ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

Εφαρμογές Θεωρίας Παιγνίων σε Ασύρματα Δίκτυα

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Γεωργία Κ. Χολέβα

Επιβλέπων : Θ. Παναγόπουλος, Λέκτορας Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Απρίλιος 2012

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

Εφαρμογές Θεωρίας Παιγνίων σε Ασύρματα Δίκτυα

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Γεωργία Κ. Χολέβα

Επιβλέπων : Θ. Παναγόπουλος, Λέκτορας Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την Απριλίου 2012

....	....	....
Φ. Κωνσταντίνου	*Ι. Κανελλόπουλος*	*Θ. Παναγόπουλος*
Καθηγητής Ε.Μ.Π.	*Καθηγητής Ε.Μ.Π.*	*Λέκτορας Ε.Μ.Π.*

Αθήνα, Απρίλιος 2012

....

Γεωργία Κ. Χολέβα

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Πρόλογος

Αντικείμενο της διπλωματικής εργασίας είναι η κατανόηση βασικών εννοιών της θεωρίας παιγνίων, η περιγραφή cooperative και non-cooperative παιγνίων, η εύρεση πιθανών σημείων εφαρμογής στις κινητές τηλεπικοινωνίες, η αναζήτηση και σχολιασμός σχετικών περιπτώσεων στη βιβλιογραφία και η μοντελοποίηση παιγνίων.

Η διπλωματική εκπονήθηκε κατά το ακαδημαϊκό έτος 2011- 2012 υπό την επίβλεψη του κ. Παναγόπουλου λέκτορα του Ε.Μ.Π. της σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών, στον οποίο και οφείλω ιδιαίτερες ευχαριστίες.

Δε θα μπορούσα να λησμονήσω να ευχαριστήσω το Δημήτρη Χαρίλα, υποψήφιο διδάκτορα του Ε.Μ.Π ο οποίος μου στάθηκε άριστος οδηγός με την συνεχή καθοδήγησή του, την βοήθειά του και την υποστήριξή του.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου για την αμέριστη στήριξή της καθ' όλη τη διάρκεια της σταδιοδρομίας μου.

Αθήνα, Απρίλιος 2012

Γεωργία Κ. Χολέβα

Περίληψη

Αντικείμενο της διπλωματικής εργασίας είναι η μελέτη της θεωρίας παιγνίων και οι εφαρμογές της στα ασύρματα δίκτυα. Αρχικά αναλύουμε τις διάφορες κατηγορίες των παιγνίων και τα βασικά χαρακτηριστικά τους, δίνοντας έμφαση στις μεθόδους εύρεσης της ισορροπίας των παιγνίων αυτών και κυρίως της ισορροπίας Nash. Στη συνέχεια εστιάζουμε στη μελέτη των χαρακτηριστικών των συνεργατικών και μη συνεργατικών παιγνίων μεταξύ των χρηστών, μεταξύ των δικτύων και μεταξύ χρηστών και δικτύων όσον αφορά το πρόβλημα της επιλογής δικτύου και της κατανομής πόρων στα ασύρματα δίκτυα. Ακολουθεί μια συνεκτική παρουσίαση και επισήμανση των διαφόρων πεδίων εφαρμογής της θεωρίας παιγνίων τα οποία ταξινομήθηκαν βάσει των επιπέδων OSI με κύρια πεδία εφαρμογής την αποδοχή κλήσεων, την επιλογή κυψέλης, την πρόσβαση στο μέσο, τη δρομολόγηση, τον έλεγχο ισχύος και την κατανομή φάσματος. Πραγματοποιείται ανάλυση των παιγνίων συνασπισμών όσον αφορά τη συνεργασία, την αυτο-οργάνωση και τη δικαιοσύνη στα δίκτυα επικοινωνιών και κυρίως στις ιδιότητες και τις εφαρμογές των κανονικών παιγνίων συνασπισμών. Επίσης, αναφέρουμε μια ενδιαφέρουσα εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων στα ασύρματα δίκτυα για το πώς οι συναρτήσεις χρησιμότητας μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως βάση συστημάτων δημοπρασίας για την κατανομή των πόρων των κυψελωτών δικτύων 2.5+G και των δικτύων ad hoc. Τέλος, ξεκινώντας από το πρόβλημα διαιτησίας δικαιωμάτων από το Ταλμούδ του αρχαίου ιερού κειμένου των Βαβυλωνίων, που αποτελεί το πρώτο πρόβλημα στο οποίο εφαρμόστηκε η θεωρία πτώχευσης, συνεχίζουμε με την αξιωματική και θεωρητική ανάλυση της πτώχευσης καταλήγοντας στις εφαρμογές της θεωρίας πτώχευσης στα ασύρματα δίκτυα και ειδικά στο παίγνιο της κατανομής πόρων.

Λέξεις Κλειδιά: θεωρία παιγνίων, ισορροπία Nash, συνεργατικά παίγνια, μη συνεργατικά παίγνια, χρήστες, δίκτυα, σταθμός βάσης, έλεγχος ισχύος, κατανομή φάσματος, αποδοχή κλήσεων, δρομολόγηση πακέτων, ρυθμός μετάδοσης, δημοπρασία, πτώχευση.

.

Abstract

The purpose of this thesis is the study of game theory and its applications in wireless networks. Initially we analyze the different types of games and their basic characteristics insisting the methods of finding the equilibrium of those games and especially Nash equilibrium. Then we focus on studying the characteristics of cooperative and non cooperative games between users, between networks and between networks and users to the problem of cell selection and resource allocation in wireless networks. It follows a comprehensive presentation and labeling of various application fields of game theory were classified according to levels of OSI with main fields of application call admission, cell selection, medium access control , routing, power control and spectrum allocation. We dedicate a large part in the analysis of coalitions games on cooperation, self-organization and fairness in communication networks and particularly to the properties and applications of canonical coalitions games. Also, we mention a very interesting application of game theory in wireless networks illustrating how history-dependent utility functions can be used as the basis of auction schemes for the allocation of the resources of cellular 2.5+G networks and ad hoc networks. Finally, starting from the problem of rights arbitration from the Talmud the ancient sacred text of the Babylonians, which is the first problem to which we applied the theory of bankruptcy, we continue with the axiomatic and theoretical analysis of bankruptcy and we finish with the applications of bankruptcy theory in wireless networks, especially with the resource allocation game.

Key Words: wireless networks, game theory, equilibrium Nash, payoff, cooperative games, non-cooperative games, users, networks, base station, power control, spectrum allocation, call admission control, routing, transmission rate, auction, bankruptcy.

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή στη Θεωρία Παιγνίων

1.1 Ιστορική αναδρομή

Η αρχική ανάπτυξη της θεωρίας παιγνίων αποδίδεται στον John von Neumann (1928) [1] και δεκαέξι χρόνια αργότερα με το μνημειώδες βιβλίο του σε συνεργασία με τον Oskar Mongenstern, "Theory of Games and Economic Behavior" [2]. Παρουσίασε μια θεωρία χρήσιμη σε ανταγωνιστικές καταστάσεις όπου το κέρδος του ενός είναι η ζημιά του άλλου.

Μελετώντας το αντικείμενο αυτό ανακάλυψε και όρισε την σχέση της θεωρίας παιγνίων με τον γραμμικό προγραμματισμό. Αργότερα ο George B. Dantzig ανέπτυξε τη θεωρία Simplex του γραμμικού προγραμματισμού και έτσι δόθηκε η δυνατότητα να επιλυθούν πολλά προβλήματα της θεωρίας παιγνίων.

Όμως η θεωρία αυτή θα είχε, δίχως αμφιβολία, ξεχαστεί χωρίς τη συνεισφορά του John Nash και συγκεκριμένα με δύο εμπνευσμένες ιδέες οι οποίες εμφανίστηκαν εξαρχής υπό τη μορφή μαθηματικών θεωρημάτων με τις οποίες εισήγαγε την έννοια της ισορροπίας γνωστή ως ισορροπία Nash. Περιέγραψε επίσης πολλά είδη παιγνίων για τα οποία πάντα υπάρχει μια τέτοια ισορροπία. Για την προσφορά του αυτή ο αμερικάνος μαθηματικός τιμήθηκε με το βραβείο Nobel οικονομίας το 1994.

Τη δεκαετία του '70 οι οικονομολόγοι John Harsanyi και Reinhard Selten ενδυνάμωσαν και ανέπτυξαν την έννοια της ισορροπίας Nash. Ο πρώτος εισήγαγε και ανέπτυξε την αβεβαιότητα των παικτών στην ανάλυση και ο δεύτερος ανέλυσε το πώς εξελίσσεται το παίγνιο και οι ισορροπίες του στο χρόνο. Την ίδια δεκαετία μετά την εργασία του βιολόγου John Maynard Smith που εισήγαγε την έννοια της εξελικτικά σταθερής στρατηγικής η θεωρία παιγνίων άρχισε να εφαρμόζεται συστηματικά και στη βιολογία.

Πολλά μοντέλα της θεωρίας παιγνίων άρχισαν να χρησιμοποιούνται στην οικονομική και στην πολιτική επιστήμη ,στις κοινωνικές επιστήμες και στις επιστήμες που μελετούν την ανθρώπινη συμπεριφορά. Υπήρξε πηγή ελπίδας για μια ενοποιημένη κοινωνική επιστήμη η οποία επιβίωσε και με το τέλος του 20^{ου} αιώνα.

Σε μια ειδική κατηγορία της θεωρίας παιγνίων, τα παίγνια με συνεργασία, πολύτιμη ήταν η προσφορά του Shapley. Τέλος ο Lemke, με την ανάπτυξη του ομώνυμου αλγόριθμου, έκανε το πρώτο βήμα στην ανακάλυψη αλγορίθμων που χρησιμοποιούνται για την επίλυση παιγνίων.

1.2 Ταξινόμηση παιγνίων

Τα παίγνια ταξινομούνται συχνά σε διάφορα είδη μέσω ποικίλων κριτηρίων. Εδώ θα προσπαθήσουμε να δώσουμε κάποιες κατηγορίες. Αρχικά ένα βασικό κριτήριο, βάσει του οποίου μπορούμε να ταξινομήσουμε ένα παίγνιο είναι ο αριθμός των παικτών που συμμετέχουν. Αν λοιπόν συμμετέχουν δύο παίκτες τα παίγνια ονομάζονται **«παίγνια δύο παικτών»**, *ενώ εάν συμμετέχουν n παίκτες έχουμε τα* **«παίγνια *n* παικτών»**, *όπου n>2. Η παρουσία δύο παικτών είναι η ελάχιστη απαίτηση για να έχουμε φαινόμενα ανταγωνισμού και συνεργασίας. Η παρουσία τριών ή περισσοτέρων παικτών οδηγεί περαιτέρω και στην δυνατότητα σχηματισμού συνασπισμών. Όπου μια ομάδα από δύο ή περισσότερους παίκτες ενώνουν τα ενδιαφέροντα τους και συναρμονίζουν τις στρατηγικές τους. Έτσι έχουμε* **«παίγνια με ή άνευ συνεργασίας»**, *μια ταξινόμηση που βασίζεται στο κατά πόσο οι παίκτες πριν παίξουν το παίγνιο μπορούν να μορφώσουν συνασπισμούς και να επιτύχουν δεσμευτικές συμφωνίες για τις στρατηγικές. Ακόμη μπορούμε να ταξινομήσουμε τα παίγνια σύμφωνα με το εάν η σειρά που λαμβάνονται οι αποφάσεις παίζει ρόλο ή όχι. Έτσι έχουμε τα* **«δυναμικά» παίγνια** *όπου η σειρά με την οποία λαμβάνονται οι αποφάσεις παίζει ρόλο και τα* **«στατικά» παίγνια**, *στα οποία η σειρά με τη οποία ο παίκτης παίρνει τις αποφάσεις, δεν έχει σημασία.*

Επίσης τα παίγνια ταξινομούνται σε **παίγνια πλήρους πληροφόρησης** *στα οποία η συνάρτηση οφέλους κάθε παίκτη αποτελεί κοινή γνώση για όλους τους παίκτες και* **σε παίγνια ελλιπούς πληροφόρησης** *(τα οποία ονομάζονται και μπευζιανά παίγνια) δηλαδή παίγνια στα οποία κάποιος παίκτης δεν είναι βέβαιος για τη συνάρτηση οφέλους κάποιου άλλου παίκτη. Όπως για παράδειγμα στη δημοπρασία όπου το ύψος της* *μέγιστης προσφοράς που είναι πρόθυμος να υποβάλλει ο κάθε συμμετέχων για το πωλούμενο αγαθό δεν είναι γνωστό στους άλλους συμμετέχοντες.*

Τα παίγνια επίσης ταξινομούνται σε παίγνια τέλειας και ατελούς πληροφόρησης. Στα **παίγνια τέλειας πληροφόρησης** *ο παίκτης που καλείται να επιλέξει γνωρίζει το πλήρες ιστορικό της διεξαγωγής του παιγνίου μέχρι εκείνη τη στιγμή, ενώ στα* **παίγνια ατελούς πληροφόρησης** *σε κάποια κίνησή του ο παίκτης που πρόκειται να παίξει δεν γνωρίζει το πλήρες ιστορικό του.*

Επιπλέον, ο αριθμός στρατηγικών ταξινομεί τα παίγνια σε **«πεπερασμένα»** *και σε* **«μη πεπερασμένα»** *ή σε* **απειροπαίγνια**. *Επειδή οι αμοιβές ή οι απώλειες δύο παικτών, με πεπερασμένο αριθμό στρατηγικών, μπορούν να διαταχθούν σε πίνακες ή μήτρες, τα παίγνια αυτά είναι γνωστά ως* **μητρικά ή πινακοπαίγνια**.

Ένας άλλος τρόπος ταξινόμησης των παιγνίων είναι ως προς τα χαρακτηριστικά των συναρτήσεων αμοιβής ή απώλειας. Έτσι σε παίγνια δύο παικτών, όπου η αμοιβή του ενός είναι ίση με και προέρχεται από την απώλεια του άλλου, οι παίκτες βρίσκονται σε σύγκρουση και οποιαδήποτε συνεργασία είναι ανέφικτη. Τα παίγνια αυτά ονομάζονται **παίγνια «μηδενικού αθροίσματος»** *αφού το άθροισμα των αμοιβών είναι μηδενικό.*

Στα **παίγνια γενικού μη μηδενικού αθροίσματος**, *υπάρχουν συνήθως στοιχεία ανταγωνισμού όσο και συνεργασίας. Έχουμε δύο ακραίες περιπτώσεις. Στην ειδική περίπτωση παιγνίων μη μηδενικού αθροίσματος οι παίκτες βρίσκονται σε σύγκρουση και η αμοιβή του ενός σημαίνει απώλεια για τον άλλον, ενώ στην ειδική περίπτωση παιγνίων σταθερής διαφοράς, οι παίκτες πρέπει να συνεργασθούν διότι είτε κερδίζουν είτε χάνουν μαζί.*

Τέλος υπάρχει και μια ακόμη κατηγορία παιγνίων η οποία καθορίζεται από το εάν ο κάθε παίκτης επιλέγει διακριτές στρατηγικές. Πιο συγκεκριμένα, εάν ο παίκτης επιλέγει διακριτές στρατηγικές (π.χ. ή την 1 ή την 2,…) λέμε ότι ο παίκτης παίζει με καθαρή στρατηγική, οπότε και αυτού του είδους τα παίγνια ονομάζονται **παίγνια «καθαρής στρατηγικής».** *Στην αντίθετη περίπτωση, οπού ο κάθε παίκτης είναι δυνατόν να επιλέξει έναν συνδυασμό στρατηγικών, λέμε ότι έχουμε* **παίγνια «μικτής στρατηγικής».**

1.3 Το δίλημμα των κρατουμένων

Σε μια κανονικής μορφής παράσταση ενός παιγνίου, όλοι οι παίκτες επιλέγουν ταυτόχρονα μια στρατηγική, και ο συνδυασμός των στρατηγικών που επιλέχθηκαν από τους παίχτες καθορίζει το όφελος του κάθε παίκτη. Η κανονικής μορφής παράσταση ενός παιγνίου n παικτών προσδιορίζει τους χώρους στρατηγικής των παικτών $S_1, \ldots, S_n$ *και τις συναρτήσεις οφέλους τους* $u_1, \ldots, u_n$. *Συμβολίζουμε αυτό το παίγνιο ως* $G = \{S_1, \ldots, S_n; u_1, \ldots, u_n\}$.

Θα παρουσιάσουμε την κανονικής μορφής παράσταση ενός παιγνίου με ένα κλασσικό παράδειγμα: το Δίλημμα των Κρατουμένων:
Δύο ύποπτοι συλλαμβάνονται και κατηγορούνται για ένα έγκλημα. Η αστυνομία δε διαθέτει επαρκή στοιχεία για να τους καταδικάσει, εκτός εάν τουλάχιστον ένας ομολογήσει. Η αστυνομία κρατά τους υπόπτους σε ξεχωριστά κελιά και τους εξηγεί τις επιπτώσεις που θα έχουν από τις πιθανές πράξεις τους. Αν κανείς τους δεν ομολογήσει, τότε και οι δυο θα καταδικαστούν για ένα πταίσμα και θα τους απαγγελθεί ένας μήνας φυλάκιση. Αν ομολογήσουν και οι δυο, τότε και οι δυο θα καταδικαστούν σε έξι μήνες φυλάκιση. Τέλος, αν ομολογήσει ο ένας αλλά ο άλλος όχι, τότε αυτός που ομολόγησε θα απελευθερωθεί αμέσως, όμως ο άλλος θα καταδικαστεί σε εννέα μήνες φυλάκιση-έξι για το έγκλημα και τρεις ακόμη για παρακώλυση δικαιοσύνης. Το πρόβλημα των κρατουμένων μπορεί να παρασταθεί στη συνοδευτική μήτρα διπλής εισόδου.

		Κρατούμενος 2	
		Σιωπώ	Καρφώνω
Κρατούμενος 1	Σιωπώ	-1,-1	-9,0
	Καρφώνω	0,-9	-6,-6

Σχήμα 1.1 - Το δίλημμα των Κρατουμένων

Στο παίγνιο αυτό κάθε παίκτης έχει δυο διαθέσιμες στρατηγικές: να προχωρήσει σε ομολογία (ή αλλιώς να καρφώσει) ή να μην ομολογήσει (να σιωπήσει).Τα οφέλη των δυο παικτών ανάλογα με το συγκεκριμένο ζεύγος στρατηγικών που θα επιλέξουν δίνονται στο αντίστοιχο κελί της μήτρας. Συμβατικά δεχόμαστε ότι το όφελος του λεγόμενου παίκτη των γραμμών είναι ο πρώτος αριθμός που δίνεται, ακολουθούμενο *από το όφελος του παίκτη των στηλών. Έτσι, αν για παράδειγμα ο Κρατούμενος 1 επιλέξει να Σιωπήσει και ο Κρατούμενος 2 επιλέξει να καρφώσει, τότε ο Κρατούμενος 1 λαμβάνει όφελος -9 (που αντιπροσωπεύει εννέα μήνες φυλάκιση) και ο Κρατούμενος 2 λαμβάνει όφελος 0 (που αντιπροσωπεύει την άμεση απελευθέρωση).*

1.4 Διαδοχική Απαλοιφή Αυστηρά Κυριαρχούμενων Στρατηγικών

Αφού αναπαραστήσαμε το παίγνιο μας θα συνεχίσουμε με τον τρόπο επίλυσης ενός παιγνιοθεωρητικού προβλήματος. Ξεκινάμε με το Δίλημμα των Κρατουμένων χρησιμοποιώντας μόνο την ιδέα ότι ένας ορθολογικός παίχτης δε θα επιλέξει μια αυστηρά κυριαρχούμενη στρατηγική.

Δηλαδή ,στο δίλημμα Κρατουμένων, αν ένας ύποπτος πρόκειται να παίξει ≪Καρφώνω ≫, τότε ο άλλος θα προτιμούσε να παίξει ≪Καρφώνω ≫ (s_1',…,s_n') ώστε να βρεθεί στη φυλακή για έξι μήνες, αντί να παίξει ≪Σιωπώ≫ και να βρεθεί στη φυλακή για εννέα μήνες. Παρομοίως, αν ένας ύποπτος πρόκειται να παίξει, ≪Σιωπώ≫ τότε ο άλλος θα προτιμούσε να παίξει ≪Καρφώνω≫ και έτσι να απελευερωθεί αμέσως αντί να παίξει ≪Σιωπώ≫ και να βρεθεί στη φυλακή για ένα μήνα. Ετσι για τον κρατούμενο i, το ≪Σιωπώ≫ κυριαρχείται από το ≪Καρφώνω≫. Αυτό συμβαίνει επειδή για κάθε στρατηγική που θα μπορούσε να επιλέξει ο κρατούμενος j, το όφελος του κρατουμένου i από το ≪Σιωπώ≫ είναι μικρότερο από το όφελος του I από το ≪Καρφώνω≫.

Έτσι πιο γενικά σε ένα παίγνιο κανονικής μορφής $G = \{S_1, \dots, S_n; u_1, \dots, u_n\}$ έστω ότι s_t' και s_t'' είναι εφικτές στρατηγικές για τον παίκτη i. Η στρατηγική λέγεται αυστηρά κυριαρχούμενη από τη στρατηγική αν για κάθε εφικτό συνδυασμό στρατηγικών των άλλων παικτών, το όφελος του i παίζοντας s_t' είναι γνησίως μικρότερο από το όφελος του i παίζοντας s_t''.

Οι ορθολογικοί παίκτες δεν παίζουν αυστηρά κυριαρχούμενες στρατηγικές ,διότι δεν υπάρχει καμία εκτίμηση που θα μπορούσε να έχει κάποιος παίκτης (σχετικά με τις στρατηγικές που θα ακολουθήσουν οι άλλοι παίκτες), τέτοια ώστε η επιλογή μιας *τέτοιας στρατηγικής να ήταν άριστη. Άρα ,στο Δίλημμα των κρατουμένων, ένας ορθολογικός παίκτης θα επιλέξει ≪Καρφώνω≫, και το (Καρφώνω, Καρφώνω) θα είναι το αποτέλεσμα στο οποίο θα καταλήξουν δύο ορθολογικοί παίκτες, παρόλο που το (Καρφώνω, Καρφώνω) καταλήγει και για τους δύο παίκτες σε χειρότερα οφέλη από το (Σιωπώ, Σιωπώ).*

Θεωρούμε το αφηρημένο παίγνιο στο Σχήμα 1.2.Ο παίκτης 1 έχει δυο στρατηγικές και ο παίκτης 2 έχει τρείς: S_1 = {Πάνω, Κάτω} και S_2={Αριστερά, Μέση, Δεξιά}. Για τον παίκτη 1 ούτε το Πάνω ούτε το Κάτω είναι αυστηρά κυριαρχούμενα: το Πάνω είναι καλύτερο από το Κάτω αν ο παίκτης 2 παίξει αριστερά (διότι 1>0) αλλά το Κάτω είναι καλύτερο από το Πάνω αν ο 2 παίξει Δεξιά (διότι 2>0). Για τον παίκτη 2,ωστόσο, το Δεξιά είναι αυστηρά κυριαρχούμενο από το Μέση (διότι 2>1 και 1>0). Συνεπώς ,ένας ορθολογικός παίκτης 2 δεν θα παίξει δεξιά. ΄Αρα, αν ο παίκτης 1 γνωρίζει ότι ο παίκτης 2 είναι ορθολογικός, τότε ο παίκτης 1 μπορεί να απαλείψει το Δεξιά από το χώρο στρατηγικής του 2. Δηλαδή τότε ο παίκτης 1 μπορεί να αντιληφθεί το παίγνιο του Σχήματος 1.2 σαν να ήταν τα παίγνια του Σχήματος 1.3.

Παίκτης 2

		Αριστερά	*Μέση*	*Δεξιά*
Παίκτης 1	*Πάνω*	*1,0*	*1,2*	*0,1*
	Κάτω	*0,3*	*0,1*	*2,0*

Σχήμα 1.2 - Παίγνιο Αυστηρά Κυριαρχούμενων στρατηγικών

Παίκτης 2

		Αριστερά	*Μέση*
Παίκτης 1	*Πάνω*	*1,0*	*1,2*
	Κάτω	*0,3*	*0,1*

Σχήμα 1.3 - Παίγνιο Αυστηρά Κυριαρχούμενων στρατηγικών

Παίκτης 2

		Αριστερά	*Μέση*
Παίκτης 1	*Πάνω*	*1,0*	*1,2*

Σχήμα 1.4 - Παίγνιο Αυστηρά Κυριαρχούμενων στρατηγικών

Στο Σχήμα 1.3 το Κάτω είναι τώρα αυστηρά κυριαρχούμενο από το Πάνω για τον παίκτη 1.Άρα, αν ο παίκτης 1 είναι ορθολογικός τότε ο παίκτης 1 δε θα παίξει Κάτω. Έτσι αν ο παίκτης 2 γνωρίζει ότι ο παίκτης 1 είναι ορθολογικός, και ο παίκτης 2 γνωρίζει ότι ο παίκτης 1 γνωρίζει ότι ο παίκτης 2 είναι ορθολογικός, τότε ο παίκτης 2 μπορεί να απαλείψει το Κάτω από το χώρο στρατηγικής του παίκτη 1, φέρνοντας το παίγνιο στη μορφή του Σχήματος 1.4. Όμως τώρα το Αριστερά κυριαρχείται αυστηρά από το Μέση για τον παίκτη 2, αφήνοντας το (Πάνω, Μέση) ως αποτέλεσμα του παιγνίου.

Αυτή η διαδικασία αποκαλείται διαδοχική απαλοιφή αυστηρά κυριαρχούμενων στρατηγικών. Παρόλο που βασίζεται στην ιδέα ότι οι ορθολογικοί παίκτες δεν παίζουν αυστηρά κυριαρχούμενες στρατηγικές, η διαδικασία έχει δυο ελαττώματα.
Πρώτον κάθε βήμα απαιτεί επιπλέον υπόθεση σχετικά με το τι γνωρίζουν οι παίκτες για την ορθολογικότητα των άλλων. Αν θέλουμε να είμαστε σε θέση να εφαρμόζουμε τη διαδικασία για οποιοδήποτε πλήθος βημάτων, χρειάζεται να υποθέσουμε πως είναι κοινή γνώση ότι οι παίκτες είναι ορθολογικοί. Δηλαδή, δεν χρειάζεται να υποθέσουμε απλά ότι όλοι οι παίκτες είναι ορθολογικοί, αλλά και ότι όλοι οι παίκτες γνωρίζουν ότι όλοι οι παίκτες γνωρίζουν ότι οι παίκτες είναι ορθολογικοί και ούτω καθεξής επ' άπειρον[3].

Το δεύτερο ελάττωμα της διαδοχικής απαλοιφής αυστηρά κυριαρχούμενων στρατηγικών είναι ότι η διαδικασία οδηγεί συχνά σε προβλεπτική απροσδιοριστία για την εξέλιξη του παιγνίου. Για παράδειγμα στο παίγνιο 2 του Σχήματος 1.5 δεν υπάρχουν καθόλου αυστηρά κυριαρχούμενες στρατηγικές για να απαλείψουμε. Αφού όλες οι στρατηγικές σ' αυτό το παίγνιο επιβιώνουν από τη διαδικασία της διαδοχικής απαλοιφής των αυστηρά κυριαρχούμενων στρατηγικών, η διαδικασία δεν παράγει καμία πρόβλεψη για την εξέλιξη του παιγνίου.

	Α	*Μ*	*Δ*
Π	*0,4*	*4,0*	*5,3*
Ε	*4,0*	*0,4*	*5,3*
Κ	*3,5*	*3,5*	*6,6*

Σχήμα 1.5 - Παίγνιο χωρίς Αυστηρά Κυριαρχούμενες στρατηγικές

1.5 Ισορροπία κατά Nash: Κίνητρα και Ορισμός

Υποθέτουμε πως η παιγνιοθεωρητική ανάλυση κάνει μια μοναδική πρόβλεψη για τη στρατηγική που θα επιλέξει ο κάθε παίκτης. Για να είναι ορθή αυτή η πρόβλεψη, είναι αναγκαίο ο κάθε παίκτης να είναι πρόθυμος να επιλέξει τη στρατηγική που προβλέπει η θεωρία. Άρα η προβλεπόμενη στρατηγική για κάθε παίκτη πρέπει να είναι η άριστη απόκριση αυτού του παίκτη στις προβλεπόμενες στρατηγικές των άλλων παικτών. Μια τέτοια πρόβλεψη θα μπορούσε να αποκληθεί στρατηγικά σταθερή ή αυτοεπιβαλλόμενη, διότι κανένας παίκτης δεν θέλει να παρεκκλίνει από την προβλεπόμενη στρατηγική του. Μια τέτοια πρόβλεψη θα αποκαλείται ισορροπία του Nash.

Ορισμός: *Στο κανονικής παίγνιο n-παικτών* $G = \{S_1, \dots, S_n; u_1, \dots, u_n\}$ *οι στρατηγικές* (s_1^*,…,s_n^*) *αποτελούν μια ισορροπία κατά Nash, αν για κάθε παίκτη i ή* s_i^* *είναι η άριστη απόκριση (ή τουλάχιστον εξίσου καλή με άλλες) του παίκτη i στις στρατηγικές που αντιστοιχούν στους n-1 άλλους παίκτες* (s_1^*,…,s_{i-1}^*,s_{i+1}^*,…, s_n^*):

u_i(s_1^*,…,s_{i-1}^*,s_i^* ,s_{i+1}^* ,…, s_n^*) ≥ u_i(s_1^*,…,s_{i-1}^*,s_i ,s_{i+1}^* ,…, s_n^*) *(NE)*

για κάθε εφικτή στρατηγική s_i *στο* S_i, *δηλαδή το* s_i^* *να αποτελεί λύση του*

max u_i(s_1^*,…,s_{i-1}^*,s_i ,s_{i+1}^* ,…, s_n^*)
$s_i \epsilon S_i$

Για να κατανοήσουμε καλύτερα αυτόν τον ορισμό στο πλαίσιο της προηγούμενης επεξήγησης, υποθέτουμε πως η παιγνιοθεωρητική ανάλυση προτείνει τις στρατηγικές (s_1',…,s_n') *ως λύση στο κανονικής μορφής παίγνιο* $G = \{S_1, \dots, S_n; u_1, \dots, u_n\}$

Λέγοντας πως το (s'_1,…,s'_n) δεν αποτελεί ισορροπία κατά Nash του G, ισοδυναμεί με το να πούμε πως υπάρχει κάποιος παίκτης i για τον οποίο η s'_t δεν είναι άριστη απόκριση στο
(s'_1,…,s'_{i-1},s'_{i+1},…,s'_n).Δηλαδή υπάρχει κάποια s''_t στο S_i τέτοια ώστε
u_i(s'_1,…,s'_{i-1}, s'_t,s'_{i+1},…,s'_n΄) <u_i(s'_1,…,s'_{i-1}, s''_t,s'_{i+1},…,s'_n΄).

Άρα, αν η θεωρία προσφέρει τις στρατηγικές (s'_1,…,s'_n) ως λύση αλλά αυτές οι στρατηγικές δεν αποτελούν ισορροπία κατά Nash, τότε τουλάχιστον ένας παίκτης θα έχει κίνητρο να παρεκκλίνει από την πρόβλεψη της θεωρίας, οπότε και η θεωρία θα διαψευστεί από την πραγματική εξέλιξη του παιγνίου.

Για να γίνουμε πιο συγκεκριμένοι θα επιλύσουμε τα τρία παραδείγματα που ήδη περιγράψαμε στα Σχήματα 1.1,1.2,1.5. Μια άμεσης προσέγγισης μέθοδος για να βρεθούν οι ισορροπίες κατά Nash ενός παιγνίου είναι απλώς να ελεγχθεί αν κάθε πιθανό προφίλ στρατηγικών ικανοποιεί τη συνθήκη (NE) που αναφέρθηκε στον ορισμό. Σε ένα παίγνιο με δύο παίκτες, αυτή η προσέγγιση ξεκινά ως εξής: για κάθε παίκτη και για κάθε εφικτή στρατηγική του συγκεκριμένου παίκτη, καθορίστε την άριστη απόκριση του άλλου παίκτη στην εν λόγω στρατηγική. Το Σχήμα 1.5 κάνει ακριβώς αυτό για το παίγνιο στο Σχήμα 1.4, υπογραμμίζοντας το όφελος της άριστης απόκρισης του παίκτη j σε κάθε μια από τις εφικτές στρατηγικές του παίκτη i. Αν ο παίκτης των στηλών σκόπευε να παίξει Α, για παράδειγμα, τότε η άριστη απόκριση του παίκτη των γραμμών θα ήταν Ε, μιας και το 4 ξεπερνά το 3 και το 0, οπότε υπογραμμίζεται το όφελος 4 του παίκτη των γραμμών στο κελί (Ε,Α) της μήτρας.

	Α	Μ	Δ
Π	0,<u>4</u>	<u>4</u>,0	5,3
Ε	<u>4</u>,0	0,<u>4</u>	5,3
Κ	3,5	3,5	<u>6</u>,<u>6</u>

Σχήμα 1.6 - Εύρεση ισορροπίας Nash σε παίγνιο

Ένα ζεύγος στρατηγικών ικανοποιεί τη συνθήκη (NE) αν η στρατηγική του κάθε παίκτη είναι η άριστη απόκριση στη στρατηγική του άλλου-δηλαδή αν και τα δύο οφέλη είναι υπογραμμισμένα στο αντίστοιχο κελί της μήτρας. Έτσι το (Κ.,Δ) είναι το μόνο ζεύγος *στρατηγικών που ικανοποιεί την (NE) ανάλογα με το (Κάρφωμα, Κάρφωμα) στο Δίλημμα των Κρατουμένων και το (Πάνω ,Μέση) στο Σχήμα 1.3. Αυτά τα ζεύγη στρατηγικών είναι οι μοναδικές ισορροπίες κατά Nash σε αυτά τα παίγνια.*

Ας σχολιάσουμε τη σχέση μεταξύ της ισορροπίας κατά Nash και της διαδοχικής απαλοιφής των αυστηρά κυριαρχούμενων στρατηγικών. Ας θυμηθούμε πως οι στρατηγικές της ισορροπίας κατά Nash στο Δίλημμα των κρατουμένων και στο Σχήμα 1.2, (Κάρφωμα, Κάρφωμα) και (Πάνω, Μέση) αντίστοιχα, είναι οι μοναδικές στρατηγικές που επιβιώνουν από τη διαδικασία διαδοχικής απαλοιφής των αυστηρά κυριαρχούμενων στρατηγικών. Αυτό το αποτέλεσμα μπορεί να γενικευτεί: αν η διαδικασία διαδοχικής απαλοιφής των αυστηρά κυριαρχούμενων στρατηγικών απαλείψει όλες τις στρατηγικές πλην των (s_1^*,…,s_n^*), τότε οι στρατηγικές αυτές είναι η μοναδική ισορροπία κατά Nash του παιγνίου. Ωστόσο επειδή η διαδοχική απαλοιφή των αυστηρά κυριαρχούμενων στρατηγικών συχνά δεν αφήνει έναν συνδυασμό στρατηγικών, έχει περισσότερο ενδιαφέρον ότι η ισορροπία κατά Nash είναι ισχυρότερη έννοια επίλυσης από τη διαδοχική απαλοιφή των αυστηρά κυριαρχούμενων στρατηγικών κατά των εξής τρόπο. Αν οι στρατηγικές (s_1^*,…,s_n^*) είναι μια ισορροπία κατά Nash, τότε επιβιώνουν από τη διαδικασία διαδοχικής απαλοιφής των αυστηρά κυριαρχούμενων στρατηγικών, όμως μπορεί να υπάρχουν στρατηγικές που ναι μεν επιβιώνουν από τη διαδοχική απαλοιφή των αυστηρά κυριαρχούμενων στρατηγικών, αλλά δεν περιέχονται σε καμία ισορροπία κατά Nash. Για να γίνει κατανοητή αυτή η τελευταία περίπτωση ας πάρουμε το παράδειγμα του Σχήματος 1.5, η ισορροπία κατά Nash δίνει τη μοναδική πρόβλεψη (Κ,Δ), ενώ η διαδικασία της διαδοχικής απαλοιφής των αυστηρά κυριαρχούμενων στρατηγικών οδηγεί σε προβλεπτική απροσδιοριστία: καμιά στρατηγική δε μπορεί να απαληφθεί – ουσιαστικά τα πάντα μπορούν να συμβούν.

Επίσης πρέπει να λάβουμε υπόψη ότι ο Nash [4] έδειξε ότι σε κάθε πεπερασμένο παίγνιο δηλαδή σε ένα παίγνιο όπου το πλήθος των παικτών n και τα σύνολα στρατηγικών $S_1, \dots, S_n$ είναι όλα πεπερασμένα υπάρχει τουλάχιστον μια ισορροπία κατά Nash.

Τελειώνουμε αυτήν την ενότητα με το κλασσικό παράδειγμα της μάχης των φύλων (The Battle of the Sexes). Αυτό το παράδειγμα δείχνει πως ένα παίγνιο μπορεί να έχει πολλαπλές ισορροπίες κατά Nash.

Στην παραδοσιακή παρουσίαση αυτού του παιγνίου ένας άνδρας και μια γυναίκα προσπαθούν να αποφασίσουν για την ψυχαγωγία της βραδιάς-εμείς αναλύουμε μια ουδέτερη ως προς το φύλο εκδοχή του παιγνίου. Ενώ βρίσκονται σε διαφορετικούς χώρους εργασίας ο Πατ και η Κρις πρέπει να διαλέξουν αν θα παρακολουθήσουν μια όπερα ή έναν αγώνα πυγμαχίας. Και οι δυο παίκτες θα ήθελαν να περάσουν τη βραδιά μαζί και όχι ξεχωριστά, όμως ο Πατ θα προτιμούσε να βρεθούν μαζί στον αγώνα πυγμαχίας ενώ η Κρις θα ήθελε να βρεθούν μαζί στην όπερα, όπως απεικονίζεται στη συνοδευτική μήτρα διπλής εισόδου.

		Πατ	
		Όπερα	Αγώνας
Κρις	Όπερα	2,1	0,0
	Αγώνας	0,0	1,2

Σχήμα 1.7 - Η Μάχη των φύλων

Τόσο το (Όπερα, Όπερα) όσο και το (Αγώνας, Αγώνας) είναι ισορροπίες κατά Nash. Στη μάχη των φύλων οι ισορροπίες (Όπερα, Όπερα) και (Αγώνας, Αγώνας) φαίνονται εξίσου πιθανές, γεγονός που υποδεικνύει πως μπορεί να υπάρχουν παίγνια για τα οποία η θεωρία παιγνίων δεν παρέχει μια μοναδική λύση και δεν προκύπτει καμία σύμβαση. Σε τέτοια παίγνια ,η ισορροπία κατά Nash χάνει σημαντικά από τη γοητεία της ως προς την προβλεπτική της ικανότητα.

1.6 Παίγνια μηδενικού αθροίσματος

Ας πάρουμε ένα παίγνιο μηδενικού αθροίσματος όπου δύο παίκτες Α και Β επιλέγουν ταυτόχρονα (και χωρίς να επικοινωνήσουν μεταξύ τους) μεταξύ του αριθμού 1 και του αριθμού 2. Αν επιλέξουν διαφορετικό αριθμό, κανείς τους δεν κερδίζει, ούτε χάνει τίποτα. Αν όμως επιλέξουν τον ίδιο αριθμό τότε, σε περίπτωση που επέλεξαν το 1 ,ο Β δίνει 1 ευρώ στην Α. Στην περίπτωση που οι Α και Β επιλέγουν τον αριθμό 2 η Α δίνει 2 *ευρώ στον B. Η απάντηση που δίνει ο von Neumann σ΄αυτό το παίγνιο είναι στην Α συνιστά να επιλέξει τον αριθμό 1 και στον B το 2. Προφανώς, αν ακολουθήσουν τη συμβουλή του, τα κέρδη και των δύο θα είναι μηδενικά. Ας δούμε πώς κατέληξε σε αυτή τη λύση. Η Α πρέπει να σκεφτεί ότι εάν επιλέξει τον αριθμό 1, τότε είτε θα κερδίσει 1 ευρώ (αν ο Β επιλέξει 1) είτε δε θα κερδίσει τίποτα (αν ο Β επιλέξει το 2). Εάν λοιπόν η Α επιλέξει το 1, στη χειρότερη περίπτωση τα κέρδη της θα είναι μηδενικά. Αν όμως επιλέξει τον αριθμό 2, τότε είτε θα έχει μηδενικά κέρδη (αν ο Β επιλέξει 1) είτε θα χάσει 2 ευρώ (αν και ο Β επιλέξει το 2). Άρα εφόσον επιλέξει το 2, στη χειρότερη περίπτωση η Α θα χάσει 2 ευρώ. Μεταξύ των δύο χειρότερων περιπτώσεων, είναι προφανές ότι η βέλτιστη είναι η πρώτη ενώ η χείριστη είναι η δεύτερη. Η σωστή επιλογή της Α, συνεπώς, είναι ο αριθμός 1 η στρατηγική δηλαδή η οποία μεγιστοποιεί το ελάχιστο κέρδος της ή ελαχιστοποιεί τη μέγιστη ζημιά της.*

Από τη σκοπιά του Β έχουμε: η επιλογή 1 θα του αποφέρει είτε ζημιά ενός ευρώ (αν η Α επιλέξει το 1) είτε μηδενικό κέρδος (αν και η Α επιλέξει το 2). Το χειρότερο αποτέλεσμα για τον Β από την επιλογή 1 είναι ζημιά ενός ευρώ. Αν όμως επιλέξει το 2, στη χειρότερη περίπτωση θα έχει μηδενικό κέρδος (αν η Α επιλέξει το 1, ενώ αν και η Α επιλέξει το 2 τότε ο Β θα κερδίσει 2 ευρώ). Από τις δυο χειρότερες πιθανές καταστάσεις η χείριστη αντιστοιχεί στη στρατηγική επιλογή του αριθμού 1. Για αυτό ο von Neumann συμβουλεύει τον Β να επιλέξει τον αριθμό 2 στην έννοια των minimax ζημιών ή maximin κερδών. Αν και οι δύο παίκτες ακολουθήσουν τη συμβουλή του von Neumann επιλέγοντας 1 η Α και 2 ο Β, τότε θα έχουν επιλέξει διαφορετικό αριθμό και κανείς τους δε θα αναγκαστεί να δώσει τα χρήματα στον άλλο.

Στον πίνακα που ακολουθεί, η Α επιλέγει μεταξύ των αριθμών 1 και 2 οι οποίοι αντιστοιχούν στις σειρές Α1 και Α2. Ταυτόχρονα ο Β επιλέγει μεταξύ των δικών του 1 και 2 που στον πίνακα παίρνουν τη μορφή των στηλών Β1 και Β2. Τα κέρδη τους εκφράζονται σε ευρώ με το κέρδος της Α να αναγράφεται πρώτο και του Β δεύτερο (οι ζημιές δίνονται ως αρνητικά κέρδη).

Η Τρίτη στήλη καταγράφει τα ελάχιστα κέρδη της Α για κάθε μια στρατηγική που έχει στη διάθεσή της, 0 και -2 αντίστοιχα. Το καλύτερο από τα δυο χειρότερα των στρατηγικών της Α είναι το 0. Η Τρίτη σειρά, η min B δίνει τα χειρότερα κέρδη του Β *από τις στρατηγικές B1 και B2: -1 και 0 αντίστοιχα. Το καλύτερο είναι το 0. Αρα υπογραμμίζουμε το (0,0) που προκύπτει από το συνδυασμό στρατηγικών (A1,B2).*

	B1	B2	min A
A1	1,-1	0,0	0
A2	0,0	-2,2	-2
min B	-1	0	

Σχήμα 1.8 - Παίγνιο Μηδενικού Αθροίσματος

Στη συνέχεια ακολουθεί ένα πολυπλοκότερο παίγνιο με ίδια διαδικασία επίλυσης. Η στήλη minA μας πληροφορεί ότι η στρατηγική A2 μεγιστοποιεί το ελάχιστο κέρδος της A, ενώ η στήλη B1 μεγιστοποιεί το ελάχιστο κέρδος του B. Άρα, αυτές τις στρατηγικές συνιστά ο von Neumann, επιλογές που οδηγούν στη λύση (A2,B1) και κέρδη -1 ευρώ για την A και 1 ευρώ για τον B.

	B1	B2	B3	minA
A1	-2,2	1,-1	10,-10	-2
A2	-1,1	2,-2	0,0	-1
A3	-8,8	0,0	-15,15	-15
min B	1	-2	-10	

Σχήμα 1.9 - Παίγνιο Μηδενικού Αθροίσματος

Πρέπει να παρατηρήσουμε ότι και στα δυο παίγνια το άθροισμα των maximin κερδών της A και του B ισούται με το μηδέν. Ο von Neumann απέδειξε ότι για όλα τα παίγνια δυο παικτών μηδενικού αθροίσματος υπάρχουν maximin στρατηγικές, μια για κάθε παίκτη που οδηγούν στο συμπέρασμα ότι η μικρότερη από τις μέγιστες ζημιές της A ισούται με το μέγιστο μεταξύ των ελάχιστων κερδών του B. Το θεώρημα αυτό είναι γνωστό ως το Θεώρημα Minimax.

1.7 Μικτές στρατηγικές

Σε προηγούμενη ενότητα ορίσαμε ως S_i *το σύνολο των στρατηγικών που διαθέτει ο παίκτης i και πως για να αποτελεί ισορροπία κατά Nash το προφίλ στρατηγικών* ($s_1^*,\ldots,s_n^*$) *,για κάθε i , η* s_i^* *πρέπει να είναι η άριστη απόκριση του παίκτη i στις στρατηγικές των n-1 υπολοίπων παικτών:*

$$u_i(s_1^*,\ldots,s_{i-1}^*,s_i^*,s_{i+1}^*,\ldots,s_n^*) \geq u_i(s_1^*,\ldots,s_{i-1}^*,s_i,s_{i+1}^*,\ldots,s_n^*) \text{ (NE)}$$

για κάθε στρατηγική s_i *στο χώρο* S_i*. Με βάση τον ορισμό αυτό, στο ακόλουθο παίγνιο, το οποίο είναι γνωστό ως Ταιριαστά Κέρματα (Matching Pennies), δεν υπάρχει ισορροπία κατά Nash.*

Παίκτης 2

Παίκτης 1		*Κορώνα*	*Γράμματα*
	Κορώνα	*-1,1*	*1,-1*
	Γράμματα	*1,-1*	*-1,1*

Σχήμα 1.10 -Ταιριαστά Κέρματα

Σε αυτό το παίγνιο, ο χώρος στρατηγικής του κάθε παίκτη είναι {Κορώνα, Γράμματα}. Σ΄ αυτό το παίγνιο ο κάθε παίκτης έχει ένα κέρμα και πρέπει να επιλέξει αν θα το δείξει από την πλευρά με την κορώνα ή με τα γράμματα. Αν τα δύο κέρματα ταιριάξουν, δηλαδή αν και οι δύο παίκτες διαλέξουν κορώνα ή και οι δυο γράμματα, ο παίκτης 2 κερδίζει το κέρμα του παίκτη 1. Αν τα κέρματα δεν ταιριάξουν, τότε ο παίκτης 1 κερδίζει το κέρμα του παίκτη 2.Κανένα ζεύγος στρατηγικών δε μπορεί να ικανοποιήσει την (NE), καθώς, αν οι στρατηγικές των παικτών ταιριάζουν –(Κορώνα, Κορώνα) ή (Γράμματα, Γράμματα)-,ο παίκτης 1 προτιμά να αλλάξει στρατηγική, ενώ αν οι στρατηγικές δεν ταιριάζουν –(Κορώνα, Γράμματα) ή (Γράμματα, Κορώνα)- ο παίκτης 2 είναι που προτιμά τώρα να αλλάξει.

Το ιδιαίτερο χαρακτηριστικό του παιγνίου αυτού είναι ότι κάθε παίκτης θα ήθελε να ≪ξεγελάσει≫ τον άλλο. Εκδοχές αυτού του παιγνίου προκύπτουν στο πόκερ, στο ποδόσφαιρο, στις μάχες και σε άλλες περιστάσεις. Στο πόκερ, το ανάλογο ερώτημα είναι πόσο συχνά πρέπει να μπλοφάρεις: αν είναι γνωστό ότι ο παίκτης i δεν μπλοφάρει *ποτέ, τότε οι αντίπαλοί του θα πηγαίνουν πάσο σε κάθε περίπτωση που ο παίκτης i ποντάρει επιθετικά-άρα συμφέρει τον i να μπλοφάρει που και που. Από την άλλη το πολύ συχνό μπλοφάρισμα είναι και αυτό στρατηγική ήττας Στο ποδόσφαιρο υποθέστε ότι ο παίκτης μπορεί να εκτελέσει ένα πέναλτι είτε στην αριστερή είτε στη δεξιά πλευρά και ο τερματοφύλακας θα αποκρούσει αν και μόνο αν έχει διαλέξει σωστά. Παρομοίως στη μάχη ,έστω ότι οι επιτιθέμενοι μπορούν να επιλέξουν μεταξύ δυο τοποθεσιών ή δυο διαδρομών και πως οι αμυνόμενοι μπορούν να αντιμετωπίσουν και τους δυο τύπους επιθέσεων αν και μόνο αν έχουν προβλέψει σωστά.*

Σε οποιοδήποτε παίγνιο στο οποίο ο κάθε παίκτης θα ήθελε να ≪ξεγελάσει ≫ τους συμπαίκτες του δεν υπάρχει ισορροπία Nash όπως την ορίσαμε διότι η λύση σε ένα τέτοιο παίγνιο περιλαμβάνει αναγκαστικά κάποια αβεβαιότητα σε σχέση με το τι θα κάνουν οι άλλοι παίκτες. Για να λύσουμε αυτό το παίγνιο εισάγουμε την έννοια της μικτής στρατηγικής, την οποία θα ερμηνεύσουμε με όρους αβεβαιότητας ενός παίκτη σε σχέση με το τι θα κάνει κάποιος άλλος παίκτης[5].

Τυπικά, μια μικρή στρατηγική για τον παίκτη i είναι μια κατανομή πιθανότητας ως προς ορισμένες ή όλες τις στρατηγικές του S_i . Στο εξής θα αναφερόμαστε στις στρατηγικές εντός του S_i ως αμιγείς στρατηγικές του παίκτη i. Στα ταυτόχρονων κινήσεων παίγνια πλήρους πληροφόρησης που μελετάμε, αμιγείς στρατηγικές ενός παίκτη είναι οι διαφορετικές δράσεις από τις οποίες μπορεί να διαλέξει ο παίκτης. Στα Ταιριαστά Κέρματα, για παράδειγμα, ο S_i αποτελείται από τις δύο αμιγείς στρατηγικές Κορώνα και Γράμματα, άρα μια μικτή στρατηγική για τον παίκτη i είναι η κατανομή πιθανότητας (q,1-q), όπου q είναι η πιθανότητα να παίξει Κορώνα, 1 – q είναι η πιθανότητα να παίξει Γράμματα και $0 \leq q \leq 1$. Η μικτή στρατηγική (0,1) δεν είναι παρά η αμιγής στρατηγική Γράμματα. Αντίστοιχα, η μικτή στρατηγική (1,0) είναι η αμιγής στρατηγική Κορώνα.

Ως δεύτερο παράδειγμα μικτής στρατηγικής, ας θυμηθούμε το Σχήμα 1.2, όπου ο παίκτης 2 διαθέτει τις αμιγείς στρατηγικές Αριστερά, Μέση και Δεξιά. Σ' αυτή την περίπτωση, μια μικτή στρατηγική για τον παίκτη 2 είναι η κατανομή πιθανότητας (q , r , 1-q-r), όπου q είναι η πιθανότητα να παίξει Αριστερά, r είναι η πιθανότητα να παίξει Μέση και 1-q-r είναι η πιθανότητα να παίξει Δεξιά. Όπως και πριν, $0 \leq q \leq 1$, ενώ, τώρα *ισχύει επιπλέον, 0 $\leq r \leq$ 1 και 0$\leq q + r \leq$ 1. Στο παίγνιο αυτό η μικτή στρατηγική (1/3,1/3,1/3) αποδίδει ίσες πιθανότητες στα Αριστερά, Μέση και Δεξιά, ενώ η μικτή στρατηγική (1/2,1/2,0) αποδίδει ίσες πιθανότητες στα Αριστερά και Μέση και μηδενική πιθανότητα στο Δεξιά. Όπως πάντα, οι αμιγείς στρατηγικές ενός παίκτη δεν είναι παρά οι οριακές περιπτώσεις των μικτών στρατηγικών του παίκτη. Στην περίπτωση του παίκτη 2,για παράδειγμα, η αμιγής στρατηγική Αριστερά είναι η μικτή στρατηγική (1,0,0).*

Πιο γενικά, υποθέτουμε πως ο παίκτης i έχει K αμιγείς στρατηγικές: S_i = {s_{i1},…,s_{iK}}. Μια μικτή στρατηγική για τον παίκτη i θα είναι μια κατανομή πιθανότητας (p_{i1},…,p_{iK}), όπου p_{ik} είναι η πιθανότητα ο παίκτης i να επιλέξει τη στρατηγική s_{ik} , για k = 1,…,K και p_{i1} + … + p_{iK} = 1. Θα χρησιμοποιούμε την έκφραση p_i για να εκφράζουμε μια τυχαία μικτή στρατηγική από το σύνολο των κατανομών πιθανοτήτων στον S_i.

