



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΔΠΜΣ: “ΝΑΥΤΙΚΗ ΚΑΙ ΘΑΛΑΣΣΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ
ΚΑΙ ΕΠΙΣΤΗΜΗ”

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Θέμα: Επίδραση του πυθμένα στην πλευρική-
"out-of-plane" δυναμική συμπεριφορά
θαλάσσιων risers

Φοιτητής: Αντώνιος Γ. Κωτσής

Επιβλ. Καθηγητής: Ιωάννης Χατζηγεωργίου

ΑΘΗΝΑ, 2012

Θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους όσους με στήριξαν ηθικά, αλλά και πρακτικά για την εκπόνηση της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες θα ήθελα να απευθύνω προς τον Αναπληρωτή Καθηγητή κ. Ιωάννη Χατζηγεωργίου, για την ευκαιρία που μου προσέφερε να ασχοληθώ με τον σταθερά αναπτυσσόμενο και ενδιαφέροντα κλάδο των υποθαλάσσιων αγωγών. Η στήριξη του αλλά και η ακαδημαϊκή καθοδήγηση που μου προσέφερε, υπήρξαν καθοριστικής σημασίας.

Ακόμα, θα ήθελα να ευχαριστήσω τα αλλά δυο μέλη της Επιτροπής, τους Καθηγητές κ. Μαυράκο και κ. Σακελλαρίου.

Επίσης, οφείλω ένα ευχαριστώ σε όλους τους Καθηγητές του Προγράμματος, καθώς και τον Υποψήφιο Διδάκτορα Στέφανο Κατιφέογλου, για την καταλυτική του συμμετοχή, χωρίς την οποία η εκπόνηση της παρούσης θα ήταν αδύνατη.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά την οικογένεια μου, Γιώργο, Ελένη, Νικόλ και Μάρα μου για την αμέριστη κατανόηση και συμπαράσταση που δείχνουν στο πρόσωπό μου κάθε φορά που ξεκινώ ένα νέο επιχείρημα.

Αφιερώνεται,

*στην μνήμη του παππού μου
Αντώνιο Γ. Κωτσή, που
δυστυχώς δε πρόλαβα
να του "δανείσω" άλλο ένα
πτυχίο.*

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	13
ABSTRACT	15
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.....	17
1.1 Εισαγωγή.....	17
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.....	25
2. Περιγραφή του προβλήματος – Παραδοχές	25
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: Μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις.....	31
3.1 Εισαγωγή.....	31
3.1.1. Μαθηματικό μοντέλο.....	31
3.1.2. Χρονικές και Χωρικές παράγωγοι.....	34
3.1.3. Δυναμική ισορροπία του στοιχείου αγωγός	37
3.1.4 Δυναμική ισορροπία του στοιχείου του υγρού.....	39
3.1.5 Διαφορικές Εξισώσεις Δυναμικής Ισορροπίας.....	41
3.1.6 Διανεμημένες δυνάμεις.....	42
3.1.7 Τελικό σύστημα διαφορικών εξισώσεων.....	43
3.2 Το διδιάστατο δυναμικό πρόβλημα.....	47
3.3 Αριθμητική Επίλυση στο πεδίο του χρόνου του μη γραμμικού συστήματος διαφορικών εξισώσεων, με διακριτοποίηση με πεπερασμένες διαφορές.....	48
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: Υπολογισμοί των τάσεων του εδάφους με το λογισμικό <i>Phase 2</i> – Προσδιορισμός της κατακόρυφης αντίδρασης του εδάφους.....	51
4.1 Το λογισμικό <i>Phase2</i>	51
4.2 Σχεδιασμός εκσκαφής	52
4.3 Υπολογισμοί αντιδράσεων του εδάφους με αριθμητικές ολοκληρώσεις των τάσεων.	57
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 : Αποτελέσματα δυναμικής επίλυσης του riser υπό αρμονικών διεγέρσεων κατά την out-of-plane διεύθυνση και πλευρικών αντιδράσεων εδάφους.....	65
5.1.1 Δύναμη Έντασης.....	65
5.2 Καμπτική Ροπή "In-Plane"	68
5.3 Δι-Κάθετη Ταχύτητα	71
5.4 Καμπτική Ροπή "Out-of-Plane".....	74
5.5 Διατμητική Δύναμη "Out-of-Plane".....	77
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6.....	81

6.1 Συμπεράσματα.....	81
6.2 Προτάσεις.....	82
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α	87
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β	97

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ ΕΙΚΟΝΩΝ

Εικόνα 1: Απεικόνιση παράκτιας πλατφόρμας εξόρυξης πετρελαίου συνδεδεμένο με Steel Catenary Risers. (πηγή: bnr-riser-engineering)	18
Εικόνα 2: Διαχωρισμός σε ζώνες κατά μήκος Steel Catenary Riser (πηγη: Bridge et al., 2003)	19
Εικόνα 3: Ροπές και δυνάμεις στο παραμορφωμένο στοιχείο της αλυσοειδούς κατασκευής	32
Εικόνα 4: Δυνάμεις στον όγκο του υγρού που διατρέχει το στοιχείο της αλυσοειδούς κατασκευής.	33
Εικόνα 5: Λεπτόγραμμη αλυσοειδής κατασκευή στο επίπεδο αναφοράς out of plane	47
Εικόνα 6: Σχηματισμοί χαντακιού (τάφρου) με πλάτος 2D του αγωγού και μορφές δι-επαφής εδάφους-αγωγού.	53
Εικόνα 7: Σχηματισμοί χαντακιού (τάφρου) με πλάτος 4D του αγωγού και μορφές δι-επαφής εδάφους-αγωγού.	54
Εικόνα 8: Σχηματισμοί χαντακιού (τάφρου) με πλάτος 5D του αγωγού και μορφές δι-επαφής εδάφους-αγωγού.	55
Εικόνα 9: Σχηματισμοί χαντακιού (τάφρου) με πλάτος 6D του αγωγού και μορφές δι-επαφής εδάφους-αγωγού.	56
Εικόνα 10: Μεταβολή της αντίδρασης του εδάφους με το βάθος εισχώρησης του riser.....	58
Εικόνα 11: Κατανομή των τάσεων σ_{xx} για τοξοειδή δι-επαφή riser-εδάφους με απόστημα 2D και βάθος εισχώρησης 3D.....	59
Εικόνα 12: Κατανομή των τάσεων σ_{xx} για τοξοειδή δι-επαφή riser-εδάφους με απόστημα 2D και βάθος εισχώρησης 4D.....	59
Εικόνα 13: Κατανομή των τάσεων σ_{xx} για τοξοειδή δι-επαφή riser-εδάφους με απόστημα 2D και βάθος εισχώρησης 5D.....	60
Εικόνα 14: Κατανομή των τάσεων σ_{xx} για τοξοειδή δι-επαφή riser-εδάφους με απόστημα 5D και βάθος εισχώρησης 4D.....	60
Εικόνα 15: Κατανομή των τάσεων σ_{xx} για τοξοειδή δι-επαφή riser-εδάφους με απόστημα 5D και βάθος εισχώρησης 5D.....	61
Εικόνα 16: Κατανομή των τάσεων σ_{yy} για τοξοειδή δι-επαφή riser-εδάφους με απόστημα 2D και βάθος εισχώρησης 3D.....	62
Εικόνα 17 Κατανομή των τάσεων σ_{yy} για τοξοειδή δι-επαφή riser-εδάφους με απόστημα 2D και βάθος εισχώρησης 4D.....	62

Εικόνα 18: Κατανομή των τάσεων σ_{yy} για τοξοειδή δι-επαφή riser-εδάφους με απόστημα 2D και βάθος εισχώρησης 5D.....	63
Εικόνα 19: Κατανομή των τάσεων σ_{yy} για τοξοειδή δι-επαφή riser-εδάφους με απόστημα 5D και βάθος εισχώρησης 4D.....	63
Εικόνα 20: Κατανομή των τάσεων σ_{yy} για τοξοειδή δι-επαφή riser-εδάφους με απόστημα 5D και βάθος εισχώρησης 5D.....	64
Εικόνα 21: Η συνολική ένταση T κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/s, πλάτους διατομής εκσκαφής 2D και βάθους εισχώρησης 3D.....	65
Εικόνα 22: Η συνολική ένταση T κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/s, πλάτους διατομής 2D και βάθους εισχώρησης 4D.....	66
Εικόνα 23: Η συνολική ένταση T κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/s, πλάτους διατομής 2D και βάθους εισχώρησης 5D.....	66
Εικόνα 24: Η συνολική ένταση T κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/s, πλάτους διατομής 5D και βάθους εισχώρησης 4D.....	67
Εικόνα 25: Η συνολική ένταση T κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/s, πλάτους διατομής 5D και βάθους εισχώρησης 5D.....	67
Εικόνα 26: Η καμπυλότητα $\Omega 2$ κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/sec, πλάτους διατομής 2D και βάθους εισχώρησης 3D.....	68
Εικόνα 27: Η καμπυλότητα $\Omega 2$ κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/sec, πλάτους διατομής 2D και βάθους εισχώρησης 4D.....	69
Εικόνα 28: Η καμπυλότητα $\Omega 2$ κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/sec, πλάτους διατομής 2D και βάθους εισχώρησης 5D.....	69
Εικόνα 29: Η καμπυλότητα $\Omega 2$ κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/sec, πλάτους διατομής 5D και βάθους εισχώρησης 4D.....	70
Εικόνα 30: Η καμπυλότητα $\Omega 2$ κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/sec, πλάτους διατομής 5D και βάθους εισχώρησης 5D.....	70
Εικόνα 31: Η κάθετη συνιστώσα της ταχύτητας, ω , κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/sec, πλάτους διατομής 2D και βάθους εισχώρησης 3D.....	71
Εικόνα 32: Η κάθετη συνιστώσα της ταχύτητας, ω , κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/sec, πλάτους διατομής 2D και βάθους εισχώρησης 4D.....	72

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματοποιήθηκε για να μπορεί να κατανοηθεί η επίδραση που έχει η αντίδραση του εδάφους του πυθμένα στην πλευρική ("out-of-plane") δυναμική συμπεριφορά θαλάσσιων riser (Steel Catenary Riser – χαλύβδινοι αλυσοειδής αγωγοί) κάνοντας χρήση μαθηματικών μοντέλων αλλά και κάνοντας χρήση μη γραμμικού δυναμικού μοντέλου Πεπερασμένων Διαφορών. Οι αγωγοί αυτοί μεταφέρουν υδρογονάνθρακες από υποθαλάσσια κοιτάσματα σε πλωτές θαλάσσιες κατασκευές. Σε όλο το μήκος της αλυσοειδούς κατασκευής παρατηρούνται καταπονήσεις λόγω των αρμονικών διεγέρσεων που προκαλούνται από τις ίδιες τις κινήσεις της πλωτής κατασκευής. Οι κινήσεις αυτές είναι που δημιουργούν τις δυο εστίες καταπόνησης της αλυσοειδούς κατασκευής, το Touch-down Point (το σημείο επαφής με το πυθμένα πριν την ανύψωση του αγωγού στην πλωτή κατασκευή) και το κορυφαίο άκρο του που προσδένεται στην πλωτή κατασκευή. Στην εργασία αυτή θα μιλήσουμε μόνο για την αντίδραση που προκαλείται στο Touch-down Point που είναι και το σημείο με την μεγαλύτερη καμπυλότητα της αλυσοειδούς κατασκευής αλλά και το σημείο όπου ξεκινά η διάνοιξη εκσκαφής στην επιφάνεια του πυθμένα λόγω των κατακόρυφων αλλά και των οριζόντιων δυνάμεων που ασκούνται σε αυτό.

Μόλις η διάνοιξη ολοκληρωθεί και η αλυσοειδής έχει εισέλθει πλήρως στην τάφρο που έχει δημιουργηθεί, θα προσπαθήσουμε να μελετήσουμε τις δυνάμεις που ασκούνται σε αυτή. Στην κατασκευή μας ασκούνται δυνάμεις και στις δυο κατευθύνσεις. Κατακόρυφα λόγω του ίδιου βάρους αλλά και τις άντωσης που προσπαθεί να σηκώσει των αγωγό αλλά και οριζόντιες λόγω των ρευμάτων στον πυθμένα της θάλασσας.

Η αντίδραση του εδάφους ενεργεί σαν συνισταμένη των δυνάμεων και είναι κάθετη στο αγωγό. Προσδιορίζεται στατικά, θεωρώντας στιγμιαία ότι ο κύκλος εισχώρησης της αλυσοειδούς κατασκευής εντός του πυθμένα έχει ολοκληρωθεί. Θα μελετηθούν διάφορες διατομές τάφρων με τις μεταβολές να πραγματοποιούνται τόσο στο μήκος όσο και στο βάθος τους, διατηρώντας πάντα την ίδια διάμετρο για την αλυσοειδή κατασκευή.

Κάνοντας χρήση του λογισμικού προγράμματος Phase2, θα υπολογίσουμε την επίπεδη εντατική κατάσταση αστοχίας του εδάφους για τις διάφορες περιπτώσεις εκσκαφής. Μελετάμε τις τάσεις και στις δύο διευθύνσεις, και μετά τις ολοκληρώνουμε αριθμητικά για την τοξοειδή επιφάνεια στο σημείο επαφής μεταξύ του αγωγού και της τάφρου που έχει δημιουργηθεί από την κίνηση του πρώτου μέσα στο δεύτερο παράγοντας έτσι την κατακόρυφη δύναμη αντίδρασης του εδάφους. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται για όλες τις διατομές που έχουμε θεωρήσει.

Μόλις συλλέξουμε τις τιμές αυτές, τις εισάγουμε στο μη γραμμικό δυναμικό μοντέλο, το οποίο στην συνέχεια επιλύεται για διάφορες περιπτώσεις αρμονικών διεγέρσεων της κορυφής της αλυσοειδούς κατασκευής εξάγοντας τα διάφορα εντατικά μεγέθη προκειμένου να ελεγχθεί η επίδραση της αντίδρασης του εδάφους στο Touchdown Point.

ABSTRACT

In the present study we will examine the effects of soil reaction in the out of plane displacement of a slender Steel Catenary Riser using an appropriate formulation and an existing non-linear model based on Finite Differences . These scheme risers transport hydrocarbons from underwater deposit to offshore structures. The entire catenary riser is subjected to high tension forces and bending moments that may lead to fatigue damage due to excitations induced by underwater sea currents and the displacements of the offshore structure. These motions induce high strain effects on the seabed at the Touch down Zone (this is the area where the riser interacts with the seabed) and the highest end of the riser where it buckles with the offshore structure.

In this paper we will concentrate on the reaction at the Touch down Point where the longest curvature occurs and the formations of trenches start taking place due to the horizontal and the vertical forces which are applied on the riser. We will try to examine the force that impacts the riser once the trench is excavated of the sectional area and the riser is performing motions submerged.

Quasi static forces act on the riser in both directions. Vertically due to its own weight and horizontally due to the sea current at the seabed level. The soil reaction is the outcome of the interference between the soil and the moving riser inside the excavated trench.

Provided that the structure has embedded sufficiently deep into the soil, the obvious direction of the soil reaction is the vertical. However, in the scope of the present thesis we investigated the possibility that the riser is coming into contact with the vertical walls of the trench inducing thus horizontal reaction by the soil.

A number of different trench intersections are studied varying in diameter and in depth. The plain stress conditions for the different trenches formations were calculated using Phase2 geotechnical commercial software.

The stresses are integrated around the arched riser-soil interaction area for the development of the impact of the soil reaction force in dynamic penetration of the riser, again for each trench formation

Finally , these values of the forces are entered in the non-linear dynamic model as concentrated loads applied at the Touch down Point and solved for different types of harmonic excitations in order to examine the soil reaction force in the Touchdown Point.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

1.1 Εισαγωγή

Η ολοένα και αυξανόμενη ζήτηση υδρογονανθράκων και φυσικού αερίου έχει ως αποτέλεσμα την ανακάλυψη νέων μεθόδων και συστημάτων των οποίων η εφαρμογή μέχρι και πριν μερικά χρόνια καθίστατο αδύνατη εξαιτίας των πολυάριθμων τεχνικών περιορισμών. Η ύπαρξη σημαντικών κενών που παρατηρήθηκε στην τεχνογνωσία, και τα οποία καταδίκασαν πολλά έργα στο να μην υλοποιούνται, οφειλόταν κυρίως σε δύο παράγοντες: πρώτον, στη μη ανάπτυξη των απαιτούμενων τεχνικών μέσων και δεύτερον στο γεγονός ότι η εφαρμογή των τελευταίων υπήρξε οικονομικά ασύμφορη. Μερικές από τις τεχνικές δυσκολίες που προέκυπταν είχαν να κάνουν με το βάθος νερού, τις υψηλές υδροστατικές πιέσεις, τις υψηλές θερμοκρασίες, τα ρεύματα αλλά και την αντιμετώπιση παραμορφώσεων εξαιτίας της θερμικής διαστολής-συστολής. Εντύπωση προκαλεί το γεγονός ότι στις μέρες μας, μπορούν να εγκαθίστανται υποθαλάσσιοι αγωγοί και συστήματα σε βάθος περίπου 3Km και με πιέσεις που υπολογίζονται στα 700bar.

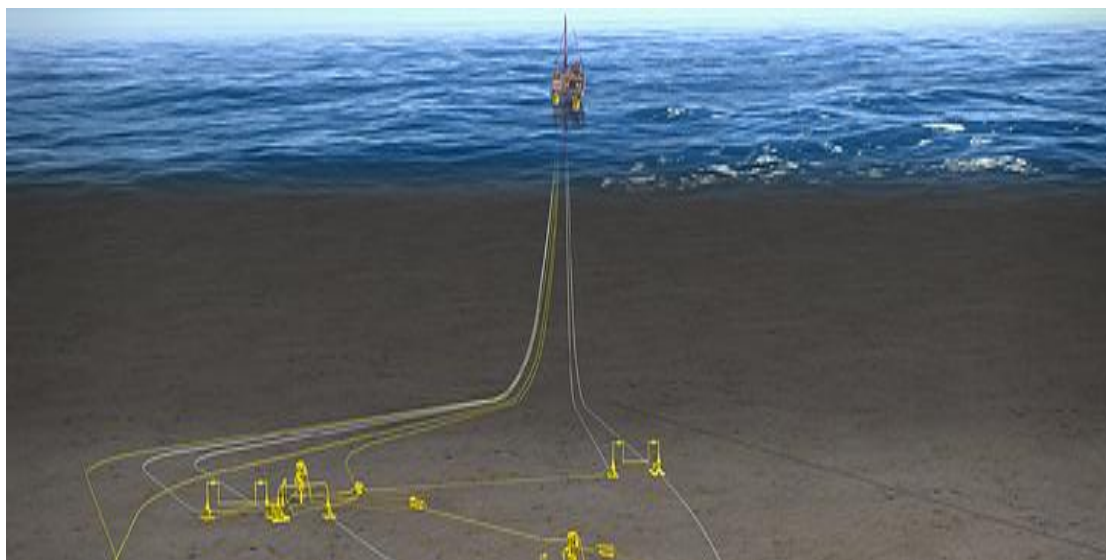
Επιπλέον, Κάποια άλλα ζητήματα που απασχολούσαν τους μηχανικούς ήταν η αποτύπωση του πυθμένα και η βέλτιστη χάραξη της διαδρομής του αγωγού. Με τα σημερινά τεχνολογικά μέσα είναι πλέον πολύ εύκολη μια τρισδιάστατη αναπαράσταση του πυθμένα που μπορεί να χρησιμεύει και στη συντομότερη, άρα και οικονομικότερη χάραξη της διαδρομής του αγωγού. Άλλα μέσα που χρησιμεύουν στη ανάπτυξη υποθαλασσίων έργων είναι και η εξέλιξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών που επιτρέπουν τη χρήση διάφορων λογισμικών πεπερασμένων στοιχείων όπου με την κατάλληλη μοντελοποίηση του εδάφους μπορούν να προβλεφθούν διάφορα τεχνικά θέματα χωρίς να χρειάζονται χρονοβόρα και πολύ οικονομικά δυσχερή πειράματα.

Ένα από αυτά τα ζητήματα είναι η πλαστικότητα του εδάφους του θαλάσσιου πυθμένα, στην περιοχή επαφής (Touch Down Zone - TDZ) του αλυσοειδούς αγωγού. Οι μεγάλες τιμές καμπτικής τάσης και ροπής που εμφανίζονται στην περιοχή του αγωγού κοντά στην TDZ και πάνω σε αυτήν από τις ταλαντωτικές κινήσεις του που

προκαλούνται από ρεύματα ή θαλάσσια κύματα, είναι ικανές να προκαλέσουν αστοχία λόγω κόπωσης.

Ο αγωγός λόγω της ταλαντωτικής του κίνησης προκαλεί εκσκαφή στον πυθμένα, στον οποίο εισχωρεί μέχρι ενός βήθους. Παλιότερες έρευνες έχουν καταγράψει το μέτρο των δυνάμεων αντίδρασης του εδάφους στην κατακόρυφη εισχώρηση του riser στα ανώτερα στρώματα του θαλάσσιου πυθμένα. Σκοπός της παρούσας μελέτης είναι να αναζητηθεί το μέτρο των δυνάμεων αντίδρασης του εδάφους αφού έχει εισχωρήσει το riser στα ανώτερα στρώματα του πυθμένα και το οποίο προκαλεί λόγω πλευρικής ταλαντωτικής κίνησης του μία σταδιακή "πλευρική" παραμόρφωση στα τοιχώματα της εκσκαφής του εδάφους (διεύρυνση του πλάτους του ανοίγματος). Όσον αφορά στην μελέτη, αρχικά, θα εξεταστεί η περίπτωση όπου η εκσκαφή δε διαμορφώνεται κατακόρυφα, αλλά υπό γωνία και θα μελετηθεί η δι-επιφάνεια του πυθμένα στα σημεία όπου πραγματοποιείται πρόσκρουση αλλά και τριβή.

Στη συνέχεια θα υπολογιστούν οι τιμές της κατακόρυφης δύναμης αντίδρασης του εδάφους με αριθμητική ολοκλήρωση των υπολογισμένων τιμών των τάσεων, κατά μήκος της δι-επιφάνειας επαφής αγωγού-πυθμένα.



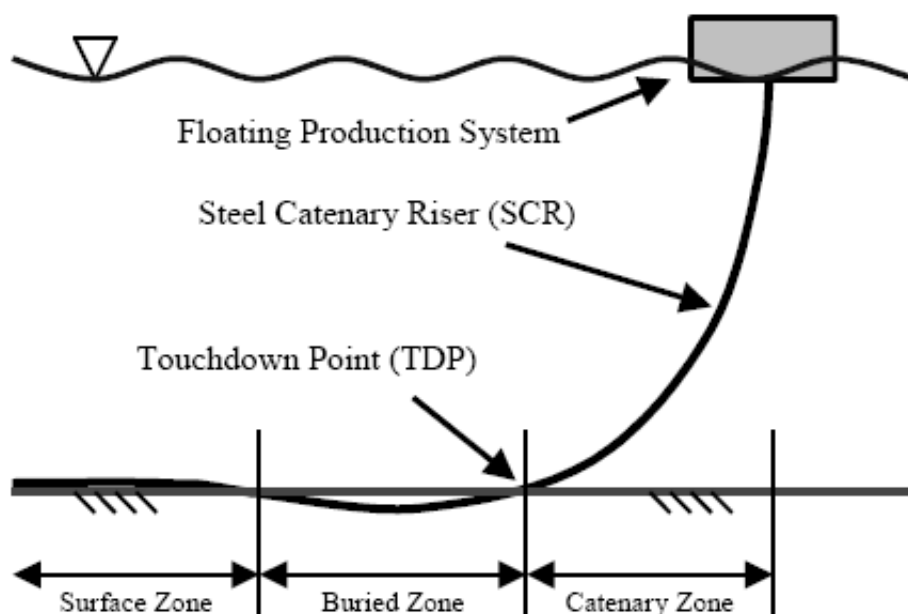
Εικόνα 1: Απεικόνιση παράκτιας πλατφόρμας εξόρυξης πετρελαίου συνδεδεμένο με Steel Catenary Risers. (πηγή: bnr-riser-engineering)

Τέλος, οι αντιδράσεις του εδάφους θα εισαχθούν ως οριακές συνθήκες σε τρισδιάστατο μοντέλο ενιαίας δυναμικής ανάλυσης λεπτογραμμών αλυσοειδών risers που υπόκεινται σε διεγέρσεις στην κορυφή τους, όπου εξετάζονται διάφοροι τύποι

αρμονικών διεγέρσεων μόνο για το δισδιάστατο πρόβλημα 'out-of-plane' (δηλαδή στο εγκάρσιο x-y επίπεδο κατά το οποίο εφαρμόζεται η διέγερση στην κορυφή και η αντίδραση του εδάφους.)

Χαλύβδινος Αλυσσοειδής αγωγός - Steel Catenary Riser (SCR)

Η δομή ενός αλυσσοειδούς αγωγού απαρτίζεται από τρία βασικά μέλη, το σύστημα όπου θα συνδεθεί ο αγωγός στην επιφάνεια της θάλασσας, τον ίδιο τον αγωγό και το σημείο TDP (Touch Down Point), που είναι το σημείο που έρχεται σε επαφή ο αγωγός με τον πυθμένα της θάλασσας. Η περιοχή γύρω από το σημείο TDP χωρίζεται σε τρεις ζώνες: "Catenary zone", "buried zone" και "surface zone".



Εικόνα 2: Διαχωρισμός σε ζώνες κατά μήκος Steel Catenary Riser (πηγή: Bridge et al., 2003)

Το σημείο TDP (Touchdown Point)

Το σημείο αυτό είναι το σημείο το οποίο έρχεται σε επαφή με το πυθμένα της θάλασσας. Εξαιτίας της δυναμική κίνησης του κατακόρυφου αγωγού αλλά και λόγω επακόλουθης μεταφοράς ιζημάτων και, επιπλέον, λόγω διέλευσης υποθαλάσσιων

ρευμάτων δημιουργούνται ανοίγματα στο πυθμένα της θάλασσας υπό μορφή χαντακιού (τάφρου) στο οποίο εφάπτεται είτε ακίνητος σε ηρεμία ή παροδικά κινούμενος ο αγωγός και, σε ορισμένες περιπτώσεις θάβεται μέσα σε αυτό. Ο προσδιορισμός αυτού του σημείου κρίνεται ιδιαίτερα σημαντικός εξαιτίας του γεγονότος ότι τυχόν αποκλίσεις μπορούν να προκαλέσουν ισχυρές διατμητικές τάσεις στον κατακόρυφο αγωγό ικανές να οδηγήσουν σε σοβαρές αστοχίες.

Σκοπός της εργασίας

Οι περισσότερες έως τώρα μελέτες σε αλυσοειδείς αγωγούς πραγματοποιήθηκαν κάνοντας χρήση μη-γραμμικής εφαρμογής πεπερασμένων στοιχείων. Στις περισσότερες περιπτώσεις ο πυθμένας, αν και δίνει συντηρητικά αποτελέσματα, εκλαμβάνεται ως απαραμόρφωτος. Η επίδραση της επιφάνειας του πυθμένα στον αγωγό είναι αυτή που θα μας απασχολήσει σε αυτή τη μελέτη. Αναλυτικότερα:

1. θα διερευνηθεί η εξέλιξη των τάσεων του εδάφους στα τοιχώματα της τάφρου της οποίας θεωρείται ότι έχει διανοιχθεί λόγω ταλαντωτικής κίνησης του riser.
2. θα επιλυθεί η 'out-of-plane' δυναμική απόκριση του riser συμπεριλαμβανομένης της πλευρικής αντίδρασης του εδάφους στην κίνηση του TDP, η οποία θεωρείται ότι δημιουργείται από την παραπάνω εντατική κατάσταση του πλευρικού τοιχώματος της τάφρου, με χρήση αριθμητικού μοντέλου ενιαίας μη-γραμμικής δυναμικής επίλυσης για αλυσοειδή risers.

1.1 Διερεύνηση της αλληλεπίδρασης υποθαλάσσιου αγωγού riser-πυθμένα.

Στο Συνέδριο ISOPE, το οποίο έλαβε χώρα το 2012, επισημάνθηκε από τον T. Griffiths [1] ότι τα έως τώρα μοντέλα που χρησιμοποιούνται για την ανάλυση των λεπτόγραμμων αλυσοειδών κατασκευών, δε λαμβάνουν υπόψη ότι ο πυθμένας αρχίζει να μεταβάλλεται πολύ πριν τοποθετηθεί σε αυτόν η αλυσοειδής κατασκευή.

Είναι γεγονός ότι η υποσκαφή διέπει έναν πολύ σοβαρό παράγοντα στην αλληλεπίδραση υποθαλάσσιου αγωγού riser – πυθμένα, τον οποίο όμως σπάνια μοντέλα συμπεριλαμβάνουν. Αξιοσημείωτο είναι ότι θεωρείται τριπλή αλληλεπίδραση, του riser της κίνησης του πυθμένα, του νερού στον πυθμένα και του πυθμένα στην αλυσοειδή.

Οι μηχανισμοί αλληλεπίδρασης μεταξύ πυθμένα και riser μπορούν να χωριστούν σε τρεις κατηγορίες:

- *Η επίδραση της κίνησης του riser στον πυθμένα*

Έχει ως αποτέλεσμα την υποσκαφή του αγωγού στον πυθμένα και την πλαστική παραμόρφωση του εδάφους. Αυτό οφείλεται κυρίως στις κατακόρυφες κινήσεις του αγωγού, αλλά και σε κάποιες πλευρικές κινήσεις που μπορεί να πραγματοποιήσει αυτός.

- *Η επίδραση του νερού στον πυθμένα*

Οι κινήσεις της αλυσοειδούς, εντός και εκτός της υποσκαφής που έχει δημιουργηθεί, προκαλεί ένα φαινόμενο ‘άντλησης’, όπου το εξερχόμενο νερό επιταχύνεται καθώς ο αγωγός εισέρχεται στο χαντάκι (τάφρος) άλλα και επιταχύνεται όταν ο αγωγός εξέρχεται από το χαντάκι. Οι ταχύτητες ροής του νερού που προκαλούνται από αυτή την άντληση εξυπηρετούν στο να εκτοπίζεται πιθανή άμμος που έχει κατακαθίσει στην περιοχή όπου προσκρούεται ο αγωγός με τον πυθμένα επιταχύνοντας έτσι το φαινόμενο της υποσκαφής.

- *Η επίδραση του πυθμένα στον αγωγό.*

Το έδαφος του πυθμένα ασκεί μια πολύπλοκη αντίδραση στην κίνηση του riser στην κατακόρυφη, πλευρική και αξονική διεύθυνση αναλόγως με τη διαμήκη κατεύθυνση του αγωγού. Η κατακόρυφη εδαφική αντίδραση μπορεί να διανεμηθεί στις ακόλουθες περαιτέρω υποκατηγορίες: την αντίδραση διείδυσης με αρνητική φορά και την

αντίδραση ανύψωσης με θετική φορά. Όταν η κίνηση του riser έχει αρνητική φορά, ο πυθμένας παρουσιάζει κάποιους βαθμούς ελαστικότητας στα αρχικά στρώματα της διεύθυνσης, τα οποία θα αποβούν ευεργετικά για τη μετέπειτα διάρκεια ζωής του riser, σε σχέση με περιπτώσεις απαραμόρφωτου πυθμένα.

Στην κίνηση με θετική φορά, λόγω παρουσίας υλικών, όπως άργιλος, που πιθανώς να έχουν προσκολληθεί πάνω στον αγωγό, δημιουργείται με τον πυθμένα ένα φαινόμενο αναρρόφησης, με αποτέλεσμα να επιβραδύνεται η κίνηση του αγωγού αλλά και να επιβαρύνεται ο αγωγός με επιπλέον ασκούμενο φορτίο.

Οι πλευρικές αντιδράσεις προκαλούνται από τις τριβές μεταξύ της αλυσοειδούς και του πυθμένα, καθώς και της αντίστασης του εδάφους στον αγωγό λόγω της πλευρικής του μετατόπισης εντός χαντακιού (τάφρου) ή πάνω στον πυθμένα. Στην τελευταία περίπτωση εστιάζει η παρούσα διπλωματική εργασία.

Οι Bridge et al [2] πραγματοποιώντας μια σειρά μελετών και πειραμάτων τα οποία αποτελούν σημείο αναφοράς για τις μελέτες αλληλοεπίδρασης υποθαλάσσιου αγωγού riser-πυθμένα, διαπίστωσαν ότι οι πιο σημαντικοί παράγοντες για την αλληλεπίδραση του αγωγού – εδάφους μπορούν να χαρακτηριστούν από:

- την ικανότητα του εδάφους για διεύθυνση του αγωγού
- την ταχύτητα ανύψωσης του αγωγού
- το εύρος του χρόνου στερεοποίησης του εδάφους πάνω από τον αγωγό που έχει βυθιστεί μέσα στο έδαφος.
- την εφαρμογή επαναλαμβανόμενης φόρτισης.

Οι κατακόρυφες κινήσεις του αγωγού στο σημείο επαφής μπορούν να διαμορφώσουν την εκσκαφή τάφρου όση το μήκος και το πλάτος του αγωγού. Επίσης, λόγω του νερού που εκτοπίζεται από αυτή την κατακόρυφη κίνηση του αγωγού, το φαινόμενο της εκσκαφής εντείνεται.

Ακόμα, εξαιτίας των διερχομένων ρευμάτων κάθετα στον αγωγό προκαλούνται ταλαντωτικές κινήσεις που βοηθούν στην επιτάχυνση της διείσδυσης του αγωγού.

1.4 Λεπτόγραμμη αλυσοειδής κατασκευή – Κώδικες και Κανονισμοί

Το κύριο μέλημα στη σχεδίαση των αγωγών είναι η ασφάλεια. Οι περισσότεροι αγωγοί μεταφοράς σχεδιάζονται με το American Society of Mechanical Engineers (ASME) σύστημα (ASME B31.8 για αγωγούς αερίου και ASME B31.4 αγωγούς πετρελαίου) [4]

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

2. Περιγραφή του προβλήματος – Παραδοχές

2.1 Επικρατούσες συνθήκες εδάφους στο *Touch-down Point* (σημείο επαφής) riser- πυθμένα.

Σε μεγάλα βάθη θάλασσας στις περιοχές εξόρυξης αερίων ή υδρογονανθράκων συναντά κανείς μαλακά ιλυώδη και αργιλικά εδάφη καθώς και άμμο-αργιλώδη εδάφη. Αυτός ο τύπος εδάφους συνεισφέρει στη δημιουργία τάφρων εξαιτίας είτε της μετακίνησης του αγωγού από τα ρεύματα του πυθμένα είτε από την ανύψωση του αγωγού και την πρόσκρουσή του στον πυθμένα. Οι τάφροι αυτές μπορεί να έχουν μεταβαλλόμενη μορφή ενώ η εν λόγω μεταβλητότητα οφείλεται στη συνεχή αλληλοδιαδοχή κύκλων εισχώρησης ή βύθισης του riser.[5]

Από την άλλη πλευρά, η διαμόρφωση της τάφρου εξαρτάται από τις ασκούμενες δυνάμεις στο έδαφος των κατακόρυφων και οριζόντιων κινήσεων του riser, τη μεταφορά ιζημάτων εξαιτίας των ρευμάτων του πυθμένα καθώς και το φαινόμενο της υποσκαφής (scour) μεταξύ αγωγού και πυθμένα.

Ένα σημαντικό ζήτημα που προκύπτει μετά τη διαμόρφωση της τάφρου είναι το γεγονός ότι ο αγωγός μπορεί να καλυφθεί από τα ιζήματα του πυθμένα. Η αντοχή του αγωγού σε αυτή την περίπτωση χρήζει μελέτης, αν και στην παρούσα εργασία δε μελετάται αυτή η περίπτωση, αλλά η περίπτωση όπου ο αγωγός ισορροπεί στο σημείο όπου ισοδυναμούν οι δυνάμεις εισχώρησης του riser με τις δυνάμεις αντιδράσεις του εδάφους.

- Για την παρούσα μελέτη θα θεωρήσουμε ότι υπάρχει ένα και μόνο τμήμα στη περιοχή “buried zone” και “surface zone” δεδομένου ότι το μοντέλο μας μελετάται στο Touchdown Point.
- Ο αγωγός όπου εδράζεται στον πυθμένα βρίσκεται σε απόλυτη ισορροπία.
- Το πλάτος της εκσκαφής διευρύνεται λόγω των πλευρικών δυνάμεων που προκαλούνται από την επιβολή κατακόρυφων και των οριζόντιων διεγέρσεων. Οι κινήσεις αυτές προκαλούνται εξαιτίας των βυθίσεων (heave motions) ή των οριζόντιων μετακινήσεων (surge) της πλωτής κατασκευής.

- Η διατομή της τάφρου θα μελετηθεί για διάφορα σχήματα αλλά και βάθη του πυθμένα, μεταβάλλοντας έτσι τις τάσεις του εδάφους στην περιοχή TDP αλλά και της αντίδρασης του εδάφους στην πίεση που του ασκεί ο αγωγός. Το σχήμα της εκσκαφής ποικίλει αναλόγως με την πίεση που ασκεί ο αγωγός κατά την εισχώρησή του αλλά και από τον τύπο του εδάφους. Το βάθος εισχώρησης μπορεί να φτάσει και πέντε φορές το μήκος της διαμέτρου του αγωγού[6].

2.2 Προσδιορισμός του υπολογιστικού προτύπου

Για να μελετηθεί η αντίδραση του εδάφους που προκαλείται από την διείσδυση του αγωγού σε αυτό θα πρέπει να υπολογιστεί στατικά στο σημείο ισορροπίας, δηλαδή στο σημείο όπου θεωρείται ίση η αντίδραση του εδάφους με τη δύναμη που ασκείται από τον αγωγό για να εισχωρήσει στο έδαφος.

Ο υπολογισμός της αντίδραση πραγματοποιείται με την ολοκλήρωση των τάσεων του εδάφους κατά μήκος της καμπύλης του τόξου όπου εφάπτεται με τον αγωγό. Δεδομένου ότι χρησιμοποιούμε διαφορετικές διαμέτρους και βάθη εκσκαφής, το τόξο επαφής μεταξύ αγωγού και τάφρου ορίζεται από “ $3\pi/2$ ” έως “ π ” και δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$F_{sr} = R \int \sigma \sin \theta d\theta$$

Όπου:

F_{sr} = η αντίδραση του εδάφους

σ = η τάση του εδάφους κάθετα στην περιφέρεια του αγωγού και με διεύθυνση προς τα έξω

θ = η αζιμουθιακή γωνία

Οι τάσεις υπολογίζονται κατά μήκος της καμπύλης επαφής μεταξύ αγωγού και εδάφους, χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων Phase2.

Στη συνέχεια της μελέτης υπολογίζεται η τρισδιάστατη δυναμική συμπεριφορά της ενιαίας κατασκευής του αγωγού, που υπόκειται σε διεγέρσεις στα άκρα, κάνοντας χρήση του κώδικα πεπερασμένων διαφορών “CON3DF” χρησιμοποιώντας το περιβάλλον FORTRAN. Για τα πειράματα του συγκεκριμένου μοντέλου κρίνεται σκόπιμο να αναφέρουμε ότι στο άκρο της κορυφής (στο σημείο σύνδεση με την πλωτή κατασκευή) επιβάλλονται αρμονικές διεγέρσεις διαφορετικών συχνοτήτων και στους τρεις άξονες x,y και z, ενώ στο άλλο άκρο μετά την περιοχή επαφής με τον πυθμένα, ο αγωγός συνδέεται με απλή στήριξη δηλαδή αγκυροβολημένος στο έδαφος. Για τα αριθμητικά μας πειράματα εξετάζεται η εγκάρσια δύναμη που ασκείται στον αγωγό από το έδαφος επομένως θα την υπολογίσουμε στατικά όπως αναφέραμε προηγουμένως. Η δύναμη αυτή ασκείται ακριβώς στο Touchdown Point.

2.3 Υποθέσεις και παραδοχές για τους τρόπους αλληλεπίδρασης του riser με τον πυθμένα.

Εξαιτίας της ανεπάρκειας μιας μεμονωμένης στατικής προσέγγισης της εντατικής κατάστασης για το σύστημα έδαφος-αγωγός, ελήφθησαν ορισμένες απλουστευμένες παραδοχές, με στόχο το συνδυασμό της δυναμικής μηχανικής και της υδροδυναμικής συμπεριφοράς του αγωγού με την εντατική κατάσταση του εδάφους. Οι τάσεις ασκούνται πάνω στην κατασκευή και λόγω της κίνησης προσκρούεται. Για να διαπιστωθεί καλύτερα ο στατικός υπολογισμός της αντίδρασης του εδάφους, πραγματοποιούνται μια σειρά από υπολογισμούς με διαφορετικά βάθη και διαφορετικές διαμέτρους εκσκαφής στα οποία αργότερα θα ασκηθεί η αρμονική διέγερση.

