ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ

«ΝΑΥΤΙΚΗ ΚΑΙ ΘΑΛΑΣΣΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΚΑΙ ΕΠΙΣΤΗΜΗ»

«ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΦΟΡΤΙΣΕΩΝ ΑΠΟ ΤΑ ΚΥΜΑΤΑ ΣΕ ΘΑΛΑΣΣΙΕΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ ΕΔΡΑΣΗΣ ΠΛΩΤΩΝ ΑΝΕΜΟΓΕΝΝΗΤΡΙΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ΤΥΠΟΥ ΤΟΥ MORISON»

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ: Κ. ΜΑΚΡΗ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: Σ.Α. ΜΑΥΡΑΚΟΣ

ΑΘΗΝΑ 2013

Πρόλογος

Η ολοκλήρωση της μεταπτυχιακής διπλωματικής μου εργασίας αποτελεί το επιστέγασμα των προσπαθειών μου να διευρύνω τους επιστημονικούς μου ορίζοντες και να εφοδιαστώ με επιπλέον γνώσεις, χρήσιμες για την μετέπειτα πορεία μου.

Στο σημείο αυτό θεωρώ υποχρέωσή μου να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα Καθηγητή κύριο Σ. Μαυράκο, για την συνεργασία και την εμπιστοσύνη που μου έδειξε με την ανάθεση ενός τόσο ενδιαφέροντος θέματος.

Η εκπόνηση της εργασίας δεν θα ήταν εφικτή χωρίς την πολύτιμη βοήθεια του. Τον ευχαριστώ, τόσο για το υλικό που μου διέθεσε όσο και για τις συμβουλές και την καθοδήγηση του σε όλα τα στάδια υλοποίησης της διπλωματικής μου.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κύριο Θ. Μαζαράκο για τη καταλυτική συμβολή του στην περαίωση αυτής της εργασίας. Είμαι ευγνώμων για τη διάθεση του χρόνου του και την προθυμία που επέδειξε κάθε φορά που ζητούσα τη βοήθειά του.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω και την οικογένεια μου για την υποστήριξη, την συμπαράσταση, την κατανόηση και την υπομονή που έδειξαν καθ’ όλη τη διάρκεια τόσο των προπτυχιακών, όσο και των μεταπτυχιακών σπουδών μου.

Μακρή Κωνσταντίνα

Εισαγωγή

Το θέμα της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η μελέτη της υδροδυναμικής συμπεριφοράς υπεράκτιων, πλωτών ανεμογεννητριών, βασισμένη σε υπολογιστικά αποτελέσματα για τις κατασκευές στήριξης τους.

Για την λήψη των αποτελεσμάτων δημιουργήθηκε κατάλληλος κώδικας υπολογισμού που επιλύει αναλυτικά την γενικευμένη εξίσωση του Morison για οποιαδήποτε κλίση ενός κυλίνδρου τόσο για τα γραμμικά κύματα Airy, όσο και για τα κύματα κατά Stokes 5^{ης} τάξης. Για αυτό τον λόγο οι κατασκευές στήριξης θεωρήθηκαν πως αποτελούνται από κυλινδρικά τμήματα.

Ο κώδικας υπολογισμού έχει τη δυνατότητα υπολογισμού των δυνάμεων και των ροπών που ασκούνται σε ένα κύλινδρο, είτε σε συστοιχία πολλών κυλίνδρων (με μέγιστο αριθμό τους 121 κυλίνδρους), ανεξαρτήτως εάν αυτοί είναι πακτωμένοι ή πλωτοί. Ενώ επίσης, δίνει τη δυνατότητα οι υπολογισμοί να γίνουν για σταθερούς ή μεταβλητούς συντελεστές αδράνειας και αντίστασης, συναρτήσει της θερμοκρασίας και της κλίσης, ώστε τα αποτελέσματα να είναι πιο κοντά με τις πραγματικές δυνάμεις και ροπές που ασκούνται σε μια υπεράκτια ανεμογεννήτρια. Ως κλίση του κυλίνδρου έχει ορισθεί η γωνία που σχηματίζει ο άξονας του κυλίνδρου με την κατακόρυφο και με το επίπεδο *xy*.

Στη συνέχεια εξετάστηκαν διάφορες πιθανές κατασκευές στήριξης ως προς τις δυνάμεις και τις ροπές που μπορούν να δεχθούν από δεδομένο κυματισμό (είτε αυτός είναι Airy, είτε Stokes 5^{ης} τάξης, είτε σε πολλές περιπτώσεις και για τους δύο κυματισμούς). Τα αποτελέσματα αυτά συγκρίθηκαν μεταξύ τους ώστε να μπορεί να γίνει η επιλογή της κατάλληλης κατασκευής στήριξης μιας υπεράκτιας ανεμογεννήτριας.

Abstract

The topic of the hereafter dissertation is the research of the behavioral patterns of offshore, floating wind-turbines, based on computational results for their foundation and support structures.

For the reception of these results an appropriate calculating code was developed which analytically solves Morrison's generalized equation for a slope of any angle of a cylinder, for both Airy linear waves and Stokes 5th order waves. Because of this, the support structures have been considered to be cylindrical parts.

The calculating code gives the ability to calculate the forces and moments applied to a cylinder or even to a cluster of multiple cylinders (with a maximum number of 121 cylinders), whether those are mounted or floating. The code will also calculate results for consistent or variable inertia and drag coefficients interdependent to the temperature and angle in a way for the results to reflect, almost realistically, the actual forces and moments applied to an offshore wind-turbine. The angle, which has been designated as the slope of the cylinder, is formed by the axis of the cylinder and the vertical with the X-Y plane.

In the end, several possible support structures have been examined concerning the forces and moments that can be withstood and which are applied by a given wave (whether those are Airy, Stokes 5th order or, as in many occasions, a combination of both wave types.) These results have been examined and compared in a way that will allow the selection of the appropriate support structure of an offshore wind-turbine.

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1. Ιστορική Αναδρομή

Η αύξηση του παγκόσμιου πληθυσμού και η ραγδαία εξέλιξη της τεχνολογίας τις τελευταίες δεκαετίες, έχουν ως αποτέλεσμα την όλο και μεγαλύτερη ανάγκη - εξάρτηση της ανθρωπότητας για ηλεκτρική ενέργεια. Οι πηγές ενέργειας μπορούν να διακριθούν σε δύο μεγάλες κατηγορίες: τις μη ανανεώσιμες πηγές ενέργειας και τις ανανεώσιμες πηγές ενέργειας αντίστοιχα.

Μη ανανεώσιμες πηγές ενέργειας:

- τα στερεά καύσιμα των γαιανθράκων, όπως ο λιγνίτης και ο ανθρακίτης
- τα υγρά καύσιμα που παίρνουμε ως προϊόν κατεργασίας των υδρογονανθράκων, όπως το πετρέλαιο και η βενζίνη
- τα αέρια καύσιμα, όπως το φυσικό αέριο και το υγραέριο
- η πυρηνική ενέργεια η οποία λαμβάνεται μετά την πυρηνική σχάση ή σύντηξη των ατομικών πυρήνων

Η χρήση των ορυκτών καυσίμων και της πυρηνικής ενέργειας επηρέασε τις κλιματικές συνθήκες του πλανήτη, συσσώρευσε αέριους ρύπους στην ατμόσφαιρα, ρύπανε σε σημαντική έκταση τα επιφανειακά ύδατα, μείωσε την βιοποικιλότητα και ακόμη μόλυνε περιοχές λόγω των πυρηνικών αποβλήτων.

Ανανεώσιμες πηγές ενέργειας:

Οι ανανεώσιμες πηγές ενέργειας αποτελούν τεχνολογίες, οι οποίες αξιοποιούν διάφορα στοιχεία ή φαινόμενα του φυσικού περιβάλλοντος όπως:

- ο ήλιος
- ο άνεμος
- το νερό
- το υδρογόνο
- η γεωθερμία
- η βιομάζα

Ο στόχος είναι η δημιουργία ενέργειας μέσα από φιλικές μεθόδους οι οποίες ρυπαίνουν ελάχιστα το περιβάλλον και συντελούν στην αειφόρο ανάπτυξη μιας περιοχής.

Μια από τις δημοφιλέστερες ανανεώσιμες πηγές ενέργειας είναι ο άνεμος. Ο άνεμος είναι η κίνηση του αέρα που μεταφέρει κινητική ενέργεια και η απόσπαση της οποίας γίνεται μέσω των ανεμογεννητριών.

Οι άνεμοι της ατμόσφαιρας που κινούνται κυκλικά γύρω από τη γη δημιουργούνται λόγω της ανομοιόμορφης θέρμανσης της επιφάνειας της γης από τον ήλιο (με τους πόλους να δέχονται λιγότερη ηλιακή ενέργεια από τον ισημερινό) και λόγω της περιστροφικής κίνησης του πλανήτη. Ο θερμός αέρας έχει μικρότερη πυκνότητα και είναι ελαφρύτερος από τον ψυχρό. Ο αέρας στις θερμές περιοχές κινείται προς τα επάνω και στη θέση του εισρέουν ψυχρότερες, και άρα και πυκνότερες αέριες μάζες, με αποτέλεσμα τη δημιουργία ανέμου.

Λόγω του ότι η στεριά και το νερό έχουν διαφορετικές θερμοχωρητικότητες (το νερό έχει μεγαλύτερη), απορροφούν τη θερμότητα του ήλιου σε διαφορετικό βαθμό. Ο αέρας της στεριάς θερμαίνεται και ψύχεται ταχύτερα απ’ ότι ο αέρας που βρίσκεται πάνω από το νερό. Κατά τη διάρκεια της ημέρας, ο επί της ξηράς αέρας διαστέλλεται, αρχίζει να κινείται προς τα επάνω και αντικαθίσταται από τον ψυχρότερο αέρα της θάλασσας, δημιουργώντας έτσι τις θαλάσσιες αύρες στις ακτές. Κατά τη διάρκεια της νύχτας, η κίνηση των ανέμων αντιστρέφεται.

Όσο μεγαλύτερη η ταχύτητα του ανέμου, τόσο περισσότερη ενέργεια περικλείει. Οι ταχύτητες των ανέμων στην ανοικτή θάλασσα είναι γενικά μεγαλύτερες από αυτές στην ξηρά. Καθώς ο άνεμος κινείται επάνω από την επιφάνεια του νερού και δημιουργεί κύματα, χάνει μέρος της ενέργειας του λόγω της τριβής. Η ενέργεια που περικλείει ο άνεμος είναι μεγαλύτερη μακρύτερα από την ακτή και αυξάνει σε μέγεθος με την αύξηση του ύψους επάνω από την επιφάνεια του νερού.

Για τον λόγο αυτό, η δημιουργία αιολικών πάρκων αποτελούσε και αποτελεί μια ελκυστική πρόταση παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας. Από την δεκαετία του ’80 μέχρι και σήμερα τοποθετούνται αιολικά πάρκα σε ανεμώδεις, λοφώδεις ή ορεινές περιοχές.

Όπως αναφέρθηκε και πιο πάνω, οι ταχύτητες του ανέμου γίνονται όλο και πιο μεγάλες καθώς πηγαίνουμε από την ξηρά στην ανοιχτή θάλασσα. Το φαινόμενο αυτό οδήγησε στη σκέψη των υπεράκτιων αιολικών πάρκων, καθώς παρουσιάζουν σοβαρά πλεονεκτήματα έναντι των ηπειρωτικών αιολικών πάρκων, όπως:

- η απουσία περιβαλλοντικών και εδαφικών περιορισμών
- οι μεγαλύτερες ταχύτητες ανέμου με μικρότερη τύρβη
- η ομοιόμορφη ροή
- η αποφυγή της οπτικής ρύπανσης

Τα πρώτα υπεράκτια αιολικά πάρκα, έκαναν την εμφάνισή τους γύρω στις αρχές της δεκαετίας του ’90. Οι λόγοι που εμπόδιζαν την μέχρι τότε κατασκευή τους ήταν:

- Το υψηλό κόστος κατασκευής (τοποθέτηση, ηλεκτρική διασύνδεση, χρήση υλικών με αντοχή στο θαλάσσιο διαβρωτικό περιβάλλον)
- Προστασία του εξοπλισμού
- Μεταφορά πληρώματος

Με την πάροδο των χρόνων, την εξέλιξη της τεχνολογίας, των υλικών και την ταυτόχρονη ανάπτυξη των υπεράκτιων κατασκευών για την εξόρυξη πετρελαίου και φυσικού αερίου, τα υπεράκτια αιολικά πάρκα αποτελούν πια, πραγματικότητα.

1.1 Αρχή Λειτουργίας Ανεμογεννητριών

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, η απόσπαση της κινητικής ενέργειας που μεταφέρει ο άνεμος γίνεται με τη βοήθεια των ανεμογεννητριών (Α/Γ). Η Α/Γ είναι το σύστημα μετατροπής της αιολικής ενέργειας σε ηλεκτρική και αποτελείται από:

1. Τον **πύργο**, ο οποίος είναι κυλινδρικής μορφής, συνήθως κατασκευάζεται από χάλυβα και αποτελείται από δύο ή τρία συνδεδεμένα τμήματα.
2. Την **άτρακτο**, η οποία περιέχει τα μηχανικά υποσυστήματα (κύριος άξονας, σύστημα πέδησης, κιβώτιο ταχυτήτων και ηλεκτρογεννήτρια).
3. Τον **δρομέα**, ο οποίος αποτελείται από πτερύγια τα οποία περιστρέφονται λόγω του ανέμου.

1.1.1 Λειτουργικά χαρακτηριστικά Α/Γ

- **Ταχύτητα εκκίνησης**: είναι η ταχύτητα του ανέμου στην οποία η Α/Γ αρχίζει να παράγει καθαρή ισχύ. Αυτή η ταχύτητα είναι μεγαλύτερη από αυτή που απαιτείται για να αρχίσουν να στρέφονται τα πτερύγια.
- **Ταχύτητα αποκοπής**: για αποφυγή υπερφόρτισης της Α/Γ, διακόπτεται η λειτουργία της μόλις η ταχύτητα του ανέμου ξεπεράσει την ταχύτητα αποκοπής.
- **Ονομαστική ισχύς**: είναι η μέγιστη ισχύς που μπορεί να παραχθεί συνεχώς κατά την κανονική λειτουργία.
- **Ονομαστική ταχύτητα**: η ταχύτητα του ανέμου υπό την οποία παράγεται η ονομαστική ισχύς.

Οι Α/Γ διακρίνονται σε δύο κύριους τύπους: **κατακόρυφου άξονα περιστροφής** και **οριζόντιου άξονα περιστροφής**. Στις Α/Γ οριζόντιου άξονα ο δρομέας είναι τύπου έλικα και βρίσκεται συνεχώς παράλληλος με την κατεύθυνση του ανέμου και του εδάφους. Στις Α/Γ κατακόρυφου άξονα ο δρομέας παραμένει σταθερός και είναι κάθετος προς την επιφάνεια του εδάφους.

1.1.2 Τύποι ανεμογεννητριών

Ανεμογεννήτριες Κατακόρυφου Άξονα:

- Πανεμόνιο
- Κυπελλοφόρο ανεμόμετρο
- Μηχανές τύπου Savonius
- Μηχανές τύπου Lafond
- Μηχανές τύπου Darrieus

- Προφυλαγμένες μηχανές
- Μηχανές με κινούμενα πτερύγια
- Μηχανές Tornado

Ανεμογεννήτριες Οριζόντιου Άξονα:

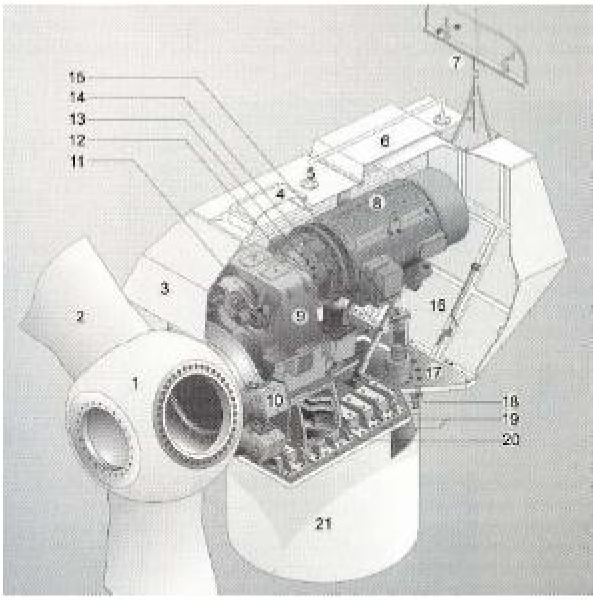
- Ανεμόμυλος
- Αργές αιολικές μηχανές
- Γρήγορες αιολικές μηχανές
- Μονόπτερες αιολικές μηχανές
- Μηχανές με εγκάρσιες επιφάνειες
- Μηχανές με χωνί διάχυσης

Οι Α/Γ **οριζόντιου άξονα** μπορούν να διακριθούν σε αρκετές κατηγορίες σύμφωνα με τη λειτουργία τους, όπως οι παραπάνω. Υπάρχουν όμως και Α/Γ **τύπου κατάντη**, όπου τον άνεμο τον συναντά πρώτα ο δρομέας και έπειτα τα πτερύγια ενώ οι Α/Γ **τύπου ανάντη** ο άνεμος ρέει πρώτα προς τα πτερύγια και μετά προς τον δρομέα.

Επίσης, μπορούν να κατηγοριοποιηθούν ανάλογα με τον τρόπο ρύθμισης της ισχύος τους σε υψηλές ταχύτητες ανέμου. Μια τέτοια κατηγορία είναι οι Α/Γ ρύθμισης μέσω αποκόλλησης της ροής (stall-regulated). Αυτές έχουν σταθερή γωνία βήματος των πτερυγίων του ρότορα και με την αύξηση της ταχύτητας του ανέμου, τα πτερύγια σταδιακά παθαίνουν απώλεια στήριξης και έτσι ρυθμίζεται η ταχύτητα περιστροφής του ρότορα.

Μια άλλη κατηγορία περιλαμβάνει τις Α/Γ μεταβλητού βήματος. Αυτές, αντί να χρησιμοποιούν μια σταθερή γωνία δρομέα, η γωνία τους μεταβάλλεται προκειμένου να ρυθμιστεί η ισχύς της Α/Γ.

Στην παγκόσμια αγορά, έχουν επικρατήσει οι Α/Γ οριζόντιου άξονα για την ηλεκτροπαραγωγή σε ποσοστό 90%. Η ισχύς τους φτάνει τα 5 MW, η διάμετρος του δρομέα κυμαίνεται μεταξύ 40 και 120 m, το ύψος του πύργου αγγίζει τα 120 m και λειτουργούν σε ένα πεδίο ταχυτήτων ανέμου από 3 έως 30 m/s.



1. *Πλήμνη δρομέα*
2. *Πτερύγια δρομέα*
3. *Κάλυμμα ατράκτου*
4. *Φωταγωγός*
5. *Ράβδος ασφαλείας*
6. *Εξαγωγή αέρα*
7. *Αλεξικέραυνο και μετρητής ταχύτητας ανέμου*
8. *Γεννήτρια*
9. *Κιβώτιο ταχυτήτων*
10. *Δισκόφρενα δρομέα*
11. *Εφεδρικό φρένο*
12. *Υδραυλικά*
13. *Ελαστικός σύνδεσμος*
14. *Αναρτήσεις γεννήτριας*
15. *Σύστημα προσανατολισμού*
16. *Θυρίδα επισκόπησης*
17. *Εξέδρα*
18. *Στεφάνη ρουλεμάν συστήματος προσανατολισμού*
19. *Φρένο συστήματος προσανατολισμού*
20. *Αποζεύκτης θορύβου*
21. *Πύργος*

Εικόνα 1.1 Τα μέρη του δρομέα

Η αρχή λειτουργίας των Α/Γ στηρίζεται στη μετατροπή της κινητικής ενέργειας αρχικά σε μηχανική και κατόπιν σε ηλεκτρική. Πιο συγκεκριμένα, ο άνεμος περιστρέφει τον δρομέα που με τη σειρά του περιστρέφει τον κύριο άξονα, ο οποίος είναι συνδεδεμένος στην πλήμνη του ρότορα. Μέσω του κιβωτίου ταχυτήτων η κίνηση του άξονα του ρότορα μεταδίδεται στη γεννήτρια η οποία παράγει ηλεκτρισμό.

1.2 Κριτήρια εγκατάστασης

Η εγκατάσταση μιας υπεράκτιας κατασκευής με ανεμογεννήτριες, δεν μπορεί να γίνει αυθαίρετα, θα πρέπει να επιλεγεί αρχικά, η τοποθεσία εγκατάστασης σύμφωνα με κάποια κριτήρια:

- **Αιολικό δυναμικό**

Ο βασικός σκοπός κατά το σχεδιασμό του έργου είναι η μεγιστοποίηση της παραγόμενης ενέργειας. Για το λόγο αυτό, είναι απαραίτητο να εξετάζονται και να αξιολογούνται οι μετεωρολογικές συνθήκες και οι ανεμολογικές προβλέψεις στην ευρύτερη περιοχή που θα εγκατασταθούν οι ανεμογεννήτριες. Προκειμένου να βρούμε τις βέλτιστες περιοχές για τη τοποθέτηση των ανεμογεννητριών, χρησιμοποιούνται πληροφορίες από χάρτες υπεράκτιου αιολικού δυναμικού, από μετεωρολογικούς ιστούς, δορυφορικά αρχεία ή και δεδομένα από κοντινές περιοχές προσαρμοσμένα κατάλληλα. Είναι δυνατή η προσομοίωση των χαρακτηριστικών του ανέμου σε κάθε σημείο εγκατάστασης στη δεδομένη περιοχή για τον υπολογισμό της παραγόμενης ενέργειας κάθε ανεμογεννήτριας.

- **Βάθος και μορφολογία πυθμένα**

Το βάθος και η φύση του βυθού της θάλασσας είναι παράγοντες που πρέπει να εξετάζονται. Οι επιλογές που υπάρχουν όσον αφορά τις κατασκευές έδρασης είναι περιορισμένες και αυτό έχει σημαντική επίπτωση στο συνολικό κόστος εγκατάστασης. Για αυτό τον λόγο είναι απαραίτητο να προηγηθεί εδαφική και σεισμική μελέτη.

- **Πρόσβαση για συντήρηση**

Οι ανεμογεννήτριες θα πρέπει να είναι εύκολα προσβάσιμες για τις εργασίες της συντήρησης και επισκευής. Θα πρέπει λοιπόν, να εξετάζεται η απόσταση από την ακτή και τους σταθμούς εξυπηρέτησης, αφού μπορεί να επηρεάσουν τόσο το χρόνο όσο και το κόστος ανέγερσης του αιολικού πάρκου, καθώς και τις εργασίες συντήρησης. Επιπλέον, μπορεί να οδηγήσουν στην ανάγκη κατασκευής πλωτών εγκαταστάσεων συντήρησης, ιδίως για τα μεγάλα αιολικά πάρκα.

- **Οπτική όχληση**

Αν και δεν είναι τόσο σημαντικός παράγοντας όπως στα χερσαία πάρκα, μπορεί και εδώ να υπολογίζεται η ζώνη του οπτικού αντίκτυπου υπό τη μορφή χάρτη. Η απόσταση που θα έχει η περιοχή εγκατάστασης από την ακτή πρέπει να είναι:

$$L > \sqrt{(2HR)}$$

L :η απόσταση από την ακτή,

R :η ακτίνα της γης

H :το ύψος του δρομέα (Σκλαβούνος, 2008)

Ένα αιολικό πάρκο με λιγότερες αλλά μεγάλες ανεμογεννήτριες είναι συνήθως προτιμότερο από πολλές μικρές.

- **Θόρυβος**

Αυτός ο παράγοντας δεν είναι σημαντικός, δεδομένου ότι ο θόρυβος που δημιουργείται από τις ανεμογεννήτριες έχει μειωθεί. Τα επίπεδα του θορύβου μπορούν επίσης να υπολογιστούν και να εξεταστούν ώστε το πάρκο να είναι συμβατό με τα αποδεκτά επίπεδα ήχου όπως ορίζονται από την εθνική νομοθεσία, κυρίως για την επιρροή τους στη θαλάσσια ζωή.

- **Απόσταση μεταξύ των ανεμογεννητριών**

Υπάρχει μια ελάχιστη αποδεκτή απόσταση μεταξύ των ανεμογεννητριών, λαμβάνοντας υπόψη τις επιπτώσεις από τη δημιουργία ομόρρου μεταξύ των ανεμοκινητήρων.

- **Τύπος ανεμοκινητήρα**

Ο τύπος του ανεμοκινητήρα που θα χρησιμοποιηθεί στις διάφορες τοποθεσίες εξαρτάται από τις συνθήκες του ανέμου, των κυμάτων, του βάθους και της μορφολογίας του βυθού.

- **Επιπτώσεις στο οικοσύστημα**

Το αιολικό πάρκο ενδέχεται να έχει επιπτώσεις στο οικοσύστημα, καθώς μπορεί να ταράξει την μέχρι τώρα ζωή των ψαριών, των θαλάσσιων θηλαστικών και των πτηνών που βρίσκονται στην περιοχή.

- **Θεσμικοί περιορισμοί**

Πρέπει να λαμβάνονται υπόψη η ναυσιπλοΐα, η αλιεία και οι δρόμοι του θαλάσσιου εμπορίου. Ανάλογα με το μέγεθος του αιολικού πάρκου, είναι πιθανό να επηρεάζονται τα δρομολόγια των εμπορικών πλοίων. Υπάρχουν διάφοροι περιορισμοί, που διαφοροποιούνται από χώρα σε χώρα, στην τοποθέτηση των υπεράκτιων κατασκευών, που συνοψίζονται στους παρακάτω τίτλους:

- εμπορική ναυτιλία
- αλιεία και αναπαραγωγή ψαριών
- βιομηχανία πετρελαίου και φυσικού αερίου
- προστατευόμενες περιοχές
- εθνική άμυνα
- αισθητική παρέμβαση

1.3 Φορτία

Για την κατασκευή μιας υπεράκτιας Α/Γ είναι απαραίτητο να γίνει πρώτα μια λεπτομερής και αναλυτική μελέτη, στην οποία θα υπολογίζονται όλα τα πιθανά φορτία τα οποία μπορεί να δεχτεί η ίδια η κατασκευή. Τα φορτία αυτά διακρίνονται σε δύο κύριες κατηγορίες, τα φορτία περιβάλλοντος και τα φορτία κατασκευής.

1.3.1 Φορτία περιβάλλοντος

Τα περιβαλλοντικά φορτία που ασκούνται στην κατασκευή και μπορεί να διαφέρουν σε μέγεθος και κατεύθυνση κατά τη διάρκεια της υπό εξέταση περιόδου και τα οποία σχετίζονται με τις λειτουργίες και την κανονική χρήση της κατασκευής είναι:

- Φορτία ανέμου
- Υδροδυναμικά φορτία που παράγονται από κύματα και ρεύματα, συμπεριλαμβανομένων των δυνάμεων αντίστασης και αδράνειας
- Σεισμικά φορτία
- Φορτία παραγόμενα από ρεύματα
- Παλιρροιακά φαινόμενα
- Θαλάσσια ανάπτυξη
- Φορτία λόγω χιονιού και πάγου

1.3.2 Φορτία κατασκευής

Τα φορτία κατασκευής είναι φορτία που εμφανίζονται με την ύπαρξη της κατασκευής και των φορτίων που επάγονται πάνω της κατά την εκπλήρωση της αποστολής της. Αυτά μπορούν να διακριθούν στα εξής:

- Φορτία λόγω βάρους της κατασκευής
- Φορτία λόγω βάρους του εξοπλισμού
- Δυναμικά ή στατικά φορτία κατά τη διάρκεια εκτέλεσης εργασιών
- Αντιδράσεις στη δράση των λειτουργικών φορτίων (π.χ. άντωση)

1.4 Κατασκευές στήριξης υπεράκτιων Α/Γ

Με τον όρο κατασκευή στήριξης, εννοούμε τον πύργο και την έδραση μαζί που στηρίζουν την άτρακτο και τα πτερύγια της Α/Γ. Ο πύργος συγκροτεί το ρότορα στον άνεμο και μεταφέρει επίσης όλα τα φορτία στην έδραση. Αυτή είναι που στηρίζει με τη σειρά της τον πύργο, την άτρακτο και τα πτερύγια και αντιστέκεται στη φόρτιση από τον άνεμο και τα κύματα. Η έδραση είναι η κύρια διαφορά μεταξύ των υπεράκτιων και των χερσαίων σχεδίων Α/Γ. Η εκτίμηση των φορτίων του ανέμου και του κύματος είναι το πρώτο βήμα για το σχεδιασμό των εδράσεων.

Για τη στήριξη των υπεράκτιων αιολικών πάρκων χρησιμοποιήθηκαν διάφορες κατασκευές, κάθε μια από τις οποίες πληροί διαφορετικές προδιαγραφές και απαιτήσεις. Αρχικά, θα μπορούσαμε να τις κατηγοριοποιήσουμε σε δύο μεγάλες κατηγορίες σύμφωνα με τον τρόπο στήριξής τους, στις **σταθερές κατασκευές** και στις **πλωτές – αγκυρωμένες κατασκευές.**

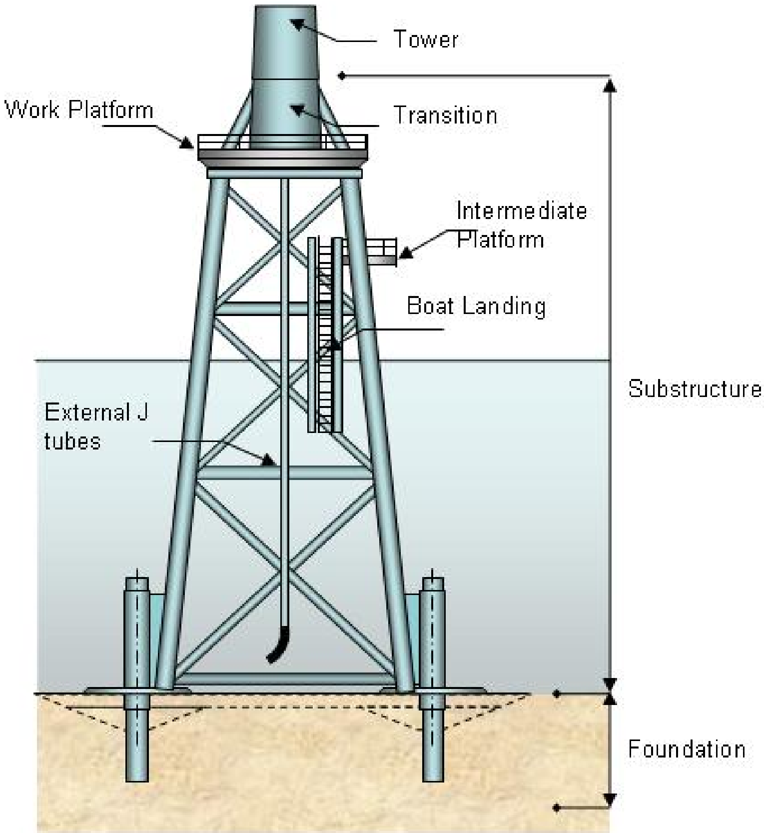
1.4.1 Σταθερές κατασκευές

Οι σταθερές κατασκευές είναι αυτές οι οποίες στηρίζονται στον πυθμένα της θάλασσας . Ως εκ τούτου απαιτείται προσδιορισμός της σχετικής αλληλεπίδρασης μεταξύ κατασκευής, θαλάσσιου περιβάλλοντος και εδάφους. Η θεμελίωσή τους γίνεται με:

- Εδράσεις βαρύτητας (Gravity-based foundation)
- Εισχώρηση πασσάλων στο έδαφος (Piled)
- Αναρρόφηση (Suction/Bucket)

1.4.2 Κατασκευές στήριξης

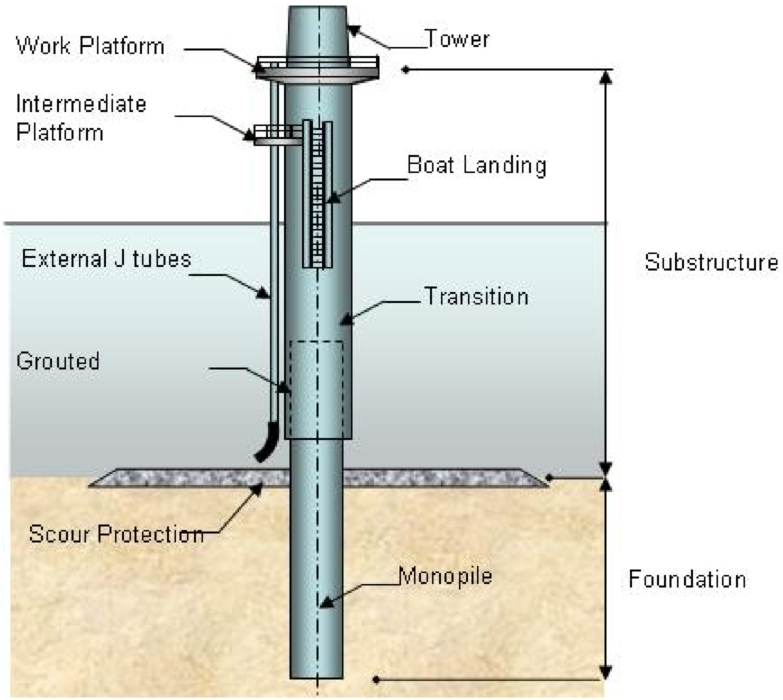
1. **Μεταλλικοί πύργοι- Jacket**



Εικόνα 1.2 Κατασκευή στήριξης τύπου Jacket

Πρόκειται για μεταλλικούς πύργους (χωροδικτυώματα), οι οποίοι προκατασκευάζονται, ρυμουλκούνται, ποντίζονται και θεμελιώνονται στον θαλάσσιο πυθμένα με συστήματα βαρύτητας ή με πασσάλους σε περιπτώσεις δυσμενών γεωτεχνικών συνθηκών. Αποτελούνται από κύρια κοίλα μέλη τα οποία συνθέτουν έναν πλαισιακό φορέα και από ενδιάμεσα δευτερεύοντα στοιχεία. Χρησιμοποιούνται για βάθη από 20m έως και 50m και μπορούν να υποστηρίξουν Α/Γ 2MW έως 5MW.

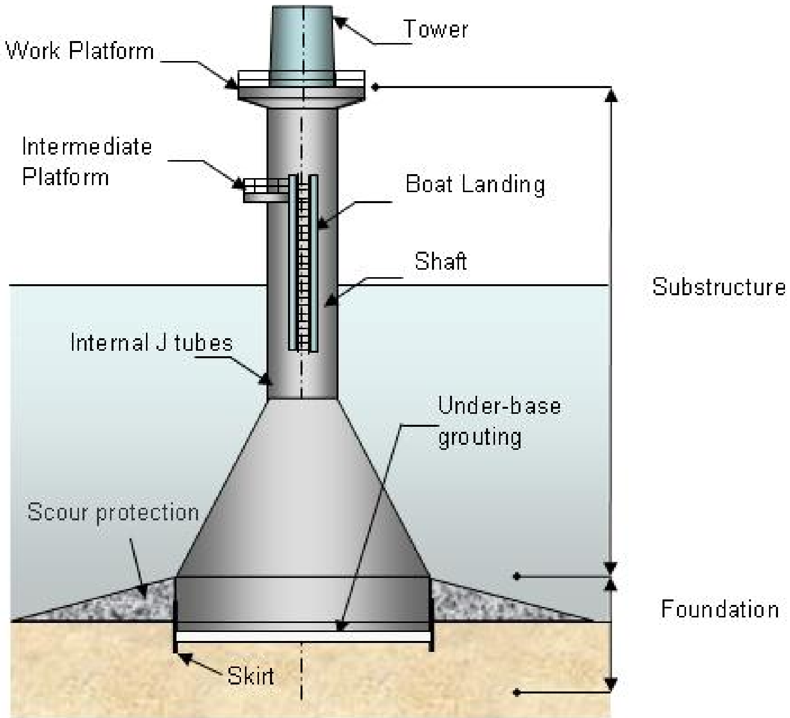
2. Μονού πυλώνα- Monopile



Εικόνα 1.3 Κατασκευή στήριξης τύπου μονού πυλώνα

Πρόκειται για κατασκευές απλές στο σχεδιασμό τους, στις οποίες ο πύργος της Α/Γ στηρίζεται είτε απευθείας, είτε μέσω ενός μεταβατικού τμήματος σε ένα συνήθως κυλινδρικό χαλύβδινο πάσσαλο, ο οποίος εισχωρεί στον πυθμένα της θάλασσας. Το ενδιάμεσο μεταβατικό κομμάτι που υπάρχει μεταξύ του πύργου και της έδρασης, χρησιμεύει ώστε να αφομοιώνει τις ανοχές από την κλίση του πυλώνα και να μειώσει το χρόνο συναρμολόγησης του πύργου στο υπεράκτιο περιβάλλον. Ο χαλύβδινος σωλήνας μεταφέρει με τη βοήθεια της κάθετης και παράπλευρης γήινης πίεσης όλα τα φορτία στο έδαφος. Οι κατασκευές μονού πυλώνα τοποθετούνται σε βάθη που κυμαίνονται από 0m έως 30m και μπορούν να υποστηρίξουν Α/Γ 1MW έως 2MW.

3. Βαρύτητας- Gravity based



Εικόνα 1.4 Κατασκευή στήριξης τύπου βαρύτητας

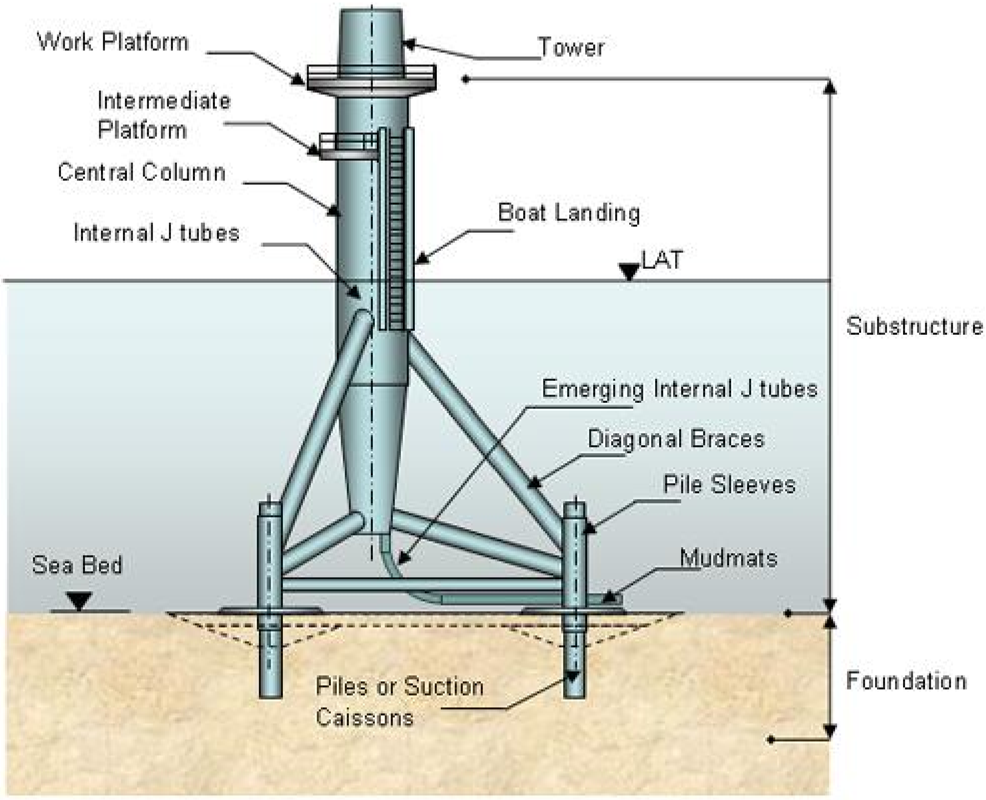
Αυτού του είδους οι κατασκευές παραμένουν στη θέση τους λόγω του βάρους της δομής τους και του έρματος που φέρουν. Έχουν ένα κεντρικό άξονα, είτε από χάλυβα είτε από σκυρόδεμα, στον οποίο στηρίζεται ο πύργος της Α/Γ, και αυτός με τη σειρά του στηρίζεται σε μια μεγάλη επίπεδη βάση από σκυρόδεμα και ατσάλι, ικανή να αντιστέκεται στα φορτία που επιβάλλονται από τον άνεμο και τα κύματα. Η μορφή της εξαρτάται από την τοποθεσία εγκατάστασης της Α/Γ . Δεν χρειάζεται να γίνει διάτρηση του εδάφους, όμως αυτό θα πρέπει πρώτα να έχει προετοιμαστεί κατάλληλα. Εγκαθίστανται σε βάθη από 0m έως 25m και μπορούν να υποστηρίξουν Α/Γ έως και 5MW.

4. Τριπλού πυλώνα- Tripile

Εικόνα 1.5 Κατασκευή στήριξης τύπου τριπλού πυλώνα

Ακολουθούν τη λογική σχεδίασης των κατασκευών μονού πυλώνα, με τη διαφορά ότι ο πύργος στηρίζεται, όχι σε ένα, αλλά σε τρείς πασσάλους που εισχωρούν κάθετα στον πυθμένα της θάλασσας. Πάνω από το νερό υπάρχει ένα μεταβατικό κομμάτι που συνδέει τους τρεις πυλώνες και πάνω σε αυτό τοποθετείται ο πύργος της Α/Γ. Αυτού του είδους η κατασκευή δίνει μεγαλύτερη σταθερότητα στην Α/Γ και μπορεί να μεταφέρει μεγαλύτερα φορτία και γρηγορότερα στον πυθμένα. Τοποθετούνται από 20m έως 40m βάθος.

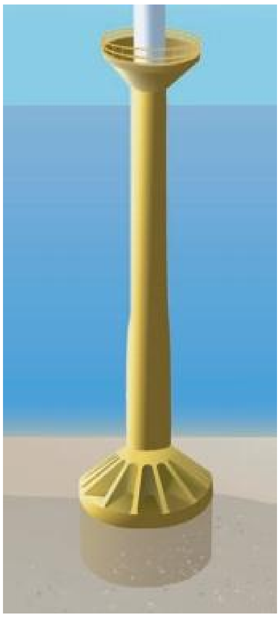
5. Τριπόδου-Tripod



Εικόνα 1.6 Κατασκευή στήριξης τύπου τριπόδου

Το τρίποδο αποτελείται από ένα κύριο άξονα ο οποίος υποστηρίζεται από τρείς διαγώνιους συνδέσμους καθένας από τους οποίους οδηγεί και σε ένα πυλώνα που εισχωρεί στον πυθμένα της θάλασσας. Η κατασκευή αυτή δίνει καλή ευστάθεια και ακαμψία στην Α/Γ. Είναι κατάλληλη για βάθη από 20m έως 50m.

6. Με εδράσεις κενού/αναρροφήσεως- Suction/bucket



Εικόνα 1.7 Κατασκευή στήριξης με εδράσεις κενού/αναρροφήσεως

Οι κατασκευές αυτές συγκαταλέγονται στην κατηγορία του μονού πυλώνα, αλλά διαφέρει ο τρόπος θεμελίωσής τους. Αποτελούνται από ένα κύριο, χαλύβδινο άξονα κωνικής μορφής, με το κάτω μέρος του να αποτελείται από κοιλότητες, δημιουργώντας διαμερίσματα περιμετρικά του άξονα. Όταν εγκαθίσταται, και το κάτω άκρο του κωνικού άξονα ακουμπά τον πυθμένα, αντλείται το νερό από την εσωτερική κοιλότητα προς τα έξω. Έτσι, εμφανίζεται μια διαφορά πίεσης η οποία δημιουργεί μια δύναμη προς τα κάτω. Μόλις γίνει η εγκατάσταση της κατασκευής αφαιρούνται οι αντλίες και κάθε έξοδος σφραγίζεται με βαλβίδες. Η συμπεριφορά αυτών των κατασκευών μπορεί να θεωρηθεί ως ένας συνδυασμός βάσης βαρύτητας και θεμελίωσης πασσάλων. Η διαφορά αυτών των κατασκευών από όλες τις υπόλοιπες είναι πως δεν χρειάζεται να γίνει διάτρηση ή κάποια ειδική προετοιμασία του εδάφους. Επίσης, μπορεί να μετακινηθεί ή να αφαιρεθεί εύκολα αφήνοντας νερό να κατακλύσει τα διαμερίσματα δημιουργώντας διαφορά πίεσης που έχει σαν αποτέλεσμα την ανωστική δύναμη. Τοποθετείται σε βάθη από 0m-25m.

1.4.3 Πλωτές κατασκευές

Η ιδέα ενός υπεράκτιου πλωτού αιολικού πάρκου δόθηκε το 1972 από τον καθηγητή του *M.I.T. William E. Heronemus*.

Μια πλωτή κατασκευή υποστήριξης Α/Γ διαφέρει από μια σταθερή, λόγω του ότι η στήριξη προέρχεται από το νερό και όχι από το έδαφος. Αποτελείται από μια επιπλέουσα πλατφόρμα και το σταθερό σύστημα που συγκρατείται. Η επαφή ωστόσο με το έδαφος γίνεται μέσω γραμμών αγκύρωσης όπου κρατούν την πλατφόρμα προσδεμένη στην θέση της.

Ο πλωτήρας πρέπει να παρέχει άνωση που θα μπορεί να υποστηρίζει το βάρος της Α/Γ και να καταστέλλει σε ικανοποιητικό βαθμό τις κινήσεις πρόνευσης (pitch), περιστροφής (roll), και κατακόρυφης ταλάντωσης (heave).

Κύρια πλεονεκτήματα των πλωτών κατασκευών έναντι των σταθερών είναι ότι μια πλωτή κατασκευή:

- μειώνει σημαντικά το συνολικό βάρος της κατασκευής (άρα και το κόστος)
- μπορεί να συναρμολογηθεί επί ξηράς και να ρυμουλκείται μακριά από την ακτή
- μπορεί να εγκατασταθεί σε βάθη μεγαλύτερα των 50m
- επιτρέπει τοποθέτηση τόσο μακριά από τις ακτές ώστε να επωφελείται ισχυρότερων και σταθερότερων ανέμων
- είναι πιο φιλική προς το περιβάλλον γιατί μπορεί να απομακρυνθεί και να αποσυναρμολογηθεί χωρίς να αφήσει κανένα κατάλοιπο στην περιοχή χωροθέτησής της
- δέχεται μικρότερα φορτία από την επίδραση των κυμάτων

Η αγκυροβόληση των πλωτών πλατφόρμων γίνεται με δύο διαφορετικούς τρόπους. Με **συμβατικούς κλάδους αγκύρωσης** (catenary moorings) και με **συρματόσχοινα υπό προένταση** (taut-leg moorings).

Μειονέκτημα της αγκύρωσης με τους συμβατικούς κλάδους αγκύρωσης είναι ότι η κάθετη δύναμη στην άγκυρα είναι ανεπαρκής για να εξασφαλίσει ότι η πλατφόρμα δε θα ανατραπεί, κυρίως όταν το βάρος της Α/Γ και οι οριζόντιες δυνάμεις ασκούνται σε μεγάλη απόσταση από το κέντρο άνωσης.

Πλεονέκτημα της αγκύρωσης με τεντωμένα συρματόσχοινα είναι το γεγονός ότι μπορεί να εξασφαλίσει περισσότερη ευστάθεια, καθώς έχει τη δυνατότητα να βυθίζει κάτω από το επίπεδο της θάλασσας ένα μεγάλο μέρος της κατασκευής. Επίσης, μπορεί να εφαρμοστεί σε μεγαλύτερα βάθη έναντι της αλυσοειδούς αγκύρωσης που προτιμάται σε σχετικά ρηχά νερά.

Οι άγκυρες που χρησιμοποιούνται ώστε να σταθεροποιηθεί η κατασκευή μέσω των γραμμών αγκύρωσης, εξαρτάται από τις δυνάμεις που δέχεται η κατασκευή, το βάθος εγκατάστασης και την κατάσταση του πυθμένα. Οι κύριες κατηγορίες αγκυρών είναι οι εξής:

- Άγκυρες βαρύτητας (gravity- based anchor)
- Άγκυρες που εμφυτεύονται καθώς σύρονται (drag-embedded anchor)
- Άγκυρες πάσσαλοι (driven pile anchor)
- Άγκυρες αναρρόφησης (suction anchor)
- Άγκυρες που εμφυτεύονται με τορπίλη (torpedo embedded anchor)
- Άγκυρες οδηγούμενες από στύλο όπου απαιτείται η διάνοιξη οπής (drilled and grouted pile)

Υπάρχουν διαφορετικού τύπου πλωτές κατασκευές, η προέλευση των οποίων πηγάζει από τη βιομηχανία πετρελαίου και φυσικού αερίου. Κάθε μια από αυτές εφαρμόζεται ανάλογα με τις ανάγκες κατασκευής και το περιβάλλον εγκατάστασής τους.

Ωστόσο, οι πλωτές Α/Γ μπορούν να τοποθετηθούν είτε σε πλωτήρες μιας Α/Γ, είτε σε πλωτήρες πολλών Α/Γ. Σε αυτού του είδους τα πλωτά συστήματα ο πλωτήρας φέρει περισσότερες από μια Α/Γ, ώστε να παρέχεται ευστάθεια και να μοιράζονται το κόστος αγκύρωσης. Όμως, δέχονται μεγάλα φορτία κυματισμού και παρουσιάζουν υψηλό κόστος στήριξης.

Αντίθετα, ο πλωτήρας μιας Α/Γ εμφανίζει περισσότερα πλεονεκτήματα καθώς είναι πιο απλός στο σχεδιασμό του, μπορεί να τυποποιηθεί η κατασκευή του, παρουσιάζει σημαντικό έλεγχο της περιστροφικής του κίνησης καθώς έχει και χαμηλότερες κατασκευαστικές απαιτήσεις. Το μόνο μειονέκτημα του είναι πως απαιτεί ξεχωριστό κόστος για το σύστημα αγκύρωσής του.

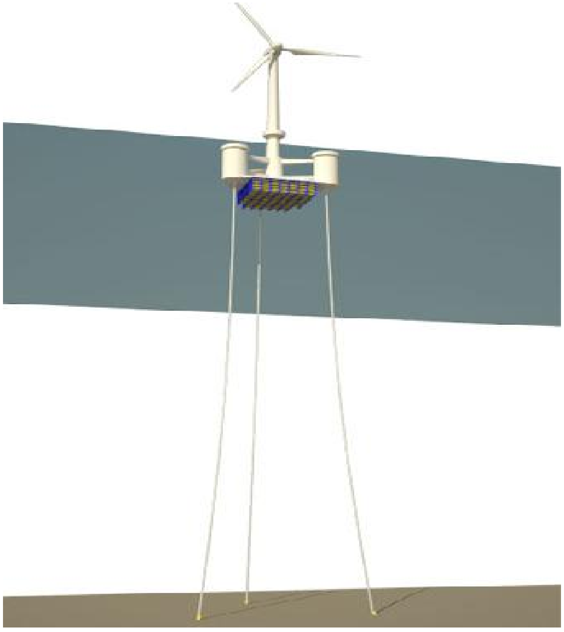
Οι κύριες κατηγορίες πλωτών κατασκευών που μπορούν να υποστηρίξουν μια Α/Γ είναι οι εξής:

1. Κατασκευές Spar-buoy

Εικόνα 1.8 Πλωτή κατασκευή τύπου Spar-buoy

Αυτές του είδους οι κατασκευές αποτελούνται από ένα μεγάλο κυλινδρικό σωλήνα ο οποίος βρίσκεται σε κατακόρυφη θέση και επιπλέει λόγω των μεγάλων ποσοτήτων αέρα που υπάρχουν στην κορυφή του και του έρματος που φέρει στο κάτω μέρος του, για να χαμηλώσει το κέντρο βάρους του κάτω από το κέντρο πλευστότητας και αγκυροβολείται είτε με συμβατικούς κλάδους είτε με συρματόσχοινα υπό προένταση. Το πλεονέκτημα τους σε σχέση με άλλες πλωτές κατασκευές είναι η μικρή τους ίσαλος και έτσι δεν είναι τόσο ευαίσθητες σε κινήσεις που οφείλονται σε κυματισμούς. Το μόνο μειονέκτημά τους είναι πως γέρνουν ελαφρά λόγω των φορτίων που δέχονται από τον άνεμο και τα κύματα, φαινόμενο το οποίο απαλείφεται με αύξηση του έρματος.

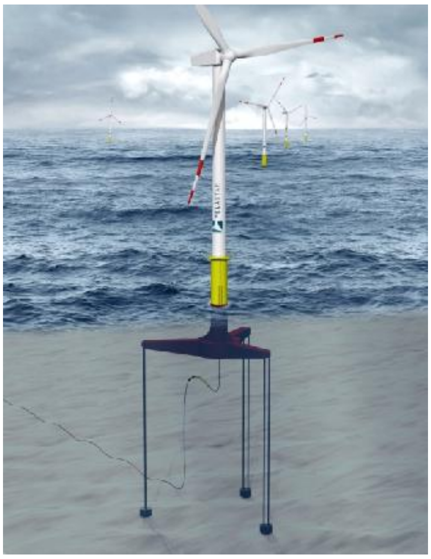
2. Κατασκευές Barge



Εικόνα 1.9 Πλωτή κατασκευή τύπου Barge

Οι κατασκευές αυτές είναι γνωστές ως ημιβυθισμένες πλατφόρμες. Αποτελούνται από μια φορτηγίδα η οποία αγκυρώνεται με συμβατικούς κλάδους. Αυτά συμβάλλουν στο να περιορίσουν τις κινήσεις του πλωτήρα. Βασικό τους πλεονέκτημα είναι πως κατασκευάζονται και συναρμολογούνται πλήρως στην ξηρά και ρυμουλκούνται μέχρι το σημείο εγκατάστασής τους.

3. Κατασκευές TLP (Tension Leg Platforms)



Εικόνα 1.10 Πλωτή κατασκευή τύπου TLP

Οι TLP είναι πλωτές κατασκευές αγκυρωμένες υπό κατακόρυφη προένταση με χαλύβδινους τένοντες που ομαδοποιούνται σε κάθε γωνία της δομής τους. Χαρακτηριστικό αυτού του είδους πρόσδεσης είναι ότι οι τένοντες έχουν σχετικά υψηλή αξονική ακαμψία μειώνοντας τις κατακόρυφες κινήσεις. Διατηρούνται λίγο κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας για να δημιουργείται μικρή ίσαλος επιφάνεια ώστε να περιορίζονται τα υδροδυναμικά φορτία που ασκούνται από τα κύματα.

Τέλος, αξίζει να αναφερθεί πως όλες οι παραπάνω κατασκευές υποστήριξης Α/Γ, δεν είναι μοναδικές και απόλυτες, αντίθετα αποτελούν «παλέτα» στα χέρια κάθε σχεδιαστή να δημιουργήσει όποια υβριδική κατασκευή εξυπηρετεί καλύτερα τις ανάγκες και τις απαιτήσεις για την τοποθέτηση μιας Α/Γ.

1.5 Υπεράκτια αιολικά πάρκα

Παρακάτω παρουσιάζονται τα ήδη υπάρχοντα υπεράκτια αιολικά πάρκα:

- 1991

Vindeby στη Δανία, αποτελείται από 11 Α/Γ των 0.45MW η κάθε μια, στηρίζονται σε κατασκευές στήριξης τύπου βαρύτητας και βρίσκεται σε βάθος 3m-5m.

- 1994

Lely στην Ολλανδία, αποτελείται από 4 Α/Γ των 0.5MW που στηρίζονται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 5m-10m.

- 1995

Tuna Knob στη Δανία, αποτελείται από 10 Α/Γ των 0.5MW που στηρίζονται σε κατασκευές στήριξης τύπου βαρύτητας και βρίσκεται σε βάθος 4m-7m.

- 1996

Irene Vrrink στην Ολλανδία, αποτελείται από 28 Α/Γ των 0.65MW που στηρίζονται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 2m-3m.

- 1998

Bockstigen-Valor στη Σουηδία, αποτελείται από 5 Α/Γ των 0.5MW που στηρίζονται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 6m.

- 2000

Blyth Offshore στο Ηνωμένο Βασίλειο, αποτελείται από 2 Α/Γ των 2MW που στηρίζονται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 10m.

- 2001

Middelgrunden στη Δανία, αποτελείται από 20 Α/Γ των 2MW που στηρίζονται σε κατασκευές στήριξης τύπου βαρύτητας και βρίσκεται σε βάθος 2m-6m.

Yttre Stengund 1 στη Σουηδία, αποτελείται από 5 Α/Γ των 0.5MW που στηρίζονται σε κατασκευές στήριξης τύπου βαρύτητας και βρίσκεται σε βάθος 2m-6m.

- 2002

Horns Rev I στη Δανία, αποτελείται από 80 Α/Γ των 2MW που στηρίζονται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 6m-14m.

- 2003

Nysted (Rosand I) στη Δανία, αποτελείται από 72 Α/Γ των 2.3MW που στηρίζονται σε κατασκευές στήριξης τύπου βαρύτητας και βρίσκεται σε βάθος 6m-9.5m.

North Hoyle στο Ηνωμένο Βασίλειο, αποτελείται από 30 Α/Γ των 2MW που στηρίζονται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 15m-20m.

Paludans Flak στη Δανία, αποτελείται από 10 Α/Γ των 2.3MW που στηρίζονται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 10m-13m.

Ronland 1 στη Δανία, αποτελείται από 4 Α/Γ των 2MW και 4 Α/Γ των 2.3MW που στηρίζονται σε κατασκευές στήριξης τύπου βαρύτητας και βρίσκεται σε βάθος 0m-2m.

Frederikshavn στη Δανία, αποτελείται από 1 Α/Γ των 2MW και 2 Α/Γ των 2.3MW,η μια στηρίζεται σε suction/ bucket και οι άλλες δύο σε κατασκευές μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 3m.

Arklow Bank 1 στην Ιρλανδία, αποτελείται από 7 Α/Γ των 3.6MW που στηρίζονται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 4.2m-6.4m.

- 2004

Scroby Sands στο Ηνωμένο Βασίλειο, αποτελείται από 30 Α/Γ των 2MW που στηρίζονται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 2m-10m.

Ems Emden στη Γερμανία, αποτελείται από 1Α/Γ των 4.5MW που στηρίζεται σε κατασκευές στήριξης τύπου βαρύτητας και βρίσκεται σε βάθος 3m.

Hokkaido στην Ιαπωνία, αποτελείται από 2 Α/Γ των 0.6MW που στηρίζονται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 13m.

Sakata στην Ιαπωνία, αποτελείται από 5 Α/Γ των 2MW που στηρίζονται σε κατασκευές στήριξης τύπου θεμελίωσης και βρίσκεται σε βάθος 4m.

Setana στην Ιαπωνία, αποτελείται από 2 Α/Γ των 0.6MW, στηρίζεται σε κατασκευές στήριξης με εισχώρηση πυλώνων και βρίσκεται σε βάθος 13m.

Arklow Bank στην Ιρλανδία, αποτελείται από 7 Α/Γ των 3.6MW που στηρίζονται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 8.5m.

- 2005

Kentish Flats στο Ηνωμένο Βασίλειο, αποτελείται από 30 Α/Γ των 3MW που στηρίζονται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 5m-10m.

Choshi στην Ιαπωνία, αποτελείται από 1 Α/Γ των 2MW.

- 2006

Barrow στο Ηνωμένο Βασίλειο, αποτελείται από 30 Α/Γ των 3MW που στηρίζονται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 21m-23m.

Breitling στην Γερμανία, αποτελείται από 1 Α/Γ των 2.5MW που στηρίζεται σε κατασκευή στήριξης τύπου βαρύτητας και βρίσκεται σε βάθος 2m.

Puerto Bilbao στην Ισπανία, αποτελείται από 5 Α/Γ των 2MW

- 2007

Burbo Bank στο Ηνωμένο Βασίλειο, αποτελείται από 30 Α/Γ των 3MW που στηρίζονται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 6m-8m.

Lillgrund στη Σουηδία, αποτελείται από 48 Α/Γ των 2.3MW που στηρίζονται σε κατασκευές στήριξης τύπου βαρύτητας και βρίσκεται σε βάθος 9m.

Beatrice στο Ηνωμένο Βασίλειο, αποτελείται από 2 Α/Γ των 5MW που στηρίζονται σε κατασκευές στήριξης τύπου Jacket και βρίσκεται σε βάθος 40m.

Bohai Suizhong στην Κίνα, αποτελείται από 1 Α/Γ των 1.5MW που στηρίζεται σε κατασκευή στήριξης τύπου Jacket και βρίσκεται σε βάθος 32m.

Brindisi(Puglia) στην Ιταλία, αποτελείται από 1 Α/Γ των 0.08MW,στηρίζεται σε κατασκευή στήριξης τύπου TLP και βρίσκεται σε βάθος 113m.

- 2008

Lynn and Inner Dowsing στο Ηνωμένο Βασίλειο, αποτελείται από 27 Α/Γ των 3.6MW που στηρίζονται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 11m.

Princess Amalia στην Ολλανδία, αποτελείται από 60Α/Γ των 2MW που στηρίζονται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 19m-24m.

Hooksiel στη Γερμανία, αποτελείται από 1 Α/Γ των 5MW,στηρίζεται σε κατασκευή στήριξης τριπλού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 8m.

Windpark Egmond aan Zee (OWEZ) στην Ολλανδία, αποτελείται από 36 Α/Γ των 3MW που στηρίζονται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 5m-10m.

Kemi Ajos I στη Φιλανδία, αποτελείται από 5 Α/Γ των 3MW που στηρίζονται σε κατασκευές στήριξης τύπου βαρύτητας και βρίσκεται σε βάθος 0m-6m.

Kemi Ajos II στη Φιλανδία, αποτελείται από 5 Α/Γ των 3MW που στηρίζονται σε κατασκευές στήριξης τύπου βαρύτητας και βρίσκεται σε βάθος 0m-8m.

Thornton bank (φάση 1η) στο Βέλγιο, αποτελείται από 6 Α/Γ των 5MW που στηρίζονται σε κατασκευές στήριξης τύπου βαρύτητας και βρίσκεται σε βάθος 13m-19m.

- 2009

Horns Rev II στη Δανία, αποτελείται από 91 Α/Γ των 2.3MW, στηρίζεται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και Suction/Bucket. Βρίσκεται σε βάθος 9m-17m.

Rhyl Flats στο Ηνωμένο Βασίλειο, αποτελείται από 25 Α/Γ των 3.6MW,στηρίζεται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 4m-11m.

Alpha Ventus στηΓερμανία, αποτελείται από 12 Α/Γ των 5MW,εκ των οποίων 6 στηρίζονται σε κατασκευές τύπου Jacket και 6 σε κατασκευές στήριξης τριπόδου. Το πάρκο βρίσκεται σε βάθος 28m-30m.

Hywind στη Νορβηγία, αποτελείται από 1Α/Γ των 2.3MW,στηρίζεται σε πλωτή κατασκευή τύπου Spar και βρίσκεται σε βάθος 220m. Για πρώτη φορά εγκαθίσταται πλωτή κατασκευή στήριξης Α/Γ σε πραγματικό περιβάλλον.

Sprogo στη Δανία, αποτελείται από 7Α/Γ των 3MW,στηρίζεται σε κατασκευές στήριξης τύπου βαρύτητας και βρίσκεται σε βάθος 6m-16m.

Avedore Holme στη Δανία, αποτελείται από 3 Α/Γ των 3.6MW,στηρίζεται σε κατασκευές στήριξης τύπου βαρύτητας και βρίσκεται σε βάθος 2m.

Vindpark Vanern στη Σουηδία, αποτελείται από 10 Α/Γ των 3MW,στηρίζεται σε κατασκευές στήριξης τύπου βαρύτητας και βρίσκεται σε βάθος 1m-22m.

- 2010

Thanet στο Ηνωμένο Βασίλειο, αποτελείται από 100Α/Γ των 3MW,στηρίζεται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 12m.

Rodsand II στη Δανία, αποτελείται από 90 Α/Γ των 2.3MW,στηρίζεται σε κατασκευές στήριξης τύπου βαρύτητας και βρίσκεται σε βάθος 6m-12m.

Robin Rigg (Solway Firth) στο Ηνωμένο Βασίλειο, αποτελείται από 60 Α/Γ των 3MW,στηρίζεται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 0m-12m.

Gunfleet Sands 1 στο Ηνωμένο Βασίλειο, αποτελείται από 48 Α/Γ των 3.6MW,στηρίζεται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 8m.

Gunfleet Sands 2 στο Ηνωμένο Βασίλειο, αποτελείται από 18 Α/Γ των 3.6MW,στηρίζεται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 8m.

Bligh Bank (Belwind) στο Βέλγιο, αποτελείται από 110 Α/Γ των 3MW,στηρίζεται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 15m-30m.

Donghai Bridge στην Κίνα, αποτελείται από 34 Α/Γ των 3MW,στηρίζεται σε κατασκευές υποστήριξης τύπου βαρύτητας και βρίσκεται σε βάθος 7m.

BARD Offshore 1 στην Γερμανία, αποτελείται από 80 Α/Γ των 5MW,στηρίζεται σε κατασκευές στήριξης τριπλού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 39m-41m.

Vanern στη Σουηδία, αποτελείται από 10 Α/Γ των 3MW,στηρίζεται σε κατασκευές στήριξης τύπου βαρύτητας και βρίσκεται σε βάθος 3m-13m.

Utgrunden I Windfarma στη Σουηδία, αποτελείται από 7 Α/Γ των 1.5MW,στηρίζεται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 6m-15m.

Kamisu στην Ιαπωνία, αποτελείται από 7 Α/Γ των 2MW,στηρίζεται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 5m.

- 2011

Walney (φάση $1^{η}$) στο Ηνωμένο Βασίλειο, αποτελείται από 51 Α/Γ των 3.6MW,στηρίζεται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 21m-26m.

Baltic 1 στη Γερμανία, αποτελείται από 21 Α/Γ των 2.3MW,στηρίζεται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 16m-19m.

WindFloat στην Πορτογαλία, αποτελείται από 1 Α/Γ των 2MW, η οποία στηρίζεται σε ημιβυθισμένη πλωτή κατασκευή (Barge) και βρίσκεται σε βάθος 49m.

Risholmen- Arendal στη Σουηδία, αποτελείται από 1 Α/Γ των 4.1MW, η οποία στηρίζεται σε κατασκευή βαρύτητας (σκυρόδεμα) και βρίσκεται σε βάθος 0m-12m .

Jeju στην Νότια Κορέα, αποτελείται από 1 Α/Γ των 2MW, η οποία στηρίζεται σε Jacket κατασκευή υποστήριξης .

Rudong 1 στην Κίνα, αποτελείται από 38 Α/Γ των 2.3MW, εκ των οποίων 17 στηρίζονται σε μονού πυλώνα κατασκευές στήριξης και 21 σε Jacket κατασκευές.

Ormonde στο Ηνωμένο Βασίλειο, αποτελείται από 30 Α/Γ των 5MW,στηρίζεται σε κατασκευές τύπου Jacket και βρίσκεται σε βάθος 17m-21m.

Walney (φάση $2^{η}$) στο Ηνωμένο Βασίλειο, αποτελείται από 51 Α/Γ των 3.6MW,στηρίζεται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 19m-24m.

– 2012

Greater Gabbard στο Ηνωμένο Βασίλειο, αποτελείται από 140 Α/Γ των 3.6MW, στηρίζεται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 20m-32m.

Walney (φάση 2η) στο Ηνωμένο Βασίλειο, αποτελείται από 51 Α/Γ των 3.6MW,στηρίζεται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 25m-30m.

Sheringham Shoal στο Ηνωμένο Βασίλειο, αποτελείται από 88 Α/Γ των 3.6MW,στηρίζεται σε κατασκευές στήριξης μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 15m-22m.

Thornton bank (φάση 2η) στο Βέλγιο, αποτελείται από 30 Α/Γ των 6MW που στηρίζονται σε κατασκευές στήριξης τύπου Jacket και βρίσκεται σε βάθος 12m-28m.

Ormonde στο Ηνωμένο Βασίλειο, αποτελείται από 30 Α/Γ των 5MW,στηρίζεται σε κατασκευές στήριξης τύπου Jacket και βρίσκεται σε βάθος 17m-22m.

Longyuan Rudong Intertidal Trial στην Κίνα, αποτελείται από 16 Α/Γ συνολικής ισχύς 32MW. Στηρίζεται σε κατασκευές στήριξης τύπου βαρύτητας, πέντε πυλώνων και επτά πυλώνων καθώς βρίσκεται σε βάθος 0m-8m.

London Array (φάση 1η) στο Ηνωμένο Βασίλειο, αποτελείται από 175 Α/Γ των 3.6MW, στηρίζεται σε κατασκευές στήριξης τύπου μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 0m-25m.

Trianel Borkum (φάση 1η) στη Γερμανία, αποτελείται από 40 Α/Γ των 5MW, στηρίζεται σε κατασκευές στήριξης τύπου τριπόδου και βρίσκεται σε βάθος 28m-33m.

Lincs στο Ηνωμένο Βασίλειο, αποτελείται από 75 Α/Γ των 3.6MW, στηρίζεται σε κατασκευές στήριξης τύπου μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 10m-15m.

Teesside στο Ηνωμένο Βασίλειο, αποτελείται από 27 Α/Γ των 2.3MW, στηρίζεται σε κατασκευές στήριξης τύπου μονού πυλώνα και βρίσκεται σε βάθος 7m-15m.

Κεφάλαιο 2. Θαλάσσιοι Κυματισμοί

2.1 Γενικά

Η εξέταση των θαλάσσιων κυματισμών παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον κατά τη διάρκεια μελέτης μιας θαλάσσιας κατασκευής. Τα κύματα σχετίζονται τόσο με την αντίσταση όσο και με την καταπόνηση της κατασκευής που τα υφίσταται.

2.1.1 Περιγραφή θαλάσσιων κυματισμών

Η ταυτόχρονη δράση δυνάμεων απομακρύνσεως των σωματιδίων της θάλασσας από τη θέση ηρεμίας και δυνάμεων επαναφοράς των σωματιδίων στις αρχικές τους θέσεις, σε συνδυασμό με την μεγάλη κινητικότητα των σωματιδίων, προκαλεί κάτω από ορισμένες συνθήκες τη δημιουργία κινήσεων ταλαντώσεως στα σωματίδια. Η συνισταμένη διαταραχή της θαλάσσιας μάζας από τις ταλαντώσεις των σωματιδίων οδηγεί στο θαλάσσιο κυματισμό.

Δυνάμεις απομακρύνσεως είναι:

1. Ο άνεμος (ανεμογενείς κυματισμοί)
2. Οι σεισμικές δονήσεις (τσουνάμις)
3. Οι γρήγορες μεταβολές της ατμοσφαιρικής πίεσης (seiches)
4. Η έλξη της σελήνης (παλίρροια)

Δυνάμεις επαναφοράς είναι:

- Η βαρύτητα
- Η δύναμη Coriolis
- Η επιφανειακή τάση

Οι κυματισμοί που εμφανίζονται περισσότερο στη φύση, είναι οι ανεμογενείς κυματισμοί-βαρύτητας. Η δύναμη από την πνοή του ανέμου αναγκάζει τα σωματίδια του υγρού να απομακρυνθούν από τη θέση ισορροπίας τους. Η φορά της κίνησης αντιστρέφεται από την επενέργεια της δύναμης βαρύτητας στα σωματίδια, οπότε τείνουν να επανέλθουν στην αρχική τους θέση. Οι αδρανειακές δυνάμεις τα επαναπομακρύνουν και ου το καθεξής.

Η επιφάνεια της θάλασσας λόγω αυτού του φαινομένου, δεν είναι ήρεμη- επίπεδη, με αποτέλεσμα την σημαντική αύξηση της δύναμης αντίστασης λόγω της μέσης ταχύτητας του ανέμου. Έτσι, δημιουργείται ένας μηχανισμός μεταφοράς ενέργειας. Πιο συγκεκριμένα, αν εξετάσουμε το φάσμα συχνοτήτων των κυματισμών, παρατηρούμε πως όσο μεγαλύτερη είναι η μέση ταχύτητα, τόσο χαμηλότερη η συχνότητα της κορυφής του φάσματος και τόσο μεγαλύτερο το σημαντικό ύψος του κυματισμού.

Όταν ο άνεμος που πνέει πάνω από την ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας για μεγάλο χρονικό διάστημα έχει σταθερή ταχύτητα, τότε οι κυματισμοί που προκαλούνται χαρακτηρίζονται από φάσματα στα οποία έχει αποκατασταθεί σταθερή κατανομή της ενέργειάς τους συναρτήσει της συχνότητας.

Οι ανεμογενείς κυματισμοί διακρίνονται σύμφωνα με το στάδιο ανάπτυξής τους σε:

- Αναπτυσσόμενους κυματισμούς
- Πλήρως αναπτυγμένους
- Αποσβενύμενους κυματισμούς όταν τα μέσα χαρακτηριστικά των διαδοχικών κυματισμών αυξάνουν, μένουν σταθερά, ή μειώνονται αντίστοιχα.

Στην περίπτωση των αναπτυσσόμενων θαλασσών, η κορυφή του φάσματος βρίσκεται σε υψηλές συχνότητες, ενώ στην περίπτωση των αποσβενύμενων θαλασσών, η κορυφή του φάσματος βρίσκεται σε χαμηλές συχνότητες γιατί οι υψηλές συχνότητες του φάσματος αποσβένουν πιο γρήγορα εξαιτίας της συνεκτικότητας.

2.1.2 Κατηγορίες θαλάσσιων κυματισμών

- **Κύματα επιφανείας**

Προκύπτουν λόγω της διαφοράς πυκνότητας δύο στρωμάτων ρευστών (π.χ. αέρας-νερό). Κύρια αιτία δημιουργίας τους οφείλεται στη μεταφορά ενέργειας από τον άνεμο στο νερό και στην εμφάνιση συνεκτικών φαινομένων στη διαχωριστική επιφάνεια των δυο μέσων. Όμως, τα κύματα επιφανείας εμφανίζονται και όταν δεν υπάρχει κίνηση ενός άλλου ρευστού, γεγονός που οφείλουν την ύπαρξη τους στη βαρύτητα.

Στα κύματα επιφάνειας, η κίνηση εξαλείφεται σε σχετικά μικρό βάθος, οι ταχύτητες και οι επιταχύνσεις των μορίων του νερού δεν είναι αμελητέες και επομένως η πίεση σε ένα σημείο δεν είναι μόνο υδροστατική, αλλά και αυτή που προκύπτει από την κίνηση των μορίων.

Τα επιφανειακά κύματα εμφανίζονται σε ένα εύρος συχνοτήτων, το οποίο οφείλεται στο ότι οι δυνάμεις που τα προκαλούν βρίσκονται επίσης σε ορισμένο εύρος και στο ότι η ταχύτητα απορρόφησης ενέργειας, λόγω συνεκτικότητας, είναι μεγαλύτερη σε κύματα υψηλών συχνοτήτων από ότι σε αντίστοιχα χαμηλών.

- **Μακρά κύματα**

Κύριο χαρακτηριστικό τους είναι πως οι κατακόρυφες συνιστώσες των ταχυτήτων και των επιταχύνσεων των μορίων του νερού είναι αμελητέες. Η πίεση που εμφανίζεται σε ένα σημείο είναι μόνο η υδροστατική πίεση. Ως μακρά κύματα χαρακτηρίζονται τα παλιρροιακά κύματα.

- **Εσωτερικά κύματα**

Στο εσωτερικό της θάλασσας διακρίνουμε διάφορα στρώματα νερού τα οποία έχουν διαφορετικές πυκνότητες νερού λόγω θερμοκρασίας και περιεκτικότητας σε άλατα. Στις διαχωριστικές επιφάνειες των στρωμάτων δημιουργούνται τα εσωτερικά κύματα.

2.2 Μελέτη κίνησης του ρευστού

2.2.1 Περιγραφή προβλήματος των κυματισμών βαρύτητας

Οι βασικές εξισώσεις που απαιτούνται για την μελέτη της κίνησης ασυμπίεστου ρευστού είναι οι εξισώσεις Navier-Stokes και η εξίσωση συνέχειας Laplace, οι οποίες είναι αντίστοιχα:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \left(\vec{v} \cdot \vec{\nabla}\right)\vec{v} = \vec{F} - \frac{1}{\rho}\vec{\nabla} p + \frac{\mu}{\rho}\Delta \vec{v} \tag{2.1}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0$$

Όπου $\vec{v}$ το άνυσμα της ταχύτητας *(u,v,w)*, *p* η πίεση, *μ* ο συντελεστής δυναμικής συνεκτικότητας, *ρ* η πυκνότητα του ρευστού και $\vec{F}$ οι εξωτερικές δυνάμεις ανά μονάδα μήκους.

Το πρόβλημα των δισδιάστατων κυματισμών βαρύτητας σε ιδανικό ρευστό άπειρης έκτασης και με μόνο όριο τον επίπεδο βυθό, μπορεί να περιγραφθεί σαν σύστημα διαφορικών εξισώσεων:

- **Εξίσωση συνέχειας:**

Αν θεωρηθεί πως το ρευστό στερείται συνεκτικότητας τότε οι εξισώσεις Navier- Stokes ανάγονται σε αυτές του Euler. Αν η κίνησή του θεωρηθεί αστρόβιλη τότε υπάρχει δυναμικό ροής Φ τέτοιο ώστε:

$$\vec{u} = \vec{\nabla}\Phi \tag{2.2}$$

Η εξίσωση συνέχειας μετασχηματίζεται σε:

$$\nabla^2\Phi = 0 \tag{2.3}$$

- **Κινηματική οριακή συνθήκη στον πυθμένα:**

Η συνθήκη αυτή εκφράζει το αδιαπέραστο του πυθμένα από τα μόρια του ρευστού και ορίζει ότι η κατακόρυφη ταχύτητα των μορίων του ρευστού στον πυθμένα πρέπει να είναι μηδέν.

$$\left.\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right|_{z=-d} = 0 \tag{2.4}$$

- **Κινηματική οριακή συνθήκη στην ελεύθερη επιφάνεια:**

Η κινηματική οριακή συνθήκη εκφράζει ότι ένα μόριο του νερού πάνω στην ελεύθερη επιφάνεια παραμένει πάνω σε αυτή με την πάροδο του χρόνου.

Μπορούμε να βρούμε την κινηματική οριακή συνθήκη, αν λάβουμε υπόψη το γεγονός ότι η συνάρτηση $G = z - \eta\left(x, y, t\right) = 0$ είναι σταθερή πάνω στην ελεύθερη επιφάνεια και επομένως η ολική παράγωγός της ακολουθώντας τα μόρια του νερού πρέπει να είναι μηδέν.

$$\frac{DG}{Dt} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{u}\nabla\right)G = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{\partial\eta}{\partial t} + \frac{\partial\Phi}{\partial x}\frac{\partial\eta}{\partial x} + \frac{\partial\Phi}{\partial y}\frac{\partial\eta}{\partial y} - \frac{\partial\Phi}{\partial z} = 0 \tag{2.5}$$

- **Δυναμική οριακή συνθήκη στην ελεύθερη επιφάνεια:**

Εκφράζει μαθηματικά το γεγονός ότι η πίεση στην ελεύθερη επιφάνεια ισούται με την ατμοσφαιρική.

Για μη μόνιμη, αστρόβιλη ροή, γνωρίζουμε ότι η εξίσωση Bernoulli δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t}+\frac{1}{2}|\upsilon|^{2}+gz+\frac{P-P_a}{\rho}=\mathrm{A}(t) \qquad (2.6)$$

Όπου υ το άνυσμα της ταχύτητας με συνιστώσες τις *u,v,w,* P_a είναι μια σταθερά και συγκεκριμένα η ατμοσφαιρική πίεση και $\mathrm{A}(t)$ είναι μια συνάρτηση χρόνου ίδια για όλο το πεδίο ροής.

Η δυναμική οριακή συνθήκη για $P=P_a$ γράφεται:

$$\rho\left\{\frac{\partial \Phi}{\partial t}+\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)^{2}+\left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)^{2}+\left(\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right)^{2}\right]+gz\right\}=0,\; z=\eta(x,y,t)$$

$$\rho\left\{\frac{\partial \Phi}{\partial t}+g\eta+\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)^{2}+\left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)^{2}+\left(\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right)^{2}\right]\right\}\Bigg|_{z=\eta}=0 \qquad (2.7)$$

Παρατηρήσεις:

- Οι οριακές συνθήκες στην ελεύθερη επιφάνεια είναι μη γραμμικές.
- Είναι άγνωστο το όριο $z=\eta(x,y,t)$ στο οποίο ικανοποιούνται οι οριακές συνθήκες.
- Το πρόβλημα δεν επιδέχεται κλειστή λύση.
- Πρέπει να ακολουθηθούν προσεγγιστικές μέθοδοι για τη γραμμικοποίηση των οριακών συνθηκών στην ελεύθερη επιφάνεια.

2.2.2 Γραμμικοποίηση του προβλήματος κυματισμών βαρύτητας

Για την επίλυση ενός μη γραμμικού προβλήματος, εφαρμόζεται η Θεωρία Διαταραχών. Θεωρώντας ως παράμετρο για την ανάπτυξη των μεγεθών σε σειρές διαταραχών, ένα λόγο γεωμετρικών χαρακτηριστικών του κύματος τέτοιο ώστε να είναι πολύ μικρότερος του 1, όπως ο λόγος του ύψους κύματος Η ως προς το διπλάσιο του μήκους κύματος *λ* $\frac{\mathrm{H}}{2\lambda}=\varepsilon<<1$, τότε οι εκφράσεις για το δυναμικό της ροής και για την ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας παίρνουν την μορφή:

$$\Phi(x,y,z,t)=\sum_{n=1} e^{n}\Phi^{(n)}(x,y,z,t)$$

$$\eta(x,y,t)=\sum_{n=1} e^{n}\eta^{(n)}(x,y,t)$$

Όπου $\Phi^{(n)}$ και $\eta^{(n)}$ οι n-οστοί όροι ανάπτυξης.

Για να αποφύγουμε την ικανοποίηση των οριακών συνθηκών στο άγνωστο όριο *z=ζ(x,y,t)*, αναπτύσσουμε τα δυναμικά και τις παραγώγους τους σε σειρές Taylor περί το *z=0*, θεωρώντας ότι η ανύψωση *ζ(x,y,t)* είναι μικρή σε σχέση με το μήκος κύματος.

Προκύπτει:

$$\Phi\Big|_{z=\zeta} = \Phi\Big|_{z=0} + \zeta\frac{\partial\Phi}{\partial z}\Big|_{z=0} + \frac{1}{2}\zeta^2\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}\Big|_{z=0} + \dots \tag{2.8}$$

Και οι παράγωγοί του:

$$\Phi_x = \frac{\partial\Phi}{\partial x}\Big|_{z=\zeta} + \frac{\partial\Phi}{\partial x}\Big|_{z=0} + \zeta\frac{\partial^2\Phi}{\partial x\partial z}\Big|_{z=0} + \frac{1}{2}\zeta^2\frac{\partial^3\Phi}{\partial x\partial z^2}\Big|_{z=0} + \dots$$

$$\Phi_y = \frac{\partial\Phi}{\partial y}\Big|_{z=\zeta} + \frac{\partial\Phi}{\partial y}\Big|_{z=0} + \zeta\frac{\partial^2\Phi}{\partial y\partial z}\Big|_{z=0} + \frac{1}{2}\zeta^2\frac{\partial^3\Phi}{\partial y\partial z^2}\Big|_{z=0} + \dots$$

$$\Phi_z = \frac{\partial\Phi}{\partial z}\Big|_{z=\zeta} + \frac{\partial\Phi}{\partial z}\Big|_{z=0} + \zeta\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}\Big|_{z=0} + \frac{1}{2}\zeta^2\frac{\partial^3\Phi}{\partial z^3}\Big|_{z=0} + \dots \tag{2.9}$$

Αντικαθιστώντας τις παραπάνω εκφράσεις στις οριακές συνθήκες για την ελεύθερη επιφάνεια. Για κάθε μια από τις εξισώσεις του συστήματος προκύπτει:

- **Κινηματική συνθήκη ελεύθερης επιφάνειας**

$$\varepsilon\left[\Phi_z^{(1)} - \zeta_t^{(1)}\right] + \varepsilon^2\left[\Phi_z^{(2)} - \zeta_t^{(2)} + \zeta^{(1)}\Phi_{zz}^{(1)} - \Phi_x^{(1)}\zeta_x^{(1)} - \Phi_y^{(1)}\zeta_y^{(1)}\right] + 0\left(\varepsilon^3\right) = 0$$

για z=0 (2.10)

- **Δυναμική συνθήκη ελεύθερης επιφάνειας**

$$\varepsilon\left[\Phi_t^{(1)} + g\zeta^{(1)}\right] + \varepsilon^2\left[\Phi_t^{(2)} + g\zeta^{(2)} + \zeta^{(1)}\Phi_{tz}^{(1)} + \frac{1}{2}((\Phi_x^{(1)})^2 + (\Phi_y^{(1)})^2 + (\Phi_z)^2)\right] + 0\left(\varepsilon^3\right) = 0$$

για z=0 (2.11)

Παρατήρηση:

Οι παραπάνω εξισώσεις πρέπει να ισχύουν για κάθε *ε* και όλοι οι συντελεστές των δυνάμεων του *ε* να ισούνται με μηδέν. Ως επακόλουθο προκύπτουν η κινηματική και η δυναμική n τάξης που θα ικανοποιούν οι n-οστοί όροι της ανάπτυξης του δυναμικού στην ελεύθερη επιφάνεια.

1ης τάξης πρόβλημα (n=1):

- **Κινηματική συνθήκη**

$$\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial z} = \frac{\partial \zeta^{(1)}}{\partial t} \qquad \text{για z=0} \tag{2.12}$$

- **Δυναμική συνθήκη**

$$\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial t} = -g\zeta^{(1)} \qquad \text{για z=0} \tag{2.13}$$

2ης τάξης πρόβλημα (n=2):

- **Κινηματική συνθήκη**

$$\frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial z} - \frac{\partial \zeta^{(2)}}{\partial t} = -\zeta^{(1)} \frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial z^2} + \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial x}\frac{\partial \zeta^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial y}\frac{\partial \zeta^{(1)}}{\partial y} \qquad \text{για z=0} \tag{2.14}$$

- **Δυναμική συνθήκη**

$$\frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial t} + g\zeta^{(2)} = -\zeta^{(1)} \frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial t \partial z} - \frac{1}{2}\{(\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial x})^2 + (\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial y})^{(2)} + (\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial z})\} \qquad \text{για z=0} \tag{2.15}$$

Από τις εκφράσεις της 2ης τάξης του προβλήματος, συμπεραίνουμε πως για τη λύση τους προαπαιτείται να έχει επιλυθεί το αντίστοιχο πρόβλημα 1ης τάξης. Έτσι, καταλήγουμε σε μια γενική μορφή για το n-οστής τάξης πρόβλημα:

n- τάξης πρόβλημα

- **Κινηματική συνθήκη**

$$\frac{\partial \Phi^{(n)}}{\partial z} - \frac{\partial \zeta^{(n)}}{\partial t} = G^{(n-1)} \qquad \text{για z=0} \tag{2.16}$$

- **Δυναμική συνθήκη**

$$\frac{\partial \Phi^{(n)}}{\partial t} + g\zeta^{(n)} = F^{(n-1)} \quad \text{για z=0} \qquad (2.17)$$

Όπου $G^{(n-1)}$ και $F^{(n-1)}$ είναι κατάλληλες συναρτήσεις που συνδυάζουν τις λύσεις 1ης, 2ης , 3ης,…, *(n-1)* τάξης.

Παρατήρηση:

- Παρόλο που οι οριακές συνθήκες για την ελεύθερη επιφάνεια είναι μη γραμμικές, οι συναρτήσεις $\Phi^{(n)}$ πρέπει να ικανοποιούν και τις υπόλοιπες οριακές συνθήκες, αυτή της συνέχειας και αυτή του πυθμένα. Δηλαδή:

$$\Delta\Phi^{(n)} = 0 \quad \text{στο πεδίο ροής} \qquad (2.18)$$

$$\frac{\partial \Phi^{(n)}}{\partial \vec{n}} = \vec{\nabla}\Phi^{(n)} \cdot \vec{n} = 0 \quad \text{στον πυθμένα} \qquad (2.19)$$

2. 3 Κύματα Airy

Ο απλός αρμονικός κυματισμός, κύματα Airy, είναι λύση του γραμμικοποιημένου προβλήματος 1ης τάξης για n=1. Αν το ε είναι τόσο μικρό, ώστε τα $\varepsilon^2, \varepsilon^3$,… να είναι απειροστά ανώτερης τάξης, τότε μια πολύ καλή προσέγγιση της πραγματικής λύσης για το δυναμικό Φ και την ελεύθερη επιφάνεια ζ, δίνεται από τις:

$$\Phi = \varepsilon\Phi^{(1)}$$

$$\zeta = \varepsilon\zeta^{(1)}$$

με τα $\Phi^{(1)}$ και $\zeta^{(1)}$ να προκύπτουν ως λύση του συστήματος:

$$\nabla^2\Phi^{(1)} = 0 \quad \text{για z=-h} \qquad (2.20)$$

$$\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial z} = 0 \quad \text{για z=-h} \qquad (2.21)$$

$$\frac{\partial \zeta^{(1)}}{\partial t} - \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial z} = 0 \quad \text{για z=0} \qquad (2.22)$$

$$\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial t} - g\zeta^{(1)} = 0 \quad \text{για z=0} \tag{2.23}$$

Εύρεση του δυναμικού της ταχύτητας Φ

Από τις (2.22) και (2.23) εξισώσεις του συστήματος, απαλείφουμε το *ζ*:

$$\zeta^{(1)} = -\frac{1}{g}\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial \zeta^{(1)}}{\partial t} = -\frac{1}{g}\frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial t^2} \tag{2.24}$$

Και αντικαθιστώντας στην (2.22) προκύπτει:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \tag{2.25}$$

(από εδώ και κάτω ο δείκτης (1) θα παραλείπεται)

Θεωρούμε πως το δυναμικό της ταχύτητας έχει ημιτονοειδή μορφή με σταθερή ταχύτητας μετάδοσης ώστε να ικανοποιεί το πρόβλημα των οριακών συνθηκών.

$$\Phi\left(x,z,t\right) = F\left(z\right)\cdot\sin\left(kx - \mu t\right) \tag{2.26}$$

Όπου $F\left(z\right)$ άγνωστη συνάρτηση, k άγνωστη παράμετρος και μ η κυκλική συχνότητα του κύματος.

Έτσι, η εξίσωση Laplace (2.20) γίνεται:

$$\nabla^2\Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z} = 0 \tag{2.27}$$

Όπου

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = -k^2 F(z)\cdot\sin(kx - \mu t)$$
$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 F(z)}{\partial z^2}\cdot\sin(kx - \mu t) \tag{2.28}$$

Άρα,

$$-k^2 F(z)\cdot\sin(kx-\mu t) + \frac{\partial^2 F(z)}{\partial z^2}\cdot\sin(kx-\mu t) = 0 \Rightarrow -k^2 F(z) + \frac{\partial^2 F(z)}{\partial z^2} = 0 \tag{2.29}$$

που είναι γραμμική διαφορική εξίσωση με λύση:

$$F(z) = Ae^{-kz} + Be^{kz} \tag{2.30}$$

Και το δυναμικό γράφεται:

$$\Phi(x,y,z) = (Ae^{-kz} + Be^{kz}) \cdot \sin\left(kx - \mu t\right) \tag{2.31}$$

Από την οριακή συνθήκη στον πυθμένα (2.21) προκύπτει:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = (-kAe^{-kz} + kBe^{kz}) \cdot \sin(kx - \mu t) \overset{z=d}{=} 0 \Rightarrow -kAe^{-kd} + kBe^{kd} = 0 \Rightarrow$$
$$Ae^{kd} = Be^{-kd} \Rightarrow \frac{A}{B} = e^{-2kd} \tag{2.32}$$

Από τη μετασχηματισμένη οριακή συνθήκη στην ελεύθερη επιφάνεια:

$$\left.\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right)\right|_{z=0} = 0 \Rightarrow$$
$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g\frac{\partial \Phi}{\partial z} = -\mu^2 \left(Ae^{-kz} + Be^{kz}\right) \cdot \sin(kx - \mu t) + g\left(-kAe^{-kz} + kBe^{kz}\right)\sin(kx - \mu t)$$
$$\tag{2.33}$$

Αν θέσουμε *z=0*:

$$\frac{\mu^2}{kg} = \frac{B-A}{B+A} = \frac{1-\frac{A}{B}}{1+\frac{A}{B}} = \frac{1-e^{-2kd}}{1+e^{2kd}} = \frac{\sinh(kd)}{\cosh(kd)} \Rightarrow$$
$$\mu^2 = kg\tanh(kd) \tag{2.34}$$

που είναι η εξίσωση διασποράς και συνδέει την κυκλική συχνότητα *ω*, με την παράμετρο *k* και το βάθος *d*.

Το δυναμικό της ταχύτητας του κύματος γράφεται:

$$\Phi(x,z,t)=\left(Ae^{-kz}+Be^{kz}\right)\sin(kx-\mu t)\Rightarrow$$

$$\Phi(x,z,t)=B\left(\frac{A}{B}e^{-kz}+e^{kz}\right)\sin(kx-\mu t)\Rightarrow$$

$$\Phi(x,z,t)=B\left(e^{-2kz}e^{-kz}+e^{kz}\right)\sin(kx-\mu t)\Rightarrow$$

$$\Phi(x,z,t)=2Be^{-kd}\,\frac{1}{2}\left(e^{-k(z+d)}+e^{k(z+d)}\right)\sin(kx-\mu t)\Rightarrow$$

$$\Phi(x,z,t)=2Be^{-kd}\cosh\left[k\left(z+d\right)\right]\sin(kx-\mu t) \tag{2.35}$$

Η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας αντίστοιχα, γράφεται:

$$\eta=-\frac{1}{g}\frac{\partial\Phi}{\partial t}\Rightarrow$$

$$\eta=\frac{1}{g}2\mu Be^{-kd}\cosh\left[k\left(z+d\right)\right]\cos(kx-\mu t)\overset{z=0}{\Rightarrow}$$

$$\eta=\frac{2}{g}\mu Be^{-kd}\cosh(kd)\cos(kx-\mu t) \tag{2.36}$$

επομένως, το πλάτος του κύματος μπορεί να ορισθεί ως:

$$a=\frac{2B\mu e^{-kd}}{g}\cosh(kd) \tag{2.37}$$

Έτσι, η έκφραση για το δυναμικό της ταχύτητας μπορεί να γραφεί:

$$\Phi=\frac{ag}{\mu}\cdot\frac{\cosh[k(z+d)]}{\cosh(kd)}\cdot\sin(kx-\mu t) \tag{2.38}$$

Το πλάτος του κύματος *α*, είναι ίσο με το μισό του ύψους κύματος *Η*, οπότε:

$$\Phi=\frac{H}{2}\frac{g}{\mu}\cdot\frac{\cosh[k(z+d)]}{\cosh(kd)}\cdot\sin(kx-\mu t) \tag{2.39}$$

$$\eta=\frac{H}{2}\cdot\cos(kx-\mu t) \tag{2.40}$$

λύσεις του προβλήματος προοδευτικών κυματισμών μικρού πλάτους.

Στην περίπτωση που η διεύθυνση προχώρησης του μετώπου κύματος και ο άξονας των *x* σχηματίζουν γωνία *θ* μεταξύ τους, τότε κυματισμός δεν θεωρείται πλέον δισδιάστατος, αλλά γίνεται:

$$\Phi(x,y,z,t)=\frac{H}{2}\frac{g}{\mu}\cdot\frac{\cosh[k(z+d)]}{\cosh(kd)}\cdot\sin[k(x\cos^{-}+y\sin^{-})-\mu t] \tag{2.41}$$

$$¸\,(x,y,t)=\frac{H}{2}\cos[k(x\cos^{-}+y\sin^{-})-\mu t] \tag{2.42}$$

όπου k είναι ο αριθμός κύματος (κυματάριθμος) που σχετίζεται με το μήκος κύματος λ και ορίζεται ως $k=\frac{2®}{a}$.

Τροχιές μορίων

Τέλος, αξίζει να αναφερθεί πως στην περίπτωση απλών αρμονικών κυματισμών, οι τροχιές των μορίων είναι κλειστές και ως εκ τούτου δεν εμφανίζονται φαινόμενα μεταφοράς μάζας.

2.4 Κύματα Stokes 5ης τάξης

Τα κύματα Stokes 5ης τάξης ανήκουν σε μια σειρά θεωριών ανώτερης τάξης και παρουσιάσθηκαν από τους *Lars Skjelbreia* και James *Hendrickson* το 1961. Σύμφωνα με τη θεωρία Stokes 5ης τάξης, χρησιμοποιούνται οι πέντε πρώτοι όροι των σειρών:

$$\Phi(x,y,z,t)=\sum_{n=1}^{5}£^{n}\Phi^{(n)}(x,y,z,t) \tag{2.43}$$

$$¸\,(x,y,z,t)=\sum_{n=1}^{5}£^{n}\,¸^{(n)}(x,y,z,t) \tag{2.44}$$

Η σύγκλιση των σειρών των διαταραχών που χρησιμοποιούνται για την προσέγγιση του δυναμικού από τον Stokes, ερευνήθηκε από τους *Levi-Civita* (1925) και *Struick* (1926) για άπειρο και πεπερασμένο βάθος νερού αντίστοιχα και επαληθεύτηκε η σύγκλισή τους.

Εύρεση δυναμικού ταχύτητας Φ

Για την εύρεση του δυναμικού της ταχύτητας 5ης τάξης, αλλά και της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας, θα πρέπει να προηγηθεί η λύση της 1ης, 2ης, 3ης και 4ης τάξης.

Σύμφωνα με τους *Skjelberia – Hendrickson* (1961) το δυναμικό $\Phi^{(5)}$ και η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας $¸^{(5)}$ δίνονται από τις δυναμοσειρές:

$$\Phi^{(5)} = \frac{\lambda^2}{2\pi T}[\left(\varepsilon A_{11} + \varepsilon^3 A_{13} + \varepsilon^5 A_{15}\right)\cosh[k(z+d)]\sin(kx-\sigma t) +$$
$$+\left(\varepsilon^2 A_{22} + \varepsilon^4 A_{24}\right)\cosh[2k(z+d)]\sin(2(kx-\sigma t)) +$$
$$+\left(\varepsilon^3 A_{33} + \varepsilon^5 A_{35}\right)\cosh[3k(z+d)]\sin(3(kx-\sigma t)) +$$
$$+\left(\varepsilon^4 A_{44}\cosh[4k(z+d)]\sin(4(kx-\sigma t))\right) +$$
$$+\left(\varepsilon^5 A_{55}\cosh[5k(z+d)]\sin(5(kx-\sigma t))\right)] \tag{2.45}$$

και

$$\eta^{(5)} = \frac{\lambda}{2\pi}[\varepsilon\cos(kx-\sigma t) + (\varepsilon^2 B_{22} + \varepsilon^4 B_{24})\cos[2(kx-\sigma t)] +$$
$$+(\varepsilon^3 B_{33} + \varepsilon^5 B_{35})\cos[3(kx-\sigma t)] + \varepsilon^4 B_{44}\cos[4(kx-\sigma t)] +$$
$$+\varepsilon^5 B_{55}\cos[5(kx-\sigma t)]] \tag{2.46}$$

Όμως για να ικανοποιούνται οι οριακές συνθήκες πρέπει να ισχύουν και οι σχέσεις:

$$\frac{\pi H}{d} = \frac{1}{d/\lambda}[\varepsilon + \varepsilon^3 B_{33} + \varepsilon^5 (B_{35} + B_{55})] \tag{2.47}$$

$$\frac{d}{\lambda_0} = \frac{d}{\lambda}[1 + \varepsilon^2 C_1 + \varepsilon^4 C_2]\tanh(kd) \tag{2.48}$$

όπου

$$\lambda_0 = \frac{gT^2}{2\pi} = 1.56T^2 \tag{2.49}$$

το μήκος κύματος απλού αρμονικού κυματισμού σε βαθύ νερό, ίδιας περιόδου με το εξεταζόμενο και οι συντελεστές A_{ij}, B_{ij}, C_i *(i, j=1,2,…,5)* είναι συναρτήσεις του d/λ όπως προέκυψαν ύστερα από ομαδοποίηση των δυνάμεων του *ε* και υποομαδοποίηση των δυνάμεων του *cosφ*. Οι εκφράσεις τους δίνονται παρακάτω σύμφωνα με τους *Skjelberia – Hendrickson* (1961).

$$A_{11} = \frac{1}{S}$$

$$A_{13} = \frac{-C^2(5C^2+1)}{8S^5}$$

$$A_{15} = \frac{-(1184C^{10} - 1440C^8 - 1992C^6 + 2641C^4 - 294C^2 + 18)}{1536S^{11}}$$

$$A_{22} = \frac{3}{8S^4}$$

$$A_{24} = \frac{\left(192C^8 - 424C^6 - 312C^4 + 480C^2 - 17\right)}{768S^{10}}$$

$$A_{33} = \frac{\left(13 - 4C^2\right)}{64S^7}$$

$$A_{35} = \frac{\left(512C^{12} - 4224C^{10} - 6800C^8 - 12,808C^6 + 16,704C^4 - 3154C^2 + 107\right)}{4096S^{13}(6C^2-1)}$$

$$A_{44} = \frac{\left(80C^6 - 816C^4 + 1338C^2 - 197\right)}{1536S^{10}(6C^2-1)}$$

$$A_{55} = \frac{-\left(2880C^{10} - 72,480C^8 + 324,000C^6 - 432,000C^4 + 163,470C^2 - 16,245\right)}{61,440S^{11}(6C^2-1)(8C^4 - 11C^2 + 3)}$$

(2.50)

$$B_{22} = C\,\frac{(2C^2+1)}{4S^3}$$

$$B_{24} = \frac{C\left(272C^8 - 504C^6 - 192C^4 + 322C^2 + 21\right)}{384S^9}$$

$$B_{33} = \frac{3(8C^6+1)}{64S^6}$$

$$B_{35} = \frac{\left(88,128C^{14} - 208,224C^{12} + 70,848C^{10}\right)}{12,288S^{12}(6C^2-1)} + \frac{(54,000C^8 - 21,816C^6 + 6264C^4 - 54C^2 - 81)}{12,288S^{12}(6C^2-1)}$$

$$B_{44} = \frac{C(768C^{10} - 448C^8 - 48C^6 + 48C^4 + 106C^2 - 21)}{384S^9(6C^2-1)}$$

$$B_{55} = \frac{\left(192,000C^{16} - 262,720C^{14} + 83,680C^{12} + 20,160C^{10} - 7280C^8\right)}{12,288S^{10}(6C^2-1)(8C^4-11C^2+3)} + \frac{\left(7160C^6 - 1800C^4 - 1050C^2 + 225\right)}{12,288S^{10}(6C^2-1)(8C^4-11C^2+3)}$$

(2.51)

$$
\begin{aligned}
C_1 &= \frac{\left(8C^4 - 8C^2 + 9\right)}{8S^4} \\
C_2 &= \frac{\left(3840C^{12} - 4096C^{10} + 2592C^8 - 1008C^6 + 5944C^4 - 1830C^2 + 147\right)}{512S^{10}(6C^2 - 1)} \\
C_3 &= -\frac{1}{4SC} \\
C_4 &= \frac{\left(12C^8 + 36C^6 - 162C^4 + 141C^2 - 27\right)}{192CS^9}
\end{aligned}
\tag{2.52}
$$

Έχοντας θέσει:

$$
\begin{aligned}
S &= \sinh(2\text{®} d / \text{ª}) = \sinh(kd) \\
C &= \cosh(2\text{®} d / \text{ª}) = \cosh(kd)
\end{aligned}
\tag{2.53}
$$

Παρατήρηση:

Οι εξισώσεις (2.47), (2.48) μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον προσδιορισμό της παραμέτρου ε και ενός από τα τέσσερα μεγέθη *H, T, λ,* **d** που περιγράφουν το κύμα. Έτσι μπορούμε να διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις:

- **Γνωστή τριάδα τα H, λ, d**

Τότε οι συντελεστές A_{ij}, B_{ij}, C_i μπορούν να προσδιοριστούν από τις σχέσεις (2.50), (2.51) και (2.52) αφού ο λόγος $d/\text{ª}$ είναι γνωστός και να βρεθούν οι τιμές του *ε* σαν ρίζες της (2.47), να υπολογισθεί το ª_0 από την (2.48) και η περίοδος *T* από την (2.49).

- **Γνωστή τριάδα τα H, T, d**

Στην περίπτωση αυτή δεν υπάρχει άμεση σχέση που να συνδέει την περίοδο του κύματος *T* και το μήκος κύματος *λ*, οπότε θα πρέπει να επιλυθεί το σύστημα των εξισώσεων (2.47) και (2.48) με αγνώστους τη σταθερά του κύματος *ε* και το μήκος κύματος *λ*.

Όμως, οι συντελεστές B_{33}, B_{55}, C_1 και C_2 που υπεισέρχονται σε αυτό είναι συναρτήσεις του ζητούμενου λόγου $d/\text{ª}$ και έτσι η επίλυση του προβλήματος θα πρέπει να γίνει με δοκιμές.

Τροχιές μορίων

Οι τροχιές των μορίων του ρευστού στην περίπτωση των μη γραμμικών κυμάτων Stokes δεν είναι κλειστές όπως στην περίπτωση των γραμμικών κυμάτων Airy και επομένως παρατηρούνται φαινόμενα μεταφοράς μάζας.

Το φαινόμενο της μεταφοράς μάζας μελετήθηκε από τον Stokes και επιβεβαιώθηκε αργότερα και πειραματικά. Η ταχύτητα μεταφοράς μάζας $³_M$ ορίζεται ως η οριζόντια μετατόπιση ΔJ_T ενός μορίου του ρευστού σε χρόνο μιας περιόδου *T*, δηλαδή:

$$³_M = \frac{\Delta J_T}{T} \tag{2.54}$$

2.5 Θραύση κυματισμών

Για κάθε βάθος και περίοδο κυματισμού υπάρχει μια οριακή τιμή του ύψους κύματος, μέχρι την οποία ο κυματισμός διατηρεί την ισορροπία του. Όταν η ταχύτητα των μορίων του ρευστού στην κορυφή του κύματος υπερβεί την ταχύτητα διάδοσης του κύματος, τότε το κύμα γίνεται ασταθές και επέρχεται η θραύση του. Σε κάθε βάθος νερού *d* και περίοδο *T*, αντιστοιχεί και ένα μέγιστο ύψος κύματος.

Ο Stokes προσδιόρισε πως το κύμα γίνεται ασταθές, όταν η γωνία στην κορυφή του κύματος γίνεται μικρότερη από 120°.

- **Σε βαθύ νερό**

Οι *Michell- Havelock* (1951) έδειξαν πως σε αυτή την περίπτωση η συνθήκη αυτή της γωνίας των 120° μπορεί να εκφραστεί με τη μέγιστη τιμή του λόγου H/λ :

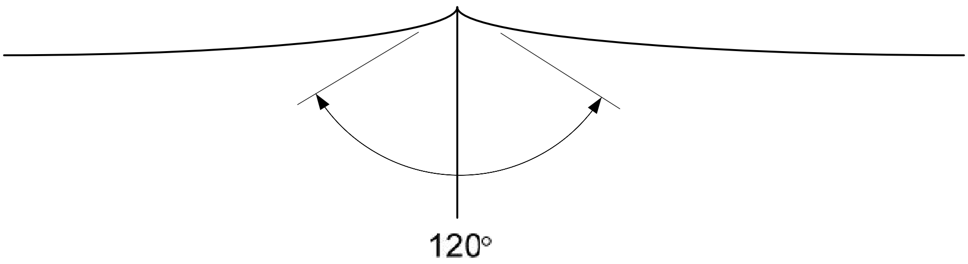
$$\left(\frac{H_0}{\lambda_0}\right)_{max} = \frac{H_{0\Theta}}{\lambda_{0\Theta}} = \frac{1}{7} = 0.142 \tag{2.55}$$

όπου

$H_{0\Theta}$: το μέγιστο ύψος κύματος

$\lambda_{0\Theta}$: το μήκος κύματος σε βαθύ νερό τη στιγμή της θραύσης

Η τιμή του $\frac{1}{7}$ καλείται όριο κατά *Michell- Havelock* (1951).



Εικόνα 2.1 Όριο της γωνίας στην κορυφή του κύματος στην κατάσταση θραύσης του.

- **Σε πεπερασμένο βάθος νερού**

Ο Michell έδωσε για την μέγιστη τιμή του λόγου H/a, τη σχέση:

$$\left(\frac{H}{a}\right)_{max} = \frac{H_{0\Theta}}{a_{0\Theta}} = 0.142\tanh(kd) = 0.142\tanh(2® \frac{d}{a}) \qquad (2.56)$$

- **Σε μικρό βάθος νερού**

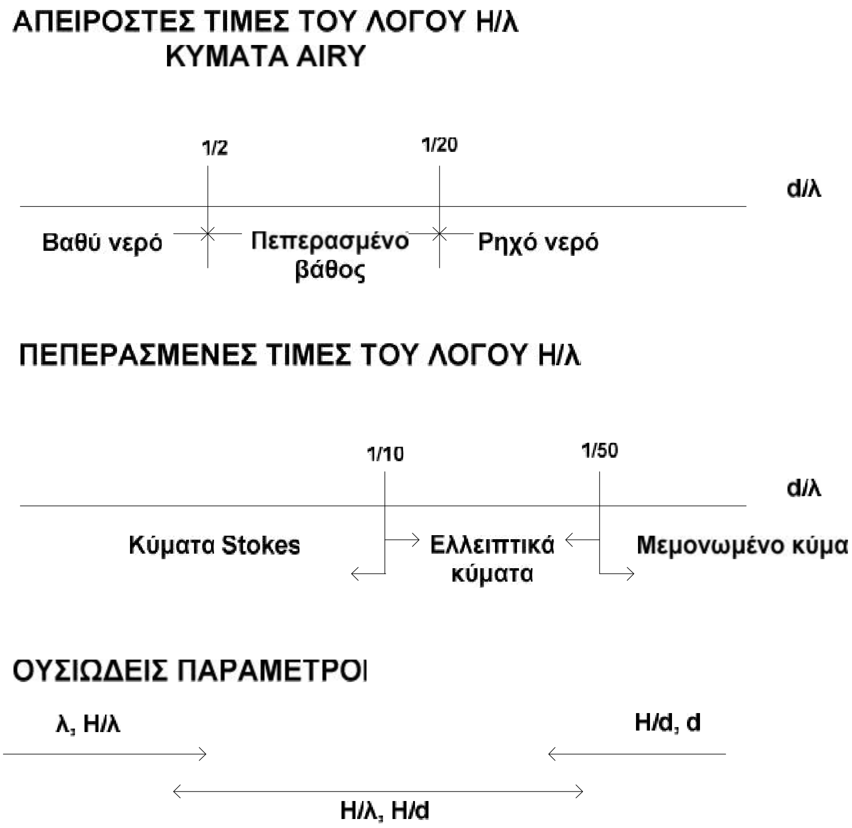
Στην περιοχή μικρού βάθους θαλάσσιου νερού $\frac{d}{a} < \frac{1}{10}$ η θεωρία κυμάτων σύμφωνα με τον Stokes δεν παρουσιάζει ακριβή αποτελέσματα.