Ορισμός: Στο κανονικής μορφής παίγνιο $G = \{S_1, \dots, S_n; u_1, \dots, u_n\}$, έστω ότι S_i={s_{i1},…,s_{iK}}. Μικτή στρατηγική για τον παίκτη i είναι μια κατανομή πιθανότητας p_i = (p_{i1},…,p_{iK}) όπου 0≤ p_{iK} ≤1 για k = 1,…,K και p_{i1} + … + p_{iK} = 1.

Ας θυμηθούμε ότι αν μια στρατηγική s_i είναι αυστηρά κυριαρχούμενη, τότε δεν υπάρχει καμία εκτίμηση που θα μπορούσε να έχει κάποιος παίκτης (σχετικά με τις στρατηγικές που θα επιλέξουν οι άλλοι παίκτες) τέτοια ώστε η στρατηγική s_i να είναι για τον παίκτη άριστη. Το αντίστροφο ισχύει επίσης, εφόσον αποδεχθούμε μικτές στρατηγικές: αν δεν υπάρχει καμία εκτίμηση που θα μπορούσε να έχει ο παίκτης i (σχετικά με τις στρατηγικές που θα επιλέξουν οι άλλοι παίκτες) τέτοια ώστε η επιλογή της στρατηγικής s_i να είναι άριστη, τότε υπάρχει μια άλλη στρατηγική που κυριαρχεί αυστηρά στην s_i [6].

Στα παίγνια των Σχημάτων 1.11 και 1.12 φαίνεται πως αυτή η αντίστροφη πρόταση θα ήταν ψευδής αν περιορίζαμε την προσοχή μας στις αμιγείς στρατηγικές.

Παίκτης 2

Παίκτης 1

	Α	*Δ*
Π	*3,-*	*0,-*
Ε	*0,-*	*3,-*
Κ	*1,-*	*1,-*

Σχήμα 1.11 - Παίγνιο Μικτής Στρατηγικής

Στο Σχήμα 1.11 φαίνεται πως μια δεδομένη αμιγής στρατηγική μπορεί να κυριαρχείται αυστηρά από μια μικτή στρατηγική, ακόμη κι αν η αμιγής στρατηγική δεν κυριαρχείται αυστηρά από οποιαδήποτε άλλη αμιγή στρατηγική. Στο παίγνιο αυτό, για κάθε εκτίμηση (q,1-q) που θα μπορούσε να έχει ο παίκτης 1 σε σχέση με το πώς θα παίξει ο παίκτης 2, η άριστη απόκριση του παίκτη 1 είναι είτε Π (αν $q \geq 1/2$) είτε Ε (αν $q \leq 1/2$), ποτέ όμως Κ. Ωστόσο ,το Κ δεν κυριαρχείται αυστηρά ούτε από το Π, ούτε από το Ε. Το κλειδί εδώ είναι ότι το Κ κυριαρχείται αυστηρά από μια μικτή στρατηγική: αν ο παίκτης 1 παίξει Π με πιθανότητα 1/2 και Ε με πιθανότητα 1/2 τότε το αναμενόμενο όφελός του είναι 3/2 ανεξάρτητα από το ποια (αμιγή ή μικτή) στρατηγική θα παίξει ο 2, και το 3/2 υπερβαίνει το όφελος 1 που του αποδίδει σίγουρα η επιλογή Κ. Το παράδειγμα αυτό αναδεικνύει το ρόλο των μικτών στρατηγικών στην εύρεση ≪κάποιας άλλης στρατηγικής που κυριαρχεί αυστηρά στην s_i ≫.

Παίκτης 2

Παίκτης 1

	Α	*Δ*
Π	*3,-*	*0,-*
Ε	*0,-*	*3,-*
Κ	*2,-*	*2,-*

Σχήμα 1.12 - Παίγνιο Μικτής Στρατηγικής

Στο Σχήμα 1.12 φαίνεται πως μια δεδομένη αμιγής στρατηγική μπορεί να αποτελεί άριστη απόκριση σε μια μικτή στρατηγική, ακόμη και αν αυτή η αμιγής στρατηγική δεν αποτελεί άριστη απόκριση σε οποιαδήποτε άλλη αμιγή στρατηγική. Στο παίγνιο αυτό, το Κ δεν είναι άριστη απόκριση του παίκτη 1 είτε ο παίκτης 2 επιλέξει Α είτε επιλέξει Δ, όμως το Κ είναι η άριστη απόκριση του παίκτη 1 στη μικτή στρατηγική (q,1-q) του παίκτη 2, αν $1/3 < q < 2/3$. Το παράδειγμα αυτό αναδεικνύει το ρόλο των μικτών στρατηγικών στην ≪ εκτίμηση που μπορεί να έχει ο παίκτης i ≫.

1.8 Δυναμικά Παίγνια Πλήρους και Τέλειας Πληροφόρησης

Στην ενότητα αυτή θα αναλύσουμε δυναμικά παίγνια τα οποία έχουν πλήρη πληροφόρηση, δηλαδή οι συναρτήσεις οφέλους των παικτών από κάθε εφικτό συνδυασμό αποτελούν κοινή γνώση αλλά και τέλεια πληροφόρηση (perfect information) πράγμα που σημαίνει πως σε κάθε κίνηση στο παίγνιο ο παίκτης που καλείται να επιλέξει γνωρίζει το πλήρες ιστορικό της διεξαγωγής του παιγνίου μέχρι εκείνη τη στιγμή και οι κινήσεις πραγματοποιούνται διαδοχικά.

Το κεντρικό ζήτημα σε όλα τα δυναμικά παίγνια είναι η αξιοπιστία. Ως παράδειγμα μιας αναξιόπιστης απειλής, θεωρούμε το παρακάτω παίγνιο δύο κινήσεων. Πρώτα, ο παίκτης 1 επιλέγει μεταξύ του να δώσει στον παίκτη 2 $1000 και στο να μην του δώσει τίποτα. Δεύτερον ο παίκτης 2 παρατηρεί την κίνηση του παίκτη 1 και έπειτα επιλέγει αν θα ανατινάξει ή όχι μια χειροβομβίδα που θα σκοτώσει και τους δυο παίκτες. Υποθέτουμε ότι ο παίκτης 2 απειλεί να ανατινάξει τη χειροβομβίδα αν ο παίκτης 1 δεν του πληρώσει τα $1000 . Αν ο παίκτης 1 πιστέψει την απειλή ,τότε η άριστη απόκρισή του είναι να πληρώσει τα $1000. Όμως ο παίκτης 1 δεν θα έπρεπε να πιστέψει την απειλή επειδή είναι αναξιόπιστη: αν δινόταν στον παίκτη 2 η ευκαιρία να πραγματοποιήσει την απειλή, ο παίκτης 2 θα επέλεγε να μην την πραγματοποιήσει. Άρα ο παίκτης 1 δεν πρέπει να πληρώσει τίποτα στον παίκτη 2. Επομένως θα μελετήσουμε την κατηγορία δυναμικών παιγνίων πλήρους και τέλειας πληροφόρησης όπου πρώτα παίζει ο παίκτης 1, έπειτα ο παίκτης 2 παρατηρεί την κίνηση του παίκτη 1, μετά παίζει ο παίκτης 2 και το παίγνιο ολοκληρώνεται. Το παίγνιο της χειροβομβίδας ανήκει σ΄αυτήν την κατηγορία όπως επίσης και πολλά οικονομικά προβλήματα όπως το υπόδειγμα δυοπωλίου του Stackelberg [7] περί καθορισμού μισθών και απασχόλησης σε μια εταιρεία με σωματείο. Άρα σε αυτήν την κατηγορία

1. *Ο Παίκτης 1 επιλέγει μία δράση a_1 από το εφικτό σύνολο A_1.*
2. *Ο παίκτης 2 παρατηρεί την a_1 και έπειτα επιλέγει μια δράση a_2 από το εφικτό σύνολο A_2.*
3. *Οι συναρτήσεις οφέλους είναι $u_1(a_1, a_2)$ και $u_2(a_1, a_2)$.*

Αυτής της κατηγορίας τα παίγνια επιλύονται χρησιμοποιώντας οπισθογενή επαγωγή, με τον ακόλουθο τρόπο. Όταν ο παίκτης 2 έχει σειρά να κινηθεί στο δεύτερο στάδιο του *παιγνίου, δεδομένης της δράσης a_1 που έχει ήδη επιλέξει ο παίκτης 1, θα αντιμετωπίσει το εξής πρόβλημα:*

max $u_2(a_1, a_2)$

$a_2 \in A_2$.

Έστω ότι για κάθε a_1 στο A_1,το πρόβλημα της αριστοποίησης του παίκτη 2 έχει μια μοναδική λύση, την οποία συμβολίζουμε με $R_2(a_1)$. Αυτή είναι η αντίδραση του παίκτη 2 στη δράση του παίκτη 1. Δεδομένου ότι ο παίκτης 1 μπορεί να επιλύσει το πρόβλημα του 2 εξίσου καλά όπως και ο 2, ο παίκτης 1 θα μπορούσε να προεξοφλήσει την αντίδραση του παίκτη 2 σε κάθε δράση του a_1 που υλοποιείται από τον 1, οπότε το πρόβλημα του 1 στο πρώτο στάδιο είναι στην πραγματικότητα:

max $u_1(a_1, R_2(a_1))$.

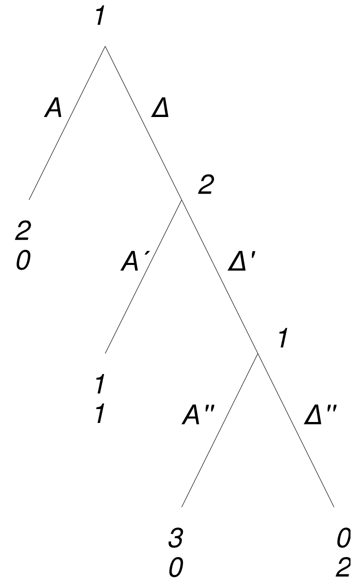
$a_1 \in A_1$

Υποθέτουμε πως και αυτό το πρόβλημα αριστοποίησης του παίκτη 1 έχει μια μοναδική λύση που συμβολίζουμε με α_1^*. Το $(\alpha_1^*, R_2(\alpha_1^*))$ το αποκαλούμε αποτέλεσμα οπισθογενούς επαγωγής αυτού του παιγνίου. Το αποτέλεσμα αυτό δεν περιλαμβάνει αναξιόπιστες απειλές: ο παίκτης προεξοφλεί πως ο παίκτης 2 θα αποκρίνεται με άριστο τρόπο σε οποιοδήποτε δράση a_1 διαλέξει ο 1 παίζοντας με $R_2(a_1)$. Ο παίκτης 1 δεν δίνει σημασία σε πιθανές απειλές του παίκτη 2 ότι θα αποκριθεί με τρόπους ασύμβατους με το ατομικό του συμφέρον όταν το παίγνιο φτάσει στο δεύτερο στάδιο.

Ας θεωρήσουμε το εξής παίγνιο τριών κινήσεων, στο οποίο ο παίκτης 1 παίζει δυο φορές:

1. *Ο Παίκτης 1 επιλέγει Α ή Δ, με το με το Α να τερματίζει το παίγνιο δίνοντας όφελος 2 στον παίκτη 1 και όφελος 0 στον παίκτη 2 .*
2. *Ο Παίκτης 2 παρατηρεί την επιλογή του παίκτη 1. Αν ο 1 επιλέξει Δ, τότε ο 2 επιλέγει Α΄ ή Δ΄, με το Α΄ να τερματίζει το παίγνιο δίνοντας όφελος 1 και στους δύο παίκτες.*
3. *Ο Παίκτης 1 παρατηρεί την επιλογή του παίκτη 2 (και θυμάται την επιλογή που έκανε ο ίδιος στο πρώτο στάδιο). Αν οι προηγούμενες επιλογές ήταν Δ και Δ΄, τότε ο 1 επιλέγει Α΄΄ ή Δ΄΄. Και οι δύο επιλογές τερματίζουν το παίγνιο. Η Α΄΄ δίνει όφελος 3 στον παίκτη 1 και 0 στον παίκτη 2, ενώ η Δ΄΄ δίνει αντίστοιχα οφέλη 0 και 2.*

Όλα αυτά τα λόγια μπορούν να μεταφραστούν στο ακόλουθο δενδρόγραμμα. Στα ζεύγη των οφελών που βρίσκονται στο τέλος κάθε κλάδου του δενδρογράμματος, το επάνω όφελος είναι του παίκτη 1 και το κάτω είναι του παίκτη 2.



Σχήμα 1.13- Παίγνιο τριών κινήσεων.

Για να υπολογίσουμε το αποτέλεσμα της οπισθογενούς επαγωγής σε αυτό το παίγνιο, ξεκινάμε από το τρίτο στάδιο(δηλαδή τη δεύτερη κίνηση του παίκτη1). Εδώ ο παίκτης 1 έχει να επιλέξει μεταξύ ενός οφέλους 3 από το Α΄΄ και ενός οφέλους 0 από το Δ΄΄, άρα το Α΄΄ είναι άριστο. Έτσι στο δεύτερο στάδιο, ο παίκτης 2 προεξοφλεί πως αν το παίγνιο φτάσει στο τρίτο στάδιο ο παίκτης 1 θα παίξει Δ΄΄, κάτι που θα απέφερε όφελος 0 στον παίκτη 2. Η επιλογή δεύτερου σταδίου για τον παίκτη 2 είναι συνεπώς μεταξύ ενός οφέλους 1 αν παίξει Α΄ και ενός οφέλους 0 αν παίξει Δ΄, άρα το Α΄ είναι άριστο. Έτσι, στο πρώτο στάδιο, ο παίκτης 1 προεξοφλεί ότι, αν το παίγνιο φτάσει στο δεύτερο στάδιο, τότε ο 2 θα παίξει Α΄, κάτι που θα απέφερε όφελος 1 στον παίκτη 1. Η επιλογή πρώτου σταδίου για τον παίκτη 1 είναι συνεπώς μεταξύ ενός οφέλους 2 αν παίξει Α και ενός οφέλους 1 αν παίξει Δ, άρα το Α είναι άριστο.

Αυτή η επιχειρηματολογία τεκμηριώνει πως το αποτέλεσμα οπισθογενούς επαγωγής γι'αυτό το παίγνιο φέρνει τον παίκτη 1 να παίζει Α στο πρώτο στάδιο και κατά συνέπεια να τερματίζει το παίγνιο. Παρόλο που η οπισθογενής επαγωγή προβλέπει πως το παίγνιο θα τερματιστεί στο πρώτο στάδιο, σημαντικό μέρος του επιχειρήματος αφορά το τι θα συμβεί αν το παίγνιο δεν τελειώσει στο πρώτο στάδιο. Στο δεύτερο στάδιο, για *παράδειγμα, όταν ο παίκτης 2 προεξοφλεί πως αν το παίγνιο φτάσει στο τρίτο στάδιο ο παίκτης 1 θα παίξει Α΄΄, ο 2 αποδέχεται πως ο1 είναι ορθολογικός. Αυτή η παραδοχή μπορεί να φαίνεται ασύμβατη με το γεγονός πως ο 2 φτάνει να παίξει στο δεύτερο στάδιο μόνο αν ο 1 αποκλίνει από το αποτέλεσμα οπισθογενούς επαγωγής του παιγνίου. Δηλαδή, θα μπορούσε να νομίσει κανείς πως αν ο 1 παίξει Δ στο πρώτο στάδιο τότε ο 2 δεν μπορεί να υποθέσει στο δεύτερο στάδιο πως ο 1 είναι ορθολογικός - παρά ταύτα αυτό δεν ισχύει: αν ο 1 παίξει Δ στο πρώτο στάδιο, τότε δε μπορεί να αποτελεί κοινή γνώση πως και οι δυο παίκτες είναι ορθολογικοί, αλλά μπορεί να εξακολουθούν να υπάρχουν λόγοι ώστε ο 1 να έχει διαλέξει Δ αλλά αυτό να μην αντιφάσκει με την υπόθεση του 2 ότι ο 1 είναι ορθολογικός. Μια άλλη πιθανότητα είναι να αποτελεί κοινή γνώση το γεγονός ότι ο παίκτης 1 είναι ορθολογικός αλλά όχι και ότι ο παίκτης 2 είναι ορθολογικός: αν ο 1 νομίζει πως ο 2 ίσως δεν είναι ορθολογικός, τότε ίσως ο 1 επιλέξει Δ στο πρώτο στάδιο, ελπίζοντας πως ο 2 θα επιλέξει Δ΄ στο δεύτερο στάδιο, δίνοντας έτσι στον 1 την ευκαιρία να παίξει Α΄΄ στο τρίτο στάδιο. Μια άλλη πιθανότητα είναι να αποτελεί κοινή γνώση το γεγονός πως ο παίκτης 2 είναι ορθολογικός, όχι όμως και ότι ο παίκτης 1 είναι ορθολογικός: αν ο παίκτης 1 είναι ορθολογικός αλλά νομίζει πως ο 2 νομίζει πως ο 1 ίσως να μην είναι ορθολογικός, τότε ο 1 ίσως επιλέξει Δ στο πρώτο στάδιο, ελπίζοντας ότι ο 2 θα νομίσει πως ο 1 δεν είναι ορθολογικός κι έτσι να παίξει Δ΄ με την ελπίδα ότι ο 1 θα παίξει Δ΄΄ στο τρίτο στάδιο. Η οπισθογενής επαγωγή δέχεται πως η επιλογή Δ από τον 1 μπορεί να ερμηνευθεί κατ΄αυτόν τον τρόπο. Για ορισμένα παίγνια ωστόσο, μπορεί να είναι πιο λογικό να υποθέσουμε πως ο 1 έπαιξε Δ επειδή είναι όντως ανορθολογικός. Σε τέτοια παίγνια, η οπισθογενής επαγωγή χάνει μεγάλο μέρος της γοητείας ως μέθοδος πρόβλεψης του παιγνίου, όπως συμβαίνει και με την ισορροπία κατά Nash στα παίγνια όπου η θεωρία παιγνίων δεν παρέχει μια μοναδική λύση και κάποια νόρμα συμπεριφοράς δεν μπορεί να προκύψει.*

1.9 Δυναμικά παίγνια πλήρους αλλά ατελούς πληροφόρησης σε δυο στάδια

Στη συνέχεια θα εμπλουτίσουμε την κατηγορία παιγνίων που αναλύσαμε όμως τώρα θα επιτρέπουμε να γίνονται ταυτόχρονες κινήσεις εντός κάθε σταδίου. Το ταυτόχρονο των κινήσεων εντός των σταδίων σημαίνει πως τα παίγνια αυτά είναι ατελούς *πληροφόρησης. Παρ' όλα αυτά τα παίγνια αυτά έχουν πολλά κοινά χαρακτηριστικά με τα παίγνια πλήρους πληροφόρησης. Ας δούμε τώρα το εξής απλό παίγνιο, το οποίο ονομάζουμε παίγνιο πλήρους αλλά ατελούς πληροφόρησης δυο σταδίων.*

1. *Οι παίκτες 1 και 2 επιλέγουν ταυτόχρονα δράσεις a_1 και a_2 από τα εφικτά σύνολα A_1.και A_2,αντίστοιχα.*
2. *Οι παίκτες 3 και 4 παρατηρούν το αποτέλεσμα του πρώτου σταδίου (a_1, a_2) και έπειτα επιλέγουν ταυτόχρονα δράσεις α_3 και α_4 από τα εφικτά σύνολα A_3 και A_4,αντίστοιχα. Τα οφέλη είναι u_i(a_1, a_2, α_3, α_4) για i = 1,2,3,4*

Πολλά οικονομικά προβλήματα εντάσσονται στην παραπάνω περιγραφή. Τρία παραδείγματα είναι οι αναλήψεις καταθέσεων από τράπεζες λόγω πανικού, οι δασμοί και ο ατελής ανταγωνισμός στο διεθνές εμπόριο και τα τουρνουά (π.χ. η διαπάλη μεταξύ διαφόρων αντιπροέδρων σε μια εταιρεία για το ποιος θα γίνει επόμενος πρόεδρος). Άλλα οικονομικά προβλήματα μπορούν να μοντελοποιηθούν ανάλογα επιτρέποντας μια πλουσιότερη ακολουθία σταδίων, είτε προσθέτοντας παίκτες, είτε επιτρέποντας στους παίκτες να κινούνται σε παραπάνω από ένα στάδια. Θα μπορούσαν επίσης να υπάρχουν λιγότεροι παίκτες: σε ορισμένες εφαρμογές, οι παίκτες 3 και 4 είναι οι παίκτες 1 και 2. Σε άλλες εφαρμογές, λείπει ο παίκτης 2 ή ο παίκτης 4.

Ένα παίγνιο αυτής της κατηγορίας λύνεται χρησιμοποιώντας μια προσέγγιση στο πνεύμα της οπισθογενούς επαγωγής, αλλά αυτή τη φορά το πρώτο βήμα που κάνουμε εργαζόμενοι αντίστροφα από το τέλος του παιγνίου περιλαμβάνει την επίλυση ενός αληθινού παιγνίου (το παίγνιο ταυτόχρονων κινήσεων μεταξύ των παικτών 3 και 4 στο δεύτερο στάδιο, με δεδομένο το αποτέλεσμα του πρώτου σταδίου) και όχι την επίλυση ενός προβλήματος μονοπρόσωπης αριστοποίησης όπως πριν. Επίσης υποθέτουμε πως για κάθε εφικτό αποτέλεσμα στο παίγνιο του πρώτου σταδίου (a_1, a_2), το παίγνιο του δεύτερου σταδίου που απομένει μεταξύ των παικτών 3 και 4 έχει μια μοναδική ισορροπία κατά Nash, την οποία συμβολίζουμε με ($a_3^*(a_1, a_2)$,$a_4^*(a_1, a_2)$).
Αν οι παίκτες 1 και 2 προεξοφλήσουν ότι η συμπεριφορά δευτέρου σταδίου των παικτών 3 και 4 δίνεται από την ($a_3^*(a_1, a_2)$,$a_4^*(a_1, a_2)$), τότε η αλληλεπίδραση πρώτου σταδίου μεταξύ των παικτών 1 και 2 αντιστοιχεί στο εξής παίγνιο ταυτόχρονων κινήσεων:

1. *1.Οι παίκτες 1 και 2 επιλέγουν ταυτόχρονα δράσεις* a_1 *και* a_2 *από τα εφικτά σύνολα* A_1*.και* A_2*,αντίστοιχα.*
2. *Τα οφέλη είναι* $u_i(a_1, a_2, a_3^*(a_1, a_2), a_4^*(a_1, a_2))$ *για i = 1,2.*

Έστω ότι το ζεύγος (a_1^*, a_2^*) *είναι η μοναδική ισορροπία κατά Nash αυτού του παιγνίου ταυτόχρονων κινήσεων. Το (* $a_3^*(a_1, a_2), a_4^*(a_1, a_2)$ *) λέγεται τέλειο ανά υποπαίγνιο αποτέλεσμα αυτού του παιγνίου δύο σταδίων. Το αποτέλεσμα αυτό αποτελεί το φυσικό ανάλογο του αποτελέσματος οπισθογενούς επαγωγής σε παίγνια πλήρους και τέλειας πληροφόρησης. Η αναλογία αυτή ισχύει και σε ό,τι αφορά τα ελκυστικά και τα μη ελκυστικά χαρακτηριστικά της οπισθογενούς επαγωγής. Οι παίκτες 1 και 2 δεν θα πρέπει να πιστέψουν τους παίκτες 3 και 4 αν απειλήσουν ότι θα αποκριθούν με δράσεις που δεν αποτελούν ισορροπία κατά Nash στο υπολειπόμενο παίγνιο στο δεύτερο στάδιο, τουλάχιστον ένας από τους παίκτες 3 και 4 δε θα θέλει να πραγματοποιήσει μια τέτοια απειλή. Από την άλλη, έστω ότι ο παίκτης 1 είναι επίσης και παίκτης 3 και ότι ο παίκτης 1 δεν παίζει* a_1^* *στο πρώτο στάδιο: ο παίκτης 4 μπορεί τότε να θελήσει να αναθεωρήσει την υπόθεση ότι ο παίκτης 3 (δηλαδή ο παίκτης 1) θα παίξει* $a_3^*(a_1, a_2)$ *στο δεύτερο στάδιο.*

1.10 Αναλήψεις λόγω Πανικού (Bank Runs)

Δύο επενδυτές έχουν καταθέσει από ένα ποσό D σε μια τράπεζα. Η τράπεζα έχει επενδύσει αυτές τις καταθέσεις σε ένα μακροπρόθεσμο σχέδιο. Αν η τράπεζα αναγκαστεί να ρευστοποιήσει τις επενδύσεις της προτού ωριμάσει το σχέδιο, θα μπορεί να ανακτηθεί ένα συνολικό ποσό 2r, όπου D > r > D/2. Αν όμως η τράπεζα επιτρέψει στην επένδυση να ωριμάσει, το σχέδιο θα αποδώσει ένα σύνολο 2R, όπου R > D.

Υπάρχουν δύο ημερομηνίες στις οποίες οι επενδυτές μπορούν να κάνουν αναλήψεις από την τράπεζα: η ημερομηνία 1 είναι πριν από την ωρίμανση της τραπεζικής επένδυσης, η ημερομηνία 2 είναι μετά. Για λόγους απλότητας, έστω ο συντελεστής προεξόφλησης είναι ίσος με τη μονάδα. Αν και οι δυο επενδυτές κάνουν αναλήψεις στην ημερομηνία 1, τότε ο καθένας τους λαμβάνει r και το παίγνιο τερματίζεται. Αν μόνο ένας επενδυτής κάνει ανάληψη στην ημερομηνία 1, τότε αυτός ο επενδυτής λαμβάνει D, ο άλλος 2r – D και το παίγνιο τερματίζεται. Τέλος, αν κανείς από τους δύο δεν κάνει ανάληψη στην ημερομηνία 1, τότε το σχέδιο ωριμάζει και οι επενδυτές παίρνουν αποφάσεις για ανάληψη στην ημερομηνία 2, τότε ο καθένας τους λαμβάνει R και το παίγνιο τελειώνει. Αν μόνο ένας επενδυτής κάνει ανάληψη στην ημερομηνία 2, τότε αυτός ο επενδυτής λαμβάνει 2R- D, ο άλλος λαμβάνει D και το παίγνιο τελειώνει. Τέλος, αν κανένας επενδυτής δεν κάνει ανάληψη στην ημερομηνία 2, τότε η τράπεζα επιστρέφει R σε κάθε επενδυτή και το παίγνιο τελειώνει.

Έστω ότι τα οφέλη των δύο επενδυτών στις ημερομηνίες 1 και 2 αναπαριστώνται από το εξής ζεύγος παιγνίων κανονικής μορφής. Πρέπει να παρατηρήσουμε ότι το κανονικής μορφής παίγνιο για την ημερομηνία 1 δεν είναι τυπικά ορισμένο: αν και οι δυο επενδυτές επιλέξουν να μην κάνουν ανάληψη στην ημερομηνία 1, δεν ορίζεται κάποιο όφελος. Αντίθετα οι επενδυτές προχωρούν στο κανονικής μορφής παίγνιο της ημερομηνίας 2.

Παίκτης 2

		Ανάληψη	Όχι
Παίκτης 1	Ανάληψη	r,r	D,2r - D
	Όχι	2r - D,D	ε.στάδιο

Σχήμα 1.14 - Αναλήψεις λόγω πανικού - Ημερομηνία 1

Παίκτης 2

		Ανάληψη	Όχι
Παίκτης 1	Ανάληψη	R,R	2R-D,D
	Όχι	D,2R –D	R,R

Σχήμα 1.15 - Αναλήψεις λόγω πανικού - Ημερομηνία 2

Για να αναλύσουμε το παίγνιο εργαζόμαστε αντίστροφα. Θεωρούμε το κανονικής μορφής παίγνιο της ημερομηνίας 2. Επειδή $R > D$ (και $2R – D > R$), η ≪ανάληψη≫ κυριαρχεί αυστηρά στη ≪μη ανάληψη≫, συνεπώς υπάρχει μια μοναδική ισορροπία κατά Nash σε αυτό το παίγνιο: και οι δύο επενδυτές κάνουν ανάληψη, καταλήγοντας σε ένα όφελος (R,R). Καθώς ο συντελεστής προεξόφλησης ισούται με μονάδα, μπορούμε απλώς να αντικαταστήσουμε αυτό το όφελος στο κανονικής μορφής παίγνιο της *ημερομηνίας 1, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.16. Επειδή $r < D$ (και άρα $2r-D < r$), αυτή η μιας περιόδου εκδοχή του παιγνίου δυο περιόδων έχει δυο ισορροπίες κατά Nash σε αμιγείς στρατηγικές: (1) και οι δυο επενδυτές κάνουν ανάληψη, αποκομίζοντας οφέλη (r,r), (2) κανένας από τους δυο δεν κάνει ανάληψη, αποκομίζοντας οφέλη (R,R). Έτσι, το αρχικό παίγνιο αναλήψεων καταθέσεων σε τράπεζες λόγω πανικού σε δύο περιόδους έχει δυο τέλεια ανά υποπαίγνιο αποτελέσματα: (1) και οι δυο επενδυτές κάνουν ανάληψη στην ημερομηνία 1, αποκομίζοντας οφέλη (r,r), (2) κανένας από τους δυο δεν κάνει ανάληψη στην ημερομηνία 1 αλλά και οι δυο κάνουν ανάληψη στην ημερομηνία 2,αποκομίζοντας οφέλη (R,R) στην ημερομηνία 2.*

		Παίκτης 2	
		Ανάληψη	Όχι
Παίκτης 1	Ανάληψη	r,r	D,2r - D
	Όχι	2r - D,D	R,R

Σχήμα 1.16 - Αναλήψεις λόγω πανικού

Το πρώτο από αυτά τα αποτελέσματα μπορεί να ερμηνευθεί ως ανάληψη λόγω πανικού. Αν ο επενδυτής 1 πιστεύει πως ο επενδυτής 2 θα κάνει την ανάληψη την ημερομηνία 1,τότε η άριστη απόκριση του επενδυτή 1 είναι να κάνει και αυτός ανάληψη, παρόλο που και οι δυο επενδυτές θα τα πήγαιναν καλύτερα αν περίμεναν ως την ημερομηνία 2 για να κάνουν ανάληψη. Αυτό το παίγνιο αναλήψεων λόγω πανικού διαφέρει από το Δίλημμα των Κρατουμένων που μελετήσαμε σε προηγούμενο κεφάλαιο διαφέρει σε μια σημαντική παράμετρο. Και τα δυο παίγνια έχουν μια ισορροπία κατά Nash που οδηγεί σε κοινωνική αναποτελεσματικότητα. Στο Δίλημμα των κρατουμένων αυτή η ισορροπία είναι μοναδική(και σε κυρίαρχες στρατηγικές),ενώ εδώ υπάρχει και μια δεύτερη ισορροπία που είναι αποτελεσματική. Άρα το υπόδειγμα αυτό δεν προβλέπει πότε θα συμβούν αναλήψεις λόγω πανικού, αλλά δείχνει ότι μπορούν να συμβούν ως φαινόμενο ισορροπίας.

1.11 Επαναλαμβανόμενα παίγνια

Θεωρούμε το Δίλημμα των Κρατουμένων όπως παρουσιάζεται στην κανονική μορφή στο Σχήμα 1.17. Έστω ότι οι παίκτες παίζουν αυτό το παίγνιο ταυτόχρονων κινήσεων *δυο φορές παρατηρώντας το αποτέλεσμα της πρώτης φοράς προτού ξεκινήσει το παίγνιο ξανά, και έστω ότι το όφελος ολόκληρου του παιγνίου προκύπτει απλώς αθροίζοντας τα οφέλη των δυο σταδίων. Αποκαλούμε αυτό το επαναλαμβανόμενο παίγνιο Δίλημμα των Κρατουμένων δύο σταδίων.*

		Παίκτης 2	
		Α2	Δ2
Παίκτης 1	Α1	1,1	5,0
	Δ1	0,5	4,4

Σχήμα 1.17 - Δίλημμα των Κρατουμένων Δύο Σταδίων
Πρώτο στάδιο

Ανήκει στην κατηγορία των παιγνίων που αναλύσαμε στην ενότητα 1.9. Εδώ οι παίκτες 3 και 4 είναι ταυτόσημοι με τους παίκτες 1 και 2, οι χώροι δράσης A_3 και A_4 είναι ταυτόσημοι με τους χώρους δράσης A_1 και A_2, ενώ τα οφέλη $u_i(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$ είναι απλώς το άθροισμα του οφέλους από το αποτέλεσμα του πρώτου σταδίου (α_1, α_2) και το όφελος από το αποτέλεσμα του δεύτερου σταδίου του (α_3, α_4). Επίσης, το Δίλημμα των Κρατουμένων δύο σταδίων ικανοποιεί την υπόθεση: για κάθε εφικτό αποτέλεσμα του παιγνίου στο πρώτο στάδιο (α_1, α_2), το υπολειπόμενο παίγνιο στο δεύτερο στάδιο μεταξύ των παικτών 3 και 4 έχει μια μοναδική ισορροπία κατά Nash, η οποία συμβολίζεται με ($\alpha_3(\alpha_1, \alpha_2)$, $\alpha_4(\alpha_1, \alpha_2)$). Στην πραγματικότητα, το Δίλημμα των Κρατουμένων δύο σταδίων ικανοποιεί την υπόθεσή μας με τον εξής ιδιαίτερο τρόπο Επιτρέψαμε τη δυνατότητα να εξαρτάται η ισορροπία κατά Nash του υπόλοιπου παιγνίου στο δεύτερο στάδιο από το αποτέλεσμα του πρώτου σταδίου. Στο Δίλημμα των Κρατουμένων σε δύο στάδια, ωστόσο η μοναδική ισορροπία Nash στο παίγνιο του δεύτερου σταδίου είναι (A_1, A_2), ανεξάρτητα από το αποτέλεσμα του πρώτου σταδίου.

		Παίκτης 2	
		Α2	Δ2
Παίκτης 1	Α1	2,2	6,1
	Δ1	1,6	5,5

Σχήμα 1.18 - Δίλημμα των Κρατουμένων Δύο Σταδίων

Ακολουθούμε τη διαδικασία που περιγράψαμε για τον υπολογισμό του τέλειου ανά υποπαίγνιο αποτελέσματος ενός τέτοιου παιγνίου, αναλύουμε τώρα το πρώτο στάδιο του Διλήμματος των Κρατουμένων δύο σταδίων, λαμβάνοντας υπόψη ότι το αποτέλεσμα του υπολοιπόμενου παιγνίου – δηλαδή (A_1, A_2) *με όφελος (1,1). Άρα η αλληλεπίδραση του πρώτου σταδίου ισοδυναμεί με το απλό παίγνιο (που παίζεται μια φορά) του Σχήματος 1.18, στο οποίο το ζεύγος των οφελών (1,1) του δεύτερου σταδίου έχει προστεθεί σε κάθε ένα από τα ζεύγη των οφελών του πρώτου σταδίου. Το παίγνιο στο Σχήμα 1.18 έχει επίσης μια μοναδική ισορροπία κατά Nash: την* (A_1, A_2)*. Έτσι, το μοναδικό τέλειο ανά υποπαίγνιο αποτέλεσμα του Διλήμματος των Κρατουμένων δύο σταδίων είναι το* (A_1, A_2) *στο πρώτο στάδιο, ακολουθούμενο από* (A_1, A_2) *στο δεύτερο στάδιο. Η συνεργασία - δηλαδή το* (Δ_1,Δ_2) *– δεν μπορεί να επιτευχθεί σε κανένα στάδιο του τέλειου ανά υποπαίγνιο αποτελέσματος.*

Ο ισχυρισμός αυτός ισχύει γενικότερα, επιτρέποντας οποιονδήποτε πεπερασμένο αριθμό επαναλήψεων, T. Έστω ότι με G = { A_1, …,A_n ; u_1 , … ,u_n *} συμβολίζουμε ένα στατικό παίγνιο πλήρους πληροφόρησης στο οποίο οι παίκτες 1 έως n επιλέγουν ταυτόχρονα δράσεις* α_1 *έως* α_n *από τους χώρους δράσης* A_1 *έως* A_n *αντίστοιχα ενώ τα οφέλη είναι* $u_1(a_1,\ldots,\ \alpha_n)$*. Το παίγνιο G αποκαλείται παίγνιο σταδίου του επαναλαμβανόμενου παιγνίου.*

Άρα με δεδομένο ένα παίγνιο σταδίου G, έστω ότι με G(T) συμβολίζουμε το πεπερασμένα επαναλαμβανόμενο παίγνιο στο οποίο το G παίζεται T φορές, με τα αποτελέσματα όλων των προηγούμενων διεξαγμένων παιγνίων σταδίου να παρατηρούνται προτού ξεκινήσει η επόμενη διεξαγωγή του παιγνίου. Τα οφέλη του G(T) είναι απλώς το άθροισμα των οφελών από τα T παίγνια σταδίου.

Αν το παίγνιο σταδίου G έχει μια μοναδική ισορροπία κατά Nash, τότε, για κάθε πεπερασμένο T, το επαναλαμβανόμενο παίγνιο G(T) έχει ένα μοναδικό τέλειο ανά υποπαίγνιο αποτέλεσμα: και αυτό είναι η επιλογή της ισορροπίας κατά Nash του G σε κάθε στάδιο. Ανάλογα αποτελέσματα προκύπτουν αν το παίγνιο σταδίου G είναι ένα δυναμικό παίγνιο πλήρους πληροφόρησης.

1.12 Δημοπρασία

Η δημοπρασία με ενσφράγιστες προσφορές αποτελεί στατικό παίγνιο ελλιπούς πληροφόρησης: κάθε συμμετέχων γνωρίζει τη δική του αξιολόγηση για το πωλούμενο αγαθό, όμως δεν γνωρίζει την αξιολόγηση κανενός άλλου, οι προσφορές κατατίθενται σε σφραγισμένους φακέλους, έτσι ώστε οι κινήσεις των παικτών να θεωρηθούν ταυτόχρονες.

Θεωρούμε την εξής δημοπρασία πρώτης τιμής με ενσφράγιστες προσφορές. Υπάρχουν δυο συμμετέχοντες, τους οποίους συμβολίζουμε i = 1,2. Ο συμμετέχων i έχει αποτίμηση v_i *για το αγαθό –δηλαδή αν ο i κερδίσει το αγαθό και πληρώσει τιμή p, τότε το όφελος του i είναι* v_i*- p .Οι αποτιμήσεις των δυο συμμετεχόντων είναι ανεξάρτητες και ομοιόμορφα κατανεμημένες στο [0,1]. Οι προσφορές είναι υποχρεωτικά μη αρνητικές. Οι συμμετέχοντες καταθέτουν ταυτόχρονα τις προσφορές τους. Ο πλειοδότης κερδίζει το αγαθό και καταβάλλει τιμή ίση με την προσφορά του, ο άλλος συμμετέχων ούτε παίρνει ούτε πληρώνει τίποτα. Στην περίπτωση ισοπαλίας, ο νικητής καθορίζεται από το στρίψιμο ενός νομίσματος. Οι συμμετέχοντες είναι ουδέτεροι ως προς το ρίσκο. Όλα τα παραπάνω αποτελούν κοινή γνώση.*

Για να διατυπώσουμε αυτό το πρόβλημα ως στατικό μπεϋνζιανό παίγνιο πρέπει να καθορίσουμε τους χώρους δράσης, τους χώρους τύπων, τις εκτιμήσεις και τις συναρτήσεις οφέλους. Δράση του παίκτη i είναι η κατάθεση μιας μη αρνητικής προσφοράς b_i *και τύπο του παίκτη i αποτελεί η αποτίμησή του* v_i*. Επειδή οι αποτιμήσεις είναι ανεξάρτητες, ο παίκτης i εκτιμά πως το* v_j *κατανέμεται ομοιόμορφα στο [0,1], όποια και αν είναι η τιμή του* v_i*. Τέλος, η συνάρτηση οφέλους του παίκτη i είναι:*

$u_i(b_1,b_2\ ;\ v_1,v_2) = v_i - b_i$ *αν* $b_i > b_j$

$u_i(b_1,b_2\ ;\ v_1,v_2) = (v_i - b_i)/2$ *αν* $b_i = b_j$

$u_i(b_1,b_2\ ;\ v_1,v_2) = 0$ *αν* $b_i < b_j$

Για να υπολογίσουμε μια ισορροπία κατά Nash αυτού του παιγνίου, ξεκινάμε κατασκευάζοντας τους χώρους στρατηγικής των παικτών. Σε ένα στατικό μπεϋνζιανό παίγνιο η στρατηγική είναι μια συνάρτηση από τύπους σε δράσεις. Συνεπώς, μια στρατηγική για τον παίκτη i είναι μια συνάρτηση $b_i(v_i)$ *που καθορίζει την προσφορά* *που θα επέλεγε κάθε ένας από τους τύπους i, (δηλαδή, για κάθε μια από τις αποτιμήσεις). Σε μια μπεϋνζιανή ισορροπία κατά Nash, η στρατηγική του παίκτη 1, $b_1(v_1)$, είναι η άριστη απόκριση στην στρατηγική του παίκτη 2, $b_2(v_2)$, και αντίστροφα. Τυπικά, το ζεύγος των στρατηγικών ($b_1(v_1)$, $b_2(v_2)$) αποτελεί ισορροπία κατά Nash αν για κάθε v_i στο [0,1] το $b_i(v_i)$ αποτελεί λύση του:*

$$\max_{b_i} (v_i - b_i) \text{ Prob } \{ b_i > b_j(v_j) \} + \frac{1}{2}(v_i - b_i) \text{ Prob } \{ b_i = b_j(v_j)\}$$

Ψάχνουμε μια γραμμική ισορροπία: $b_1(v_1) = a_1 + c_1 v_1$ και $b_2(v_1) = a_2 + c_2 v_2$. Προκύπτει πως επειδή οι αποτιμήσεις των παικτών είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες, μια γραμμική ισορροπία όχι μόνο υπάρχει αλλά είναι και μοναδική. Θα βρούμε πως $b_i(v_i) = v_i/2$. Δηλαδή, κάθε παίκτης καταθέτει μια προσφορά ίση με τη μισή αποτίμησή του. Μια τέτοια προσφορά αντανακλά το θεμελιώδες δίλημμα που αντιμετωπίζει ένας συμμετέχων σε μια δημοπρασία: όσο περισσότερα προσφέρει, τόσο πιθανότερο είναι ότι θα κερδίσει, όσο λιγότερα προσφέρει, τόσο περισσότερα θα αποκομίσει αν κερδίσει.

Υποθέτουμε πως ο παίκτης j υιοθετεί την στρατηγική $b_j(v_j) = a_j + c_j v_j$. Για μια δεδομένη τιμή του v_i, η άριστη απόκριση του παίκτη I αποτελεί λύση του:

$$\max_{b_i} (v_i - b_i) \text{ Prob } \{ b_i > a_j + c_j v_j \},$$

Έχοντας ήδη χρησιμοποιήσει το γεγονός ότι Prob { $b_i = b_j(v_j)$ } = 0 (διότι $b_j(v_j) = a_j + c_j v_j$ και το v_j ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή, άρα το b_j ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή). Επειδή δεν έχει νόημα για τον παίκτη i να προσφέρει λιγότερα από την ελάχιστη προσφορά του παίκτη j, ενώ είναι ανόητο να προσφέρει περισσότερα από τη μέγιστη προσφορά του j έχουμε ότι $a_j \le b_j \le a_j + c_j$, άρα:

$$\text{Prob } \{ b_i > a_j + c_j v_j\} = \text{Prob } \{ v_j < (b_i - \alpha_j)/c_j \} = (b_i - a_j)/c_j$$

Η άριστη απόκριση του παίκτη i ,συνεπώς είναι :

$$b_i(v_i) = (v_i + a_j)/2 \qquad \text{αν } v_i \ge a_j$$

$b_i(v_i) = a_j$ αν $v_i < a_j$

Αν $0 < a_j < 1$*, τότε υπάρχουν ορισμένες τιμές του* v_i *τέτοιες ώστε* $v_i < a_j$*, οπότε το* $b_i(v_i)$ *δεν είναι γραμμικό, είναι μάλλον επίπεδο στην αρχή με θετική κλίση στη συνέχεια. Επειδή αναζητούμε γραμμική ισορροπία ,θα απορρίψουμε την περίπτωση όπου* $0 < a_j < 1$*, εστιάζοντας αντίθετα στις περιπτώσεις* $a_j \geq 1$ *και* $a_j \leq 0$*. Όμως η πρώτη δεν μπορεί να ισχύει σε ισορροπία: επειδή είναι άριστο για έναν υψηλότερο τύπο να προσφέρει τουλάχιστον ίσα με την άριστη προσφορά ενός χαμηλότερου τύπου, έχουμε* $c_j \geq 0$*, αλλά τότε η σχέση* $a_j \geq 1$ *συνεπάγεται* $b_j(v_j) \geq v_j$*, το οποίο δεν μπορεί να είναι άριστο. Άρα, για να είναι το* $b_i(v_i)$ *γραμμικό πρέπει να έχουμε* $a_j \leq 0$ *,στην περίπτωση αυτή έχουμε* $b_i(v_i) = (v_i + a_j)/2$ *συνεπώς*

$a_\iota = a_j/2$ *και* $c_i = ½$

Μπορούμε να επαναλάβουμε την ίδια ανάλυση για τον παίκτη j με την υπόθεση ότι ο παίκτης i υιοθετεί τη στρατηγική $b_i(v_i) = a_i + c_i v_i$*. Αυτό μας δίνει* $a_i \leq 0$*,* $a_j = a_i/2$ *και* $c_j = ½$*. Συνδυάζοντας τα δυο αυτά σύνολα αποτελεσμάτων, τελικά παίρνουμε* $a_i = a_j = 0$ *και* $c_i = c_j = ½$*. Δηλαδή,* $b_i(v_i) = v_i/2$*, όπως ισχυριστήκαμε προηγουμένως.*

Αναφορές Κεφαλαίου 1

[1] Von Neumann J., "Zur Theorie der Gesellschaftesspiele", Mathematische Annalen, v.100, 1928, pp. 295-320.

[2] Von Neumann J., Morgenstern O., "Theory of Games and Economic Behavior", Princeton University Press, 1944 (second edition, 1947. Third edition 1953).

[3] Aumann 1976, "Aggreeing to Disagree", Annals of Statistics 4 :1236-39.

[4] Nash,J.,1950, "Equilibrium Points in n-Person Games", Proceedings of the National Academy of Sciences,36:48-49.

[5] Harsanyi, J.1973, "Games with Randomly Disturbed Payoffs : A New Rationale for Mixed Strategy Equilibrium Points", International Journal of Game Theory 2 : 1-23.

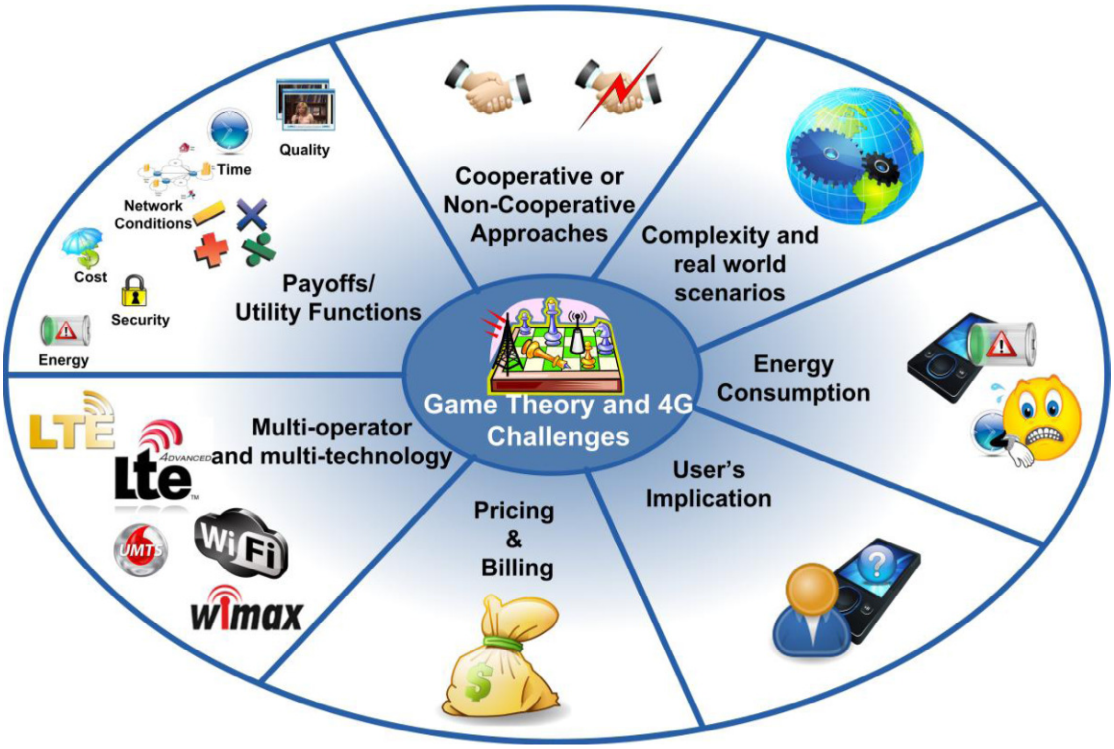
[6] Pearce, D.,1984,"Rationalizable Strategic Behavior and the Problem of Perfection", Econometrica 52, pp. 1029-50.

[7] Stackelberg,H. von 1934, Marktform und Gleichgewicht, Βιέννη : Julius Springer.

Κεφάλαιο 2 – Εφαρμογές Θεωρίας Παιγνίων στα Ασύρματα Δίκτυα

2.1 Εισαγωγή

Όταν χρησιμοποιείται η θεωρία των παιγνίων στο ετερογενές ασύρματο περιβάλλον, πολλές προκλήσεις και ζητήματα μπορούν να επισημανθούν όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.1 [1]



Σχήμα 2.1 –Προκλήσεις της Θεωρίας Παιγνίων

2.1.1 Συνεργατική και μη συνεργατική προσέγγιση

Μία από τις πρώτες προκλήσεις είναι ο προσδιορισμός των παικτών και η μοντελοποίηση του προβλήματος ως συνεργατικό ή μη συνεργατικό παίγνιο. Οι παίκτες του παιγνίου, οι διαθέσιμες στρατηγικές κάθε παίκτη και οι στόχοι τους πρέπει να είναι σαφώς καθορισμένοι, δεδομένου ότι αποτελούν τα κύρια συστατικά με καθοριστικούς *ρόλους στο παίγνιο. Έχουμε κατατάξει τις υπάρχουσες προσεγγίσεις με βάση την αλληλεπίδραση παικτών ως: χρήστες έναντι χρηστών, χρήστες έναντι δικτύων, και δίκτυα έναντι δικτύων. Το παίγνιο λειτουργεί βασισμένο στην υπόθεση του ορθολογισμού, που σημαίνει ότι γίνεται δεκτό ότι οι παίκτες είναι λογικά άτομα που ενεργούν με βάση το συμφέρον τους. Θεωρώντας το ετερογενές ασύρματο περιβάλλον, οι παίκτες απεικονίζονται από οντότητες στα δίκτυα ή από τερματικά χρηστών, που υποτίθεται ότι είναι ορθολογικοί. Όμως, δεν μπορεί να είναι πάντοτε δεδομένο ότι αυτές οι οντότητες θα δρουν με ορθολογικό τρόπο. Οι περισσότερες από τις λύσεις που παρουσιάζονται χρησιμοποιούν τη μη συνεργατική θεωρία παιγνίων, προκειμένου να καθορίσουν την αλληλεπίδραση μεταξύ των παικτών. Χρησιμοποιώντας τη θεωρία των παιγνίων μπορούμε να διαμορφώσουμε ρεαλιστικά σενάρια στα οποία οι παίκτες ανταγωνίζονται μεταξύ τους και κάθε ένας από αυτούς επιδιώκει τη μεγιστοποίηση του κέρδους του. Από την άλλη πλευρά, σε συνεργατικά παίγνια, οι παίκτες υποτίθεται ότι συνεργάζονται, προκειμένου να μεγιστοποιηθούν οι απολαβές τους.*

2.1.2 Απολαβές / Συναρτήσεις χρησιμότητας

Η επιλογή των απολαβών ή των συναρτήσεων χρησιμότητας είναι μια άλλη πρόκληση, δεδομένου ότι επηρεάζουν το πώς οι παίκτες θα επιλέξουν τις πράξεις τους. Αρκετές διαφορετικές συναρτήσεις χρησιμότητας έχουν χρησιμοποιηθεί στη βιβλιογραφία. Για παράδειγμα οι συγγραφείς στο [2], ορίζουν μια συνάρτηση κόστους ως ένα σταθμισμένο άθροισμα των διαφόρων παραμέτρων (φορτίο του σημείου πρόσβασης, την τιμή και την απόσταση). Οι συγγραφείς στο [3] εισάγουν μια συνάρτηση τιμολόγησης, προκειμένου να αποτρέψει τους χρήστες από τις υπερβολικές απαιτήσεις σε πόρους και την κακή χρήση των διαθέσιμων πόρων. Στο [9] η απολαβή του χρήστη ορίζεται με βάση το Πλεόνασμα του Καταναλωτή, που εκφράζεται ως η διαφορά μεταξύ της νομισματικής αξίας της παρεχόμενης ποιότητας υπηρεσίας προς τον χρήστη για τη τρέχουσα υπηρεσία, και της πραγματικής τιμής της χρέωσης.

