



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

# ΚΑΤΑΜΕΡΙΣΜΟΣ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΣΤΟΥΣ ΧΡΗΣΤΕΣ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Νικόλαος Π. Πεισμάνης

Επίβλεψη : Πάυλος Σ. Γεωργιάκης, Λέκτορας Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Νοέμβριος 2012





ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

# ΚΑΤΑΜΕΡΙΣΜΟΣ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΣΤΟΥΣ ΧΡΗΣΤΕΣ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Νικόλαος Π. Πεισμάνης

Επίβλεψη : Πάυλος Σ. Γεωργιλιάκης, Λέκτορας Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την /11/2012.

.....  
Πάυλος Γεωργιλιάκης  
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

.....  
Γεώργιος Κορρές  
Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Σταυρούλα Καβατζά  
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Νοέμβριος 2012

.....  
Νικόλαος Π. Πεισμάνης

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Νικόλαος Πεισμάνης, 2012.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σκοπός της διπλωματικής εργασίας είναι ο καταμερισμός των απωλειών μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας στους χρήστες του συστήματος (παραγωγούς και καταναλωτές). Η μη διαχωρίσιμη και μη γραμμική φύση των απωλειών καθιστά αδύνατο τον ακριβή καταμερισμό των απωλειών στους ζυγούς. Έτσι, γίνεται χρήση διάφορων προσεγγιστικών μοντέλων και αλγορίθμων για να καθοριστεί η συνεισφορά του κάθε χρήστη στις απώλειες του δικτύου.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετώνται και εφαρμόζονται οι ακόλουθες τέσσερις μέθοδοι καταμερισμού των απωλειών μεταφοράς: 1) η μέθοδος prorata, 2) η μέθοδος Zbus, 3) η μέθοδος csa, και 4) η μέθοδος της τιμής Shapley. Οι μέθοδοι αυτές υλοποιήθηκαν σε λογισμικό σε περιβάλλον MATLAB και εφαρμόστηκαν σε σύστημα 6 και 14 ζυγών. Αρχικά λύνεται το πρόβλημα ροών φορτίου και υπολογίζεται το εγχεόμενο ρεύμα κάθε ζυγού καθώς και οι απώλειες πραγματικής ισχύος κάθε γραμμής μεταφοράς. Στη συνέχεια υπολογίζεται η κατανομή των απωλειών στους ζυγούς με τη μέθοδο prorata, η οποία είναι μία απλή αναλογική μέθοδος. Ακολουθεί η μέθοδος Zbus, η οποία στηρίζεται στο εγχεόμενο ρεύμα ζυγών και στην αντίστροφη μήτρα αγωγιμοτήτων. Η μέθοδος csa χρησιμοποιεί το συνεισφερόμενο ρεύμα κάθε ζυγού σε κάθε γραμμή ως κριτήριο για τον καταμερισμό των απωλειών. Η τελευταία μέθοδος που μελετήθηκε είναι η μέθοδος της τιμής Shapley, η οποία είναι μία μέθοδος επίλυσης συνεργατικών παιγνίων. Παρουσιάζονται τα αποτελέσματα καταμερισμού των απωλειών των τεσσάρων μεθόδων στα δύο δίκτυα, συγκρίνονται μεταξύ τους και εξάγονται συμπεράσματα.

## ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ

Μέθοδοι καταμερισμού απωλειών, prorata, Zbus, συνεισφερόμενα ρεύματα ζυγών, θεωρία παιγνίων, τιμή Shapley.



## **ABSTRACT**

The scope of this thesis is the allocation of transmission losses to the power system users (producers and consumers). The non distinguishable and non linear nature of losses makes impossible the exact allocation of losses to system buses. This fact necessitates using approximate models and algorithms to determine the contribution of each individual user to system losses.

In this diploma thesis, the following four loss allocation methods are studied: 1) prorata, 2) Zbus, 3) cca, and 4) Shapley value method. These methods have been implemented into software under MATLAB environment and are applied to a 6-bus as well as a 14-bus power system. As a first step, the power flow is solved, the current injection of each bus is calculated and the real power loss at each transmission line is computed. Next, the allocation of losses to system buses is calculated using prorata method, which is a simple proportional approach. Zbus method follows, which is based on bus current injection and on the inverse of the admittance matrix. Next, cca method uses bus contributed current at each line as a criterion for loss allocation. Finally, Shapley value method, a cooperative game technique, is applied for loss allocation. Results of these four loss allocation methods on two power systems are presented and compared and conclusions are drawn.

## **KEY WORDS**

Transmission loss allocation, prorata, Zbus, contributed currents, game theory, Shapley value.





## **ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ**

Η διπλωματική αυτή εργασία εκπονήθηκε κατά το ακαδημαϊκό έτος 2011-2012 υπό την επίβλεψη του κ. Παύλου Γεωργιάκη, καθηγητή του Ε.Μ.Π. της σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών, στον οποίο οφείλω ιδιαίτερες ευχαριστίες τόσο για την ανάθεσή της, δίνοντας μου την ευκαιρία να ασχοληθώ και να διευρύνω τις γνώσεις μου πάνω σε ένα ενδιαφέρον θέμα όσο και για την αμέριστη βοήθειά του κατά την εκπόνηση της εργασίας.



# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1	Εισαγωγή	1
1.2	Μεταφορά ηλεκτρικής ενέργειας	2
1.3	Δομή της εργασίας	2
1.4	Βιβλιογραφία	3

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΚΑΙ ΓΡΑΜΜΕΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ

2.1	Εισαγωγή	5
2.2	Δομή συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας	5
2.2.1	Δομή απελευθερωμένης αγοράς	6
2.3	Γραμμές μεταφοράς και απώλειες	8
2.4	Κατανομή απωλειών στην απελευθερωμένη αγορά	9
2.4.1	Προβλήματα στην κατανομή των ηλεκτρικών απωλειών	9
2.5	Μέθοδοι καταμερισμού απωλειών	10
2.6	Αντικείμενο και σκοπός της εργασίας	11
2.7	Βιβλιογραφία	11

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΡΟΗ ΦΟΡΤΙΟΥ ΚΑΙ ΚΑΤΑΜΕΡΙΣΜΟΣ ΑΠΩΛΕΙΩΝ

3.1	Εισαγωγή	13
3.2	Εξισώσεις ροής φορτίου	13
3.3	Μέθοδος Newton-Raphson	15
3.4	Υπολογισμός απωλειών	17
3.5	Καταμερισμός απωλειών	18
3.5.1	Η μέθοδος prorata	18
3.5.2	Η μέθοδος Zbus loss allocation	19
3.6	Η εύρεση απωλειών βάσει των συνεισφερόμενων ρευμάτων	23
3.6.1	Υπολογισμός συνεισφερόμενου ρεύματος	23
3.6.1.1	Συνεισφορά μόνο των ζυγών παραγωγής	24
3.6.1.2	Συνεισφορά μόνο των ζυγών φορτίου	28
3.6.1.3	Συνεισφορά όλων των ζυγών	31
3.6.2	Εύρεση απωλειών βάσει των συνεισφερόμενων ρευμάτων (cca)	32
3.7	Βιβλιογραφία	34

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΘΕΩΡΙΑΣ ΠΑΙΓΝΙΩΝ ΣΤΟΝ ΚΑΤΑΜΕΡΙΣΜΟ ΤΩΝ ΑΠΩΛΕΙΩΝ**

4.1	Εισαγωγή	35
4.2	Θεωρία παιγνίων	35
4.3	Συνεργατική θεωρία παιγνίων	36
4.3.1	Πυρήνας	39
4.3.2	Η κατανομή Nucleolus	40
4.3.3	Η τιμή Sharpley	41
4.4	Εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων στον καταμερισμό των απωλειών	44
4.4.1	Εφαρμογή της θεωρίας του πυρήνα στον καταμερισμό των απωλειών	45
4.4.2	Εφαρμογή της τιμής Sharpley στον καταμερισμό των απωλειών	48
4.5	Βιβλιογραφία	50

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ ΓΙΑ ΚΑΤΑΜΕΡΙΣΜΟ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΓΡΑΜΜΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ**

5.1	Εισαγωγή	51
5.2	Εισαγωγή δεδομένων	51
5.3	Συναρτήσεις λογισμικού	53
5.3.1	Υποπρόγραμμα newtonraphson.m	54
5.3.2	Υποπρόγραμμα tla.m	55
5.3.3	Υποπρόγραμμα prorote.m	56
5.3.4	Υποπρόγραμμα Zbus.m	57
5.3.5	Υποπρόγραμμα cca.m	58
5.3.6	Υποπρόγραμμα Sharpley.m	58
5.3.7	Υποπρόγραμμα coalition.m	59
5.3.8	Υποπρόγραμμα core.m	60
5.4	Μελλοντικές επεκτάσεις λογισμικού	61
5.5	Βιβλιογραφία	61

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ**

6.1	Εισαγωγή	63
6.2	Εφαρμογή στο σύστημα των 6 ζυγών	63
6.2.1	Δεδομένα του συστήματος	63
6.2.2	Αποτελέσματα	65
6.2.3	Σχολιασμός αποτελεσμάτων	73

6.2.4	Τροποποιημένο σύστημα των 6 ζυγών	81
6.2.5	Αποτελέσματα	81
6.2.6	Σχολιασμός αποτελεσμάτων	85
6.3	Εφαρμογή στο σύστημα των 14 ζυγών	92
6.3.1	Δεδομένα του συστήματος	92
6.3.2	Αποτελέσματα	94
6.2.3	Σχολιασμός αποτελεσμάτων	99
6.4	Βιβλιογραφία	106

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ**

7.1	Σύνοψη της εργασίας και των αποτελεσμάτων της	107
-----	---	-----



## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

### 1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας (ΣΗΕ) είναι το σύνολο των εγκαταστάσεων και των μέσων που χρησιμοποιούνται για την παροχή ηλεκτρικής ενέργειας σε εξυπηρετούμενες περιοχές κατανάλωσης. Βασικές προϋποθέσεις καλής λειτουργίας ενός ΣΗΕ είναι να παρέχει ηλεκτρική ενέργεια οπουδήποτε υπάρχει ζήτηση με το ελάχιστο δυνατό κόστος και τις ελάχιστες οικολογικές επιπτώσεις, εξασφαλίζοντας σταθερή συχνότητα, σταθερή τάση και υψηλή αξιοπιστία τροφοδότησης.

Η τροφοδότηση των καταναλωτών με ηλεκτρική ενέργεια προϋποθέτει τρεις ξεχωριστές λειτουργίες του ΣΗΕ: την παραγωγή, τη μεταφορά και τη διανομή. Η ηλεκτρική ενέργεια από το σημείο που θα παραχθεί μέχρι το σημείο που θα καταναλωθεί βρίσκεται σε μια συνεχή ροή και επειδή η ηλεκτρική ενέργεια δεν μπορεί να αποθηκευτεί σε μεγάλες ποσότητες με οικονομικό τρόπο, πρέπει να παράγεται τη στιγμή ακριβώς που χρειάζεται η κατανάλωσή της. Η παραγωγή της ηλεκτρικής ενέργειας γίνεται στους σταθμούς παραγωγής. Κύριοι σταθμοί παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας είναι οι θερμικοί και οι υδροηλεκτρικοί. Τελευταία γίνεται μια ανάπτυξη στις ανανεώσιμες πηγές ενέργειας κυρίως με την εκμετάλλευση του αέρα και του ήλιου.

Η μεταφορά της ηλεκτρικής ενέργειας σε μεγάλες ποσότητες από τα εργοστάσια παραγωγής προς τις περιοχές κατανάλωσης γίνεται με τις γραμμές υψηλής και υπερυψηλής τάσης, οι οποίες μεταφέρουν την ηλεκτρική ενέργεια σε κεντρικά σημεία του δικτύου, τους υποσταθμούς, από όπου ξεκινούν τα δίκτυα διανομής μέσης τάσης που διανέμουν την ηλεκτρική ενέργεια στους καταναλωτές δια μέσου των υποσταθμών διανομής και των γραμμών χαμηλής τάσης. Η δομή του συστήματος επηρεάζεται σημαντικά από το μέγεθος της ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας, τη χρονική της μεταβολή κατά τη διάρκεια του 24ώρου και από τη χωροταξική της κατανομή.

Τα συστήματα που χρησιμοποιούνται είναι τριφασικά εναλλασσόμενου ρεύματος, συχνότητας 50 ή 60Hz. Η τάση λειτουργίας πρέπει να παραμένει σταθερή στην ονομαστική τιμή. Οι γραμμές μεταφοράς και οι γραμμές διανομής μέσης τάσης έχουν τρεις αγωγούς φάσεων, ενώ οι γραμμές διανομής χαμηλής τάσης διαθέτουν επιπλέον και τον ουδέτερο αγωγό. Οι πελάτες που είναι συνδεδεμένοι στα δίκτυα υψηλής και μέσης τάσης είναι στην πλειονότητά τους βιομηχανικοί καταναλωτές ενώ στα δίκτυα χαμηλής τάσης συνδέονται πελάτες οικιακής χρήσης και ένα μεγάλο μέρος των πελατών εμπορικής χρήσης.

## 1.2 ΜΕΤΑΦΟΡΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Η μεταφορά της ηλεκτρικής ενέργειας περιλαμβάνει το σύνολο των διαδικασιών λειτουργίας και ελέγχου των εγκαταστάσεων και μέσων που χρησιμοποιούνται για τη μεταφορά της ηλεκτρικής ενέργειας από την έξοδο των σταθμών παραγωγής μέχρι τους υποσταθμούς που τροφοδοτούν τα μεγάλα κέντρα κατανάλωσης όπου και ξεκινούν τα δίκτυα διανομής. Επίσης τροφοδοτούν τους μεγάλους καταναλωτές υψηλής τάσης που κατασκευάζουν δικό τους υποσταθμό υποβιβασμού υψηλής σε μέση τάση.

Το σύστημα μεταφοράς περιλαμβάνει τα δίκτυα των γραμμών υψηλής τάσης, τους υποσταθμούς ζεύξης των δικτύων αυτών και τους υποσταθμούς μετασχηματισμού μεταξύ των διαφόρων επιπέδων τάσεων που χρησιμοποιούνται στο δίκτυο μεταφοράς. Το σύστημα μεταφοράς πρέπει να παρέχει σταθερή τάση και οι τάσεις των τριών φάσεων να βρίσκονται σε ισορροπία.

Η μεταφορά της ηλεκτρικής ενέργειας γίνεται με υψηλή τάση διότι αυτό συνεπάγεται μικρότερες ηλεκτρικές απώλειες και οικονομικότερη λειτουργία. Χρησιμοποιούνται διάφορες τάσεις μεταφοράς ανάλογα με την απόσταση και την ποσότητα της ισχύος που πρέπει να μεταφερθεί. Η ισχύς, η οποία μπορεί να μεταφερθεί από μια γραμμή μεταφοράς είναι ανάλογη του τετραγώνου της τάσης, για το λόγο αυτό χρησιμοποιούνται υπερυψηλές τάσεις για την επίτευξη μεγάλων ισχύων μεταφοράς (χωρίς τη ροή μεγάλων ρευμάτων). Επιπλέον οι μειωμένες απώλειες, τις οποίες συνεπάγεται η μεταφορά με υπερυψηλές τάσεις, καθιστούν οικονομικότερη τη λειτουργία με τις τάσεις αυτές [1.1].

Οι απώλειες πραγματικής ισχύος στις γραμμές μεταφοράς είναι ένα φυσικό φαινόμενο που δεν μπορεί να αποφευχθεί. Οι απώλειες των γραμμών μεταφοράς αντιστοιχούν σε μεγάλο ετήσιο χρηματικό ποσό και για αυτό το λόγο είναι πολύ σημαντική η δίκαιη κατανομή τους στους παραγωγούς και στους καταναλωτές. Η μη διακριτή φύση των απωλειών κρατάει ακόμα ανοιχτό το πεδίο μελέτης μεθόδων καταμερισμού των απωλειών. Υπάρχουν πολλές διαφορετικές μέθοδοι προσέγγισης του καταμερισμού των απωλειών στη διεθνή βιβλιογραφία που η καθεμία στηρίζεται σε συγκεκριμένες υποθέσεις. Υπόκειται στην κρίση του διαχειριστή του δικτύου η επιλογή μεθόδου καταμερισμού που να καλύπτει τις προϋποθέσεις που έχουν τεθεί.

## 1.3 ΔΟΜΗ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι ο καταμερισμός των απωλειών πραγματικής ισχύος των γραμμών μεταφοράς ενός δικτύου στους χρήστες του. Πιο αναλυτικά, η δομή της εργασίας οργανώνεται σε επτά κεφάλαια:

Στο **Κεφάλαιο 2** παρουσιάζεται η οργάνωση των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας στην απελευθερωμένη αγορά, περιγράφεται η φύση των απωλειών ισχύος στις γραμμές μεταφοράς και αναφέρονται διάφοροι μέθοδοι καταμερισμού τους.

Στο **Κεφάλαιο 3** περιγράφεται η διαδικασία επίλυσης της ροής φορτίων του δικτύου καθώς και η διαδικασία υπολογισμού των απωλειών της κάθε γραμμής μεταφοράς. Παρουσιάζεται η μέθοδος καταμερισμού των απωλειών prorata και Zbus. Περιγράφεται η διαδικασία εύρεσης του συνεισφερόμενου ρεύματος κάθε ζυγού σε κάθε γραμμή μεταφοράς καθώς και η μέθοδος κατανομής απωλειών cca που στηρίζεται στα συνεισφερόμενα ρεύματα.



Στο **Κεφάλαιο 4** παρουσιάζεται η λογική της θεωρίας παιγνίων καθώς και η τιμή Sharpley που είναι μέθοδος επίλυσης συνεργατικών παιγνίων. Στη συνέχεια περιγράφεται η εφαρμογή της τιμής Sharpley στην κατανομή των απωλειών μεταφοράς.

Στο **Κεφάλαιο 5** περιγράφεται το λογισμικό που αναπτύχθηκε για τον καταμερισμό των απωλειών μεταφοράς, οι μέθοδοι που μοντελοποιήθηκαν καθώς και μελλοντικές επεκτάσεις του προγράμματος. Ο αλγόριθμος υλοποιήθηκε σε περιβάλλον MATLAB.

Στο **Κεφάλαιο 6** παρουσιάζονται τα δεδομένα των συστημάτων που χρησιμοποιήθηκαν, τα αποτελέσματα των μεθόδων καταμερισμού των απωλειών μεταφοράς καθώς και ο σχολιασμός των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από την εκτέλεση του προγράμματος.

Στο **Κεφάλαιο 7** γίνεται μια σύνοψη της εργασίας και παρουσιάζονται τα συμπεράσματα.

## 1.4 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1.1] Κ. Βουρνάς, Γ. Κονταξής, *Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας*. Αθήνα: Εκδόσεις Ε.Μ.Π., 2001, σελ. 5-16.



## **ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΚΑΙ ΓΡΑΜΜΕΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ**

### **2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ**

Σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας (ΣΗΕ) ονομάζεται το σύνολο των εγκαταστάσεων, των μέσων και των διαδικασιών που χρησιμοποιούνται για την παροχή ηλεκτρικής ενέργειας στις περιοχές κατανάλωσης. Η καλή λειτουργία ενός ΣΗΕ προϋποθέτει την παροχή ηλεκτρικής ενέργειας σταθερής συχνότητας, σταθερής τάσης και αξιόπιστη τροφοδότηση οπουδήποτε υπάρχει ζήτηση, με το ελάχιστο δυνατό κόστος.

Η διαδικασία τροφοδότησης των καταναλωτών με ηλεκτρική ενέργεια χωρίζεται στις ακόλουθες φάσεις:

- **Παραγωγή** – παραγωγή είναι η διαδικασία μετατροπής σε ηλεκτρική ενέργεια άλλης μορφής ενέργειας όπως η χημική, η ηλιακή, η αιολική, η υδροηλεκτρική.
- **Μεταφορά** – μεταφορά της ηλεκτρικής ενέργειας από την παραγωγή στην κατανάλωση. Το δίκτυο μεταφοράς συνδέει τις γεννήτριες με το δίκτυο διανομής.
- **Διανομή** – διανομή είναι η διαδικασία διάθεσης της ηλεκτρικής ενέργειας από το τοπικό δίκτυο στους καταναλωτές

### **2.2 ΔΟΜΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ**

Μέχρι και πριν από μερικά χρόνια το σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας λειτουργούσε ως ρυθμιζόμενο μονοπώλιο, στο οποίο όλες οι φάσεις της παροχής ηλεκτρικής ενέργειας ελέγχονταν από ένα φορέα. Το μονοπωλιακό αυτό προνόμιο παραχωρούνταν από το κράτος στο συγκεκριμένο φορέα και έτσι αποκτούσε αποκλειστικά δικαιώματα στην παραγωγή και πώληση ηλεκτρικής ενέργειας. Βέβαια όλη η διαδικασία ελεγχόταν από το κράτος μέσω ρυθμιστικών αρχών. Η τιμή της ηλεκτρικής ενέργειας καθοριζόταν από τον ίδιο φορέα με βάση το κόστος παραγωγής, μεταφοράς και διανομής. Σε κάποιες περιπτώσεις υπάρχουν ξεχωριστές τοπικές υπηρεσίες οι οποίες αναλαμβάνουν τη διανομή καθώς και ξεχωριστοί παραγωγοί οι οποίοι πουλάνε ενέργεια στον υπεύθυνο φορέα.

Πριν το 1990 όλα τα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας παγκοσμίως λειτουργούσαν μονοπωλιακά. Αργότερα αναπτύχθηκε η νοοτροπία ότι δεν είναι απαραίτητο να υπάρχει μονοπώλιο τόσο στην παραγωγή όσο και στη διανομή αφού ο ανταγωνισμός μειώνει τις τιμές και δίνει ώθηση για νέες έρευνες και εφαρμογές με στόχο πάντα την καλύτερη αποτελεσματικότητα.

### 2.2.1 Δομή απελευθερωμένης αγοράς

Αντίθετα από το παραδοσιακό μονοπωλιακό ηλεκτρικό σύστημα, σε ένα διανεμημένο ηλεκτρικό σύστημα το μονοπώλιο αφαιρείται πλήρως από τους τομείς της παραγωγής και της διανομής. Στο τμήμα της μεταφοράς οι περισσότερες κυβερνήσεις και ρυθμιστικές αρχές τείνουν να θεωρούν ότι είναι καλύτερο να υπάρχει μόνο ένα κοινό σύστημα μεταφοράς. Επομένως ο τομέας της μεταφοράς παραμένει σχεδόν σε όλες τις περιπτώσεις υπό ρυθμιζόμενο καθεστώς. Τα βασικά χαρακτηριστικά γνωρίσματα μίας απελευθερωμένης αγοράς είναι τα ακόλουθα:

α) **Ανεξάρτητος διαχειριστής συστήματος** - Ένας ανεξάρτητος διαχειριστής συστήματος (ISO) έχει το ρόλο του επιβλέποντα για τη σωστή λειτουργία, το σχεδιασμό και την ασφάλεια του συστήματος. Είναι η ελεγκτική αρχή ολόκληρου του ηλεκτρικού συστήματος και επίσης λειτουργεί, ρυθμίζει και συντηρεί τις γραμμές μεταφοράς (είναι ο φορέας που κατανέμει τις απώλειες των γραμμών μεταφοράς στους παραγωγούς και στους διανομείς).

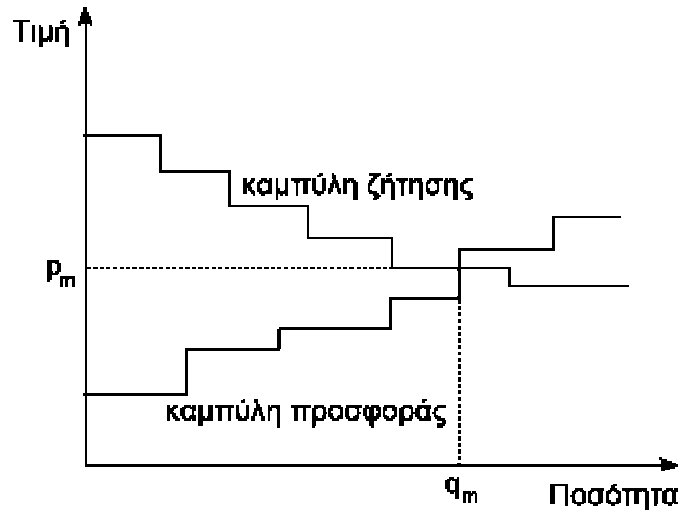
β) **Εμπορία ηλεκτρικής ενέργειας** – Μία δομή, σαν το χρηματιστήριο, η οποία επιτρέπει στους αγοραστές και τους πωλητές της ηλεκτρικής ενέργειας να εμπορεύονται την ηλεκτρική ενέργεια σε χονδρικό επίπεδο.

γ) **Ανταγωνιστικότητα μεταξύ των παραγωγών** – Ο χώρος της παραγωγής είναι ανοικτός σε οποιοδήποτε φορέα μπορεί να καλύψει τις απαιτήσεις για την έγκριση της άδειας παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας.

δ) **Ανταγωνιστικότητα μεταξύ των διανομέων** - Οι διανομείς αγοράζουν ηλεκτρική ενέργεια σε χονδρικό επίπεδο και την πωλούν στους καταναλωτές. Κάνουν προσφορές αγοράς ενέργειας στο “εμπόριο ηλεκτρικής ενέργειας” όπως και οι παραγωγοί κάνουν προσφορές για την πώληση της ηλεκτρικής ενέργειας. Οι διανομείς είναι πάροχοι ηλεκτρικής ενέργειας στις οικείες, στους εργασιακούς χώρους, στους καταναλωτές γενικότερα. Χρεώνουν τους καταναλωτές για την καταναλισκόμενη ενέργεια σύμφωνα με ένα επίπεδο τιμών που καθορίζεται από την κυβέρνηση ή από τη ρυθμιστική αρχή ενέργειας.

ε) **Διμερείς συμφωνίες** - Σύμφωνα με τις διμερείς συμφωνίες (bilateral contracts), οι συναλλαγές γίνονται άμεσα μεταξύ παραγωγών και καταναλωτών, οι οποίοι διαπραγματεύονται ανεξάρτητα από τρίτους την ποσότητα και την τιμή της ενέργειας την οποία θα ανταλλάξουν σύμφωνα με δικούς τους οικονομικούς όρους. Το συγκεκριμένο μοντέλο αναφέρεται και ως μέθοδος απευθείας πρόσβασης. Σε μερικές περιπτώσεις οι παραγωγοί έχουν έναν καταναλωτή μόνο να προμηθεύουν όπως και οι καταναλωτές μπορεί να έχουν έναν μόνο παραγωγό για προμηθευτή αλλά κατά κύριο λόγο οι καταναλωτές έρχονται σε συμφωνία με περισσότερους από έναν παραγωγούς και οι παραγωγοί παραδίδουν ενέργεια σε πολλούς καταναλωτές ώστε να βελτιστοποιήσουν τη λειτουργία τους.

Ο διαχειριστής τους συστήματος δεν εμπλέκεται στις συναλλαγές, αλλά διατηρεί την ισορροπία και την ασφάλεια του συστήματος, το οποίο σημαίνει ότι περιορίζει την ποσότητα της ενέργειας που αγοράζεται ή πωλείται για να διατηρήσει το φορτίο και την παραγωγή σε ισορροπία καθώς επίσης περιορίζει την ποσότητα εγχυόμενης ισχύος από τους παραγωγούς σε κάποιους ζυγούς, αν η ασφάλεια του δικτύου δε μπορεί να εξασφαλιστεί με άλλα μέσα.



**Σχήμα 2.1:** Τιμή εκκαθάρισης της αγοράς ( $p_m$ ) ή οριακή τιμή συστήματος.

στ) **Χρηματιστήριο ενέργειας** - Σύμφωνα με το μοντέλο του χρηματιστηρίου ενέργειας (pool model ή centralized electricity trading), δεν υπάρχει η δυνατότητα απευθείας συναλλαγών μεταξύ παραγωγών και καταναλωτών. Όλη η ενέργεια αγοράζεται ή πωλείται μέσω της κεντρικής αγοράς (pool). Η αγορά αυτή διαπραγματεύεται το σύνολο της ηλεκτρικής ενέργειας που θα εγχυθεί από τους παραγωγούς και θα απορροφηθεί από τους καταναλωτές, χωρίς η προέλευση της ενέργειας να είναι γνωστή. Μια κοινοπραξία (χρηματιστήριο ενέργειας) ουσιαστικά λειτουργεί ως ακολούθως:

Ο διαχειριστής του συστήματος (pool operator) λαμβάνει προσφορές τιμών και ποσοτήτων για παραγωγή και κατανάλωση σε ημερήσια βάση. Κάθε προσφορά γίνεται για την επόμενη μέρα (day ahead) ενώ η κάθε μέρα χωρίζεται σε χρονικές περιόδους της μιας ώρας ή της μισής ώρας. Για κάθε περίοδο ο διαχειριστής δέχεται προσφορές μέχρι μια καθορισμένη προθεσμία.

Οι παραγωγοί προσφέρουν την παραγωγή τους σε συγκεκριμένη τιμή και ποσότητα για τις προγραμματισμένες περιόδους. Οι καταναλωτές υποβάλουν τις προσφορές τους σχετικά με το ζητούμενο φορτίο και τη μέγιστη τιμή που είναι διατεθειμένοι να πληρώσουν. Στη συνέχεια ο διαχειριστής υπολογίζει την τιμή ( $p_m$ ) και την ποσότητα ( $q_m$ ) εκκαθάρισης της αγοράς για κάθε προγραμματισμένη περίοδο (μισής ή μιας ώρας) της επόμενης ημέρας. Ουσιαστικά, όλες οι προσφορές των παραγωγών ταξινομούνται κατά μήκος μίας αύξουσας καμπύλης προσφοράς, με βάση την τιμή στην οποία ο κάθε παραγωγός είναι διατεθειμένος να παράγει. Στο ίδιο διάγραμμα απεικονίζεται και η καμπύλη ζήτησης (οι προσφορές των καταναλωτών σε φθίνουσα σειρά).