2.6 Περιοχές ισχύος θεωριών θαλάσσιων κυματισμών

Πέρα από τη γραμμική θεωρία των κυμάτων Airy και τη θεωρία Stokes για κύματα βαρύτητας 5ης τάξης, υπάρχει μια σειρά μη γραμμικών θεωριών κυματισμών που προσπαθούν να καλύψουν περιοχές όπως $\frac{d}{a} < \frac{1}{10}$ που η θεωρία κατά Stokes δίνει ανακριβή αποτελέσματα.

Σύμφωνα με τη γραμμική θεωρία των κυματισμών Airy η βασική υπόθεση είναι ότι ο λόγος ύψους προς το μήκος κύματος είναι απειροστός για όλα τα βάθη νερού. Στις πρακτικές εφαρμογές ο απλός αρμονικός κυματισμός δίνει καλά αποτελέσματα του λόγου $\frac{H}{a} < \frac{1}{50}$.

Στο παρακάτω σχήμα, όπως αυτό δόθηκε από τον *Keulegan* (1950), φαίνονται οι περιοχές ισχύος των διάφορων θεωριών καθώς και οι καθοριστικές παράμετροι για κάθε μια από αυτές.



Εικόνα 2.2 Περιοχές ισχύος των κυματικών θεωριών σύμφωνα με τον Keulegan

Όπως φαίνεται και στο σχήμα, στην περίπτωση ρευστού άπειρου βάθους καθοριστικές παράμετροι είναι οι τιμές του λόγου H/λ και το μήκος του κύματος λ. Στην περίπτωση όμως που βρισκόμαστε στην περιοχή του ρηχού νερού, καθοριστικές παράμετροι είναι ο λόγος H/d και το βάθος του νερού d. Ενώ όταν βρισκόμαστε σε ενδιάμεσα βάθη τόσο ο λόγος H/λ, όσο και ο λόγος H/d είναι εξίσου σημαντικοί.

Επίσης, ένας άλλος τρόπος κατάταξης εισήχθη από τον *Ursell* (1949) με βάση την παράμετρο $H\lambda^2/d^3$ που καθορίζει τη μορφή των λύσεων του προβλήματος των κυμάτων βαρύτητας. Έτσι, σύμφωνα με αυτή την παράμετρο οι οριακές συνθήκες για κάθε μια θεωρία γράφονται:

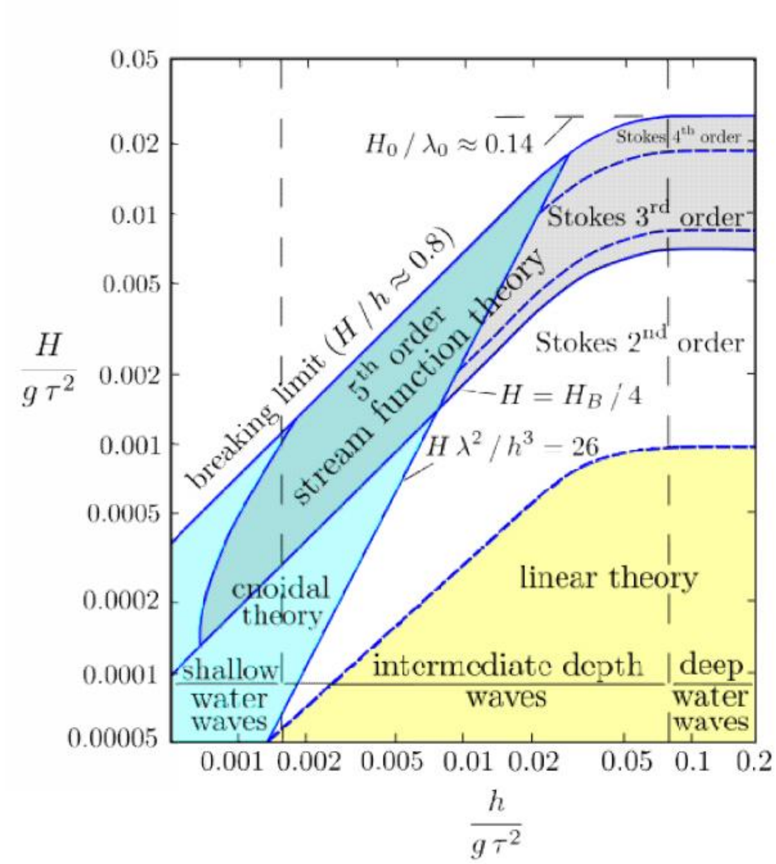
Κύματα Airy $\quad \dfrac{H\lambda^2}{d^3} < 1$

Κύματα Stokes $\quad 1 < \dfrac{H\lambda^2}{d^3} < 48$

Ελλειπτικά κύματα $\quad 48 < \dfrac{H\lambda^2}{d^3} < 75$

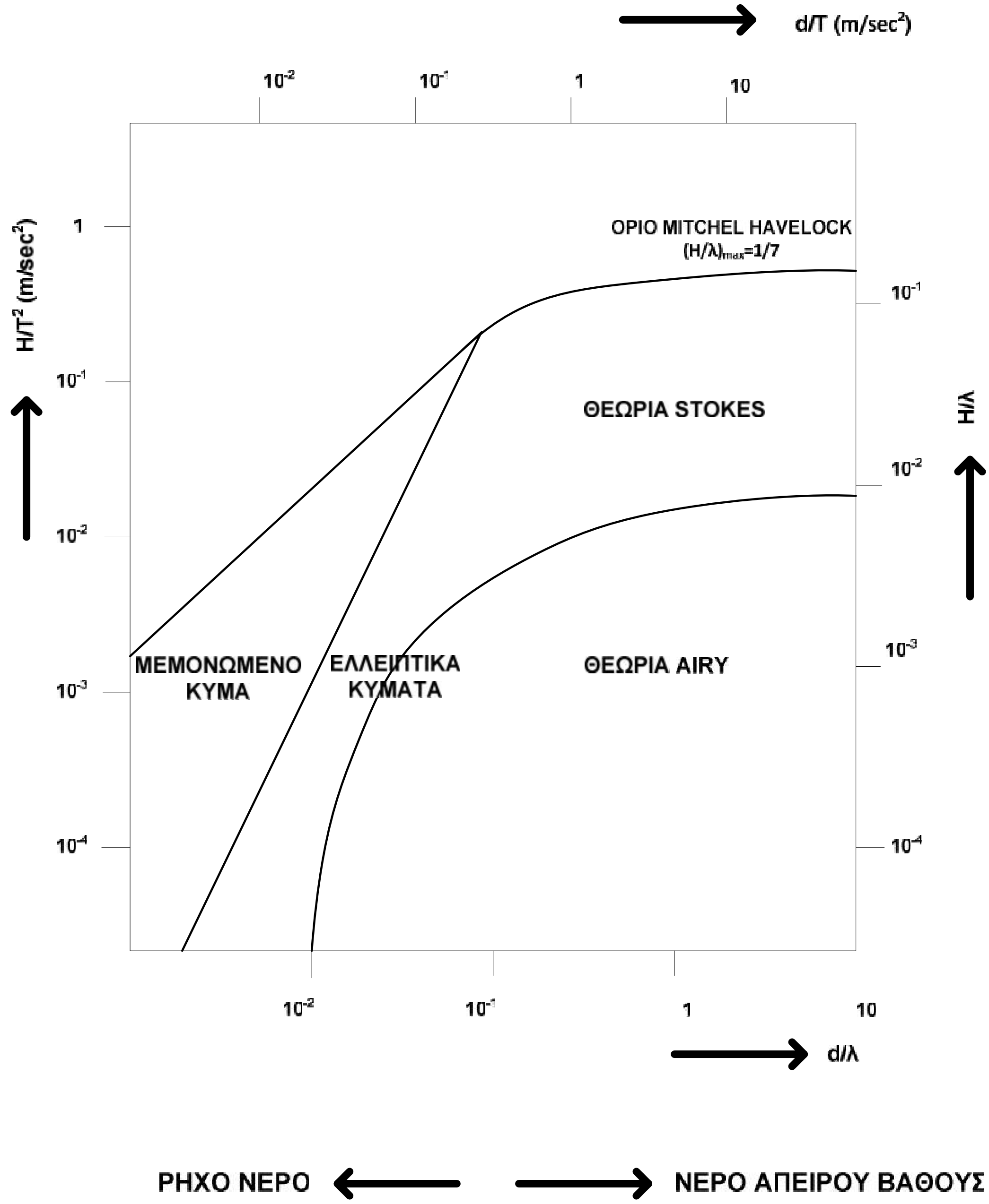
Μεμονομένο κύμα $\quad 75 < \dfrac{H\lambda^2}{d^3}$

Ο Le Méhauté το 1976 παρουσίασε ένα χρήσιμο διάγραμμα στο οποίο παρουσιάζονται τα όρια ισχύος κάθε κυματική θεωρίας.



Εικόνα 2.3 Περιοχές ισχύος κυματικών θεωριών σύμφωνα με τον Le Méhauté (1976)

Τέλος, στο διάγραμμα που ακολουθεί παρουσιάζονται οι περιοχές ισχύος των αναλυτικών θεωριών συναρτήσει των τιμών $H/\text{ª}, d/\text{ª}, H/T^2, d/T^2$. Με βάση το διάγραμμα αυτό τέθηκαν και οι περιοχές λειτουργίας του προγράμματος για τις δύο θεωρίες κυματισμών (Airy- Stokes 5ης τάξης).



Εικόνα 2.4 Περιοχές ισχύος κυματικών θεωριών συναρτήσει των $H/$ª, $d/$ª, H/T^2, d/T^2

Κεφάλαιο 3. Υδροδυναμικές Φορτίσεις

3.1 Ιστορική αναδρομή στον τύπο του Morison

Η κυριότερη κατηγορία φορτίων που δρουν σε μια κατασκευή λόγω του περιβάλλοντος, είναι εκείνη που προκαλείται από τους θαλάσσιους κυματισμούς. Ο αξιόπιστος προσδιορισμός τους και η εύρεση της δυναμική συμπεριφοράς της κατασκευής, αποτελούν το αντικείμενο της υδροδυναμικής ανάλυσης θαλάσσιων εγκαταστάσεων.

3.1.1 Δυνάμεις λόγω θαλάσσιων κυματισμών

Μια θαλάσσια κατασκευή είναι εκτεθειμένη σε δυνάμεις που προέρχονται από το περιβάλλον και δη από τους κυματισμούς. Οι δυνάμεις αυτές, προκαλούνται από διάφορους μηχανισμούς και διακρίνονται στους παρακάτω τύπους:

- **Δυνάμεις Froude-Kryloff**

Ασκούνται στο νοητό περίγραμμα της κατασκευής από τους θαλάσσιους κυματισμούς. Κύρια θεώρηση για τον προσδιορισμό τους είναι ότι η παρουσία της κατασκευής δεν παραμορφώνει το πεδίο ροής. Για τον υπολογισμό τους, γίνεται ολοκλήρωση της πίεσης του πεδίου ροής του απλού αρμονικού κυματισμού στη βρεχόμενη επιφάνεια της κατασκευής.

- **Δυνάμεις περίθλασης**

Σε αυτή την περίπτωση δυνάμεων, λαμβάνεται υπόψη η παρουσία της κατασκευής και η παραμόρφωση που υφίσταται το πεδίο ροής λόγω αυτής. Εάν θεωρηθεί πως το σώμα είναι ακίνητο, τότε στο δυναμικό της ροής του απλού αρμονικού κυματισμού προστίθεται και το δυναμικό περίθλασης, το οποίο οφείλεται στην παραμόρφωση της ροής. Το άθροισμα αυτών, δίνει τις δυνάμεις περίθλασης.

- **Δυνάμεις ακτινοβολίας**

Εάν θεωρηθεί πως το σώμα κινείται, τότε το αποτέλεσμα είναι η δημιουργία κυματισμών και κατ' επέκταση η δημιουργία ενός δυναμικού ροής που προκαλεί στο σώμα δυνάμεις. Αυτό το δυναμικό προστίθεται με τη σειρά του στα προηγούμενα δυναμικά επάγοντας τις δυνάμεις ακτινοβολίας.

- **Δυνάμεις αντίστασης**

Οφείλονται στη συνεκτικότητα του πεδίου ροής και είναι ανάλογες με το τετράγωνο της ταχύτητας.

- **Άλλες δυνάμεις**

Όλες οι προηγούμενες περιπτώσεις δυνάμεων θεωρούν την ύπαρξη απλού αρμονικού κυματισμού. Στην πραγματικότητα όμως, οι θαλάσσιοι κυματισμοί είναι μη γραμμικά φαινόμενα και άρα και οι δυνάμεις που εμφανίζονται είναι μη γραμμικές. Υποδιαιρώντας τες, προκύπτουν οι δυνάμεις $1^{ης}$ τάξης, σαν λύση του γραμμικού προβλήματος, $2^{ης}$ και ανώτερης τάξης όταν λαμβάνονται υπόψη οι μη γραμμικοί όροι του προβλήματος.

- **Αδρανειακές δυνάμεις**

Ως αδρανειακές δυνάμεις αναφέρονται οι δυνάμεις Froude-Kryloff και οι δυνάμεις ακτινοβολίας.

Εξαιτίας των πολλών και διαφορετικών γεωμετριών και διαστάσεων των θαλάσσιων κατασκευών καθώς και των διαφορετικών συνθηκών εγκατάστασης τους, δεν μπορεί να γίνει ενιαία υδροδυναμική ανάλυση. Για αυτόν τον λόγο, θα πρέπει να γίνει υποδιαίρεση των κατασκευών σε κατηγορίες, ώστε να ακολουθηθεί ενιαία αντιμετώπιση για κάθε μια από αυτές. Η κατάταξή τους μπορεί να γίνει με κριτήριο το μέγεθος της κατασκευής σε σχέση με τα χαρακτηριστικά του κύματος. Στα πλαίσια της διαστατικής ανάλυσης, για τον προσδιορισμό των δυνάμεων, θεωρούμε κατακόρυφο, εδραζόμενο στον πυθμένα κύλινδρο.

Υποθέτοντας ότι προσπίπτει αρμονικό κύμα στον κύλινδρο, η δύναμη που ασκείται πάνω σε αυτόν μπορεί να εκφραστεί με μια συναρτησιακή σχέση που αφ’ ενός μεν να λαμβάνει υπόψη της τα χαρακτηριστικά του αρμονικού κύματος και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του κυλίνδρου, αφ’ ετέρου τα αδρανειακά φαινόμενα καθώς και φαινόμενα τριβής και βαρύτητας.

Η συναρτησιακή σχέση που δίνει τη δύναμη που ασκείται σε κυλινδρικό σώμα: $F = f(D, d, \text{°}, g, H, \text{ª})$

όπου D η διάμετρος του κυλίνδρου, d το βάθος του νερού , ρ την πυκνότητα του νερού, g η επιτάχυνση της βαρύτητας, H το ύψος του κύματος, λ το μήκος του κύματος και μ η δυναμική συνεκτικότητα του ρευστού.

Εφαρμόζοντας τη διαστατική ανάλυση: $\dfrac{F}{\text{°}\, g\text{®} H \frac{D^2}{8}} = f\left(\dfrac{2\text{®} D}{\text{ª}}, \dfrac{d}{D}, \dfrac{H}{D}, \dfrac{\text{«}}{\text{°}\sqrt{gD^3}}\right)$

Παρατηρούμε πως ο λόγος $\dfrac{\text{«}}{\text{°}\sqrt{gD^3}} = \dfrac{\text{¬}}{\sqrt{gD^3}}$ (ν: κινηματική συνεκτικότητα) ισούται με τον λόγο του αριθμού Froude προς τον αριθμό Reynolds.

Ο αριθμός Froude προσδιορίζεται ως:

$$Fr = \frac{\text{A¢°~¬£§~©έs Δυνάμεις}}{\text{Δ³¬ά«£§s Βαρύτητας}} = \frac{c}{\sqrt{gD}}$$

Ο αριθμός Reynoldsπροσδιορίζεται ως:

$$\mathrm{Re} = \frac{\text{A¢°~¬£§~©ές Δυνάμεις}}{\text{Δ³¬ά«£§s Τριβής}} = \frac{cD}{\text{¬}}$$

Διαιρώντας μεταξύ τους, τους συντελεστές:

$$\frac{Fr}{\mathrm{Re}} = \frac{\text{Δ³¬ά«£§s Τριβής}}{\text{Δ³¬ά«£§s Βαρύτητας}} = \frac{\text{¬}}{\sqrt{gD^3}}$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω, υπάρχει επίδραση των δυνάμεων βαρύτητας, τριβής και των αδρανειακών δυνάμεων.

Αντικαθιστώντας την τιμή της ταχύτητας μετατόπισης c του απλού αρμονικού κύματος, $c = \sqrt{\dfrac{g\, tanh(kd)}{k}}$ (k: κυματάριθμος που είναι ίσος με $2\pi\lambda$) στην έκφραση για τον αριθμό Froude, προκύπτει: $Fr = \left[\dfrac{\frac{g \tanh(kd)}{k}}{Dg}\right]^{1/2} = \sqrt{\dfrac{\tanh(kd)}{kD}}$

- **Για νερό απείρου βάθους, όπου $\tanh(kd) \equiv 1$**

$$Fr = \frac{\text{A¢°~¬£§~©έs Δ³¬ ά«£§s}}{\text{Δ³¬ ά«£§s B~° ύ² ¦ ²~s}} \equiv \frac{1}{\sqrt{kD}}$$

Παρατήρηση:

- Όσο η διάμετρος του σώματος *D* είναι μικρή σε σχέση με το μήκος κύματος *λ*, τα αδρανειακά φαινόμενα είναι σημαντικότερα έναντι των φαινομένων βαρύτητας. Άρα, για μικρές τιμές του *kD* μπορούν να παραλειφθούν οι δυνάμεις περίθλασης. Όταν όμως το *kD* είναι μεγάλο, τα φαινόμενα βαρύτητας είναι πιο σημαντικά από τα αδρανειακά φαινόμενα.

- **Για ρηχό νερό, όπου $\boldsymbol{tanh} = (\boldsymbol{kd}) \equiv \boldsymbol{kd}$**

$$Fr = \frac{\text{A¢°~¬£§~©έs Δ³¬ ά«£§s}}{\text{Δ³¬ ά«£§s B~° ύ² ¦ ²~s}} \equiv \sqrt{\frac{d}{D}}$$

Παρατήρηση:

- Τα φαινόμενα βαρύτητας αποκτούν μεγαλύτερη σημασία για μεγάλες τιμές της διαμέτρου *D*, ή για μικρές τιμές του βάθους του νερού *d*, ανεξάρτητα από το μήκος κύματος *λ*.
- Οι οριακές τιμές των $\frac{D}{\text{a}}$ και $\frac{D}{d}$ για να ληφθούν υπόψη τα φαινόμενα της παραμόρφωσης της ροής θα αναφερθούν στη συνέχεια. Η δε θεωρητική τους κάλυψη απαιτεί προσδιορισμό του πεδίου ροής στα πλαίσια της θεωρίας δυναμικού.

Αν χρησιμοποιήσουμε σαν τριάδα περιγραφής του αρμονικού κύματος *u(z), T, d* τότε η συναρτησιακή σχέση για τη δύναμη είναι:

$$F = f\left(D, d, T, \bar{u}, \text{°}, \text{«}\right) \rightarrow \frac{F}{\frac{1}{2}\,\text{°}\,u^2 D d} = f\left(\frac{\bar{u}T}{D}, \frac{uD}{\text{«}/\text{°}}, \frac{d}{D}\right)$$

Η παράσταση $\frac{\bar{u}T}{D} = N_{KC}$ που είναι αδιάστατο μέγεθος και ονομάζεται σταθερά του Keulegan- Carpenter ενώ η παράσταση $\frac{uD}{«/°} = \frac{uD}{¬} = \mathrm{Re}$ είναι ο αριθμός Reynolds, οπότε:

$$\frac{F}{\frac{1}{2} ° u^2 Dd} = f\,(N_{KC}, Re, \frac{d}{D})$$

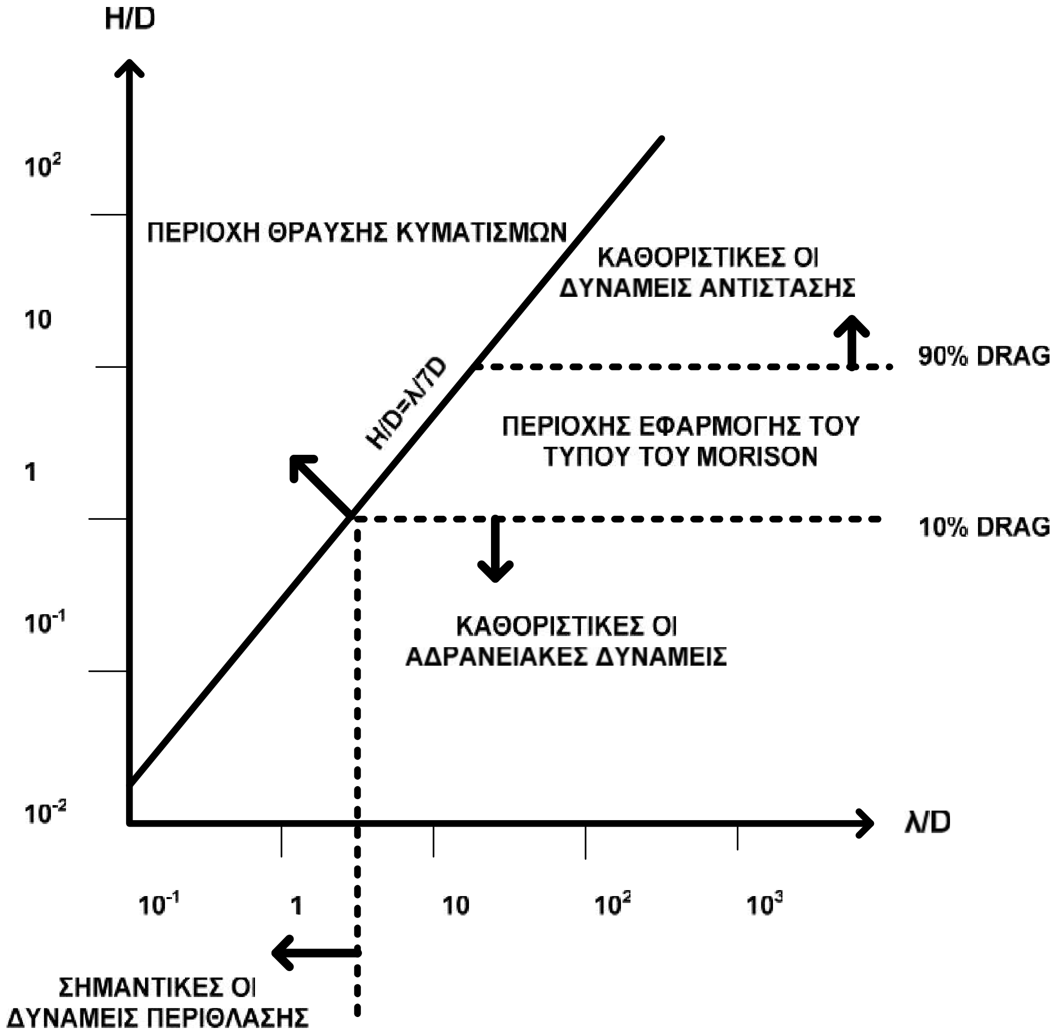
Αν θελήσουμε να εισάγουμε και την τραχύτητα k του κυλίνδρου, φθάνουμε σε άλλη συναρτησιακή σχέση που είναι απαραίτητη για μη λείους κυλίνδρους:

$$\frac{F}{\frac{1}{2} ° u^2 Dd} = f\,(N_{KC}, Re, \frac{d}{D}, \frac{k}{D})$$

Στο σχήμα που ακολουθεί φαίνεται η σχετική σημασία των διαφόρων τύπων δυνάμεων (αδρανειακών, βαρύτητας, αντίστασης) σε διάφορες περιοχές για την περίπτωση του κατακόρυφου κυλίνδρου.

Όπως φαίνεται στο σχήμα για τιμές του $\frac{H}{D} > 10$ το φορτίο που δέχεται η κατασκευή οφείλεται κατά 90% τουλάχιστον σε δυνάμεις αντίστασης και το πολύ 10% σε αδρανειακές δυνάμεις, ενώ αντίστοιχα στο κάτω όριο που βρίσκεται για $\frac{H}{D} < 1$ οι ποσότητες αυτές αντιστρέφονται και συγκεκριμένα ένα 10% το πολύ είναι δυνάμεις αντίστασης ενώ το υπόλοιπο 90% τουλάχιστον είναι από αδρανειακές δυνάμεις.

Αυτά τα όρια είναι χρήσιμα να σημειωθούν γιατί ο τύπος του Morison, που θα παρουσιασθεί στη συνέχεια , βρίσκει εφαρμογή στην περιοχή λόγω ύψους κύματος προς διάμετρο κατασκευής από 1 έως 10 $(1 \le \frac{H}{D} \le 10)$. Πάντως είναι πολύ δύσκολο να πούμε πότε για την κατασκευή οι δυνάμεις αντίστασης γίνονται καθοριστικές σε σχέση με τις αντίστοιχες αδρανειακές. Στο ίδιο σχήμα επίσης φαίνεται και το όριο του Michell- Havelock, το γνωστό $\frac{H}{a} = \frac{1}{7}$ πέρα από το οποίο εμφανίζεται θραύση κυματισμών για βαθύ νερό.



Εικόνα 3.1 Η σχετική σημασία των διαφόρων τύπων δυνάμεων σε διάφορες περιοχές

Στο όριο $\frac{a}{D} < 5$ που εμφανίζεται στο παραπάνω σχήμα, γίνεται ο διαχωρισμός των κατασκευών σε υδροδυναμικά «ογκώδεις» και «λεπτές» .

3.2 Τύπος του Morison

3.2.1 Ιστορική αναδρομή στην εξίσωση του Morison

Οι δυνάμεις από κύματα που εξασκούνται πάνω σε μικρές κυλινδρικές κατασκευές, μπορούν να υπολογισθούν από μια ημιεμπειρική εξίσωση που είναι γνωστή σαν εξίσωση του Morison. Αυτή η εξίσωση, θεωρεί ότι οι δυνάμεις εξαιτίας των κυματισμών αποτελούνται από δύο μέρη, ένα αδρανειακό όρο και ένα όρο αντίστασης, που προστίθενται γραμμικά.

Οι αδρανειακός όρος περιέχει έναν αδρανειακό συντελεστή C_M , ενώ ο όρος αντίστασης αντίστοιχα περιέχει ένα συντελεστή αντίστασης C_D .

Ο *Morison* και οι *O'Brien, Johnson* και *Schaaf* το 1950 σε μια εργασία τους εισήγαγαν την εξίσωση για τον υπολογισμό των δυνάμεων σε κάθετο κύλινδρο. Από τότε εφαρμόστηκε και για άλλους προσανατολισμούς που θα μπορούσε να είχε κάποιος κύλινδρος αλλά και για άλλου είδους βυθισμένα σχήματα. Κανονικά εφαρμόζεται σε μικρά αντικείμενα όπου τα φαινόμενα περίθλασης και πρόσθετης μάζας είναι ταυτόσημα. Οπωσδήποτε όμως, η εφαρμογή της εξίσωσης για μεγαλύτερα αντικείμενα δεν είναι σπάνια. Στην τελευταία περίπτωση ένας κατά κάποιο τρόπο ενεργός αδρανειακός συντελεστής εισάγεται κατά τέτοιο τρόπο ώστε να περιέχει και τα φαινόμενα περίθλασης.

Το αδρανειακό τμήμα της δύναμης είναι ανάλογο της επιτάχυνσης των υλικών σημείων του νερού. Η ταχύτητα και η επιτάχυνση παίρνονται κατά τη διεύθυνση της δύναμης. Για παράδειγμα, για ένα κάθετο κύλινδρο η οριζόντια δύναμη γράφεται σε όρους που είναι ανάλογοι τόσο της οριζόντιας ταχύτητας των υλικών, όσο και της οριζόντιας επιταχύνσεως αυτών. Για ένα οριζόντιο κύλινδρο, κάθετο στη διάδοση κυματισμού η περίπτωση είναι πάλι η ίδια. Για την περίπτωση κεκλιμένου κυλίνδρου, οι ταχύτητες και οι επιταχύνσεις αναλύονται σε κάθετες και εφαπτομενικές συνιστώσες.

Η κάθετη συνιστώσα της ταχύτητας προκαλεί ταυτόχρονα θλιπτικές δυνάμεις και δυνάμεις τριβής, ενώ η εφαπτομενική συνιστώσα της ταχύτητας προκαλεί μόνο διατμητικές δυνάμεις (επιφανειακής τριβής).

Η κάθετη συνιστώσα κατόπιν αναλύεται σε οριζόντια και κάθετη διεύθυνση. Αυτές οι οριζόντιες και οι κάθετες συνιστώσες χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των δυνάμεων ως προς τις σχετικές διευθύνσεις με το συνηθισμένο τρόπο. Η εφαπτομενική συνιστώσα γενικά αγνοείται.

Οι *Keulegan* και *Carpenter* χρησιμοποίησαν τον παραδοσιακό τύπο της εξίσωσης του Morison για να εκφράσουν την οριζόντια δύναμη που εξασκείται πάνω σε ένα οριζόντιο κύλινδρο που είναι κάθετος στο κύμα. Σε αυτή την περίπτωση, η μέγιστη αδρανειακή και η μέγιστη δύναμη αντίστασης παραμένουν αμετάβλητες. Κατά την περίπτωση που έχουμε βαθύ νερό η δύναμη αντίστασης, με την προτεινόμενη σχέση, γίνεται σχεδόν γραμμική.

Ο *Borgman* (1958) έδειξε πως η εξίσωση του Morison για κάθετο κύλινδρο μπορεί να επεκταθεί και για την περίπτωση κυλίνδρου με τυχαίο προσανατολισμό. Στην πορεία ανάπτυξης, φαίνεται ότι ο γενικός τύπος του Morison που μπορεί να εφαρμοστεί και για οριζόντιους κυλίνδρους είναι ακατάλληλος και δίνεται μια καταλληλότερη σχέση. Σε αυτή, η αδρανειακή δύναμη παραμένει αμετάβλητη, ενώ η δύναμη αντίστασης δεν είναι πλέον ανάλογη του τετραγώνου της συνιστώσας της ταχύτητας κατά τη διεύθυνση της δύναμης, αλλά είναι ανάλογη προς το γινόμενο του μέτρου της κάθετης ταχύτητας και της συνιστώσας της ταχύτητας κατά τη διεύθυνση της δύναμης.

3.2.2 Ανάλυση των όρων στην εξίσωση του Morison

Για τον υπολογισμό της δύναμης που ασκείται σ’ ένα σώμα που βρίσκεται σε μη μόνιμη ροή πραγματικού ρευστού συνδυάζονται οι αδρανειακές δυνάμεις και οι δυνάμεις αντίστασης. Την παραδοχή αυτή την έκανε ο *Morison* (1950) και υπολόγισε τη δύναμη ανά μονάδα μήκους κατακόρυφου κυλινδρικού στοιχείου παρουσία απλού αρμονικού κύματος.

- **Αδρανειακές δυνάμεις**

Κύριο ενδιαφέρον παρουσιάζεται για τον υπολογισμό των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα ακίνητο σώμα που βρίσκεται μέσα σε μόνιμη παράλληλη ροή απέρατου ιδανικού ρευστού.

Αν θεωρήσουμε ότι ένα σώμα μάζας $\rho\nabla$ (∇:ο εκτοπιζόμενος όγκος του ρευστού) κινείται με ταχύτητα – u μέσα σε απέρατο ρευστό που ηρεμεί, τότε η δύναμη που ασκείται κατά τη διεύθυνση του u που συμπίπτει με τον άξονα *O-x* θα δίνεται από τη σχέση:

$$F_{Ix} = ({}^{\circ}\nabla + M_a)\frac{du}{dt} = {}^{\circ}\nabla(1+\frac{M_a}{{}^{\circ}\nabla})\frac{du}{dt} \qquad (3.1)$$

Καλώντας C_a τον συντελεστή πρόσθετης μάζας: $\frac{M_a}{{}^{\circ}\nabla} = C_a$ και

C_M τον αδρανειακό συντελεστή: $C_M = 1 + C_a$

τότε η έκφραση για την αδρανειακή δύναμη, γίνεται:

$$F_{Ix} = C_M \rho \nabla \frac{\mathrm{du}}{\mathrm{dt}} \tag{3.2}$$

Συγκεκριμένα, για ένα κυλινδρικό σώμα απείρου μήκους που βρίσκεται σε απέρατο ρευστό ισχύει $C_a = 1.0$ και συνεπώς $C_M = 2.0$, όπου ∇ είναι ο εκτοπιζόμενος όγκος ρευστού ανά μονάδα μήκους του κυλίνδρου.

- **Δυνάμεις αντίστασης**

Όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, οι αδρανειακές δυνάμεις ασκούνται σε ένα σώμα που βρίσκεται μέσα σε μη μόνιμη ροή ιδανικού ρευστού. Αν όμως το ρευστό είναι πραγματικό, τότε εξασκούνται στο σώμα και πρόσθετες δυνάμεις, που ονομάζονται δυνάμεις αντίστασης. Υπολογίζονται από την εμπειρική σχέση:

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \circ u^2 A \tag{3.3}$$

Όπου u η σταθερή ταχύτητα, A η μετωπική επιφάνεια και C_D ο συντελεστής αντίστασης. Αναλυτικότερα, ο συντελεστής C_D είναι συνάρτηση του αριθμού Reynolds και της τραχύτητας του σώματος και λαμβάνεται υπόψη τόσο η αντίσταση τριβής όσο και αυτή λόγω σχήματος.

- **Συνολική δύναμη**

Η συνολική δύναμη που ασκείται σε ένα κυλινδρικό σώμα ανά μονάδα μήκους του κυλίνδρου προς τη διεύθυνση προχώρησης του κύματος σε μη μόνιμο πεδίο ροής, σύμφωνα με τον τύπο του Morison είναι:

$$\frac{dF_x(t)}{dz} = \frac{dF_{Ix}(t)}{dz} + \frac{dF_{Dx}(t)}{dz} \Rightarrow \frac{dF_x(t)}{dz} = C_M \circ ® \, \frac{D^2}{4} \frac{du(t)}{dt} + \frac{1}{2} C_D \circ D \left| u(t) \right| u(t) \tag{3.4}$$

Συμβολίζουμε τις αδρανειακές δυνάμεις με I (inertia) και τις δυνάμεις αντίστασης με D (drag). Επίσης, χρησιμοποιούμε τον όρο $|u(t)|u(t)$ για να ληφθεί υπόψη η αλλαγή φοράς της δύναμης αντίστασης όταν αλλάζει το πρόσημο της ταχύτητας.

Αντικαθιστώντας το C_M με $C_M = 1 + C_a$ και $\frac{M_a}{\text{°}\nabla} = C_a$ στην έκφραση για τις αδρανειακές δυνάμεις προκύπτει:

$$\frac{dF_{Ix}(t)}{dz} = \text{°®}\frac{D^2}{4}(1+C_{\sim})\frac{du(t)}{dt} = (\text{°®}\frac{D^2}{4} + M_{\sim})\frac{du(t)}{dt} \tag{3.5}$$

Παρατηρήσεις:

- Περιλαμβάνονται τόσο οι δυνάμεις Froude- Kryloff $\text{°®}\frac{D^2}{4}$, όσο και οι δυνάμεις αντίστασης οφειλόμενες στο πεδίο επιταχύνσεων της μη μόνιμης ροής (M_a).
- Στον τύπο του Morison δεν εμφανίζεται δύναμη ανάλογη της ταχύτητας των σωματιδίων ροής (υδροδυναμική απόσβεση) που είναι αποτέλεσμα δευτερογενών κυματισμών που οφείλονται στην παρουσία του σώματος και της ενέργειας που επάγεται από τους κυματισμούς. Η παραδοχή αυτή είναι επιτρεπτή για «λεπτά» υδροδυναμικά σώματα, για τα οποία έχει εφαρμογή ο τύπος του Morison.

3.2.3 Επίλυση της εξίσωσης του Morison

Αν θεωρήσουμε ένα κύμα με δυναμικό $\Phi(x, y, z, t)$ και ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας $\zeta(x, y, t)$στη γενική περίπτωση, πρίν από κάθε παραδοχή, οι ταχύτητες των υλικών σημείων του ρευστού είναι $\vec{u}$: (u, v, w) και προκύπτουν από το δυναμικό:

$$u = \frac{\partial\Phi}{\partial x}\ ,\ \mathrm{v} = \frac{\partial\Phi}{\partial y}\ ,\ \mathrm{w} = \frac{\partial\Phi}{\partial z} \tag{3.6}$$

Και η ολική παράγωγος $\frac{dU}{dt}$ που τη χρειαζόμαστε για το αδρανειακό μέρος της εξίσωσης του Morison θα είναι:

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} \tag{3.7}$$

Στην περίπτωση των δισδιάστατων κυματισμών, η παραπάνω έκφραση απλοποιείται σημαντικά γιατί το δυναμικό έχει τη μορφή $\Phi(x,z,t)$ οπότε $v=0$ και $\frac{\partial u}{\partial y}=0$. Αν το δυναμικό αναφέρεται στα πλαίσια των απλών αρμονικών κυματισμών τότε οι όροι $u\frac{\partial u}{\partial x}$ και $w\frac{\partial u}{\partial z}$ μπορούν να θεωρηθούν αμελητέοι σε σχέση με το $\frac{\partial u}{\partial t}$.

Έτσι, αν ακολουθηθεί η γραμμική θεωρία δυναμικού, μπορεί να χρησιμοποιηθεί το $\frac{\partial u}{\partial t}$ και αυτός είναι ο λόγος που ο τύπος του Morison στη διεθνή βιβλιογραφία έχει τη μορφή:

$$f_x = C_M \rho\pi \frac{D^2}{4}\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{2} C_D {}^\circ D|u|u \qquad (3.8)$$

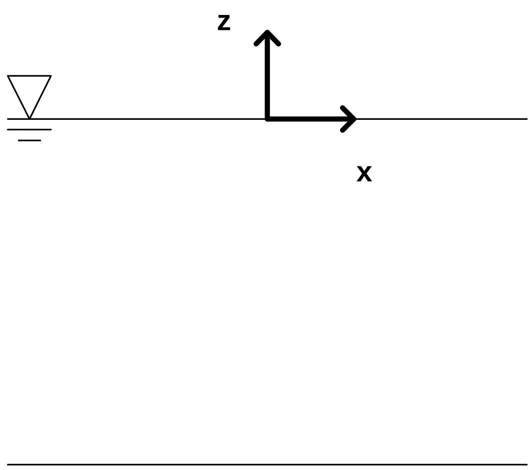
Η ολική δύναμη στο κύλινδρο προκύπτει ύστερα από ολοκλήρωση της παραπάνω εξίσωσης. Δηλαδή:

$$F_x = \int_0^{d+j} f_x dx = \int_0^{d+j} \frac{dF_x}{dz} dz \qquad (3.9)$$

Πιο συγκεκριμένα, αν θεωρηθεί δυναμικό πεδίου ροής :

$$\Phi(x,z,t) = \frac{H}{2}\frac{g}{\mu}\frac{\cosh[k(z+d)]}{\cosh(kd)}\sin(kx-\mu t) \qquad (3.10)$$

Θεωρώντας έτσι πως το σύστημα συντεταγμένων βρίσκεται στη ελεύθερη επιφάνεια:



Εικόνα 3.2 Σύστημα συντεταγμένων

τότε

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{H}{2}\frac{gk}{\mu}\frac{\cosh[k\left(z+d\right)]}{\cosh(kd)}\cos\left(kx-\mu t\right) = \frac{H}{2}\mu\frac{\cosh[k\left(z+d\right)]}{\sinh(kd)}\cos\left(kx-\mu t\right)$$

(3.11)

$$w = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{H}{2}\frac{gk}{\mu}\frac{\sinh[k\left(z+d\right)]}{\cosh(kd)}\sin\left(kx-\mu t\right) = \frac{H}{2}\mu\frac{\sinh[k\left(z+d\right)]}{\sinh(kd)}\sin\left(kx-\mu t\right)$$

(3.12)

και αντίστοιχα:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{H}{2}\mu\frac{\cosh[k\left(z+d\right)]}{\sinh(kd)}\sin\left(kx-\mu t\right) \qquad (3.13)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{H}{2}\mu\frac{\sinh[k\left(z+d\right)]}{\sinh(kd)}\cos\left(kx-\mu t\right) \qquad (3.14)$$

Αντικαθιστώντας τα παραπάνω στην εξίσωση του Morison προκύπτει:

$$\begin{aligned} \frac{dF_x(t)}{dz} &= \frac{dF_{Ix}(t)}{dz} + \frac{dF_{Dx}(t)}{dz} = \\ &= C_M\,^{\circ}\text{®}\,\frac{D^2}{4}[\frac{H}{2}\mu\frac{\cosh[k(z+d)]}{\sinh(kd)}]\sin(kx-\mu t) + \\ &+ \frac{1}{2}C_D\,^{\circ}\,D[\frac{H}{2}\mu\frac{\cosh[k(z+d)]}{\sinh(kd)}]^2\left|\cos(kx-\mu t)\right|\cdot\cos(kx-\mu t) \end{aligned} \qquad (3.15)$$

Παρατηρήσεις:

- Το σύστημα συντεταγμένων βρίσκεται στη ελεύθερη επιφάνεια, ενώ θα μπορούσε να τεθεί ως άνω όριο ολοκλήρωσης η ήρεμη επιφάνεια του *z=d*, στην περίπτωση που το $\frac{H}{a}$ είναι μικρό και το $\frac{d}{a}$ είναι μεγάλο. Στο σύστημα συντεταγμένων που έχει επιλεγεί, x=0 είναι ο άξονας συμμετρίας του κυλινδρικού σώματος.
- Από τη στιγμή που το σώμα έχει χαρακτηριστεί υδροδυναμικά «λεπτό» μπορεί να θεωρηθεί πως η ταχύτητα και η επιτάχυνση της αδιατάρακτης ροής παραμένουν

αμετάβλητες στη διατομή του κυλίνδρου, εφαρμόζοντας τον τύπο του Morison για $u_x = 0$ και για $\frac{\partial u_x}{\partial t} = 0$.

- Στην περίπτωση υδροδυναμικά «ογκώδους» σώματος, το ίδιο το σώμα παραμορφώνει το πεδίο ροής και για τον υπολογισμό της δύναμης είναι απαραίτητο να είναι γνωστό το πεδίο ροής τόσο καθ’ ύψος όσο και επί της διατομής του κυλίνδρου. Ο προσδιορισμός της παραμόρφωσης του πεδίου ροής λόγω παρουσίας του σώματος, είναι αντικείμενο της θεωρίας περίθλασης.
- Να σημειωθεί πως στα πλαίσια της παρουσίασης του θεωρητικού υποβάθρου, το σύστημα συντεταγμένων έχει τοποθετηθεί στην ελεύθερη επιφάνεια για να συμβαδίζει με τον τρόπο παρουσίασης που γίνεται στη διεθνή βιβλιογραφία. Ενώ, όπως θα αναφερθεί και παρακάτω, στον κώδικα το σύστημα συντεταγμένων βρίσκεται στον πυθμένα.

3.3 Ανάπτυξη της γενικευμένης διανυσματικής εξίσωσης του Morison

3.3.1 Κάθετος κύλινδρος

Για κάθετο κύλινδρο η προτεινόμενη εξίσωση για τον υπολογισμό της δύναμης από το κύμα, σύμφωνα με τον *Morison* (1950) είναι:

$$F = C_M \circ D^2 \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{2} C_D \circ Du|u| \tag{3.16}$$

Όπου:

F είναι η δύναμη ανά μονάδα μήκους σε κάποιο σημείο του κυλίνδρου στο βυθισμένο τμήμα του κυλίνδρου,

u η οριζόντια ταχύτητα των υλικών σημείων του νερού στο αντίστοιχο σημείο του κυλίνδρου,

ρ η πυκνότητα του νερού

D η διάμετρος του κυλίνδρου

Η ταχύτητα και η επιτάχυνση είναι οι κάθετες συνιστώσες στον άξονα του κυλίνδρου. Η δύναμη *F* μπορεί να ληφθεί είτε ως ανυσματικό, είτε ως μονόμετρο άθροισμα της αδρανειακής δύναμης και της δύναμης αντίστασης.

Στην (3.16) η οριζόντια δύναμη είναι συνάρτηση μόνο της οριζόντιας ταχύτητας και επιτάχυνσης των σωματιδίων του ρευστού που είναι κάθετες στον άξονα του κυλίνδρου. Η εφαπτομενική συνιστώσα αγνοείται στον υπολογισμό της οριζόντιας ή κάθετης δύναμης.

Έτσι, η δύναμη στον κάθετο κύλινδρο μπορεί να θεωρηθεί σαν μια κάθετη δύναμη στον άξονα του κυλίνδρου της οποίας η οριζόντια συνιστώσα είναι ίση με αυτή και η κάθετη συνιστώσα είναι ίση με το μηδέν.

3.3.2 Κεκλιμένος κύλινδρος

Εάν εφαρμοσθεί η ίδια λογική για ένα κεκλιμένο ως προς το κύμα κύλινδρο, η δύναμη που εξασκείται σε αυτόν μπορεί να γραφεί σε όρους των κάθετων συνιστωσών της ταχύτητας και της επιτάχυνσης των υλικών σημείων του νερού. Η κάθετη ταχύτητα και επιτάχυνση σε κάποιο σημείο του άξονα του κυλίνδρου, για δισδιάστατη ροή, αποτελείται από την οριζόντια και την κάθετη σε αυτή ταχύτητα και επιτάχυνση των υλικών σημείων του νερού. Στη γενική περίπτωση, για αυθαίρετη κλίση κυλίνδρου, τα μέτρα των συνιστωσών της ταχύτητας και της επιτάχυνσης διαφέρουν, για αυτό το κάθετο άνυσμα της ταχύτητας και της επιτάχυνσης δε θα βρίσκονται στην ίδια ευθεία. Έτσι, η συνολική δύναμη θα πρέπει να γραφεί ως διανυσματική ποσότητα. Με βάση τα παραπάνω η εξίσωση Morison για τυχαία κλίση του κυλίνδρου μπορεί να γραφεί:

$$\vec{F} = C_M \circ \frac{\text{®}}{4} D^2 \frac{d\vec{\neg}}{dt} + \frac{1}{2} C_D \circ D \neg \left|\vec{\neg}\right| \qquad (3.17)$$

Όπου v το άνυσμα της κάθετης ταχύτητας.

Η (3.17) εισήχθη από τον *Borgman* (1958) και αποτελεί την γενικότερη εκδοχή της εξίσωσης του Morison, καθώς ισχύει για οποιαδήποτε κλίση του κυλίνδρου, περιλαμβανομένης και της κάθετης.

Η κάθετη συνιστώσα στον άξονα του κυλίνδρου αποτελείται από την οριζόντια και την κάθετη προς αυτή συνιστώσες της ταχύτητας και της επιτάχυνσης των υλικών σημείων του νερού. Η κάθετη συνιστώσα της ταχύτητας v αναλύεται στις u_x, u_y, u_z κατά μήκος των αξόνων x, y, z.

3.4 Τα ανύσματα της ταχύτητας και της επιτάχυνσης

Αν θεωρήσουμε ως $\vec{C}$ το μοναδιαίο άνυσμα κατά μήκος του άξονα του κυλίνδρου προς τα πάνω ή προς τα κάτω, τότε σε ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων προκύπτει:

$$\vec{C} = C_x \hat{i} + C_y \hat{j} + C_z \hat{k} \qquad (3.18)$$

Υποθέτοντας δισδιάστατο κυματισμό και συνεπώς δισδιάστατο δυναμικό, προκύπτει πως οι ταχύτητες των υλικών σημείων του νερού είναι:

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \neg = \frac{\partial \Phi}{\partial y}, w = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \qquad (3.19)$$

Το άνυσμα της ταχύτητας $\vec{v}$ που είναι κάθετο στον άξονα του κυλίνδρου μπορεί να γραφεί σαν το εξωτερικό γινόμενο των όρων του ανύσματος $\vec{C}$ όπως:

$$\left.\begin{array}{l} \mu^2 = kg\tanh(kd) \\ k = x \to G(x) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow G(x) = xg\tanh(xd) - \mu^2 \tag{3.20}$$

δηλαδή: $\vec{\neg} = u_x\hat{i} + u_y\hat{j} + u_z\hat{k}$ (3.21)

Εάν γίνει χρήση πολικών συντεταγμένων τότε τα συνημίτονα κατεύθυνσης γίνονται:

$$\begin{aligned} C_x &= \sin\text{¤}\cdot\cos\cdot \\ C_y &= \sin\text{¤}\cdot\sin\cdot \\ C_z &= \cos\text{¤} \end{aligned} \tag{3.22}$$

Έχοντας θέσει: ¤ τη γωνία που σχηματίζει ο άξονας του κυλίνδρου με την κάθετο, και

· τη γωνία που σχηματίζει με τον άξονα *x* η προβολή του άξονα του κυλίνδρου. Η (3.22) ισχύει όταν το κύμα έχει διεύθυνση προχώρησης κατά τα θετικά *x*.

Ο υπολογισμός του μέτρου του ανύσματος της ταχύτητας $\vec{\neg}$ χρειάζεται για υπεισέρχεται στον όρο της δύναμης αντίστασης και προκύπτει ως το εσωτερικό γινόμενο του ανύσματος $\vec{\neg}$ και φυσικά είναι μονόμετρο μέγεθος:

$$\left|\vec{v}\right| = \left|\neg\cdot\neg\right|^{1/2} = \left[u^2 + w^2 - \left(C_x u + C_z w\right)\right]^{1/2} \tag{3.23}$$

3.5 Το άνυσμα της δύναμης

Αντικαθιστώντας στην (3.17) την (3.23), προκύπτει το άνυσμα της δύναμης ανά μονάδα μήκους που είναι :

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = C_M\,°\,\frac{®}{4}D^2\begin{bmatrix} \dot{u}_x \\ \dot{u}_y \\ \dot{u}_z \end{bmatrix} + \frac{1}{2}C_D\,°\,D\left|\vec{v}\right|\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} \tag{3.24}$$

Έχοντας θέσει : $\dot{u}_x = \dfrac{du_x}{dt}, \dot{u}_y = \dfrac{du_y}{dt}, \dot{u}_z = \dfrac{du_z}{dt}$.

Παρατηρήσεις:

- Σύμφωνα με την (3.24) συμπεραίνεται πως για τον κεκλιμένο κύλινδρο οι συντελεστές C_M, C_D έχουν ίδιες τιμές κατά τις οριζόντιες και τις κάθετες διευθύνσεις. Από την (3.24) προκύπτει επίσης, πως η οριζόντια δύναμη αντίστασης, και κατ' επέκταση η συνολική οριζόντια δύναμη, εξαρτάται και από την κάθετη ταχύτητα και αντίστροφα.

3.6 Συντελεστές αδράνειας και αντίστασης (C_M, C_D)

Η εξίσωση του Morison βρίσκει ευρεία εφαρμογή κατά τον προσδιορισμό των φορτίων σε εγκαταστάσεις offshore με κατασκευαστικά στοιχεία που μπορούν να θεωρηθούν υδροδυναμικά λεπτά, όπως πάσσαλοι, Jackets, πλωτές ημιβυθισμένες κατασκευές, υποστυλώματα εξεδρών βαρύτητας, σχοινιά, γεωμετρικές εγκαταστάσεις κτλ. Αν και από την άποψη της μορφής, η εξίσωση του Morison είτε στην απλή της μορφή, είτε στη γενικευμένη, είναι απλή στην εφαρμογή της. Υπάρχουν όμως αρκετές αμφιβολίες της αρχής της υπέρθεσης μιας αδρανειακής δύναμης με μια δύναμη αντίστασης.

Η πιο σημαντική δυσκολία στην εφαρμογή του τύπου είναι η προϋπόθεση να είναι γνωστοί οι συντελεστές C_M, C_D που συνήθως προσδιορίζονται από πειράματα και δεν μπορούν να θεωρηθούν ούτε ως σταθεροί αριθμοί, ούτε ως μεταβλητές ανεξάρτητες μεταξύ τους. Εξ' άλλου η μεταφορά αποτελεσμάτων από το πρότυπο στο φυσικό μέγεθος είναι συνήθως συνδεδεμένο με προβλήματα κλίμακας, ιδιαίτερα για μεγάλους αριθμούς Reynolds. Για το σκοπό αυτό είναι πολλές φορές αναγκαία η εκτέλεση πειραμάτων σε ανοιχτή θάλασσα και σε φυσικό μέγεθος προτύπου, ώστε να μπορέσουν να συλλεχθούν τα απαραίτητα στοιχεία για την ερμηνεία των μηχανισμών δημιουργίας των δυνάμεων και των παραμέτρων που διέπουν την μεταβολή των συντελεστών C_M, C_D.

3.6.1 Μέσες τιμές συντελεστών (C_m, C_d) με ανάλυση Fourier

Ο πρώτος συστηματικός υπολογισμός των μέσων τιμών με ανάλυση Fourier των συντελεστών αδράνειας και αντίστασης έγινε από τους *Keulegan* και *Carpenter* (1958) σε σχετικά μικρούς αριθμούς Reynolds με μετρήσεις πάνω σε οριζόντια βυθισμένους κυλίνδρους και δίσκους τοποθετημένους στους δεσμούς στάσιμων κυμάτων. Θεωρώντας ότι η δύναμη που εξασκείται στον κύλινδρο ανά μονάδα μήκους, χρονικά εξαρτώμενη είναι:

$$F = f(t, T, U, D, {}^{\circ}, v) \tag{3.25}$$

Και με βάσει τη διαστατική ανάλυση:

$$\frac{F}{\rho U_m^{2} D} = f\left(\frac{t}{T}, \frac{U_m T}{D}, \frac{U_m D}{\nu}\right) \tag{3.26}$$

Οι *Keulegan-Carpenter* (1958) εξέφρασαν τη δύναμη σε όρους σειράς Fourier, υποθέτοντας ότι η δύναμη είναι περιοδικά αρμονική συνάρτηση του $\theta = \frac{2\pi t}{T} = \omega t$. Πιο συγκεκριμένα:

$$\frac{2F}{\rho D U_m^{2}} = 2\begin{bmatrix} A_1 \sin\theta + A_3 \sin 3\theta + A_5 \sin 5\theta + \ldots \\ B_1 \cos\theta + B_3 \cos 3\theta + B_5 \cos 5\theta + \ldots \end{bmatrix} \tag{3.27}$$

Οι *Keulegan-Carpenter* (1958) συνέδεσαν την (3.27) με την εξίσωση Morison γράφοντάς την ως εξής :

$$\begin{aligned} \frac{2F}{\rho D U_m^{2}} &= \frac{\pi^2}{k} C_M \sin\theta + 2[A_3 \sin 3\theta + A_5 \sin 5\theta + \ldots] \\ &\quad - C_D \left|\cos\theta\right| \cdot \cos\theta + 2[B_3' \cos 3\theta + B_5' \cos 5\theta + \ldots] \end{aligned} \tag{3.28}$$

στην οποία η U υποτίθεται ότι δίνεται από την $U = -U_m \cos\theta$.

Η (3.28) μετασχηματίζεται στην προτεινόμενη εξίσωση του Morison που είναι:

$$\frac{2F}{\rho D U_m^{2}} = \frac{\pi^2}{k} C_m \sin\theta - C_d \left|\cos\theta\right| \cos\theta \tag{3.29}$$

εφόσον οι συντελεστές C_m, C_d παίρνονται πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέρη της εξίσωσης (3.29) μια φορά με $\cos\theta$ και μια με $\sin\theta$ και ολοκληρώνοντας μεταξύ των ορίων $\theta = 0$ και $\theta = 2\pi$. Έτσι οι εκφράσεις για τους συντελεστές C_m, C_d είναι:

$$C_d = -\frac{3}{4}\int_0^{2\pi} \frac{F\cos\theta}{\rho D U_m^{2}}\, d\theta \tag{3.30}$$

$$C_m = \frac{2U_m T}{\pi^3 D}\int_0^{2\pi} \frac{F\sin\theta}{\rho D U_m^{2}}\, d\theta \tag{3.31}$$

Οι συντελεστές C_m, C_d μπορούν επίσης να υπολογισθούν με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Με αυτό τον τρόπο ελαχιστοποιείται το σφάλμα μεταξύ της δύναμης που υπολογίσθηκε και αυτής που μετρήθηκε. Αν F_m είναι η στιγμιαία δύναμη που μετριέται και F_c η δύναμη που υπολογίζεται από την (3.29), τότε:

$$F^2 = (F_m - F_c)^2 \tag{3.32}$$

και $\dfrac{dF^2}{dC_m} = 0, \dfrac{dF^2}{dC_d} = 0$ τότε:

$$C_{dls} = -\frac{8}{3\pi}\int_0^{2\pi} \frac{F_m \left|\cos\theta\right| \cdot \cos\theta}{\rho D U_m^2} d\theta \tag{3.33}$$

και $C_{mls} = C_m$ όπως στην εξίσωση (3.31).

Προφανώς η ανάλυση Fourier και η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων δίνουν ίδιες τιμές για το C_m και τιμές για το C_d που διαφέρουν ελάχιστα. Η διαφορά της δύναμης που μετριέται και αυτής που υπολογίζεται μπορεί ακόμα να ελαττωθεί, εκλέγοντας το τετράγωνο της μετρούμενης δύναμης, σαν παράγοντα βαρύτητας στην ανάλυση των ελαχίστων τετραγώνων. Έτσι:

$$F^2 = F_m^2 (F_m - F_c)^2 \tag{3.34}$$

και $\dfrac{dF^2}{dC_m} = 0, \dfrac{dF^2}{dC_d} = 0$ τότε:

$$C_d = \frac{2}{L \rho D U_m^2} \cdot \frac{f_5 f_3 - f_4 f_2}{f_4 f_1 - f_3^2} \tag{3.35}$$

$$C_d = \frac{T^3}{L \rho A D^2 \pi} \cdot \frac{f_5 f_1 - f_3 f_2}{f_4 f_1 - f_3^2} \tag{3.36}$$

όπου A το πλάτος της ταλάντωσης

T η περίοδος της ταλάντωσης

L το μήκος του κυλίνδρου

f_i συναρτήσεις που δίνονται από τις:

$$f_1 = \int_0^{2\pi} F^2 \cos^4\theta \, d\theta$$

$$f_2 = \int_0^{2\pi} F^3 \left|\cos\theta\right| \cos\theta \, d\theta$$

$$f_3 = \int_0^{2\pi} F^2 \sin\theta \cdot \cos\theta \left|\cos\theta\right| d\theta$$

$$f_4 = \int_0^{2\pi} F^2 \sin^2\theta \, d\theta$$

$$f_5 = \int_0^{2\pi} F^3 \sin\theta \, d\theta \tag{3.37}$$

Παρατηρήσεις:

- Οι εξισώσεις (3.35), (3.36) μπορεί να δειχθεί ότι απλοποιούνται και παίρνουν τη μορφή των εξισώσεων (3.30), (3.31) αν αντικαταστήσουμε τα F^n των εξισώσεων (3.37) με τα F^{n-2} και εκτελώντας τις αναγκαίες ολοκληρώσεις εκεί που η F δεν εμφανίζεται.
- Από την εξίσωση (3.29) μπορεί να φανεί πως η σχέση μεταβολής της δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο, είναι ίση με το μηδέν τη στιγμή της μέγιστης επιτάχυνσης και είναι ανάλογη του $\frac{C_m}{kT}$ τη στιγμή της μέγιστης ταχύτητας. Ο καθορισμός της εξάρτησης της δύναμης με τις συγκεκριμένες τιμές των C_m, k, T τη στιγμή της μέγιστης επιτάχυνσης δεν είναι τόσο ακριβής.
- Από την εξίσωση (3.29) φαίνεται πως η μέγιστη δύναμη δεν συμβαίνει κατά τη στιγμή της μέγιστης ταχύτητας, αλλά μάλλον προηγείται χρονικά αυτής.

3.6.2 Πειραματικές Μελέτες για τα (C_m, C_d)

Είναι διαπιστωμένο ότι οι παραπάνω συντελεστές δεν είναι σταθεροί για κάθε χρονική στιγμή μιας περιόδου, ούτε χρονικά αμετάβλητοι μέσοι όροι, ούτε οι μέγιστες τιμές μια συγκεκριμένης στιγμής της περιόδου. Με διαστατική ανάλυση της ροής κάτω από ορισμένες συνθήκες, οι χρονικά εξαρτώμενοι συντελεστές για κύλινδρο σε ομοιόμορφη ταχύτητα είναι:

$$\frac{2F}{\rho L U_m^2 D} = f\left[\frac{U_m T}{D}, \frac{U_m D}{\nu}, \frac{k}{D}, \frac{t}{T}\right] \tag{3.38}$$

Όπου η F αντιπροσωπεύει την εγκάρσια ή τη διαμήκη δύναμη.

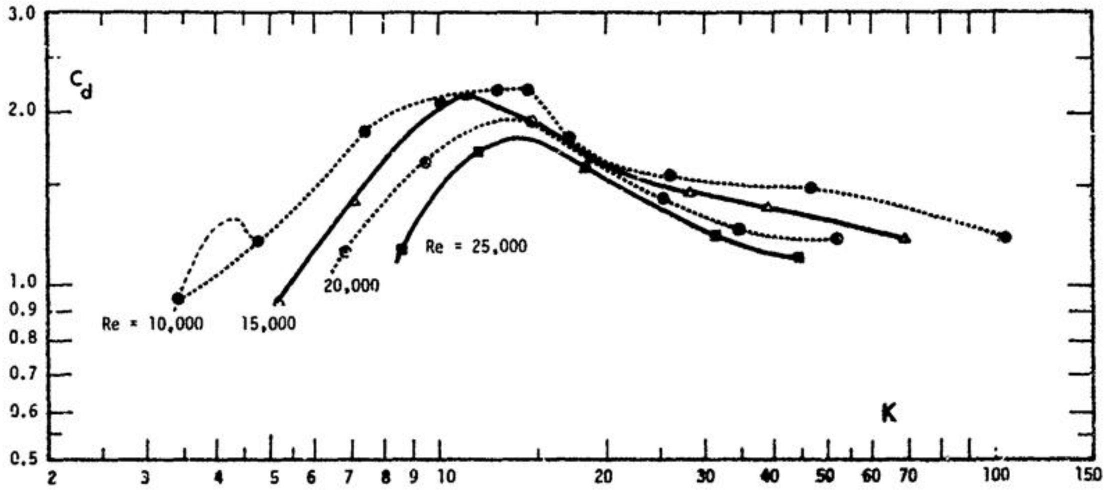
Από τις εξισώσεις (3.29) και (3.38) προκύπτει:

$$C_d = f_1(N_{KC}, \mathrm{Re}, \frac{k}{D}, \frac{t}{T})$$
$$C_m = f_2(N_{KC}, \mathrm{Re}, \frac{k}{D}, \frac{t}{T}) \qquad (3.39)$$

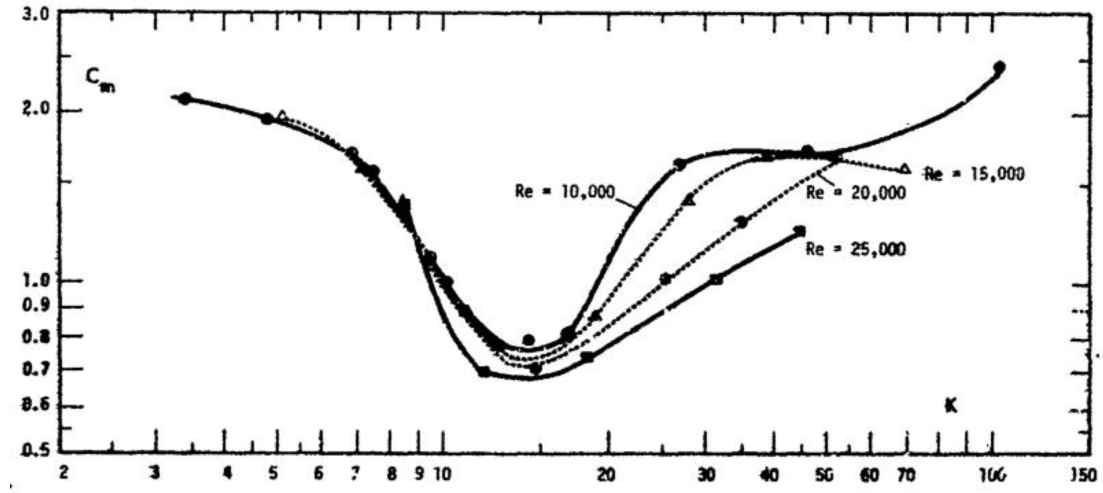
Αν θέσουμε $= \frac{\mathrm{Re}}{N_{KC}} = \frac{D^2}{\neg T}$ την αδιάστατη παράμετρο συχνότητας, όπως την εισήγαγε ο *Sarpkaya* (1977), τότε:

$$C_i = f_i(\mathrm{Re}, \ , \frac{k}{D})$$

Τα διαγράμματα που ακολουθούν έχουν παρθεί από το βιβλίο του *T. Sarpkaya* (1977) στα οποία φαίνεται η μεταβολή των συντελεστών αδρανείας και αντίστασης.



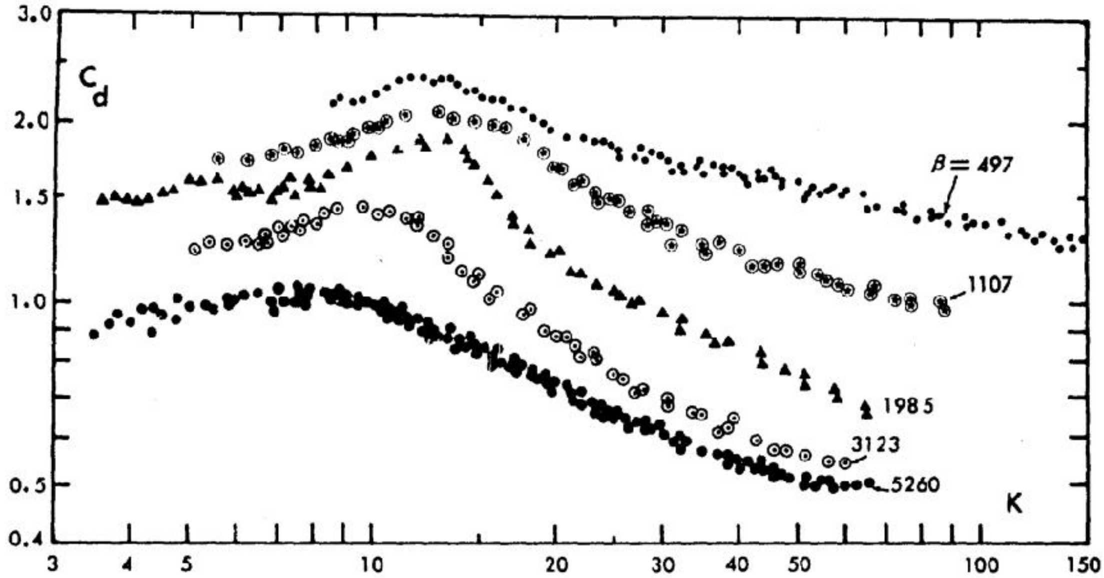
Εικόνα 3.3 Συντελεστής αντίστασης C_d συναρτήσει του αριθμού Keulegan-Carpenter για διάφορους αριθμούς Reynolds. (Ο Sarpkaya δηλώνει τον αριθμό Keulegan-Carpenter ως K)



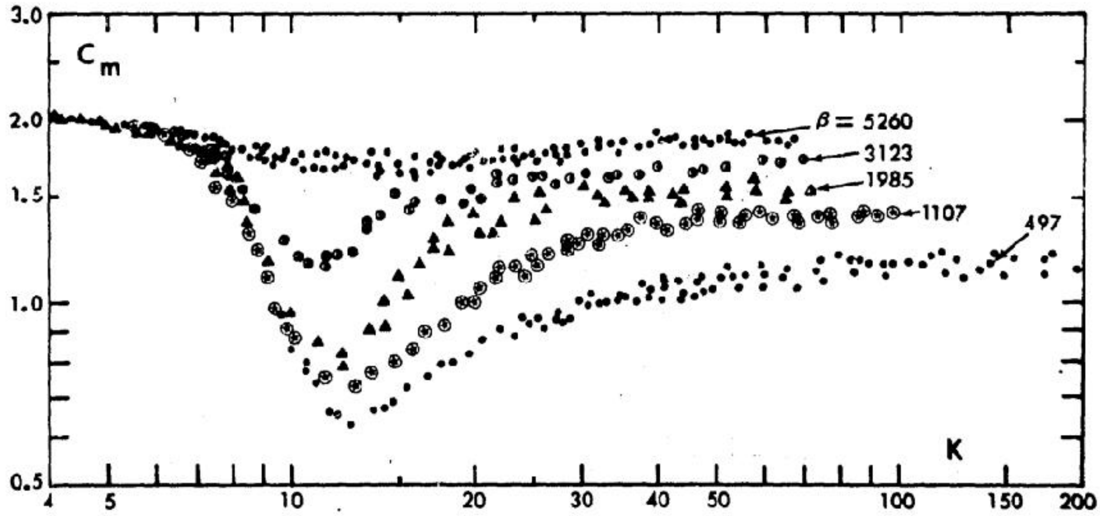
Εικόνα 3.4 Συντελεστής αδράνειας C_m συναρτήσει του αριθμού Keulegan-Carpenter για διάφορους αριθμούς Reynolds.

Στις Εικόνα 3.3 και Εικόνα 3.4 φαίνεται η μεταβολή των συντελεστών αντίστασης και αδράνειας σαν συνάρτηση του αριθμού Keulegan-Carpenter, με παραμετρική εξάρτηση από τον αριθμό Reynolds. Ο C_d ελαττώνεται όταν αυξάνεται η τιμή του Re για δεδομένο αριθμό N_{KC}. Ο C_m εξαρτάται και από τον Re και από τον N_{KC}, ενώ για N_{KC} μεγαλύτερους από το 15 ελαττώνεται με αύξηση του Re.

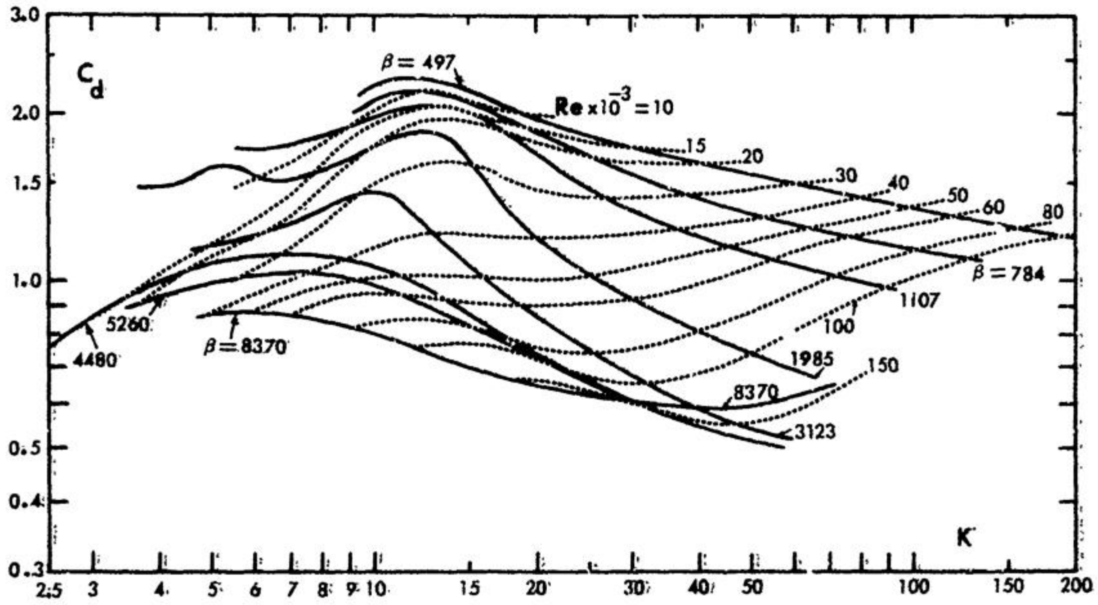
Στις Εικόνα 3.5, Εικόνα 3.6 φαίνονται τα C_d, C_m σαν συνάρτηση του N_{KC} για πέντε αντιπροσωπευτικές τιμές της παραμέτρου . Υπάρχει μια πολύ μικρή διασπορά στα αποτελέσματα, αν και τα διαγράμματα προέκυψαν από τέσσερις ανεξάρτητες επαναλήψεις. Οι κύριες γραμμές σχεδιάστηκαν μέσα από τα στοιχεία των διαγραμμάτων αυτών και προέκυψαν τα διαγράμματα όπως αυτά παρουσιάζονται στις εικόνες Εικόνα 3.7, Εικόνα 3.8 μαζί με γραμμές σταθερού αριθμού Reynolds που προέκυψε με τη χρήση της σχέσης $\mathrm{Re}/$. Τελικά, φαίνεται πως υπάρχει μια αξιοσημείωτη σύνδεση μεταξύ των συντελεστών C_d, C_m, του Re και του N_{KC}.



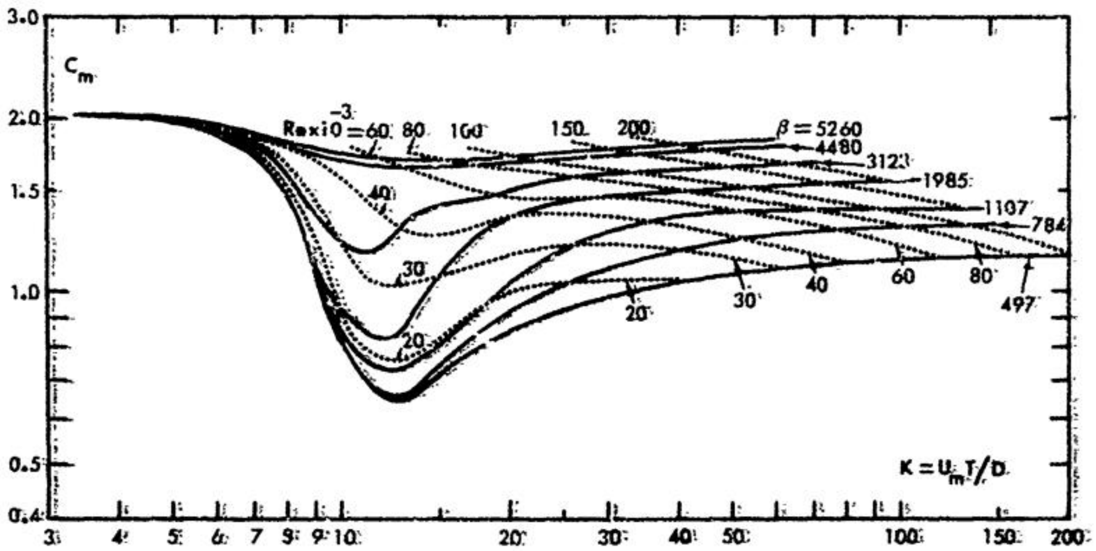
Εικόνα 3.5 Συντελεστής αντίστασης C_d συναρτήσει του Re για διάφορες τιμές της παραμέτρου .



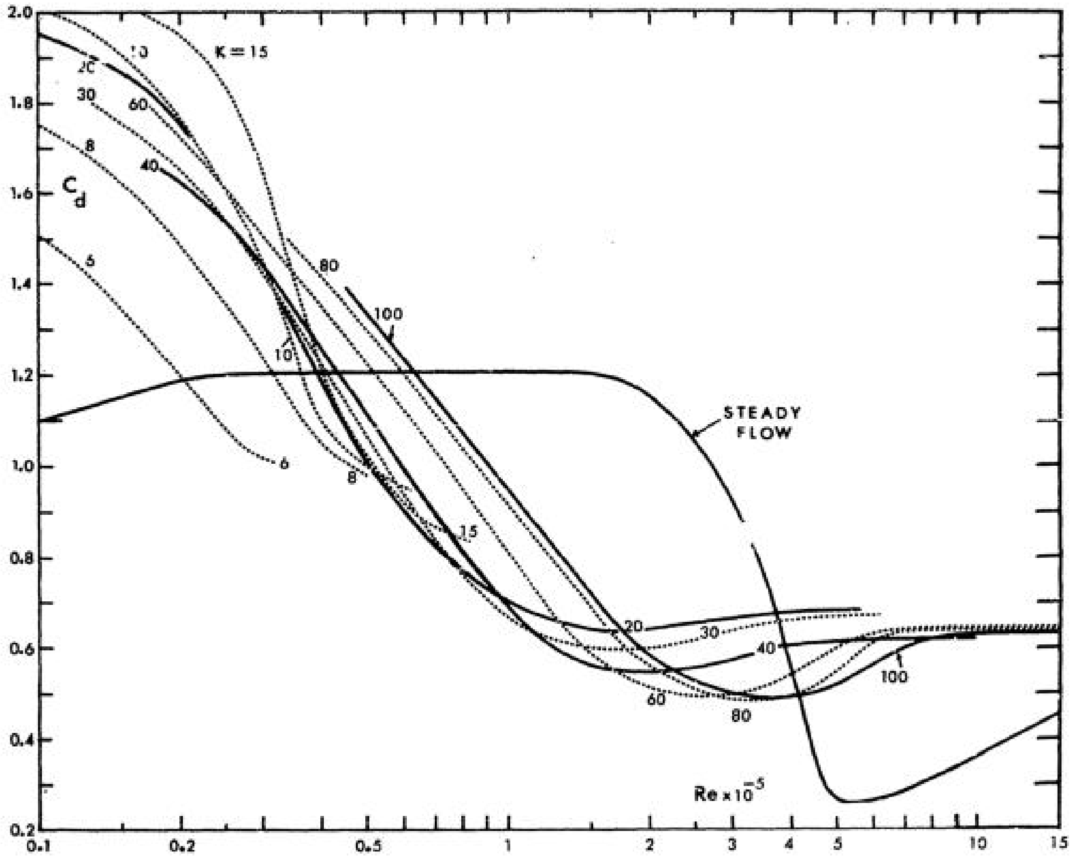
Εικόνα 3.6 Συντελεστής αντίστασης C_m συναρτήσει του Re για διάφορες τιμές της παραμέτρου .



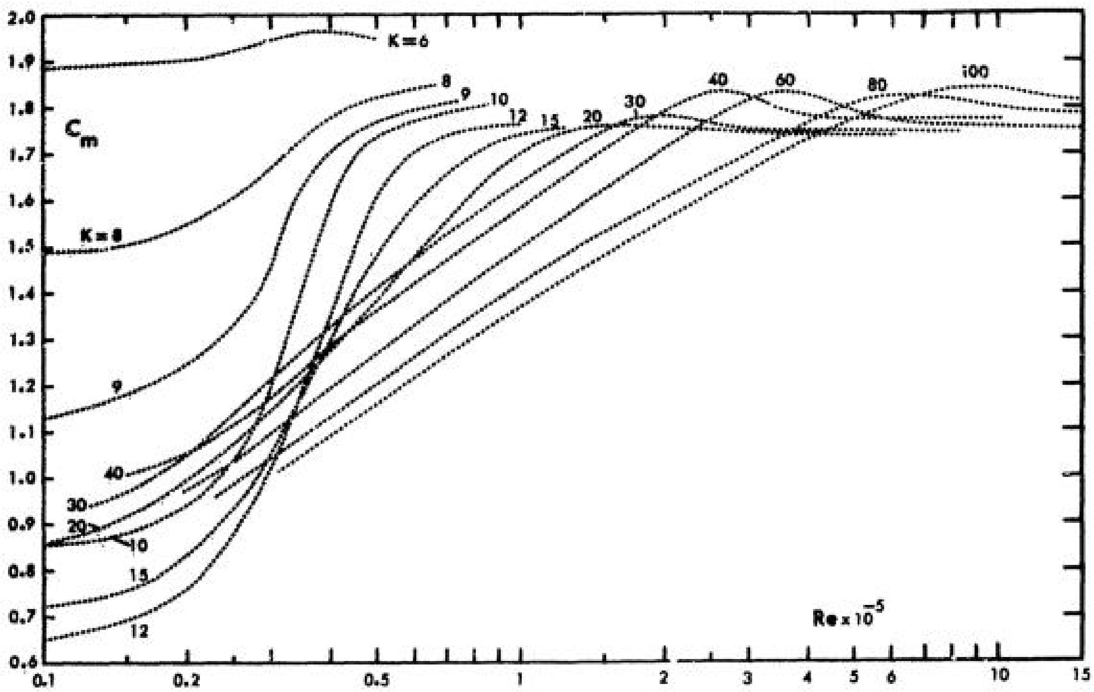
Εικόνα 3.7 $C_d = f(N_{KC})$ για διάφορες τιμές της παραμέτρου .



Εικόνα 3.8 $C_m = f(N_{KC})$ για διάφορες τιμές της παραμέτρου .



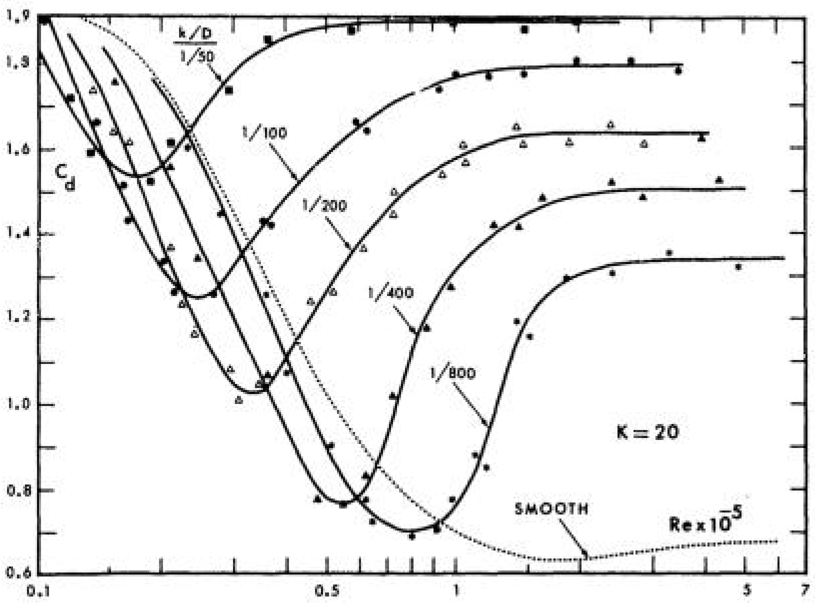
Εικόνα 3.9 Συντελεστής αντίστασης C_d συναρτήσει του Re για διάφορους αριθμούς N_{KC} (λείοι κύλινδροι).



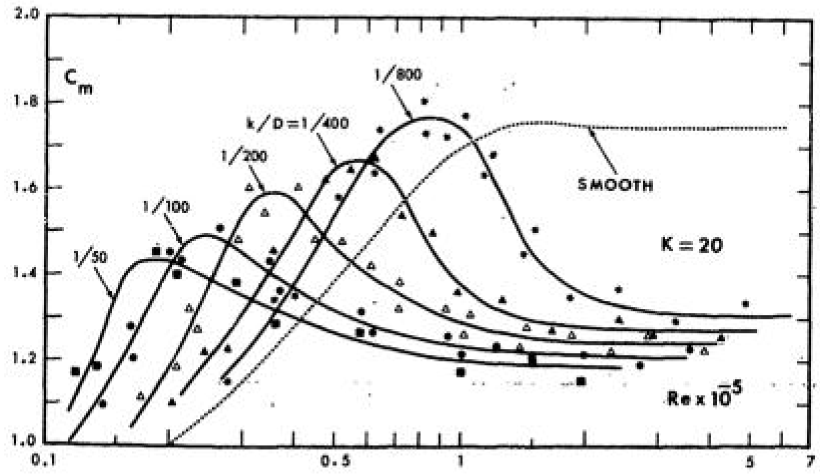
Εικόνα 3.10 Συντελεστής αντίστασης C_m συναρτήσει του Re για διάφορους αριθμούς N_{KC} (λείοι κύλινδροι).

Στις Εικόνα 3.9, Εικόνα 3.10 φαίνονται οι συντελεστές C_d , C_m σα συνάρτηση του αριθμού Re με παραμετρική εξάρτηση από τον αριθμό N_{KC} για την περίπτωση λείων κυλίνδρων. Παρατηρείται ότι για μικρούς αριθμούς N_{KC} και Re ο συντελεστής αδράνειας C_m προσεγγίζει την τιμή 2.0 που συμπίπτει με τα αποτελέσματα της θεωρίας δυναμικού, όπου η υδροδυναμική μάζα ενός κυλίνδρου άπειρου μήκους που βρίσκεται σε μη μόνιμη ροή απέρατου ιδανικού ρευστού, ισούται με τη μάζα του εκτοπιζόμενου ρευστού. Στην Εικόνα 3.9 φαίνεται ότι η αποδοχή μιας τιμή του C_d που θα ισχύει για μόνιμη ροή θα οδηγούσε σε σημαντικές αποκλίσεις και μεγάλα λάθη.

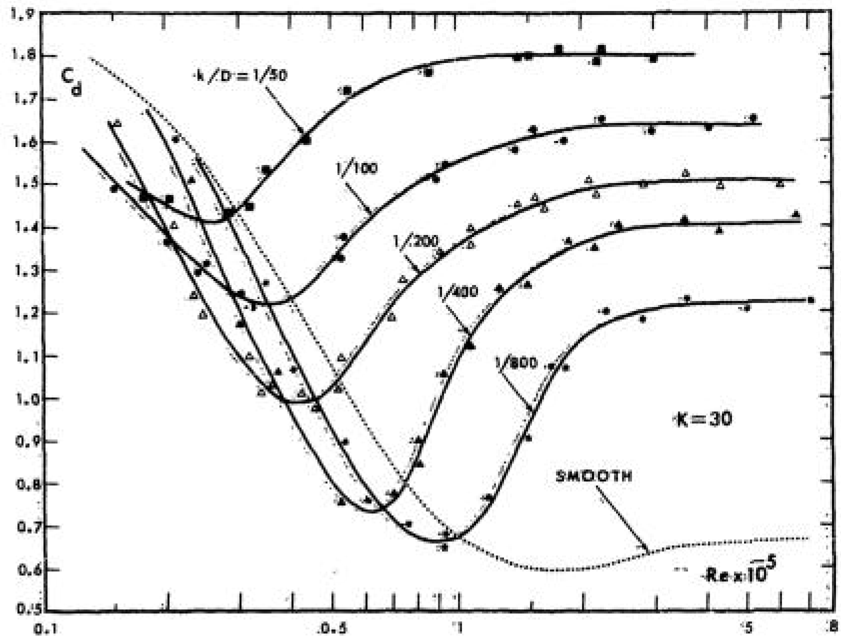
Στις Εικόνα 3.11 έως Εικόνα 3.20 παρουσιάζονται τα πειραματικά αποτελέσματα του *Sarpkaya* (1977). Σε αυτά, γίνεται εμφανής η επίδραση της τραχύτητας των κυλίνδρων στις τιμές των C_d, C_m. Παρατηρείται πως απαιτείται ιδιαίτερη προσοχή στην εκλογή των συντελεστών αντιστάσεως και αδράνειας προκειμένου τα αποτελέσματα του τύπου του Morison να είναι αξιόπιστα.



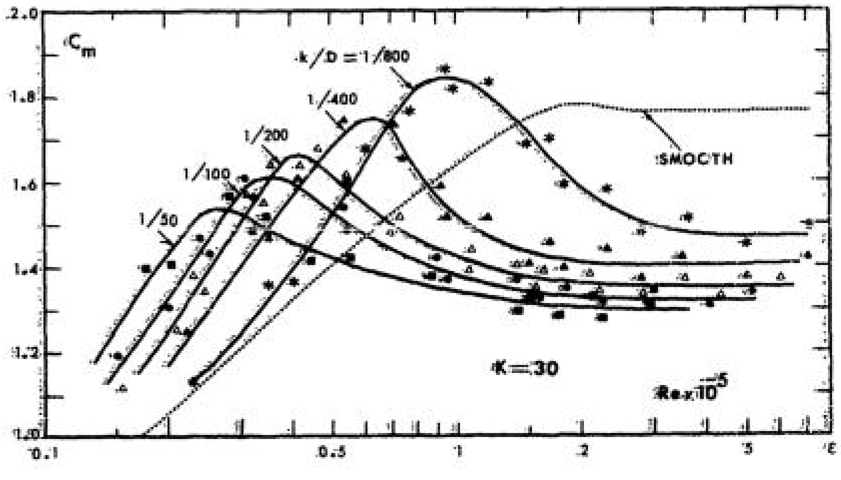
Εικόνα 3.11 $C_d = f(\mathrm{Re})$ για τραχείς κυλίνδρους με $N_{KC} = 20$.



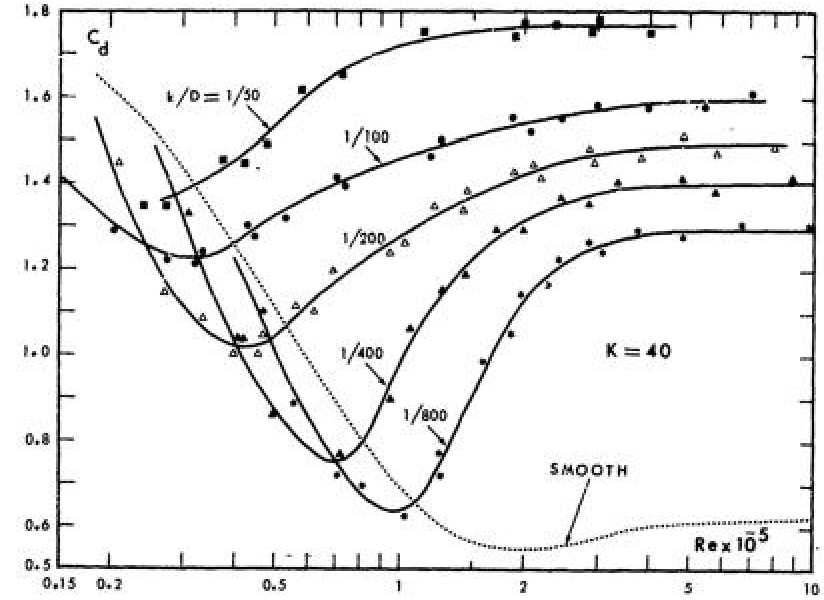
Εικόνα 3.12 $C_m = f(\mathrm{Re})$ για τραχείς κυλίνδρους με $N_{KC} = 20$.



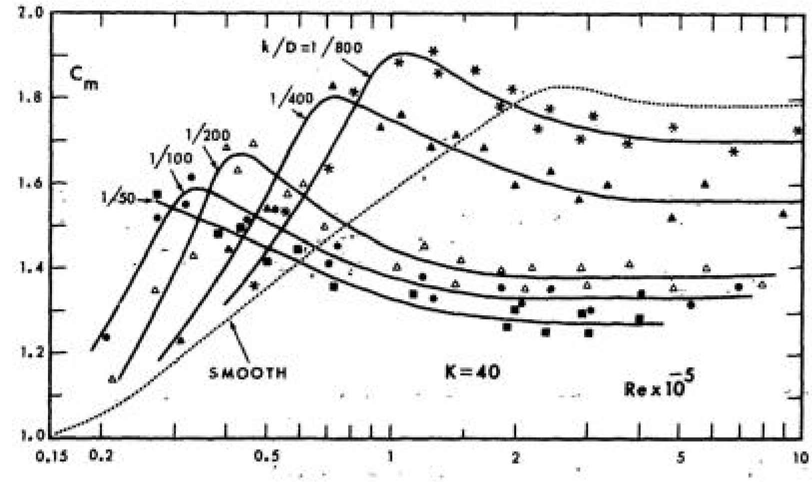
Εικόνα 3.13 $C_d = f(\mathrm{Re})$ για τραχείς κυλίνδρους με $N_{KC} = 30$.



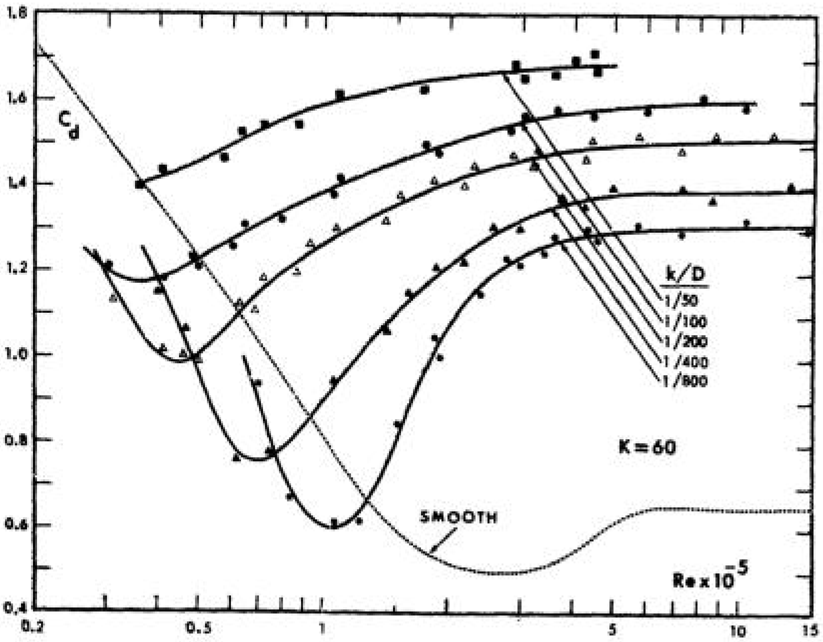
Εικόνα 3.14 $C_m = f(\mathrm{Re})$ για τραχείς κυλίνδρους με $N_{KC} = 30$.



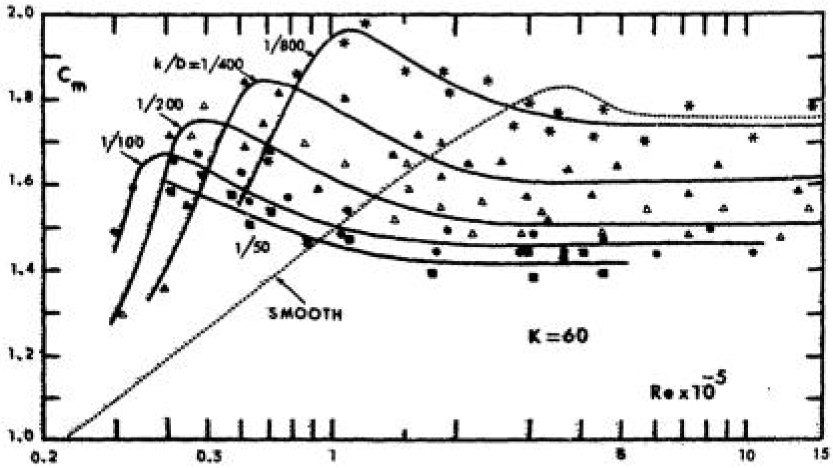
Εικόνα 3.15 $C_d = f(\mathrm{Re})$ για τραχείς κυλίνδρους με $N_{KC} = 40$.



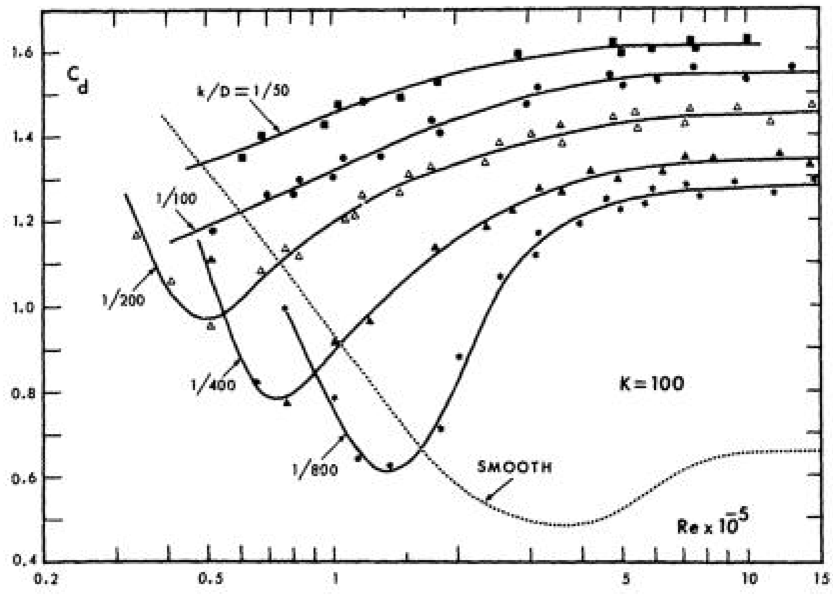
Εικόνα 3.16 $C_m = f(\mathrm{Re})$ για τραχείς κυλίνδρους με $N_{KC} = 40$.



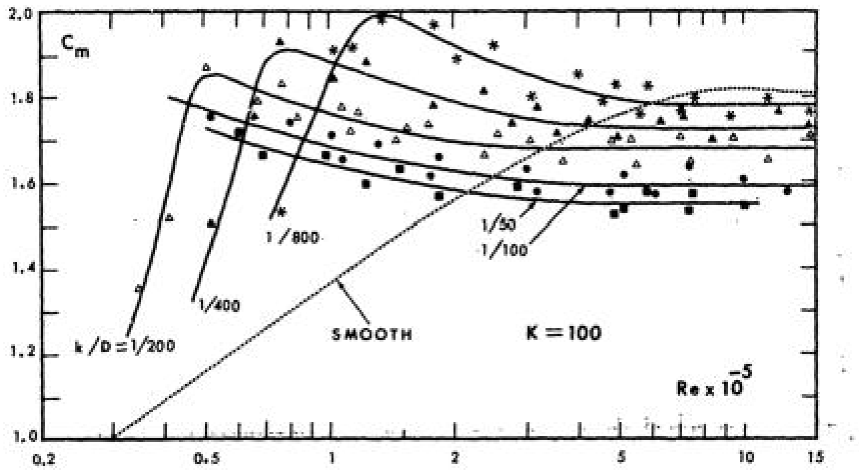
Εικόνα 3.17 $C_d = f(\mathrm{Re})$ για τραχείς κυλίνδρους με $N_{KC} = 60$.



Εικόνα 3.18 $C_m = f(\mathrm{Re})$ για τραχείς κυλίνδρους με $N_{KC} = 60$.



Εικόνα 3.19 $C_d = f(\mathrm{Re})$ για τραχείς κυλίνδρους με $N_{KC} = 100$.



Εικόνα 3.20 $C_m = f(\mathrm{Re})$ για τραχείς κυλίνδρους με $N_{KC} = 100$.

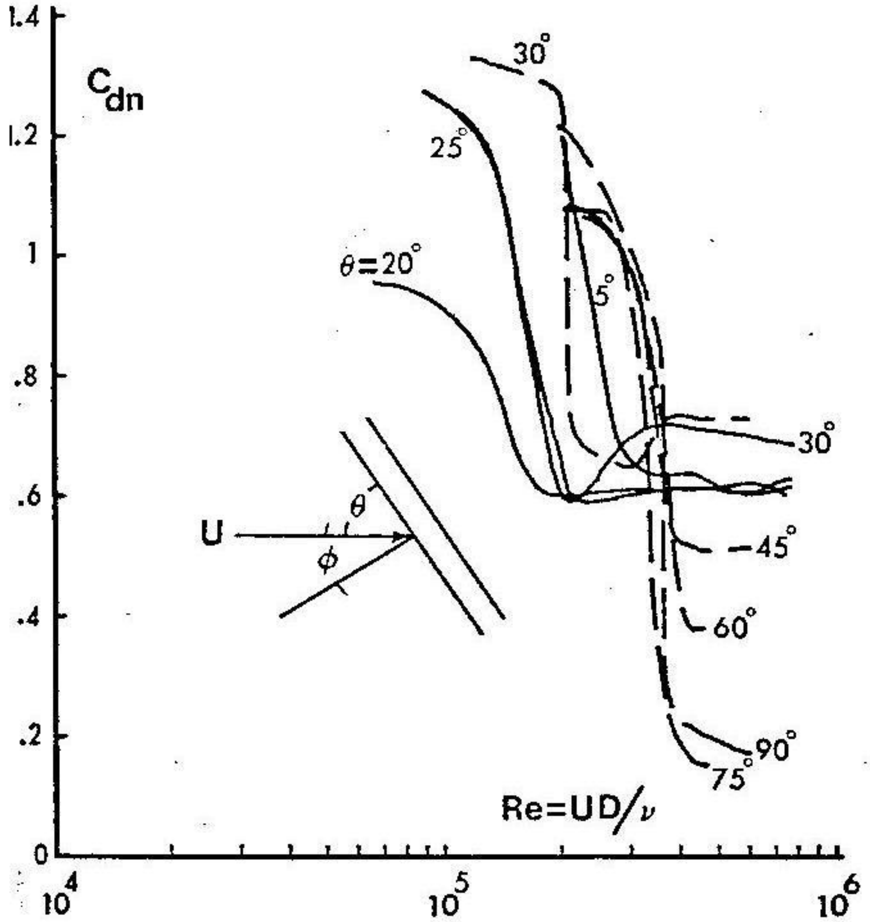
3.6.3 Μεταβολή των C_m, C_d λόγω κλίσης του κυλίνδρου

Η κάθετη δύναμη δεν έχει συνδεθεί με την εκτός επιπέδου εγκάρσια δύναμη για ένα μοναδικό αριθμό Reynolds. Συγκεκριμένα, για μια μηδενική γωνία πρόσπτωσης, όπου η ροή είναι παράλληλη με τον άξονα του κυλίνδρου, ο αριθμός Reynolds βασίζεται στο μήκος το οποίο έχει μετρηθεί κατά μήκος του σώματος. Όταν η γωνία πρόσπτωσης γίνει ίση με 90°, δηλαδή η ροή είναι κάθετη στον άξονα του σώματος, ο αντίστοιχος αριθμός Reynolds βασίζεται στη διάμετρο του σώματος. Για κάποια ενδιάμεση γωνία πρόσπτωσης δεν είναι δυνατόν καθορισθεί ένα χαρακτηριστικό μέγεθος-μήκος ώστε να επιτευχθεί ένας γενικευμένος αριθμός Reynolds ως συνδυασμός των συντελεστών αδράνειας και αντίστασης (C_m, C_d).

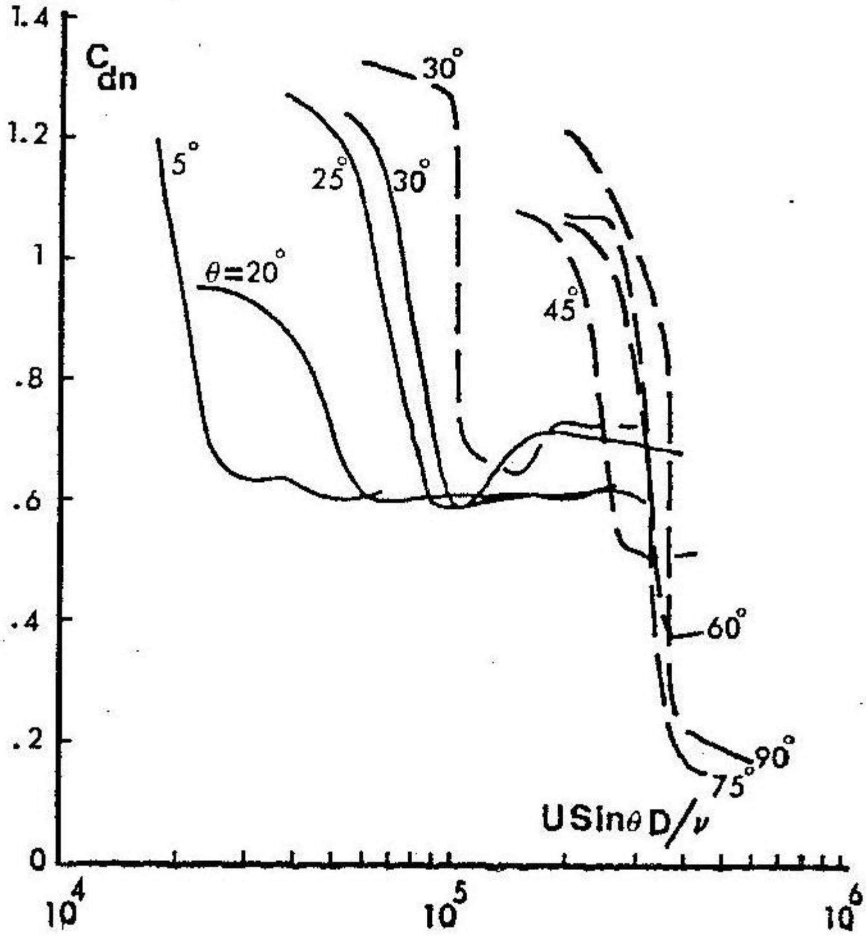
Οι *Bursnall* και *Loftin* (1951) μετρώντας την κατανομή δυνάμεων γύρω από ένα κύλινδρο σε σήραγγα ανέμου μεταβάλλοντας τις γωνίες πρόσπτωσης από $0 < ¤ < 60^o$, συμπέραναν πως για αριθμούς Reynolds που κυμαίνονται από $10^4 < \mathrm{Re}_n < 5 \cdot 10^5$ τα χαρακτηριστικά της ροής και της δύναμης στον κεκλιμένο κύλινδρο δεν μπορούν να καθορισθούν μονοσήμαντα από τη συνιστώσα της ταχύτητας που είναι κάθετη στον κύλινδρο, καθώς και ότι ο κρίσιμος αριθμός Reynolds (Re_{ncr}) εξαρτάται άμεσα από τη γωνία κλίσεως. Τα αποτελέσματα της μεταβολής του κάθετου συντελεστή αντίστασης παρουσιάζονται στα παρακάτω σχήματα Εικόνα 3.21, Εικόνα 3.22 όπου οι καμπύλες έχουν σχεδιασθεί στον αριθμό Reynolds όπως αυτός προέκυψε από την κάθετη συνιστώσα της ταχύτητας.

Στην περίπτωση των κεκλιμένων κυλίνδρων που χρησιμοποιείται η γενικευμένη έκφραση του τύπου του Morison, ο αριθμός Reynolds και η παράμετρος των Keulegan- Carpenter θα πρέπει να καθορίζονται από τις σχέσεις:

$$\mathrm{Re} = \frac{\left|\vec{U}\right| \cdot D}{\nu}, N_{CK} = \frac{\left|\vec{U}\right| \cdot T}{D} \tag{3.40}$$



Εικόνα 3.21 Μεταβολή του συντελεστή αντίστασης συναρτήσει του αριθμού Reynolds.



Εικόνα 3.22 Μεταβολή του συντελεστή αντίστασης συναρτήσει της γωνία κλίσης.

Ο *Chakrabarti* (1987) διεξήγαγε μια σειρά πειραμάτων με μικρούς κεκλιμένους κυλίνδρους για να προσδιορίσει τους συντελεστές C_m, C_d . Ο αριθμός των Keulegan- Carpenter μεταβαλλόταν από 0 έως 16 και το β ήταν περίπου 1600. Δυστυχώς, δεν μπόρεσε να αποδείξει κάποια εξάρτηση μεταξύ των συντελεστών δύναμης και του αριθμού Reynolds, λόγω της οριακής περιοχής των αριθμών Reynolds στο πλαίσιο των οποίων πραγματοποιήθηκαν τα πειράματα (για αριθμούς Reynolds λίγο μικρότερους από 25000).

Παρόλο που δεν έγινε από τον *Chakrabarti* (1987) οποιαδήποτε σύγκριση μεταξύ των αποτελεσμάτων του με αυτά του *Sarpkaya* (1977) για αρμονική ταλαντωτική ροή κάθετη σε λείους κυλίνδρους , φαίνεται ότι οι συντελεστές αδράνειας και αντίστασης για αντίστοιχες τιμές των N_{CK} και , είναι περίπου ίδιες. Αυτή η σύγκριση, τείνει οριακά να δείξει πως οι τιμές των συντελεστών αδράνειας και αντίστασης (όπως προκύπτουν από πειράματα και ισχύουν για κυλίνδρους κάθετους στη ροή) μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην γενικευμένη έκφραση της εξίσωσης του Morison (3.41), (3.29) για τον υπολογισμό των δυνάμεων πάνω στους κυλίνδρους.

Κεφάλαιο 4. Κώδικας Υπολογισμού

4.1 Γενικά

Για την υδροδυναμική ανάλυση πλωτής Α/Γ θεωρήθηκε αναγκαία η επέκταση του κώδικα που θα υπολογίζει μέσω της εξίσωσης του Morison τις δυνάμεις και τις αντίστοιχες ροπές που ασκούνται σε αυτή. Στο πλαίσιο αυτό χρησιμοποιήθηκε ως βάση η διπλωματική εργασία του κ. Γ. Χρυσανθάκη με τίτλο: «Υδροδυναμικά φορτία σε λεπτά κυλινδρικά σώματα με χρήση του τύπου του Morison», ΕΜΠ, 1986.

Δημιουργήθηκαν δύο ξεχωριστά προγράμματα σύμφωνα με τα οποία εφαρμόζεται η γραμμική κυματική θεωρία Airy και η θεωρία κατά Stokes 5^{ης} τάξης αντίστοιχα. Σε αυτό το κεφάλαιο θα γίνει παρουσίαση του τρόπου λειτουργίας τους.