2.1.3 Πολλαπλοί φορείς και πολλαπλές τεχνολογίες

Μια άλλη πρόκληση, κατά τον σχεδιασμό ενός συνεργατικού ή μη συνεργατικού παιγνίου, έρχεται όταν εξετάζουμε έναν ή πολλαπλούς φορείς. Μερικά από τα παίγνια συνεργασίας στη βιβλιογραφία μελετούν το σχηματισμό συνασπισμού μεταξύ των διαφόρων φορέων των δικτύων [5]. Τα δίκτυα μέσα σε ένα συνασπισμό συνεργάζονται προκειμένου να ικανοποιηθούν οι απαιτήσεις των χρηστών σε υπηρεσίες. Η σκοπιμότητα ενός τέτοιου σεναρίου στον πραγματικό κόσμο, όπου ο ανταγωνισμός μεταξύ των φορέων είναι σκληρός είναι αμφισβητήσιμη. Επιπλέον, οι πληροφορίες σχετικά με το εύρος της κάλυψης και τα χαρακτηριστικά λειτουργίας του APs ή του BSs θεωρείται ότι είναι άκρως εμπιστευτικές στους φορείς. Για παράδειγμα, στο [2], οι συγγραφείς υποθέτουν την ύπαρξη μιας υπηρεσίας πληροφόρησης που έχει αναπτυχθεί στο σύστημα το οποίο παρέχει πληροφορίες σχετικά με τα διαθέσιμα σημεία πρόσβασης και τους χρήστες τους. Θα ήταν ασυνήθιστο για τους φορείς να είναι πρόθυμοι να παρέχουν τέτοιες πληροφορίες.

Οι λύσεις μπορούν να εφαρμοστούν σε έναν ή πολλαπλούς τύπους τεχνολογιών δικτύων πρόσβασης. Για παράδειγμα, [2,3], εφαρμόζεται μόνο σε WLAN δίκτυα, [6], σε κυψελωτά δίκτυα, [7] και CDMA δίκτυα, ενώ οι υπόλοιπες εφαρμόζονται σε δύο ή και τρεις διαφορετικές τεχνολογίες.

2.1.4 Κοστολόγηση και τιμολόγηση

Μια άλλη σημαντική άποψη εμφανίζεται όταν μελετάμε το νομισματικό κόστος που υφίσταται ο χρήστης, ως μία από τις παραμέτρους. Ο μηχανισμός τιμολόγησης που χρησιμοποιείται για τα διάφορα δίκτυα θα επηρεάσει επίσης τη στρατηγική απόφασης σε διαφορετικά έργα υποθέτουμε διαφορετικούς μηχανισμούς τιμολόγησης. Στις περισσότερες εργασίες θεωρούν σταθερό σχέδιο τιμολόγησης [2,8,9] και κάποιοι θεωρούν διαφοροποιημένη τιμολόγηση όπως στο [7]. Λαμβάνοντας υπόψη την ανταγωνιστική αγορά, οι φορείς ασύρματων δικτύων ακολούθησαν το μοντέλο "όλα μπορείτε να τα φάτε" υιοθετώντας το σταθερό σχέδιο τιμολόγησης. Το σταθερό σχέδιο τιμολόγησης λειτουργεί καλά όσο η χρήση του δικτύου είναι λογική. Σήμερα, με την εκθετική αύξηση της συμφόρησης δεδομένων, ο περισσότεροι φορείς ασύρματων δικτύων έχουν αρχίσει να υιοθετούν τον τρόπο χρήσης με βάση το σύστημα τιμολόγησης *(π.χ., η AT & T κινήθηκε προς ένα κλιμακωτό μοντέλο). Αν όλο και περισσότεροι φορείς ασύρματων δικτύων υιοθετήσουν τον τρόπο χρήσης με βάση το σύστημα τιμολόγησης τότε οι φορείς αυτοί θα προσελκύσουν τους χρήστες με το μεγαλύτερο όγκο δεδομένων το οποίο θα οδηγήσει σε βαρύ φορτίο κίνησης στα δίκτυά τους.*

2.1.5 Επίπτωση των χρηστών

Η συμμετοχή του χρήστη στο μηχανισμό αποφάσεων στηρίζεται στην ιδέα ότι προκειμένου να παρέχουν μια χρήσιμη λύση, αν όχι την καλύτερη για τον πελάτη, οι πάροχοι υπηρεσιών θα πρέπει να γνωρίζουν τι χρειάζεται κάθε πελάτης πραγματικά και που βρίσκεται το πραγματικό πρόβλημα. Δεδομένου ότι οι προτιμήσεις των χρηστών παίζουν σημαντικό ρόλο στον μηχανισμό αποφάσεων μια άλλη σημαντική πτυχή είναι ο βαθμός επίπτωσης του χρήστη. Υπάρχουν πολλοί τρόποι συλλογής στοιχείων από το χρήστη. Σε μερικές από τις προτεινόμενες λύσεις εξετάζουν το χρήστη για κάποιες απαιτούμενες ρυθμίσεις που μετατράπηκαν στη συνέχεια σε αντισταθμιστικούς συντελεστές για τις παραμέτρους των δικτύων [9]. Η λύση που προτείνεται στο [8], ενσωματώνει ένα GUI στο κινητό τερματικό του χρήστη, προκειμένου να συγκεντρώσει τις προτιμήσεις του χρήστη σχετικά με τις ακόλουθες εισόδους: Κατηγορία αιτήματος υπηρεσίας (Data, Video, Voice). Προτιμώμενη ποιότητα υπηρεσίας (Εξαιρετική, Καλή, Μέτρια) και Προτιμώμενες τιμές υπηρεσιών (Πάντα Φθηνότερα, Μέγιστη τιμή υπηρεσίας). Ζητώντας από τον χρήστη τα δεδομένα μπορεί να είναι ενοχλητικό ή ακόμα και επεμβατικό, μιας και ο μηχανισμός απόφασης δεν είναι πλέον διαφανής. Είναι πολύ σημαντικό να βρεθεί ένας συμβιβασμός μεταξύ του κόστους που αφορά τον χρήστη και του μηχανισμού απόφασης. Μια λύση για την ελαχιστοποίηση της αλληλεπίδρασης του χρήστη ίσως είναι η υλοποίηση ενός ευφυούς μηχανισμού μάθησης που θα μπορούσε να προβλέψει τις προτιμήσεις του χρήστη με την πάροδο του χρόνου.

2.1.6 Κατανάλωση ενέργειας

Μελετώντας την κατανάλωση ενέργειας ενεργειακής των πολλαπλών διεπαφών της κινητής συσκευής, μια σημαντική πτυχή είναι η συνδεσιμότητα. Για παράδειγμα, στο [10], οι συγγραφείς θεωρούν ότι οι πολλαπλές διεπαφές των κινητών συσκευών έχουν *ταυτόχρονες συνδέσεις, με απαιτήσεις εύρους ζώνης που μοιράζεται μεταξύ πολλαπλών δικτύων. Όσον αφορά την κατανάλωση ενέργειας, οι ταυτόχρονες συνδέσεις θα αδειάσουν την μπαταρία του κινητού ακόμα πιο γρήγορα από τη μία και μόνο σύνδεση. Όσον αφορά το χρηματικό κόστος, οι ταυτόχρονες συνδέσεις συνεπάγονται πιο πολύπλοκα συστήματα τιμολόγησης για τις επιχειρήσεις.*

2.1.7 Πολυπλοκότητα και πραγματικά σενάρια

Γενικά, οι προτεινόμενες λύσεις έχουν δοκιμαστεί μέσα από διεξοδικά αριθμητικά αποτελέσματα ή προσομοιώσεις ,αλλά δεν έχουν προταθεί σενάρια που έχουν δοκιμαστεί στον πραγματικό κόσμο. Η ενσωμάτωση σε ένα πραγματικό σενάριο είναι αμφισβητήσιμη. Ορισμένες λύσεις απαιτούν την ανάπτυξη των εξωτερικών φορέων. Για παράδειγμα, στο [3], η ανάπτυξη του Κεντρικού Συντονιστή Φάσματος, στο δίκτυο, είναι απαραίτητη προκειμένου να κατανέμει τους διαθέσιμους πόρους μεταξύ των ανταγωνιστικών χρηστών τους. Η προσθήκη νέου εξοπλισμού σε ένα ήδη περίπλοκο δίκτυο δεν είναι μια καλή λύση. Καθώς η τεχνολογία εξελίσσεται, οι φορείς των δικτύων στρέφονται προς την υιοθέτηση νέων αρχιτεκτονικών που έρχονται να απλοποιήσουν τα πράγματα, επιτρέποντας την γρήγορη ανάπτυξη υπηρεσιών και εφαρμογών.

2.2.Ταξινόμηση των Προσεγγίσεων της Θεωρίας Παιγνίων

Εφόσον η κατανομή των πόρων επηρεάζει το πρόβλημα της επιλογής δικτύου, έχουμε επικεντρωθεί στη συνέχεια σε προσεγγίσεις που αφορούν το πρόβλημα της επιλογής δικτύου και της κατανομής των πόρων. Οι περισσότερες από αυτές διαμορφώνουν τα προβλήματα της κατανομής πόρων και επιλογής δικτύου ως μη συνεργατικά παίγνια, ενώ λίγες τα αντιμετωπίζουν ως συνεργατικά παίγνια.

2.2.1 Παίγνιο παικτών: Χρήστες έναντι Χρηστών

2.2.1.1 Χρήστες έναντι Χρηστών –Μη συνεργατική προσέγγιση

Σε περιπτώσεις μη συνεργασίας χρηστών με χρήστες, οι χρήστες ανταγωνίζονται μεταξύ τους επιδιώκοντας να μεγιστοποιήσουν τη δική τους χρησιμότητα.

Οι Fahimullah et al. [2] κάνουν χρήση της θεωρίας των παιγνίων, προκειμένου να μελετηθεί η αλληλεπίδραση μεταξύ εγωιστικών χρηστών. Οι συγγραφείς μελετούν το πρόβλημα της επιλογής του κατάλληλου σημείου πρόσβασης Access Point (AP) με τη λιγότερο συμφόρηση, όταν βρίσκονται σε μια περιοχή που έχει αναπτυχθεί ένας μεγάλος αριθμός δικτύων WLAN. Το σύνολο των στρατηγικών για τους χρήστες αντιπροσωπεύονται από το σύνολο των διαθέσιμων APs στο δίκτυο και απαιτεί τη φυσική μετακίνηση σε κοντινή απόσταση από το επιλεγμένο AP. Κάθε στρατηγική έχει ένα κόστος που της έχει ανατεθεί και ο στόχος του χρήστη είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους που αφορά την παρεχόμενη υπηρεσία. Το αποτέλεσμα του παιγνίου είναι η διανομή των χρηστών μεταξύ των APs.

Οι Zhu et al. [11] χρησιμοποίησαν ένα μπευζιανό παίγνιο, προκειμένου να διαμορφώσει το πρόβλημα επιλογής δικτύου. Οι παίκτες είναι οι χρήστες φορείς είναι οι χρήστες και που η δράση τους αντιπροσωπεύεται από την επιλογή ενός διαθέσιμου δικτύου πρόσβασης. Κάθε χρήστης έχει μερικές πληροφορίες σχετικά με τις προτιμήσεις των άλλων χρηστών. Οι συγγραφείς δείχνουν ότι η μπευζιανή ισορροπία Nash μπορεί να επιτευχθεί σε ένα περιβάλλον με ελλιπή πληροφόρηση.

Οι Fu et al. [3] διαμόρφωσαν το πρόβλημα της κατανομής των πόρων στα ασύρματα δίκτυα ως μη συνεργατικά παίγνια μεταξύ ορθολογικών και εγωιστικών χρηστών. Οι χρήστες ανταγωνίζονται μεταξύ τους προκειμένου να ρέουν σε πραγματικό χρόνο σε περίπτωση βίντεο traffic. Οι συγγραφείς κάνουν χρήση του μηχανισμού σχεδίασης, προκειμένου να διασφαλιστεί ότι οι παίκτες δηλώνουν τις απαιτήσεις τους σε πόρους με ειλικρίνεια και οι πόροι κατανέμονται δίκαια.

2.2.1.2 Χρήστες έναντι Χρηστών - Συνεργατική προσέγγιση

Σε καταστάσεις συνεργασίας μεταξύ χρηστών, οι χρήστες συνεργάζονται για να επιτύχουν αμοιβαίο πλεονέκτημα και να μεγιστοποιήσουν την γενική ευημερία της ομάδας. Vassaki et al. [6] ασχολείται με το σενάριο ενός μοναδικού κυψελωτού δικτύου με έναν σταθμό βάσης (BS) και πολλούς χρήστες που έχουν ορισμένες απαιτήσεις σε χωρητικότητα. Οι συγγραφείς μοντελοποιούν το πρόβλημα κατανομής εύρους ζώνης χρησιμοποιώντας δύο διαφορετικές προσεγγίσεις. Στην πρώτη προσέγγιση το πρόβλημα κατανομής αντιμετωπίζεται σαν συνεργατικό πρόβλημα διαπραγμάτευσης N ατόμων και η ισορροπία διαπραγμάτευσης Nash (NBS) βρίσκεται. Οι στρατηγικές των χρηστών είναι οι απαιτήσεις εύρους ζώνης, και οι χρήστες υποτίθεται ότι είναι ελεύθεροι να διαπραγματεύονται για την επίτευξη αμοιβαίου πλεονεκτήματος. Η δεύτερη προσέγγιση αντιμετωπίζει το προβλήμα ως ένα παιχνίδι πτώχευσης που λύνεται χρησιμοποιώντας τρεις διαφορετικούς κανόνες: Κανόνας Δέσμευσης ίσων Επιβραβεύσεων(CEA), Κανόνας Τυχαίας Άφιξη (RA) και Κανόνας του Ταλμούδ. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η μεγιστοποίηση της συνολικής χωρητικότητας επιτυγχάνεται με τη χρήση του CEA ή του NBS, αλλά με τους όρους της μέγιστης αμεροληψίας των κανόνων του RA και του Ταλμούδ.

2.2.2 Παίγνιο παικτών: Δίκτυα έναντι Χρηστών

2.2.2.1 Δίκτυα έναντι Χρηστών – Μη συνεργατική προσέγγιση

Σε καταστάσεις μη συνεργασίας δικτύων - χρηστών, οι χρήστες ανταγωνίζονται τα δίκτυα, επιδιώκοντας να μεγιστοποιήσουν τη δική τους χρησιμότητα. Από τη μία πλευρά οι χρήστες προσπαθούν να μεγιστοποιήσουν τα οφέλη τους από την υπηρεσία για την οποία καταβάλλουν μια τιμή. Από την άλλη πλευρά τα δίκτυα προσπαθούν να μεγιστοποιήσουν το όφελος για τις παρεχόμενες υπηρεσίες.

Η αλληλεπίδραση μεταξύ των δικτύων και των χρηστών μελετάται από τους Khan et al. στο [8]. Οι συγγραφείς μοντελοποιούν το πρόβλημα της επιλογής δικτύου ως μη συνεργατικό παίγνιο δημοπρασίας το οποίο έχει τρεις συνιστώσες: πλειοδότες, πωλητές, και διοργανωτή της δημοπρασίας. Οι αγοραστές εκπροσωπούνται από τους χρήστες, οι πωλητές / πλειοδότες είναι ανάλογα με τους διαθέσιμους φορείς του δικτύου και το *αντικείμενο της δημοπρασίας το εύρος ζώνης που αιτείται με τις σχετικές του ιδιότητες. Νικητήρια προσφορά θεωρείται αυτή που θα μεγιστοποιήσει τη χρησιμότητα του χρήστη.*

Ένα μη συνεργατικό παίγνιο χρησιμοποιείται επίσης στο [7] για την διαφοροποίηση των υπηρεσιών σε συστήματα CDMA. Για να ορίσουν την συνάρτηση χρησιμότητας για τον πάροχο, οι συγγραφείς χρησιμοποιούν το παίγνιο του Cournot που παίζεται μεταξύ του παρόχου και των πελατών του. Οι κυρίαρχες στρατηγικές για τον πάροχο και τον πελάτη ορίζονται ως εξής: ο πάροχος επιδιώκει να εξυπηρετήσει μόνο τους πελάτες που φέρνουν υψηλά έσοδα, ενώ οι πελάτες θα επιλέξουν να εγκαταλείψουν το δίκτυο σε περίπτωση που η ποιότητα των υπηρεσιών δεν ανταποκρίνεται στις προσδοκίες τους. Οι χρήστες γίνονται δεκτοί στο δίκτυο, αν η αξία της ωφέλειας του παρόχου είναι μικρότερη από την νέα αξία που υπολογίζεται για καθεμία από τις κατηγορίες υπηρεσιών που προσφέρονται όταν ένα νέος πελάτης φτάνει.

Οι Charilas et al. [12] προτείνουν τον μηχανισμό ελέγχου για την αποφυγή της κυκλοφοριακής συμφόρησης που μοντελοποιεί το ανταγωνιστικό σενάριο μεταξύ πελάτη-παρόχου ως μη συνεργατικό παίγνιο δύο παικτών. Το προτεινόμενο πλαίσιο αποτελείται από δύο παίγνια, που λέγονται παίγνιο ελέγχου εισόδου (AC), και το παίγνιο ελέγχου φορτίου (LC). Το παίγνιο AC έχει μοντελοποιείται χρησιμοποιώντας το κλασικό δίλημμα φυλακισμένου και παίζεται μεταξύ του κάθε συνδυασμού χρήστη-παρόχου. Κάθε αίτηση υπηρεσίας αποτελεί παράδειγμα του παιγνίου με τους δύο παίκτες να έχουν δύο στρατηγικές. Ο πάροχος δέχεται ή απορρίπτει την αίτηση υπηρεσίας, ενώ ο πελάτης μπορεί να αποφασίσει να φύγει ή να μείνει στον πάροχο υπηρεσιών. Το παίγνιο LC είναι παρόμοιο με το παιχνίδι AC και παίζεται περιοδικά, ενώ οι συνεδρίες εκτελούνται. Με αυτόν τον τρόπο, οι χρήστες μπορούν να αποφασίσουν να εγκαταλείψουν το δίκτυο, ακόμη και αν η συνεδρία τους βρίσκεται ακόμη σε εξέλιξη, ή οι πάροχοι μπορούν να αποφασίσουν να σταματήσουν συνεδρίες εάν η συνεδρία αυτή είναι που προκαλεί υποβάθμιση του QoS για τις συνεχιζόμενες συνεδρίες. Οι συγγραφείς δείχνουν ότι όταν χρησιμοποιούνται και οι δύο προτεινόμενοι μηχανισμοί ο πάροχος επιτυγχάνει τα καλύτερα έσοδα.

2.2.2.2 Δίκτυα έναντι Χρηστών – Συνεργατική προσέγγιση

Σε καταστάσεις συνεργασίας δικτύων – χρηστών, δίκτυα και χρήστες των συνεργάζονται για την επίτευξη αμοιβαία ικανοποίησης.
*Οι Αντωνίου et al. στο [13] βλέπουν το πρόβλημα επιλογής δικτύου και μοντελοποιούν την αλληλεπίδραση χρηστών και δικτύων ως ένα συνεργατικό επαναλαμβανόμενο παίγνιο όπου ο χρήστης έχει τέσσερις στρατηγικές: Η αδυσώπητη στρατηγική υπαγορεύει ότι ο χρήστης συμμετέχει στη σχέση, αλλά αν δυσαρεστηθεί θα αφήσει τη σχέση για πάντα, η Εξαπάτησε-***και***-φύγε στρατηγική δίνει στο χρήστη τη δυνατότητα να εξαπατήσει και να αφήσει το δίκτυο μετά την εξαπάτηση, η* **άφησε και επέστρεψε** *στρατηγική υπαγορεύει ότι σε περίπτωση που το δίκτυο εξαπατηθεί, ο χρήστης φεύγει για μία μόνο περίοδο και επιστρέφει στην επόμενη αλληλεπίδραση, και η προσαρμοζόμενη επιστροφή στρατηγική στην οποία επιβάλλεται στο χρήστη που επιστρέφει το κανονικοποιημένο βάρος του δικτύου από την προηγούμενη συμπεριφορά της υποβάθμισης. Το δίκτυο μπορεί να επιλέξει ανάμεσα σε δύο στρατηγικές: Tit-for-Tat στρατηγική, η οποία μιμείται τη δράση του χρήστη, και η Εξαπάτησε και Επέστρεψε στρατηγική, η οποία δίνει τη δυνατότητα στο δίκτυο να εξαπατήσει και να επιστρέψει αποδεχόμενο την τιμωρία του χρήστη. Οι συγγραφείς δείχνουν ότι με την υιοθέτηση της προτεινόμενης στρατηγικής Προσαρμοζόμενης επιστροφής μπορεί να παρακινήσει τη συνεργασία, με αποτέλεσμα υψηλότερες απολαβές για τους δύο παίκτες.*

2.2.3 Παίγνιο παικτών: Δίκτυα έναντι Δικτύων

2.2.3.1 Δίκτυα έναντι Δικτύων – Μη συνεργατική προσέγγιση

Σε περιπτώσεις μη συνεργασίας των δικτύων έναντι των δικτύων τα δίκτυα ανταγωνίζονται μεταξύ τους, με σκοπό να μεγιστοποιήσουν τα ατομικά τους έσοδα. Pervaiz et al. στο [9] το προσεγγίζουν ως μη συνεργατικό παίγνιο, προκειμένου να διατυπώσουν το πρόβλημα επιλογής δικτύου ως παίγνιο αλληλεπίδρασης μεταξύ των φορέων παροχής υπηρεσιών δικτύου με στόχο τη μεγιστοποίηση των αμοιβών τους. Χρησιμοποιείται η δυναμική τιμολόγηση και οι τιμές θεωρείται ότι είναι οι στρατηγικές των παικτών. Το όφελος του κάθε παρόχου αντιπροσωπεύει το κέρδος από τους χρήστες που επιλέγουν το δίκτυο του παρόχου.

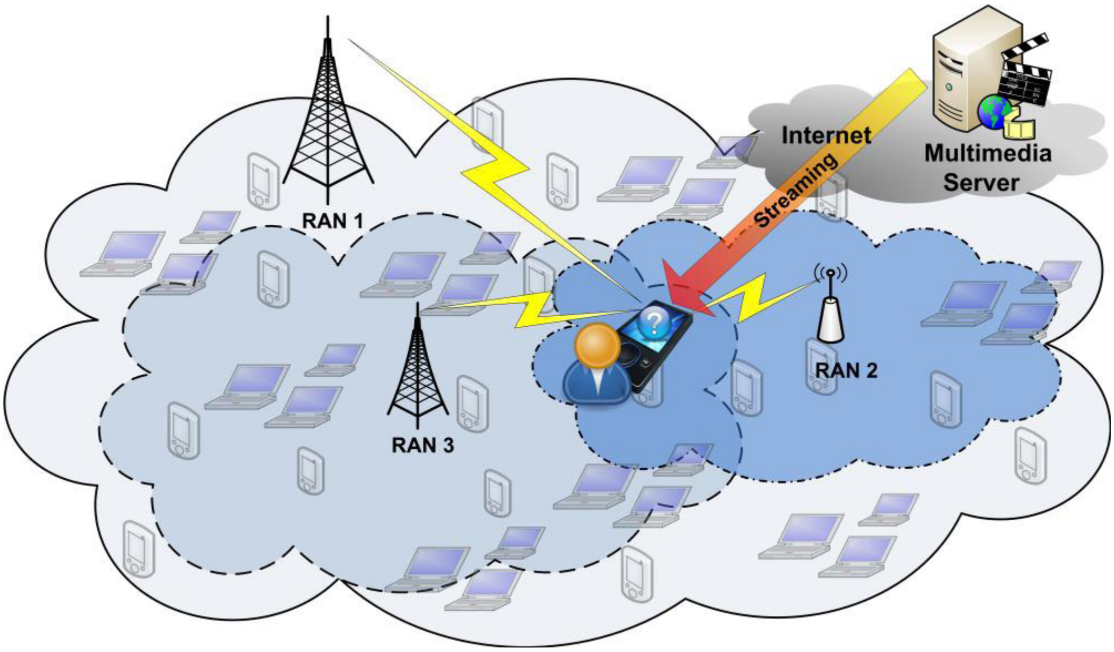
Μια άλλη μελέτη που εξετάζει την αλληλεπίδραση μεταξύ των δικτύων παρουσιάζεται από τους Niyato et al. στο [10]. Οι συγγραφείς προτείνουν το πλαίσιο διαχείρισης των ραδιοπόρων που βασίζεται στη μη συνεργατική θεωρία παιγνίων και αποτελείται από τέσσερα βασικά στοιχεία: την κατανομή σε επίπεδο δικτύου, την κράτηση χωρητικότητας, τον έλεγχο εισόδου και την κατανομή σε επίπεδο σύνδεσης. Το πρόβλημα κατανομής εύρους ζώνης διαμορφώνεται ως μη συνεργατικό παίγνιο μεταξύ των διαφόρων δικτύων πρόσβασης και η λύση που προκύπτει από την ισορροπία Nash δείχνει ότι η συνολική χρησιμότητα του δικτύου είναι η μέγιστη. Παίγνιο διαπραγμάτευσης χρησιμοποιείται για να μοντελοποιήσει το πρόβλημα της κράτησης χωρητικότητας. Η κατανομή σε επίπεδο σύνδεσης μοντελοποιείται ως ένα παίγνιο εμπορικής αγοράς και η ισορροπία Nash είναι η λύση του παιγνίου.

2.2.3.2 Δίκτυα έναντι Δικτύων – Συνεργατική προσέγγιση

Σε περιπτώσεις συνεργασίας δικτύων, τα δίκτυα συνεργάζονται για να μεγιστοποιήσουν τη γενική ευημερία.

Αντωνίου et al. στο [5] διερευνούν το σχηματισμό ενός συνασπισμού μεταξύ μεμονωμένων δικτύων πρόσβασης, η οποία γίνεται με βάση τους διαθέσιμους πόρους και οφέλη με βάση τη μέθοδο κατανομής. Οι συγγραφείς προτείνουν τη χρήση των δύο τύπων απολαβών: τις μεταβιβάσιμες απολαβές, όπου ένα δίκτυο μπορεί να μεταφέρει ένα ορισμένο ποσό από τη δική του απολαβή σε άλλα μέλη του συνασπισμού, εφ 'όσον η τελική απολαβή του είναι μεγαλύτερη από το μηδέν. Και τις μη μεταβιβάσιμες απολαβές που είναι η πληρωμή που λαμβάνουν για τη συνεισφορά των πόρων τους. Οι συγγραφείς μελετούν τη σταθερότητα των συνασπισμών για τους δύο τύπους απολαβών, χρησιμοποιώντας την έννοια πυρήνα. Χρησιμοποιώντας αναλύσεις έχουν δείξει ότι κατά την εξέταση των μεταβιβάσιμων απολαβών μόνο νίκη συμμαχιών, οι οποίες είναι ελάχιστες σε μέγεθος με τουλάχιστον έναν παίκτη, στον πυρήνα. Από την άλλη πλευρά, οι συνασπισμοί που είχαν ελάχιστες νίκες με τουλάχιστον έναν παίκτη, να βρίσκονται στον πυρήνα τους παρατηρήθηκαν κατά την εξέταση συνασπισμών με μη μεταβιβάσιμες απολαβές.

Μια άλλη προσέγγιση, η οποία μελετά τη συνεργασία μεταξύ των δικτύων, προτάθηκε από τους Khan et al. στο [14]. Οι συγγραφείς μελετούν ένα περιβάλλον με πολλούς φορείς όπου υπάρχει συμφωνία μεταξύ των φορέων για την κοινή χρήση του δικτύου. Η αλληλεπίδραση μεταξύ των δικτύων διαμορφώνει δυο παίγνια: ένα εντός του φορέα παίγνιο και ένα παίγνιο μεταξύ των φορέων. Στην περίπτωση του παιγνίου εντός του φορέα, τα δίκτυα παίζουν ένα παίγνιο διαπραγμάτευσης με σκοπό να μοιραστούν το εύρος ζώνης που ζητείται από μια εφαρμογή. Αν αυτός ο φορέας δεν μπορεί να ικανοποιήσει τις απαιτήσεις, τότε ένα δεύτερο παίγνιο παίζεται (αυτή τη φορά μεταξύ των φορέων). Το παίγνιο μεταξύ των φορέων παίζεται μεταξύ των φορέων που θέλουν να μοιραστούν επιπλέον εύρος ζώνης.



Σχήμα 2.2 - Ετερογενές περιβάλλον ασύρματων δικτύων-Παράδειγμα

2.3 Εφαρμογές της θεωρίας παιγνίων

Σκοπός του κεφαλαίου αυτού είναι να συγκεντρώσουμε το ευρύ φάσμα των εφαρμογών της θεωρίας παιγνίων στα ασύρματα δίκτυα. Προκειμένου να παρέχουμε μια συνεκτική παρουσίαση και να επισημάνουμε τα διάφορα πεδία εφαρμογής, ταξινομήθηκαν βάσει των επιπέδων OSI. Η ακολουθούμενη απεικόνιση ανά επίπεδο αποσκοπεί στο να δείξουμε ότι η Θεωρία παιγνίων, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση *προβλημάτων σε όλες τις πτυχές των τηλεπικοινωνιών, επιτρέποντας ταυτόχρονα τη δυνατότητα συνδυασμού παιγνιοθεωρητικών πλαισίων για την επίτευξη διαστρωματικής βελτιστοποίησης. Στα περισσότερα από αυτά τα παίγνια η έννοια της τιμολόγησης συζητείται επίσης, δεδομένου ότι η τιμολόγηση αποτελεί ζωτικό παράγοντα σε μια συνάρτηση χρησιμότητας.*

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.3, εξετάζονται διάφορα πεδία εφαρμογής σε κάθε επίπεδο, ενώ ενδιαφέρουσες προσεγγίσεις παρουσιάζονται για κάθε πεδίο. Αυτό όμως δεν σημαίνει σε καμία περίπτωση ότι δεν υπάρχουν άλλα πεδία εφαρμογής. Έχουμε απλώς συμπεριλάβει αυτές που θεωρούμε πιο ενδεικτικές και πιο χρήσιμες για τους αναγνώστες που δεν είναι τόσο εξοικειωμένοι με τη χρησιμότητα της Θεωρία παιγνίων. Στο σημείο αυτό θα ήθελα να παρατηρήσω επίσης πως ο μηχανισμός όπως έλεγχος αποδοχής κλήσεων ή έλεγχος φορτίου δεν μπορεί να αντιστοιχιστεί ρητά σε ένα μοναδικό επίπεδο, δεδομένου ότι αυτοί αναπτύσσονται σε διαστρωματικές τεχνικές βελτιστοποίησης και έτσι θα μπορούσαν να ενέχουν στοιχεία πολλών επιπέδων.

Στρώματα OSI	**Πεδία Εφαρμογών**	**Συγκεκριμένες εφαρμογές**
Φυσικό	*Έλεγχος ισχύος*	*Έλεγχος ισχύος σε CDMA*
		Έλεγχος ισχύος σε OFDMA δίκτυα
	Κατανομή Φάσματος	*Κοινή χρήση φάσματος – Συναλλαγές φάσματος*
	Συστήματα MIMO	*Διαχείριση ισχύος σε MIMO*
	Συνεργατικές επικοινωνίες	*Αποκωδικοποίηση και προώθηση-Συνεργασία*
Ζεύξη δεδομένων	*Έλεγχος πρόσβασης στο μέσο*	*Πρόσβαση στο Aloha με σχισμές*
		Τυχαία πρόσβαση στο κανάλι παρεμβολήςl
Δικτύου	*Δρομολόγηση*	*Δρομολόγηση και προώθηση*
Μεταφοράς	*Έλεγχος αποδοχής κλήσεων*	*Διανομή αιτήσεων μεταξύ παρόχων*
		Αποδοχή κλήσεων βασισμένη σε συμφωνία μεταξύ παρόχου και πελάτη
	Έλεγχος φορτίου	*Τερματισμός συνεδριών βασισμένη σε συμφωνία μεταξύ παρόχου και πελάτη*
	Επιλογή κυψέλης	*Διακυψελικά και ενδοκυψελικά παίγνια*

Σχήμα 2.3 – Πεδία εφαρμογής θεωρίας παιγνίων στα ασύρματα δίκτυα

2.3.1 Φυσικό στρώμα

Όσον αφορά το φυσικό στρώμα, η επίδοση είναι συνάρτηση του εκτιμώμενου λόγου σήματος προς παρεμβολές και θόρυβο (SINR) που λαμβάνουν οι παίκτες / κόμβοι. Όταν οι κόμβοι σε ένα δίκτυο ανταποκρίνονται στις παρατηρούμενες αλλαγές του SINR προσαρμόζοντας τα σήματά τους. Έτσι στο φυσικό στρώμα συντελείται διαδραστική διαδικασία λήψης αποφάσεων. Σε αυτό το πλαίσιο, η θεωρία παιγνίων μπορεί να εφαρμοστεί σε προβλήματα σχετικά με την κατανομή των πόρων, όπως ενέργειας ή φάσματος. Μια σημαντική πτυχή που λαμβάνεται υπόψη σε τέτοιους σχηματισμούς είναι η αποφυγή παρεμβολών.

2.3.1.1 Έλεγχος Ισχύος

Με τον όρο έλεγχος ισχύος, αναφερόμαστε στην καλύτερη δυνατή επιλογή της στάθμης της ισχύος μετάδοσης σε ένα ασύρματο δίκτυο, προκειμένου να επιτευχθεί η αποτελεσματικότερη αξιοποίηση των διαθέσιμων πόρων και η καλύτερη δυνατή επίδοση του δικτύου. Λέγοντας καλύτερη επίδοση, εννοούμε τη βελτιστοποίηση τιμών κάποιων παραμέτρων, όπως ο ρυθμός δεδομένων στο δίαυλο, η χωρητικότητα του δικτύου ή ακόμα και η γεωγραφική κάλυψή του.

Η συνεχώς αυξανόμενη ζήτηση από μέρους των χρηστών για πρόσβαση σε υπηρεσίες ασύρματων επικοινωνιών εντείνει το ενδιαφέρον για την κατάλληλη και αποδοτική αξιοποίηση των πόρων καθώς και των υπηρεσιών που μπορούν να τη διευκολύνουν. Το γεγονός ότι οι διαθέσιμοι προς αξιοποίηση ραδιοπόροι είναι περιορισμένοι καθιστά αναγκαία τη λειτουργία του ελέγχου ισχύος. Με τον τρόπο αυτό, περιορίζεται η αμοιβαία παρεμβολή που προκαλείται μεταξύ των χρηστών, ενώ παράλληλα αντιμετωπίζονται οι αρνητικές επιδράσεις του χωρικά και χρονικά μεταβαλλόμενου περιβάλλοντος, στο οποίο λαμβάνει χώρα η επικοινωνία.

Οι αλγόριθμοι που αφορούν τον έλεγχο ισχύος, βρίσκουν εφαρμογή στα κυψελωτά δίκτυα, στα ασύρματα τοπικά δίκτυα, στα δίκτυα αισθητήρων καθώς και στα μόντεμ ψηφιακής συνδρομητικής γραμμής, DSL μόντεμ. Η δομή των εξεταζόμενων δικτύων μπορεί να διαφέρει, όμως το βασικό πρόβλημα ελέγχου ισχύος είναι κοινό.

Η επίλυση του προβλήματος αυτού δεν είναι εύκολη. Απαιτείται ένας καλός αλγόριθμος που να ισοσταθμίζει αποτελεσματικά τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα που συνεπάγεται η εκπομπή σήματος σε μια συγκεκριμένη στάθμη ισχύος, λαμβάνοντας υπόψη τις περιοριστικές τιμές παραμέτρων σχεδίασης και κριτήριων απόδοσης του συστήματος και με δεδομένες τις τιμές αυτές, να προσδιορίζει τη βέλτιστη στάθμη εκπεμπόμενης ισχύος, για κάθε χρήστη.

Η ανάγκη αποτελεσματικού ελέγχου της εκπεμπόμενης ισχύος ξεκίνησε από τα συστήματα δορυφορικών επικοινωνιών. Στα ασύρματα δίκτυα ο έλεγχος ισχύος άρχισε να μελετάται από τη δεκαετία του 70. Ωστόσο οι μεγάλες εξελίξεις στον κλάδο αυτό εμφανίστηκαν τα τελευταία 20 χρόνια, στα οποία αναπτύχθηκαν ευρύτατα τα ασύρματα δίκτυα και οι τομείς που συνδέονται με τη βελτιστοποίησή, τις εφαρμογές και τις επιπτώσεις τους. [15], [16], [17]

Η χρησιμοποίηση μεγαλύτερης ισχύος μετάδοσης από ένα χρήστη ενός επικοινωνιακού διαύλου, έχει θετικά αλλά παράλληλα και αρνητικά αποτελέσματα, για το χρήστη και το δίκτυο στο σύνολό του.

<u>Πλεονεκτήματα:</u>

1. *Σε γενικές γραμμές, μεγαλύτερη ισχύς μετάδοσης σε ένα κανάλι οδηγεί σε υψηλότερη ισχύ του λαμβανόμενου σήματος στο δέκτη και κατ' επέκταση σε μεγαλύτερο σηματοθορυβικό λόγο και σε μείωση του ρυθμού σφαλμάτων σε ένα ψηφιακό επικοινωνιακό δίαυλο.*
2. *Ένας μεγαλύτερος σηματοθορυβικός λόγος επιπλέον μπορεί να επιτρέψει σε συστήματα με προσαρμοστικούς διαύλους, να μεταδίδουν σε υψηλότερους ρυθμούς δεδομένων, έχοντας ως αποτέλεσμα μια πιο αποδοτική αξιοποίηση του δοθέντος φάσματος (μεγαλύτερη φασματική αποδοτικότητα).*
3. *Σε ένα ασύρματο κανάλι με διαλείψεις, η χρησιμοποίηση μεγαλύτερης ισχύος μετάδοσης μπορεί να αποτελέσει για το σήμα μια επιπρόσθετη προστασία απέναντι στις διαλείψεις. Για παράδειγμα σε ένα κυψελωτό δίκτυο αυτό οδηγεί σε χαμηλότερη πιθανότητα απόρριψης κλήσεως. [17]*

<u>Μειονεκτήματα:</u>

1. *Η συνολικά καταναλισκόμενη ισχύς στις συσκευές είναι μεγαλύτερη. Άμεση συνέπεια αυτού, στις κινητές συσκευές, είναι η ανάλογη μείωση του περιορισμένου χρόνου ζωής της μπαταρίας του κινητού τερματικού.*
2. *Η παρεμβολή που προκαλείται στους υπόλοιπους χρήστες που χρησιμοποιούν την ίδια ζώνη συχνοτήτων είναι αυξημένη.*
3. *Στα κυψελωτά συστήματα διεύρυνσης φάσματος, όπως το CDMA, όπου οι χρήστες μοιράζονται μία συχνότητα και διαχωρίζονται χρησιμοποιώντας διαφορετικούς κώδικες διασποράς, ο αριθμός των χρηστών που μπορούν να εξυπηρετηθούν σε μία κυψέλη, καθώς και το μέγεθος της κυψέλης, συνήθως περιορίζονται λόγω της παρεμβολής που δημιουργείται εντός αυτής. Η αυξημένη παρεμβολή έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση της χωρητικότητας και του μεγέθους της κυψέλης. Ακόμα και στα συστήματα διαίρεσης συχνότητας FDMA, όπως είναι το GSM, όπου κάθε χρήστης σε μία κυψέλη χρησιμοποιεί διαφορετική συχνότητα, υπάρχει παρεμβολή μεταξύ διαφορετικών κυψελών, λόγω επαναχρησιμοποίησης συχνοτήτων, η οποία περιορίζει τον αριθμό των ομοδιαυλικών κυψελών, που μπορεί να υποστηριχτεί από το δίκτυο. Στα ενσύρματα δίκτυα, όπως τα δίκτυα ψηφιακής συνδρομητικής γραμμής, DSL, συχνά οι γραμμές από πολλά σπίτια συνδρομητών μπερδεύονται μεταξύ τους, με αποτέλεσμα να προκαλείται παρεμβολή των διαφορετικών σημάτων σε διαφορετικές γραμμές, η οποία μειώνει το μέγιστο δυνατό ρυθμό δεδομένων προς κάθε οικία. [36]*

Στο πρόβλημα ελέγχου ισχύος, η συνάρτηση χρησιμότητας κάθε χρήστη αυξάνει το λόγο του σήματος προς-παρεμβολές-και-θόρυβο (SINR) μειώνοντας το επίπεδο ισχύος [18]. Εάν έχουν καθοριστεί τα επίπεδα ισχύος για όλους τους χρήστες, τότε αυξάνοντας το επίπεδο ισχύος του ενός θα αυξήσει τον SINR του άλλου. Ωστόσο, όταν ο χρήστης αυξάνει την ισχύ μετάδοσης, αυξάνονται οι παρεμβολές προς τους άλλους χρήστες, ρίχνοντας τον SINR τους, ωθώντας τους να αυξήσουν τα δικά τους επίπεδα ισχύος. Οι Mackenzie και Wicker στο [19] διατυπώνουν ένα μη συνεργατικό παίγνιο ελέγχου ισχύος για ένα σύστημα CDMA. Αριθμητικό παράδειγμα. Υποθέτουμε ότι οι χρήστες μεταδίδουν δεδομένα με ρυθμό R bits/sec σε πακέτα μεγέθους L bits σε φάσμα εύρους ζώνης W (Hz). Θεωρούμε p_j *τη μεταδιδόμενη ισχύ από τον παίκτη j, υποθέτοντας ότι οι* *χρήστες επιλέγουν τα επίπεδα ισχύος από το σύνολο των μη αρνητικών πραγματικών αριθμών,* $p_i \in (0, \infty)$ *, ο λόγος σήμα-προς-παρεμβολές και θόρυβο (SINR) του χρήστη j μπορεί να οριστεί ως*

$$SINR_j = \gamma_j = \frac{W}{R} \cdot \frac{h_j p_j}{\sum_{\forall i \neq j} h_i p_i + \sigma^2} \qquad (1)$$

Όπου h_j *είναι το κέρδος χρήστη j στο σταθμό βάσης και* σ^2 *είναι η ισχύς του θορύβου στο δέκτη. Είναι επίσης δεκτό ότι ο θόρυβος είναι προσθετικός λευκός γκαουσιανός (AWGN). Η συνάρτηση χρησιμότητας j του χρήστη έχει μονάδα bits/J και μπορεί να εκφραστεί με*

$$u_j(p_j, \gamma_j) = \frac{R}{p_j}(1 - 2 \cdot BER(\gamma_j))^L \qquad (2)$$

Όπου BER είναι το ποσοστό εσφαλμένων bit που επιτυγχάνεται από ένα μεταδιδόμενο σχέδιο. Αν η μεταδιδόμενη ισχύ του χρήστη είναι τόσο υψηλή, τότε σπαταλά πολύτιμη ισχύ ενώ έχει μικρή επίπτωση στο ποσοστό εσφαλμένων bit. Οι χρήστες θα προσπαθήσουν να κάνουν τις καλύτερες δυνατές επιλογές, λαμβάνοντας υπόψη ότι οι άλλοι χρήστες κάνουν το ίδιο πράγμα. Θεωρώντας ότι οι χρήστες έχουν πλήρη πληροφόρηση ο ένας για τον άλλο και ότι είναι εντελώς ορθολογικοί, σύμφωνα με τη θεωρία των παιγνίων, θα επιλέξουν ένα σημείο λειτουργίας το οποίο είναι ισορροπία Nash. Οι Mackenzie και Wicker [20] εισάγουν επίσης δύο νέα είδη παιγνίων: τα προαναφερόμενα και τα επαναλαμβανόμενα παίγνια ελέγχου ισχύος. Οι Gunturi και Paganini [21] διατυπώνουν ένα παρόμοιο παίγνιο ελέγχου ισχύος το οποίο διευρύνεται σε πολυκυψελωτά συστήματα.

Επιπλέον, ο Zhu Han et al στο [22] προσθέτει ένα εικονικό διαιτητή στο πρόβλημα ελέγχου ισχύος στα πολυκυψελωτά συστήματα. Αν ο σταθμός βάσης ελέγχει την εκπεμπόμενη ισχύ από τους χρήστες είναι πιθανό να επιτευχθεί αύξηση της αποτελεσματικότητας της ισορροπίας. Η επιλογή της ισχύος εκπομπής θα γίνεται από τους χρήστες όπως προηγουμένως, όμως το σημείο λειτουργίας θα επιλέγεται από το σταθμό βάσης, βάσει κριτηρίων που μεγιστοποιούν την απόδοση του δικτύου στο σύνολό του. Η βέλτιστη αυτή τιμή της λαμβανόμενης, στο σταθμό βάσης, ισχύος εξαρτάται από τις παραμέτρους του συστήματος, τον αριθμό των χρηστών που εξυπηρετούνται από το σταθμό βάσης, καθώς και τη στάθμη του λευκού θορύβου στο περιβάλλον του σταθμού βάσης. Ο υπολογισμός της βέλτιστης στάθμης ισχύος μπορεί *να γίνεται κεντρικά στο σταθμό βάσης και να μεταδίδεται έπειτα προς τους τερματικούς χρήστες, ή να τους παρέχονται οι απαραίτητες τιμές για να την υπολογίζουν αυτοί.*

Αφού καθοριστεί το επιθυμητό σημείο λειτουργίας, το σύστημα πρέπει να επιβάλλει την διατήρησή του μέσω της επιβολής κάποιας ποινής στους χρήστες που δεν το ακολουθούν και εκπέμπουν με μεγαλύτερη ισχύ. Ωστόσο πρέπει να λαμβάνεται υπόψη και το ενδεχόμενο κάποιος χρήστης να έχει αυξήσει αρκετά την ισχύ εκπομπής του μετά από φαινόμενα ισχυρών διαλείψεων που τον δυσκολεύουν στον υπολογισμό του κέρδους ισχύος διαδρομής και όχι με πρόθεση να αυξήσει την ποιότητα λειτουργίας του σε βάρος των άλλων χρηστών.

Η ποινή συνεπώς, θα πρέπει να είναι τέτοια ώστε να αποτρέπει τους χρήστες να ξεπερνούν το όριο της εκπεμπόμενης ισχύος, αλλά όχι τόσο σκληρή που να προκαλεί σοβαρό πρόβλημα στη λειτουργία τους. Αν υποτεθεί ότι ένας χρήστης i έχει αυξήσει την ισχύ εκπομπής του κατά x Watts, με αποτέλεσμα την αύξηση του SINR του στο σταθμό βάσης κατά Δγi και συνεπώς και του BER(γi) του, πάνω από την τιμή που έχει οριστεί για το σημείο λειτουργίας, μία επαρκής «τιμωρία» για το χρήστη αυτό είναι ο σταθμός βάσης να του δώσει BER ίσο με αυτό που έχει οριστεί και επιπλέον να αντιστρέψει τα bits των δεδομένων του μηνύματός του, με κάποια συγκεκριμένη πιθανότητα που εξαρτάται από το Δγi. Έτσι, ενώ ο χρήστης έχει δαπανήσει περισσότερη ενέργεια από τους υπολοίπους αυτό δεν έχει το αντίκτυπο που θα περίμενε στη χρησιμότητά του η οποία είναι τελικά χαμηλότερη από αυτή που θα απολάμβανε στο προτεινόμενο σημείο ισορροπίας [23]. Η αποφυγή παρεμβολών υπό το πλαίσιο της θεωρίας παιγνίων επίσης εξετάζεται στο [24].

Η θεωρία παιγνίων διαπίστωσε παρόμοιες εφαρμογές και στα πολλαπλής πρόσβασης με διαίρεση συχνότητας δίκτυα (OFDM). Στις περιπτώσεις αυτές, ο στόχος είναι η ελαχιστοποίηση της συνολικής μεταβιβαζόμενης ισχύος υπό περιορισμούς στο ρυθμό και την ισχύ, προσαρμόζοντας το συντελεστή κατανομής σε διαφορετικούς διαύλους για διαφορετικούς χρήστες. Οι συντάκτες του [25] μοντελοποιούν αυτό το πρόβλημα ως μη συνεργατικό παίγνιο μεταξύ των χρηστών, θεωρώντας την ως water-filling πρόβλημα. Η τεχνική αυτή είναι η βέλτιστη μέθοδος εύρεσης της ζητούμενης κατανομής ισχύος. Η τεχνική Water Filling χρησιμοποιείται για να καθορίσει πιο ποσοστό της συνολικής ισχύος πρέπει να χρησιμοποιηθεί σε κάθε υπο-κανάλι, με σκοπό την *καλύτερη εκμετάλλευση αυτών και κατ' επέκταση την αύξηση της χωρητικότητας του συστήματος. Η λύση του παιχνιδιού παρέχει τις βέλτιστες τιμές για ισχύ και ποσοστό που προσφέρουν την καλύτερη χρησιμότητα για ένα χρήστη που έχει λάβει την κατανομή των πόρων των άλλων χρηστών. Μια παιγνιο-θεωρητική προσέγγιση για την κατανομή ισχύος σε πολυκυψελωτά δίκτυα OFDM μέσω των μη συνεργατικών παιγνίων παρουσιάζεται στο [26].*

2.3.1.2 Κατανομή φάσματος

Το πρόβλημα κατανομής του ραδιοφάσματος αφορά το ζήτημα του πώς κατανέμεται το περιορισμένο διαθέσιμο φάσμα μεταξύ πολλών ασύρματων συσκευών. Η κατανομή του ραδιοφάσματος θα πρέπει να χρησιμοποιεί όσο δυνατόν περισσότερους από τους διαθέσιμους πόρους. Ωστόσο όταν η χρησιμότητα μεγιστοποιηθεί, μπορούν να γίνουν συμβιβασμοί ως προς την αμεροληψία. Ένα συνεργατικό παίγνιο για κοινή χρήση κατανεμημένου φάσματος συζητείται στο [19]. Σύμφωνα με αυτή την προσέγγιση, το διαθέσιμο εύρος ζώνης διαιρείται εξίσου σε πολλαπλά κανάλια. Κάθε κόμβος μπορεί να μεταδίδει σε κάθε συνδυασμό καναλιών οποιαδήποτε στιγμή και να καθορίσει τη μεταδιδόμενη ισχύ σε κάθε κανάλι. Οι κόμβοι-δέκτες δεν μεταδίδουν και επομένως δεν θεωρούνται παίκτες στο παιχνίδι. Ας ορίσουμε χ = {1,..., K} είναι το σύνολο των διαθέσιμων καναλιών, B είναι το συνολικό εύρος ζώνης, με κάθε κανάλι να έχει εύρος ζώνης B/K, και N είναι ο αριθμός των κόμβων-πομπών στο δίκτυο.