2.3.1 Παραδοχές για το στατικό πρόβλημα

Οι τάσεις υπολογίστηκαν στην επαφή υποθέτοντας στιγμιαία στατική ισορροπία κατά τη διάρκεια της ολοκλήρωσης της εκσκαφής που πραγματοποιήθηκε λόγω της διείσδυσης του riser. Αυτό σημαίνει ότι η κατακόρυφη δύναμη διείσδυσης ισούται τη

συγκεκριμένη χρονική στιγμή, με την αντίδραση του εδάφους, ώστε ο αγωγός να μην μπορεί να εισέλθει περαιτέρω στο έδαφος. Εξαιτίας του γεγονότος ότι το φαινόμενο της εκσκαφής δε μπορεί να προσδιοριστεί με λεπτομέρεια, εξετάζονται τόσο το περίγραμμα όσο και το βάθος της εκσκαφής ώστε να μπορεί να καλυφθεί το φαινόμενο όσο το δυνατόν πιο ρεαλιστικά.

2.3.2 Παραδοχές για την ελαστο-πλαστικότητα του εδάφους

Συνήθως στον πυθμένα παρουσιάζονται ιλυο-αργιλώδη εδάφη, τα οποία παρουσιάζουν πλαστική συμπεριφορά στο μοντέλο μας. Χάριν απλούστευσης, θεωρούμε το έδαφος ως ελαστικό ώστε οι τάσεις στην περιοχή του εδάφους που εξετάζεται να παρουσιάζουν γραμμική συμπεριφορά. Σε διαφορετική περίπτωση, μπορεί να προέκυπταν διαφορετικά αποτελέσματα λόγω της συνεισφοράς του εδάφους κατά τεκμήριο μη γραμμικά, γεγονός το οποίο θα ανάγκαζε την παρούσα μελέτη να προσομοιαστεί και σε εργαστηριακό περιβάλλον, πράγμα που θα χαρακτήριζε το πρόβλημα μας αρκετά περίπλοκο. Η θεώρηση ελαστικού εδάφους επιτρέπει τη μελέτη πλαστικότητας.

2.3.3 Παραδοχές μαθηματικού μοντέλου δυναμικής ισορροπίας του riser

Για τη διατύπωση του προβλήματος οριακών τιμών έγινε χρήση μεθόδων πεπερασμένων διαφορών και διαπιστώθηκαν τα κάτωθι:

Χαρακτηριστικά, πραγματοποιείται ξεχωριστή θεώρηση δυναμικής συμπεριφοράς riser και δυναμικής συμπεριφοράς ρευστού ενώ στο μαθηματικό μοντέλο χρησιμοποιούνται σε συνδυασμό με τις εξισώσεις αδρανειακής ισορροπίας. Στη συνέχεια, επεκτείνεται το δισδιάστατο μοντέλο λεπτογραμμής αλυσοειδούς κατασκευής σε τρεις διαστάσεις.

2.3.4 Παραδοχές - Υποθέσεις για την ένταξη της αντίδρασης του εδάφους στο ενιαίο δυναμικό πρόβλημα.

Όσον αφορά στην ένταξη της αντίδρασης του εδάφους στο ενιαίο δυναμικό πρόβλημα ισχύουν οι εξής παραδοχές:

- Το τμήμα που εδράζεται στον πυθμένα υπακούει στους ίδιους μαθηματικούς κανόνες με το αλυσοειδές τμήμα.
- Το υπό άνωση βάρος της κατασκευής κατά μήκος του πυθμένα θεωρείται ίσο με μηδέν, για το συγκεκριμένο τμήμα, μιας και θεωρείται ότι βρίσκεται σε ισορροπία ώστε να εξασφαλιστεί στο πλαίσιο της στατικής του διαμόρφωσης, το γεγονός ότι είναι οριζόντιο.
- Ο κόμβος της κατασκευής στο touchdown point εκτελεί ταλαντωτικές κινήσεις. Η χρονικά μεταβαλλόμενη θέση του touchdown point (κατακόρυφη και οριζόντια στο out of plane επίπεδο) επιλύεται μέσω της στατικής ισορροπίας μετατοπίζοντας την κορυφή του riser σε αποστάσεις οι οποίες προκύπτουν από τις δυναμικές διεγέρσεις.
- Η διάταξη του riser που μεταβάλλεται συνεχώς προσδιορίζεται επιλύοντας το στατικό πρόβλημα σε κάθε χρονικό βήμα για τον προσδιορισμό των μηκών των στοιχείων και της ακριβούς θέσης του touchdown point. Αυτό από την άλλη, προσδιορίζεται από ένα σύστημα συντεταγμένων με αρχή των αξόνων στο αγκυρωμένο άκρο της κατασκευής.
- Η δύναμη αντίδρασης του εδάφους, υπολογίζεται μέσω της ολοκλήρωσης των τάσεων στην περιφέρεια αλληλεπίδρασης του αγωγού με το έδαφος. Επισημαίνεται, ότι λαμβάνονται υπ' όψιν μόνο οι εγκάρσιες (out-of-plane) δεδομένου ότι εξετάζονται οι δυνάμεις σε αυτό το τμήμα.
- Η αλληλεπίδραση θεωρείται μόνο στο touchdown point. Αυτό σε πρώτη προσέγγιση μπορεί να θεωρηθεί αληθές δεδομένου ότι ο ελεύθερος όγκος εκσκαφής δε μπορεί να θεωρηθεί ομοιόμορφος επειδή δεν κατακάθεται στο πυθμένα. Το πρόβλημα προσεγγίζεται κατά αυτόν τον τρόπο ώστε μιας και το

πλέγμα της διακριτοποίησης δεν μπορεί να είναι απείρως πυκνό, αλλά και η υπόθεση ότι η αντίδραση του εδάφους εφαρμόζεται στο touchdown point ώστε η ίδια δύναμη εφαρμόζεται επίσης κατά μήκος ενός πλήρους διαφορικού τμήματος μήκους Δs μεταξύ δύο διαδοχικών κόμβων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: Μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις

3.1 Εισαγωγή

Για την εκπόνηση της συγκεκριμένης διπλωματικής χρησιμοποιήθηκαν μη γραμμικές μερικές διαφορικές εξισώσεις οι οποίες περιγράφουν μαθηματικά τις κινήσεις των λεπτογραμμών αλυσοειδών κατασκευών. Παράλληλα, η δυναμική συμπεριφορά της αλυσοειδούς λεπτόγραμμης κατασκευής υπολογίζεται επιλύοντας το σύστημα δυναμικής ισορροπίας το οποίο περιγράφεται κάνοντας χρήση του συστήματος μερικών διαφορικών εξισώσεων, μοντελοποιώντας μαθηματικά ένα πρόβλημα οριακών τιμών δυο σημείων (2 point boundary value problem) [12]. Επισημαίνεται ότι η χωρική εξάρτηση των δυναμικών μεγεθών περιγράφεται μόνο από μια ανεξάρτητη μεταβλητή (Lagrangian) η οποία λαμβάνει τιμές κατά μήκος του αγωγού, κινηματικής στον τρισδιάστατο χώρο. Στο τμήμα αυτό παρατίθεται περιληπτικά η μαθηματική μέθοδος παραγωγής του εμπλεκόμενου δυναμικού συστήματος. Όλες οι εξισώσεις θα περιγραφούν εντέλει ως προς το απαραμόρφωτο μήκος, της υπό μελέτης κατασκευής. Επισημαίνεται ότι παρόλο που εξάγεται στη γενικότητα του το σύστημα των εξισώσεων δυναμικής ισορροπίας λαμβάνοντας υπ' όψιν το σύστημα εσωτερικής ροής εντός αγωγού, στο τέλος δεν χρησιμοποιείται αυτή η δυνατότητα, και επικεντρωνόμαστε αποκλειστικά στην κίνηση κενού κελύφους, στην εκτός του επιπέδου αναφοράς κατεύθυνση.

3.1.1. Μαθηματικό μοντέλο

Τα παρακάτω μεγέθη, που ορίζονται ως δεδομένα, χαρακτηρίζουν τις φυσικές και μηχανικές ιδιότητες του riser σε αρχικά απαραμόρφωτη κατάσταση:

- M , μάζα υγρού εντός του αγωγού ανά τρέχον μέτρο
- m , μάζα του riser ανά τρέχον μέτρο
- m_a , πρόσθετη μάζα ανά τρέχον μέτρο
- w_0 , βυθισμένο βάρος του riser ανά τρέχον μέτρο
- d_0 , εξωτερική διάμετρος

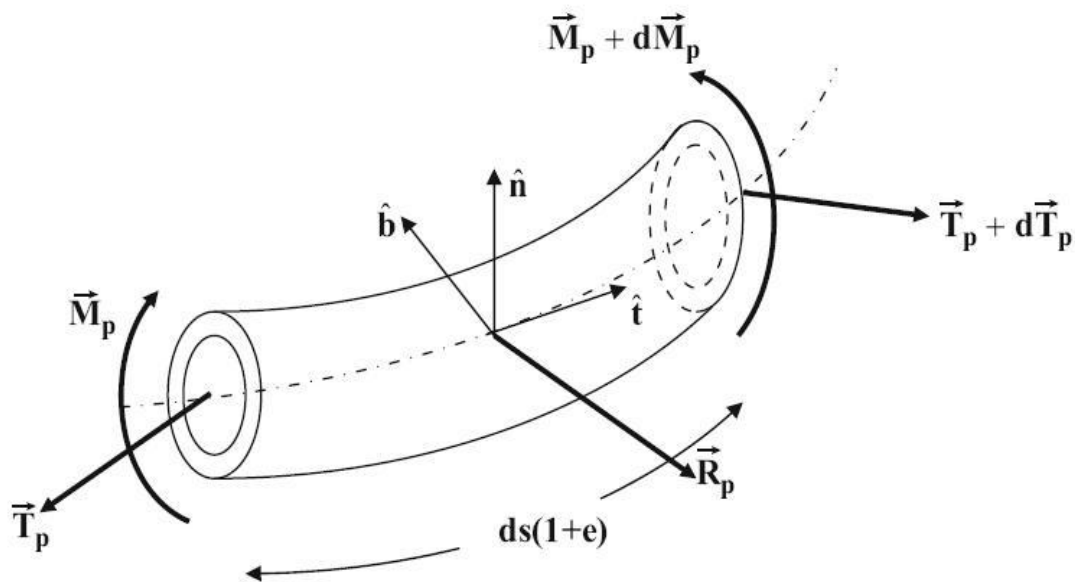
- A , εμβαδό διατομής
- I_p , πολική ροπή αδράνειας διατομής
- I , ροπή αδράνειας διατομής
- ρ_c , πυκνότητα του υλικού της κατασκευής
- E , μέτρο ελαστικότητας Young
- G , μέτρο διάτμησης

Το παραμορφωμένο διαφορικό μήκος ενός πεπερασμένου τμήματος του riser προσδιορίζεται από τη σχέση:

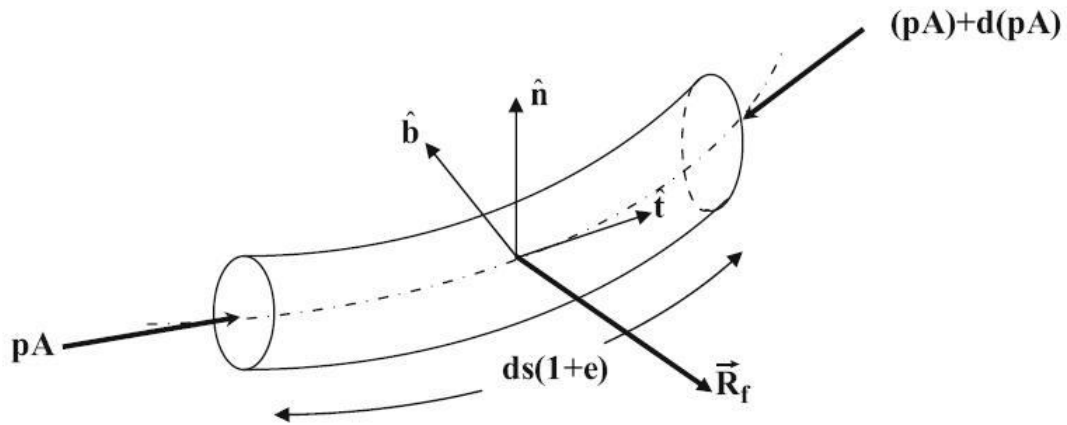
$$dp = ds (1+e), \quad (1)$$

όπου ds το αντίστοιχο απαραμόρφωτο μήκος του στοιχείου, e η αξονική παραμόρφωση και s η τοπική συντεταγμένη.

Όλες οι μεταβλητές αναφέρονται στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων που ορίζουν τα μοναδιαία διανύσματα της εφαπτομένης, της καθέτου και της δικαθέτου, $\vec{t}, \vec{n}, \vec{b}$ (Εικόνα 3).



Εικόνα 3: Ροπές και δυνάμεις στο παραμορφωμένο στοιχείο της αλυσειδούς κατασκευής



Εικόνα 4: Δυνάμεις στον όγκο του υγρού που διατρέχει το στοιχείο της αλυσοειδούς κατασκευής.

Τα διανύσματα δυνάμεων και ροπών του στοιχείου είναι:

$$\begin{aligned}\vec{T}_p &= T\vec{t} + S_n\vec{n} + S_b\vec{b} \\ \vec{M}_p &= M_1\vec{t} + M_2\vec{n} + M_3\vec{b}\end{aligned}\quad (2)$$

όπου T , η εφαρμοζόμενη αξονική τάση, S_n η κατά την τοπική κάθετο διατμητική δύναμη (in-plane) και S_b η κατά την τοπική οριζόντιο (out-of-plane) διατμητική δύναμη, M_1 η ροπή στρέψης, M_2 η περί την τοπική κάθετο (out-of-plane) καμπτική ροπή και M_3 η περί την τοπική οριζόντιο κάθετα στη διεύθυνση του riser (in-plane) καμπτική ροπή. Επίσης, το διανυσματικό μέγεθος $pA\vec{t}$ που περιγράφεται στην Εικόνα 4. είναι η δύναμη εσωτερικής πίεσης του υγρού.

Τα διανύσματα διανεμημένων δυνάμεων σε όλο τον αγωγό και σε όλο τον όγκο του ρευστού που αναφέρονται στο παραμορφωμένο μήκος του αγωγού, δίνονται, αντίστοιχα, από:

$$\sum \vec{R}_p = \vec{R}_{pw} + \vec{R}_{pa} + \vec{R}_{pd} \quad (3)$$

$$\sum \vec{R}_f = \vec{R}_{fw} \quad (4)$$

όπου R_{pw} οι δυνάμεις λόγω άνωσης και βάρους, R_{pa} οι δυνάμεις πρόσθετης αδράνειας και R_{pd} οι δυνάμεις αντίστασης.

Στην πραγματικότητα δρουν επιπλέον δυνάμεις αντίστασης στο υγρό παράλληλα και εφαπτομενικά σε αυτό, που σχετίζονται με τη διατμητική αντοχή των τοιχίων του αγωγού όμως, δε συμπεριλαμβάνονται στο παρόν μοντέλο, λόγω εμφάνισης αντίθετων σε αυτές δυνάμεων αντίδρασης στο υγρό.

3.1.2. Χρονικές και Χωρικές παράγωγοι

Η ανάλυση των υλικών παραγώγων είναι περίπλοκη εξαιτίας της επιλογής του Langrangian συστήματος συντεταγμένων, το οποίο είναι χρονικά και χωρικά μεταβαλλόμενο. Οι παράγωγοι εκφράζονται ως προς ένα τυχαίο διάνυσμα \vec{G} :

$$\vec{G} = G_1 \vec{t} + G_2 \vec{n} + G_3 \vec{b} \quad (5)$$

$$\frac{D\vec{G}}{Ds} = \frac{\partial \vec{G}}{\partial s} + G_1 \frac{\partial \vec{t}}{\partial s} + G_2 \frac{\partial \vec{n}}{\partial s} + G_3 \frac{\partial \vec{b}}{\partial s} \quad (6)$$

Επίσης, το διάνυσμα περιστροφής Darboux, $\vec{\Omega}$, για καμπύλη στο χώρο, το οποίο, ακριβώς, εκφράζει την καμπυλότητα του στοιχείου, είναι:

$$\vec{\Omega} = \Omega_1 \vec{t} + \Omega_2 \vec{n} + \Omega_3 \vec{b} \quad (7)$$

Έτσι, για την ανάλυση των χωρικών παραγώγων των μοναδιαίων διανυσμάτων θα χρησιμοποιηθούν οι συμμετρικές ιδιότητες του διανύσματος Darboux (M.S. Rahman, 1994), επομένως:

$$\frac{\partial \vec{t}}{\partial s} = \vec{\Omega} \times \vec{t}, \quad \frac{\partial \vec{n}}{\partial s} = \vec{\Omega} \times \vec{n} \quad \text{και} \quad \frac{\partial \vec{b}}{\partial s} = \vec{\Omega} \times \vec{b}$$

και η χωρική παράγωγος του \vec{G} γίνεται:

$$\frac{D\vec{G}}{Ds} = \frac{\partial \vec{G}}{\partial s} + \vec{\Omega} \times \vec{G} \quad (8)$$

Σχετικά με τη χρονική παράγωγο του \vec{G} , το ισοδύναμο του διανύσματος Darboux είναι το διάνυσμα στροφής της κλασικής δυναμικής, $\vec{\omega}$:

$$\vec{\omega} = \omega_1 \vec{t} + \omega_2 \vec{n} + \omega_3 \vec{b}, \quad (9)$$

Όπου $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ οι αντίστοιχες γωνιακές ταχύτητες.

Έτσι, η χρονική παράγωγος του τυχαίου διανύσματος \vec{G} , γράφεται:

$$\frac{D\vec{G}}{Dt} = \frac{\partial \vec{G}}{\partial t} + \vec{\omega} \times \vec{G} \quad (10)$$

Τα στοιχεία των διανυσμάτων $\vec{\omega}$ και $\vec{\Omega}$ μπορούν να εκφραστούν ως προς τις γωνίες Euler, ϕ , θ και ψ [7,15] που είναι, ουσιαστικά οι γωνίες στροφής μεταξύ του καρτεσιανού και του σωματοπαγούς συστήματος συντεταγμένων:

$$\begin{aligned}\omega_1 &= \frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial t} \sin \theta \\ \omega_2 &= \frac{\partial \theta}{\partial t} \cos \psi + \frac{\partial \phi}{\partial t} \cos \theta \sin \psi \\ \omega_3 &= \frac{\partial \phi}{\partial t} \cos \theta \cos \psi - \frac{\partial \theta}{\partial t} \sin \psi \\ \Omega_1 &= \frac{\partial \psi}{\partial s} - \frac{\partial \phi}{\partial s} \sin \theta \\ \Omega_2 &= \frac{\partial \theta}{\partial s} \cos \psi + \frac{\partial \phi}{\partial s} \cos \theta \sin \psi \\ \Omega_3 &= \frac{\partial \phi}{\partial s} \cos \theta \cos \psi - \frac{\partial \theta}{\partial s} \sin \psi\end{aligned}\tag{11}$$

Επίσης, το διάνυσμα ροπών μπορεί να γραφεί συναρτήσει των παραμέτρων καμπυλότητας ως εξής:

$$\vec{M}_p = M_1 \vec{t} + M_2 \vec{n} + M_3 \vec{b} = GI_p \Omega_1 \vec{t} + EI \Omega_2 \vec{n} + EI \Omega_3 \vec{b}\tag{12}$$

3.1.3. Δυναμική ισορροπία του στοιχείου αγωγός

3.1.3.1. Αδρανειακές Εξισώσεις

Η εξίσωση του Νόμου του Newton στο παραμορφωμένο τμήμα του αγωγού σε συνδυασμό με την αρχή διατήρησης της μάζας γράφεται:

$$m \frac{D\vec{V}_p}{Dt} = \frac{D\vec{T}_p}{Ds} + \sum \vec{R}_p (1+e) \quad (13)$$

Αναλύοντας τις υλικές παραγώγους στο τοπικό, κατά τη διεύθυνση της παραμόρφωσης, σύστημα συντεταγμένων λαμβάνουμε:

$$m \left(\frac{\partial \vec{V}_p}{\partial t} + \vec{\omega} \times \vec{V}_p \right) = \frac{\partial \vec{T}_p}{\partial s} + \vec{\Omega} \times \vec{T}_p + (\vec{R}_{pw} + \vec{R}_{pa} + \vec{R}_{pd})(1+e), \quad (14)$$

όπου \vec{V}_p το διάνυσμα της ταχύτητας στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων,
 $\vec{V}_p = u\vec{t} + v\vec{n} + w\vec{b}$.

3.1.3.2. Ισορροπία ροπών

Η ισορροπία ροπών εκφράζεται με χρήση της εξίσωσης [7]:

$$\frac{1}{1+e} \frac{D}{Dt} [\rho_c I \vec{\omega}] = \frac{1}{(1+e)^2} \frac{D\vec{M}_p}{Ds} + \vec{t} \times \vec{T}_p (1+e) \quad (15)$$

Όπου $\rho_c I$ είναι διαγώνιος πίνακας 3X3 με στοιχεία κύριας διαγωνίου ($\rho_c I_p$, $\rho_c I$, $\rho_c I$).

Κατόπιν, αναλύοντας τις υλικές παραγώγους, λαμβάνουμε:

$$\frac{\rho_c I}{1+e} \left(\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + \vec{\omega} \times \vec{\omega} \right) = \frac{1}{(1+e)^2} \left(\frac{\partial \vec{M}_p}{\partial s} + \vec{\Omega} \times \vec{M}_p \right) + \vec{t} \times \vec{T}_p (1+e) \quad (16)$$

3.1.3.3. Συνθήκες συμβιβαστού

Το διαφορικό τμήμα του αγωγού θεωρείται ότι δεν παρουσιάζει ασυνέχειες.

Επομένως, το διάνυσμα από την αρχή τόσο του στοιχείου αγωγός όσο και του

στοιχείου του υγρού, $\vec{r}(s, t)$, θα είναι συνεχής συνάρτηση και των 2 ανεξάρτητων μεταβλητών χώρου και χρόνου, s και t , αντίστοιχα. Το γεγονός αυτό μπορεί να εκφραστεί με την ισότητα:

$$\frac{D}{Dt} \left[\frac{D\vec{r}}{Ds} \right] = \frac{D}{Ds} \left[\frac{D\vec{r}}{Dt} \right] \quad (17)$$

Όπως φαίνεται στην εικόνα Εικόνα 3:

$$\frac{D\vec{r}}{Ds} = (1+e)\vec{t} \quad \text{και} \quad \frac{D\vec{r}}{Dt} = \vec{V}_p$$

Επιπλέον, θεωρώντας γραμμική σχέση τάσεων – παραμορφώσεων, $e = T/EA$, η παραπάνω ισότητα γράφεται τελικά:

$$\frac{1}{EA} \frac{\partial T}{\partial t} \vec{t} + (1+e)\vec{\omega} \times \vec{t} = \frac{\partial \vec{V}_p}{\partial s} + \vec{\Omega} \times \vec{V}_p \quad (18)$$

3.1.4 Δυναμική ισορροπία του στοιχείου του υγρού

3.1.4.1. Αδρανειακές εξισώσεις

Όπως φαίνεται στην Εικόνα 4, οι αδρανειακές εξισώσεις γράφονται :

$$M \frac{D\vec{V}_f}{Dt} = \frac{D(-pA\vec{t})}{Ds} + \sum \vec{R}_f (1+e) \quad (19)$$

όπου $\vec{V}_f = U\vec{t} + v\vec{n} + w\vec{b}$ η ταχύτητα του υγρού μέσα στον αγωγό. Η προηγούμενη εξίσωση πληροί τις απαιτήσεις συνδυασμένης κίνησης αγωγού – υγρού. Αναπτύσσοντας την υλική παράγωγο της εξίσωσης, παίρνουμε:

$$m\left(\frac{\partial\vec{V}_f}{\partial t} + \vec{\omega} \times \vec{V}_f\right) = \frac{\partial(-pA\vec{t})}{\partial s} + \vec{\Omega} \times (-pA\vec{t}) + \vec{R}_{fw}(1+e) \quad (20)$$

3.1.4.2. Συνθήκες συμβιβαστού

Η ροή υγρού εντός του αγωγού δεν επιδρά στην ισορροπία των ροπών. Γι' αυτό λαμβάνονται υπόψη μόνο οι σχέσεις συμβιβαστού. Αυτές εκφράζονται με την ισότητα:

$$\frac{D}{Dt}[(1+e)\vec{t}] = \frac{D\vec{V}_f}{Ds} \quad (21)$$

Στην πραγματικότητα, η αξονική παραμόρφωση εμφανίζεται μόνο λόγω της τάσης T. Υποθετικά, η αξονική δύναμη που οφείλεται στη ροή υγρού εντός του αγωγού θα μπορούσε να επιμηκύνει τον αγωγό με βάση την ισορροπία των δυνάμεων όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 4. Η προηγούμενη ισότητα γράφεται:

$$(1+e)\vec{\omega} \times \vec{t} = \frac{\partial\vec{V}_f}{\partial s} + \vec{\Omega} \times \vec{V}_f + \frac{1}{EA} \frac{\partial pA}{\partial t} \vec{t} \quad (22)$$

Και σε αυτήν την περίπτωση θεωρούνται γραμμικές σχέσεις τάσεων – παραμορφώσεων.

Ο όρος $\frac{1}{EA} \frac{\partial pA}{\partial t} \vec{t}$ θα εισαχθεί στο τελικό σύστημα θεωρώντας σταθερή ροή εντός του αγωγού.

3.1.5 Διαφορικές Εξισώσεις Δυναμικής Ισορροπίας

Η δυναμική ισορροπία του συνεχούς στοιχείου αγωγού με εσωτερική σταθερή και συνεχή ροή υγρού περιγράφεται από τις παραπάνω εξισώσεις (14), (16), (18), (20), (22).

Εισάγοντας την (22) στην (20) λαμβάνουμε τη διαφορική εξίσωση δυναμικής ισορροπίας του υγρού:

$$\begin{aligned}
 m \frac{\partial \vec{V}_f}{\partial t} + \frac{MU}{1+e} \left(\frac{\partial \vec{V}_f}{\partial s} + \vec{\Omega} \times \vec{V}_f + \frac{1}{EA} \frac{\partial pA}{\partial t} \vec{t} \right) + M(v^* \vec{\omega} \times \vec{n} + w^* \vec{\omega} \times \vec{b}) = \\
 - \frac{\partial pA}{\partial t} \vec{t} - pA^* \vec{\Omega} \times \vec{t} + \vec{R}_{fw}(1+e),
 \end{aligned} \tag{23}$$

Κατόπιν, αθροίζοντας τις (14) και (23) συνδυάζονται η δυναμική ισορροπία του αγωγού και του υγρού και προκύπτει η αδρανειακή εξίσωση του συστήματος:

$$\begin{aligned}
 m \left(\frac{\partial \vec{V}_p}{\partial t} + \vec{\omega} \times \vec{V}_p \right) + M \frac{\partial \vec{V}_f}{\partial t} + \frac{MU}{1+e} \left(\frac{\partial \vec{V}_f}{\partial s} + \vec{\Omega} \times \vec{V}_f + \frac{1}{EA} \frac{\partial pA}{\partial t} \vec{t} \right) + \\
 M(v^* \vec{\omega} \times \vec{n} + w^* \vec{\omega} \times \vec{b}) = \frac{\partial T_p}{\partial s} + \Omega \times T_p - \frac{\partial pA}{\partial s} \vec{t} - pA \Omega \times \vec{t} + \\
 (\vec{R}_{pw} + \vec{R}_{fw} + \vec{R}_{pa} + \vec{R}_{pd})(1+e),
 \end{aligned} \tag{24}$$

3.1.6 Διανεμημένες δυνάμεις

Πριν προβούμε στη γραφή του τελικού συστήματος διαφορικών εξισώσεων που θα προκύψουν αφού αναπτυχθούν τα αντίστοιχα αποτελέσματα των (16), (18) και (24), κρίνεται απαραίτητη η επεξήγηση των σχέσεων που περιγράφουν τις διανεμημένες εξωτερικές δυνάμεις:

$$\begin{aligned} (\vec{R}_{pw} + \vec{R}_{fw})(1+e) = & -(w_o + Mg) \sin \phi \cos \theta * \vec{t} - (w_o + Mg) \cos \psi * \vec{n} - \\ & (w_o + Mg) \sin \phi \sin \theta * \vec{b} \end{aligned}$$

$$\vec{R}_{pa}(1+e) = -m_a \frac{\partial V_{2r}}{\partial t} \vec{n} - m_a \frac{\partial V_{3r}}{\partial t} \vec{b}$$

$$\vec{R}_{pd}(1+e) = R_{dt} \vec{t} + R_{dn} \vec{n} + R_{db} \vec{b}$$

$$R_{dt} = -1/2 \rho d_o C_{dt} u_{1r} |u_{1r}| \sqrt{1+e}$$

$$R_{dn} = -1/2 \rho d_o C_{dn} u_{2r} \sqrt{u_{2r}^2 + u_{3r}^2} \sqrt{1+e}$$

$$R_{db} = -1/2 \rho d_o C_{db} u_{3r} \sqrt{u_{2r}^2 + u_{3r}^2} \sqrt{1+e}, \quad (25)$$

Στις παραπάνω σχέσεις, g είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας, ρ η πυκνότητα του περιβάλλοντος υγρού (θάλασσα), u_{1r} , u_{2r} , u_{3r} οι σχετικές ταχύτητες για την περίπτωση φόρτισης της κατασκευής λόγω ρεύματος (σε διαφορετική περίπτωση αυτές αντικαθίστανται από τις u , v , w). Επίσης R_{dt} , R_{dn} , R_{db} είναι οι δυνάμεις αντίστασης σε τρεις διαστάσεις στο τοπικό σύστημα αναφοράς, όπως υπολογίζονται από τον τύπο του Morison και C_{dt} , C_{dn} , C_{db} οι αντίστοιχοι υδροδυναμικοί συντελεστές αντίστασης.

3.1.7 Τελικό σύστημα διαφορικών εξισώσεων

Αναπτύσσοντας στις (16), (18) και (24) τους αντίστοιχους όρους, παίρνουμε:

- **Αδρανειακές εξισώσεις:**

$$m \frac{\partial u}{\partial t} + (M + m)(\omega_2 w - \omega_3 v) + M \frac{dU}{dt} + \frac{MU}{1+e} (\Omega_2 w - \Omega_3 v + \frac{1}{EA} \frac{\partial pA}{\partial t}) = \frac{\partial(T - pA)}{\partial s} + S_b \Omega_2 - S_n \Omega_3 - (w_o + Mg) \sin \phi \cos \theta + R_{dt} \quad (26)$$

$$(m + M) \frac{\partial v}{\partial t} + m(\omega_3 u - \omega_1 w) + M \omega_1 w + \frac{MU}{1+e} \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{MU^2}{1+e} \Omega_3 - \frac{MU}{1+e} \Omega_1 w + m_a \frac{\partial v_{2r}}{\partial t} = \frac{\partial S_n}{\partial s} + \Omega_3 (T - pA) - \Omega_1 S_b - (w_o + Mg) \cos \phi + R_{dn} \quad (27)$$

$$(m + M) \frac{\partial w}{\partial t} + m(\omega_1 v - \omega_2 u) + M \omega_1 v + \frac{MU}{1+e} \frac{\partial w}{\partial s} + \frac{MU^2}{1+e} \Omega_2 - \frac{MU}{1+e} \Omega_1 v + m_a \frac{\partial v_{3r}}{\partial t} = \frac{\partial S_b}{\partial s} - \Omega_2 (T - pA) + \Omega_1 S_n - (w_o + Mg) \sin \phi \sin \theta + R_{db} \quad (28)$$

- **Εξισώσεις συμβιβαστού:**

$$\frac{1}{EA} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial s} + \Omega_2 w - \Omega_3 v \quad (29)$$

$$(1 + e) \omega_3 = \frac{\partial v}{\partial s} + \Omega_3 u - \Omega_1 w \quad (30)$$

$$-(1 + e) \omega_2 = \frac{\partial w}{\partial s} + \Omega_1 v - \Omega_2 u \quad (31)$$

- **Εξισώσεις ισορροπίας ροπών:**

$$(1+e)\rho_c I_p \frac{\partial \omega_1}{\partial t} = GI_p \frac{\partial \Omega_1}{\partial s} \quad (32)$$

$$(1+e)\rho_c I \frac{\partial \omega_2}{\partial t} = EI \frac{\partial \Omega_2}{\partial s} + (GI_p - EI)\Omega_1\Omega_3 - S_b(1+e)^3 \quad (33)$$

$$(1+e)\rho_c I \frac{\partial \omega_3}{\partial t} = EI \frac{\partial \Omega_3}{\partial s} + (EI - GI_p)\Omega_1\Omega_2 - S_n(1+e)^3 \quad (34)$$

Οι εξισώσεις (32) έως (34) προέκυψαν θεωρώντας ότι οι όροι EI και GI_p είναι ανεξάρτητοι της συντεταγμένης s. Οι παραπάνω εξισώσεις (26-34) συνθέτουν σύστημα 9 Μερικών Διαφορικών Εξισώσεων με 13 αγνώστους, τις δυναμικές συνιστώσες:

$$T, pA, S_n, S_b, u, v, w, \omega_1, \omega_2, \omega_3, \Omega_1, \Omega_2, \Omega_3.$$

Οι γωνιακές ταχύτητες ω και οι τοπικές καμπυλότητες Ω, μπορούν να εκφραστούν ως προς τις γωνίες Euler, φ, θ, ψ. Έτσι, αντικαθιστώντας στις (26-34) τις 3 πρώτες εξισώσεις των (11) και προσθέτοντας στο σύστημα τις 3 τελευταίες εξισώσεις των (11) προκύπτει σύστημα 12 εξισώσεων με 13 αγνώστους, τις ποσότητες:

$$T, pA, S_n, S_b, u, v, w, \varphi, \theta, \psi, \Omega_1, \Omega_2, \Omega_3.$$

Κατόπιν, θεωρώντας σταθερή ροή εντός του αγωγού θα ισχύει $dU/dt = 0$ και $d(pA)/dt = 0$. Οπότε παραλείπεται η (26) και η (29) γίνεται:

$$\frac{1}{EA} \frac{\partial T_e}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial s} + \Omega_2 w - \Omega_3 v,$$

$$T_e = T - pA$$

Εισάγοντας την ίδια ποσότητα T_e στις (26-28), επιτυγχάνεται η απαλοιφή των T και pA και προκύπτει σύστημα 12 εξισώσεων με 12 αγνώστους. Επιπλέον, υποθέτοντας ότι γίνεται παράληψη της στρέψης, η (32) μπορεί να αμεληθεί, όπως, επίσης και οι όροι στρεπτικής ακαμψίας. Μπορεί επίσης να αποδειχθεί ότι για χαλύβδινους αγωγούς, οι στρεπτικοί αδρανειακοί όροι είναι αμελητέοι σε σχέση με τους όρους καμπτικής ακαμψίας [22]. Επομένως, μπορεί να παραληφθεί ο δεξιός όρος της (16) χωρίς απώλεια ακρίβειας. Επιπλέον, τα στοιχεία των διανυσμάτων γωνιακής ταχύτητας και καμπυλότητας γίνονται, αντίστοιχα:

$$[\omega_1 \quad \omega_2 \quad \omega_3] = \left[-\frac{\partial \phi}{\partial t} \sin \theta \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad \frac{\partial \phi}{\partial t} \cos \theta \right]$$

$$[\Omega_1 \quad \Omega_2 \quad \Omega_3] = \left[-\frac{\partial \phi}{\partial s} \sin \theta \quad \frac{\partial \theta}{\partial s} \quad \frac{\partial \phi}{\partial s} \cos \theta \right]$$

Από τη δεύτερη διανυσματική ισότητα συνάγεται ότι $\Omega_1 = -\Omega_3 \tan \theta$.

Πλέον, η τελική μορφή των εξισώσεων θα είναι:

$$\frac{\partial T_e}{\partial s} + S_b \Omega_2 - S_n \Omega_3 - (w_o + Mg) \sin \phi \cos \theta + R_{dt} - m \frac{\partial u}{\partial t}$$

$$- (m + M) \left(w \frac{\partial \theta}{\partial t} - v \frac{\partial \phi}{\partial t} \cos \theta \right) - \frac{MU}{1 + e} (\Omega_2 w - \Omega_3 v) = 0 \quad (35)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial S_n}{\partial s} + \Omega_3(T_e - S_b \tan \theta) - (w_o + Mg) \cos \phi + R_{dn} - (m + M) \frac{\partial v}{\partial t} \\
& - m \frac{\partial \phi}{\partial t} (u \cos \theta + w \sin \theta) - Mw \frac{\partial \phi}{\partial t} \sin \theta - \frac{MU}{1+e} \frac{\partial u}{\partial s} - \frac{MU^2}{1+e} \Omega_3 \\
& - \frac{MU}{1+e} w \Omega_3 \tan \theta - m_a \frac{\partial v}{\partial t} = 0
\end{aligned} \tag{36}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial S_b}{\partial s} - \Omega_2 T_e - \Omega_3 S_n \tan \theta - (w_o + Mg) \sin \phi \sin \theta + R_{db} - (m + M) \frac{\partial w}{\partial t} \\
& - m \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} v \sin \theta + u \frac{\partial \theta}{\partial t} \right) - Mv \frac{\partial \phi}{\partial t} \sin \theta - \frac{MU}{1+e} \frac{\partial w}{\partial s} + \frac{MU^2}{1+e} \Omega_2 \\
& + \frac{MU}{1+e} v \Omega_3 \tan \theta - m_a \frac{\partial w}{\partial t} = 0
\end{aligned} \tag{37}$$

$$\frac{\partial u}{\partial s} + \Omega_2 w - \Omega_3 v - \frac{1}{EA} \frac{\partial T_e}{\partial t} = 0 \tag{38}$$

$$\frac{\partial v}{\partial s} + \Omega_3 (u + w \tan \theta) - (1+e) \frac{\partial \phi}{\partial t} \cos \theta = 0 \tag{39}$$

$$\frac{\partial w}{\partial s} + \Omega_3 v \tan \theta - \Omega_2 u + (1+e) \frac{\partial \theta}{\partial t} = 0 \tag{40}$$

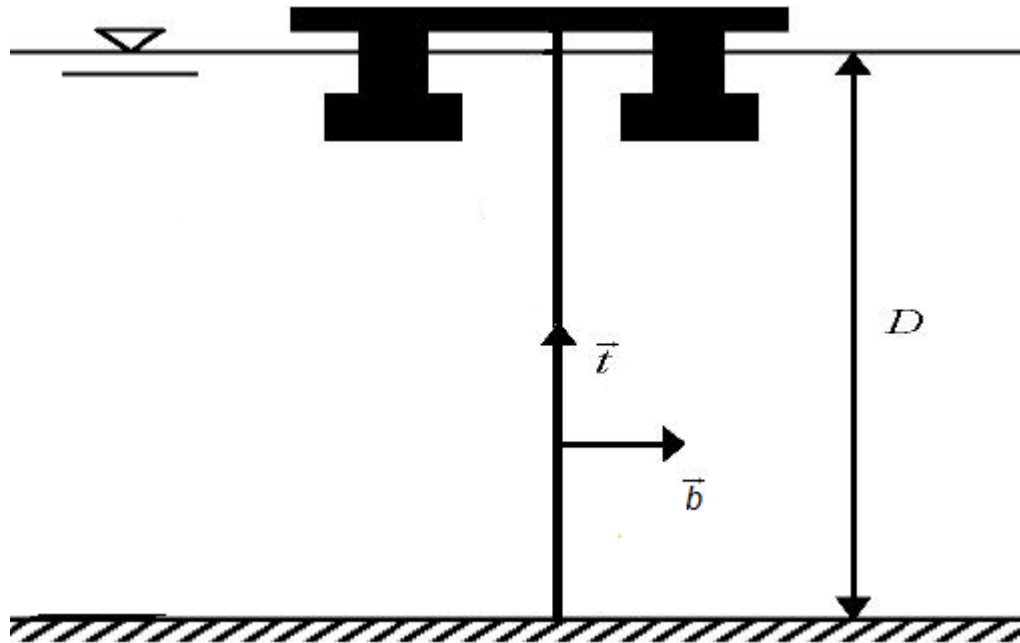
$$EI \frac{\partial \Omega_2}{\partial s} + EI \Omega_3^2 \tan \theta - S_b (1+e)^3 = 0 \tag{41}$$

$$EI \frac{\partial \Omega_3}{\partial s} - EI \Omega_3 \Omega_2 \tan \theta + S_n (1+e)^3 = 0 \tag{42}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial s} - \Omega_2 = 0 \tag{43}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial s} \cos \psi - \Omega_3 = 0 \tag{44}$$

3.2 Το διδιάστατο δυναμικό πρόβλημα



Εικόνα 5: Λεπτόγραμμη αλυσοειδής κατασκευή στο επίπεδο αναφοράς out of plane .

Οι εξισώσεις των μη-γραμμικών στο επίπεδο:

$$m\left(\frac{\partial u}{\partial t} + w\frac{\partial \theta}{\partial t}\right) = \frac{\partial T}{\partial s} + S_b\Omega_2 + w_0n_1 + R_{d1}$$

$$m\left(\frac{\partial w}{\partial t} - u\frac{\partial \theta}{\partial t}\right) = \frac{\partial S_b}{\partial s} - T\Omega_2 + w_0n_3 + R_{d3}$$

$$EI\frac{\partial \Omega_2}{\partial s} = S_b\left(1 + \frac{T}{EA}\right)^3$$

$$\frac{\partial u}{\partial s} + \Omega_2w = \frac{1}{EA}\frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\frac{\partial w}{\partial s} - \Omega_3v \tan \theta - \Omega_2u = -\left(1 + \frac{T}{EA}\right)\frac{\partial \theta}{\partial t}$$

$$\Omega_2 = \frac{\partial \theta}{\partial s} \tag{45}$$

3.3 Αριθμητική Επίλυση στο πεδίο του χρόνου του μη γραμμικού συστήματος διαφορικών εξισώσεων, με διακριτοποίηση με πεπερασμένες διαφορές.