Η λύση ή η ισορροπία της αγοράς καθορίζεται από το σημείο τομής των καμπυλών προσφοράς και ζήτησης, ενώ η τιμή που αντιστοιχεί στην τομή των δύο καμπυλών ονομάζεται οριακή τιμή συστήματος (Σχήμα 2.1). Όλες οι υποβληθείσες προσφορές πώλησης σε τιμή χαμηλότερη ή ίση με την τιμή ισορροπίας αγοράς γίνονται αποδεκτές και οι παραγωγοί οδηγούνται στο να παράγουν το ποσό ενέργειας που αντιστοιχεί στις προσφορές αγοράς. Ομοίως, όλες οι υποβληθείσες προσφορές αγοράς με τιμή μεγαλύτερη ή ίση με την τιμή ισορροπίας αγοράς γίνονται αποδεκτές και οι καταναλωτές ενημερώνονται για το ποσό της ενέργειας που μπορούν να αντλήσουν από το σύστημα.

Το τελευταίο στάδιο στην αγορά της κοινοπραξίας αναφέρεται σε οικονομικές συναλλαγές. Οι αγοραστές πληρώνουν στο διαχειριστή την καταναλισκόμενη ενέργεια, ενώ ο διαχειριστής πληρώνει στους παραγωγούς την ενέργεια που εγγέουν στο σύστημα. Σε όλους τους συμμετέχοντες εφαρμόζεται η οριακή τιμή του συστήματος.

### 2.3 ΓΡΑΜΜΕΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΑΠΩΛΕΙΕΣ

Τα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας περιλαμβάνουν τους τομείς της παραγωγής, της μεταφοράς, και της διανομής της ενέργειας. Η απελευθέρωση όμως έχει πραγματοποιηθεί μόνο στους τομείς της παραγωγής και της διανομής. Το σύστημα μεταφοράς συνεχίζει να αποτελεί μονοπώλιο, του οποίου η σωστή λειτουργία είναι ζωτικής σημασίας για την εξασφάλιση της διακίνησης της ηλεκτρικής ενέργειας. Τα ζητήματα που προκύπτουν στα δίκτυα μεταφοράς πρέπει να αντιμετωπίζονται άμεσα ακριβώς λόγω της μοναδικότητάς του. Ένα από τα πλέον σημαντικά ζητήματα που αφορούν τη μεταφορά ενέργειας και έχει γίνει αντικείμενο μελέτης είναι οι απώλειες μεταφοράς στις γραμμές, των οποίων η δίκαιη κατανομή αποτελεί σημαντική προϋπόθεση για την ομαλή λειτουργία της εμπορίας της ηλεκτρικής ενέργειας τόσο από την πλευρά των παραγωγών όσο και από την πλευρά των καταναλωτών.

Οι απώλειες μεταφοράς στο σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας είναι ένα φυσικό φαινόμενο. Η ηλεκτρική ενέργεια πρέπει να μεταφερθεί από τη θέση παραγωγής στη θέση κατανάλωσης μέσω γραμμών μεταφοράς. Όλες οι γραμμές μεταφοράς έχουν ηλεκτρική αντίσταση, η οποία καταναλώνει ενέργεια. Η ενέργεια που καταναλώνεται κατά αυτό τον τρόπο αναφέρεται ως 'απώλεια'. Το μεγαλύτερο μέρος αυτής της απώλειας αποδίδεται ως θέρμανση των ηλεκτροφόρων γραμμών μεταφοράς, η οποία προκαλείται από τη ροή του ηλεκτρικού ρεύματος στο εσωτερικό τους. Η απώλεια ( $I^2R$ ) χάνεται έπειτα στο περιβάλλον των ηλεκτροφόρων γραμμών μεταφοράς. Οι απώλειες αυτής της μορφής αποτελούν περίπου το 5% έως 10% της συνολικής παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας, μια ποσότητα αξίας εκατομμυρίων ευρώ το χρόνο, για ένα τυπικό σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας όπως το ελληνικό σύστημα.

Η απώλεια ενέργειας σε ένα δίκτυο μεταφοράς και διανομής επηρεάζεται από ένα πλήθος παραγόντων όπως:

- Η θέση των εγκαταστάσεων παραγωγής και των φορτίων καθώς και η ενέργεια που σχετίζεται με κάθε ένα από αυτά
- Οι τύποι των συνδεδεμένων φορτίων
- Τα επίπεδα τάσης και η ανισορροπία τάσης
- Το μήκος των γραμμών, που είναι μια σχεδόν γραμμική σχέση με τις απώλειες (ο διπλασιασμός του μήκους γραμμών θα διπλασίαζε τις απώλειες γραμμών)
- Το ρεύμα στη γραμμή, το οποίο έχει τετραγωνική σχέση με τις απώλειες (όταν διπλασιάζεται το ρεύμα γραμμής, θα τετραπλασιάζονται οι απώλειες γραμμών)
- Ο σχεδιασμός των γραμμών, ιδιαίτερα το μέγεθος, το υλικό και ο τύπος τους.

Οι απώλειες μεταφοράς αποτελούνται από δύο συνιστώσες, τις πραγματικές απώλειες και τις άεργες απώλειες. Οι απώλειες όχι μόνο κοστίζουν σε χρήματα αλλά επιπλέον επηρεάζουν και την τιμή της τάσης των ζυγών του συστήματος (η οποία τάση θα πρέπει να κυμαίνεται εντός των επιτρεπτών ορίων, π.χ.  $\pm 5\%$  της ονομαστικής τάσης).

## 2.4 ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΣΤΗΝ ΑΠΕΛΕΥΘΕΡΩΜΕΝΗ ΑΓΟΡΑ

Στην απελευθερωμένη αγορά ηλεκτρικής ενέργειας, οι απώλειες μεταφοράς πρέπει καταμερίζονται στους παραγωγούς και στους καταναλωτές. Οι απώλειες επηρεάζουν τη διανομή των εσόδων και των πληρωμών μεταξύ των προμηθευτών και των καταναλωτών. Σε ένα απελευθερωμένο ηλεκτρικό σύστημα, κάθε προμηθευτής πρέπει να παρέχει την ισχύ που έχει κανονιστεί συν τις απώλειες μεταφοράς που αντιστοιχούν σε κάθε συναλλαγή. Επομένως, ο διαχειριστής του συστήματος πρέπει να καταμερίσει τις απώλειες σε κάθε παραγωγό και σε κάθε καταναλωτή. Ανάλογα με τη συμφωνία, το κόστος μπορεί να το αναλάβει μόνο ο προμηθευτής, ή ο προμηθευτής μαζί με τον καταναλωτή, ή μόνο ο καταναλωτής.

### 2.4.1 Προβλήματα στην κατανομή των ηλεκτρικών απωλειών

Η κατανομή των απωλειών μεταφοράς έγινε ένα σημαντικό ζήτημα διαπραγματεύσεων αφού αντιστοιχεί σε ένα τεράστιο χρηματικό ποσό. Όπως αναφέρθηκε, οι απώλειες μεταφοράς εξαρτώνται από διάφορους παράγοντες του ηλεκτρικού συστήματος και είναι μία ιδιαίτερα μη γραμμική συνάρτηση αυτών των παραγόντων. Το κύριο πρόβλημα που συνδέεται με την κατανομή απωλειών είναι το γεγονός ότι οι απώλειες είναι μη διαχωρίσιμες  $|I_{total}|^2 R \neq |I_1|^2 R + |I_2|^2 R + \dots + |I_n|^2 R$ . Οποιαδήποτε προσπάθεια διαχωρισμού περιπλέκεται περαιτέρω από τη μη γραμμική φύση της. Η πρόκληση που αντιμετωπίζεται σήμερα λοιπόν είναι πώς θα κατανεμηθούν οι απώλειες μεταφοράς και ποιά πρέπει να είναι τα κριτήρια για τη χρέωση των παραγωγών και των καταναλωτών. Οι μέθοδοι καταμερισμού πρέπει να χαρακτηρίζονται από συνέπεια, απλότητα, ακρίβεια και προβλεψιμότητα. Είναι ένας δύσκολος στόχος η προσαρμογή όλων αυτών των κριτηρίων σε ένα συγκεκριμένο μοντέλο. Δεν είναι απαραίτητοι μόνο οι ακριβείς υπολογισμοί των απωλειών, αλλά και η δίκαιη κατανομή τους σε όλους τους συμμετέχοντες. Ιδανική μέθοδος κατανομής απωλειών δεν υπάρχει, επειδή κάθε μέθοδος επιδιώκει να καλύψει όσο το δυνατόν περισσότερες από τις παρακάτω προϋποθέσεις:

- να είναι συνεπής με τα αποτελέσματα της ροής ισχύος
- να εξαρτάται από την ποσότητα της ενέργειας που παράγεται ή καταναλώνεται σε κάθε ζυγό
- να λαμβάνει υπόψιν τις αποστάσεις στα δίκτυα μεταφοράς
- να είναι ευσταθής
- να είναι εύκολα κατανοητή
- να είναι απλή στην εφαρμογή

Έχουν αναπτυχθεί αρκετές μέθοδοι που προσεγγίζουν το θέμα στηριζόμενες σε ξεχωριστά μαθηματικά μοντέλα η κάθε μία.

## 2.5 ΜΕΘΟΔΟΙ ΚΑΤΑΜΕΡΙΣΜΟΥ ΑΠΩΛΕΙΩΝ

Τα τελευταία χρόνια έχουν αναπτυχθεί αρκετές μέθοδοι καταμερισμού απωλειών μεταφοράς. Η απουσία όμως μιας ιδανικής ή κοινά αποδεκτής μεθόδου καταμερισμού οδηγεί τους διαχειριστές των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας σε όλο τον κόσμο να χρησιμοποιούν διάφορες από αυτές τις μεθόδους. Μερικές μέθοδοι παρουσιάζονται στη συνέχεια:

Ο A. J. Conejo και άλλοι [2.3] εισήγαγαν την τεχνική Pro rata, η οποία θα χρησιμοποιηθεί σε επόμενα κεφάλαια της εργασίας αυτής. Η τεχνική Pro rata χρησιμοποιείται στην Ισπανία για την κατανομή των απωλειών μεταφοράς. Οι συνολικές απώλειες καταμερίζονται αρχικά σύμφωνα με το ποσοστό που έχει αποφασιστεί να κατανεμηθούν ανάμεσα σε γεννήτριες και καταναλωτές και έπειτα εφαρμόζεται ένας αναλογικός καταμερισμός. Οι απώλειες που αντιστοιχούν στους παραγωγούς (καταναλωτές) είναι ανάλογες προς το μέγεθος της ενεργειακής τους παραγωγής (κατανάλωσης). Η μέθοδος pro rata αγνοεί τα χαρακτηριστικά του δικτύου, πράγμα που σημαίνει ότι εάν δύο ίδια ακριβώς φορτία βρίσκονται το ένα δίπλα στη γεννήτρια και το άλλο αρκετά μακριά θα αντιμετωπιστούν με τον ίδιο ακριβώς τρόπο.

Ο J. Bialek [2.4] εισήγαγε μία μέθοδο που στηρίζεται σε μια αναλογική – τοπολογική τεχνική καταμερισμού απωλειών. Η μέθοδος στοχεύει στον προσδιορισμό της ροής φορτίου μέσα από το δίκτυο. Προσπαθεί να υπολογίσει το ποσοστό συμμετοχής μίας συγκεκριμένης γεννήτριας στη συνολική ροή μιας γραμμής. Χρησιμοποιείται μία αναλογική αρχή, σύμφωνα με την οποία, εάν είναι γνωστή η ποσοστιαία συνεισφορά κάθε εισερχόμενης στο ζυγό ισχύος στη συνολική ισχύ του (δηλαδή τι ποσοστό της συνολικής εισερχόμενης ροής αποτελεί η κάθε ξεχωριστή εισερχόμενη ροή) τότε η ίδια ποσοστιαία συμμετοχή ισχύει και σε κάθε εξερχόμενη ροή, δηλαδή αν η εισερχόμενη ροή σε ένα ζυγό  $i$  από μια γεννήτρια  $k$  είναι το 60% της συνολικής εισερχόμενης ροής στο συγκεκριμένο ζυγό τότε σε κάθε γραμμή που η ροή της εξέρχεται από το συγκεκριμένο ζυγό θεωρείται ότι η συμμετοχή της γεννήτριας  $k$  παραμένει 60 % της ισχύος της γραμμής. Η υπόθεση αυτή είναι περισσότερο διαισθητική, καθώς δεν μπορεί να αποδειχθεί. Στηριζόμενη σε αυτή την υπόθεση, η μέθοδος υπολογίζει τη συμμετοχή κάθε εγχεόμενης ισχύος στην ισχύ κάθε γραμμής και κατά επέκταση τη συμμετοχή της στις απώλειες κάθε γραμμής. Η ίδια διαδικασία ακολουθείται και για τον καταμερισμό στα φορτία. Πολλές μέθοδοι έχουν στηριχτεί σε αυτή τη τεχνική.

Μία ακόμα τεχνική καταμερισμού απωλειών είναι η ‘marginal procedure’ [2.3]. Σύμφωνα με τη μέθοδο ‘marginal procedure’, οι απώλειες που αντιστοιχούν σε μια γεννήτρια ή σε ένα φορτίο υπολογίζονται μέσω ενός συντελεστή (ITL) που εκφράζει τη μεταβολή της συνολικής απώλειας λόγω της μεταβολής της εγχεόμενης ισχύος του ζυγού που βρίσκεται η γεννήτρια ή το φορτίο. Η συγκεκριμένη μέθοδος ορίζει ως μηδέν το συντελεστή ITL του ζυγού αναφοράς, οπότε στο ζυγό αναφοράς δεν καταμερίζονται απώλειες. Αυτός είναι ένας σημαντικός περιορισμός της μεθόδου αυτής και θα πρέπει να γίνεται συμφωνία για την επιλογή του ζυγού αναφοράς. Οι συντελεστές μπορεί να βγαίνουν αρνητικοί, οπότε ακολουθείται μια ακόμα διαδικασία για εξάλειψη των αρνητικών προσήμων.

Μία άλλη μεγάλη κατηγορία μεθόδων καταμερισμού απωλειών στηρίζεται στη θεωρία κυκλωμάτων. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η μέθοδος ‘Z-bus allocation’ [2.5] που προτάθηκε από τον A. J. Conejo και άλλους η οποία θα χρησιμοποιηθεί σε επόμενα κεφάλαια της εργασίας αυτής. Η συγκεκριμένη μέθοδος χρησιμοποιεί την έγχυση ρεύματος



κάθε ζυγού σε συνδυασμό με τη μήτρα αγωγιμοτήτων για να υπολογίσει τις απώλειες που αντιστοιχούν σε κάθε ζυγό. Σαν κριτήριο καταμερισμού χρησιμοποιούνται τα εγγεόμενα ρεύματα και όχι οι εγγεόμενες ισχύεις. Πιο συγκεκριμένα, για κάθε ζυγό υπολογίζονται οι απώλειες που οφείλονται στο δικό του εγγεόμενο ρεύμα, καθώς και η συμβολή των εγγεόμενων ρευμάτων των άλλων ζυγών στις απώλειες του συγκεκριμένου ζυγού.

Συνοψίζοντας, οι περισσότερες μέθοδοι καταμερισμού απωλειών μπορούν να ενταχθούν στις παρακάτω γενικές κατηγορίες [2.6]:

- μέθοδοι pro rata
- μέθοδοι που στηρίζονται στην αναλογική – τοπολογική τεχνική
- μέθοδοι που βασίζονται στη marginal procedure
- μέθοδοι που στηρίζονται στη θεωρία κυκλωμάτων

## 2.6 ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΚΑΙ ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Σκοπός της εργασίας είναι η μελέτη και εφαρμογή τεσσάρων διαφορετικών μεθόδων καταμερισμού απωλειών. Οι μέθοδοι αυτές είναι η prorata, η Zbus, η cca (contributed current allocation) και η τιμή Shapley. Η τιμή Shapley [2.7] είναι τεχνική επίλυσης συνεργατικών παιγνίων και έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια της θεωρίας παιγνίων. Η θεωρία παιγνίων παρέχει μηχανισμούς επίλυσης κυρίως οικονομικών προβλημάτων αξιολογώντας τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των συμμετοχόντων στα πλαίσια της αγοράς. Οι προηγούμενες τέσσερις μέθοδοι καταμερισμού εφαρμόζονται σε δίκτυο 6 και 14 ζυγών. Τα αποτελέσματα τους παρουσιάζονται και συγκρίνονται μεταξύ τους. Σχολιάζεται η αξιοπιστία τους και διερευνάται αν οι μέθοδοι αυτές μπορούν να εφαρμοστούν στην πραγματική αγορά.

## 2.7 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [2.1] R. Haque, *Transmission loss allocation using artificial neural networks*. Master of science dissertation, Dept. Elect. Eng., Univ. Sashatchewan, Saskatoon, 2006.
- [2.2] Γ.Τ. Τζιάσιου, *Επιμερισμός κόστους μεταφοράς στους χρήστες του συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας*. Διπλωματική εργασία, Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 2010.
- [2.3] A. J. Conejo, J. M. Arroyo, N. Alguacil, and A. L. Guijarro, “Transmission Loss Allocation: A Comparison of Different Practical Algorithms,” *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 17, No. 3, Aug. 2002, pp.571-576.
- [2.4] J. Bialek, “Tracing the Flow of Electricity,” *IEEE Proceedings on Generation, Transmission and Distribution*, Vol. 143, No. 4, July 1996, pp. 313-320.
- [2.5] A. J. Conejo, F. D. Galiana, and I. Kockar, “Z-Bus Loss Allocation,” *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 16, No. 1, Feb. 2001, pp.105-110.
- [2.6] C. Unsihuay, “Comparative studies on transmission loss allocation methods for competitive electricity markets,” in Proc. *2003 IEEE Bologna Power Tech Conf.*
- [2.7] S. C. Hsieh and H. M. Wang, “Allocation of transmission losses based on cooperative game theory and current injection models,” in Proc. *IEEE Int. Conf. Industrial Tech.*, Bangkok, Thailand, 2002, pp. 850-853.



## **ΡΟΗ ΦΟΡΤΙΟΥ ΚΑΙ ΚΑΤΑΜΕΡΙΣΜΟΣ ΑΠΩΛΕΙΩΝ**

### **3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ**

Το πρώτο στάδιο για τη μελέτη και τον καταμερισμό των απωλειών ισχύος των γραμμών μεταφοράς ενός δικτύου είναι η εύρεση της ροής φορτίου στο δίκτυο. Η επίλυση της ροής φορτίου (πιο συγκεκριμένα η ac ανάλυση ροών φορτίου) θα δώσει σαν αποτέλεσμα τα μέτρα και τις γωνίες των τάσεων σε κάθε ζυγό, οπότε στη συνέχεια μπορούν να υπολογιστούν οι ροές ενεργού και αέργου ισχύος σε κάθε γραμμή μεταφοράς.

Επειδή η εύρεση της ροής φορτίου απαιτεί τη λύση ενός μη γραμμικού συστήματος εξισώσεων, έχουν αναπτυχθεί αποδοτικοί υπολογιστικοί αλγόριθμοι, όπως η μέθοδος Newton-Raphson, η μέθοδος Gauss, η μέθοδος Gauss-Siedel, η ταχεία αποζευγμένη μέθοδος ροών φορτίου, και η μέθοδος εσωτερικού σημείου. Στη συγκεκριμένη εργασία θα χρησιμοποιηθεί η μέθοδος Newton-Raphson.

### **3.2 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΡΟΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ**

Η ισχύς διακινείται μεταξύ των ζυγών του δικτύου, από τις θέσεις παραγωγής προς τα φορτία, ανάλογα με τις διαθέσιμες γραμμές και τις τάσεις των ζυγών. Στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας υπάρχει ισοζύγιο μεταξύ της παραγόμενης ισχύος και των φορτίων μαζί με τις απώλειες. Αυτό σημαίνει ότι η συνολική παραγόμενη ισχύς είναι ίση με το άθροισμα της συνολικής καταναλισκόμενης ισχύος των φορτίων και των συνολικών απωλειών των γραμμών μεταφοράς. Η ανάλυση της ροής φορτίου γίνεται για συγκεκριμένη παραγωγή και για δεδομένη κατανάλωση. Για τη μελέτη της ροής φορτίου ορίζονται τρεις τύποι ζυγών [3.1]:

- Ζυγοί Φορτίου (PQ), στους οποίους είναι γνωστές η πραγματική και η άεργος ισχύς και άγνωστοι, το μέτρο και η γωνία της τάσης.
- Ζυγοί Παραγωγής (PV), όπου είναι γνωστή η παραγόμενη ενεργός ισχύς και το μέτρο της τάσης και άγνωστοι η άεργος ισχύς και η γωνία της τάσης.
- Ζυγός Ταλαντώσεως ή Αναφοράς (slack bus), όπου είναι γνωστά το μέτρο και η γωνία τάσης. Στο ζυγό αυτό, όταν επιλυθεί το πρόβλημα ροών φορτίου, υπολογίζεται η πραγματική και άεργος ισχύς του ώστε να ικανοποιείται το συνολικό ισοζύγιο ισχύος του συστήματος.

Υπάρχουν έξι (6) χαρακτηριστικά μεγέθη για κάθε ζυγό, τα οποία είναι:

1.  $P_{Gi}$  : Η παραγόμενη ενεργός ισχύς του ζυγού  $i$ .
2.  $Q_{Gi}$  : Η παραγόμενη άεργος ισχύς του ζυγού  $i$ .
3.  $P_{Di}$  : Η καταναλισκόμενη ενεργός ισχύς του ζυγού  $i$ .
4.  $Q_{Di}$  : Η καταναλισκόμενη άεργος ισχύς του ζυγού  $i$ .
5.  $V_i$  : Το μέτρο της τάσης του ζυγού  $i$ .
6.  $\theta_i$  : Η γωνία τάσης του ζυγού  $i$ .

Η έγχυση πραγματικής και άεργου ισχύος ενός ζυγού  $i$  ορίζονται από τις σχέσεις (3.1) και (3.2), αντίστοιχα:

$$P_i = P_{Gi} - P_{Di} \quad (3.1)$$

$$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Di} \quad (3.2)$$

Για κάθε ζυγό επομένως υπάρχουν σαν μεταβλητές τα  $P_i$ ,  $Q_i$  και η τάση είτε σε πολικές συντεταγμένες  $\vec{V} = |V| \angle \theta$  είτε σε ορθογώνιες συντεταγμένες  $\vec{V} = e + jf$  (στην εργασία αυτή χρησιμοποιούνται οι ορθογώνιες συντεταγμένες). Οι εξισώσεις ροής φορτίου για κάθε ζυγό [3.2] είναι οι (3.3), (3.4) και (3.5):

$$P_i = \sum_{j=1}^n e_i (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) + f_i (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) \quad (3.3)$$

$$Q_i = \sum_{j=1}^n f_i (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) - e_i (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) \quad (3.4)$$

$$|V_i|^2 = e_i^2 + f_i^2 \quad (3.5)$$

όπου:

$n$  : είναι το πλήθος των ζυγών με τους οποίους συνδέεται ο ζυγός  $i$ .

$Y_{ij} = G_{ij} + B_{ij}$  : είναι οι σύνθετες αγωγιμότητες από τον πίνακα αγωγιμοτήτων.

Από τις εξισώσεις (3.3), (3.4) και (3.5) προκύπτει ότι οι εξισώσεις ροών φορτίου συνδέουν σε κάθε ζυγό την ισχύ του (πραγματική και άεργη) με την τάση του (πραγματικό και φανταστικό μέρος). Όταν η τάση εκφράζεται σε ορθογώνιες συντεταγμένες χρησιμοποιείται και η εξίσωση (3.5) για τον προσδιορισμό του μέτρου της τάσης. Σε κάθε ζυγό του δικτύου εφαρμόζονται οι εξισώσεις (3.3), (3.4), (3.5). Οι εξισώσεις (3.3) και (3.4) είναι μη γραμμικές, για αυτό η επίλυσή τους είναι αρκετά δύσκολη. Συνήθως χρησιμοποιούνται αριθμητικές μέθοδοι επίλυσης με τη βοήθεια υπολογιστή. Οι δυο βασικές μέθοδοι που εφαρμόζονται είναι η μέθοδος Gauss-Seidel και η μέθοδος Newton-Raphson. Οι συγκεκριμένες μέθοδοι ξεκινούν από μια αρχική λύση και με διαδοχικές ανακυκλώσεις προσεγγίζουν την τελική λύση.

### 3.3 ΜΕΘΟΔΟΣ NEWTON-RAPHSON

Η μέθοδος Newton –Raphson είναι η πιο διαδεδομένη μέθοδος επίλυσης του προβλήματος ροών φορτίου. Η μέθοδος Newton-Raphson χρησιμοποιεί το ανάπτυγμα Taylor πρώτης τάξης της συνάρτησης  $f(x)$ , εξίσωση (3.6). Επειδή πρόκειται για μία επαναληπτική μέθοδο, το  $v$  δείχνει τον αριθμό της επανάληψης, ενώ  $J$ , εξίσωση (3.7), είναι ο Ιακωβιανός πίνακας με παραγώγους πρώτης τάξης της  $f(x)$  ως προς  $x$ .

$$f(x^{(v)} + \Delta x^{(v)}) \approx f(x^{(v)}) + J^{(v)} \Delta x^{(v)} \quad (3.6)$$

$$J^{(v)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Λύνοντας την εξίσωση (3.6) ως προς τη μεταβολή  $\Delta x^{(v)}$  προκύπτει η εξίσωση (3.8), από την οποία υπολογίζεται η μεταβολή της  $x$  για συγκεκριμένη μεταβολή της  $f(x)$ . Καθώς έχει προσδιοριστεί η  $\Delta x^{(v)}$  υπολογίζεται η νέα τιμή της μεταβλητής  $x$  από τη σχέση (3.9). Έχοντας δώσει αρχικά μία τιμή  $x^{(0)}$  και θέτοντας  $v=0$ , οι (3.8) και (3.9) δίνουν κατά ακολουθία αποτελέσματα μέχρι να επαληθευτεί κάποιο κριτήριο, π.χ.  $|\Delta f(x)| < \varepsilon$ .

$$\Delta x^{(v)} = [J^{(v)}]^{-1} \Delta f(x^{(v)}) \quad (3.8)$$

$$\text{όπου } \Delta f(x^{(v)}) = f(x^{(v)} + \Delta x^{(v)}) - f(x^{(v)})$$

$$x^{(v+1)} = x^{(v)} + \Delta x^{(v)} \quad (3.9)$$

Στην περίπτωση της επίλυσης της ροής φορτίου θεωρείται ένα σύστημα  $n$  ζυγών με  $m$  ζυγούς φορτίου (PQ),  $n-m-1$  ζυγούς παραγωγής (PV) και ένα ζυγό αναφοράς. Το γενικό προς επίλυση σύστημα εξισώσεων της μεθόδου αυτής δίνεται σε μητρική μορφή από την εξίσωση (3.10).

$$\begin{bmatrix} \Delta P^{(v)} \\ \Delta Q^{(v)} \end{bmatrix} = [J^{(v)}] \begin{bmatrix} \Delta e^{(v)} \\ \Delta f^{(v)} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

όπου

$$J^{(v)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial e_1} & \cdots & \frac{\partial P_1}{\partial f_n} \\ \frac{\partial \dot{Q}_n}{\partial e_1} & \cdots & \frac{\partial \dot{Q}_n}{\partial f_n} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Ένας συνοπτικός αλγόριθμος [3.3] της μεθόδου αυτής έχει ως εξής:

1) Για τους ζυγούς φορτίων (PQ), όπου τα  $P_i^{\text{δεδομενο}}$ ,  $Q_i^{\text{δεδομενο}}$  είναι γνωστά, ως αρχικές τιμές της τάσης θεωρούνται μονάδα το πραγματικό μέρος και μηδέν το φανταστικό. Για τους ζυγούς παραγωγής (PV), όπου το πραγματικό μέρος της τάσης του ζυγού είναι γνωστό καθώς και η πραγματική ισχύς  $P_i^{\text{δεδομενο}}$  είναι γνωστή, θεωρείται μηδέν η αρχική τιμή του φανταστικού μέρους της τάσης.

2) Για τους ζυγούς φορτίου (PQ), τα  $P_i$  και  $Q_i$  υπολογίζονται από τις σχέσεις (3.3) και (3.4), αντίστοιχα, και τα  $\Delta P_i$  και  $\Delta Q_i$  από τις (3.12) και (3.13), αντίστοιχα.

$$\Delta P_i = P_i^{\text{δεδομενο}} - P_i \quad (3.12)$$

$$\Delta Q_i = Q_i^{\text{δεδομενο}} - Q_i \quad (3.13)$$

3) Για τους ζυγούς παραγωγής (PV) τα  $P_i$  και  $\Delta P_i$  υπολογίζονται από τις (3.3) και (3.12), ενώ την τιμή της αέργου ισχύος θα τη δώσει η μέθοδος Newton-Raphson.

4) Υπολογίζεται η Ιακωβιανή μήτρα.