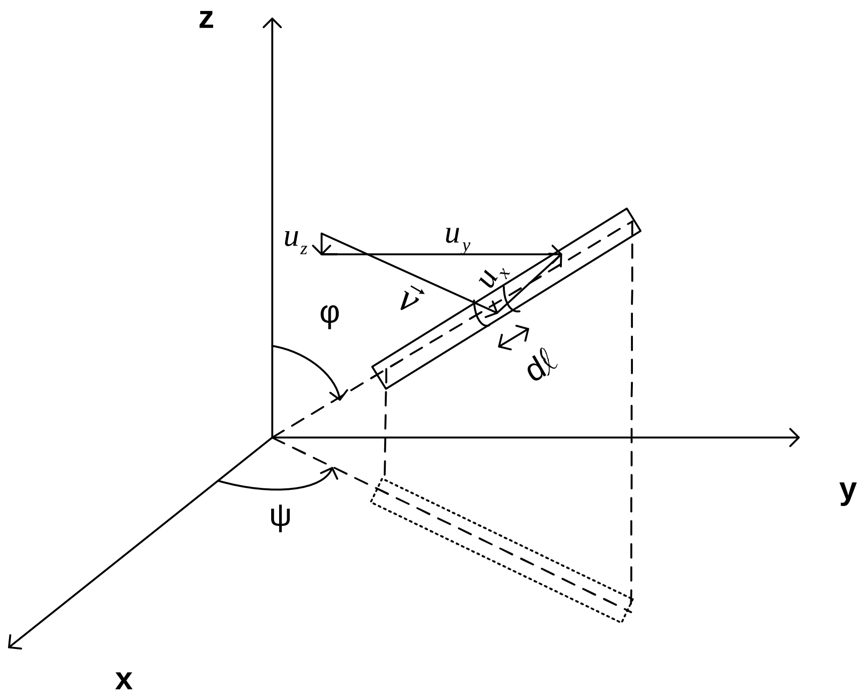
Η ανάπτυξη των προγραμμάτων πραγματοποιήθηκε σε γλώσσα προγραμματισμού FORTRAN και χρησιμοποιήθηκε η έκδοση Compaq Visual Fortran Version 6.5.

4.2 Περιγραφή δυνάμεων κυματισμού

Όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενο κεφάλαιο η γενικευμένη εξίσωση του Morison για κύλινδρο τυχαίου προσανατολισμού όπως δόθηκε από τον *Borgman* (1958) είναι:

$$\vec{F} = C_M \rho \frac{\pi}{4} D^2 \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{1}{2} C_D \rho D \vec{v} \left| \vec{v} \right| \tag{4.1}$$

Όπου τα $\vec{v}, \frac{d\vec{v}}{dt}$ είναι ορισμένα έτσι ώστε τα ανύσματά τους να είναι τα μοναδιαία ανύσματα που βρίσκονται στη τομή δύο επιπέδων. Το ένα επίπεδο είναι το κάθετο στον άξονα του κυλίνδρου και το άλλο είναι αυτό που σχηματίζεται από το άνυσμα της ταχύτητας και της επιτάχυνσης αντίστοιχα, με τον άξονα του κυλίνδρου.



Εικόνα 4.1 Κυλινδρικό στοιχείο τυχαίας διεύθυνσης.

4.3 Υπολογισμός των ταχυτήτων και των επιταχύνσεων

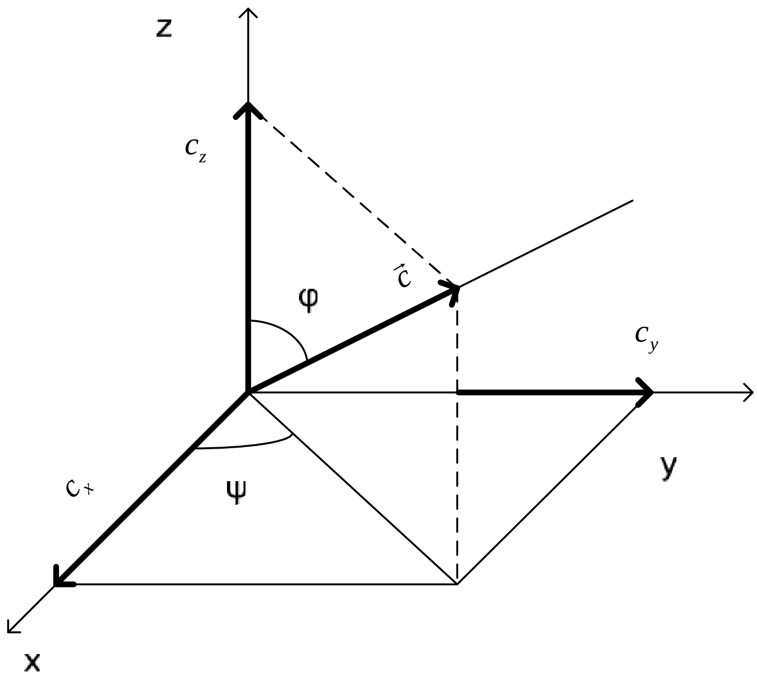
Χρειάζεται να καθοριστεί υπολογιστική μέθοδος για τον προσδιορισμό της ταχύτητας και της επιτάχυνσης. Για αυτό θα γίνει χρήση ανυσμάτων και πινάκων. Αν ορίσουμε $\vec{c}$ το μοναδιαίο άνυσμα με διεύθυνση τον άξονα του κυλίνδρου και φορά προς τα πάνω ή προς τα κάτω και $\vec{v}$, $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ τα ανύσματα της ταχύτητας και της επιτάχυνσης των υλικών σημείων του νερού αντίστοιχα, τότε:

$$\vec{v} = u_x\vec{i} + u_y\vec{j} + u_z\vec{k}$$
$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$$
$$\vec{c} = c_x\vec{i} + c_y\vec{j} + c_z\vec{k}$$

Όπου $\vec{i}, \vec{j}.\vec{k}$ τα μοναδιαία ανύσματα παράλληλα στους άξονες x, y, z .

Γράφοντας με ανύσματα την ταχύτητα:

$$\begin{aligned}\vec{v} = {} & [{}^{3}{}_{x} - c_x(c_x {}^{3}{}_{x} + c_y {}^{3}{}_{y} + c_z {}^{3}{}_{z})]\vec{i} \\ & +[{}^{3}{}_{y} - c_y(c_x {}^{3}{}_{x} + c_y {}^{3}{}_{y} + c_z {}^{3}{}_{z})]\vec{j} \\ & +[{}^{3}{}_{z} - c_z(c_x {}^{3}{}_{x} + c_y {}^{3}{}_{y} + c_z {}^{3}{}_{z})]\vec{k}\end{aligned} \tag{4.2}$$



Εικόνα 4.2 Άνυσμα του διανύσματος $\vec{c}$.

Δηλαδή:

$$\vec{v} = [3_x^2 + 3_y^2 + 3_z^2 - (c_x 3_x + c_y 3_y + c_z 3_z)^2]^{1/2} \tag{4.3}$$

Γράφοντας με ανύσματα την επιτάχυνση:

$$\begin{aligned} \vec{a} &= [a_x - c_x(c_x a_x + c_y a_y + c_z a_z)]\vec{i} \\ &+ [\mathrm{a}_y - c_y(c_x a_x + c_y a_y + c_z a_z)]\vec{j} \\ &+ [\mathrm{a}_z - c_z(c_x a_x + c_y a_y + c_z a_z)]\vec{k} \end{aligned} \tag{4.4}$$

Δηλαδή:

$$\vec{a} = [a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 - (c_x a_x + c_y a_y + c_z a_z)^2]^{1/2} \tag{4.5}$$

Προκύπτει πως το μοναδιαίο διάνυσμα μπορεί να γραφεί σε μορφή πίνακα ως:

$$c = \begin{pmatrix} 1 - c_x^2 & -c_x c_y & -c_x c_z \\ -c_x c_y & 1 - c_y^2 & -c_y c_z \\ -c_x c_z & -c_y c_z & 1 - c_z^2 \end{pmatrix} \tag{4.6}$$

Η συνολική δύναμη ενός κυλίνδρου μπορεί να υπολογισθεί παίρνοντας σημεία κατά μήκος του άξονά του και να υπολογισθεί για κάθε ένα από αυτά η δύναμη ανά μονάδα μήκους. Ολοκληρώνοντας κατά μήκος του άξονα του κυλίνδρου προκύπτει η συνολική δύναμη που εξασκείται στον κύλινδρο. Αντίστοιχα, υπολογίζεται και η εξασκούμενη ροπή. Αν επιλέξουμε m σημεία κατά μήκος του κυλίνδρου τότε ο υπολογισμός της δύναμης είναι:

$$\begin{pmatrix} f_{x1} & f_{y1} & f_{z1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{xm} & f_{ym} & f_{zm} \end{pmatrix} = \frac{1}{4} C_M \rho \pi D^2 \begin{pmatrix} a_{x1} & a_{y1} & a_{z1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{xm} & a_{ym} & a_{zm} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1-c_x^2 & -c_x c_y & -c_x c_z \\ -c_x c_y & 1-c_y^2 & -c_y c_z \\ -c_x c_z & -c_y c_z & 1-c_z^2 \end{pmatrix}$$

$$+\frac{1}{2} C_D \rho D \begin{pmatrix} |u_{m1}| \\ \vdots \\ |u_{mm}| \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_{x1} & u_{y1} & u_{z1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ u_{xm} & u_{ym} & u_{zm} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1-c_x^2 & -c_x c_y & -c_x c_z \\ -c_x c_y & 1-c_y^2 & -c_y c_z \\ -c_x c_z & -c_y c_z & 1-c_z^2 \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

Έτσι, κάποιο σημείο k του κυλίνδρου έχει ταχύτητα με συνιστώσες (u_{xk}, u_{xk}, u_{xk}) και επιτάχυνση (a_{xk}, a_{xk}, a_{xk}) αντίστοιχα. Παρόμοια προκύπτει πως σε αυτό το σημείο η δύναμη ανά μονάδα μήκους στις διευθύνσεις *x, y, z* θα είναι (f_{xk}, f_{yk}, f_{zk}).

4.4 Μεταβλητότητα συντελεστών

Οι συντελεστές αδράνειας και αντίστασης (C_M, C_D) μπορούν να θεωρηθούν μεταβλητές που εξαρτώνται από τους αριθμούς Reynolds και Keulegan-Carpenter ή άλλων ποσοτήτων. Έτσι, η υπολογιζόμενη δύναμη θα έχει τη μορφή:

$$\begin{pmatrix} f_{x1} & f_{y1} & f_{z1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{xm} & f_{ym} & f_{zm} \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \rho \pi D^2 \begin{pmatrix} C_{M1} \\ \vdots \\ C_{Mm} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_{x1} & a_{y1} & a_{z1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{xm} & a_{ym} & a_{zm} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1-c_x^2 & -c_x c_y & -c_x c_z \\ -c_x c_y & 1-c_y^2 & -c_y c_z \\ -c_x c_z & -c_y c_z & 1-c_z^2 \end{pmatrix}$$

$$+\frac{1}{2} \rho D \begin{pmatrix} C_{D1} \\ \vdots \\ C_{Dm} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} |u_{m1}| \\ \vdots \\ |u_{mm}| \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_{x1} & u_{y1} & u_{z1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ u_{xm} & u_{ym} & u_{zm} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1-c_x^2 & -c_x c_y & -c_x c_z \\ -c_x c_y & 1-c_y^2 & -c_y c_z \\ -c_x c_z & -c_y c_z & 1-c_z^2 \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

Οι συντελεστές $[C_{Mi}]$ και $[C_{Di}]$ καθορίζονται από τα διαγράμματα του *Sarpkaya* (1977) όπως παρουσιάσθηκαν στην παράγραφο 3.6.2.

4.4.1 Απλοποιήσεις λόγω μηδενισμού γραμμών και στηλών

Στους περισσότερους υπολογισμούς χρησιμοποιείται η δισδιάστατη θεωρία κυματισμών. Έτσι, μια από τις στήλες των πινάκων της ταχύτητας και της επιτάχυνσης θα αποτελείται από μηδενικά στοιχεία, ενώ για κάποιες κλίσεις μια από τις γραμμές του πίνακα για τα μοναδιαία ανύσματα θα είναι επίσης μηδέν. Και στις δύο περιπτώσεις μπορούν να παραληφθούν οι αντίστοιχες στήλες και γραμμές που αποτελούνται από μηδενικά στοιχεία.

4.5 Καθορισμός χαρακτηριστικών μεγεθών κύματος

Τα χαρακτηριστικά μεγέθη του κύματος είναι το ύψος (H), η περίοδος (T) , το μήκος κύματος (ª) και το βάθος (d). Στην περίπτωση όμως των κυματισμών βαρύτητας Stokes $5^{ης}$ τάξης συνυπολογίζεται ως χαρακτηριστικό μέγεθος και η σταθερά κύματος £ .

Ο υπολογισμός των μεγεθών δεν είναι ιδιαίτερα εύκολος καθώς μπορεί να προκύψουν προβλήματα όπως ο υπολογισμός του ª και του £ όταν είναι γνωστά τα H, T, d και ο υπολογισμός του T και του £ όταν είναι γνωστά τα μεγέθη H, ª, d .

4.5.1 Κύματα Airy

Υπορουτίνα ARWAVE

Για τους κυματισμούς Airy η σχέση που συνδέει τα χαρακτηριστικά μεγέθη μεταξύ τους είναι η εξίσωση διασποράς:

$$\mu^2 = kg \tanh(kd) \tag{4.9}$$

Όπου

μ η κυκλική συχνότητα

k ο κυματάριθμος

– **Γνωστά τα** H, T, d

Σε αυτή την περίπτωση που πρέπει να υπολογισθεί το λ ακολουθώντας τα παρακάτω:

$$\left.\begin{array}{l} \omega^2 - kg\tanh(kd) \\ k = \dfrac{2\pi}{\lambda} \\ \omega = \dfrac{2\pi}{T} \end{array}\right\} \rightarrow \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) g \tanh\left(2\pi\frac{d}{\lambda}\right)$$

Φαίνεται πως το λ είναι σε πεπλεγμένη μορφή και δεν μπορεί να λυθεί αναλυτικά. Για αυτό το λόγο χρησιμοποιείται μια επαναληπτική μέθοδος αυτή των *Newton-Raphson* (1690). Η μέθοδος Newton-Raphson είναι μια από τις πιο γνωστές και εύχρηστες επαναληπτικές μεθόδους για την προσέγγιση μιας ρίζας της μη γραμμικής εξίσωσης $f(x) = 0$. Χρησιμοποιείται και για την επίλυση άλλων πιο δύσκολων μη γραμμικών προβλημάτων όπως για παράδειγμα συστήματα μη γραμμικών εξισώσεων και μη γραμμικών ολοκληρωτικών και διαφορικών εξισώσεων. Δεν είναι πάντα η καλύτερη μέθοδος για τη λύση ενός προβλήματος αλλά η μέθοδος αυτή ξεχωρίζει επειδή έχει ταχύτερη σύγκλιση σε σχέση με άλλες μεθόδους και αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να προκύπτουν περισσότερο ακριβείς προσεγγίσεις της λύσης σε κάθε επανάληψη.

Θεωρούμε τη συνάρτηση $G(x)$ τέτοια ώστε:

$$\left.\begin{array}{l} \omega^2 = kg\tanh(kd) \\ k = x \Rightarrow G(x) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow G(x) = xg\tanh(xd) - \omega^2$$

με παράγωγο:

$$G_x(x) = g[\tanh(xd) + \frac{xd}{\cosh^2(xd)}]$$

Εφαρμόζοντας την επαναληπτική μέθοδο:

$$x_i = x_{i-1} - \frac{G(x_{i-1})}{G_x(x_{i-1})}$$

Αρχική τιμή για την έναρξη της επανάληψης λαμβάνεται η $x_0 = 2\pi(\frac{0.2}{d})$, η οποία προκύπτει από το γεγονός ότι για τα κύματα Airy η παράμετρος d/λ παίρνει τιμές $10^{-2} \le d/\lambda \le 10$ θεωρώντας λογαριθμικά μια μέση τιμή του φάσματος την $d/\lambda = 0.2$.

– **Γνωστά τα** H, λ, d

Σε αυτή την περίπτωση χρησιμοποιούμε την εξίσωση διασποράς (4.9) για να προσδιορίσουμε το T .

$$\omega^2 = kg\tanh(kd) \Rightarrow \left.\begin{aligned} \omega &= \sqrt{kg\tanh(kd)} \\ T &= \frac{2\pi}{\omega} \\ k &= \frac{2\pi}{\lambda} \end{aligned}\right\} \Rightarrow T = 2\pi[kg\tanh(kd)]^{-1/2}$$

Παρατήρηση:

– Αν και το H δεν έλαβε μέρος στους υπολογισμούς, είναι απαραίτητο για τον υπολογισμό του προφίλ του κύματος.

4.5.2 Κύματα βαρύτητας Stokes 5ης τάξης

Για τα κύματα βαρύτητας Stokes 5ης τάξης η σχέση που συνδέει τα κυματικά χαρακτηριστικών H, T, λ, d και τον συντελεστή ε προκύπτει από την ικανοποίησης των οριακών συνθηκών:

$$\frac{\pi H}{d} = \frac{1}{d/\lambda}[\varepsilon + \varepsilon^3 B_{33} + \varepsilon^5 (B_{35} + B_{55})] \qquad (4.10)$$

$$\frac{d}{\lambda_0} = \frac{d}{\lambda}[1 + \varepsilon^2 C_1 + \varepsilon^4 C_2]\tanh(kd) \qquad (4.11)$$

$$\lambda_0 = \frac{gT^2}{2\pi} = 1.56T^2 \qquad (4.12)$$

Όπου

λ_0 το μήκος κύματος απλού αρμονικού κυματισμού σε βαθύ νερό ίδιας περιόδου με το εξεταζόμενο $B_{33}.B_{35}, B_{55}, C_1, C_2$ συναρτήσεις υπερβολικών τριγωνομετρικών σχέσεων του λόγου $\frac{d}{\lambda}$.

Υπορουτίνα WAVDHT

- **Γνωστά** H, T, d

Σε αυτή την περίπτωση δεν γίνεται απ' ευθείας επίλυση του ª και του £ από τις οριακές συνθήκες. Όμως οι συντελεστές $B_{33}.B_{35}, B_{55}, C_1, C_2$ είναι συναρτήσεις του λόγου $\frac{d}{\text{a}}$.

Η επίλυση του προβλήματος θα πρέπει να γίνει με δοκιμές εφαρμόζοντας την επαναληπτική μέθοδο του Newton για μη γραμμικά συστήματα. Οπότε θεωρούμε τις συναρτήσεις:

$$f(x, y) = (B_{35} + B_{55})y^5 + B_{33}y^3 + y - \frac{\text{®} H}{d} x \tag{4.13}$$

$$g(x, y) = x[C_2 y^4 + C_1 y^2 + 1]\tanh(2\text{®} x) \tag{4.14}$$

Έχοντας θέσει $x = \frac{d}{\text{a}}$ και $y = \text{£}$. Έτσι, οι συντελεστές $B_{33}.B_{35}, B_{55}, C_1, C_2$ θα είναι συναρτήσεις του x .

Οι μερικοί παράγωγοι των f, g ως προς x, y θα είναι:

$$f_x(x, y) = (B_{35}' + B_{55}')y^5 + B_{33}'y^3 + y - \frac{\text{®} H}{d} \tag{4.15}$$

$$f_y(x, y) = 5(B_{35} + B_{55})y^4 + 3B_{33}y^2 + 1 \tag{4.16}$$

$$g_x(x, y) = x[C_2' y^4 + C_2' y^2]\tanh(2\text{®} x) + [C_2 y^4 + C_1 y^2 + 1][\tanh(2\text{®} x) + \frac{2\text{®} x}{\cosh^2(2\text{®} x)} \tag{4.17}$$

$$g_y(x, y) = 2x[2C_2 y^3 + C_1 y]\tanh(2\text{®} x) \tag{4.18}$$

Σύμφωνα με την επαναληπτική μέθοδο Newton το ζεύγος τιμών (x, y) που επαληθεύει το σύστημα $f(x, y), g(x, y)$ προκύπτει από:

$$x_{i+1} = x_i - [\frac{f g_y - g f_y}{f_x g_y - g_x f_y}]_i \quad \text{i=1,2,3,...} \tag{4.19}$$

$$y_{i+1} = y_i - [\frac{g f_x - f g_y}{f_x g_y - g_x f_y}]_i \quad \text{i=1,2,3,...} \tag{4.20}$$

Με αρχικές τιμές $x_0 = \dfrac{d}{\lambda_0}$ και $y = 0.11$. Η τιμή του $y = 0.11 = \varepsilon$ προκύπτει από το γεγονός ότι το ε είναι ένας πολύ μικρός, θετικός αριθμός, μικρότερος της μονάδας, $0 < \varepsilon << 1$. Οι συντελεστές $B_{33}.B_{35}, B_{55}, C_1, C_2$ και οι παράγωγοί τους δίνονται από τις (2.51), (2.52), (2.53).

Υπορουτίνα WAVDHL

- **Γνωστά** H, λ, d

Ο υπολογισμός των συντελεστών $B_{33}.B_{35}, B_{55}, C_1, C_2$ γίνεται από τις σχέσεις (4.10) και (4.11) αφού σε αυτή την περίπτωση ο λόγος $\dfrac{d}{\lambda}$ είναι γνωστός. Έτσι, μπορούν να προσδιοριστούν οι τιμές του ε ως πραγματικές ρίζες της (4.10). Το μέγεθος του λ_0 προσδιορίζεται από την (4.11), ενώ η περίοδος του κύματος υπολογίζεται από τη σχέση (4.12).

Κάνοντας χρήση της επαναληπτικής μεθόδου Newton για τον υπολογισμό του ε από την (4.10) για $\varepsilon = y$ προκύπτουν οι εξισώσεις:

$$f(y) = (B_{35} - B_{55})y^5 + B_{33}y^3 + y - \frac{\pi H}{d} \tag{4.21}$$

$$f_y(y) = 5(B_{35} - B_{55})y^4 + 3B_{33}y^2 + 1 \tag{4.22}$$

Σύμφωνα με την επαναληπτική μέθοδο η ρίζα δίνεται ως:

$$y_{i+1} = y_i - \frac{f(y_i)}{f_y(y_i)} \tag{4.23}$$

με αρχική τιμή την $y_0 = 0.11$ για τους ίδιους λόγους της προηγούμενης περίπτωσης.

Αν y_r η ζητούμενη τιμή, τότε $\varepsilon = y_r$ και από την (4.11) προκύπτει λύση για το λ_0 που θα είναι:

$$\lambda_0 = \lambda[(1 + \varepsilon^2 C_1 + \varepsilon^4 C_2)\tanh(\frac{2\pi d}{\lambda})]^{-1} \tag{4.24}$$

Έπειτα από την (4.12) γίνεται ο υπολογισμός του T που θα είναι:

$$T = (\frac{2\text{®}}{g} \cdot \text{a}_0)^{1/2} \qquad (4.25)$$

4.6 Υπολογισμός των κάθετων ανυσμάτων ταχύτητας και επιτάχυνσης κατά μήκος του κυλίνδρου

Σε αυτή την παράγραφο παρουσιάζεται ο τρόπος υπολογισμού της ταχύτητας και της επιτάχυνσης όπως προκύπτουν από την γενικευμένη εξίσωση του Morison για το εκάστοτε δυναμικό της θεωρίας κυματισμών.

4.6.1 Ανύσματα ταχυτήτων και επιταχύνσεων – Θεωρία Airy

Υπορουτίνα ARVECT

Το δυναμικό της θεωρίας Airy είναι:

$$\Phi(x,z,t) = \frac{Hg}{2\mu} \cdot \frac{\cosh(kz)}{\cosh(kd)} \cdot \sin(kx - \mu t) \qquad (4.26)$$

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση διασποράς προκύπτει:

$$\Phi(x,z,t) = \frac{H\mu}{2k} \cdot \frac{\cosh(kz)}{\sinh(kd)} \cdot \sin(kx - \mu) \qquad (4.27)$$

Παραγωγίζοντας την (4.27) ως προς x, y, z προκύπτει οι τροχιακές ταχύτητες των μορίων του νερού στις διευθύνσεις x, y, z αντίστοιχα:

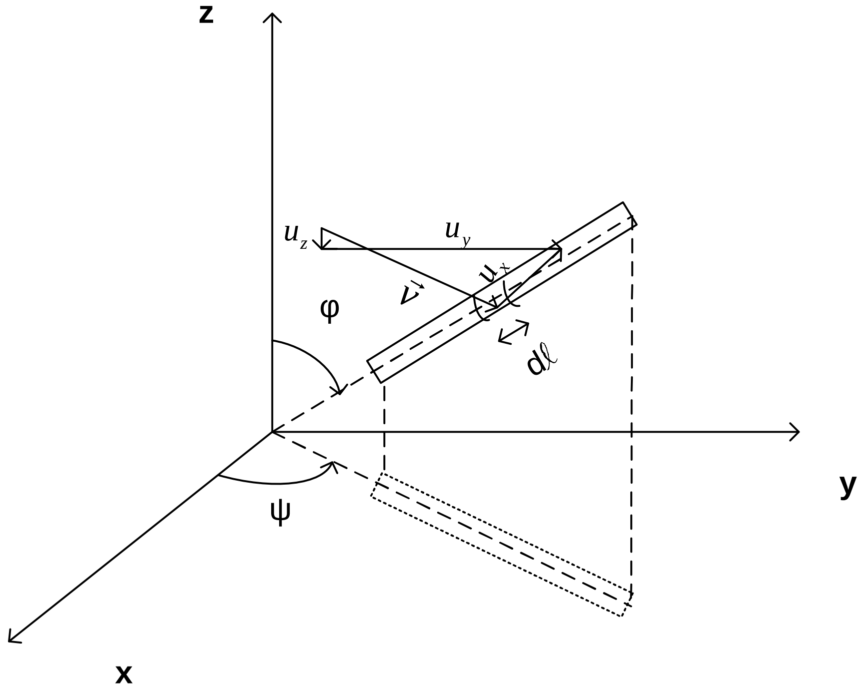
$$\text{³}_x = \frac{\partial\Phi}{\partial x} = \frac{H\mu}{2} \cdot \frac{\cosh(kz)}{\sinh(kd)} \cdot \cos(kx - \mu t) \qquad (4.28)$$

$$\text{³}_y = \frac{\partial\Phi}{\partial y} = 0 \quad \text{(λόγω θεώρησης δισδιάστατου κυματισμού)} \qquad (4.29)$$

$$\text{³}_z = \frac{\partial\Phi}{\partial z} = \frac{H\mu}{2} \cdot \frac{\sinh(kz)}{\sinh(kd)} \cdot \sin(kx - \mu t) \qquad (4.30)$$

Από τις (4.28), (4.29) και (4.30) προκύπτει το άνυσμα της ταχύτητας των μορίων του νερού:

$$\vec{v}(\text{³}_x, \text{³}_y, \text{³}_z) \qquad (4.31)$$



Εικόνα 4.3 Κυλινδρικό στοιχείο τυχαίας διεύθυνσης στο σύστημα συντεταγμένων.

Αντίστοιχα προκύπτει για την επιτάχυνση:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + {}^{3}{}_{x}\frac{\partial \vec{v}}{\partial x} + {}^{3}{}_{y}\frac{\partial \vec{v}}{\partial y} + {}^{3}{}_{z}\frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \tag{4.32}$$

ή αλλιώς μπορεί να γραφεί με τη μορφή:

$$(a) = (a_t) + (\frac{\partial \vec{v}}{\partial x}, \frac{\partial \vec{v}}{\partial y}, \frac{\partial \vec{v}}{\partial z})(\vec{v}) \tag{4.33}$$

– **Υπολογισμός των στοιχείων** (a_t)

$$\frac{\partial {}^{3}{}_{x}}{\partial t} = \frac{H\mu^2}{2} \cdot \frac{\cosh(kz)}{\sinh(kd)} \cdot \sin(kx - \mu t) \tag{4.34}$$

$$\frac{\partial {}^{3}{}_{y}}{\partial t} = 0 \tag{4.35}$$

$$\frac{\partial {}^{3}{}_{z}}{\partial t} = \frac{-H\mu^2}{2} \cdot \frac{\sinh(kz)}{\sinh(kd)} \cdot \cos(kx - \mu t) \tag{4.36}$$

– **Υπολογισμός των στοιχείων $\frac{\partial \vec{v}}{\partial x}$**

$$\frac{\partial ³_x}{\partial x} = \frac{-H\mu k}{2} \cdot \frac{\cosh(kz)}{\sinh(kd)} \cdot \sin(kx - \mu t) \qquad (4.37)$$

$$\frac{\partial ³_y}{\partial x} = 0 \qquad (4.38)$$

$$\frac{\partial ³_z}{\partial x} = \frac{H\mu k}{2} \cdot \frac{\sinh(kz)}{\sinh(kd)} \cdot \cos(kx - \mu t) \qquad (4.39)$$

Από τις (4.37), (4.38) και (4.39) βρίσκεται το $\frac{\partial \vec{v}}{\partial x}$ ως : $\frac{\partial \vec{v}}{\partial x}(\frac{\partial ³_x}{\partial x}, \frac{\partial ³_y}{\partial x}, \frac{\partial ³_z}{\partial x})$, ενώ με το ίδιο τρόπο προκύπτουν και τα $\frac{\partial \vec{v}}{\partial y}(\frac{\partial ³_x}{\partial y}, \frac{\partial ³_y}{\partial y}, \frac{\partial ³_z}{\partial y})$, $\frac{\partial \vec{v}}{\partial z}(\frac{\partial ³_x}{\partial z}, \frac{\partial ³_y}{\partial z}, \frac{\partial ³_z}{\partial z})$.

Κάθετο άνυσμα ταχύτητας επιτάχυνσης

Για να υπολογισθούν τα ανύσματα των ταχυτήτων και των επιταχύνσεων που είναι κάθετα στον κεκλιμένο κύλινδρο θα χρησιμοποιηθεί η (4.6) για το μοναδιαίο άνυσμα με διεύθυνση τον άξονα του κυλίνδρου με συνιστώσες:

$$\begin{aligned} C_x &= \sin ¤ \cdot \cos \cdot \\ C_y &= \sin ¤ \cdot \sin \cdot \\ C_z &= \cos ¤ \end{aligned} \qquad (4.40)$$

Όπου ¤ η γωνία που σχηματίζει ο άξονας του κυλίνδρου με την κατακόρυφο

· η γωνία που σχηματίζει με τον άξονα των x η προβολή του άξονα του κυλίνδρου στο οριζόντιο επίπεδο

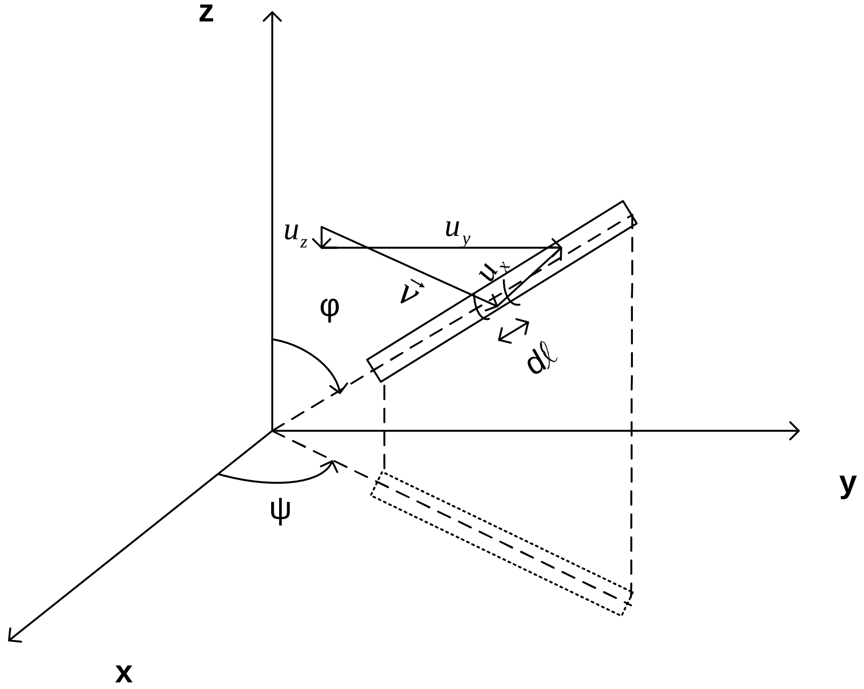
Έτσι, το άνυσμα της ταχύτητας και της επιτάχυνσης που είναι κάθετο στον άξονα του κυλίνδρου είναι:

$$(³_n) = (³_{nx}, ³_{ny}, ³_{nz}) = (³_x, ³_y, ³_z) \cdot (C) = (³) \cdot (C) \qquad (4.41)$$

$$(a_n) = (a_{nx}, a_{ny}, a_{nz}) = (a_x, a_y, a_z) \cdot (C) = (a) \cdot (C) \qquad (4.42)$$

Το μέτρο της ταχύτητας είναι:

$$\left|3_n\right| = \sqrt{(3^2_{nx} + 3^2_{ny} + 3^2_{nz})} = [3_x^2 + 3_y^2 + 3_z^2 - (C_x 3_x + C_y 3_y + C_z 3_z)^2]^{1\ 2} \qquad (4.43)$$



Εικόνα 4.4 Το άνυσμα της ταχύτητας.

Παρατήρηση:

– Στην περίπτωση της ολικής παραγώγου $\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\nabla)\vec{v}$ θεωρήθηκαν αμελητέοι οι όροι $(\vec{v}\nabla)\vec{v}$ σε σχέση με τον $\frac{\partial 3}{\partial t}$ υποθέτοντας πως ο λόγος $\frac{H}{a} << 1$. Πιο συγκεκριμένα:

$$\frac{3_x \frac{\partial 3_x}{\partial x}}{\frac{\partial 3_x}{\partial t}} = -® \frac{H}{a} \cdot \frac{\cosh(kz)}{\sinh(kd)} \cdot \cos(kx - \mu t) \sim \frac{H}{a} << 1$$

$$\frac{3_z \frac{\partial 3_z}{\partial z}}{\frac{\partial 3_z}{\partial t}} = ® \frac{H}{a} \cdot \frac{\sinh^2(kz)}{\sinh(kd) \cdot \cos(kz)} \cdot \sin(kx - \mu t) \sim \frac{H}{a} << 1$$

4.6.2 Ανύσματα ταχυτήτων και επιταχύνσεων- Θεωρία κυματισμών βαρύτητας Stokes 5ης τάξης

Υπορουτίνα S5VECT

Άνυσμα τροχιακών ταχυτήτων- επιταχύνσεων

Το δυναμικό σύμφωνα με τη θεωρία κυμάτων βαρύτητας 5ης τάξης είναι:

$$
\begin{aligned}
\Phi^{(5)} = \frac{\text{a}^2}{2\text{®}T}[&\left(\text{£}A_{11} + \text{£}^3 A_{13} + \text{£}^5 A_{15}\right)\cosh(kz)\sin(kx - \text{µ}t) + \\
&+\left(\text{£}^2 A_{22} + \text{£}^4 A_{24}\right)\cosh(2kz)\sin(2(kx - \text{µ}t)) + \\
&+\left(\text{£}^3 A_{33} + \text{£}^5 A_{35}\right)\cosh(3kz)\sin(3(kx - \text{µ}t)) + \\
&+\left(\text{£}^4 A_{44}\cosh(4kz)\sin(4(kx - \text{µ}t))\right) + \\
&+\left(\text{£}^5 A_{55}\cosh(5kz)\sin(5(kx - \text{µ}t))\right)]
\end{aligned}
\tag{4.44}
$$

Όπου τα A_{ij} έχουν παρουσιασθεί στην (2.50)

Παραγωγίζοντας την (4.44) ως προς x, y, z και θέτοντας $\text{¯} = kx - \text{µ}t$ προκύπτουν οι τροχιακές ταχύτητες στις διευθύνσεις x, y, z:

$$
\begin{aligned}
\text{³}_x = \frac{\partial\Phi}{\partial x} = \frac{\text{a}}{T}[&\left(\text{£}A_{11} + \text{£}^3 A_{13} + \text{£}^5 A_{15}\right)\cosh(kz)\cos(\text{¯}) \\
&+ 2\left(\text{£}^2 A_{22} + \text{£}^4 A_{24}\right)\cosh(2kz)\cos(2\text{¯}) \\
&+ 3\left(\text{£}^3 A_{33} + \text{£}^5 A_{35}\right)\cosh(3kz)\cos(3\text{¯}) \\
&+ 4\left(\text{£}^4 A_{44}\cosh(4kz)\cos(4\text{¯})\right) \\
&+ 5\left(\text{£}^5 A_{55}\cosh(5kz)\cos(5\text{¯})\right)]
\end{aligned}
\tag{4.45}
$$

Η (4.45) μπορεί να γραφεί και ως:

$$\text{³}_x = \frac{\text{a}}{T}\sum_{i=1}^{5} i \cdot AE_i \cdot \cosh(ikz) \cdot \cos(i\text{¯}) \tag{4.46}$$

$$\text{³}_y = \frac{\partial\Phi}{\partial y} = 0 \tag{4.47}$$

$$\text{³}_z = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\text{ª}}{T}[\left(\text{£}A_{11} + \text{£}^3 A_{13} + \text{£}^5 A_{15}\right)\sinh(kz)\sin(\text{¯})$$
$$+2\left(\text{£}^2 A_{22} + \text{£}^4 A_{24}\right)\sinh(2kz)\sin(2\text{¯})$$
$$+3\left(\text{£}^3 A_{33} + \text{£}^5 A_{35}\right)\sinh(3kz)\sin(3\text{¯}) \tag{4.48}$$
$$+4\left(\text{£}^4 A_{44}\sinh(4kz)\sin(4\text{¯}\right)$$
$$+5\left(\text{£}^5 A_{55}\sinh(5kz)\sin(5\text{¯}\right)]$$

Η (4.48) μπορεί να γραφεί:

$$\text{³}_x = \frac{\text{ª}}{T}\sum_{i=1}^{5} i \cdot AE_i \cdot \sinh(ikz) \cdot \sin(i\text{¯})$$

Όπου AE_i είναι:

$$AE_1 = \left(\text{£}A_{11} + \text{£}^3 A_{13} + \text{£}^5 A_{15}\right)$$
$$AE_2 = \left(\text{£}^2 A_{22} + \text{£}^4 A_{24}\right)$$
$$AE_3 = \left(\text{£}^3 A_{33} + \text{£}^5 A_{35}\right)$$
$$AE_4 = (\text{£}^4 A_{44})$$
$$AE_5 = (\text{£}^5 A_{55})$$

Έτσι το άνυσμα της ταχύτητας των υλικών σημείων του ρευστού είναι από τις (4.46), (4.47) και (4.48):

$$\vec{v}(\text{³}_x, \text{³}_y, \text{³}_z) \rightarrow (\text{³}) = (\text{³}_x, \text{³}_y, \text{³}_z) \tag{4.49}$$

Αντίστοιχα για την επιτάχυνση:

$$a_{tx} = \frac{\partial \text{³}_x}{\partial t} = \frac{\text{ªμ}}{T}[\left(\text{£}A_{11} + \text{£}^3 A_{13} + \text{£}^5 A_{15}\right)\cosh(kz)\sin(\text{¯})$$
$$+4\left(\text{£}^2 A_{22} + \text{£}^4 A_{24}\right)\cosh(2kz)\sin(2\text{¯})$$
$$+9\left(\text{£}^3 A_{33} + \text{£}^5 A_{35}\right)\cosh(3kz)\sin(3\text{¯}) \tag{4.50}$$
$$+16\left(\text{£}^4 A_{44}\cosh(4kz)\sin(4\text{¯}\right)$$
$$+25\left(\text{£}^5 A_{55}\cosh(5kz)\sin(5\text{¯}\right)]$$

ή

$$a_{tx} = \frac{\text{ªμ}}{T}\sum_{i=1}^{5} i^2 \cdot AE_i \cdot \cosh(ikz)\ \sin(i\text{¯}) \tag{4.51}$$

$$a_{ty} = \frac{\partial ³_y}{\partial t} = 0 \tag{4.52}$$

$$\begin{aligned} a_{tz} = \frac{\partial ³_z}{\partial t} = -\frac{ªµ}{T}[&\left(£A_{11} + £^3 A_{13} + £^5 A_{15}\right)\sinh(kz)\cos(¯) \\ &+ 4\left(£^2 A_{22} + £^4 A_{24}\right)\sinh(2kz)\cos(2¯) \\ &+ 9\left(£^3 A_{33} + £^5 A_{35}\right)\sinh(3kz)\cos(3¯) \\ &+ 16\left(£^4 A_{44}\sinh(4kz)\cos(4¯)\right) \\ &+ 25\left(£^5 A_{55}\sinh(5kz)\cos(5¯)\right)] \end{aligned} \tag{4.53}$$

ή

$$a_{tz} = -\frac{ªµ}{T}\sum_{i=1}^{5} i^2 \cdot AE_i \cdot \sinh(ikz)\ \cos(i¯) \tag{4.54}$$

– **Υπολογισμός του** $\frac{d\vec{v}}{dx}$

$$\begin{aligned} \frac{\partial ³_x}{\partial x} = -\frac{ª}{T}k[&\left(£A_{11} + £^3 A_{13} + £^5 A_{15}\right)\cosh(kz)\sin(¯) \\ &+ 4\left(£^2 A_{22} + £^4 A_{24}\right)\cosh(2kz)\sin(2¯) \\ &+ 9\left(£^3 A_{33} + £^5 A_{35}\right)\cosh(3kz)\sin(3¯) \\ &+ 16\left(£^4 A_{44}\cosh(4kz)\sin(4¯)\right) \\ &+ 25\left(£^5 A_{55}\cosh(5kz)\sin(5¯)\right)] \end{aligned} \tag{4.55}$$

ή

$$\frac{\partial ³_x}{\partial x} = -\frac{ª}{T}k\sum_{i=1}^{5} i^2 \cdot AE_i \cdot \cosh(ikz)\cdot\sin(i¯) \tag{4.56}$$

$$\frac{\partial ³_y}{\partial x} = 0 \tag{4.57}$$

$$\frac{\partial \text{³}_z}{\partial x} = \frac{\text{a}}{T} k[\left(\text{£}\text{A}_{11} + \text{£}^3\text{A}_{13} + \text{£}^5\text{A}_{15}\right)\sinh(kz)\cos(\text{¯})$$
$$+4\left(\text{£}^2\text{A}_{22} + \text{£}^4\text{A}_{24}\right)\sinh(2kz)\cos(2\text{¯})$$
$$+9\left(\text{£}^3\text{A}_{33} + \text{£}^5\text{A}_{35}\right)\sinh(3kz)\cos(3\text{¯}) \tag{4.58}$$
$$+16\left(\text{£}^4\text{A}_{44}\sinh(4kz)\cos(4\text{¯}\right)$$
$$+25\left(\text{£}^5\text{A}_{55}\sinh(5kz)\cos(5\text{¯}\right)]$$

ή

$$\frac{\partial \text{³}_z}{\partial x} = \frac{\text{a}}{T} k \sum_{i=1}^{5} i^2 \cdot AE_i \cdot \sinh(ikz) \cdot \cos(i\text{¯}) \tag{4.59}$$

– **Υπολογισμός του** $\dfrac{d\vec{v}}{dy}$

Επειδή το άνυσμα της ταχύτητας είναι ανεξάρτητο του y ισχύει:

$$\frac{\partial \text{³}_x}{\partial y} = \frac{\partial \text{³}_y}{\partial y} = \frac{\partial \text{³}_z}{\partial y} = 0$$

– **Υπολογισμός του** $\dfrac{d\vec{v}}{dz}$

$$\frac{\partial \text{³}_x}{\partial z} = \frac{\text{a}}{T} k[\left(\text{£}\text{A}_{11} + \text{£}^3\text{A}_{13} + \text{£}^5\text{A}_{15}\right)\sinh(kz)\cos(\text{¯})$$
$$+4\left(\text{£}^2\text{A}_{22} + \text{£}^4\text{A}_{24}\right)\sinh(2kz)\cos(2\text{¯})$$
$$+9\left(\text{£}^3\text{A}_{33} + \text{£}^5\text{A}_{35}\right)\sinh(3kz)\cos(3\text{¯}) \tag{4.60}$$
$$+16\left(\text{£}^4\text{A}_{44}\sinh(4kz)\cos(4\text{¯}\right)$$
$$+25\left(\text{£}^5\text{A}_{55}\sinh(5kz)\cos(5\text{¯}\right)]$$

ή

$$\frac{\partial \text{³}_x}{\partial z} = \frac{\text{a}}{T} k \sum_{i=1}^{5} i^2 \cdot AE_i \cdot \sinh(ikz) \cdot \cos(i\text{¯}) \tag{4.61}$$

$$\frac{\partial \text{³}_y}{\partial z} = 0 \tag{4.62}$$

$$\frac{\partial ³_z}{\partial z} = \frac{a}{T} k[\left(£A_{11} + £^3 A_{13} + £^5 A_{15}\right)\cosh(kz)\sin(¯)$$
$$+4\left(£^2 A_{22} + £^4 A_{24}\right)\cosh(2kz)\sin(2¯)$$
$$+9\left(£^3 A_{33} + £^5 A_{35}\right)\cosh(3kz)\sin(3¯)$$
$$+16\left(£^4 A_{44}\cosh(4kz)\sin(4¯)\right)$$
$$+25\left(£^5 A_{55}\cosh(5kz)\sin(5¯)\right)] \quad (4.63)$$

ή

$$\frac{\partial ³_z}{\partial z} = \frac{a}{T} k \sum_{i=1}^{5} i^2 \cdot AE_i \cdot \cosh(ikz) \cdot \sin(i¯) \quad (4.64)$$

Από τις εξισώσεις (4.45) έως (4.64) ορίζεται πλήρως η ουσιώδης επιτάχυνση ως:

$$(a) = (a_t) + \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial x}, \frac{\partial \vec{v}}{\partial y}, \frac{\partial \vec{v}}{\partial z}\right)(³)$$

Κάθετο άνυσμα ταχύτητας επιτάχυνσης

Το άνυσμα της ταχύτητας που είναι κάθετο με τον άξονα του κυλίνδρου δίνεται από τη σχέση:

$$(³_n) = (³_{nx}, ³_{ny}, ³_{nz}) = (³_x, ³_y, ³_z) \cdot (C) = (³) \cdot (C) \quad (4.65)$$

Όπου το μέτρο της ταχύτητας είναι:

$$\left|³_n\right| = \sqrt{(³_{nx}^2 + ³_{ny}^2 + ³_{nz}^2)} = [³_x^2 + ³_y^2 + ³_z^2 - (C_x ³_x + C_y ³_y + C_z ³_z)^2]^{1/2} \quad (4.66)$$

Το άνυσμα της επιτάχυνσης που είναι κάθετο με τον άξονα του κυλίνδρου δίνεται από τη σχέση:

$$(a_n) = (a_{nx}, a_{ny}, a_{nz}) = (a_x, a_y, a_z) \cdot (C) = (a) \cdot (C) \quad (4.67)$$

Όπου το (C) έχει ορισθεί στην (4.6).

Παρατηρήσεις:

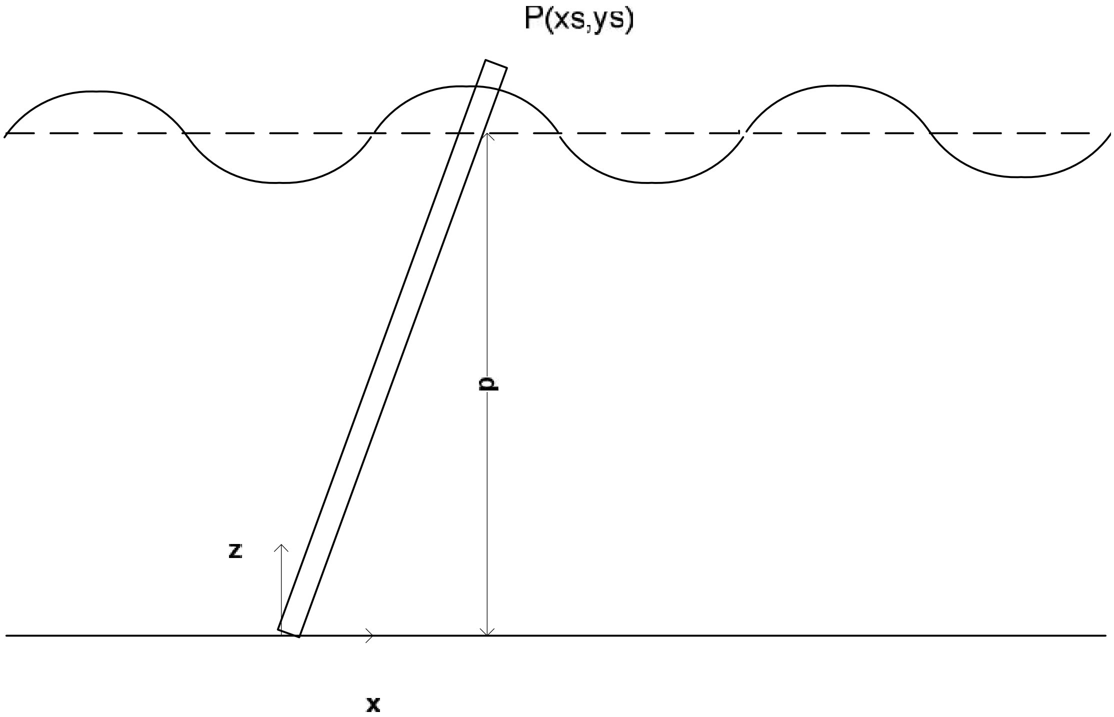
- Όπως χρησιμοποιούνται στην περίπτωση των κυματισμών Airy οι απλοποιημένες μορφές λόγω δισδιάστατου κύματος, έτσι χρησιμοποιούνται και στην περίπτωση των κυματισμών Stokes 5ης τάξης.
- Για του κυματισμούς κατά Stokes 5ης τάξης δεν έχει νόημα μόνο η μερική παράγωγος της επιτάχυνσης αλλά και η ολική παράγωγος της.
- Ο πίνακας με τους συντελεστές A_{ij} είναι ο εξής:

$$\begin{pmatrix} A_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{55} \end{pmatrix}$$

Όπου τα A_{ij} είναι συνάρτηση του $\frac{d}{a}$. Επίσης, $(E)_i = [£ \; £^2 \; £^3 \; £^4 \; £^5]$ και προκύπτει:

$(AE)_i = (A)_{ij} \cdot (E)_i$

4.7 Υπολογισμός στιγμιαίας βρεχόμενης επιφάνειας κυλίνδρου



Εικόνα 4.5 Κεκλιμένος κύλινδρος σε βάθος d .

Σκοπός είναι προσδιορισθούν οι συντεταγμένες του σημείου $P(x_s, y_s)$ όπως φαίνονται και στην Εικόνα 4.1. Η εξίσωση της ελεύθερης επιφάνειας είναι της μορφής: $\eta(x,t)$ είτε γίνεται αναφορά σε κυματισμό Airy είτε σε Stokes 5ης τάξης. Η ανύψωση θα είναι:

$$
\begin{aligned}
&z' = \eta(x,t) \rightarrow \\
&z - d = \eta(x,t) \rightarrow \\
&z - (d - z_0) = \eta(x,t) \rightarrow \\
&-z = d - z_0 + \eta(x,t)
\end{aligned}
\tag{4.68}
$$

Η σχέση που συνδέει τα x, z για κάθε σημείο του άξονα του κυλίνδρου, είναι:

$\dfrac{x}{z} = \dfrac{C_x}{C_z}$ άρα για το σημείο $P(x_s, z_s)$ θα ισχύει: $x_s = z_s \dfrac{C_x}{C_z}$ ή $x_s = x_0 + z_s \dfrac{C_x}{C_z}$ (4.69)

Από τις (4.68) και (4.69) προκύπτει:

$$z_s = d - z_0 + \text{¸}(x_0 + z_s \frac{C_x}{C_z}, t) \tag{4.70}$$

Από την τελευταία (4.70) δημιουργείται η απαραίτητη εξίσωση για τη χρήση της επαναληπτικής μεθόδου Newman:

$$\pm(z_s) = d - z_0 + \text{¸}(x_0 + z_s \frac{C_x}{C_z}, t) - z_s \tag{4.71}$$

$$\pm'(z_s) = \text{¸}'(x_0 + z_s \frac{C_x}{C_z}, t) - 1 \tag{4.72}$$

Σύμφωνα με την επαναληπτική μέθοδο η τιμή του z_s προσεγγίζεται:

$$z_{si+1} = z_{si} + \frac{\pm(z_{si})}{\pm'(z_{si})} \tag{4.73}$$

Με αρχική τιμή $z_{S0} = d$

Το ολικό βρεχόμενο μήκος του κυλίνδρου είναι : $L_s = \dfrac{z_s - z_0}{C_z}$ (4.74)

4.7.1 Στιγμιαία βρεχόμενη επιφάνεια για κυματισμούς Airy

Υπορουτίνα ARPROF

Για γραμμικούς κυματισμούς Airy η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας είναι: $\text{¸}(x,t) = \dfrac{H}{2}\cos(kx - \text{µ}t)$ και αντικαθιστώντας την στις (4.71) και (4.72) προκύπτουν οι εξής:

$$\pm(z_s) = d - z_0 + \frac{H}{2}\cos[k(x_0 + z_s \frac{C_x}{C_z}) - \text{µ}t] - z_s \tag{4.75}$$

$$\pm'(z_s) = -k\frac{C_x}{C_z} - \frac{H}{2}\sin[k(x_0 + z_s \frac{C_x}{C_z}) - \text{µ}t] - z_s \tag{4.76}$$

Από τις (4.73) και (4.74) προκύπτει το συνολικό μήκος του βρεχόμενου κυλίνδρου.

4.7.2 Στιγμιαία βρεχόμενη επιφάνεια για κυματισμούς Stokes 5ης τάξης

Υπορουτίνα S5PROF

Για κυματισμούς Stokes 5$^{\text{ης}}$ τάξης η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας είναι:

$$\begin{aligned}\text{¸}^{(5)} = \frac{\text{a}}{2\text{®}}[&\text{£}\cos(kx-\text{µ}t)+(\text{£}^2\text{B}_{22}+\text{£}^4\text{B}_{24})\cos[2(kx-\text{µ}t)]+\\ &+(\text{£}^3\text{B}_{33}+\text{£}^5\text{B}_{35})\cos[3(kx-\text{µ}t)]+\text{£}^4\text{B}_{44}\cos[4(kx-\text{µ}t)]+\\ &+\text{£}^5\text{B}_{55}\cos[5(kx-\text{µ}t)]]\end{aligned}$$

ή

$$\text{¸}(x,t) = \frac{\text{a}}{2\text{®}}\sum_{i=1}^{5} BE_i \cdot \cos[i(kx-\text{µ}t)] \qquad (4.77)$$

Όπου BE_i είναι συνδυασμός των συντελεστών B_{ij} και δυνάμεων του £ .

Αντικαθιστώντας στις (4.71) και (4.72) την (4.77) προκύπτει:

$$\text{±}(z_s) = d - z_0 + \frac{\text{a}}{2\text{®}}\sum_{i=1}^{5} BE_i \cdot \cos[i(k(x_0 + z_s\frac{C_x}{C_z}) - \text{µ}t)] - z_s$$

$$\text{±}'(z_s) = -\frac{C_x}{C_z}\sum_{i=1}^{5} i\cdot BE_i \cdot \sin[i(k(x_0 + z_s\frac{C_x}{C_z}) - \text{µ}t)] - 1$$

Ενώ από τις (4.73) και (4.74) υπολογίζεται το ολικό μήκος του βρεχόμενου κυλίνδρου.

Παρατήρηση :

Ο πίνακας με τους συντελεστές B_{ij} είναι ο εξής:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \text{B}_{22} & 0 & \text{B}_{24} & 0 \\ 0 & 0 & \text{B}_{33} & 0 & \text{B}_{35} \\ 0 & 0 & 0 & \text{B}_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \text{B}_{55} \end{pmatrix}$$

Όπου τα B_{ij} είναι συνάρτηση του $\frac{d}{\text{a}}$. Επίσης, $(E)_i = [\text{£}\ \text{£}^2\ \text{£}^3\ \text{£}^4\ \text{£}^5]$ και προκύπτει:

$(BE)_i = (B)_{ij} \cdot (E)_i$.

4.8 Υπολογισμός του κάθετου ανύσματος της δύναμης ανά μονάδα μήκους του κυλίνδρου

Υπορουτίνα FRCNOR

Αφού έχουν υπολογισθεί οι συνιστώσες των κάθετων ανυσμάτων των ταχυτήτων και των επιταχύνσεων στον κύλινδρο, μένει να υπολογισθεί το άνυσμα της κάθετης δύναμης ανά μονάδα μήκους του κυλίνδρου.

Τότε, σύμφωνα με την εξίσωση του Morison το κάθετο άνυσμα της δύναμης στον κύλινδρο είναι:

$$\begin{bmatrix} f_{nkx} \\ f_{nky} \\ f_{nkz} \end{bmatrix} = (C_M)\,\text{°}\,(\frac{\text{®} D^2}{4}) \begin{bmatrix} a_{nkx} \\ a_{nky} \\ a_{nkz} \end{bmatrix} + \frac{1}{2}(C_D)\,\text{°}\,D \left| \text{³}_{nk} \right| \begin{bmatrix} \text{³}_{nkx} \\ \text{³}_{nky} \\ \text{³}_{nkz} \end{bmatrix}$$

Δηλαδή:

$$\left| f_{nk} \right| = \sqrt{f_{nkx}^2 + f_{nky}^2 + f_{nkz}^2}$$

Και οι γωνίες που σχηματίζει με τις x, y, z διευθύνσεις είναι:

$$\begin{bmatrix} \text{¢}_{nkx} \\ \text{¢}_{nky} \\ \text{¢}_{nkz} \end{bmatrix} = \arccos\left(\begin{bmatrix} f_{nkx} \\ f_{nky} \\ f_{nkz} \end{bmatrix} \frac{1}{\left| f_{nk} \right|} \right)$$

Υπολογίζονται επίσης και οι επιμέρους δυνάμεις της αδράνειας και της αντίστασης με ανάλογο τρόπο:

$$\begin{bmatrix} f^{in}{}_{nkx} \\ f^{in}{}_{nky} \\ f^{in}{}_{nkz} \end{bmatrix} = (C_M)\,\text{°}\,(\frac{\text{®} D^2}{4}) \begin{bmatrix} a_{nkx} \\ a_{nky} \\ a_{nkz} \end{bmatrix}$$ και μέτρο: $$\left| f^{in}{}_{nk} \right| = \sqrt{f_{nkx}^{in\,2} + f_{nky}^{in\,2} + f_{nkz}^{in\,2}}$$

$$\begin{bmatrix} f^{dr}_{nkx} \\ f^{dr}_{nky} \\ f^{dr}_{nkz} \end{bmatrix} = \frac{1}{2}(C_D) \circ D \left|3_{nk}\right| \begin{bmatrix} 3_{nkx} \\ 3_{nky} \\ 3_{nkz} \end{bmatrix} \text{ και μέτρο: } \left|f^{dr}_{nk}\right| = \sqrt{f^{dr\,2}_{nkx} + f^{dr\,2}_{nky} + f^{dr\,2}_{nkz}}$$

Παρατηρήσεις:

- Οι πίνακες (C_M) και (C_D) μπορούν να είναι είτε σταθερές είτε μεταβλητές χωρίς να αλλάζει η υπολογιστική διαδικασία.
- Η υπορουτίνα FRCNOR είναι ίδια για τους κυματισμούς Airy και για τους κυματισμούς κατά Stokes 5ης τάξης.

4.9 Υπολογισμός της συνολικής εξασκούμενης δύναμης και ροπής στον κύλινδρο

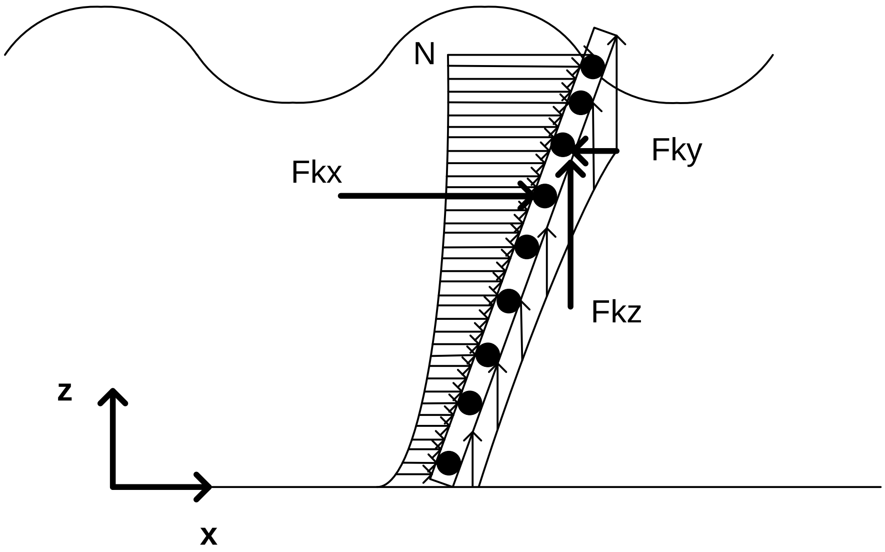
Υπορουτίνα SINTEG

Αφού έχει υπολογισθεί και το άνυσμα της δύναμης ανά μονάδα μήκους του κυλίνδρου σε διακεκριμένα σημεία, είναι τώρα δυνατό να υπολογισθεί η συνολική δύναμη και ροπή που ασκείται σε κάθε διεύθυνση στον κύλινδρο. Ο υπολογισμός της δύναμης απαιτεί ολοκλήρωση. Ωστόσο υπάρχουν διάφοροι τρόποι αριθμητικής ολοκλήρωσης που εξαρτώνται από τον τρόπο κατανομής των σημείων βάσει των οποίων γίνεται η ολοκλήρωση.

Για παράδειγμα, αν η κατανομή είναι ομοιόμορφη ο σύνθετος τύπος του Simpson μπορεί να θεωρηθεί κατάλληλος για τον υπολογισμό. Σύμφωνα με αυτό, έστω μια ακολουθία $\{x_i\}_{i=0}^{n}$ με $n = 2m$ τότε, από $2m+1$ ισαπέχοντα σημεία, και για κάθε ένα είναι γνωστή η τιμή της συνάρτησης $f_n = f_{2m} = f\left(x_{2m}\right)$, τότε :

$$F = \int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}(f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + \cdots + 4f_{n-1} + f_n) \tag{4.78}$$

Με a,b τα όρια ολοκλήρωσης και h απόσταση μεταξύ των σημείων.



Εικόνα 4.6 Δυνάμεις ανά μονάδα μήκους της βρεχόμενης επιφάνειας του κυλίνδρου.

Καθορισμός του βήματος h

Αρχικά έχει τεθεί το βήμα να είναι $h_{st} = 0.25m$ θα πρέπει να γίνει ολοκλήρωση σε ένα μήκος κυλίνδρου l_{sub} το οποίο καθορίζεται από τη βάση του κυλίνδρου μέχρι την στιγμιαία βρεχόμενη επιφάνεια. Κατά συνέπεια ο αριθμός των σημείων είναι αποτέλεσμα της διαίρεσης του μήκους του κυλίνδρου με το αρχικό βήμα. Όμως το αποτέλεσμα αυτό είναι πολύ πιθανό να μη δώσει ακέραιο αριθμό σημείων, ενώ είναι απαραίτητα $2m+1$ σημεία, δηλαδή περιττός ακέραιος αριθμός. Έτσι, κρίνεται αναγκαίο να αλλάξει η τιμή του βήματος. Η νέα τιμή του βήματος θα υπολογίζεται ως:

$$h = \frac{l_{sub}}{N} \text{ όπου } N = 2m$$

Οι συντεταγμένες των σημείων στα οποία θα υπολογίζεται η δύναμη:

$$\begin{bmatrix} x_k \\ z_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ z_0 \end{bmatrix} + kh \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \end{bmatrix} \text{ όπου } k \text{ :ο αριθμός των σημείων με } k = 0,1,2,\cdots,2m+1$$

Υπολογισμός δύναμης ανά μονάδα μήκους

Η δύναμη ανά μονάδα μήκους υπολογίζεται σε N σημεία και για τις τρείς διευθύνσεις σύμφωνα με την εξίσωση του Morison, δημιουργώντας τον πίνακα:

$$\begin{bmatrix} f_{x0} & f_{x1} & \cdots f_{xk} \cdots f_{xN} \\ f_{y0} & f_{y1} & \cdots f_{yk} \cdots f_{yN} \\ f_{z0} & f_{z1} & \cdots f_{zk} \cdots f_{zN} \end{bmatrix} \quad (4.79)$$

Παρατήρηση:

– Για τη λειτουργικότητα του προγράμματος $N \leq 774$

Υπολογισμός συνολικής δύναμης

Λαμβάνοντας υπόψη τις (4.79) και (4.78) ο υπολογισμός της συνολικής δύναμης και για τις τρείς διευθύνσεις γίνεται:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = \frac{h}{3} \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_{x0} & f_{x1} & \cdots f_{xk} \cdots f_{xN} \\ f_{y0} & f_{y1} & \cdots f_{yk} \cdots f_{yN} \\ f_{z0} & f_{z1} & \cdots f_{zk} \cdots f_{zN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \\ \vdots \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Υπολογισμός ροπής

Για την εύρεση της ροπής αρχικά υπολογίζεται οι μοχλοβραχίονες που αντιστοιχούν σε κάθε ένα από τα σημεία k ως προς το σύστημα συντεταγμένων με αρχή το σημείο (x_0, y_0, z_0). Κάθε μοχλοβραχίονας υπολογίζεται από:

$$\begin{bmatrix} r_{xk} \\ r_{yk} \\ r_{zk} \end{bmatrix} = kh \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{bmatrix}$$

Δημιουργώντας ένα πίνακα:

$$\begin{bmatrix} r_{x0} & r_{x1} & \cdots & r_{xk} & \cdots r_{xN} \\ r_{y0} & r_{y1} & \cdots & r_{yk} & \cdots r_{yN} \\ r_{z0} & r_{z1} & \cdots & r_{zk} & \cdots r_{zN} \end{bmatrix} \qquad (4.80)$$

Από τις (4.79) και (4.80)προκύπτουν για κάθε σημείο k του κυλίνδρου ροπές που κατά κάποιο τρόπο μπορούν να ορισθούν ως ροπές ανά μονάδα μήκους ως προς το σημείο (x_0, y_0, z_0) του κυλίνδρου. Δηλαδή:

$$\begin{bmatrix} m_x' \\ m_y' \\ m_z' \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} f_y r_z \\ f_z r_x \\ f_x r_y \end{bmatrix}_k \qquad \text{(αρνητική φορά)} \qquad (4.81)$$

$$\begin{bmatrix} m_x'' \\ m_y'' \\ m_z'' \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} f_y r_z \\ f_z r_x \\ f_x r_y \end{bmatrix}_k \qquad \text{(θετική φορά)} \qquad (4.82)$$

Συνοψίζοντας για τη ροπή από τις (4.79), (4.81) και (4.82) προκύπτουν οι ροπές ως προς το σημείο (x_0, y_0, z_0) στις τρείς συντεταγμένες :

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (f_y r_z)_0 & (f_y r_z)_1 & \cdots (f_y r_z)_N \\ (f_z r_x)_0 & (f_z r_x)_1 & \cdots (f_z r_x)_N \\ (f_x r_y)_0 & (f_x r_y)_1 & \cdots (f_x r_y)_N \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \\ \vdots \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (f_z r_y)_0 & (f_z r_y)_1 & \cdots (f_z r_y)_N \\ (f_x r_z)_0 & (f_x r_z)_1 & \cdots (f_x r_z)_N \\ (f_y r_x)_0 & (f_y r_x)_1 & \cdots (f_y r_x)_N \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \\ \vdots \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

4.10 Μεταβλητότητα των συντελεστών C_M, C_D

Υπορουτίνα CMCD

Όπως έχει αναφερθεί, οι συντελεστές C_M, C_D μπορούν να μεταβάλλονται σα συνάρτηση των αριθμών Reynolds και Keulegan-Carpenter. Σύμφωνα με τον *Sarpkaya* (1977) μπορεί να γραφεί:

$$C_M = f(\mathrm{Re}, N_{KC})$$
$$C_D = g(\mathrm{Re}, N_{KC})$$

και μεταβάλλονται όπως στα διαγράμματα στην παράγραφο 3.6.2. Θέτοντας τα ως βάση των δεδομένων στοιχείων που εισήχθησαν στο πρόγραμμα στην περίπτωση μεταβλητών συντελεστών.

Χρησιμοποιώντας τις τιμές από τα διαγράμματα του *Sarpkaya* (1977) και κάνοντας παραβολική παρεμβολή προκύπτει για κάθε σημείο του κυλίνδρου ένα ζεύγος συντελεστών C_M, C_D.

Παρατήρηση:

- Σε κάθε σημείο του κυλίνδρου οι C_{Mk}, C_{Dk} μεταβάλλονται μόνο λόγω της μεταβολής της ταχύτητας κατά ύψος γιατί επηρεάζονται οι τιμές των αριθμών Reynolds και Keulegan-Carpenter, ενώ οι παράμετροι $T, D, \neg$ παραμένουν σταθεροί.

4.11 Περιοχές ισχύος των θεωριών Airy και Stokes 5ης τάξης

Όπως έχει αναφερθεί και στην παράγραφο 2.6 υπάρχουν περιορισμοί για τη λειτουργίας της κάθε κυματικής θεωρίας. Έτσι, δημιουργούνται περιοχές ισχύος της κάθε μιας που τα όρια τους καθορίζονται από αδιάστατους παράγοντες.

Έτσι, λαμβάνοντας υπόψη το διάγραμμα του Le Méhauté (1976) (παρουσιάσθηκε στην παράγραφο 2.6) προκύπτουν τα όρια διάκρισης των περιοχών στις οποίες μπορούν να εφαρμοσθούν οι κυματικές θεωρίες. Πιο συγκεκριμένα:

– **Γνωστά** H, d, a

$$\frac{H}{a} - 0.001 = 0$$

$$0.57647\frac{d}{a} - \frac{H}{a} - 0.007647 = 0$$

$$0.12881\frac{d}{a} - \frac{H}{a} + 0.037619 = 0$$

$$\frac{H}{a} - \frac{1}{7} = 0$$

$$\frac{d}{a} - 0.85 = 0$$

$$\frac{H}{a} - 0.009 = 0$$

$$0.010256\frac{d}{a} - \frac{H}{a} + 0.000282 = 0$$

$$0.016667\frac{d}{a} - \frac{H}{a} + 0.001667 = 0$$

– **Γνωστά** H, d, T

$$\frac{H}{T^2} - 0.0025 = 0$$

$$0.681818\frac{d}{T^2} - \frac{H}{T^2} - 0.021364 = 0$$

$$0.097368\frac{d}{T^2} - \frac{H}{T^2} + 0.095526 = 0$$

$$\frac{H}{T^2} - 0.3 = 0$$

$$\frac{d}{T^2} - 2.1 = 0$$

$$\frac{H}{T^2} - 0.0022 = 0$$

$$0.01\frac{d}{T^2} - \frac{H}{T^2} + 0.001 = 0$$

$$0.019531\frac{d}{T^2} - \frac{H}{T^2} - 0.00043 = 0$$

Από τις παραπάνω εξισώσεις και από το διάγραμμα του Le Méhauté (1976) προκύπτουν δύο περιορισμοί ώστε να μπορούν να εφαρμοσθούν οι κυματικές θεωρίες Airy και Stokes 5ης τάξης.

$$\frac{a}{d} \geq 5 \quad \text{και} \quad \frac{H}{D} - \frac{1}{7}\frac{a}{D} \leq 0$$

Κεφάλαιο 5. Αριθμητικά Αποτελέσματα

5.1 Γενικά

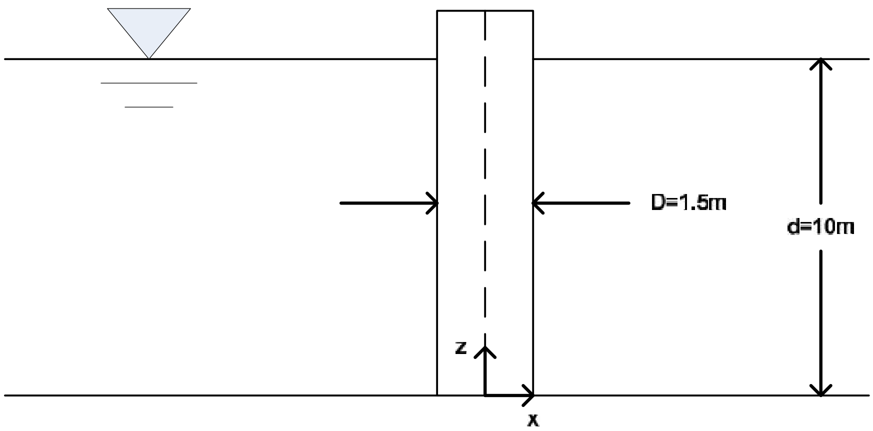
Ύστερα από την επέκταση δυο διαφορετικών προγραμμάτων, ικανά για τον υπολογισμό δυνάμεων και ροπών σε κάθετο ή και κεκλιμένο κύλινδρο, σύμφωνα με την εξίσωση του Morison, για τις κυματικές θεωρίες Airy και Stokes $5^{ης}$ τάξης αντίστοιχα, θα παρουσιασθούν στη συνέχεια αποτελέσματα της εφαρμογής τους σε διάφορες διατάξεις.

Να σημειωθεί πως σε κάποιες από τις παρακάτω εφαρμογές γίνεται σύγκριση με προγενέστερη μελέτη των ίδιων διατάξεων (Γ. Χρυσανθάκης, ΕΜΠ, 1986) ώστε να επαληθευθεί η εγκυρότητα των αποτελεσμάτων.

5.2 Κάθετος κύλινδρος

Σε μια περιοχή με βάθος νερού $d=10m$ περιοδικό κύμα ύψους $H=4.5m$ και μήκος κύματος ª $=90m$ προσπίπτει σε ένα κατακόρυφο πάσσαλο διαμέτρου $D=1.5m$.

Προσεγγίζοντας αυτό το κύμα τόσο με τη γραμμική κυματική θεωρία Airy όσο και με τη θεωρία Stokes $5^{ης}$ τάξης, μπορεί να υπολογισθεί και στις δύο περιπτώσεις, η δύναμη κατά τη διεύθυνση του κύματος και η ροπή πακτώσεως (η ροπή γύρω από το σημείο εδράσεως στον πυθμένα).

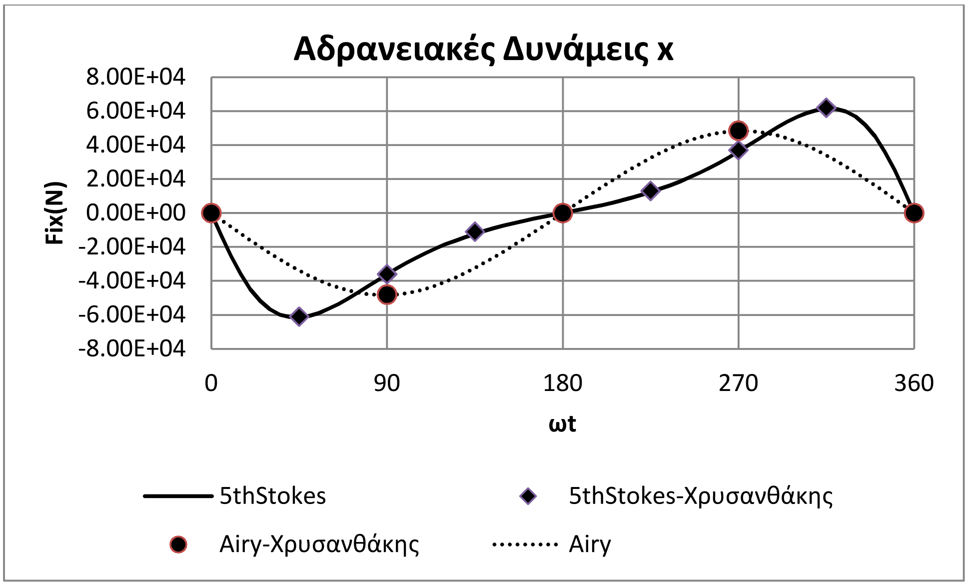


Εικόνα 5.1 Κάθετος κύλινδρος

Ο υπολογισμός των δυνάμεων και των ροπών στην συγκεκριμένη περίπτωση έγινε για δυο διαφορετικές περιπτώσεις. Στην μεν πρώτη περίπτωση επιλέχθηκαν οι συντελεστές αδράνειας και αντίστασης να είναι σταθεροί ($C_M=2.0, C_D=1.0$), ενώ στη δεύτερη να είναι μεταβλητοί και εξαρτώμενοι από τη θερμοκρασία.

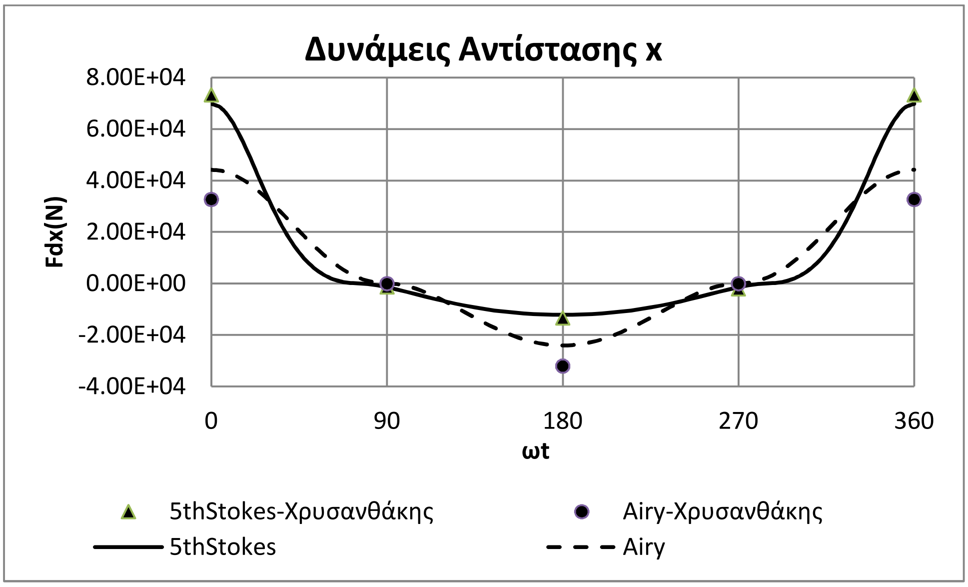
– **Για σταθερούς συντελεστές αδράνειας-αντίστασης :**

Αδρανειακές δυνάμεις



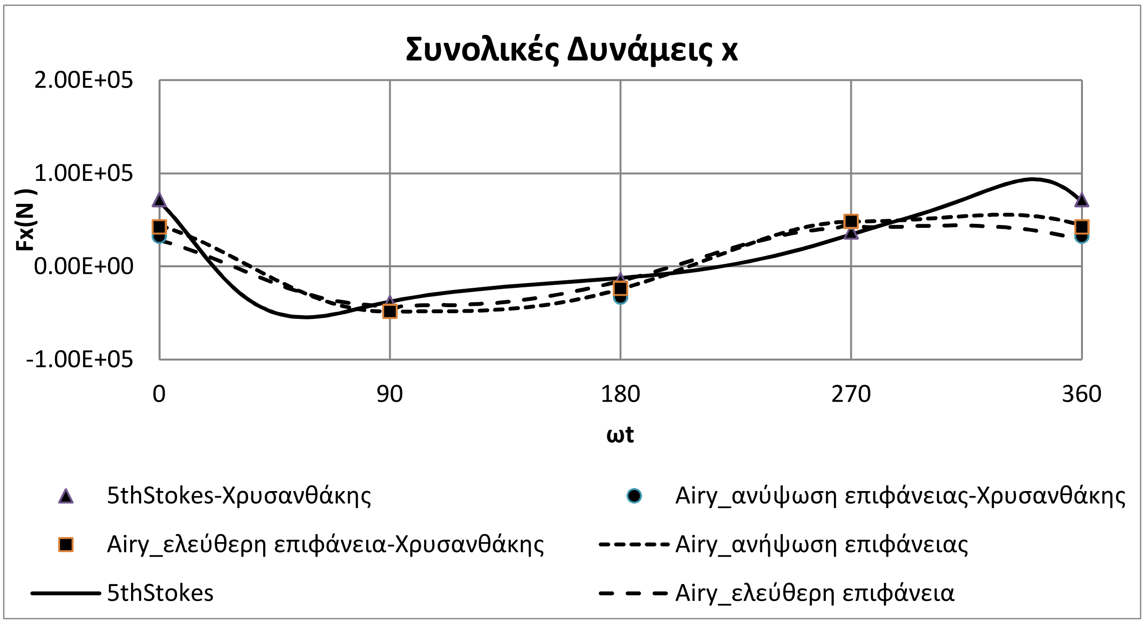
ωt	0	90	180	270	360
Fix(N)-5thStokes	0.00E+00	-3.61E+04	1.09E-03	3.61E+04	0.00E+00
Fix(N)-5thStokes-Χρυσανθάκης	0.00E+00	-3.60E+04	0.00E+00	3.70E+04	0.00E+00
Fix(N)-Airy	0.00E+00	-4.83E+04	3.86E-03	4.83E+05	-8.21E-03
Fix(N)-Χρυσανθάκης-Airy	0.00E+00	-4.80E+04	0.00E+00	4.85E+05	0.00E+00

Δυνάμεις αντίστασης



ωt	0	90	180	270	360
Fdx(N)_ 5thStokes	6.97E+04	-1.49E+03	-1.22E+03	-1.49E+03	6.97E+04
Fdx(N)_ 5thStokes-Χρυσανθάκης	6.90E+04	-1.50E+03	-1.20E+03	-1.50E+03	6.90E+04
Fdx(N)_ Airy	4.42E+04	-6.34E-11	-2.41E+04	4.72E-12	4.42E+04
Fdx(N)_ Airy-Χρυσανθάκης	4.45E+04	0.00E+00	-2.40E+04	0.00E+00	4.45E+04

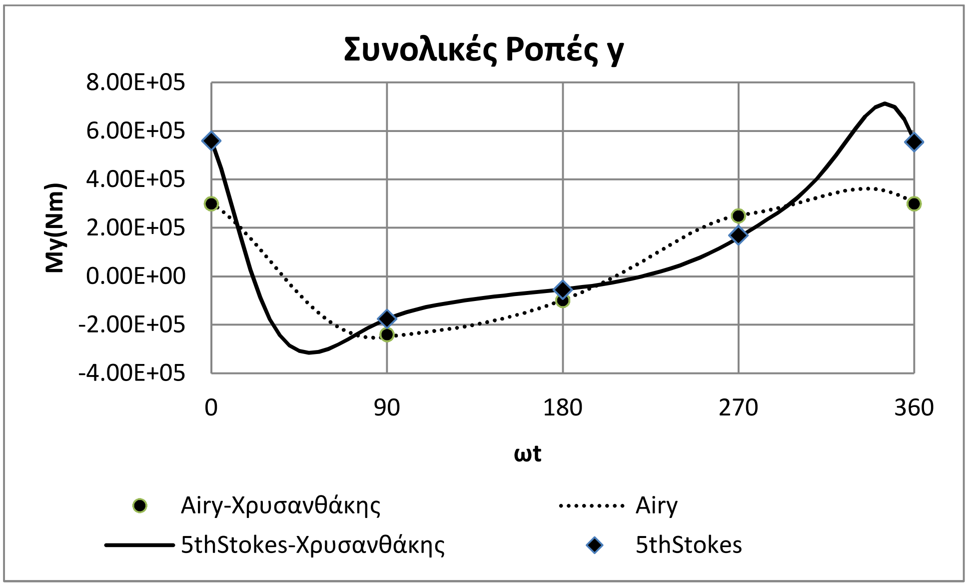
Συνολικές δυνάμεις



ωt	0	90	180	270	360
Fx(N) 5thStokes	6.97E+04	-3.76E+04	-1.22E+04	3.46E+04	6.97E+04
Fx(N) 5thStokes-Χρυσανθάκης	6.95E+04	-3.75E+04	-1.30E+04	3.65E+04	6.85E+04
Fx(N) Airy_ ελεύθερη επιφάνεια	4.42E+04	-4.83E+04	-2.41E+04	4.83E+04	4.42E+04
Fx(N) Airy_ ελεύθερη επιφάνεια-Χρυσανθάκης	4.40E+04	-4.90E+04	-2.50E+04	4.85E+04	4.40E+04
Fx(N) Airy_ ανήψωση επιφάνειας	2.83E+04	-4.59E+04	-1.54E+04	4.59E+04	2.83E+04
Fx(N) Airy_ ανήψωση επιφάνειας-Χρυσανθάκης	4.27E+04	-4.80E+04	-2.33E+04	4.87E+04	4.27E+04

Η ανύψωση της επιφάνειας της θάλασσας έχει τεθεί ίση με 12m.

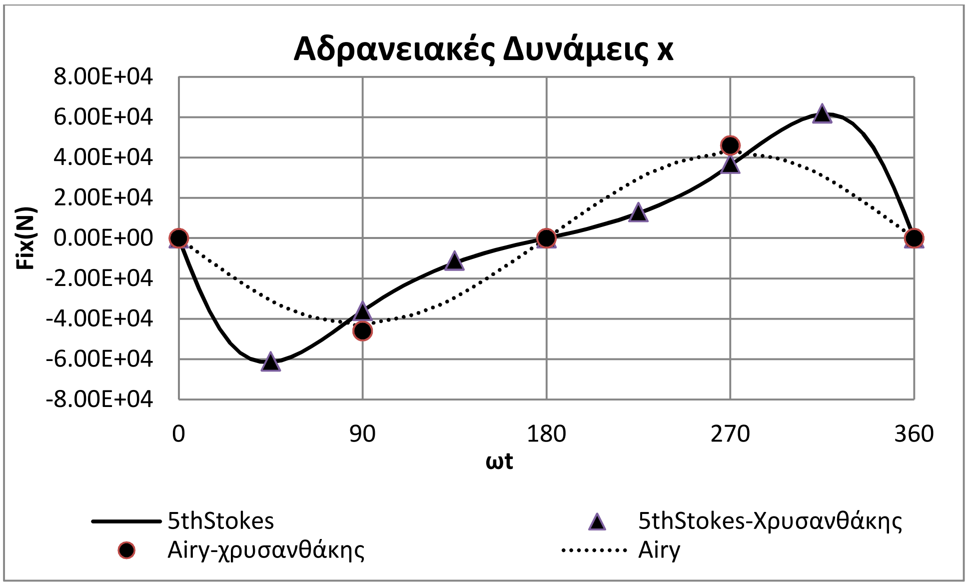
Συνολικές ροπές



ωt	0	90	180	270	360
My(Nm) 5thStokes	5.62E+05	-1.77E+05	-5.36E+04	1.60E+05	5.62E+05
My(Nm) 5thStokes-Χρυσανθάκης	5.60E+05	-1.75E+05	-5.50E+04	1.70E+05	5.55E+05
My(Nm) Airy	3.02E+05	-2.51E+05	-9.77E+04	2.51E+05	3.02E+05
My(Nm) Airy-Χρυσανθάκης	3.00E+05	-2.40E+05	-9.90E+04	2.50E+05	3.00E+05

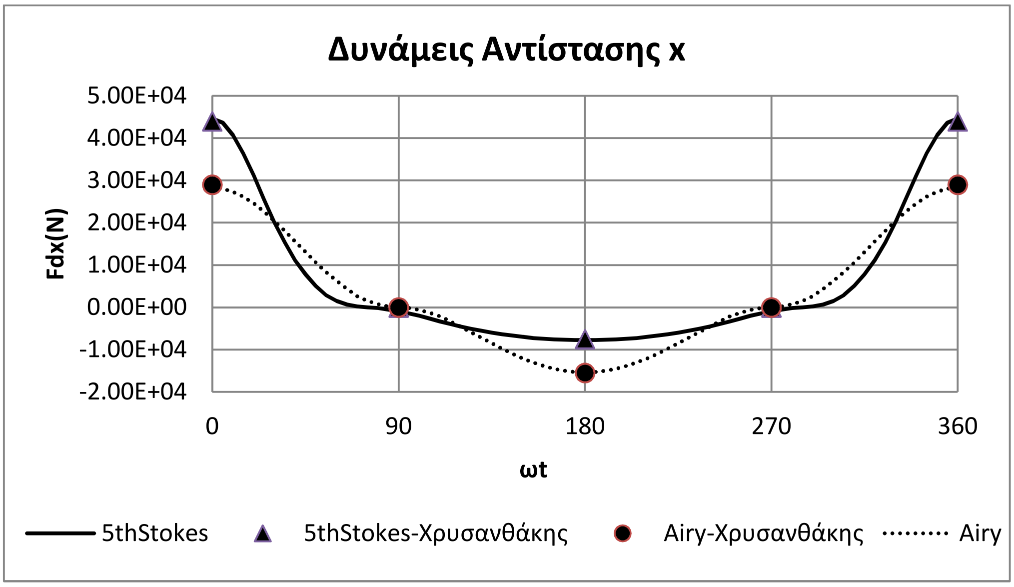
– **Για μεταβλητούς συντελεστές αδράνειας-αντίστασης :**

Αδρανειακές δυνάμεις



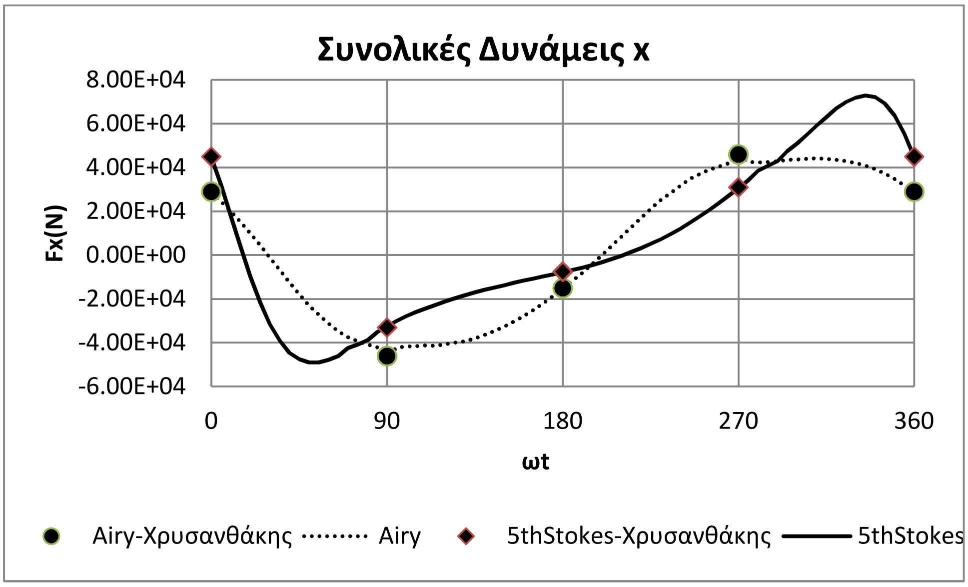
ωt	0	90	180	270	360
Fix(N)5thStokes	0.00E+00	-3.14E+04	9.90E-04	3.14E+04	0.00E+00
Fix(N)5thStokes-Χρυσανθάκης	0.00E+00	-3.20E+04	0.00E+00	3.20E+04	0.00E+00
Fix(N)Airy	0.00E+00	-4.59E+04	3.51E-04	4.59E+04	-7.47E-03
Fix(N)Airy-Χρυσανθάκης	0.00E+00	-4.60E+04	0.00E+00	4.60E+04	0.00E+00

Δυνάμεις αντίστασης



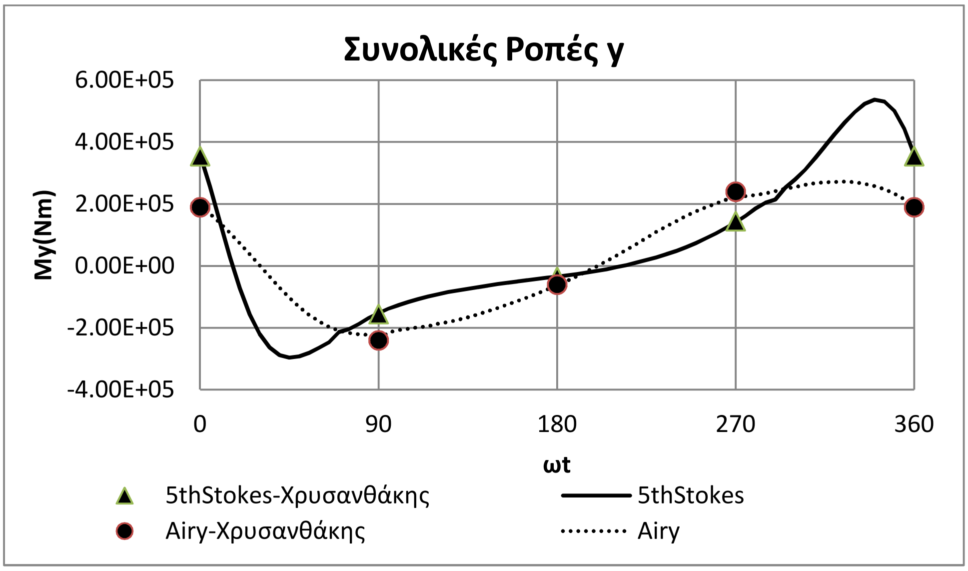
ωt	0	90	180	270	360
Fdx(N) 5thStokes	4.46E+04	-9.74E+02	-7.78E+03	-9.74E+02	4.46E+04
Fdx(N)5thStokes-Χρυσανθάκης	4.40E+04	0.00E+00	-7.50E+03	0.00E+00	4.40E+04
Fdx(N) Airy	2.83E+04	-1.27E-10	-1.54E+04	9.44E-12	2.83E+04
Fdx(N) Airy-Χρυσανθάκης	2.90E+04	0.00E+00	-1.55E+04	0.00E+00	2.90E+04

Συνολικές δυνάμεις



ωt	0	90	180	270	360
Fx(N) 5thStokes	4.46E+04	-3.24E+04	-7.78E+03	3.05E+04	4.46E+04
Fx(N) 5thStokes-Χρυσανθάκης	4.50E+04	-3.30E+04	-7.50E+03	3.10E+04	4.50E+04
Fx(N) Airy	2.83E+04	-4.59E+04	-1.54E+04	4.59E+04	2.83E+04
Fx(N) Airy-Χρυσανθάκης	2.90E+04	-4.60E+04	-1.50E+04	4.60E+04	2.90E+04

Συνολικές ροπές



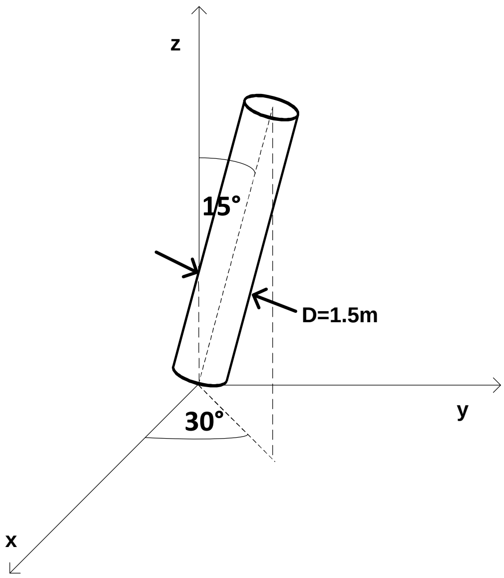
ωt	0	90	180	270	360
My(Nm) 5thStokes	3.59E+05	-1.52E+05	-3.43E+04	1.41E+05	3.59E+05
My(Nm)5thStokes-Χρυσανθάκης	3.55E+05	-1.55E+05	-3.50E+04	1.45E+05	3.55E+05
My(Nm) Airy	1.93E+05	-2.38E+05	-6.25E+04	2.38E+05	1.93E+05
My(Nm) Airy-Χρυσανθάκης	1.90E+05	-2.40E+05	-6.00E+04	2.40E+05	1.90E+05

Να επισημανθεί πως στα παραπάνω διαγράμματα δεν παρουσιάζονται οι δυνάμεις στους άξονες y, z καθώς είναι μηδενικές και οι ροπές στους άξονες x, z για τον ίδιο λόγο.

5.3 Κεκλιμένος κύλινδρος

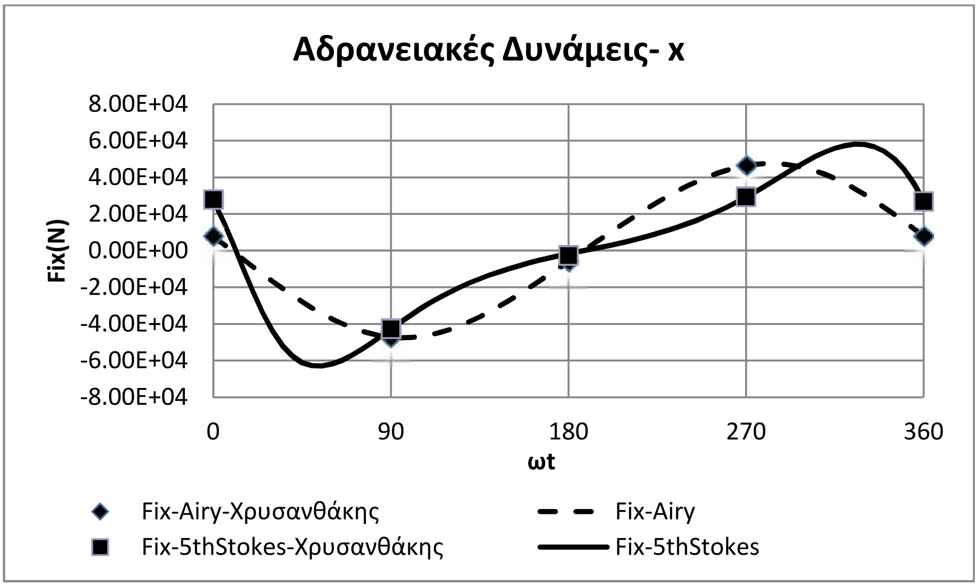
Σε μια περιοχή με βάθος νερού $d = 10m$, περιοδικό κύμα ύψους $H = 4.5m$ και μήκος κύματος $a = 90m$ προσπίπτει σε ένα κεκλιμένο κύλινδρο διαμέτρου $D = 1.5m$ που σχηματίζει γωνία 15° με την κατακόρυφο στον πυθμένα.

Προσεγγίζοντας αυτό το κύμα τόσο με τη γραμμική κυματική θεωρία Airy όσο και με τη θεωρία Stokes 5ης τάξης, μπορεί να υπολογισθεί και στις δύο περιπτώσεις, η δύναμη κατά τη διεύθυνση του κύματος και η ροπή πακτώσεως (η ροπή γύρω από το σημείο εδράσεως στον πυθμένα).