Οι μέθοδος πεπερασμένων διαφορών που ακολουθείται για την αριθμητική λύση του παραπάνω συστήματος βασίζεται στη μέθοδο “Box Method” (Box and Keller) και έχει υιοθετηθεί σε παλαιότερες εργασίες των Chatjigeorgiou [16, 17, 14], Chatjigeorgiou and Mavrakos [11, 12], Tjavaras et al. [18], Howell [7] κ.α. Η μέθοδος βασίζεται στη χρήση δισδιάστατου πλέγματος στο επίπεδο (s, t) ορίζοντας το απαιτούμενο χρονικό βήμα διακριτοποίησης στο ζητούμενο αριθμό n κόμβων στο χώρο. Η αναλυτική περιγραφή της μεθόδου αναφέρεται στις ανωτέρω εργασίες. Συνοπτικά:

- Το σύστημα μπορεί να γραφεί με την ακόλουθη μητρική εξίσωση:

$$\mathbf{M} \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial t} + \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial s} + \mathbf{F}(\mathbf{Y}, s, t) = \mathbf{0}$$

- Το διάνυσμα των αγνώστων (για το δισδιάστατο πρόβλημα) θα είναι:

$$Y = [T \quad S_n \quad u \quad v \quad \Omega_3 \quad \phi]^T$$

- Η παραπάνω μητρική εξίσωση διακριτοποιείται στο χώρο και στο χρόνο με βάση τη “Box Method” και γίνεται:

$$\begin{aligned} & (M_k^{i+1} + M_k^i) \left(\frac{Y_k^{i+1} - Y_k^i}{\Delta t} \right) + (M_{k-1}^{i+1} + M_{k-1}^i) \left(\frac{Y_{k-1}^{i+1} - Y_{k-1}^i}{\Delta t} \right) + \\ & (K_{k-1}^{i+1} + K_k^{i+1}) \left(\frac{Y_k^{i+1} - Y_{k-1}^{i+1}}{\Delta s} \right) + (K_{k-1}^i + K_k^i) \left(\frac{Y_k^i - Y_{k-1}^i}{\Delta s} \right) \\ & + (F_k^{i+1} + F_{k-1}^{i+1} + F_k^i + F_{k-1}^i) = 0 \end{aligned}$$

Όπου k τα σημεία του πλέγματος που αναφέρονται σε χωρική μεταβολή (s), και i τα σημεία που αναφέρονται σε χρονική μεταβολή (t). Τα μητρώα, M, F και K αναπτύσσονται στην εργασία του Chatjigeorgiou [16].

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, η παραπάνω μέθοδος εφαρμόζεται για το ακόλουθο μοντέλο λεπτόγραμμης αλυσοειδούς κατασκευής riser, που έχει ήδη χρησιμοποιηθεί στις εργασίες των Larsen και Passano [11] και Chatjigeorgiou [7] και χαρακτηρίζεται από τις ακόλουθες φυσικές και μηχανικές ιδιότητες:

Μήκος κατασκευής	L(m)	2022
Εξωτερική διάμετρος	d_0 (m)	0.429
Εσωτερικής διάμετρος	d_i (m)	0.385
Μάζα ανά μονάδα μήκους	M (kg/m)	262.933
Συντελεστής πρόσθετης μάζας	C_a	1.0
Βάρος ανά μονάδα μήκους	w_0 (N/m)	915.56
Ελαστική ακαμψία	EA(N)	0.5823×10^{10}
Καμπτική ακαμψία	EI(Nm ²)	0.1209×10^9
Συντελεστής αντίστασης στην κάθετη διεύθυνση	C_{dn}	1.00
Συντελεστής αντίστασης στην εφαπτομενική διεύθυνση	C_{dt}	0.0
Βάθος νερού	D(m)	1800
Προένταση	T_p (kN)	1860

Επιπλέον, θεωρείται ότι στην κορυφή της κατασκευής, στο σημείο πρόσδεσης/άρθρωσής της στην πλωτή εξέδρα, ασκούνται αρμονικές διεγέρσεις πλατών που αντιπροσωπεύουν την αρμονική ταχύτητα της πλωτής εξέδρας λόγω επιβολής συνήθων κυματικών διεγέρσεων. Για αυτό το λόγο, θα πρέπει να επιλεγούν συγκεκριμένες τιμές πλάτους διεγερσης που θα μπορούν να υπολογιστούν από τις συγκεκριμένες αρμονικές ταχύτητες και από συγκεκριμένες τιμές συχνοτήτων συνήθων θαλάσσιων κυματισμών.

Τελικά, εξετάζονται 2 διαφορετικές περιπτώσεις πλατών διεγέρσεων, κατά την x - surge ή κατά την z - heave διεύθυνση, μεγέθους 1 m, σε συνδυασμό με 5 διαφορετικές περιπτώσεις συχνότητων, $\omega = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$ rad/sec.

Η διακριτοποίηση της κατασκευής έγινε με διαφορετικό χρονικό βήμα για κάθε περίπτωση συχνότητας, από $\Delta t = 1$ sec για τη χαμηλότερη συχνότητα, 2 rad/sec έως $\Delta t = 0.2$ sec για την υψηλότερη, 1 rad/sec και σε $n = 400$ κόμβους στο χώρο.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: Υπολογισμοί των τάσεων του εδάφους με το λογισμικό *Phase 2* – Προσδιορισμός της κατακόρυφης αντίδρασης του εδάφους.

4.1 Το λογισμικό Phase2

Το πρόγραμμα Phase2 της Rocscience, αποτελεί ένα αξιόπιστο πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων το οποίο μελετά καταστάσεις στο δισδιάστατο χώρο και χρησιμοποιείται για υπόγειες ή επιφανειακές εκσκαφές για αργίλους, άμμους ή βράχους. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε ευρύ φάσμα γεωτεχνικών μελετών και γεωτεχνικών έργων όπως πρανών, υπόγειων εκσκαφών σιηράγγων και ορυγμάτων, τοίχων αντιστήριξης, φραγμάτων κ.α. Ένα από τα χαρακτηριστικά πλεονεκτήματα του προγράμματος είναι η χρήση πεπερασμένων στοιχείων για την ανάλυση ευστάθειας πρανών. Παράλληλα, μπορεί να χρησιμοποιηθεί μια από τις εφαρμογές κριτηρίων αστοχίας της Εδαφομηχανικής Mohr-Coulomb ή Hoek-Brown.

Ο τύπος και το είδος του εδάφους (φυσικές ιδιότητες) σχεδιάζεται από τον χρήστη, όπως επίσης και το περίγραμμα του. Οι φυσικές ιδιότητες του εδάφους που μπορεί να εισάγει ο χρήστης είναι:

c: συνοχή εδάφους

ϕ : γωνία τριβής

E: Young's Modulus

ν : Poisson's Ratio

t: εφελκυστική αντοχή

Επίσης, η διακριτοποίηση σε πεπερασμένα στοιχεία του οριοθετημένου συνόλου πραγματοποιείται από τον χρήστη, όπως επίσης και το είδος των στοιχείων που θα χρησιμοποιηθούν είναι τρικομβικά και τετρακομβικά. Επίσης, επιτρέπεται να οριστούν οι οριακές συνθήκες του ορίου επαφής οι οποίες θα εμποδίζουν την ελεύθερη μετακίνηση του εδαφικού υλικού προς τις οριζόμενες διευθύνσεις.


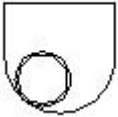
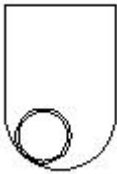
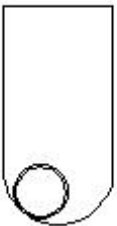


4.2 Σχεδιασμός εκσκαφής

Για την προσομοίωση της επίπεδης εντατικής κατάστασης στα υψηλότερα στρώματα του πυθμένα περί της διατομής της εκσκαφής στο Touch Down Point σχεδιάστηκε η εκσκαφή σε περιβάλλον λογισμικού Phase 2 για διαφορετικές διαμορφώσεις της κατασκευής, όπως θα αναλύσουμε παρακάτω.

Αρχικά, υποθέτουμε τέσσερις διαφορετικές σειρές πλάτους του χαντακιού (τάφρου). Τα πλάτη αυτά είναι μεγέθους 2D, 4D, 5D και 6D (με βήμα 1D, όπου $D=0.429\text{m}$, η εξωτερική διάμετρος του riser). Ακολούθως, για κάθε μια από αυτές τις σειρές λαμβάνεται το βάθος της κάθε τάφρου. Τα βάθη εκσκαφής που εξετάζονται είναι: D, 2D, 3D, 4D, 5D και 6D (με βήμα 1D, όπου $D=0.429\text{m}$, η εξωτερική διάμετρος του riser).

Εξαιτίας του αριθμού των διατομών που συγκεντρώθηκαν, η αρχική σχεδίαση έγινε σε περιβάλλον λογισμικού AutoCAD2008 και εισήχθησαν στο περιβάλλον του λογισμικού Phase 2.

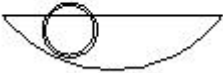


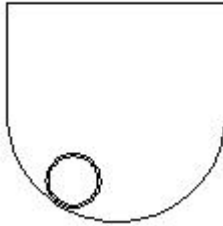
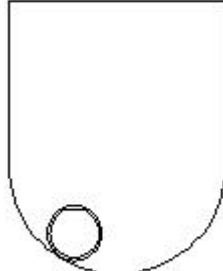
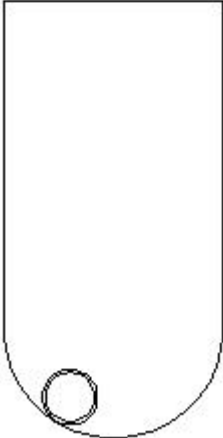
Οι διατομές που σχεδιάστηκαν και επεξεργάστηκαν εμφανίζονται συγκεντρωτικά στους παρακάτω πίνακες, οι οποίοι χωρίζονται σε κατηγορίες αναλόγως με το πλάτος των τάφρων. Αναλυτικά τα σχήματα των τάφρων φαίνονται στις ακόλουθες εικόνες:

Διάμετρος : 2D / Βάθος: D	Διάμετρος : 2D / Βάθος : 2D	Διάμετρος : 2D/ Βάθος: 3D
		
Διάμετρος : 2D / Βάθος: 4D	Διάμετρος : 2D / Βάθος : 5D	Διάμετρος : 2D/ Βάθος: 6D
		

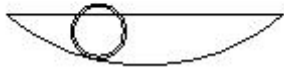

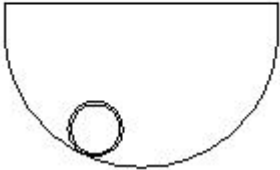
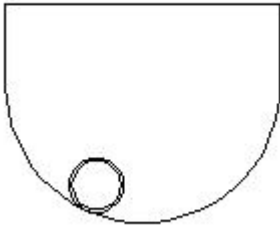
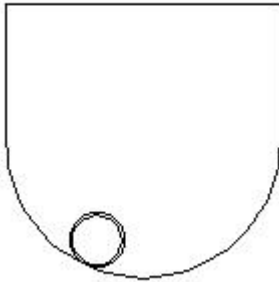
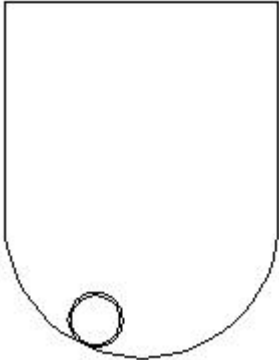
Εικόνα 6: Σχηματισμοί χαντακιού (τάφρου) με πλάτος 2D του αγωγού και μορφές δι-επαφής εδάφους-αγωγού.

Παρατηρούμε τα τόξα επαφής αγωγού-εδάφους, στο επίπεδο του βάθους εισχώρησης ανά βήμα 1D σε κάθε περίπτωση. Ο αγωγός τοποθετείται έκκεντρα για να απεικονιστεί η πλευρική του μετατόπιση και να υπολογιστεί η φόρτιση που ασκείται σε αυτόν από το έδαφος του πυθμένα στην εγκάρσια διεύθυνση (out-of plane)


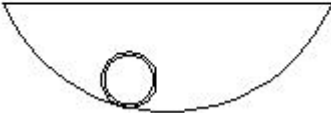
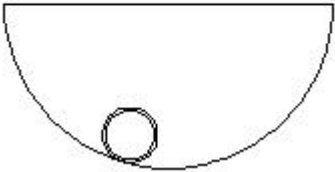
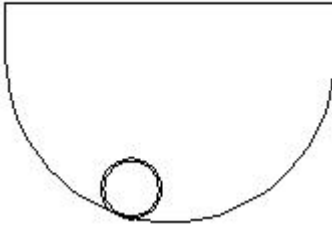
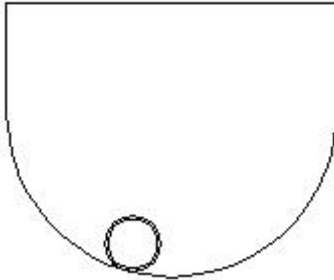
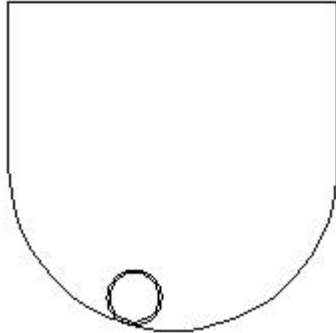
Με το ίδιο σκεπτικό αποτυπώνονται και οι υπόλοιπες διατομές:

Διάμετρος : 4D / Βάθος: D	Διάμετρος : 4D / Βάθος : 2D	Διάμετρος : 4D/ Βάθος: 3D
		
Διάμετρος : 4D / Βάθος: 4D	Διάμετρος : 4D / Βάθος : 5D	Διάμετρος : 4D/ Βάθος: 6D
		

Εικόνα 7: Σχηματισμοί χαντακιού (τάφρου) με πλάτος 4D του αγωγού και μορφές δι-επαφής εδάφους-αγωγού.

Διάμετρος : $5D$ / Βάθος: D	Διάμετρος : $5D$ / Βάθος : $2D$	Διάμετρος : $5D$ / Βάθος: $3D$
		
Διάμετρος : $5D$ / Βάθος: $4D$	Διάμετρος : $5D$ / Βάθος : $5D$	Διάμετρος : $5D$ / Βάθος: $6D$
		

Εικόνα 8: Σχηματισμοί χαντακιού (τάφρου) με πλάτος $5D$ του αγωγού και μορφές δι-επαφής εδάφους-αγωγού.

Διάμετρος : $6D$ / Βάθος: D	Διάμετρος : $6D$ / Βάθος : $2D$	Διάμετρος : $6D$ / Βάθος: $3D$
		
Διάμετρος : $6D$ / Βάθος: $4D$	Διάμετρος : $6D$ / Βάθος : $5D$	Διάμετρος : $6D$ / Βάθος: $6D$
		

Εικόνα 9: Σχηματισμοί χαντακιού (τάφρου) με πλάτος $6D$ του αγωγού και μορφές δι-επαφής εδάφους-αγωγού.

4.3 Υπολογισμοί αντιδράσεων του εδάφους με αριθμητικές ολοκληρώσεις των τάσεων.

Για τις ολοκληρώσεις τάσεων χρησιμοποιήθηκε ο κανόνας τραπεζίου:

Μήκος τόξου:

$$d\theta = (\theta_2 - \theta_1) / (n - 1)$$

Για n αριθμό κόμβου επί τόξου,

$$\theta_1, \theta_2: \text{όρια τόξου για } R = 0.2145$$

$$\text{με } \theta_i = \theta_1 + (i - 1) d\theta \text{ όπου } i = 1, 2, 3, \dots, n$$

Συνισταμένη τάση:

$$\sigma_i = -\sigma_{xx,i} \cos\theta_i - \sigma_{yy,i} \sin\theta_i$$

όπου,

$$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}: \text{οι υπολογισμένες τάσεις στους κόμβους}$$

Οι συντελεστές των επί μέρους στοιχείων του αθροίσματος ολοκλήρωσης:

$$c = 1 \text{ για } i \in [2, n-1],$$

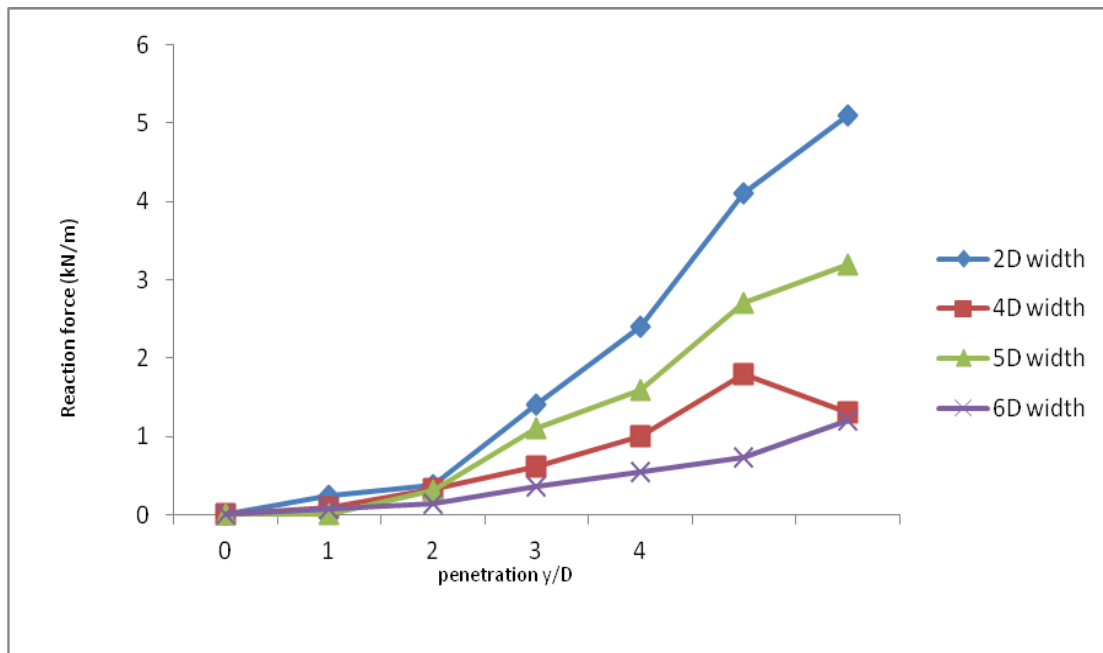
όπου,

$$c = 1/2 \text{ για } i = 1 \text{ και } n$$

Η κατακόρυφη αντίδραση του εδάφους:

$$F_z = - \sum_{i=1}^n R c_i \sigma_i \sin\theta_i d\theta$$

Η κατακόρυφη αντίδραση του εδάφους υπολογίστηκε για τα διαφορετικά μήκη τόξου επαφής με συγκεκριμένα όρια ολοκλήρωσης για κάθε περίπτωση. Οι υπολογισμοί πραγματοποιήθηκαν σε περιβάλλον matlab.

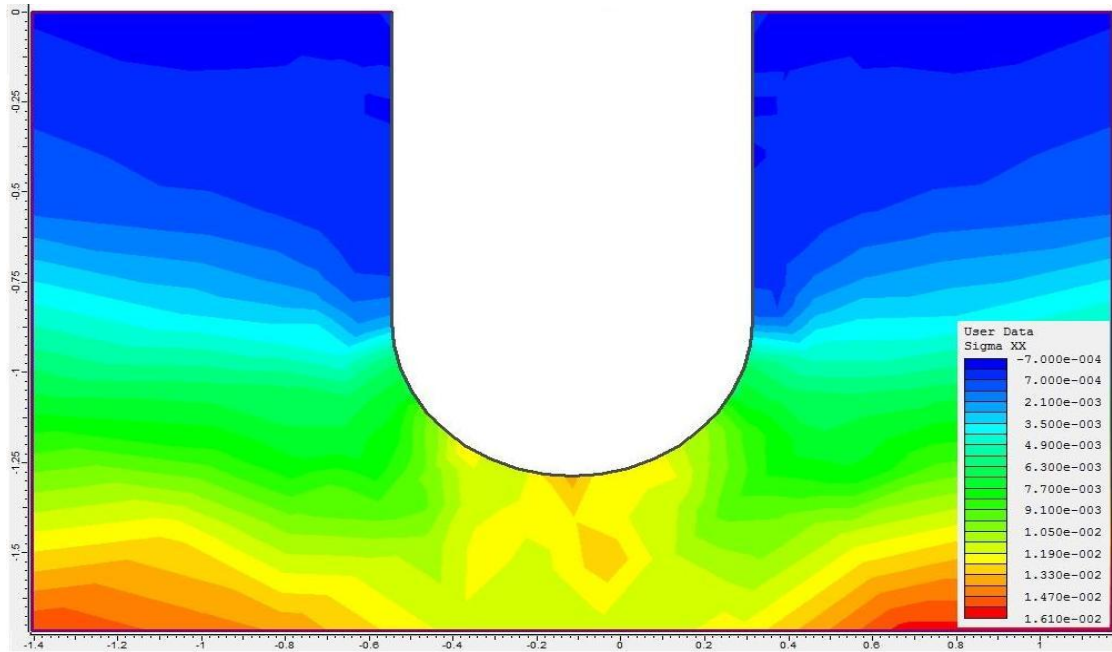


Εικόνα 10: Μεταβολή της αντίδρασης του εδάφους με το βάθος εισχώρησης του riser.

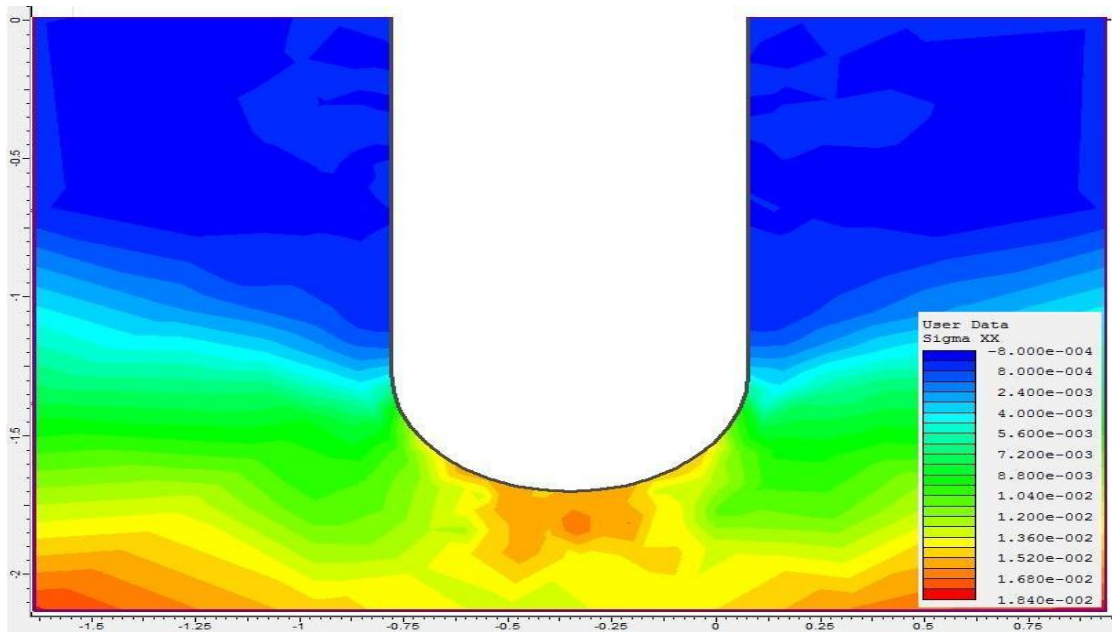
Κατόπιν των υπολογισμών των αντιδράσεων του εδάφους για όλες τις περιπτώσεις, διαπιστώνεται αύξηση όσο αυξάνεται και ο λόγος του βάθους εισχώρησης γ αλλά και με το μέγεθος της τοξοειδούς επιφάνειας επαφής ($D/2$, D , $3D/2$ και $2D$, όπου $D=0.429\text{m}$). Μπορεί απλουστευτικά να θεωρηθεί ότι η μεταβολή των αντιδράσεων σε σχέση με το βάθος εισχώρησης, είναι γραμμική μεταβολή, χωρίς αυτό να ανταποκρίνεται απόλυτα στην πραγματική φύση του προβλήματος. Οι καμπύλες που απεικονίζονται στην εικόνα 10, μπορούν να θεωρηθούν ως γενικευμένα μη-γραμμικά ελατήρια, τα οποία για λόγους θεωρητικής ανάλυσης αντικαθιστούν τον πυθμένα.

Ενδεικτικά οι τιμές αντιδράσεων που υπολογίστηκαν με τις αριθμητικές ολοκληρώσεις των τάσεων παρουσιάζονται αναλυτικά παρακάτω. Όλες οι περιπτώσεις παρουσιάζονται αναλυτικά στο ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α.

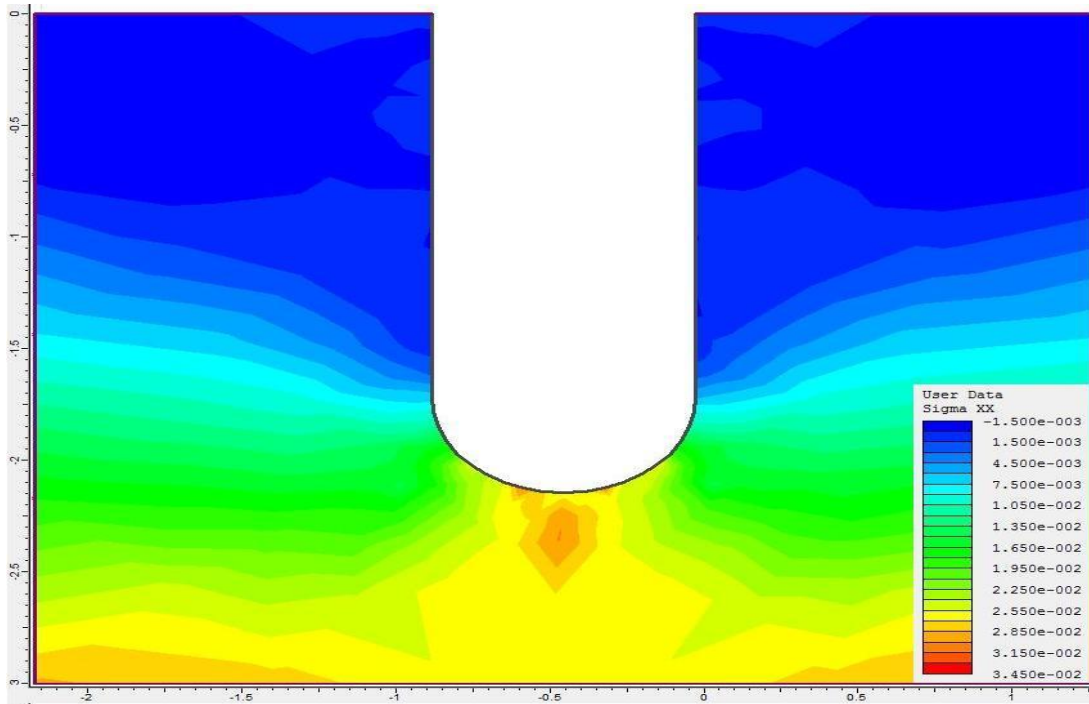
Παρακάτω θα παρατηρήσουμε τις κατανομές των τάσεων σ_{xx} στις εικόνες 11 έως και 15 και τις κατανομές των τάσεων σ_{yy} στις εικόνες 16 έως και 20. Για τις κατανομές των τάσεων σ_{xx} παρατηρούμε ότι η μεγαλύτερη πίεση ασκείται ακριβώς στη μέση του κυρτώματος της τάφρου. Η πίεση αυτή μεταφέρεται κατακόρυφα και διευρύνεται και αυξάνεται όσο αυξάνεται το βάθος.



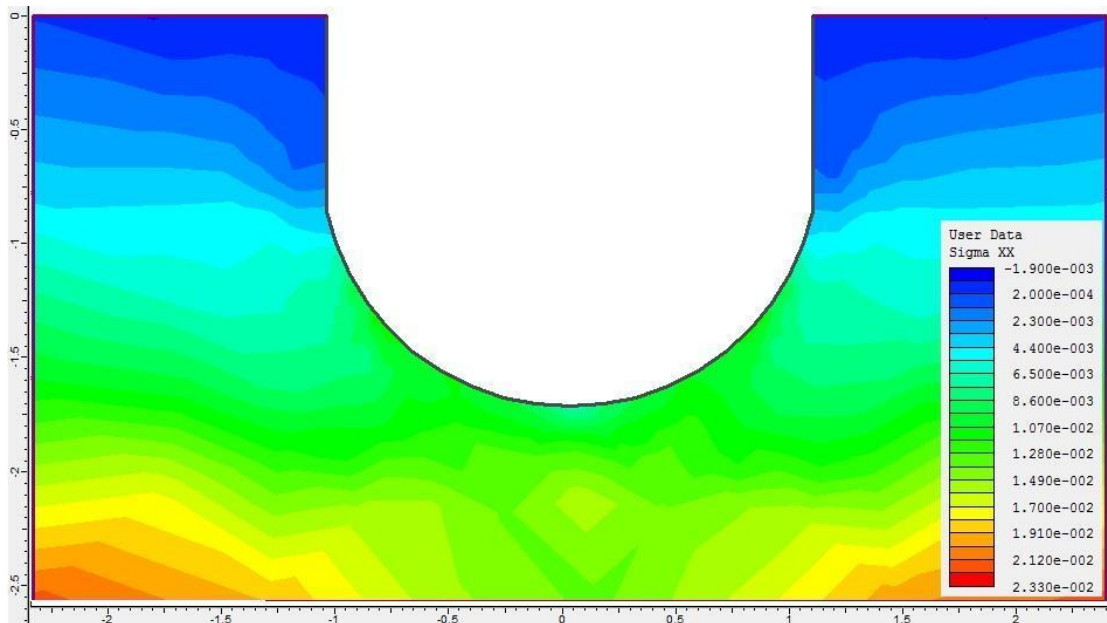
Εικόνα 11: Κατανομή των τάσεων σ_{xx} για τοξοειδή δι-επαφή riser-εδάφους με απόστημα 2D και βάθος εισχώρησης 3D.



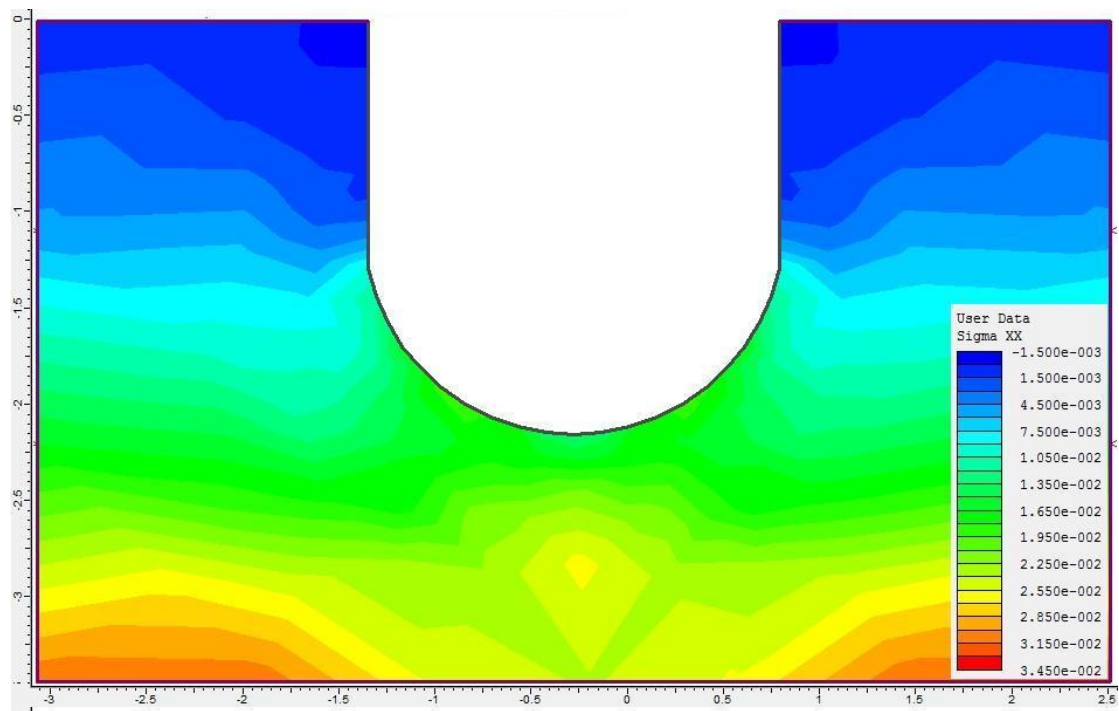
Εικόνα 12: Κατανομή των τάσεων σ_{xx} για τοξοειδή δι-επαφή riser-εδάφους με απόστημα 2D και βάθος εισχώρησης 4D.



Εικόνα 13: Κατανομή των τάσεων σ_{xx} για τοξοειδή δι-επαφή riser-εδάφους με απόστημα 2D και βάθος εισχώρησης 5D.

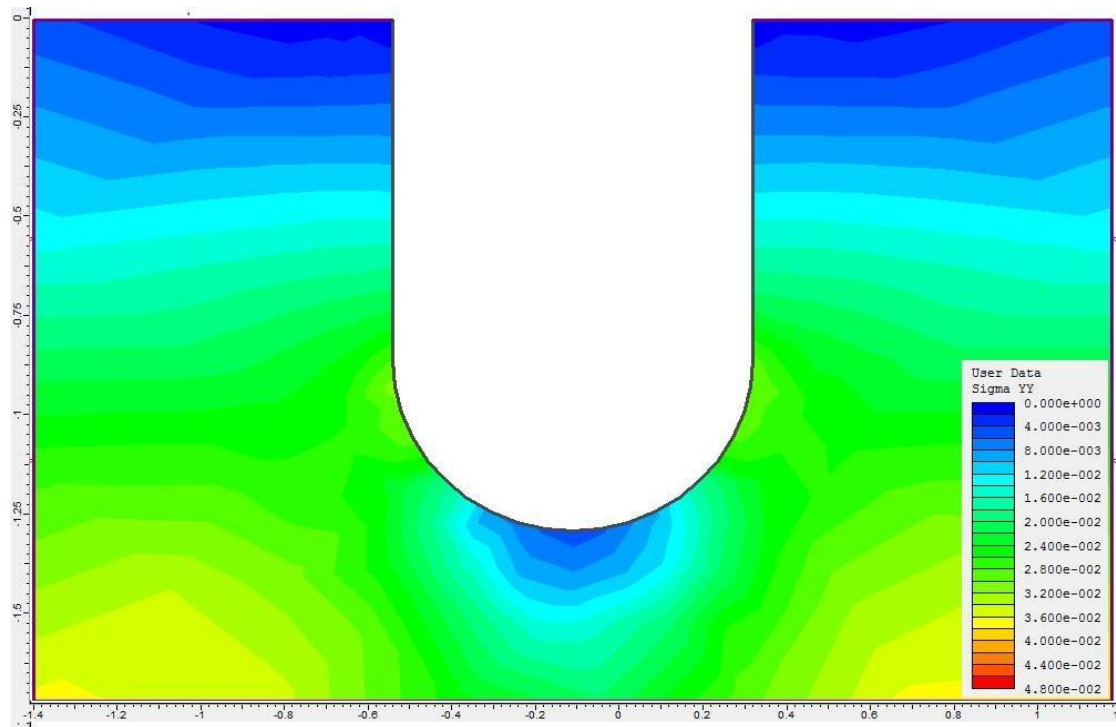


Εικόνα 14: Κατανομή των τάσεων σ_{xx} για τοξοειδή δι-επαφή riser-εδάφους με απόστημα 5D και βάθος εισχώρησης 4D.

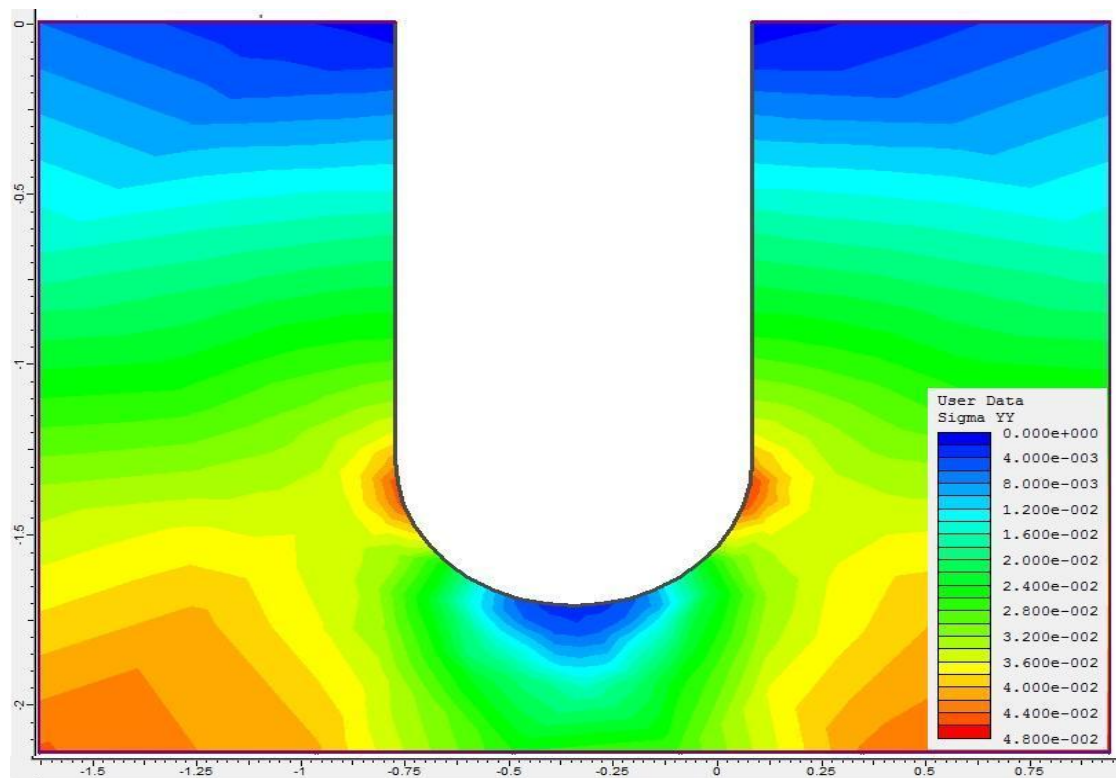


Εικόνα 15: Κατανομή των τάσεων σ_{xx} για τοξοειδή δι-επαφή riser-εδάφους με απόσταση 5D και βάθος εισχώρησης 5D.

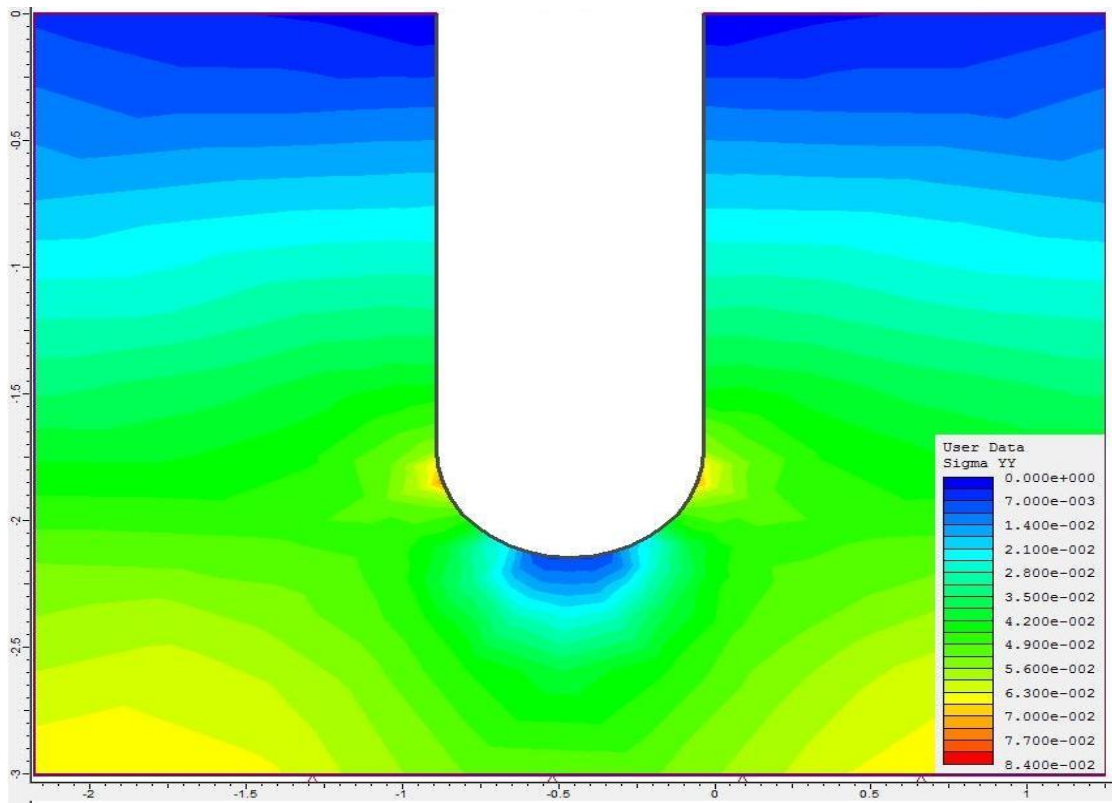
Στις εικόνες 16 έως και 20 θα παρατηρήσουμε τις κατανομές των τάσεων σ_{yy} . Εδώ παρατηρείται μια μεταβολή ως προς την κατανομή σε σχέση με την κατανομή των τάσεων σ_{xx} αφού εδώ έχουμε εγκάρσια αύξηση της κατανομής των τάσεων στο τόξο επαφής του αγωγού με τα πλευρικά τοιχώματα της τάφρου. Χαρακτηριστικό είναι ότι στη μέση του κυρτώματος δε παρατηρείται καμία μεταβολή στην κατανομή των τάσεων. Η συμμετρία είναι αναμενόμενη λόγω του σχήματος του περιγράμματος της τάφρου.



