριθμητικά σχήματα ευσταθούς επίλυσης τέτοιων προβλημάτων [83].

Τα καταστατικά μοντέλα σύνθετου υλικού των εμπορικών κωδίκων πεπερασμένων στοιχείων είναι μοντέλα της μηχανικής του συνεχούς μέσου (continuum mechanics). Τα σύνθετα υλικά μοντελοποιούνται ως ορθότροπα

γραμμικά ελαστικά υλικά εντός μιας επιφάνειας αστοχίας (για τριδιάστατη ανάλυση) ή επίπεδης καμπύλης (για διδιάστατη ανάλυση), των οποίων το σχήμα εξαρτάται από το ενσωματωμένο στο κάθε μοντέλο και διατυπωμένο με όρους αντοχής κριτήριο αστοχίας [84-86]. Πέραν της επιφάνειας αστοχίας, οι κατάλληλες ελαστικές ιδιότητες υποβιβάζονται σύμφωνα με τους αντίστοιχους καθορισμένους κανόνες εξασθένησης (υποβιβασμός δυσκαμψίας). Με τον τρόπο αυτό, η μη γραμμική και φθίνουσα συμπεριφορά του σύνθετου υλικού μετά την έναρξη αστοχίας μπορεί να διατυπωθεί μαθηματικά.

Ανάλογα με το συγκεκριμένο κανόνα εξασθένησης του υλικού σε ένα μοντέλο, τα μοντέλα του συνεχούς μέσου διαχωρίζονται περαιτέρω σε μοντέλα προοδευτικής αστοχίας (progressive failure) ή σε μοντέλα αστοχίας του συνεχούς μέσου (continuum damage mechanics).

Στα πρώτα, οι ιδιότητες του (πολύστρωτου) υλικού υποβιβάζονται μέσω της έκπτωσης (αστοχίας) των επιμέρους στρώσεων (ply discount) ως εξής: στην επιφάνεια αστοχίας, οι επιλεγμένες ελαστικές ιδιότητες της στρώσης στις κύριες διευθύνσεις του υλικού (π.χ., κατά μήκος των ενισχυτικών ινών ή εγκάρσια σε αυτές για μονοδιευθυντικά ινοπλισμένο σύνθετο υλικό) υποβιβάζονται από την αλώβητη κατάσταση στην πλήρως εξασθενημένη, λαμβάνοντας μηδενική τιμή. Η λεγόμενη προοδευτική αστοχία λαμβάνει χώρα μέσω της διαδοχικής αστοχίας των επιμέρους στρώσεων στην περίπτωση ενός πολύστρωτου σύνθετου υλικού. Τα μοντέλα προοδευτικής αστοχίας χρησιμοποιούνται ευρέως στη μέθοδο και τους κώδικες πεπερασμένων στοιχείων [75-77, 87-90].

Τα μοντέλα αστοχίας του συνεχούς μέσου περιγράφουν η σταδιακή εξασθένηση των ελαστικών ιδιοτήτων του υλικού [91], ενώ έχουν αναπτυχθεί και ενσωματωθεί σε explicit κώδικες πεπερασμένων στοιχείων, επιδεικνύοντας ικανοποιητικές προβλέψεις της απόκρισης σύνθετων κατασκευών, και ιδιαίτερα στην εγκάρσια φόρτιση ελασμάτων [15, 41, 79, 81, 82, 92-98].

Οι βιβλιογραφικές αναφορές (κυρίως δημοσιεύσεις ανασκόπησης και βιβλία) [99-104] παρουσιάζουν διατυπωμένα κριτήρια αστοχίας των σύνθετων υλικών και την ενσωμάτωσή τους σε μοντέλα πρόβλεψης της συμπεριφοράς τους. Στη συνέχεια της διατριβής, στα ειδικά κεφάλαια που αφορούν στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων και τις αναπτυχθείσες διαδικασίες μοντελοποίησης με τον κώδικα Ls-Dyna, γίνεται εκτενέστερη αναφορά στη σχετική βιβλιογραφία, συνδεδεμένη με τις

αντίστοιχες επιμέρους τεχνικές και παραμέτρους της μοντελοποίησης, καθώς και ως επιλογή προτάσεων για περαιτέρω έρευνα.

1.2.2 Αφρώδη υλικά

Η αντικατάσταση των συμβατικών μεταλλικών συστημάτων απορρόφησης ενέργειας από αντίστοιχα συστήματα κατάλληλων αφρών πολουρεθάνης συνιστά έναν τρόπο ελάττωσης του βάρους ενός οχήματος, που στα πλαίσια της ανάγκης αύξησης της απόδοσης των καυσίμων αποτελεί ζητούμενο. Ένα πρόσθετο πλεονέκτημα της χρήσης (συμπαγών) συστημάτων πολουρεθάνης είναι το γεγονός ότι η απορρόφηση ενέργειας δεν εξαρτάται από τη διεύθυνση της φόρτισης. Στα συμβατικά συστήματα προστατευτικών κελυφών (μεταλλικών ή μη), κυρίως απλής γεωμετρίας (π.χ., σωλήνες), οποιαδήποτε μη αξονική (λοξή ή πλευρική) πρόσκρουση μπορεί να μην είναι ενεργειακά αποδοτική. Ένα σύστημα πολουρεθάνης μπορεί να απορροφήσει αυτές τις πλάγιες κρούσεις διότι η απορροφητική ικανότητα του αφρού είναι σχεδόν ιστροπική [105].

Οι αφοί μπορεί να είναι δομές ανοικτού ή κλειστού κελιού. Ο παγιδευμένος αέρας στους αφρούς κλειστού κελιού παίζει σημαντικό ρόλο στην αύξηση της θλιπτικής αντοχής και την ικανότητα απορρόφησης ενέργειας, ανθιστάμενος σε περαιτέρω παραμόρφωση σε υψηλές ταχύτητες φόρτισης. Στην [49] εξετάζεται η επίδραση της ταχύτητας φόρτισης, της πυκνότητας και της μικροδομής πολυμερών και μεταλλικών αφρών, καθώς και αφρών από βιοϋλικά.

Στην [51] παρουσιάζεται η μηχανική συμπεριφορά συγκεκριμένου σκληρού αφρού πολουρεθάνης σε στατική συμπίεση κατά τη διαμήκη (edge-wise) και την εγκάρσια (flat-wise) διεύθυνση. Στην πρώτη προκύπτουν τρεις διακριτές περιοχές στην καμπύλη τάσης-παραμόρφωσης (ελαστική, παρατεινόμενο plateau μετά τη διαρροή, απότομη αύξηση της θλιπτικής τάσης), ενώ καταγράφεται ελαφριά υποχώρηση της τάσης προΐούσης της παραμόρφωσης (strain softening) - στην περιοχή του plateau - και παρουσιάζεται παραμόρφωση τοπικού χαρακτήρα στο ένα άκρο. Στην εγκάρσια διεύθυνση φόρτισης η τάση είναι μονότονα αύξουσα και η παραμόρφωση ομοιόμορφα κατανεμημένη στο υλικό. Η διαφορά αποδίδεται στην ανισοτροπία της δομής από λόγω της διαδικασίας παρασκευής. Προκειμένου να περιγραφεί ο τοπικός περιορισμός της παραμόρφωσης στη διαμήκη διεύθυνση, διατυπώνεται μια θεωρητική προσέγγιση, εισάγοντας το σκεπτικό των ζωνών παραμόρφωσης (deformation band).

Στην [48] αναλύεται η μηχανική συμπεριφορά αφρών πολυουρεθάνης (κλειστού κελιού) υψηλής σχετικής πυκνότητας (λόγος της πυκνότητας του αφρού προς εκείνη του συμπαγούς υλικού), με έμφαση στην πυκνότητα, η οποία ελέγχει την αρχιτεκτονική/δομή του αφρού. Οι μηχανικές ιδιότητες που προκύπτουν από τις δοκιμές συγκρίνονται με δύο θεωρητικά μοντέλα, εκ των οποίων το ένα είναι η κλασική προσέγγιση των Gibson-Ashby [46], ενώ προτείνεται η επέκταση των μοντέλων στο μη-γραμμικό πεδίο.

Στην [50], η ανάλυση διάφορων τύπων αφρού πολυουρεθάνης διεξάγεται μέσω στατικών και δυναμικών/κρουστικών δοκιμών, της εξέτασης των φυσικών ιδιοτήτων και της ικανότητας απορρόφησης ενέργειας. Τα πλεονεκτήματα της τεχνολογίας της πολυουρεθάνης έγκεινται στην ποικιλία και την προσαρμοστικότητα στις απαιτήσεις των ζητούμενων εφαρμογών, ενώ οι αφροί πολυουρεθάνης για απορρόφηση ενέργειας έχουν ιδιότητες (χαμηλό βάρος, υψηλή διαμορφωσιμότητα, σχετική ανεξαρτησία από τη θερμοκρασία) που επιτρέπουν στη βιομηχανία οχημάτων υψηλή σχεδιαστική ευελιξία και χαμηλό κόστος. Εκτός της επίδρασης της πυκνότητας στην ικανότητα απορρόφησης ενέργειας, σημαντική επιρροή έχει η δομή του πολυμερούς, με αποτέλεσμα, ο κατάλληλος συνδυασμός των δύο παραγόντων να εξασφαλίζει τη ζητούμενη εφαρμογή.

Στην [105] μελετάται η απόκριση τάσης-παραμόρφωσης αφρού πολυουρεθάνης σε μονοαξονική κρουστική θλιπτική καταπόνηση, και αναπτύσσεται ένα αντίστοιχο καταστατικό μοντέλο ως απότοκο δοκιμών συμπίεσης ελεγχόμενης ταχύτητας παραμόρφωσης. Η πυκνότητα, η θερμοκρασία, η παραμόρφωση και η ταχύτητα παραμόρφωσης θεωρείται ότι επιδρούν στην τάση ως ανεξάρτητες συναρτήσεις, η εξαγωγή των οποίων δεν προϋποθέτει τη γνώση των μηχανισμών παραμόρφωσης της μικροδομής του υλικού.

Όσον αφορά στη μοντελοποίηση - με κώδικες πεπερασμένων στοιχείων - της απόκρισης σκληρών (rigid) και εύθρυπτων αφρών σε συνθήκες υψηλής και εκτεταμένης παραμόρφωσης, απαιτούνται δυνατότητες προσομοίωσης σχετιζόμενες με την ικανότητα απόδοσης των ρηγματώσεων και της θραύσης του υλικού. Αυτές μπορεί να είναι ενσωματωμένες στο καταστατικό μοντέλο του αφρού ή να πρέπει να αναζητηθούν στο ευρύτερο περιβάλλον του κώδικα. Μπορούν να προκαλέσουν διαγραφή πεπερασμένων στοιχείων (element erosion), βάσει κριτηρίων τάσης ή παραμόρφωσης συνήθως, προκειμένου να προσομοιωθεί η αστοχία και ο θρυμματισμός του υλικού. Η προσέγγιση αυτή καθίσταται συχνά αναγκαία και για

την πρόληψη ενδεχόμενης αριθμητικής αστάθειας στη διαδικασία επίλυσης (υπερβολική επιμήκυνση της διάρκειας προσομοίωσης ή πρόωρος τερματισμός της), λόγω των ακραίων παραμορφώσεων που μπορεί να προκληθούν στο μικρής γενικά δυσκαμψίας υλικό του αφρού. Επιπλέον, η πιθανή διαγραφή στοιχείων επιβάλλει νέα δεδομένα στη διαχείριση/ανάλυση της αλληλεπίδρασης στις (εκ νέου προκύπτουσες) διεπιφάνειες επαφής (contact interface) [106-107]. Οι σημαντικές αυτές παράμετροι της μοντελοποίησης αναλύονται διεξοδικά στα αντίστοιχα ειδικά κεφάλαια της διατριβής, με περισσότερο εκτεταμένη σχετική βιβλιογραφία..

1.2.3 Κατασκευές sandwich

Η δυνατότητα μοντελοποίησης (ή/και η προοπτική περαιτέρω ανάπτυξής της) του υλικού των επιμέρους δομικών συστατικών μιας sandwich κατασκευής (περιβλήματα σύνθετου υλικού, πυρήνας αφρού) καθιστά καταρχήν εφικτή τη δυνατότητα μοντελοποίησης της συνολικής sandwich κατασκευής. Σημαντική διαφορά συνιστά η απαραίτητη προσθήκη της διαχείρισης/μοντελοποίησης της αλληλεπίδρασης επαφής - υπό συνθήκες μεγάλων παραμορφώσεων και εκτεταμένης αστοχίας - μεταξύ των τμημάτων της κατασκευής/μοντέλου, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως [57, 59, 61, 78, 106-116]. Πρόκειται γενικά για περίπλοκη και πολυπαραγοντική διαδικασία με ειδικά χαρακτηριστικά - η ανάλυση της επαφής αποτελεί ούτως ή άλλως ευρύ και σημαντικό τμήμα της explicit μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων -, που απαιτεί συστηματική προσέγγιση, όπως περιγράφεται λεπτομερώς στη συνέχεια της διατριβής. Στις τελευταίες βιβλιογραφικές αναφορές περιλαμβάνονται και μοντελοποιήσεις συστημάτων που δεν εμπίπτουν στις τυπικές sandwich δομές, αλλά αποτελούν κλειστές διατομές κελυφών απλής γεωμετρίας γεμισμένων με αφρό, η διαδικασία προσομοίωσης της συμπεριφοράς των οποίων όμως δε διαφέρει ουσιαστικά από μια τυπική διάταξη sandwich. Επίσης, περιέχονται μελέτες διαμήκους (edgewise) κατάρρευσης sandwich πάνελ σύνθετου υλικού και αξονικής κατάρρευσης υβριδικών sandwich τετραγωνικών κατασκευών, μέσω explicit κώδικα πεπερασμένων στοιχείων. Εξάλλου, ενδεικτικά σημειώνονται αναλυτικές προσεγγίσεις καθώς και θεωρητικές με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, ενώ περιλαμβάνονται και αναφορές γενικότερου περιεχομένου και ανασκόπησης.

1.3 ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΚΑΙ ΔΟΜΗ ΤΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ

Η μελέτη της συμπεριφοράς κελυφών από σύνθετα υλικά ως συστημάτων απορρόφησης ενέργειας σε συνθήκες πρόσκρουσης (crashworthiness) αποτελεί σημαντικό τμήμα της έρευνας για την παθητική ασφάλεια των οχημάτων. Στην ανά χειρας διδακτορική διατριβή διερευνάται η κατάρρευση σε θλιπτική καταπόνηση δύο διαφορετικών δομικών συστημάτων sandwich υβριδικών κελυφών από σύνθετο υλικό με ενισχυμένο πυρήνα αφρού. Η ανάλυση διεξάγεται μέσω πειραματικών δοκιμών και αριθμητικής μοντελοποίησης με την “explicit” μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (κώδικας Ls-Dyna), και αφορά στους τρόπους παραμόρφωσης/κατάρρευσης, τους μηχανισμούς αστοχίας, την ικανότητα απορρόφησης ενέργειας, τη διακύμανση του φορτίου καταπόνησης και τα χαρακτηριστικά της ζώνης/μετώπου κατάρρευσης. Επιπλέον, διερευνώνται περαιτέρω οι δυνατότητες μοντελοποίησης της αλληλεπίδρασης επαφής, που αποτελεί κορυφαίο παράγοντα στην explicit ανάλυση κατασκευών έναντι πρόσκρουσης, και προτείνονται προσεγγίσεις προσομοίωσης βασικών μηχανισμών αστοχίας των σύνθετων υλικών.

Στο τρέχον (πρώτο) κεφάλαιο της εισαγωγής παρουσιάζονται ο όρος “crashworthiness”, στο πεδίο του οποίου εμπίπτει η συγκεκριμένη διατριβή, και η εφαρμογή υλικών (σύνθετα, αφροί) και δομών (sandwich) στην κατασκευή προστατευτικών κελυφών έναντι πρόσκρουσης. Η παρουσίαση συνοδεύεται από τη σχετική βιβλιογραφική ανασκόπηση τόσο σε επίπεδο πειραματικών δοκιμών και αναλυτικής προσέγγισης όσο και σε επίπεδο μοντελοποίησης με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Στα επόμενα (εξειδικευμένα) κεφάλαια παρουσιάζεται εκτεταμένη βιβλιογραφία, συνδεδεμένη με τα επιμέρους ειδικά θέματα που αναπτύσσονται.

Στο δεύτερο κεφάλαιο αναφέρεται στην πειραματική διερεύνηση της θλιπτικής καταπόνησης των δύο συστημάτων sandwich υβριδικών κελυφών που εξετάζονται. Περιγράφεται λεπτομερώς η πειραματική διαδικασία, καθώς και η δομή και τα υλικά των κατασκευών, ενώ παρουσιάζονται τα αποτελέσματα και η αξιολόγησή τους αναφορικά με τους τρόπους παραμόρφωσης, την ικανότητα απορρόφησης ενέργειας και τα χαρακτηριστικά του φορτίου, που παρατηρήθηκαν και καταγράφηκαν προϋφισών των δοκιμών και μετά το πέρας τους. Η θλιπτική φόρτιση συνίσταται σε (στατική) αξονική και (στατική και κρουστική) πλευρική, ενώ στις αξονικές δοκιμές

διερευνήθηκε, επιπλέον, η επίδραση μηχανισμών triggering (διαμόρφωση άκρου) στον τρόπο κατάρρευσης και την ικανότητα απορρόφησης ενέργειας των κελυφών.

Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζονται βασικά στοιχεία της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων και του explicit κώδικα Ls-Dyna που χρησιμοποιήθηκε στη μοντελοποίηση, τα οποία αφορούν στους αριθμητικά σημαντικότερους και υπολογιστικά πιο ενεργοβόρους αλγόριθμους στην ανάλυση της κατάρρευσης κατασκευών: explicit σχήμα ολοκλήρωσης (μέθοδος κεντρικών διαφορών), τεχνολογία πεπερασμένων στοιχείων, διαχείριση επαφής, μοντελοποίηση (σύνθετου) υλικού.

Οι αλγόριθμοι ανάλυσης της αλληλεπίδρασης επαφής αποτελούν εξαιρετικά σημαντικό τμήμα ενός μοντέλου κατάρρευσης κατασκευής σε ένα explicit κώδικα πεπερασμένων στοιχείων. Στο τέταρτο κεφάλαιο διερευνάται περαιτέρω η δυνατότητα μοντελοποίησης της επαφής στον κώδικα Ls-Dyna, μέσω μικρής κλίμακας (διαγνωστικών) προσομοιώσεων σε διάφορες χαρακτηριστικές (ειδικές) περιπτώσεις: επαφή μεταξύ επιφανειακών πεπερασμένων στοιχείων (shell element) με αντιστάθμισμα του πάχους τους, επαφή μεταξύ ακμών πεπερασμένων στοιχείων, συνεχώς ανανεώσιμη επαφή σε συνθήκες διαγραφής πεπερασμένων στοιχείων λόγω μοντελοποίησης αστοχίας των αλληλεπιδρώντων υλικών.

Το πέμπτο κεφάλαιο πραγματεύεται την προσομοίωση μέσω του κώδικα Ls-Dyna της αξονικής κατάρρευσης των δύο sandwich υβριδικών συστημάτων. Περιγράφεται διεξοδικά η διαδικασία μοντελοποίησης με βάση την αλληλουχία των βασικών επιμέρους παραμέτρων της: διακριτοποίηση, είδη και χαρακτηριστικά πεπερασμένων στοιχείων, μοντέλα και ιδιότητες υλικών, μοντελοποίηση αστοχίας, συνοριακές συνθήκες. Τα προκύπτοντα αριθμητικά αποτελέσματα αναλύονται και αξιολογούνται, συγκρινόμενα με τα αντίστοιχα πειραματικά, αναφορικά με τις κύριες πτυχές της κατάρρευσης των κατασκευών (τρόποι παραμόρφωσης, ενέργεια απορρόφησης).

Κατόπιν των διαπιστώσεων του τέταρτου κεφαλαίου και της διεξοδικής διερεύνησης του κώδικα Ls-Dyna, στο έκτο κεφάλαιο προτείνονται διάφορες τεχνικές προσομοίωσης βασικών μορφών αστοχίας των (πολύστρωτων) σύνθετων υλικών (διαστρωματική αποκόλληση, θραύση), καθώς και τρόποι μοντελοποίησης μηχανισμών triggering και σχηματισμού μετώπου κατάρρευσης. Παρουσιάζονται κάποια σχετικά δοκιμαστικά μοντέλα, ενώ στη συνέχεια παρατίθενται - και ως προτεινόμενες - πρόσφατες χαρακτηριστικές προσεγγίσεις μοντελοποίησης στην περιοχή της αστοχίας των σύνθετων υλικών.

Στο τελευταίο (έβδομο) κεφάλαιο παρουσιάζεται μια σύντομη ανασκόπηση της πειραματικής και της αριθμητικής μελέτης των sandwich υβριδικών κελυφών σε συνθήκες θλιπτικής καταπόνησης και κατάρρευσης, που διεξήχθησαν στα πλαίσια της διατριβής. Τεκμηριώνονται οι βασικές επιλογές προσέγγισης της μοντελοποίησης με βάση τα αποτελέσματά και τα συμπεράσματα των σχετικών κεφαλαίων και διατυπώνονται συνολικές παρατηρήσεις, ενώ προτείνονται τρόποι προσομοίωσης της αστοχίας σύνθετων υλικών σε συνδυασμό με το περιεχόμενο του προηγούμενου (έκτου) κεφαλαίου.

(Σημ.: Οι βιβλιογραφικές αναφορές του κάθε κεφαλαίου παρατίθενται στο τέλος του. Ως εκ τούτου, στην αρίθμησή τους δεν περιλαμβάνεται ο αριθμός του αντίστοιχου κεφαλαίου)

Βιβλιογραφία

- [1] Johnson W and Mamalis A (1978) *Crashworthiness of Vehicles*, Mechanical Engineering Publications Limited, London.
- [2] Jones N (Ed.) (1983) *Structural Crashworthiness*, Butterworth-Heinemann, Oxford
- [3] Mamalis A, Manolakos D, Demosthenous G and Ioannidis M (1998) *Crashworthiness of Composite Thin-Walled Structural Components*, Technomic, Lancaster.
- [4] Jones N and Wierzbicki T (2010) *Structural Crashworthiness and Failure*, Proceedings of the Third International Symposium on Structural Crashworthiness, University of Liverpool, England, 14-16 April 1993, Taylor and Francis, Oxon.
- [5] Jones N (1989) *Structural Impact*, Cambridge University Press, Cambridge.
- [6] Ambrósio J, Seabra Pereira M and Pina da Silva F (Eds.) (1997) *Crashworthiness of Transportation Systems: Structural Impact and Occupant Protection*, NATO Science Series, Springer, Berlin.
- [7] Lu G and Yu T (2003) *Energy Absorption of Structures and Materials*, CRC Press, Boca Raton.
- [8] Du Bois P, Chou C, Fileta B, Khalil T, King A, Mahmood H, Mertz H and Wismans J (2004) *Vehicle Crashworthiness and Occupant Protection*, (Eds., Prasad P and Belwafa J), American Iron and Steel Institute, Southfield, Michigan.
- [9] http://www.google.gr/url?source=imglanding&ct=img&q=http://fp.images.autos.msn.com/merismus/ΠHS%5Cgallery%5C742_2.jpg&sa=X&ei=rIISUMKFD0OI4gTFvIGwAw&ved=0CAwQ8wc4NA&usg=AFQjCNFqUmS_hxhzgH4_kOZu-jlQAG9KBQ
- [10] Farley G (1993) *Relationship between Mechanical Property and Energy Absorption Trends for Composite Tubes*, Technical Report NASA-TP-3284, ARL-TR-29, Vehicle Structures Directorate, U. S. Army Research Laboratory, Langley Research Center, NASA.
- [11] Tuttle M (2004) *Structural Analysis of Polymeric Composite Materials*, Marcel Dekker, New York.
- [12] Backman B (2005) *Composite Structures, Design, Safety and Innovation*, Elsevier, Oxford.
- [13] Mallick P (2007) *Fiber-Reinforced Composites: Materials, Manufacturing and Design*, CRC Press, Boca Raton.
- [14] Camanho P, Dávila C, Pinho S and Remmers L (Eds.) (2008) *Mechanical Response of Composites*, Springer, Dordrecht
- [15] Xiao X (2009) Modeling energy absorption with a damage mechanics based composite material model, *Journal of Composite Materials*, **43**, 427-444.
- [16] Thornton P (1979) Energy Absorption in Composite Structures, *Journal of Composite Materials*, **13**, 247-262.
- [17] Farley G (1983) Energy Absorption of Composite Materials, *Journal of Composite Materials*, **17**, 267-279.
- [18] Schmueser D and Wickliffe L (1987) Impact Energy Absorption of Continuous Fiber Composite Tubes, *Journal of Engineering Materials Technology*, **109**, 72-77.

- [19] Thornton P and Jeryan R (1988) Crash Energy Management in Composite Automotive Structures, *International Journal of Impact Engineering*, **7**(2), 167-180.
- [20] Mamalis A, Manolakos D and Viegelaahn G (1989) *Deformation Characteristics of Crashworthy Components*, Fortschritt-Berichte der VDI-Zeitschriften 18(62), Düsseldorf.
- [21] Hull D (1991) A Unified Approach to Progressive Crushing of Fibre-Reinforced Composite Tubes, *Composites Science and Technology*, **40**, 377-421.
- [22] Mamalis A, Robinson M, Manolakos D, Demosthenous G, Ioannidis M and Carruthers J (1997) Review: Crashworthy Capability of Composite Material Structures, *Composite Structures*, **37**, 109-134.
- [23] Carruthers J, Kettle A and Robinson A (1998) Energy Absorption Capability and Crashworthiness of Composite Material Structures: A Review, *Applied Mechanics Reviews*, **51**(10), 635-649.
- [24] Jacob G, Fellers J, Simunovic S and Starbuck J (2002) Energy Absorption in Polymer Composites for Automotive Crashworthiness, *Journal of Composite Materials*, **36**(7), 813-851.
- [25] Pitarresi G, Carruthers J, Robinson A, Torre G, Kenny J, Ingleton S, Vevecela O and Found M (2007) A Comparative Evaluation of Crashworthy Composite Sandwich Structures, *Composite Structures*, **78**, 34-44.
- [26] Mamalis A and Manolakos D (1989) Crashworthy Characteristics of Thin Fibre-Reinforced Composite Frusta under Axial Collapse, *Journal of Vehicle Design*, **10**(2), 165-174.
- [27] Mamalis A, Manolakos D, Viegelaahn G, Demosthenous G and Yap S (1991) Microscopic Failure Mechanism of Thin-Walled Fibre-Reinforced Composite Frusta under Static Axial Collapse, *International Journal of Vehicle Design*, **12**, 557-578.
- [28] Mamalis A, Yuan Y and Viegelaahn G (1992) Collapse of Thin Wall Composite Sections Subjected to High Speed Axial Loading, *International Journal of Vehicle Design*, **13**(5/6), 564-579.
- [29] Farley G and Jones R (1992) Crushing Characteristics of Continuous Fibre-Reinforced Composite Tubes, *Journal of Composite Materials*, **26**, 37-50.
- [30] Mamalis A, Manolakos D, Demosthenous G and Ioannidis M (1996) Analysis of Failure Mechanisms Observed in Axial Collapse of Thin-Walled Circular Fibreglass Composite Tubes, *Thin-Walled Structures*, **24**, 335-352.
- [31] Mamalis A, Manolakos D, Demosthenous G and Ioannidis M (1996) Energy Absorption Capability of Fibreglass Composite Square Frusta Subjected to Static and Dynamic Axial Collapse, *Thin-Walled Structures*, **25**, 269-295.
- [32] Mamalis A, Manolakos D, Demosthenous G and Ioannidis M (1997) Analytical Modelling of the Static and Dynamic Axial Collapse of Thin-Walled Fibreglass Composite Conical Shells, *International Journal of Impact Engineering*, **19**(5/6), 477-492.
- [33] Mamalis A, Manolakos D, Demosthenous G and Ioannidis M (1997) Experimental Determination of Splitting in Axially Collapsed Thick-Walled Fibre-Reinforced Composite Frusta, *Thin-Walled Structures*, **28**, 279-296.
- [34] Farley G (1986) Effect of Specimen Geometry on the Energy Absorption Capability of Composite Materials, *Journal of Composite Materials*, **20**, 390-400.
- [35] Mamalis A, Manolakos D, Demosthenous G and Ioannidis M (1994) On the Bending of Automotive Fibre-Reinforced Composite Thin-Walled Structures, *Composites*, **25**(1), 47-57.
- [36] Mamalis A, Manolakos D, Demosthenous G and Ioannidis M (1995) Analytical and Experimental Approach to Damage and Residual Strength of Fibreglass Composite Automotive Frame Rails During Manufacturing, *Composite Structures*, **32**, 325-330.
- [37] Hamada H, Ramakrishna S and Sato H (1996) Effect of Fiber Orientation on the Energy Absorption Capability of Carbon Fiber PEEK Composite Tubes, *Journal of Composite Materials*, **30**(8), 947-963.
- [38] Mamalis A, Manolakos D, Demosthenous G and Ioannidis M (1996) The Static and Dynamic Axial Collapse of Fibreglass Composite Automotive Frame Rails, *Composite Structures*, **34**, 77-90.
- [39] Found M, Robinson A and Carruthers J (1997) The Influence of FRP Inserts on the Energy Absorption of a Foam-Cored Sandwich Panel, *Composite Structures*, **38**, 373-381.
- [40] Mamalis A, Manolakos D, Ioannidis M, Papapostolou D, Kostazos P and Konstantinidis D (2002) On the Compression of Hybrid Sandwich Composite Panels Reinforced with Internal Tube Inserts: Experimental, *Composite Structures*, **56**(2), 191-199.
- [41] Pinho S, Camanho P and De Moura M (2004) Numerical Simulation of the Crushing Process of Composite Materials, *International Journal of Crashworthiness*, **9**(3), 263-276.

- [42] Nguyen M, Elder D, Bayandor J, Thomson R and Scott M (2005) A Review of Explicit Finite Element Software for Composite Impact Analysis, *Journal of Composite Materials*, **39**(4), 375-386.
- [43] Feraboli P (2005) Development of a Corrugated Test Specimen for Composite Materials Crush Energy Absorption, *Journal of Composite Materials*, **42**, 229-256.
- [44] Mamalis A, Manolakos D, Ioannidis M and Papapostolou D (2005) On the Response of Thin-Walled CFRP Composite Tubular Components Subjected to Static and Dynamic Axial Compressive Loading: Experimental. *Composite Structures*, **69**, 407-420.
- [45] Mamalis A, Manolakos D, Ioannidis M and Papapostolou D (2005) On the Experimental Investigation of Crash Energy Absorption in Laminate Splaying Collapse Mode of FRP Tubular Components, *Composite Structures*, **70**, 413-29.
- [46] Gibson L and Ashby M (1997) *Cellular Solids, Structure and Properties*, Cambridge University Press, UK.
- [47] Ashby M, Evans A, Fleck N, Gibson L, Hutchinson J and Wadley H (2000) *Metal Foams: A Design Guide*, Butterworth-Heinemann, Boston.
- [48] Saint-Michel F, Chazeau L, Cavallé J and Chabert E (2006) Mechanical Properties of High Density Polyurethane Foams: I. Effect of the Density, *Composites Science and Technology*, **66**, 2700-2708.
- [49] Chakravarty U (2010) An Investigation on the Dynamic Response of Polymeric, Metallic, and Biomaterial Foams, *Composite Structures*, **92**, 2339-2344.
- [50] Yu-Hallada L, Kuczynski E and Weierstall M (1998) Polyurethane: the Material of Choice for Occupant Protection and Energy Management, *Journal of Cellular Plastics*, **34**, 272-282.
- [51] Tu Z, Shim V and Lim C (2001) Plastic Deformation Modes in Rigid Polyurethane Foam under Static Loading, *International Journal of Solids and Structures*, **38**, 9267-9279.
- [52] Shim V and Yap K (1997) Static and Impact Crushing of Layered Foam-Plate Systems, *International Journal of Mechanical Sciences*, **39**, 69-86.
- [53] Goldsmith W and Sackman J (1991) Energy Absorption by Sandwich Plates: a Topic in Crashworthiness, In: *Crashworthiness and Occupant Protection in Transportation Systems*, AMD-Vol. 126/BED-Vol. 19, ASME.
- [54] Russel A, Reddy T, Reid S and Soden S (1991) Quasi-Static and Dynamic Axial Crushing of Foam-Filled FRP Tubes, In: Hui D and Kosik T (Eds.) *Composite materials technology*, vol. 37, ASME.
- [55] Mohr D and Wierzbicki T (2003) Crushing of Soft-Core Sandwich Profiles: Experiments and Analysis, *International Journal of Mechanical Sciences*, **45**, 253-271.
- [56] Mamalis A, Manolakos D, Ioannidis M, Papapostolou D (2005) On the Crushing Response of Composite Sandwich Panels Subjected to Edgewise Compression: Experimental, *Composite Structures*, **71**, 246-257.
- [57] Hou S, Li Q, Long S, Yang X and Li W (2009) Crashworthiness Design for Foam Filled Thin-Wall Structures, *Materials and Design*, **30**, 2024-2032.
- [58] Librescu L and Hause T (2000) Recent Developments in the Modeling and Behavior of Advanced Sandwich constructions: a Survey, *Composite Structures*, **48**, 1-17.
- [59] Davies J (ed.) (2001) *Lightweight Sandwich Construction*, Blackwell Science, Oxford, UK.
- [60] Vinson J and Sierakowski R (2004) *The Behavior of Structures Composed of Composite Materials*, 2nd ed., Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- [61] Vinson J (2005) *Plate and Panel Structures of Isotropic, Composite and Piezoelectric Materials, Including Sandwich Construction*, Springer, Dordrecht.
- [62] Heimbs S (2009) Virtual Testing of Sandwich Core Structures Using Dynamic Finite Element Simulations, *Computational Material Science*, **45**, 205-216.
- [63] Bisagni C (2009) Experimental Investigation of the Collapse Modes and Energy Absorption Characteristics of Composite Tubes, *International Journal of Crashworthiness*, **14**(4), 365-378.
- [64] Zhang J and Ashby M (1994) Mechanical Selection of Foams and Honeycombs Used for Packaging and Energy Absorption, *Journal of Materials Science*, **29**, 157-163.
- [65] Van Straalen I, Comprehensive Overview of Theories for Sandwich Panels, *Modelling of Sandwich Structures and Adhesive Bonded Joints*.
- [66] Chaplicki M, Robertson R and Thornton P (1991) Comparison of Bevel and Tulip Triggered Pultruded Tubes for Energy Absorption, *Composites Science and Technology*, **40**, 31-46.
- [67] Sigalas J, Kumosa M and Hull D (1991) Trigger Mechanisms in Energy Absorbing Glass Cloth/Epoxy Tubes, *Composite Science and Technology*, **40**, 265-287.
- [68] Thuis H and Metz V (1993) The Influence of Trigger Configurations and Laminate Lay-up on the Failure Mode of Composite Crush Cylinders, *Composite Structures*, **25**, 37-44.

- [69] Bathe K-J (1996) *Finite Element Procedures*, Prentice Hall, New Jersey.
- [70] Belytschko T, Liu W and Moran B (2000) *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*, John Wiley & Sons, Chichester.
- [71] Zienkiewicz O, Taylor R and Zhu J (2005) *The Finite Element Method*, Elsevier, Boston.
- [72] Belytschko T (1992) On Computational Methods for Crashworthiness, *Computers & Structures*, **42**(2), 271-279.
- [73] Bathe K, Guillermin O, Walczak J and Chen H (1997) Advances in Nonlinear Finite Element Analysis of Automobiles, *Computers & Structures*, **64**(5/6), 881-891.
- [74] Bathe K, Walczak J, Guillermin O, Bouzinov P and Chen H (1999) Advances in Crush Analysis, *Computers & Structures*, **72**, 31-47.
- [75] Du Bois P (2004) *Crashworthiness Engineering Course Notes*, Livermore Software Technology Corporation, Livermore, CA.
- [76] Hallquist J (2006) *Ls-Dyna Theoretical Manual*, Livermore Software Technology Corporation, Livermore, CA.
- [77] Ls-Dyna User's Manual (Nonlinear Dynamic Analysis of Structures in Three Dimensions) (2007), Livermore Software Technology Corporation, Livermore, CA.
- [78] Palazotto A, Herup E and Gummadi L (2000) Finite Element Analysis of Low-Velocity Impact on Composite Sandwich Plates, *Composite Structures*, **49**, 209-227.
- [79] Botkin M, Johnson N, Hallquist J, Lum L and Matzenmiller A (1994) Numerical Simulation of Post-Failure Crashing of Composite Tubes, *2nd International LS-DYNA3D Conference*.
- [80] Matzenmiller A, Lubliner J and Taylor R (1995) A Constitutive Model for Anisotropic Damage in Fiber-Composites, *Mechanics of Materials*, **20**, 125-152.
- [81] Botkin M, Johnson N, Zywick E and Simunovic S (1998) Crashworthiness Simulation of Composite Automotive Structures, *13th Annual Engineering Society of Detroit Advanced Composite Technology Conference and Exposition*, Detroit, MI.
- [82] Ladevèze P and Le Dantec E (1992) Damage Modeling of the Elementary Ply for Laminated Composites, *Composites Science and Technology*, **43**, 257-267.
- [83] Matzenmiller A and Schweizerhof K (1991) Crashworthiness Simulations of Composite Structures - a First Step with Explicit Time Integration, in *Non Linear Computational Mechanics - State of the Art* (eds. P Wriggers and Wagner W), Springer-Verlag, Berlin, 642-670.
- [84] Tsai S and Wu E (1971) A general theory of strength for anisotropic materials, *Journal of Composite Materials*, **5**, 58-80.
- [85] Hashin Z (1980) Failure criteria for unidirectional fiber composites, *Journal of Applied Mechanics*, **47**, 329-334.
- [86] Chang F and Chang K (1987) A Progressive Damage Model for Laminated Composites Containing Stress Concentrations, *Journal of Composite Materials*, **21**(9), 834-855.
- [87] Schweizerhof K, Weimar K, Munz T and Rottner T (1998) Crashworthiness Analysis with Enhanced Composite Material Models in LS-DYNA - Merits and Limits, *5th International LS-DYNA Conference*, Southfield, Michigan.
- [88] Bisagni C, Di Pietro G, Fraschini L and Terletti D (2005) Progressive Crushing of Fiber-Reinforced Composite Structural Components of a Formula One Racing Car, *Composite Structures*, **68**, 491-503.
- [89] Mamalis A, Manolakos D, Ioannidis M and Papapostolou D (2006) The Static and Dynamic Axial Collapse of CFRP Square Tubes: Finite Element Modeling, *Composite Structures*, **74**(2) 213-235.
- [90] Ghasemnejad H, Hadavinia H and Aboutorabi A (2010) Effect of Delamination Failure in Crashworthiness Analysis of Hybrid Composite Box Structures, *Materials and Design*, **31**, 1105-1116.
- [91] Krajinovic D, Basista M and Sumarac D (1994) Basic Principles, In: Talreja R (ed), *Damage Mechanics of Composite Materials*, Elsevier, Amsterdam.
- [92] Allix O and Ladevèze P (1992) Interlaminar Interface Modelling for the Prediction of Delamination, *Composite Structures*, **22**, 235-242.
- [93] Johnson A, Pickett A and Rozycki P (2001) Computational Methods for Predicting Impact Damage in Composite Structures, *Composites Science and Technology*, **61**, 2183-2192.
- [94] Williams K, Vaziri R and Poursartip A (2003) A Physically Based Continuum Damage Mechanics Model for Thin Laminated Composite Structures, *International Journal of Solids and Structures*, **40**, 2267-2300.
- [95] Xiao J, Gama B and Gillespie Jr J (2007) Progressive Damage and Delamination in Plain Weave S-2 Glass/SC-15 Composites Under Quasi-Static Punch-Shear Loading, *Composite Structures*, **78**, 182-196.

- [96] McGregor C, Vaziri R, Poursartip A and Xiao X (2007) Simulation of Progressive Damage Development in Braided Composite Tubes under Axial Compression, *Composites: Part A*, **38**, 2247-2259.
- [97] Xiao X, McGregor C, Vaziri R and Poursartip A (2009) Progress in Braided Composite Tube Crush Simulation, *International Journal of Impact Engineering*, **36**, 711-719.
- [98] Liu P and Zheng J (2010) Recent Developments on Damage Modeling and Finite Element Analysis for Composite Laminates: A Review, *Materials and Design*, **31**, 3825-3834.
- [99] Soden P, Hinton M and Kaddour A (1998) A Comparison of the Predictive Capabilities of Current Failure Theories for Composite Laminates, *Composites Science and Technology*, **58**, 1225-1254.
- [100] Matthews F, Davies G, Hitchings D and Soutis C (2000) *Finite Element Modelling of Composite Materials and Structures*, CRC Press, Boca Raton.
- [101] Puck A and Schürmann H (2002) Failure Analysis of FRP Laminates by Means of Physically Based Phenomenological Models, *Composites Science and Technology*, **62**, 1633-1662.
- [102] Soutis C and Beaumont P, Eds. (2005) *Multi-Scale Modelling of Composite Material Systems*, CRC Press, Boca Raton.
- [103] Hampson P and Moatamedi M (2007) A Review of Composite Structures Subjected to Dynamic Loading, *International Journal of Crashworthiness*, **12**(4), 411-428.
- [104] Orifici A, Herszberg I and Thomson R (2008) Review of Methodologies for Composite Material Modelling Incorporating Failure, *Composite Structures*, **86**, 194-210.
- [105] Sherwood J and Frost C (1992) Constitutive Modeling and Simulation of Energy Absorbing Polyurethane Foam Under Impact Loading, *Polymer Engineering and Science*, **32**(16), 1138-1146.
- [106] Sriram R, Vaidya U and Kim J (2006) Blast Impact Response of Aluminum Foam Sandwich Composites, *Journal of Materials Science*, **41**, 4023-4039.
- [107] Børvik T, Hanssen A, Dey S, Langberg H and Langseth M (2008) On the Ballistic and Blast Load Response of a 20 ft ISO Container Protected with Aluminium Panels Filled with a Local Mass - Phase I: Design of Protective System, *Engineering Structures*, **30**(6), 1605-1620.
- [108] Santosa S, Wierzbicki T, Hanssen A and Langseth M (2000) Experimental and Numerical Studies of Foam-Filled Sections, *International Journal of Impact Engineering*, **24**, 509-534.
- [109] Reyes A, Hopperstad O, Hanssen A and Langseth M (2004) Modeling of Material Failure in Foam-Based Components, *International Journal of Impact Engineering*, **30**, 805-834.
- [110] Velecela O and Soutis C (2007) Prediction of Crushing Morphology of GRP Composite Sandwich Panels under Edgewise Compression, *Composites: Part B*, **38**, 914-923.
- [111] Zangani D, Robinson M and Gibson A (2007) Progressive Failure of Composite Hollow Sections with Foam-Filled Corrugated Sandwich Walls, *Applied Composite Materials*, **14**, 325-342.
- [112] Rabinovitch O (2007) Soft-Core Sandwich Panels with Embedded Rigid Inclusions, *Journal of Sandwich Structures and Materials*, **9**, 35-66.
- [113] Hu H, Belouettar S, Potier-Ferry M and Daya E (2008) Review and Assessment of Various Theories for Modeling Sandwich Composites, *Composite Structures*, **84**, 282-292.
- [114] Kazemahvazi S and Zenkert D (2009) Corrugated All-Composite Sandwich Structures. Part 1: Modeling, *Composites Science and Technology*, **69**, 913-919.
- [115] Mamalis A, Manolakos D, Ioannidis M, Chronopoulos D and Kostazos P (2009) On the Crashworthiness of Composite Rectangular Thin-Walled Tubes Internally Reinforced with Aluminium or Polymeric Foams: Experimental and Numerical Simulation, *Composite Structures*, **89**, 416-423.
- [116] Heimbs S and Pein M (2009) Failure Behaviour of Honeycomb Sandwich Corner Joints and Inserts, *Composite Structures*, **89**, 575-588.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Θλιπτική καταπόνηση κοίλων τετραγωνικών υβριδικών sandwich κατασκευών με ενισχυμένο πυρήνα αφρού: Πειραματική διερεύνηση

Περίληψη

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται πειραματικά αποτελέσματα σχετιζόμενα με τη θλιπτική φόρτιση κατάρρευσης κοίλων τετραγωνικών υβριδικών sandwich κατασκευών από σύνθετο υλικό (FRP εξωτερικά ελάσματα) με πυρήνα αφρού εσωτερικά ενισχυμένο με σύνθετο (FRP) επίσης υλικό. Οι δομικές διατάξεις που εξετάστηκαν ήταν δύο και διέφεραν μεταξύ τους στον τρόπο ενίσχυσης του πυρήνα αφρού, καθώς τα περιβλήματα και ο πυρήνας αφρού ήταν, αντίστοιχα, από το ίδιο υλικό. Στο σύστημα “corrugated” ο πυρήνας αφρού ήταν ενισχυμένος εσωτερικά με έλασμα σύνθετου υλικού, ενώ στο σύστημα “tubular” ο πυρήνας αφρού ήταν ενισχυμένος εγκάρσια με ένθετους κυλινδρικούς σωλήνες σύνθετου υλικού. Τα δοκίμια υποβλήθηκαν τόσο σε αξονική - κατά το διαμήκη άξονά τους - (στατική) καταπόνηση όσο και πλευρική καταπόνηση (στατικά και δυναμικά). Στις αξονικές δοκιμές διερευνήθηκε, επιπλέον, η επίδραση μηχανισμών triggering στη συμπεριφορά κατάρρευσης των κελυφών. Από τα αποτελέσματα και την ανάλυσή τους εξήχθησαν χρήσιμα συμπεράσματα για τους μηχανισμούς απορρόφησης ενέργειας που διαπιστώθηκαν.

2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σημαντικούς μηχανισμούς απορρόφησης ενέργειας κατά την κατάρρευση των sandwich κατασκευών αποτελούν, ανάλογα με τις συνθήκες φόρτισης και τα επιμέρους υλικά, η τοπική σύνθλιψη του πυρήνα και η κάμψη, έκταση ή θραύση των εξωτερικών ελασμάτων, ενώ ενέργεια μπορεί να απορροφηθεί δραστικά τόσο μέσω της τοπικής σύνθλιψης όσο και της εκτεταμένης κάμψης της συνολικής διάταξης [1-3]. Προκειμένου να κατασκευαστούν αποδοτικά δομικά στοιχεία πρόσκρουσης είναι απαραίτητη η χρήση συστατικών στοιχείων/υλικών υψηλής ικανότητας απορρόφησης ενέργειας, εξετάζοντας τις μεμονωμένες αλλά και τις συζευγμένες ιδιότητες των επιμέρους τμημάτων που συνθέτουν τα στοιχεία αυτά [4, 5].

Οι πειραματικές δοκιμές που παρουσιάζονται στο συγκεκριμένο κεφάλαιο αφορούν στη θλιπτική καταπόνηση, τόσο αξονικά όσο και πλευρικά, δύο sandwich υβριδικών κατασκευών, με στόχο τη διερεύνηση της ικανότητας απορρόφησης ενέργειας κατά την κατάρρευσή τους. Πέραν της sandwich δομής, που συνίσταται στην ύπαρξη (δύο) εξωτερικών ελασμάτων (περιβλήματα σύνθετου υλικού) [6-9] και πυρήνα πολυμερούς αφρού (εμφανίζει αξιοσημείωτα χαρακτηριστικά έναντι πρόσκρουσης, συμβάλλοντας στην υψηλή απορρόφηση ενέργειας) [2, 4, 10, 11], εισάγεται, επιπλέον, ενίσχυση στον πυρήνα, που τον διασχίζει εσωτερικά και συνδέεται στα εξωτερικά ελάσματα σε καθορισμένες περιοχές, προσδίδοντας στα κελύφη την υβριδική τους (hybrid) δομή. Έτσι, η προκύπτουσα συνολική sandwich υβριδική κατασκευή παρουσιάζει τρία στρώματα διαφορετικών γεωμετρικών και μηχανικών ιδιοτήτων: τα δύο ελασμάτινα περιβλήματα είναι γενικά λεπτότοιχα, μεγάλης πυκνότητας και ιδιαίτερα δύσκαμπτα, καθώς ο πυρήνας είναι μεγάλου πάχους και μικρής δυσκαμψίας και πυκνότητας, ενώ με την ενισχυτική προσθήκη βελτιώνονται οι μηχανικές του ιδιότητες, όπως και της συνολικής κατασκευής, προς τη ζητούμενη κατεύθυνση (αποτελεσματικός έλεγχος των φορτίων κατάρρευσης, βελτίωση της ικανότητας απορρόφησης ενέργειας).

Το βασικό (κοινό και στις δύο διατάξεις) sandwich σύστημα είναι τύπου “σύνθετο” (composite), αποτελούμενο από δύο εξωτερικά FRP ελάσματα και εσωτερικό πυρήνα αφρού, ενώ το στοιχείο διαφοροποίησης ανάμεσα στις δύο δομές αφορά στη διάταξη της εσωτερικής ενίσχυσης: στο “corrugated” σύστημα η ενίσχυση συνίσταται σε σύνθετο έλασμα και στο σύστημα “tubular” σε ένθετους κυλινδρικούς σωλήνες σύνθετου υλικού.

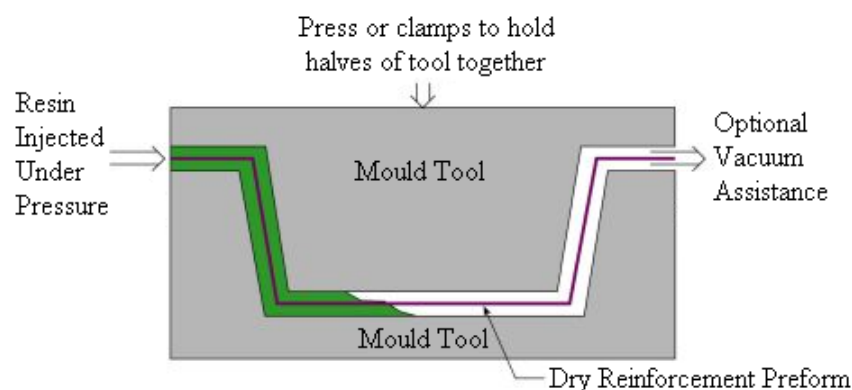
Η αξονική καταπόνηση των δοκιμίων διεξήχθη στατικά (με χαμηλή ταχύτητα φόρτισης), λόγω περιορισμένου χώρου στη διάταξη της σφύρας πίπτουσας μάζας σε σχέση με τις διαστάσεις της εγκάρσιας διατομής των δοκιμίων, ενώ η πλευρική συμπίεση πραγματοποιήθηκε και σε στατικές και σε δυναμικές συνθήκες (σφύρα πίπτουσας μάζας), καθώς τα αντίστοιχα δοκίμια προσαρμόστηκαν με εγκάρσια κοπή στις κατάλληλες διαστάσεις.

Επιπλέον των ακέραιων (χωρίς διαμόρφωση μηχανισμού triggering) δοκιμίων και προκειμένου να διερευνηθεί η επίδραση τέτοιας κατασκευαστικής διαμόρφωσης - ως παράγοντα βελτίωσης της ικανότητας απορρόφησης ενέργειας - στη συμπεριφορά κατάρρευσης σε αξονική συμπίεση των κελυφών, σχηματίστηκαν στο ένα άκρο/μέτωπο δύο κελυφών από κάθε δομικό σύστημα δύο διαφορετικοί μηχανισμοί

(triggering): ένα δοκίμιο με chamfer διαμόρφωση (λοξότμητο άκρο) και ένα με tulip διαμόρφωση (σχήμα τουλίπας).

Η μέθοδος κατασκευής ενός σύνθετου υλικού συνδέεται ποικιλοτρόπως με το σχεδιασμό του. Η ορθή επιλογή της διαδικασίας παραγωγής είναι ουσιώδης για την εξασφάλιση των απαιτούμενης μηχανικής συμπεριφοράς, της κατάλληλης ποιότητας και της ικανοποιητικής οικονομικής απόδοσης της ζητούμενης ποσότητας. Η κατασκευή των sandwich υβριδικών κελυφών που εξετάζονται, πραγματοποιήθηκε με τη μέθοδο RTM (Resin Transfer Moulding) (Εικ. 2.1). Η συγκεκριμένη μέθοδος συνίσταται στη συναρμολόγηση ενός αρχικού καλουπιού (preform) ξηρών ινών και αφρού, το οποίο στη συνέχεια τοποθετείται σε ένα κλειστό τύπο όπου εγχέεται υγρή πολυεστερική ρητίνη χαμηλού ιξώδους. Στα κύρια πλεονεκτήματα της μεθόδου RTM που την καθιστούν ιδιαίτερα κατάλληλη για την κατασκευή sandwich δομικών στοιχείων απορρόφησης ενέργειας περιλαμβάνονται τα εξής [12]:

- Δυνατότητα παραγωγής κατασκευών πολύπλοκης γεωμετρίας.
- Συνοχή και στιβαρότητα του τελικού προϊόντος.
- Δυνατότητα τοπικής προσαρμογής των εσωτερικών - εντός του πυρήνα - ενισχυτικών στοιχείων.
- Δυνατότητα ολοκληρωμένου σχεδιασμού των κατασκευών.
- Περιορισμός εκπομπών και διαρροών λόγω του κλειστού τύπου, που συμβάλλει σε ένα ασφαλές περιβάλλον εργασίας.
- Οικονομικά αποδοτική για μικρού ή μεσαίου μεγέθους παραγωγικές διαδικασίες.



Εικ. 2.1 Μέθοδος Resin Transfer Moulding (RTM) κατασκευής σύνθετων (ή σύνθετων sandwich) υλικών [13]

Στη συνέχεια του κεφαλαίου παρουσιάζεται η σχετική πειραματική διαδικασία (διάταξη, υλικά, συνθήκες, εξοπλισμός) και διερευνώνται - για κάθε επιμέρους

περίπτωση - η μηχανική απόκριση και η συμπεριφορά κατάρρευσης των κελυφών σε μακρο- και μικρο-κλίμακα. Αναλύονται επίσης οι τρόποι/μηχανισμοί αστοχίας και τα χαρακτηριστικά απορρόφησης ενέργειας, λαμβάνοντας υπόψη την επίδραση των επιμέρους υλικών και των παραμέτρων σχεδιασμού των κατασκευών [14, 15].

2.2 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

Τα εξωτερικά ελάσματα (περιβλήματα) των sandwich υβριδικών κελυφών και των δύο δομικών συστημάτων που εξετάζονται αποτελούνται από σύνθετο (FRP – Fibre-Reinforced Plastic/Polymer) πολύστρωτο υλικό μονοδιευθυντικών στρώσεων ενισχυμένων με ίνες γυαλιού, ίδιας σύστασης και αλληλουχίας επιστοίβασης (διαστρωμάτωση) (stacking sequence ή laying-up) και για τα δύο συστήματα/διατομές (“corrugated” και “tubular”).

Το κάθε περίβλημα κατασκευάστηκε από δύο επάλληλα στρώματα υαλονήματος, πυκνότητας μάζας 1.168 kg/m^2 και τεσσάρων μη-πεπλεγμένων τετραδιευθυντικών στρώσεων (non-crimp quadraxial mat) το καθένα, τοποθετημένα πλάτη με πλάτη, προκειμένου να δημιουργηθεί ένα συνολικό συμμετρικό πολύστρωτο έλασμα σύνθετου υλικού με διαστρωμάτωση $[0/45/90/-45]_s$, διαποτισμένο με ρητίνη (0.7 μέρη ρητίνης για 1.0 μέρος ινών κατά βάρος) υγρού διαλύματος φαινόλης (phenolic liquid resole), που στερεοποιήθηκε με τη δράση καταλύτη γενικής εφαρμογής βασισμένου σε οργανικό σουλφονικό οξύ (organic sulphonic acid). Το υλικό διατηρήθηκε στους 90°C για 2 ώρες, βάσει των προδιαγραφών του κατασκευαστή. Το ονομαστικό πάχος των περιβλημάτων ήταν 2 mm, ενώ μια λεπτή επικάλυψη συγκράτησης με επιφανειακή πυκνότητα 0.04 kg/m^2 τοποθετήθηκε εξωτερικά.

Τα εξωτερικά ελάσματα (εσωτερικό και εξωτερικό) έχουν μεταξύ τους διάκενο 25 mm (και στα δύο συστήματα), συμπληρωμένο με το ίδιο πολυμερές αφρώδες υλικό πυρήνα, που συνίσταται από συντακτικό αφρό φαινόλης, στοιχειωδών κελιών κλειστού τύπου (closed cell) και φαινόμενης - όχι του συμπαγούς υλικού - πυκνότητας μάζας 130 kg/m^3 .

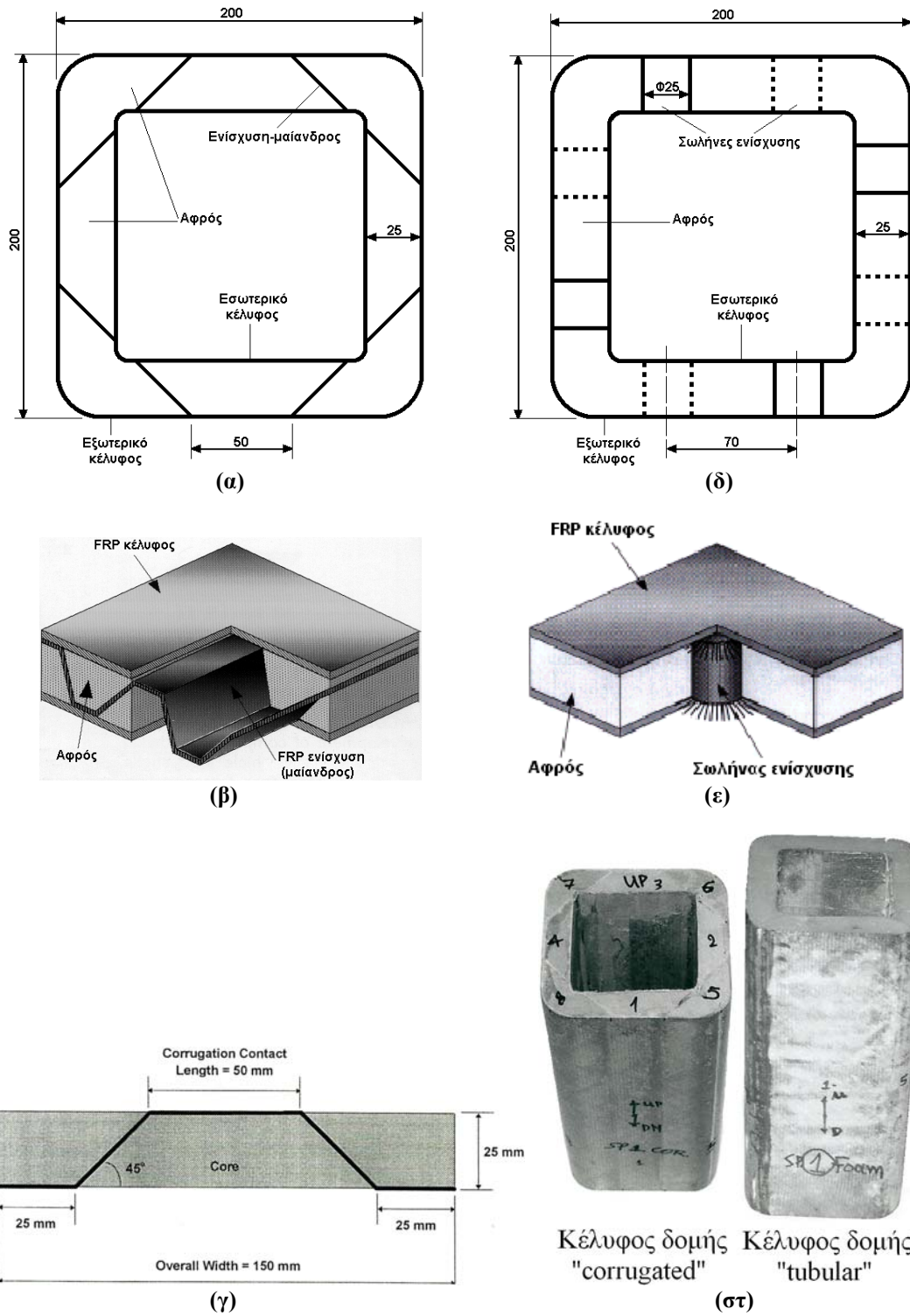
Όσον αφορά στην εσωτερική ενίσχυση του πυρήνα των sandwich υβριδικών κελυφών, στην περίπτωση του δομικού συστήματος “corrugated” συνίσταται σε ένα FRP έλασμα ίδιας δομής (σύσταση, διαστρωμάτωση), πάχους και (ενιαίας) διαδικασίας κατασκευής με τα αντίστοιχα των περιβλημάτων. Συνδέεται με αυτά σε συγκεκριμένες θέσεις επί της διατομής (και καθ’ όλο το ύψος) του κελύφους,

διασχίζοντας εσωτερικά - με κλίση 45^0 - τον πυρήνα αφρού στις ενδιάμεσες - σε σχέση με εκείνες της σύνδεσης στα περιβλήματα - ζώνες της διατομής. Τα στοιχεία του σύνθετου υλικού παρουσιάζονται συγκεντρωτικά στον Πίνακα 2.1, ενώ η διάταξη και οι ονομαστικές διαστάσεις της “corrugated” σύνδεσης πυρήνα (corrugated tied core) sandwich συστήματος παρουσιάζονται στην Εικόνα 2.2(α)-(γ), (στ). Το κάθε γωνιακό τμήμα του αφρού του πυρήνα συναποτελείται από δύο ίδιες, συμμετρικά τοποθετημένες - κατά τον αντίστοιχο διαγώνιο άξονα (συμμετρίας) της διατομής - ράβδους αφρού, συνδεδεμένες μεταξύ τους κατά την περιγραφείσα διαδικασία κατασκευής των κελυφών.

Πίνακας 2.1 Κύρια χαρακτηριστικά σύνθετου υλικού, ινών και ρητίνης (μήτρα)

<i>Fibre material:</i> E-glass
<i>Resin material:</i> Cellobond phenolic resin (1100 kg/m ³)
<i>Face and internal laminates fibre type, lay-up and density (per surface units):</i> two layers of 1.168 kg/m ² non-crimp quadraxial mat, placed back-to-back to produce a symmetric laminate [0/45/90/-45] _s
<i>Tubular inserts fibre type:</i> [+/-45]
<i>Laminate fibre content:</i> 43 vol%
<i>Laminate material density:</i> 1728 kg/m ³

Στο δομικό σύστημα “tubular” η ενίσχυση του πυρήνα αφρού υλοποιείται μέσω εσωτερικών ένθετων FRP κυλινδρικών σωλήνων κάθετα τοποθετημένων στα τοιχώματα του κελύφους, που διασχίζουν τον αφρό του πυρήνα και συνδέονται με τα περιβλήματα σε συγκεκριμένες θέσεις κατά την περίμετρο της διατομής και το μήκος του κελύφους. Οι FRP ένθετοι κυλινδρικοί σωλήνες ήταν ονομαστικής διαμέτρου 25 mm και πάχους 0.5 mm, κατασκευασμένοι από ίνες γυαλιού διάταξης [+/-45] και ίδια μήτρα με εκείνη των περιβλημάτων. Οι ίνες των ένθετων κυλίνδρων (στο κάθε άκρο) διέρχονταν μέσω μιας στρώσης συνεχών ινών γυαλιού (continuous fibre chopped strand mat) πυκνότητας μάζας 0.450 kg/m², τοποθετημένης σε κάθε πλευρά του πυρήνα αφρού, εσωτερικά των εξωτερικών ελασμάτων, με στόχο την εξασφάλιση μηχανικής σύνδεσης μεταξύ των αντικρινών περιβλημάτων και την αύξηση της αντοχής της σύνδεσης στη διεπιφάνεια περιβλημάτων-ένθετων κυλίνδρων. Η διάταξη αυτή εμποδίζει το διαχωρισμό των περιβλημάτων, ακόμα και μετά την αποκόλληση του αφρού του πυρήνα από αυτά, ενώ βελτιώνει τις μηχανικές ιδιότητες των τοιχωμάτων του sandwich υβριδικού κελύφους, ειδικότερα σε σχέση με τη διατμητική δυσκαμψία και αντοχή [12, 16]. Κάθε ζεύγος κυλίνδρων τοποθετείται κεντρικά κατά το πλάτος του κάθε πλευρικού τοιχώματος του τετραγωνικού



Εικ. 2.2 “Corrugated” σύνθετη υβριδική δομή: (α) εγκάρσια διατομή κελύφους, (β) γενική κατασκευαστική δομή, (γ) γεωμετρία απλού επίπεδου στοιχείου. “Tubular” σύνθετη υβριδική δομή: (δ) εγκάρσια διατομή κελύφους, (ε) λεπτομέρεια συστατικής μονάδας “tubular” δομής, (στ) δοκίμια

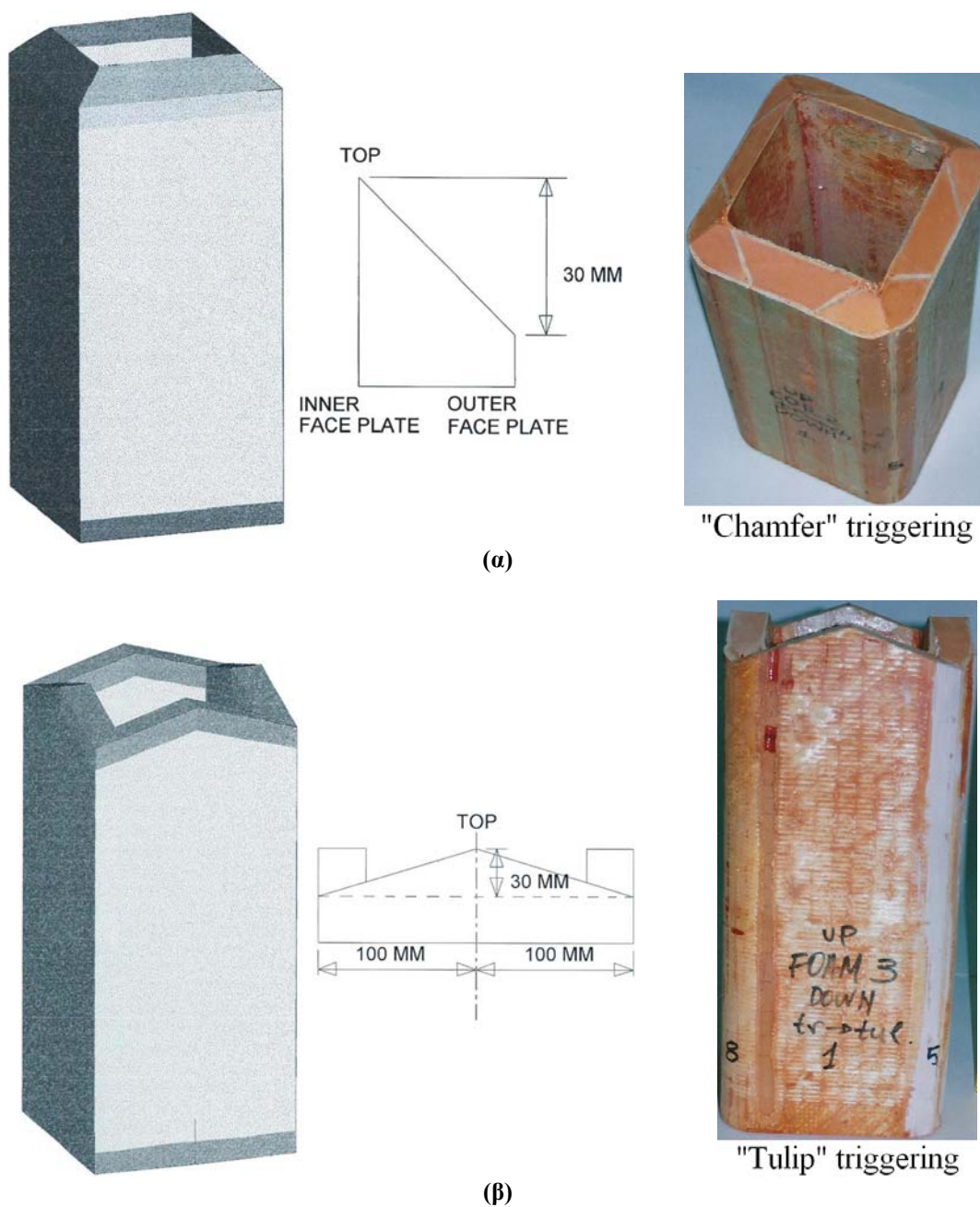
κελύφους, με μεταξύ τους απόσταση - σε κάθετη στον άξονα του δοκιμίου διεύθυνση - ίση με 70 mm. Ζεύγη ένθετων σωλήνων τοποθετούνται ανά 70 mm καθ’ όλο το μήκος του κάθε τοιχώματος του δοκιμίου, με τους σωλήνες του κάθε ζεύγους να τοποθετούνται εναλλάξ σε απόσταση μεταξύ τους 35 mm κατά το διαμήκη άξονα του

κελύφους. Εξάλλου, κυλινδρικά βύσματα αφρού πολυουρεθάνης (όπως του πυρήνα) ήταν τοποθετημένα εντός των κοίλων σύνθετων ενισχυτικών κυλίνδρων, έχοντας προφανώς τις εσωτερικές τους διαστάσεις. Οι ονομαστικές διαστάσεις και οι δομικές προδιαγραφές της προκύπτουσας κατασκευής του sandwich συστήματος με την “tubular” ενίσχυση του πυρήνα (tubular tied core) παρουσιάζονται στην Εικόνα 2.2(δ)-(στ), ενώ ισχύουν επίσης τα περιεχόμενα του Πίνακα 2.1 αναφορικά με τα τμήματα σύνθετου υλικού του κελύφους.

Η συνολική πειραματική διαδικασία συνίσταται αφενός μεν στην αξονική (οιονεί-στατική) αφετέρου δε στην πλευρική (οιονεί-στατική και δυναμική/ κρουστική) συμπίεση των κοίλων κατασκευών τετραγωνικής διατομής, που περιγράφηκαν προηγουμένως. Τα δοκίμια - με τετραγωνισμένα άκρα (χωρίς διαμόρφωση μηχανισμού triggering στο ένα εξ αυτών) - που υποβλήθηκαν σε αξονική φόρτιση κατάρρευσης είχαν μήκος (ύψος, σε σχέση με τη διάταξη στη θέση δοκιμής) 450 mm (όπως παρήχθησαν από τον κατασκευαστή).

Επιπλέον, μια άλλη σειρά αξονικών δοκιμών περιλαμβάνει δοκίμια των δύο δομικών συστημάτων, στο ένα άκρο των οποίων διαμορφώθηκαν δύο διαφορετικοί μηχανισμοί triggering με κατεργασία κοπής: ο μηχανισμός “chamfer” (λοξοτόμηση άκρου) και ο μηχανισμός “tulip” (μοτίβο “τουλίπας”), προκειμένου να διερευνηθεί η επίδρασή τους στον τρόπο κατάρρευσης και την ικανότητα απορρόφησης ενέργειας των κελυφών. Γενικά, οι κατασκευές από σύνθετο υλικό απαιτούν συχνά κάποιο είδος triggering για την πρόκληση σταθερής προοδευτικής κατάρρευσης (συγκέντρωση τάσης σε περιορισμένη ενεργή διατομή), καθώς συχνά τείνουν σε καταστροφική αστοχία με χαμηλά επίπεδα απορρόφησης ενέργειας. Η διαμόρφωση “chamfer” είναι πιθανόν ο ευρύτερα χρησιμοποιούμενος τύπος triggering [8, 17, 18]. Η τοπική ελάττωση του πάχους της (ενεργής) εγκάρσιας διατομής του κελύφους στο συγκεκριμένο μηχανισμό δημιουργεί μια ζώνη υψηλής συγκέντρωσης τάσεων, από την οποία εκκινεί και στη συνέχεια επεκτείνεται σταθερή προοδευτική σύνθλιψη και κατάρρευση του κελύφους. Ειδικότερα, με τη διαμόρφωση “chamfer” μειώνεται ομοιόμορφα το πάχος του τοιχώματος του κελύφους σε όλη την περίμετρο της διατομής του (και βαθμιαία προς το άκρο του). Ο μηχανισμός triggering τύπου “tulip”, που συνίσταται στο σχηματισμό διαδοχικών ανεστραμμένων “V” στο άκρο του (τετραγωνικού) κελύφους - ένα σε κάθε πλευρά -, υπερέχει σε κάποιες περιπτώσεις του μηχανισμού “chamfer” στην ικανότητα απορρόφησης ενέργειας. Συγκεκριμένα, σε ορθογωνικής διατομής κατασκευές, η διαμόρφωση άκρου τύπου

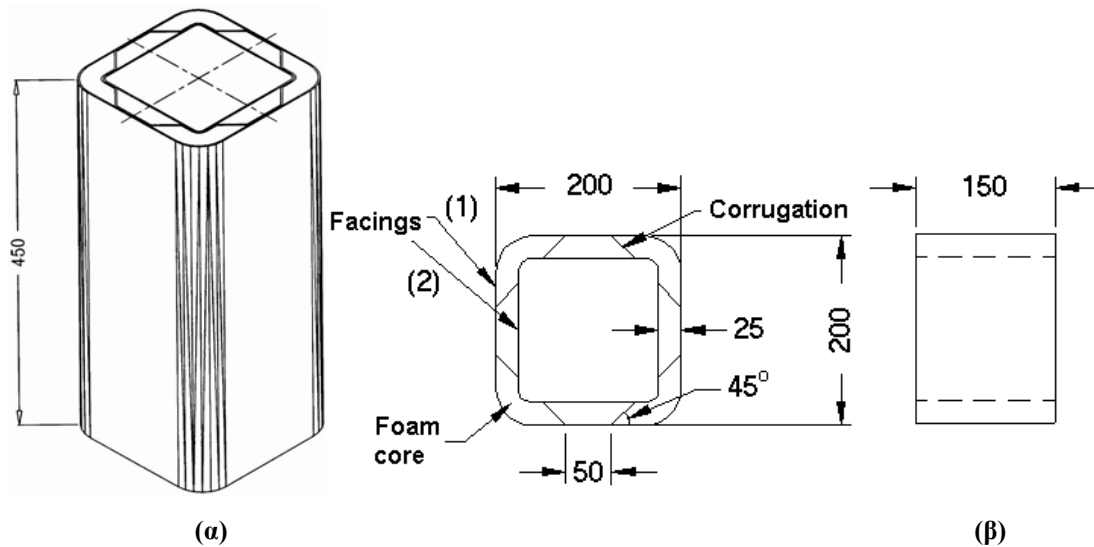
“tulip” τείνει να κατανέμει το φορτίο μακριά από τις γωνίες της διατομής και τις κατακόρυφες ακμές του κελύφους, που γενικά προκαλούν συγκέντρωση τάσεων και πιθανή καταστροφική (ολική) αστοχία του κελύφους [18-22]. Η γενική κατασκευαστική διαμόρφωση και οι γεωμετρικές λεπτομέρειες της κάθε μεθόδου triggering που διαμορφώθηκε, παρουσιάζονται στις Εικόνες 2.3(α), (β), όπου φαίνεται ότι, για λόγους δυνατότητας σύγκρισης, και οι δύο μηχανισμοί triggering περιορίστηκαν στο ίδιο τμήμα - μήκους 30 mm - του συνολικού μήκους του κελύφους.



Εικ. 2.3 Γενική κατασκευαστική διάταξη και γεωμετρικές λεπτομέρειες των μηχανισμών triggering: (α) “Chamfer” triggering, (β) “Tulip” triggering.

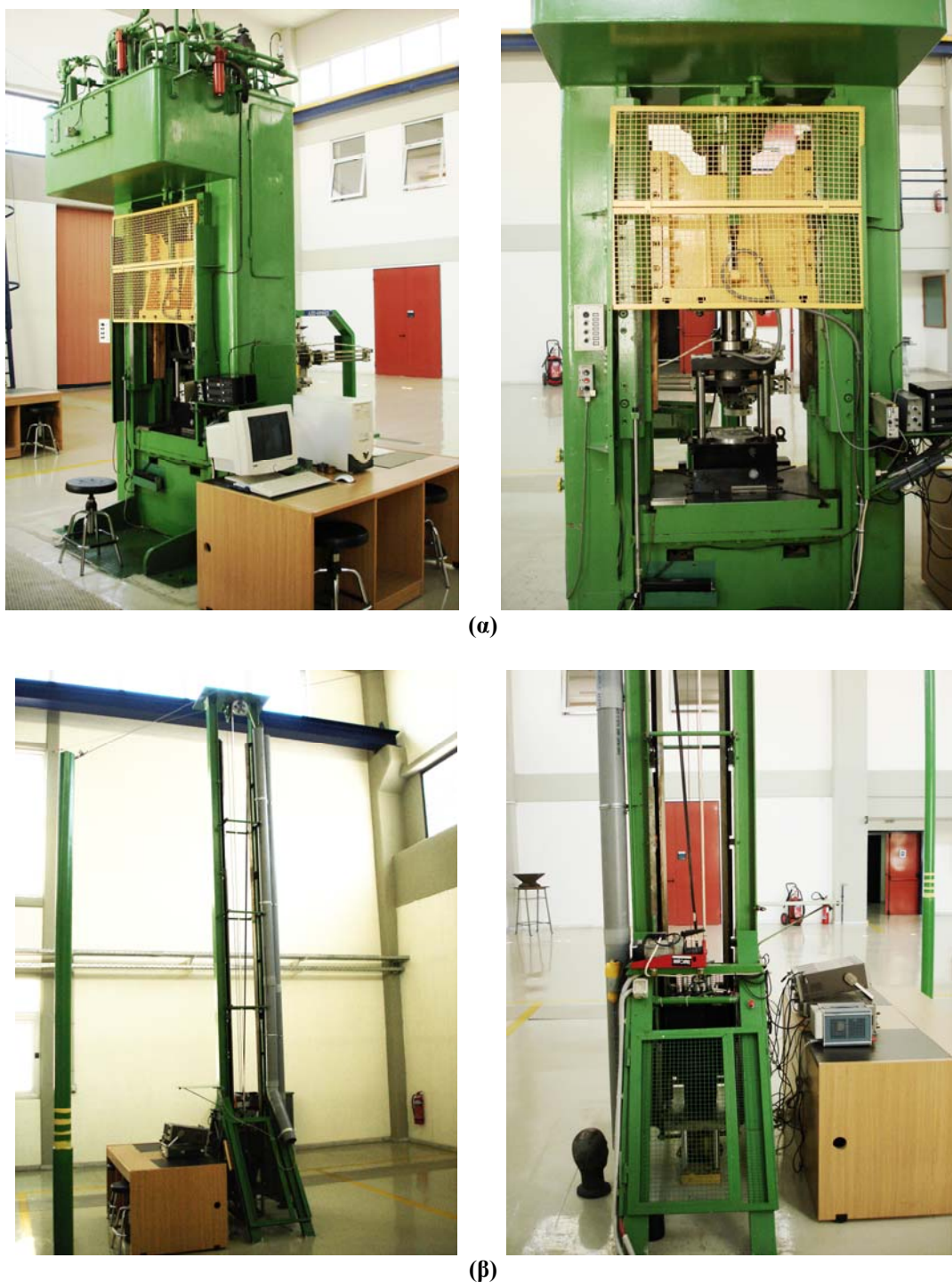
Έτσι, οι αξονικές πειραματικές δοκιμές τελικά αφορούσαν σε τρία δοκίμια για κάθε δομικό σύστημα: ένα αδιαμόρφωτου άκρου (untrigged) και ένα για κάθε μηχανισμό triggering. Η οιονεί-στατική αξονική κατάρρευση έλαβε χώρα μεταξύ δύο παράλληλων χαλύβδινων πλακών υδραυλικής πρέσας SMG ικανότητας 1000 kN, πλήρως εξοπλισμένης και αυτοματοποιημένης. Όλες οι δοκιμές πραγματοποιήθηκαν με ταχύτητα της κινούμενης πλάκας συμπίεσης περίπου 10 mm/min ή καθολικό ρυθμό παραμόρφωσης της τάξης του 10^{-3} s^{-1} .

Οι δοκιμές πλευρικής καταπόνησης διεξήχθησαν σε δοκίμια των δύο δομικών συστημάτων, που προέκυψαν με εγκάρσια κοπή των μητρικών κελυφών (μήκους 450 mm) σε μήκη των 150 mm (Εικ. 2.4). Οι οιονεί-στατικές δοκιμές πλευρικής καταπόνησης έλαβαν χώρα στον ίδιο πειραματικό εξοπλισμό και υπό τις ίδιες συνθήκες με τις αντίστοιχες αξονικές (βλ. προηγούμενη παράγραφο), ενώ οι δυναμικές/κρουστικές δοκιμές πλευρικής καταπόνησης πραγματοποιήθηκαν σε διάταξη σφύρας με άμεση πρόσκρουση ελεύθερης (συνθήκες βαρύτητας) πίπτουσας μάζας 65 kg και αρχική ταχύτητα 5.4 m/s (Εικ. 2.5).



Εικ. 2.4 Μήκος δοκιμών αξονικής (α) και πλευρικής (β) καταπόνησης (π.χ., σε σχέση με την “corrugated” διατομή)

Για κάθε σειρά δοκιμών ελήφθησαν φωτογραφίες που αποτυπώνουν τον τρόπο παραμόρφωσής του κελύφους κατά τη διάρκεια της διαδικασίας κατάρρευσης (εκτός της δυναμικής (πλευρικής) φόρτισης, καθώς απαιτείται κάμερα υψηλής ταχύτητας λήψης), τις τελικές όψεις του παραμορφωμένου δοκιμίου μετά το πέρας της διαδικασίας καταπόνησης, καθώς και λεπτομέρειες θραύσης της ζώνης κατάρρευσης κυρίως από μακροσκοπική άποψη. Επίσης, τα αποτελέσματα των δοκιμών



Εικ. 2.5 (α) Υδραυλική πρέσα και (β) διάταξη σφύρας πίπτουσας μάζας του Εργαστηρίου Κατεργασιών των Υλικών του Ε.Μ.Π

συμπληρώνονται με την αυτόματη καταγραφή και εκτύπωση της αντίστοιχης καμπύλης φορτίου/μετατόπισης της πλάκας συμπίεσης (βράχυνση κελύφους) προόδου της διαδικασίας σύνθλιψης. Συγκεντρωτικά, τα αποτελέσματα παρουσιάζονται ως εξής (στατικές δοκιμές):

- αξονική φόρτιση “corrugated” δομής χωρίς triggering: Εικ. 2.6(α)-(γ)

- αξονική φόρτιση “corrugated” δομής με “chamfer” triggering: Εικ. 2.7(α)-(γ)
 - αξονική φόρτιση “corrugated” δομής με “tulip” triggering: Εικ. 2.8(α)-(γ)
αξονική φόρτιση “corrugated” δομής, σύγκριση διαγραμμάτων φορτίου μετατόπισης: Εικ. 2.9
 - αξονική φόρτιση “corrugated” δομής, αποτύπωση ζώνης θραύσης/ κατάρρευσης: Εικ. 2.10
 - αξονική φόρτιση “tubular” δομής χωρίς triggering: Εικ. 2.11(α)-(γ)
 - αξονική φόρτιση “tubular” δομής με “chamfer” triggering: Εικ. 2.12(α)-(γ)
 - αξονική φόρτιση “tubular” δομής με “tulip” triggering: Εικ. 2.13(α)-(γ)
 - αξονική φόρτιση “tubular” δομής, σύγκριση διαγραμμάτων φορτίου-μετατόπισης: Εικ. 2.14
 - πλευρική φόρτιση “corrugated” δομής: Εικ. 2.15
 - πλευρική φόρτιση “tubular” δομής: Εικ. 2.17
- και δυναμικές δοκιμές:
- πλευρική φόρτιση “corrugated” δομής: Εικ. 2.16
 - πλευρική φόρτιση “tubular” δομής: Εικ. 2.18

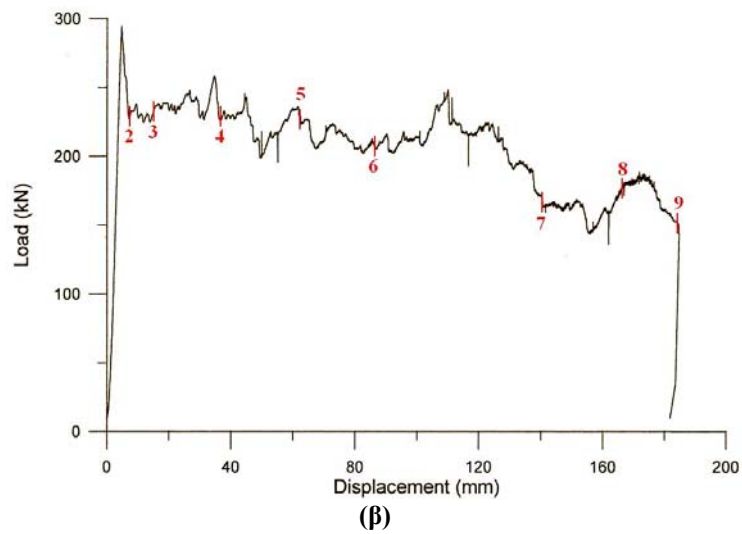
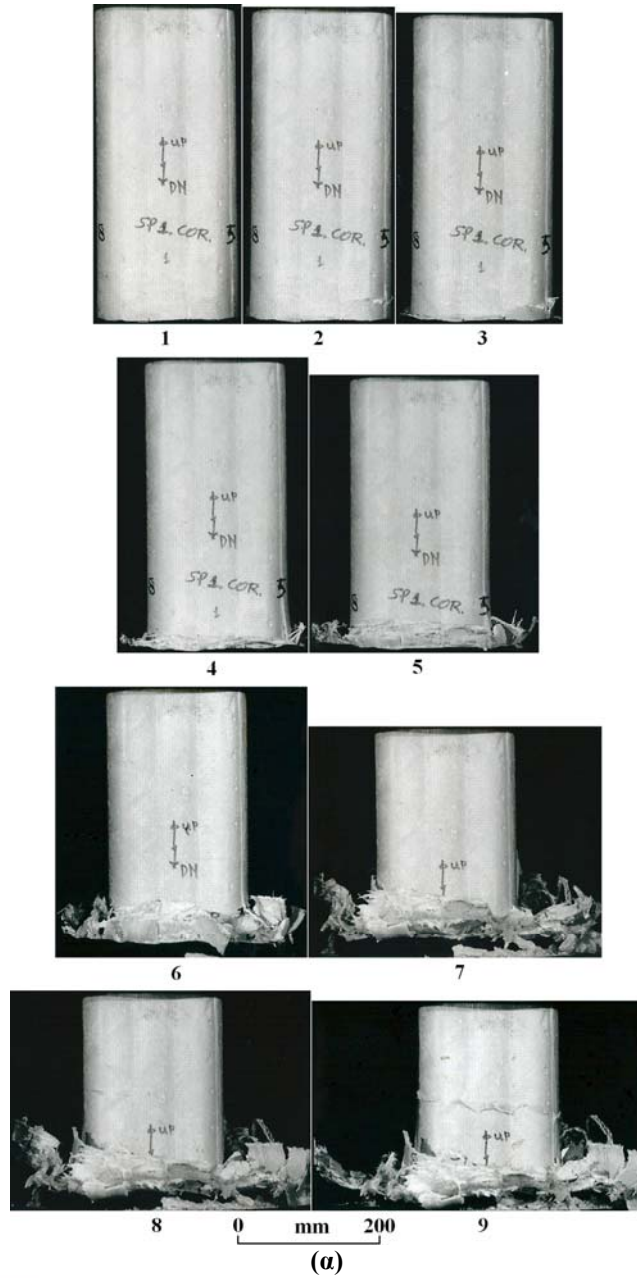
Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα και η αντίστοιχη ανάλυση για κάθε επιμέρους σειρά δοκιμών, με βάση τη διεύθυνση της καταπόνησης (αξονική, πλευρική), το εξεταζόμενο δομικό σύστημα (corrugated, tubular), τη διαμόρφωση ή μη, μηχανισμού triggering και την ταχύτητα επιβολής του φορτίου.(οιονεί-στατική, δυναμική).

2.3 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ

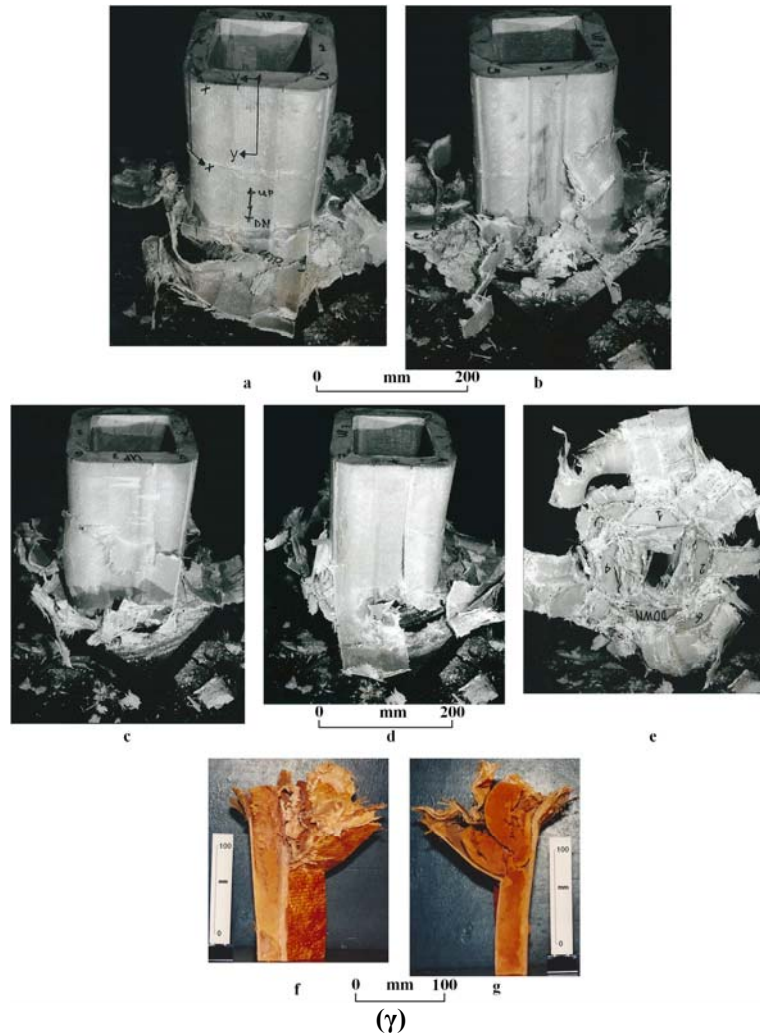
2.3.1 Αξονική (οιονεί-στατική) καταπόνηση κελυφών “corrugated” δομικού συστήματος

Τρόποι παραμόρφωσης

Παρατηρήθηκαν κοινά χαρακτηριστικά αστοχίας για όλους τους τρόπους διαμόρφωσης (και μη) άκρου (triggering) κατά τη διάρκεια της κατάρρευσης σε συνθήκες αξονικής φόρτισης. Ο μηχανισμός “κατάρρευση άκρου/μετώπου” (“end-crushing”), που χαρακτηρίζεται από προοδευτική σύνθλιψη, εκκίνησε από το ένα άκρο του κελύφους και η αστοχία επεκτάθηκε βαθμιαία κατά το ύψος του δοκιμίου, παρουσιάζοντας υψηλή απορρόφηση ενέργειας στην εξέλιξη της καταπόνησης.



Εκ. 2.6 (συν.)



Εικ. 2.6 Αξονική κατάρρευση του κελύφους της “corrugated” δομής: (α) όψεις της προοδευτικής κατάρρευσης, (β) διάγραμμα φορτίου/μετατόπισης (οι αριθμοί 2-9 αναφέρονται στις φωτογραφίες της Εικ. 2.6(α)) και (γ) τελικές όψεις του κελύφους (α-d: πλάγιες όψεις, e: άνοψη, f: τομή x-x (βλ. α), g: τομή y-y (βλ. α))

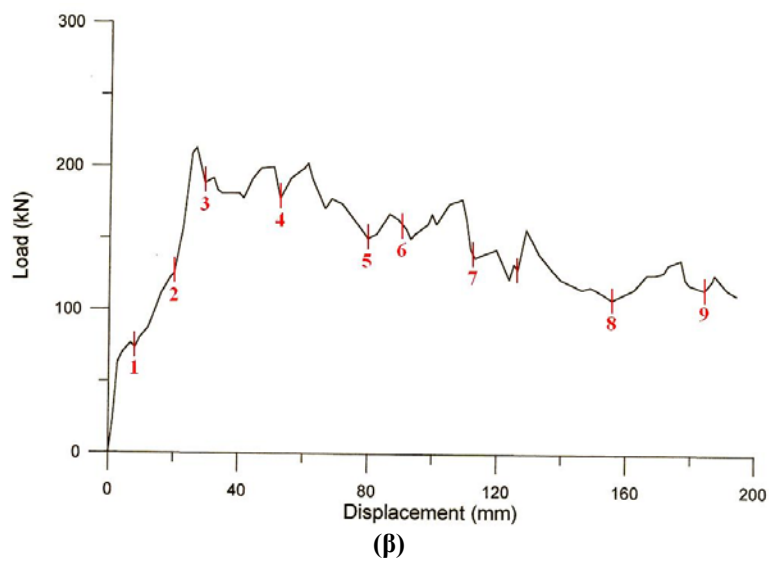
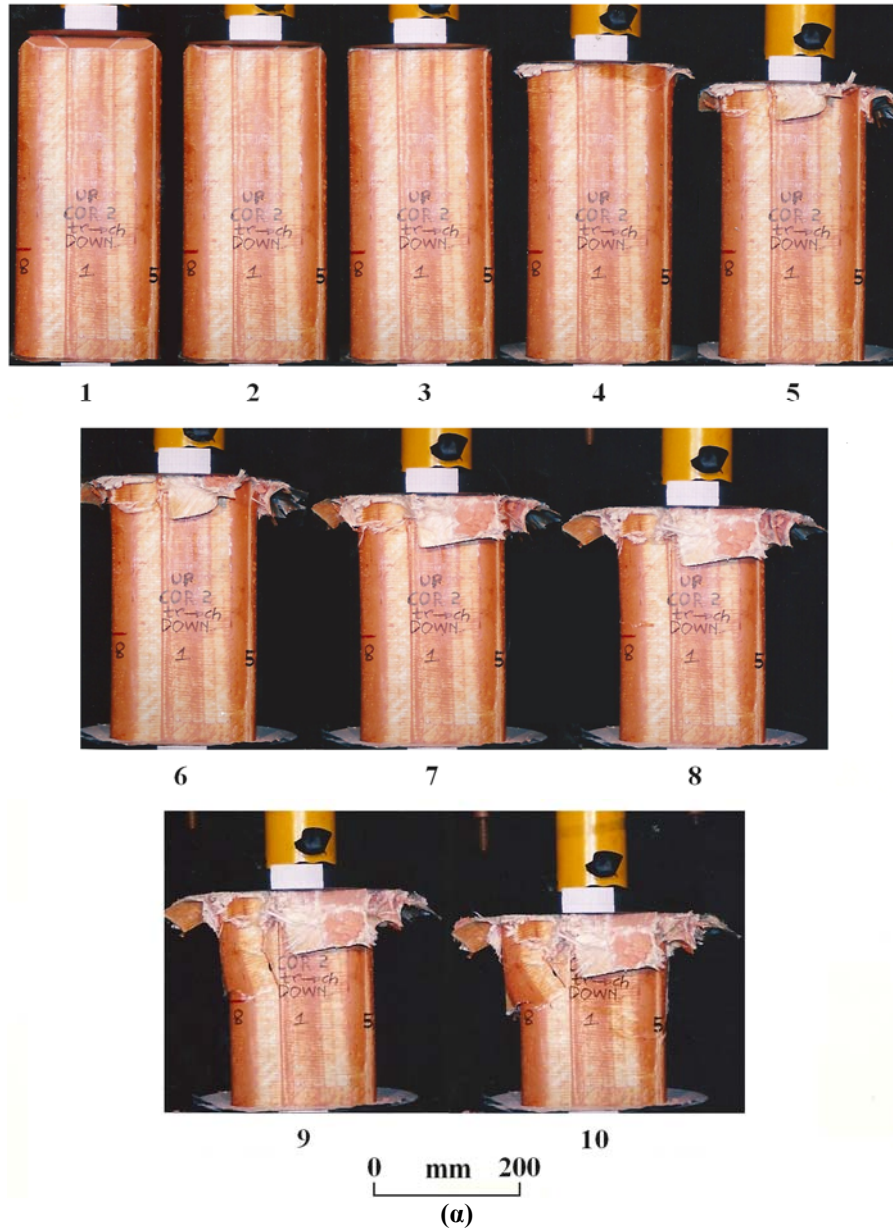
Διερευνώντας τη διαδικασία κατάρρευσης του κάθε δοκιμίου, όπως φαίνεται στις Εικόνες 2.6, 2.7 και 2.8, αντίστοιχα, μπορούν να εξαχθούν οι κάτωθι διαπιστώσεις:

(α) Κατά τη διάρκεια της ελαστικής παραμόρφωσης του κελύφους, το φορτίο αυξάνεται με σταθερό ρυθμό έως μια μέγιστη τιμή, P_{max} (Εικ. 2.6(β), 2.7(β) και 2.8(β)), που ακολουθείται από απότομη πτώση. Σε αυτή τη φάση, σχηματίζονται κατακόρυφες ρωγμές στις τέσσερις γωνίες του κελύφους (περιβλήματα, έλασμα ενίσχυσης, πυρήνας αφρού) που διαδίδονται κατά μήκος του άξονα του δοκιμίου, σχίζοντας τα εξωτερικά ελάσματα σε δύο συνεχή φύλλα που εκτείνονται ακτινικά προς το εσωτερικό και το εξωτερικό του κελύφους σε μορφή αστοχίας σχήματος “μανιταριού” (mushrooming failure).

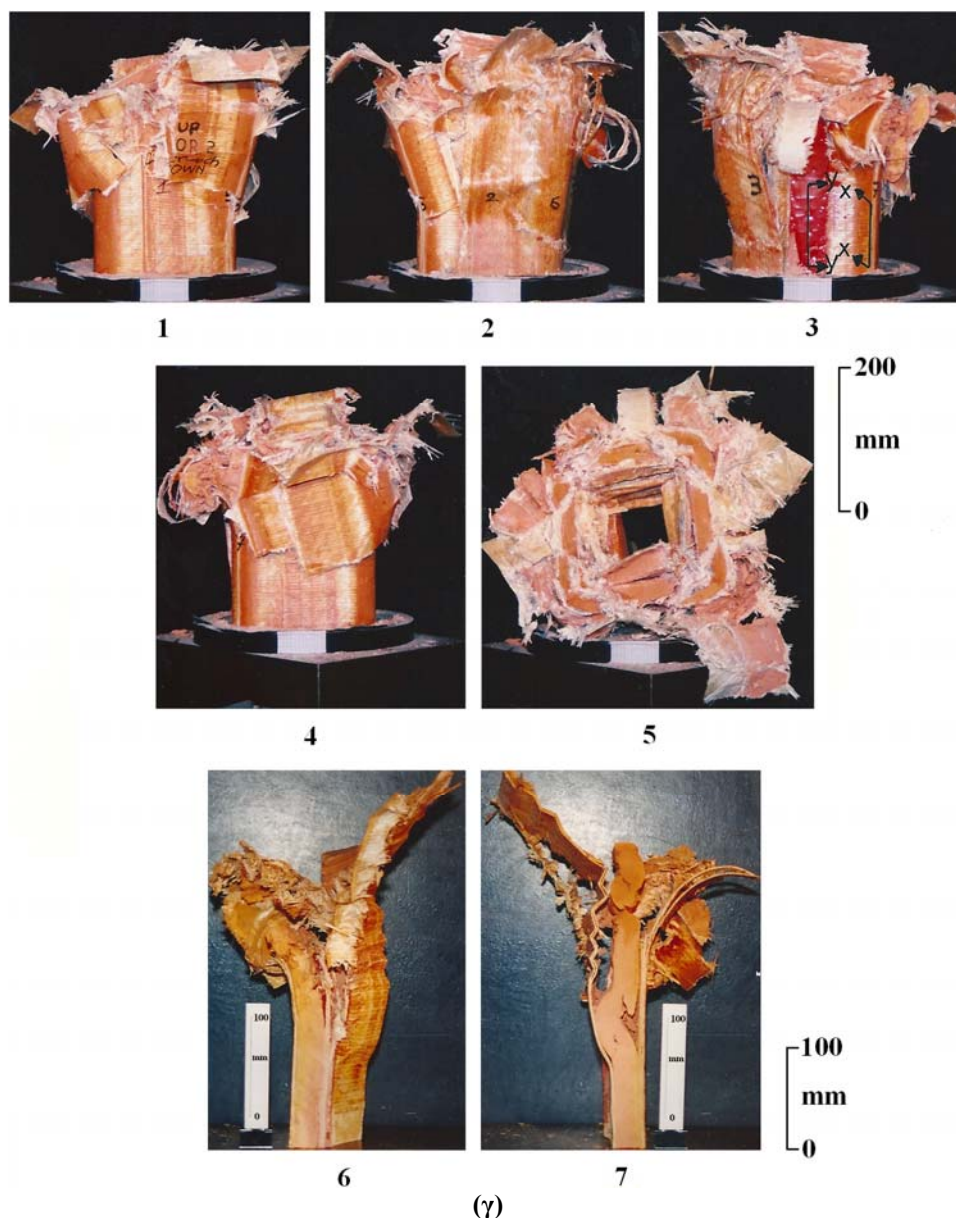
(β) Η επίδραση του μηχανισμού triggering στη φάση πριν την κατάρρευση φαίνεται σημαντική. Το αρχικό (μέγιστο) φορτίο, P_{max} ήταν αρκετά μεγαλύτερο στο

δοκίμιο χωρίς διαμόρφωση άκρου, ενώ στα δοκίμια διαμορφωμένου άκρου ήταν του ίδιου μεγέθους (Εικ. 2.9). Αυτό ήταν το ζητούμενο αποτέλεσμα της εφαρμογής των μηχανισμών triggering και οφείλεται στο γεγονός ότι, και στις δύο περιπτώσεις triggering, η τοπική μείωση της ενεργής διατομής στο ένα άκρο του κελύφους δημιούργησε μια ζώνη υψηλών τάσεων, η οποία συνέβαλε ιδιαίτερα στην εκκίνηση σταθερής προοδευτικής θραύσης σε αρκετά μικρότερο φορτίο.

- (γ) Μια πρώτη διαφοροποίηση διαπιστώθηκε στα χαρακτηριστικά των καμπυλών φορτίου/μετατόπισης κατά τη φάση πριν την έναρξη της κατάρρευσης. Η διαμόρφωση άκρου chamfer παρήγε μια βηματική απόκριση για ένα μήκος μετατόπισης περίπου 30 mm, ενώ στην περίπτωση της tulip διαμόρφωσης προέκυψε ομαλότερη καμπύλη (Εικ. 2.7(β), 2.8(β) και 2.9). Αυτή η μεταβολή στην κλίση, στην περίπτωση “chamfer” οφείλεται στη διαδοχική εμπλοκή πρώτα του εσωτερικού και κατόπιν του εξωτερικού περιβλήματος (καθ’ όλη την περιφέρειά τους). Όπως φαίνεται στα στιγμιότυπα 1-3 της Εικόνας 2.7(α), το εξωτερικό περίβλημα αρχίζει να συμμετέχει στην καταπόνηση της sandwich κατασκευής κατόπιν ενός ποσού παραμόρφωσης του κελύφους, οδηγώντας, με αυτόν τον τρόπο, σε μια αιχμηρή διακύμανση του φορτίου. Στην περίπτωση “tulip”, τα δύο περιβλήματα εμπλέκονται ταυτόχρονα, με αποτέλεσμα να καταγράφεται ομαλότερη απόκριση στην αύξηση του φορτίου (στιγμιότυπα 1-3 της Εικόνας 2.8(α)).
- (δ) Καθώς εξελίσσεται η παραμόρφωση, λαμβάνουν χώρα προοδευτικές πτυχώσεις των σύνθετων περιβλημάτων και της ενίσχυσης, επιδεικνύοντας περισσότερο την καθιερωμένη ψαθυρή θραύση. Από μακροσκοπική άποψη, τα εξωτερικά διαμορφωμένα φύλλα συστρέφονται προς τα επάνω με ταυτόχρονη ανάπτυξη ενός αριθμού αξονικών σχισμάτων, λόγω του αναπτυσσόμενου εφελκυσμού στην περιφέρεια του κελύφους, συνοδευόμενων από έκταση λωρίδων υλικού. Το μήκος των σχισμάτων πιθανόν χαρακτηρίζει το ενεργό μήκος στήλης των λωρίδων υλικού που υπόκεινται σε φόρτιση. Στα εσωτερικά διαμορφωμένα φύλλα δεν υπήρχαν εμφανή αξονικά σχισίματα, εκτός των (αξονικών) ρωγμών που σχηματίστηκαν στις τέσσερις (εσωτερικές) γωνίες (βλ. φωτογραφία 5 στις Εικόνες 2.6(γ), 2.7(γ) και 2.8(γ), αντίστοιχα). Λόγω του περιορισμένου διαθέσιμου χώρου στο εσωτερικό του κελύφους, το αξονικά έντονα συμπιεζόμενο εσωτερικό σύνθετο περίβλημα συνθλίβεται και πτυχώνεται (αναδιπλώνεται) σε μορφή “concertina”, που χαρακτηρίζεται από το σχηματισμό ομοίμορφα



Εκ. 2.7 (συν.)



Εικ. 2.7 Αξονική κατάρρευση του κελύφους της “corrugated” δομής με “chamfer” triggering: (α) όψεις της προοδευτικής κατάρρευσης, (β) διάγραμμα φορτίου/μετατόπισης (οι αριθμοί 1-10 αναφέρονται στις φωτογραφίες της Εικ. 2.7(α)) και (γ) τελικές όψεις του κελύφους (1-4: πλάγιες όψεις, 5: κάτοψη, 6: τομή x-x (βλ. 3), 7: τομή y-y (βλ. 3))

κατανεμημένων τοπικών γραμμών θραύσης, ανά 10 mm περίπου (βλ. φωτογραφίες 6 και 7 στις Εικόνες 2.6(γ)-2.8(γ), αντίστοιχα).

(ε) Από μικροσκοπική άποψη, οι μικρο-μηχανισμοί θραύσης εξαρτώνται από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των περιοχών στο εσωτερικό του υβριδικού sandwich κελύφους. Παρατηρήθηκαν δύο διαφορετικές μορφές αστοχίας (φωτογραφίες 5-7 στις Εικόνες 2.6(γ)-2.8(γ)):

➤ Το μοτίβο “splaying”, που επικρατεί στις ζώνες μειωμένης αντοχής σύνδεσης, κυρίως, δηλ., σε θέσεις επαφής μεταξύ εξωτερικών ελασμάτων και πυρήνα αφρού. Σύμφωνα με αυτή τη μηχανική απόκριση, αναπτύσσεται εκτεταμένη

αποσύνδεση - όχι διαστρωματική αποκόλληση (delamination) - ανάμεσα στα περιβλήματα και τον αφρό του πυρήνα, που δημιουργεί μεγαλύτερα φύλλα εκτεινόμενα με κλίση προς τα έξω (spalying).

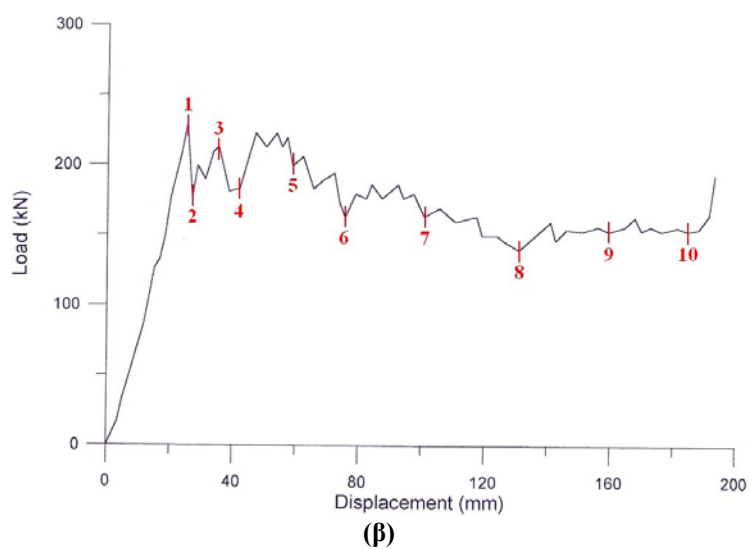
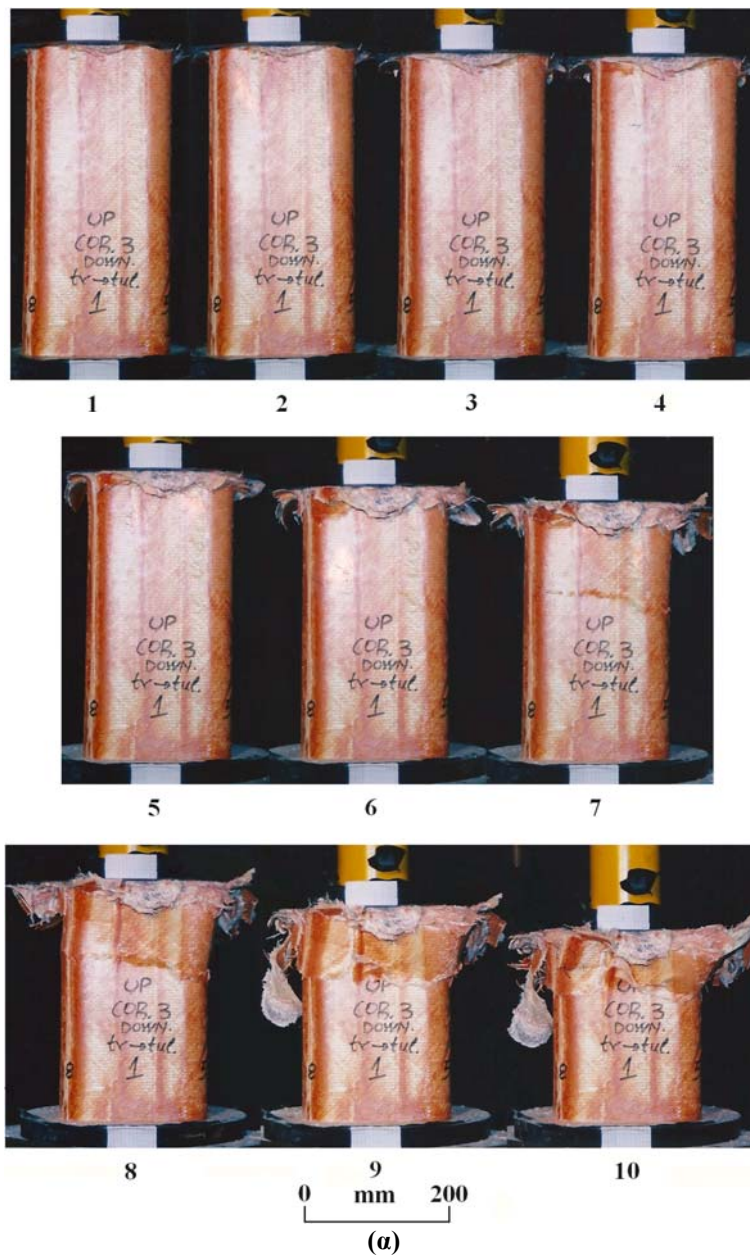
➤ Ο θρυμματισμός (fragmentation), που λαμβάνει χώρα στις ζώνες αυξημένης αντοχής σύνδεσης, κυρίως, δηλ., στις θέσεις σύνδεσης των εξωτερικών ελασμάτων με το ενισχυτικό. Αυτό το μοτίβο αστοχίας χαρακτηρίζεται από έντονη τοπικά θραύση ινών, διαστρωματική αποκόλληση (delamination), ευρεία ρηγμάτωση στρώσεων και απόσπαση μικρών τμημάτων υλικού.

Είναι προφανές ότι η σχετική τάση για κάθε μορφή αστοχίας πρέπει να αποδοθεί στην επίδραση του ελάσματος ενίσχυσης.

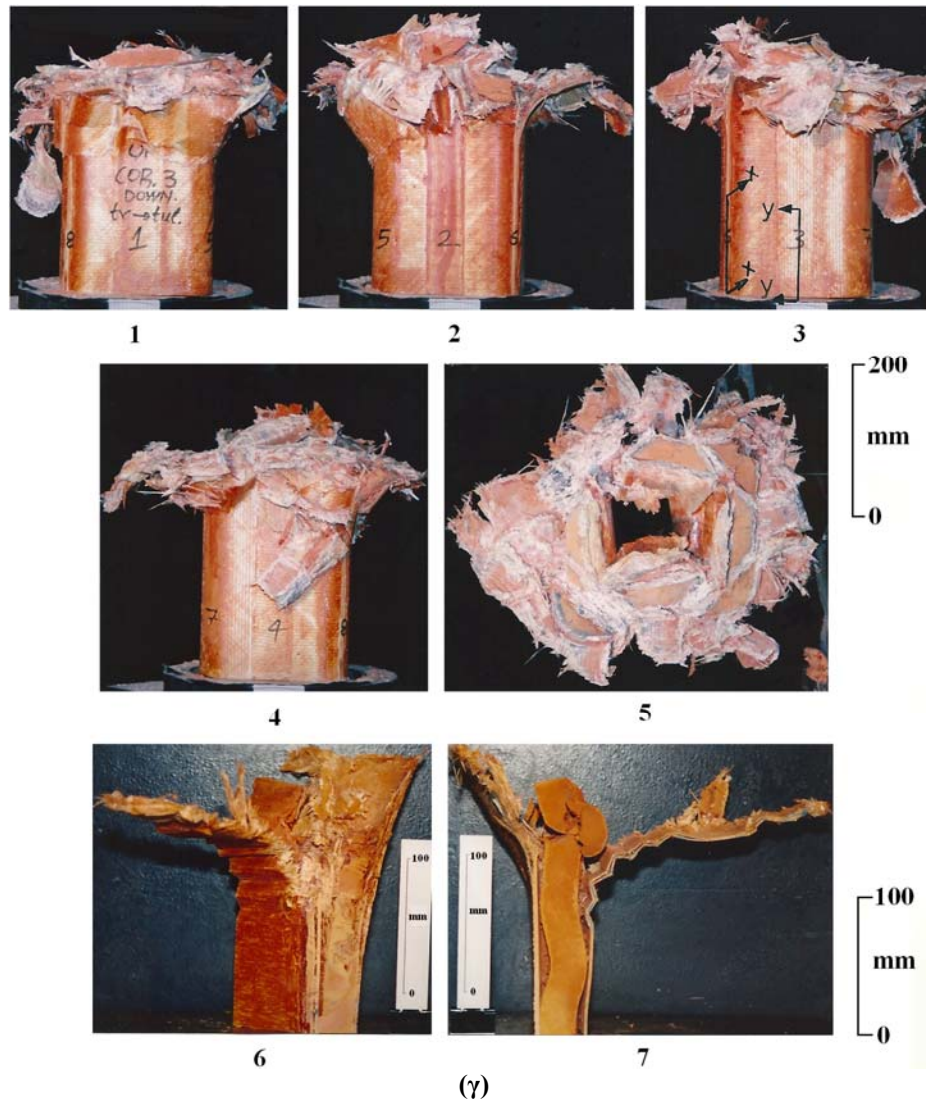
(στ) Η συμπίεση του αφρού του πυρήνα οδηγεί σε αλληπάλληλη πλαστική κατάρρευση των τοιχωμάτων των συστατικών κυψελών του, λυγισμό και θραύση του αφρού, έτσι ώστε το νέο κομμάτι (θραύσμα) που σχηματίζεται, ωθείται σαν σφήνας αξονικά εντός του τοιχώματος ανάμεσα στον αφρό (μητρικό υλικό) και τα σύνθετα εξωτερικά ελάσματα.

(ζ) Σε όλες τις περιπτώσεις, η περιοχή κατάρρευσης στην καμπύλη φορτίου/μετατόπισης χαρακτηρίζεται από έντονα πριονωτή μορφή, λόγω των μηχανισμών μικροθραύσης που αναπτύσσονται εντός του υβριδικού σύνθετου υλικού, και κυμαίνεται περί μιας περίπου σταθερής τιμής, εκείνης του μέσου φορτίου κατάρρευσης. Σαφείς διαφοροποιήσεις, λόγω της επίδρασης των μηχανισμών triggering, δε διαπιστώθηκαν. Μετά από ένα σημαντικό ποσοστό παραμόρφωσης, το μοτίβο “κατάρρευσης άκρου” ακολουθείται από μια ρωγμή που διαδίδεται κατά μήκος της περιφέρειας του κελύφους σε σχετικά μεγάλη αξονική απόσταση από την τρέχουσα ζώνη σύνθλιψης/κατάρρευσης, οδηγώντας σε διατάραξη της προοδευτικής κατάρρευσης και καταλήγοντας εν μέρει στην καταστροφική αστοχία του κελύφους, ενώ το φορτίο κατάρρευσης μειώνεται σταδιακά σε χαμηλότερα επίπεδα (βλ. φωτογραφία 9 στην Εικόνα 2.6, φωτογραφίες 8-10 στην Εικόνα 2.7 και φωτογραφίες 7-10 στην Εικόνα 2.8).

(η) Οι καμπύλες φορτίου/μετατόπισης δείχνουν ότι οι μηχανισμοί triggering φαίνεται να εξασθενίζουν τη φέρουσα ικανότητα του δοκιμίου. Το αρχικό (μέγιστο) φορτίο ελαττώνεται όπως αναμένεται, αλλά την ίδια στιγμή, ολόκληρη η καμπύλη μετατίθεται προς τα κάτω σχεδόν ομοιόμορφα, αποτυπώνοντας μια μη επιθυμητή συμπεριφορά έναντι κατάρρευσης σε σχέση με το δοκίμιο χωρίς διαμόρφωση άκρου (Εικ. 2.9).



Εκ. 2.8 (συν.)

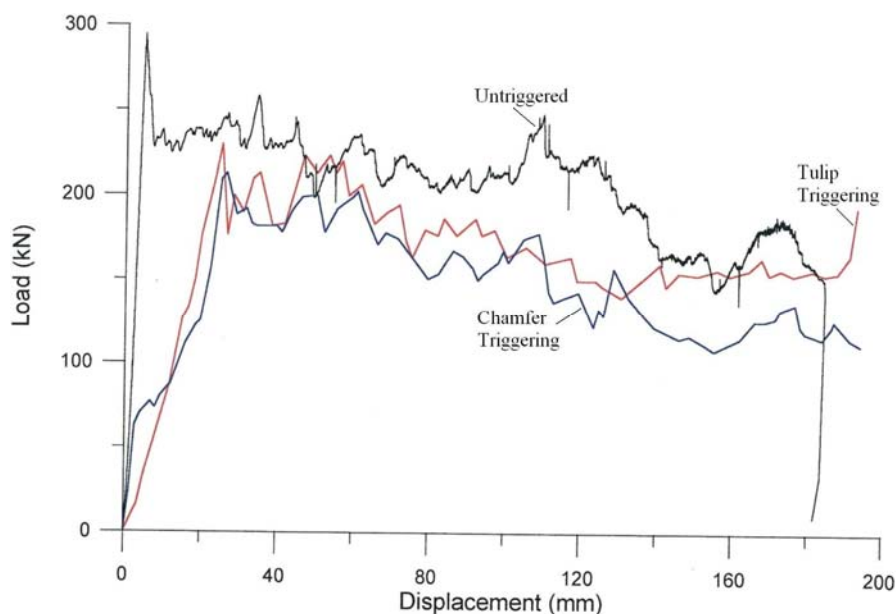


Εικ. 2.8 Αξονική κατάρρευση του κελύφους της “corrugated” δομής με “tulip” triggering: (α) όψεις της προοδευτικής κατάρρευσης, (β) διάγραμμα φορτίου/μετατόπισης (οι αριθμοί 1-10 αναφέρονται στις φωτογραφίες της Εικ. 2.8(a)) και (γ) τελικές όψεις του κελύφους (1-4: πλάγιες όψεις, 5: κάτοψη, 6: τομή x-x, (βλ. 3) 7: τομή y-y (βλ. 3))

Οι συγκεκριμένοι μηχανισμοί triggering δεν επηρεάζουν θετικά την ικανότητα απορρόφησης ενέργειας. Αυτό πιθανόν οφείλεται στις σχετικές διαστάσεις, την ύπαρξη ενισχυτικού ελάσματος και τη sandwich δομή της κατασκευής. Ο τύπος tulip φαίνεται να είναι λίγο περισσότερο αποτελεσματικός από τον τύπο chamfer σε αυτήν την περίπτωση.

Απορρόφηση ενέργειας

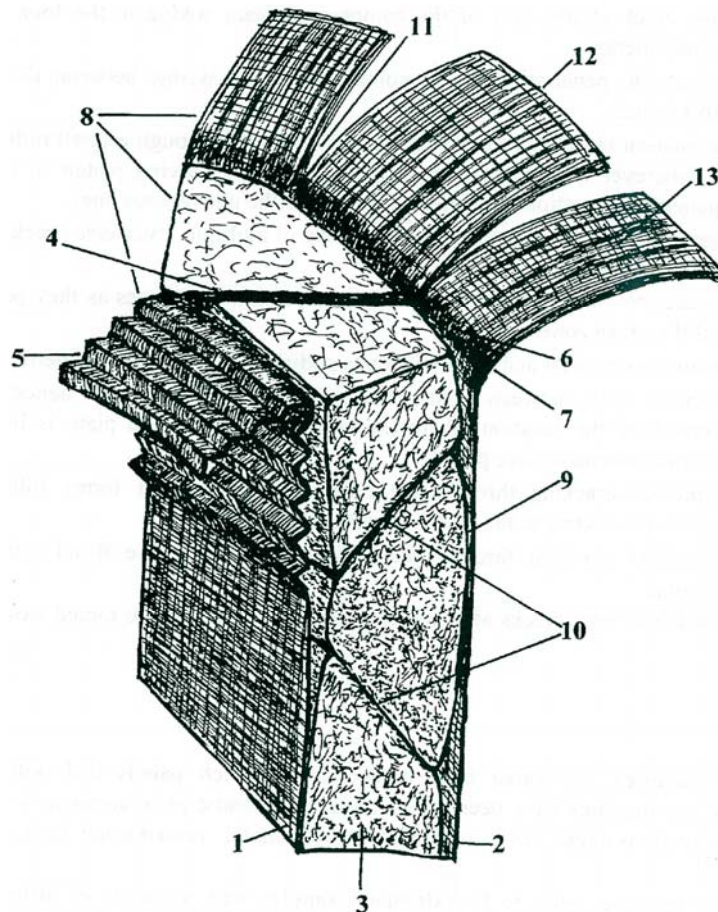
Οι μηχανισμοί απορρόφησης ενέργειας, που συναντώνται στα μοτίβα κατάρρευσης που διαπιστώθηκαν, είναι σχεδόν όμοιοι με τους προβλεπόμενους κατά την κατάρρευση σωλήνων σύνθετου - ενισχυμένου με ίνες - υλικού [6-9]. Εν τούτοις, η συμπεριφορά κατάρρευσης των υβριδικών sandwich κατασκευών που εξετάστηκαν



Εικ. 2.9 Καμπύλες φορτίου/μετατόπισης της αξονικής κατάρρευσης των κελυφών της “corrugated” δομής (untriggered, “chamfer” triggered, “tulip” triggered).

είναι εξαιρετικά πολύπλοκη, με ποικιλία μακρο- και μικρο-αστοχιών που συμβάλλουν στη συνολική απορρόφηση ενέργειας. Μια τυπική διάταξη της ζώνης σύνθλιψης που παρατηρήθηκε δίνεται στην Εικόνα 2.10, παρουσιάζοντας τα κύρια αίτια απορρόφησης ενέργειας, που μπορούν να ταξινομηθούν ως ακολούθως:

- Προοδευτική δίπλωση των περιβλημάτων και της ενίσχυσης.
- Εκτεταμένος ψαθυρός μικρο-θρυμματισμός των εξωτερικών ελασμάτων και του ενισχυτικού.
- Εσωτερική ρηγμάτωση των σύνθετων συστατικών, τοπική θραύση ινών και μήτρας, ρωγμές διαστρωματικής αποκόλλησης, αστοχία σε κάμψη των εξωτερικών και εσωτερικών φύλλων, αξονική διάρρηξη των σύνθετων ελασμάτων.
- Εκτεταμένη ρηγμάτωση του σκληρού αφρού πολυουρεθάνης του πυρήνα (πλαστική κατάρρευση και θρυμματισμός).
- Αντίσταση τριβής σε όλες τις επιφάνειες επαφής, εσωτερικές και εξωτερικές (πλάκα συμπίεσης - φύλλα σύνθετου υλικού, πλάκα συμπίεσης - αφρός πυρήνα, περιβλήματα - αφρός πυρήνα).
- Διάδοση ρωγμής στο άκρο του σφήνα συμπιεσμένου αφρού στις τέσσερις πλευρές και στις τέσσερις γωνίες των δοκιμίων.
- Αντίσταση τριβής στη διείδυση του σφήνα συμπιεσμένου αφρού μεταξύ των εξωτερικών (συνήθως) φύλλων σύνθετου υλικού και του αφρού (μητρικό υλικό).



Εικ. 2.10 Τυπική απεικόνιση της ζώνης θραύσης/κατάρρευσης του “corrugated” δομικού συστήματος σε αξονική καταπόνηση: 1. Εσωτερικό σύνθετο (FRP) περιβλήμα, 2. εξωτερικό σύνθετο (FRP) περιβλήμα, 3. πυρήνας αφρού, 4. εσωτερικό ενισχυτικό σύνθετο (FRP) έλασμα, 5. πτυχώσεις εσωτερικού περιβλήματος, 6. καμπτική αστοχία, 7. αποκόλληση στρώσεων, 8. επιφάνειες τριβής του κελύφους με την πλάκα συμπίεσης, 9. περιοχές ανάπτυξης τριβών μεταξύ αφρού (πυρήνα) και σύνθετων περιβλημάτων, 10. επιφάνειες τριβής εσωτερικά του πυρήνα, 11. αξονική διάσχιση (splitting) του εξωτερικού (FRP) ελάσματος, 12. κεκαμμένο επιμέρους φύλλο (frond) εξωτερικού περιβλήματος, 13. πλάτυνση εξωτερικού περιβλήματος.

- Διαστρωματική αποκόλληση στα εκτεινόμενα φύλλα, στη ζώνη εκτροπής τους - με μικρή ακτίνα καμπυλότητας - από το σφήνα (οπουδήποτε αυτός προκύπτει) ή από την πλάκα συμπίεσης (η κινούμενη πλάκα στην περίπτωση των δοκιμίων με διαμόρφωση άκρου, η ακίνητη πλάκα στην περίπτωση του δοκιμίου χωρίς διαμόρφωση άκρου).
- Καμπτική αστοχία στα όρια της διαστρωματικής αποκόλλησης με τη μορφή πολλαπλής εγκάρσιας ρηγματώσης εντός των μεμονωμένων στρώσεων των σύνθετων φύλλων.
- Αντίσταση τριβής σε ολίσθηση μεταξύ συνεχόμενων στρώσεων των περιβλημάτων καθώς αυτά διέρχονται το τόξο εκτροπής της ζώνης θραύσης.
- Αντίσταση τριβής ολίσθησης των εσωτερικών και εξωτερικών φύλλων επί της πλάκας συμπίεσης.

- Διάδοση αξονικών σχισμάτων μεταξύ περιφερειακά διαδοχικών φύλλων. Η απόσταση μεταξύ των σχισμάτων, και ως εκ τούτου ο αριθμός των φύλλων, διέπεται από τις θέσεις όπου το ενισχυτικό έλασμα συνδέεται με τα περιβλήματα.
- Πολλαπλές διαμήκεις ρωγμές εντός των εσωτερικών περιβλημάτων που σχηματίζουν πτυχώσεις τύπου “concertina” όπως τα όλκιμα υλικά.
- Πολλαπλές διαμήκεις ρωγμές εντός των μεμονωμένων στρώσεων των εκτεινόμενων φύλλων, που διευκολύνουν την εγκάρσια επίπεδη έκτασή τους.
- Έντονα συμπίεσμένος αφρός που ρηγματώνεται μετά το λυγισμό και σχηματίζει σφήνα ωθούμενο αξονικά δια μέσου του τοιχώματος του κελύφους.

Συμπεράσματα

Κοίλα τετραγωνικά sandwich υβριδικά κελύφη, με FRP περιβλήματα και πυρήνα αφρού εσωτερικά ενισχυμένο με FRP έλασμα, υποβλήθηκαν σε οιονεί-στατική αξονική συμπίεση. Μπορούν να εξαχθούν οι ακόλουθες συγκεντρωτικές διαπιστώσεις, βασισμένες στις πειραματικές παρατηρήσεις:

- (α) Η συμπεριφορά κατάρρευσης δείχνει εξαιρετικά πολύπλοκη με ποικιλία διαφορετικών μηχανισμών μικρο- και μακρο-αστοχίας που συμβάλλουν στη συνολική απορρόφηση ενέργειας.
- (β) Αναφορικά με τους δύο τρόπους triggering που διαμορφώθηκαν, δε διαπιστώθηκε αξιοσημείωτη διαφοροποίηση στην επίδρασή τους στη συνολική συμπεριφορά κατάρρευσης της κατασκευής. Και οι δύο αποδείχτηκαν κατάλληλοι για την εκκίνηση σταθερής προοδευτικής σύνθλιψης. Κάποιες διαφορές ήταν εμφανείς μόνο στα χαρακτηριστικά της καμπύλης φορτίου/μετατόπισης, πριν την έναρξη της κατάρρευσης. Μετά τη φάση της αρχικής φόρτισης, δεν υπήρχαν σαφείς διαφοροποιήσεις οφειλόμενες σε διαφορετική επίδραση των δύο μηχανισμών triggering. Όλα τα δοκίμια κατέρρευσαν υπό σχεδόν σταθερό μέσο φορτίο σε όλο το μήκος παραμόρφωσής τους. Έλαβαν χώρα ικανοποιητικές αποστάσεις κατάρρευσης στα δοκίμια χωρίς κάποια αξιοσημείωτη μείωση της φέρουσας ικανότητας.
- (γ) Αν και η διαμόρφωση άκρου (triggering) συνίσταται γενικά από άποψη καταπόνησης και ικανότητας απορρόφησης ενέργειας (αλλιώς, υπάρχει η τάση για καταστροφική αστοχία με χαμηλά επίπεδα απορρόφησης ενέργειας), η συμπεριφορά του δοκιμίου χωρίς διαμόρφωση άκρου ήταν σε αυτό το θέμα καλύτερη σε σχέση με τα δοκίμια με triggering.

2.3.2 Αξονική (οιονεί-στατική) καταπόνηση κελυφών “tubular” δομικού συστήματος

Τρόποι παραμόρφωσης

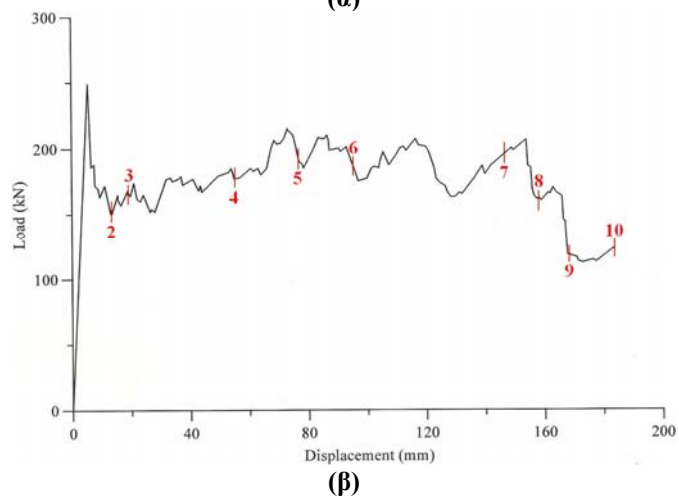
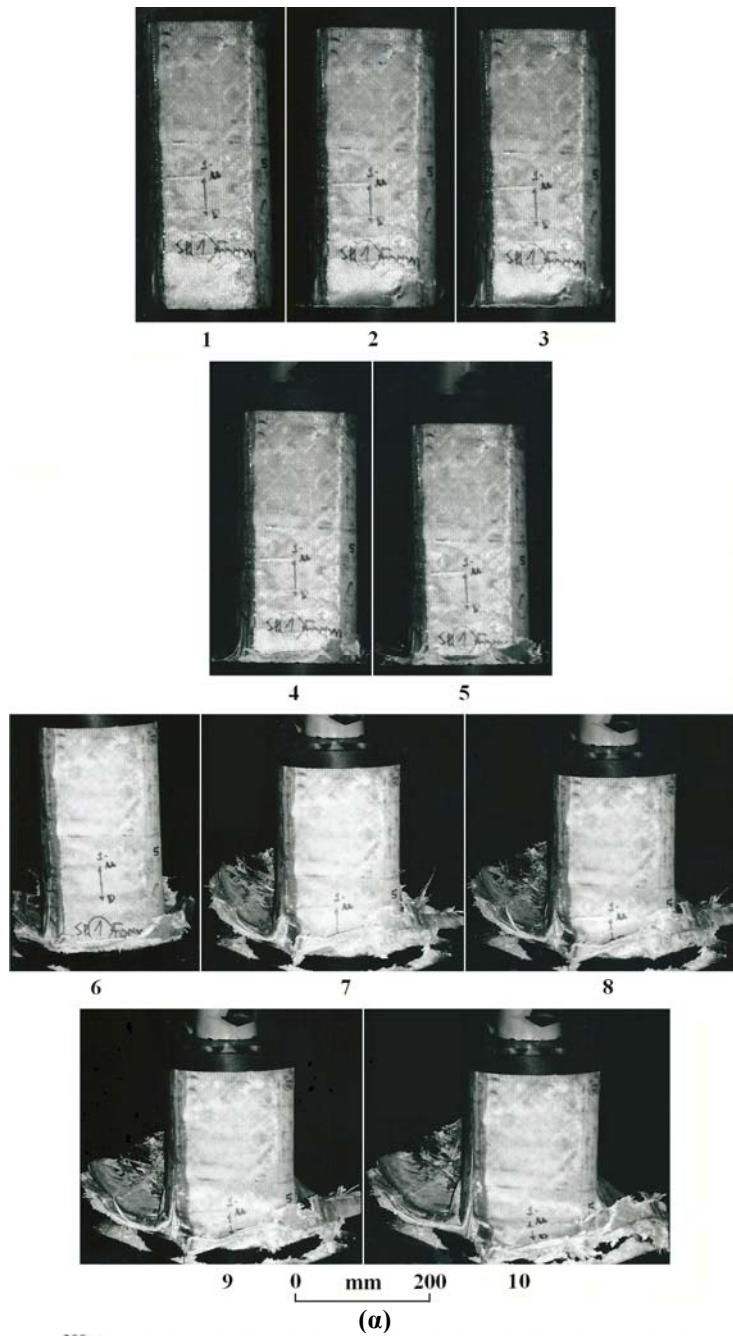
Ο κυρίαρχος μηχανισμός παραμόρφωσης που διαπιστώθηκε, για όλα τις κατασκευαστικές διαμορφώσεις άκρου, ήταν η “κατάρρευση άκρου” (“end-crushing mode”), που χαρακτηρίζεται από προοδευτική σύνθλιψη εκκινούσα από το ένα άκρο/μέτωπο του κελύφους και αστοχία που βαθμιαία εξαπλώνεται κατά μήκος του δοκιμίου. Οι διαδοχικές φάσεις κατάρρευσης του κάθε δοκιμίου παρουσιάζονται στις Εικ. 2.11(α), 2.12(α) και 2.13(α), αντίστοιχα, οδηγώντας στις ακόλουθες γενικές παρατηρήσεις:

(α) Αρχικά, το κέλυφος συμπεριφέρεται ελαστικά. Το untriggered δοκίμιο παρουσίασε μια σταθερή αύξηση φορτίου μέχρι μια ακραία τιμή, P_{max} , που αποκτά στα πρώτα 5mm της συμπίεσης (Εικ. 2.11(β)) και ακολουθείται από απότομη πτώση.

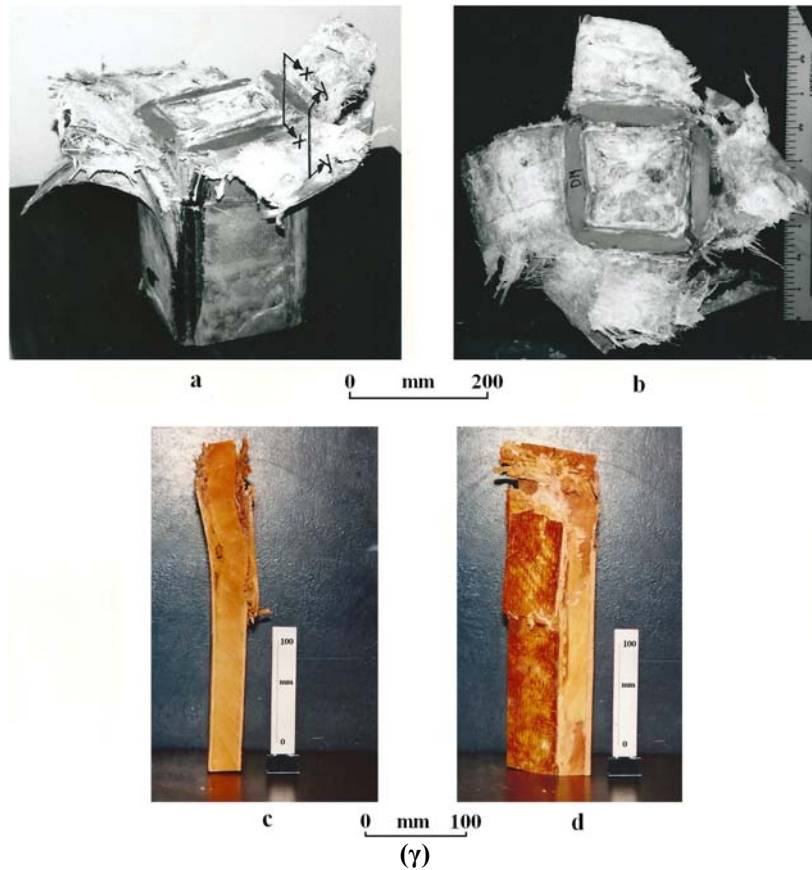
Τα δοκίμια με μηχανισμό triggering παρουσίασαν μια μη συμβατική μορφή καμπύλης/παραμόρφωσης στο στάδιο παραμόρφωσης πριν την έναρξη της κατάρρευσης, σχετιζόμενη προφανώς με το μηχανισμό κατάρρευσης της ζώνης του triggering.