5) Από την (3.14) υπολογίζονται οι μεταβολές στο πραγματικό και φανταστικό μέρος της τάσης που οφείλονται στις μεταβολές της πραγματικής και αέργου ισχύος.

$$\begin{bmatrix} \Delta e^{(v)} \\ \Delta f^{(v)} \end{bmatrix} = [J^{(v)}]^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P^{(v)} \\ \Delta Q^{(v)} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

6) Υπολογίζονται από τις σχέσεις (3.15) και (3.16) οι νέες τιμές του πραγματικού και φανταστικού μέρους των τάσεων.

$$e^{(v+1)} = e^{(v)} + \Delta e^{(v)} \quad (3.15)$$

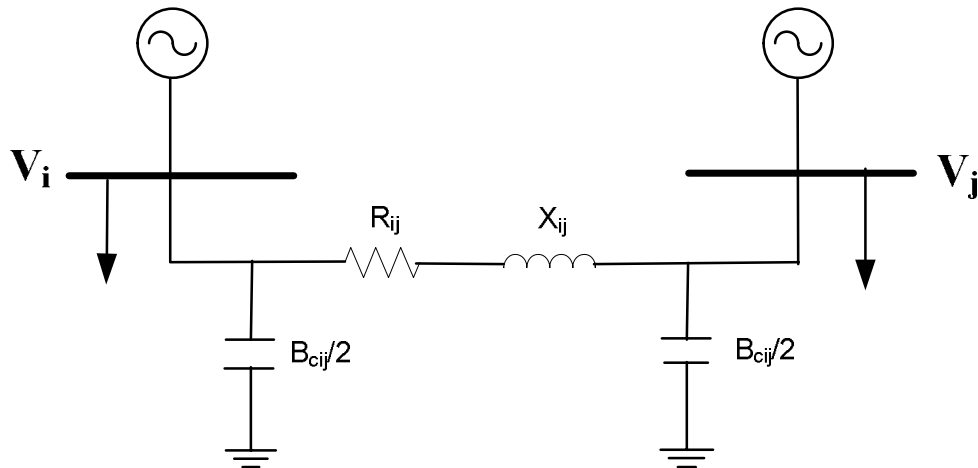
$$f^{(v+1)} = f^{(v)} + \Delta f^{(v)} \quad (3.16)$$

7) Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να επαληθευτεί κάποιο κριτήριο σύγκλισης.

Τελικά, μετά τη σύγκλιση του αλγορίθμου, υπολογίζονται οι ισχύς  $P_i$  και  $Q_i$  του ζυγού ταλάντωσης.

### 3.4 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΠΩΛΕΙΩΝ

Όταν ολοκληρωθεί η επίλυση του προβλήματος ροών φορτίου, στη συνέχεια, μπορούν να υπολογιστούν οι απώλειες των γραμμών μεταφοράς. Η λύση του προβλήματος ροών φορτίου δίνει το μέτρο της τάσης και τη γωνία φάσης όλων των ζυγών. Από τις τιμές αυτές υπολογίζονται τα ρεύματα όλων των γραμμών. Έστω μία γραμμή μεταφοράς  $ij$  (σχήμα 3.1) που συνδέει τους ζυγούς  $i$  και  $j$ , το ρεύμα που φεύγει (ή αντίστοιχα πηγαίνει) από το ζυγό  $i$  προς τη γραμμή μεταφοράς δίνεται από τη σχέση (3.17).



Σχήμα 3.1: Δίκτυο δύο ζυγών.

$$I_{ij} = Y_{ij}(V_i - V_j) + j(B_{cij}/2) V_i \quad (3.17)$$

όπου  $Y_{ij}$  είναι η αγωγιμότητα της γραμμής μεταξύ του ζυγού  $i$  και του ζυγού  $j$ .

$B_{ci}$  είναι η εγκάρσια χωρητικότητα της γραμμής μεταφοράς.

Αντίστοιχα, το ρεύμα που φτάνει στο ζυγό  $j$  μέσω της γραμμής  $ij$  δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$I_{ji} = Y_{ij}(V_j - V_i) + j(B_{cij}/2) V_j$$

Γνωρίζοντας τις τάσεις κάθε ζυγού καθώς και το ρεύμα που διαρρέει κάθε γραμμή μεταφοράς, υπολογίζεται η ροή φαινόμενης ισχύος από το ζυγό  $i$  προς τη γραμμή μεταφοράς  $ij$  από τη σχέση (3.18)

$$S_{ij} = V_i I_{ij}^* \quad (3.18)$$

Όπου:

$S_{ij}$ : η ροή φαινόμενης ισχύος του ζυγού  $i$  προς τη γραμμή μεταφοράς  $ij$ .

Αντίστοιχα, η ροή φαινόμενης ισχύς από τη γραμμή  $ij$  προς το ζυγό  $j$  δίνεται από την παρακάτω σχέση :

$$S_{ji} = V_j I_{ji}^*$$

Η συνολική απώλεια μίας γραμμής μεταφοράς [3.4] που συνδέει το ζυγό  $i$  με το ζυγό  $j$  δίνεται από τη σχέση (3.19) και οι πραγματικές απώλειες από τη σχέση (3.20). Το σύνολο των απωλειών του δικτύου υπολογίζεται προσθέτοντας τις απώλειες κάθε γραμμής. Ουσιαστικά οι απώλειες μίας γραμμής μεταφοράς είναι η φαινόμενη ισχύς που εισέρχεται στη γραμμή μεταφοράς μείον τη φαινόμενη ισχύ που εξέρχεται από αυτή.

$$S_{Lij} = S_{ij} + S_{ji} \quad (3.19)$$

$$P_{Lij} = \text{real}(S_{Lij}) \quad (3.20)$$

### 3.5 ΚΑΤΑΜΕΡΙΣΜΟΣ ΑΠΩΛΕΙΩΝ

Δύο μέθοδοι που προσεγγίζουν με διαφορετικό τρόπο το πρόβλημα του καταμερισμού των απωλειών στους ζυγούς του δικτύου είναι η μέθοδος Pro Rata και η μέθοδος Z-bus allocation. Η εφαρμογή των συγκεκριμένων μεθόδων σε δίκτυα θα παρουσιαστεί στο έκτο κεφάλαιο της συγκεκριμένης εργασίας. Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι δύο μέθοδοι.

#### 3.5.1 Η μέθοδος Pro Rata

Η μέθοδος Pro Rata [3.5] είναι μία μέθοδος αναλογικού καταμερισμού των απωλειών με βάση την έγχυση ισχύος. Εάν η κατανομή των συνολικών απωλειών γίνεται σε όλους τους ζυγούς τότε οι απώλειες που καταμερίζονται στους ζυγούς παραγωγής δίνονται από τη σχέση (3.22α) και οι απώλειες που καταμερίζονται στους ζυγούς φορτίου φορτίου από τις σχέση (3.22β). Η επιλογή του να καταμερίζεται το 50% των συνολικών απωλειών στους ζυγούς παραγωγής και το 50% στους ζυγούς φορτίου γίνεται επειδή εάν καταμερίζονταν οι συνολικές απώλειες σε όλους τους ζυγούς θα πήγαινε μεγαλύτερο ποσοστό στους ζυγούς παραγωγής καθώς η συνολική παραγόμενη ισχύς είναι μεγαλύτερη από την καταναλισκόμενη. Παρατηρείται ότι οι απώλειες που καταμερίζονται σε κάθε ζυγό είναι ανάλογες της παραγόμενης ή καταναλισκόμενης ισχύος του. Οι κατανομές στη συγκεκριμένη μέθοδο είναι πάντα θετικές.



$$L_{Gi} = \frac{L P_{Gi}}{2 P_G} \quad (3.22\alpha)$$

$$L_{Di} = \frac{L P_{Di}}{2 P_D} \quad (3.22\beta)$$

Όπου:

$L_{Gi}$ : Οι απώλειες που καταμερίζονται σε κάθε ζυγό παραγωγής.

$L$ : Οι συνολικές απώλειες του συστήματος.

$P_{Gi}, P_{Di}$ : Η παραγόμενη και καταναλισκόμενη αντίστοιχα ισχύς του κάθε ζυγού

$P_G, P_D$ : Η συνολική παραγόμενη και καταναλισκόμενη αντίστοιχα ισχύς του δικτύου

$P$ : Η αθροιστική κατά μέτρο ισχύς όλων των ζυγών.

### 3.5.2 Η μέθοδος Z-bus loss allocation

Η μέθοδος “Z-bus loss allocation” [3.6] χρησιμοποιεί τα εγγεόμενα ρεύματα κάθε ζυγού, αντί για την ισχύ του, σαν κριτήριο για τον καταμερισμό των απωλειών, δείχνοντας έτσι το γεγονός ότι τα ρεύματα είναι ο κυρίαρχος παράγοντας καθορισμού του καταμερισμού των απωλειών. Στόχος της μεθόδου είναι, παίρνοντας τα αποτελέσματα της ροής φορτίου, να καταμερίσει τις συνολικές απώλειες ενεργού ισχύος των γραμμών μεταφοράς,  $P_{loss}$  (3.23), στους  $n$  ζυγούς του δικτύου.

$$P_{loss} = \sum_{k=1}^n L_k \quad (3.23)$$

Όπου:

$L_k$  : είναι οι απώλειες που αντιστοιχούν στο ζυγό  $k$ .

Για να υπολογιστούν οι απώλειες της ενεργού ισχύος των γραμμών μεταφοράς χρειάζονται, ο αντίστροφος του πίνακα αγωγιμοτήτων  $Z_{bus} = Y_{bus}^{-1}$ , η λυμένη ροή φορτίου και το εγγεόμενο ρεύμα κάθε ζυγού το οποίο υπολογίζεται από τη σχέση  $I_{bus} = Y_{bus} V_{bus}$ . Οι απώλειες του συστήματος μπορούν να εκφραστούν από την (3.24), στην οποία αν αντικατασταθεί η τάση, προκύπτει η σχέση (3.25). Εκφράζοντας κάθε στοιχείο του  $Z_{bus}$  σε πραγματικό και φανταστικό μέρος, προκύπτει η εξίσωση (3.26). Αποδεικνύεται ότι το δεύτερο μέρος του δεξιού τμήματος της (3.26) ισούται με μηδέν [3.6], οπότε τελικά προκύπτει η (3.27).

$$P_{loss} = \operatorname{Re} \left( \sum_{k=1}^n V_k I_k^* \right) \quad (3.24)$$

$$P_{loss} = \operatorname{Re} \left( \sum_{k=1}^n I_k^* \left( \sum_{j=1}^n Z_{kj} I_j \right) \right) \quad (3.25)$$

$$P_{loss} = \operatorname{Re} \left( \sum_{k=1}^n I_k^* \left( \sum_{j=1}^n R_{kj} I_j \right) \right) + \operatorname{Re} \left( \sum_{k=1}^n I_k^* \left( \sum_{j=1}^n jX_{kj} I_j \right) \right) \quad (3.26)$$

$$P_{loss} = \operatorname{Re} \left( \sum_{k=1}^n I_k^* \left( \sum_{j=1}^n R_{kj} I_j \right) \right) \quad (3.27)$$

Πιο αναλυτικά το γινόμενο  $V_k I_k^*$  από την Σχέση 3.24 δίνει την μιγαδική ισχύ κάθε ζυγού που έχει τη μορφή  $\pm P \pm jQ$ , αν αθροιστεί η μιγαδική ισχύς κάθε ζυγού θα υπολογιστούν οι συνολικές απώλειες του δικτύου, καθώς οι ζυγοί παραγωγής έχουν θετική πραγματική ισχύ ενώ οι ζυγοί φορτίου αρνητική. Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας την αντίστροφη μήτρα αγωγιμοτήτων αντικαθίσταται η τάση κάθε ζυγού  $V_k = \sum_{j=1}^n Z_{kj} I_j$ ,

Σχέση 3.25. Χωρίζοντας το  $Z$  σε πραγματικό και φανταστικό μέρος προκύπτει η Σχέση 3.26 και επειδή το δεξί μέλος της Σχέσης 3.26 κάνει 0, προκύπτει ότι οι συνολικές απώλειες δίνονται από τη Σχέση 3.27. Η μέθοδος  $Z_{bus}$  προτείνει ότι οι απώλειες που καταμερίζονται σε κάθε ζυγό  $k$  δίνονται από τη Σχέση 3.34.

Για να εκφραστούν οι παραπάνω σχέσεις σε μορφή πινάκων θεωρείται αρχικά η σχέση που δίνει την ενεργό ισχύ των ζυγών (3.28). Η τάση  $V$  αντικαθίσταται με  $Z_{bus}I$  και με πράξεις διαμορφώνεται η σχέση (3.30) από την οποία ο πρώτος παράγοντας από το δεξιό μέρος είναι ο παράγοντας απωλειών, συμβολίζεται με  $L$  στην (3.31) και κάθε στοιχείο του δείχνει το μερίδιο των απωλειών των γραμμών μεταφοράς που αντιστοιχεί σε κάθε ζυγό και το άθροισμα όλων των στοιχείων του  $L$  δίνει τις συνολικές απώλειες του δικτύου. Ο δεύτερος παράγοντας είναι ο παράγοντας ζήτησης, συμβολίζεται με  $D$  και κάθε στοιχείο του δείχνει την ποσότητα της ενεργού ισχύος κάθε ζυγού που απορροφάται από τα φορτία, το άθροισμα των στοιχείων του  $D$  ισούται με μηδέν, αφού αν εξαιρεθούν οι απώλειες των γραμμών μεταφοράς, όση ενεργό ισχύ χρειάζονται τα φορτία τόση θα τους προσφέρουν οι γεννήτριες.

$$P = \Re \{ \operatorname{diag}(I^*) V \} \quad (3.28)$$

$$P = \Re \{ \operatorname{diag}(I^*) Z I \} \quad (3.29)$$

$$P = \Re \{ \operatorname{diag}(I^*) R I \} + \Re \{ j \operatorname{diag}(I^*) X I \} \quad (3.30)$$

$$L = \Re \{ \operatorname{diag}(I^*) R I \} \quad (3.31)$$

$$D = \Re \{ j \operatorname{diag}(I^*) X I \} \quad (3.32)$$

Συγκρίνοντας την (3.27) με τη (3.31) προκύπτει ότι :

$$\text{sum}(L) = L_1 + L_2 + \dots + L_n = \text{Re} \left( \sum_{k=1}^n I_k^* \left( \sum_{j=1}^n R_{kj} I_j \right) \right) \quad (3.33)$$

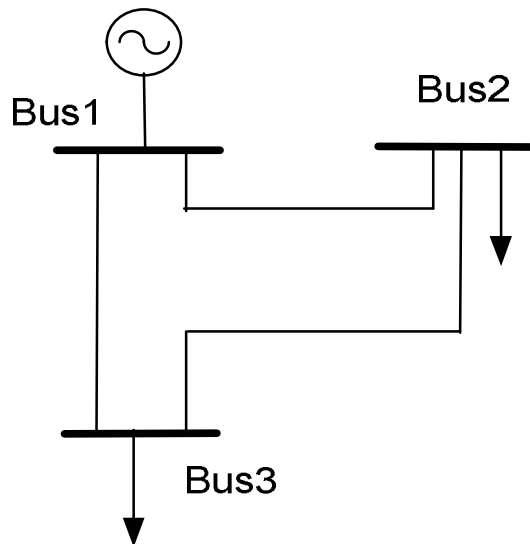
$$L_k = \text{Re} \left( I_k^* (I_1 R_{k1} + I_2 R_{k2} + \dots + I_n R_{kn}) \right) \quad (3.34)$$

Όπου:

$L_k$ , πίνακας της μορφής  $[L_1 L_2 L_3 \dots L_k]$  με  $k$  τον αριθμό των ζυγών και με  $L_k$  τις απώλειες που καταμερίζονται στο ζυγό  $k$ .

Παρατηρείται ότι για τον υπολογισμό του καταμερισμού των απωλειών ισχύος των γραμμών μεταφοράς που οφείλονται στο εγγεόμενο ρεύμα συγκεκριμένου ζυγού  $k$ , εκτός από το εγγεόμενο ρεύμα του συγκεκριμένου ζυγού, στον υπολογισμό εμπλέκονται και τα εγγεόμενα ρεύματα όλων των ζυγών του δικτύου. Το σημαντικό στη συγκεκριμένη μέθοδο είναι ότι συνδέει άμεσα τις απώλειες με το ρεύμα κάθε ζυγού και τη μήτρα αγωγιμοτήτων. Η μέθοδος αυτή καταλήγει και σε αρνητικό καταμερισμό, δηλαδή σε ανταμοιβή κάποιων γεννητριών και κάποιων φορτίων ενός δικτύου.

Έστω ένα δίκτυο τριών ζυγών (Σχήμα 3.2), όπου κάθε ζυγός συνδέεται με μία μόνο γραμμή με τους άλλους ζυγούς, οι απώλειες των γραμμών μεταφοράς που αντιστοιχούν σε κάθε ένα ζυγό σύμφωνα με τη μεθοδολογία καταμερισμού Z-bus, θα δίνονται από τη σχέση (3.35) :



Σχήμα 3.2: Δίκτυο τριών ζυγών.

$$L = \Re\{diag(I^*)RI\} \quad (3.35)$$

Όπου :

$$diag(I^*) = \begin{bmatrix} I_1^* & 0 & 0 \\ 0 & I_2^* & 0 \\ 0 & 0 & I_3^* \end{bmatrix}, \quad R = Z_{bus}^{-1} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix}, \quad I = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

Οπότε ο καταμερισμός των απωλειών L σε κάθε ζυγό θα ισούται :

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix} = \text{Real} \begin{bmatrix} I_1^* R_{11} I_1 + I_1^* R_{12} I_2 + I_1^* R_{13} I_3 \\ I_2^* R_{21} I_1 + I_2^* R_{22} I_2 + I_2^* R_{23} I_3 \\ I_3^* R_{31} I_1 + I_3^* R_{32} I_2 + I_3^* R_{33} I_3 \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Η πρώτη γραμμή δείχνει τις απώλειες που αντιστοιχούν στο ζυγό 1, η δεύτερη γραμμή τις απώλειες που αντιστοιχούν στο ζυγό 2 και η τρίτη γραμμή τις απώλειες που αντιστοιχούν στο ζυγό 3.

Το ενδιαφέρον με τη μέθοδο Z-bus είναι ότι χρησιμοποιείται μόνο το πραγματικό μέρος των μιγαδικών αντιστάσεων ζυγών από τη μήτρα των μιγαδικών αντιστάσεων ζυγών για τον καταμερισμό των απωλειών.

Η μέθοδος καταμερισμού Z-bus θεωρείται μια καλή προσέγγιση για τον καταμερισμό των απωλειών των γραμμών μεταφοράς καθώς χρησιμοποιεί στοιχεία που αυξάνουν την ακρίβειά της ως μέθοδος καταμερισμού απωλειών, όπως η χρησιμοποίηση των εγχεόμενων ρευμάτων αντί της εγχεόμενης ισχύος και η χρήση ενός φυσικού μαθηματικού διαχωρισμού των συνολικών απωλειών του δικτύου στους διάφορους ζυγούς του. Παρόλα αυτά υπάρχει ένας βαθμός αυθαιρεσίας στη συγκεκριμένη μέθοδο καθώς δεν αποδεικνύεται ότι το σύνολο των απωλειών των γραμμών μεταφοράς του δικτύου που δίνεται από τη σχέση (3.33) μπορεί να κατανεμηθεί στους k ζυγούς του δικτύου ως  $L_1, L_2, \dots, L_k$  που φαίνεται στη σχέση (3.34) ή αλλιώς στο παράδειγμα των τριών ζυγών, το σύνολο των απωλειών που είναι το άθροισμα των γραμμών του πίνακα της σχέσης (3.36) δεν αποδεικνύεται ότι μπορεί να κατανεμηθεί στους ζυγούς 1, 2 και 3 ως  $L_1, L_2$  και  $L_3$ .

### 3.6 ΕΥΡΕΣΗ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΒΑΣΗ ΤΩΝ ΣΥΝΕΙΣΦΕΡΟΜΕΝΩΝ ΡΕΥΜΑΤΩΝ

Η συγκεκριμένη διαδικασία καταμερισμού των απωλειών στηρίζεται στην εύρεση του συνεισφερόμενου ρεύματος από κάθε ζυγό σε κάθε γραμμή μεταφοράς. Η διαδικασία εύρεσης των συνεισφερόμενων ρευμάτων παρουσιάζεται στη συνέχεια.

#### 3.6.1 Υπολογισμός συνεισφερόμενου ρεύματος

Πρώτα υπολογίζεται η συνεισφορά του εγχεόμενου ρεύματος κάθε ζυγού στο συνολικό ρεύμα κάθε γραμμής μεταφοράς. Υπάρχουν τρεις διαφορετικές περιπτώσεις [3.7] :

1. Ο καταμερισμός των απωλειών γίνεται μόνο στους ζυγούς παραγωγής, οπότε το ρεύμα κάθε γραμμής θεωρείται ως άθροισμα της συνεισφοράς ρεύματος κάθε ζυγού παραγωγής προς τη συγκεκριμένη γραμμή.
2. Ο καταμερισμός των απωλειών γίνεται μόνο στους ζυγούς φορτίου, οπότε το ρεύμα κάθε γραμμής θεωρείται ως άθροισμα της συνεισφοράς ρεύματος κάθε ζυγού φορτίου προς τη συγκεκριμένη γραμμή.
3. Ο καταμερισμός των απωλειών γίνεται και στα δύο είδη ζυγών, οπότε το ρεύμα κάθε γραμμής θεωρείται ως άθροισμα της συνεισφοράς ρεύματος κάθε ζυγού (παραγωγής και φορτίου) προς τη συγκεκριμένη γραμμή.

Σε όλες τις περιπτώσεις το συνολικό ρεύμα που διαρρέει την ισοδύναμη αντίσταση κάθε γραμμής, το άθροισμα δηλαδή των ρευμάτων που συνεισφέρουν οι ενδιαφερόμενοι ζυγοί, παραμένει το ίδιο και σταθερό αλλά σε κάθε περίπτωση αλλάζει η κατανομή του.

Από την ac ανάλυση ροών φορτίου υπολογίζεται το εγχεόμενο ρεύμα κάθε ζυγού από την εξίσωση (3.37):

$$\begin{bmatrix} I_g \\ I_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{gg} & Y_{gl} \\ Y_{lg} & Y_{ll} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_l \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Όπου:

$V_g$  : οι τάσεις των ζυγών παραγωγής

$V_l$  : οι τάσεις των ζυγών φορτίου

$I_g$  : τα εγχεόμενα ρεύματα των ζυγών παραγωγής

$I_l$  : τα εγχεόμενα ρεύματα των ζυγών φορτίου

$Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{gg} & Y_{gl} \\ Y_{lg} & Y_{ll} \end{bmatrix}$  : η μήτρα αγωγιμοτήτων του δικτύου

### 3.6.1.1 Συνεισφορά μόνο των ζυγών παραγωγής

Στην πρώτη περίπτωση, όταν δηλαδή ο καταμερισμός γίνεται μόνο στους ζυγούς παραγωγής, η εξίσωση (3.37) μετατρέπεται σε αυτή της (3.38).

$$\begin{bmatrix} I_g \\ 0 \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} Y_{gg} & Y_{gl} \\ Y_{lg} & Y_{ll} \end{bmatrix} + [Y_L] \right\} \begin{bmatrix} V_g \\ V_l \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

Όπου:

$Y_L$ : διαγώνιος πίνακας, με διαστάσεις ίσες με τον αριθμό των ζυγών του δικτύου και στις θέσεις που αντιστοιχούν στους ζυγούς φορτίου (δηλαδή έστω ο ζυγός 4 είναι ζυγός φορτίου τότε στη θέση (4,4) ) θα εισαχθεί η ισοδύναμη μιγαδική αντίσταση του ζυγού που δίνεται από τη σχέση :  $Y_{Li} = \frac{I_{busi}}{V_{busi}}$  , και αυτή η διαδικασία γίνεται για όλους τους ζυγούς φορτίου.

Η εξίσωση (3.38) γράφεται ισοδύναμα:

$$\begin{bmatrix} I_g \\ 0 \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} Y_{gg} & Y_{gl} \\ Y_{lg} & Y_{ll}^* \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} V_g \\ V_l \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Όπου:

$$Y_{ll}^* = Y_{ll} + Y_L$$

Η συνεισφορά κάθε εγχεόμενου ρεύματος από ζυγό παραγωγής στη συνολική τάση (που έχει βρεθεί από την ac ανάλυση ροών φορτίου) κάθε ζυγού του δικτύου δίνεται από την σχέση (3.40):

$$V_{nn} = \begin{bmatrix} Y_{gg} & Y_{gl} \\ Y_{lg} & Y_{ll}^* \end{bmatrix}^{-1} \text{diag}[I_g] \quad (3.40)$$

Όπου:

$V_{nn}$ : είναι ένας τετραγωνικός πίνακας, με διαστάσεις ίσες με τους ζυγούς του

δικτύου, της μορφής  $\begin{bmatrix} v_{11}v_{12} \dots 0 \\ v_{21}v_{22} \dots 0 \\ \vdots \vdots \vdots \vdots \vdots \\ v_{n1}v_{n2} \dots 0 \end{bmatrix}$  όπου το  $V_{11}$  είναι η συνεισφορά στην

τάση του ζυγού 1 από το εγχεόμενο ρεύμα του ζυγού παραγωγής 1 ,  $V_{12}$  είναι η συνεισφορά στην τάση του ζυγού 1 από το εγχεόμενο ρεύμα του ζυγού παραγωγής 2, και ούτω καθεξής. Ισχύει ότι  $V_{11}+V_{12}+\dots+V_{1n}=V_1$  όπου  $V_1$  είναι η τάση του ζυγού 1 που έχει υπολογιστεί από την ac ανάλυση ροών φορτίου. Ισχύει ότι  $v_{11}+v_{12}+\dots=V_1$  κ.λ.π.

Για να υπολογιστεί στη συνέχεια η συνεισφορά του εγχεόμενου ρεύματος κάθε ζυγού παραγωγής σε κάθε γραμμή μεταφοράς χρησιμοποιείται η σχέση (3.41):

$${}_{ij}I_k = (v_{ik} - v_{jk}) / z_{ij} \quad (3.41)$$

Όπου:

${}_{ij}I_k$ : είναι η συνεισφορά του εγχεόμενου ρεύματος του ζυγού παραγωγής k στο συνολικό ρεύμα γραμμής ij.

$v_{ik}$ : είναι η συνεισφορά του εγχεόμενου ρεύματος του ζυγού παραγωγής k στην τάση του ζυγού i και είναι το στοιχείο που βρίσκεται στη θέση (i,k) του πίνακα  $V_{nn}$ .

$v_{jk}$ : είναι η συνεισφορά του εγχεόμενου ρεύματος του ζυγού παραγωγής k στην τάση του ζυγού j, είναι το στοιχείο που βρίσκεται στη θέση (j,k) του πίνακα  $V_{nn}$ .

$z_{ik}$ : είναι η μιγαδική αντίσταση της γραμμής ij.

Οπότε από τη σχέση (3.41) υπολογίζεται η συνεισφορά του εγχεόμενου ρεύματος κάθε ζυγού παραγωγής στο συνολικό ρεύμα κάθε γραμμής μεταφοράς. Για κάθε γραμμή μεταφοράς ισχύει η παρακάτω σχέση :

$$\sum_{k=1}^n {}_{ij}I_k = I_{ij} \quad (3.42)$$

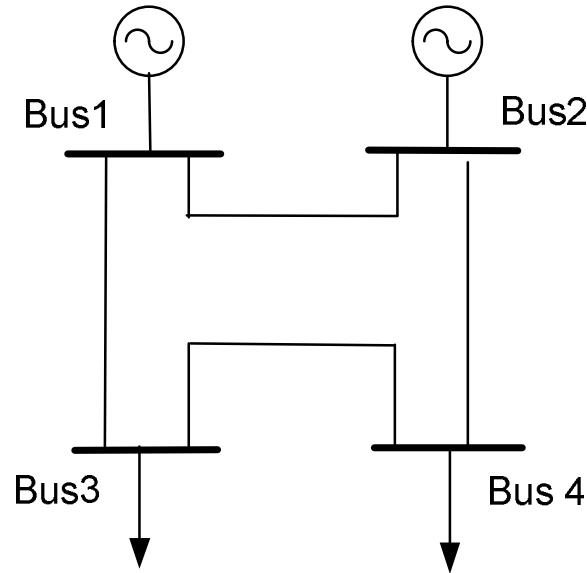
Όπου:

$I_{ij}$ : το συνολικό ρεύμα που διαρέει την αντίσταση της γραμμής ij.

${}_{ij}I_k$ : η συνεισφορά του εγχεόμενου ρεύματος του ζυγού παραγωγής k στο συνολικό ρεύμα της γραμμής ij.

Μία εφαρμογή των παραπάνω σχέσεων είναι η εξής:

Έστω δίκτυο τεσσάρων ζυγών (Σχήμα 3.3), όπου οι ζυγοί 1 και 2 είναι ζυγοί παραγωγής και οι ζυγοί 3 και 4 είναι ζυγοί φορτίου.



Σχήμα 3.3: Δίκτυο τεσσάρων ζυγών.

Ισχύει η σχέση (3.37):

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

Η σχέση (3.38) γίνεται:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_{L3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_{L4} \end{bmatrix} \right\} * \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

Όπου:

$$Y_{L3} = \frac{I_3}{V_3} \quad \text{και} \quad Y_{L4} = \frac{I_4}{V_4}$$



Η σχέση (3.39) γίνεται:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} + Y_{L3} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} + Y_{L4} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

Η σχέση (3.40) γίνεται:

$$\begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & 0 & 0 \\ v_{21} & v_{22} & 0 & 0 \\ v_{31} & v_{32} & 0 & 0 \\ v_{41} & v_{42} & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} + Y_{L3} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} + Y_{L4} \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ή αλλιώς

$$\begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & 0 & 0 \\ v_{21} & v_{22} & 0 & 0 \\ v_{31} & v_{32} & 0 & 0 \\ v_{41} & v_{42} & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{b11} & Z_{b12} & Z_{b13} & Z_{b14} \\ Z_{b21} & Z_{b22} & Z_{b23} & Z_{b24} \\ Z_{b31} & Z_{b32} & Z_{b33} & Z_{b34} \\ Z_{b41} & Z_{b42} & Z_{b43} & Z_{b44} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Όπου :

$Z_b$ : η μήτρα μιγαδικών αντιστάσεων ζυγών

$V_{11}, V_{21}, V_{31}, V_{41}$  : η συνεισφορά του εγγεόμενου ρεύματος του ζυγού 1 στην τάση του ζυγού 1, 2, 3 και 4, αντίστοιχα

$V_{12}, V_{22}, V_{32}, V_{42}$  : η συνεισφορά του εγγεόμενου ρεύματος του ζυγού 2 στην τάση του ζυγού 1, 2, 3 και 4, αντίστοιχα

ισχύει ότι:  $V_{11} + V_{12} = V_1$

$V_{21} + V_{22} = V_2$

$V_{31} + V_{32} = V_3$

$V_{41} + V_{42} = V_4$

Η σχέση (3.41) γίνεται:

$$\begin{bmatrix} {}_{12}I_1 & {}_{12}I_2 & 0 & 0 \\ {}_{23}I_1 & {}_{23}I_2 & 0 & 0 \\ {}_{34}I_1 & {}_{34}I_2 & 0 & 0 \\ {}_{41}I_1 & {}_{41}I_2 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v_{11} - v_{21}}{z_{12}} & \frac{v_{12} - v_{22}}{z_{12}} & 0 & 0 \\ \frac{v_{21} - v_{31}}{z_{23}} & \frac{v_{22} - v_{32}}{z_{23}} & 0 & 0 \\ \frac{v_{31} - v_{41}}{z_{34}} & \frac{v_{32} - v_{42}}{z_{34}} & 0 & 0 \\ \frac{v_{41} - v_{11}}{z_{41}} & \frac{v_{42} - v_{12}}{z_{41}} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Όπου :

${}_{12}I_1$  : είναι η συνεισφορά του εγχεόμενου ρεύματος του ζυγού 1 στο ρεύμα της γραμμής που συνδέει τους ζυγούς 1 και 2.