Το παίγνιο κοινής χρήσης του ραδιοφάσματος έχει διατυπωθεί [4] ως εξής: M = {1,...,N }, $P_i^x = \{(p_i^k) k \in x \mid p_i^k \geq 0, \sum_{k \in x} p_i^k < P_{max}\}$ *και* $P^x = P_1^x X ... X P_N^x$. *Έστω* $p \in P^{\chi}$ *και* $u_i(p) = C_i(p)$*, όπου* $C_i(p)$ *είναι η χωρητικότητα Shannon :*

$$C_i(p) = \frac{B}{K} \cdot \sum_{k=1}^{K} log_2\left(1 + \frac{H^k{}_{ii} p_i^k}{\frac{\sigma^2}{\mathrm{K}} \sum_{\forall j \neq i} H^k{}_{ji} p_j{}^k}\right) \qquad (3)$$

όπου p_i^k *είναι η ισχύς μεταδίδεται από τον κόμβο i στο κανάλι k,* P_{max} *είναι η μέγιστη ισχύ μετάδοσης,* $H_{ji}{}^k$ *είναι το κέρδος από τον j στο δέκτη i στο κανάλι k, και* σ^2 *είναι ο θερμικός θόρυβος για ολόκληρο το εύρος ζώνης B. Έτσι, η συνάρτηση χρησιμότητας του κόμβου i μπορεί να προσεγγιστεί ως τη χωρητικότητα Shannon, δεδομένου ότι οι κόμβοι-δέκτες που είναι αρκετά μακριά από τον κόμβο i έχουν αμεληθεί εφόσον προκαλούν αμελητέα παρεμβολή. Προσομοιώσεις δείχνουν ότι όταν η παρεμβολή είναι* *υψηλή, η βέλτιστες μικτές στρατηγικές περιλαμβάνουν συνήθως ένα μόνο κόμβο που εκπέμπει σε μια στιγμή.*

Οι Niyato και Hossain [27] θεωρούν στις εργασίες τους ότι το πρόβλημα κοινής χρήσης φάσματος μεταξύ ενός πρωτεύοντος χρήστη και πολλαπλών δευτερευόντων χρηστών, σχηματοποιεί ένα μοντέλο ανταγωνιστικής κατανομής φάσματος μεταξύ των δευτερευόντων χρηστών σε νοητά ραδιοφωνικά δίκτυα. Το όφελος των δευτερευόντων χρηστών είναι σε αυτή την περίπτωση:

$$\pi_\iota(\mathrm{B}) = r_i k_i b_i - b_i[x + y(\sum_{b_j \varepsilon \mathrm{B}} b_j)^\tau] \qquad (4)$$

Όπου b_i είναι το μέγεθος του κατανεμημένου φάσματος, B είναι το σύνολο όλων των διαθέσιμων στρατηγικών, k_i είναι ο μέσος ρυθμός μετάδοσης, r_i είναι τα έσοδα, x, y, και τ είναι μη-αρνητικά σταθερές, τ ≥ 1. Παρόμοιες προσεγγίσεις μπορούν να βρεθούν στα [28] και [29].

Παρόμοιο πρόβλημα με την κοινή χρήση του φάσματος είναι οι ανταλλαγές φάσματος. Οι Niyato και Hossain [30] μελέτησαν το πρόβλημα της τιμολόγησης του φάσματος σε νοητό ραδιοφωνικό δίκτυο όπου πολλαπλοί πάροχοι πρωτοβάθμιων υπηρεσιών ανταγωνίζονται μεταξύ τους για να προσφέρουν ευκαιρίες πρόσβασης στο ραδιοφάσμα σε δευτεροβάθμιους χρήστες. Ομοίως, οι συγγραφείς του [31], αντιμετωπίζουν το πρόβλημα των μη συνεργατικών παιγνίων προσπαθώντας να μεγιστοποιήσουν τα κέρδη τους με την προσφορά επιπλέον φασματικών πόρων σε άλλους. Τα έσοδα και οι δαπάνες για τον πρωτοβάθμια χειριστή i υπολογίζονται και στις δύο περιπτώσεις ως εξής

$$\begin{aligned} &Rev(i) = c_i M_i \\ &Cost(q_i) = c_2 M_i (BW_i^{req} - a_i \frac{W_i - q_i}{M_i})^2 \end{aligned} \qquad (5)$$

όπου c_1 και c_2 δηλώνουν βάρη για τα έσοδα και τις συναρτήσεις κόστους, αντίστοιχα, BW_i^{req} υποδηλώνει την απαίτηση εύρους ζώνης για ένα πρωτεύον χειριστή και a_i είναι η φασματική απόδοση για τον πρωτοβάθμιο χειριστή i. Mi είναι ο αριθμός των κύριων συνδέσεων. Με βάση το παραπάνω μοντέλο, ένα παίγνιο μπορεί να διατυπωθεί βάσει του ότι οι παίκτες είναι οι κύριοι χειριστές του προσφερόμενου φάσματος. Η στρατηγική τους μπορεί να είναι η τιμή ανά μονάδα φάσματος pi και, τελικά, το όφελος για κάθε χειριστή μπορεί να είναι το κέρδος (έσοδα-έξοδα) μετά την συναλλαγή του φάσματος. Τα έσοδα για κάθε χειριστή μπορεί να υπολογιστεί ως:

$$Prof_i(p) = q_i p_i + Rev_i - Cost_i \quad (6)$$

όπου p_i δηλώνει το σύνολο των τιμών που προσφέρονται από όλους τους παίκτες στο παιχνίδι και p = {p_1, …, p_N} είναι το σύνολο των τιμών. Η καλύτερη απόκριση του χειριστή i, δίνεται από ένα σύνολο από τιμές που προσφέρονται από άλλους πρωτεύοντες χειριστές.

$$p_i \text{ είναι } B_i(p_i) = \arg\max_{p_i}(Prof_i(p_i))$$

2.3.1.3 Συστήματα MIMO

Οι συντάκτες του [32] μελετούν τον χαρακτηρισμό και τη διαχείριση των παρεμβολών σε ασύρματα δίκτυα ad hoc χρήσιμοποιώντας Multiple Input Multiple Output (MIMO) τεχνικές. Σύμφωνα με αυτή την προσέγγιση, η κατανομή ισχύος στην i-σύνδεση διαμορφώνεται ως μη συνεργατικό παίγνιο χρησιμοποιώντας την απλή συνάρτηση χρησιμότητας $u_i = C_i - \gamma_i p_i$ όπου γ_i είναι ένας παράγοντας κλίμακας, έτσι ώστε οι δύο όροι στην προηγούμενη εξίσωση να έχουν τις ίδιες μονάδες, C_i είναι ο εφικτός ρυθμός μετάδοσης δεδομένων της σύνδεσης και p_i είναι η μεταδιδόμενη ισχύς της σύνδεσης. Ομοίως, στο [33] διατυπώθηκαν μη συνεργατικά παίγνια, στα οποία οι παίκτες είναι οι σύνδεσμοι και οι συναρτήσεις οφέλους είναι τα ποσοστά σε κάθε σύνδεσμο. Η λύση στο πρόβλημα θεωρείται η λύση του νερού που γεμίζει (water-filling problem) ενώ η ισορροπία Nash, σύμφωνα με τους συγγραφείς, θεωρείται ως σταθερό σημείο.

2.3.1.4 Συνεργατικές επικοινωνίες

Οι Chen και Kishore [34] ανέπτυξαν τη θεωρητική ανάλυση ενός συνεργατικού παιγνίου αποκωδικοποίησης και προώθησης συνεργατικών επικοινωνιών με πρόσθετο λευκό Gaussian θόρυβο (AWGN) και Rayleigh εξασθένησης καναλιών, όπως τα μοντέλα δύο καταστάσεων Markov. Σύμφωνα με αυτό το μοντέλο, τα τερματικά, τα οποία αποτελούν τους παίκτες, επικοινωνούν μέσω ορθογώνιων καναλιών σε ένα κοινό κόμβο προορισμό. Οι συγγραφείς προτείνουν δύο εναλλακτικές λύσεις για το όφελος: μπορεί να θεωρηθεί ίσο με την χωρητικότητα Shannon ή της αξιοπιστίας της μετάδοσης, το οποίο είναι ίσο με 1 μείον το ποσοστό λανθασμένων bits. Τα παίγνια αυτά θεωρείται ότι ελέγχονται από μια οντότητα που είτε επιβραβεύει ή τιμωρεί τους *κόμβους (αυξάνοντας ή μειώνοντας την ισχύ εκπομπής, αντίστοιχα) με βάση τη συμπεριφορά τους.*

2.3.2 Στρώμα ζεύξης δεδομένων

Εφαρμογές της θεωρίας παιγνίων που συναντάμε στο στρώμα ζεύξης δεδομένων που αφορούν το πρόβλημα ελέγχου πρόσβασης στο μέσο. Σε αυτά τα παιχνίδια, χρήστες με εγωιστική συμπεριφορά επιδιώκουν να μεγιστοποιήσουν τη χρησιμότητά τους λαμβάνοντας άδικα πρόσβαση στο κανάλι. Η δράση αυτή, όμως, μειώνει την ικανότητα άλλων χρηστών να έχουν πρόσβαση στο κανάλι.

2.3.2.1 Έλεγχος πρόσβασης στο μέσο

Ένα καλό παράδειγμα τέτοιων παιγνίων είναι το έργο των MacKenzie και Wicker [35] [36], που διαμόρφωσαν τυχαία πρόσβαση σε Aloha με σχισμές. Σύμφωνα με αυτή την περίπτωση, οι χρήστες επιθυμούν να μεταδίδουν το συντομότερο δυνατό. Ωστόσο, αν πολλοί χρήστες προσπαθούν να μεταδίδουν ταυτόχρονα, όλες οι προσβάσεις θα αποτύχουν. Επίσης, ανεπιτυχείς προσπάθειες για τη μετάδοση μπορεί να κοστίσουν. Στο Aloha με σχισμές, ο χρόνος χωρίζεται σε σχισμές και μέσα από μια συγκεκριμένη μέθοδο συγχρονισμού. Όλοι οι χρήστες γνωρίζουν πού βρίσκονται τα όρια της σχισμής. Όταν ένας χρήστης επιθυμεί να έχει πρόσβαση στο κοινόχρηστο κανάλι περιμένει μέχρι το επόμενο όριο σχισμής και στη συνέχεια προσπαθεί να μεταδώσει. Αν δύο ή περισσότεροι χρήστες προσπαθούν να μεταδίδουν στην ίδια χρονοσχισμή, οι χρήστες μπαίνουν "σε ουρά αναμονής" και πρέπει να προσπαθήσουν να επαναλάβουν τη μετάδοση σε μια μελλοντική χρονοσχισμή.

Έστω G (n) είναι το παίγνιο στο οποίο υπάρχουν επί του παρόντος n χρήστες. Σε κάθε στάδιο του G (n) κάθε ένας από τους παίκτες πρέπει να αποφασίσει κατά πόσον θα μεταδώσει (T) ή θα περιμένει (W). Αν ένας παίκτης αποφασίζει να μεταδώσει και οι υπόλοιποι αποφασίσουν να περιμένουν, ο παίκτης που μεταδίδει θα λάβει όφελος 1, και κάθε ένας από τους άλλους (n - 1) παίκτες θα παίξουν G (n-1) κατά την επόμενη περίοδο. Σε περίπτωση που είτε κανένας χρήστης δε μεταδώσει ή μεταδώσει παραπάνω *από ένας χρήστης, όλοι οι παίκτες θα παίξουν G (n), και πάλι κατά την επόμενη περίοδο. Οι παίκτες θέτουν χαμηλότερη τιμή για όφελος σε μεταγενέστερα στάδια από ότι τα τρέχοντα οφέλη. Αυτό αντιπροσωπεύεται από ένα συντελεστή προεξόφλησης ανά περίοδο $d<1$. Ας συμβολίσουμε με $u_{i,n}$ τη χρησιμότητα του παίκτη i που παίζει G (n) και ορίζουμε K να είναι μια τυχαία μεταβλητή που δηλώνει τον αριθμό των άλλων χρηστών που μεταδίδουν σε μια συγκεκριμένη χρονοσχισμή. Τότε οι συναρτήσεις χρησιμότητας για κάθε ενέργεια είναι [36]:*

$$u_{i,n}(T)=\frac{P[K=0]}{1-\delta\cdot P[K>0]},u_{i,n}(W)=\frac{\delta\cdot P[K=1]}{1-\delta\cdot P[K\neq 1]}u_{i,n-1} \quad (7)$$

Αυτό το παιχνίδι έχει συμμετρική ισορροπία Nash. Οι Simeone et al. [37] συζήτησαν το σχηματισμό παιγνίου ενός βασικού καναλιού δύο με δυο παρεμβολές με τυχαίες αφίξεις πακέτων και τυχαίας προσπελάσεις. Σε αυτό το μοντέλο, ο χρόνος είναι χωρισμένος σε σχισμές και η μετάδοση κάθε πακέτου παίρνει μια χρονοσχισμή. Ας υποθέσουμε ότι σε αυτό το μη συνεργατικό παίγνιο ο πομπός i μεταδίδει με πιθανότητα $p_i^{(1)}$ αν ο άλλος πομπός δεν έχει κανένα πακέτο στην ουρά, και $p_i^{(2)}$ το αντίθετο. Το σύνολο όλων των εφικτών πιθανοτήτων μετάδοσης ορίζεται ως

$$P_i(\mathbf{p_j})=\{\mathbf{p_i}=[p_i^{(1)}p_i^{(2)}]^T:0\leq p_i^{(1)},p_i^{(2)}\leq 1\} \quad (8)$$

Υπό τους περιορισμούς

$$p_i^{(1)}=0\Rightarrow p_i^{(2)}>0,\ p_i^{(2)}=0\Rightarrow p_i^{(1)}>0,\ p_i^{(2)}=0\Rightarrow p_j^{(2)}>0 \qquad (9)$$

Υποθέτοντας ότι η κατάσταση του συστήματος κατά την χρονοσχισμή t περιγράφεται από μια μεταβλητή S (t) που παίρνει τιμές στο σύνολο S = {S1, S2, S3, S4} = {(0, 0), (1, 0), (0, 1), (1, 1)}, όπου κάθε παρένθεση περιγράφει το ανεκτέλεστο υπόλοιπο των δύο πομπών (1 σημαίνει ότι ο πομπός έχει ένα πακέτο για μετάδοση, ενώ το 0 σημαίνει ότι δεν έχει), το όφελος μοντελοποιείται ως εξής:

$$R_i(\boldsymbol{p})=\pi_{q(i)}(\boldsymbol{p})p_i^{(1)}\rho^{(1)}+\pi_4(\boldsymbol{p})[p_i^{(2)}(1-p_j^{(2)})\rho^{(1)}+p_i^{(2)}p_j^{(2)}\rho^{(2)} \qquad (10)$$

όπου q(1) = 2, q(2) = 3 και $\pi_{q(i)}(\mathbf{p}) = P[S(t) = S_k]$, k = 1, 2, 3, 4 οι πιθανότητες σταθερής κατάστασης.

2.3.3 Στρώμα δικτύου

Οι λειτουργίες του στρώματος δικτύου περιλαμβάνουν τη δημιουργία διαδρομών και την προώθηση των πακέτων κατά μήκος των διαδρομών. Στις περισσότερες περιπτώσεις, η θεωρία παιγνίων μπορεί να εφαρμοστεί για να βοηθήσει έναν κόμβο να προσδιορίσει ποια είναι η βέλτιστη διαδρομή ή να αποφασίσει εάν θα πρέπει να προωθήσει ένα πακέτο ή όχι. Οι τελευταίες αναφέρονται ως παίγνια προώθησης. Η θεωρία παιγνίων είναι ένα πολύτιμο πλεονέκτημα στο πλαίσιο αυτό διότι ότι οι κόμβοι πρέπει να αποφασίσουν μεμονωμένα σχετικά με τις δράσεις τους, διατηρώντας παράλληλα τη γνώση για τη συμπεριφορά των άλλων. Δεδομένου ότι κάθε κόμβος επιθυμεί να διατηρήσει την ενέργειά του, προκειμένου να είναι σε θέση να στείλει όσο το δυνατόν περισσότερη κίνηση, να προωθήσει ένα πακέτο για άλλο κόμβο που δεν είναι ορθολογική, τουλάχιστον με την πρώτη ματιά.

2.3.3.1 Δρομολόγηση και προώθηση πακέτων

Τα παίγνια που διατυπώνονται εδώ είναι μη συνεργατικά και λαμβάνουν χώρα μεταξύ δύο κόμβων, συμβολίζεται ως i και -i. Παραλλαγές όπως τα Min-Max παίγνια ή παίγνια συμφόρησης αναφέρονται επίσης στο [38]. Στο πρόβλημα δρομολόγησης, οι κόμβοι – πηγές μπορούν να θεωρηθούν ως οι παίκτες στο παιχνίδι. Η δράση που διατίθεται σε κάθε παίκτη είναι το σύνολο όλων των πιθανών διαδρομών από την πηγή στον προορισμό. Στα ασύρματα ad hoc δίκτυα, για παράδειγμα, οι κόμβοι επικοινωνούν με μακρινούς προορισμούς ,χρησιμοποιώντας ενδιάμεσους κόμβους για αναμετάδοση. Δεδομένου ότι οι ασύρματοι κόμβοι έχουν περιορισμένη ενέργεια, μπορεί να μην είναι προς το συμφέρον ενός κόμβου να δέχεται πάντα αιτήσεις αναμετάδοσης. Από την άλλη πλευρά, αν όλοι οι κόμβοι να αποφασίσουν να μην καταναλώνουν ενέργεια για αναμετάδοση, τότε ο συνολικός όγκος έργου του δικτύου θα μειωθεί δραματικά. Για το λόγο αυτό, ad hoc και peer-to-peer δίκτυα λειτουργούν ενίοτε ως εκούσιας χρήσης των κοινών πόρων δίκτυα, βασιζόμενοι σ την προθυμία των χρηστών να ξοδέψουν τους δικούς τους πόρους για το κοινό καλό [39]. Στο [40] η συνάρτηση χρησιμότητας ενός τέτοιου παιχνιδιού διαμορφώνεται ως $U_j(s)=a_j(s)+\beta_j(s)$, *όπου* $a_j(s)=a_j(\sum_{i\in N, i\neq j} s_i)$ *είναι το όφελος (ή το κόστος) ενός χρήστη που προήλθε από την κοινή χρήση των πόρων των άλλων και* $\beta_j(s)=\beta_j(s_j)$ *είναι το όφελος (ή το κόστος) που* *προήλθε από την κοινή χρήση των πόρων ενός χρήστη από τους άλλους ,όπου s είναι η κοινή δράση από όλους τους παίκτες (s = 0 κοινή χρήση και s = 1, μη κοινή χρήση). Το τελευταίο μπορεί να είναι αρνητικό, δεδομένου ότι μπορεί να υπάρχει κόστος λόγω συμμετοχής στο δίκτυο (όπως η ταχύτερη εξάντληση των ενεργειακών πόρων ενός κόμβου) ή θετικό, αν υπάρχουν οικονομικά κίνητρα για συμμετοχή ή αν ο χρήστης αντλεί ικανοποίηση με αυτό τον τρόπο.*

Όσον αφορά τα παίγνια προώθησης, μια ευρεία ποικιλία συναρτήσεων χρησιμότητας έχει προταθεί στο πλαίσιο αυτό. Στην πλειονότητά τους θεωρούνται μετρήσεις όπως το ποσοστό προώθησης ενός κόμβου και η κατανάλωση ενέργειας. Για παράδειγμα, ο Δαρβίνος στο [41] μελετά το ακόλουθο όφελος, δεδομένου ότι α είναι η ανταμοιβή που λαμβάνει ένας κόμβος για την προώθηση ενός πακέτου και p_i είναι η πιθανότητα ότι ο κόμβος i χάνει ένα πακέτο.

$$u_i = 1 + \frac{1}{2a-1} p_i - \frac{2a}{2a-1} p_{-i} \qquad (11)$$

2.3.4 Στρώμα μεταφοράς

Στο στρώμα μεταφοράς, τα παιγνιοθεωρητικά μοντέλα αναπτύχθηκαν κυρίως για την ανάλυση της αποτελεσματικότητας των αλγορίθμων ελέγχου συμφόρησης. Ο έλεγχος αποφυγής συμφόρησης αφορά τον έλεγχο του φορτίου του δικτύου, περιορίζοντας την αποδοχή των συνεδριών νέων χρηστών και επιλύοντας τις ανεπιθύμητες καταστάσεις υπερφόρτωσης. Ο έλεγχος εισόδου και ο έλεγχος φορτίου αποτελούν σημαντικούς μηχανισμούς που αφορούν τη διαχείριση πόρων ραδιοεπικοινωνίας (Radio Resource Management -RRM).

2.3.4.1 Έλεγχος αποδοχής κλήσεων

Ο έλεγχος αποδοχής γίνεται κάθε φορά που μια νέα αίτηση συνεδρίας λαμβάνεται και αποφασίζει κατά πόσον θα πρέπει να διατεθούν πόροι ή να απορριφθεί λόγω έλλειψης πόρων. Βασικός στόχος του σε κυψελωτά δίκτυα κινητής τηλεφωνίας είναι να ελέγχει την αποδοχή νέων συνεδριών στο δίκτυο με στόχο τη διατήρηση του φορτίου του δικτύου σε ορισμένα όρια. Η απόφαση σχετικά με το δίκτυο που στοχεύουμε μπορεί να στηρίζεται σε οποιονδήποτε χρήστη ή σε κριτήρια του χειριστή του δικτύου [42] [43]

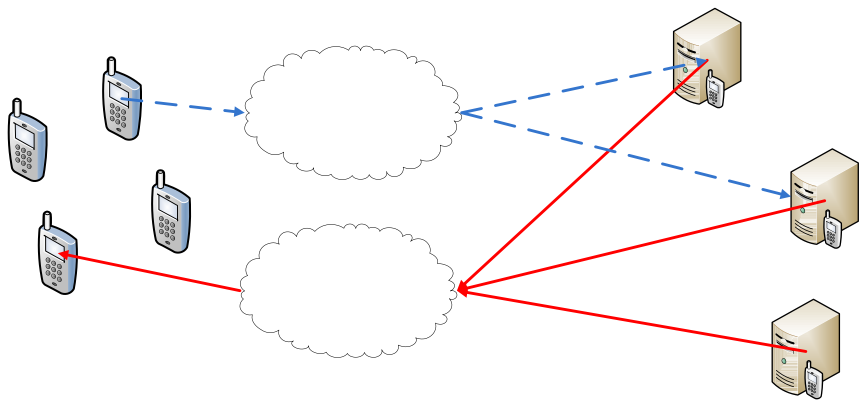
[44]. Το Σχήμα 2.4 απεικονίζει δύο διαφορετικούς τύπους αυτού του είδους παιγνίων, η οποία θα αναλυθούν σε αυτό το τμήμα.

2.3.4.1.1 Πάροχος εναντίον παρόχου (Provider vs Provider)

Σε αυτό το είδος των παιγνίων τα δίκτυα αποτελούν τους παίκτες. Ως μεμονωμένοι παίκτες στο παιχνίδι, τα δίκτυα πρόσβασης θα προσπαθήσουν να επιλέξουν το αίτημα που ταιριάζει καλύτερα στα χαρακτηριστικά τους. Ένα τέτοιο παιχνίδι μπορεί να παίζεται σε γύρους. Σε κάθε γύρο του παιγνίου τα δίκτυα πρέπει να αποφασίσουν ποιο αίτημα θα μεγιστοποιήσει το όφελός τους και στη συνέχεια να το επιλέξουν. Μόλις το αίτημα επιλεχθεί αφαιρείται από το σύνολο των αιτήσεων παροχής υπηρεσιών και το παιχνίδι επαναλαμβάνεται, έως ότου όλα τα αιτήματα επιλεχθούν. Ένα τυπικό παράδειγμα μπορεί να βρεθεί στο [45]. Το προτεινόμενο παίγνιο είναι μη-μηδενικού αθροίσματος και μη συνεργατικό, αφού ένας παίκτης δεν μπορεί να συνάψει και να εφαρμόσει συμφωνίες με τους άλλους παίκτες.

2.3.4.1.2 Πελάτης εναντίον παρόχου (Customer vs Provider)

Ο κύριος στόχος αυτών των συστημάτων είναι να μεγιστοποιήσει όχι μόνο το QoS που προσφέρονται στους πελάτες, αλλά και το κέρδος του παρόχου, επομένως προσπαθούν να πετύχουν την εξισορρόπηση των συμφερόντων των δύο μερών. Μια τέτοια προσπάθεια έχει διαμορφωθεί στα [46] [47] [48]. Οι συγγραφείς θεωρούν ότι κάθε πελάτης έχει συνάψει σύμβαση με ένα συγκεκριμένο φορέα παροχής υπηρεσιών, έτσι αποτελεί την προεπιλογή δικτύου ("σπίτι"-πάροχος). Παρ 'όλα αυτά, σε περίπτωση που οι πόροι του δικτύου είναι ανεπαρκείς, ο πελάτης είναι ελεύθερος να αναζητήσει υψηλότερο QoS σε άλλο πάροχο, δεδομένου ότι υπάρχει κάποιου είδους συμφωνία της ομοσπονδίας μεταξύ του παρόχου που επισκέφθηκε και ο και του default παρόχου, όπως στην περιαγωγή (ενδεχομένως με μικρή χρηματική ποινή).



Σχήμα 2.4. Παίγνια ελέγχου αποδοχής κλήσεων

Ας υποθέσουμε ότι υπάρχουν N χρήστες και M παροχείς υπηρεσιών, πράγμα που σημαίνει ότι κάθε χρήστης ανά πάσα στιγμή μπορεί να επιλέξει οποιονδήποτε πάροχο, και έτσι δίνει συνολικά M^N *πιθανές καταστάσεις. Κάθε συνδυασμός χρήστη-παρόχου θεωρείται ως ένα παίγνιο δύο παικτών* G_j, $1 \leq j \leq M$. *Το προτεινόμενο παιχνίδι είναι μη συνεργατικό, διότι, αφενός, οι πάροχοι υπηρεσιών επιθυμούν να μεγιστοποιήσουν τα έσοδά τους και, αφετέρου, οι χρήστες επιθυμούν να μεγιστοποιήσουν την ποιότητα των υπηρεσιών που λαμβάνουν, διατηρώντας ταυτόχρονα τις δαπάνες όσο το δυνατόν χαμηλότερα. Δεδομένου ότι αυτοί οι δύο στόχοι είναι προφανώς αντιφατικοί, οι παίκτες δεν έχουν το παραμικρό κίνητρο για να συνεργαστούν. Το παίγνιο είναι επίσης μη μηδενικού αθροίσματος, εφόσον η αύξηση του οφέλους ενός παίκτη δεν σημαίνει μείωση του οφέλους του άλλου παίκτη.*

Το έσοδο του χρήστη εκφράζει σε νομισματική αξία την ποιότητα των υπηρεσιών που προσφέρονται σ 'αυτόν, λαμβάνοντας υπόψη το κόστος, μπορεί να μοντελοποιηθεί ως $R = U \cdot q - C$, *όπου U εκφράζει τη συνάρτηση χρησιμότητας του πελάτη, q είναι ένας σταθερός συντελεστής που αποτυπώνει τη χρηστική αξία σε νομισματική αξία και C είναι το κόστος της υπηρεσίας από τη μεριά του πελάτη [46] [47] [48]. Είναι επίσης δεδομένο ότι το σύστημα τιμολόγησης του παρόχου λαμβάνει υπόψη το επίπεδο QoS που προσφέρεται στους πελάτες, πράγμα που σημαίνει ότι ο πελάτης πληρώνει ένα ποσό ανάλογο με το επίπεδο του QoS που λαμβάνει.*

Στη βιβλιογραφία, στις περισσότερες περιπτώσεις, η ικανοποίηση των χρηστών εκφράζεται μέσω της χρησιμότητας. Για παράδειγμα, στο [25], η χρησιμότητα έχει προσεγγιστεί από μια σιγμοειδή συνάρτηση ως $U = \frac{1}{1+e^{-a(b-Pb)}}$ *όπου* P_b, *όπου είναι η* *πιθανότητα δέσμευσης του πακέτου και a,b είναι σταθερές που καθορίζουν την κλίση και το κέντρο της καμπύλης. Ακριβείς συναρτήσεις χρησιμότητας μπορούν να ληφθούν με δοκιμές στο πεδίο αυτό και στατιστικά από τους χρήστες.*

Όσον αφορά τη λύση του παιγνίου που θεωρούμε, διακρίνονται δύο περιπτώσεις. Υποθέτοντας την περίπτωση κατά την οποία το σύστημα δεν είναι γεμάτο, το αίτημα των χρηστών θα γίνεται δεκτό και η πιθανότητα ο πελάτης να φύγει είναι κοντά στο μηδέν. Σε αυτή την περίπτωση υπάρχει μια ισορροπία Nash, όταν ο πάροχος υπηρεσιών αποδέχεται το αίτημα, ενώ ο χρήστης παραμένει στον πάροχο. Αν υποθέσουμε τώρα την περίπτωση που το σύστημα έχει φορτωθεί σε κάποιο βαθμό ή ακόμη ότι είναι υπερφορτωμένο, το αίτημα του χρήστη μπορεί να μη γίνει δεκτό και η πιθανότητα ο πελάτης να φύγει είναι μη μηδενική. Ακόμη και σε αυτή την περίπτωση, υπάρχει επίσης μια καθαρή στρατηγική ισορροπία Nash η οποία εξαρτάται από τη σχέση μεταξύ ορισμένων όρων στα οφέλη. Το νέο αίτημα γίνεται αποδεκτό εάν τα έσοδα από την αποδοχή της αίτησης είναι μεγαλύτερα από την ενδεχόμενη απώλεια εσόδων αν ο χρήστης φύγει. Σε αντίθετη περίπτωση, ο πάροχος είναι καλύτερα να απορρίψει το αίτημα.

2.3.4.2 Έλεγχος φορτίου

Το σύστημα που περιγράφηκε προηγουμένως για τον έλεγχο αποδοχής κλήσεων έχει επίσης επεκταθεί και για τον έλεγχο φορτίου στο [48]. Η κύρια διαφορά είναι ότι αυτό το παίγνιο παίζεται περιοδικά, ενώ οι συνεδρίες εκτελούνται. Μέσω αυτής της διαδικασίας είναι δυνατόν να τερματιστούν συνεδρίες που καταναλώνουν άπληστα τους πόρους του συστήματος, που προκαλούν με αυτόν τον τρόπο υποβάθμιση του QoS που προσφέρεται στους υπόλοιπους πελάτες και μειώνουν έτσι τα συνολικά έσοδα του παρόχου. Επιπλέον, οι πελάτες μη όντας ικανοποιημένοι έχουν την ευκαιρία να αναζητήσουν πιο αποτελεσματικά δίκτυα, με βάση τις προτιμήσεις τους.

Σύμφωνα με αυτό το σύστημα, αν η QoS τουλάχιστον ενός τύπου υπηρεσίας βρεθεί κάτω από το όριο αποδοχής, τότε το παγκόσμιο παίγνιο ελέγχου φορτίου ενεργοποιείται, κατά την οποία παίζονται παιχνίδια μεταξύ του παρόχου και όλων των τρεχουσών συνεδριών. Αυτό το παιχνίδι μπορεί να οδηγήσει είτε στην απογοήτευση των πελατών με αποτέλεσμα να αφήσουν τον πάροχο ή ο πάροχος να σταματήσει τη συνεργασία με ασύμφορους πελάτες. Σε περίπτωση που κάποιος αποφασίσει ότι η *σύνδεση θα πρέπει να τερματιστεί, τότε η συνεδρία τελειώνει και ο πελάτης προωθείται σε άλλο φορέα παροχής υπηρεσιών. Ποινή επιβάλλεται μόνο εάν ο πελάτης επιλέγει να φύγει πρόθυμα. Από την άλλη πλευρά, αν το παγκόσμιο παιχνίδι δεν ενεργοποιηθεί και μία τουλάχιστον συνεδρία παρουσιάζει μια QoS κάτω από το όριο αποδοχής, τότε ενεργοποιείται. το τοπικό παίγνιο ελέγχου φορτίου. Στην περίπτωση αυτή, το παίγνιο παίζεται μεταξύ του παρόχου και κάθε συνεδρίας, που προκάλεσε το παίγνιο, αφήνοντας τις άλλες συνεδρίες ανεπηρέαστες. Αυτό το είδος του παιγνίου μπορεί επίσης να οδηγήσει ορισμένες συνεδρίες να τερματιστούν.*

2.3.4.3 Επιλογή κυψέλης

Η επιλογή κυψελών είναι υπεύθυνη για την εξασφάλιση της απαιτούμενης QoS σε ένα κινητό που καλύπτεται από ένα σταθμό βάσης με αρκετά καλή ποιότητα. Ο στόχος των διαδικασιών επιλογής κυψέλης είναι ο καθορισμός του βέλτιστου σταθμού βάσης. Οι Gao et al. [49], διατύπωσαν το πρόβλημα επιλογής κυψέλης ως παίγνιο δύο βαθμίδων. Στην πρώτη βαθμίδα, δηλαδή, στο διακυψελικό παίγνιο, τα κινητά επιλέγουν την κυψέλη, σύμφωνα με τη βέλτιστη στρατηγική επιλογή κυψελών που προέρχεται από το αναμενόμενο όφελος. Στη δεύτερη βαθμίδα, δηλαδή, σε ενδο-κυψελικό παίγνιο, το κινητό επιλέγει την κατάλληλη συχνότητα από τους πόρους της κυψέλης στην οποία εξυπηρετείται για να επιτύχει το μέγιστο όφελος.

Αναφορές Κεφαλαίου 2

[1].R. Trestian, O. Ormond and G-M. Muntean, "Game Theory-based Network Selection: Solutions and Challenges", IEEE Communication Survey and Tutorials, accepted 2012.

[2] K. Fahimullah and S. Hassan, "Game-Theory based Wireless Access Point Selection scheme," in IEEEP Silver Jubilee International Multi-topic Symposium (SIMTS), 2010.

[3] F. Fu and M. van der Schaar, "Noncollaborative Resource Management for Wireless Multimedia Applications Using Mechanism Design," IEEE Transactions on Multimedia, 9, no. 4, pp. 851-868, 2007.

[4]S. Frattasi and H. Fathi and F.H.P. Fitzek, "4G: A User-Centric System ", 2006. Kluwer - Wireless Personal Communications Journal (WPC) - Special Issue on Advances in Wireless Communications: Enabling Technologies for 4G.

[5]J. Antoniou et al., "Access network synthesis game in next generation networks," Comput. Netw. 53, no. 15, pp.2716-2726, 2009.

[6] S. Vassaki, A.D. Panagopoulos, and P. Constantinou, "Bandwidth allocation in wireless access networks:Bankruptcy game vs cooperative game," in International Conference on Ultra Modern Telecommunications

[7] M. Chatterjee, H. Lin, and S. K. Das, "Non-Cooperative Games for Service Differentiation in CDMA Systems," Mobile Networks and Applications 10, no. 6, 2005.

[8] M. A. Khan et al., "Game-Theory Based User Centric Network Selection with Media Independent Handover
Services and Flow Management," in Eighth Annual Research Conference on Communication Networks and Services (CNSR), , 2010.

[9] H. Pervaiz and J. Bigham, "Game Theoretical Formulation of Network Selection in Competing Wireless
Networks: An Analytic Hierarchy Process Model," in Third International Conference on Next Generation Mobile Applications, Services and Technologies, NGMAST, 2009.

[10] D. Niyato and E. Hossain, "A Noncooperative Game-Theoretic Framework for Radio Resource Management in 4G Heterogeneous Wireless Access Networks," IEEE Transactions on Mobile Computing, no. 3, 2008.

[11] K. Zhu, D. Niyato, and P. Wang, "Network Selection in Heterogeneous Wireless Networks: Evolution with Incomplete Information," in IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC), pp.1-6, 2010.

[12] D. E. Charilas, A. D. Panagopoulos, P. Vlacheas, O. I. Markaki, and P. Constantinou, "Congestion Avoidance Control through Non-cooperative Games between Customers and Service Providers, ", MOBILIGHT, pp. 53-62,
2009.

[13] J. Antoniou et al., "Cooperative user-network interactions in next generation communication networks,"Elsevier Computer Networks, vol. 54, no. 13, pp. 2239-2255, 2010.

[14] M.A. Khan et al., "Cooperative game theoretic approach to integrated bandwidth sharing and allocation," in International Conference on Game Theory for Networks, (GameNets), pp. 1-9, 2009.

[15] Mung Chiang, Prashanth Hande, Tian Lan, Chee Wei Tan. Power Control in WirelessCellular Networks. Nov, 2008.

[16] Fredrik Gunnarsson. Power Control in Wireless Networks, Characteristics and

Fundamentals. Dept. of Electrical Engineering, Linkoping universitet (Sweden).
[17] http://en.wikipedia.org/wiki/Power_control
[18]D. Goodman and M. Mandayam, "Power control for wireless data," in IEEE International Workshop on Mobile Multimedia Communications, 1999, pp. 55–63.
[19]JE Suris, LA DaSilva, Z Han, AB MacKenzie, "Cooperative Game Theory for Distributed Spectrum Sharing", IEEE International Conference on Communications, 2007
[20]Allen B. MacKenzie, Stephen B. Wicker, "Game Theory in Communications: Motivation, Explanation and Application to Power Control", IEEE Global Telecommunications Conference, 2001.
[21]S Gunturi, F Paganini, T Instruments, I Bangalore, "Game theoretic approach to power control in cellular CDMA", Vehicular Technology Conference, 2003. VTC 2003-Fall. 2003.
[22]Zhu Han, Zhu Ji, and K. J. Ray Liu, "Non-Cooperative Resource Competition Game by Virtual Referee in Multi-Cell OFDMA Networks", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Volume 25, Issue 6, August 2007 Page(s):1079 – 1090.
[23] Allen B. MacKenzie, Stephen B. Wicker. Game Theory in Communications: Motivation,Explanation, and Application to Power Control. IEEE, 2001.
[24]R. Menon, A. B. MacKenzie, J. Hicks, R. M. Buehrer, J. H. Reed, "A Game-Theoretic Framework for Interference Avoidance", IEEE Transactions on Communications, Vol. 57 (4), pp. 1087-1098, April 2009.
[25]Zhu Han, Zhu Ji, K. J. Ray Liu, "Non-Cooperative Resource Competition Game by Virtual Referee in Multi-Cell OFDMA Networks", IEEE Journal on Selected Areas of Communications, Vol. 25 (6), pp. 1079-1090, Augoust 2007.
[26]Lan Wang, Yisheng Xue, Egon Schulz, "Resource allocation in multi-cell OFDM systems based on non-cooperative game", The 17th Annual IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 2006.
[27]Dusit Niyato, Ekram Hossain, "Competitive Spectrum Sharing in Cognitive Radio Networks: A Dynamic Game Approach", IEEE Transactions on Wireless Communications, Vol. 7 (7), July 2008.
[28]Zhu Ji and K. J. Ray Liu, "Dynamic Spectrum Sharing: A Game Theoretical Overview", IEEE Communications Magazine, vol. 45, no. 5, pp. 88–94, May 2007.
[29]A. Leshem and E. Zehavi, "Cooperative game theory and the Gaussian interference channel," IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol. 26, pp. 1078–1088, September 2008.

[30]Dusit Niyato, Ekram Hossain, "Competitive Pricing for Spectrum Sharing in Cognitive Radio Networks: Dynamic Game, Inefficiency of Nash Equilibrium, and Collusion", IEEE Journal on Selected Areas of Communications, Vol. 26 (1), January 2008.

[31]Mehdi Bennis, Juan Lara, "Non-Cooperative Operators in a Game-Theoretic Framework", IEEE 19th International Symposium on Personal Indor Mobile Radio Communications (PIMRC), September 2008.

[32]C. Liang, K. R. Dandekar, "Power management in MIMO ad hoc networks: a game-theoretic approach", IEEE Trans.actions on Wireless Communications, Vol. 6 (4), pp. 2839-2848, April 2007.

[33]Gesualdo Scutari, Daniel P. Palomar, Sergio Barbarossa, "Competitive Design of Multiuser MIMO Systems Based on Game Theory: A Unified View", IEEE Journal on Selected Areas In Communications, Vol. 26 (7), pp. 1089-1103, September 2008.

[34]Yingda Chen, Shalinee Kishore, "A game-theoretic analysis of decode-and-forward user cooperation", IEEE Transactions on Wireless Communications, vol. 7, (5), pp. 1941–1951, 2008.

[35]Allen B. MacKenzie, Luiz A. DaSilva, "Game Theory for Wireless Communications", Morgan and Claypool Publishers, 2006.

[36]Allen B. MacKenzie and Stephen B. Wicker, "Game Theory and the Design of Self-Configuring, Adaptive Wireless Networks" , IEEE Communications Magazine, November 2001,pp 126-131.

[37]Simeone O., Bar-Ness Y., "A Game-Theoretic View on the Interference Channel with Random Access", 2nd IEEE International Symposium on New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks, 2007.

[38]Fotini-Niovi Pavlidou, Georgios Koltsidas, "Game Theory for Routing Modeling in Communication Networks - A Survey", Journal of Communications and Networks, Vol. 10 (3), pp. 268-286, September 2008.

[39]V. Srivastava, J. A. Neel, A. B. MacKenzie, J. E. Hicks, L. A. DaSilva, J. H. Reed, and R. P. Gilles, "Using Game Theory to Analyze Wireless Ad Hoc Networks," IEEE Communications Surveys and Tutorials, vol. 7, no. 5, Fourth Quarter 2005.

[40]Luiz A. DaSilva and Vivek Srivastava, "Node Participation in Ad Hoc and Peer-to-Peer Networks :A Game-Theoretic Formulation" in Workshop on Games and Emergent Behavior in Distributed Computing Environments, Birmingham, U K, September 2004.

[41]Juan Jos Jaramillo, R. Srikant, "DARWIN: distributed and adaptive reputation mechanism for wireless ad-hoc networks", 13th ACM international conference on Mobile computing and networking, 2007.

[42]Ormond O., Murphy J., Muntean G.-M, "Utility-based Intelligent Network Selection in Beyond 3G Systems", IEEE International Conference on Communications , 2006.

[43]D. Charilas, O. Markaki, D. Nikitopoulos and M. Theologou, "Packet-Switched Network Selection with the Highest QoS in 4G Networks", Elsevier Computer Networks, Volume 52, Issue 1, 18 January 2008, Pages 248-258.

[44]J.Arkko, B. Aboba, J. Korhonen, Ed., F. Bari, "Network Discovery and Selection Problem", RFC5113, January 2008.

[45]Dimitris E. Charilas, Ourania I. Ourania Markaki, Panagiotis Vlacheas, "Admission Control as a Non-cooperative Multi-Stage Game between Wireless Networks", 16th International Workshop on Systems, Signals and Image Processing (IWSSIP'09), June 2009, Chalkida, Greece.

[46]H. Lin et al., "ARC: An Integrated Admission and Rate Control Framework for Competitive Wireless CDMA Data Networks Using Noncooperative Games", IEEE Trans. Mobile Comp., vol. 4, no. 3, May–June 2005, pp. 243–58.

[47]P. Vlacheas, D. Charilas, E. Tragos, O. Markaki, "Maximizing Quality of Service for Customers and Revenue for Service Providers through a Noncooperative Admission Control Game", ICT Mobile Summit 2008, June 2008, Stockholm.

[48]Dimitris E. Charilas, Athanasios D. Panagopoulos, Panagiotis Vlacheas, Ourania I. Markaki and Philip Constantinou, "Congestion avoidance control through non-cooperative games between customers and service providers", The 1st International Conference on Mobile Lightweight Wireless Systems (Mobilight 2009), May 2009, Athens, Greece.

[49]Lin Gao, Youyun Xu, Xinbing Wang, and Athanasios V. Vasilakos "A Game Approach for Cell Selection and Resource Allocation in Heterogeneous Wireless Networks", to be published in IEEE/ACM Transactions on Networking.

Κεφάλαιο 3: Εφαρμογές Συνεργατικής Θεωρίας Παιγνίων σε Ασύρματα Δίκτυα

3.1 Εισαγωγή

Η θεωρία παιγνίων παρέχει ένα επίσημο αναλυτικό πλαίσιο με μια σειρά από μαθηματικά εργαλεία για τη μελέτη των πολύπλοκων αλληλεπιδράσεων μεταξύ ορθολογικών παικτών. Κατά τη διάρκεια των τελευταίων δεκαετιών, η θεωρία παιγνίων έχει αποτελέσει επανάσταση σε μεγάλο αριθμό κλάδων όπως είναι η μηχανική, η οικονομία, οι πολιτικές επιστήμες, η φιλοσοφία, ή ακόμα και η ψυχολογία [1]. Τα τελευταία χρόνια, ένα μεγάλο κομμάτι των ερευνητικών δραστηριοτήτων αφορά την εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων στην ανάλυση των δικτύων επικοινωνιών.

Αυτό οφείλεται κυρίως: (i) Στην ανάγκη ανάπτυξης αυτόνομων, κατανεμημένων και ευέλικτων δικτύων κινητής τηλεφωνίας, όπου οι συσκευές δικτύου μπορούν να σχεδιάσουν ανεξάρτητες και ορθολογικές στρατηγικές αποφάσεων, (ii) Στην ανάγκη χαμηλής πολυπλοκότητας κατανεμημένων αλγορίθμων που μπορούν να παραστήσουν αποτελεσματικά ανταγωνιστικά ή συνεργατικά σενάρια μεταξύ των οντοτήτων του δικτύου.

Σε γενικές γραμμές, η θεωρία παιγνίων μπορεί να χωριστεί σε δύο κλάδους: μη συνεργατικής [2] και συνεργατικής θεωρίας παιγνίων [1], [3]. Η μη συνεργατική θεωρία παιγνίων μελετά τις στρατηγικές επιλογές που προκύπτουν από τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ ανταγωνιστικών παικτών, όπου κάθε παίκτης επιλέγει τη στρατηγική του ανεξάρτητα με σκοπό να βελτιώσει τη χρησιμότητά του ή να μειώσει τις απώλειές του (το κόστος του). Για την επίλυση των μη συνεργατικών παιγνίων, υπάρχουν διάφορες έννοιες, όπως η περίφημη ισορροπία Nash [2]. Το μεγαλύτερο μέρος της έρευνας στα δίκτυα επικοινωνιών επικεντρώνεται στη χρήση των μη *συνεργατικών παιγνίων σε διάφορες εφαρμογές, όπως η κατανομή των πόρων [4], [5], ο έλεγχος της κυκλοφοριακής συμφόρησης [6], ο έλεγχος ισχύος [7], η τιμολόγηση των υπηρεσιών [8], η κοινή χρήση του ραδιοφάσματος [9], μεταξύ άλλων. Αυτή η ανάγκη της εφαρμογής της θεωρίας παιγνίων σε μη συνεργατικά παίγνια οδήγησαν στην συγγραφή πολυάριθμων σεμιναρίων και βιβλίων που περιγράφουν τις έννοιές της και τη χρήση της στις τηλεπικοινωνίες, π.χ., [10], [11].*

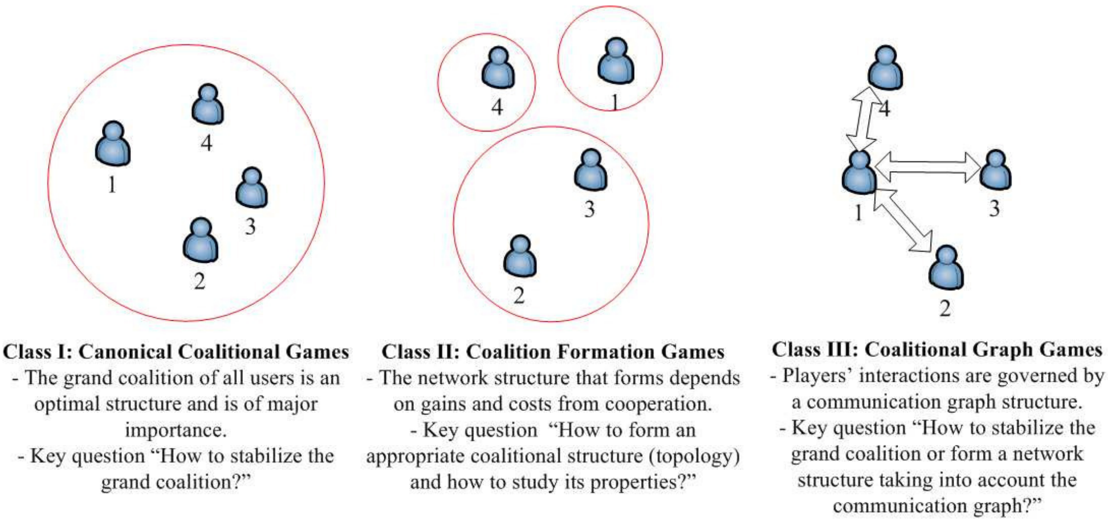
Ενώ η μη συνεργατική θεωρία παιγνίων μελετά ανταγωνιστικά σενάρια, η συνεργατική θεωρία παιγνίων παρέχει αναλυτικά εργαλεία για να μελετηθεί η συμπεριφορά των ορθολογικών παικτών όταν συνεργάζονται. Ο κεντρικός κλάδος των συνεργατικών παιγνίων περιγράφει τον σχηματισμό συνεργαζόμενων ομάδων παικτών, που αναφέρονται ως συνασπισμοί [1], με τους οποίους μπορεί να ενισχυθεί η θέση των παικτών στο παιχνίδι. Σε αυτό το κεφάλαιο , περιορίζουμε την προσοχή μας σε παίγνια συνασπισμών αν και κάποιες άλλες αναφορές μπορούν να περιλάβουν και άλλα είδη παιγνίων, όπως διαπραγματεύσεις, που μπορούν να περιληφθούν στα συνεργατικά παίγνια. Παίγνια συνασπισμών έχουν επίσης ευρέως διερευνηθεί σε διάφορους κλάδους, όπως η οικονομία ή η πολιτική επιστήμη. Πρόσφατα, η συνεργασία έχει αναδειχθεί ως ένα νέο πρότυπο δικτύωσης που έχει αξιοσημείωτη όσον αφορά τη βελτίωση της απόδοσης από το φυσικό επίπεδο [12], [13] ως τα ανώτερα στρώματα δικτύωσης [4]. Ωστόσο, η εφαρμογή της συνεργασίας σε μεγάλης κλίμακας δίκτυα επικοινωνίας αντιμετωπίζει αρκετές προκλήσεις, όπως η επαρκής μοντελοποίηση, η αποτελεσματικότητα, η πολυπλοκότητα, και η δικαιοσύνη μεταξύ τους. Τα παίγνια συνασπισμών μπορούν να αποδειχθούν ένα πολύ ισχυρό εργαλείο για το σχεδιασμό δίκαιων, ισχυρών, πρακτικών, και αποτελεσματικών στρατηγικών συνεργασίας σε δίκτυα επικοινωνιών.

Σε αυτό το κεφάλαιο έχουμε ως στόχο να αναφερθούμε στις εφαρμογές των παιγνίων συνασπισμών στο κομμάτι των τηλεπικοινωνιών. Έτσι, ο στόχος είναι να αναφερθούμε στη συνεισφορά της έρευνας της θεωρίας παιγνίων στο χώρο των τηλεπικοινωνιών, που αφορούν τις μεγάλες ευκαιρίες και προκλήσεις όσον αφορά την εφαρμογή των παιγνίων συνασπισμών για την καλύτερη κατανόηση και σχεδιασμό των σύγχρονων συστημάτων επικοινωνίας, με έμφαση σε νέες τεχνικές ανάλυσης και νέα σενάρια εφαρμογών. Μια αδιάκοπη ανάπτυξη στη διεθνή έρευνα περιστρέφεται γύρω από τη συνεργασία, την αυτο-οργάνωση και τη δικαιοσύνη στα δίκτυα επικοινωνιών.

Από τη μελέτη της βιβλιογραφίας για παίγνια συνασπισμών και τις εφαρμογές επικοινωνίας η οποία είναι σχετικά μικρή, προτείνεται μια νέα ταξινόμηση των παιγνίων συνασπισμών που επιτρέπει την ομαδοποίηση των διαφόρων τύπων παιγνίων σε μία τάξη που βασίζεται σε διάφορες ιδιότητες του παιγνίου. Ως εκ τούτου, έχουμε οργανώσει τα παίγνια συνασπισμών σε τρεις διακριτές κατηγορίες:

1) Κατηγορία I: Κανονικά παίγνια συνασπισμών.
2) Κατηγορία II: Σχηματισμοί παιγνίων συνασπισμών.
3) Κατηγορία III: Γραφικά παίγνια συνασπισμών.

Η ταξινόμηση αυτή έγινε για να προσεγγίσουμε καλύτερα τις εφαρμογές των παιγνίων συνασπισμών και φαίνεται στο Σχήμα 3.1. Τα βασικά χαρακτηριστικά από αυτές τις κατηγορίες θα συνοψίσουμε στη συνέχεια και στο επόμενο κεφάλαιο θα ασχοληθούμε με τις εφαρμογές των κανονικών παιγνίων συνασπισμών που είναι η πιο δημοφιλής κατηγορία.



Σχήμα 3.1 Νέα ταξινόμηση των συνεργατικών παιγνίων συνασπισμών

3.1.1 Κύριες Ιδιότητες των κανονικών παιγνίων συνασπισμών

Τα κανονικά παίγνια συνασπισμών είναι η πιο δημοφιλής κατηγορία της θεωρίας παιγνίων συνασπισμών. Ως εκ τούτου, στην κατηγορία αυτή αναφέρονται τα εργαλεία που χρησιμοποιούνται ευρέως στη θεωρία παιγνίων συνασπισμών, πλήρως *επισημοποιημένα, και έχουν σαφείς λύσεις. Για την ταξινόμηση ενός παιγνίου ως κανονικού, οι κύριες απαιτήσεις είναι οι εξής:*

1) Το παίγνιο συνασπισμών να είναι χαρακτηριστικής μορφής (TU ή NTU).
2) Η συνεργασία, δηλαδή, ο σχηματισμός των μεγάλων συνασπισμών, είναι πάντα ωφέλιμος. Ως εκ τούτου, σε κανονικά παίγνια οι παίκτες που δε δημιουργούν ομάδα είναι σε χειρότερη θέση από αυτούς που συμμετέχουν σε συνασπισμούς. Αυτό αναφέρεται στη μαθηματική ιδιότητα της προσαύξησης (superadditivity).
3) Οι βασικοί στόχοι του κανονικού παιγνίου είναι οι εξής: (i) να μελετήσει τις ιδιότητες και τη σταθερότητα του μεγάλου συνασπισμού, δηλαδή, τη συμμαχία όλων των παικτών στο παίγνιο, και (ii) να μελετήσει τα κέρδη που προκύπτουν από τη συνεργασία με αμελητέο ή καθόλου κόστος, καθώς και τη διανομή των κερδών αυτών κατά τρόπο δίκαιο για τους παίκτες.