(i) Η διαμόρφωση chamfer παρουσίασε μια βηματική απόκριση σε ένα μήκος παραμόρφωσης 30 mm, καθώς στη διαμόρφωση tulip προέκυψε ομαλότερη καμπύλη (Εικ. 2.12(β), 2.13(β) και 2.14). Αυτή η μεταβολή στην κλίση, στην περίπτωση της διαμόρφωσης chamfer, οφείλεται στη διαδοχική εμπλοκή του εσωτερικού περιβλήματος (πρώτα) και του εξωτερικού περιβλήματος (στη συνέχεια) στη διαδικασία συμπίεσης. Όπως φαίνεται στα στιγμιότυπα 1-3 της Εικόνας 2.12(α), το εξωτερικό περίβλημα εκκίνησε να συμβάλλει στη φόρτιση του κελύφους κατόπιν ενός συγκεκριμένου ποσού παραμόρφωσης του κελύφους, οδηγώντας, με αυτόν τον τρόπο, σε τοπική διακύμανση του φορτίου.

(ii) Στην περίπτωση της διαμόρφωσης tulip, και α δύο περιβλήματα εμπλέκονται ταυτόχρονα στη φόρτιση του δοκιμίου και, έτσι, καταγράφεται μια ομαλότερη απόκριση στην αύξηση του φορτίου, όπως φαίνεται στα στιγμιότυπα 1-3 της Εικ. 2.13(α).



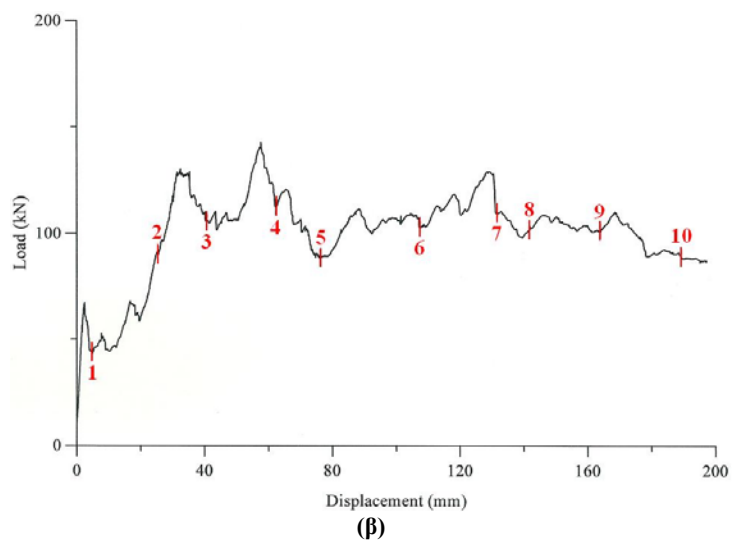
Εικ. 2.11 (συν.)



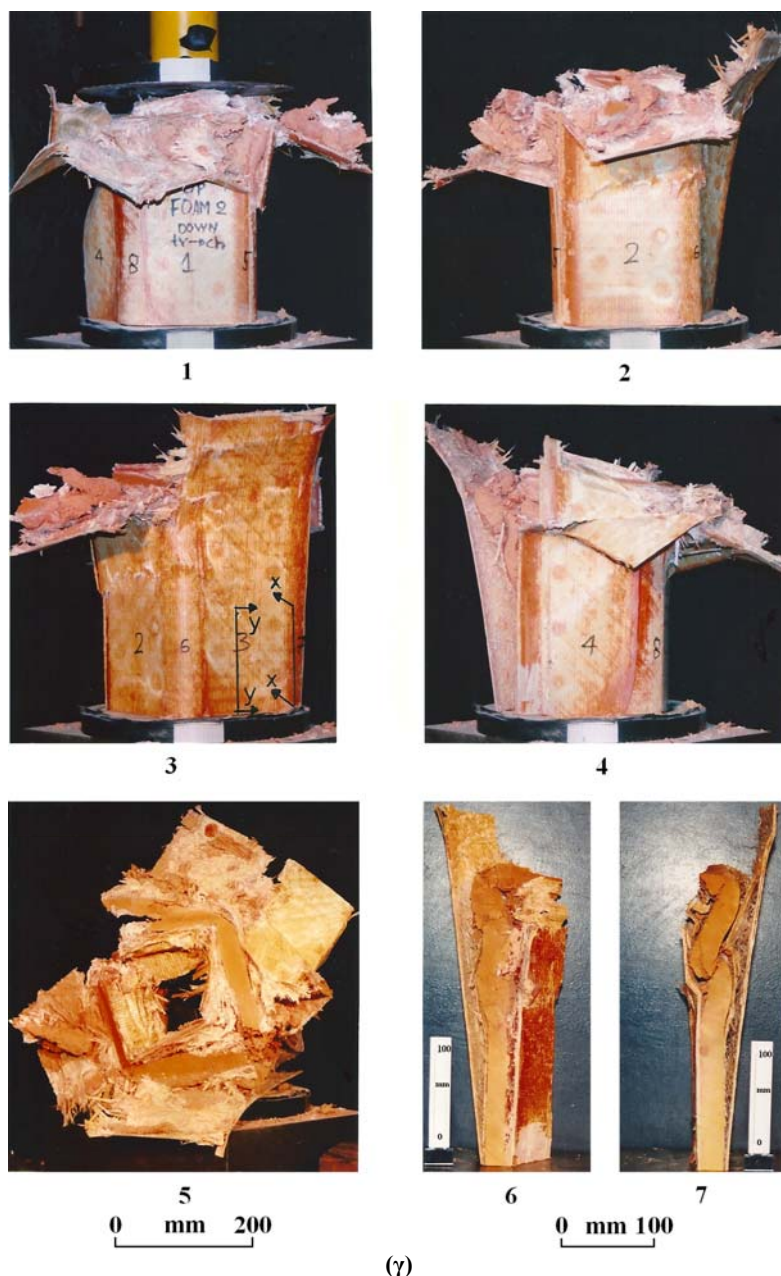
Εικ. 2.11 Αξονική κατάρρευση του κελύφους της “tubular” διατομής: (α) όψεις της προοδευτικής κατάρρευσης, (β) διάγραμμα φορτίου/μετατόπισης (οι αριθμοί 2-10 αναφέρονται στις φωτογραφίες της Εικ. 2.11(a)) και (γ) τελικές όψεις του κελύφους (α: πλάγια όψη, β: άνοψη, γ: τομή x-x (βλ. α), δ: τομή y-y (βλ. α))

- (β) Το αρχικό (μέγιστο) φορτίο, P_{\max} ήταν αρκετά μεγαλύτερο για το κέλυφος με αδιαμόρφωτο άκρο (Εικ. 2.14) σε σχέση με τα αντίστοιχα διαμορφωμένου άκρου. Πρόκειται για αναμενόμενο (ή ζητούμενο) αποτέλεσμα από την εφαρμογή των μηχανισμών triggering και οφείλεται στο γεγονός ότι, και στις δύο περιπτώσεις διαμόρφωσης άκρου, η τοπική μείωση της διατομής που διαμορφώθηκε στο ένα άκρο του κελύφους δημιούργησε μια ζώνη υψηλής συγκέντρωσης τάσεων, η οποία συνέβαλε δραστικά στην πρόκληση αρχικής σταθερής προοδευτικής θραύσης σε χαμηλότερο φορτίο.
- (γ) Από μακροσκοπική άποψη, το πέρας της ελαστικής μηχανικής συμπεριφοράς σηματοδοτήθηκε από το σχηματισμό αξονικών ρωγμών που αναπτύχθηκαν στις τέσσερις γωνίες του κελύφους, διασχίζοντας ολόκληρο το τοίχωμά του (περιβλήματα και πυρήνα αφρού). Οι ρωγμές αυτές διαδίδονται κατά μήκος της κατασκευής, σχίζοντας τα περιβλήματα σε δύο συνεχή φύλλα σύνθετου υλικού που εκτείνονται ακτινικά προς το εξωτερικό και προς το εσωτερικό του δοκιμίου, αντίστοιχα, σχηματίζοντας ένα μοτίβο “μανιταριού” (“mushrooming” failure).

(δ) Καθώς η παραμόρφωση εξελίσσεται, λαμβάνει χώρα προοδευτική δίπλωση (πτυχώσεις) στα εξωτερικά ελάσματα, εμφανίζοντας περισσότερο συμβατική ψαθυρή θραύση. Τα εξωτερικά σχηματισμένα φύλλα συστρέφονται προς τα επάνω, ενώ ταυτόχρονα αναπτύσσονται σε αυτά αξονικά σχισίματα, λόγω προφανώς της εφελκυστικής εντατικής κατάστασης που επιβάλλεται κατά την περιφερειακή διεύθυνση του κελύφους. Στα φύλλα του εσωτερικού περιβλήματος δε διαπιστώθηκαν εμφανή σχισίματα, με εξαίρεση τις ρωγμές που δημιουργήθηκαν στις τέσσερις (εσωτερικές) γωνίες (φωτογραφία 5 στις Εικόνες 2.11(γ), 2.12(γ) και 2.13(γ), αντίστοιχα). Λόγω του περιορισμένου διαθέσιμου χώρου εσωτερικά του κελύφους, στο αξονικά έντονα συμπιεσμένο εσωτερικό περίβλημα έλαβε χώρα θραύση και δίπλωση (οριζόντιες πτυχώσεις) σε μορφή “concertina”, που χαρακτηρίζεται από το σχηματισμό οριζόντιων ισαπεχουσών μεταξύ τους γραμμών θραύσης (φωτογραφίες 6 και 7 στις Εικόνες 2.11(γ), 2.12(γ) και 2.13(γ), αντίστοιχα). Ο συμπιεζόμενος αφρός του πυρήνα οδηγήθηκε σε αλληπάλληλη πλαστική κατάρρευση των τοιχωμάτων των στοιχειωδών κυψελίδων του και στον απότοκο λυγισμό και θραύση του υλικού, με τέτοιο τρόπο, που σχηματίστηκε (αποκόπηκε) νέο κομμάτι, το οποίο ωθείται σαν σφήνας αξονικά, δια μέσου του τοιχώματος του κελύφους, μεταξύ του (μητρικού) υλικού του αφρού και ενός εκ των δύο περιβλημάτων. Όσον αφορά στην καμπύλη φορτίου/μετατόπισης, και στις τρεις περιπτώσεις, η μορφή της - στην περιοχή μετά την έναρξη της κατάρρευσης - χαρακτηρίζεται από ένα έντονα πριονωτό μοτίβο, λόγω της εκτεταμένης παρουσίας μηχανισμών μικροθραύσης που αναπτύχθηκαν εντός του υβριδικού σύνθετου υλικού. Η διακύμανση του φορτίου παρουσιάζεται εν πολλοίς γύρω από τη (σταθερή) μέση τιμή του. Μετά από ένα ποσό παραμόρφωσης, το μοτίβο “κατάρρευση άκρου” ακολουθείται από μια ρωγμή που διαδίδεται κατά μήκος της περιφέρειας του κελύφους (όχι αναγκαστικά σε όλο το μήκος της, ούτε με την ίδια επίπτωση στη φέρουσα ικανότητα των τριών δοκιμίων) εγγύτερα συνήθως του αντίθετου - ως προς το αρχικό μέτωπο κατάρρευσης - άκρου, που οδηγεί στην εν μέρει διακοπή (διατάραξη) της προοδευτικής ελεγχόμενης κατάρρευσης και τη σταδιακή μείωση του φέροντος φορτίου του κελύφους (βλ. τελευταία στιγμιότυπα στις Εικόνες 2.11(α), 2.12(α) και 2.13(α), αντίστοιχα, καθώς και τις Εικόνες 2.11(β), 2.12(β) και 2.13(β)).



Εικ. 2.12 (συν.)



Εικ. 2.12 Αξονική κατάρρευση του κελύφους της “tubular” δομής με “chamfer” triggering: (α) όψεις της προοδευτικής κατάρρευσης, (β) διάγραμμα φορτίου/μετατόπισης (οι αριθμοί 1-10 αναφέρονται στις φωτογραφίες της Εικ. 2.12(α)) και (γ) τελικές όψεις του κελύφους (1-4: πλάγιες όψεις, 5: κάτοψη, 6: τομή x-x (βλ. 3), 7: τομή y-y (βλ. 3))

(ε) Από μικροσκοπική άποψη, παρατηρήθηκαν δύο διαφορετικοί χαρακτηριστικοί τρόποι αστοχίας (Εικ. 2.11(γ), 2.12(γ) και 2.13(γ)) εξαρτώμενοι από τους μηχανισμούς μικροθραύσης που αναπτύσσονται στις διάφορες ζώνες εντός του sandwich κελύφους. Σε περιοχές με χαμηλή αντοχή σύνδεσης, επικρατεί το μοτίβο παραμόρφωσης “spraying”, που χαρακτηρίζεται από εκτεταμένη ρήξη της διεπιφάνειας περιβλημάτων-αφρού, δημιουργώντας ευρύτερα φύλλα σύνθετου υλικού.

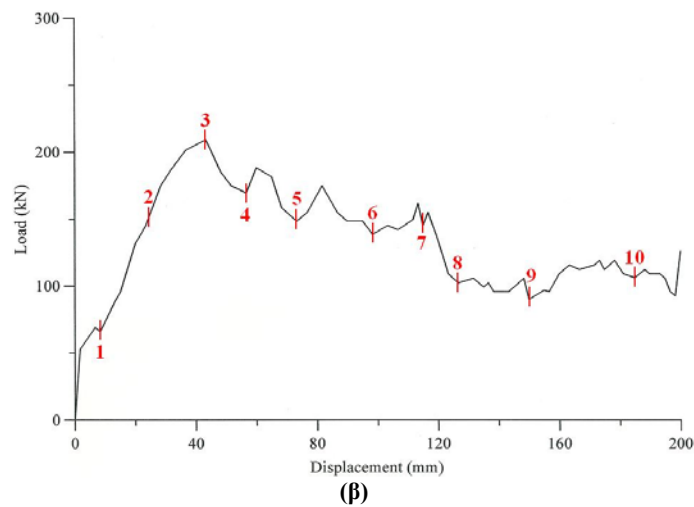
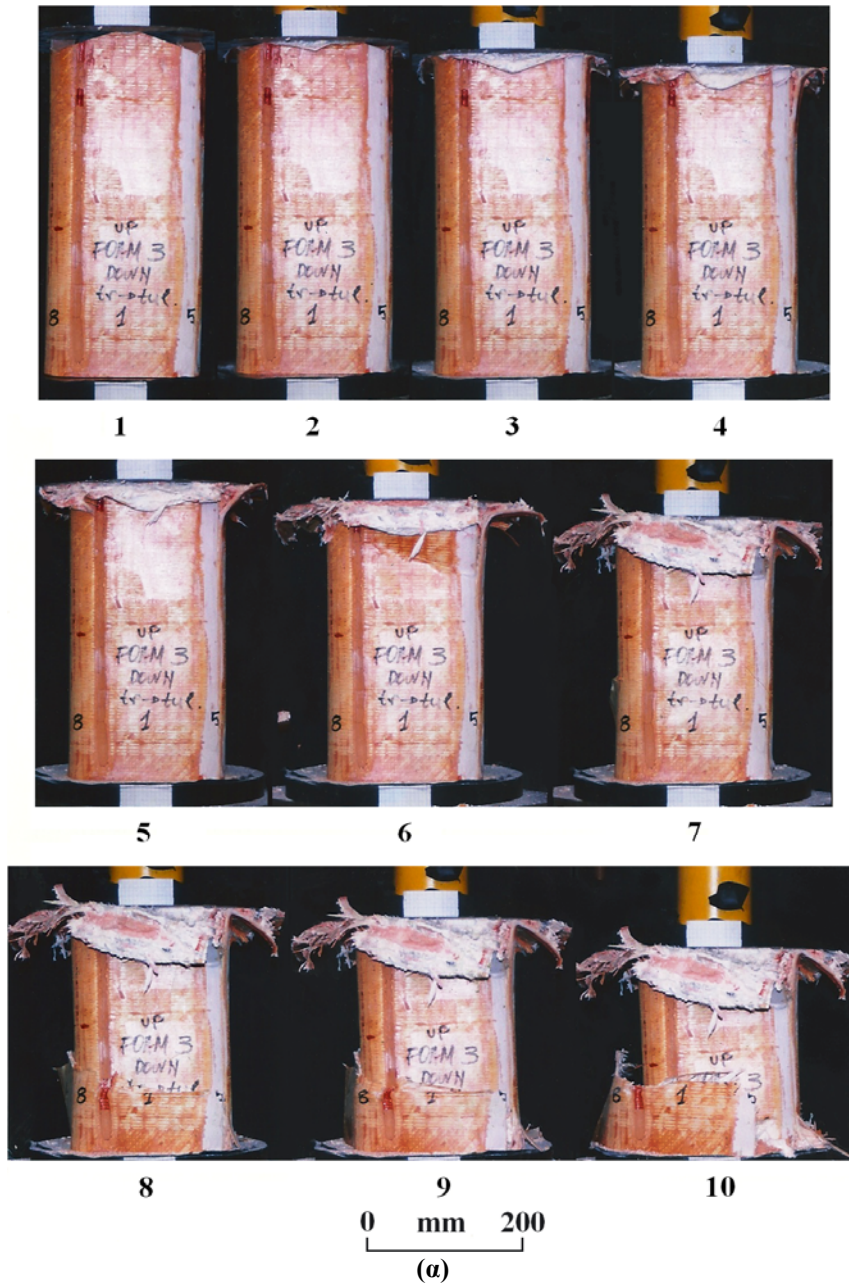
Στις περιορισμένες ζώνες όπου τα περιβλήματα συνδέονται ισχυρά με τους FRP ένθετους κυλίνδρους, η μορφή αστοχίας “θρυμματισμού” (fragmentation) ήταν περισσότερο εμφανής, ακολουθούμενη από θραύση ινών, έντονη διαστρωματική αποκόλληση (delamination) και ρηγμάτωση εντός των μεμονωμένων ινών, καθώς και απόσπαση μικρών κομματιών υλικού (κατακερματισμός).

Απορρόφηση ενέργειας

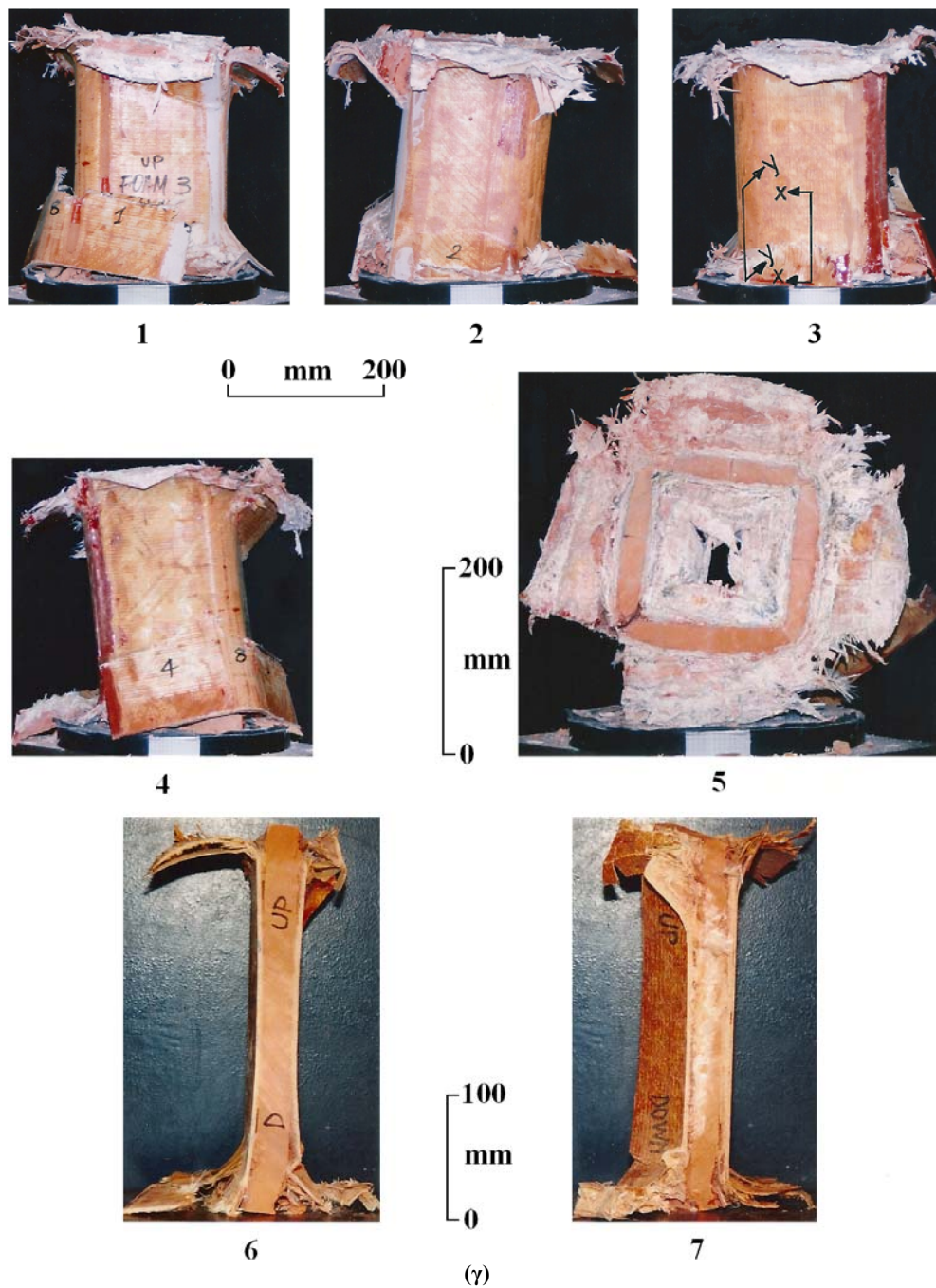
Αναφορικά με την ικανότητα απορρόφησης ενέργειας, οι σημαντικότεροι μηχανισμοί της έχουν ως ακολούθως:

- Διαδοχική δίπλωση και/ή ψαθυρή μικροθραύση των σύνθετων περιβλημάτων.
- Εσωτερικές ρηγματώσεις του σύνθετου υλικού, τοπική θραύση ινών και μήτρας, ρωγμές λόγω διαστρωματικής αποκόλλησης, καμπτική αστοχία των εξωτερικών και εσωτερικών φύλλων σύνθετου υλικού, αξονικά σχισίματα των πολύστρωτων ελασμάτων.
- Ρηγμάτωση και/ή λυγισμός (πλαστική κατάρρευση και θρυμματισμός) του σκληρού αφρού πολουρεθάνης του πυρήνα.
- Αντίσταση τριβής σε όλες τις επιφάνειες επαφής (πλάκες συμπίεσης-εκτεινόμενα φύλλα σύνθετου υλικού, πλάκες συμπίεσης-αφρός πυρήνα, περιβλήματα σύνθετου υλικού-πυρήνας αφρού).
- Αντίσταση τριβής κατά τη διείδυση του σφήνα συμπιεσμένου αφρού ανάμεσα στο (μητρικό) υλικό του αφρού και τα εξωτερικά - συνήθως – εκτεινόμενα φύλλα σύνθετου υλικού.
- Αστοχία λόγω κάμψης στα όρια της διαστρωματικής αποκόλλησης με μορφή πολλαπλής εγκάρσιας ρηγμάτωσης δια μέσου των μεμονωμένων στρώσεων των φύλλων σύνθετου υλικού.
- Διάδοση αξονικών σχισμάτων ανάμεσα στα παρακείμενα (αποσχιζόμενα προϊούσης της κατάρρευσης) φύλλα κυρίως του εξωτερικού ελάσματος σύνθετου υλικού.
- Πολλαπλή διαμήκης ρηγμάτωση - στις τέσσερις γωνίες - του εσωτερικού περιβλήματος που δημιουργεί οριζόντιες πτυχώσεις (γραμμές θραύσης), όπως το μοτίβο “concertina” στην παραμόρφωση κελυφών όλκιμου υλικού.

Συγκρίνοντας, στη συνέχεια, τις καμπύλες φορτίου/μετατόπισης (Εικ. 2.14), μπορεί να διαπιστωθεί ότι οι μηχανισμοί triggering εξασθενίζουν συνολικά τη φέρουσα ικανότητα του κελύφους. Το αρχικό φορτίο αιχμής όντως μειώνεται, όπως άλλωστε



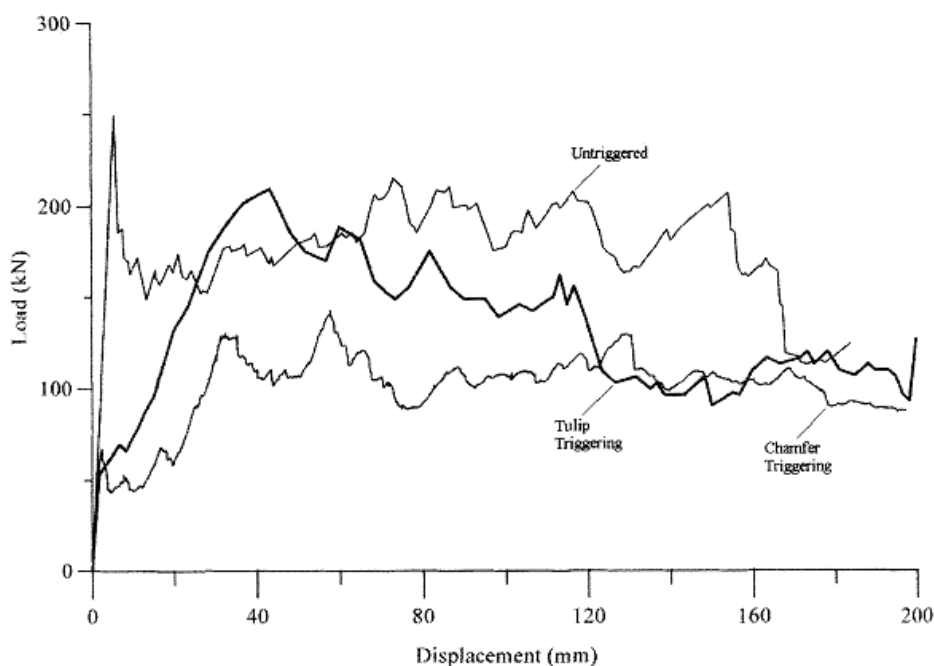
Εικ. 2.13 (συν.)



Εικ. 2.13 Αξονική κατάρρευση του κελύφους της “tubular” δομής με “tulip” triggering: (α) όψεις της προοδευτικής κατάρρευσης, (β) διάγραμμα φορτίου/μετατόπισης (οι αριθμοί 1-10 αναφέρονται στις φωτογραφίες της Εικ. 2.13(a)) και (γ) τελικές όψεις του κελύφους (1-4: πλάγιες όψεις, 5: κάτοψη, 6: τομή x-x (βλ. 3), 7: τομή y-y (βλ. 3))

ήταν αναμενόμενο (και επιδιωκόμενο) αλλά, την ίδια στιγμή, ολόκληρη η καμπύλη φαίνεται να μετακινείται προς τα κάτω σχεδόν ομοιόμορφα, αποτυπώνοντας μια όχι επιθυμητή συμπεριφορά κατάρρευσης σε σχέση με το αδιαμόρφωτου άκρου δοκίμιο. Οι μηχανισμοί triggering φαίνεται ότι δεν επηρεάζουν καταρχήν προς τη θετική κατεύθυνση την ικανότητα απορρόφησης ενέργειας του κελύφους, ενώ η

διαμόρφωση άκρου “tulip” δείχνει να δρα περισσότερο αποτελεσματικά από την αντίστοιχη “chamfer”.



Εικ. 2.14 Καμπύλες φορτίου/μετατόπισης των κελυφών της “tubular” δομής (untriggered, “chamfer” triggered, “tulip” triggered).

Συμπεράσματα

Στις προηγούμενες παραγράφους παρουσιάστηκαν οι πειραματικές δοκιμές οιονεί-στατικής αξονικής συμπίεσης κοίλων τετραγωνικών υβριδικών sandwich κελυφών, κατασκευασμένων από περιβλήματα σύνθετου πολύστρωτου υλικού και πυρήνα αφρού εγκάρσια ενισχυμένο με συνδεδεμένους στα περιβλήματα FRP κυλινδρικούς σωλήνες (δομή “tubular”). Με βάση τις πειραματικές παρατηρήσεις που καταγράφηκαν, μπορούν να εξαχθούν τα κάτωθι γενικά τελικά σχόλια:

- (α) Γενικά, οι μορφές αστοχίας και κατάρρευσης που καταγράφηκαν στις δοκιμές φαίνεται ότι εξαρτώνται δραστικά από τη δομή της υβριδικής sandwich κατασκευής, τη διάταξη των ινών, τις ιδιότητες των ινών και της μήτρας του σύνθετου υλικού, τις ιδιότητες του αφρού του πυρήνα, καθώς και την αλληλουχία επιστοίβασης (διαστρωμάτωση) του σύνθετου υλικού και τη γενική διαδικασία κατασκευής του κελύφους.
- (β) Με την τοποθέτηση FRP στοιχείων δια μέσου του πυρήνα του sandwich κελύφους, είναι δυνατή (και επιδιωκόμενη) η ενσωμάτωση μηχανισμών ελέγχου των φορτίων κατάρρευσης και, ως εκ τούτου, της ικανότητας απορρόφησης

ενέργειας της κατασκευής. Η κύρια αποστολή των ένθετων FRP στοιχείων είναι η παροχή μηχανικής σύνδεσης μεταξύ των αντικρινών (εσωτερικού και εξωτερικού) περιβλημάτων. Τέτοιου τύπου διατάξεις βελτιώνουν τις μηχανικές ιδιότητες της συνολικής (sandwich) δομής, ειδικά όσον αφορά τη διατμητική δυσκαμψία (στιβαρότητα) και αντοχή.

- (γ) Η συμπεριφορά του δοκιμίου με διαμόρφωση άκρου “tulip” φαίνεται καταλληλότερη - από πλευράς απορρόφησης ενέργειας - εκείνης του αντίστοιχου με “chamfer” διαμόρφωση άκρου. Ωστόσο, δεν υπάρχουν άλλες σημαντικές διαφορές στην απόκριση που να προέρχονται από την εφαρμογή των δύο διαφορετικών μηχανισμών triggering. Αν και η διαμόρφωση άκρου γενικά συνίσταται - προκειμένου να αποσοβηθεί καταστροφική κατάρρευση με χαμηλά επίπεδα απορρόφησης ενέργειας -, η συμπεριφορά του δοκιμίου χωρίς triggering σε αυτό το ζήτημα προέκυψε ευνοϊκότερη σε σχέση με τα άλλα δύο δοκίμια, με εξαίρεση - όπως αναμενόταν - την τιμή του αρχικού φορτίου αιχμής (και μέγιστου, για τα untriggered και tulip κελύφη).

2.3.3 Συνολικά συμπεράσματα αξονικής (οιονεί-στατικής) καταπόνησης κελυφών “corrugated” και “tubular” δομικών συστημάτων

Γενικά, η απόκρισή των κελυφών ήταν εξαιρετικά πολύπλοκη, με μια ποικιλία διαφορετικών μικρο- και μακρομηχανισμών αστοχίας να συμβάλλουν στη συνολική απορρόφηση ενέργειας. Εν τούτοις, οι κύριες πηγές απορρόφησης ενέργειας περιλαμβάνουν τις αναφερθείσες στις προηγούμενες αντίστοιχες παραγράφους. Λόγω του περιορισμένου αριθμού των διαθέσιμων δοκιμίων, δεν ήταν εύκολο να απομονωθεί η σημασία των επιμέρους (διαφορετικών) μηχανισμών απορρόφησης ενέργειας που παρουσιάστηκαν προηγουμένως και να διαπιστωθεί η αλληλεπίδρασή τους. Πάντως, από μια γενική σκοπιά ανάλυσης της συμπεριφοράς κατάρρευσής τους, η σημαντική διαπίστωση - σε μακροσκοπική κλίμακα - είναι ότι όλα τα δοκίμια (ανεξαρτήτως δομής - “corrugated” ή “tubular” - και είδους μηχανισμού triggering - “chamfer” ή “tulip”) συμπεριφέρθηκαν παρόμοια. Γενικά, δεν υπήρξε ένδειξη πρόωρης (μη αναμενόμενης) καταστροφικής αστοχίας, ενώ η κατάρρευση ήταν καταρχήν ευσταθής και προοδευτική σχεδόν σε όλο το μήκος βράχυνσης των δοκιμίων. Στη συνολική αποτίμηση της συμπεριφοράς κατάρρευσης έναντι αξονικής καταπόνησης των sandwich υβριδικών κελυφών που εξετάστηκαν, πρέπει να ληφθούν υπόψη οι γεωμετρικές και κατασκευαστικές ατέλειες/ελαττώματα - σε

σχέση με τις αντίστοιχες ονομαστικές παραμέτρους και τις καταρχήν προδιαγραφές -, που ήταν εμφανείς/ή κατά την παρατήρησή των δοκιμίων πριν τις δοκιμές και διαπιστώθηκαν κατά τη διάρκειά τους, κυρίως στις περιπτώσεις έντονης ασυμμετρίας στον τρόπο κατάρρευσης. Αντίστοιχες επισημάνσεις καταγράφονται και στη συνέχεια, στις πειραματικές δοκιμές πλευρικής καταπόνησης των συγκεκριμένων sandwich υβριδικών κατασκευών.

Σε όλα τα κελύφη η κατάρρευση εκκίνησε από το ένα άκρο και εξελίχθηκε με σταθερό προοδευτικό τρόπο υπό σχεδόν σταθερό αντίστοιχο φορτίο. Μοναδική εξαίρεση στο μονόπλευρο σχηματισμό μετώπου κατάρρευσης αποτέλεσε η δημιουργία παρόμοιας ζώνης στο άλλο άκρο του κελύφους “tubular” δομής με “tulip” μηχανισμό triggering (Εικ. 2.13). Εν τούτοις, δεν παρατηρήθηκε δραματική μείωση του φορτίου κατάρρευσης σε κάποιο δοκίμιο, παρά το σχηματισμό εκτεταμένων διαμήκων (Εικ. 2.12) και περιφερειακών (Εικ. 2.6, 2.7, 2.8) θραύσεων στα σύνθετα περιβλήματα, καθώς τα κελύφη δεν απώλεσαν σε μεγάλο βαθμό τη φέρουσα ικανότητά τους λόγω κυρίως της υβριδικής τους δομής (εσωτερική ενίσχυση). Η λειτουργία της εσωτερικής ενίσχυσης του πυρήνα των δύο δομικών διατάξεων στοχεύει στον έλεγχο των φορτίων αστοχίας και κατάρρευσης και, ως εκ τούτου, της ικανότητας απορρόφησης ενέργειας των sandwich υβριδικών κελυφών.

Φαίνεται ότι οι μηχανισμοί triggering δεν περιορίζουν την αστοχία μόνο στη ζώνη διαμόρφωσής τους (μειώνοντας το αρχικό φορτίο αιχμής), αλλά προκαλούν επιπλέον - κατά τη διάρκεια της αρχικής φάσης σύνθλιψης της περιοχής τους - και πρόωρη αστοχία του sandwich κελύφους στη διάδοχη (καθ' ύψος) ζώνη και σε μεγάλη σχετικά έκταση (ύψος), υποβιβάζοντας μερικά και τη συνολική μηχανική του απόκριση. Με άλλα λόγια, φαίνεται ότι το διαμορφούμενο μέτωπο κατάρρευσης (crash-front), που τελικά εγκαθίσταται, επηρεάζει ταυτόχρονα και εκτεταμένα τις καταρχήν “αλώβητες” ζώνες του κελύφους. Πέραν της περιγραφείσας διαφοροποίησης στο αρχικό στάδιο της φόρτισης, που αφορά στο μήκος παραμόρφωσης των δοκιμίων στο οποίο ήταν διαμορφωμένος ο μηχανισμός triggering, δεν προέκυψε διακριτή συμπεριφορά οφειλόμενη σε διαφορετική επίδραση των μηχανισμών διαμόρφωσης άκρου. Όλα τα δοκίμια κατέρρευσαν σε περίπου σταθερό μέσο φορτίο σε όλο σχεδόν το μήκος βράχυνσής, χωρίς σημαντική απώλεια της φέρουσας ικανότητάς τους.

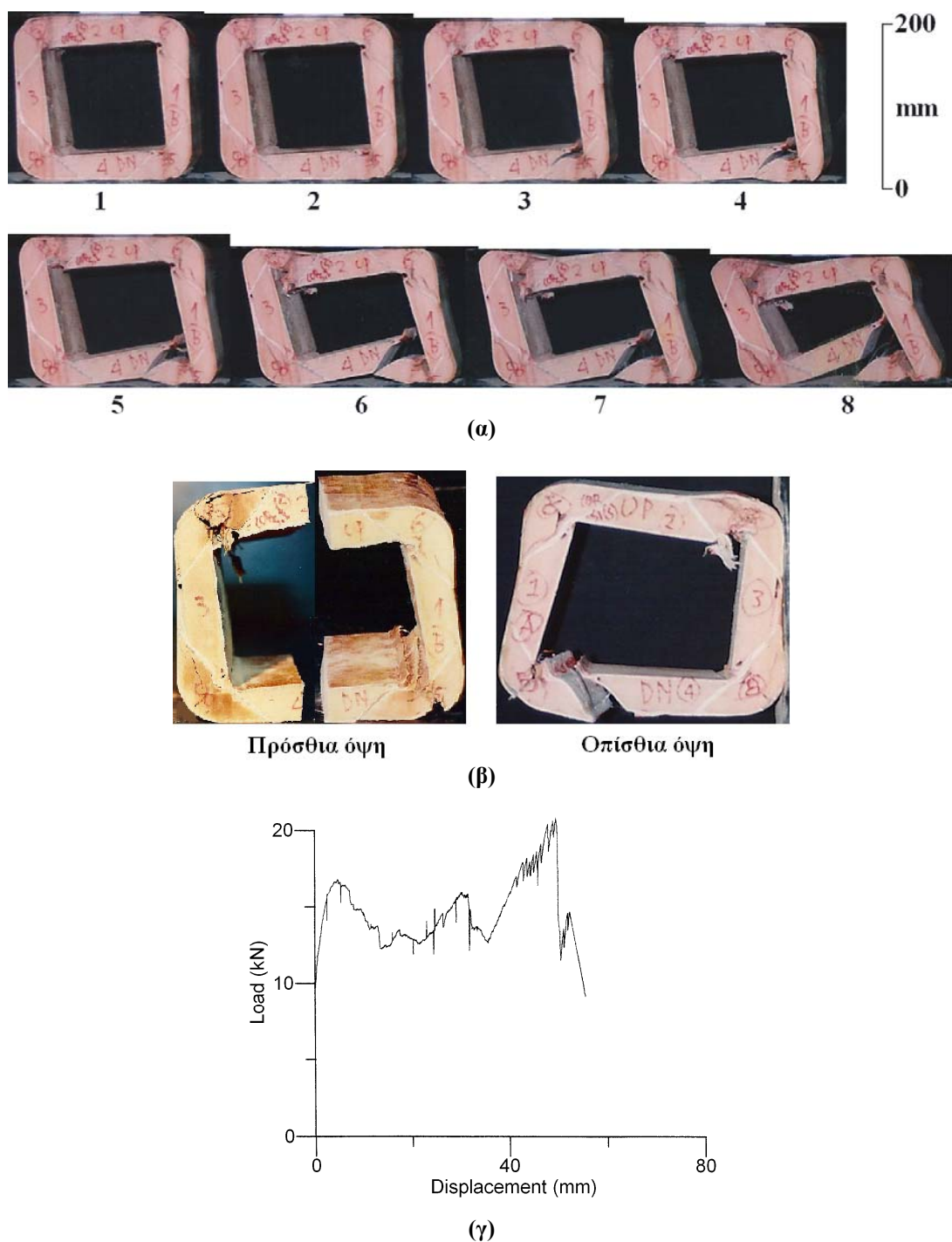
Όσον αφορά στην απόκριση των δοκιμίων - χωρίς διαμόρφωση άκρου - των δύο συστημάτων ενίσχυσης (“corrugated” και “tubular”), η πρώτη διάταξη παρουσιάζει

υψηλότερη ικανότητα απορρόφησης ενέργειας. Αυτό μπορεί να αποδοθεί καταρχήν στη διάταξη της ενίσχυσης, καθώς η διαφορά είναι σαφής για να αποδοθεί στις όποιες γεωμετρικές και δομικές ατέλειες των κελυφών. Στην “corrugated” δομή η επαφή/σύνδεση του ενισχυτικού ελάσματος με τα ελασμάτινα περιβλήματα είναι συνεχής (κατά τις αξονικές ακμές σύνδεσης) σε σχέση με την τοπική/διακοπτόμενη (καθ’ ύψος) σύνδεση των ενισχυτικών σωλήνων με τα περιβλήματα στην “tubular” δομή, παρά τον τρόπο σύνδεσης στην τελευταία (βλ. τη σχετική παράγραφο περιγραφής της δομής), που εξομαλύνει τη μεταβίβαση τάσεων μεταξύ των συνδεόμενων μερών. Η διαφορά αυτή αντικατοπτρίζεται εν μέρει και στη μορφή των αντίστοιχων καμπυλών φορτίου/μετατόπισης. Στην περίπτωση της “tubular” διάταξης, η καμπύλη εμφανίζει περισσότερες διακυμάνσεις μικρής συχνότητας (που αφορούν στη μακροσκοπική/συνολική αστοχία του κελύφους), όπως και μεγαλύτερη βύθιση του φορτίου αμέσως μετά το πέρας της ελαστικής περιοχής (με την εκκίνηση της κατάρρευσης). Η σχετική βύθιση του φορτίου προς το τέλος της παραμόρφωσης (περίπου μετά τα 130 mm για το “corrugated” κέλυφος και τα 160 mm για το “tubular” κέλυφος) οφείλεται στο γενικό υποβιβασμό της μηχανικής τους απόκρισης, λόγω της επέκτασης των μηχανισμών αστοχίας - σε συνθήκες υπερβολικής κάμψης και λυγισμού των σύνθετων ελασμάτων και υψηλής συμπίεσης και λυγισμού του πυρήνα αφρού - και πέραν του εμφανούς μακροσκοπικά μετώπου κατάρρευσης. Μάλιστα, η εκτεταμένη περιφερειακή ρωγμή που σχηματίζεται στο “corrugated” κέλυφος - στο πέρας βέβαια της διαδρομής συμπίεσης - δρα καταλυτικά στην κατακόρυφη μείωση της αντοχής του (βλ. στιγμιότυπο 9 στην Εικόνα 2.6(α) και Εικόνα 2.6(β)). Οι διακυμάνσεις μεγάλης συχνότητας του φορτίου είναι αντίστοιχες, αφού αφορούν σε μηχανισμούς μικροαστοχίας (μικροθραύσεις).

Ασφαλέστερα συμπεράσματα για τους τρόπους παραμόρφωσης/κατάρρευσης των εξεταζόμενων κελυφών θα μπορούσαν να εξαχθούν - δοθεισών και των γεωμετρικών και κατασκευαστικών ατελειών τους - με τη διεξαγωγή μεγαλύτερου αριθμού (επαναληπτικών) δοκιμών.

2.3.4 Πλευρική (οιονεί-στατική και δυναμική) καταπόνηση κελυφών “corrugated” και “tubular” δομικών συστημάτων - Σχόλια και συμπεράσματα

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται - σε συνδυασμό με τις Εικόνες 2.15-2.18 - τα κύρια χαρακτηριστικά των μηχανισμών κατάρρευσης που προκύπτουν ως αποτέλεσμα της πλευρικής φόρτισης των εξεταζόμενων τετραγωνικών κελυφών

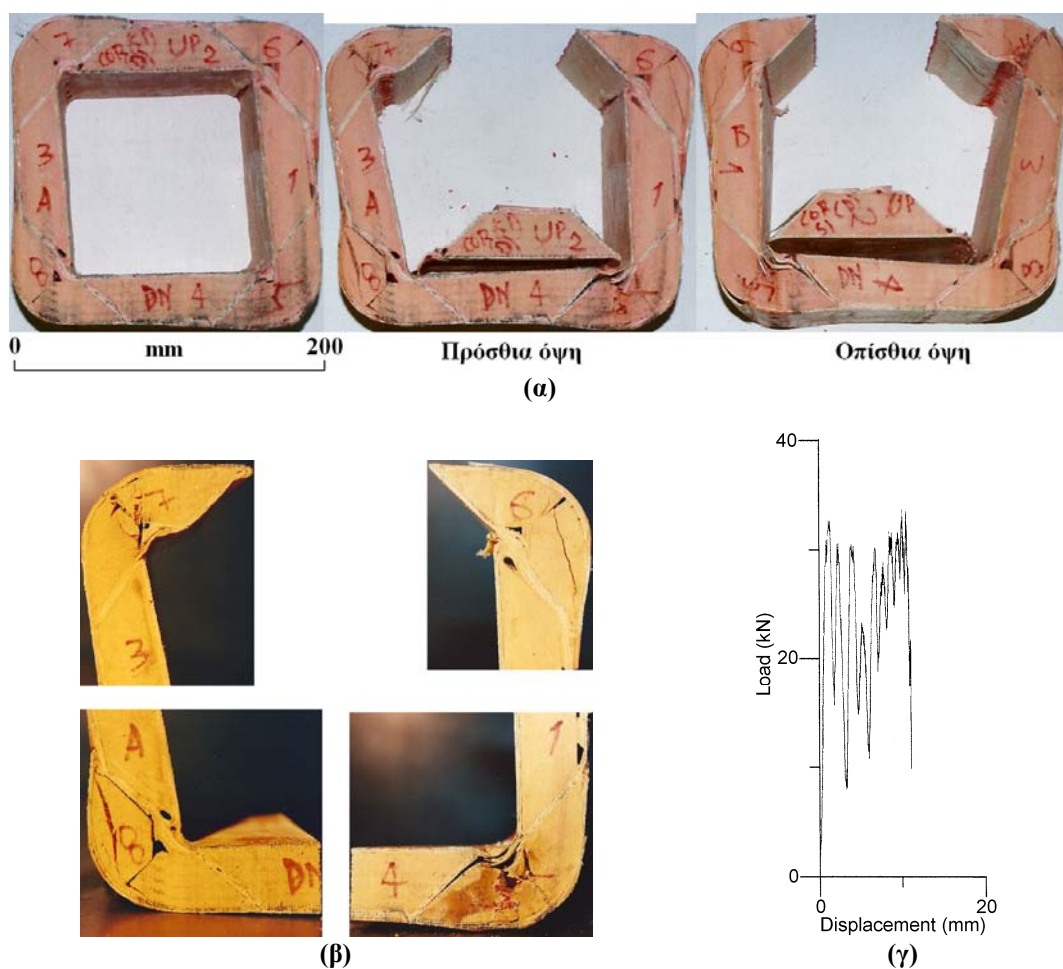


Εικ. 2.15 Οιονεί-στατική πλευρική φόρτιση δοκιμίου “corrugated” δομής: (α) διαδοχικά στιγμιότυπα, (β) τελικές όψεις, (γ) καμπύλη φορτίου/μετατόπισης.

sandwich υβριδικού υλικού. Γενικά, δεν παρατηρούνται και στις δύο όψεις των κελυφών οι ίδιες μορφές (ή ίδια έκταση) αστοχίας του καθενός, καθώς, αφενός το μήκος, που δεν είναι μικρό συγκριτικά με τις διαστάσεις της διατομής, και αφετέρου οι όποιες γεωμετρικές και κατασκευαστικές ατέλειες, όπως και τα εγγενή δομικά χαρακτηριστικά των επιμέρους υλικών, δεν επιτρέπουν αμιγώς διδιάστατη - στο επίπεδο της εγκάρσιας διατομής - παραμορφωσιακή συμπεριφορά των κελυφών.

Δομή “corrugated”

- Το οιονεί-στατικά φορτιζόμενο δοκίμιο παρουσιάζει σοβαρή παραμόρφωση στις γωνίες του, αλλά πενιχρή συμμετοχή των κατακόρυφων τμημάτων της διατομής στην συνολική εξέλιξη της κατάρρευσής της. Αυτή η υψηλή δυσκαμψία καταλήγει σε μια διατμητικού τύπου παραμόρφωση μηχανισμού (με αρθρώσεις στις τέσσερις γωνίες), που χαρακτηρίζεται από στρέβλωση της διατομής συνοδευόμενη από διαχωρισμό των απέναντι γωνιών και σοβαρή ρηγμάτωση (Εικ. 2.15(α) και (β)). Η μία γωνιακή θραύση διέρχεται εγκάρσια του αντίστοιχου γωνιακού τμήματος του αφρού του πυρήνα, ενώ η διαγωνίως απέναντι θραύση αποτελεί ουσιαστικά διαστρωματική αποκόλληση του κεκλιμένου - κατά 45^0 ως προς τις κύριες διευθύνσεις της διατομής - ενισχυτικού ελάσματος στη συγκεκριμένη θέση. Ο τρόπος αυτός στρέβλωσης/κατάρρευσης της διατομής φαίνεται ότι ευνοείται από την κεκλιμένη διάταξη και τη θέση της ενίσχυσης (διέρχεται κοντά από τις εσωτερικές γωνίες της διατομής) εντός του πυρήνα, καθώς και από την αντίστοιχα κεκλιμένη - σε σχέση με τις κύριες διευθύνσεις του ενισχυτικού ελάσματος - διεύθυνση της πλευρικής φόρτισης του κελύφους. Επίσης, ενισχύεται και από τη γεωμετρικά ατελή κατασκευή της διατομής, καθώς το εσωτερικό τετραγωνικό περίβλημα είναι ελαφριά περιεστραμμένο - ως προς τον άξονα του κελύφους - σε σχέση με το εξωτερικό (βλ. στιγμιότυπο 1 στην Εικόνα 2.15(α)).
- Ιδιαίτερα απότομες διακυμάνσεις του φορτίου δεν εμφανίζονται μέχρι την ολοκλήρωση της δοκιμής, όπου είναι φανερή η ραγδαία κάθοδος του φορτίου λόγω της προϊούσας μη προοδευτικής (καταστροφικής) κατάρρευσης της διατομής στο σημείο αυτό (Εικ. 2.15(γ)). Το μέσο φορτίο των 14.8 kN για ενεργή παραμόρφωση 52 mm δηλώνει μια μάλλον περιορισμένη ικανότητα απορρόφησης ενέργειας, γεγονός που ήταν αναμενόμενο καταρχήν, εφόσον η πλευρική φόρτιση των εξεταζόμενων κελυφών λαμβάνει χώρα κατά τη μία εκ των δύο μηχανικά σημαντικά ασθενέστερων κύριων διευθύνσεων της γεωμετρίας τους, σε σχέση με την τρίτη κύρια (αξονική) διεύθυνση (όπως διαπιστώνεται και στη συνέχεια, στην περίπτωση της “tubular” δομικής διάταξης). Εν τούτοις, αξιοσημείωτη είναι η σταδιακή αύξηση του φορτίου στο διάστημα βράχυνσης μεταξύ 40 και 50 mm, σε τιμή αρκετά μεγαλύτερη του αρχικού φορτίου (21 kN έναντι 17 kN). Στη φάση αυτή της κατάρρευσης φαίνεται ότι η διατμητικού τύπου παραμόρφωση μηχανισμού της διατομής “κλειδώνει” και η περαιτέρω



Εικ. 2.16 Κρουστική πλευρική φόρτιση δοκιμίου “corrugated” δομής: (α) τελικές όψεις, (β) λεπτομέρειες αστοχιών στις ζώνες κατάρρευσης (πρόσθια όψη της Εικόνας (α)), (γ) καμπύλη φορτίου-μετατόπισης.

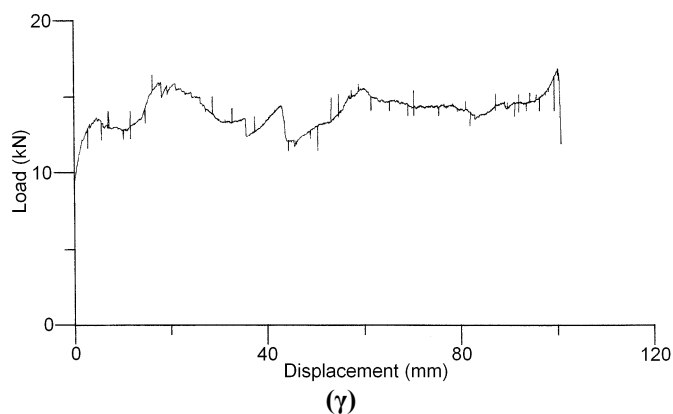
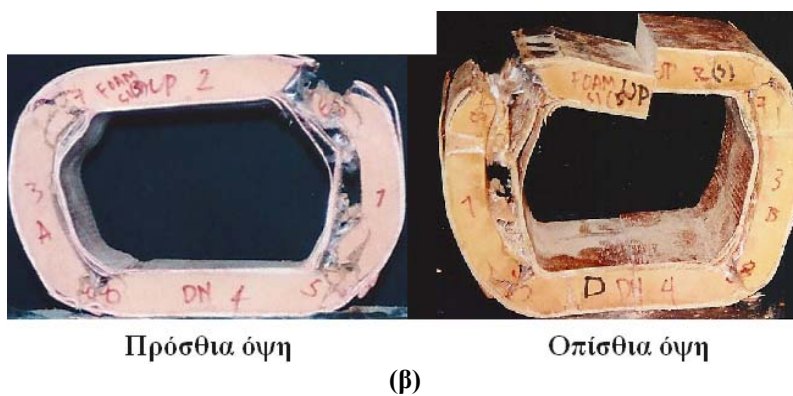
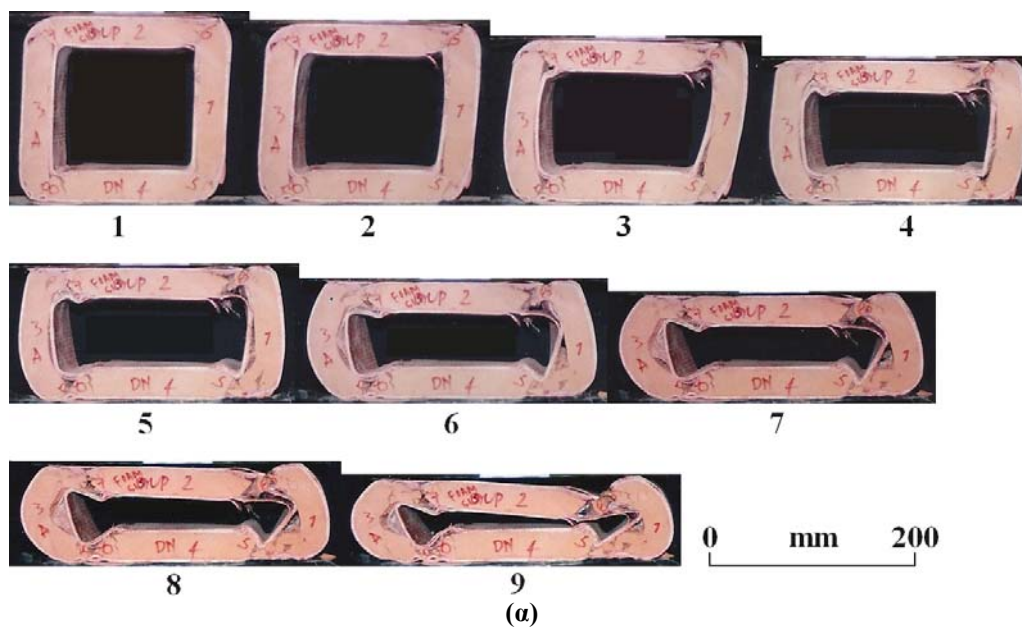
καταπόνηση περιορίζεται στην κάτω αριστερή γωνία της, όπου είναι εμφανής η έντονη παραμόρφωση του αντίστοιχου (γωνιακού) τμήματος πυρήνα αφρού και η απότοκη εγκάρσια θραύση που λαμβάνει χώρα σε αυτό (βλ. στιγμιότυπα 7 και 8 στην Εικόνα 2.15(α)).

- Το δυναμικά συμπιεζόμενο δοκίμιο απαξιώνεται καθολικά (καταστροφική κατάρρευση) μετά από μία πολύ μικρή διαδρομή σύνθλιψης 10 mm περίπου, φανερώνοντας, έτσι, μειωμένη ικανότητα απορρόφησης ενέργειας. Κύριο χαρακτηριστικό αστοχίας του δοκιμίου συνιστά η απόσπαση του άνω τραπεζοειδούς τμήματος του πυρήνα αφρού, περιβαλλόμενου από τμήματα (επιμέρους στρώσεις) σύνθετου υλικού, λόγω κυρίως της διαστρωματικής αποκόλλησης (delamination) που συμβαίνει μεταξύ των στρώσεων του σύνθετου εσωτερικού ενισχυτικού ελάσματος (Εικ. 2.16).

- Χαρακτηριστικές μορφές αστοχίας στις ζώνες κατάρρευσης εμφανίζονται ως εξής (Εικ. 2.16(β)):
- Αποκόλληση μεταξύ των γωνιακών τμημάτων του πυρήνα αφρού και των περιβαλλόντων ελασμάτων σύνθετου υλικού.
 - Σχεδόν κατακόρυφες ρωγμές στο κάτω αριστερό και το πάνω αριστερό γωνιακό τμήμα του πυρήνα αφρού λόγω της κατακόρυφης συμπίεσης του κελύφους.
 - Μερική αποκόλληση της διεπιφάνειας (ή σύνθλιψη και θραύση στη ζώνη) μεταξύ των δύο (ίδιων και συμμετρικά τοποθετημένων) επιμέρους ράβδων αφρού που συναποτελούν το καθένα από τα γωνιακά τμήματα του πυρήνα στο συγκεκριμένο (“corrugated”) δομικό σύστημα (βλ. άνω αριστερή και κάτω δεξιά γωνία της διατομής στην Εικόνα 2.16(β)), ή περαιτέρω διάδοση της μεταξύ τους προϋπάρχουσας - σε κάποιες θέσεις - κατασκευαστικής ασυνέχειας λόγω ατελούς αρχικής σύνδεσης (βλ. απαραμόρφωτη διατομή στο αριστερό στιγμιότυπο της Εικ. 2.16(α) και κάτω αριστερή γωνία της παραμορφωμένης διατομής στην Εικόνα 2.16(β)).
 - Διαστρωματική αποκόλληση στο ενισχυτικό έλασμα (βλ. κάτω δεξιά γωνία της διατομής στην Εικόνα 2.16(β)).

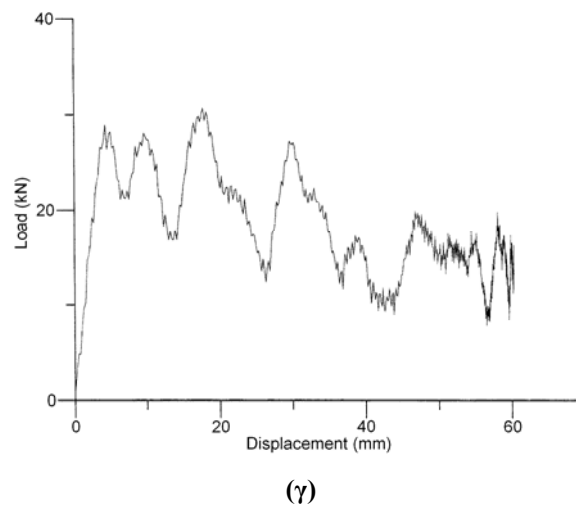
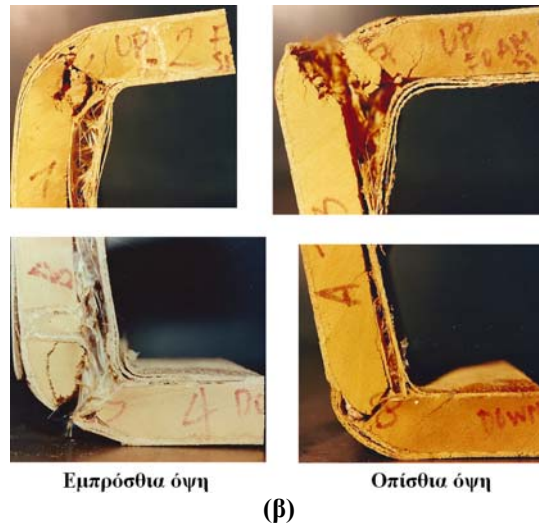
Δομή “tubular”

- Το δοκίμιο της οιονεί-στατικής δοκιμής παρουσιάζει αξιόλογη επίδοση στην απορρόφηση ενέργειας, κυρίως λόγω της μεγάλης ενεργής διαδρομής παραμόρφωσης, καθώς το μέσο φορτίο προκύπτει στα ίδια περίπου επίπεδα με εκείνο της “corrugated” δομής στην αντίστοιχη δοκιμή φόρτισης (Εικ. 2.17(γ)). Παραμορφώνεται καθολικά, με κύριο χαρακτηριστικό το σταδιακό λυγισμό των κατακόρυφων εδρών του δοκιμίου μέχρι απόσταση 100 mm περίπου.
- Η τελική φάση της παραμόρφωσης χαρακτηρίζεται από την αποκόλληση των εξωτερικών ελασμάτων από τον πυρήνα αφρού στις κεκαμμένες (κατακόρυφες) ζώνες, λόγω διαφορετικής καμπτικής δυσκαμψίας των δύο υλικών και σχετικά ασθενούς σύνδεσης μεταξύ τους, ενώ εκτεταμένη ρηγμάτωση παρατηρείται στα γωνιακά (καμπύλα) τμήματα του δοκιμίου, λόγω αλλαγής της καμπυλότητας στις συγκεκριμένες περιοχές κατά τη συμπίεση (Εικ. 2.17(α)). Η διατομή δεν παρουσιάζει τη διατμητική παραμόρφωση μηχανισμού της διατομής “corrugated”, καθώς, αφενός δεν υπάρχει σε αυτήν μακροσκοπική γεωμετρική



Εικ. 2.17 Οιονεί-στατική πλευρική φόρτιση δοκιμίου “tubular” δομής: (α) διαδοχικά στιγμιότυπα, (β) τελικές όψεις, (γ) καμπύλη φορτίου/μετατόπισης.

ατέλεια (π.χ., κακή σχετική τοποθέτηση εσωτερικού και εξωτερικού ελάσματος), αφετέρου η διάταξη της εσωτερικής ενίσχυσης είναι διαφορετική. Η τελευταία διαφοροποίηση αφορά τόσο στη διεύθυνση της ενίσχυσης (που συνιστούν οι ένθετοι κυλινδρικοί σωλήνες με τον περιεχόμενο αφρό) ως προς το επίπεδο των τοιχωμάτων του κελύφους (κάθετη έναντι κεκλιμένης 45°) όσο και στα



Εικ. 2.18 Κρουστική πλευρική φόρτιση δοκιμίου “tubular” δομής: (α) τελικές όψεις, (β) λεπτομέρειες θραύσης στις ζώνες κατάρρευσης, (γ) καμπύλη φορτίου μετατόπισης.

χαρακτηριστικά της σύνδεσής της με τα περιβλήματα. Στην περίπτωση δηλαδή της “tubular” διατομής η ενίσχυση είναι κυκλική/δισκοειδής - επομένως ευρεία - και επαναλαμβανόμενη, άρα ο πυρήνας αφρού δε διακόπτεται ολοκληρωτικά μεταξύ των περιμετρικά διαδοχικών επιμέρους τμημάτων της διατομής, ενώ στην “corrugated” διατομή η ενίσχυση είναι ουσιαστικά γραμμική και συνεχόμενη, με

αποτέλεσμα ο πυρήνας αφρού να διακόπτεται/απομονώνεται εντός των επιμέρους όγκων του κελύφους. Οι παρατηρήσεις αυτές φαίνεται να εξηγούν τη μεγαλύτερη καμπτική ελαστικότητα που εμφανίζουν τα τοιχώματα του “tubular” κελύφους και τη σαφώς μεγαλύτερη διαδρομή σταθερής παραμόρφωσης/κατάρρευσης του με ομαλότερη διακύμανση του φορτίου (Εικ. 2.17(γ)).

- Οι προηγούμενες επισημάνσεις κρίνονται κατάλληλες και επαρκείς και για την αποτίμηση των αποτελεσμάτων της πλευρικής δυναμικής καταπόνησης του “tubular” κελύφους, τόσο κατά την ανεξάρτητη όσο και κατά τη συγκριτική - με το “corrugated” κέλυφος - διερεύνηση. Το κέλυφος, λοιπόν, της δυναμικής δοκιμής επιδεικνύει σαφώς καλύτερα χαρακτηριστικά έναντι πρόσκρουσης σε σχέση με εκείνο της “corrugated” δομής, επιτυγχάνοντας πολύ μεγαλύτερη απορρόφηση ενέργειας (κυρίως λόγω της πολύ μεγαλύτερης ενεργής διαδρομής παραμόρφωσης των 60 mm), με λιγότερες - αναφορικά με το μήκος βράχυνσης - και μικρότερες αυξομειώσεις του φορτίου (Εικ. 2.18(γ)). Οι μορφές αστοχίας είναι παρόμοιες με εκείνες της στατικής δοκιμής, αλλά με σαφώς πιο αδρή μορφολογία λόγω της δυναμικής (βίαιης) επιβολής του φορτίου (Εικ. 2.18(α), (β)), χαρακτηριστικό που αποτυπώνεται και στη διακύμανση του φορτίου στις δύο περιπτώσεις (Εικ. 2.18(γ)).

Βιβλιογραφία

- [1] Goldsmith W and Sackman J (1991) Energy Absorption by Sandwich Plates: a Topic in Crashworthiness, In: *Crashworthiness and Occupant Protection in Transportation Systems*, AMD-Vol. 126/BED-Vol. 19, ASME.
- [2] Shim V and Yap K (1997) Static and Impact Crushing of Layered Foam-Plate Systems, *International Journal of Mechanical Sciences*, **39**, 69-86.
- [3] Ashby M, Evans A, Fleck N, Gibson L, Hutchinson J and Wadley H (2000) *Metal Foams: A Design Guide*, Butterworth-Heinemann, Boston.
- [4] Russel A, Reddy T, Reid S and Soden S (1991) Quasi-Static and Dynamic Axial Crushing of Foam-Filled FRP Tubes, In: Hui D and Kosik T (eds.) *Composite Materials Technology*, vol. 37, ASME.
- [5] Mamalis A, Manolakos D, Ioannidis M, Papapostolou D, Kostazos P and Konstantinidis D (2002) On the Compression of Hybrid Sandwich Composite Panels Reinforced with Internal Tube Inserts: Experimental, *Composite Structures*, **56**(2), 191-199.
- [6] Mamalis A, Robinson M, Manolakos D, Demosthenous G, Ioannidis M and Carruthers (1997) Crashworthy Capability of Composite Material Structures, *Composite Structures*, **37**, 109-134.
- [7] Mamalis A, Manolakos D, Demosthenous G and Ioannidis M (1998) *Crashworthiness of Composite Thin-Walled Structural Components*, Technomic Publishing Company, Lancaster.
- [8] Thornton P (1979) Energy Absorption in Composite Structures, *Journal of Composite Materials*, **13**, 247-262.
- [9] Farley G and Jones R (1992) Crushing Characteristics of Continuous Fibre-Reinforced Composite Tubes, *Journal of Composite Materials*, **26**, 37-50.
- [10] Ashida K (2007) *Polyurethane and Related Foams - Chemistry and Technology*, CRC Press, Boca Raton.

- [11] Kurauchi T (1987) Application of Rigid Polyurethane Foam to the Energy-Absorbing Steering Column, *International Journal of Vehicle Design*, **8**(2), 221-229.
- [12] Found M, Robinson A and Carruthers J (1997) The Influence of FRP Inserts on the Energy Absorption of a Foam-Cored Sandwich Panel, *Composite Structures*, **38**, 373-381.
- [13] http://www.composites.ugent.be/home_made_composites/HomMaCom.html
- [14] Mamalis A, Manolakos D, Ioannidis M and Kostazos P (2000) Axial Collapse of Hybrid Square Sandwich Composite Tubular Components with Corrugated Core: Experimental, *International Journal of Crashworthiness*, **5**, 315-331.
- [15] Mamalis A, Manolakos D, Ioannidis M and Kostazos P (2001) Axial Crushing of Hybrid Square Sandwich Composite Vehicle Hollow Bodyshells with Reinforced Core: Experimental. *International Journal of Crashworthiness*, **6**, 363-375.
- [16] Richardson M, Robinson A, Eichler K and Moura Branco C (1994) Mechanical Behaviour of a New Stress Dissipating Composite Sandwich Structure, *Cellular Polymers*, **13**, 305-317.
- [17] Hull D (1991) A Unified Approach to Progressive Crushing of Fibre-Reinforced Composite Tubes, *Composites Science and Technology*, **40**, 377-421.
- [18] Farley G (1986) Effect of Specimen Geometry on the Energy Absorption Capability of Composite Materials, *Journal of Composite Materials*, **20**, 390-400.
- [19] Thornton P (1979) Energy Absorption in Composite Structures, *Journal of Composite Materials*, **13**, 247-262.
- [20] Chaplicki M, Robertson R and Thornton P (1991) Comparison of Bevel and Tulip Triggered Pultruded Tubes for Energy Absorption, *Composites Science and Technology*, **40**, 31-46.
- [22] Sigalas J, Kumosa M and Hull D (1991) Trigger Mechanisms in Energy Absorbing Glass Cloth/Epoxy Tubes, *Composite Science and Technology*, **40**, 265-287.
- [23] Thuis H and Metz V (1993) The Influence of Trigger Configurations and Laminate Lay-up on the Failure Mode of Composite Crush Cylinders, *Composite Structures*, **25**, 37-44.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων και ο κώδικας Ls-Dyna

3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα βασικά συστατικά της μεθόδου των πεπερασμένων σε συνδυασμό με τις αντίστοιχες κύριες παραμέτρους του κώδικα πεπερασμένων στοιχείων Ls-Dyna, που χρησιμοποιήθηκε στη μοντελοποίηση της κατάρρευσης των υβριδικών sandwich κατασκευών, στην παρούσα διατριβή.

Στην τρέχουσα ενότητα γίνεται μια σύντομη περιγραφή της μεθόδου και του κώδικα, ενώ στη συνέχεια παρουσιάζονται σε ξεχωριστές ενότητες τα εξής:

- συνοπτική ανασκόπηση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων με βάση τη μηχανική του συνεχούς μέσου,
- το explicit σχήμα χρονικής ολοκλήρωσης με το σχετικό έλεγχο του χρονικού βήματος (θεμελιώδες χαρακτηριστικό του κώδικα Ls-Dyna),
- στοιχεία της τεχνολογίας των πεπερασμένων στοιχείων (κυρίως των στοιχείων κελύφους - shell element - που χρησιμοποιούνται ευρέως στην ανάλυση των κατασκευών και του πολύστρωτου shell στοιχείου μοντελοποίησης των αντίστοιχων κελυφών),
- η αριθμητική διαχείριση της αλληλεπίδρασης επαφής/πρόσκρουσης (εξαιρετικής σημασίας παράγοντας στα μοντέλα κατάρρευσης κατασκευών και από τα σημαντικότερα συστατικά στοιχεία ενός explicit κώδικα FEM),
- η διατύπωση ενός μοντέλου σύνθετου υλικού που χρησιμοποιήθηκε στη μοντελοποίηση των σύνθετων ελασμάτων, καθώς και μια καταρχήν αναφορά στη μοντελοποίηση της διαστρωματικής αποκόλλησης.

Σημειώνεται ότι στο κείμενο της εργασίας και ιδιαίτερα στο παρόν κεφάλαιο αναφέρονται απαραίτητες για την πληρότητα του κειμένου έννοιες, που δεν είναι δυνατό να αναλυθούν και να διευκρινιστούν περαιτέρω, καθώς το παρόν κείμενο δε φιλοδοξεί να αποτελέσει εγχειρίδιο για το συγκεκριμένο αντικείμενο. Για το λόγο αυτό γίνονται συχνά παραπομπές - και πάντως ενδείκνυται η αναφορά - στη σχετική βιβλιογραφία που παρατίθεται στο τέλος του κεφαλαίου.

Η βιβλιογραφία είναι ομαδοποιημένη καταρχήν σε βιβλία ([1-46]) και άρθρα ([47-173]), τα οποία έχουν κατηγοριοποιηθεί περαιτέρω, τα μεν βιβλία κατά κυρίως αντικείμενο (Continuum Mechanics, Variational Methods και Structural Mechanics [1-23], Finite Element Method [24-40], Composite Materials Mechanics [41-44], Ls-Dyna Manuals [45-46].), τα δε άρθρα κατά επιμέρους ενότητα του κεφαλαίου (και αντίστοιχο αντικείμενο) ως εξής: ενότητες 3.1 και 3.2 [47-51], ενότητα 3.3 [52-67], ενότητα 3.4 [68-111], ενότητα 3.5 [112-158], ενότητα 3.6 [159-173]. Είναι προφανές ότι τα όρια της κατάταξης κατά αντικείμενο δεν είναι ρητώς ορισμένα, καθώς οι περιοχές επικαλύπτονται μεταξύ τους, αλληλεπιδρούν και αλληλοσυμπληρώνονται μέχρι κάποιο βαθμό. Στο κείμενο της βιβλιογραφίας δεν εμφανίζεται η προαναφερθείσα κατάταξη. Επιπλέον, εντός του κειμένου δεν γίνεται συγκεκριμένη αναφορά σε ολόκληρη τη βιβλιογραφία, καθώς οι πρόσθετες αναφορές έχουν εισαχθεί για ευρύτερη παρουσίαση κάθε αντικειμένου (ενότητας), ενώ σημαντικά στοιχεία για ένα αντικείμενο μπορεί να συναντήσει κανείς και πέραν της αντίστοιχης επιμέρους ομάδας της καταρχήν κατάταξης.

Επίσης, καθώς οι επιμέρους ενότητες του παρόντος κεφαλαίου παρουσιάζονται ανεξάρτητα μεταξύ τους, οι μαθηματικοί συμβολισμοί ακολουθούν κατά κύριο λόγο τη μορφή των πρωτότυπων άρθρων που σημειώνονται στα αντίστοιχα εδάφια.

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method) [24-41] είναι τεχνική αριθμητικής ανάλυσης (numerical analysis) για την επίτευξη προσεγγιστικών λύσεων σε ευρεία ποικιλία προβλημάτων μηχανικής. Αν και αρχικά αναπτύχθηκε για τη μελέτη των αναπτυσσόμενων τάσεων στα πολύπλοκα πλαίσια των αεροσκαφών, έκτοτε επεκτάθηκε και εφαρμόστηκε στο ευρύτερο πεδίο της μηχανικής του συνεχούς μέσου (continuum mechanics) και των κατασκευών (structural mechanics) [1-23]. Λόγω της ευρύτητας και της ευελιξίας του ως εργαλείο ανάλυσης, λαμβάνει ιδιαίτερης προσοχής σε πανεπιστημιακά ιδρύματα (κυρίως σπουδές μηχανικού) και βιομηχανία.

Ενώ το σύντομο αυτό σχόλιο για τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων απαντάει στην ερώτηση ενός καταρχήν ορισμού της, δεν παρέχει το λειτουργικό ορισμό που απαιτείται για την εφαρμογή της μεθόδου σε ένα συγκεκριμένο πρόβλημα. Ένας τέτοιος ορισμός - μαζί με μια περιγραφή των βασικών της μεθόδου - απαιτεί πολύ περισσότερο από μία παράγραφο για να αναπτυχθεί. Οι βασικές αρχές και η θεμελιώδης θεωρία (Continuum Mechanics, Variational Methods, Structural

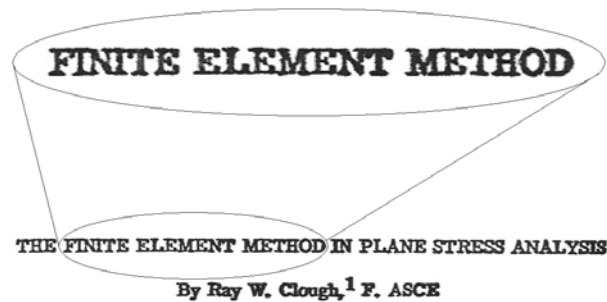
Mechanics, Finite Element Method) αναφέρονται σε πληθώρα σχετικών βιβλίων και άρθρων [1-41, 47-158].

Σε όλο και περισσότερες περιπτώσεις εφαρμογών μηχανικής σήμερα, προκύπτει ότι είναι αναγκαία η επίτευξη προσεγγιστικών αριθμητικών λύσεων σε προβλήματα σε σχέση με ακριβείς λύσεις κλειστής μορφής. Χωρίς ιδιαίτερη προσπάθεια, μπορούν να καταστρωθούν οι διέπουσες εξισώσεις και οι οριακές συνθήκες για τα προβλήματα αυτά, αλλά φαίνεται αμέσως ότι δεν μπορεί να βρεθεί απλή αναλυτική λύση. Η δυσκολία σε τέτοιες περιπτώσεις έγκειται στο γεγονός ότι είτε η γεωμετρία είτε κάποια άλλα χαρακτηριστικά του προβλήματος είναι ανώμαλα ή αυθαίρετα. Αναλυτικές λύσεις σε τέτοια προβλήματα σπανίως υπάρχουν, εν τούτοις αυτά είναι τα είδη των προβλημάτων που απαιτείται να επιλύσουν οι μηχανικοί.

Μία εναλλακτική δυνατότητα για την αντιμετώπιση του συγκεκριμένου διλήμματος είναι η παραδοχή απλουστευτικών υποθέσεων προκειμένου να αγνοηθούν οι δυσκολίες και να υποβαθμιστεί/μετατραπεί το πρόβλημα σε κάποιο που μπορεί να επιλυθεί. Μερικές φορές η διαδικασία αυτή είναι αποτελεσματική, αλλά συχνότερα, οδηγεί σε σοβαρές ανακρίβειες ή λάθος απαντήσεις. Τις πρόσφατες δεκαετίες, που οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές είναι ευρέως διαθέσιμοι, μία περισσότερο εφαρμόσιμη/βιώσιμη εναλλακτική πρόταση αποτελεί η διατήρηση της πολυπλοκότητας του προβλήματος και η εύρεση μιας προσεγγιστικής αριθμητικής λύσης.

Κάποιες προσεγγιστικές αριθμητικές μέθοδοι έχουν διατυπωθεί και εξελιχθεί στη διάρκεια των χρόνων, με σπουδαιότερη και ευρύτερα χρησιμοποιούμενη τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method - FEM). Σε αυτήν, το πεδίο επίλυσης θεωρείται ως σύνθεση πολλών μικρών αλληλοσυνδεόμενων περιοχών ή στοιχείων (finite elements). Ένα μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων κάποιου προβλήματος παρέχει μια “τμηματική” (“piecewise”) προσέγγιση των εξισώσεων που το διέπουν. Η βασική πρόταση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων είναι ότι μια περιοχή επίλυσης μπορεί αναλυτικά να μοντελοποιηθεί ή να προσεγγιστεί αντικαθιστώντας τη με μια σύνθεση διακριτών στοιχείων. Από τη στιγμή που τα στοιχεία αυτά μπορούν να τοποθετηθούν μαζί συνδυαζόμενα με διάφορους τρόπους, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την αναπαράσταση εξαιρετικά πολύπλοκων μορφών. Στην Εικ. 3.1 παρουσιάζεται η πρώτη αναφορά του όρου “Finite Element Method” [Clough R (1960) The Finite Element Method in Plane Stress Analysis,

Proceedings of the 2nd ASCE Conference on Electronic Computation, Pittsburgh, PA, September 8-9].



SYNOPSIS

The matrix method of structural analysis may be utilized in the evaluation of forces and deflections of any structural system which may be idealized as an assemblage of individual structural elements. Thus, if a plane stress system is idealized as an assemblage of plate elements, it may be analyzed in the same way as any other structural problem. The only prerequisite is that the stiffnesses of the plate elements must be established.

In this paper, a derivation is presented for the stiffness matrices of rectangular and triangular plane stress plate elements, and then the matrix structural analysis procedure is applied in evaluating stresses and deformations in several example problems of plane stress elasticity.

INTRODUCTION

Rapid advances have been made during recent years in the development of methods of analysis of highly complex structural systems, largely as a result of the utilization of electronic digital computers to handle the voluminous calculations which are involved in such analyses. One of the most significant steps in furthering this development has been the matrix formulation of structural theory. This formulation has so simplified and generalized the mathematical expression of the basic concepts of structural theory that it has become possible to apply structural methods to the analysis of systems which might appear to be well beyond their scope. It is the purpose of this paper to describe the application of matrix methods of structural analysis to such a case: the analysis of the elasticity problem of plane stress.

¹ Prof. of Civ. Eng., Univ. of Calif., Berkeley, Calif.

Εικ. 3.1 Πρώτη αναφορά του όρου "Finite Element Method"

Ο κώδικας πεπερασμένων στοιχείων Ls-Dyna γενικά προορίζεται για βραχεία δυναμική ανάλυση μη γραμμικών προβλημάτων. Το θεμελιώδες συστατικό που καθορίζει τις ιδιότητες της λύσης είναι η χρήση ενός *explicit* σχήματος χρονικής ολοκλήρωσης, που στην περίπτωση του συγκεκριμένου κώδικα είναι μια ανεπαίσθητη τροποποίηση του τυπικού σχήματος των κεντρικών πεπερασμένων διαφορών. Η ισορροπία είναι δεδομένη στο χρόνο t_i ενώ η ζητούμενη κατάσταση αφορά στο χρόνο t_{i+1} . Σύμφωνα με το νόμο του Newton οι δυνάμεις που δε βρίσκονται σε ισορροπία προκαλούν επιταχύνσεις που μπορούν να ολοκληρωθούν σε

ταχύτητες και μετατοπίσεις. Οι δυνάμεις που υπολογίζονται με αυτές τις ποσότητες μπορούν να θεωρηθούν ότι οδηγούν το σύστημα προς την ισορροπία, η οποία όμως δε γίνεται ποτέ εφικτή ακριβώς επειδή οι δυνάμεις μεταβάλλονται κατά τη διάρκεια του χρονικού βήματος. Για την ευστάθεια της λύσης και την αποφυγή απρόβλεπτων σφαλμάτων το χρονικό βήμα πρέπει να μην υπερβαίνει μια κρίσιμη τιμή βασισμένη στο αποκαλούμενο κριτήριο Courant-Friedrichs-Levy (CFL) (βλ., ενότητα 3.3). Αυτό το χρονικό βήμα προσδιορίζεται αυτόματα με συντηρητικό τρόπο μέσω του προγράμματος και υπολογίζεται από την ταχύτητα του ήχου και τα μήκη των πεπερασμένων στοιχείων. Οι τιμές αυτές των χρονικών βημάτων συνήθως προκύπτουν μάλλον μικρές για λογικές πυκνότητες πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων. Ωστόσο, η επίλυση των μη-γραμμικών συστημάτων εξισώσεων με χρήση του συγκεκριμένου σχήματος χρονικής ολοκλήρωσης απαιτεί μόνο την αντιστροφή του μητρώου μάζας σε κάθε χρονικό βήμα. Αν υποθεθεί μητρώο μάζας σε μορφή συσσωρευμένων μαζών και ως εκ τούτου διαγώνιο, τότε κάθε εξίσωση διαιρείται με αριθμό. Η υπολογιστική προσπάθεια διέπεται κυρίως από την ανάπτυξη των εσωτερικών δυνάμεων δια μέσου των πεπερασμένων στοιχείων και των διεπιφανειών επαφής και μπορεί να σχεδιαστεί πολύ αποτελεσματικά για ποικίλες αρχιτεκτονικές υπολογιστών.

Οι κύριες εφαρμογές του Ls-Dyna περιλαμβάνουν την προσομοίωση πρόσκρουσης/σύγκρουσης κατασκευών, τη μορφοποίηση μετάλλων, δοκιμές πτώσης μάζας και επιπλέον εφαρμογές που αφορούν σε αλληλεπίδραση επαφής.

Πολλά μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων πραγματικών βιομηχανικών προβλημάτων στο Ls-Dyna διέπονται από λεπτότοιχα στοιχεία κελύφους περιλαμβάνοντας κάποια στοιχεία δοκών και στοιχεία τριδιάστατα. Μεγάλος αριθμός αριθμητικών διατυπώσεων για στοιχεία κελύφους (βασισμένων κυρίως στη θεωρία του Mindlin) είναι διαθέσιμος, αποδίδοντας συνδυαστικά υπολογιστική αποδοτικότητα και βελτιωμένη ακρίβεια. Η περιορισμένη (reduced) (ανηγμένη σε ένα σημείο εντός του στοιχείου) ολοκλήρωση προτιμάται συχνά στις αναλύσεις μεγάλων παραμορφώσεων λόγω της αποτελεσματικότητας στο σχηματισμό των διανυσμάτων των στοιχείων και της ευρωστίας σε περίπτωση υπερβολικής στρέβλωσης των στοιχείων. Υπάρχει επίσης δυνατότητα επιλογής μεθόδων και αριθμητικών διατυπώσεων για την αποφυγή προβλημάτων παραμόρφωσης/στρέβλωσης των στοιχείων στη μορφή κλεψύδρας (hourglassing) (βλ., ενότητα 3.4).

Πάνω από 200 διαφορετικά μοντέλα υλικών είναι διαθέσιμα για την προσομοίωση πολλών τύπων έντονα μη-γραμμικής συμπεριφοράς υλικών. Το πρόγραμμα περιέχει συγκεκριμένα ποικίλους νόμους απόκρισης υλικών αφρού, ιξωδοελαστικών, ιξωδοπλαστικών και εξαρτημένων από την ταχύτητα φόρτισης. Πολλά μοντέλα από αυτά παρέχουν επιπλέον τη δυνατότητα θεώρησης αστοχίας.

Περιλαμβάνεται επίσης η κινηματική του απόλυτα στερεού σώματος περιορίζοντας την περιγραφή της κίνησης του σώματος - τμήμα του μοντέλου, διακριτοποιημένο από ένα πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων ή άλλες αυθαίρετες γεωμετρικές επιφάνειες - σε έξι κύριους βαθμούς ελευθερίας. Οι κόμβοι και τα επιφανειακά τμήματα των απόλυτα στερεών σωμάτων μπορούν να χρησιμοποιηθούν επιπλέον στον ορισμό και την περιγραφή διεπιφανειών επαφής.

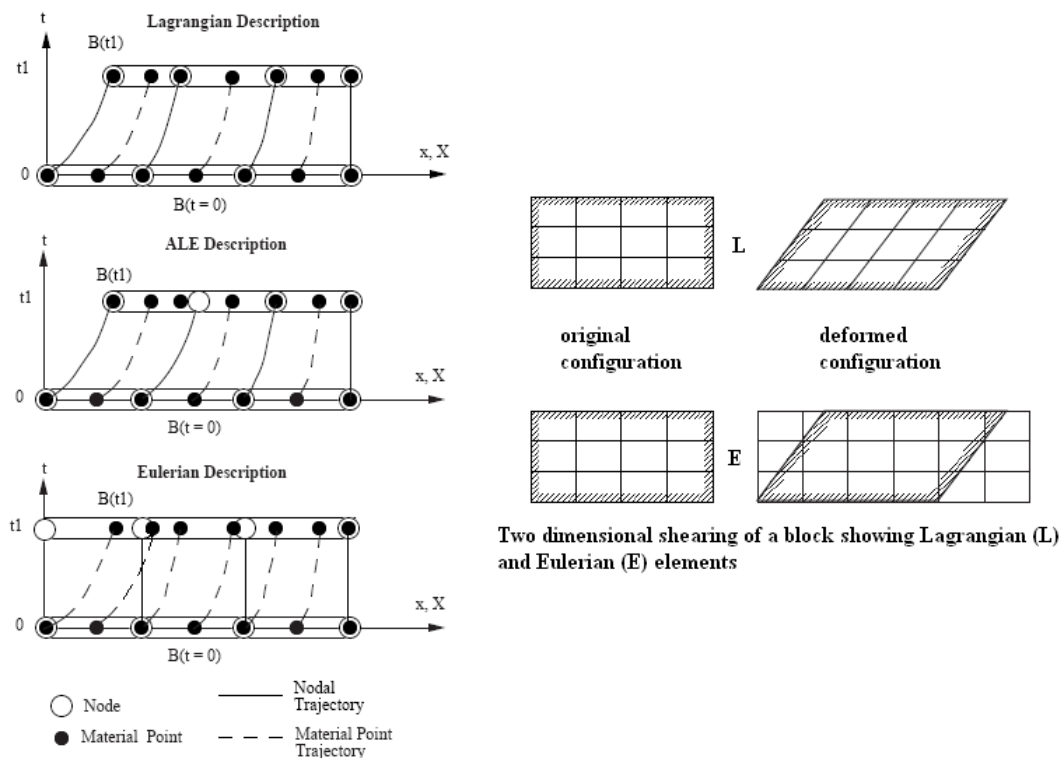
Προηγμένοι, εύρωστοι και υπολογιστικά αποτελεσματικοί αλγόριθμοι επαφής αποτελούν την καρδιά των περισσότερων εφαρμογών του Ls-Dyna, όπου το πάχος των στοιχείων κεύφους δύναται να ληφθεί υπόψη. Αν και μπορούν να οριστούν ζώνες επαφής σε οποιοδήποτε επίπεδο επιθυμητής ακρίβειας, επίσης είναι διαθέσιμοι γενικοί αλγόριθμοι επαφής όπου μοναδικό δεδομένο εισόδου αποτελεί ο δείκτης ενεργοποίησης του συγκεκριμένου αλγόριθμου επαφής για το συνολικό μοντέλο ή μόνο για επιλεγμένα τμήματά του [45, 46, 50].

3.2 ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ - ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΟΥ ΣΥΝΕΧΟΥΣ ΜΕΣΟΥ

Η μη γραμμική μηχανική του συνεχούς μέσου (nonlinear continuum mechanics) [1-16] αποτελεί βασικό δομικό συστατικό της μη γραμμικής ανάλυσης των πεπερασμένων στοιχείων (nonlinear finite element method). Στον όρο “μη γραμμικότητα” περιλαμβάνονται η γεωμετρική μη γραμμικότητα (σχέση παραμόρφωσης (strain) - μετατόπισης (displacement)), η αντίστοιχη συμπεριφορά υλικού (σχέση τάσης (stress) - παραμόρφωσης (strain) και χρονική της εξάρτηση) και οι συνοριακές συνθήκες επαφής (contact). Σημαντικό ρόλο παίζει η περιγραφή της παραμόρφωσης (deformation) και της κίνησης (κυρίως της περιστροφής) στερεού σώματος (rigid body motion/rotation), καθώς και η διατύπωση των τοπικών παραμορφώσεων (strain) και των τάσεων (stress), που αναπτύσσονται κατά τη φόρτιση του σώματος. Η τάση και η παραμόρφωση μπορούν να οριστούν με διάφορους τρόπους/διατυπώσεις στη μη γραμμική μηχανική του συνεχούς μέσου, καθώς και ο μετασχηματισμός από τη μία μορφή στην άλλη, αντίστοιχα. Η επιλογή

της κατάλληλης διατύπωσης κάθε φορά εξαρτάται από το είδος και την τιμή των συγκεκριμένων μεγεθών σε συνδυασμό με τη μηχανική συμπεριφορά του εξεταζόμενου υλικού. Οι δύο βασικές προσεγγίσεις που χρησιμοποιούνται στη διατύπωση των σχετικών εξισώσεων αναφέρονται ως περιγραφή ή συντεταγμένες ή πλέγμα κατά Lagrange (υλικές συντεταγμένες) και κατά Euler (χωρικές συντεταγμένες), ενώ συναντάται και η μικτή διατύπωση ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian) (Εικ. 3.2) [25-27, 29-33].

Ο κώδικας πεπερασμένων στοιχείων Ls-Dyna έχει σχεδιαστεί για την εκτέλεση μη-γραμμικής δυναμικής ανάλυσης τριδιάστατων κατασκευών. Διαθέτει ευρεία ποικιλία δυνατοτήτων ανάλυσης που περιλαμβάνουν μεγάλο αριθμό μοντέλων υλικών, πολλούς αλγόριθμους μοντελοποίησης διεπιφανειών επαφής/πρόσκρουσης (contact/impact interface), συλλογή πεπερασμένων στοιχείων τύπου δοκού (beam), πλάκας (plate), κελύφους (shell) και στερεού (solid), καθώς και ισχυρούς αλγόριθμους για συνεχή έλεγχο της διαδικασίας επίλυσης. Στη διαδικασία επίλυσης λαμβάνονται υπόψη η διάδοση τασικών κυμάτων και οι αδρανειακές επιδράσεις. Ο κύριος αλγόριθμος επίλυσης βασίζεται στη λαγκρανζιανή διατύπωση, όπου το υλικό προσαρμόζεται σταθερά στο πλέγμα των πεπερασμένων στοιχείων με αποτέλεσμα το πλέγμα να κινείται και παραμορφώνεται μαζί με το υλικό [45, 46, 50].



Space time depiction of a one dimensional Lagrange, Eulerian and ALE (arbitrary Lagrangian Eulerian) elements

Εικ. 3.2 Πλέγματα Lagrange, Euler και ALE [26]

Για την επίλυση του τριδιάστατου δυναμικού προβλήματος απαιτείται ο υπολογισμός της παραμορφωμένης γεωμετρίας του σώματος (συνεχούς μέσου) που υπόκειται σε εξωτερικά φορτία [1-16, 25-33, 47-51]. Για το λόγο αυτό, θεωρείται σημείο του σώματος με αρχικές συντεταγμένες X_j ($j=1, 2, 3$) που στο χρονικό σημείο t μετακινείται στις συντεταγμένες x_i ($i=1, 2, 3$) (Εικ. 3.3). Λόγω της λαγκρανζιανής διατύπωσης η παραμόρφωση μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

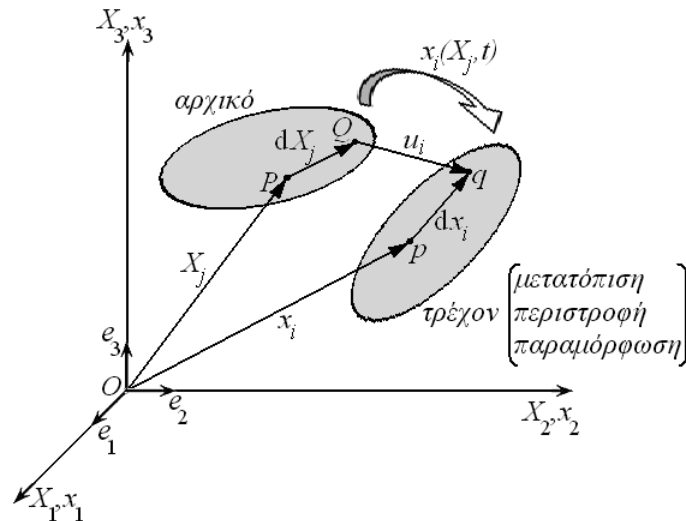
$$x_i = x_i(X_j, t), \quad i, j=1, 2, 3$$

Στο χρόνο $t=0$ οι συνιστώσες των αρχικών θέσεων και των ταχυτήτων έχουν ως ακολούθως:

$$x_i(X_j, t)|_{t=0} = X_j, \quad \dot{x}_i(X_j, t)|_{t=0} = v_i(X_j, 0) = v_j$$

όπου ως v_j ορίζονται οι αρχικές ταχύτητες.

Το σώμα υπόκειται σε εξωτερική φόρτιση $f_i(t)$ (φορτίο στη μονάδα όγκου) σε ολόκληρο τον όγκο V , επιφανειακές φορτίσεις $\bar{t}_i(t)$ (φορτίο στη μονάδα επιφάνειας) σε ένα τμήμα S_c της εξωτερικής επιφάνειας S και καθορισμένες μετατοπίσεις $\bar{u}_i(t)$ σε ένα τμήμα S_u της εξωτερικής επιφάνειας.



Εικ. 3.3 Κίνηση σώματος και σχετική θέση υλικών σημείων στην αρχική θέση-μορφή (αναφοράς) και την τρέχουσα (αρχή των δυνατών έργων)

Η εξίσωση της ορμής - της οποίας η επίλυση αναζητείται - έχει ως εξής:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial X_j} + \rho f_i = \rho \ddot{x}_i \quad i, j=1, 2, 3 \quad (3.2.1)$$

όπου σ_{ij} είναι οι τάσεις Cauchy, f_i οι ανηγμένες στη μονάδα όγκου ασκούμενες εξωτερικές δυνάμεις, \ddot{x}_i οι επιταχύνσεις και η τρέχουσα πυκνότητα μάζας (Εικ. 3.4).

Η διατήρηση της μάζας εκφράζεται ως

$$\rho = J\rho_0$$

όπου ρ_0 είναι η πυκνότητα αναφοράς και J ο σχετικός όγκος, δηλ. η ορίζουσα του μητρώου του ρυθμού μεταβολής (βαθμίδα) της παραμόρφωσης, F_{ij} :

$$J = \frac{V}{V_0} = |F_{ij}| = \left| \frac{\partial x_i}{\partial X_j} \right|$$

Η εξίσωση της ενέργειας διατυπώνεται ως εξής:

$$\dot{E} = VS_{ij}\dot{\epsilon}_{ij} - (p+q)\dot{V}$$

όπου V είναι ο όγκος στην τρέχουσα θέση, $\dot{\epsilon}_{ij}$ ο ταυιστής του ρυθμού παραμόρφωσης, S_{ij} και p είναι οι αποκλίνουσες τάσεις (deviatoric stresses) και η πίεση αντίστοιχα, όπου $S_{ij} = \sigma_{ij} + (p+q)\delta_{ij}$, $p = -\sigma_{kk}/3 - q$, ενώ δ_{ij} είναι το δέλτα του Kronecker ($\delta_{ij} = 1$ αν $i=j$, αλλιώς $\delta_{ij} = 0$) και q το ιξώδες διόγκωσης (bulk viscosity).

Οι συνοριακές συνθήκες επιφανειακής φόρτισης στην επιφάνεια S_c είναι

$$\sigma_{ij}n_j = \bar{t}_i(t) \quad (3.2.2)$$

όπου n_j ($j=1, 2, 3$) είναι το κάθετο στο σύνορο S_c μοναδιαίο διάνυσμα - με φορά προς τα έξω - και \bar{t}_i ($i=1, 2, 3$) είναι η επιφανειακή φόρτιση, ως φορτίο ανηγμένο στην επιφάνεια.

Οι συνοριακές συνθήκες μετατόπισης στην επιφάνεια S_u είναι

$$x_i(X_j, t) = \bar{u}_i(t) \quad (3.2.3)$$

όπου $\bar{u}_i(t)$ ($i=1, 2, 3$) είναι η συνάρτηση των προκαθορισμένων μετατοπίσεων.

Η ασυνέχεια επαφής κατά μήκος ενός εσωτερικού συνόρου S_i , όταν $x_i^+ = x_i^-$, εκφράζεται ως

$$(\sigma_{ij}^+ - \sigma_{ij}^-)n_j = 0 \quad (3.2.4)$$

Οι εξισώσεις (3.2.1)-(3.2.4) καθορίζουν το πρόβλημα στην ισχυρή μορφή (strong form), που σημαίνει ότι απαιτείται να πληρούνται σε κάθε εσωτερικό ή επιφανειακό

σημείο του σώματος. Για την αριθμητική επίλυση του προβλήματος με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, το πρόβλημα πρέπει να οριστεί στην ασθενή μορφή (weak form), όπου οι συνθήκες χρειάζεται να ικανοποιούνται μόνο με μια μέση ή σε ολοκληρωτικό επίπεδο έννοια [16, 25, 26, 51].

Στην εξίσωση σε ασθενή μορφή εισάγεται μια αυθαίρετη δυνατή μετατόπιση δx_i , που ικανοποιεί τις συνοριακές συνθήκες μετατόπισης στην επιφάνεια S_u . Με βάση τις εξισώσεις (3.2.1)-(3.2.4) μπορεί να γραφτεί:

$$\int_V \left(\rho \ddot{x}_i - \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial X_j} - \rho f_i \right) \delta x_i dV + \int_{S_i} (\sigma_{ij}^+ - \sigma_{ij}^-) n_j \delta x_i dS + \int_{S_c} (\sigma_{ij} n_j - \bar{t}_i) n_j \delta x_i dS = 0$$

όπου το δx_i ικανοποιεί τις συνοριακές συνθήκες στο S_u και οι ολοκληρώσεις είναι επί της τρέχουσας γεωμετρίας. Χρησιμοποιώντας το θεώρημα απόκλισης προκύπτει

$$\int_V \frac{\partial (\sigma_{ij} \delta x_i)}{\partial X_j} dV = \int_{S_c} \sigma_{ij} n_j \delta x_i dS + \int_{S_i} (\sigma_{ij}^+ - \sigma_{ij}^-) n_j \delta x_i dS$$

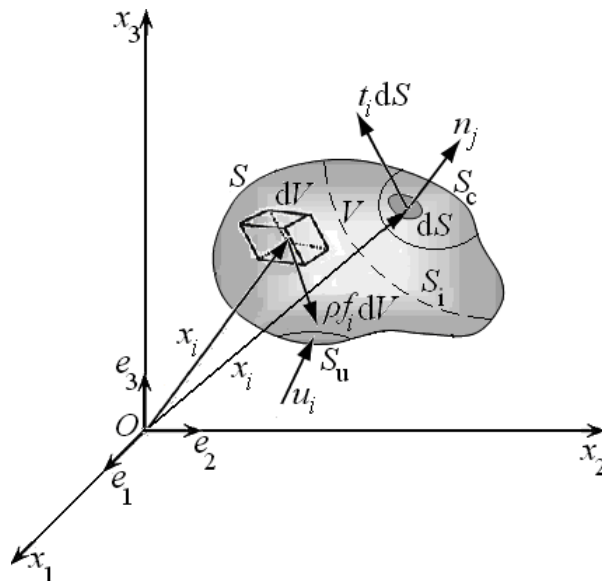
και σημειώνοντας ότι

$$\frac{\partial (\sigma_{ij} \delta x_i)}{\partial X_j} - \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial X_j} \delta x_i = \sigma_{ij} \frac{\partial (\delta x_i)}{\partial X_j}$$

μπορεί να γραφτεί η ασθενής μορφή των εξισώσεων ισορροπίας ως

$$\delta \pi = \int_V \rho \ddot{x}_i \delta x_i dV + \int_V \sigma_{ij} \frac{\partial (\delta x_i)}{\partial X_j} dV - \int_V \rho f_i \delta x_i dV - \int_{S_c} \bar{t}_i \delta x_i dS = 0 \quad (3.2.5)$$

που είναι μια διατύπωση της αρχής των δυνατών έργων για το γενικό τριδιάστατο πρόβλημα (Εικ. 3.4) [16, 25, 26, 51].



Εικ. 3.4 Υλικό σώμα σε κίνηση, υποκείμενο σε μαζικές και επιφανειακές δυνάμεις

Μετά τη διακριτοποίηση της εξίσωσης (3.2.4) με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, οι εξισώσεις κίνησης για μη γραμμική δυναμική συμπεριφορά διατυπώνονται ως

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{P}(\mathbf{x}, t) - \mathbf{F}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \quad (3.2.6)$$

όπου \mathbf{M} είναι το ολικό μητρώο μάζας, που ορίζεται ως

$$\mathbf{M} = \sum_{m=1}^n \int_{V_m} \rho \mathbf{N}^T \mathbf{N} dV \quad (3.2.7)$$

Στην εξίσωση (3.2.7), n είναι ο συνολικός αριθμός πεπερασμένων στοιχείων του συστήματος και V_m ο όγκος του πεπερασμένου στοιχείου. Το \mathbf{N} είναι ένα μητρώο παρεμβολής αποτελούμενο από τις συναρτήσεις σχήματος - ισοπαραμετρικές για το Ls-Dyna - που συνδέουν τις μετατοπίσεις στα εσωτερικά σημεία των στοιχείων με τις μετατοπίσεις στους κόμβους τους.

Στην εξίσωση (3.2.6), $\ddot{\mathbf{x}}(t)$ είναι το ολικό άνυσμα των επιταχύνσεων των κόμβων, το \mathbf{P} λογίζεται ως το ολικό άνυσμα του φορτίου που περιλαμβάνει τα εξωτερικά φορτία στους κόμβους, την (εξωτερική) επιφανειακή φόρτιση και την εσωτερική τασική φόρτιση του σώματος

$$\mathbf{F} = \sum_{m=1}^n \int_{V_m} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV$$

που προκύπτει από τη σύνθεση της συμβολής όλων των πεπερασμένων στοιχείων. Επίσης, \mathbf{B} είναι το μητρώο παραμορφώσεων-μετατοπίσεων και $\boldsymbol{\sigma}$ είναι το άνυσμα των τάσεων. Το μητρώο δυσκαμψίας \mathbf{K} , που προκύπτει από το εσωτερικό δυνατό έργο, μπορεί να διατυπωθεί ως

$$\mathbf{K} = \sum_{m=1}^n \int_{V_m} \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} dV$$

όπου \mathbf{C} είναι ο τανυστής τέταρτης τάξης των μέτρων ελαστικότητας του υλικού [16, 25, 26, 51].

3.3 EXPLICIT - ΜΕΘΟΔΟΣ ΚΕΝΤΡΙΚΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ (CENTRAL DIFFERENCE METHOD)

Οι βασικοί λόγοι που δεν είναι εφικτές κλειστές αναλυτικές λύσεις σε πολλά προβλήματα μηχανικής είναι [16]:

- Οι διαφορικές εξισώσεις (συνήθεις ή μερικές) που τα διέπουν δεν είναι γραμμικές και δεν μπορούν να γραμμικοποιηθούν χωρίς να θιγεί σοβαρά το αποτέλεσμα.
- Η περιοχή (πεδίο) της επίλυσης είναι πολύπλοκη.
- Οι συνοριακές συνθήκες είναι μικτού τύπου.
- Οι συνοριακές συνθήκες είναι χρονικά εξαρτημένες.
- Το εξεταζόμενο μέσο είναι ανομοιογενές ή ανισότροπο.

Σε τέτοιες περιπτώσεις η επίλυση μέσω των μεθόδων της αριθμητικής ανάλυσης (numerical analysis), μία εκ των οποίων είναι η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method - FEM), κρίνεται επιβεβλημένη.

Οι εξισώσεις στατικής ισορροπίας που διέπουν τη γραμμική δυναμική απόκριση ενός συστήματος πεπερασμένων στοιχείων (που αναπαριστά ένα συνεχές μέσο ή μια κατασκευή) είναι της μορφής (αρχή του d' Alembert) [25, 26, 29, 45]

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{R} \quad (3.3.1)$$

όπου:

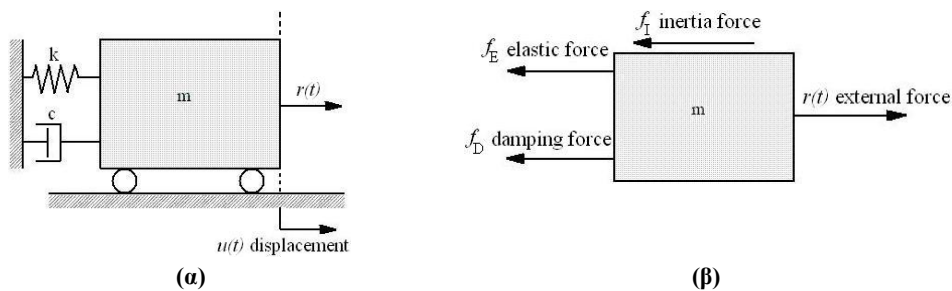
\mathbf{M} , \mathbf{C} και \mathbf{K} είναι τα μητρώα διακριτών μαζών, ιξωδο-απόσβεσης και γραμμικής δυσκαμψίας αντίστοιχα, που μπορεί να εξαρτώνται από το χρόνο,

\mathbf{R} είναι το διάνυσμα των χρονικά μεταβαλλόμενων εξωτερικών δυνάμεων,

\mathbf{U} , $\dot{\mathbf{U}}$ και $\ddot{\mathbf{U}}$ είναι αντίστοιχα τα χρονικά εξαρτώμενα διανύσματα μετατόπισης, ταχύτητας και επιτάχυνσης του συνόλου των πεπερασμένων στοιχείων και

$\mathbf{F}_I(t) = \mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}$ είναι το διάνυσμα των δυνάμεων αδράνειας (inertia), $\mathbf{F}_D(t) = \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}}$ το αντίστοιχο των δυνάμεων απόσβεσης, $\mathbf{F}_E(t) \equiv \mathbf{F}_{INT}(t) = \mathbf{K}\mathbf{U}$ εκείνο των ελαστικών/εσωτερικών ανθιστάμενων δυνάμεων, που οφείλονται στην ανάπτυξη τάσεων στο εξεταζόμενο σύστημα, ενώ $\mathbf{F}_{EXT} = \mathbf{R}(t)$ είναι το διάνυσμα των εξωτερικών δυνάμεων (δυνάμεις που δρουν σε σώματα ή σχετίζονται με τις οριακές συνθήκες και περιλαμβάνουν επιφανειακά καταναμημένες δυνάμεις ή συγκεντωμένα φορτία). Όλες οι δυνάμεις προφανώς εξαρτώνται από το χρόνο (Εικ. 3.5).

Συνεπώς, στη δυναμική ανάλυση, καταρχήν, θεωρείται η στατική ισορροπία των διεπουσών εξισώσεων κίνησης στο χρόνο t , που περιλαμβάνει την επίδραση των - από την επιτάχυνση εξαρτημένων - αδρανειακών δυνάμεων και των - από την ταχύτητα εξαρτημένων - δυνάμεων απόσβεσης. Αντίθετα, στη στατική ανάλυση θεωρούνται οι εξισώσεις ισορροπίας στην (3.3.1), με τις επιδράσεις της αδράνειας και της απόσβεσης να αμελούνται.



Εικ. 3.5 (α) Σύστημα ενός βαθμού ελευθερίας με απόσβεση, (β) οι δυνάμεις που δρουν στη μάζα m.

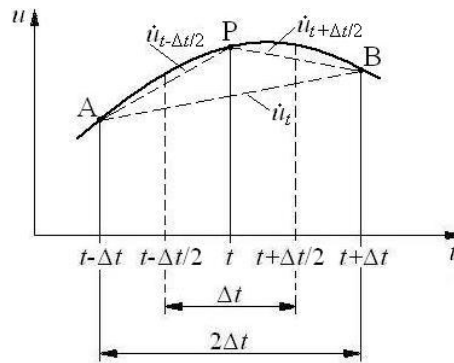
Βασική κατηγορία μεθόδων ολοκλήρωσης του συστήματος των μη-γραμμικών (στη γενική περίπτωση) συνήθων διαφορικών εξισώσεων δεύτερης τάξης (3.3.1) αποτελούν οι μέθοδοι άμεσης ολοκλήρωσης, που στηρίζονται στη χρήση μιας αριθμητικής βηματικής διαδικασίας επίλυσης, κατά την οποία δεν εκτελείται κανένας μετασχηματισμός των εξισώσεων σε διαφορετική μορφή πριν την αριθμητική ολοκλήρωσή τους. Η άμεση αριθμητική ολοκλήρωση διέπεται από δύο αρχές. Κατά την πρώτη, επιζητάται η ισχύς της (3.3.1) μόνο σε διακριτά χρονικά διαστήματα Δt ξεχωριστά, αντί αυτή να ικανοποιείται σε οποιοδήποτε σημείο t του χρονικού διαστήματος της επίλυσης, ενώ κατά τη δεύτερη, εντός κάθε τέτοιου χρονικού διαστήματος Δt υποτίθεται μια μεταβολή στις μετατοπίσεις, τις ταχύτητες και τις επιταχύνσεις. Μάλιστα, όπως προκύπτει από την ανάλυση των μεθόδων αυτών, το είδος της υπόθεσης για τη μεταβολή των προαναφερθέντων μεγεθών εντός των επιμέρους χρονικών διαστημάτων προσδιορίζει την ακρίβεια, τη σταθερότητα και το υπολογιστικό κόστος της διαδικασίας επίλυσης.

Κατά την άμεση αριθμητική ολοκλήρωση, τα διανύσματα της μετατόπισης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης στο χρόνο $t=0$, που συμβολίζονται ως \mathbf{U}_0 , $\dot{\mathbf{U}}_0$ και $\ddot{\mathbf{U}}_0$ αντίστοιχα, θεωρούνται γνωστά και απαιτείται η λύση της (3.3.1) στο χρονικό διάστημα μεταξύ $t=0$ και $t=T$. Στη διαδικασία επίλυσης το χρονικό εύρος T υποδιαιρείται σε χρονικά διαστήματα Δt (σταθερά στη γραμμική ανάλυση και μεταβαλλόμενα στη μη-γραμμική ανάλυση) και το σχήμα ολοκλήρωσης που χρησιμοποιείται εξάγει προσεγγιστική λύση στα χρονικά σημεία $\Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots, t, t+\Delta t, \dots, T$. Οι μέθοδοι άμεσης αριθμητικής ολοκλήρωσης χωρίζονται σε δύο επιμέρους κατηγορίες, “explicit” και “implicit”. Η πλέον δημοφιλής “explicit” μέθοδος άμεσης ολοκλήρωσης είναι η μέθοδος των κεντρικών διαφορών (central difference method), η οποία εφαρμόζεται και στον κώδικα πεπερασμένων στοιχείων Ls-Dyna.

Οι explicit μέθοδοι χρονικής ολοκλήρωσης αναπτύσσονται μέσω διατυπώσεων διαφορών που συσχετίζουν τις επιταχύνσεις, τις ταχύτητες και τις μετατοπίσεις. Η δεύτερης τάξης explicit μέθοδος των κεντρικών διαφορών είναι μία από τις ευρύτερα χρησιμοποιούμενες στους κώδικες δυναμικής ανάλυσης, ενώ παρουσιάζει την υψηλότερη ακρίβεια και το ανώτερο όριο ευστάθειας. Ωστόσο, απαιτεί μικρά χρονικά βήματα. Αναπτύσσεται βάσει των ακόλουθων τύπων κεντρικών διαφορών (Εικ. 3.6):

$$\dot{U}_t \approx \frac{1}{2\Delta t} (U_{t+\Delta t} - U_{t-\Delta t}) \quad (3.3.2)$$

$$\begin{aligned} \ddot{U}_t &\approx \frac{1}{\Delta t} (\dot{U}_{t+\Delta t/2} - \dot{U}_{t-\Delta t/2}) \approx \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{U_{t+\Delta t} - U_t}{\Delta t} - \frac{U_t - U_{t-\Delta t}}{\Delta t} \right) = \\ &= \frac{1}{(\Delta t)^2} (U_{t-\Delta t} - 2U_t + U_{t+\Delta t}) \end{aligned} \quad (3.3.3)$$



Εικ. 3.6 Το σχήμα χρονικής διακριτοποίησης της μεθόδου των κεντρικών διαφορών.

όπου Δt είναι ένα κατάλληλο μέγεθος χρονικού βήματος που απαιτείται για την αριθμητική ολοκλήρωση. Από τον τύπο της προσέγγισης των ταχυτήτων \dot{U}_t και των επιταχύνσεων \ddot{U}_t στις σχέσεις (3.3.2) και (3.3.3) αντίστοιχα, σε συνδυασμό με τη γραφική απεικόνιση στην Εικ. 3.6, γίνεται προφανής η σκοπιμότητα της χρήσης του όρου “κεντρικών” στη συγκεκριμένη μέθοδο άμεσης ολοκλήρωσης: η τιμή της παραγώγου μιας συνάρτησης στο μέσο ενός χρονικού διαστήματος προκύπτει από τη διαφορά των τιμών της συνάρτησης στα άκρα του διαστήματος, γεγονός στο οποίο οφείλεται η ονομασία “κεντρική διαφορά”.

Η μετατόπιση στο χρονικό σημείο $t+\Delta t$ προκύπτει θεωρώντας την εξίσωση (3.3.1) στο χρονικό σημείο t ,

$$\mathbf{M}\ddot{U}_t + \mathbf{C}\dot{U}_t + \mathbf{K}U_t = \mathbf{R}_t \quad (3.3.4)$$

που, μέσω των (3.3.2) και (3.3.3), γίνεται

$$\left(\frac{1}{(\Delta t)^2} \mathbf{M} + \frac{1}{2\Delta t} \mathbf{C} \right) \mathbf{U}_{t+\Delta t} = \mathbf{R}_t - \left(\mathbf{K} - \frac{2}{(\Delta t)^2} \mathbf{M} \right) \mathbf{U}_t - \left(\frac{1}{(\Delta t)^2} \mathbf{M} - \frac{1}{2\Delta t} \mathbf{C} \right) \mathbf{U}_{t-\Delta t} \quad (3.3.5)$$

από την οποία προκύπτει η λύση για τις $\mathbf{U}_{t+\Delta t}$.

Η προαναφερθείσα διαδικασία ολοκλήρωσης καλείται “explicit” μέθοδος ολοκλήρωσης, διότι οι μετατοπίσεις στο χρονικό σημείο $t+\Delta t$, $\mathbf{U}_{t+\Delta t}$, υπολογίζονται άμεσα, μέσω γνωστών ποσοτήτων (βλ., εξ. (3.3.4)), εφαρμόζοντας τις συνθήκες ισορροπίας στο χρονικό σημείο t και όχι στο $t+\Delta t$ (με άλλα λόγια, διότι οι μετατοπίσεις στο χρονικό σημείο $t+\Delta t$ είναι ανεξάρτητες από τις επιταχύνσεις στο ίδιο χρονικό σημείο). Γι’ αυτόν το λόγο ένα τέτοιο σχήμα ολοκλήρωσης δεν απαιτεί παραγοντοποίηση του ενεργού μητρώου δυσκαμψίας $\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{K} + a_0 \mathbf{M} + a_1 \mathbf{C}$ κατά τη βηματική επίλυση. Αφού το μητρώο δυσκαμψίας \mathbf{K} δεν εμφανίζεται ως παράγοντας στις ζητούμενες μετατοπίσεις $\mathbf{U}_{t+\Delta t}$ στο αριστερό μέλος της εξ. (3.3.5), δεν προκύπτει ενεργό μητρώο δυσκαμψίας προς παραγοντοποίηση. Αντ’ αυτού, το ενεργό μητρώο μάζας $\hat{\mathbf{M}} = a_0 \mathbf{M} + a_1 \mathbf{C}$ που δημιουργείται, όπου $a_0 = 1/(\Delta t)^2$ και $a_1 = 1/(2\Delta t)$ είναι οι κατάλληλες σταθερές ολοκλήρωσης, είναι αναγκαίο να παραγοντοποιηθεί προκειμένου να προκύψει η λύση για τις $\mathbf{U}_{t+\Delta t}$ μετά τον απαιτούμενο υπολογισμό του παράγοντα ενεργού φορτίου:

$$\hat{\mathbf{R}}_t = \mathbf{R}_t - \left(\mathbf{K} - \frac{2}{(\Delta t)^2} \mathbf{M} \right) \mathbf{U}_t - \left(\frac{1}{(\Delta t)^2} \mathbf{M} - \frac{1}{2\Delta t} \mathbf{C} \right) \mathbf{U}_{t-\Delta t}$$

που απαιτεί μόνο πολλαπλασιασμούς μητρώων για να υπολογισθεί (βλ. εξ. (3.3.5)).

Σε ένα “implicit” σχήμα ολοκλήρωσης (π.χ., κατά Hubolt), η λύση για τις $\mathbf{U}_{t+\Delta t}$ υπολογίζεται εφαρμόζοντας τις συνθήκες ισορροπίας στο χρονικό σημείο $t+\Delta t$ και όχι στο t όπως στην “explicit” μέθοδο των κεντρικών διαφορών, οδηγώντας στη δημιουργία του ενεργού μητρώου δυσκαμψίας $\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{K} + a_0 \mathbf{M} + a_1 \mathbf{C}$, που εμφανίζεται ως παράγοντας στις ζητούμενες μετατοπίσεις $\mathbf{U}_{t+\Delta t}$ στο αριστερό σκέλος της αντίστοιχης εξ. (3.3.5). Οπότε, σε αυτή την περίπτωση, η παραγοντοποίηση του ενεργού μητρώου δυσκαμψίας για την εύρεση των $\mathbf{U}_{t+\Delta t}$ είναι προφανής.

Στην “explicit” μέθοδο επιπρόσθετα, καθώς δεν πρόκειται να παραγοντοποιηθεί το ενεργό μητρώο δυσκαμψίας $\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{K} + a_0 \mathbf{M} + a_1 \mathbf{C}$ του συνόλου των πεπερασμένων στοιχείων (αφού τέτοιο μητρώο δεν δημιουργείται σύμφωνα με τη μέθοδο των κεντρικών διαφορών), δεν είναι επίσης αναγκαίο να συγκροτηθεί το μητρώο

δυσκαμψίας \mathbf{K} , εφόσον το άνυσμα \mathbf{KU}_t που απαιτείται στην (3.3.5) μπορεί να υπολογιστεί στο επίπεδο στοιχείου με την επαλληλία των επιμέρους συνεισφορών όλων των πεπερασμένων στοιχείων στο διάνυσμα του ενεργού φορτίου. Για το λόγο αυτό η explicit μέθοδος δεν απαιτεί ιδιαίτερη υπολογιστική μνήμη αν επιπλέον χρησιμοποιηθεί διαγώνιο μητρώο μάζας (μητρώο συσσωρευμένων μαζών).

Ο υπολογισμός των $\mathbf{U}_{t+\Delta t}$ εμπλέκει τις \mathbf{U}_t και $\mathbf{U}_{t-\Delta t}$, οπότε, προκειμένου να υπολογισθεί η λύση στο χρονικό σημείο Δt (δηλ. στο τέλος του πρώτου χρονικού βήματος) πρέπει να εφαρμοσθεί ειδική διαδικασία εκκίνησης. Από τις εξ. (3.3.2) και (3.3.3) απαλείφοντας τις $\mathbf{U}_{t+\Delta t}$ - στο χρονικό σημείο $t=0$ (δηλ. $t-\Delta t=-\Delta t$ και $t+\Delta t=\Delta t$), προκύπτει:

$$\mathbf{U}_{-\Delta t} = \mathbf{U}_0 - \Delta t \dot{\mathbf{U}}_0 + \frac{(\Delta t)^2}{2} \ddot{\mathbf{U}}_0$$

όπου οι \mathbf{U}_0 , $\dot{\mathbf{U}}_0$ και $\ddot{\mathbf{U}}_0$ είναι γνωστές, εφόσον, δεδομένων των \mathbf{U}_0 και $\dot{\mathbf{U}}_0$ από τις αρχικές συνθήκες, οι $\ddot{\mathbf{U}}_0$ μπορούν να υπολογιστούν από την εξ. (3.3.1) στο χρονικό σημείο $t=0$.

Η μέθοδος των κεντρικών διαφορών είναι ιδιαίτερα λειτουργική όταν μπορεί να δομηθεί μητρώο συσσωρευμένων μαζών (διαγώνιο μητρώο), δηλ., θεωρώντας τη μάζα του κάθε πεπερασμένου στοιχείου συγκεντρωμένη στους κόμβους του. Ένα μητρώο συσσωρευμένων μαζών απαιτεί λιγότερη υπολογιστική μνήμη και είναι οικονομικότερο στο σχηματισμό και τη διαχείρισή του από το αντίστοιχο συμβατικό μητρώο μάζας. Αν περιλαμβάνεται μητρώο απόσβεσης που είναι διαγώνιο τα πλεονεκτήματα εξαγωγής της λύσης σε επίπεδο πεπερασμένου στοιχείου διατηρούνται. Από την άλλη πλευρά, αν εισάγεται το μη διαγώνιο μητρώο απόσβεσης, η επίλυση απαιτεί παραγοντοποίηση του ενεργού μητρώου μάζας. Αυτό είναι ένα από τα μειονεκτήματα της μεθόδου των κεντρικών διαφορών πέρα από τον περιορισμό στην τιμή του χρονικού βήματος λόγω αριθμητικής ευστάθειας. Έχουν αναπτυχθεί μέθοδοι που αντιμετωπίζουν κάποια από αυτά τα προβλήματα και αναφέρονται ακροθιγώς στη συνέχεια [53-58, 61].

Με την προϋπόθεση $\mathbf{C}=\mathbf{0}$ η εξίσωση (3.3.5) περιορίζεται στην

$$\frac{1}{(\Delta t)^2} \mathbf{M} \mathbf{U}_{t+\Delta t} = \hat{\mathbf{R}}_t \quad (3.3.6)$$

όπου

$$\hat{\mathbf{R}}_t = \mathbf{R}_t - \left(\mathbf{K} - \frac{2}{(\Delta t)^2} \mathbf{M} \right) \mathbf{U}_t - \left(\frac{1}{(\Delta t)^2} \mathbf{M} \right) \mathbf{U}_{t-\Delta t} \quad (3.3.7)$$

Οι εξισώσεις (3.3.6) και (3.3.7) συνδυαζόμενες απλοποιούνται περαιτέρω στην

$$\mathbf{U}_{t+\Delta t} = (\Delta t)^2 \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{R}_t - \mathbf{K} \mathbf{U}_t) + 2 \mathbf{U}_t - \mathbf{U}_{t-\Delta t} \quad (3.3.8)$$

Έτσι, αν επιπλέον το μητρώο μάζας είναι διαγώνιο, οι δίχως απόσβεση εξισώσεις (3.3.1), μπορούν να επιλυθούν χωρίς παραγοντοποίηση κάποιου μητρώου. Δηλαδή, για χωρίς απόσβεση συστήματα, η αριθμητική ολοκλήρωση μέσω της explicit μεθόδου των κεντρικών διαφορών δεν προϋποθέτει την επίλυση κάποιων συντρεχουσών εξισώσεων, αφού απαιτούνται μόνο πολλαπλασιασμοί μητρώων προκειμένου να προκύψει το διάνυσμα $\mathbf{K} \mathbf{U}_t$ στην (3.3.8), από την οποία εξάγονται στη συνέχεια οι συνιστώσες της μετατόπισης ως

$${}^i U_{t+\Delta t} = \frac{\Delta t^2}{m_{ii}} \left({}^i R_t - \sum_{j=1}^N K_{ij} \cdot {}^j U_t \right) + 2 \cdot {}^i U_t - {}^i U_{t-\Delta t} \quad (3.3.9)$$

όπου τα ${}^i U_{t+\Delta t}$ και ${}^i R_t$ δηλώνουν τις i -οστές συνιστώσες των διανυσμάτων $\mathbf{U}_{t+\Delta t}$ και \mathbf{R}_t αντίστοιχα, m_{ii} είναι το i -οστό στοιχείο του διαγώνιου μητρώου μάζας, με την προϋπόθεση ότι $m_{ii} > 0$ για όλα τα i , ενώ N είναι ο ολικός βαθμός ελευθερίας ή η τάξη του μητρώου δυσκαμψίας \mathbf{K} . Η χρήση της μεθόδου των κεντρικών διαφορών στη μορφή της σχέσης (3.3.9) συνιστά ένα επιπλέον πλεονέκτημα. Εφόσον δεν χρειάζεται να συντεθεί και να υπολογιστεί μητρώο δυσκαμψίας, η επίλυση μπορεί να εκτελεστεί σε επίπεδο πεπερασμένου στοιχείου με σύνθεση της επιμέρους συνεισφοράς τους, με αποτέλεσμα να απαιτείται σχετικά μικρή υπολογιστική μνήμη. Τελικά, με την εφαρμογή της παραπάνω προσέγγισης, συστήματα πολύ μεγάλης τάξης μπορούν να επιλυθούν αποτελεσματικά. Ακόμη και αν χρησιμοποιείται μη διαγώνιο μητρώο μάζας, αυτό χρειάζεται να αντιστραφεί μόνο μια φορά, οπότε οι explicit αλγόριθμοι είναι υπολογιστικά περισσότερο αποδοτικοί ανά χρονικό βήμα σε σχέση με τις implicit αριθμητικές διαδικασίες [53].

Τα σφάλματα που εισάγονται αφενός με την προσέγγιση των συσσωρευμένων μαζών και αφετέρου με τον τελεστή των κεντρικών διαφορών τείνουν να αντισταθμίζονται [57], οπότε η χρήση διαγώνιων μητρώων μάζας στις explicit μεθόδους είναι επιθυμητή και για λόγους ακρίβειας και για λόγους υπολογιστικής απόδοσης [53, 56]. Βελτιωμένα διαγώνια μητρώα μάζας έχουν δημιουργηθεί με τροποποίηση της αριθμητικής ολοκλήρωσης που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό

του μητρώου μάζας [58], ενώ η σύγκλιση της διαδικασίας προσέγγισης ενός διαγώνιου μητρώου (συσσωρευμένων μαζών) παρουσιάζεται στη βιβλιογραφική αναφορά [61].

Η αποτελεσματικότητα της explicit διατύπωσης, περιλαμβανόμενης της απόσβεσης, διατηρείται (με διαγώνιο το μητρώο μάζας \mathbf{M}), αν χρησιμοποιείται για τις μετατοπίσεις \mathbf{U}_t η μέθοδος των οπισθόδρομων διαφορών (backward difference) αντί αυτής των κεντρικών διαφορών. Τότε η (3.3.2) αντικαθίσταται από την

$$\dot{\mathbf{U}}_t \approx \frac{1}{\Delta t} (\mathbf{U}_t - \mathbf{U}_{t-\Delta t})$$

και η τροποποιημένη επαναληπτική μορφή της (3.3.8) γίνεται

$$\mathbf{U}_{t+\Delta t} = \mathbf{M}^{-1} \left[(\Delta t)^2 (\mathbf{R}_t - \mathbf{K}\mathbf{U}_t) - \Delta t \mathbf{C} (\mathbf{U}_t - \mathbf{U}_{t-\Delta t}) \right] + 2\mathbf{U}_t - \mathbf{U}_{t-\Delta t} \quad (3.3.10)$$

Αυτή η explicit διατύπωση [53, 56] δεν απαιτεί παραγοντοποίηση κάποιου μητρώου αν το \mathbf{M} είναι διαγώνιο ακόμη και όταν περιλαμβάνεται η απόσβεση. Έτσι όλοι οι όροι στο δεξιό σκέλος της εξίσωσης (3.3.10) έχουν προσδιοριστεί από προγενέστερα χρονικά βήματα, t και $t - \Delta t$, ενώ το $\mathbf{U}_{t+\Delta t}$ υπολογίζεται ρητά μέσω της (3.3.10).

Η προαναφερθείσα ανάλυση αφορά σε γραμμικές συνθήκες (3.3.1) και εφαρμογή της μεθόδου σε πλέγματα Lagrange. Για εφαρμογή σε πλέγματα Euler και ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian) πλέγματα, μπορεί κανείς να ανατρέξει στη σχετική βιβλιογραφία. Στη γραμμική ανάλυση (σταθερό χρονικό βήμα) οι συντελεστές (μητρώα) \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} είναι σταθεροί ως προς τη μετατόπιση \mathbf{U} (π.χ. σταθερή δυσκαμψία \mathbf{K} , δηλ. ελαστικό υλικό), μπορούν όμως να εξαρτώνται από το χρόνο t (γραμμική διαφορική εξίσωση).

Στη μη-γραμμική ανάλυση (μεταβλητό χρονικό βήμα) τα μητρώα \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} είναι μεταβαλλόμενοι ως προς τη μετατόπιση \mathbf{U} (π.χ., η δυσκαμψία $\mathbf{K}=\mathbf{K}(\mathbf{U})$ δεν είναι σταθερή / μη γραμμικό υλικό), μπορούν όμως να είναι, ή όχι, εξαρτημένα από το χρόνο t . Εκτός από μη-γραμμικότητα υλικού, είναι πιθανές, επιπλέον, η γεωμετρική μη-γραμμικότητα (μεγάλες παραμορφώσεις) και η μη-γραμμικότητα επαφής (αλλαγή συνοριακών συνθηκών). Οι μη-γραμμικότητα γεωμετρίας και συμπεριφοράς υλικών τελικά έχει μικρή επίδραση στον αλγόριθμο της χρονικής ολοκλήρωσης.

Έτσι, μια τυπική μορφή της μη-γραμμικής εξίσωσης δεύτερης τάξης της δυναμικής απόκρισης ενός συστήματος πεπερασμένων στοιχείων διατυπώνεται, σε αντιστοιχία με την εξίσωση (3.3.1), ως εξής (πρόκειται για την πλέον κοινή

περίπτωση όπου τα μητρώα \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} εξαρτώνται μόνο από τις μετατοπίσεις \mathbf{U} και όχι από τις ταχύτητες $\dot{\mathbf{U}}$ ή τις επιταχύνσεις $\ddot{\mathbf{U}}$ που αφορά σε πιο σπάνιες περιπτώσεις):

$$\mathbf{M}(\mathbf{U})\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}(\mathbf{U})\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}(\mathbf{U})\mathbf{U} = \mathbf{R} \Rightarrow \mathbf{M}(\mathbf{U})\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}(\mathbf{U})\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{P}(\mathbf{U}) = \mathbf{R}$$

Στη στατική ανάλυση (static analysis) η απόκριση του συστήματος περιγράφεται από τη σχέση $\mathbf{KU} = \mathbf{R}$ ενώ στη δυναμική ανάλυση λαμβάνουν τιμές και οι όροι των εξαρτώμενων από την επιτάχυνση αδρανειακών δυνάμεων $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}$ και των εξαρτώμενων από την ταχύτητα δυνάμεων απόσβεσης $\mathbf{C}\dot{\mathbf{U}}$, με αποτέλεσμα να προκύπτει είτε η σχέση (3.3.1) (γραμμική ανάλυση) είτε η σχέση (14) (μη-γραμμική ανάλυση).

Στη μη-γραμμική ανάλυση, το χρονικό διάστημα της προσομοίωσης $0 \leq t \leq t_E$ υποδιαιρείται σε επιμέρους χρονικά βήματα (time steps) Δt_n , με $n=1$ έως n_{TS} , όπου n_{TS} είναι ο αριθμός των χρονικών βημάτων και t_E είναι το χρονικό πέρας της προσομοίωσης. Οι μεταβλητές σε κάθε χρονικό βήμα σημειώνονται με μια υπογεγραμμένη, οπότε t_n είναι το κεντρικό χρονικό σημείο του χρονικού βήματος n , δηλ. Δt_n , t_0 είναι η αρχή της προσομοίωσης και $\mathbf{U}_n \equiv \mathbf{U}(t_n)$ είναι το μητρώο μετατοπίσεων των κόμβων στο χρονικό βήμα n .