${}_{12}I_2$  : είναι η συνεισφορά του εγχεόμενου ρεύματος του ζυγού 2 στο ρεύμα της γραμμής που συνδέει τους ζυγούς 1 και 2.

Στη γραμμή μεταφοράς που συνδέει τους ζυγούς 1 και 2 ισχύει ότι  ${}_{12}I_1 + {}_{12}I_2 = {}_{12}I_{\text{total}}$ , και αντίστοιχες σχέσεις ισχύουν για όλες τις γραμμές μεταφοράς.

### 3.6.1.2 Συνεισφορά μόνο των ζυγών φορτίου

Στη δεύτερη περίπτωση, όταν δηλαδή ο καταμερισμός των απωλειών γίνεται μόνο στους ζυγούς φορτίου, η εξίσωση (3.37) μετατρέπεται σε αυτή της (3.43):

$$\begin{bmatrix} 0 \\ I_l \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} Y_{gg} & Y_{gl} \\ Y_{lg} & Y_{ll} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_G & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} V_g \\ V_l \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

Και ισοδύναμα:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ I_l \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} Y_{gg}^* & Y_{gl} \\ Y_{lg} & Y_{ll} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} V_g \\ V_l \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Η συνεισφορά στην τάση κάθε εγχεόμενου ρεύματος από ζυγό φορτίου σε κάθε ζυγό του δικτύου δίνεται από την σχέση (3.45):

$$V_{mn} = \begin{bmatrix} Y_{gg}^* & Y_{gl} \\ Y_{lg} & Y_{ll} \end{bmatrix}^{-1} \text{diag} \begin{bmatrix} 0 \\ I_l \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

Για να υπολογιστεί στη συνέχεια η συνεισφορά του εγχεόμενου ρεύματος κάθε ζυγού φορτίου στο συνολικό ρεύμα κάθε γραμμής μεταφοράς χρησιμοποιείται η σχέση (3.46):

$${}_{ij}I_k = (v_{ik} - v_{jk}) / z_{ij} \quad (3.46)$$

Όπου:

${}_{ij}I_k$  : είναι η συνεισφορά του εγχεόμενου ρεύματος ζυγού φορτίου k στο ρεύμα γραμμής ij.

$v_{ik}$  : είναι η συνεισφορά του εγχεόμενου ρεύματος του ζυγού φορτίου k στην τάση του ζυγού i, και είναι το στοιχείο που βρίσκεται στη θέση (i, k) του πίνακα  $V_{nn}$ .

$v_{jk}$  : είναι η συνεισφορά του εγχεόμενου ρεύματος του ζυγού φορτίου k στην τάση του ζυγού j, και είναι το στοιχείο που βρίσκεται στη θέση (j, k) του πίνακα  $V_{nn}$ .

$z_{ij}$  : είναι η μιγαδική αντίσταση της γραμμής ij.

Οπότε από τη σχέση (3.46) υπολογίζεται η συνεισφορά του εγχεόμενου ρεύματος κάθε ζυγού φορτίου στο συνολικό ρεύμα κάθε γραμμής μεταφοράς. Για κάθε γραμμή μεταφοράς ισχύει η σχέση (3.42).

Έστω το ίδιο δίκτυο (Σχήμα 3.3) τεσσάρων ζυγών, όπου οι ζυγοί 1 και 2 είναι ζυγοί παραγωγής και οι ζυγοί 3 και 4 είναι ζυγοί φορτίου. Η σχέση (3.37) γίνεται:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

Η σχέση (3.43) γίνεται:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{G1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{G2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right\} * \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

Όπου:

$$Y_{G1} = \frac{I_1}{V_1} \quad \text{και} \quad Y_{G2} = \frac{I_2}{V_2}$$

Η σχέση (3.45) γίνεται:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & v_{13} & v_{14} \\ 0 & 0 & v_{23} & v_{24} \\ 0 & 0 & v_{33} & v_{34} \\ 0 & 0 & v_{43} & v_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} + Y_{G1} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} + Y_{G2} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_4 \end{bmatrix}$$

ή αλλιώς

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & v_{13} & v_{14} \\ 0 & 0 & v_{23} & v_{24} \\ 0 & 0 & v_{33} & v_{34} \\ 0 & 0 & v_{43} & v_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{b11} & Z_{b12} & Z_{b13} & Z_{b14} \\ Z_{b21} & Z_{b22} & Z_{b23} & Z_{b24} \\ Z_{b31} & Z_{b32} & Z_{b33} & Z_{b34} \\ Z_{b41} & Z_{b42} & Z_{b43} & Z_{b44} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_4 \end{bmatrix}$$

Όπου :

$Z_b$ : η μήτρα μιγαδικών αντιστάσεων ζυγών

$V_{13}, V_{23}, V_{33}, V_{43}$  : η συνεισφορά του εγχεόμενου ρεύματος του ζυγού 3 στην τάση του ζυγού 1,2,3 και 4 αντίστοιχα

$V_{14}, V_{24}, V_{34}, V_{44}$  : η συνεισφορά του εγχεόμενου ρεύματος του ζυγού 4 στην τάση του ζυγού 1,2,3 και 4 αντίστοιχα

ισχύει ότι:  $V_{13} + V_{14} = V_1$

$V_{23} + V_{24} = V_2$

$V_{33} + V_{34} = V_3$

$V_{43} + V_{44} = V_4$

Η σχέση (3.46) γίνεται:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & {}_{12}I_3 & {}_{12}I_4 \\ 0 & 0 & {}_{23}I_3 & {}_{23}I_4 \\ 0 & 0 & {}_{34}I_3 & {}_{34}I_4 \\ 0 & 0 & {}_{41}I_3 & {}_{41}I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{v_{13} - v_{23}}{z_{12}} & \frac{v_{14} - v_{24}}{z_{12}} \\ 0 & 0 & \frac{v_{23} - v_{33}}{z_{23}} & \frac{v_{24} - v_{34}}{z_{23}} \\ 0 & 0 & \frac{v_{33} - v_{43}}{z_{34}} & \frac{v_{34} - v_{44}}{z_{34}} \\ 0 & 0 & \frac{v_{43} - v_{13}}{z_{41}} & \frac{v_{44} - v_{14}}{z_{41}} \end{bmatrix}$$

Όπου :

${}_{12}I_3$  : είναι η συνεισφορά του εγχεόμενου ρεύματος του ζυγού 3 στο ρεύμα της γραμμής που συνδέει τους ζυγούς 1 και 2.

${}_{12}I_4$  : είναι η συνεισφορά του εγχεόμενου ρεύματος του ζυγού 4 στο ρεύμα της γραμμής που συνδέει τους ζυγούς 1 και 2.

Στη γραμμή μεταφοράς που συνδέει τους ζυγούς 1 και 2 ισχύει ότι,  ${}_{12}I_3 + {}_{12}I_4 = {}_{12}I_{\text{total}}$ , και αντίστοιχες σχέσεις ισχύουν για όλες τις γραμμές μεταφοράς.

### 3.6.1.3 Συνεισφορά όλων των ζυγών

Στην τρίτη περίπτωση όπου ο καταμερισμός των απωλειών γίνεται τόσο στους ζυγούς παραγωγής όσο και στους ζυγούς φορτίου, η συνεισφορά του εγγεόμενου ρεύματος κάθε ζυγού στην τάση των άλλων ζυγών, δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$v_m = Z_{bus} \text{diag} \begin{bmatrix} I_g \\ I_l \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

Όπου:

$Z_{bus}$  : είναι ο αντίστροφος της μήτρας αγωγιμοτήτων,  $Y_{bus}^{-1}$

Για να υπολογιστεί στη συνέχεια η συνεισφορά του εγγεόμενου ρεύματος κάθε ζυγού στο συνολικό ρεύμα κάθε γραμμής μεταφοράς χρησιμοποιείται η σχέση (3.46), επίσης ισχύει η σχέση (3.42).

Έστω το ίδιο δίκτυο (Σχήμα 3.3) τεσσάρων ζυγών, όπου οι ζυγοί 1 και 2 είναι ζυγοί παραγωγής και οι ζυγοί 3 και 4 είναι ζυγοί φορτίου. Η σχέση (3.37) δίνει:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

Η (3.47) γίνεται:

$$\begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & v_{13} & v_{14} \\ v_{21} & v_{22} & v_{23} & v_{24} \\ v_{31} & v_{32} & v_{33} & v_{34} \\ v_{41} & v_{42} & v_{43} & v_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & v_{13} & v_{14} \\ v_{21} & v_{22} & v_{23} & v_{24} \\ v_{31} & v_{32} & v_{33} & v_{34} \\ v_{41} & v_{42} & v_{34} & v_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{b11} & Z_{b12} & Z_{b13} & Z_{b14} \\ Z_{b21} & Z_{b22} & Z_{b23} & Z_{b24} \\ Z_{b31} & Z_{b32} & Z_{b33} & Z_{b34} \\ Z_{b41} & Z_{b42} & Z_{b43} & Z_{b44} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_4 \end{bmatrix}$$

Η σχέση (3.41) γίνεται:

$$\begin{bmatrix} {}_{12}I_1 & {}_{12}I_2 & {}_{12}I_3 & {}_{12}I_4 \\ {}_{23}I_1 & {}_{23}I_2 & {}_{23}I_3 & {}_{23}I_4 \\ {}_{34}I_1 & {}_{34}I_2 & {}_{34}I_3 & {}_{34}I_4 \\ {}_{41}I_1 & {}_{41}I_2 & {}_{41}I_3 & {}_{41}I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v_{11}-v_{21}}{z_{12}} & \frac{v_{12}-v_{22}}{z_{12}} & \frac{v_{13}-v_{23}}{z_{12}} & \frac{v_{14}-v_{24}}{z_{12}} \\ \frac{v_{21}-v_{31}}{z_{23}} & \frac{v_{22}-v_{32}}{z_{23}} & \frac{v_{23}-v_{33}}{z_{23}} & \frac{v_{24}-v_{34}}{z_{23}} \\ \frac{v_{31}-v_{41}}{z_{34}} & \frac{v_{32}-v_{42}}{z_{34}} & \frac{v_{33}-v_{43}}{z_{34}} & \frac{v_{34}-v_{44}}{z_{34}} \\ \frac{v_{41}-v_{11}}{z_{41}} & \frac{v_{42}-v_{12}}{z_{41}} & \frac{v_{43}-v_{13}}{z_{41}} & \frac{v_{44}-v_{14}}{z_{41}} \end{bmatrix}$$

Όπου :

- ${}_{12}I_1$  : είναι η συνεισφορά του εγχεόμενου ρεύματος του ζυγού 1 στο ρεύμα της γραμμής που συνδέει τους ζυγούς 1 και 2.
- ${}_{12}I_2$  : είναι η συνεισφορά του εγχεόμενου ρεύματος του ζυγού 2 στο ρεύμα της γραμμής που συνδέει τους ζυγούς 1 και 2.
- ${}_{12}I_3$  : είναι η συνεισφορά του εγχεόμενου ρεύματος του ζυγού 3 στο ρεύμα της γραμμής που συνδέει τους ζυγούς 1 και 2.
- ${}_{12}I_4$  : είναι η συνεισφορά του εγχεόμενου ρεύματος του ζυγού 3 στο ρεύμα της γραμμής που συνδέει τους ζυγούς 1 και 2.

Στη γραμμή μεταφοράς που συνδέει τους ζυγούς 1 και 2 ισχύει ότι,  ${}_{12}I_1+{}_{12}I_2+{}_{12}I_3+{}_{12}I_4={}_{12}I_{total}$ , και αντίστοιχες σχέσεις ισχύουν για όλες τις γραμμές μεταφοράς.

Η συγκεκριμένη μεθοδολογία περιέχει ένα βαθμό αυθαιρεσίας καθώς η γενική σχέση  $v_m = Z_{bus} \text{diag} \begin{bmatrix} I_g \\ I_l \end{bmatrix}$  που υπολογίζει τη συνεισφορά κάθε εγχεόμενου ρεύματος ζυγού στην τάση κάθε ζυγού δεν μπορεί να αποδειχθεί. Παρόλα αυτά δίνει αποτελέσματα που ικανοποιούν τις συνθήκες  $\sum_{k=1}^n {}_{ij}I_k = I_{ij}$  και  $\sum_{k=1}^n v_{bk} = V_b$ , όπου  $I_{ij}$  το συνολικό ρεύμα της γραμμής  $ij$  και  $V_b$  η συνολική τάση του ζυγού  $b$ , καθώς και τα τοπολογικά χαρακτηριστικά του δικτύου.

### 3.6.2 Εύρεση απωλειών βάσει των συνεισφερόμενων ρευμάτων (cca)

Η συγκεκριμένη διαδικασία καταμερισμού των απωλειών cca (contributed current allocation) στηρίζεται στην εύρεση των συνεισφερόμενων ρευμάτων των ζυγών σε κάθε γραμμή μεταφοράς. Η διαδικασία εύρεσης των συνεισφερόμενων ρευμάτων αναπτύχθηκε στην ενότητα 3.6.1. Για τον υπολογισμό των απωλειών σε κάθε γραμμή μεταφοράς, η διαδικασία που ακολουθείται παρουσιάζεται στη συνέχεια.

Για ένα δίκτυο  $n$  ζυγών, οι απώλειες μίας γραμμής μεταφοράς του δικτύου δίνονται από τη σχέση (3.48), αντικαθιστώντας στη σχέση (3.49) το ρεύμα της γραμμής με το άθροισμα του συνεισφερόμενου ρεύματος κάθε ζυγού στη συγκεκριμένη γραμμή προκύπτει η σχέση (3.50). Η μέθοδος csa [3.8] προτείνει ως καταμερισμό των απωλειών κάθε γραμμής στους ζυγούς του δικτύου αυτό της σχέσης (3.52).

$$L_{line} = |I_{line}|^2 R_{line} \quad (3.48)$$

$$L_{line} = I_{line}^* I_{line} R_{line} \quad (3.49)$$

$$L_{line} = I_{line}^* (I_{line,1} + I_{line,2} + \dots + I_{line,n}) R_{line} \quad (3.50)$$

$$L_{line} = I_{line}^* I_{line,1} R_{line} + I_{line}^* I_{line,2} R_{line} + \dots + I_{line}^* I_{line,n} R_{line} \quad (3.51)$$

$$L_{line,1} = I_{line}^* I_{line,1} R_{line}, \dots, L_{line,n} = I_{line}^* I_{line,n} R_{line} \quad (3.52)$$

Όπου:

$L_{line}$ : οι απώλειες γραμμής μεταφοράς.

$I_{line}$ : το ρεύμα γραμμής μεταφοράς.

$R_{line}$ : η αντίσταση γραμμής μεταφοράς

$I_{line,n}$  : η συνεισφορά ρεύματος του ζυγού  $n$  στο συνολικό ρεύμα της γραμμής

$L_{line,n}$ : οι απώλειες της γραμμής που καταμερίζονται στο ζυγό  $n$

Έστω για παράδειγμα το δίκτυο του Σχήματος 3.3, όπου:

${}_{12}I_1$ , η συνεισφορά του ζυγού 1 στο συνολικό ρεύμα της γραμμής 12

${}_{12}I_2$ , η συνεισφορά του ζυγού 2 στο συνολικό ρεύμα της γραμμής 12

${}_{12}I_3$ , η συνεισφορά του ζυγού 3 στο συνολικό ρεύμα της γραμμής 12

${}_{12}I_4$ , η συνεισφορά του ζυγού 4 στο συνολικό ρεύμα της γραμμής 12

Και ισχύει:

$${}_{12}I_1 + {}_{12}I_2 + {}_{12}I_3 + {}_{12}I_4 = I_{12}$$

Όπου:  $I_{12}$  το συνολικό ρεύμα της γραμμής 12.

Οι απώλειες της πραγματικής ισχύος σε μία γραμμή μεταφοράς δίνονται από την σχέση (3.53):

$$P = |I_{12}|^2 R_{12}$$

$$P = I_{12}^* I_{12} R_{12}$$

$$P = I_{12}^* ({}_{12}I_1 + {}_{12}I_2 + {}_{12}I_3 + {}_{12}I_4) R_{12}$$

$$P = I_{12}^* ({}_{12}I_1) R_{12} + I_{12}^* ({}_{12}I_2) R_{12} + I_{12}^* ({}_{12}I_3) R_{12} + I_{12}^* ({}_{12}I_4) R_{12} \quad (3.53)$$

Οι απώλειες της γραμμής 1-2 που αντιστοιχούν στους ζυγούς 1, 2, 3 και 4 είναι αντίστοιχα :

$$P_1 = I_{12}^*(I_{12})R_{12}$$

$$P_2 = I_{12}^*(I_{12})R_{12}$$

$$P_3 = I_{12}^*(I_{12})R_{12}$$

$$P_4 = I_{12}^*(I_{12})R_{12}$$

Ο διαχωρισμός αυτός είναι αυθαίρετος αλλά λαμβάνεται υπόψη, στις απώλειες που καταμερίζονται σε κάθε ζυγό, τα δεδομένα της ροής φορτίων, η συνεισφορά του κάθε ζυγού στο ρεύμα της γραμμής καθώς και τα τοπολογικά στοιχεία του δικτύου.

### 3.7 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [3.1] R. Haque, *Transmission loss allocation using artificial neural networks*. Master of Science Dissertation, Dept. Elect. Eng., Univ. Sashatchewan, Saskatoon, 2006.
- [3.2] J. E. Tate, *A comparison of the optimal multiplier in polar and rectangular coordinates*. Master of Science Dissertation, Dept. Elect. Eng., Univ. Illinois, Urbana, 2005.
- [3.3] H. Saadat, *Power System Analysis*, International edition, 2004, p. 235.
- [3.4] Β. Κ. Παπαδιάς, *Ανάλυση Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας*, τόμος 1, Αθήνα 1985. σελ. 159.
- [3.5] A. J. Conejo, J. M. Arroyo, N. Alguacil, and A. L. Guijarro, "Transmission Loss Allocation: A Comparison of Different Practical Algorithms," *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 17, No. 3, Aug. 2002, pp. 571-576.
- [3.6] A. J. Conejo, F. D. Galiana, and I. Kockar, "Z-Bus Loss Allocation," *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 16, No. 1, Feb. 2001, pp.105-110.
- [3.7] J.S. Daniel, R.S. Saldago and M.R. Irving, "Transmission loss allocation through a modified Ybus," *IEE Proc. Generation, Transmission, and Distribution*, Vol. 152, No. 2, pp. 208-218, March 2005.
- [3.8] R. S. Danaraj, "Analytical solution to balanced quadratic cooperative game and its application to transmission loss allocation," *Indian Journal of Science and Technology*, Vol. 1, No. 2, 2007.



## **ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΘΕΩΡΙΑΣ ΠΑΙΓΝΙΩΝ ΣΤΟΝ ΚΑΤΑΜΕΡΙΣΜΟ ΤΩΝ ΑΠΩΛΕΙΩΝ**

### **4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ**

Στην απελευθερωμένη αγορά ενέργειας, όπου διάφορες εταιρίες ασχολούνται με την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας, είναι σημαντικό να γίνεται μία λογική και δίκαιη κατανομή των απωλειών των γραμμών μεταφοράς. Οι απώλειες των γραμμών μεταφοράς αποτελούν ένα σημαντικό ποσοστό της παραγωγής και κατά επέκταση ένα σημαντικό ποσοστό του κόστους παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας οπότε η δίκαιη κατανομή των απωλειών είναι ένα ενδιαφέρον αντικείμενο των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας. Εξαιτίας της πολυπλοκότητας και της δυσκολίας που εμφανίζει ο καταμερισμός των απωλειών έχουν αναπτυχθεί αρκετές μέθοδοι καταμερισμού, η καθεμία με συγκεκριμένα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα. Στο κεφάλαιο αυτό θα μελετηθεί η εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων στον καταμερισμό των απωλειών.

Η θεωρία παιγνίων παρέχει λογικούς και δίκαιους μηχανισμούς επίλυσης προβλημάτων, όπως είναι η αξιολόγηση της αλληλεπίδρασης των διαφόρων συμμετεχόντων σε μια ανταγωνιστική αγορά καθώς και η επίλυση των μεταξύ τους διαφωνιών. Η συνεργατική θεωρία παιγνίων έχει βρει αρκετές εφαρμογές στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας σε προβλήματα καταμερισμού, όπως ο καταμερισμός του κόστους μεταφοράς καθώς και ο καταμερισμός των απωλειών μεταφοράς. Σε αυτό το κεφάλαιο θα μελετηθεί ένας τρόπος επίλυσης του συνεργατικού παιγνίου που αφορά την κατανομή των απωλειών μεταφοράς. Η μέθοδος επίλυσης είναι η τιμή Shapley και θα παρουσιαστεί στις επόμενες ενότητες του κεφαλαίου αυτού.

### **4.2 ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ**

Η θεωρία παιγνίων είναι η μελέτη και η λήψη αποφάσεων σε προβλήματα σύγκρουσης συμφερόντων μεταξύ ατόμων ή συνόλου ατόμων. Ο όρος παίγνιο αναφέρεται σε θεωρητικά μοντέλα που περιγράφουν και αναλύουν αυτές τις συγκρούσεις συμφερόντων. Στις περισσότερες περιπτώσεις η πραγματικότητα είναι αρκετά σύνθετη για να περιγραφεί από ένα παίγνιο, αλλά ένα παίγνιο μπορεί να φανεί χρήσιμο στο να περιγραφούν οι βασικές επιλογές κινήσεων των παιχτών, καθώς και τα διάφορα αποτελέσματα αυτών των επιλογών. Γενικά οι περιπτώσεις που μελετώνται στη θεωρία παιγνίων μπορούν να χωριστούν σε δύο κατηγορίες: η πρώτη κατηγορία αναφέρεται σε μη συνεργατικά παίγνια ενώ η άλλη σε παίγνια όπου οι συμμετέχοντες μπορούν να συνεργαστούν μεταξύ τους.

Οι συμμετέχοντες σε ένα παίγνιο, φυσικά και μη πρόσωπα, ονομάζονται παίχτες. Μία βασική υπόθεση της θεωρίας παιγνίων είναι ότι οι παίχτες συμπεριφέρονται λογικά, δηλαδή ο κάθε συμμετέχων έχει σαν στόχο να μεγιστοποιήσει το κέρδος του από το παίγνιο έχοντας υπόψιν τις κινήσεις των άλλων παιχτών. Στο τέλος του κάθε παιγνίου η πληρωμή του κάθε παίχτη ονομάζεται *εξόφληση*.

Υπάρχουν δύο εναλλακτικοί τρόποι για να περιγραφεί ένα μη συνεργατικό παίγνιο. Ο πρώτος τρόπος ονομάζεται αναλυτική μορφή και παρουσιάζεται σαν διάγραμμα με όλες τις εναλλακτικές διαδρομές που ένα παίγνιο μπορεί να ακολουθήσει. Ο δεύτερος τρόπος ονομάζεται κανονική μορφή. Στη κανονική μορφή αναπαράστασης ενός παιγνίου κάθε παίχτης, ταυτόχρονα, επιλέγει μία στρατηγική και ο συνδιασμός των στρατηγικών που επιλέχθηκαν από όλους τους παίχτες καθορίζει την εξόφληση του κάθε παίχτη. Η κανονική μορφή φαίνεται μέσω ενός παραδείγματος στον Πίνακα 4.1.

Παίχτης H2

	h2 <sub>1</sub>	h2 <sub>2</sub>	h2 <sub>3</sub>
h1 <sub>1</sub>	0,4	4,0	5,3
h1 <sub>2</sub>	4,0	0,4	5,3
h1 <sub>3</sub>	3,5	3,5	6,6

Παίχτης H1

**Πίνακας 4.1:** Κανονική μορφή ενός παιγνίου

Ο αριστερός αριθμός σε κάθε κελί, που περιέχει δύο αριθμούς, αντιστοιχεί στην εξόφληση που θα παραλάβει ο παίχτης H1 διαλέγοντας την αντίστοιχη στρατηγική, δηλαδή την h1<sub>1</sub> ή την h1<sub>2</sub> ή την h1<sub>3</sub>, δεδομένου ότι ο παίχτης H2 θα διαλέξει τη στρατηγική που αντιστοιχεί σε μία από τις τρεις κολώνες, δηλαδή την h2<sub>1</sub> ή την h2<sub>2</sub> ή την h2<sub>3</sub>. Εάν οι παίχτες διαλέξουν το συνδιασμό των στρατηγικών (h1<sub>1</sub>,h2<sub>1</sub>) τότε η εξόφληση του κάθε παίχτη θα είναι 0 και 4, αντίστοιχα.

Υπάρχουν πολλά κριτήρια βάσει των οποίων ο κάθε παίχτης θα διαλέξει τη στρατηγική που θα ακολουθήσει. Ένα από αυτά τα κριτήρια είναι το “maximin”, σύμφωνα με το οποίο κάθε παίχτης προσπαθεί να βρει την καλύτερη αμυντική στρατηγική απέναντι στους αντιπάλους του. Αυτό σημαίνει ότι διαλέγει τη στρατηγική με τη μεγαλύτερη ελάχιστη εξόφληση. Στο παράδειγμα του Πίνακα 4.1, ο παίχτης 1 θα επιλέξει την στρατηγική 3 σύμφωνα με το κριτήριο maximin καθώς του εξασφαλίζει ελάχιστη εξόφληση 3 ενώ οι άλλες στρατηγικές του εξασφαλίζουν ελάχιστη εξόφληση 0.

Ένα άλλο κριτήριο είναι αυτό της ισορροπίας Nash, σύμφωνα με το οποίο κάθε παίχτης θα διαλέξει σαν στρατηγική αυτή με την καλύτερη ανταπόκριση (εξόφληση) σε περίπτωση επιλογής της βέλτιστης στρατηγικής από τους άλλους παίχτες.

### 4.3 ΣΥΝΕΡΓΑΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ

Οι παίχτες που συμμετέχουν σε ένα παίγνιο συνεργασίας έχουν τη δυνατότητα να επικοινωνούν μεταξύ τους με στόχο να εξασφαλίσουν μεγαλύτερη εξόφληση από το να ενεργούσαν μόνοι τους. Η θεωρία παιγνίων συνεργασίας έχει περισσότερο καθοδηγητικό χαρακτήρα, στοχεύει στο να θέσει λογικούς κανόνες στον καταμερισμό των εξοφλήσεων ή στο να προτείνει δείκτες μέτρησης της ισχύος του κάθε παίχτη. Η θεωρία παιγνίων

συνεργασίας είναι ένα χρήσιμο εργαλείο για τον καταμερισμό των απωλειών μεταφοράς σε δίκτυα μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας [4.1].

Το σύνολο των παιχτών που συμμετέχουν σε ένα παίγνιο συνεργασίας δίνεται ως  $N = \{1, 2, \dots, n\}$ . Διάφοροι παίχτες από τους  $N$  μπορεί να συνεργαστούν μεταξύ τους, οπότε δημιουργείται ένας συνασπισμός και συμβολίζεται με  $S$ . Όλοι οι παίχτες μπορεί να ενωθούν σε ένα κοινό συνασπισμό ή μπορεί να χωριστούν σε διάφορους συνασπισμούς ανάλογα με το τι είναι πιο συμφέρον.

Στην περίπτωση που κάποιοι παίχτες δημιουργήσουν ένα συνασπισμό, θεωρείται ότι ενεργούν σαν ένας παίχτης με σκοπό να εφαρμόσουν από κοινού στρατηγικές ώστε να μεγιστοποιήσουν το σύνολο της εξόφλησης του συνασπισμού. Το επόμενο βήμα είναι να καταναείμουν τη συνολική εξόφληση στα μέλη του συνασπισμού.