Οι δύο πρώτες προϋποθέσεις για την κατηγοριοποίηση ενός παιγνίου ως κανονικό αφορούν τις μαθηματικές ιδιότητες του παιγνίου. Κατ 'αρχάς, κάθε κανονικό παιγνίου πρέπει να έχει χαρακτηριστική μορφή. Δεύτερον, το παίγνιο πρέπει να έχει την ιδιότητα της προσαύξησης (superadditivity), η οποία ορίζεται ως

$$\upsilon(S_1 \cup S_2) \supset \{ x \in R^{S1 \cup S2} \mid (x_i)_{i \in S1} \in \upsilon(S_1), (x_j)_{j \in S2} \in \upsilon(S_2)\} \; \forall S_1 \subset N, S_2 \subset N, \; S_1 \cap S_2 = \emptyset \qquad (1)$$

όπου x είναι η πληρωμή της κατανομή για το συνασπισμό $S_1 \cup S_2$. *Η ιδιότητα της προσαύξησης αφορά το ότι, δεδομένου ότι έχουμε δύο ξένους συνασπισμούς* S_1 και S_2 *και S2, αν σχηματιστεί ο συνασπισμός* $S_1 \cup S_2$, *τότε μπορεί να δώσει στα μέλη του κάθε κατανομή που θα μπορούσε να πετύχει κάθε συνασπισμό* S_1 και S_2 *ξεχωριστά. Ο ορισμός (1) χρησιμοποιείται σε περίπτωση NTU. Για ένα παίγνιο TU, η ιδιότητα της προσαύξησης ορίζεται [1] ως*

$$\upsilon(S_1 \cup S_2) \geq \upsilon(S_1) + \upsilon(S_2) \; \forall S_1 \subset N, S_2 \subset N, \; S_1 \cap S_2 = \emptyset . \qquad (2)$$

Από τη (2), η έννοια του παιγνίου με την ιδιότητα προσαύξησης μπορεί να είναι καλύτερα κατανοητή. Απλά, ένα παίγνιο έχει αυτήν την ιδιότητα αν η συνεργασία, δηλαδή, ο σχηματισμός ενός μεγάλου συνασπισμού από ξένους συνασπισμούς, εγγυάται *τουλάχιστον την αξία που προκύπτει από τον κάθε συνασπισμό ξεχωριστά. Το σκεπτικό είναι ότι μέσα σε ένα συνασπισμό, οι παίκτες μπορούν πάντα να επανέλθουν στη μη συνεργάσιμη συμπεριφορά τους για να αποκτήσουν τις απολαβές που θα είχαν αν δε συνεργάζονταν. Έτσι, σε ένα τέτοιο παίγνιο, η συνεργασία είναι πάντα ωφέλιμη. Λόγω της ιδιότητας αυτής στα κανονικά παίγνια, είναι το κοινό όφελος των παικτών να σχηματίσουν πάντα τον μεγάλο συνασπισμό N, δηλαδή, τη συμμαχία όλων των παικτών, αφού η πληρωμή που λαμβάνει από υ(N) είναι τουλάχιστον τόσο μεγάλη όσο η πληρωμή που λαμβάνει από τους παίκτες σε κάθε ξεχωριστό σύνολο συνασπισμών που θα μπορούσαν να αποτελέσουν. Ο σχηματισμός του μεγάλου συνασπισμού κανονικά παίγνια προϋποθέτει ότι η κύρια έμφαση δίνεται στη μελέτη των ιδιοτήτων αυτού του μεγάλου συνασπισμού.*

Δύο βασικές πτυχές έχουν σημασία σε κανονικά παίγνια: (i) Εύρεση της κατανομής της πληρωμής που εγγυάται ότι καμία ομάδα παικτών δεν έχει κίνητρο για να εγκαταλείψει το μεγάλο συνασπισμό έτσι ώστε να έχουμε έναν σταθερό μεγάλο συνασπισμό και (ii) την εκτίμηση ότι τα κέρδη που ο μεγάλος συνασπισμός μπορεί να επιτύχει, καθώς και τα κριτήρια της δικαιοσύνης που πρέπει να χρησιμοποιούνται για την κατανομή των κερδών αυτών έτσι ώστε να έχουμε έναν δίκαιο μεγάλο συνασπισμό. Για την επίλυση των συνασπισμών σε κανονικά παίγνια, η βιβλιογραφία παρουσιάζει μια σειρά από έννοιες [1], [3] όπως ο πυρήνας και η αξία Shapley που προσδιορίζονται παρακάτω.

Η πιο γνωστή λύση για παίγνια συνασπισμών και ειδικότερα τα κανονικά παίγνια είναι ο πυρήνας [1],[3]. Ο πυρήνας ενός κανονικού παιγνίου είναι άμεσα συνδεδεμένος με τη σταθερότητα του μεγάλου συνασπισμού. Σε ένα κανονικό παίγνιο συνασπισμών (N, v), λόγω της ιδιότητας προσαύξησης (superadditvity), οι παίκτες έχουν κίνητρο να διαμορφώσουν τον μεγάλο συνασπισμό N. Έτσι ο πυρήνας του κανονικού παιγνίου είναι το σύνολο των κατανομών πληρωμών που εγγυάται ότι καμία ομάδα παικτών δεν έχει κίνητρο για να εγκαταλείψουν τον N, προκειμένου να διαμορφώσουν μια άλλη συμμαχία S ⊂ N. Για ένα TU παίγνιο, δεδομένου του μεγάλου συνασπισμού N, ένα διάνυσμα πληρωμής $x \in R^N$ *(N = |N|) για το χωρισμό υ(N) είναι ορθολογική ομάδα αν* $\sum_{\iota \in N} x_i$ *= υ(N). Το διάνυσμα πληρωμής x είναι ατομικά ορθολογικά αν κάθε παίκτης μπορεί να αποκομίσει κέρδη όχι λιγότερο από το να λειτουργούσε μεμονωμένα, δηλαδή* $x_i. \geq \upsilon(\{i\}), \forall\, i$ *. Η απόδοση είναι ένα διάνυσμα πληρωμής που ικανοποιεί τις* *παραπάνω δύο προϋποθέσεις. Έχοντας προσδιορίσει την απόδοση, ο πυρήνας μπορεί να οριστεί ως*

$C_{TU} = \{x : \sum_{i \in N} x_i = \upsilon(N)$ *και* $\sum_{\iota \in N} x_i \geq \upsilon(S)\ \forall\ S \subseteq N\}$ (3)

Ως λύση, ο πυρήνας πάσχει από τρία κύρια μειονεκτήματα: (i) Ο πυρήνας μπορεί να είναι άδειος, (ii) ο πυρήνας μπορεί να είναι αρκετά μεγάλος, ως εκ τούτου, επιλέγοντας μια κατάλληλη κατανομή πυρήνα μπορεί να είναι δύσκολη, και (iii) σε πολλά σενάρια, οι κατανομές που βρίσκονται στον πυρήνα μπορεί να είναι άδικοι για έναν ή περισσότερους παίκτες. Αυτά τα μειονεκτήματα κινητοποίησαν την έρευνα σε αναζήτηση μιας λύσης η οποία έννοια μπορεί να συνδέσει με κάθε παίγνιο συνασπισμών (N, υ) ένα μοναδικό διάνυσμα πληρωμής γνωστό ως η αξία του παιγνίου (η οποία είναι αρκετά διαφορετική από την αξία ενός συνασπισμού). O Shapley προσέγγισε το πρόβλημα αυτό αξιωματικά με τον καθορισμό ενός συνόλου από επιθυμητές ιδιότητες και έχει χαρακτηριστεί μια χαρτογράφηση μοναδική φ που μπορεί να ικανοποιεί αυτά τα αξιώματα, αργότερα γνωστή ως αξία Shapley [1]. Η αξία Shapley είχε ουσιαστικά οριστεί για την TU παίγνια, όμως επεκτάσεις σε NTU παίγνια υπάρχουν.

O Shapley πρότεινε τα παρακάτω τέσσερα αξιώματα Φ_i *είναι η πληρωμή που δίνεται στον παίκτη i από την αξία Shapley φ.*

1) Αξίωμα αποτελεσματικότητας: $\sum_{i \in N} \varphi_i(\upsilon) = \upsilon\,(N)$
2) Αξίωμα Συμμετρίας: Αν ο παίκτης i και ο παίκτης j είναι τέτοιοι που $\upsilon(S \cup \{i\}) = \upsilon(S \cup \{j\})$ *για κάθε συνασπισμό S που δεν περιέχουν τον παίκτη i και τον παίκτη j, τότε* $\varphi_i(\upsilon) = \varphi_j(\upsilon)$.
3) Αξίωμα ομοιώματος: Αν ο παίκτης i είναι τέτοιος ώστε $\upsilon(S) = \upsilon(S \cup \{i\})$ *για κάθε συνασπισμό S που δεν περιέχει το i, τότε* $\varphi_i(\upsilon) = 0$.
4) Αξίωμα προσθετικότητας: Εάν u και v είναι χαρακτηριστικές συναρτήσεις, τότε Α $\varphi(u + \upsilon) = \varphi\,(\upsilon + u) = \varphi\,(u) + \varphi_i(\upsilon)$

O Shapley έδειξε ότι υπάρχει μια μοναδική χαρτογράφηση, η αξία Shapley φ(υ), από το χώρο όλων των παιγνίων συνασπισμών R^N *, που ικανοποιεί τα αξιώματα. Ως εκ τούτου, για κάθε παίγνιο (N, υ), η αξία Shapley φ προσδιορίζει μια μοναδική κατανομή πληρωμής στο* R^N *που πληροί τις τέσσερις αξιώματα. Το αξίωμα της* *αποτελεσματικότητας είναι η ορθολογικότητα της ομάδας. Το αξίωμα της συμμετρίας σημαίνει ότι, όταν δύο παίκτες έχουν την ίδια συμβολή σε έναν συνασπισμό, οι απολαβές τους πρέπει να είναι ίσες. Το αξίωμα ομοιώματος δεν εκχωρεί καμία πληρωμή σε παίκτες που δεν βελτιώνουν την αξία του κάθε συνασπισμού. Τέλος, το αξίωμα προσθετικότητας συνδέει την αξία των διαφορετικών παιγνίων u και v και υποστηρίζει ότι φ είναι μια μοναδική χαρτογράφηση πάνω από το χώρο των παιγνίων συνασπισμών.*

Η αξία Shapley διαθέτει επίσης μια εναλλακτική ερμηνεία η οποία λαμβάνει υπόψη τη σειρά με την οποία οι παίκτες συμμετέχουν στο μεγάλο συνασπισμό N. Στην περίπτωση όπου οι παίκτες συμμετέχουν στο μεγάλο συνασπισμό σε τυχαία σειρά, η πληρωμή που έχει καταμεριστεί από την αξία Shapley σε έναν παίκτη $i \in N$ είναι η αναμενόμενη οριακή συμβολή του παίκτη i όταν ενώνεται με το μεγάλο συνασπισμό. Η βάση αυτής της ερμηνείας είναι ότι, δεδομένου ότι κάθε κανονικό παίγνιο TU (N, υ), για κάθε παίκτη i ∈ N, η αξία Shapley φ(υ) προσδιορίζει την πληρωμή $\varphi_i(\upsilon)$ δίνεται από

$$\varphi_i(\upsilon) = \sum_{S \in N \setminus \{i\}} |S|!\,(N - |S|)!/(N + 1)! * [\upsilon(S \cup \{i\}) - \upsilon(S)] \qquad (4)$$

3.1.2 Βασικές ιδιότητες παιγνίων σχηματισμών συνασπισμών

Παίγνια σχηματισμών συνασπισμών περιλαμβάνουν παίγνια συνασπισμών, όπου, σε αντίθεση με τα κανονικά παίγνια, η δομή του δικτύου και το κόστος για τη συνεργασία διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο. Ταξινομούμε ένα παιχνίδι ως ένα παίγνιο σχηματισμού συνασπισμών, όταν:

1) Το παίγνιο είναι είτε σε χαρακτηριστική μορφή ή σε μορφή διαχωρισμού (TU ή NTU), και γενικά δεν έχει την ιδιότητα της προσαύξησης.

2) Η διαμόρφωση ενός συνασπισμού φέρνει κέρδη στα μέλη του, αλλά τα κέρδη περιορίζονται από το κόστος για τη διαμόρφωση του συνασπισμού, ως εκ τούτου, ο μεγάλος συνασπισμός είναι σπάνια η βέλτιστη δομή.

3) Ο στόχος είναι να μελετηθεί η δομή του δικτύου συνασπισμών , δηλαδή, απαντώντας σε ερωτήσεις όπως ποιοι είναι οι συνασπισμοί που θα σχηματιστούν, ποιο είναι το βέλτιστο μέγεθος του συνασπισμού και πώς μπορούμε να αξιολογήσουμε τα χαρακτηριστικά της δομής, και ούτω καθεξής.

4) Το παίγνιο συνασπισμών υπόκειται στις αλλαγές του περιβάλλοντος, όπως μια μεταβολή στον αριθμό των παικτών, αλλαγή στη δύναμη του κάθε παίκτη ή άλλους παράγοντες που μπορούν να επηρεάσουν την τοπολογία του δικτύου.

5) Μια δομή συνασπισμών επιβάλλεται από έναν εξωτερικό παράγοντα στο παίγνιο (π.χ. φυσικοί περιορισμοί στο πρόβλημα).

Σε αντίθεση με τα κανονικά παίγνια, ένα παίγνιο σχηματισμού συνασπισμών δεν έχει γενικά την ιδιότητα της προσαύξησης και μπορεί να υποστηρίξει τη μορφή διαχωρισμού. Ένα άλλο σημαντικό κριτήριο που χαρακτηρίζει αυτά τα παίγνια είναι η παρουσία του κόστους για τη διαμόρφωση συνασπισμών. Στα κανονικά παίγνια, καθώς και στο μεγαλύτερο μέρος της βιβλιογραφίας, υπάρχει μια σιωπηρή παραδοχή ότι η δημιουργία ενός συνασπισμού είναι πάντα ωφέλιμη (π.χ. μέσω της ιδιότητας προσαύξησης). Σε πολλά προβλήματα, ο σχηματισμός ενός συνασπισμού απαιτεί μια διαδικασία διαπραγμάτευσης ή μια διαδικασία ανταλλαγής πληροφοριών οι οποίες μπορούν να θεμελιώσουν μια μείωση του κόστους από τα κέρδη που λαμβάνουν από το σχηματισμό του συνασπισμού. Σε γενικές γραμμές, τα παίγνια σχηματισμών συνασπισμού είναι δύο τύπων: Στατικά παίγνια σχηματισμού συνασπισμών και δυναμικά παίγνια σχηματισμό συνασπισμών. Στην πρώτη, ένας εξωτερικός παράγοντας επιβάλλει μια ορισμένη δομή συνασπισμών, και ο στόχος είναι να μελετήσει αυτή τη δομή. Το τελευταίο είναι ένα πιο πλούσιο πλαίσιο. Στα δυναμικά παίγνια σχηματισμού συνασπισμών, οι κύριοι στόχοι είναι να αναλυθεί η δημιουργία μιας δομής συνασπισμών, μέσω της αλληλεπίδρασης των παικτών, καθώς και να μελετήσει τις ιδιότητες αυτής της δομής και την προσαρμοστικότητά της στις περιβαλλοντικές μεταβολές ή εξωτερικές οντότητες. Σε αντίθεση με τα κανονικά παίγνια, όπου υπάρχουν τυπικοί κανόνες και αναλυτικές έννοιες, η λύση ενός παιγνίου σχηματισμού συνασπισμών, ιδιαίτερα δυναμικού παιγνίου σχηματισμού συνασπισμών, είναι πιο δύσκολο, και η εφαρμογή συγκεκριμένη. Εφαρμογές των παιγνίων σχηματισμού συνασπισμών συναντάμε στη συνεργασία των πομπών με κόστος σε σύστημα TDMA ,όπως επίσης στη συνεργασία κεραιών χρηστών που συνεργάζονται για να σχηματίσουν ένα εικονικό σύστημα MIMO καθώς και στο σχηματισμό συνασπισμών για τον εντοπισμό φάσματος σε νοητά ραδιοδίκτυα.

3.1.3 Κύριες ιδιότητες των γραφικών παιγνίων συνασπισμών

Στα κανονικά παίγνια και τα παίγνια σχηματισμού συνασπισμών, η χρησιμότητα ή η αξία ενός συνασπισμού δεν εξαρτάται από το πώς οι παίκτες είναι συνδεδεμένοι μεταξύ τους εντός του συνασπισμού. Ωστόσο, έχει αποδειχθεί ότι, σε ορισμένα σενάρια, η υποκείμενη δομή της επικοινωνίας μεταξύ των παικτών σε ένα παίγνιο συνασπισμών μπορεί να έχει σημαντικό αντίκτυπο σχετικά με τη χρησιμότητα και τα άλλα χαρακτηριστικά του το παιγνίου[14], [15]. Με την υποκείμενη δομή της επικοινωνίας, εννοούμε τη γραφική παράσταση της σύνδεσης των παικτών μεταξύ τους, δηλαδή ποιος παίκτης επικοινωνεί με ποιον στο εσωτερικό του κάθε συνασπισμού. Έχουμε παραδείγματα που παρουσιάζονται σε τέτοιες διασυνδέσεις στο Σχήμα 3.2(β). Ταξινομούμε ένα παίγνιο ως γραφικό παίγνιο συνασπισμών κάθε φορά που:

1) Το παίγνιο συνασπισμών είναι σε μορφή γραφήματος, και μπορεί να είναι TU ή NTU. Όμως η αξία ενός συνασπισμού μπορεί να εξαρτάται από την εξωτερική δομή του δικτύου.

2) Η διασύνδεση μεταξύ των παικτών μέσα σε κάθε συνασπισμό, δηλαδή, το ποιος συνδέεται με ποιον, επηρεάζει έντονα τα χαρακτηριστικά και την έκβαση του παιγνίου.

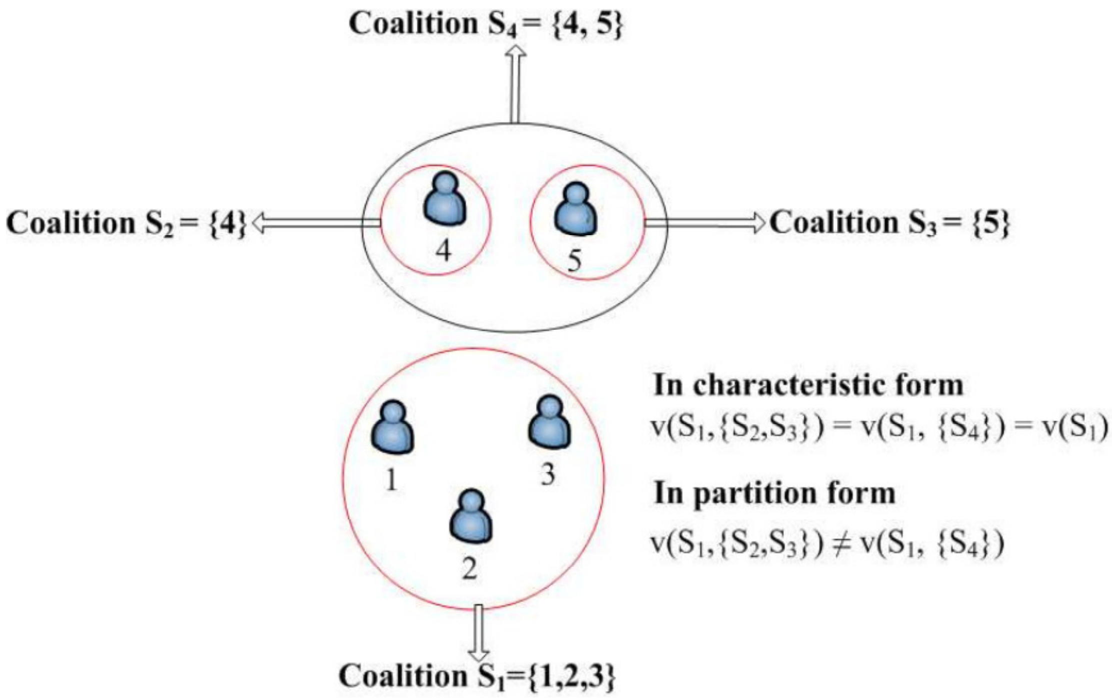
3) Ο κύριος στόχος είναι να παράγουν χαμηλής πολυπλοκότητας κατανεμημένων αλγορίθμων για τους παίκτες που επιθυμούν να οικοδομήσουν ένα διάγραμμα δικτύου (κατευθυνόμενο ή μη κατευθυνόμενο) και όχι μόνο ομάδων συνασπισμών όπως στα παίγνια σχηματισμών συνασπισμών (Κατηγορία ΙΙ). Ένας άλλος στόχος είναι να μελετήσει τις ιδιότητες (σταθερότητα, αποδοτικότητα, κλπ) του γραφήματος δικτύου που σχηματίζεται.

Σε γραφικά παίγνια συνασπισμών, το κύριο θέμα είναι η παρουσία ενός γραφήματος για την επικοινωνία μεταξύ των παικτών. Συνήθως, υπάρχουν δύο στόχοι για τα γραφικά παίγνια συνασπισμών. Ο πρώτος και σημαντικότερος στόχος, είναι η παροχή χαμηλής πολυπλοκότητας αλγορίθμων για την δημιουργία μιας γραφικής παράστασης του δικτύου για τη σύνδεση των παικτών. Ένας δεύτερος στόχος είναι να μελετήσει τις ιδιότητες και τη σταθερότητα του γραφήματος δικτύου που έχει σχηματιστεί. Σε ορισμένα σενάρια, το γράφημα του δικτύου δίνεται, και ως εκ τούτου, η ανάλυση της σταθερότητας απόδοσης είναι ο μοναδικός στόχος του παιγνίου. Μια από τις εφαρμογές *των παιγνίων αυτών είναι στο σχηματισμό του δένδρου των κατανεμημένων ανερχόμενων ζεύξεων στο IEEE 802.16j το πιο πρόσφατο WiMAX Standard.*

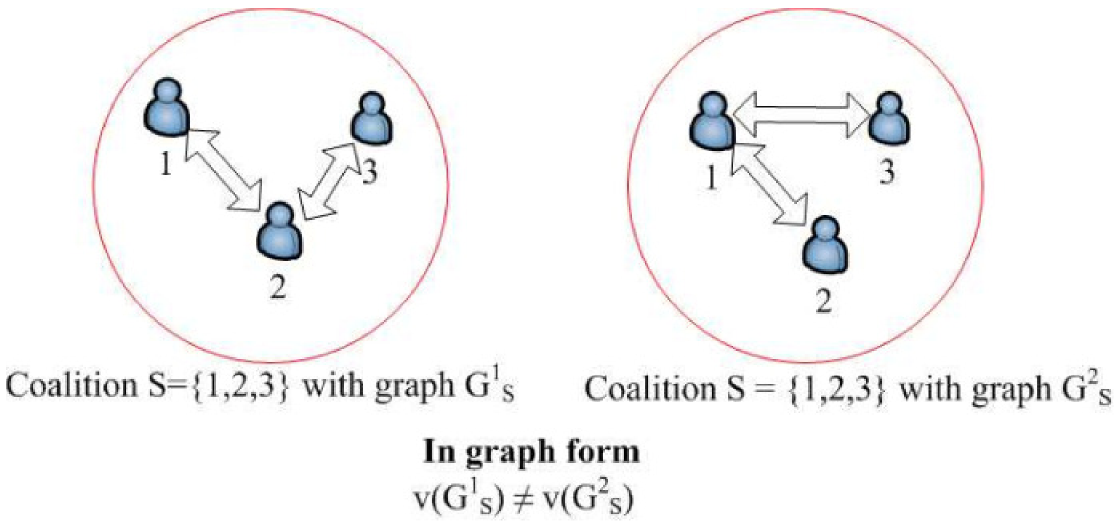
3.2 Θεωρία παιγνίων συνασπισμών - Ταξινόμηση

Στην ουσία, τα παίγνια συνασπισμών περιλαμβάνουν ένα σύνολο παικτών, που συμβολίζεται με N = {1,. . . , N} που επιδιώκουν να δημιουργήσουν συνεταιριστικές ομάδες συνεργασίες, δηλαδή συνασπισμών, προκειμένου να ενισχύσουν τη θέση τους στο παίγνιο. Κάθε συνασπισμός $S \in N$ αποτελεί μια συμφωνία μεταξύ των παικτών του S που ενεργούν ως ενιαία οντότητα. Ο σχηματισμός συνασπισμών ή συμμαχιών συναντάται συχνά σε πολλές εφαρμογές. Για παράδειγμα, στα πολιτικά παίγνια, τα κόμματα, ξεχωριστά άτομα μπορούν να σχηματίσουν συμμαχίες για να αυξήσουν την εκλογική τους δύναμη. Επιπλέον για το σύνολο των N παικτών, η δεύτερη βασική έννοια των παιγνίων συνασπισμών είναι η αξία συνασπισμού. Κυρίως, η αξία του συνασπισμού, συμβολίζεται με υ, ποσοτικοποιεί την αξία ενός συνασπισμού σε ένα παιχνίδι. Ο ορισμός της αξίας του συνασπισμού καθορίζει την μορφή και τον τύπο του παιγνίου. Παρ 'όλα αυτά, ανεξάρτητα από τον ορισμό της τιμής, ένα παίγνιο συνασπισμών ορίζεται μοναδικά από το ζεύγος (N, υ). Πρέπει να σημειωθεί ότι η αξία αυτή είναι σε πολλές περιπτώσεις, μοναδική για κάθε παίγνιο, αφού για κάθε υ μπορεί να οριστεί διαφορετικό παίγνιο.

Η πιο κοινή μορφή ενός παιγνίου συνασπισμών είναι η χαρακτηριστική μορφή, σύμφωνα με την οποία η αξία ενός συνασπισμού S εξαρτάται αποκλειστικά από τα μέλη του συνασπισμού, χωρίς εξάρτηση από το πώς είναι δομημένοι οι παίκτες στο N \ S. η χαρακτηριστική μορφή εισήχθη, μαζί με μια κατηγορία παιγνίων συνασπισμών γνωστά ως παίγνια με μεταβιβάσιμης χρησιμότητας (TU), από τους Von Neuman και Morgenstern [16]. Η αξία ενός παιγνίου σε χαρακτηριστική μορφή με TU είναι μια συνάρτηση που ορίζεται στη γραμμή των πραγματικών αριθμών ως v: υ: $2^n \rightarrow R$ (χαρακτηριστική συνάρτηση). Αυτή η χαρακτηριστική συνάρτηση συνδέει κάθε συνασπισμό $S \in N$ με ένα πραγματικό αριθμό που ποσοτικοποιεί τα κέρδη του S. Η TU ιδιότητα υποδηλώνει ότι η συνολική χρησιμότητα που παριστάνεται από αυτόν τον πραγματικό αριθμό μπορεί να είναι μοιραστεί με οποιοδήποτε τρόπο μεταξύ των μελών του συνασπισμού. Οι αξίες στα TU παίγνια μπορούν να θεωρηθούν ως χρηματικές *αξίες που τα μέλη σε μια συμμαχία μπορούν να μοιραστούν μεταξύ τους χρησιμοποιώντας ένα κατάλληλο κανόνα δικαιοσύνης π.χ, ίση διαίρεση ή άλλους.*



Σχήμα 3.2 .(α) Συνεργατικά παίγνια χαρακτηριστικής μορφής-μορφής διαχωρισμού



Σχήμα 3.2 .(β)Παράδειγμα συνεργατικού παιγνίου σε μορφή γραφήματος

Το ποσό της χρησιμότητας που ένας παίκτης i ∈ S *λαμβάνει από το μοίρασμα του υ(S) αποτελεί τη πληρωμή του παίκτη και συμβολίζεται με* x_i *στη συνέχεια. Το διάνυσμα* x ∈ R^S *με κάθε στοιχείο* x_i *να είναι η πληρωμή του παίκτη* i ∈ S *αποτελεί την κατανομή πληρωμών. Αν και η TU χαρακτηριστική συνάρτηση μπορεί να μοντελοποιήσει ένα ευρύ φάσμα παιγνίων, υπάρχουν πολλά σενάρια, όπου η αξία του* *συνασπισμού δεν μπορεί να αντιστοιχιστεί σε ένα πραγματικό αριθμό ή υπάρχουν αυστηροί περιορισμοί σχετικά με την κατανομή της χρησιμότητας. Αυτά τα παιχνίδια είναι γνωστά ως παίγνια συνασπισμών με μη μεταβιβάσιμη χρησιμότητα (NTU) και για πρώτη φορά αναλύθηκαν από τους Aumann και Peleg με βάση τη στρατηγική των μη συνεργατικών παιγνίων συνασπισμών[1], [17]. Σε ένα NTU παίγνιο, η πληρωμή που λαμβάνει κάθε παίκτης σε ένα συνασπισμό S εξαρτάται από τις κοινές δράσεις που οι παίκτες του συνασπισμού S επιλέγουν. Η αξία ενός συνασπισμού S σε ένα παίγνιο NTU, υ(S), δεν είναι πλέον μια συνάρτηση πάνω στον άξονα των πραγματικών, αλλά ένα σύνολο διανυσμάτων πληρωμών, $\upsilon(S) \in R^S$, όπου κάθε στοιχείο x_i ενός διανύσματος $x \in \upsilon(S)$ αντιπροσωπεύει μια πληρωμή που παίκτης $i \in S$ μπορεί να αποκτήσει με το συνασπισμό S ακολουθώντας μια ορισμένη στρατηγική. Λαμβάνοντας υπόψη τον ορισμό αυτό, ένα TU παίγνιο η TU μπορεί να θεωρηθεί ως ειδική περίπτωση του NTU πλαισίου[1].*

Πρόσφατα, έχει υπάρξει ένα αυξανόμενο ενδιαφέρον για παίγνια συνασπισμών, όπου η αξία ενός συνασπισμού εξαρτάται από τον διαχωρισμό του N ανά πάσα στιγμή κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού. Σε τέτοια παίγνια, σε αντίθεση με τη χαρακτηριστική μορφή, η αξία ενός συνασπισμού S θα έχει μια ισχυρή εξάρτηση από το πώς είναι δομημένοι οι παίκτες στο N \ S. Για το σκοπό αυτό, οι Thrall και Lucas [18] εισήγαγαν την έννοια των παιγνίων σε Σχήμα διαχωρισμού. Σε αυτά τα παίγνια δίνεται μια δομή του συνασπισμού B, που ορίζεται ως ένας διαχωρισμός του N, δηλαδή, μια συλλογή από συνασπισμούς B = {B_1,. . . , B_l}, έτσι ώστε $\forall i \neq j$, $B_i \cap B_j = \emptyset, \cup_{i=1}^{l} B_i = N$,η αξία του συνασπισμού S ∈ B ορίζεται ως υ (S, B). Ο ορισμός αυτός υπαγορεύει την εξάρτηση από τη δομή του συνασπισμού όταν αξιολογείται η αξία του S. Τα παίγνια συνασπισμών σε Σχήμα διαχωρισμού είναι εκ φύσεως πολύπλοκα για να επιλυθούν, ωστόσο η δυναμική αυτών των παιγνίων είναι ενδιαφέρουσα και θα αναπτυχθεί περαιτέρω στη συνέχεια.

Ως παράδειγμα για τη διαφορά μεταξύ της χαρακτηριστική μορφής και της μορφής διαχωρισμού, ας σκεφτούμε ένα παίγνιο 5 παικτών με N = {1, 2, 3, 4, 5} και δηλώνουν S_1= {1, 2, 3}, S_2 = {4}, S_3 = {5}, και S_4 = {4, 5}. Δίνονται δύο διαχωρισμοί B_1 = {S_1, S_2 , S_3 } και B_2 = {S_1, S_4 } του N, η εκτίμηση της αξίας του συνασπισμού S_1 εξαρτάται από τη μορφή του παιγνίου. Αν το παιχνίδι είναι χαρακτηριστικής μορφής τότε υ (S_1, B_1) = υ (S_1, B_2) = $\upsilon(S_1)$, ενώ σε μορφή διαχωρισμού υ (S_1, B_1) ≠ υ (S_1, B_2), η τιμή εδώ μπορεί να είναι είτε TU ή NTU. Η βασική διαφορά είναι ότι, σε αντίθεση με τη *χαρακτηριστική μορφή, η τιμή του S_1 σε μορφή διαχωρισμού εξαρτάται από το αν οι παίκτες 4 και 5, συνεργάζονται ή όχι. Αυτό φαίνεται στο Σχήμα 3.2 (α).*

Σε πολλά παίγνια συνασπισμών, οι παίκτες διασυνδέονται και επικοινωνούν μεταξύ τους με συνδέσμους ανά ζεύγη σε ένα γράφημα. Σε αυτά τα σενάρια, τόσο η χαρακτηριστική μορφή και όσο και η μορφή διαχωρισμού μπορεί να είναι ακατάλληλη δεδομένου ότι, και στις δύο μορφές, η αξία ενός συνασπισμού S είναι ανεξάρτητο από το πώς συνδέονται τα μέλη του S. Για την μοντελοποίηση της διασύνδεσης γραφημάτων, τα παίγνια συνασπισμών σε μορφή γραφήματος εισήχθησαν από τον Myerson στο [14], όπου οι συνασπισμοί είχαν χαρτογραφηθεί σε συνδεδεμένα γραφήματα. Αυτό γενικεύτηκε στο [19], όπου εκφράστηκε η αξία κάθε συνασπισμού $\mathrm{S} \in \mathrm{N}$ ως συνάρτηση της δομής του γραφήματος που συνδέει τα μέλη του S. Ως εκ τούτου, δεδομένου ενός παιγνίου συνασπισμών (N, υ) και ένα γράφημα G_s (άμεσο ή έμμεσο) με κορυφές τα μέλη του συνασπισμού $\mathrm{S} \in \mathrm{N}$, η αξία του συνασπισμού S σε γραφική μορφή δίνεται από τον τύπο υ(G_s). Για τα παίγνια σε μορφή γραφήματος, η αξία μπορεί επίσης να εξαρτάται από τη διασύνδεση των παικτών στο γράφημα $\mathrm{G}_{\mathrm{N/S}}$ στο N \ S. Ένα παράδειγμα παιγνίου συνασπισμών σε μορφή γραφήματος δίνεται στο Σχήμα. 3.2 (β). Στο Σχήμα αυτό, δίνεται ένας συνασπισμός S ={1, 2, 3} και δύο γραφήματα G_S^1 = {(1, 2), (2, 3)} και G_S^2= {(1, 2), (1, 3)} (ένα ζεύγος (i, j) είναι μια σύνδεση ανάμεσα σε δύο παίκτες i και j), ένα παίγνιο συνασπισμών σε μορφή γραφήματος αποδίδει διαφορετική αξία για συνασπισμό S ανάλογα με το γράφημα. Ως εκ τούτου, σε μορφή γραφήματος υ(G_S^1)≠υ(G_S^2), ενώ σε παίγνια χαρακτηριστικής μορφής ή μορφής διαχωρισμού, η παρουσία του γραφήματος δεν επηρεάζει την αξία. Αφού εισάγαμε τις θεμελιώδεις έννοιες για τα παίγνια συνασπισμών, στη συνέχεια Θα δούμε ξεχωριστά κάθε κατηγορία.

3.3 Εφαρμογές κανονικών παιγνίων συνασπισμών

3.3.1 Κατανομή ταχυτήτων σε κανάλια πολλαπλής πρόσβασης

Μια κομψή και ενδιαφέρουσα χρήση των κανονικών παιγνίων στα δίκτυα επικοινωνίας παρουσιάζεται στο [12] για τη μελέτη του ποσοστού κατανομής σε κανάλια πολλαπλής πρόσβασης (MAC). Το μοντέλο στο [12] αντιμετωπίζει το πρόβλημα του πώς να κατανείμει τις ταχύτητες μετάδοσης μεταξύ ενός αριθμού από χρήστες που έχουν πρόσβαση σε ασύρματο Gaussian MAC κανάλι. Το παίγνιο ορίζεται από (N, υ), όπου N

= {1,. . . , N} είναι το σύνολο των χρηστών που πρέπει να έχουν πρόσβαση στο κανάλι και υ η μέγιστη ταχύτητα που ένας συνασπισμός S μπορεί να επιτύχει. Για να έχουμε μια χαρακτηριστική συνάρτηση, [12] θεωρείται ότι, κατά την αξιολόγηση της αξίας ενός συνασπισμού $S \in N$ οι χρήστες στο $S^C = N \setminus S$ γνωστοί ως jammers, συνεργάζονται για να παρεμβάλουν τη μετάδοση των χρηστών στο S. Η υπόθεση παρεμβολών είναι ένας κομψός τρόπος για να διατηρηθεί η χαρακτηριστική μορφή του παιγνίου, και αυτό είχε χρησιμοποιηθεί στο παρελθόν στην θεωρία παιγνίων για να παραχθεί η χαρακτηριστική συνάρτηση της στρατηγικής μορφής ενός μη συνεργατικού παιγνίου [1], [17]. Στη συνέχεια, κατά την αξιολόγηση του συνολικού ποσοστού χρησιμότητας υ(S) οποιουδήποτε συνασπισμού $S \in N$, οι χρήστες στο S^C αποτελούν ένα ενιαίο συνασπισμό για να παρεμβάλλουν τη μετάδοση του S και ως εκ τούτου, η δομή του συνασπισμού Sc είναι πάντα προκαθορισμένη παράγοντας τη χαρακτηριστική μορφή. Για ένα συνασπισμό S, η χαρακτηριστική συνάρτηση στο [12] υ(S) αντιπροσωπεύει τη χωρητικότητα, δηλαδή, τη μέγιστη συνολική ταχύτητα που το S μπορεί να επιτύχει με την παραδοχή παρεμβολών. Ως εκ τούτου, η υ (S) αντιπροσωπεύει μια ταχύτητα που μπορεί να κατανεμηθεί με οποιοδήποτε αυθαίρετο τρόπο μεταξύ των παικτών στο S, και έτσι το παίγνιο είναι ένα παίγνιο TU. Αποδεικνύεται στο [12] ότι το παίγνιο είναι superadditive. Κατά συνέπεια, το πρόβλημα έγκειται στην κατανομή των απολαβών, δηλαδή, τις ταχύτητες μετάδοσης ,μεταξύ των χρηστών του μεγάλου συνασπισμού που αποτελεί το δίκτυο. Η μεγάλη συμμαχία N έχει χωρητικότητα C = {$R \in R^N$ |$\sum_{i=1}^{N} Ri \leq C(\Gamma_s,\sigma^2)$,∀ $S \subseteq N$ όπου Γ_s είναι οι περιορισμοί ενέργειας για τους χρήστες στο S, το σ^2 είναι ο Gaussian θόρυβος, και ως εκ τούτου, $C(\Gamma_s,\sigma^2)$ είναι η μέγιστη συνολική ταχύτητα (χωρητικότητα) που ο συνασπισμός S μπορεί να επιτύχει. Με βάση αυτές τις ιδιότητες, το παίγνιο κατανομής ταχυτήτων [12], είναι σαφώς ένα κανονικό παίγνιο συνασπισμών, και το βασικό ερώτημα του [12], που επιδιώκει να απαντήσει είναι «πώς θα κατανεμηθεί η χωρητικότητα του μεγάλου συνασπισμού υ (N) μεταξύ των χρηστών με δίκαιο τρόπο που σταθεροποιεί το N. Για να απαντηθεί αυτό το ερώτημα χρησιμοποιούνται οι δύο βασικές έννοιες από τα κανονικά παίγνια: ο πυρήνας και η αξία Shapley.

Σε αυτό το παίγνιο κατανομής ταχυτήτων χρησιμοποιώντας αποδεικνύεται ότι ο πυρήνας είναι μη-κενός. Εξετάζοντας τις αποδόσεις που βρίσκονται στην περιοχή χωρητικότητας C, δηλαδή, τα διανύσματα ταχύτητας ώστε $\sum_{i=1}^{N} Ri = C(\Gamma_s,\sigma^2)$) φαίνεται ότι οποιοδήποτε διάνυσμα βρίσκεται στον πυρήνα. Ως εκ τούτου, ο μεγάλος *συνασπισμός N του Gaussian MAC κανονικού παιγνίου μπορεί να σταθεροποιηθεί. Όμως ο πυρήνας αυτού του παιγνίου είναι μεγάλος και περιλαμβάνει ένα μεγάλο αριθμό διανυσμάτων ταχυτήτων. Έτσι, οι συγγραφείς στο [12], επιχείρησαν να απαντήσουν στην επόμενη ερώτηση «πώς μπορούμε να επιλέξουμε μόνο μια δίκαιη κατανομή η οποία βρίσκεται στον πυρήνα;" Για το σκοπό αυτό οι συγγραφείς διερεύνησαν τη χρήση της αξίας Shapley ως μια δίκαιη λύση για την κατανομή ταχυτήτων. Οι συγγραφείς δείχνουν ότι: (i) -Το τέταρτο αξίωμα Shapley (προσθετικότητα) δεν είναι κατάλληλο για το προτεινόμενο παίγνιο κατανομής ταχυτήτων, και (ii) – η αξία Shapley δεν βρίσκεται στον πυρήνα, και ως εκ τούτου δεν μπορούν να σταθεροποιήσουν το μεγάλο συνασπισμό. Με βάση αυτά τα αποτελέσματα για την αξία Shapley, οι συγγραφείς προτείνουν ένα νέο κριτήριο δικαιοσύνης, με όνομα «envy-free" δικαιοσύνη. Η "envy-free" βασίζεται στα πρώτα τρία αξιώματα του Shapley (χωρίς το αξίωμα προσθετικότητας), και τις συμπληρώνει με ένα τέταρτο αξίωμα, το "envy-free" αξίωμα κατανομής [12, Eq. (6)]. Αυτό το αξίωμα δηλώνει ότι λαμβάνοντας υπόψη δύο παίκτες i και j, με τους περιορισμούς ενέργειας $\Gamma_i > \Gamma_j$, μια envy-free κατανομή ψ δίνει μια πληρωμή $\psi_j(\upsilon)$ για τον j χρήστη στο παίγνιο (N, υ), ίση με την πληρωμή $\psi_i(\upsilon^{i,j})$ του χρήστη i στο παίγνιο (N, $\upsilon^{i,j}$) όπου $\upsilon^{i,j}$ είναι η αξία του παιγνίου όπου ο χρήστης i χρησιμοποιεί ενέργεια $\Gamma_i = \Gamma_j$. Με αυτά τα αξιώματα, φαίνεται ότι μια μοναδική κατανομή υπάρχει και αυτή η κατανομή βρίσκεται σε τον πυρήνα. Έτσι, η envy-free κατανομή παρουσιάζεται ως μια δίκαιη και κατάλληλη λύση για το παίγνιο κατανομής ταχυτήτων [12].*

3.3.2 Κανονικά παίγνια για τη συνεργασία δεκτών και πομπών

Στο [13], τα κανονικά παίγνια που χρησιμοποιούνται για τη μελέτη των δυνατοτήτων συνεργασίας μεταξύ κεραιών των δεκτών και των πομπών σε κανάλι παρεμβολής. Στο [13] θεωρείται το μοντέλο το οποίο αποτελείται από ένα σύνολο ζευγών πομπών-δεκτών σε ένα κανάλι γκαουσιανής παρεμβολής. Οι συγγραφείς μελετούν τη συνεργασία μεταξύ των δεκτών με βάση δυο μοντέλα παιγνίων: Ένα μοντέλο TU όπου οι δέκτες επικοινωνούν μέσω καναλιών χωρίς θόρυβο και αποκωδικοποιούν από κοινού τα σήματα που λαμβάνουν, και ένα μοντέλο NTU, όπου οι δέκτες συνεργάζονται για τη διαμόρφωση ενός γραμμικού ανιχνευτή πολλών χρηστών (στην περίπτωση αυτή το κανάλι παρεμβολής περιορίζεται σε ένα κανάλι MAC). Περαιτέρω, οι συγγραφείς *μελέτησαν το πρόβλημα συνεργασίας πομπών κάτω από συνθήκες άψογης συνεργασίας και μερικής αποκωδικοποίησης και προώθησης της συνεργασίας, ενώ θεωρεί ότι οι δέκτες έχουν διαμορφώσει το μεγάλο συνασπισμό. Δεδομένου ότι όλα τα παίγνια θεωρούνται κανονικά, το κύριο ενδιαφέρον είναι στην μελέτη των ιδιοτήτων του μεγάλου συνασπισμού για τους δέκτες και τους πομπούς.*

Για τη συνεργασία των δεκτών που χρησιμοποιούν κοινή αποκωδικοποίηση, το μοντέλο παιγνίου συνασπισμών έχει ως εξής: το σύνολο των παικτών N είναι το σύνολο των συνδέσεων (οι παίκτες είναι οι δέκτες αυτών των συνδέσεων) και, αν υποτεθεί ότι οι πομποί δεν συνεργάζονται, η αξία υ(S) ενός συνασπισμού $S \subseteq N$ είναι η μέγιστη συνολική ταχύτητα που επιτυγχάνεται στις συνδέσεις στις οποίες ανήκουν οι δέκτες του S. Σύμφωνα με το μοντέλο αυτό, κάποιος μπορεί εύκολα να δει ότι χρησιμότητα είναι μεταβιβάσιμη, αφού αντιπροσωπεύει τη συνολική ταχύτητά, ως εκ τούτου το παιχνίδι είναι TU. Το παίγνιο είναι χαρακτηριστικής μορφής, αφού, οι πομποί θεωρούνται μη συνεργατικοί, η συνολική ταχύτητα επιτυγχάνεται όταν συνεργάζονται οι δέκτες στο S και εξαρτάται αποκλειστικά από αυτούς στο S, ενώ το σήμα στις συνδέσεις $N \setminus S$ συμπεριφέρεται ως παρεμβολή. Σε αυτό το παίγνιο τα κανάλια συνεργασίας μεταξύ των δεκτών θεωρούνται χωρίς θόρυβο και ως εκ τούτου, η συνεργασία είναι πάντα ευεργετική και το παίγνιο φαίνεται να έχει την ιδιότητα της προσαύξησης. Ως εκ τούτου, βάσει της προτεινόμενης ταξινόμησης μας, αυτό το παίγνιο είναι σαφώς ένα κανονικό παιχνίδι, και το ενδιαφέρον είναι στη μελέτη των ιδιοτήτων του μεγάλου συνασπισμού των δεκτών. Στο πλαίσιο αυτής της συνεργασίας, το δίκτυο μπορεί να θεωρηθεί ως μιας εισόδου-πολλαπλών εξόδων (SIMO) MAC κανάλι, και το προτεινόμενο παίγνιο συνασπισμών φαίνεται να έχει έναν μη-κενό πυρήνα που περιέχει όλες τις αποδόσεις που βρίσκονται στο SIMO-MAC περιοχή χωρητικότητας. Η τεχνική που χρησιμοποιείται γι 'αυτήν την απόδειξη είναι παρόμοια με αυτή στο παίγνιο στο [12], η οποία επιλέγει ένα συγκεκριμένο σύνολο διανυσμάτων ταχύτητας αυτά που βρίσκονται στη SIMO-MAC περιοχή, και δείχνει ότι βρίσκεται στον πυρήνα .Ο πυρήνας αυτού του παιγνίου είναι πολύ μεγάλος , και για την επιλογή δίκαιων κατανομών, αποδεικνύεται στο [13] ότι η λύση είναι η λύση διαπραγμάτευσης Nash, και ειδικότερα, μια προτεινόμενη δίκαιη κατανομή ταχύτητας στον πυρήνα, που ως εκ τούτου αποτελεί κατάλληλη δίκαιη και σταθερή κατανομή.

Για το δεύτερο συνεργατικό παίγνιο δεκτών της συνεργασίας, το μοντέλο είναι παρόμοιο με το παίγνιο κοινής αποκωδικοποίησης, με μία σημαντική διαφορά: Αντί της κοινής αποκωδικοποίησης των σημάτων που λαμβάνουν, οι δέκτες σχηματίζουν γραμμικούς ανιχνευτές πολλών χρηστών (MUD). Το παίγνιο συνασπισμών MUD είναι εγγενώς διαφορετικό από το παίγνιο κοινής αποκωδικοποίησης αφού, σε ένα MUD, ο λόγος SINR μπορεί επιτευχθεί από έναν χρήστη i στο συνασπισμό S και δεν μπορεί να μοιραστεί με τους άλλους χρήστες, και ως εκ τούτου το παίγνιο γίνεται NTU παίγνιο με τον SINR να αντιπροσωπεύει την πληρωμή κάθε παίκτη. Σε αυτόν τον ορισμό του NTU, η αξία υ (S) ενός συνασπισμού S γίνεται το σύνολο των SINR διανυσμάτων που μπορεί ένας συνασπισμός S να επιτύχει. Για αυτό το παίγνιο NTU, ο μεγάλος συνασπισμός έχει αποδειχθεί ότι είναι σταθερός και μεγιστοποιεί τις συνολικές ταχύτητες σε σύστημα υψηλών SINR με περιοριστικούς όρους σχετικά με την έκφραση SINR.