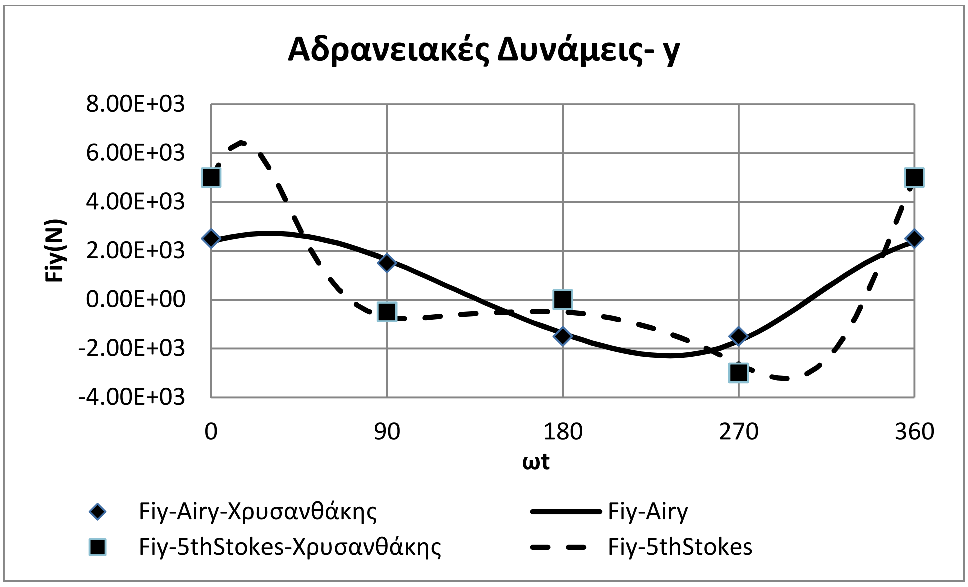


Εικόνα 5.2 Κεκλιμένος κύλινδρος

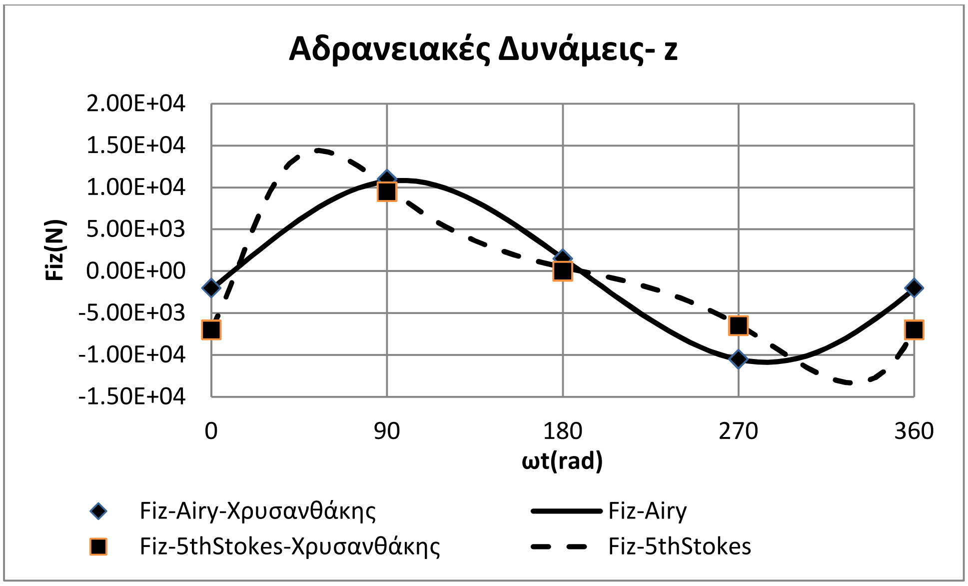
Αδρανειακές δυνάμεις



ωt	0	90	180	270	360
Fix(N)-Airy	7.88E+03	-4.72E+04	-5.80E+03	4.64E+04	7.88E+03
Fix(N)-Airy-Χρυσανθάκης	8.00E+03	-4.75E+04	-6.00E+03	4.65E+04	8.00E+03
Fix(N)-5thStokes	2.73E+04	-4.28E+04	-1.71E+03	2.92E+04	2.73E+04
Fix(N)-5thStokes-Χρυσανθάκης	2.80E+04	-4.25E+04	-2.50E+03	2.95E+04	2.70E+04

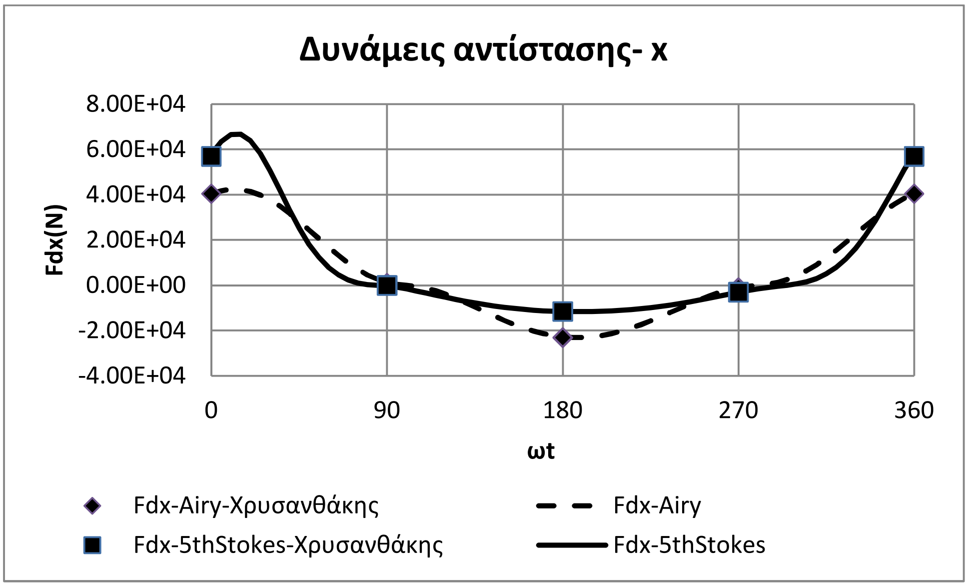


ωt	0	90	180	270	360
Fiy(N)-Airy	2.37E+03	1.63E+03	-1.39E+03	-1.70E+03	2.37E+03
Fiy(N)-Airy-Χρυσανθάκης	2.50E+03	1.50E+03	-1.50E+03	-1.50E+03	2.50E+03
Fiy(N)-5thStokes	4.96E+03	-7.17E+02	-5.11E+02	-2.64E+03	4.96E+03
Fiy(N)-5thStokes-Χρυσανθάκης	5.00E+03	-5.00E+02	0.00E+00	-3.00E+03	5.00E+03

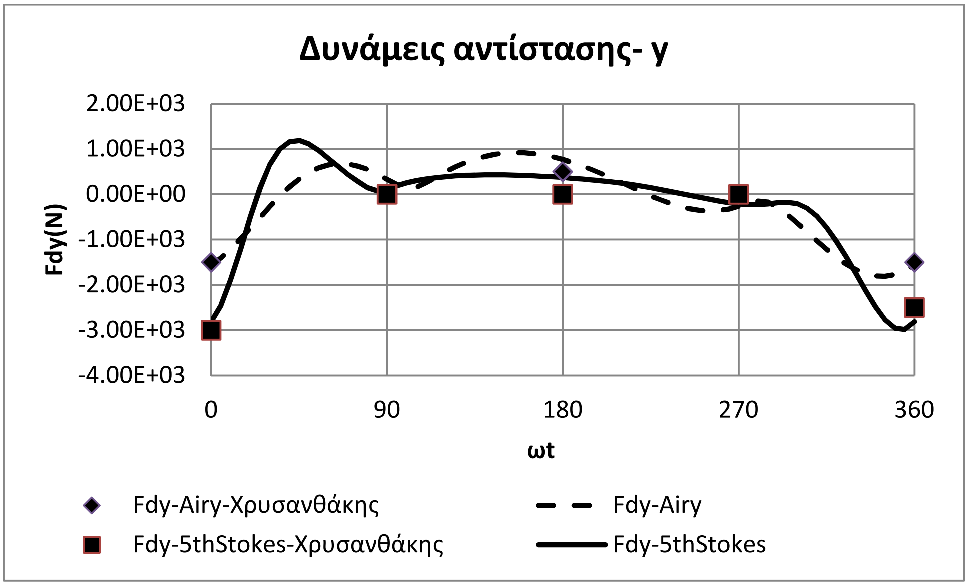


ωt	0	90	180	270	360
Fiz(N)-Airy	-2.14E+03	1.07E+04	1.53E+03	-1.05E+04	-2.14E+03
Fiz(N)-Airy-Χρυσανθάκης	-2.00E+03	1.10E+04	1.50E+03	-1.05E+04	-2.00E+03
Fiz(N)-5thStokes	-6.99E+03	1.00E+04	4.66E+02	-6.43E+03	-6.99E+03
Fiz(N)-5thStokes-Χρυσανθάκης	-7.00E+03	9.50E+03	0.00E+00	-6.50E+03	-7.00E+03

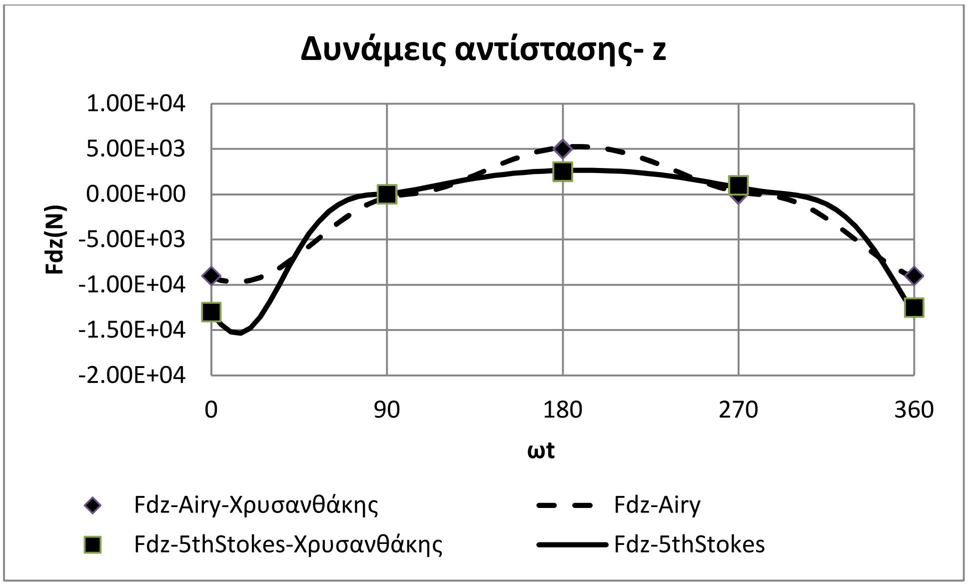
Δυνάμεις αντίστασης



ωt	0	90	180	270	360
Fdx(N)-Airy	4.04E+04	1.31E+03	-2.28E+04	-1.03E+03	4.04E+04
Fdx(N)-Airy-Χρυσανθάκης	4.05E+04	1.00E+03	-2.30E+04	-1.00E+03	4.05E+04
Fdx(N)-5thStokes	5.80E+04	-3.32E+02	-1.16E+04	-3.09E+03	5.80E+04
Fdx(N)-5thStokes-Χρυσανθάκης	5.70E+04	0.00E+00	-1.15E+04	-3.00E+03	5.70E+04

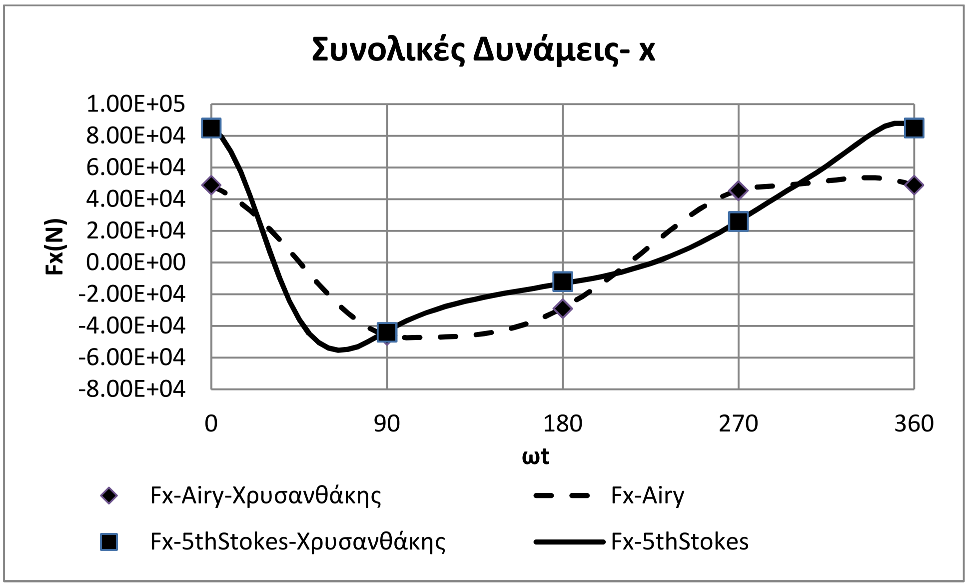


ωt	0	90	180	270	360
Fdy(N)-Airy	-1.56E+03	3.33E+02	7.68E+02	-2.64E+02	-1.56E+03
Fdy(N)-Airy-Χρυσανθάκης	-1.50E+03	0.00E+00	5.00E+02	0.00E+00	-1.50E+03
Fdy(N)-5thStokes	-2.81E+03	1.20E+02	3.72E+02	-2.11E+02	-2.81E+03
Fdy(N)-5thStokes-Χρυσανθάκης	-3.00E+03	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	-2.50E+03

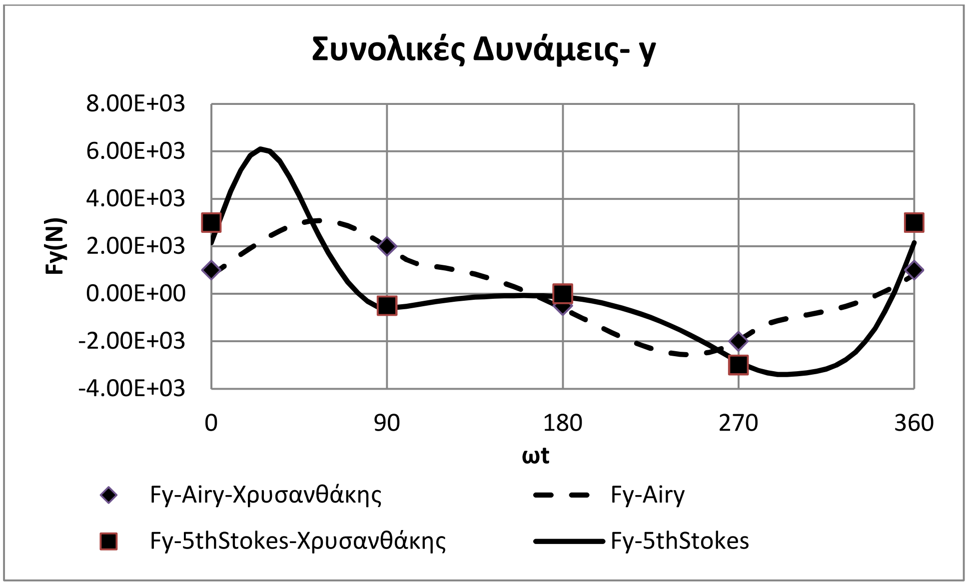


ωt	0	90	180	270	360
Fdz(N)-Airy	-9.17E+03	-3.48E+02	5.18E+03	2.73E+02	-9.17E+03
Fdz(N)-Airy-Χρυσανθάκης	-9.00E+03	0.00E+00	5.00E+03	0.00E+00	-9.00E+03
Fdz(N)-5thStokes	-1.31E+04	6.10E+01	2.64E+03	7.45E+02	-1.31E+04
Fdz(N)-5thStokes-Χρυσανθάκης	-1.30E+04	0.00E+00	2.50E+03	1.00E+03	-1.25E+04

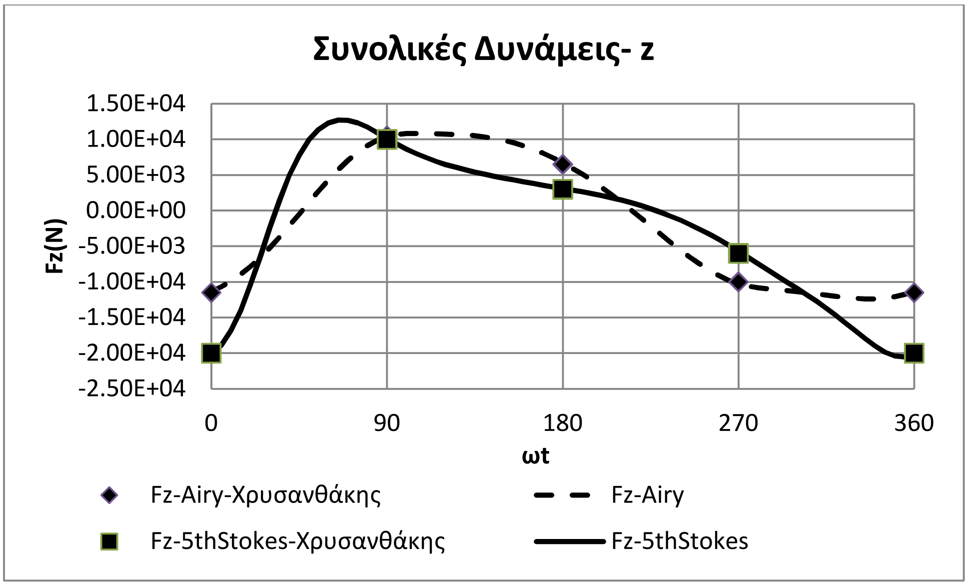
Συνολικές δυνάμεις



ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)-Airy	4.83E+04	-4.59E+04	-2.86E+04	4.54E+04	4.83E+04
Fx(N)-Airy-Χρυσανθάκης	4.90E+04	-4.60E+04	-2.90E+04	4.55E+04	4.90E+04
Fx(N)-5thStokes	8.53E+04	-4.32E+04	-1.33E+04	2.61E+04	8.53E+04
Fx(N)-5thStokes-Χρυσανθάκης	8.50E+04	-4.40E+04	-1.20E+04	2.60E+04	8.50E+04

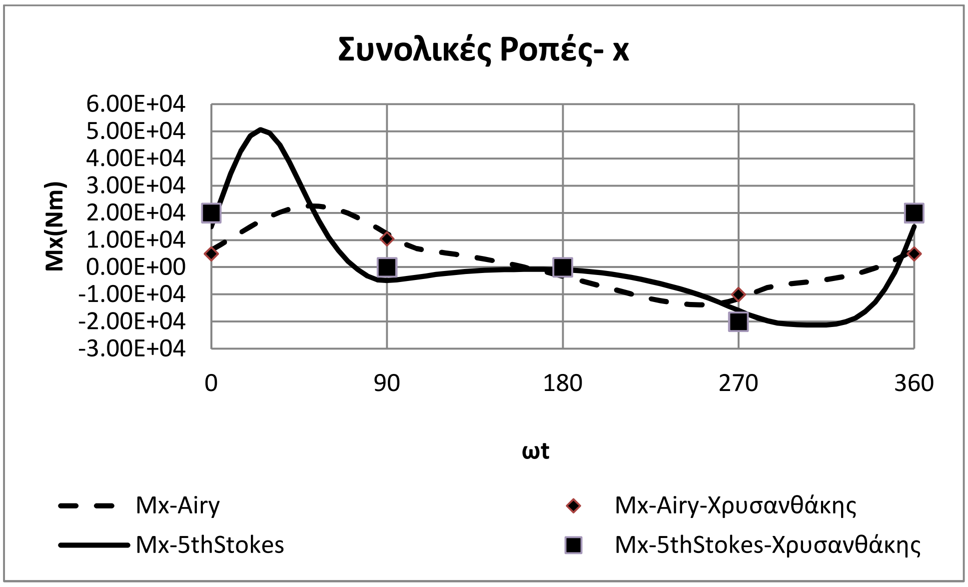


ωt	0	90	180	270	360
Fy(N)-Airy	8.07E+02	1.96E+03	-6.19E+02	-1.96E+03	8.07E+02
Fy(N)-Airy-Χρυσανθάκης	1.00E+03	2.00E+03	-5.00E+02	-2.00E+03	1.00E+03
Fy(N)-5thStokes	2.15E+03	-5.97E+02	-1.39E+02	-2.85E+03	2.15E+03
Fy(N)-5thStokes-Χρυσανθάκης	3.00E+03	-5.00E+02	0.00E+00	-3.00E+03	3.00E+03

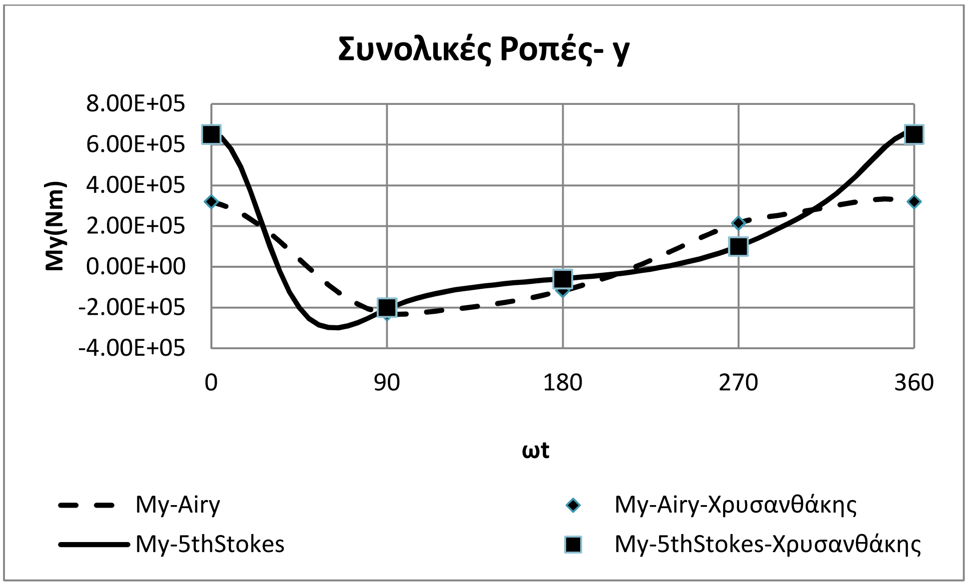


ωt	0	90	180	270	360
Fz(N)-Airy	-1.13E+04	1.04E+04	6.71E+03	-1.03E+04	-1.13E+04
Fz(N)-Airy-Χρυσανθάκης	-1.15E+04	1.05E+04	6.50E+03	-1.00E+04	-1.15E+04
Fz(N)-5thStokes	-2.01E+04	1.01E+04	3.10E+03	-5.68E+03	-2.01E+04
Fz(N)-5thStokes-Χρυσανθάκης	-2.00E+04	1.00E+04	3.00E+03	-6.00E+03	-2.00E+04

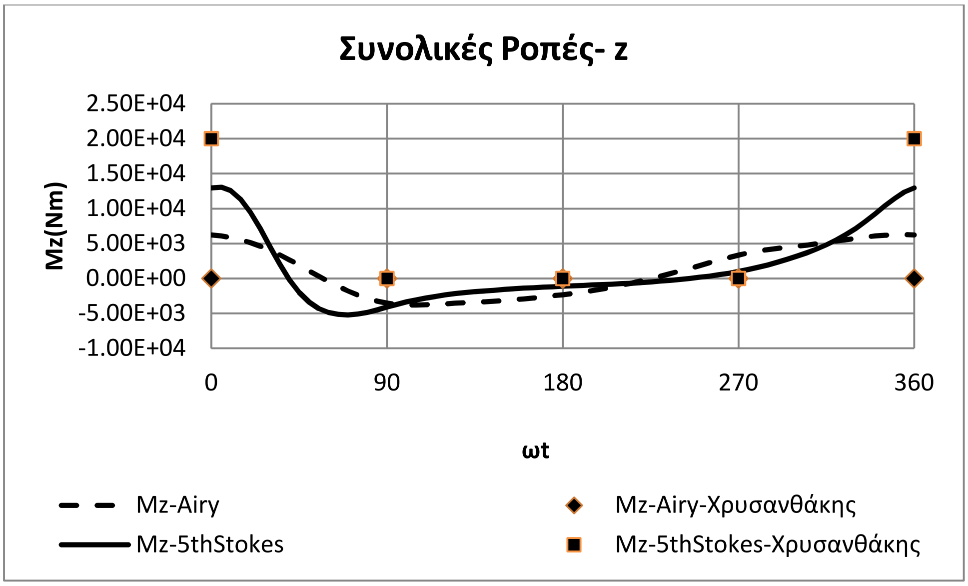
Συνολικές ροπές



ωt	0	90	180	270	360
Mx(Nm)-Airy	6.35E+03	1.23E+04	-3.35E+03	-1.16E+04	6.35E+03
Mx(Nm)-Airy-Χρυσανθάκης	5.00E+03	1.05E+04	0.00E+00	-1.00E+04	5.00E+03
Mx(Nm)-5thStokes	1.49E+04	-4.87E+03	-9.48E+02	-1.59E+04	1.49E+04
Mx(Nm)-5thStokes-Χρυσανθάκης	2.00E+04	0.00E+00	0.00E+00	-2.00E+04	2.00E+04



ωt	0	90	180	270	360
My(Nm)-Airy	3.19E+05	-2.29E+05	-1.17E+05	2.15E+05	3.19E+05
My(Nm)-Airy-Χρυσανθάκης	3.20E+05	-2.30E+05	-1.15E+05	2.15E+05	3.20E+05
My(Nm)-5thStokes	6.60E+05	-2.08E+05	-5.76E+04	1.00E+05	6.60E+05
My(Nm)-5thStokes-Χρυσανθάκης	6.50E+05	-2.00E+05	-6.00E+04	1.00E+05	6.50E+05

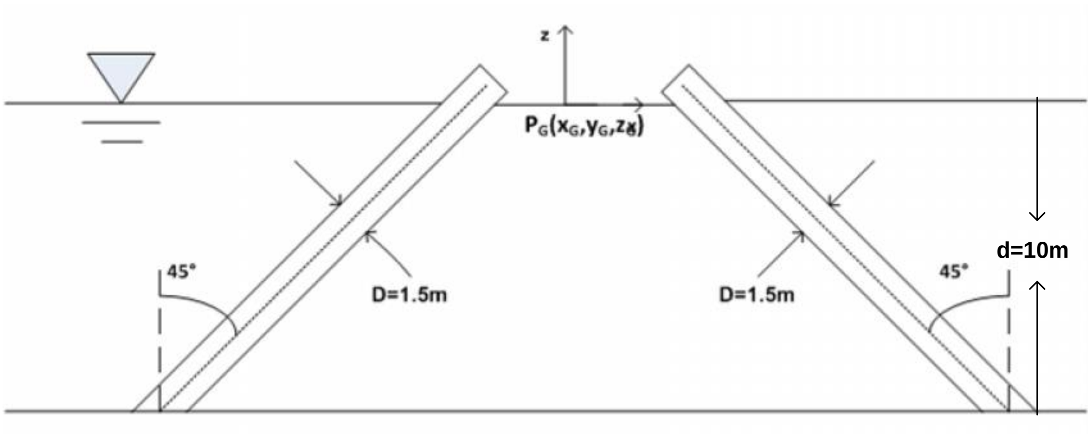


ωt	0	90	180	270	360
Mz(Nm)-Airy	6.22E+03	-3.55E+03	-2.33E+03	3.33E+03	6.22E+03
Mz(Nm)-Airy-Χρυσανθάκης	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Mz(Nm)-5thStokes	1.30E+04	-4.09E+03	-1.11E+03	9.84E+02	1.30E+04
Mz(Nm)-5thStokes-Χρυσανθάκης	2.00E+04	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	2.00E+04

5.4 Διάταξη δύο κυλίνδρων υπό γωνία

Σε βάθος νερού d=10m είναι τοποθετημένοι δύο όμοιοι κύλινδροι διαμέτρου D=1.5m. Ο πρώτος κύλινδρος βρίσκεται στη θέση $(x_0 = 22.5m, y_0 = 0.0m, z_0 = 0.0m)$, υπό γωνία ¤ $= 45^o$ με τον άξονα z και · $= 0^o$ με τον άξονα $x'x$ στο οριζόντιο επίπεδο. Ο δεύτερος κύλινδρος βρίσκεται στη θέση $(x_0 = 67.5m, y_0 = 0.0m, z_0 = 0.0m)$, υπό γωνία ¤ $= 45^o$ με τον άξονα z και · $= 180^o$ με τον άξονα $x'x$ στο οριζόντιο επίπεδο αντίστοιχα. Η απόσταση των δύο κυλίνδρων ισούται με το μισό του μήκους κύματος. Ο 1ος κύλινδρος απέχει από το σημείο εκπομπή του κύματος (το οποίο είναι το $(x_0 = 0.0m, y_0 = 0.0m, z_0 = 0.0m)$) απόσταση ίση ª$/2$ ενώ ο 2ος απέχει 3ª$/4$.

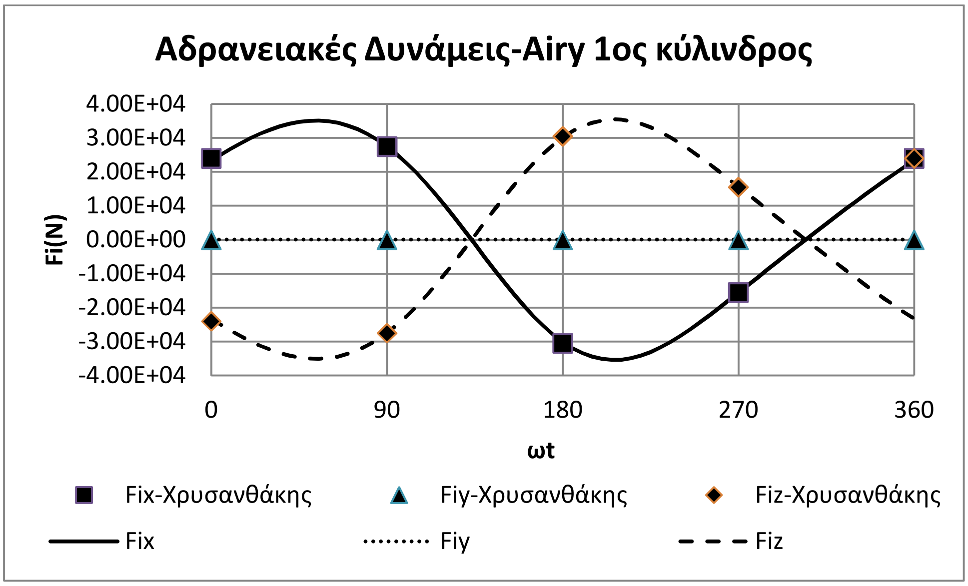
Στους δύο αυτούς κυλίνδρους προσπίπτει κύμα μήκους ª $= 90m$ και ύψους $H = 4.5m$. Προσεγγίζοντας το κύμα με την γραμμική κυματική θεωρία Airy, αλλά και με τη θεωρία Stokes 5ης τάξης, υπολογίζεται η δύναμη κατά τη διεύθυνση του κύματος και η ροπή στο σημείο P_G της κατασκευής.



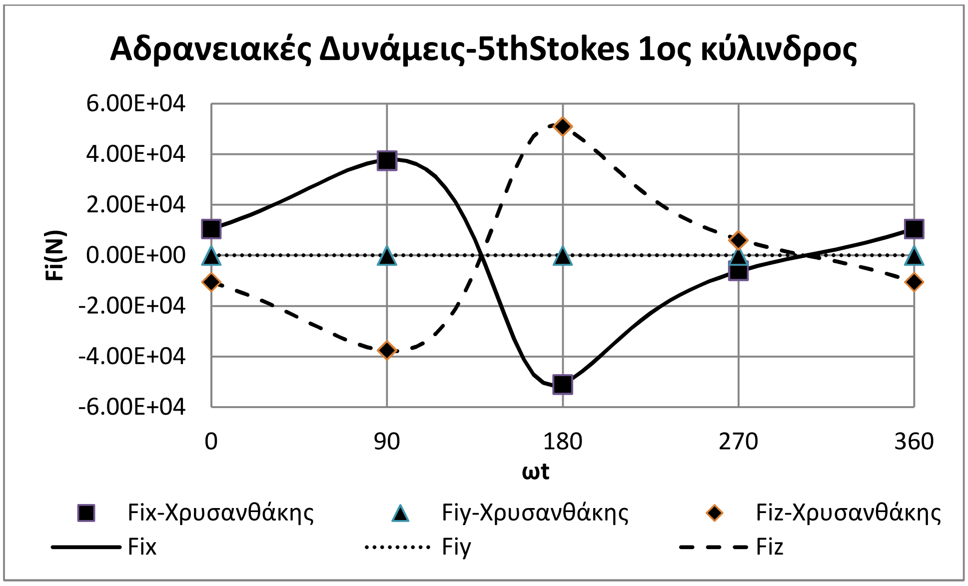
Εικόνα 5.4 Διάταξη δύο κυλίνδρων υπό γωνία

1ος κύλινδρος

Αδρανειακές δυνάμεις

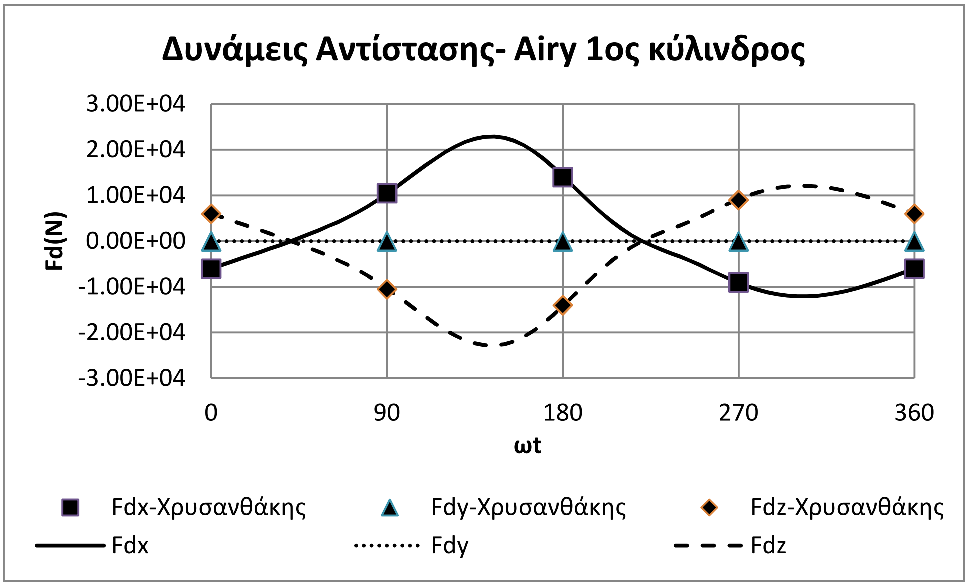


ωt	0	90	180	270	360
Fix(N)	2.33E+04	2.74E+04	-3.01E+04	-1.56E+04	2.33E+04
Fiy(N)	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fiz(N)	-2.33E+04	-2.74E+04	3.01E+04	1.56E+04	-2.33E+04
Fix(N)-Χρυσανθάκης	2.40E+04	2.75E+04	-3.05E+04	-1.55E+04	2.40E+04
Fiy(N)-Χρυσανθάκης	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fiz(N)-Χρυσανθάκης	-2.40E+04	-2.75E+04	3.05E+04	1.55E+04	2.40E+04

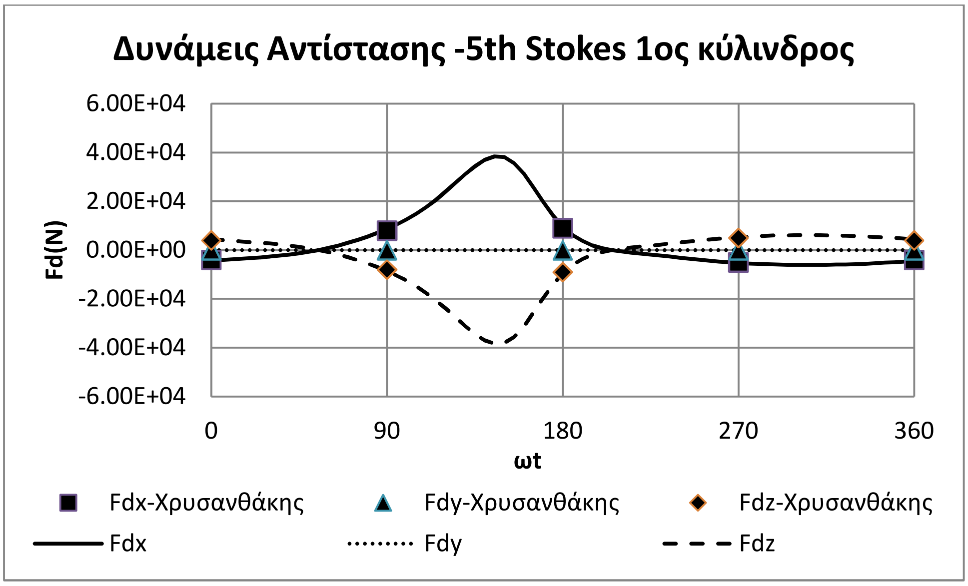


ωt	0	90	180	270	360
Fix(N)	1.05E+04	3.78E+04	-5.06E+04	-6.35E+03	1.05E+04
Fiy(N)	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fiz(N)	-1.05E+04	-3.78E+04	5.06E+04	6.35E+03	-1.05E+04
Fix(N)-Χρυσανθάκης	1.05E+04	3.75E+04	-5.10E+04	-6.00E+03	1.05E+04
Fiy(N)-Χρυσανθάκης	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fiz(N)-Χρυσανθάκης	-1.05E+04	-3.75E+04	5.10E+04	6.00E+03	-1.05E+04

Δυνάμεις αντίστασης

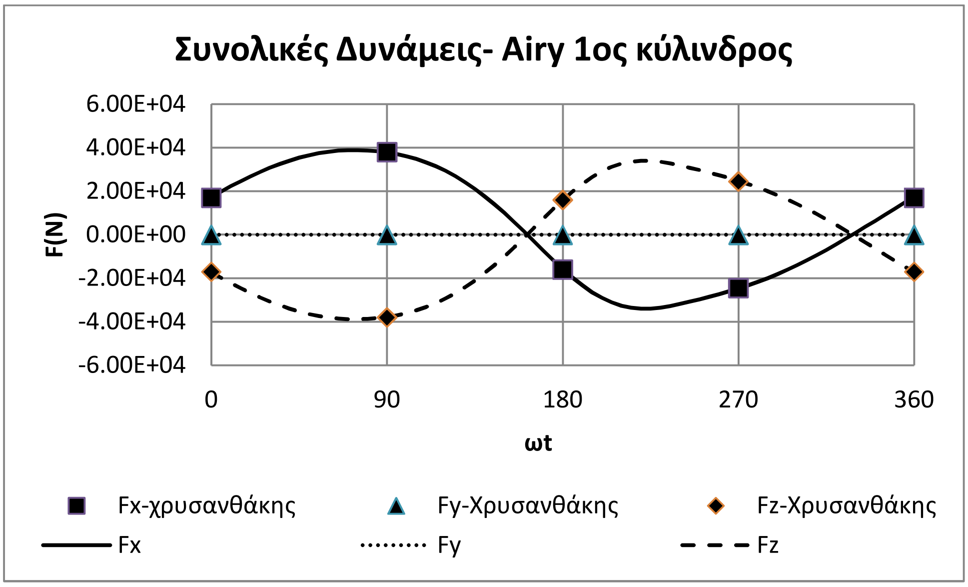


ωt	0	90	180	270	360
Fdx(N)	-6.03E+03	1.04E+04	1.42E+04	-9.14E+03	-6.03E+03
Fdy(N)	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fdz(N)	6.03E+03	-1.04E+04	-1.42E+04	9.14E+03	6.03E+03
Fdx(N)-Χρυσανθάκης	-6.00E+03	1.05E+04	1.40E+04	-9.00E+03	-6.00E+03
Fdy(N)-Χρυσανθάκης	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fdz(N)-Χρυσανθάκης	6.00E+03	-1.05E+04	-1.40E+04	9.00E+03	6.00E+03

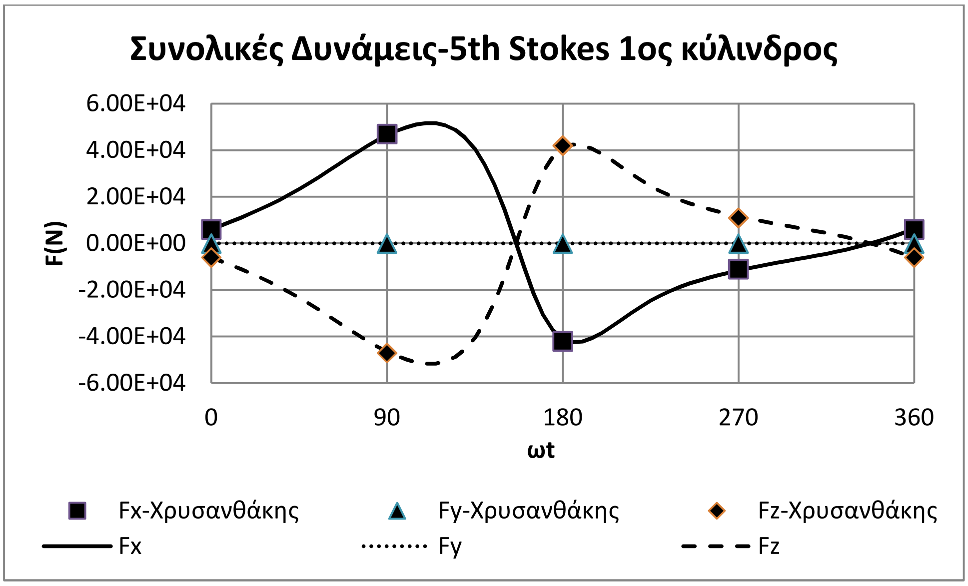


ωt	0	90	180	270	360
Fdx(N)	-4.40E+03	8.66E+03	9.57E+03	-5.27E+03	-4.40E+03
Fdy(N)	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fdz(N)	4.40E+03	-8.66E+03	-9.57E+03	5.27E+03	4.40E+03
Fdx(N)-Χρυσανθάκης	-4.00E+03	8.00E+03	9.00E+03	-5.00E+03	-4.00E+03
Fdy(N)-Χρυσανθάκης	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fdz(N)-Χρυσανθάκης	4.00E+03	-8.00E+03	-9.00E+03	5.00E+03	4.00E+03

Συνολικές δυνάμεις

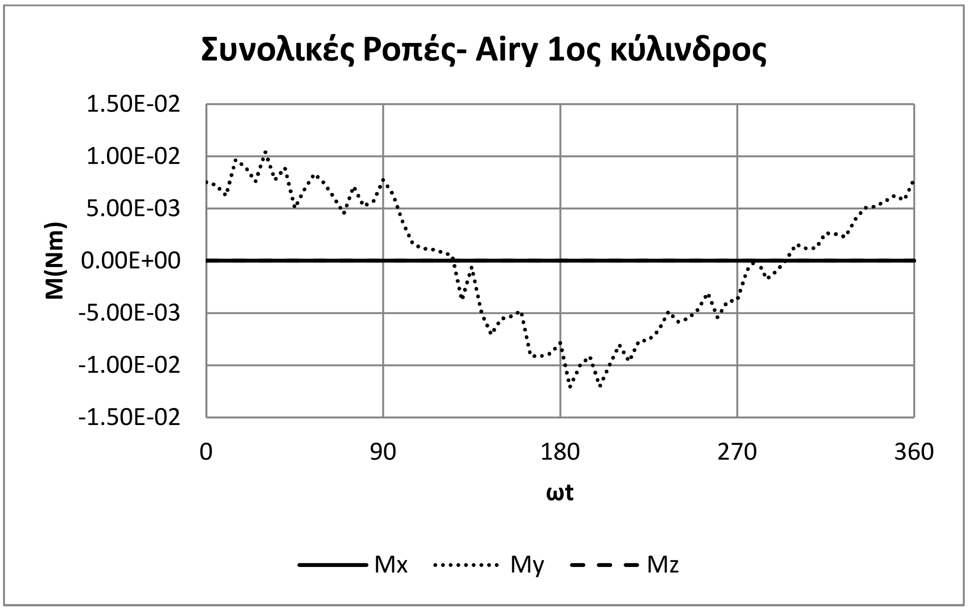


ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)	1.73E+04	3.78E+04	-1.59E+04	-2.48E+04	1.73E+04
Fy(N)	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fz(N)	-1.73E+04	-3.78E+04	1.59E+04	2.48E+04	-1.73E+04
Fx(N)-Χρυσανθάκης	1.70E+04	3.80E+04	-1.60E+04	-2.45E+04	1.70E+04
Fy(N)-Χρυσανθάκης	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fz(N)-Χρυσανθάκης	-1.70E+04	-3.80E+04	1.60E+04	2.45E+04	-1.70E+04

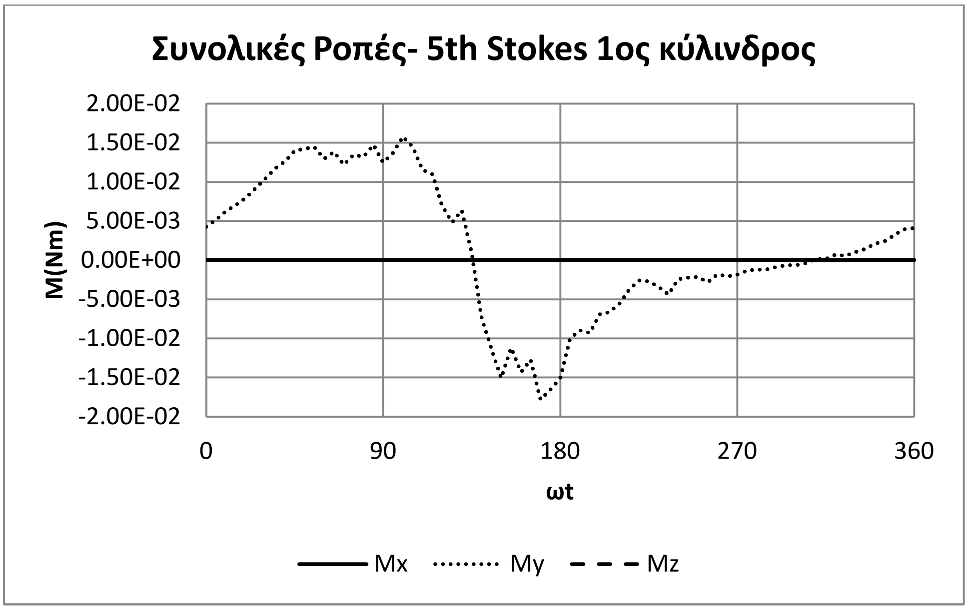


ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)	6.11E+03	4.65E+04	-4.10E+04	-1.16E+04	6.11E+03
Fy(N)	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fz(N)	-6.11E+03	-4.65E+04	4.10E+04	1.16E+04	-6.11E+03
Fx(N)-Χρυσανθάκης	6.00E+03	4.70E+04	-4.20E+04	-1.10E+04	6.00E+03
Fy(N)-Χρυσανθάκης	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fz(N)-Χρυσανθάκης	-6.00E+03	-4.70E+04	4.20E+04	1.10E+04	-6.00E+03

Συνολικές ροπές



ωt	0	90	180	270	360
Mx(Nm)	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
My(Nm)	7.53E-03	7.74E-03	-7.87E-03	-3.77E-03	7.85E-03
Mz(Nm)	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00

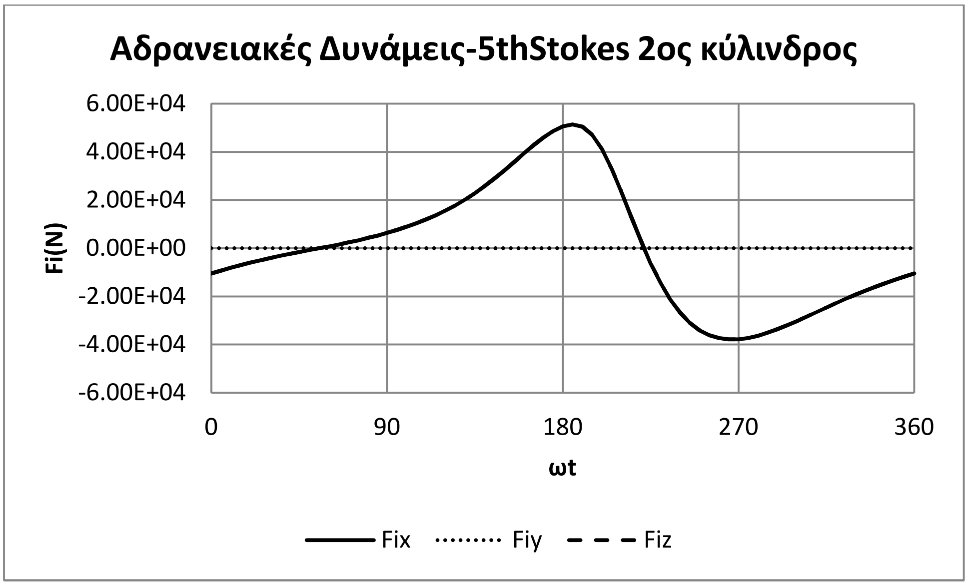


ωt	0	90	180	270	360
Mx(Nm)	7.11E-03	1.94E-03	-1.12E-02	6.81E-03	7.11E-03
My(Nm)	-7.43E+04	2.15E+04	5.69E+05	-3.43E+05	-7.43E+04
Mz(Nm)	7.11E-03	1.94E-03	-1.12E-02	6.81E-03	7.11E-03

$2^{ος}$ κύλινδρος

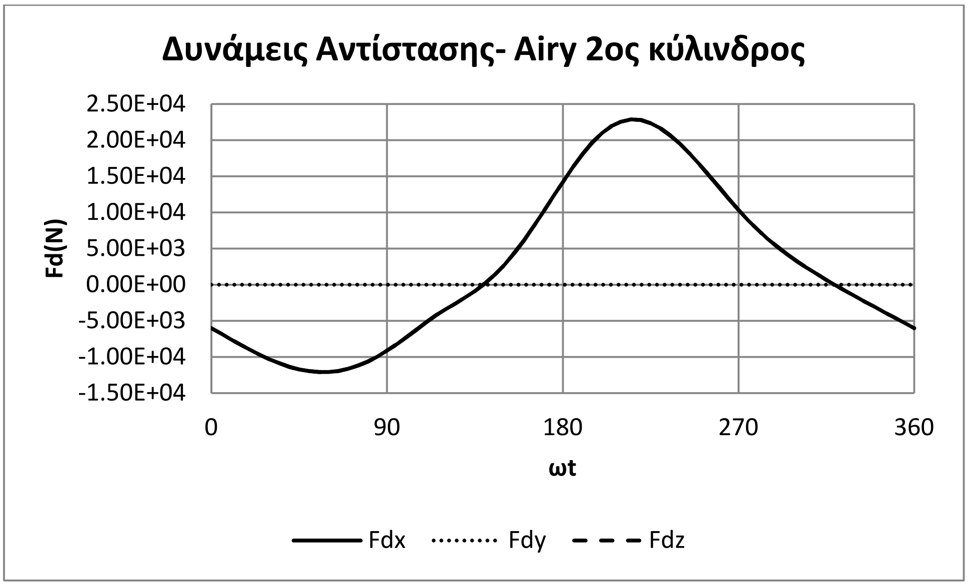
Αδρανειακές δυνάμεις

ωt	0	90	180	270	360
Fix(N)	-2.33E+04	1.56E+04	3.01E+04	-2.74E+04	-2.33E+04
Fiy(N)	2.99E-03	-1.82E-04	-3.34E-03	9.01E-05	2.99E-03
Fiz(N)	-2.33E+04	1.56E+04	3.01E+04	-2.74E+04	-2.33E+04

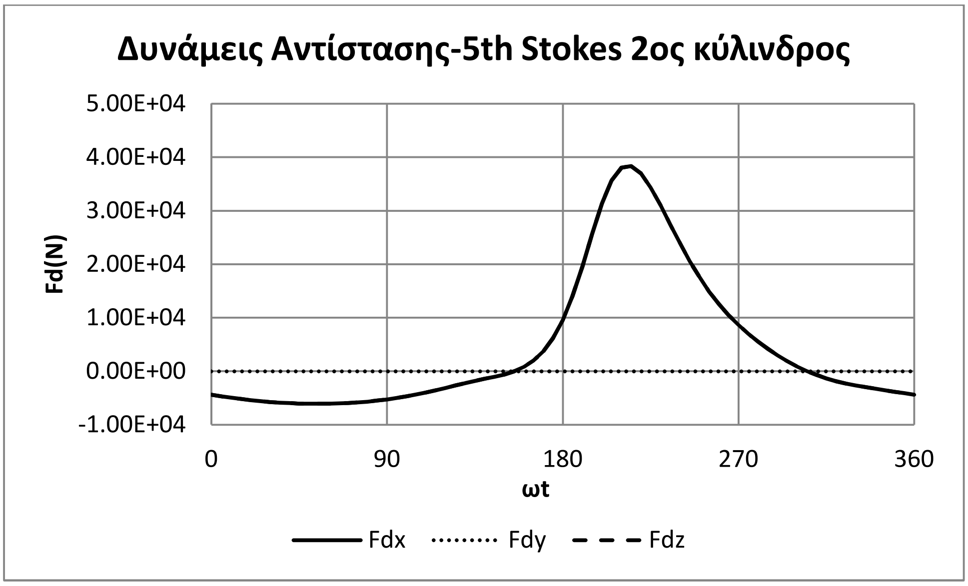


ωt	0	90	180	270	360
Fix(N)	-1.05E+04	6.35E+03	5.06E+04	-3.78E+04	-1.05E+04
Fiy(N)	2.10E-03	7.43E-05	-2.97E-03	1.63E-03	2.10E-03
Fiz(N)	-1.05E+04	6.35E+03	5.06E+04	-3.78E+04	-1.05E+04

Δυνάμεις αντίστασης

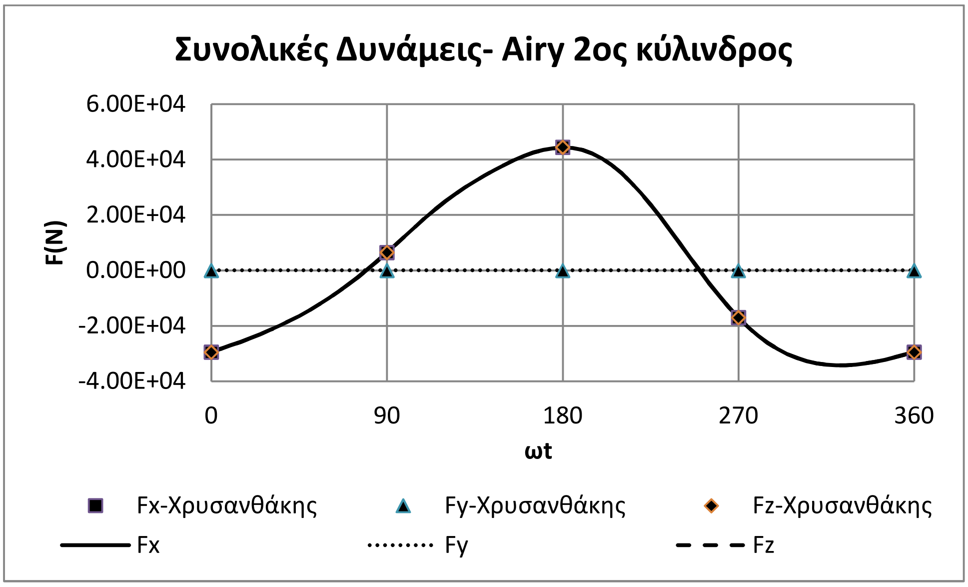


ωt	0	90	180	270	360
Fdx(N)	-6.03E+03	-9.14E+03	1.42E+04	1.04E+04	-6.03E+03
Fdy(N)	3.91E-05	9.69E-04	-1.65E-04	-1.26E-03	3.91E-05
Fdz(N)	-6.03E+03	-9.14E+03	1.42E+04	1.04E+04	-6.03E+03

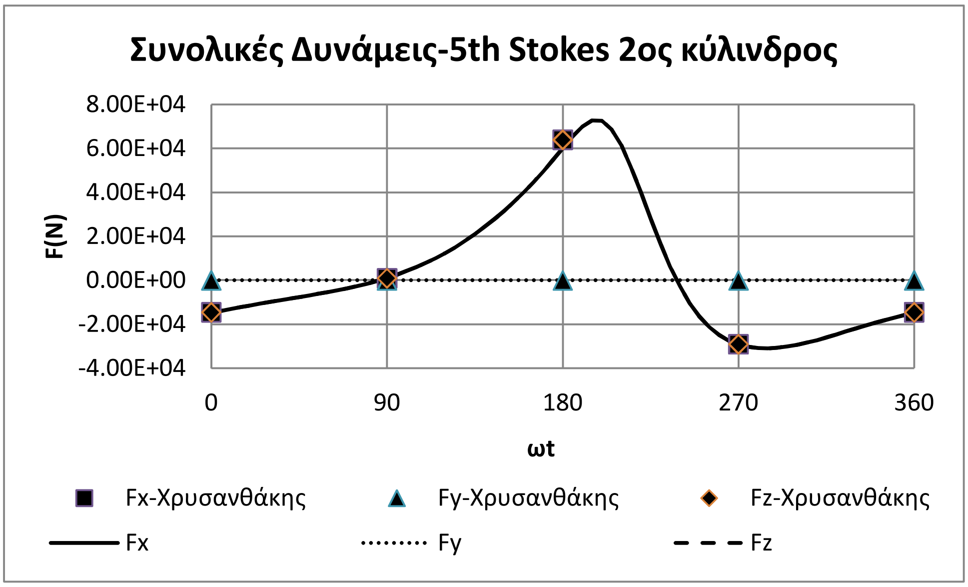


ωt	0	90	180	270	360
Fdx(N)	-4.40E+03	-5.27E+03	9.57E+03	8.66E+03	-4.40E+03
Fdy(N)	1.75E-04	5.12E-04	2.65E-04	-1.11E-03	1.75E-04
Fdz(N)	-4.40E+03	-5.27E+03	9.57E+03	8.66E+03	-4.40E+03

Συνολικές δυνάμεις

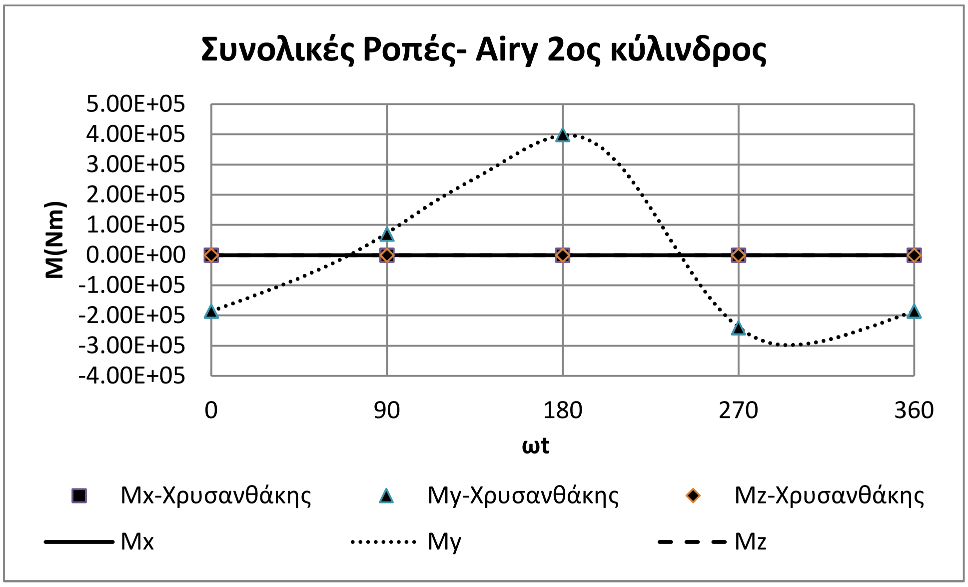


ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)	-2.93E+04	6.47E+03	4.43E+04	-1.71E+04	-2.93E+04
Fy(N)	3.03E-03	7.87E-04	-3.50E-03	-1.17E-03	3.03E-03
Fz(N)	-2.93E+04	6.47E+03	4.43E+04	-1.71E+04	-2.93E+04
Fx(N)-Χρυσανθάκης	-2.95E+04	6.50E+03	4.45E+04	-1.70E+04	-2.95E+04
Fy(N)-Χρυσανθάκης	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fz(N)-Χρυσανθάκης	-2.95E+04	6.50E+03	4.45E+04	-1.70E+04	-2.95E+04

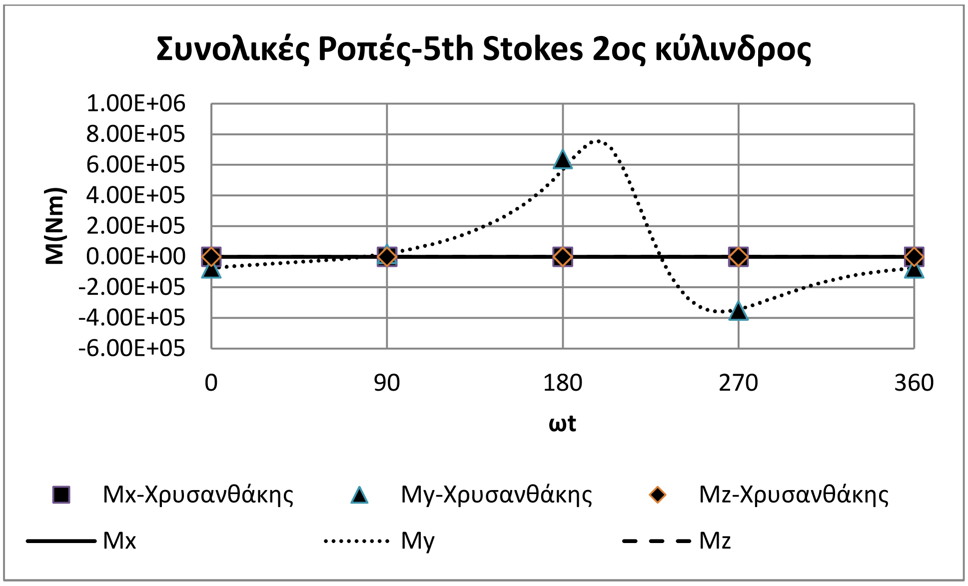


ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)	-1.49E+04	1.08E+03	6.02E+04	-2.91E+04	-1.49E+04
Fy(N)	2.27E-03	5.86E-04	-2.71E-03	5.21E-04	2.27E-03
Fz(N)	-1.49E+04	1.08E+03	6.02E+04	-2.91E+04	-1.49E+04
Fx(N)-Χρυσανθάκης	-1.45E+04	1.00E+03	6.40E+04	-2.90E+04	-1.45E+04
Fy(N)-Χρυσανθάκης	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fz(N)-Χρυσανθάκης	-1.45E+04	1.00E+03	6.40E+04	-2.90E+04	-1.45E+04

Συνολικές ροπές

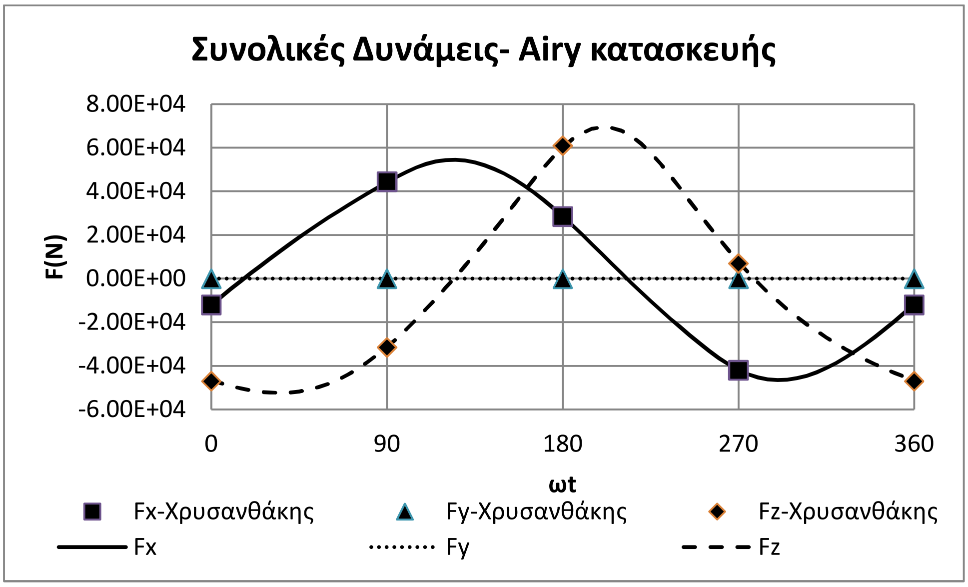


ωt	0	90	180	270	360
Mx(Nm)	1.01E-02	1.99E-03	-1.55E-02	-3.84E-03	1.01E-02
My(Nm)	-1.86E+05	7.26E+04	3.97E+05	-2.39E+05	-1.86E+05
Mz(Nm)	1.01E-02	1.99E-03	-1.55E-02	-3.84E-03	1.01E-02
Mx(Nm)-Χρυσανθάκης	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
My(Nm)-Χρυσανθάκης	-1.85E+05	7.00E+04	4.00E+05	-2.40E+05	-1.85E+05
Mz(Nm)-Χρυσανθάκης	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00

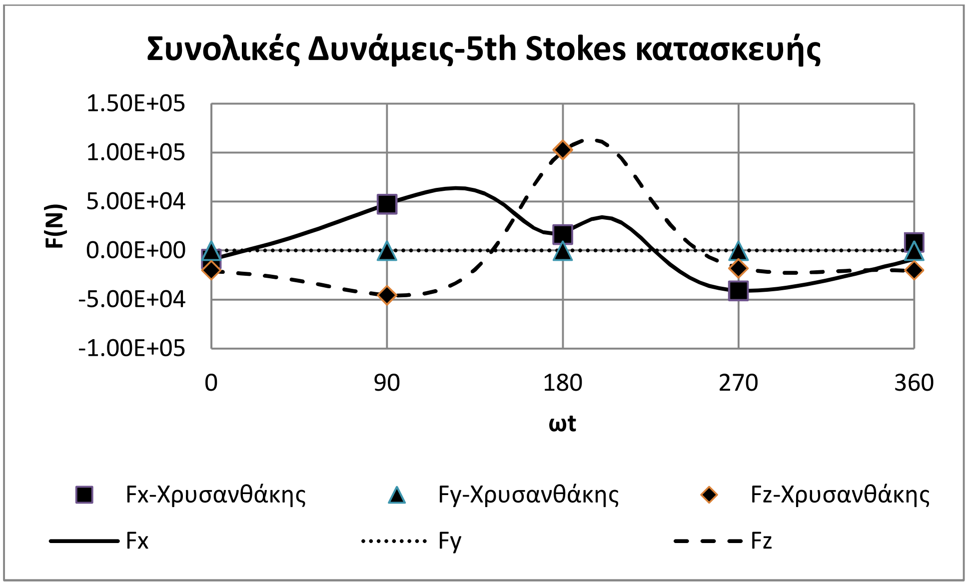


ωt	0	90	180	270	360
Mx(Nm)	7.11E-03	1.94E-03	-1.12E-02	6.81E-03	7.11E-03
My(Nm)	-7.43E+04	2.15E+04	5.69E+05	-3.43E+05	-7.43E+04
Mz(Nm)	7.11E-03	1.94E-03	-1.12E-02	6.81E-03	7.11E-03
Mx(Nm)-Χρυσανθάκης	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
My(Nm)-Χρυσανθάκης	-7.50E+04	2.00E+04	6.40E+05	-3.50E+05	-7.50E+04
Mz(Nm)-Χρυσανθάκης	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00

Συνολικές δυνάμεις στην κατασκευή

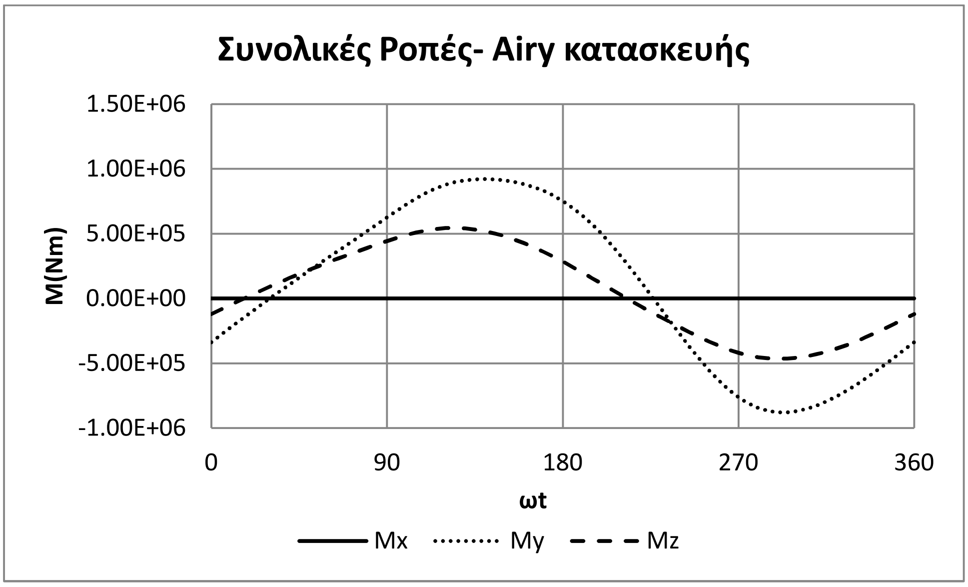


ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)	-1.21E+04	4.43E+04	2.84E+04	-4.18E+04	-1.21E+04
Fy(N)	3.03E-03	7.87E-04	-3.50E-03	-1.17E-03	3.03E-03
Fz(N)	-4.66E+04	-3.13E+04	6.02E+04	7.66E+03	-4.66E+04
Fx(N)-Χρυσανθάκης	-1.20E+04	4.45E+04	2.85E+04	-4.20E+04	-1.20E+04
Fy(N)-Χρυσανθάκης	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fz(N)-Χρυσανθάκης	-4.70E+04	-3.15E+04	6.10E+04	7.00E+03	-4.70E+04

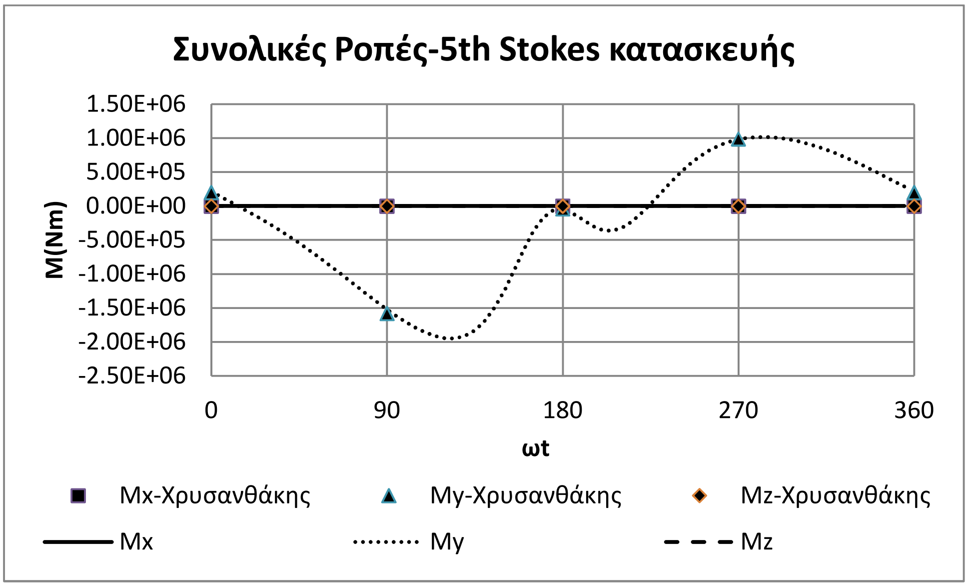


ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)	-8.80E+03	4.75E+04	1.91E+04	-4.08E+04	-8.80E+03
Fy(N)	2.27E-03	5.86E-04	-2.71E-03	5.21E-04	2.27E-03
Fz(N)	-2.10E+04	-4.54E+04	1.01E+05	-1.75E+04	-2.10E+04
Fx(N)-Χρυσανθάκης	-8.50E+03	4.75E+04	1.65E+04	-4.10E+04	8.50E+03
Fy(N)-Χρυσανθάκης	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fz(N)-Χρυσανθάκης	-2.00E+04	-4.55E+04	1.03E+05	-1.80E+04	-2.00E+04

Συνολικές ροπές στην κατασκευή



ωt	0	90	180	270	360
Mx(Nm)	4.04E-02	9.86E-03	-5.05E-02	-1.56E-02	4.04E-02
My(Nm)	-3.37E+05	6.26E+05	7.52E+05	-7.62E+05	-3.37E+05
Mz(Nm)	-1.21E+05	4.43E+05	2.84E+05	-4.18E+05	-1.21E+05

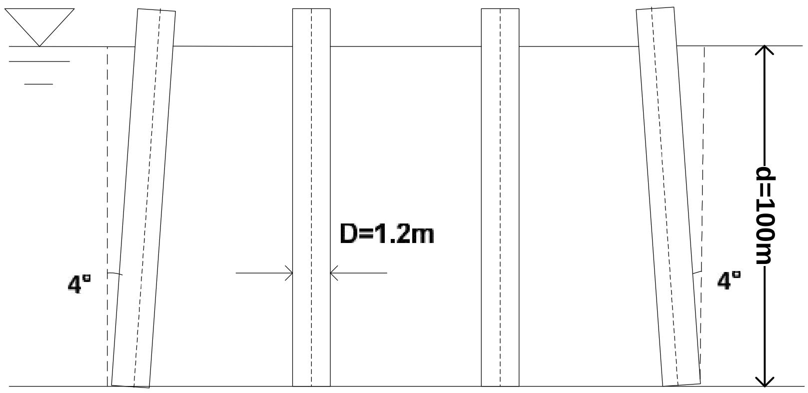


ωt	0	90	180	270	360
Mx(Nm)	2.98E-02	7.80E-03	-3.83E-02	1.20E-02	2.98E-02
My(Nm)	2.12E+05	-1.52E+06	-5.34E+04	9.81E+05	2.12E+05
Mz(Nm)	5.83E-02	1.51E-02	-7.21E-02	1.85E-02	5.83E-02
Mx(Nm)-Χρυσανθάκης	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
My(Nm)-Χρυσανθάκης	2.00E+05	-1.58E+06	-4.00E+04	9.90E+05	2.00E+05
Mz(Nm)-Χρυσανθάκης	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00

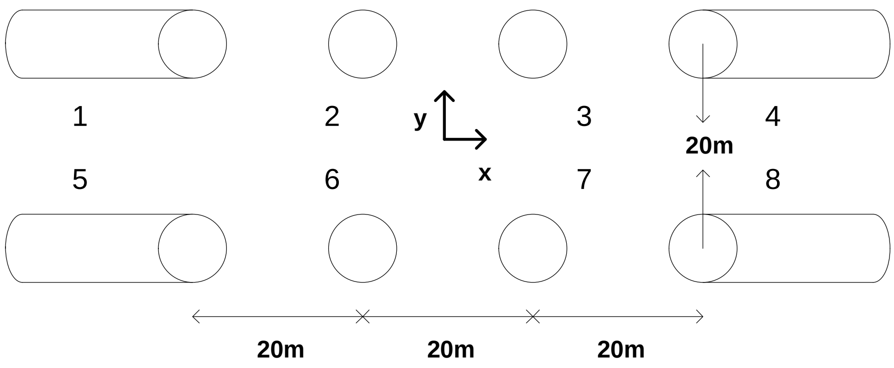
5.5 Διάταξη οκτώ κυλίνδρων

Σε θαλάσσια περιοχή βάθους $d = 100m$ είναι τοποθετημένη μια πλατφόρμα στήριξης τύπου “Jacket”. Η πλατφόρμα αποτελείται από οκτώ κυλίνδρους διατεταγμένους σε δύο παράλληλες τετράδες. Κάθε κύλινδρος έχει διάμετρο $D = 1.2m$ και απόσταση από κάθε γειτονικό του κύλινδρο ίση με $20m$. Ο πρώτος και ο τέταρτος κύλινδρος κάθε τετράδας έχει γωνία κλίσης με την κάθετο στον πυθμένα ίση με 4° και -4° αντίστοιχα.

Στην κατασκευή δρα κυματισμός με μήκος κύματος ª $= 341.2526m$ και ύψος $H = 15m$. Προσεγγίζοντας το κύμα με την γραμμική κυματική θεωρία Airy, αλλά και με τη θεωρία Stokes 5^{ης} τάξης, υπολογίζονται οι δυνάμεις και οι ροπές που ασκούνται στην κατασκευή.

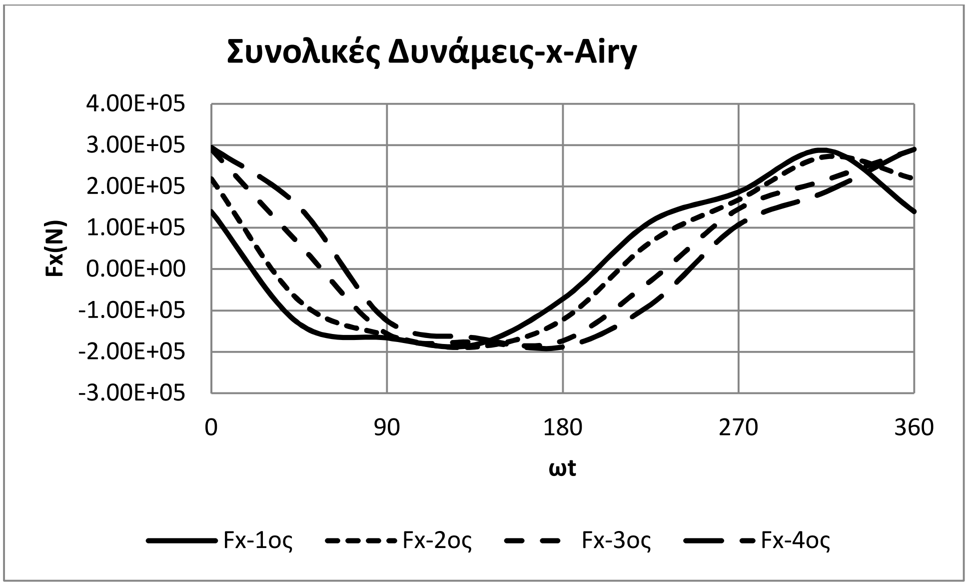


Εικόνα 5.5.1 Διάταξη οκτώ κυλίνδρων

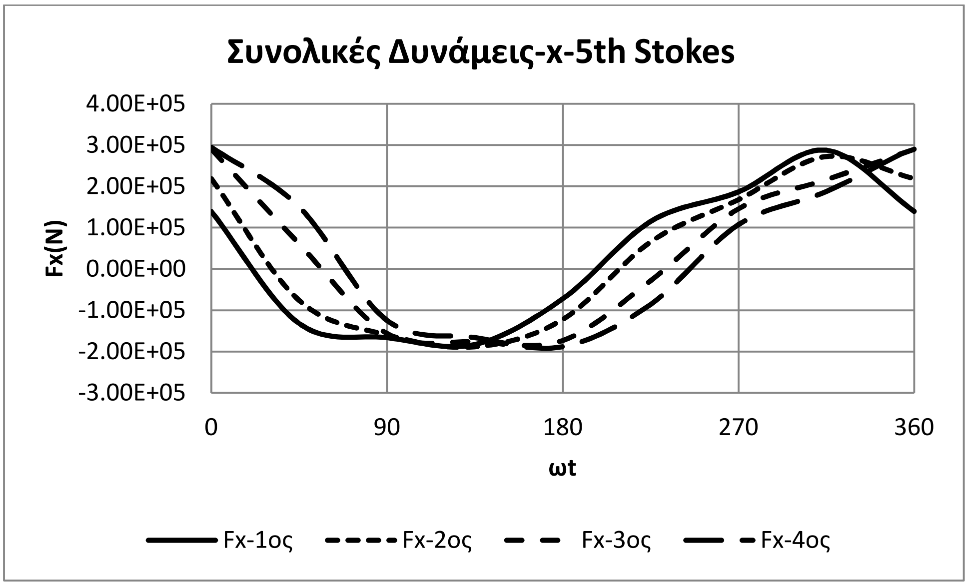


Εικόνα 5.5.2 Η κάτοψη της κατασκευής

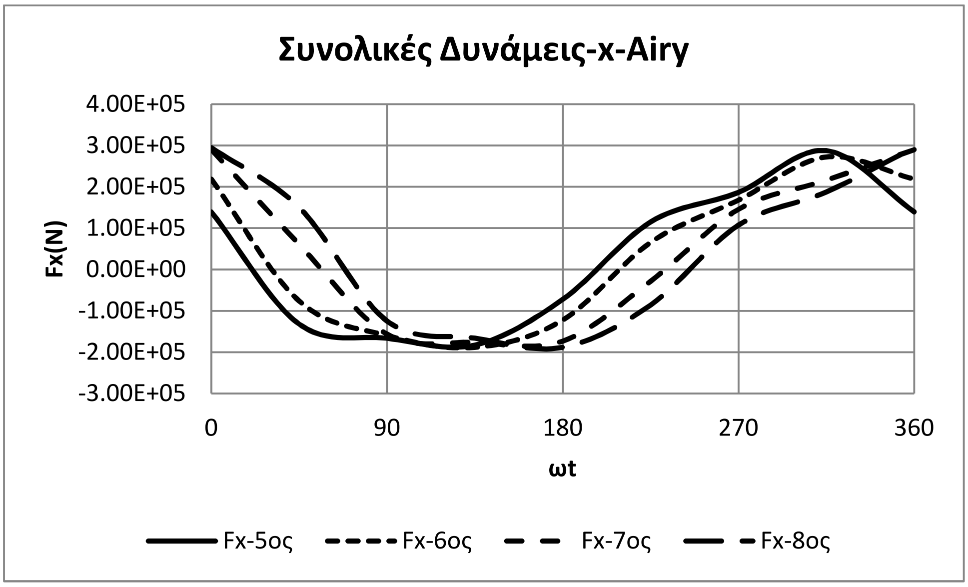
Συνολικές δυνάμεις



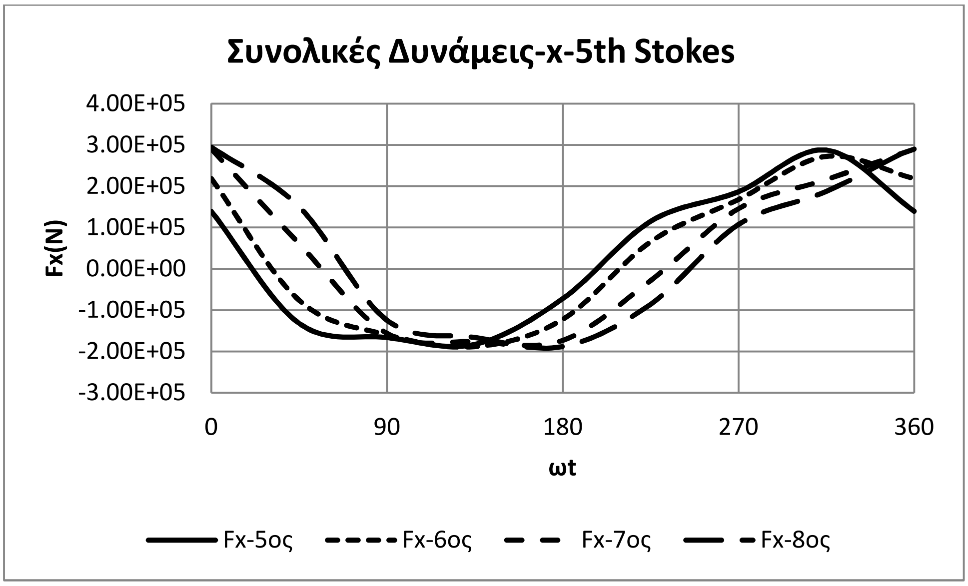
ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)-1ος	1.39E+05	-1.66E+05	-7.21E+04	1.86E+05	1.39E+05
Fx(N)-2ος	2.19E+05	-1.60E+05	-1.22E+05	1.68E+05	2.19E+05
Fx(N)-3ος	2.90E+05	-1.56E+05	-1.73E+05	1.45E+05	2.90E+05
Fx(N)-4ος	2.94E+05	-1.24E+05	-1.88E+05	1.07E+05	2.94E+05



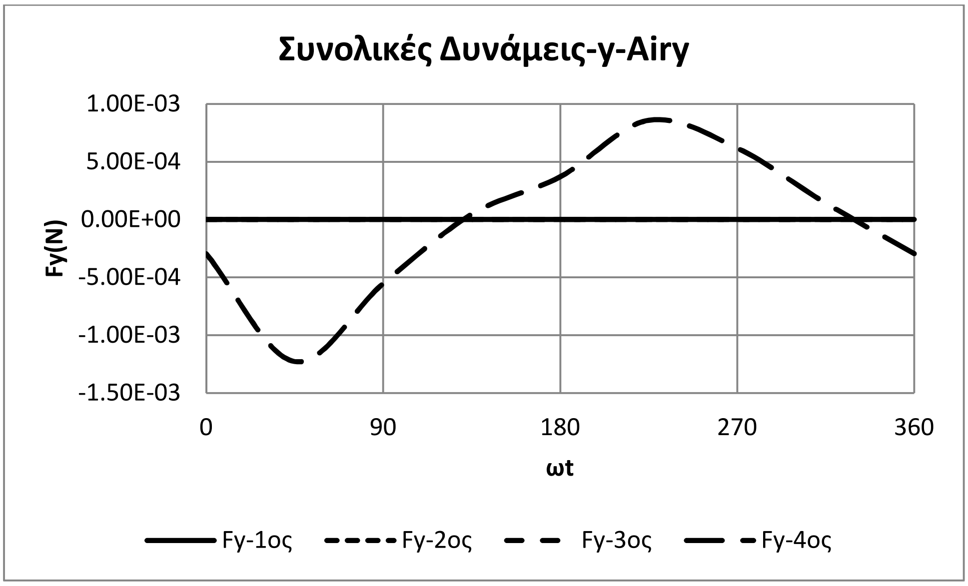
ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)-1ος	1.39E+05	-1.66E+05	-7.21E+04	1.86E+05	1.39E+05
Fx(N)-2ος	2.19E+05	-1.60E+05	-1.22E+05	1.68E+05	2.19E+05
Fx(N)-3ος	2.90E+05	-1.56E+05	-1.73E+05	1.45E+05	2.90E+05
Fx(N)-4ος	2.94E+05	-1.24E+05	-1.88E+05	1.07E+05	2.94E+05



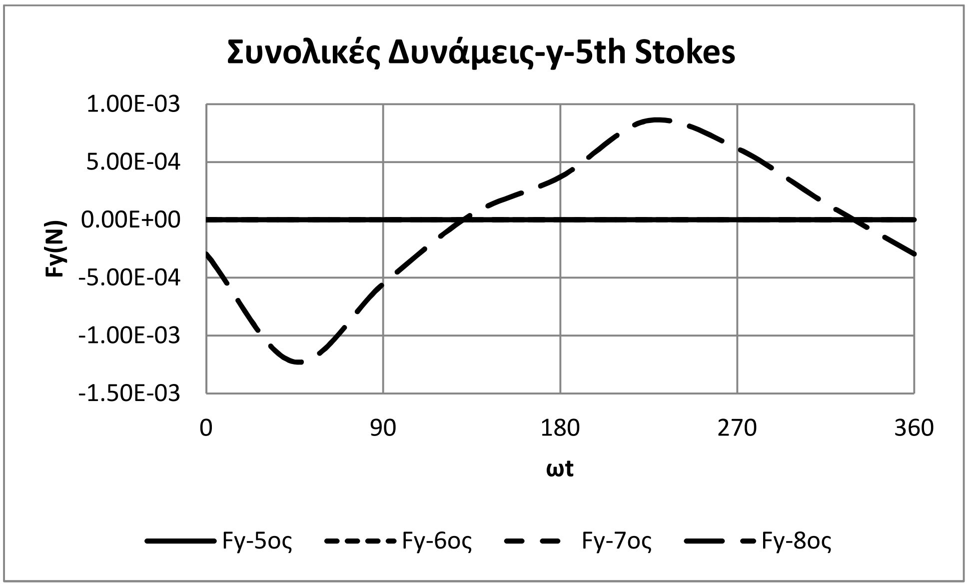
ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)-5ος	1.39E+05	-1.66E+05	-7.21E+04	1.86E+05	1.39E+05
Fx(N)-6ος	2.19E+05	-1.60E+05	-1.22E+05	1.68E+05	2.19E+05
Fx(N)-7ος	2.90E+05	-1.56E+05	-1.73E+05	1.45E+05	2.90E+05
Fx(N)-8ος	2.94E+05	-1.24E+05	-1.88E+05	1.07E+05	2.94E+05



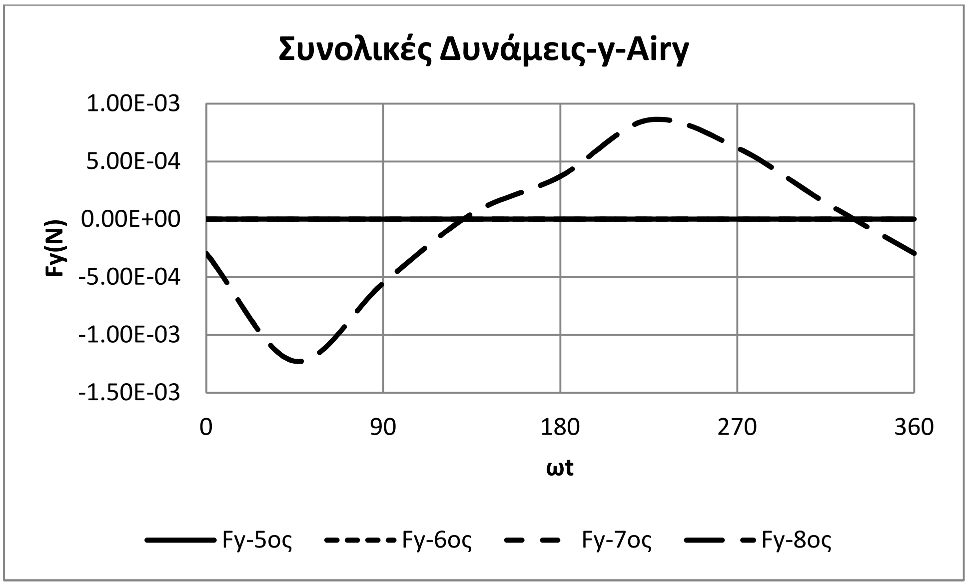
ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)-5ος	1.39E+05	-1.66E+05	-7.21E+04	1.86E+05	1.39E+05
Fx(N)-6ος	2.19E+05	-1.60E+05	-1.22E+05	1.68E+05	2.19E+05
Fx(N)-7ος	2.90E+05	-1.56E+05	-1.73E+05	1.45E+05	2.90E+05
Fx(N)-8ος	2.94E+05	-1.24E+05	-1.88E+05	1.07E+05	2.94E+05



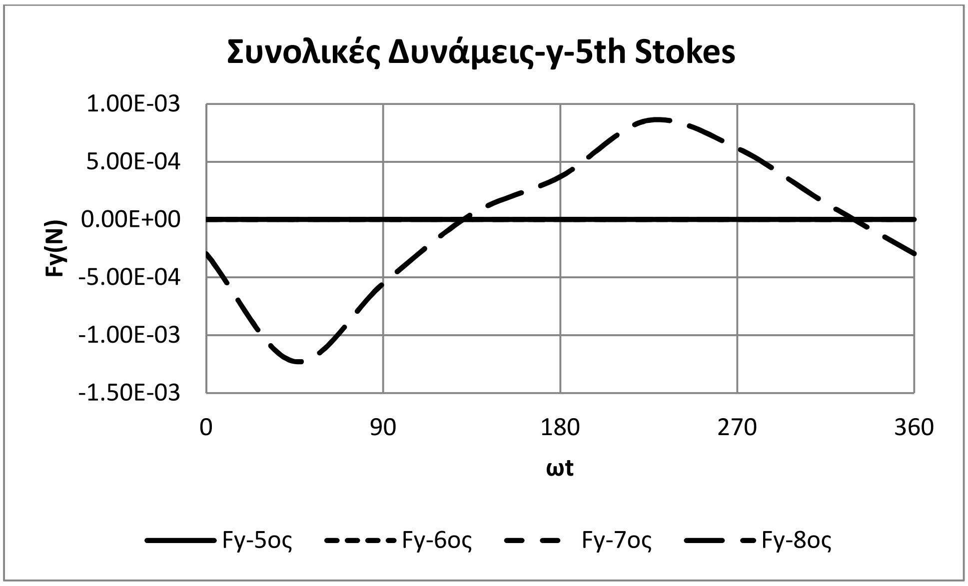
ωt	0	90	180	270	360
Fy(N)-1ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fy(N)-2ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fy(N)-3ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fy(N)-4ος	-2.95E-04	-5.53E-04	3.70E-04	6.17E-04	-2.95E-04



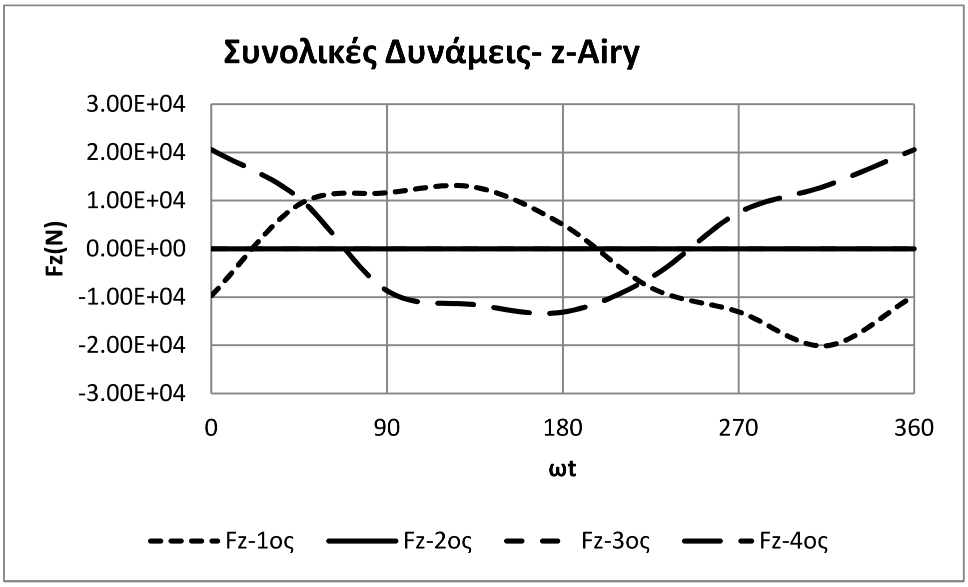
ωt	0	90	180	270	360
Fy(N)-1ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fy(N)-2ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fy(N)-3ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fy(N)-4ος	-2.95E-04	-5.53E-04	3.70E-04	6.17E-04	-2.95E-04



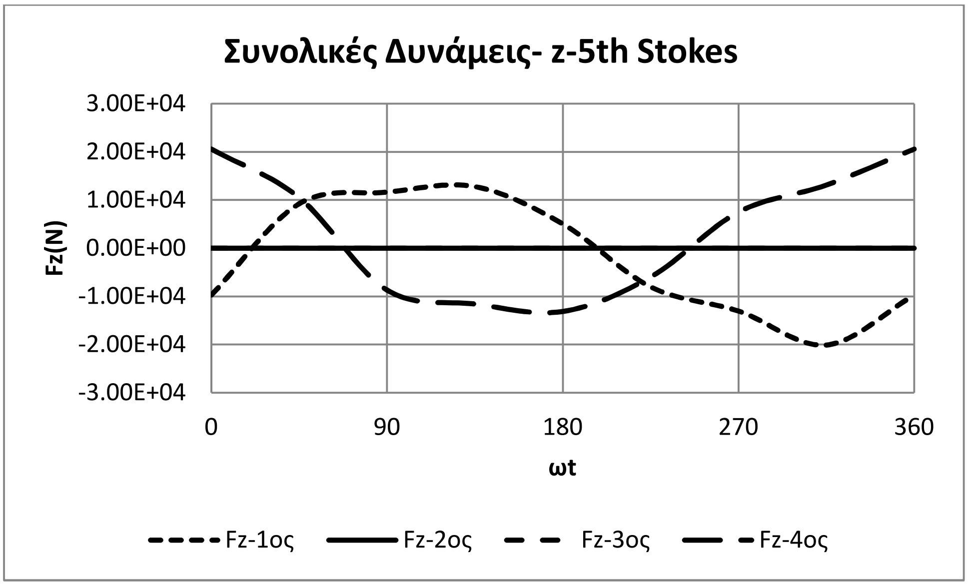
ωt	0	90	180	270	360
Fy(N)-5ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fy(N)-6ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fy(N)-7ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fy(N)-8ος	-2.95E-04	-5.53E-04	3.70E-04	6.17E-04	-2.95E-04



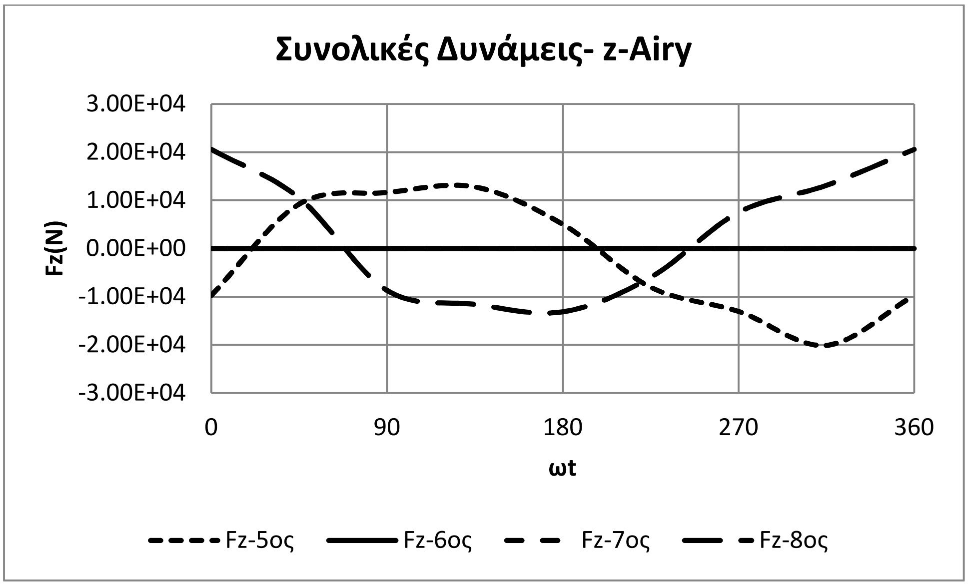
ωt	0	90	180	270	360
Fy(N)-5ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fy(N)-6ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fy(N)-7ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fy(N)-8ος	-2.95E-04	-5.53E-04	3.70E-04	6.17E-04	-2.95E-04



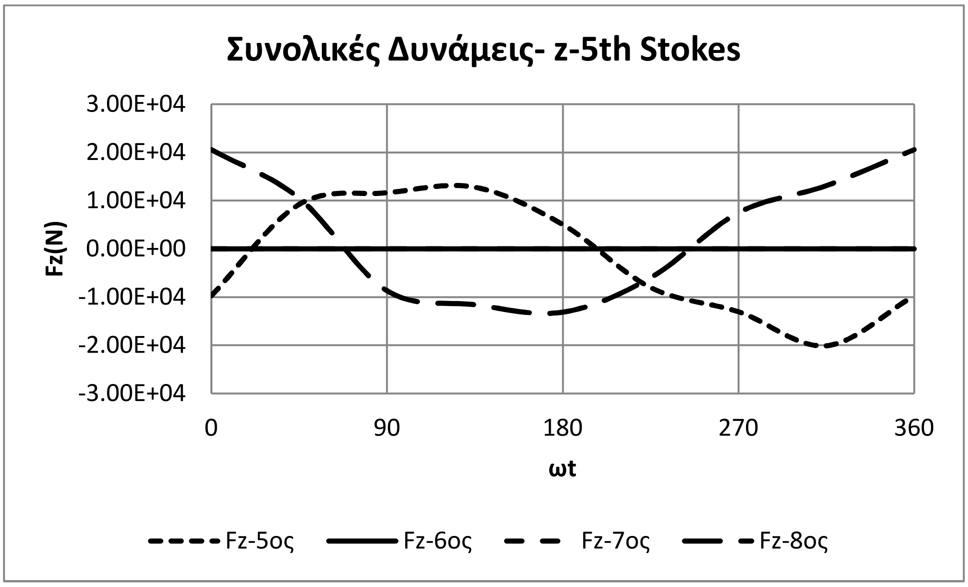
ωt	0	90	180	270	360
Fz(N)-1ος	-9.73E+03	1.16E+04	5.04E+03	-1.30E+04	-9.73E+03
Fz(N)-2ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fz(N)-3ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fz(N)-4ος	2.06E+04	-8.69E+03	-1.32E+04	7.50E+03	2.06E+04



ωt	0	90	180	270	360
Fz(N)-1ος	-9.73E+03	1.16E+04	5.04E+03	-1.30E+04	-9.73E+03
Fz(N)-2ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fz(N)-3ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fz(N)-4ος	2.06E+04	-8.69E+03	-1.32E+04	7.50E+03	2.06E+04

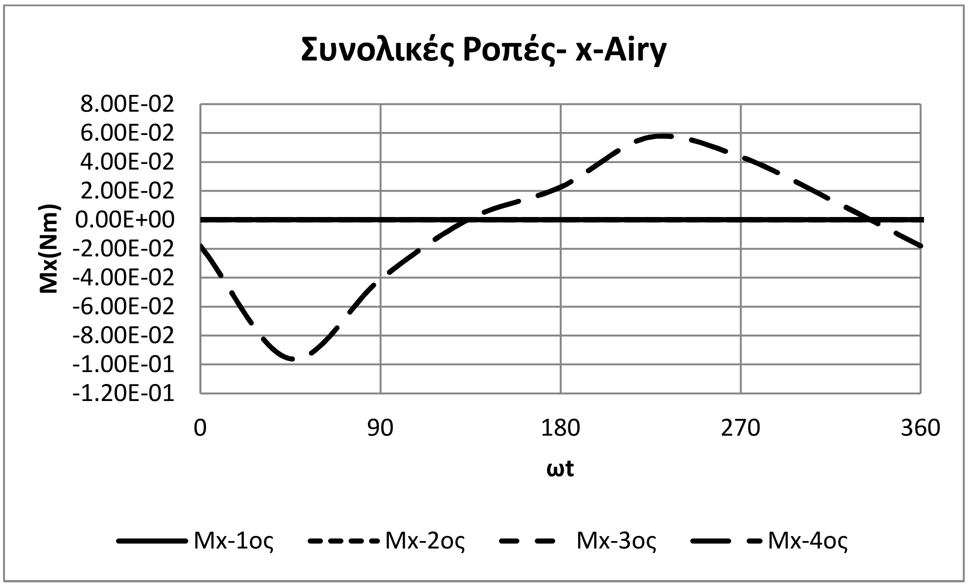


ωt	0	90	180	270	360
Fz(N)-5ος	-9.73E+03	1.16E+04	5.04E+03	-1.30E+04	-9.73E+03
Fz(N)-6ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fz(N)-7ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fz(N)-8ος	2.06E+04	-8.69E+03	-1.32E+04	7.50E+03	2.06E+04

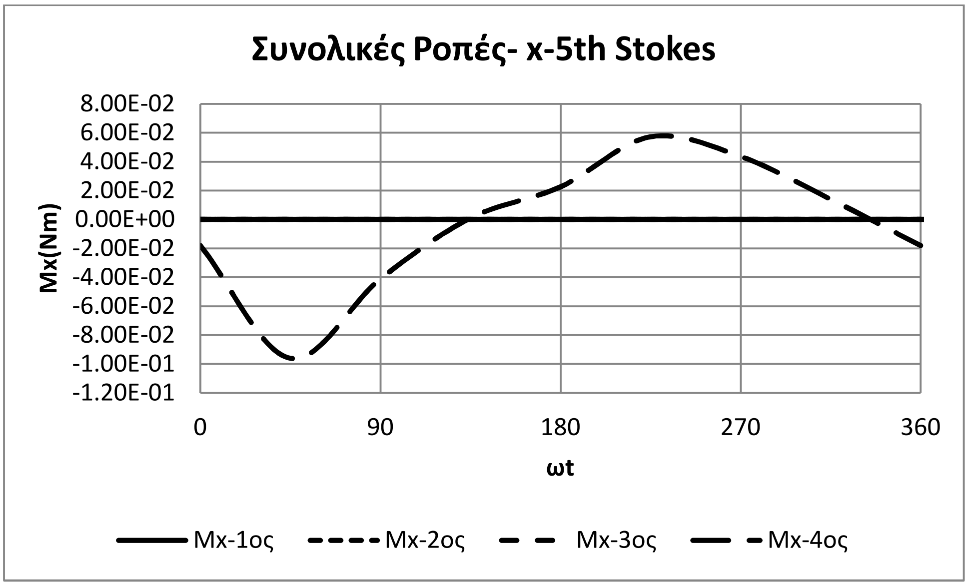


ωt	0	90	180	270	360
Fz(N)-5ος	-9.73E+03	1.16E+04	5.04E+03	-1.30E+04	-9.73E+03
Fz(N)-6ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fz(N)-7ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fz(N)-8ος	2.06E+04	-8.69E+03	-1.32E+04	7.50E+03	2.06E+04

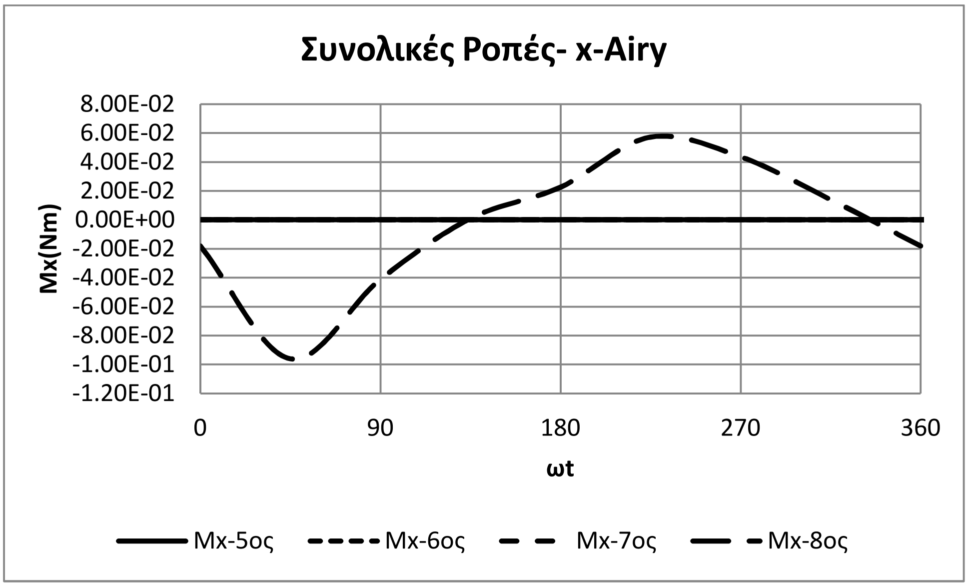
Συνολικές ροπές



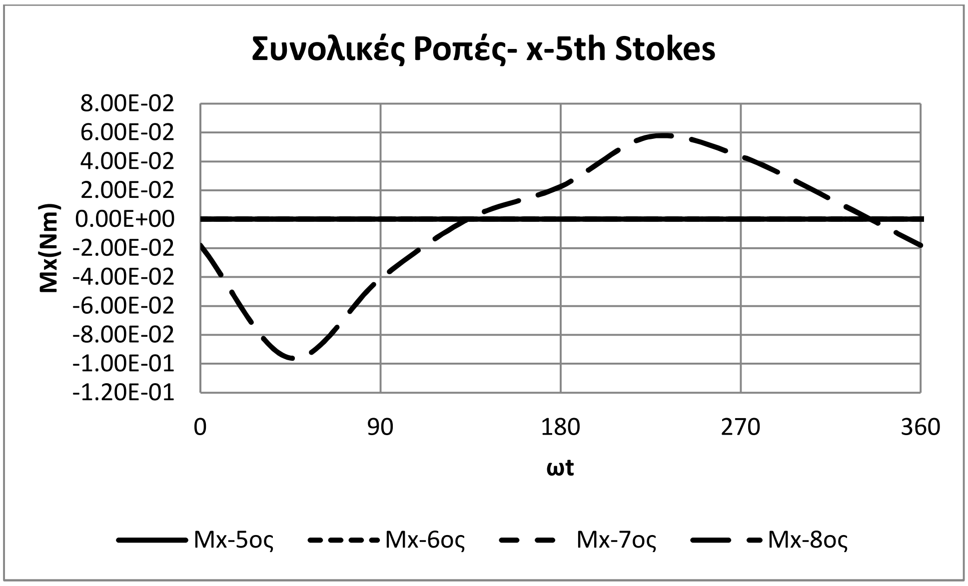
ωt	0	90	180	270	360
Mx(Nm)-1ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Mx(Nm)-2ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Mx(Nm)-3ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Mx(Nm)-4ος	-1.80E-02	-4.09E-02	2.26E-02	4.36E-02	-1.80E-02



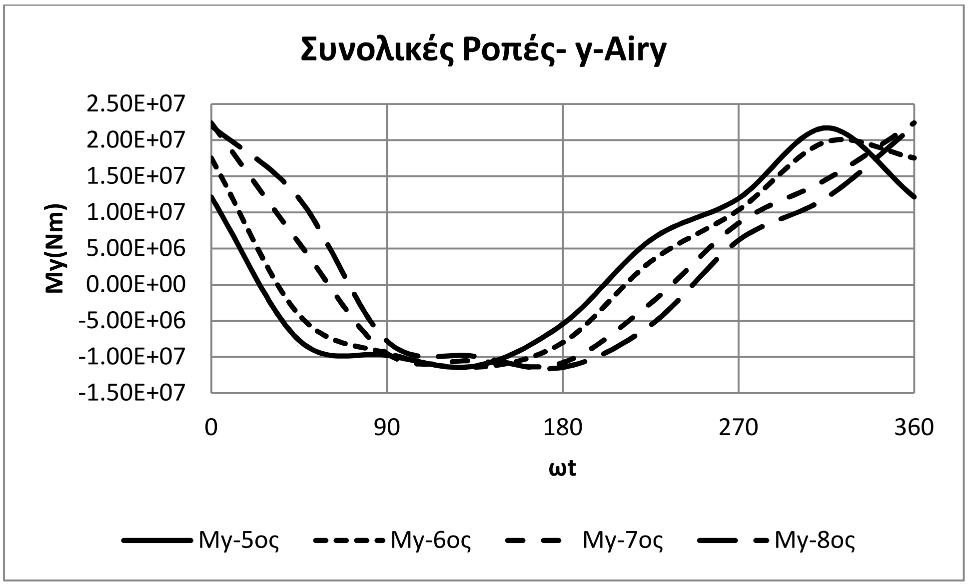
ωt	0	90	180	270	360
Mx(Nm)-1ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Mx(Nm)-2ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Mx(Nm)-3ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Mx(Nm)-4ος	-1.80E-02	-4.09E-02	2.26E-02	4.36E-02	-1.80E-02



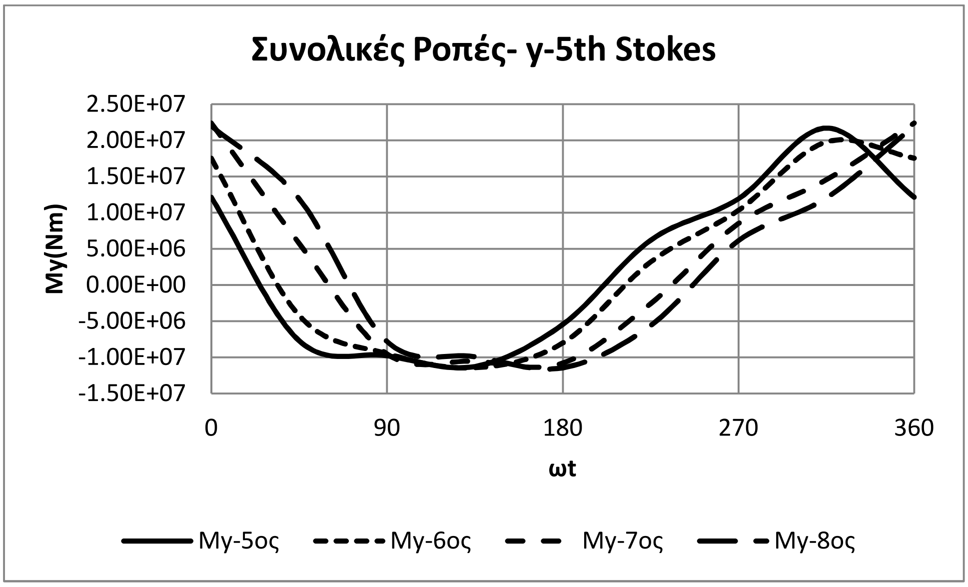
ωt	0	90	180	270	360
Mx(Nm)-5ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Mx(Nm)-6ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Mx(Nm)-7ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Mx(Nm)-8ος	-1.80E-02	-4.09E-02	2.26E-02	4.36E-02	-1.80E-02



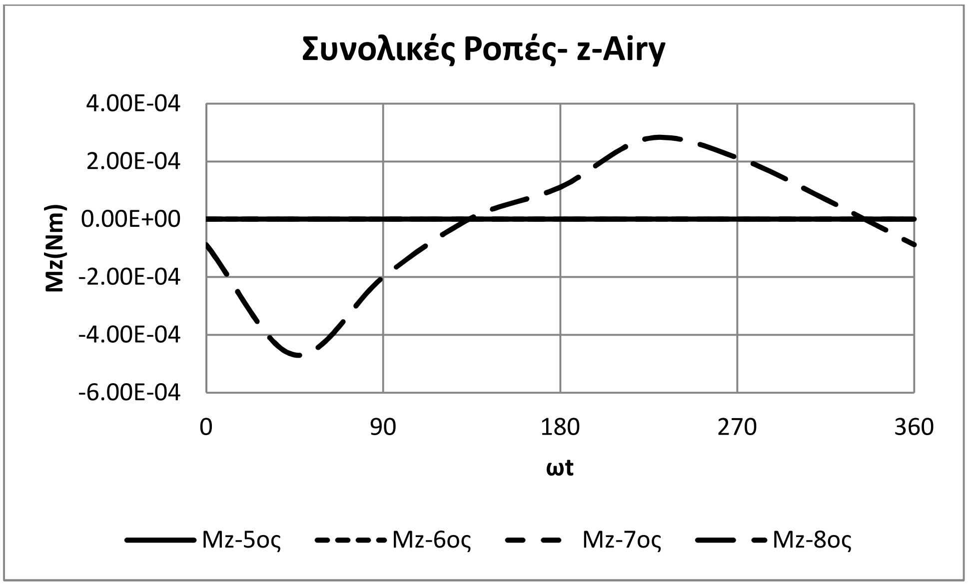
ωt	0	90	180	270	360
Mx(Nm)-5ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Mx(Nm)-6ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Mx(Nm)-7ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Mx(Nm)-8ος	-1.80E-02	-4.09E-02	2.26E-02	4.36E-02	-1.80E-02



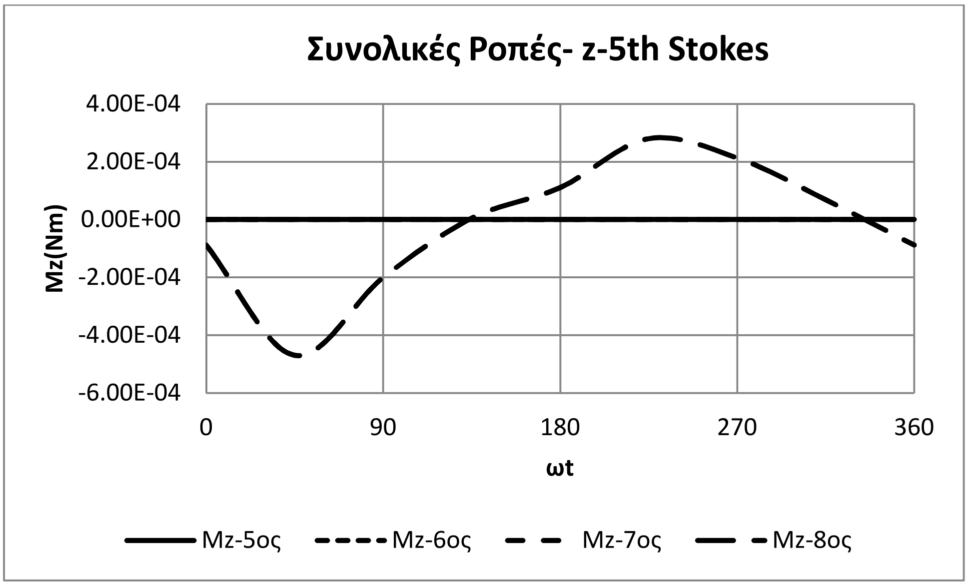
ωt	0	90	180	270	360
My(Nm)-5ος	1.21E+07	-9.79E+06	-5.47E+06	1.19E+07	1.21E+07
My(Nm)-6ος	1.75E+07	-9.49E+06	-8.03E+06	1.03E+07	1.75E+07
My(Nm)-7ος	2.24E+07	-9.54E+06	-1.08E+07	8.49E+06	2.24E+07
My(Nm)-8ος	2.20E+07	-7.81E+06	-1.15E+07	6.13E+06	2.20E+07



ωt	0	90	180	270	360
My(Nm)-5ος	1.21E+07	-9.79E+06	-5.47E+06	1.19E+07	1.21E+07
My(Nm)-6ος	1.75E+07	-9.49E+06	-8.03E+06	1.03E+07	1.75E+07
My(Nm)-7ος	2.24E+07	-9.54E+06	-1.08E+07	8.49E+06	2.24E+07
My(Nm)-8ος	2.20E+07	-7.81E+06	-1.15E+07	6.13E+06	2.20E+07

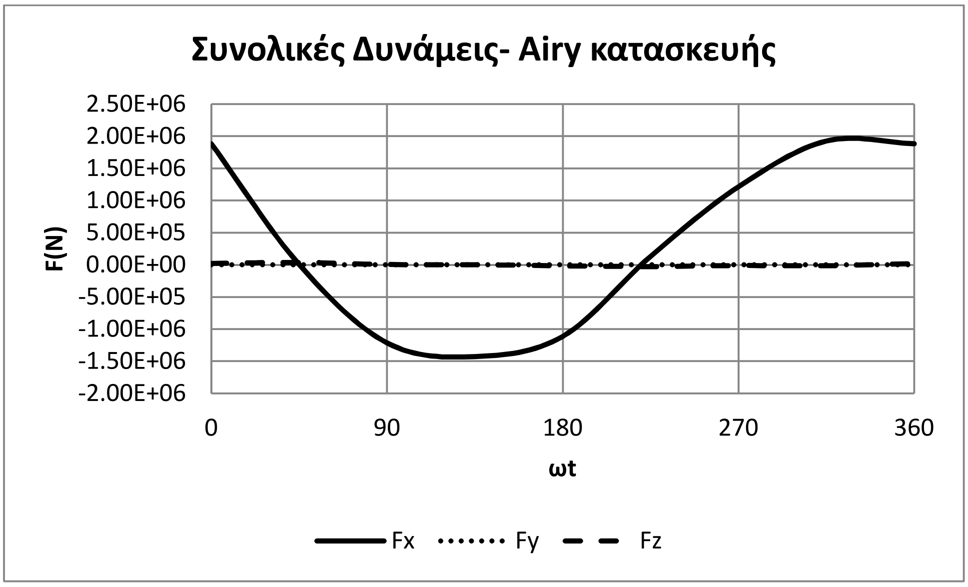


ωt	0	90	180	270	360
Mz(Nm)-5ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Mz(Nm)-6ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Mz(Nm)-7ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Mz(Nm)-8ος	-8.82E-05	-2.00E-04	1.11E-04	2.13E-04	-8.82E-05

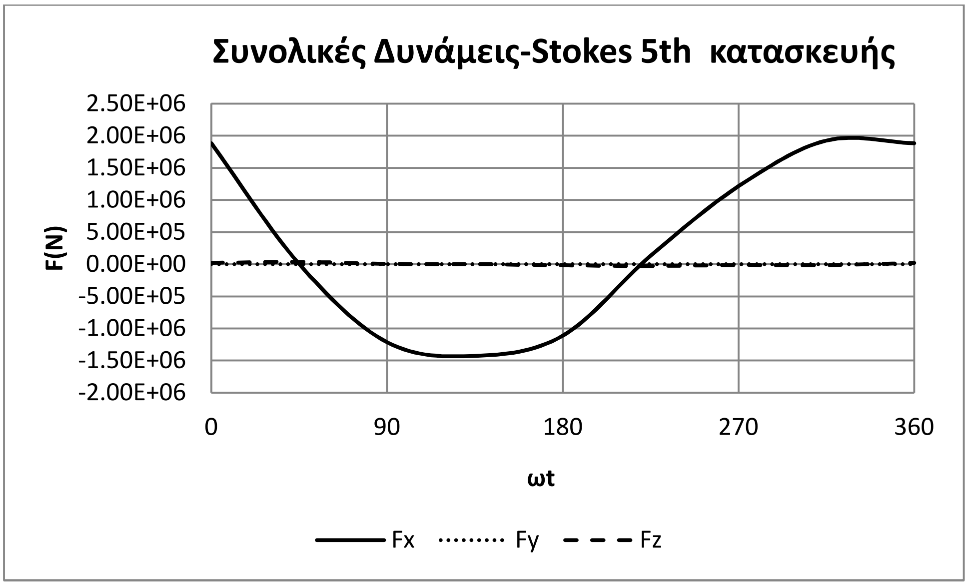


ωt	0	90	180	270	360
Mz(Nm)-5ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Mz(Nm)-6ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Mz(Nm)-7ος	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Mz(Nm)-8ος	-8.82E-05	-2.00E-04	1.11E-04	2.13E-04	-8.82E-05

Συνολικές δυνάμεις στην κατασκευή



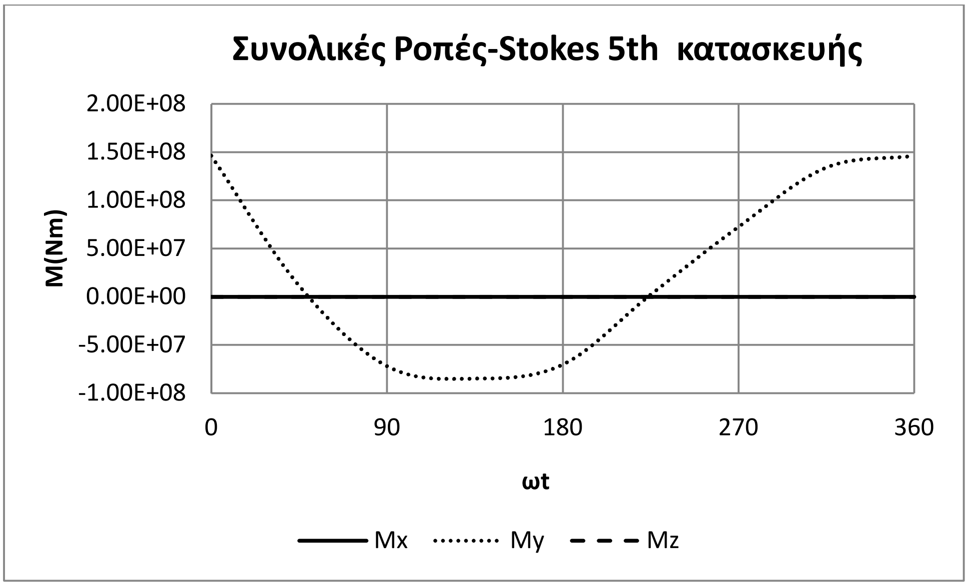
ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)	1.88E+06	-1.21E+06	-1.11E+06	1.21E+06	1.88E+06
Fy(N)	-5.90E-04	-1.11E-03	7.39E-04	1.23E-03	-5.90E-04
Fz(N)	2.17E+04	5.86E+03	-1.62E+04	-1.11E+04	2.17E+04



ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)	1.88E+06	-1.21E+06	-1.11E+06	1.21E+06	1.88E+06
Fy(N)	-5.90E-04	-1.11E-03	7.39E-04	1.23E-03	-5.90E-04
Fz(N)	2.17E+04	5.86E+03	-1.62E+04	-1.11E+04	2.17E+04

Συνολικές ροπές στην κατασκευή

ωt	0	90	180	270	360
Mx(Nm)	-3.37E-02	-8.19E-02	4.22E-02	8.85E-02	-3.37E-02
My(Nm)	1.46E+08	-7.20E+07	-7.04E+07	7.25E+07	1.46E+08
Mz(Nm)	-6.34E-01	-6.73E-01	7.37E-02	2.53E-01	5.36E-02

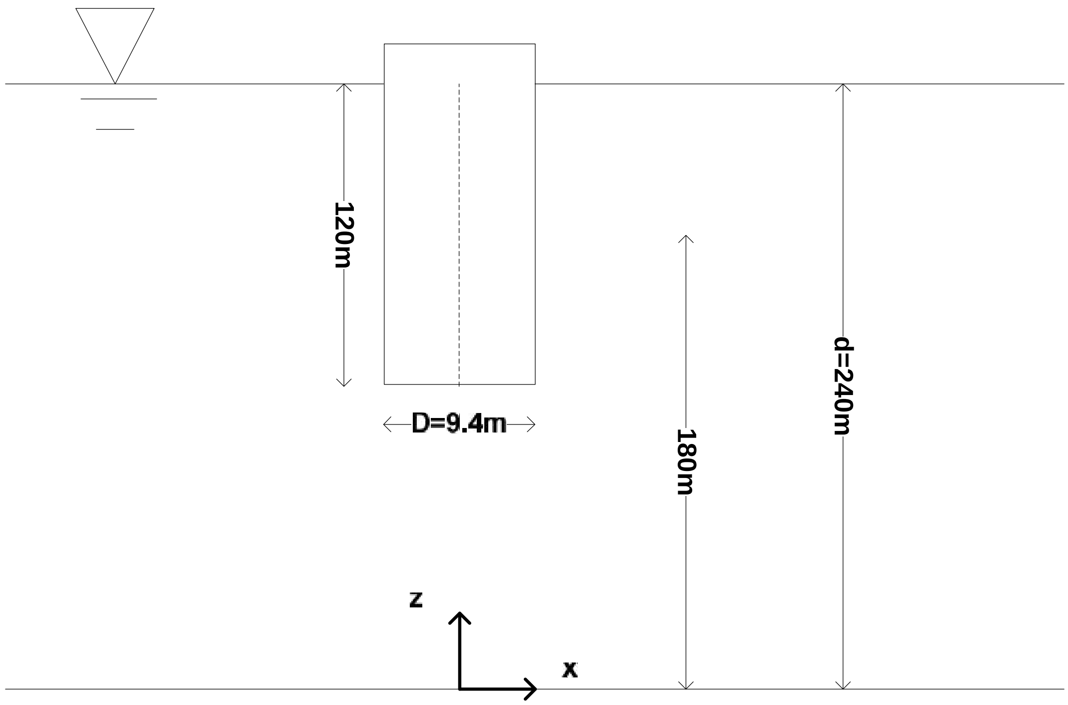


ωt	0	90	180	270	360
Mx(Nm)	-3.37E-02	-8.19E-02	4.22E-02	8.85E-02	-3.37E-02
My(Nm)	1.46E+08	-7.20E+07	-7.04E+07	7.25E+07	1.46E+08
Mz(Nm)	-6.34E-01	-6.73E-01	7.37E-02	2.53E-01	5.36E-02

5.6 Κάθετος πλωτήρας

Σε βάθος νερού $d = 240m$ βρίσκεται κυλινδρικός, κάθετος πλωτήρας διαμέτρου $D = 9.4m$ με το βυθισμένο τμήμα του να έχει μήκος $120m$. Σε αυτόν δρα κυματισμός μήκους κύματος a $= 290m$ και ύψους $H = 20m$.