Στις περισσότερες περιπτώσεις εφαρμογής ο αλγόριθμος της μεθόδου των κεντρικών διαφορών θεωρείται για μεταβλητό χρονικό βήμα (Εικ. 3.7), εφόσον η τιμή του ευσταθούς χρονικού βήματος (stable time step) αλλάζει καθώς το πλέγμα παραμορφώνεται κατά τη διαδικασία επίλυσης του μοντέλου των πεπερασμένων στοιχείων. Οι βασικές, πλέον, εξισώσεις διατυπώνονται ως εξής:

$$\Delta t_{n+1/2} = t_{n+1} - t_n$$

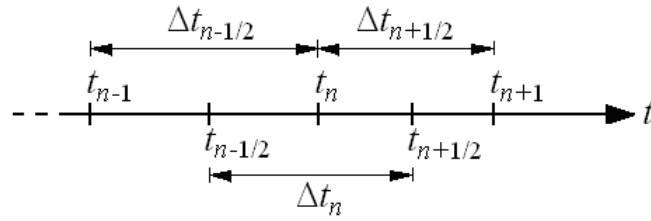
$$t_{n+1/2} = \frac{1}{2}(t_{n+1} + t_n)$$

$$\Delta t_n = t_{n+1/2} - t_{n-1/2}$$

$$\dot{\mathbf{U}}_{n+1/2} = \frac{\mathbf{U}_{n+1} - \mathbf{U}_n}{t_{n+1} - t_n} = \frac{1}{\Delta t_{n+1/2}}(\mathbf{U}_{n+1} - \mathbf{U}_n)$$

$$\ddot{\mathbf{U}}_n = \frac{\dot{\mathbf{U}}_{n+1/2} - \dot{\mathbf{U}}_{n-1/2}}{t_{n+1/2} - t_{n-1/2}}$$

$$\ddot{\mathbf{U}}_n = \frac{\Delta t_{n-1/2}(\mathbf{U}_{n+1} - \mathbf{U}_n) - \Delta t_{n+1/2}(\mathbf{U}_n - \mathbf{U}_{n-1})}{\Delta t_{n-1/2}\Delta t_n\Delta t_{n+1/2}}$$



Εικ. 3.7 Μέθοδος κεντρικών διαφορών με μεταβλητό χρονικό βήμα (μη-γραμμική ανάλυση)

Οι δύο θεμελιώδεις αρχές/κριτήρια που διέπουν την εκλογή της κατάλληλης τιμής του χρονικού βήματος είναι εκείνες της ευστάθειας (stability) και της ακρίβειας (accuracy) του σχήματος ολοκλήρωσης. Η εφαρμογή του σχήματος των κεντρικών διαφορών προϋποθέτει τη χρήση χρονικού βήματος Δt μικρότερου από μια κρίσιμη τιμή Δt_{cr} (critical time step), ενώ παρόμοιος περιορισμός δεν υφίσταται κατά την εφαρμογή των “implicit” μεθόδων άμεσης ολοκλήρωσης. Σχήματα ολοκλήρωσης που απαιτούν τη χρήση ενός χρονικού βήματος Δt μικρότερου από ένα κρίσιμο χρονικό βήμα Δt_{cr} , όπως η μέθοδος των κεντρικών διαφορών, είναι υπό συνθήκη ευσταθή (conditionally stable). [25, 53]. Η αριθμητική διαδικασία γίνεται ευσταθής για χρονικά βήματα που έχουν τιμές μικρότερες από μια προκαθορισμένη τιμή Δt_{cr} ανά περίπτωση. Μελέτες πάνω στην ευστάθεια της μεθόδου των κεντρικών διαφορών τόσο για γραμμικά προβλήματα [60, 61, 66] όσο και για μη-γραμμικά προβλήματα [62, 65, 67] δείχνουν ότι το μέγεθος του χρονικού βήματος περιορίζεται λόγω ευστάθειας ως εξής:

$$\Delta t \leq \Delta t_{cr}, \text{ όπου } \Delta t_{cr} = 2 / \omega_{\max}$$

για σύστημα χωρίς απόσβεση, ενώ ω_{\max} είναι η μέγιστη (φυσική) συχνότητα (ιδιοτιμή) της μοντελοποιημένης κατασκευής ($|\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}| = 0$). Εναλλακτικά εκφραζόμενο, το Δt_{cr} είναι το χρονικό διάστημα που απαιτείται για ένα ακουστικό κύμα προκειμένου να διανύσει το πεπερασμένο στοιχείο που χαρακτηρίζεται από την ελάχιστη χρονική διάρκεια διέλευσης (το στοιχείο με το μικρότερο χαρακτηριστικό μήκος). Για ομοιογενή παραμορφώσιμα στοιχεία η συνθήκη αυτή μπορεί να επαναδιατυπωθεί με όρους της ταχύτητας ακουστικού κύματος c και του χαρακτηριστικού μήκους πεπερασμένου στοιχείου l στη μορφή [55, 58]:

$$\Delta t_{cr} \leq l/c \quad (3.3.11)$$

Η σχέση (3.3.11) ανταποκρίνεται στη συνθήκη των Courant-Friedricks-Lewy (CFL) [25, 26, 29, 36] ότι ο αριθμός r , όπου $r=c\Delta t/l$, να είναι μικρότερος της μονάδας. Για μη-γραμμικά προβλήματα η τρέχουσα μέγιστη συχνότητα ή η ταχύτητα

κύματος χρησιμοποιείται στις παραπάνω σχέσεις [55]. Στη μη-γραμμική ανάλυση οι ιδιότητες της στιβαρότητας μεταβάλλονται κατά τη διάρκεια των υπολογισμών της απόκρισης του εξεταζόμενου συστήματος. Οι μεταβολές αυτές στις ιδιότητες του υλικού ή/και στις γεωμετρικές συνθήκες εισέρχονται στην αποτίμηση του διανύσματος των εσωτερικών δυνάμεων $\mathbf{F}_{\text{INT}}(t) = \mathbf{K}\mathbf{U}$. Από τη στιγμή λοιπόν που η τιμή της ω_{max} δεν είναι σταθερή προϋούσης της απόκρισης του μοντέλου, το χρονικό βήμα Δt χρειάζεται να μειωθεί αν το σύστημα καθίσταται στιβαρότερο, ενώ η ρύθμιση αυτή του χρονικού βήματος πρέπει να διενεργείται επισταμένως ώστε η συνθήκη $\Delta t \leq \Delta t_{\text{cr}}$ να ισχύει με βεβαιότητα σε όλη τη διάρκεια της ανάλυσης [53]. Εναλλακτικά, αυτό μπορεί να επαναδιατυπωθεί με όρους ρυθμού ροής πληροφορίας στο μοντέλο ως εξής: απαραίτητη συνθήκη ευστάθειας αποτελεί ότι ο ρυθμός ροής αριθμητικής πληροφορίας στο διακριτοποιημένο μοντέλο πρέπει να είναι μεγαλύτερος ή ίσος με το ρυθμό ροής πληροφορίας στο αντίστοιχο πρόβλημα συνεχούς μέσου. Αν και μετέπειτα υπήρξαν περισσότερο αυστηρές μαθηματικές μελέτες πάνω στην ευστάθεια, που παρείχαν ακριβέστερες συνθήκες για την ύπαρξή της [61, 65], η θεμελιώδης ιδέα των Courant, Friedrichs και Lewy εξασφάλισε την κατανόηση των γενικών ιδιοτήτων των explicit μεθόδων ολοκλήρωσης [58].

Το χρονικό βήμα που απαιτείται για την ευστάθεια της μεθόδου των κεντρικών διαφορών σε σύστημα με απόσβεση δίνεται από τη σχέση

$$\Delta t \leq \frac{2}{\omega_{\text{max}}} \left(\sqrt{1 + \xi^2} - \xi \right) = \Delta t_{\text{stab}} \quad (3.3.12)$$

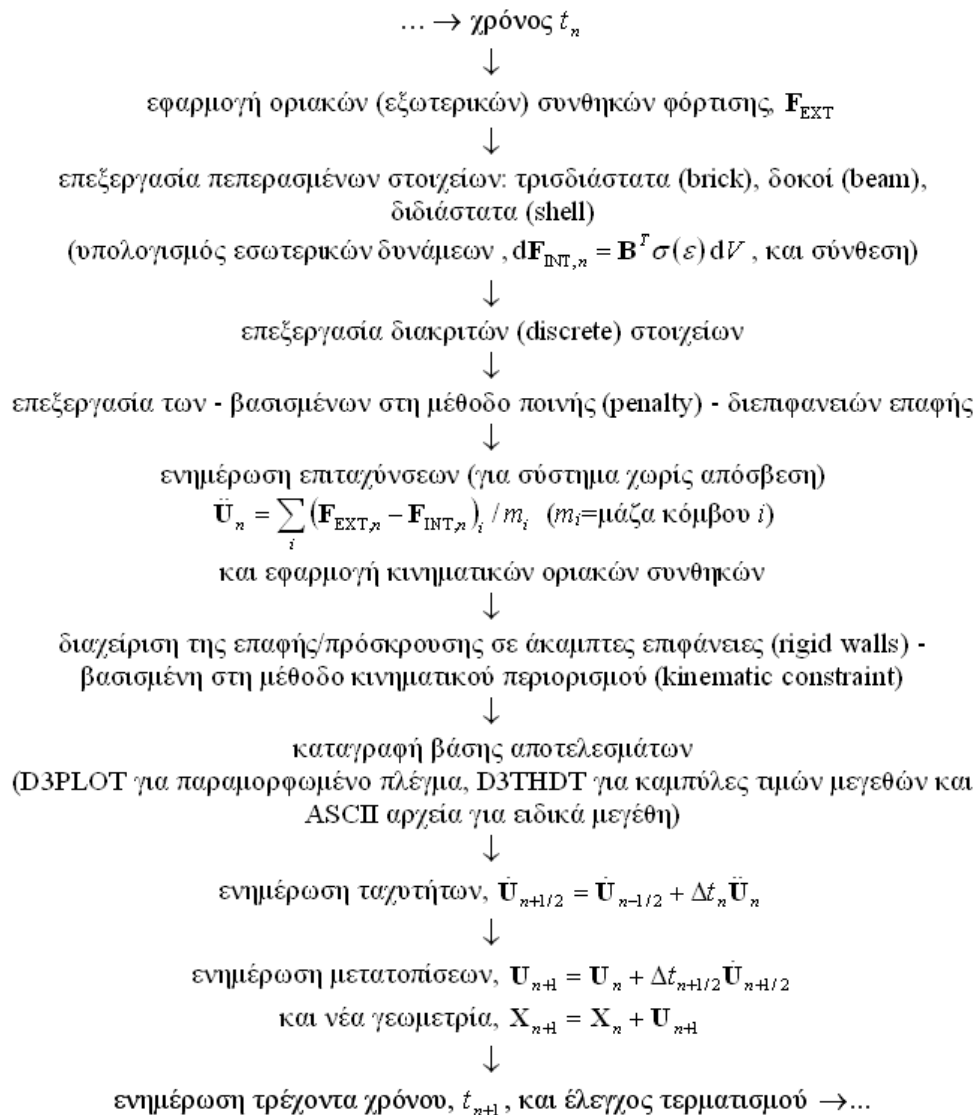
όπου ω_n είναι οι φυσικές συχνότητες του πλέγματος, ξ_n είναι ο συντελεστής απόσβεσης στο χρονικό βήμα n και Δt_{stab} ή Δt_{cr} είναι το χρονικό βήμα ευστάθειας ή κρίσιμο χρονικό βήμα το οποίο μπορεί να υπολογιστεί από τις ιδιότητες της μάζας (πυκνότητα) και της στιβαρότητας του συνόλου των πεπερασμένων στοιχείων [45]. Από τη σχέση (#.3.12) προκύπτει ότι η απόσβεση μειώνει το χρονικό βήμα ευστάθειας.

Σε μη-γραμμικά προβλήματα, η μέγιστη ιδιοτιμή ω_{max} μπορεί να μεταβάλλεται σημαντικά κατά τη διάρκεια της υπολογιστικής διαδικασίας εξαιτίας είτε της μεταβολής της τοπικής ταχύτητας c του ακουστικού κύματος λόγω μη-γραμμικότητας υλικού, είτε της μεταβολής της ελάχιστης διάστασης l πεπερασμένου στοιχείου λόγω

μεγάλων παραμορφώσεων. Συνεπώς, σε μη-γραμμικά προβλήματα, το χρονικό βήμα πρέπει συχνά να μειώνεται προκειμένου να διατηρείται η ευστάθεια [56]:

$$\Delta t_n^2 \leq \frac{4\delta_n}{\omega_n^2} \text{ με } 0 < \delta_n = \frac{\Delta t_n}{\Delta t_{n-1}} < 1 \quad (3.3.13)$$

Η τελευταία διπλή ανισότητα στην (3.3.13) δηλώνει ότι η χρονική ολοκλήρωση είναι ευσταθής όταν το χρονικό βήμα μειώνεται, που σημαίνει ότι δεν μπορεί να διατηρηθεί ευστάθεια με σταθερά αυξανόμενο χρονικό βήμα ακόμα και αν η μεγαλύτερη συχνότητα (ιδιοτιμή) μειώνεται σταθερά.



Εικ. 3.8 Βρόχος χρονικής ολοκλήρωσης στον κώδικα πεπερασμένων στοιχείων Ls-Dyna [45]

Οι explicit μέθοδοι επιτρέπουν να υπολογίζονται οι μετατοπίσεις του επόμενου χρονικού βήματος (time step) από τις επιταχύνσεις και τις μετατοπίσεις του τρέχοντος χρονικού βήματος. Στις implicit μεθόδους οι εξισώσεις για τις μετατοπίσεις του

επόμενου χρονικού βήματος περιλαμβάνουν τις επιταχύνσεις του χρονικού βήματος αυτού, οπότε ο προσδιορισμός των μετατοπίσεων προϋποθέτει την επίλυση ενός συντρέχοντος συστήματος εξισώσεων. Η υπολογιστική ροή της explicit μεθόδου μπορεί ποιοτικά να περιγραφεί ως ακολούθως: Σε οποιοδήποτε χρονικό βήμα οι ταχύτητες και οι μετατοπίσεις είναι γνωστές, ενώ οι παραμορφώσεις μπορούν να υπολογιστούν με απλή εφαρμογή των εξισώσεων παραμόρφωσης-μετατόπισης. Οι τάσεις σε αυτό το χρονικό βήμα μπορούν τότε να υπολογιστούν από την καταστατική εξίσωση, καθώς η εξίσωση κίνησης (1) χρησιμοποιείται κατόπιν για την εύρεση των επιταχύνσεων στο συγκεκριμένο χρονικό βήμα. Οι επιταχύνσεις και οι ταχύτητες στη συνέχεια χρησιμοποιούνται για τη χρονική μετάβαση εμπρός και την εύρεση των νέων μετατοπίσεων. Κατόπιν η συνολική διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι το πέρας του χρονικού διαστήματος της ανάλυσης [63].

Όσον αφορά πιο συγκεκριμένα στον κώδικα Ls-Dyna, ο βρόχος χρονικής ολοκλήρωσης φαίνεται στην Εικ. 3.8. Εκτεταμένη βιβλιογραφία για το θέμα του συγκεκριμένου κεφαλαίου παρατίθεται στο τέλος του.

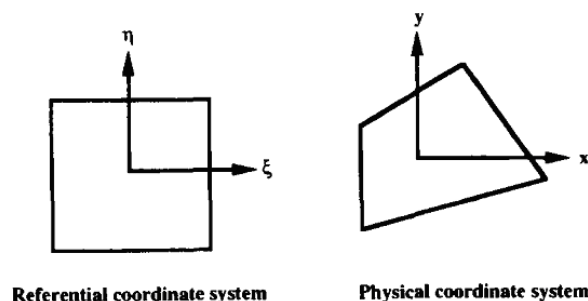
3.4 ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

3.4.1 Γενική επισκόπηση

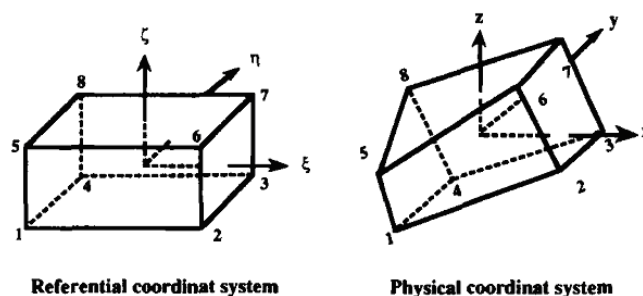
Η ένταξη της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων σε προβλήματα σχετιζόμενα με βιομηχανικές εφαρμογές, μαζί με την εξέλιξη αριθμητικών αλγορίθμων για μη γραμμική ανάλυση, οδήγησε στην ανάπτυξη απλών και αποδοτικών τύπων πεπερασμένων στοιχείων. Τα στοιχεία αυτά ενσωματώνουν πολυωνυμικές εκφράσεις χαμηλότερης τάξης, κυρίως για απλοποίηση της δημιουργίας πλέγματος, καθώς και για αποτελεσματικότητα σε πολύπλοκα μη γραμμικά προβλήματα με πολλαπλές επιφάνειες μηχανικής αλληλεπίδρασης/επαφής. Επίσης, χρησιμοποιούν τις τεχνικές της περιορισμένης (reduced) και της επιλεκτικής-περιορισμένης (selective-reduced) ολοκλήρωσης (integration/quadrature) - σε σχέση με την πλήρη (full) ολοκλήρωση - για υψηλότερη υπολογιστική απόδοση. Ως χαρακτηριστική ιδιότητα της φυσιογνωμίας ενός πεπερασμένου στοιχείου, που αντανακλά την ακρίβεια και την αποδοτικότητά του, αναφέρεται η “ευρωστία” (robustness). Δηλώνει την ικανότητα διατήρησης της ευστάθειας υπό δυσμενείς όρους αρχικής γεωμετρίας - κακής ποιότητας σχετικές διαστάσεις (aspect ratio) - και αντίξοες τρέχουσες συνθήκες ανάλυσης (μεγάλες παραμορφώσεις/στρεβλώσεις) [25, 26, 29, 47, 48].

Πέραν οποιασδήποτε επιλογής σχετικά με τη διατύπωση/τύπο του στοιχείου κελύφους (shell element formulation) ή του τριδιάστατου στοιχείου (solid element formulation) (Εικ. 3.9, 3.10), σημαντικός παράγοντας επιτυχούς εφαρμογής είναι ο ασφαλής συσχετισμός της αρχικής διάταξης του πλέγματος των πεπερασμένων στοιχείων με τη γεωμετρία του μοντελοποιούμενου κελύφους (εύλογο αρχικό σχήμα στοιχείων - aspect ratio - και πυκνότητα πλέγματος) και τον αναμενόμενο τρόπο παραμόρφωσης/κατάρρευσης κατά τη διάρκεια της δεδομένης φόρτισης (μη ακραία προϊούσα στρέβλωση των στοιχείων). Συμπληρωματικά, μπορεί να ενεργοποιηθεί ο κατάλληλος - ανάλογα με την περίπτωση - έλεγχος πρόληψης μορφών παραμόρφωσης “κλεψύδρας” (hourglass control) ή η επιλογή τύπων στοιχείων με ενσωματωμένους τέτοιου είδους εξειδικευμένους ελέγχους [25, 26, 69-71] (βλ. στη συνέχεια).

Ο κύριος σκοπός ανέκαθεν ήταν μια γενική διατύπωση πεπερασμένου στοιχείου (element formulation) που να πληροί κάποιες βασικές προϋποθέσεις, όπως: ικανοποιητική καμπτική συμπεριφορά και πρόληψη “κλειδώματος” (locking) (βλ. στη συνέχεια) σε ασυμπίεστα (incompressible) υλικά, λειτουργικότητα σε έντονες στρεβλώσεις (μη δομημένα πλέγματα σε κελύφη σύνθετης γεωμετρίας περιέχουν πάντα (έστω και ήπια) στρεβλωμένα στοιχεία (πρόληψη hourglass μορφών παραμόρφωσης), ενώ προϊούσης μιας μη γραμμικής ανάλυσης υψηλών παραμορφώσεων προκύπτουν έντονα στρεβλωμένα στοιχεία, επαρκής ακρίβεια με χρήση αραιού πλέγματος (μεγάλες κατασκευές - λόγω πεπερασμένης υπολογιστικής ισχύος - πρέπει να μοντελοποιούνται με σχετικά αραιό πλέγμα), άμεση εισαγωγή μη γραμμικών καταστατικών εξισώσεων συμπεριφοράς υλικού, αποδοτικότητα (για την επίλυση σύνθετων μηχανολογικών προβλημάτων απαιτούνται πλέγματα μεγάλου αριθμού πεπερασμένων στοιχείων) [25, 26].



Εικ. 3.9 Τετραπλευρικό στοιχείο τεσσάρων κόμβων στο σύστημα συντεταγμένων αναφοράς (ισοπαραμετρικές) και στο σύστημα φυσικών συντεταγμένων.



Εικ. 3.10 Εξαεδρικό στοιχείο οκτώ κόμβων στο σύστημα συντεταγμένων αναφοράς (ισοπαραμετρικές) και στο σύστημα φυσικών συντεταγμένων.

Μερικές από τις τεχνικές που διατυπώθηκαν για την ικανοποίηση κάποιων από τις προαναφερθείσες προϋποθέσεις περιλαμβάνουν: περιορισμένη αριθμητική ολοκλήρωση (reduced integration/quadrature), σταθεροποίηση ή έλεγχος μορφών κλεψύδρας (stabilization / hourglass control), μικτές/υβριδικές αρχές μεταβολών (mixed/hybrid variational principle) - για μετατοπίσεις-τάσεις-παραμορφώσεις - με χρήση της συμπληρωματικής ενέργειας (complementary energy), μικτές αρχές μεταβολών κατά Hu-Washizu, κ.α. [3, 16, 25, 26, 38, 70-77, 82, 83, 89, 90, 93, 95, 97-103].

Τα πεπερασμένα στοιχεία κελύφους (shell element) συνιστούν κύριο εργαλείο ανάλυσης των κατασκευών λεπτού πάχους (σε σχέση με τις υπόλοιπες διαστάσεις) σε όλα τα πεδία εφαρμογών (στατικά, δυναμικά, γραμμικά, μη γραμμικά). Η έρευνα γύρω από αυτά - από τα μέσα της δεκαετίας του 1960 μέχρι και σήμερα - αφορά στην ανάπτυξη θεωρητικών μοντέλων και την εφαρμογή τους στα πρακτικά προβλήματα της μηχανικής. Οι βασικές προσεγγίσεις στην υπολογιστική ανάλυση κελυφών μπορούν γενικά να κατηγοριοποιηθούν ως εξής: εκφυλισμένου - από στερεό (3D) - στοιχείου κελύφους (degenerated shell), συνισταμένης τάσης (stress resultant), περιορισμένης ολοκλήρωσης με σταθεροποίηση μέσω ελέγχου μορφών κλεψύδρας (reduced integration with stabilization / hourglass control), μη συμβατικών στοιχείων (incompatible element), βελτιωμένης παραμόρφωσης (enhanced strain), βελτιωμένης παραμόρφωσης για τριδιάστατου τύπου πεπερασμένα στοιχεία (3-D type element), στοιχεία περιστροφικών βαθμών ελευθερίας επί του επιπέδου τους (drilling degrees of freedom element), στοιχεία συστρεφόμενου συστήματος (corotational framework shell), πεπερασμένα στοιχεία σύνθετου υλικού (composite shell finite element) [26, 31, 34, 35, 41]. Φαίνεται ότι καμία θεωρία από μόνη της δεν είναι τόσο γενικευμένη και επαρκής για όλο το φάσμα των εφαρμογών. Κάποια αριθμητικά σχήματα είναι περιορισμένης γενικότητας, προκειμένου να επιτευχθεί μεγαλύτερη ακρίβεια και

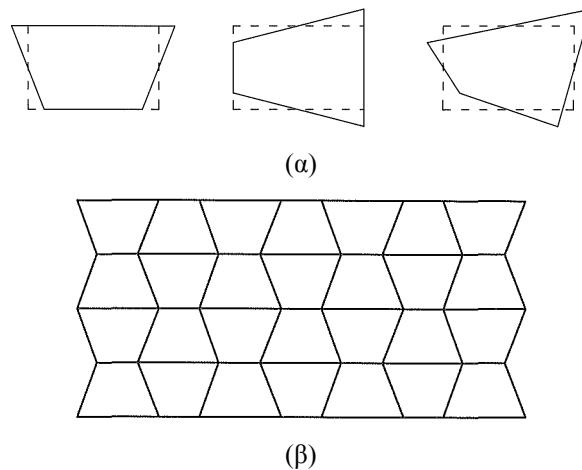
υψηλότερη απόδοση σε συγκεκριμένα προβλήματα, ενώ σε άλλα υπάρχουν συμβιβασμοί ως προς την ακρίβεια, με σκοπό την εφαρμογή σε μεγαλύτερο εύρος μηχανολογικών προβλημάτων. Πάντως, οποιοσδήποτε επιτυχημένος τύπος πεπερασμένου στοιχείου συνιστά συνδυασμό περισσότερων της μιας από τις προταθείσες τεχνικές μοντελοποίησης.

Η χρησιμότητα των στοιχείων κελύφους (shell element) έγκειται στο γεγονός ότι επιτρέπουν στο μηχανικό τη μοντελοποίηση πολύπλοκων κατασκευών λεπτού πάχους σε ιδιαίτερα αποδοτικότερο συνδυασμό αριθμητικής ακρίβειας και υπολογιστικής ταχύτητας σε σχέση με στερεού τύπου (τριδιάστατα) στοιχεία (solid element). Τα (επίπεδα) τετραπλευρικά στοιχεία αποτελούν, κυρίως λόγω της απλής αριθμητικής διατύπωσής τους, τα δομικά συστατικά των καμπύλων κελυφών. Το επίπεδο στοιχείο κελύφους συνιστά συνδυασμό ενός στοιχείου πλάκας (plate element) - ως προς την καμπτική λειτουργία - και ενός στοιχείου μεμβράνης (membrane element) - έκταση και μεταβολή του πάχους.

Για τη μοντελοποίηση κατασκευών λεπτού πάχους - σε σχέση με τις υπόλοιπες διαστάσεις - χρησιμοποιούνται κυρίως τα τετραπλευρικά τεσσάρων κόμβων πεπερασμένα στοιχεία κελύφους (four-node quadrilateral shell element). Στα μη γραμμικά προβλήματα, ένα επίπεδο στοιχείο ενός μόνο σημείου (περιορισμένης/ανηγμένης) ολοκλήρωσης (single/one-point quadrature ή reduced integration) είναι ιδιαίτερα αποδοτικό υπολογιστικά, εφόσον η εφαρμογή της καταστατικής εξίσωσης και η ανάλυση της κινηματικής του στοιχείου καταναλώνουν μεγάλο τμήμα του υπολογιστικού έργου. Ο όρος “ολοκλήρωση ενός σημείου” αναφέρεται στον αριθμό των σημείων ολοκλήρωσης - ένα στη συγκεκριμένη περίπτωση - στο επίπεδο/επιφάνεια αναφοράς (reference surface) του στοιχείου. Στην πραγματικότητα, όμως, κατά τη διεύθυνση του πάχους χρησιμοποιούνται περισσότερα σημεία (ανάλογα με την πολυπλοκότητα της συμπεριφοράς του υλικού). Οπότε, ουσιαστικά ενσωματώνεται μια αλληλουχία - κατά τη διεύθυνση του πάχους - σημείων ολοκλήρωσης στη θέση κάθε σημείου ολοκλήρωσης στο επίπεδο του στοιχείου [26, 31, 34, 69, 70, 72, 73, 75-77].

Εν τούτοις, ένα τετραπλευρικό (quadrilateral) στοιχείο με διγραμμικά ισοπαραμετρικά (bilinear isoparametric) πεδία κινηματικής (κάμψης και περιστροφής) και ένα σημείο ολοκλήρωσης στο (μέσο) επίπεδό του, βασισμένο στην κατά Mindlin θεωρία πλακών [68, 17, 22, 41-43, 88, 93], αποδεικνύεται ελλιπούς τάξης (rank deficient), δηλ., η τάξη του μητρώου δυσκαμψίας του στοιχείου είναι

μικρότερη από το συνολικό αριθμό των βαθμών ελευθερίας του, μειωμένου κατά τον αριθμό των κινήσεων απαραμόρφωτου/στερεού σώματος (rigid-body motion/mode) του στοιχείου. Για κάποιες διατάξεις πλέγματος, εντατικές καταστάσεις και συνοριακές συνθήκες αυτό καταλήγει σε ιδιομορφία (singularity) ή σχεδόν ιδιομορφία του καθολικού μητρώου δυσκαμψίας (μηδενική ορίζουσα - μη αντιστρέψιμο μητρώο), που εκδηλώνεται με αποτελέσματα/μορφές έντονων χωρικών διακυμάνσεων, συχνά καλούμενες “μορφές κλεψύδρας” (hourglass mode) (Εικ. 3.11). Η χρήση σχημάτων ολοκλήρωσης ενός σημείου και για τις ογκομετρικές (volumetric) και για τις αποκλίνουσες (deviatoric) τάσεις οδηγεί σε κάποιους τρόπους παραμόρφωσης που παραμένουν χωρίς τάσεις. Ο λόγος έγκειται στο ότι αν ένα πλέγμα στοιχείων είναι σύμφωνο με μια συνολική διάταξη αυτών των τρόπων παραμόρφωσης - όπως και κινήσεων στερεού σώματος - αυτοί σύντομα επικρατούν και φθείρουν την επίλυση. Αυτοί οι τρόποι παραμόρφωσης λέγονται κινηματικοί (kinematic) ή μηδενικής ενέργειας (zero energy) ή κλεψύδρας (hourglass) ή πλαστοί ιδιάζοντες (spurious singular) και εκδηλώνονται με χωρικές διακυμάνσεις του πλέγματος (ιδιομορφία - singularity - του καθολικού μητρώου δυσκαμψίας) [26, 69, 70, 71, 74].

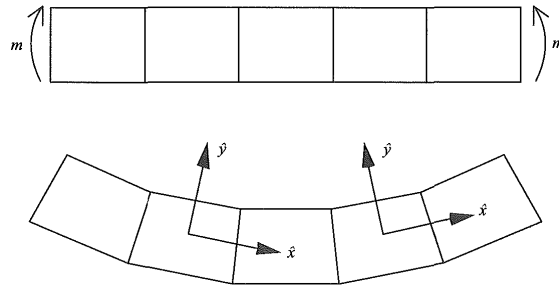


Εικ. 3.11 Τύποι παραμόρφωσης hourglass σε μεμονωμένο τετραπλευρικό στοιχείο (α) και τμήμα πλέγματος (β)

Εφαρμογές, στις οποίες παρουσιάζονται μεγάλες παραμορφώσεις, συχνά περιορίζονται από την ασυμπιεστότητα (incompressibility) του υλικού, που οδηγεί στο φαινόμενο του λεγόμενου “κλειδώματος” των πεπερασμένων στοιχείων (element locking). “Κλείδωμα” προκύπτει όταν οι μετατοπίσεις των κόμβων προκύπτουν πολύ μικρές και δε συγκλίνουν ή συγκλίνουν με πολύ αργό ρυθμό, ενώ συμβαίνει κυρίως στα κοινά στοιχεία μετατόπισης (displacement element), όπως είναι τα ευρέως

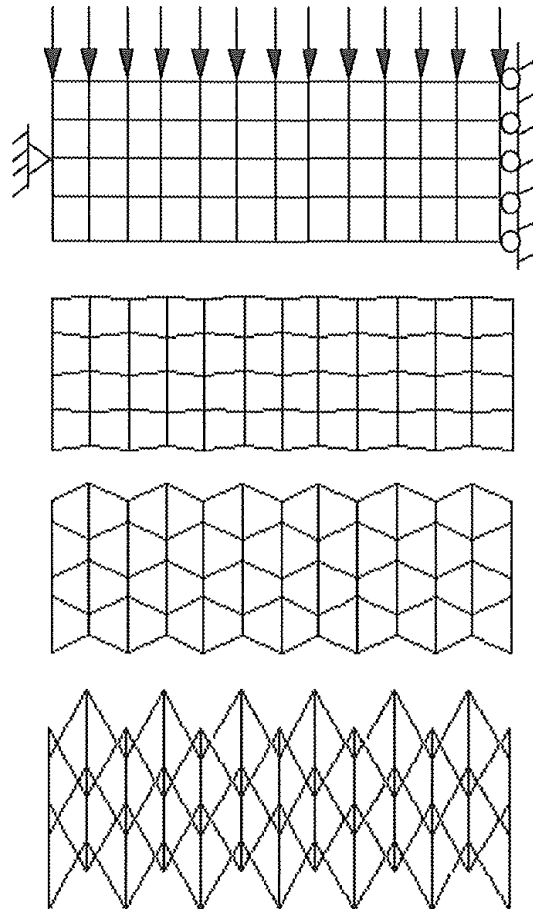
χρησιμοποιούμενα συνήθη τετραπλευρικά στοιχεία τεσσάρων κόμβων. Κύριες μέθοδοι αντιμετώπισης του προβλήματος συνιστούν οι τεχνικές περιορισμένης/ανηγμένης ολοκλήρωσης - που αναφέρθηκαν προηγουμένως - ή οι μικτές/υβριδικές μέθοδοι (mixed/hybrid method). Οι πρώτες, λόγω της ελλιπούς τάξης των στοιχείων κατώτερης ολοκλήρωσης, που οδηγεί σε μορφές hourglass, συνοδεύονται από τεχνικές σταθεροποίησης (stabilization) για την ανάσχεση του φαινομένου. Πεπερασμένα στοιχεία που αναπτύχθηκαν με βάση την αρχή μεταβολών των Hu-Washizu [3, 13, 14, 16, 26, 38, 83, 103] - μικτά/υβριδικά στοιχεία - αφενός δεν φαίνεται να παρουσιάζουν έλλειμμα τάξης (αποφυγή hourglass) και αφετέρου συμπεριφέρονται ικανοποιητικά σε συνθήκες συνεπίπεδης κάμψης και ασυμπίεστου υλικού (αποφυγή locking).

Το πρόβλημα επιλύθηκε με την ανάπτυξη και χρήση πεπερασμένων στοιχείων πλήρους ολοκλήρωσης, δηλ., με τέσσερα (2×2) σημεία ολοκλήρωσης στη μέση επιφάνεια του στοιχείου, τα οποία όμως - υπό συνθήκες - παρουσιάζονται πολύ δύσκαμπτα ή τείνουν να “κλειδώνουν” (element locking: οι μετατοπίσεις προκύπτουν πολύ μικρές και δε συγκλίνουν ή συγκλίνουν με πολύ αργό ρυθμό). Στα τετραπλευρικά στοιχεία το λεγόμενο “κλείδωμα” (element locking: οι μετατοπίσεις προκύπτουν πολύ μικρές - υπέρμετρη δυσκαμψία - και δε συγκλίνουν ή συγκλίνουν με πολύ αργό ρυθμό) εμφανίζεται είτε ως “κλείδωμα” λόγω ογκομετρικής παραμόρφωσης (volumetric locking) στα προβλήματα επίπεδης παραμόρφωσης (plane strain) για ασυμπίεστα (incompressible) υλικά - καθώς στα προβλήματα επίπεδης έντασης (plane stress) τα ασυμπίεστα υλικά διευθετούνται μέσω της μεταβολής του πάχους - είτε ως “κλείδωμα” λόγω διατμητικής παραμόρφωσης (shear locking) ή μεμβρανικής παραμόρφωσης (membrane locking) σε συνθήκες καθαρής κάμψης. Οι παραμορφώσεις που προκαλούν την εμφάνιση του locking καλούνται πλαστές ή παρασιτικές μορφές (spurious/parasitic mode), καθώς δεν προκύπτουν από την υφιστάμενη εντατική κατάσταση. Στην Εικ. 3.12 παρουσιάζεται καθαρή κάμψη δοκού μοντελοποιημένης με μία σειρά πεπερασμένων στοιχείων, όπου λαμβάνει χώρα locking λόγω αναπτυσσόμενης παρασιτικής διατμητικής παραμόρφωσης τύπου “κλεψύδρα” (hourglass mode).

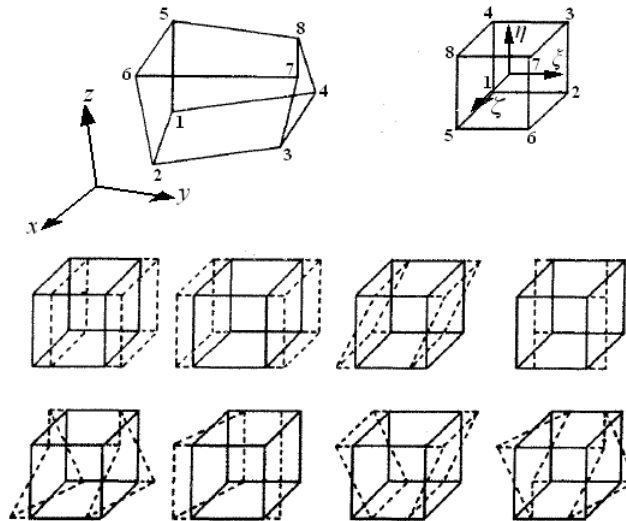


Εικ. 3.12 Μοντέλο δοκού σε καθαρή κάμψη: “Κλείδωμα” λόγω παρασιτικής/πλαστικής διάτμησης (shear locking) μορφής “κλεψύδρας” (hourglass) [26]

Τα μοτίβα παραμόρφωσης μορφής “κλεψύδρας” (hourglass), που αποτελούν χαρακτηριστική περίπτωση πλαστών μορφών (spurious singular mode), συνιστούν χωρική (πλεγματική) αστάθεια που οφείλεται στην ελλειπή τάξη του μητρώου δυσκαμψίας του στοιχείου (Εικ. 3.13, 3.14). Άλλωστε, το κύριο ζητούμενο στη συμπεριφορά του πεπερασμένου στοιχείου αποτελεί η δομή και η ποιότητα του μητρώου δυσκαμψίας (stiffness matrix) του στοιχείου.



Εικ. 3.13 Δημιουργία και ανάπτυξη μοτίβου παραμόρφωσης hourglass [26]

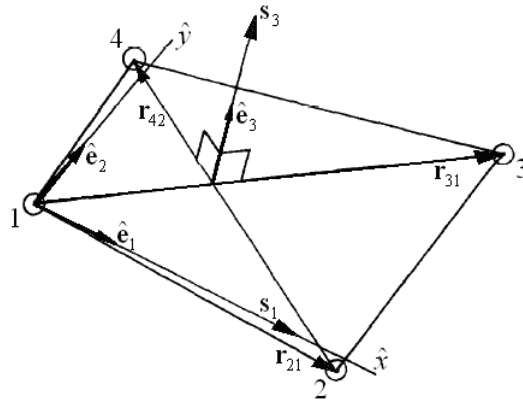


Εικ. 3.14 Τρόποι παραμόρφωσης εξαεδρικού (solid) πεπερασμένου στοιχείου: η κάτω σειρά περιλαμβάνει μοτίβα παραμόρφωσης hourglass [70].

3.4.2 Τετραπλευρικό (shell) στοιχείο τεσσάρων κόμβων των Belytschko-Lin-Tsay (BLT) του κώδικα Ls-Dyna (Elform=2)

Ένα διγραμμικά ισοπαραμετρικό (bilinear isoparametric) στοιχείο με ένα σημείο ολοκλήρωσης (single-point quadrature) στο (μέσο) επίπεδο του στοιχείου, είναι των Belytschko-Lin-Tsay (BLT) [69], που υιοθετείται ευρύτατα - και ως default επιλογή - σε μεγάλης κλίμακας αναλύσεις στους εμπορικούς explicit κώδικες πεπερασμένων στοιχείων που αναπτύχθηκαν για την ανάλυση της συμπεριφοράς κατασκευών έναντι πρόσκρουσης (crashworthiness), καθώς συνδυάζει αριθμητική απλότητα και προσαρμοστικότητα, καλή συνεργασία με τα διαγώνια μητρώα μάζας των explicit κωδίκων, ικανοποιητική ακρίβεια και υψηλή υπολογιστική ταχύτητα, δηλαδή, υψηλή απόδοση και αποτελεσματικότητα, συνολικά. Στον κώδικα πεπερασμένων στοιχείων Ls-Dyna το BLT στοιχείο κατατάσσεται και ως “στοιχείο (μαθηματικής) διατύπωσης 2” (shell element formulation ή Elform=2). Βασίζεται στη θεωρία πλακών/κελυφών κατά Mindlin (Mindlin plate theory) [68] - ή θεωρία διατμητικής παραμόρφωσης πρώτης τάξης (first-order shear deformation theory) - για τον ορισμό των κινηματικών και κινητικών καταστατικών μεταβλητών και σχέσεων μιας συνδυασμένης διατύπωσης συστρεφόμενων συντεταγμένων (co-rotational coordinates) και ρυθμού παραμόρφωσης (rate of deformation ή velocity strain). Η αποδοτικότητα του στοιχείου επιτυγχάνεται με τις μαθηματικές απλοποιήσεις που προκύπτουν από αυτές τις δύο κινηματικές υποθέσεις. Με την ενσωμάτωση στο στοιχείο ενός (συστρεφόμενου) συστήματος συντεταγμένων αποφεύγονται οι πολύπλοκες διατυπώσεις της μη-γραμμικής μηχανικής, ενώ η επιλογή του ρυθμού

παραμόρφωσης διευκολύνει την καταστατική διατύπωση, καθώς η συζυγής τάση - στην ισχύ - είναι η (φυσική) τάση Cauchy (Εικ. 3.15).



Εικ. 3.15 Σύστημα συντεταγμένων τετραπλευρικού στοιχείου BLT [69]

Ο κύριος στόχος της διατύπωσης του στοιχείου BLT ήταν η επίτευξη σύγκλισης και ευστάθειας με τον ελάχιστο αριθμό υπολογισμών. Γι' αυτό το λόγο, στο στοιχείο ενσωματώθηκαν διγραμμικά ισοπαραμετρικά (bilinear isoparametric) πεδία κινηματικής (κάμψης και περιστροφής) και ένα σημείο ολοκλήρωσης στο (μέσο) επίπεδο του όταν το υλικό είναι γραμμικό. Για μη γραμμικά υλικά, χρησιμοποιείται - στο αντίστοιχο μοναδικό σημείο του μέσου επιπέδου και κατά το πάχος του στοιχείου - ένας αριθμός σημείων ολοκλήρωσης. Καθώς το συγκεκριμένο στοιχείο - με το ένα σημείο ολοκλήρωσης επί του μέσου επιπέδου - θα ήταν ελλιπούς τάξης, έχει ενσωματωθεί σχετικός έλεγχος μορφών κλεψύδρας (hourglass control) [70-72]. Επιπλέον, λόγω της έμφασης που δόθηκε στην επίτευξη υψηλής ταχύτητας αριθμητικών υπολογισμών, κάποιες απλοποιήσεις κατά τη διατύπωση των εξισώσεων του στοιχείου ήταν αναγκαίες, με αποτέλεσμα, την ύπαρξη ορισμένων εγγενών αδυναμιών στην ακριβή προσομοίωση ειδικών περιπτώσεων διάταξης πλέγματος (έντονα στρεβλωμένα - μη επίπεδα - στοιχεία ή συνθήκες φόρτισης (στρέψη δοκού)).

Πέραν της αποτελεσματικής επίδοσης έναντι μεγάλων παραμορφώσεων και της σημαντικής οικονομίας σε υπολογιστικό χρόνο, τα shell στοιχεία μοναδικού σημείου ολοκλήρωσης, όπως αυτό των Belytschko-Tsay (Elform=2) ([69], βλ., ενότητα 3.4.5), είναι επιρρεπή σε μηδενικής ενέργειας σχηματισμούς παραμόρφωσης, που αναφέρονται και ως μορφές “κλεψύδρα” (Εικ. 3.11, 3.13, 3.16). Λόγω της ύπαρξης ενός σημείου ολοκλήρωσης, τα στοιχεία μπορούν να υποστούν, π.χ., διάτμηση (shear), δίχως την εμφάνιση ενέργειας, οπότε ο FE κώδικας αντιδρά με την εισαγωγή (κατανάλωση) ενέργειας από το μοντέλο. Έτσι, αν τα στοιχεία αυτά πρόκειται να

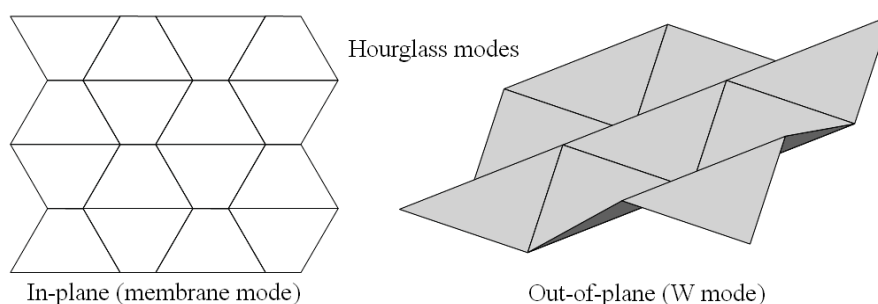
υποστούν περαιτέρω (πραγματική) διάτμηση ή άλλη παραμόρφωση, η (περιορισμένη) υπολειπόμενη/διαθέσιμη ενέργεια δεν επαρκεί για να αποδώσει τις παραμορφώσεις αυτές, οδηγώντας σε “κλείδωμα” των στοιχείων (παρουσιάζουν αφύσικα υπερβολική δυσκαμψία) λόγω πλαστών (“παρασιτικών”) μορφών διάτμησης. Οι σχηματισμοί αυτοί είναι ταλαντωτικής φύσης και τείνουν να παρουσιάζουν περιόδους σημαντικά μικρότερες από εκείνες της απόκρισης της συνολικής κατασκευής, καταλήγοντας σε μη φυσικά δυνατές μαθηματικές διατυπώσεις. Τυπικά δεν παρουσιάζουν δυσκαμψία - παράγουν μηδενικές τάσεις και (πραγματικές) παραμορφώσεις - και αποδίδουν μια zigzag πλεγματική διαμόρφωση γνωστή ως παραμόρφωση “κλεψύδρα” [26, 70, 72, 74, 75, 95].

Κατάλληλες πρακτικές μοντελοποίησης κανονικά μπορούν να αποτρέψουν το hourglassing προτού καταστεί σημαντικό. Γενικές αρχές αποτελούν η λεπτή διακριτοποίηση (fine meshing), η ομοιόμορφη διάταξη πλέγματος με καλής ποιότητας σχήματος και αναλογίας διαστάσεων (aspect ratio) στοιχεία και η εφαρμογή κατανεμημένων φορτίων (αποφυγή σημειακών/συγκεντρωμένων φορτίων). Επιπλέον, στους κώδικες πεπερασμένων στοιχείων (και στο Ls-Dyna) παρέχεται η δυνατότητα εσωτερικού ελέγχου πρόληψης μορφών “κλεψύδρα” (hourglass control), μέσω της αύξησης είτε της ελαστικής δυσκαμψίας (elastic stiffness) είτε της ιξώδους απόσβεσης (viscous damping) της κατασκευής, ανάλογα με την ταχύτητα φόρτισης και τις ιδιότητες του μέσου, και πάντως με αμελητέες επιπτώσεις στους ευσταθείς καθολικούς τρόπους κίνησης/παραμόρφωσης.

3.4.3 Τετραπλευρικό (shell) στοιχείο τεσσάρων κόμβων πλήρους ολοκλήρωσης (fully integrated) του κώδικα Ls-Dyna (Elform=16)

Το στοιχείο κελύφους (shell element) - με δυνατότητα καμπτικής (πλάκα) και επίπεδης (δίσκος) εντατικής κατάστασης - τεσσάρων κόμβων πλήρους ολοκλήρωσης (fully integrated / Elform=16) βασίζεται στην εγκάρσια διατμητική ανάλυση των Dvorkin-Bathe [26, 77, 80-82] για την εξάλειψη της παραμόρφωσης σε μορφή κλεψύδρας “W” (hourglassing) (Εικ. 3.16). Οι άλλοι τρόποι παραμόρφωσης σε μορφή κλεψύδρας εξαλείφονται λόγω της επιλεκτικά περιορισμένης/ανηγμένης ολοκλήρωσης (selectively reduced integration/quadrature) που υιοθετείται στο στοιχείο. Αυτό σημαίνει ότι εφαρμόζεται πλήρης ολοκλήρωση (τέσσερα - 2×2 - σημεία ολοκλήρωσης στο επίπεδο του στοιχείου) στον υπολογισμό της συνολικής εντατικής κατάστασης, εκτός από την περίπτωση της εγκάρσιας διάτμησης, όπου -

προκειμένου να εξαλειφθεί το “κλείδωμα” (locking) του στοιχείου σε αυτήν - υιοθετείται περιορισμένη (ανηγμένη σε ένα σημείο στο επίπεδο του στοιχείου) ολοκλήρωση. Συγχρόνως, για να αποφευχθεί η παραμόρφωση σε μορφή κλεψύδρας “W” (hourglassing) - λόγω της ολοκλήρωσης ενός σημείου - υπό συνθήκες εγκάρσιας διάτμησης ενσωματώνεται η σχετική ανάλυση των Dvorkin-Bathe. Το στοιχείο πλήρους ολοκλήρωσης (elform=16), που βασίζεται επίσης - όπως το στοιχείο BLT (elform=2) - στη θεωρία διατμητικής παραμόρφωσης πρώτης τάξης [68], γενικά παρουσιάζει εξαιρετική ακρίβεια με μεγαλύτερο υπολογιστικό κόστος.



Εικ. 3.16 Μοτίβα "κλεψύδρας" (hourglassing) σε shell πεπερασμένα στοιχεία.

Έναν τρόπο για την ολοκληρωτική ουσιαστικά εξάλειψη του hourglassing αποτελεί η μετάβαση σε τύπους shell στοιχείων πλήρους ολοκλήρωσης ή επιλεκτικά περιορισμένης ολοκλήρωσης. Τα shell στοιχεία πλήρους ολοκλήρωσης συνιστούν γενικά ασφαλή επιλογή κυρίως σε περιπτώσεις πολύπλοκης γεωμετρίας, σύνθετης διάταξης πλέγματος και συνδυασμένης εντατικής κατάστασης. Μάλιστα, με επιπλέον έλεγχο μορφών “κλεψύδρα”, που ενεργοποιεί τη δυσκαμψία στρέβλωσης (full projection warping stiffness) [77, 95] ώστε ενδεχόμενη στρέβλωση να μην επηρεάζει τη λύση, αναβαθμίζεται περαιτέρω η ακρίβεια της απόκρισής τους σε πολύ ειδικές συνθήκες (ιδιαίτερα αποτελεσματική μοντελοποίηση του προβλήματος - κριτηρίου απόδοσης των shell στοιχείων - της συστρεφόμενης δοκού (twisted beam)), με αντίτιμο το πρόσθετο υπολογιστικό κόστος [45].

3.4.4 Άλλες διατυπώσεις στοιχείων και τεχνικές

Τα κοινά (πεδίου μετατόπισης / displacement field) πλήρως ολοκληρωμένα πεπερασμένα στοιχεία συχνά (π.χ. ασυμπιεστο υλικό) τείνουν - όπως αναφέρθηκε προηγουμένως - να “κλειδώνουν”. Στην αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος συντέλεσε η ανάπτυξη πεπερασμένων στοιχείων πολλαπλού πεδίου (multi-field

element), τα οποία δεν κλειδώνουν και δεν εμφανίζουν υπέρμετρη δυσκαμψία - παρουσιάζοντας και γενικότερα βελτιωμένη συμπεριφορά - καθώς το πεδίο του ρυθμού παραμόρφωσης (rate of deformation ή velocity strain) είναι σχεδιασμένο κατάλληλα, ώστε να μηδενίζεται η ογκομετρική παραμόρφωση, με αποτέλεσμα να προλαμβάνεται το κλείδωμα που προκαλείται από την εμφάνισή της (volumetric locking). Συχνά καλούνται “assumed strain” και “assumed stress” πεπερασμένα στοιχεία, αφού το πεδίο παραμορφώσεων ή/και τάσεων σε αυτά τα στοιχεία παρεμβάλλεται ανεξάρτητα από το πεδίο μετατοπίσεων (θεωρούνται ως επιπλέον εξαρτημένες μεταβλητές). Ονομάζονται επίσης και μικτά ή υβριδικά στοιχεία (mixed/hybrid element), καθώς προκύπτουν από ασθενείς μορφές πολλαπλού πεδίου (μικτές/υβριδικές) (multi-field / mixed weak form) που συνιστούν μεταβολικές αρχές (variational principle) (π.χ., Hu-Washizu) [102-108].

Άλλη μέθοδο απάλειψης του “locking” στα πεπερασμένα στοιχεία συνιστά η χρήση περιορισμένης ή επιλεκτικά περιορισμένης ολοκλήρωσης, η οποία - η δεύτερη - συνίσταται αφενός στην ολοκλήρωση ενός σημείου των υψηλής δυσκαμψίας ογκομετρικών όρων (volumetric/hydrostatic stress) και αφετέρου στην πλήρη ολοκλήρωση επί των αποκλινόντων όρων (deviatoric stress), προλαμβάνοντας επιπλέον (με τη συνδυασμένη προσέγγιση) τις πλαστές παραμορφώσεις hourglass. Ως αποτέλεσμα, τα στοιχεία παρουσιάζουν ικανοποιητική σύγκλιση στις μετατοπίσεις σε δυσμενείς συνθήκες (ασυμπίεστα υλικά).

Ο σκοπός της χρήσης των συμβατικών - μετατόπισης - τετραπλευρικών στοιχείων πλήρους ολοκλήρωσης είναι η επίτευξη ευστάθειας και σύγκλισης, με μεγάλο όμως υπολογιστικό κόστος, λόγω της εγγενούς απαίτησης πολυάριθμων πράξεων για την αποτίμηση των μητρώων δυσκαμψίας και των ανυσμάτων των εσωτερικών δυνάμεων. Σε κάποιες περιπτώσεις - όπως προαναφέρθηκε - προκύπτει στα στοιχεία αυτά είτε “κλείδωμα” λόγω παρασιτικής/πλαστικής ογκομετρικής παραμόρφωσης (volumetric locking) - σε προβλήματα ασυμπίεστων υλικών - είτε κλείδωμα λόγω παρασιτικής εγκάρσιας διάτμησης (transverse shear locking) - σε κάμψη λεπτότοιχων κατασκευών (Εικ. 3.12).

Το τετραπλευρικό στοιχείο “Elform=16” είναι ένα πλήρως ολοκληρωμένο στοιχείο, όχι όμως συμβατικό στοιχείο μετατόπισης (displacement based), αλλά υβριδικό στοιχείο (τάσης και παραμόρφωσης, επιπλέον της μετατόπισης) - βασισμένο στην πλέον γενική από τις ασθενείς μορφές πολλαπλού πεδίου, την αρχή μεταβολών

των Hu-Washizu - ώστε, αφενός να μην “κλειδώνει” και αφετέρου να μην παρουσιάζει πλαστές παραμορφώσεις τύπου “κλεψύδρα”.

Επιπλέον, με την ενεργοποίηση των παραμέτρων “Nfail” (βλ. τελευταίο κεφάλαιο) στην κάρτα ελέγχου του στοιχείου κελύφους (“Control_Shell”) στον κώδικα, επιτρέπεται η αυτόματη διαγραφή των υπερβολικά στρεβλωμένων στοιχείων. Σε ένα ακραία στρεβλωμένο στοιχείο παρουσιάζεται αρνητική ιακωβιανή μήτρα σε κάποιο σημείο εντός του πεδίου του στοιχείου, όχι μόνο στα σημεία ολοκλήρωσης. Ο έλεγχος διενεργείται πέραν των σημείων ολοκλήρωσης, προκειμένου να επιτραπεί η διαγραφή των “πληγέντων” στοιχείων πριν την εγκατάσταση καθολικής αστάθειας, που θα οδηγούσε σε πρόωρο τερματισμό (σφάλματος) της υπολογιστικής διαδικασίας [45-46].

3.4.5 Παρουσίαση του στοιχείου των Belytschko-Lin-Tsay

Σε αυτήν την παράγραφο παρουσιάζονται τα βασικά στοιχεία του τετραπλευρικού (shell) στοιχείου τεσσάρων κόμβων των Belytschko-Lin-Tsay (Elform=2 στον κώδικα Ls-Dyna) με βάση κυρίως το πρωτότυπο άρθρο [69], τα άλλα σχετικά άρθρα [68, 70-72, 91, 92], καθώς και το θεωρητικό εγχειρίδιο του κώδικα Ls-Dyna [45].

Στην αρχή προσδιορίζονται οι βασικές κινηματικές και κινητικές καταστατικές μεταβλητές και σχέσεις της θεωρίας Mindlin, σε συνδυασμό με το ενσωματωμένο στο στοιχείο συστρεφόμενο (corotational) σύστημα συντεταγμένων και τις εξισώσεις πεπερασμένων στοιχείων, ενώ η παρουσίαση ολοκληρώνεται με την περιγραφή του ελέγχου hourglass στο στοιχείο.

Βασικοί όροι και εξισώσεις

Η γεωμετρία του shell πεπερασμένου στοιχείου προσδιορίζεται από την επιφάνεια αναφοράς του (reference surface) ή μέση επιφάνεια (midsurface), με συντεταγμένες x^m , y^m και z^m , καθώς και από το πάχος του, h . Η επιφάνεια αναφοράς του στοιχείου προσδιορίζεται από τη θέση των τεσσάρων (γωνιακών) κόμβων του στοιχείου. Η ταχύτητα \mathbf{v}^m της μέσης επιφάνειας δίνεται από

$$\mathbf{v}^m = \dot{\mathbf{x}}^m \quad \text{ή} \quad \left\{ \begin{matrix} v_x^m \\ v_y^m \\ v_z^m \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} \dot{x}^m \\ \dot{y}^m \\ \dot{z}^m \end{matrix} \right\}.$$

Στο shell πεπερασμένο στοιχείο ενσωματώνεται σύστημα συντεταγμένων (τοπικό, σε επίπεδο στοιχείου) που παραμορφώνεται-περιστρέφεται ταυτόχρονα με το

στοιχείο και ορίζεται αναφορικά με τους κόμβους του. Ο προσανατολισμός των τοπικών ανυσμάτων βάσης, $\hat{\mathbf{e}}_i$ καθορίζεται ως εξής:

Τα εφαπτόμενα στη μέση επιφάνεια ανύσματα είναι $\hat{\mathbf{e}}_1$ και $\hat{\mathbf{e}}_2$, ενώ ορίζεται το άνυσμα της λεγόμενης “διεύθυνση ίνας” (fiber direction), \mathbf{I} , το οποίο αρχικά συμπίπτει με το $\hat{\mathbf{e}}_3$, όπου

$$\hat{\mathbf{e}}_3 = \hat{\mathbf{e}}_1 \times \hat{\mathbf{e}}_2$$

και η γωνία μεταξύ \mathbf{I} και $\hat{\mathbf{e}}_3$ θεωρείται ότι παραμένει μικρή, έτσι ώστε

$$|\hat{\mathbf{e}}_3^T \mathbf{I} - 1| < \delta, \quad (3.4.1)$$

όπου η τάξη μεγέθους του δ εξαρτάται από την τιμή των παραμορφώσεων και την αναμενόμενη ακρίβεια.

Η ανυσματική τριάδα $\hat{\mathbf{e}}_1$, $\hat{\mathbf{e}}_2$, και $\hat{\mathbf{e}}_3$ ορίζεται να περιστρέφεται μαζί (corotational system) με το υλικό, ενώ τα ανύσματα $\hat{\mathbf{e}}_1$ και $\hat{\mathbf{e}}_2$ παραμένουν εφαπτόμενα στη μέση επιφάνεια. Αν ισχύει η συνθήκη (3.4.1) η διαφορά μεταξύ της περιστροφής του υλικού και της τριάδας $\hat{\mathbf{e}}_i$ είναι μικρή. Η θέση των $\hat{\mathbf{e}}_1$ και $\hat{\mathbf{e}}_2$ στη μέση επιφάνεια εξαρτάται από την περιστροφή (παραμόρφωση) του υλικού. Ως τοπικό άνυσμα $\hat{\mathbf{e}}_3$ λαμβάνεται το κάθετο στα ανύσματα \mathbf{r}_{31} και \mathbf{r}_{42} (Εικ. 3.15). Οι συνιστώσες του $\hat{\mathbf{e}}_3$ είναι:

$$\mathbf{s}_3 = \begin{Bmatrix} y_{31}z_{42} - z_{31}y_{42} \\ z_{31}x_{42} - x_{31}z_{42} \\ x_{31}y_{42} - y_{31}x_{42} \end{Bmatrix}$$

(εδώ ο διηγήσιος κάτω δείκτης δηλώνει διαφορά, π.χ.: $x_{31} = x_3 - x_1$),

$$\hat{\mathbf{e}}_3 = \mathbf{s}_3 / \|\mathbf{s}_3\|, \quad \|\mathbf{s}\| = (s_1^2 + s_2^2 + s_3^2)^{1/2}.$$

Το $\hat{\mathbf{x}}$ τοποθετείται στο στοιχείο μεταξύ των κόμβων 1 και 2, στην πλευρά 1-2. Το άνυσμα $\hat{\mathbf{e}}_1$ υπολογίζεται από τις σχέσεις:

$$\mathbf{r}_{21} = \begin{Bmatrix} x_{21} \\ y_{21} \\ z_{21} \end{Bmatrix},$$

$$\mathbf{s}_1 = [\mathbf{r}_{21} - (\mathbf{r}_{21}^T \hat{\mathbf{e}}_3) \hat{\mathbf{e}}_3],$$

$$\hat{\mathbf{e}}_1 = \mathbf{s}_1 / \|\mathbf{s}_1\|.$$

Το μητρώο $\hat{\mathbf{e}}_2$ προκύπτει τότε από

$$\hat{\mathbf{e}}_2 = \hat{\mathbf{e}}_3 \times \hat{\mathbf{e}}_1.$$

Στη συνέχεια, όποτε οι συνιστώσες ενός ταυστή διατυπώνονται με όρους των βασικών ανυσμάτων $\hat{\mathbf{e}}_i$ (του τοπικού - σε επίπεδο στοιχείου - συστήματος συντεταγμένων) θα φέρουν μια σήμανση στην πάνω πλευρά τους, όπως για παράδειγμα η τάση $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$. Οι συνιστώσες των ανυσμάτων βάσης του στοιχείου στο καθολικό σύστημα συντεταγμένων συμβολίζονται με \mathbf{e}_1^g , \mathbf{e}_2^g , και \mathbf{e}_3^g .

Όπως αναφέρεται και στο κλασικό άρθρο [68], η ταχύτητα ενός σημείου στο στοιχείο προσδιορίζεται ως

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}^m - \hat{z}\hat{\mathbf{e}}_3 \times \boldsymbol{\theta}, \quad (3.4.2)$$

όπου \mathbf{v}^m είναι η ταχύτητα της μέσης επιφάνειας του στοιχείου, $\boldsymbol{\theta}$ είναι το άνυσμα της γωνιακής ταχύτητας και \hat{z} είναι η απόσταση κατά μήκος της διεύθυνσης ίνας (δηλ. του πάχους) του shell στοιχείου.

Οι συνιστώσες της ταχύτητας παραμόρφωσης (velocity strain ή rate of deformation) \mathbf{d} στο συστρεφόμενο σύστημα (corotational) δίνονται από

$$\hat{d}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \hat{v}_i}{\partial \hat{x}_j} + \frac{\partial \hat{v}_j}{\partial \hat{x}_i} \right) \quad (3.4.3)$$

Αντικαθιστώντας τη (3.4.2) στην (3.4.3) προκύπτουν οι ακόλουθες εξισώσεις για την ταχύτητα παραμόρφωσης:

$$\begin{aligned} \hat{d}_x &= \frac{\partial \hat{v}_x^m}{\partial \hat{x}} + \hat{z} \frac{\partial \hat{\theta}_y}{\partial \hat{x}}, & \hat{d}_y &= \frac{\partial \hat{v}_y^m}{\partial \hat{y}} - \hat{z} \frac{\partial \hat{\theta}_x}{\partial \hat{y}}, \\ 2\hat{d}_{xy} &= \frac{\partial \hat{v}_x^m}{\partial \hat{y}} + \frac{\partial \hat{v}_y^m}{\partial \hat{x}} + \hat{z} \left(\frac{\partial \hat{\theta}_y}{\partial \hat{y}} - \frac{\partial \hat{\theta}_x}{\partial \hat{x}} \right), & 2\hat{d}_{yz} &= \frac{\partial \hat{v}_z^m}{\partial \hat{y}} - \hat{\theta}_x, & 2\hat{d}_{xz} &= \frac{\partial \hat{v}_z^m}{\partial \hat{x}} - \hat{\theta}_y \end{aligned} \quad (3.4.4)$$

Οι ταχύτητες παραμόρφωσης και η τάση διατυπώνονται σε μητρώο στήλης ως

$$\hat{\mathbf{d}}^T = [\hat{d}_x \quad \hat{d}_y \quad 2\hat{d}_{xy} \quad 2\hat{d}_{xz} \quad 2\hat{d}_{yz}]$$

και

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}}^T = [\hat{\sigma}_x \quad \hat{\sigma}_y \quad \hat{\sigma}_{xy} \quad \hat{\sigma}_{xz} \quad \hat{\sigma}_{yz}]$$

αντίστοιχα, ενώ ο ρυθμός του εσωτερικού έργου ανά μονάδα όγκου δίνεται ως

$$W = \mathbf{d}^T \boldsymbol{\sigma}.$$

Θεωρώντας το στοιχείο σε κατάσταση επίπεδης έντασης (plane stress), οι τάσεις διαχωρίζονται ως ακολούθως:

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \begin{Bmatrix} \hat{\boldsymbol{\sigma}}' \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}}'' \end{Bmatrix}, \quad \hat{\boldsymbol{\sigma}}'^T = [\hat{\sigma}_x \quad \hat{\sigma}_y \quad \hat{\sigma}_{xy}], \quad \hat{\boldsymbol{\sigma}}''^T = [\hat{\sigma}_{xz} \quad \hat{\sigma}_{yz}], \quad (3.4.5)$$

όπου $\boldsymbol{\sigma}'$ είναι οι τάσεις στο επίπεδο (in-plane stress) και $\boldsymbol{\sigma}''$ είναι οι εγκάρσιες διατμητικές τάσεις (transverse shear stress). Η ταχύτητα παραμόρφωσης \hat{d}_z προκύπτει από την υπόθεση ότι $\hat{\sigma}_z = 0$, ενώ οι τάσεις $\hat{\sigma}_{xz}$ και $\hat{\sigma}_{yz}$ θεωρούνται κυρίως παράμετροι διόρθωσης (penalty parameters) για την προσέγγιση της συνθήκης (3.4.1) και δεν υπολογίζονται κατ' ανάγκη από το νόμο τάσης-παραμόρφωσης που διέπει τις τάσεις στο επίπεδο. Αυτό απλοποιεί τη δομή της υπορουτίνας του νόμου συμπεριφοράς του υλικού χωρίς βλάβη της ακρίβειας. Εξάλλου, σημειώνεται ότι οι τάσεις υπολογίζονται πάντα με όρους των (corotational) συνιστωσών που ορίζονται από τα ανύσματα βάσης $\hat{\mathbf{e}}_i$. Η τριάδα αυτή περιστρέφεται ακριβώς με το υλικό, εκτός της μη συνεπίπεδης περιστροφής λόγω της διαφοράς μεταξύ της περιστροφής των $\hat{\mathbf{e}}_3$ και \mathbf{I} , η οποία όμως θεωρείται μικρή (βλ. (3.4.1)), οπότε είναι δυνατό να εκφραστεί άμεσα με διατύπωση ρυθμού οποιοσδήποτε νόμος ανισότροπου υλικού [69].

Εξισώσεις πεπερασμένων στοιχείων

Οι εξισώσεις κίνησης των πεπερασμένων στοιχείων είναι [25, 26]

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{f}^{\text{ext}} - \mathbf{f}^{\text{int}}$$

όπου \mathbf{M} είναι το μητρώο μάζας, \mathbf{f}^{ext} και \mathbf{f}^{int} είναι τα μητρώα των δυνάμεων στους κόμβους που απορρέουν από τις εξωτερικές δυνάμεις και τις εσωτερικές αντιστάσεις των στοιχείων, αντίστοιχα. Οι εσωτερικές δυνάμεις προκύπτουν με άθροιση:

$$\mathbf{f}^{\text{int}} = \mathbf{A} \begin{Bmatrix} \mathbf{f}^e \\ \mathbf{m}^e \end{Bmatrix},$$

όπου \mathbf{A} είναι το μητρώο των συνημίτονων κατεύθυνσης μεταξύ του καθολικού και του τοπικού συστήματος αναφοράς, ενώ οι δυνάμεις \mathbf{f}^e και οι ροπές \mathbf{m}^e στους κόμβους του στοιχείου e δίνονται από τη μεταβολική αρχή των δυνατών έργων (variational principle of virtual work) [13, 16, 25, 26, 69]

$$\delta \boldsymbol{\theta}_I^{eT} \mathbf{m}_I^e + \delta \mathbf{v}_I^{eT} \mathbf{f}_I^e = \delta \hat{\boldsymbol{\theta}}_I^{eT} \hat{\mathbf{m}}_I^e + \delta \hat{\mathbf{v}}_I^{eT} \hat{\mathbf{f}}_I^e = \int_{V^e} \delta \hat{\mathbf{d}}^T \hat{\boldsymbol{\sigma}} dV, \quad (3.4.6)$$

όπου V^e είναι ο όγκος του στοιχείου e . Επαναλαμβανόμενα υπογεγραμμένα κεφαλαία στοιχεία/γράμματα (εδώ το I) δηλώνουν άθροιση επί των κόμβων του στοιχείου, ενώ τα \mathbf{f}_I^e και \mathbf{m}_I^e είναι

$$\mathbf{f}_I^e = \begin{Bmatrix} f_{xI} \\ f_{yI} \\ f_{zI} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{m}_I^e = \begin{Bmatrix} m_{xI} \\ m_{yI} \\ m_{zI} \end{Bmatrix}.$$

Η παρούσα ανάλυση αφορά στο διγραμμικό τετραπλευρικό στοιχείο τεσσάρων κόμβων (bilinear four-node quadrilateral element) με ένα σημείο ολοκλήρωσης εντός αυτού (single-point quadrature), όπου ο όρος “ολοκλήρωση μονού σημείου” αναφέρεται στο γεγονός ότι ο υπολογισμός των ροπών και των μεμβρανικών δυνάμεων εκτελείται μόνο στο συγκεκριμένο σημείο εντός του στοιχείου. Στα ελαστοπλαστικά υλικά, στο σημείο αυτό και κατά τη διεύθυνση \hat{z} ($-\frac{1}{2}h \leq \hat{z} \leq \frac{1}{2}h$, όπου h είναι το πάχος του στοιχείου), είναι αναγκαίος ένας αριθμός σημείων ολοκλήρωσης για την εκτίμηση των ροπών και των μεμβρανικών δυνάμεων μέσω των τάσεων (οι οποίες, όπως και οι ρυθμοί παραμόρφωσης υπολογίζονται σε αυτά τα σημεία). Η επιφάνεια αναφοράς του στοιχείου προσεγγίζεται και στην απαραμόρφωτη και στην παραμορφωμένη κατάσταση με παρεμβολή εντός του στοιχείου,

$$\begin{Bmatrix} x^m \\ y^m \\ z^m \end{Bmatrix} = N_I(\xi, \eta) \begin{Bmatrix} x_I \\ y_I \\ z_I \end{Bmatrix},$$

όπου x_I , y_I και z_I είναι οι συντεταγμένες του κόμβου I .

Η έκφραση $N_I(\xi, \eta)$ αποτελεί τη γενική διατύπωση των συναρτήσεων σχήματος (shape function) ή παρεμβολής (interpolation function) και έχει ως εξής [25-27, 72]:

$$N_I(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi\xi_I)(1 + \eta\eta_I) \text{ (εδώ δεν υποδηλώνεται άθροιση στο } I\text{),}$$

όπου (ξ_I, η_I) , $I=1$ έως 4 και $\xi_I = [-1, +1, +1, -1]$, $\eta_I = [-1, -1, +1, +1]$.

Στη συνέχεια, σημειώνεται ότι

$$v_{xI}^m = \dot{x}_I, \quad v_{yI}^m = \dot{y}_I, \quad v_{zI}^m = \dot{z}_I,$$

ενώ το επιγεγραμμένο “m” παραλείπεται στη συνέχεια της παρούσας ανάλυσης αφού όλες οι μεταβλητές των κόμβων αναφέρονται στο μέσο επίπεδο.

Η γραμμική, η γωνιακή ταχύτητα και η μετατόπιση της μέσης επιφάνειας προσεγγίζονται από τις ίδιες συναρτήσεις σχήματος, οπότε [45]

$$\mathbf{v} = N_I(\xi, \eta) \mathbf{v}_I$$

$$\boldsymbol{\theta} = N_I(\xi, \eta) \boldsymbol{\theta}_I$$

$$\mathbf{x} = N_I(\xi, \eta) \mathbf{x}_I \quad (3.4.7)$$

Οι κεφαλαίοι δείκτες αναφέρονται στους κόμβους του στοιχείου και όταν επαναλαμβάνονται, όπως παραπάνω, δηλώνουν άθροιση επί των κόμβων του στοιχείου. Οι ταχύτητες παραμόρφωσης στα $\xi = 0$, $\eta = 0$, μέσω των (3.4.4) και (3.4.7), δίνονται από

$$\begin{aligned} \hat{d}_x &= B_{1I} \hat{v}_{xI} + \hat{z} B_{1I} \hat{\theta}_{yI}, & \hat{d}_y &= B_{2I} \hat{v}_{yI} - \hat{z} B_{2I} \hat{\theta}_{xI}, \\ 2\hat{d}_{xy} &= B_{2I} \hat{v}_{xI} + B_{1I} \hat{v}_{yI} + \hat{z} (B_{2I} \hat{\theta}_{yI} - B_{1I} \hat{\theta}_{xI}), \\ 2\hat{d}_{xz} &= B_{1I} \hat{v}_{zI} + N_I \hat{\theta}_{yI}, & 2\hat{d}_{yz} &= B_{2I} \hat{v}_{zI} - N_I \hat{\theta}_{xI}, \end{aligned} \quad (3.4.8)$$

όπου

$$B_{1I} = \frac{\partial N_I}{\partial \hat{x}}, \quad B_{2I} = \frac{\partial N_I}{\partial \hat{y}}.$$

Αν το μητρώο της ταχύτητας παραμόρφωσης διαμεριστεί πανομοιότυπα με το μητρώο της τάσης (βλ. (3.4.5)), τότε η (3.4.6) διατυπώνεται ως

$$\delta \boldsymbol{\theta}_I^{eT} \mathbf{m}_I^e + \delta \mathbf{v}_I^{eT} \mathbf{f}_I^e = \int_{V^e} (\delta \hat{\mathbf{d}}'^T + \hat{\boldsymbol{\sigma}}' \bar{\kappa} \delta \hat{\mathbf{d}}''^T \hat{\boldsymbol{\sigma}}'') dV \quad (3.4.9)$$

όπου $\bar{\kappa}$ είναι ο παράγοντας διάτμησης (shear factor) από τη θεωρία Mindlin [68], ο οποίος στην παρούσα ανάλυση εκλαμβάνεται ως μια αυθαίρετη παράμετρος, καθώς χρησιμεύει κυρίως ως παράγοντας ποινής για την επιβολή της συνθήκης καθετότητας - επί της μέσης επιφάνειας του shell στοιχείου - κατά Kirchhoff, όταν το πάχος του shell στοιχείου γίνεται μικρό [17, 22, 41, 42].

Μέσω των (3.4.8), (3.4.9) και της ολοκλήρωσης μονού σημείου προκύπτουν οι ακόλουθες διατυπώσεις για τις δυνάμεις και ροπές στους κόμβους:

$$\begin{aligned} \hat{f}_{xI} &= A (B_{1I} \hat{f}_x^R + B_{2I} \hat{f}_{xy}^R), \\ \hat{f}_{yI} &= A (B_{2I} \hat{f}_y^R + B_{1I} \hat{f}_{xy}^R), \\ \hat{f}_{zI} &= A \bar{\kappa} (B_{1I} \hat{f}_{xz}^R + B_{2I} \hat{f}_{yz}^R), \\ \hat{m}_{xI} &= A \left(B_{2I} \hat{m}_y^R + B_{1I} \hat{m}_{xy}^R - \frac{1}{4} \bar{\kappa} \hat{f}_{yz}^R \right), \\ \hat{m}_{yI} &= A \left(-B_{1I} \hat{m}_x^R - B_{2I} \hat{m}_{xy}^R + \frac{1}{4} \bar{\kappa} \hat{f}_{xz}^R \right), \\ \hat{m}_{zI} &= 0 \end{aligned}$$

όπου

$$\hat{f}_{\alpha\beta}^R = \int \hat{\sigma}_{\alpha\beta} d\hat{z}, \quad \hat{m}_{\alpha\beta}^R = -\int \hat{z} \hat{\sigma}_{\alpha\beta} d\hat{z},$$

ενώ οι παράγωγοι B_{1I} και B_{2I} των συναρτήσεων σχήματος υπολογίζονται στο ίδιο σημείο όπως και στις (8), δηλ. στο κέντρο του στοιχείου ($\xi = 0, \eta = 0$). Ο δείκτης “R” δηλώνει συνισταμένη, ενώ A είναι η επιφάνεια του στοιχείου, που υπολογίζεται από τη σχέση [70]

$$A = \frac{1}{2}(x_{31}y_{42} + x_{24}y_{13})$$

(εδώ ο διψήφιος κάτω δείκτης δηλώνει διαφορά, π.χ.: $x_{31} = x_3 - x_1$).

Έλεγχος μορφών hourglass (hourglass control)

Κύριος στόχος στην προγραμματιστική εφαρμογή αυτού του στοιχείου είναι η αξιοποίηση της απλότητάς του για την εξαγωγή σχέσεων που περιέχουν λίγους υπολογισμούς ώστε να εκτελείται αποδοτικά η explicit χρονική ολοκλήρωση. Βέβαια, λόγω χρήσης της ολοκλήρωσης μονού σημείου στο στοιχείο είναι απαραίτητος ο έλεγχος “hourglass”. Αυτό απαιτεί πρόσθετους υπολογισμούς, αλλά με προσαρμογή στο στοιχείο των τεχνικών που αναπτύσσονται στο [70] το επιπλέον υπολογιστικό κόστος είναι περιορισμένο.

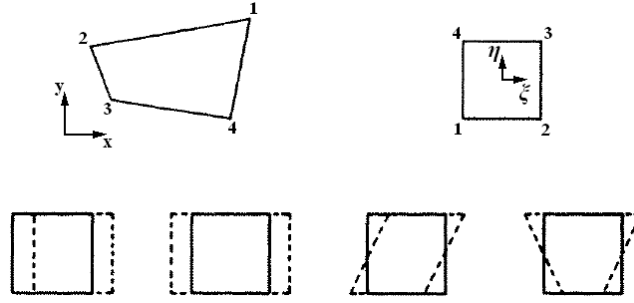
Προκειμένου να ανασχεθούν οι τρόποι παραμόρφωσης hourglass που συνοδεύουν την ολοκλήρωση ενός σημείου, προστίθενται τάσεις στις αντίστοιχες υλικές τάσεις σε επίπεδο στοιχείου. Ο έλεγχος “hourglass” που διατυπώνεται στη συγκεκριμένη ανάλυση, εκκινεί από προηγούμενες αναφορές [70-72], ορίζοντας το μητρώο γ (άνυσμα μορφής hourglass) με

$$\gamma_I = h_I - (h_J \hat{x}_{\alpha J}) B_{\alpha I} \quad \text{ή} \quad \gamma_I = h_I - [(\mathbf{h}^T \hat{\mathbf{x}}) B_{1I} + (\mathbf{h}^T \hat{\mathbf{y}}) B_{2I}],$$

όπου

$$h_I^T = [+1 \quad -1 \quad +1 \quad -1]$$

είναι το άνυσμα βάσης που παράγει τον τρόπο παραμόρφωσης hourglass που προκύπτει κατά την ολοκλήρωση ενός σημείου (Εικ. 3.17, 3.18) [70].



Εικ. 3.17 Τρόποι παραμόρφωσης (μετατόπισης κόμβων) σε τετραπλευρικό στοιχείο: Ο τέταρτος συνιστά μορφή hourglass [70]

Στις προηγούμενες εξισώσεις οι ελληνικοί κάτω δείκτες έχουν εύρος 2 και επαναλαμβανόμενοι αθροίζονται ($\hat{x}_{\alpha l} = (\hat{x}_{1l}, \hat{x}_{2l}) = (\hat{x}_l, \hat{y}_l)$), δηλ., $\hat{x}_{1l} = \hat{x}_l$, $\hat{x}_{2l} = \hat{y}_l$), ενώ στην παρούσα ανάλυση τα επαναλαμβανόμενα κεφαλαία γράμματα στους κάτω δείκτες δηλώνουν άθροιση επί των κόμβων του στοιχείου.

Οι γενικευμένοι hourglass ρυθμοί παραμόρφωσης είναι

$$\dot{q}_\alpha^B = \gamma_1 \hat{\theta}_{\alpha l}, \quad \dot{q}_3^B = \gamma_1 \hat{v}_{z l}, \quad \dot{q}_\alpha^M = \gamma_1 \hat{v}_{\alpha l}, \quad (3.4.10)$$

όπου οι δείκτες “B” και “M” δηλώνουν μορφές hourglass συνδεδεμένες με κάμψη (bending) και δυνάμεις στο επίπεδο (μεμβρανικές δυνάμεις), αντίστοιχα. Οι αντίστοιχοι γενικευμένοι hourglass ρυθμοί τάσης δίνονται από

$$\dot{Q}_\alpha^B = C_1 \dot{q}_\alpha^B, \quad \dot{Q}_3^B = C_2 \dot{q}_3^B, \quad \dot{Q}_\alpha^M = C_3 \dot{q}_\alpha^M,$$

όπου

$$C_1 = \frac{1}{192} r_\theta (Et^3 A) B_{\alpha l} B_{\alpha l}, \quad C_2 = \frac{1}{12} r_w (\bar{\kappa} G t^3) B_{\alpha l} B_{\alpha l}, \quad C_3 = \frac{1}{8} r_M (EtA) B_{\alpha l} B_{\alpha l}.$$

Στις σταθερές r_θ , r_w και r_M δίνονται γενικά τιμές μεταξύ 0.01 και 0.05, ενώ t είναι το

πάχος του στοιχείου. Για ελαστοπλαστικά υλικά τίθεται $E = \frac{1}{2} \tilde{C}_{\alpha\alpha}$, όπου \hat{C}_{ij} είναι οι

σταθερές που παράγουν τις συνιστώσες του τανυστή των τάσεων στο επίπεδο μέσω της

$$\hat{\sigma}' = \hat{C} \hat{d}'.$$

Οι δυνάμεις στους κόμβους που αντιστοιχούν στις hourglass γενικευμένες τάσεις είναι

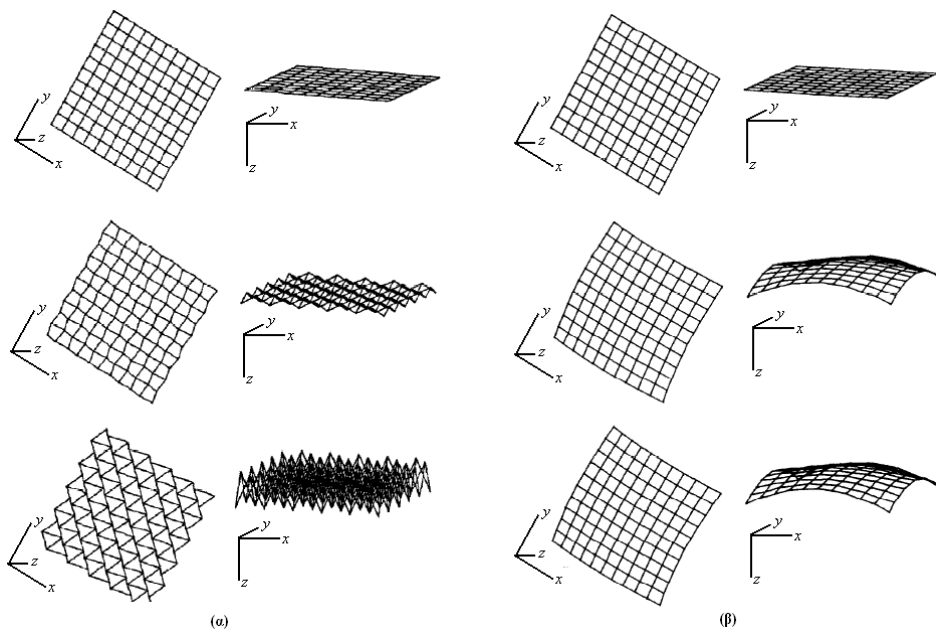
$$\hat{m}_{\alpha l}^H = \gamma_1 Q_\alpha^B, \quad \hat{f}_{z l}^H = \gamma_1 Q_3^B, \quad \hat{f}_{\alpha l}^H = \gamma_1 Q_\alpha^M,$$

όπου οι ολικές hourglass τάσεις προκύπτουν από τους ρυθμούς παραμόρφωσης [69].

Σημαντικό στοιχείο της προαναφερθείσας διαδικασίας ελέγχου hourglass είναι ότι δεν επηρεάζει την παραμόρφωση (straining) και τις κινήσεις απαραμόρφωτου

σώματος (rigid body mode) σε ένα επίπεδο στοιχείο, με αποτέλεσμα, αν οι ταχύτητες αντιστοιχούν σε μεταφορά ή περιστροφή του στοιχείου, όλοι οι γενικευμένοι hourglass ρυθμοί παραμόρφωσης μηδενίζονται. Αυτό είναι κρίσιμο για τη συμπεριφορά του στοιχείου που υπόκειται σε έλεγχο hourglass, καθώς, αν οι hourglass ρυθμοί παραμόρφωσης δε μηδενιστούν για κινήσεις στερεού σώματος, παράγονται δυνάμεις στους κόμβους από τις κινήσεις στερεού σώματος μέσω των γενικευμένων hourglass τάσεων. Όταν το στοιχείο είναι στρεβλωμένο (μη επίπεδο, δηλ., οι τέσσερις κόμβοι δεν είναι συνεπίπεδοι), παραμορφώσεις hourglass που εγείρονται με κινήσεις απαραμόρφωτου σώματος σχεδόν εξαλείφονται με ήπια τροποποίηση της (3.4.10) [69] (ο έλεγχος hourglass περιγράφεται διεξοδικά στις σχετικές βιβλιογραφικές αναφορές στο τέλος του κεφαλαίου).

Στους υπολογισμούς που αναφέρονται στην ανάλυση του στοιχείου BLT, χρησιμοποιείται η μέθοδος των κεντρικών διαφορών (central difference method) για τη χρονική ολοκλήρωση. Επίσης, το μητρώο μάζας είναι μητρώο συγκεντρωμένων μαζών (lumped mass matrix), ενώ ο παράγοντας διάτμησης \bar{k} εισάγεται μειωμένος προκειμένου να αυξηθεί το ευσταθές χρονικό βήμα της ανάλυσης (μείωση της μέγιστης συχνότητας) [69].



Εικ. 3.18 Διαδοχικές φάσεις παραμόρφωσης πλέγματος πλάκας εδρασμένης στις γωνίες: (α) χωρίς και (β) με έλεγχο hourglass [69].

3.4.6 Αναφορά στη θεμελίωση του τετραπλευρικού (shell) στοιχείου τεσσάρων κόμβων πλήρους ολοκλήρωσης (fully integrated, Elform=16 στον κώδικα Ls-Dyna).

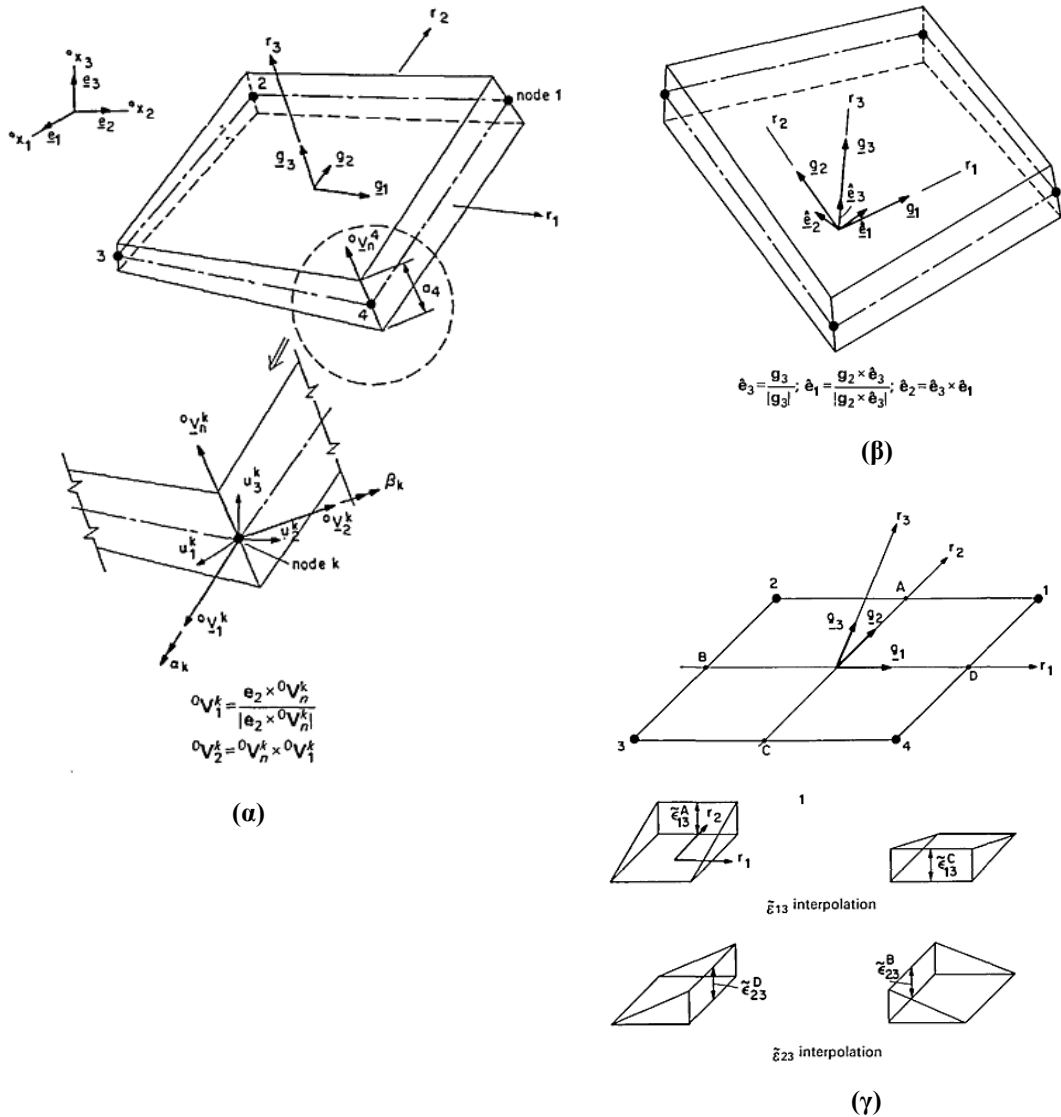
Το shell πεπερασμένο στοιχείο των Dvorkin-Bathe [80], που εμπίπτει στην τάξη των assumed strain στοιχείων (βλ., προηγούμενα εδάφια), θεωρείται ως ένα από τα πλέον ακριβή. Η διατύπωσή του βασίζεται στη μηχανική του τριδιάστατου συνεχούς μέσου και εφαρμόζεται σε ανάλυση μη γραμμικής γεωμετρίας και υλικών, αλλά είναι χαμηλής υπολογιστικής ταχύτητας λόγω της πλήρους ολοκλήρωσης (full integration/quadrature) που το συνοδεύει. Στο στοιχείο αυτό βασίζεται το shell στοιχείο πλήρους ολοκλήρωσης (Elform=16) του κώδικα Ls-Dyna, ενσωματώνοντας επιπλέον το μεταβολικό συναρτησιακό των Hu-Washizu για την παραγωγή μιας διαδικασίας σταθεροποίησης, όπου αποφεύγονται εντελώς παράμετροι τεχνητής δυσκαμψίας [76].

Η θεμελίωση του στοιχείου “Elform=16” εκκινεί από τη βασική διατύπωση της ασθενούς μορφής πολλαπλού (τριπλού) πεδίου των Hu-Washizu, που εμπεριέχει τρεις εξαρτημένες μεταβλητές: την ταχύτητα $\mathbf{v}(\mathbf{X}, t)$, το ρυθμό παραμόρφωσης $\bar{\mathbf{D}}(\mathbf{X}, t)$ (assumed rate-of-deformation) και την τάση $\bar{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{X}, t)$ (assumed stress). Ο όρος “assumed” χρησιμοποιείται καθώς τα μεγέθη αυτά παρεμβάλλονται ανεξάρτητα από το καθιερωμένο πεδίο μετατόπισης στη θεώρηση του συγκεκριμένου τύπου shell στοιχείου (Elform=16), προκειμένου να προκύψει βελτιωμένη απόκρισή του έναντι “hourglass” και “locking” (βλ., προηγούμενα εδάφια). Η μεταβολική μορφή της διατυπώνεται ως εξής [26]:

$$0 = \delta \Pi^{\text{HW}}(\mathbf{v}, \bar{\mathbf{D}}, \bar{\boldsymbol{\sigma}}) = \int_V \delta \bar{\mathbf{D}} : \boldsymbol{\sigma}(\bar{\mathbf{D}}) dV + \int_V \delta [\bar{\boldsymbol{\sigma}} : (\mathbf{D}(\mathbf{v}) - \bar{\mathbf{D}})] dV - \delta P^{\text{ext}} + \delta P^{\text{kin}}$$

$$0 = \delta \Pi^{\text{HW}}(\mathbf{v}, \bar{\mathbf{D}}, \bar{\boldsymbol{\sigma}}) = \int_V \delta \bar{D}_{ij} \sigma_{ij}(\bar{\mathbf{D}}) dV + \int_V \delta [\bar{\sigma}_{ij} (D_{ij}(\mathbf{v}) - \bar{D}_{ij})] dV - \delta P^{\text{ext}} + \delta P^{\text{kin}}$$

Το τοπικό σύστημα συντεταγμένων του στοιχείου είναι παρόμοιο με εκείνο των Belytschko-Lin-Tsay, ενώ στην ολοκληρωμένη ανάπτυξη του στοιχείου συμβάλλουν τεχνικές, όπως π.χ., η εγκάρσια διατμητική ανάλυση των Dvorkin-Bathe, που αναφέρονται διεξοδικά στις [77, 80-82,] (Εικ. 3.19).

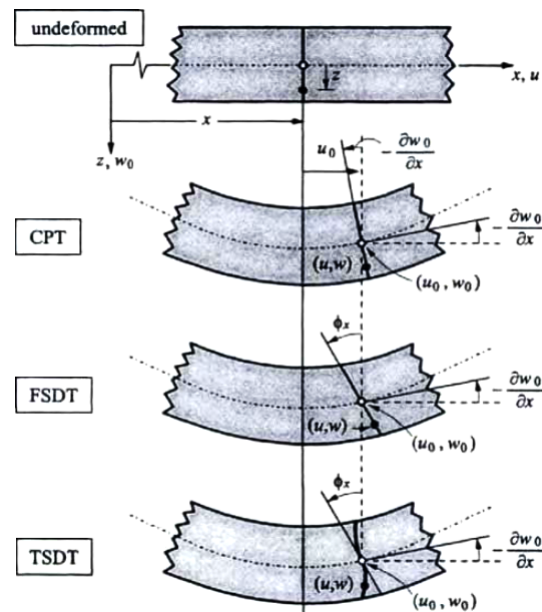


Εικ. 3.19 Διατύπωση του shell τετραπλευρικού στοιχείου τεσσάρων κόμβων των Dvorkin-Bathe [80]: (α) Κινηματικά μεγέθη, (β) τοπικό σύστημα συντεταγμένων, (γ) συναρτήσεις παρεμβολής για τις εγκάρσιες διατμητικές παραμορφώσεις.

3.4.7 Θεωρία ελαστικών πολύστρωτων (laminated) πλακών και περιγραφή του αντίστοιχου shell πεπερασμένου στοιχείου

Η μοντελοποίηση των σύνθετων πολύστρωτων ελασμάτων γίνεται συχνά με τη θεώρηση ενός και μόνου (ισοδύναμου) shell στοιχείου κατά τη διεύθυνση του πάχους του ελάσματος, με βάση την κλασική θεωρία πολύστρωτου ελάσματος (classical lamination theory - CLT), όπου οι δια μέσου του πάχους συνιστώσες της τάσης αγνοούνται. Η προσέγγιση αυτή κρίνεται επαρκής για την ανάλυση της συνολικής (μακροσκοπικής) συμπεριφοράς (καμπτική παραμόρφωση, κρίσιμο φορτίο λυγισμού) των λεπτότοιχων πολύστρωτων ελασμάτων. Η CLT συνιστά άμεση προέκταση της κλασικής θεωρίας πλακών (Classical Plate Theory - CPT), η οποία διέπεται από τη

γνωστή κινηματική υπόθεση των Kirchhoff-Love: οι επίπεδες διατομές παραμένουν επίπεδες, ενώ μια κάθετη στο μέσο επίπεδο ευθεία πριν την παραμόρφωση διατηρείται ευθεία και κάθετη στο μέσο επίπεδο και μετά την παραμόρφωση (Εικ. 3.20) [22, 32, 42]. Η θεωρία αυτή είναι επαρκής όταν ο λόγος του πάχους προς το μήκος είναι μικρός. Εν τούτοις, σε πολύστρωτες πλάκες και κελύφη από σύνθετα (ενισχυμένα με ίνες) υλικά η επίδραση του πάχους μπορεί να είναι σημαντική (στην εκτίμηση του μεγέθους της καμπτικής παραμόρφωσης, του φορτίου λυγισμού, κ.α.), καθώς τα εγκάρσια μέτρα ελαστικότητας είναι μικρότερα σε σύγκριση με τα αντίστοιχα διαμήκη (κατά μήκος των ενισχυτικών ινών).



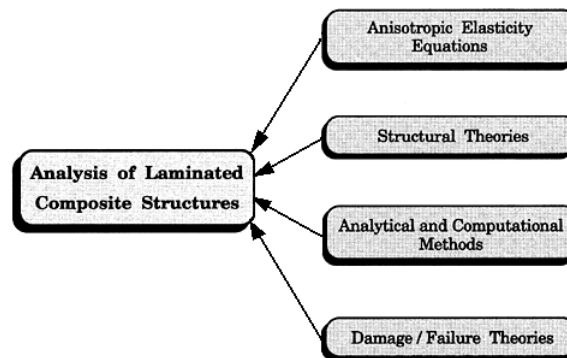
Εικ. 3.20 Απαραμόρφωτη και παραμορφωμένη γεωμετρία εγκάρσιας τομής πλάκας κατά τις διάφορες θεωρίες πλακών [22]

Προκειμένου να αντιμετωπιστούν οι αδυναμίες της CLT έχουν προταθεί βελτιωμένες (λεπτομερέστερες) θεωρίες - με τις αντίστοιχες κινηματικές σχέσεις - για τα πολύστρωτα ελάσματα. Πρόκειται για θεωρίες μονής στρώσης shell πεπερασμένων στοιχείων, όπου συνυπολογίζονται οι εγκάρσιες διατμητικές τάσεις, παρέχοντας βελτιωμένες εκτιμήσεις (σε σχέση με την CLT) για τη γενική συμπεριφορά (καμπτική παραμόρφωση, φορτίο λυγισμού) σύνθετων υλικών μέτριου πάχους. Μεταξύ αυτών ιδιαίτερη θέση κατέχει η θεωρία εγκάρσιας διατμητικής παραμόρφωσης πρώτης τάξης (First-Order Transverse Shear Deformation Theory - FSDT) του Mindlin, στην οποία βασίστηκαν διάφορα μοντέλα ανάλυσης της συμπεριφοράς πολύστρωτων ανισότροπων πλακών/κελυφών (Εικ. 3.20) [22, 32, 41, 42, 68]. Και στις δύο προσεγγίσεις (CLT και FSDT) πάντως όλες οι στρώσεις

εξετάζονται ως μία απλή ισοδύναμη στρώση, με αποτέλεσμα να μη μπορεί να μοντελοποιηθεί η στρέβλωση των διατομών. Επιπλέον, η υπόθεση περί μη παραμορφωμένης κάθετης γραμμής στο μέσο επίπεδο καταλήγει σε ασυμβίβαστες διατμητικές τάσεις μεταξύ διαδοχικών στρώσεων. Η δεύτερη θεωρία, καθώς υποθέτει ομοιόμορφη (προσεγγιστικά σταθερή) εγκάρσια διατμητική παραμόρφωση, αντιβαίνοντας στην υπόθεση περί μηδενικής εγκάρσιας διατμητικής τάσης στην άνω και κάτω επιφάνεια της πλάκας, απαιτεί την εισαγωγή ενός παράγοντα διόρθωσης της εγκάρσιας διατμητικής τάσης (shear correction factor), που εξαρτάται από τις ιδιότητες του υλικού και τις παραμέτρους της διαστρωμάτωσης της πλάκας. Άλλωστε είναι γνωστό ότι μια τέτοια θεωρία είναι κατάλληλη μόνο για την εκτίμηση της συνολικής συμπεριφοράς των πολύστρωτων κατασκευών. Κάποιοι από τους παραπάνω περιορισμούς παρακάμφθηκαν με τη διατύπωση θεωριών υψηλότερης τάξης για πολύστρωτες πλάκες και κελύφη (Εικ. 3.20) [22, 32, 41, 42]. Πάντως, λόγω της ανομοιογένειας του υλικού στις διεπιφάνειες των στρώσεων, οι θεωρίες μονής ισοδύναμης στρώσης δεν είναι κατάλληλες για λεπτομερή και ακριβή τοπική τασική ανάλυση. Επίσης, η παραμόρφωση (μη ευθύτητα) της κάθετης γραμμής στο μέσο επίπεδο δεν εξαρτάται μόνο από το πάχος του πολύστρωτου ελάσματος, αλλά και από τον προσανατολισμό και το βαθμό ανισοτροπίας των μεμονωμένων στρώσεων. Συνεπώς, η υπόθεση περί μη παραμορφωμένων καθέτων γραμμών, ενώ είναι αποδεκτή για ισότροπες πλάκες και κελύφη, συχνά είναι αδόκιμη για πολύστρωτες ανισότροπες πλάκες και κελύφη που έχουν μεγάλο κλάσμα μέτρου Young προς μέτρο διάτμησης, ακόμα και όταν είναι σχετικά λεπτού πάχους. Επομένως, για μια ακριβή και αποδοτική εκτίμηση της ελαστικής συμπεριφοράς (καμπτική παραμόρφωση, μεταβολή του πάχους, κατανομή των εγκάρσιων διατμητικών παραμορφώσεων και των εγκάρσιων ορθών τάσεων - zig zag μεταβολή - κατά τη διεύθυνση του πάχους, κ.λ.π.) των πολύστρωτων ανισότροπων πλακών/κελυφών απαιτείται μια θεωρία εγκάρσιας διατμητικής παραμόρφωσης, η οποία επιπλέον λαμβάνει υπόψη τη στρέβλωση της κάθετης γραμμής στο μέσο επίπεδο. Στη μία από τις δύο κατηγορίες προσεγγίσεων που έχουν διατυπωθεί πάνω στο σκεπτικό αυτό, δεν υιοθετείται η συνέχεια των εγκάρσιων - ορθών και διατμητικών - τάσεων, ενώ στην άλλη η συνέχεια της εγκάρσιας διατμητικής τάσης επιβάλλεται εκ των προτέρων [22, 42-44].

Τα ενισχυμένα με ίνες σύνθετα υλικά (fiber-reinforced composite materials) που προορίζονται για φέρουσες κατασκευές είναι συνήθως σε μορφή επάλληλων στρώσεων λεπτού πάχους. Φέροντα στοιχεία, όπως ράβδοι, δοκοί, πλάκες ή κελύφη

μορφοποιούνται με επιστοίβαση (stacking) των στρώσεων για την επίτευξη της επιθυμητής δυσκαμψίας και αντοχής. Ο προσανατολισμός των ινών σε κάθε στρώση και η αλληλουχία επιστοίβασης ή διαστρωμάτωσης (stacking sequence) των στρώσεων επιλέγονται ανάλογα με τη συγκεκριμένη εφαρμογή γι' αυτό το σκοπό. Η μελέτη αφορά στη διατύπωση εξισώσεων που περιγράφουν τη σχετική κινηματική της παραμόρφωσης, διέπουν την ισορροπία δυνάμεων και αντιπροσωπεύουν τη συμπεριφορά του πολύστρωτου σύνθετου υλικού των φερόντων στοιχείων. Στην ανάλυση εμπλέκονται η ελαστικότητα ανισότροπων υλικών, η δομική ανάλυση (κινηματική της παραμόρφωσης) πολύστρωτων κατασκευών, αναλυτικές και υπολογιστικές μέθοδοι επίλυσης των διεπουσών εξισώσεων και θεωρίες αστοχίας για την πρόβλεψη των τρόπων αστοχίας και τον προσδιορισμό των φορτίων κατάρρευσης [42] (Εικ. 3.21).

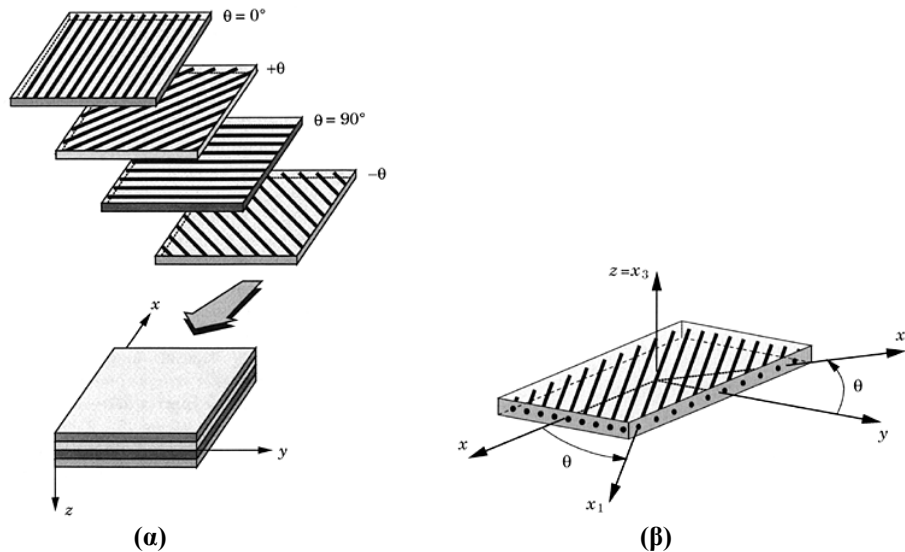


Εικ. 3.21 Βασικά βήματα ανάλυσης κατασκευών από πολύστρωτα σύνθετα (laminated composite) υλικά [42]

Στη συνέχεια του παρόντος εδαφίου παρουσιάζεται συνοπτικά μια ανασκόπηση της θεωρίας ελαστικών πολύστρωτων πλακών (elastic laminated theory) και κατόπιν περιγράφεται το αντίστοιχο shell πεπερασμένο στοιχείο (laminated shell formulation) και η ένταξή του στον κώδικα Ls-Dyna (σε σχέση με το περιγραφέν σε προηγούμενο εδάφιο βασικό μοντέλο shell στοιχείου των Belytschko-Lin-Tsay). Η διατύπωση, οι συμβολισμοί και οι σχέσεις ακολουθούν κυρίως το σχετικό άρθρο των Murray-Schwer [109] και δευτερευόντως το θεωρητικό εγχειρίδιο του κώδικα Ls-Dyna [45]. Επιπλέον βιβλιογραφικές αναφορές που περιέχουν εκτενώς τη σχετική θεωρία σημειώνονται στο κείμενο [22, 42, 44], ενώ εκτεταμένος σχετικός κατάλογος παρουσιάζεται στο τέλος του κεφαλαίου, καθώς και στο σχετικό κεφάλαιο της μοντελοποίησης.

Ανασκόπηση της θεωρίας ελαστικών πολύστρωτων πλακών

Στη μέση επιφάνεια της πλάκας ορίζονται οι ομοεπίπεδες συντεταγμένες x και y . Η πλάκα αποτελείται από επάλληλες στρώσεις υλικού προσανατολισμένες στις x και y διευθύνσεις ή υπό γωνία μεταξύ αυτών (Εικ. 3.22(α)). Μια τέτοια πολύστρωτη πλάκα καλείται “laminate” ενώ η μεμονωμένη στρώση καλείται “lamina”. Ένα lamina είναι μια μακροσκοπική συστατική μονάδα υλικού της οποίας οι ιδιότητες προσδιορίζονται μέσω πειραματικών δοκιμών.



Εικ. 3.22 (α) Πολύστρωτη πλάκα αποτελούμενη από στρώσεις με διαφορετικές διευθύνσεις ινών, (β) στρώση μονοδιευθυντικών ινών με τα συστήματα συντεταγμένων υλικού (x_1, x_2, x_3) και shell στοιχείου (x, y, z) [42]

Καταστατικές σχέσεις στρώσεων

Οι πολύστρωτες πλάκες χαρακτηρίζονται από τη σχετική τοποθέτηση (αλληλουχία διαστρωμάτωσης, τον προσανατολισμό και τις ιδιότητες των μεμονωμένων στρώσεων. Στη θεωρία πολύστρωτων πλακών που παρουσιάζεται ακροθιγώς στο παρόν εδάφιο, κάθε στρώση θεωρείται ορθότροπη και χαρακτηρίζεται από εννέα ελαστικές σταθερές διατυπωμένες βάσει των κύριων διευθύνσεων υλικού της στρώσης: $E_{11}, E_{22}, E_{33}, G_{12}, G_{13}, G_{23}, \nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$. Τα ψηφία των κάτω δεικτών συμβολίζουν τις κύριες διευθύνσεις του υλικού ως εξής: τα ψηφία 1 και 2 δηλώνουν τις διευθύνσεις στο επίπεδο της στρώσης (παράλληλα και κάθετα στις ίνες, αντίστοιχα) και το ψηφίο 3 τη διεύθυνση του πάχους της στρώσης. Θεωρείται επίσης ότι η κατά τη διεύθυνση του πάχους ορθή τάση σε κάθε στρώση της πολύστρωτης πλάκας είναι αμελητέα ($\sigma_{33} = 0$) (Εικ. 3.22 (β)).

Η ανηγμένη (reduced) καταστατική σχέση για ορθότροπη στρώση είναι:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix}. \quad (3.4.11)$$

Οι (ανηγμένες) καταστατικές συνιστώσες Q_{ij} σχετίζονται με τις ελαστικές ιδιότητες της στρώσης ως εξής:

$$Q_{11} = \frac{E_{11}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{22} = \frac{E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{44} = G_{23}, \quad Q_{55} = G_{13}, \quad Q_{66} = G_{12} \quad (3.4.12)$$

Λόγω των συμμετρικών ιδιοτήτων,

$$\nu_{ji} = \nu_{ij} \frac{E_{jj}}{E_{ii}},$$

όπου ν_{ij} είναι ο λόγος Poisson για την εγκάρσια παραμόρφωση στη j διεύθυνση όταν το υλικό τελεί υπό τάση στη i διεύθυνση, E_{ii} είναι το μέτρο του Young στη i διεύθυνση και G_{ij} είναι το μέτρο διάτμησης.

Σημειώνεται ότι οι ελαστικές σταθερές ν_{13} , ν_{13} και E_{33} δεν εμφανίζονται σε αυτές τις εκφράσεις γιατί οι επίπεδες τάσεις είναι ανεξάρτητες της ε_{33} λόγω της υπόθεσης μηδενικής κάθετης τάσης.

Για τον προσδιορισμό του μητρώου συνισταμένης τάσης - παραμόρφωσης μιας πολύστρωτης πλάκας πρέπει να οριστεί η καταστατική σχέση της κάθε στρώσης στο σύστημα συντεταγμένων της πλάκας. Το καταστατικό μητρώο, που συνδέει τις τάσεις με τις παραμορφώσεις στο σύστημα xyz της πλάκας, συνήθως συμβολίζεται ως $[\bar{Q}]$

και σχετίζεται με το ανηγμένο καταστατικό μητρώο μέσω της σχέσης

$$[\bar{Q}] = [T]^{-1} [Q] [T], \text{ όπου}$$

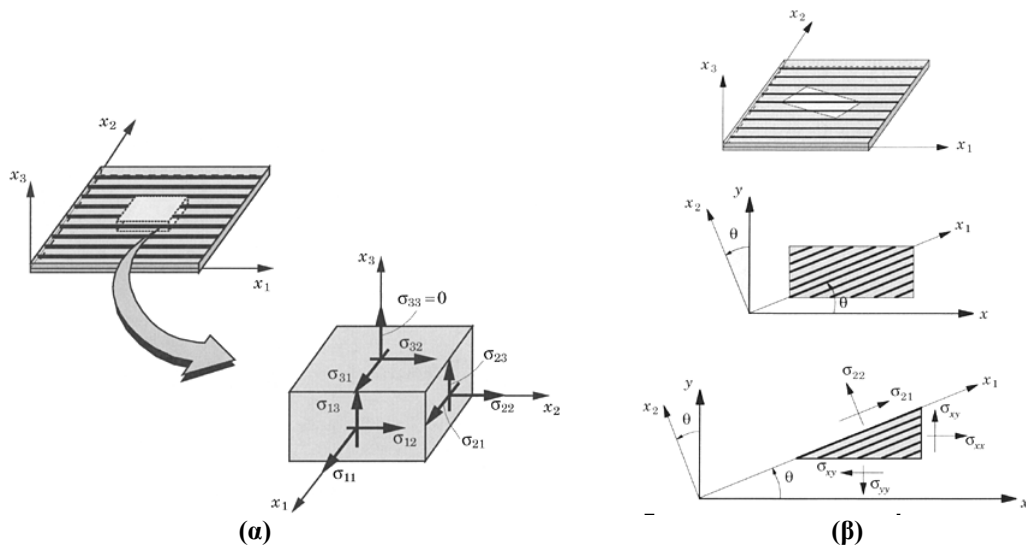
$$[T]^{-1} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 0 & 0 & -2mn \\ n^2 & m^2 & 0 & 0 & 2mn \\ 0 & 0 & m & n & 0 \\ 0 & 0 & -n & m & 0 \\ mn & -mn & 0 & 0 & (m^2 - n^2) \end{bmatrix}, \quad (3.4.13)$$

με $m = \cos\theta$ και $n = \sin\theta$, ενώ θ είναι η γωνία κλίσης μεταξύ των συστημάτων μεμονωμένης στρώσης και πολύστρωτης πλάκας. Η προκύπτουσα καταστατική εξίσωση πλάκας για μια ορθότροπη στρώση, ορισμένη στο σύστημα συντεταγμένων $x_1x_2x_3$ είναι:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & 2\bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & 2\bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & 2\bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix}, \quad (3.4.14)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\bar{Q}_{44} & 2\bar{Q}_{45} \\ 2\bar{Q}_{45} & 2\bar{Q}_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \end{bmatrix}. \quad (3.4.15)$$

Οι καταστατικές σχέσεις για την επίπεδη και την εγκάρσια (κατά τη διεύθυνση του πάχους) διατμητική συμπεριφορά μπορούν να διατυπωθούν ανεξάρτητα καθώς δεν υπάρχει σύζευξη μεταξύ των επίπεδων $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy})$ και των εγκάρσιων διατμητικών $(\varepsilon_{yz}, \varepsilon_{xz})$ παραμορφώσεων (Εικ. 3.23).



Εικ. 3.23 (α) Μεμονωμένη στρώση σε επίπεδη εντατική κατάσταση, (β) συνιστώσες τάσεων σε σφηνοειδές στοιχείο μονοδιευθυντικής στρώσης [42]

Κινηματικές υποθέσεις στην πολύστρωτη πλάκα

Οι σχέσεις συνισταμένης τάσης - παραμόρφωσης διατυπώνονται για τις πολύστρωτες πλάκες θεωρώντας ότι όλες οι στρώσεις συνδέονται ιδανικά μεταξύ τους (ανά δύο) ανεξάρτητα από τον προσανατολισμό των μεμονωμένων στρώσεων. Θεμελιώδη υπόθεση της κλασικής θεωρίας πλακών (χωρίς εγκάρσια διάτμηση, γνωστή και ως θεωρία Kirchhoff - Classical Plate Theory - CPT) και της θεωρίας Mindlin (με εγκάρσια διάτμηση, γνωστή και ως “θεωρία διατμητικής παραμόρφωσης πρώτης

τάξης” - First-Order Shear Deformation Theory - FSDT) αποτελεί ότι η εγκάρσια γραμμή στη μέση επιφάνεια της πλάκας παραμένει ευθεία, υπόθεση που δεν υιοθετείται στις θεωρίες διατμητικής παραμόρφωσης δεύτερης (SSDT) ή τρίτης (TSDT) τάξης [22, 32, 41, 42, 68] (Εικ. 3.23).

Στην κλασική θεωρία η (αρχικά) κάθετη γραμμή στη μέση επιφάνεια παραμένει κάθετη σε αυτή προΐοσης της παραμόρφωσης, ενώ στη θεωρία Mindlin δε διατηρείται απαραίτητα κάθετη στη μέση επιφάνεια κατά την παραμόρφωση, επιτρέποντας εγκάρσιες διατμητικές παραμορφώσεις με ένα προσεγγιστικό τρόπο. Και στις δύο θεωρίες οι επίπεδες παραμορφώσεις προσδιορίζονται με όρους παραμορφώσεων στο μέσο επίπεδο $(\varepsilon_{x0}, \varepsilon_{y0}, \varepsilon_{xy0})$ ενώ οι καμπτικές παραμορφώσεις καθορίζονται μέσω των καμπυλοτήτων $(\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy})$ ως εξής:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{x0} + z\kappa_x, \quad \varepsilon_y = \varepsilon_{y0} + z\kappa_y, \quad \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{xy0} + z\kappa_{xy}. \quad (3.4.16)$$

Οι παραμορφώσεις του μέσου επιπέδου είναι ομοιόμορφες κατά τη διεύθυνση του πάχους της πλάκας καθώς οι καμπτικές παραμορφώσεις μεταβάλλονται γραμμικά.

Στη θεωρία Mindlin οι εγκάρσιες διατμητικές παραμορφώσεις προσδιορίζονται μέσω της γωνίας περιστροφής (α στο επίπεδο xz ή β στο επίπεδο yz) της εγκάρσιας γραμμής και της κλίσης των μέσων επιπέδων xz ή yz που καθορίζεται από την εγκάρσια παραμόρφωση w του μέσου επιπέδου ως $\partial w/\partial x$ ή $\partial w/\partial y$:

$$\varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left(\alpha + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \quad \varepsilon_{yz} = \frac{1}{2} \left(\beta + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (3.4.17)$$

Οι περιστροφές α και β οφείλονται μόνο στην κάμψη και συνδέονται με τις καμπυλότητες ως εξής:

$$\kappa_x = \frac{\partial \alpha}{\partial x}, \quad \kappa_y = \frac{\partial \beta}{\partial y}, \quad \kappa_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial y} + \frac{\partial \beta}{\partial x} \right). \quad (3.4.18)$$

Οι εγκάρσιες διατμητικές παραμορφώσεις ε_{xz} και ε_{yz} θεωρούνται προσεγγιστικά ομοιόμορφες κατά τη διεύθυνση του πάχους της πλάκας, ενώ μηδενίζονται όταν $\beta = -\partial w/\partial y$ και $\alpha = -\partial w/\partial x$, συμβαδίζοντας με τις υποθέσεις της κλασικής θεωρίας πλακών.

Υπολογισμός τάσεων και ροπών

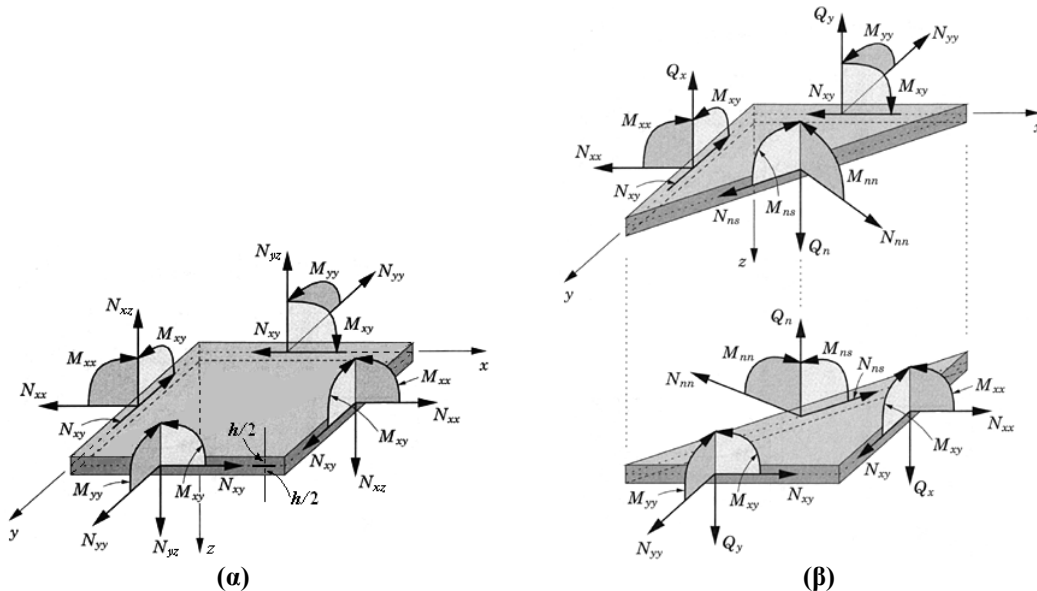
Οι ομοεπίπεδες και οι εγκάρσιες διατμητικές τάσεις $[N]$, καθώς και οι ροπές $[M]$ ορίζονται στη μέση επιφάνεια της πλάκας και προσδιορίζονται βάσει του συστήματος συντεταγμένων της, xyz (Εικ. 3.24):

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} dz, \tag{3.4.19}$$

$$\begin{Bmatrix} N_{xz} \\ N_{yz} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{Bmatrix} dz, \tag{3.4.20}$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} z dz. \tag{3.4.21}$$

Εφόσον οι τάσεις δεν είναι απαραίτητα συνεχείς από στρώση σε στρώση (Εικ. 3.25 (i)), οι ομοεπίπεδες συνισταμένες τάσεις και οι ροπές υπολογίζονται με άθροιση των τάσεων, ολοκληρωμένων εγκάρσια στην κάθε στρώση. Από τις εξισώσεις (3.4.19) και (3.4.21), μέσω των εξισώσεων (3.4.14) και (3.4.16), προκύπτει:



Εικ. 3.24 Δυνάμεις (επίπεδες και εγκάρσιες) και ροπές σε στοιχείο πλάκας (α) και τομή του (β) [42]

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 2A_{16} & B_{11} & B_{12} & 2B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & 2A_{26} & B_{12} & B_{22} & 2B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & 2A_{66} & B_{16} & B_{26} & 2B_{66} \\ \hline B_{11} & B_{12} & 2B_{16} & D_{11} & D_{12} & 2D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & 2B_{26} & D_{12} & D_{22} & 2D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & 2B_{66} & D_{16} & D_{26} & 2D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \varepsilon_{xy0} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix}, \quad (3.4.22)$$

όπου

$$A_{ij} = \int_{z^{\text{bottom}}}^{z^{\text{top}}} (\bar{Q}_{ij}) dz = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k \overbrace{(h_k - h_{k-1})}^{\text{πάχος } k\text{th στρώσης}},$$

$$B_{ij} = \int_{z^{\text{bottom}}}^{z^{\text{top}}} (\bar{Q}_{ij}) z dz = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (h_k^2 - h_{k-1}^2),$$

$$D_{ij} = \int_{z^{\text{bottom}}}^{z^{\text{top}}} (\bar{Q}_{ij}) z^2 dz = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (h_k^3 - h_{k-1}^3).$$

Οι όροι h_k και h_{k-1} αναφέρονται στις θέσεις των άνω (top) και κάτω (bottom) οριακών επιφανειών της k th στρώσης σε σχέση με τη μέση επιφάνεια της πολύστρωτης πλάκας, ενώ N είναι ο συνολικός αριθμός των στρώσεων της πλάκας.

Ο διαμερισμός των μητρώων στη σχέση (3.4.22) αποτυπώνει τη σύζευξη έκτασης και κάμψης και στις πολύστρωτες πλάκες. Το επιμέρους μητρώο $[A]$ αναφέρεται ως μητρώο δυσκαμψίας σε έκταση και συνδέει τις ομοεπίπεδες συνισταμένες τάσεις $\{N_x, N_y, N_{xy}\}$ με τις παραμορφώσεις της μέσης επιφάνειας $\{\varepsilon_{x0}, \varepsilon_{y0}, \varepsilon_{xy0}\}$, το επιμέρους μητρώο $[D]$ αναφέρεται ως μητρώο καμπτικής δυσκαμψίας και συνδέει τις ροπές $\{M_x, M_y, M_{xy}\}$ με τις καμπυλότητες $\{\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy}\}$, ενώ το $[B]$ ως μητρώο σύζευξης έκτασης και κάμψης που συνδέει τις ομοεπίπεδες συνισταμένες τάσεις με τις καμπυλότητες και τις ροπές με τις παραμορφώσεις της μέσης επιφάνειας. Σύζευξη μεταξύ καμπτικών και εκτατικών μορφών συμβαίνει σε πολύστρωτες πλάκες όταν η ουδέτερη επιφάνεια σε κάμψη δε συμπίπτει με τη μέση επιφάνεια της πλάκας. Το επιμέρους μητρώο σύζευξης, $[B]$, είναι μηδέν σε πλάκες που είναι συμμετρικές - σε σχέση με τη μέση επιφάνεια της πλάκας - στις ιδιότητες, τον προσανατολισμό και τη θέση της στρώσης. Παρ' όλα αυτά, αν οι ιδιότητες μιας στρώσης συμμετρικής πλάκας υποβιβαστούν, π.χ. από ένα μηχανισμό αστοχίας, τότε η σύζευξη εξελίσσεται καθώς η πολύστρωτη πλάκα χάνει τη συμμετρία στις ιδιότητες των στρώσεων. Σε

ομοιογενείς πλάκες δε λαμβάνει χώρα σύζευξη μεταξύ καμπτικών και εκτατικών μορφών.

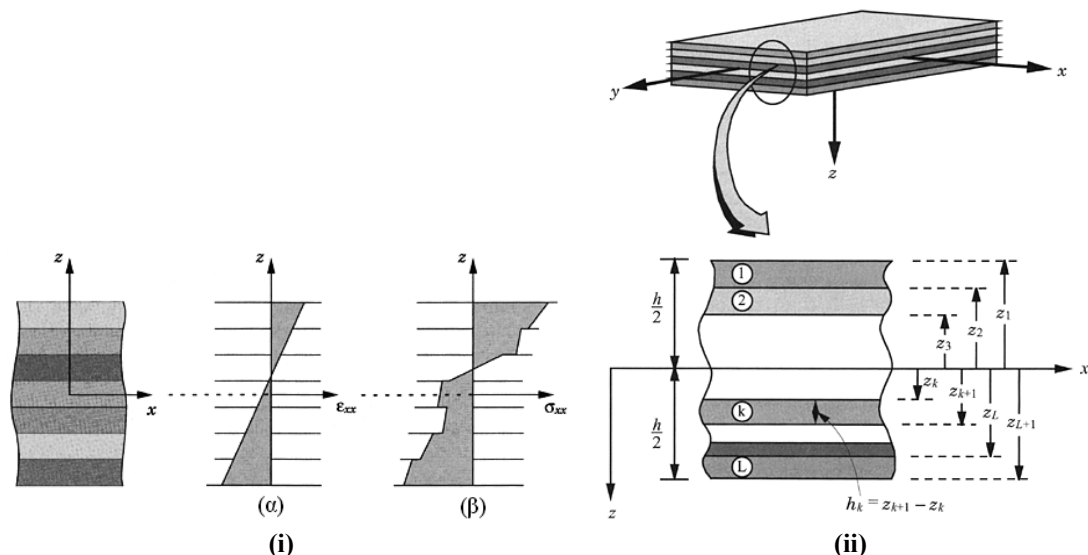
Οι εγκάρσιες συνισταμένες τάσεις και παραμορφώσεις δεν είναι σε σύζευξη με τις συνισταμένες τάσεις, ροπές και παραμορφώσεις, ενώ η σχέση της εγκάρσιας διατμητικής δυσκαμψίας δίνεται από:

$$\begin{bmatrix} N_{yz} \\ N_{xz} \end{bmatrix} = 2\bar{k} \begin{bmatrix} A'_{44} & A'_{45} \\ A'_{45} & A'_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \end{bmatrix}$$

όπου

$$A'_{ij} = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (h_k - h_{k-1}).$$

Η παράμετρος \bar{k} συνιστά το συντελεστή διόρθωσης εγκάρσιας διάτμησης και βάσει των θεωριών των Reissner και Mindlin για ομοιογενείς ισότροπες πλάκες τίθεται τυπικά με τιμή $\bar{k} = 5/6$.



Εικ. 3.25 (i) Κατανομή παραμορφώσεων (α) και τάσεων (β) κατά το πάχος της στρώσης και του πολύστρωτου ελάσματος, (ii) Σύστημα συντεταγμένων και αριθμηση στρώσεων σε πολύστρωτη πλάκα [42]

Περιγραφή του πολύστρωτου shell πεπερασμένου στοιχείου

Στην ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία που παρουσιάζεται στην παρούσα διατριβή, τα πολύστρωτα κελύφη σύνθετου υλικού (laminated composite shell) μοντελοποιούνται με χρήση μοντέλου σύνθετου υλικού με δυνατότητα αστοχίας (composite damage model) σε συνδυασμό με το πεπερασμένο στοιχείο κελύφους (shell element) που διατυπώθηκε από τους Belytschko-Lin-Tsay και έναν κανόνα ολοκλήρωσης προσδιοριζόμενο από το χρήστη. Το στοιχείο των Belytschko-Lin-Tsay ενσωματώθηκε στον κώδικα Ls-Dyna, συνιστώντας τη βασική επιλογή, για την

ανάλυση μεγάλων παραμορφώσεων και μη-γραμμικής συμπεριφοράς υλικού δυναμικά φορτιζόμενων κελυφών. Το συγκεκριμένο στοιχείο είναι διγραμμικό, τεσσάρων κόμβων τετραπλευρικό (bilinear, four-node quadrilateral element), βασισμένο στη θεωρία του Mindlin (βλ. προηγούμενη ενότητα).

Το μοντέλο σύνθετου υλικού με δυνατότητα αστοχίας μπορεί να εισαχθεί είτε σε ενιαίο πολύστρωτο έλασμα (αποτελούμενο από διαδοχικές κατά τη διεύθυνση του πάχους στρώσεις συνδεδεμένες - ανά δύο - μεταξύ τους) είτε σε μεμονωμένη στρώση (lamina ή layer). Κάθε επιμέρους στρώση του ελάσματος είναι ορθότροπη και προδιαγράφεται από εννέα ανεξάρτητες ελαστικές σταθερές ορισμένες στις κύριες διευθύνσεις του υλικού της στρώσης: E_{11} , E_{22} , E_{33} , G_{12} , G_{13} , G_{23} , ν_{12} , ν_{13} , ν_{23} . Επιπλέον καθορίζεται μια γωνία προσανατολισμού των ινών, β , για κάθε στρώση.

Η αλληλουχία διαστρωμάτωσης του ελάσματος προσδιορίζεται με κανόνα ολοκλήρωσης από το χρήστη. Εισάγεται δηλαδή η θέση κάθε στρώσης μέσω της θέσης ενός σημείου ολοκλήρωσης για τη συγκεκριμένη στρώση, το οποίο τοποθετείται στη μέση επιφάνειά της. Όταν διεξάγεται ανάλυση πολύστρωτων ελασμάτων με λιγότερες από πέντε στρώσεις, είναι προτιμότερο να ορίζονται περισσότερα από ένα σημεία ολοκλήρωσης ανά στρώση προκειμένου να αυξηθεί η ακρίβεια απόδοσης της συμπεριφοράς του ελάσματος. Γενικά, το λιγότερο πέντε σημεία ολοκλήρωσης προτιμώνται για αποτελεσματικότερη ανάλυση της καμπτικής συμπεριφοράς ελασμάτων. Το σχετικό πάχος κάθε στρώσης προσδιορίζεται από ένα σταθμικό συντελεστή (weighting factor) στον κανόνα ολοκλήρωσης.

Υπολογισμός τάσεων και ροπών στη στρώση και στο (πολύστρωτο) στοιχείο

Στο μοντέλο πολύστρωτου ελάσματος του Ls-Dyna, η τάση κατά τη διεύθυνση του πάχους του ελάσματος είναι μηδέν ($\sigma_z = 0$), οπότε υπολογίζονται μόνο πέντε συνιστώσες παραμόρφωσης βάσει της θεωρίας του Mindlin: οι επίπεδες παραμορφώσεις ε_x , ε_y , ε_{xy} (εξ. 3.4.16) και οι εγκάρσιες διατμητικές παραμορφώσεις ε_{xz} , ε_{yz} (εξ. 3.4.17). Η κατά το πάχος παραμόρφωση ε_z υπολογίζεται άμεσα μέσω των επίπεδων παραμορφώσεων από την υπόθεση μηδενικής ορθής τάσης στην ίδια διεύθυνση.

Στο Ls-Dyna το μητρώο συνισταμένων τάσεων-παραμορφώσεων του πολύστρωτου ελάσματος (εξ. 3.4.22) δε διατυπώνεται άμεσα, όπως συμβαίνει στους περισσότερους υπολογισμούς ελαστικής συμπεριφοράς. Οι παραμορφώσεις

μετασχηματίζονται από τις συντεταγμένες της πολύστρωτης πλάκας (σύστημα xyz) στις συντεταγμένες της στρώσης (σύστημα 123). Υπολογίζονται οι τάσεις στις κύριες διευθύνσεις υλικού κάθε στρώσης μέσω της ανηγμένης καταστατικής σχέσης της στρώσης (εξ. 3.4.11) και των κινηματικών υποθέσεων της πολύστρωτης πλάκας για τις ομοεπίπεδες (εξ. 3.4.16) και τις εγκάρσιες διατμητικές (εξ. 3.4.17) παραμορφώσεις. Οι τάσεις υπολογίζονται σε κάθε σημείο ολοκλήρωσης και θεωρούνται σταθερές κατά το πάχος κάθε στρώσης. Οι τάσεις σε κάθε στρώση μετασχηματίζονται από τις συντεταγμένες της στρώσης (σύστημα 123) στις συντεταγμένες της πολύστρωτης πλάκας (σύστημα xyz). Κατόπιν, οι συνισταμένες επίπεδες και εγκάρσιες διατμητικές τάσεις $[N]$ καθώς και οι ροπές $[M]$ υπολογίζονται άμεσα από τις μετασχηματισμένες τάσεις, χρησιμοποιώντας τα ολοκληρώματα των εξ. (3.4.19) και (3.4.20) και την ακόλουθη προσέγγιση στο ολοκλήρωμα της εξ. (3.4.21) (οι όροι υψηλότερης τάξης απαλείφονται από το ολοκλήρωμα της ροπής στην εξ. (3.4.21), αντικαθιστώντας το z με το \hat{z}_k και θεωρώντας σταθερή τάση εγκάρσια σε κάθε στρώση):

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k (h_k - h_{k-1}),$$

$$\begin{bmatrix} N_{yz} \\ N_{xz} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{bmatrix}_k (h_k - h_{k-1}),$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k (h_k - h_{k-1}) \hat{z}_k.$$

Η μεταβλητή \hat{z}_k είναι η απόσταση από τη μέση επιφάνεια της πολύστρωτης πλάκας έως το σημείο ολοκλήρωσης που είναι τοποθετημένο στη μέση επιφάνεια της k th στρώσης. Οι μεταβλητές h_k και h_{k-1} είναι οι αποστάσεις από τη μέση επιφάνεια της πολύστρωτης πλάκας έως την άνω και κάτω επιφάνεια, αντίστοιχα, της k th στρώσης (Εικ. 3.25(ii)).

Τα μοντέλα σύνθετου υλικού για shell πεπερασμένα στοιχεία στο Ls-Dyna περιλαμβάνουν ελαστική και ανελαστική (ή μερική πλαστική) συμπεριφορά. Περιγράφεται στη συνέχεια με συντομία η προσέγγιση που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των αναπτυσσόμενων τάσεων προοίους της διαδικασίας καταπόνησης. Προκειμένου να καταστεί δυνατός ο αυθαίρετος προσανατολισμός των shell

στοιχείων εντός του πλέγματος, σε κάθε στρώση του σύνθετου υλικού αντιστοιχίζεται μια συγκεκριμένη γωνία προσανατολισμού β , που συνιστά το αντιστάθμισμα από τη διεύθυνση αναφοράς στο στοιχείο. Κάθε σημείο ολοκλήρωσης κατά το πάχος του στοιχείου, αν και τυπικά δεν περιορίζεται σε ένα σημείο ανά στρώση (όπως αναφέρθηκε προηγουμένως), απαιτεί τον προσδιορισμό της γωνίας β σε αυτό το σημείο. Η διεύθυνση αναφοράς καθορίζεται από τη γωνία ψ , η οποία μπορεί να οριστεί για κάθε στοιχείο στην αντίστοιχη φάση της διαδικασίας μοντελοποίησης, και μετράται από την πλευρά 1-2 του στοιχείου (ή μπορεί να ταυτίζεται με αυτήν, δηλ., $\psi = 0^\circ$) (Εικ. 3.22).

Στη μοντελοποίηση - με χρήση του κώδικα πεπερασμένων στοιχείων Ls-Dyna - πολύστρωτων σύνθετων και sandwich κελυφών μέσω ενός shell στοιχείου (element) κατά τη διεύθυνση του πάχους του ελάσματος, δύναται να εφαρμοστεί η θεωρία πολύστρωτων κελυφών (laminated shell theory) με την ενεργοποίηση της παραμέτρου “Lamsht” στην κάρτα ελέγχου του στοιχείου κελύφους (“Control_Shell”) του κώδικα [45, 46]. Με τον τρόπο αυτό εισάγεται ένας συντελεστής διόρθωσης (shear correction factor) - όπως αναφέρθηκε στην εισαγωγική παράγραφο - στον υπολογισμό της εσωτερικής ενέργειας, που αφορά στην υπόθεση της θεωρίας Mindlin περί ομοιόμορφης εγκάρσιας - κατά το πάχος του κελύφους - κατανομής της διατμητικής παραμόρφωσης. Η υπόθεση καταστρατηγείται κυρίως σε περιπτώσεις μη λεπτών sandwich κελυφών με δραστικές διαφορές των ελαστικών ιδιοτήτων μεταξύ εξωτερικών ελασμάτων και πυρήνα (π.χ. λεπτότοιχα εξωτερικά ελάσματα σύνθετου υλικού με πυρήνα μαλακού αφρώδους υλικού).

3.5 ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΕΠΑΦΗΣ-ΠΡΟΣΚΡΟΥΣΗΣ

Στην αρχή του κεφαλαίου περιγράφεται συνοπτικά το σύστημα επαφής-πρόσκρουσης μέσω της μηχανικής του συνεχούς μέσου, ενώ στη συνέχεια παρουσιάζονται βασικοί αλγόριθμοι ανάλυσης της επαφής της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων, που σχετίζονται με τον κώδικα Ls-Dyna. Σε επόμενο κεφάλαιο - εκείνο της μοντελοποίησης - περιγράφονται διεξοδικά και στο επίπεδο εφαρμογής τους οι κύριοι τύποι διαχείρισης της επαφής του κώδικα Ls-Dyna, που βασίζονται σε αυτούς τους αλγόριθμους και εν πολλοίς χρησιμοποιήθηκαν στα μοντέλα προσομοίωσης της παρούσας διατριβής. Οι βιβλιογραφικές αναφορές που σχετίζονται άμεσα με το

περιεχόμενο της συγκεκριμένης ενότητας σημειώνονται στο κείμενο, ενώ στο τέλος παρουσιάζεται εκτεταμένη βιβλιογραφία [1-40, 112-158], που καλύπτει πλήρως το θεωρητικό υπόβαθρο του αντικειμένου της ανάλυσης της επαφής στη μηχανική και στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων.

3.5.1 Βασική περιγραφή του συστήματος επαφής-πρόσκρουσης και της κινηματικής και κινητικής της διεπιφάνειας επαφής μέσω των αρχών της μηχανικής του συνεχούς μέσου

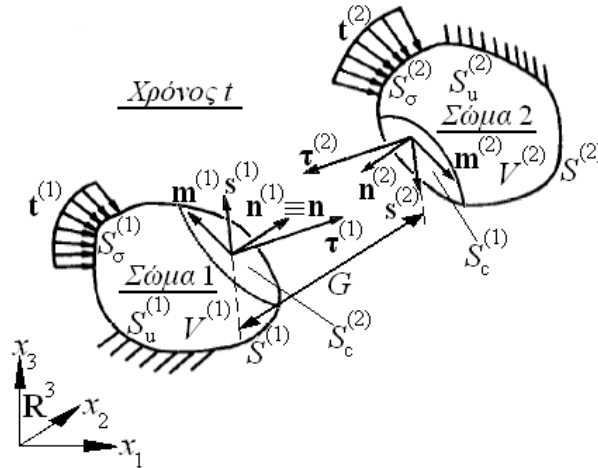
Είναι σύνηθες στον όρο “επαφή” (contact) να αποδίδεται στατική έννοια καθώς με τον όρο “πρόσκρουση” (impact) υποδηλώνεται δυναμική. Στη συνέχεια χρησιμοποιείται ο όρος “επαφή” με τη γενική έννοια περιλαμβάνοντας στατικά καθώς και δυναμικά φαινόμενα [112, 114, 115, 127, 129, 137].