Για την μοντελοποίηση του προβλήματος συνεργασίας των πομπών ως παίγνια συνασπισμών οι συγγραφείς κάνουν δύο υποθέσεις: (i) – Θεωρείται ότι οι δέκτες αποκωδικοποιούν τα σήματα από κοινού, ως εκ τούτου αποτελούν ένα μεγάλο συνασπισμό, και (ii) - η υπόθεση παρεμβολών παρόμοια με το [12] γίνονται για το σκοπό της διατήρησης της χαρακτηριστικής μορφής. Στο παίγνιο των πομπών, από το σύνολο των συνδέσεων N, οι πομποί είναι οι παίκτες. Κατά την εξέταση της συνεργασίας των πομπών μαζί με τη συνεργασία των δεκτών, το κανάλι παρεμβολής αντιστοιχίζεται σε πολλαπλών εισόδων-πολλαπλών-εξόδων (MIMO) MAC κανάλι. Για τη διατήρηση μιας χαρακτηριστικής μορφής, οι συγγραφείς υπέθεσαν, κατά τρόπο ανάλογο με το [12], ότι κάθε φορά που ένας συνασπισμός πομπών S διαμορφώνεται, οι χρήστες σε $S_c = N/S$ *διαμορφώνουν ένα συνασπισμό που στοχεύουν να παρεμβάλλουν στη μετάδοση του συνασπισμού S. Χωρίς την παραδοχή αυτή, η μέγιστη συνολική ταχύτητα που ένας συνασπισμός μπορεί να αποκτήσει εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από το πώς οι χρήστες είναι δομημένοι στο* S_c *τους, και ως εκ τούτου απαιτεί μια μορφή διαχωρισμού που μπορεί να είναι δύσκολο να λυθεί. Με αυτές τις υποθέσεις, η αξία ενός συνασπισμού S ορίζεται ως η μέγιστη συνολική ταχύτητα που μπορεί να επιτευχθεί από τον S όταν ο συνασπισμός* S_c *επιδιώκει την παρεμβολή της μετάδοσης του S. Χρησιμοποιώντας το παίγνιο με τους πομπούς παρεμβολής οι συγγραφείς δείχνουν ότι, σε γενικές γραμμές το παιχνίδι έχει ένα άδειο πυρήνα. Αυτό το παιχνίδι δεν είναι απολύτως κανονικό, διότι δεν ικανοποιεί την ιδιότητα προσαύξησης. Ωστόσο,* *από την απόδειξη, στο [13, 20] ότι ο μεγάλος συνασπισμός είναι ο βέλτιστος διαχωρισμός, από την άποψη συνολικής χρησιμότητας, ο μεγάλος συνασπισμός γίνεται ο κύριος υποψήφιος διαχωρισμός για τον πυρήνα. Οι συγγραφείς υποθέτουν ότι σε ορισμένες περιπτώσεις, ο πυρήνας μπορεί επίσης να είναι μη κενός, ανάλογα με την ενέργεια και τα κέρδη του καναλιού. Ωστόσο, δεν υπάρχουν αποτελέσματα για τον πυρήνα που προβλέπονται σε αυτό το παίγνιο. Τέλος, οι συγγραφείς συζητούν στο [13] σχετικά με το μεγάλο συνασπισμό και τη σκοπιμότητά του, όταν οι πομποί συνεργάζονται σε μερική αποκωδικοποίηση και προώθηση.*

3.3.3 Άλλες εφαρμογές για κανονικά παίγνια και μελλοντικές κατευθύνσεις

Τα κανονικά παίγνια συνασπισμών καλύπτουν ένα ευρύ φάσμα της επικοινωνίας και των εφαρμογών στα δίκτυα και, μάλιστα, το μεγαλύτερο μέρος των ερευνητικών δραστηριοτήτων στις περιοχές αυτές χρησιμοποιούν τα εργαλεία των κανονικών παιγνίων συνασπισμών. Εκτός από τα προηγούμενα παραδείγματα, πολλές εφαρμογές χρησιμοποιούν μοντέλα που περιλαμβάνουν κανονικά παίγνια. Για παράδειγμα, στο [21] , κανονικά παίγνια συνασπισμών χρησιμοποιούνται για να λύσουν το υπάρχον πρόβλημα σε δίκτυα προώθησης πακέτων ad hoc. Σε τέτοια δίκτυα, οι χρήστες που βρίσκονται στο κέντρο του δικτύου, γνωστό και ως κόμβοι κορμού, έχουν αμοιβαίο συμφέρον να προωθήσουν μεταξύ τους πακέτα. Αντίθετα, οι χρήστες που βρίσκονται στα όρια του δικτύου, που είναι γνωστοί ως συνοριακοί κόμβοι , δε βοηθιούνται από τους κόμβους κορμού, αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι κόμβοι κορμού δεν χρειάζονται τη βοήθεια των συνοριακών κόμβων ανά πάσα στιγμή. Ως εκ τούτου, σε μια τέτοια ρύθμιση, οι συνοριακοί κόμβοι καταλήγουν να μην έχουν τρόπο να στείλουν τα πακέτα τους σε άλλους κόμβους, και αυτό είναι ένα πρόβλημα γνωστό ως η κατάρα των συνοριακών κόμβων. Στο [21], προτείνεται ένα μοντέλο κανονικού παιγνίου συνασπισμών ανάμεσα σε ένα σύνολο παικτών N που περιλαμβάνει όλους τους συνοριακούς κόμβους και ένας μοναδικός κόμβος κορμού. Σε αυτό το μοντέλο, σχηματίζοντας ένα συνασπισμό, πετυχαίνουμε τα εξής πλεονεκτήματα: (i) – Συνεργαζόμενος με μια σειρά από συνοριακούς κόμβους και συνεργαζόμενοι στη μετάδοση, ο κόμβος κορμού μπορεί να μειώσει την ισχύ που καταναλώνει, και (ii) – ως αντάλλαγμα, ο κόμβος κορμού συμφωνεί να μεταδώσει τα πακέτα των συνοριακών *κόμβων. Για τη συνεργατική μετάδοση, σε ένα συνασπισμό S, οι συνοριακοί κόμβοι λειτουργούν ως αναμεταδότες, ενώ ο κόμβος κορμού λειτουργεί ως πηγή. Σε αυτό το παίγνιο, ο πυρήνας φαίνεται να είναι μη κενός, χρησιμοποιώντας την ιδιότητα ότι κάθε ομάδα συνοριακών κόμβων δεν λαμβάνουν καμία χρησιμότητα αν ξεφύγουν από το μεγάλο συνασπισμό με τον κόμβο κορμό. Επιπλέον, οι συγγραφείς στο [21] μελετούν τις προϋποθέσεις υπό τις οποίες η αξία Shapley και του πυρήνα είναι κατάλληλες για την μοντελοποίηση του παιγνίου. Με τη χρήση ενός κανονικού παιγνίου, η συνδεσιμότητα του δικτύου ad hoc έχει βελτιωθεί σημαντικά [21]. Πέρα από την προώθηση πακέτων, πολλές άλλες εφαρμογές όπως στο [22], [23], [24] χρησιμοποιούν πολλές τεχνικές μελετώντας το μεγάλο συνασπισμό σε μια ποικιλία εφαρμογών επικοινωνίας.*

Συνοπτικά, τα κανονικά παίγνια είναι ένα σημαντικό εργαλείο για τη μελέτη της συνεργασίας και της δικαιοσύνης στα δίκτυα επικοινωνιών, ιδιαίτερα όταν η συνεργασία είναι ευεργετική. Οι μελλοντικές εφαρμογές είναι πολλές, όπως η μελέτη των κερδών σε χωρητικότητα σε περιπτώσεις συνεργασίας στη μετάδοση, συνεργαζόμενων πηγών κωδικοποίησης, συνεργατικές αναμεταδόσεις στο ραδιοφάσμα και πολλές άλλες εφαρμογές. Με λίγα λόγια, κάθε φορά που διαμορφώνεται μια συνεργασία παράγει σημαντικά κέρδη σε κάθε στρώμα. Έτσι μπορεί κανείς να χρησιμοποιήσει κανονικά παίγνια συνασπισμών για την αξιολόγηση της σταθερότητας του μεγάλου συνασπισμού και τον προσδιορισμό κριτηρίων δίκαιης κατανομή των κερδών που προκύπτουν από τη συνεργασία. Τέλος, πρέπει να σημειωθεί ότι τα κανονικά παίγνια δεν περιορίζονται στο επίπεδο σύνδεσης, αλλά επεκτείνονται και στο επίπεδο δικτύου, όπως φαίνεται στο [23], [21].

Αναφορές Κεφαλαίου 3

[1] R. B. Myerson, Game Theory, Analysis of Conflict. Cambridge, MA, USA: Harvard University Press, Sep. 1991.
[2] T. Bas¸ar and G. J. Olsder, Dynamic Noncooperative Game Theory. Philadelphia, PA, USA: SIAM Series in Classics in Applied Mathematics,
Jan. 1999.
[3] G. Owen, Game Theory, 3rd edition. London, UK: Academic Press, Oct. 1995.
[4] Z. Han and K. J. Liu, Resource Allocation for Wireless Networks: Basics, Techniques, and Applications. New York, USA: Cambridge
University Press, 2008.
[5] R. T. Maheswaran and T. Bas¸ar, "Efficient signal proportional allocation (ESPA) mechanisms: decentralized social wellfare maximization
for divisible resources," IEEE J. Select. Areas Commun., Special Issue on Price-based Access Control and Economics for Communication
Networks, vol. 24, pp. 1000–1009, May 2006.
[6] T. Alpc¸an and T. Bas¸ar, "A globally stable adaptive congestion control scheme for Internet-style networks with delay," IEEE/ACM Trans. on
Networking, vol. 13, pp. 1261–1274, Dec. 2005.
[7] T. Alpc¸an, T. Bas¸ar, R. Srikant, and E. Altman, "CDMA uplink power control as a noncooperative game," Wireless Networks, vol. 8, pp.
659–670, 2002.
[8] H. Shen and T. Bas¸ar, "A globally stable adaptive congestion control scheme for Internet-style networks with delay," IEEE J. Select. Areas
Commun., Special Issue on Non-cooperative Behavior in Networking, vol. 25, pp. 1216–1223, Jun. 2007.
[9] D. Niyato, E. Hossein, and Z. Han, Dynamic Spectrum Access in Cognitive Radio Networks. New York, USA: Cambridge University Press,
To appear, 2009.
[10] A. MacKenzie, L. DaSilva, and W. Tranter, Game Theory for Wireless Engineers. Morgan and Claypool Publishers, Mar. 2006.
[11] T. Bas¸ar, "Control and game theoretic tools for communication networks (overview)," App. Comput. Math., vol. 6, pp. 104–125, 2007.
[12] R. La and V. Anantharam, "A game-theoretic look at the Gaussian multiaccess channel," in Proc. of the DIMACS Workshop on Network
Information Theory, New Jersey, NY, USA, Mar. 2003.
[13] S. Mathur, L. Sankaranarayanan, and N. Mandayam, "Coalitions in cooperative wireless networks," IEEE J. Select. Areas Commun., vol. 26,
pp. 1104–1115, Sep. 2008.
[14] R. Myerson, "Graphs and cooperation in games," Mathematics of Operations Research, vol. 2, pp. 225–229, Jun. 1977.
[15] P. Herings, G. van der Laan, and D. Talman, "Cooperative games in graph structure," Research Memoranda, Masastricht Research School of
Economics, of Technology and Organization, no. 11, Aug. 2002.
[16] J. von Neumann and O. Morgenstern, Game Theory and Economic Behavior. Princeton, NJ, USA: Princeton University Press, Sep. 1953.
[17] R. J. Aumann and B. Peleg, "Von neumann-morgenstern solutions to cooperative games without side payments," Bulletin of American
Mathematical Society, vol. 6, pp. 173–179, 1960.

[18] R. Thrall and W. Lucas, "N-person games in partition function form," Naval Research Logistics Quarterly, vol. 10, pp. 281–298, 1963.
[19] M. Jackson and A. Wolinsky, "A strategic model of social and economic networks," Journal of Economics Theory, vol. 71, pp. 44–74, 1996.
[20] V. Conitzer and T. Sandholm, "Complexity of determining nonemptiness of the core," CMU, Tech. Rep. CS-02-137.
[21] Z. Han and V. Poor, "Coalition games with cooperative transmission: a cure for the curse of boundary nodes in selfish packet-forwarding wireless networks," IEEE Trans. Comm., Jan. 2009.
[22] M. Madiman, "Cores of cooperative games in information theory," EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, vol. 2008, Mar. 2008.
[23] A. Aram, C. Singh, and S. Sarkar, "Cooperative profit sharing in coalition based resource allocation in wireless networks," in Proc. of IEEE INFOCOM, Rio de Janeiro, Brazil, Apr. 2009.
[24] J. Cai and U. Pooch, "Allocate fair payoff for cooperation in wireless ad hoc networks using shapley value," in Proc. Int. Parallel and Distributed Processing Symposium, Santa Fe, NM, USA, Apr. 2004, pp. 219–227.

Κεφάλαιο 4 - Δημοπρασίες και εφαρμογές σε ασύρματα δίκτυα

4.1 Εισαγωγή

Το κεφάλαιο αυτό παρουσιάζει τον τρόπο που η χρησιμότητα και η θεωρία παιγνίων μπορεί να εφαρμοστεί στο πλαίσιο της ασύρματων κυψελωτών δικτύων και των δικτύων ad hoc. Ειδικότερα, θα παρουσιάσουμε πώς οι συναρτήσεις χρησιμότητας μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως βάση συστημάτων δημοπρασίας για την κατανομή των πόρων των κυψελωτών δικτύων 2.5+G όταν ανταγωνίζονται χρήστες των οποίων οι προσφορές ο ένας ενάντια στον άλλο σε ένα μη συνεργατικό παίγνιο.

Οι δημοπρασίες πολλαπλών μονάδων έχουν πρόσφατα λάβει ιδιαίτερη προσοχή ως οικονομικός μηχανισμός για την κράτηση των πόρων και την διαπίστωση των τιμών στα δίκτυα. Η περίπτωση όπου οι χρήστες ανταγωνίζονται για να εξασφαλίσουν πόρους για μεγάλες χρονικές κλίμακες, για παράδειγμα, λεπτά, έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον για πολλούς πρακτικές περιπτώσεις. Σημαντική είναι η περίπτωση του UMTS: η διάρκεια των υπηρεσιών που οι χρήστες αιτούνται, όπως η λήψη ειδήσεων ή βίντεο συνεχούς ροής, είναι σημαντικά μεγαλύτερο από τα 10 msec της "σχισμής" του πλαισίου UTRAN κατά την οποία ο διαχειριστής πόρων διαθέτει εύρος ζώνης για τη ζήτηση [1]. Επιπλέον, οι υπηρεσίες αυτές έχουν απαιτήσεις QoS, με τυποποιημένη έκθεση 3GPP TR 23,107, τα οποία περιπλέκουν την κατανομή των πόρων. Το ίδιο ισχύει και για την τεχνολογία GPRS, συμπεριλαμβανομένης της ενισχυμένης έκδοσης του EDGE. Τα ίδια θέματα είναι εμφανή στη συνεχιζόμενη προσπάθεια να εξελιχθεί προς την κατεύθυνση της τέταρτης γενιάς (4G).Το 4G προβλέπει ότι οι χρήστες μπορούν να απολαύσουν την κινητικότητα, την απρόσκοπτη πρόσβαση, και την υψηλή ποιότητα των παρεχόμενων υπηρεσιών σε ένα all-IP δίκτυο σε μια "οποτεδήποτε, οπουδήποτε" βάση. Η πρόσβαση στο δίκτυο 4G περιλαμβάνει πολλαπλά ετερογενή γεωγραφικά συνυπάρχοντα ασύρματα δίκτυα. Η αποτελεσματική κατανομή του εύρους ζώνης ενός δικτύου 4G, η αρχιτεκτονική πρόσβασης του οποίου είναι ιεραρχική από άποψη της ακτίνας και έτσι η *γεωγραφική κάλυψη περιλαμβάνει μια σημαντική πρόκληση τόσο για την θεωρία των παιγνίων και της μηχανικής συμφόρησης.*

Παρόμοιες προκλήσεις για τη διαχείριση της κίνησης των χρηστών και τη συνακόλουθη αντιληπτή από το χρήστη QoS εμφανίζονται επίσης για τους χρήστες των IEEE 802.11 MANETs. Τα MANETs είναι η αυτο-ρυθμιζόμενα ασύρματα δίκτυα κινητών κόμβων, η ένωση των οποίων αποτελεί αυθαίρετη τοπολογία. Οι κόμβοι που χρησιμεύουν επίσης ως δρομολογητές είναι ελεύθεροι να κινηθούν αυθαίρετα. Έτσι, η τοπολογία του δικτύου μπορεί να αλλάξει γρήγορα και απρόβλεπτα. Εκτός από αυτό, το μικρό χρονικό διάστημα της κατανομής των πόρων του δικτύου, η υποβάθμιση της ποιότητας του καναλιού λόγω παρεμβολών, και η απουσία ενός κεντρικού σημείου ελέγχου / συντονισμού που ρυθμίζει όταν κάθε κόμβος μεταδίδει-σε αντίθεση με τη UMTS περίπτωση-περιπλέκουν περαιτέρω το πρόβλημα. Για δίκτυα ad hoc, διάφορα συστήματα δικαιοσύνης και πρωτόκολλα έχουν προταθεί, προκειμένου να βελτιωθεί ο άδικος τρόπος που διατίθενται οι διάφορες ροές εύρους ζώνης στα τυποποιημένα πρωτόκολλα 802.11. Στο υπόλοιπο του κεφαλαίου αυτού, θα επεξεργαστούμε τις αδυναμίες της αξιολόγησης των πρόσφατων μετρήσεων των επιδόσεων των συστημάτων δικαιοσύνης, που δεν μπορούν να απεικονίσουν τις επιπτώσεις της ακολουθίας των διαφόρων ρυθμών κατανομής των ροών των χρηστών. Αυτό παρακινεί τη χρήση των συναρτήσεων χρησιμότητας, η οποία μπορεί να χρησιμεύσει ως ένα κοινό έδαφος της σύγκρισης των επιδόσεων των διαφόρων συστημάτων δικαιοσύνης των οποίων η μεγιστοποίηση των στόχων είναι εγγενώς διαφορετική (π.χ., max-min δίκαιοσύνη, αναλογική δικαιοσύνη, κ.λπ.).

Επιπλέον, αξίζει να σημειωθεί ότι τα συστήματα δημοπρασιών αποδίδουν καλά σε περιπτώσεις όπου η ζήτηση είναι πολύ μεγαλύτερη από την προσφορά, σε αντίθεση με τα συστήματα δικαιοσύνης που δεν μπορούν να εφαρμοστούν σε αυτές τις περιπτώσεις, αλλά πολύ ελκυστική σε περιπτώσεις χαμηλής ζήτησης. Ως εκ τούτου, δημοπρασίες και συστήματα δικαιοσύνης μπορούν να θεωρηθούν ως συμπληρωματικές λύσεις διαχείρισης δικτύου κάτω από διαφορετικές συνθήκες του δικτύου. Το δύσκολο θέμα είναι να διερευνηθεί κατά πόσον οι συναρτήσεις χρησιμότητας μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε αυτούς τους δύο κόσμους.

Κλείνοντας, το κεφάλαιο αυτό δείχνει πως ένα πλαίσιο με βάση τη χρησιμότητα μπορεί να εφαρμοστεί σε GPRS, EDGE, UMTS, ασύρματα δίκτυα ως μέσο (α) με βάση τη δημοπρασία στη διαχείριση των πόρων σε 2.5 + G δίκτυα και (β) την ποσοτικοποίηση της αντιληπτής QoS από τους χρήστες Wi-Fi. Τέλος, ακολουθεί ένα παράδειγμα εύρεσης της ισορροπίας Nash σε δημοπρασία με ενσφράγιστες προσφορές.

4.2 Δημοπρασία με βάση την κατανομή πόρων σε 2.5 + G δίκτυα

4.2.1.Δημοπρασίες

Παρουσιάζουμε τους θεμελιώδεις ορισμούς, θεωρήματα, και αποτελέσματα από τη θεωρία δημοπρασίας [2,3]. Η δημοπρασία είναι ένας μηχανισμός που βασίζεται σε ένα κανόνα κατανομής που καθορίζει ποιο αγαθό κατανέμεται σε ποιους και έναν κανόνα πληρωμής που ορίζει την καταβολή των αντίστοιχων αντιτίμων. Ένας συμμετέχων μιας δημοπρασίας καλείται **πλειοδότης**, *ενώ η οντότητα που διεξάγει την δημοπρασία* **δημοπράτης**.

Υπάρχουν πολλοί τρόποι για την κατάταξη των δημοπρασιών. Οι δημοπρασίες ταξινομούνται σε **απλές ή μίας μονάδας**, *εφόσον μόνο ένα αγαθό δημοπρατηθεί και σε* **πολλών μονάδων** *αν δημοπρατηθούν πολλές μονάδες ενός αγαθού (π.χ., άρτιες μονάδες εύρους ζώνης μιας σύνδεσης) . Επιπλέον, ανάλογα με το αν οι προσφορές γίνονται δημόσια ή όχι, η δημοπρασία αναφέρεται ως* **ανοικτή** *ή* **κλειστή,** *αντίστοιχα. Οι δημοπρασίες που μεγιστοποιούν τα έσοδα του πωλητή αναφέρονται ως* **βέλτιστες** *και εκείνες που μεγιστοποιούν την κοινωνική ευημερία (το σύνολο των συναρτήσεων χρησιμότητας των συντελεστών) αναφέρονται ως* **αποδοτικές**. *Αν η δημοπρασία διεξάγεται σε γύρους, τότε ονομάζεται* **προοδευτική**. *Ανάλογα με τον κανόνα πληρωμής, η δημοπρασία μπορεί να είναι* **ομοιόμορφη** *αν καταβάλλεται το ίδιο ποσό χρημάτων από όλους για κάθε μονάδα του αγαθού που χορηγήθηκε και* **με διακρίσεις** *(πλήρωσε την προσφορά σου) αν ο κάθε χρήστης πληρώνει την προσφορά του για κάθε αντικείμενο που κερδίζει.*

4.2.1.1 Απλές Δημοπρασίες

Μια προσφορά στο πλαίσιο των απλών δημοπρασιών είναι το ποσό των χρημάτων που προσφέρονται από έναν πλειοδότη για το αντικείμενο που δημοπρατείται. Ο πιο ευρέως γνωστός μηχανισμός είναι η Αγγλική δημοπρασία, όπου ο πωλητής ξεκινά με την ελάχιστη τιμή που όντως αυξάνεται έως ότου υπάρξει μόνο ένα πρόσωπο που διεκδικεί το αντικείμενο, στον οποίο και απονέμεται. Η Ολλανδική δημοπρασία είναι ακριβώς ο αντίθετος μηχανισμός. Η τιμή είναι υψηλή αρχικά και σταδιακά μειώνεται μέχρι που ένας πλειοδότης διεκδικεί το αντικείμενο. Το αντικείμενο αυτό κατακυρώθηκε για ένα αντίτιμο ίσο με την τρέχουσα τιμή. Οι σφραγισμένες προσφορές δημοπρασίας (πρώτης τιμής και δεύτερης τιμής ή τιμής Vickrey) αποτελούνται από δύο φάσεις: (α) η πρώτη όπου οι προσφέροντες πλειοδότες υποβάλουν τους σφραγισμένους φακέλους με τις προσφορές τους και (β) το δεύτερο, όπου ανοίγονται οι φάκελοι. Το αντικείμενο στη συνέχεια απονέμεται στον πλειοδότη που υπέβαλε την υψηλότερη προσφορά. Ο νικητής πληρώνει την προσφορά του στη δημοπρασία πρώτης τιμής και την υψηλότερη χαμένη προσφορά, δηλαδή τη δεύτερη μεγαλύτερη προσφορά, στη δημοπρασία Vickrey. Έχει αποδειχθεί ότι στο πλαίσιο της δημοπρασίας Vickrey, είναι καλύτερο για κάθε πλειοδότη σε κάθε προσφορά να προσφέρει ειλικρινά την πραγματική αξία του για το αντικείμενο που του απονέμεται. Το στοιχείο αυτό αναφέρεται ως η συμβατότητα των κινήτρων.

4.2.1.2 Δημοπρασίες πολλών μονάδων

Μια προσφορά στο πλαίσιο των δημοπρασιών πολλών μονάδων ορίζεται ως το ζεύγος (p,q) ανά μονάδα της εξεφρασμένης επιθυμίας να πληρώσουν p για μια ποσότητα q μονάδων. Όλες οι απλές δημοπρασίες μπορούν να γενικευτούν σε δημοπρασίες πολλών μονάδων.Η συμβατότητα κινήτρων ισχύει μόνο για τις γενικεύσεις της δημοπρασίας Vickrey. Οι κανόνες της γενικευμένης Δημοπρασίας Vickrey (GVA) [4] ορίζουν ότι (α) κάθε χρήστης αναφέρει αποτίμηση του για ένα υποσυνόλο ή για όλα τα σημεία της συνάρτησης ζήτησης του για το αντικείμενο που δημοπρατείται, (β) μονάδες που κατανέμονται στις υψηλότερες προσφορές μέχρι να εξαντληθούν οι προσφορές ζήτησης, και (γ) εφαρμόζεται, ο κανόνας πληρωμής VCG σύμφωνα με τον οποίο, κάθε χρήστης επιβαρύνεται με το κοινωνικό κόστος ευκαιρίας που συνεπάγεται η παρουσία του. Επισήμως, η χρέωση του χρήστη I ισούται με $\mu_i(\theta) = SW_{-i}(0, \theta_{-i}) - SW_{-i}(\theta)$*, όπου* SW_{-i} *είναι η κοινωνική ευημερία των πλειοδοτών εκτός από i, θ είναι το σύνολο των* *αναφερόμενων αποτιμήσεων των χρηστών, και (0, $\theta - i$) είναι το αποδοτικό αποτέλεσμα, εάν η αναφερόμενη αξία του i είναι 0 ενώ οι αναφερόμενες αξίες από άλλους χρήστες παραμένουν αμετάβλητες. Πρέπει να σημειώσουμε ότι οι χρεώσεις των νικητών είναι λιγότερες από τις αντίστοιχες προσφορές τους.*

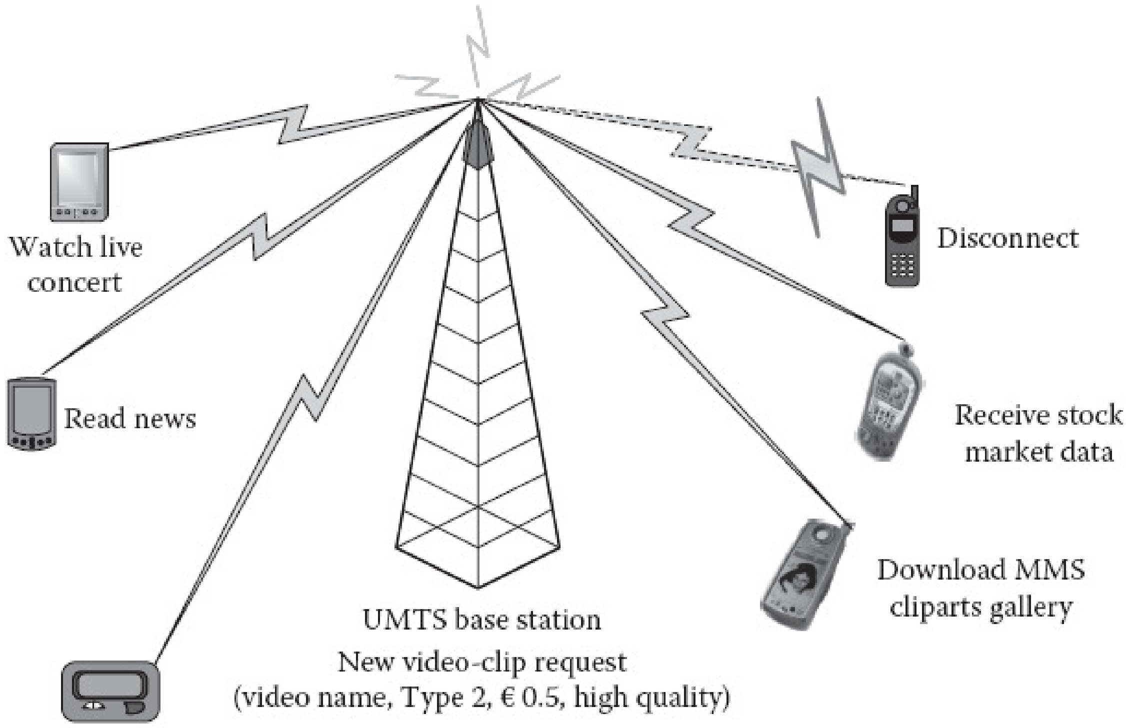
4.2.2 Διαχείριση των Πόρων που βασίζεται στη δημοπρασία

Το πρόβλημα της δημοπρασίας των πόρων του δικτύου, όπως το εύρος ζώνης σε κυψελωτά δίκτυα κινητής τηλεφωνίας αρχικά φαίνεται να είναι πανομοιότυπο με εκείνο των δημοπρασιών πολλών μονάδων. Ειδικότερα, υπάρχει μια ποσότητα των πόρων, η χωρητικότητα C του δικτύου πρόσβασης, που δημοπρατείται μεταξύ των πλειοδοτών-οι χρήστες- που εμφανίζουν ζήτηση πολλών μονάδων προκειμένου να καλύψουν τις ανάγκες των υπηρεσιών τους. Θα μπορούσε να εφαρμοστεί ευθέως κάποιο πρότυπο δημοπρασίας πολλών μονάδων που συναντάμε στη βιβλιογραφία της θεωρίας δημοπρασιών, αλλά αυτό δεν είναι εύκολο γιατί σε ένα ρεαλιστικό μηχανισμό, η διάσταση του χρόνου πρέπει να λαμβάνεται υπόψη στο μοντέλο και το σχεδιασμό των δημοπρασιών. Ειδικότερα, το μεγαλύτερο μέρος της πολυπλοκότητας του προβλήματος διαχείρισης των πόρων σε δίκτυα UMTS έγκειται στο γεγονός ότι οι χρήστες απαιτούν συνεδρίες που εκτείνονται εν μέρει σε επικαλυπτόμενα διαστήματα με διαφορετική διάρκεια, τα οποία σε γενικές γραμμές είναι πολύ μεγαλύτερες από την κλίμακα χρόνου t_a μιας σχισμής, όπου διατίθενται οι πόροι του δικτύου. Αυτή η πτυχή του προβλήματος έχει παραμεληθεί στη βιβλιογραφία με την εξαίρεση της δημοπρασίας ΑΘΗΝΑ [5].

Σύμφωνα με την προσέγγιση ΑΘΗΝΑ [5], διεξάγεται μια σειρά από «μίνι-δημοπρασίες," σχετικά με κάθε κράτηση πόρων σε μια σχισμή. Κάθε μίνι-δημοπρασία είναι μια σφραγισμένη προσφορά-GVA [4], με ατομικές προσφορές (δηλαδή, προσφορές που είναι πλήρως ικανοποιητικές ή απορριπτέες) από τον τύπο (p,q), όπου q είναι η ποσότητα των μονάδων πόρων που ζητούνται στην παρούσα σχισμή και p είναι η τιμή που προτείνεται για κάθε τέτοια μονάδα. Στο εξής, εκτός εάν ορίζεται διαφορετικά, ο μηχανισμός αυτός περιορίζει την προσοχή στις υπηρεσίες που απαιτούν σταθερούς ρυθμούς bit. Για το UMTS, δεδομένου ότι οι πόροι κατανέμονται σε bits, αν η υπηρεσία περιλαμβάνει την κίνηση ενός συγκεκριμένου ρυθμού bit m, τότε $q = m \bullet t_a$. (Όπως εξηγείται στη συνέχεια για κάθε υπηρεσία στην εν λόγω σύνοδο, μία προσφορά *τοποθετείται ανά μίνι-δημοπρασία.) Σε ένα GVA, οι χρήστες με ελαστική συνάρτηση χρησιμότητας έχουν το κίνητρο να προσφέρουν ειλικρινά την προθυμία τους να πληρώσουν [4]. Αυτή είναι πολύ γοητευτική ιδιότητα, που παρακινεί την εφαρμογή του GVA σε κάθε μίνι-δημοπρασία.*

Το ATHENA αποτελείται από μια σειρά GVAs, ένα για κάθε σχισμή. Ωστόσο, σε μια ρεαλιστική περίπτωση UMTS δίκτυου, οι μίνι-δημοπρασίες, θα πρέπει να τρέξουν τόσο συχνά που δεν θα ήταν εφικτό για τους χρήστες να συμμετάσχουν σε όλες αυτές τις μίνι δημοπρασίες. Δεδομένου ότι ο χρήστης δεν μπορεί να υποβάλει προσφορά σε μια βάση ανά μίνι-δημοπρασία, το ATHENA καθορίζει τις συναρτήσεις χρησιμότητας, που αφορούν τις διάφορες υπηρεσίες. Αυτές οι συναρτήσεις παρέχονται από το χειριστή του δικτύου ως συναρτήσεις προσφορών για το χρήστη για να επιλέξει από αυτές, οι οποίες κλιμακώνονται σύμφωνα με τη συνολική βούληση του χρήστη να πληρώσει, το οποίο πρέπει να δοθεί από τον ίδιο τον χρήστη (ως μέρος του αιτήματος υπηρεσίας του, Σχήμα 4.1). Η προσέγγιση αυτή είναι σύμφωνη με το 3GPP [6] σχετικά με προκαθορισμένα προφίλ QoS. Στη συνέχεια, το δίκτυο τρέχει όλες τις μίνι-δημοπρασίες με την υποβολή προσφορών για λογαριασμό του κάθε χρήστη, ανάλογα με την αντίστοιχη επιλογή της συνάρτησης προσφοράς.

Επιπλέον, δεδομένου ότι οι χρήστες δεν κάνουν προσφορά, οι λεπτομέρειες του φυσικού επιπέδου και της δημοπρασίας είναι κρυμμένες από αυτούς: Ένας χρήστης που απαιτεί μια υπηρεσία επιλέγει μεταξύ των προκαθορισμένων συναρτήσεων προσφορών αυτή που εκφράζει καλύτερα τις προτιμήσεις του και δηλώνει τη συνολική προθυμία να πληρώσει Us. Μια συνεδρία χρόνου ts φορά δημιουργείται στη συνέχεια. Κάθε χρήστης στοχεύει στην επίτευξη διαρκώς του σταθερού ρυθμού bits m, με τη συμμετοχή σε ένα μεγάλο αριθμό Ks μίνι-δημοπρασιών, όπου Ks = ts/ta (Ας θυμηθούμε, όμως, ότι το δίκτυο κάνει προσφορές σε κάθε χρήστη ξεχωριστά). Για παράδειγμα, αν ο χρήστης επιθυμεί να παρακολουθήσει τα αγαπημένοτου βίντεο κλιπ του που διαρκεί για 4 λεπτά, δηλώνει απλά τον τίτλο του βίντεο, τη συνολικη προθυμία να πληρώσει Us, το επιθυμητό επίπεδο ποιότητας, καθώς και ο τύπος της συνάρτησης χρησιμότητας. Οι αιτήσεις αποστέλλονται από το τερματικό του χρήστη στο σταθμό βάσης UMTS μέσω του καναλιού τυχαίας πρόσβασης (RACH, Random Access CHannel). Οι παραμέτροι ts, Ks, και m υπολογίζονται αυτόματα από το δίκτυο και είναι ολοφάνεροι στο χρήστη.



Σχήμα 4.1 Ένας χρήστης του κυψελωτού UMTS υποβάλλει αίτηση **για** *υπηρεσία βίντεο που αποτελείται από το όνομα του βίντεο*, **την επιλογή** *μιας συνάρτησης χρησιμότητας*, *και* **τη** *συνολική προθυμία του να πληρώσει για την υπηρεσία μιας συγκεκριμένης ποιότητας (ρυθμός* **bit**).

4.2.3 Συναρτήσεις χρησιμότητας χρηστών

Παρακάτω, θα παρουσιάσουμε εν συντομία την συνάρτηση χρησιμότητας ATHENA και τις ιδιότητές της. Ας υποθέσουμε ότι η αξία του χρήστη i είναι $u_{s,i}$ *για να αποκτήσουν την υπηρεσία s να μας εκτιμούν, i για την απόκτηση της υπηρεσίας του είναι το άθροισμα των οριακών "υπο-χρησιμοτήτων"* $\upsilon_{s,i}^{(t)}$ *που επιτυγχάνουν σε κάθε επιτυχημένη κατανομή (δηλαδή, ο ρυθμός bit* x_i *που κατανέμεται ισούται με το επιθυμητό* m_i*) έτσι, ώστε* $u_{s,i}(x_i^{(1)},\ldots, x_i^{(Ks,i)})=\sum_{t=1}^{Ks,i}\upsilon_{s,i}^{(t)}(x_i^{(1)},\ldots, x_i^{(t)})$. *(Οι δείκτες i και s χαρακτηρίζουν τον χρήστη και την υπηρεσία, αντίστοιχα, το* $K_{s,i}$ *χαρακτηρίζει τον αριθμό των μίνι-δημοπρασιών για το χρήστη i και των συνεδριών των υπηρεσιών, ο εκθέτης t κυμαίνεται από 1 έως* $K_{s,i}$ *αναφέροντας την "τρέχουσα" μίνι-δημοπρασία). Στη συνέχεια, ορίζονται οι συναρτήσεις χρησιμότητας, που αναφέρονται στις διάφορες υπηρεσίες. Οι συναρτήσεις αυτές αντικατοπτρίζουν το γεγονός ότι, όταν δεν μπορεί να* *εξασφαλιστεί ικανοποιητική παροχή υπηρεσιών, η θέση του χρόνου των σχισμών που λαμβάνει ο χρήστης κατά ένα μεγάλο ποσοστό κάνει μεγάλη διαφορά στην QoS που αντιλαμβάνεται ο χρήστης. Έτσι, επιλέγοντας μία από τις προκαθορισμένες συναρτήσεις χρησιμότητας ATHENA, κάθε χρήστης δηλώνει την προτιμώμενη μορφή του προτύπου κατανομής για τις περιπτώσεις όπου απόλυτα σταθερή κράτηση πόρων δεν είναι εφικτή. Ορίζονται οι οι ακόλουθες συναρτήσεις χρησιμότητας:*

Τύπος 1: Αδιαφορία για το πρότυπο κατανομής. Η συνολική αξία Us,i του χρήστη κατανέμεται εξίσου κατανέμεται μεταξύ των διαφόρων σχισμών. Έτσι,

$$\upsilon_{s,i}^{(t)}\ (x_i^{(1)},\ldots,x_i^{(t)})=\mathbf{1}\ (x_i^{(t)}=m_i)\cdot\frac{\mathrm{U_{s,i}}}{K_{s,i}}$$

Όπου

Us,i είναι η συνολική δηλούμενη προθυμία του χρήστη να πληρώσει

1 (·) είναι ο δείκτης συνάρτησης.

Ένα παράδειγμα χρηστών που ανήκουν σε αυτόν τον τύπο είναι η πρόσβαση σε νέα ή λήψη αρχείων με FTP. Αυτή συνάρτηση χρησιμότητας είναι κατάλληλη για τις υπηρεσίες UMTS Background Class με m_i που αναφέρεται στο μέγιστη παράμετρο ρυθμού bit αυτής της κατηγορίας [6].

Τύπος 2: *Ευαίσθητα στην συνέχεια των υπηρεσιών. Αυτός ο τύπος αναφέρεται (μεταξύ άλλων περιπτώσεων) σε χρήστες που προτιμούν να παρακολουθούν συστηματικά το μισό από ένα ποδοσφαιρικό αγώνα από το να παρακολουθούν πολλές μικρότερες περιόδους. Ετσι, προτιμούν το πρότυπο κατανομής του Σχήματος 4.2(α) σε σχέση με εκείνο του 4.2(β). Μια υπο-χρησιμότητα που εκφράζει αυτή την προτίμησή τους είναι*

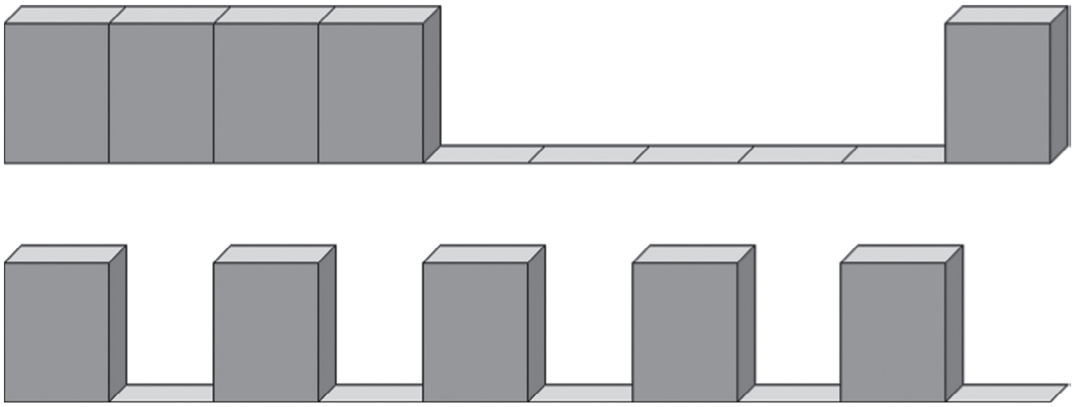
$$\upsilon_{s,i}^{(t)}\ (x_i^{(1)},\ldots,x_i^{(t)})=\mathbf{1}\ (x_i^{(t)}=m_i)\cdot\frac{\mathrm{U_{s,i}}}{K_{s,i}}\cdot a^{d(t)_i}$$

Όπου

α ∈ (0, 1) είναι ένας παράγοντας προεξόφλησης

$d(t)_i$ είναι η απόσταση μεταξύ της τρέχουσας και των προηγούμενων χρονοσχισμών κατά την οποία οι χρήστες επιτυγχάνουν κρατήσεις.

Το ιστορικό των προηγούμενων κατανομών επηρεάζει την $\upsilon_{s,i}^{(t)}$, μέσω της τιμής του d_i, η οποία παρακολούθησε την πορεία της. Αυτή η συνάρτηση χρησιμότητας είναι κατάλληλη για τις υπηρεσίες UMTS Streaming Class services [6].



Σχήμα 4.2 **(α), (β)** *Ευμετάβλητα πρότυπα κατανομής πόρων.*

Τύπος 3: Ευαίσθητα ως προς την κανονικότητα του προτύπου κατανομής των πόρων. Οι χρήστες προτιμούν το πρότυπο κατανομής του Σχήματος 12.2b από εκείνο του 12.2a. Η αντίστοιχη υπο-χρησιμότητα είναι

$$\upsilon_{s,i}^{(t)}\ (x_i^{(1)},\dots,x_i^{(t)})=\mathbf{1}\ (x_i^{(t)}=m_i)\cdot\frac{\mathrm{U_{s,i}}}{K_{s,i}}\cdot a^{\{0,\Delta d_i\}}max$$

όπου Δd_i *είναι η διαφορά του* $d(t)_i$ *(όπως ορίζεται παραπάνω) και η διάρκεια της προηγούμενου ανοίγματος. Ας σημειώσουμε ότι ο συντελεστής max* $a^{\{0,\Delta d_i\}}$ *ισούται με 1 (αντίστοιχα είναι μικρότερος από 1) εάν* Δd_i *είναι μη-θετικό, δηλαδή, όταν η λαμβανόμενη QoS βελτιώνεται (χειροτερεύει αντίστοιχα).*

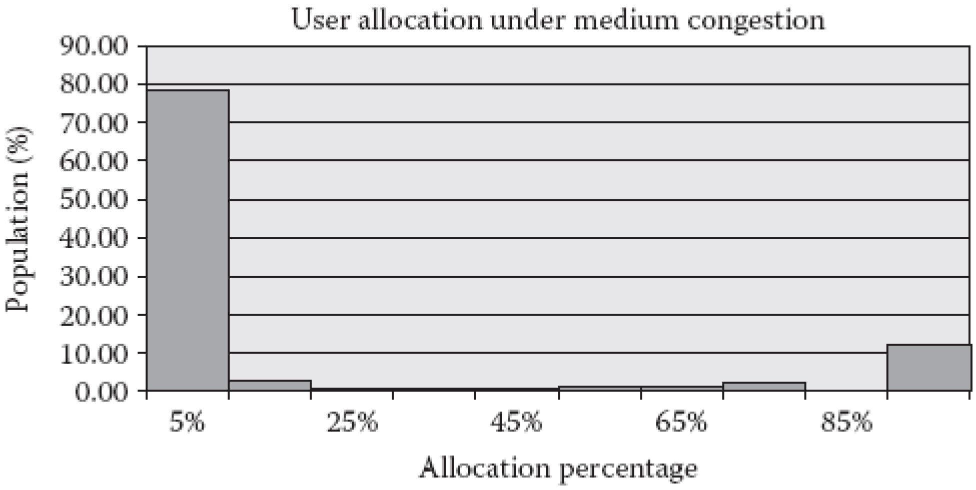
Για όλους τους τρεις τύπους, αν ο χρήστης έχει συνεχώς κατανεμημένους πόρους και εξυπηρετείται, εξυπηρετείται με την καλύτερη QoS, τότε η χρησιμότητα που επιτυγχάνεται είναι $\mathrm{U_{s,i}}$*. Οι συναρτήσεις χρησιμότητας ATHENA δεν είναι οι μόνες δυνατές που αντανακλούν την ικανοποίηση των χρηστών όσον αφορά την επίτευξη QoS. Αυτό που είναι σημαντικό είναι ότι η μορφή αυτών των χρησιμοτήτων αντικατοπτρίζει σωστά τις προτιμήσεις του κάθε τύπου χρήστη.*

4.2.4 Κίνητρα χρήστη

Στο ATHENA [5], επίσης, μελετήθηκαν τα κίνητρα των χρηστών για την υποβολή προσφορών σε μια ακολουθία δημοπρασιών. Το σχεδιάγραμμα της απόδειξης έχει ως εξής: Η συμβατότητα των κινήτρων υπάρχει αν οι υπο-χρησιμότητες του χρήστη είναι ανεξάρτητες μεταξύ των διαφόρων δημοπρασιών λόγω της GVA ιδιότητας *συμβατότητας κινήτρων. Η ενδιαφέρουσα περίπτωση, όπου υπάρχει συμπληρωματικότητα μεταξύ των ακόλουθων δημοπρασιών, για παράδειγμα, για τον τύπο 2 και 3 χρηστών, έχει επίσης μελετηθεί: Η υποβολή προσφοράς μικρότερης από τη χρησιμότητα του χρήστη σε κάθε δημοπρασία δεν είναι ωφέλιμη, δεδομένου ότι κάτι τέτοιο αυξάνει την πιθανότητα να χάσει χωρίς να επηρεάζεται η απόσβεση. Μια προσφορά μεγαλύτερη από την αντίστοιχη υπο-χρησιμότητα μπορεί να είναι επωφελής, λόγω της επιπλέον αξίας που η παρούσα κατανομή (η οποία είναι πιο πιθανή από την υπερπροσφορά) μπορεί να φέρει στην συνολική υπηρεσία. Ωστόσο, αυτή δεν θα ήταν η περίπτωση για τους "ακούσιας αβεβαιότητας" (συντηρητικούς) χρήστες, οι οποίοι-εξ ορισμού-σε περίπτωσεις επιλογής / συμπεριφοράς υπό συνθήκες αβεβαιότητας επιλέγουν πάντα να παίζουν την ασφαλέστερη στρατηγική. Για τους χρήστες αυτούς, έχει αποδειχθεί ότι η ειλικρινή προσφορά περιλαμβάνει την τέλεια στρατηγική ισορροπία υποπαιγνίου. Αυτή η "Maximin" συμπεριφορά προτάθηκε από τον Wald [7] για τις περιπτώσεις σοβαρής αβεβαιότητας, η οποία συναντάται επίσης μεταξύ των ATHENA πλειοδοτών*

4.2.5 Αξιολόγηση

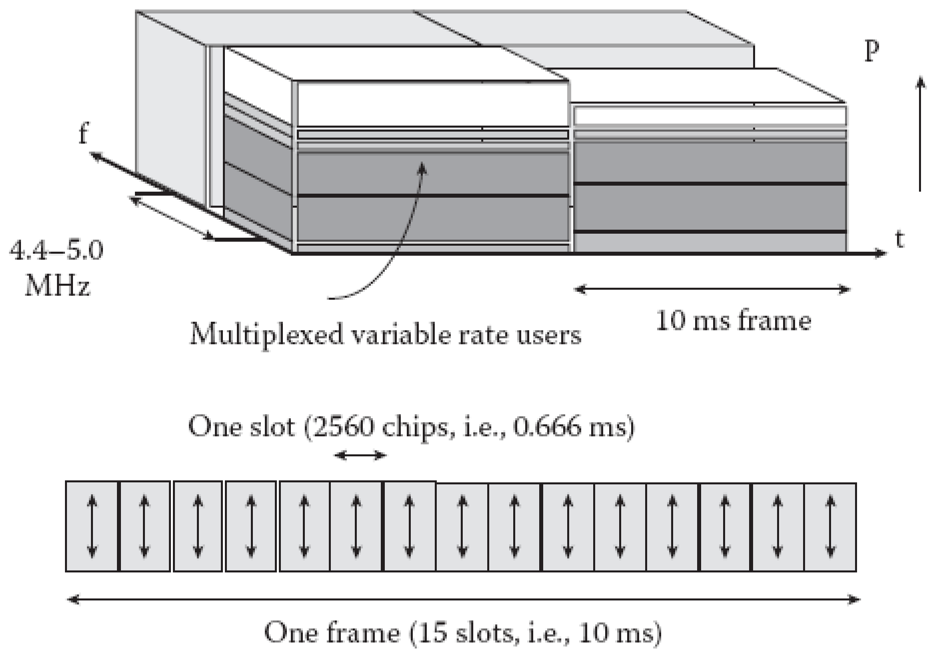
Η αξιολόγηση του ATHENA, καθώς και η μεταβολή της HERA [8] για τη δημοπρασία με βάση τη διαχείριση των πόρων σε δίκτυα UMTS HSDPA αποκάλυψε μερικές πολύ ενδιαφέρουσες ιδιότητες.



Σχήμα 4.3 Κατανομή των προτύπων κατανομής των πόρων σε σχέση με το ποσοστό των συνολικών στοχευμένων πόρων που επιτυγχάνονται μέσων υπό συνθήκες μέτριας συμφόρησης του δικτύου.

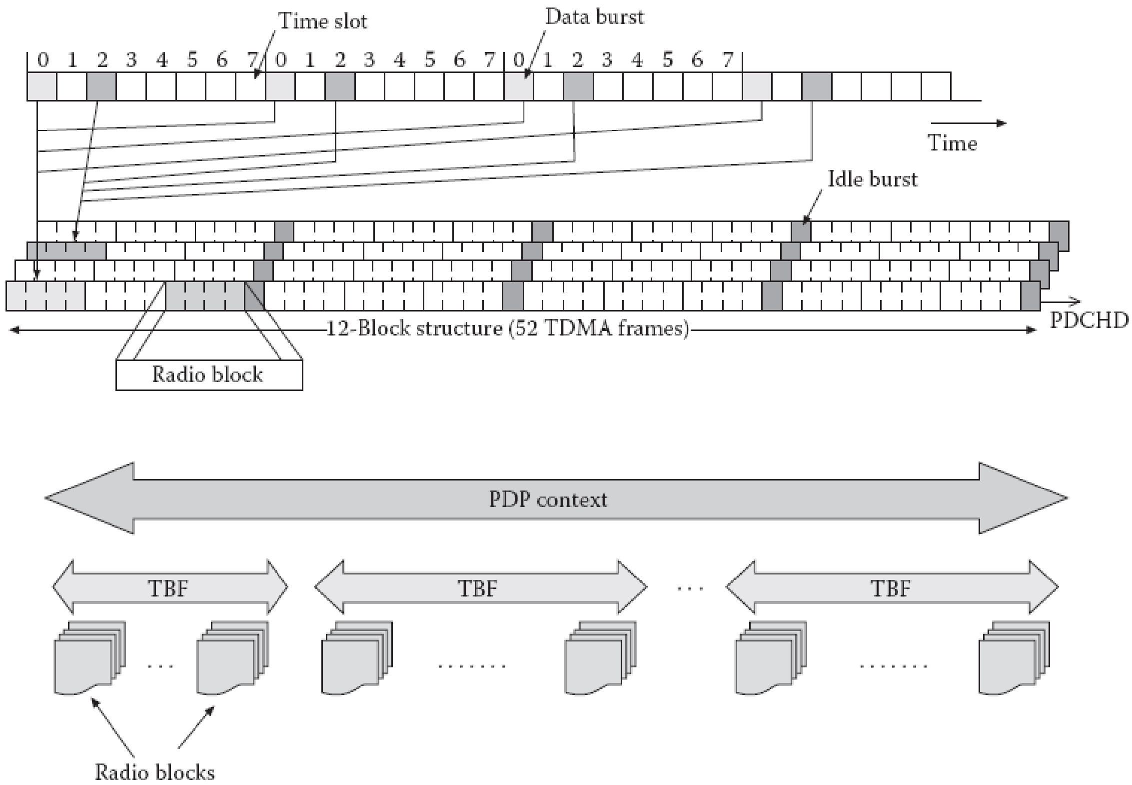
Πιο συγκεκριμένα, οι προσομοιώσεις έδειξαν ότι η συντριπτική πλειοψηφία των χρηστών λαμβάνουν είτε σχεδόν τέλεια υπηρεσία ή εξασφαλίζουν αμελητέες ποσότητες των πόρων. Έτσι, υπάρχει μια δικόρυφη διανομή των προτύπων κατανομής των πόρων με ενδιάμεσα πρότυπα κατανομής που προκύπτει σπάνια σε γενικές γραμμές. Στο Σχήμα 4.3 όπου απεικονίζεται σε συνθήκες μέτριας συμφόρησης ,το συνολικό ποσοστό των χρηστών που λαμβάνουν μέτρια υπηρεσία, δηλαδή, 25% -85% της επιθυμητής υπηρεσίας είναι περίπου 10%, σε αντίθεση με το 90% των χρηστών που λαμβάνουν την τέλεια υπηρεσία ή δεν εξυπηρετούνται καθόλου. Συνολικά, το ποσοστό των χρηστών που αντιμετωπίζουν συχνές διακοπές των υπηρεσιών των οποίων η διάρκεια σε σχισμές είναι σημαντική είναι εξαιρετικά περιορισμένη. Αυτό οφείλεται κυρίως στη μορφή των συναρτήσεων χρησιμότητας και το γεγονός ότι οι μη ανταγωνιστικοί χρήστες απαγορεύεται να εισέρχονται στο δίκτυο λόγω της χαμηλότερης τιμής των προσφορών τους σε σύγκριση με την τιμή αποκοπής της δημοπρασίας. Αυτό επίσης έχει αναλυθεί θεωρητικά μέσω του μοντέλου του τυχαίου περιπάτου για τους χρήστες Τύπου 2 [9].

Εξάλλου, η σύγκριση της δημοπρασίας με γνωστές πολιτικές χρονοδρομολόγησης, όπως η ονομαζόμενη κατά προτεραιότητα εξυπηρέτηση, First Come First Served (FCFS), δηλαδή Πρώτο Έρχεται Πρώτο Εξυπηρετείται, και η Round Robin, δείχνει ότι (α) η δημοπρασία είναι προτιμότερη από τη Round Robin, σύμφωνα με τα τελευταία αποτελέσματα σε πολλα ενδιάμεσα πρότυπα κατανομής των πόρων, και (β) είναι επίσης καλύτερη από τη FCFS, αφού τα τελευταία αποτελέσματα σε μη αποδεκτά υψηλά επίπεδα καθυστερήσεις εγκατάστασης συνόδων.



Σχήμα 4.4 Κατανομή των πόρων σε δίκτυα UMTS. (**Holma,** *H. και Toskala*, *A.*: *WCDMA για το UMTS*:**Ασύρματη** *πρόσβαση σε κινητές επικοινωνίες τρίτης γενιάς*. *Σεπτέμβριος 2000, Πνευματικά δικαιώματα Wiley-VCH Verlag GmbH & Co KGaA*.)