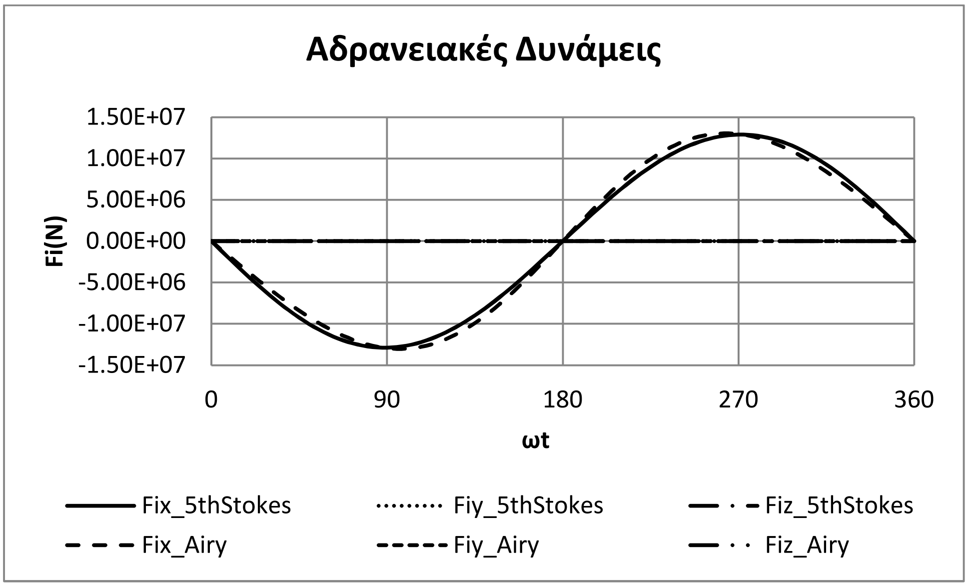
Προσεγγίζοντας το κύμα με την γραμμική κυματική θεωρία Airy, αλλά και με τη θεωρία Stokes 5ης τάξης, υπολογίζονται οι δυνάμεις και οι ροπές που ασκούνται στην κατασκευή στο κέντρο του κυλίνδρου($x_G = 0.0m, y_G = 0.0m, z_G = 180m$).



Εικόνα 5.6 Κάθετος πλωτήρας

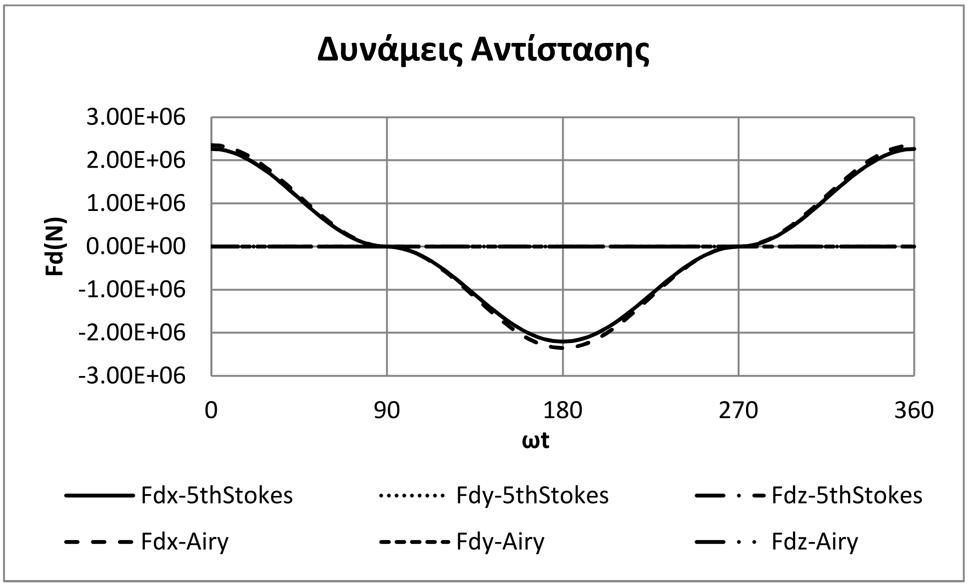
Η περιοχή ολοκλήρωσης ορίζεται στο αρχείο των δεδομένων ως IFPART=21, καθώς γίνονται οι υπολογισμοί από το κατώτατο σημείο του κυλίνδρου ($x_0 = 0.0m, y_0 = 0.0m, z_0 = 120m$) έως την ελεύθερη επιφάνεια.

Αδρανειακές δυνάμεις



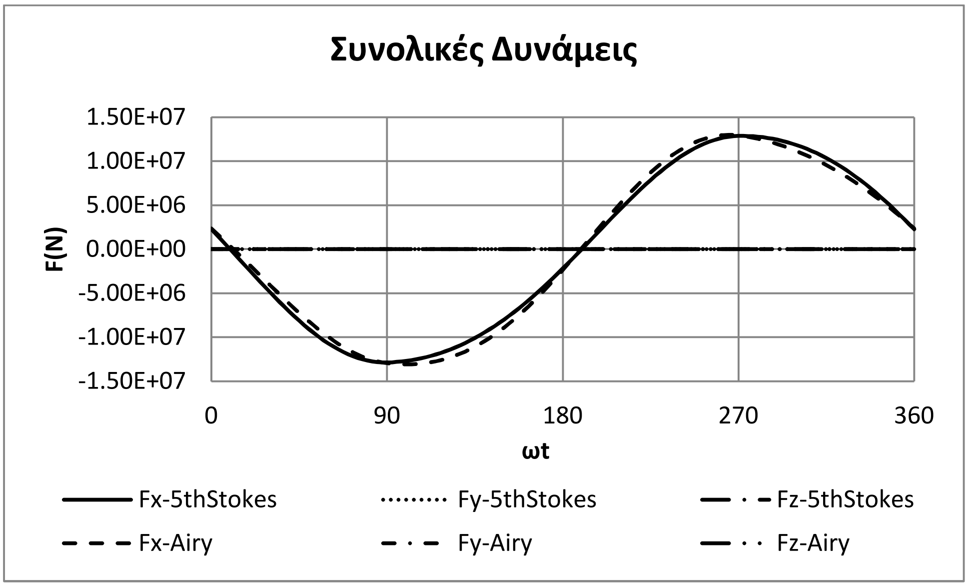
ωt	0	90	180	270	360
Fix(N)-5thStokes	0.00E+00	-1.29E+07	1.10E+00	1.29E+07	-2.30E+00
Fiy(N)-5thStokes	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fiz(N)-5thStokes	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fix(N)-Airy	0.00E+00	-1.29E+07	1.26E+00	1.29E+07	-2.00E+00
Fiy(N)-Airy	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fiz(N)-Airy	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00

Δυνάμεις αντίστασης



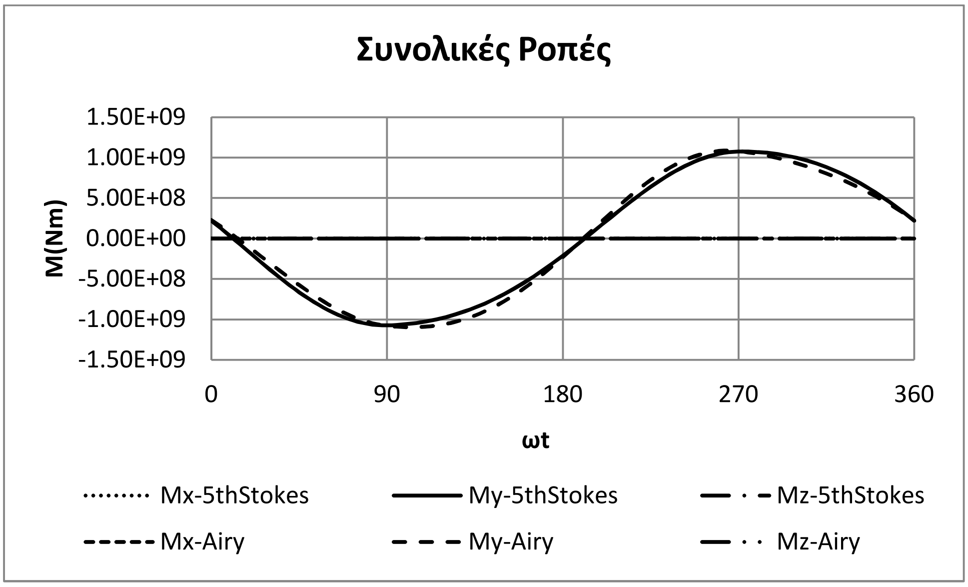
ωt	0	90	180	270	360
Fdx(N)-5thStokes	2.26E+06	-1.10E+02	-2.20E+06	-1.10E+02	2.26E+06
Fdy(N)-5thStokes	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fdz(N)-5thStokes	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fdx(N)-Airy	2.35E+06	-4.50E-09	-2.35E+06	3.35E-10	2.35E+06
Fdy(N)-Airy	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fdz(N)-Airy	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00

Συνολικές δυνάμεις



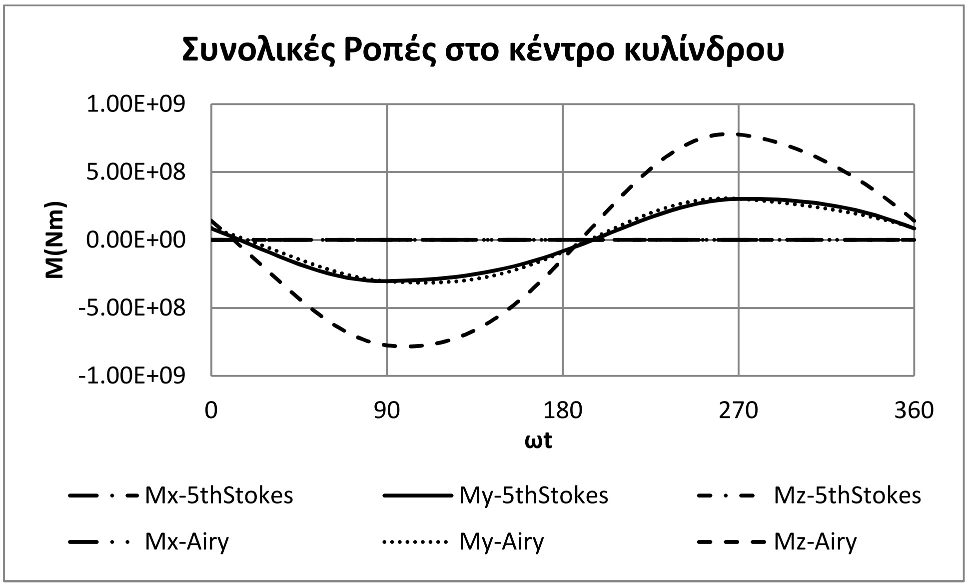
ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)-5thStokes	2.26E+06	-1.29E+07	-2.20E+06	1.29E+07	2.26E+06
Fy(N)-5thStokes	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fz(N)-5thStokes	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fx(N)-Airy	2.35E+06	-1.29E+07	-2.35E+06	1.29E+07	2.35E+06
Fy(N)-Airy	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Fz(N)-Airy	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00

Συνολικές ροπές



ωt	0	90	180	270	360
Mx(Nm)-5thStokes	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
My(Nm)-5thStokes	2.21E+08	-1.07E+09	-2.15E+08	1.07E+09	2.21E+08
Mz(Nm)-5thStokes	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Mx(Nm)-Airy	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
My(Nm)-Airy	2.30E+08	-1.08E+09	-2.30E+08	1.08E+09	2.30E+08
Mz(Nm)-Airy	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00

Συνολικές ροπές στο κέντρο του κυλίνδρου



ωt	0	90	180	270	360
Mx(Nm)-5thStokes	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
My(Nm)-5thStokes	8.52E+07	-3.02E+08	-8.26E+07	3.02E+08	8.52E+07
Mz(Nm)-5thStokes	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Mx(Nm)-Airy	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
My(Nm)-Airy	8.84E+07	-3.03E+08	-8.84E+07	3.03E+08	8.84E+07
Mz(Nm)-Airy	1.41E+08	-7.76E+08	-1.41E+08	7.76E+08	1.41E+08

Οι συνολικές δυνάμεις στο κέντρο του κυλίνδρου είναι ακριβώς ίδιες με τις συνολικές δυνάμεις που δέχεται ολόκληρος ο κύλινδρος για αυτό και δεν παρουσιάζονται ξεχωριστά. Αντίθετα, παρατηρείται διαφορά στις τιμές των ροπών που ασκούνται σε ολόκληρο τον κύλινδρο και στο κέντρο του.

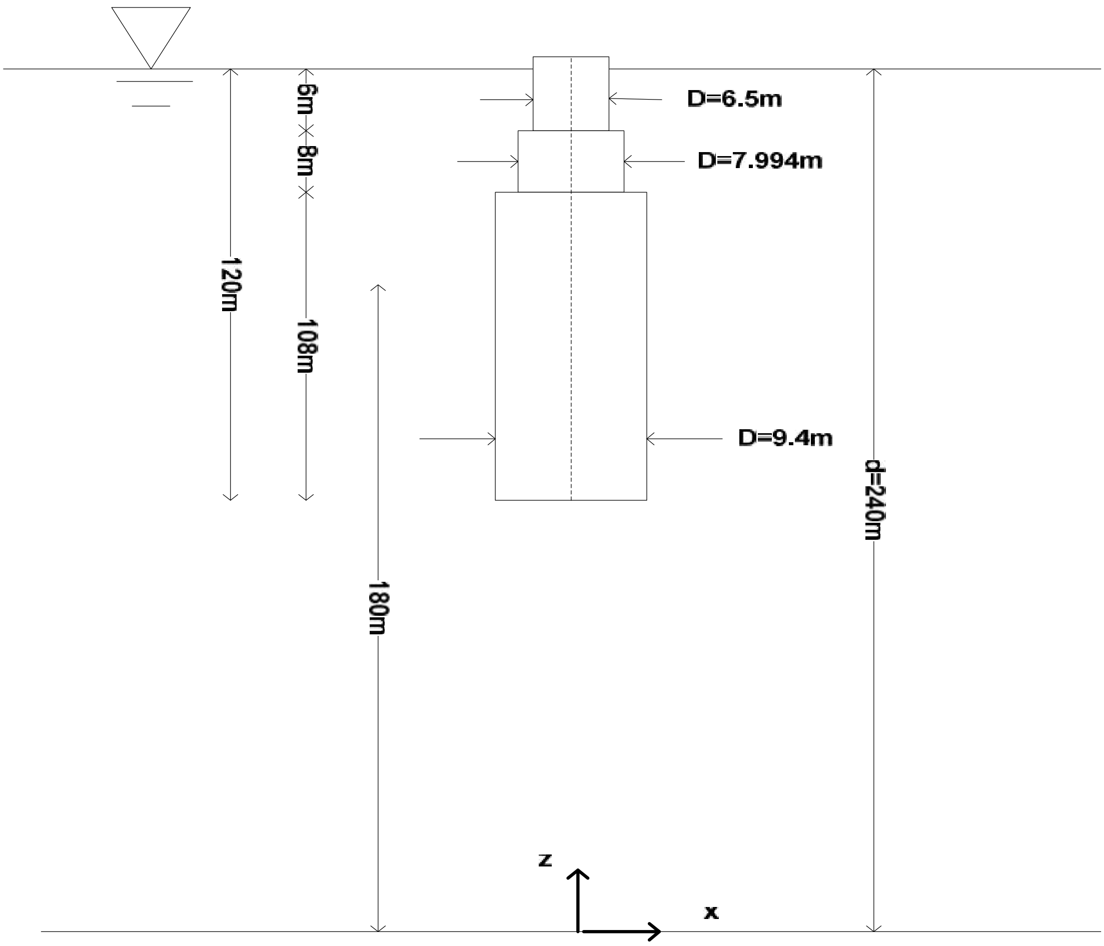
5.7 Κάθετος σύνθετος πλωτήρας

Σε βάθος νερού $d = 240m$ βρίσκεται κυλινδρικός, κάθετος πλωτήρας που αποτελείται από τρία επί μέρους τμήματα διαμέτρων $D = 9.4m$, $D = 7.994m$ και $D = 6.5m$ με το βυθισμένο τμήμα του να έχει μήκος $120m$. Σε αυτόν δρα κυματισμός μήκους κύματος a $= 290m$ και ύψους $H = 20m$.

Προσεγγίζοντας το κύμα με την θεωρία Stokes 5^{ης} τάξης και τη θεωρία Airy, υπολογίζονται οι δυνάμεις και οι ροπές που ασκούνται στην κατασκευή στο κέντρο του κυλίνδρου

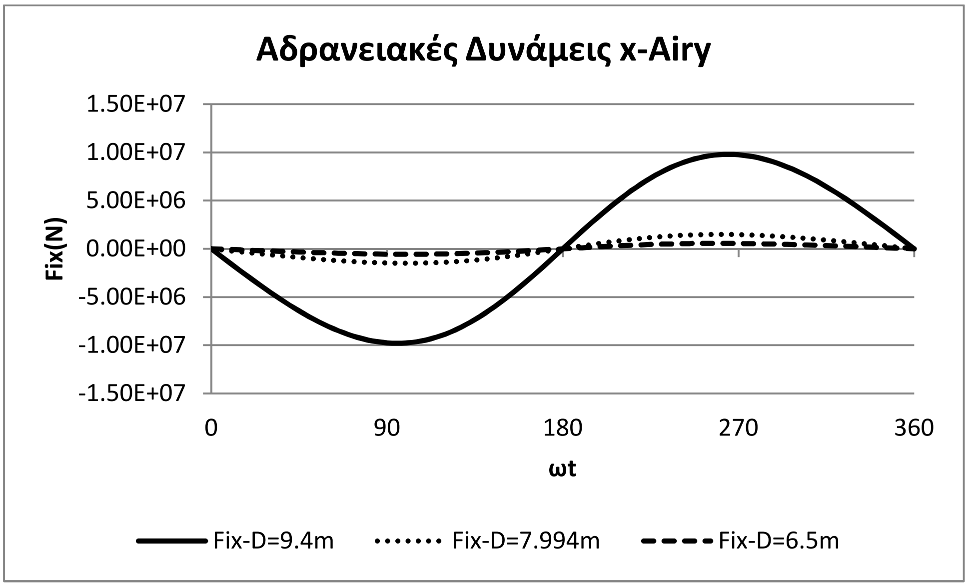
($x_G = 0.0m, y_G = 0.0m, z_G = 180m$).

Γίνονται συγκρίσεις μέσω κοινών διαγραμμάτων για τις συνολικές δυνάμεις και ροπές ως προς το ίδιο σημείο υπολογισμού των αποτελεσμάτων του κάθετου πλωτήρα τριών τμημάτων με τα αντίστοιχα αποτελέσματα του κάθετου πλωτήρα.

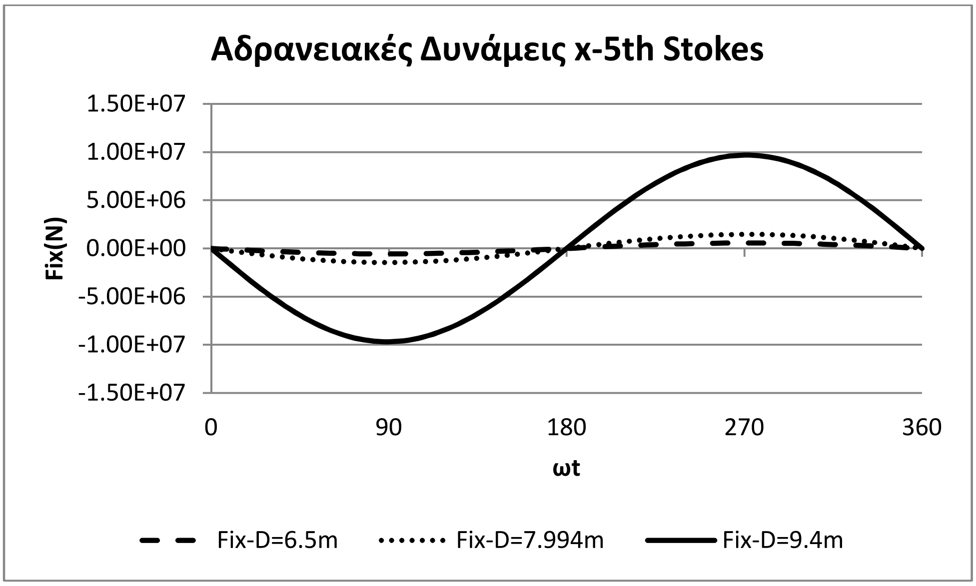


Εικόνα 5.7 Σύνθετος πλωτήρας

Αδρανειακές δυνάμεις

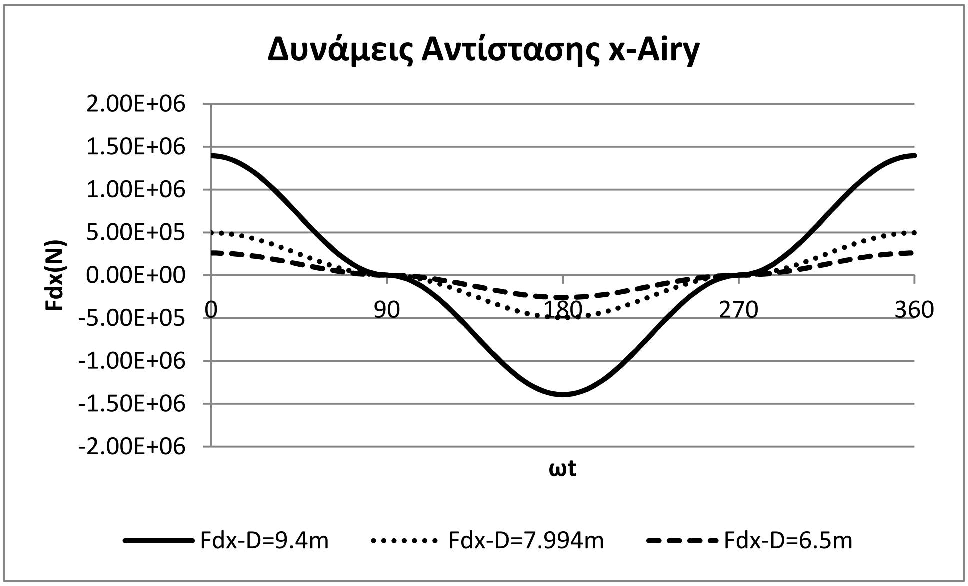


ωt	0	90	180	270	360
Fix(N) για D=9.4m	0.00E+00	-9.74E+06	9.30E-01	9.74E+06	-1.55E+00
Fix(N)για D=7.994m	0.00E+00	-1.47E+06	1.53E-01	1.47E+06	-2.11E-01
Fix(N) για D=6.5m	0.00E+00	-5.55E+05	5.86E-02	5.55E+05	-7.68E-02

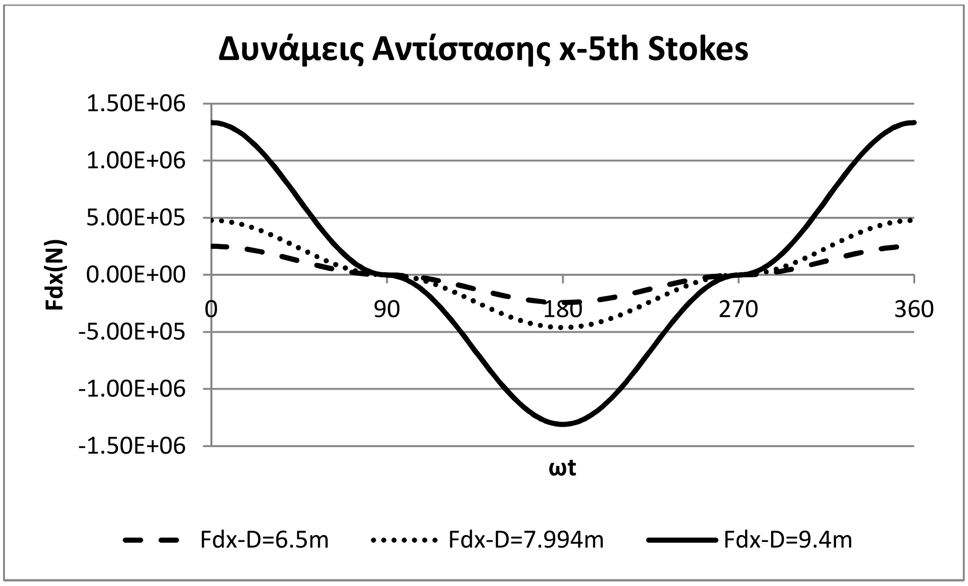


ωt	0	90	180	270	360
Fix(N) για D=9.4m	0.00E+00	-9.70E+06	8.35E-01	9.70E+06	-1.73E+00
Fix(N)για D=7.994m	0.00E+00	-1.47E+06	1.24E-01	1.47E+06	-2.66E-01
Fix(N) για D=6.5m	0.00E+00	-5.51E+05	4.66E-02	5.51E+05	-1.01E-01

Δυνάμεις αντίστασης

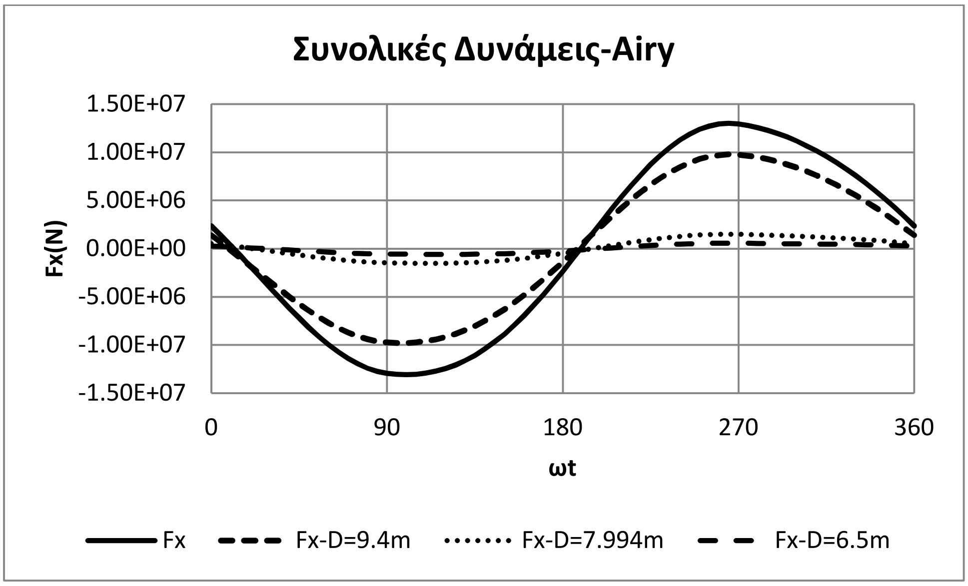


ωt	0	90	180	270	360
Fdx(N) για D=9.4m	1.39E+06	-2.66E-09	-1.39E+06	1.98E-10	1.39E+06
Fdx(N)για D=7.994m	4.96E+05	-9.47E-10	-4.96E+05	7.05E-11	4.96E+05
Fdx(N) για D=6.5m	2.60E+05	-4.97E-10	-2.60E+05	3.70E-11	2.60E+05

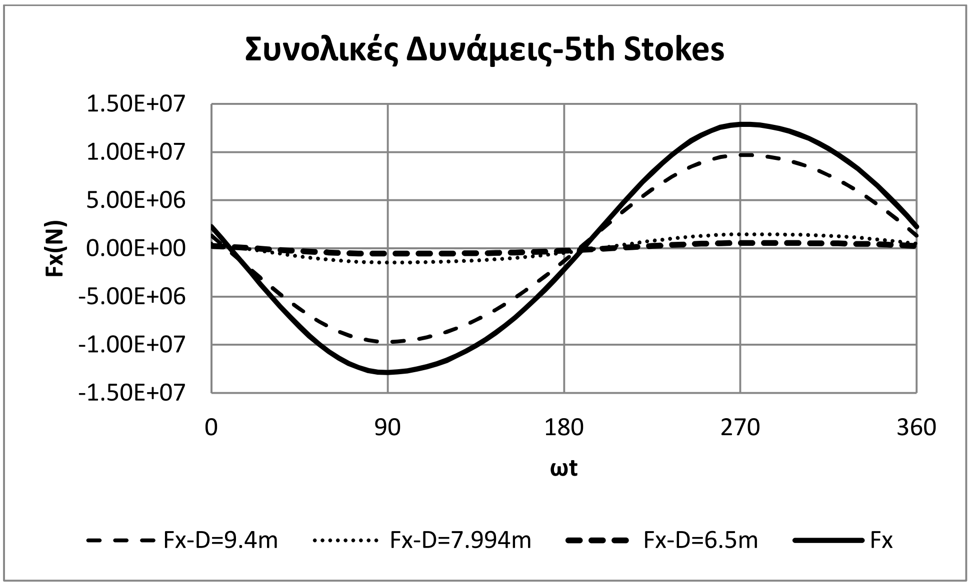


ωt	0	90	180	270	360
Fdx(N) γιαD=9.4m	1.34E+06	-3.90E+01	-1.31E+06	-3.90E+01	1.34E+06
Fdx(N) γιαD=7.994m	4.78E+05	-3.32E+01	-4.62E+05	-3.32E+01	4.78E+05
Fdx(N) για D=6.5m	2.52E+05	-2.23E+01	-2.42E+05	-2.23E+01	2.52E+05

Συνολικές δυνάμεις

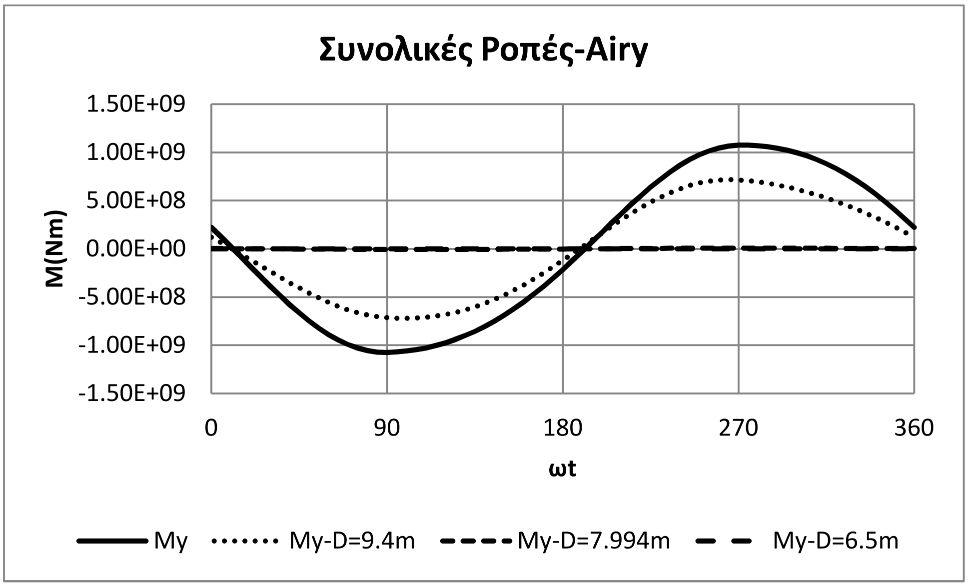


ωt	0	90	180	270	360
Fx(N) για D=9.4m	1.39E+06	-9.74E+06	-1.39E+06	9.74E+06	1.39E+06
Fx(N) για D=7.994m	4.96E+05	-1.47E+06	-4.96E+05	1.47E+06	4.96E+05
Fx(N) για D=6.5m	2.60E+05	-5.55E+05	-2.60E+05	5.55E+05	2.60E+05
Fx(N) άθροισμα	2.15E+06	-1.18E+07	-2.15E+06	1.18E+07	2.15E+06
Fx(N) (κάθετου πλωτήρα 5.6)	2.35E+06	-1.29E+07	-2.35E+06	1.29E+07	2.35E+06

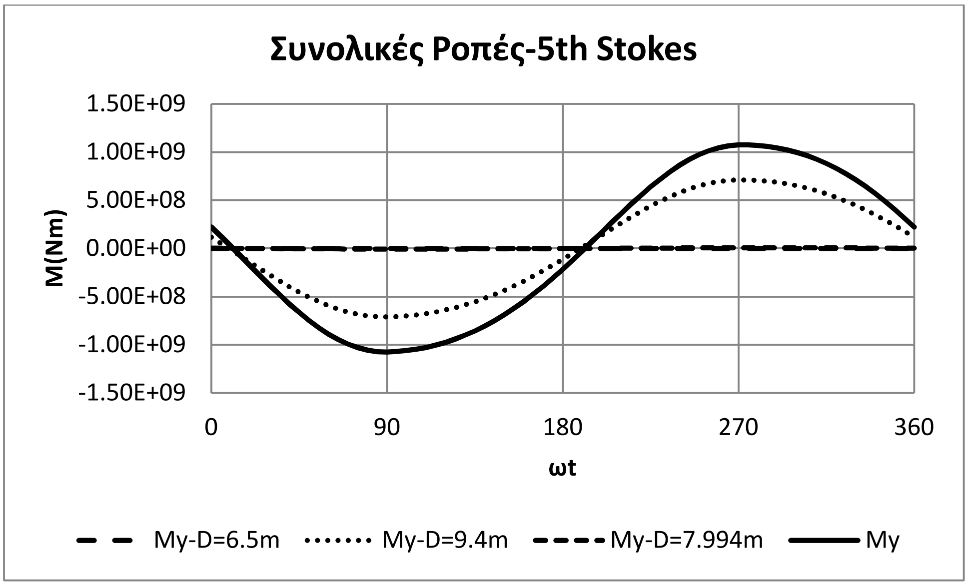


ωt	0	90	180	270	360
Fx(N) για D=9.4m	1.34E+06	-9.70E+06	-1.31E+06	9.70E+06	1.34E+06
Fx(N) για D=7.994m	4.78E+05	-1.47E+06	-4.62E+05	1.47E+06	4.78E+05
Fx(N) για D=6.5m	2.52E+05	-5.51E+05	-2.42E+05	5.51E+05	2.52E+05
Fx(N) άθροισμα	2.07E+06	-1.17E+07	-2.01E+06	1.17E+07	2.07E+06
Fx(N) (κάθετου πλωτήρα 5.6)	2.26E+06	-1.29E+07	-2.20E+06	1.29E+07	2.26E+06

Συνολικές ροπές



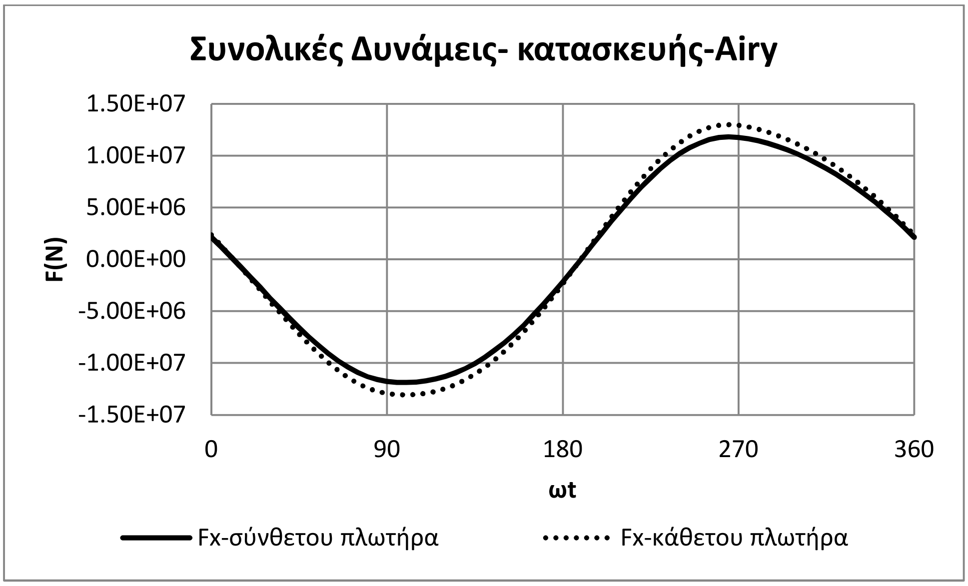
ωt	0	90	180	270	360
My(Nm) για D=9.4m	1.20E+08	-7.14E+08	-1.20E+08	7.14E+08	1.20E+08
My(Nm) για D=7.994m	2.10E+06	-6.07E+06	-2.10E+06	6.07E+06	2.10E+06
My(Nm) για D=6.5m	5.36E+05	-1.13E+06	-5.36E+05	1.13E+06	5.36E+05
My(Nm) (κάθετου πλωτήρα 5.6)	2.21E+08	-1.07E+09	-2.15E+08	1.07E+09	2.21E+08



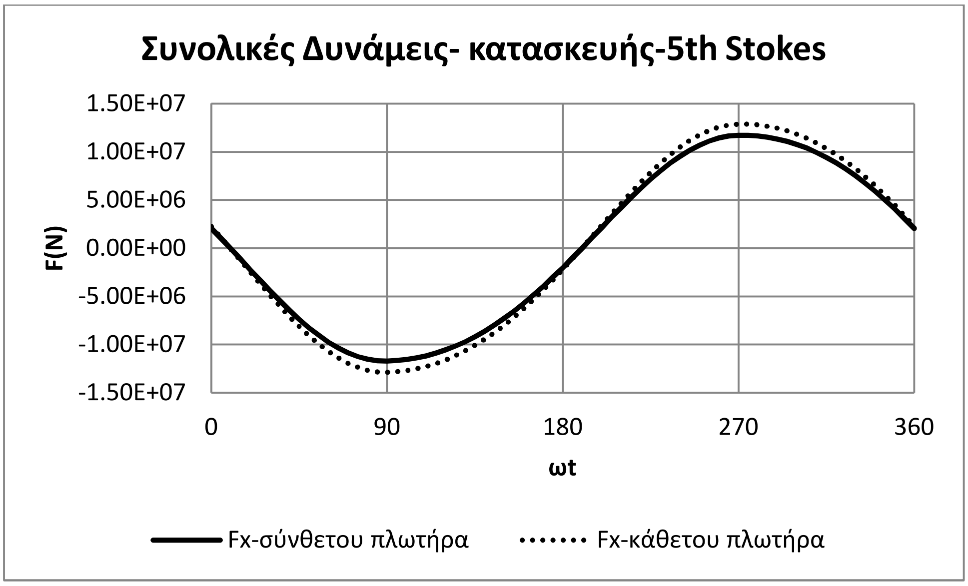
ωt	0	90	180	270	360
My(Nm) για D=9.4m	1.15E+08	-7.11E+08	-1.12E+08	7.11E+08	1.15E+08
My(Nm) για D=7.994m	2.02E+06	-6.03E+06	-1.96E+06	6.03E+06	2.02E+06
My(Nm) για D=6.5m	5.18E+05	-1.12E+06	-4.99E+05	1.12E+06	5.18E+05
My(Nm) (κάθετου πλωτήρα 5.6)	2.20E+08	-1.07E+09	-2.14E+08	1.07E+09	2.20E+08

Σύγκριση κατασκευών

Συνολικές δυνάμεις στην κατασκευή

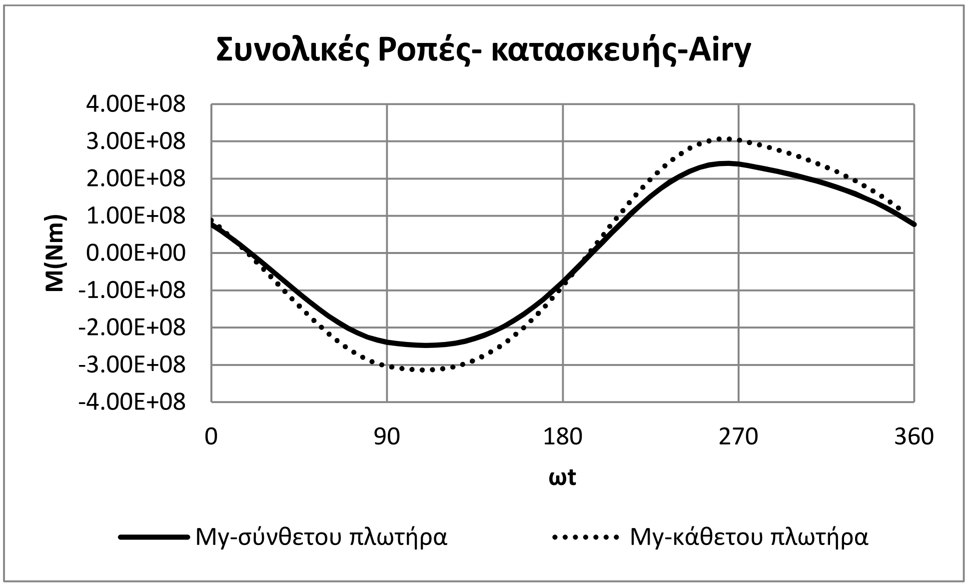


ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)-σύνθετου πλωτήρα	2.15E+06	-1.18E+07	-2.15E+06	1.18E+07	2.15E+06
Fx(N)-κάθετου πλωτήρα	2.26E+06	-1.29E+07	-2.20E+06	1.29E+07	2.26E+06

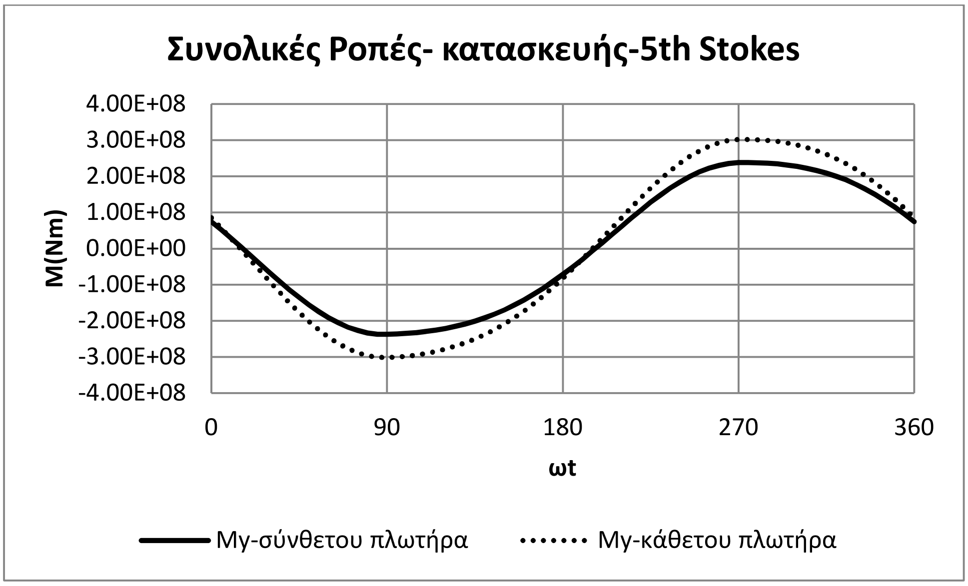


ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)-σύνθετου πλωτήρα	2.07E+06	-1.17E+07	-2.01E+06	1.17E+07	2.07E+06
Fx(N)-κάθετου πλωτήρα	2.25E+06	-1.28E+07	-2.19E+06	1.28E+07	2.25E+06

Συνολικές ροπές στην κατασκευή



ωt	0	90	180	270	360
My(Nm)- σύνθετου πλωτήρα	7.71E+07	-2.39E+08	-7.71E+07	2.39E+08	7.71E+07
My(Nm)- κάθετου πλωτήρα	8.52E+07	-3.02E+08	-8.26E+07	3.02E+08	8.52E+07



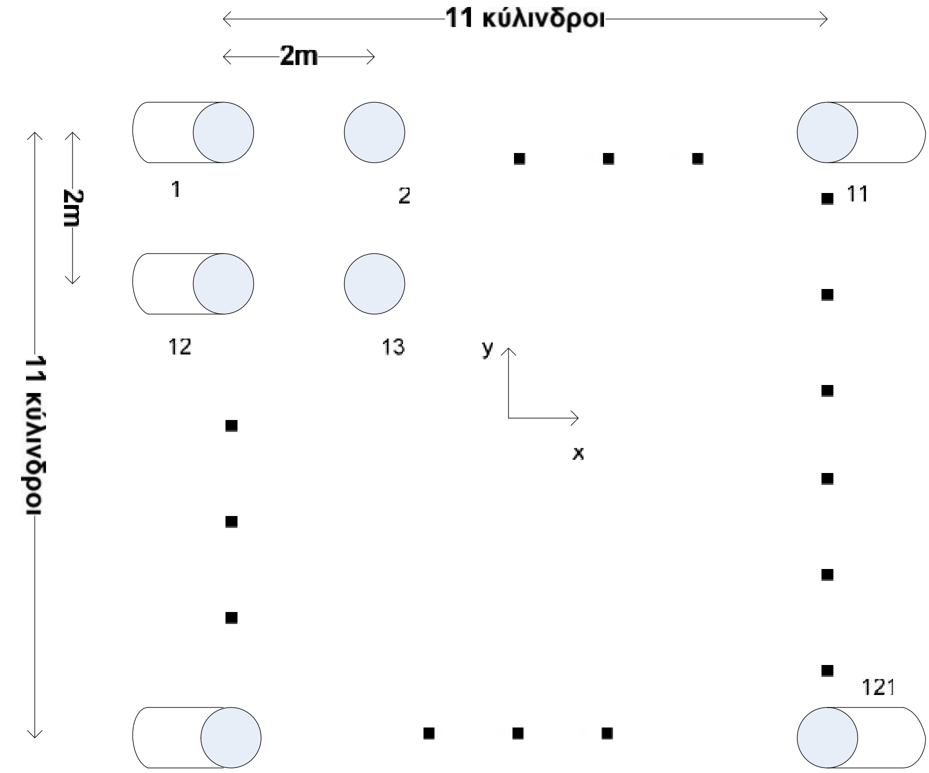
ωt	0	90	180	270	360
My(Nm)- σύνθετου πλωτήρα	7.43E+07	-2.38E+08	-7.20E+07	2.38E+08	7.43E+07
My(Nm)- κάθετου πλωτήρα	8.49E+07	-3.00E+08	-8.22E+07	3.00E+08	8.49E+07

5.8 Διάταξη 121 κυλίνδρων

Σε βάθος $d = 100m$ βρίσκεται κατασκευή που αποτελείται από εκατόν είκοσι ένα κυλίνδρους που είναι τοποθετημένοι σε έντεκα σειρές και έντεκα στήλες. Κάθε γραμμή απέχει από τη διπλανή της απόσταση ίση με $2m$ και κάθε στήλη απέχει από τη διπλανή της $2m$ αντίστοιχα. Η διάμετρος είναι ίδια για όλους τους κυλίνδρους και είναι $D = 1m$. Οι κύλινδροι της πρώτης στήλης έχουν τοποθετηθεί με γωνία 15 ° με την κάθετο στον πυθμένα, ενώ οι κύλινδροι της ενδέκατης με -15°. Όλοι οι υπόλοιποι κύλινδροι είναι κάθετα τοποθετημένοι.

Στην κατασκευή δρα κυματισμός με μήκος κύματος $a = 140m$ και ύψος $H = 15m$. Προσεγγίζοντας το κύμα με την γραμμική κυματική θεωρία Airy, αλλά και με τη θεωρία Stokes 5^{ης} τάξης, υπολογίζονται οι δυνάμεις και οι ροπές που ασκούνται στην κατασκευή.

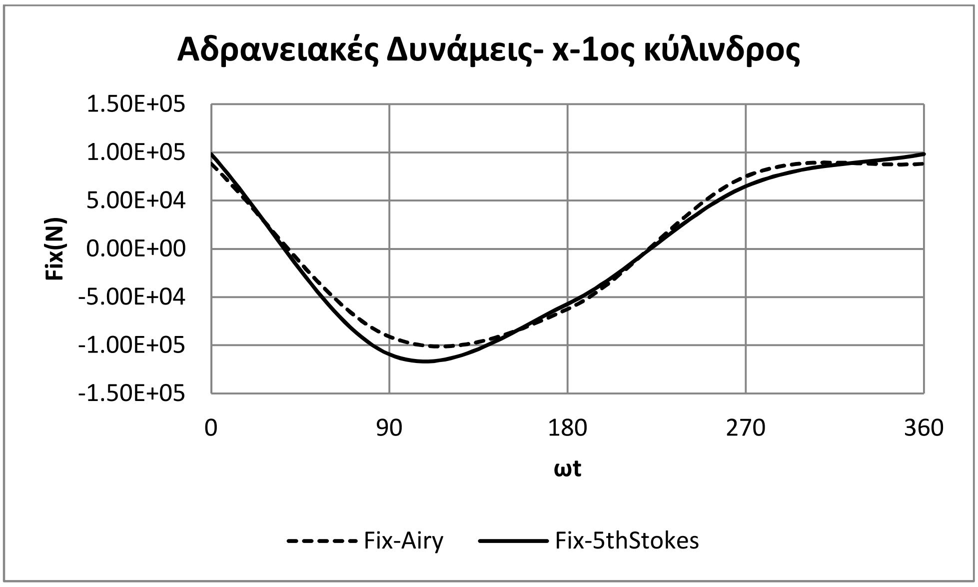
Η κάτοψη της κατασκευής:



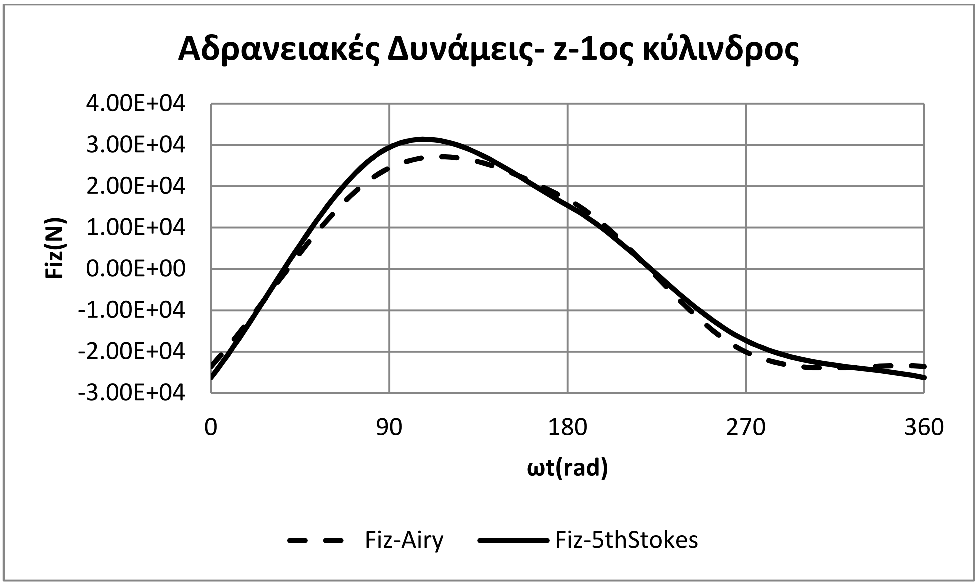
Εικόνα 5.8 Διάταξη 121 κυλίνδρων

Λόγω του μεγάλου αριθμού των κυλίνδρων θα παρουσιασθούν αποτελέσματα ενδεικτικά για τον πρώτο και τον εκατοστό εικοστό πρώτο κύλινδρο καθώς και για το σύνολο της κατασκευής.

Αδρανειακές δυνάμεις

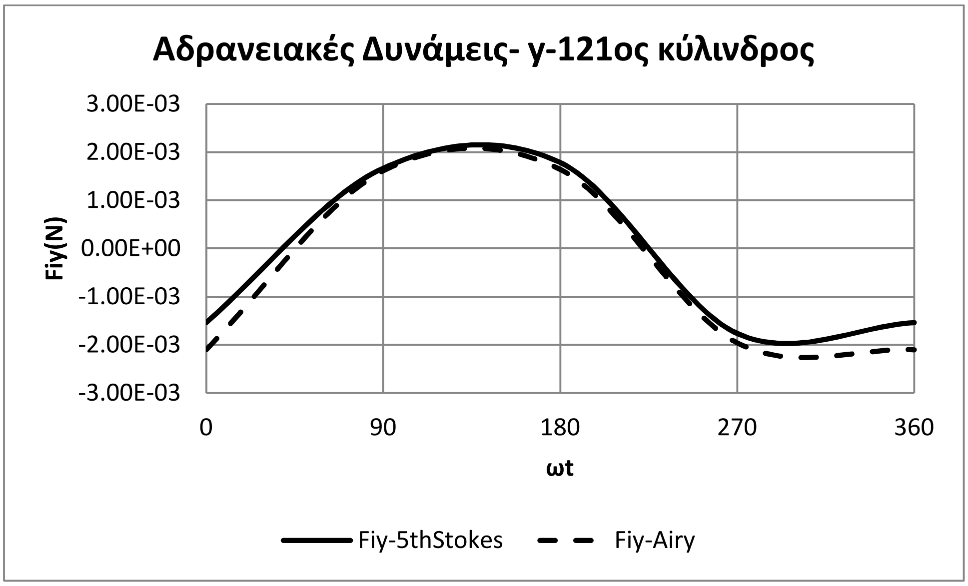


ωt	0	90	180	270	360
Fix(N)-Airy	8.82E+04	-9.11E+04	-6.27E+04	7.51E+04	8.82E+04
Fix(N)-5thStokes	9.80E+04	-1.10E+05	-5.73E+04	6.46E+04	9.80E+04

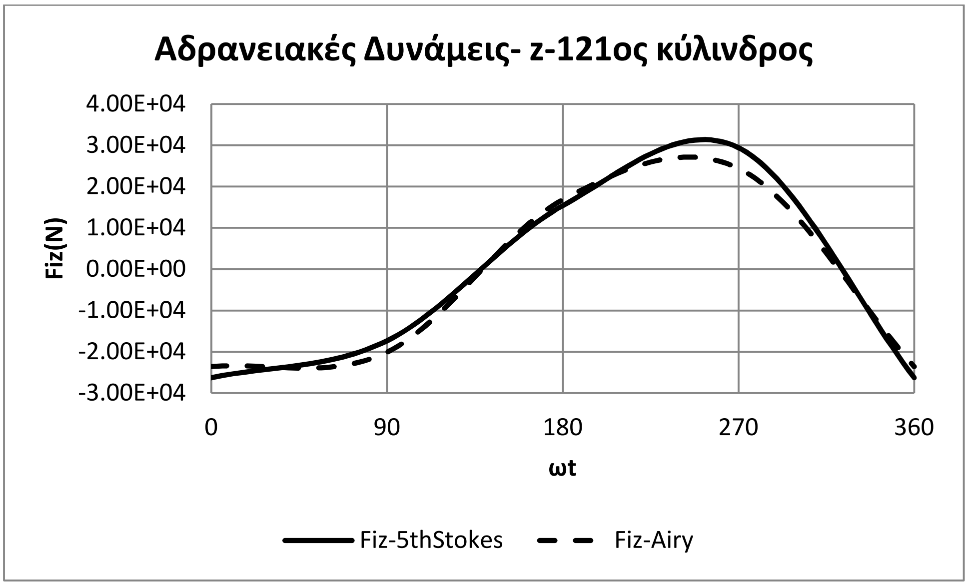


ωt	0	90	180	270	360
Fiz(N)-Airy	-2.36E+04	2.44E+04	1.68E+04	-2.01E+04	-2.36E+04
Fiz(N)-5thStokes	-2.63E+04	2.94E+04	1.54E+04	-1.73E+04	-2.63E+04

ωt	0	90	180	270	360
Fix(N)-Airy	-8.82E+04	-7.51E+04	6.27E+04	9.11E+04	-8.82E+04
Fix(N)-5thStokes	-9.80E+04	-6.46E+04	5.73E+04	1.10E+05	-9.80E+04

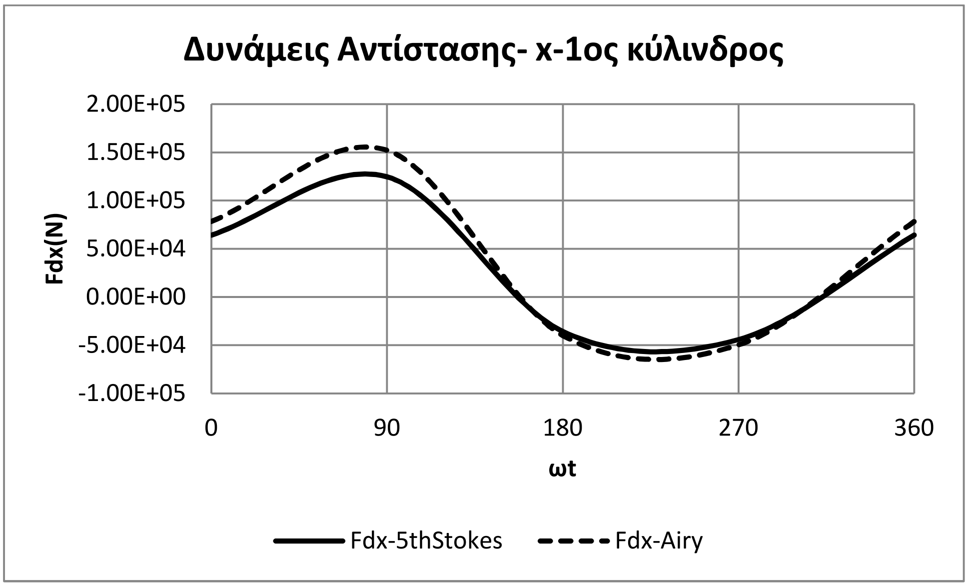


ωt	0	90	180	270	360
Fiy(N)-Airy	-2.10E-03	1.61E-03	1.64E-03	-1.96E-03	-2.10E-03
Fiy(N)-5thStokes	-1.54E-03	1.66E-03	1.78E-03	-1.76E-03	-1.54E-03

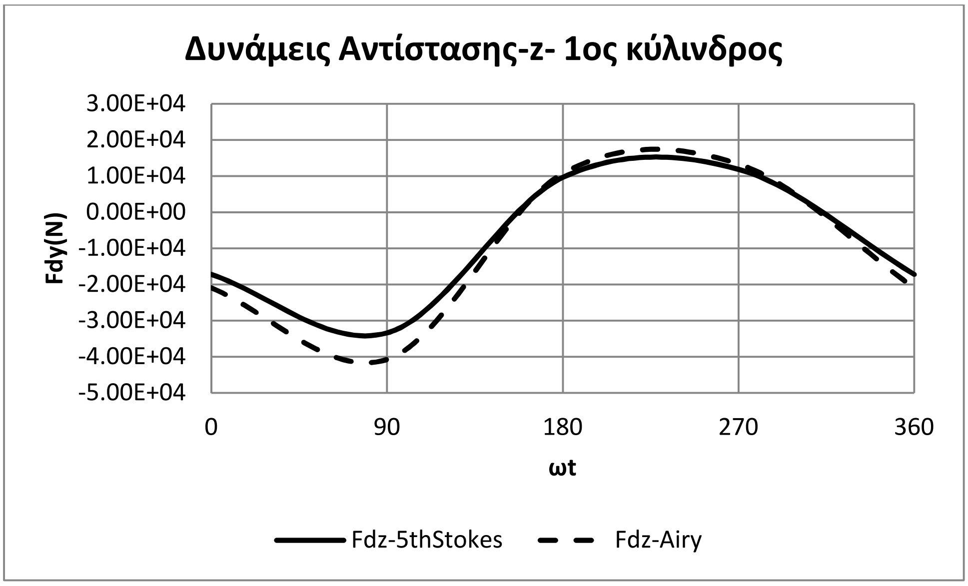


ωt	0	90	180	270	360
Fiz(N)-Airy	-2.36E+04	-2.01E+04	1.68E+04	2.44E+04	-2.36E+04
Fiz(N)-5thStokes	-2.63E+04	-1.73E+04	1.54E+04	2.94E+04	-2.63E+04

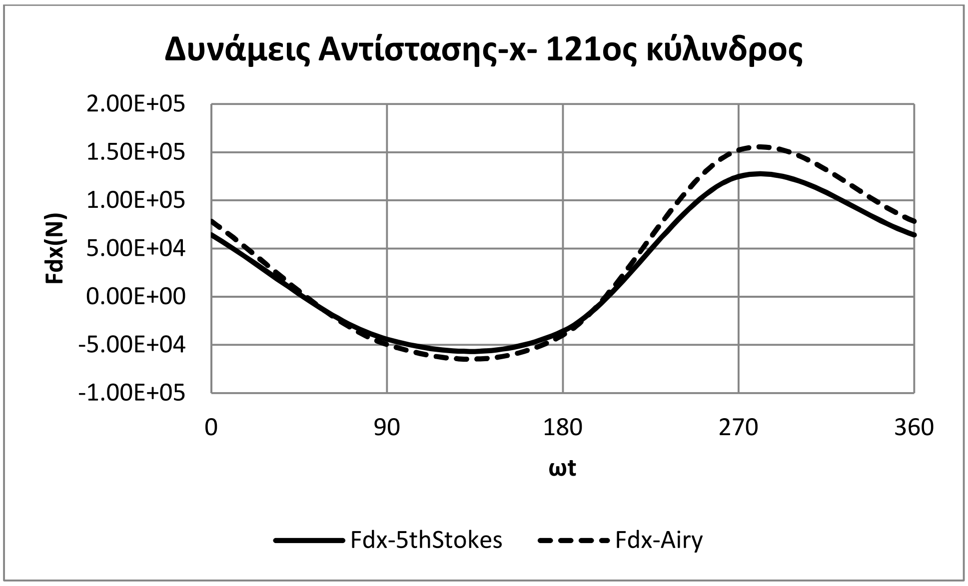
Δυνάμεις αντίστασης



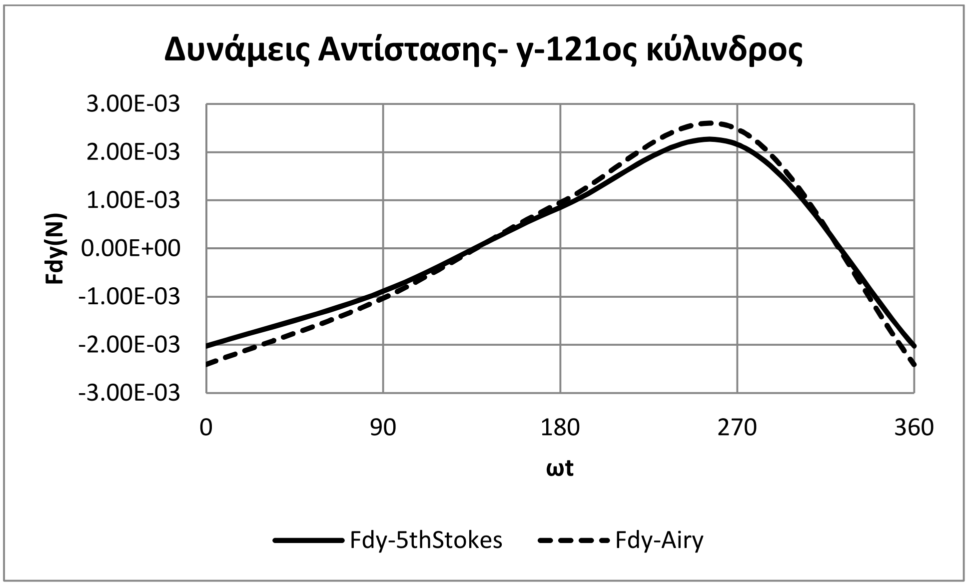
ωt	0	90	180	270	360
Fdx(N)-Airy	7.82E+04	1.52E+05	-3.99E+04	-4.97E+04	7.82E+04
Fdx(N)-5thStokes	6.42E+04	1.25E+05	-3.58E+04	-4.42E+04	6.42E+04



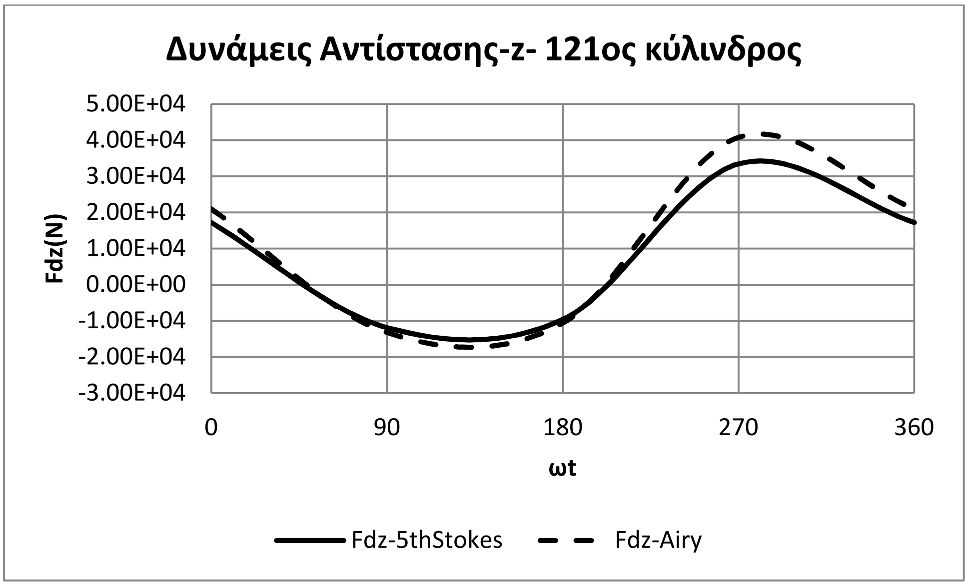
ωt	0	90	180	270	360
Fdz(N)-Airy	-2.10E+04	-4.07E+04	1.07E+04	1.33E+04	-2.10E+04
Fdz(N)-5thStokes	-1.72E+04	-3.34E+04	9.60E+03	1.19E+04	-1.72E+04



ωt	0	90	180	270	360
Fdx(N)-Airy	7.82E+04	-4.97E+04	-3.99E+04	1.52E+05	7.82E+04
Fdx(N)-5thStokes	6.42E+04	-4.42E+04	-3.58E+04	1.25E+05	6.42E+04

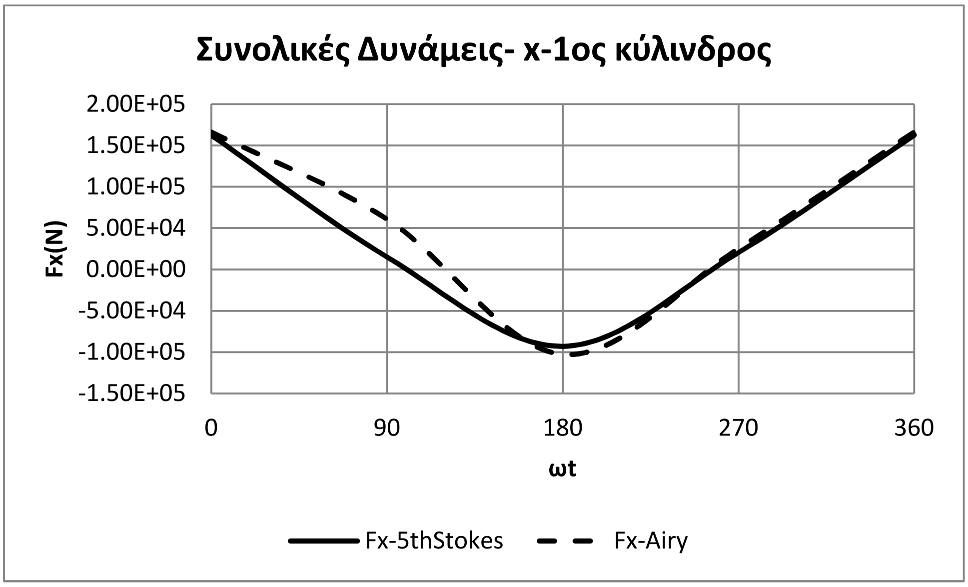


ωt	0	90	180	270	360
Fdy(N)-Airy	-2.41E-03	-1.04E-03	9.51E-04	2.48E-03	-2.41E-03
Fdy(N)-5thStokes	-2.03E-03	-8.90E-04	8.51E-04	2.16E-03	-2.03E-03

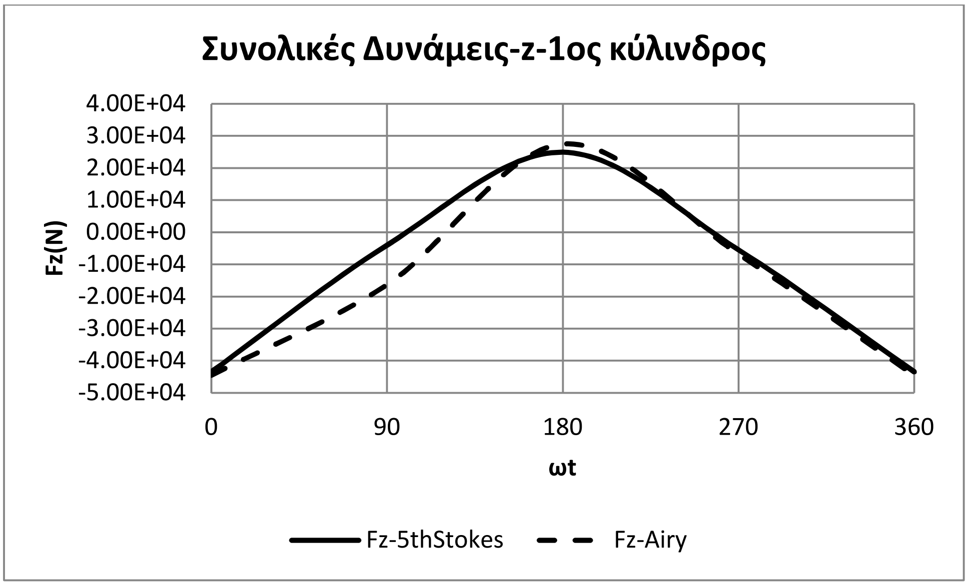


ωt	0	90	180	270	360
Fdz(N)-Airy	2.10E+04	-1.33E+04	-1.07E+04	4.07E+04	2.10E+04
Fdz(N)-5thStokes	1.72E+04	-1.19E+04	-9.60E+03	3.34E+04	1.72E+04

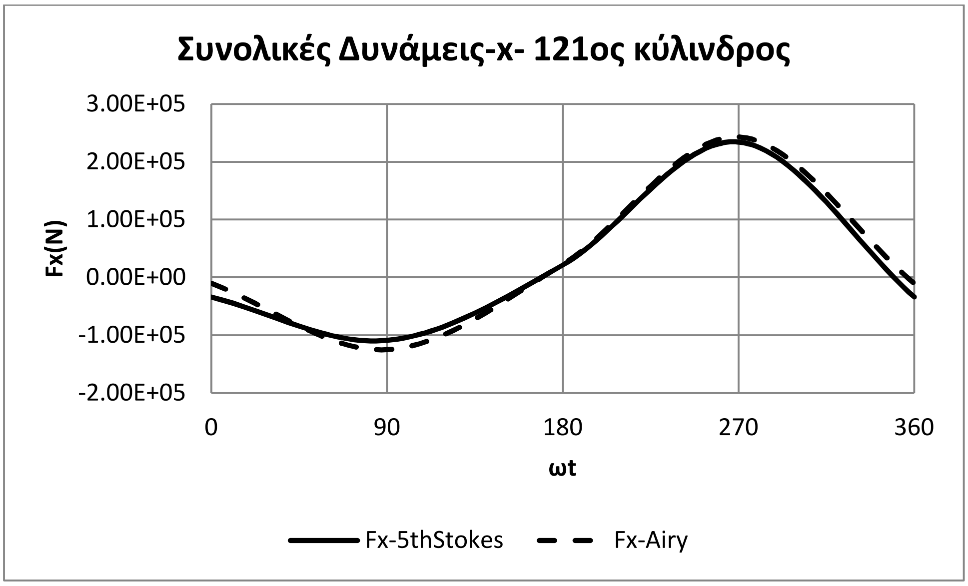
Συνολικές δυνάμεις



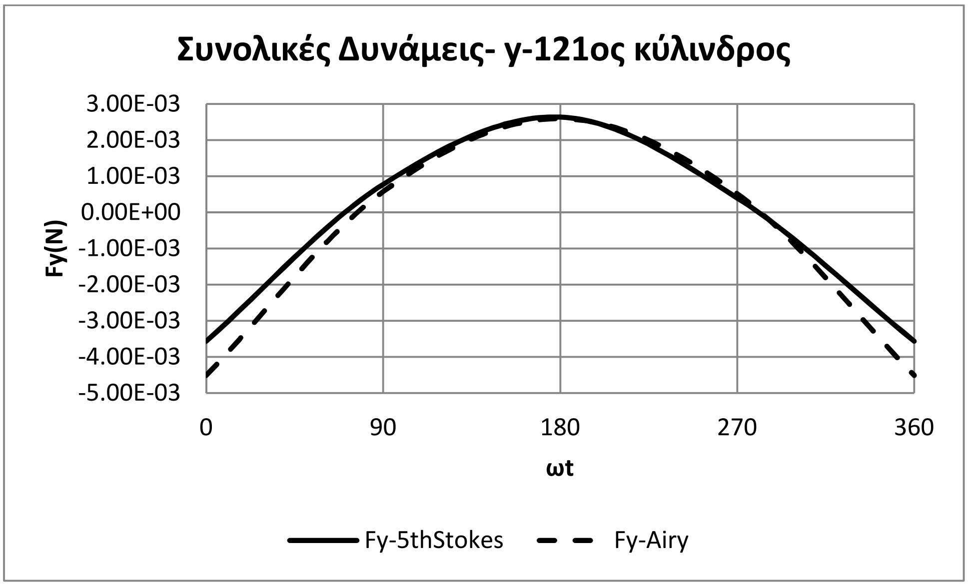
ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)-Airy	1.66E+05	6.10E+04	-1.03E+05	2.54E+04	1.66E+05
Fx(N)-5thStokes	1.62E+05	1.50E+04	-9.31E+04	2.04E+04	1.62E+05



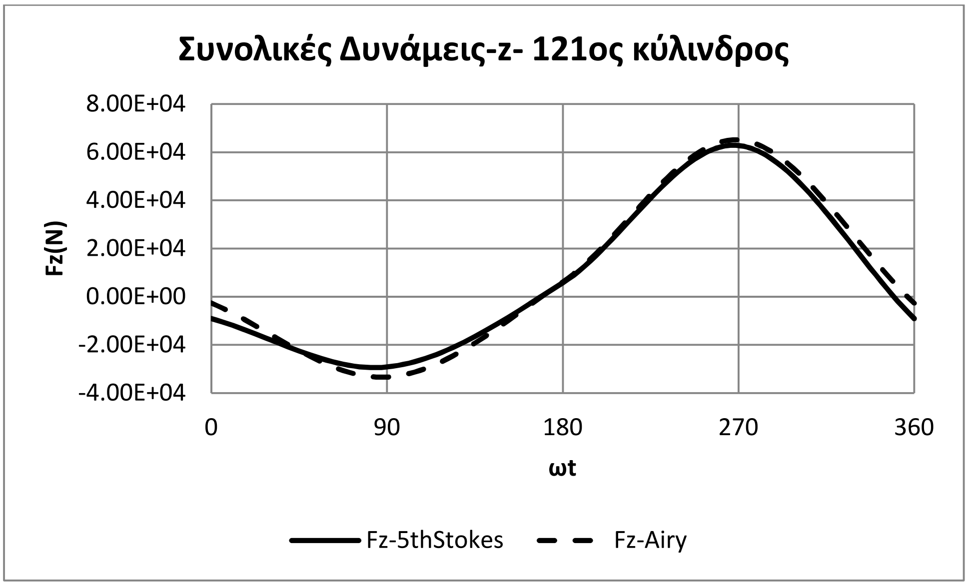
ωt	0	90	180	270	360
Fz(N)-Airy	-4.46E+04	-1.63E+04	2.75E+04	-6.81E+03	-4.46E+04
Fz(N)-5thStokes	-4.35E+04	-4.02E+03	2.50E+04	-5.46E+03	-4.35E+04



ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)-Airy	-9.97E+03	-1.25E+05	2.28E+04	2.43E+05	-9.97E+03
Fx(N)-5thStokes	-3.38E+04	-1.09E+05	2.15E+04	2.34E+05	-3.38E+04

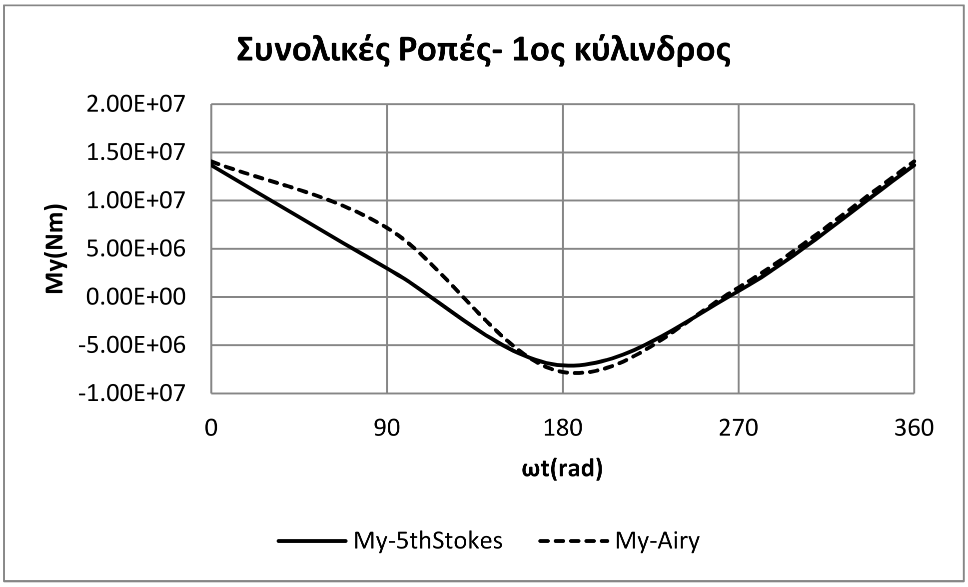


ωt	0	90	180	270	360
Fy(N)-Airy	-4.51E-03	5.73E-04	2.59E-03	5.18E-04	-4.51E-03
Fy(N)-5thStokes	-3.56E-03	7.74E-04	2.63E-03	3.99E-04	-3.56E-03

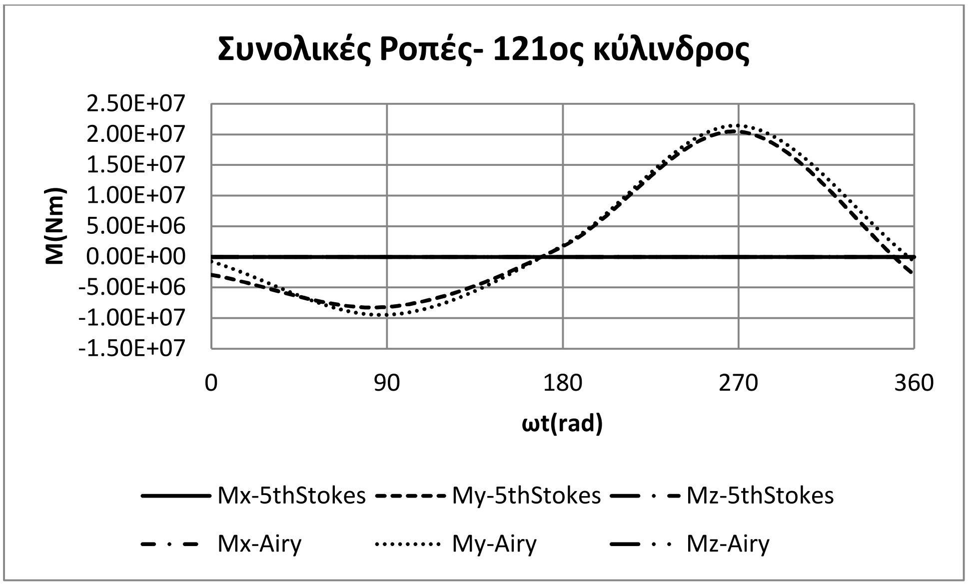


ωt	0	90	180	270	360
Fz(N)-Airy	-2.67E+03	-3.34E+04	6.12E+03	6.52E+04	-2.67E+03
Fz(N)-5thStokes	-9.07E+03	-2.92E+04	5.77E+03	6.28E+04	-9.07E+03

Συνολικές ροπές

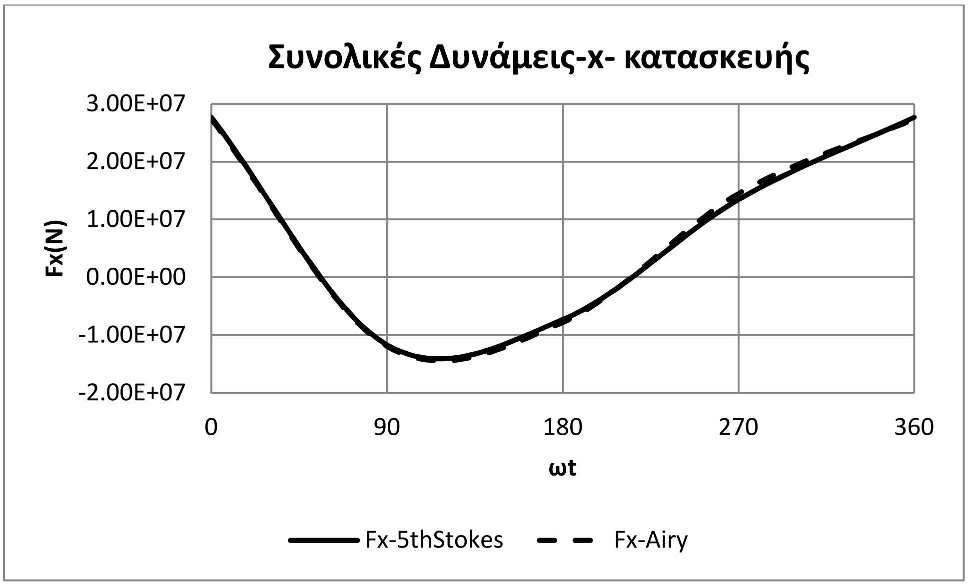


ωt	0	90	180	270	360
My(Nm)-5thStokes	1.37E+07	2.97E+06	-7.10E+06	6.14E+05	1.37E+07
My(Nm)-Airy	1.41E+07	7.17E+06	-7.78E+06	9.86E+05	1.41E+07

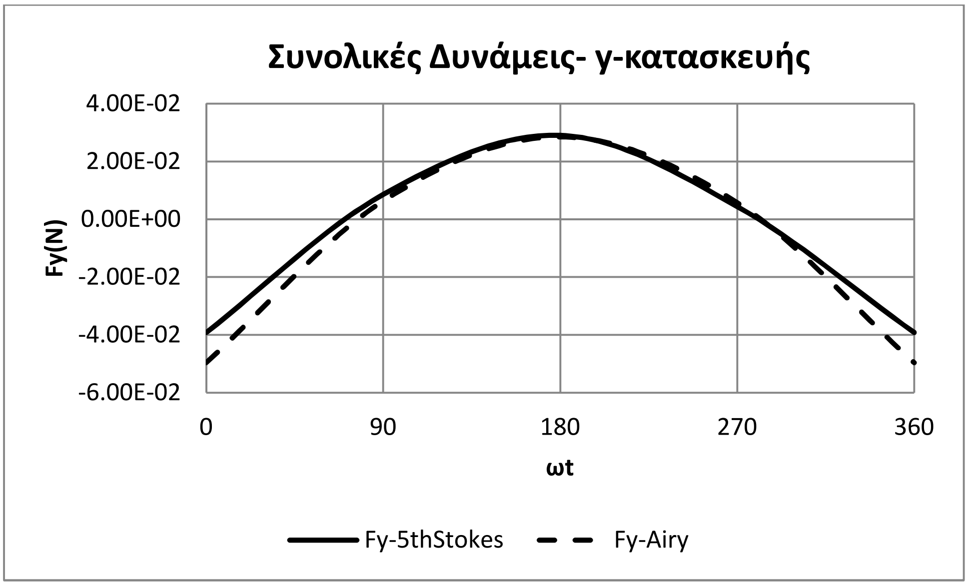


ωt	0	90	180	270	360
Mx(Nm)-5thStokes	-2.92E-01	5.62E-02	1.95E-01	4.90E-02	-2.92E-01
My(Nm)-5thStokes	-2.94E+06	-8.20E+06	1.69E+06	2.05E+07	-2.94E+06
Mz(Nm)-5thStokes	-2.10E-02	4.03E-03	1.40E-02	3.51E-03	-2.10E-02
Mx(Nm)-Airy	-3.80E-01	4.00E-02	1.90E-01	6.11E-02	-3.80E-01
My(Nm)-Airy	-7.76E+05	-9.49E+06	1.81E+06	2.14E+07	-7.76E+05
Mz(Nm)-Airy	-2.73E-02	2.87E-03	1.37E-02	4.39E-03	-2.73E-02

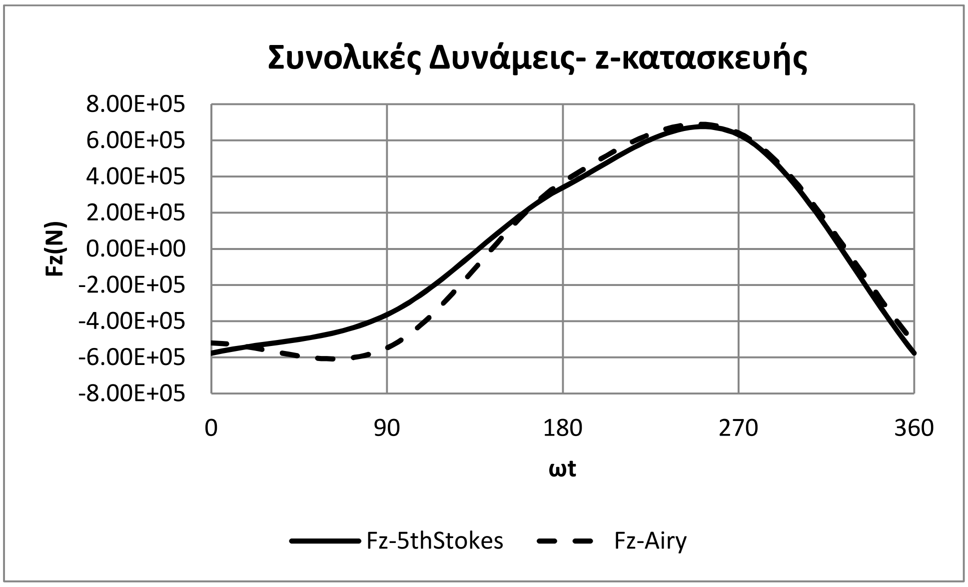
Συνολικές δυνάμεις στην κατασκευή



ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)-Airy	2.74E+07	-1.19E+07	-7.80E+06	1.45E+07	2.74E+07
Fx(N)-5thStokes	2.77E+07	-1.17E+07	-7.30E+06	1.35E+07	2.77E+07



ωt	0	90	180	270	360
Fy(N)-Airy	-4.97E-02	6.31E-03	2.85E-02	5.70E-03	-4.97E-02
Fy(N)-5thStokes	-3.92E-02	8.52E-03	2.90E-02	4.39E-03	-3.92E-02



ωt	0	90	180	270	360
Fz(N)-Airy	-5.20E+05	-5.47E+05	3.70E+05	6.42E+05	-5.20E+05
Fz(N)-5thStokes	-5.78E+05	-3.65E+05	3.38E+05	6.30E+05	-5.78E+05

Συνολικές ροπές στην κατασκευή

ωt	0	90	180	270	360
Mx(N)-5thStokes	-3.08E+00	5.80E-01	2.20E+00	5.80E-01	-3.18E+00
My(N)-5thStokes	2.68E+09	-8.75E+08	-5.95E+08	1.05E+09	2.68E+09
Mz(N)-5thStokes	-1.18E+01	2.95E+00	5.79E-01	2.58E-01	-1.78E+00
Mx(N)-Airy	-4.13E+00	2.74E-01	2.15E+00	4.36E-01	-4.28E+00
My(N)-Airy	2.62E+09	-9.04E+08	-6.32E+08	1.16E+09	2.62E+09
Mz(N)-Airy	-7.97E-01	9.47E-02	4.35E-01	1.05E-01	-7.97E-01

Σε ορισμένες από τις πιο πάνω γραφικές παραστάσεις δεν παρουσιάζονται αποτελέσματα της δύναμης ή της ροπής σε κάποια από τις τρείς διευθύνσεις x, y, z. Αυτό έγινε γιατί εκείνες οι δυνάμεις ή ροπές είναι μηδενικές.

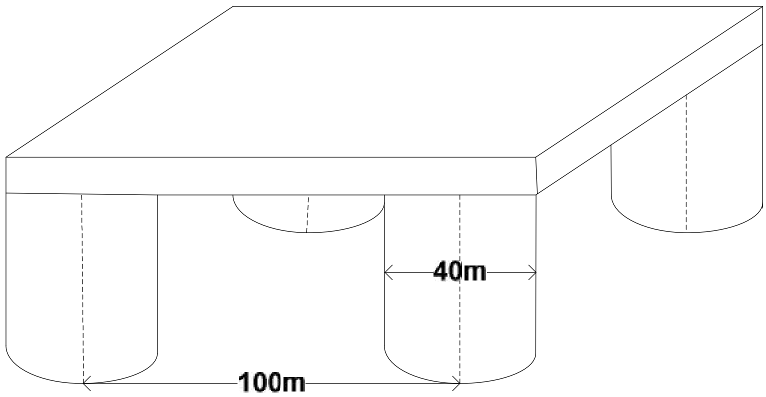
5.9 Πλωτή κατασκευή τεσσάρων πλωτήρων

Πλωτή κατασκευή βρίσκεται σε θαλάσσια περιοχή βάθους $d = 300m$ και αποτελείται από τέσσερις κατακόρυφους κυλίνδρους διαμέτρου $D = 40m$ και ύψους $50m$. Οι κύλινδροι όπως είναι διατεταγμένοι σχηματίζουν τετράγωνο τέτοιο ώστε η απόσταση των κέντρων των κυλίνδρων στη διεύθυνση y είναι $100m$ και στη διεύθυνση x είναι $100m$ αντίστοιχα.

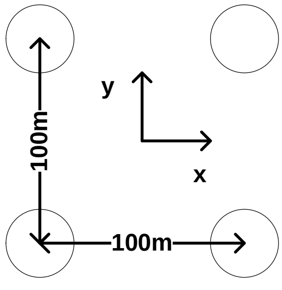
Κυματισμός μήκους ª $= 300m$ και ύψους $H = 4,6,8m$ δρα στην κατασκευή. Υπολογίζονται οι δυνάμεις και οι ροπές που ασκούνται σε αυτή προσεγγίζοντας τον κυματισμό με τις κυματικές θεωρίες Airy και Stokes 5ης τάξης.

Η περιοχή ολοκλήρωσης ορίζεται στο αρχείο των δεδομένων ως IFPART=21, καθώς γίνονται οι υπολογισμοί από το κατώτατο σημείο $(x_0 = 0.0m, y_0 = 0.0m, z_0 = 250m)$ έως την ελεύθερη επιφάνεια.

Οι διαστάσεις της πλωτής κατασκευής έχουν παρθεί από τη διδακτορική διατριβή του Θ.Π. Μαζαράκου με τίτλο: «Δευτεροτάξιες Υδροδυναμικές Φορτίσεις και Απόσβεση Έκπτωσης σε επιπλέουσες Θαλάσσιες Κατασκευές», Ε.Μ.Π., 2010.