Θεωρείται ένα σύστημα δύο συνεχών σωμάτων (με όγκους $V^{(1)}$ και $V^{(2)}$ και επιφάνειες $S^{(1)}$ και $S^{(2)}$, αντίστοιχα) που έρχονται σε επαφή μεταξύ τους τη χρονική στιγμή t , αναπτύσσοντας μια κοινή διεπιφάνεια επαφής (contact interface) S_c , δοσμένη ως $S_c = S^{(1)} \cap S^{(2)} \neq \emptyset$ (Εικ. 3.26). Το μέγεθος της S_c μπορεί να μεταβάλλεται προϊούσης της εξ επαφής αλληλεπίδρασης μεταξύ των δύο σωμάτων. Το τμήμα της επιφάνειας $S^{(\alpha)}$ που ανήκει στη διεπιφάνεια S_c χαρακτηρίζεται ως $S_c^{(\alpha)}$ και δίνεται από την $S_c^{(\alpha)} = S_c \cap S^{(\alpha)}$ (ο άνω δείκτης $\alpha=1, 2$ αναφέρεται στο σώμα $V^{(\alpha)}$ και ασφαλώς δεν υποδηλώνει την τυπική σύμβαση άθροισης των τανυστικών συνιστωσών), ενώ η ένωση των δύο σωμάτων σημειώνεται ως $V : V = V^{(1)} \cup V^{(2)}$. Η κάθε επιφάνεια $S^{(\alpha)}$ μπορεί να χωριστεί σε δύο τμήματα ως εξής: $S^{(\alpha)} = S_\sigma^{(\alpha)} \cup S_u^{(\alpha)}$, όπου $S_\sigma^{(\alpha)} \cap S_u^{(\alpha)} = \emptyset$, καθώς S_σ και S_u δηλώνουν τμήματα επιφάνειας με προκαθορισμένες έλξεις/φορτίσεις και μετατοπίσεις (περιορισμούς), αντίστοιχα. Όταν λαμβάνει χώρα επαφή τα δύο σώματα αλληλεπιδρούν αναπτύσσοντας δυνάμεις επαφής κατανεμημένες συνεχώς επί της διεπιφάνειας επαφής S_c .

Το πεδίο των μοναδιαίων κάθετων επί της διεπιφάνειας επαφής S_c διανυσμάτων συμβολίζεται με \mathbf{n} , το αντίστοιχο εφαπτομενικό κατά τη διεύθυνση της σχετικής ταχύτητας (ολίσθηση) μεταξύ των δύο επιφανειών σημειώνεται με \mathbf{s} και \mathbf{m} είναι το πεδίο των ορθογώνιων στα \mathbf{n} και \mathbf{s} μοναδιαίων διανυσμάτων. Έτσι τα \mathbf{s} και \mathbf{m} ορίζουν ένα εφαπτομενικό επίπεδο στην επιφάνεια επαφής, ενώ συνολικά ορίζεται το δεξιόστροφο τοπικό τρισσορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων $(\mathbf{s}, \mathbf{m}, \mathbf{n})$ (Εικ. 3.26).

Για ένα δεδομένο σημείο $\mathbf{x} \in S_c$, το κάθετο μοναδιαίο εξωστρεφές διάνυσμα $\mathbf{n}^{(\alpha)}$ και το εφαπτομενικό μοναδιαίο διάνυσμα $\mathbf{s}^{(\alpha)}$ ορίζονται επί της επιφάνειας επαφής $S_c^{(\alpha)}$ του κάθε σώματος στο σημείο \mathbf{x} ως ακολούθως (προφανώς τα διανύσματα θέσης $\mathbf{x}^{(1)}$ και $\mathbf{x}^{(2)}$ ταυτίζονται):

$$\mathbf{n} \equiv \mathbf{n}^{(1)} = -\mathbf{n}^{(2)}, \quad \mathbf{s} \equiv \mathbf{s}^{(1)} = -\mathbf{s}^{(2)} \quad \text{και} \quad \mathbf{x} \equiv \mathbf{x}^{(1)} = \mathbf{x}^{(2)}. \quad (3.5.1)$$



Εικ. 3.26 Σώματα σε αλληλεπίδραση επαφής

Αν $\boldsymbol{\tau}^{(\alpha)}$ είναι το διάνυσμα της δύναμης επαφής (διάνυσμα τάσης) Cauchy (πραγματική - true: δύναμη προς τη μονάδα της τρέχουσας επιφάνειας) που δρα στην επιφάνεια επαφής $S_c^{(\alpha)}$ και $\sigma_{ij}^{(\alpha)}$ είναι οι συνιστώσες, κατά το συνήθη τανυστικό συμβολισμό, του τανυστή της τάσης Cauchy $\boldsymbol{\sigma}^{(\alpha)}$ που δρα στην επιφάνεια επαφής $S_c^{(\alpha)}$ του σώματος $V^{(\alpha)}$, τότε η επιφανειακή δύναμη συνδέεται με την τάση μέσω της σχέσης

$$\tau_i^{(\alpha)} = \sigma_{ij}^{(\alpha)} n_j^{(\alpha)}, \quad (3.5.2)$$

στην οποία υποδηλώνεται το εύρος των δεικτών $i, j=1, 2, 3$ και η τυπική σύμβαση άθροισης των τανυστικών συνιστωσών. Η κάθετη συνιστώσα της επιφανειακής δύναμης δίνεται από

$$\boldsymbol{\tau}_n^{(\alpha)} = \tau_n^{(\alpha)} \mathbf{n}^{(\alpha)}, \quad \text{όπου} \quad \tau_n^{(\alpha)} = \boldsymbol{\tau}^{(\alpha)} \cdot \mathbf{n}^{(\alpha)}, \quad \text{δηλ.} \quad \boldsymbol{\tau}_n^{(\alpha)} = (\boldsymbol{\tau}^{(\alpha)} \cdot \mathbf{n}^{(\alpha)}) \mathbf{n}^{(\alpha)}.$$

Η εφαπτομενική συνιστώσα της $\boldsymbol{\tau}^{(\alpha)}$ προσδιορίζεται από

$$\boldsymbol{\tau}_s^{(\alpha)} = \boldsymbol{\tau}^{(\alpha)} - \boldsymbol{\tau}_n^{(\alpha)} \Rightarrow \boldsymbol{\tau}_s^{(\alpha)} = \boldsymbol{\tau}^{(\alpha)} - \tau_n^{(\alpha)} \mathbf{n}^{(\alpha)}.$$

Όταν οι δύο επιφάνειες δεν έρχονται σε επαφή, οι έλξεις $\boldsymbol{\tau}^{(\alpha)}$ στη διεπιφάνεια δίνονται από

$$\boldsymbol{\tau}^{(1)} = \boldsymbol{\tau}^{(2)} = \mathbf{0}.$$

Όταν λαμβάνει χώρα επαφή, η απαίτηση διατήρησης της ορμής επί των εφραπτόμενων επιφανειών οδηγεί στη συνθήκη αλληλεπίδρασης επαφής των επιφανειών

$$\boldsymbol{\tau}^{(1)} = -\boldsymbol{\tau}^{(2)}, \text{ δηλ. } \boldsymbol{\tau} \equiv \boldsymbol{\tau}^{(1)} = -\boldsymbol{\tau}^{(2)} \text{ ή } \boldsymbol{\tau}^{(1)} + \boldsymbol{\tau}^{(2)} = 0 \quad (3.5.3)$$

στο σημείο \mathbf{x} . Επιπλέον, η κάθετη συνιστώσα της επιφανειακής δύναμης, τ_n είναι πάντα θλιπτική (δεν υφίσταται κάθετη εφελκυστική δύναμη) και συνεχής διαμέσου της διεπιφάνειας επαφής, οπότε

$$\tau_n \equiv \tau_n^{(1)} = \tau_n^{(2)} = \tau_i^{(1)} n_i^{(1)} = \tau_i^{(2)} n_i^{(2)} = -\tau_i^{(2)} n_i^{(1)} \leq 0 \text{ στη } S_c. \quad (3.5.4)$$

Αν η ταχύτητα του υλικού σημείου $\mathbf{X}_c^{(\alpha)}$ που βρίσκεται στο σημείο \mathbf{x} της επιφάνειας $S_c^{(\alpha)}$ είναι $\mathbf{v}^{(\alpha)}$, τότε η κάθετη και η εφραπτομενική συνιστώσα της, $\mathbf{v}_n^{(\alpha)}$ και $\mathbf{v}_s^{(\alpha)}$ αντίστοιχα, ορίζονται ως

$$\mathbf{v}_n^{(\alpha)} = \mathbf{v}_n^{(\alpha)} \mathbf{n}^{(\alpha)}, \text{ όπου } \mathbf{v}_n^{(\alpha)} = \mathbf{v}^{(\alpha)} \cdot \mathbf{n}^{(\alpha)}, \text{ δηλ. } \mathbf{v}_n^{(\alpha)} = [\mathbf{v}^{(\alpha)} \cdot \mathbf{n}^{(\alpha)}] \mathbf{n}^{(\alpha)}$$

και

$$\mathbf{v}_s^{(\alpha)} = \mathbf{v}^{(\alpha)} - \mathbf{v}_n^{(\alpha)} \Rightarrow \mathbf{v}_s^{(\alpha)} = \mathbf{v}^{(\alpha)} - \mathbf{v}_n^{(\alpha)} \mathbf{n}^{(\alpha)}.$$

Με δεδομένο ότι $\mathbf{s}^{(\alpha)}$ είναι το εφραπτομενικό διάνυσμα στην επιφάνεια $S_c^{(\alpha)}$ κατά τη διεύθυνση της σχετικής ταχύτητας της επιφάνειας $S_c^{(\alpha)}$ ως προς την αντιτασόμενη επιφάνεια επαφής στο σημείο \mathbf{x} , θα ισχύει ότι $\mathbf{s}^{(1)} = [\mathbf{v}_s^{(1)} - \mathbf{v}_s^{(2)}] / |\mathbf{v}_s^{(1)} - \mathbf{v}_s^{(2)}|$.

Οι κινηματικοί περιορισμοί που προκύπτουν από την υφιστάμενη επαφή στο σημείο \mathbf{x} εκφράζονται από την ισότητα των κάθετων συνιστωσών των ταχυτήτων, $\mathbf{v}_n^{(\alpha)}$, δηλ.

$$\mathbf{v}_n^{(1)} = \mathbf{v}_n^{(2)} \stackrel{(8)}{\Leftrightarrow} \mathbf{v}_n^{(1)} \mathbf{n}^{(1)} = \mathbf{v}_n^{(2)} \mathbf{n}^{(2)} \Leftrightarrow \mathbf{v}_n^{(1)} \mathbf{n}^{(1)} + \mathbf{v}_n^{(2)} \mathbf{n}^{(1)} = 0 \Leftrightarrow \mathbf{v}_n^{(1)} + \mathbf{v}_n^{(2)} = 0, \quad (3.5.5)$$

η οποία απλά επιβάλλει τη συνθήκη της “μη αλληλοδιείσδυσης” (impenetrability) των αλληλεπιδρωσών (εφραπτόμενων) επιφανειών ή των αλληλεπιδρώντων σωμάτων $V^{(1)} \cap V^{(2)} = \emptyset$ (ή $V^{(1)} \cap (V^{(2)} - S^{(2)}) = \emptyset$) και $S^{(1)} \cap S^{(2)} = S_c \neq \emptyset$.

Οι σχέσεις (3.5.1) και (3.5.2) εκφράζουν τις γεωμετρικές συνθήκες της επαφής, οι σχέσεις (3.5.5) τις κινηματικές, ενώ οι σχέσεις (3.5.3) και (3.5.4) συνιστούν τις κινητικές συνθήκες της επαφής.

Η συνθήκη συμβιβαστού των μετατοπίσεων προκύπτει άμεσα από την προαναφερθείσα συνθήκη “μη αλληλοδιείσδυσης” και μπορεί να διατυπωθεί με όρους του τρέχοντος κάθετου στη διεπιφάνεια διάκενου/απόστασης g_n μεταξύ των σημείων επαφής των δύο σωμάτων στη μορφή

$$g_n \geq 0 \text{ στη } S_c \text{ ή } g_n = u_n^{(1)} - u_n^{(2)} + G \geq 0$$

όπου $u_n^{(\alpha)}$ είναι οι κάθετες μετατοπίσεις που αφορούν στο σώμα α , μετρημένες στο τοπικό σύστημα και G είναι το αρχικό διάκενο κατά την κάθετη διεύθυνση. Με όρους ταχυτήτων στην κάθετη διεύθυνση, η συνθήκη επαφής διατυπώνεται ως εξής:

$$\dot{g}_n = v_n^{(1)} - v_n^{(2)} = v_i^1 n_i^1 + v_i^2 n_i^2 \leq 0 \text{ επί της } S_c.$$

Προκειμένου να εξαχθούν οι εξισώσεις πεπερασμένων στοιχείων, χρησιμοποιείται η μεταβολική διατύπωση (variational formulation) της αρχής των δυνατών ισχύων (principle of virtual power) επί των δύο σωμάτων (ασθενής μορφή - weak form) των εξισώσεων ισορροπίας [13, 16, 25, 26, 29]. Επιλέγεται η εφαρμογή της συγκεκριμένης αρχής σε σχέση με την αρχή των δυνατών έργων (virtual work), διότι η πρώτη περιλαμβάνει μη-γραμμικότητες υλικών ενώ η δεύτερη περιέχει γραμμικά υλικά. Έτσι:

$$\int_V \rho \frac{dv_i}{dt} \delta v_i dV + \int_V \sigma_{ij} \delta \dot{\epsilon}_{ij} dV = \int_V \rho f_i \delta v_i dV + \int_{S_\sigma} t_i \delta v_i dS_\sigma + \int_{S_c^{(1)}} \tau_i \delta v_i dS_c^{(1)} + \int_{S_c^{(2)}} \tau_i \delta v_i dS_c^{(2)} \quad (3.5.6)$$

όπου ρ είναι η πυκνότητα μάζας του υλικού, $\dot{\epsilon}_{ij}$ είναι ο ταυιστής της ταχύτητας/ρυθμού παραμόρφωσης (velocity strain ή rate of deformation), σ_{ij} είναι ο ταυιστής των τάσεων Cauchy, δv_i είναι η πραγματική ταχύτητα, f_i είναι η ανηγμένη στη μονάδα μάζας ασκούμενη δύναμη, $\rho \frac{dv_i}{dt}$ είναι η αδρανειακή δύναμη, t_i είναι η εξωτερικά εφαρμοζόμενη δύναμη στην επιφάνεια των σωμάτων, $\tau_i \equiv \tau_i^{(1)} = -\tau_i^{(2)}$ είναι οι δυνάμεις επί των επιφανειών επαφής $S_c^{(1)}$ και $S_c^{(2)}$ αντίστοιχα (δυνάμεις επαφής/αλληλεπίδρασης), ενώ $V = V^{(1)} \cup V^{(2)}$ και $S_\sigma = S_\sigma^{(1)} \cup S_\sigma^{(2)}$ εκφράζουν τον τρέχοντα όγκο και την τρέχουσα επιφάνεια της διάταξης των σωμάτων αντίστοιχα [1, 2, 5-7, 25, 26]. Επισημαίνεται επιπλέον ότι - όπως διατυπώνεται στην (3.5.3) - οι δυνάμεις αλληλεπίδρασης των δύο σωμάτων επί της S_c είναι ίσες και αντίθετες μεταξύ τους. Η εξίσωση (3.5.6), με βάση τα παραπάνω μεγέθη και εξισώσεις, επαναδιατυπώνεται ως

$$\int_V \rho \dot{v}_i \delta v_i dV + \int_V \sigma_{ij} \delta \dot{\epsilon}_{ij} dV = \int_V \rho f_i \delta v_i dV + \int_{S_\sigma} t_i \delta v_i dS_\sigma + \int_{S_c} \tau_s \delta \dot{g}_s dS_c + \int_{S_c} \tau_n \delta \dot{g}_n dS_c \quad (3.5.7)$$

Εφόσον η (3.5.7) πρέπει να ισχύει για αυθαίρετες μεταβολές στο πεδίο των ταχυτήτων, η γενική εξίσωση της κίνησης εκφράζεται από τον όρο στην παρακάτω παρένθεση:

$$\delta v_i (m_{IJ} \dot{v}_{IJ} + f_{ij}^{\text{int}} - f_{ij}^{\text{b}} - f_{ij}^{\text{t}} - f_{ij}^{\text{s}} - f_{ij}^{\text{n}}) = 0$$

όπου m_{IJ} είναι το μητρώο μαζών, f_{ij}^{int} το διάνυσμα των εσωτερικών δυνάμεων, f_{ij}^{b} το διάνυσμα των ασκούμενων στις μάζες εξωτερικών δυνάμεων, f_{ij}^{t} το διάνυσμα των εξωτερικών δυνάμεων λόγω των προκαθορισμένων επιφανειακών φορτίσεων, ενώ f_{ij}^{s} και f_{ij}^{n} είναι τα διανύσματα των εξωτερικών δυνάμεων λόγω των επαπτομενικών (τριβή) και των κάθετων στην S_c φορτίσεων επί της ζώνης επαφής, αντίστοιχα.

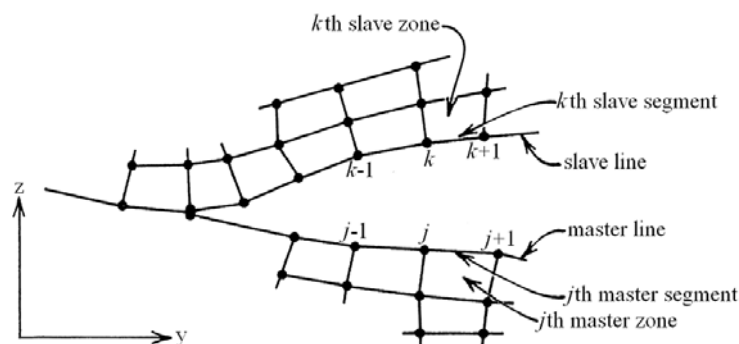
3.5.2 Η ανάλυση της αλληλεπίδρασης επαφής στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (κώδικας Ls-Dyna)

Η βιβλιογραφία που σχετίζεται με την ανάλυση της μηχανικής επαφής στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων εστιάζεται περισσότερο στον τρόπο υλοποίησης των περιορισμών επαφής (contact constraints) υποθέτοντας ότι τα πιθανά σημεία επαφής είναι ήδη γνωστά. Στην πραγματικότητα όμως ένα από τα σημαντικότερα σε υπολογιστικό κόστος τμήματα των αλγόριθμων επαφής αφορά στον εντοπισμό των σημείων επαφής μεταξύ δύο επιφανειών. Οι τεχνικές αναζήτησης για τον εντοπισμό των σημείων επαφής σε κάθε χρονικό βήμα (time step) συνιστούν εξ αντικειμένου τον απαραίτητο υπολογιστικό βρόχο (loop) κάθε αλγόριθμου επαφής. Ο αριθμός των χρονικών βημάτων σε έναν explicit υπολογισμό αυξάνεται όταν εισάγεται μηχανική επαφή. Μείωση του χρονικού βήματος στα 2/3 του ορίου Courant [24] σε περιπτώσεις πολύ υψηλών ταχυτήτων αλληλεπίδρασης - η προκαθορισμένη τιμή του χρονικού βήματος στο Ls-Dyna είναι το 90% του ορίου Courant - είναι συνήθως επαρκής για διατήρηση της ευστάθειας (stability), ενώ επιφέρει άμεση αύξηση του υπολογιστικού κόστους κατά 35% [45, 120, 121, 130].

Το υπολογιστικό κόστος του αλγόριθμου επαφής επηρεάζει το συνολικό κόστος επίλυσης όταν λαμβάνει χώρα ανάλυση της μετα-λυγιστικής (post-buckling) συμπεριφοράς (στάδιο κατάρρευσης) κελύφους στο Ls-Dyna, καθώς σχεδόν κάθε διδιάστατο πεπερασμένο στοιχείο (shell element) έρχεται σε επαφή με κάποιο άλλο (self-contact) προϊούσης της ανάλυσης [121].

Για ιστορικούς λόγους, η μία από τις αλληλεπιδρώσεις με μηχανική επαφή επιφάνειες χαρακτηρίζεται ως “master surface” ενώ η άλλη ως “slave surface” [39, 40, 45, 96, 130]. Η γεωμετρία αυτών των επιφανειών περιγράφεται από το σύνολο των επιμέρους επιφανειών - των αντίστοιχων πεπερασμένων στοιχείων - που τις ορίζουν και ονομάζονται “master segments” και “slave segments” αντίστοιχα, ενώ οι

κόμβοι που ορίζουν τα σχετικά “segments” αναφέρονται ως “master nodes” και “slave nodes” (Εικ. 3.27). Δεν υπάρχουν άκαμπτοι και αυτονόητοι κανόνες για την επιλογή/ορισμό κάποιας από τις δύο αλληλεπιδρώσες επιφάνειες επαφής ως master ή slave. Μια συγκεκριμένη επιφάνεια μπορεί να οριστεί ως master αν αντιστοιχεί (i) στο υλικό μεγαλύτερης πυκνότητας, (ii) στο υλικό υψηλότερης αντοχής, (iii) στην πλευρά αραιότερου πλέγματος και (iv) στο υλικό περιορισμένης αλλαγής θέσης. Σε πολλά προβλήματα κανένας από τους προαναφερθέντες κανόνες δεν εξασφαλίζει μια αδιαφιλονίκητη επιλογή master επιφάνειας. Για παράδειγμα, σε ένα πρόβλημα μεταβαλλόμενης πυκνότητας πλέγματος, η κατάλληλη πλευρά για τη master επιφάνεια θα έπρεπε να αλλάζει κατά την έκταση της ζώνης επαφής [120, 121].



Εικ. 3.27 Τυπική Λαγκρανζιανή διεπιφάνεια επαφής στην οποία προσδιορίζονται οι master και slave κόμβοι [120,131]

Κατά τη γενική προσέγγιση της επαφής εφαρμόζονται δυνάμεις στη master επιφάνεια βάσει της τάσης στα slave στοιχεία, ενημερώνεται η θέση της master επιφάνειας και - ως τελικό βήμα - ενημερώνεται η θέση της slave επιφάνειας με την προβολή της στη master επιφάνεια [45, 120, 121, 130]. Η προσέγγιση αυτή στερείται συμμετρίας, γεγονός που σε κάποιες εφαρμογές μπορεί να οδηγήσει σε λάθος αποτελέσματα. Συμμετρία μπορεί εύκολα να επιτευχθεί με την περιοδική εναλλαγή του ορισμού των master και slave επιφανειών ανά χρονικό βήμα είτε μέσα στο κάθε χρονικό βήμα. Στη δεύτερη περίπτωση, στην οποία βέβαια διπλασιάζεται το υπολογιστικό κόστος, εκτελούνται δύο αναλύσεις σε κάθε χρονικό βήμα με την κάθε επιφάνεια να θεωρείται ως master στη μία από αυτές. Η συμμετρική προσέγγιση είναι ιδιαίτερα επιθυμητή σε έναν αλγόριθμο μηχανικής επαφής κυρίως για λόγους γεωμετρικής αρτιότητας. Προβλήματα που περιέχουν γωνιακή επαφή αντιμετωπίζονται αποτελεσματικότερα με συμμετρική επεξεργασία της επαφής, ενώ προβλήματα συμμετρικής διάταξης μπορεί να καταστούν μη-συμμετρικά προϊόντος της ανάλυσης (παραμόρφωσης) αν ο αλγόριθμος επαφής είναι μη-συμμετρικός. Η μέθοδος “penalty” [45, 112, 113, 122, 156] - η πλέον διαδεδομένη και αποδοτική

(βλ., στη συνέχεια) - υλοποιείται συνήθως με έναν ολοκληρωτικά συμμετρικό τρόπο απλά πραγματοποιώντας δύο περάσματα στις αλληλεπιδρώσες επιφάνειες επαφής κατά τη διάρκεια κάθε χρονικού βήματος, αντιστρέφοντας κατά το δεύτερο πέρασμα τον ορισμό των master και slave επιφανειών. Η αποτελεσματικότητα της συμμετρικής προσέγγισης δικαιολογεί το καταβαλλόμενο (διπλάσιο) υπολογιστικό κόστος, καθιστώντας την αποδοτικότερη. Στη μέθοδο “penalty” εφαρμόζονται συγκεντρωμένα φορτία στους κόμβους αντί για κατανεμημένες δυνάμεις κατά την έκταση των επιφανειών επαφής [120, 121].

Τρία είναι τα κύρια τμήματα ενός αλγόριθμου ανάλυσης της μηχανικής επαφής: γενική αναζήτηση επαφής (global search), τοπική αναζήτηση επαφής (local search) και επιβολή των περιορισμών επαφής (imposition of constraints). Ο βασικός αλγόριθμος διερεύνησης επαφής (contact search algorithm) που χρησιμοποιείται στο Ls-Dyna εκφράζεται μέσω δύο επιφανειών (master surface και slave surface) ενώ είναι απλός και μικρού υπολογιστικού κόστους. Στόχο της αναζήτησης, που διεξάγεται σε τρεις φάσεις, αποτελεί ο εντοπισμός του σημείου επαφής (contact point) κάθε slave κόμβου με τη master επιφάνεια. Κατά την πρώτη φάση προσδιορίζεται ο master κόμβος που βρίσκεται πλησιέστερα στο slave κόμβο (στην επιστήμη των υπολογιστών αναφέρεται ως “πρόβλημα του πλησιέστερου κόμβου” ή “nearest node problem”). Στη δεύτερη φάση προσδιορίζεται εκείνο το master segment, από αυτά που έχουν το master κόμβο ως μία από τις κορυφές τους, που βρίσκεται εγγύτερα στο slave κόμβο. Η τρίτη φάση συνίσταται στον υπολογισμό του πλησιέστερου προς το slave κόμβο σημείου του master segment με όρους των ισοπαραμετρικών συντεταγμένων [25, 26] του master segment [45]. Προϊούσης βέβαια της ανάλυσης, δεν έρχονται σε επαφή όλοι οι slave κόμβοι με τη master επιφάνεια, ενώ για ένα συγκεκριμένο slave κόμβο η διερεύνηση τερματίζεται οποτεδήποτε αποκλειστεί η δυνατότητα επαφής. Η πρώτη φάση διερεύνησης επαφής “nearest node problem” συνιστά το “global search” που αναφέρθηκε προηγουμένως, ενώ το “local search” αφορά στις δύο άλλες φάσεις της διερεύνησης επαφής.

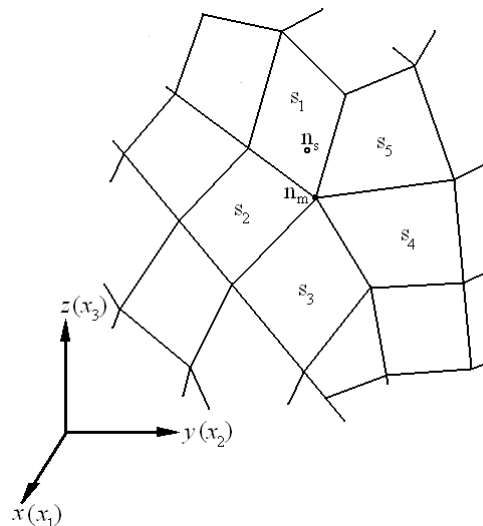
Συνοπτικά, μια γενική θεώρηση διεπιφάνειας μηχανικής επαφής μπορεί να περιγραφεί ως ακολούθως [45, 120, 121]:

Βήμα 1. Για κάθε slave κόμβο n_s , εντοπίζεται ο πλησιέστερος master κόμβος n_m και ελέγχονται τα master segment που περιλαμβάνουν τον n_m προκειμένου να προσδιοριστεί το segment το οποίο περικλείει τον n_s (Εικ. 3.28).

Βήμα 2. Εύρεση της θέσης του slave κόμβου στη master επιφάνεια.

Βήμα 3. Εξακρίβωση του ενδεχόμενου διείσδυσης του n_s στο master segment. Εάν συμβαίνει αυτό, υπολογίζεται και προστίθεται μια δύναμη διεπιφάνειας και, αν το ολικό μητρώο στιβαρότητας/ακαμψίας αναδιαρθρώνεται, προστίθεται ένα μητρώο στιβαρότητας διεπιφάνειας.

Βήμα 4. Επανάληψη των βημάτων 1-3 για τους master κόμβους (συμμετρική διαχείριση).



Εικ. 3.28 Πέντε master segment μπορεί να αντιστοιχούν στο slave κόμβο n_s , με δεδομένο ότι ο n_m είναι ο εγγύτερος master κόμβος [120]

Τοπική αναζήτηση (local search) (προσδιορισμός του master segment που περικλείει το slave κόμβο)

Ένας slave κόμβος n_s θεωρείται ότι είναι σε επαφή με ένα από τα segments που περιβάλλουν τον - πλησιέστερο σε αυτόν - κόμβο n_m στη master επιφάνεια. Η διαδικασία προσδιορισμού του master segment επαφής s_1 του slave κόμβου n_s επεξηγείται στην Εικ. 3.29 [45, 120, 121]. Ο πλησιέστερος κόμβος n_m είναι κοινός σε δύο πλευρές c_i και c_{i+1} κάθε master segment. Οι τέσσερις κόμβοι που οριοθετούν το segment επαφής s_1 ορίζουν μια ισοπαραμετρική επιφάνεια P . Ο κόμβος n_s θεωρείται ότι είναι σε επαφή με συγκεκριμένο segment, αν η προβολή του ανύσματος \mathbf{g} - που ορίζουν οι κόμβοι n_s και n_m - στην επιφάνεια P κείται στο segment που ορίζεται από τα c_i και c_{i+1} (όλα τα ανύσματα έχουν ως αρχή τον κόμβο n_m). Οι δύο ανισότητες που ικανοποιούνται ταυτόχρονα όταν η παραπάνω συνθήκη είναι αληθής έχουν ως εξής:

$$(\mathbf{c}_i \times \mathbf{s}) \cdot (\mathbf{c}_i \times \mathbf{c}_{i+1}) \geq 0 \quad (3.5.8)$$

$$(\mathbf{c}_i \times \mathbf{s}) \cdot (\mathbf{s} \times \mathbf{c}_{i+1}) \geq 0 \quad (3.5.9)$$

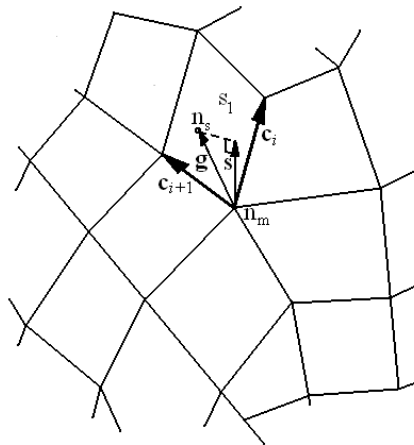
όπου το άνωσμα \mathbf{s} είναι η προβολή του \mathbf{g} στην επιφάνεια P και δεν είναι απαραίτητα στο επίπεδο που ορίζουν τα \mathbf{c}_i και \mathbf{c}_{i+1} , ενώ ισχύει

$$\mathbf{s} = \mathbf{g} - (\mathbf{g} \cdot \mathbf{m}) \mathbf{m}, \text{ με } \mathbf{m} = \frac{\mathbf{c}_i \times \mathbf{c}_{i+1}}{|\mathbf{c}_i \times \mathbf{c}_{i+1}|}$$

Το εσωτερικό γινόμενο του \mathbf{g} και του εξωτερικού κάθετου άνωσματος των segments είναι αρνητικό αν ο slave κόμβος έχει πραγματικά διεισδύσει στο segment επαφής. Ο κανόνας του δεξιού χεριού καθορίζει το εξωτερικό κάθετο άνωσμα μιας επιφάνειας επαφής. Βλέποντας από την εξωτερική πλευρά, οι κόμβοι ενός segment φαίνονται αριθμημένοι με φορά αντίθετη της περιστροφής των ωρολογιακών δεικτών. Χρησιμοποιώντας αυτή τη σύμβαση, η ακόλουθη ανισότητα είναι αληθής όταν ο slave κόμβος έχει διεισδύσει στο segment επαφής:

$$(\mathbf{c}_i \times \mathbf{c}_{i+1}) \cdot \mathbf{g} \leq 0 \quad (3.5.10)$$

Οι εξισώσεις (3.5.8), (3.5.9) και (3.5.10) εφαρμόζονται στα segments που περικλείουν το master κόμβο. Ο slave κόμβος δεν βρίσκεται σε επαφή όταν κανένα από τα master segments δεν ικανοποιεί τις ανισότητες αυτές.



Εικ. 3.29 Προβολή του διανύσματος \mathbf{g} στο master segment s_1 . Η διεισδύση του slave κόμβου στο master segment ελέγχεται μέσω του προσδιορισμού της επιφάνειας του segment με το διανυσματικό γινόμενο δύο εκ των πλευρών του [120, 121].

Προσδιορισμός του σημείου επαφής (contact point)

Θεωρώντας δεδομένο τον εντοπισμό του master segment που περικλείει το slave κόμβο n_s , μπορεί να προσδιοριστεί το “σημείο επαφής” (contact point), που ορίζεται ως το σημείο του master segment που βρίσκεται πλησιέστερα στον n_s . Κάθε master segment s_i προσδιορίζεται από μία διγραμμική (bilinear) παραμετρική περιγραφή:

$$\mathbf{r} = f_1(\xi, \eta)\mathbf{i}_1 + f_2(\xi, \eta)\mathbf{i}_2 + f_3(\xi, \eta)\mathbf{i}_3,$$

όπου

$$f_i(\xi, \eta) = \sum_{j=1}^4 \phi_j x_i^j, \text{ ενώ } \phi_j(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi\xi_j)(1 + \eta\eta_j),$$

με τις παραμέτρους ξ_j, η_j να λαμβάνουν τις τιμές $(\pm 1, \pm 1)$ στους κόμβους και x_i^j είναι οι συντεταγμένες του κόμβου j στον άξονα i (Εικ. 3.30). Σημειώνεται ότι το \mathbf{r} είναι τουλάχιστον μια φορά συνεχώς διαφορίσιμο και το κάθετο άνυσμα δεν είναι μηδέν,

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \xi} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \eta} \neq 0.$$

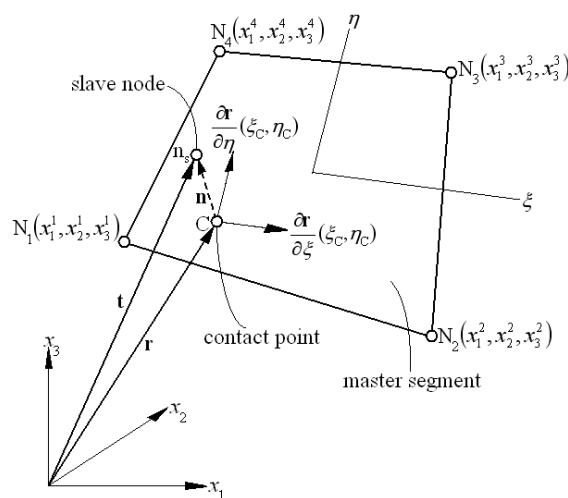
Έτσι, το \mathbf{r} περιγράφει ένα master segment που έχει ένα κάθετο άνυσμα του οποίου η διεύθυνση εξαρτάται συνεχώς από τα σημεία του s_i .

Θεωρώντας ως \mathbf{t} το άνυσμα θέσης του slave κόμβου n_s και ότι το master segment s_i έχει προσδιοριστεί μαζί με τον n_s , τότε οι συντεταγμένες (ξ_c, η_c) του σημείου επαφής στο s_i πρέπει να ικανοποιούν τις εξισώσεις (Εικ. 3.30):

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \xi}(\xi_c, \eta_c) \cdot [\mathbf{t} - \mathbf{r}(\xi_c, \eta_c)] = 0,$$

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \eta}(\xi_c, \eta_c) \cdot [\mathbf{t} - \mathbf{r}(\xi_c, \eta_c)] = 0.$$

Το σχετικό φυσικό πρόβλημα απεικονίζεται στην Εικ. 3.28, που δείχνει τον n_s να βρίσκεται πάνω από τη master επιφάνεια [45].



Εικ. 3.30 Εντοπισμός του σημείου επαφής (contact point)

Υπολογισμός της δύναμης επαφής (contact force)

Κάθε slave κόμβος ελέγχεται για διείσδυση στο master segment. Αν δεν λαμβάνει χώρα διείσδυση δεν ακολουθεί τίποτα, ενώ αν διαπιστώνεται τέτοια, εφαρμόζεται μια δύναμη διεπιφάνειας μεταξύ του slave κόμβου και του σημείου επαφής του. Το μέγεθος αυτής της δύναμης είναι ανάλογο του βάθους διείσδυσης. Διείσδυση του slave κόμβου n_s , διαμέσου του master segment s_i , που περιέχει το σημείο επαφής του σημειώνεται αν το l είναι αρνητικό,

$$l = \mathbf{n}_i \cdot [\mathbf{t} - \mathbf{r}(\xi_c, \eta_c)] < 0, \quad \mathbf{n}_i = \mathbf{n}_i(\xi_c, \eta_c) = \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \xi} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \eta} \right) / \left| \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \xi} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \eta} \right|$$

Αν διαπιστωθεί διείσδυση του slave κόμβου n_s διαμέσου του master segment s_i , εφαρμόζεται σε αυτόν ένα άνυσμα διεπιφανειακής δύναμης \mathbf{f}_s που είναι κάθετο στο master segment και εξαρτάται γραμμικά από το μέγεθος της διείσδυσης του κόμβου n_s ,

$$\mathbf{f}_s = -lk_i \mathbf{n}_i, \text{ αν } l < 0.$$

Μία ίση και αντίθετη δύναμη κατανέμεται στους κόμβους του master segment σύμφωνα με

$$\mathbf{f}_m^j = -\varphi_j(\xi_c, \eta_c) \mathbf{f}_s, \text{ αν } l < 0.$$

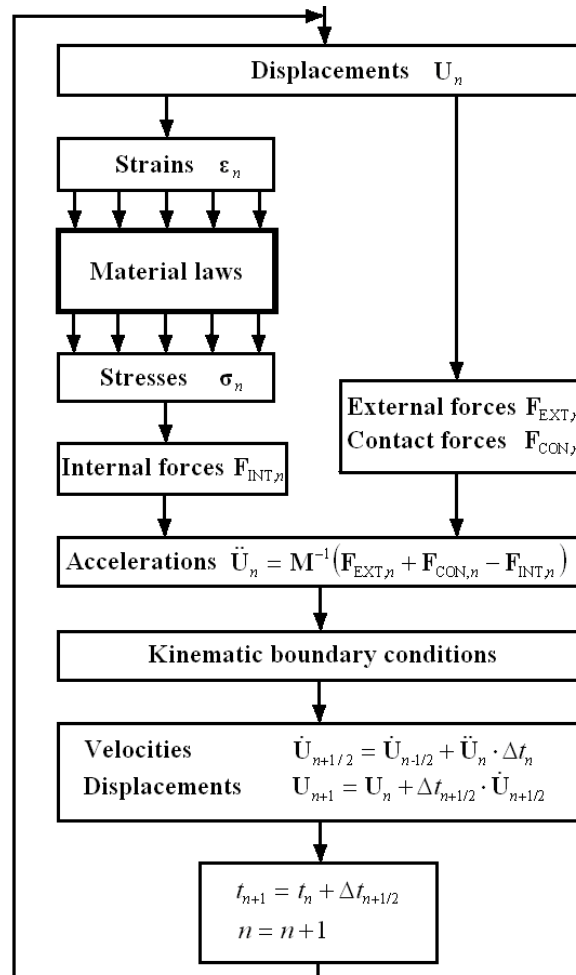
Ο παράγοντας δυσκαμψίας (stiffness) k_i του master segment s_i εκφράζεται μέσω του όγκου V_i , του μέτρου διόγκωσης (bulk modulus) K_i και της μετωπικής επιφάνειας A_i του πεπερασμένου στοιχείου που περιέχει το s_i , ως εξής:

$$k_i = \frac{f_{SI} K_i A_i^2}{V_i} \text{ για τα solid (brick) στοιχεία και}$$

$$k_i = \frac{f_{SI} K_i A_i}{\max \text{ shell diagonal}} \text{ για τα shell στοιχεία,}$$

όπου f_{SI} είναι ένας συντελεστής διόρθωσης/ποινής (penalty factor) - παράμετρος “Slsfac” στην κάρτα “Control_Contact” του κώδικα Ls-Dyna - για τη στιβαρότητα/δυσκαμψία της διεπιφάνειας επαφής (interface stiffness). Προκειμένου να περιοριστούν οι διεισδύσεις μεταξύ συνορευόντων σωμάτων η στιβαρότητα της διεπιφάνειας πρέπει να είναι αρκούντως υψηλή. Χρήση εξαιρετικά υψηλής στιβαρότητας διεπιφάνειας μπορεί να οδηγήσει σε μια αριθμητικά ασταθή (ταλαντωτική) λύση, εκτός αν μειωθεί ταυτόχρονα το χρονικό βήμα της ανάλυσης

(παράμετρος “Tssfac” στην κάρτα “Control_Timestep” του κώδικα Ls-Dyna). Αντίστροφα, μικρές τιμές μπορούν να οδηγήσουν σε μεγάλες και εκτεταμένες διεισδύσεις. Ο συντελεστής διόρθωσης f_{SI} είναι κανονικά προεπιλεγμένος με την τιμή 0.10 (έχει προκύψει από την πρακτική εφαρμογή του κώδικα Ls-Dyna και την εξαγωγή αξιόπιστων αποτελεσμάτων).



Εικ. 3.31 Βρόχος επίλυσης στον κώδικα Ls-Dyna, συμπεριλαμβανόμενης και της ανάλυσης επαφής (contact) (βλ. και Εικ. 3.8)

Όσον αφορά στην τριβή, αν και οι νόμοι της τριβής στη μηχανική του συνεχούς μέσου διατυπώνονται γενικά με όρους κάθετης πίεσης και ανθιστάμενης τάσης πρόσφυσης, στους αλγόριθμους μηχανικής επαφής της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων εκφράζονται με όρους συγκεντρωμένων δυνάμεων. Κατά το ευρέως χρησιμοποιούμενο κλασσικό μοντέλο τριβής Coulomb, η σχετική ολίσθηση μεταξύ δύο αλληλεπιδρωσών επιφανειών είναι μηδενική αν η εφαπτομενική δύναμη είναι μικρότερη από $\mu_s F^s$, όπου μ_s είναι ο συντελεστής στατικής τριβής. Αν η εφαπτομενική δύναμη είναι μεγαλύτερη από $\mu_s F^s$, λαμβάνει χώρα σχετική ολίσθηση

και το μέγεθος της ανθιστάμενης δύναμης τριβής είναι $\mu_d F^s$, όπου μ_d είναι ο δυναμικός συντελεστής τριβής [120, 121].

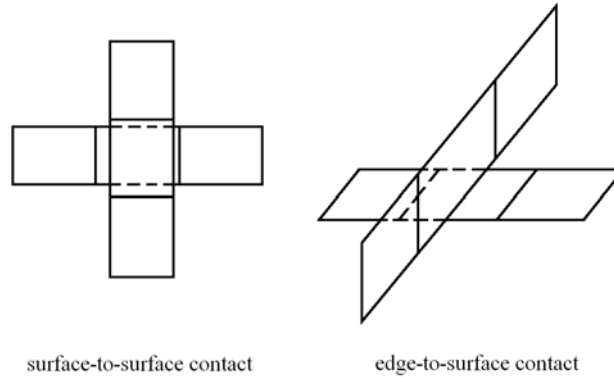
Στην Εικ. 3.31, παρουσιάζεται η διαδικασία επίλυσης στον κώδικα Ls-Dyna, όπου συμπεριλαμβάνεται και η ανάλυση των επαφών [45].

3.5.3 Ο αλγόριθμος επαφής “pinball”

Η μηχανική αλληλεπίδραση των σωμάτων κατά την επαφή (contact), πρόσκρουση (impact), ολίσθηση (sliding), διείσδυση (penetration) αναλύεται με ειδικούς αλγόριθμους (συχνά αναφέρονται ως “slideline algorithm”) που επιβάλλουν τον περιορισμό ότι τα δύο σώματα δεν μπορούν να καταλαμβάνουν τον ίδιο χώρο κατά την ίδια χρονική στιγμή. Συνήθως η συνθήκη αλληλοδιείσδυσης επιβάλλεται στην τμηματικά γραμμική (piecewise linear) ή δευτεροβάθμια (quadratic) προσέγγιση των επιφανειών μέσω πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων. Σε προβλήματα που περιλαμβάνουν μεγάλες σχετικές μετατοπίσεις (διείσδυση) μεταξύ των δύο σωμάτων και απαλοιφή πεπερασμένων στοιχείων (element erosion), η καταγραφή των στοιχείων που εμπλέκονται στους υπολογισμούς πρόσκρουσης είναι δύσκολη και χρονοβόρα. Προκειμένου να μειωθεί το υπολογιστικό κόστος επίλυσης των προβλημάτων μηχανικής επαφής με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων και να διευκολυνθεί η αριθμητική ανυσματοποίηση των τεχνικών αναζήτησης επαφής, καθώς και ο υπολογισμός των δυνάμεων αλληλεπίδρασης, έχουν αναπτυχθεί αλγόριθμοι απλοποίησης της μικρο-γεωμετρίας ενός προβλήματος [118, 120, 124, 135, 137] και εξέλιξης των τεχνικών αναζήτησης επαφής [122, 123, 146, 152-155]. Ένας χαρακτηριστικός εξ’ αυτών, με κατ’ επιλογήν εφαρμογή του στον κώδικα Ls-Dyna, παρουσιάζεται στη συνέχεια.

Η εναλλακτική αυτή τεχνική ανάλυσης (κυρίως ανίχνευσης) της επαφής/πρόσκρουσης είναι ο αλγόριθμος “pinball” που περιγράφεται διεξοδικά στις αναφορές [122, 123], ενώ εδώ γίνεται μια συνοπτική παρουσίασή του με βάση αυτές. Σημαντικό χαρακτηριστικό του αλγόριθμου pinball είναι η σημαντική απλοποίηση αφενός στην αναζήτηση των πεπερασμένων στοιχείων που εμπλέκονται στην πρόσκρουση και αφετέρου στην επιβολή της μη-διείσδυσης, με τη χρήση σφαιρών (pinball) ενσωματωμένων εντός των πεπερασμένων στοιχείων κατά τους υπολογισμούς επαφής. Η διαδικασία αναζήτησης κατόπιν απαιτεί μόνο έναν απλό έλεγχο των αποστάσεων μεταξύ των σφαιρών για τη διαπίστωση αλληλοδιείσδυσης.

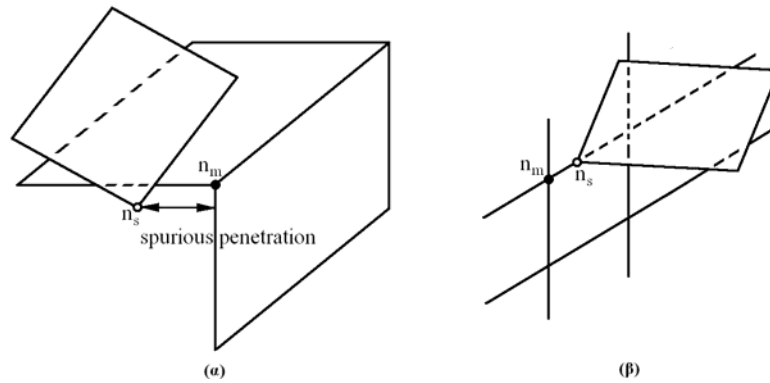
Σημειώνεται επιπλέον ότι στον αλγόριθμο pinball οι σφαίρες των στοιχείων χρησιμοποιούνται μόνο στον αλγόριθμο της ανίχνευσης επαφής (γεωμετρική μέθοδος), καθώς για τον προσδιορισμό της μηχανικής συμπεριφοράς των στοιχείων χρησιμοποιείται η μηχανική του συνεχούς μέσου.



Εικ. 3.32 Δύο περιπτώσεις επαφής μη ανιχνεύσιμες από τον αλγόριθμο “πλησιέστερου κόμβου” (nearest node algorithm) [123].

Ο αλγόριθμος “pinball” προέκυψε στα πλαίσια της αναζήτησης βελτιωμένων μεθόδων ανάλυσης της επαφής/πρόσκρουσης, χωρίς τα μειονεκτήματα του αρχικού αλγόριθμου επαφής του “πλησιέστερου κόμβου” (nearest-node) [120, 121], όπως είναι:

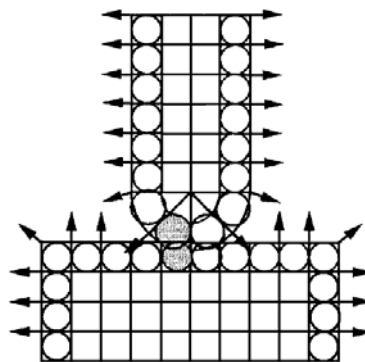
- Επειδή ελέγχεται μόνο η αλληλοδιείσδυση κόμβων έναντι πεπερασμένων στοιχείων, κάποιες επαφές επιφανειών προς επιφάνειες (surface-to-surface) και ακμών προς επιφάνειες (edge-to-surface) (Εικ. 3.32) δεν μπορούν να εντοπιστούν.
- Ο αρχικός αλγόριθμος παρουσιάζεται ασαφής σε καταστάσεις όπως αυτές της Εικ. 3.33(α). Προκειμένου να ξεπεραστούν οι αμφιβολίες πρέπει να οριστούν προσεκτικά τα master segment, δηλ. απαιτείται προγενέστερη γνώση των master στοιχείων που πρόκειται να υποστούν διείσδυση από slave nodes και καθορισμός των ακμών και των επιφανειών ενός μοντέλου, στο οποίο είναι πιθανή η επαφή, μέσω δεδομένων εισόδου κατά τη φάση προετοιμασίας του μοντέλου. Από τη στιγμή που σε πολύπλοκες προσομοιώσεις οι επαφές ακμής προς επιφάνεια που μπορούν να αναπτυχθούν δεν είναι πρόδηλες, αυτό μπορεί να οδηγήσει στην ανάγκη εκτέλεσης μερικών προσομοιώσεων προτού προσδιοριστούν ορθά όλες οι επαφές.
- Πολλαπλή επαφή μεταξύ ενός κόμβου και περισσότερων του ενός master segments (Εικ. 3.33(β)) μπορεί να προκαλέσει δυσχέρειες.



Εικ. 3.33 (α) Πλαστή υπόδειξη διείσδυσης με τον αλγόριθμο “πλησιέστερου κόμβου”, (β) κόμβος σε επαφή με περισσότερα του ενός στοιχεία [123].

Η βασική ιδέα του αλγόριθμου pinball έγκειται στην επιβολή της συνθήκης μη-διείσδυσης (impenetrability) και στον προσδιορισμό της αλληλοδιείσδυσης (interpenetration) g μέσω ενός συνόλου σφαιρών (pinball) ενσωματωμένων στα πεπερασμένα στοιχεία, όπως φαίνεται στην Εικ. 3.34. Με την επιβολή του περιορισμού επαφής στις σφαίρες αντί στα ίδια τα στοιχεία, ο χρόνος που απαιτείται από τον αλγόριθμο επαφής μπορεί να μειωθεί σημαντικά, καθώς ο καθορισμός εάν και κατά πόσο υφίσταται αλληλοδιείσδυση συνίσταται σε έναν απλό έλεγχο της απόστασης μεταξύ δύο σφαιρών, σε συνδυασμό - στη συνέχεια - με μία μέθοδο ποινής (penalty method) για την εφαρμογή των δυνάμεων επαναφοράς.

Ο αλγόριθμος pinball χρησιμοποιείται συνδεδεμένος με τον αλγόριθμο σύνθεσης κάθετου σε επιφάνεια διάνυσματος, ο οποίος συνθέτει ένα προσεγγιστικά κάθετο σε εξωτερικές επιφάνειες διάνυσμα [124]. Το κάθετο διάνυσμα είναι μη-μηδενικό μόνο στους κόμβους των εξωτερικών επιφανειών και σφαίρες τοποθετούνται σε στοιχεία με τουλάχιστον ένα κόμβο με μη-μηδενικό διάνυσμα.



Εικ. 3.34 Η βασική ιδέα του αλγόριθμου “pinball” σε δύο διαστάσεις [122]

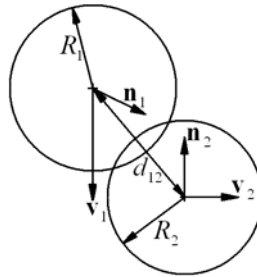
Στη συνέχεια περιγράφεται πολύ σύντομα η βασική διατύπωση του αλγόριθμου με τη χρήση εξαεδρικών πεπερασμένων στοιχείων [122, 123]. Μία σφαίρα (pinball) εγκαθίσταται σε καθένα από τα εξαεδρικά στοιχεία του πλέγματος. Αυτές οι σφαίρες

χρησιμοποιούνται μετά για τον προσδιορισμό των στοιχείων που εμπλέκονται στην επαφή. Το κέντρο και η ακτίνα της σφαίρας στο στοιχείο e δίνονται από τις σχέσεις

$$C_i = \frac{1}{8} \sum_{I=1}^8 x_{Ii}^e \quad \text{και} \quad R = \sqrt[3]{\frac{3V^e}{4\pi}}$$

της σφαίρας, x_{Ii}^e είναι οι συντεταγμένες του κόμβου I του στοιχείου e , R είναι η ακτίνα της σφαίρας και V^e είναι ο όγκος του στοιχείου e . Το κέντρο της κάθε σφαίρας είναι απλά ο μέσος όρος των συντεταγμένων των κόμβων του αντίστοιχου στοιχείου ενώ η ακτίνα προσδιορίζεται θέτοντας τον όγκο της σφαίρας ίσο προς τον όγκο του στοιχείου του ίδιου.

Ο εντοπισμός των αλληλεπιδρώντων ζευγών είναι, υπολογιστικά, μια πολύ απλή διαδικασία. Υπολογίζεται η απόσταση μεταξύ των κέντρων καθεμιάς slave σφαίρας και καθεμιάς master σφαίρας των αντίστοιχων πεπερασμένων στοιχείων και στη συνέχεια συγκρίνεται με το άθροισμα των ακτίνων των σφαιρών αυτών. Αλληλοδιείσδυση προκύπτει όταν $d < R_1 + R_2$, όπου d είναι η απόσταση ανάμεσα στα κέντρα των στοιχείων 1 και 2 και R_1 , R_2 είναι οι ακτίνες των στοιχείων 1 και 2. Στη συγκεκριμένη διαδικασία τα master και slave στοιχεία μπορεί να υπόκεινται σε διείσδυση από περισσότερα του ενός στοιχεία κατά τη διάρκεια ενός χρονικού βήματος (time-step).



Εικ. 3.35 Αλληλοδιείσδυση δύο σφαιρών (pinball) [122]

Το βάθος διείσδυσης των δύο στοιχείων υπολογίζεται εύκολα. Θεωρώντας δύο αλληλοδιεισδύουσες σφαίρες, 1 και 2 (Εικ. 3.35), οι ταχύτητες τους είναι \mathbf{v}_1 και \mathbf{v}_2 , τα κάθετα διανύσματα των σχετικών επιφανειών είναι \mathbf{n}_1 και \mathbf{n}_2 , ενώ τα διανύσματα θέσης των κέντρων των δύο σφαιρών είναι \mathbf{C}_1 και \mathbf{C}_2 , αντίστοιχα. Η διείσδυση g ορίζεται ως η σχετική μετατόπιση των κέντρων των σφαιρών - κατά τη μέση κάθετη διεύθυνση - που απαιτείται για την εξάλειψη της αλληλοδιείσδυσης, οπότε το g προσδιορίζεται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$\mathbf{d}^T \mathbf{d} = (R_1 + R_2)^2$$

όπου

$$\mathbf{d} = \mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2 + g\mathbf{n} \tag{3.5.11}$$

ενώ

$$\mathbf{n} = (\mathbf{n}_2 - \mathbf{n}_1) / \|\mathbf{n}_2 - \mathbf{n}_1\| \tag{3.5.12}$$

όπου το σύμβολο $\|\cdot\|$ δηλώνει το μήκος (μέτρο) του διανύσματος. Το βάθος διείδυσης μπορεί να προσδιοριστεί από

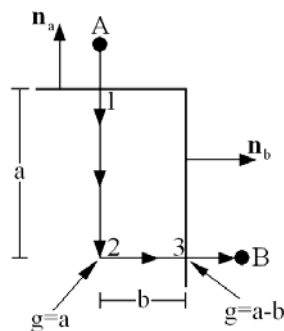
$$g = -b + \sqrt{b^2 - c} \tag{3.5.13}$$

όπου $b = \mathbf{n}^T(\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2)$ και $c = \|\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2\|^2 - (R_1 + R_2)^2$

Σημειώνεται ότι στο ριζικό της εξίσωσης (3.5.13) απαιτείται να ληφθεί υπόψη μόνο το θετικό πρόσημο, αφού η αρνητική ρίζα αντιστοιχεί σε αρνητική τιμή της g , που είναι άτοπο. Ο ρυθμός διείδυσης υπολογίζεται από $\dot{g} = \Delta g / \Delta t$. Μπορεί επίσης να

θεωρηθεί ότι η ποσότητα g δίνεται από το χρονικό ολοκλήρωμα του \dot{g} : $g = \int_{t_1}^t \dot{g} dt$,

όπου t_1 είναι ο χρόνος έναρξης της διείδυσης. Σε έναν αλγόριθμο επαφής βασισμένο σε επιφάνειες το \dot{g} δεν είναι ανεξάρτητο της διαδρομής. Αυτό καταδεικνύεται στη διαδρομή που παρουσιάζεται στην Εικ. 3.36. Αν ο κόμβος A διαγράφει την τροχιά (1 έως 3) και ως \mathbf{n}_a επιλέγεται το κάθετο διάνυσμα κατά τη διεύθυνση (1 έως 2) ενώ ως \mathbf{n}_b το κάθετο διάνυσμα κατά τη διεύθυνση (2 έως 3), τότε κατά την έξοδο του κόμβου A η διείδυση θα είναι $g = a - b$. Σε μία πιο περίπλοκη διαδρομή, η τιμή του g στην έξοδο θα εξαρτιόταν από το σημείο στο οποίο το κάθετο διάνυσμα που χρησιμοποιείται στον υπολογισμό του g μεταπίπτει από \mathbf{n}_a σε \mathbf{n}_b , αλλά γενικά δε θα μηδενιζόταν στην έξοδο. Ο αλγόριθμος pinball παρέχει μέσω της σχέσης (3.5.11) έναν απλό, φυσικό και μοναδικό τρόπο υπολογισμού της διείδυσης g .



Εικ. 3.36 Διείδυση κόμβου με βάθος εξαρτώμενο από τη διαδρομή διείδυσης [122]

Στη συνέχεια παρουσιάζεται συνοπτικά η υλοποίηση του αλγόριθμου pinball μέσω της μεθόδου ποινής (penalty). Η δύναμη ποινής σε οποιαδήποτε σφαίρα εφαρμόζεται σε όλους τους κόμβους του κάθε πεπερασμένου στοιχείου. Η δύναμη είναι ανάλογη του βάθους διείσδυσης και δίνεται από

$$\mathbf{F}^P = (p_1 \dot{g} + p_2 g) \mathbf{n} \quad (3.5.14)$$

όπου το \mathbf{n} δίνεται στην εξίσωση (3.5.12), $p_2 = \frac{\beta B A^2}{V}$ και B , A και V είναι το μέτρο διόγκωσης (bulk modulus), το εμβαδόν της επιφάνειας πρόσκρουσης και ο όγκος του πεπερασμένου στοιχείου, αντίστοιχα, ενώ \mathbf{F}^P είναι η δύναμη ποινής στη σφαίρα. Συγκεκριμένα, θεωρώντας τις ιδιότητες δύο σφαιρών, η παράμετρος ποινής θα δίνεται από $p_2 = \frac{1}{2} \beta (B_1 R_1 + B_2 R_2)$, όπου B_1 , B_2 είναι τα μέτρα διόγκωσης των αλληλεπιδρώντων σφαιρών και R_1 , R_2 είναι οι ακτίνες τους. Η εξίσωση (3.5.14) δίνει τη δύναμη επαφής που πρόκειται να εφαρμοστεί σε αντίθετες κατευθύνσεις επί της καθεμίας από τις δύο σφαίρες. Αυτή η δύναμη κατόπιν διαιρείται/κατανέμεται μεταξύ των οκτώ κόμβων του κάθε στοιχείου: $\mathbf{F}_n^{ep} = \frac{1}{8} \mathbf{F}^P$ ($n=1 \div 8$), όπου \mathbf{F}_n^{ep} είναι οι δυνάμεις ποινής σε επίπεδο πεπερασμένου στοιχείου στον τοπικό κόμβο n του στοιχείου. Οι δυνάμεις αυτές στη συνέχεια προστίθενται στο διάνυσμα της συνολικής δύναμης, ως συνήθως. Ένα διάγραμμα ροής για την υλοποίηση του αλγόριθμου pinball μέσω της penalty μεθόδου επαφής/πρόσκρουσης δίνεται στον Πιν. 3.1.

Πίνακας 3.1: Διάγραμμα ροής της εφαρμογής του αλγόριθμου pinball μέσω της penalty μεθόδου επαφής/πρόσκρουσης [122]

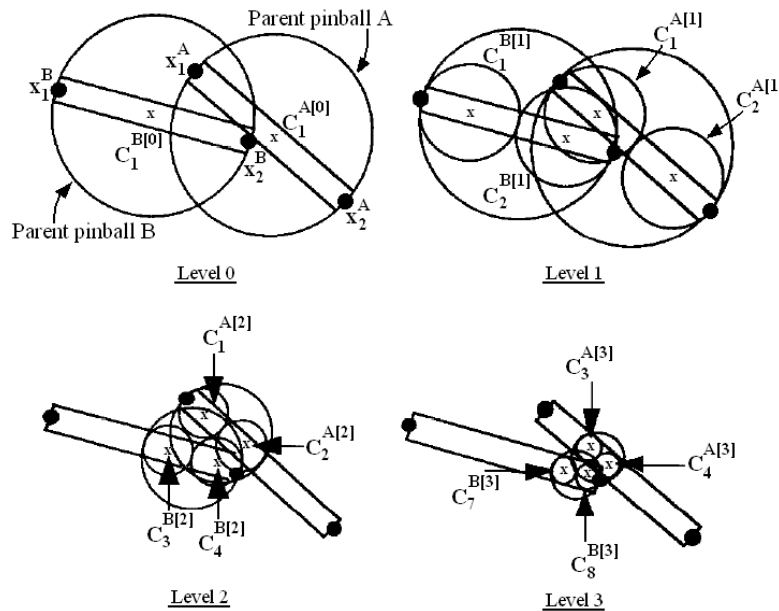
1. Αν είναι το πρώτο χρονικό βήμα, χρησιμοποιήσε τον όγκο πεπερασμένου στοιχείου για τον υπολογισμό μίας ακτίνας για κάθε στοιχείο του πεδίου μηχανικής αλληλεπίδρασης (επαφής/πρόσκρουσης).
2. Υπολόγισε κάθετα διανύσματα για όλα τα στοιχεία [124]. Στοιχεία με μηδενικά κάθετα διανύσματα εξαιρούνται από την αναζήτηση/έλεγχο επαφής.
3. Υπολόγισε τα κέντρα όλων των στοιχείων με μη-μηδενικά κάθετα διανύσματα.
4. Τοποθέτησε τα στοιχεία μέσα σε κατάλληλα κελιά (cell) (δημιουργία πλέγματος κελιών και ένταξη των στοιχείων σε αυτά ώστε να προκύψουν μικρότερες ζώνες με σκοπό την εντοπισμένη και λεπτομερή ανίχνευση επαφής) [124].
5. Έλεγε τα στοιχεία του κάθε κελιού για τον προσδιορισμό των αλληλεπιδρώντων /διεισδύοντων ζευγών στοιχείων.
6. Υπολόγισε τις δυνάμεις επαφής που θα εφαρμοστούν στους κόμβους των προσκρουόντων ζευγών στοιχείων.
7. Επιστροφή στην κεντρική ρουτίνα.

Οι δυνάμεις ποινής, μαζί με τις δυνάμεις που εγείρονται λόγω της ανάπτυξης τάσεων στα πεπερασμένα στοιχεία (εσωτερικές δυνάμεις) και τις εξωτερικά

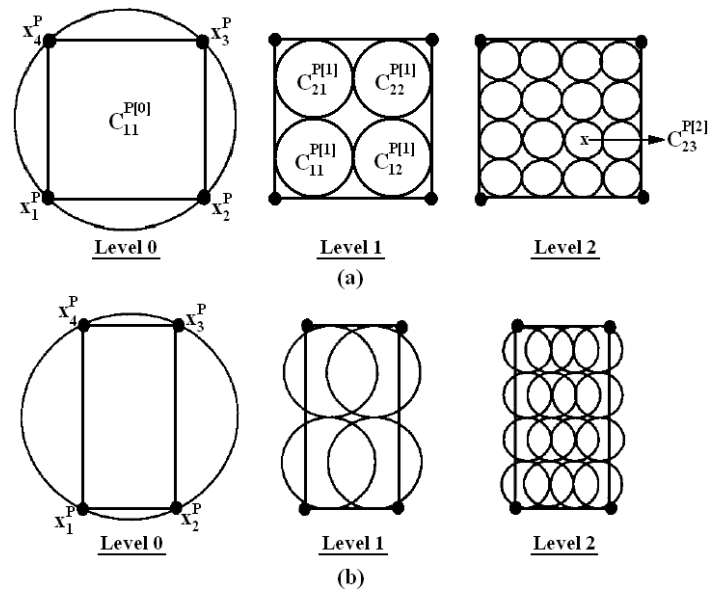
εφαρμοζόμενες, χρησιμοποιούνται στον υπολογισμό των επιταχύνσεων των κόμβων. Επομένως η ρουτίνα επαφής εμφανίζεται στον αλγόριθμο επίλυσης του συνολικού προβλήματος αμέσως πριν τον υπολογισμό των επιταχύνσεων των κόμβων (βλ. Εικ. 3.31).

Η εφαρμογή του συγκεκριμένου αλγόριθμου επαφής που παρουσιάστηκε είναι χρήσιμη σκόπιμη κυρίως σε προβλήματα, όπως η διείσδυση/διάτρηση (penetration) σωμάτων (απαίτηση για απαλοιφή στοιχείων (element erosion)) και η ανάλυση της συμπεριφοράς (λεπτότοιχων) κατασκευών έναντι πρόσκρουσης (crashworthiness) (κατάρρευση της κατασκευής, με πολύ δύσκολο των εκ των προτέρων καθορισμό των ζωνών και των ειδών επαφής εντός των επιμέρους τμημάτων της (self-contact)).

Στην εξέλιξη αυτής της μεθόδου με διαίρεση των σφαιρών (splitting pinball method) [123], η μητρική σφαίρα - της οποίας η ακτίνα πλέον επιλέγεται όσο μεγάλη απαιτείται ώστε να περικλείει τελείως το αντίστοιχο πεπερασμένο στοιχείο - διασπάται σε θυγατρικές σφαίρες κάθε φορά που εντοπίζεται αλληλοδιείσδυση των μητρικών σφαιρών (Εικ. 3.37, 3.38). Ο έλεγχος αλληλοδιείσδυσης διενεργείται κατόπιν στις θυγατρικές σφαίρες και αναπτύσσονται δυνάμεις επαφής.



Εικ. 3.37 Ιεραρχία διαίρεσης σφαιρών σε στοιχείο γραμμικής δοκού. Παράδειγμα αλληλοδιείσδυσης: μόνο οι ενεργές σφαίρες και οι επίγονοί τους φαίνονται σε κάθε επίπεδο διαίρεσης [123].



Εικ. 3.38 Κατανομή σφαιρών - δύο επιπέδων διαίρεσης - σε: (a) τετραγωνικό στοιχείο, (b) ορθογωνικό στοιχείο μεγάλου λόγου διαστάσεων (aspect ratio) [123].

Αυτό εξασφαλίζει καλύτερη αναπαράσταση μίας επιφάνειας επαφής που περιλαμβάνει στοιχεία κελύφους (shell element), όπου η ακρίβεια του αρχικού αλγόριθμου εκφυλίζεται. Η μέθοδος εντάσσεται εντός ενός penalty αλγόριθμου επαφής/πρόσκρουσης σε έναν explicit κώδικα πεπερασμένων στοιχείων, ενώ διαχειρίζεται εύκολα και αυτόματα μεγάλη ποικιλία διαφορετικών καταστάσεων αλληλεπίδρασης, όπως επαφή ακμής προς ακμή, ακμής προς επιφάνεια και επιφάνειας με τον εαυτό της, χωρίς κάποιες προδιαγραφές εκ μέρους του χρήστη που απαιτούν άλλοι σχετικοί αλγόριθμοι. Συνολικά, το πλεονέκτημά της έναντι άλλων τεχνικών έγκειται στη δυνατότητα γενικευμένης εφαρμογής, την αριθμητική ευρωστία και την προσαρμοστικότητα. Εντυπωσιακή είναι η αποτελεσματικότητα που παρουσιάζει σε προβλήματα πρόσκρουσης υψηλών ταχυτήτων (ιπτάμενα θραύσματα, σύγκρουση λεπτότοιχων κελυφών, διάτρηση θωράκισης) και κατάρρευσης κατασκευών υπό την επίδραση φόρτισης, όπου τα φαινόμενα που λαμβάνουν χώρα διέπονται από κάθετες δυνάμεις και χρησιμοποιούνται πεπερασμένα στοιχεία κατώτερης τάξης (με ευθύγραμμες ακμές).

Στην ενότητα αυτή παρουσιάστηκε συνοπτικά ο αλγόριθμος ανίχνευσης επαφής/διείσδυσης, “pinball”, από τον οποίο έλκει την καταγωγή της η προηγμένη μέθοδος διαχείρισης της επαφής, “segment-based contact method” στον κώδικα Ls-Dyna. Η εναλλακτική αυτή προσέγγιση συνιστά ιδιαίτερα χρήσιμη επιλογή σε περιπτώσεις αλληλεπίδρασης πλεγμάτων πολύπλοκης γεωμετρίας (οξείες καμπυλότητες, αιχμηρές πτυχώσεις), συγκεκριμένης σχετικής αρχικής διάταξης και

εκτεταμένης αναμενόμενης επαφής προϊούσης της παραμόρφωσης (εμπλοκή ακμών πεπερασμένων στοιχείων στην επαφή (edge to edge contact)), καθώς και έντονα διαφορετικής πυκνότητας, όπου η καθιερωμένη μέθοδος ελέγχου επαφής και διείσδυσης, “node to segment” (αλγόριθμος του “πλησιέστερου κόμβου” (nearest node algorithm)) συνήθως αδυνατεί να ανταποκριθεί αποτελεσματικά. Στο κεφάλαιο λεπτομερούς περιγραφής της μοντελοποίησης, όπου αναπτύσσονται διεξοδικά οι χρησιμοποιηθέντες τύποι επαφής στην προσομοίωση της συμπεριφοράς των κατασκευών με τον κώδικα Ls-Dyna, δίνονται περαιτέρω λεπτομέρειες για τη συγκεκριμένη μέθοδο εντοπισμού επαφής και διείσδυσης, καθώς και για τον αντίστοιχο τρόπο υπολογισμού της στιβαρότητας της διεπιφάνειας επαφής (contact interface stiffness). Το τελευταίο αφορά στον τρόπο προσδιορισμού των ασκούμενων δυνάμεων επαναφοράς των συνόρων των σωμάτων στη φυσική τους θέση - κατά τη διαπίστωση διείσδυσης των αλληλεπιδρώντων πλεγμάτων -, που στη συγκεκριμένη μέθοδο είναι διαφορετικός (segment-based penalty formulation) σε σχέση με τον αντίστοιχο (standard penalty formulation) της καθιερωμένης μεθόδου ελέγχου επαφής και διείσδυσης. Ο εναλλακτικός αυτός τρόπος υπολογισμού αποδεικνύεται ιδιαίτερα αποτελεσματικός, κυρίως σε περιπτώσεις αλληλεπίδρασης σωμάτων σημαντικά διαφορετικών ελαστικών σταθερών και πυκνότητας πλέγματος.

3.5.4 Ανάλυση της αλληλεπίδρασης επαφής σε συνθήκες απαλοιφής πεπερασμένων στοιχείων (element erosion - eroding contact)

Υπολογισμοί που περιλαμβάνουν διείσδυση/διάτρηση, κατάρρευση, θραύση ή θρυμματισμό υλικών, υλοποιούνται δύσκολα σε ένα κώδικα Lagrange καθώς δεν προβλέπεται - χωρίς προηγούμενη επί τούτου εφαρμογή σχετικής τεχνικής αποσύνδεσης στοιχείων (tiebreak ή tied with failure, βλ., Κεφ. 4, 5 και 6) - διάρρηξη (tearing) του πλέγματος. Για την αντιμετώπιση αυτής της δυσχέρειας και τη μοντελοποίηση των προαναφερθέντων φαινομένων έχουν αναπτυχθεί σχετικοί αλγόριθμοι [124, 131, 146-148, 150, 151], οι οποίοι, υιοθετώντας την απαλοιφή πεπερασμένων στοιχείων από το πλέγμα (element erosion) - όταν αυτά ικανοποιούν κάποια κριτήρια απαλοιφής (αστοχίας) -, διαχειρίζονται αποτελεσματικά την αλληλεπίδραση επαφής στις συγκεκριμένες συνθήκες (eroding contact). Μετά τη διαγραφή του στοιχείου, τα segment επαφής που περιλαμβάνει διαγράφονται από τις επιφάνειες μηχανικής αλληλεπίδρασης, ενώ προστίθενται σε αυτές οι νέες ελεύθερες επιφάνειες που αποκαλύπτονται από τη διαγραφή των στοιχείων. Για τη διευκόλυνση

της παραπάνω προσέγγισης, προσδιορίζεται η αποκαλυφθείσα (μετά τη διαγραφή στοιχείων) επιφάνεια μέσω όλων των κόμβων στους οποίους αντιστοιχούν μη-μηδενικά κάθετα άνυσματα. Μετά το μηδενισμό ενός συγκεντρωτικού μητρώου, εξετάζονται όλα τα πεπερασμένα στοιχεία και υπολογίζεται η συμβολή τους στο κάθετο άνυσμα των κόμβων τους. Αν ένας κόμβος βρίσκεται στο εσωτερικό του πλέγματος, τότε το άθροισμα των συμβολών όλων των στοιχείων είναι μηδέν, ενώ το αντίστοιχο άθροισμα για τους εξωτερικούς κόμβους είναι μη-μηδενικό [118, 149]. Ο υπολογισμός των συμβολών των στοιχείων ανυσηματοποιείται εύκολα, αυξάνοντας την αποδοτικότητα του αλγόριθμου, την οποία βελτιώνει επιπλέον και η εξέλιξη των τεχνικών αναζήτησης επαφής [122, 123, 145, 152-155]. Στο σκεπτικό αυτό βασίζεται ο αλγόριθμος διαχείρισης της αλληλεπίδρασης σωμάτων (και μεταξύ τμημάτων αυτών) σε συνθήκες απαλοιφής πεπερασμένων στοιχείων (δυνατότητα - και ως προς την απαλοιφή στοιχείων και ως προς τη διαχείριση της σχετικής αλληλεπίδρασης - που ενσωματώνεται στον κώδικα Ls-Dyna και εφαρμόστηκε στην προσομοίωση της κατάρρευσης των sandwich κελυφών), που περιγράφεται συνοπτικά στη συνέχεια με βάση τις αναφορές [124, 151].

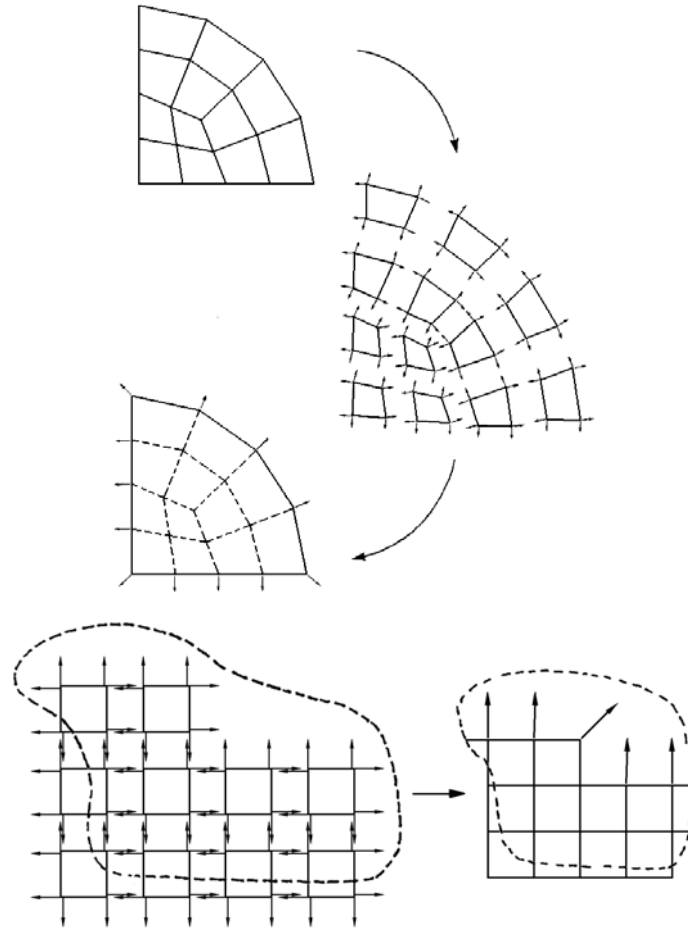
Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, θεμελιώδες συστατικό ενός τέτοιου αλγόριθμου αποτελεί ο δυναμικός (επανα-) προσδιορισμός των τρεχουσών (πρώην εσωτερικών - νυν εξωτερικών) επιφανειών που αλληλεπιδρούν, προϊούσης της οποιασδήποτε διαγραφής στοιχείων που λαμβάνει χώρα στα εμπλεκόμενα σώματα. Πρόκειται για έναν αλγόριθμο “σύνθεσης”, στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, που παρέχει έναν φυσικό, σύντομο και σαφή τρόπο καθορισμού των κάθετων διευθύνσεων - στους κόμβους - των επιφανειών επαφής.

Στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, ο όγκος V του μελετούμενου στερεού υποδιαιρείται σε στοιχεία με όγκους V_e . Τα στοιχεία που χρησιμοποιούνται ευρύτερα σε τριδιάστατες εφαρμογές είναι γενικά εξάεδρα, αν και περιστασιακά χρησιμοποιούνται τετράεδρα και πεντάεδρα, ενώ τα πλέγματα των πεπερασμένων στοιχείων μπορεί να είναι τελείως ακανόνιστα.

Τα βασικά στοιχεία δομής ενός πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων αποτελούνται από τα ακόλουθα:

1. Συντεταγμένες όλων των κόμβων, $\mathbf{r}_I = (x_I, y_I, z_I)$, $I=1$ έως n_N
2. Σύνδεση των στοιχείων στους κόμβους C_I^e , $I=1$ έως n_N^e , $e=1$ έως n_E

όπου n_E είναι ο αριθμός των στοιχείων, n_N είναι ο αριθμός των κόμβων στο πλέγμα και n_N^e είναι ο αριθμός των κόμβων στο στοιχείο e .



Εικ. 3.39 Σύνθεση των κάθετων διανυσμάτων στα πεπερασμένα στοιχεία για τον προσδιορισμό της τρέχουσας εξωτερικής επιφάνειας του συνόλου (παραδείγματα σε δύο διαστάσεις) (μέθοδος ASN) [124, 151].

Στη διαδικασία σύνθεσης των ανυσμάτων (μητρώα στήλης) στα πεπερασμένα στοιχεία, οι ποσότητες των στοιχείων αθροίζονται σύμφωνα με τους αριθμούς των κόμβων των στοιχείων. Δηλώνοντας τα ανύσματα των στοιχείων με ένα μητρώο στήλης \mathbf{f}_e , όπου $\mathbf{f}_e^T = [f_1, f_2, \dots, f_{n_N^e}]$. Το ολικό άνυσμα προκύπτει με την άθροιση των επιμέρους συνεισφορών των στοιχείων ως:

$$f_{C_I^e} = \sum_{e=1}^{n_E} \sum_{I=1}^{n_N^e} f_I^{(e)} \equiv \mathbf{A}_e \mathbf{f}^{(e)} \quad (3.5.15)$$

όπου το \mathbf{A} , όπως ορίστηκε προηγουμένως, καλείται “τελεστής σύνθεσης” (assembly operator). Οι συνιστώσες των μητρώων των στοιχείων μπορούν επίσης να είναι

ανύσματα, δηλ. μπορεί να είναι $\mathbf{g}_e^T = [\mathbf{g}_1^T, \mathbf{g}_2^T, \dots, \mathbf{g}_{n_N}^T]$, όπου \mathbf{g}_i είναι μητρώα στήλης οποιασδήποτε τάξης. Η διαδικασία σύνθεσης είναι πανομοιότυπη με εκείνη που δόθηκε στην Εξ. (3.5.15) εκτός του ότι το f αντικαθίσταται από το \mathbf{g} .

Στον αλγόριθμο ASN (Assembled Surface Normal) [151], αυτή η διαδικασία σύνθεσης κατέχει κεντρικό ρόλο. Η βασική ιδέα της μεθόδου είναι ότι οι κάθετες για κάθε πλευρά του πεπερασμένου στοιχείου υπολογίζονται και προστίθενται συνιστώσα προς συνιστώσα σε ένα μητρώο κάθετων ανυσμάτων σύμφωνα με τους αριθμούς των κόμβων. Σημειώνεται ότι στους εσωτερικούς κόμβους τα συντεθέντα κάθετα ανύσματα ουσιαστικά αναιρούνται, οπότε οι συνιστώσες τους μηδενίζονται. Στους εξωτερικούς κόμβους, τα κάθετα ανύσματα κατευθύνονται εξωτερικά του πεδίου ορισμού (πλέγμα) σε μια διεύθυνση που προσεγγίζει ικανοποιητικά την κάθετη διεύθυνση στην επιφάνεια του ορίου του πλέγματος. Συγκεκριμένα, η κάθετη σε μια γωνία λαμβάνει μια μέση (average) διεύθυνση των επιφανειών που συναντώνται στη συγκεκριμένη γωνία (Εικ. 3.39).

Στις τρεις διαστάσεις, η διαδικασία συνίσταται στα ακόλουθα βήματα: για κάθε πλευρά του κάθε πεπερασμένου στοιχείου, υπολογίζεται ένα κάθετο άνυσμα λαμβάνοντας το ανυσματικό γινόμενο δύο διαγώνιων γραμμών στην επιφάνεια. Για παράδειγμα, το κάθετο άνυσμα στην επιφάνεια που ορίζεται από τους τοπικούς κόμβους 1, 2, 3, 4 του στοιχείου e υπολογίζεται ως:

$$\mathbf{n}^e = (\mathbf{r}_4 - \mathbf{r}_2) \times (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1) \quad \text{ή} \quad \mathbf{n}^e = \mathbf{x}_{42} \times \mathbf{x}_{31} \quad (3.5.16)$$

$$\mathbf{n}^e \leftarrow \mathbf{n}^e / \|\mathbf{n}^e\|$$

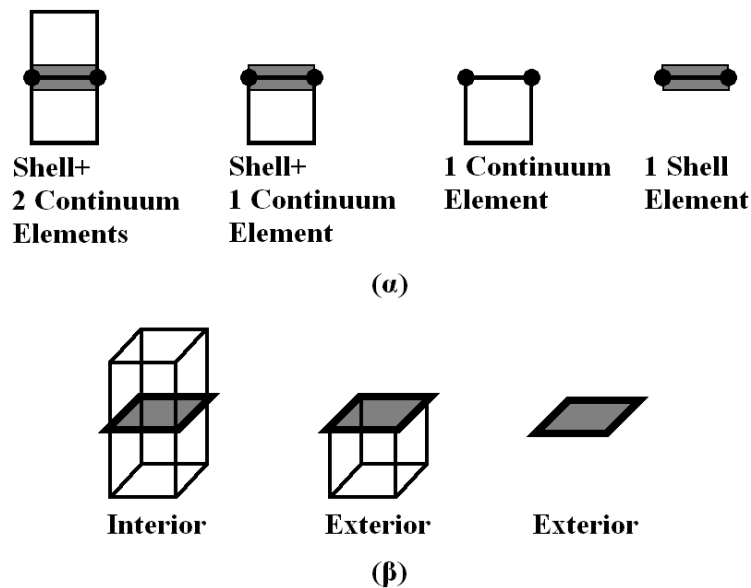
όπου η διαίρεση με “ $\|\ \|$ ” δηλώνει κανονικοποίηση (μετατροπή σε μοναδιαίο άνυσμα) του ανύσματος στον αριθμητή.

Για κάθε επιφάνεια στοιχείου, το κάθετο άνυσμα αντιστοιχίζεται στη συνέχεια σε όλους τους κόμβους της επιφάνειας και στη συνέχεια τα κάθετα ανύσματα στους κόμβους συντίθενται σε ένα ολικό κάθετο άνυσμα $\mathbf{n} = \mathbf{A}_e \mathbf{n}^e$, όπου ο τελεστής σύνθεσης ορίζεται στην Εξ. (3.5.15) και οι συνεισφορές προστίθενται μόνο στους κόμβους της επιφάνειας. Όταν οι συνεισφορές όλων των πεπερασμένων στοιχείων συντεθούν, εξετάζονται τα κάθετα ανύσματα σε όλους τους κόμβους. Έτσι, οποιοσδήποτε κόμβος με μηδενικό κάθετο άνυσμα είναι εσωτερικός κόμβος.

Για την επεξήγηση της διαδικασίας παρουσιάζονται τα διδιάστατα πλέγματα της Εικ. 3.39. Σε αυτές φαίνεται μια κατακερματισμένη όψη του πλέγματος των

πεπερασμένων στοιχείων, συμπεριλαμβανομένων όλων των καθέτων ανυσμάτων των στοιχείων. Όταν συντίθενται (αθροίζονται) τα κάθετα ανύσματα \mathbf{n}^e των πεπερασμένων στοιχείων για το σχηματισμό του ολικού κάθετου μητρώου \mathbf{n} , οι συνεισφορές από τις εσωτερικές ακμές θα αναιρεθούν. Συνεπώς το συντεθέν κάθετο ανύσμα είναι μη-μηδενικό μόνο στο όριο του πεδίου ορισμού/πλέγματος. Σημειώνεται ότι το κάθετο στην επιφάνεια ανύσμα που προσδιορίζεται από την Εξ. (3.5.16) αποτελεί προσέγγιση αφού για μια αυθαίρετη διάταξη κόμβων η επιφάνεια καθορίζεται από διγραμμική παρεμβολή και το κάθετο ανύσμα διαφοροποιείται στην επιφάνεια. Επίσης, για κόμβους στοιχείων που βρίσκονται σε επίπεδο συμμετρίας, οι συνιστώσες του κάθετου ανύσματος που δεν κείνται στο επίπεδο συμμετρίας μηδενίζονται.

Μια πολύ ενδιαφέρουσα προσέγγιση διαφορετικού σκεπτικού στη διαχείριση επαφής σε συνθήκες απαλοιφής πεπερασμένων στοιχείων συνιστά ο αλγόριθμος SAND (Slidesurfaces with Adaptive New Definitions) [150], του οποίου το τμήμα που αναφέρεται στον (επανα-) προσδιορισμό των επιφανειών επαφής - το πιο σημαντικό μέρος κάθε αλγόριθμου τέτοιου είδους - περιγράφεται επιγραμματικά στη συνέχεια. Η διέπουσα απαίτηση προφανώς είναι ότι οι επιφάνειες επαφής πρέπει να επαναπροσδιορίζονται περιοδικά καθώς λαμβάνει χώρα αστοχία/διαγραφή των στοιχείων σε αυτές. Έτσι, αριθμοδοτούνται αρχικά όλα τα τμήματα επιφάνειας (segment - πλευρές των στοιχείων) στο μοντέλο, που αποτελούν πιθανές επιφάνειες επαφής (τμήματα που διαφέρουν μόνο στη σειρά αρίθμησης των κόμβων που τα οριοθετούν θεωρούνται το ίδιο στοιχείο επιφάνειας). Στη συνέχεια προσδιορίζεται ο αριθμός των πεπερασμένων στοιχείων που σχετίζονται με κάθε στοιχείο επιφάνειας, καθώς υπάρχει ένα μέγιστο δύο εξαεδρικών (solid) πεπερασμένων στοιχείων 8-κόμβων και ενός τετραπλευρικού (shell) πεπερασμένου στοιχείου 4-κόμβων που μπορούν να συνδεθούν σε ένα δεδομένο τμήμα επιφάνειας (Εικ. 3.40(α)). Συνεπώς τα εξωτερικά στοιχεία επιφάνειας προσδιορίζονται γρήγορα ως το σύνολο εκείνων με τα οποία συνδέονται κανένα ή ένα εξαεδρικό πεπερασμένο στοιχείο (Εικ. 3.40(β)). Η επιφάνεια επαφής (πραγματική επιφάνεια του υλικού) συμπίπτει με το αντίστοιχο segment επαφής για ένα εξαεδρικό πεπερασμένο στοιχείο, αλλά διαφέρει κατά το μισό του πάχους για ένα τετραπλευρικό πεπερασμένο στοιχείο (όταν θεωρείται το αντιστάθμισμα πάχους του shell στοιχείου).



Εικ. 3.40 Αλγόριθμος προσδιορισμού επιφανειών επαφής, SAND, σε συνθήκες απαλοιφής στοιχείων (α) Τέσσερις δυνατοί συνδυασμοί σύνδεσης solid και shell στοιχείων σε τμήμα επιφάνειας (segment) (εγκάρσια τομή) [150], (β) εξωτερικό σύνορο σώματος θεωρείται το σύνολο των τμημάτων επιφάνειας (segment) που έχουν κανένα ή ένα solid στοιχείο συνδεδεμένο με αυτά [131]

3.6 ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΝΤΑΤΙΚΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ ΚΑΙ ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΣΤΟΧΙΑΣ ΚΑΤΑ CHANG-CHANG ΣΕ ΠΟΛΥΣΤΡΩΤΟ ΕΛΑΣΜΑ ΣΥΝΘΕΤΟΥ ΥΛΙΚΟΥ ΜΟΝΟΔΙΕΥΘΥΝΤΙΚΩΝ ΣΤΡΩΣΕΩΝ

Η μελέτη/μοντελοποίηση της μηχανικής συμπεριφοράς πλακών/ελασμάτων από σύνθετο υλικό επάλληλων στρώσεων με ενισχυτικές ίνες ενιαίας διεύθυνσης ανά στρώση (unidirectional laminated composite) συνίσταται στην ανάλυση της εντατικής κατάστασης (stress analysis) σε συνδυασμό με τη θεώρηση κριτηρίων αστοχίας (failure analysis/criteria). Οι εγειρόμενες τάσεις και οι αναπτυσσόμενες παραμορφώσεις μπορούν να διατυπωθούν με βάση τη θεωρία ελαστικότητας πεπερασμένων (μη απειροστών ή μεγάλων) παραμορφώσεων (finite elasticity) λαμβάνοντας υπόψη μη-γραμμικότητα υλικού και γεωμετρίας, ενώ η έναρξη και η επισώρευση αστοχίας εκτιμώνται με προτεινόμενα κριτήρια αστοχίας σε συνδυασμό με μοντέλα υποβιβασμού των ιδιοτήτων του υλικού. Στη συνέχεια παρουσιάζεται συνοπτικά η - με βάση τα προαναφερθέντα - ανάλυση της εντατικής κατάστασης και η εξαγωγή κριτηρίων αστοχίας των Chang-Chang με βάση τα αντίστοιχα άρθρα [159, 160]. Τα κριτήρια αστοχίας των Chang-Chang, σε συνδυασμό με εκείνα των Tsai-Wu [161, 167-169] και Hashin [162], συνθέτουν - με κάποιες τροποποιήσεις - το μοντέλο σύνθετου υλικού “Mat 54-55: Enhanced_Composite_Damage” του κώδικα Ls-Dyna [45, 46], που χρησιμοποιήθηκε στη μοντελοποίηση των σύνθετων ελασμάτων, κατά

την προσομοίωση της κατάρρευσης των υβριδικών sandwich κελυφών στην παρούσα μελέτη. Στο κεφάλαιο της μοντελοποίησης θα αναφερθούν περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά.

Ανάλυση εντατικής κατάστασης

Θεωρώντας το πάχος του ελάσματος σημαντικά μικρότερο από τις άλλες διαστάσεις του μπορεί να υιοθετηθεί συνθήκη διδιάστατης επίπεδης εντατικής κατάστασης. Εφόσον το υλικό μπορεί να επιδεικνύει μη-γραμμική συμπεριφορά για κάποιες διευθύνσεις στρώσεων (αναφέρεται λεπτομερέστερα στη συνέχεια) και επιπλέον η παραμόρφωση δύναται να είναι σχετικά μεγάλη, η ανάλυση των τάσεων βασίζεται στη θεωρία πεπερασμένης ελαστικότητας (μεγάλων παραμορφώσεων) [6, 7, 10, 11, 26]. Σε ένα ελαστικό σώμα αρχικής διάταξης V_0 που παραμορφώνεται στην τρέχουσα V_n μέσω της προηγούμενης V_{n-1} , η εξίσωση ισορροπίας σε μορφή μεταβολών (variational form) στο τρέχον βήμα ανάλυσης (φορτίο $P = P^n$) με όρους της προηγούμενης διάταξης V_{n-1} μπορεί να διατυπωθεί ως εξής [7, 8, 12, 15, 159, 160]:

$$\int_{V_{n-1}} S_{ij}^n \Delta E_{ij} dV - \int_{S_\sigma} \bar{T}_i^n \Delta u_i da - \int_{S_u} S_{ij}^n n_j \Delta \bar{u}_i da = 0 \quad i, j = 1, 2 \quad (3.6.1)$$

όπου S_{ij}^n και ΔE_{ij} είναι οι τάσεις Kirchhoff στο τρέχον βήμα ($P = P^n$) και οι βηματικές παραμορφώσεις Green, αντίστοιχα. \bar{T}_i^n είναι η επιφανειακή φόρτιση στην επιφάνεια S_σ (δυναμικές συνοριακές συνθήκες) κατά τη διάταξη V_{n-1} , Δu_i είναι η βηματική μετατόπιση και $\Delta \bar{u}_i$ είναι η βηματική μετατόπιση που επιβάλλεται στο όριο S_u (κινηματικές συνοριακές συνθήκες) κατά τη διάταξη V_{n-1} , ενώ n_j είναι το μοναδιαίο άνωσμα κάθετα στην επιφάνεια (Εικ. 3.26) Το σύμβολο “...” χαρακτηρίζει προδιαγεγραμμένες συναρτήσεις στις οριακές επιφάνειες [159, 160].

Οι συνολικές τάσεις S_{ij}^n μπορούν να εκφραστούν ως

$$S_{ij}^n = \sigma_{ij}^{n-1} + \Delta S_{ij} \quad (3.6.2)$$

όπου σ_{ij}^{n-1} είναι οι τάσεις Cauchy στην παραμορφωμένη διάταξη V_{n-1} και ΔS_{ij} είναι οι βηματικές τάσεις Kirchhoff από V_{n-1} σε V_n με όρους διάταξης V_{n-1} .

Εισάγοντας την εξίσωση (3.6.2) στην (3.6.1) προκύπτει

$$\int_{V_{n-1}} \Delta S_{ij} \Delta E_{ij} dV = \int_{S_\sigma} \bar{T}_i^n \Delta u_i da + \int_{S_u} (\sigma_{ij}^{n-1} + \Delta S_{ij}) \Delta \bar{u}_i da - \int_{V_{n-1}} \sigma_{ij}^{n-1} \Delta E_{ij} dV \quad (3.6.3)$$

Οι βηματικές παραμορφώσεις Green, ΔE_{ij} μπορούν να διατυπωθούν ως

$$\Delta E_{ij} = \Delta e_{ij} + \Delta \eta_{ij} \quad (3.6.4)$$

όπου

$$\Delta e_{ij} = \frac{1}{2} \left[\Delta \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + \Delta \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3.6.5)$$

και

$$\Delta \eta_{ij} = \frac{1}{2} \Delta \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \Delta \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right) \quad i, j, k = 1, 2 \quad (3.6.6)$$

Σημειώνεται ότι e_{ij} είναι οι κοινές παραμορφώσεις μικρής κλίμακας και η_{ij} είναι ο τανυστής περιστροφής για μεγάλης κλίμακας παραμορφώσεις.

Από την εξίσωση (3.6.3), μέσω των εξισώσεων (3.6.4-3.6.6), προκύπτει (Updated Lagrangian Formulation [25, 26])

$$\int_{V_{n-1}} \Delta S_{ij} \Delta E_{ij} dV + \int_{V_{n-1}} \sigma_{ij}^{n-1} \Delta \eta_{ij} dV = \int_{S_\sigma} \bar{T}_i^n \Delta u_i da + \int_{S_u} (\sigma_{ij}^{n-1} + \Delta S_{ij}) \Delta \bar{u}_i da - \int_{V_{n-1}} \sigma_{ij}^{n-1} \Delta e_{ij} dV \quad (3.6.7)$$

για την επίλυση της οποίας πρέπει να προσδιοριστούν προηγουμένως οι σχέσεις τάσης-παραμόρφωσης (καταστατικοί νόμοι).

Υποθέτοντας ότι σε κάθε υπολογιστικό βήμα η μεταβολή ΔP του φορτίου είναι αρκετά μικρή, ώστε οι σχέσεις τάσης-παραμόρφωσης να θεωρούνται γραμμικές κατά την παραμόρφωση από το βήμα $n-1$ στο βήμα n , οι σχέσεις βηματικής τάσης-βηματικής παραμόρφωσης μπορούν να διατυπωθούν ως [159, 160]

$$\Delta S_{ij} = C_{ijkl}^{n-1} \Delta E_{kl} \cong C_{ijkl}^{n-1} \Delta e_{kl} \quad (3.6.8)$$

όπου τα ανηγμένα μέτρα ελαστικότητας C_{ijkl}^{n-1} δίνονται από

$$C_{ijkl}^{n-1} = C_{rs}^{n-1} = \sum_{m=1}^M \left(\frac{h^m}{H} \right) [\bar{Q}_{rs}^m]^{n-1} \quad (3.6.9)$$

Εδώ h^m είναι το πάχος της m th μονοδιευθυντικής στρώσης του πολύστρωτου ελάσματος σύνθετου υλικού, M είναι ο συνολικός αριθμός των στρώσεων, H είναι το συνολικό πάχος του ελάσματος και $[\bar{Q}_{rs}^m]^{n-1}$ είναι το μετασχηματισμένο ανηγμένο μητρώο δυσκαμψίας της m th στρώσης [159, 160], ενώ οι υπογεγραμμένοι δείκτες συσχετίζονται ως εξής:

$$\begin{aligned} i = j = 1 &\rightarrow r = 1 & k = l = 1 &\rightarrow s = 1 \\ i = j = 2 &\rightarrow r = 2 & k = l = 2 &\rightarrow s = 2 \\ i \neq j &\rightarrow r = 3 & k \neq l &\rightarrow s = 3 \end{aligned}$$

Σημειώνεται ότι το $[\bar{Q}_{rs}^m]^{n-1}$, εξαρτώμενο από τον προσανατολισμό των στρώσεων, μπορεί να μην είναι σταθερό, οπότε το C_{rs}^{n-1} εξαρτάται από το κάθε βήμα.

Έχει διαπιστωθεί ότι η μη-γραμμική απόκριση ενός πολύστρωτου σύνθετου υλικού ενισχυμένου με ίνες ενιαίου προσανατολισμού ανά στρώση μπορεί να αποδοθεί κυρίως στη μη-γραμμικότητα της σχέσης διατμητικής τάσης-διατμητικής παραμόρφωσης σε κάθε στρώση. Ως αποτέλεσμα, για κάποιους προσανατολισμούς στρώσεων όπως $[\pm 45]$ το πολύστρωτο σύνθετο υλικό παρουσιάζει έντονα μη-γραμμική συμπεριφορά, ενώ για $[0 / \pm 45 / 90]_s$ συμπεριφέρεται γραμμικά.

Στη συγκεκριμένη ανάλυση υιοθετείται η ακόλουθη διατύπωση της μη-γραμμικής σχέσης διατμητικής τάσης-διατμητικής παραμόρφωσης [159, 160]:

$$\gamma_{xy} = \left(\frac{1}{G_{xy}} \right) \sigma_{xy} + \alpha \sigma_{xy}^3 \quad (3.6.10)$$

όπου x και y είναι συντεταγμένες παράλληλα και κάθετα στις ίνες, αντίστοιχα, G_{xy} είναι το αρχικό μέτρο διάτμησης της στρώσης και α είναι μια σταθερά προσδιοριζόμενη πειραματικά. Μέσω της Εξ. (3.6.10) μπορεί να προκύψει το μητρώο $[\bar{Q}_{rs}^m]^{n-1}$ σε κάθε υπολογιστικό βήμα [159, 160].

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (3.6.8) και (3.6.9) στην (3.6.7) λαμβάνεται η εξίσωση:

$$\int_{V_{n-1}} \Delta e_{kl} C_{ijkl}^{n-1} \Delta e_{ij} dV + \int_{V_{n-1}} \sigma_{ij}^{n-1} \Delta \eta_{ij} dV = \int_{S_\sigma} \bar{T}_i^n \Delta u_i da + \int_{S_u} (\sigma_{ij}^{n-1} + \Delta S_{ij}) \Delta \bar{u}_i da - \int_{V_{n-1}} \sigma_{ij}^{n-1} \Delta e_{ij} dV \quad (3.6.11)$$

η οποία λόγω της μη-γραμμικότητας υλικού (C_{ijkl}^{n-1}) και γεωμετρίας ($\Delta \eta_{ij}$), στο αριστερό μέλος της Εξ. (3.6.11), πρέπει να επιλυθεί αριθμητικά, με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων να αποτελεί βασική επιλογή [159]. Με την αύξηση του φορτίου P το υλικό υπόκειται σε αστοχία και απότοκο υποβιβασμό των μηχανικών ιδιοτήτων του, οπότε οι τιμές του $[\bar{Q}_{rs}^m]^{n-1}$ στη βεβλαμμένη ζώνη πρέπει να μειωθούν και οι τάσεις και παραμορφώσεις στο πολύστρωτο έλασμα να ανακατανομηθούν. Η ανακατανομή τάσεων και παραμορφώσεων υλοποιείται με νέα διατύπωση της εξίσωσης (3.6.7) με μειωμένες μηχανικές ιδιότητες. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για κάθε πρόσθετη αστοχία που προκύπτει από την ανακατανομή των τάσεων, έως

όπου να μη διαπιστώνεται περαιτέρω αστοχία μέσω της ανάλυσης αστοχίας (κριτήρια αστοχίας) [159].

Κριτήρια αστοχίας

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα κριτήρια αστοχίας του μοντέλου Chang-Chang, που περιγράφουν τους αντίστοιχους μηχανισμούς αστοχίας. Καταρχήν υπάρχουν τέσσερις διαφορετικοί τρόποι/μηχανισμοί αστοχίας μεμονωμένης μονοδιευθυντικής στρώσης σε επίπεδη εντατική κατάσταση (in-plane failure): ρηγμάτωση μήτρας (matrix cracking), συμπίεση μήτρας (matrix compression), διάτμηση μήτρας-ινών (fiber-matrix shear-out) και θραύση ινών (fiber breakage). Τα κριτήρια διατυπώνονται ως εξής [159, 160]:

- Matrix cracking (tensile matrix mode) - ρηγμάτωση μήτρας σε εγκάρσιο εφελκυσμό και επίπεδη διάτμηση:

$$\left(\frac{\sigma_y}{Y_t}\right)^2 + \frac{\int_0^{\gamma_{xy}} \sigma_{xy} d\gamma_{xy}}{\int_0^{\gamma_{xy}^u} \sigma_{xy} d\gamma_{xy}} = e_M^2 \begin{cases} e_M \geq 1 & \text{αστοχία} \\ e_M < 1 & \text{μη αστοχία} \end{cases} \quad (3.6.12)$$

όπου σ_y ($\sigma_y \geq 0$) και σ_{xy} είναι η εγκάρσια εφελκυστική τάση και η διατμητική τάση, αντίστοιχα, Y_t είναι η εγκάρσια εφελκυστική αντοχή και γ_{xy}^u είναι η μέγιστη διατμητική παραμόρφωση της μονοδιευθυντικής στρώσης.

Εισάγοντας τη σχέση διατμητικής τάσης-διατμητικής παραμόρφωσης της στρώσης (Εξ. (3.6.10)) στην Εξ. (3.6.12), προκύπτει:

$$\left(\frac{\sigma_y}{Y_t}\right)^2 + \frac{\frac{\sigma_{xy}^2}{2G_{xy}} + \frac{3}{4}\alpha\sigma_{xy}^4}{\frac{S_c^2}{2G_{xy}} + \frac{3}{4}\alpha S_c^4} = e_M^2 \begin{cases} e_M \geq 1 & \text{αστοχία} \\ e_M < 1 & \text{μη αστοχία} \end{cases} \quad (3.6.13)$$

όπου S_c είναι η επιτόπου (στη φυσική της θέση) επίπεδη διατμητική αντοχή της μονοδιευθυντικής στρώσης, όπως προκύπτει από μέτρηση σε πολύστρωτο έλασμα αντίστοιχων κάθετα διασταυρούμενων μονοδιευθυντικών στρώσεων, $[0/90]_s$, ίδιου πάχους με το προκείμενο έλασμα [163, 164]. Έχει διαπιστωθεί ότι η τιμή της S_c είναι σημαντικά διαφορετική από εκείνη της διατμητικής αντοχής της μονοδιευθυντικής στρώσης μετρημένη σε αυτήν, ενώ η χρήση της S_c είναι ουσιώδης στην ανάλυση της αστοχίας [159, 165, 166].

Για ελάσματα γραμμικής ελαστικής συμπεριφοράς ($\alpha = 0$), η Εξ. (3.6.13) απλοποιείται στην

$$\left(\frac{\sigma_y}{Y_t}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{xy}}{S_c}\right)^2 = e_M^2 \begin{cases} e_M \geq 1 & \text{αστοχία} \\ e_M < 1 & \text{μη αστοχία} \end{cases}$$

Συνεπώς, το κριτήριο αστοχίας της μήτρας σε εγκάρσιο εφελκυσμό και επίπεδη διάτμηση καθορίζει ότι, όταν σε οποιαδήποτε μονοδιευθυντική στρώση του πολύστρωτου σύνθετου ελάσματος οι τάσεις σ_y και σ_{xy} ικανοποιούν το κριτήριο ($e_M \geq 1$), τότε προκύπτει ρηγμάτωση της μήτρας στη συγκεκριμένη στρώση.

- Matrix compression (compressive matrix mode) - σύνθλιψη μήτρας σε εγκάρσια συμπίεση και επίπεδη διάτμηση: η θλιπτική αστοχία της μήτρας διατυπώνεται με το κριτήριο αστοχίας Hashin, που έχει τη μορφή

$$\left(\frac{\sigma_y}{2S_c}\right)^2 + \left[\left(\frac{Y_c}{2S_c}\right)^2 - 1\right] \frac{\sigma_y}{Y_c} + \frac{\int_0^{\gamma_{xy}} \sigma_{xy} d\gamma_{xy}}{\int_0^{\gamma_{xy}^u} \sigma_{xy} d\gamma_{xy}} = e_d^2 \begin{cases} e_d \geq 1 & \text{αστοχία} \\ e_d < 1 & \text{μη αστοχία} \end{cases}$$

ή (μέσω της Εξ. (3.6.10))

$$\left(\frac{\sigma_y}{2S_c}\right)^2 + \left[\left(\frac{Y_c}{2S_c}\right)^2 - 1\right] \frac{\sigma_y}{Y_c} + \frac{\frac{\sigma_{xy}^2}{2G_{xy}} + \frac{3}{4}\alpha\sigma_{xy}^4}{\frac{S_c^2}{2G_{xy}} + \frac{3}{4}\alpha S_c^4} = e_d^2 \begin{cases} e_d \geq 1 & \text{αστοχία} \\ e_d < 1 & \text{μη αστοχία} \end{cases}$$

όπου Y_c είναι η εγκάρσια θλιπτική αντοχή της μονοδιευθυντικής στρώσης. Με την παραπάνω διατύπωση καθορίζεται ότι θλιπτική αστοχία της μήτρας προκύπτει σε μια στρώση όταν οι τάσεις σ_y ($\sigma_y \leq 0$) και σ_{xy} ικανοποιούν το κριτήριο αστοχίας Hashin ($e_d \geq 1$).

- Fiber breakage/rupture (tensile fiber mode) and fiber-matrix shear-out - θραύση ινών σε διαμήκη εφελκυσμό και διάτμηση μήτρας-ινών:

$$\left(\frac{\sigma_x}{X_t}\right)^2 + \frac{\int_0^{\gamma_{xy}} \sigma_{xy} d\gamma_{xy}}{\int_0^{\gamma_{xy}^u} \sigma_{xy} d\gamma_{xy}} = e_f^2 \begin{cases} e_f \geq 1 & \text{αστοχία} \\ e_f < 1 & \text{μη αστοχία} \end{cases}$$

ή (μέσω της Εξ. (3.6.10))

$$\left(\frac{\sigma_x}{X_t}\right)^2 + \frac{\frac{\sigma_{xy}^2}{2G_{xy}} + \frac{3}{4}\alpha\sigma_{xy}^4}{\frac{S_c^2}{2G_{xy}} + \frac{3}{4}\alpha S_c^4} = e_f^2 \begin{cases} e_f \geq 1 & \text{αστοχία} \\ e_f < 1 & \text{μη αστοχία} \end{cases} \quad (3.6.14)$$

όπου σ_x και X_t είναι η διαμήκης εφελκυστική τάση και η διαμήκης εφελκυστική αντοχή της μονοδιευθυντικής στρώσης, αντίστοιχα. Για πολύστρωτα ελάσματα σύνθετου υλικού με γραμμική ελαστική συμπεριφορά ($\alpha = 0$), η Εξ. (3.6.14) απλοποιείται στην

$$\left(\frac{\sigma_x}{X_t}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{xy}}{S_c}\right)^2 = e_f^2 \begin{cases} e_f \geq 1 & \text{αστοχία} \\ e_f < 1 & \text{μη αστοχία} \end{cases}$$

Επομένως, το κριτήριο ορίζει ότι, όταν σε οποιαδήποτε μονοδιευθυντική στρώση του πολύστρωτου σύνθετου ελάσματος οι συνδυασμένες τάσεις σ_y ($\sigma_y \geq 0$) και σ_{xy} ικανοποιούν το κριτήριο ($e_f \geq 1$), τότε η στρώση αστοχεί είτε λόγω θραύσης ινών είτε λόγω διάτμησης μήτρας-ινών.

Υποβιβασμός μηχανικών ιδιοτήτων

Όταν λαμβάνει χώρα αστοχία, οι μηχανικές ιδιότητες υποβαθμίζονται στη βεβλαμμένη περιοχή, ενώ ο βαθμός μείωσης εξαρτάται ουσιωδώς από τους μηχανισμούς πρόκλησης της αστοχίας.

Στην περίπτωση πρόβλεψης αστοχίας της μήτρας σε εφελκυσμό ή θλίψη σε μια στρώση του σύνθετου ελάσματος, το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας E_y και ο αντίστοιχος λόγος Poisson ν_y στη συγκεκριμένη περιοχή της στρώσης μηδενίζονται. Ωστόσο, το διάμηκες μέτρο ελαστικότητας E_x καθώς και οι διατμητικές ιδιότητες (μέτρο διάτμησης - στο επίπεδο της στρώσης - G_{xy}) της στρώσης παραμένουν αμετάβλητα, δηλ.,

$$\begin{bmatrix} \frac{E_x}{1-\nu_x\nu_y} & \frac{E_y\nu_x}{1-\nu_x\nu_y} \\ \frac{E_x\nu_y}{1-\nu_x\nu_y} & \frac{E_y}{1-\nu_x\nu_y} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} E_x & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

και

$$\gamma_{xy} = \left(\frac{1}{G_{xy}}\right)\sigma_{xy} + \alpha\sigma_{xy}^3 \rightarrow \gamma_{xy} = \left(\frac{1}{G_{xy}}\right)\sigma_{xy} + \alpha\sigma_{xy}^3$$

Όταν προκύπτει αστοχία λόγω θραύσης ινών ή/και διάτμησης ινών-μήτρας, οι τιμές των ιδιοτήτων E_y και ν_y μηδενίζονται, αλλά το διάμηκες μέτρο ελαστικότητας E_x

και το μέτρο διάτμησης (στο επίπεδο της στρώσης) G_{xy} της συγκεκριμένης στρώσης υποβαθμίζονται βάσει της κατανομής Weibull ως εξής:

$$\frac{E_x^d}{E_x} = \exp \left[- \left(\frac{A}{A_0} \right)^\beta \right]$$

$$\frac{G_{xy}^d}{G_{xy}} = \exp \left[- \left(\frac{A}{A_0} \right)^\beta \right] \text{ και } \alpha = 0$$

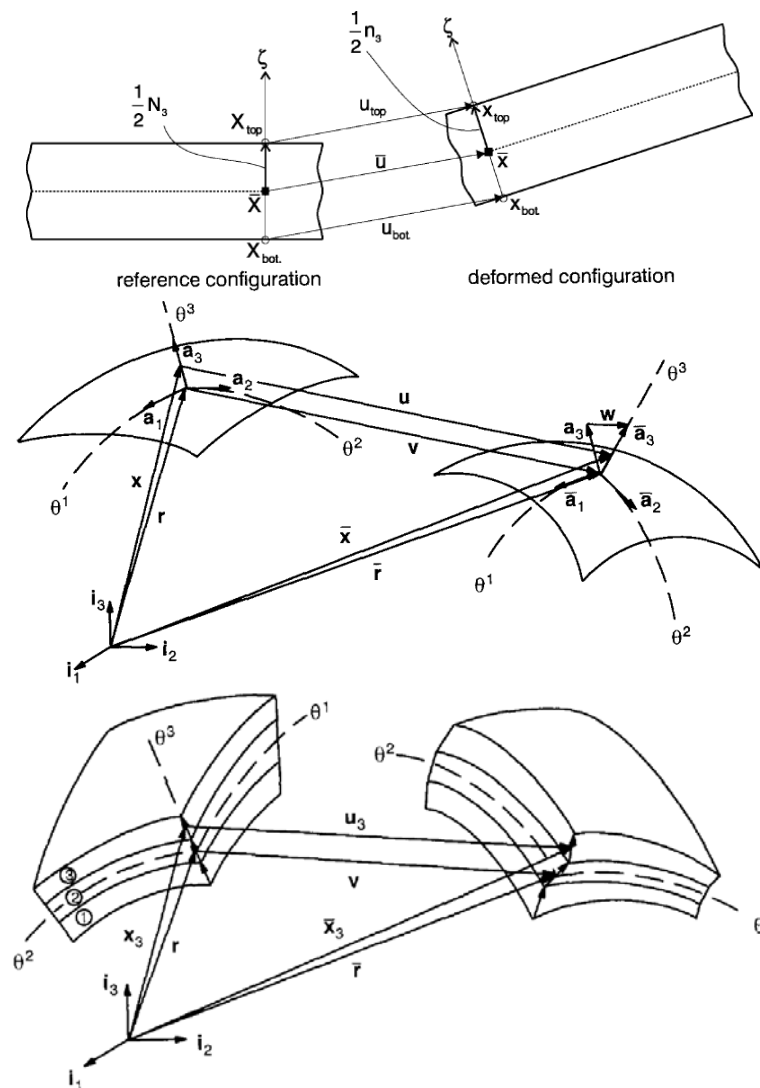
όπου E_x^d και G_{xy}^d είναι το μειωμένο μέτρο εφελκυσμού και διάτμησης, αντίστοιχα. Το A είναι το εύρος της προβλεφθείσας - από το κριτήριο αστοχίας των ινών - ζώνης αστοχίας και $A_0 (= \delta^2)$ είναι το εύρος της ζώνης αλληλεπίδρασης της αστοχίας των ινών που συνδέεται με τη μετρούμενη εφελκυστική αντοχή X_i της στρώσης. Το β είναι η παράμετρος μορφής της κατανομής Weibull για τον υποβιβασμό της ιδιότητας [159, 160].

Διαστρωματική αποκόλληση

Όσον αφορά, γενικά, στη μοντελοποίηση διαστρωματικής αποκόλλησης (delamination) εντός πολύστρωτου σύνθετου υλικού με χρήση μονής στρώσης πεπερασμένων στοιχείων στη διεύθυνση του πάχους του κελύφους, μπορούν να διατυπωθούν οι ακόλουθες αρχικές επισημάνσεις, που σχετίζονται κυρίως με τις δυνατότητες - για το συγκεκριμένο σκοπό - των διαθέσιμων τύπων στοιχείων (element formulation) του κώδικα Ls-Dyna.

Ενδείξεις διαστρωματικής αποκόλλησης (μη ρητής, χωρίς απεικόνιση αποχωρισμού επιμέρους διαδοχικών στρώσεων) μπορούν να προκύψουν στα αποτελέσματα μοντελοποίησης που υλοποιείται με μία ενιαία στρώση solid πεπερασμένων στοιχείων κατά το πάχος του σύνθετου κελύφους, καθώς, σε συνδυασμό με τον κατάλληλο τύπο μοντέλου υλικού, καταγράφονται ορθές τάσεις - και κατανομή τους - κάθετα (transverse normal stress) στην επιφάνεια του σύνθετου ελάσματος, λόγω της τριδιάστατης ανάλυσης (συνεχούς μέσου) στην οποία βασίζεται η διατύπωση των solid στοιχείων. Στην περίπτωση όμως που χρησιμοποιείται μια ενιαία στρώση shell στοιχείων για τον ίδιο σκοπό, δεν είναι δυνατό/αναμενόμενο τέτοιο αριθμητικό εύρημα, εφόσον η διατύπωση των shell στοιχείων στον κώδικα Ls-Dyna βασίζεται στη θεώρηση επίπεδης (xy) εντατικής κατάστασης, δηλ., $\sigma_z = 0$

(plane stress shell formulation), ενώ η διαστρωματική αποκόλληση εξαρτάται από την ορθή - κάθετα στη επιφάνεια του ελάσματος - τάση σ_z .



Εικ. 3.41 Διδιάστατη (πάνω) και τριδιάστατη (μέσον και κάτω) απεικόνιση της κινηματικής (πεδίο μετατοπίσεων) shell στοιχείου που ενσωματώνει (γραμμική) παραμόρφωση κατά τη διεύθυνση του πάχους (μεταβολή του πάχους) (κάτω: πολύστρωτο έλασμα) [170, 171]

Προκειμένου να καταστεί εφικτή μια τέτοια ανάλυση, στις πλέον πρόσφατες εκδόσεις του κώδικα περιλήφθηκαν ανεξάρτητα οι αντίστοιχες επαυξημένες διατυπώσεις δύο βασικών (τετραπλευρικών - τεσσάρων κόμβων) shell στοιχείων (μονού σημείου ολοκλήρωσης των Belytschko-Lin-Tsay, Elform=2 και πλήρους ολοκλήρωσης, Elform=16), που επιτρέπουν επιπλέον την παραμόρφωση κατά τη διεύθυνση του πάχους του στοιχείου λόγω θεώρησης ορθών τάσεων κάθετα στην επιφάνειά του (thickness stretch shell formulation: Elform=25 και Elform=26, αντίστοιχα) [46]. Τα στοιχεία αυτά διέπονται από τριδιάστατη εντατική κατάσταση

και ενσωματώνουν δύο πρόσθετους βαθμούς ελευθερίας σε κάθε κόμβο του shell στοιχείου, χρησιμοποιώντας αντίστοιχους - τέσσερις - επιπλέον βαθμωτούς (δηλ., ενός βαθμού ελευθερίας) κόμβους/σημεία (scalar node), που επιτρέπουν γραμμική μεταβολή της παραμόρφωσης κατά τη διεύθυνση του πάχους τους (Εικ. 3.41) [170-173, 46].

Με την απαιτούμενη τιμή στη σχετική παράμετρο “Idof” της κάρτας “Section_Shell”, το πεδίο του πάχους εγκάρσια στις ακμές διαδοχικών στοιχείων καθίσταται συνεχές (θεώρηση ομαλής επιφάνειας). Η επιλογή αυτή ενδείκνυται κυρίως για τα ελάσματα στις κατεργασίες διαμόρφωσής τους, καθώς, μεταξύ άλλων, προσομοιώνεται ρεαλιστικότερα η δράση της μήτρας και του συγκρατητή επί του κατεργαζόμενου ελάσματος στη μεταξύ τους ζώνη συγκράτησής του (ανάπτυξη ορθών θλιπτικών τάσεων κάθετα στην επιφάνεια του ελάσματος). Επίσης, θέτοντας την αντίστοιχη κατάλληλη τιμή στην παράμετρο “Idof”, το πεδίο (βαθμοί ελευθερίας) του πάχους ανεξαρτητοποιείται μεταξύ διαδοχικών στοιχείων, καθιστώντας τη συγκεκριμένη επιλογή κατάλληλη σε εφαρμογές κατάρρευσης κελυφών (crashworthiness) (αλλοίωση/μείωση του αρχικού πάχους κατά μήκος των αρμών λυγισμού/κατάρρευσης του κελύφους). Με τον τρόπο αυτό, το πεδίο του πάχους καθίσταται ασυνεχές εγκάρσια στις ακμές των στοιχείων, όντας κατάλληλο για γεωμετρικές κελυφών με περίπλοκες τομές μεταξύ επιμέρους τμημάτων τους, που θα ήταν ικανές να προκαλέσουν αριθμητικό “κλείδωμα” (υπερβολική δυσκαμψία) των στοιχείων της κατασκευής - κατά την κατάρρευσή της - χωρίς την ενεργοποίηση της συγκεκριμένης παραμέτρου. Επιπλέον, εντός του στοιχείου ενός σημείου ολοκλήρωσης (Elform=25) το πάχος λαμβάνεται σταθερό, ενώ στο στοιχείο πλήρους ολοκλήρωσης (Elform=26) λογίζεται διγραμμικό.

Η ακρίβεια των συγκεκριμένων τύπων shell στοιχείων είναι προς διερεύνηση, καθώς η ένταξή τους στον κώδικα βρίσκεται τρεχόντως σε δοκιμαστικό στάδιο [46]. Εκτενής περαιτέρω ανάλυση και μοντέλα διαστρωματικής αποκόλλησης παρουσιάζονται στη συνέχεια, στα κεφάλαια που αφορούν στη μοντελοποίηση της κατάρρευσης κελυφών σύνθετου υλικού.

Βιβλιογραφία

- [1] Mase GT and Mase GE (1999) *Continuum Mechanics for Engineers*, CRC Press, Boca Raton.
- [2] Reddy J (2010) *Principles of Continuum Mechanics*, Cambridge University Press, New York.
- [3] Washizu K (1975) *Variational Methods in Elasticity and Plasticity*, Pergamon Press, Oxford.

- [4] Logan D (1997) *Applied Mathematics*, John Wiley & Sons, Chichester.
- [5] Gurtin M (1981) *An Introduction to Continuum Mechanics*, Academic Press, London.
- [6] Başar Y and Weichert D (2000) *Nonlinear Continuum Mechanics of Solids*, Springer-Verlag, Berlin.
- [7] Bonet J and Wood R (2008) *Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Element Analysis*, Cambridge University Press, New York.
- [8] Shabana A (2008) *Computational Continuum Mechanics*, Cambridge University Press, New York.
- [9] Dvorkin E and Goldschmit M (2006) *Nonlinear Continua*, Springer-Verlag, Berlin.
- [10] Ogden R (1984) *Non-linear Elastic Deformations*, Dover.
- [11] Landau L and Lifshitz E (1986) *Theory of Elasticity*, 3rd ed., Butterworth-Heinemann.
- [12] Holzapfel G (2000) *Nonlinear Solid Mechanics - A Continuum Approach for Engineering*, John Wiley & Sons, Chichester.
- [13] Reddy J (2002) *Energy Principles and Variational Methods in Applied Mechanics*, John Wiley & Sons, New Jersey.
- [14] Oden J and Reddy J (1982) *Variational Methods in Theoretical Mechanics*, Springer-Verlag, Berlin.
- [15] Fung Y (1965) *Foundations of Solid Mechanics*, Prentice Hall, New Jersey.
- [16] Wunderlich V and Pilkey V (2003) *Mechanics of Structures - Variational and Computational Methods*, CRC Press, Boca Raton.
- [17] Ventsel E and Krauthammer T (2001) *Thin Plates and Shells*, Marcel Dekker, New York.
- [18] Wempner G and Talaslidis D (2003) *Mechanics of Solids and Shells*, CRC Press, Boca Raton.
- [19] Wallerstein D (2002) *A Variational Approach to Structural Analysis*, John Wiley & Sons, New York.
- [20] Hjelmstad K (2005) *Fundamentals of Structural Mechanics*, Springer, New York.
- [21] Hiermaier S (2008) *Structures Under Crash and Impact - Continuum Mechanics, Discretization and Experimental Characterization*, Springer-Verlag, Berlin.
- [22] Wang C, Reddy J and Lee K (2000) *Shear Deformable Beams and Plates*, Elsevier, Oxford, UK.
- [23] Bauchau O and Craig J (2009) *Structural Analysis*, Springer, Dordrecht, The Netherlands.
- [24] Richtmyer R and Morton K (1967) *Difference Methods for Initial Value Problems*, Interscience Publishers, New York.
- [25] Bathe K-J (1996) *Finite Element Procedures*, Prentice Hall, New Jersey.
- [26] Belytschko T, Liu W and Moran B (2000) *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*, John Wiley & Sons, Chichester.
- [27] Hughes T (2000) *The Finite Element Method*, Dover Publications, New York.
- [28] Παπαδρακάκης Μ (2001) *Ανάλυση Φορέων με τη Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων*, Παπασωτηρίου, Αθήνα.
- [29] Zienkiewicz O, Taylor R and Zhu J (2005) *The Finite Element Method*, Elsevier, Boston.
- [30] Cook R, Malkus D and Plesha M (1989) *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*, John Wiley & Sons, Chichester.
- [31] Crisfield M (2001) *Non-Linear Finite Element Analysis of Solids and Structures, Vols. 1&2*, John Wiley & Sons, Chichester.
- [32] Reddy J (2004) *An Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis*, Oxford University Press, New York.
- [33] Wriggers P (2008) *Nonlinear Finite Element Methods*, Springer-Verlag, Heidelberg.
- [34] Chapelle D and Bathe K-J (2011) *The Finite Element Analysis of Shells - Fundamentals*, Springer-Verlag, Berlin.
- [35] Long Y, Cen S and Long Z (2009) *Advanced Finite Element Method in Structural Engineering*, Tsinghua University Press & Springer-Verlag, Beijing & Berlin.
- [36] Dhatt G and Touzot G (1984) *The Finite Element Displayed*, John Wiley & Sons, Chichester.
- [37] Mohammadi S (2008) *Extended Finite Element Method*, Blackwell Publishing, Oxford.
- [38] Pian T and Wu C (2006) *Hybrid and Incompatible Finite Element Methods*, Chapman & Hall/CRC, Boca Raton.
- [39] Zhong Z (1993) *Finite Element Procedures for Contact-Impact Problems*, Oxford University Press, Oxford.
- [40] Wriggers P (2006) *Computational Contact Mechanics*, 2nd ed., Springer, Berlin.
- [41] Ochoa O and Reddy J (1992) *Finite Element Analysis of Composite Laminates*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands.
- [42] Reddy J (2004) *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells*, CRC Press, Boca Raton, USA.

- [43] Vinson J (2005) *Plate and Panel Structures of Isotropic, Composite and Piezoelectric Materials, Including Sandwich Construction*, Springer, Dordrecht, The Netherlands.
- [44] Vinson J and Sierakowski R (2002) *The Behavior of Structures Composed of Composite Materials*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands.
- [45] Hallquist J (2006) *LS-DYNA Theoretical Manual*, Livermore Software Technology Corporation, Livermore, CA.
- [46] *LS-DYNA User's Manual (Nonlinear Dynamic Analysis of Structures in Three Dimensions)* (2007), Livermore Software Technology Corporation, Livermore, CA.
- [47] Pian T and Tong P (1969) Basis of Finite Element Methods for Solid Continua, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **1**, 3-28.
- [48] Bathe K-J, Ramm E and Wilson E (1975) Finite Element Formulations for Large Deformation Dynamic Analysis, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **9**, 353-386.
- [49] Zienkiewicz O and Nakazawa S (1984) On Variational Formulation and its Modifications for Numerical Solution, *Computers & Structures*, **19**(1-2), 303-313.
- [50] Rust W and Schweizerhof K (2003) Finite element limit load analysis of thin-walled structures by ANSYS (implicit), LS-DYNA (explicit) and in combination, *Thin-Walled Structures*, **41**, 227-244.
- [51] Wen Z, Jin X and Zhang W (2005) Contact-Impact Stress Analysis of Rail Joint Region Using the Dynamic Finite Element Method, *Wear*, **258**, 1301-1309.
- [52] Belytschko T (1983) An overview of semidiscretization and time integration procedures, in *Computational Methods for Transient Analysis* (ed. T Belytschko and TJR Hughes), North-Holland, 1-65.
- [53] Dokainish M and Subbaraj K (1989) A survey of direct time-integration methods in computational structural dynamics - I. Explicit methods, *Computers & Structures*, **32**(6), 1371-1386.
- [54] Hughes TJR, Pister K and Taylor R (1979) Implicit-explicit finite elements in nonlinear transient analysis, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **17/18**, 159-182.
- [55] Belytschko T (1976) A survey of numerical methods and computer programs for dynamic structural analysis, *Nuclear Engineering and Design*, **37**, 23-34.
- [56] Belytschko T and Mullen R (1978) Explicit integration of structural problems, in *Finite Element in Nonlinear Mechanics* (ed. P Bergan, P Larsen, H Patterson, A Samuelson, T Soreide and N Wiberg), Tapir Press, Trondheim, Norway, 697-720.
- [57] Krieg R and Key S (1973) Transient shell response by numerical time integration, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **17**, 273-286.
- [58] Mullen R and Belytschko T (1983) An analysis of an unconditionally stable explicit method, *Computers & Structures*, **16**(6), 691-696.
- [59] Gilbertsen N and Belytschko T (1990) Explicit time integration of finite element models on a vectorized, concurrent computer with shared memory, *Finite Element in Analysis and Design*, **7**, 193-215.
- [60] Krieg R (1973) Unconditional stability in numerical time integration methods, *Journal of Applied Mechanics*, **40**, 417-420.
- [61] Fujii H (1972) Finite element schemes: stability and convergence, in *Advances in Computational Methods in Structural Mechanics and Design* (ed. J Oden, R Clough and Y Yamamoto), University of Alabama Press, Huntsville, AL, 201-218.
- [62] Park K (1977) Practical aspects of numerical time integration, *Computers & Structures*, **7**, 343-353.
- [63] Belytschko T (1976) Computer methods in shock and wave propagation analysis, in *Computing in Applied Mechanics* (ed. RF Hartung), ASME, AMD-Vol. 18, New York, 139-161.
- [64] Bathe KJ and Wilson E (1973) Stability and accuracy analysis of direct integration methods, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **1**, 283-291.
- [65] Oden J and Frost R (1973) Convergence accuracy and stability of finite element approximations for a class of nonlinear hyperbolic equations, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **6**, 357-365.
- [66] Hughes TJR and Liu W (1978) Implicit-explicit finite elements in transient analysis: stability theory, *Journal of Applied Mechanics*, **45**, 371-374.
- [67] Belytschko T, Holmes N and Mullen R (1975) Explicit integration: stability, solution properties, cost, in *Finite Element Analysis of Nonlinear Structural Behavior* (ed. T Belytschko, et al.), ASME, AMD-Vol.14, New York, 1-21.
- [68] Mindlin R (1951) Influence of rotary inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates, *Journal of Applied Mechanics*, **18**, 31-38.
- [69] Belytschko T, Lin J and Tsay C (1984) Explicit algorithms for the nonlinear dynamics of shells, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **42**, 225-251.

- [70] Flanagan D and Belytschko T (1981) A uniform strain hexahedron and quadrilateral with orthogonal hourglass control, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **17**, 679-706.
- [71] Kosloff D and Frazier G (1978) Treatment of hourglass patterns in low order finite element codes, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **2**, 57-72.
- [72] Belytschko T and Tsay C (1983) A stabilization procedure for the quadrilateral plate element with one-point quadrature, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **19**, 405-419.
- [73] Belytschko T and Bindeman L (1991) Assumed strain stabilization of the 4-node quadrilateral with 1-point quadrature for nonlinear problems, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **88**, 311-340.
- [74] Belytschko T, Ong J, Liu W and Kennedy J (1984) Hourglass control in linear and nonlinear problems, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **43**, 251-276.
- [75] Belytschko T, Wong B and Chiang H (1992) Advances in one-point quadrature shell elements, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **96**, 93-107.
- [76] Belytschko T and Leviathan I (1994) Physical stabilization of the 4-node shell element with one point quadrature, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **113**, 321-350.
- [77] Belytschko T and Leviathan I (1994) Projection schemes for one-point quadrature shell elements, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **115**, 277-286.
- [78] Fish J and Belytschko T (1988) Elements with Embedded Localization Zones for Large Deformation Problems, *Computers & Structures*, **30**(1-2), 247-256.
- [79] Vu-Quoc L (1990) A Perturbation Method for Dynamic Analyses Using Under-Integrated Shell Elements, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **79**, 129-172.
- [80] Dvorkin E and Bathe K-J (1984) A Continuum Mechanics Based Four-Node Shell Element for General Non-Linear Analysis, *Engineering Computations*, **1**, 77-88.
- [81] Pian T and Sumihara K (1984) Rational Approach for Assumed Stress Finite Elements, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **20**, 1685-1695.
- [82] Simo J and Hughes T (1986) On the Variational Foundations of Assumed Strain Methods, *Journal of Applied Mechanics*, **53**, 51-54.
- [83] Caddemi S and Di Paola M (2008) The Hu-Washizu Variational Principle for the Identification of Imperfections in Beams, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **75**, 1259-1281.
- [84] Englemann B and Whirley R (1991) A new explicit shell element formulation for impact analysis, in *Computational Aspects of Contact Impact and Penetration* (ed. R Kulak and L Schwer), Elmepress International, Lausanne, Switzerland, 51-90.
- [85] Hallquist J, Wainscott B and Schweizerhof K (1995) Improved simulation of thin-sheet metalforming using LS-DYNA3D on parallel computers, *Journal of Materials Processing Technology*, **50**, 144-157.
- [86] Galbraith P and Hallquist J (1995) Shell-element formulations in LS-DYNA3D: their use in the modelling of sheet-metal forming, *Journal of Materials Processing Technology*, **50**, 158-167.
- [87] Bathe K-J and Bolourchi S (1980) A Geometric and Material Nonlinear Plate and Shell Element, *Computers & Structures*, **11**, 23-48.
- [88] Hughes T and Tezduyar T (1981) Finite Elements Based Upon Mindlin Plate Theory With Particular Reference to the Four-Node Bilinear Isoparametric Element, *Journal of Applied Mechanics*, **48**, 587-596.
- [89] Noor A and Peters J (1981) Mixed Models and Reduced/Selective Integration Displacement Models for Nonlinear Analysis of Curved Beams, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **17**, 615-631.
- [90] Bathe K-J and Dvorkin E (1986) A Formulation of General Shell Elements - The Use of Mixed Interpolation of Tensorial Components, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **22**, 697-722.
- [91] Hughes T and Liu W (1981) Nonlinear Finite Element Analysis of Shells: Part I. Three-Dimensional Shells, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **26**, 331-362.
- [92] Hughes T and Liu W (1981) Nonlinear Finite Element Analysis of Shells: Part II. Two-Dimensional Shells, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **27**, 167-181.
- [93] Belytschko T, Tsay C and Liu W (1981) A Stabilization Matrix for the Bilinear Mindlin Plate Element, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **29**, 313-327.
- [94] Har J and Fulton R (2003) A Parallel Finite Element Procedure for Contact-Impact Problems, *Engineering with Computers*, **19**, 67-84.