Στην περίπτωση που οι παίχτες του παιγνίου χωριστούν σε δύο η και παραπάνω συνασπισμούς, ο κάθε συνασπισμός κινείται ανταγωνιστικά απέναντι στους άλλους και και χρησιμοποιείται το κριτήριο  $\max\min$  για την επιλογή της κατάλληλης στρατηγικής και για το αν τελικά συμφέρει να σχηματιστούν οι συγκεκριμένοι συνασπισμοί. Χρησιμοποιώντας το κριτήριο “ $\max\min$ ” υπολογίζεται η μέγιστη από τις ελάχιστες εξοφλήσεις που ο συνασπισμός  $S$  μπορεί να εξασφαλίσει συνδυάζοντας τις στρατηγικές των μελών του. Το πόσο είναι η εξασφαλισμένη εξόφληση (δηλαδή η λύση του  $\max\min$  κριτηρίου) δίνεται από τη λύση της χαρακτηριστικής εξίσωσης που συμβολίζεται με  $V$  και για ένα συνασπισμό  $S$  και παρουσιάζεται στην παρακάτω σχέση:

$$v(S) = \max \min \sum_{i=1}^{ns} u_i(st_s, st_{N-S})$$

όπου :

- $V(S)$ : η τιμή της χαρακτηριστικής εξίσωσης για τον συνασπισμό  $S$
- $ns$ : ο αριθμός των παιχτών που συμμετέχουν στον συνασπισμό  $S$
- $u_i$ : η εξόφληση του παίχτη  $i$
- $st_s$ : το σύνολο όλων των στρατηγικών που είναι διαθέσιμες στους παίχτες του συνασπισμού  $S$
- $st_{N-S}$ : το σύνολο όλων των στρατηγικών που είναι διαθέσιμες στους παίχτες του συνασπισμού  $N-S$

Ένα παίγνιο καλείται υπερεθιστικό (superaddictive) και ευνοεί τη συνένωση συνασπισμών εάν για τη χαρακτηριστική του εξίσωση ισχύει η παρακάτω συνθήκη:

$$v(S \cup \Theta) \geq v(S) + v(\Theta) \quad (4.1)$$

όπου:

$S, \Theta$ : ασύνδετα υποσύνολα από το σύνολο των παιχτών  $N$

Η σχέση (4.1) δηλώνει ότι η ένωση των  $S$  και  $\Theta$  συνασπισμών δίνει χαρακτηριστική τιμή που είναι το λιγότερο, το άθροισμα των χαρακτηριστικών τιμών καθενός από τους συνασπισμούς  $S$  και  $\Theta$  εάν έπαιζαν μόνοι τους, οπότε και συμφέρει τους συνασπισμούς  $S$  και  $\Theta$  να συνενωθούν. Εάν όμως για όλα τα υποσύνολα των  $N$  παιχτών ισχύει η ισότητα στην (4.1), τότε είναι αδιάφορο για τους παίχτες να σχηματίσουν κάποιο συνασπισμό. Σε αυτή την περίπτωση η χαρακτηριστική εξίσωση είναι απλά αθροιστική, σχέση (4.2).

$$v(N) = \sum_{i=1}^n v(i) \quad (4.2)$$

όπου:

$v(N)$ : η τιμή της χαρακτηριστικής εξίσωσης για το μέγιστο συνασπισμό, όπου συμμετέχουν και οι  $N$  παίκτες του παιγνίου

$v(i)$ : η τιμή της χαρακτηριστικής εξίσωσης για τον παίκτη  $i$

Είναι σημαντικό να ερευνάνται ποιοί συνασπισμοί είναι πιθανόν να σχηματιστούν και πως ένας συνασπισμός μοιράζει την εξόφλησή του μεταξύ των παιχτών που συμμετείχαν σε αυτόν. Ο τρόπος με τον οποίο διαμοιράζεται η εξόφληση ενός συνασπισμού επηρεάζει τη διαμόρφωση των συνασπισμών. Αυτό συμβαίνει επειδή μερικοί παίκτες προσπαθούν να προσελκύσουν άλλους παίκτες στο συνασπισμό τους με την υπόσχεση επιπλέον κέρδους. Ο κάθε παίκτης προτιμά να συμμετάσχει στο συνασπισμό που θα του προσφέρει την μεγαλύτερη εξόφληση. Όσον αφορά το μοίρασμα της εξόφλησης στους παίκτες, οι παίκτες δέχονται μόνο λογικές και συμφέρουσες προτάσεις καταμερισμού της εξόφλησης. Η διαδικασία καταμερισμού της συνολικής εξόφλησης σε κάθε παίκτη ξεχωριστά πρέπει να ικανοποιεί κάποιες προϋποθέσεις. Έστω το διάνυσμα  $y = (y_1, y_2, y_3, \dots, y_n)$  αναπαριστά την εξόφληση για όλους τους παίκτες του συνασπισμού, το μοίρασμα αυτό θα είναι λογικό και συμφέρον εάν καλύπτει τις επόμενες προϋποθέσεις που παρουσιάζονται στις σχέσεις (4.3) και (4.4) :

$$\sum_{i=1}^n y_i = v(N) \quad (4.3)$$

και

$$y_i \geq v(i), \text{ για } i = 1, 2, \dots, n \quad (4.4)$$

Η συνθήκη (4.3) υποδεικνύει ότι το άθροισμα όλων των ατομικών εξοφλήσεων σε ένα παίγνιο πρέπει να είναι ίσο με τη συνολική εξόφληση του παιγνίου, η οποία είναι συγκεκριμένη κάθε φορά. Η συνθήκη αυτή δείχνει ότι είναι αδύνατον να αλλαχτεί το διάνυσμα καταμερισμού  $y$  σε ένα άλλο  $k$  και όλοι οι παίκτες να αυξήσουν την ατομική τους εξόφληση. Η εξίσωση (4.4) δείχνει ότι κάθε παίκτης που ανήκει σε ένα συνασπισμό, θα δεχτεί σαν ατομική εξόφληση ένα ποσό που θα είναι το λιγότερο ίσο με το ποσό που θα εξασφάλιζε παίζοντας μόνος του εκτός του συνασπισμού. Υπάρχουν διάφορες μέθοδοι που προτείνουν λύσεις για το ποιοί συνδυασμοί συνασπισμών είναι πιο ισχυροί καθώς και για το πως πρέπει να κατανεμηθεί η εξόφληση ενός συνασπισμού στα μέλη του. Μερικές τέτοιες προσεγγίσεις είναι ο πυρήνας, η κατανομή nucleolus και η τιμή Shapley.

### 4.3.1 Πυρήνας

Μία από τις πρώτες λύσεις που προτάθηκαν για τα παίγνια συνεργασίας ήταν ο πυρήνας [4.2]. Η ιδέα του πυρήνα βασίζεται στη λογική της εύρεσης των κυρίαρχων καταμερισμών της συνολικής εξόφλησης, δηλαδή καταμερισμών που να τους συμφέρει όλους τους παίκτες. Σύμφωνα με τον πυρήνα μία κατανομή θα είναι προτιμότερη στη φάση των διαπραγματεύσεων εάν δεν είναι κυριαρχούμενη. Για να μην είναι κυριαρχούμενη μία κατανομή  $y$  από μία  $k$  στα πλαίσια οποιουδήποτε συνασπισμού παιχτών  $S$  θα πρέπει να ικανοποιούνται δύο συνθήκες:

$$y_i > k_i, \quad \forall i \in S \quad (4.5)$$

$$\sum_{i=1}^{n_s} y_i \leq v(S) \quad (4.6)$$

Η πρώτη δείχνει ότι η εξόφληση που αντιστοιχεί σε κάθε μέλος οποιουδήποτε συνασπισμού  $S$  είναι μεγαλύτερη στην κατανομή  $y$  από ότι στην κατανομή  $k$ . Η δεύτερη συνθήκη δείχνει ότι η κατανομή  $y$  είναι εφικτή, δηλαδή ότι ο συνασπισμός  $S$  εξασφαλίζει την εξόφληση ώστε να καλήψει το  $\sum_{i=1}^{n_s} y_i$ .

Ο πυρήνας του παιγνίου με χαρακτηριστική συνάρτηση  $V$  είναι το σύνολο των καταμερισμών που δεν είναι κυριαρχούμενοι από κάποιον άλλο καταμερισμό στα πλαίσια οποιουδήποτε συνασπισμού. Ένας καταμερισμός  $y = [y_1 \ y_2 \ y_3 \dots y_n]$  για να ανήκει στον πυρήνα πρέπει να ικανοποιεί τις παρακάτω δύο προϋποθέσεις:

$$\sum_{i=1}^n y_i = v(N) \quad (4.6)$$

$$\sum_{j=1}^{n_s} y_j \geq v(S), \quad \forall S \subset N \quad (4.7)$$

Η πρώτη θεωρείται η γενικευμένη λογική ενώ η δεύτερη η λογική των συνασπισμών. Η πρώτη δείχνει ότι το άθροισμα των εξοφλήσεων του καταμερισμού δεν μπορεί να ξεπεράσει τη συνολική εξόφληση του παιγνίου και η δεύτερη ότι το άθροισμα των εξοφλήσεων που δίνει ο συγκεκριμένος καταμερισμός στα μέλη όλων των πιθανών συνασπισμών πρέπει να είναι μεγαλύτερο ή στη χειρότερη περίπτωση ίσο με την εξασφαλισμένη εξόφληση που τους εγγυόταν ο κάθε συνασπισμός.

Όταν ένας καταμερισμός  $y$  ανήκει στον πυρήνα τότε υπάρχουν δύο πιθανότητες για κάθε συνασπισμό  $S$  που τίνει να σχηματιστεί. Είτε ο συνασπισμός  $S$  θα θεωρήσει την κατανομή  $y$  ως την καλύτερη λύση είτε εάν προτιμήσει ένα άλλο καταμερισμό  $k$  δε θα έχει τη δύναμη να προωθήσει αυτό τον καταμερισμό. Γενικά εάν ένας συμφωνημένος καταμερισμός  $y$  ανήκει στον πυρήνα δεν υπάρχει μεμονωμένος παίχτης ή ομάδα παιχτών που να έχει λόγο να σχηματίσει διαφορετικό συνασπισμό για να αντικαταστήσει το  $y$ . Αυτό συμβαίνει γιατί είτε μόνος του ένας παίχτης είτε σε συνασπισμό ο καταμερισμός  $y$  του δίνει μεγαλύτερη εξόφληση από την εξασφαλισμένη. Υπάρχει πολλές φορές το πρόβλημα ο πυρήνας να είναι άδειος ή να περιάχει άπειρες κατανομές.

### 4.3.2 Η κατανομή Nucleolus

Ο πυρήνας είναι δυνατόν να περιέχει περισσότερες από μία κατανομές. Στην πραγματικότητα, όταν ο πυρήνας δεν είναι άδειος, έχει είτε μία κατανομή, είτε έναν άπειρο αριθμό κατανομών. Η λογική του nucleolus [4.3] προτάθηκε με σκοπό να δώσει μία συγκεκριμένη λύση (το nucleolus) μεταξύ των διάφορων (άπειρων) κατανομών που ανήκουν στον πυρήνα. Η λογική της εύρεσης της κατανομής nucleolus βασίζεται στην ιδέα του να είναι ο πιο δυσαρεστημένος συνασπισμός από “κάτω” της, ο πιο ευχαριστημένος σε σχέση με τους πιο δυσαρεστημένους συνασπισμούς κάτω από οποιοδήποτε άλλη κατανομή. Για ένα συνασπισμό  $S$  μιας κατανομής  $y$ , ως μέτρο της δυσαρέσκειάς του χρησιμοποιείται το  $e(S)$ :

$$e(S) = v(S) - y(S) \quad (4.8)$$

όπου :

$$y(S) = \sum_{i=1}^{n_s} y_i$$

Οπότε  $y(S)$  είναι το άθροισμα των εξοφλήσεων που η κατανομή  $y$  δίνει στα μέλη του συνασπισμού  $S$ . Εφόσον η κατανομή  $y$  ανήκει στον πυρήνα, δηλαδή ισχύει  $\sum_{i=1}^{n_s} y_i \geq v(S)$ ,

από τη σχέση (4.8) φαίνεται ότι το μέγεθος  $e(S)$  είναι είτε μηδέν είτε αρνητικό. Το μέγεθος  $e(S)$  δείχνει πόσο παραπάνω κερδίζει ο συνασπισμός  $S$  από την κατανομή  $y$  σε σύγκριση με αυτό που εξασφαλίζει από μόνος του. Όσο πιο κοντά στο μηδέν είναι το  $e$  τόσο πιο δυσαρεστημένος είναι ο συνασπισμός από την εξόφληση του  $y$  καθώς είναι πιο κοντά σε αυτό που θα μπορούσε να εξασφαλίσει μόνος του.

Θεωρείται ότι  $\theta(e(S))$  είναι οι  $2^n$  τιμές της διαφοράς  $v(S)-y(S)$  που αντιστοιχούν σε όλους τους δυνατούς συνασπισμούς. Δύο καταμερισμοί  $y$  και  $k$  μπορεί να συγκριθούν ελέγχοντας το συνασπισμό που είναι πιο δυσαρεστημένος κάτω από την καθεμία. Γίνεται η υπόθεση ότι πιο δυσαρεστημένοι είναι ο συνασπισμός  $S$  και  $\Theta$ , αντίστοιχα, για τους καταμερισμούς  $y$  και  $k$ . Υπολογίζεται το  $e(S)$ , δηλαδή  $v(S)-y(S)$  και  $v(\Theta)-k(\Theta)$ , αντίστοιχα, και όσο πιο μικρό (αρνητικότερο) το  $e()$ , τόσο καλύτερη η κατανομή. Η σύγκριση αυτή γίνεται μεταξύ όλων των πιθανών κατανομών και καταλήγει στην εύρεση της κατανομής nucleolus.

Η εύρεση της κατανομής nucleolus είναι δύσκολη, εξαιτίας των άπειρων κατανομών που βρίσκονται στον πυρήνα. Για το λόγο αυτό έχουν αναπτυχθεί διάφορες τεχνικές γραμμικού προγραμματισμού για την εύρεσή της.

### 4.3.3 Η τιμή Shapley

Η τιμή Shapley [4.4] έχει προταθεί ως λύση του παιγνίου συνεργασίας, δίνεται ως  $\phi_i(v)$  για τον  $i$ -στό παίχτη και προτείνει συγκεκριμένη εξόφληση για κάθε παίχτη από το συνολικό κέρδος που προέρχεται από το συνασπισμό όλων των παιχτών  $N$  του παιγνίου. Το μερίδιο αυτό είναι ανάλογο του πόσο σημαντικός είναι ο κάθε παίχτης στο συνασπισμό. Η θεμελίωση αυτής της τιμής βασίστηκε σε τέσσερα αξιώματα, τα οποία είναι :

- A1-Συμμετρία: Εάν  $i$  και  $j$  είναι δύο παίχτες με ίση αξία σε ένα παίγνιο, δηλαδή όταν ισχύει :

$$v(S \cup \{i\}) = v(S \cup \{j\})$$

για κάθε συνασπισμό  $S$  του  $N$ , τότε ισχύει  $\phi_i(v) = \phi_j(v)$ .

- A2- Αθροιστικότητα: Εάν συνδυαστούν δύο παίγνια που έχουν αντίστοιχα τις χαρακτηριστικές εξισώσεις  $v$  και  $w$ , τότε η συνολική εξόφληση ενός παίχτη  $i$  που συμμετέχει και στα δύο παίγνια ισούται με την εξόφληση που θα είχε ξεχωριστά στο παίγνιο με χαρακτηριστική εξίσωση  $v$  συν την εξόφληση που θα είχε ξεχωριστά στο παίγνιο με χαρακτηριστική εξίσωση  $w$ :

$$\phi_i(v+w) = \phi_i(v) + \phi_i(w)$$

- A3- Αποτελεσματικότητα: Το άθροισμα της εξόφλησης όλων των παιχτών ισούται με τη συνολική εξόφληση του παιγνίου. Η συνθήκη αυτή περιγράφεται από τη σχέση:

$$\sum_{i=1}^n \phi_i(v) = v(N)$$

- A4- Μηδενικός παίχτης: Η τιμή Shapley  $\phi_i(v)$  για κάθε παίχτη με μηδενική συνεισφορά στο συνασπισμό είναι μηδέν ή διαφορετικά η συνεισφορά ενός παίχτη είναι μηδέν όταν ισχύει  $v(S \cup \{i\}) = v(S)$  σε ένα συνασπισμό  $S$ .

Η τιμή Shapley ικανοποιεί τα παραπάνω τέσσερα αξιώματα και δίνεται από τη σχέση(4.9):

$$\phi_i(v) = \sum_{S, i \notin S} \frac{n_s!(n - n_s - 1)!}{n!} (v(S \cup \{i\}) - v(S)) \quad (4.9)$$

Όπου:

$n_s$ : ο αριθμός των παιχτών που συμμετέχουν στο συνασπισμό  $S$

$n$ : ο αριθμός των παιχτών που συμμετέχουν στο παίγνιο.

$v(S)$ : η τιμή της χαρακτηριστικής εξίσωσης για το συνασπισμό  $S$ .

$v(S \cup \{i\})$ : η τιμή της χαρακτηριστικής εξίσωσης για το συνασπισμό  $S$  μετά τη συμμετοχή του παίχτη  $i$  σε αυτόν.

Ο παράγοντας  $[v(S \cup \{i\}) - v(S)]$  της (4.9) δείχνει την αύξηση ή την ελάττωση της εξόφλησης του συνασπισμού  $S$  εξαιτίας της συμμετοχής του παίχτη  $i$  στο συνασπισμό αυτό. Ουσιαστικά υπολογίζει το επιπλέον κέρδος ή ζημία που θα προκαλέσει η συμμετοχή του παίχτη  $i$  σε ένα ήδη σχηματισμένο συνασπισμό  $S$ . Ο παράγοντας  $\frac{n_s!(n - n_s - 1)!}{n!}$  δείχνει την πιθανότητα ο παίχτης  $i$  να είναι ο  $(S+1)$ -οστός συμμετέχων στο συνασπισμό  $S$  που έχει ήδη  $n_s$  παίχτες από τους  $n$  που συμμετέχουν στο παίγνιο.

Ουσιαστικά η τιμή Shapley είναι το άθροισμα του επιπλέον κέρδους (ή ζημίας αντίστοιχα) εξαιτίας της συμμετοχής του παίχτη  $i$  σε όλους τους δυνατούς συνασπισμούς ξεχωριστά, πολλαπλασιαζόμενο το επιπλέον κέρδος με την πιθανότητα ο παίχτης  $i$  να είναι ο αμέσως επόμενος συμμετέχων σε καθένα από τους συνασπισμούς. Γενικά, η τιμή Shapley φαίνεται να είναι μία αρκετά ελκυστική λύση για τα παίγνια συνεργασίας γιατί δίνει μοναδική λύση, βασίζεται στα παραπάνω τέσσερα αξιώματα και είναι μονότονη, δηλαδή όσο μεγαλύτερη γίνεται η επιρροή του παίχτη τόσο μεγαλώνει και η εξόφληση που του κατανέμει.

Εκτός από τις τρεις προηγούμενες μεθόδους επίλυσης ενός συνεργατικού παιγνίου υπάρχουν ακόμα μερικές μέθοδοι επίλυσης όπως η  $\tau$ -value, η Kernel η Banzhaf και άλλες. Η κάθε μία από τις μεθόδους αυτές κάνει μία διαφορετική προσέγγιση στην επίλυση των συνεργατικών παιγνίων. Στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία επιλέχθηκε να υλοποιηθεί η μεθοδολογία Shapley καθώς δίνει πάντα συγκεκριμένη λύση και ικανοποιεί τα αξιώματα που αναφέρθηκαν στην ενότητα 4.3.3.

#### 4.4 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΠΑΙΓΝΙΩΝ ΣΤΟΝ ΚΑΤΑΜΕΡΙΣΜΟ ΤΩΝ ΑΠΩΛΕΙΩΝ

Στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία θα γίνει εφαρμογή της μεθόδου Shapley για τον καταμερισμό των απωλειών των γραμμών μεταφοράς. Για να κατανεμηθούν οι συνολικές απώλειες των γραμμών μεταφοράς σε κάθε γεννήτρια και φορτίο θα θεωρηθεί σαν παίγνιο η κάθε γραμμή μεταφοράς ξεχωριστά και ως παίχτης θα θεωρηθεί η συνεισφορά της κάθε γεννήτριας ή φορτίου ή και των δύο μαζί στο συνολικό ρεύμα της κάθε γραμμής. Η χαρακτηριστική εξίσωση του παιγνίου θα είναι  $v(S) = |I_s|^2 R$ , όπου το  $I_s$  θα παίρνει την τιμή του ρεύματος του κάθε παίχτη εάν παίζει μόνος του, ή το άθροισμα των τιμών των ρευμάτων του συνασπισμού, εάν οι παίχτες σχηματίζουν συνασπισμό. Στις εφαρμογές που θα ακολουθήσουν, θεωρείται ότι όλοι οι παίχτες συνεργάζονται μεταξύ τους. Ως συνολική εξόφληση του κάθε παιγνίου θεωρείται η  $v(N) = |I_{\text{γραμμής}}|^2 * R_{\text{γραμμής}}$  που είναι ουσιαστικά οι πραγματικές απώλειες ισχύος της κάθε γραμμής μεταφοράς, οι οποίες πρέπει να κατανεμηθούν στους παίχτες του παιγνίου με κατανομή που θα έχει τη μορφή  $y = [y_1 \ y_2 \ y_3 \dots y_n]$ . Λόγω της φυσικής σημασίας του προβλήματος πρέπει να ισχύει ότι το άθροισμα των εξοφλήσεων της κατανομής  $y$  ισούται με τις συνολικές απώλειες, δηλαδή να ισχύει  $\sum_{i=1}^n y_i = v(N)$ , που είναι και προϋπόθεση κάθε παιγνίου.



#### 4.4.1 Εφαρμογή της θεωρίας του πυρήνα στον καταμερισμό των απωλειών

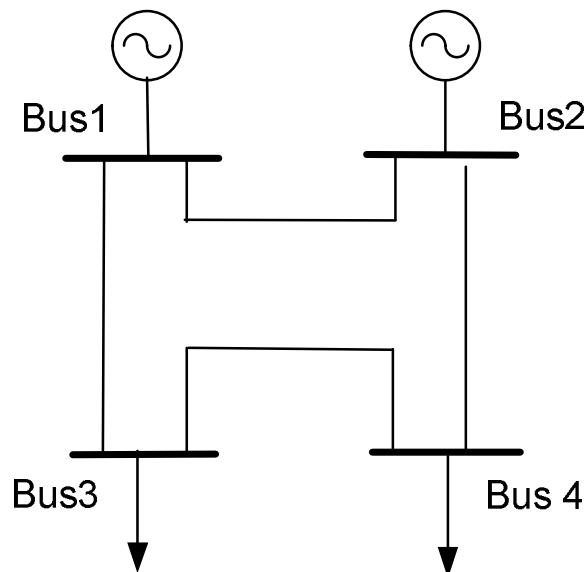
Στα πλαίσια της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας θα γίνει εφαρμογή της θεωρίας του πυρήνα μόνο για να διαπιστωθεί εάν οι κατανομές που προκύπτουν από τη διαδικασία της τιμής Shapley ανήκουν στον πυρήνα ή όχι, καθώς εάν ανήκουν στον πυρήνα, όπως αναφέρεται στην ενότητα 4.3.1, κανείς παίχτης ή συνασπισμός παιχτών δε θα έχει λόγο να διεκδικήσει κάτι διαφορετικό, αφού η εξόφληση του ίδιου είτε του συνασπισμού θα είναι μεγαλύτερη από αυτή που μπορεί να εξασφαλίσει ( $v(S)$ ).

Οπότε για να βρεθεί εάν μία κατανομή απωλειών  $y=[y_1 y_2 y_3 \dots y_n]$  ανήκει στον πυρήνα, θα πρέπει να ισχύει η (4.10) και η (4.11):

$$y_1 + y_2 + \dots + y_n = V(N) = P_{\text{ολικό γραμμής}} \quad (4.10)$$

$$\sum_{j=1}^{n_s} y_j \leq v(S), \quad \forall S \subset N \quad (4.11)$$

Η πρώτη εξασφαλίζει ότι το άθροισμα όλων των εξοφλήσεων του καταμερισμού δίνει τις συνολικές απώλειες κάθε γραμμής καθώς οτιδήποτε διαφορετικό δε θα ήταν λογικό. Στη δεύτερη συνθήκη έχει αλλαχτεί η φορά της ανισότητας, καθώς στο πρόβλημα του καταμερισμού των απωλειών η εξόφληση αντιστοιχεί σε ζημία, οπότε ο κάθε παίχτης θέλει η εξόφλησή του να είναι μικρότερη από αυτή που θα είχε εάν έπαιζε μόνος του. Οι παραπάνω συνθήκες θα δοκιμάζονται σε κάθε γραμμή μεταφοράς (παίγνιο) για να διαπιστώνεται εάν η κατανομή που έχει βρεθεί με την τιμή Shapley ανήκει στον πυρήνα ή όχι. Ακολουθεί ένα παράδειγμα για το πώς ελέγχεται αν μία κατανομή ανήκει στον πυρήνα ή όχι.



Σχήμα 4.1: Δίκτυο τεσσάρων ζυγών.

Έστω το δίκτυο τεσσάρων ζυγών του Σχήματος 4.1, όπου οι ζυγοί 1 και 2 είναι ζυγοί παραγωγής και οι ζυγοί 3 και 4 είναι ζυγοί φορτίου, η γραμμή 1 ενώνει τους ζυγούς 1 και 2, η γραμμή 2 ενώνει τους ζυγούς 2 και 3, η γραμμή 3 ενώνει τους ζυγούς 3 και 4 και η γραμμή 4 ενώνει τους ζυγούς 4 και 1. Η κατανομή των συνολικών απωλειών του δικτύου μπορεί να γίνει για τρεις περιπτώσεις: 1) μόνο στους ζυγούς παραγωγής, 2) μόνο στους ζυγούς φορτίου και τέλος 3) σε όλους τους ζυγούς (παραγωγής και φορτίου). Παρακάτω θα θεωρηθεί ότι η κατανομή των απωλειών γίνεται σε όλους τους ζυγούς του δικτύου.

Όταν η κατανομή των απωλειών γίνεται σε όλους τους ζυγούς, τότε σύμφωνα με την ενότητα 3.6.1.3, το εγχεόμενο ρεύμα καθενός από τους ζυγούς συνεισφέρει στο συνολικό ρεύμα κάθε γραμμής μεταφοράς. Αυτό σημαίνει ότι όσον αφορά τη γραμμή 1 :

$12I_1$  είναι η συνεισφορά του ζυγού 1 στο συνολικό ρεύμα της γραμμής 1

$12I_2$  είναι η συνεισφορά του ζυγού 2 στο συνολικό ρεύμα της γραμμής 1

$12I_3$  είναι η συνεισφορά του ζυγού 3 στο συνολικό ρεύμα της γραμμής 1

$12I_4$  είναι η συνεισφορά του ζυγού 4 στο συνολικό ρεύμα της γραμμής 1

Το ίδιο αντίστοιχα ισχύει και με τις άλλες γραμμές.

Οπότε σαν παίγνιο θεωρείται η κάθε γραμμή μεταφοράς (στη συγκεκριμένη περίπτωση η γραμμή 1), παίχτες είναι οι συνεισφορές ρεύματος όλων των ζυγών στη συγκεκριμένη γραμμή μεταφοράς. Η χαρακτηριστική εξίσωση του παιγνίου είναι

$$v(S) = |I_s|^2 R_{\text{γραμμής}}.$$

Έστω ότι με την εφαρμογή κάποιας μεθοδολογίας, η κατανομή των απωλειών της γραμμής 1 είναι  $Y = [y_1, y_2, y_3, y_4]$

όπου :

$y_1$ : οι απώλειες τις γραμμής 1 που αντιστοιχούν στο ζυγό 1

$y_2$ : οι απώλειες τις γραμμής 1 που αντιστοιχούν στο ζυγό 2

$y_3$ : οι απώλειες τις γραμμής 1 που αντιστοιχούν στο ζυγό 3

$y_4$ : οι απώλειες τις γραμμής 1 που αντιστοιχούν στο ζυγό 4

Για να ανήκει η συγκεκριμένη κατανομή στον πυρήνα, θα πρέπει να ισχύουν οι συνθήκες των σχέσεων (4.10) και (4.11).

Για να ικανοποιείται η σχέση (4.10) θα πρέπει να ισχύει :

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = P_{\text{απωλειών γραμμής}}$$

Για να ικανοποιείται η σχέση (4.11) θα πρέπει το άθροισμα της εξόφλησης των παιχτών οποιουδήποτε συνασπισμού να είναι μικρότερο από την τιμή που δίνει η χαρακτηριστική εξίσωση για το συγκεκριμένο συνασπισμό. Για το συγκεκριμένο παράδειγμα οι δυνατοί συνασπισμοί είναι:

Ο κάθε παίχτης  $12I_1, 12I_2, 12I_3, 12I_4$  να παίζει μόνος του, οπότε και θα πρέπει να ισχύει:

$$y_1 \leq |12I_1|^2 R_{\text{γραμμής}}$$

$$y_2 \leq |12I_2|^2 R_{\text{γραμμής}}$$

$$y_3 \leq |12I_3|^2 R_{\text{γραμμής}}$$

$$y_4 \leq |12I_4|^2 R_{\text{γραμμής}}$$

Στη συνέχεια οι συνασπισμοί που μπορεί να σχηματιστούν είναι οι ακόλουθοι:

$$S=[12I_1, 12I_2] \quad \text{και θα πρέπει να ισχύει} \quad y_1 + y_2 \leq |_{12} I_1 +_{12} I_2|^2 R_{\text{γραμμής}}$$

$$S=[12I_1, 12I_3] \quad \gg \quad y_1 + y_3 \leq |_{12} I_1 +_{12} I_3|^2 R_{\text{γραμμής}}$$

$$S=[12I_1, 12I_4] \quad \gg \quad y_1 + y_4 \leq |_{12} I_1 +_{12} I_4|^2 R_{\text{γραμμής}}$$

$$S=[12I_2, 12I_3] \quad \text{και θα πρέπει να ισχύει} \quad y_2 + y_3 \leq |_{12} I_2 +_{12} I_3|^2 R_{\text{γραμμής}}$$

$$S=[12I_2, 12I_4] \quad \gg \quad y_2 + y_4 \leq |_{12} I_2 +_{12} I_4|^2 R_{\text{γραμμής}}$$

$$S=[12I_3, 12I_4] \quad \gg \quad y_3 + y_4 \leq |_{12} I_3 +_{12} I_4|^2 R_{\text{γραμμής}}$$

$$S=[12I_1, 12I_2, 12I_3] \quad \gg \quad y_1 + y_2 + y_3 \leq |_{12} I_1 +_{12} I_2 +_{12} I_3|^2 R_{\text{γραμμής}}$$

$$S=[12I_1, 12I_2, 12I_4] \quad \gg \quad y_1 + y_2 + y_4 \leq |_{12} I_1 +_{12} I_2 +_{12} I_4|^2 R_{\text{γραμμής}}$$

$$S=[12I_1, 12I_3, 12I_4] \quad \gg \quad y_1 + y_3 + y_4 \leq |_{12} I_1 +_{12} I_3 +_{12} I_4|^2 R_{\text{γραμμής}}$$

$$S=[12I_2, 12I_3, 12I_4] \quad \gg \quad y_2 + y_3 + y_4 \leq |_{12} I_2 +_{12} I_3 +_{12} I_4|^2 R_{\text{γραμμής}}$$

$$S=[12I_1, 12I_2, 12I_3, 12I_4] \quad \gg \gg \quad y_1 + y_2 + y_3 + y_4 \leq |_{12} I_1 +_{12} I_2 +_{12} I_3 +_{12} I_4|^2 R_{\text{γραμμής}}$$

Οπότε, αν ισχύουν όλες οι παραπάνω συνθήκες, η κατανομή  $Y$  ανήκει στον πυρήνα. Η ίδια διαδικασία ακολουθείται και στις υπόλοιπες γραμμές μεταφοράς.