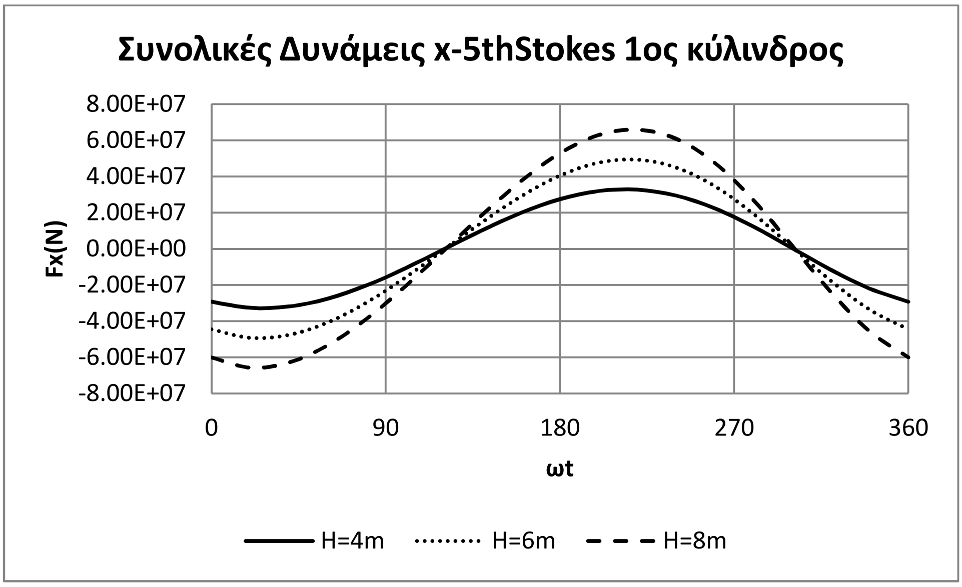


Εικόνα 5.9.1 Πλωτή κατασκευή τεσσάρων κυλίνδρων

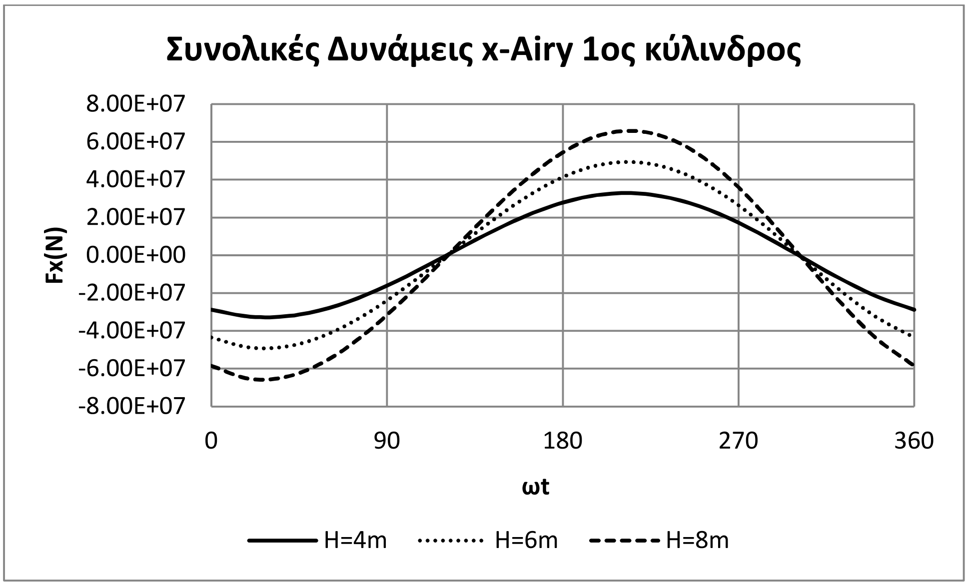


Εικόνα 5.9.2 Κάτοψη πλωτής κατασκευής τεσσάρων κυλίνδρων

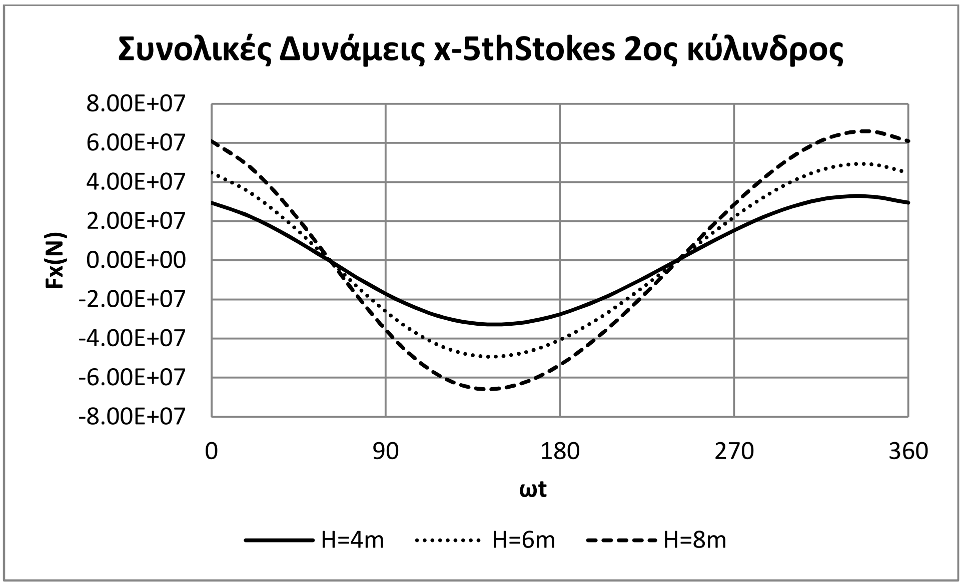
Συνολικές δυνάμεις



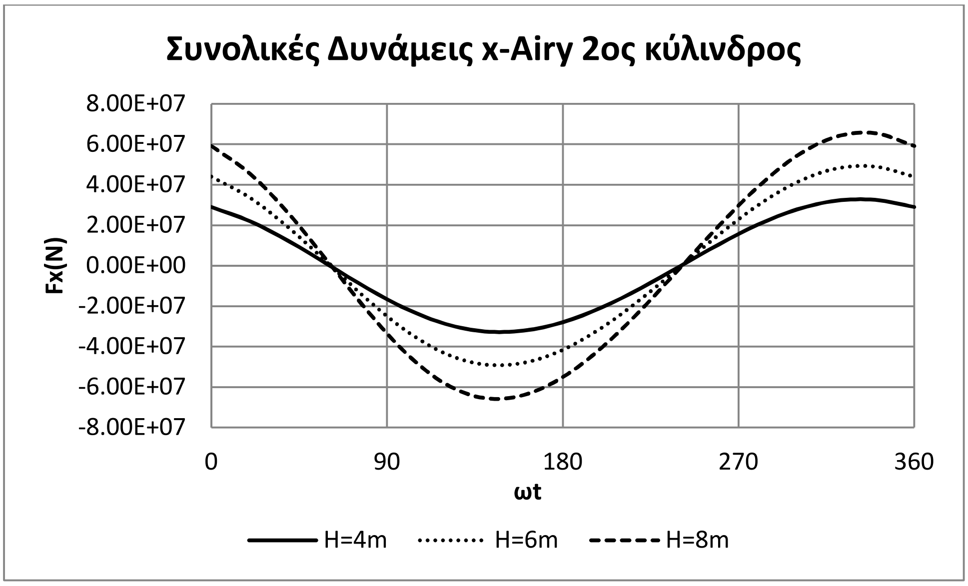
ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)_H=4m	-2.93E+07	-1.58E+07	2.74E+07	1.77E+07	-2.93E+07
Fx(N)_H=6m	-4.45E+07	-2.32E+07	4.04E+07	2.75E+07	-4.45E+07
Fx(N)_H=8m	-6.01E+07	-3.02E+07	5.28E+07	3.80E+07	-6.01E+07



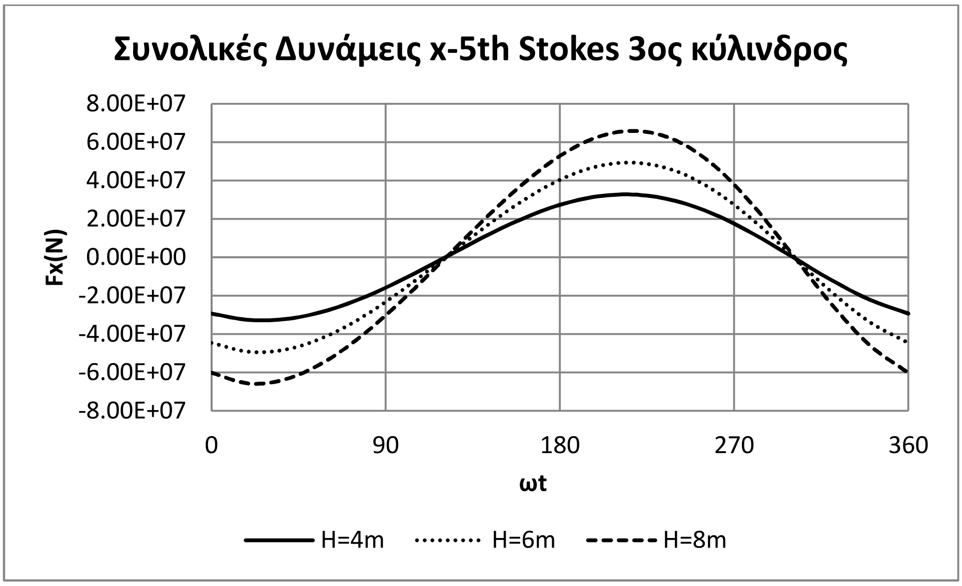
ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)_H=4m	-2.89E+07	-1.61E+07	2.78E+07	1.72E+07	-2.89E+07
Fx(N)_H=6m	-4.36E+07	-2.39E+07	4.13E+07	2.64E+07	-4.36E+07
Fx(N)_H=8m	-5.85E+07	-3.16E+07	5.44E+07	3.60E+07	-5.85E+07



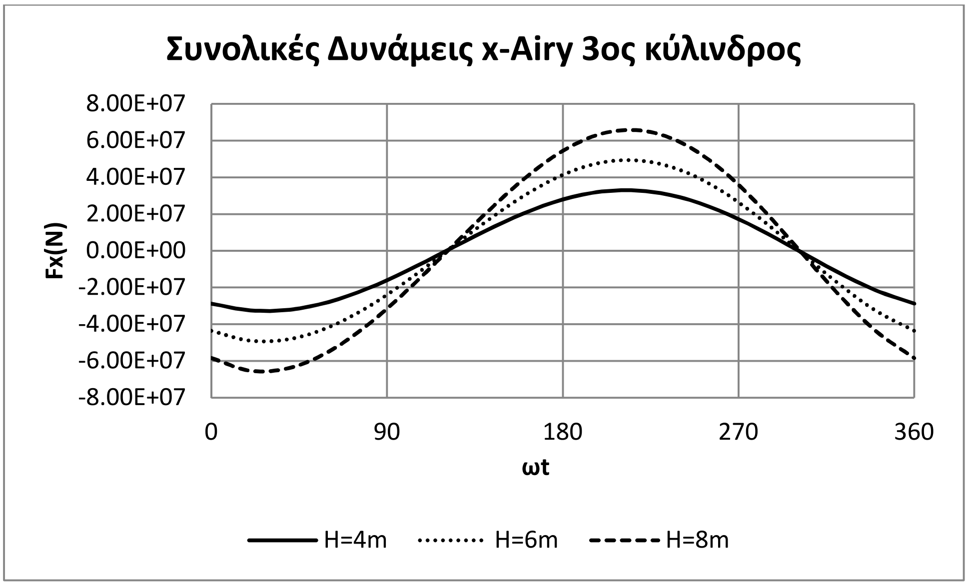
ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)_H=4m	2.94E+07	-1.71E+07	-2.76E+07	1.53E+07	2.94E+07
Fx(N)_H=6m	4.49E+07	-2.61E+07	-4.07E+07	2.21E+07	4.49E+07
Fx(N)_H=8m	6.09E+07	-3.55E+07	-5.34E+07	2.85E+07	6.09E+07



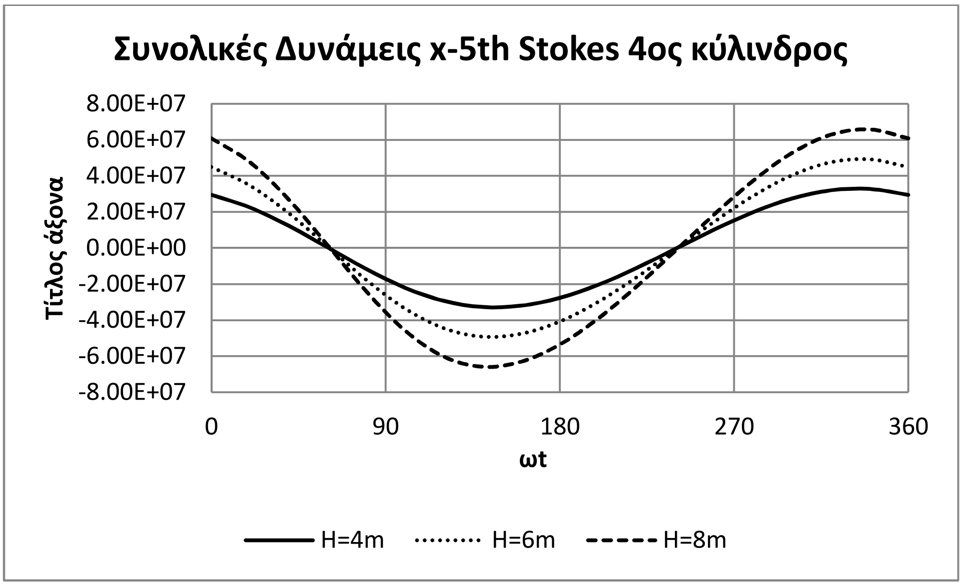
ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)_H=4m	2.90E+07	-1.66E+07	-2.80E+07	1.56E+07	2.90E+07
Fx(N)_H=6m	4.40E+07	-2.51E+07	-4.17E+07	2.29E+07	4.40E+07
Fx(N)_H=8m	5.93E+07	-3.35E+07	-5.51E+07	2.98E+07	5.93E+07



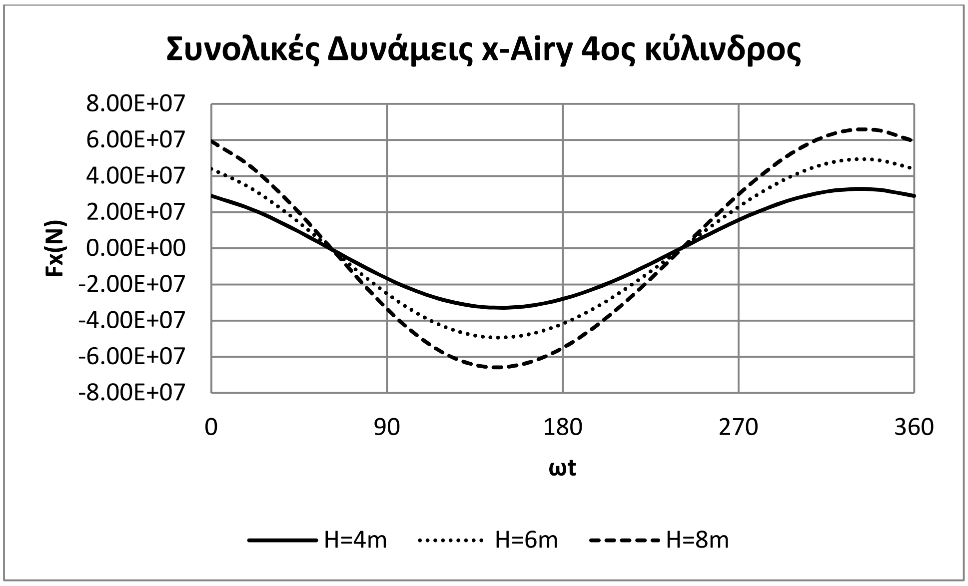
ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)_H=4m	-2.93E+07	-1.58E+07	2.74E+07	1.77E+07	-2.93E+07
Fx(N)_H=6m	-4.45E+07	-2.32E+07	4.04E+07	2.75E+07	-4.45E+07
Fx(N)_H=8m	-6.01E+07	-3.02E+07	5.28E+07	3.80E+07	-6.01E+07



ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)_H=4m	-2.89E+07	-1.61E+07	2.78E+07	1.72E+07	-2.89E+07
Fx(N)_H=6m	-4.36E+07	-2.39E+07	4.13E+07	2.64E+07	-4.36E+07
Fx(N)_H=8m	-5.85E+07	-3.16E+07	5.44E+07	3.60E+07	-5.85E+07

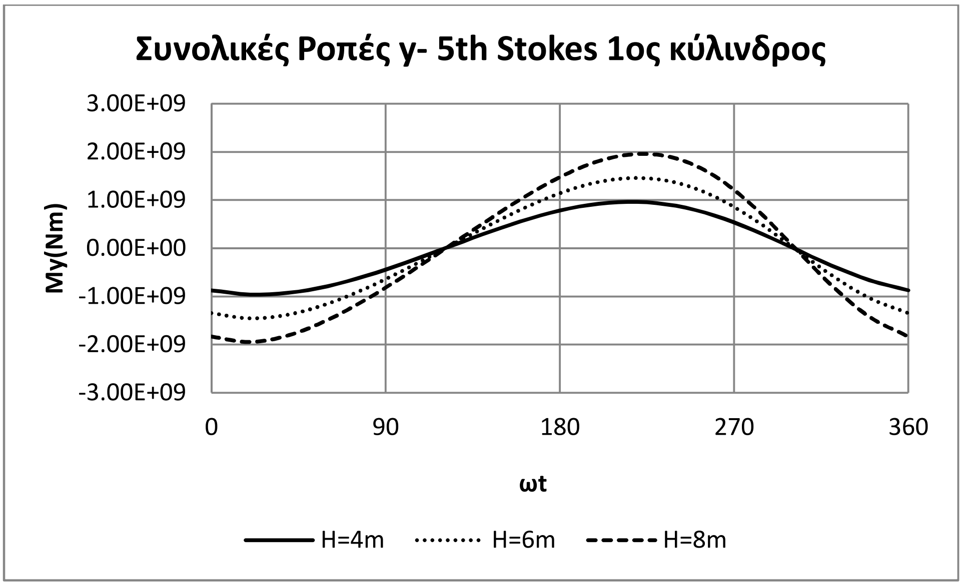


ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)_H=4m	2.94E+07	-1.71E+07	-2.76E+07	1.53E+07	2.94E+07
Fx(N)_H=6m	4.49E+07	-2.61E+07	-4.07E+07	2.21E+07	4.49E+07
Fx(N)_H=8m	6.09E+07	-3.55E+07	-5.34E+07	2.85E+07	6.09E+07

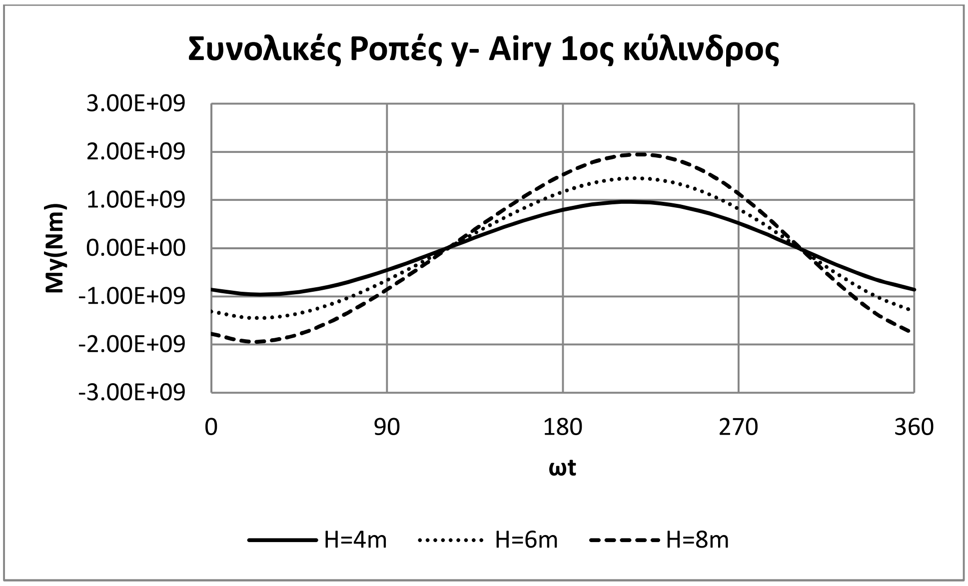


ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)_H=4m	2.90E+07	-1.66E+07	-2.80E+07	1.56E+07	2.90E+07
Fx(N)_H=6m	4.40E+07	-2.51E+07	-4.17E+07	2.29E+07	4.40E+07
Fx(N)_H=8m	5.93E+07	-3.35E+07	-5.51E+07	2.98E+07	5.93E+07

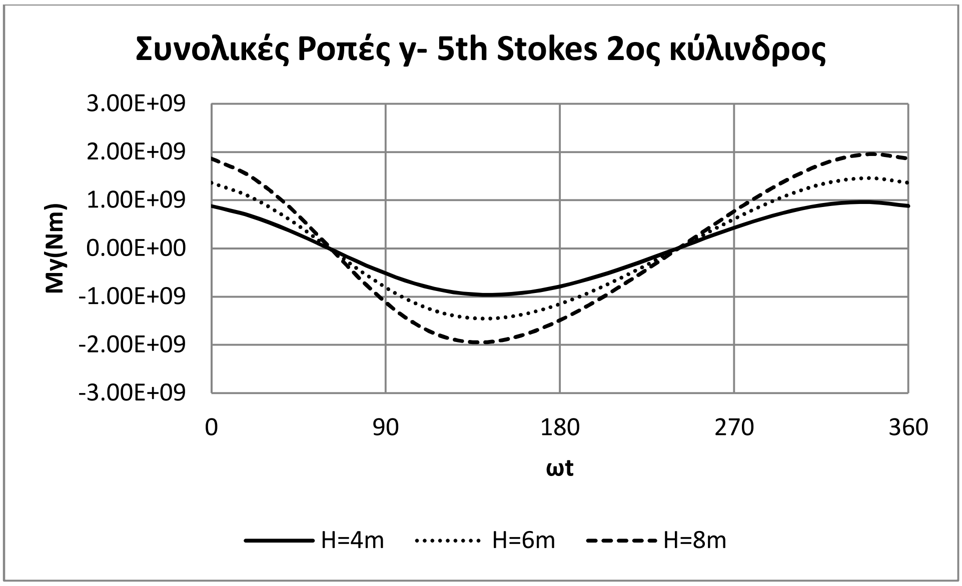
Συνολικές ροπές



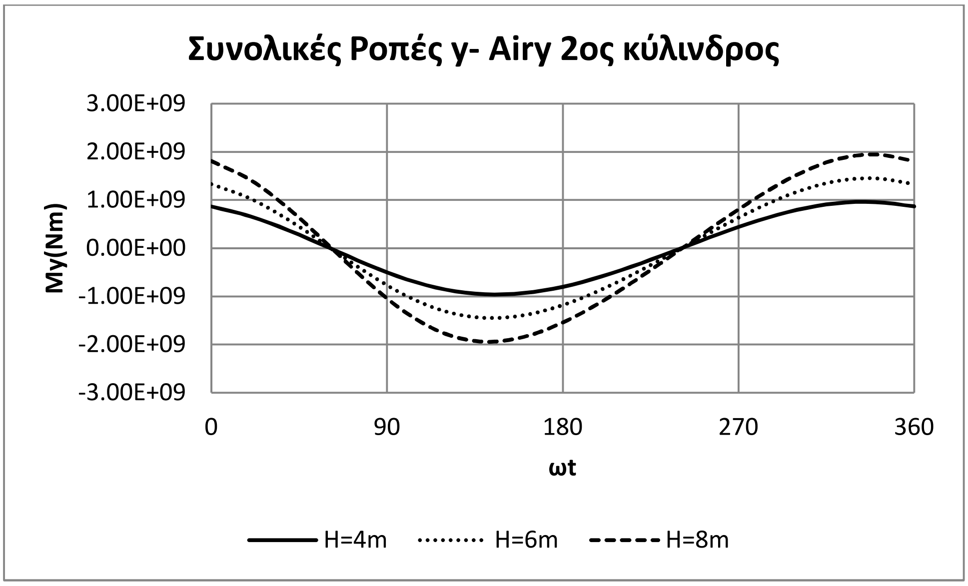
ωt	0	90	180	270	360
My(Nm)_H=4m	-8.76E+08	-4.45E+08	7.84E+08	5.39E+08	-8.76E+08
My(Nm)_H=6m	-1.35E+09	-6.41E+08	1.14E+09	8.57E+08	-1.35E+09
My(Nm)_H=8m	-1.84E+09	-8.21E+08	1.47E+09	1.21E+09	-1.84E+09



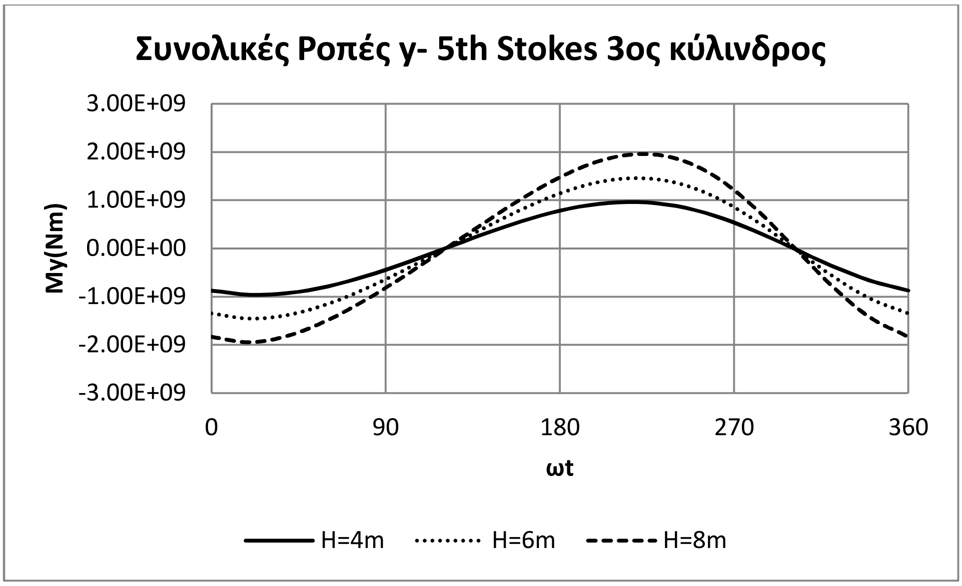
ωt	0	90	180	270	360
My(Nm)_H=4m	-8.62E+08	-4.56E+08	7.98E+08	5.23E+08	-8.62E+08
My(Nm)_H=6m	-1.32E+09	-6.65E+08	1.17E+09	8.18E+08	-1.32E+09
My(Nm)_H=8m	-1.78E+09	-8.60E+08	1.53E+09	1.14E+09	-1.78E+09



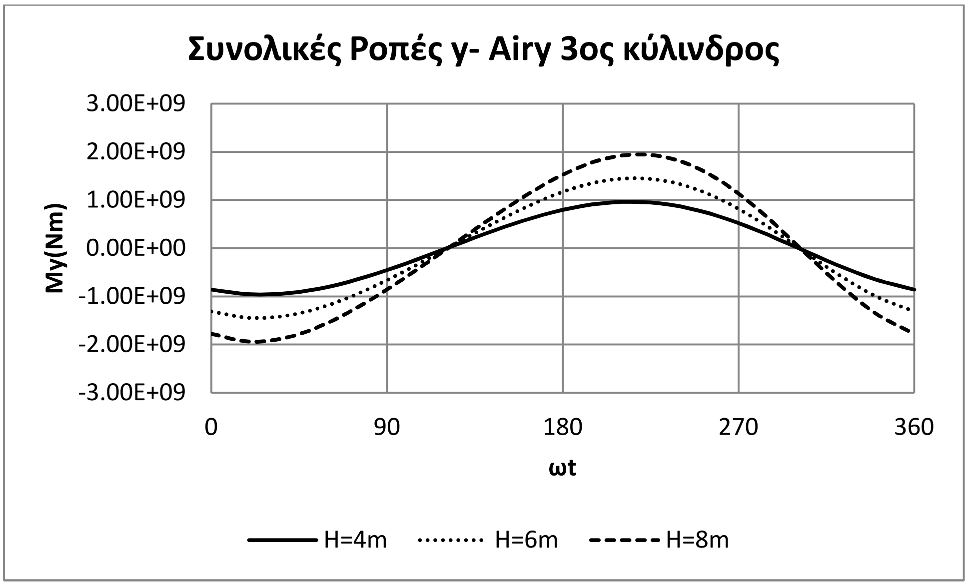
ωt	0	90	180	270	360
My(Nm)_H=4m	8.82E+08	-5.19E+08	-7.90E+08	4.29E+08	8.82E+08
My(Nm)_H=6m	1.36E+09	-8.09E+08	-1.15E+09	6.09E+08	1.36E+09
My(Nm)_H=8m	1.86E+09	-1.12E+09	-1.49E+09	7.67E+08	1.86E+09



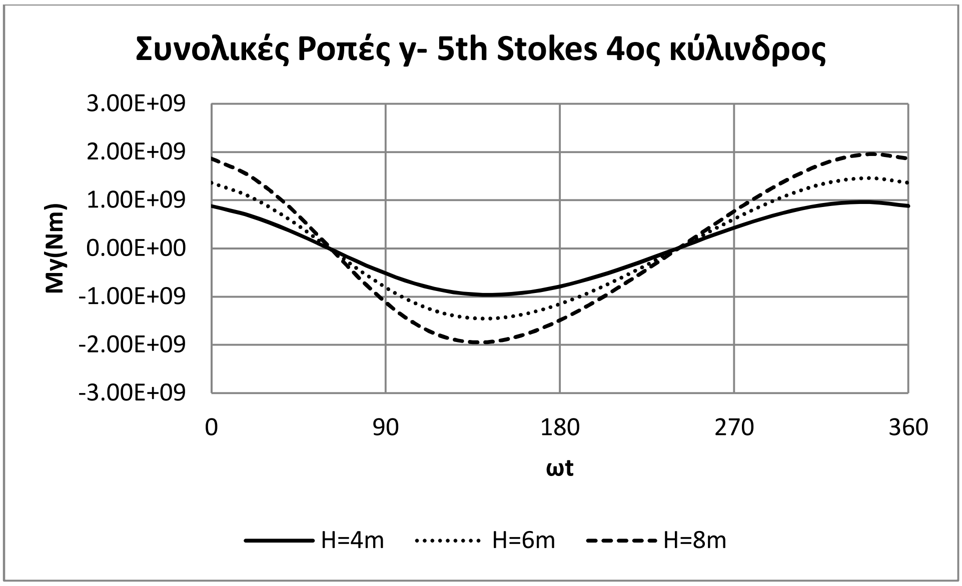
ωt	0	90	180	270	360
My(Nm)_H=4m	8.69E+08	-5.03E+08	-8.03E+08	4.41E+08	8.69E+08
My(Nm)_H=6m	1.33E+09	-7.70E+08	-1.18E+09	6.32E+08	1.33E+09
My(Nm)_H=8m	1.81E+09	-1.05E+09	-1.55E+09	8.05E+08	1.81E+09



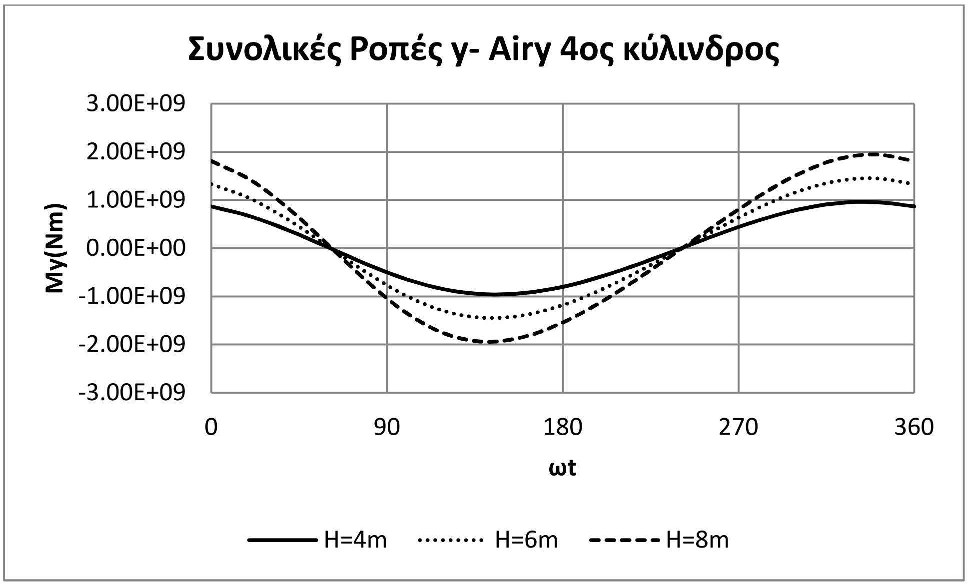
ωt	0	90	180	270	360
My(Nm)_H=4m	-8.76E+08	-4.45E+08	7.84E+08	5.39E+08	-8.76E+08
My(Nm)_H=6m	-1.35E+09	-6.41E+08	1.14E+09	8.57E+08	-1.35E+09
My(Nm)_H=8m	-1.84E+09	-8.21E+08	1.47E+09	1.21E+09	-1.84E+09



ωt	0	90	180	270	360
My(Nm)_H=4m	-8.62E+08	-4.56E+08	7.98E+08	5.23E+08	-8.62E+08
My(Nm)_H=6m	-1.32E+09	-6.65E+08	1.17E+09	8.18E+08	-1.32E+09
My(Nm)_H=8m	-1.78E+09	-8.60E+08	1.53E+09	1.14E+09	-1.78E+09

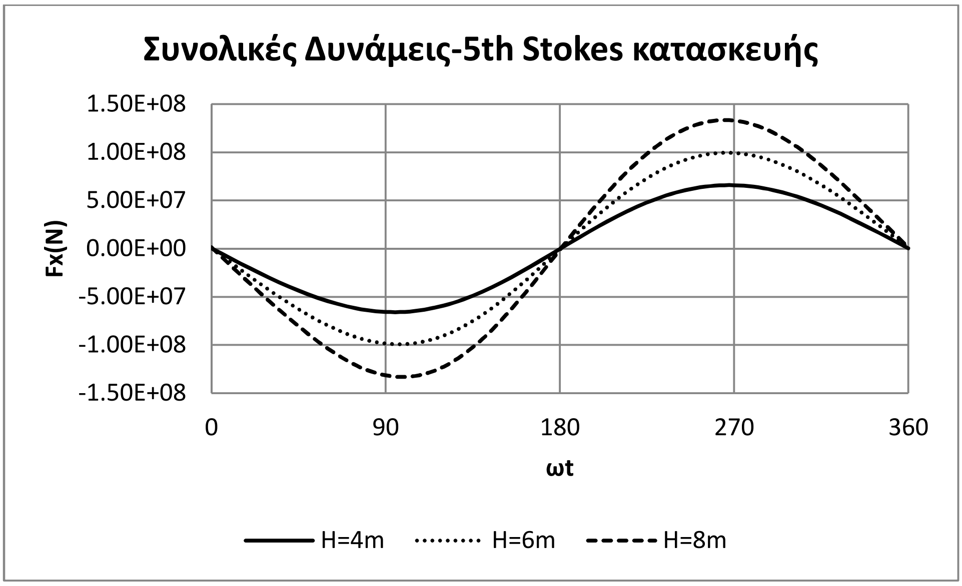


ωt	0	90	180	270	360
My(Nm)_H=4m	8.82E+08	-5.19E+08	-7.90E+08	4.29E+08	8.82E+08
My(Nm)_H=6m	1.36E+09	-8.09E+08	-1.15E+09	6.09E+08	1.36E+09
My(Nm)_H=8m	1.86E+09	-1.12E+09	-1.49E+09	7.67E+08	1.86E+09

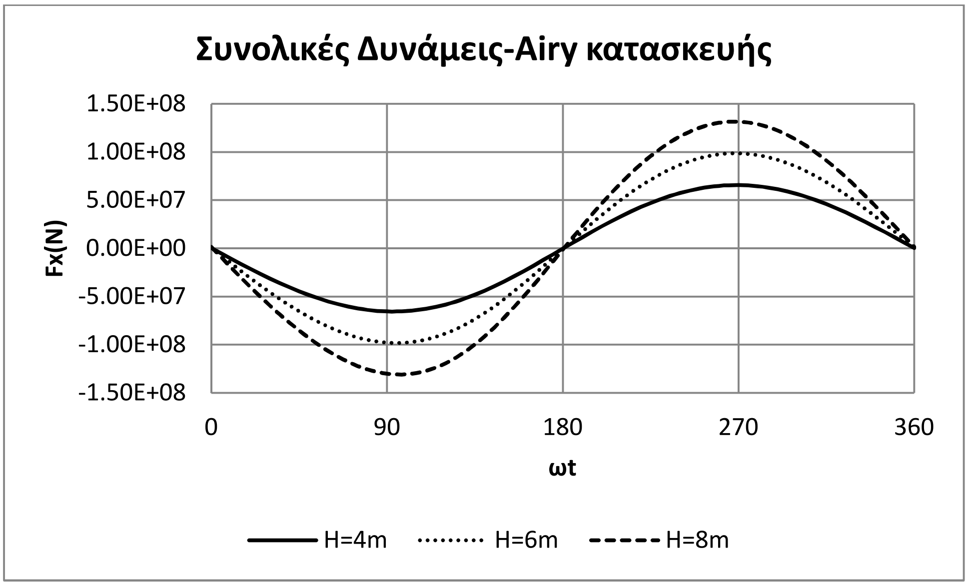


ωt	0	90	180	270	360
My(Nm)_H=4m	8.69E+08	-5.03E+08	-8.03E+08	4.41E+08	8.69E+08
My(Nm)_H=6m	1.33E+09	-7.70E+08	-1.18E+09	6.32E+08	1.33E+09
My(Nm)_H=8m	1.81E+09	-1.05E+09	-1.55E+09	8.05E+08	1.81E+09

Συνολικές δυνάμεις στην κατασκευή

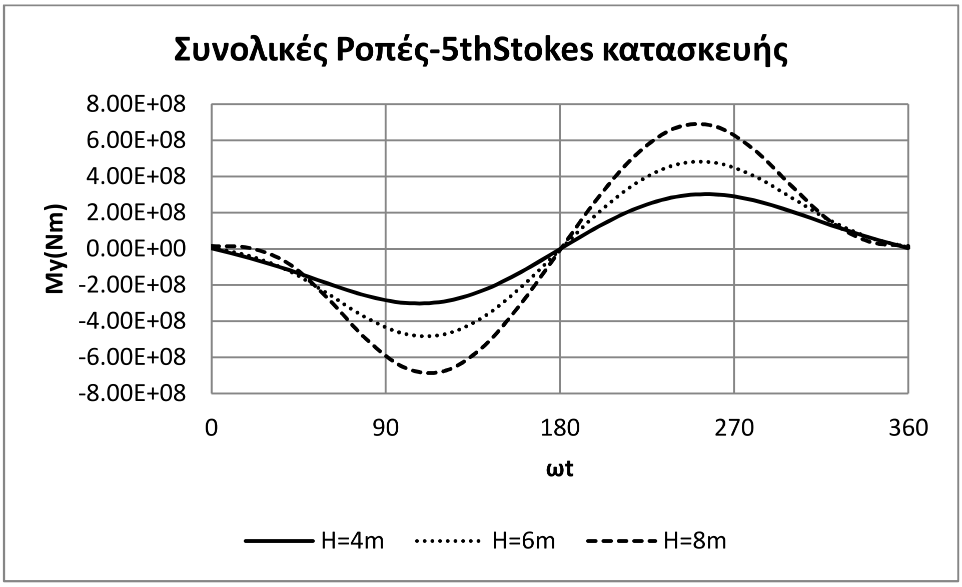


ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)_H=4m	3.69E+05	-6.57E+07	-3.36E+05	6.59E+07	3.69E+05
Fx(N)_H=6m	8.47E+05	-9.86E+07	-7.35E+05	9.92E+07	8.47E+05
Fx(N)_H=8m	1.53E+06	-1.32E+08	-1.27E+06	1.33E+08	1.53E+06

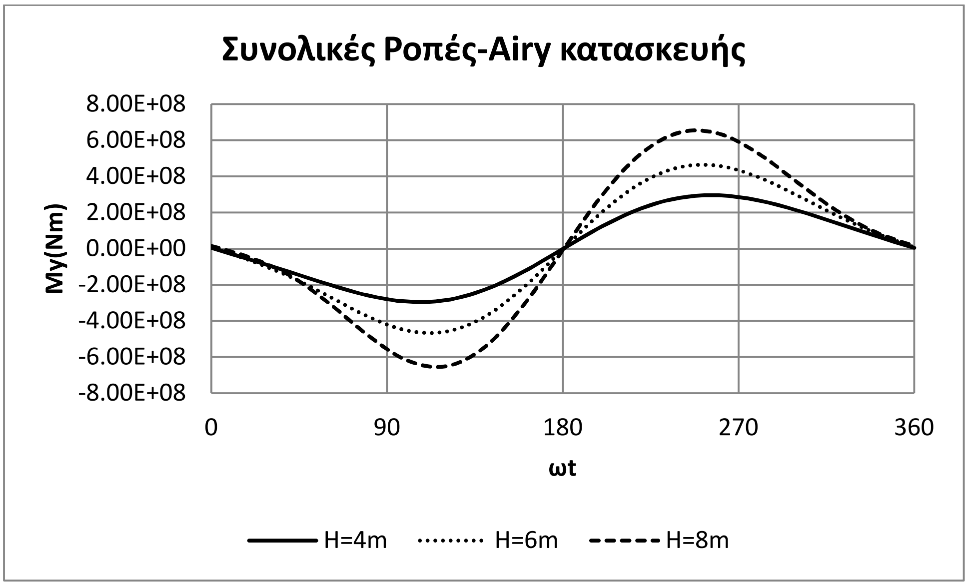


ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)_H=4m	3.70E+05	-6.55E+07	-3.37E+05	6.57E+07	3.70E+05
Fx(N)_H=6m	8.53E+05	-9.80E+07	-7.39E+05	9.86E+07	8.53E+05
Fx(N)_H=8m	1.55E+06	-1.30E+08	-1.28E+06	1.32E+08	1.55E+06

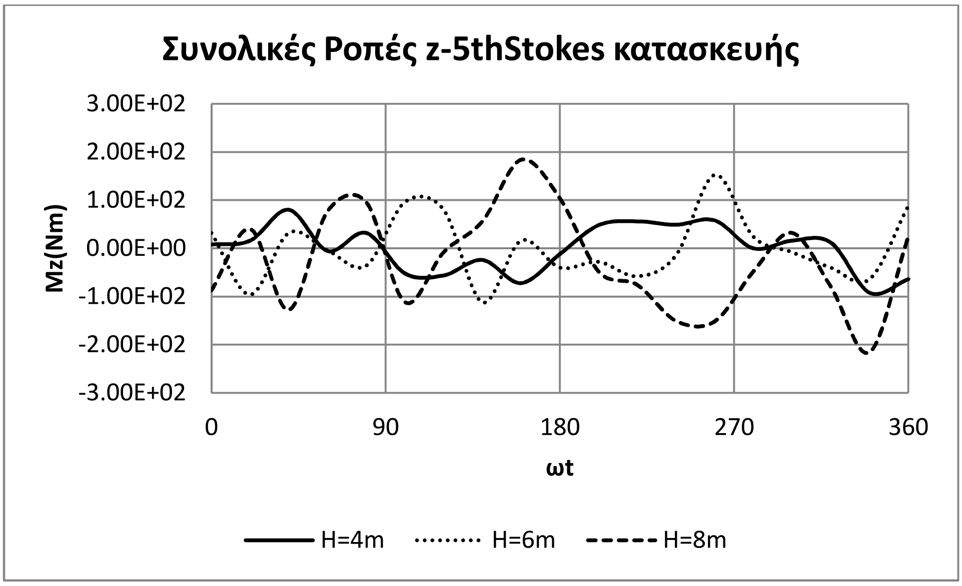
Συνολικές ροπές στην κατασκευή



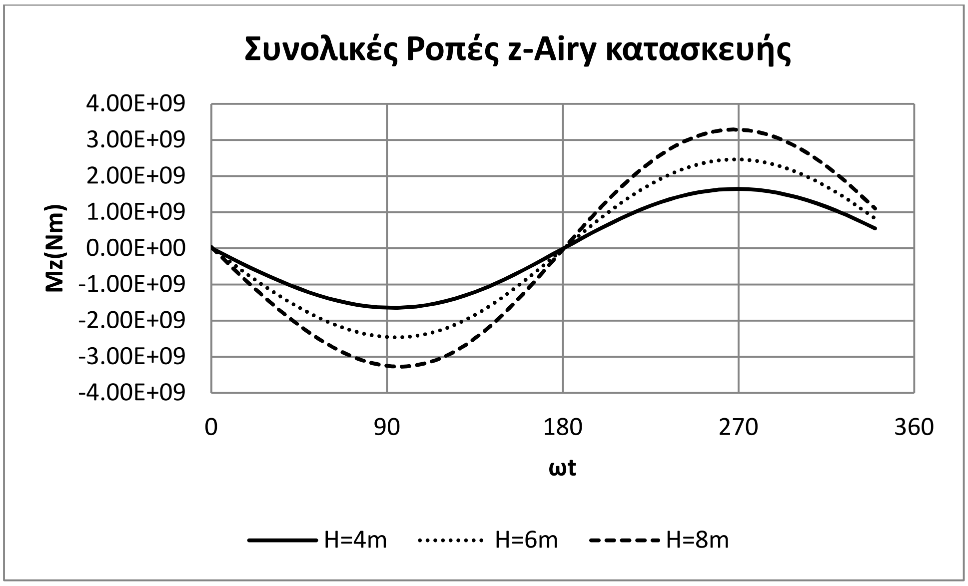
ωt	0	90	180	270	360
My(Nm)_H=4m	3.30E+06	-2.85E+08	-2.46E+06	2.90E+08	3.30E+06
My(Nm)_H=6m	7.89E+06	-4.35E+08	-5.08E+06	4.50E+08	7.89E+06
My(Nm)_H=8m	1.48E+07	-5.94E+08	-8.25E+06	6.29E+08	1.48E+07



ωt	0	90	180	270	360
My(Nm)_H=4m	3.32E+06	-2.81E+08	-2.47E+06	2.85E+08	3.32E+06
My(Nm)_H=6m	7.99E+06	-4.20E+08	-5.14E+06	4.35E+08	7.99E+06
My(Nm)_H=8m	1.52E+07	-5.57E+08	-8.40E+06	5.93E+08	1.52E+07



ωt	0	90	180	270	360
Mz(Nm)_H=4m	8.00E+00	-1.20E+01	-1.20E+01	-4.00E+00	-6.40E+01
Mz(Nm)_H=6m	3.20E+01	4.00E+01	-4.00E+01	1.60E+01	8.80E+01
Mz(Nm)_H=8m	-8.80E+01	3.20E+01	1.04E+02	-1.28E+02	2.40E+01



ωt	0	90	180	270	360
Mz(Nm)_H=4m	9.26E+06	-1.64E+09	-8.41E+06	1.64E+09	9.26E+06
Mz(Nm)_H=6m	2.13E+07	-2.45E+09	-1.85E+07	2.47E+09	2.13E+07
Mz(Nm)_H=8m	3.88E+07	-3.25E+09	-3.21E+07	3.29E+09	3.88E+07

5.10 Πλωτή κατασκευή τεσσάρων σύνθετων κυλίνδρων

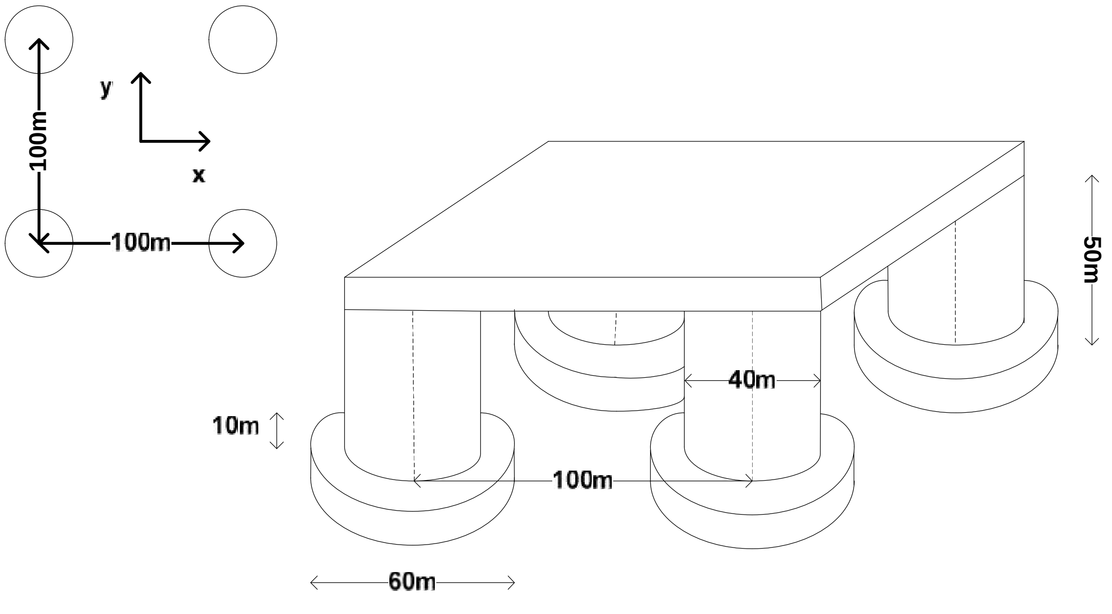
Πλωτή κατασκευή βρίσκεται σε θαλάσσια περιοχή βάθους $d = 300m$ και αποτελείται από τέσσερις κατακόρυφους κυλίνδρους διαμέτρου $D = 40m$ και ύψους $50m$. Οι κύλινδροι όπως είναι διατεταγμένοι σχηματίζουν τετράγωνο τέτοιο ώστε η απόσταση των κέντρων των κυλίνδρων στη διεύθυνση y είναι $100m$ και στη διεύθυνση x είναι $100m$ αντίστοιχα.

Κάθε κύλινδρος έχει ένα σκαλοπάτι κυλινδρικού σχήματος με διαστάσεις:

$1^{η}$ περίπτωση: διάμετρο $D_1 = 50m$ και ύψος κυλίνδρου $h_1 = 20m$

$2^{η}$ περίπτωση: διάμετρο $D_2 = 60m$ και ύψος κυλίνδρου $h_2 = 10m$

Κυματισμός μήκους a $= 300m$ και ύψους $H = 4, 6, 8m$ δρα στην κατασκευή. Υπολογίζονται οι δυνάμεις και οι ροπές που ασκούνται σε αυτή προσεγγίζοντας τον κυματισμό με τις κυματική θεωρία Stokes $5^{ης}$ τάξης και με την κυματική θεωρία Airy καθώς γίνεται και σύγκριση με τα αποτελέσματα της πλωτής κατασκευής με τέσσερις κυλίνδρους.

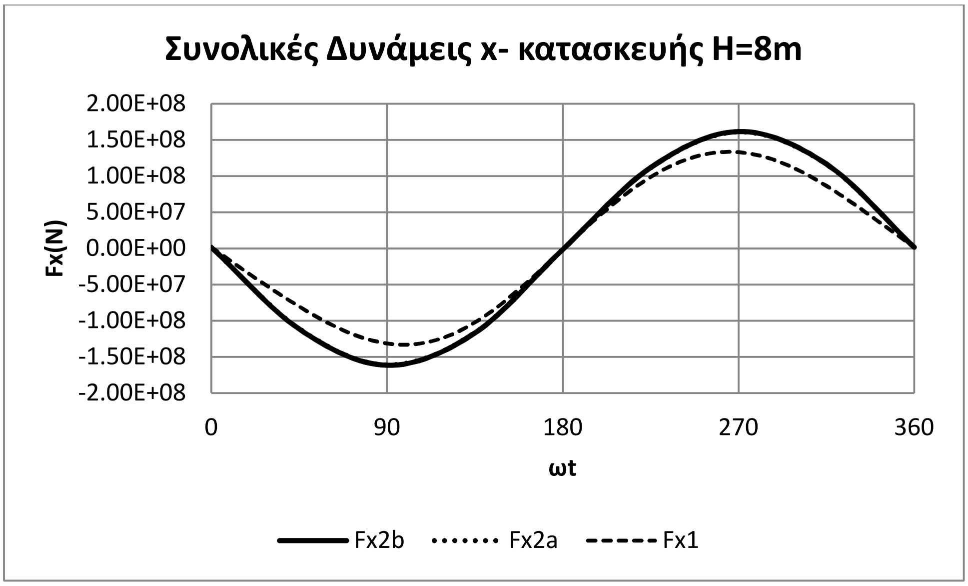


Εικόνα 5.10 Πλωτή κατασκευή τεσσάρων σύνθετων κυλίνδρων

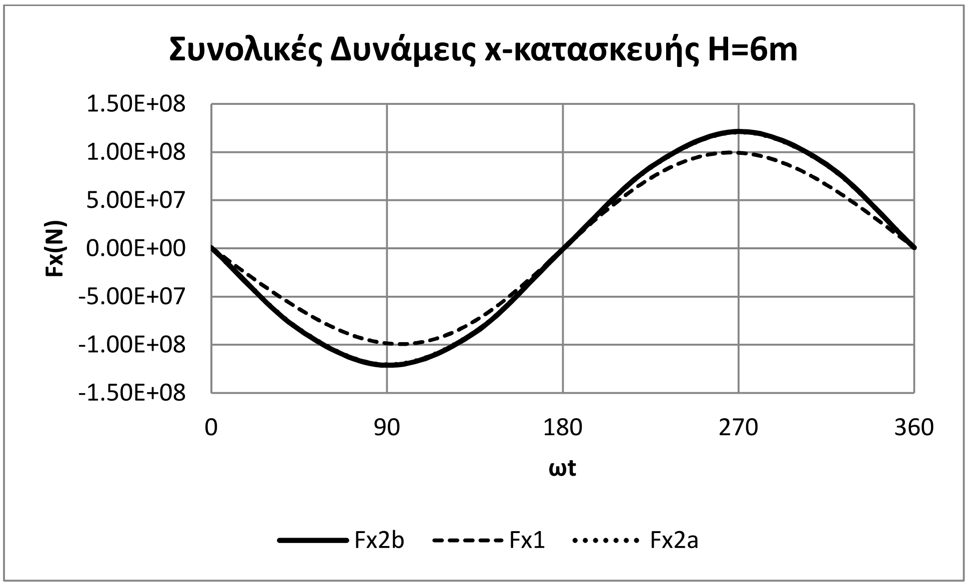
Στα παρακάτω διαγράμματα ως 1 θα χαρακτηρίζονται τα αποτελέσματα της πλωτής κατασκευής των τεσσάρων κυλίνδρων, ως 2a θα χαρακτηρίζονται τα αποτελέσματα της πλωτής τεσσάρων κυλίνδρων με το σκαλοπάτι της $1^{ης}$ περίπτωσης και αντίστοιχα 2b για την $2^{η}$.

Συνολικές δυνάμεις στην κατασκευή

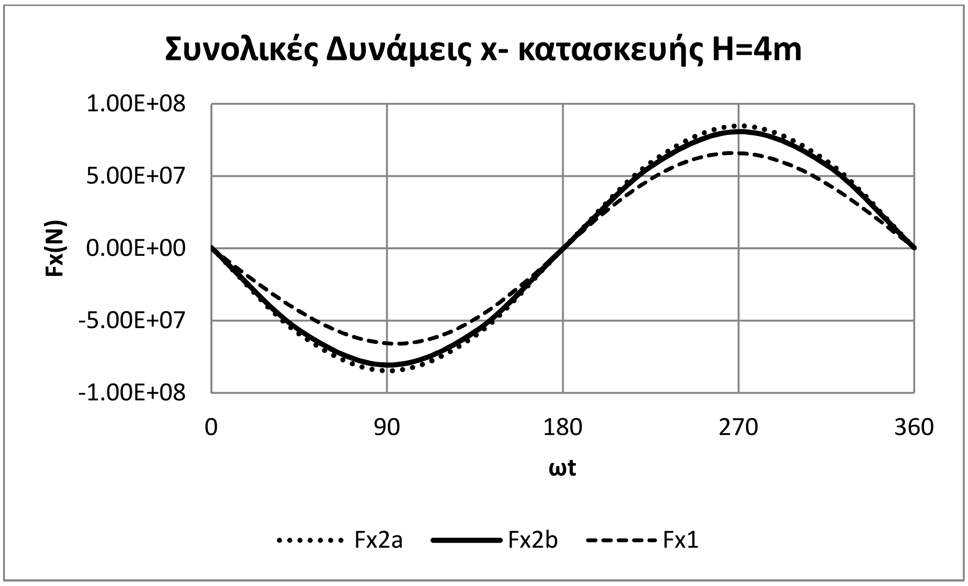
Κύματα 5ης τάξης Stokes



ωt	0	90	180	270	360
Fx1(N)	1.53E+06	-1.32E+08	-1.27E+06	1.33E+08	1.53E+06
Fx2a(N)	1.52E+06	-1.61E+08	-1.52E+06	1.61E+08	1.52E+06
Fx2b(N)	1.50E+06	-1.62E+08	-1.50E+06	1.62E+08	1.50E+06

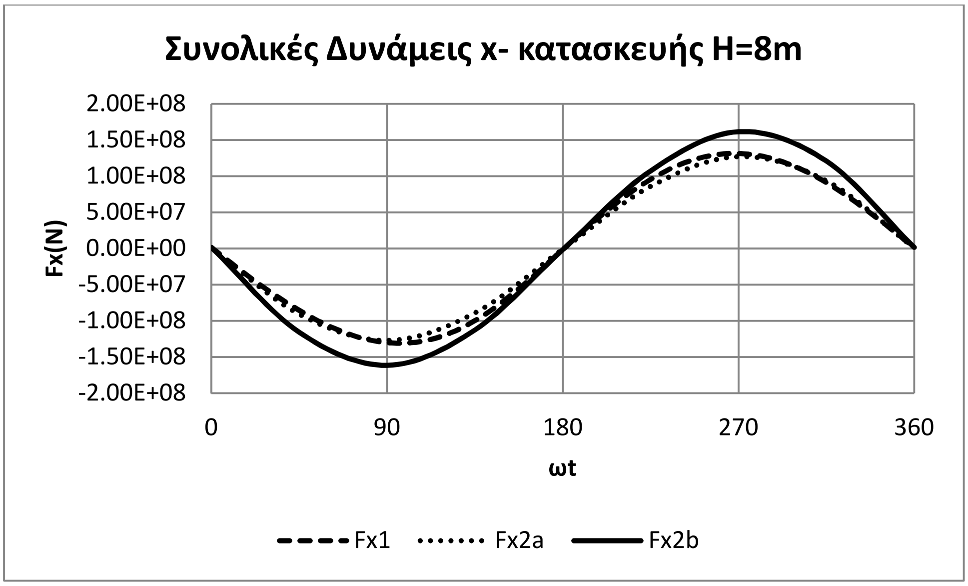


ωt	0	90	180	270	360
Fx1(N)	8.47E+05	-9.86E+07	-7.35E+05	9.92E+07	8.47E+05
Fx2a(N)	8.56E+05	-1.21E+08	-8.56E+05	1.21E+08	8.56E+05
Fx2b(N)	8.48E+05	-1.21E+08	-8.49E+05	1.21E+08	8.48E+05

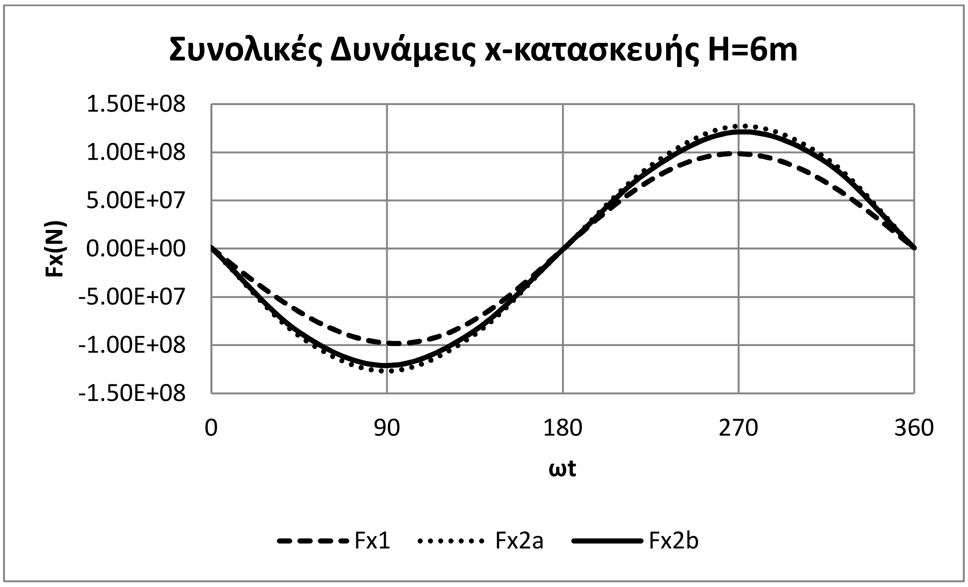


ωt	0	90	180	270	360
Fx1(N)	3.69E+05	-6.57E+07	-3.36E+05	6.59E+07	3.69E+05
Fx2a(N)	3.88E+05	-8.47E+07	-3.88E+05	8.47E+07	3.88E+05
Fx2b(N)	3.78E+05	-8.08E+07	-3.78E+05	8.08E+07	3.78E+05

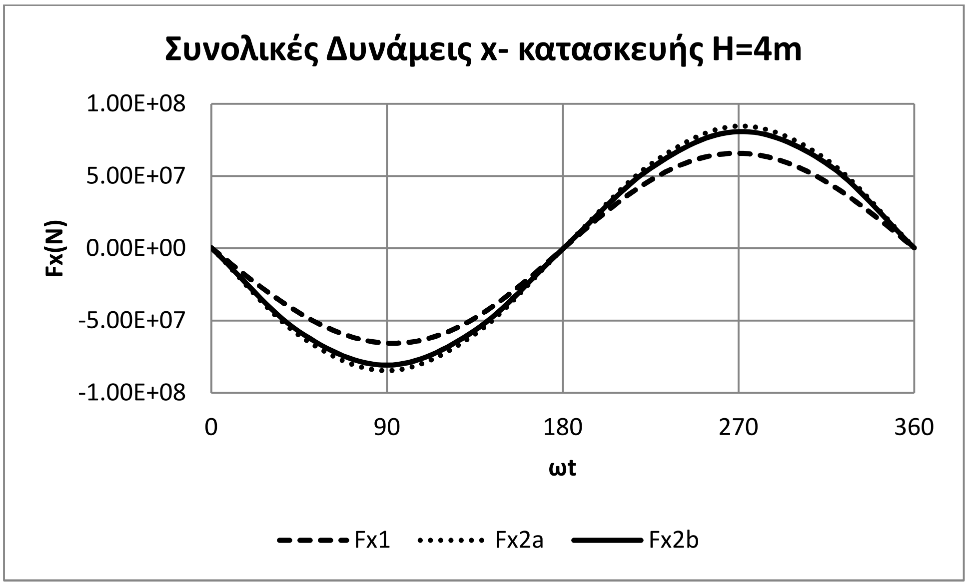
Κύματα Airy



ωt	0	90	180	270	360
Fx1(N)	1.55E+06	-1.30E+08	-1.28E+06	1.32E+08	1.55E+06
Fx2a(N)	1.55E+06	-1.69E+08	-1.55E+06	1.69E+08	1.55E+06
Fx2b(N)	1.51E+06	-1.62E+08	-1.51E+06	1.62E+08	1.51E+06



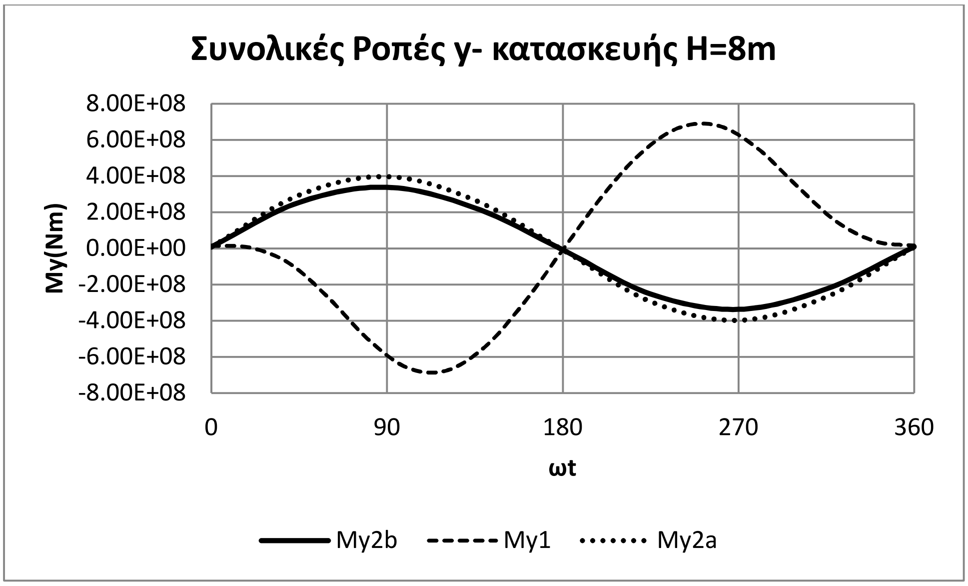
ωt	0	90	180	270	360
Fx1(N)	8.53E+05	-9.80E+07	-7.39E+05	9.86E+07	8.53E+05
Fx2a(N)	8.74E+05	-1.27E+08	-8.74E+05	1.27E+08	8.74E+05
Fx2b(N)	8.52E+05	-1.21E+08	-8.52E+05	1.21E+08	8.52E+05



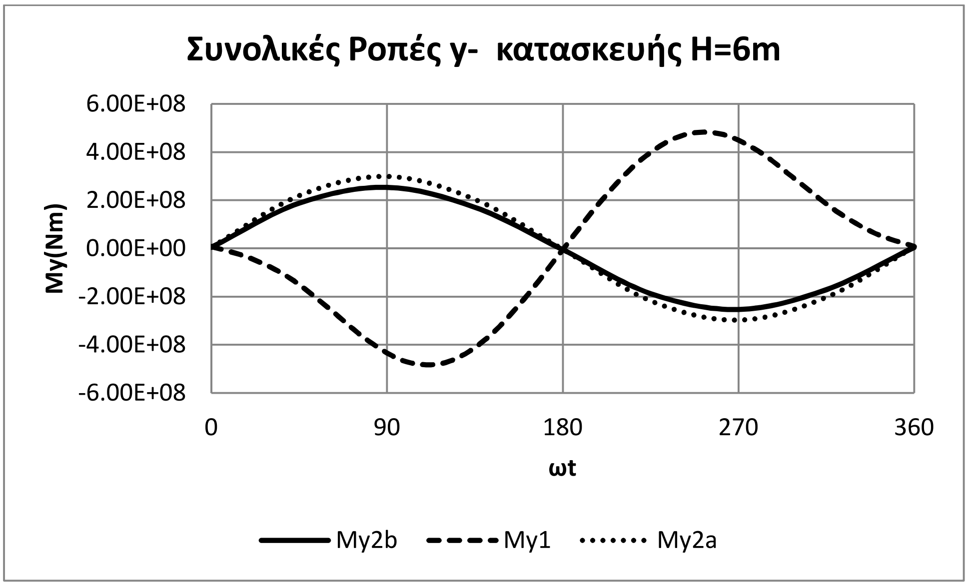
ωt	0	90	180	270	360
Fx1(N)	3.70E+05	-6.55E+07	-3.37E+05	6.57E+07	3.70E+05
Fx2a(N)	3.88E+05	-8.47E+07	-3.88E+05	8.47E+07	3.88E+05
Fx2b(N)	3.79E+05	-8.08E+07	-3.79E+05	8.08E+07	3.79E+05

Συνολικές ροπές στην κατασκευή

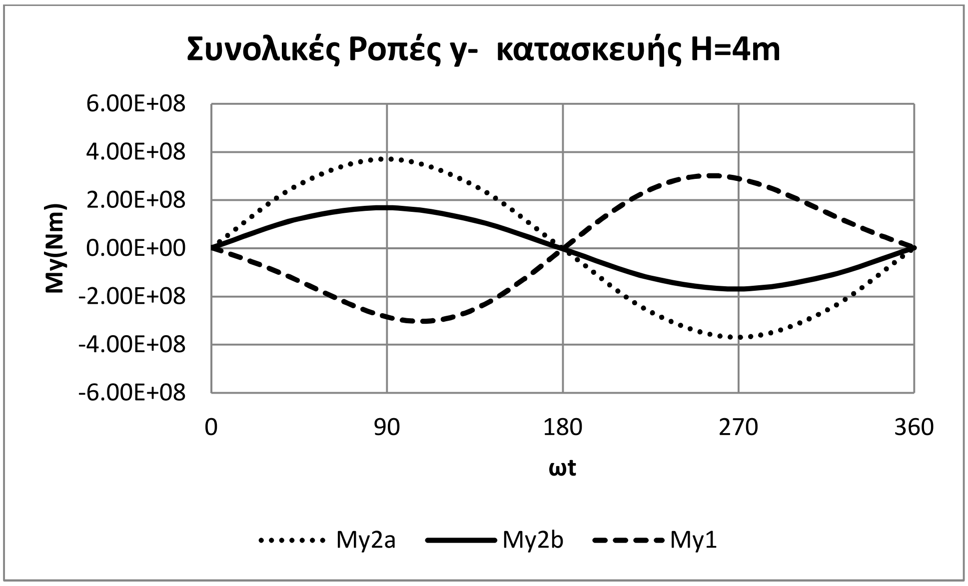
Κύματα 5ης τάξης Stokes



ωt	0	90	180	270	360
My1(Nm)	1.48E+07	-5.94E+08	-8.25E+06	6.29E+08	1.48E+07
My2a(Nm)	7.77E+06	3.98E+08	-7.80E+06	-3.98E+08	7.77E+06
My2b(Nm)	8.42E+06	3.38E+08	-8.44E+06	-3.38E+08	8.42E+06

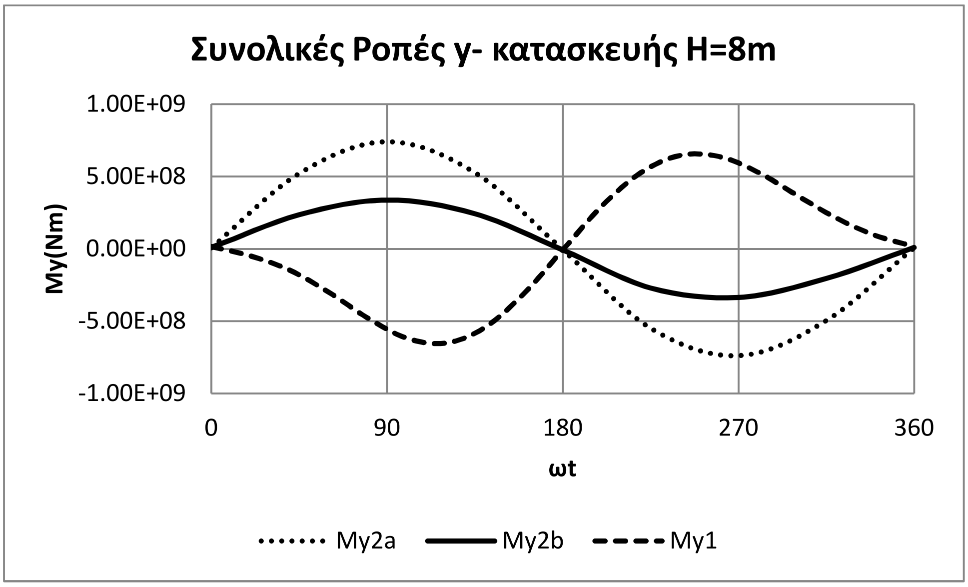


ωt	0	90	180	270	360
My1(Nm)	7.89E+06	-4.35E+08	-5.08E+06	4.50E+08	7.89E+06
My2a(Nm)	4.39E+06	2.98E+08	-4.39E+06	-2.98E+08	4.39E+06
My2b(Nm)	4.75E+06	2.53E+08	-4.76E+06	-2.53E+08	4.75E+06

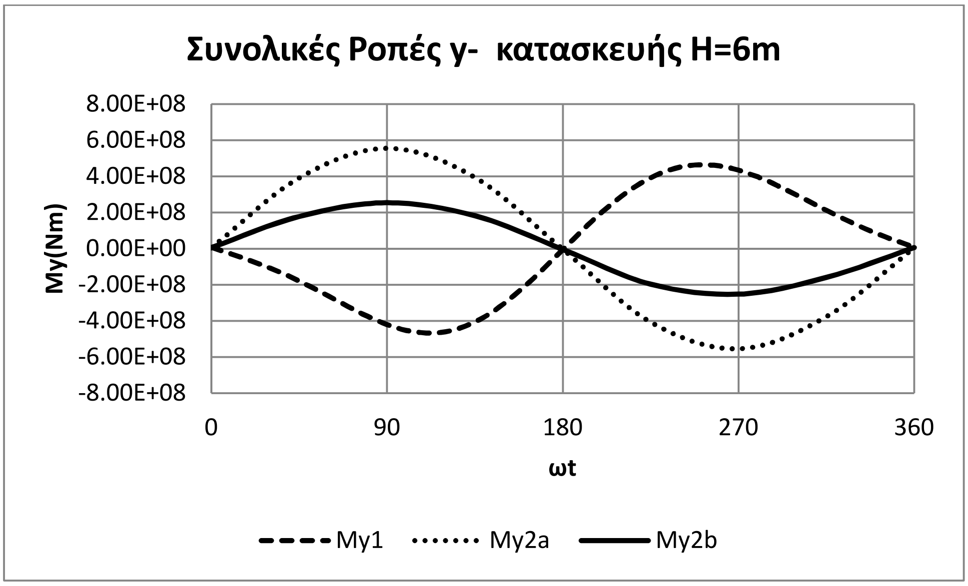


ωt	0	90	180	270	360
My1(Nm)	3.69E+05	-6.57E+07	-3.36E+05	6.59E+07	3.69E+05
My2a(Nm)	1.69E+06	3.70E+08	-1.69E+06	-3.70E+08	1.69E+06
My2b(Nm)	2.12E+06	1.69E+08	-2.12E+06	-1.69E+08	2.12E+06

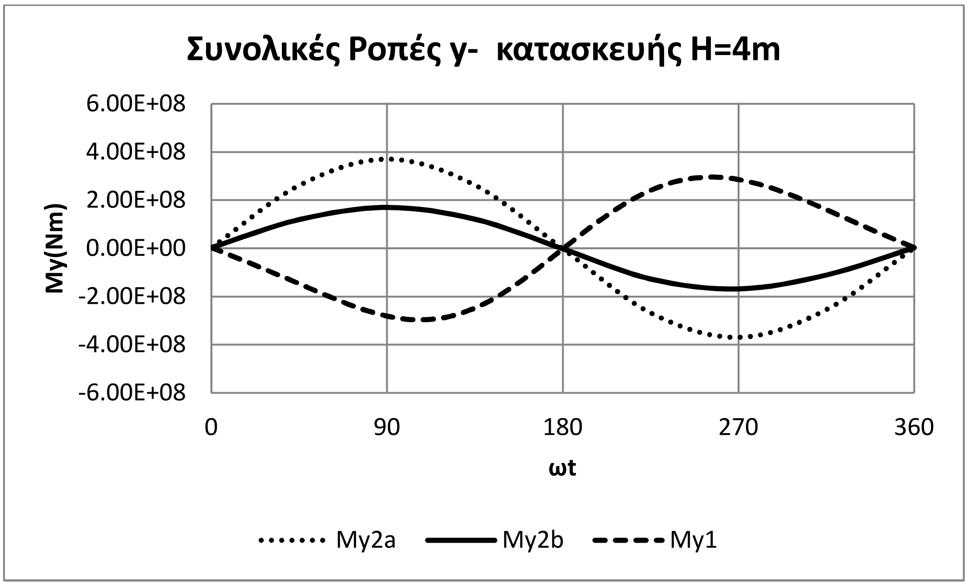
Κύματα Airy



ωt	0	90	180	270	360
My1(Nm)	1.52E+07	-5.57E+08	-8.40E+06	5.93E+08	1.52E+07
My2a(Nm)	6.78E+06	7.40E+08	-6.78E+06	-7.40E+08	6.78E+06
My2b(Nm)	8.49E+06	3.38E+08	-8.49E+06	-3.38E+08	8.49E+06



ωt	0	90	180	270	360
My1(Nm)	7.99E+06	-4.20E+08	-5.14E+06	4.35E+08	7.99E+06
My2a(Nm)	3.81E+06	5.55E+08	-3.81E+06	-5.55E+08	3.81E+06
My2b(Nm)	4.78E+06	2.53E+08	-4.78E+06	-2.53E+08	4.78E+06



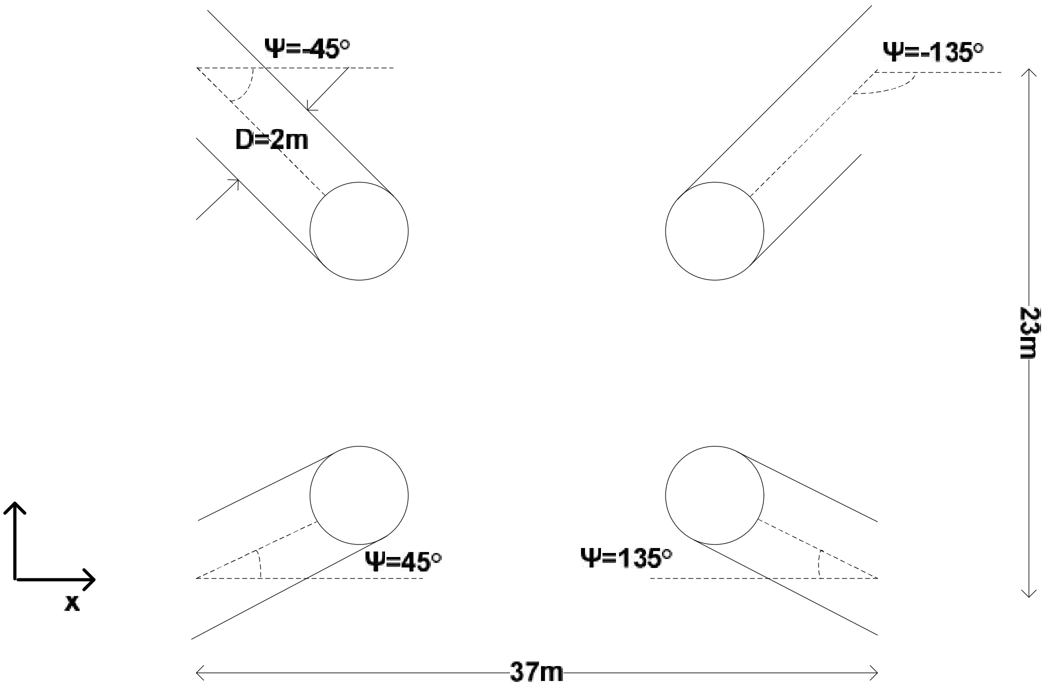
ωt	0	90	180	270	360
My1(Nm)	3.32E+06	-2.81E+08	-2.47E+06	2.85E+08	3.32E+06
My2a(Nm)	1.70E+06	3.70E+08	-1.70E+06	-3.70E+08	1.70E+06
My2b(Nm)	2.12E+06	1.69E+08	-2.12E+06	-1.69E+08	2.12E+06

5.11 Πλατφόρμα Jacket

Σε βάθος $d = 27m$ είναι τοποθετημένη μια κατασκευή τύπου Jacket. Αποτελείται από τέσσερις κύριους πυλώνες διαμέτρου $D_1 = 2m$ και υπό κλίση $15°$ προς το κέντρο της κατασκευής. Η διατομή της κατασκευής είναι ορθογώνια με διαστάσεις $37m$ x 27m . Σε κάθε πλευρά της βρίσκονται έξι κύλινδροι διαμέτρου $D_2 = 1m$ σε 3 επιμέρους x-brace διατάξεις με γωνία ως προς την κατακόρυφο 30 °. Στην κατασκευή ασκείται κυματισμός με μήκος κύματος ª $= 40m$ και ύψος $H = 4m$.

Εικόνα 5.11.1 Πλατφόρμα Jacket- Thornton Bank

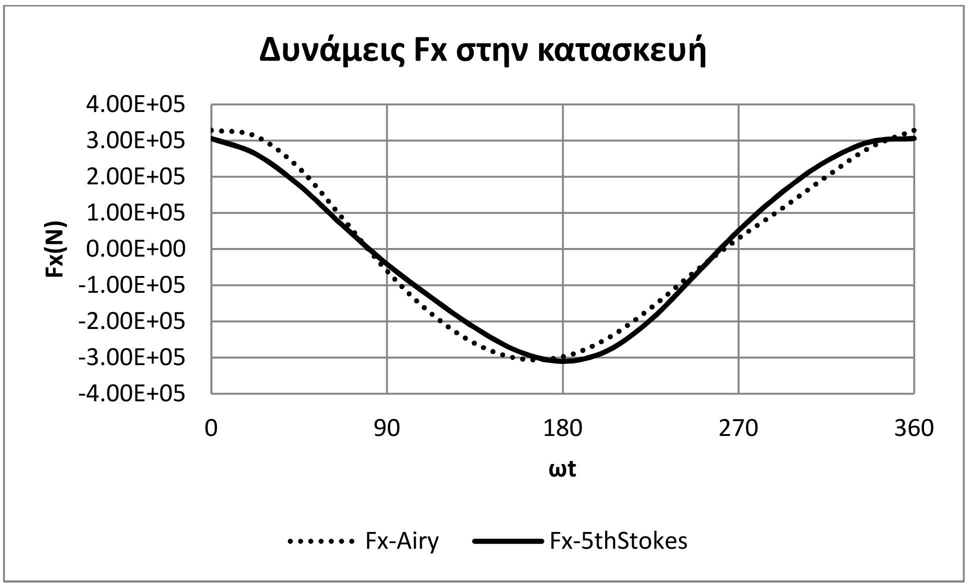
Προσδιορίστηκαν οι δυνάμεις και οι ροπές σύμφωνα με την κυματική θεωρία Stokes 5^{ης} τάξης όσο και με τη θεωρία Airy. Τέλος, γίνεται σύγκριση της jacket με μια άλλη κατασκευή που θα αποτελείται μόνο από τους τέσσερις κύριους πυλώνες της Jacket. Συγκεκριμένα, κάθε κύλινδρος έχει διάμετρο $D = 2m$, σχηματίζει γωνία με την κατακόρυφο 15°. Οι γωνίες που σχηματίζουν οι κύλινδροι με το επίπεδο *xy*, καθώς και οι αποστάσεις μεταξύ των κυλίνδρων, παρουσιάζονται στην επόμενη εικόνα.



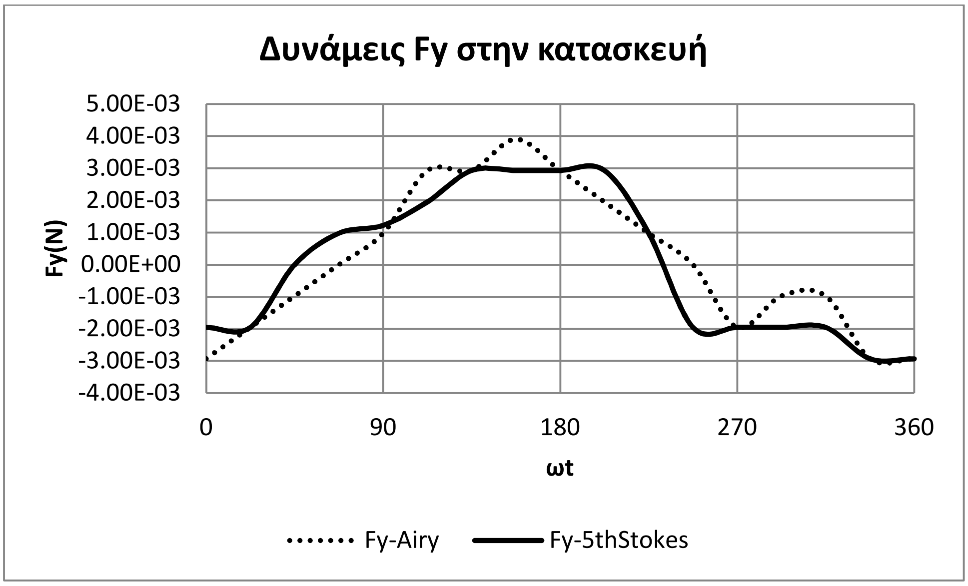
Εικόνα 5.11.2 Κάτοψη των τεσσάρων κυλίνδρων

- **Πλατφόρμα Jacket**

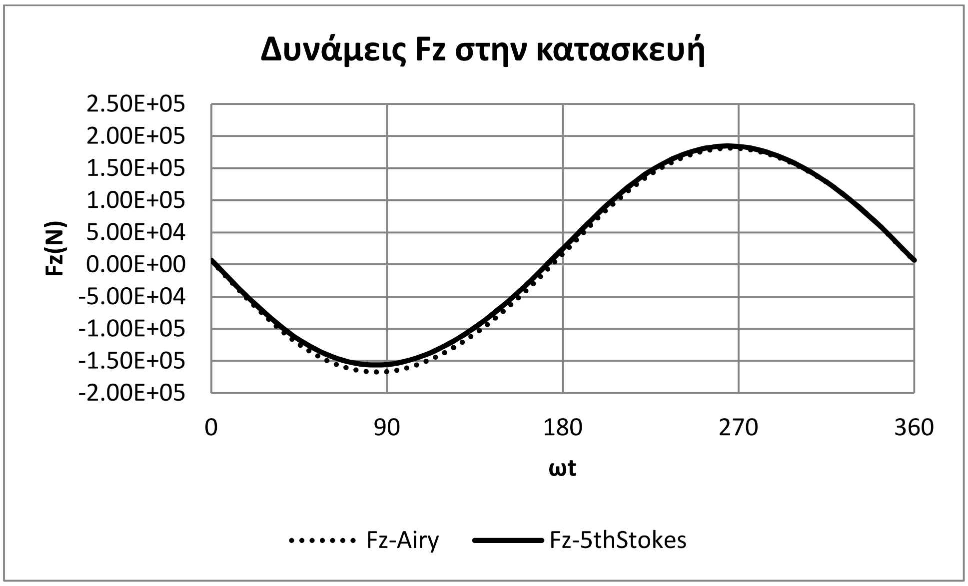
Συνολικές δυνάμεις στην κατασκευή



ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)-Airy	3.29E+05	-6.05E+04	-2.98E+05	2.96E+04	3.29E+05
Fx(N)-Stokes	3.06E+05	-4.19E+04	-3.11E+05	5.09E+04	3.06E+05

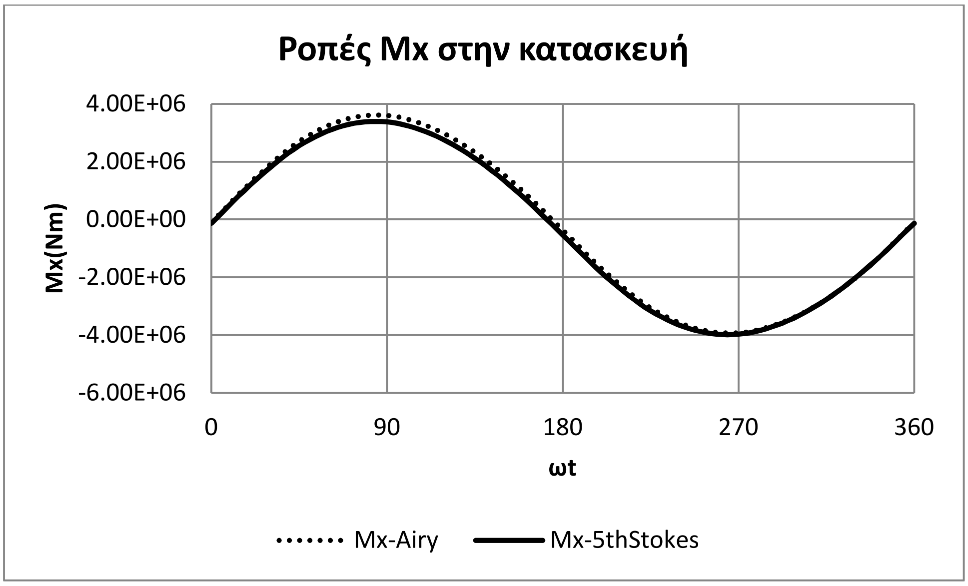


ωt	0	90	180	270	360
Fy(N)-Airy	-2.93E-03	9.77E-04	2.93E-03	-1.95E-03	-2.93E-03
Fy(N)-Stokes	-1.95E-03	1.22E-03	2.93E-03	-1.95E-03	-2.93E-03

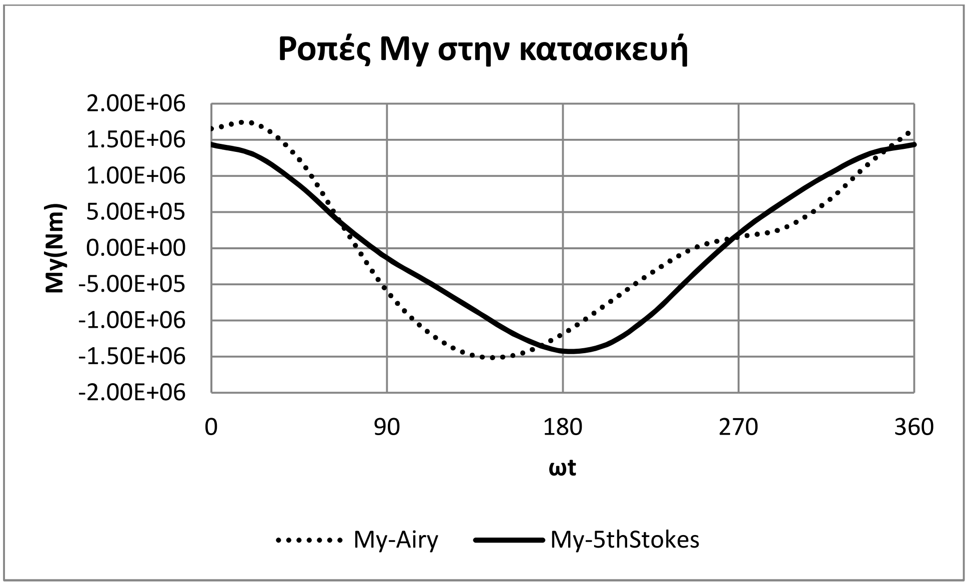


ωt	0	90	180	270	360
Fz(N)-Airy	5.85E+03	-1.67E+05	1.67E+04	1.81E+05	5.85E+03
Fz(N)-Stokes	6.71E+03	-1.56E+05	2.44E+04	1.84E+05	6.71E+03

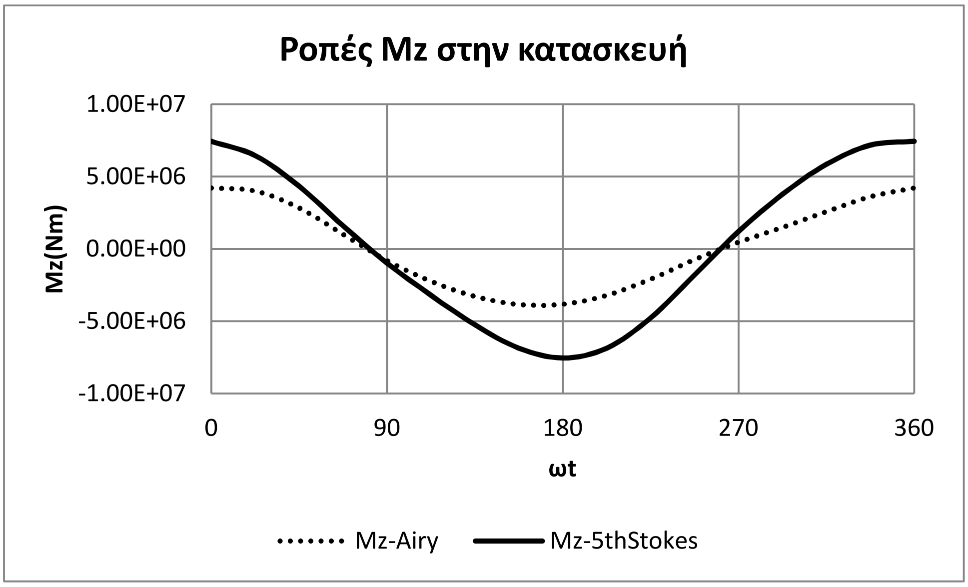
Συνολικές ροπές στην κατασκευή



ωt	0	90	180	270	360
Mx(Nm)-Airy	-1.03E+05	3.61E+06	-3.65E+05	-3.92E+06	-1.03E+05
Mx(Nm)-Stokes	-1.31E+05	3.38E+06	-5.39E+05	-3.97E+06	-1.31E+05



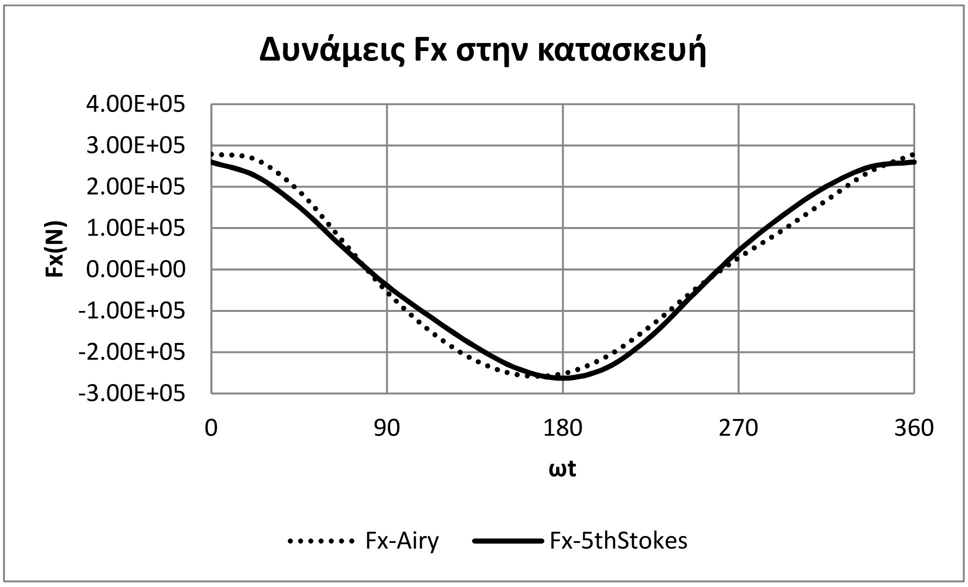
ωt	0	90	180	270	360
My(Nm)-Airy	1.65E+06	-5.95E+05	-1.19E+06	1.55E+05	1.65E+06
My(Nm)-Stokes	1.43E+06	-1.37E+05	-1.42E+06	2.00E+05	1.43E+06



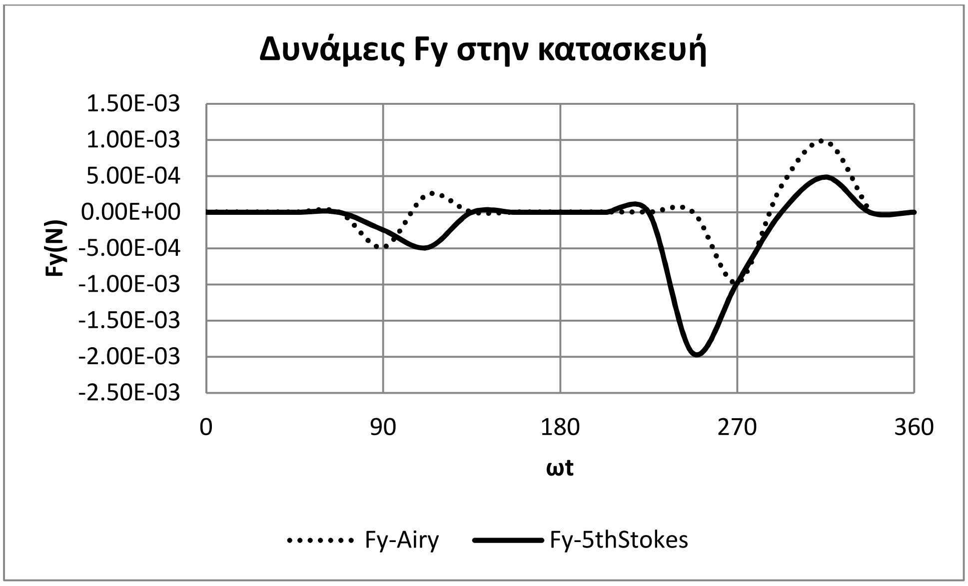
ωt	0	90	180	270	360
Mz(Nm)-Airy	4.19E+06	-8.13E+05	-3.82E+06	4.46E+05	4.19E+06
Mz(Nm)-Stokes	7.44E+06	-9.89E+05	-7.55E+06	1.20E+06	7.44E+06

– **Πλατφόρμα τεσσάρων κυλίνδρων**

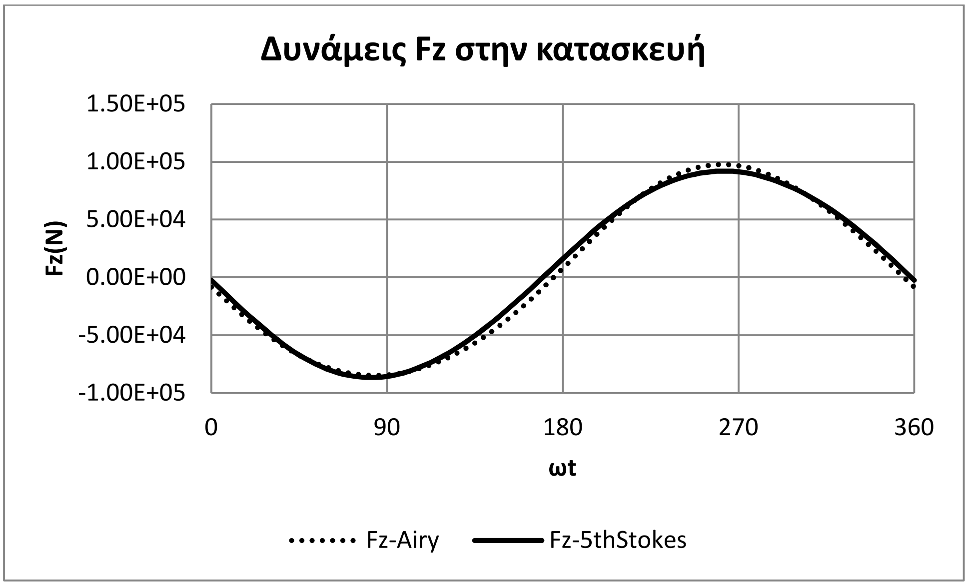
Συνολικές δυνάμεις στην κατασκευή



ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)-Airy	2.79E+05	-5.45E+04	-2.52E+05	2.78E+04	2.79E+05
Fx(N)-Stokes	2.59E+05	-3.90E+04	-2.63E+05	4.48E+04	2.59E+05

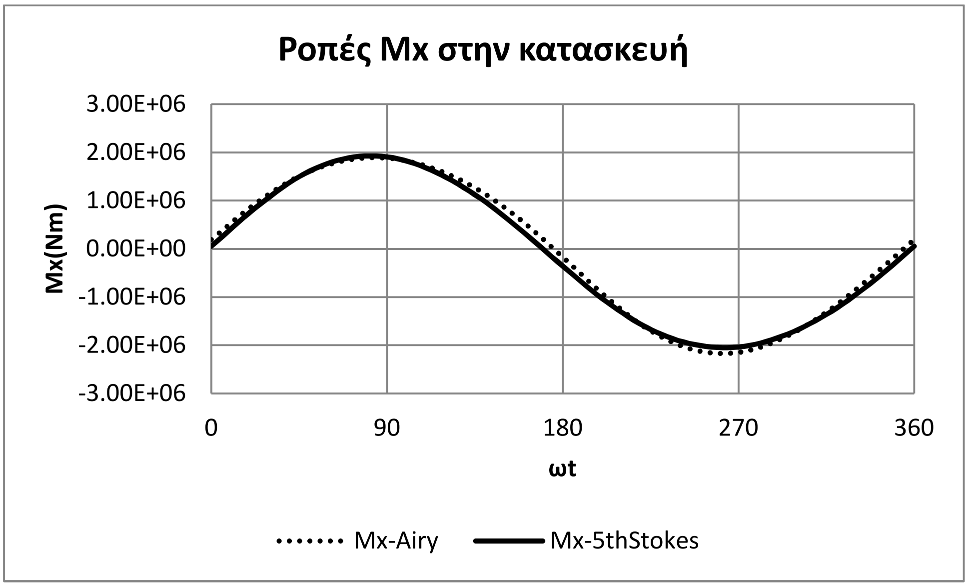


ωt	0	90	180	270	360
Fy(N)-Airy	0.00E+00	-4.88E-04	0.00E+00	-9.77E-04	0.00E+00
Fy(N)-Stokes	0.00E+00	-2.44E-04	0.00E+00	-9.77E-04	0.00E+00

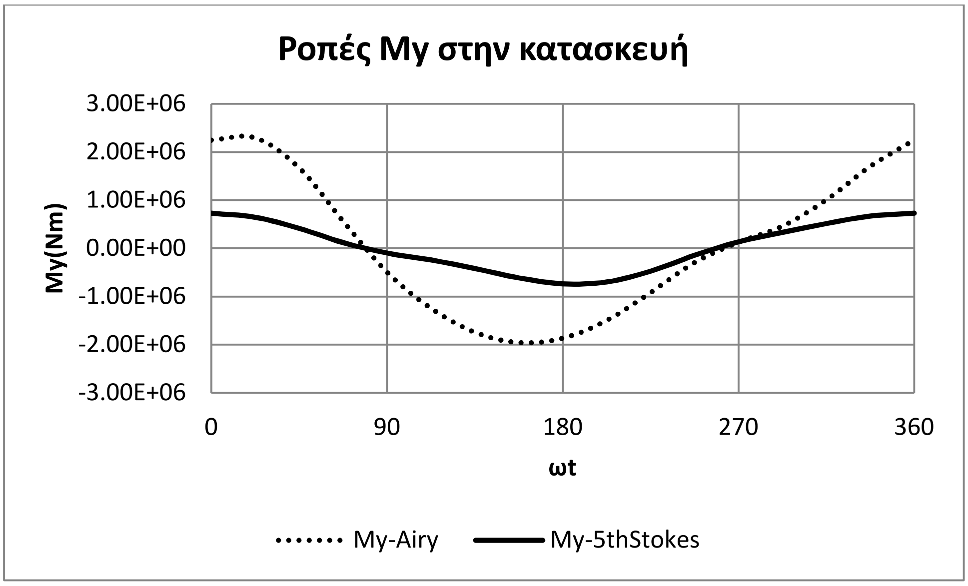


ωt	0	90	180	270	360
Fz(N)-Airy	-8.46E+03	-8.44E+04	7.65E+03	9.66E+04	-8.46E+03
Fz(N)-Stokes	-2.25E+03	-8.56E+04	1.62E+04	9.16E+04	-2.25E+03

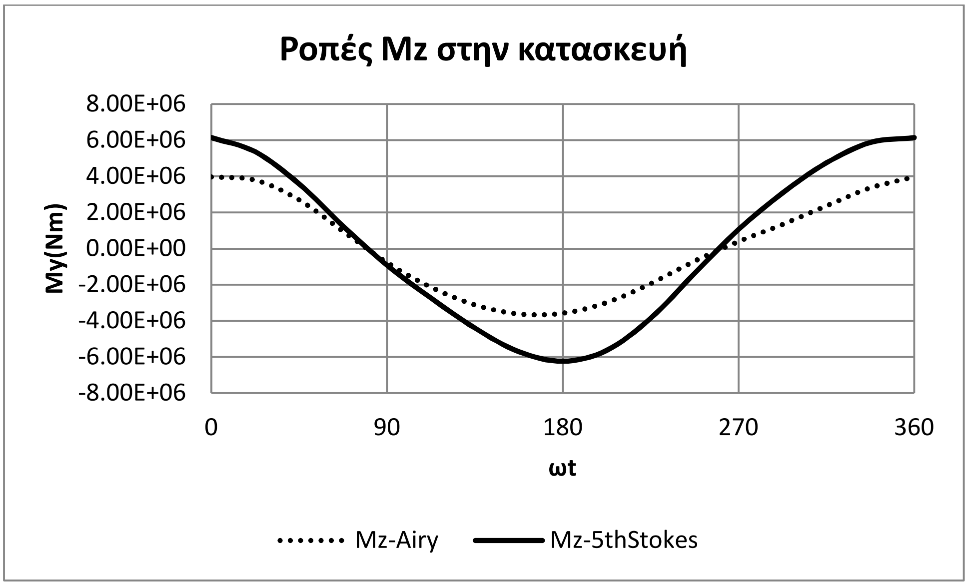
Συνολικές ροπές στην κατασκευή



ωt	0	90	180	270	360
Mx(Nm)-Airy	1.90E+05	1.88E+06	-1.71E+05	-2.15E+06	1.90E+05
Mx(Nm)-Stokes	5.17E+04	1.91E+06	-3.60E+05	-2.04E+06	5.17E+04



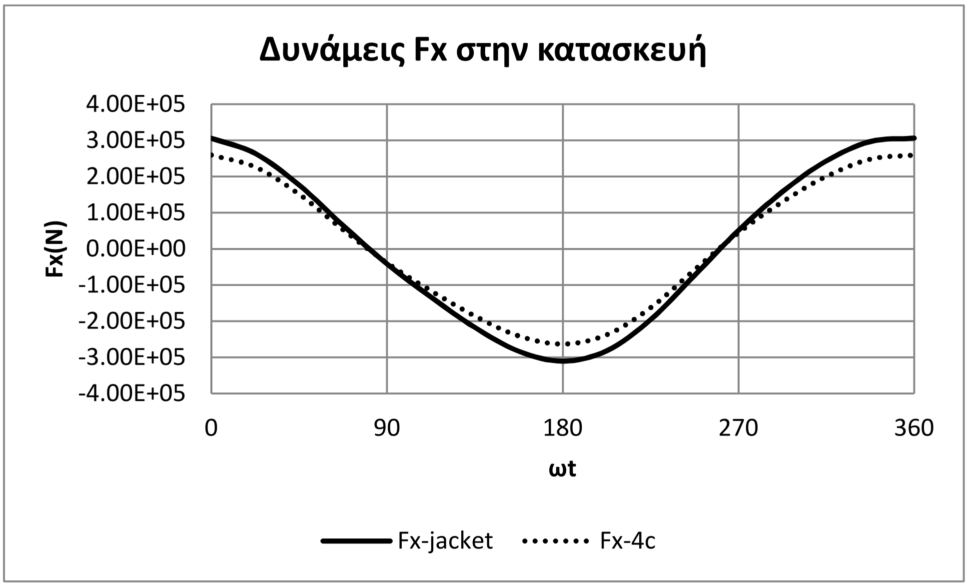
ωt	0	90	180	270	360
Mx(Nm)-Airy	2.24E+06	-4.95E+05	-1.87E+06	1.26E+05	2.24E+06
Mx(Nm)-Stokes	7.28E+05	-9.73E+04	-7.34E+05	1.35E+05	7.28E+05



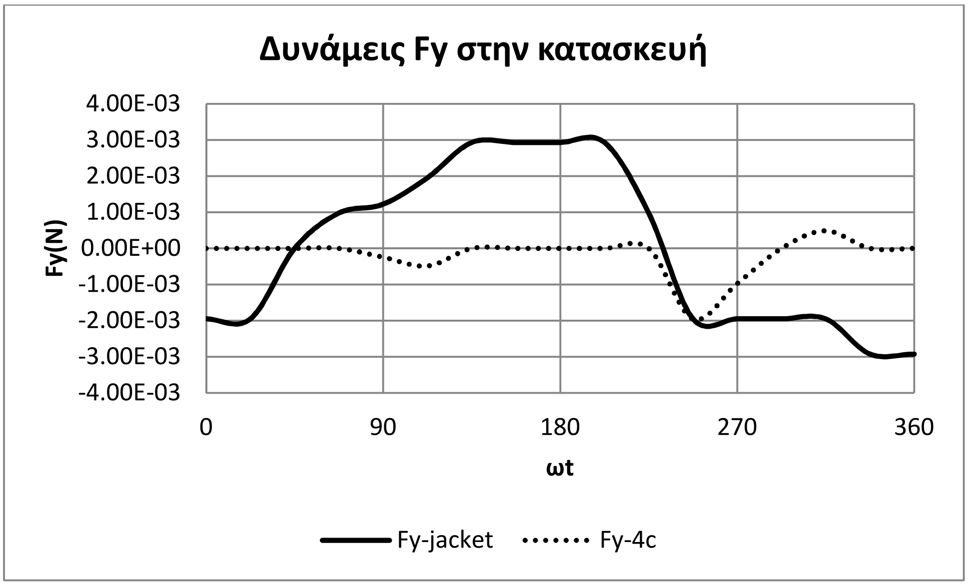
ωt	0	90	180	270	360
Mz(Nm)-Airy	3.96E+06	-7.72E+05	-3.58E+06	3.89E+05	3.96E+06
Mz(Nm)-Stokes	6.14E+06	-9.19E+05	-6.23E+06	1.06E+06	6.14E+06

– **Σύγκριση των κατασκευών**

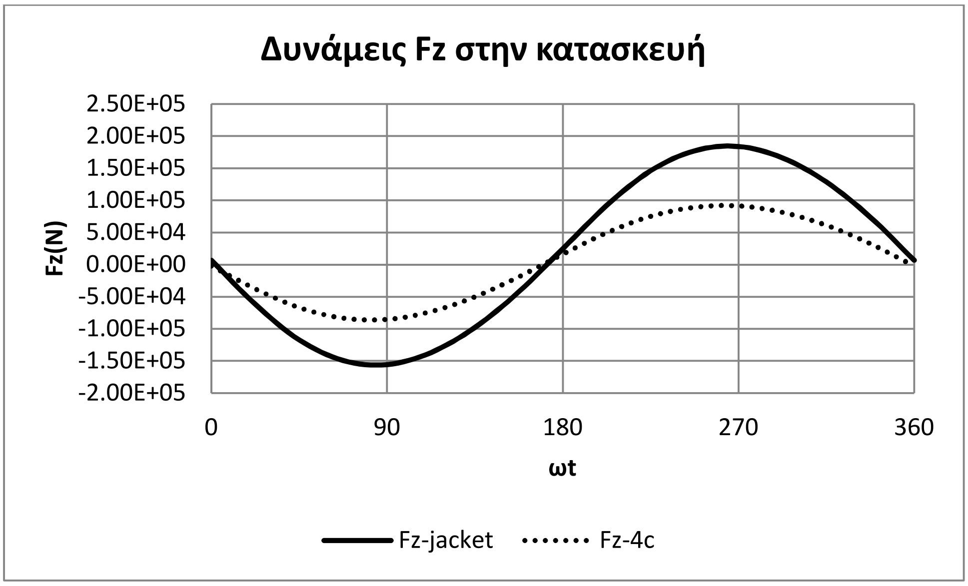
Συνολικές δυνάμεις στην κατασκευή



ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)-4c	2.59E+05	-3.90E+04	-2.63E+05	4.48E+04	2.59E+05
Fx(N)-jacket	3.06E+05	-4.19E+04	-3.11E+05	5.09E+04	3.06E+05

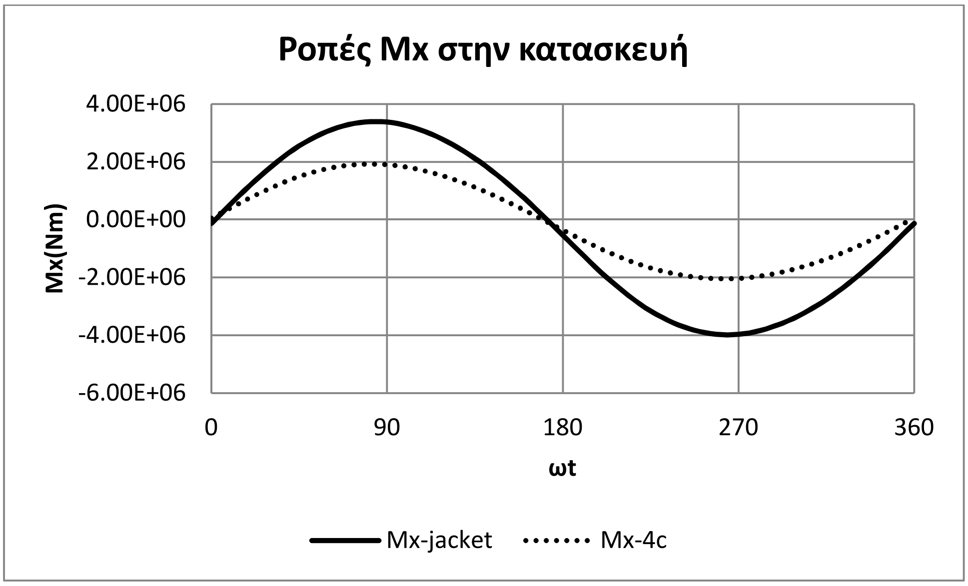


ωt	0	90	180	270	360
Fy(N)-4c	0.00E+00	-2.44E-04	0.00E+00	-9.77E-04	0.00E+00
Fy(N)-jacket	-1.95E-03	1.22E-03	2.93E-03	-1.95E-03	-2.93E-03

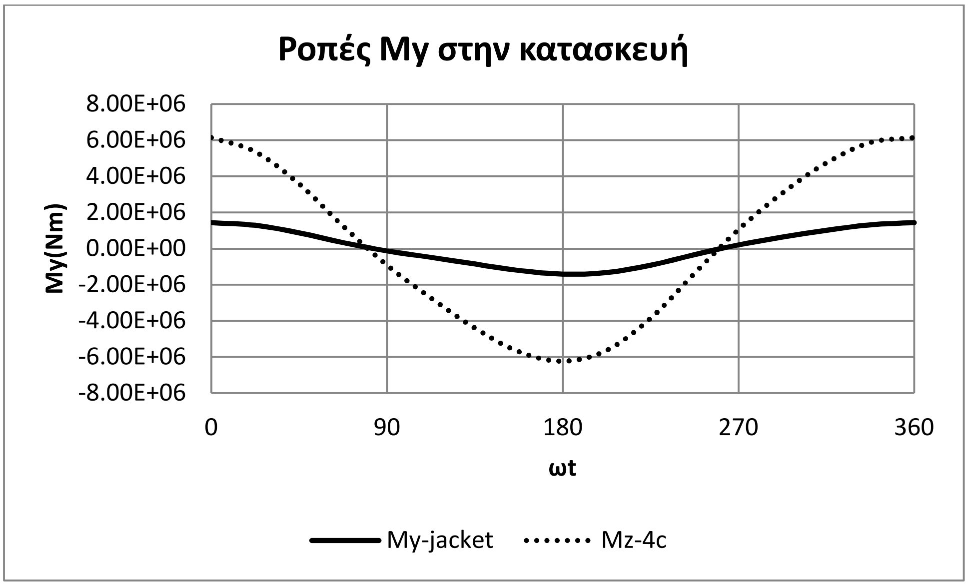


ωt	0	90	180	270	360
Fz(N)-4c	-2.25E+03	-8.56E+04	1.62E+04	9.16E+04	-2.25E+03
Fz(N)-jacket	6.71E+03	-1.56E+05	2.44E+04	1.84E+05	6.71E+03

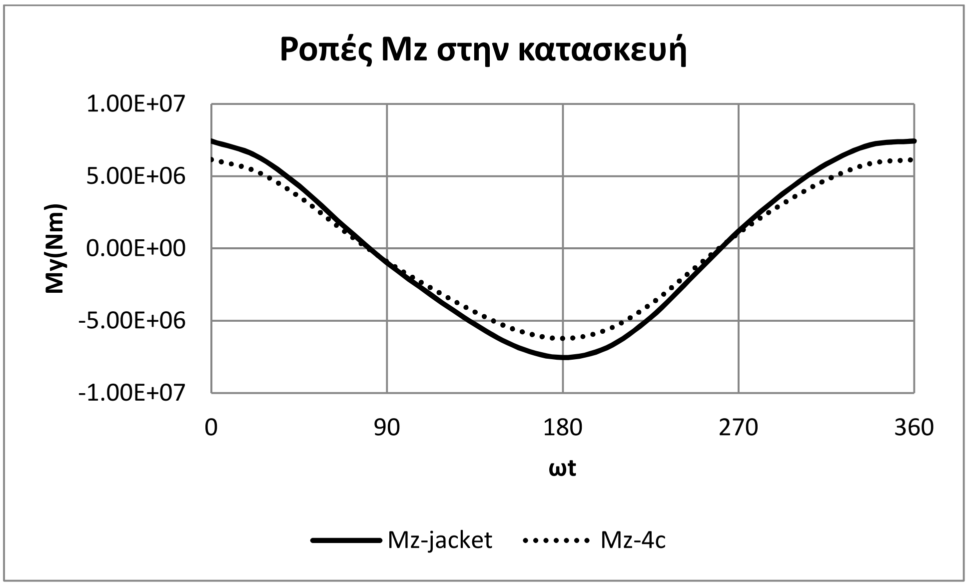
Συνολικές ροπές στην κατασκευή



ωt	0	90	180	270	360
Mx(Nm)-4c	5.17E+04	1.91E+06	-3.60E+05	-2.04E+06	5.17E+04
Mx(Nm)-jacket	-1.31E+05	3.38E+06	-5.39E+05	-3.97E+06	-1.31E+05



ωt	0	90	180	270	360
My(Nm)-4c	7.28E+05	-9.73E+04	-7.34E+05	1.35E+05	7.28E+05
My(Nm)-jacket	1.43E+06	-1.37E+05	-1.42E+06	2.00E+05	1.43E+06



ωt	0	90	180	270	360
Mz(Nm)-4c	6.14E+06	-9.19E+05	-6.23E+06	1.06E+06	6.14E+06
Mz(Nm)-jacket	7.44E+06	-9.89E+05	-7.55E+06	1.20E+06	7.44E+06

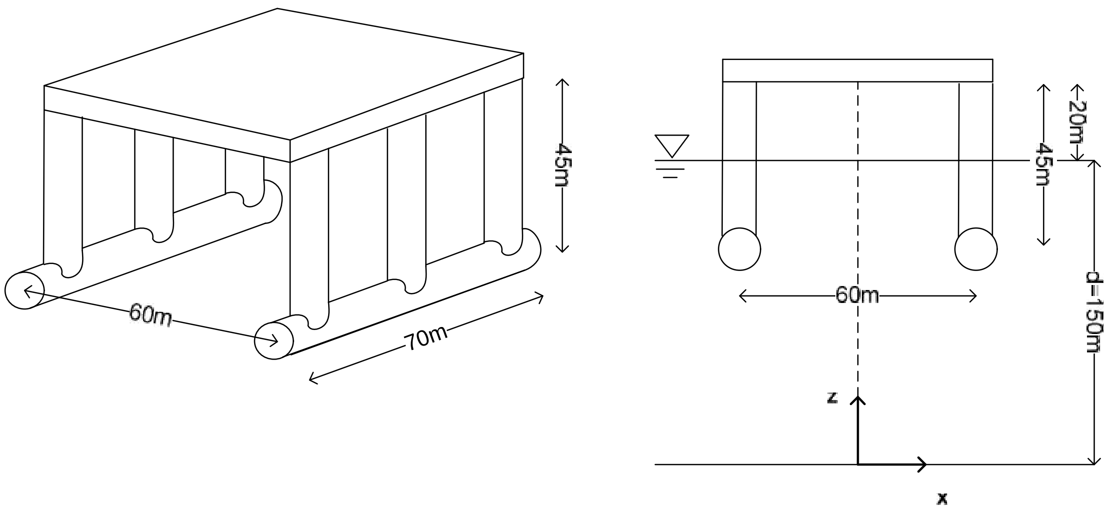
5.12 Πλωτή ημιβυθισμένη πλατφόρμα

Η παρακάτω πλωτή ημιβυθισμένη πλατφόρμα βρίσκεται σε βάθος $d = 150m$ και της ασκείται κυματισμός Airy και Stokes 5ης τάξης με τα εξής χαρακτηριστικά:

1. $H = 5m$ και $T = 8\sec$
2. $H = 30m$ και $T = 16\sec$

Θεωρώντας αμελητέα τη σχετική κίνηση πλατφόρμας- κύματος και την επίδραση των κατασκευαστικών μερών της, υπολογίζεται η συνολική δύναμη και ροπή στο σημείο σύνδεσης κυλίνδρου- καταστρώματος, δηλαδή $(x_G = 0.0m, y_G = 0.0m, z_G = 130.0m)$.

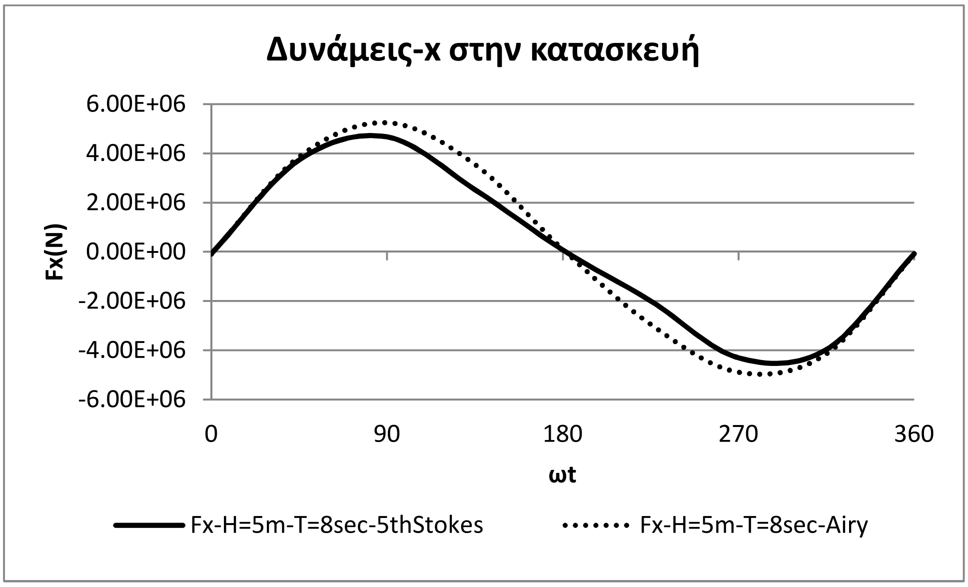
Το σύστημα συντεταγμένων βρίσκεται στον πυθμένα, με την αρχή των αξόνων να βρίσκεται ακριβώς κάτω από το κέντρο της κατασκευής.