- [95] Belytschko T, Stolarski H, Liu W, Carpenter N and Ong J (1985) Stress Projection for Membrane and Shear Locking in Shell Finite Elements, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **51**, 221-258.
- [96] Goudreau G and Hallquist J (1982) Recent developments in large-scale finite element Lagrangian hydrocode technology, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **33**, 725-757.
- [97] Belytschko T and Bindeman L (1993) Assumed strain stabilization of the eight node hexahedral element, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **105**, 225-260.
- [98] Puso M (2000) A highly efficient enhanced assumed strain physically stabilized hexahedral element, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **49**, 1029-1064.
- [99] Schulz J (1985) Finite element hourglassing control, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **21**, 1039-1048.
- [100] Yang H, Saigal S and Liaw D (1990) A Survey of Recent Shell Finite Elements, *Computers & Structures*, **35**, 481-504.
- [101] Yang H, Saigal S, Masud A and Kapania R (2000) A survey of recent shell finite elements, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **47**, 101-127.
- [102] Stolarski H and Belytschko T (1987) Limitation Principles for Mixed Finite Elements Based on the Hu-Washizu Variational Formulation, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **60**, 195-216.
- [103] Cao Y, Hu N, Lu J, Fukunaga H and Yao Z (2002) A 3D Brick Element Based on Wu-Washizu Variational Principle for Mesh Distortion, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **53**, 2529-2548.
- [104] Belytschko T and Bachrach W (1986) Efficient Implementation of Quadrilaterals with High Coarse-Mesh Accuracy, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **54**, 279-301.
- [105] Bachrach W, Liu W and Uras R (1986) A Consolidation of Various Approaches in Developing Naturally Based Quadrilaterals, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **55**, 43-62.
- [106] Alturi S (1973) On the Hybrid Stress Finite Element Model for Incremental Analysis of Large Deflection Problems, *International Journal of Solids and Structures*, **9**, 1177-1191.
- [107] Karamanlidis D and Alturi S (1984) Mixed Finite Element Models for Plate Bending Analysis Theory, *Computers & Structures*, **19**(3), 431-445.
- [108] Seki W and Alturi S (1995) On Newly Developed Assumed Stress Finite Element Formulations for Geometrically and Materially Nonlinear problems, *Finite Elements in Analysis and Design*, **21**, 75-110.
- [109] Murray Y and Schwer L (1993) Verification of a general-purpose laminated composite shell element implementation: Comparisons with analytical and experimental results, *Finite Elements in Analysis and Design*, **12**, 1-16.
- [110] Matzenmiller A, Lubliner J and Taylor R (1995) A constitutive model for anisotropic damage in fiber-composites, *Mechanics of Materials*, **20**, 125-152.
- [111] Tennyson R, Macdonald D and Nanyaro A (1978) Evaluation of the tensor polynomial failure criterion for composite materials, *Journal of Composite Materials*, **12**, 63-75.
- [112] Huněk I (1993) On a penalty formulation for contact-impact problems, *Computers & Structures*, **48/2**, 193-203.
- [113] Kanto Y and Yagawa Y (1990) A dynamic contact buckling analysis by the penalty finite element method, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **29**, 755-774.
- [114] Wang F, Cheng J and Yao Z (2001) FFS contact searching algorithm for dynamic finite element analysis, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **52**, 655-672.
- [115] Wang F, Wang L, Cheng J and Yao Z (2007) Contact force algorithm in explicit transient analysis using finite-element method, *Finite Elements in Analysis and Design*, **43**, 580-587.
- [116] Zhong Z-H and Mackerle J (1994) Contact-impact problems: A review with bibliography, *Applied Mechanics Reviews*, **47**, 55-76.
- [117] Wriggers P (1995) Finite element algorithms for contact problems, *Archives of Computational Methods in Engineering*, **2/4**, 1-49.
- [118] Benson D (1992) Computational methods in Lagrangian and Eulerian hydrocodes, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **99**, 235-394.
- [119] Anderson C Jr. (1987) An overview of the theory of hydrocodes, *International Journal of Impact Engineering*, **5**, 33-59.
- [120] Hallquist J, Goudreau G and Benson D (1985) Sliding interfaces with contact-impact in large scale Lagrangian computations, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **51**, 107-137.

- [121] Benson D and Hallquist J (1990) A single surface contact algorithm for the post-buckling analysis of shell structures, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **78**, 141-163.
- [122] Belytschko T and Neal M (1991) Contact-impact by the pinball algorithm with penalty and Lagrangian methods, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **31**, 547-572.
- [123] Belytschko T and Yeh I (1993) The splitting pinball method for contact-impact problems, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **105**, 375-393.
- [124] Belytschko T and Lin J (1987) A three dimensional impact-penetration algorithm with erosion, *Computers & Structures*, **25**, 95-104.
- [125] Har J and Fulton R (2003) A parallel finite element procedure for contact-impact problems, *Engineering with Computers*, **19**, 67-84.
- [126] Wang F, Cheng J and Yao Z (2000) A contact searching algorithm for contact-impact problems, *Acta Mechanica Sinica (English Series)*, **16/4**, 374-382.
- [127] Malone J and Johnson N (1994) A parallel finite element contact/impact algorithm for non-linear explicit transient analysis: Part I - The search algorithm and contact mechanics, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **37**, 559-590.
- [128] Benson D and Hallquist J (1986) A simple rigid body algorithm for structural dynamics programs, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **22**, 723-749.
- [129] Kulak R (1989) Adaptive contact elements for three-dimensional explicit transient analysis, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **72**, 125-151.
- [130] Hallquist J (1978) A numerical treatment of sliding interfaces and impact, in *Computational Techniques for Interface Problems* (ed. K Park and D Gartling), ASME, AMD-Vol.30, New York, 117-133.
- [131] Whirley R and Engelmann B (1994) Automatic contact algorithm in DYNA3D for crashworthiness and impact problems, *Nuclear Engineering and Design*, **150**, 225-233.
- [132] Thoma K and Vinckier D (1994) Numerical simulation of a high velocity impact on fiber reinforced materials, *Nuclear Engineering and Design*, **150**, 441-452.
- [133] Czekanski A and Meguid S (2006) On the use of variational inequalities to model impact problems of elasto-plastic media, *International Journal of Impact Engineering*, **32/9**, 1485-1511.
- [134] Belytschko T, Daniel W and Ventura G (2002) A monolithic smoothing-gap algorithm for contact-impact based on the signed distance function, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **55**, 101-125.
- [135] Carpenter N, Taylor R and Katona M (1991) Lagrange constraints for transient finite element surface contact, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **32**, 103-128.
- [136] Johnson G and Stryk R (2001) Symmetric contact and sliding interface algorithms for intense impulsive loading computations, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **190**, 4531-4549.
- [137] Hughes TJR, Taylor R, Sackman J, Curnier A and Kanoknukulchai W (1976) A finite element method for a class of contact-impact problems, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **8**, 249-276.
- [138] El-Abbasi N and Bathe K-J (2001) Stability and patch test performance of contact discretizations and a new solution algorithm, *Computers & Structures*, **79**, 1473-1486.
- [139] Chaudhary A and Bathe K-J (1986) A solution method for static and dynamic analysis of three-dimensional contact problems with friction, *Computers & Structures*, **24/6**, 855-873.
- [140] Nour-Omid B and Wriggers P (1986) A two-level iteration method for solution of contact problems, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **54**, 131-144.
- [141] Simo J, Wriggers P, Schweizerhof K and Taylor R (1986) Finite deformation post-buckling analysis involving inelasticity and contact constraints, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **23**, 779-800.
- [142] Parisch H (1989) Finite deformation post-buckling analysis involving inelasticity and contact constraints, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **28**, 1803-1812.
- [143] Pires E and Oden J (1983) Analysis of contact problems with friction under oscillating loads, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **39**, 337-362.
- [144] Cheng J-H and Kikuchi N (1985) An analysis of metal forming processes using large deformation elastic-plastic formulations, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **49**, 71-108.
- [145] Zhong ZH and Nilsson L (1989) A contact searching algorithm for general contact problems, *Computers & Structures*, **33**, 197-209.

- [146] Johnson G and Stryk R (1987) Eroding interface and improved tetrahedral element algorithms for high-velocity impact computations in three dimensions, *International Journal of Impact Engineering*, **5**, 411-421.
- [147] Pyun J, Kennedy C and Hruska D (1990) A new slideline/eroding algorithm for EPIC2, *International Journal of Impact Engineering*, **10**, 473-482.
- [148] Sewell D, Ong A and Hallquist J (1990) Penetration calculations using an erosion algorithm in DYNA, in *Proceedings of the 12th International Symposium on Ballistics*, San Antonio, Texas, USA, 208-217.
- [149] Scheffler D and Zukas J (2000) Practical aspects of numerical simulation of dynamic events: material interfaces, *International Journal of Impact Engineering*, **24**, 821-842.
- [150] Whirley R and Engelmann B (1992) Slidesurfaces with adaptive new definitions (SAND) for transient analysis, in *Proceedings of the Symposium on New Methods in Transient Analysis*, ASME, AMD-Vol.143, 65-71.
- [151] Belytschko T and Law S (1985) An assembled surface normal algorithm for interior node removal in three-dimensional finite element meshes, *Engineering with Computers*, **1/1**, 55-60.
- [152] Oldenburg M and Nilsson L (1994) The position code algorithm for contact searching, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **37**, 359-386.
- [153] Wang SP and Nakamachi E (1997) The inside-outside contact search algorithm for finite element analysis, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **40/19**, 3665-3685.
- [154] Zhong ZH and Nilsson L (1996) A unified contact algorithm based on the territory concept, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **130/(1-2)**, 1-16.
- [155] Munjiza A and Andrews KRF (1998) NBS contact detection algorithm for bodies of similar size, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **43**, 131-149.
- [156] Shimizu T and Sano T (1995) Application of a penalty method contact and friction algorithm to a three-dimensional tool surface expressed by a B-spline patch, *Journal of Materials Processing Technology*, **48/(1-4)**, 207-213.
- [157] Hallquist JO, Wainscott B and Schweizerhof K (1995) Improved simulation of thin-sheet metal forming using LS-DYNA3D on parallel computers, *Journal of Materials Processing Technology*, **50/(1-4)**, 144-157.
- [158] Papadopoulos P and Taylor RL (1993) Simple algorithm for three-dimensional finite element analysis of contact problems, *Computers & Structures*, **46/6**, 1107-1118.
- [159] Chang F and Chang K (1987) Post-Failure Analysis of Bolted Composite Joints in Tension or Shear-Out Mode Failure, *Journal of Composite Materials*, **21**, 809-833.
- [160] Chang F and Chang K (1987) A Progressive Damage Model for Laminated Composites Containing Stress Concentrations, *Journal of Composite Materials*, **21**, 834-855.
- [161] Tsai S and Wu E (1971) A General Theory of Strength for Anisotropic Materials, *Journal of Composite Materials*, **5**, 58-80.
- [162] Hashin Z (1980) Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites, *Journal of Applied Mechanics*, **47**, 329-334.
- [163] Chang F and Chen M (1987) The In Situ Ply Shear Strength Distributions in Graphite/Epoxy Laminated Composites, *Journal of Composite Materials*, **21**, 708-733.
- [164] Yamada S and Sun C (1978) Analysis of Laminate Strength and its Distribution, *Journal of Composite Materials*, **12**, 275-284.
- [165] Chang F, Scott R and Springer G (1984) Failure of Composite Laminates Containing Pin Loaded Holes - Method of Solution, *Journal of Composite Materials*, **18**, 255-278.
- [166] Chang F, Scott R and Springer G (1984) Failure Strength of Nonlinearly Elastic Composite Laminates Containing a Pin Loaded Hole, *Journal of Composite Materials*, **18**, 464-477.
- [167] Gol'denblat I and Kopnov V (1966) Strength of glass-reinforced plastics in the complex stress state, *Polymer Mechanics*, **1**, 54-59 (Russian: *Mechanika Polimerov*, **1**, 70-78, 1965).
- [168] Wu E (1972) Optimal experimental measurements of anisotropic failure tensors, *Journal of Composite Materials*, **6**, 472-489.
- [169] Hahn H and Tsai S (1974) On the behavior of composite laminates after initial failures, *Journal of Composite Materials*, **8**, 288-305.
- [170] Cardoso R and Yoon J (2005) One Point Quadrature Shell Element with Through-Thickness Stretch, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **194**, 1161-1199.
- [171] Braun M, Bischoff M and Ramm E (1994) Nonlinear Shell Formulations for Complete Three-Dimensional Constitutive Laws Including Composites and Laminates, *Computational Mechanics*, **15**, 1-18.

- [172] Bischoff M and Ramm E (1997) Shear Deformable Shell Elements for Large Strains and Rotations, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **40**, 4427-4449.
- [173] Büchter N, Ramm E and Roehl D (1994) Three-Dimensional Extension of Nonlinear Shell Formulation Based on the Enhanced Assumed Strain Concept, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **37**, 2551-2568.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Μοντελοποίηση της επαφής (contact modeling) στον κώδικα Ls-Dyna

4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται αναλυτική παρουσίαση της μοντελοποίησης της αλληλεπίδρασης επαφής/πρόσκρουσης στον κώδικα πεπερασμένων στοιχείων Ls-Dyna (οι αναφορές στις σχετικές ενότητες του προηγούμενου κεφαλαίου είναι προφανείς), ο οποίος χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα διατριβή για την προσομοίωση της κατάρρευσης των υβριδικών sandwich κελυφών που εξετάζεται. Η ανάλυση (αλγόριθμοι) της επαφής σε έναν explicit κώδικα πεπερασμένων στοιχείων συνιστά εξαιρετικά σημαντικό και ευρύ τμήμα της υπολογιστικής διαδικασίας, ειδικότερα στην περίπτωση μοντελοποίησης της καταπόνησης και κατάρρευσης κατασκευών, όπου λαμβάνει χώρα εκτεταμένη αλληλεπίδραση επαφής μεταξύ των επιμέρους τμημάτων (υλικών σωμάτων) του μοντέλου και εντός των ιδίων (self-contact) - προΐουσας της παραμόρφωσης/κατάρρευσης -, σε συνθήκες ανάπτυξης υψηλών φορτίων και - συχνά - αστοχίας των υλικών (θραύση, θρυμματισμός, διείδυση) των αλληλεπιδρώντων σωμάτων. Οι προκύπτουσες αλληλεπιδράσεις επαφής είναι πολύπλοκες και υπολογιστικά απαιτητικές, ενώ προϋποθέτουν επιπλέον και επιστάμενο το αντίστοιχο τμήμα της προετοιμασίας του μοντέλου στον Pre-Processor.

Η περιγραφή της μοντελοποίησης της αλληλεπίδρασης επαφής στο παρόν κεφάλαιο αναφέρεται κυρίως στο πλαίσιο της εφαρμογής (οι βασικοί αλγόριθμοι και το θεωρητικό υπόβαθρο παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο), καθώς εξετάζονται επιμέρους παράμετροι ή τεχνικές μοντελοποίησης μέσω του κώδικα Ls-Dyna, κάποιες εκ των οποίων εφαρμόστηκαν αφενός κατά την προσομοίωση της κατάρρευσης των sandwich κελυφών που παρουσιάζεται στο επόμενο κεφάλαιο (Κεφ. 5), αφετέρου στην περαιτέρω ανάλυση της κατάρρευσης κελυφών σύνθετου υλικού που εξετάζεται αργότερα (Κεφ. 6). Συνολικά, συνιστούν χρήσιμες - απαραίτητες κατά περίπτωση - τεχνικές για την κατά το δυνατόν πληρέστερη και ακριβέστερη προσομοίωση της πολύπλοκης διαδικασίας προσομοίωσης τέτοιου είδους φαινομένων. Οι τεχνικές/παράμετροι που περιγράφονται, μετά από μία γενική

εισαγωγή, αφορούν μεταξύ άλλων στη διαδικασία ανίχνευσης της επαφής (contact search), τους κύριους τύπους επαφής, τον υπολογισμό της δυσκαμψιάς/στιβαρότητας της διεπιφάνειας επαφής (contact interface stiffness), τη θεώρηση αντισταθμίματος του πάχους των shell πεπερασμένων στοιχείων (shell thickness offset) κατά την επαφή, την αλληλεπίδραση μεταξύ ακμών πεπερασμένων στοιχείων (edge contact), τις προαναφερθείσες παραμέτρους επαφής σε συνθήκες απαλοιφής πεπερασμένων στοιχείων (element erosion – eroding contact). Η παρουσίαση συνοδεύεται από μικρής κλίμακας μοντέλα που υλοποιήθηκαν κατά περίπτωση (χαρακτηριστικές οριακές περιπτώσεις), για τη σαφέστερη περιγραφή των αντίστοιχων τεχνικών και παραμέτρων διαχείρισης της επαφής.

Η περιγραφή των επιφανειών επαφής/αλληλεπίδρασης με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων συνίσταται κυρίως σε συναρτήσεις γραμμικής παρεμβολής, που επιτρέπουν τη χρήση συγκεκριμένων διαδικασιών ανίχνευσης και περαιτέρω διαχείρισης της επαφής. Λόγω της γραμμικής παρεμβολής, εισάγονται μάλλον αιχμηρές ακμές (τεχνητές) ακόμα και όταν μοντελοποιούνται ομαλές επιφάνειες, οδηγώντας συχνά σε υπερεκτίμηση δυνάμεων τριβής, τάσεων, παραμορφώσεων (επίπλαστες τιμές). Η διερεύνηση επαφής είναι ιδιαίτερα απαιτητική για τις σύνθετες γεωμετρικά επιφάνειες και, καθώς χρειάζονται πολλά επιμέρους τμήματα επιφάνειας (μετωπικές επιφάνειες των αντίστοιχων πεπερασμένων στοιχείων) (contact segment) - ειδικά για καμπύλες επιφάνειες μικρών ακτίνων καμπυλότητας -, η αποτελεσματικότητα της διαδικασίας ανίχνευσης καθίσταται ζωτικής σημασίας για την περαιτέρω ανάλυση της αλληλεπίδρασης. Ο αλγόριθμος απλοποιείται όταν ένα από τα αλληλεπιδρώντα σώματα θεωρείται απαραμόρφωτο (rigid material), δοθέντος του αντίστοιχου τύπου μοντέλου υλικού (βλ., Κεφ. 5) [1-6, 11].

Η ανάλυση της μηχανικής επαφής αποτελεί πλήρες και αναπόσπαστο τμήμα πολλών προβλημάτων μεγάλων παραμορφώσεων. Η ακριβής μοντελοποίηση των διεπιφανειών επαφής συνιστά κρίσιμο παράγοντα της προβλεπτικής ικανότητας των προσομοιώσεων με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Στον κώδικα Ls-Dyna ενσωματώνεται μεγάλος αριθμός διάφορων τύπων επαφής (για γενικές ή πιο εξειδικευμένες εφαρμογές) [1-3, 5]. Γενικά, η απλότητα της διαδικασίας εισαγωγής κατά τη φάση του pre-processing, η αριθμητική ευρωστία και αποτελεσματικότητα, καθώς και η υπολογιστική απόδοση των τύπων επαφής αποτελούν τα βασικά κριτήρια επιλογής τους σε ένα μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων.

Οι αλγόριθμοι επαφής διαχειρίζονται ουσιαστικά τις δύο κύριες πτυχές της (βλ., Κεφ. 3.5) [1-3, 5, 8-10]:

α) την ανίχνευση επαφής (contact search), που συνίσταται στον προσδιορισμό των εν δυνάμει ζευγών επαφής (κόμβος προς segment) με διάφορες τεχνικές, όπως τοπική προοδευτική αναζήτηση (local incremental search) για εντοπισμό του πλησιέστερου segment σε δεδομένο κόμβο, ταξινόμηση κατά ομάδες (bucket sort), άλλες βελτιωμένες τεχνικές για δυσμενείς περιπτώσεις, π.χ., έντονες διαφοροποιήσεις στο σχήμα και τις διαστάσεις των segment (aspect ratio), κλπ. (βλ., στη συνέχεια).

β) την επιλογή/υπολογισμό της κατάλληλης στιβαρότητας της επαφής, προκειμένου να αποφευχθεί η αλληλοδιείσδυση του πλέγματος των επαπτόμενων επιφανειών. Θεωρείται ότι αλληλοδιείσδυση δύο πλεγμάτων - ως οντοτήτων αλληλεπίδρασης επαφής - λαμβάνει χώρα, όποτε ένας κόμβος κείται στη “στερεή” (γεμάτη υλικό) πλευρά ενός segment (και όχι στον “αέρα”) και η προβολή του κόμβου στην επιφάνεια του segment εκτείνεται εντός των συνόρων του segment.

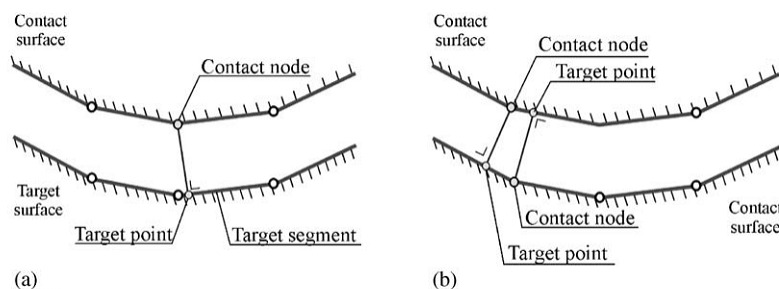
Μια επαφή στο Ls-Dyna ορίζεται με τον καθορισμό των αλληλεπιδρωσών (ή εν δυνάμει τέτοιων) περιοχών των σωμάτων για έλεγχο διείσδυσης ενός “slave” κόμβου σε ένα “master” στοιχείο επιφάνειας (segment), ο οποίος διενεργείται σε κάθε χρονικό βήμα και υλοποιείται με χρήση διαφορετικών αλγορίθμων κατά περίπτωση. Στην περίπτωση επαφής βασισμένης στη λεγόμενη “μέθοδο ποινής” (penalty method) (βλ., Κεφ. 3.5) [1, 3, 5, 8-10], όταν ανιχνεύεται διείσδυση εφαρμόζεται δύναμη (penalty force) ανάλογη του βάθους διείσδυσης, προκειμένου να αναχαιτιστεί - και τελικά να εξαλειφθεί - η διείσδυση. Σε αυτή την κατηγορία ανήκουν οι περισσότεροι τύποι επαφής που περιέχονται στο Ls-Dyna, ενώ οι άλλες δύο μέθοδοι διαχείρισης της επαφής είναι η kinematic constraint (δεύτερη σε συχνότητα εφαρμογής) και η distributed parameter (σχεδόν ανενεργή πλέον) [1-3, 8].

Όσον αφορά στην επιλογή της slave (κόμβοι) και master (τμήματα επιφάνειας) πλευράς της διεπιφάνειας επαφής, που δηλώνει και την κατεύθυνση του ελέγχου διείσδυσης (“slave nodes” - to - “master surface segments”), οι διαθέσιμοι στον κώδικα τύποι επαφής κατηγοριοποιούνται ως εξής (Εικ. 4.1) [1-3, 5, 8-10]:

α) Μονόδρομη επεξεργασία επαφής (one-way contact), όπου μόνο οι slave nodes υπόκεινται σε έλεγχο διείσδυσης διαμέσου των master segments. Είναι συνήθως κατάλληλη - μεταξύ άλλων - σε περιπτώσεις που η master πλευρά της διεπιφάνειας είναι απαραμόρφωτο σώμα (rigid body), όπως τα εργαλεία μιας κατεργασίας συμπίεσης/διαμόρφωσης, ή σε περιπτώσεις επαφής μεταξύ παραμορφώσιμων

σωμάτων, όπου η slave πλευρά είναι διακριτοποιημένη με σχετικά πυκνό πλέγμα και η master πλευρά με σχετικά αραιό πλέγμα (γεωμετρικά ομαλή). Επιτρέπεται να μεταβιβάζονται τόσο θλιπτικά φορτία ανάμεσα στους slave nodes και τα master segments όσο και εφραπτομενικά φορτία, όταν υπάρχει σχετική ολίσθηση με ενεργή τριβή επαφής. Εφαρμόζεται τριβή κατά Coulomb με μια εκθετική συνάρτηση παρεμβολής για τη μετάβαση από στατική σε δυναμική τριβή, που υλοποιείται με τον ορισμό ενός συντελεστή εξασθένησης και τον καθορισμό του δυναμικού συντελεστή τριβής ως μικρότερου του στατικού συντελεστή τριβής. Οι επαφές αυτής της κατηγορίας περιέχουν στον τίτλο τους είτε τον όρο “one_way” είτε τον όρο “nodes_to_surface”.

β) Αμφίδρομη επεξεργασία επαφής (two-way contact), η οποία ουσιαστικά λειτουργεί κατά τον ίδιο τρόπο με τη μονόδρομη που περιγράφηκε προηγουμένως, εκτός του ότι οι υπορουτίνες που ελέγχουν τους slave nodes για διείσδυση δια μέσου των master segments, καλούνται για δεύτερη φορά προκειμένου να ελέγξουν τους master nodes για διείσδυση διαμέσου των slave segments. Με τον τρόπο αυτό η διαδικασία καθίσταται συμμετρική, με απότοκο ο χαρακτηρισμός περί slave και master πλευρών των διεπιφανειών επαφής να συνιστά αδιάφορο παράγοντα, αφού ενδεχόμενη αντιμετάθεση των ορισμών οδηγεί σε ίδια αποτελέσματα. Οι επαφές αυτής της κατηγορίας περιέχουν στον τίτλο τους τον όρο “surface_to_surface”.

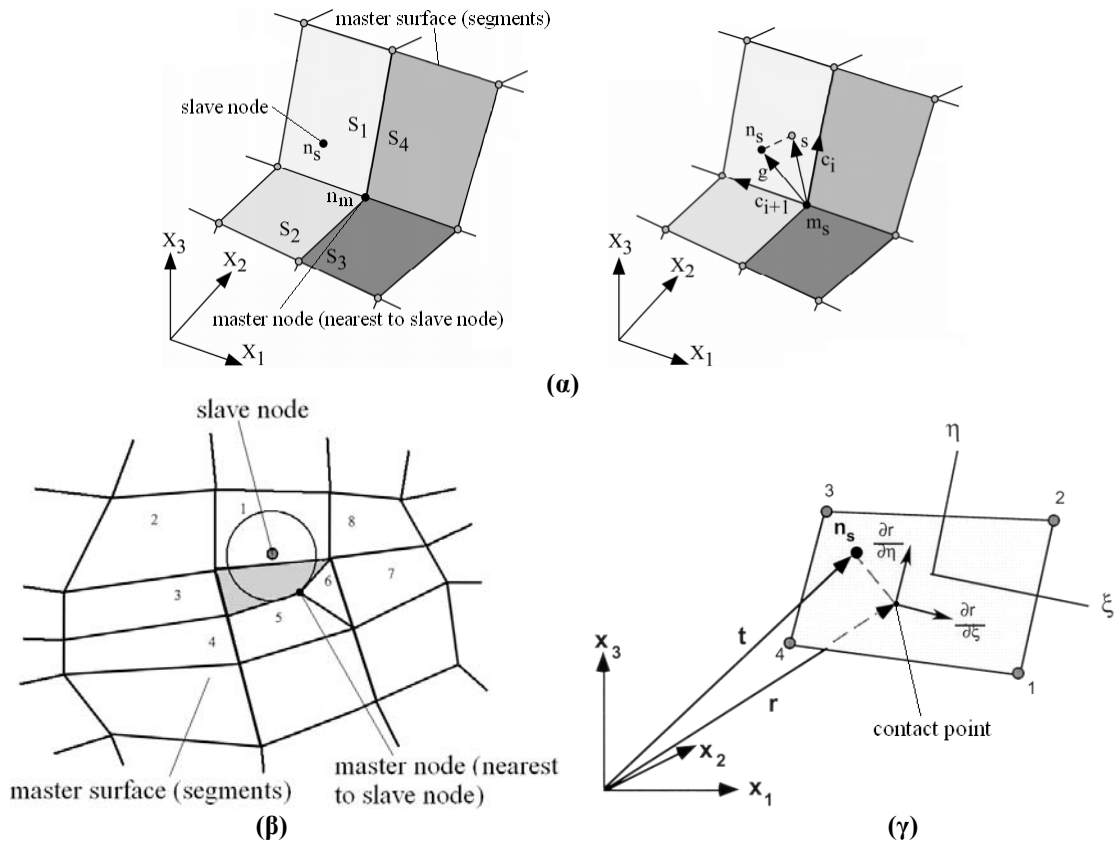


Εικ. 4.1 (α) Μονόδρομη (one-way contact) και (β) αμφίδρομη (two-way contact) επεξεργασία επαφής [12]

4.2 ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΕΠΑΦΗΣ (CONTACT SEARCH)

Η ανάλυση της αλληλεπίδρασης επαφής στον κώδικα πεπερασμένων στοιχείων Ls-Dyna συνίσταται κυρίως στον τρόπο αναζήτησης και εντοπισμού (contact search) των αλληλεπιδρωσών οντοτήτων (κόμβοι, επιφάνειες πεπερασμένων στοιχείων (segment)) και στη μέθοδο υπολογισμού της στιβαρότητας/δυσκαμψίας (contact

stiffness) της διεπιφάνειας επαφής (δηλ., του μέτρου της αντίστασης στην αλληλοδιείσδυση (inter-penetration) των πλευρών της επαφής).



Εικ. 4.2 Η καθιερωμένη διαδικασία ανίχνευσης επαφής για το slave κόμβο (slave search) στους αλγορίθμους διεπιφάνειας επαφής του Ls-Dyna (βλ., Κεφ. 3.5) [1, 5, 8-10]:

(α) Ο αλγόριθμος αναζήτησης του εγγύτερου master κόμβου για δεδομένο slave κόμβο (μέσω του εγγύτερου - στο slave κόμβο - σημείου της master επιφάνειας), προκειμένου να εντοπιστούν τα υποψήφια - για επαφή με το slave κόμβο - master segment (στα οποία πρέπει να ανήκει ο συγκεκριμένος master κόμβος). Στην εικόνα, τέσσερα master segment (S_1 έως S_4) προκύπτουν ως υποψήφια για επαφή με το slave κόμβο n_s , με δεδομένο ότι ο n_m είναι ο εγγύτερος σε αυτόν master κόμβος. Το κατάλληλο master segment είναι εκείνο για το οποίο ικανοποιούνται οι σχετικές ανυσματικές ανισότητες της μεθόδου

(β) Κακής ποιότητας (μορφή στοιχείων) πλέγμα οδηγεί σε εσφαλμένο εντοπισμό - για επαφή με το slave κόμβο - master segment. Το (σκιασμένο) master segment που - ως περιέχον τον εγγύτερο στο slave κόμβο master κόμβο - φαίνεται να περικλείει το δεδομένο slave κόμβο (με βάση το σχετικό αλγόριθμο), στην πραγματικότητα δεν τον περικλείει. Εναλλακτικά, ελέγχονται για επαφή με το slave κόμβο τα γειτονικά (όμορα) στοιχεία, με τη δεδομένη σειρά αρίθμησης (incremental searching)

(γ) Ανυσμα θέση του slave κόμβου και του αντίστοιχου σημείου επαφής στο master segment (εντοπισμός του master segment)

Όσον αφορά στην πρώτη πτυχή της ανάλυσης, δύο μέθοδοι χρησιμοποιούνται κυρίως για τον εντοπισμό του εφαπτόμενου (master) segment με ένα δεδομένο (slave) κόμβο [1]. Στην πρώτη (παλαιότερη) μέθοδο, αυτό γίνεται αρχικά μέσω του εντοπισμού του πλησιέστερου master κόμβου στο slave κόμβο (nearest node searching) και εν συνεχεία με διαδοχική ανίχνευση (incremental searching) των εν δυνάμει σε επαφή master segment, έως τον εντοπισμό του κατάλληλου segment

επαφής, για το οποίο ικανοποιούνται συγκεκριμένα κριτήρια ανυσματικών ανισοτήτων, όπως αναφέρθηκε στο Κεφ. 3.5 (Εικ. 4.2) [1, 8-10]:

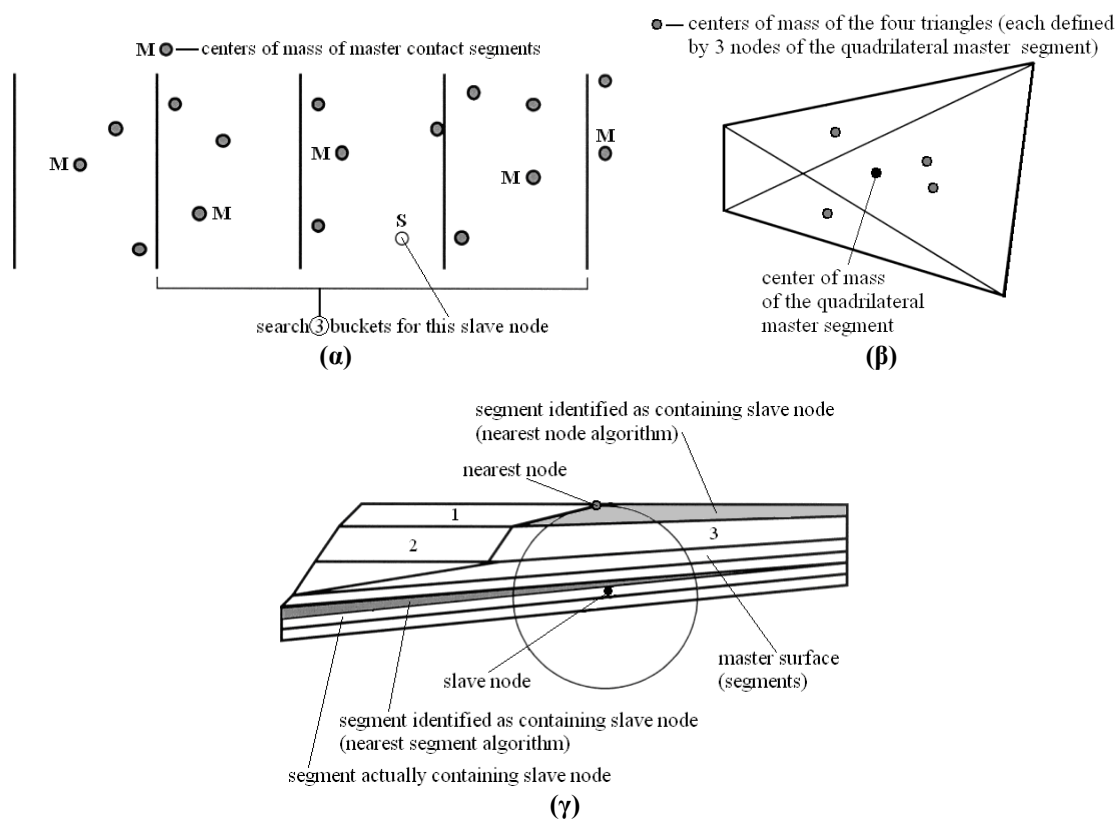
$$(\mathbf{c}_i \times \mathbf{s}) \cdot (\mathbf{c}_i \times \mathbf{c}_{i+1}) \geq 0$$

$$(\mathbf{c}_i \times \mathbf{s}) \cdot (\mathbf{s} \times \mathbf{c}_{i+1}) \geq 0$$

Η τεχνική της διαδοχικής ανίχνευσης προϋποθέτει σύνδεση (συνεκτικότητα) μεταξύ των master segment (mesh connectivity: όχι μόνο γεωμετρική συνέχεια, αλλά και δομική, δηλ., με κοινούς κόμβους), αφού η επαφή παρακολουθείται καθώς μεταβαίνει από ένα segment σε άλλο. Όταν ένα segment δεν είναι πλέον σε επαφή με κάποιο κόμβο, ελέγχονται για επαφή με αυτόν τα γειτονικά segment (που έχουν κοινό κόμβο με το προηγούμενο εφαπτόμενο segment). Επομένως, η επαφή δεν μπορεί να υποστηριχτεί όταν slave κόμβοι διασχίσουν μια ελεύθερη ακμή της master επιφάνειας (ως ελεύθερη ακμή, εδώ, ορίζεται η γραμμή μεταξύ δύο segment που συμπίπτουν γεωμετρικά στο σύνορό τους, αλλά δεν έχουν κοινούς κόμβους). Επιπλέον, αν η γεωμετρία των master επιφανειών παρουσιάζει οξείες γωνίες ή τα master segment έχουν πολύ κακής ποιότητας σχήματα ή δυσανάλογες διαστάσεις (aspect ratio), ο συγκεκριμένος αλγόριθμος ανίχνευσης επαφής αποτυγχάνει να εντοπίσει το κατάλληλο master segment επαφής (Εικ. 4.2(β)).

Προκειμένου να υπερκερασθούν οι δυσχέρειες που προκύπτουν κατά την εφαρμογή του προηγούμενου αλγορίθμου επαφής, αναπτύχθηκε νέος, όπου εντοπίζεται πλέον το εγγύτερο master segment - και όχι ο εγγύτερος master κόμβος - στον εκάστοτε slave κόμβο (nearest segment searching), συνδυάζοντας την τεχνική της ταξινόμησης/διαμερισμού των στοιχείων επαφής της master επιφάνειας σε επιμέρους σύνολα (bucket sorting) (Εικ. 4.3). Το σκεπτικό της μεθόδου είναι η ομαδοποίηση των κόμβων (παλαιότερη μέθοδος) ή των segment (νεότερη μέθοδος), ώστε κατά τη διαδικασία επιλογής τους να απαιτείται ο υπολογισμός της απόστασής του slave κόμβου από τους master κόμβους (ή master segment) μόνο των εγγύτερων σε αυτόν ομάδων. Με τη νεότερη μέθοδο, ο εντοπισμός της επαφής κόμβου με segment υλοποιείται με χρήση του λεγόμενου “global segment-based bucket sorting”, όπου ο τρισδιάστατος χώρος που καταλαμβάνεται από την επιφάνεια επαφής διαμερίζεται σε κυβικούς όγκους (bucket), στους οποίους ταξινομούνται τα segment, επί των οποίων πλέον ο νέος αλγόριθμος κάνει βρόχο (loop) και όχι επί των κόμβων. Οι κόμβοι μπορούν να έρθουν σε επαφή με οποιοδήποτε segment στον ίδιο επιμέρους όγκο ή σε παρακείμενο (Εικ. 4.4). Με τη μέθοδο αυτή η master επιφάνεια μπορεί να

είναι ασύνδετη (επιμέρους τμήματα δίχως κοινούς κόμβους), ενώ οξείες ακμές στις επιφάνειες επαφής και πεπερασμένα στοιχεία με κακής ποιότητας σχήματα ή δυσανάλογες διαστάσεις δε δημιουργούν ιδιαίτερα προβλήματα στην ανίχνευση της επαφής [1, 3, 5, 8-10].

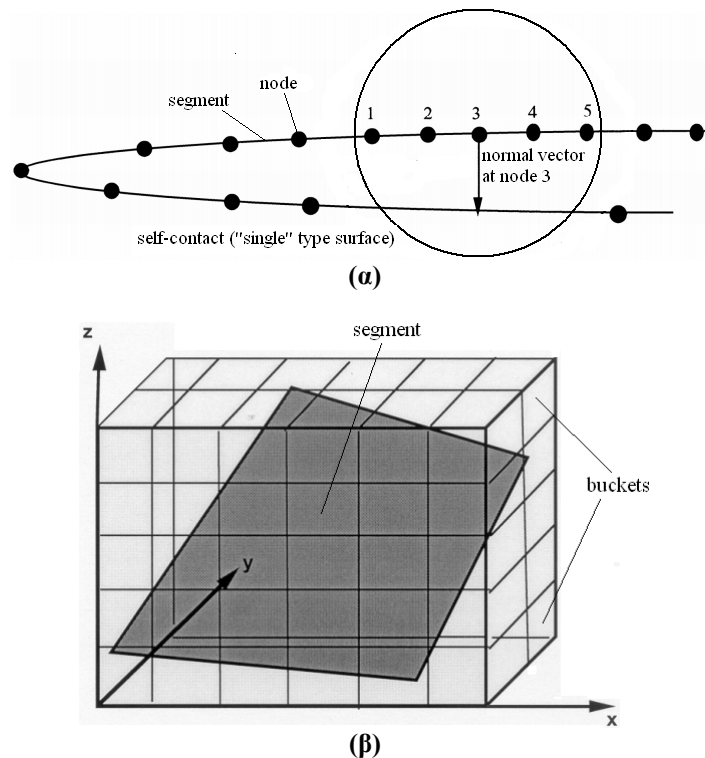


Εικ. 4.3 Σε κακής ποιότητας πλέγμα (ιδιαίτερα δυσανάλογες διαστάσεις στοιχείων) ή επιφάνειες μη ομαλής γεωμετρίας (αιχμηρές κυρτές γωνίες), ο αλγόριθμος εντοπισμού του εγγύτερου master κόμβου (Εικ. 4.2(β)) μπορεί να αποτύχει στον προσδιορισμό του master segment που περιβάλλει το slave κόμβο. Η διαδικασία ανίχνευσης επαφής βελτιώνεται/διευρύνεται με τη μέθοδο εντοπισμού του εγγύτερου - σε σχέση με το slave κόμβο - master segment (αντί του master κόμβου), μέσω του προσδιορισμού εσωτερικών χαρακτηριστικών σημείων (κέντρα μάζας του segment και επιμέρους περιοχών του) σε κάθε υποψήφιο προς επαφή segment [1]:

(α) Ο αλγόριθμος εκκινεί με bucket sorting (εδώ σε μία διάσταση), για εντοπισμό των εγγύτερων master segment ενός slave κόμβου

(β) Προσδιορισμός εσωτερικών χαρακτηριστικών σημείων (κέντρα μάζας) στα segment και σε επιμέρους περιοχές τους (τέσσερα τρίγωνα οριζόμενα από τρεις κόμβους ενός τετραπλευρικού segment) για εντοπισμό του εγγύτερου εξ όλων αυτών στον εξεταζόμενο slave κόμβο και, έτσι, του (αντίστοιχου) εγγύτερου segment σε αυτόν. Αν χρειάζεται, ο έλεγχος επεκτείνεται σε παρακείμενα segment έως τον εντοπισμό του κατάλληλου segment επαφής (χρήση των σχετικών ανυσματικών κριτηρίων)

(γ) Όταν το εγγύτερο master segment, που προσδιορίστηκε με βάση τον αλγόριθμο του εγγύτερου segment, δεν περικλείει το slave κόμβο, ελέγχονται για επαφή με αυτόν διαδοχικά τα παρακείμενα segment, όχι μόνον τα όμορα (1 έως 3) του segment που περιέχει τον εγγύτερο master κόμβο (κατά τον αλγόριθμο του εγγύτερου κόμβου (Εικ. 4.2(β))). Επιπλέον, με το συγκεκριμένο παράδειγμα καθίσταται εμφανής η διαφορά μεταξύ των δύο αλγόριθμων, κυρίως στη ζώνη εκκίνησης της διαδικασίας ανίχνευσης επαφής (πλησιέστερα στο ορθό master segment βρίσκεται εκείνο που προσδιορίστηκε με τον αλγόριθμο του εγγύτερου segment)



Εικ. 4.4 Ταξινόμηση/διαμερισμός (bucket sorting) στοιχείων επαφής της master επιφάνειας [1, 5]:

(α) Bucket sorting κόμβων (παλαιότερη μέθοδος) σε single τύπο επαφής (self-contact), όπου οι κόμβοι ελέγχονται έναντι των segment εντός του ίδιου σώματος προϊούσης της παραμόρφωσής του. Οι κόμβοι 1 και 5 είναι οι πλησιέστεροι στον κόμβο 3 (οι 2 και 4 έχουν κοινό segment με αυτόν και ως τέτοιοι δεν περιλαμβάνονται στην αναζήτηση του εγγύτερου κόμβου). Ως πλησιέστερο segment επαφής σε έναν κόμβο ορίζεται το πρώτο που συναντάται, εκκινώντας από αυτόν και κατά την κάθετη στο segment διεύθυνση. Στο παράδειγμα, όμως, το πραγματικά πλησιέστερο segment επαφής δεν εντοπίζεται, αφού - σύμφωνα με τον αλγόριθμο - οι κόμβοι του δεν περιλαμβάνονται στο πλησιέστερο υποσύνολο κόμβων (τυπικό πρόβλημα του bucket sorting κόμβων). Πιο ομοιόμορφο πλέγμα θα απέτρεπε την εμφάνιση του προβλήματος

(β) Τρισδιάστατο “global segment-based bucket sorting” για εντοπισμό των εγγύτερων master segment σε ένα slave κόμβο (νεότερη μέθοδος). Master segment περιέχεται σε όγκο χωρισμένο σε επιμέρους όγκους, των οποίων οι slave κόμβοι ελέγχονται έναντι επαφής με το master segment

4.3 ΚΥΡΙΟΙ ΤΥΠΟΙ ΕΠΑΦΗΣ ΣΤΟΝ ΚΩΔΙΚΑ LS-DYNA

Οι βασικοί και ευρύτερα χρησιμοποιούμενοι - σε αναλύσεις κατάρρευσης κατασκευών - τύποι διαχείρισης της επαφής στον κώδικα Ls-Dyna είναι οι ακόλουθοι [1-3, 5] (βλ., και Κεφ. 3.5):

Single Contact

Σε αρκετές περιπτώσεις είναι βολικό και αποτελεσματικό να γίνεται η διαχείριση όλων των ενδεχόμενων αλληλεπιδράσεων επαφής σε ένα μοντέλο με μία απλή (τύπου “single”) επαφή. Εντούτοις, συνιστάται γενικότερα - ιδιαίτερα στην περίπτωση που πέραν της διαχείρισης της επαφής ενδιαφέρει και η καταγραφή των δυνάμεων

αλληλεπίδρασης - η διατύπωση ξεχωριστής επαφής ανά αλληλεπιδρών ζεύγος τμημάτων (part) του μοντέλου, προκειμένου να αποφευχθεί αριθμητική αστάθεια. Άλλωστε είναι σύνηθες στα αλληλεπιδρώντα ζεύγη ενός μοντέλου να απαιτείται ξεχωριστός (ή διαφορετικός) τύπος επαφής για το καθένα, με ενεργοποίηση διαφορετικών παραμέτρων ελέγχου των πτυχών της επαφής σε κάθε περίπτωση, λόγω διαφορετικών συνθηκών ή υλικών. Πάντως, οι τύπου “single” επαφές αποτελούν τις ευρύτερα χρησιμοποιούμενες επιλογές επαφών στο Ls-Dyna, ιδιαίτερα σε περιπτώσεις μοντέλων πρόσκρουσης/κατάρρευσης. Όταν λαμβάνουν χώρα μεγάλες παραμορφώσεις, μια επιφάνεια μπορεί να καμφθεί και να λυγίσει, ερχόμενη σε επαφή με τον εαυτό της (self-contact). Σε αυτή την περίπτωση οι τυπικοί αλγόριθμοι αναζήτησης επαφής δεν είναι αποτελεσματικοί και μπορούν να χρησιμοποιηθούν ειδικοί αλγόριθμοι επαφής τύπου “single” [9, 13]. Κατά τον περιγραφόμενο στη [9] (τυπικός στο Ls-Dyna), δημιουργείται λίστα των τριών πλησιέστερων προς κάθε κόμβο κόμβων με χρήση μιας εσωτερικής τρισδιάστατης ταξινόμησης (three-dimensional bucket sort) κάθε δέκα χρονικά βήματα (Εικ. 4.4(β)). Οι κόμβοι που μοιράζονται ένα κοινό πεπερασμένο στοιχείο με ένα κόμβο διαγράφονται αυτόματα από τη λίστα. Σε κάθε κόμβο αντιστοιχίζεται μια λίστα segment επαφής των οποίων ο κόμβος αυτός αποτελεί μέρος του ορισμού τους. Η λίστα των υποψήφιων segment επαφής για ένα κόμβο είναι η λίστα όλων των segment επαφής που συνδέονται με τους τρεις εγγύτερους κόμβους, ενώ το ακριβές segment επαφής προσδιορίζεται με εφαρμογή της αποτελεσματικής τεχνικής της τοπικής διερεύνησης (local search) που διατυπώθηκε για τον κανονικό αλγόριθμο επαφής δύο επιφανειών (two surface contact) (βλ., Κεφ. 3.5) [8]. Στον ορισμό επαφής τύπου “single” δεν ορίζεται master επιφάνεια και ως slave επιφάνεια ορίζεται συνήθως το σύνολο των αλληλεπιδρώντων τμημάτων του μοντέλου, ενώ η επαφή λογίζεται μεταξύ όλων των τμημάτων του slave καταλόγου, περιλαμβανομένης και της επαφής εντός (μεταξύ ζωνών) του κάθε τμήματος προϊούσης της διαδικασίας παραμόρφωσης. Όταν η γεωμετρική αποτύπωση (αλληλεπιδρώσες επιφάνειες) του μοντέλου είναι ακριβής, οι επαφές αυτού του τύπου είναι επίσης ακριβείς και αποτελεσματικές, καθώς η ύπαρξη αλληλοδιεισδύσεων στο πλέγμα της αρχικής διάταξης - λόγω πλημμελούς σχεδιασμού - διαταράσσει την ενεργειακή ισορροπία, εμφανίζοντας αυξομειώσεις στην ενέργεια κατά την εξέλιξη των υπολογισμών.

Γενικά, στην ανάλυση πρόσκρουσης/κατάρρευσης κελυφών οι παραμορφώσεις μπορεί να είναι πολύ μεγάλες και ο προκαθορισμός των περιοχών και του τρόπου

αλληλεπίδρασης επαφής μπορεί να είναι δυσχερής ή πρακτικά αδύνατος. Γι' αυτό επιλέγεται πολλές φορές η επιλογή “συνολικής” διαχείρισης μέσω του τύπου επαφής “single”.

Σημαντικότατο ρόλο στην αποτελεσματική διαχείριση των διεπιφανειών επαφής εκ μέρους του κώδικα παίζει η ακριβής αποτύπωση της γεωμετρίας (περιγράμματα) των αλληλεπιδρώντων τμημάτων του μοντέλου κατά τη φάση της σχεδίασης στον pre-processor. Προκειμένου να μην προκύπτει αρχική αλληλοδιείσδυση (initial interpenetration) των επιμέρους πλεγμάτων, ιδιαίτερα κρίσιμες είναι οι καμπύλες περιοχές επαφής, καθώς οι πλευρές των πεπερασμένων στοιχείων είναι ευθύγραμμες (το καμπύλο περίγραμμα μοντελοποιείται με διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα).

Surface to Surface

Γίνεται διαχείριση μόνο συμπίεσης και όχι εφελκυσμού (απομάκρυνσης) ανάμεσα στα αλληλεπιδρώντα μέρη του ζεύγους επαφής, ενώ μπορεί να εισαχθεί τριβή έναντι ολίσθησης. Κατά την εκκίνηση, εντοπίζεται ο εγγύτερος master κόμβος σε κάθε slave κόμβο και τα master segment που μοιράζονται αυτόν τον κόμβο είναι τα πρώτα που ελέγχονται για ενδεχόμενη επαφή με το συγκεκριμένο κόμβο. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται - για την περίπτωση επαφής συμμετρικής προσέγγισης - για τους master κόμβους και τα slave segment. Επομένως, με ενδεχόμενη σχετική ολίσθηση, λαμβάνει χώρα μετακίνηση κόμβων της μίας πλευράς της διεπιφάνειας επαφής από ένα segment σε άλλο της άλλης πλευράς. Η διαδικασία αυτή διευκολύνεται μέσω της συνέχειας του πλέγματος (mesh connectivity), αφού δεν ελέγχονται έναντι επαφής, σε κάθε βήμα, όλα τα segment που έχουν καταρχήν προσδιοριστεί στον ορισμό μιας επαφής, αλλά μόνον εκείνα που μοιράζονται τους κόμβους, στους οποίους διαπιστώθηκε επαφή με segment κατά το προηγούμενο βήμα. Συνεπώς, δεν μπορεί να ανιχνευτεί επαφή πέραν των ελεύθερων ακμών των πεπερασμένων στοιχείων.

Nodes to Surface

Σε αυτόν τον τύπο διεπιφάνειας επαφής, η slave πλευρά προσδιορίζεται από μεμονωμένους κόμβους (αντί για segment), αφού πρόκειται για μη συμμετρική/μονόδρομη (non-symmetric / one-way) επεξεργασία, όπου εξετάζεται μόνο η επαφή των slave κόμβων προς τα master segment. Αν το πλέγμα της μίας πλευράς της διεπιφάνειας είναι αραιότερο σε σχέση με την άλλη, τότε η πλεγματικά αραιότερη πλευρά λαμβάνεται ως master (με ορισμό των αντίστοιχων segment).

Αυτού του τύπου η διαχείριση επαφής είναι οικονομική υπολογιστικά και συνιστάται σε πολλές εφαρμογές, ειδικά όταν μια επιφάνεια (master) είναι απαραμόρφωτο σώμα (rigid body) ή αποτελείται (slave) από στοιχεία τύπου beam, spring (δεν μπορούν να οριστούν segment).

Eroding Contact

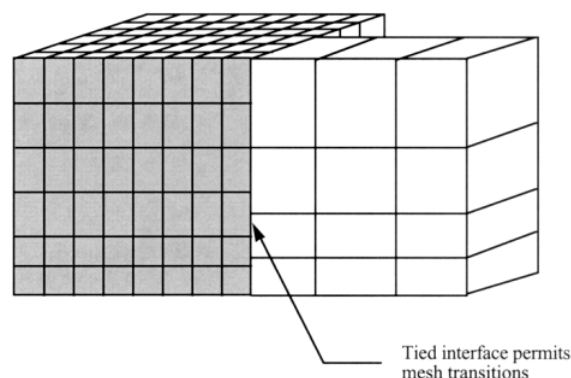
Οι επαφές τύπου “eroding” (εξάλειψη) συνιστώνται όταν στερεά πεπερασμένα στοιχεία (solid element) - σώματος που μετέχει σε αλληλεπίδραση επαφής - υπόκεινται σε διαγραφή (element deletion) λόγω εφαρμογής κριτηρίων αστοχίας υλικού. Με το συγκεκριμένο αλγόριθμο η διεπιφάνεια επαφής ανανεώνεται και επανακαθορίζεται, καθώς διαγράφονται εξωτερικά στοιχεία αλληλεπιδρώντων σωμάτων του μοντέλου. Ο επαναπροσδιορισμός αυτός δύναται να αφορά και στη διαχείριση της επαφής - λόγω παραμόρφωσης - μεταξύ ζωνών μεμονωμένου τμήματος του μοντέλου (self-contact) κατά τη διαγραφή στοιχείων σε αυτό (τύπος “eroding_single”). Λόγω της λογικής αυτού του τύπου επαφής, είναι προφανές ότι στο σύνολο των slave κόμβων που πρόκειται να ελεγχθούν για διεπίδραση προϊούσης της ανάλυσης, περιλαμβάνονται όλοι οι κόμβοι της slave πλευράς της διεπιφάνειας (και οι εσωτερικοί) και όχι μόνο οι επιφανειακοί (εξωτερικοί).

Tied Contact

Στους διάφορους τύπους διεπιφανειών δεσμευμένης επαφής (tied contact), οι slave κόμβοι δεσμεύονται στη master επιφάνεια και κινούνται μαζί της. Κατά την έναρξη της προσομοίωσης εντοπίζεται το πλησιέστερο master segment για κάθε slave κόμβο, μέσω ορθογώνιας προβολής του slave κόμβου στο master segment και υπολογίζεται η ισοπαραμετρική θέση του slave κόμβου εντός του master segment (η διαδικασία αυτή δεν είναι πάντα απαραίτητη, καθώς σε πολλές περιπτώσεις - ιδιαίτερα επίπεδων διεπιφανειών επαφής και λόγω συγκεκριμένης αρχικής διάταξης - οι slave κόμβοι κείνται ρητά στη master επιφάνεια). Στη συνέχεια, επιβάλλεται στον slave κόμβο να παραμένει στην ισοπαραμετρική θέση του εντός του master segment, με αποτέλεσμα οι slave κόμβοι να ακολουθούν την παραμόρφωση των master segment, ενώ η ισορροπία διατηρείται και οι δυνάμεις μεταβιβάζονται κατάλληλα μέσω της δεσμευμένης (tied) διεπιφάνειας. Αν ο κόμβος κριθεί - βάσει των καθιερωμένων κριτηρίων του κώδικα [1, 3, 5] - ότι βρίσκεται κοντά στο master segment, μετακινείται στη master επιφάνεια. Με τον τρόπο αυτό μπορεί να μεταβληθεί ελαφρά

η αρχική γεωμετρία, χωρίς όμως ταυτόχρονη ανάπτυξη αρχικών τάσεων. Για την αποφυγή ανεπιθύμητων - και την ασφαλέστερη εποπτεία των προσδοκώμενων - δεσμεύσεων, είναι προτιμότερη η εφαρμογή αυτού του τύπου επαφών με ορισμό των συγκεκριμένων συνόλων κόμβων (slave node set) και τμημάτων επιφάνειας (master segment set) που αλληλεπιδρούν, παρά μέσω των αντίστοιχων ευρύτερων οντοτήτων/τμημάτων του μοντέλου. Στην εξέλιξη της προσομοίωσης η ισοπαραμετρική θέση του slave κόμβου σε σχέση με το συνδεδεμένο master segment διατηρείται σταθερή μέσω εξισώσεων κινηματικών περιορισμών.

Γενικά, όταν χρησιμοποιείται “tied” επαφή μεταξύ παραπλήσιων - ως προς τη δυσκαμψία - υλικών, είναι ορθότερο να ορίζεται ως master επιφάνεια εκείνη με το αραιότερο πλέγμα, καθώς οι περιορισμοί της δεσμευμένης επαφής δεν εφαρμόζονται συμμετρικά (οι περιορισμοί επιβάλλονται μόνο στους slave κόμβους), όπως προαναφέρθηκε, ενώ η δέσμευση αφορά μόνο στους βαθμούς ελευθερίας σε μετατόπιση (οι slave κόμβοι ακινητοποιούνται στην master επιφάνεια). Με τη δεσμευμένη διεπιφάνειας επαφής επιτρέπεται η διαφοροποίηση στο μέγεθος του πλέγματος μεταξύ των δύο πλευρών της διεπιφάνειας, ενώ συχνά μειώνεται η απαιτούμενη προσπάθεια για τη δημιουργία του πλέγματος, αφού η μοντελοποίηση άρρηκτα συνδεδεμένων μεταξύ τους σωμάτων περιορίζει την απαίτηση σύμπτωσης και συγχώνευσης των κόμβων κατά μήκος της διεπιφάνειάς επαφής (Εικ. 4.5). Για τον προαναφερθέντα λόγο, όταν το ένα από τα δύο υλικά της διεπιφάνειας είναι ιδιαίτερα μαλακό (ενδοτικό) σε σχέση με το συζυγές του, τότε το στιβαρότερο τίθεται ως master πλευρά.



Εικ. 4.5 Η άρρηκτη σύνδεση μεταξύ δύο επιφανειών ίδιας πυκνότητας πλέγματος επιτυγχάνεται εύκολα με συγχώνευση (merging) των συμπιπτόντων κόμβων (coincident nodes). Οι δεσμευμένες επαφές (τύπου “tied” ή “tiebreak”) επιτρέπουν τη σύνδεση (άρρηκτη ή με ενδεχόμενη αστοχία) μεταξύ δύο επιφανειών διαφορετικής πυκνότητας πλέγματος [1]

Tied Shell Edge to Surface

Πρόκειται για διεπιφάνεια δεσμευμένης (tied) επαφής, που βασίζεται στη μέθοδο “kinematic constraint” [1] για τη μόνιμη σύνδεση των slave κόμβων στα master segments, και ως προς τους μεταφορικούς και ως προς τους περιστροφικούς βαθμούς ελευθερίας. Οι slave κόμβοι - ανήκουν σε ακμές shell πεπερασμένων στοιχείων - κείνται επί της master surface, καθώς δεν προβλέπεται αντίστοιχη απόσταση (offset).

Tied Surface To Surface with Failure

Πρόκειται για διεπιφάνεια μη μόνιμα δεσμευμένης (tied with failure) επαφής τύπου “kinematic constraint”. Η αποδέσμευση των slave κόμβων από τα master segment επιτυγχάνεται με την ικανοποίηση ενός κριτηρίου αστοχίας, βάσει των αναπτυσσόμενων στη διεπιφάνεια ορθών (normal stress) και διατμητικών τάσεων (shear stress) [1, 3, 5] (βλ., Κεφ. 5). Η διεπιφάνεια υφίσταται ενόσω λαμβάνει χώρα δέσμευση, καθώς, μετά τη λύση της, ο συγκεκριμένος αλγόριθμος καθίσταται ανενεργός και η περαιτέρω διαχείριση της επαφής των αλληλεπιδρώντων τμημάτων του μοντέλου υλοποιείται με την ενεργοποίηση άλλης - κατάλληλης κατά περίπτωση - διεπιφάνειας.

4.4 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΔΥΣΚΑΜΨΙΑΣ/ΣΤΙΒΑΡΟΤΗΤΑΣ ΤΗΣ ΕΠΑΦΗΣ (CONTACT STIFFNESS)

Η διαχείριση της επαφής, μετά τον εντοπισμό των αλληλεπιδρώντων στοιχείων των πλεγμάτων εκατέρωθεν της διεπιφάνειας, έγκειται στον καθορισμό της στιβαρότητας της επαφής, δηλ., της δυνατότητας αναχαίτισης της αλληλοδιείσδυσης των πλεγμάτων. Κατά την καθιερωμένη μέθοδο υπολογισμού (standard penalty formulation) (βλ., Κεφ. 3.5) [1-6, 8-10], η επαφή παριστάνεται με γραμμικά ελατήρια που μεσολαβούν μεταξύ των slave κόμβων και των συζυγών (εγγύτερων) master segment. Η δυσκαμψία (stiffness) αυτών των ελατηρίων προσδιορίζει τη δύναμη που εφαρμόζεται στους slave και master κόμβους, προκειμένου να αποτραπεί η διείσδυση των πρώτων στο πλέγμα των δεύτερων.

Η δυσκαμψία των ελατηρίων επαφής - κατά τον καθιερωμένο τρόπο υπολογισμού της - εξαρτάται από το μέγεθος του εμπλεκόμενου segment και των ιδιοτήτων του υλικού του. Επομένως, ο τρόπος αυτός είναι αποτελεσματικός όταν οι παράμετροι δυσκαμψίας των υλικών των εφαπτόμενων επιφανειών είναι της ίδιας τάξης

μεγέθους. Στις περιπτώσεις επαφής ανόμοιων μεταξύ τους υλικών, η διαχείριση της επαφής καθίσταται επισφαλής, καθώς η υπολογιζόμενη δυσκαμψία των ελατηρίων επαφής, που είναι καταρχήν η μικρότερη μεταξύ των εμπλεκόμενων master και slave υλικών [1], προκύπτει ιδιαίτερα μικρή για να αναχαιτίσει την προϊούσα διείσδυση. Ένα τέτοιο αποτέλεσμα θεωρείται αναμενόμενο κατά την αλληλεπίδραση επαφής μεταξύ των (στιβαρότερων) ελασμάτων σύνθετου υλικού και του (ασθενέστερου) αφρού του πυρήνα, στα εξεταζόμενα sandwich κελύφη της παρούσας διατριβής. Ο παραπάνω τρόπος καθορισμού της στιβαρότητας της επαφής αποτελεί τη default επιλογή στον κώδικα Ls-Dyna (παράμετρος Soft=0 στην Optional Card “A” του πεδίου “Contact”) [1, 3-6].

Με βάση τα προαναφερθέντα, η ύπαρξη ενός - συγκριτικά με το συζυγές του - πολύ μαλακού υλικού σε μια επαφή έχει αρνητική επίπτωση στη στιβαρότητα της τελευταίας, μειώνοντας την τιμή της και επιτρέποντας έτσι υπερβολική αλληλοδιείσδυση. Για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος και εναλλακτικά ως προς την ενεργοποίηση ενός συντελεστή αύξησης της στιβαρότητας της επαφής για την επιλογή Soft=0, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η διατύπωση “Soft Constraint Penalty” στο Ls-Dyna, με την εισαγωγή της παραμέτρου Soft=1 στην (προαιρετική) κάρτα Optional Card “A” του πεδίου “Contact” [1, 3-6].

Η επιλογή Soft=1 αποτελεί εναλλακτική προσέγγιση στην εισαγωγή αυξημένου συντελεστή στη στιβαρότητα επαφής (Slsfac στο “Control_Contact” ή/και - καθώς πολλαπλασιάζονται μεταξύ τους - Sfs (για one-way contact), ή Sfm (για two-way / symmetric approach contact) στο “Contact”) για την εξάλειψη της διείσδυσης. Εισάγοντας Soft=1 στον κώδικα γίνεται σύγκριση μεταξύ των τιμών της στιβαρότητας επαφής που προκύπτουν και με τις δύο μεθόδους (Soft=0 και Soft=1) και επιλέγεται η μεγαλύτερη [1, 3-6].

Η ενεργοποίηση της παραμέτρου Soft=1 δε συνιστά τόσο δραστική απόκλιση από την καθιερωμένη τύπου “penalty” (Soft=0) διατύπωση επαφής, με εξαίρεση τον τρόπο προσδιορισμού της στιβαρότητας επαφής. Με αυτήν, εφαρμόζεται μια μέθοδος καθορισμού της δυσκαμψίας των γραμμικών ελατηρίων επαφής μεταξύ υλικών διαφορετικής δυσκαμψίας, η οποία βασίζεται στις μάζες των κόμβων που αλληλεπιδρούν και το μέγεθος του καθολικού χρονικού βήματος (global time step) της explicit ανάλυσης (κριτήριο Courant για την ευστάθεια του τοπικού συστήματος αλληλεπίδρασης (βλ., Κεφ. 3.3)). Η αλληλεπίδραση της επαφής, δηλαδή, λογίζεται ως ένα σύνολο τοπικών απλών συστημάτων αποτελούμενων από δύο μάζες (ενός

slave και ενός master κόμβου) συνδεδεμένες με ελατήριο (penalty stiffness). Το κάθε σύστημα έχει ένα χρονικό βήμα ευστάθειας ίσο με το αρχικό χρονικό βήμα της ανάλυσης (ή με το τρέχον - αν αυτό αυξηθεί προϊούσης της ανάλυσης - για λόγους αριθμητικής ευστάθειας) [1].

Συνεπώς, η στιβαρότητα της επαφής καθίσταται ανεξάρτητη των μηχανικών ιδιοτήτων των υλικών και ως εκ τούτου κατάλληλη για τη διαχείριση της επαφής μεταξύ ανόμοιων υλικών. Υπολογίζεται ως πηλίκο μιας ισοδύναμης μάζας -του slave κόμβου και των master κόμβων - προς το τετράγωνο του χρονικού βήματος, με τη συμμετοχή ενός συντελεστή κλίμακας (scale factor) για εξασφάλιση της απαιτούμενης ευστάθειας [1]. Η επιλογή αυτή γενικά συνιστάται στις περιπτώσεις μηχανικής επαφής μεταξύ υλικών έντονα διαφορετικής δυσκαμψίας και ανόμοιου μεγέθους πλέγματος, όπως μπορεί να συμβαίνει, π.χ., σε αναλύσεις κατάρρευσης κατασκευών έναντι πρόσκρουσης (impact/crashworthiness). Βέβαια, η εξάρτηση από το γενικό χρονικό βήμα μπορεί σε κάποιες περιπτώσεις να αποτελεί μειονέκτημα, καθώς απαιτείται η μείωση του χρονικού βήματος, προκειμένου να αποφευχθεί ενδεχόμενη αριθμητική αστάθεια στη συμπεριφορά του αλγόριθμου της επαφής, με αποτέλεσμα την επιμήκυνση του υπολογιστικού χρόνου. Η συνδυασμένη εφαρμογή της καθιερωμένης μεθόδου penalty (Soft=0) - για τον καθορισμό των συνήθων επαφών - και της προσέγγισης “Soft Constraint Penalty” (Soft=1) - για την εντοπισμένη διαχείριση δυσμενών περιπτώσεων επαφής - μπορεί να συμβάλει στην αποτελεσματική επεξεργασία των επαφών ενός μοντέλου, χωρίς την ανάγκη μείωσης του χρονικού βήματος [2-4].

Με την επιλογή της παραμέτρου Soft=2 στην Optional Card “A” του πεδίου “Contact”, χρησιμοποιείται παρόμοιος αλγόριθμος, όπως με τη Soft=1 (βασισμένος όμως στις μάζες των segment και όχι των κόμβων, και βέβαια στο χρονικό βήμα), για τον υπολογισμό της στιβαρότητας της επαφής της μεθόδου penalty, με κάποιες διαφοροποιήσεις στην τελική διατύπωση [1-6]. Κύρια διαφοροποίηση συνιστά η χρήση των μαζών των segment στη θέση των μαζών των κόμβων, διαμορφώνοντας έναν αλγόριθμο επαφής που βασίζεται στην αλληλεπίδραση των εμπλεκόμενων segment (έχει προέλευση την επαφή τύπου “pinball” (βλ., Κεφ. 3.5.3)) και όχι στη συνήθη λογική της επαφής κόμβου προς segment. Η προσέγγιση αυτή είναι γενικά περισσότερο αποτελεσματική στην ανάλυση της επαφής μεταξύ υλικών διαφορετικής στιβαρότητας (stiffness) ή/και πυκνότητας πλέγματος (mesh density) και γενικότερα σε περίπλοκες συνθήκες επαφής. Η μάζα του εκάστοτε segment ισούται με τη μάζα

του shell στοιχείου (αν ανήκει σε τέτοιο) ή με το ήμισυ της μάζας του solid στοιχείου (αν είναι segment solid στοιχείου). Κατά την επαφή δύο segment τεσσάρων κόμβων, οι δυνάμεις εφαρμόζονται στους οκτώ κόμβους, προκειμένου να προληφθεί η αλληλοδιείσδυση των segment, ως συνόλων κόμβων πλέον. Με αυτή την προσέγγιση, οι δυνάμεις κατανέμονται πιο ρεαλιστικά και συχνά αντιμετωπίζονται ιδιαίτερα αποτελεσματικά επίμονα - για άλλες μεθόδους διαχείρισης επαφής - προβλήματα επαφής (πολύπλοκες - με πτυχώσεις - μη ομαλές γεωμετρίες διεπιφανειών). Μάλιστα, η επίκλησή της στη διαχείριση της επαφής των ελασμάτων σύνθετου υλικού με τον πυρήνα αφρού, στις sandwich κατασκευές της παρούσας εργασίας, αποδείχτηκε ιδιαίτερα αποτελεσματική. Είναι αναμενόμενο, η επιλογή Soft=2, εφόσον αφορά σε ορισμό αλληλεπιδρώντων segment, να είναι διαθέσιμη μόνο στις επαφές τύπου “surface_to_surface” και “single_surface” και όχι στις επαφές τύπου “nodes_to_surface”.

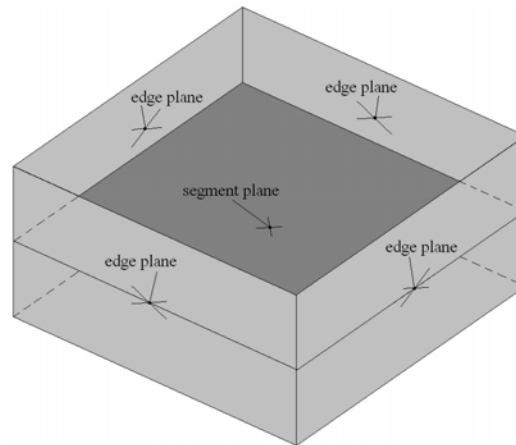
Η βασισμένη στις επιφάνειες των αλληλεπιδρώντων πεπερασμένων στοιχείων ανάλυση της επαφής (segment-based contact) αποτελεί έναν αλγόριθμο επαφής γενικής εφαρμογής τύπου “penalty” για shell και solid πεπερασμένα στοιχεία (δεν εφαρμόζεται σε beam στοιχεία). Το χρονικό βήμα στον υπολογισμό της στιβαρότητας επαφής λαμβάνει την τιμή του αρχικού χρονικού βήματος της ανάλυσης και προσαρμόζεται αντίστοιχα, σε περίπτωση αύξησής του τελευταίου, προκειμένου να προληφθεί ασταθής αριθμητική συμπεριφορά (όπως στη “soft constraint penalty formulation” (Soft=1)). Όμως, στη συγκεκριμένη περίπτωση η προσαρμογή της τιμής του γίνεται όταν το χρονικό βήμα της ανάλυσης αυξάνεται περισσότερο από 5% (βλ., στη συνέχεια), γεγονός που του επιτρέπει γενικά να διατηρείται σταθερό. Σκοπός του υπολογισμού των δυνάμεων penalty με αυτήν τη μέθοδο είναι η κλιμάκωση της στιβαρότητας επαφής κάθε αλληλεπιδρώντος ζεύγους στο βέλτιστο επίπεδο, προκειμένου το σύστημα να διατηρείται ευσταθές και η διείσδυση να παραμένει μικρή (αμελητέα). Η αύξηση της στιβαρότητας της επαφής πραγματοποιείται χωρίς πρόσθετη μάζα, καθώς τα θεωρούμενα ελατήρια είναι αβαρή, ενώ η ευστάθειά τους εξαρτάται από τις μάζες των συνδεόμενων μεταξύ τους - μέσω των ελατηρίων - (αλληλεπιδρώντων) segment. Εν τούτοις, εφόσον η μάζα του segment έχει ήδη συμπεριληφθεί στον υπολογισμό του χρονικού βήματος του πεπερασμένου στοιχείου στο οποίο ανήκει, δεν αναμένεται βελτίωση της ευστάθειας λόγω αύξησης της μάζας. Για το λόγο αυτό, και καθώς είναι πιθανές πολλαπλές επαφές με το ίδιο segment, η

στιβαρότητα μειώνεται κατά ένα μικρό ποσοστό (5%) επί του τρέχοντος χρονικού ορίου ευστάθειας [2-4]. Η penalty στιβαρότητα υπολογίζεται ως εξής [1]:

$$k_{cs}(t) = 0.5 \cdot \text{Slsfac} \cdot \begin{cases} \text{Sfs} \\ \text{or} \\ \text{Sfm} \end{cases} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \left(\frac{1}{\Delta t_c(t)} \right)^2$$

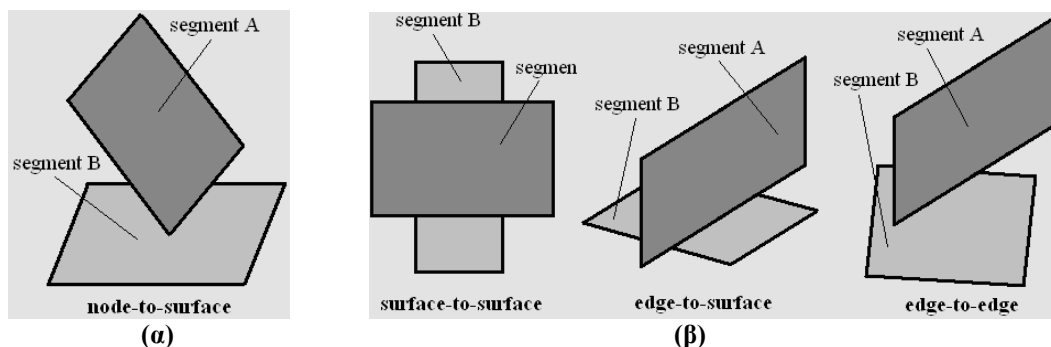
όπου Slsfac είναι ο default συντελεστής (=0.1) της penalty στιβαρότητας της επαφής (κάρτα ελέγχου “Control_Contact”), Sfs (ή Sfm) είναι ο συντελεστής penalty στιβαρότητας της slave (ή master) πλευράς της επαφής (κάρτα “Contact”), m_1 και m_2 είναι οι μάζες των αλληλεπιδρώντων segment και $\Delta t_c(t)$ είναι το χρονικό βήμα για την επαφή, το οποίο τίθεται ίσο προς $1.05 \cdot \Delta t_0$, με Δt_0 το αρχικό χρονικό βήμα της επίλυσης. Αν προϊούσης της ανάλυσης το Δt_0 αυξηθεί πέραν του $\Delta t_c(t)$, τότε το $\Delta t_c(t)$ επανατίθεται ως “1.05 επί το τρέχον χρονικό βήμα της επίλυσης”, και ως εκ τούτου η penalty στιβαρότητα μειώνεται. Το χρονικό βήμα της επίλυσης ενσωματώνει το συντελεστή Tssfac (default τιμή = 0.9, κάρτα ελέγχου “Control_Timestep”), με συνέπεια, η μείωση του τελευταίου να επιφέρει την αύξηση της στιβαρότητας επαφής (βλ., προηγούμενη σχέση). Το αποτέλεσμα αυτό μπορεί να είναι αρκετά σημαντικό εφόσον στον παρονομαστή εμφανίζεται το τετράγωνο του χρονικού βήματος, ενώ καταρχήν ενδείκνυται η μείωση του συντελεστή Tssfac όταν αυξάνεται έντονα η penalty στιβαρότητα (μέσω του Slsfac ή των Sfs/Sfm), για λόγους αριθμητικής ευστάθειας [1, 4-6].

Η επιλογή Soft=2 δεν εισάγει διαφοροποίηση μόνο στον τρόπο υπολογισμού της στιβαρότητας επαφής (segment-based penalty formulation), αλλά και στον αλγόριθμο ανίχνευσης και εντοπισμού της επαφής που προηγείται, ο οποίος βασίζεται στη λογική της διείσδυσης “segment προς segment” (segment-based contact). Ένα segment A θεωρείται ότι έχει διεισδύσει σε ένα segment B όταν τουλάχιστον ένας κόμβος του A έχει διαπεράσει καθένα από τα πέντε επίπεδα που “συνδέονται” με το B. Δεν είναι απαραίτητο ο ίδιος κόμβος του segment A να έχει εισχωρήσει σε καθένα από τα πέντε επίπεδα. Τα πέντε επίπεδα συνίστανται στο επίπεδο που περιέχει το segment συν τα τέσσερα επίπεδα ακμής του segment [4]. Ως επίπεδο ακμής ορίζεται το περιέχον την ακμή και κάθετο στο segment (Εικ. 4.6).



Εικ. 4.6 Τα πέντε επίπεδα ενός segment στη “segment-based contact” (Soft=2)

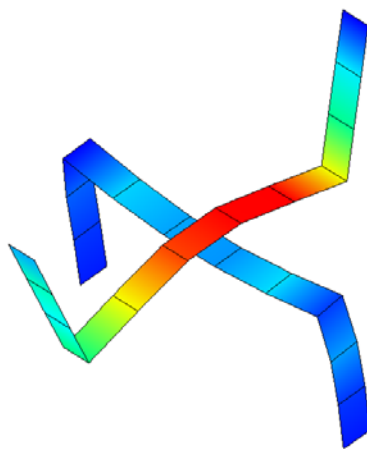
Προκειμένου να διασαφηνιστεί η παραπάνω θεώρηση, στην Εικόνα 4.7(β) παρουσιάζονται τρεις περιπτώσεις όπου λαμβάνει χώρα επαφή “segment-to-segment”, αλλά όχι η συνήθης, “node-to-segment” (Εικ. 4.7(α)). Σε τέτοιες συνθήκες ο καθιερωμένος έλεγχος “node-to-segment” αστοχεί στον εντοπισμό επαφής/διείσδυσης (βέβαια, ο κώδικας αυξάνει κατά τι - 2% - την επιφάνεια του master segment προκειμένου να συμπεριλάβει slave κόμβους που πιθανώς κείνται οριακά κοντά στις ακμές του master segment). Ουσιαστικά, η segment-based επαφή χρησιμοποιεί την προαναφερθείσα λογική για έλεγχο και εντοπισμό, όχι κόμβων που έχουν διεισδύσει αλλά, segment που έχουν υποστεί διείσδυση [4].



Εικ. 4.7 (α) Τυπική επαφή “node-to-segment”, (β) Segment-based contact (Soft=2): περιπτώσεις επαφών “segment-to-segment” (δεν προκύπτει επαφή “node-to-segment”) [4]

Για να θεωρηθεί ότι ένα segment υπέστη διείσδυση, απαιτείται να διαπιστωθεί ότι η επιφάνειά του καθώς και κάθε επίπεδο ακμής του έχουν υποστεί διείσδυση. Στην περίπτωση “surface-to-surface” της Εικ. 4.7(β), κάθε επίπεδο ακμής του κάθε segment έχει υποστεί διείσδυση από έναν τουλάχιστον κόμβο του άλλου segment, με

αποτέλεσμα να διαπιστώνεται επαφή. Στην Εικ. 4.8 παρουσιάζεται μοντέλο διαχείρισης τέτοιου είδους αλληλεπίδρασης με την πρόσθετη επιλογή $Soft=2$.



Εικ. 4.8 Segment-based contact ($Soft=2$): Επαφή “surface-to-surface” επιφανειών shell στοιχείων (με αντιστάθμισμα του πάχους, (βλ., επόμενη ενότητα))

Επιπλέον, με την επιλογή της παραμέτρου $Soft=2$ ελέγχεται αυτόματα η επαφή σε συνθήκες εξάλειψης/διαγραφής πεπερασμένων στοιχείων (element erosion/deletion), κατά τη μοντελοποίηση ενδεχόμενης αστοχίας του υλικού. Αυτό αφορά τόσο στα shell στοιχεία - κυρίως στην αλληλεπίδραση των ακμών (edge-to-edge contact), ενεργοποιώντας επιπλέον τις απαραίτητες παραμέτρους (βλ., στη συνέχεια) - όσο και στα solid στοιχεία (απαραίτητη η ενεργοποίηση της παραμέτρου εντός επαφής τύπου “eroding”, για εξασφάλιση της απαιτούμενης υπολογιστικής μνήμης στη διαχείριση των νεοεμφανιζόμενων - λόγω της απαλοιφής στοιχείων - segment).

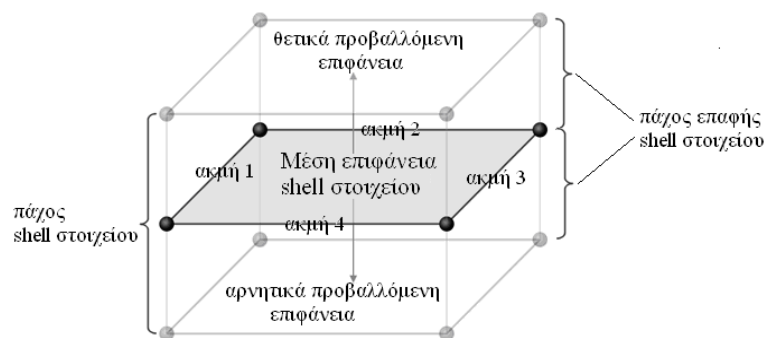
Γενικά, η ενεργοποίηση της παραμέτρου $Soft=2$ καθιστά έναν καταρχήν κατάλληλο τύπο επαφής ιδιαίτερα αποτελεσματικό στη διαχείριση της αλληλεπίδρασης πλεγμάτων με έντονες διαφορές στην πυκνότητα και την αναλογία διαστάσεων (aspect ratio) των στοιχείων, στο μέτρο ελαστικότητας των αντίστοιχων υλικών, καθώς επίσης και πλεγμάτων πολύπλοκης γεωμετρίας (καμπυλότητες, αιχμηρές περιοχές) ή δριμείας εντατικής και παραμορφωσιακής κατάστασης (μεγάλες παραμορφώσεις/στρεβλώσεις), με ενδεχόμενη - επιπλέον - αλληλεπίδραση ακμών πεπερασμένων στοιχείων (edge-to-edge contact).

Εξάλλου, σύμφωνα με τα προαναφερθέντα, όταν απαραμόρφωτο σώμα (rigid body) υπόκειται με μηχανική επαφή, τότε -ανεξαρτήτως άλλων συνθηκών (βαθμοί ελευθερίας, κλπ.) - πρέπει να οριστούν ιδιότητες υλικού για αυτό, καθώς

συνυπολογίζονται στον προσδιορισμό της στιβαρότητας της επαφής. Το τελευταίο συνιστά και ένα βασικό λόγο για τη ρεαλιστική αποτίμηση των ιδιοτήτων αυτών.

4.5 ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΜΑ ΤΟΥ ΠΑΧΟΥΣ ΤΩΝ SHELL ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΣΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΕΠΑΦΗΣ

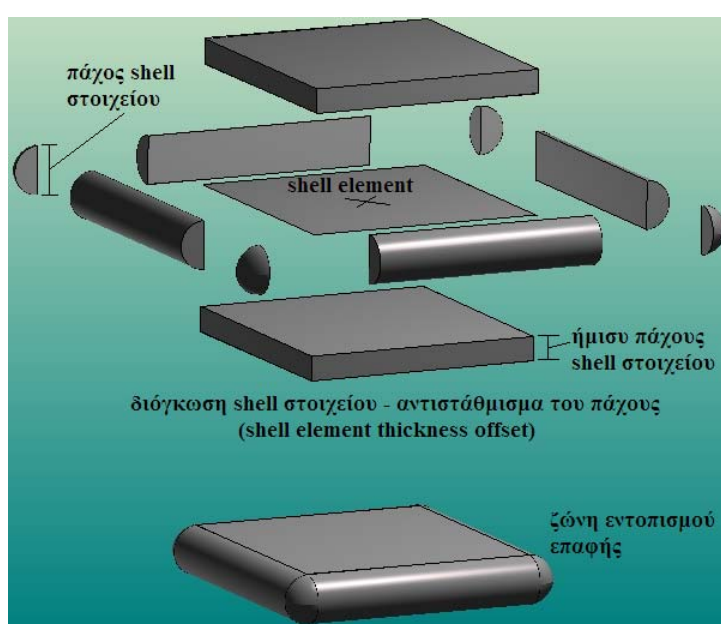
Στη μοντελοποίηση κατασκευών λεπτού πάχους (κελύφη) με χρήση shell στοιχείων δεν αποτυπώνεται σχεδιαστικά το πάχος τους (εξ ορισμού), αλλά αυτό εισάγεται ως δεδομένο στον καθορισμό των ιδιοτήτων των στοιχείων (element property). Τα shell στοιχεία θεωρείται ότι κείνται επί της μέσης επιφάνειας (mid-surface) του τοιχώματος του κελύφους, και οι πραγματικές (εξωτερικές) επιφάνειες του ελάσματος - όπως και η εν δυνάμει επαφή με αυτές - προσομοιώνονται με (εικονική) μετάθεση (offset) της μέσης επιφάνειας σε αμφότερες τις πλευρές της κατά το ήμισυ του πάχους των στοιχείων (αντιστάθμισμα του πάχους / shell element thickness offset) προκειμένου να αποδοθεί το αντίστοιχο “πάχος επαφής” (contact thickness) στην κάθετη επί της (μέσης) επιφάνειας του shell στοιχείου διεύθυνση (Εικ. 4.9).



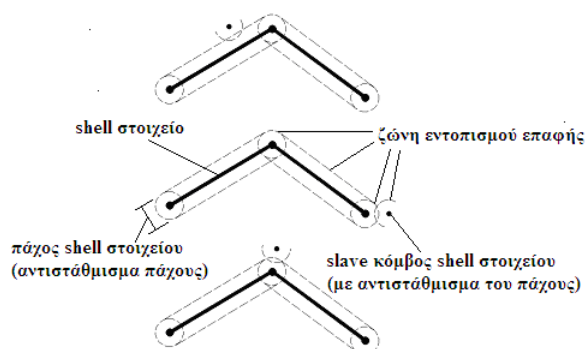
Εικ. 4.9 Αντιστάθμισμα πάχους shell στοιχείου (κάθετα στη μέση επιφάνειά του) [4]

Κατά την επαφή-ολίσθηση-πρόσκρουση μεταξύ κελυφών (ή εντός του καθενός από αυτά προϋούσης της παραμόρφωσής του), βασικός παράγοντας είναι η ανάπτυξη ζώνης εντοπισμού της επαφής γύρω από την επίπεδη επιφάνεια (segment) των shell στοιχείων που τα απαρτίζουν. Η πλήρης (ομοιόμορφη) διόγκωση προς όλες τις πλευρές, μαζί με μια - ενδεχομένως απαιτούμενη - αύξηση της στιβαρότητας της επαφής (contact stiffness) και το συνεπαγόμενο από αυτήν έλεγχο του αντίστοιχου χρονικού βήματος του (θεωρούμενου) ελατηρίου επαφής, εγγυώνται ότι κάθε πρόσκρουση εντοπίζεται και ότι κανένας κόμβος δε θα διεισδύσει στο ενεργό επίπεδο τμήμα των shell στοιχείων. Η ζώνη εντοπισμού επαφής συνίσταται σε δύο ζώνες -

ίδιου σχήματος με το shell στοιχείο - στις δύο πλευρές του επίπεδου τμήματος, ημικυλινδρικές ζώνες κατά μήκος των ακμών του και τμήματα σφαίρας που καταλαμβάνουν τις περιοχές γύρω από τις γωνίες του επίπεδου τμήματος (Εικ. 4.10). Με τον τρόπο αυτό, αφενός οι ζώνες εντοπισμού επαφής παρακείμενων shell στοιχείων επικαλύπτονται στο σύνορό τους (ακμές και κορυφές) αφετέρου οι εξωτερικές ακμές και κορυφές shell στοιχείων εξομαλύνονται αντίστοιχα κατά το αντιστάθμισμα του πάχους των στοιχείων, γεγονός που εξασφαλίζει την απουσία κρίσιμων μεταβατικών περιοχών στις διεπιφάνειες επαφής που εμπλέκονται κελύφη shell στοιχείων [2-4] (Εικ. 4.11).



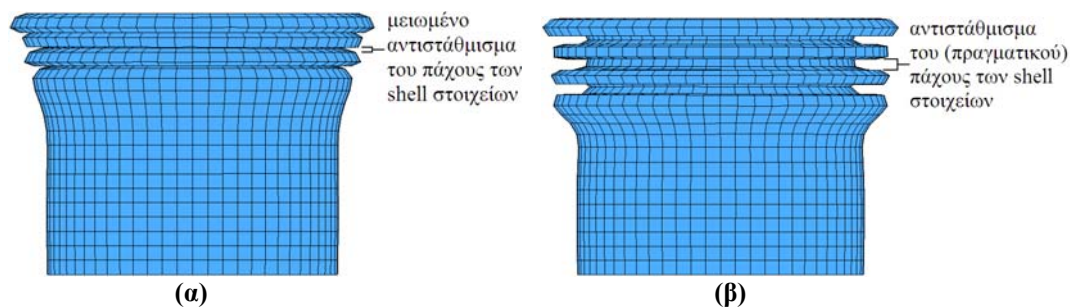
Εικ. 4.10 Πλήρες (ομοιόμορφο) αντιστάθμισμα του πάχους (διόγκωση) shell πεπερασμένου στοιχείου σε αλληλεπίδραση επαφής



Εικ. 4.11 Περιπτώσεις επαφής επιφανειών shell στοιχείων με αντιστάθμισμα του πάχους τους

Το μέγεθος (πάχος) της ζώνης εντοπισμού επαφής σε shell στοιχεία (δηλ., η διόγκωση προς κάθε κατεύθυνση με βάση το τρέχον επίπεδο τμήμα επιφάνειας)

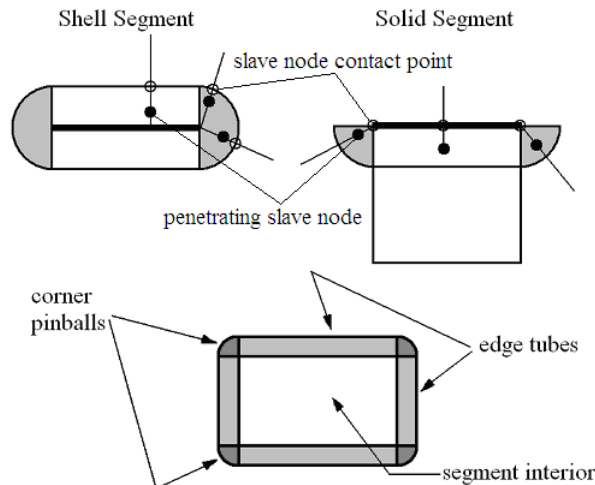
τίθεται στο ήμισυ του πάχους του τοιχώματος του προσομοιούμενου κελύφους. Η χρησιμότητα της προαναφερθείσας θεώρησης είναι προφανής στη μοντελοποίηση της διαμόρφωσης επιπέδου ελάσματος, ενώ την καθιστά απαραίτητη η μοντελοποίηση της αλληλεπίδρασης των μεμονωμένων στρώσεων σύνθετου υλικού, καθώς και η ρεαλιστική προσομοίωση της αξονικής κατάρρευσης λεπτότοιχου κελύφους (με την απουσία της ο σωλήνας, μετά την καθ' όλο το ύψος του παραμόρφωση, που έχει διαμορφωμένους σε ολόκληρο το σώμα του λοβούς, θα είχε μηδενικό ύψος (Εικ. 4.12). Την τεχνική αυτή επικαλούνται στον κώδικα Ls-Dyna οι “Single” τύποι επαφής, που διαχειρίζονται την επαφή μεταξύ τμημάτων του ίδιου σώματος (slave part) ή ανάμεσα σε ένα σύνολο σωμάτων (slave part set) - ορίζεται μόνο η slave πλευρά σε αυτούς τους τύπους επαφής -, καθώς και όλοι οι “Automatic” τύποι επαφής. Γενικά, ο όρος “Automatic” στους τύπους διαχείρισης της επαφής δηλώνει κυρίως τη θεώρηση του αντισταθμίσιματος του πάχους και τον αυτόματο προσανατολισμό των shell στοιχείων κατά την ανίχνευση της καθιερωμένης μορφής επαφής (“node-to-segment”) και τον προσδιορισμό ενδεχόμενης διείσδυσης (Εικ. 4.13).



Εικ. 4.12 Μοντελοποίηση αξονικής κατάρρευσης κυλινδρικού σωλήνα (concertina mode) με τον τύπο επαφής, “Contact_Automatic_Single_Surface” και πολύ λεπτή διακριτοποίηση σε σχέση με το πάχος του τοιχώματος (πάχος των shell στοιχείων) : (α) χωρίς ενεργοποίηση της παραμέτρου “Ssthk” (ή Soft=0 - 1), (β) με ενεργοποίηση της παραμέτρου “Ssthk” (ή Soft=2)

Αν θεωρείται χρήσιμη ή απαραίτητη η θεώρηση αντισταθμίσιματος του πάχους σε κάποιο μοντέλο (κυρίως στη διαμόρφωση επίπεδου ελάσματος ή στη μοντελοποίηση πολύστρωτων ελασμάτων με επάλληλες στρώσεις shell στοιχείων), πρέπει αφενός να επιλεγεί κατάλληλος τύπος διαχείρισης επαφής, που να υποστηρίζει το σκεπτικό του αντισταθμίσιματος του πάχους των εμπλεκόμενων στην επαφή shell πεπερασμένων στοιχείων, όπως οι επαφές τύπου “Single” ή/και “Automatic”, αφετέρου η αρχική διάταξη (σχεδιασμός) των αλληλεπιδρώντων τμημάτων (επιφάνειες με shell στοιχεία) του μοντέλου να αποδίδει ορθά το αντιστάθμισμα του πάχους, ώστε να αποφευχθούν

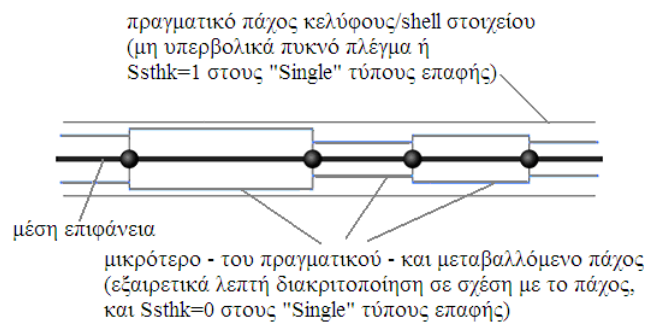
αρχική αλληλοδιείσδυση (initial interpenetration) των πλεγμάτων και επακόλουθη διόρθωσή της - αυτόματα από τον κώδικα - με αλλοίωση της αρχικής πλεγματικής διάταξης. Σε άλλου τύπου επαφές - πλην των “single” και “automatic” - πρέπει να ενεργοποιηθεί επιπλέον η παράμετρος “Shlthk” της κάρτας ελέγχου “Control_Contact”, προκειμένου να ληφθεί υπόψη το αντιστάθμισμα του πάχους των shell στοιχείων στην ανάλυση της επαφής [6].



Εικ. 4.13 Επαφή τύπου “Automatic”: Θεώρηση γεωμετρικών οντοτήτων - κυλίνδρων και σφαιρών, στις ακμές και στις κορυφές (γωνίες), αντίστοιχα, των επιφανειών επαφής των πεπερασμένων στοιχείων (contact segment) - για τον καθορισμό της κατεύθυνσης επαναφοράς των διεισδύνοντων κόμβων (και του αντισταθμίματος του πάχους σε shell στοιχεία). Με τη μέθοδο αυτή εξασφαλίζεται η ομαλή (συνεχής) μεταβολή του κάθετου επί του segment ανύσματος (προσανατολισμού) κατά μήκος της επιφάνειας, των ακμών και των κορυφών του, και βελτιώνεται εξαιρετικά η διαχείριση της επαφής σε πλέγματα πολύπλοκης γεωμετρίας (αιχμηρές γωνίες και κορυφές), χωρίς επιπλέον επί τούτου διαδικασίες [10].

Στους “Single” τύπους επαφής, Single_Surface, Automatic_Single_Surface, Automatic_General, Eroding_Single_Surface, όταν η διακριτοποίηση της επιφάνειας επαφής είναι πολύ λεπτή (fine meshing) σχετικά με το πραγματικό πάχος των shell στοιχείων που την αποτελούν (π.χ., οι διαστάσεις του στοιχείου στο επίπεδό του είναι μικρότερες του πάχους του), το αντιστάθμισμα του πάχους αφορά σε μικρότερη τιμή από την πραγματική, καθώς ως “πάχος επαφής” λαμβάνεται η μικρότερη τιμή μεταξύ του πραγματικού πάχους του shell στοιχείου και του 40% του μήκους της μικρότερης ακμής του στοιχείου. Το τελευταίο αποτελεί default επιλογή του κώδικα, προκειμένου να “προστατεύεται” η διαχείριση της επαφής από τη χρήση μη ρεαλιστικών (υπερβολικά μεγάλων) τιμών πάχους στα shell στοιχεία προς εξασφάλιση υψηλών τιμών δυσκαμψίας (stiffness) στα αντίστοιχα κελύφη [6]. Ωστόσο, η επικράτηση της μικρότερης εκ των δύο τιμών για το πάχος επαφής, κατά τον εφαρμοζόμενο αλγόριθμο, μπορεί να επιτρέψει αυξημένες ανοχές σε σχέση με το

πραγματικό πάχος. Η εξάρτηση του πάχους επαφής (σε κάθε shell στοιχείο) από το μήκος των αντίστοιχων ακμών του πλέγματος οδηγεί σε διαφορετικά πάχη επαφής για μια επιφάνεια με μεταβαλλόμενη πυκνότητα πλέγματος (Εικ. 4.14), γεγονός που μπορεί να οδηγήσει σε ταλαντωτική συμπεριφορά της επαφής, ιδιαίτερα όταν αυτή αφορά σε εκτεταμένη σχετική ολίσθηση των αλληλεπιδρώντων σωμάτων [4]. Στους υπόλοιπους “Single” ή/και “Automatic” τύπους επαφής, η θεώρηση του αντισταθμίσιμου του πάχους των shell στοιχείων (πάχος επαφής) αφορά στο πραγματικό πάχος τους.



Εικ. 4.14 Πυκνότητα πλέγματος shell στοιχείων και πάχος επαφής (σε σχέση με το πραγματικό), και ο ρόλος της παραμέτρου “Ssthk” [4, 5]

Σε περιπτώσεις μοντελοποίησης με shell στοιχεία, όπως οι προαναφερθείσες, που κρίνεται ωφέλιμη ή αναγκαία η χρήση πολύ πυκνού πλέγματος - σε σχέση με το πάχος των στοιχείων - με ταυτόχρονη απόδοση του πραγματικού πάχους επαφής, μπορεί να ενεργοποιηθεί η παράμετρος “Ssthk” της κάρτας “Control_contact” για την εξασφάλιση του τελευταίου (Εικ. 4.12, 4.14) [6] (βλ., Κεφ. 6).

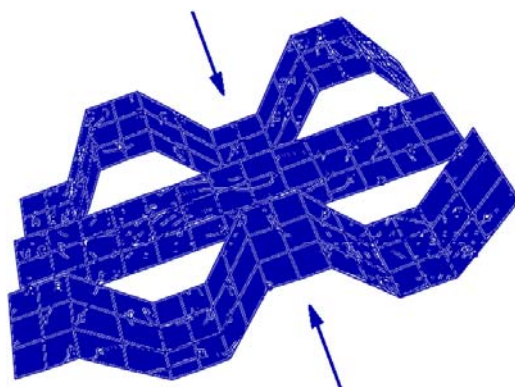
Κατά τη μοντελοποίηση μιας επαφής με χρήση της Optional Card A και την ενεργοποίηση της παραμέτρου Soft=2 σε αυτήν (όπου αυτό επιτρέπεται [1]), αφενός θεωρείται αυτόματα στην επαφή το αντιστάθμισμα του πραγματικού πάχους των shell στοιχείων (δε χρειάζεται ενεργοποίηση των παραμέτρων “Ssthk” και - προφανώς - “Shlthk” της κάρτας “Control_contact” [6] (βλ., Κεφ. 6)), αφετέρου η αρχική διάταξη των αλληλεπιδρώντων πλεγμάτων λαμβάνεται ως “θέση μηδενικής διείδυσης”. Ενδεχόμενη αρχική διείδυση (π.χ., λόγω μη ορθής απόδοσης του αντισταθμίσιμου πάχους στο σχεδιασμό επιφανειών με shell στοιχεία) δεν καταγράφεται, ενώ περαιτέρω διείδυση μετράται αναφορικά με την αρχική σχετική διάταξη και - αντίθετα με την αρχική διείδυση - παράγει δυνάμεις επαφής. Αν, προϊούσης της ανάλυσης, οι επαπτόμενες επιφάνειες απομακρυνθούν μεταξύ τους (εντός των ορίων “αρχικής διείδυσης”) σε θέση τρέχουσας διείδυσης μικρότερης εκείνης της

αναφοράς (αρχικής), η τρέχουσα διείσδυση αποτελεί τη νέα θέση αναφοράς (μηδενικής διείσδυσης).

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, η θεώρηση του αντισταθμίματος του πάχους των shell στοιχείων γίνεται εξ ορισμού στις επαφές τύπου “Single” και/ή “Automatic” (χωρίς να είναι απαραίτητη επιπλέον η ενεργοποίηση της παραμέτρου Soft=2), καταγράφεται όμως αρχική διείσδυση (αν δεν συμπεριληφθεί και η Soft=2) όταν η σχετική διάταξη των πλεγμάτων δε λαμβάνει υπόψη το πάχος των shell στοιχείων (με διατάραξη του πλέγματος προκειμένου να διορθωθεί η διείσδυση), ενώ το αντιστάθμισμα - σε πολύ λεπτή διακριτοποίηση - δεν αφορά στο πραγματικό πάχος των στοιχείων, αλλά σε μικρότερο μέγεθος (απαιτείται ενεργοποίηση της παραμέτρου “Ssthk” της κάρτας “Control_Contact” (Εικ. 4.12, 4.14) [6].

4.6 ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΕΠΑΦΗΣ ΜΕΤΑΞΥ ΑΚΜΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ (EDGE TO EDGE CONTACT)

Επαφή μεταξύ ακμών του πλέγματος των πεπερασμένων στοιχείων (edge-to-edge contact) μπορεί να λάβει χώρα είτε σε κάποια συγκεκριμένη αρχική σχετική διάταξη των πλεγμάτων και επί τούτου αλληλεπίδραση (Εικ. 4.15), είτε σε περιπτώσεις εκτεταμένης επαφής και μεγάλων παραμορφώσεων/στρεβλώσεων, ιδιαίτερα σε πλέγματα πολύπλοκης γεωμετρίας (καμπυλότητες, αιχμηρές ζώνες), έντονης ανομοιομορφίας στοιχείων (element aspect ratio) και διαφορετικής πυκνότητας (mesh density). Η επαφή “edge to edge” απαιτεί ειδική διαχείριση, καθώς δεν έρχονται σε επαφή (slave) κόμβοι με (master) segment, που είναι η βασική αρχή των συμβατικών τρόπων διερεύνησης επαφής.

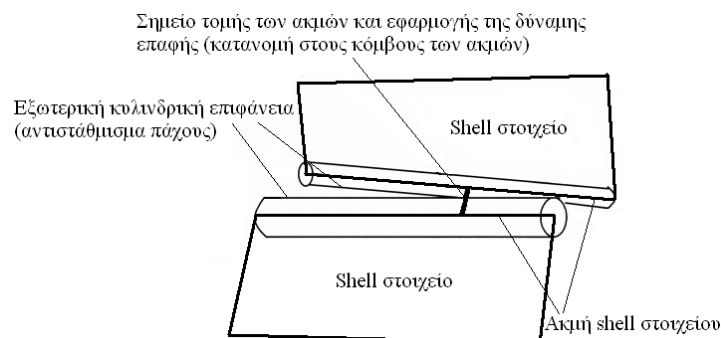


Εικ. 4.15 Επαφή μεταξύ ακμών shell πεπερασμένων στοιχείων [7]

Σχετικά με τη διαχείριση της επαφής μεταξύ ακμών πεπερασμένων στοιχείων (edge-to-edge contact) (ενδεχόμενης σε περιπτώσεις εκτεταμένης επαφής, μεγάλων

παραμορφώσεων, αλληλεπίδρασης πολύπλοκων γεωμετρικά επιφανειών, απαλοιφής στοιχείων, ή επιβαλλόμενης από τη διάταξη των σωμάτων), αυτή μπορεί να διεξαχθεί με διάφορους τρόπους, ανάλογα με τις συνθήκες και τις απαιτήσεις ενός μοντέλου προσομοίωσης, οι οποίες αφορούν σε:

- επαφή εξωτερικών - εξ αρχής - ακμών (στο περίγραμμα επιφάνειας shell στοιχείων ή στην εξωτερική επιφάνεια όγκου solid στοιχείων),
- επαφή νεοεμφανιζόμενων εξωτερικών ακμών - αρχικά εσωτερικών -, που “αποκαλύπτονται” λόγω μοντελοποίησης ενδεχόμενης αστοχίας του υλικού με απαλοιφή/διαγραφή πεπερασμένων στοιχείων (element erosion/deletion) και του απότοκου σχηματισμού νέου περιγράμματος σε επιφάνεια shell στοιχείων ή νέας επιφάνειας σε όγκο solid στοιχείων,
- θεώρηση του αντιστάθμισματος του πάχους των shell στοιχείων (shell element thickness offset) (Εικ. 4.16), κυρίως για την εξομάλυνση ενδεχόμενης μετάπτωσης της επαφής σε αλληλεπίδραση “edge-to-edge”, στα πλαίσια της ανάλυσης ευρύτερης επαφής, όπου εμπλέκεται επιφάνεια shell στοιχείων στην οποία θεωρείται το αντιστάθμισμα του πάχους τους.

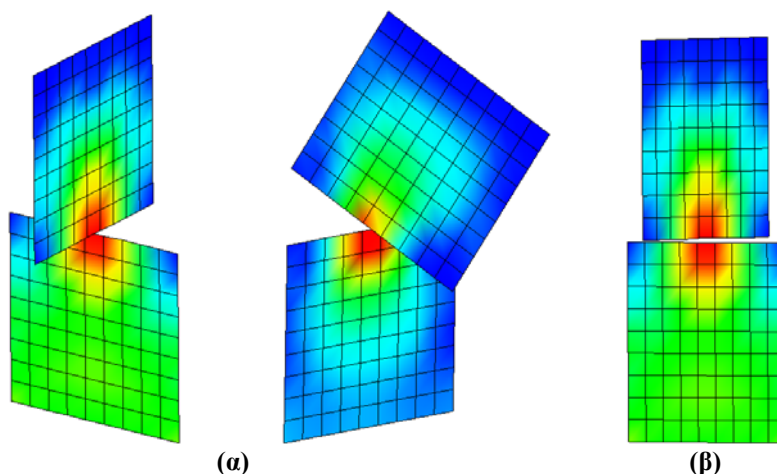


Εικ. 4.16 Επαφή ακμών shell πεπερασμένων στοιχείων με αντιστάθμισμα του πάχους των στοιχείων σε αυτές

Η επαφή “edge-to-edge” μπορεί καταρχάς να μοντελοποιηθεί με δια χειρός καθορισμό (κατά τη δόμηση του μοντέλου στον pre-processor) των υποψήφιων για αλληλεπίδραση επαφής ακμών πεπερασμένων στοιχείων, θεωρώντας τις ως “εικονικές” δοκούς (null beam), στη λογική που αποτυπώνεται στην Εικ. 4.16. Ωστόσο, η προσέγγιση αυτή συνιστά - ειδικά σε πολύπλοκα μοντέλα - μια επίπονη και χρονοβόρα διαδικασία, και γενικά δεν εφαρμόζεται.

Για τη διαχείριση της επαφής αποκλειστικά μεταξύ ακμών πεπερασμένων στοιχείων, και μόνο για shell στοιχεία, χρησιμοποιείται ο τύπος

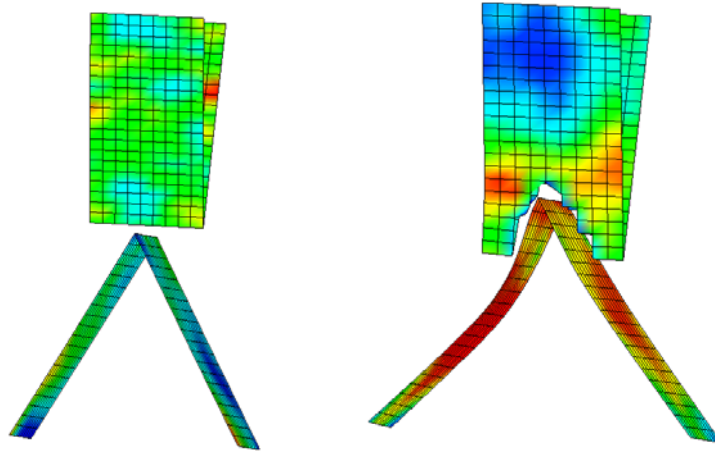
“Contact_Single_Edge” (τύπος “Single”, δηλ., χωρίς περαιτέρω καθορισμό ξεχωριστών master και slave πλευρών στη διεπιφάνεια επαφής, παρά μόνο slave, με συνολικό ορισμό των αλληλεπιδρώντων σωμάτων (part set)). Εφαρμόζεται σε επί τούτου διάταξη των αλληλεπιδρώντων πλεγμάτων (Εικ. 4.15, 4.17(α)) ή σε συνθήκες ευρύτερης επαφής, συμπληρωματικά με τους επιλεχθέντες για τη διαχείρισή της τύπους που (ενδεχομένως) δεν παρέχουν επιπλέον αυτήν τη δυνατότητα.



Εικ. 4.17 Αλληλεπίδραση εξωτερικών ακμών επιφανειών shell στοιχείων: (α) ορθή και πλάγια αλληλεπίδραση χωρίς αντιστάθμισμα του πάχους (“Contact_Single_Edge” ή “Contact_Automatic_Single_Surface” με Soft=2 και Sbopt=1, (β) με αντιστάθμισμα του πάχους (“Contact_Automatic_General_Interior” ή “Contact_Automatic_Single_Surface” με Soft=2 και Depth=5)

Επίσης, στην περίπτωση επιφανειών shell στοιχείων, εξαιρετικά αποτελεσματική διαχείριση της επαφής “edge-to-edge” (όπως και των υπόλοιπων πιθανών τρόπων αλληλεπίδρασης (Εικ. 4.7)) διεξάγεται με χρήση του τύπου επαφής, “Contact_Automatic_General_Interior” (τύπος “Single”). Η ανάλυση της αλληλεπίδρασης αφορά - πέραν των εξαρχής συνοριακών (εξωτερικών) ακμών μιας επιφάνειας shell στοιχείων - και στις καταρχάς εσωτερικές ακμές, που μπορεί να καταστούν εξωτερικές προΐουσης της ανάλυσης, λόγω εξάλειψης/διαγραφής στοιχείων (shell element erosion/deletion) (Εικ. 4.17(β)-4.20). Παρόλο που εντός του συγκεκριμένου τύπου επαφής δεν προβλέπεται η ενεργοποίηση της παραμέτρου Soft=2, θεωρείται σε αυτήν το αντιστάθμισμα του πραγματικού πάχους των shell στοιχείων - ανεξαρτήτως της σχέσης της πυκνότητας του πλέγματος με το πάχος των στοιχείων - σε όλο το φάσμα των τρόπων επαφής (“node-to-surface”, “surface-to-surface”, “edge-to-surface”, “edge-to-edge”) (Εικ. 4.7). Δεν απαιτείται δηλαδή επιπλέον ενεργοποίηση της παραμέτρου “Ssthk” της κάρτας “Control_Contact”. Στην περίπτωση αλληλεπίδρασης solid στοιχείων, ο συγκεκριμένος τύπος επαφής δεν

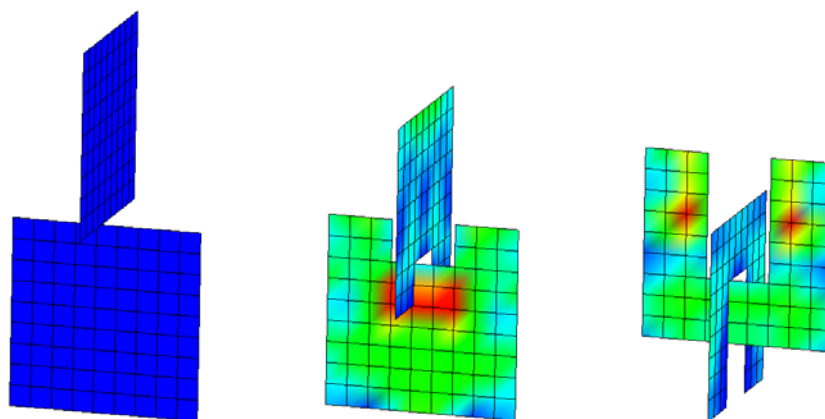
προορίζεται για ανάλυση της επαφής μεταξύ ακμών, καθώς περιορίζεται αποκλειστικά στην τυπική διαχείριση “node-to-segment” της εξωτερικής επιφάνειας των αλληλεπιδρώντων (solid) σωμάτων (Εικ. 4.21(α)).



Εικ. 4.18 Διαδοχικές φάσεις αλληλεπίδρασης εσωτερικών ακμών επιφανειών shell στοιχείων με αντιστάθμισμα του πάχους και εξάλειψη στοιχείων λόγω διείδυσης και αστοχίας (“Contact_Automatic_General_Interior” ή “Contact_Automatic_Single_Surface” με Soft=2)

Αλληλεπίδραση μεταξύ (εξωτερικών ή/και εσωτερικών) ακμών επιφανειών shell πεπερασμένων στοιχείων μπορεί ακόμα να ανιχνευτεί με χρήση εκείνων των τύπων επαφής (δε συμπεριλαμβάνονται οι προαναφερθέντες) που υποστηρίζουν επιπλέον τη μέθοδο επαφής “segment-based” (Soft=2 στην πρόσθετη κάρτα “Optional Card A”) [6], καθώς στα πλαίσιά της μόνο επιτρέπει ο κώδικας την πρόσθετη ενεργοποίηση - στην ίδια κάρτα - της απαιτούμενης για τη συγκεκριμένη ανάλυση παραμέτρου (δύο τέτοιες μπορούν να χρησιμοποιηθούν). Κύριος τύπος επαφής αυτής της κατηγορίας είναι ο “Contact_Automatic_Single_Surface” (τύπος “Single”), ενώ και ο ίδιος σκεπτικού τύπος “Contact_Automatic_Surface_to_Surface” (με καθορισμό ξεχωριστών master και slave πλευρών στη διεπιφάνεια επαφής) αποτελεί ασφαλή επιλογή. Όσον αφορά στην απαιτούμενη επιπλέον παράμετρο, μία μπορεί να είναι η Sbopt=1 (χωρίς θεώρηση του πάχους των shell στοιχείων στην επαφή εξωτερικών - αρχικών ή νέων - ακμών, με θεώρηση του πάχους στην επαφή εσωτερικών ακμών), που ενεργοποιεί τον αλγόριθμο ανίχνευσης επαφής-διείσδυσης, “pinball” στην επαφή μεταξύ των ακμών (pinball edge to edge contact). Με τη μέθοδο αυτή (βλ., Κεφ. 3.5.3), το κάθε τμήμα της επιφάνειας επαφής (segment), που συνιστά η όψη του εμπλεκόμενου στην επαφή στοιχείου, αναπαρίσταται με μία σφαίρα (pinball) που περικλείει τους κόμβους του segment (θεωρώντας μηδενικό πάχος σε αυτό, και για τα shell και για τα solid στοιχεία), ενώ οι δυνάμεις επαναφοράς (penalty force) - κατά

τον εντοπισμό διείσδυσης - εφαρμόζονται κατά μήκος της ευθείας μεταξύ των κέντρων των segment, οδηγώντας τις σφαίρες σε μεταξύ τους αναπήδηση/απομάκρυνση. Κάθε σφαίρα έχει ακτίνα ίση με την απόσταση μεταξύ του κέντρου του αντίστοιχου segment και του πλέον απομακρυσμένου κόμβου του (προκειμένου να περικλείει ολόκληρο το segment), με αποτέλεσμα να εκτείνεται πέραν των ακμών του segment, ακόμη και σε σχετικά μεγάλη απόσταση για segment με μεγάλο λόγο διαστάσεων (aspect ratio). Προκειμένου να αποφευχθούν ενδεχόμενη λανθασμένη θεώρηση διείσδυσης κόμβων και η απότοκη επιβολή δυνάμεων επαναφοράς σε αυτούς (αλλοίωση πλέγματος), η αρχική αλληλοδιείσδυση των σφαιρών αφαιρείται από το τρέχον βάθος διείσδυσης πριν τον υπολογισμό των δυνάμεων επαναφοράς (penalty force) [4, 5].



Εικ. 4.19 Αλληλεπίδραση αρχικά των εξωτερικών και στη συνέχεια των εσωτερικών (τρεχόντως εξωτερικών) ακμών επιφανειών shell στοιχείων, με αντιστάθμισμα του πάχους (“Contact_Automatic_General_Interior” ή “Contact_Automatic_Single_Surface” με Soft=2 και Depth=5)

Η άλλη παράμετρος που μπορεί να ενεργοποιηθεί εντός ενός εφαρμοζόμενου τύπου επαφής, στα πλαίσια της - προαπαιτούμενης από τον κώδικα - επιλογής Soft=2, είναι η Depth=5 (με θεώρηση του αντισταθμίσιματος πάχους των shell στοιχείων κατά την επαφή μεταξύ ακμών, είτε εξωτερικών - αρχικών ή νέων - είτε εσωτερικών) (Εικ. 4.17(β), 4.19). Με τη συγκεκριμένη επιλογή ο εντοπισμός επαφής και διείσδυσης μεταξύ ακμών πεπερασμένων στοιχείων υλοποιείται με ακρίβεια, προσδιορίζοντας τις ακμές που βρίσκονται σε επαφή και εφαρμόζοντας τη δύναμη επαναφοράς (penalty force) κάθετα στις αλληλεπιδρώσες ακμές στο σημείο επαφής (κατανέμοντάς την στους κόμβους που τις οριοθετούν) (Εικ. 4.16). Επιπλέον, σημειώνεται ότι με απλή ενεργοποίηση της παραμέτρου Soft=2 (χωρίς επιπλέον ενεργοποίηση κάποιας εκ των Ssoft ή Depth) εντός κατάλληλου τύπου επαφής (π.χ.,

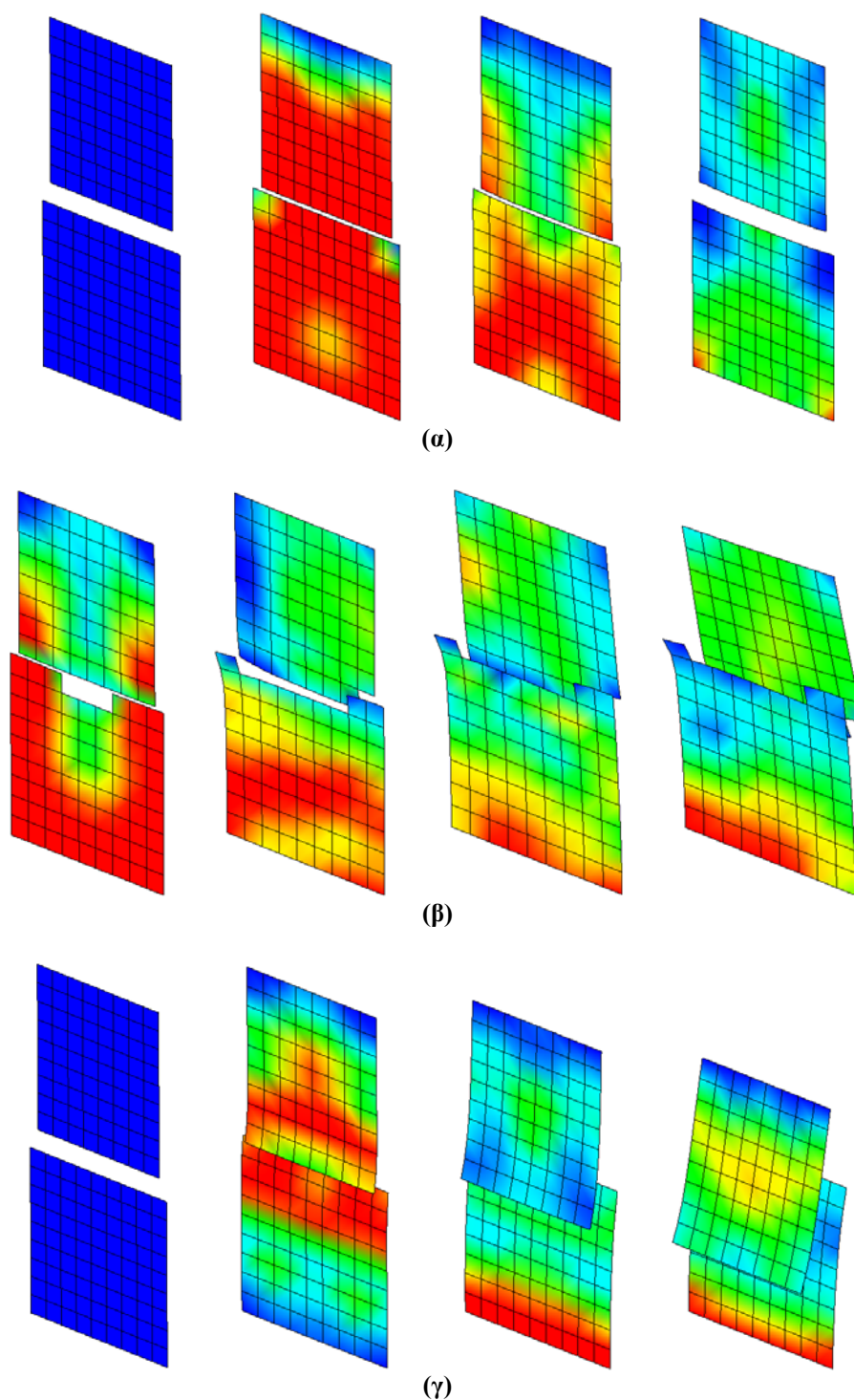
“Contact_Automatic_Surface_to_Surface”), προκύπτει αποτελεσματική διαχείριση της επαφής μεταξύ εσωτερικών ακμών επιφανειών shell στοιχείων (με θεώρηση του πάχους τους) (Εικ. 4.18).

Από τα προαναφερθέντα φαίνεται ότι η εισαγωγή, και μόνο, της παραμέτρου $Soft=2$ σε έναν γενικής εφαρμογής τύπο επαφής εξασφαλίζει πλήρη και ασφαλή διαχείριση της αλληλεπίδρασης επιφανειών shell στοιχείων στο συντριπτικά μεγαλύτερο εύρος σύνθετων εφαρμογών: “node-to-surface”, “surface-to-surface”, “edge-to-surface”, “edge-to-edge” (εσωτερικές), αντιστάθμισμα του πάχους. Η περίπτωση αλληλεπίδρασης εξωτερικών - είτε εξαρχής είτε τρεχόντως, κατόπιν διαγραφής πεπερασμένων στοιχείων - ακμών, που δε θεωρείται με ενεργοποίηση μόνο της παραμέτρου $Soft=2$, αποτελεί σαφώς ειδική περίπτωση (διάταξης/αλληλεπίδρασης των επιφανειών (Εικ. 4.15, 4.17(β), 4.19)) ή απαιτήσεων της μοντελοποίησης) και μπορεί να αντιμετωπιστεί στα πλαίσια των τεχνικών που αναφέρθηκαν προηγουμένως.

Εξάλλου, σε πλέγματα πολύπλοκης γεωμετρίας ή/και συνθήκες μεγάλης παραμόρφωσης η - ούτως ή άλλως απαιτούμενη - λεπτή διακριτοποίηση (fine meshing) των αλληλεπιδρώντων σωμάτων μπορεί να υποκαταστήσει την ανάγκη επιπλέον ελέγχου ενδεχόμενης επαφής των ακμών των πεπερασμένων στοιχείων (εκτός αν πρόκειται για επί τούτου μοντελοποίηση λόγω διάταξης), καθώς η αλληλοδιείσδυση των ακμών καθίσταται αμελητέα, περιοριζόμενη από την εφαρμογή του βασικού αλγόριθμου διαχείρισης της επαφής.

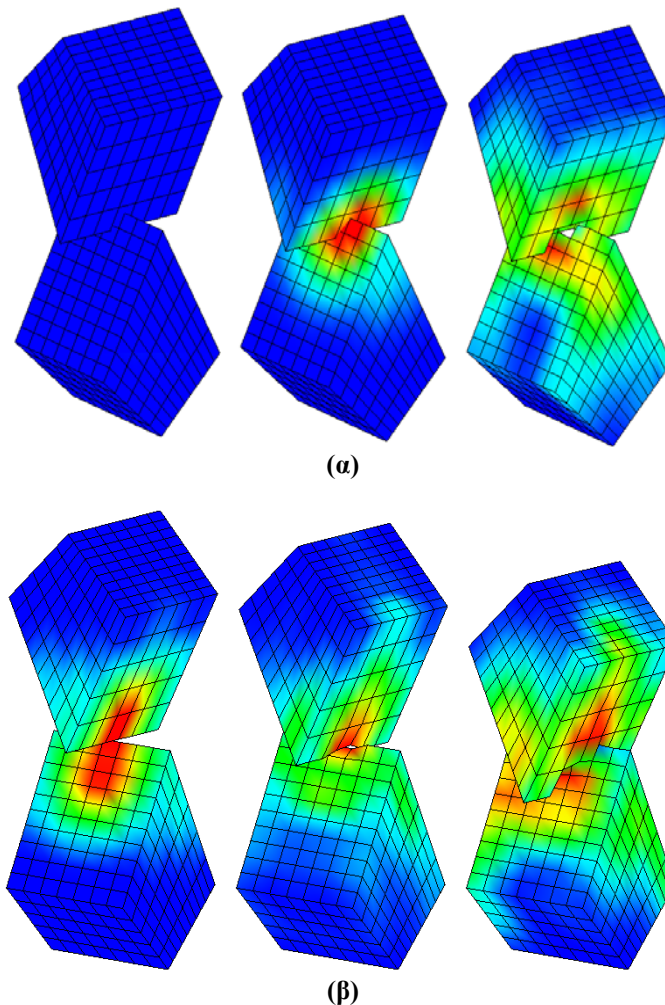
Συμπληρωματικά με τα παραπάνω, και ανάλογα με τις ιδιότητες των εμπλεκόμενων στην επαφή σωμάτων (μέτρο ελαστικότητας, πυκνότητα μάζας), την πυκνότητα των πλεγμάτων και τις συνθήκες αλληλεπίδρασης (σχετική ταχύτητα), προκειμένου να βελτιωθεί περαιτέρω η απόκριση της επαφής (πλήρης εξάλειψη διείσδυσης) στο μοντέλο, μπορούν κατά περίπτωση να αυξηθούν οι συντελεστές “Sfs” ή “Sfm” επί της δύναμης επαναφοράς (penalty force) στην κάρτα επαφής, “Contact” (για συγκεκριμένη επαφή) ή ο συντελεστής “Slfac” στην κάρτα ελέγχου, “Control_Contact” (για το σύνολο των επαφών). Σε αυτή την περίπτωση μπορεί να χρειαστεί επιπλέον, για λόγους ευστάθειας της ανάλυσης, η μείωση του συντελεστή επί του χρονικού βήματος, “Tssfac” στην κάρτα ελέγχου “Control_Timestep” [1,6]. Γενικά, σε περιπτώσεις μειωμένης απόκρισης της επαφής (π.χ., λόγω υψηλών σχετικών ταχυτήτων αλληλεπίδρασης), η μείωση του συντελεστή “Tssfac” (ελάττωση

χρονικού βήματος) μπορεί να βελτιώσει - από μόνη της - τη συμπεριφορά του μοντέλου σε αυτόν τον τομέα.



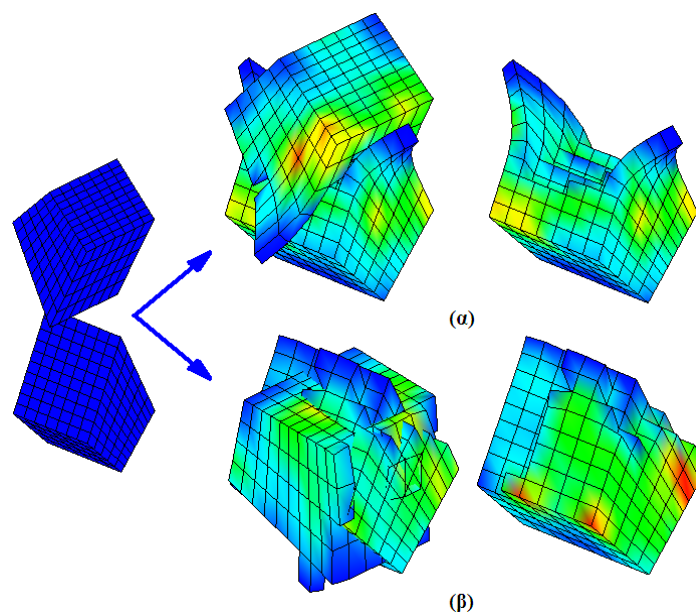
Εικ. 4.20 Εφαρμογή του τύπου επαφής “Contact_Automatic_General_Interior” σε εξειδικευμένες περιπτώσεις: (α) αλληλεπίδραση ομοεπίπεδων επιφανειών shell στοιχείων κατά μήκος της ακμής με αντιστάθμισμα του πάχους και - στη συνέχεια - αναπήδηση, (β) όπως το (α), αλλά με απαλοιφή στοιχείων και περαιτέρω αλληλεπίδραση, (γ) αντίστοιχα με το (α), αλλά με σχετική μετάθεση - κάθετα στις επιφάνειες - κατά το ήμισυ του πάχους τους

Συνολικά, σε περιπτώσεις αλληλεπίδρασης επιφανειών shell πεπερασμένων στοιχείων μπορεί να θεωρηθεί, βάσει επαναληπτικών προσομοιώσεων διαφόρων περιπτώσεων επαφής, ότι η πληρέστερη και αποτελεσματικότερη διαχείριση επαφής πολύπλοκης γεωμετρίας και ιδιαίτερων συνθηκών (μεγάλες διαφορές στην πυκνότητα πλέγματος και το μέτρο ελαστικότητας ανάμεσα στις αλληλεπιδρώσες επιφάνειες), που περιλαμβάνει επιπλέον έλεγχο επαφής/διείσδυσης μεταξύ ακμών πεπερασμένων στοιχείων, επιτυγχάνεται με ενεργοποίηση των παραμέτρων $Soft=2$ (ως προαπαιτούμενη για τις υπόλοιπες, και για όποια επαφή αυτή προβλέπεται [6]), $Sbort=3$ (έλεγχος έντονα παραμορφωμένων /στρεβλωμένων στοιχείων) και $Depth=5$ στην Optional Card A, εντός φυσικά του κατάλληλου για κάθε περίπτωση τύπου επαφής.



Εικ. 4.21 Αλληλεπίδραση σωμάτων solid πεπερασμένων στοιχείων (με διείσδυση και διαγραφή στοιχείων): (α) χωρίς την παράμετρο $Soft=2$ δεν ελέγχεται η επαφή μεταξύ των ακμών, παρά μόνον η καθιερωμένη επαφή “node-to-surface”, (β) έλεγχος της επαφής μεταξύ των ακμών με την παράμετρο $Soft=2$ (ή με επιπλέον, π.χ., $Depth=5$)

Αναφορικά με την αλληλεπίδραση ακμών solid πεπερασμένων στοιχείων, μπορεί αυτή να αναλυθεί επαρκώς στα πλαίσια ενός πλήρους τύπου διαχείρισης επαφής (π.χ., “Contact_Automatic_Single_Surface”, “Contact_Automatic_Surface_to_Surface” ή των αντίστοιχων τύπων χωρίς τον όρο “Automatic”), με απαραίτητη επιπλέον την ενεργοποίηση - και εδώ - της παραμέτρου $Soft=2$, χωρίς απαραίτητα την εισαγωγή των εξειδικευμένων για τη συγκεκριμένη περίπτωση παραμέτρων “Sbort” ή “Depth” (Εικ. 4.21(β)).



Εικ. 4.22 Αλληλεπίδραση σωμάτων solid πεπερασμένων στοιχείων με διείσδυση και πρόβλεψη αστοχίας (διαγραφή στοιχείων): (α) με “Contact_Eroding_Single_Surface” (ρεαλιστική προσομοίωση με αλληλεπίδραση στο εσωτερικό των σωμάτων), (β) με “Contact_Automatic_Single_Surface” (εκτεταμένη αλληλοδιείσδυση των πλεγμάτων), και χωρίς καμία ενεργοποίηση επιπλέον παραμέτρου (δεξιά φαίνεται μόνο του το κάτω σώμα του ζεύγους)

Εξάλλου, όπως προαναφέρθηκε, κατά την αλληλεπίδραση σωμάτων αποτελούμενων από solid πεπερασμένα στοιχεία, η εισαγωγή της παραμέτρου $Soft=2$ σε κατάλληλη επαφή γενικής εφαρμογής εξασφαλίζει τη διαχείριση της αλληλεπίδρασης τόσο των εξωτερικών όσο και των εσωτερικών επιφανειών (που αποκαλύπτονται κατά τη διαγραφή στοιχείων λόγω μοντελοποιούμενης αστοχίας), συμπεριλαμβανόμενης και της επαφής μεταξύ των ακμών των στοιχείων. Ιδιαίτερης σπουδαιότητας για την ανάλυση της αλληλεπίδρασης εσωτερικά των σωμάτων (κυρίως solid στοιχείων, αφού κελύφη shell στοιχείων καλύπτονται πλήρως από τους προαναφερθέντες τύπους) είναι οι επαφές τύπου “Eroding” (“Contact_Eroding_Single_Surface” (τύπος “Single”), “Contact_Eroding_Surface_to_Surface”). Χωρίς καμία επιπλέον προσθήκη

παραμέτρου διαχειρίζονται αποτελεσματικά και εξαρχής (επαφή εξωτερικών επιφανειών) όλη τη διαδικασία αλληλεπίδρασης σε συνθήκες εξάλειψης πεπερασμένων στοιχείων (element erosion) (Εικ. 4.22(α)). Οι άλλοι τύποι επαφής, σε παρόμοιες συνθήκες, ανταποκρίνονται μόνο στην αρχική αλληλεπίδραση των εξωτερικών επιφανειών (Εικ. 4.22(β)). Όσον αφορά στην ενδεχόμενη επαφή μεταξύ ακμών (εξωτερικών ή/και εσωτερικών), η ενεργοποίηση της παραμέτρου $Soft=2$ είναι απαραίτητη και για το συγκεκριμένο τύπο επαφής (Εικ. 4.21(β)). Οι τύπου “eroding” επαφές αποτέλεσαν - στην παρούσα διατριβή - βασική επιλογή στη μοντελοποίηση της αλληλεπίδρασης των ελασμάτων σύνθετου υλικού και του πυρήνα αφρού, σε συνθήκες διαγραφής πεπερασμένων στοιχείων λόγω αστοχίας (θραύση, θρυμματισμός) αμφότερων των υλικών.

Όπως φάνηκε στις προηγηθείσες παραγράφους, για την αποτελεσματικότερη διαχείριση των επαφών στο Ls-Dyna διατίθενται σχετικές παράμετροι τροποποίησης ή/και βελτίωσης της απόδοσης της διεπιφάνειας επαφής, μέσω της αλλαγής των αρχικών (default) τιμών τους στις κατ’ επιλογή. Πέραν της επιλογής του κατάλληλου τύπου διεπιφάνειας επαφής (Contact...), πρόσθετα χρήσιμα εργαλεία για την αποτελεσματική διαχείρισή της αποτελούν κυρίως οι σχετικές προαιρετικές κάρτες (Optional Card), η κάρτα συνολικού ελέγχου των επαφών, “Control_Contact” και η κάρτα ελέγχου της επαφής ανά τμήμα του μοντέλου, “Part_Contact”, με την ενεργοποίηση των κατάλληλων παραμέτρων τους για κάθε περίπτωση (τρόπος ανίχνευσης επαφής, τύπος penalty μεθόδου και υπολογισμός στιβαρότητας επαφής, αντιστάθμισμα πάχους shell στοιχείων, αλληλεπίδραση ακμών στοιχείων, εντοπισμός αρχικής αλληλοδιείσδυσης, κλπ.) [6].

Συμπερασματικά, στο παρόν κεφάλαιο της διατριβής παρουσιάστηκαν λεπτομερώς οι κύριες επιλογές ανάλυσης της αλληλεπίδρασης επαφής (οι σημαντικότεροι και απαιτητικότεροι αλγόριθμοι σε έναν explicit κώδικα πεπερασμένων στοιχείων) με τον κώδικα Ls-Dyna, που μπορούν να ενσωματωθούν σε ένα πολύπλοκο - λόγω γεωμετρίας, διάταξης, υλικών, αλληλεπίδρασης, εντατικής και παραμορφωσιακής κατάστασης - μοντέλο. Η μοντελοποίηση της κατάρρευσης sandwich υβριδικών κελυφών με πυρήνα αφρώδους υλικού (βλ., Κεφ. 5) ή/και η λεπτομερής μοντελοποίηση κατάρρευσης κελύφους από πολύστρωτο σύνθετο υλικό, που να περιλαμβάνει την αλληλεπίδραση μεταξύ των μεμονωμένων στρώσεων (βλ., Κεφ. 6), συνιστούν σίγουρα περιπτώσεις που εμπίπτουν στην παραπάνω κατηγορία μοντέλων.