#### 4.4.2 Εφαρμογή της τιμής Shapley στον καταμερισμό των απωλειών

Έχοντας υπολογίσει για κάθε περίπτωση τη συνεισφορά ρεύματος κάθε εγχεόμενου ρεύματος ζυγού στο συνολικό ρεύμα κάθε γραμμής, όπως παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 3.6 μπορεί να χρησιμοποιηθεί η τιμή Shapley για τον καταμερισμό των απωλειών στο κάθε εγχεόμενο ρεύμα και επέκταση στους ζυγούς [4.5].

Κάθε γραμμή μεταφοράς αποτελεί ένα παίγνιο, με παίχτες τα συνεισφερόμενα ρεύματα, χαρακτηριστική εξίσωση την  $v(S) = |I_s|^2 R_{\text{γραμμής}}$  και συνολική εξόφληση του παινίου την  $v(N) = |I_{\text{γραμμής}}|^2 R_{\text{γραμμής}}$ . Οι απώλειες  $y_i$  που καταμερίζονται σε κάθε εγχεόμενο ρεύμα (παίχτη) της γραμμής μεταφοράς σύμφωνα με την τιμή Shapley δίνονται από τη σχέση (4.12).

$$y_i = \sum_{\forall S, I_i \notin S} \text{prob}_n(S) [V(S \cup \{I_i\}) - V(S)] \quad (4.12)$$

Ο όρος  $V(S \cup \{I_i\}) - V(S)$  δείχνει την προσαύξηση ή τη μείωση στις απώλειες που αντιστοιχούν σε ένα συνασπισμό  $S$  μετά τη συμμετοχή του παίχτη  $I_i$  σε αυτόν. Ο όρος  $\text{prob}_n(S)$  ισούται με  $\frac{s!(n-s-1)!}{n!}$  και δείχνει την πιθανότητα ο παίχτης  $I_i$  να είναι ο  $(s+1)$ οστός παίχτης που εισέρχεται στο παίγνιο, με δεδομένο ότι υπάρχουν ήδη  $s$  παίχτες στο συνασπισμό  $S$ . Ουσιαστικά στη σχέση (4.12) υπολογίζεται η επίπτωση που έχει στις χαρακτηριστικές εξισώσεις όλων των δυνατών συνασπισμών η συμμετοχή ενός συγκεκριμένου παίχτη σε αυτούς. Μία τέτοια κατανομή απωλειών  $Y=[y_1 \ y_2 \ \dots \ y_n]$  που προκύπτει από τη μέθοδο Shapley ικανοποιεί τη συνθήκη (4.13) που σημαίνει ότι οι συνολικές απώλειες ισούται με το άθροισμα των απωλειών που καταμερίζονται σε κάθε παίχτη:

$$V(N) = \sum_{i=1}^n y_i \quad (4.13)$$

Η διαδικασία καταμερισμού απωλειών επαναλαμβάνεται για κάθε γραμμή μεταφοράς του δικτύου, οπότε οι συνολικές απώλειες του δικτύου που αντιστοιχούν σε συγκεκριμένο ζυγό προκύπτουν από το άθροισμα των επιμέρους απωλειών σε κάθε γραμμή μεταφοράς, που οφείλονται στο εγγεόμενο ρεύμα του συγκεκριμένου ζυγού.

Έστω για παράδειγμα το δίκτυο τεσσάρων ζυγών του Σχήματος 4.1, όπου οι ζυγοί 1 και 2 είναι ζυγοί παραγωγής και οι ζυγοί 3 και 4 είναι ζυγοί φορτίου, η γραμμή 1 ενώνει τους ζυγούς 1 και 2, η γραμμή 2 ενώνει τους ζυγούς 2 και 3, η γραμμή 3 ενώνει τους ζυγούς 3 και 4 και η γραμμή 4 ενώνει τους ζυγούς 4 και 1. Η κατανομή των συνολικών απωλειών του δικτύου μπορεί να γίνει για τρεις περιπτώσεις: μόνο στους ζυγούς παραγωγής, μόνο στους ζυγούς φορτίου και τέλος σε όλους τους ζυγούς (παραγωγής και φορτίου). Παρακάτω θα περιγραφεί η διαδικασία κατανομής των απωλειών σε όλους τους ζυγούς του δικτύου.

Όταν η κατανομή των απωλειών γίνεται σε όλους τους ζυγούς, τότε σύμφωνα με την ενότητα 3.6.1.3, το εγγεόμενο ρεύμα καθενός από τους ζυγούς συνεισφέρει στο συνολικό ρεύμα κάθε γραμμής μεταφοράς. Αυτό σημαίνει ότι :

- ${}_{12}I_1$  είναι η συνεισφορά του ζυγού 1 στο συνολικό ρεύμα της γραμμής 1
  - ${}_{23}I_1$  είναι η συνεισφορά του ζυγού 1 στο συνολικό ρεύμα της γραμμής 2
  - ${}_{34}I_1$  είναι η συνεισφορά του ζυγού 1 στο συνολικό ρεύμα της γραμμής 3
  - ${}_{41}I_1$  είναι η συνεισφορά του ζυγού 1 στο συνολικό ρεύμα της γραμμής 4
- Το ίδιο αντίστοιχα και με τους άλλους ζυγούς.

Στα πλαίσια της συνεργατικής θεωρίας παιγνίων οι απώλειες ισχύος της κάθε γραμμής πρέπει να καταμεριστούν στους παίχτες που συμμετείχαν στο παίγνιο. Κάθε γραμμή μεταφοράς θεωρείται ένα παίγνιο και κάθε συμβαλλόμενο ρεύμα στη συγκεκριμένη γραμμή θεωρείται παίχτης. Οπότε αν θεωρηθεί η γραμμή μεταφοράς 1, τα συμβαλλόμενα ρεύματα - παίχτες στη συγκεκριμένη γραμμή μεταφοράς είναι τα  ${}_{12}I_1$ ,  ${}_{12}I_2$ ,  ${}_{12}I_3$ ,  ${}_{12}I_4$ , οπότε το μερίδιο  ${}_{12}Y_1$  από τις συνολικές απώλειες της γραμμής 1 που αντιστοιχεί στο συμβαλλόμενο ρεύμα  ${}_{12}I_1$  σύμφωνα με την τιμή Shapley (4.12) είναι:

$$\begin{aligned}
{}_{12}Y_1 = & 1/4 [ |{}_{12}I_1|^2 * R_{12} - 0 ] + \\
& + 1/12 [ |{}_{12}I_1+{}_{12}I_2|^2 * R_{12} - |{}_{12}I_2|^2 * R_{12} ] + \\
& + 1/12 [ |{}_{12}I_1+{}_{12}I_3|^2 * R_{12} - |{}_{12}I_3|^2 * R_{12} ] + \\
& + 1/12 [ |{}_{12}I_1+{}_{12}I_4|^2 * R_{12} - |{}_{12}I_4|^2 * R_{12} ] + \\
& + 1/12 [ |{}_{12}I_1+{}_{12}I_2|^2 * R_{12} - |{}_{12}I_2|^2 * R_{12} ] + \\
& + 1/12 [ |{}_{12}I_1+{}_{12}I_2+{}_{12}I_3|^2 * R_{12} - |{}_{12}I_2+{}_{12}I_3|^2 * R_{12} ] + \\
& + 1/12 [ |{}_{12}I_1+{}_{12}I_2+{}_{12}I_4|^2 * R_{12} - |{}_{12}I_2+{}_{12}I_4|^2 * R_{12} ] + \\
& + 1/12 [ |{}_{12}I_1+{}_{12}I_3+{}_{12}I_4|^2 * R_{12} - |{}_{12}I_3+{}_{12}I_4|^2 * R_{12} ] + \\
& + 1/4 [ |{}_{12}I_1+{}_{12}I_2+{}_{12}I_3+{}_{12}I_4|^2 * R_{12} - |{}_{12}I_2+{}_{12}I_3+{}_{12}I_4|^2 * R_{12} ]
\end{aligned}$$

Αντίστοιχα το μερίδιο από τις συνολικές απώλειες της γραμμής 1 που αντιστοιχεί στο συμβαλλόμενο ρεύμα  ${}_{12}I_2$ , σύμφωνα με την τιμή Shapley, είναι:

$$\begin{aligned}
{}_{12}Y_2 = & 1/4 [ |{}_{12}I_2|^2 * R_{12} - 0 ] + \\
& + 1/12 [ |{}_{12}I_2+{}_{12}I_1|^2 * R_{12} - |{}_{12}I_1|^2 * R_{12} ] + \\
& + 1/12 [ |{}_{12}I_2+{}_{12}I_3|^2 * R_{12} - |{}_{12}I_3|^2 * R_{12} ] + \\
& + 1/12 [ |{}_{12}I_2+{}_{12}I_4|^2 * R_{12} - |{}_{12}I_4|^2 * R_{12} ] + \\
& + 1/12 [ |{}_{12}I_2+{}_{12}I_1|^2 * R_{12} - |{}_{12}I_1|^2 * R_{12} ] + \\
& + 1/12 [ |{}_{12}I_2+{}_{12}I_1+{}_{12}I_3|^2 * R_{12} - |{}_{12}I_1+{}_{12}I_3|^2 * R_{12} ] + \\
& + 1/12 [ |{}_{12}I_2+{}_{12}I_1+{}_{12}I_4|^2 * R_{12} - |{}_{12}I_1+{}_{12}I_4|^2 * R_{12} ] + \\
& + 1/12 [ |{}_{12}I_2+{}_{12}I_3+{}_{12}I_4|^2 * R_{12} - |{}_{12}I_3+{}_{12}I_4|^2 * R_{12} ] + \\
& + 1/4 [ |{}_{12}I_2+{}_{12}I_1+{}_{12}I_3+{}_{12}I_4|^2 * R_{12} - |{}_{12}I_2+{}_{12}I_3+{}_{12}I_4|^2 * R_{12} ]
\end{aligned}$$

Αντίστοιχα υπολογίζονται και οι τιμές  ${}_{12}Y_3$  και  ${}_{12}Y_4$  που αντιστοιχούν στο μερίδιο των συνολικών απωλειών για το συνεισφερόμενο ρεύμα  ${}_{12}I_3$  και  ${}_{12}I_4$ . Η ίδια διαδικασία επαναλαμβάνεται για κάθε γραμμή του δικτύου. Οπότε, το μερίδιο από τις συνολικές απώλειες του δικτύου, που αντιστοιχεί στο εγχεόμενο ρεύμα του ζυγού 1, είναι:

$$Y_1 = {}_{12}Y_1 + {}_{23}Y_1 + {}_{34}Y_1 + {}_{41}Y_1$$

Με τον ίδιο τρόπο υπολογίζονται και τα μεγέθη  $Y_2$ ,  $Y_3$ , και  $Y_4$ , που αντιστοιχούν στα εγχεόμενα ρεύματα των ζυγών 2, 3 και 4.

#### 4.5 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [4.1] G. Stamtsis, “Power transmission cost calculation in deregulated electricity market,” *Ph.D. Thesis*, Faculty of Engineering, University Duisburg-Essen, 2003.
- [4.2] Y. Kannai, “The core and the balancedness”, Chapter 12 of “Handbook of game theory with economic applications, volume 1” διαθέσιμο online : ebooksclub.org
- [4.3] J. Lemaire, “An application of game theory: cost allocation”, University Libre de Bruxelles, διαθέσιμο online: casualtyactuarialsociety.net
- [4.4] T. S. Ferguson, “Game theory”, University of California at Los Angeles, διαθέσιμο online: [www.math.ucla.edu](http://www.math.ucla.edu)
- [4.5] S. C. Hsieh and H. M. Wang, “Allocation of transmission losses based on cooperative game theory and current injection models,” in *Proc. IEEE Int. Conf. Industrial Tech.*, Bangkok, Thailand, 2002, pp. 850-853.

## **ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ ΓΙΑ ΚΑΤΑΜΕΡΙΣΜΟ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΓΡΑΜΜΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ**

### **5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ**

Η διαδικασία μετατροπής μαθηματικών μοντέλων σε ένα ολοκληρωμένο λογισμικό είναι μία σύνθετη διαδικασία. Η επιλογή των κατάλληλων μεταβλητών, η δημιουργία των απαραίτητων συναρτήσεων καθώς και η εύρεση των κατάλληλων και αποτελεσματικότερων δομών είναι σημαντικά σημεία στην υλοποίηση του λογισμικού.

Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει μία γενική περιγραφή του λογισμικού για τον καταμερισμό των απωλειών των γραμμών μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Φυσικά δεν είναι δυνατόν στα πλαίσια ενός κεφαλαίου να εξηγηθεί βήμα προς βήμα ολόκληρος ο κώδικας ενός λογισμικού. Με τη γενική περιγραφή όμως του τρόπου λειτουργίας καθίσταται δυνατή η κατανόηση της υλοποίησής του καθώς και η κατανόηση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από αυτή.

### **5.2 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ**

Ένα γνωστό χαρακτηριστικό των αλγορίθμων είναι ότι μπορούν να υλοποιηθούν σε πολλά υπολογιστικά συστήματα και σε διάφορες γλώσσες προγραμματισμού. Το συγκεκριμένο λογισμικό υλοποιήθηκε με το λογισμικό πακέτο MATLAB R2009a. Το MATLAB είναι ένα πακέτο αριθμητικής υπολογιστικής με γλώσσα προγραμματισμού τέταρτης γενιάς. Η ύπαρξη πολλών ενσωματωμένων συναρτήσεων και ο απευθείας χειρισμός πράξεων μεταξύ πινάκων το καθιστά ιδιαίτερα εύχρηστο.

Η επιλογή του τρόπου εισαγωγής των δεδομένων πρέπει να γίνεται αρκετά προσεκτικά ώστε να αποτελούν μία συνεκτική οργανωμένη και λογική μορφή. Η σωστή μορφή εισαγωγής δεδομένων βοηθάει στο να γίνεται εύκολα η προσπέλαση, ο έλεγχος και η τροποποίησή τους από το χρήστη των προγραμμάτων. Η εισαγωγή των δεδομένων πρέπει να γίνεται σε ξεχωριστό και ανεξάρτητο χώρο από το πρόγραμμα ώστε να μη χρειάζεται κάποιος να εμπλακεί με την κατανόηση του προγράμματος για να μελετήσει ή να επεξεργαστεί τα δεδομένα. Στην περίπτωση που το λογισμικό πακέτο αποτελείται από πληθώρα ξεχωριστών προγραμμάτων θα πρέπει η κοινή μορφή εισαγωγής δεδομένων να καλύπτει τις ανάγκες όλων των προγραμμάτων.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, όπου χρησιμοποιούνται τέσσερις διαφορετικές προσεγγίσεις για τον καταμερισμό των απωλειών στις γραμμές μεταφοράς, η εισαγωγή των δεδομένων είναι κοινή και περιλαμβάνει όλες τις πληροφορίες που θα χρειαστεί το κάθε πρόγραμμα. Τα δεδομένα που εισάγονται οργανώνονται σε μορφή πινάκων και περιλαμβάνουν όλες τις απαραίτητες πληροφορίες για τους ζυγούς και τις γραμμές μεταφοράς του εκάστοτε δικτύου.

Οι πίνακες στους οποίους χωρίζονται τα δεδομένα είναι οι ακόλουθοι τρεις, και βρίσκονται στο αρχείο c\_m [5.1], όπου μετά το c ακολουθεί ο αριθμός με το πλήθος των ζυγών του δικτύου :

1. **Ο πίνακας bus**, ο οποίος περιέχει πληροφορίες για όλους τους ζυγούς του δικτύου. Ο πίνακας αυτός αποτελείται από τις ακόλουθες στήλες:

bus_i	Περιέχει την αρίθμηση των ζυγών κατά αύξουσα σειρά.
type	Για κάθε ζυγό αντιστοιχεί τον αριθμό 1 ή 2 ή 3, όπου ο κωδικός 1 αφορά τους ζυγούς φορτίου, ο κωδικός 2 τους ζυγούς παραγωγής και ο κωδικός 3 χρησιμοποιείται για το ζυγό αναφοράς.
Pd	Η ενεργός ισχύς που καταναλώνει ο κάθε ζυγός σε α.μ.
Qd	Η άεργος ισχύς που καταναλώνει ο κάθε ζυγός σε α.μ.
Vm	Το μέτρο της τάσης του κάθε ζυγού σε α.μ.
δα	Η γωνία της τάσης του κάθε ζυγού σε μοίρες
basekV	Η βασική τάση κάθε ζυγού
Vmax	Η μέγιστη επιτρεπόμενη ισχύς του κάθε ζυγού σε α.μ.
Vmin	Η ελάχιστη επιτρεπόμενη ισχύς του κάθε ζυγού σε α.μ.

2. **Ο πίνακας gen**, ο οποίος περιέχει πληροφορίες για τους ζυγούς που συνδέονται με γεννήτριες. Ο πίνακας αυτός αποτελείται από τις ακόλουθες στήλες:

bus	Η αρίθμηση των ζυγών που παράγουν ισχύ κατά αύξουσα σειρά.
Pg	Η ενεργός ισχύς που παράγει ο κάθε ζυγός σε α.μ.
Qg	Η άεργος ισχύς που παράγει ο κάθε ζυγός σε α.μ.
Qmax	Η μέγιστη επιτρεπόμενη άεργος ισχύ που μπορεί να παραχθεί από ένα ζυγό σε α.μ.
Qmin	Η ελάχιστη επιτρεπόμενη άεργος ισχύ που μπορεί να παραχθεί από ένα ζυγό σε α.μ.
Vg	Το μέτρο της τάσης του κάθε ζυγού παραγωγής σε α.μ.
mBase	Η τιμή της βασικής ισχύος.
status	Παίρνει την τιμή 1 εάν ο ζυγός παραγωγής είναι ενεργός και 0 εάν είναι ανενεργός.
Pmax	Η μέγιστη επιτρεπόμενη ενεργός ισχύς που μπορεί να παραχθεί από ένα ζυγό σε α.μ.
Pmin	Η ελάχιστη επιτρεπόμενη ενεργός ισχύς που μπορεί να παραχθεί από ένα ζυγό σε α.μ.



3. Ο πίνακας **branch**, ο οποίος περιέχει πληροφορίες για τις γραμμές μεταφοράς του δικτύου. Ο πίνακας αυτός αποτελείται από τις ακόλουθες στήλες:

fbus	Ο ζυγός από τον οποίο αναχωρεί η κάθε γραμμή.
tbus	Ο ζυγός στον οποίο φτάνει η κάθε γραμμή.
r	Η ωμική αντίσταση της κάθε γραμμής σε α.μ.
x	Η επαγωγική αντίδραση της κάθε γραμμής σε α.μ.
b	Η εγκάρσια χωρητική αντίδραση της κάθε γραμμής σε α.μ.
status	Παίρνει την τιμή 0 εάν η γραμμή είναι ενεργή και 1 εάν η γραμμή είναι ανενεργή.

Η οργάνωση των δεδομένων εισόδου έχει γίνει με τέτοιο τρόπο ώστε τα στοιχεία οποιουδήποτε δικτύου να μπορούν να εισαχθούν εύκολα από το χρήστη στους τρεις παραπάνω πίνακες.

### 5.3 ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ

Σε αυτή την ενότητα θα περιγραφεί η δομή του λογισμικού. Ο συνολικός αλγόριθμος διαιρέθηκε σε μικρότερες συναρτήσεις, ώστε κάθε σημαντικό κομμάτι της υλοποίησής του να γίνεται σε ξεχωριστή συνάρτηση, καθώς αυτό βοηθάει στην καλύτερη κατανόηση και χειρισμό του κάθε τμήματος του αλγορίθμου.

Οι μέθοδοι για τον καταμερισμό των απωλειών μεταφοράς που μοντελοποιήθηκαν είναι η pro rata, η z-bus allocation, ο καταμερισμός απωλειών σύμφωνα με τα συνεισφερόμενα ρεύματα (cca) και η τιμή Shapley. Οι μέθοδοι αυτές έχουν περιγραφεί στα Κεφάλαια 3 και 4. Πριν από την εφαρμογή των μεθόδων καταμερισμού απωλειών, εφαρμόζεται η μέθοδος Newton-Raphson, με σκοπό την επίλυση του προβλήματος ροών φορτίου, επειδή τα αποτελέσματα της ροής φορτίου είναι απαραίτητα και για τις ανωτέρω τέσσερις μεθόδους καταμερισμού των απωλειών. Κάθε μία από τις μεθόδους καταμερισμού των απωλειών υλοποιείται και από ένα διαφορετικό υποπρόγραμμα. Τα υποπρογράμματα από τα οποία αποτελείται το λογισμικό είναι τα ακόλουθα:

1. newtonraphson.m
2. tla.m
3. prorata.m
4. Zbus.m
5. cca.m
6. Shapley.m
7. coalition.m
8. core.m

Παρακάτω περιγράφονται αναλυτικά τα υποπρογράμματα του λογισμικού.

### 5.3.1 Υποπρόγραμμα newtonraphson.m

Το υποπρόγραμμα “newtonraphson.m” επιλύει το πρόβλημα της ac ροής φορτίου [5.2], [5.3], για το δίκτυο του οποίου τα χαρακτηριστικά έχουν εισαχθεί στους πίνακες bus, gen και branch, και υπολογίζει τις απώλειες ισχύος σε κάθε γραμμή μεταφοράς.

Το υποπρόγραμμα newtonraphson.m λαμβάνει ως εισόδους τα ακόλουθα δεδομένα:

- Τη στήλη 1 του πίνακα bus, που περιέχει την κατά αύξουσα σειρά αρίθμηση όλων των ζυγών του δικτύου.
- Τη στήλη 1 του πίνακα gen, που περιέχει την κατά αύξουσα σειρά αρίθμηση των ζυγών παραγωγής του δικτύου.
- Τη στήλη 2 του πίνακα bus, που περιέχει το είδος του κάθε ζυγού, αν πρόκειται δηλαδή για ζυγό κατανάλωσης, ζυγό παραγωγής ή ζυγό αναφοράς.
- Τη στήλη 8 του πίνακα gen, που περιέχει την πληροφορία εάν ο ζυγός παραγωγής είναι ενεργός ή όχι.
- Τις στήλες 3 και 4 του πίνακα bus, που περιέχουν την ενεργό και άεργο ισχύ που καταναλώνει ο κάθε ζυγός.
- Τις στήλες 2 και 3 από τον πίνακα gen, που περιέχουν την ενεργό και άεργο ισχύ που παράγουν οι ζυγοί παραγωγής.
- Τις στήλες 4 και 5 από τον πίνακα gen, που περιέχουν την ελάχιστη και τη μέγιστη επιτρεπόμενη άεργο ισχύ των ζυγών παραγωγής.
- Τις στήλες 1 και 2 του πίνακα branch, που περιέχει τους ζυγούς αναχώρησης και άφιξης της κάθε γραμμής μεταφοράς.
- Τις στήλες 3,4 και 5 του πίνακα branch, που περιέχουν την ομική αντίσταση, την επαγωγική αντίδραση και την εγκάρσια χωριτικότητα των γραμμών μεταφοράς.

Οι έξοδοι του υποπρογράμματος newtonraphson.m αποθηκεύονται στις ακόλουθες μεταβλητές:

- Ys, Ytt: περιέχουν την αγωγιμότητα κάθε γραμμής μεταφοράς χωρίς την εγκάρσια αγωγιμότητα (Ys) και με την εγκάρσια αγωγιμότητα, αντίστοιχα (Ytt).
- Ybus: μήτρα αγωγιμοτήτων του δικτύου.
- V: πίνακας που περιέχει τη μιγαδική τάση του κάθε ζυγού σε καρτεσιανές συντεταγμένες, όπως υπολογίστηκε από τη μέθοδο Newton-Raphson.
- cP, cQ: δύο πίνακες που περιέχουν αντίστοιχα την ενεργό και άεργο ισχύ του κάθε ζυγού.
- Iline: πίνακας που περιέχει το ρεύμα που διαρρέει τη μιγαδική αντίσταση κάθε γραμμής.
- Linelosses: πίνακας που περιέχει τις απώλειες ενεργού και αέργου ισχύος σε κάθε γραμμή μεταφοράς.
- TotSlosses: περιέχει τις συνολικές απώλειες του δικτύου.

Πιο συγκεκριμένα, το υποπρόγραμμα `newtonraphson.m` ακολουθεί την παρακάτω πορεία:

- Βρίσκει το πλήθος όλων των ζυγών και των γραμμών του δικτύου.
- Βρίσκει ποιές γεννήτριες είναι ενεργές και σε ποιούς ζυγούς.
- Βρίσκει το είδος του κάθε ζυγού, αν είναι δηλαδή αναφοράς, παραγωγής ή φορτίου.
- Φτιάχνει ένα πίνακα που περιέχει την συνολικά εγχεόμενη μιγαδική ισχύ κάθε ζυγού, δηλαδή σε κάθε ζυγό αφαιρείται η εγχεόμενη ισχύς των φορτίων από την εγχεόμενη ισχύ των γεννητριών.
- Φτιάχνει τη μήτρα αγωγιμοτήτων του δικτύου.
- Λύνει με τη μέθοδο Newton-Raphson την ac ροή φορτίου του δικτύου και βρίσκει την μιγαδική τάση κάθε ζυγού καθώς και τη μιγαδική ισχύ κάθε ζυγού.
- Υπολογίζει τις απώλειες της μιγαδικής ισχύος σε κάθε γραμμή μεταφοράς του δικτύου, καθώς και τις συνολικές απώλειες του δικτύου.
- Καλεί τη συνάρτηση `tla`

### 5.3.2 Υποπρόγραμμα `tla.m`

Το υποπρόγραμμα `tla.m` υπολογίζει το εγχεόμενο ρεύμα κάθε ζυγού, καθώς και τη συμβολή του κάθε εγχεόμενου ρεύματος στο συνολικό ρεύμα κάθε γραμμής σύμφωνα με τη θεωρία που παρουσιάστηκε στην ενότητα 3.6.

Το υποπρόγραμμα `tla.m` λαμβάνει ως εισόδους τα ακόλουθα δεδομένα:

- $V$ , ο πίνακας που περιέχει τη μιγαδική τάση του κάθε ζυγού σε καρτεσιανές συντεταγμένες.
- $Y_{bus}$ , που είναι η μήτρα αγωγιμοτήτων του δικτύου.
- $Y_s$ , τη μιγαδική αντίσταση κάθε γραμμής.
- Τις στήλες 1 και 2 του πίνακα `branch` που περιέχουν αντίστοιχα το ζυγό αναχώρησης και το ζυγό άφιξης της κάθε γραμμής μεταφοράς.

Οι έξοδοι του υποπρογράμματος `tla.m` αποθηκεύονται στις ακόλουθες μεταβλητές:

- $I$ , πίνακας που περιέχει το εγχεόμενο ρεύμα του κάθε ζυγού.
- $PI1$ , πίνακας που περιέχει τη συνεισφορά του εγχεόμενου ρεύματος κάθε ζυγού παραγωγής στο συνολικό ρεύμα κάθε γραμμής μεταφοράς.
- $PI2$ , πίνακας που περιέχει τη συνεισφορά του εγχεόμενου ρεύματος κάθε ζυγού φορτίου στο συνολικό ρεύμα κάθε γραμμής μεταφοράς.
- $PI3$ , πίνακας που περιέχει τη συνεισφορά του εγχεόμενου ρεύματος κάθε ζυγού παραγωγής και φορτίου στο συνολικό ρεύμα κάθε γραμμής μεταφοράς.

Πιο συγκεκριμένα, το υποπρόγραμμα `lla.m` ακολουθεί την παρακάτω πορεία:

- Υπολογίζει το ρεύμα που εγχέεται σε κάθε ζυγό, μεταβλητή  $I$ .
- Χωρίζει τα εγχέομενα ρεύματα σε δύο κατηγορίες, στη μία το εγχέομενο ρεύμα των ζυγών παραγωγής και στην άλλη το εγχέομενο ρεύμα των ζυγών κατανάλωσης, μεταβλητές  $I_1, I_2$ .
- Υπολογίζει τη συνεισφορά κάθε εγχέομενου ρεύματος στην τάση του κάθε ζυγού σύμφωνα με την εξίσωση (3.40). Η διαδικασία αυτή γίνεται για τρεις περιπτώσεις, όταν θεωρείται ότι στο δίκτυο εγχέεται το ρεύμα μόνο των ζυγών παραγωγής, όταν θεωρείται ότι εγχέεται το ρεύμα μόνο των ζυγών κατανάλωσης και όταν θεωρείται ότι εγχέεται το ρεύμα όλων των ζυγών. Τα αποτελέσματα της κάθε περίπτωσης αποθηκεύονται αντίστοιχα στις μεταβλητές  $vv_1, vv_2, vv_3$ .
- Υπολογίζει τη συνεισφορά κάθε εγχέομενου ρεύματος στο συνολικό ρεύμα κάθε γραμμής σύμφωνα με την εξίσωση (3.41). Η διαδικασία αυτή γίνεται για τρεις περιπτώσεις, όταν θεωρείται ότι στο δίκτυο εγχέεται το ρεύμα μόνο των ζυγών παραγωγής, όταν θεωρείται ότι εγχέεται το ρεύμα μόνο των ζυγών κατανάλωσης και όταν θεωρείται ότι εγχέεται το ρεύμα όλων των ζυγών. Τα αποτελέσματα της κάθε περίπτωσης αποθηκεύονται αντίστοιχα στις μεταβλητές  $II_1, II_2, II_3$ .
- Υπολογίζεται το συνολικό ρεύμα κάθε γραμμής στις περιπτώσεις που στο δίκτυο εγχέεται το ρεύμα μόνο των ζυγών παραγωγής, μόνο των ζυγών κατανάλωσης και όλων των ζυγών. Τα αποτελέσματα της κάθε περίπτωσης αποθηκεύονται αντίστοιχα στις μεταβλητές  $I_1, I_2, I_3$ , βέβαια σε όλες τις περιπτώσεις το συνολικό ρεύμα της κάθε γραμμής παραμένει το ίδιο.
- Καλεί με τη σειρά τις συναρτήσεις `prorata`, `Zbus`, `cca`, `shapley`, `core`.