Επίσης, από την άποψη της πρακτικής εφαρμογής, η δημοπρασία είναι εφαρμόσιμη τόσο σε UMTS όσο και HSDPA 3G δίκτυα, όπου το 10 ms UTRAN πλαίσιο και το 2ms HSDPA πλαίσιο αποτελεί τη μονάδα κατανομής των πόρων για τα δίκτυα αυτά όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.4. Η δημοπρασία είναι εφαρμόσιμη επίσης σε GPRS και στην βελτιωμένη εκδοχή του EDGE. Στο GPRS, ο χρήστης των υπηρεσιών δεδομένων ανταγωνίζεται για τον αριθμό των χρονοσχισμών, με τη μονάδα κατανομής να είναι το Radio Block [10], όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.5.



Σχήμα 4.5 Κατανομή των πόρων στο GPRS. (**Από Soursos, S.** *et al*. *Διαφοροποιημένες υπηρεσίες στο περιβάλλον ασύρματης πρόσβασης GPRS*, *IWDC 2001, Εξελικτικές Τάσεις του Διαδικτύου*, *Ιταλία*, *Σεπτέμβριος 17 - 20, 2001*.)

4.3 Εύρεση ισορροπίας Nash σε δημοπρασία με ενσφράγιστες προσφορές

Η δημοπρασία με ενσφράγιστες προσφορές αποτελεί στατικό παίγνιο ελλιπούς πληροφόρησης: κάθε συμμετέχων γνωρίζει τη δική του αξιολόγηση για το πωλούμενο αγαθό, όμως δεν γνωρίζει την αξιολόγηση κανενός άλλου, οι προσφορές κατατίθενται σε σφραγισμένους φακέλους, έτσι ώστε οι κινήσεις των παικτών να θεωρηθούν ταυτόχρονες.

Θεωρούμε την εξής δημοπρασία πρώτης τιμής με ενσφράγιστες προσφορές. Υπάρχουν δυο συμμετέχοντες, τους οποίους συμβολίζουμε i = 1,2. Ο συμμετέχων i έχει αποτίμηση v_i *για το αγαθό –δηλαδή αν ο i κερδίσει το αγαθό και πληρώσει τιμή p, τότε το όφελος του i είναι* v_i*- p. Οι αποτιμήσεις των δυο συμμετεχόντων είναι ανεξάρτητες και ομοιόμορφα κατανεμημένες στο [0,1]. Οι προσφορές είναι υποχρεωτικά μη* *αρνητικές. Οι συμμετέχοντες καταθέτουν ταυτόχρονα τις προσφορές τους. Ο πλειοδότης κερδίζει το αγαθό και καταβάλλει τιμή ίση με την προσφορά του, ο άλλος συμμετέχων ούτε παίρνει ούτε πληρώνει τίποτα. Στην περίπτωση ισοπαλίας, ο νικητής καθορίζεται από το στρίψιμο ενός νομίσματος. Οι συμμετέχοντες είναι ουδέτεροι ως προς το ρίσκο. Όλα τα παραπάνω αποτελούν κοινή γνώση.*

Για να διατυπώσουμε αυτό το πρόβλημα ως στατικό μπεϋνζιανό παίγνιο πρέπει να καθορίσουμε τους χώρους δράσης, τους χώρους τύπων, τις εκτιμήσεις και τις συναρτήσεις οφέλους. Δράση του παίκτη i είναι η κατάθεση μιας μη αρνητικής προσφοράς b_i *και τύπο του παίκτη i αποτελεί η αποτίμησή του* v_i*. Επειδή οι αποτιμήσεις είναι ανεξάρτητες, ο παίκτης i εκτιμά πως το* v_j *κατανέμεται ομοιόμορφα στο [0,1], όποια και αν είναι η τιμή του* v_i*. Τέλος, η συνάρτηση οφέλους του παίκτη i είναι*

$u_i(b_1,b_2\,;\,v_1,v_2) = v_i - b_i$ *αν* $b_i > b_j$

$u_i(b_1,b_2\,;\,v_1,v_2) = (v_i - b_i)/2$ *αν* $b_i = b_j$

$u_i(b_1,b_2\,;\,v_1,v_2) = 0$ *αν* $b_i < b_j$

Για να υπολογίσουμε μια ισορροπία κατά Nash αυτού του παιγνίου, ξεκινάμε κατασκευάζοντας τους χώρους στρατηγικής των παικτών. Σε ένα στατικό μπεϋνζιανό παίγνιο η στρατηγική είναι μια συνάρτηση από τύπους σε δράσεις. Συνεπώς, μια στρατηγική για τον παίκτη i είναι μια συνάρτηση $b_i(v_i)$ *που καθορίζει την προσφορά που θα επέλεγε κάθε ένας από τους τύπους i, (δηλαδή, για κάθε μια από τις αποτιμήσεις). Σε μια μπεϋνζιανή ισορροπία κατά Nash, η στρατηγική του παίκτη 1,* $b_1(v_1)$*, είναι η άριστη απόκριση στην στρατηγική του παίκτη 2,* $b_2(v_2)$*, και αντίστροφα. Τυπικά, το ζεύγος των στρατηγικών (*$b_1(v_1)$*,* $b_2(v_2)$*) αποτελεί ισορροπία κατά Nash αν για κάθε* v_i *στο [0,1] το* $b_i(v_i)$ *αποτελεί λύση του:*

$$\max_{b_i}\ (v_i - b_i)\ Prob\{\, b_i > b_j(v_j) \,\} + \frac{1}{2}(v_i - b_i)\ Prob\{\, b_i = b_j(v_j)\}$$

Ψάχνουμε μια γραμμική ισορροπία : $b_1(v_1) = a_1 + c_1v_1$ *και* $b_2(v_1) = a_2 + c_2v_2$*. Προκύπτει πως επειδή οι αποτιμήσεις των παικτών είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες, μια γραμμική ισορροπία όχι μόνο υπάρχει αλλά είναι και μοναδική. Θα βρούμε πως* $b_i(v_i) = v_i/2$*. Δηλαδή, κάθε παίκτης καταθέτει μια προσφορά ίση με τη μισή αποτίμησή του. Μια τέτοια προσφορά αντανακλά το θεμελιώδες δίλημμα που αντιμετωπίζει ένας συμμετέχων σε μια δημοπρασία: όσο περισσότερα προσφέρει ,τόσο πιθανότερο είναι ότι θα κερδίσει, όσο λιγότερα προσφέρει ,τόσο περισσότερα θα αποκομίσει αν κερδίσει.*

Υποθέτουμε πως ο παίκτης j υιοθετεί την στρατηγική $b_j(v_j) = a_j + c_j v_j$ *.Για μια δεδομένη τιμή του* v_i *, η άριστη απόκριση του παίκτη I αποτελεί λύση του:*

$$\max_{b_i}(v_i - b_i)\, Prob\,\{ b_i > a_j + c_j v_j \},$$

Έχοντας ήδη χρησιμοποιήσει το γεγονός ότι $Prob\,\{ b_i = b_j(v_j) \} = 0$ *(διότι* $b_j(v_j) = a_j + c_j v_j$ *και το* v_j *ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή, άρα το* b_j *ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή).Επειδή δεν έχει νόημα για τον παίκτη i να προσφέρει λιγότερα από την ελάχιστη προσφορά του παίκτη j,ενώ είναι ανόητο να προσφέρει περισσότερα από τη μέγιστη προσφορά του j έχουμε ότι* $a_j \le b_j \le a_j + c_j$*, άρα :*

$Prob\,\{ b_i > a_j + c_j v_j \} = Prob\,\{ v_j < (b_i - a_j)/c_j \} = (b_i - a_j)/c_j$

Η άριστη απόκριση του παίκτη i, συνεπώς είναι:

$b_i(v_i) = (v_i + a_j)/2 \quad$ *αν* $v_i \ge a_j$

$b_i(v_i) = a_j \quad$ *αν* $v_i < a_j$

Αν $0 < a_j < 1$*, τότε υπάρχουν ορισμένες τιμές του* v_i *τέτοιες ώστε* $v_i < a_j$*, οπότε το* $b_i(v_i)$ *δεν είναι γραμμικό, είναι μάλλον επίπεδο στην αρχή με θετική κλίση στη συνέχεια. Επειδή αναζητούμε γραμμική ισορροπία, θα απορρίψουμε την περίπτωση όπου* $0 < a_j < 1$*, εστιάζοντας αντίθετα στις περιπτώσεις* $a_j \ge 1$ *και* $a_j \le 0$*. Όμως η πρώτη δεν μπορεί να ισχύει σε ισορροπία: επειδή είναι άριστο για έναν υψηλότερο τύπο να προσφέρει τουλάχιστον ίσα με την άριστη προσφορά ενός χαμηλότερου τύπου, έχουμε* $c_j \ge 0$*, αλλά τότε η σχέση* $a_j \ge 1$ *συνεπάγεται* $b_j(v_j) \ge v_j$*, το οποίο δεν μπορεί να είναι άριστο. Άρα, για να είναι το* $b_i(v_i)$ *γραμμικό πρέπει να έχουμε* $a_j \le 0$*, στην περίπτωση αυτή έχουμε* $b_i(v_i) = (v_i + a_j)/2$ *συνεπώς* $a_i = a_j/2$ *και* $c_i = ½$

Μπορούμε να επαναλάβουμε την ίδια ανάλυση για τον παίκτη j με την υπόθεση ότι ο παίκτης i υιοθετεί τη στρατηγική $b_i(v_i) = a_i + c_i v_i$*. Αυτό μας δίνει* $a_i \le 0$*,* $a_j = a_i/2$ *και* $c_j = ½$*. Συνδυάζοντας τα δυο αυτά σύνολα αποτελεσμάτων, τελικά παίρνουμε* $a_i = a_j = 0$ *και* $c_i = c_j = ½$*. Δηλαδή,* $b_i(v_i) = v_i/2$ *,όπως ισχυριστήκαμε προηγουμένως.*

Αναφορές Κεφαλαίου 4

[1]. H. Holma and A. Toskala, WCDMA for UMTS: Radio Access for Third Generation Mobile Communications, John Wiley & Sons, Chichester, September 2000, ISBN 0-471-72051-8.
[2]. C. Courcoubetis and R.Weber, PricingCommunication Networks: Economics, Technology and Modelling, John Wiley & Sons, Chichester, 2003.
[3]. V. Krishna, Auction Theory, Academic Press, Burlington, MA, April 2002, ISBN 0-12426297-X.
[4]. T. Groves and J. Ledyard, Optimal allocation of public goods: A solution to the 'Free Rider' problem, Econometrica, 45, 4, May 1997, 85–96.Auction-BasedResourceManagement and Fairness Issues inWireless Networks
[5]. M. Dramitinos, G.D. Stamoulis, and C. Courcoubetis, Auction-based resource reservation in 2.5/3G networks, Kluwer/ACM Mobile Networks and Applications Special Issue on Mobile and Pervasive Commerce, 9, 6, December 2004, 557–566.
[6]. 3GPP, Specification 23.107 Quality of Service (QoS) concept and architecture, http://www.3gpp.org
[7]. A. Wald, Statistical Decision Functions, John Wiley, New York, 1950.
[8]. M. Dramitinos, G.D. Stamoulis, and C. Courcoubetis, Auction-based resource allocation in UMTS high speed downlink packet access, First EuroNGI Conference Conference on Traffic Engineering, Rome, Italy, April 2005, pp. 434–441.
[9].M. Dramitinos, G.D. Stamoulis, and C. Courcoubetis, A random walk model for studying allocation patterns in auction-based resource allocation, 5th International Workshop on Advanced Internet Charging and QoS Technologies (ICQT 2006), Springer LNCS 4033, St Malo, France, June 27, 2006, pp. 26–37.
[10]. S. Soursos, C. Courcoubetis, and G.C. Polyzos, Differentiated services in the GPRS wireless access environment, IWDC 2001, Evolutionary Trends of the Internet, Italy, September 17–20, 2001.

Κεφάλαιο 5: Θεωρία πτώχευσης και εφαρμογές στα ασύρματα δίκτυα

5. 1 Πρόβλημα διαιτησίας δικαιωμάτων από το Ταλμούδ

5.1.1 Το πρόβλημα

Το Βαβυλωνιακό Ταλμούδ είναι η μεγάλη συλλογή των εβραϊκών θρησκευτικών και νομικών αποφάσεων που καθορίζονται κατά τη διάρκεια των πρώτων πέντε αιώνων μ.Χ. Περιλαμβάνει δύο είδη διδασκαλιών, τη Μισνά, που είναι σύντομες δηλώσεις του νόμου που έχουν αντιγραφεί από την προφορική κληρονομιά των περασμένων αιώνων, και η Γκεμάρα, που είναι ο σχολιασμός της Μισνά από τους ραβίνους της εποχής. Το βιβλίο που ασχολείται με συμβάσεις, εκμισθώσεις, πωλήσεις και αντικείμενα που βρέθηκαν, δίνει τον ακόλουθο κανόνα της διαίρεσης.

Δύο κρατούν ένα ένδυμα ... εάν ο ένας από αυτούς λέει, ''είναι όλο δικό μου'' και ο άλλος λέει, '' το μισό από αυτό είναι δικό μου'', τότε ο πρώτος λαμβάνει τρία τέταρτα και ο τελευταίος λαμβάνει το ένα τέταρτο [1].

(Baba Mezi'a, IFol. 1, Babylonian Talmud, I. Epsc-in, ed.,1935)

Γύρω στο έτος 1140 μ.Χ., ο Ραβίνος Abraham Ibn Ezra έδωσε ένα παρόμοιο πρόβλημα στο οποίο εμπλέκονται τέσσερα άτομα.

Ο Ιακώβ πέθανε και ο γιος του Reuben υπέβαλε συμβολαιογραφική πράξη σύμφωνα με τα δέοντα παρουσίας μαρτύρων στην οποία ο Ιακώβ επιθυμούσε να του αφήσει ολόκληρη την περιουσία του μετά το θάνατο του, ο γιος του Συμεών επίσης υπέβαλε μια πράξη στην οποία ο πατέρας του επιθυμούσε να αφήσει σε αυτόν την μισή του περιουσία, ο Levi υπέβαλε μια πράξη που του παρείχε το ένα τρίτο της περιουσίας και ο Ιούδας υπέβαλε μια πράξη που του παρείχε το ένα τέταρτο της περιουσίας. Όλοι τους έφεραν την ίδια ημερομηνία

[2],[3]

(Sefar ha-Mispar, quoted in Rabinovitch,1973)

Το πρόβλημα είναι ότι οι διαθήκες φαίνονται να είναι εξίσου έγκυρες, αλλά είναι αμοιβαία ανακόλουθη διότι δίνουν πολλά περισσότερο από τη συνολική κατάσταση. Πώς θα πρέπει η περιουσία να χωριστεί; Φαίνεται δίκαιο ότι οι γιοι με μεγαλύτερες αξιώσεις θα πρέπει να λάβουν περισσότερο, αλλά πόσο περισσότερο πρέπει να πάρει ο καθένας;

Ένα πρόβλημα αυτού του τύπου, το οποία ορίζεται από μια περιουσία συγκεκριμένου μεγέθους, n κληρονόμους και n αντίστοιχες διαθήκες που καθεμία καθορίζει ένα κληροδότημα για τον κληρονόμο, το οποίο συνολικά ανέρχεται τουλάχιστον τόσο όσο της συνολικής περιουσίας, με κάθε κληροδότημα μη-αρνητικό και μικρότερο ή ίσο μετ η συνολική περιουσία, θα ονομάζεται ένα απλό πρόβλημα αξιώσεων. Θα πρέπει να θεωρηθεί ότι οι χρησιμότητες των κληρονόμων είναι γραμμικές με τα ποσά που λαμβάνουν.

Ο Ραβίνος Ibn Ezra περιγράφει δύο πιθανές λύσεις. Η πρώτη είναι να διαιρέσει την περιουσία ανάλογα με την αξίωση κάθε γιου. Αποδίδει αυτή την άποψη στους «εθνικούς σοφούς», αλλά την απορρίπτει υπέρ ενός πιο πολύπλοκου συστήματος που ο ίδιος περιγράφει ως συνεπές με τη διδασκαλία του Ταλμούδ [4].

Στην επόμενη ενότητα, θα περιγράψουμε τη λύση του Ραβίνου Ibn Ezra. Η γενική του απάντηση στο πρόβλημα είναι να προσδιορίσει ποια συγκεκριμένα τμήματα της κληρονομιάς, το ένα τρίτο ,το ένα τέταρτο κ.λπ., αξιώνει κάθε γιος και περιγράφει ένα συγκεκριμένο τρόπο για να γίνει αυτό.

5.1.2 Η λύση του Ibn Ezra

Ο Ibn Ezra δίνει ένα παράδειγμα στο οποίο η συνολική περιουσία είναι 120 μονάδες και τα ποσά που άφησε κάθε διαθήκη σε κάθε γιο φαίνονται στον Πίνακα 1 (Σχήμα 5.1)

	Reuben	Simeon	Levi	Judah
Will 1	120	–	–	–
Will 2	–	60	–	–
Will 3	–	–	40	–
Will 4	–	–	–	30

Σχήμα 5.1 – Πίνακας 1 .Δείχνει τα ποσά που άφησε κάθε διαθήκη σε κάθε γιο. Τα στοιχεία του Πίνακα 1 πρέπει να φαίνονται όπως καθορίζονται στις διαθήκες και χωρίς την επίδραση οποιουδήποτε από τους γιους. Οι διαθήκες φαίνεται να έχουν έγκυρες ημερομηνίες και δεν υπάρχει καμία ένδειξη ότι ήταν πλαστά.

Ο Ibn Ezra προσυπογράφει την ακόλουθη λύση: διαίρεση της περιουσίας σε αναλογίες 97/144,25/144, 13/144, 9/144. Αυτό είναι περίπου 0,67, 0,17, 0,09, 0,06. Γράφει,

Σύμφωνα με την άποψη των εβραίων σοφών, τα τρία μεγαλύτερα αδέλφια λένε στον Judah, "Η αξίωσή σου είναι μόνο 30 ($\frac{1}{4}$), αλλά όλοι μας έχουμε ίσες αξιώσεις σε αυτά. Ως εκ τούτου, πάρε 7 $\frac{1}{2}$, το οποίο είναι το ένα τέταρτο και φύγε ". Κάθε ένα από τα αδέλφια παίρνει ένα παρόμοιο ποσό. Στη συνέχεια, ο Reuben λέει στον Levi, "Η αξίωσή σου είναι μόνο 40 ($\frac{1}{3}$). Έχεις ήδη λάβει μερίδιο από τα 30 που και οι τέσσερις μας αξιώσαμε ,ως εκ τούτου πάρε το $\frac{1}{3}$ των υπολοίπων 10 και να πήγαινε ". Ετσι του Levi είναι τα 10 $\frac{5}{6}$, (δηλαδή είναι 30 x $\frac{1}{4}$, συν 10 x $\frac{1}{3}$) . Ο Reuben λέει επίσης στον Simeon, "Η αξίωση σου είναι μόνο το ήμισυ της περιουσίας που είναι 60, ενώ το υπόλοιπο μισό είναι δικό μου. Τώρα που έχεις ήδη λάβει μερίδιο από τα 40, έτσι ώστε το επίδικο ποσό μεταξύ μας είναι 20 -Πάρε το μισό από αυτό και αναχώρησε ". Έτσι, το μερίδιο του Sirneon είναι 20 $\frac{5}{6}$ (δηλαδή είναι 30 x $\frac{1}{4}$ συν 10 x $\frac{1}{3}$ συν 20 x$\frac{1}{2}$) και το μερίδιο του Reuben είναι 80 $\frac{5}{6}$ (δηλαδή είναι 30 x $\frac{1}{4}$ συν 10 x $\frac{1}{3}$ συν 20 x$\frac{1}{2}$ συν 60 x 1).

(Rabinovitch, 1979)

Η μέθοδος αυτή είναι σύμφωνη με τη διδασκαλία του Ταλμούδ, δεδομένου ότι παράγει μια διαίρεση από ($\frac{3}{4}$, $\frac{1}{4}$) όταν εφαρμόζεται στο πρόβλημα του ενδύματος που βρέθηκε.

5.1.3 Ανάλυση της λύσης του Ibn Ezra

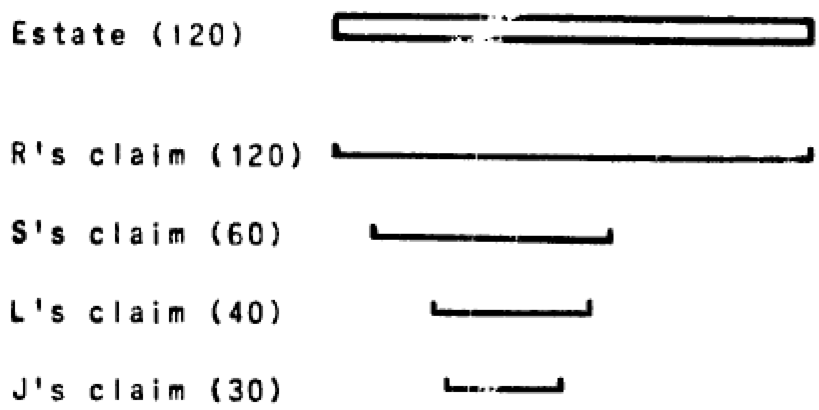
Η σκέψη του Ibn Ezra φαίνεται να στηρίζεται σε τρεις συλλογισμους. Εκείνος δεν τους διατυπώνει ρητά, αλλά είναι αναγκαίοι για τη λογική της επιχειρηματολογίας του. Ο πρώτος συλλογισμός είναι ο ακόλουθος.

Συλλογισμός 1 (Προσδιορισμός των αξιώσεων). Η αξίωση κάθε γιου είναι σε ορισμένο μέρος της περιουσίας και το πρόβλημα είναι να προσδιοριστεί ποιο μέρος.

Θα πίστευε κανείς ως εναλλακτική ότι κάθε γιος θα μπορούσε να διεκδικήσει μόνο ένα συγκεκριμένο τμήμα της περιουσίας και ότι δεν υπάρχει κανένας τρόπος να προσδιορίσει ποιο μέρος ο γιος διεκδικεί. Για παράδειγμα , αν η αξίωση είναι για 30 μονάδες, τότε κάθε τμήμα της συνολικής περιουσίας ύψους 30 μονάδων είναι το ίδιο όπως και κάθε άλλο σε σχέση με την αξίωση του γιου του. Αλλά η αντίληψη του Ibn Ezra για την αξίωση φαίνεται να είναι διαφορετική. Παριστάνει ένα γιο να λέει στον άλλο "αξιώνεις 30, αλλά όλοι μας έχουμε ίσα δικαιώματα στα 30". Με άλλα λόγια, η αξίωση του αδελφού δεν είναι σε κάποιες από τις 30 μονάδες ή άλλες, αλλά στις προσδιορισμένες 30 μονάδες. Ο συλλογισμός 1 επιτρέπει στον Ibn Ezra να ακολουθήσει τον ακόλουθο.

Συλλογισμός 2 (Φώλιασμα αξιώσεων). Κάθε μεγαλύτερη αξίωση είναι σε ένα μέρος της περιουσίας που περικλείει εντελώς όλες τις μικρότερες απαιτήσεις.

Έτσι, η αξίωση του αδελφού των 40 περικλείει εντελώς την αξίωση του άλλου των 30 και ούτω καθεξής. Αυτό αναφέρεται ρητά στη δήλωση των μεγαλύτερων αδελφών στο νεότερο αδελφό," **Η αξίωσή σου είναι στα 30, αλλά όλοι μας έχουμε ίσες αξιώσεις σε αυτά"**. *Μια τέτοια ρύθμιση των αξιώσεων φαίνεται στο Σχήμα 5.2, όταν η περιουσία παρουσιάζεται σαν να είναι απλωμένη σαν συνεχές.*



Σχήμα 5.2 -Ρύθμιση αξιώσεων σύμφωνα με τη μέθοδο του Ibn Ezra

Αλλά τίθενται κάποια ερωτήματα με βάση το συλλογισμό 2 όπως το λόγο που θα κρατούσε μια τέτοια σχέση, αν είναι παράλογο ο ένας αδερφός να αξιώνει τα πρώτα 40 από τα 120 και ο άλλος να αξιώνει τα τελευταία 30 από τα 120 και σε ποια περίπτωση δε θα υπήρχε επικάλυψη των αξιώσεών τους; Ο Ibn Ezra δεν δίνει επιχειρήματα για να υποστηρίξει το συλλογισμό 2.

Ο συλλογισμός 2 λειτουργεί καλά μόνο για ορισμένη κατηγορία προβλημάτων, εκείνα στα οποία υπάρχει ένας γιος ο οποίος αξιώνει όλη την περιουσία. Το παράδειγμα μας ανήκει σε αυτή την κατηγορία, αλλά στην γενική περίπτωση εάν ένας χρησιμοποιεί τη μέθοδο του άμεσα τότε δεν κατανέμεται το σύνολο της περιουσίας στους κληρονόμους. Για παράδειγμα, εάν υπάρχουν ακριβώς δύο γιοι που αξιώνουν το 80% και το 40% αντίστοιχα, θα λάβουν το 60% και το 20%, αντίστοιχα. Η κατανομή δεν θα είναι κατά Pareto βέλτιστη, δεδομένου ότι το υπόλοιπο 20% δεν θα δοθούν.

Υποθέτουμε ότι αν ο Ibn Ezra βρισκόταν αντιμέτωπος με τη γενικό πρόβλημα θα είχε χωρίσει την περιουσία με το βέλτιστο τρόπο κατά Pareto και έτσι θα προόριζε να χρησιμοποιηθεί ο συλλογισμός 2 μόνο όταν υπάρχει ένας γιος που αξιώνει όλη την περιουσία. Η μέθοδός του για το πιο γενικό πρόβλημα, όποια και αν ήταν ,θα θεωρούσε το συλλογισμό 2 ως ειδική περίπτωση.

Συλλογισμός 3 (Συμμετρική διαίρεση). Εάν αρκετά αδέλφια αξιώνουν ορισμένο μέρος της περιουσίας, το μέρος αυτό πρέπει να κατανέμεται ισομερώς μεταξύ τους.

Αυτό φαίνεται να είναι απολύτως πειστικό. Εάν οι αξιώσεις για ένα ορισμένα μέρος του συνόλου είναι πανομοιότυπες, η διαίρεση αυτού του μέρους πρέπει να είναι συμμετρική και ισομερής.

Οι δύο πρώτοι συλλογισμοί του Ibn Ezra μπορούν να θεωρηθούν ως ένας τρόπος να χειρίζονται το πρόβλημα μέχρι να μπορεί να εφαρμοστεί ο συλλογισμός 3. Είναι ένας τρόπος να αναλυθεί κάθε απλό πρόβλημα αξιώσεων σε ένα σύνολο συμμετρικών προβλημάτων. Το αρχικό πρόβλημα εκφράζεται ως άθροισμα υπο-προβλημάτων που το καθένα έχει μια προφανή λύση [5].

5.2 Αξιωματική και θεωρητική ανάλυση της πτώχευσης

Όταν μια εταιρεία χρεοκοπεί, ποιος είναι ο δίκαιος τρόπος κατανομής της αξίας ρευστοποίησης μεταξύ των πιστωτών της; Η εργασία αυτή αποτελεί μια εισαγωγή στη βιβλιογραφία που είναι αφιερωμένη στην επίσημη ανάλυση των προβλημάτων αυτού του είδους, το οποίο ονομάζουμε 'προβλήματα αξιώσεων'. Ο στόχος της αυτής της βιβλιογραφίας, η οποία προέρχεται από ένα θεμελιώδες έγγραφο του O'Neill (1982)[6] είναι να αναγνωρίσει "κανόνες καλής συμπεριφοράς" που συνδέονται με κάθε πρόβλημα αξιώσεων στη διαίρεση του διαθέσιμου ποσού μεταξύ των διεκδικητών.

Παρουσιάζουμε κατ 'αρχήν μια σειρά κανόνων που χρησιμοποιούνται συνήθως στην πράξη ή συζητούνται σε θεωρητικό επίπεδο. Στη συνέχεια διατυπώνουμε μια σειρά από ελκυστικές ιδιότητες που μπορεί κανείς να θέλει να ικανοποιήσει τους κανόνες, να συγκρίνει τους κανόνες με βάση αυτές τις ιδιότητες, και να προσδιορίσει κανόνες που ικανοποιούν διάφορους συνδυασμούς των ιδιοτήτων. Πράγματι, η αξιωματική μέθοδος υποκρύπτεται πίσω από τις περισσότερες εξελίξεις που σας αναφέρουμε εδώ, και δείχνουν το ολοένα και πιο σημαντικό ρόλο που έχει διαδραματίσει στον σχεδιασμό των κανόνων κατανομής. Η μεγάλη πρόοδος που σημειώθηκε στην βιβλιογραφία σχετικά με την επιδίκαση των συγκρουόμενων αξιώσεων οφείλεται σε μεγάλο βαθμό στο ότι οι ερευνητές είναι σε θέση να αντλήσουν από τις νοητικές συσκευές και τις μεθόδους απόδειξης που αναλύουν την αξιωματική ανάλυση των άλλων μοντέλων, υλοποιώντας ιδέες από τα θεωρητικά μοντέλα της θεωρίας παιγνίων και της κοινωνικής επιλογής για *συγκεκριμένα μοντέλα της κατανομής των πόρων. Ωστόσο, εμείς δεν περιοριζόμαστε σε αξιωματικές μελέτες. Δείχνουμε επίσης πώς τα εργαλεία συνεργασίας της θεωρίας των παιγνίων, τόσο από τη θεωρία των διαπραγματεύσεων όσο κι από την θεωρία των παιγνίων συνασπισμών, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να καθορίσουν τους κανόνες, και να συζητήσουμε μια σειρά από στρατηγικές προσεγγίσεις.*

Ο πιο γνωστός κανόνας είναι ο αναλογικός κανόνας, ο οποίος επιλέγει βραβεία ανάλογα με τις αξιώσεις. Η αναλογικότητα συχνά λαμβάνεται σαν τον ορισμό της δικαιοσύνης για τα προβλήματα αξιώσεων, αλλά θα αμφισβητήσουμε αυτή τη θέση και θα ξεκινήσουμε από πιο στοιχειώδη ζητήματα. Μια σημαντική πηγή έμπνευσης για την έρευνα που περιγράφουμε είναι το Ταλμούδ. Εκεί διάφορα αριθμητικά παραδείγματα εξετάστηκαν, και γίνονται πολλές εισηγήσεις για αυτούς που έρχονται σε σύγκρουση με την αναλογικότητα. Μελετάμε το κατά πόσο μπορούν αυτές οι εισηγήσεις να εξορθολογιστούν μέσω των κανόνων καλής συμπεριφοράς καθώς και αν μεταξύ όλων των υφιστάμενων κανόνων υπάρχουν λόγοι για την προτίμηση κάποιων σε σχέση με άλλους. Επίσης αναζητάμε μήπως υπάρχουν άλλοι κανόνες που αξίζουν την προσοχή μας.

Ένα σημαντικό ερώτημα που δεν θα αντιμετωπίσουμε είναι ο βαθμός στον οποίο η επιλογή των συγκεκριμένων κανόνων κατανομής επηρεάζει τα κίνητρα των συντελεστών να προβαίνουν σε δεσμεύσεις που το ένα μέρος μπορεί στο τέλος να μην είναι σε θέση να τιμήσει. Στο πλαίσιο της πτώχευσης, αυτά είναι τα κίνητρα για να δανείζουν και να δανείζονται. Σε πολλές από τις άλλες εφαρμογές, οι παράμετροι των προβλημάτων που πρέπει να επιλυθούν προκύπτουν από τις αποφάσεις που οι συντελεστές έχουν λάβει, και ό,τι κανόνας χρησιμοποιήθηκε κατά το στάδιο της διαίρεσης σε γενικές γραμμές θα έχει επιπτώσεις σε αυτές τις προηγούμενες επιλογές. Για να χειριστούμε τέτοιου είδους ζητήματα, θα πρέπει να ενσωματώσουμε τους κανόνες διαίρεσης σε ένα πιο ολοκληρωμένη μοντέλο στο οποίο η ανάληψη κινδύνων, η προσπάθεια, καθώς και άλλες μεταβλητές που επιλέγονται από τους συντελεστές, όπως οι δανειστές, οι δανειολήπτες, οι φορολογούμενοι, οι κυβερνητικοί οργανισμοί και άλλοι, οι οποίοι κατηγορηματικά αναπτύχθηκαν θεωρητικά εδώ, οι οποίοι αγνοούν τα κίνητρα, είναι ένα απαραίτητο συστατικό για την εκτενή επεξεργασία,-θα πρέπει να διατυπωθούν σε ένα παιγνιοθεωρητικό πλαίσιο γενικής ισορροπίας- που εξετάζουμε.[7]

5.2.1 Προβλήματα αξιώσεων και κανόνες διαίρεσης

Ένα ποσό Ε ∈ R πρέπει να μοιραστεί μεταξύ ενός συνόλου N παραγόντων με αξιώσεις περισσότερες από Ε. Για κάθε i ∈ N, ας θεωρήσουμε $c_i \in R_+$ την αξίωση του παράγοντα i, και το $c \equiv (c_i)_{i \in N}$ N το διάνυσμα των αξιώσεων. Αρχικά, παίρνουμε το N να είναι ένα πεπερασμένο υποσύνολο του συνόλου των φυσικών αριθμών ℕ. Μερικές φορές ορίζουμε με n τον αριθμό των στοιχείων του N. Γενικά ένα πρόβλημα αξιώσεων είναι ένα ζευγάρι (c, E)$\in R_N^+ \times R_+$ έτσι ώστε $\sum c_i \geq E$ (ένα άθροισμα χωρίς ρητά όρια με την προϋπόθεση ότι εφαρμόζεται σε όλους τους παράγοντες). Ας θεωρήσουμε με $\mathcal{B}^{\mathrm{N}}$ την τάξη όλων των προβλημάτων. Υπάρχουν καταστάσεις στις οποίες ο πληθυσμός των διεκδικητών μπορεί να ποικίλλει, και τότε το μοντέλο γενικεύεται αναλόγως.

Στην πρώτη εφαρμογή μας, Ε είναι η αξία ρευστοποίησης της πτώχευσης μιας εταιρείας, τα μέλη N είναι οι πιστωτές, και c είναι η αξία του πιστωτή i κατά της εταιρείας. Μια στενά συνδεδεμένη στενά εφαρμογή είναι η διαίρεση της περιουσίας: ένας άνθρωπος πεθαίνει και τα χρέη που αφήνει πίσω του, που γράφονται ως συντεταγμένες του c, βρέθηκαν να είναι περισσότερες από την αξία της περιουσίας του, Ε. Πώς θα πρέπει το ακίνητο να χωριστεί; Εναλλακτικά, κάθε c μπορούσε απλά να είναι ένα άνω όριο στην αξίωση του παράγοντα i.

Όταν ένα ζευγάρι (c,E) ∈ $\mathcal{B}^N$ ερμηνεύεται ως ένα πρόβλημα προσδιορισμού του φόρου, τα μέλη του N είναι οι φορολογούμενοι, οι συντεταγμένες του c είναι το εισόδημά τους και πρέπει να καλύπτουν το κόστος Ε του έργου μεταξύ τους. Η ανισότητα $\sum c_i \geq$ E δείχνει ότι μπορούν να αντέξουν οικονομικά από κοινού το έργο. Σε αυτό το πλαίσιο, το c θα μπορούσε να θεωρηθεί ως το όφελος που αποκομίζει ο καταναλωτής i από το έργο.

Αν και αυτές οι διάφορες καταστάσεις που μπορεί να δοθούν με την ίδια μαθηματική περιγραφή, και οι αρχές στις οποίες βασίζεται ανάλυσή τους είναι ουσιαστικά η ίδια, η εφαρμογή κάθε συγκεκριμένης ιδιότητας ενός κανόνα μπορεί φυσικά να εξαρτάται από την εφαρμογή. Στη συνέχεια ακολουθεί η σκέψη του τρόπου που θα επιλυθεί το πρόβλημα των συγκρουόμενων αξιώσεων. Το μοντέλο μας είναι πράγματι μια πιστή περιγραφή της πραγματικής κατάστασης που αντιμετωπίζουν τα δικαστήρια που *ασχολούνται με υποθέσεις πτώχευσης, για παράδειγμα. Αντιθέτως, το ζήτημα της φορολογίας δεν καθορίζεται πάντα από την πρώτη δήλωση ενός ποσού που πρέπει να εισπραχθεί, ίσως λόγω της αβεβαιότητας σχετικά με τα εισοδήματα των φορολογουμένων. Τα προγράμματα φορολογίας συνήθως δημοσιεύονται πρώτα, και το εισπραχθέν ποσό πέφτει ανάλογα με τα πραγματικά εισοδήματα.*

Εμείς θα αναζητήσουμε τρόπους για την επιλογή, για κάθε πρόβλημα αξιώσεων, της διαίρεσης του διαθέσιμου ποσού μεταξύ των διεκδικητών ικανοποιώντας τα φυσικά άνω και κάτω όρια των προβλημάτων. Η διαίρεση αυτή γίνεται αντιληπτή ως μια υπόδειξη για το πρόβλημα. Τυπικά, ένας κανόνας διαίρεσης είναι μια συνάρτηση που συνδέει με κάθε (c,E) $\in \mathcal{C}^N$ *ένα διάνυσμα x* $\in \mathrm{R}^{\mathrm{N}}$ *του οποίου οι συντεταγμένες αθροίζονται έως E, και πληρούν τις ανισότητες* $0 \leq \mathrm{x} \leq \mathrm{c}$. *Ένα τέτοιο διάνυσμα είναι ένα διάνυσμα έπαθλο για το (c, E). Ο γενικό συμβολισμός για ένα κανόνα είναι το γράμμα R. Δεδομένου ενός διανύσματος αξιώσεων, το πεδίο ορισμού του διανύσματος επάθλου επιλέγεται από έναν κανόνα βάσει του οποίου το ποσό που διαιρείται να κυμαίνεται από το 0 έως το άθροισμα των αξιώσεων είναι* ***το πεδίο των επάθλων σύμφωνα με τον κανόνα για το διάνυσμα αξιώσεων.***

Θα προσφέρουμε επίσης αρκετά αποτελέσματα σχετικά με μια έκδοση του μοντέλου στο οποίο η ανισότητα $\sum c_i \geq E$ *δεν επιβάλλεται, και γενικευμένους κανόνες: ένας τέτοιος κανόνας μπορεί να επιλέξει, για κάποια (c,E)* $\in \mathcal{C}^N$ *ένα αποτελεσματικό διάνυσμα x που δεν πληροί τις ανισότητες* $0 \leq \mathrm{x} \leq \mathrm{c}$.
Στη συνέχεια θα αναφέρουμε κάποιους κανόνες επιγραμματικά. Ο πιο συχνά χρησιμοποιούμενος κανόνας στην πράξη είναι η απόφαση ανάλογα με τις αξιώσεις. Ο **αναλογικός κανόνας P** *(***Proportional rule** *) όπου για κάθε (c,E)* $\in \mathcal{C}^N$ *P(c,E)* $\equiv \lambda\mathrm{c}$ *όπου λ επιλέγεται έτσι ώστε ο* $\sum \lambda c_i$ = *E. Ο κανόνας υποχρεωτικών ίσων επιβραβεύσεων CEA (Constrained equal awards rule), ο κανόνας του Piniles Pin (Piniles' rule), ο κανόνας της υποχρεωτικής ισονομίας CE (Constrained egalitarian rule), ο κανόνας των υποχρεωτικών ίσων απωλειών CEL (Constrained equal losses rule), ο κανόνας του Ταλμούδ T (Talmud rule), ο κανόνας των τυχαίων αφίξεων RA (Random arrival rule), ο κανόνας ελάχιστης επικάλυψης MO (Minimal overlap rule) και ο παραμετρικός κανόνας της απεικόνισης* R^f *(Parametric rule of representation f).*

5.2.2. Συσχέτιση κανόνων διαίρεσης και ιδεών λύσεων της θεωρίας των συνεργατικών παιγνίων.

Στην ενότητα αυτή, παρουσιάζουμε ενδιαφέρουσες σχέσεις μεταξύ ορισμένων κανόνων διαίρεσης και διάφορων ιδεών λύσης της θεωρίας συνεργατικών παιγνίων. Για να είναι η θεωρία αυτή εφαρμόσιμη, πρέπει πρώτα να ορίσουμε ένα τυπικό τρόπο συσχέτισης κάθε προβλήματος αξιώσεων με ένα ι συνεργατικό παίγνιο. Δύο κύριες κατηγορίες τέτοιων παιγνίων έχουν μελετηθεί, τα παίγνια διαπραγμάτευσης και τα παίγνια συνασπισμών, και ως εκ τούτου, έχουμε καθιερώσει δύο είδη σχέσεων.

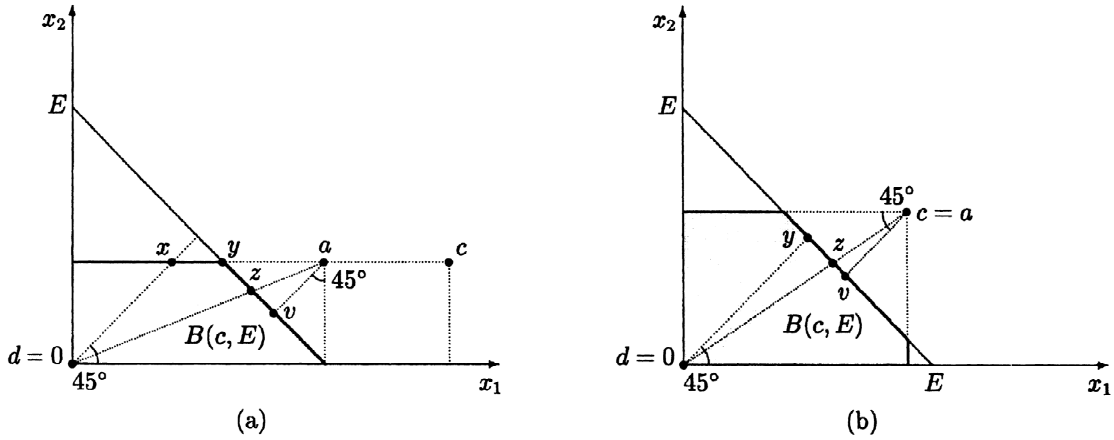
5.2.2.1 Λύσεις διαπραγματεύσεων

Ένα παιχνίδι διαπραγμάτευσης είναι ένα ζευγάρι (B, d), όπου B είναι ένα υποσύνολο του $\mathbb{R}^{\mathrm{N}}$*, n-διάστατος Ευκλείδειος χώρος, και d είναι ένα σημείο του B. Το σύνολο B,* ***το εφικτό σύνολο****, αποτελείται από όλα τα εφικτά διανύσματα χρησιμότητας από την ομάδα N μετά από ομόφωνη συμφωνία, και d,* ***το σημείο διαφωνίας****, είναι το διάνυσμα χρησιμότητας που προκύπτει αν δεν καταλήξουν σε συμφωνία. Μια* ***λύση διαπραγμάτευσης*** *είναι μια συνάρτηση που ορίζεται σε μια κατηγορία παιγνίων διαπραγματεύσεων που συνδέει με κάθε παίγνιο στην κατηγορία ένα μοναδικό σημείο στο εφικτό σύνολο του παιγνίου. Τα ακόλουθα είναι σημαντικά παραδείγματα. Η* ***ισότιμη λύση*** *(Kalai, 1977) [8] επιλέγει το μέγιστο σημείο του B στο οποίο τα κέρδη χρησιμότητας όλων των παραγόντων από το d είναι ίσα. Η* ***λεξικογραφική ισότιμη λύση*** *(Imai, 1983) [9] επιλέγει το σημείο του B στο οποίο τα κέρδη αυτά είναι μεγαλύτερα στη λεξικογραφική (Maximin) σειρά. Η* ***Kalai-Smorodinsky λύση*** *(Kalai και Smorodinsky, 1975) [10] επιλέγει το μέγιστο σημείο B στο τμήμα που συνδέει το d με το "ιδανικό σημείο του (B, d)," το σημείο του οποίου η i-συντεταγμένη, για κάθε i* $\in \mathbb{N}$*, είναι η μέγιστη χρησιμότητα του συντελεστή i που μπορεί να λάβει υπό την προϋπόθεση ότι για κάθε j* $\in \mathrm{N} \setminus$ *{i}, ο συντελεστής j λαμβάνει τουλάχιστον* d_j.

Η ***λύση Nash*** *(Nash, 1950) [11] επιλέγει το σημείο μεγιστοποίησης των κερδών χρησιμότητας από το d μεταξύ όλων των σημείων του B που κυριαρχούν στο d. Λαμβάνοντας υπόψη ένα διάνυσμα των βαρών α* $\in$ *int* Δ^N *(όπου* Δ^N *σημαίνει τη μονόδρομη μονάδα στον R και int το εσωτερικό της), η σταθμισμένη λύση Nash με* *βάρη α επιλέγει το σημείο του B στο οποίο το προϊόν $\prod(x_i - d_i)^{a_i}$ μεγιστοποιείται μεταξύ όλων των σημείων του B που κυριαρχούν το d. Η εκτεταμένη λύση ίσων απωλειών (Bossert, 1993 [12], σε μια συνεισφορά στην υλοποίηση της λύσης ίσων απωλειών του Chun, 1988b [13]) επιλέγει το μέγιστο εφικτό σημείο όπου οι απώλειες από το ιδανικό σημείο όλων των παραγόντων είναι ίσες εκτός από κάθε παράγοντα που στη συνέχεια θα καταλήξει με μικρότερη χρησιμότητα από τη χρησιμότητα διαφωνίας του που είχε προσδιοριστεί.*

Ο πιο φυσικός τρόπος για να συνδεθεί ένα παίγνιο διαπραγμάτευσης με ένα πρόβλημα αξιώσεων είναι αυτό να καταστεί εφικτό να ρυθμίσει το σύνολο όλων των μη-αρνητικών διανυσμάτων που κυριαρχούνται από το διανύσματα αξιώσεων και οι συντεταγμένες των οποίων να μην μπορούν να ξεπεράσουν το διαθέσιμο ποσό, και να επιλέξουν την προέλευση ως σημείο διαφωνίας. Αυτό είναι λογικό από τη στιγμή που απαιτούμε ότι ένας κανόνας δεν πρέπει ποτέ να εκχωρήσει σε οποιονδήποτε παράγοντα περισσότερα από την αξίωσή του. Ωστόσο, ένας κανόνας που ικανοποιεί αυτή την απαίτηση θα μπορούσε να ανταποκρίνεται στις αλλαγές των αξιώσεων που δεν επηρεάζουν το σχετικό παίγνιο διαπραγματεύσεων, όπως ακριβώς ορίζεται (ο αναλογικός κανόνας είναι ένα τέτοιο παράδειγμα), και θα μπορούσε κανείς να ισχυριστεί ότι τόσες πολλές πληροφορίες χάνονται στο πέρασμα από τα προβλήματα αξιώσεων στα παίγνια διαπραγμάτευσης. Ωστόσο, δοσμένου ενός προβλήματος αξιώσεων (c,E) $\in \mathcal{C}^N$, το σχετικό παίγνιο διαπραγμάτευσης είναι το παίγνιο με εφικτό σύνολο B(c,E) $\equiv\{x \in \mathrm{R}^{\mathrm{N}} : \sum x_i \leq E, 0 \leq \mathrm{x} \leq \mathrm{c}\}$ με το σημείο διαφωνίας d ≡ 0. Ας σημειώσουμε ότι το d δεν εξαρτάται από το (c, E)[14].

Ο ορισμός αυτός φαίνεται στο Σχήμα 5.3 με δύο παραδείγματα. Για το πρώτο παράδειγμα, το διάνυσμα των ίσων επιβραβεύσεων δεν ανήκει στο μη κυρίαρχο όριο του εφικτού συνόλου, αλλά για το δεύτερο συμβαίνει .



$$y = CEA(c, E) = N(B(c, E), d) = E^{L}(B(c, E), d)$$
$$z = P^{t}(c, E) = K(B(c, E), d) = N^{c}(B(c, E), d)$$
$$v = CEL^{t}(c, E) = XEL(B(c, E), d)$$

Σχήμα 5.3 Δυο παραδείγματα προβλημάτων αξιώσεων και των αντίστοιχων λύσεων διαπραγματεύσεων.

Στην κλασική θεωρία της διαπραγμάτευσης, το εφικτό σύνολο επιτρέπεται να είναι ένα αυθαίρετο, συμπαγές και κυρτό σύνολο, αλλά εδώ έχουμε την ειδική περίπτωση ενός εφικτού σύνολο του οποίου το αποδοτικό όριο είναι ένα υποσύνολο ενός κάθετου επιπέδου σε ένα διάνυσμα από αυτά.

*Αν για κάθε πρόβλημα αξιώσεων, η υπόδειξη που έγινε από ένα συγκεκριμένο κανόνα συμπίπτει με την υπόδειξη που έγινε από μια συγκεκριμένη λύση διαπραγμάτευσης, όταν εφαρμόστηκε στο σχετικό παίγνιο διαπραγματεύσεων, τότε **ο κανόνας αντιστοιχεί στη λύση**. Το πρώτο θεώρημα περιγράφει διάφορες τέτοιες αντιστοιχίες.*

Θεώρημα 1. *Οι ακόλουθες αντιστοιχίες μεταξύ των κανόνων διαίρεσης και λύσεις διαπραγματεύσεων ισχύουν :*

1. *Ο κανόνας υποχρεωτικών ίσων επιβραβεύσεων και η λύση διαπραγμάτευσης Nash[14]*
2. *Ο κανόνας υποχρεωτικών ίσων επιβραβεύσεων και η λεξικογραφική ισότιμη λύση*
3. *Ο αναλογικός κανόνας και η σταθμισμένη λύση Nash με τα βάρη επιλεγμένα ίσα με τις αξιώσεις [14]*
4. *Ο ανάλογικός κανόνας κατατετμημένων αξιώσεων και η Kalai-Smorodinsky λύση [14].*

5. *Ο κανόνας υποχρεωτικών ίσων απωλειών κατατετμημένων αξιώσεων (που λαμβάνεται από τον κανόνα υποχρεωτικών ίσων απωλειών με την περικοπή των αξιώσεων από το ποσό που διαιρούν) και η εκτεταμένη λύση διαπραγμάτευσης ίσων απωλειών.*

Το **Θεώρημα 1** *θεσπίζει χρήσιμους συνδέσμους μεταξύ της θεωρία που αναπτύχθηκε εδώ για την επιδίκαση των συγκρουόμενων αξιώσεων και τη θεωρία των διαπραγματεύσεων, αλλά δεν θα πρέπει να δίνεται ίσως υπερβολική σημασία σε κάθε συγκεκριμένο από αυτά. Πράγματι, δεδομένου ότι τα παίγνια των διαπραγματεύσεων που σχετίζονται με τα προβλήματα αξιώσεων αποτελούν ένα πολύ στενό και ιδιαίτερα απλή υποκατηγορία της κατηγορίας των παιγνίων διαπραγματεύσεων που έχουν μελετηθεί. Έπεται ότι οι λύσεις διαπραγματεύσεων σε γενικές γραμμές παράγουν διαφορετικά διανύσματα πληρωμής που συχνά συμπίπτουν σε αυτήν υποκατηγορία. Το φαινόμενο αυτό φαίνεται από το γεγονός ότι ο κανόνας υποχρεωτικών ίσων επιβραβεύσεων αντιστοιχεί τόσο στην λύση Nash όσο και στην λεξικογραφική ισότιμη λύση.*

5.2.2.2 Λύσεις παιγνίων συνασπισμών

Είμαστε τώρα στην πλουσιότερη τάξη των παιγνίων συνασπισμών. Τέτοια παίγνια είναι τυπικές αναπαραστάσεις καταστάσεων στις οποίες όλες οι ομάδες ή οι συνασπισμοί (και όχι μόνο η ομάδα του συνόλου), που μπορούν να πετύχουν κάτι. Τυπικά, ένα παίγνιο συνασπισμών(μεταβιβάσιμης χρησιμότητας) συνασπισμών παιχνίδι είναι ένα διάνυσμα υ $\equiv (\upsilon(S))_{S\subseteq N} \in \mathbb{R}^{2^N-1}$ *όπου για κάθε συνασπισμό* $\emptyset \neq S \subseteq N$, $\upsilon(S) \in \mathbb{R}$ *είναι η αξία του S. Ο αριθμός αυτός ερμηνεύεται ως το τι ο συνασπισμός ''μπορεί να αποκτήσει από μόνος του'' ή ''μπορεί να εγγυηθεί ο ίδιος''. Μια λύση είναι μια χαρτογράφηση που συσχετίζει κάθε παίγνιο υ σε κάποια αποδεκτή τάξη με ένα διάνυσμα οφέλους σε ένα σημείο του* $\mathbb{R}^N$ *του οποίου συντεταγμένες προστίθενται στο υ(N), μια ιδιότητα στην οποία θα αναφερόμαστε επίσης ως αποτελεσματικότητα.*

Προκειμένου να είναι σε θέση να εφαρμόσει τις λύσεις που συζητήθηκαν στη θεωρία παιγνίων συνασπισμών, χρειαζόμαστε μια διαδικασία για τη σύνδεση με κάθε πρόβλημα απαιτήσεων ενός τέτοιου παίγνιο. Το πιο σύνηθες είναι να ορίσουμε την αξία του κάθε συνασπισμού S ίση με τη διαφορά μεταξύ του διαθέσιμου ποσού και του αθροίσματος *των αξιώσεων των μελών του συμπληρωματικού συνασπισμού, N\ S, αν η διαφορά αυτή είναι μη αρνητική ή 0. Χρησιμοποιώντας την ορολογία που εισήχθη νωρίτερα, η διαφορά μπορεί να θεωρηθεί ως το τι αναγνωρίζει ο συμπληρωματικός συνασπισμός στο S. Είναι σίγουρα ότι ο S μπορεί να εξασφαλιστεί χωρίς προσφυγή στη δικαιοσύνη. Τυπικά, δοθέντος ενός προβλήματος αξιώσεων (c,E)* $\in \mathcal{C}^N$ *το παίγνιο συνασπισμών που σχετίζεται με αυτό [6] είναι το παίγνιο υ(c,E)* $\in \mathbb{R}^{2^N-1}$ *που ορίζεται για κάθε* $\emptyset \neq \mathrm{S} \subseteq \mathrm{N}$, *υ(c,E),(S)≡max{E-*$\sum_{N/S} c_i$*,0}.*

Σημειώστε ότι ο ορισμός μας είναι σε συμφωνία με τον καθιερωμένο τρόπο με τον οποίο τα TU παίγνια είναι φτιαγμένα για να αναπαριστούν τις συγκρούσεις, δηλαδή με τον καθορισμό της αξίας ενός συνασπισμού ως εγγυημένο ποσό. Εάν η αξία ενός συνασπισμού ερμηνεύεται ως αντί του ποσού που ο συνασπισμός ''μπορεί να αναμένει να λάβει'', ο ορισμός είναι κάπως απαισιόδοξος. Ωστόσο, η προκατάληψη είναι συστηματική σε συνασπισμούς, αλλά μπορούμε να εξακολουθούμε να πιστεύουμε ότι το παίγνιο που προκύπτει συνοψίζει σωστά την κατάσταση.