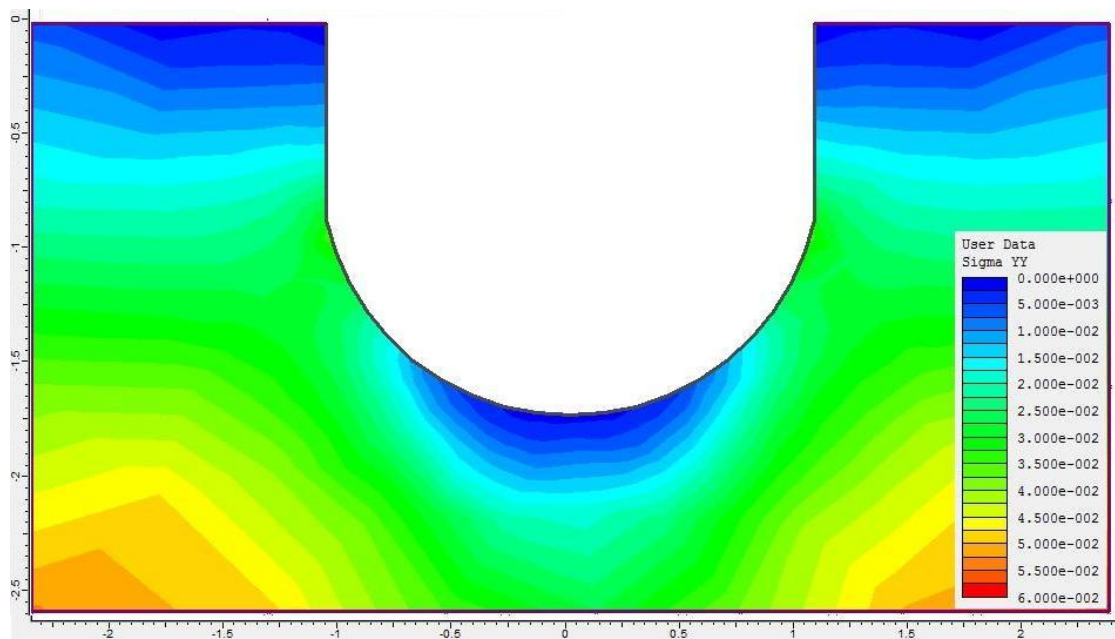
Εικόνα 16: Κατανομή των τάσεων σ_{yy} για τοξοειδή δι-επαφή riser-εδάφους με απόστημα 2D και βάθος εισχώρησης 3D.



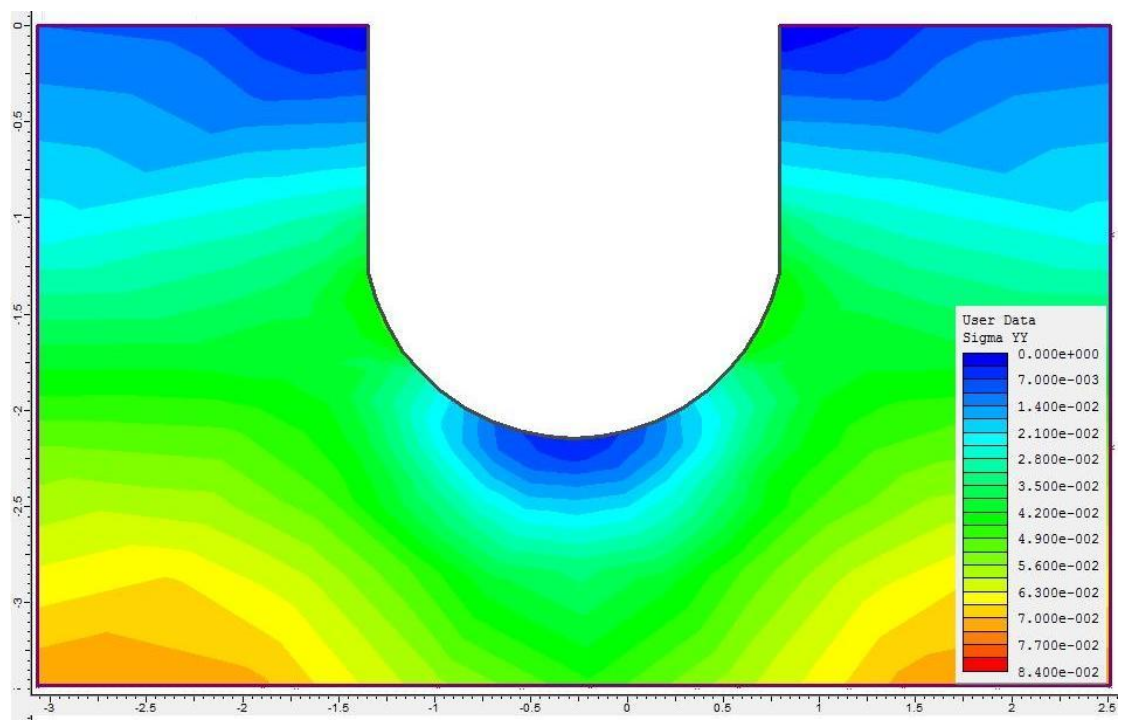
Εικόνα 17 Κατανομή των τάσεων σ_{yy} για τοξοειδή δι-επαφή riser-εδάφους με απόστημα 2D και βάθος εισχώρησης 4D.



Εικόνα 18: Κατανομή των τάσεων σ_{yy} για τοξοειδή δι-επαφή riser-εδάφους με απόστημα 2D και βάθος εισχώρησης 5D.



Εικόνα 19: Κατανομή των τάσεων σ_{yy} για τοξοειδή δι-επαφή riser-εδάφους με απόστημα 5D και βάθος εισχώρησης 4D.



Εικόνα 20: Κατανομή των τάσεων σ_{yy} για τοξοειδή δι-επαφή riser-εδάφους με απόστημα 5D και βάθος εισχώρησης 5D.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 : Αποτελέσματα δυναμικής επίλυσης του riser υπό αρμονικών διεγέρσεων κατά την out-of-plane διεύθυνση και πλευρικών αντιδράσεων εδάφους.

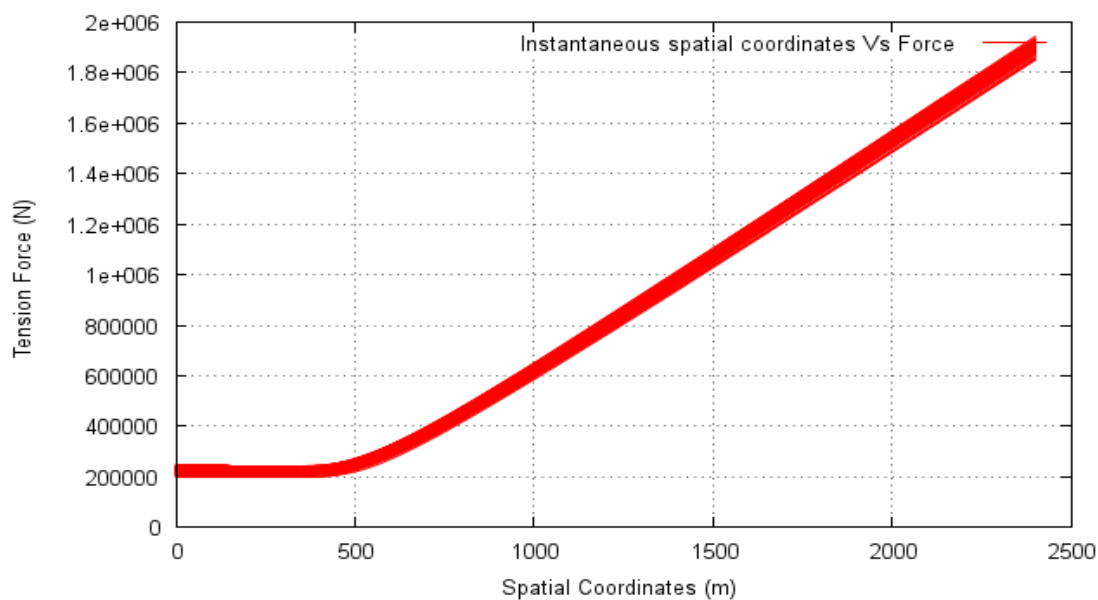
5.1.1 Δύναμη Έντασης

Στις εικόνες 16 έως 20 αποτυπώνονται snapshots της μεταβολής των τάσεων , δηλαδή snapshots για συγκεκριμένα σημεία φόρτισης .

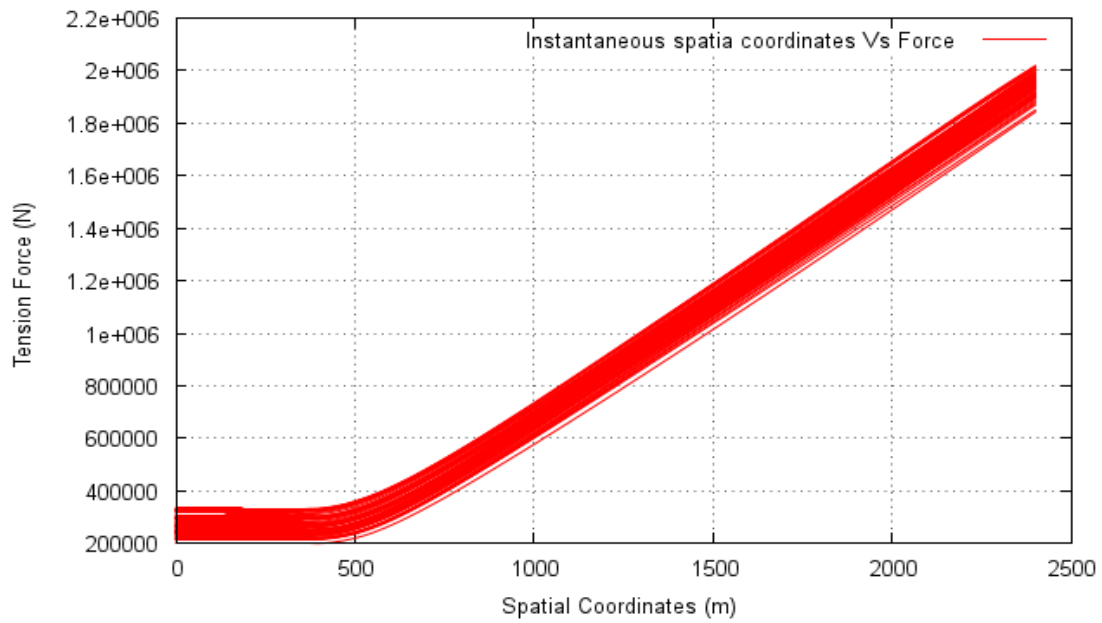
Ενδεικτικά , παρατηρείται ότι έως το touchdown point η ένταση ήταν σταθερή και μετά το touchdown point έχουμε γραμμική αύξηση της μεταβολής.

Επίσης, παρουσιάζουμε χαρακτηριστικά παραδείγματα μεταβολής των τάσεων κατά μήκος του αγωγού οι οποίες εμφανίζονται στις εικόνες 21-25 για συγκεκριμένες καταστάσεις διέγερσης και διαφορετικές διαμορφώσεις εκσκαφής

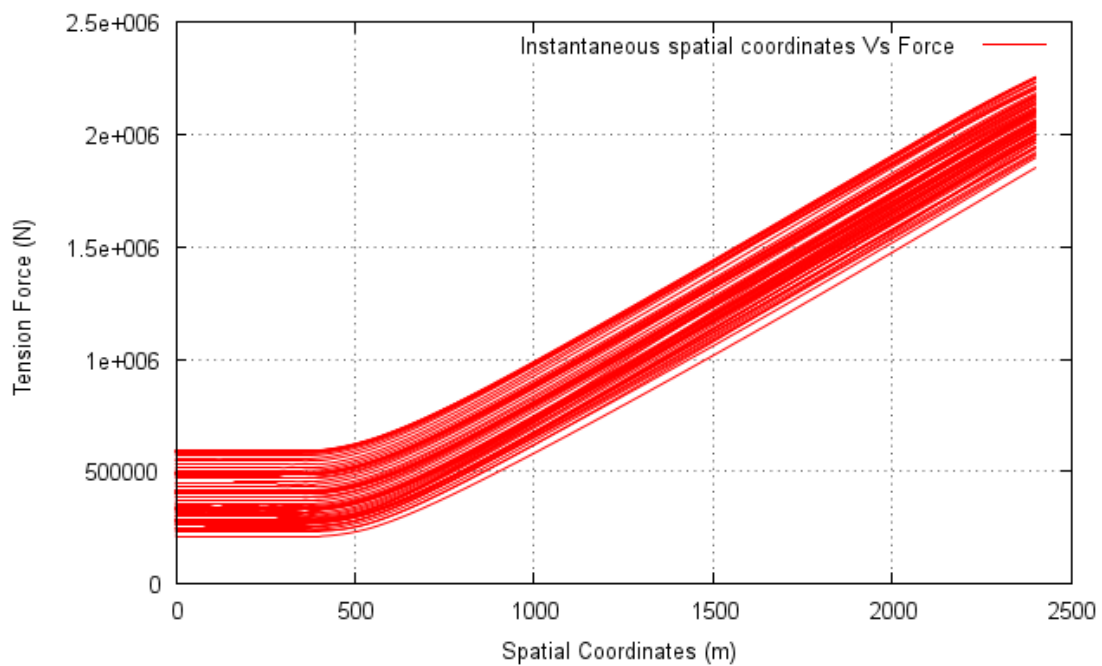
Ακόμα, όπως αναμενόταν, διαπιστώθηκε ότι η ένταση κατά μήκος του τμήματος που επικάθεται στον πυθμένα παραμένει σταθερή και η εγκάρσια πρόσκρουση δεν επηρεάζει ουσιαστικά τη δυναμική συμπεριφορά στο επίπεδο αναφοράς.



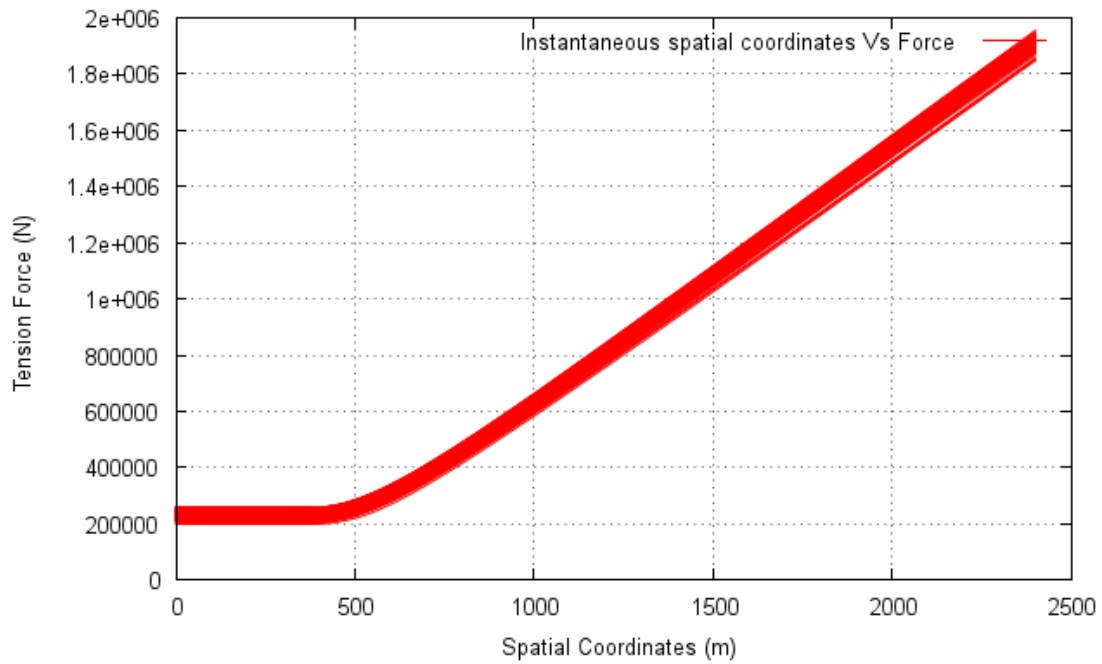
Εικόνα 21: Η συνολική ένταση T κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/s, πλάτους διατομής εκσκαφής 2D και βάθους εισχώρησης 3D.



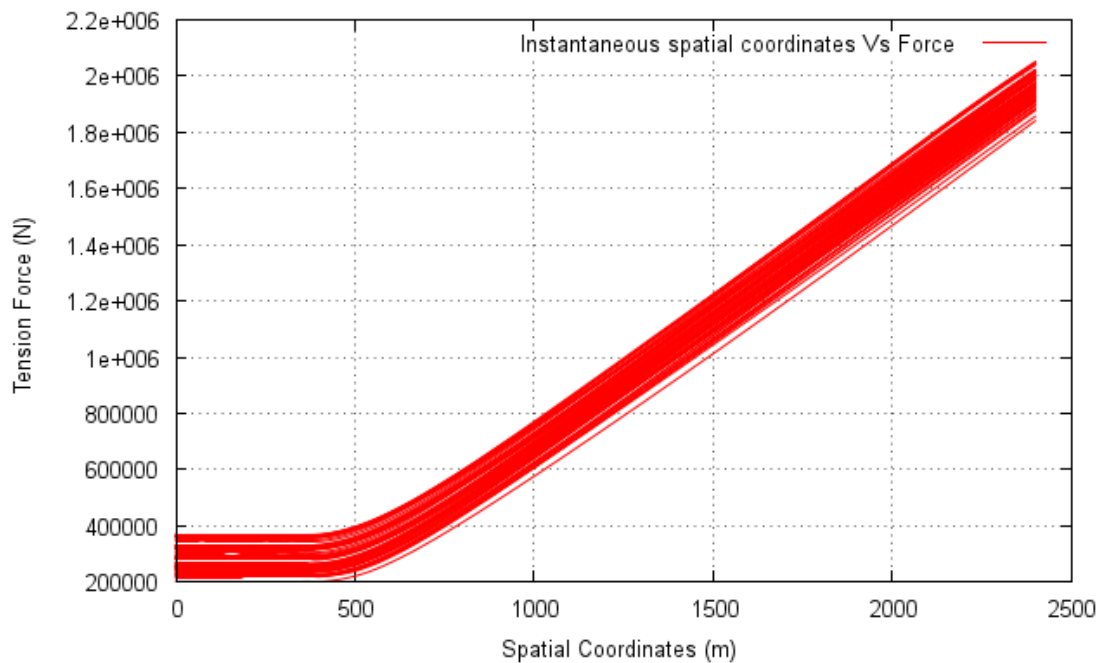
Εικόνα 22: Η συνολική ένταση T κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/s, πλάτους διατομής 2D και βάθους εισχώρησης 4D.



Εικόνα 23: Η συνολική ένταση T κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/s, πλάτους διατομής 2D και βάθους εισχώρησης 5D.



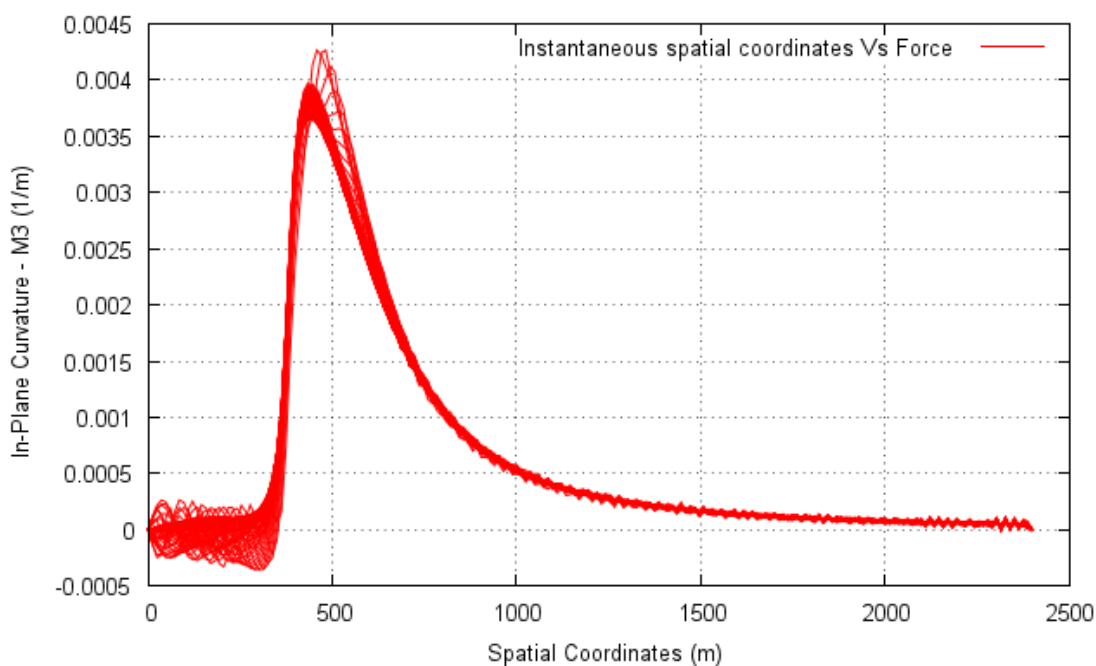
Εικόνα 24: Η συνολική ένταση T κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/s, πλάτους διατομής 5D και βάθους εισχώρησης 4D.



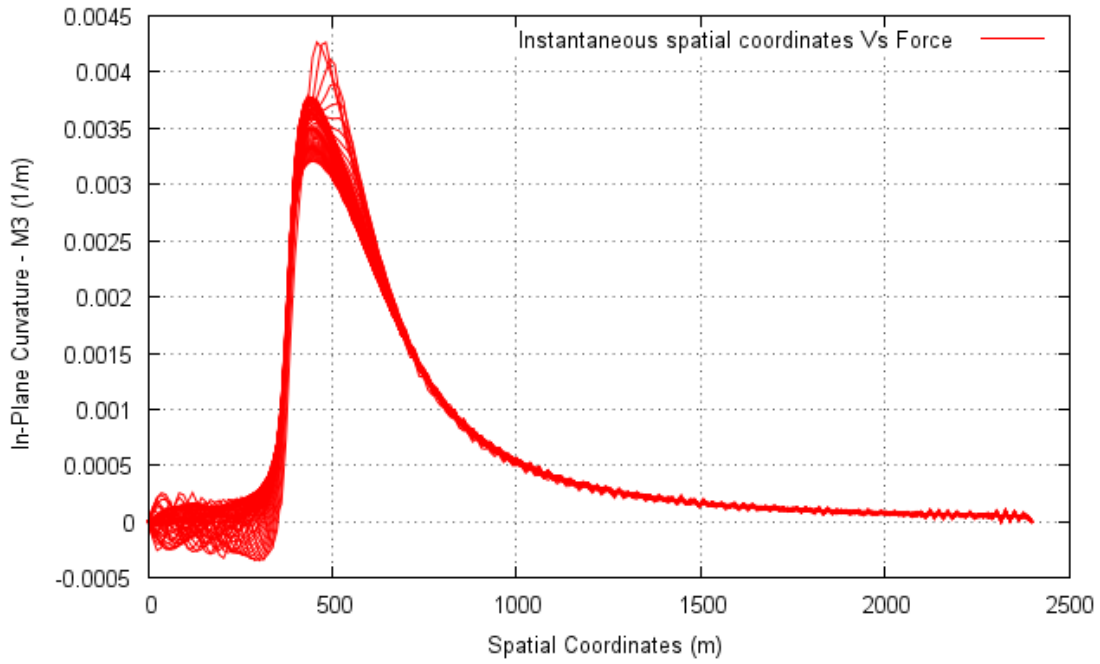
Εικόνα 25: Η συνολική ένταση T κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/s, πλάτους διατομής 5D και βάθους εισχώρησης 5D.

5.2 Καμπτική Ροπή "In-Plane"

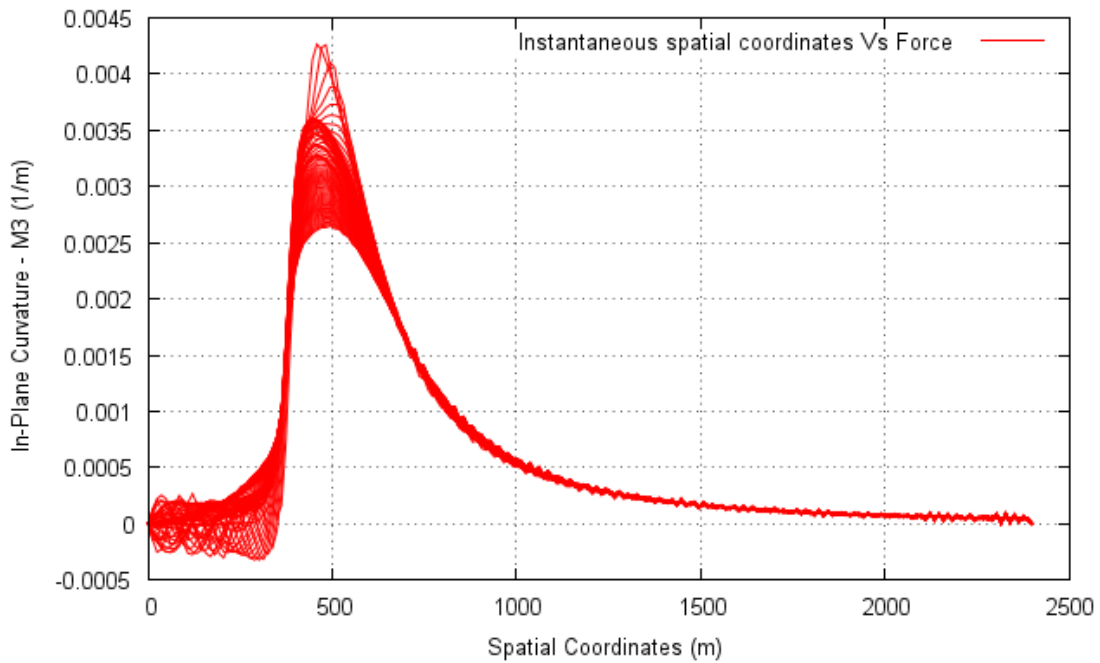
Στις εικόνες 26 έως και 30 παρατηρούμε την καμπτική ροπή in plane. Το ίδιο συμπέρασμα εξάγεται παρατηρώντας τα μεγέθη της καμπτικής ροπής στο επίπεδο αναφοράς η οποία απεικονίζεται, για τις ίδιες καταστάσεις διέγερσης και τις ίδιες τις διαμορφώσεις της τάφρου, στις εικόνες 26-30. Η ροπή (in-plane) κατά μήκος του επικαθήμενου τμήματος είναι μηδενική (όπως αναμένονταν), λαμβάνει το μέγιστο λίγο μετά το touchdown point και ακολουθεί φθίνουσα τάση μέχρι του μηδενισμού της στο σημείο πρόσδεσης με την πλωτή κατασκευή.



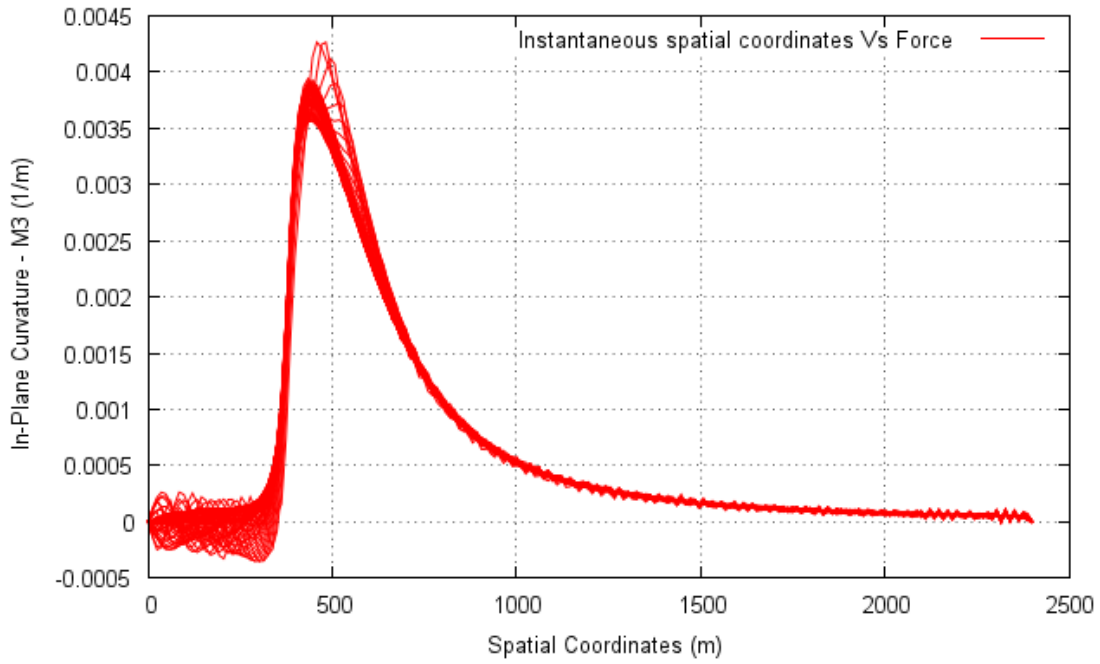
Εικόνα 26: Η καμπλότητα Ω_2 κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/sec, πλάτους διατομής 2D και βάθους εισχώρησης 3D.



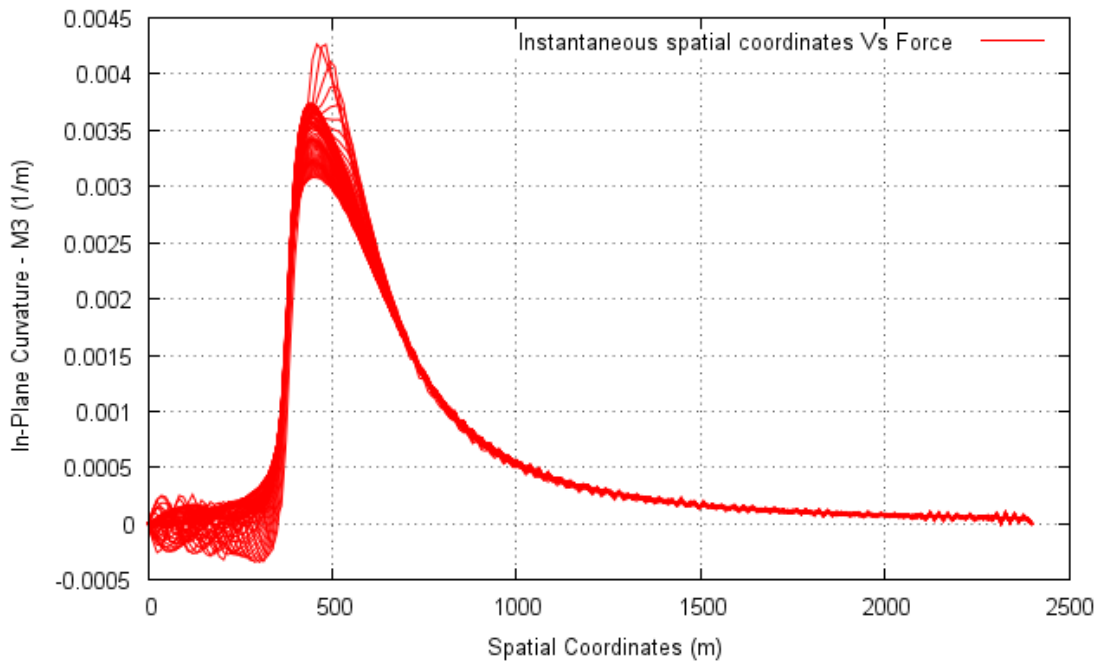
Εικόνα 27: Η καμπυλότητα Ω_2 κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/sec, πλάτους διατομής 2D και βάθους εισχώρησης 4D.



Εικόνα 28: Η καμπυλότητα Ω_2 κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/sec, πλάτους διατομής 2D και βάθους εισχώρησης 5D.



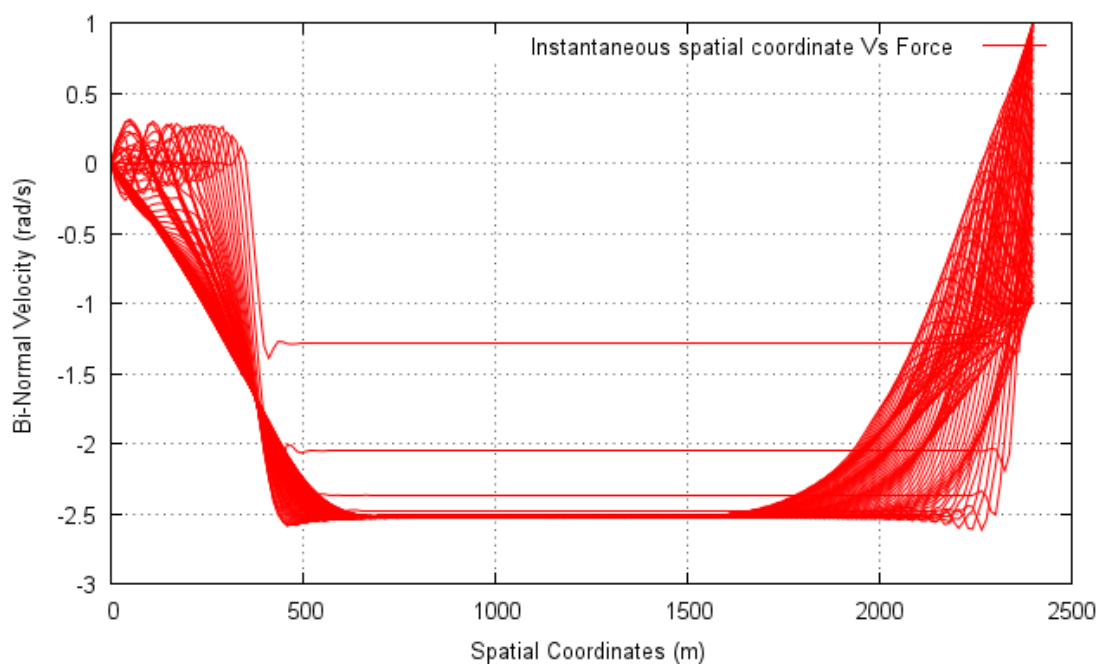
Εικόνα 29: Η καμπυλότητα Ω_2 κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/sec, πλάτους διατομής 5D και βάθους εισχώρησης 4D.



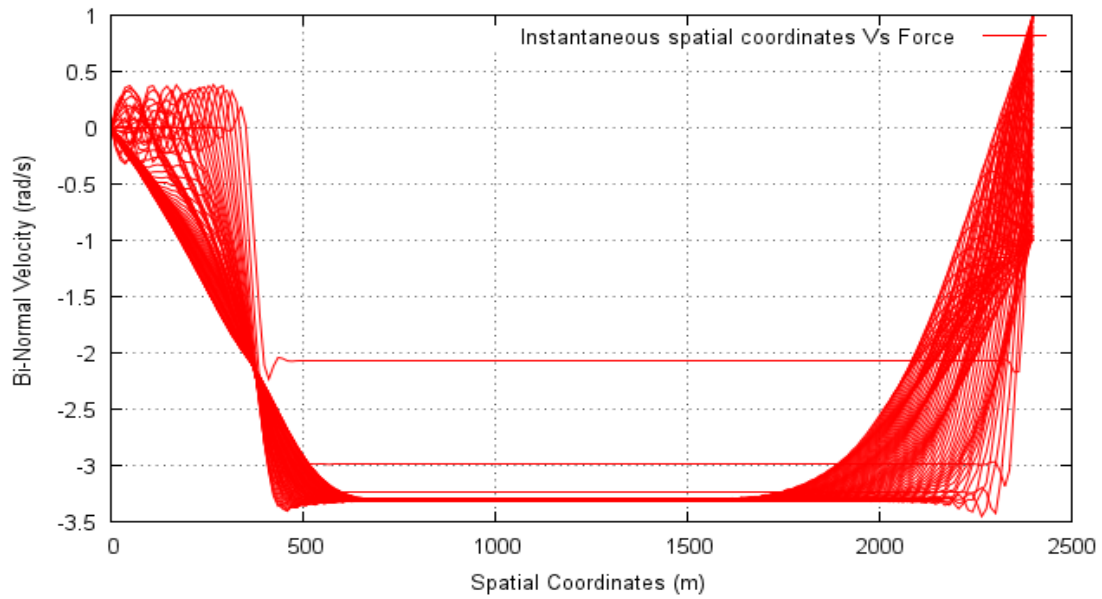
Εικόνα 30: Η καμπυλότητα Ω_2 κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/sec, πλάτους διατομής 5D και βάθους εισχώρησης 5D.

5.3 Δι-Κάθετη Ταχύτητα

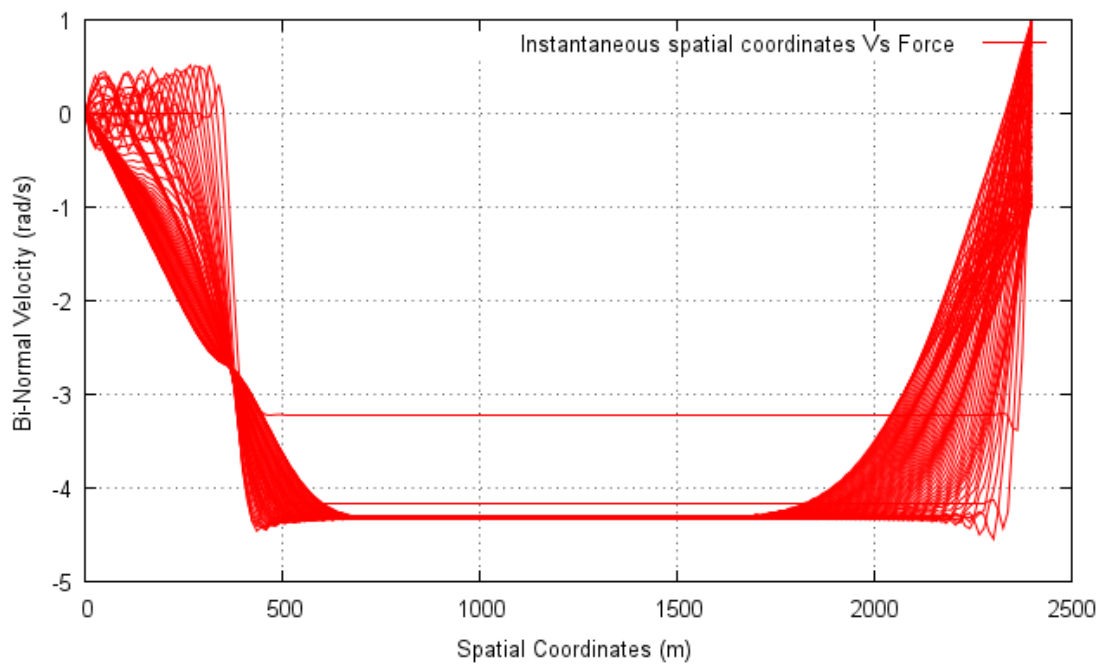
Στις εικόνες από 31 έως και 35 απεικονίζεται η δι-κάθετη συνιστώσα της ταχύτητας κατά μήκος της κατασκευής. Ενδιαφέρον παρουσιάζουν τα snapshots της ταχύτητας κατά τη δι-κάθετο. Για τις ίδιες καταστάσεις φόρτισης και διαμόρφωσης εδάφους, είναι χαρακτηριστικό ότι κατά την πρόσκρουση του αγωγού στο touchdown point η ταχύτητα αλλάζει διεύθυνση και σε μεγάλο μήκος του αγωγού λαμβάνει σταθερές τιμές. Περιεκτική σκέψη επί του θέματος οδηγεί στο λογικό συμπέρασμα ότι η δόνηση που προκαλείται εξαιτίας της πρόσκρουσης στο touchdown point μεταφέρεται σε όλο το μήκος του αγωγού ασκούμενη σε διεύθυνση αντίθετη αυτής της διέγερσης. Επί πρόσθετα οι ταχύτητες της δόνησης λαμβάνουν σημαντικά μεγαλύτερες τιμές από αυτές της διέγερσης.