Βιβλιογραφία

- [1] Hallquist J (2006) *Ls-Dyna Theoretical Manual*, Livermore Software Technology Corporation, Livermore, CA.
- [2] Weimar K (2001) *Ls-Dyna User's Guide*, CAD-FEM GmbH & PWS.
- [3] Bala S (2001) *Contact Modeling in Ls-Dyna*, FEA Information International News.
- [4] www.dynasupport.com
- [5] Du Bois P (2004) *Crashworthiness Engineering Course Notes*, Livermore Software Technology Corporation, Livermore, CA.
- [6] *Ls-Dyna User's Manual (Nonlinear Dynamic Analysis of Structures in Three Dimensions)* (2007), Livermore Software Technology Corporation, Livermore, CA.
- [7] Reid J (1998) *Ls-Dyna Examples Manual*, Livermore Software Technology Corporation, Livermore, CA.
- [8] Hallquist J, Goudreau G and Benson D (1985) Sliding interfaces with contact-impact in large scale Lagrangian computations, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **51**, 107-137.
- [9] Benson D and Hallquist J (1990) A single surface contact algorithm for the post-buckling analysis of shell structures, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **78**, 141-163.
- [10] Whirley R and Engelmann B (1994) Automatic contact algorithm in DYNA3D for crashworthiness and impact problems, *Nuclear Engineering and Design*, **150**, 225-233.
- [11] Benson D and Hallquist J (1986) A simple rigid body algorithm for structural dynamics programs, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **22**, 723-749.
- [12] Czekanski A and Meguid S (2006) On the use of variational inequalities to model impact problems of elasto-plastic media, *International Journal of Impact Engineering*, **32/9**, 1485-1511.
- [13] Zhong ZH and Nilsson L (1989) A contact searching algorithm for general contact problems, *Computers & Structures*, **33**, 197-209.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Μοντελοποίηση της κατάρρευσης των sandwich υβριδικών κελυφών με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (κώδικας Ls-Dyna)

Περίληψη

Το παρόν κεφάλαιο πραγματεύεται την εφαρμογή του explicit κώδικα πεπερασμένων στοιχείων, Ls-Dyna, στην προσομοίωση της κατάρρευσης και των παραγόντων απορρόφησης ενέργειας κοίλων τετραγωνικών προστατευτικών - έναντι πρόσκρουσης (crashworthiness) - sandwich υβριδικών κατασκευών με εσωτερικά ενισχυμένο πυρήνα αφρού, που υποβάλλονται σε αξονική θλιπτική φόρτιση. Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης συγκρίνονται με τα αντίστοιχα πειραματικά (Κεφ. 2), αναφορικά με τους τρόπους παραμόρφωσης, την ικανότητα απορρόφησης ενέργειας, την καμπύλη φορτίου-παραμόρφωσης και τα χαρακτηριστικά της ζώνης κατάρρευσης, και παρουσιάζουν πολύ ικανοποιητική προσέγγιση.

5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο της διατριβής μελετάται και αναλύεται λεπτομερώς η μοντελοποίηση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method - FEM) της αξονικής θλιπτικής κατάρρευσης δύο προστατευτικών - έναντι πρόσκρουσης - διατάξεων sandwich υβριδικής δομής [1, 2]. Πρόκειται για κοίλες τετραγωνικές κατασκευές με σχετικά μεγάλου πάχους τοιχώματα, αποτελούμενα από υβριδικό sandwich σύνθετο υλικό, που στη συνέχεια θα χαρακτηρίζονται είτε ως “corrugated” είτε ως “tubular” σύστημα εσωτερικά ενισχυμένου πυρήνα (“corrugated” / “tubular” tied core sandwich system), ανάλογα με το είδος του δομικού συνδετικού στοιχείου ενίσχυσης του πυρήνα που έχει εφαρμοστεί σε κάθε περίπτωση. Η δομή και των δύο συστημάτων συνίσταται σε δύο FRP (Fibre Reinforced Plastic) ελάσματα (εσωτερικό και εξωτερικό περίβλημα) πολύστρωτου σύνθετου υλικού, με μονοδιευθυντικές ενισχυτικές ίνες διαφορετικής διεύθυνσης ανά στρώση, ενώ μεταξύ των περιβλημάτων τοποθετείται πυρήνας αφρού. Επιπλέον, ο πυρήνας ενισχύεται εσωτερικά είτε από FRP σύνθετο έλασμα όμοιο με τα εξωτερικά, που συνδέεται με αυτά σε συγκεκριμένες θέσεις περιμετρικά της διατομής και καθ’

όλο το ύψος του κελύφους (“corrugated” υβριδικό σύστημα), είτε από FRP λεπτότοιχους σωληνίσκους που συνδέονται στα άκρα τους με τα δύο εξωτερικά ελάσματα σε συγκεκριμένες θέσεις (“tubular” υβριδικό σύστημα). Ως συνολικές διατάξεις, οι προκύπτουσες sandwich δομές συνίστανται σε τρία επιμέρους στρώματα (δύο περιβλήματα και ένας πυρήνας) διαφορετικών γεωμετρικών και μηχανικών ιδιοτήτων, με τα εξωτερικά ελάσματα να είναι λεπτού πάχους και υλικού υψηλής δυσκαμψίας και πυκνότητας μάζας, ενώ ο πυρήνας αφρού, μεγάλου πάχους και μειωμένης δυσκαμψίας και πυκνότητας μάζας. Η προσθήκη βέβαια της εσωτερικής ενίσχυσης (υβριδική sandwich δομή) στοχεύει στη βελτίωση των ιδιοτήτων του πυρήνα και της συνολικής κατασκευής. Στοιχεία για τη γεωμετρία, τη δομή και τις ιδιότητες των συστατικών υλικών των δύο sandwich υβριδικών κελυφών, που είναι απαραίτητα για τη διαδικασία μοντελοποίησης της αξονικής τους κατάρρευσης, δίδονται συνοπτικά στη συνέχεια, ενώ περισσότερες λεπτομέρειες για τη διαδικασία κατασκευής και τη δομή τους παρουσιάζονται στο κεφάλαιο των αντίστοιχων πειραματικών δοκιμών (Κεφ. 2).

Προκειμένου να προσομοιωθούν οι μηχανισμοί και η διαδικασία κατάρρευσης των sandwich υβριδικών κελυφών που εξετάζονται στην παρούσα διατριβή, χρησιμοποιήθηκε ο “explicit” κώδικας πεπερασμένων στοιχείων Ls-Dyna, που αναπτύχθηκε για την ανάλυση της ταχείας δυναμικής απόκρισης τριδιάστατων στερεών σωμάτων και κατασκευών υποκειμένων σε μεγάλες παραμορφώσεις. Ως “explicit” κώδικας, βασίζεται στη μέθοδο των κεντρικών διαφορών (central-difference method) για την επίλυση των εξισώσεων κίνησης, παρουσιάζοντας ταυτόχρονα πολλά πλεονεκτήματα που είναι κρίσιμα για την αποτελεσματική και ακριβή ανάλυση κατασκευών έναντι πρόσκρουσης [3, 4]. Παρουσιάζει ευρείες δυνατότητες ανάλυσης, που περιλαμβάνουν μεγάλο αριθμό μοντέλων υλικού, ποικιλία επιλογών μοντελοποίησης διεπιφανειών επαφής, πλούσια βιβλιοθήκη πεπερασμένων στοιχείων δοκού, κελύφους και στερεού καθώς και εύρωστο αλγόριθμο προσαρμοστικού ελέγχου της διαδικασίας επίλυσης. Περισσότερα στοιχεία για τη Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων και τον κώδικα Ls-Dyna δίδονται στο Κεφάλαιο 3, ενώ στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζεται διεξοδικά η εφαρμογή του κώδικα στη μοντελοποίηση της κατάρρευσης των sandwich υβριδικών κελυφών που εξετάζονται στη συγκεκριμένη διατριβή. Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης τα οποία προέκυψαν συγκρίνονται με αντίστοιχα πειραματικά επί των συγκεκριμένων κατασκευών [5, 6], ενώ συνάγονται χρήσιμα συμπεράσματα και

διατυπώνονται παρατηρήσεις αναφορικά με την επίδραση του σχεδιασμού των κελυφών στον τρόπο κατάρρευσης και στην ικανότητα απορρόφησης ενέργειας.

5.2 ΜΟΝΤΕΛΑ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ (FINITE ELEMENT MODEL)

Η προσομοίωση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων της αξονικής κατάρρευσης των δύο υβριδικών sandwich κελυφών, καθώς και η εξαγωγή των αντίστοιχων αποτελεσμάτων πραγματοποιήθηκαν μέσω τριών διαδοχικών σταδίων, χρησιμοποιώντας τα αντίστοιχα βασικά συστατικά του συνολικού πακέτου του κώδικα Ls-Dyna: το πρώτο αφορά στη δόμηση του μοντέλου στον περιεχόμενο προ-επεξεργαστή (ETA Pre-Processor), το δεύτερο συνίσταται στη μη-γραμμική ανάλυση που διεξάγεται στον επιλυτή (Solver) Ls-Dyna και το τελευταίο περιλαμβάνει τη συγκέντρωση, επεξεργασία και εμφάνιση των αποτελεσμάτων της ανάλυσης στον μετα-επεξεργαστή (ETA Post-Processor).

Οι λεπτομέρειες που αφορούν στο σύνολο των τεχνικών μοντελοποίησης οι οποίες εφαρμόστηκαν προκειμένου να αναπτυχθεί ένα αποδοτικό μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων, για την προσομοίωση της προοδευτικής κατάρρευσης σε αξονική θλιπτική φόρτιση ενός υβριδικού sandwich κελύφους μεγάλου πάχους με πυρήνα αφρού και εξωτερικά ελάσματα και εσωτερική ενίσχυση από πολύστρωτο σύνθετο υλικό, εκτίθενται στο κείμενο που ακολουθεί και επικεντρώνονται ειδικότερα στις εξής παραμέτρους:

1. Δημιουργία πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων (meshing, discretization), τύποι και ιδιότητες των πεπερασμένων στοιχείων των επιμέρους τμημάτων του συνολικού μοντέλου.
2. Προσδιορισμός των κατάλληλων μοντέλων υλικών και εισαγωγή σε αυτά των αντίστοιχων ιδιοτήτων των επιμέρους τμημάτων του μοντέλου.
3. Ορισμός κριτηρίων αστοχίας των υλικών
4. Ορισμός διεπιφανειών επαφής (contact interfaces) μεταξύ των αλληλεπιδρώντων επιμέρους τμημάτων του μοντέλου και εντός των ίδιων (self-contact) καθώς και ανάλυση της επαφής πριν και μετά την ενδεχόμενη αστοχία των υλικών των αντίστοιχων τμημάτων.
5. Καθορισμός συνοριακών συνθηκών.

Κατόπιν αλληπάλλληλων δοκιμών μικρής κλίμακας και λεπτομερούς εξέτασης των δυνατοτήτων του κώδικα, το σκεπτικό προσέγγισης της διαδικασίας προσομοίωσης της αξονικής κατάρρευσης μιας τόσο πολύπλοκης και ογκώδους κατασκευής βασίστηκε σε όρους μακροσκοπικής θεώρησης του μοντέλου. Στόχος ήταν η ολοκλήρωση της ανάλυσης σε εύθετο χρονικό διάστημα σε σχέση με την διαθέσιμη υπολογιστική ισχύ, γεγονός που θα επέτρεπε ενδεχόμενες διορθωτικές επεμβάσεις στο μοντέλο ή επανεκτίμηση κάποιων παραμέτρων του και επανεκκίνηση της διαδικασίας επίλυσης. Συγχρόνως η θεώρηση αυτή επέτρεπε την προοπτική μοντελοποίησης των περισσότερων σημαντικών μηχανισμών κατάρρευσης και απορρόφησης ενέργειας καθώς και της συνολικής συμπεριφοράς της κατασκευής. Το παραπάνω σκεπτικό εφαρμόστηκε μέσω των παρακάτω θεωρήσεων:

- Η συνολική κελυφωτή δομή από πολύστρωτο σύνθετο υλικό του “corrugated” συστήματος μοντελοποιήθηκε σε όλη την εγκάρσια διατομή της και καθ’ ύψος, με μία - κατά το πάχος του ενιαίου τοιχώματος της διατομής - στρώση λεπτότοιχων επίπεδων (διδιάστατων) πεπερασμένων στοιχείων (thin-shell element) τεσσάρων κόμβων. Με ίδιο τρόπο και μορφή πεπερασμένων στοιχείων μοντελοποιήθηκαν και τα συστατικά κελύφη σύνθετου υλικού - περιβλήματα και εγκάρσιοι ενισχυτικοί κυλινδρικοί σωλήνες - του “tubular” συστήματος.

Οι περισσότεροι τύποι shell πεπερασμένων στοιχείων (shell element formulation / “Elform”) στο Ls-Dyna βασίζονται καταρχήν στη θεωρία διατμητικής παραμόρφωσης πρώτης τάξης ή θεωρία πλακών Mindlin (βλ., Κεφ. 3.4), στην οποία το πάχος της πλάκας θεωρείται αμετάβλητο κατά την παραμόρφωσή της, υπόθεση που υποδηλώνει ότι η ορθή (κάθετη - κατά τη διεύθυνση του πάχους) τάση στην πλάκα παραβλέπεται (συνθήκη επίπεδης εντατικής κατάστασης), και η κατανομή της εγκάρσιας - στη διεύθυνση του πάχους του ελάσματος - διατμητικής συνιστώσας των τάσεων διατηρείται ομοιόμορφη (σταθερή). Η τελευταία υπόθεση παραβιάζει τη συνθήκη περί δευτεροβάθμιας κατανομής/μεταβολής της εγκάρσιας διατμητικής τάσης, με μηδενική τιμή στις εξωτερικές επιφάνειες του κελύφους (θεωρία πλακών Reissner), οπότε, ως αντιστάθμισμα αυτού του σφάλματος, μπορεί να ενεργοποιηθεί η παράμετρος “Shrf” της κάρτας δεδομένων “Section_Shell” (αφορά στις επιμέρους ιδιότητες του χρησιμοποιούμενου τύπου shell στοιχείου) [3, 4], που συνιστά παράγοντα διόρθωσης της διατμητικής τάσης. Ωστόσο, η συγκεκριμένη επιλογή είναι αποτελεσματική κυρίως για ισότροπα υλικά και όχι για sandwich ή πολύστρωτα

ελάσματα, για τις περιπτώσεις των οποίων μπορεί να επιλεγθεί ειδική παράμετρος (βλ., στη συνέχεια) που ενεργοποιεί τη θεωρία των sandwich ή των πολύστρωτων κελυφών σε κάποια αντίστοιχα καταστατικά μοντέλα υλικού (μοντέλα σύνθετου υλικού, μεταξύ των οποίων είναι και το χρησιμοποιηθέν στην παρούσα διατριβή). Η προηγούμενη παράγραφος αφορά στην καταρχήν διατύπωση και του επιλεχθέντος - για τη μοντελοποίηση των πολύστρωτων κελυφών σύνθετου υλικού στην παρούσα εργασία - τύπου shell στοιχείου των Belytschko-Lin-Tsay (Elform=2 στον κώδικα Ls-Dyna), (βλ., Κεφ. 3.4). Συμπληρωματικά, προκειμένου να βελτιωθεί η συμπεριφορά του στοιχείου σε σχέση με την προαναφερθείσα υπόθεση της συγκεκριμένης θεωρίας κελυφών (shell theory), μπορεί να ενσωματωθεί “διόρθωση” επί της διάτμησης μέσω της παραμέτρου “Lamsht” στην κάρτα ελέγχου “Control_Shell” [3, 4], με στόχο την ενεργοποίηση της θεωρίας πολύστρωτου κελύφους (laminated shell theory) (βλ., Κεφ. 3.4.7). Αυτό κρίνεται αναγκαίο κυρίως σε περιπτώσεις δραστικών διαφορών στις ελαστικές σταθερές των επιμέρους στρώσεων του κελύφους, όπως π.χ. σε κελύφη τύπου sandwich (όταν ολόκληρη η διατομή του κελύφους μοντελοποιείται με ένα στρώμα shell στοιχείων), ή όταν η γεωμετρία, οι διαστάσεις και η συνολική καταπόνηση - με την προκύπτουσα εντατική κατάσταση - του κελύφους καθιστούν απαραίτητη τη συνεκτίμηση του διατμητικού παράγοντα.

- Διαστρωματική αποκόλληση (delamination) μεταξύ διαδοχικών στρώσεων και, ακόμα περισσότερο, εκρίζωση (pull-out) ή αποκόλληση (debonding) ινών από τη μήτρα των σύνθετων ελασμάτων δε μπορούσε να θεωρηθεί, βάσει του προαναφερθέντος σκεπτικού μακροσκοπικής θεώρησης της μοντελοποίησης - μονή στρώση διδιάστατων στοιχείων στη διεύθυνση του πάχους των επιμέρους τοιχωμάτων της συνολικής διατομής των κελυφών σύνθετου υλικού - και των διαθέσιμων σχετικών μοντέλων υλικού του κώδικα.
- Γεωμετρικές ατέλειες των δοκιμίων που εξετάστηκαν πειραματικά, καθώς και ελαττώματα, ρωγμές και ασυνέχειες των επιμέρους τμημάτων/υλικών τους λόγω κατασκευαστικών σφαλμάτων δεν λήφθηκαν υπόψη, οδηγώντας σε ένα (εξιδανικευμένο) μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων, βασισμένο στις ονομαστικές διαστάσεις του σκεπτικού του σχεδιασμού.
- Στη διάταξη “corrugated” το πάχος όλων των επιμέρους τμημάτων (περιβλήματα και εσωτερικό ενισχυτικό έλασμα) του sandwich υβριδικού κελύφους που είναι

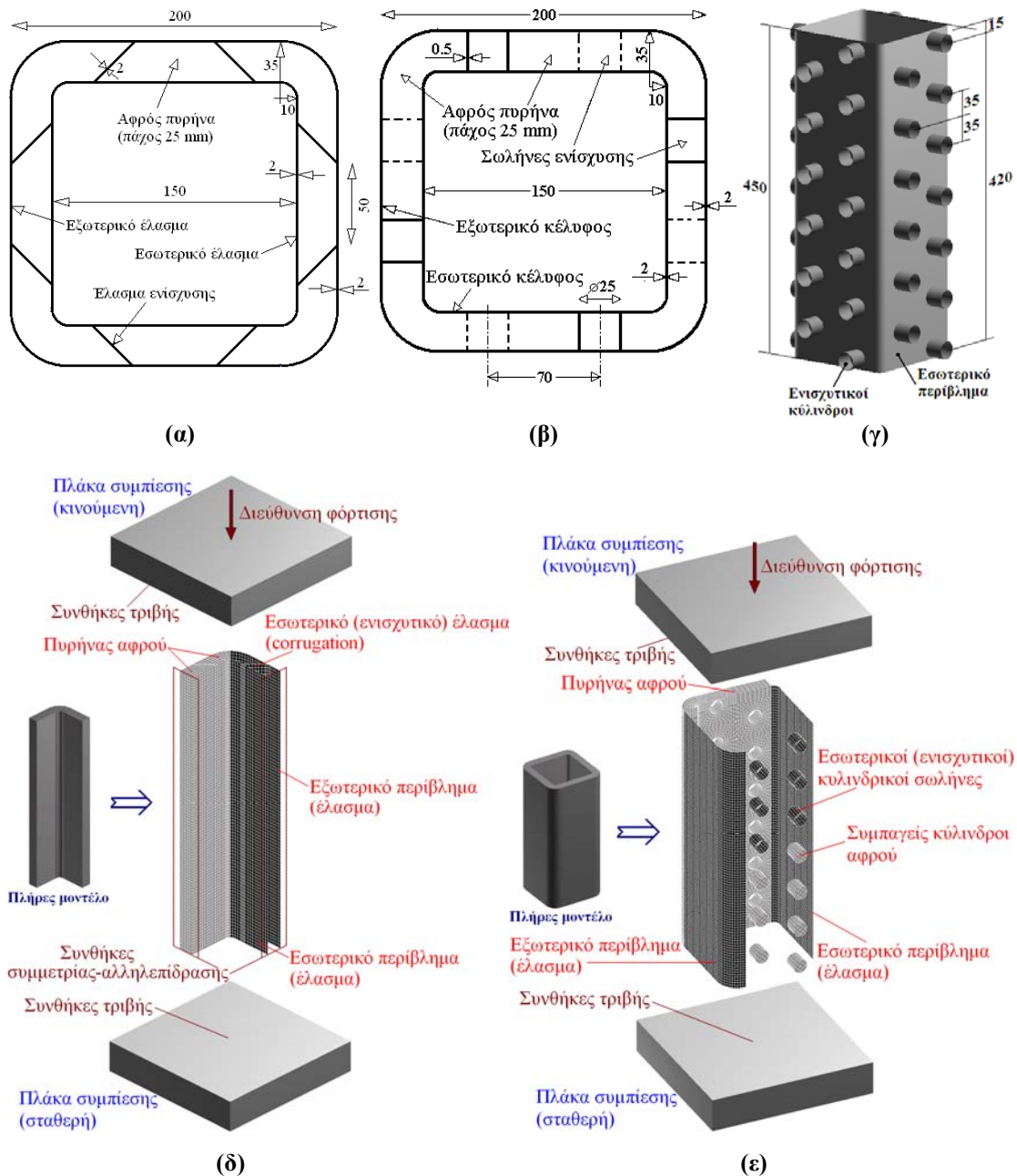
κατασκευασμένα από σύνθετο υλικό θεωρήθηκε ομοιόμορφο και ίσο με 2 m. Στη διάταξη “tubular” το πάχος του τοιχώματος των σύνθετων ενισχυτικών κυλίνδρων ήταν 0.5 mm. Και στα δύο δομικά συστήματα το πάχος του πυρήνα αφρού ήταν ίσο με 25 mm, ενώ το μήκος των κελυφών (ή ύψος αναφορικά με την πειραματική διάταξη και εκείνη της προσομοίωσης) ήταν 450 mm. Εισήχθησαν δηλαδή οι ονομαστικές τιμές (κατασκευαστικές προδιαγραφές) των αντίστοιχων διαστάσεων, ενώ για τις υπόλοιπες επιμέρους διαστάσεις των δύο δομικών συστημάτων δίδονται λεπτομέρειες στη συνέχεια.

5.2.1 Πλεγματοποίηση-Διακριτοποίηση (Meshing-Discretization)

Διατομή “corrugated”

Η γεωμετρία, οι διαστάσεις και η συνολική βασική δομή/διάταξη του μοντέλου του “corrugated” δοκιμίου φαίνονται στην Εικ. 5.1(α), (δ) (ύψος δοκιμίου 450 mm). Το (εξιδανικευμένα τετραγωνικό) γεωμετρικό σχήμα και η μακροσκοπικά δομική συμμετρία της διάταξης/διατομής του κελύφους, η μοντελοποίηση όλων των επιμέρους τμημάτων της λεπτότοιχης διατομής σύνθετου υλικού με ένα (ενιαίο) shell στοιχείο στην εγκάρσια διεύθυνση (με το αντίστοιχο πάχος και την απαιτούμενη απόδοση της διαστρωμάτωσης μέσω αντίστοιχου αριθμού σημείων ολοκλήρωσης εντός - κατά το πάχος - του στοιχείου), καθώς και ο αναμενόμενος - και γενικά παρατηρηθείς στις πειραματικές δοκιμές - τρόπος κατάρρευσης συνηγόρησαν υπέρ της μακροσκοπικής μοντελοποίησης/ θεώρησης του ενός τετάρτου (με βάση το τεταρτημόριο της διατομής) της συνολικής κατασκευής, χωρίς κάποιο ιδιαίτερο αναμενόμενο κόστος στην ακρίβεια των υπολογισμών. Η επιλογή αυτή έγινε προφανώς για λόγους περιορισμού του απαιτούμενου υπολογιστικού χρόνου της προσομοίωσης.

Για τη μοντελοποίηση του ενός τεταρτημρίου του κελύφους, θεωρήθηκαν στα δύο κάθετα μεταξύ τους αξονικά επίπεδα συμμετρίας (το καθένα διερχόμενο από τα μέσα δύο απέναντι πλευρών) οι κατάλληλοι περιορισμοί στους βαθμούς ελευθερίας των κείμενων σε αυτά κόμβων. Αυτοί αφορούσαν σε δεσμευμένες μετατοπίσεις στην κάθετη επί του επιπέδου συμμετρίας διεύθυνση και δεσμευμένες περιστροφές στις άλλες δύο - τις κείμενες στο επίπεδο συμμετρίας - διευθύνσεις. Τα συγκεκριμένα επίπεδα συμμετρίας θεωρήθηκαν, αντίστοιχα, επίπεδα μηχανικής αλληλεπίδρασης μέσω της επιλογής “Rigidwall_Planar” [3, 4]. Με αυτόν τον τρόπο, τμήματα του κελύφους στο μέτωπο κατάρρευσης, που τείνουν - προϊούσης της παραμόρφωσης



Εικ. 5.1 Διατομές/δομές των δύο υβριδικών sandwich συστημάτων (ύψος κελυφών: 450 mm): (α) “corrugated”, (β)-(γ) “tubular”, και βασική διάταξη των αντίστοιχων μοντέλων: (δ) “corrugated”, (ε) “tubular”

του κελύφους και της έκτασής τους κυρίως προς το εσωτερικό του - να διεισδύσουν στα επίπεδα συμμετρίας, συναντούν ένα επίπεδο άκαμπτο εμπόδιο που, με την επιπλέον θεώρηση συντελεστή τριβής σε αυτό, προσομοιώνει την αλληλεπίδρασή τους με τα αντίστοιχα τμήματα του συμμετρικού τεταρτημορίου του κελύφους.

Το μοντέλο αποτελείται από δύο τύπους πεπερασμένων στοιχείων: διδιάστατα (shell) και τριδιάστατα (brick) στοιχεία. Τα ελάσματα σύνθετου υλικού (περιβλήματα και εσωτερική ενίσχυση) μοντελοποιήθηκαν με λεπτότοιχα διδιάστατα στοιχεία τεσσάρων κόμβων (four-node thin shell element) ομοίμορφου πάχους, ίσου με 2

mm, σε όλη τη διατομή και καθ' ύψος,. Επιπλέον, ο πυρήνας αφρού του sandwich υλικού μοντελοποιήθηκε με τριδιάστατα εξαεδρικά (κυρίως) και πενταεδρικά πεπερασμένα στοιχεία οκτώ και έξι κόμβων (eight-node and six-node solid/brick elements), αντίστοιχα. Τα πενταεδρικά στοιχεία έξι κόμβων (πρισματικά τριγωνικής βάσης), με καλής ποιότητας αναλογία διαστάσεων λόγω της γεωμετρίας - κλίση 45^0 - στις συγκεκριμένες ζώνες, χρησιμοποιήθηκαν στις περιοχές επαφής του πυρήνα με τα κεκλιμένα τμήματα του εσωτερικού ενισχυτικού ελάσματος (βλ., Εικ. 5.1(α), (δ)), για λόγους καλύτερης συνολικά αναλογίας διαστάσεων (aspect ratio) των στοιχείων του αφρού.

Ο συνολικός αριθμός πεπερασμένων στοιχείων του μοντέλου ήταν 7200 διδιάστατα και 18000 τριδιάστατα στοιχεία, ο συνολικός αριθμός των κόμβων ήταν 29702. Το (δομημένο) πλέγμα των πεπερασμένων στοιχείων ήταν διατεταγμένο γενικά ομοιόμορφα κατά το μήκος του άξονα (ύψος) και - για τα solid στοιχεία του αφρού - κατά το πάχος της διατομής του sandwich υβριδικού κελύφους. Στο άνω - σύμφωνα με τη διάταξη του μοντέλου - ακραίο τμήμα της sandwich κατασκευής, που βρίσκεται προς την κινούμενη πλάκα συμπίεσης, το πλέγμα του κελύφους σύνθετου υλικού διαμορφώθηκε πυκνότερο (σταδιακά μειούμενο) καθ' ύψος (ή/και κατά το πάχος), προκειμένου - σε συνδυασμό με τις παραμέτρους διαγραφής πεπερασμένων στοιχείων, "Tfail" και "Soft" (βλ., Ενότητα 5.2.4 στη συνέχεια) - να "διευκολυνθεί" ο σχηματισμός (δηλ., ένα είδος "triggering" κατά τη μοντελοποίηση, βλ. και Κεφ. 6 στη συνέχεια) και η ελεγχόμενη και προοδευτική εξέλιξη του μετώπου κατάρρευσης (crash-front) του κελύφους και της συνολικής κατασκευής. Επίσης, επεμβάσεις στην πυκνότητα του πλέγματος έγιναν τοπικά στις κρίσιμες ζώνες κατά μήκος της περιμέτρου της διατομής, προκειμένου να μοντελοποιηθούν με μεγαλύτερη ακρίβεια τόσο η γεωμετρία του κελύφους (τόξα γωνιών ελασμάτων και πυρήνα αφρού) όσο και οι καταρχήν αναμενόμενες περιοχές συγκέντρωσης τάσεων (κυρίως εκατέρωθεν των ορίων των ζωνών σύνδεσης των περιβλήματων με το εσωτερικό ενισχυτικό έλασμα) καθώς και τα κύρια χαρακτηριστικά κατάρρευσης του κελύφους, που διαπιστώθηκαν εν πολλοίς στην αντίστοιχη πειραματική διαδικασία (βλ., Κεφ. 2).

Λόγω της ενιαίας μοντελοποίησης των τοιχωμάτων του συνολικού κελύφους του σύνθετου υλικού με ένα διδιάστατο στοιχείο (shell element) κατά το πάχος τους (βασική θεώρηση προσέγγισης της συγκεκριμένης μοντελοποίησης), δε δύναται να μοντελοποιηθεί η δυνατότητα ρήξης της σύνδεσης του εσωτερικού ενισχυτικού ελάσματος με τα περιβλήματα στις ζώνες σύνδεσης/"επαφής" (Εικ. 5.1(α), (δ)), μέσω

ρητής αποκόλλησης δύο επάλληλων πεπερασμένων στοιχείων (ουσιαστικά πρόκειται για ισοδύναμη περίπτωση της αδυναμίας μοντελοποίησης διαστρωματικής αποκόλλησης που επίσης αναφέρθηκε). Η κατάρρευση των κατακόρυφων ζωνών σύνδεσης (εσωτερικών γωνιακών και εξωτερικών κεντρικών) φαίνεται ότι διέπεται από την παραμόρφωση του αντίστοιχου περιβλήματος, το οποίο - λόγω της ύπαρξης πυρήνα σχετικά μεγάλου πάχους στην κατασκευή - κάμπτεται και εκτείνεται προς την πλευρά του (του περιβλήματος) (βλ., Κεφ. 2). Η συζευγμένη συμπεριφορά των ελασμάτων στις ζώνες σύνδεσης έχει τελικά την εικόνα διαστρωματικής αποκόλλησης, ενώ οποιαδήποτε μορφή αστοχίας/θραύσης στη γειτονιά των συνδέσεων (ή σε αυτές) μπορεί να προσομοιωθεί μέσω της διαγραφής των αντίστοιχων πεπερασμένων στοιχείων (βλ., Ενότητα 5.2.4 παρακάτω). Αρχική σύνδεση με δυνατότητα περαιτέρω ρήξης της θα μπορούσε να επιχειρηθεί μέσω κατάλληλης διεπιφάνειας επαφής/σύνδεσης με ενσωματωμένο κριτήριο αστοχίας (βλ., Κεφ. 4, 5.2.5 και 6). Θα ήταν όμως μια επιλογή που θα επιβάρυνε υπερβολικά το μοντέλο, προσθέτοντας στην υπολογιστική διαδικασία μερικές χιλιάδες επιπλέον πεπερασμένων στοιχείων και έναν απαιτητικό αλγόριθμο ανάλυσης της συγκεκριμένης αλληλεπίδρασης επαφής.

Διατομή “tubular”

Όσον αφορά στο “tubular” δοκίμιο, η διατομή και η συνολική βασική δομή/διάταξη του μοντέλου με τις απαραίτητες διαστάσεις παρουσιάζονται στην Εικ. 5.1(β)-(γ), (ε), ενώ το ύψος του δοκιμίου είναι επίσης 450 mm. Οι FRP εσωτερικές ένθετες ενισχύσεις, που συνδέουν το εσωτερικό και το εξωτερικό ελασμάτινο περίβλημα της υβριδικής sandwich κατασκευής, είναι κυλινδρικοί σωλήνες (πληρωμένοι εσωτερικά με αφρό, όπως εκείνον του πυρήνα της διατομής) μέσης διαμέτρου 25 mm, τοποθετημένοι - ανά 70 mm καθ’ όλο το ύψος των πλευρικών τοιχωμάτων του δοκιμίου - σε δύο κατακόρυφες στήλες, απέχουσες μεταξύ τους 70 mm και διατεταγμένες κεντρικά ως προς το πλάτος του κάθε πλευρικού τοιχώματος του κοίλου τετραγωνικού κελύφους. Η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών σωληνίσκων της ίδιας στήλης είναι 70 mm, ενώ οι σωληνίσκοι στις στήλες του ίδιου πλευρικού τοιχώματος είναι τοποθετημένοι εναλλάξ καθ’ ύψος, με αποτέλεσμα να απέχουν μεταξύ τους, και από στήλη σε στήλη, 35 mm κατά τη διεύθυνση του άξονα του δοκιμίου. Το συνολικό μοτίβο του συνόλου των ενισχυτικών κυλινδρικών

σωλήνων είναι διατεταγμένο κεντρικά κατά το διαμήκη άξονα του κελύφους (Εικ. 5.1(γ)).

Το μοντέλο αποτελείται από δύο τύπους πεπερασμένων στοιχείων: διδιάστατα στοιχεία (shell element) και τριδιάστατα στοιχεία (solid ή brick element). Το (δομημένο) πλέγμα των πεπερασμένων στοιχείων ήταν γενικά ομοιόμορφο κατά το μήκος του κελύφους, ενώ υπέστη τοπικές επεμβάσεις στην πυκνότητά του κατά την περίμετρο του κελύφους, προκειμένου να προσομοιωθούν με μεγαλύτερη ακρίβεια αφενός η γεωμετρία του κελύφους (τόξα γωνιών ελασμάτων και αφρού) αφετέρου οι βασικοί μηχανισμοί και τα κύρια χαρακτηριστικά της κατάρρευσής του, που διαπιστώθηκαν κατά την αντίστοιχη πειραματική διαδικασία και περιγράφονται στο αντίστοιχο κεφάλαιο (Κεφ. 2) της παρούσας εργασίας. Επιπλέον, όπως και στη διάταξη “corrugated” (περιγράφηκε προηγουμένως), στο άνω ακραίο τμήμα της κατασκευής, που βρίσκεται προς την κινούμενη πλάκα συμπίεσης, το πλέγμα των σύνθετων εξωτερικών ελασμάτων (περιβλήματα) διαμορφώθηκε πυκνότερο (σταδιακά μειούμενο) καθ’ ύψος (ή/και κατά το πάχος), προκειμένου - σε συνδυασμό με τις παραμέτρους διαγραφής πεπερασμένων στοιχείων, “Tfail” και “Soft” - να προκληθεί στο μοντέλο ο σχηματισμός και η εξέλιξη του μετώπου κατάρρευσης (crash-front) του κελύφους και της συνολικής κατασκευής. Το εσωτερικό και το εξωτερικό περιφερειακό έλασμα καθώς και τα σωληνωτά ενισχυτικά ένθετα σύνθετου υλικού μοντελοποιήθηκαν με λεπτότοιχα στοιχεία κελύφους τεσσάρων κόμβων που έχουν πάχος 2 mm και 0.5 mm αντίστοιχα.

Στη συγκεκριμένη διάταξη/διατομή (“tubular”) δεν επιλέχτηκε η προσαρμογή και (απότοκή της) τοπική πύκνωση του πλέγματος των πεπερασμένων στοιχείων των περιβλημάτων στις ζώνες επαφής/σύνδεσής τους με τους εγκάρσιους ενισχυτικούς κυλινδρικούς σωλήνες, που θα είχε ως στόχο την ταύτιση των κόμβων των κυκλικών ακμών των κυλίνδρων και των κόμβων των εξωτερικών ελασμάτων. Με συγχώνευση των συμπιπτόντων κόμβων και διαγραφή των υπεράριθμων - οι μισοί του αρχικού συνόλου - που προκύπτουν από αυτή τη διαδικασία (merging and deletion of coincident nodes), θα μπορούσε να προσομοιωθεί η πλήρης - αρχικά - σύνδεση των περιβλημάτων με τους ενισχυτικούς κυλίνδρους. Εν τούτοις, με αυτή την προσέγγιση θα αυξανόταν δραματικά - λόγω της τοπικής πύκνωσης του πλέγματος των περιβλημάτων σε όλες τις ζώνες σύνδεσής τους με τους κυλίνδρους (αριθμός ζωνών = 2 X αριθμός κυλίνδρων) - ο αριθμός των shell στοιχείων του μοντέλου, τα οποία, επιπλέον, θα ήταν ιδιαίτερα μικρού μεγέθους, προκαλώντας αρνητικό αντίκτυπο στην

τιμή (σημαντική μείωση) του χρονικού βήματος της ανάλυσης, επομένως αντίστοιχη αύξηση του υπολογιστικού χρόνου. Πρόσθετος λόγος για τη μη εφαρμογή του παραπάνω σκεπτικού ήταν η αποφυγή της διατάραξης της γενικής ομοιομορφίας - ιδιαίτερα κατά τον άξονα του κελύφους - του πλέγματος των περιβλημάτων, καθώς οι τελικά επιλεγθείσες οριζόντιες ζώνες πεπερασμένων στοιχείων σε όλο το ύψος του κελύφους θεωρήθηκε - και επιβεβαιώθηκε στη συνέχεια - ότι θα αποδώσουν ακριβέστερα την αναμενόμενη - και παρατηρηθείσα στις πειραματικές δοκιμές - κατάρρευση και κάμψη των ελασμάτων σε οριζόντια επίπεδα, παράλληλα με το αναπτυχθέν μέτωπο κατάρρευσης (κάθετα στη διεύθυνση της φόρτισης). Επιπλέον, κατασκευαστικά, στο “tubular” κέλυφος δεν υφίσταται άμεση δομική σύνδεση των ενισχυτικών κυλίνδρων εντός των επιμέρους στρώσεων των σύνθετων περιβλημάτων μέσω σύμπλεξης των ινών τους και αντίστοιχης διαμόρφωσης των ζωνών σύνδεσης (επιβεβαιώνεται και πειραματικά, καθώς μακροσκοπικά δεν προκύπτουν ίχνη αστοχίας στις θέσεις σύνδεσης των σύνθετων περιβλημάτων με τους ενισχυτικούς κυλίνδρους μετά τον αποχωρισμό τους). Αντί αυτού, υπάρχει μια υφασμάτινη στρώση υαλονήματος (fiberglass chopped strand mat) πολύ λεπτού πάχους και μικρής επιφανειακής πυκνότητας, επικολλημένη στο εσωτερικό των περιβλημάτων, η οποία συγκρατεί μεταξύ αυτής και της εσωτερικής επιφάνειας των ελασμάτων τις ίνες των ενισχυτικών κυλίνδρων, που - γι’ αυτό το λόγο - προεξέχουν από τα κυκλικά άκρα τους, διερχόμενες μέσα από την υφασμάτινη στρώση (βλ., Κεφ. 2). Με τον τρόπο αυτό εξασφαλίζεται η δομική συνέχεια μεταξύ των εξωτερικών ελασμάτων και των ενισχυτικών κυλίνδρων στο sandwich υβριδικό κέλυφος, η οποία υλοποιήθηκε στο μοντέλο μέσω του τύπου πλήρους αρχικής σύνδεσης/επαφής “Tied_Shell_Edge_to_Surface” που περιγράφεται αναλυτικά στη σχετική ενότητα στη συνέχεια (εκεί παρουσιάζεται επιπλέον και η τεχνική προσομοίωσης της αναμενόμενης αστοχίας της σύνδεσης). Με την επιλογή του συγκεκριμένου τύπου σύνδεσης, εξάλλου, ευνοείται και το σκεπτικό διακριτοποίησης των ελασμάτων που ακολουθήθηκε τελικά, καθώς η αποτελεσματική λειτουργία του δεν προϋποθέτει σύμπτωση των κόμβων του πλέγματος των προς σύνδεση τμημάτων του μοντέλου στις περιοχές σύνδεσης. Επιπλέον, υπέρ της παραπάνω προσέγγισης - σε συνδυασμό με τους προαναφερθέντες λόγους - συνηγορεί και η βασική επιλογή της μακροσκοπικής μοντελοποίησης των πολύστρωτων σύνθετων ελασμάτων με ένα (συνολικό) shell στοιχείο κατά το πάχος τους. Με τα διαθέσιμα εργαλεία μοντελοποίησης θα μπορούσε να προσεγγιστεί η εξεταζόμενη σύνδεση με

λεπτομερέστερο τρόπο, αλλά κυρίως σε μικρής κλίμακας (τοπικά περιορισμένο) μοντέλα λόγω μεγάλης απαίτησης υπολογιστικής ισχύος για τέτοιου είδους προσέγγιση σε μοντέλα μεγάλης κλίμακας (βλ., Κεφ. 6 στη συνέχεια).

Για τη μοντελοποίηση του πυρήνα αφρού του “tubular” sandwich κελύφους και των συμπαγών κυλίνδρων αφρού εντός των κοίλων ενισχυτικών κυλίνδρων χρησιμοποιήθηκαν τριδιάστατα (στερεά) εξαεδρικά στοιχεία οκτώ κόμβων. Τα στοιχεία του αφρού στον πυρήνα ήταν διατεταγμένα ομοιόμορφα κατά το πάχος του sandwich κελύφους, όπως και εκείνα του περιεχόμενου στους ενισχυτικούς κυλίνδρους, κατά το μήκος τους και επί της εγκάρσιας διατομής τους (με βάση, βέβαια, με την κυκλική γεωμετρία της). Το πλέγμα των κυλινδρικών τμημάτων αφρού δεν σχηματίστηκε αξονοσυμμετρικά, δηλ., με χρήση πρισματικών (πενταεδρικών) solid στοιχείων περί τον άξονα, προκειμένου να αποφευχθεί η παρουσία κακής ποιότητας αναλογίας διαστάσεων (aspect ratio) στα στοιχεία του πλέγματος, δοθείσης της απαιτούμενης λεπτής περιφερειακά διακριτοποίησης για την επιτυχή γεωμετρική απόδοση του κυλινδρικού σχήματος, που θα είχε ως αποτέλεσμα υψηλότερο κίνδυνο εμφάνισης αρνητικού όγκου (negative volume) (βλ. στη συνέχεια) στα στοιχεία του αφρού κατά τη συμπίεσή τους [3-4, 7-9]. Το πλέγμα του αφρού του πυρήνα, λόγω της διακοπτόμενης από τους εγκάρσιους ενισχυτικούς κυλίνδρους διάταξής του, δεν ήταν δυνατό να έχει οποιαδήποτε ομοιομορφία ως προς κάποια από τις κύριες διευθύνσεις των τοιχωμάτων του sandwich κελύφους, πέραν της εγκάρσιας. Μόνον ακτινικά, σε σχέση με τους διαμήκεις άξονες των κυλίνδρων, και περιμετρικά των τελευταίων υπήρξε γενικά ομοιόμορφη διάταξη του πλέγματος (δοθείσης πάντα της κυκλικής γεωμετρίας αναφοράς). Για περισσότερη ομοιομορφία μάλιστα, κατασκευάστηκε ένα τετραγωνικό μοτίβο πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων αφρού γύρω από ένα κύλινδρο, με βάση τη συνολική γεωμετρία του επίπεδου τοιχώματος του κελύφους και τη διάταξη των κυλίνδρων σε αυτό, και το μοτίβο αυτό μεταφέρθηκε με αντιγραφή των στοιχείων - βάσει των σχετικών συντεταγμένων των αξόνων των κυλίνδρων - γύρω από τους υπόλοιπους. Στα ενδιάμεσα κενά που δημιουργήθηκαν στο τοίχωμα, κατασκευάστηκε πλέγμα ορθογωνικής διάταξης (βάσει των κυρίων διευθύνσεων του τοιχώματος), και τα συνολικά πλέγματα των τοιχωμάτων συνδέθηκαν μεταξύ τους μέσω των πλεγμάτων αφρού των καμπύλων γωνιών του κελύφους. Στο εξής, σχετικά με την “tubular” διατομή, στον όρο “πυρήνας αφρού” συμπεριλαμβάνεται - εκτός αν αναφέρεται διαφορετικά - και ο αφρός πλήρωσης των ενισχυτικών κυλίνδρων.

Ο συνολικός αριθμός των πεπερασμένων στοιχείων του μοντέλου της κατασκευής ήταν 25840 στοιχεία κελύφους και 12992 στερεά στοιχεία, ενώ ο συνολικός αριθμός των κόμβων ήταν 48208. Το μοντέλο αντιπροσωπεύει ολόκληρο το sandwich κέλυφος και όχι κάποιο τμήμα της διατομής του, όπως στο “corrugated” σύστημα, καθώς δεν υφίσταται περίπτωση ύπαρξης δομικής συμμετρίας - είτε 1/2 είτε 1/4 -, λόγω της διάταξης των ενισχυτικών κυλινδρικών σωλήνων (Εικ. 5.1(β)-(γ), (ε)).

Και στις δύο διατάξεις/διατομές (“corrugated” και “tubular”) των sandwich υβριδικών κελυφών η προσοχή επικεντρώθηκε στην κατά την περίμετρο διακριτοποίηση των τόξων των γωνιών. Η πυκνότητα - επί των 90^0 - ήταν ακριβώς ίδια για τα ελασμάτινα περιβλήματα σύνθετου υλικού και τον πυρήνα αφρού, με αποτέλεσμα οι κόμβοι - όλων των επιμέρους τμημάτων του κελύφους - να είναι διατεταγμένοι επί της ίδιας ακτίνας ανά κλάσμα διακριτοποίησης της γωνίας των 90^0 . Με τον τρόπο αυτό εξασφαλίζεται κοινή περιμετρική ομοιομορφία στο πλέγμα, που αποτρέπει τη δημιουργία αρχικών πλεγματικών διάκενων ή αλληλοδιεισδύσεων (πλήρης και συνεχής επαφή) μεταξύ των σύνθετων εξωτερικών ελασμάτων και του πυρήνα αφρού, η οποία θα είχε ως αποτέλεσμα την εγκατάσταση αστάθειας - λόγω αρχικών σφαλμάτων - στην ανάλυση της αλληλεπίδρασης των αρχικά επαπτόμενων τμημάτων του μοντέλου. Η προαναφερθείσα προσέγγιση κρίνεται απαραίτητη για την ευστάθεια, δοθέντος ότι τα πεπερασμένα στοιχεία που χρησιμοποιούνται έχουν ευθείες ακμές και όχι καμπυλόγραμμες.

Το δομημένο πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων στα δύο sandwich υβριδικά κελύφη κατασκευάστηκε τμηματικά (ανά επιμέρους περιοχές του μοντέλου) λόγω της πολύπλοκης γεωμετρίας και δομής τους, αλλά και της απόδοσης τοπικά της ζητούμενης πυκνότητας, όπως παρουσιάστηκε προηγουμένως. Κατά την τμηματική διακριτοποίηση πρέπει να έχει ληφθεί υπόψη η απαίτηση γεωμετρικής σύμπτωσης των κόμβων (coincident nodes) στα σύνορα των επιμέρους επιφανειών ή όγκων, ώστε με τη συγχώνευσή τους (merging) - και τη διαγραφή των υπολειπόμενων (1/2 του αρχικού συνόλου) - να αποδοθεί η συνέχεια (ακεραιότητα) των σωμάτων/υλικών σύμφωνα με τη διάταξη και τη δομή της αντίστοιχης πραγματικής κατασκευής.

Τέλος, στα μοντέλα και των δύο διατομών η άνω (κινούμενη) και η κάτω (σταθερή) πλάκα της πρέσας, μεταξύ των οποίων τοποθετήθηκε το δοκίμιο για να υποστεί αξονική καταπόνηση κατά την πειραματική διαδικασία, μοντελοποιήθηκαν με ένα τριδιάστατο πεπερασμένο στοιχείο οκτώ κόμβων η κάθε μία, χωρίς περαιτέρω διακριτοποίηση, εφόσον το υλικό που επιλέχθηκε για τα δύο αυτά τμήματα του

μοντέλου ήταν το άκαμπτο ή απαραμόρφωτο υλικό (rigid or non-deformable material), όπως εξηγείται στη συνέχεια.

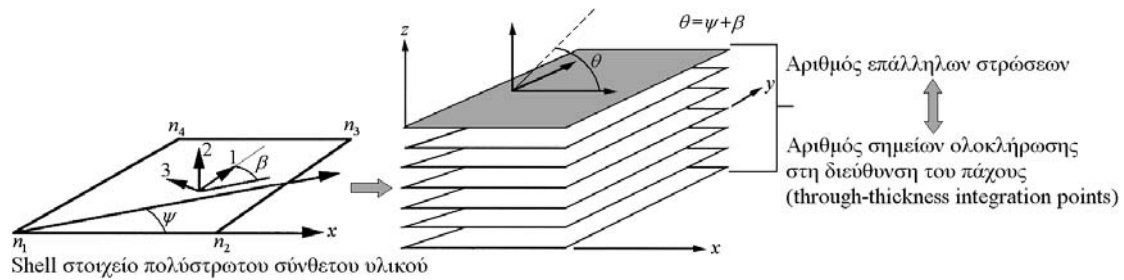
5.2.2 Ιδιότητες πεπερασμένων στοιχείων

Σε αυτό το στάδιο της μοντελοποίησης καθορίστηκαν και αντιστοιχίστηκαν σε κάθε τμήμα του μοντέλου οι ιδιότητες και η μαθηματική διατύπωση (element properties and formulation) των πεπερασμένων στοιχείων που το αποτελούν.

Shell πεπερασμένα στοιχεία (κελύφη περιβλημάτων και εσωτερικών ενισχύσεων σύνθετου υλικού)

Τα πεπερασμένα στοιχεία που απαρτίζουν τα εξωτερικά ελάσματα και το κεκλιμένο εσωτερικό ενισχυτικό της “corrugated” υβριδικής sandwich διατομής, τα οποία αποτελούνται από ενισχυμένο με συνεχείς ίνες (ινοπλισμένο) πολύστρωτο σύνθετο υλικό πλαστικής μήτρας, είναι (λεπτότοιχα) διδιάστατα στοιχεία τεσσάρων κόμβων με πάχος 2 mm (το αντίστοιχο πραγματικό). Επιπλέον, ορίστηκε μια μοναδική γωνία υλικού (material angle) για κάθε σημείο ολοκλήρωσης (integration point) κατά το πάχος του διδιάστατου στοιχείου, που υπολογίζεται στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων του στοιχείου, μετρώντας από τη διεύθυνση της ακμής αναφοράς του προς τη διεύθυνση των ινών της κάθε μονοδιευθυντικής στρώσης. Η αντιστοιχία μεταξύ σημείων ολοκλήρωσης και μονοδιευθυντικών στρώσεων είναι μονοσήμαντη, δημιουργώντας την προσαρτημένη αλληλουχία επιστοίβασης (διαστρωμάτωση) των διαφορετικών μονοδιευθυντικών στρώσεων του πολύστρωτου σύνθετου υλικού, και χαρακτηρίζοντας την κάθε μία με την αντίστοιχη γωνία υλικού (Εικ. 5.2). Με αυτόν τον τρόπο σχηματίζεται το πραγματικό FRP πολύστρωτο σύνθετο υλικό με τη συμμετρική αλληλουχία διαστρωμάτωσης $[0/45/90/-45]_s$ (βλ., Πίν. 5.1). Επιπλέον, για την αριθμητική ανάλυση των πεπερασμένων στοιχείων του παρόντος εδαφίου επιλέχθηκε η καθιερωμένη (default) διατύπωση διδιάστατου στοιχείου του κώδικα Ls-Dyna, εκείνη των Belytschko-Lin-Tsay (ένα σημείο ολοκλήρωσης - one-point quadrature/integration - επί της μέσης επιφάνειας του στοιχείου), λόγω της υπολογιστικής της αποτελεσματικότητας και απόδοσης (βλ., Κεφ. 3.4) [3, 4].

Στο explicit λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων (όπως ο κώδικας Ls-Dyna), τα ευρύτερα χρησιμοποιούμενα shell στοιχεία είναι τα τετραπλευρικά τεσσάρων κόμβων (4-node quadrilateral) με ένα σημείο ολοκλήρωσης (one-point quadrature/integration) στο επίπεδο αναφοράς (συνήθως η μέση επιφάνεια) του στοιχείου. Κατά τη



Εικ. 5.2 Προσδιορισμός shell πεπερασμένων στοιχείων και προσανατολισμός των διευθύνσεων υλικού σε πολύστρωτο σύνθετο έλασμα

διεύθυνση του πάχους - στη θέση του σημείου ολοκλήρωσης - χρησιμοποιούνται πάνω από τρία σημεία ολοκλήρωσης (μη γραμμική ανάλυση), ανάλογα με την πολυπλοκότητα της μη γραμμικής συμπεριφοράς του υλικού, με αποτέλεσμα να ενσωματώνεται ουσιαστικά στο στοιχείο μια στήλη (στοίβα) σημείων ολοκλήρωσης κάθετα στο επίπεδο αναφοράς. Τα shell στοιχεία αυτής της κατηγορίας χρησιμοποιούνται συνήθως σε μεγάλης κλίμακας αναλύσεις καθώς αποδίδουν ικανοποιητικά με διαγώνια μητρώα μάζας (explicit κώδικες), παρουσιάζοντας εξαιρετική αριθμητική ευρωστία. Με τον όρο αυτό εννοείται η ικανότητα του στοιχείου να παραμένει ευσταθές σε δυσμενείς υπολογιστικές συνθήκες, όπως τα κακής ποιότητας σχήματα (δυσανάλογες διαστάσεις) των στοιχείων στο (αρχικό ή/και προϊούσης της παραμόρφωσης) πλέγμα καθώς και οι έντονες παραμορφώσεις/στρεβλώσεις του τελευταίου.

Πίνακας 5.1 Χαρακτηριστικά στοιχεία σύνθετου υλικού, ινών και μήτρας

Material property	Property Value	Unit
Laminate thickness of unidirectional composite plates (external/face and internal ("corrugated"))	2.0	mm
Laminate thickness of tubular inserts ("tubular")	0.5	mm
Resin material (Cellobond phenolic resin) density	1100	kg/m ³
Reinforcing fibre material	E-glass	-
Laminate fibre content	43	vol %
Fibre layer type of face and internal plates	non-crimp quadriaxial mat	-
Fibre layer density (per surface units)	1.168	kg/m ²
Laminate stacking sequence of face and internal plates	[0/45/90/-45] _s	-
Tubular inserts fibre type	[+/-45]	-
Laminate material density	1728	kg/m ³

Ένα από τα πρώτα shell στοιχεία ενός σημείου ολοκλήρωσης που διατυπώθηκαν είναι εκείνο των Belytschko-Lin-Tsay, το οποίο συνιστά default επιλογή στον κώδικα Ls-Dyna (shell element formulation / “Elform”=2). Όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενη παράγραφο του παρόντος κεφαλαίου, ο συγκεκριμένος τύπος shell στοιχείου βασίζεται στη διακριτή θεωρία των Mindlin-Reissner (δεν είναι shell στοιχείο εκφυλισμένου στερεού/τριδιάστατου συνεχούς μέσου) (βλ., Κεφ. 3.4), ενώ ο όρος “διακριτή” αναφέρεται στο γεγονός ότι η υπόθεση των Mindlin-Reissner (η εντός του υλικού κάθετη στην επιφάνεια - στη διεύθυνση του πάχους του ελάσματος - ευθεία παραμένει ευθεία) εφαρμόζεται μόνο στο (μοναδικό επί του επιπέδου αναφοράς του στοιχείου) σημείο ολοκλήρωσης. Ο μηχανισμός παραμόρφωσης διέπεται από τον περιορισμό, ότι η τρέχουσα - παρά η αρχική - κάθετη στην επιφάνεια του στοιχείου παραμένει ευθεία (τροποποίηση της υπόθεσης των Mindlin-Reissner), ενώ στο στοιχείο ενσωματώνεται συστρεφόμενο σύστημα συντεταγμένων για την αποτελεσματικότερη παρακολούθηση της παραμόρφωσής του. Σε συνθήκες όπως οι προαναφερθείσες καταρρέει σπάνια (αριθμητικά), μη διακόπτοντας, έτσι, πρόωρα τους υπολογισμούς της προσομοίωσης, γεγονός υψηλής σημασίας για ευρείας κλίμακας βιομηχανικές αναλύσεις. Οπότε το πλεονέκτημα των shell στοιχείων ενός σημείου ολοκλήρωσης δε σχετίζεται μόνο με την υψηλότερη υπολογιστική τους ταχύτητα, αλλά, επιπρόσθετα, με την ανώτερη αριθμητική ευρωστία τους σε προβλήματα που αναμένονται μεγάλες παραμορφώσεις, όπως η μοντελοποίηση της κατάρρευσης κελυφών (βλ., Κεφ. 3.4.2, 3.4.5).

Ως στοιχείο ενός σημείου ολοκλήρωσης - επιρρεπές καταρχήν σε κινηματικές μορφές παραμόρφωσης (kinematic modes / hourglass), ανάλογα με την εντατική του κατάσταση - ενσωματώνει τον απαιτούμενο έλεγχο hourglass (βλ., Κεφ. 3.4.2, 3.4.5), ο οποίος μπορεί να γίνει εκτενέστερος και περισσότερο αποτελεσματικός μέσω της επιλογής “Hourglass” στον κώδικα Ls-Dyna [3, 4]. Εν τούτοις, με τη χρήση καλής ποιότητας (αναλογία διαστάσεων στοιχείων) και κατάλληλης πυκνότητας πλέγματος shell στοιχείων στα ελάσματα σύνθετου υλικού, σε συνδυασμό με την εφαρμοσθείσα τεχνική της απαλοιφής των ιδιαίτερα παραμορφωμένων/στρεβλωμένων στοιχείων (παράμετρος “Tfail” του μοντέλου σύνθετου υλικού, βλ. και Κεφ. 5.2.4 στη συνέχεια), η ενέργεια περιορισμού του hourglass διατηρείται σε χαμηλά επίπεδα, περιορίζοντας σημαντικά τη σχετική με το φαινόμενο διατάραξη του ενεργειακού ισοζυγίου του συστήματος [3, 9].

Ο τύπος, η μαθηματική διατύπωση, η δομή (αλληλουχία επιστοίβασης ή διαστρωμάτωση) και το πάχος των πεπερασμένων στοιχείων, που προσομοιώνουν τα επιφανειακά ελάσματα από FRP πολύστρωτο σύνθετο υλικό της “tubular” διατομής, είναι ακριβώς ίδια με τα αντίστοιχα προαναφερθέντα, ενώ τα πεπερασμένα στοιχεία των κοίλων κυλινδρικών ενισχυτικών ένθετων διαφέρουν μόνο ως προς τη δομή και το πάχος τους, που είναι $[+/-45]$ και 0.5 mm, αντίστοιχα.

Solid πεπερασμένα στοιχεία (πυρήνας αφρού - πλάκες συμπίεσης)

Το υλικό του αφρού μοντελοποιήθηκε μέσω τριδιάστατων εξαεδρικών στοιχείων οκτώ κόμβων (διατομή “tubular”) και συνδυασμού τριδιάστατων εξαεδρικών (κυρίως) και πενταεδρικών στοιχείων οκτώ και έξι κόμβων (διατομή “corrugated”), αντίστοιχα, όπως περιγράφηκε προηγουμένως. Συμπληρωματικά με το μοντέλο υλικού που επιλέχθηκε για την υλοποίηση των ιδιοτήτων του υλικού του αφρού (βλ., παρακάτω), ενεργοποιήθηκε ειδικός αλγόριθμος στον κώδικα για την εν δυνάμει εξάλειψη/διαγραφή πεπερασμένων στοιχείων (“element erosion/deletion”) του αφρού, προκειμένου να αποδοθεί καλύτερα η αστοχία, η θραύση, ο θρυμματισμός και η μηχανική απαξίωση γενικότερα του υλικού του, προϊούσης της κατάρρευσης του sandwich κελύφους. Η συγκεκριμένη επιλογή εφαρμόζεται κυρίως σε solid στοιχεία ενός σημείου ολοκλήρωσης (one point volume integration/quadrature) - Elform=1, default επιλογή στον κώδικα Ls-Dyna -, για προηγούμενες εκδόσεις του κώδικα [3, 4], ενώ στις πλέον πρόσφατες εκδόσεις συνδυάζεται και με άλλους τύπους (element formulation - “Elform”) solid πεπερασμένων στοιχείων. Λόγω, επιπλέον, της ικανοποιητικής αριθμητικής ευστάθειας που παρουσιάζει σε συνθήκες πολύ μεγάλων παραμορφώσεων και στρεβλώσεων, καθώς και - κυρίως - της υπολογιστικής ταχύτητας με την οποία αναλύεται στο μοντέλο, επιλέχθηκε ο συγκεκριμένος τύπος solid στοιχείων για τη μοντελοποίηση του αφρού. Ως στοιχείο ενός σημείου ολοκλήρωσης, και ανάλογα με τις εντατικές και παραμορφωσιακές συνθήκες καθώς και τις υπόλοιπες παραμέτρους του μοντέλου (βλ., στη συνέχεια), μπορεί να παρουσιάσει κινηματικούς τρόπους παραμόρφωσης (hourglass) (βλ., Κεφ. 3.4), οπότε χρήζει δραστηκότερου (πέραν του ενσωματωμένου) ελέγχου hourglass (επιλογή “Hourglass” στον κώδικα). Εναλλακτικά, για την αντιμετώπιση έντονου hourglassing και της διάδοσής του σε γειτονικά στοιχεία (κυρίως σε περιπτώσεις τοπικά περιορισμένης φόρτισης), μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο τύπος solid στοιχείου πλήρους ολοκλήρωσης (fully integrated solid element ή Elform=2), ο οποίος, ωστόσο,

εμφανίζει σχετικά αυξημένη δυσκαμψία, ενώ απαιτεί σημαντικά περισσότερο υπολογιστικό χρόνο ανάλυσης [3-4, 7-9].

Τα πενταεδρικά (solid σφηνοειδή πρισματικά) πεπερασμένα στοιχεία έξι κόμβων, που εντάχθηκαν κατά τη διακριτοποίηση του πυρήνα αφρού στις ζώνες επαφής του με την κεκλιμένη εσωτερική ενίσχυση (έλασμα) σύνθετου υλικού στην “corrugated” διατομή, αναλύονται στον κώδικα - by default - ως εκφυλισμένα εξαεδρικά οκτώ κόμβων (με ένα σημείο ολοκλήρωσης, όπως επιλέχτηκε για τα τελευταία). Βασικό λόγο επιλογής του στοιχείου (καταρχήν του εξαεδρικού) ενός σημείου ολοκλήρωσης (Elform=1) συνιστά η αριθμητική του ευστάθεια - ειδικά στη συγκεκριμένη εφαρμογή αφρώδους υλικού σε πολύπλοκη εντατική και έντονη παραμορφωσιακή κατάσταση - και η υπολογιστική οικονομία. Εν τούτοις, στην περίπτωση των πενταεδρικών στοιχείων, αντί του τύπου “Elform=1” μπορεί να επιλεγεί ο τύπος “Elform=15”, που είναι στοιχείο δύο σημείων ολοκλήρωσης κατά το μήκος του (μεταξύ των δύο τριγωνικών εδρών), κατάλληλο για τη μοντελοποίηση αξονοσυμμετρικών συμπαγών (μη κοίλων) κατασκευών στην περιοχή γύρω από τον άξονα συμμετρίας, ιδιαίτερα ευσταθές αριθμητικά και ταχύ υπολογιστικά, ενώ δεν απαιτεί - ούτως ή άλλως (ανεξαρτήτως αριθμού σημείων ολοκλήρωσης), λόγω διάταξης - έλεγχο hourglass, καθώς δεν παρουσιάζει κινηματικούς τρόπους παραμόρφωσης. Επιπλέον, η επιλεκτικά περιορισμένη ολοκλήρωσή (selective-reduced integration) - θεώρηση σταθερής τιμής της συνιστώσας της υδροστατικής πίεσης στο πεδίο του στοιχείου - που εφαρμόζεται το προφυλάσσει από ογκομετρικό κλείδωμα (volumetric locking) σε ασυμπιεστα υλικά (βλ., Κεφ. 3.4.1). Σε περίπτωση συνδυασμού του στο ίδιο πλέγμα με εξαεδρικά στοιχεία ενός σημείου ολοκλήρωσης, ο κώδικας τα ταξινομεί και τα διαχωρίζει αυτόματα για την κατάλληλη επεξεργασία (παράμετρος “Esort” στην κάρτα ελέγχου “Control_Solid”) [3, 4].

Τα solid πεπερασμένα στοιχεία μαλακών υλικών, όπως οι αφροί, σε ιδιαίτερα υψηλές παραμορφώσεις και στρεβλώσεις μπορεί να εμφανίσουν αρνητικό όγκο (negative volume) προΐοισης της ανάλυσης, που προκαλεί αριθμητική κατάρρευση της υπολογιστικής διαδικασίας (μηδενισμός χρονικού βήματος του στοιχείου, επομένως και της ανάλυσης). Προκειμένου να αποτραπεί μια τέτοια αρνητική εξέλιξη μπορούν να εφαρμοστούν διάφορες τεχνικές, μεταξύ των οποίων είναι η ενεργοποίηση του αλγόριθμου εσωτερικής επαφής, “Contact_Interior” [3-4, 7]. Κατ’ αυτόν, ορίζεται επαφή εντός των solid στοιχείων (εξαεδρικά, πρισματικά) του αφρώδους υλικού, δηλαδή, μεταξύ των εδρών του ίδιου στοιχείου. Ο λόγος είναι

γιατί, συχνά, όταν αφρώδη υλικά συμπιέζονται σε υψηλές πιέσεις, τα solid στοιχεία που τα συνιστούν μπορεί να αναστραφούν (solid element inversion), εμφανίζοντας αρνητικό όγκο και οδηγώντας την ανάλυση σε πρόωρο τερματισμό λόγω αριθμητικού σφάλματος (error termination). Προκειμένου να προληφθεί ενδεχόμενη αναστροφή των στοιχείων, είναι δυνατό να θεωρηθούν εσωτερικές επαφές - εντός του υλικού του αφρού - μεταξύ στρωμάτων εσωτερικών επιφανειών αποτελούμενων από τις έδρες των solid στοιχείων. Η διαδικασία ισοδυναμεί με την ανάλυση μέσω του τύπου διεπιφάνειας επαφής “single”, όπου μία στοιχειώδης επιφάνεια επαφής (contact segment) πεπερασμένου πάχους προσαρτάται σε κάθε έδρα των solid στοιχείων. Όταν τα στοιχεία συνθλίβονται υπερβολικά, αυτές οι στοιχειώδεις επιφάνειες επαφής εφάπτονται (αλληλεπιδρούν) μεταξύ τους, αναχαιτίζοντας την περαιτέρω σύνθλιψη/παραμόρφωση των στοιχείων και προλαμβάνοντας, έτσι, ενδεχόμενη αναστροφή τους (αρνητικούς όγκους). Οι εσωτερικές αυτές επιφάνειες δημιουργούνται αυτόματα από τον κώδικα, από τη στιγμή που ενεργοποιείται η συγκεκριμένη επιλογή και προσδιορίζεται το τμήμα του μοντέλου (υλικό) στο οποίο αφορά [3-4, 7].

Επιπλέον, στα πλαίσια της πρόληψης εμφάνισης αρνητικού όγκου στα solid στοιχεία του αφρού του πυρήνα λόγω μεγάλων παραμορφώσεων και στρεβλώσεων, μπορεί να ενεργοποιηθεί η παράμετρος “Erode” της κάρτας “Control_Timestep” (σε συνδυασμό με την παράμετρο “Dtmin” της κάρτας “Control_Termination”, που καθορίζει το ελάχιστο - σε σχέση με το αρχικά προσδιορισθέν, “Dtstart”, από τον κώδικα - χρονικό βήμα, “Tsmmin”, τερματισμού της υπολογιστικής διαδικασίας) [3, 4]. Χωρίς την ενεργοποίηση της παραμέτρου “Erode”, με τη διάγνωση αρνητικού όγκου (μηδενισμός χρονικού βήματος), η ανάλυση τερματίζεται (πρόωρα). Αντίθετα, με την ενεργοποίησή της, και θέτοντας παράλληλα μια θετική τιμή στο ελάχιστο χρονικό βήμα “Tsmmin”, τα solid στοιχεία που εμφανίζουν - προϊούσης της ανάλυσης (ή και καταρχάς) - αρνητικό όγκο εξαλείφονται (erosion) από τον υπολογισμό και η ανάλυση συνεχίζεται απρόσκοπτα.

Άλλους τρόπους αναχαίτισης της εμφάνισης αρνητικού όγκου στα solid στοιχεία μαλακών υλικών, όπως γενικά είναι οι αφροί, αποτελούν - μεταξύ άλλων - οι εξής τεχνικές: ενίσχυση της απόκρισης του υλικού (καμπύλη τάσης-παραμόρφωσης) στις μεγάλες παραμορφώσεις, προσαρμογή του αρχικού πλέγματος στη διεύθυνση ενός συγκεκριμένου πεδίου παραμόρφωσης, μείωση του χρονικού βήματος (μέσω του αντίστοιχου συντελεστή “Tssfac” στην κάρτα ελέγχου “Control_Timestep”) [3, 4],

περαιτέρω έλεγχος hourglass (με χρήση στοιχείων ενός σημείου ολοκλήρωσης), αποφυγή χρήσης στοιχείων επιλεκτικά περιορισμένης ή πλήρους ολοκλήρωσης (Elform=2 ή 3) [3, 4], καθώς τείνουν να παρουσιάζονται λιγότερο ευσταθή σε συνθήκες πολύ μεγάλων παραμορφώσεων και στρεβλώσεων (δεν ελλοχεύει πάντως κίνδυνος “κλειδώματος”, καθώς οι αφροί δεν συμπεριφέρονται ως ασυμπίεστα υλικά), (βλ., Κεφ. 3.4.1). Αναφορικά με την τελευταία επιλογή, στα στοιχεία αυτών των τύπων ενδέχεται να προκύψει αρνητική Ιακωβιανή - άρα πρόωρος τερματισμός αριθμητικού σφάλματος στην ανάλυση - σε ένα από τα σημεία ολοκλήρωσης, ενώ συνολικά το στοιχείο διατηρεί θετικό όγκο. Ως αποτέλεσμα, είναι πολύ πιθανότερος (και δυνατόν να συμβεί πολύ πιο νωρίς) ο πρόωρος τερματισμός των υπολογισμών με χρήση στοιχείων πλήρους ολοκλήρωσης σε σχέση με τη χρήση στοιχείων ενός σημείου ολοκλήρωσης (Elform=1, default επιλογή στον κώδικα) [3, 4, 8].

Πάντως, καμία από τις παραπάνω τεχνικές δεν εξασφαλίζει απόλυτα και σε κάθε περίπτωση εντατικής και παραμορφωσιακής κατάστασης την πρόληψη της εμφάνισης αρνητικού όγκου στα solid στοιχεία αφρωδών υλικών. Εν τούτοις, με τη χρήση καλής ποιότητας και κατάλληλης πυκνότητας πλέγματος solid στοιχείων ενός σημείου ολοκλήρωσης, σε συνδυασμό με την εφαρμογή της απαλοιφής τους σε συνθήκες υψηλής παραμόρφωσης μέσω της επιλογής “Mat_Add_Erosion” (βλ., στη συνέχεια τη σχετική ενότητα), τα στοιχεία του αφρού αφενός - με το πρώτο - προστατεύονται, εν μέρει, έναντι της παρουσίας αρνητικού όγκου, αφετέρου - με το δεύτερο - δεν προλαβαίνουν να λάβουν εκφυλιστικές μορφές παραμόρφωσης και να εμφανίσουν, έτσι, αρνητικό όγκο, καθώς διαγράφονται από την ανάλυση με βάση τα εκάστοτε τεθέντα σχετικά κριτήρια. Οπότε, σε αυτήν την περίπτωση, αν αυτό επιβεβαιώνεται με την εκτέλεση της ανάλυσης, δεν είναι απαραίτητη η προσθήκη επιπλέον επιλογών ή κριτηρίων (όπως τα προαναφερθέντα) για την πρόληψη ενδεχόμενης εμφάνισης αρνητικού όγκου. Επιπλέον, η συγκεκριμένη συνολική προσέγγιση συνεισφέρει στη διατήρηση της ενέργειας αναχαίτισης του hourglass σε χαμηλά επίπεδα, περιορίζοντας σημαντικά τη σχετική με το φαινόμενο διατάραξη του ενεργειακού ισοζυγίου του συστήματος (βλ., Κεφ. 3.4.1) [3, 4].

Σημαντική πρόοδο στην αντιμετώπιση προβλημάτων εμφάνισης αρνητικού όγκου, δηλ., αριθμητικής αστάθειας (με χρήση solid πεπερασμένων στοιχείων), σε προβλήματα ακραίων παραμορφώσεων του πλέγματος αποτέλεσε η εφαρμογή μεθόδων χωρίς πλεγματική διάταξη (mesh free method ή smooth particle hydrodynamics) για την ανάλυση κατασκευών έναντι πρόσκρουσης [10-11]. Οι

μέθοδοι αυτές αναπτύχθηκαν τις δύο τελευταίες δεκαετίες εν όψει της ικανότητάς τους στη διαχείριση μεγάλων παραμορφώσεων υλικού, αλλά παρέμειναν για μεγάλο χρονικό διάστημα σε επίπεδο ακαδημαϊκής έρευνας λόγω των υψηλών απαιτήσεων υπολογιστικής ισχύος.

Τέλος, στα solid πεπερασμένα στοιχεία των πλακών συμπίεσης - όντας αδιάφορος ο τύπος τους λόγω της επιλογής άκαμπτου υλικού για τη μοντελοποίησή τους - αντιστοιχήθηκε η default διατύπωση solid στοιχείου του κώδικα Ls-Dyna (Elform=1).

5.2.3 Ιδιότητες υλικών

Στους εμπορικούς κώδικες πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιούνται σε explicit προσομοιώσεις, διατίθενται βιβλιοθήκες μοντέλων υλικών (αναφέρονται και ως “κάρτες υλικών”) από τα οποία επιλέγονται τα αντίστοιχα των επιμέρους υλικών του πραγματικού φαινομένου που μοντελοποιείται. Τα μοντέλα υλικών συμπεριλαμβάνουν γενικά παραμέτρους που λειτουργούν πέραν των ιδιοτήτων υλικού που απαιτούνται για το χαρακτηρισμό της συμπεριφοράς των μοντελοποιούμενων υλικών. Συνήθως περιέχουν τον ορισμό κάποιου κριτηρίου αστοχίας, για τον προσδιορισμό έναρξής της, και τον καθορισμό ενός αλγόριθμου υποβιβασμού των μηχανικών ιδιοτήτων που απαιτείται για τη μοντελοποίηση διάδοσης/εξέλιξης της αστοχίας. Η ικανότητα ενός κώδικα για την αποτελεσματική μοντελοποίηση ενός προβλήματος κατάρρευσης κατασκευής εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την καταλληλότητα του μοντέλου υλικού να αποτυπώσει τη συμπεριφορά του υλικού κατά την αστοχία του σε συνθήκες πρόσκρουσης.

Η ενότητα αυτή αναφέρεται στους τύπους των υλικών που επιλέχθηκαν για τη μοντελοποίηση των επιμέρους τμημάτων των sandwich υβριδικών δοκιμίων (σύνθετα κελύφη περιβλημάτων και εσωτερικής ενίσχυσης, πυρήνας αφρού) και των χαλύβδινων πλακών συμπίεσης. Χρησιμοποιήθηκαν οι εξής τρεις διαφορετικοί τύποι μοντέλου υλικού από τη σχετική βιβλιοθήκη του κώδικα Ls-Dyna [3, 4]:

- Μοντέλο Υλικού 55 “mat_enhanced_composite_damage” (σύνθετο υλικό κελυφών περιβλημάτων και εσωτερικής ενίσχυσης),
- Μοντέλο Υλικού 63 “mat_crushable_foam” (υλικό αφρού πυρήνα),
- Μοντέλο Υλικού 20 “mat_rigid” (υλικό πλακών συμπίεσης).

Σύνθετο υλικό κελυφών περιβλημάτων και εσωτερικών ενισχύσεων (Μοντέλο Υλικού 55)

Στα μοντέλα σύνθετων υλικών, πέραν των απαραίτητων ελαστικών σταθερών που εισάγονται, εξαιρετικής σημασίας στοιχεία συνιστούν οι τρόποι αστοχίας και η κατόπιν αυτής συμπεριφορά του υλικού, που περιλαμβάνονται σε αυτά.

Οι σημαντικότεροι μηχανισμοί αστοχίας των πολύστρωτων ελασμάτων σύνθετου υλικού με μονοδιευθυντικές ανά στρώση ίνες ενίσχυσης, συχνά αναφερόμενοι ως τρόποι αστοχίας (failure mode), παρουσιάζονται στη συνέχεια, συνδεδεμένοι με τις σχετικές παραμέτρους αντοχής:

- Θραύση ινών (fiber breakage/rupture) λόγω εφελκυσμού (tensile fiber mode) κατά τη διεύθυνση των ινών, που διέπεται από την αντοχή σε εφελκυσμό των ινών και το λόγο των όγκων ινών και μήτρας. Ωστόσο, μονοδιευθυντικές - υπό γωνία σε σχέση με τη διεύθυνση των ινών - πειραματικές δοκιμές δείχνουν ότι, ακόμη και για μικρές αποκλίσεις μεταξύ των διευθύνσεων φόρτισης και ινών, το φορτίο αστοχίας του δοκιμίου εξαρτάται σημαντικά από την αντοχή σε διάτμηση του υλικού της μήτρας και τη μηχανική αντοχή της διεπιφάνειας (bond strength) μεταξύ ινών και μήτρας.
- Λυγισμός ινών (fiber buckling) και σύνθλιψη μήτρας (matrix crushing) λόγω συμπίεσης κατά τη διεύθυνση των ινών (compressive fiber mode). Η αντοχή της στρώσης δεν εξαρτάται μόνο από τη θλιπτική αντοχή των επιμέρους συστατικών του σύνθετου υλικού αλλά και από την ελαστική δυσκαμψία και τη διατμητική αντοχή του υλικού της μήτρας. Η σημασία της δεύτερης παραμέτρου μεγιστοποιείται για υψηλούς λόγους όγκων ινών και μήτρας.
- Ρηγμάτωση μήτρας (matrix cracking) λόγω εφελκυστικών τάσεων (tensile matrix mode), που δρουν εγκάρσια στη διεύθυνση των ινών, σε συνδυασμό με διάτμηση. Η αστοχία εξαρτάται κυρίως από την εφελκυστική και τη διατμητική αντοχή της μήτρας καθώς και από την αντοχή της διεπιφάνειας μεταξύ ινών και μήτρας.
- Σύνθλιψη μήτρας (matrix crushing) λόγω εγκάρσιας - ως προς τη διεύθυνση των ινών - συμπίεσης και διάτμησης (compressive matrix mode). Η αστοχία διέπεται κυρίως από τη θλιπτική και τη διατμητική αντοχή του υλικού της μήτρας.
- Διαστρωματική αποκόλληση (delamination) μεταξύ μεμονωμένων στρώσεων ή απόσπαση στοιβάδων στρώσεων.
- Αποσύνδεση ινών-μήτρας (debonding) ή απόσπαση/εξόλκευση ινών (fiber pullout) από τη μήτρα.

Οι πρώτοι τέσσερις τρόποι αστοχίας αφορούν στις μεμονωμένες μονοδιευθυντικές στρώσεις, ενώ ο πέμπτος τρόπος συνιστά τυπική μορφή αστοχίας του συνολικού πολύστρωτου ελάσματος. Συνεπώς, οι τρόποι αστοχίας της στρώσης περιλαμβάνονται στις διδιάστατες (στο επίπεδο της στρώσης) θεωρίες/κριτήρια αστοχίας. Ο έκτος τρόπος αναφέρεται στο πρόβλημα της διεπιφανειακής αστοχίας, κοινό σε όλα τα πολυφασικά στερεά που αποτελούνται από υλικό μήτρας και κάποιο τύπο ενίσχυσης/οπλισμού. Μπορεί να αναλυθεί μόνο μέσω μικρομηχανικών θεωρήσεων, που είναι πολύπλοκες και πέρα από τους σκοπούς της (μακροσκοπικής) μελέτης των φερουσών κατασκευών.

Η σύνθλιψη μήτρας και η διαστρωματική αποκόλληση συνιστούν προοδευτικούς τρόπους αστοχίας με υψηλή απορρόφηση ενέργειας, ενώ η θραύση ινών προκαλεί καταστροφική κατάρρευση ολόκληρης της κατασκευής με μικρή απορρόφηση κινητικής ενέργειας.

Οι τρόποι αστοχίας δεν καταδεικνύουν μόνο τον τύπο αστοχίας, αλλά καθορίζουν επιπλέον την υπολειπόμενη αντοχή των πληγισμών (damaged) στρώσεων που είναι κρίσιμη στην κατόπιν αστοχίας (post-failure) φάση κατάρρευσης της κατασκευής. Εφόσον η εγκάρσια αντοχή της μονοδιευθυντικής στρώσης διέπεται από την αντοχή της μήτρας και της διεπιφάνειας ινών-μήτρας, οι σχετικοί τρόποι αστοχίας (τρίτος και τέταρτος από τους προαναφερθέντες) καλούνται “τρόποι αστοχίας στη μήτρα” (matrix modes), καθώς οι δύο πρώτοι καλούνται “τρόποι αστοχίας στις ίνες” (fiber modes).

Όσον αφορά στη μοντελοποίηση της συμπεριφοράς των σύνθετων υλικών κατόπιν αστοχίας, λόγω της πολυπλοκότητας της αστοχίας των ενισχυμένων με ίνες σύνθετων υλικών σε επίπεδο μικροκλίμακας και της συνεπαγόμενης δυσχέρειας διατύπωσης καταστατικών νόμων σε μικροσκοπικό επίπεδο, η μηχανική πρακτική βασίζεται σε φαινομενολογικά μοντέλα βάσει κατασκευαστικών παραμέτρων, προσαρμοσμένα σε πειραματικές μετρήσεις. Εφόσον οποιαδήποτε λειτουργική πυκνότητα πλέγματος υπολείπεται της επαρκούς ακρίβειας μοντελοποίησης των εξαιρετικά λεπτών μηχανισμών μικροδομικής αστοχίας, φαινομενολογικά μοντέλα αποτελούν τη βάση για την υπολογιστική ανάλυση της εξέλιξης της αστοχίας. Η διαδικασία αυτή αφορά στο λεγόμενο “υποβιβασμό” της δυσκαμψίας (stiffness degradation) - ή εξασθένιση (softening) του υλικού - και την εξέλιξη της βλάβης στο σύνθετο υλικό, ως απότοκο της θραύσης των ινών ή/και της σύνθλιψης/ρηγμάτωσης

της μήτρας, που προκύπτουν από την εντατική κατάστασή του υλικού (πρόβλεψη αστοχίας μέσω ικανοποίησης αντίστοιχου κριτηρίου).

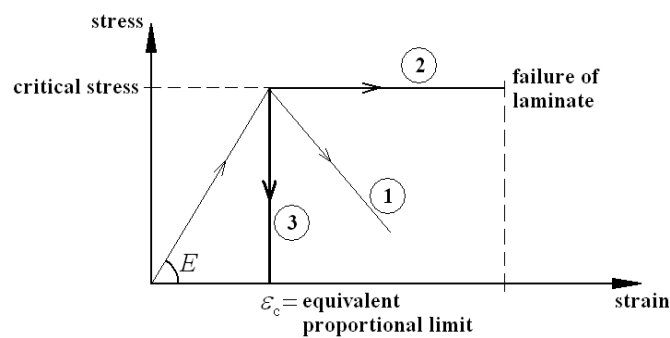
Το απλούστερο και πιο διαδεδομένο υπολογιστικό τέχνασμα για την ανάλυση κατόπιν αστοχίας (post-failure) των πολύστρωτων σύνθετων υλικών συνίσταται σε ένα συνδυασμό της λεγόμενης “ply-discount” μεθόδου και ενός κανόνα υποβιβασμού ή εξασθένησης των μηχανικών ιδιοτήτων του υλικού. Η μέθοδος “ply-discount” βασίζεται στη θεώρηση μηδενισμού των μέτρων ελαστικότητας κατά τον εντοπισμό αστοχίας στη στρώση. Συνεπώς, μόνο οι παραμένουσες ακέραιες στρώσεις συμβάλουν στη δυσκαμψία και την υπολειπόμενη αντοχή της διατομής του πολύστρωτου υλικού.

Η πρόβλεψη της έναρξης αστοχίας μέσω αντίστοιχου κριτηρίου και της εξέλιξής της μέσω υποβιβασμού της δυσκαμψίας, εκφράζονται στον κώδικα Ls-Dyna ως εξής:

- Αστοχία στην ελαστική περιοχή: Εκτιμάται η αστοχία με βάση τον καθορισμό της τάσης, μέσω της ανάλυσης γραμμικά ελαστικού υλικού. Με την ολοκλήρωση της ανάλυσης προσδιορίζεται ένας δείκτης αστοχίας, ο οποίος εκπροσωπεί έναν παράγοντα της τάσης στο υλικό, σχετικό με τη θεωρητική τάση αστοχίας του υλικού.
- Υποβιβασμός των παραμέτρων δυσκαμψίας μετά την αστοχία: Ελέγχονται - σε σχέση με τα καθορισμένα κριτήρια αστοχίας - οι στρώσεις εντός του πολύστρωτου σύνθετου ελάσματος σε κάθε χρονικό βήμα του υπολογισμού. Αν προκύπτει αστοχία σε κάποια στρώση, υποβιβάζονται οι αντίστοιχες παράμετροι ελαστικής δυσκαμψίας (E_{11} , E_{22} , G_{12} , ν_{12}) της στρώσης, προκειμένου να προσομοιωθεί η αύξηση της ενδοτικότητας (softening) του υλικού μετά την αστοχία. Η δεύτερη αυτή φάση θεώρησης της συμπεριφοράς του υλικού προσδίδει μη-γραμμικότητα στη συνολική απόκρισή του.

Αναφορικά με τον υποβιβασμό της σχέσης τάσης-παραμόρφωσης στη συμπεριφορά της στρώσης μετά την αστοχία, μπορούν να αναφερθούν τρεις δυνατές υποθέσεις που αποτυπώνονται σχηματικά στην Εικ. 5.3. Στην περίπτωση (1) (προοδευτική απόκριση), η σχέση τάσης-παραμόρφωσης μετά την αστοχία (critical stress, όσον αφορά στην αντίστοιχη τάση ή equivalent proportional limit - ισοδύναμο όριο αναλογίας - όσον αφορά στην αντίστοιχη παραμόρφωση) θεωρείται γραμμική στον κλάδο σταδιακής εξασθένησης (softening) του διαγράμματος, με τις τάσεις να μειώνονται βαθμιαία στη βεβλαμμένη στρώση. Η κλίση του τμήματος αυτού της καμπύλης εξαρτάται από διάφορους παράγοντες, όπως: ολκιμότητα υλικού της

μήτρας, αντοχή θραύσης της διεπιφάνειας ινών-μήτρας, αντίσταση αποχωρισμού - από τη μήτρα - των σπασμένων ινών, κλπ. Σε κάποιες περιπτώσεις μπορεί να υιοθετείται επιπλέον στο διάγραμμα και ένα μικρό πλαστικό τμήμα (σταθερή τάση) πριν τον κλάδο σταδιακής εξασθένησης. Κατά την υπόθεση (2) (πλαστική απόκριση), κάθε στρώση που αστόχησε συνεχίζει να μεταβιβάζει το φορτίο αστοχίας της και στη συνέχεια (διατήρηση της συμβολής στη συνολική αντοχή του σύνθετου ελάσματος), μέχρι να καταρρεύσει ολόκληρη η πολύστρωτη διατομή. Στην υπόθεση ολοκληρωτικής αστοχίας (3) (ψαθυρή απόκριση) θεωρείται ότι η δυσκαμψία και η αντοχή της στρώσης μηδενίζονται με την εμφάνιση αστοχίας σε αυτή [3-4, 12-14].



Εικ. 5.3 Απλοποιημένη αποτύπωση πιθανών τρόπων εξέλιξης της αστοχίας (post-failure model)

Σε άλλες υποθέσεις υιοθετείται συνεχής υποβιβασμός της δυσκαμψίας μετά την αστοχία, όπου εγκάρσια και διατμητική αστοχία σχετίζονται με την αστοχία στη μήτρα λόγω ρηγμάτωσης, ενώ το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας, το μέτρο διάτμησης και ο λόγος Poisson βαθμιαία μηδενίζονται με την αύξηση των παραμορφώσεων. Στα προαναφερθέντα μοντέλα υποβιβασμού των ιδιοτήτων δεν εμπλέκονται ανελαστικές παραμορφώσεις και καταστάσεις μηχανικής αποφόρτισης ή επαναφόρτισης. Σε τέτοιες απαιτήσεις εφαρμόζεται η θεωρία πλαστικότητας για την αριθμητική ανάλυση της μη-γραμμικής συμπεριφοράς των σύνθετων υλικών.

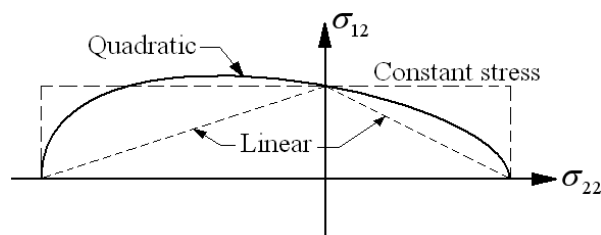
Ωστόσο, περαιτέρω επίγνωση των φαινομένων που επισυμβαίνουν στην αστοχία των επιμέρους στρώσεων αποκτάται με την εξέταση της αστοχίας των κατασκευών, που χαρακτηρίζεται ως “κατάρρευση” (collapse) προκειμένου να διαχωριστεί από τους τύπους αστοχίας του υλικού.

Συνοψίζοντας τα προαναφερθέντα - για την περιγραφή των μοντέλων σύνθετου υλικού στη συνέχεια -, οι τρόποι μικρο-αστοχίας που παρατηρούνται συνήθως στα σύνθετα πολύστρωτα υλικά είναι επιγραμματικά οι ακόλουθοι: (1) θραύση ινών (fiber breakage), (2) μικρο-λυγισμός ινών και σύνθλιψη μήτρας (fiber buckling and matrix

crushing), (3) εγκάρσια ρηγμάτωση μήτρας (transverse matrix cracking), (4) εγκάρσια σύνθλιψη μήτρας (transverse matrix crushing), (5) αποσύνδεση στη διεπιφάνεια ινών-μήτρας (debonding) και (6) διαστρωματική αποκόλληση (delamination). Οι πρώτοι τέσσερις τρόποι αστοχίας μπορούν να αναλυθούν με χρήση της θεωρίας (λεπτότοιχων) κελυφών (thin shell theory), εφόσον εξαρτώνται από τις τάσεις στο επίπεδο του ελάσματος. Η μοντελοποίηση της αποσυνάρμοσης ινών-μήτρας απαιτεί τριδιάστατη διατύπωση των καταστατικών εξισώσεων και της κινηματικής, και δε μπορεί να περιληφθεί στη θεωρία λεπτότοιχων κελυφών. Η διαστρωματική αποκόλληση προϋποθέτει μικρο-μηχανική μοντελοποίηση της διεπιφάνειας μεταξύ στρώσεων, οπότε δεν καλύπτεται από τη θεωρία λεπτότοιχων κελυφών που πραγματεύεται τάσεις σε μακροσκοπικό επίπεδο. Συνεπώς, η αποσυνάρμοση ινών-μήτρας και η διαστρωματική αποκόλληση συνήθως παραβλέπονται κατά τη χρήση λεπτότοιχων shell στοιχείων για μοντελοποίηση αστοχίας σύνθετης στρώσης (περισσότερα στοιχεία για τη μοντελοποίησή τους παρουσιάζονται στο Κεφάλαιο 6).

Τα εγκατεστημένα στους εμπορικούς κώδικες πεπερασμένων στοιχείων καταστατικά μοντέλα σύνθετων υλικών είναι μοντέλα που βασίζονται στη μηχανική του συνεχούς μέσου. Τα σύνθετα υλικά μοντελοποιούνται ως ορθότροπα γραμμικά ελαστικά υλικά εντός μιας επιφάνειας αστοχίας. Η ακριβής μορφή της επιφάνειας αστοχίας εξαρτάται από το κριτήριο αστοχίας που υιοθετείται στο μοντέλο (Εικ. 5.4). Για τα πολύστρωτα σύνθετα υλικά έχουν αναπτυχθεί διάφορα μοντέλα, με τα πλέον κοινώς εγκατεστημένα στους εμπορικούς κώδικες πεπερασμένων στοιχείων να είναι τα βασισμένα στην αντοχή του υλικού (εντατικά κριτήρια), όπως εκείνα κατά Tsai-Wu, Hashin, και Chang-Chang [3-4, 15-18]. Πέραν των ορίων της επιφάνειας αστοχίας, οι κατάλληλες ελαστικές ιδιότητες υποβιβάζονται σύμφωνα με τους αντίστοιχους εγκατεστημένους στα μοντέλα υλικού αλγόριθμους. Με βάση αυτούς, τα μοντέλα μηχανικής του συνεχούς μέσου μπορούν περαιτέρω να διαχωριστούν είτε σε μοντέλα προοδευτικής αστοχίας είτε σε μοντέλα μηχανικής αστοχίας του συνεχούς μέσου. Τα μοντέλα προοδευτικής αστοχίας χρησιμοποιούν μια μέθοδο έκπτωσης/υποβιβασμού των μηχανικών ιδιοτήτων του υλικού σε επίπεδο μεμονωμένης στρώσης (ply discount method). Στα όρια της επιφάνειας αστοχίας, οι τιμές των κατάλληλων ελαστικών ιδιοτήτων της στρώσης στις συντεταγμένες υλικού υποβιβάζονται από την αλώβητη κατάσταση σε κατάσταση πλήρους αστοχίας, η οποία συχνά θεωρείται ολική βλάβη και στις συγκεκριμένες ιδιότητες αντιστοιχίζεται μηδενική τιμή. Η προοδευτική αστοχία εγκαθίσταται μέσω της αστοχίας από στρώση

σε στρώση εντός του πολύστρωτου υλικού. Τα μοντέλα μηχανικής αστοχίας του συνεχούς μέσου περιγράφουν τη συλλογική επίδραση των διασκορπισμένων ατελειών και της εξέλιξής τους στη δυσκαμψία και την αντοχή του υλικού μέσω της χρήσης εσωτερικών καταστατικών μεταβλητών, που είναι γνωστές ως παράμετροι βλάβης (damage parameters). Στο μοντέλο σύνθετου υλικού που χρησιμοποιείται στην παρούσα διατριβή ενσωματώνεται η προσέγγιση της προοδευτικής αστοχίας.

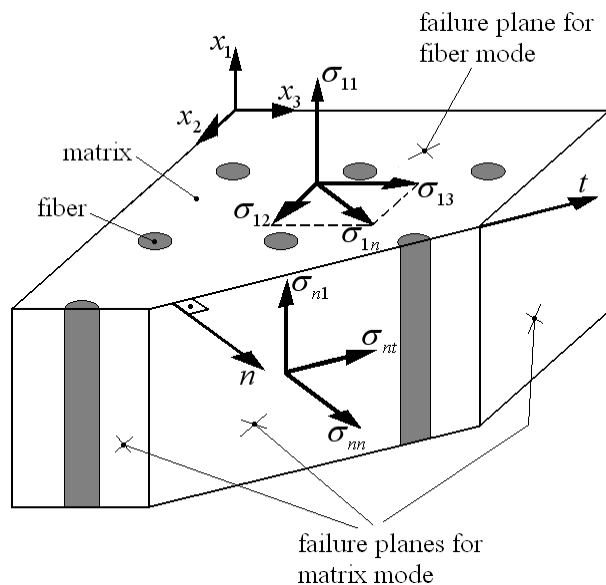


Εικ. 5.4 Μορφές επιφανειών αστοχίας (σχηματικά) [15]

Το Μοντέλο Υλικού 55 “Enhanced_Composite_Damage” επιλέχθηκε για τη μοντελοποίηση του πολύστρωτου σύνθετου υλικού των επιφανειακών ελασμάτων και της εγκάρσιας ενίσχυσης, καθώς εφαρμόζεται ευρέως σε τέτοιου είδους (ψαθυρά) υλικά και είναι από τα πλέον κατάλληλα για την συγκεκριμένη διαδικασία μοντελοποίησης [19-20]. Περιλαμβάνει την επίδραση της διεθυντικότητας στην απόκριση τάσης-παραμόρφωσης του υλικού, επιτρέποντας τον καθορισμό διαφορετικού προσανατολισμού ινών σε κάθε σημείο ολοκλήρωσης κατά το πάχος των διδιάστατων πεπερασμένων στοιχείων. Απαιτούμενα δεδομένα εισαγωγής είναι το συνολικό πάχος του πολύστρωτου σύνθετου ελάσματος με μονοδιευθυντικές ίνες ανά στρώση, η διεύθυνση των μονοδιευθυντικών ινών κάθε στρώσης και οι καταστατικές (μηχανικές) σταθερές της τελευταίας.

Το Μοντέλο Υλικού 55 είναι δομημένο βάσει εντατικών κριτηρίων αστοχίας (stress-based failure criteria) ινών και μήτρας σε συνθήκες εφελκυστικής (tensile), θλιπτικής (compressive) και επίπεδης διατμητικής (in-plane shear) καταπόνησης, καθώς αυτοί είναι οι περιεχόμενοι τρόποι αστοχίας στη θεωρία διδιάστατης ανάλυσης (shell theory), που εφαρμόζεται κατά τη μοντελοποίηση των πολύστρωτων σύνθετων ελασμάτων στην παρούσα εργασία. Σύμφωνα με αυτή, υποτίθενται συνθήκες επίπεδης εντατικής κατάστασης (plane stress) χωρίς επιπλέον θεώρηση της διαστρωματικής αποκόλλησης, σύμφωνα με τα αναφερθέντα στην παράγραφο των βασικών υποθέσεων της μοντελοποίησης. Η διαστρωματική αποκόλληση σχετίζεται

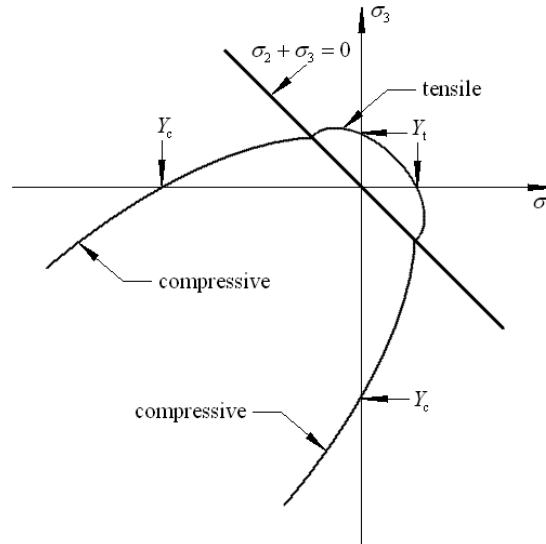
με τη στρέβλωση και έκταση - υπό κλίση - προς τα έξω (splaying mode of failure) των αποκολλημένων στρώσεων του πολύστρωτου σύνθετου ελάσματος, καθώς και την τοπική αποσύνδεση των ινών από τη μήτρα (debonding). Ο μηχανισμός αυτός αποτελεί βασικό χαρακτηριστικό αστοχίας κυρίως στις περιπτώσεις αξονικής κατάρρευσης σωλήνων αμιγώς πολύστρωτου σύνθετου ελάσματος, καθώς στην κατάρρευση των (μεγαλύτερου πάχους) sandwich δομών με εξωτερικά πολύστρωτα ελάσματα οι μηχανισμοί αστοχίας δεν περιορίζονται αποκλειστικά σε αυτά, αφού σημαντικό ρόλο παίζει η ύπαρξη του πυρήνα (διαστάσεις, υλικό) και η αλληλεπίδρασή του με τα εξωτερικά ελάσματα. Για την κατά το δυνατό πληρέστερη μοντελοποίηση του υλικού με την προαναφερθείσα προσέγγιση, απαιτείται η εισαγωγή πρόσθετων - πέραν των βασικών ελαστικών ιδιοτήτων - δεδομένων, που αφορούν στην αντοχή της μεμονωμένης μονοδιευθυντικής στρώσης του σύνθετου υλικού κατά τις κύριες διευθύνσεις της, καθώς τα κριτήρια αστοχίας - που αναφέρονται στη συνέχεια - διατυπώνονται ως λόγοι της εφαρμοζόμενης τάσης προς την αντοχή της στρώσης, με επιπλέον όρους προσμέτρησης τασικών αλληλεπιδράσεων στο επίπεδο της στρώσης.



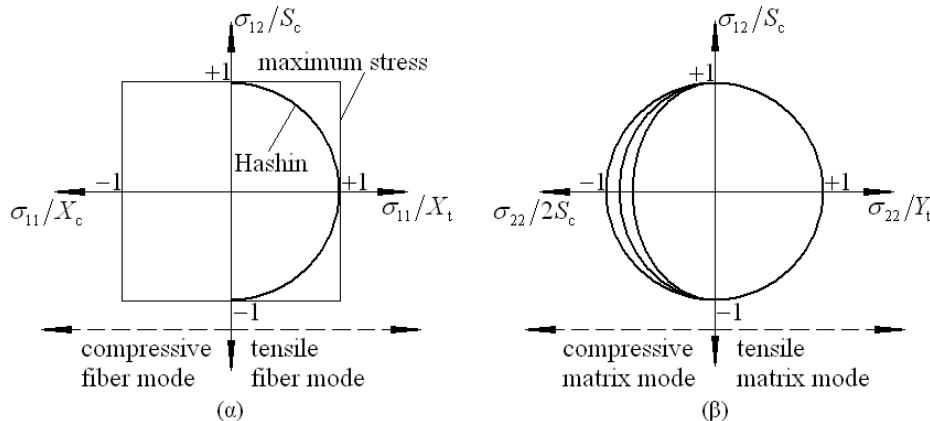
Εικ. 5.5 Τρόποι αστοχίας και επίπεδα αστοχίας σύνθετου υλικού μονοδιευθυντικών ινών ενίσχυσης [21]

Το συγκεκριμένο μοντέλο υλικού βασίζεται στην τροποποίηση που διατυπώθηκε από τους Matzenmiller και Schweizerhof [12] στο γνωστό μοντέλο αστοχίας μονοδιευθυντικής στρώσης σύνθετου υλικού των Chang και Chang (βλ., Κεφ. 3.4.7) [3-4, 17-18], το οποίο με τη σειρά του αποτελεί μια τροποποιημένη εκδοχή του μοντέλου αστοχίας του Hashin (Εικ. 5.5-5.7) [12, 15, 21-22], όπου η αστοχία ινών και

μήτρας σε εφελκυσμό και θλίψη εξετάζονται ξεχωριστά (τέσσερα επιμέρους κριτήρια/τρόποι αστοχίας). Οι Chang-Chang τροποποίησαν τις εξισώσεις του Hashin προκειμένου να συμπεριλάβουν τη μη-γραμμική σχέση διαμητικής τάσης-παραμόρφωσης μιας μονοδιευθυντικά ινοπλισμένης στρώσης σύνθετου υλικού, ενώ



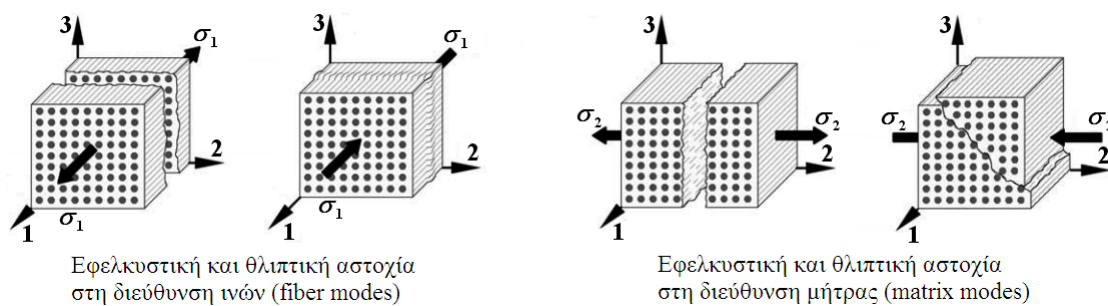
Εικ. 5.6 Αστοχία στη μήτρα σύνθετου υλικού: κύρια εγκάρσια επίπεδη τάση [15]



Εικ. 5.7 Κριτήριο αστοχίας Hashin για μονοδιευθυντική στρώση: α) Fiber modes, β) Matrix modes [12]

όρισαν επιπλέον έναν κανόνα υποβιβασμού των μηχανικών ιδιοτήτων μετά την έναρξη αστοχίας, έτσι ώστε να μπορεί να προσδιοριστεί η συνολική συμπεριφορά του πολύστρωτου υλικού κατά τη διαδοχική αστοχία των επάλληλων στρώσεων. Κατά τον κανόνα αυτό, αν σε μια στρώση προκύψει θραύση των ινών και/ή αστοχία της μήτρας σε διάτμηση, το εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας και ο ελάσσων λόγος του Poisson του σύνθετου υλικού της στρώσης μηδενίζονται, ενώ η μεταβολή του διαμήκους μέτρου ελαστικότητας και του μέτρου διάτμησης ακολουθούν κατανομή Weibull. Επίσης, αν προηγηθεί αστοχία της μήτρας σε εφελκυσμό ή θλίψη, το

εγκάρσιο μέτρο ελαστικότητας και ο ελάσσων λόγος του Poisson του σύνθετου υλικού της στρώσης μηδενίζονται, ενώ το διάμηκες μέτρο ελαστικότητας και το μέτρο διάτμησης παραμένουν αμετάβλητα (βλ., Κεφ. 3.4.7) [17, 18]. Ωστόσο, στο Μοντέλο Υλικού 55, οι συνθήκες κατόπιν ενδεχόμενης αστοχίας είναι ελαφρά τροποποιημένες σε σχέση με εκείνες του κριτηρίου των Chang-Chang, ενώ οι τρόποι φόρτισης (κριτήρια αστοχίας) μιας στρώσης σύνθετου υλικού μονοδιευθυντικών ενισχυτικών ινών (Εικ. 5.8) διατυπώνονται ως εξής (βασίζονται στην υπόθεση πλήρους αστοχίας - total failure hypothesis - των μεμονωμένων στρώσεων, όπου η δυσκαμψία και η αντοχή τίθενται ίσες με μηδέν όταν προκύπτει αστοχία):



Εικ. 5.8 Τρόποι αστοχίας στο Μοντέλο Υλικού 54-55 του κώδικα Ls-Dyna

- Εφελκυσμός στη διεύθυνση των ινών (θραύση ινών) / tensile fiber mode (fiber rupture)

Μια στρώση που υπόκειται σε εφελκυσμό κατά τη διεύθυνση των ινών αστοχεί όταν ισχύει η ακόλουθη συνθήκη (η σημασία των συμβολισμών στις σχέσεις που ακολουθούν περιγράφεται αμέσως παρακάτω από αυτές):

για $\sigma_{aa} > 0$,

$$\left(\frac{\sigma_{aa}}{X_t}\right)^2 + \beta \left(\frac{\sigma_{ab}}{S}\right)^2 \geq 1 \quad (5.2.1)$$

Όταν προκύπτει αστοχία, οι σταθερές υλικού E_a , E_b , G_{ab} , ν_{ba} και ν_{ab} της αντίστοιχης μονοδιευθυντικής στρώσης - στο συγκεκριμένο σημείο ολοκλήρωσης κατά το πάχος του διδιάστατου πεπερασμένου στοιχείου πολύστρωτου σύνθετου υλικού - μηδενίζονται. Πρέπει να σημειωθεί ότι η παράμετρος β αποτελεί σταθμικό παράγοντα στο λόγο της διατμητικής τάσης σ_{ab} προς την αντοχή σε διάτμηση, S και λαμβάνει τιμές στο διάστημα μεταξύ 0.0 και 1.0. Για $\beta=1$ η Εξ. (5.2.1) ισοδυναμεί με το αντίστοιχο κριτήριο αστοχίας του Hashin [15], ενώ για $\beta=0$ προκύπτει το σχετικό κριτήριο αστοχίας με βάση τη μέγιστη τάση (maximum stress criterion) [23],

που έχει διαπιστωθεί γενικά ότι εναρμονίζεται καλύτερα με τα πειραματικά αποτελέσματα [3-4]. Ουσιαστικά, η παράμετρος β δηλώνει την επίδραση της διατμητικής τάσης στο κριτήριο αστοχίας της μεμονωμένης μονοδιευθυντικής στρώσης σε εφελκυσμό κατά τη διεύθυνση των ινών, δηλ., αν και κατά πόσο οι διατμητικές τάσεις ελαττώνουν τη συνολική αντοχή της στρώσης στη συγκεκριμένη καταπόνηση. Η μορφή της Εξ. (5.2.1) περιγράφει τη γενική διατύπωση του σχετικού κριτηρίου (εφαρμόζεται στο συγγενές Μοντέλο Υλικού 54), καθώς η παράμετρος β δε χρησιμοποιείται στο Μοντέλο Υλικού 55 που υιοθετήθηκε στα μοντέλα της διατριβής (η τιμή της θεωρείται μηδενική) [3-4], για τα οποία εξάλλου δεν υπήρχαν διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα σχετικά με αυτήν.

- Θλίψη στη διεύθυνση των ινών (λυγισμός ή συστροφή ινών) / compressive fiber mode (fiber buckling or kinking)

Στην περίπτωση θλιπτικής καταπόνησης μιας στρώσης κατά τη διεύθυνση των ινών προκύπτει αστοχία όταν ισχύει η εξής σχέση:

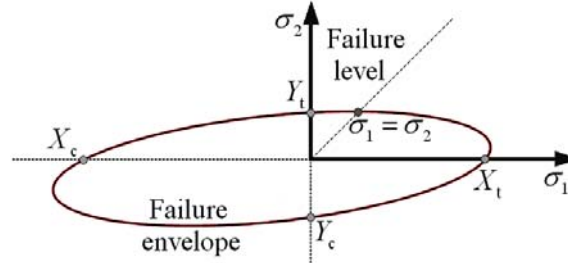
για $\sigma_{aa} < 0$,

$$\left(\frac{\sigma_{aa}}{X_c} \right)^2 \geq 1 \quad (5.2.2)$$

Αντίστοιχα με την προηγούμενη περίπτωση, κατά την αστοχία μηδενίζονται οι σταθερές E_a , ν_{ba} και ν_{ab} της σχετικής στρώσης. Με βάση τα παραπάνω (βλ., Εξ. (5.2.1) - με $\beta=0$ - και (5.2.2)), οι τρόποι/κριτήρια αστοχίας που αφορούν στις ίνες των μονοδιευθυντικών επιμέρους στρώσεων διατυπώνονται πανομοιότυπα με τα αντίστοιχα κριτήρια μέγιστης τάσης (maximum stress criteria).

Όπως ήδη αναφέρθηκε, τα κριτήρια που αφορούν στην αστοχία των ινών (Εξ. 5.2.1 και 5.2.2) βασίζονται στη διατύπωση των Chang-Chang και ουσιαστικά ταυτίζονται στα Μοντέλα Υλικού 54 και 55 του κώδικα Ls-Dyna (με μοναδική διαφοροποίηση στη χρήση της παραμέτρου β στο κριτήριο αστοχίας των ινών κατά τον εφελκυσμό της στρώσης, βλ., Εξ. 1, όπως παρουσιάστηκε προηγουμένως). Όσον αφορά στην αστοχία της μήτρας του σύνθετου υλικού, το Μοντέλο Υλικού 55 διαφοροποιείται σε σχέση με το Μοντέλο Υλικού 54, καθώς στο δεύτερο συνεχίζει να υιοθετείται η (ελαφρά τροποποιημένη) αντίστοιχη διατύπωση των κριτηρίων των Chang-Chang, ενώ στο πρώτο, το σχετικό κριτήριο αστοχίας βασίζεται στη διατύπωση των Tsai-Wu και αφορά στην εφελκυστική ή θλιπτική καταπόνηση της μήτρας. Στη γενική του μορφή, το κριτήριο αστοχίας των Tsai-Wu είναι μια

δευτεροβάθμια ως προς τις τάσεις εξίσωση πρόβλεψης ολικής αστοχίας και η εφαρμογή του είναι σχετικά απλή (Εικ. 5.9) [3-4, 16, 24-25], ενώ, όπως είναι ενταγμένο στο Μοντέλο Υλικού 55 (για την αστοχία της μήτρας) του κώδικα Ls-Dyna, έχει ως εξής:



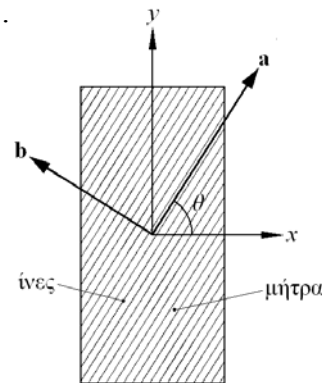
Εικ. 5.9 Κριτήριο αστοχίας Tsai-Wu: Ελλειψοειδής περιβάλλουσα αντοχής/αστοχίας για στρώση ορθότροπου υλικού σε επίπεδη εντατική κατάσταση (επίπεδο 1-2)

- Εφελκυσμός ή θλίψη μήτρας (ρηγμάτωση μήτρας σε εγκάρσιο εφελκυσμό - ή εγκάρσια θλίψη - και επίπεδη διάτμηση) / tensile or compressive matrix mode (matrix cracking under transverse tension - or compression - and in-plane shear)

Στα πλαίσια του Μοντέλου Υλικού 55 του κώδικα Ls-Dyna, για την πρόβλεψη αστοχίας της μήτρας σε εφελκυσμό ή θλίψη μονοδιευθυντικά ινοπλισμένης στρώσης σύνθετου υλικού εγκάρσια στη διεύθυνση των ινών, εφαρμόζεται το κριτήριο των Tsai-Wu, που έχει ως εξής:

$$\frac{\sigma_{bb}^2}{Y_c Y_t} + \left(\frac{\sigma_{ab}}{S} \right)^2 + \frac{(Y_c - Y_t) \sigma_{bb}}{Y_c Y_t} \geq 1 \quad (5.2.3)$$

Όμοια με πριν, στη μονοδιευθυντική στρώση του σύνθετου υλικού που προκύπτει αστοχία της μήτρας οι σταθερές υλικού που μηδενίζονται είναι οι E_b , G_{ab} , ν_{ba} και ν_{ab} . Συνολικά, οι ζητούμενες παράμετροι μοντελοποίησης στο Μοντέλο Υλικού 55 είναι λιγότερες σε σχέση με το Μοντέλο Υλικού 54, γεγονός που καθιστά την επιλογή του πρώτου περισσότερο χρηστική.



Εικ. 5.10 Συστήματα αναφοράς (a-b: σύστημα υλικού, x-y: σύστημα στρώσης) σε μονοδιευθυντικής ενίσχυσης στρώση σύνθετου υλικού: a-διεύθυνση ινών, b-διεύθυνση μήτρας και θ -γωνία διεύθυνσης ινών

Στις προηγούμενες σχέσεις, οι κάτω δείκτες a και b δηλώνουν τις δύο κύριες διευθύνσεις του υλικού - διαμήκη και εγκάρσια, αντίστοιχα, σε σχέση με τον προσανατολισμό των ινών - στο επίπεδο μιας μονοδιευθυντικής στρώσης (Εικ. 5.10). Τα σύμβολα t και c δηλώνουν εφελκυσμό και θλίψη αντίστοιχα, ενώ X είναι η αντοχή της μονοδιευθυντικής στρώσης στη διεύθυνση a , Y είναι η αντίστοιχη στη διεύθυνση b , S είναι η αντοχή σε διάτμηση στο επίπεδο ab (της στρώσης), η μεταβλητή σ αναφέρεται σε τάση και οι E , G , ν είναι οι ελαστικές σταθερές της μονοδιευθυντικής στρώσης του πολύστρωτου σύνθετου ινοπλισμένου υλικού. Οι τιμές των βασικών ιδιοτήτων του υλικού της στρώσης που απαιτούνται σε αυτό το μοντέλο παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.2, ενώ δεδομένα που αφορούν στη δομή του FRP πολύστρωτου σύνθετου υλικού φαίνονται στον Πίνακα 5.1.

Πίνακας 5.2 Ιδιότητες των μονοδιευθυντικών στρώσεων του σύνθετου υλικού των υβριδικών sandwich κελυφών

Material property	Symbol	Property	Unit
Modulus of elasticity in the ply longitudinal direction (a)	E_a	34620	Mpa
Modulus of elasticity in the ply transverse direction (b)	E_b	9580	Mpa
Shear Modulus in plane (ab)	G_{ab}	2935	Mpa
Poisson ratio between (a) and (b) directions	ν_{ab}	0.2884	(-)
Poisson ratio between (b) and (a) directions	ν_{ba}	0.0798	(-)
Tensile strength in the longitudinal direction	X_t	860	Mpa
Tensile strength in the transverse direction	Y_t	35	Mpa
Compressive strength in the longitudinal direction	X_c	442	Mpa
Compressive strength in the transverse direction	Y_c	130	Mpa
Shear strength in plane (ab)	S	67	Mpa

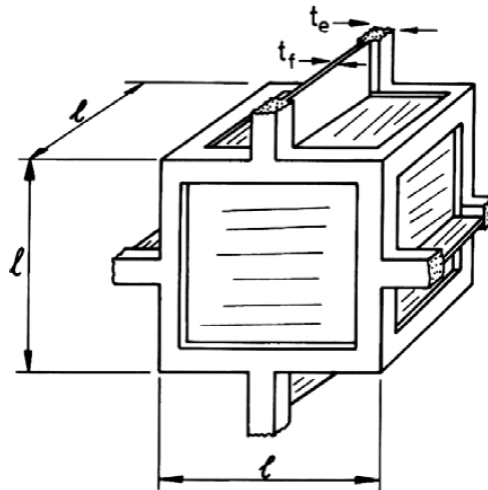
Από τα παραπάνω κριτήρια αστοχίας του Μοντέλου Υλικού 55 φαίνεται ότι η επίδραση της επίπεδης διατμητικής τάσης σ_{ab} παραλείπεται κατά τον εφελκυσμό (για το συγκεκριμένο μοντέλο, όπως προαναφέρθηκε) και τη θλίψη στη διεύθυνση των ινών (Εξ. 5.2.1 και 5.2.2, αντίστοιχα), ενώ λαμβάνεται υπόψη στον εφελκυσμό ή θλίψη της μήτρας (εγκάρσια ως προς τη διεύθυνση των ινών της μονοδιευθυντικής στρώσης) (Εξ. 5.2.3) μέσω ενός δευτεροβάθμιου παράγοντα αλληλεπίδρασης. Αντίθετα, κατά τον έλεγχο αστοχίας της μήτρας (Εξ. 5.2.3) αμελείται η συμβολή της ορθής - στη διεύθυνση των ινών - τάσης σ_{aa} , λόγω του γεγονότος ότι οποιοδήποτε

δυνατό επίπεδο αστοχίας είναι παράλληλο στις ίνες και οι τασικές συνιστώσες επί αυτών των επιπέδων είναι ανεξάρτητες της σ_{aa} . Εξάλλου, μπορεί επιπλέον να ενεργοποιηθεί η παράμετρος “Fbrt”, που συνιστά παράγοντα εξασθένησης της αντοχής της στρώσης σε εφελκυσμό κατά τη διεύθυνση των ινών μετά την αστοχία της μήτρας σε θλίψη, όπου η αντοχή σε εφελκυσμό, X_t μειώνεται σε $X_t \cdot \text{Fbrt}$ μετά την αστοχία της μήτρας (στα μοντέλα επιλέχτηκε $\text{Fbrt}=0.8$).

Είναι προφανές ότι, στα κριτήρια αστοχίας του σύνθετου υλικού που διατυπώθηκαν στο εδάφιο αυτό, εφαρμόστηκε το σκεπτικό του υποβιβασμού της δυσκαμψίας του υλικού της στρώσης, κατά το οποίο, οι ιδιότητες του υλικού της στρώσης στην περιοχή της αστοχίας (damaged area) υποβαθμίζονται μέσω του μηδενισμού των σχετικών σταθερών ελαστικότητας, μετά την εκπλήρωση των σχετικών κριτηρίων αστοχίας. Στη βιβλιογραφία αναφέρονται και άλλες προσεγγίσεις, όπως η μερική ή ολική, απότομη ή σταδιακή μηχανική απαξίωση του υλικού [23].

Υλικό αφρού πυρήνα (Μοντέλο Υλικού 63)

Οι αφροί δε συνιστούν συνεχές μέσο, αφού αποτελούν κατασκευές ανοιχτού ή κλειστού κελιού (open- or closed cell structure), με αποτέλεσμα οι μηχανικές τους ιδιότητες να εξαρτώνται από το μέγεθος, τη μορφή και τις πραγματικές ιδιότητες του υλικού των τοιχωμάτων των συστατικών κελιών (Εικ. 5.11). Οι βασικοί μηχανισμοί παραμόρφωσης περιλαμβάνουν κάμψη των τοιχωμάτων, ελαστικό λυγισμό, πλαστική συμπεριφορά και θραύση, επίδραση του περιεχόμενου αέρα (για αφρούς κλειστού κελιού), κατάρρευση των τοιχωμάτων και - ως εκ τούτου - αλληλεπίδραση επαφής, καθώς και πολύπλοκη μικροσκοπική συμπεριφορά, ενώ η συνολική απόκριση επηρεάζεται γενικά από το ρυθμό παραμόρφωσης και τη θερμοκρασία. Για τους παραπάνω λόγους, η κύρια (μακροσκοπική) προσέγγιση συνίσταται στη θεώρηση των αφρών ως συνεχούς μέσου και την ανάπτυξη καταστατικών νόμων ικανών να αναπαράγουν τη συμπεριφορά τους, ενώ η ογκομετρική παραμόρφωση εισάγεται ως παράμετρος καθορισμού των ιδιοτήτων των αφρών. Μία άλλη παράμετρος που εκφράζει τη δομή τους και υιοθετείται συχνά είναι η σχετική πυκνότητα, εκφρασμένη με το πηλίκο της πυκνότητας του αφρού προς την πυκνότητα του συμπαγούς υλικού που τον αποτελεί [26-30].

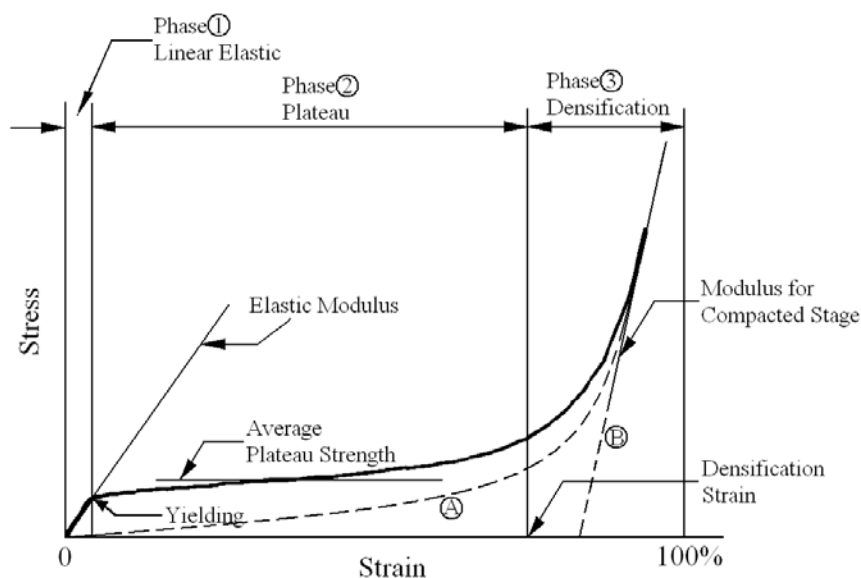


Εικ. 5.11 Μοντελοποίηση του μοναδιαίου κυττάρου αφρού κλειστού κελιού (closed-cell) με κυβικό κελί που οριοθετείται από δοκούς (μήκους l και πάχους t_e) και τοιχώματα-μεμβράνες (πάχους t_f) [28]

Οι αφροί χρησιμοποιούνται ευρέως ως απορροφητήρες ενέργειας πρόσκρουσης σε εφαρμογές οχημάτων (προφυλακτήρες, δομικά στοιχεία) λόγω μικρού βάρους, μειωμένης δυσκαμψίας και ανάπτυξης μεγάλων παραμορφώσεων [31-34]. Κατά την αξονική τους συμπίεση παρουσιάζουν τρεις διαδοχικές φάσεις παραμόρφωσης: ελαστική, πλαστική (κατάρρευση των συστατικών κελιών) και συμπίεσης/συμπύκνωσης του υλικού (densification) (περιοχές 1, 2 και 3, αντίστοιχα, στην Εικ. 5.12). Η περιοχή 2 είναι εκείνη που συμβάλλει τα μέγιστα στην απορρόφηση ενέργειας - και ποσοτικά και ποιοτικά (σταθερός ρυθμός) - καθώς εμφανίζει μια σχεδόν σταθερή τάση (plateau stress) για ευρύ διάστημα παραμόρφωσης. Όσον αφορά στη συμπεριφορά τους κατά την αποφόρτιση (unloading), γενικά κατατάσσονται σε “επανακάμπτοντες” (recoverable) (υστέρησης, βισκο-ελαστικοί) και “συνθλιβόμενους” (crushable) (ελαστο-πλαστικοί) (καμπύλες A και B, αντίστοιχα, στην Εικ. 5.12), με τους προφυλακτήρες (bumper) και τους δομικούς (structural) αφρούς να εμπίπτουν κυρίως στη δεύτερη κατηγορία, έχοντας επιπλέον - ιδιαίτερα οι δομικοί - μεγαλύτερη πυκνότητα (συνήθως 100-1000 kg/m³), ανάλογα με το συστατικό τους υλικό (αφροί πολυμερών υλικών, αλουμινίου, κλπ.).

Για τη μοντελοποίηση του υλικού του αφρού του πυρήνα των sandwich υβριδικών κελυφών χρησιμοποιήθηκε το Μοντέλο Υλικού 63 “Mat_Crushable_Foam” - αφορά σε αφρούς που παρουσιάζουν μόνιμη κατάρρευση/θραύση και ελαστική επαναφορά (βλ., τρόπο αποφόρτισης B στην Εικ. 5.12) [3-4, 7, 9] -, για το οποίο οι ιδιότητες και η σχετική πειραματική καμπύλη τάσης-παραμόρφωσης σε συνθήκες θλίψης, που απαιτούνται ως δεδομένα, δίδονται

στον Πίνακα 5.3 και στην Εικόνα 5.13, αντίστοιχα. Πρόκειται για μοντέλο αφρού προοριζόμενου - όπως στη συγκεκριμένη εφαρμογή - για απορρόφηση ενέργειας σε συνθήκες πρόσκρουσης (συνθήκες θλίψης), όπου η κυκλική συμπεριφορά (διαδοχική φόρτιση συμπίεσης-εφελκυσμού) δεν αποτελεί σημαντικό παράγοντα.



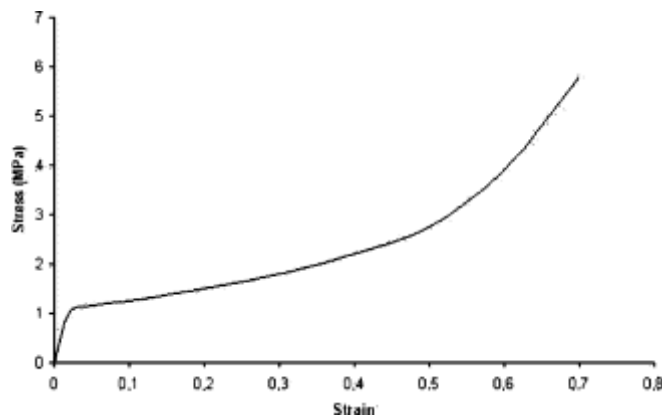
Εικ. 5.12 Τυπική καμπύλη τάσης-παραμόρφωσης υλικών κυψελοειδούς δομής (cellular material): φάσεις συμπίεσης (1, 2, 3) και αποφόρτισης (A, B) αφρών [34]

Στον κώδικα Ls-Dyna διατίθενται ποικίλα μοντέλα αφρωδών υλικών, που μια διεξοδική διερεύνησή τους καταλήγει στο συμπέρασμα ότι κανένα από αυτά δεν πετυχαίνει να ανταποκριθεί σε όλες τις συνθήκες φόρτισης με πειστική ακρίβεια [35]. Οπότε, κατά τη μοντελοποίηση η εστίαση οφείλει να γίνει στα θεμελιώδη χαρακτηριστικά των επιμέρους μοντέλων αφρώδους υλικού και να αμεληθούν κάποιες τετριμμένες λεπτομέρειες. Στην παρούσα διατριβή, για την προσομοίωση του σκληρού αφρού πολουρεθάνης (rigid polyurethane foam) του πυρήνα των sandwich υβριδικών κελυφών, επιλέχθηκε το Μοντέλο Υλικού 63, “Mat_Crushable_Foam” [36-38], στο οποίο θεωρείται σταθερό μέτρο του Young, ενώ κατά την εκτέλεση της προσομοίωσης η τάση επικαιροποιείται - μεταξύ των χρονικών βημάτων της ανάλυσης - υποθέτοντας ελαστική ιστροπική συμπεριφορά. Επιπλέον, στο μοντέλο εισάγεται η τάση διαρροής σε συνάρτηση με το φυσικό λογάριθμο του σχετικού όγκου (δηλ., της ογκομετρικής παραμόρφωσης: $\varepsilon_v = \ln(V/V_0)$), προερχόμενη από πειραματική καμπύλη τάσης-παραμόρφωσης του αφρού σε δοκιμή μονοαξονικής συμπίεσης [3-4]. Καθώς αναμένονται τοπικά ιδιαίτερα υψηλές παραμορφώσεις και

στρεβλώσεις στα solid στοιχεία του αφρού, μπορεί να εφαρμοστεί ο αλγόριθμος εσωτερικής επαφής, “Contact_Interior” [3-4, 7, 9], προκειμένου να αποτραπεί εμφάνιση αρνητικού όγκου σε αυτά και, ως εκ τούτου, αριθμητική κατάρρευση της υπολογιστικής διαδικασίας [36].

Πίνακας 5.3 Ιδιότητες του αφρού του πυρήνα

Material property	Symbol	Property Value	Unit
Type of core material		Phenolic, closed cell, syntactic foam	
Foam density	ρ	130	kg/m ³
Modulus of elasticity	E	135	Mpa
Poisson's ratio (edgewise compression)	ν	0.25	(-)



Εικ. 5.13 Πειραματική καμπύλη τάσης-παραμόρφωσης σε συμπίεση του αφρού του πυρήνα

Μεταξύ των παραμέτρων του μοντέλου υλικού, “Crushable_Foam”, που πρέπει να οριστούν είναι η ονομαστική (όχι του συμπαγούς υλικού) πυκνότητα, το μέτρο ελαστικότητας και ο λόγος Poisson (Πιν. 5.3). Κατά την προσομοίωση, προκειμένου να προληφθεί αριθμητικά η μηχανική απαξίωση (εκφυλισμός) του αφρώδους υλικού του πυρήνα σε ενδεχόμενα μικρά εφελκυστικά φορτία - καθώς η λειτουργικότητα των αφρών βασίζεται στη θλιπτική καταπόνηση -, δόθηκε επιπλέον (απαραίτητο για τη ρεαλιστική συμπεριφορά του υλικού) μια (μη μηδενική, έστω μικρή) τιμή στην “εφελκυστική τάση αποκοπής” (tensile cut-off stress) - παράμετρος “Tsc” στον κώδικα -, η οποία ορίζει μια τάση αστοχίας σε συνθήκες εφελκυσμού (πέραν αυτής δεν είναι δυνατή η ελαστική αποφόρτιση και επαναφόρτιση του αφρού). Για τις ανάγκες της μοντελοποίησης - σε συμπίεση - αρκεί μια τιμή περί το πέρας της ελαστικής περιοχής της καμπύλης τάσης-παραμόρφωσης (Εικ. 5.12, 5.13), ενώ για

υψηλές τιμές της τάσης αποκοπής η συμπεριφορά του αφρού σε θλίψη και εφελκυσμό καθίσταται παρόμοια στο αντίστοιχο εύρος παραμόρφωσης (γενικά, μέχρι την τάση αποκοπής η συμπεριφορά του υλικού σε θλίψη και εφελκυσμό λαμβάνεται ως πανομοιότυπη) [3-4, 9, 37].

Υλικό πλακών συμπίεσης (Μοντέλο Υλικού 20)

Η άνω κινούμενη πλάκα και η κάτω σταθερή πλάκα της μηχανής δοκιμών μοντελοποιήθηκαν με εφαρμογή του Μοντέλου Υλικού 20 “Mat_Rigid” [3-4, 9], το οποίο αποτελεί τον κατάλληλο τρόπο μετατροπής ενός ή περισσότερων αλληλεπιδρώντων τμημάτων του μοντέλου, που στην προκειμένη περίπτωση απαρτίζονται από τριδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία, σε απολύτως στιβαρά (άκαμπτα) σώματα. Η προσέγγιση ενός παραμορφώσιμου σώματος ως άκαμπτου αποτελεί προτιμητέα τεχνική μοντελοποίησης σε πολλές πρακτικές εφαρμογές. Για παράδειγμα, σε προβλήματα διαμόρφωσης επιπέδου ελάσματος τα εργαλεία της κατεργασίας μπορούν ορθά και με ακρίβεια να θεωρηθούν ως απαραμόρφωτα. Στο σχεδιασμό συστημάτων ανάλυσης ή προστασίας έναντι πρόσκρουσης ο επιβάτης μπορεί, στις αρχικές μελέτες σχεδιασμού, να θεωρηθεί επίσης ως άκαμπτο σώμα. Δύο διαφορετικά (με ξεχωριστούς αριθμούς προσδιορισμού ταυτότητας - ID’s) άκαμπτα σώματα δεν επιτρέπεται να έχουν κοινούς κόμβους, εκτός αν είναι συνενωμένα με την επιλογή συγχώνευσης άκαμπτων σωμάτων. Ωστόσο, ένα απαραμόρφωτο σώμα μπορεί να απαρτίζεται από ασύνδετα μεταξύ τους πλέγματα πεπερασμένων στοιχείων, περίπτωση που αποτελεί κοινή πρακτική κατά τη διαμόρφωση του πλέγματος των εργαλείων σε προβλήματα διαμόρφωσης. Όλα τα στοιχεία που ανήκουν σε συγκεκριμένο άκαμπτο σώμα (ID) θα έπρεπε καταρχήν - χωρίς όμως να είναι αναγκαία προϋπόθεση - να είναι όμορα (ενιαίο πλέγμα/υλικό), ενώ ασύνδετες μεταξύ τους ομάδες όμορων πεπερασμένων στοιχείων, μοντελοποιημένες ως απαραμόρφωτες, πρέπει απαραίτητα να προσδιορίζονται με ξεχωριστά ID’s αν πρόκειται να κινηθούν ανεξάρτητα η μία από την άλλη. Η απαίτηση αυτή απορρέει από το γεγονός ότι στο Ls-Dyna υπολογίζονται εσωτερικά οι έξι βαθμοί ελευθερίας στερεού σώματος για κάθε άκαμπτο σώμα (ένα υλικό ή συνενωμένα), οπότε, αν ασύνδετες μεταξύ τους ομάδες άκαμπτων στοιχείων κατέχουν το ίδιο ID σώματος, θα κινηθούν μαζί ως ενιαίο άκαμπτο σώμα. Οι αδρανειακές ιδιότητες των απαραμόρφωτων υλικών μπορούν να οριστούν - σε περίπτωση που απαιτείται από τις συνθήκες του μοντέλου - με δύο τρόπους. Εξ’ ορισμού, υπολογίζονται με βάση τη

γεωμετρία των συστατικών πεπερασμένων στοιχείων του άκαμπτου υλικού και την καθορισμένη πυκνότητα. Εναλλακτικά, μπορούν να οριστούν άμεσα μαζί με τις αρχικές ταχύτητες.

Στο συγκεκριμένο μοντέλο, όπου ένα θεωρητικά παραμορφώσιμο σώμα μπορεί να εκληφθεί πρακτικά ως απολύτως στιβαρό, λόγω της πολύ μεγαλύτερης μάζας και δυσκαμψίας σε σχέση με τα σώματα που αλληλεπιδρά, η παραπάνω τεχνική μοντελοποίησης άρμοζε να προτιμηθεί. Τα σχετικώς άκαμπτα σώματα προσομοιώνονται μέσω του μοντέλου υλικού “rigid”, και όχι μέσω ελαστικού υλικού με αύξηση του μέτρου του Young, η οποία θα οδηγούσε σε ουσιώδη μείωση του χρονικού βήματος και επομένως σε σημαντική αύξηση του χρόνου επίλυσης. Πεπερασμένα στοιχεία που είναι απολύτως στιβαρά παρακάμπτονται κατά τη διαδικασία της ανάλυσης, και έτσι δεν απαιτείται υπολογιστική μνήμη για αποθήκευση τιμών των μεταβλητών (σε άκαμπτο σώμα δεν εμφανίζονται τάσεις και παραμορφώσεις), συνεπώς το μοντέλο απολύτως στιβαρού υλικού είναι πολύ αποδοτικό από πλευράς υπολογιστικής ισχύος και απαιτούμενου χρόνου προσομοίωσης. Επιπλέον, με βάση τα προαναφερθέντα, η διακριτοποίηση ενός απολύτως στιβαρού σώματος πολύ απλού σχήματος δεν είναι αναγκαία, όπως συμβαίνει στο συγκεκριμένο μοντέλο, όπου οι πλάκες συμπίεσης προσομοιώθηκαν ως ορθογώνια παραλληλεπίπεδα, με ένα απλό τριδιάστατο πεπερασμένο στοιχείο οκτώ κόμβων η καθεμία. Οι ιδιότητες υλικού που πρέπει να εισαχθούν ως δεδομένα είναι η πυκνότητα μάζας, το μέτρο του Young (μέτρο ελαστικότητας) και ο λόγος του Poisson, για τις οποίες δίδονται οι σχετικές τιμές ενός συνήθους χάλυβα. Γενικά, στις ιδιότητες ενός rigid υλικού συνιστάται να εισάγονται ρεαλιστικές τιμές για την πρόληψη αστάθειας στην ανάλυση της επαφής του με άλλο (παραμορφώσιμο) σώμα του μοντέλου (σε συνδυασμό με την επίδρασή τους στην τιμή του χρονικού βήματος της ανάλυσης). Αυτές εξασφαλίζουν ορθότερο υπολογισμό της στιβαρότητας επαφής (contact stiffness), αφού ο τελευταίος περιλαμβάνει τις ελαστικές σταθερές των αλληλεπιδρώντων σωμάτων.