Το παίγνιο υ(c,E) είναι καμπύλη [14]. Ως εκ τούτου, ο πυρήνας του είναι μη-κενός. Στην πραγματικότητα, αυτό το σύνολο είναι απλά το σύνολο των διανυσμάτων επιβραβεύσεων του (c, E) (ας υπενθυμίσουμε ότι αυτά είναι τα διανύσματα είναι τα διανύσματα x $\in \mathbb{R}^N$ *τέτοια ώστε* $\sum x_i = E, 0 \leq \mathrm{x} \leq \mathrm{c}$.

Αν για κάθε πρόβλημα αξιώσεων, η υπόδειξη από ένα συγκεκριμένο κανόνα διαίρεσης συμπίπτει με την υπόδειξη που διατυπώνει μια δεδομένη λύση για παίγνια συνασπισμών όταν εφαρμόζεται στο σχετικό παίγνιο συνασπισμών, για άλλη μια φορά λέμε ότι ***ο κανόνας αυτός θα αντιστοιχεί στη λύση****. Ακριβώς όπως είδαμε λύσεις για διαπραγματεύσεις, ένας αριθμός αντιστοιχιών υπάρχει μεταξύ των κανόνων διαίρεσης και λύσεων σε παίγνια συνασπισμών.*

Σε μια περίπτωση δύο διεκδικητών, για κάθε i ∈ N, η υ({i}) είναι ίση με E - c_j, *όπου j ≠ i, αν η διαφορά αυτή είναι μη αρνητική τότε η αξία του μεγάλου συνασπισμού είναι ίση με το E. Διαιρώντας ίσα το ποσό που απομένει όταν κάθε διεκδικητής k καταβάλλει πρώτα υ({k}) είναι αυτό που προτείνεται από σχεδόν όλες τις πρότυπες λύσεις σε* *παίγνια συνασπισμών. Αντιστοιχεί επίσης η πρόταση που έχει διατυπωθεί αναγνώρισε-και-διαίρεσε. Στη συνέχεια, το όφελος του παράγοντα i είναι*

$$x_i = max\{ E - c_j, 0\} + \frac{1}{2} [E - \sum max\{E - c_k, 0\}]$$

Η πρώτη αντιστοιχία που περιγράφουμε για την περίπτωση με n-διεκδικητές αφορά τον τ κανόνα τυχαίας άφιξης και την λύση για παίγνια συνασπισμών που εισήγαγε ο Shapley (1953)[5]. Εδώ είναι πλέον βολικός ο ορισμός της τυχαίας άφιξη ως λύσης. Η αξία Shapley του παίκτη $i \in N$ στο παίγνιο $\upsilon \in \mathbb{R}^{2^N-1}$ είναι το αναμενόμενο ποσό κατά το οποίο η άφιξή του αλλάζει την αξία του συνασπισμού που αποτελείται από όλους τους παίκτες που έχουν φτάσει πριν από αυτόν, με την παραδοχή ότι όλες οι αφίξεις είναι εξίσου πιθανές, με τη σύμβαση ότι η αξία του κενού σύνολο είναι 0. Στη συνέχεια, για κάθε $\upsilon \in \mathbb{R}^{2^N-1}$ και κάθε $i \in N$,

$$Sh_i(\upsilon) \equiv \frac{1}{|N|!} \sum_{\pi \in \Pi^N} [\upsilon\,(\{ j \in N : \pi(j) < \pi(i)\} \cup i\,) - \upsilon\,(\{ j \in N : \pi(j) < \pi(i)\})]$$

Μια άλλη σημαντική λύση στα παίγνια συνασπισμών είναι η προ-πυρήνα λύση (Schmeidler, 1969)[16]. Κατ 'αρχάς, ορίζει "τη δυσαρέσκεια του συνασπισμού σε ένα προτεινόμενο διάνυσμα απολαβής" να είναι η διαφορά μεταξύ της αξίας και του αθροίσματος των απολαβών των μελών του. Στη συνέχεια, η προ-πυρήνα λύση προκύπτει από την εκτέλεση της παρακάτω ακολουθίας ελαχιστοποιήσεων: πρώτον, τον προσδιορισμό των αποδοτικών διανυσμάτων στα οποία η δυσαρέσκεια του πιο δυσαρεστημένου του συνασπισμού είναι η μικρότερη μεταξύ των ελαχίστων, τον προσδιορισμό των διανυσμάτων κατά την οποία η δυσαρέσκεια του δεύτερου πιο δυσαρεστημένου του συνασπισμού είναι η μικρότερη, και ούτω καθεξής.

Η Dutta-Ray λύση επιλέγει, για κάθε κυρτό παίγνιο, το διάνυσμα απολαβών στον πυρήνα δηλαδή τη μέγιστη Lorenz (Dutta και Ray, 1989)[17].

Τέλος, θεωρούμε την τ-αξία (Tijs, 1981)[18].Αυτή ορίζεται από τον πρώτο υπολογισμό της "μέγιστη απολαβής" και της "ελάχιστης απολαβής" για κάθε παίκτη, τότε, επιλέγει

την αποδοτικό διάνυσμα απολαβής που βρίσκεται στο τμήμα που συνδέει το διάνυσμα ελαχίστων με το διάνυσμα των μεγίστων. Για κάθε υ ∈ $\mathbb{R}^{2^N-1}$ *και*
για κάθε i ∈ N, $M_i(\upsilon) \equiv \upsilon(N) - \upsilon(N\backslash\{\iota\}$
και
$m_i(\upsilon) \equiv max_{S\subseteq N, i \in S}\,(\upsilon(S) - \sum_{j\in S\backslash\{i\}} M_j\,(\upsilon))$

Στη συνέχεια τ(υ) ≡ λM(υ) + (1 – λ)m(υ) όπου λ επιλέγεται με τέτοιο τρόπο ώστε να επιτευχθεί αποτελεσματικότητα. Το επόμενο θεώρημα συνδέει τέσσερις από τους κανόνες διαίρεσης που εισήχθησαν νωρίτερα με λύσεις παιγνίων συνασπισμών.

Θεώρημα 2. *Οι ακόλουθες αντιστοιχίες μεταξύ των κανόνων διαίρεσης και λύσεις παιγνίων συνασπισμών ισχύουν:*
1. *Ο κανόνας τυχαία άφιξης και η αξία Shapley (O'Neill, 1982)[6]*
2.*Ο κανόνας του Ταλμούδ και η λύση προ-πυρήνα (Aumann και Maschler, 1985)[15]*
3. *Ο κανόνας υποχρεωτικών ίσων επιβραβεύσεων και η Dutta-Ray λύση (Dutta και Ray,1989)[17]*
4. *Ο προσαρμοσμένος αναλογικός κανόνας και η τ-αξία (Curiel et al., 1987)[19]*

Φυσικά, δεν αντιστοιχεί κάθε κανόνας διαίρεσης σε συγκεκριμένη λύση παιγνίων συνασπισμών. Μια αναγκαία και ικανή προϋπόθεση για να υπάρχει μια τέτοια αντιστοιχία να υπάρχει είναι ο κανόνας να εξαρτάται μόνο από αξιώσεις που έχουν περικοπεί και το διαθέσιμο ποσό (Curiel et al., 1987)[19]

Κλείνουμε αυτό το κεφάλαιο, σημειώνοντας ότι άλλοι τρόποι σύνδεσης ενός παιγνίου συνασπισμών με ένα πρόβλημα αξιώσεων είναι νοητοί. Πράγματι, έχουμε ήδη σημειώσει ένα προσδιορισμό που αντικατοπτρίζει μια μάλλον απαισιόδοξη εκτίμηση του τι μπορούμε να περιμένουμε από ένα συνασπισμό. Μια εναλλακτική εκτίμηση, αυτή τη φορά αισιόδοξη, της κατάστασης, οδηγεί στον τύπο w(c,E)(S) ≡ min {$\sum_S c_i, E$*} για κάθε S* ⊆ N. *Το παίγνιο που προκύπτει w (C, E) μελετήθηκε από τον Driessen (1995)[20]. Και εδώ, παρά την προκατάληψη του ορισμού, το γεγονός ότι είναι συστηματική σε συνασπισμούς μας δίνει την ελπίδα ότι το παίγνιο εξακολουθεί να παρέχει μια χρήσιμη σύνοψη της κατάστασης. Τα αποτελέσματα του Driessen θα πρέπει να μας καθησυχάσουν σε σχέση με την ευαισθησία των συμπερασμάτων μας για* *το πώς το παίγνιο έχει οριστεί: ο πυρήνας του υ(C, E) στην πραγματικότητα συμπίπτει με τον "αντιπυρήνα" του w (c, E) και οι αξίες Shapley συμπίπτουν.*

5.3 Εφαρμογές της θεωρίας πτώχευσης σε ασύρματα δίκτυα

Λόγω της ανάπτυξης του Διαδικτύου, των πολυμέσων και των υπηρεσιών σε πραγματικό χρόνο η τεχνολογία Long Term Evolution (LTE) έχει προταθεί να εκτελέσει το φιλόδοξο αυτό έργο. Η LTE χρησιμοποιεί Ορθογωνική Διαίρεση Συχνότητας Πολλαπλής Πρόσβασης (ODFMA Orthogonal Frequency Division Multiple Access) στην κατερχόμενη ζεύξη. Η OFDMA χωρίζει τη ζώνη συχνοτήτων σε μια ομάδα κάθετων μεταξύ τους υπο-φορέων, βελτιώνοντας έτσι το σύστημα παρέχοντας δυνατότητες υψηλών ρυθμών δεδομένων, υποστηρίζοντας ποικιλία πολύ-χρηστών και δημιουργώντας αντίσταση στην συχνότητα επιλεκτικό σβήσιμο συχνοτήτων των καναλιών . Η ποιότητα των υπηρεσιών (QoS) του LTE πρέπει να εξασφαλίζεται , παρέχοντας στους χρήστες τη βέλτιστη ισορροπία χρησιμοποίησης και δικαιοσύνης. Οι υπηρεσίες Μη Πραγματικού Χρόνου (NRT) πρέπει να έχουν έναν ελάχιστο ρυθμό bit και οι υπηρεσίες Πραγματικού χρόνου (RT) χρειάζονται ένα υψηλή ποιότητα υπηρεσιών(QoS). Για να ικανοποιηθεί αυτή η απαίτηση, πολλά πακέτα αλγορίθμων έχουν προταθεί proposed M-LWDF, PF, EXP-RULE [21] [22] [23]. Σύμφωνα με αυτούς, σε κάθε σύνδεση εκχωρείται μία τιμή προτεραιότητας με βάση ένα συγκεκριμένο κριτήριο, και η σύνδεση με την υψηλότερη τιμή προτεραιότητας έχει προγραμματιστεί σε κάθε Χρονικό Διάστημα Μετάδοσης (TTI, Transmission Time Interval). Ο σκοπός της παρούσας εργασίας είναι να προσαρμόσει ένα παίγνιο διαπραγμάτευσης χρησιμοποιώντας παίγνια πτώχευσης και την τιμή Shapley για να διανείμει το εύρος ζώνης μεταξύ των επιπέδων ροής με δίκαιο τρόπο.

Το σύστημα αυτό συνδυάζεται με τον τροποποιημένο EXP-κανόνα αλγόριθμο που χρησιμοποιεί ένα εικονικό δείγμα μηχανισμού για τη βελτίωση προγραμματιζόμενης κατανομής πόρων στην κατερχόμενη ζεύξη. Σε προηγούμενο κεφάλαιο, η αξία Shapley έχει χρησιμοποιηθεί για την εκτέλεση της κατανομής πόρων σε ετερογενή ασύρματα δίκτυα. Προσαρμόζοντας την έννοια της "δικαιοσύνης" στη θεωρία παιγνίων, μια βελτίωση της εκτέλεσης της κατανομής των πόρων φαίνεται στο [24] [25]. Ο κανόνας EXP έχει τροποποιηθεί ώστε να χρησιμοποιείται σε συνδυασμό με ένα εικονικό δείγμα *μηχανισμού για την εκτέλεση της κατανομής των πόρων σε συστήματα υψηλών ρυθμών μεταφοράς δεδομένων (HDR, High Data Rate) [26] [27].Έχει αποδειχθεί στο [27] ότι με την προσαρμογή του κανόνα EXP με τη χρήση ενός δείγματος μηχανισμού ουράς πάνω από HDR, μια μίξη RT και NRT υπηρεσιών μπορούν να υποστηριχθούν με υψηλή απόδοση. Δεδομένου ότι οι υπηρεσίες πολυμέσων, όπως βίντεο και VoIP γίνονται οι πιο σημαντικές εφαρμογές στο χώρο της τεχνολογίας των τηλεπικοινωνιών.*

5.3.1 Παίγνια Πτώχευσης

Εδώ περιοριζόμαστε σε μεταβιβάσιμης χρησιμότητας (TU) παίγνια. Η ανάλυση των καταστάσεων χρεοκοπίας προσπαθεί να προδιαγράψει πως μπορεί η ποσότητα των πόρων να διαιρεθεί τέλεια ανάμεσα σε μια ομάδα παικτών, σύμφωνα με ένα προφίλ απαιτήσεων οι οποίες, σε άθροισμα, υπερβαίνει την ποσότητα που θα διανεμηθεί [6]. Μοντελοποιούμε μια κατάσταση πτώχευσης με την τριάδα (N, C, g), όπου N = {1, .., n} είναι το σύνολο των παικτών, $C \in \mathbb{R}_{+}$ αντιπροσωπεύει το όφελος και g = {g_1, ..., g_n} $\in \mathbb{R}_{+}^{N}$ είναι το διάνυσμα των αξιώσεων των παικτών. Στο [6] για κάθε πρόβλημα πτώχευσης (N, C, g) ορίζεται ένα παίγνιο πτώχευσης (N, υc_g).Λαμβάνοντας υπόψη την προσέγγιση O 'Neill, η αξία ενός συνασπισμού S είναι το μέρος του οφέλους που παραμένει μετά την καταβολή προς τους παικτών στους N \ S όλων των απαιτήσεων εύρους ζώνης τους, που είναι

$\upsilon c_g(S) = max\ \{\ C - \sum_{i \in N \setminus S} g_i\ ,0\}$

$\upsilon(N) = C$

5.3.2. Προσέγγιση παιγνίου κατανομής πόρων

Θεωρούμε ένα πρόβλημα κατανομής των πόρων, όπου ένα πεπερασμένο εύρος ζώνης πρέπει να διαιρεθεί μεταξύ ενός πεπερασμένου συνόλου N τάξεων ροής . Για κάθε i ∈ N, κάθε ροή μιας ομάδας κ_i ροών διεκδικεί μερίδιο εύρους ζώνης $b_i \in R_+$. Έστω $g_i \in R_+$ δηλώνει την συνολική τάξη απαίτησης εύρους ζώνης. Το διάνυσμα των αξιώσεων των πόρων συμβολίζονται $g \equiv (g_i)_{i \in N}$, με $g_i = k_i\, b_i$. Κάθε τάξη αντιπροσωπεύει έναν παίκτη. Το όφελος είναι να διαιρεθεί το σύνολο των πόρων σε κάθε TTI. Όταν διάφορες τάξεις μοιράζονται το ποσό των πόρων, τις ερμηνεύουμε ως *σχηματισμό ενός συνασπισμού, και τα οφέλη πρέπει να κατανέμονται μεταξύ των μελών του συνασπισμού.*

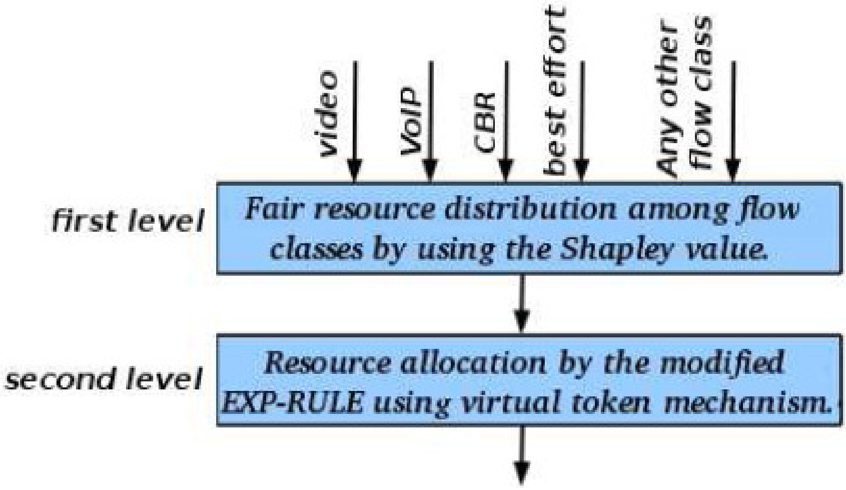
Ένας διαιτητής πρέπει να διαιρέσει τα οφέλη μεταξύ των παικτών του παιγνίου αποτελεσματικά. Ο διαιτητής είναι ο eNodeB. Κάνει μια δίκαιη κατανομή των πόρων σε μπλοκ μεταξύ των τάξεων. Μια νέα ανακατανομή των πόρων πραγματοποιείται σε κάθε TTI. Όταν μια νέα τάξη ενώνει τις ομάδες και τις αξιώσεις για πόρους, ο διαιτητής πρέπει να ξεκινήσει ένα νέο παίγνιο για να αναδιανείμει το εύρος ζώνης, αυτό πραγματοποιείται στο επόμενη TTI. Η δια-ταξική διαίρεση πρέπει να γίνει με κάποια κριτήρια δικαιοσύνης, λαμβάνοντας υπόψη τις διαφορετικές ανάγκες των ροών. Κάθε τάξη, που έχει το αντίστοιχο κομμάτι εύρους ζώνης του, πρέπει να κατανείμει τους πόρους μεταξύ των ροών τους.

.

Θεωρούμε μια δυναμική διαδικασία κατανομής, και ο αριθμός των ροών σε κάθε τάξη είναι μεταβλητή. Σε ένα παίγνιο κατανομής εύρους ζώνης, οι τάξεις αντιπροσωπεύουν τους παίκτες που ωφελούνται από τη χωρητικότητα C. Όλες οι τάξεις σχηματίζουν ένα συνασπισμό για να εκμεταλλευτούν τη χωρητικότητα C. Υπό-φορτωμένες τάξεις συνεργάζονται με τις υπερφορτωμένες τάξεις, δίνοντας έτσι την αχρησιμοποίητη χωρητικότητα.

5.3.3. Κατανομή πόρων

Με βάση ένα πρότυπο παίγνιο πτώχευσης, όπως περιγράφηκε πριν, προτείνουμε έναν αλγόριθμο κατανομής πόρων για ένα σύστημα κατερχόμενη ζεύξης, όπου η κατανομή των πόρων γίνεται σε κάθε TTI σε δύο επίπεδα. Στο πρώτο επίπεδο γίνεται μια δίκαιη κατανομή των πόρων μεταξύ των τάξεων χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της αξίας Shapley αξία. Στο δεύτερο επίπεδο, έχοντας το ποσοστό των πόρων που προορίζονται σε κάθε τάξη (video, VoIP, CBR, κλπ) μια κατανομή των πόρων πραγματοποιείται χρησιμοποιώντας τον τροποποιημένο EXP κανόνα που έχει προσαρμοστεί στη χρήση ενός εικονικού δείγματος μηχανισμού, με σεβασμό στο ποσό των πόρων που η αξία Shapley που αποδίδει σε κάθε τάξη (Σχήμα 5.4).



Σχήμα 5.4 Επίπεδα κατανομής πόρων

Λαμβάνοντας υπόψη ότι υπάρχουν δύο τύποι ροών, RT και NRT, ο EXP κανόνας έχει χωριστεί σε δύο μέρη, για τις RT ροές χρησιμοποιούμε τον EXP κανόνα [23], και για τις NRT ροές χρησιμοποιούμε τον PF κανόνα [22]. Στη χρονοσχισμή t, ο μετρικός υπολογίζεται να επιλέξει τη ροή j για μετάδοση ως εξής

$$j = \max_i \begin{cases} \exp\left(\frac{a_i W_i(t)}{1+\sqrt{\overline{W}}}\right)\frac{\mu_i(t)}{\bar{\mu}_i} & \text{(RT)} \\ \frac{\mu_i(t)}{\bar{\mu}_i} & \text{(NRT)} \end{cases}$$

όπου $\mu_i(t)$ δηλώνει το ρυθμό μετάδοσης δεδομένων που αντιστοιχούν στην κατάσταση του καναλιού του χρήστη i στη χρονοσχισμή t υποδοχή, $\bar{\mu}_i$ είναι ο μέσος ρυθμός μετάδοσης δεδομένων που υποστηρίζει το κανάλι,, αυτός είναι ο δίκαιος αναλογικός κανόνας [22]. a_i = 6/ d_iόπου d_i είναι ο είναι η μέγιστη καθυστέρηση που μπορεί να φτάσει η ροή του χρήστη th. $W_i(t)$ είναι η καθυστέρηση πακέτων HOL.

Έτσι, γνωρίζοντας ότι ο EXP κανόνας σχεδιάζει τις αποφάσεις με βάση τις πραγματικές καθυστερήσεις πακέτων, προτείνουμε την τροποποίηση του EXP κανόνα αλγορίθμου , συνδυάζοντας τον με ένα εικονικό δείγμα μηχανισμού. Για αυτό, μια εικονική ουρά συνδέεται με κάθε ροή, στην οποία φθάνουν σε σταθερό r_i ρυθμό, η ελάχιστη επιθυμητή εγγυημένη απόδοση της ροής i. Ας ορίσουμε ως $V_i(t)$ την καθυστέρηση του επικεφαλή της συμβολικής γραμμής στη ροή I της συμβολικής ουράς. Σημειώστε ότι δεν χρειάζεται να διατηρηθούν οι συμβολικές καθυστερήσεις. Δεδομένου ότι οι ρυθμοί άφιξης είναι σταθεροί,

$$V_i(t) = \frac{Q_i(t)}{r_i}$$

όπου $Q_i(t)$ είναι το μήκος της συμβολικής ουράς(ένας μετρητής εκτιμά το χρόνο t). Η τιμή για r_i είναι 1 στο σενάριο της προσομοίωσης , με αυτό τον τρόπο, η ίδια επιθυμητή ελάχιστη απόδοση δίνεται σε όλους ροές. Στη συνέχεια, χρησιμοποιούμε τον EXP-κανόνα αλγόριθμο με $W_i(t)$ να αντικαθίσταται από $V_i(t)$. Μετά τη λειτουργία μιας πραγματικής ουράς, ο αριθμός των tokens στην αντίστοιχη συμβολική ουρά μειώνεται κατά το πραγματικό ποσό των δεδομένων που μεταδίδονται.

5.3.4 Κατανομή εύρους ζώνης σε ασύρματα δίκτυα

Η κατανομή πόρων, και συγκεκριμένα η κατανομή εύρους ζώνης, σε δίκτυα ασύρματης πρόσβασης δίκτυα αποτελεί ένα από τα κλασικά προβλήματα που έχουν αντιμετωπιστεί σε μεγάλο βαθμό από την ερευνητική κοινότητα [28]. Εφόσον το εύρος ζώνης καθορίζει το μέγιστο ρυθμό μετάδοσης, που δίνεται από τη γνωστή χωρητικότητα Shanon , και βάζει ένα όριο στο ποσοστό πρόσβασης των καναλιών, η βέλτιστη διαχείριση του παραμένει μια μεγάλη πρόκληση. Περισσότερο ενδιαφέροντα σχεδιαστικά προβλήματα προκύπτουν σε ασύρματα δίκτυα 4G, όπου ετερογενείς ασύρματες τεχνολογίες (WLAN, κυψελωτά, WMAN, δορυφορικά κλπ) χρησιμοποιούνται για την παροχή υπηρεσιών υψηλών ρυθμών μετάδοσης δεδομένων και τη διασφάλιση της ποιότητας των υπηρεσιών.

Εδώ το πρόβλημα της κατανομής του εύρους ζώνης μεταξύ των χρηστών μελετάται χρησιμοποιώντας δύο διαφορετικές προσεγγίσεις. Η πρώτη προσέγγιση βασίζεται στις αρχές της συνεργατικής θεωρίας παιγνίων και συγκεκριμένα στη διαπραγμάτευση Nash, ενώ στην δεύτερη προσέγγιση, το ίδιο πρόβλημα μοντελοποιείται ως ένα παίγνιο πτώχευσης και το παίγνιο επιλύεται εφαρμόζοντας τρεις γνωστούς κανόνες διαίρεσης.

Ένα πρόβλημα πτώχευσης [19] όπως έχει ειπωθεί περιγράφει μια περίπτωση στην οποία ένα αριθμός παραγόντων απαιτούν ένα συγκεκριμένο πόρο, του οποίου η *συνολική αξία δεν επαρκεί για να καλύψει όλες τις απαιτήσεις. Συγκεκριμένα, ο επίσημος ορισμός ενός προβλήματος πτώχευσης είναι ένα τριπλό (N, E, c) όπου N είναι το σύνολο των παραγόντων, E είναι η ολική αξία των πόρων που θα διατεθούν και c είναι το διάνυσμα των απαιτήσεων. Ισχύει ότι* $0 \leq c_1 \leq c_2 \leq \cdots \leq c_n$ *, n = 1,…, N και* $0 \leq E \leq c_1 + \cdots + c_n = C$ *.Το υπό εξέταση πρόβλημα είναι το πώς να χωρίσουν το E μεταξύ τους οι N παράγοντες και μπορεί να λυθεί με τους παρακάτω προτεινόμενους κανόνες κατανομής. Ένας κανόνας διαίρεσης είναι μια συνάρτηση που αντιστοιχίζει σε κάθε πρόβλημα πτώχευσης(N, E, c) μια λύση*

$f(E ; c) = f_1(E ; c),\ldots ,f_n(E ; c))$ *τέτοια ώστε*

$0 \leq f_i(E ; c) \leq c_i$ *για κάθε* $i \in N$ *και*

$\sum_{i=1}^{N} f_i(E\ ;\ c) = E$

Αυτοί οι δύο περιορισμοί σημαίνουν ότι κανένας από τους αιτούντες δεν παίρνει περισσότερο από ό,τι διεκδικεί ή κάτω από το μηδέν και ότι το συνολικό ποσό E κατανέμεται μεταξύ των αιτούντων. Λαμβάνοντας υπόψη ένα συγκεκριμένο διάνυσμα αξιώσεων , ο τρόπος που κατανέμεται τελικά το E επιλέγεται από έναν κανόνα που ακολουθείται [29].

i) Ένας πολύ γνωστός κανόνας διαίρεσης είναι ο κανόνας υποχρεωτικών ίσων επιβραβεύσεων (CEA), ο οποίος αποδίδει το ίδιο ποσό σε όλους τους αιτούντες όσο αυτό δεν υπερβαίνει την αξίωση κάθε αιτούντα [30].Συγκεκριμένα, για κάθε μία (N, c, E) $\in \mathbb{C}^N$ *και κάθε* $i \in N$*,*

$$CEA_i(c, E) \equiv \min\{c_i, \lambda\}$$

όπου λ επιλέγεται τέτοιο ώστε

$$\sum \min\{c_j, \lambda\} = E$$

ii)Ένας άλλος κανόνας που προτείνεται από τον O'Neill [6] είναι ο κανόνας τυχαίας άφιξης (RA) . Προκειμένου να καθοριστεί αυτός ο κανόνας τυπικά ας ορίσουμε Π^N *την τάξη αντιμετάθεσης του N .Για κάθε μία (N, c, E)* $\in \mathbb{C}^N$ *και κάθε i* $\in$ *N,*

$$RA_i(c,E) \equiv \frac{1}{N!}\sum_{\pi\in\Pi^N}\min\left\{c_i, \max\left\{E - \sum_{j\in N, \pi(j)<\pi(i)} c_j, 0\right\}\right\}$$

iii) Τέλος, ο κανόνας του Ταλμούδ (T), ο οποίος εισάγεται από τους Aumann & Maschler [15] παρουσιάζεται συνοπτικά και χρησιμοποιείται για την κατανομή του εύρους ζώνης. Για κάθε μία (N, c, E) $\in \mathbb{C}^N$ *και κάθε i* $\in$ *N,*

Αν

$$\sum (c_i/2) \geq E$$

τότε

$$T_i(c,E) \equiv \min\{c_i/2, \lambda\}$$

για λ τέτοιο ώστε

$$\sum \min\{c_i/2, \lambda\} = E$$

Αν

$$\sum (c_i/2) \leq E$$

τότε

$$T_i(c,E) \equiv c_i - \min\{c_i/2, \lambda\}$$

για λ τέτοιο ώστε

$$\sum \left[c_i - \min\{c_i/2, \lambda\}\right] = E \,.$$

5.3.4.1 Μοντελοποίηση του προβλήματος κατανομής εύρους ζώνης

Θεωρούμε ένα μοναδικό κυψελωτό δίκτυο με έναν σταθμό βάσης (BS) και N χρήστες. Κάθε ένας από τους χρήστες έχει μια ορισμένη αξίωση χωρητικότητας C_i. *Υποθέτουμε ότι ο σταθμός βάσης γνωρίζει τις πληροφορίες κατάστασης του καναλιού κάθε χρήστη(κέρδος διαδρομής) και ότι είναι δεδομένη η αξίωσης του σε χωρητικότητα , τότε μπορεί να υπολογίσει το απαραίτητο εύρος ζώνης (*b_i*) από το θεώρημα Shannon. Επιπλέον, θεωρούμε ότι ο σταθμός βάσης έχει την ικανότητα να παρέχει το σύνολο* *των μονάδων εύρους ζώνης B, το οποίο είναι μικρότερο από το άθροισμα των απαιτήσεων των χρηστών σε εύρος ζώνης. Για να βρεθεί η βέλτιστη κατανομή εύρους ζώνης για τους χρήστες, χρησιμοποιούνται δύο διαφορετικές προσεγγίσεις*.

Πρώτον, μοντελοποιούμε **το πρόβλημα της κατανομής εύρους ζώνης ως συνεργατικό παίγνιο** *και βρίσκουμε τη λύση διαπραγμάτευσης Nash. Συγκεκριμένα, θεωρούμε το συνεργατικό παίγνιο*

$$G = \left[N, \{B_i\}, \{u_i\}\right]$$

Όπου N είναι το σύνολο των χρηστών, B_i η στρατηγική εύρους ζώνης του χρήστη i και u_i είναι η συνάρτηση οφέλους του χρήστη i. Για το προτεινόμενο σύστημα, ορίζουμε τη συνάρτηση χρησιμότητας του παίκτη i, ως:

$$u_i = B_i \log_2\left(1 + \frac{ph_i}{N_o B_i}\right)$$

όπου p είναι η εκπεμπόμενη ισχύς του κάθε χρήστη, h_i είναι το κέρδος διαδρομής από το χρήστη i στο σταθμό βάσης και N_o είναι η φασματική πυκνότητα θορύβου .

Σε ένα συνεργατικό παίγνιο , οι παίκτες υποτίθεται ότι είναι ελεύθεροι να διαπραγματευτούν, προκειμένου να αποκτήσουν αμοιβαίο όφελος. Αναλύοντας το πρόβλημα κατανομής εύρους ζώνης ως ένα πρόβλημα διαπραγμάτευσης N-ατόμων διαπραγματεύσεις οδηγούμαστε σε λύση που ορίζεται από τον Nash [11].

Θεώρημα: Έστω

$$I = \{i \in \{1,\dots,N\} \mid \exists u \in U_0, u_i > u_i^0\}$$

είναι το σύνολο των παικτών που μπορούν να επιτύχουν χρησιμότητα αυστηρά μεγαλύτερη από αυτή που υπάρχει σε περίπτωση διαφωνίας. Η μεγιστοποίηση του αποτελέσματος Nash u^* είναι το μοναδικό NBS :

$$u^* = \arg\max_{u \in U_0} \prod_{i \in I} (u_i - u_i^0)$$

Έτσι, προκειμένου να λυθεί το πρόβλημα κατανομής εύρους ζώνης λύνουμε το εξής πρόβλημα βελτιστοποίησης (P).

$$\left.\begin{array}{l} \max\limits_{\mathbf{B}\in B} \prod\limits_{i=1}^{N} (u_i(\mathbf{B}) - u_i^0(\mathbf{B}_{\min}))^{priority} \\ s.t. \sum\limits_{i=1}^{N} B_i = B_{total}, B_{\min} \le B_i \le B_{demand} \end{array}\right\} \qquad (P)$$

Στο προτεινόμενο σύστημα , υποθέτουμε ότι B_{min} = 0, που σημαίνει ότι δεν υπάρχει ένα ελάχιστο επίπεδο πόρων που είναι εγγυημένο σε κάθε χρήστη.

Το πρόβλημα κατανομής εύρους ζώνης μπορεί προφανώς να περιγραφεί ως παίγνιο πτώχευσης *(N, B, b). Αυτό σημαίνει, ότι το σύνολο των αιτούντων αντιστοιχεί στο σύνολο των χρηστών του συστήματος, η συνολική αξία των πόρων είναι το συνολικό εύρος ζώνης του σταθμού βάσης και οι αξιώσεις είναι οι απαιτήσεις εύρους ζώνης των χρηστών. Για να λυθεί το παίγνιο πτώχευσης, εφαρμόζουμε τους κανόνες κατανομής που παρουσιάστηκαν προηγουμένως. Όπως είναι αναμενόμενο, κάθε κανόνας κατανομής έχει διαφορετικές κατανομές εύρους ζώνης προς τους χρήστες.*

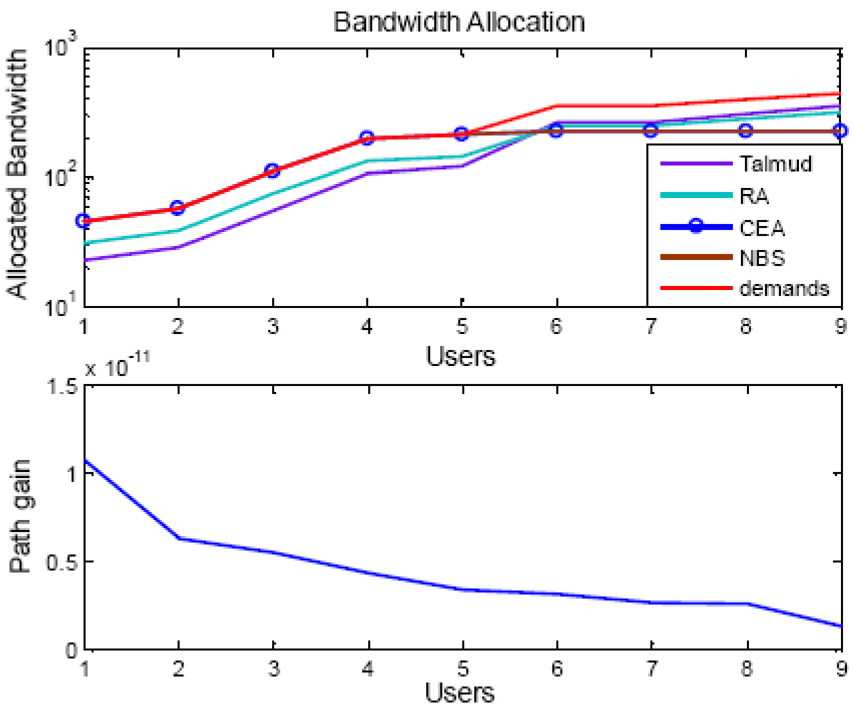
Συγκρίνοντας μέσω προσομοίωσης του προτεινόμενα συστήματα. Το κυψελωτό δίκτυο που εξετάζουμε έχει τις παραμέτρους σχεδιασμού που παρουσιάζονται στο Σχήμα 5.5. Επιπλέον, οι χρήστες βρίσκονται σε απόσταση από 0.5 km εως 1 km από το σταθμό βάσης. Τα κέρδη διαδρομής λαμβάνονται χρησιμοποιώντας το μοντέλο απωλειών απλής διαδρομής

$$h_i = K / d_i^4 \;\; (i = 1, ..., N)$$

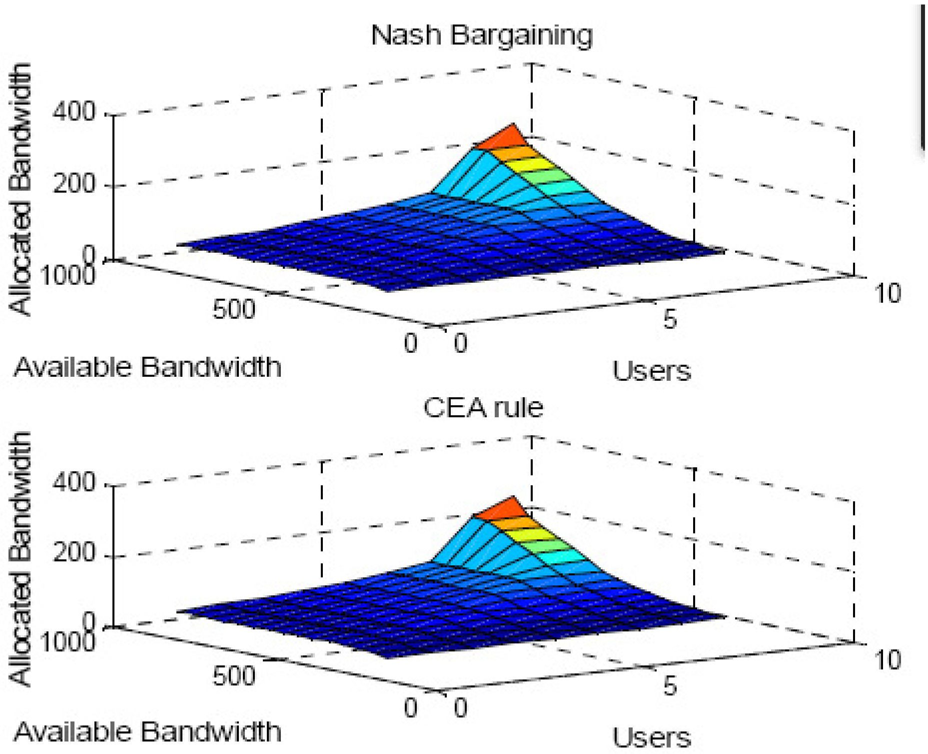
Όπως στο [31], θεωρούμε ότι όλοι οι χρήστες έχουν τις ίδιες απαιτήσεις χωρητικότητας, το οποίο έχει ως αποτέλεσμα απαιτήσεις διαφορετικού εύρος ζώνης λόγω των διαφορετικών κερδών διαδρομής.

N_0	$5x10^{-15}$ Watts
p (transmitted power)	1 Watt
N (number of users)	9
K	0.97

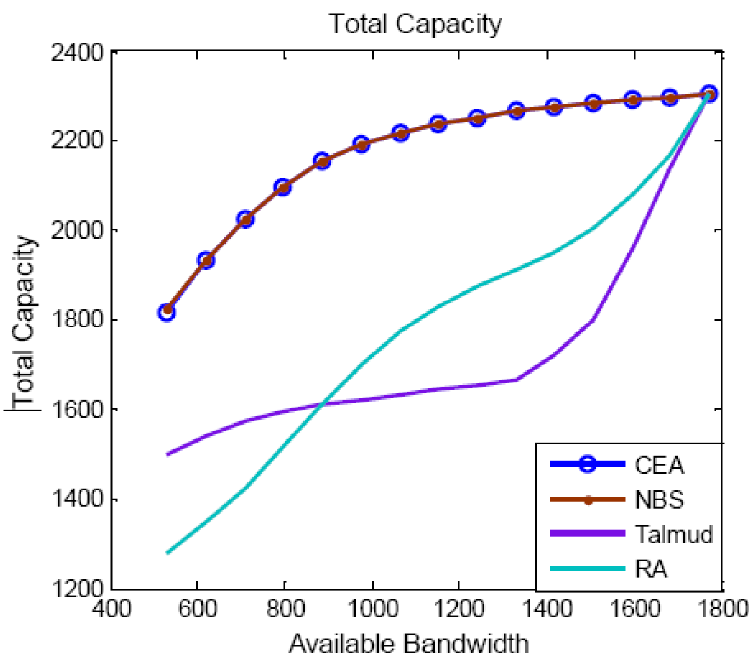
Σχήμα 5.5 Πίνακας 1- Παράμετροι σχεδιασμού ενιαίου κυψελωτού συστήματος



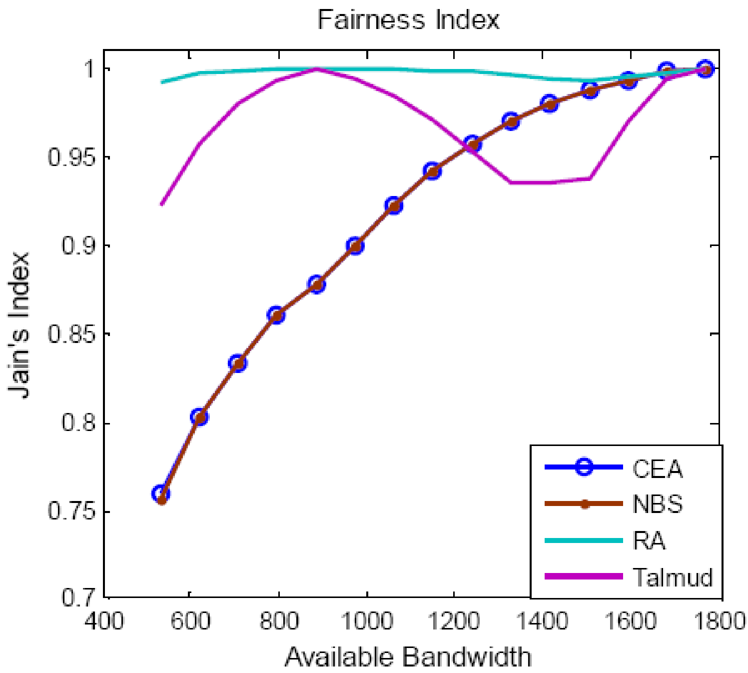
Σχήμα 5.6 Σύγκριση της κατανομής εύρους ζώνης που χρησιμοποιώντας τη λύση διαπραγμάτευσης Nash και τους κανόνες κατανομής πτώχευσης



Σχήμα 5.7 Σύγκριση της λύσης διαπραγμάτευσης Nash (NBS) και του κανόνα CEA



Σχήμα 5.8. Συνολική χωρητικότητα ως συνάρτηση του διαθέσιμου εύρους ζώνης



Σχήμα 5.9. Ο δείκτης Jain ως συνάρτηση του συνολικού διαθέσιμου εύρους ζώνης

Στο Σχήμα 5.6 όπως μπορεί να δει κανείς, το εύρος ζώνης που κατανέμεται με βάση τον CEA κανόνα διαίρεσης είναι σχεδόν το ίδιο με το αποτέλεσμα της διαπραγμάτευσης Nash, ενώ ο κανόνας του Ταλμούδ και ο RA κανόνας κατανέμουν λιγότερο εύρος ζώνης στους χρήστες με μικρότερες απαιτήσεις και περισσότερο στους χρήστες με μεγαλύτερες αξιώσεις.

Όπως μπορεί να φανεί από το Σχήμα 5.7, τα δύο Σχήματα προφανώς καταλήγουν στην ίδια κατανομή εύρους ζώνης. Το βασικό πλεονέκτημα του CEA κανόνα σε σχέση με το NBS είναι ότι απαιτεί πολύ λιγότερη υπολογιστική ισχύ, με αποτέλεσμα να είναι πολύ πιο αποτελεσματική η κατανομή της ενέργειας.

Στο Σχήμα 5.8 παρουσιάζεται η συνολική χωρητικότητα του συστήματος, που ορίζεται ως το άθροισμα των χωρητικοτήτων των χρηστών, για ένα σύνολο του διαθέσιμου εύρους ζώνης. Όπως ήταν αναμενόμενο, το NBS και ο CEA κανόνας έχουν ως αποτέλεσμα υψηλότερα επίπεδα χωρητικότητας από τους υπόλοιπους δύο κανόνες διαίρεσης. Αυτό μπορεί να εξηγηθεί λαμβάνοντας υπόψη ότι ο κανόνας του Ταλμούδ *και ο RA κανόνας κατανέμουν μεγαλύτερο εύρος ζώνης στους χρήστες με χειρότερο κέρδος διαδρομής και ως εκ τούτου μικρότερης χωρητικότητας (Σχήμα 5.6).*

Τέλος, συγκρίνουμε τα τέσσερα προτεινόμενα σχέδια από την άποψη της δικαιοσύνης. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιούμε το γνωστό δείκτη Jain [32], ο οποίος ορίζεται ως

$$I_{Jain} = \frac{\left|\sum_{i=1}^{N} x_i\right|^2}{N \cdot \sum_{i=1}^{N} x_i^2}$$

όπου x_i είναι ο λόγος του κατανεμημένου εύρους ζώνης προς το ζητούμενο εύρος ζώνης του χρήστη i και N είναι ο συνολικός αριθμός των χρηστών. Στο Σχήμα 5.9, οι τιμές του δείκτη Jain για κάθε μέθοδο κατανομής έχουν σχεδιαστεί σε σχέση με το συνολικό διαθέσιμο εύρος ζώνης. Παρατηρούμε ότι ο κανόνας Ταλμούδ έχει τον υψηλότερο δείκτη απόδοσης και είναι ανεξάρτητος από το διαθέσιμο εύρος ζώνης. Έτσι, ενώ η διαπραγμάτευση Nash και ο κανόνας CEA έχουν υψηλότερη συνολική χωρητικότητα, οι άλλοι δύο κανόνες κατανέμουν το εύρος ζώνης με ένα πιο δίκαιο τρόπο.

Αναφορές κεφαλαίου 5

[1] I. Epstein, ed., The Babylonian Talmud (Soncino, London, 1935).

[2]S. Gandz, Complemc:7tary fractions in Bible and Talmud, in: Louis Ginzberg Jubilee Volume (American Academy for Jewish Research, New York, 1945).
[3] S. Heller-Wlensky, Abraham Ibn Ezra, Encyclopaedia Judaica 8 (197 I) 1163-l 170.
[4]N. Rabinovitch, Probability and Statistical Inference in Medieval Jewish Literature (University of Toronto Press, Toronto, 1973)
[5]L.S. Shapley, A value for n-person games, Ann. Math. Stud. 28 (1953) 304-317.
[6] O'Neill, B., 1982. A problem of rights arbitration from the Talmud. Mathematical Social Sciences 2, 345–371.
[7] Araujo, A., Pa´scoa, M.R., 2002. Bankruptcy in a model of unsecured claims. Economic Theory 20, 455–481.
[8] Kalai, E., 1977. Proportional solutions to bargaining situations: interpersonal comparisons of utility.Econometrica 45, 1623–1630.
[9]Imai, H., 1983. Individual monotonicity and lexicographic maximin solution. Econometrica 51, 389–401.
[10] Kalai, E., Smorodinsky, M., 1975. Other solutions to Nash's bargaining problem. Econometrica 43, 513–518.
[11] Nash, J.F., 1950. The bargaining problem. Econometrica 18, 155–162.
[12] Bossert, W., 1993. An alternative solution to bargaining problems with claims. Mathematical Social Sciences 25, 205–220.
[13] Chun, Y., 1988b. The equal-loss principle for bargaining problems. Economics Letters 26, 103–106.
[14] Dagan, N.,Volij, O., 1993. The bankruptcy problem: a cooperative bargaining approach. Mathematical Social
Sciences 26, 287–297.
[15] Aumann, R., Maschler, M., 1985. Game theoretic analysis of a bankruptcy problem from the Talmud. Journal of Economic Theory 36, 195–213.
[16]Schmeidler, D., 1969. The nucleolus of a characteristic function form game. SIAM Journal of Applied Mathematics 17, 1163–1170.
[17] Dutta, B., Ray, D., 1989. A concept of egalitarianism under participation constraints. Econometrica 57, 615–635.
[18]Tijs, S., 1981. Bounds for the core and the t -value. In: Moeschlin, O., Pallaschke, D. (Eds.), Game Theory and Mathematical Economics. North-Holland, Amsterdam, pp. 123–132.
[19] Curiel, I., Maschler, M., Tijs, S.H., 1987. Bankruptcy games. Zeitschrift fu¨r Operations Research 31,A143–A159.
[20] Driessen, T., 1995. An alternative game theoretic analysis of a bankruptcy problem from the Talmud: the case of the greedy bankruptcy game. University of Twente, discussion paper.
[21] P. Ameigeiras et al. "Performance of the m-lwdf scheduling algorithm for streaming services in hsdpa". IEEE Trans. Veh. Technol. Conf., vol. 2, pp. 999-1003, Sep. 2004. Los Angeles, USA.
[22] J.-G. Choi et al. "Cell-throughput analysis of the proportional fair scheduler in the single-cell environment". IEEE Trans. Veh. Technol., vol. 56, no. 2, pp. 766–778, Mar. 2007.

[23] B. Sadiq et al. "Downlink Scheduling for Multiclass Traffic in LTE". EURASIP Journal on Wirel. Comm. and Netw., vol. 2009 pp. 1-18, Jul 2009.

[24] D. Niyato et al. "A Cooperative Game Framework for Bandwidth Allocation in 4G Heterogeneous Wireless Networks" IEEE Int. Comm. Conf. (ICC), vol. 9, pp. 4357-4363, Jun 2006. Istanbul, Turkey .

[25] B. Meneses et al. "Defining Bandwidth Constraints With Cooperative Games" IEEE Int. Ultra Modern Telecom. and Workshops (ICUMT) Conf., vol. 1, pp. 1-8, Oct 2009. St. Petersburg, Rusia.

[26] S. Shakkottai et al. "Scheduling Algorithms for a mixure of real time and non real time data in HDR". Bells Laboratories, 2004.

[27] K. Chang et al. "QoS-Based Adaptive Scheduling for a mixed service in HDR Systems". IEEE Int. Symp. (PIMRC), vol. 4, pp. 1914-1918, Sep 2002. Lisboa, Portugal.

[28] Lee, B.G., D.Park and H. Seo, Wireless Communications Resource Management, Wiley, 2009

*[29] Thomson, W. “Axiomatic and game-theoretic analysis of bankruptcy and taxation problems: a survey,” Mathematical Social Sciences, vol.45, pp.
249-297, 2003.*

[30] Dagan, N., Serrano, R., Volij, O.,“A non-cooperative view of consistent bankruptcy rules.”, Games and Economic Behavior 18, 55–72,1997

[31] C. Saraydar, N. B. Mandayam, and D. J. Goodman, “Efficient power control via pricing in wireless data networks”, IEEE Trans. Commun., vol. 50, no. 2, pp. 291.303, Feb. 2002.

[32] R. Jain, D. Chiu and W. Hawe, “A quantitative measure of fairness and discrimination for resource alloca