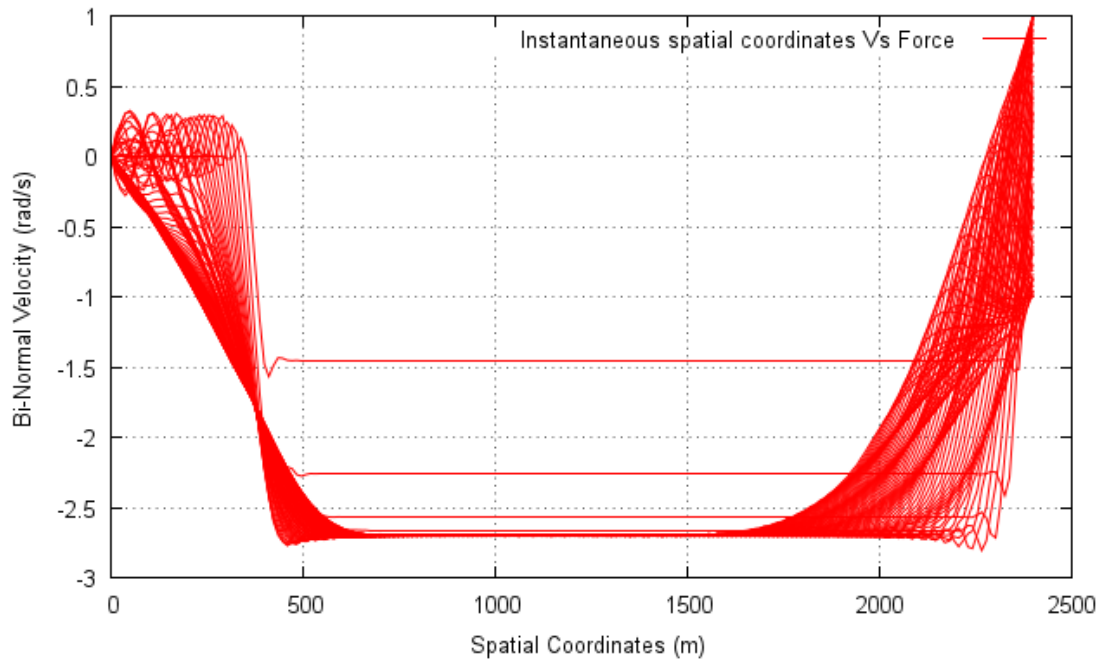
Εικόνα 31: Η κάθετη συνιστώσα της ταχύτητας, ω , κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/sec, πλάτους διατομής 2D και βάθους εισχώρησης 3D.



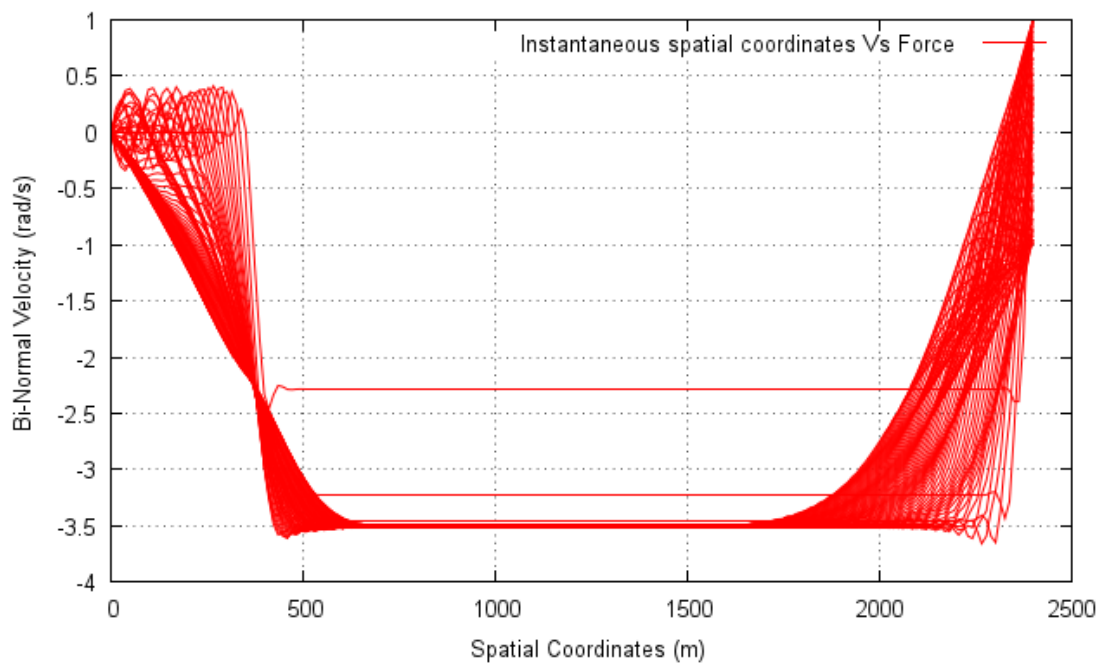
Εικόνα 32: Η κάθετη συνιστώσα της ταχύτητας, ω , κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/sec, πλάτους διατομής 2D και βάθους εισχώρησης 4D.



Εικόνα 33: Η κάθετη συνιστώσα της ταχύτητας, v , κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/sec, πλάτους διατομής 2D και βάθους εισχώρησης 5D.



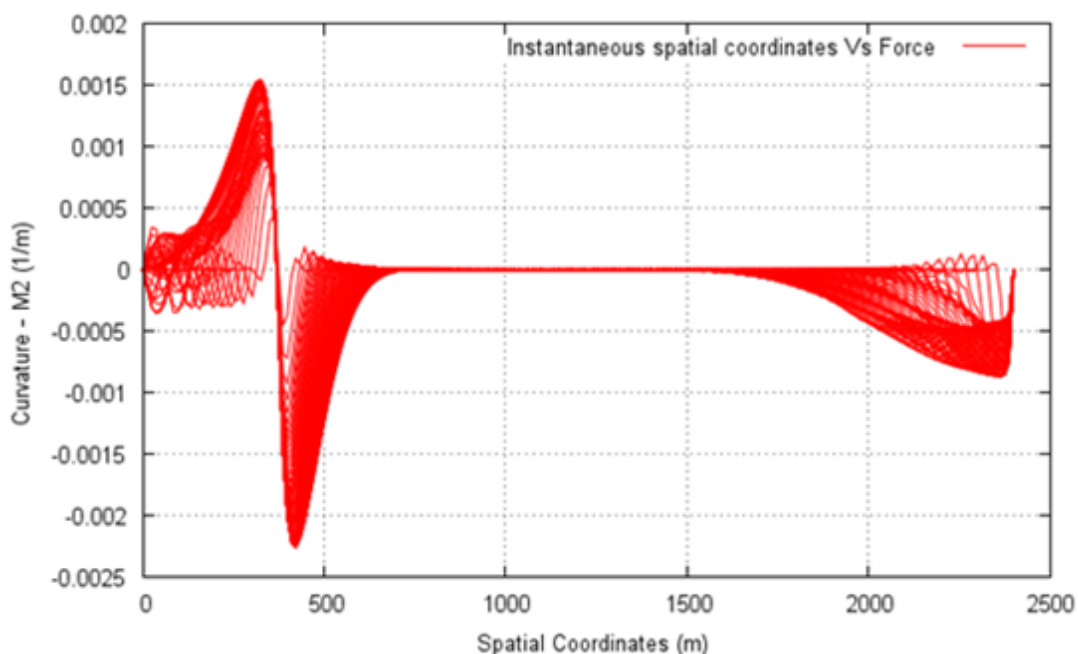
Εικόνα 34: Η κάθετη συνιστώσα της ταχύτητας, ω , κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/sec, πλάτους διατομής 5D και βάθους εισχώρησης 4D.



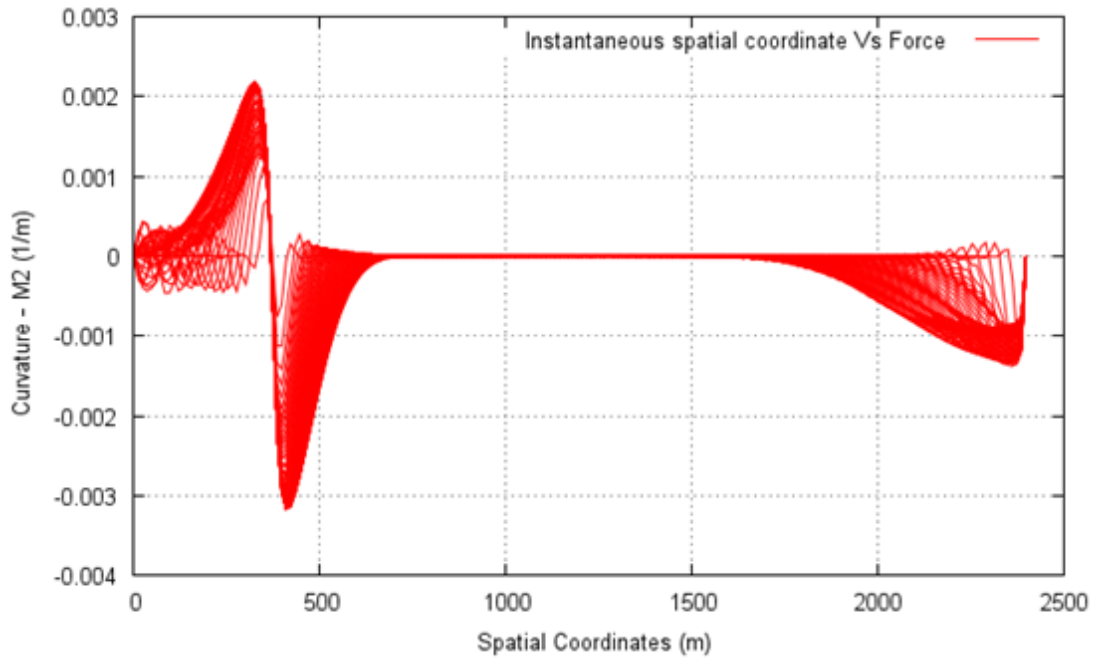
Εικόνα 35: Η κάθετη συνιστώσα της ταχύτητας, ω , κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/sec, πλάτους διατομής 5D και βάθους εισχώρησης 5D.

5.4 Καμπτική Ροπή "Out-of-Plane"

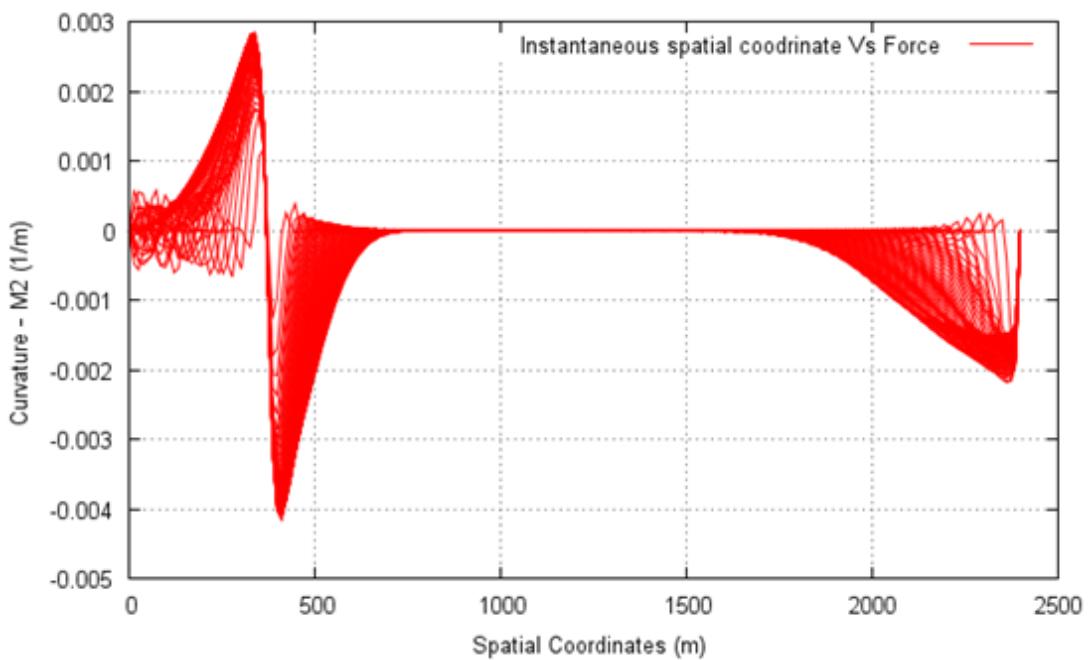
Οι μεταβολές της εντατικής κατάστασης, στην εκτός του επιπέδου διεύθυνση, οι οποίες περιγράφονται αποκλειστικά από την καμπτική ροπή και τη διατμητική δύναμη (η ένταση δεν λαμβάνεται υπόψη) παρουσιάζονται σχηματικά στις εικόνες 36-40. Η θέση του touchdown point είναι εμφανής στα σημεία συνέχειας των στιγμιότυπων της ροπής και της διατμητικής δύναμης. Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι η καμπτική ροπή λαμβάνει μεγάλες τιμές γύρω από το touchdown point, οι οποίες προσεγγίζουν σε κάποιο βαθμό τα μέγιστα της ροπής στην εντός του επιπέδου διεύθυνση, μετά το touchdown zone οι ροπές και οι διατμητικές δυνάμεις εμφανίζονται να μηδενίζονται. Στην πραγματικότητα, τα μεγέθη αυτά θα εμφάνιζαν έντονη μεταβλητότητα καθόλο το μήκος του ανυψωμένου τμήματος του αγωγού υπό την προϋπόθεση ότι δε λαμβανόταν υπ' όψιν η εγκάρσια πρόσκρουση. Αντίθετα, η αλληλεπίδραση με το έδαφος προκαλεί ακραίες καταστάσεις φόρτισης στο touchdown zone και σταθεροποίηση στο υπόλοιπο τμήμα.



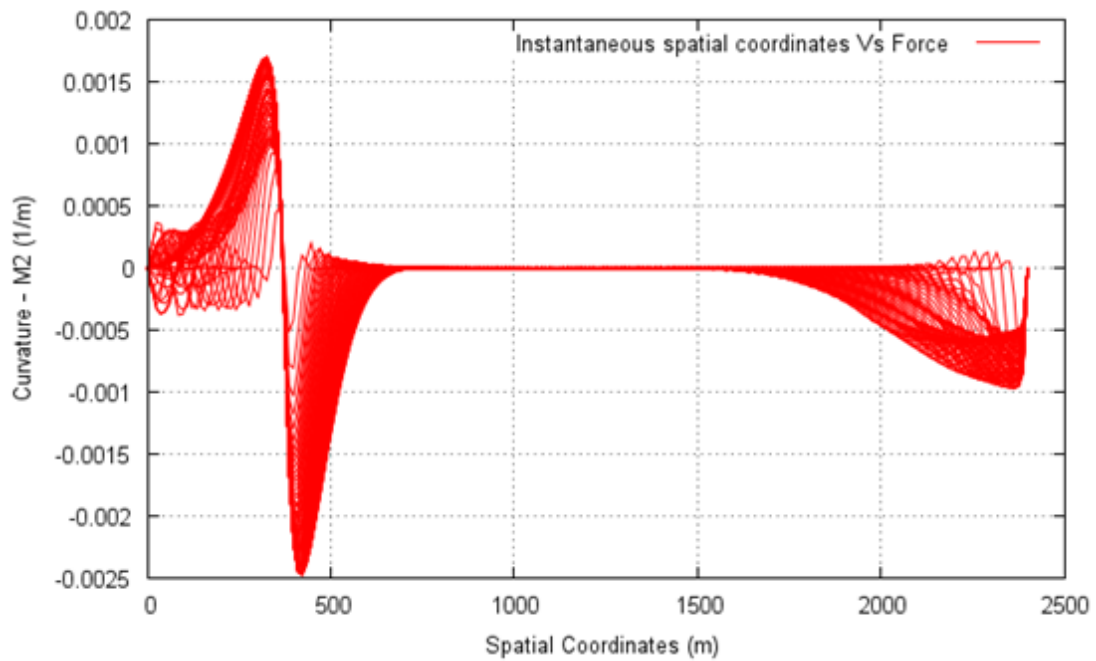
Εικόνα 36: Η καμπτική ροπή "out of plane", κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/sec, πλάτους διατομής 2D και βάθους εισχώρησης 3D.



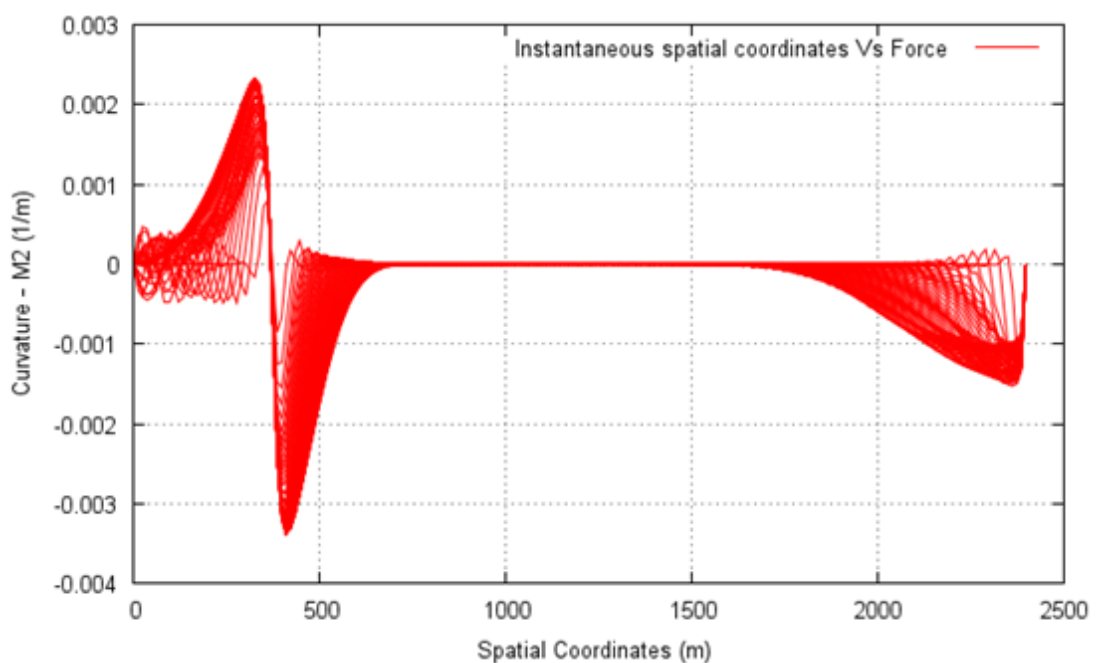
Εικόνα 37: Η καμπτική ροπή “out of plane”, κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/sec, πλάτους διατομής 2D και βάθους εισχώρησης 4D.



Εικόνα 38: Η καμπτική ροπή “out of plane”, κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/sec, πλάτους διατομής 2D και βάθους εισχώρησης 5D.

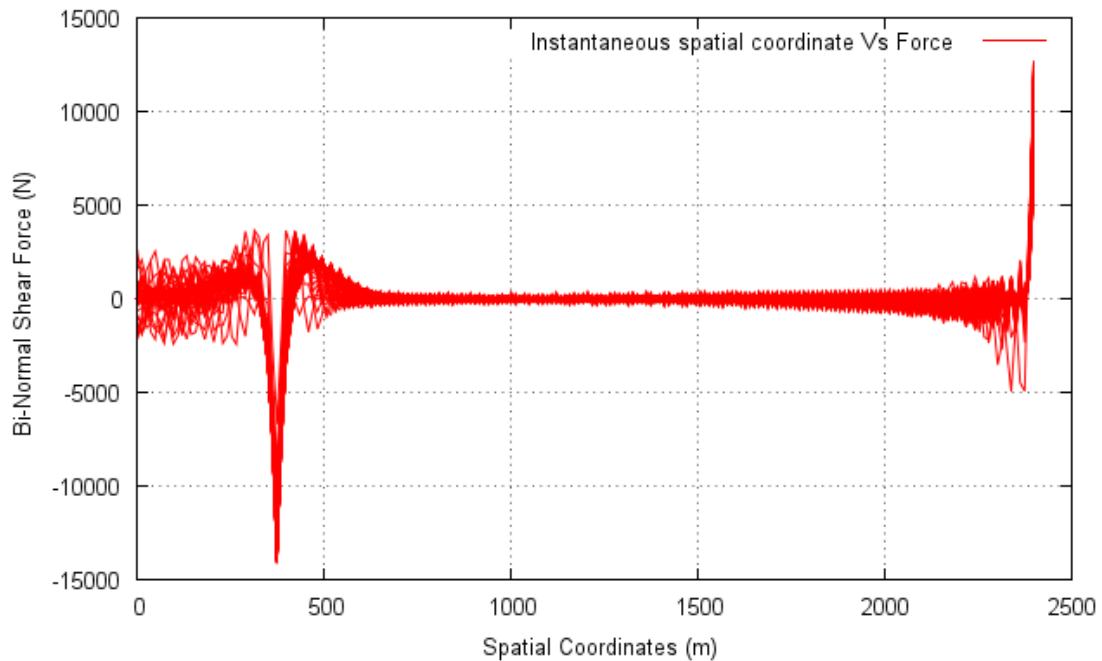


Εικόνα 39: Η καμπτική ροπή “out of plane”, κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/sec, πλάτους διατομής 5D και βάθους εισχώρησης 4D.

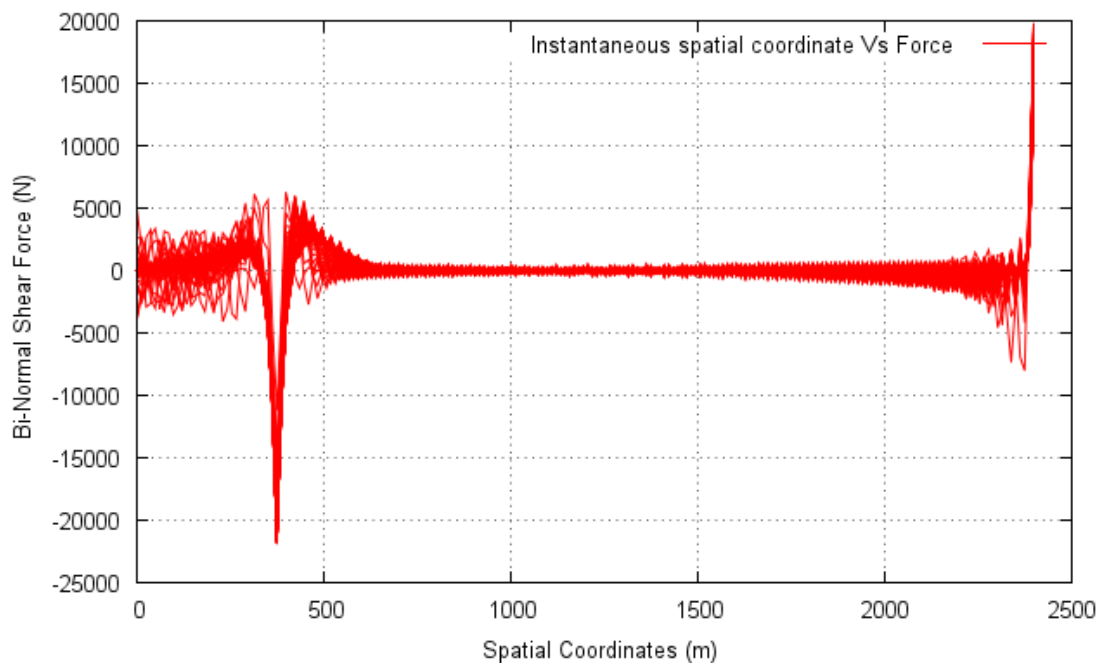


Εικόνα 40: Η καμπτική ροπή “out of plane”, κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/sec, πλάτους διατομής 5D και βάθους εισχώρησης 5D.

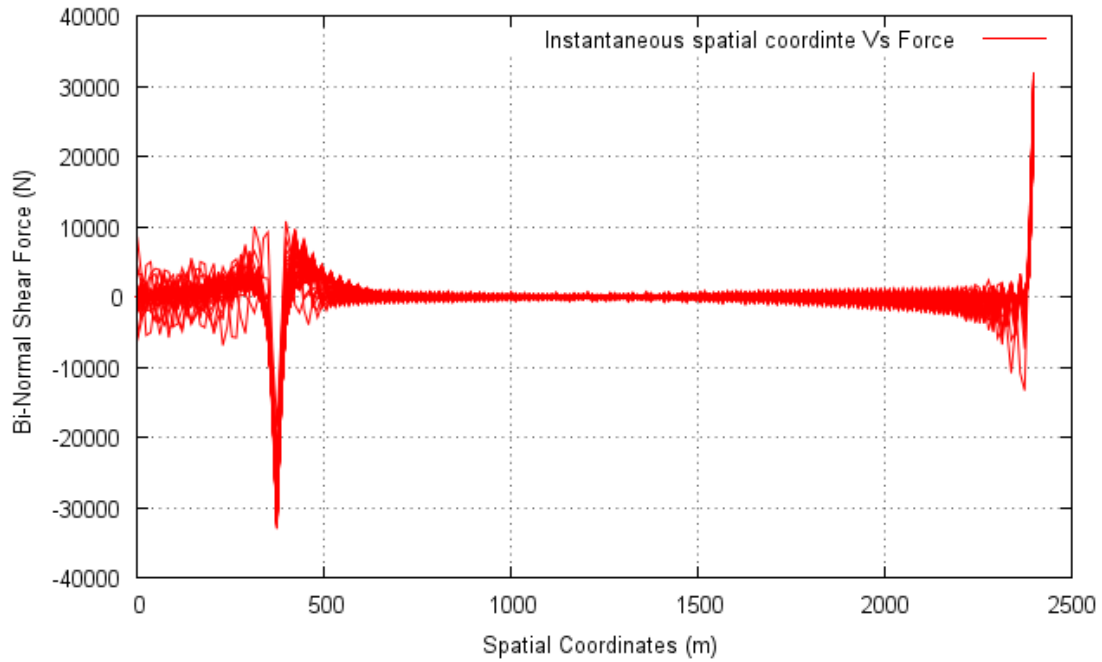
5.5 Διατμητική Δύναμη "Out-of-Plane"



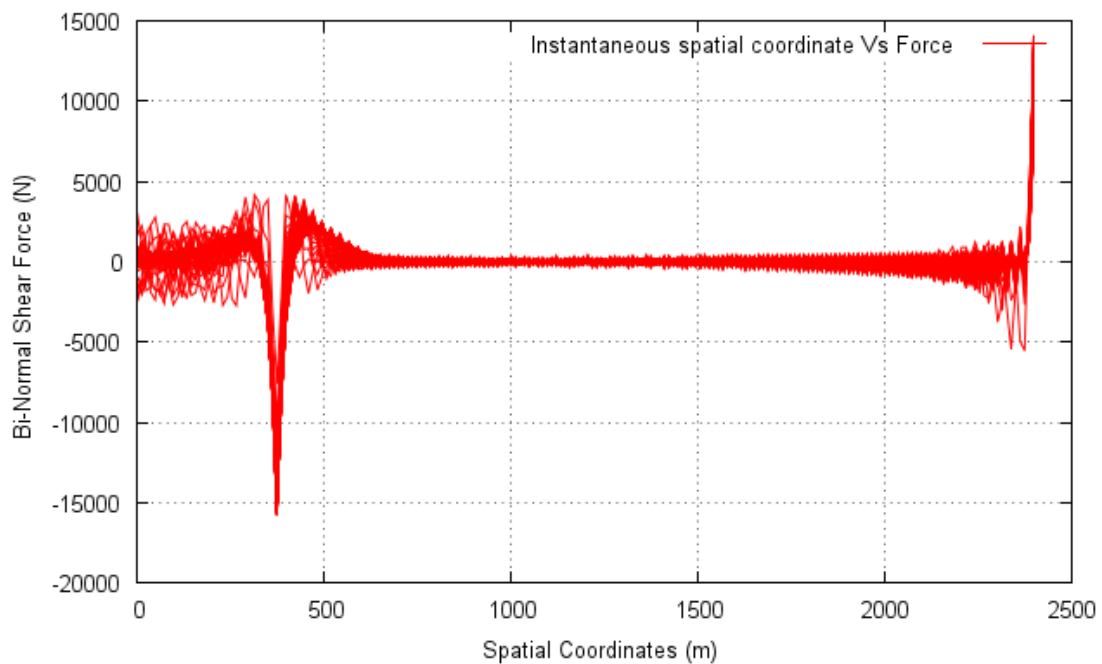
Εικόνα 41: Η διατμητική δύναμη "out of plane", κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/sec, πλάτους διατομής 2D και βάθους εισχώρησης 3D.



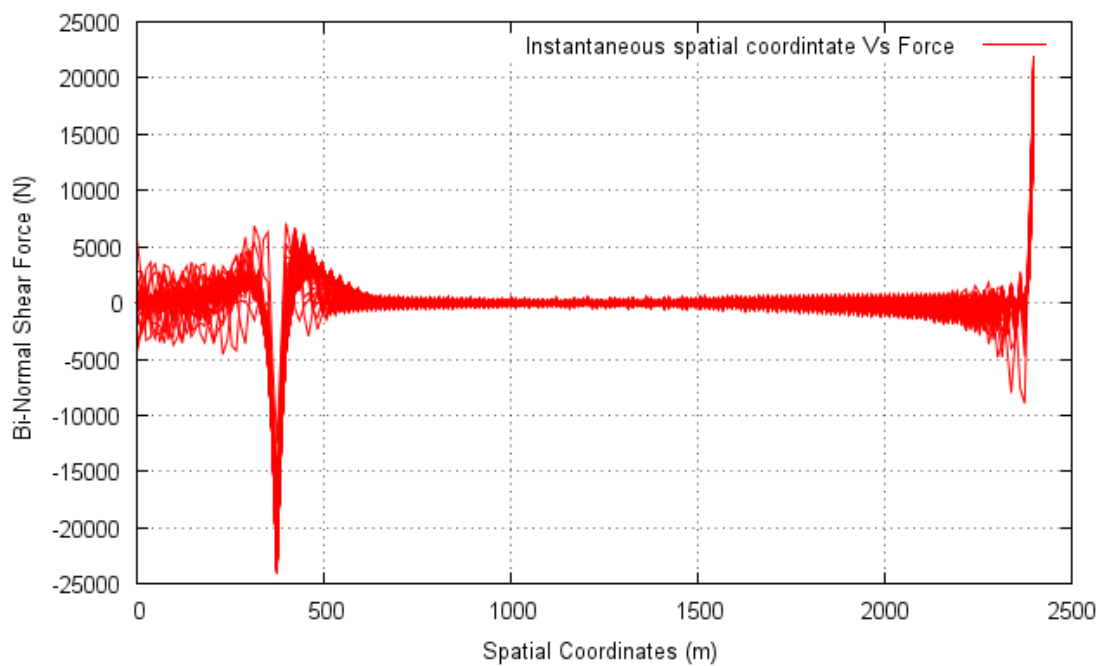
Εικόνα 42: Η διατμητική δύναμη "out of plane", κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/sec, πλάτους διατομής 2D και βάθους εισχώρησης 4D.



Εικόνα 43: Η διατμητική δύναμη “out of plane”, κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/sec, πλάτους διατομής 2D και βάθους εισχώρησης 5D.



Εικόνα 44: Η διατμητική δύναμη “out of plane”, κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/sec, πλάτους διατομής 5D και βάθους εισχώρησης 4D.



Εικόνα 45: Η διατμητική δύναμη “out of plane”, κατά μήκος της κατασκευής για οριζόντια διέγερση πλάτους 1 m στην κορυφή και κυκλική συχνότητα 1 rad/sec, πλάτους διατομής 5D και βάθους εισχώρησης 5D.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

6.1 Συμπεράσματα

Οι εγκάρσιες κινήσεις είναι αυτές που επηρεάζουν την αύξηση της καμπτικής ροπής εξαιτίας των δυναμικών φαινομένων. Καθώς αυξάνει βάθος νερού παρατηρούνται ελάχιστες μεταβολές για τα διάφορα δυναμικά μεγέθη. Η αξονική-εφαπτομενική τάση δεν επηρεάζεται από την εγκάρσια διέγερση καθώς η τελευταία δεν επιμηκύνει την κατασκευή. Στην διατμητική δύναμη παρατηρούνται μικρές τιμές που παρουσιάζουν μικρή αύξηση καθώς αυξάνεται η ταχύτητα διέγερσης ενώ όσο αυξάνει το βάθος νερού οι τιμές της κατά μήκος του riser πλησιάζουν κοντά στο μηδέν. Συνοψίζοντας τα αποτελέσματα προκύπτουν ακόμη τα εξής:

- Έως το touchdown point η ένταση είναι σταθερή και μετά το touchdown point παρατηρείται γραμμική αύξηση της μεταβολής.
- Παρατηρείται ότι όπως αναμενόταν ότι η ένταση κατά μήκος του τμήματος που επικάθεται στον πυθμένα παραμένει σταθερό και η εγκάρσια πρόσκρουση δεν επηρεάζει ουσιαστικά την δυναμική συμπεριφορά στο επίπεδο αναφοράς
- Η ροπή (in-plane) κατά μήκος του επικαθήμενου τμήματος είναι μηδενική (όπως αναμενόταν), λαμβάνει το μέγιστο λίγο μετά το touchdown point και ακολουθεί φθίνουσα τάση μέχρι του μηδενισμού της στο σημείο πρόσδεσης με την πλωτή κατασκευή.
- Για τις ίδιες καταστάσεις φόρτισης και διαμόρφωσης εδάφους, είναι χαρακτηριστικό ότι κατά την πρόσκρουση του αγωγού στο touchdown point η ταχύτητα αλλάζει διεύθυνση και σε μεγάλο μήκος του αγωγού λαμβάνει σταθερές τιμές.
- Η δόνηση που προκαλείται εξαιτίας της πρόσκρουσης στο touchdown point μεταφέρεται σε όλο το μήκος του αγωγού ασκούμενη σε διεύθυνση αντίθετη αυτής της διέγερσης.

- Οι ταχύτητες της δόνησης λαμβάνουν σημαντικά μεγαλύτερες τιμές από αυτές της διέγερσης.
- Η θέση του touchdown point είναι εμφανής στα σημεία συνέχειας των στιγμιότυπων της ροπής και της διατμητικής δύναμης.
- Η καμπτική ροπή λαμβάνει μεγάλες τιμές γύρω από το touchdown point, οι οποίες προσεγγίζουν σε κάποιο βαθμό τα μέγιστα της ροπής στην εντός του επιπέδου διεύθυνση, μετά το touchdown zone οι ροπές και οι διατμητικές δυνάμεις εμφανίζονται να μηδενίζονται . Στην πραγματικότητα, τα μεγέθη αυτά θα εμφάνιζαν έντονη μεταβλητότητα καθόλο το μήκος του ανυψωμένου τμήματος του αγωγού υπό την προϋπόθεση ότι δεν λαμβάνονταν υπ' όψιν η εγκάρσια πρόσκρουση. Αντίθετα, η αλληλεπίδραση με το έδαφος προκαλεί ακραίες καταστάσεις φόρτισης στο touchdown zone και σταθεροποίηση στο υπόλοιπο τμήμα.
- Η αντίδραση του ελαστικού εδάφους αυξάνει όσο αυξάνεται και ο λόγος του βάθους εισχώρησης, y και με το μέγεθος της τοξοειδούς επιφάνειας επαφής. Όσο αυξάνεται, βέβαια, αυτή η αντίδραση τόσο αυξάνονται και οι διατμητικές δυνάμεις και οι καμπτικές ροπές.
- Η συνολική ένταση κατά μήκος της αλυσοειδούς κατασκευής αρχίζει και αυξάνεται γραμμικά μετά το TDP.
- Η διατμητική δύναμη “out of plane”, παρουσιάζει έντονες θλιπτικές δυνάμεις κοντά στην περιοχή του TDP λόγω των έντονων καμπτικών ροπών.

6.2 Προτάσεις

Για να μπορέσουμε να αναλύσουμε και να εξετάσουμε καλύτερα τον πυθμένα θα πρέπει να έχουμε καλύτερη εικόνα για το τι ακριβώς θα αναλύσουμε. Sine qua non όροι για την καλύτερη εικόνα αποτελούν, τόσο η καλύτερη ανάλυση και επαρκή γνώση της γεωμορφολογίας του εδάφους του πυθμένα όσο και η λεπτομερέστατη γεωμετρική διατύπωση του περιγράμματος του χαντακιού (τάφρου).

Η εισαγωγή της εσωτερικής πίεσης του ρευστού στο μητρώο φορτίσεων του ενιαίου, μη γραμμικού κώδικα CON3DF απαιτείται για τη λεπτομερή προσέγγιση της συμπεριφοράς της ενιαίας κατασκευής κατά τη λειτουργία της. Επίσης όπως προαναφέρθηκε, λόγω παρουσίας υλικών, όπως άργιλος, που πιθανώς να έχουν προσκολληθεί πάνω στον αγωγό, δημιουργείται με τον πυθμένα ένα φαινόμενο αναρρόφησης, με αποτέλεσμα να επιβραδύνεται η κίνηση του αγωγού αλλά και να επιβαρύνεται ο αγωγός με επιπλέον ασκούμενο φορτίο. Το φορτίο αυτό θα πρέπει να υπολογιστεί αλλά και να συμπεριληφθεί στη μελέτη. Το πλάτος της διαμέτρου όπως και το υλικό του πυθμένα θα είναι στοιχεία που θα πρέπει να εξεταστούν διεξοδικά για να μπορούν να παρατηρηθούν οι μεταβολές στην κατακόρυφη αλλά και εγκάρσια ταχύτητα του αγωγού εντός τάφρου.

Σε κάθε περίπτωση θα ήταν επιθυμητή η χρήση εργαστηριακών πειραμάτων, ιδιαίτερα για την ακριβέστερη αποτύπωση του εδάφους του πυθμένα όταν ανυψώνεται από την επιφάνεια του ένα Catenary riser. Οι πιθανές μορφολογίες που μπορεί να εκλάβει το έδαφος αλλά και όλες οι πιθανές εκσκαφές που μπορούν να δημιουργηθούν ακόμα και στις πιο ακραίες περιπτώσεις, δηλαδή να εξεταστεί το μεγαλύτερο πιθανό άνοιγμα της τάφρου καθώς και να εξεταστεί το μέγιστο δυνατό βάθος σε σχέση με τη διάμετρο του αγωγού.

Επίσης, σημαντικό είναι το γεγονός ότι η ερευνά μας πραγματοποιήθηκε για το σενάριο ότι ο αγωγός μας είναι υποθαλάσσιος οπότε εξετάζουμε τις υποσκαφές στον πυθμένα της θάλασσας. Σήμερα όμως, με την ολοένα και αυξανόμενη ζήτηση κατανάλωσης φυσικού αερίου και το ρυθμό ανάπτυξης των έργων παροχής του σε πόλεις και άλλα δίκτυα θα πρέπει να εξετάσουμε και περιπτώσεις που αυτοί οι αγωγοί εισέρχονται σε λίμνες ή ποτάμια και να λάβουμε υπ' όψιν μας τη διαφορετική μορφολογία του πυθμένα και φυσικά του υλικού του.

Η εγκατάσταση τόσο σημαντικών τεχνικών έργων, όπως οι υποθαλάσσιοι αγωγοί, έχει ως προαπαιτήση την καλή γνώση του περιβάλλοντος εγκατάστασης διότι πιθανές δυσλειτουργίες είναι ικανές να έχουν ως απόρροια τεράστιες οικονομικές και οικολογικές συνέπειες.

7. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] T. Griffiths (2012). “ Development of a Novel 2D Pipe-Soil-Fluid Interaction Model Subsea Pipeline Stability Design” Proceedings of the Twenty-second International Offshore and Polar Engineering Conference, Rhodes, Greece, June 17-22.
- [2] Bridge, C., Howells, H., Toy, N., Parke, G., and Woods, R. (2003). “Full scale model tests of a steel catenary riser” Proc., Int. Conf. on Fluid Structure Interaction, Cadiz, Spain, <http://www.2hoffshore.com/>
- [3] E. Passano, C.M. Larsen. Efficient analysis of a catenary riser, Proceedings of the 25th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE 2006), Hamburg, Germany, Paper No 92308, 2006.
- [4] C.P. Aubeny, H. Shi. Effect of rate-dependent soil strength on cylinders penetrating into soft clay. IEEE J Oceanic Engineering, 32, 49-56, 2007.
- [5] N.R.T Willis, P.T.J. West. Interaction between deepwater catenary risers and a soft seabed: Large scale sea trials. OTC 13113, Houston, TX, USA, 2001.
- [6] R. Thethi, T. Moros. Soil Interaction Effects on Simple Catenary Riser Response. Deepwater Pipeline & Riser Technology Conference, Houston, TX, 2001.
- [7] Howell, C.T (1992)., Investigation of the Dynamics of Low-Tension Cables, PhD Thesis, MIT.
- [8] Goodman, T.R. and Breslin, J.P., Statics and dynamics of anchoring cables in waves, Journal of Hydronautics, 10(4): 113-120, 1976.
- [9] Chatjigeorgiou, I.K. (2010), Linear out-of-plane dynamics of catenary risers, Journal of Engineering for the Maritime Environment, 224 (M1), 13-27.
- [10] Chatjigeorgiou, I.K., Damy, G., Le Boulluec M. (2008), Numerical and experimental investigation of the dynamics of catenary risers and the riser- induced damping phenomenon, Proc 27th Int.Conf. on Offshore mechanics and Arctic Eng. (OMAE 2008), Estoril, Portugal, Paper No 57616.
- [11] Chatjigeorgiou, I.K., Mavrakos, S.A. (2009), The 3D nonlinear dynamics of catenary slender structures for marine applications, Nonlinear Dynamics. ISBN 978 – 953 – 7619 – 61 – 9 (Ed. Todd Evans). I-Tech education and publishing, Vienna.