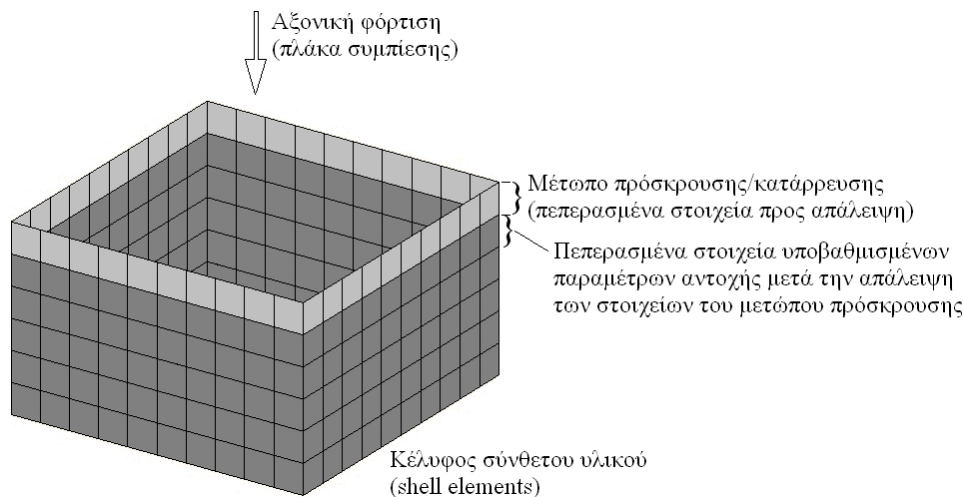
5.2.4 Ειδικές τεχνικές μοντελοποίησης αστοχίας υλικών

Πέραν των τυπικών παραμέτρων/ιδιοτήτων ενός μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων, η αποτελεσματική εφαρμογή του βασίζεται επιπλέον στη χρήση παραμέτρων, οι οποίες μπορεί είτε να συνδέονται με μετρήσιμες ιδιότητες υλικού είτε με μαθηματικές

παραμέτρους που αφορούν στο χρησιμοποιούμενο κώδικα πεπερασμένων στοιχείων, οι οποίες είτε δεν έχουν φυσική έννοια είτε δεν μπορούν να προσδιοριστούν πειραματικά. Τέτοιες παράμετροι εκτιμώνται βάσει προγενέστερης πείρας ή μέσω διαδοχικών προσεγγίσεων δοκιμής και επαλήθευσης. Σε αυτή την ενότητα περιγράφονται οι ειδικές και πολύ χρήσιμες - όπως προέκυψε από τα αποτελέσματα - τεχνικές προσομοίωσης που εφαρμόστηκαν κατά την ανάπτυξη του συγκεκριμένου μοντέλου και αφορούν κυρίως σε κριτήρια απαλοιφής πεπερασμένων στοιχείων (element erosion/deletion) για την προσομοίωση αστοχίας (θραύση, θρυμματισμός) των επιμέρους υλικών των sandwich υβριδικών κελυφών. Χρήσιμα κριτήρια απαλοιφής, όπως αναφέρθηκε στην αρχή της παραγράφου, περιλαμβάνουν απλά καταστατικά μεγέθη, όπως πλαστική παραμόρφωση ή μέγιστη κύρια τάση, καθώς και σύνθετα κριτήρια μηχανικής αστοχίας του συνεχούς μέσου. Υπολογιστικά κριτήρια αστοχίας βασισμένα στην ελάττωση του χρονικού βήματος ή τη στρέβλωση των πεπερασμένων στοιχείων μπορούν επίσης να αποδειχτούν χρήσιμα σε κάποια προβλήματα. Γενικά, η επίδραση των κριτηρίων απαλοιφής στοιχείων στην ανάλυση εξαρτάται από το υλικό (και το αντίστοιχο μοντέλο υλικού) στο οποίο εφαρμόζονται, τη διάταξη και την πυκνότητα του πλέγματος, καθώς και το συνολικό μοντελοποιούμενο πρόβλημα. Επιπλέον, με τη διαγραφή στοιχείων, η διεπιφάνεια επαφής των αλληλεπιδρώντων τμημάτων υλικού (ή υλικών) παρουσιάζεται κάπως ασαφής, καθώς εμφανίζονται κενά στη έκταση της διεπιφάνειας, εισάγοντας σχετικό “θόρυβο” στην απόκριση της κατασκευής (η κατάλληλη μοντελοποίηση των συγκεκριμένων διεπιφανειών επαφής περιγράφεται σε σχετική ενότητα στη συνέχεια).

Κατά τη διάρκεια της πειραματικής διαδικασίας (Κεφ. 2) [5, 6] παρατηρήθηκε ότι, κατά την αξονική θλιπτική καταπόνηση του διαστρωματικού κελύφους, εκείνο εκκίνησε να καταρρέει από το ένα εκ των δύο μετώπων που ήταν σε επαφή με τις κεφαλές της πρέσας. Η θραύση και η σύνθλιψη του υλικού επεκτείνονταν βαθμιαία - προϊούσης της αξονικής θλιπτικής καταπόνησης - προς το άλλο άκρο του κελύφους, διαμορφώνοντας με τα τρεχόντως συμπιεσμένα και θρυμματισμένα τμήματα της κατασκευής μία διαρκώς κινούμενη και συνεχώς ανανεούμενη περιμετρική ζώνη υλικού, το λεγόμενο “μέτωπο κατάρρευσης” (crash-front). Το μέτωπο κατάρρευσης δρα ως μηχανισμός πρόκλησης (trigger mechanism) και εξέλιξης - στα αλώβητα ακόμα τμήματα του δοκιμίου - της κατάρρευσης, και είναι εξαιρετικής σημασίας, καθώς ο σχηματισμός του έχει ως αποτέλεσμα την προοδευτική και διαρκή

κατάρρευση του κελύφους, με βαθμιαία διάδοση της αστοχίας στα γειτνιάζοντα, τρεχόντως ανέπαφα, τμήματά του, περιορίζοντας την ικανότητα του θρυμματισμένου υλικού να μεταβιβάσει υψηλές μηχανικές τάσεις ικανές να προκαλέσουν αστοχία μακριά από το μέτωπο κατάρρευσης. Ειδικότερα, η έναρξη και η προοδευτική διάδοση του μηχανισμού κατάρρευσης που περιγράφηκε παραπάνω διέπεται από την ταυτόχρονη σύνθλιψη του κεκλιμένου εσωτερικού ελάσματος ενίσχυσης (διατομή “corrugated”) ή των εγκάρσιων ενισχυτικών κοίλων κυλινδρικών ένθετων (διατομή “tubular”), που έχουν ως αποτέλεσμα τη ρήξη της σύνδεσης και το διαχωρισμό των περιφερειακών ελασμάτων περιβλημάτων της κατασκευής στη ζώνη του μετώπου κατάρρευσης.



Εικ. 5.14 Μοντελοποίηση του μετώπου πρόσκρουσης/κατάρρευσης

Προκειμένου να προσομοιωθεί το συγκεκριμένο πειραματικό εύρημα - δηλ. ο σχηματισμός του μετώπου κατάρρευσης και η ψαθυρή θραύση στο σύνθετο υλικό των ελασμάτων των περιβλημάτων και της ενίσχυσης - στην ανάλυση με τον κώδικα Ls-Dyna, ενεργοποιήθηκε ειδική παράμετρος του Μοντέλου Υλικού 55 των αντίστοιχων shell πεπερασμένων στοιχείων στο μοντέλο του κελύφους. Η ενεργοποίηση του εσωτερικού αλγόριθμου μετώπου κατάρρευσης (crash-front algorithm) (Εικ. 5.14) [39] στον κώδικα πραγματοποιήθηκε εισάγοντας μία θετική τιμή στην παράμετρο “Tfail” του μοντέλου του υλικού, που καθορίζει την ελάχιστη τιμή του χρονικού βήματος (time step) ενός πεπερασμένου στοιχείου πριν τη διαγραφή/απαλοιφή του (element deletion/elimination). Μπορεί να συνιστά, κατ’ επιλογή, είτε συγκεκριμένο μέγεθος τρέχοντος χρονικού βήματος είτε το πηλίκο του

τρέχοντος χρονικού βήματος σε σχέση με το αρχικό. Εφόσον η τιμή του χρονικού βήματος ενός πεπερασμένου στοιχείου (element time-step) εξαρτάται (και) από τις διαστάσεις του, κατά τη διάρκεια της ανάλυσης της αξονικής θλιπτικής καταπόνησης του κελύφους οι τιμές των χρονικών βημάτων των διδιάστατων πεπερασμένων στοιχείων των ελασμάτων σύνθετου υλικού γενικά μειώνονται λόγω της παραμόρφωσης/στρέβλωσης που υφίστανται [3, 9]. Όταν η τιμή μειωθεί κάτω από την ορισθείσα μέσω της παραμέτρου “Tfail” - ένδειξη της έντονης παραμόρφωσής του - το σχετικό πεπερασμένο στοιχείο διαγράφεται από τη συνέχεια της επίλυσης του μοντέλου, εφόσον δεν θεωρείται πλέον ικανό να φέρει φορτίο και να μεταβιβάσει μηχανικές τάσεις (Εικ. 5.14). Επιτρέπεται, έτσι, η απαλοιφή εκείνων των στοιχείων που η μέγιστη ενεργή παραμόρφωσή τους υπερβαίνει μια προκαθορισμένη τιμή. Στην περίπτωση των ελασμάτων/κελυφών σύνθετου (ψαθυρού) υλικού των μοντέλων της παρούσας εργασίας, προκειμένου να αποφευχθεί η όλκιμη απόκριση και η απότοκη μεγάλης κλίμακας δίπλωση των ελασμάτων αυτών, είναι αναγκαία η εξάλειψη της υπολειπόμενης αντίστασης/αντοχής των στοιχείων σε κάποιο σημείο. Καθορίζεται, ουσιαστικά, ένα όριο στην παραμόρφωση κάποιου στοιχείου, ώστε καθίσταται ικανή η αναπαραγωγή της ψαθυρής φύσης του υλικού και, ταυτόχρονα, αναχαιτίζεται η περαιτέρω μείωση του χρονικού βήματος με αποτέλεσμα την ελάττωση του υπολογιστικού χρόνου της ανάλυσης. Με τον τρόπο αυτό, συνολικά, αφενός σχηματίζονται ιστοί χωρίς πεπερασμένα στοιχεία στο μέτωπο κατάρρευσης των σύνθετων ελασμάτων (με απόσπαση τμημάτων, από μεμονωμένα στοιχεία έως ευρύτερες ομάδες στοιχείων), προσομοιώνοντας ζώνες (ψαθυρής) θραύσης, τεμαχισμό και θρυμματισμό του υλικού των κελυφών, αφετέρου απαλείφονται τα στοιχεία με μικρά μεγέθη χρονικών βημάτων, που θα καθυστερούσαν την ολοκλήρωση της επίλυσης του μοντέλου [3-4, 9, 20, 40-44].

Μετά την απαλοιφή των στοιχείων που ικανοποιούν το παραπάνω κριτήριο, τα στοιχεία που έχουν κοινούς κόμβους με τα διαγραφέντα καθίστανται το νέο/τρέχον μέτωπο κατάρρευσης των σύνθετων ελασμάτων, με τις τιμές των μέτρων ελαστικότητας και της αντοχής τους να μειώνονται τεχνητά αν δοθεί μία συγκεκριμένη τιμή στο συντελεστή εξασθένισης (softening reduction factor), “Soft” (εκ των παραμέτρων του συγκεκριμένου μοντέλου σύνθετου υλικού) [4]. Η εξασθένιση της αντοχής του υλικού των διδιάστατων πεπερασμένων στοιχείων στη ζώνη θραύσης (μέτωπο κατάρρευσης) είναι αναγκαία προκειμένου να συντηρηθεί και εξελιχθεί η χαρακτηριστική προοδευτική αστοχία κατά τη διάρκεια της αξονικής

συμπίεσης του sandwich κελύφους, που αναφέρθηκε προηγουμένως (Εικ. 5.14). Ειδικότερα, σε περίπτωση διαμόρφωσης (στο μοντέλο) “αρχικού μετώπου κατάρρευσης” με την εισαγωγή μηχανισμού πρόκλησης (triggering) παραμόρφωσης στο ένα άκρο (φόρτισης) του σύνθετου κελύφους - χρησιμοποιώντας στη συγκεκριμένη περιοχή, π.χ., ζώνες shell πεπερασμένων στοιχείων βαθμιαία μειούμενου πάχους προς την πλάκα συμπίεσης (βλ., περισσότερα για το θέμα αυτό στο Κεφάλαιο 6 -, η ενεργοποίηση της παραμέτρου “Soft” εξασφαλίζει απρόσκοπτη, ελεγχόμενη και προοδευτική διάδοση της κατάρρευσης κατά μήκος του κελύφους, κατόπιν της εκκίνησης από το διαμορφωμένο άκρο. Αν η παράμετρος “Soft” τεθεί ίση με μηδέν (άρα ανενεργή), η αιφνίδια μετάβαση της επαφής - ανάμεσα στην πλάκα συμπίεσης και τα ελάσματα σύνθετου υλικού του κελύφους στο μέτωπο κατάρρευσης - από τη διαγραφείσα σειρά στοιχείων στην αμέσως επόμενη μπορεί να οδηγήσει σε ασταθή καθολικό λυγισμό των ελασμάτων του sandwich κελύφους. Αυτό οφείλεται στην ακαριαία μεταβίβαση του τοπικού μέγιστου φορτίου - κατά τη διαγραφή των στοιχείων - από το ενεργό μέτωπο κατάρρευσης στη σειρά των στοιχείων αμέσως πριν από αυτό, η οποία αποτυπώνεται στην έντονα πριονωτή μορφή της αντίστοιχης (μη φιλτραρισμένης) καμπύλης φορτίου-μετατόπισης. Προκειμένου να καταστεί ενεργή η παράμετρος “Soft”, πρέπει η τιμή της να τεθεί εντός του διαστήματος [0, 1], όπου η τιμή Soft=1 δηλώνει ότι τα στοιχεία στο μέτωπο κατάρρευσης διατηρούν την αρχική τους αντοχή και δε λαμβάνει χώρα εξασθένησή της, ενώ για τιμές κοντά στο μηδέν η αντοχή τους περιορίζεται σχεδόν ολοκληρωτικά. Στα μοντέλα της παρούσας εργασίας τέθηκε Soft=0.8. Ουσιαστικά, σε φυσικό επίπεδο, μέσω της παραμέτρου Soft υποδηλώνεται μια βεβλαμμένη (με διαστρωματική αποκόλληση και ρωγμές) ζώνη σύνθετου υλικού - μειωμένης αντοχής σε σχέση με την αρχική - πριν το μέτωπο κατάρρευσης [41, 43-44].

Συμπερασματικά, οι παράγοντες “Tfail”, “Soft” και “Fbrt” (παρουσιάστηκε στην Ενότητα 5.2.3) συνιστούν ευρετικές/εμπειρικές παραμέτρους (αριθμητικές επινοήσεις), που ουσιαστικά ενσωματώνουν - μεταξύ άλλων - και τις επιπτώσεις μηχανικού υποβιβασμού του σύνθετου υλικού στη ζώνη κατάρρευσης του κελύφους - λόγω της παραμόρφωσης και της προοδευτικής εξέλιξης/διάδοσης και συσσώρευσης αστοχίας και βλαβών -, οι οποίες προκλήθηκαν από μηχανισμούς που δεν συμπεριλαμβάνονται καταρχήν στους τύπους των πεπερασμένων στοιχείων και στα μοντέλα υλικών που χρησιμοποιούνται στην προσομοίωση, όπως, π.χ., η διαστρωματική αποκόλληση.

Όσον αφορά στην κατάρρευση των τριδιάστατων πεπερασμένων στοιχείων του αφρού του πυρήνα στη ζώνη θραύσης, εφαρμόστηκε η τεχνική μοντελοποίησης της αστοχίας με εξάλειψη στοιχείων (element erosion) [37, 45-53] - αντίστοιχη με την προαναφερθείσα για τα διδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία των ελασμάτων σύνθετου υλικού - για την προσομοίωση της προοδευτικής κατάρρευσης του πυρήνα αφρού λόγω σύνθλιψης και διάρρηξης (tearing) υπό αξονική συμπίεση. Χρησιμοποιείται στην πορεία της ανάλυσης για την απαλοιφή εκείνων των στοιχείων του αφρού, τα οποία δε συμβάλλουν πλέον στον καθορισμό της ολικής μηχανικής απόκρισής του και δεν παίζουν σημαντικό ρόλο στην κατοπινή φυσική συμπεριφορά του μοντέλου, όντας απαξιωμένα λόγω υψηλής παραμόρφωσης και στρέβλωσης. Οι τελευταίες έχουν ως αποτέλεσμα τη δραστική μείωση του χρονικού βήματος που απαιτείται για τον προσδιορισμό ευσταθούς επίλυσης των διεπουσών εξισώσεων, οδηγώντας την ανάλυση είτε σε πρόωρο τερματισμό λόγω αριθμητικού σφάλματος είτε σε εξαιρετικά αργή διαδικασία υπολογισμών. Υλοποιώντας την προαναφερθείσα προσέγγιση αναμένεται απόσπαση παρακείμενων προς τα διαγραφέντα πεπερασμένων στοιχείων με αποτέλεσμα την προσομοίωση της δημιουργίας νεοσυσταθέντων θραυσμάτων αφρού. Το Μοντέλο Υλικού 63 που επιλέχθηκε για την μοντελοποίηση του αφρού του πυρήνα, όπως και πολλά άλλα στη βιβλιοθήκη υλικών του Ls-Dyna, δεν προβλέπει αστοχία και απαλοιφή των πεπερασμένων στοιχείων που συνίστανται από αυτό. Προκειμένου να επιτευχθεί κάτι τέτοιο, ενεργοποιήθηκε η πρόσθετη επιλογή “Mat_Add_Erosion” που παρέχει τη δυνατότητα καθορισμού και ενσωμάτωσης κριτηρίου αστοχίας/απαλοιφής πεπερασμένων στοιχείων [4]. Το κριτήριο αστοχίας που χρησιμοποιήθηκε στο συγκεκριμένο μοντέλο είναι κριτήριο μέγιστης παραμόρφωσης εφαρμοζόμενο στην κύρια παραμόρφωση ϵ_1 . Αστοχία και απαλοιφή τριδιάστατου πεπερασμένου στοιχείου αφρού συμβαίνει όταν η κύρια παραμόρφωση ϵ_1 υπερβαίνει μία οριακή τιμή ϵ_{\max} (στο πέρας της πεπλατυσμένης περιοχής της καμπύλης τάσης-παραμόρφωσης), όταν δηλαδή $\epsilon_1 \geq \epsilon_{\max}$ [4, 42-43, 45, 54-59].

Η (υπολογιστική) παραμόρφωση απαλοιφής, εφόσον καθορίζει πότε ένα στοιχείο θεωρείται ότι δε συμμετέχει περαιτέρω στη μηχανική του προβλήματος, πρέπει με κάποιο τρόπο να εξαρτάται από τις ιδιότητες του υλικού στο οποίο αναφέρεται. Ωστόσο, είναι δύσκολος ο συσχετισμός αυτής της παραμόρφωσης απαλοιφής με κάποια απλή μετρήσιμη παράμετρο (η παραμόρφωση απαλοιφής γενικά δεν ταυτίζεται με την παραμόρφωση θραύσης). Δεν είναι εύκολο να βρεθούν κατάλληλα

πειραματικά αποτελέσματα (ή δεδομένα ιδιοτήτων των υλικών σε συγκεκριμένες κάθε φορά συνθήκες φόρτισης) για σύγκριση με τους υπολογισμούς του Ls-Dyna, προκειμένου να αξιολογηθεί ο αλγόριθμος απαλοιφής πεπερασμένων στοιχείων. Άλλωστε, διαφορές στα αποτελέσματα θα μπορούσαν να οφείλονται στη χρήση ακατάλληλων τιμών ιδιοτήτων υλικού, καθώς επίσης και σε σύμφυτες ανακρίβειες του αλγόριθμου απαλοιφής [60].

Με τη διαγραφή των σχετικών πεπερασμένων στοιχείων προσομοιώνεται η θραύση και ο θρυμματισμός του αφρού του πυρήνα, που λαμβάνουν χώρα στις περιοχές υψηλής συμπίεσης και λυγισμού του υλικού κατά τη διάρκεια της φόρτισης. Η παραπάνω προσέγγιση μοντελοποίησης για την αστοχία του αφρού του πυρήνα σε συνθήκες θλιπτικής φόρτισης βασίζεται στην ίδια αρχή με εκείνη της απαλοιφής shell πεπερασμένων στοιχείων, που χρησιμοποιήθηκε για την προσομοίωση του τρόπου αστοχίας λόγω ψαθυρής θραύσης των ελασμάτων σύνθετου υλικού.

Κατά την απαλοιφή/διαγραφή shell ή/και solid στοιχείων βάσει σχετικών κριτηρίων, οι κόμβοι των στοιχείων που απαλείφονται μπορούν είτε να διατηρηθούν στους υπολογισμούς, όντας ενεργοί σε ενδεχόμενη αλληλεπίδραση επαφής, είτε να διαγραφούν από αυτούς (default επιλογή στον κώδικα), με βάση την παράμετρο “Enmass” στην κάρτα ελέγχου “Control_Contact” [4]. Γενικά, η απάλειψη των κόμβων των διαγραφέντων στοιχείων διατηρεί την ανάλυση περισσότερο ευσταθή. Εν τούτοις, σε προβλήματα που η απαλοιφή στοιχείων είναι ιδιαίτερα εκτεταμένη η μεγάλη απώλεια μάζας - των διαγραφέντων κόμβων - μπορεί να επηρεάσει την ακρίβεια των αποτελεσμάτων (διαταραχή ενεργειακού ισοζυγίου) [20, 61-63].

5.2.5 Μοντελοποίηση διεπιφανειών αλληλεπίδρασης επαφής

Πέραν της γεωμετρίας, της δημιουργίας πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων και της επιλογής των ιδιοτήτων πεπερασμένων στοιχείων και υλικών, ιδιαίτερα σημαντικό και εκτεταμένο μέρος της μοντελοποίησης συνιστούν ο προσδιορισμός και ο έλεγχος των διεπιφανειών επαφής (contact interfaces) μεταξύ των αλληλεπιδρώντων επιμέρους τμημάτων του μοντέλου και εντός των ίδιων (self-contact), καθώς και η διαχείριση της επαφής πριν και μετά την ενδεχόμενη αστοχία των υλικών των αντίστοιχων τμημάτων προϊούσης της παραμόρφωσης (βλ., Κεφ. 3.5 και 4).

Η αριθμητική ανάλυση και επεξεργασία της πρόσκρουσης και της ολίσθησης κατά μήκος των αντίστοιχων διεπιφανειών επαφής ήταν πάντα πολύ σημαντική για τη

“φυσική” απόδοση - κατά την προσομοίωση - της εξ επαφής μηχανικής αλληλεπίδρασης μεταξύ των επιμέρους τμημάτων ενός μοντέλου, δηλ. τη διατήρηση των γεωμετρικών ορίων του υλικού τους χωρίς διείσδυση του πλέγματος των πεπερασμένων στοιχείων του ενός στο άλλο (interpenetration). Επιπλέον, πρέπει να δίδεται ιδιαίτερη προσοχή σε ειδικές περιπτώσεις, όπως οι συγκεκριμένες που περιγράφονται εδώ, όπου αναμένεται να προκύψει επαφή μεταξύ περιοχών του ίδιου - ιδιαίτερος κεκαμμένου - επιμέρους τμήματος του μοντέλου (self-contact) και/ή εμφάνιση νέων ορίων υλικού λόγω της εφαρμοσθείσας τεχνικής απαλοιφής/διαγραφής πεπερασμένων στοιχείων που αναφέρθηκε στην προηγούμενη ενότητα. Οι τύποι των διεπιφανειών επαφής που απαιτήθηκαν για την αριθμητική ανάλυση κάθε δυνατής εξ επαφής αλληλεπίδρασης μεταξύ όλων των επιμέρους τμημάτων του μοντέλου προσδιορίζονται στη συνέχεια.

Πέντε συνολικά διαφορετικοί τύποι διεπιφανειών επαφής χρησιμοποιήθηκαν στη συγκεκριμένη προσομοίωση της αξονικής θλιπτικής καταπόνησης του τετραγωνικού διαστρωματικού κελύφους, με τις εξής κωδικοποιημένες ονομασίες κατά τον κώδικα Ls-Dyna [3-4, 7, 9, 64]:

- τύπος “Nodes_to_Surface”
- τύπος “Eroding_Single_Surface”
- τύπος “Eroding_Surface_to_Surface”
- τύπος “Tied_Surface_to_Surface_Failure”
- τύπος “Tied_Shell_Edge_to_Surface”

Οι τέσσερις πρώτοι τύποι διεπιφάνειας επαφής χρησιμοποιήθηκαν κατά την μοντελοποίηση και των δύο διατομών (“corrugated” και “tubular”) ενώ ο πέμπτος τύπος εφαρμόστηκε μόνο στην περίπτωση της “tubular” διατομής, όπως περιγράφεται στην ανάλυση που ακολουθεί.

1. Ο τύπος διεπιφάνειας επαφής “Nodes_to_Surface” ορίστηκε για την ανάλυση της επαφής μεταξύ του κελύφους ως συνόλου και καθεμίας από τις δύο απαραμόρφωτες πλάκες. Ο τύπος αυτός επιλέχθηκε μεταξύ άλλων και για τον έλεγχο πιθανής διείσδυσης στις επιφάνειες (master surface/segments) συμπίεσης των πλακών των εσωτερικών κόμβων (slave nodes) του πυρήνα αφρού του κελύφους, που αναμένεται να “αποκαλυφθούν” στην τρέχουσα (νεοδημιουργηθείσα) εξωτερική επιφάνεια του, με την εξάλειψη/διαγραφή κάποιων εκ των τριδιάστατων πεπερασμένων στοιχείων που τον συνιστούν. Απαραίτητο συστατικό επιτυχούς υλοποίησης (δηλ., να

συμπεριληφθούν οι εσωτερικοί κόμβοι) αποτελεί ο ρητός και άμεσος ορισμός (μέσω slave node set) των πιθανολογούμενων προς επαφή κόμβων κατά την προετοιμασία του μοντέλου στον Pre-Processor. Οποιοσδήποτε άλλος ορισμός (π.χ., μέσω slave part) θα θεωρούσε τους κόμβους μόνο του εξωτερικού συνόρου του αφρού του πυρήνα, με αποτέλεσμα την αστοχία στη διαχείριση της συγκεκριμένης αλληλεπίδρασης σε ενδεχόμενο σχηματισμό νέων εξωτερικών (πρώην “εσωτερικών”) επιφανειών λόγω διαγραφής στοιχείων. Ο ορισμός τμημάτων επιφάνειας (segments) του αφρού ως slave πλευρά για τη συγκεκριμένη αλληλεπίδραση - σε τύπο επαφής “Surface_to_Surface” - δεν θα εξυπηρετούσε το επιδιωκόμενο αποτέλεσμα, καθώς δεν επιτρέπεται σε αυτόν τον τύπο να συμπεριληφθούν οι εσωτερικές έδρες των solid στοιχείων του αφρού, ανεξαρτήτως του τρόπου ορισμού τους. Στα πλαίσια του ίδιου τύπου διεπιφάνειας γίνεται και η υπολογιστική επεξεργασία της επαφής και πρόσκρουσης των κόμβων, αφενός της αρχικής εξωτερικής επιφάνειας του αφρού και αφετέρου των ελασμάτων συνθέτου υλικού με τις επιφάνειες συμπίεσης των πλακών. Στην περίπτωση των διδιάστατων πεπερασμένων στοιχείων των ελασμάτων δεν τίθεται θέμα “εσωτερικών κόμβων”, καθώς όλοι οι κόμβοι είναι “εξωτερικοί” και υποψήφιοι προς επαφή με τη master πλευρά της διεπιφάνειας (ο τύπος “Nodes_to_Surface” διατυπώθηκε στις πρώτες εκδόσεις του κώδικα με στόχο τη διαχείριση της επαφής ακμών κελυφών - shell στοιχείων - και επιφάνειας). Ούτως ή άλλως, και οι κόμβοι των shell στοιχείων, ορίζονται εντός του συνολικού slave node set. Επιπλέον, η δύναμη που καταγράφεται στην έδρα συμπίεσης της κινούμενης πλάκας (master surface) αποτελεί το ζητούμενο φορτίο κατάρρευσης (compressive load) του κελύφους - στη διεύθυνση του άξονα του κελύφους - σε σχέση με τη μετατόπιση (displacement) της πλάκας.

2. Ο τύπος διεπιφάνειας επαφής “Eroding_Single_Surface” επιλέχθηκε για την εξ επαφής αλληλεπίδραση μεταξύ όλων των διδιάστατων πεπερασμένων στοιχείων όλων των ελασμάτων (περιφερειακών και εσωτερικής ενίσχυσης στην “corrugated” διατομή, περιφερειακών και σωληνωτών ένθετων στην “tubular” διατομή) πολύστρωτου σύνθετου υλικού του κελύφους, προκειμένου να προληφθεί η διείσδυση του ενός στο άλλο κατά την ενδεχόμενη επαφή τους με την αύξηση της παραμόρφωσης και την αναμενόμενη αστοχία, διάρρηξη και απαλοιφή τους. Στις επαφές τύπου “single” δεν ορίζεται master πλευρά, καθώς ο έλεγχος επαφής γίνεται εντός της ορισθείσας ως slave πλευράς, που στη συγκεκριμένη περίπτωση περιλαμβάνει όλα τα προαναφερθέντα επιμέρους τμήματα του μοντέλου (part

definition). Καθώς στην επαφή μεταξύ shell στοιχείων δεν υφίσταται - όπως προαναφέρθηκε - θέμα “εσωτερικών” επιφανειών ή κόμβων, η ανάλυση της αλληλεπίδρασης που αναφέρεται στο παρόν εδάφιο θα μπορούσε να διεξαχθεί εξίσου αποτελεσματικά και με τους τύπους διεπιφάνειας επαφής “Single_Surface” ή “Automatic_Single_Surface” (βλ., Κεφ. 4 και 6) [3-4, 7, 9, 64].

3. Ο τύπος διεπιφάνειας “Eroding_Single_Surface” χρησιμοποιήθηκε επίσης για την υπολογιστική διαχείριση της ενδεχόμενης εξ επαφής αλληλεπίδρασης των μεμονωμένων τμημάτων του αφρού του πυρήνα (καθώς και μεταξύ επιμέρους περιοχών του καθενός από αυτά). Αυτός ο τύπος διεπιφάνειας μπορεί να ελέγξει την επαφή καταρχάς ανάμεσα στις εξωτερικές επιφάνειες των ανεξάρτητων τμημάτων του αφρού, που δεν εφάπτονται πριν την έναρξη της παραμόρφωσης (στην “corrugated” διατομή οι γωνιακές και οι πλευρικές στήλες αφρού που χωρίζονται μεταξύ τους οριοθετούμενες από τα περιφερειακά και τα ενισχυτικά ελάσματα σύνθετου υλικού, και στην “tubular” διατομή τα τμήματα αφρού που περιβάλλουν τα κυλινδρικά ενισχυτικά ένθετα και εκείνα που περιέχονται σε αυτά). Προϊούσης της παραμόρφωσης, τα τμήματα αυτά αναμένεται να έρθουν σε επαφή μεταξύ τους λόγω σύνθλιψης και θραύσης των κεκλιμένων “διαχωριστικών” ελασμάτων σύνθετου υλικού (“corrugated” διατομή) ή των κοίλων κυλινδρικών ένθετων (“tubular” διατομή) και της απότοκης απαλοιφής κάποιων στοιχείων τους, ή ακόμη και λόγω ενδεχόμενου λυγισμού αυτών των ίδιων ανεξάρτητων τμημάτων του αφρού. Ο όρος “eroding” χαρακτηρίζει μία πολύ σημαντική στον ορισμό της διεπιφάνειας αυτής και εξαιρετικά απαραίτητη για τις ανάγκες του μοντέλου επιπλέον δυνατότητα: η τεχνική μοντελοποίησης που εφαρμόστηκε παράλληλα - και αφορά στην αστοχία και απαλοιφή στοιχείων αφρού, υπό προϋποθέσεις που αναφέρθηκαν σε προηγούμενη παράγραφο - πρόκειται να “προκαλέσει” επαφή μεταξύ εσωτερικών στοιχείων του αφρού καθιστώντας απαραίτητη την υπολογιστική επεξεργασία της. Με αυτόν τον τρόπο ελέγχεται όχι μόνο η αναμενόμενη επαφή μεταξύ των εξωτερικών επιφανειών των ανεξάρτητων τμημάτων του αφρού και μεταξύ περιοχών των εξωτερικών επιφανειών του κάθε τμήματος ξεχωριστά (η χρήση του τύπου διεπιφάνειας “single_surface” θα ήταν αρκετή σε αυτή την περίπτωση), αλλά κυρίως εκείνη μεταξύ των (αρχικά) εσωτερικών κόμβων και επιφανειών των τριδιάστατων πεπερασμένων στοιχείων του αφρού (είτε των ανεξάρτητων τμημάτων του, είτε εντός του καθενός ξεχωριστά). Αυτού του τύπου η επαφή λαμβάνει χώρα καθώς κλιμακώνεται η παραμόρφωση του κελύφους, που έχει ως αποτέλεσμα την απαλοιφή

των έντονα αλλοιωμένων μορφολογικά στοιχείων, αποκαλύπτοντας τρεχόντως νέα όρια τριδιάστατων στοιχείων. Έτσι, εφαρμόζοντας τον “Eroding” τύπο των διεπιφανειών επαφής “Single_Surface” ή “Surface_to_Surface” (όπως θα αναφερθεί αμέσως παρακάτω), οι αρχικά εσωτερικές επιφάνειες των solid στοιχείων περιλαμβάνονται ως εν δυνάμει segments επαφής, όταν ανήκουν στο τρέχον σύνορο του υλικού, που προκύπτει λόγω ενεργοποίησης της απαλοιφής στοιχείων εντός του σώματος. Ως slave πλευρά - και μόνο τέτοια, λόγω single τύπου επαφής - σε κάθε sandwich υβριδική διάταξη ορίστηκε συνολικά (set part definition) ο αφρός του πυρήνα (βλ., Κεφ. 3.5.4 και 4) [4, 9, 46-47, 51-53, 64].

4. Ο τύπος διεπιφάνειας επαφής “Eroding_Surface_to_Surface” επιλέχθηκε για την εξ επαφής αλληλεπίδραση μεταξύ, από τη μια πλευρά, των περιφερειακών και των ενισχυτικών ελασμάτων (“corrugated”) ή των κυλινδρικών ένθετων (“tubular”) σύνθετου υλικού, και από την άλλη πλευρά, του αφρού του πυρήνα. Επιτελεί την ίδια λειτουργία με τον προαναφερθέντα τύπο “Eroding_Single_Surface”, καθώς ελέγχει την επαφή ανάμεσα σε όλα συνολικά τα διδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία του σύνθετου υλικού (master surface, set part definition) και στα ευρισκόμενα (στο τρέχον σύνορο του αφρού) segment των solid στοιχείων του πυρήνα (slave surface, set part definition), για κάθε sandwich υβριδική δομή. Εξαιρετικής σπουδαιότητας στοιχείο - για την αποτελεσματική διαχείριση της συγκεκριμένης επαφής - αποτέλεσε η ενεργοποίηση της παραμέτρου “Soft=2” στην “Optional Card A” (βλ., Κεφ. 3.5.3-3.5.4 και 4.4.4-4.4.6) [4, 9, 64], κυρίως λόγω της μεγάλης διαφοράς στις ελαστικές σταθερές που παρουσιάζουν τα αλληλεπιδρώντα τμήματα (αφρός έναντι σύνθετου υλικού) του μοντέλου, η οποία οδηγούσε - χωρίς τη χρήση της συγκεκριμένης παραμέτρου - επίμονα σε σοβαρή αλληλοδιείσδυση (interpenetration) και άρα σε αποτυχία ορθής ανάλυσης της επαφής. Στα πλαίσια της παραμέτρου “Soft=2” (προαπαιτούμενη για τα ακόλουθα), μπορεί επιπλέον να ενεργοποιηθεί η παράμετρος “Edge” (προηγούμενες εκδόσεις του κώδικα) ή η παράμετρος “Sbopt=1 - αντίστοιχη της “Edge” - ή Depth=5 (πρόσφατες εκδόσεις του κώδικα), για τον έλεγχο επαφής/διείσδυσης μεταξύ ακμών πεπερασμένων στοιχείων. Σε συνθήκες εκτεταμένης επαφής με μεγάλες παραμορφώσεις, όπως οι υφιστάμενες στα συγκεκριμένα μοντέλα, η αλληλεπίδραση ακμών στοιχείων είναι ενδεχόμενη και η δυνατότητα διαχείρισής της αναγκαία. Για τον ίδιο λόγο, ο έλεγχος της επαφής μεταξύ ακμών διενεργήθηκε (με την ενεργοποίηση των ίδιων παραμέτρων) και στη

διαχείριση της επαφής των περιπτώσεων 2 και 3 προηγουμένως (βλ., Κεφ. 4.4.4-4.4.6) [4, 9, 46-47, 51-53, 64].

5. Ο τύπος διεπιφάνειας επαφής “Tied_Surface_to_Surface_Failure” επιλέχθηκε για την εξ επαφής αλληλεπίδραση μεταξύ, από τη μία πλευρά (master surface, set part definition), των εξωτερικών ελασμάτων και της εσωτερικής ενίσχυσης πολύστρωτου σύνθετου υλικού - ανάλογα με τη διάταξη της εξεταζόμενης διατομής - και, από την άλλη πλευρά (slave surface, set part definition), του αφρού του πυρήνα, κατά την αρχική σχετική τους διάταξη (πριν την έναρξη της παραμόρφωσης) στην κάθε sandwich υβριδική δομή. Πρόκειται για ειδική επιλογή διεπιφάνειας, καθώς οι μεταβλητές FS και FD έχουν ρόλο τάσεων αστοχίας, δηλ. αστοχία προκύπτει όταν

$$\left[\frac{\max(0.0, \sigma_{\text{normal}})}{\text{FS}} \right]^2 + \left[\frac{\sigma_{\text{shear}}}{\text{FD}} \right]^2 - 1 > 0 \quad (5.2.4)$$

όπου σ_{normal} και σ_{shear} είναι οι ορθές (normal) και οι διατμητικές (shear) τάσεις στη διεπιφάνεια, αντίστοιχα, ενώ FS και FD είναι οι ορθές εφελκυστικές και οι διατμητικές τάσεις αστοχίας της διεπιφάνειας, αντίστοιχα (εφόσον δεν ήταν γνωστές και ο πειραματικός προσδιορισμός τους ήταν ιδιαίτερα δυσχερές, στα μοντέλα τέθηκαν αμφοτέρως με την τιμή 0.5 MPa). Ο συγκεκριμένος τύπος διεπιφάνειας αφορά σε αλληλεπιδρώσες επιφάνειες που βρίσκονται από την αρχή της ανάλυσης σε επαφή, και επιλέχθηκε προκειμένου να προσομοιωθεί η αρχική σύνδεση (tie) ανάμεσα στα σύνθετα ελάσματα και τους ενισχυτικούς κυλίνδρους - από τη μία πλευρά - και τον αφρό του πυρήνα - από την άλλη -, ενώ παραμένει ενεργή μέχρι να προκύψει λύση της σύνδεσης με βάση το προαναφερθέν κριτήριο που συνοδεύει την εφαρμογή της (βλ., Κεφ. 4.3) [3-4, 7, 9, 41, 64-66]. Κατά τη διάρκεια της διαδικασίας παραμόρφωσης, μετά τη ρήξη της σύνδεσης (tie-failure) για κάποια αρχικά δεσμευμένα τμήματα επιφάνειας, που πλέον αποδεσμεύονται, ο τρέχων τύπος διεπιφάνειας απενεργοποιείται, και η περαιτέρω επαφή των δύο πλευρών της ελέγχεται από την προαναφερθείσα διεπιφάνεια “Eroding_Surface_to_Surface” (περίπτωση αλληλεπίδρασης επαφής 4).

6. Ο τύπος διεπιφάνειας επαφής “Tied_Shell_Edge_to_Surface” (βλ., Κεφ. 4.3) [3-4, 7, 9, 64] χρησιμοποιήθηκε για την προσομοίωση της σύνδεσης μεταξύ των κυκλικών ακμών των άκρων των σωληνωτών ενισχυτικών ένθετων και του εσωτερικού και εξωτερικού ελάσματος, αντίστοιχα, κατά την αρχική απαραμόρφωτη διάταξη της “tubular” διατομής. Η σύνδεση θεωρήθηκε τέλεια, ενώ η εξασθένιση ή η ολική ρήξη

της, που λαμβάνουν χώρα καθώς κλιμακώνεται η παραμόρφωση του κελύφους και προωθείται το μέτωπο κατάρρευσης, προσομοιώθηκε με την τοπικά περιορισμένη απαλοιφή των πεπερασμένων στοιχείων των ενισχυτικών σωληνίσκων, όπως περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 5.2.4 προηγουμένως.

Στη συνέχεια, γίνεται μία καταρχάς παρουσίαση της δυνατότητας ρητής μοντελοποίησης της (διαστρωματικής) αποκόλλησης μεταξύ διαδοχικών στρώσεων σύνθετου υλικού (delamination) (δηλ., της προσομοίωσης/απεικόνισης ενδεχόμενου διαχωρισμού τους), σε έναν κώδικα πεπερασμένων στοιχείων, και συγκεκριμένα στο Ls-Dyna, μέσω κατάλληλων διεπιφανειών αλληλεπίδρασης. Εξάλλου, μία καταρχήν διερεύνηση της δυνατότητας (έμμεσης) μοντελοποίησης αυτού του μηχανισμού αστοχίας, μέσω μόνης στρώσης πεπερασμένων στοιχείων για ολόκληρο το πάχος κελύφους πολύστρωτου σύνθετου υλικού, σε σχέση με τους διαθέσιμους στον κώδικα Ls-Dyna τύπους πεπερασμένων στοιχείων, παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 3.6. Η μοντελοποίηση της διαστρωματικής αποκόλλησης μπορεί να προσεγγιστεί περαιτέρω, μέσω της χρήσης πολλαπλών επάλληλων στρώσεων shell ή solid πεπερασμένων στοιχείων (είτε με μία στρώση στοιχείων ανά κάποιο αριθμό επιμέρους διαδοχικών στρώσεων υλικού, είτε με μία στρώση στοιχείων ανά μεμονωμένη στρώση υλικού), σε συνδυασμό με την εισαγωγή μιας διεπιφάνειας επαφής - αρχικής σύνδεσης και εν συνεχεία ενδεχόμενης αποσύνδεσης (αστοχίας/αποκόλλησης) - μεταξύ των διαδοχικών στρώσεων, του τύπου “Contact_Automatic_One_Way_Surface_To_Surface_Tiebreak” ή “Contact_Automatic_Surface_To_Surface_Tiebreak”, ενεργοποιώντας ταυτόχρονα τις ενσωματωμένες σε αυτήν (ή ευρύτερα στον κώδικα) κατάλληλες επιμέρους επιλογές/δυνατότητες κατά περίπτωση [4]. Αυτού του τύπου οι νεότερες αριθμητικές διεπιφάνειες επαφής, λόγω της περιεχόμενης σε αυτές πρόσθετης δυνατότητας μοντελοποίησης της προοδευτικής εξασθένησης της σύνδεσης μετά την έναρξη αστοχίας της έως την ολική ρήξη της, προσομοιώνουν πιο ρεαλιστικά τη μηχανική συμπεριφορά της διαστρωματικής αποκόλλησης σε σχέση με τις παλαιότερου τύπου απλές - χωρίς περαιτέρω ανάλυση της διάδοχης μετά την αρχική αστοχία απόκρισης - διεπιφάνειες σύνδεσης-αποσύνδεσης (“Tied_With_Failure” ή “Tiebreak”). Οι τελευταίες προκαλούν μια λιγότερο φυσική (απότομη/ταλαντωτική) αλυσιδωτή αστοχία (“unzipping”), η οποία μπορεί να μετριαστεί με την ταυτόχρονη εισαγωγή απόσβεσης στις αλληλεπιδρώσεις μάζες ή στη δυσκαμψία της διεπιφάνειας επαφής τους. Περισσότερα στοιχεία για τη μοντελοποίηση της διαστρωματικής

αποκόλλησης, καθώς και εφαρμογές (μοντέλα) της παραπάνω προσέγγισης, παρουσιάζονται εκτεταμένα και αναλυτικά στο σχετικό κεφάλαιο (Κεφ. 6), στη συνέχεια του κειμένου της διατριβής.

5.2.6 Συνοριακές συνθήκες

Η κινούμενη (άνω) πλάκα συμπίεσης μοντελοποιήθηκε ως απαραμόρφωτο σώμα με πέντε περιορισμούς κίνησης. Δεσμεύτηκαν οι μετατοπίσεις στο κάθετο επίπεδο ως προς τον κατακόρυφο άξονα του κελύφους (και του μοντέλου γενικότερα) καθώς και οι περιστροφές ως προς όλους τους άξονες του μοντέλου. Συνεπώς, επιδέχεται μετατόπιση μόνο κατά τον κεντρικό άξονα του κελύφους (κατακόρυφο άξονα του μοντέλου) με κατεύθυνση προφανώς προς τα κάτω (προς το κέλυφος). Στην σταθερή (κάτω), επίσης άκαμπτη, πλάκα συμπίεσης, προφανώς, δεσμεύτηκαν όλοι οι (έξι) βαθμοί ελευθερίας (μετατοπίσεις και περιστροφές και στις τρεις διευθύνσεις).

Η ταχύτητα κίνησης της κινούμενης (άνω) πλάκας συμπίεσης στα μοντέλα δόθηκε καταρχήν σταθερή και υψηλότερη από την αντίστοιχη της πειραματικής διαδικασίας. Επιλέχθηκε έτσι (υψηλή) ως συνέπεια της επιλογής της explicit μεθόδου χρονικής ολοκλήρωσης (βλ., Κεφ. 3.3) για την αριθμητική ανάλυση του συγκεκριμένου μοντέλου, προκειμένου να αποφευχθεί εξαιρετικά μεγάλη ποσότητα υπολογισμών με ανεπιθύμητα μακρά διάρκεια (κυρίως λόγω του μεγέθους, της πολυπλοκότητας και της πυκνότητας πλέγματος του μοντέλου).

Εφόσον η πειραματική διαδικασία πραγματοποιήθηκε με μικρή (σταθερή) ταχύτητα μετατόπισης του εμβόλου της πρέσας, μπορεί να θεωρηθεί ως οιονεί στατική (quasi-static) διαδικασία καταπόνησης των εξεταζόμενων κατασκευών. Η explicit δυναμική μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων (βλ., Κεφ. 3.3) παρουσιάζει πολλά πλεονεκτήματα στην ανάλυση έντονων μη-γραμμικοτήτων όπως μη-γραμμικά υλικά, μεγάλες παραμορφώσεις, αλληλεπιδράσεις επαφής. Σε μια explicit μέθοδο το χρονικό βήμα περιορίζεται (σε πολύ μικρά μεγέθη) από τη συνθήκη ευστάθειας (η μέθοδος είναι μόνο υπό όρους ευσταθής) [12, 67], οπότε όλες οι λύσεις είναι ουσιαστικά δυναμικές. Επειδή οι αλγόριθμοι επαφής που χρησιμοποιούνται στην explicit μέθοδο είναι πιο άμεσοι και αποτελεσματικοί από τους αντίστοιχους της implicit (πεπλεγμένη μέθοδος χρονικής ολοκλήρωσης), η explicit μέθοδος είναι πιο ελκυστική για την προσομοίωση πολύπλοκων μοντέλων κατάρρευσης κατασκευών,

τα οποία διέπονται από εκτεταμένες και σύνθετου τύπου αλληλεπιδράσεις επαφής μεταξύ των επιμέρους τμημάτων τους [12, 68-69].

Η explicit μέθοδος επίλυσης αρχικά αναπτύχθηκε για τη μοντελοποίηση περιπτώσεων υψηλής ταχύτητας πρόσκρουσης, κατά τις οποίες η αδράνεια κατέχει διέποντα ρόλο στο εξεταζόμενο φαινόμενο. Σε μια οιονεί-στατική ανάλυση οι ταχύτητες είναι πολύ μικρές για την αριθμητική προσομοίωση με τη συγκεκριμένη μέθοδο λόγω της υπό όρους ευστάθειάς της. Επομένως, για την επίλυση οιονεί-στατικών προβλημάτων σε πραγματικό χρόνο απαιτείται τεράστια ποσότητα υπολογιστικού χρόνου εξαιτίας του μικρού χρονικού βήματος που διέπει μια explicit μέθοδο ανάλυσης. Συνεπώς, επιβάλλεται να μετατραπεί το πραγματικό πρόβλημα σε ένα άλλο με διαφορετική χρονική κλίμακα προκειμένου να εξοικονομηθεί υπολογιστικός χρόνος. Ο σκοπός είναι η μοντελοποίηση του εξεταζόμενου φαινομένου στο μικρότερο χρονικό διάστημα διεξαγωγής του, για το οποίο οι δυνάμεις αδράνειας παραμένουν ασήμαντες [70]. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί καταρχήν είτε με τεχνικές κλιμάκωσης του χρόνου (load factoring) (δηλ., μείωση της χρονικής διάρκειας του φαινομένου με αντίστοιχη αύξηση της ταχύτητας διεξαγωγής του) είτε με τεχνικές κλιμάκωσης της μάζας (mass scaling) (δηλ., αύξηση της πυκνότητας μάζας που οδηγεί σε αύξηση του χρονικού βήματος) [71, 72]. Το τελευταίο προκύπτει από το γεγονός ότι το άθροισμα των διαδοχικών χρονικών βημάτων της ανάλυσης συνιστά τη συνολική χρονική διάρκεια του εξεταζόμενου (πραγματικού) φαινομένου. Όσον αφορά στη χρονική διάρκεια της ανάλυσης του εξεταζόμενου φαινομένου, αυτή ισούται με το άθροισμα των χρονικών διαστημάτων που απαιτούνται για την ανάλυση των αντίστοιχων επιμέρους χρονικών βημάτων της ανάλυσης, οπότε η διάρκειά της μπορεί να ελαττωθεί μειώνοντας τον απαιτούμενο αριθμό των χρονικών βημάτων μέσω των προαναφερθέντων τρόπων. Κύριο παράγοντα βέβαια της υπολογιστικής διάρκειας της ανάλυσης, σε συνδυασμό με τα παραπάνω, αποτελεί η διαθέσιμη υπολογιστική ισχύς, που καθορίζει την ταχύτητα επεξεργασίας του εκάστοτε χρονικού βήματος της ανάλυσης. Αν χρησιμοποιηθεί μεγάλος συντελεστής κλιμάκωσης με αυτές τις μεθόδους, αυξάνονται τα δυναμικά επακόλουθα, με κίνδυνο εμφάνισης μη αντιπροσωπευτικών αποτελεσμάτων. Γενικά, είναι δύσκολο να καθοριστεί το ύψος της κλιμάκωσης ώστε να μειωθεί ο υπολογιστικός χρόνος και ταυτόχρονα να διατηρηθεί η επιθυμητή ακρίβεια [69]. Εν τούτοις, μέσω της αξιολόγησης κάποιων παραμέτρων των αποτελεσμάτων είναι δυνατή η αποτίμησή τους. Από τη στιγμή που απαιτείται η εξασφάλιση οιονεί-

στατικής επίλυσης από την εκτελούμενη δυναμική ανάλυση, πρέπει να ελεγχθεί εάν οι χειρόμενες δυνάμεις αδράνειας και απόσβεσης (εξαρτώνται από την ταχύτητα καταπόνησης η οποία θα πρέπει να αυξηθεί - στην περίπτωση επιλογής της χρονικής συντόμευσης του εξεταζόμενου φαινομένου - για τη μείωση του υπολογιστικής διάρκειας) δεν υπερβαίνουν ένα ανεκτό επίπεδο. Ο ευκολότερος τρόπος για την επίτευξη του προαναφερθέντος ελέγχου είναι η σύγκριση μεταξύ της εσωτερικής και της κινητικής ενέργειας, που μπορεί όμως να είναι επισφαλής όσον αφορά στην επίδραση της επιτάχυνσης στη φόρτιση, διότι η κινητική ενέργεια εξαρτάται από την ταχύτητα η οποία μπορεί να είναι υψηλή ακόμα και αν δεν εμφανίζεται επιτάχυνση. Όταν στην κινούμενη πλάκα συμπίεσης εφαρμόζεται σταθερή ταχύτητα, οι επιταχύνσεις και οι δυνάμεις αδράνειας επί του φορτιζόμενου κελύφους κατά την κατάρρευσή του προκύπτουν ουσιαστικά από παράγοντες μη-γραμμικότητας μόνο [65, 73].

Εναλλακτικό τρόπο αποτελεί ο έλεγχος της στατικής ισορροπίας, της οποίας η έλλειψη οφείλεται στην επίδραση δυναμικών φαινομένων (π.χ., σε μοντέλο συμπίεσης κελύφους μεταξύ δύο άκαμπτων πλακών δεν πρέπει να αποτυπώνονται έντονες διαφορές ανάμεσα στις καμπύλες φορτίου-μετατόπισης που καταγράφονται στις επιφάνειες φόρτισης των δύο πλακών). Επίσης, μέσω επαναληπτικών δοκιμών, μπορεί να διερευνηθεί μέχρι ποια τιμή της ταχύτητας φόρτισης η προκύπτουσα καμπύλη φορτίου-μετατόπισης δεν επηρεάζεται ιδιαίτερα από αυτήν. Οι λύσεις για διαφορετικές ταχύτητες φόρτισης δεν διαφέρουν σημαντικά μεταξύ τους μέχρι κάποια οριακή τιμή. Ταχύτερη επιβολή του φορτίου οδηγεί σε ποιοτική διαφοροποίηση της παραμόρφωσης/κατάρρευσης της κατασκευής λόγω δυναμικής κυματικής διάδοσης (wave propagation). Σε αυτή την περίπτωση δεν προκύπτει μόνο υψηλότερη τιμή φορτίου αλλά καταγράφονται και μεγάλου πλάτους αιχμές σε αυτό, αποτελέσματα που υποδηλώνουν δυναμικά χαρακτηριστικά [65, 73-75].

Στα μοντέλα της διατριβής καταγράφηκε μικρή ολική κινητική ενέργεια συγκριτικά με την ολική εσωτερική ενέργεια κατά τη διάρκεια της διαδικασίας κατάρρευσης, η προκύπτουσα καμπύλη φορτίου-μετατόπισης δεν παρουσιάζει έντονα ταλαντωτική μορφή, ενώ οι καμπύλες του φορτίου στις δύο πλάκες συμπίεσης δεν εμφάνισαν σημαντικές διαφορές μεταξύ τους, με αποτέλεσμα να θεωρηθεί ότι οι αδρανειακές επιπτώσεις στα μοντέλα είναι μικρές. Άλλωστε, γενικά, ταχύτητες φόρτισης της τάξης των 10m/s ή και περισσότερο μπορούν να θεωρηθούν οιονεί-στατικές [43, 74-77], γεγονός που διευκολύνει τη σύγκριση των αποτελεσμάτων της

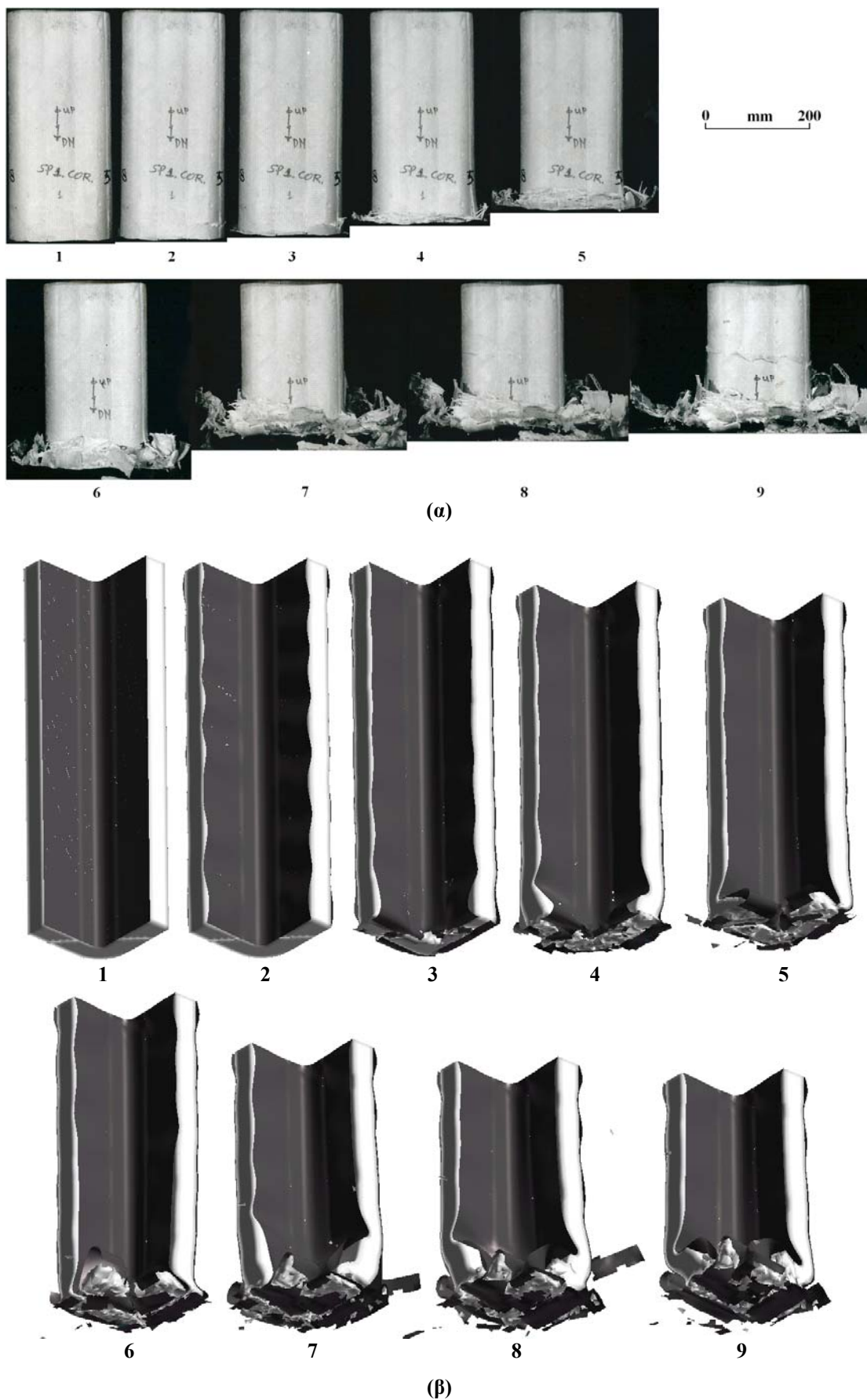
explicit ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων με τα αντίστοιχα των οιονεί-στατικών πειραματικών δοκιμών. Επιπλέον, για περισσότερο αξιόπιστη εφαρμογή του παραπάνω σκεπτικού, η ταχύτητα φόρτισης δεν τέθηκε σταθερή από την έναρξη της προσομοίωσης, αλλά ξεκίνησε από μηδενική και κλιμακώθηκε γραμμικά μέχρι τη σταθερή τιμή της μέσα σε σύντομο χρονικό διάστημα, ενώ με τον αντίστροφο τρόπο κατέληξε στο πέρας του χρόνου προσομοίωσης (τραπεζοειδής καμπύλη ταχύτητας φόρτισης). Επίσης, προς αποφυγή της επίδρασης του ρυθμού παραμόρφωσης (strain rate effect) στη συμπεριφορά του υλικού, δε συμπεριλήφθηκαν στις μηχανικές ιδιότητες των υλικών οι αντίστοιχες παράμετροι επιβολής τέτοιας απόκρισης [43].

Όσον αφορά στους συντελεστές τριβής στις διεπιφάνειες αλληλεπίδρασης επαφής, αυτοί δόθηκαν μεταξύ των τυπικών για τις συνθήκες τιμών 0.30 (στατικός συντελεστής) και 0.20 (δυναμικός συντελεστής / ολίσθησης) σε όλες τις ορισθείσες διεπιφάνειες, καθώς συγκεκριμένες πειραματικές τιμές δεν ήταν διαθέσιμες.

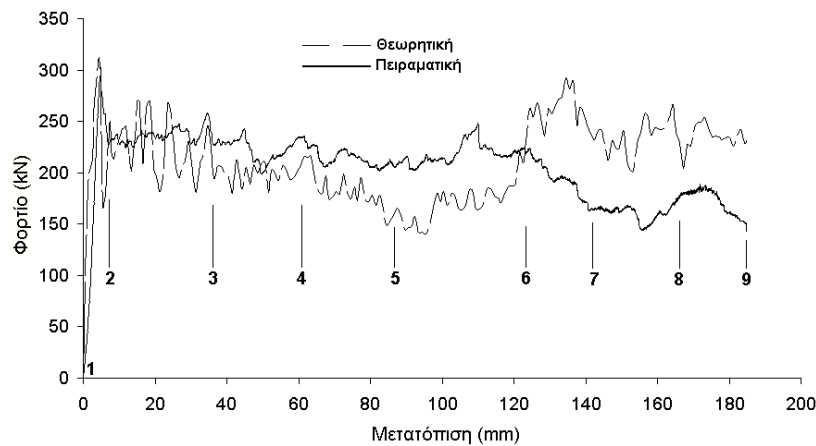
Τα αποτελέσματα της ανάλυσης με πεπερασμένα στοιχεία παρουσιάζονται στις Εικ. 5.15(β)-(γ), 5.16(β), 5.17(β)-(γ), 5.18(β) και στους Πιν. 5.4 και 5.5 σε μορφή κατάλληλα προσαρμοσμένη, ώστε να καταστούν δυνατά η σύγκριση με τα πειραματικά αποτελέσματα και ο έλεγχος αξιοπιστίας του μοντέλου που συζητούνται στην επόμενη παράγραφο. Περιλαμβάνονται σε αυτά μία σειρά εικόνων από τον post-processor του κώδικα, καμπύλες φορτίου/βράχυνσης του δοκιμίου και ταξινόμηση αποτελεσμάτων που αφορούν στα χαρακτηριστικά κατάρρευσης του δοκιμίου.

5.3 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑΣ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

Ο έλεγχος αξιοπιστίας των μοντέλων, των οποίων η δόμηση παρουσιάστηκε μέχρι τώρα, συνίσταται στην απευθείας σύγκριση με τα αποτελέσματα και τις οπτικές παρατηρήσεις της αντίστοιχης πειραματικής εργασίας που αφορούσε στην αξονική συμπίεση των ενισχυμένων εσωτερικά τετραγωνικών sandwich υβριδικών κελυφών (Κεφ. 2) [1, 2]. Η γεωμετρία και η δομή των δύο δοκιμίων καθώς και οι ιδιότητες των υλικών κατασκευής τους, που χρησιμοποιήθηκαν στα αντίστοιχα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων, ήταν οι αντίστοιχες ονομαστικές (εξιδανικευμένες) του καταρχήν σχεδιασμού. Μετά το πέρας των πειραματικών δοκιμών και την καταγραφή και αξιολόγηση των αποτελεσμάτων τους ξεκίνησε η διαδικασία των αντίστοιχων προσομοιώσεων.



Εικ. 5.15 (συνεχίζεται)



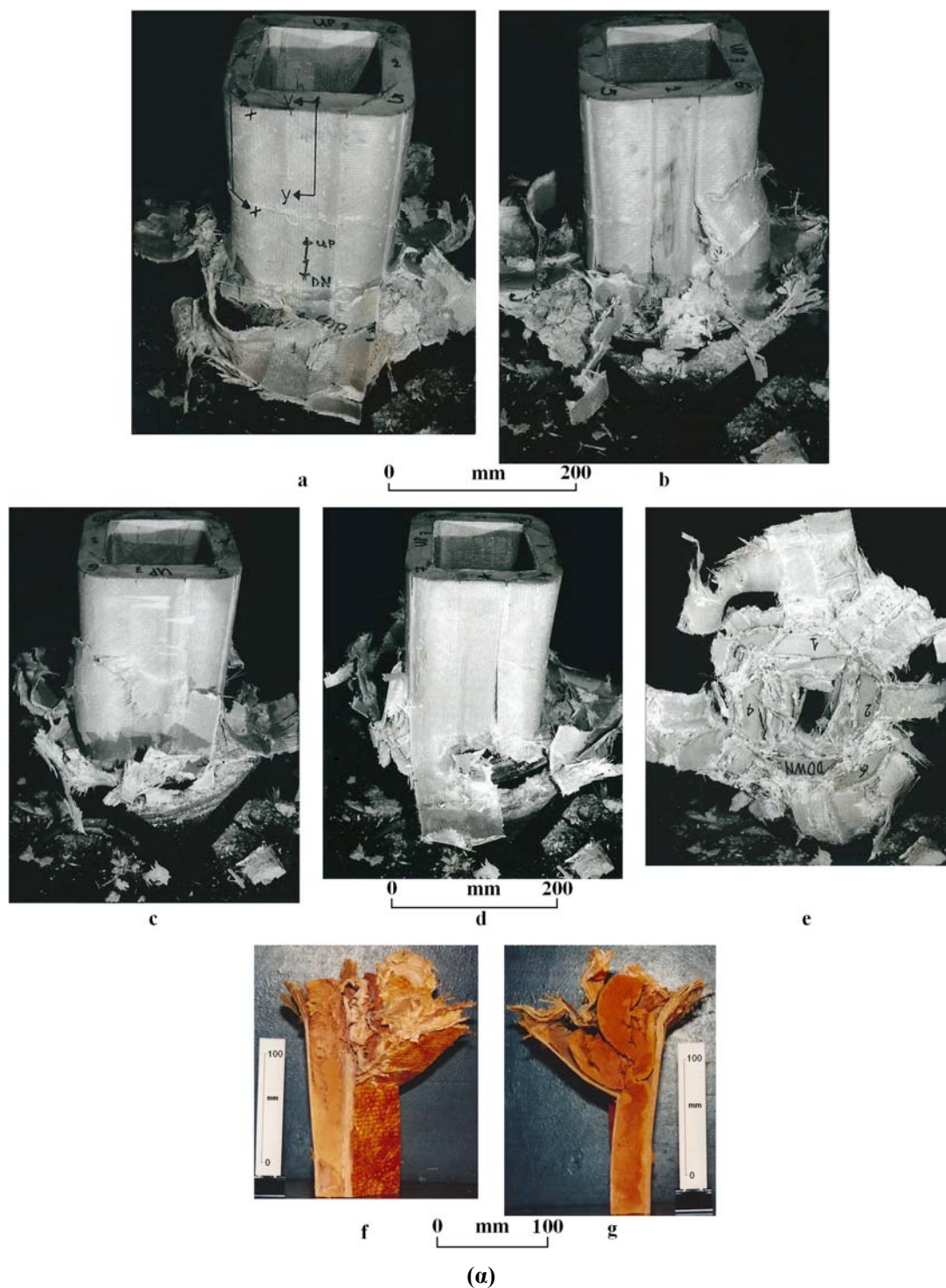
(γ)

Εικ. 5.15 Αξονική συμπίεση του “corrugated” sandwich κελύφους: (α) Στιγμιότυπα της προοδευτικής κατάρρευσης κατά την πειραματική διαδικασία, (β) αποτελέσματα προσομοίωσης (στιγμιότυπα αντίστοιχης βράχυνσης του κελύφους με τα πειραματικά), (γ) καμπύλες φορτίου/μετατόπισης πειράματος και προσομοίωσης (η αρίθμηση αναφέρεται στα αντίστοιχα στιγμιότυπα των (α) και (β))

Η σύγκριση μεταξύ των αποτελεσμάτων της αριθμητικής προσομοίωσης και της πειραματικής εργασίας έγινε με βάση:

- Οπτική εξέταση της απεικόνισης της προοδευτικής κατάρρευσης των κελυφών που προέκυψε από τον post-processor του Ls-Dyna, σε σχέση με τις φωτογραφίες που ελήφθησαν κατά τις αντίστοιχες - ως προς το βαθμό παραμόρφωσης του κελύφους (βράχυνση κελύφους ή μετατόπιση πλάκας συμπίεσης) - διαδοχικές φάσεις συμπίεσης της πειραματικής διαδικασίας. Τα δύο ζεύγη σειρών διαδοχικής απεικόνισης (ένα για την κάθε sandwich διατομή) παρουσιάζονται μαζί στις Εικ. 5.15(α)-(β) και 5.17(α)-(β), αντίστοιχα, για διευκόλυνση της σύγκρισης, ενώ ο αύξων αριθμός κάθε στιγμιότυπου της κατάρρευσης αναφέρεται στα αντίστοιχα διαγράμματα φορτίου-μετατόπισης των Εικ. 5.15(γ) και 5.17(γ). Πρέπει να σημειωθεί εδώ ότι η αρίθμηση των στιγμιότυπων/φωτογραφιών επί των αντίστοιχων τιμών μετατόπισης στα διαγράμματα φορτίου-μετατόπισης αφορά κυρίως στην πειραματική διαδικασία, καθώς δεν ήταν δυνατή η πλήρης και καθ' όλη τη διάρκεια της παραμόρφωσης χρονική (ή με βάση τη μετατόπιση) ταύτιση των στιγμιότυπων της μοντελοποίησης με τα αντίστοιχα πειραματικά, λόγω της περιοδικής - με επιλογή συγκεκριμένου χρονικού μεσοδιαστήματος - εξαγωγής τους από τον Post-Processor του κώδικα. Επίσης, τα διαδοχικά στιγμιότυπα κατάρρευσης των κελυφών των μοντέλων παρουσιάζονται ανεστραμμένα στις Εικόνες 5.15(β) και 5.17(β), δηλ., το άνω - σε επαφή με την κινούμενη πλάκα - άκρο (μέτωπο κατάρρευσης) των κελυφών απεικονίζεται στην κάτω πλευρά των επιμέρους στιγμιότυπων, για καλύτερο

συσχετισμό με τα διαδοχικά στιγμιότυπα/φωτογραφίες των αντίστοιχων πειραματικών δοκιμών (ίδιος προσανατολισμός μεταξύ τους).



Εικ. 5.16 (συνεχίζεται)

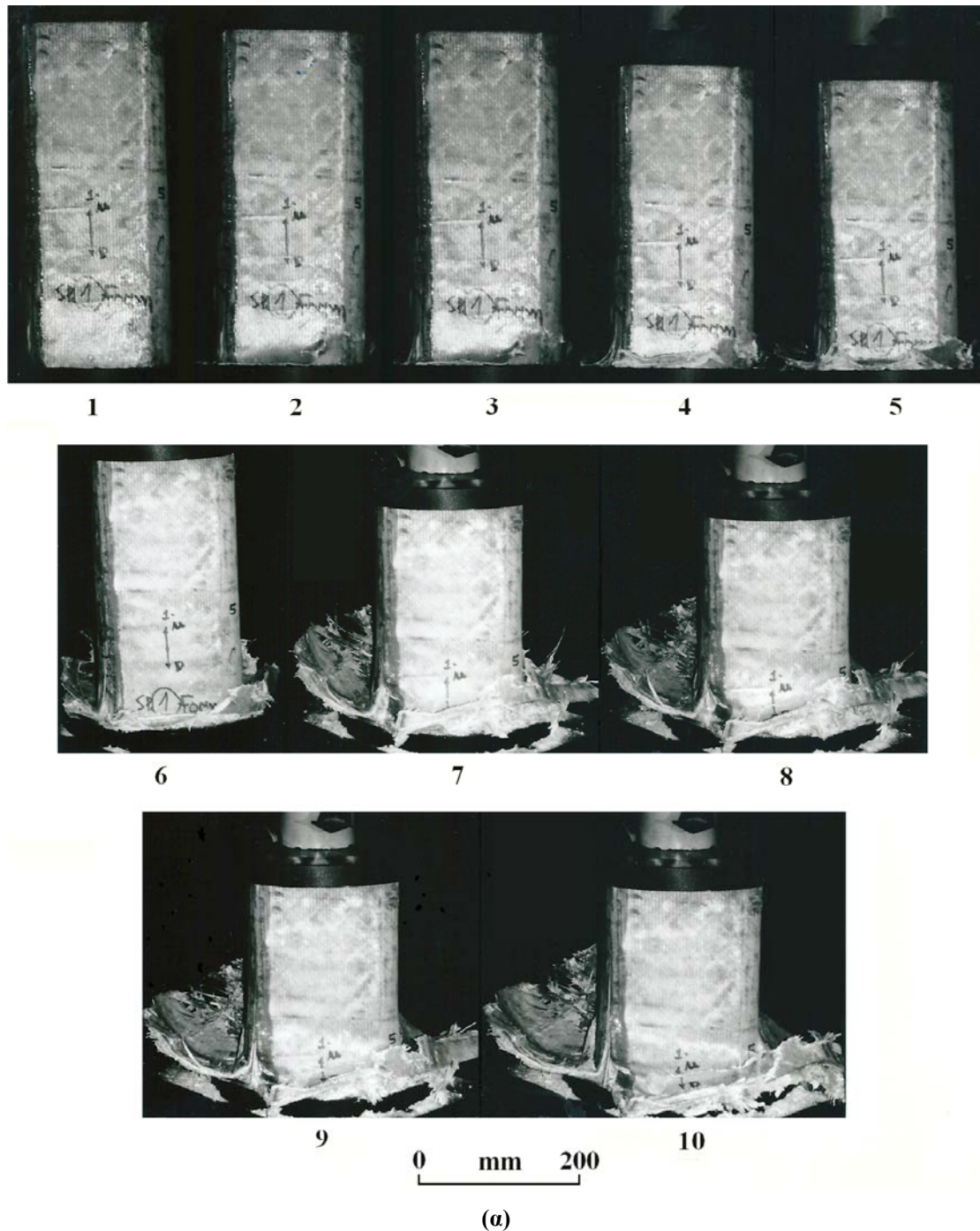


Εικ. 5.16 Τελική μορφή του “corrugated” sandwich κελύφους: α) πειραματική διαδικασία, όπου a-d: πλάγιες όψεις, e: άνοψη, f-g: τομές x-x και y-y, αντίστοιχα (βλ., α), β) προσομοίωση, όπου 1-3: εξωτερικές όψεις (περιστροφική διάταξη), 4-5: εσωτερικές όψεις (περιστροφική διάταξη)

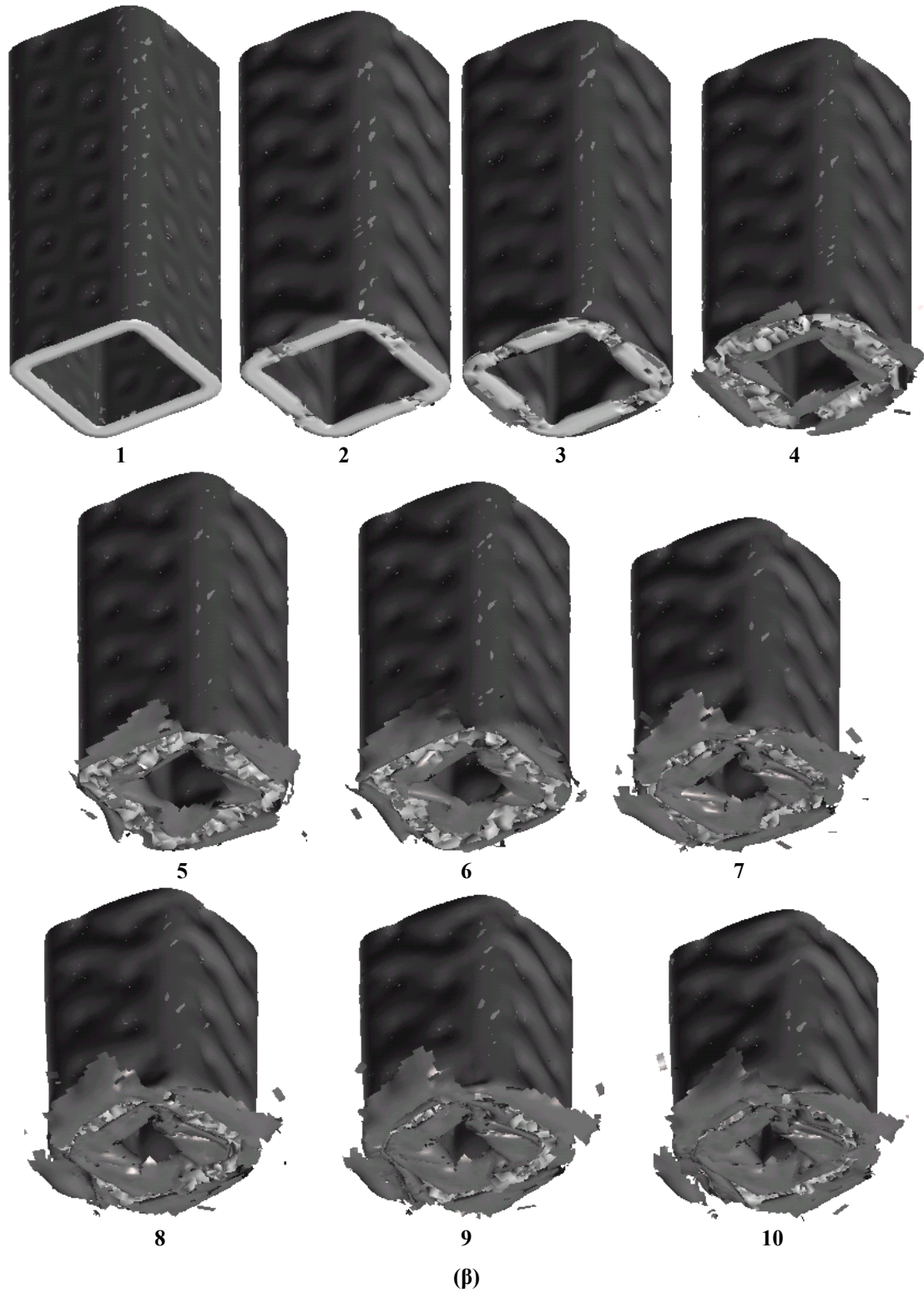
- Οπτική σύγκριση μεταξύ των χαρακτηριστικών τελικών όψεων των παραμορφωμένων δοκιμίων μετά το πέρας της πειραματικής διαδικασίας (Εικ. 5.16(α) και 5.18(α)) και των αντίστοιχων τελικών όψεων του αριθμητικών μοντέλων (Εικ. 5.16(β) και 5.18(β)).
- Πίνακα σύγκρισης των τιμών του μέγιστου (αρχικού) φορτίου (initial peak load) P_{max} , της απορροφηθείσας ενέργειας παραμόρφωσης (absorbed deformation energy) W και του μέσου φορτίου κατάρρευσης (mean crushing load) P , όπως αυτές

προέκυψαν από την πειραματική διαδικασία και την ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία, αντίστοιχα (Πιν. 5.4 και 5.5).

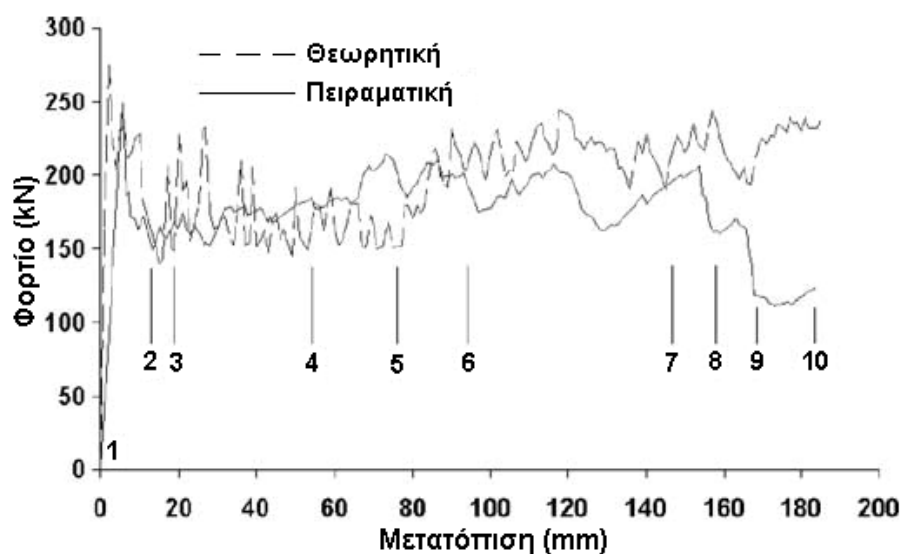
- Διαγράμματα φορτίου-μετατόπισης που περιέχουν την πειραματική καμπύλη και την αντίστοιχη της αριθμητικής προσομοίωσης (Εικ. 5.15(γ) και 5.17(γ)), καθώς και αριθμημένα τα χαρακτηριστικά σημεία που αντιστοιχούν στις περιεχόμενες στις Εικ. 5.15(α)-(β) και 5.17(α)-(β) διαδοχικές φάσεις κατάρρευσης των δοκιμίων.



Εικ. 5.17 (συνεχίζεται)



Εικ. 5.17 (συνεχίζεται)



(γ)

Εικ. 5.17 Αξονική συμπίεση του “tubular” sandwich κελύφους: (α) Στιγμιότυπα της προοδευτικής κατάρρευσης κατά την πειραματική διαδικασία, (β) αποτελέσματα προσομοίωσης (στιγμιότυπα αντίστοιχης βράχυνσης του κελύφους με τα πειραματικά), (γ) καμπύλες φορτίου/μετατόπισης πειράματος και προσομοίωσης (η αρίθμηση αναφέρεται στα αντίστοιχα στιγμιότυπα των (α) και (β))

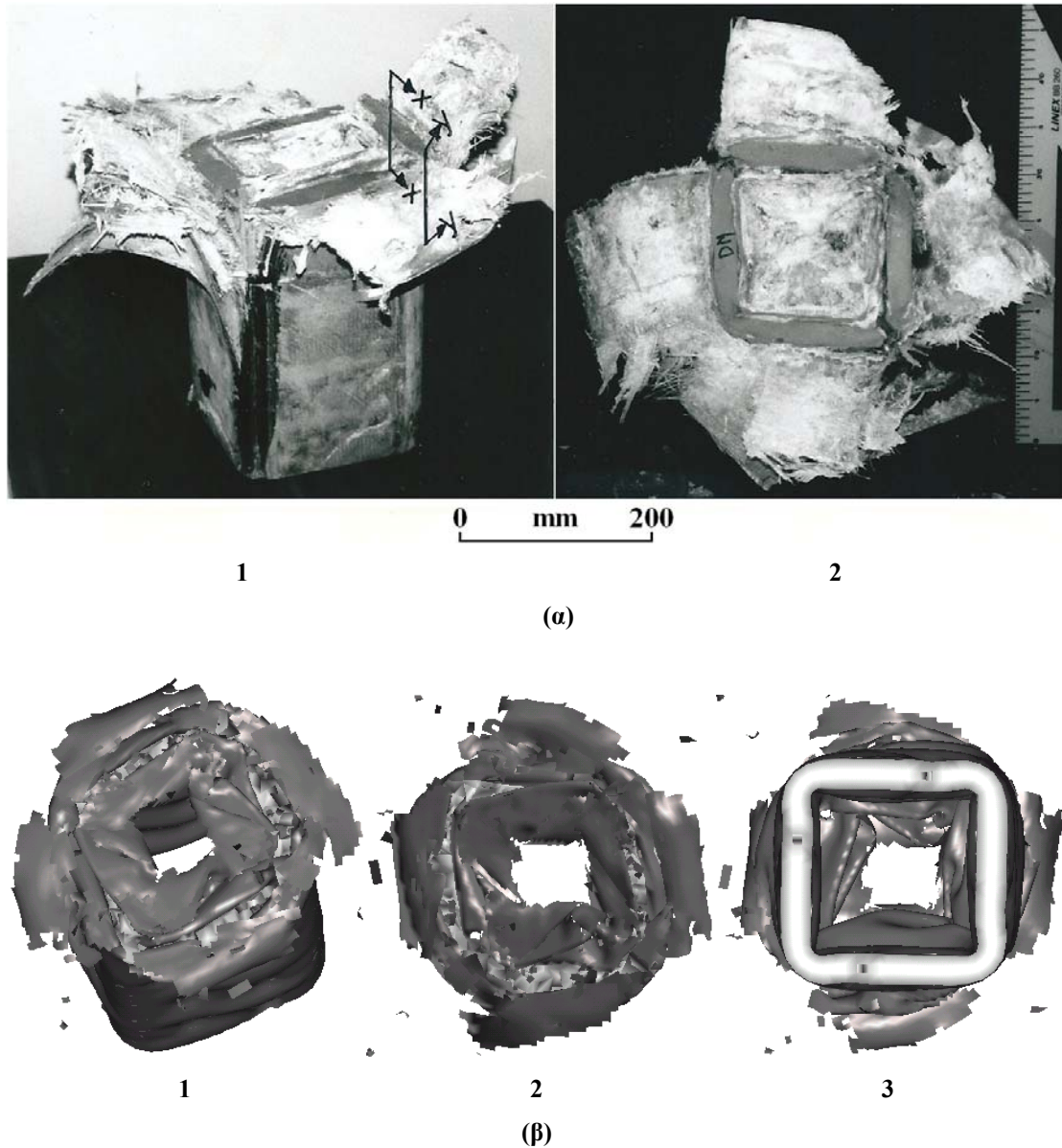
5.4 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ

Στις επόμενες παραγράφους παρουσιάζονται και σχολιάζονται λεπτομερώς τα αποτελέσματα της αριθμητικής μοντελοποίησης και η σύγκρισή τους με εκείνα της πειραματικής εργασίας, πιστοποιώντας ότι τα αναπτυχθέντα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων επιβεβαιώνονται σε ικανοποιητικό βαθμό από τα πειραματικά δεδομένα και μπορούν να εφαρμοστούν για την ορθή πρόβλεψη της συμπεριφοράς μιας υβριδικής sandwich κατασκευής ενισχυμένου πυρήνα, υποκείμενης σε μία ποικιλία διαφορετικών τρόπων φόρτισης. Άλλωστε, η αξονική συμπίεση/κατάρρευση των κατασκευών αυτών συνιστά την πιο “δυσμενή” από πλευράς μοντελοποίησης περίπτωση φόρτισης, όπως φαίνεται στα πειραματικά αποτελέσματα και αποτυπώνεται στην πολυπαραγοντική και περίπλοκη αντίστοιχη διαδικασία προσομοίωσης.

5.4.1 Τρόποι παραμόρφωσης (deformation modes)

Εξετάζοντας τις σειρές των στιγμιότυπων των πειραμάτων και τη διαδοχική απεικόνιση των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης της αξονικής θλίψης των δοκιμίων, καθώς και τις αντίστοιχες τελικές όψεις μετά την προοδευτική κατάρρευσή τους, γίνεται αντιληπτό ότι οι τρόποι παραμόρφωσης και τα χαρακτηριστικά

αστοχίας, που παρατηρήθηκαν μακροσκοπικά κατά την πειραματική διαδικασία, προσομοιώθηκαν ικανοποιητικά από τα αναπτυχθέντα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων (Εικ. 5.15(α)-(β), 5.16(α)-(β), 5.17(α)-(β) και 5.18(α)-(β)).



Εικ. 5.18 Τελική μορφή του “tubular” sandwich κελύφους: (α) Πειραματικές όψεις (1: πλάγια όψη, 2: άνοψη), (β) προσομοίωση (1: άνωθεν και πλάγια όψη, 2: άνοψη, 3: κάτωψη)

Και στις δύο περιπτώσεις διατομών (“corrugated” και “tubular”), κατά την αντίστοιχη πειραματική και FEM διαδικασία, παρατηρείται ξεκάθαρα ο χαρακτηριστικός τρόπος “κατάρρευσης άκρου” (“end-crushing”), όπου η κατάρρευση ξεκινά από το ένα άκρο του δοκιμίου και βαθμιαία διαδίδεται - ως μέτωπο κατάρρευσης (“crash-front”) - προς το άλλο (Εικ. 5.15(α)-(β) και 5.17(α)-(β)).

Στην “corrugated” διάταξη, η κατάρρευση του κελύφους εκκινά αμέσως μετά το πέρας της ελαστικής παραμόρφωσης των FRP περιφερειακών ελασμάτων και της εσωτερικής ενίσχυσης, όταν σχηματίζονται και - αυξανόμενου του βαθμού παραμόρφωσης - αναπτύσσονται κατακόρυφες ρωγμές στις γωνίες των περιφερειακών ελασμάτων και κατά μήκος των (κατακόρυφων) ορίων της ζώνης σύνδεσής τους με την εσωτερική ενίσχυση. Οι ρωγμές αυτές διαδίδονται παράλληλα προς το διαμήκη άξονα του κελύφους, αποσυνδέοντας και διαχωρίζοντας τα περιφερειακά ελάσματα σύνθετου υλικού σε δύο συνεχή φύλλα (fronds), που εκτείνονται καμπτόμενα προς το εξωτερικό και το εσωτερικό του κελύφους, αντίστοιχα, υπό μορφή “μανιταριού” (“mushrooming”) (Εικ. 5.15(α), (β)). Οι ρωγμές και ο επακολουθήσας διαχωρισμός (splitting) κατά μήκος των πολύστρωτων σύνθετων ελασμάτων δημιουργήθηκαν ως αποτέλεσμα της αστοχίας, λόγω ψαθυρής θραύσης του υλικού, που προέκυψε στις ζώνες υψηλής συγκέντρωσης μηχανικών τάσεων.

Την κατάρρευση της “tubular” διατομής διέπουν οι ίδιοι μηχανισμοί και καταγράφονται αντίστοιχα φαινόμενα, με τη διαφορά ότι τα κυλινδρικά ενισχυτικά ένθετα “υποκαθιστούν” καταρχήν την επίπεδη ελασμάτινη ενίσχυση (“corrugated” διατομή) στη συνολική συμπεριφορά του κελύφους. Επιπλέον, στην περίπτωση της “corrugated” δομής η σύνδεση της επίπεδης ενίσχυσης με τα περιβλήματα είναι καταρχήν (με βάση τον ονομαστικό σχεδιασμό) συνεχής κατά μήκος του κελύφους, ενώ στην “tubular” δομή η σύνδεση των ενισχυτικών κυλίνδρων με τα εξωτερικά ελάσματα είναι ασυνεχής (διακοπτόμενη). Μετά το πέρας της ελαστικής παραμόρφωσης της επιμέρους δομής από σύνθετο υλικό (περιφερειακά ελάσματα και ένθετοι κύλινδροι), σημαντική επίδραση στον τρόπο παραμόρφωσης της κατασκευής έχει η διαδοχική καθ’ ύψος αποσύνδεση των ένθετων σωληνίσκων κατά το ένα ή το άλλο άκρο τους από το αντίστοιχο περιφερειακό έλασμα, που λαμβάνει χώρα κατά την κατεύθυνση διάδοσης του μετώπου κατάρρευσης, σχεδόν παράλληλα κινούμενη και κατά τι προηγούμενη αυτού, “προετοιμάζοντάς” και αναγεννώντας το μηχανισμό δημιουργίας και συντήρησής του (Εικ. 5.17(α),(β)).

Στο σημείο αυτό πρέπει να υπογραμμιστεί η σημασία της διαγραφής των shell πεπερασμένων στοιχείων και - παράλληλα - της ενεργοποίησης του αλγόριθμου “crash-front” (βλ., Ενότητα 5.2.4), ως τεχνικών μοντελοποίησης, στην αποτελεσματική προσομοίωση της κατάρρευσης του ελασμάτινου ιστού από σύνθετο υλικό. Στην “corrugated” διάταξη, η πλέον εκτεταμένη διαγραφή πεπερασμένων

στοιχείων παρατηρείται στη ζώνη του μετώπου κατάρρευσης του ενισχυτικού ελάσματος λόγω της υψηλής συνδυασμένης παραμόρφωσής του εκεί, αφενός κατά τον άξονα του κελύφους - δεδομένου του περιορισμού του μεταξύ των τμημάτων αφρού που το περιβάλλει - και αφετέρου κατά τη διεύθυνση του πάχους της διατομής του κελύφους - δεδομένης της διεύρυνσης της απόστασης μεταξύ εσωτερικού και εξωτερικού περιφερειακού ελάσματος κατά την αξονική βράχυνση του κελύφους. Βέβαια, διαγραφή πεπερασμένων στοιχείων λαμβάνει χώρα - όπως αναμενόταν - στην ευρύτερη ζώνη του μετώπου κατάρρευσης εφόσον είναι το τμήμα του κελύφους που υφίσταται την υψηλότερη παραμόρφωση και εντονότερη στρέβλωση. Όσον αφορά στην “tubular” διατομή, οι προαναφερθείσες παρατηρήσεις για το ενισχυτικό έλασμα δίνουν τη θέση τους στη διαπίστωση εκτεταμένης διαγραφής στοιχείων στις ζώνες (άκρα) της σύνδεσης (επαφής) των ένθετων σωληνίσκων με τα περιφερειακά ελάσματα, όταν οι τελευταίοι αποτελούν ή πρόκειται πολύ σύντομα - στην εξέλιξη της ανάλυσης - να αποτελέσουν τμήμα του μετώπου κατάρρευσης της συνολικής κατασκευής.

Εκτός από τον τρόπο κατάρρευσης της επιμέρους δομής των ελασμάτων (περιφερειακών και εσωτερικού ενισχυτικού για την “corrugated” διατομή, περιφερειακών και κυλινδρικών ένθετων, αντίστοιχα, για την “tubular”) πολύστρωτου σύνθετου υλικού του συνολικού υβριδικού sandwich κελύφους, τα αποτελέσματα της ανάλυσης με πεπερασμένα στοιχεία συμφωνούν επιπλέον και με τα πειραματικά ευρήματα που αφορούν στην απόκριση του αφρού του πυρήνα. Τα κατά τον άξονα του κελύφους συμπιεζόμενα στοιχεία του αφρού συνθλίβονται βαθμιαία, αποκτώντας μεγαλύτερη “φαινόμενη” πυκνότητα και διαμορφώνοντας - αποκοπτόμενα από τα γειτονικά τους κατά τις προκύπτουσες ζώνες διάτμησης βάσει της προαναφερθείσας τεχνικής της απαλοιφής - ένα στερεό σφήνα ωθούμενο σε κατακόρυφη κίνηση διαμέσου των περιφερειακών ελασμάτων. Με αυτόν τον τρόπο ενεργοποιείται ένας τρόπος αστοχίας που χαρακτηρίζεται από την προοδευτική κατάρρευση του αφρώδους υλικού και συμβάλλει αποφασιστικά στη συνολικά απορροφούμενη ενέργεια παραμόρφωσης (Εικ. 5.15(α)-(β), 5.16 και 5.17(α)-(β), 5.18).

Παρατηρείται επίσης στις δύο σειρές εικόνων (πειράματος και προσομοίωσης) των δύο συστημάτων (Εικ. 5.15(α)-(β) και 5.17(α)-(β)), ότι - προϊούσης της παραμόρφωσης - εγκαθίσταται προοδευτική δημιουργία οριζόντιων κυρίως πτυχώσεων στα περιφερειακά ελάσματα (περισσότερο στα εσωτερικά, λόγω του

περιορισμένου διαθέσιμου χώρου), συνοδευόμενων από τυπική ψαθυρή θραύση του υλικού. Στη ζώνη του μετώπου κατάρρευσης, τα φύλλα του εξωτερικού περιφερειακού ελάσματος εκτείνονται ακτινικά και κάμπτονται προς το αντίθετο άκρο του κελύφους, συνεχώς διαρρηγνύμενα κατά τον άξονά του, καθώς η βράχυνσή του εξελίσσεται. Αξονική διάρρηξη - πέραν των γωνιών - δεν λαμβάνει χώρα στα φύλλα του εσωτερικού περιφερειακού ελάσματος, τα οποία επίσης κάμπτονται προς το αντίθετο άκρο του κελύφους, σε πολύ μικρότερο όμως βαθμό, λόγω του περιορισμένου διαθέσιμου χώρου στο εσωτερικό της διατομής του κελύφους. Τέλος, στα αποτελέσματα της προσομοίωσης - όπως και κατά την πειραματική διαδικασία - παρατηρείται απόσχιση θρυμματισμένων τμημάτων των σύνθετων ελασμάτων από το κυρίως σώμα του κελύφους καθώς και θρυμματισμός του αφρώδους υλικού του πυρήνα (Εικ. 5.15(β), 5.16(β), 5.17(β) και 5.18(β)). Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η ομοιότητα του τρόπου έκτασης των τεσσάρων αποσχισθέντων μεταξύ τους τμημάτων του εξωτερικού ελάσματος του “tubular” κελύφους (Εικ. 5.18(α), άνοψη και 5.18(β), άνοψη και κάτοψη). Χαρακτηριστική είναι η λοξή κλίση των ελασμάτων προς τα έξω, που προκύπτει από την ανισοϋψή κατανομή των ενισχυτικών σωλήνων στο κάθε τοίχωμα (Εικ. 5.1(γ)), από τους οποίους αποκολλώνται τα τέσσερα τμήματα του εξωτερικού σύνθετου κελύφους μετά το σχηματισμό κατακόρυφων γωνιακών ρωγμών λόγω αξονικής συμπίεσης.

5.4.2 Χαρακτηριστικά σχέσης φορτίου-μετατόπισης πλάκας συμπίεσης (βράχυνσης δοκιμίων)

Η σύγκριση μεταξύ της πειραματικής και της υπολογιστικής καμπύλης φορτίου/μετατόπισης που παρουσιάζονται σε κοινό διάγραμμα στις Εικ. 5.15(γ), #.16(γ), καθώς και εκείνη ανάμεσα στα κύρια χαρακτηριστικά κατάρρευσης που συνοψίζονται στους Πιν. 5.4 και 5.5, πιστοποιούν ότι υπάρχει ικανοποιητική προσέγγιση των πειραματικών αποτελεσμάτων από τα αναπτυχθέντα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων.

Διερμηνεύοντας τη μορφή των καμπυλών φορτίου-μετατόπισης, σημειώνεται ότι το πρώτο τμήμα και των δύο καμπυλών αντιστοιχεί στη φάση της αρχικής ελαστικής παραμόρφωσης, κατά τη διάρκεια της οποίας το φορτίο αυξάνεται απότομα με σταθερό ρυθμό έως μια μέγιστη τιμή P_{max} . Η μετα-λυγιστική (post-buckling) περιοχή διαδέχεται το αρχικό γραμμικό τμήμα, παρουσιάζοντας έντονες διακυμάνσεις φορτίου γύρω από μια σχετικά υψηλή μέση τιμή, χαρακτηριστικό που δείχνει ότι το

τετραγωνικό υβριδικό sandwich κελύφος είναι ικανό να απορροφήσει υψηλό ποσό ενέργειας παραμόρφωσης καθώς καταρρέει προοδευτικά με ένα σχετικά σταθερό και ελεγχόμενο τρόπο. Οι διακυμάνσεις του φορτίου σε αυτό το τμήμα του πειραματικού διαγράμματος της “corrugated” διατομής αντιστοιχούν στη σταδιακή κατάρρευση και τις θραύσεις (μικρο- και μακρο-) των συστατικών του κελύφους (περιφερειακά ελάσματα, εσωτερικό ενίσχυσης, αφρός πυρήνα) στην ευρύτερη ζώνη του μετώπου κατάρρευσης κατά τη διάρκεια της θλιπτικής καταπόνησης. Στο μοντέλο της προσομοίωσης οι αντίστοιχες διακυμάνσεις του φορτίου σχετίζονται με την παραμόρφωση των ελασμάτων σύνθετου υλικού, την αστοχία που προκύπτει στο μοντέλο του υλικού τους και την απαλοιφή/διαγραφή των έντονα παραμορφωμένων διδιάστατων (shell) και τριδιάστατων (solid) πεπερασμένων στοιχείων των σύνθετων ελασμάτων και του αφρού, αντίστοιχα.

Πίνακας 5.4 Χαρακτηριστικά μεγέθη της αξονικής κατάρρευσης του “corrugated” sandwich κελύφους (πειραματική διαδικασία και μοντελοποίηση)

Crashworthy property	Experimental	Numerical	Unit
Total compression	185	185	mm
Peak load	295	312	kN
Mean load	211	209.2	kN
Absorbed energy	39.1	38.7	kJ

Στην περίπτωση της “tubular” διατομής, οι διακυμάνσεις της τιμής του φορτίου στο συγκεκριμένο τμήμα του πειραματικού διαγράμματος οφείλονται στην προοδευτική κατάρρευση των FRP περιφερειακών ελασμάτων, καθώς και στη θραύση των ενισχυτικών ένθετων κυλίνδρων και την τοπική διαδοχική αποσύνδεσή τους από τα περιφερειακά ελάσματα, κατά το τρέχον μέτωπο κατάρρευσης σε όλη την περιφέρεια του κελύφους. Η - εξ ορισμού της μεθόδου - λεπτή διαίρεση της sandwich κατασκευής σε επιμέρους στοιχεία (δηλ. η διακριτοποίηση της φυσικής συνέχειας του μέσου για τη διεξαγωγή ανάλυσης με πεπερασμένα στοιχεία), σε συνδυασμό με την εφαρμοσθείσα τεχνική απαλοιφής πεπερασμένων στοιχείων προκειμένου να προσομοιωθούν με μεγαλύτερη ακρίβεια οι μακροσκοπικοί μηχανισμοί θραύσης που διέπουν την κατάρρευση ενός υβριδικού κελύφους από τα συγκεκριμένα υλικά, είχε ως αναπόφευκτο αποτέλεσμα οι διακυμάνσεις του φορτίου

στην καμπύλη της προσομοίωσης να είναι μεγαλύτερου εύρους και μικρότερης συχνότητας σε σχέση με εκείνες στην πειραματική καμπύλη.

Πίνακας 5.5 Χαρακτηριστικά μεγέθη της αξονικής κατάρρευσης του “tubular” sandwich κελύφους (πειραματική διαδικασία και μοντελοποίηση)

Crashworthy property	Experimental	Numerical	Unit
Total compression	185	185	mm
Peak load	250	274	kN
Mean load	178.9	195.1	kN
Absorbed energy	33.1	36.1	kJ

Στα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων, οι μηχανισμοί αστοχίας, όπως αυτοί που λαμβάνουν χώρα στις συγκεκριμένες περιπτώσεις (ρηγμάτωση, απόσχιση, θρυμματισμός, αποκόλληση), εξελίσσονται “τμηματικά” (ανά πεπερασμένες διαστάσεις, αυτές των στοιχείων), σε αντίθεση με τη φυσική συνεχή αλληλουχία που χαρακτηρίζει την παρουσία τους σε πραγματικές συνθήκες. Κυρίαρχη (και αυτονόητη) μέθοδο βελτίωσης της απόδοσης των μοντέλων και άμβλυνσης των “φαινομένων διακριτοποίησης” συνιστά η διάταξη πλέγματος μεγαλύτερης πυκνότητας (fine meshing), που, για ευμεγέθεις κατασκευές σύνθετης γεωμετρίας, πολύπλοκης διάταξης και ποικίλων επιμέρους υλικών, γίνεται εφικτή και εν τέλει αποδοτική με χρήση υπολογιστικών συστημάτων αυξημένης ισχύος.

Είναι γεγονός, ότι η συνολική ενέργεια απορρόφησης των sandwich υβριδικών κελυφών αποτελείται από το άθροισμα των επιμέρους ποσών ενέργειας που απαιτούνται για: το σχηματισμό των κατακόρυφων ζωνών διάρρηξης/θραύσης των ελασμάτων σύνθετου υλικού (περιβλήματα στην “corrugated” και “tubular” διάταξη, και ενισχυτικά ελάσματα στην “corrugated” διάταξη), την κάμψη και συστροφή των περιβλημάτων στο ευρύτερο μέτωπο κατάρρευσης, τη ρηγμάτωση/θραύση και εκτεταμένη (και σε μικρομηχανικό επίπεδο: αποκόλληση ινών από τη μήτρα) γενική αστοχία των περιβλημάτων στη ζώνη κατάρρευσης, τη διαστρωματική αποκόλληση και έκταση των τοιχωμάτων σύνθετου υλικού, το θρυμματισμό του σύνθετου υλικού των ελασμάτων (περιβλημάτων και ενισχυτικών), τη συμπίεση, θραύση και θρυμματισμό του αφρού του πυρήνα, την αποκόλληση μεταξύ των ελασμάτων σύνθετου υλικού και πυρήνα αφρού, την τριβή στη διεπιφάνεια μεταξύ της πλάκας

συμπίεσης και των επιμέρους τμημάτων των sandwich υβριδικών κελυφών στο σύνορο του μετώπου κατάρρευσης.

Στα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων που αναπτύχθηκαν, προκύπτουν γενικά - σε μεγαλύτερο ή μικρότερο βαθμό - οι προαναφερθέντες μηχανισμοί απορρόφησης ενέργειας, καθώς αναπαράγονται καταρχήν οι τρόποι παραμόρφωσης, αστοχίας και κατάρρευσης των sandwich κελυφών που παρατηρούνται στις αντίστοιχες πειραματικές δοκιμές. Εξαίρεση αποτελεί κυρίως η μη ρητή μοντελοποίηση (απεικόνιση) της διαστρωματικής αποκόλλησης του σύνθετου υλικού - και βέβαια των υπόλοιπων μικρομηχανισμών αστοχίας, πχ., αποκόλληση και εκρίζωση ινών από τη μήτρα - λόγω αφενός της (μακρομηχανικής) επιλογής μίας (ενιαίας) στρώσης shell στοιχείων κατά το πάχος του τοιχώματος των αντίστοιχων ελασμάτων, αφετέρου των σύμφυτων ιδιοτήτων των shell στοιχείων και των διαθέσιμων μοντέλων υλικού (Κεφ. 5.2.2 και 5.2.3). Στις τεχνικές (δυνατότητες) μοντελοποίησης με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (μέσω κυρίως του κώδικα Ls-Dyna) του συγκεκριμένου μηχανισμού αστοχίας-κατάρρευσης-απορρόφησης ενέργειας αναφέρεται στο μεγαλύτερό του μέρος το Κεφάλαιο 6 στη συνέχεια της διατριβής.

Επίσης, μικρότερο από εκείνο των πειραματικών ευρημάτων φαίνεται να είναι το τμήμα της ενέργειας απορρόφησης που αντιστοιχεί στην τριβή μεταξύ των εκτεινόμενων σύνθετων περιβλημάτων - ιδιαίτερα των εξωτερικών - και της πλάκας συμπίεσης στο μέτωπο κατάρρευσης των κελυφών, καθώς κατά την προσομοίωση απαλείφεται ένας αριθμός shell στοιχείων των περιβλημάτων ως απότοκο των εφαρμοσθέντων κριτηρίων αστοχίας, μειώνοντας την έκταση της ενεργής διεπιφάνειας επαφής. Με τη μείωση του συντελεστή τριβής στη διεπιφάνεια μεταξύ της πλάκας συμπίεσης και του μετώπου κατάρρευσης του κελύφους, αναμένεται ελάττωση του αριθμού των απαλειφόμενων στοιχείων των σύνθετων περιβλημάτων, αφού περιορίζεται ο βαθμός της διαμήκουσ θλιπτικής τους αστοχίας. Σε αυτήν την περίπτωση βέβαια μπορεί να διευρύνεται η αναπτυσσόμενη επιφάνεια της αλληλεπίδρασης, όμως από την άλλη πλευρά, λόγω του μειωμένου συντελεστή τριβής, ελαττώνεται πάλι η απορροφούμενη ενέργεια που οφείλεται σε αυτόν.

Πάντως, ο πλέον σημαντικός παράγοντας στην επιτυχή μοντελοποίηση της ικανότητας απορρόφησης ενέργειας ενός sandwich υβριδικού κελύφους είναι η δυνατότητα μοντελοποίησης της έναρξης και ανάπτυξης των ρηγματώσεων στα επιμέρους τμήματα σύνθετου υλικού του κελύφους. Η συνολική προοδευτική κατάρρευση μοντελοποιείται στη συνέχεια ως μια αλληλουχία τοπικών αστοχιών του

υλικού, οι οποίες μπορεί να αφορούν είτε στη μήτρα είτε στις ίνες, ανάλογα με τον προσανατολισμό της κάθε στρώσης και την τοπική εντατική κατάσταση. Σε κάθε χρονικό βήμα της ανάλυσης υπολογίζονται οι τάσεις και οι παραμορφώσεις στις επιμέρους στρώσεις του σύνθετου υλικού και διεξάγεται η ανάλυση αστοχίας με βάση τα εισαχθέντα στο μοντέλο κριτήρια. Όταν προκύπτει αστοχία σε κάποια στρώση εντός ενός shell στοιχείου, οι τιμές των σχετικών με το μηχανισμό αστοχίας μηχανικών ιδιοτήτων μηδενίζονται. Η εκπλήρωση της συνθήκης αστοχίας σε όλες τις στρώσεις του στοιχείου το οδηγεί σε πλήρη μηχανικό υποβιβασμό, που σε συνδυασμό με τη διαγραφή του από το μοντέλο μέσω της ενεργοποίησης της κατάλληλης παραμέτρου, προσομοιώνουν την έναρξη και διάδοση της αστοχίας και των ρηγματώσεων στα κελύφη σύνθετου υλικού των κατασκευών. Παρόμοια προσέγγιση χρησιμοποιήθηκε και στην προσομοίωση της αστοχίας (των solid πεπερασμένων στοιχείων) του αφρού του πυρήνα, καθώς τα στοιχεία του επίσης διαγράφονται από τη συνέχεια της προσομοίωσης όταν ικανοποιείται το αντίστοιχο κριτήριο αστοχίας που υιοθετήθηκε στο μοντέλο, και βασίζεται στη μέγιστη κύρια παραμόρφωση.

Στα πλαίσια της συνολικής αποτίμησης πάντως, αξίζει να υπογραμμιστεί στο σημείο αυτό, ότι οι τιμές του μέσου φορτίου κατάρρευσης και της απορροφηθείσας ενέργειας παραμόρφωσης, που προέκυψαν από την επίλυση των μοντέλων, είναι πολύ κοντά με τις αντίστοιχες των πειραματικών δοκιμών. Τα αποτελέσματα αυτά της προσομοίωσης είναι ιδιαίτερης σημασίας, αφού καταδεικνύουν ότι, συνολικά, η μέθοδος προσέγγισης που επιλέχθηκε μπορεί να εφαρμοστεί κατά το σχεδιασμό sandwich υβριδικών προστατευτικών - έναντι πρόσκρουσης - κατασκευών από σύνθετα υλικά, προκειμένου να προβλεφθεί ικανοποιητικά η συμπεριφορά τους και να εκτιμηθούν με ασφάλεια κάποιες από τις σημαντικότερες παραμέτρους της.

5.5 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στον παρόν κεφάλαιο της εργασίας παρουσιάστηκε εκτενώς η εφαρμογή της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων για την αριθμητική μοντελοποίηση της αξονικής κατάρρευσης υβριδικών sandwich κελυφών από σύνθετο υλικό και ενισχυμένο πυρήνα αφρού, με χρήση του εμπορικού explicit κώδικα πεπερασμένων στοιχείων Ls-Dyna. Αν και η συμπεριφορά τέτοιων κατασκευών υπό αξονική θλιπτική καταπόνηση είναι πολύπλοκη από μακρο- και μικροσκοπική άποψη, τα αποτελέσματα της

προσομοίωσης προσέγγισαν σε πολύ ικανοποιητικό βαθμό εκείνα των αντίστοιχων πειραματικών δοκιμών. Αυτό συνάγεται καταρχάς από τη σύγκριση μεταξύ του τρόπου κατάρρευσης που καταγράφηκε και απεικονίστηκε κατά την πειραματική διαδικασία και εκείνου που προέκυψε και παρουσιάστηκε από την αντίστοιχη διαδικασία μοντελοποίησης, ενώ η αξιολόγηση ολοκληρώθηκε με τη σύγκριση των καμπυλών φορτίου-βράχυνσης και των κύριων χαρακτηριστικών κατάρρευσης μεταξύ πειράματος και μοντέλου.

Η ικανοποιητική προσέγγιση των πειραματικών αποτελεσμάτων από τα αναπτυχθέντα μοντέλα - ειδικά όσον αφορά στην εκτίμηση βασικών παραμέτρων της συμπεριφοράς προστατευτικών κατασκευών έναντι πρόσκρουσης, όπως το ποσό της απορροφηθείσας ενέργειας παραμόρφωσης και η τιμή του μέσου φορτίου κατάρρευσης - δηλώνει ότι η μοντελοποίηση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων μπορεί να εφαρμοστεί αποτελεσματικά στην πρόβλεψη της συμπεριφοράς sandwich υβριδικών προστατευτικών κατασκευών από σύνθετα υλικά, στις (πλέον “δυσμενείς”) συνθήκες αξονικής καταπόνησης, περιορίζοντας με τον τρόπο αυτό στις απολύτως αναγκαίες τις δαπανηρές και χρονοβόρες πειραματικές δοκιμές. Περισσότερο εκτεταμένη αποτίμηση σχετικά με το παρόν κεφάλαιο παρουσιάζεται στο τελευταίο κεφάλαιο της διατριβής, στα πλαίσια των συνολικών συμπερασμάτων.

Βιβλιογραφία

- [1] Mamalis A, Manolakos D, Ioannidis M, Kostazos P and Papapostolou D (2002) Axial Collapse of Hybrid Square Sandwich Composite Tubular Components with Corrugated Core: Numerical Modelling, *Composite Structures*, **58**, 571-582.
- [2] Mamalis A, Manolakos D, Ioannidis M and Kostazos P (2003) Crushing of Hybrid Square Sandwich Composite Vehicle Hollow Bodyshells with Reinforced Core Subjected to Axial Loading: Numerical Simulation, *Composite Structures*, **61**, 175-186.
- [3] Hallquist J (2006) *Ls-Dyna Theoretical Manual*, Livermore Software Technology Corporation, Livermore, CA.
- [4] *Ls-Dyna User's Manual (Nonlinear Dynamic Analysis of Structures in Three Dimensions)* (2007), Livermore Software Technology Corporation, Livermore, CA.
- [5] Mamalis A, Manolakos D, Ioannidis M and Kostazos P (2000) Axial Collapse of Hybrid Square Sandwich Composite Tubular Components with Corrugated Core: Experimental, *International Journal of Crashworthiness*, **5**(3), 315-331.
- [6] Mamalis A, Manolakos D, Ioannidis M and Kostazos P (2001) Axial Crushing of Hybrid Square Sandwich Composite Vehicle Hollow Bodyshells with Reinforced Core: Experimental, *International Journal of Crashworthiness*, **6**(3), 363-375.
- [7] Weimar K (2001) *Ls-Dyna User's Guide*, CAD-FEM GmbH & PWS.
- [8] www.dynasupport.com
- [9] Du Bois P (2004) *Crashworthiness Engineering Course Notes*, Livermore Software Technology Corporation, Livermore, CA.

- [10] Wang H, Wu C, Guo Y and Botkin M (2009) A Coupled Meshfree/Finite Element Method for Automotive Crashworthiness Simulations, *International Journal of Impact Engineering*, **36**, 1210-1222.
- [11] Aktay L, Kröplin B, Toksoy A and Güden M (2008) Finite Element and Coupled Finite Element/Smooth Particle Hydrodynamics Modelling of the Quasi-Static Crushing of Empty and Foam-Filled Single, Bitubular and Constraint Hexagonal- and Square-Packed Aluminium Tubes, *Materials and Design*, **29**, 952-962.
- [12] Matzenmiller A and Schweizerhof K (1991) Crashworthiness Simulations of Composite Structures - a First Step with Explicit Time Integration, in *Non Linear Computational Mechanics - State of the Art* (eds. P Wriggers and Wagner W), Springer-Verlag, Berlin, 642-670.
- [13] Hahn H and Tsai S (1974) On the Behavior of Composite Laminates after Initial Failures, *Journal of Composite Materials*, **8**, 288-305.
- [14] Nguyen M, Elder D, Bayandor J, Thomson R and Scott M (2005) A Review of Explicit Finite Element Software for Composite Impact Analysis, *Journal of Composite Materials*, **39**(4), 375-386.
- [15] Hashin Z (1980) Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites, *Journal of Applied Mechanics*, **47**, 329-334.
- [16] Tsai S and Wu K (1971) A General Theory of Strength for Anisotropic Materials, *Journal of Composite Materials*, **5**, 58-80.
- [17] Chang F and Chang K (1987) A Progressive Damage Model for Laminated Composites Containing Stress Concentrations, *Journal of Composite Materials*, **21**(9), 834-855.
- [18] Chang F and Chang K (1987) Post-Failure Analysis of Bolted Composite Joints in Tension and Shear-Out Mode Failure, *Journal of Composite Materials*, **21**(9), 809-833.
- [19] Kaw A (2006) *Mechanics of Composite Materials*, 2nd Ed. CRC, Boca Raton.
- [20] Bisagni C, Di Pietro G, Frascini L and Terletti D (2005) Progressive Crushing of Fiber-Reinforced Composite Structural Components of a Formula One Racing Car, *Composite Structures*, **68**, 491-503.
- [21] Schweizerhof K, Weimar K, Münz T and Rottner T (1998) *Crashworthiness Analysis with Enhanced Composite Material Models in Ls-Dyna - Merits and Limits*, In: Ls-Dyna World Conference, Detroit.
- [22] Matzenmiller A, Lubliner J and Taylor R (1995) A Constitutive Model for Anisotropic Damage in Fiber-Composites, *Mechanics of Materials*, **20**, 125-152.
- [23] Mallick P (1990) *Fiber Reinforced Composites*, 2nd ed., Marcel Dekker, New York.
- [24] Bauchau O and Craig J (2009) *Structural Analysis*, Springer, Dordrecht, The Netherlands.
- [25] Voyiadjis G and Kattan P (2005) *Mechanics of Composite Materials with MATLAB*, Springer, Dordrecht, The Netherlands.
- [26] Shaw M and Sata T (1966) The Plastic Behavior of Cellular Materials, *International Journal of Mechanical Sciences*, **8**, 469-478.
- [27] Phillips P and Waterman N (1974) The Mechanical Properties of High-Density Rigid Polyurethane Foams in Compression: I. Modulus & II. Yield Behavior, *Polymer Engineering and Science*, **14**(1), 67-75.
- [28] Gibson L and Ashby M (1997) *Cellular Solids, Structure and Properties*, Cambridge University Press, UK.
- [29] Tu Z, Shim V and Lim C (2001) Plastic Deformation Modes in Rigid Polyurethane Foam under Static Loading, *International Journal of Solids and Structures*, **38**, 9267-9279.
- [30] Saint-Michel F, Chazeau L, Cavaillé J and Chabert E (2006) Mechanical Properties of High Density Polyurethane Foams: I. Effect of the Density, *Composites Science and Technology*, **66**, 2700-2708.
- [31] Abramowicz W and Wierzbicki T (1988) Axial Crushing of Foam-Filled Columns, *International Journal of Mechanical Sciences*, **30**(3/4), 263-271.
- [32] Zhang J and Ashby M (1994) Mechanical Selection of Foams and Honeycombs Used for Packaging and Energy Absorption, *Journal of Materials Science*, **29**, 157-163.
- [33] Yu-Hallada L, Kuczynski E and Weierstall M (1998) Polyurethane: the Material of Choice for Occupant Protection and Energy Management, *Journal of Cellular Plastics*, **34**, 272-282.
- [34] Zhou Q (2001) Applications of Cellular Materials and Structures in Vehicle Crashworthiness and Occupant Protection, In: *Engineering Plasticity and Impact Dynamics*, Proceedings of the International Symposium on Plasticity and Impact (ISPI).
- [35] Hanssen A, Hopperstad O and Langseth M (2002) Validation of Constitutive Models Applicable to Aluminum Foams, *International Journal of Mechanical Sciences*, **44**, 359-406.

- [36] Song H, Fan Z, Yu G, Wang Q and Tobota A (2005) Partition Energy Absorption of Axially Crushed Aluminum Foam-Filled Hat Sections, *International Journal of Solids and Structures*, **42**, 2575-2600.
- [37] Børvik T, Hanssen A, Dey S, Langberg H and Langseth M (2008) On the Ballistic and Blast Load Response of a 20 ft ISO Container Protected with Aluminium Panels Filled with a Local Mass - Phase I: Design of Protective System, *Engineering Structures*, **30**(6), 1605-1620.
- [38] Hou S, Li Q, Long S, Yang X and Li W (2009) Crashworthiness Design for Foam Filled Thin-Wall Structures, *Materials and Design*, **30**, 2024-2032.
- [39] Botkin M, Johnson N, Zywiec E and Simunovic S (1998) Crashworthiness Simulation of Composite Automotive Structures, *13th Annual Engineering Society of Detroit Advanced Composite Technology Conference and Exposition*, Detroit, MI.
- [40] Obradovic J, Simonetta B and Belingardi G (2012) Lightweight Design and Crash Analysis of Composite Frontal Impact Energy Absorbing Structures, *Composite Structures*, **94**, 423-430.
- [41] Xiao X, McGregor C, Vaziri R and Poursartip A (2009) Progress in Braided Composite Tube Crush Simulation, *International Journal of Impact Engineering*, **36**, 711-719.
- [42] Zangani D, Robinson M and Gibson A (2007) Progressive Failure of Composite Hollow Sections with Foam-Filled Corrugated Sandwich Walls, *Applied Composite Materials*, **14**, 325-342.
- [43] Velecela O and Soutis C (2007) Prediction of Crushing Morphology of GRP Composite Sandwich Panels under Edgewise Compression, *Composites: Part B*, **38**, 914-923.
- [44] El-Hage H, Mallick P and Zamani N (2004) Numerical Modelling of Quasi-Static Axial Crush of Square Aluminium-Composite Hybrid Tubes, *International Journal of Crashworthiness*, **9**, 653-664.
- [45] Zarei H and Kröger M (2008) Bending Behavior of Empty and Foam-Filled Beams: Structural Optimization, *International Journal of Impact Engineering*, **35**, 521-529.
- [46] Sriram R, Vaidya U and Kim J (2006) Blast Impact Response of Aluminum Foam Sandwich Composites, *Journal of Materials Science*, **41**, 4023-4039.
- [47] Li J, Li X, Zhao Z, Ou Y and Jiang D (2007) Simulation on Projectile with High Rotating Speed Penetrating into the Moving Vehicular Door, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, **47**, 113-119.
- [48] Børvik T, Hopperstad O, Berstad T and Langseth M (2002) Perforation of 12mm Thick Steel Plates by 20mm Diameter Projectiles with Flat, Hemispherical and Conical Noses. Part II: Numerical Simulations, *International Journal of Impact Engineering*, **27**, 37-64.
- [49] Fawaz Z, Zheng W and Behdinin K (2004) Numerical Simulation of Normal and Oblique Ballistic Impact on Ceramic Composite Armours, *Composite Structures*, **63**, 387-395.
- [50] Reyes A, Hopperstad O, Hanssen A and Langseth M (2004) Modeling of Material Failure in Foam-Based Components, *International Journal of Impact Engineering*, **30**, 805-834.
- [51] Børvik T, Clausen A, Eriksson M, Berstad T, Hopperstad O and Langseth M (2005) Experimental and Numerical Study on the Perforation of AA6005-T6 Panels, *International Journal of Impact Engineering*, **32**, 35-64.
- [52] Chan S, Fawaz Z, Behdinin K and Amid R (2007) Ballistic Limit Prediction Using a Numerical Model with Progressive Damage Capability, *Composite Structures*, **77**, 466-474.
- [53] Shokrieh M and Javadpour G (2008) Penetration Analysis of a Projectile in Ceramic Composite Armor, *Composite Structures*, **82**, 269-276.
- [54] Yu M, Zha X and Ye J (2010) The Influence of Joints and Composite Floor Slabs on Effective Tying of Steel Structures in Preventing Progressive Collapse, *Journal of Constructional Steel Research*, **66**, 442-451.
- [55] Gopinath G, Zheng J and Batra R (2012) Effect of Matrix on Ballistic Performance of Soft Body Armor, *Composite Structures*, Article in Press
- [56] Wang F and Yue Z (2010) Numerical Simulation of Damage and Failure in Aircraft Windshield Structure against Bird Strike, *Materials and Design*, **31**, 687-695.
- [57] Venkatesh G, Deb A and Karmarkar A (2012) Characterization and Finite Element Modeling of Montmorillonite/Polypropylene Nanocomposites, *Materials and Design*, **35**, 425-433.
- [58] Nilakantan G, Keefe M, Wetzel E, Bogetti T and Gillespie Jr. J (2011) Computational Modeling of the Probabilistic Impact Response of Flexible Fabrics, *Composite Structures*, **93**, 3163-3174.
- [59] Feli S and Asgari M (2011) Finite Element Simulation of Ceramic/Composite Armor under Ballistic Impact, *Composites: Part B*, **42**, 771-780.
- [60] Sewell D, Ong A and Hallquist J (1990) Penetration Calculations Using an Erosion Algorithm in DYNA, in *Proceedings of the 12th International Symposium on Ballistics*, San Antonio, Texas, USA, 208-217.

- [61] Belytschko T and Lin J (1987) A Three Dimensional Impact-Penetration Algorithm with Erosion, *Computers & Structures*, **25**, 95-104.
- [62] Johnson G and Stryk R (1987) Eroding Interface and Improved Tetrahedral Element Algorithms for High-Velocity Impact Computations in Three Dimensions, *International Journal of Impact Engineering*, **5**, 411-421.
- [63] Chaudhary A and Bathe K-J (1986) A Solution Method for Static and Dynamic Analysis of Three-Dimensional Contact Problems with Friction, *Computers & Structures*, **24/6**, 855-873.
- [64] Bala S (2001) *Contact Modeling in Ls-Dyna*, FEA Information International News.
- [65] Santosa S, Wierzbicki T, Hanssen A and Langseth M (2000) Experimental and Numerical Studies of Foam-Filled Sections, *International Journal of Impact Engineering*, **24**, 509-534.
- [66] Heimbs S and Pein M (2009) Failure Behaviour of Honeycomb Sandwich Corner Joints and Inserts, *Composite Structures*, **89**, 575-588.
- [67] Hughes T (1983) Analysis of Transient Algorithms with Particular Reference to Stability Behaviour, in *Computational Methods for Transient Analysis* (eds. T Belytschko and T Hughes), North-Holland, 67-155.
- [68] Hallquist J, Goudreau G and Benson D (1985) Sliding Interfaces with Contact-Impact in Large-Scale Lagrangian Computations, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **51**, 107-137.
- [69] Chung W, Cho J and Belytschko T (1998) On the Dynamic Effects of Explicit FEM in Sheet Metal Forming Analysis, *Engineering Computations*, **15(6)**, 750-776.
- [70] Al Galib D and Liman A (2004) Experimental and Numerical Investigation of Static and Dynamic Axial Crushing of Circular Aluminum Tubes, *Thin-Walled Structures*, **42**, 1103-1137.
- [71] Bathe KJ, Guillermin O and Chen H (1997) Advances in Nonlinear Finite Element Analysis of Automobiles, *Computers & Structures*, **64**, 881-891.
- [72] Bathe KJ, Walczak J, Guillermin O, Bouzinov P and Chen H (1999) Advances in Crush Analysis, *Computers & Structures*, **72**, 31-47.
- [73] Rust W and Schweizerhof K (2003) Finite Element Limit Load Analysis of Thin-Walled Structures by ANSYS (Implicit), LS-DYNA (Explicit) and in Combination, *Thin-Walled Structures*, **41**, 227-244.
- [74] Langseth M, Hopperstad O and Berstad T (1999) Crashworthiness of Aluminium Extrusions: Validation of Numerical Simulation, Effect of Mass Ratio and Impact Velocity, *International Journal of Impact Engineering*, **22**, 829-854.
- [75] El-Hage H, Mallick P and Zamani N (2005) A Numerical Study on the Quasi-Static Axial Crush Characteristics of Square Aluminum Tubes with Chamfering and Other Triggering Mechanisms, *International Journal of Crashworthiness*, **10(2)**, 183-195.
- [76] Jones N (1989) *Structural Impact*, Cambridge University Press.
- [77] Arnold B and Altenhof W (2004) Finite Element Modeling of Material Damage in Axially-Loaded Aluminum Tubes with Circular Hole Discontinuities, in *8th International LS-DYNA Users Conference*, May 2-4, Dearborn, Michigan.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

Περαιτέρω προτεινόμενες τεχνικές μοντελοποίησης της κατάρρευσης λεπτότοιχων κελυφών πολύστρωτου σύνθετου υλικού

Βασικές παράμετροι

Λαμβάνοντας υπόψη τις - μέχρι το παρόν κεφάλαιο - αναφερθείσες παραμέτρους και τεχνικές μοντελοποίησης (βλ., Κεφ. 3, 4, 5), και στα πλαίσια της αναζήτησης νέων προσεγγίσεων στην ανάλυση της κατάρρευσης κελυφών πολύστρωτου σύνθετου υλικού δημιουργήθηκαν δοκιμαστικά μοντέλα με κύριο χαρακτηριστικό τη λεπτομερή προσέγγιση στη δομή και στην αλληλεπίδραση των επιμέρους τμημάτων τους. Αφορούν τόσο στη χρήση μιας επιφάνειας shell στοιχείων ανά στρώση του σύνθετου υλικού όσο και στο μικρό μέγεθος των στοιχείων (πολύ λεπτή διακριτοποίηση / μεγάλη πυκνότητα πλέγματος). Στόχος ήταν η επιχείρηση μοντελοποίησης δύο κύριων μηχανισμών αστοχίας και απορρόφησης ενέργειας των κελυφών σύνθετου υλικού κατά την κατάρρευσή τους: αφενός της διαστρωματικής αποκόλλησης (delamination) και αφετέρου της ρηγμάτωσης (fracturing) και του θρυμματισμού (crushing) του υλικού σε συνθήκες αξονικής συμπίεσης. Και για τους δύο μηχανισμούς είναι προφανής η σημασία της χρήσης πυκνού πλέγματος στις επιμέρους στρώσεις, προκειμένου να μειωθεί κατά το δυνατόν η επίδραση της διακριτοποίησης και να αποδοθούν ρεαλιστικότερα τόσο το “συνεχές” του πραγματικού φαινομένου (κάμψη στρώσεων) όσο και το εύρος των ρηγματώσεων (και η ταυτόχρονη “αφαίρεση” υλικού) που προκαλούνται με τη μοντελοποίηση της αστοχίας (απαλοιφή πεπερασμένων στοιχείων) του υλικού των στρώσεων. Μοντελοποιήθηκε η αξονική κατάρρευση τριών κυλινδρικών σωλήνων πολύστρωτου σύνθετου υλικού, με διαφορές μεταξύ τους στις (σχετικά μικρές) διαστάσεις, στον αριθμό των στρώσεων, στην αλληλουχία διαστρωμάτωσης και στις ιδιότητες των επιμέρους στρώσεων, καθώς και στη μέθοδο μοντελοποίησης της διαστρωματικής αποκόλλησης. Οι βασικές παράμετροι των μοντέλων - σε συνέχεια των παραπάνω - είναι:

- Μοντελοποίηση κάθε στρώσης του υλικού με ξεχωριστή στρώση τετραπλευρικών (τεσσάρων κόμβων) shell πεπερασμένων στοιχείων.

- Εξαιρετικά λεπτή διακριτοποίηση των στρώσεων με στοιχεία μήκους πλευράς ίδιας τάξης μεγέθους με το πάχος της αντίστοιχης στρώσης (ισοπαχείς στρώσεις).
- Χρήση shell στοιχείων πλήρους ολοκλήρωσης (fully integrated shell element), δηλ., element formulation (Elform)=16, για την πρόληψη εμφάνισης σημαντικών μη φυσικών, μηδενικής ενέργειας (zero-energy) παραμορφώσεων στο πλέγμα, όπως οι μορφές “κλεψύδρας” (hourglassing), ιδιαίτερα κατά την δημιουργία του αρχικού μετώπου κατάρρευσης στο κέλυφος. Στην περίπτωση χρήσης shell στοιχείων - ενός σημείου ολοκλήρωσης (single/one-point quadrature/integration) - κατά Belytschko-Tsay (Elform=2), χρήσιμη είναι η ενεργοποίηση του ελέγχου των μορφών “κλεψύδρας” των Flanagan-Belytschko [1, 2, 6] (βλ., Κεφ. 3.4), προκειμένου να αποφευχθεί η ανάπτυξη hourglassing, όταν η διάταξη του πλέγματος και η εντατική κατάσταση στην οποία θα υποβληθεί το καθιστούν πιθανό. Ανεξαρτήτως του τελικά επιλεγθέντος τύπου shell στοιχείου, και καθώς σε αναλύσεις έντονης και πολύπλοκης εντατικής κατάστασης παρατηρείται πρόωρος τερματισμός των υπολογισμών - λόγω προκύπτουσας αρνητικής Ιακωβιανής ορίζουσας σε κάποιο στοιχείο -, συνιστάται η ενεργοποίηση των παραμέτρων διαγραφής στοιχείων, Nfail1 (για τα στοιχεία ελλιπούς/περιορισμένης/ανηγμένης ολοκλήρωσης (under-integrated), μεταξύ των οποίων και εκείνο των Belytschko-Tsay (Elform=2)) ή Nfail4 (για τα στοιχεία πλήρους ολοκλήρωσης (Elform)=16) στην κάρτα “Control_Shell” [2]. Όταν λαμβάνει χώρα σοβαρή παραμόρφωση/στρέβλωση σε ένα shell στοιχείο, μπορεί να προκύψει αρνητική Ιακωβιανή ορίζουσα εντός του πεδίου του στοιχείου (όχι μόνο στα σημεία ολοκλήρωσης). Με την ενεργοποίηση των συγκεκριμένων παραμέτρων, διενεργείται έλεγχος μακριά από τα σημεία ολοκλήρωσης, προκειμένου το στοιχείο να διαγραφεί από τη συνέχεια των υπολογισμών, προτού η αναπτυσσόμενη αστάθεια προκαλέσει πρόωρο τερματισμό (σφάλματος) (error termination) της ανάλυσης [1, 2].
- Μοντελοποίηση διαστρωματικής αποκόλλησης (delamination) μεταξύ των μεμονωμένων στρώσεων των λεπτότοιχων σωλήνων με χρήση νεότερων τύπων επαφής “Tiebreak”, στους οποίους γίνεται αναφορά στη συνέχεια.

Διαστρωματική αποκόλληση

Στη μοντελοποίηση της κατάρρευσης κατασκευών σύνθετης διάταξης και δομής, όπου μπορεί να περιλαμβάνεται - πέραν της κλασικής επαφής, ολίσθησης, πρόσκρουσης - μόνιμη σύνδεση μεταξύ τμημάτων της κατασκευής ή αρχική σύνδεση με ενδεχόμενη λύση της προϊούσης της ανάλυσης (βάσει κριτηρίου αστοχίας), η

χρήση κατάλληλων τύπων επαφής για τη διαχείριση τέτοιων αλληλεπιδράσεων καθίσταται απολύτως αναγκαία. Στην κατηγορία αυτή εμπίπτουν οι επαφές τύπου “Tied” (μόνιμη σύνδεση) και “Tiebreak” (αρχική σύνδεση με περαιτέρω πιθανή λύση της) [1-6].

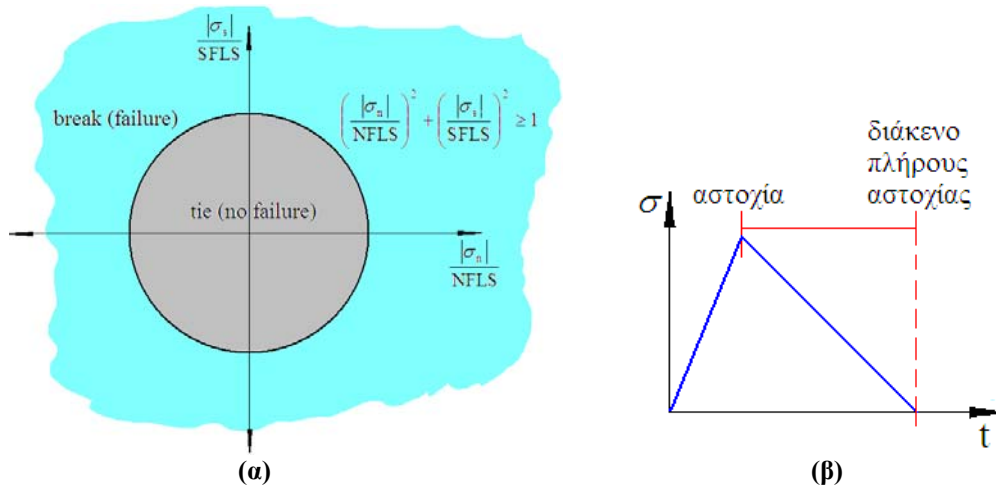
Σε προηγούμενα κεφάλαια (Κεφ. 3, 4, 5), που αναφέρονται στην ανάλυση της επαφής μεταξύ των τμημάτων ενός μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων, περιγράφηκαν τα χαρακτηριστικά και η εφαρμογή τέτοιων τύπων επαφής, καθώς ορισμένοι από αυτούς χρησιμοποιήθηκαν - μεταξύ άλλων - στα πλαίσια των μοντέλων που αναπτύχθηκαν για την προσομοίωση της κατάρρευσης των εξεταζόμενων sandwich υβριδικών κατασκευών σύνθετου υλικού. Στην επόμενη παράγραφο γίνεται πολύ περιληπτικά - σε συνέχεια των προηγούμενων κεφαλαίων - μια περιγραφή των συγκεκριμένων τύπων επαφής, προκειμένου να παρουσιαστεί κατόπιν η διαδικασία μοντελοποίησης της διαστρωματικής αποκόλλησης κελυφών σύνθετου υλικού κατά την κατάρρευσή τους, με χρήση - μεταξύ άλλων - και κάποιων νέων τύπων επαφής “Tiebreak”.