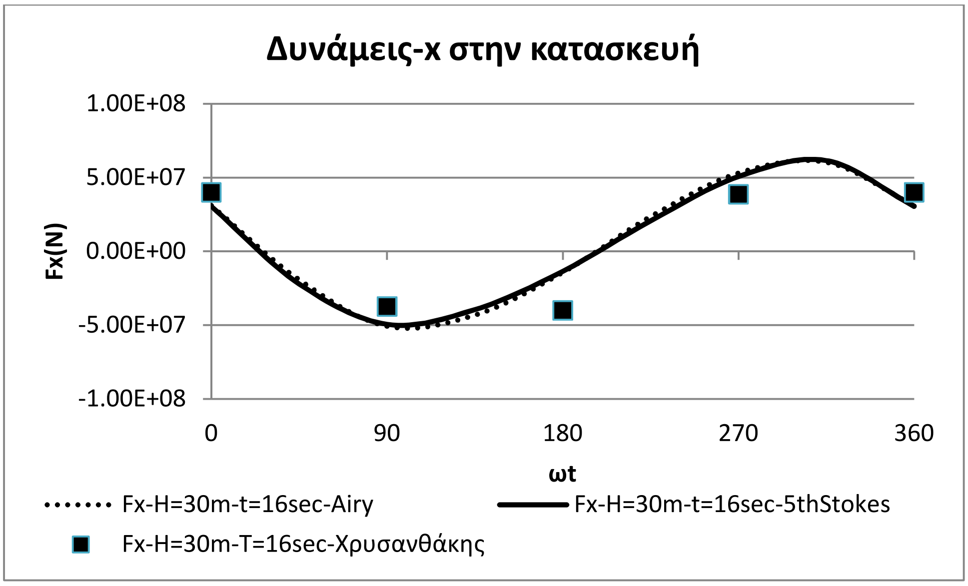
Εικόνα 5.12 Πλωτή ημιβυθισμένη πλατφόρμα

Τα ποντόνια βρίσκονται σε βάθος $h = 125m$.

Συνολικές Δυνάμεις

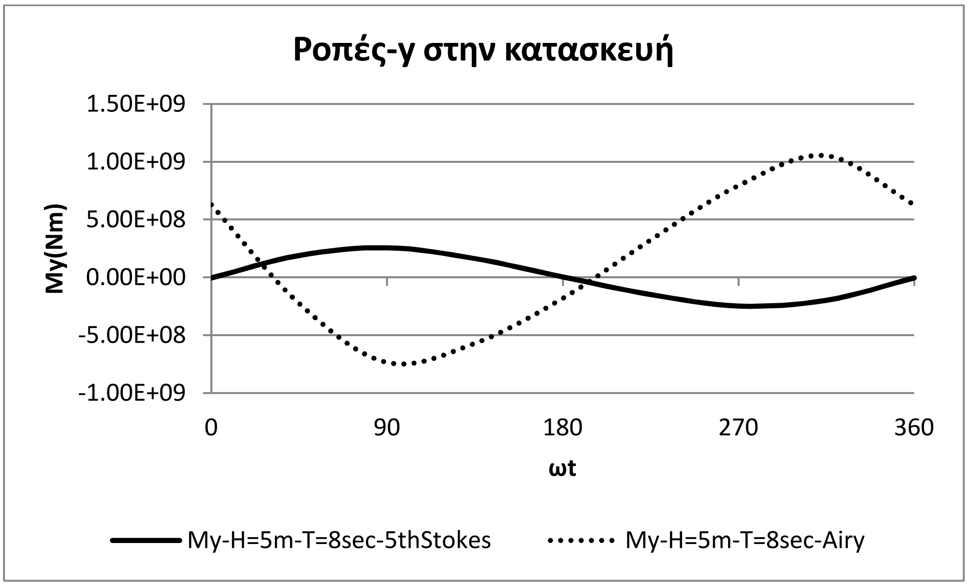


ωt	0	90	180	270	360
Fx-H=5m-T=8sec-Airy	-9.23E+04	5.25E+06	1.05E+05	-4.88E+06	-9.23E+04
Fx-H=5m-T=8sec-5thStokes	-7.35E+04	4.67E+06	7.93E+04	-4.30E+06	-7.35E+04

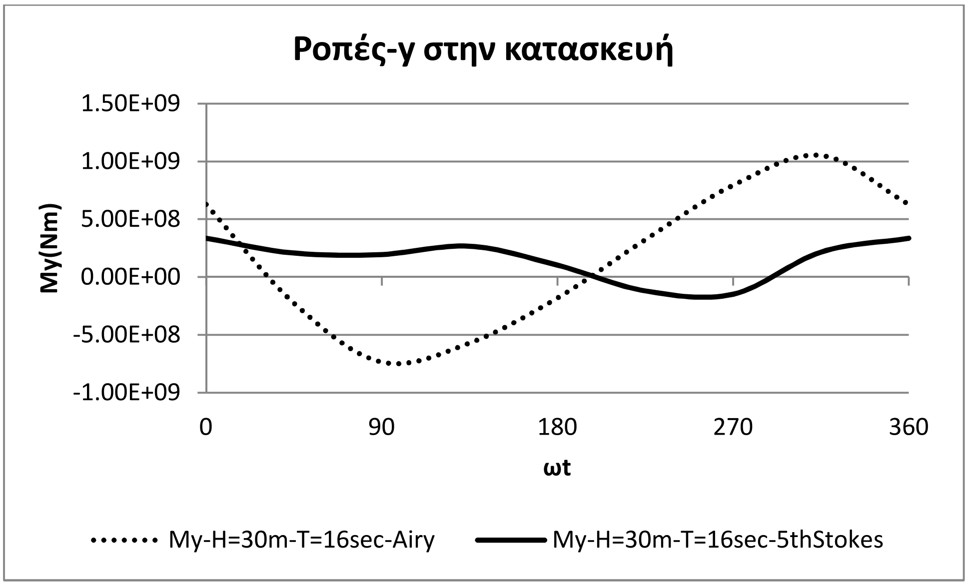


ωt	0	90	180	270	360
Fx-H=30m-T=16sec-Airy	3.10E+07	-5.08E+07	-1.43E+07	5.31E+07	3.10E+07
Fx-H=30m-T=16sec-5thStokes	3.05E+07	-4.95E+07	-1.36E+07	5.06E+07	3.05E+07
Fx-H=30m-T=16sec-Χρυσανθάκης	4.00E+07	-3.73E+07	-4.00E+07	3.87E+07	4.00E+07

Συνολικές ροπές



ωt	0	90	180	270	360
My(Nm)-H=5m-Airy	2.47E+06	-1.58E+08	-2.15E+06	1.67E+08	2.47E+06
My(Nm)-H=5m-5thStokes	-4.26E+06	2.57E+08	4.41E+06	-2.48E+08	-4.26E+06

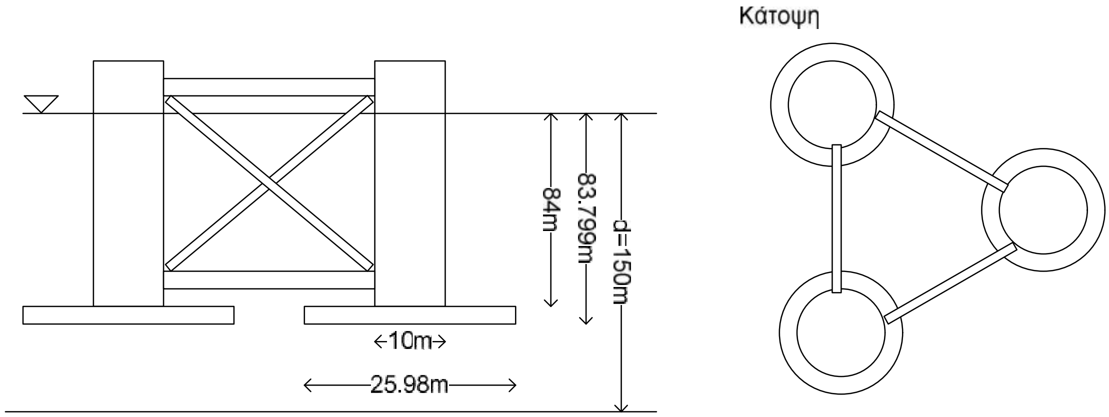


ωt	0	90	180	270	360
My(Nm)-H=30m-Airy	6.29E+08	-7.36E+08	-1.81E+08	7.94E+08	6.29E+08
My(Nm)-H=30m-5thStokes	3.36E+08	1.96E+08	1.03E+08	-1.48E+08	3.36E+08

5.13 Τριγωνική πλωτή ημιβυθισμένη πλατφόρμα Α

Η παρακάτω πλωτή κατασκευή είναι τοποθετημένη σε βάθος $d = 100m$ και της ασκείται κύμα με ύψος $H = 15m$ και περίοδο $T = 17\sec$. Αποτελείται από τρεις σύνθετους κυλίνδρους με διαμέτρους $D_1 = 10m$ και $D_2 = 25m$. Οι οριζόντιοι κύλινδροι έχουν διάμετρο $D_3 = 2m$ ενώ οι διαγώνιοι $D_4 = 1.5m$.Παρακάτω παρουσιάζονται οι συνολικές δυνάμεις και ροπές τόσο για κυματισμό Airy όσο και για κυματισμό Stokes 5^{ης} τάξης. Επίσης, γίνονται συγκρίσεις της κατασκευής αυτής με άλλες πιο απλές κατασκευές. Για να διακρίνονται οι περιπτώσεις θα αριθμηθούν ως εξής:

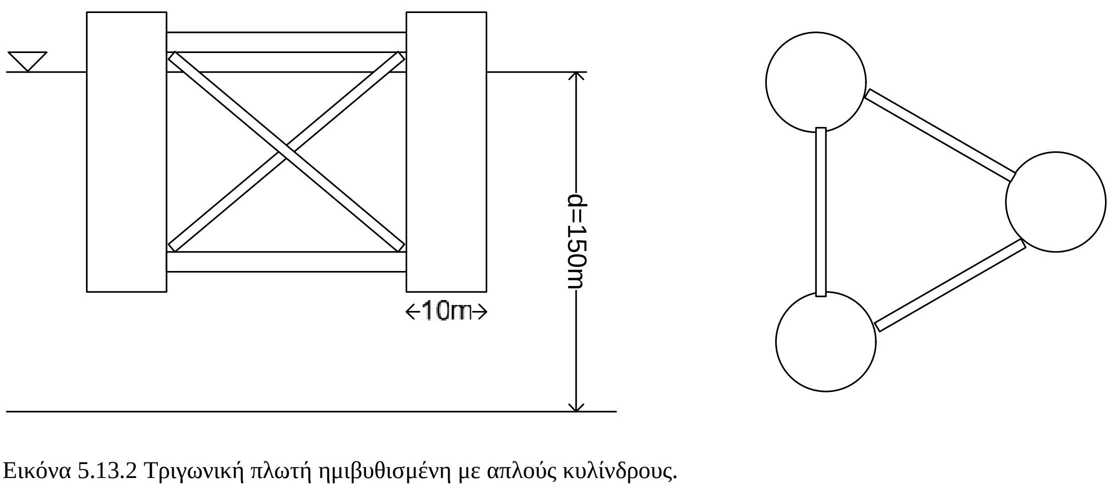
1.



Εικόνα 5.13.1 Τριγωνική πλωτή ημιβυθισμένη με σύνθετους κυλίνδρους.

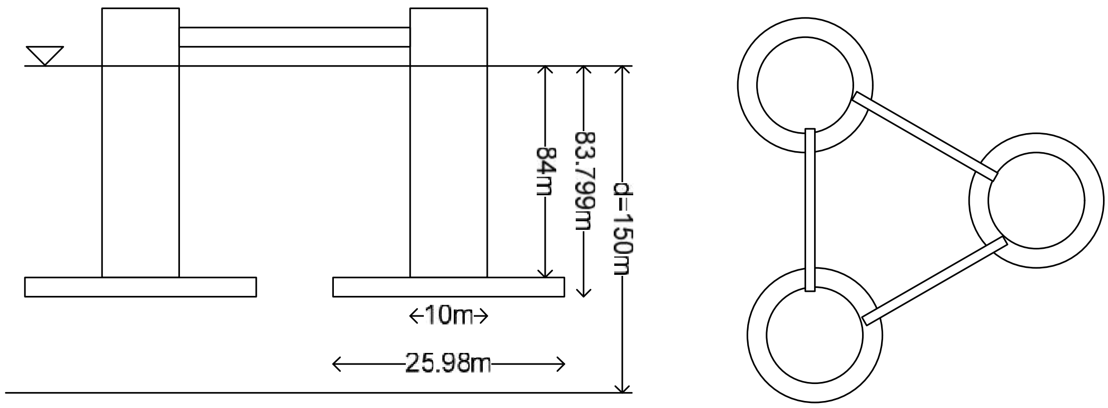
Οι κατασκευές με τις οποίες θα συγκριθεί είναι:

2.



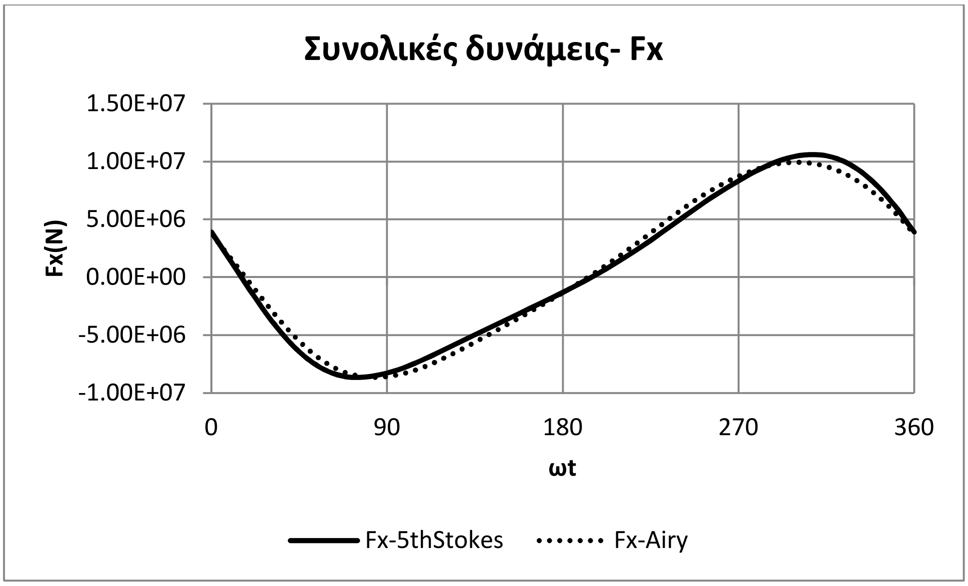
Εικόνα 5.13.2 Τριγωνική πλωτή ημιβυθισμένη με απλούς κυλίνδρους.

3.

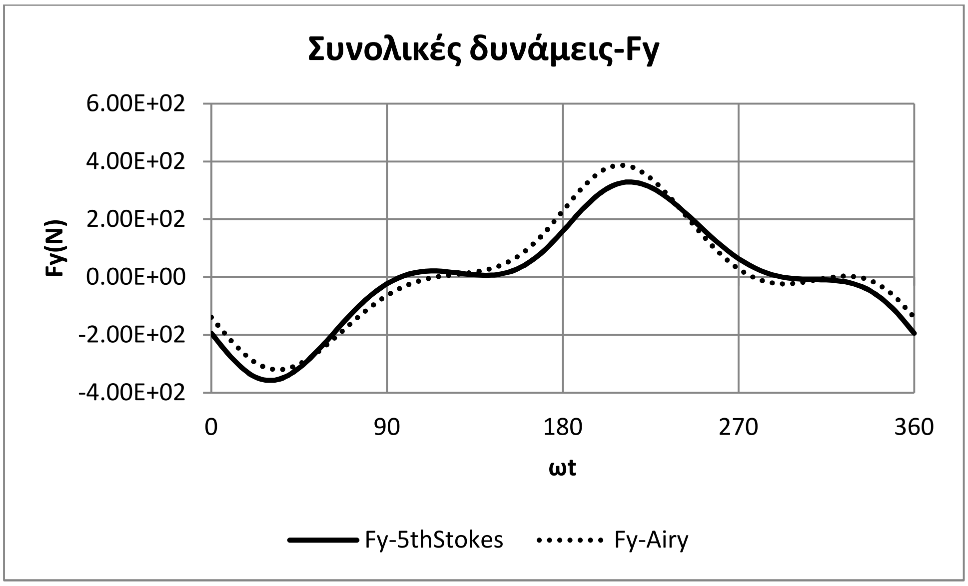


Εικόνα 5.13.3 Διάταξη τριών σύνθετων πλωτήρων.

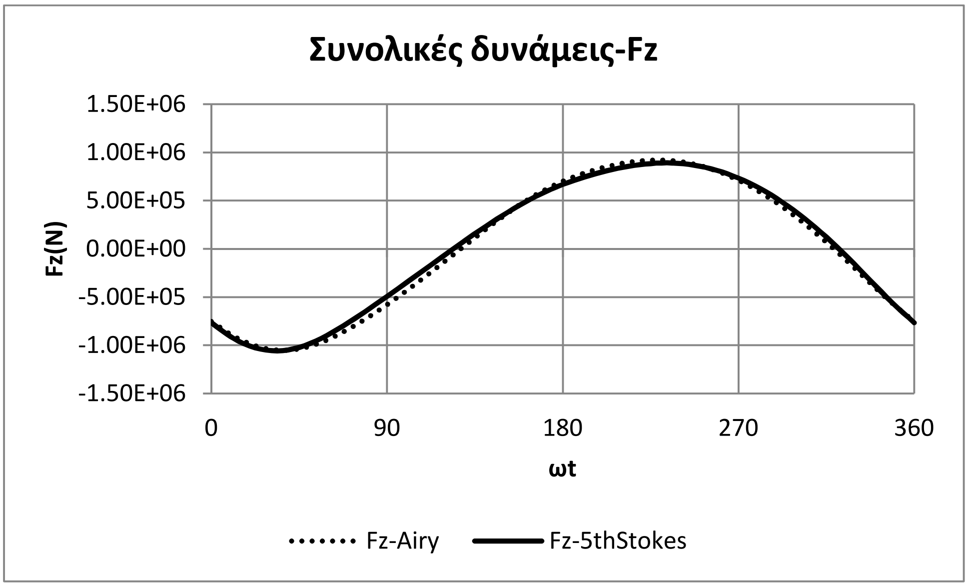
Συνολικές δυνάμεις



ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)-Airy	3.74E+06	-8.58E+06	-1.34E+06	8.72E+06	3.74E+06
Fx(N)-5thStokes	3.92E+06	-8.28E+06	-1.30E+06	8.34E+06	3.92E+06

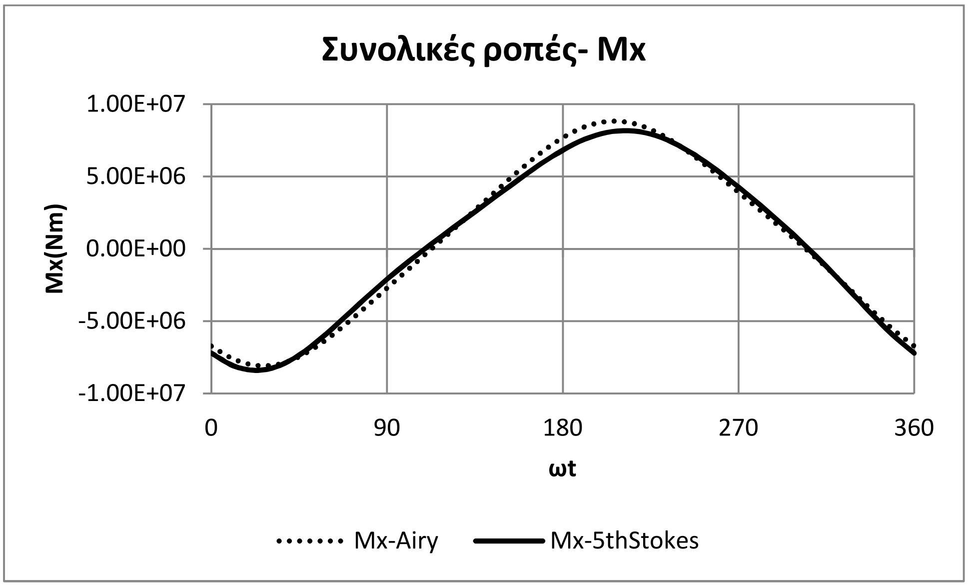


ωt	0	90	180	270	360
Fy(N)-Airy	-1.39E+02	-6.36E+01	2.29E+02	2.85E+01	-1.39E+02
Fy(N)-5thStokes	-1.94E+02	-2.29E+01	1.59E+02	6.42E+01	-1.94E+02

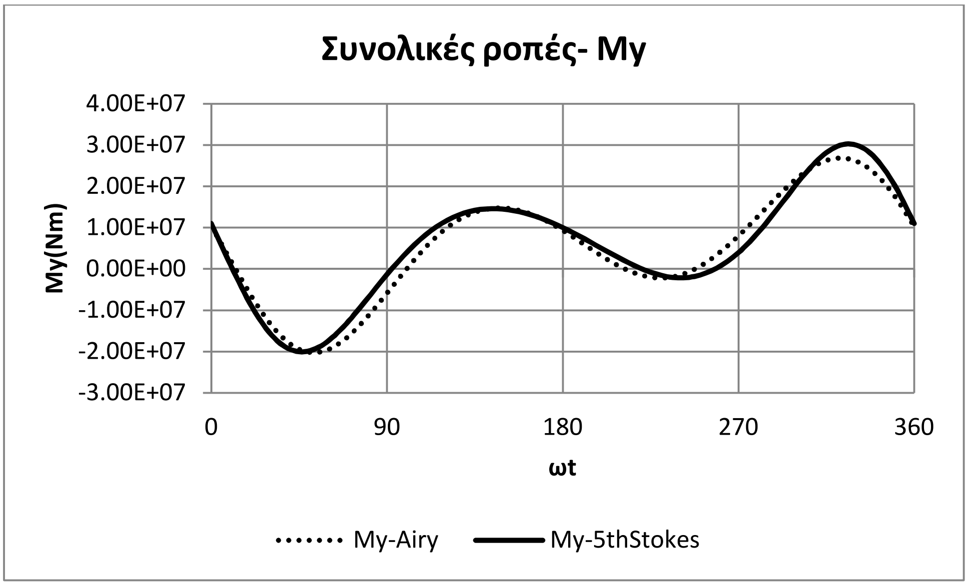


ωt	0	90	180	270	360
Fz(N)-Airy	-7.54E+05	-5.80E+05	7.00E+05	7.10E+05	-7.54E+05
Fz(N)-5thStokes	-7.65E+05	-4.93E+05	6.68E+05	7.35E+05	-7.65E+05

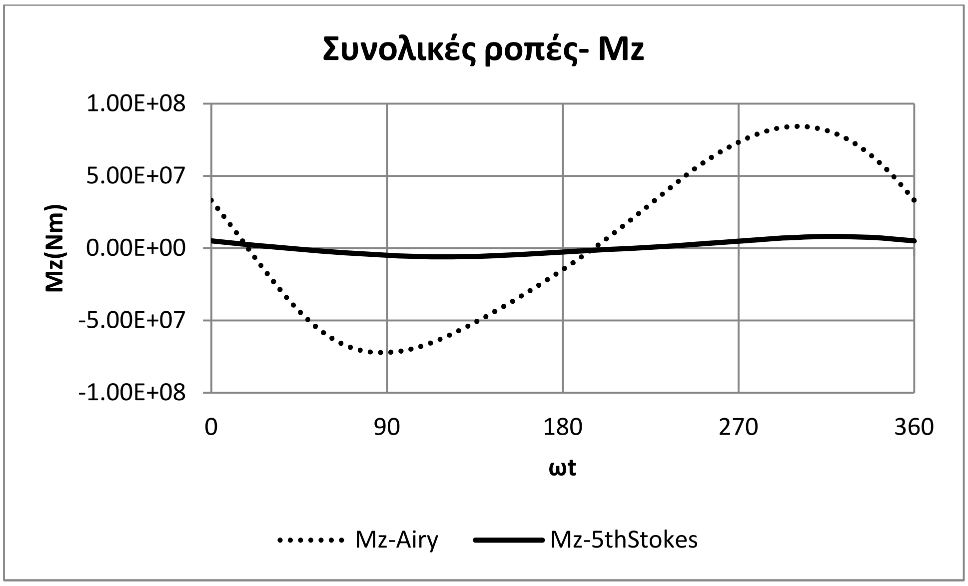
Συνολικές ροπές



ωt	0	90	180	270	360
Mx(Nm)-Airy	-6.74E+06	-2.72E+06	7.69E+06	3.91E+06	-6.74E+06
Mx(Nm)-5thStokes	-7.22E+06	-2.11E+06	6.81E+06	4.26E+06	-7.22E+06



ωt	0	90	180	270	360
My(Nm)-Airy	1.04E+07	-5.83E+06	9.35E+06	8.03E+06	1.04E+07
My(Nm)-5thStokes	1.10E+07	-1.33E+06	1.00E+07	3.97E+06	1.10E+07

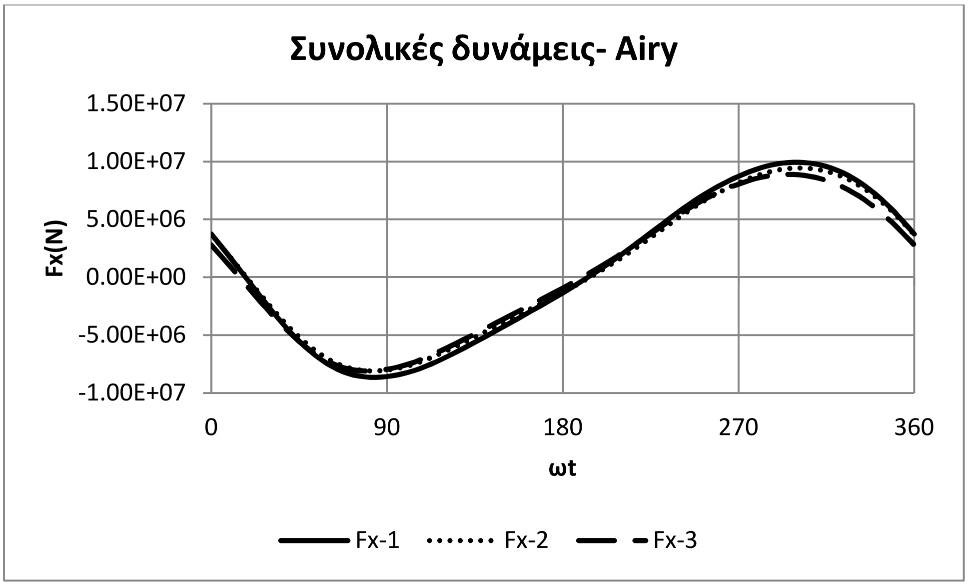


ωt	0	90	180	270	360
Mz(Nm)-Airy	3.31E+07	-7.22E+07	-1.49E+07	7.33E+07	3.31E+07
Mz(Nm)-5thStokes	4.95E+06	-4.95E+06	-2.64E+06	4.84E+06	4.95E+06

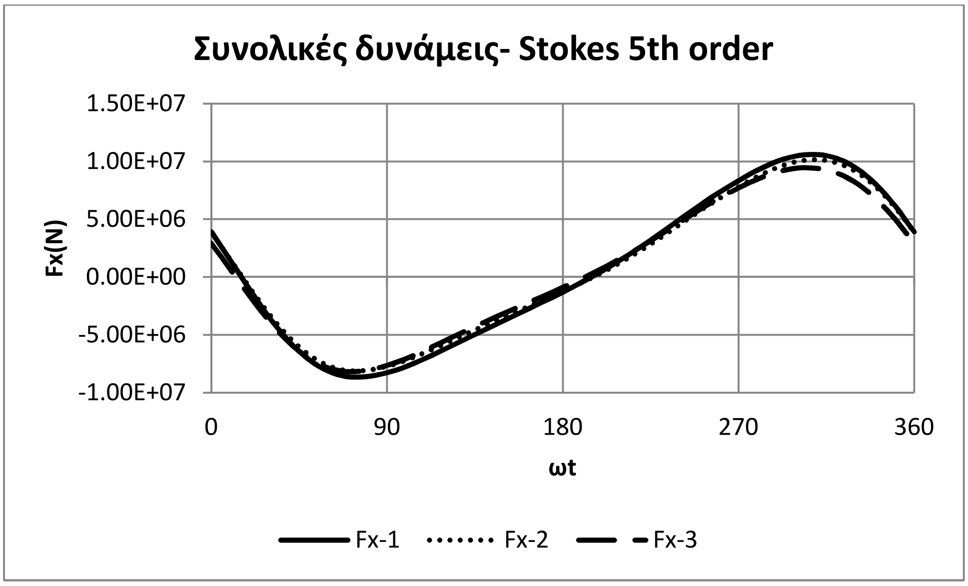
Σύγκριση των κατασκευών

Ως Fx-1 ορίζεται η δύναμη που δέχεται η τριγωνική πλωτή ημιβυθισμένη με σύνθετους κυλίνδρους, ως Fx-2 η τριγωνική πλωτή ημιβυθισμένη με απλούς κυλίνδρους και ως Fx-3 η διάταξη τριών σύνθετων πλωτήρων.

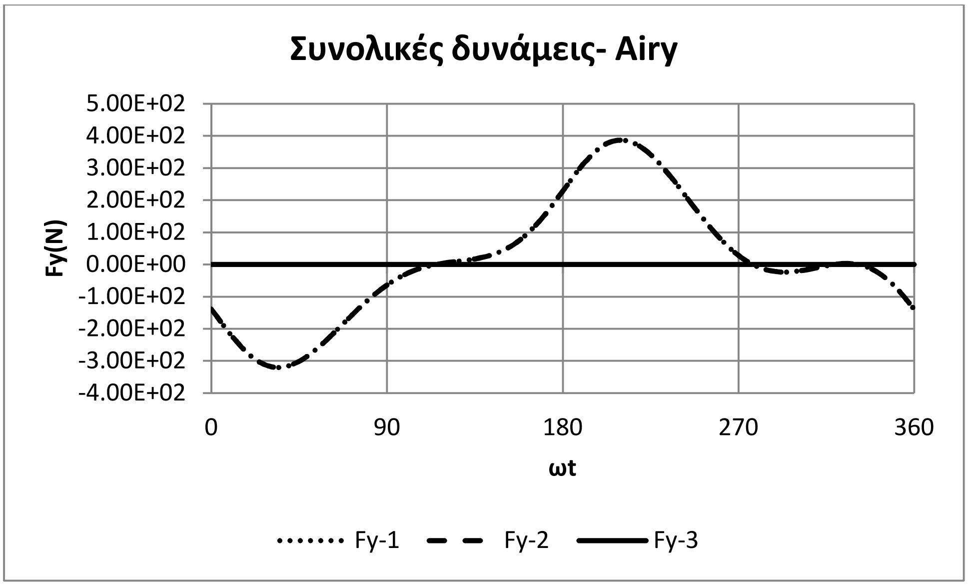
Συνολικές δυνάμεις



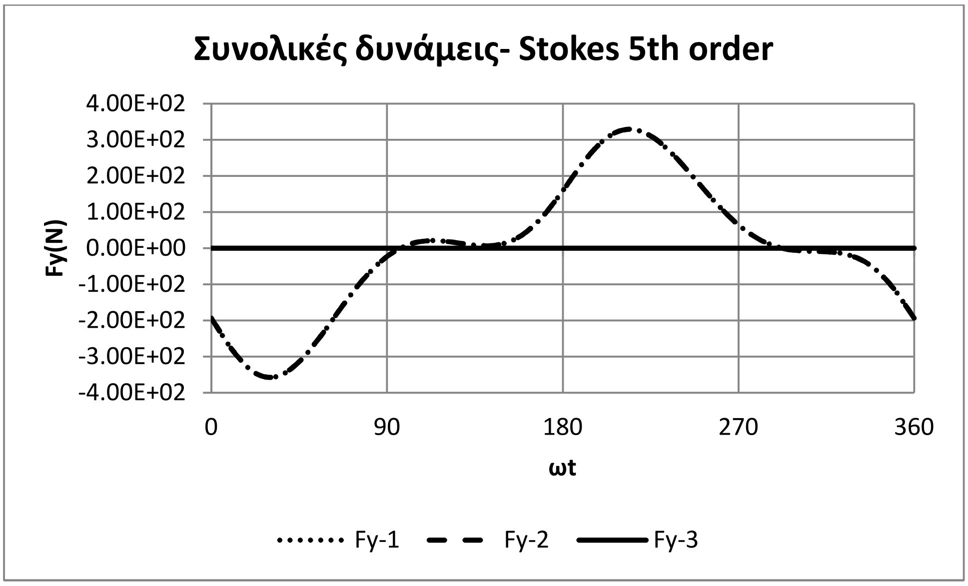
ωt	0	90	180	270	360
Fx-1(N)	3.74E+06	-8.58E+06	-1.34E+06	8.72E+06	3.74E+06
Fx-2(N)	3.69E+06	-8.01E+06	-1.30E+06	8.15E+06	3.69E+06
Fx-3(N)	2.79E+06	-7.94E+06	-9.26E+05	8.05E+06	2.79E+06



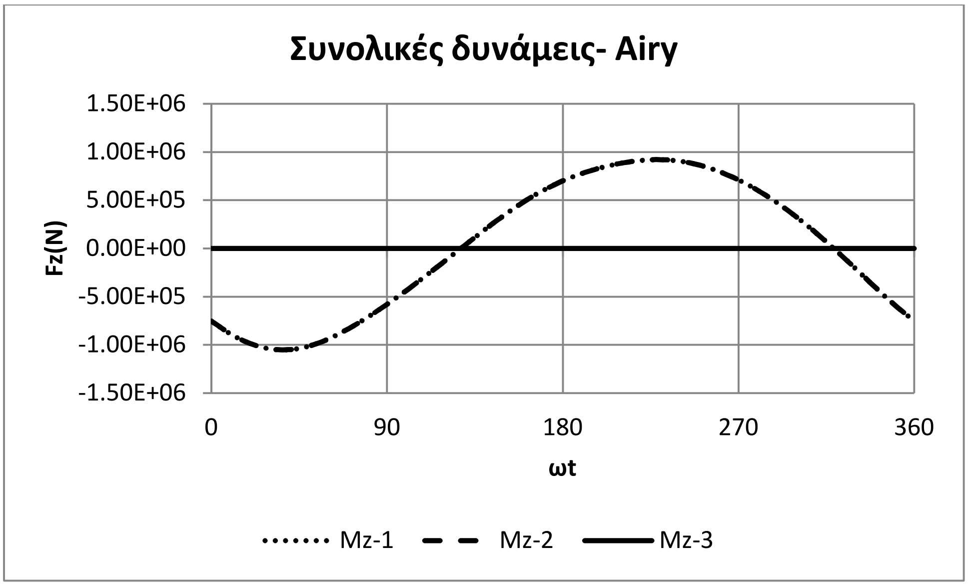
ωt	0	90	180	270	360
Fx-1(N)	3.92E+06	-8.28E+06	-1.30E+06	8.34E+06	3.92E+06
Fx-2(N)	3.87E+06	-7.72E+06	-1.26E+06	7.78E+06	3.87E+06
Fx-3(N)	2.93E+06	-7.65E+06	-9.00E+05	7.70E+06	2.93E+06



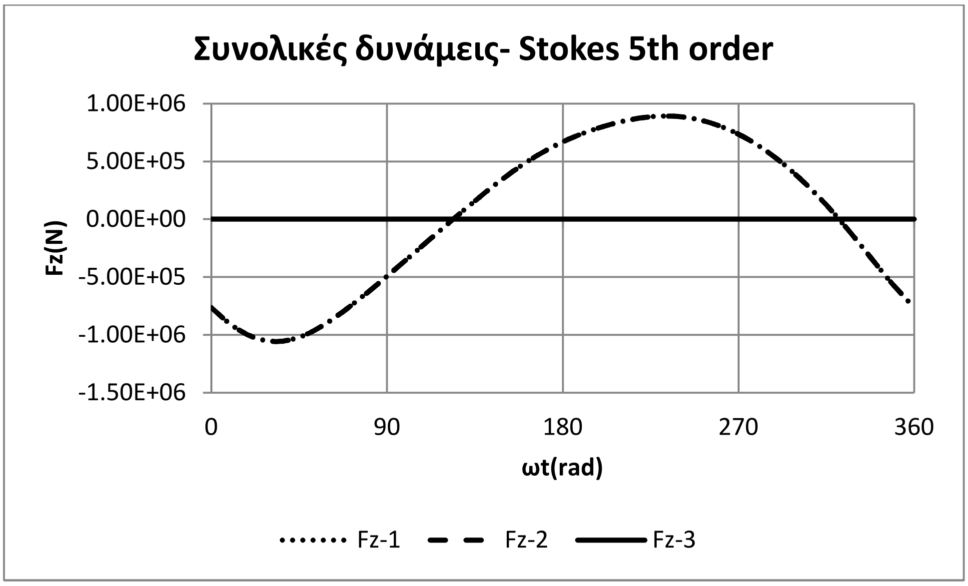
ωt	0	90	180	270	360
Fy-1(N)	-1.39E+02	-6.36E+01	2.29E+02	2.85E+01	-1.39E+02
Fy-2(N)	-1.39E+02	-6.35E+01	2.29E+02	2.85E+01	-1.39E+02
Fy-3(N)	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00



ωt	0	90	180	270	360
Fy-1(N)	-1.94E+02	-2.29E+01	1.59E+02	6.42E+01	-1.94E+02
Fy-2(N)	-1.94E+02	-2.29E+01	1.59E+02	6.42E+01	-1.94E+02
Fy-3(N)	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00

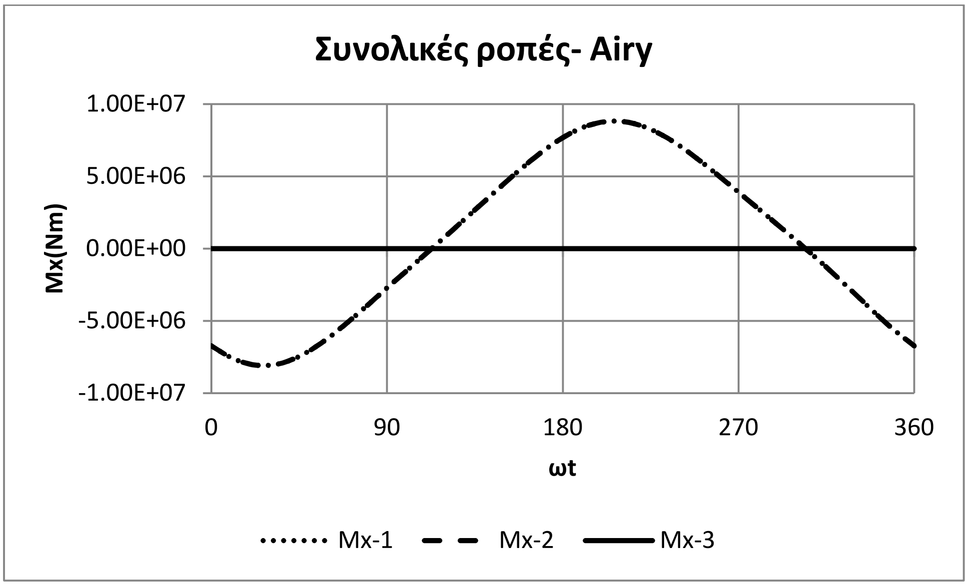


ωt	0	90	180	270	360
Fz-1(N)	-7.54E+05	-5.80E+05	7.00E+05	7.10E+05	-7.54E+05
Fz-2(N)	-7.54E+05	-5.80E+05	7.00E+05	7.10E+05	-7.54E+05
Fz-3(N)	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00

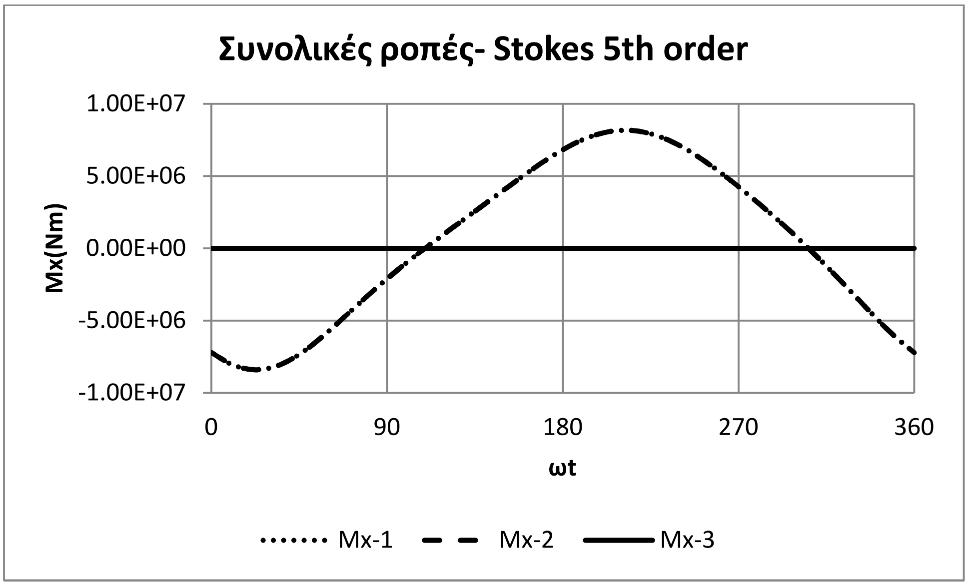


ωt	0	90	180	270	360
Fz-1(N)	-7.65E+05	-4.93E+05	6.68E+05	7.35E+05	-7.65E+05
Fz-2(N)	-7.65E+05	-4.93E+05	6.68E+05	7.35E+05	-7.65E+05
Fz-3(N)	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00

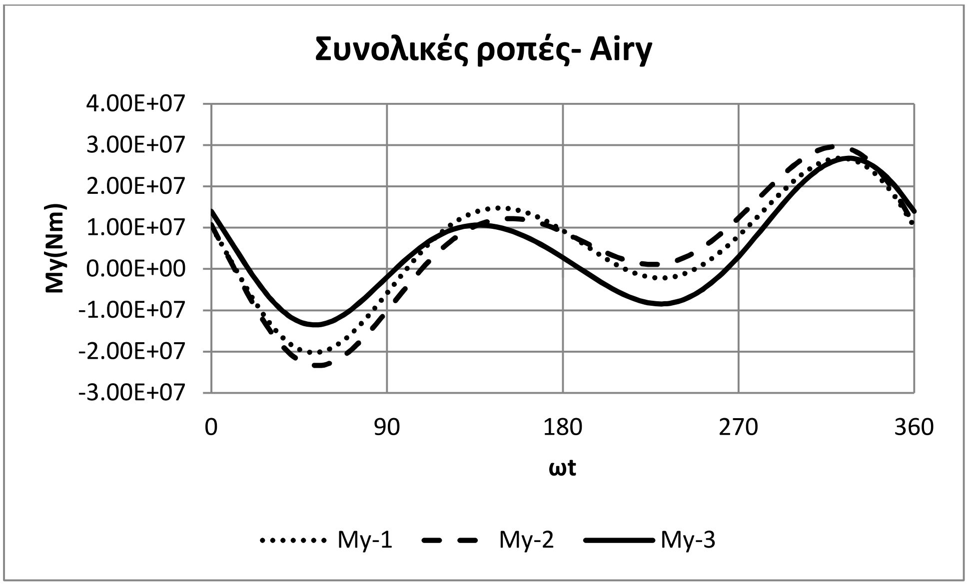
Συνολικές ροπές



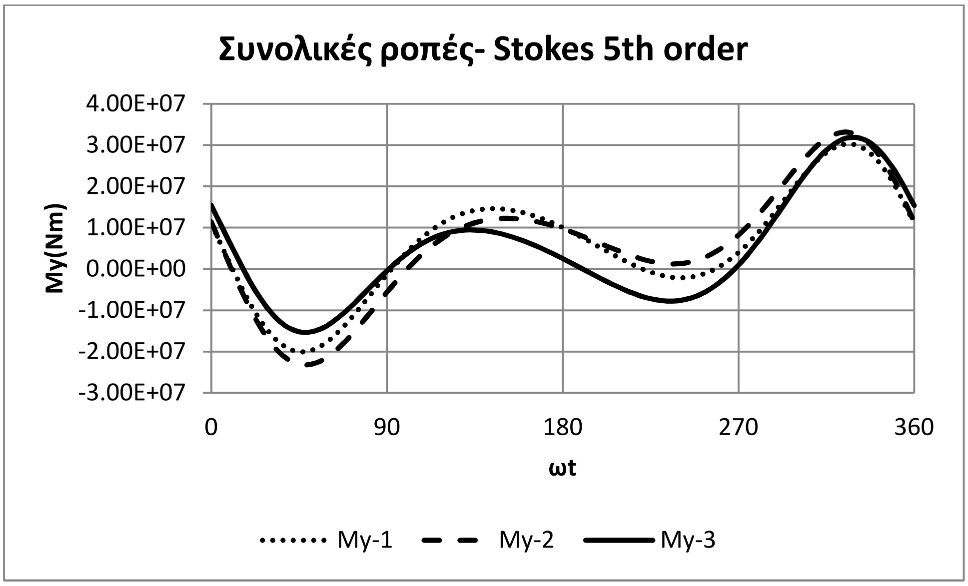
ωt	0	90	180	270	360
Mx-1(Nm)	-6.74E+06	-2.72E+06	7.69E+06	3.91E+06	-6.74E+06
Mx-2(Nm)	-6.74E+06	-2.72E+06	7.69E+06	3.91E+06	-6.74E+06
Mx-3(Nm)	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00



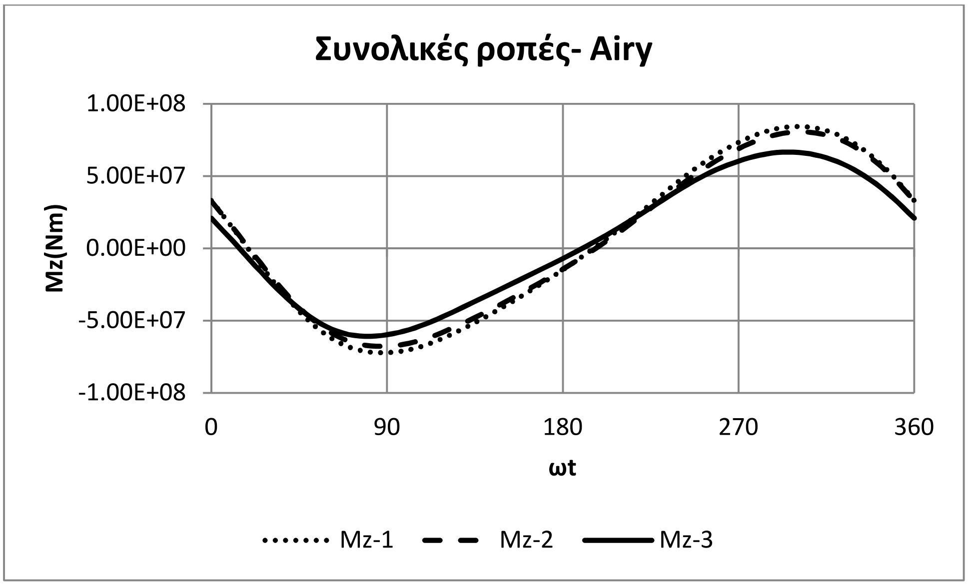
ωt	0	90	180	270	360
Mx-1(Nm)	-7.22E+06	-2.11E+06	6.81E+06	4.26E+06	-7.22E+06
Mx-2(Nm)	-7.22E+06	-2.11E+06	6.81E+06	4.26E+06	-7.22E+06
Mx-3(Nm)	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00



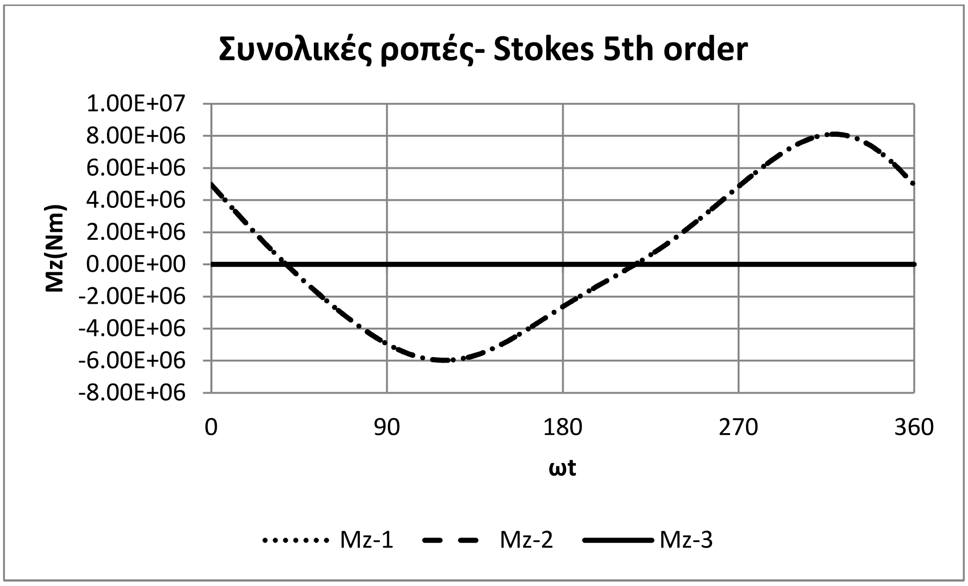
ωt	0	90	180	270	360
My-1(Nm)	1.04E+07	-5.83E+06	9.35E+06	8.03E+06	1.04E+07
My-2(Nm)	1.07E+07	-1.01E+07	9.01E+06	1.23E+07	1.07E+07
My-3(Nm)	1.39E+07	-1.95E+06	2.77E+06	2.95E+06	1.39E+07



ωt	0	90	180	270	360
My-1(Nm)	1.10E+07	-1.33E+06	1.00E+07	3.97E+06	1.10E+07
My-2(Nm)	1.14E+07	-5.59E+06	9.70E+06	8.22E+06	1.14E+07
My-3(Nm)	1.54E+07	-4.38E+05	2.50E+06	9.25E+05	1.54E+07



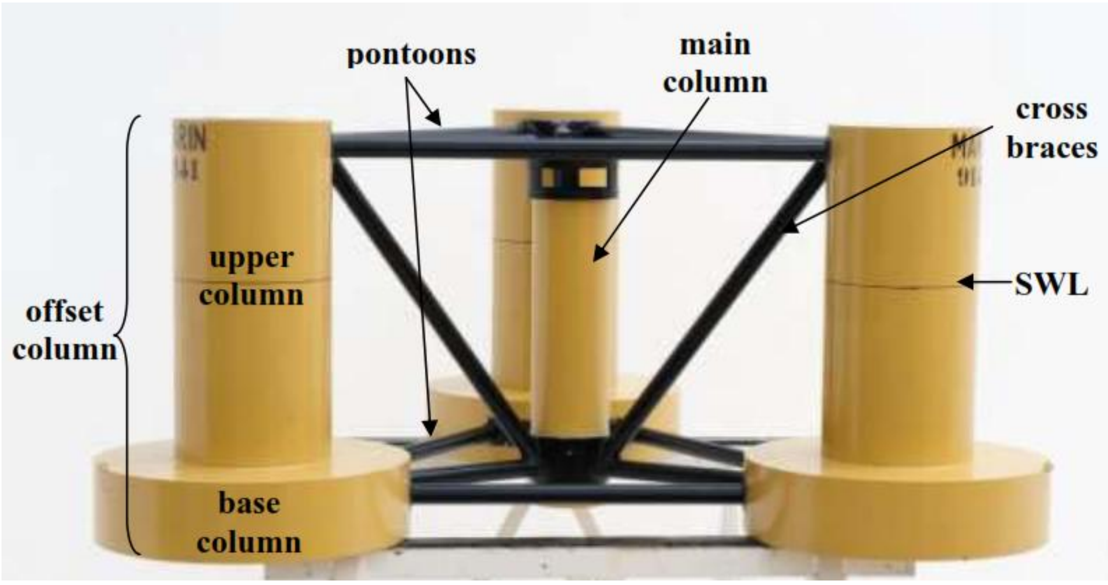
ωt	0	90	180	270	360
Mz-1(Nm)	3.31E+07	-7.22E+07	-1.49E+07	7.33E+07	3.31E+07
Mz-2(Nm)	3.28E+07	-6.78E+07	-1.45E+07	6.89E+07	3.28E+07
Mz-3(Nm)	2.10E+07	-5.97E+07	-6.95E+06	6.05E+07	2.10E+07



ωt	0	90	180	270	360
Mz-1(Nm)	4.95E+06	-4.95E+06	-2.64E+06	4.84E+06	4.95E+06
Mz-2(Nm)	4.95E+06	-4.95E+06	-2.64E+06	4.84E+06	4.95E+06
Mz-3(Nm)	3.52E-02	-9.22E-01	0.00E+00	2.50E-01	3.91E-02

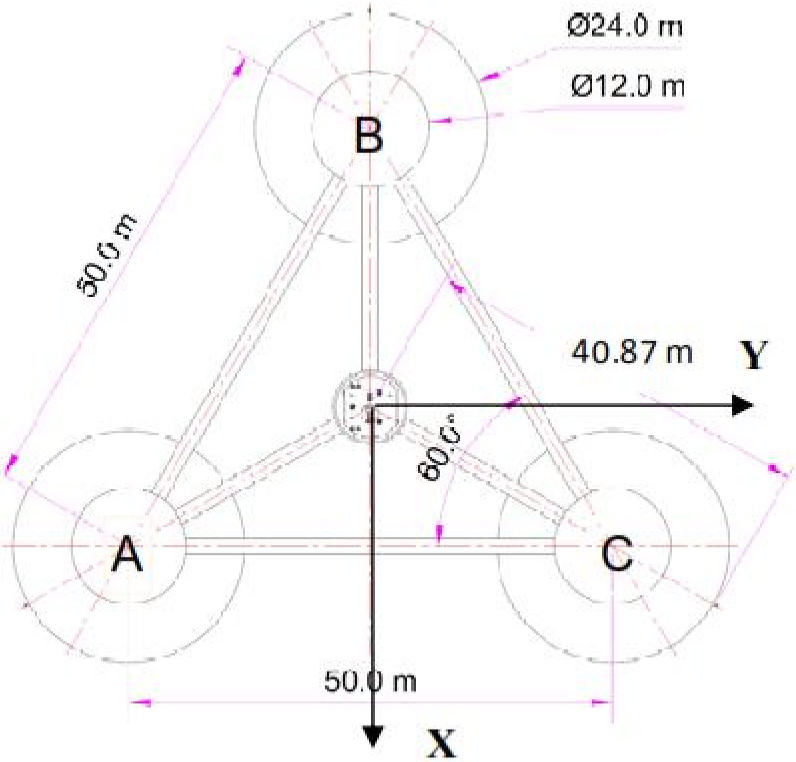
5.14 Τριγωνική πλωτή ημιβυθισμένη πλατφόρμα Β

Η παρακάτω πλωτή κατασκευή είναι τοποθετημένη σε βάθος $d = 200m$ και της ασκείται κύμα με ύψος $H = 15.240m$ και περίοδο $T = 17\sec$. Αποτελείται από τρεις σύνθετους κυλίνδρους με διαμέτρους $D_1 = 12m$ και $D_2 = 24m$. Οι οριζόντιοι και διαγώνιοι κύλινδροι έχουν διάμετρο $D_3 = 1.6m$.Παρακάτω παρουσιάζονται οι συνολικές δυνάμεις και ροπές τόσο για κυματισμό Airy όσο και για κυματισμό Stokes 5ης τάξης. Τα δεδομένα της κατασκευής έχουν παρθεί από σχετική μελέτη των A. Robertson, J. Jonkman, M. Masciola, H. Song, A. Goupee, A. Coulling και C. Luan με τίτλο: « Definition of the Semisubmersible Floating System for Phase II of OC4».

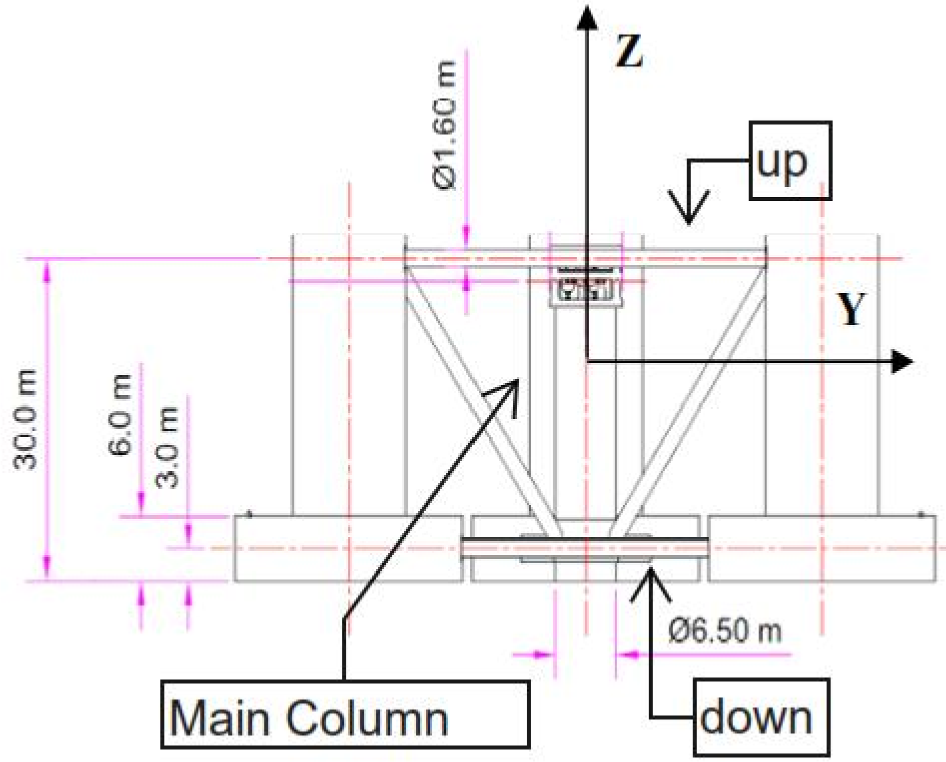


Εικόνα 5.14.1 Τριγωνική πλωτή κατασκευή

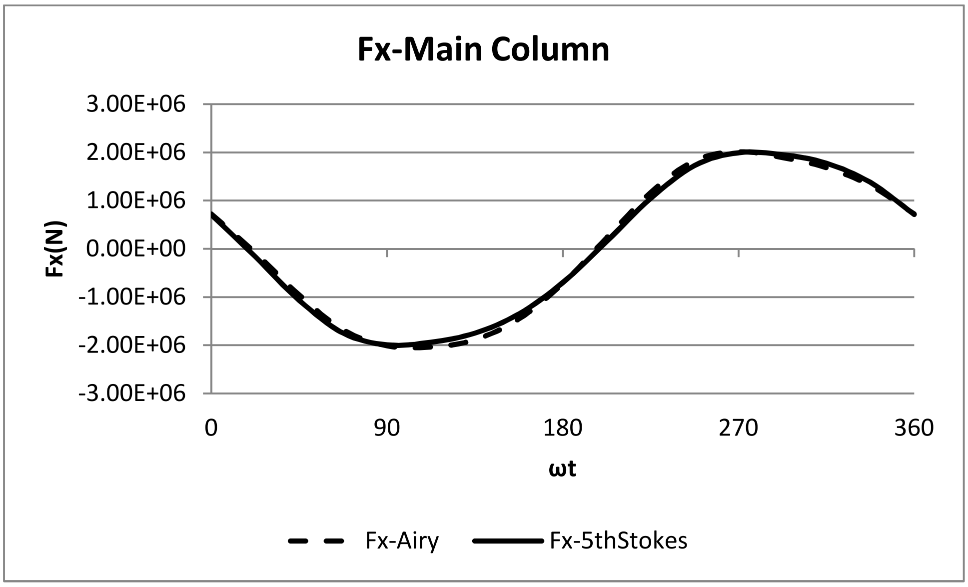
Τα ποντόνια και οι διαγώνιοι κύλινδροι που ενώνουν τον κύριο κύλινδρο (MAIN) με τους περιμετρικούς (OFFSET) χαρακτηρίζονται ως A, B, και C. Τα ποντόνια που ενώνουν τους περιμετρικούς κυλίνδρους μεταξύ τους χαρακτηρίζονται ως AB, BC, CA αντίστοιχα, ενώ γίνεται διάκριση αυτών ως κάτω (DOWN) για αυτά που βρίσκονται κάτω από την ίσαλο επιφάνεια και πάνω (UP) για αυτά που βρίσκονται πάνω από την ίσαλο επιφάνεια.



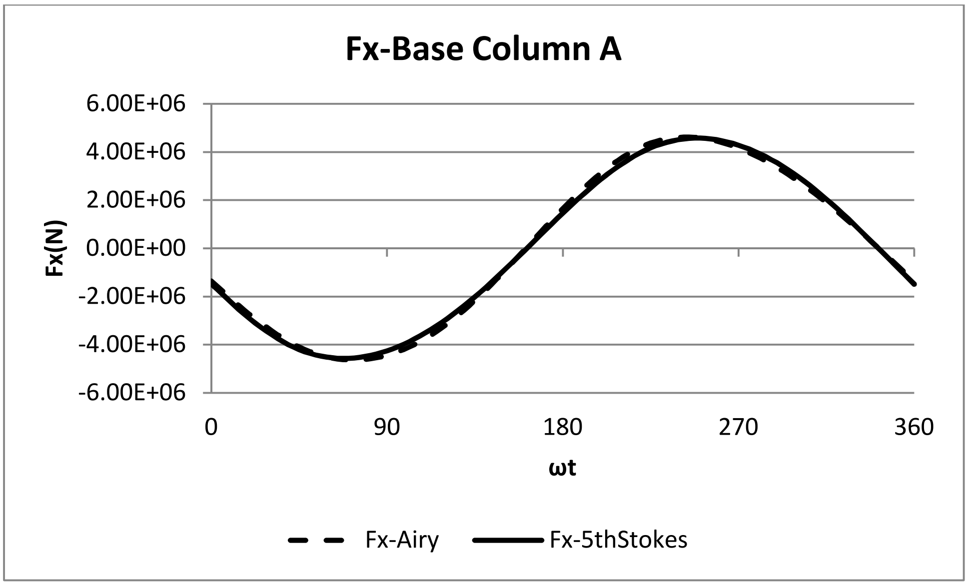
Εικόνα 5.14.2 Κάτοψη τριγωνικής πλωτής κατασκευής



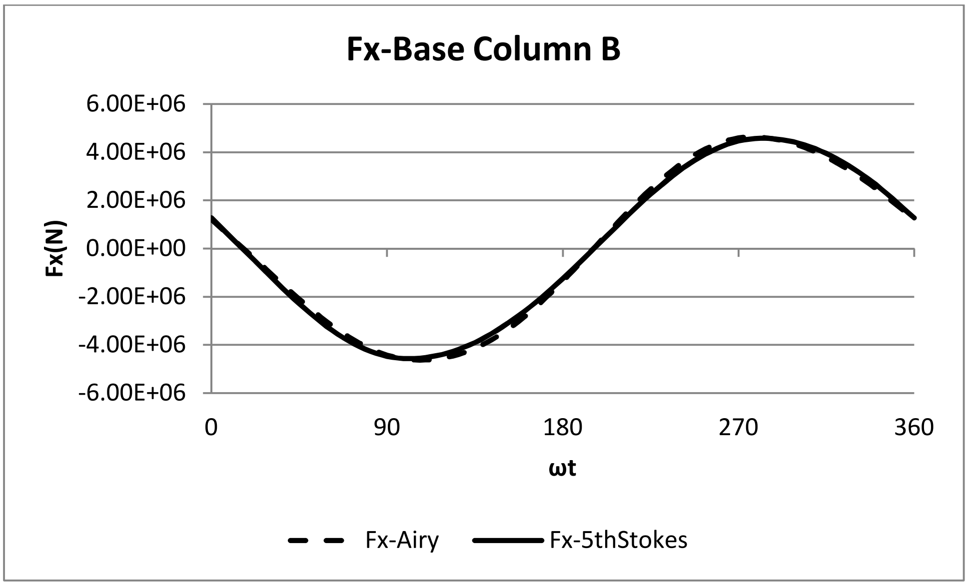
Εικόνα 5.14.3 Τριγωνική πλωτή κατασκευή



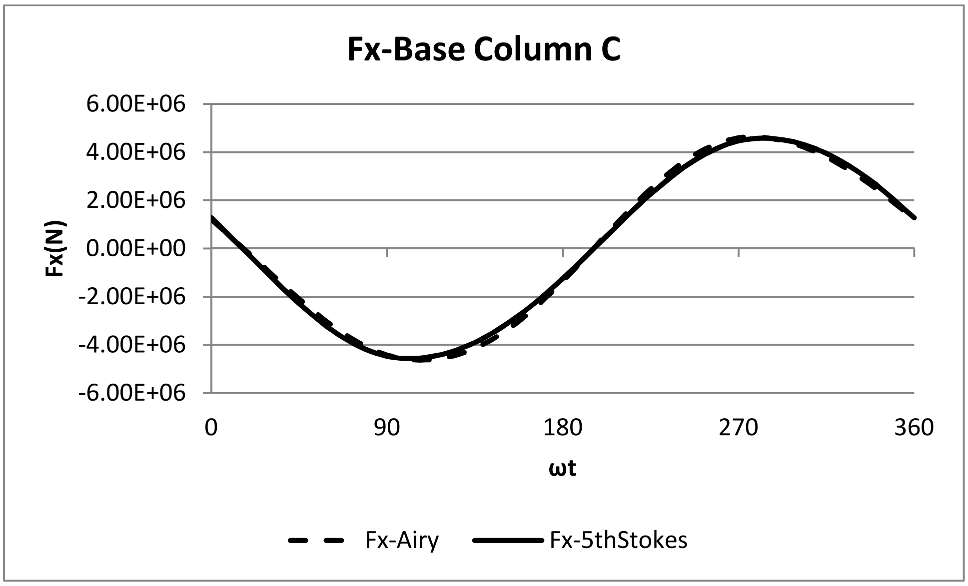
ωt	0	90	180	270	360
Fx-Airy(N)	7.21E+05	-2.01E+06	-7.21E+05	2.01E+06	7.21E+05
Fx-5thStokes(N)	7.11E+05	-1.99E+06	-7.01E+05	1.99E+06	7.11E+05



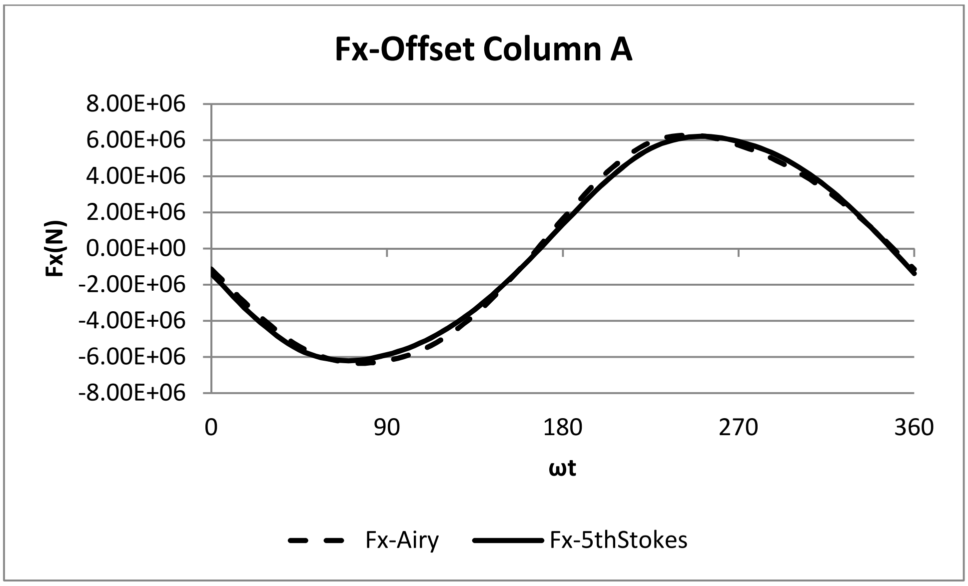
ωt	0	90	180	270	360
Fx-Airy(N)	-1.36E+06	-4.44E+06	1.65E+06	4.16E+06	-1.36E+06
Fx-5thStokes(N)	-1.49E+06	-4.25E+06	1.46E+06	4.28E+06	-1.49E+06



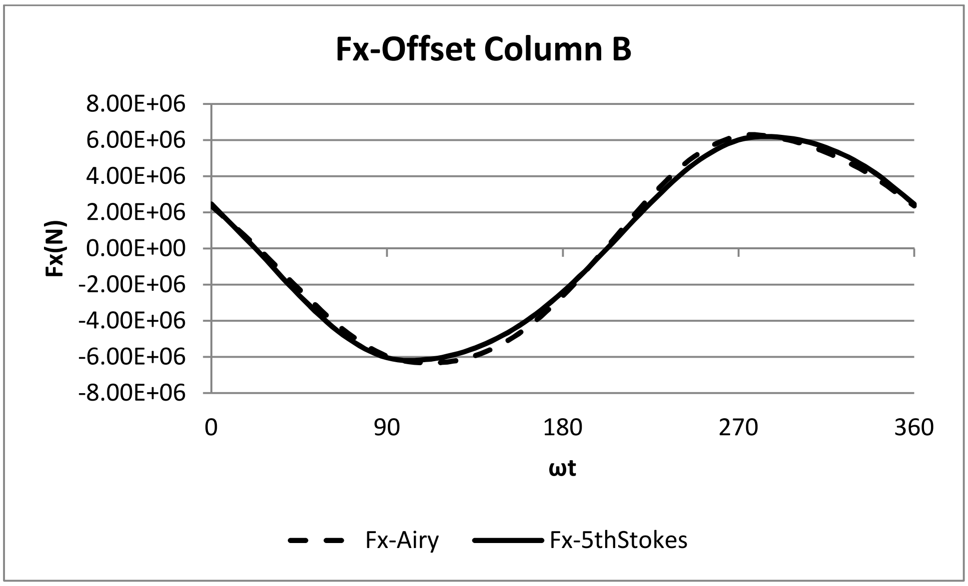
ωt	0	90	180	270	360
Fx-Airy(N)	1.21E+06	-4.43E+06	-1.36E+06	4.58E+06	1.21E+06
Fx-5thStokes(N)	1.27E+06	-4.48E+06	-1.25E+06	4.46E+06	1.27E+06



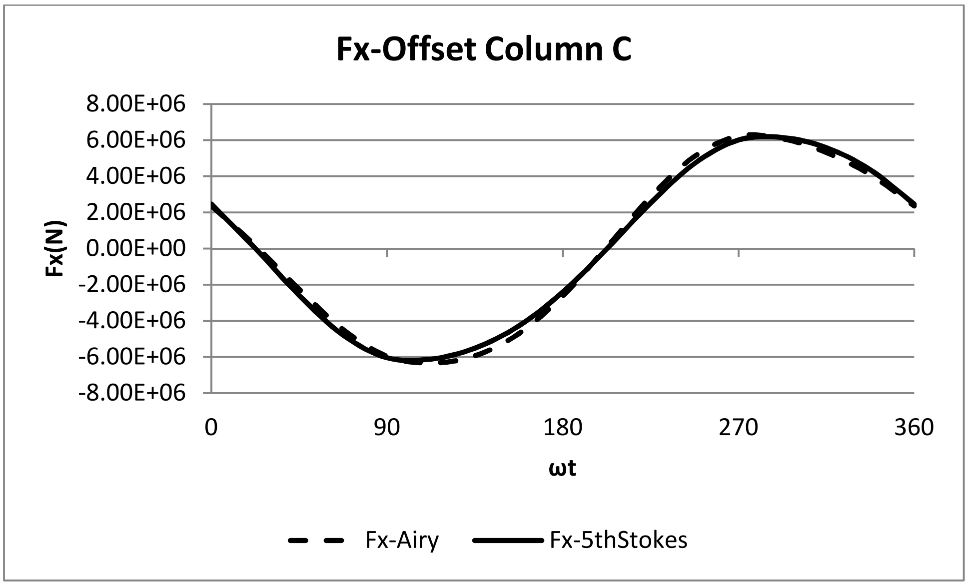
ωt	0	90	180	270	360
Fx-Airy(N)	1.21E+06	-4.43E+06	-1.36E+06	4.58E+06	1.21E+06
Fx-5thStokes(N)	1.27E+06	-4.48E+06	-1.25E+06	4.46E+06	1.27E+06



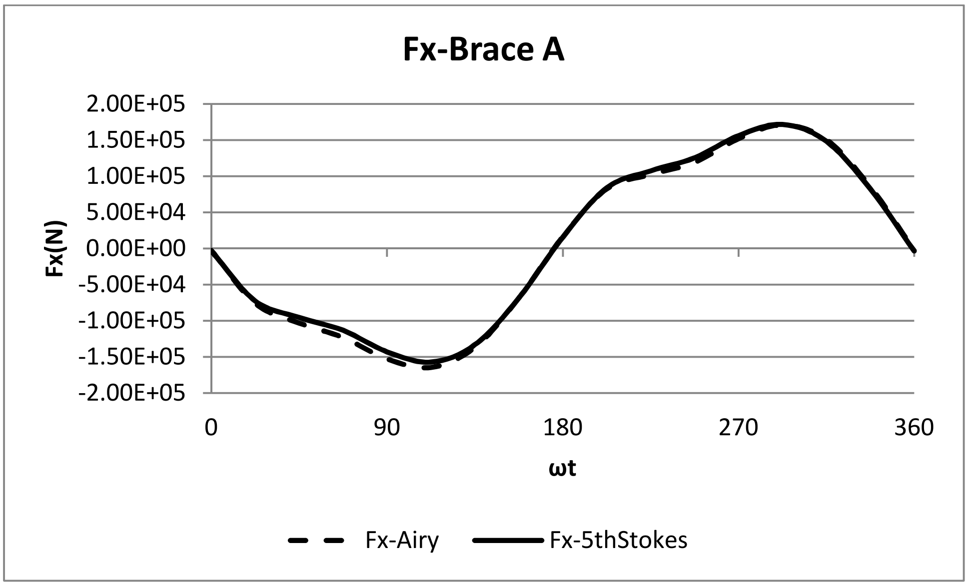
ωt	0	90	180	270	360
Fx-Airy(N)	-1.14E+06	-6.21E+06	1.64E+06	5.72E+06	-1.14E+06
Fx-5thStokes(N)	-1.38E+06	-5.88E+06	1.33E+06	5.93E+06	-1.38E+06



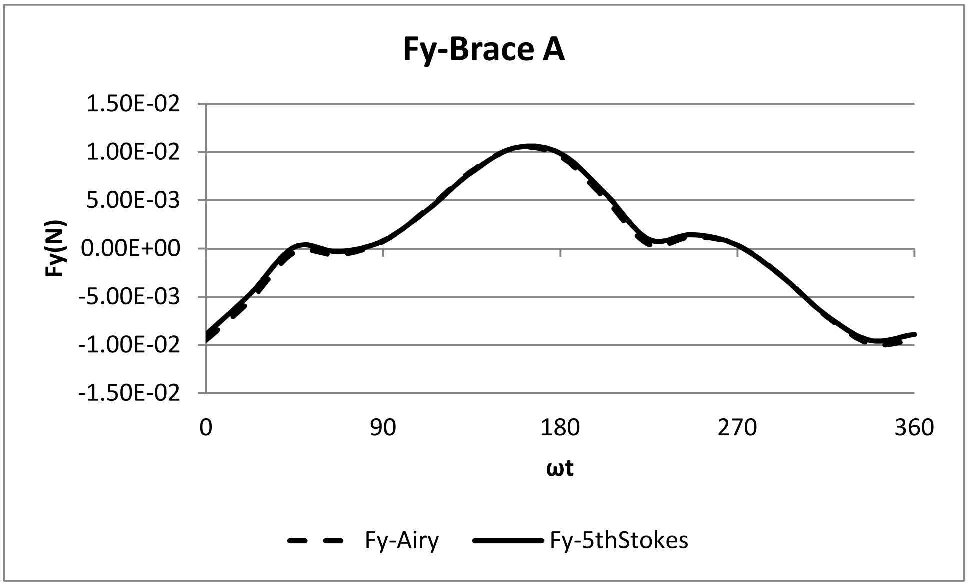
ωt	0	90	180	270	360
Fx-Airy(N)	2.36E+06	-5.96E+06	-2.62E+06	6.23E+06	2.36E+06
Fx-5thStokes(N)	2.46E+06	-6.05E+06	-2.41E+06	6.01E+06	2.46E+06



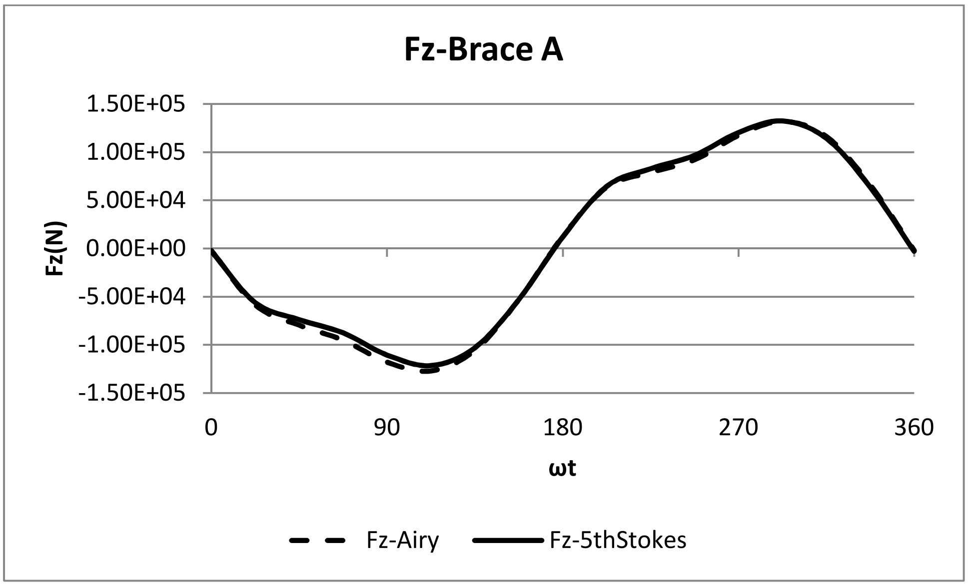
ωt	0	90	180	270	360
Fx-Airy(N)	2.36E+06	-5.96E+06	-2.62E+06	6.23E+06	2.36E+06
Fx-5thStokes(N)	2.46E+06	-6.05E+06	-2.41E+06	6.01E+06	2.46E+06



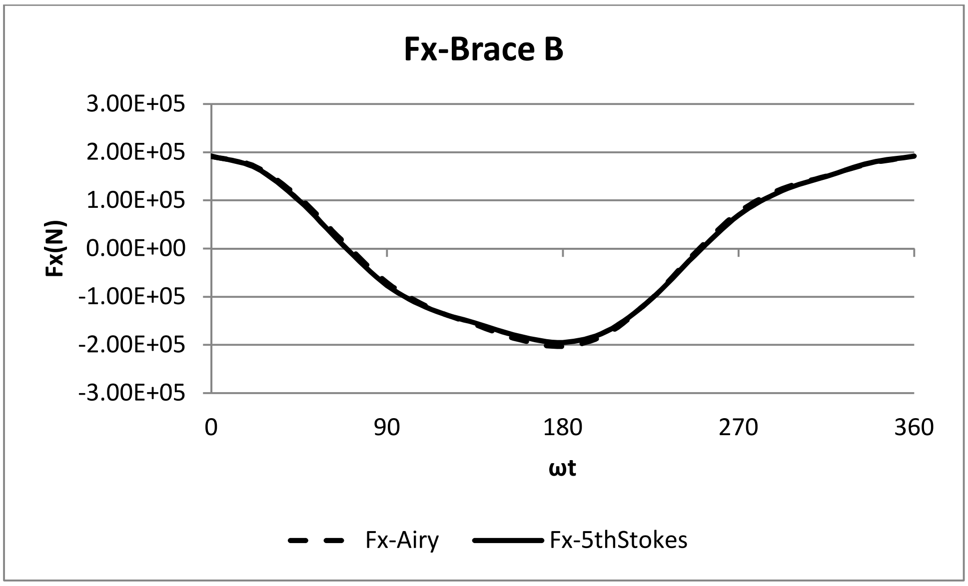
ωt	0	90	180	270	360
Fx-Airy(N)	-2.56E+03	-1.53E+05	1.64E+04	1.52E+05	-2.56E+03
Fx-5thStokes(N)	-3.51E+03	-1.43E+05	1.55E+04	1.56E+05	-3.51E+03



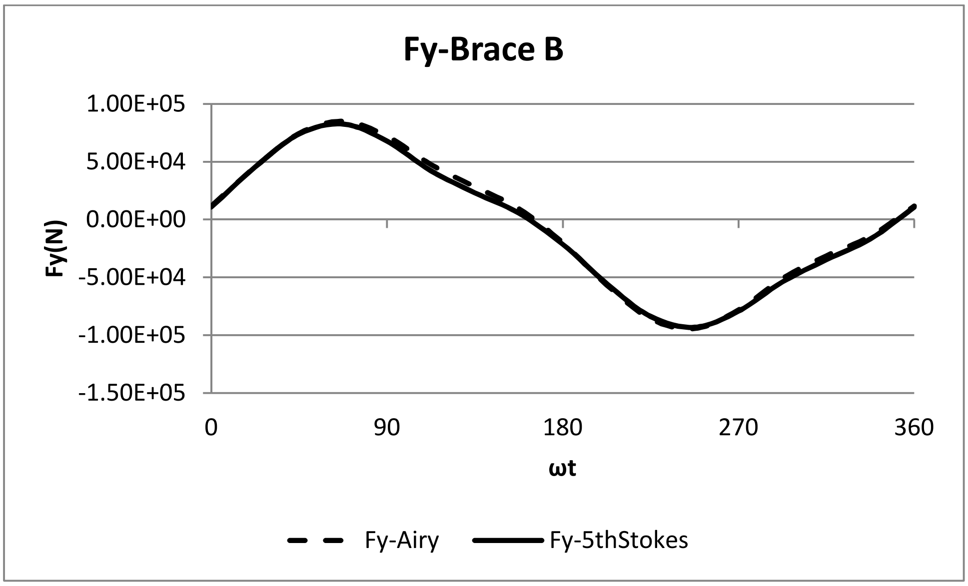
ωt	0	90	180	270	360
Fy-Airy(N)	-9.51E-03	7.29E-04	9.57E-03	3.40E-04	-9.51E-03
Fy-5thStokes(N)	-8.90E-03	8.21E-04	9.87E-03	3.49E-04	-8.90E-03



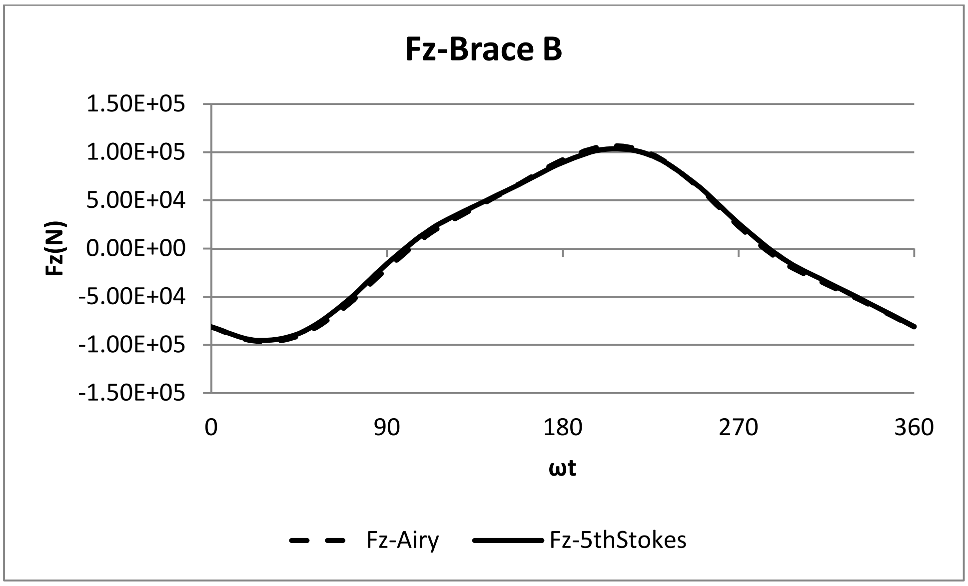
ωt	0	90	180	270	360
Fz-Airy(N)	-1.98E+03	-1.18E+05	1.27E+04	1.17E+05	-1.98E+03
Fz-5thStokes(N)	-2.71E+03	-1.10E+05	1.20E+04	1.20E+05	-2.71E+03



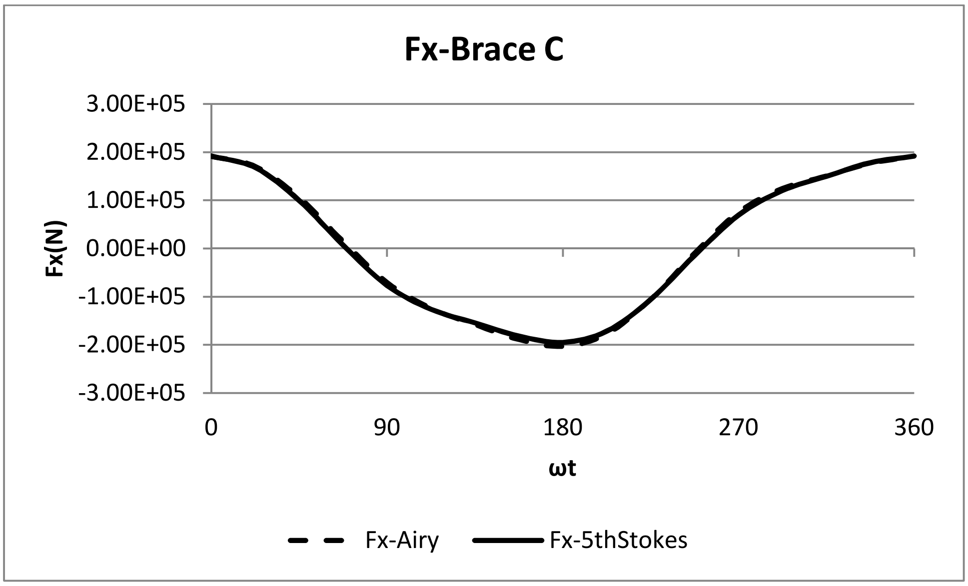
ωt	0	90	180	270	360
Fx-Airy(N)	1.91E+05	-7.08E+04	-2.03E+05	7.51E+04	1.91E+05
Fx-5thStokes(N)	1.91E+05	-7.68E+04	-1.95E+05	6.89E+04	1.91E+05



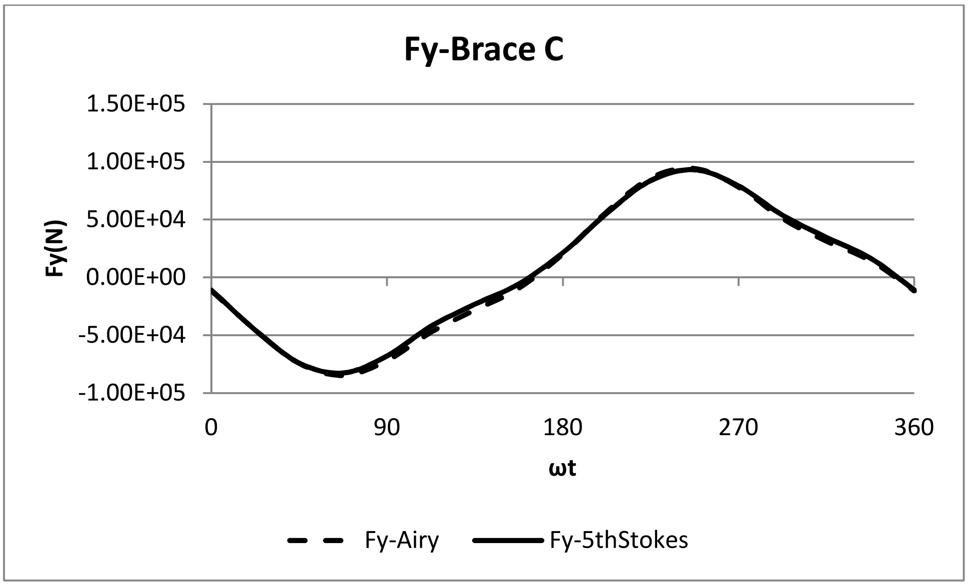
ωt	0	90	180	270	360
Fy-Airy(N)	1.17E+04	7.20E+04	-2.00E+04	-7.80E+04	1.17E+04
Fy-5thStokes(N)	1.08E+04	6.78E+04	-2.14E+04	-7.93E+04	1.08E+04



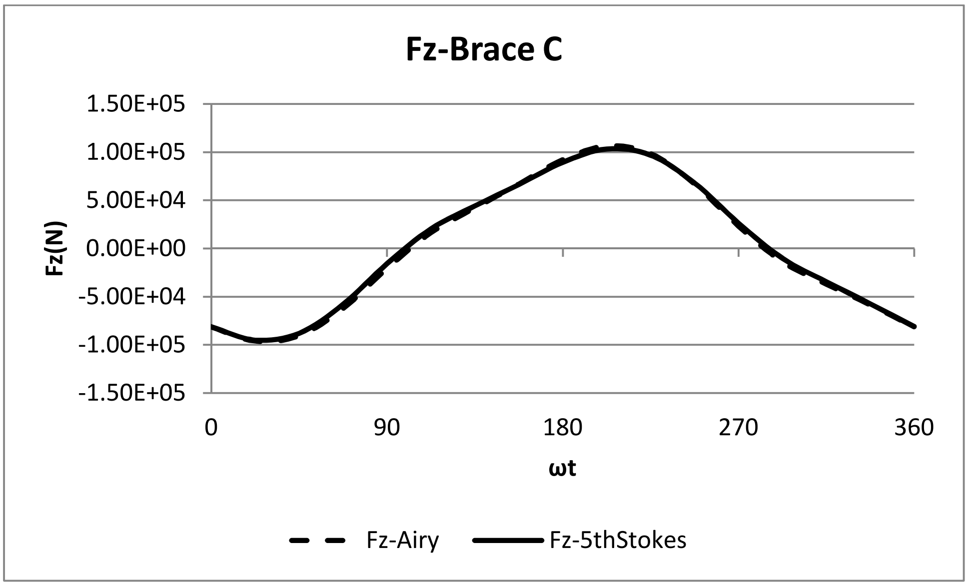
ωt	0	90	180	270	360
Fz-Airy(N)	-8.15E+04	-2.08E+04	9.20E+04	2.32E+04	-8.15E+04
Fz-5thStokes(N)	-8.11E+04	-1.57E+04	8.96E+04	2.65E+04	-8.11E+04



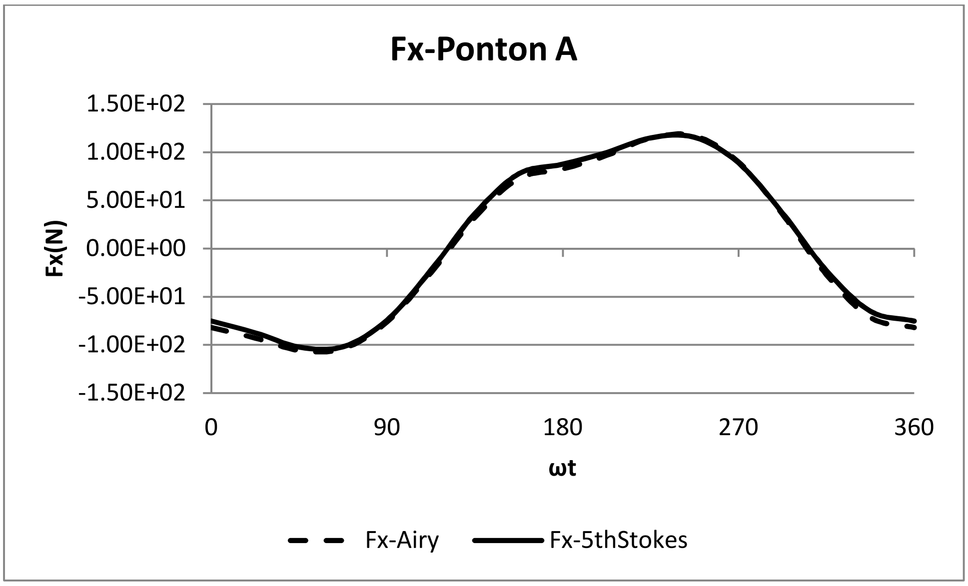
ωt	0	90	180	270	360
Fx-Airy(N)	1.91E+05	-7.08E+04	-2.03E+05	7.51E+04	1.91E+05
Fx-5thStokes(N)	1.91E+05	-7.68E+04	-1.95E+05	6.89E+04	1.91E+05



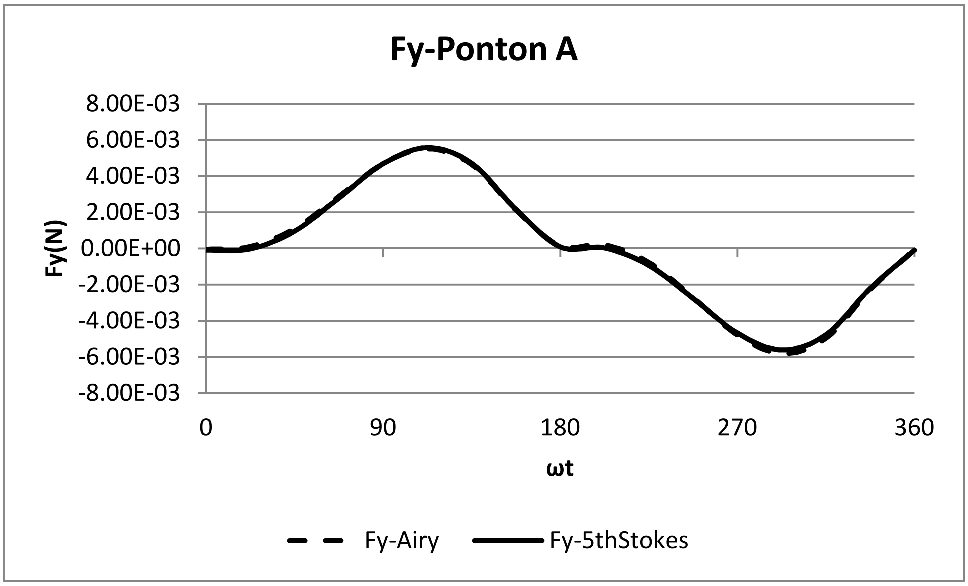
ωt	0	90	180	270	360
Fy-Airy(N)	-1.17E+04	-7.20E+04	2.00E+04	7.80E+04	-1.17E+04
Fy-5thStokes(N)	-1.08E+04	-6.78E+04	2.14E+04	7.93E+04	-1.08E+04



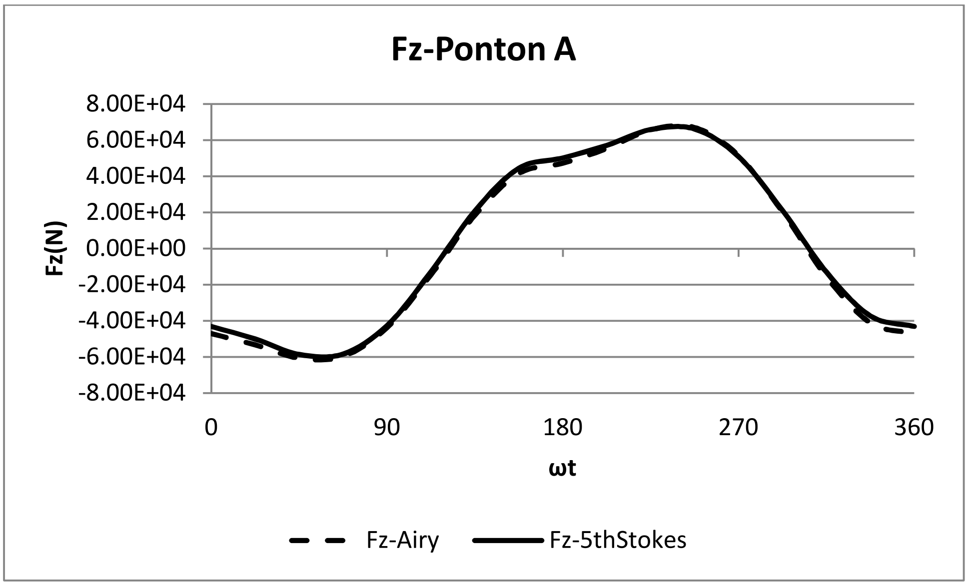
ωt	0	90	180	270	360
Fz-Airy(N)	-8.15E+04	-2.08E+04	9.20E+04	2.32E+04	-8.15E+04
Fz-5thStokes(N)	-8.11E+04	-1.57E+04	8.96E+04	2.65E+04	-8.11E+04



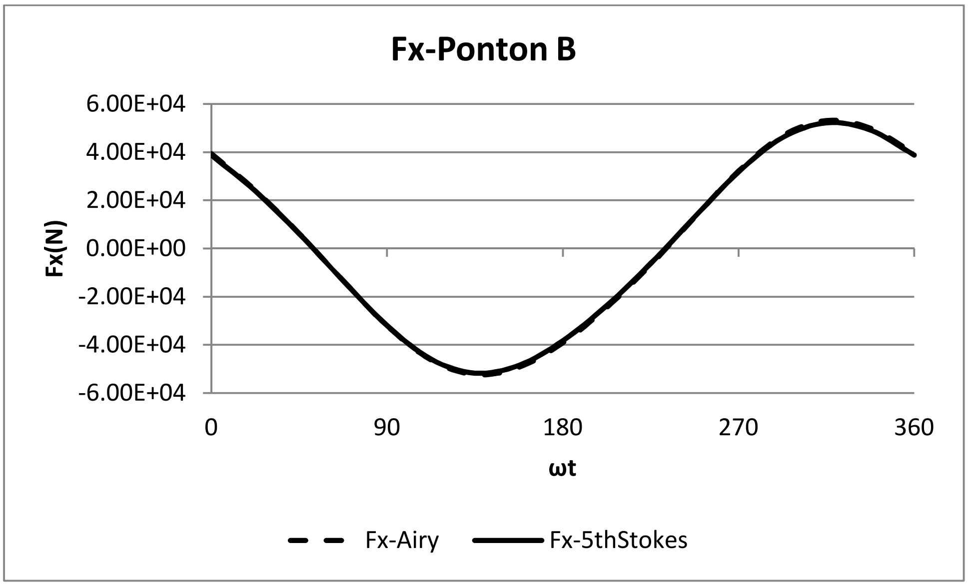
ωt	0	90	180	270	360
Fx-Airy(N)	-8.22E+01	-7.64E+01	8.25E+01	8.99E+01	-8.22E+01
Fx-5thStokes(N)	-7.52E+01	-7.44E+01	8.76E+01	8.90E+01	-7.52E+01



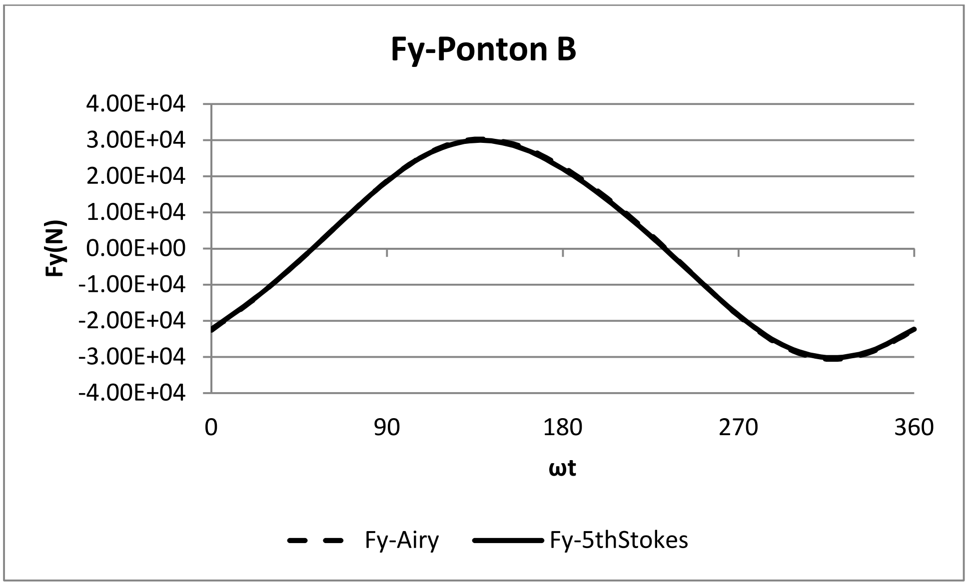
ωt	0	90	180	270	360
Fy-Airy(N)	-5.31E-05	4.69E-03	1.47E-04	-4.78E-03	-5.31E-05
Fy-5thStokes(N)	-9.21E-05	4.69E-03	9.27E-05	-4.67E-03	-9.21E-05



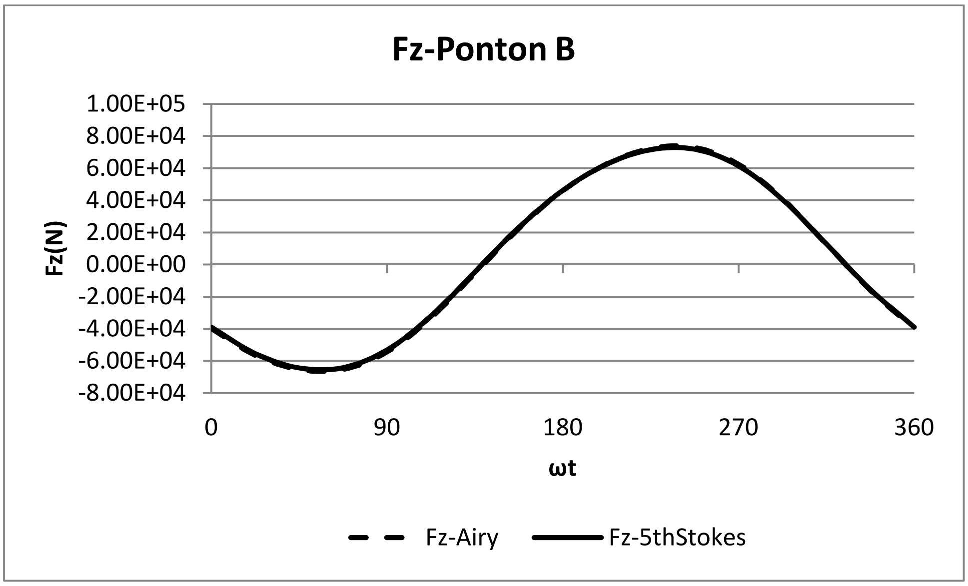
ωt	0	90	180	270	360
Fz-Airy(N)	-4.71E+04	-4.38E+04	4.73E+04	5.15E+04	-4.71E+04
Fz-5thStokes(N)	-4.31E+04	-4.26E+04	5.02E+04	5.10E+04	-4.31E+04



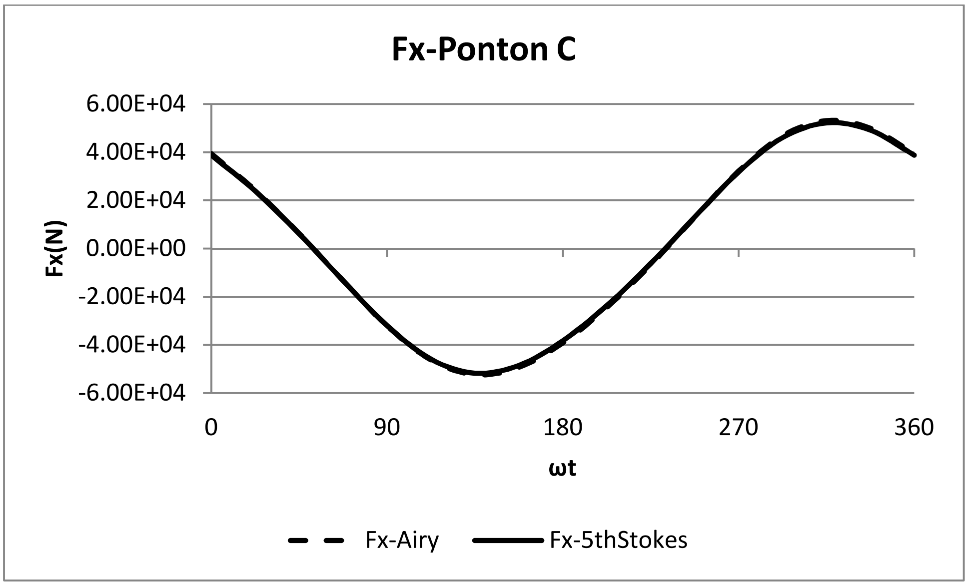
ωt	0	90	180	270	360
Fx-Airy(N)	3.93E+04	-3.22E+04	-3.92E+04	3.21E+04	3.93E+04
Fx-5thStokes(N)	3.88E+04	-3.20E+04	-3.84E+04	3.18E+04	3.88E+04



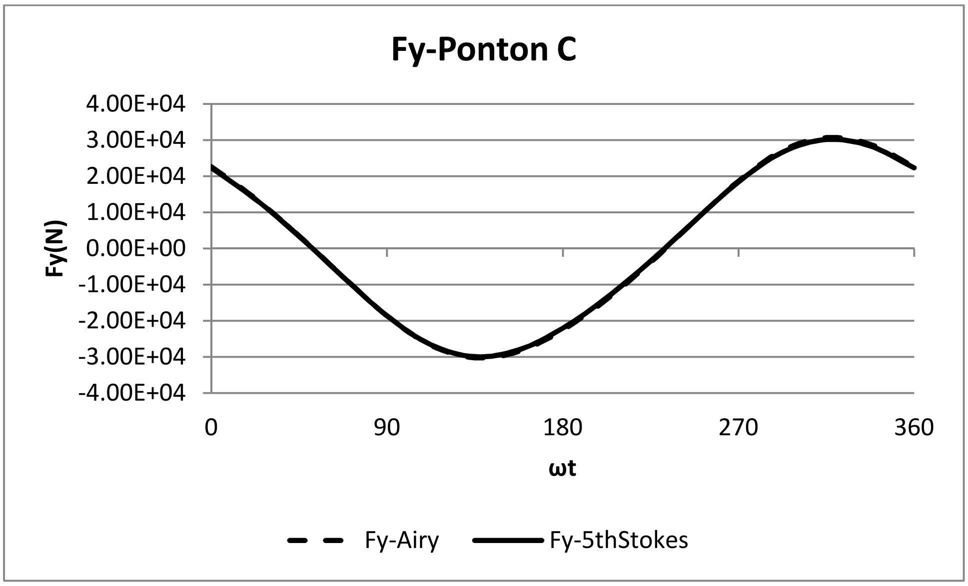
ωt	0	90	180	270	360
Fy-Airy(N)	-2.26E+04	1.87E+04	2.26E+04	-1.86E+04	-2.26E+04
Fy-5thStokes(N)	-2.23E+04	1.86E+04	2.21E+04	-1.85E+04	-2.23E+04



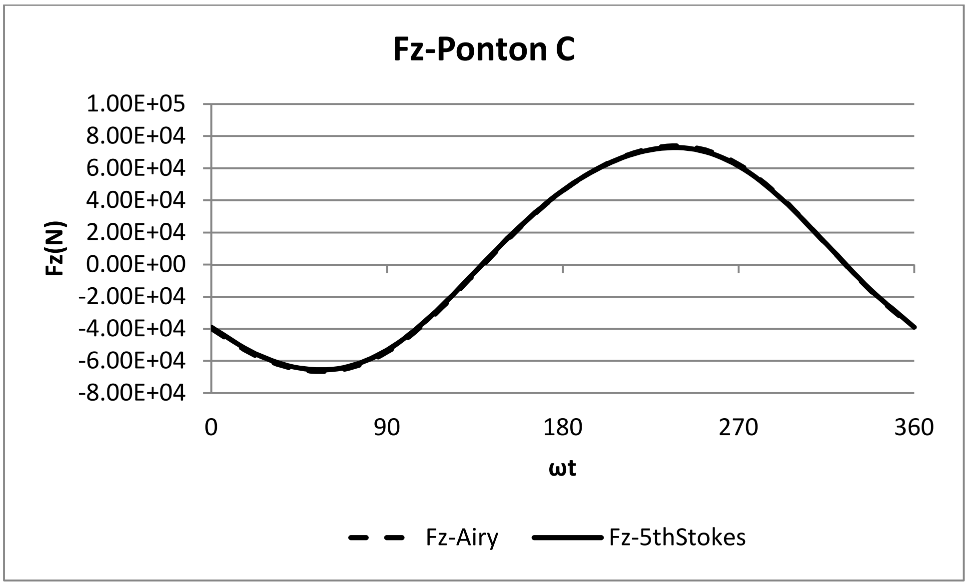
ωt	0	90	180	270	360
Fz-Airy(N)	-3.99E+04	-5.45E+04	4.59E+04	6.24E+04	-3.99E+04
Fz-5thStokes(N)	-3.89E+04	-5.33E+04	4.61E+04	6.14E+04	-3.89E+04



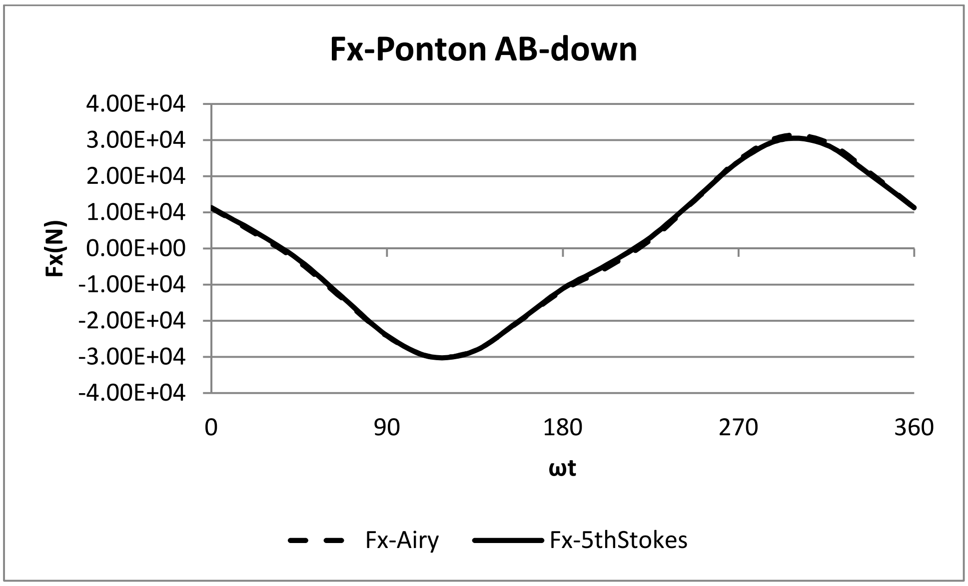
ωt	0	90	180	270	360
Fx-Airy(N)	3.93E+04	-3.22E+04	-3.92E+04	3.21E+04	3.93E+04
Fx-5thStokes(N)	3.88E+04	-3.20E+04	-3.84E+04	3.18E+04	3.88E+04