- [12] Chatjigeorgiou, I.K., Mavrakos, S.A. (2009), Heave Induced out-of-plane motions of catenary risers, Proc. 13th Int. Maritime Association of the Mediterranean Conf. (IMAM 2009), Istanbul, Turkey, Vol. 2, 739-747.
- [13] Passano, E., Larsen, C.M. (2006), Efficient analysis of a catenary riser. In: Proceedings of the 25th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE 2006), Hamburg, Germany, OMAE2006-92308.
- [14] Chatjigeorgiou, I.K. (2008) A finite differences formulation for the linear and nonlinear dynamics of 2D catenary risers, Ocean Eng., 2008.
- [15] Blied, A. (1985), Dynamic Analysis of Single Span Cables, PhD thesis, MIT, Cambridge, Massachusetts.
- [16] I.K. Chatjigeorgiou. Three dimensional nonlinear dynamics of submerged extensible catenary risers conveying fluid and subjected to end-imposed excitations. Int J Nonlinear Mechanics, 45, 667-680, 2010.
- [17] I.K. Chatjigeorgiou, E. Passano, C.M. Larsen. Extreme bending moments on long catenary risers due to heave excitation, Proceedings of the 26th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE 2007), San Diego, California, USA, Paper No 29384, 2007.
- [18] Tjavaras, a.a., Zhu, Q., Liu, Y., Triantafyllou, M.S., Yue, D.K.P., 1998. The mechanics of highly extensible cables. Journal of Sound and Vibration, 213(4), 709-737

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Α.1 Αναλυτικά αποτελέσματα εντατικής κατάστασης εδάφους στη θέση επαφής εδάφους- riser στο Touchdown Point. (όπως υπολογίστηκαν από το λογισμικό Phase2)

Πλάτος Διατομής: D		Βάθος Εισχώρησης: D	
Αρ. Κόμβου	σxx	σyy	
1	0.002	0.021	
2	0.004	0.020	
3	0.004	0.016	
4	0.005	0.014	
5	0.006	0.011	
6	0.005	0.009	
7	0.006	0.007	
8	0.006	0.005	
9	0.006	0.004	
10	0.007	0.003	

Πλάτος Διατομής: D		Βάθος Εισχώρησης: 2D	
Αρ. Κόμβου	σxx	σyy	
1	0.001	0.023	
2	0.002	0.023	
3	0.002	0.022	
4	0.003	0.020	
5	0.003	0.018	
6	0.003	0.017	
7	0.003	0.014	
8	0.005	0.012	
9	0.005	0.010	
10	0.006	0.008	

Πλάτος Διατομής: 2D		Βάθος Εισχώρησης: D
Αρ. Κόμβου	σ _{σχ}	σ _{γγ}
1	0.003	0.023
2	0.005	0.031
3	0.007	0.039
4	0.005	0.043
5	0.006	0.039
6	0.007	0.033
7	0.007	0.030
8	0.008	0.020
9	0.011	0.016
10	0.011	0.010

Πλάτος Διατομής: 2D		Βάθος Εισχώρησης: 2D
Αρ. Κόμβου	σ _{σχ}	σ _{γγ}
1	0.009	0.013
2	0.008	0.009
3	0.008	0.006
4	0.006	0.005
5	0.004	0.003
6	0.003	0.002
7	0.001	0.001
8	-0.001	0.001
9	-0.002	0.001
10	-0.002	0.001

Πλάτος Διατομής: 2D		Βάθος Εισχώρησης: 5D
Αρ. Κόμβου	σ _{σχ} (Pa)	σ _{γγ} (Pa)
1	0.007	0.055
2	0.009	0.066
3	0.012	0.073
4	0.015	0.058
5	0.019	0.049
6	0.025	0.042
7	0.024	0.027
8	0.025	0.021
9	0.030	0.011
10	0.027	0.006

Πλάτος Διατομής: 2D		Βάθος Εισχώρησης: 6D
Αρ. Κόμβου	σxx	σyy
1	0.008	0.075
2	0.017	0.084
3	0.025	0.083
4	0.024	0.074
5	0.033	0.071
6	0.032	0.050
7	0.035	0.037
8	0.034	0.024
9	0.035	0.014
10	0.033	0.012

Πλάτος Διατομής: 4D		Βάθος Εισχώρησης: D
Αρ. Κόμβου	σxx	σyy
1	-0.004	0.001
2	-0.004	0.001
3	-0.003	0.001
4	-0.001	0.001
5	-0.004	0.001
6	-0.004	0.001
7	-0.001	-0.001
8	-0.004	0.001
9	-0.002	0.001
10	-0.001	0.001

Πλάτος Διατομής: 4D		Βάθος Εισχώρησης: 2D
Αρ. Κόμβου	σxx	σyy
1	0.005	0.002
2	0.005	0.001
3	0.005	-0.001
4	0.003	0.001
5	0.005	0.001
6	0.005	0.002
7	0.004	0.001
8	0.004	0.002
9	0.002	0.001
10	0.004	0.001

Πλάτος Διατομής: 4D		Βάθος Εισχώρησης: 3D
Αρ. Κόμβου	σ _{κκ}	σ _{γγ}
1	0.001	0.018
2	0.001	0.022
3	0.002	0.02
4	0.004	0.023
5	0.004	0.025
6	0.004	0.026
7	0.005	0.023
8	0.005	0.021
9	0.008	0.019
10	0.013	0.017

Πλάτος Διατομής: 4D		Βάθος Εισχώρησης: 4D
Αρ. Κόμβου	σ _{κκ}	σ _{γγ}
1	0.004	0.036
2	0.002	0.045
3	0.004	0.039
4	0.007	0.035
5	0.008	0.036
6	0.011	0.036
7	0.008	0.031
8	0.014	0.03
9	0.012	0.024
10	0.013	0.02

Πλάτος Διατομής: 4D		Βάθος Εισχώρησης: 5D
Αρ. Κόμβου	σ _{κκ}	σ _{γγ}
1	0.013	0.064
2	0.015	0.063
3	0.016	0.059
4	0.019	0.045
5	0.020	0.033
6	0.021	0.026
7	0.025	0.016
8	0.020	0.009
9	0.018	0.005
10	0.018	0.004

Πλάτος Διατομής: 4D		Βάθος Εισχώρησης: 6D	
Αρ. Κόμβου	σxx	σyy	
1	0.019	0.066	
2	0.028	0.052	
3	0.025	0.038	
4	0.021	0.026	
5	0.020	0.019	
6	0.018	0.012	
7	0.017	0.007	
8	0.016	0.005	
9	0.015	0.004	
10	0.015	0.003	

Πλάτος Διατομής: 5D		Βάθος Εισχώρησης: 1D	
Αρ. Κόμβου	σxx	σyy	
1	-0.001	0.001	
2	-0.001	0.001	
3	-0.001	0.001	
4	-0.001	0.001	
5	-0.001	0.001	
6	-0.001	0.001	
7	-0.001	0.000	
8	-0.001	0.001	
9	0.000	0.001	
10	0.000	0.001	

Πλάτος Διατομής: 5D		Βάθος Εισχώρησης: 2D	
Αρ. Κόμβου	σxx	σyy	
1	0.004	0.004	
2	0.004	0.003	
3	0.004	0.002	
4	0.003	0.002	
5	0.004	0.002	
6	0.004	0.002	
7	0.003	0.001	
8	0.003	0.002	
9	0.002	0.001	
10	0.003	0.001	

Πλάτος Διατομής: 5D		Βάθος Εισχώρησης: 3D
Αρ. Κόμβου	σxx	σγγ
1	0.002	0.016
2	0.003	0.018
3	0.004	0.017
4	0.005	0.018
5	0.005	0.018
6	0.006	0.017
7	0.006	0.015
8	0.006	0.013
9	0.007	0.012
10	0.009	0.010

Πλάτος Διατομής: 5D		Βάθος Εισχώρησης: 4D
Αρ. Κόμβου	σxx	σγγ
1	0.004	0.030
2	0.004	0.035
3	0.005	0.031
4	0.007	0.029
5	0.008	0.028
6	0.010	0.027
7	0.009	0.023
8	0.012	0.021
9	0.011	0.017
10	0.011	0.014

Πλάτος Διατομής: 5D		Βάθος Εισχώρησης: 5D
Αρ. Κόμβου	σxx	σγγ
1	0.002	0.016
2	0.003	0.018
3	0.004	0.017
4	0.005	0.018
5	0.005	0.018
6	0.006	0.017
7	0.006	0.015
8	0.006	0.013
9	0.007	0.012
10	0.014	0.004

Πλάτος Διατομής: 5D		Βάθος Εισχώρησης: 6D
Αρ. Κόμβου	σxx	σyy
1	0.006	0.064
2	0.010	0.065
3	0.015	0.055
4	0.020	0.047
5	0.022	0.035
6	0.022	0.027
7	0.023	0.018
8	0.021	0.010
9	0.020	0.007
10	0.019	0.004

Πλάτος Διατομής: 6D		Βάθος Εισχώρησης: D
Αρ. Κόμβου	σxx	σyy
1	0.002	0.001
2	0.002	0.001
3	0.001	0.001
4	0.002	0.001
5	0.002	0.001
6	0.002	0.001
7	0.002	0.001
8	0.002	0.001
9	0.002	0.001
10	0.002	0.001

Πλάτος Διατομής: 6D		Βάθος Εισχώρησης: 2D
Αρ. Κόμβου	σxx	σyy
1	0.003	0.006
2	0.003	0.005
3	0.003	0.005
4	0.003	0.004
5	0.003	0.003
6	0.003	0.002
7	0.002	0.002
8	0.002	0.002
9	0.002	0.001
10	0.002	0.002

Πλάτος Διατομής: 6D		Βάθος Εισχώρησης: 3D
Αρ. Κόμβου	σxx	σyy
1	0.004	0.014
2	0.005	0.014
3	0.006	0.014
4	0.006	0.013
5	0.006	0.011
6	0.008	0.008
7	0.007	0.007
8	0.007	0.005
9	0.006	0.005
10	0.005	0.003

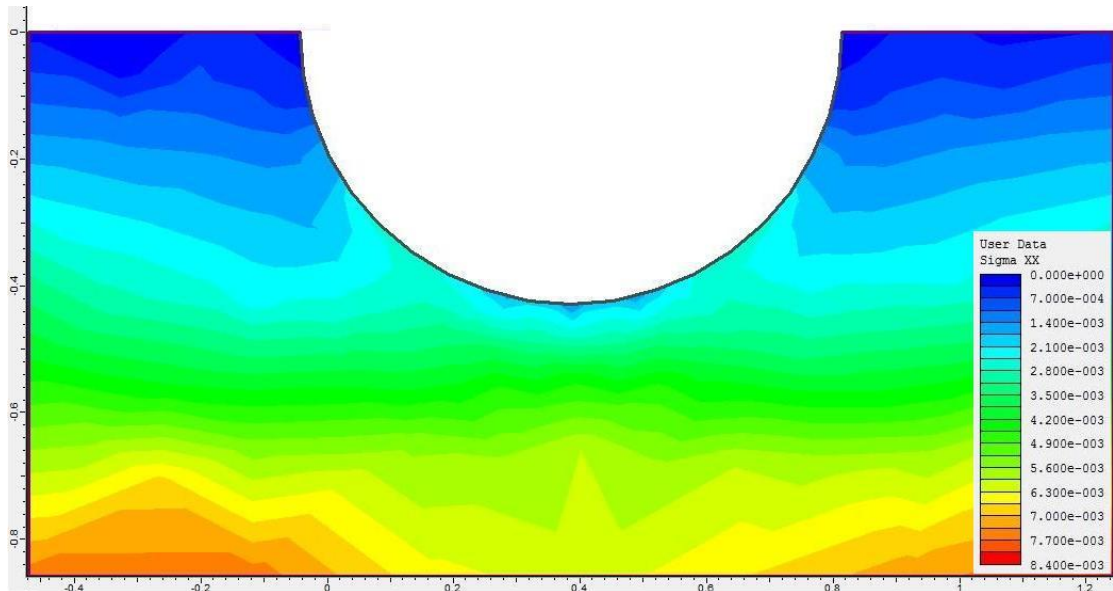
Πλάτος Διατομής: 6D		Βάθος Εισχώρησης: 4D
Αρ. Κόμβου	σxx	σyy
1	0.004	0.024
2	0.006	0.025
3	0.006	0.023
4	0.007	0.023
5	0.008	0.020
6	0.009	0.018
7	0.010	0.015
8	0.010	0.012
9	0.010	0.010
10	0.009	0.008

Πλάτος Διατομής: 6D		Βάθος Εισχώρησης: 5D
Αρ. Κόμβου	σxx	σyy
1	0.006	0.040
2	0.007	0.041
3	0.009	0.037
4	0.011	0.033
5	0.013	0.031
6	0.013	0.027
7	0.014	0.024
8	0.017	0.019
9	0.015	0.014
10	0.015	0.011

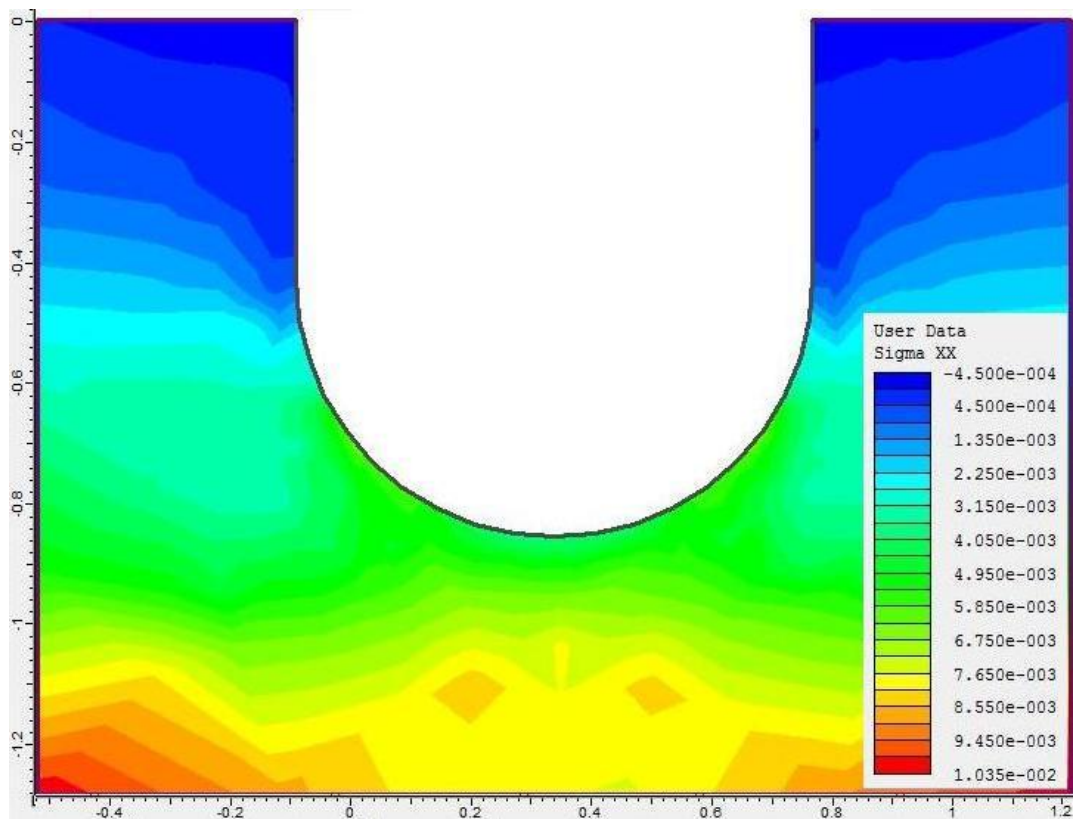
Πλάτος Διατομής: 6D		Βάθος Εισχώρησης: 6D
<i>Αρ. Κόμβου</i>	σxx	σyy
1	0.008	0.053
2	0.008	0.055
3	0.010	0.056
4	0.012	0.049
5	0.017	0.046
6	0.020	0.040
7	0.019	0.032
8	0.023	0.029
9	0.022	0.024
10	0.022	0.019

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

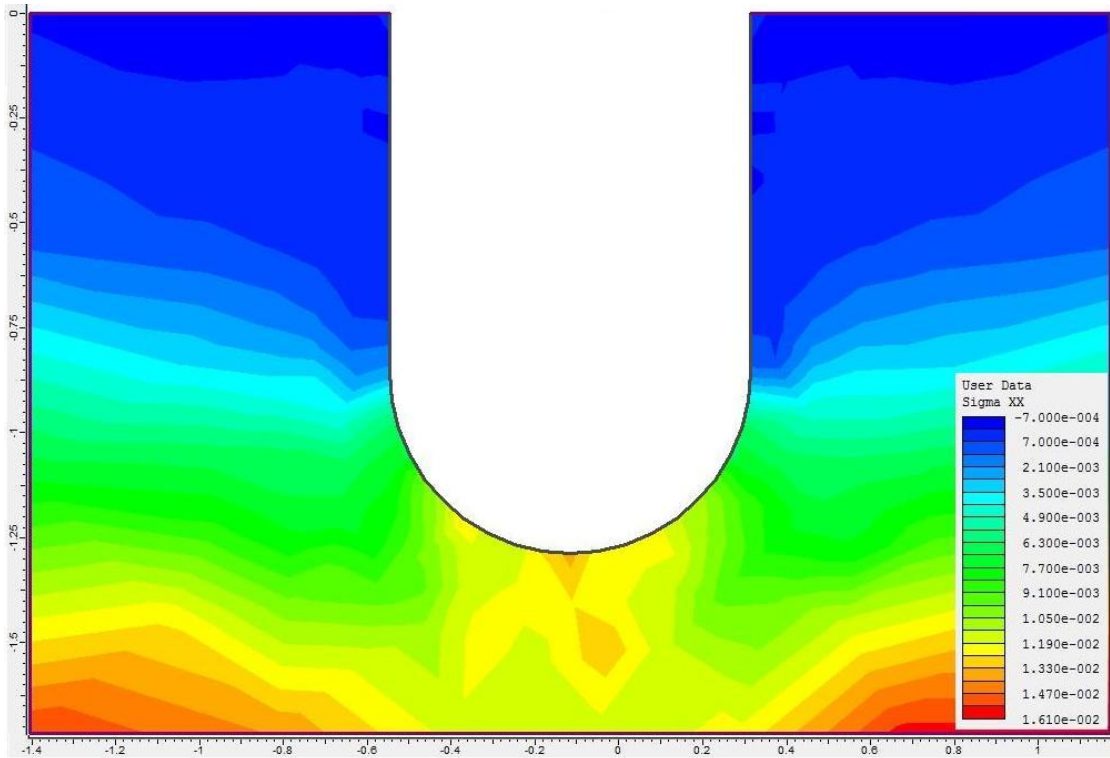
Β.1 Γραφήματα κατανομής (cantour) των τάσεων σ_{xx} που παρήχθησαν από το λογισμικό *Phase2*.



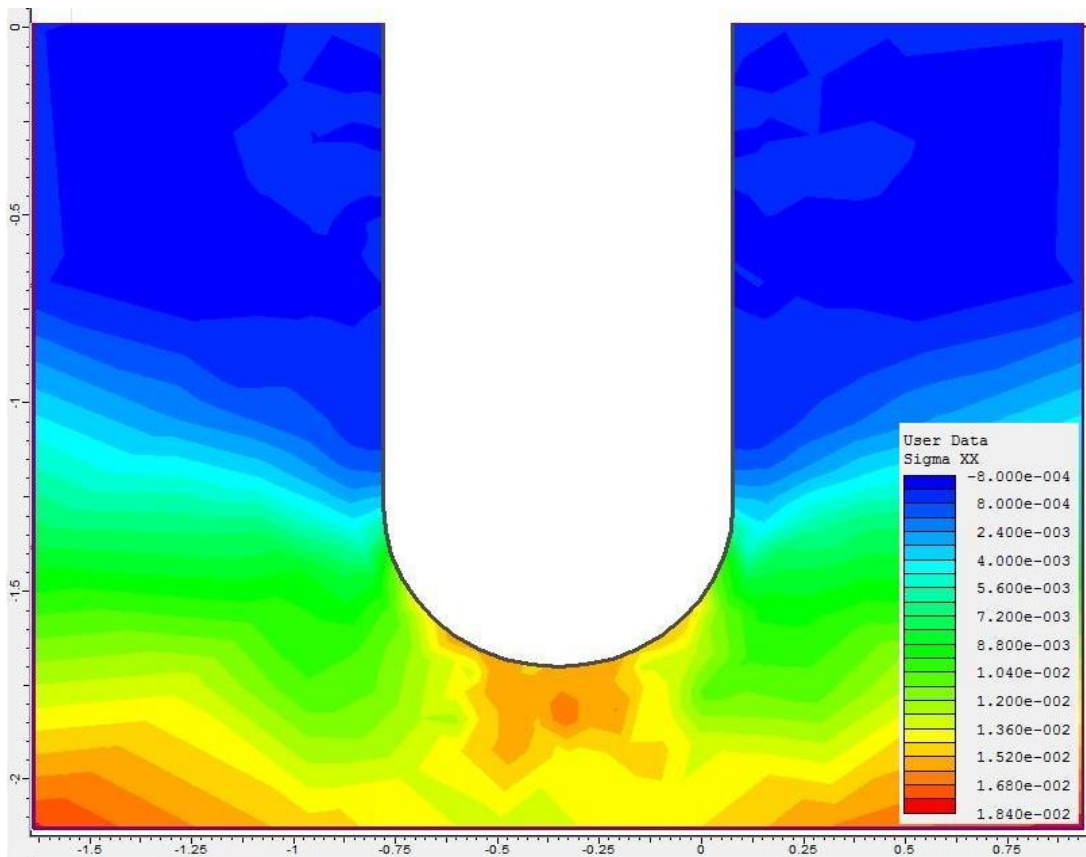
Εικόνα 46: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{xx} για πλάτος $2d$ και βάθος εισχώρησης $1d$.



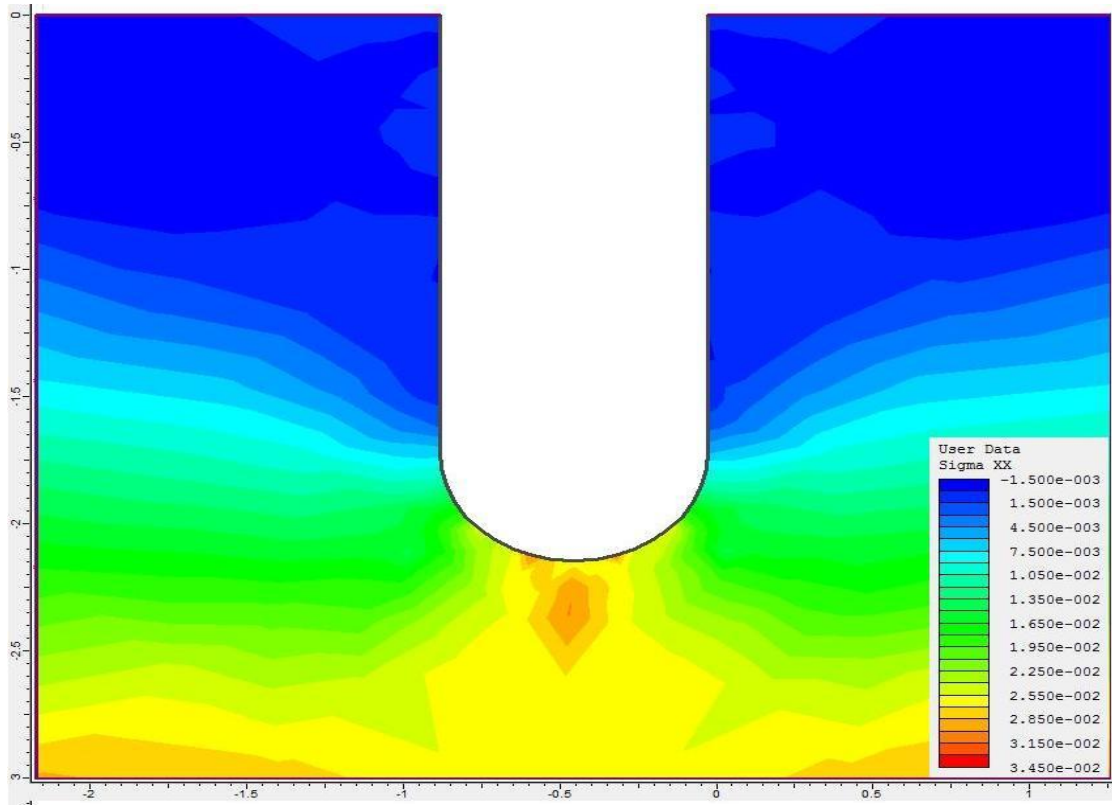
Εικόνα 47: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{xx} για πλάτος $2d$ και βάθος εισχώρησης $2d$.



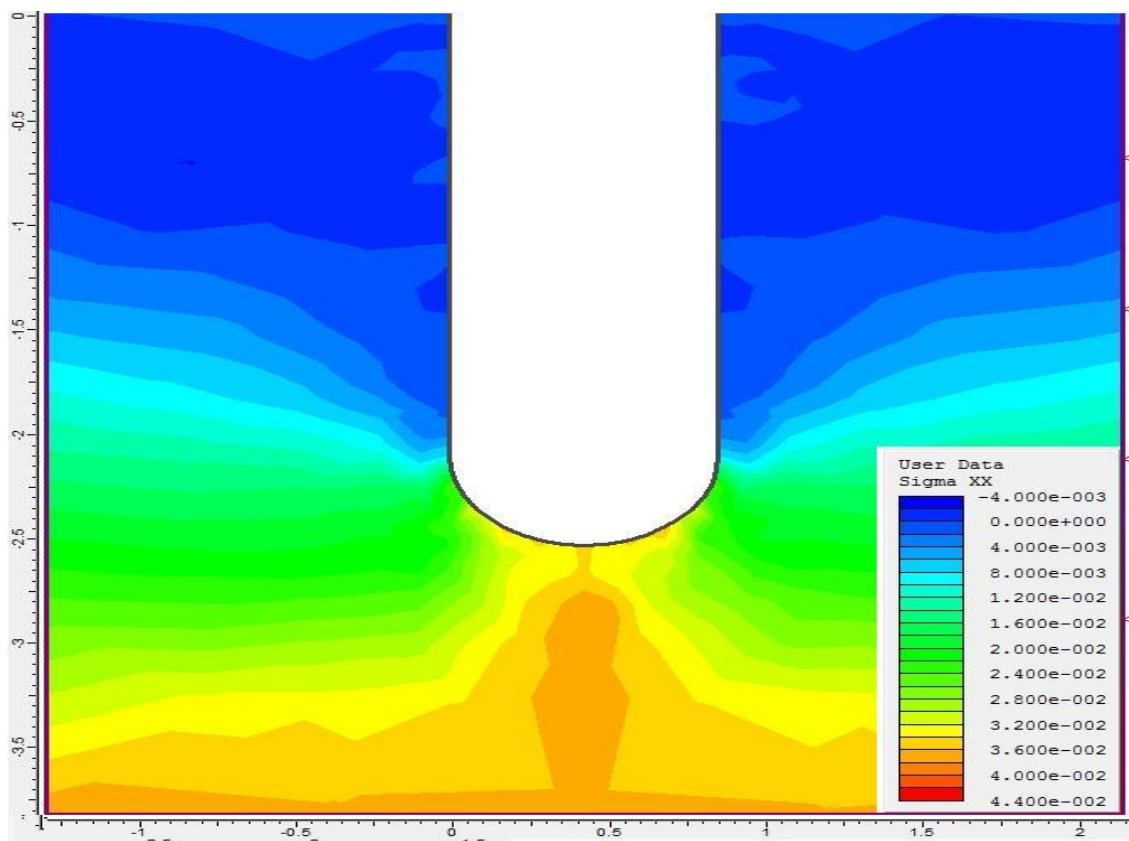
Εικόνα 48: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{xx} για πλάτος 2d και βάθος εισχώρησης 3d.



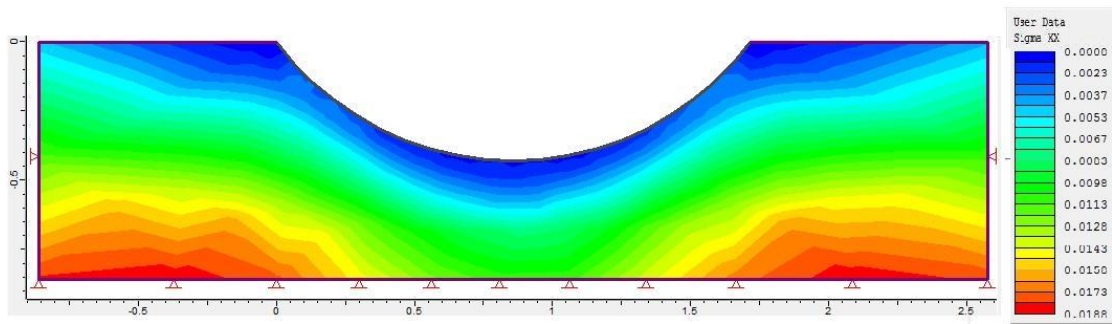
Εικόνα 49: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{xx} για πλάτος 2d και βάθος εισχώρησης 4d.



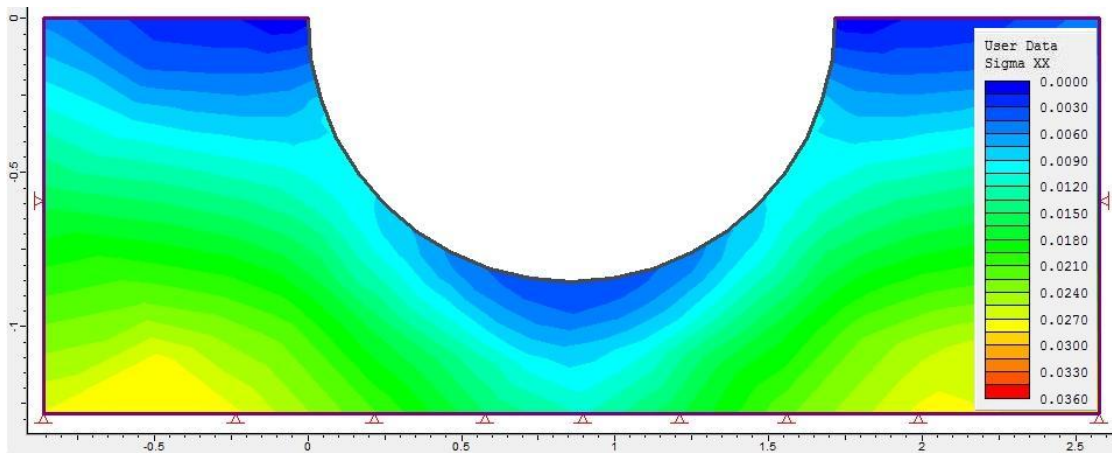
Εικόνα 50: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{xx} για πλάτος $2d$ και βάθος εισχώρησης $5d$.



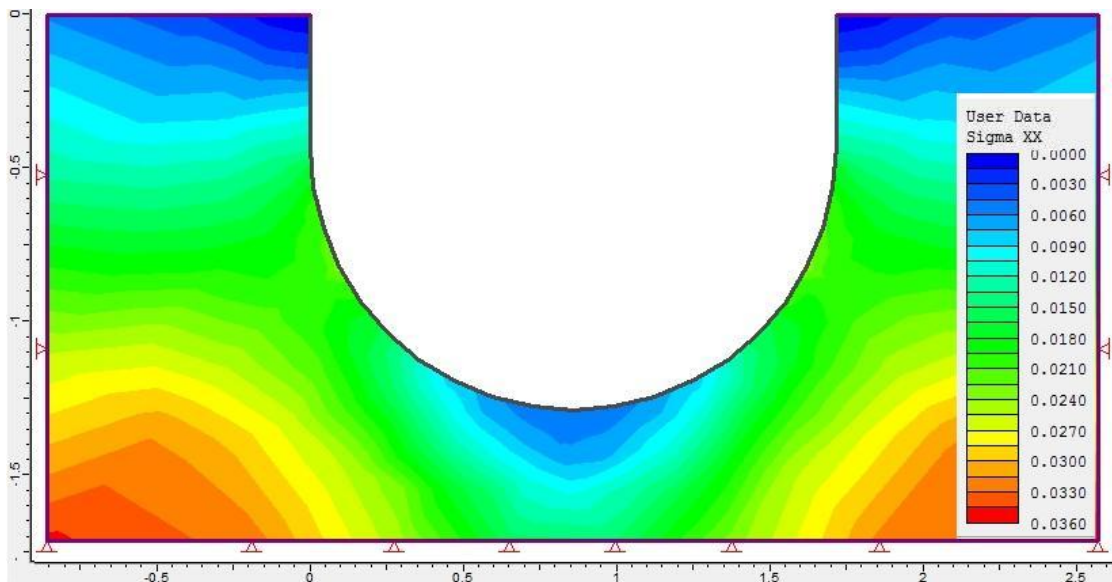
Εικόνα 51: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{xx} για πλάτος $2d$ και βάθος εισχώρησης $6d$.



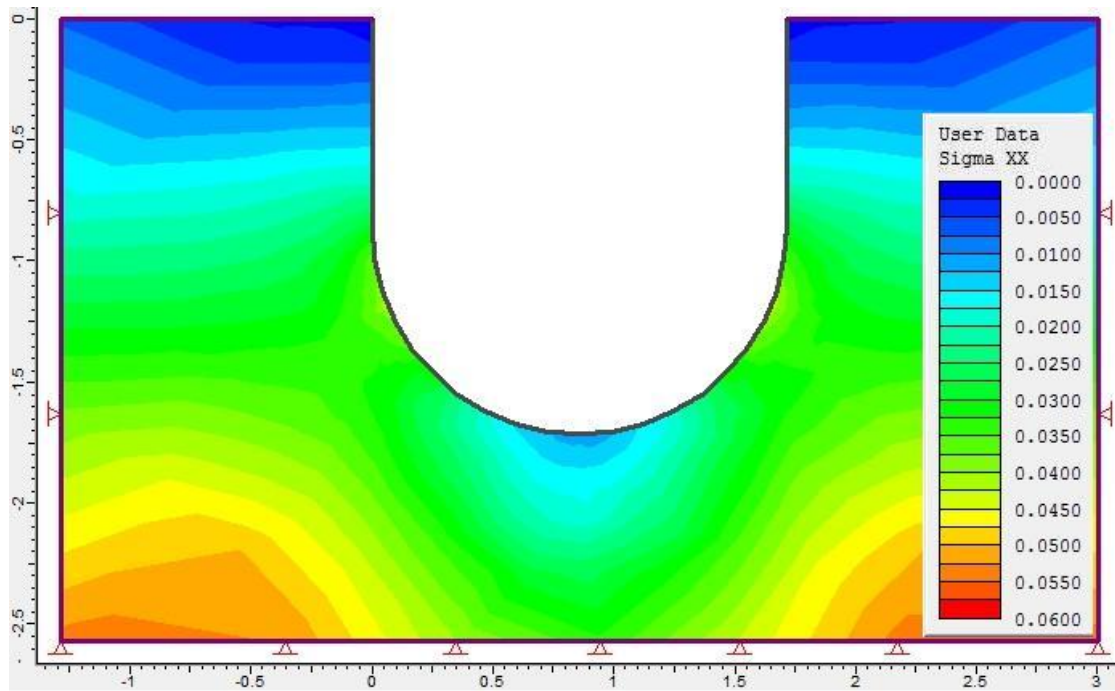
Εικόνα 52: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{xx} για πλάτος $4d$ και βάθος εισχώρησης $1d$.



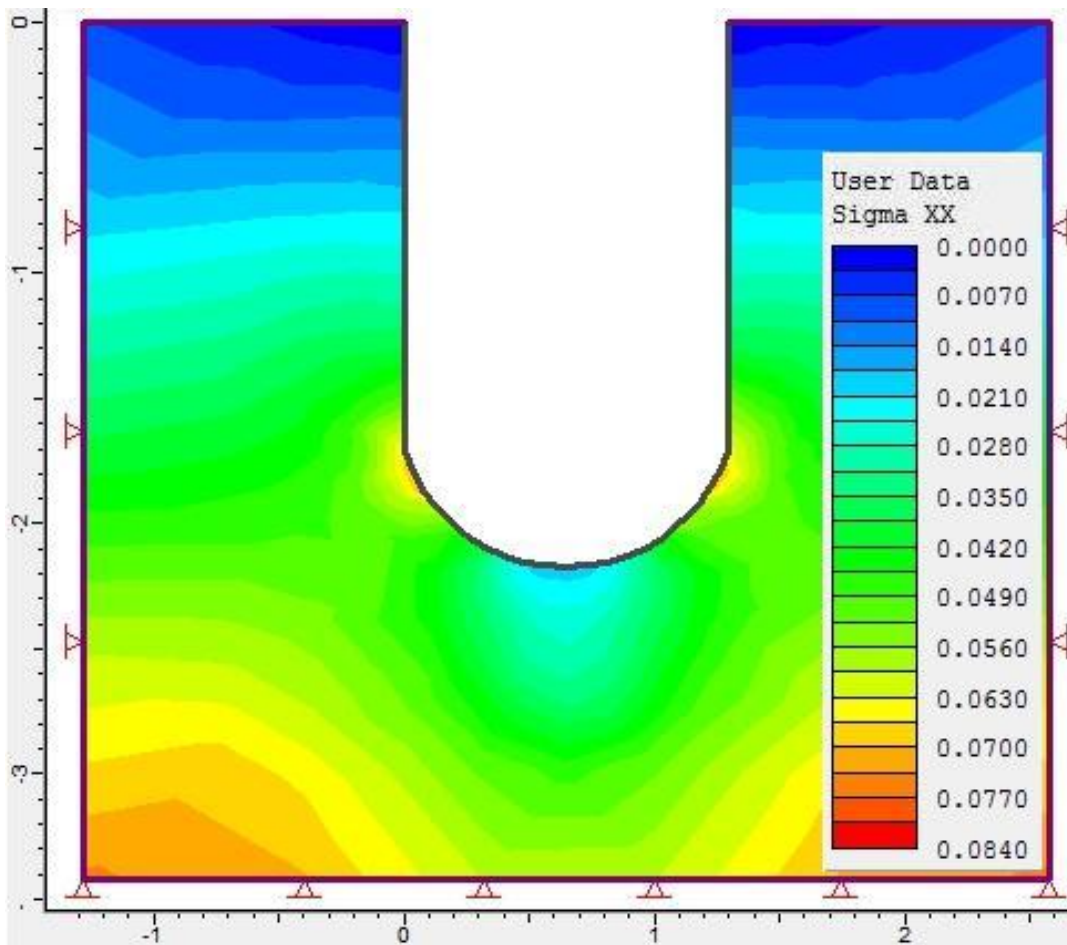
Εικόνα 53: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{xx} για πλάτος $4d$ και βάθος εισχώρησης $2d$.



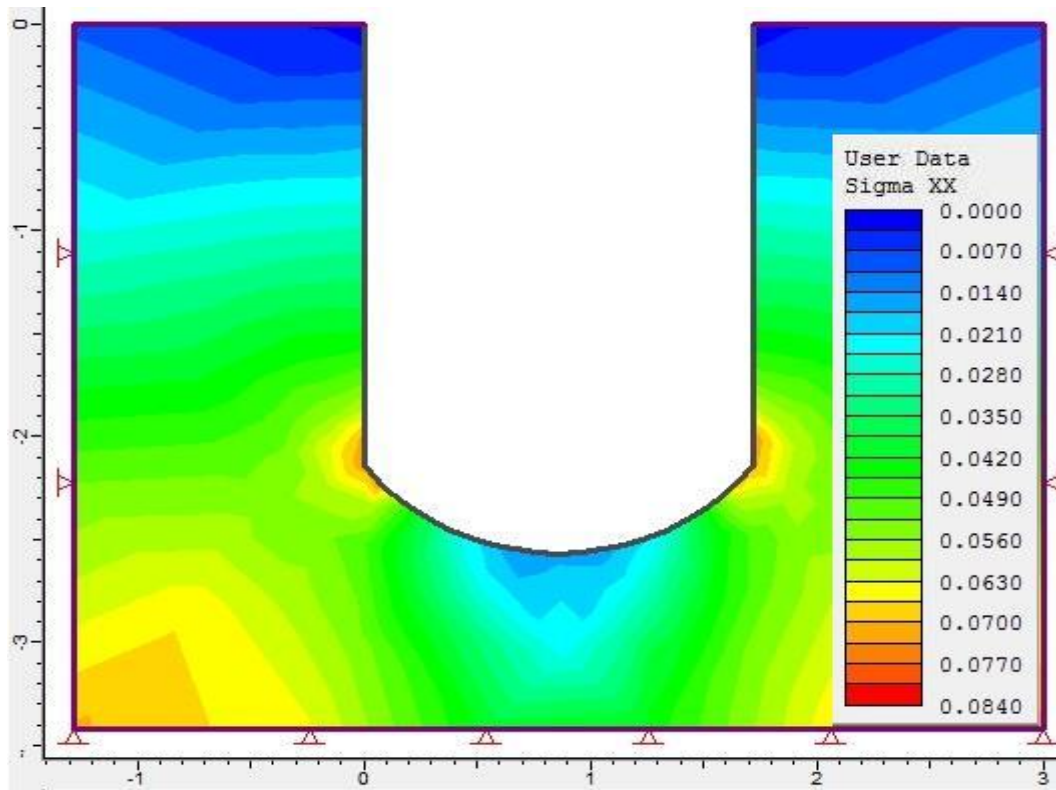
Εικόνα 54: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{xx} για πλάτος $4d$ και βάθος εισχώρησης $3d$.