### 5.3.3 Υποπρόγραμμα `prorata.m`

Το υποπρόγραμμα `prorata.m` υπολογίζει τον καταμερισμό των απωλειών στους ζυγούς του δικτύου σύμφωνα με το θεωρητικό μοντέλο που αναπτύχθηκε στην ενότητα 3.5.1.

Το υποπρόγραμμα `prorata.m` δέχεται ως εισόδους τα ακόλουθα δεδομένα:

- `cP`, πίνακας που περιέχει την ενεργό ισχύ του κάθε ζυγού. Ο πίνακας αυτός δημιουργήθηκε από το υποπρόγραμμα `newtonraphson.m`.
- `TotSlosses`, περιέχει τις συνολικές απώλειες του δικτύου, που υπολογίστηκαν από το υποπρόγραμμα `newtonraphson.m`.
- Τον αριθμό των ζυγών του δικτύου.

Οι έξοδοι του υποπρογράμματος `prorata.m` αποθηκεύονται στις ακόλουθες μεταβλητές:

- `Prorata1`, πίνακας που περιέχει την κατανομή των απωλειών του δικτύου μόνο στους ζυγούς παραγωγής, σύμφωνα με τη μέθοδο `pro-rata`.
- `Prorata2`, πίνακας που περιέχει την κατανομή των απωλειών του δικτύου μόνο στους ζυγούς φορτίου, σύμφωνα με τη μέθοδο `pro-rata`.
- `Prorata3`, πίνακας που περιέχει την κατανομή των απωλειών του δικτύου σε όλους τους ζυγούς, σύμφωνα με τη μέθοδο `pro-rata`.

Πιο συγκεκριμένα, το υποπρόγραμμα `prorata.m` ακολουθεί την παρακάτω πορεία:

- Για την περίπτωση καταμερισμού των απωλειών στους ζυγούς παραγωγής, βρίσκεται πρώτα ποιό είναι οι ζυγοί παραγωγής και στη συνέχεια καταμερίζονται σε αυτούς οι συνολικές απώλειες, σύμφωνα με το μοντέλο `prorata` και το αποτέλεσμα αποθηκεύεται στη μεταβλητή `Prorata1`.
- Για την περίπτωση καταμερισμού των απωλειών στους ζυγούς φορτίου, βρίσκεται πρώτα ποιό είναι οι ζυγοί φορτίου και στη συνέχεια καταμερίζονται σε αυτούς οι συνολικές απώλειες, σύμφωνα με το μοντέλο `prorata` και το αποτέλεσμα αποθηκεύεται στη μεταβλητή `Prorata2`.
- Για την περίπτωση καταμερισμού των απωλειών σε όλους τους ζυγούς, καταμερίζεται το 50% των συνολικών απωλειών στους ζυγούς παραγωγής και το υπόλοιπο 50% στους ζυγούς φορτίου, σύμφωνα με το μοντέλο `prorata` και το αποτέλεσμα αποθηκεύεται στη μεταβλητή `Prorata3`.

### 5.3.4 Υποπρόγραμμα `Zbus.m`

Το υποπρόγραμμα `Zbus.m` καταμερίζει τις απώλειες των γραμμών μεταφοράς σε όλους τους ζυγούς του δικτύου σύμφωνα με το θεωρητικό μοντέλο που αναπτύχθηκε στην ενότητα 3.5.2.

Το υποπρόγραμμα `Zbus.m` δέχεται ως εισόδους τα ακόλουθα δεδομένα:

- `Ybus`, η μήτρα αγωγιμοτήτων του δικτύου, η οποία υπολογίστηκε από το υποπρόγραμμα `newtonraphson.m`
- `I`, πίνακας που περιέχει το εγχεόμενο ρεύμα κάθε ζυγού του δικτύου και υπολογίστηκε από το υποπρόγραμμα `tla.m`.

Η έξοδος του υποπρογράμματος `Zbus.m` αποθηκεύεται στην ακόλουθη μεταβλητή:

- `Zloss3`, πίνακας που περιέχει την κατανομή των απωλειών ισχύος στους ζυγούς του δικτύου.

### 5.3.5 Υποπρόγραμμα csa.m

Το υποπρόγραμμα csa.m (contributed current allocation) υπολογίζει τον καταμερισμό των απωλειών στους ζυγούς του δικτύου, σύμφωνα με το θεωρητικό μοντέλο που αναπτύχθηκε στην ενότητα 3.6.

Το υποπρόγραμμα csa.m δέχεται ως εισόδους τα ακόλουθα δεδομένα:

- Π1, Π2, Π3, που είναι οι συνεισφορές των εγχεόμενων ρευμάτων των ζυγών είτε παραγωγής είτε φορτίου είτε και των δύο μαζί αντίστοιχα στο συνολικό ρεύμα κάθε γραμμής και έχουν υπολογιστεί από το υποπρόγραμμα tla.m.
- Ys, που είναι πίνακας με τις μιγαδικές αγωγιμότητες κάθε γραμμής μεταφοράς και έχει υπολογιστεί το υποπρόγραμμα newtonraphson.m.

Οι έξοδοι του υποπρογράμματος csa.m αποθηκεύονται στις ακόλουθες μεταβλητές:

- TLL1, πίνακας που περιέχει την κατανομή των απωλειών κάθε γραμμής μεταφοράς που οφείλονται στα εγχεόμενα ρεύματα των ζυγών παραγωγής.
- TLL2, πίνακας που περιέχει την κατανομή των απωλειών κάθε γραμμής μεταφοράς που οφείλονται στα εγχεόμενα ρεύματα των ζυγών φορτίου.
- TLL3, πίνακας που περιέχει την κατανομή των απωλειών κάθε γραμμής μεταφοράς που οφείλονται στα εγχεόμενα ρεύματα όλων των ζυγών του δικτύου.
- TL1, πίνακας που περιέχει την κατανομή των συνολικών απωλειών του δικτύου στους ζυγούς παραγωγής.
- TL2, πίνακας που περιέχει την κατανομή των συνολικών απωλειών του δικτύου στους ζυγούς φορτίου.
- TL3, πίνακας που περιέχει την κατανομή των συνολικών απωλειών του δικτύου σε όλους τους ζυγούς.

### 5.3.6 Υποπρόγραμμα Shapley.m

Το υποπρόγραμμα Shapley.m [5.4], [5.5], καταμερίζει τις απώλειες των γραμμών μεταφοράς, είτε μόνο στους ζυγούς παραγωγής, είτε μόνο στους ζυγούς φορτίου, είτε και στους δύο μαζί, σύμφωνα με το θεωρητικό μοντέλο της τιμής Shapley που αναπτύχθηκε στην ενότητα 4.4.2.

Το υποπρόγραμμα Shapley.m δέχεται ως είσοδο τα ακόλουθα δεδομένα:

- I, που είναι έξοδος του υποπρογράμματος tla.m και περιέχει το εγχεόμενο ρεύμα κάθε ζυγού.
- nI, το πλήθος των γραμμών του δικτύου, που έχει υπολογιστεί από το υποπρόγραμμα newtonraphson.m.

- Η συνάρτηση  $coalition(n)$ , που δέχεται σαν όρισμα τον αριθμό των παιχτών  $n$  σε ένα παίγνιο και επιστρέφει ένα πίνακα που περιέχει τους  $2^n-1$  συνδυασμούς συνασπισμών που μπορούν να γίνουν σε ένα παίγνιο συνεργασίας, όπως παρουσιάζεται με περισσότερες λεπτομέρειες παρακάτω.
- Οι ωμικές αντιστάσεις των γραμμών από τον πίνακα δεδομένων  $branch$ .
- $\Pi 1, \Pi 2, \Pi 3$ , που είναι οι συνεισφορές των εγχεόμενων ρευμάτων κάθε ζυγού στο συνολικό ρεύμα κάθε γραμμής. Οι μεταβλητές αυτές είναι έξοδοι του υποπρογράμματος  $tlm.m$ .

Οι έξοδοι του υποπρογράμματος  $Shapley.m$  αποθηκεύονται στις ακόλουθες μεταβλητές:

- $S1, S2, S3$  που περιέχουν τον καταμερισμό των απωλειών (σε α.μ.) κάθε γραμμής μεταφοράς του δικτύου στα εγχεόμενα ρεύματα των ζυγών παραγωγής, των ζυγών φορτίου και όλων των ζυγών, αντίστοιχα.
- $shap1, shap2, shap3$  που περιέχουν τον καταμερισμό των συνολικών απωλειών του δικτύου, που αντιστοιχούν στα εγχεόμενα ρεύματα των ζυγών παραγωγής, φορτίου και όλων των ζυγών, αντίστοιχα.

Πιο συγκεκριμένα, το υποπρόγραμμα  $Shapley.m$  ακολουθεί την παρακάτω πορεία:

- Βρίσκει ποιό ζυγός είναι παραγωγής και ποιό φορτίου.
- Παίρνει διαδοχικά τρεις περιπτώσεις, μία ο καταμερισμός να γίνεται στους ζυγούς παραγωγής, μία στους ζυγούς φορτίου και μία σε όλους τους ζυγούς.
- Καλεί τη συνάρτηση  $coalition(n)$  για κάθε περίπτωση, η οποία επιστρέφει όλους τους δυνατούς συνασπισμούς που μπορούν να γίνουν με τους  $n$  παίχτες του παίγνιου.
- Υπολογίζει τη τιμή της χαρακτηριστικής εξίσωσης για όλους τους δυνατούς συνασπισμούς που μπορούν να σχηματίσουν  $n$  παίχτες.
- Υπολογίζει τη τιμή  $Shapley$  που αντιστοιχεί σε κάθε συνεισφερόμενο ρεύμα της κάθε γραμμής μεταφοράς.
- Δημιουργεί ένα πίνακα για κάθε περίπτωση ( $S1, S2, S3$ ) που περιέχει τις απώλειες α.μ. που καταμερίζονται σε κάθε ζυγό για κάθε γραμμή.
- Δημιουργεί ένα πίνακα για κάθε περίπτωση ( $shap1, shap2, shap3$ ) που περιέχει τις απώλειες όλου του δικτύου που καταμερίζονται σε κάθε ζυγό.

### 5.3.7 Υποπρόγραμμα $coalition.m$

Το υποπρόγραμμα  $coalition.m$  δέχεται ως είσοδο ( $n$ ) τον αριθμό των παιχτών που συμμετέχουν στο παίγνιο και επιστρέφει πίνακα που κάθε γραμμή του είναι ένας από τους δυνατούς συνασπισμούς ( $2^n-1$ ) των παιχτών. Κάθε στήλη αντιστοιχεί και σε ένα παίχτη και ανάλογα με το εάν ανήκει ή όχι σε συγκεκριμένο συνασπισμό μπαίνει 1 ή 0 στη θέση του στη συγκεκριμένη γραμμή.

### 5.3.8 Υποπρόγραμμα core.m

Το υποπρόγραμμα core.m υπολογίζει σύμφωνα με το θεωρητικό μοντέλο που αναπτύχθηκε στην ενότητα 4.4.1 εάν μία κατανομή ανήκει ή όχι στον πυρήνα.

Το υποπρόγραμμα core.m δέχεται ως εισόδους τα ακόλουθα δεδομένα:

- Π1, Π2, Π3, που είναι οι συνεισφορές των εγχεόμενων ρευμάτων κάθε ζυγού στο συνολικό ρεύμα κάθε γραμμής ανάλογα με το εάν ο καταμερισμός γίνεται στους ζυγούς παραγωγής, στους ζυγούς φορτίου ή σε όλους τους ζυγούς, οι μεταβλητές αυτές είναι έξοδοι του υποπρογράμματος fla.m.
- Οι ωμικές αντιστάσεις των γραμμών από τον πίνακα δεδομένων branch.
- Η συνάρτηση coalition(n), που δέχεται σαν όρισμα τον αριθμό των παιχτών n σε ένα παίγνιο και επιστρέφει ένα πίνακα που περιέχει τους  $2^n - 1$  συνδυασμούς συνασπισμών που μπορούν να γίνουν σε ένα παίγνιο συνεργασίας, και παρουσιάζεται με περισσότερες λεπτομέρειες παρακάτω.
- S1, S2, S3, που περιέχουν τις κατανομές των απωλειών για κάθε γραμμή μεταφοράς σύμφωνα με την τιμή Shapley και έχουν υπολογιστεί από το υποπρόγραμμα Shapley.m

Οι έξοδοι του υποπρογράμματος core.m αποθηκεύονται στις ακόλουθες μεταβλητές:

- h1, h2, h3, που είναι ένα διάνυσμα με τόσα στοιχεία όσες και οι γραμμές του δικτύου και κάθε στοιχείο δείχνει για πόσους συνασπισμούς σε συγκεκριμένη γραμμή δεν ισχύει η ανισότητα  $Y(S) < V(S)$ . Εάν ο αριθμός αυτός είναι μεγαλύτερος του 0, τότε η συγκεκριμένη κατανομή δεν ανήκει στον πυρήνα. Υπάρχουν τρεις έξοδοι για κάθε περίπτωση καταμερισμού, δηλαδή στους ζυγούς παραγωγής, στα φορτία, και σε όλους τους ζυγούς.

Πιο συγκεκριμένα, το υποπρόγραμμα core.m ακολουθεί την παρακάτω πορεία:

- Βρίσκει σε ποιούς ζυγούς θα γίνει ο καταμερισμός.
- Υπολογίζει την τιμή της χαρακτηριστικής εξίσωσης για όλους τους πιθανούς συνασπισμούς των παιχτών σε κάθε γραμμή μεταφοράς.
- Για κάθε συνασπισμό σε κάθε γραμμή μεταφοράς συγκρίνει την τιμή της χαρακτηριστικής του εξίσωσης με το άθροισμα του καταμερισμού που δίνει η τιμή Shapley για κάθε μέλος του συνασπισμού.
- Δίνει αποτέλεσμα για το σε πόσους συνασπισμούς σε κάθε γραμμή μεταφοράς δεν ισχύει η ανισότητα  $Y(S) < V(S)$ .



#### 5.4 ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ

Το λογισμικό που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας, θα μπορούσε στο μέλλον να επεκταθεί προκειμένου ο καταμερισμός των απωλειών να γίνει και με άλλες μεθόδους της βιβλιογραφίας, όπως η μέθοδος της τιμής Kernel, το nucleus, και η  $\tau$ -value [5.6]. Επιπλέον, σε περίπτωση μη συνεργασίας όλων των παιχτών, το λογισμικό θα μπορούσε να επεκταθεί για να μπορεί να εντοπίζει τους πλέον συμφέροντες συνασπισμούς παικτών.

#### 5.5 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [5.1] "Power systems test case archive," [Online] IEEE common data format.  
Διαθέσιμο: <http://www.ee.washington.edu/research/pstca>
- [5.2] H. Saadat, *Power System Analysis*, International edition, 2004, p. 235-250.
- [5.3] P. Barcia and R. Pestana, "Tracing the flows of electricity," *Electrical Power and Energy Systems*, vol. 32, no. 4, pp. 329–332, May 2010.
- [5.4] "MathWorks – MATLAB and Simulink for Technical Computing," [Online].  
Διαθέσιμο: <http://www.mathworks.com>.
- [5.5] "Blinkdagger – a MATLAB blog and Engineering resource filled with guides and tutorials," [Online]. Διαθέσιμο: <http://blinkdagger.com>.
- [5.6] "Mat\_TuGames – The game theory toolbox, version 0.1" [Online] Διαθέσιμο:  
<http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/35933-mattugames>.



## ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

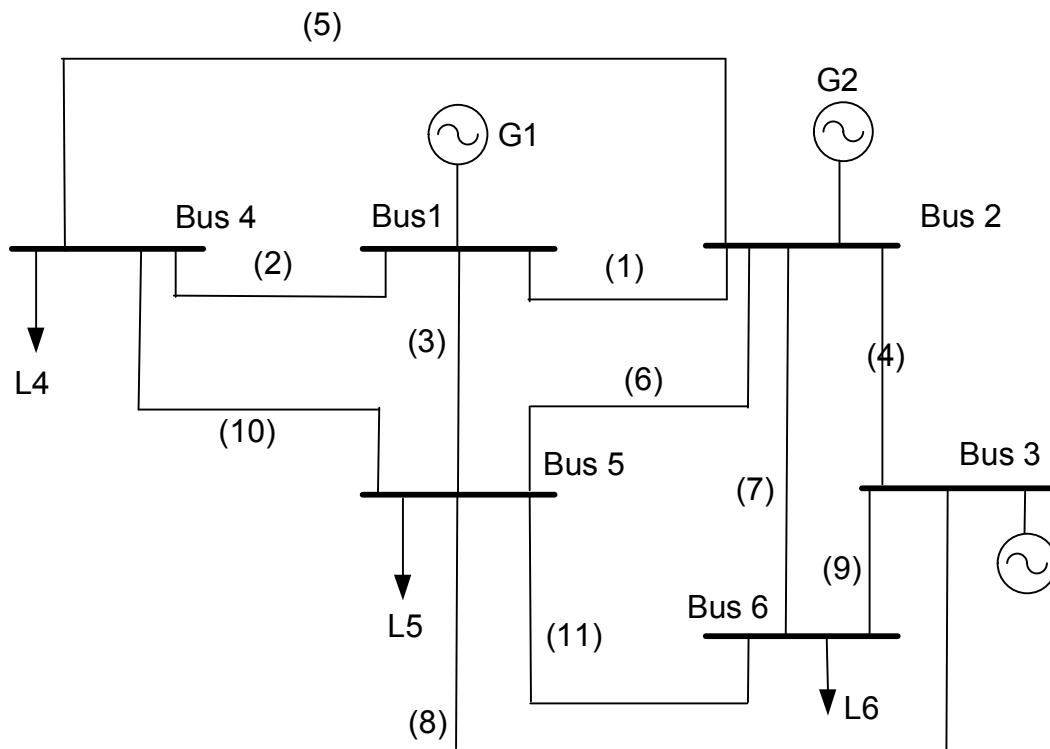
### 6.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το λογισμικό που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 5 εφαρμόστηκε αρχικά σε δίκτυο 6 ζυγών [6.1], στη συνέχεια σε τροποποιημένο δίκτυο 6 ζυγών και τέλος σε δίκτυο 14 ζυγών [6.2]. Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται τα δεδομένα των δικτύων που μελετήθηκαν, τα αποτελέσματα του λογισμικού για τον καταμερισμό των απωλειών των γραμμών μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας καθώς και ο σχολιασμός των αποτελεσμάτων.

### 6.2 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΤΩΝ 6 ΖΥΓΩΝ

#### 6.2.1 Δεδομένα του συστήματος

Το δίκτυο αποτελείται από ένα σύστημα 6 ζυγών το οποίο στην αρχική του κατάσταση αποτελείται από 3 ζυγούς παραγωγής, 3 ζυγούς φορτίου και 11 γραμμές μεταφοράς που τους συνδέουν μεταξύ τους (Σχήμα 6.1).



Σχήμα 6.1: Δίκτυο 6 ζυγών.

Τα δεδομένα του δικτύου παρουσιάζονται στους Πίνακες 6.1 και 6.2.

**Πίνακας 6.1:** Δεδομένα ζυγών του δικτύου των 6 ζυγών

ΖΥΓΟΙ	ΕΙΔΟΣ	Pd (MW)	Qd (MW)	Pg (MW)	Qg (MW)	Vm (α.μ.)	Va	base KV	base MVA
1	3	0	0	0	0	1,05	0		
2	2	0	0	50	0	1,05	0		
3	2	0	0	60	0	1,07	0	230	100
4	1	70	70	0	0	1	0		
5	1	70	70	0	0	1	0		
6	1	70	70	0	0	1	0		

Όπου :

Είδος: 3 ο ζυγός αναφοράς, 2 οι ζυγοί παραγωγής, 1 οι ζυγοί φορτίου.

Pd, Qd: ενεργός και άεργος ισχύς του φορτίου.

Pg, Qg: ενεργός και άεργος ισχύς της γεννήτριας.

Vm: το μέτρο της τάσης του ζυγού.

Va: η γωνία της τάσης του ζυγού.

Base kV: η βασική τάση.

Base MVA: βασική ισχύς.

**Πίνακας 6.2:** Δεδομένα γραμμών δικτύου 6 ζυγών

ΑΠΟ	ΠΡΟΣ	r (α.μ.)	x (α.μ.)	b (α.μ.)
1	2	0,1	0,2	0,04
1	4	0,05	0,2	0,04
1	5	0,08	0,3	0,06
2	3	0,05	0,25	0,06
2	4	0,05	0,1	0,02
2	5	0,1	0,3	0,04
2	6	0,07	0,2	0,05
3	5	0,12	0,26	0,05
3	6	0,02	0,1	0,02
4	5	0,2	0,4	0,08
5	6	0,1	0,3	0,06

Όπου :

ΑΠΟ : ο ζυγός από τον οποίο ξεκινάει η γραμμή μεταφοράς.

ΠΡΟΣ: ο ζυγός στον οποίο καταλήγει η γραμμή μεταφοράς.

r : η αντίσταση της γραμμής.

x : η αντίδραση της γραμμής.

b : η εγκάρσια αγωγιμότητα της γραμμής.

## 6.2.2 Αποτελέσματα

Στους Πίνακες 6.3 και 6.4 φαίνονται τα αποτελέσματα της επίλυσης της ροής φορτίου με τη μέθοδο Newton-Raphson.

**Πίνακας 6.3:** Αποτελέσματα ροής φορτίου δικτύου 6 ζυγών

bus	Vm (α.μ.)	Va	P bus (MW)	Qbus (MW)	Ibus (α.μ.)	Ibus
1	1,05	0	107,8755	15,9562	1.0274 - 0.1520i	1,0386
2	1,05	-3,6712	50	74,3565	0.4299 - 0.7372i	0,8534
3	1,07	-4,2733	60	89,6268	0.4968 - 0.8771i	1,008
4	0,9894	-4,1958	-70	-70	-0.6539 + 0.7574i	1,0006
5	0,9854	-5,2764	-70	-70	-0.6420 + 0.7727i	1,0046
6	1,0044	-5,9475	-70	-70	-0.6210 + 0.7654i	0,9856
			sum=7,8755			

Όπου:

bus: ο αριθμός του κάθε ζυγού

Pbus, Qbus: Η πραγματική και άεργος εγγεόμενη ισχύς του κάθε ζυγού.

Ibus: το εγγεόμενο ρεύμα του κάθε ζυγού.

| Ibus |: το μέτρο του εγγεόμενου ρεύματος του κάθε ζυγού

Από την τέταρτη στήλη του Πίνακα 6.3, που δείχνει την πραγματική ισχύ κάθε ζυγού, υπολογίζονται οι απώλειες πραγματικής ισχύος του δικτύου που είναι 7,8755 MW. Οι απώλειες πραγματικής ισχύος για κάθε γραμμή μεταφοράς φαίνονται στον Πίνακα 6.4.

**Πίνακας 6.4:** Απώλειες μιγαδικής ισχύος και ρεύμα για κάθε γραμμή μεταφοράς δικτύου 6 ζυγών

LINE	P+iQ (MW, MVar)	I line (α.μ.)
1	0.9049 + 2.6001i	0.2732 - 0.1258i
2	1.0876 - 0.1875i	0.4151 + 0.2126i
3	1.0735 + 2.1950i	0.3391 + 0.1387i
4	0.0403 + 6.5406i	0.0333 - 0.0834i
5	1.5051 - 0.9288i	0.2857 + 0.4684i
6	0.4979 + 2.6534i	0.1367 + 0.1763i
7	0.5833 + 3.6118i	0.2402 + 0.1601i
8	1.0936 + 2.9206i	0.1600 + 0.2560i
9	1.0034 - 2.8632i	0.3649 + 0.6071i
10	0.0362 + 7.7274i	0.0419 - 0.0073i
11	0.0496 + 5.7911i	0.0226 - 0.0667i
sum	7.8755 + 30.0605i	

Όπου:

P+iQ: απώλειες πραγματικής και αέργου ισχύος της κάθε γραμμής.

I line: το ρεύμα που διαρρέει την κάθε γραμμή μεταφοράς.

Η κατανομή των απωλειών στους ζυγούς με τη μέθοδο pro-rata φαίνεται στον Πίνακα 6.5.

**Πίνακας 6.5:** Κατανομή απωλειών στους ζυγούς με μέθοδο pro-rata για το δίκτυο των 6 ζυγών.

bus	P (MW)	P (MW)	P (MW)
	παραγωγής	φορτία	όλους
1	3,8994	0	1,9497
2	1,8073	0	0,9037
3	2,1688	0	1,0844
4	0	2,6252	1,3126
5	0	2,6252	1,3126
6	0	2,6252	1,3126
sum	7,8755	7,8755	7,8755

Στη δεύτερη στήλη του Πίνακα 6.5 παρουσιάζεται η κατανομή των απωλειών σύμφωνα με τη μέθοδο pro-rata στους ζυγούς παραγωγής, στην τρίτη στήλη στους ζυγούς φορτίου και στην τέταρτη στήλη σε όλους τους ζυγούς του δικτύου.

Η κατανομή των απωλειών στους ζυγούς με τη μέθοδο Z-bus φαίνεται στον Πίνακα 6.6.

**Πίνακας 6.6:** Κατανομή απωλειών στους ζυγούς με τη μέθοδο Z bus για το δίκτυο των 6 ζυγών.

bus	P (MW)
1	2,3041
2	1,0668
3	1,4827
4	1,2156
5	1,4042
6	0,4021
sum	7,8755

Για τον καταμερισμό των απωλειών με βάση τα συνεισφερόμενα ρεύματα ( csa ) υπολογίζεται πρώτα η συνεισφορά ρεύματος των ζυγών στο συνολικό ρεύμα της κάθε γραμμής. Υπάρχουν τρεις περιπτώσεις: 1) η κατανομή των απωλειών να γίνεται στους ζυγούς παραγωγής, 2) στους ζυγούς φορτίου και 3) σε όλους τους ζυγούς του δικτύου.

Για την περίπτωση της κατανομής των απωλειών στους ζυγούς παραγωγής, στους Πίνακες 6.7 και 6.8 φαίνονται, αντίστοιχα, η συνεισφορά του κάθε ζυγού παραγωγής στο συνολικό ρεύμα της κάθε γραμμής και η κατανομή των απωλειών της κάθε γραμμής μεταφοράς στους ζυγούς παραγωγής σύμφωνα με τη μέθοδο csa.

**Πίνακας 6.7:** Συνεισφορά ρεύματος (α.μ.) κάθε ζυγού παραγωγής στο συνολικό ρεύμα κάθε γραμμής μεταφοράς για το δίκτυο των 6 ζυγών.

line/bus	1	2	3	4	5	6	sum
1	0.3488 - 0.0131i	-0.0538 + 0.0886i	-0.0218 + 0.0503i	0	0	0	0.2732 - 0.1258i
2	0.3861 - 0.0947i	0.0122 - 0.0464i	0.0168 - 0.0716i	0	0	0	0.4151 + 0.2126i
3	0.3117 - 0.0715i	0.0331 - 0.0642i	-0.0057 - 0.0029i	0	0	0	0.3391 + 0.1387i
4	0.0936 - 0.0244i	0.0511 - 0.1197i	-0.1113 + 0.2275i	0	0	0	0.0333 - 0.0834i
5	0.0353 + 0.0103i	0.1480 - 0.2558i	0.1025 - 0.2228i	0	0	0	0.2857 + 0.4684i
6	0.0669 - 0.0073i	0.0650 - 0.1284i	0.0048 - 0.0406i	0	0	0	0.1367 + 0.1763i
7	0.1747 - 0.0288i	0.0994 - 0.1799i	-0.0338 + 0.0487i	0	0	0	0.2402 + 0.1601i
8	-0.0117 + 0.0019i	0.0180 - 0.0399i	0.1538 - 0.2179i	0	0	0	0.1600 + 0.2560i
9	0.1172 - 0.0486i	0.0249 - 0.0996i	0.2227 - 0.4589i	0	0	0	0.3649 + 0.6071i
10	0.0388 - 0.0010i	0.0214 - 0.0194i	-0.0182 + 0.0277i	0	0	0	0.0419 - 0.0073i
11	0.0498 - 0.0137i	-0.0002 + 0.0069i	-0.0270 + 0.0736i	0	0	0	0.0226 - 0.0667i

**Πίνακας 6.8:** Κατανομή των απωλειών (MW) κάθε γραμμής μεταφοράς στους ζυγούς παραγωγής σύμφωνα με τη μέθοδο csa για το δίκτυο των 6 ζυγών.

line/bus	1	2	3	4	5	6	sum
1	0.9365	-0.0353	0.0038	0	0	0	0,9049
2	0.9020	0.0746	0.1110	0	0	0	1,0876
3	0.9249	0.1610	-0.0123	0	0	0	1,0735
4	0.0054	-0.0414	0.0763	0	0	0	0,0403
5	0.0263	0.8106	0.6682	0	0	0	1,5051
6	0.1044	0.3154	0.0782	0	0	0	0,4979
7	0.3260	0.3688	-0.1115	0	0	0	0,5833
8	-0.0283	0.1571	0.9648	0	0	0	1,0936
9	0.1445	0.1391	0.7197	0	0	0	1,0034
10	0.0324	0.0151	-0.0112	0	0	0	0,0362
11	0.0021	0.0045	0.0430	0	0	0	0,0496
sum	3,3761	1,9694	2,53	0	0	0	7,8755

Για την περίπτωση της κατανομής των απωλειών στους ζυγούς φορτίου, στους Πίνακες 6.9, και 6.10 φαίνονται, αντίστοιχα, η συνεισφορά του κάθε ζυγού φορτίου στο συνολικό ρεύμα της κάθε γραμμής και η κατανομή των απωλειών της κάθε γραμμής μεταφοράς στους ζυγούς φορτίου σύμφωνα με τη μέθοδο csa.