Οι τύποι επαφής “Tiebreak” (αλγόριθμοι “penalty”), όπως και οι τύποι επαφής “Tied” (αλγόριθμοι “constraint”) (βλ., Κεφ. 3.5, 4.3, 5.2.5) [1, 3, 5, 6], επιτρέπουν τη μοντελοποίηση συνδέσεων που μεταβιβάζουν θλιπτικές και εφελκυστικές δυνάμεις (πλήρης δέσμευση - φάση “tie” της επαφής - χωρίς σχετική ολίσθηση των επιφανειών που συνδέονται), ενώ παρέχουν επιπλέον τη δυνατότητα επιλογής κριτηρίων αστοχίας για τη λύση της σύνδεσης. Επιπλέον, οι περιεχόμενες στην επαφή οντότητες (slave και master κόμβοι) μπορούν να εμπλέκονται σε άλλη αλληλεπίδραση τύπου “constraint”. Οι κλασικοί τύποι επαφής (εκτός των “Tied” ή “Tiebreak”) μεταβιβάζουν, ως γνωστόν, μόνο θλιπτικά φορτία. Επίσης, αντίθετα με τους τύπους επαφής “Tied”, στους τύπους “Tiebreak” δεν τίθεται κάποια συνθήκη αναφορικά με τις μεταξύ των επιφανειών αρχικές αποστάσεις για την επίτευξη της σύνδεσης [2]. Μετά την αστοχία (φάση “break” της επαφής) η εφελκυστική δέσμευση καταργείται, επιτρέποντας την ανεξάρτητη κίνηση του slave κόμβου σε εφελκυσμό και την τυπική θλιπτική αλληλεπίδρασή του με το master segment. Όταν η επαφή “Tiebreak” είναι του τύπου “Node_to_Surface” το κριτήριο αστοχίας διατυπώνεται με όρους δυνάμεων, ενώ στην περίπτωση του τύπου “Surface_to_Surface” το κριτήριο αστοχίας διατυπώνεται με όρους τάσεων (πάντως η σύνδεση ορίζεται μεταξύ κόμβου και segment) [2]. Η απόσπαση του slave κόμβου από το master segment - και για τις εφελκυστικές και για τις θλιπτικές δυνάμεις - εμποδίζεται από ένα (εικονικό,

εσωτερικά θεωρούμενο) γραμμικό ελατήριο επαφής, που συνδέει τον κόμβο με το σημείο προβολής του επί του segment (σημείο επαφής / contact point). Το σημείο επαφής, στους τύπους “Tied” και “Tiebreak” (φάση “tie”), υπολογίζεται μία φορά (στην αρχή) - σε σχέση με τις ισοπαραμετρικές συντεταγμένες του master segment -, ενώ στους υπόλοιπους τύπους (κλασικής) επαφής υπολογίζεται εκ νέου σε κάθε χρονικό βήμα της ανάλυσης. Η δύναμη της αλληλεπίδρασης, που αναπτύσσεται σε κάθε επιχειρούμενη στοιχειώδη μεταβολή της απόστασης μεταξύ του κόμβου και του σημείου επαφής, είναι ανάλογη της μεταβολής και εφαρμόζεται αφενός στον slave κόμβο αφετέρου - κατανεμημένη ως προς το σημείο επαφής - στους master κόμβους. Στους κλασικούς τύπους διαχείρισης της επαφής η δύναμη επαναφοράς ασκείται μόνο όταν πρόκειται για εξάλειψη προκύπτουσας αλληλοδιείσδυσης των πλεγμάτων (η απόσταση μεταξύ των οντοτήτων της διεπιφάνειας τείνει να μειωθεί), ενώ στους τύπους “Tiebreak” η δύναμη εφαρμόζεται ανεξάρτητα της φοράς της επιχειρούμενης σχετικής κίνησης (μείωση ή αύξηση της απόστασης) των οντοτήτων της επαφής. Μέχρι την ενδεχόμενη ικανοποίηση του κριτηρίου αστοχίας δεν επιτρέπεται ούτε η προσέγγιση ούτε η απομάκρυνση των επιφανειών που αλληλεπιδρούν, ενώ μετά την επιβεβαίωση του κριτηρίου επιτρέπεται η απομάκρυνση και ελέγχεται η προσέγγισή τους. Οι τάσεις επαφής (λόγω των δυνάμεων επαφής) υπολογίζονται με βάση το φορτίο του θεωρούμενου ελατηρίου αλληλεπίδρασης και της επιφάνειας του αντίστοιχου master segment, και στη συνέχεια αναλύονται στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων του segment σε ορθές και διατμητικές συνιστώσες [3-6].

Στους τύπους επαφής “Automatic Tiebreak” (“Contact Automatic Surface to Surface Tiebreak” ή “Contact Automatic One Way Surface to Surface Tiebreak”), που παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον στη μοντελοποίηση της διαστρωματικής αποκόλλησης σύνθετων υλικών, ενσωματώνονται παράμετροι (“Option”, “Param”, “Nfls”, “Sfls”, κλπ) [2] που καθορίζουν λεπτομερώς την εφαρμογή τους (ως νεότεροι και ευρύτερης εφαρμογής τύποι περιλαμβάνουν λειτουργίες που απαντώνται μεμονωμένα σε προγενέστερους) και σχετίζονται με παράγοντες, όπως: το κριτήριο (έναρξης) αστοχίας της διεπιφάνειας σύνδεσης (βάσει τάσεων ή μοντέλου ρηγματώσεως), τον (πολύ σημαντικό για την πρόληψη πρόωρης ολικής ρήξης και την πρόβλεψη του φορτίου κατάρρευσης) έλεγχο του μηχανισμού της περαιτέρω αλληλεπίδρασης - μετά την πρόκληση αστοχίας και μέχρι την ολοκλήρωσή της - των (αρχικά) συνδεόμενων επιφανειών (εξέλιξη και διάδοση ρηγματώσεως, ρυθμός απελευθέρωσης ενέργειας, κρίσιμη απόσταση ολοκληρωτικής ρήξης της σύνδεσης),

τη δυνατότητα σχετικής εφαπτομενικής κίνησης, τη δέσμευση στη διεπιφάνεια μόνο των κόμβων που βρίσκονται εξαρχής σε επαφή ή και εκείνων που πρόκειται να έρθουν σε επαφή προΐούσης της ανάλυσης, τον δια χειρός προσανατολισμό (αυτόματος στη γενική περίπτωση) και τη μη θεώρηση αντισταθμίματος (θεώρησή του στη γενική περίπτωση) του πάχους των shell στοιχείων μετά την αστοχία, τη συμμετοχή solid στοιχείων στη δεσμευμένη διεπιφάνεια, κλπ. [2].



Εικ. 6.1 (α) Κριτήριο αστοχίας της αρχικής σύνδεσης των στρώσεων στη διεπιφάνεια επαφής τους, (β) οι τάσεις στη διεπιφάνεια κατά την έναρξη, εξέλιξη και ολοκλήρωση της αστοχίας

Στα συγκεκριμένα μοντέλα - στα πλαίσια των προαναφερθέντων τύπων επαφής - χρησιμοποιείται η παράμετρος $Option=8$, για θεώρηση του αντισταθμίματος του πάχους των αλληλεπιδρώντων shell στοιχείων μεταξύ δύο διαδοχικών στρώσεων σύνθετου υλικού. Κατά τα άλλα, προσομοιώνεται η αρχική σύνδεση, ενώ η μετέπειτα (ενδεχόμενη) αστοχία (αποσύνδεση) - και οι δύο στους κόμβους που είναι εξ αρχής σε επαφή - προκύπτει μέσω ενός κριτηρίου μικτού τύπου, που βασίζεται στην εκπλήρωση μιας παραβολικής αλληλεπίδρασης ορθής και διατμητικής τάσης [2]:

$$\left(\frac{|\sigma_n|}{NFLS}\right)^2 + \left(\frac{|\sigma_s|}{SFLS}\right)^2 \geq 1$$

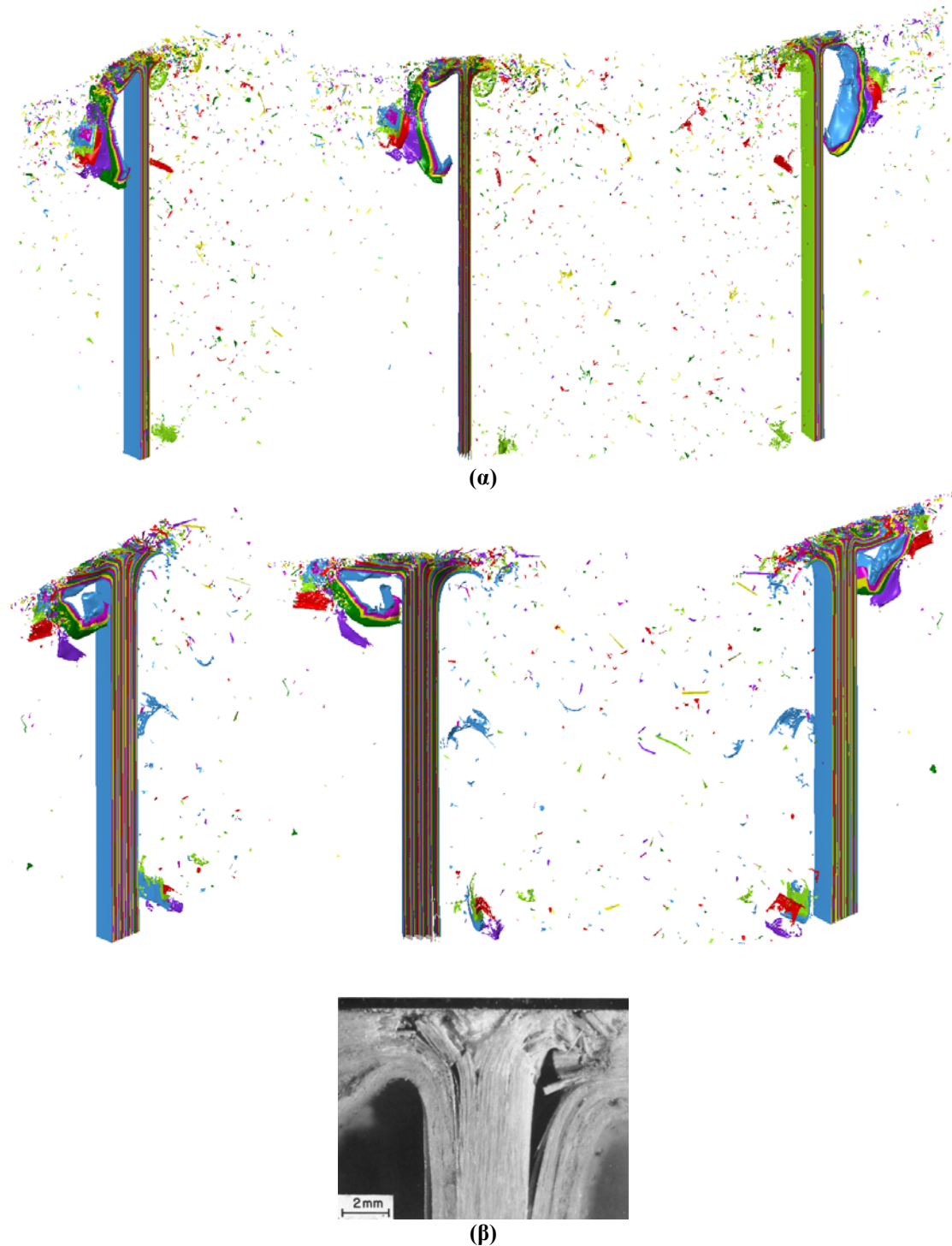
όπου σ_n και σ_s είναι η ορθή (normal) και η διατμητική (shear) τάση, αντίστοιχα, που αναπτύσσονται στη διεπιφάνεια επαφής, ενώ οι NFLS και SFLS είναι η ορθή και η διατμητική τάση αστοχίας, αντίστοιχα, των συγκεκριμένων διαδοχικών στρώσεων (Εικ. 6.1(α)). Με την έναρξη της αστοχίας δίνεται η δυνατότητα περαιτέρω ελέγχου του μηχανισμού αλληλεπίδρασης των (πρώην) δεσμευμένων μεταξύ τους επιφανειών με γραμμική μείωση των συνιστωσών της τάσης μέχρι το μηδενισμό τους

(ολοκλήρωση της αστοχίας και απαλοιφή του θεωρούμενου εφελκυστικού ελατηρίου επαφής) σε κάποιο κρίσιμο μέγεθος του δημιουργούμενου διακένου (εύρος ρωγμής) (Εικ. 6.1(β)). Η απόκριση αυτή βασίζεται στο τυπικό σκεπτικό της διάρρηξης ενός συνεκτικού υλικού, κατά το οποίο η έλξη μεταξύ των δύο αρχικά συνδεδεμένων επιφανειών ελαττώνεται σταδιακά με την αύξηση της απόστασης αποκόλλησης. Η κρίσιμη απόσταση στην οποία η αστοχία της διεπιφάνειας σύνδεσης έχει ολοκληρωθεί, καθορίζει την καμπύλη έλξης-ρήγματος και την αντίστοιχη ενέργεια ρηγμάτωσης αυτής της μορφής αστοχίας. Με τον τρόπο αυτό δηλαδή, επιλέγεται ένα επιπλέον κριτήριο διαφορετικής μορφής, που περιλαμβάνει τον ορισμό μιας καμπύλης αστοχίας που επιτρέπει την παραμόρφωση της σύνδεσης (κάθετα στην επιφάνεια ορισμού της) μέχρι την πλήρη αποσύνδεση των αρχικά συνδεδεμένων μεταξύ τους επιφανειών. Επίσης, μετά την (ενδεχόμενη) αποσύνδεση, η επαφή λειτουργεί ως “Automatic_Surface_to_Surface” (με αντιστάθμισμα του πάχους των shell στοιχείων). Σε αυτού του τύπου τις διεπιφάνειες επαφής δεν τίθεται θέμα ενεργοποίησης της παραμέτρου “Ssthk”, καθώς το αντιστάθμισμα του πάχους (πάχος επαφής) αφορά (by default) στο πραγματικό πάχος των στρώσεων ανεξαρτήτως του μεγέθους των πεπερασμένων στοιχείων (βλ., Κεφ. 4.5).

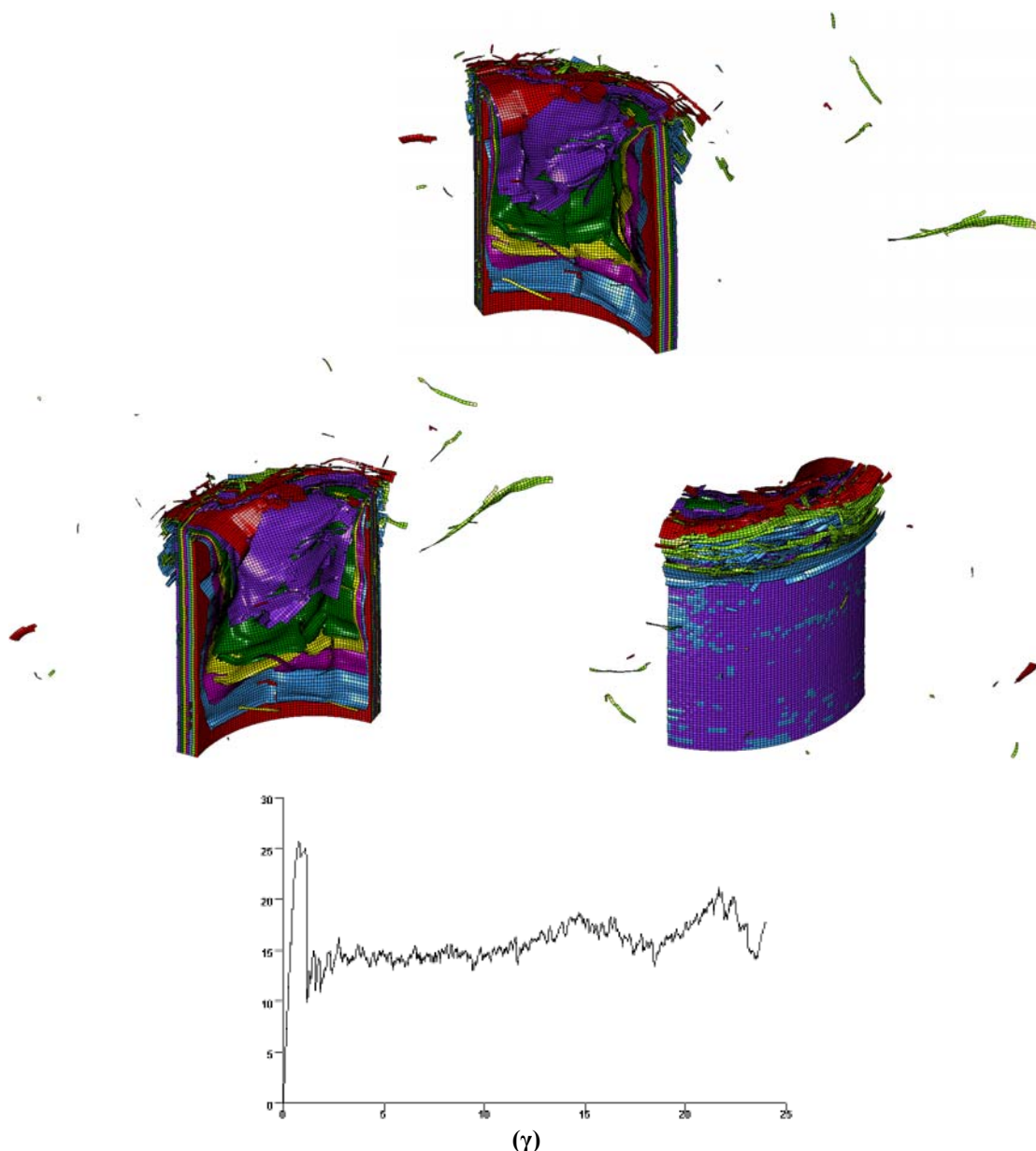
Επιπλέον, χρησιμοποιείται ένας γενικός τύπος επαφής (π.χ., “Contact_Automatic_Single_Surface”, με τις απαραίτητες πρόσθετες παραμέτρους (βλ., Κεφ. 4.3-4.6)) για τη διαχείριση κάθε πιθανού τρόπου (ενδεχόμενης) αλληλεπίδρασης μεταξύ όλων των στρώσεων, μετά την έναρξη διαστρωματικής αποκόλλησης και την απαλοιφή πεπερασμένων στοιχείων στις επιμέρους στρώσεις λόγω της μοντελοποιούμενης ρηγμάτωσης (παράμετρος “Tfail” στις ιδιότητες του σύνθετου υλικού (βλ., Κεφ. 5.2.4)). Δύο παραδείγματα εφαρμογής της προαναφερθείσας διαδικασίας παρουσιάζονται στις Εικ. 6.2(α) και (β) (με εικόνα τυπικού μετώπου κατάρρευσης παρόμοιων κελυφών).

Εναλλακτικά της εφαρμογής μιας διεπιφάνειας επαφής τύπου “Automatic Tiebreak” για τη μοντελοποίηση της διαστρωματικής αποκόλλησης, και με ισχύουσες τις υπόλοιπες (προαναφερθείσες) παραμέτρους μοντελοποίησης, χρησιμοποιήθηκε το σκεπτικό των “συνεκτικών” πεπερασμένων στοιχείων (cohesive element). Μεταξύ των διαδοχικών επιφανειών shell στοιχείων (στρώσεις σύνθετου υλικού) τοποθετήθηκε ένα στρώμα solid στοιχείων, συγχωνεύοντας (merging) τους κοινούς με τις εκατέρωθεν επιφάνειες shell στοιχείων κόμβους (ίδια πυκνότητα πλέγματος στις επιφάνειες των shell και στις στρώσεις των solid στοιχείων), ενώ στα

συγκεκριμένα solid στοιχεία ενσωματώνονται οι αντίστοιχες ιδιότητες (“Section_Solid”) και το κατάλληλο - τύπου “Mat_Cohesive” - υλικό (με ελάχιστη πυκνότητα μάζας) κατά περίπτωση [1, 2]. Η μηχανική συμπεριφορά και η εν τέλει αστοχία (με απαλοιφή στοιχείων) του συνεκτικού υλικού καθορίζει το μηχανισμό της διαστρωματικής αποκόλλησης (Εικ. 6.2(γ)).



Εικ. 6.2 (συνεχίζεται)



Εικ. 6.2 Μοντέλα αξονικής κατάρρευσης σωλήνων πολύστρωτου σύνθετου υλικού: (α) 14 στρώσεις (διεπιφάνειες τύπου “Automatic_Tiebreak”), (β) 29 στρώσεις (διεπιφάνειες τύπου “Automatic_Tiebreak”) και εικόνα τυπικού μετώπου κατάρρευσης παρόμοιων κελυφών, (γ) 8 στρώσεις (ενδιάμεσο υλικό τύπου “Mat_Cohesive”) με το αντίστοιχο διάγραμμα φορτίου (kN) - μετατόπισης (mm)

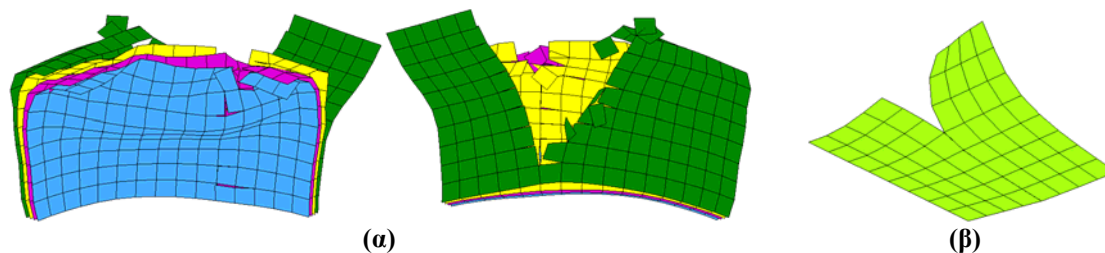
Από τις πρώτες δοκιμαστικές προσομοιώσεις φαίνεται ότι, με επαρκή πειραματικά δεδομένα που θα καλύπτουν με ακρίβεια τα αντίστοιχα απαιτούμενα της μοντελοποίησης, καθώς και με κατάλληλη διαχείριση των εμπειρικών παραμέτρων των μοντέλων, μπορεί να αναμένονται ικανοποιητικά αποτελέσματα σχετικά με τη διαχείριση βασικών μηχανισμών αστοχίας/κατάρρευσης/απορρόφησης ενέργειας κατά την αξονική καταπόνηση λεπτότοιχων κελυφών πολύστρωτου σύνθετου υλικού. Αυτοί αφορούν τόσο στην αλληλεπίδραση των επιμέρους (διαδοχικών) στρώσεων (διαστρωματική αποκόλληση) όσο και στα φαινόμενα ρηγμάτωσης και θρυμματισμού

του υλικού των στρώσεων (κάμψη των ρηγματωμένων στρώσεων προς το εσωτερικό και το εξωτερικό του κυλινδρικού κελύφους, συσώρευση θρυμματισμένου υλικού - αποκομμένα shell στοιχεία των επιμέρους στρώσεων, που αποκτούν γεωμετρική οντότητα λόγω της θεώρησης του πραγματικού πάχους τους κατά την επαφή - υπό μορφή σφήνα στο μέτωπο κατάρρευσης του σωλήνα) (Εικ. 6.2). Απαραίτητες βέβαια προϋποθέσεις για την προσομοίωση αυτών των μηχανισμών συνιστούν η ανεξάρτητη μοντελοποίηση κάθε στρώσης και η εξαιρετικά λεπτή διακριτοποίησή της, γεγονός που απαιτεί υψηλή διαθεσιμότητα υπολογιστικής ισχύος, ιδιαίτερα σε περιπτώσεις κελυφών μεγάλων σχετικά διαστάσεων ή/και πολύπλοκης δομής.

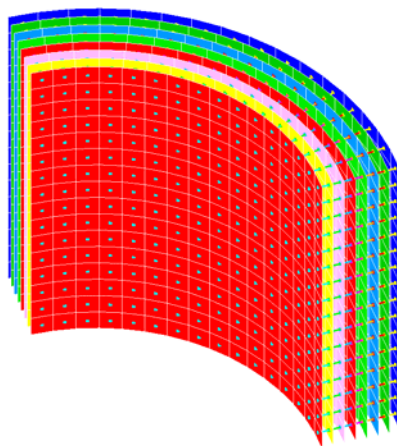
Ρηγμάτωση/Θραύση

Στη μοντελοποίηση ρηγμάτωσης/διάρρηξης/θραύσης κελύφους σύνθετου υλικού (ή μεμονωμένων στρώσεων) μπορεί να εφαρμοστεί επίσης ο προαναφερθείς τύπος διεπιφάνειας επαφής, “Automatic Tiebreak”, καθώς και περιορισμοί τύπου “constraint” (π.χ., Constrained_Generalized_Weld_Butt με επιλογή κριτηρίου ψαθυρής - για την περίπτωση - αστοχίας της σύνδεσης [2]) (Εικ. 6.3). Σε αυτήν την περίπτωση δεν είναι απαραίτητη η επιλογή απαλοιφής πεπερασμένων στοιχείων για την προσομοίωση ενδεχόμενης αστοχίας, καθώς αυτή συντελείται κατά μήκος των συνόρων (κοινών ακμών) των στοιχείων με αποκόλληση των κοινών (μη συγχωνευθέντων κατά τη μοντελοποίηση) κόμβων (προσομοίωση αστοχίας συνδετικής ραφής). Όμως, τέτοιου είδους προσέγγιση μπορεί να επιλεγεί κυρίως σε περιπτώσεις εντοπισμένης ή προκαθορισμένης και τοπικά περιορισμένης αναμενόμενης αστοχίας. Και τούτο, γιατί ο δια χειρός (ένα προς ένα) απαιτούμενος καθορισμός των εμπλεκόμενων - στη δέσμευση και ενδεχόμενη αποδέσμευση - ζευγών των οντοτήτων της συγκεκριμένης αλληλεπίδρασης επαφής (node set ή segment set) του μοντέλου είναι επίπονος και χρονοβόρος σε σύνθετα μοντέλα μεγαλύτερης κλίμακας, όπου οι ζώνες αστοχίας είναι συνήθως εκτεταμένες και γενικά ακαθόριστες εκ των προτέρων. Σε τέτοιας κλίμακας και δομής μοντέλα, με αναμενόμενη αστοχία κελυφών σύνθετου υλικού μοντελοποιημένων με shell στοιχεία ή κατασκευών μεγαλύτερου πάχους αποτελούμενων (και) από solid στοιχεία, η προσομοίωση της αστοχίας ρηγμάτωσης με διαγραφή των έντονα παραμορφωμένων στοιχείων (όπως προαναφέρθηκε και υλοποιήθηκε στα μοντέλα της παρούσας διατριβής) είναι προφανώς προτιμότερη, καθώς - επιπλέον - αποδεικνύεται και

αποδοτική (με κατάλληλη χρήση των σχετικών παραμέτρων, ασφαλή πειραματικά δεδομένα και μεγάλης πυκνότητας πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων).



Εικ. 6.3 Διάρρηξη (ρηγμάτωση, θραύση) κελύφους σύνθετου υλικού χωρίς απαλοιφή shell στοιχείων: (α) κατά μήκος οποιουδήποτε συνόρου (κοινών ακμών) shell στοιχείων εντός της επιφάνειας των στρώσεων κυλινδρικού κελύφους (τα στοιχεία που “λείπουν” βρίσκονται εκτός του πεδίου της εικόνας), (β) κατά μήκος προκαθορισμένης γραμμής (ακμών shell στοιχείων) εντός επίπεδου σύνθετου ελάσματος.



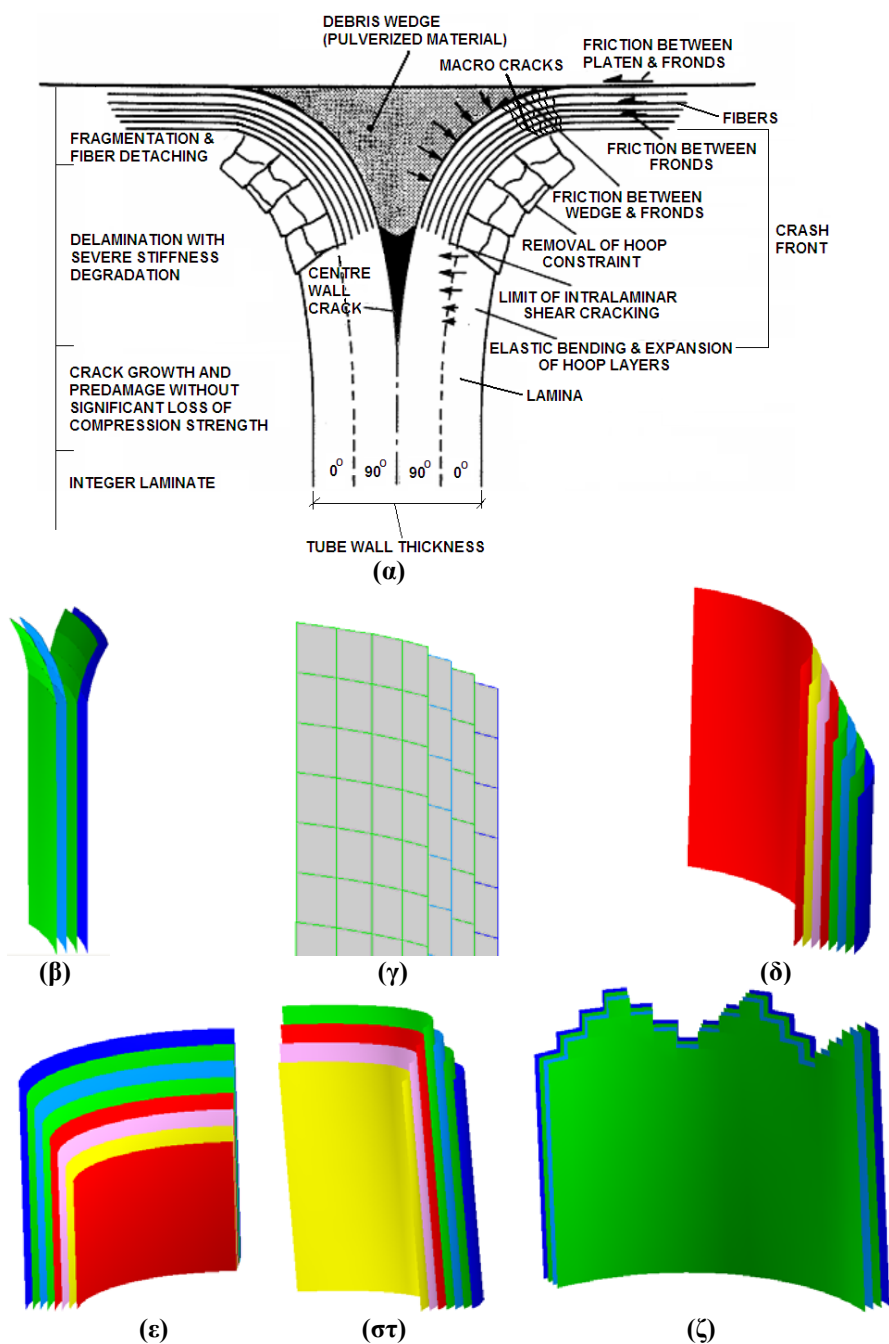
Εικ. 6.4 Διάταξη μοντελοποίησης διαστρωματικής αποκόλλησης σε κυλινδρικό κέλυφος σύνθετου υλικού 8 στρώσεων: τοποθέτηση μονοδιάστατων στοιχείων σύνδεσης (beam) μεταξύ των κέντρων (κόμβοι συνδετικών στοιχείων) των ακτινικά διατεταγμένων (απέναντι) shell πεπερασμένων στοιχείων (segment) διαδοχικών στρώσεων.

Εναλλακτική των προηγούμενων πρόταση μοντελοποίησης της διαστρωματικής αποκόλλησης (delamination) και της ρηγμάτωσης/θραύσης (cracking/fracturing) - μεταξύ και εντός των μεμονωμένων στρώσεων, αντίστοιχα - συνίσταται στη χρήση μονοδιάστατων συνδετικών στοιχείων (π.χ., δοκοί, βλ., “Section_Beam”) μεταξύ των αρχικά αλληλοσυνδεδεμένων και - στη συνέχεια - υποψήφιων προς αποσύνδεση επιμέρους οντοτήτων (segment, κόμβοι) του μοντέλου (Εικ. 6.4). Απαραίτητες προσθήκες αποτελούν ο τύπος υλικού των συνδετικών στοιχείων (π.χ., “Mat_Spotweld_Damage-Failure”) - που περιλαμβάνει και κριτήρια αστοχίας τους (λύση της σύνδεσης) - και ο τρόπος συνένωσής τους στα τμήματα που συνδέουν (π.χ.,

επαφή τύπου “Contact_Spotweld”), ενώ μπορεί επιπλέον να ενσωματωθεί κριτήριο αστοχίας των επαφών των συνδετικών στοιχείων με τα μεταξύ τους συνδεδεμένα πεπερασμένα στοιχεία (π.χ., “Define_Spotweld_Rupture_Stress”) [2]. Η προσέγγιση αυτή - κατ’ αντιστοιχία με τα αναφερθέντα στην προηγούμενη παράγραφο - ενδείκνυται σε περιορισμένης κλίμακας μοντέλα ή συγκεκριμένες περιοχές μοντέλων, καθώς η “ένα προς ένα” κατασκευή των συνδετικών στοιχείων κατά τη φάση της δημιουργίας του μοντέλου στον Pre-Processor του κώδικα αποτελεί χρονοβόρα διαδικασία.

Σφήνας θρυμματισμένου υλικού

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, στην παρουσίαση των πολύστρωτων μοντέλων (με πολλαπλές επάλληλες στρώσεις shell πεπερασμένων στοιχείων) διαστρωματικής αποκόλλησης, ο κλασικός μηχανισμός αξονικής προοδευτικής κατάρρευσης κελυφών πολύστρωτου σύνθετου υλικού συνίσταται στη δημιουργία σφήνα θρυμματισμένου υλικού (debris wedge) μεταξύ δύο επιμέρους δεσμών στρώσεων - που κάμπτονται προς το εξωτερικό και το εσωτερικό του κελύφους, αντίστοιχα (spraying mode) - και της πλάκας συμπίεσης (Εικ. 6.5(α)). Το ενδεχόμενο τέτοιας μορφής κατάρρευσης (άρα και σχηματισμού σφήνα θρυμματισμένου υλικού) εξαρτάται κυρίως από τη σχέση μεταξύ των βασικών διαστάσεων του κελύφους (ύψος, εξωτερικές διαστάσεις, πάχος τοιχώματος), το υλικό (είδος, αριθμός στρώσεων, διάταξη ενισχυτικών ινών) και την τυχόν (γεωμετρική) διαμόρφωση του άκρου (triggering) του κελύφους για πρόκληση συσσώρευσης τάσεων και εκκίνηση της κατάρρευσης από αυτό. Ο σφήνας σχηματίζεται αμέσως μετά την εκκίνηση της αξονικής κατάρρευσης στο ένα άκρο του κελύφους και κατά μήκος της περιφέρειάς του (σχηματισμός μετώπου κατάρρευσης - crash front). Το υλικό του προέρχεται από τη σύνθλιψη (λόγω συμπίεσης) και τον απότοκο θρυμματισμό του ψαθυρού υλικού του κελύφους. Μετά τον πλήρη σχηματισμό του λειτουργεί ως ένα απαραμόρφωτο υλικό (εργαλείο), προέκταση της πλάκας συμπίεσης, που προωθείται κατά μήκος του κελύφους προϊούσης της αξονικής φόρτισης, ωθώντας προς το εξωτερικό και το εσωτερικό του τοιχώματος δύο ομάδες στρώσεων υλικού, αντίστοιχα, ανάμεσα στις οποίες έχει προκαλέσει και συντηρεί διαστρωματική αποκόλληση. Ο σφήνας αυτός μπορεί να μοντελοποιηθεί εξ αρχής στο μέτωπο της πλάκας συμπίεσης ως rigid υλικό, προκειμένου να “διευκολυνθεί” η έναρξη και η εξέλιξη διαστρωματικής αποκόλλησης (Εικ. 6.5(α)). Η θέση σχηματισμού του σφήνα (μεταξύ ποιων



Εικ. 6.5 (α) Σφήνας θρυμματισμένου υλικού [7, 8], (β-ζ) διατάξεις προσομοίωσης triggering

στρώσεων) δεν είναι γενικά εκ των προτέρων γνωστή (επομένως και η τοποθέτησή του στην προσομοίωση, ιδιαίτερα κατά την μοντελοποίηση του πολύστρωτου κελύφους με μία στρώση shell στοιχείων ανά στρώση υλικού), καθώς εξαρτάται από το πάχος του τοιχώματος του κελύφους, την αλληλουχία διαστρωμάτωσης, τη διάταξη και το πάχος των επιμέρους στρώσεων, καθώς και την αντοχή (κυρίως σε επίπεδη διάτμηση) των διεπιφανειών τους. Μπορεί εντούτοις - ειδικά στην περίπτωση μοντελοποίησης των μεμονωμένων στρώσεων σε ομάδες, π.χ., 16 στρώσεις υλικού μοντελοποιημένες με 4 στρώσεις shell στοιχείων (πολύστρωτα shell στοιχεία) - να

θεωρηθεί στο μέσον του πάχους του τοιχώματος ή περίπου εκεί, ανάλογα με τους προαναφερθέντες παράγοντες. Αλλιώς, η επιλογή της θέσης σχηματισμού μπορεί να βασιστεί είτε στη γνώση πληθώρας πειραματικών αποτελεσμάτων είτε - με αμιγώς προβλεπτική προσέγγιση, αλλά και με ασφαλή πειραματικά δεδομένα - σε επαναληπτικές δοκιμαστικές εκτελέσεις της αρχικής φάσης της καταπόνησης (με όλες τις υπόλοιπες απαιτούμενες παραμέτρους μοντελοποίησης) και εκτίμηση μέσω των αποτελεσμάτων (διακύμανση και κατανομή αναπτυσσόμενων τάσεων) της πιθανής θέσης διαστρωματικής αποκόλλησης. Ο σταδιακός σχηματισμός του σφήνα μέχρι μια τελική μορφή (όπως συμβαίνει στην πραγματικότητα) αποτελεί πολύπλοκη διαδικασία μοντελοποίησης, ενδεχομένως και μη χρήσιμη στη συνολική εξέταση της κατάρρευσης, καθώς θα μπορούσε να αποδώσει ορθότερα μόνο το αρχικό φορτίο (έναρξής της). Θα μπορούσε ωστόσο να εισαχθεί ο σφήνας στη δεύτερη (μόνιμη) φάση της προσομοίωσης, ενώ η πρώτη, που αφορά στο πρώτο (μεταβατικό) στάδιο της κατάρρευσης του κελύφους (μέχρι την πλήρη ανάπτυξη του σφήνα θρυμματισμένου υλικού), να “προετοιμάσει” το μοντέλο για την ένταξή του. Αυτό σημαίνει ότι, στο τέλος της πρώτης φάσης της προσομοίωσης, το μέτωπο κατάρρευσης (σχηματισμός/διαχωρισμός δύο δεσμών στρώσεων καμπτόμενων προς το εσωτερικό και το εξωτερικό του τοιχώματος του κελύφους, αντίστοιχα) θα έχει αναπτυχθεί προκειμένου να “ενσωματώσει” το σφήνα. Για να υλοποιηθεί αυτό το σκεπτικό, μπορούν λίγες - ανάλογα με την πυκνότητα του πλέγματος - σειρές shell στοιχείων στο συγκεκριμένο άκρο του κελύφους να θεωρηθούν χωρίς δέσμευση σύνδεσης στη διεπιφάνεια επαφής τους και μάλιστα ελαφρά κεκλιμένες - ανά δέσμη στρώσεων - προς το εσωτερικό και το εξωτερικό του τοιχώματος, αντίστοιχα (Εικ. 6.5(β)). Έτσι, αφενός εξασφαλίζεται αυτόματα η δυνατότητα διαστρωματικής αποκόλλησης στη συγκεκριμένη ζώνη αφετέρου προλαμβάνεται ο ασταθής τοπικός λυγισμός του τοιχώματος, ενώ η παραμόρφωση του κελύφους εκκινά με κάμψη και έκταση των στρώσεων. Απώτοκη της τοπικής διαμόρφωσης άκρου (triggering) του κελύφους, είναι η μείωση του αρχικού φορτίου κατάρρευσης (λόγω της μείωσης της δυσκαμψίας του κελύφους στη συγκεκριμένη ζώνη), έναντι της τιμής που θα παρουσίαζε με πλήρως ανεπτυγμένο το μέτωπο επαφής με την πλάκα συμπίεσης. Είναι προφανές ότι η μοντελοποίηση του σφήνα θρυμματισμένου υλικού μπορεί να συνδυαστεί με οποιονδήποτε από τους προαναφερθέντες προτεινόμενους τρόπους προσομοίωσης της διαστρωματικής αποκόλλησης κελύφους (μοντέλο επάλληλων διακριτών στρώσεων).

Μηχανισμός “triggering” - διαμόρφωση άκρου

Όπως αναφέρθηκε στα προηγούμενα, προκειμένου να εκκινήσει και να εξελιχθεί προοδευτικός και ελεγχόμενος τρόπος κατάρρευσης σε ένα κελύφος σύνθετου υλικού κατά την αξονική του συμπίεση, πολλές φορές απαιτείται η διαμόρφωση με μηχανουργικό τρόπο του ενός άκρου/μετώπου του (triggering), που θα προκαλέσει συγκέντρωση τάσεων σε αυτό και δημιουργία μετώπου κατάρρευσης (Εικ. 6.5(α)). Η επέμβαση αυτή γενικά εξαρτάται (για το αν και το πως θα πραγματοποιηθεί) από τις διαστάσεις του κελύφους και τη δομή του κατά τη διεύθυνση του πάχους του τοιχώματος, και υλοποιείται προκειμένου να αποφευχθούν καταστροφικοί τρόποι κατάρρευσης (περιφερειακή ρηγμάτωση σε κάποιο ενδιάμεσο ύψος, καθολικός λυγισμός και θραύση) που οδηγούν σε μικρά ποσά απορροφούμενης ενέργειας. Η εισαγωγή ενός τέτοιου μηχανισμού στη μοντελοποίηση της κατάρρευσης γίνεται συνήθως για δύο λόγους: είτε - το προφανές - για την προσομοίωση αντίστοιχης πειραματικής διαδικασίας είτε για τη ρεαλιστικότερη προσέγγιση της κατάρρευσης παρότι “triggering” δεν υφίσταται στο δοκίμιο της πειραματικής διαδικασίας (Εικ. 6.5(γ)-(στ)).

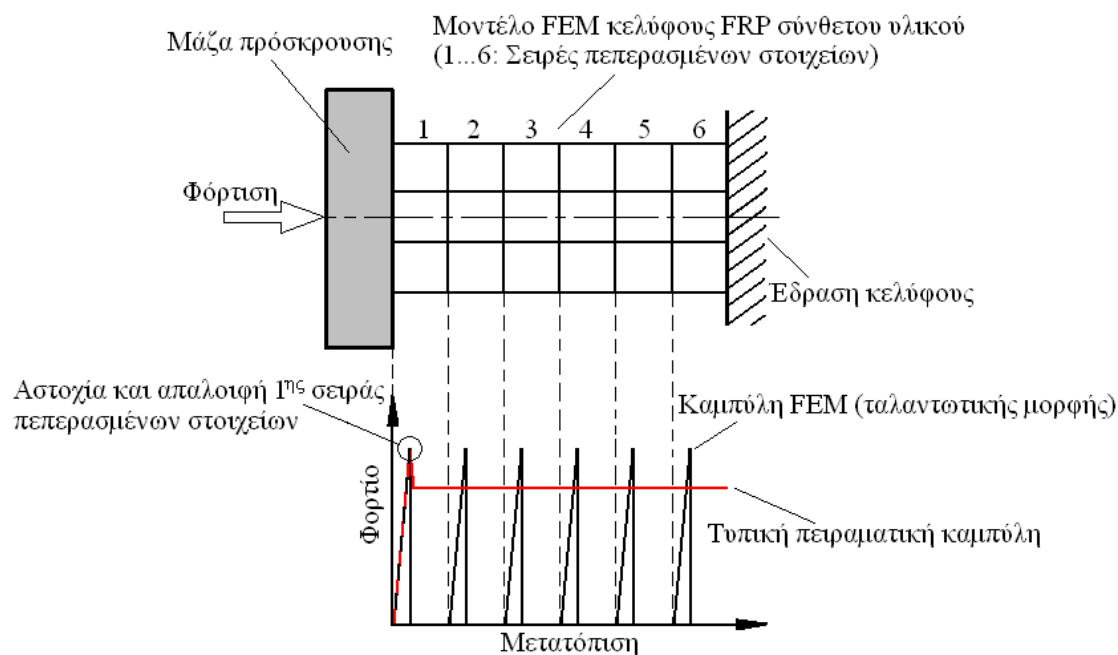
Σε πολλές περιπτώσεις, που το αποτέλεσμα της μοντελοποίησης διαφοροποιείται χαρακτηριστικά από το αντίστοιχο πειραματικό, αιτία μπορεί να είναι η εισαγωγή των παραμέτρων της προσομοίωσης (γεωμετρία, διαστάσεις, συνοριακές συνθήκες, δομή και ιδιότητες υλικού) με εξιδανικευμένο τρόπο και ονομαστικές τιμές. Στην πραγματικότητα όμως, αυτές ενδέχεται να παρουσιάζουν απόκλιση λόγω ελαττωμάτων/ατελειών που εισήχθησαν κατά την κατασκευή των δοκιμίων (ειδικά στα κελύφη σύνθετου υλικού, λόγω της πολύπλοκης δομής και ανάλογα με τον τρόπο παρασκευής τους, είναι ιδιαίτερα πιθανή η ποιοτική απόκλιση και διασπορά των γεωμετρικών και μηχανικών ιδιοτήτων τους εντός του όγκου τους σε σχέση με την ονομαστική μέση τιμή).

Επιπλέον, η διαφοροποίηση της απόκρισης του κελύφους - στο αρχικό μέτωπο παραμόρφωσης - μεταξύ πειράματος και προσομοίωσης (κυρίως σε πολύ μικρής κλίμακας μεγέθους δοκίμια, με ιδιαίτερα λεπτή διακριτοποίηση, και μοντελοποίηση όλων των επιμέρους στρώσεων υλικού με ξεχωριστές στρώσεις shell στοιχείων) μπορεί να οφείλεται - εν μέρει - ακόμη και στη μέθοδο κοπής των κελυφών (σε συνδυασμό με τις ιδιότητες του υλικού και τον τρόπο κατασκευής του κελύφους), καθώς εισάγονται (μικρο-) μηχανισμοί triggering στα μηχανουργικά διαμορφωμένα άκρα τους, λόγω της τοπικής πρόκλησης θραύσεων, ρωγμών και ευρύτερης φθοράς.

Μια τοπική αλλοίωση (σε σχέση με την ιδανική γεωμετρία) του εξαιρετικά λεπτού πλέγματος των πεπερασμένων στοιχείων, με τυχαία εξαρχής αφαίρεση κάποιων εξ αυτών από το άκρο του κελύφους, θα ισοδυναμούσε με την επιβολή αντίστοιχου με το πραγματικό μικρο-triggering σε επίπεδο προσομοίωσης.

Μία προσέγγιση που μπορεί να θεωρηθεί ότι ενσωματώνει τις πιθανές αποκλίσεις μεταξύ δοκιμίου και μοντέλου, που αναφέρθηκαν στην προτελευταία παράγραφο, είναι η εξαρχής διαμόρφωση ενός μηχανισμού triggering στο μοντέλο, προκειμένου να αποδοθεί ο πειραματικά παρατηρούμενος προοδευτικός τρόπος κατάρρευσης και να ελαττωθεί το υψηλό προκύπτον αρχικό φορτίο. Αυτό μπορεί να γίνει άμεσα, με γεωμετρική διαμόρφωση του μετώπου και - κατά περίπτωση - σε συνδυασμό με τη διαφοροποίηση της πυκνότητας (καθ' ύψος, περιφερειακά - σε μη αξονοσυμμετρικά κελύφη - και μεταξύ των επιμέρους στρώσεων) και του πάχους των shell στοιχείων σε τοπικό επίπεδο. Κατά την προσομοίωση της αξονικής κατάρρευσης (ιδίως αξονοσυμμετρικών/κυλινδρικών) κελυφών σύνθετου υλικού, κυρίως με χρήση μικρού - συγκριτικά με τον αντίστοιχο των πραγματικών στρώσεων - αριθμού στρώσεων shell πεπερασμένων στοιχείων (δέσμη πραγματικών στρώσεων ανά στρώση shell στοιχείων) και πολύ περισσότερο με χρήση μίας ενιαίας στρώσης shell στοιχείων κατά το πάχος του τοιχώματος, μπορεί να παρουσιαστεί ταυτόχρονη απαλοιφή στοιχείων σε όλες τις στρώσεις στη ζώνη του μετώπου κατάρρευσης, με παράλληλη έντονα ταλαντωτική/πριονωτή - απόκριση του φορτίου και εξαιρετικά χαμηλή ενέργεια απορρόφησης (Εικ. 6.6), όταν η πυκνότητα του πλέγματος σε αυτές είναι ίδια μεταξύ τους κατά το ύψος της ζώνης του μετώπου κατάρρευσης (οριζόντια ευθυγράμμιση των στοιχείων κατά τη διεύθυνση του πάχους). Σε τέτοια περίπτωση είναι προτιμότερη η αναδιάταξη του πλέγματος (διαφοροποίηση της πυκνότητας), με τοποθέτηση των αντίστοιχων στοιχείων των στρώσεων υπό κλίση κατά το πάχος του τοιχώματος του κελύφους (Εικ. 6.5(γ)) στην αρχική ζώνη κατάρρευσης, προκειμένου να προσομοιωθεί αποτελεσματικότερα η συνεχής αστοχία λόγω μικροθραύσεων που λαμβάνει χώρα σε τέτοιου είδους υλικά.

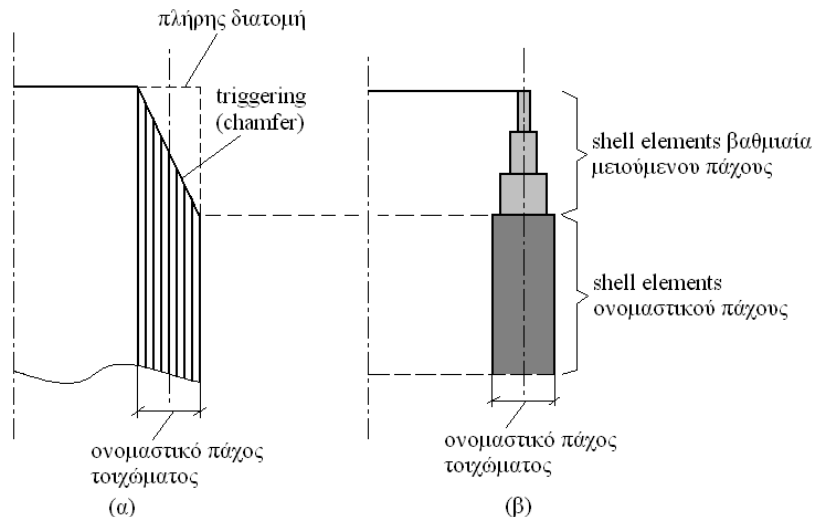
Γενικά, η μοντελοποίηση των μηχανισμών triggering εξαρτάται καταρχάς από την πραγματική (αν υπάρχει) διαμόρφωση άκρου που προσομοιώνεται και στη συνέχεια από το σκεπτικό υλοποίησής της, με αποτέλεσμα κάποιες τεχνικές να αφορούν σε: ομοιόμορφη διαφοροποίηση του ύψους των επιμέρους στρώσεων κατά το πάχος του τοιχώματος είτε προς το εσωτερικό είτε προς το εξωτερικό του τοιχώματος (bevel trigger) (Εικ. 6.5(δ), (ε)), κεκλιμένη διάταξη των πεπερασμένων στοιχείων στην



Εικ. 6.6 Τυπική (σχηματικά) πειραματική καμπύλη φορτίου-μετατόπισης από κατάρρευση κυλινδρικού σωλήνα FRP σύνθετου υλικού και αντίστοιχη FEM καμπύλη ταλαντωτικής μορφής με πολύ χαμηλή εκτίμηση της απορροφούμενης ενέργειας (μία - ενιαία - στρώση shell στοιχείων κατά το πάχος του τοιχώματος)

αρχική ζώνη παραμόρφωσης σε συνδυασμό με τον αντίστοιχο έλεγχο του πάχους τους για την ορθή απόδοση του αντισταθμίματός του (εναλλακτική απόδοση της προηγούμενης διαμόρφωσης) (Εικ. 6.5(β)), διαμόρφωση αιχμηρού άκρου στο μέσον του πάχους του τοιχώματος με αντίστοιχη διάταξη των πεπερασμένων στοιχείων (Εικ. 6.5(στ)), διαφοροποίηση του ύψους του τοιχώματος - κατά μήκος της περιφέρειας του κελύφους - με ενιαίο ύψος των στρώσεων κατά τη διεύθυνση του πάχους του τοιχώματος (tulip trigger) (Εικ. 6.5(ζ)), κλπ. Στην περίπτωση χρήσης μονής στρώσης πεπερασμένων στοιχείων για τη μοντελοποίηση του σύνθετου ελάσματος, μπορεί να αντιστοιχηθεί ομοιόμορφα μεταβαλλόμενο πάχος στις σειρές στοιχείων του αρχικού μετώπου κατάρρευσης για απόδοση αιχμηρότητας του τοιχώματος στο μέσον του (η τεχνική αυτή βέβαια μπορεί να εφαρμοστεί/προσαρμοστεί κατά περίπτωση και σε διαμορφώσεις μηχανισμών triggering σε μοντέλα με πολλαπλές στρώσεις shell στοιχείων κατά το πάχος του τοιχώματος του κελύφους σύνθετου υλικού) (Εικ. 6.7). Κατά τη μοντελοποίηση κελύφους πολύστρωτου σύνθετου υλικού με μία (ενιαία) στρώση τετραπλευρικών (τεσσάρων κόμβων) shell στοιχείων κατά τη διεύθυνση του πάχους του τοιχώματος, όταν πρόκειται να εισαχθεί οξύληκτος/λοξότμητος (tapered/chamfered) μηχανισμός triggering (Εικ. 6.7(α)) σε μία ή περισσότερες (διαδοχικές) σειρές στοιχείων στο ένα άκρο/μέτωπο πρόσκρουσης (crash front) του

κελύφους (αναπαριστώντας ή όχι - για την περίπτωση επιχείρησης μείωσης του αρχικού φορτίου ή/και εγκατάστασης ευσταθούς διαδικασίας κατάρρευσης στο μοντέλο - αντίστοιχη πειραματική διαμόρφωση), η διαδικασία πιο πιστής - σε σχέση με την προσέγγιση της Εικ. 6.7(β) - αποτύπωσης της συγκεκριμένης διαμόρφωσης μοιάζει δυσχερής εκ πρώτης όψews, λόγω της επίπεδης - χωρίς πάχος - (σχεδιαστικά) μορφολογίας των shell στοιχείων. Ο συγκεκριμένος μηχανισμός μπορεί να αποδοθεί υπολογιστικά μέσω της κάρτας εισαγωγής των ιδιοτήτων των shell στοιχείων, "Section_Shell" (όπου μεταξύ άλλων, όπως προαναφέρθηκε, καθορίζεται η μαθηματική διατύπωση του στοιχείου (element formulation)), στα πεδία προσδιορισμού του πάχους του στοιχείου στους τέσσερις κόμβους του. Εκεί μπορούν να εισαχθούν, με βάση την αρίθμηση των κόμβων στα συγκεκριμένα στοιχεία, οι κατάλληλες - με βάση την επιθυμητή διαμόρφωση - τιμές του πάχους στους μεμονωμένους κόμβους, ώστε να αποδίδεται υπολογιστικά η λοξότητα/αιχμηρότητα του τοιχώματος του κελύφους στην αντίστοιχη ζώνη ενδιαφέροντος στο άκρο του κελύφους. Στις συνήθεις περιπτώσεις βέβαια (ενιαίο πάχος τοιχώματος), οι τιμές του πάχους στους τέσσερις κόμβους ταυτίζονται.



Εικ. 6.7 Διαμόρφωση μηχανισμού triggering: (α) δοκίμιο, (β) διακριτοποίηση με shell πεπερασμένα στοιχεία

Πέραν της άμεσης, έμμεση διαμόρφωση μηχανισμού triggering μπορεί να αποδοθεί με έλεγχο των παραμέτρων που καθορίζουν την απαλοιφή πεπερασμένων στοιχείων (element erosion) στο μοντέλο, σε συνδυασμό με τοπικές επεμβάσεις στην πυκνότητα του πλέγματος. Εναλλακτικά, σε πιο απαιτητικές περιπτώσεις, μπορεί επιπλέον να επιβληθεί ανεξάρτητος έλεγχος απαλοιφής στοιχείων σε συγκεκριμένες

περιοχές (κρίσιμοι ενδιαφέροντος) της κατασκευής. Είναι προφανές ότι οι παραπάνω τεχνικές μπορούν να εφαρμοστούν και συνδυαστικά.

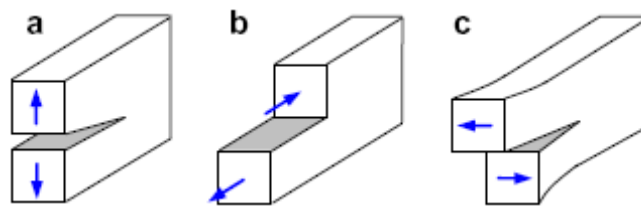
Συμπερασματικά, στο παρόν κεφάλαιο αναφέρθηκαν τεχνικές προσομοίωσης με χρήση του κώδικα πεπερασμένων στοιχείων, Ls-Dyna, οι οποίες εφαρμόστηκαν σε (κάποιες σε μικρής κλίμακας) δοκιμαστικά μοντέλα, προκειμένου να διερευνηθεί - καταρχήν ποιοτικά - η ανταπόκρισή τους στην απόδοση των βασικών μηχανισμών έναρξης και εξέλιξης της κατάρρευσης πολύστρωτων κελυφών σύνθετου υλικού σε αξονική συμπίεση, κυρίως κατά τη μοντελοποίηση των τελευταίων με αντίστοιχο (ή και μικρότερο) αριθμό στρώσεων shell πεπερασμένων στοιχείων. Στο άμεσο μέλλον αναμένεται η ένταξή τους στη μοντελοποίηση αντίστοιχων περιπτώσεων, που βρίσκονται ήδη στη φάση της πειραματικής διερεύνησής τους στο Εργαστήριο του Τομέα Τεχνολογίας των Κατεργασιών.

Άλλες μέθοδοι μοντελοποίησης της συμπεριφοράς και αστοχίας των σύνθετων υλικών

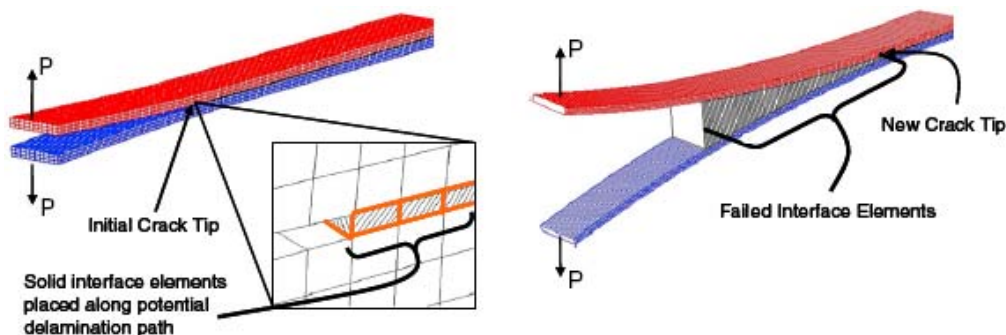
Μια πιο εξειδικευμένη προσέγγιση στη μοντελοποίηση της συμπεριφοράς και αστοχίας των κελυφών πολύστρωτου σύνθετου (ή sandwich) υλικού μπορεί να γίνει μέσω ειδικών πολύπλοκων τύπων (κυρίως) shell πεπερασμένων στοιχείων διατύπωσης πολύστρωτου (ή sandwich) και πολλαπλού υλικού (multilayered/sandwich ή/και multimaterial shell) [9-15].

Ιδιαίτερα σημαντική και εκτεταμένη επίσης είναι η αναζήτηση προσέγγισης της μοντελοποίησης των βασικών μηχανισμών αστοχίας (κυρίως της διαστρωματικής αποκόλλησης) με όρους “ρυθμού απελευθέρωσης ενέργειας” (energy release rate) σε μοντέλα αστοχίας (damage model) στα πλαίσια της μηχανικής των θραύσεων (fracture mechanics). Όσον αφορά στην ανάλυση/μοντελοποίηση της διαστρωματικής αποκόλλησης, αυτή μπορεί να ενταχθεί σε δύο κατηγορίες, στη μηχανική αστοχιών (damage mechanics) και τη μηχανική θραύσεων (fracture mechanics). Η μηχανική αστοχιών (ή μοντελοποίηση προοδευτικού υποβιβασμού μηχανικών ιδιοτήτων) περιγράφει την αστοχία μέσω καταστατικών μεταβλητών αστοχίας, καθώς δεν μοντελοποιούνται ευθέως ρωγμές. Για τη μοντελοποίηση της εξέλιξης της αστοχίας (διαστρωματική αποκόλληση) χρησιμοποιούνται σκεπτικά βασισμένα στην ανάπτυξη των τάσεων, ενώ η ανάλυση μπορεί να εκκινήσει από μηδενική αστοχία. Επιπλέον, αναφορικά με τις επιπτώσεις της διαστρωματικής αποκόλλησης στις παρακείμενες στρώσεις μετά την υπόδειξή της από την τρέχουσα ανάλυση, μπορεί να θεωρηθεί για τη συνέχεια υποβιβασμός της δυσκαμψίας τους. Η μηχανική θραύσεων, από την άλλη

πλευρά, παρακολουθεί την εξέλιξη μιας συγκεκριμένης ρωγμής. Δεν προβλέπεται κάποια εκκίνηση ρηγματώσης, αντί αυτού θεωρείται μια ήδη υφιστάμενη (αρχική) ρωγμή και ανιχνεύεται η εξέλιξή της μέσω κάποιου κριτηρίου ρυθμού απελευθέρωσης ενέργειας (energy release rate) (π.χ., κατά Griffith). Η κλίμακα μοντελοποίησης των δύο αυτών προσεγγίσεων καταρχήν διαφέρει αρκετά. Η μηχανική θραύσεων συνήθως απαιτεί μικρότερη κλίμακα, καθώς μοντελοποιείται μια συγκεκριμένη ρωγμή, παρά, π.χ., μία πολλαπλά ρηγματωμένη στρώση υλικού (Εικ. 6.8) [16-31].



Εικ. 6.8 Μηχανισμοί ανάπτυξης ρωγμής: (a) peeling, (b) shearing, (c) tearing [27]



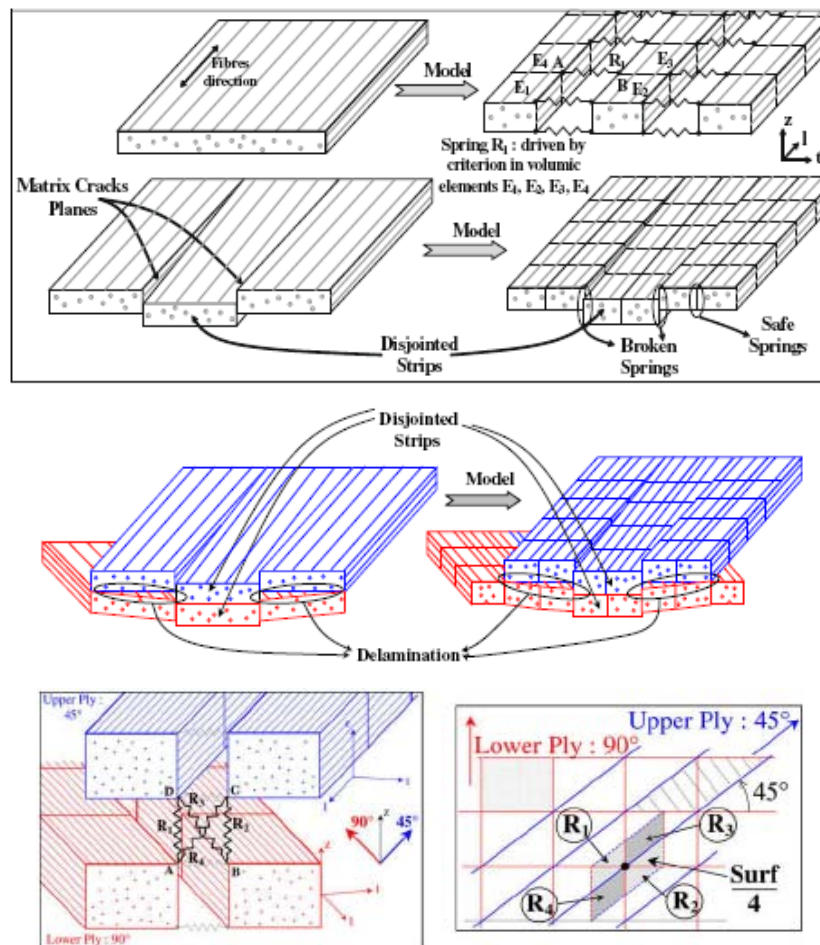
Εικ. 6.9 Μοντελοποίηση διαστρωματικής αποκόλλησης με χρήση solid συνεκτικών (cohesive) στοιχείων [38]

Όπως ήδη αναφέρθηκε, εντός του τύπου διεπιφάνειας επαφής “Automatic Tiebreak” ενεργοποιούνται κατά περίπτωση (με την ενεργοποίηση των κατάλληλων παραμέτρων) τέτοιοι αλγόριθμοι, ενώ αντίστοιχες προσεγγίσεις μπορούν να γίνουν με τη χρήση συνεκτικών/συνδετικών (μοντέλων) υλικών σε υποψήφιες για αστοχία διεπιφάνειες επαφής (Εικ. 6.9, 6.10) [1, 2, 32-41].

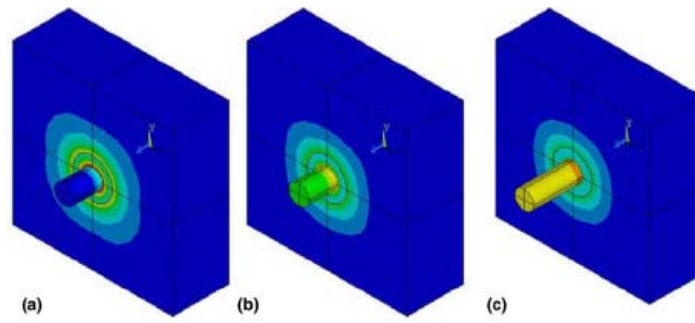
Επιπλέον, έχουν διατυπωθεί πληθώρα μοντέλων αστοχίας, που αποτελούν προσεγγίσεις περιορισμένης κλίμακας μεγέθους και μικροσκοπικής (μικρομηχανικής) κυρίως θεώρησης, όπως π.χ., η αποκόλληση ινών-μήτρας (debonding) ή η εκρίζωση ινών από τη μήτρα (pull-out) (Εικ. 6.11-6.14) [42-51].

Επίσης, για την αποτελεσματικότερη ανάλυση της κατάρρευσης κυρίως των δομικά πολύπλοκων κατασκευών, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η σταδιακά

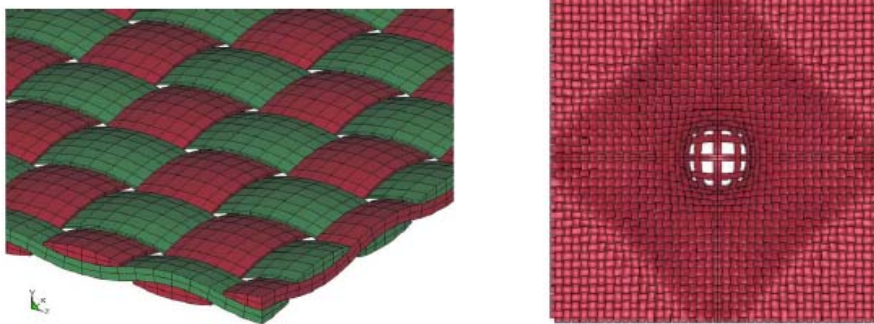
κλιμακούμενη μοντελοποίηση που συνδυάζεται με πειραματικές δοκιμές αντίστοιχης κλίμακας. Τα πειράματα διεξάγονται σε διάφορα επίπεδα κλίμακας και πολυπλοκότητας, από το επίπεδο του στοιχειώδους δοκιμίου (coupon level) για την εξαγωγή των ιδιοτήτων των υλικών που θα εισαχθούν στα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων, μέχρι το επίπεδο των αντίστοιχων στοιχείων της κατασκευής (element level) για τη βαθμονόμηση των παραμέτρων - των μοντέλων της ανάλυσης - που δεν μπορούν να προσδιοριστούν πειραματικά, και έως το επίπεδο του συνολικού εξαρτήματος (component level) για την επικύρωση των μοντέλων. Βέβαια, η συγκεκριμένη μέθοδος απαιτεί πολλαπλές συστηματικές προσομοιώσεις δοκιμής και επαλήθευσης για τον προσδιορισμό των βέλτιστων τιμών κάποιων παραμέτρων της μοντελοποίησης και το συσχετισμό τους με φυσικές ποσότητες. Ωστόσο, η προσέγγιση αυτή διευκολύνει την ανάπτυξη αξιόπιστων αριθμητικών μοντέλων, περιορίζοντας τον αριθμό των απαιτούμενων πειραματικών δοκιμών πλήρους κλίμακας [52-54].



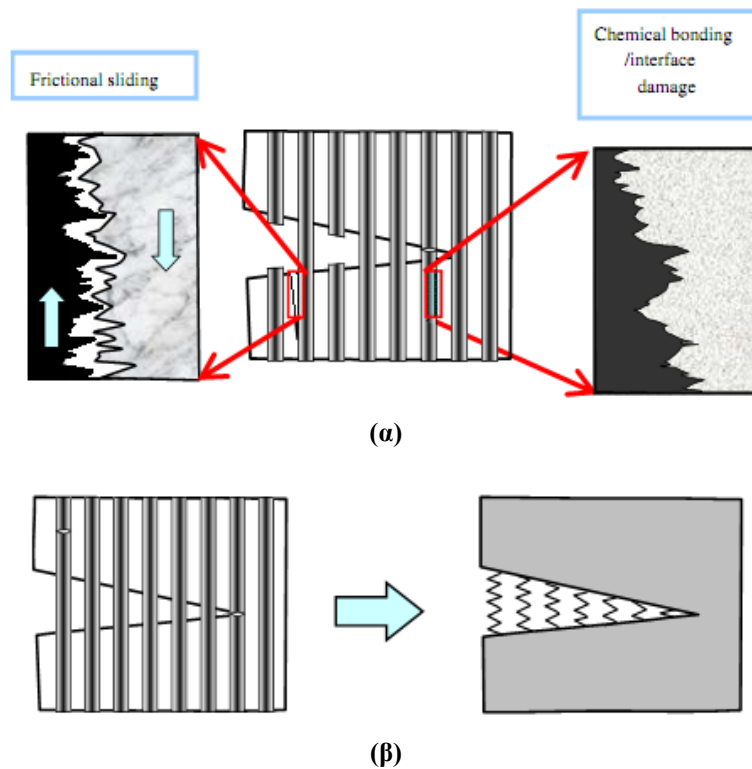
Εικ. 6.10 Μικρομηχανική μοντελοποίηση ρηγματώσης μήτρας και διαστρωματικής αποκόλλησης με χρήση διακριτών (discrete) πεπερασμένων στοιχείων (ελατήρια - spring) [39]



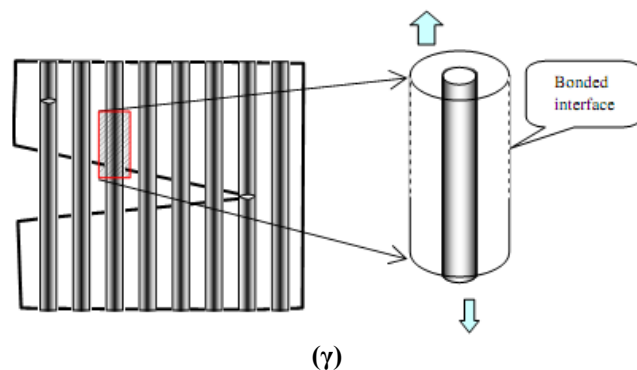
Εικ. 6.11 Μικρομηχανική μοντελοποίηση αποκόλλησης (debonding) και εκρίζωσης (pull-out) ινών από τη μήτρα: (a) ελαστική επιμήκυνση, (b) εκκίνηση αποκόλλησης, (c) σχετική ολίσθηση με τριβές [43].



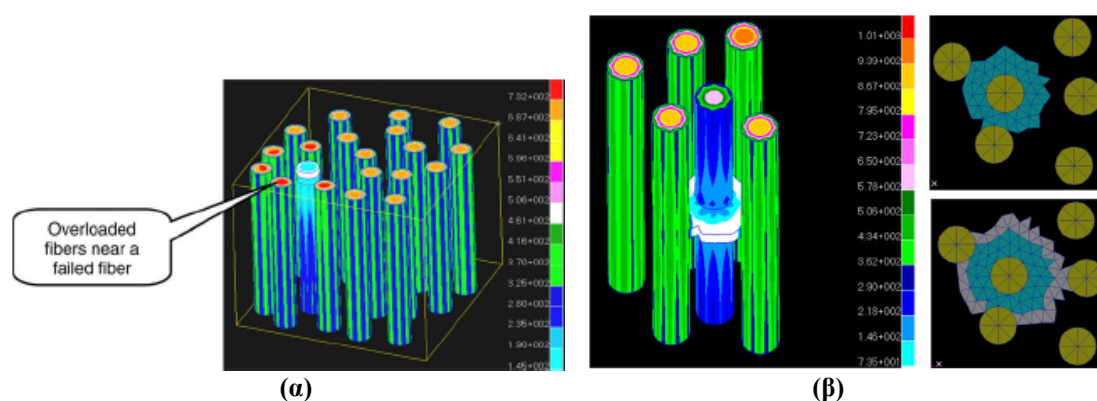
Εικ. 6.12 Τρισδιάστατη μοντελοποίηση μόνης στρώσης πλεκτού υφάσματος (plain-woven fabric) σε βλητική καταπόνηση [44].



Εικ. 6.13 (συν.)



Εικ. 6.13 Μικρομηχανική μοντελοποίηση βασικών μηχανισμών αστοχίας σε μονοδιευθυντική στρώση σύνθετου υλικού: (α) Διεπιφάνεια σύνδεσης ινών-μήτρας (σχετική ολίσθηση μετά την αστοχία της χημικής/φυσικής σύνδεσης), (β) Ρηγμάτωση μήτρας και προσομοίωση των συνδετικών ινών με μη γραμμικά ελατήρια, (γ) Αποκόλληση (debonding) και εκρίζωση (pull-out) ινών από τη μήτρα [48]



Εικ. 6.14 Μοντελοποίηση θραύσης ινών και ρηγμάτωσης μήτρας: (α) μεταβίβαση/κατανομή φορτίου στις γειτονικές ίνες μετά τη θραύση της πρώτης ίνας, (β) Ρηγμάτωση μήτρας λόγω θραύσης ίνας και διάδοση της ρωγμής της προς τις γειτονικές ίνες [50]

Το σύνολο της προτεινόμενης βιβλιογραφίας αυτού του κεφαλαίου προσφέρεται για αξιολόγηση και περαιτέρω έρευνα στην περιοχή της μοντελοποίησης της συμπεριφοράς και της αστοχίας των σύνθετων υλικών [55-57].

Βιβλιογραφία

- [1] Hallquist J (2006) *Ls-Dyna Theoretical Manual*, Livermore Software Technology Corporation, Livermore, CA.
- [2] *Ls-Dyna User's Manual (Nonlinear Dynamic Analysis of Structures in Three Dimensions)* (2007), Livermore Software Technology Corporation, Livermore, CA.
- [3] Weimar K (2001) *Ls-Dyna User's Guide*, CAD-FEM GmbH & PWS.
- [4] www.dynasupport.com
- [5] Bala S (2001) *Contact Modeling in Ls-Dyna*, FEA Information International News.
- [6] Du Bois P (2004) *Crashworthiness Engineering Course Notes*, Livermore Software Technology Corporation, Livermore, CA.
- [7] Hull D (1991) A Unified Approach to Progressive Crushing of Fibre-Reinforced Composite Tubes, *Composites Science and Technology*, **40**, 377-421.
- [8] Botkin M, Johnson N, Zywiec E and Simunovic S (1998) Crashworthiness Simulation of Composite Automotive Structures, *13th Annual Engineering Society of Detroit Advanced Composite Technology Conference and Exposition*, Detroit, MI.

- [9] Coutellier D and Rozycki P (2000) Multi-Layered Multi-Material Finite Element for Crashworthiness Studies, *Composites: Part A*, **31**, 841-851.
- [10] Brank B and Carrera E (2000) Multilayered Shell Finite Element with Interlaminar Continuous Shear Stresses: A Refinement of the Reissner-Mindlin Formulation, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **48**, 843-874.
- [11] Tabiei A and Tanov R (2002) Sandwich Shell Finite Element for Dynamic Explicit Analysis, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **54**, 763-787.
- [12] Ivanov I and Tabiei A (2003) Collapsible Shell Finite Element for Composite Materials, *Finite Elements in Analysis and Design*, **39**, 343-354.
- [13] Kuhlmann G and Rofles R (2004) A hierarchic 3D Finite Element for Laminated Composites, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **61**, 96-116.
- [14] Rah K, Van Paeppegem W, Habraken A and Degrieck J (2011) A partial hybrid stress solid-shell element for the analysis of laminated composites, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **200**, 3526-3539.
- [15] Abdullah E, Ferrero J, Barrau J and Mouillet J (2007) Development of a New Finite Element for Composite Delamination Analysis, *Composites Science and Technology*, **67**, 2208-2218.
- [16] Sprenger W, Gruttmann F and Wagner W (2000) Delamination Growth Analysis in Laminated Structures with Continuum-Based 3D-Shell Elements and a Viscoplastic Softening Model, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **185**, 123-139.
- [17] Larsson R (2004) A Discontinuous Shell-Interface Element for Delamination Analysis of Laminated Composite Structures, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **193**, 3173-3194.
- [18] Mourad H, Williams T and Addessio F (2008) Finite Element Analysis of Inelastic Laminated Plates Using a Global-Local Formulation with Delamination, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **198**, 542-554.
- [19] De Borst R and Remmers J (2006) Computational Modelling of Delamination, *Composites Science and Technology*, **66**, 713-722.
- [20] Ladevèze P (1992) A Damage Computational Method for Composite Structures, *Computers & Structures*, **44**(1/2), 79-87.
- [21] Ladevèze P and Le Dantec E (1992) Damage Modeling of the Elementary Ply for Laminated Composites, *Composites Science and Technology*, **43**, 257-267.
- [22] Krajcinovic D, Basista M and Sumarac D (1994) Basic Principles, In: Talreja R (ed), *Damage Mechanics of Composite Materials*, Elsevier, Amsterdam.
- [23] Mi Y, Crisfield A and Davies G (1998) Progressive delamination using interface elements, *Journal of Composite Materials*, **32**, 1998, 1246-1272.
- [24] Williams K, Vaziri R and Poursartip A (2003) A Physically Based Continuum Damage Mechanics Model for Thin Laminated Composite Structures, *International Journal of Solids and Structures*, **40**, 2267-2300.
- [25] Charoenphan S, Plesha M and Bank L (2004) Simulation of Crack Growth in Composite Material Shell Structures, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **60**, 2399-2417.
- [26] Maimi P, Camanho P, Mayugo J and Davila C (2007) A Continuum Damage Model for Composite Laminates: Part I - Constitutive Model, *Mechanics of Materials*, **39**, 897-908.
- [27] Orifici A, Herszberg I and Thomson R (2008) Review of Methodologies for Composite Material Modelling Incorporating Failure, *Composite Structures*, **86**, 194-210.
- [28] Zerbst U, Heinemann M, Donne C and Steglich D (2009) Fracture and Damage Mechanics Modelling of Thin-Walled Structures - A Review, *Engineering Fracture Mechanics*, **76**, 5-43.
- [29] Liu P and Zheng J (2010) Recent Developments on Damage Modeling and Finite Element Analysis for Composite Laminates: A Review, *Materials and Design*, **31**, 3825-3834.
- [30] Iarve E, Gurvich M, Mollenhauer D, Rose C and Dávila C (2011) Mesh-Independent matrix cracking and Delamination Modeling in Laminated Composites, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **88**, 749-773.
- [31] Palazotto A, Herup E and Gummadi L (2000) Finite Element Analysis of Low-Velocity Impact on Composite Sandwich Plates, *Composite Structures*, **49**, 209-227.
- [32] Benzeggagh M and Kenane M (1996) Measurement of Mixed-Mode Delamination Fracture Toughness of Unidirectional Glass/Epoxy Composites with Mixed-Mode Bending Apparatus, *Composites Science and Technology*, **56**, 439-449.
- [33] Borg R, Nilsson L and Simonsson K (2001) Simulation of Delamination in Fiber Composites with a Discrete Cohesive Failure Model, *Composites Science and Technology*, **61**, 667-677.

- [34] Alfano G and Crisfield M (2001) Finite Element Interface Models for the Delamination Analysis of Laminated Composites: Mechanical and Computational Issues, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **50**, 1701-1736.
- [35] Borg R, Nilsson L and Simonsson K (2002) Modeling of Delamination Using a Discretized Cohesive Zone and Damage Formulation, *Composites Science and Technology*, **62**, 1299-1314.
- [36] Borg R, Nilsson L and Simonsson K (2004) Simulating DCB, ENF and MMB Experiments Using Shell Elements and a Cohesive Zone Model, *Composites Science and Technology*, **64**, 269-278.
- [37] Pinho S, Iannucci L and Robinson P (2006) Formulation and Implementation of Decohesion Elements in an Explicit Finite Element Code, *Composites: Part A*, **37**, 778-789.
- [38] Harper P and Hallett S (2008) Cohesive Zone Length in Numerical Simulations of Composite Delamination, *Engineering Fracture Mechanics*, **75**, 4774-4792.
- [39] Bouvet C, Castanié B, Bizeul M and Barrau J (2009) Low Velocity Impact Modelling in Laminate Composite Panels with Discrete Interface Elements, *International Journal of Solids and Structures*, **46**, 2809-2821.
- [40] Wisnom M (2010) Modelling Discrete Failures in Composites with Interface Elements, *Composites: Part A*, **41**, 795-805.
- [41] Samimi M, van Dommelen J and Geers M (2011) A Three-Dimensional Self-Adaptive Cohesive Zone Model for Interfacial Delamination, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **200**, 3540-3553.
- [42] Tabiei A and Chen Q (2001) Micromechanics Based Composite Material Model for Crashworthiness Explicit Finite Element Simulation, *Journal of Thermoplastic Composite Materials*, **14**, 264-289.
- [43] Meo M, Achard F and Grassi M (2005) Finite Element Modelling of Bridging Micro Mechanics in Through-Thickness Reinforced Composite Laminates, *Composite Structures*, **71**, 383-387.
- [44] Duan Y, Keefe M, Bogetti T and Cheeseman B (2005) Modeling Friction Effects on the Ballistic Impact Behavior on a Single-Ply High-Strength Fabric, *International Journal of Impact Engineering*, **31**, 996-1012.
- [45] Tabiei A, Yi W and Goldberg R (2005) Non-Linear Strain Rate Dependent Micro-Mechanical Composite Material Model for Finite Element Impact and Crashworthiness Simulation, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, **40**, 957-970.
- [46] Ji K and Kim S (2007) Dynamic Direct Numerical Simulation of Woven Composites for Low-Velocity Impact, *Journal of Composite Materials*, **41**(2), 175-200.
- [47] Barauskas R and Abraitienė A (2007) Computational Analysis of Impact of a Bullet against the Multilayer Fabrics in LS-DYNA, *International Journal of Impact Engineering*, **34**, 1286-1305.
- [48] Mishnaevsky Jr. L and Brøndsted P (2009) Micromechanical Modeling of Damage and Fracture of Unidirectional Fiber Reinforced Composites: A Review, *Computational Materials Science*, **44**, 1351-1359.
- [49] Harich J, Lapusta Y and Wagner (2009) 3D FE-Modeling of Surface and Anisotropy Effects During Micro-Buckling in Fiber Composites, *Composite Structures*, **89**, 551-555.
- [50] Mishnaevsky Jr. L and Brøndsted P (2009) Micromechanisms of Damage in Unidirectional Fiber Reinforced Composites: 3D Computational Analysis, *Composites Science and Technology*, **69**, 1036-1044.
- [51] Violeau D, Ladevèze P and Lubineau G (2009) Micromodel-Based Simulations for Laminated Composites, *Composites Science and Technology*, **69**, 1364-1371.
- [52] Anghileri M, Chirwa E, Lanzi L and Mentuccia F (2005) An Inverse Approach to Identify the Constitutive Model Parameters for Crashworthiness Modelling of *Composite Structures*, **68**, 65-74.
- [53] Xiao X (2009) Modeling energy absorption with a damage mechanics based composite material model, *Journal of Composite Materials*, **43**, 427-444.
- [54] Ghasemnejad H, Hadavinia H and Aboutorabi A (2010) Effect of Delamination Failure in Crashworthiness Analysis of Hybrid Composite Box Structures, *Materials and Design*, **31**, 1105-1116.
- [55] Matthews F, Davies G, Hitchings D and Soutis C (2000) *Finite Element Modelling of Composite Materials and Structures*, CRC Press, Boca Raton.
- [56] Soutis C and Beaumont P (Eds.) (2005) *Multi-Scale Modelling of Composite Material Systems*, CRC Press, Boca Raton.
- [57] Sridharan S (Ed.) (2008) *Delamination Behaviour of Composites*, CRC Press, Boca Raton.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

Συμπεράσματα - σχόλια - προτάσεις

7.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το περιεχόμενο της παρούσας διατριβής, που παρουσιάστηκε μέχρι αυτό το σημείο, συνίσταται καταρχήν σε δύο μέρη: το πρώτο αφορά στην πειραματική διερεύνηση της αξονικής κατάρρευσης κοίλων τετραγωνικών υβριδικών sandwich κατασκευών με FRP περιβλήματα και πυρήνα αφρού εγκάρσια ενισχυμένο με FRP υλικό (έλασμα ή κοίλους κυλίνδρους) (Κεφ. 2) και το δεύτερο αναφέρεται - μεταξύ άλλων - στην αντίστοιχη διαδικασία μοντελοποίησης με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, μέσω του explicit κώδικα Ls-Dyna (Κεφ. 5). Το δεύτερο μέρος είναι σαφώς πιο εκτεταμένο, καθώς περιλαμβάνει τη βασική θεωρία της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων, που σχετίζεται με την επιλεγθείσα διαδικασία μοντελοποίησης (Κεφ. 3), όπως, επίσης, και χρήσιμες περαιτέρω τεχνικές εξέτασης φαινομένων πρόσκρουσης/κατάρρευσης κελυφών σύνθετου υλικού, που συνιστούν ταυτόχρονα και προτάσεις για πιο λεπτομερή (και ακριβέστερη) προσέγγισή τους (Κεφ. 4 και 6).

7.2 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Στο κεφάλαιο των πειραματικών δοκιμών (Κεφ. 2) παρουσιάστηκαν αποτελέσματα σχετιζόμενα με τη στατική αξονική φόρτιση κοίλων τετραγωνικών υβριδικών sandwich κατασκευών από σύνθετο υλικό και πυρήνα αφρού με εγκάρσια ενίσχυση σύνθετου επίσης υλικού. Οι δύο δομικές διατάξεις που εξετάστηκαν διέφεραν μεταξύ τους κυρίως ως προς το εσωτερικό σύστημα ενίσχυσης, καθώς στην πρώτη (σύστημα “corrugated”) ο πυρήνας ενισχύεται με έλασμα σύνθετου υλικού που τον διασχίζει σε όλο το ύψος - με βάση την πειραματική διάταξη - του κελύφους, ενώ στη δεύτερη ο πυρήνας είναι ενισχυμένος με κυλινδρικούς σύνθετου υλικού, διατεταγμένους κατάλληλα κατά μήκος της εγκάρσιας διατομής του κελύφους, καθώς και κατά το ύψος του. Η διαδικασία περιελάμβανε τη διερεύνηση των τρόπων/μηχανισμών αστοχίας από μακρο- και μικρο-σκοπική θεώρηση, καθώς και της ικανότητας απορρόφησης ενέργειας των συγκεκριμένων κελυφών κατά την κατάρρευσή τους. Η συμπεριφορά τους κατά την αξονική κατάρρευση φαίνεται ότι διέπεται από το δομικό σχεδιασμό και τις ιδιότητες υλικού των συστατικών της κατασκευής, ενώ δείχνει

εξαιρετικά πολύπλοκη, με ποικιλία διαφορετικών μηχανισμών αστοχίας, που ο καθένας συμβάλλει αντίστοιχα στη συνολική απορρόφηση ενέργειας.

Επιπλέον, εξετάστηκε η επίδραση - στον τρόπο κατάρρευσης και στην ικανότητα απορρόφησης ενέργειας - διαφόρων μηχανισμών triggering (γεωμετρικές διαμορφώσεις τύπου “chamfer και “tulip”) στο ένα άκρο των δοκιμών. Ο στόχος της διαμόρφωσής τους ήταν η γένεση σταθερής προοδευτικής κατάρρευσης, ενώ η επίδρασή τους δε διαφοροποίησε ιδιαίτερα - πέραν της φάσης της αρχικής φόρτισης (μικρότερα αρχικά/μέγιστα φορτία) - τη συνολική συμπεριφορά των κατασκευών σε σχέση με εκείνες του αδιαμόρφωτου άκρου. Μάλιστα, αν και η διαμόρφωση άκρου εφαρμόζεται κυρίως για να προληφθεί καταστροφική κατάρρευση και επομένως καταγραφή μειωμένων ποσών απορρόφησης ενέργειας, στις συγκεκριμένες κατασκευές η απόκριση των κελυφών αδιαμόρφωτου άκρου παρουσιάστηκε αποδοτικότερη ως προς την ικανότητα απορρόφησης ενέργειας.

Πέραν των δοκιμών οιονεί στατικής αξονικής καταπόνησης των δύο sandwich υβριδικών συστημάτων (συμπεριλαμβανόμενων και των δοκιμών με εισαγωγή δύο ξεχωριστών μηχανισμών triggering σε κάθε σύστημα), διεξήχθησαν επιπλέον δοκιμές οιονεί στατικής και κρουστικής πλευρικής φόρτισης/κατάρρευσης σε δοκίμια των ίδιων συστημάτων (προφανώς χωρίς μηχανισμούς triggering). Καθοριστικούς παράγοντες στον τρόπο κατάρρευσης των κελυφών αποτελούν κυρίως η διάταξη της εγκάρσιας ενίσχυσης και η αλληλεπίδρασή της με τον αφρό του πυρήνα, η αντοχή της ενίσχυσης και της σύνδεσής της με τα περιβλήματα, καθώς και η απόκριση των κατακόρυφων τοιχωμάτων - που φέρουν ουσιαστικά το φορτίο - και των γωνιακών περιοχών της εγκάρσιας διατομής.

7.3 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ (ΚΩΔΙΚΑΣ LS-DYNA)

Γενική διαδικασία

Για την αριθμητική προσομοίωση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, μέσω του explicit κώδικα Ls-Dyna, της προοδευτικής κατάρρευσης υπό αξονική συμπίεση των “corrugated” και “tubular” τύπων sandwich κελύφους ακολουθήθηκαν τα ακόλουθα βήματα:

1. Προσδιορισμός της βασικής γεωμετρίας του δοκιμίου.
2. Δημιουργία πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων.

3. Προσδιορισμός των ιδιοτήτων (μαθηματική διατύπωση / element formulation) των επιλεχθέντων τύπων πεπερασμένων στοιχείων.
4. Επιλογή υλικών και αντιστοίχισή τους στα επιμέρους τμήματα του μοντέλου.
5. Καθορισμός των διεπιφανειών μηχανικής αλληλεπίδρασης (επαφής/ πρόσκρουσης/ολίσθησης) και των χαρακτηριστικών τους.
6. Ορισμός των συνοριακών συνθηκών.

Θεωρήσεις-υποθέσεις

Κατά την προετοιμασία της προσομοίωσης έγιναν οι κάτωθι θεωρήσεις:

- Μοντελοποίηση των πολύστρωτων ελασμάτων/κελυφών σύνθετου υλικού μέσω μιας (μονής) στρώσης shell στοιχείων κατά τη διεύθυνση του πάχους του τοιχώματός τους.
- Πλήρης και ομοιόμορφη, σε όλη την έκτασή της - με βάση τον ονομαστικό σχεδιασμό των κατασκευών -, αρχική σύνδεση μεταξύ εξωτερικών (περιβλημάτων) και (εσωτερικών) ενισχυτικών ελασμάτων/κελυφών (συμπεριλαμβανομένων των ένθετων ενισχυτικών κυλίνδρων), είτε μέσω πλεγματικής διάταξης (διατομή “corrugated”) είτε μέσω κατάλληλης διεπιφάνειας επαφής/σύνδεσης (διατομή “tubular”), με δυνατότητα - στη συνέχεια - μερικής ή ολικής ρήξης της σύνδεσης μέσω της μερικής ή ολικής, αντίστοιχα, αστοχίας/διαγραφής των εμπλεκόμενων σε αυτή shell στοιχείων βάσει σχετικού κριτηρίου.
- Μη ρητή μοντελοποίηση (απεικόνιση) διαστρωματικής αποκόλλησης (delamination) - ανάμεσα στις επιμέρους στρώσεις των ελασμάτων/κελυφών σύνθετου υλικού - λόγω της πρώτης από τις αναφερόμενες στο παρόν εδάφιο θεώρησης.
- Ομοιόμορφη, σε όλη την έκτασή της - με βάση τον ονομαστικό σχεδιασμό των κατασκευών -, αρχική σύνδεση μεταξύ των ελασμάτων/κελυφών σύνθετου υλικού (συμπεριλαμβανομένων των ένθετων ενισχυτικών κυλίνδρων) και του πυρήνα αφρού, με δυνατότητα μετέπειτα σταδιακής (μερικής ή ολικής) ρήξης της, μέσω κατάλληλης διεπιφάνειας επαφής/σύνδεσης και ενσωματωμένο σε αυτήν κατάλληλο κριτήριο λύσης της, αντίστοιχα.
- Ελαττώματα, ρωγμές και ασυνέχειες των επιμέρους υλικών δε θεωρήθηκαν.
- Το πάχος όλων των πολύστρωτων ελασμάτων σύνθετου υλικού - περιβλημάτων (μοντέλα “corrugated” και “tubular”) και ενισχυτικών (μοντέλο “corrugated”) -

ήταν ενιαίο και ίσο με 2 mm, ενώ εκείνο του τοιχώματος των ενισχυτικών κυλίνδρων (μοντέλο “tubular”) ίσο με 0.5 mm, το πάχος του αφρού του πυρήνα ήταν 25 mm, το ύψος των sandwich κατασκευών ήταν 450 mm, και η συνολική κατασκευή του κάθε μοντέλου υλοποιήθηκε με βάση την αντίστοιχη ονομαστική διάταξη .

- Οι μονάδες των μεγεθών στον κώδικα Ls-Dyna πρέπει να είναι συμβατές μεταξύ τους. Επιλέγονται οι μονάδες μέτρησης τριών μεγεθών (π.χ., μήκος, χρόνος, μάζα) και οι υπόλοιπες (π.χ., δύναμη, τάση) προκύπτουν με βάση τη σχέση $F = m\gamma$.

Πιθανές ατέλειες των κελυφών σε σχέση με τη μοντελοποίησή τους

Οι πιθανές γεωμετρικές, κατασκευαστικές και δομικές ατέλειες/ελαττώματα των δοκιμίων, ως προς τα ονομαστικά μεγέθη και προδιαγραφές που θεωρήθηκαν στη μοντελοποίηση, αφορούν είτε σε

- γενικές (ευρείας κλίμακας) ατέλειες, όπως ακανόνιστη συνολική - και των επιμέρους τμημάτων (περιβλήματα, εσωτερική ενίσχυση, πυρήνας αφρού) - γεωμετρία (διαστάσεις, παραλληλότητα μετώπων, καθετότητα παράπλευρων εδρών,

είτε σε τοπικές μακροσκοπικές ατέλειες, όπως

- θέσεις επαφής των ενισχυτικών ελασμάτων και κυλινδρίσκων με τα εξωτερικά ελάσματα (και επί της διατομής και καθ' ύψος),
- πάχος τοιχώματος ελασμάτων και κυλινδρίσκων, καθώς και ομοιόμορφη κατανομή του (διακύμανση) σε αυτά,
- διαφοροποίηση της ποιότητας σύνδεσης σύνθετων ελασμάτων και κυλινδρίσκων με πυρήνα αφρού,
- διαφοροποίηση της ποιότητας σύνδεσης μεταξύ εξωτερικών ελασμάτων και ενισχυτικών κυλίνδρων,
- δομική ακεραιότητα και συνέχεια των επιμέρους τμημάτων του πυρήνα αφρού κατά μήκος της διατομής των δοκιμίων,
- απόκλιση της διεύθυνσης των ενισχυτικών ινών,
- συσσώρευση ρητίνης στις καμπυλότητες/γωνίες των σύνθετων ελασμάτων,
- παρεμβολή υλικών σύνδεσης και πλήρωσης κενών χώρων κατά την κατασκευή των δοκιμίων,
- ποιότητα/τραχύτητα επιφάνειας,

ή τοπικές μικροσκοπικές ατέλειες, όπως

- ρωγμές, πόροι, μεταβολή της κατ' όγκο περιεκτικότητας των ενισχυτικών ινών στα σύνθετα ελάσματα.

Πλεγματοποίηση (διακριτοποίηση με πεπερασμένα στοιχεία)

Όσον αφορά στη διακριτοποίηση με πεπερασμένα στοιχεία, τα επιφανειακά ελάσματα και το ενισχυτικό (δομή “corrugated”) έχουν πάχος 2 mm, οι κοίλοι ενισχυτικοί κύλινδροι (δομή “tubular”) έχουν πάχος τοιχώματος 0.5 mm και μοντελοποιούνται όλα με (διδιάστατα/επιφανειακά) πεπερασμένα στοιχεία κελύφους (shell element). Για τη μοντελοποίηση των πολύστρωτων ελασμάτων μονοδιευθυντικών στρώσεων σύνθετου υλικού προτιμήθηκε το πεπερασμένο στοιχείο κελύφους τεσσάρων κόμβων (four-node shell element) των Belytschko-Tsay (Elform=2) - έναντι π.χ. του ακριβέστερου των Belytschko-Wong-Chiang (Elform=10) -, λόγω του κατά κοινή αποδοχή ικανοποιητικού συνδυασμού ακρίβειας (σε συνήθεις περιπτώσεις εντατικής κατάστασης) και υπολογιστικής οικονομίας (τυπικό χαρακτηριστικό) που παρέχει.

Ο πυρήνας αφρού και οι πλάκες συμπίεσης (βάση και έμβολο) μοντελοποιούνται με (τριδιάστατα) στερεά (όγκου) πεπερασμένα στοιχεία (brick/solid element). Για τον αφρό του πυρήνα χρησιμοποιήθηκε η default επιλογή του κώδικα, Elform=1 (ενός σημείου ολοκλήρωσης), στοιχείο οκτώ κόμβων (εξαεδρικό) ή έξι κόμβων (πενταεδρικό) Elform=1 (ανάλογα με τη γεωμετρική διαμόρφωση), καθώς το Elform=2 (πλήρους ολοκλήρωσης) παρουσιάζει περισσότερο ασταθή συμπεριφορά και - πιθανότερα - αρνητικό όγκο (negative volume, δηλ., αρνητική Ιακωβιανή ορίζουσα) σε συνθήκες υψηλής παραμόρφωσης/στρέβλωσης. Επειδή πάντως μια τέτοια εξέλιξη είναι πιθανή ανεξαρτήτως της διατύπωσης solid στοιχείου που επιλέγεται, λόγω των υποβαθμισμένων μηχανικών ιδιοτήτων του αφρού, η εφαρμογή της εξάλειψης των ιδιαίτερα παραμορφωμένων στοιχείων (“Mat_Add_Erosion”) για το υλικό του αφρού, δείχνει ότι προλαμβάνει την ανεπιθύμητη επίπτωση του “negative volume” (πέραν της σημαντικής επίδρασης που έχει στην αποτελεσματική προσομοίωση της κατάρρευσης του αφρού υπό τη δεδομένη σύνθετη εντατική κατάσταση).

Ο ίδιος τύπος solid στοιχείου χρησιμοποιήθηκε και για τις πλάκες συμπίεσης. Εν τούτοις, σε αυτήν την περίπτωση, το είδος της επιλογής είναι αδιάφορο (απαραίτητη μόνο για την αριθμητική ακεραιότητα του μοντέλου), καθώς οι πλάκες δεν

διακριτοποιούνται με πέραν του ενός στοιχείου, εφόσον, ως πρακτικά απαραμόρφωτες - τους αντιστοιχίζεται το σχετικό “rigid” υλικό του κώδικα - σε σχέση με τα καταπονούμενα κελύφη, δεν ενδιαφέρει η ανάπτυξη τάσεων ή παραμορφώσεων σε αυτές. Επιπλέον, είναι δυνατή η αντιπροσώπευσή τους από ένα απλό solid στοιχείο (ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο), καθώς δεν υφίσταται περιορισμός ως προς το σχήμα των πλακών συμπίεσης (επίπεδες).

Ποιότητα πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων

Μεγάλης σπουδαιότητας για την αποτελεσματικότερη μοντελοποίηση της κατάρρευσης κατασκευών, κατά την οποία τα υλικά που τις συνιστούν θραύονται ή θρυμματίζονται (σύνθετα υλικά, σκληροί αφροί), και εφαρμόζονται - για την προσομοίωση αυτών των φαινομένων - τεχνικές απάλειψης/διαγραφής πεπερασμένων στοιχείων (element erosion/deletion), είναι η κατά το δυνατόν - λαμβάνοντας υπόψη το συνεπαγόμενο υπολογιστικό κόστος - λεπτότερη διακριτοποίησή τους (fine meshing). Με τον τρόπο αυτό, οι προαναφερθείσες μορφές αστοχίας μοντελοποιούνται με μεγαλύτερη ακρίβεια (ρεαλιστικότερα), ενώ λαμβάνει χώρα πολύ πιο περιορισμένη απώλεια υλικού σε σχέση με το αραιότερο πλέγμα (coarse mesh). Επιπλέον, αρκετά λεπτό και ομοιόμορφο πλέγμα - σε σχέση με το μέγεθος και τη συνολική διάταξη των κατασκευών -, καθώς και φορτίο ευρέως κατανεμημένο στην κατασκευή (φόρτιση ολόκληρης της διατομής των sandwich κελυφών), ώστε να μην επιβάλλεται συγκεντρωμένη/σημειακή φόρτιση, συμβάλλουν στην πρόληψη εμφάνισης μορφολογίας zigzag (αποφυγή έντονου hourglassing) στο πλέγμα, όπως διαπιστώθηκε από τα αποτελέσματά της ανάλυσης.

Η σύνδεση ανάμεσα στις επιφάνειες - ως μοντέλα shell στοιχείων - των εξωτερικών ελασμάτων και του εσωτερικού ενισχυτικού (δομή “corrugated”) ή των εγκάρσιων κυλινδρικών (δομή “tubular”) θεωρείται καταρχήν τέλεια (άρρηκτη), σύμφωνα με τις προαναφερθείσες βασικές υποθέσεις του μοντέλου. Η αναμενόμενη ρήξη της σύνδεσης - στις ζώνες υψηλής παραμόρφωσης - μοντελοποιείται μέσω της αστοχίας (με τα αντίστοιχα κριτήρια) των αλληλεπιδρώντων υλικών στις συγκεκριμένες ζώνες επαφής και την απότοκη - βάσει της εφαρμοσθείσας τεχνικής μοντελοποίησης - διαγραφή των αντίστοιχων πεπερασμένων στοιχείων. Στην πρώτη περίπτωση (“corrugated”), αυτό υλοποιείται μέσω κατάλληλης τεχνικής στη δημιουργία και επεξεργασία του πλέγματος: συγχώνευση των συμπιπτόντων κόμβων (merging of coincident nodes) στα κοινά σύνορα. Στη δεύτερη περίπτωση (“tubular”),

υιοθετείται η δεσμευμένη διεπιφάνεια επαφής “*tied_shell_edge_to_surface*” μεταξύ των ακμών (*edge*) των ενισχυτικών κυλινδρικών και των επιφανειών (*surface*) των εξωτερικών ελασμάτων. Εδώ δεν εφαρμόζεται η τεχνική της συγχώνευσης των κόμβων, προκειμένου να αποφευχθεί η πολύπλοκη αναδιάταξη του πλέγματος των εξωτερικών ελασμάτων που απαιτείται για την ταύτιση συγκεκριμένων κόμβων τους με τους αντίστοιχους των άκρων των κυλίνδρων. Επιπλέον, με τον τρόπο αυτό, είναι δυνατή η ενιαία κατά το ύψος του δοκιμίου πλεγματοποίηση των εξωτερικών ελασμάτων, που παρουσιάζει καλύτερη απόδοση στην αξονική κατάρρευση του sandwich κελύφους, ενώ ρεαλιστικότερη είναι και η προσομοίωση της σύνδεσης, αφού η μορφολογία της - στο πραγματικό δοκίμιο, όπως περιγράφεται στο πειραματικό μέρος - δε σχετίζεται με ενιαία κατασκευαστική μετάβαση από τους εγκάρσιους ενισχυτικούς κυλινδρικούς στα εξωτερικά ελάσματα.

Η επιλογή *shell* - έναντι *solid* - στοιχείων στη μοντελοποίηση των ελασμάτων σύνθετου (επιφανειακών, ενίσχυσης, σωληνίσκων) έγινε για τους εξής λόγους:

- Το πάχος των ελασμάτων είναι πολύ μικρό σε σχέση με τις άλλες (αρκετά μεγάλες) διαστάσεις τους.
- Η δαπάνη υπολογιστικής ισχύος και χρόνου (όχι μόνο στην ανάλυση, αλλά και κατά την προετοιμασία των πολύπλοκης διάταξης μοντέλων) είναι μεγαλύτερη για τα *solid* στοιχεία (λόγω μηχανικής και αριθμητικής δόμησης) για τον ίδιο αριθμό πεπερασμένων στοιχείων.
- Η εκλογή *solid* στοιχείων θα απαιτούσε τουλάχιστον δύο στρώσεις κατά το πάχος των ελασμάτων (για αξιόπιστη προσομοίωση της καμπτικής συμπεριφοράς), με απότομη δραματική αύξηση του αριθμού των στοιχείων προκειμένου να διατηρηθεί ικανοποιητική ομοιομορφία (*aspect ratio*) στο πλέγμα (δεδομένου του πολύ μικρού πάχους).
- Το ευρείας αποδοχής και εφαρμογής μοντέλο σύνθετου υλικού “*Mat 54-55*” που επιλέχτηκε, ενδείκνυται καταρχήν για μονοδιευθυντικές στρώσεις (όπως των εξεταζόμενων κατασκευών), ενσωματώνει πληθώρα εναλλακτικών παραμέτρων μοντελοποίησης, ενώ είναι συμβατό μόνο με *shell* στοιχεία.

Η επιλογή μονής στρώσης *shell* στοιχείων (*single-layer modeling*) έναντι πολλαπλών στρώσεων *shell* στοιχείων (*multi-layer modeling*) έγινε για τους παρακάτω λόγους:

- Υπολογιστικά οικονομικότερο μοντέλο.

- Διαθεσιμότητα μοντέλου υλικού, ως προς τις επιμέρους παραμέτρους/ιδιότητες, και τύπου shell στοιχείου, ως προς τη δυνατότητα μοντελοποίησης της διαστρωμάτωσης εντός της μονής στρώσης πεπερασμένων στοιχείων.
- Η διαστρωματική αποκόλληση (delamination) αποτελεί αναμφισβήτητα σημαντικό μηχανισμό αστοχίας και απορρόφησης ενέργειας κατά την κατάρρευση κελυφών από σύνθετο υλικό. Εν τούτοις, η συμπεριφορά των συγκεκριμένων sandwich υβριδικών συστημάτων διέπεται από την ύπαρξη του πυρήνα αφρού, καθώς, κατά την κατάρρευσή τους, το εξωτερικό και το εσωτερικό επιφανειακό έλασμα αποκολλώνται από τον αφρό του πυρήνα, που συμπιέζεται αξονικά και παραμορφώνεται καθ' ύψος και εγκάρσια, και αποσχιζόμενα από την εγκάρσια (εσωτερική) ενίσχυση ωθούνται από το σφήνα αφρού προς τα έξω και προς τα μέσα, αντίστοιχα, μη παρουσιάζοντας σοβαρή και εκτεταμένη (πλήρως ανεπτυγμένη σε όλη τη διατομή των κελυφών) διαστρωματική αποκόλληση. Όσον αφορά στο ενισχυτικό έλασμα της “corrugated” δομής, αυτό - αντιθέτως με τα επιφανειακά - περιορίζεται ανάμεσα στα επιμέρους τμήματα αφρού που το περιβάλλουν και την πλάκα συμπίεσης στην οποία σχηματίζεται το μέτωπο κατάρρευσης, με αποτέλεσμα - μη έχοντας διέξοδο απομάκρυνσης - να συνθλίβεται και να θρυμματίζεται τοπικά και βαθμιαία, καθώς το μέτωπο κατάρρευσης μετατοπίζεται αξονικά. Διαστρωματική αποκόλληση φαίνεται να λαμβάνει χώρα σε περιορισμένη ζώνη στο (τρέχον) άκρο του ελάσματος, στο μέτωπο κατάρρευσης του κελύφους. Στην “tubular” δομή, η εντατική κατάσταση των εγκάρσιων ενισχυτικών κυλίνδρων αφορά κυρίως στο διαμήκη εφελκυσμό από την τάση απομάκρυνσης των επιφανειακών ελασμάτων μεταξύ τους - λόγω του καθ' ύψος λυγισμού του αφρού ή της διείσδυσης σχηματισθέντα σφήνα αφρού ανάμεσά τους -, και στην πλευρική θλίψη λόγω της αξονικής συμπίεσης ολόκληρης της κατασκευής. Έτσι, φαίνεται να προκύπτει διαστρωματική αποκόλληση στα περιβλήματα, περιορισμένη στις περιοχές σύνδεσής τους με τους ένθετους ενισχυτικούς κυλίνδρους..

Συνολικά, το επίπεδο της διακριτοποίησης και το μέγεθος των πεπερασμένων στοιχείων στα επιμέρους τμήματα των μοντέλων των κελυφών, καθορίστηκαν με στόχο έναν αποδεκτό συμβιβασμό ανάμεσα στην κλίμακα των πειραματικά παρατηρηθεισών παραμορφώσεων και αστοχιών και την ολοκλήρωση της υπολογιστικής διαδικασίας εντός εύλογου χρονικού διαστήματος.

Επιλογή μοντέλων υλικών

Το σύνθετο υλικό των εξωτερικών ελασμάτων των δύο συστημάτων και του ενισχυτικού ελάσματος της “corrugated” δομής μοντελοποιήθηκε - με βάση τη δομή και τη σύστασή του - ως ένα τυπικό πολύστρωτο σύνθετο υλικό οκτώ επάλληλων μονοδιευθυντικών στρώσεων. Ως πλέον κατάλληλος τύπος υλικού επιλέχθηκε το Μοντέλο Υλικού 54-55 (Enhanced_Composite_Damage) από τη βιβλιοθήκη υλικών του κώδικα. Για τους ένθετους ενισχυτικούς κυλινδρικούς της διατομής “tubular” επιλέχθηκε το ίδιο υλικό, αλλά με δύο στρώσεις [+/-45] ως προς τον άξονά των κυλίνδρων, σύμφωνα με τη δομή του, ενώ για το δύσκαμπτο (θρυμματιζόμενο) αφρό του πυρήνα των sandwich κελυφών θεωρήθηκε καταλληλότερο το Μοντέλο Υλικού 63 (Crushable_Foam). Στις συγκριτικά (πρακτικά) άκαμπτες πλάκες συμπίεσης αντιστοιχήθηκε το Μοντέλο Υλικού 20 (Rigid_Material) με τους κατάλληλους βαθμούς ελευθερίας για την καθεμιά.

Λόγω της χρήσης μίας μονής στρώσης shell πεπερασμένων στοιχείων για τη μοντελοποίηση των πολύστρωτων σύνθετων ελασμάτων, τα (φαινομενολογικά) κριτήρια αστοχίας του μοντέλου υλικού (Chang-Chang, Tsai-Wu, Hashin, maximum stress) εκφράζονται σε δύο διαστάσεις (2-D). Επίσης, μεταξύ των εγγενών παραγόντων που αναπόφευκτα επηρεάζουν την απόδοσή του είναι ο αλγόριθμος υποβιβασμού συγκεκριμένων καταστατικών ιδιοτήτων κατόπιν της ανίχνευσης αστοχίας (post-failure degradation). Μέσω των επιμέρους κριτηρίων έναρξης και εξέλιξης ενδεχόμενης αστοχίας που ενσωματώνονται στο επιλεγθέν μοντέλο υλικού, ο κώδικας υποβιβάζει τις αντίστοιχες του κριτηρίου αστοχίας παραμέτρους δυσκαμψίας των βεβλαμμένων πεπερασμένων στοιχείων. Στο συγκεκριμένο μοντέλο μηδενίζονται ακαριαία, ενώ στη βιβλιογραφία αναφέρονται και άλλες προσεγγίσεις, όπως η μερική ή ολική, απότομη ή σταδιακή μηχανική απαξίωση του υλικού. Επιπλέον, τα κριτήρια αστοχίας, που αναφέρονται στις μεμονωμένες στρώσεις, εκφράζονται σε μακρομηχανικό επίπεδο, όπου οι επιμέρους στρώσεις θεωρούνται ως ομοιογενές ανισότροπο υλικό και όχι σε μικρομηχανικό, που θα υιοθετούσε συσχετισμό των τάσεων στις στρώσεις με την εντατική κατάσταση των συστατικών τους. Δε λαμβάνεται δηλαδή υπόψη η αλληλεπίδραση μεταξύ των συμφυών ιδιοτήτων ινών και μήτρας, καθώς δε γίνεται διάκριση μεταξύ τους στο μοντέλο του υλικού.

Ειδικές παράμετροι προσομοίωσης αστοχίας

Στην προσομοίωση της κατάρρευσης κατασκευών, όταν χρησιμοποιούνται μοντέλα υλικών που πέραν μιας τιμής παραμόρφωσης η δυσκαμψία τους υποβιβάζεται ραγδαία (ουσιαστικά εκμηδενίζεται), είναι αναγκαία η εφαρμογή της τεχνικής της εξάλειψης/διαγραφής των πεπερασμένων στοιχείων (element erosion/deletion) που παρουσιάζουν τη συγκεκριμένη παραμόρφωση, καθώς αυτά μπορούν πολύ εύκολα να παραμορφωθούν/στρεβλωθούν περαιτέρω, προϊούσης της διαδικασίας καταπόνησης. Το γεγονός αυτό οδηγεί σε αφύσικους τρόπους παραμόρφωσης των στοιχείων (συμπεριλαμβανομένου του hourglassing), υψηλή απαίτηση (απώλεια) ενέργειας δαπανώμενης στο hourglassing και υπερβολικούς υπολογιστικούς χρόνους. Η τελευταία επίπτωση είναι τυπική στα explicit σχήματα (κώδικες), καθώς η έντονη παραμόρφωση των πεπερασμένων στοιχείων προκαλεί ελάττωση σε χαρακτηριστικά τους μεγέθη (διαστάσεις), που συμπεριλαμβάνονται στον υπολογισμό του χρονικού τους βήματός (και της ανάλυσης), με αποτέλεσμα αυτό να μειώνεται, οδηγώντας σε υπερβολική αύξηση τη διάρκεια των υπολογισμών. Η εφαρμογή της προαναφερθείσας τεχνικής συνιστάται επίσης σε περιπτώσεις, όπου η παραμόρφωση που έχει υποστεί το υλικό (και τα αντίστοιχα πεπερασμένα στοιχεία) σε κάποιες ζώνες είναι τόσο υψηλή, που το υλικό εκεί θεωρείται ότι δε δύναται πλέον να φέρει φορτίο, και τα παραμορφωμένα στοιχεία στις ζώνες αυτές απαλείφονται (προκειμένου, επιπλέον, να προληφθούν και οι προαναφερθείσες ανεπιθύμητες επιπτώσεις).

Στα πλαίσια του παραπάνω σκεπτικού ενεργοποιήθηκε η παράμετρος αστοχίας υλικού/απαλοιφής πεπερασμένων στοιχείων (με βάση το χρονικό βήμα), “Tfail”, που περιλαμβάνεται στο μοντέλο υλικού “Enhanced_Composite_Damage”, το οποίο χρησιμοποιήθηκε στη μοντελοποίηση με shell πεπερασμένα στοιχεία των σύνθετων ελασμάτων (περιβλημάτων και ενισχυτικού) και ενισχυτικών κυλίνδρων των εξεταζόμενων σε αξονική κατάρρευση sandwich κατασκευών. Με την παράμετρο αυτή καθορίζεται το ελάχιστο επιτρεπόμενο χρονικό βήμα των shell στοιχείων πριν τη διαγραφή τους από τη συνέχεια της ανάλυσης και ενεργοποιείται ο αλγόριθμος του μετώπου κατάρρευσης (crash-front algorithm). Από την τιμή του καθορίζεται κατά πόσο η απόκριση του σύνθετου υλικού προσιδιάζει σε όλκιμη (υψηλότερες τιμές) ή σε ψαθυρή (χαμηλότερες τιμές). Πολύ χαμηλές τιμές καθυστερούν υπερβολικά την εξάλειψη των ήδη έντονα παραμορφωμένων στοιχείων, οδηγώντας το σύνθετο έλασμα σε κατάρρευση με τη μορφή λοβών, όπως τα μεταλλικά κελύφη, ενώ

ιδιαίτερα υψηλές τιμές επιφέρουν πρόωρη διαγραφή των (ελάχιστα) παραμορφωμένων στοιχείων και, ως εκ τούτου, υποβιβασμό της συμπεριφοράς του κελύφους και μεγάλη απώλεια υλικού.

Επιπλέον, εφαρμόζοντας την τεχνική της απαλοιφής παραμορφωμένων στοιχείων μέσω ελέγχου της μεταβολής του χρονικού τους βήματος, ελαττώθηκε - με χρήση συγκεκριμένης παραμέτρων (“Soft”) - η αντοχή των όμορων με τα διαγραφέντα στοιχεία (μοντελοποίηση μετώπου κατάρρευσης). Με τους τρόπους αυτούς μπορούν να προσομοιωθούν οι επιπτώσεις των βασικών μηχανισμών αστοχίας των πολύστρωτων σύνθετων ελασμάτων (ρηγμάτωση μήτρας, θραύση ινών, διαστρωματική αποκόλληση) στην περαιτέρω μηχανική συμπεριφορά τους. Εξάλλου, η διαστρωματική αποκόλληση στα συγκεκριμένα μοντέλα δεν μπορεί να προσομοιωθεί ευθέως, λόγω της χρήσης μονής στρώσης shell πεπερασμένων στοιχείων για τη μοντελοποίηση του συνολικού σύνθετου ελάσματος.

Στην προαναφερθείσα λογική, επίσης, ήταν ενταγμένη η ενεργοποίηση της επιλογής “Mat_Add_Erosion”, που αφορά στην αντίστοιχη διαχείριση (διαγραφή βάσει κριτηρίου παραμόρφωσης) των ιδιαίτερα παραμορφωμένων solid πεπερασμένων στοιχείων του αφρού του πυρήνα προϊούσης της καταπόνησης των κελυφών.

Συνολική αποτίμηση

Τα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων που παρουσιάστηκαν, φαίνεται ότι έχουν την ικανότητα προσομοίωσης της γενικής αστοχίας και των μηχανισμών κατάρρευσης των δύο εξεταζόμενων sandwich υβριδικών συστημάτων πρόσκρουσης, όπως τη σύνθλιψη/θρυμματισμό, τη θραύση και τις κατακόρυφες και οριζόντιες ρηγματώσεις των κελυφών σύνθετου υλικού των κατασκευών, κυρίως στο μέτωπο κατάρρευσης, καθώς και το θρυμματισμό και απαξίωση του αφρού στον πυρήνα, σε συνθήκες (αξονικής) συμπίεσης και του απότοκου λυγισμού και εκτεταμένης ρηγμάτωσης. Επίσης είναι εμφανής η δυνατότητα προσομοίωσης του αποχωρισμού/αποκόλλησης των ελασμάτων σύνθετου υλικού από τον πυρήνα αφρού προϊούσης της καταπόνησης των κατασκευών, λόγω της διαφοράς στη γεωμετρία και τις μηχανικές ιδιότητες των αλληλεπιδρώντων (αρχικά συνδεδεμένων μεταξύ τους) υλικών και της πεπερασμένης αντοχής της διεπιφάνειας σύνδεσης/επαφής τους.

Πάντως, η παρούσα διαδικασία προσομοίωσης σχεδιάστηκε για την κατά το δυνατόν αποτελεσματικότερη και συνάμα αποδοτική ανάλυση της αξονικής φόρτισης

των εξεταζόμενων sandwich υβριδικών κελυφών - τηρουμένων πάντα των αναλογιών για τέτοιου είδους κατασκευές (μεγάλο μέγεθος, πολύπλοκη διάταξη, εκτεταμένη και διαρκής αλληλεπίδραση επαφής, περίπλοκα υλικά) -, αγνοώντας γεωμετρικά και κατασκευαστικά ελαττώματα, προϋπάρχουσες ατέλειες, ρωγμές και ασυνέχειες υλικού, καθώς και τρόπους αστοχίας κυρίως των σύνθετων υλικών, όπως διαστρωματική αποκόλληση (delamination), αποσύνδεση ινών-μήτρας (debonding) ή εκρίζωση ινών από τη μήτρα (fiber pull-out), κλπ. Θεωρητικά, είναι δυνατή η υλοποίηση ενός πληρέστερα προβλεπτικού μοντέλου προσομοίωσης που να περιλαμβάνει - ως ένα πεπερασμένο βαθμό πάντα - και τέτοιες μη καταρχήν ληφθείσες υπόψη παραμέτρους, κατόπιν ενός (κοπιώδους) λεπτομερούς σχεδιασμού του (πραγματικού, και όχι ονομαστικής γεωμετρίας και διαστάσεων) μοντέλου και μιας επισταμένης ανίχνευσης των τρεχουσών δυνατοτήτων του συγκεκριμένου κώδικα. Μια τέτοια προσέγγιση βέβαια απαιτεί τη δημιουργία ενός ιδιαίτερα πολύπλοκου στην προετοιμασία μοντέλου, με εξαιρετικά μεγάλο αριθμό πεπερασμένων στοιχείων, καθώς και δαπανηρού σε υπολογιστικούς πόρους και χρόνο (CPU time) για την επίλυσή του.

Προτάσεις για περαιτέρω ανάλυση

Όσον αφορά στις περαιτέρω δυνατότητες/τεχνικές μοντελοποίησης της κατάρρευσης κελυφών που περιλαμβάνουν σύνθετα υλικά, με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (συμπεριλαμβανόμενου και του κώδικα Ls-Dyna), η κύρια προοπτική αφορά στους κατά το δυνατόν λεπτομερέστερους και - ως εκ τούτου - πιο ακριβείς τρόπους προσομοίωσης των μηχανισμών αστοχίας των υλικών αυτών, ενώ σημαντική είναι και (ή παράλληλα, όταν εντάσσεται στη μοντελοποίηση των μηχανισμών αστοχίας) η αποτελεσματικότερη ανάλυση της αλληλεπίδρασης επαφής των επιμέρους τμημάτων των υλικών/μοντέλων (μεμονωμένες στρώσεις, ίνες, μήτρα). Ο μηχανισμός αστοχίας που παρουσιάζει το ευρύτερο ερευνητικό ενδιαφέρον είναι εκείνος της διαστρωματικής αποκόλλησης, ενώ συναντώνται και προσεγγίσεις επιμέρους μηχανισμών αστοχίας, όπως η αποσύνδεση ή η εκρίζωση ινών από τη μήτρα. Οι προσεγγίσεις μπορεί να βασίζονται είτε στη σαφή μοντελοποίηση των σχετικών τμημάτων του υλικού και της αλληλεπίδρασής τους, είτε στην ενσωμάτωση κριτηρίων για την εξεταζόμενη αστοχία, διατυπωμένων μέσω της μηχανικής θραύσης/βλαβών (fracture/damage mechanics). Όσο πιο μικροσκοπικής κλίμακας είναι η προσέγγιση τόσο υψηλότερη είναι η απαίτηση σε υπολογιστική ισχύ για την

ολοκλήρωση της προσομοίωσης σε εύθετο χρονικό διάστημα, ειδικά όταν η ανάλυση εντάσσεται σε μεγαλύτερης κλίμακας κατασκευή. Στα κεφάλαια 4 και 6 της διατριβής παρουσιάστηκαν αναλυτικά βασικές πτυχές και χαρακτηριστικά μοντέλα λεπτομερούς μοντελοποίησης της επαφής και της διαστρωματικής αποκόλλησης, καθώς και εκτενής βιβλιογραφία, σχετική με την περαιτέρω διερεύνηση των αναφερόμενων στο παρόν εδάφιο φαινομένων. Επιπλέον, για την αποτελεσματικότερη ανάλυση της συμπεριφοράς των σύνθετων/sandwich κατασκευών, προτείνονται:

- Αξιοποίηση/αξιολόγηση ήδη υφιστάμενων και ανάπτυξη/βελτίωση/ενσωμάτωση - στους κώδικες - νέων μοντέλων υλικών, κριτηρίων αστοχίας, μοντέλων ανάλυσης και υποβιβασμού ιδιοτήτων κατόπιν αστοχίας (post-failure degradation)
- Ανάπτυξη ευρύτερης “συνεργασιμότητας” μεταξύ των επιμέρους αλγορίθμων/δυνατοτήτων των κωδίκων FEM
- Επαρκή και αξιόπιστα πειραματικά δεδομένα/αποτελέσματα (για ασφαλέστερα δεδομένα εισόδου και αποτελέσματα επαλήθευσης των μοντέλων)
- Σταδιακά κλιμακούμενη μοντελοποίηση, συνδυαζόμενη με πειραματικές δοκιμές αντίστοιχης κλίμακας

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Δημοσιεύσεις του συντάκτη της παρούσας διατριβής

(**Σημ.**: Οι δημοσιεύσεις που προέκυψαν από την εκπόνηση της διατριβής είναι σημειωμένες με αστερίσκο)

ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΙΣ ΣΕ ΠΕΡΙΟΔΙΚΑ

- [1] Mamalis AG, Manolakos DE, Ioannidis MB and Kostazos PK (2000) The Bending of Fibre-Reinforced Composite Thin-Walled Tubular Components: Numerical Modelling, *International Journal of Crashworthiness*, **5**(2), 193-206.
- *[2] Mamalis AG, Manolakos DE, Ioannidis MB and Kostazos PK (2000) Axial Collapse of Hybrid Square Sandwich Composite Tubular Components with Corrugated Core: Experimental, *International Journal of Crashworthiness*, **5**(3), 315-332.
- [3] Mamalis AG, Manolakos DE, Ioannidis MB, Kostazos PK and Hassiotis G (2001) Finite Element Simulation of the Axial Collapse of Thin-Wall Square Frusta, *International Journal of Crashworthiness*, **6**(2), 155-164.
- *[4] Mamalis AG, Manolakos DE, Ioannidis MB and Kostazos PK (2001) Axial Crushing of Hybrid Square Sandwich Composite Vehicle Hollow BodysHELLS with Reinforced Core: Experimental, *International Journal of Crashworthiness*, **6**(3), 363-376.
- [5] Mamalis AG, Manolakos DE, Ioannidis MB, Papapostolou DP, Kostazos PK and Konstantinidis DG (2002) On the Compression of Hybrid Sandwich Composite Panels Reinforced with Internal Tube Inserts: Experimental, *Composite Structures*, **56**, 191-199.
- *[6] Mamalis AG, Manolakos DE, Ioannidis MB, Kostazos PK and Papapostolou DP (2002) Axial Collapse of Hybrid Square Sandwich Composite Tubular Components with Corrugated Core: Numerical Modelling, *Composite Structures*, **58**, 571-582.
- *[7] Mamalis AG, Manolakos DE, Ioannidis MB and Kostazos PK (2003) Crushing of Hybrid Square Sandwich Composite Vehicle Hollow BodysHELLS with Reinforced Core Subjected to Axial Loading: Numerical Simulation, *Composite Structures*, **61**, 175-186.
- [8] Mamalis AG, Manolakos DE, Ioannidis MB, Kostazos PK and Dimitriou C (2003) Finite Element Simulation of the Axial Collapse of Metallic Thin-Walled Tubes with Octagonal Cross-Section, *Thin-Walled Structures*, **41**, 891-900.
- [9] Mamalis AG, Manolakos DE, Ioannidis MB, Kostazos PK and Chirwa E (2003) Static and Dynamic Axial Collapse of Fibreglass Composite Thin-Walled Tubes: Finite Element Modelling of the Crush Zone, *International Journal of Crashworthiness*, **8**(3), 247-254.
- [10] Mamalis A, Manolakos D, Ioannidis M, Kostazos PK and Kastanias SN (2003) Numerical Modelling of the Axial Plastic Collapse of Externally Grooved Steel Thinwalled Tubes, *International Journal of Crashworthiness*, **8**(6), 583-590.
- [11] Mamalis AG, Manolakos DE, Ioannidis MB, Kostazos PK, Goulielmos A and Demosthenous G (2004) Finite Element Simulation of Internally Grooved Thin-Wall PVC Tubes Subjected to Axial Plastic Collapse, *International Journal of Crashworthiness*, **9**(4), 433-441.

- [12] Mamalis AG, Manolakos DE, Ioannidis MB and Kostazos PK (2005) Numerical Simulation of Thin-Walled Metallic Circular Frusta Subjected to Axial Loading, *International Journal of Crashworthiness*, **10**(5), 505-513.
- [13] Mamalis AG, Manolakos DE, Ioannidis MB and Kostazos PK (2006) Bending of Cylindrical Steel Tubes: Numerical Modelling, *International Journal of Crashworthiness*, **11**(1), 37-47.
- [14] Mamalis AG, Varvarigou TA, Litke AO, Manolakos DE, Ioannidis MB, Kostazos PK, Andronikou VI and Karanastasis EA (2008) Bending of Cylindrical Steel Tubes: Numerical Simulation Using Grid Computing, *International Journal of Crashworthiness*, **13**(1), 109-116.
- [15] Mamalis AG, Manolakos DE, Spentzas KN, Ioannidis MB, Koutroubakis S and Kostazos PK (2009) The Effect of the Implementation of Circular Holes as Crush Initiators to the Crushing Characteristics of Mild Steel Square Tubes: Experimental and Numerical Simulation, *International Journal of Crashworthiness*, **14**(5), 489-501.
- [16] Mamalis AG, Manolakos DE, Ioannidis MB, Chronopoulos DG and Kostazos PK (2009) On the Crashworthiness of Composite Rectangular Thin-Walled Tubes Internally Reinforced with Aluminium or Polymeric Foams: Experimental and Numerical Simulation, *Composite Structures*, **89**, 416-423.

ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΙΕΣ ΣΕ ΣΥΝΕΔΡΙΑ/ΗΜΕΡΙΑΔΕΣ

- [1] Mamalis AG, Manolakos DE, Ioannidis MB and Kostazos PK *Modelling of the Crush Zone of Axially Loaded Thin-Walled Tubular Components Using Explicit Finite Element Techniques*, in Proc 31st ISATA Conference on Materials for Energy-Efficient Vehicles, Düsseldorf, Germany, June 1998, pp 113-121.
- [2] Mamalis AG, Manolakos DE, Ioannidis MB and Kostazos PK *Finite Element Modelling of the Crush Zone of Fibreglass Composite Thin-Walled Tubes Subjected to Static and Dynamic Axial Loading*, in Proc 5th International Conference on Composites Engineering (ICCE/5), Las Vegas, Nevada, USA, July 1998.
- [3] Mamalis AG, Manolakos DE, Ioannidis MB, Kostazos PK and Robinson M *On the Static Axial Collapse of Square Composite Rail Vehicle Hollow Body Shells*, in Proc 4th Seminar on Experimental Techniques and Design in Composite Materials, Sheffield, UK, September 1998;
In M. Found (Ed), *Experimental Techniques and Design in Composite Materials 4*, Swets and Zeitlinger, Lisse, Holland, 2002, pp 87-92.
- [4] Mamalis AG, Manolakos DE, Ioannidis MB and Kostazos PK *Simulation of Bending of Fiberglass Composite Thin-Walled Tubular Components Using Implicit Finite Element Techniques*, in Proc 6th International Conference on Composites, ICCE/6, Orlando, USA, June 1999, pp 541-542.
- [5] Mamalis AG, Manolakos DE, Ioannidis MB, Kostazos PK and Dedes K *Finite Element Simulation of the Collapse Modes of Axially Dynamically Loaded Thin-Walled Metallic Rectangular Tubular Components*, in Proc 32nd ISATA Conference on Materials for Energy Efficient Vehicles, Vienna, Austria, June 1999, pp 253-259.

- [6] Mamalis AG, Manolakos DE, Ioannidis MB, Kostazos PK and Hassiotis G *Finite Element Simulation of the Axial Collapse of Thin-wall Square Frusta*, in Proc International Conference ICrash 2000, London, UK, September 2000, pp 483-492.
- [7] Vosniakos G-C, Manolakos DE, Giannakakis T and Kostazos PK *Manufacturing Intelligence Computing Concepts in Planning Sheet Metal Forming Operations*, in Proc 1st National Conference on Recent Advances in Mechanical Engineering, ASME-Greek Section, Patras, Greece, September 2001, paper P-165.
- *[8] Mamalis AG, Manolakos DE, Ioannidis MB and Kostazos PK *Axial Crushing of Hybrid Square Sandwich Composite Vehicle Hollow Bodyshells*, in Proc Automotive and Transportation Technology Congress and Exhibition (ATTCE), Barcelona, Spain, October 2001, Vol 4, pp 133-138.
- [9] Mamalis AG, Manolakos DE, Ioannidis MB, Kostazos PK, Goulielmos A and Demosthenous G *Finite Element Simulation of Internally Grooved Thin-Wall PVC Tubes Subjected to Axial Collapse*, International Crashworthiness Conference (ICrash), Melbourne, Australia, February 2002.
- [10] Mamalis AG, Manolakos DE, Ioannidis MB, Kostazos PK and Kastanias SN *Numerical Modelling of the Axial Plastic Collapse of Externally Grooved Steel Thin-Walled Tubes*, International Crashworthiness Conference (ICrash), Melbourne, Australia, February 2002.
- [11] Mamalis AG, Manolakos DE, Ioannidis MB and Kostazos PK *Numerical Simulation of Thin-Walled Metallic Circular Frusta Subjected to Axial Loading*, International Crashworthiness Conference (ICrash), San Francisco, USA, July 2004.
- [12] Mamalis AG, Manolakos DE, Ioannidis MB and Kostazos PK *Bending of Cylindrical Steel Tubes: Numerical Modelling*, International Crashworthiness Conference (ICrash), San Francisco, USA, July 2004.
- [13] Baldoukas AK, Demosthenous GA, Manolakos DE, Kostazos PK, Tsatsaris A, Mavrommatis SA and Tsoukalas BD *Optimizing the crashworthy characteristics of guardrail spacers using the explicit FE code LS-DYNA*, 2nd Int. Conf. of Numerical Analysis and Applied Mathematics (ICNAAM), Chalkis, Greece, September 2004.
- [14] Μπαλντούκας ΑΚ, Κοντουργιώτης ΚΣ, Δημοσθένους ΓΑ, Λόντος ΑΕ, Μανωλάκος ΔΕ και Κωστάζος ΠΚ *Πειραματική και Υπολογιστική Διερεύνηση του Μηχανισμού Παραμόρφωσης Παρεμβλημάτων Μεταλλικών Στηθαίων Ασφαλείας με Στόχο το Σχεδιασμό Βελτιωμένων μορφών*, 2^ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μεταλλικών Υλικών, ΕΜΠ, Αθήνα, Νοέμβ 2004, σελ 153-168.
- *[15] Μάμαλης ΑΓ, Σπέντζας ΚΝ, Μανωλάκος ΔΕ, Ιωαννίδης ΜΒ και Κωστάζος ΠΚ *Υβριδικές Προστατευτικές Κατασκευές Λεπτού Πάχους Ηλεκτροκίνητων Σιδηροδρομικών Συρμών*, Δημερίδα ΤΕΕ: Ηλεκτροκίνητα Μέσα Μεταφοράς στην Ελλάδα - Υφιστάμενη Κατάσταση και Προοπτικές, Αθήνα, Ιανουάριος 2006.
- [16] Mamalis AG, Manolakos DE, Spentzas KN, Ioannidis MB, Koutroubakis S and Kostazos PK *The Effect of the Implementation of Circular Holes as Crash Initiators to The Crushing Characteristics of Mild Steel Square Tubes: Experimental and Numerical Simulation*, International Crashworthiness Conference (ICrash), Kyoto, Japan, July 2008.
- [17] Vazdirvanidis A, Koumarioti I, Pantazopoulos G, Rikos A, Toulfatzis A, Kostazos PK and Manolakos DE *Examination of Buckling Behavior of Thin-Walled Al-Mg-Si Alloy Extrusions*, 13th International Conference on Aluminum Alloys (ICAA13), Pittsburgh, USA, June 2012.