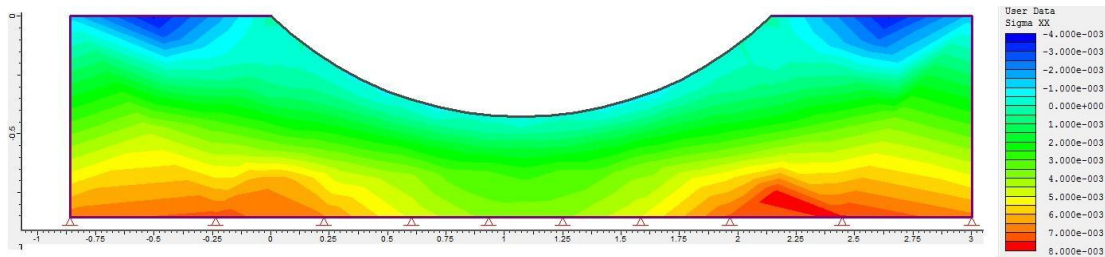
Εικόνα 55: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{xx} για πλάτος 4d και βάθος εισχώρησης 4d.



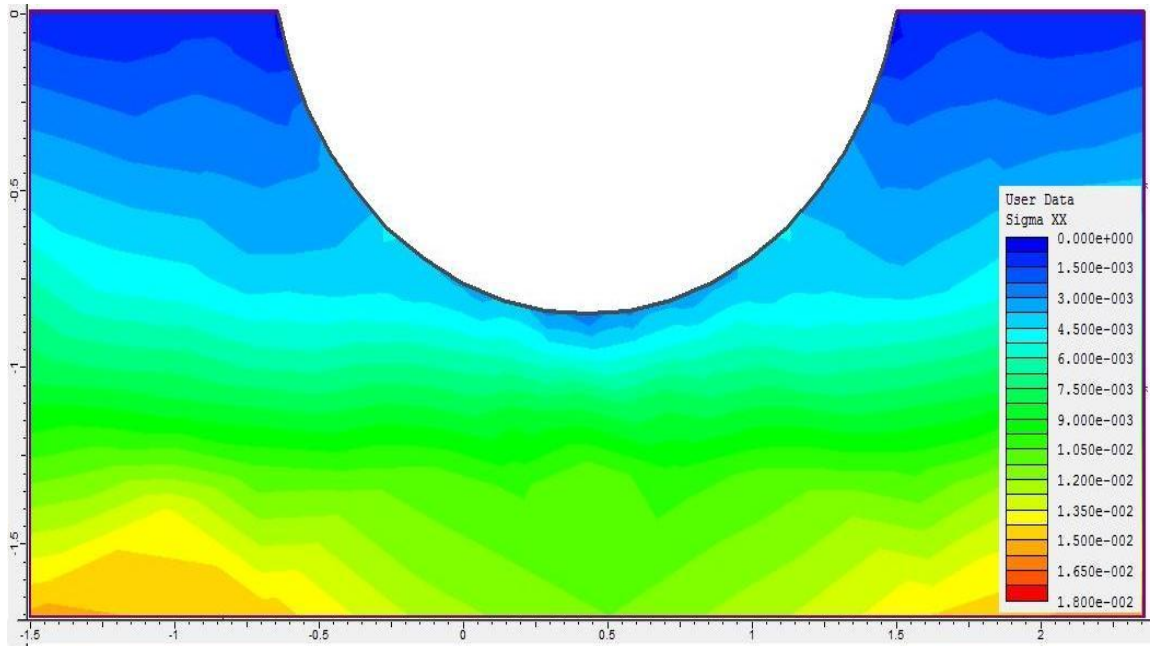
Εικόνα 56: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{xx} για πλάτος 4d και βάθος εισχώρησης 5d.



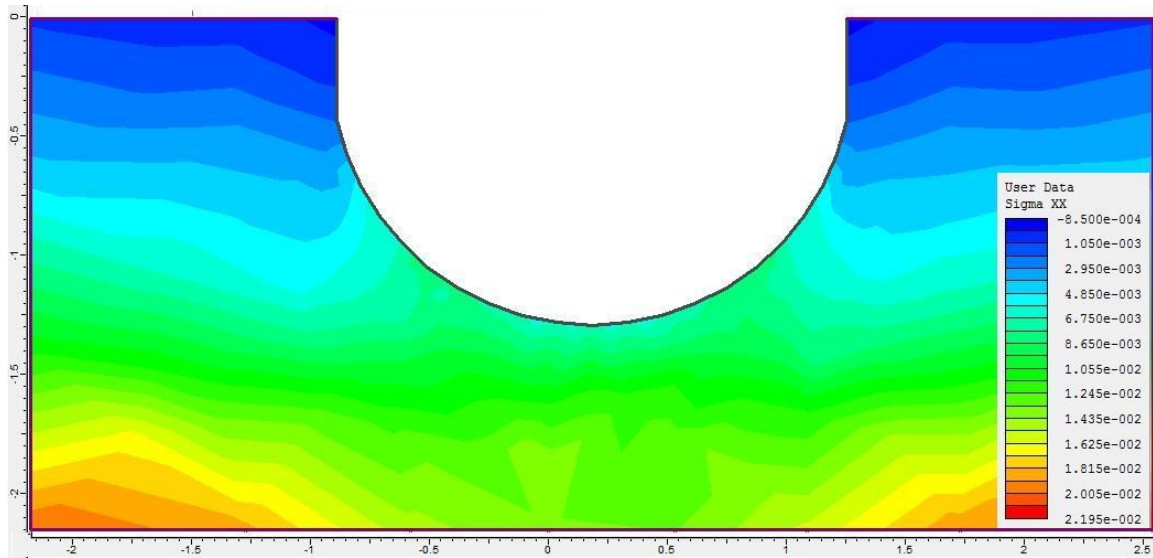
Εικόνα 57: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{xx} για πλάτος 4d και βάθος εισχώρησης 6d.



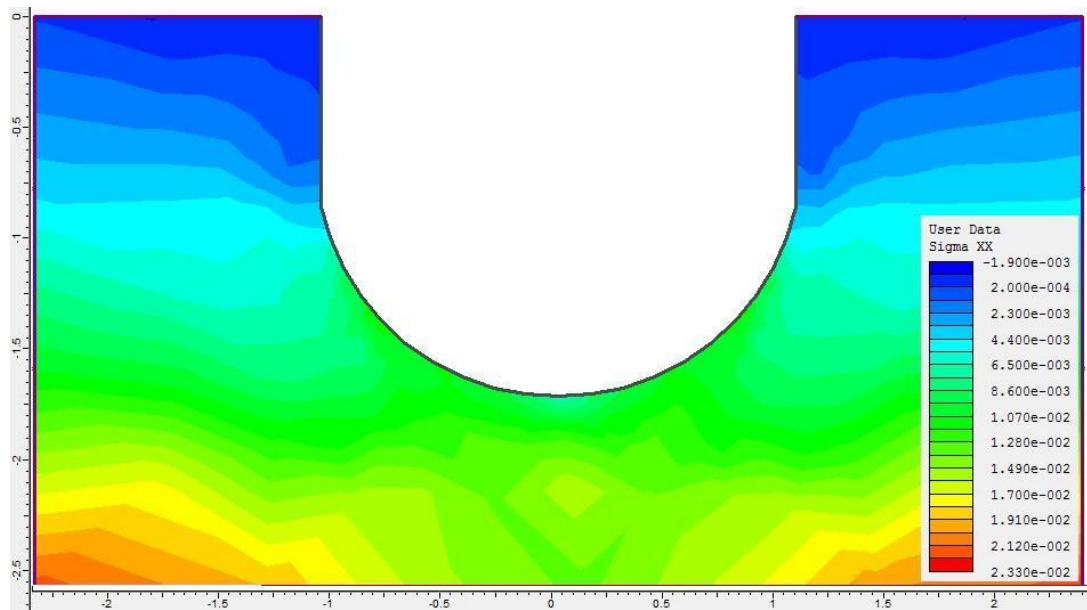
Εικόνα 58: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{xx} για πλάτος 5d και βάθος εισχώρησης 1d.



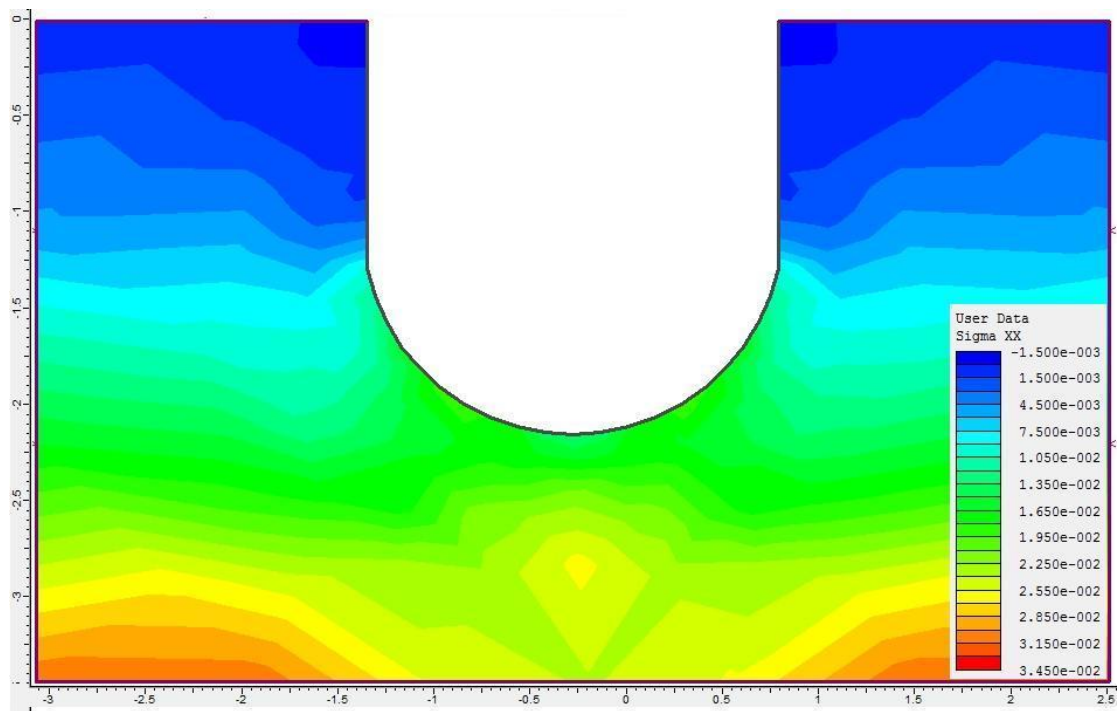
Εικόνα 59: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{xx} για πλάτος 5d και βάθος εισχώρησης 2d.



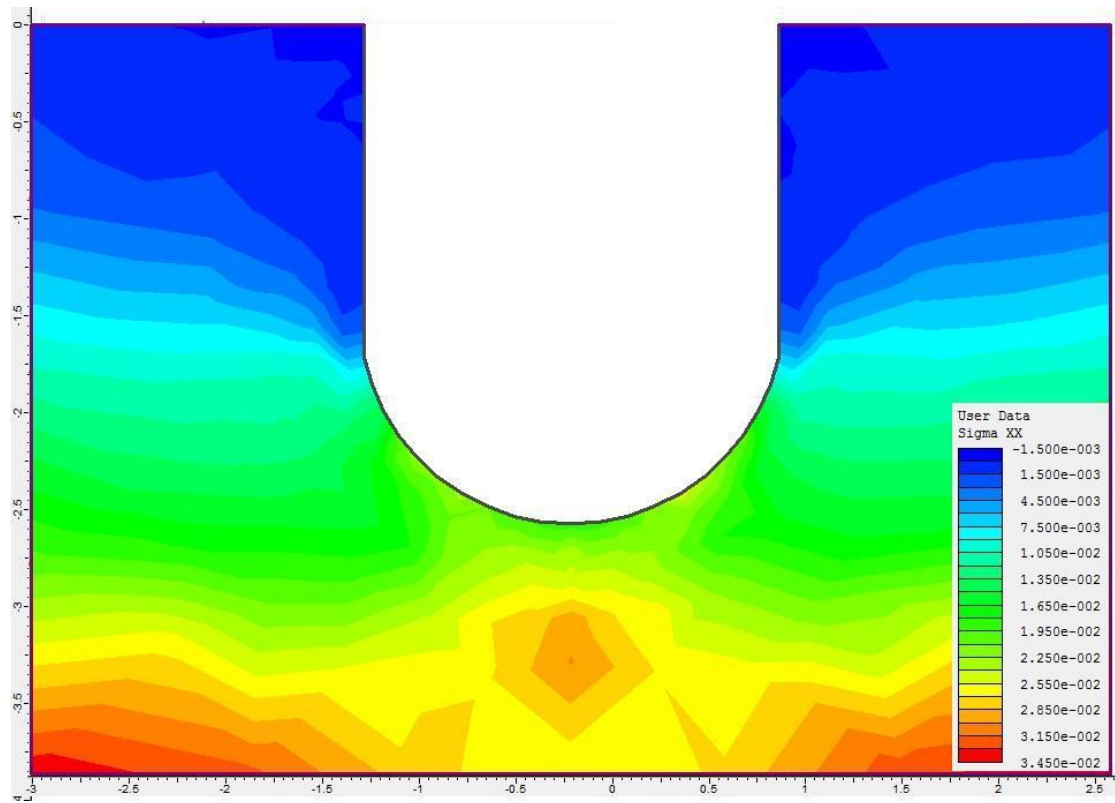
Εικόνα 60: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{xx} για πλάτος 5d και βάθος εισχώρησης 3d.



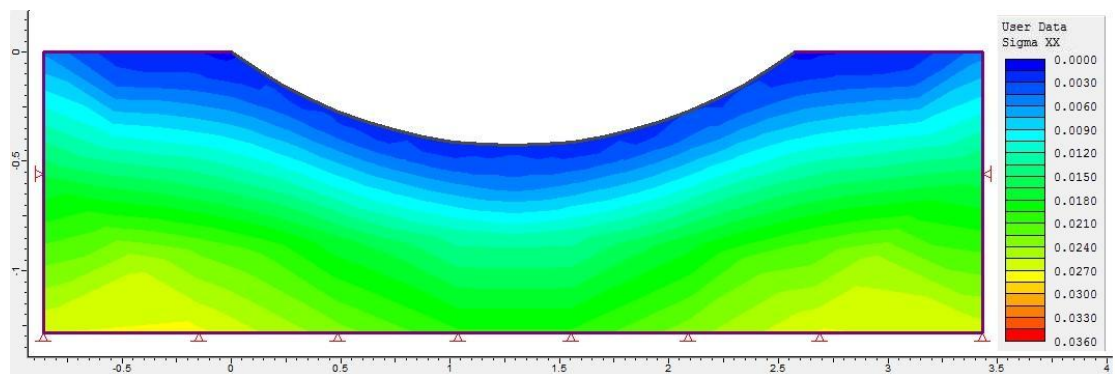
Εικόνα 61: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{xx} για πλάτος 5d και βάθος εισχώρησης 4d.



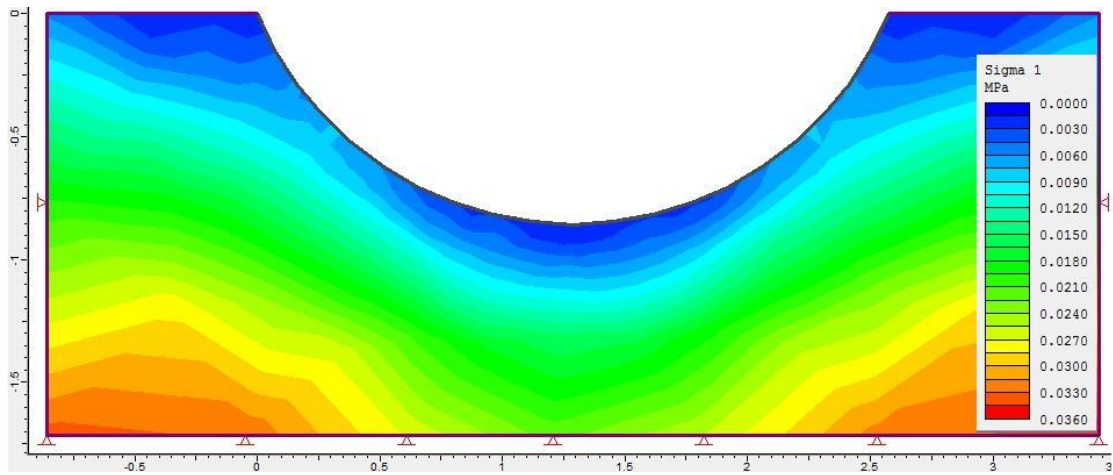
Εικόνα 62: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{xx} για πλάτος 5d και βάθος εισχώρησης 5d.



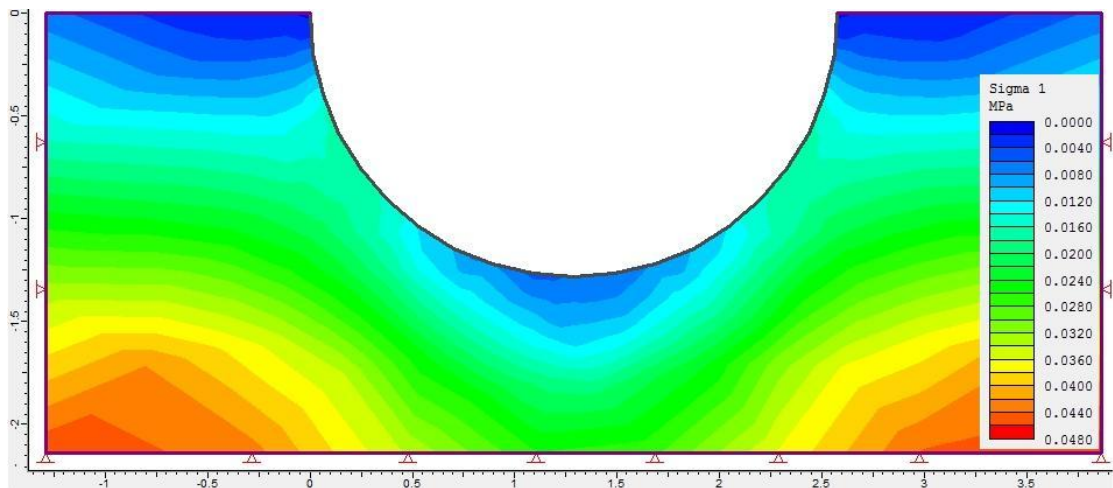
Εικόνα 63: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{xx} για πλάτος 5d και βάθος εισχώρησης 6d.



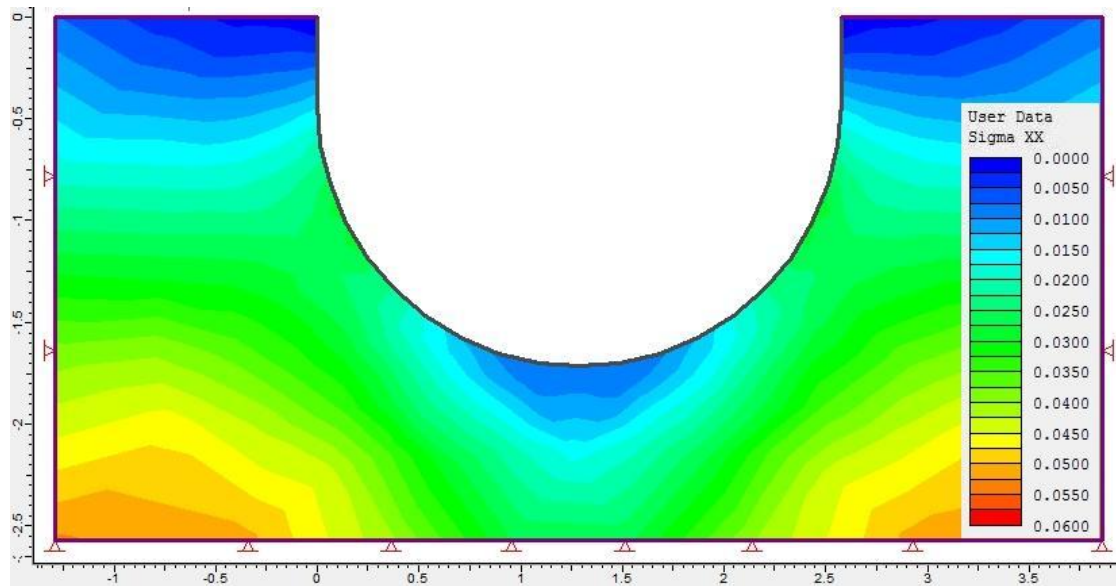
Εικόνα 64: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{xx} για πλάτος 6d και βάθος εισχώρησης 1d.



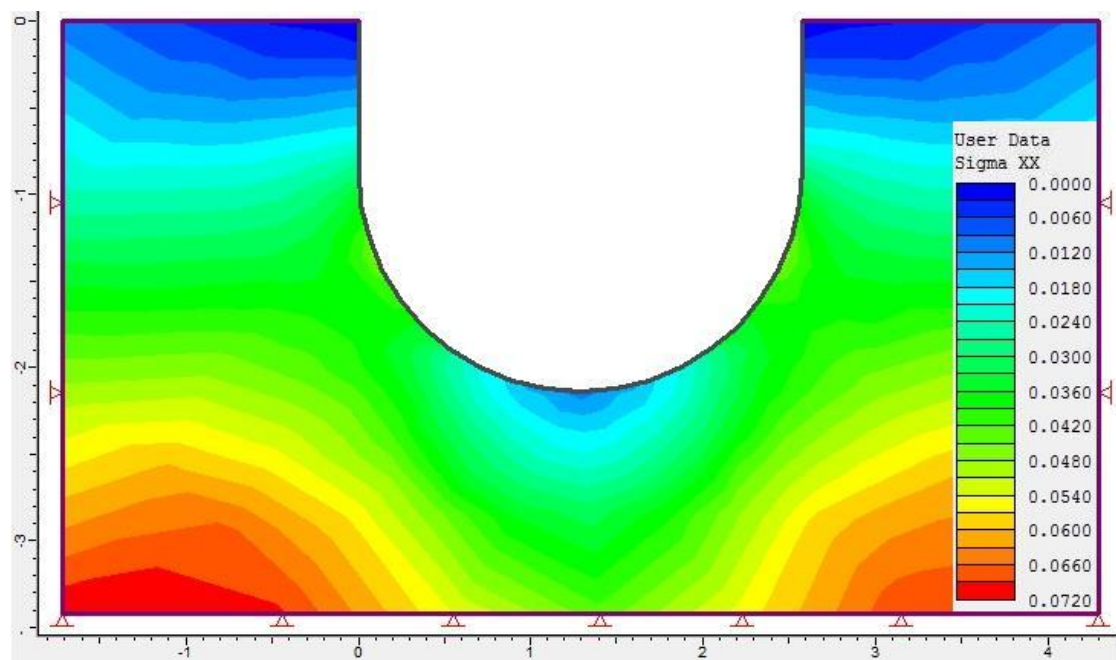
Εικόνα 65: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{xx} για πλάτος $6d$ και βάθος εισχώρησης $2d$.



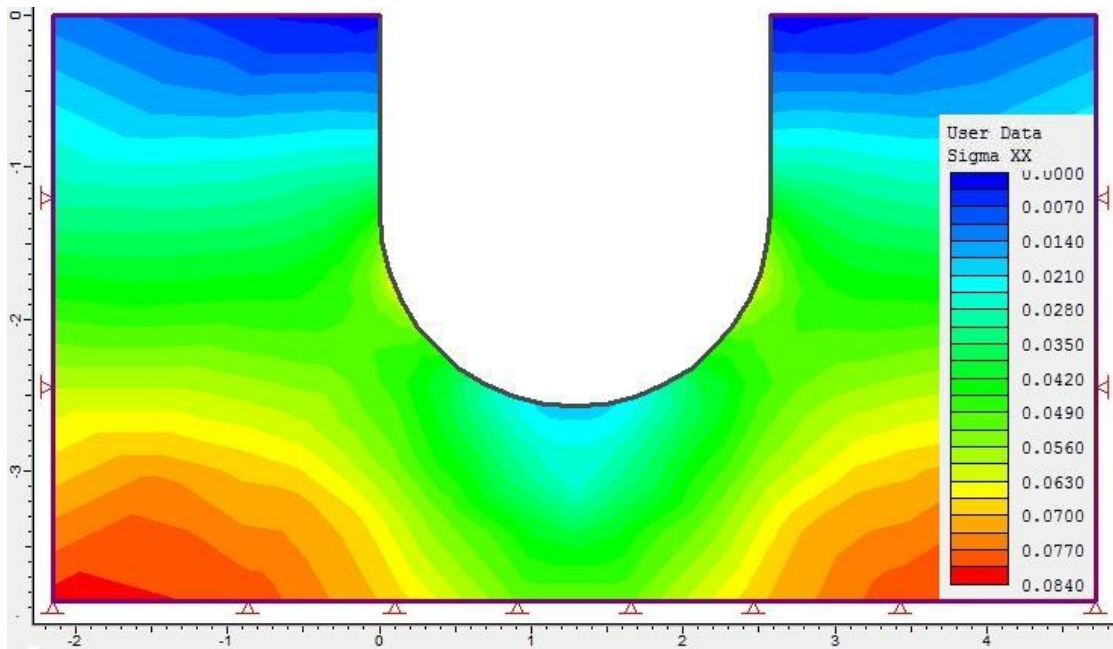
Εικόνα 66: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{xx} για πλάτος $6d$ και βάθος εισχώρησης $3d$.



Εικόνα 67: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{xx} για πλάτος $6d$ και βάθος εισχώρησης $4d$.

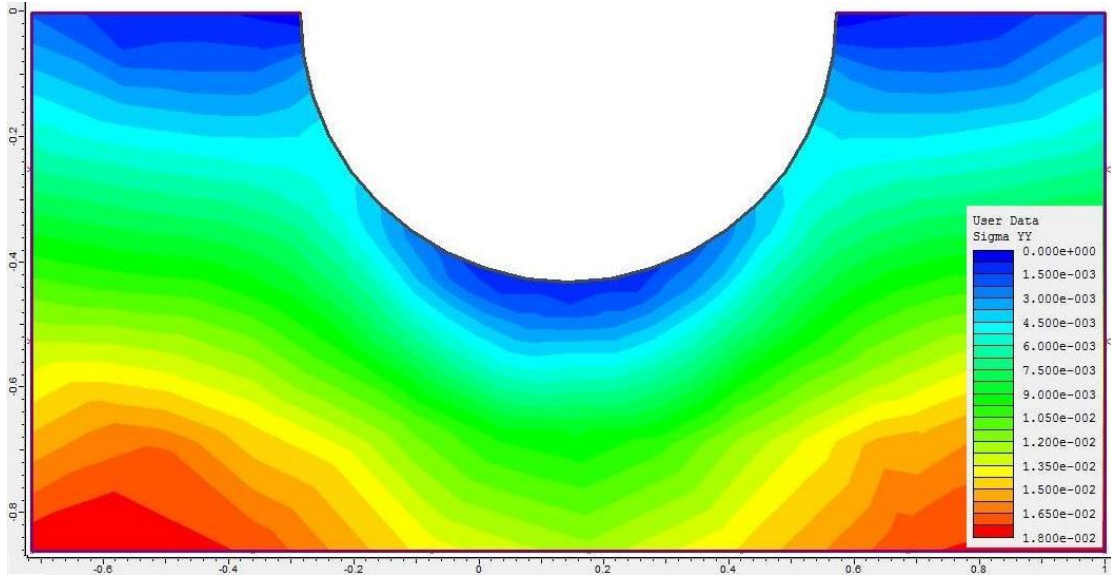


Εικόνα 68: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{xx} για πλάτος $6d$ και βάθος εισχώρησης $5d$.

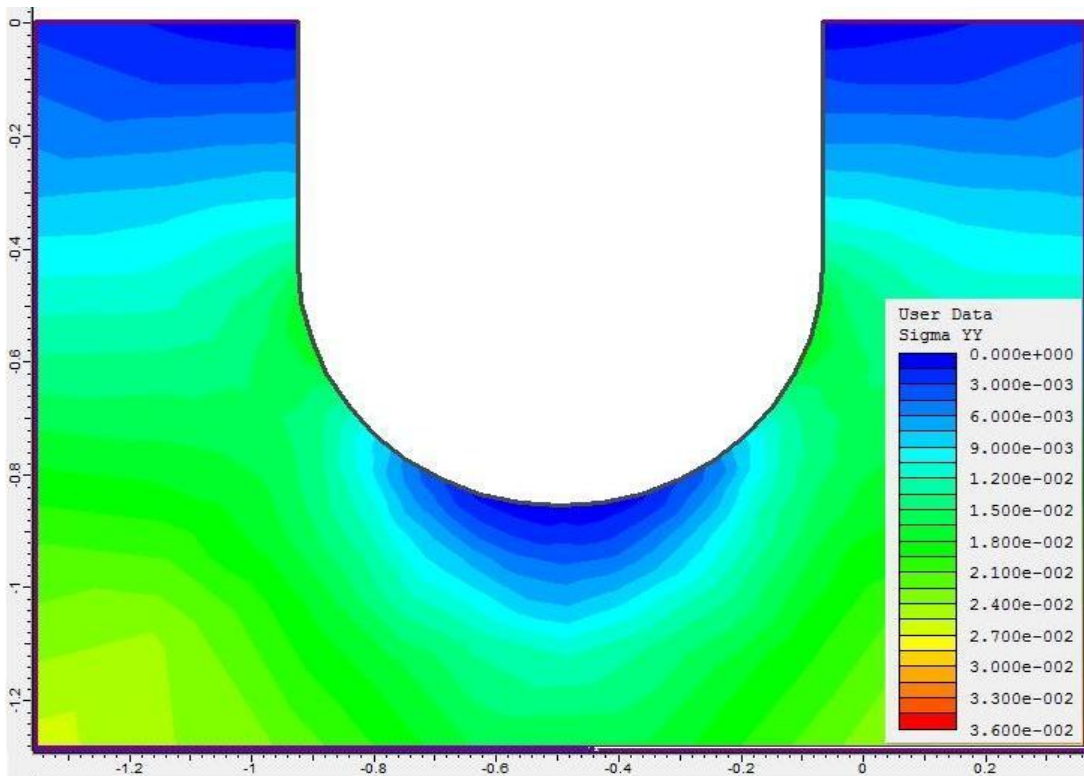


Εικόνα 69: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{xx} για πλάτος $6d$ και βάθος εισχώρησης $6d$.

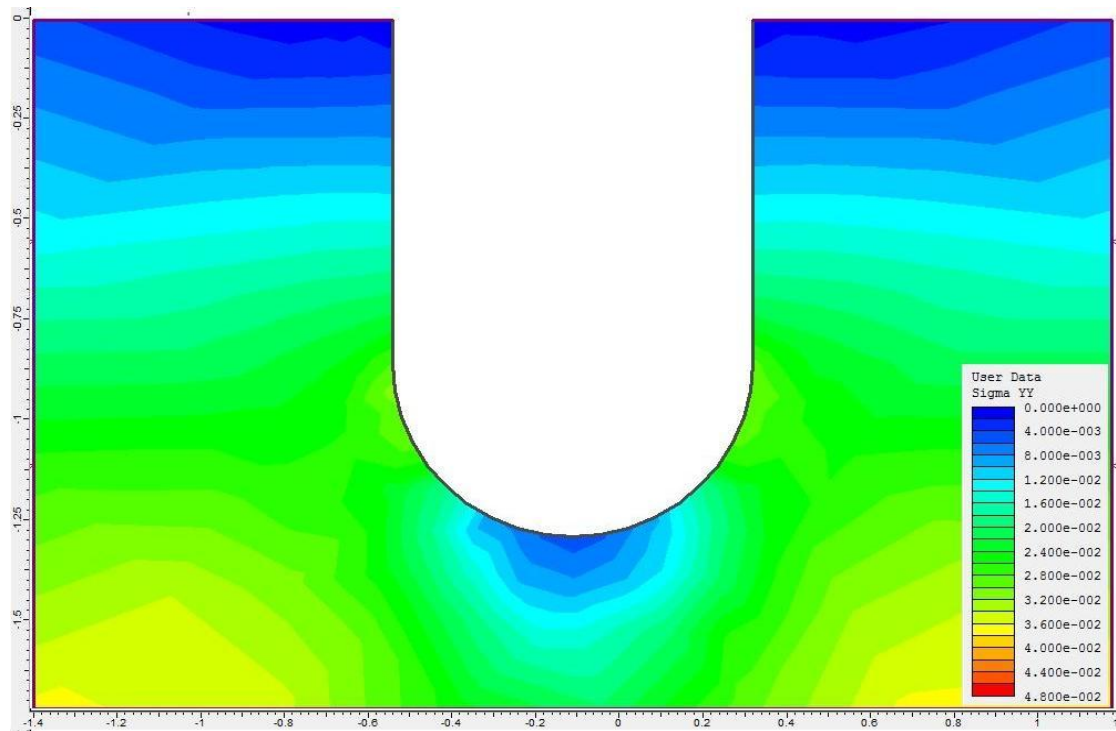
Β.1 Γραφήματα κατανομής (cantour) των τάσεων σ_{yy} που παρήχθησαν από το λογισμικό *Phase2*.



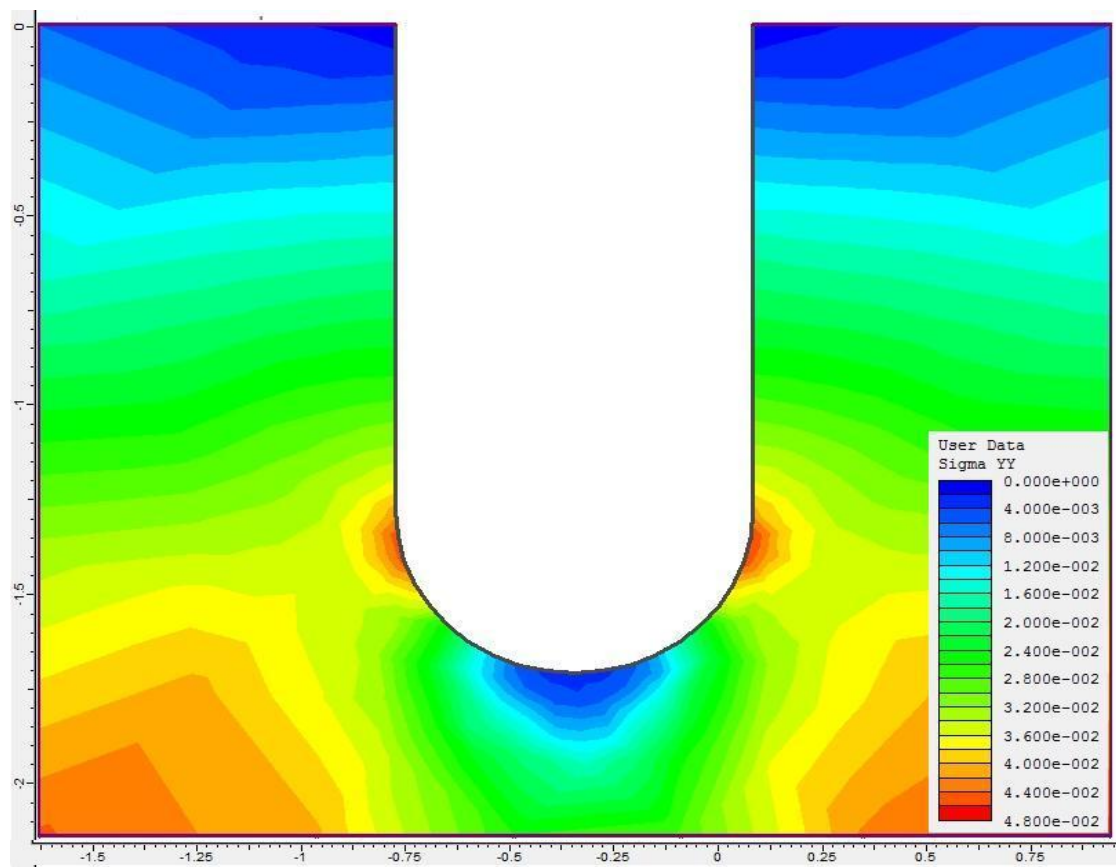
Εικόνα 70: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{yy} για πλάτος $2d$ και βάθος εισχώρησης d .



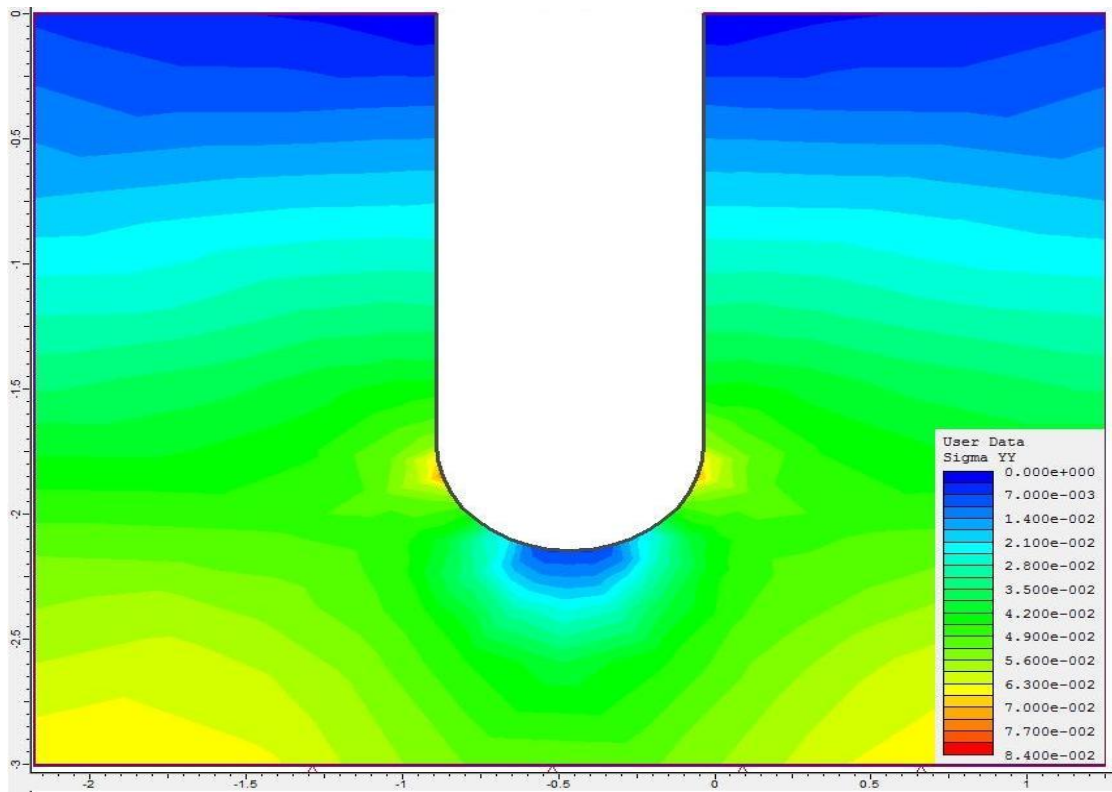
Εικόνα 71: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{yy} για πλάτος $2d$ και βάθος εισχώρησης $2d$.