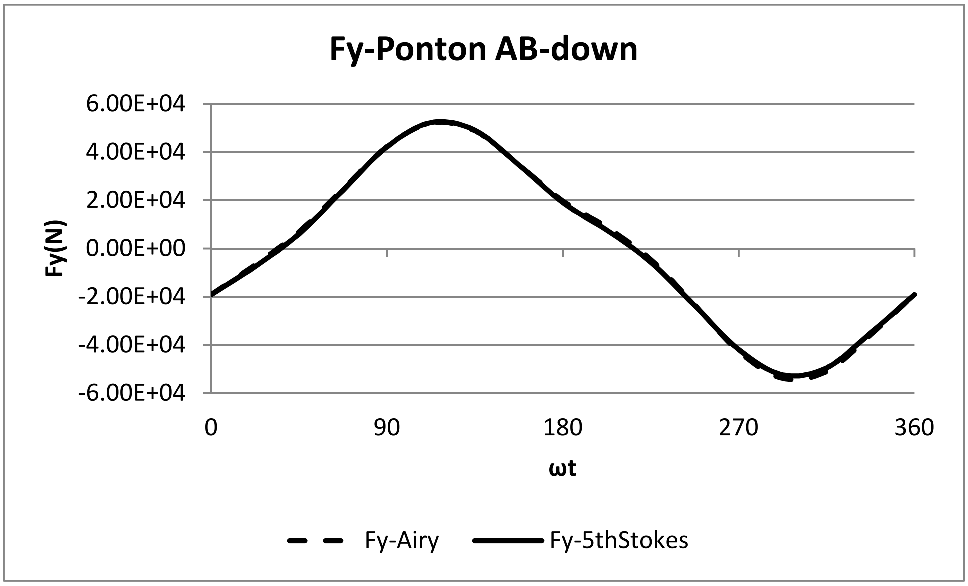
ωt	0	90	180	270	360
Fy-Airy(N)	2.26E+04	-1.87E+04	-2.26E+04	1.86E+04	2.26E+04
Fy-5thStokes(N)	2.23E+04	-1.86E+04	-2.21E+04	1.85E+04	2.23E+04



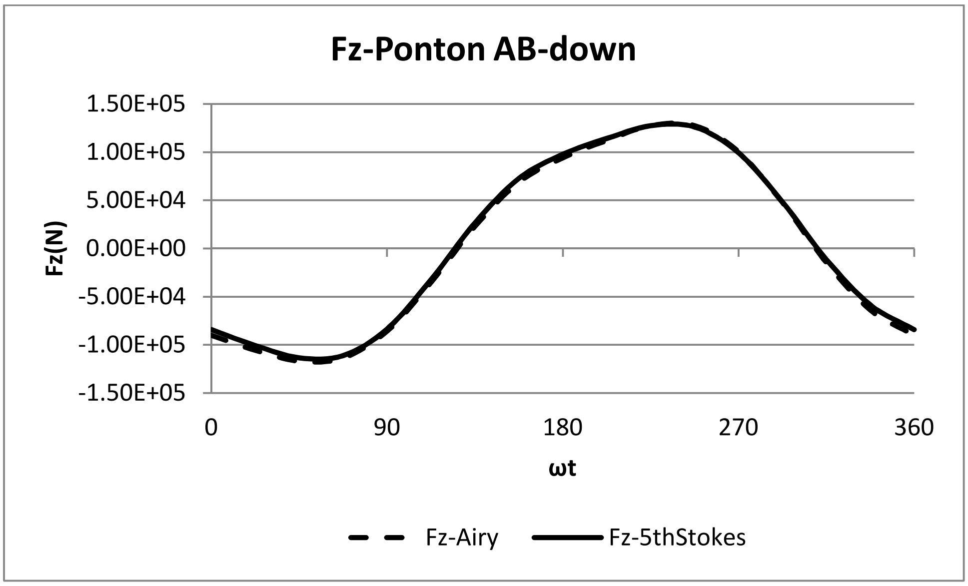
ωt	0	90	180	270	360
Fz-Airy(N)	-3.99E+04	-5.45E+04	4.59E+04	6.24E+04	-3.99E+04
Fz-5thStokes(N)	-3.89E+04	-5.33E+04	4.61E+04	6.14E+04	-3.89E+04



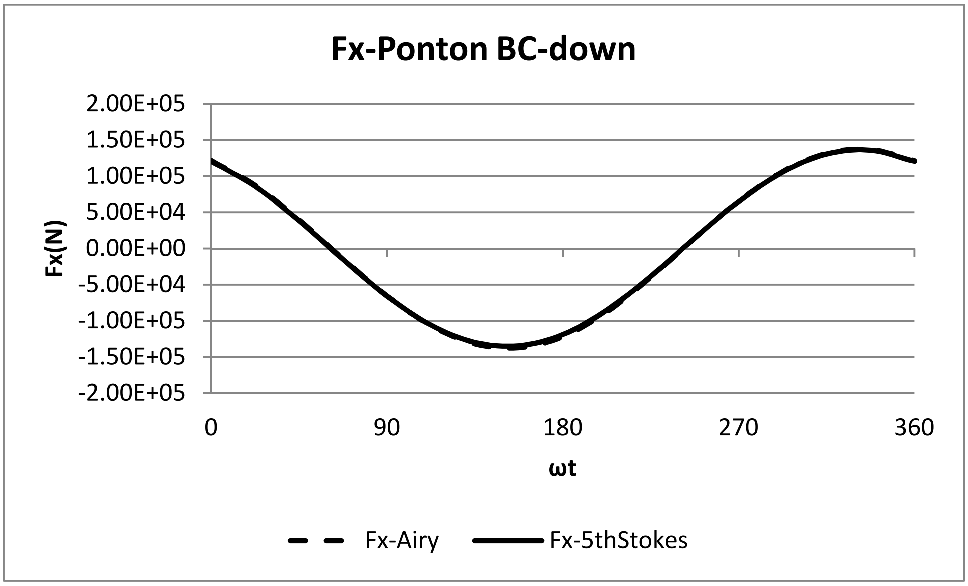
ωt	0	90	180	270	360
Fx-Airy(N)	1.13E+04	-2.42E+04	-1.15E+04	2.45E+04	1.13E+04
Fx-5thStokes(N)	1.13E+04	-2.41E+04	-1.12E+04	2.40E+04	1.13E+04



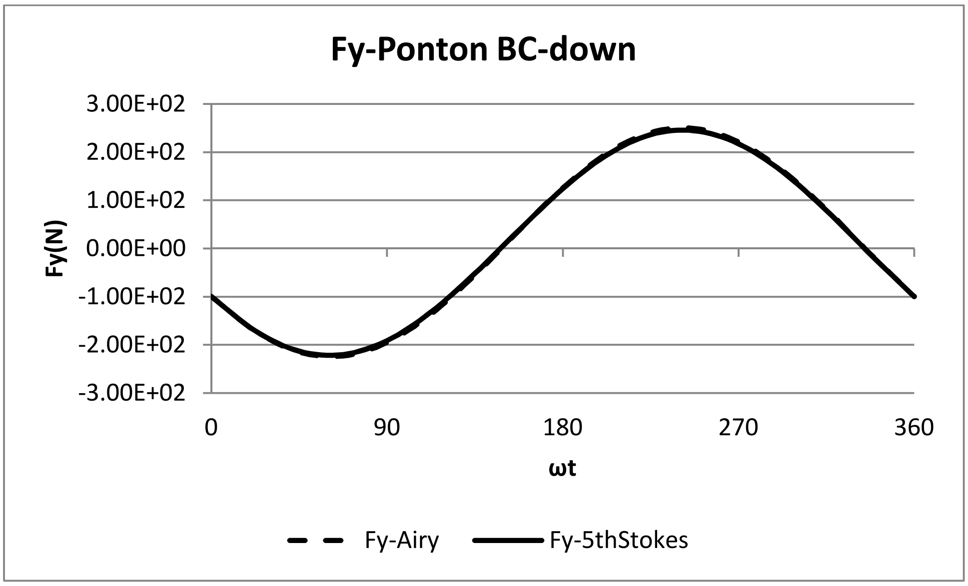
ωt	0	90	180	270	360
Fy-Airy(N)	-1.92E+04	4.22E+04	1.97E+04	-4.27E+04	-1.92E+04
Fy-5thStokes(N)	-1.92E+04	4.21E+04	1.90E+04	-4.19E+04	-1.92E+04



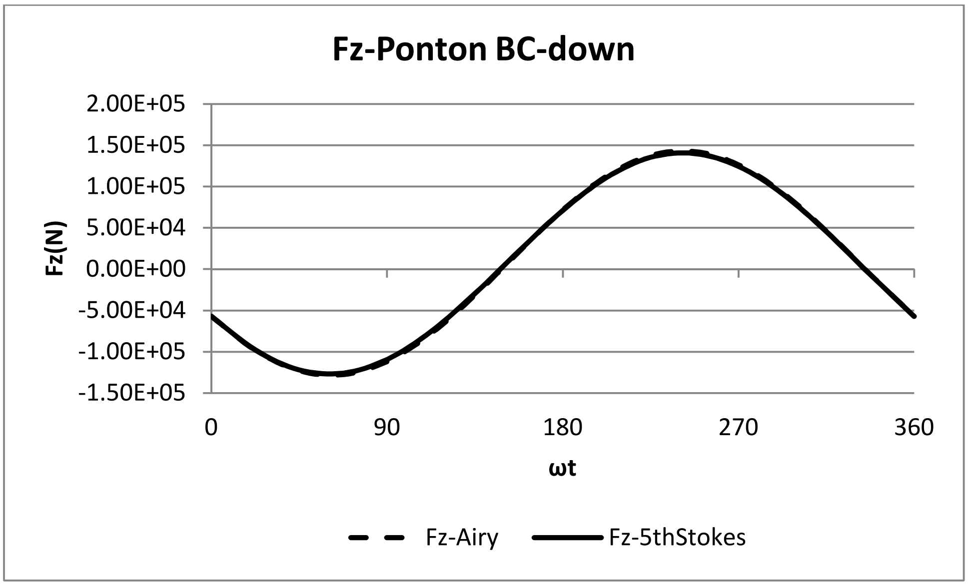
ωt	0	90	180	270	360
Fz-Airy(N)	-9.00E+04	-8.58E+04	9.39E+04	1.00E+05	-9.00E+04
Fz-5thStokes(N)	-8.43E+04	-8.36E+04	9.76E+04	9.92E+04	-8.43E+04



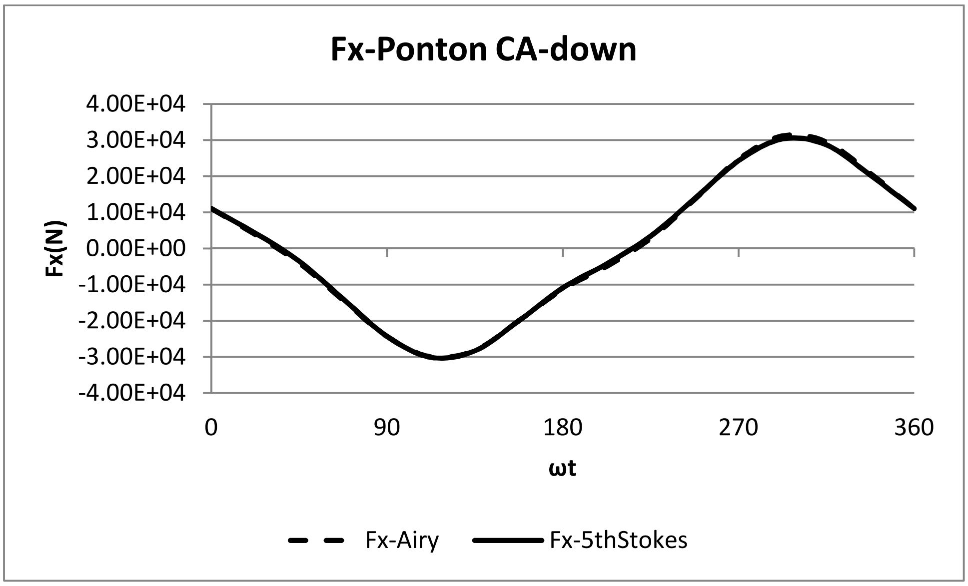
ωt	0	90	180	270	360
Fx-Airy(N)	1.22E+05	-6.53E+04	-1.22E+05	6.54E+04	1.22E+05
Fx-5thStokes(N)	1.20E+05	-6.56E+04	-1.19E+05	6.48E+04	1.20E+05



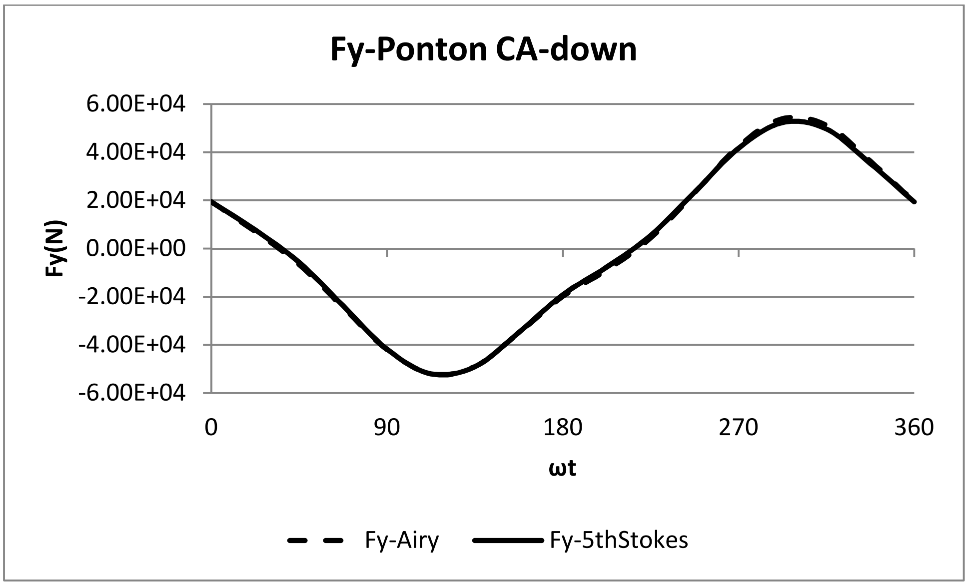
ωt	0	90	180	270	360
Fy-Airy(N)	-9.94E+01	-1.95E+02	1.25E+02	2.21E+02	-9.94E+01
Fy-5thStokes(N)	-9.99E+01	-1.91E+02	1.24E+02	2.17E+02	-9.99E+01



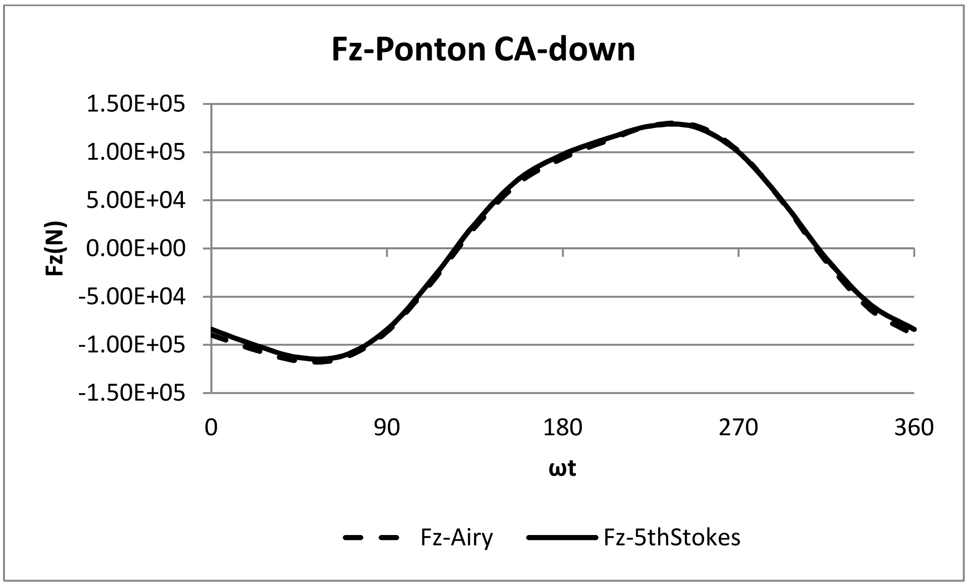
ωt	0	90	180	270	360
Fz-Airy(N)	-5.69E+04	-1.12E+05	7.18E+04	1.27E+05	-5.69E+04
Fz-5thStokes(N)	-5.72E+04	-1.09E+05	7.10E+04	1.24E+05	-5.72E+04



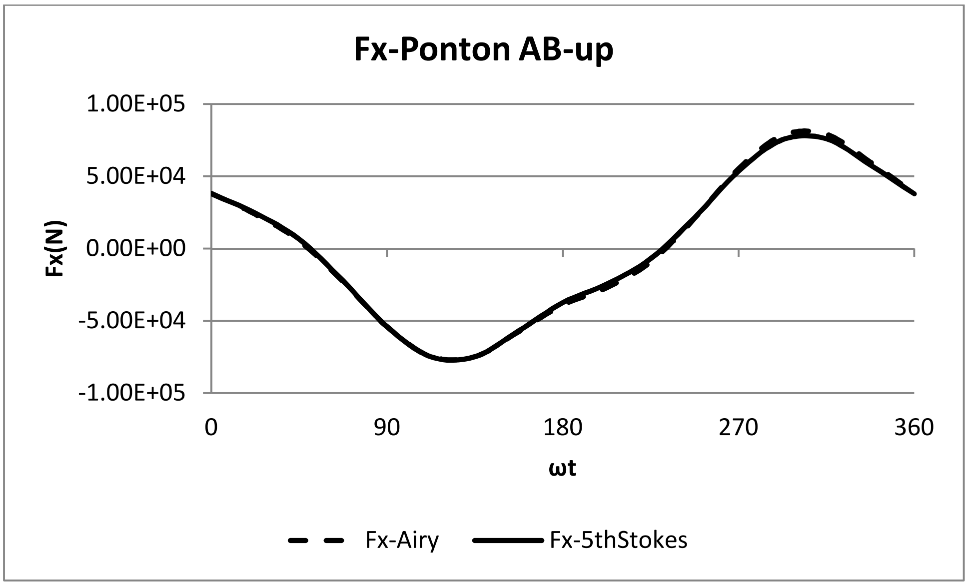
ωt	0	90	180	270	360
Fx-Airy(N)	1.10E+04	-2.44E+04	-1.13E+04	2.47E+04	1.10E+04
Fx-5thStokes(N)	1.10E+04	-2.43E+04	-1.09E+04	2.42E+04	1.10E+04



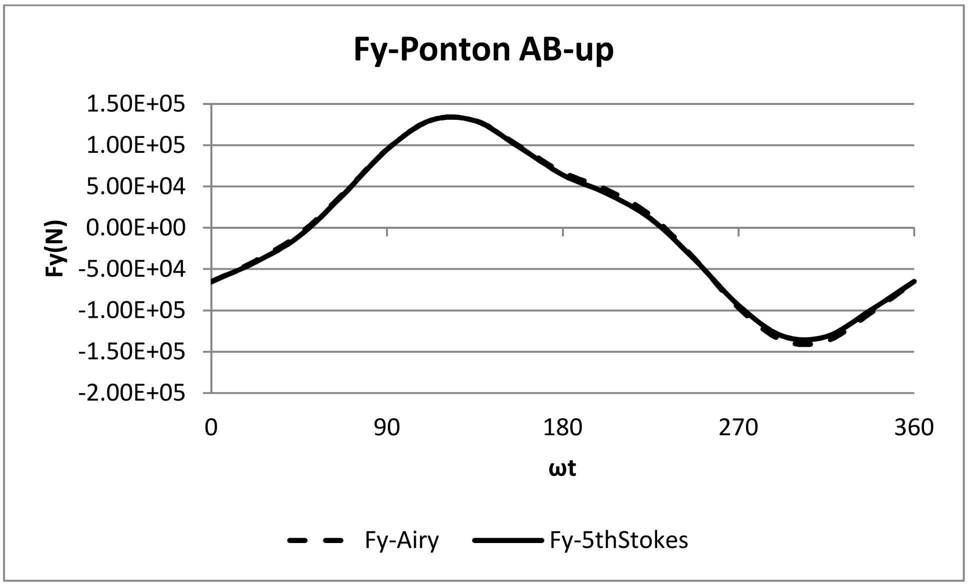
ωt	0	90	180	270	360
Fy-Airy(N)	1.94E+04	-4.20E+04	-1.99E+04	4.24E+04	1.94E+04
Fy-5thStokes(N)	1.94E+04	-4.18E+04	-1.92E+04	4.17E+04	1.94E+04



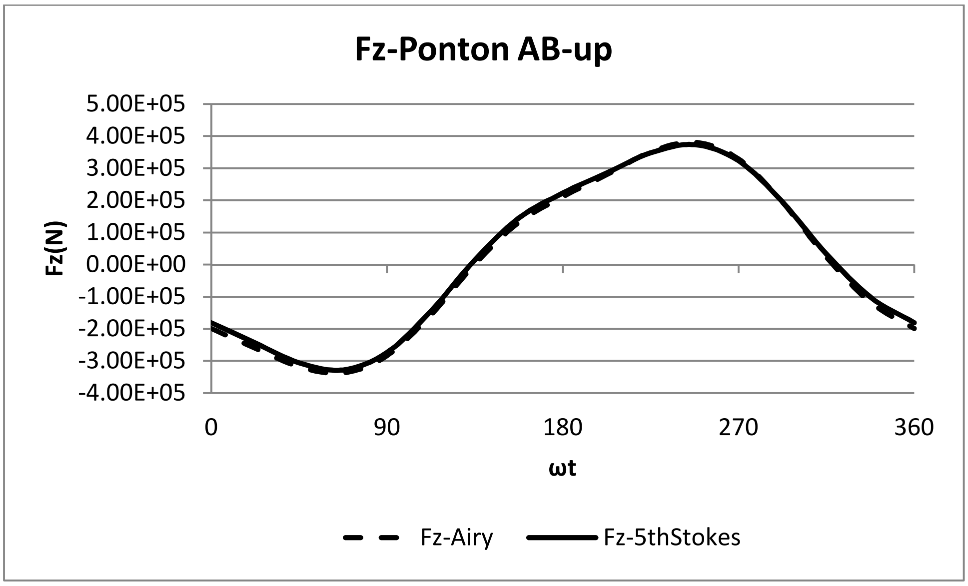
ωt	0	90	180	270	360
Fz-Airy(N)	-8.97E+04	-8.64E+04	9.36E+04	1.01E+05	-8.97E+04
Fz-5thStokes(N)	-8.40E+04	-8.42E+04	9.73E+04	9.98E+04	-8.40E+04



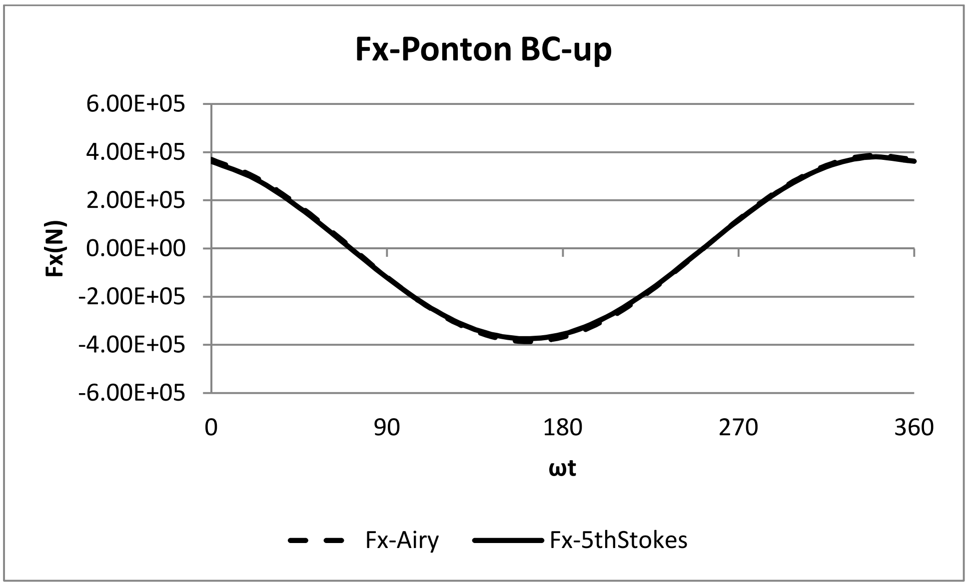
ωt	0	90	180	270	360
Fx-Airy(N)	3.82E+04	-5.43E+04	-3.91E+04	5.51E+04	3.82E+04
Fx-5thStokes(N)	3.79E+04	-5.41E+04	-3.74E+04	5.35E+04	3.79E+04



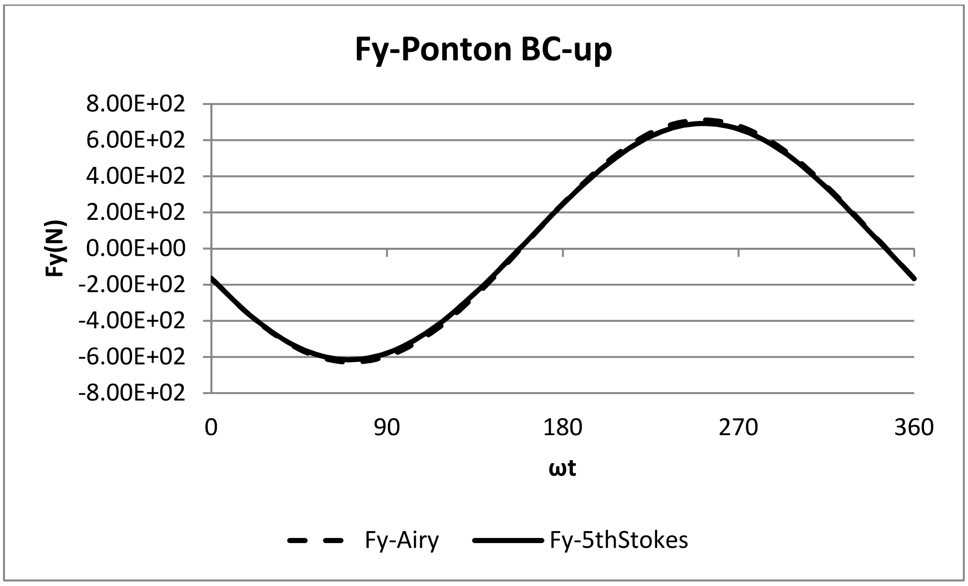
ωt	0	90	180	270	360
Fy-Airy(N)	-6.56E+04	9.50E+04	6.71E+04	-9.66E+04	-6.56E+04
Fy-5thStokes(N)	-6.51E+04	9.46E+04	6.40E+04	-9.38E+04	-6.51E+04



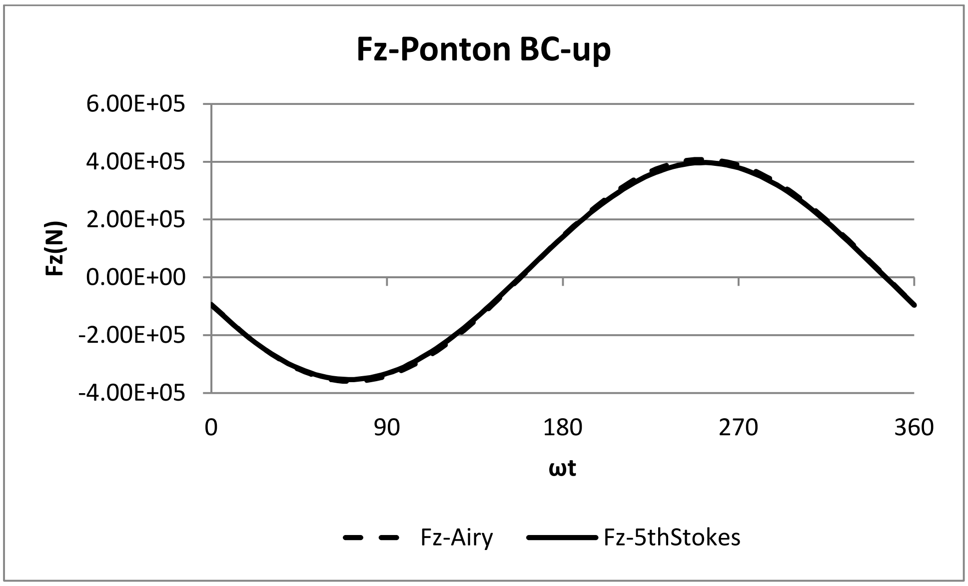
ωt	0	90	180	270	360
Fz-Airy(N)	-1.99E+05	-2.83E+05	2.12E+05	3.29E+05	-1.99E+05
Fz-5thStokes(N)	-1.81E+05	-2.73E+05	2.23E+05	3.23E+05	-1.81E+05



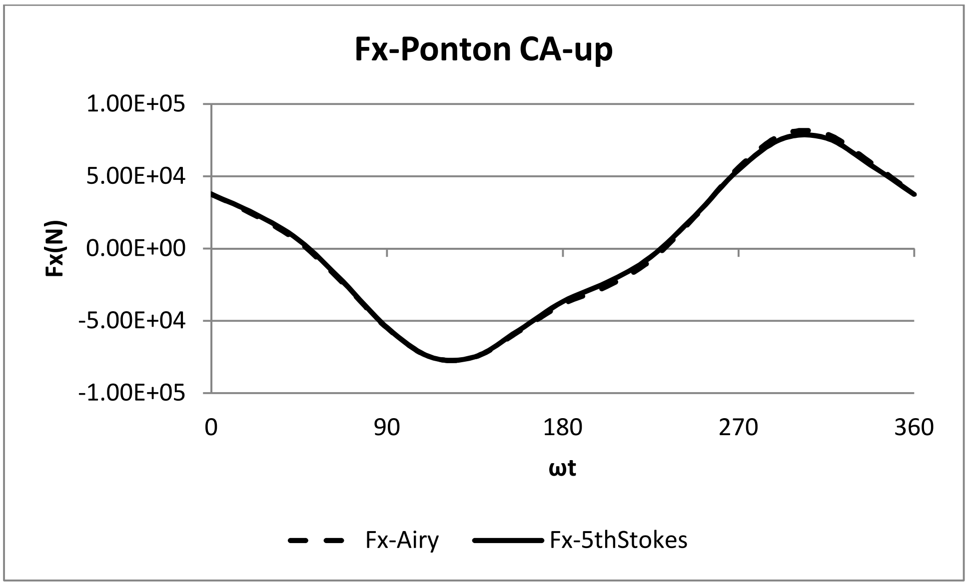
ωt	0	90	180	270	360
Fx-Airy(N)	3.68E+05	-1.19E+05	-3.69E+05	1.19E+05	3.68E+05
Fx-5thStokes(N)	3.62E+05	-1.21E+05	-3.56E+05	1.17E+05	3.62E+05



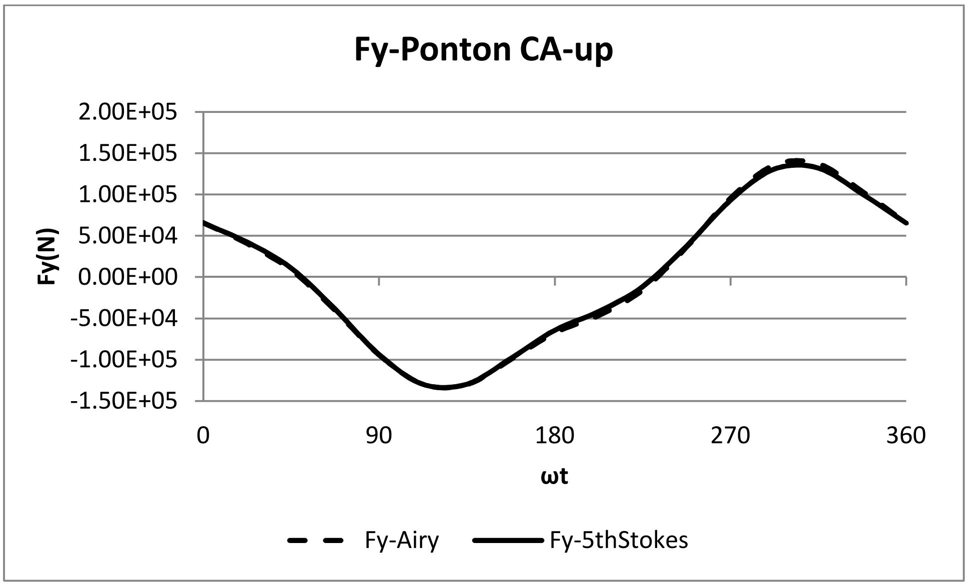
ωt	0	90	180	270	360
Fy-Airy(N)	-1.65E+02	-5.96E+02	2.48E+02	6.78E+02	-1.65E+02
Fy-5thStokes(N)	-1.67E+02	-5.79E+02	2.45E+02	6.61E+02	-1.67E+02



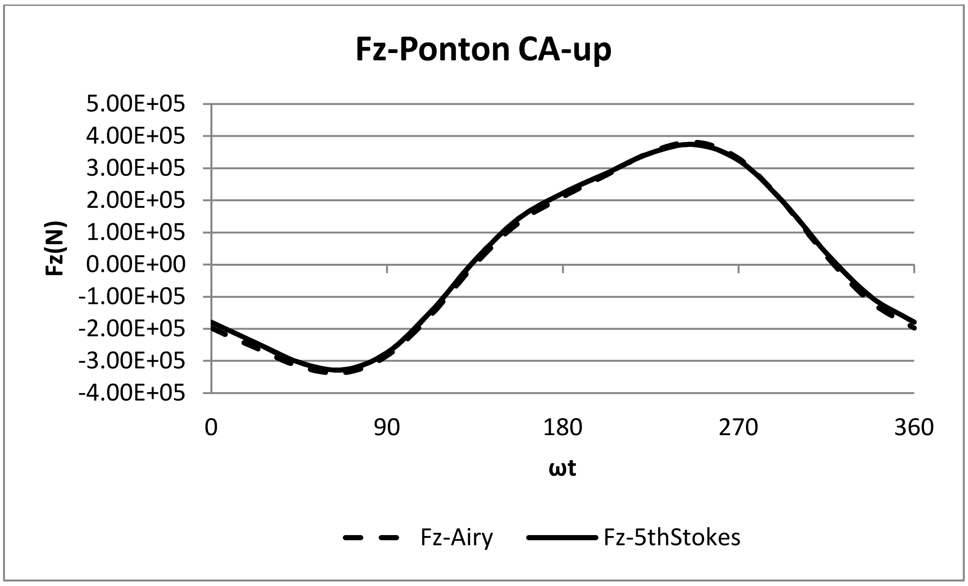
ωt	0	90	180	270	360
Fz-Airy(N)	-9.46E+04	-3.41E+05	1.42E+05	3.89E+05	-9.46E+04
Fz-5thStokes(N)	-9.59E+04	-3.32E+05	1.40E+05	3.79E+05	-9.59E+04



ωt	0	90	180	270	360
Fx-Airy(N)	3.77E+04	-5.50E+04	-3.85E+04	5.59E+04	3.77E+04
Fx-5thStokes(N)	3.74E+04	-5.48E+04	-3.68E+04	5.44E+04	3.74E+04

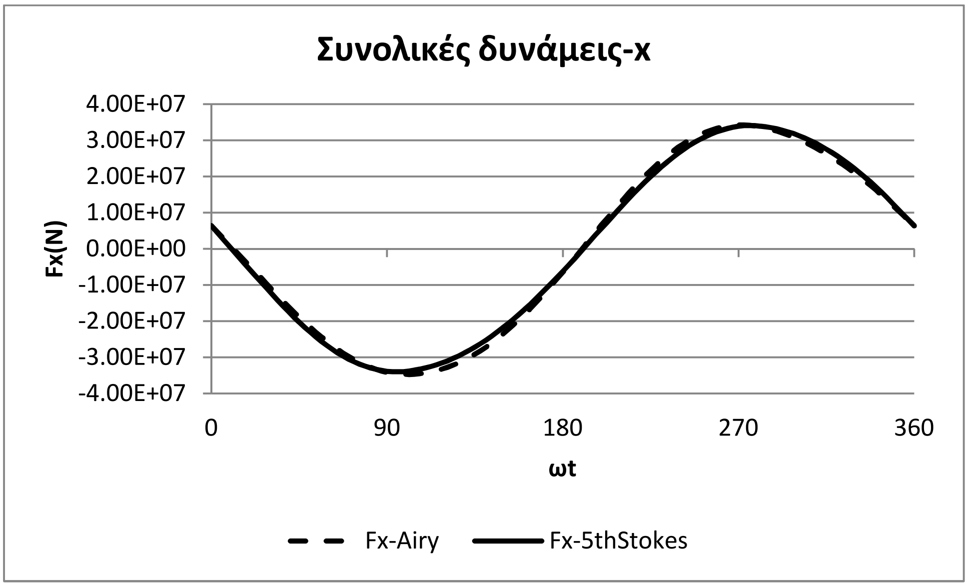


ωt	0	90	180	270	360
Fy-Airy(N)	6.60E+04	-9.43E+04	-6.75E+04	9.57E+04	6.60E+04
Fy-5thStokes(N)	6.55E+04	-9.39E+04	-6.45E+04	9.30E+04	6.55E+04

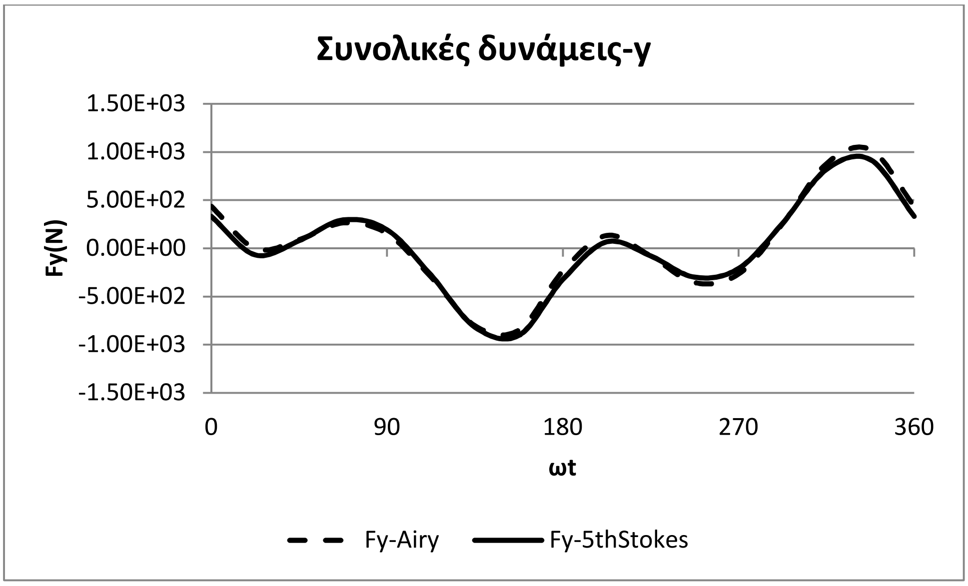


ωt	0	90	180	270	360
Fz-Airy(N)	-1.98E+05	-2.84E+05	2.11E+05	3.31E+05	-1.98E+05
Fz-5thStokes(N)	-1.80E+05	-2.75E+05	2.22E+05	3.24E+05	-1.80E+05

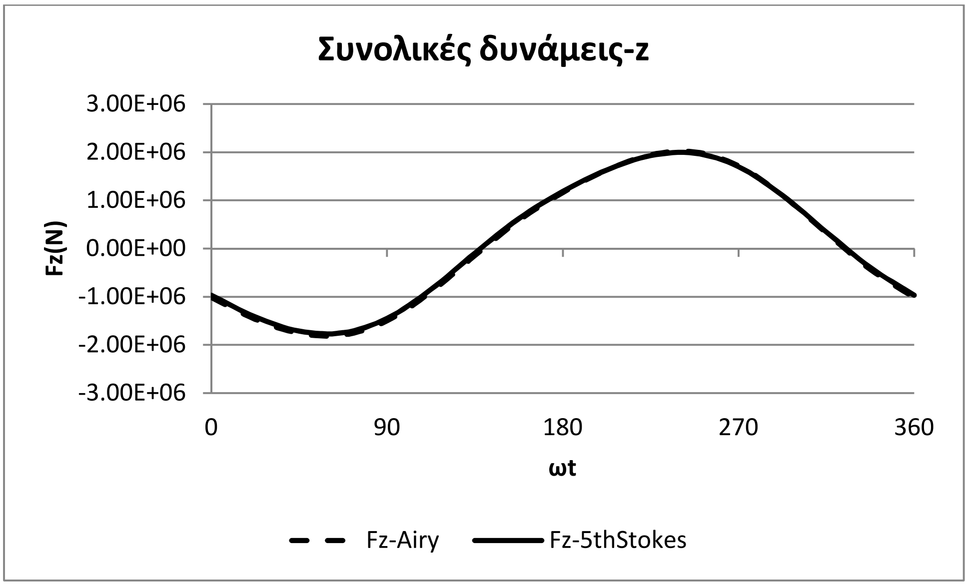
Συνολικές δυνάμεις στην κατασκευή



ωt	0	90	180	270	360
Fx-Airy(N)	6.39E+06	-3.41E+07	-6.47E+06	3.42E+07	6.39E+06
Fx-5thStokes(N)	6.34E+06	-3.39E+07	-6.25E+06	3.38E+07	6.34E+06

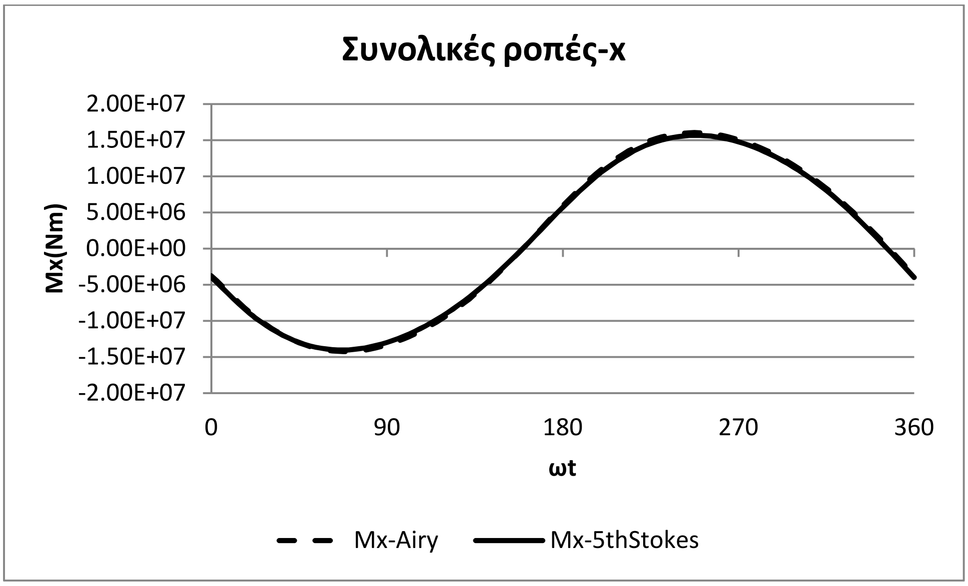


ωt	0	90	180	270	360
Fy-Airy(N)	4.36E+02	1.52E+02	-2.38E+02	-2.68E+02	4.36E+02
Fy-5thStokes(N)	3.32E+02	1.94E+02	-3.24E+02	-2.10E+02	3.32E+02

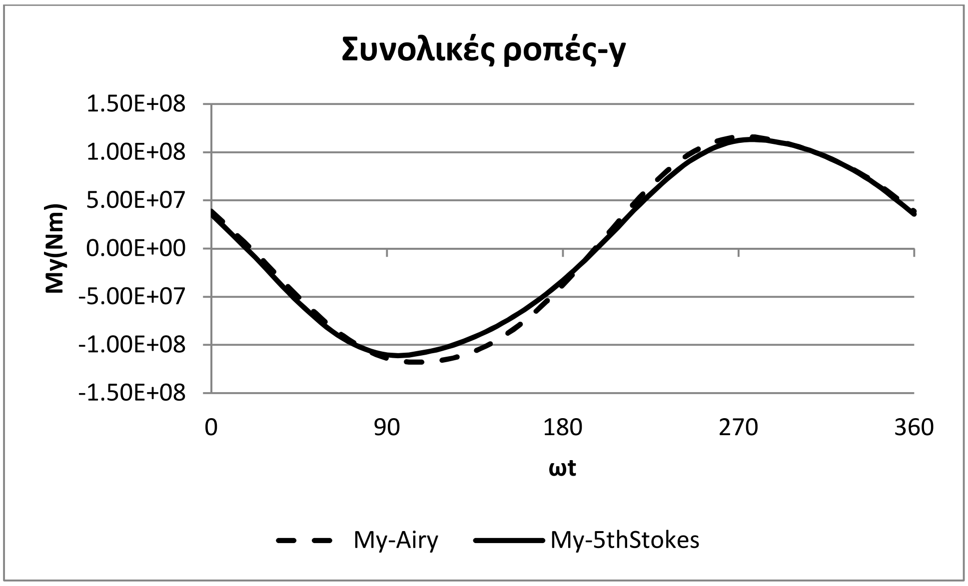


ωt	0	90	180	270	360
Fz-Airy(N)	-1.02E+06	-1.50E+06	1.16E+06	1.72E+06	-1.02E+06
Fz-5thStokes(N)	-9.68E+05	-1.45E+06	1.18E+06	1.70E+06	-9.68E+05

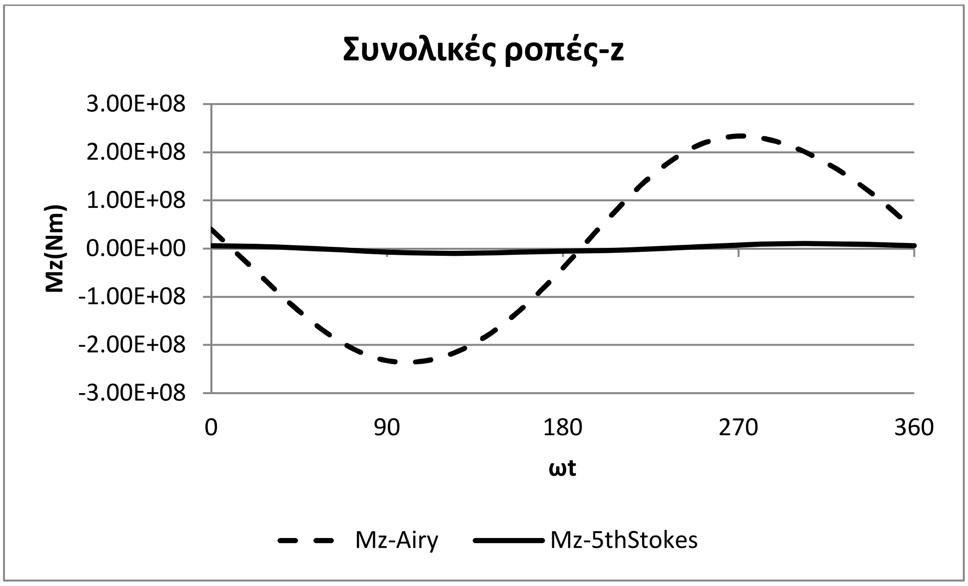
Συνολικές ροπές στην κατασκευή



ωt	0	90	180	270	360
Mx-Airy(Nm)	-3.76E+06	-1.33E+07	5.94E+06	1.51E+07	-3.76E+06
Mx-5thStokes(Nm)	-4.01E+06	-1.30E+07	5.71E+06	1.48E+07	-4.01E+06



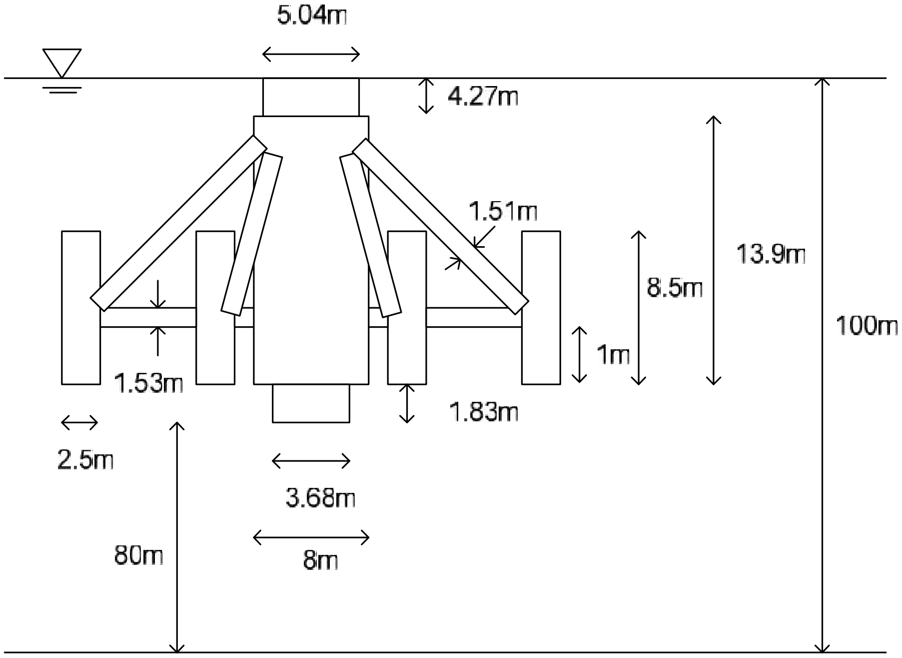
ωt	0	90	180	270	360
My-Airy(Nm)	3.87E+07	-1.14E+08	-3.79E+07	1.16E+08	3.87E+07
My-5thStokes(Nm)	3.56E+07	-1.10E+08	-3.33E+07	1.12E+08	3.56E+07



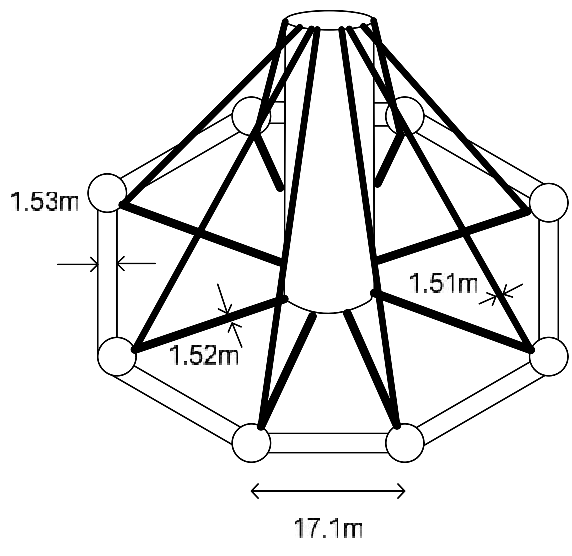
ωt	0	90	180	270	360
Mz-Airy(Nm)	4.00E+07	-2.33E+08	-4.07E+07	2.33E+08	4.00E+07
Mz-5thStokes(Nm)	5.87E+06	-7.36E+06	-5.84E+06	7.24E+06	5.87E+06

5.15 Πλωτή κατασκευή οκτάγωνης βάσης

Η παρακάτω πλωτή κατασκευή είναι τοποθετημένη σε βάθος $100m$ και δέχεται κύμα με μήκος ª $=150m$ και ύψος $6m$. Να υπολογισθούν οι δυνάμεις και οι ροπές που ασκούνται σε αυτή, για κύμα Airy και κύμα Stokes 5ης τάξης. Το σημείο υπολογισμού των συνολικών δυνάμεων και ροπών της κατασκευής έχει τεθεί το ($x_0 = 0.0m, y_0 = 0.0m, z_0 = 95.0m$).

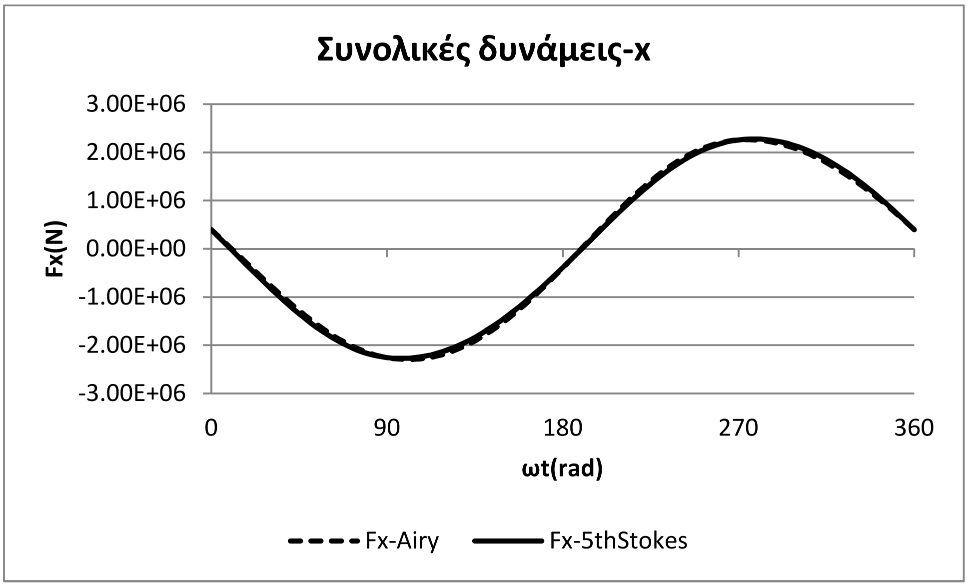


Εικόνα 5.15.1 Πλωτή κατασκευή οκτάγωνης βάσης

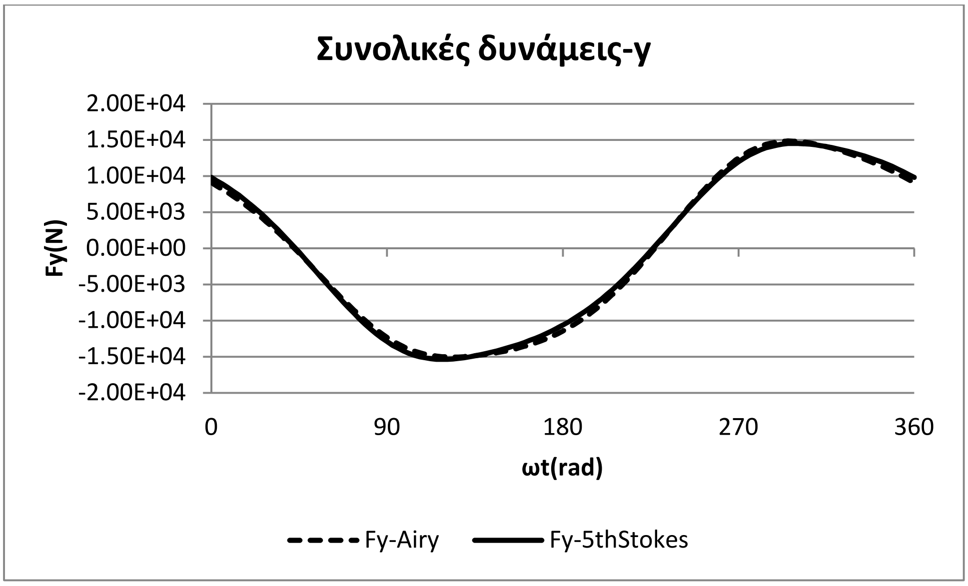


Εικόνα 5.15.2 Πλωτή κατασκευή οκτάγωνης βάσης

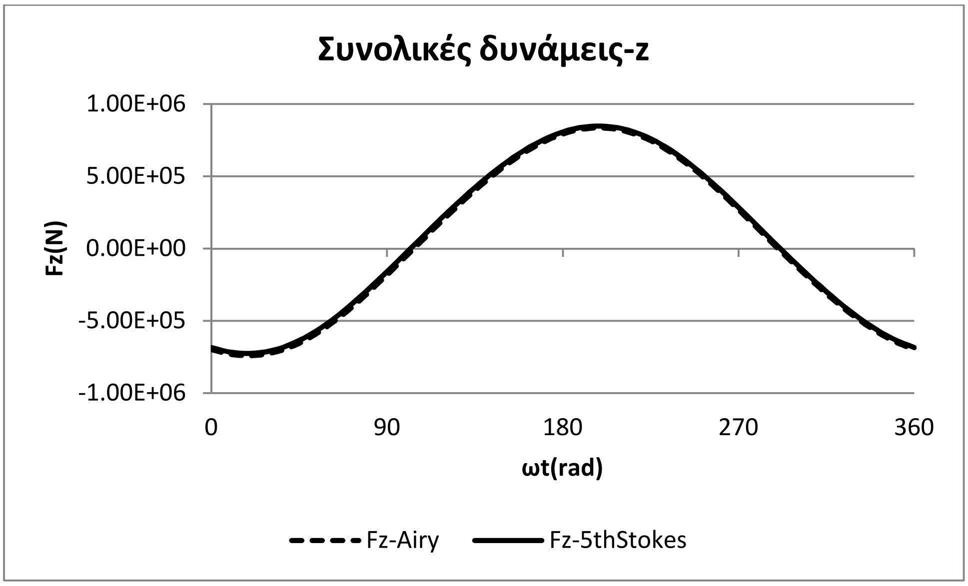
Συνολικές δυνάμεις στην κατασκευή



ωt	0	90	180	270	360
Fx(N)-Airy	3.97E+05	-2.26E+06	-3.98E+05	2.26E+06	3.97E+05
Fx(N)-5thStokes	3.92E+05	-2.26E+06	-3.91E+05	2.26E+06	3.92E+05

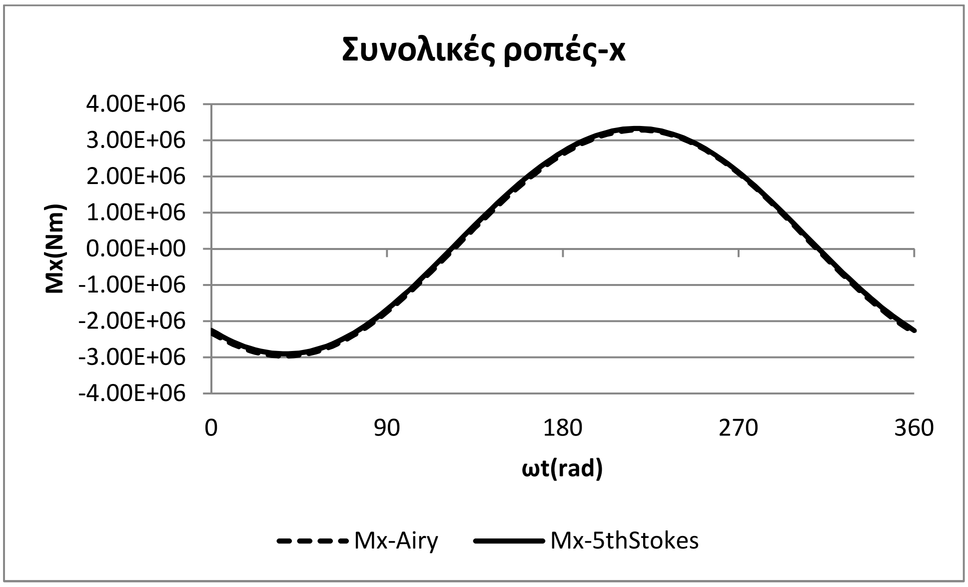


ωt	0	90	180	270	360
Fy(N)-Airy	9.11E+03	-1.23E+04	-1.14E+04	1.25E+04	9.11E+03
Fy(N)-5thStokes	9.82E+03	-1.29E+04	-1.06E+04	1.20E+04	9.82E+03

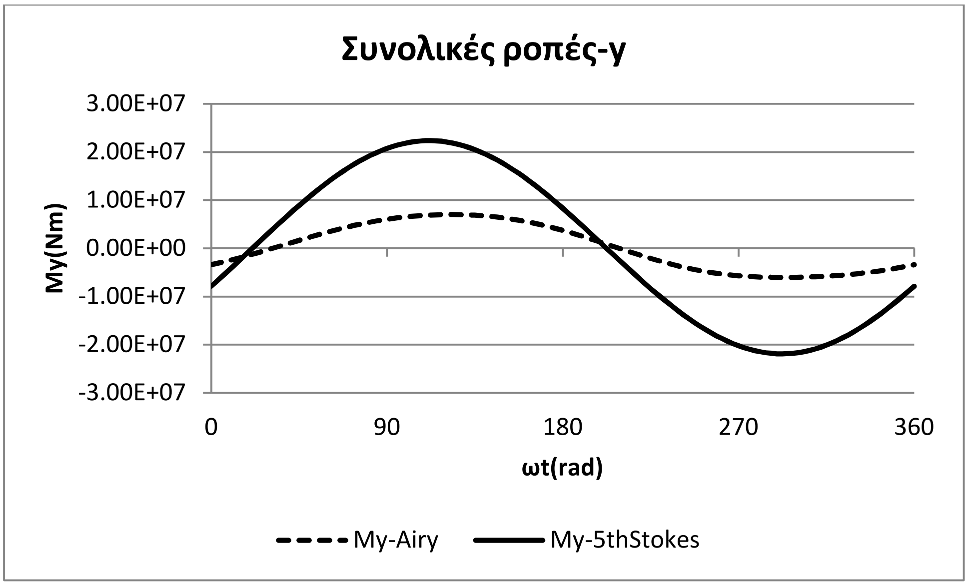


ωt	0	90	180	270	360
Fz(N)-Airy	-7.00E+05	-1.83E+05	7.93E+05	2.69E+05	-7.00E+05
Fz(N)-5thStokes	-6.85E+05	-1.59E+05	8.07E+05	2.85E+05	-6.85E+05

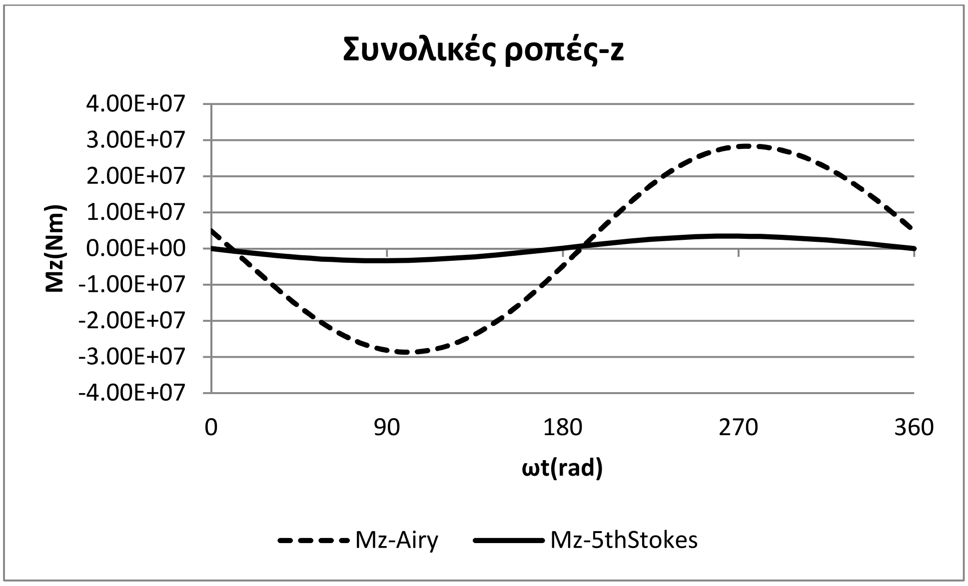
Συνολικές ροπές



ωt	0	90	180	270	360
Mx(Nm)-Airy	-2.32E+06	-1.74E+06	2.62E+06	2.09E+06	-2.32E+06
Mx(Nm)-5thStokes	-2.26E+06	-1.68E+06	2.69E+06	2.12E+06	-2.26E+06



ωt	0	90	180	270	360
My(Nm)-Airy	-3.39E+06	6.03E+06	3.72E+06	-5.68E+06	-3.39E+06
My(Nm)-5thStokes	-7.85E+06	2.07E+07	8.33E+06	-2.02E+07	-7.85E+06



ωt	0	90	180	270	360
Mz(Nm)-Airy	4.86E+06	-2.82E+07	-4.86E+06	2.82E+07	4.86E+06
Mz(Nm)-5thStokes	-3.97E+04	-3.35E+06	7.73E+04	3.40E+06	-3.97E+04

Κεφάλαιο 6. Συμπεράσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιασθούν τα συμπεράσματα που μπορούν να εξαχθούν από τα Αριθμητικά αποτελέσματα του Κεφαλαίου 5.

6.1 Κάθετος κύλινδρος

Από τα διαγράμματα των αδρανειακών δυνάμεων, των δυνάμεων αντίστασης και των συνολικών δυνάμεων όπως αυτά παρουσιάσθηκαν στην παράγραφο 5.2 προκύπτουν οι παρακάτω λόγοι για τις μέγιστες τιμές τους:

- **Για σταθερούς συντελεστές** C_M, C_D

a/a	|Fd|/|Fi|	|Fd|/|Ft|	|Fi|/|Ft|
Stokes 5th order	113%	74.5%	65.7%
Airy	9.15%	79.4%	86.7%

Οι δυνάμεις αντίστασης είναι κατά απόλυτη τιμή μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες αδρανειακές δυνάμεις όταν εφαρμόζεται κυματισμός Stokes 5^{ης} τάξης. Ενώ όταν εφαρμόζεται κυματισμός Airy οι αδρανειακές δυνάμεις είναι οριακά μεγαλύτερες των δυνάμεων αντίστασης.

- **Για μεταβλητούς συντελεστές** C_M, C_D

a/a	|Fd|/|Fi|	|Fd|/|Ft|	|Fi|/|Ft|
Stokes 5th order	79.9%	61.3%	76.6%
Airy	61.7%	61.7%	100%

Ενώ, για μεταβλητούς συντελεστές C_M, C_D και για τον κυματισμό Stokes 5^{ης} τάξης οι αδρανειακές δυνάμεις είναι μεγαλύτερες από τις δυνάμεις αντίστασης.

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα που προέκυψαν για σταθερούς αλλά και για μεταβλητούς συντελεστές αδράνειας και αντίστασης προκύπτει πως οι δυνάμεις αλλά και οι ροπές είναι μεγαλύτερες στην δεύτερη περίπτωση, αυτή των μεταβλητών συντελεστών έναντι των σταθερών.

Από τα διαγράμματα για τον κάθετο κύλινδρο είναι εμφανές πως τα αποτελέσματα του κώδικα βρίσκονται σε συμφωνία με τα αποτελέσματα από την μελέτη του κ. Γ. Χρυσανθάκη γεγονός που επιβεβαιώνει την ορθότητα υπολογισμού του προγράμματος.

6.2 Κεκλιμένος κύλινδρος

Από τα αποτελέσματα της παραγράφου 5.3 για τον κεκλιμένο κύλινδρο προκύπτει ότι:

a/a	|Fd|/|Fi|	|Fd|/|Ft|	|Fi|/|Ft|
Stokes 5th order	115%	75.9%	66.1%
Airy	89.1%	79.1%	88.8%

Ο λόγος των δυνάμεων αντίστασης προς τις αδρανειακές είναι ελαφρώς μεγαλύτερος για τους κυματισμούς Stokes 5ης τάξης σε σχέση με τον αντίστοιχο λόγο που υπολογίσθηκε στην 6.1. Αντίθετα, ο ίδιος λόγος για κυματισμούς Airy είναι μικρότερος.

Τα αποτελέσματα και σε αυτή την περίπτωση ταυτίζονται με τα αποτελέσματα του κ. Χρυσανθάκη.

6.3 Διάταξη δύο κυλίνδρων υπό γωνία

Από τα αποτελέσματα της παραγράφου 5.4 για τον πρώτο κύλινδρο προκύπτει:

a/a	|Fd|/|Fi|	|Fd|/|Ft|	|Fi|/|Ft|
Stokes 5th order	101%	74.4%	73.4%
Airy	65.2%	58.9%	90.2%

Και για τον δεύτερο:

a/a	|Fd|/|Fi|	|Fd|/|Ft|	|Fi|/|Ft|
Stokes 5th order	74.7%	52.8%	70.7%
Airy	64.7%	51.7%	79.9%

Ενώ και για τους δύο προκύπτει:

a/a	|Fx1|/|Fx2|	|My1|/|My2|
Stokes 5th order	71.0%	2.09E-06%
Airy	89.8%	2.62E-06%

Γίνεται εύκολα εμφανές πως οι δυνάμεις και οι ροπές είναι μεγαλύτερες για τον δεύτερο κύλινδρο. Αυτό συμβαίνει εξαιτίας του επιπλέοντος κυματισμού που οφείλεται στην ύπαρξη του πρώτου κύλινδρο που βρίσκεται ακριβώς μπροστά του.

Επίσης, τα αποτελέσματα βρίσκονται σε συμφωνία με αυτά του κ. Χρυσανθάκη.

6.4 Διάταξη οκτώ κυλίνδρων

Από τα αποτελέσματα της παραγράφου 5.5 για την διάταξη οκτώ κυλίνδρων προκύπτει αν συγκρίνουμε τις δυνάμεις απέναντι κυλίνδρων:

a/a	|Fx1|/|Fx5|	|Fx2|/|Fx6|	|Fx3|/|Fx7|	|Fx4|/|Fx8|
Stokes 5th order	99.3%	100%	100%	100%
Airy	100%	100%	100%	100%

Από τους παραπάνω λόγους φαίνεται πως οι απέναντι κύλινδροι παρουσιάζουν συμμετρία ένα προς ένα γεγονός που σημαίνει πως δέχονται τις ίδιες δυνάμεις.

Επιπλέον,

a/a	|Fx1|/|Fx2|	|Fx2|/|Fx3|	|Fx3|/|Fx4|
Stokes 5th order	106%	93.8%	98.6%
Airy	106%	93.8%	98.6%

Όπου πάλι παρατηρούμε πως οι κύλινδροι που έχουν μπροστά τους άλλο κύλινδρο εμφανίζουν μεγαλύτερες δυνάμεις όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 6.3.

Οι γραφικές παραστάσεις των δυνάμεων και των ροπών, όπως αυτές προέκυψαν από τους κυματισμούς Airy και Stokes 5^{ης} τάξης, ταυτίζονται. Γεγονός που οφείλεται στο ότι ο λόγος του ύψους κύματος ως προς το τετράγωνο της περιόδου ($\frac{H}{T^2}$), ο λόγος του βάθους ως προς το μήκος κύματος ($\frac{d}{a}$) και ο λόγος του ύψους κύματος ως προς το μήκος κύματος ($\frac{H}{a}$) τοποθετούν την κατασκευή, σύμφωνα με το διάγραμμα της Εικόνας 2.3, σε μια περιοχή ισχύος και των δύο θεωριών.

6.5 Κάθετος πλωτήρας

Στον κάθετο πλωτήρα της παραγράφου 5.6 οι αδρανειακές δυνάμεις με τις δυνάμεις αντίστασης και τις συνολικές έχουν την εξής σχέση:

a/a	|Fd|/|Fi|	|Fd|/|Ft|	|Fi|/|Ft|
Stokes 5th order	17.5%	17.5%	100%
Airy	18.1%	18.1%	100%

Αντίστοιχα, για τις ροπές:

a/a	|Md|/|Mi|	|Md|/|Mt|	|Mi|/|Mt|
Stokes 5th order	20.7%	20.7%	100%
Airy	12.1%	12.1%	100%

Είναι εμφανές πως οι αδρανειακές δυνάμεις και ροπές είναι σημαντικότερες έναντι των δυνάμεων και ροπών αντίστασης.

Τέλος, επισημαίνεται πως οι συνολικές δυνάμεις στο κέντρο του κυλίνδρου είναι ακριβώς ίδιες με τις συνολικές δυνάμεις που δέχεται ολόκληρος ο κύλινδρος. Αντίθετα, παρατηρείται διαφορά στις τιμές των ροπών που ασκούνται σε ολόκληρο τον κύλινδρο και στο κέντρο του.

6.7 Σύνθετος πλωτήρας

Ο σύνθετος πλωτήρας αποτελείται από τρεις επιμέρους κυλίνδρους. Ως 1 χαρακτηρίζεται ο κύλινδρος με διάμετρο $D = 9.4m$, ως 2 αυτός με διάμετρο $D = 7.994m$ και 3 με $D = 6.5m$. Η σχέση μεταξύ των δυνάμεων που ασκούνται στους επιμέρους κυλίνδρους σε σχέση με τη συνολική δύναμη που ασκείται στην κατασκευή είναι:

a/a	|Fx1|/|Fx|	|Fx2|/|Fx|	|Fx3|/|Fx|
Stokes 5th order	82.9%	12.6%	4.7%
Airy	75.7%	11.6%	4.3%

Ξεκάθαρα η δύναμη είναι ανάλογη της διαμέτρου, αφού ο πρώτος λόγος |Fx1|/|Fx| είναι μεγαλύτερος από τους υπόλοιπους.

Κάνοντας σύγκριση του σύνθετου πλωτήρα (a) με τον κάθετο πλωτήρα (b) της παραγράφου 5.6 προκύπτουν τα εξής:

a/a	|Fxa|/|Fxb|	|Mya|/|Myb|
Stokes 5th order	90.7%	78.8%
Airy	91.5%	79.8%

Οι δυνάμεις και οι ροπές αντίστοιχα που ασκούνται κάτω από τις ίδιες συνθήκες και στο ίδιο σημείο υπολογισμού για τον σύνθετο πλωτήρα είναι μικρότερες από αυτές για τον κάθετο πλωτήρα. Αυτό σημαίνει πως είναι προτιμότερο να χρησιμοποιηθεί ως κατασκευή στήριξης μιας Α/Γ ο σύνθετος πλωτήρας, αφού καταπονείται και περιστρέφεται λιγότερο σε σχέση με τον κάθετο πλωτήρα.

6.8 Διάταξη 121 κυλίνδρων

Στην περίπτωση των 121 κυλίνδρων δεν έχει νόημα να εξεταστεί ο κάθε κύλινδρος ξεχωριστά αφού η συμμετρία της κατασκευής κάνει πιο απλή τη μελέτη της. Πιο συγκεκριμένα:

a/a	Fx1/Fx10	Fx1/Fx11	Fx1/Fx12	Fx1/Fx121
Stokes 5th order	55.3%	69.2%	100%	69.2%
Airy	59.7%	68.3%	100%	68.3%

Κάθε σειρά κυλίνδρων που έχει την ίδια τετμημένη δέχεται ακριβώς την ίδια δύναμη. Ενώ για τους κυλίνδρους που έχουν ίδια τεταγμένη παρατηρείται αύξηση της δύναμης καθώς αυξάνει η τιμή της τετμημένης των σημείων των θέσεων των κυλίνδρων.

Αντίστοιχα συμπεράσματα προκύπτουν και για τις ροπές:

a/a	My1/My10	My1/My11	My1/My12	My1/My121
Stokes 5th order	49.5%	66.8%	100%	66.8%
Airy	54.2%	53.3%	100%	53.3%

6.9 Πλωτή κατασκευή τεσσάρων πλωτήρων

Η κατασκευή τεσσάρων πλωτήρων όπως παρουσιάσθηκε στην παράγραφο 5.10 εμφανίζει στα διαγράμματα πως οι δυνάμεις που ασκούνται στους κυλίνδρους είναι κατά μέτρο ίσες. Επίσης, παρατηρείται μια αναλογία των αποτελεσμάτων για τα διάφορα ύψη κύματος. Οι αδρανειακές δυνάμεις και οι δυνάμεις αντίστασης μεταβάλλονται ως:

a/a	Fi-H=4m/ Fi-H=6m	Fi-H=6m/ Fi-H=8m	Fd-H=4m/ Fd-H=6m	Fd-H=6m/ Fd-H=8m
Stokes 5th order	66.5%	74.8%	42.3%	53.6%
Airy	66.3%	74.8%	42.4%	53.6%

Οι λόγοι των δυνάμεων διαφέρουν κατά προσέγγιση στη μονάδα. Οι λόγοι για τις συνολικές δυνάμεις είναι:

a/a	Fx-H=4m/Fx-H=6m	Fx-H=6m/Fx-H=8m
Stokes 5th order	66.5%	74.7%
Airy	66.5%	74.8%

Οι συνολικές δυνάμεις μεταβάλλονται σύμφωνα με τις αναλογίες που προέκυψαν για τις αδρανειακές δυνάμεις, πράγμα που τις καθιστά σημαντικότερες των δυνάμεων αντίστασης.

6.10 Πλωτή κατασκευή τεσσάρων σύνθετων πλωτήρων

Σε αυτή την περίπτωση υπενθυμίζεται πως εξετάζεται η σύγκριση μεταξύ των κατασκευών:

1.Η κατασκευή τεσσάρων πλωτήρων της παραγράφου 5.10

2a. Η κατασκευή της παραγράφου 5.11 για διάμετρο $D_1 = 50m$ και ύψος κυλίνδρου $h_1 = 20m$

3b. Η κατασκευή της παραγράφου 5.11 για διάμετρο $D_1 = 60m$ και ύψος κυλίνδρου $h_1 = 10m$.

Συγκρίνοντας τις δυνάμεις που δέχεται η κάθε κατασκευή για τον ίδιο πάντα κυματισμό το αποτέλεσμα της σύγκρισης είναι:

Κύματα 5ης τάξης Stokes

a/a	Fx1/Fx2a	Fx1/Fx2b	Fx2a/Fx2b
H=8m	82.1%	78.7%	95.9%
H=6m	81.7%	77.8%	95.3%
H=4m	77.2%	80.9%	104.8%

Κύματα Airy

a/a	Fx1/Fx2a	Fx1/Fx2b	Fx2a/Fx2b
H=8m	76.9%	80.2%	104.3%
H=6m	76.9%	80.7%	105%
H=4m	76.6%	80.3%	104.8%

Φαίνεται πως οι δυνάμεις για την πλωτή κατασκευή με τους σύνθετους πλωτήρες της περίπτωσης 2b και 2a αντίστοιχα, είναι μεγαλύτερες σε σχέση με τις δυνάμεις της περίπτωσης 1. Άρα, όσο μεγαλύτερο είναι το ύψος ενός κυλίνδρου τόσο μεγαλύτερες δυνάμεις δέχεται.

Συγκρίνοντας τις γραφικές παραστάσεις των συνολικών ροπών, είναι εμφανές πως η περίπτωση 2b δίνει μικρότερες ροπές σε σχέση με αυτές τις περίπτωσης 2a. Αυτό σημαίνει πως το σκαλοπάτι που μπαίνει επιπλέον σε κάποιο κάθετο κύλινδρο είναι προτιμότερο να έχει μεγάλη διάμετρο και μικρό ύψος, ώστε να δώσει μικρότερες ροπές.

Ωστόσο, αξίζει να σημειωθεί πως η διαφορά των 2a, 2b γίνεται σαφής για ύψος κύματος ίσο με $H = 4m$ στην περίπτωση των κυματισμών 5ης τάξης Stokes. Τέλος, να σημειωθεί πως τα αποτελέσματα Airy και Stokes 5ης τάξης για ύψος κύματος $H = 4m$ συγκλίνουν αρκετά, ενώ για τα υπόλοιπα ύψη υπάρχει μια διαφορά της τάξης του 5% με 8%.

6.11 Πλατφόρμα Jacket

Κάνοντας τη σύγκριση μεταξύ της Jacket και της πλατφόρμας των τεσσάρων κυλίνδρων όπως διευκρινίζονται στο 5.12, προκύπτει:

a/a	Fx1/Fx2	My1/My2	Mz1/Mz2
Stokes 5th order	84.6%	50.9%	82.5%

Όπου 1 καλείται η πλατφόρμα των τεσσάρων κυλίνδρων και όπου 2 η πλατφόρμα Jacket.

Από τις γραφικές παραστάσεις των ροπών περί τον άξονα y για την πλατφόρμα Jacket, παρατηρείται πως στα Airy ελάχιστο παρουσιάζεται στις 157.5° ενώ στα Stokes 5ης τάξης στις 180°. Αντίστοιχα, για τις δυνάμεις περί τον y στα Airy ελάχιστο εμφανίζεται στις 270° και στα Stokes 5ης τάξης στις 247.5°.

Οι δυνάμεις και οι ροπές εμφανίζονται να είναι μεγαλύτερες στην περίπτωση της Jacket από ότι στην περίπτωση των τεσσάρων κυλίνδρων λόγω των ενδιάμεσων τμημάτων σύνδεσης που την καθιστούν αρκετά πιο σύνθετη κατασκευή.

6.12 Πλωτή ημιβυθισμένη πλατφόρμα

Παρατηρώντας τις γραφικές παραστάσεις των δυνάμεων όπως αυτές υπολογίσθηκαν από τον κώδικα, σε σχέση με αυτές που έχουν προκύψει από τον κ. Χρυσανθάκη είναι εμφανές πως στην περίπτωση για $H = 30m$ και $T = 16\sec$ τα αποτελέσματα δείχνουν να ακολουθούν περίπου την ίδια κατανομή.

Για να επαληθευτούν τα αποτελέσματα του κώδικα (Airy) θα συγκριθούν με τα αντίστοιχα αποτελέσματα από τις ασκήσεις από τις «Διαφάνειες Παραδόσεων» του μεταπτυχιακού μαθήματος «Συνθήκες Περιβάλλοντος και Φορτίσεις Θαλάσσιων Κατασκευών». Επίσης θα γίνει σύγκριση και με αποτελέσματα που προέκυψαν ύστερα από εφαρμογή των εξισώσεων και υπολογισμό των δυνάμεων χωρίς να γίνει χρήση κάποιου εξειδικευμένου προγράμματος.

- **Αδρανειακές δυνάμεις**

Κάθετος κύλινδρος

H(m)	T(sec)	|Fi|max(kN)	|Fi|max(kN)-κώδικας	|Fi|max(kN)-διαφάνειες
5	8	1535.823806	1500	1497
30	16	3846.414946	4150	3749

Ποντόνι

H(m)	T(sec)	|Fi|max(kN)	|Fi|max(kN)-κώδικας	|Fi|max(kN)-διαφάνειες
5	8	3608.287172	3440	3517
30	16	17982.52368	16800	17527

- **Δυνάμεις αντίστασης**

Κάθετος κύλινδρος

H(m)	T(sec)	|Fd|max(kN)	|Fd|max(kN)-κώδικας	|Fd|max(kN)-διαφάνειες
5	8	105.3691533	130	103
30	16	2235.039008	4150	2178

Ποντόνι

H(m)	T(sec)	|Fd|max(kN)	|Fd|max(kN)-κώδικας	|Fd|max(kN)-διαφάνειες
5	8	59.613926	56.2	57.1
30	16	5907.463276	5530	5758

Σύμφωνα με τις παραπάνω συγκρίσεις είναι εμφανές πως τα αποτελέσματα από τον κώδικα είναι τις ίδιας τάξης μεγέθους με τα αποτελέσματα που έχουν υπολογισθεί είτε στις διαφάνειες του μαθήματος, είτε μετά από αναλυτικούς υπολογισμούς. Στις περισσότερες περιπτώσεις τα αποτελέσματα πλησιάζουν αρκετά μεταξύ τους.

Όσων αφορά τα αποτελέσματα του κώδικα, αξίζει να αναφερθεί πως οι τιμές των κάθετων κυλίνδρων είναι ίδιες μεταξύ τους και αντίστοιχα οι δυνάμεις για τα ποντόνια είναι ίδιες μεταξύ τους.

Παρατήρηση:

- Για τους υπολογισμούς των μεγίστων των δυνάμεων αντίστασης και αδράνειας που έγιναν με αναλυτικούς υπολογισμούς χρησιμοποιήθηκαν οι εξής εξισώσεις:

Κάθετος κύλινδρος

$$|F_I| = \frac{1}{8} C_M \circ g \circledR D^2 H \frac{\sinh(kh) - \sinh(kd)}{\cosh(kd)}$$

$$|F_D| = \frac{1}{16} C_D \circ g D H^2 \frac{2kh + \sinh(2kd) - \sinh(2kh)}{\sinh(2kd)}$$

Ποντόνι

$$|F_I| = \frac{1}{8} C_M \circ g \text{®} D^2 Hbk \frac{\cosh(kh)}{\cosh(kd)}$$

$$|F_D| = \frac{1}{2} C_D \circ Db[\frac{H}{2} \frac{gk}{\mu} \frac{\cosh(kh)}{\cosh(kd)}]^2$$

Ως *h* έχει ορισθεί να είναι η απόσταση του σημείου υπολογισμού των δυνάμεων από την ελεύθερη επιφάνεια και ως *b* το μήκος του ποντονιού.

6.13 Τριγωνική πλωτή ημιβυθισμένη πλατφόρμα Α

Συγκρίνοντας την τριγωνική πλωτή ημιβυθισμένη πλατφόρμα με άλλες απλούστερες όπως παρουσιάστηκε στην παράγραφο 5.14 προκύπτει:

a/a	Fx-2/Fx-1	Fx-3/Fx-1	My-2/My-1	My-3/My-1
Stokes 5th order	95.3%	89.2%	109.2%	105.0%
Airy	95.3%	89.7%	109.7%	100.4%

Υπενθυμίζεται πως το 1 αντιστοιχεί στην τριγωνική με σύνθετους κυλίνδρους, το 2 στην τριγωνική με απλούς κυλίνδρους και το 3 στην τριγωνική με σύνθετους κυλίνδρους που όμως δεν έχει τους μικρότερους κυλίνδρους που συνδέουν τους τρεις κύριους κυλίνδρους μεταξύ τους όπως οι 1 και 2.

Από τα αποτελέσματα της σύγκρισης φαίνεται πως η κατασκευή 1, λόγω που φέρει τους σύνθετους κυλίνδρους και τους κυλίνδρους σύζευξης, έχει μεγαλύτερες δυνάμεις και ροπές έναντι των άλλων δύο κατασκευών. Μεταξύ των 2 και 3, παρατηρείται πως ο 2 εμφανίζει μεγαλύτερες δυνάμεις και ροπές έναντι του 3. Έτσι, σημαντικότερο ρόλο παίζουν οι ενδιάμεσοι κύλινδροι σύζευξης από ότι οι πρόσθετοι κύλινδροι στους σύνθετους κυλίνδρους.

6.14 Τριγωνική πλωτή ημιβυθισμένη πλατφόρμα Β

Από τα διαγράμματα των αποτελεσμάτων για το κάθε στοιχείο της κατασκευής προκύπτει πως τα στοιχεία που είναι συμμετρικά ως προς τον άξονα x δέχονται τις ίδιες δυνάμεις είτε αυτά είναι κάθετοι, είτε οριζόντιοι, είτε διαγώνιοι κύλινδροι.

Οι συγκρίσεις των αποτελεσμάτων για τις συνολικές δυνάμεις που ασκούνται στην κατασκευή για κυματισμούς Airy και Stokes 5ης τάξης είναι:

Fx-Airy/Fx-5thStokes	Fy-Airy/Fy-5thStokes	Fz-Airy/Fz-5thStokes
101.18%	110.63%	101.01%

Από τον συγκριτικό πίνακα είναι εμφανές πως οι δύο κώδικες συμφωνούν στα αποτελέσματα των δυνάμεων $x\ y, z$ αφού οι λόγοι είναι κοντά στο 100%.

6.15 Πλωτή κατασκευή οκτάγωνης βάσης

Στο σημείο αυτό θα γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων όπως αυτά προέκυψαν από τον κώδικα για κυματισμούς Airy και τον κώδικα για κυματισμούς Stokes 5ης τάξης αντίστοιχα.

Fx-Airy/Fx-5thStokes	Fy-Airy/Fy-5thStokes	Fz-Airy/Fz-5thStokes
99.60%	102.10%	98.50%

Από τον συγκριτικό πίνακα είναι εμφανές πως οι δύο κώδικες συμφωνούν στα αποτελέσματα των δυνάμεων $x\ y, z$ αφού οι λόγοι τους πλησιάζουν το 100%.

Βιβλιογραφία

Έντυπες πηγές:

Μαυράκος, Σ., (1999). «*Μελέτη και σχεδίαση πλωτών κατασκευών*», Πανεπιστημιακές Σημειώσεις, Ε.Μ.Π., Αθήνα.

Χρυσανθάκης, Γ., (1986). «*Υδροδυναμικά φορτία σε λεπτά κυλινδρικά σώματα με χρήση του τύπου του Morison*», Διπλωματική Εργασία, Τμήμα Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών, Ε.Μ.Π., Αθήνα.

Chakrabarti, S., K., (1987). «*Hydrodynamics of Offshore Structures*», Computational Mechanics Publications, Springer-Verlag, Berlin.

DNV-OS-J101 (2007). «*Design of Offshore Wind Turbines Structures*», Det Norske Veritas, Norway.

Sarpkaya, T., Isaacson, M., (1981). «*Mechanics of Wave Forces on Offshore Structures*», Van Nostand, New York.

Μαζαράκος, Θ., Π., (2010). «*Δευτεροτάξιες Υδροδυναμικές Φορτίσεις και Απόσβεση Έκπτωσης σε επιπλέουσες Θαλάσσιες Κατασκευές*», Διδακτορική Διατριβή, Σχολή Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών, Τομέας Θαλασσίων Κατασκευών, Εργαστήριο Πλωτών Κατασκευών και Συστημάτων Αγκύρωσης, Ε.Μ.Π., 2010.

Stokes, G., G. (1847). «*On the Theory of Oscillatory Waves*», Cambridge.

Levi-Civita, T., (1925). «*Détermination rigoureuse des ondes permanentes d'ampleur finie*», Mathematische Annalen 93: 264–314.

Struik, D., J., (1926). «*Détermination rigoureuse des ondes irrotationelles périodiques dans un canal à profondeur finie*», Mathematische Annalen 95: 595–634.

Morrison, J., R., Hohnson, J., W., O'Brien, M., P., (1954). «*Experimental Studies of Forces on Piles*», Proc. Fourth Conf. Coastal Council on Wave Research, Berkeley, California.

Michell, J., H., (1983). «*On the Highest Waves in Water*», Phil. Mag. 36.

Havelock, T., H., (1918). «*Periodic Irrotational Waves of Finite Height*», Proc. Roy. Soc., Ser. A, 95.

Jonkman, J., M., (2007). «*Dynamics Modeling and Loads Analysis of an Offshore Floating Wind Turbine*», NREL Technical Report No. TP-500-41958.

Jonkman, J., M., Sclavounos, P., D., (2006). «*Development of Fully Coupled Aeroelastic and Hydrodynamic Models for Offshore Wind Turbines*», 44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV.

Keulegan, G., E., (1950). «*Wave Motion*», In. E. Rouse (Editor) Engineering Hydraulics, John Wiley and Sons.

Keulegan, G., H., Carpenter, L., H., (1958). *«Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid»*, Journal of Research of the National Bureau of Standards 60 (5): 423–440.

Wayman, E., N., Sclavounos, P., D., Butterfield, S., Jonkman, J., Musial, W., (2006). *«Coupled Dynamic Modeling of Floating Wind Turbine Systems»*, 2006 Offshore Technology Conference, Houston, TX.

Wiegel, R., L., (1964). *«Oceanographical Engineering»*, Pertice- Hall.

Skjelbeira, L., Hendrickson, J., (1961). *«Fifth Order Gravity Wave Theory»*, National Engineering Science Company.

Borgaman, L., E., (1958). *«Computation of the ocean waves forces on inclined cylinders»*, J. of Geophysical Research, Trans., AGU, vol. 39, No. 5.

Sarpkaya, T., (1977). *«In-Line and Transverse Forces on Cylinders in Oscillaory Flow at High Reynolds Numbers»*, Journal of Ship Research, vol. 21, No.4.

Heronemus, W., E., (1972). *«Pollution-Free Energy From Offshore Winds»*, 8^{th} Annual Conference and Exposition Marine Technology Society, Washington D.C..

Ibsen, L., B., Brincker, R., (2004). *«Design of a new foundation for Offshore Wind turbines»*, Denmark.

LeBlanc, C., (2009). *«Design of Offshore Wind Turbine Support Structures Selected topics in the field of geotechnical engineering»*, Denmark.

Houlsby, G., T., Byrne, B., W., (2000). *«Suction Caisson Foundations for Offshore Wind Turbines and Anemometer Masts»*, Wind Engineering.

Kurian, V., J., Ganapathy, C., (2010). *«Monopile Foundations for Offshore Wind Turbines»*, Kuala Lumpur.

Fulton, G., R., Malcolm, H., Elwany, H., Stewart, W., Moroz, E., Dempster, H., (2007). *«Semi-Submersible Platform and Anchor Foundation Systems for Wind Turbine Support»*, NREL/SR-500-40282.

Gehrman, F., H., (1972). *«Forces on a Horizontal Cylinder Due to Non-Linear Waves»*, California.

Ormberg, H., Passano, E., Luxcey, N., (2011). *«Global Analysis of a Floating Wind Turbine using an Aero-Hydro-Elastic model. Part 1: Code Development and Case Study»*, OMAE2011-50114.

Bursnall, W., J., Loftin, L., K., (1951). *«Experimental investigation of localized regions of laminar boundary layer separation», Nut. Adv. Comm. Aero., Wash., Tech. Note* 2335.

Luxcey, N., Ormberg, H., Passano, E., (2011). *«Global Analysis of a Floating Wind Turbine using an Aero-Hydro-Elastic model. Part 2: Code Benchmark Study»*, OMAE2011-50088.

Berthelsen, P. , A., (2011). *«Windopt- An optimization Tool for Floating Support Structures for Deep Water Turbines»*, OMAE2011-49985.

Chujo, T., Ishida, S., Minami, Y., Nimura, T., Inoue, S., (2011). *«Model Experiments on the Motion of a Spar type Floating Wind Turbine in Wind and Waves»*, OMAE2011-49793.

Nihei, Y., Matsuura, M., Fujioka, H., Suzuki,H., (2011). *«An Approach for the Optimum Design of TLP type Offshore Wind Turbines»*, OMAE2011-50258.

Sclavounos, P., Tracy, C., Lee, S., (2008). *«Floating Offshore Wind Turbines: Responses in a Seastate Pareto Optimal Designs and Economic Assessment»*, OMAE2008-57056.

Tomsen, J., H., Forsberg, T., Bittner, P., E., (2007). *«Offshore Wind Turbine Foundations-The Cowi Experience»*, OMAE2007-29567.

Henderson, A., R., Vugts, J., H., (2001). *«Prospects for Floating Offshore Wind Energy»*, European Wind Energy Conference, Copenhagen, 2-6 July 2001.

Robertson, A., Jonkman, J., Masciola, M., Song, H., Goupee, A., Coulling, A., Luan, C., (2011). «Definition of the Semisubmersible Floating System for Phase II of OC4».

Ηλεκτρονικές πηγές:

http://www.lorc.dk/offshore-wind/foundations/monopiles

http://www.lorc.dk/offshore-wind/foundations/suction-buckets

http://www.lorc.dk/offshore-wind/foundations/tripiles

http://www.lorc.dk/offshore-wind/foundations/tripods

http://www.lorc.dk/offshore-wind/foundations/jackets

http://www.lorc.dk/offshore-wind/foundations/floating-support-structures

http://www.lorc.dk/offshore-wind-farms-map/list

http://www.4coffshore.com/windfarms/

http://www.oceanenergycouncil.com/index.php/Offshore-Wind/Offshore-Wind-Energy.html

http://www.capewind.org/index.php

http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_offshore_wind_farms

http://www.thewindpower.net/windfarms_offshore_en.php

http://www.nrel.gov/wind/pdfs/40745.pdf

http://www.iene.gr/energyweek09/articlefiles/ea/2ndSession/2_K_ROSSIS.pdf

http://en.wikipedia.org/wiki/Stokes_wave

http://en.wikipedia.org/wiki/Morison_equation http://web.mit.edu/13.42/www/handouts/reading-morrison.pdf

http://www.orcina.com/SoftwareProducts/OrcaFlex/Documentation/Help/Content/html/Morison_s_Equation.htm

http://ocw.tudelft.nl/fileadmin/ocw/courses/OffshoreHydromechanics/res00034/!506172742034204f666673686f726520487964726f6d656368616e696373.pdf

http://research.dnv.com/hci/ocean/bk/c/a36/s0.htm

Παράρτημα:

Οδηγός εισόδου δεδομένων

Ο κώδικας που επιλύει την εξίσωση του Morison για κυματισμούς Airy έχει την ονομασία AIRY και αντίστοιχα για κυματισμούς Stokes 5ης τάξης την ονομασία STOKES. Το αρχείο εισαγωγής δεδομένων (input) για το πρώτο είναι INAIRY και για το δεύτερο INSTOKES. Ωστόσο και για τα δύο αρχεία η δομή είναι ίδια.

Το αρχείο εισαγωγής των δεδομένων αποτελείται από τουλάχιστον τρείς γραμμές μεταβλητών όπως φαίνεται και στον κώδικα:

```
      READ(5,77)MAIN,NCOLUM,IFCMCD,NTHIT1,NTHIT2,NCYLD1,DEPTH,HEIGHT,
     $TOL,TEMPER,
     $XGEN,YGEN,ZGEN,
     $(X0(I),Y0(I),Z0(I),DIAMTR(i),PFID(I),
     $PSID(I),IFPART(I),ZEND(I),I=1,sol,1)
   77 FORMAT(6I5,4F10.3/3F10.3/121(6F10.3,I10,F10.3/))
      PI=4.*ATAN(1.)
```

Ανάλυση των μεταβλητών

- **1η γραμμή**

MAIN (I5) Καταλαμβάνει τις θέσεις 1 έως 5 και παίρνει τις τιμές:

1 όταν είναι γνωστή η περίοδος (T) του κύματος και

2 όταν είναι γνωστό το μήκος κύματος (λ).

NCOLUM (I5) Καταλαμβάνει τις θέσεις 6 έως 10. Παίρνει ακέραιες τιμές που δηλώνουν τον αριθμό τον κυλίνδρων που πρόκειται να υπολογισθούν. Ο αριθμός των κυλίνδρων μπορεί να είναι μικρότερος ή ίσος του 121.

IFCMCD (I5) Καταλαμβάνει τις θέσεις 11 έως 15 και παίρνει τις τιμές:

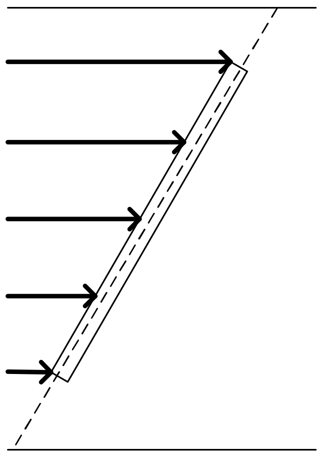
1 όταν οι συντελεστές αδράνειας και αντίστασης είναι σταθεροί και συγκεκριμένα: $C_M = 2$ και $C_D = 1$, ενώ

2 όταν αυτό είναι μεταβλητοί και λαμβάνονται από διαγράμματα συναρτήσει των αριθμών N_{KC}, Re.

NTHIT1 (I5) Καταλαμβάνει τις θέσεις 16 έως 20. Παίρνει ακέραιες τιμές και δηλώνει τον αριθμό των ίσων μερών μεταξύ των 0^o και των 360^o για μt για τα οποία θα πρέπει να γίνει ο υπολογισμός της κατανομής φόρτισης για κάθε στοιχείο της κατασκευής στις τρεις συνιστώσες x, y, z. Μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει είναι το 360. Το βήμα μεταβολής του μt για το οποίο θα γίνει ο υπολογισμός της κατανομής της φόρτισης είναι $\frac{360}{NTHIT1}$ με αρχική τιμή την $(\mu t)_0 = 0^o$ δηλαδή: $(\mu t)_n = (\mu t)_{n-1} + \frac{360}{NTHIT1}$.

NTHIT2 (I5) Καταλαμβάνει τις θέσεις 21 έως 25 και παίρνει ακέραιες τιμές . Από το NTHIT2 προκύπτουν οι τιμές του μt για τις οποίες πρέπει να γίνει ο υπολογισμός των συνολικών δυνάμεων και ροπών, τόσο για κάθε στοιχείο της κατασκευής όσο και συνολικά της κατασκευής και είναι: $(\mu t)_n = (\mu t)_{n-1} + \frac{360}{NTHIT2}$ με αρχική τιμή $(\mu t)_0 = 0^o$. Και εδώ το μt παίρνει τιμές μεταξύ των 0^o και 360^o. Μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει είναι το 360.

NCYLD1 (I5) Καταλαμβάνει τις θέσεις 26 έως 30. Παίρνει ακέραιο αριθμό ο οποίος δηλώνει τον αριθμό των ίσων τμημάτων στα οποία χωρίζεται το βρεχόμενο τμήμα του κυλίνδρου για τα οποία γίνεται ο υπολογισμός της κατανομής των δυνάμεων. Αν τεθεί NCYLD1 ίσο με τέσσερα τότε ο βρεχόμενος κύλινδρος χωρίζεται ως εξής:



DEPTH (F10.3) Καταλαμβάνει τις θέσεις 31 έως 40 και είναι πραγματική μεταβλητή με την οποία δηλώνεται το βάθος του νερού (d) σε m .

HEIGHT (F10.3) Καταλαμβάνει τις θέσεις 41 έως 50 και είναι πραγματική μεταβλητή με την οποία δηλώνεται το ύψος του κύματος (H) σε m .

TOL (F10.3) Καταλαμβάνει τις θέσεις 51 έως 60 και είναι πραγματική μεταβλητή με την οποία δηλώνεται η περίοδος (T) του κύματος (όταν το MAIN είναι 1) σε sec και το μήκος κύματος (λ) (όταν το MAIN είναι 2) σε m .

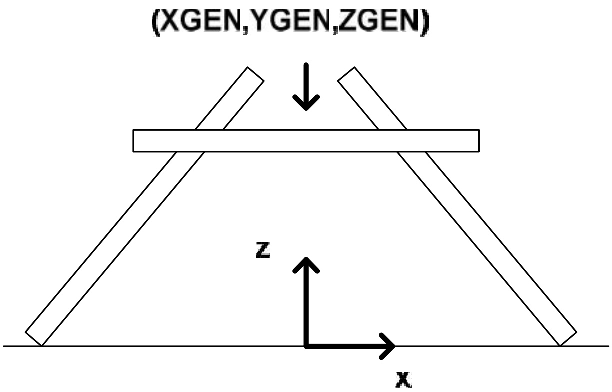
TEMPER (F10.3) Καταλαμβάνει τις θέσεις 61 έως 70 και είναι πραγματική μεταβλητή με την οποία δηλώνεται η θερμοκρασία του νερού σε βαθμούς C^o .

– **2η γραμμή**

XGEN (F10.3) Καταλαμβάνει τις θέσεις 1 έως 10 και είναι πραγματική μεταβλητή με την οποία δηλώνεται η συντεταγμένη x του σημείου της κατασκευής στο θα γίνει η τελική αναγωγή όλων των δυνάμεων και ροπών των στοιχείων που αποτελούν την κατασκευή. Δηλώνεται σε m.

YGEN (F10.3) Καταλαμβάνει τις θέσεις 11 έως 20 και είναι πραγματική μεταβλητή με την οποία δηλώνεται η συντεταγμένη y του σημείου της κατασκευής στο θα γίνει η τελική αναγωγή όλων των δυνάμεων και ροπών των στοιχείων που αποτελούν την κατασκευή. Δηλώνεται σε m.

ZGEN (F10.3) Καταλαμβάνει τις θέσεις 21 έως 30 και είναι πραγματική μεταβλητή με την οποία δηλώνεται η συντεταγμένη z του σημείου της κατασκευής στο θα γίνει η τελική αναγωγή όλων των δυνάμεων και ροπών των στοιχείων που αποτελούν την κατασκευή. Δηλώνεται σε m.

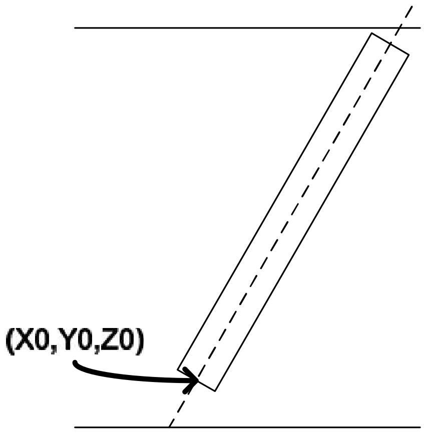


– **3η γραμμή**

X0(I) (F10.3) Καταλαμβάνει τις θέσεις 1 έως 10 και είναι πραγματική μεταβλητή με την οποία δηλώνεται η συντεταγμένη x του κατώτερου σημείου του κυλίνδρου από το ποίο θα ξεκινήσει ο υπολογισμός. Δηλώνεται σε m.

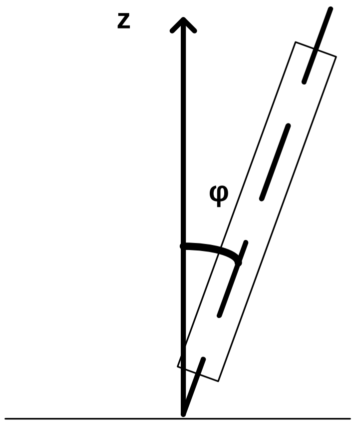
Y0(I) (F10.3) Καταλαμβάνει τις θέσεις 11 έως 20 και είναι πραγματική μεταβλητή με την οποία δηλώνεται η συντεταγμένη y του κατώτερου σημείου του κυλίνδρου από το ποίο θα ξεκινήσει ο υπολογισμός. Δηλώνεται σε m.

Z0(I) (F10.3) Καταλαμβάνει τις θέσεις 21 έως 30 και είναι πραγματική μεταβλητή με την οποία δηλώνεται η συντεταγμένη z του κατώτερου σημείου του κυλίνδρου από το ποίο θα ξεκινήσει ο υπολογισμός. Δηλώνεται σε m.

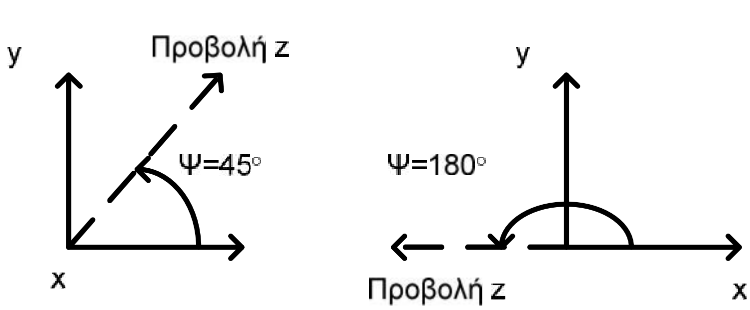


DIAMTR(I) **(F10.3)** Καταλαμβάνει τις θέσεις 31 έως 40 και είναι πραγματική μεταβλητή με την οποία δηλώνεται η διάμετρος του κυλίνδρου. Δηλώνεται σε m.

PFID(I) **(F10.3)** Καταλαμβάνει τις θέσεις 41 έως 50 και είναι πραγματική μεταβλητή με την οποία δηλώνεται η γωνία σε μοίρες που σχηματίζεται με τον άξονα του κυλίνδρου και την κατακόρυφο.



PSID(I) **(F10.3)** Καταλαμβάνει τις θέσεις 51 έως 60 και είναι πραγματική μεταβλητή με την οποία δηλώνεται η γωνία σε μοίρες που σχηματίζει η προβολή του άξονα του κυλίνδρου με το οριζόντιο επίπεδο, δηλαδή με τον άξονα x.



IFPART(I) (I10) Καταλαμβάνει τις θέσεις 61 έως 70 και παίρνει τις ακέραιες τιμές: 11, 12, 21, 22 οι οποίες καθορίζουν τα όρια ολοκλήρωσης για τον υπολογισμό των δυνάμεων και των ροπών. Συγκεκριμένα:

11- Ολοκλήρωση από τον πυθμένα έως την στιγμιαία ελεύθερη επιφάνεια.

12- Ολοκλήρωση από τον πυθμένα έως το σημείο ZEND(I).

21- Ολοκλήρωση από το σημείο με συντεταγμένες $(X0, Y0, Z0)$ έως την στιγμιαία ελεύθερη επιφάνεια.

22- Ολοκλήρωση από το σημείο με συντεταγμένες $(X0, Y0, Z0)$ έως το σημείο ZEND(I).

ZEND(I) (F10.3) Καταλαμβάνει τις θέσεις 71 έως 80 και παίρνει πραγματικές τιμές. Είναι η συντεταγμένη z του ανώτατου σημείου του κυλινδρικού στοιχείου.

Παρατηρήσεις:

- Η εκπομπή του κύματος θεωρείται πως γίνεται πάντα από τον πυθμένα, όπου και ορίζεται το σημείο αναφοράς.
- Ο αριθμός των γραμμών εξαρτάται από τον αριθμό των κυλίνδρων που τίθενται προς υπολογισμό. Τα χαρακτηριστικά του κάθε κυλίνδρου δηλώνονται στην 3^{η} γραμμή, έτσι ώστε στην περίπτωση που υπάρχουν περισσότεροι από ένα κύλινδροι, να προστίθενται επιπλέον γραμμές (με τη δομή της 3^{ης} γραμμής), μια για κάθε κύλινδρο.
- Ως I έχει ορισθεί ο αριθμός των κυλίνδρων, ο οποίος δεν υπερβαίνει το 121.
- Στις περιπτώσεις που το **IFPART(I)** έχει ορισθεί ως 11 ή 21, δηλαδή όταν είναι επιθυμητή η ολοκλήρωση έως τη στιγμιαία επιφάνεια, το **ZEND(I)** μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή, ή και τίποτα απολύτως.
- Στην περίπτωση υπολογισμού κάθετου κυλίνδρου μικρού μήκους, ο κώδικας έχει τη δυνατότητα να ολοκληρώσει κατά ελάχιστο ύψος το 0.2m. Ενώ για τον οριζόντιο κύλινδρο δεν υπάρχει κάποιος περιορισμός.
- Πολλές φορές όταν η υπό μελέτη κατασκευή είναι πολύ σύνθετη τα **NTHIT1** και **NTHIT2** δεν μπορούν να πάρουν μεγάλες τιμές (π.χ. 360 όπου υπολογίζει ανά μοίρα) και χρειάζεται να δοθεί από τον χρήστη μικρότερος αριθμός, τέτοιος ώστε να λειτουργεί ο κώδικας.
- Τα αρχεία με τα συνολικά αποτελέσματα έχουν την ονομασία RESULTS, κοινή ονομασία και για τους δύο κώδικες. Προς διευκόλυνση των χρηστών υπάρχουν επίσης τα αρχεία RESUNTSIN, RESULTSDR, RESULTSTOT που παρουσιάζουν συγκεντρωμένα τα αποτελέσματα για τις αδρανειακές δυνάμεις, τις δυνάμεις αντίστασης και τις συνολικές δυνάμεις αντίστοιχα.