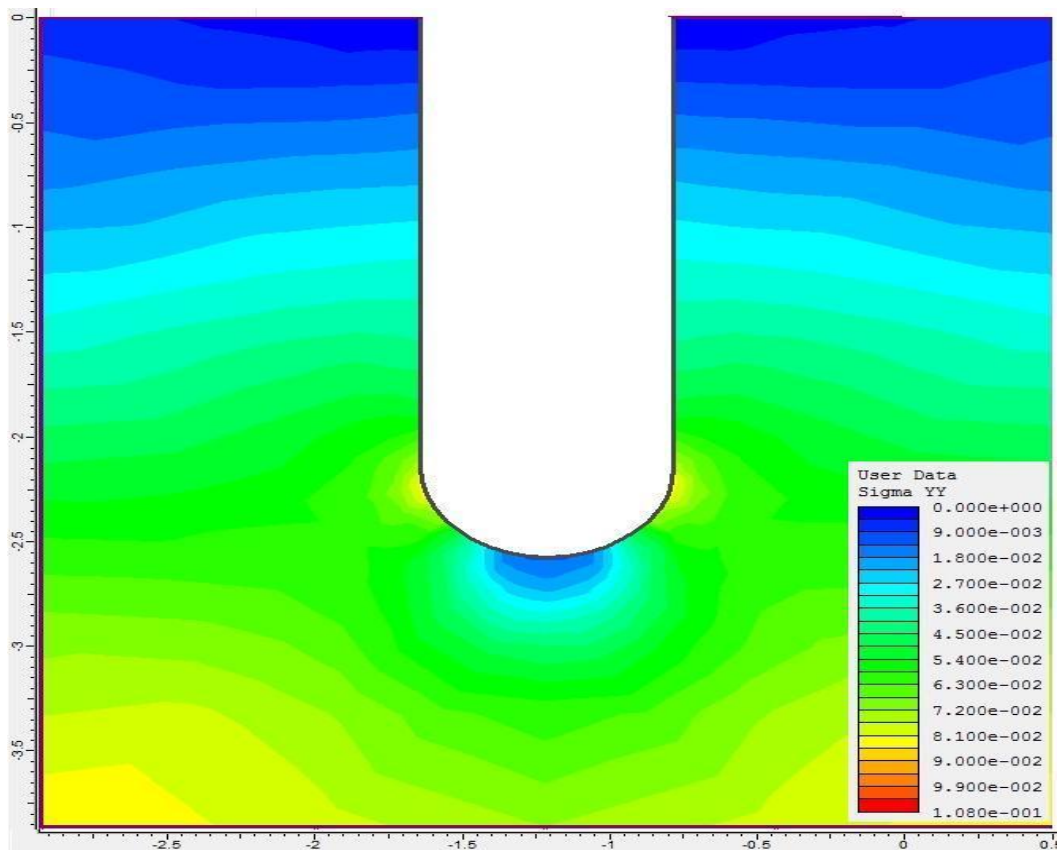
Εικόνα 72: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{yy} για πλάτος 2d και βάθος εισχώρησης 3d.



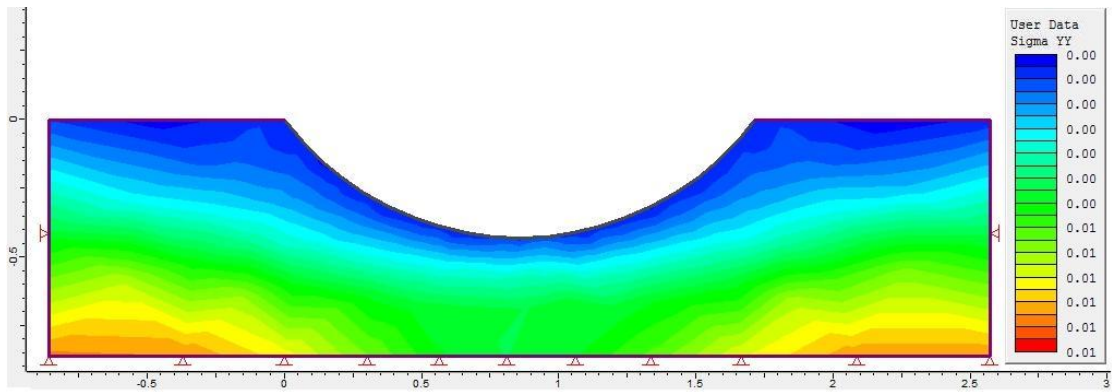
Εικόνα 73: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{yy} για πλάτος 2d και βάθος εισχώρησης 4d.



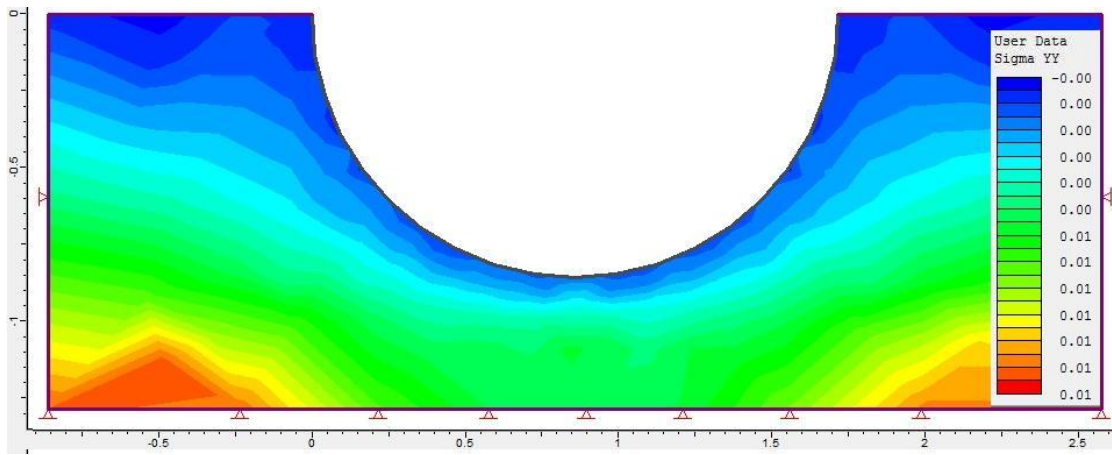
Εικόνα 74: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{yy} για πλάτος $2d$ και βάθος εισχώρησης $5d$.



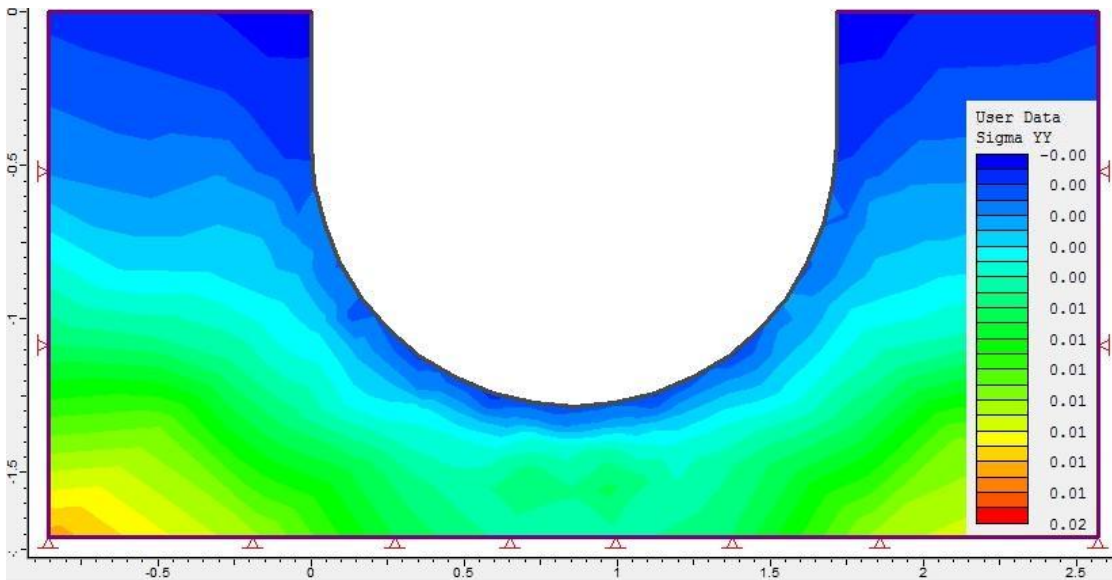
Εικόνα 75: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{yy} για πλάτος $2d$ και βάθος εισχώρησης $6d$.



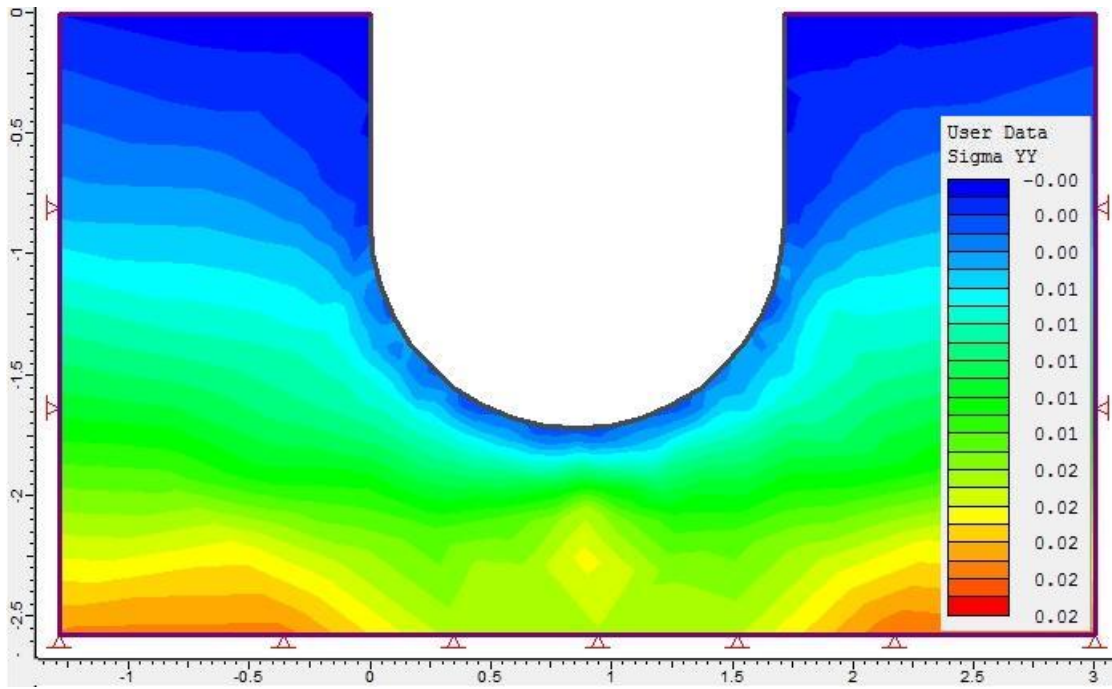
Εικόνα 76: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{yy} για πλάτος $4d$ και βάθος εισχώρησης $1d$.



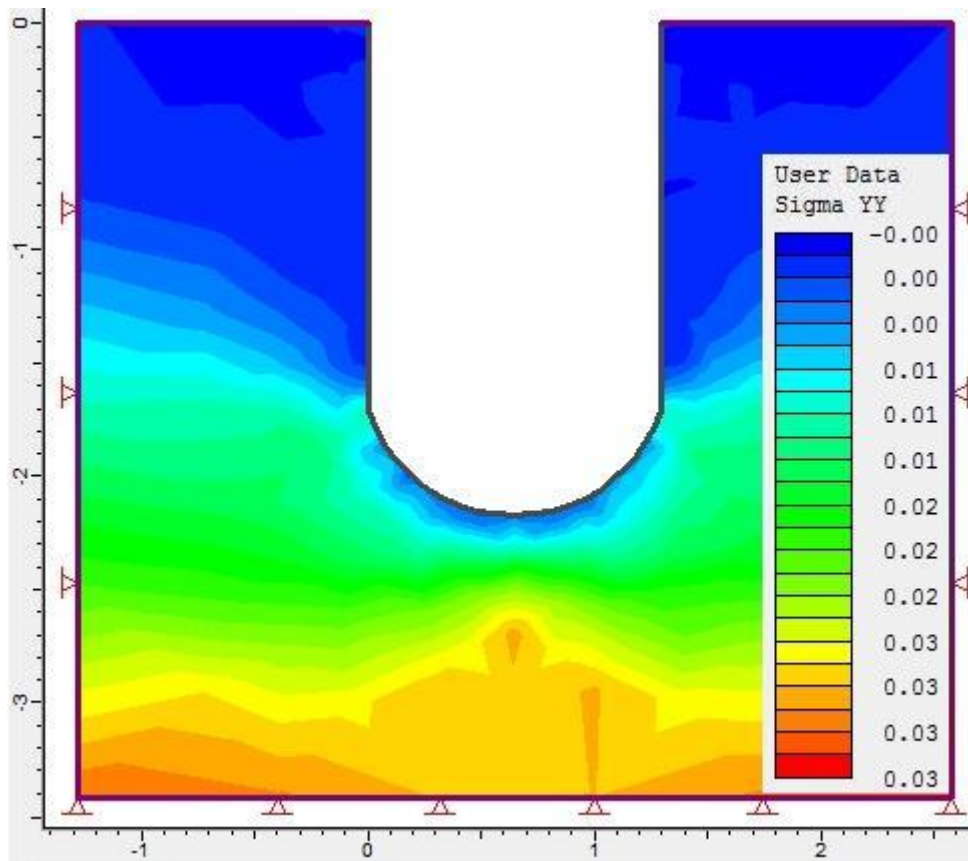
Εικόνα 77: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{yy} για πλάτος $4d$ και βάθος εισχώρησης $2d$.



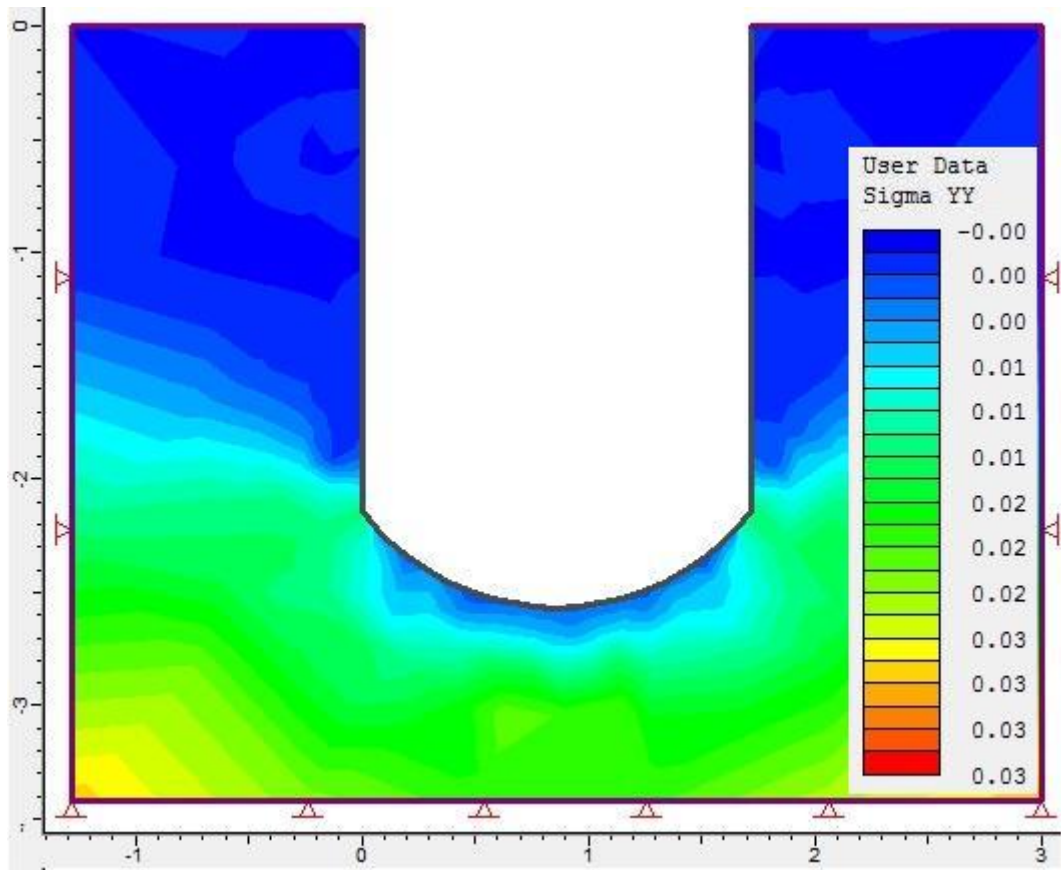
Εικόνα 78: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{yy} για πλάτος $4d$ και βάθος εισχώρησης $3d$.



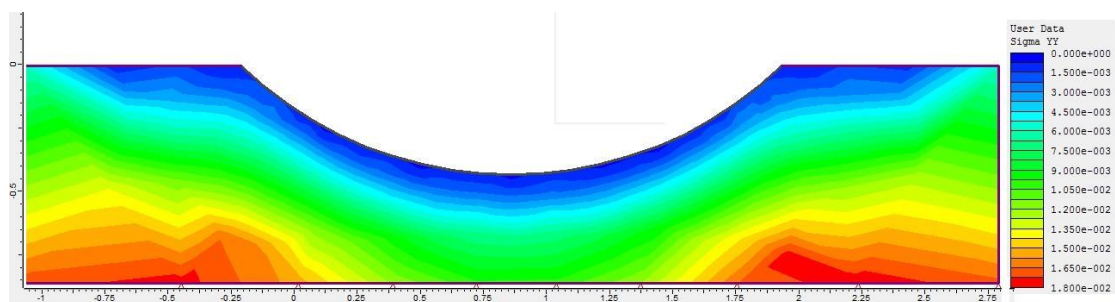
Εικόνα 79: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{yy} για πλάτος 4d και βάθος εισχώρησης 4d.



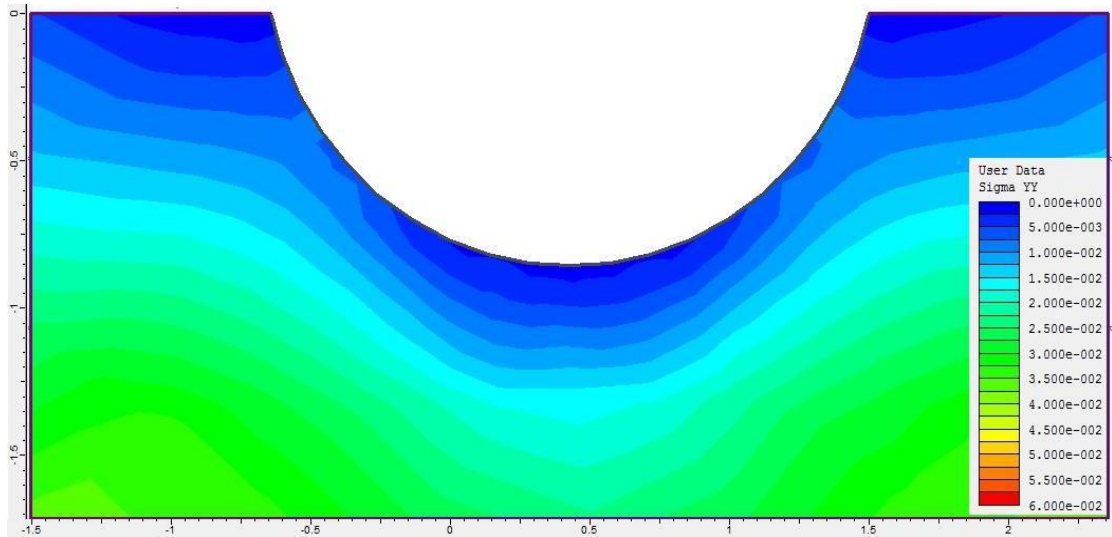
Εικόνα 80: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{yy} για πλάτος 4d και βάθος εισχώρησης 5d.



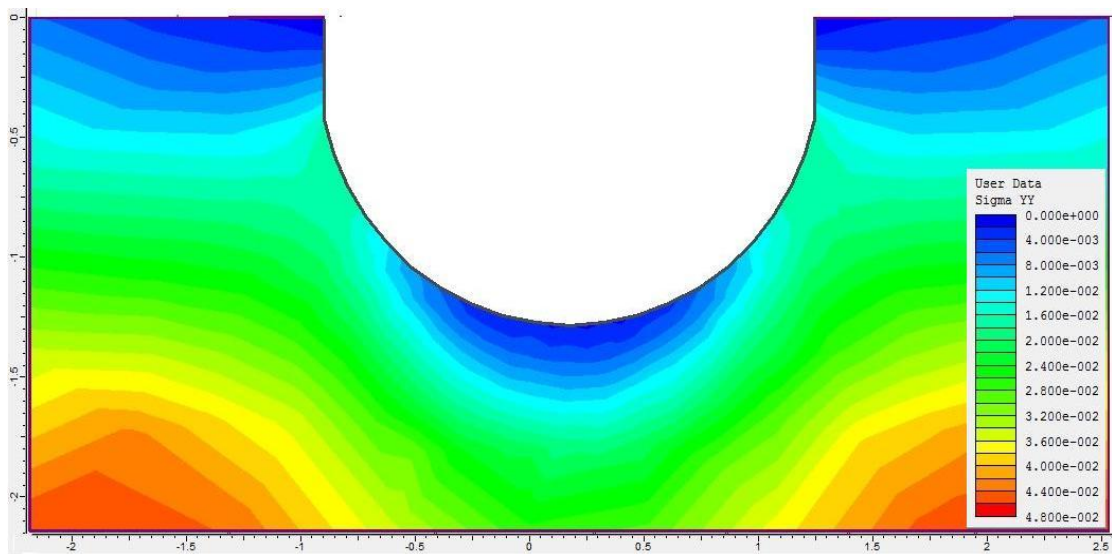
Εικόνα 81: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{yy} για πλάτος $4d$ και βάθος εισχώρησης $6d$.



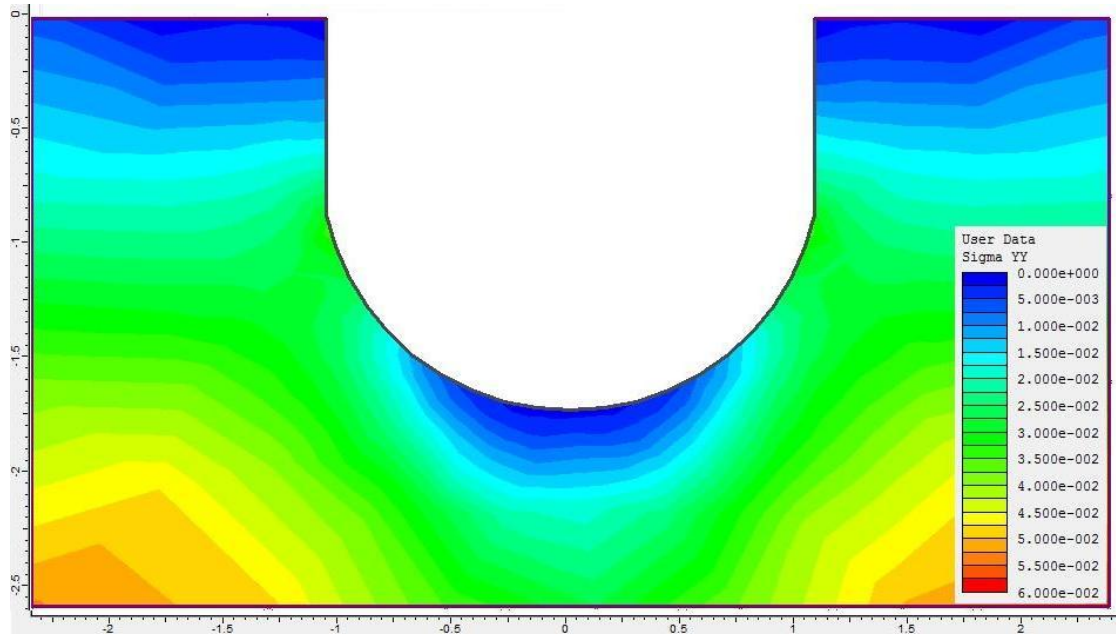
Εικόνα 82: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{yy} για πλάτος $5d$ και βάθος εισχώρησης d .



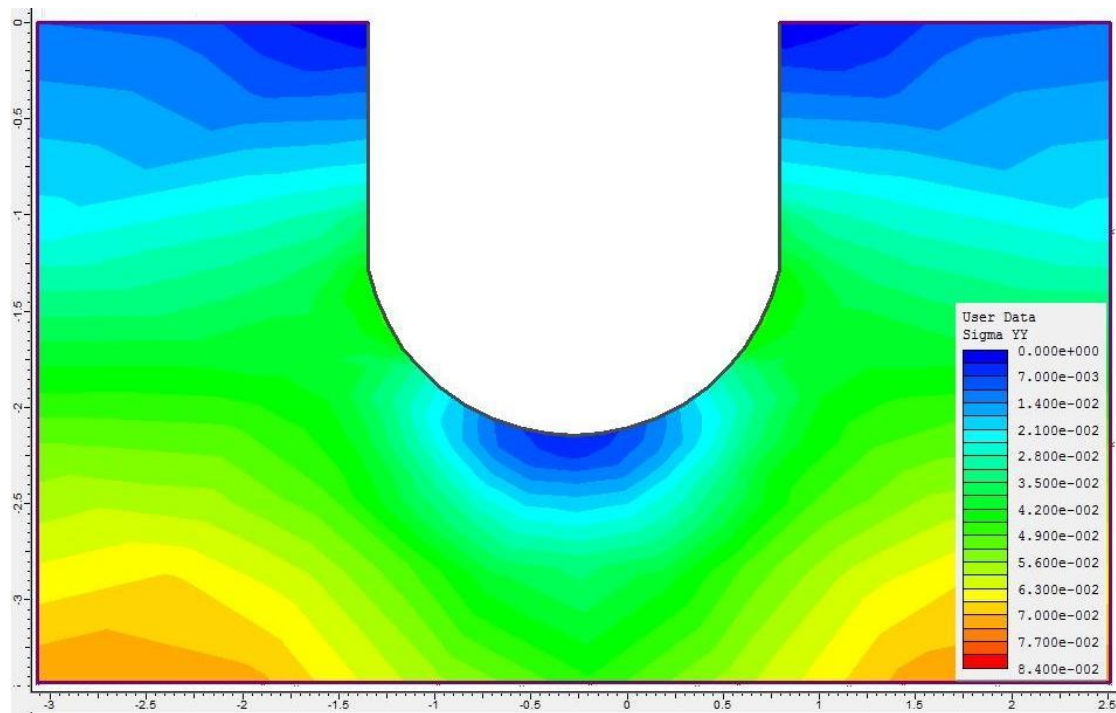
Εικόνα 83: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{yy} για πλάτος 5d και βάθος εισχώρησης 2d.



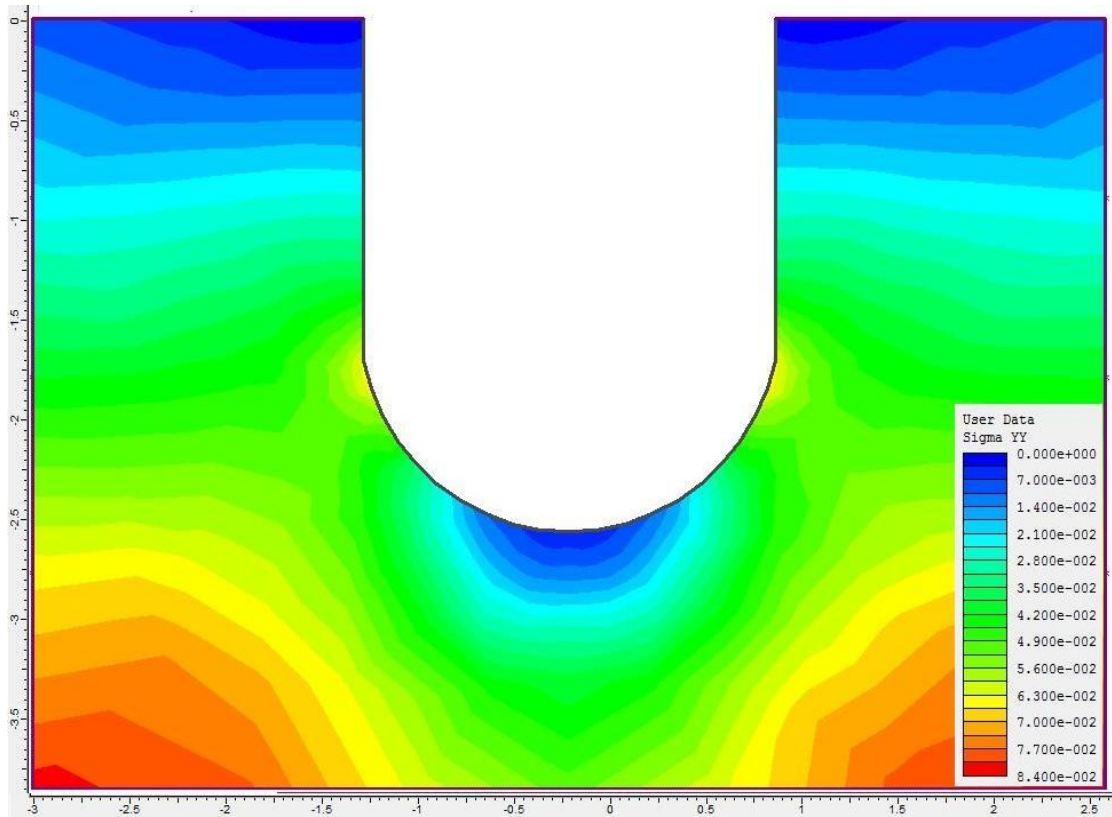
Εικόνα 84: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{yy} για πλάτος 5d και βάθος εισχώρησης 3d.



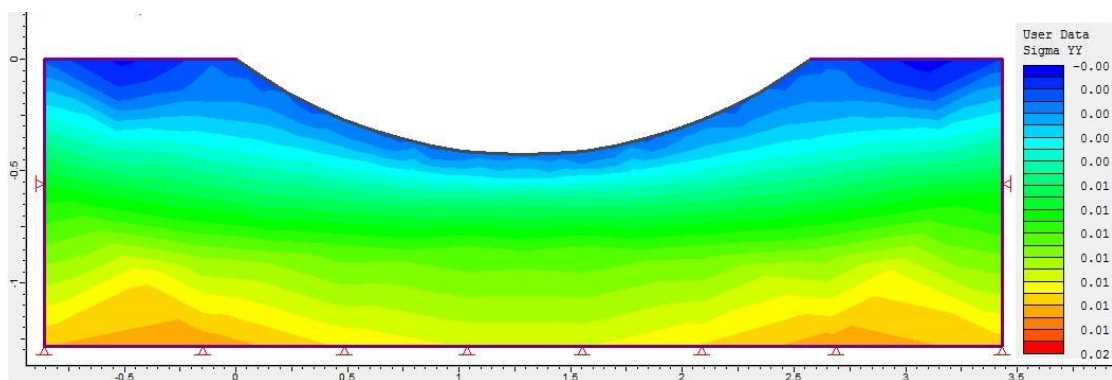
Εικόνα 85: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{yy} για πλάτος 5d και βάθος εισχώρησης 4d.



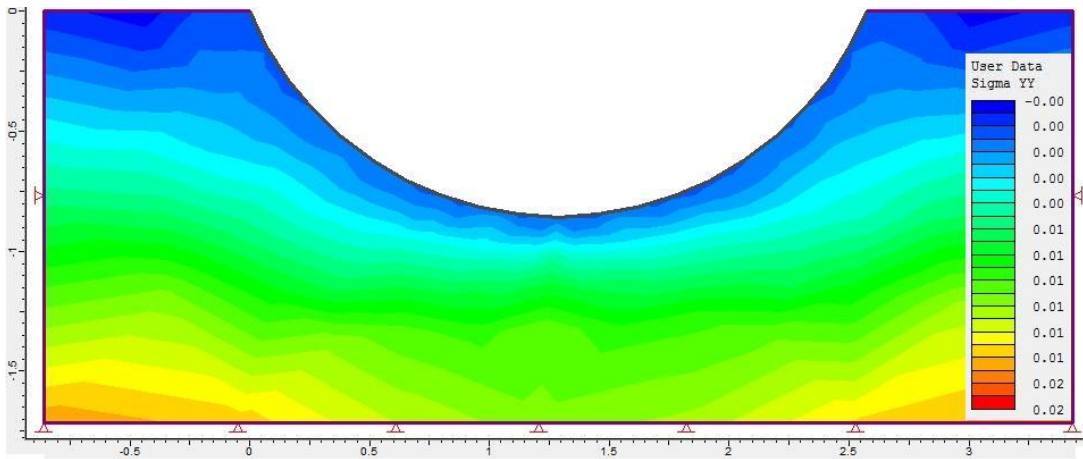
Εικόνα 86: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{yy} για πλάτος 5d και βάθος εισχώρησης 5d.



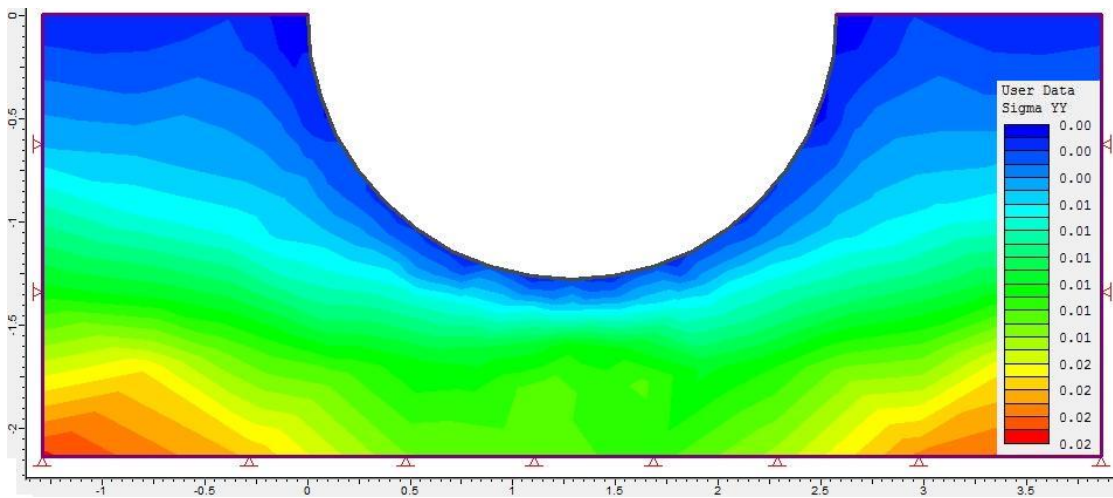
Εικόνα 87: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{yy} για πλάτος 5d και βάθος εισχώρησης 6d.



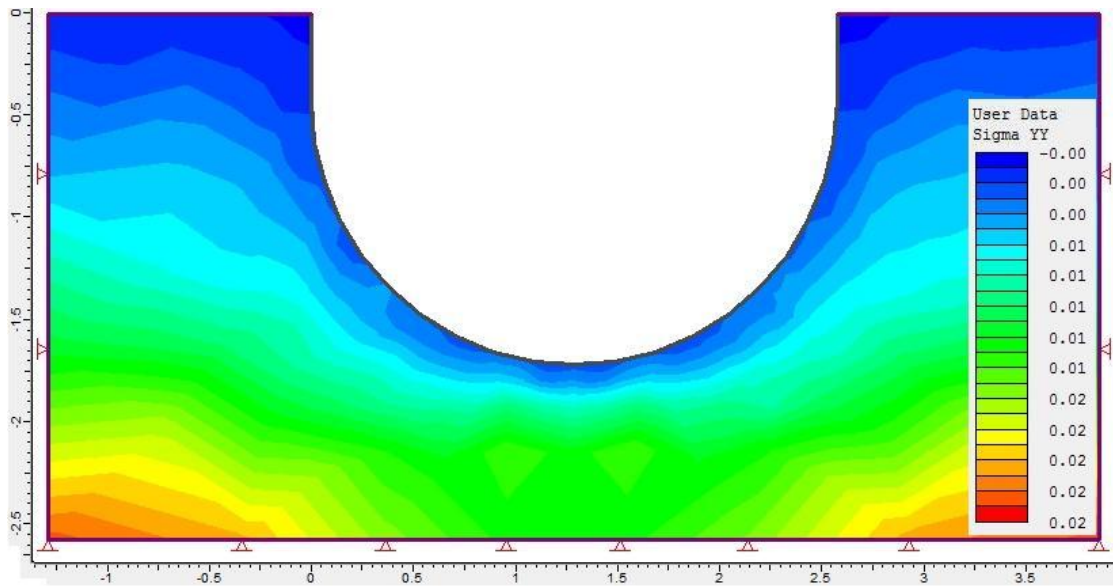
Εικόνα 88: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{yy} για πλάτος 6d και βάθος εισχώρησης 1d.



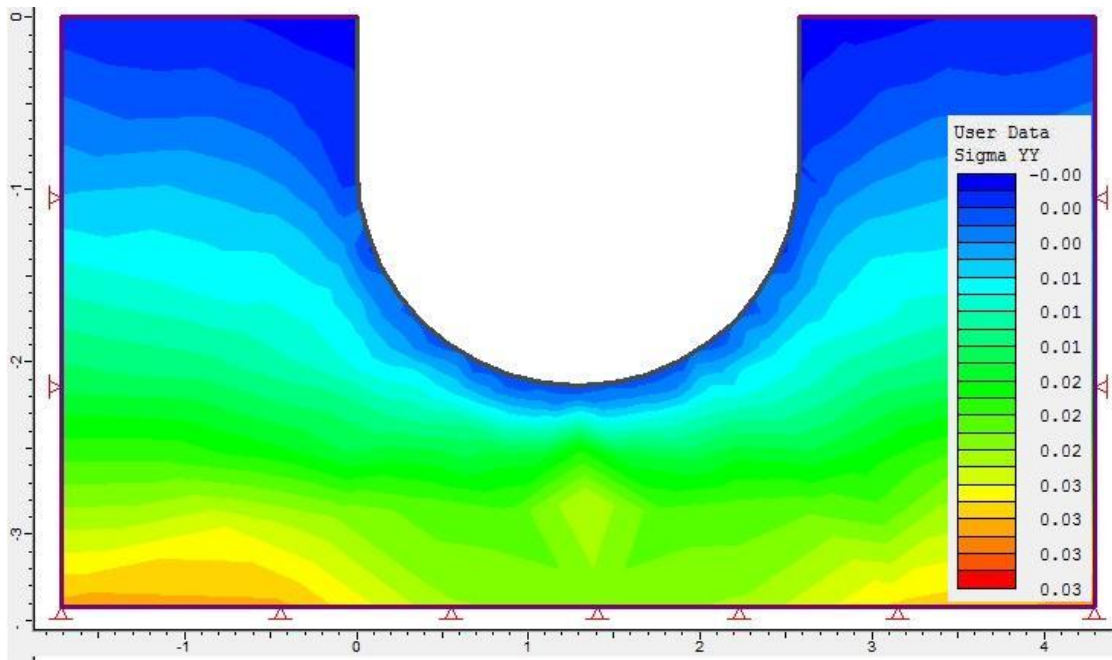
Εικόνα 89: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{yy} για πλάτος $6d$ και βάθος εισχώρησης $2d$.



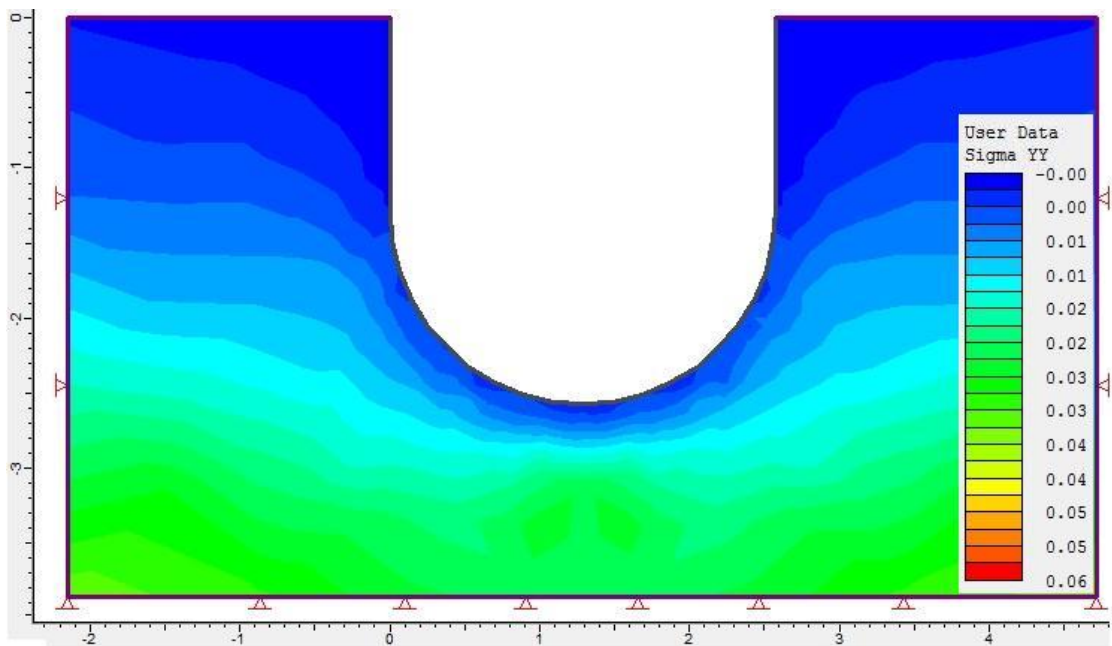
Εικόνα 90: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{yy} για πλάτος $6d$ και βάθος εισχώρησης $3d$.



Εικόνα 91: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{yy} για πλάτος $6d$ και βάθος εισχώρησης $4d$.



Εικόνα 92: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{yy} για πλάτος $6d$ και βάθος εισχώρησης $5d$.



Εικόνα 93: Γράφημα κατανομής τάσης σ_{yy} για πλάτος $6d$ και βάθος εισχώρησης $6d$.