**Πίνακας 6.9:** Συνεισφορά ρεύματος (α.μ.) κάθε ζυγού φορτίου στο συνολικό ρεύμα κάθε γραμμής μεταφοράς για το δίκτυο των 6 ζυγών.

line/bus	1	2	2	4	5	6	sum
1	0	0	0	0.0668 + 0.0756i	0.0729 + 0.0590i	0.1335 - 0.0088i	0.2732 + 0.1258i
2	0	0	0	0.2184 - 0.2003i	0.0903 + 0.0077i	0.1065 - 0.0201i	0.4151 - 0.2126i
3	0	0	0	0.0414 + 0.0572i	0.1799 - 0.1432i	0.1177 - 0.0527i	0.3391 - 0.1387i
4	0	0	0	-0.0612 + 0.1249i	0.0235 + 0.0224i	0.0710 - 0.0640i	0.0333 + 0.0834i
5	0	0	0	0.3395 - 0.4244i	0.0136 - 0.0680i	-0.0673 + 0.0241i	0.2857 - 0.4684i
6	0	0	0	-0.0172 + 0.0123i	0.1280 - 0.1635i	0.0259 - 0.0251i	0.1367 - 0.1763i
7	0	0	0	-0.0526 + 0.0892i	0.0521 - 0.0186i	0.2407 - 0.2306i	0.2402 - 0.1601i
8	0	0	0	0.0585 - 0.0841i	0.1447 - 0.1882i	-0.0432 + 0.0163i	0.1600 - 0.2560i
9	0	0	0	0.0705 - 0.1136i	0.0431 - 0.1094i	0.2512 - 0.3841i	0.3649 - 0.6071i
10	0	0	0	-0.0981 + 0.1130i	0.1025 - 0.0847i	0.0375 - 0.0210i	0.0419 + 0.0073i
11	0	0	0	-0.0172 + 0.0480i	-0.0932 + 0.1506i	0.1330 - 0.1319i	0.0226 + 0.0667i

**Πίνακας 6.10:** Κατανομή των απωλειών (MW) κάθε γραμμής μεταφοράς στους ζυγούς φορτίου σύμφωνα με τη μέθοδο cca για το δίκτυο των 6 ζυγών.

line/bus	1	2	3	4	5	6	sum
1	0	0	0	0.2778	0.2734	0.3537	0,9049
2	0	0	0	0.6661	0.1791	0.2423	1,0876
3	0	0	0	0.0490	0.6468	0.3778	1,0735
4	0	0	0	0.0419	0.0133	-0.0148	0,0403
5	0	0	0	1,4789	0.1788	-0.1526	1,5051
6	0	0	0	-0.0451	0.4634	0.0797	0,4979
7	0	0	0	-0.1883	0.1084	0.6631	0,5833
8	0	0	0	0.3707	0.8559	-0.1331	1,0936
9	0	0	0	0.1894	0.1643	0.6497	1,0034
10	0	0	0	-0.0657	0.0735	0.0284	0,0362
11	0	0	0	0.0281	0.0793	-0.0579	0,0496
sum	0	0	0	2,8029	3,0363	2,0363	7,8755

Για την περίπτωση της κατανομής των απωλειών σε όλους τους ζυγούς του δικτύου, στους Πίνακες 6.11 και 6.12 φαίνονται, αντίστοιχα, η συνεισφορά του κάθε ζυγού στο συνολικό ρεύμα της κάθε γραμμής και η κατανομή των απωλειών της κάθε γραμμής μεταφοράς στους ζυγούς σύμφωνα με τη μέθοδο cca.



**Πίνακας 6.11:** Συνεισφορά ρεύματος (α.μ) κάθε ζυγού στο συνολικό ρεύμα κάθε γραμμής μεταφοράς για το δίκτυο των 6 ζυγών.

linebus	1	2	3	4	5	6	sum
1	0.3300 - 0.0150i	-0.0652 + 0.1005i	-0.0369 + 0.0662i	-0.0019 + 0.0242i	-0.0028 + 0.0080i	0.0501 - 0.0580i	0.2732 + 0.1258i
2	0.2948 - 0.0612i	-0.0126 + 0.0281i	-0.0068 + 0.0126i	0.1315 - 0.1954i	-0.0016 + 0.0147i	0.0098 - 0.0114i	0.4151 - 0.2126i
3	0.2687 - 0.0576i	0.0200 - 0.0292i	-0.0235 + 0.0410i	-0.0416 + 0.0698i	0.0912 - 0.1276i	0.0242 - 0.0351i	0.3391 - 0.1387i
4	0.0865 - 0.0173i	0.0511 - 0.1100i	-0.1154 + 0.2428i	-0.0608 + 0.0826i	0.0157 - 0.0166i	0.0562 - 0.0983i	0.0333 + 0.0834i
5	-0.1049 + 0.0377i	0.0965 - 0.1555i	0.0565 - 0.1125i	0.3188 - 0.3474i	-0.0031 + 0.0099i	-0.0780 + 0.0995i	0.2857 - 0.4684i
6	0.0373 + 0.0032i	0.0570 - 0.1043i	-0.0063 - 0.0113i	-0.0461 + 0.0488i	0.0982 - 0.1255i	-0.0034 + 0.0127i	0.1367 - 0.1763i
7	0.1035 - 0.0077i	0.0737 - 0.1206i	-0.0725 + 0.1250i	-0.0822 + 0.0877i	0.0167 - 0.0174i	0.2011 - 0.2270i	0.2402 - 0.1601i
8	-0.0379 + 0.0051i	0.0082 - 0.0229i	0.1447 - 0.1995i	0.0133 - 0.0109i	0.1060 - 0.1147i	-0.0743 + 0.0869i	0.1600 - 0.2560i
9	-0.0055 - 0.0026i	-0.0110 + 0.0054i	0.1754 - 0.3290i	0.0082 - 0.0024i	-0.0099 + 0.0009i	0.2078 - 0.2794i	0.3649 - 0.6071i
10	0.0520 - 0.0034i	0.0262 - 0.0284i	-0.0174 + 0.0196i	-0.1168 + 0.1164i	0.0821 - 0.0805i	0.0158 - 0.0163i	0.0419 + 0.0073i
11	0.0319 - 0.0094i	-0.0088 + 0.0227i	-0.0410 + 0.0958i	-0.0081 + 0.0107i	-0.0872 + 0.1137i	0.1359 - 0.1668i	0.0226 + 0.0667i

**Πίνακας 6.12:** Κατανομή των απωλειών (MW) κάθε γραμμής μεταφοράς σε όλους τους ζυγούς σύμφωνα με τη μέθοδο csa για το δίκτυο των 6 ζυγών.

linebus	1	2	3	4	5	6	sum
1	0.8827	-0.0517	-0.0175	0.0251	0.0024	0.0639	0,9049
2	0.6769	-0.0560	-0.0275	0.4807	-0.0189	0.0325	1,0876
3	0.7928	0.0867	-0.1092	-0.1905	0.3890	0.1047	1,0735
4	0.0072	-0.0373	0.0820	0.0243	-0.0043	-0.0316	0,0403
5	-0.2383	0.5020	0.3443	12.691	-0.0276	-0.3443	1,5051
6	0.0454	0.2618	0.0113	-0.1491	0.3555	-0.0270	0,4979
7	0.1826	0.2591	-0.2619	-0.2364	0.0475	0.5924	0,5833
8	-0.0884	0.0860	0.8908	0.0591	0.5559	-0.4097	1,0936
9	-0.0009	-0.0146	0.5274	0.0089	-0.0083	0.4909	1,0034
10	0.0431	0.0178	-0.0117	-0.0809	0.0570	0.0109	0,0362
11	0.0009	0.0132	0.0546	0.0053	0.0561	-0.0805	0,0496
sum	2,3041	1,0668	1,4827	1,2156	1,4042	0,4021	7,8755

Στους Πίνακες 6.13, 6.14, και 6.15 φαίνονται τα αποτελέσματα της κατανομής των απωλειών της κάθε γραμμής μεταφοράς, με τη μέθοδο της τιμής Shapley, στους ζυγούς παραγωγής, στους ζυγούς φορτίου, και σε όλους τους ζυγούς του δικτύου, αντίστοιχα.

**Πίνακας 6.13:** Κατανομή των απωλειών (MW) κάθε γραμμής μεταφοράς στους ζυγούς παραγωγής σύμφωνα με τη μέθοδο της τιμής Shapley για το δίκτυο των 6 ζυγών.

line\bus	1	2	3	4	5	6	sum
1	0.9365	-0.0353	0.0038	0	0	0	0,9049
2	0.9020	0.0746	0.1110	0	0	0	1,0876
3	0.9249	0.1610	-0.0123	0	0	0	1,0735
4	0.0054	-0.0414	0.0763	0	0	0	0,0403
5	0.0263	0.8106	0.6682	0	0	0	1,5051
6	0.1044	0.3154	0.0782	0	0	0	0,4979
7	0.3260	0.3688	-0.1115	0	0	0	0,5833
8	-0.0283	0.1571	0.9648	0	0	0	1,0936
9	0.1445	0.1391	0.7197	0	0	0	1,0034
10	0.0324	0.0151	-0.0112	0	0	0	0,0362
11	0.0021	0.0045	0.0430	0	0	0	0,0496
sum	3,3761	1,9694	2,53	0	0	0	7,8755

**Πίνακας 6.14:** Κατανομή των απωλειών (MW) κάθε γραμμής μεταφοράς στους ζυγούς φορτίου σύμφωνα με τη μέθοδο της τιμής Shapley για το δίκτυο των 6 ζυγών.

line\bus	1	2	3	4	5	6	sum
1	0	0	0	0.2778	0.2734	0.3537	0,9049
2	0	0	0	0.6661	0.1791	0.2423	1,0876
3	0	0	0	0.0490	0.6468	0.3778	1,0735
4	0	0	0	0.0419	0.0133	-0.0148	0,0403
5	0	0	0	1,4789	0.1788	-0.1526	1,5051
6	0	0	0	-0.0451	0.4634	0.0797	0,4979
7	0	0	0	-0.1883	0.1084	0.6631	0,5833
8	0	0	0	0.3707	0.8559	-0.1331	1,0936
9	0	0	0	0.1894	0.1643	0.6497	1,0034
10	0	0	0	-0.0657	0.0735	0.0284	0,0362
11	0	0	0	0.0281	0.0793	-0.0579	0,0496
sum	0	0	0	2,8029	3,0363	2,0363	7,8755

**Πίνακας 6.15:** Κατανομή των απωλειών (MW) κάθε γραμμής μεταφοράς σε όλους τους ζυγούς σύμφωνα με τη μέθοδο της τιμής Sharpley για το δίκτυο των 6 ζυγών.

line\bus	1	2	3	4	5	6	sum
1	0.8827	-0.0517	-0.0175	0.0251	0.0024	0.0639	0,9049
2	0.6769	-0.0560	-0.0275	0.4807	-0.0189	0.0325	1,0876
3	0.7928	0.0867	-0.1092	-0.1905	0.3890	0.1047	1,0735
4	0.0072	-0.0373	0.0820	0.0243	-0.0043	-0.0316	0,0403
5	-0.2383	0.5020	0.3443	1,2691	-0.0276	-0.3443	1,5051
6	0.0454	0.2618	0.0113	-0.1491	0.3555	-0.0270	0,4979
7	0.1826	0.2591	-0.2619	-0.2364	0.0475	0.5924	0,5833
8	-0.0884	0.0860	0.8908	0.0591	0.5559	-0.4097	1,0936
9	-0.0009	-0.0146	0.5274	0.0089	-0.0083	0.4909	1,0034
10	0.0431	0.0178	-0.0117	-0.0809	0.0570	0.0109	0,0362
11	0.0009	0.0132	0.0546	0.0053	0.0561	-0.0805	0,0496
sum	2,3041	1,0668	1,4827	1,2156	1,4042	0,4021	7,8755

Στον Πίνακα 6.16 φαίνεται εάν οι κατανομές των απωλειών που έχουν προκύψει από τη μεθοδολογία της τιμής Sharpley και για τις τρεις περιπτώσεις (ζυγοί παραγωγής, ζυγοί φορτίου, όλοι οι ζυγοί) ανήκουν ή όχι στον πυρήνα. Κάθε γραμμή του Πίνακα 6.16 αντιστοιχεί και σε μία γραμμή μεταφοράς, όπως φαίνεται από τη στήλη 1 του Πίνακα 6.16. Η δεύτερη στήλη (επικεφαλίδα core1) του Πίνακα 6.16 παρουσιάζει τα αποτελέσματα του λογισμικού core.m που αφορούν την κατανομή των απωλειών κάθε γραμμής στους ζυγούς παραγωγής, η τρίτη στήλη (επικεφαλίδα core2) την κατανομή των απωλειών στους ζυγούς φορτίου και η τέταρτη στήλη (επικεφαλίδα core3) την κατανομή των απωλειών σε όλους τους ζυγούς. Η κάθε τιμή στη δεύτερη, τρίτη και τέταρτη στήλη δείχνει για πόσους διαφορετικούς συνασπισμούς παιχτών (συνεισφερόμενων ρεύματων) δεν ισχύει η ανισότητα  $V(S) \geq \sum_{i \in S} y_i$ , όπως αναφέρεται στο Κεφάλαιο 4.4.1. Για να ανήκει μία κατανομή στον πυρήνα, θα πρέπει η παραπάνω ανισότητα να ισχύει για όλους τους δυνατούς συνασπισμούς της κάθε γραμμής, οπότε σε αυτή την περίπτωση δίνεται η τιμή μηδέν στον Πίνακα 6.16, αλλιώς δίνεται ο αριθμός των συνασπισμών για τους οποίους δεν ισχύει η παραπάνω ανισότητα. Για οποιαδήποτε άλλη τιμή εκτός του μηδενός, ο καταμερισμός για τη συγκεκριμένη γραμμή μεταφοράς δεν ανήκει στον πυρήνα.

**Πίνακας 6.16 :** Προσδιορισμός εάν οι κατανομές των απωλειών ανήκουν στον πυρήνα για το δίκτυο των 6 ζυγών.

line	core1	core2	core3
1	0	7	7
2	7	7	51
3	6	7	42
4	0	1	0
5	7	3	32
6	7	5	36
7	4	1	13
8	6	6	28
9	7	7	51
10	2	0	1
11	1	1	4

Όπου :

core1, core2, core3: δείχνει για κάθε μία από τις τρεις περιπτώσεις κατανομών της τιμής Shapley, εάν η κατανομή που προτείνεται για κάθε γραμμή ανήκει ή όχι στον πυρήνα. Η κατανομή της κάθε γραμμής ανήκει στον πυρήνα μόνο εάν της αντιστοιχεί η τιμή 0, ενώ σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση δεν ανήκει.

Στους Πίνακες 6.17, 6.18, και 6.19 φαίνονται τα αποτελέσματα της κατανομής των απωλειών της κάθε γραμμής μεταφοράς, με όλες τις μεθόδους που εξετάστηκαν, σε όλους τους ζυγούς του δικτύου, στους ζυγούς παραγωγής, και στους ζυγούς φορτίου, αντίστοιχα.

**Πίνακας 6.17:** Κατανομή συνολικών απωλειών (MW) σε όλους τους ζυγούς του δικτύου από όλες τις μεθόδους για το δίκτυο των 6 ζυγών.

bus	prorata	Zbus	cca	shapley
1	1,9497	2,3041	2,3041	2,3041
2	0,9037	1,0668	1,0668	1,0668
3	1,0844	1,4827	1,4827	1,4827
4	1,3126	1,2156	1,2156	1,2156
5	1,3126	1,4042	1,4042	1,4042
6	1,3126	0,4021	0,4021	0,4021
sum	7,8755	7,8755	7,8755	7,8755

**Πίνακας 6.18:** Κατανομή συνολικών απωλειών (MW) στους ζυγούς παραγωγής από τις μεθόδους prorata, cca και Shapley για το δίκτυο των 6 ζυγών.

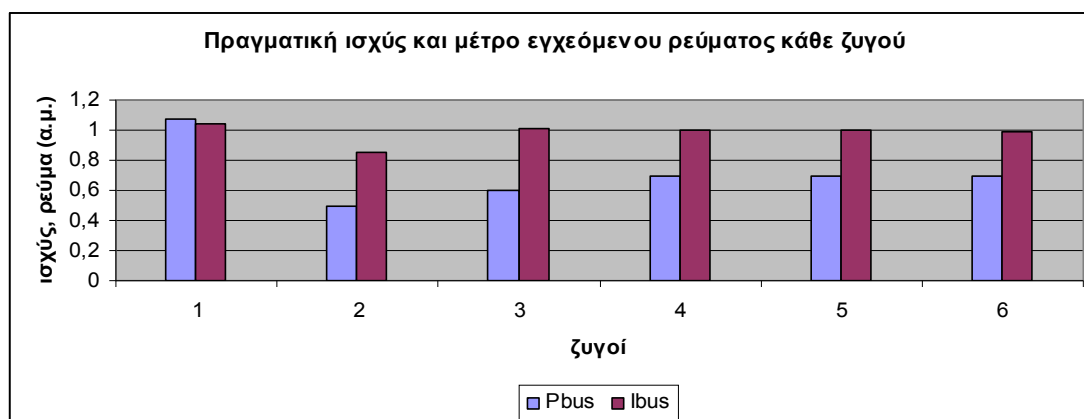
bus	prorata	cca	Shapley
1	3,8994	3,3761	3,3761
2	1,8073	1,9694	1,9694
3	2,1688	2,53	2,53
4	0	0	0
5	0	0	0
6	0	0	0
sum	7,8755	7,8755	7,8755

**Πίνακας 6.19:** Κατανομή συνολικών απωλειών (MW) στους ζυγούς φορτίου από τις μεθόδους prorata, cca και Shapley για το δίκτυο των 6 ζυγών.

bus	prorta	cca	shapley
1	0	0	0
2	0	0	0
3	0	0	0
4	2,6252	2,8029	2,8029
5	2,6252	3,0363	3,0363
6	2,6252	2,0363	2,0363
sum	7,8755	7,8755	7,8755

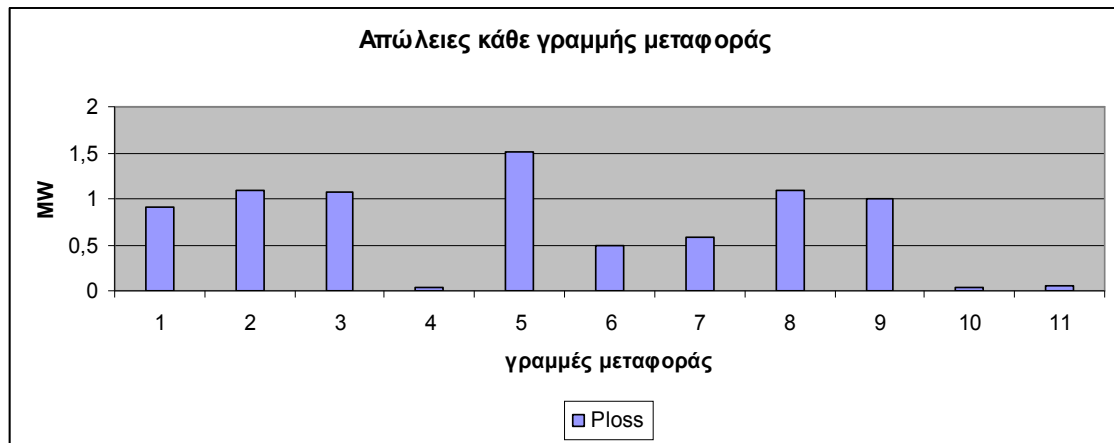
### 6.2.3 Σχολιασμός αποτελεσμάτων δικτύου 6 ζυγών

Ο Πίνακας 6.3, στον οποίο φαίνονται τα δεδομένα της ac ανάλυσης ροών φορτίου, δίνει την εικόνα του δικτύου, σύμφωνα με την οποία ο ζυγός 1 έχει με διαφορά την μεγαλύτερη παραγωγή ενεργού ισχύος, η οποία είναι 107,9 MW, ακολουθεί ο ζυγός 3 με 60 MW και ο ζυγός 2 με 50 MW. Τα φορτία καταναλώνουν όλα την ίδια ενεργό ισχύ που είναι 70 MW. Όσον αφορά το μέτρο του εγχεόμενου ρεύματος κάθε ζυγού, παρατηρείται ότι ο ζυγός 1 έχει το μεγαλύτερο με 1,0386 α.μ. ακολουθεί ο 3 με 1,008 α.μ., ο 5 με 1,0046 α.μ., ο 4 με 1,0006 α.μ., ο 6 με 0,9856 και τέλος ο 2 με 0,8534 α.μ. Μία πρώτη παρατήρηση είναι ότι παρόλο που τα φορτία καταναλώνουν την ίδια πραγματική ισχύ, δεν έχουν το ίδιο εγχεόμενο ρεύμα, καθώς εξαρτάται από τα τοπολογικά χαρακτηριστικά του δικτύου. Επιπλέον, το εγχεόμενο ρεύμα του κάθε ζυγού δεν εξαρτάται άμεσα από την πραγματική του ισχύ, καθώς παρατηρείται ότι παρόλο που ο ζυγός 3 έχει μικρότερη πραγματική ισχύ από τους ζυγούς φορτίου, έχει μεγαλύτερο εγχεόμενο ρεύμα από αυτούς. Τέλος, από την ac ανάλυση ροών φορτίου προκύπτει ότι η διαφορά της παραγόμενης από την καταναλισκόμενη ενεργό ισχύ είναι 7,9 MW, οπότε αυτές είναι και οι συνολικές απώλειες του δικτύου. Στο Σχήμα 6.2 παρουσιάζεται το μέτρο της πραγματικής ισχύος κάθε ζυγού και το μέτρο του εγχεόμενου ρεύματός του.



**Σχήμα 6.2:** Μέτρο πραγματικής ισχύος και μέτρο εγχεόμενου ρεύματος κάθε ζυγού για το δίκτυο των 6 ζυγών.

Ο Πίνακας 6.4 δείχνει τις απώλειες ισχύος σε κάθε γραμμή μεταφοράς. Ένα πρώτο συμπέρασμα είναι ότι τις μεγαλύτερες απώλειες έχουν οι γραμμές που συνδέουν τους ζυγούς παραγωγής με τους ζυγούς φορτίου, δηλαδή οι γραμμές 2,3,5,8 και 9 ενώ τις μικρότερες οι γραμμές που συνδέουν τους ζυγούς φορτίου μεταξύ τους. Στον διάγραμμα του Σχήματος 6.3 παρουσιάζονται οι απώλειες της κάθε γραμμής.



**Σχήμα 6.3:** Απώλειες πραγματικής ισχύος για κάθε γραμμή του δικτύου των 6 ζυγών.

Η μέθοδος prorata, όπως φαίνεται στον Πίνακα 6.5, καταμερίζει τις απώλειες αναλογικά με την πραγματική ισχύ του κάθε ζυγού, η σύγκριση φαίνεται στον Πίνακα 6.20. Δεν χρησιμοποιούνται καθόλου τα τοπολογικά χαρακτηριστικά του δικτύου, γεγονός που σημαίνει ότι εάν δύο ζυγοί έχουν την ίδια πραγματική ισχύ θα τους καταμεριστεί το ίδιο ποσό από τις συνολικές απώλειες. Η μέθοδος prorata δίνει τη δυνατότητα να καταμεριστούν οι συνολικές απώλειες είτε στους ζυγούς φορτίου, είτε στους ζυγούς παραγωγής, είτε σε όλους τους ζυγούς. Πλεονέκτημα της μεθόδου prorata είναι ότι εξαιτίας της πολύ απλής λογικής της, μπορεί οι απώλειες να κατανεμηθούν ισάξια στους ζυγούς παραγωγής και φορτίου, όπως φαίνεται στα αποτελέσματα του Πίνακα 6.5, χωρίς να επιβαρυνθούν οι ζυγοί παραγωγής, γεγονός που δε συμβαίνει στις υπόλοιπες μεθόδους καταμερισμού.

**Πίνακας 6.20 :** Παρουσίαση συσχετισμού μεταξύ κατανομής prorata και πραγματικής ισχύος κάθε ζυγού.

bus	P bus (MW)	prorata(MW)
		όλους
1	107,8755	1,9497
2	50	0,9037
3	60	1,0844
4	-70	1,3126
5	-70	1,3126
6	-70	1,3126

Η μέθοδος Zbus, όπως παρατηρείται από τον Πίνακα 6.6, δίνει τον ίδιο καταμερισμό με τη μέθοδο csa για όλους τους ζυγούς καθώς και με τη μέθοδο Shapley για όλους τους ζυγούς. Το ποσό των απωλειών που αντιστοιχεί σε κάθε ζυγό φαίνεται να είναι ανάλογο με το εγχεόμενο ρεύμα του (Πίνακας 6.21) όπως προκύπτει από τη σύγκριση του Πίνακα 6.3 που περιέχει το μέτρο του εγχεόμενου ρεύματος του κάθε ζυγού με τα αποτελέσματα της μεθόδου Zbus στον Πίνακα 6.6. Ενώ όμως ο ζυγός 6 έχει μεγαλύτερο μέτρο εγχεόμενου ρεύματος από ότι ο ζυγός 2, του καταμερίζονται λιγότερες απώλειες από ότι στο ζυγό 2. Αυτό είναι ένα δείγμα ότι η μέθοδος Zbus καταμερίζει τις απώλειες ευνοώντας τους ζυγούς που προκαλούν ροή ρεύματος αντίθετη από την κύρια ροή σε μία γραμμή. Το συμπέρασμα αυτό προκύπτει από τα αποτελέσματα των μεθόδων csa και Shapley καθώς η μέθοδος Zbus δε δίνει

αποτελέσματα για την κατανομή των απωλειών σε κάθε γραμμή, σε αντίθεση με τις μεθόδους csa και Sharpley. Παρατηρείται ότι το 61,6% των συνολικών απωλειών καταμερίζεται στους ζυγούς παραγωγής και το υπόλοιπο στους ζυγούς φορτίου. Η συγκεκριμένη μέθοδος δίνει καταμερισμό μόνο για όλους τους ζυγούς.

**Πίνακας 6.21:** Παρουσίαση συσχετισμού μεταξύ κατανομής Zbus και μέτρο εγγεόμενου ρεύματος κάθε ζυγού.

bus	Ibus  (α.μ.)	Zbus(MW)
1	1,0386	2,3041
2	0,8534	1,0668
3	1,008	1,4827
4	1,0006	1,2156
5	1,0046	1,4042
6	0,9856	0,4021

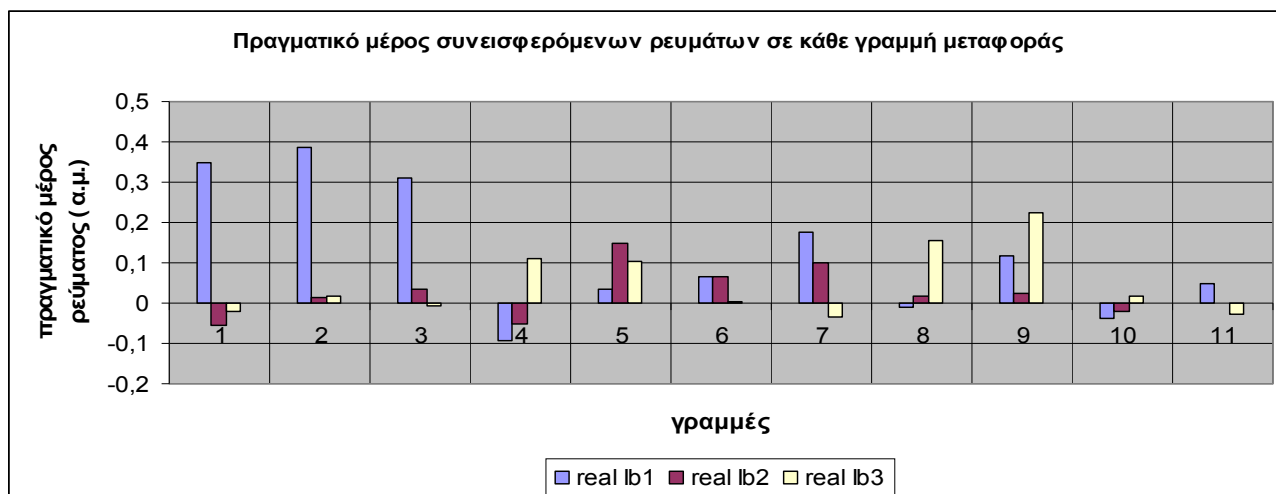
Οι πίνακες 6.7, 6.9 και 6.11 παρουσιάζουν το συνεισφερόμενο ρεύμα, σε μιγαδική μορφή, κάθε ζυγού σε κάθε γραμμή μεταφοράς. Υπάρχουν τρεις περιπτώσεις: 1) όταν θεωρείται ότι μόνο οι ζυγοί παραγωγής εγγέουν ρεύμα στο δίκτυο (Πίνακας 6.7), 2) μόνο οι ζυγοί φορτίου εγγέουν ρεύμα στο δίκτυο (Πίνακας 6.9) και 3) όλοι οι ζυγοί εγγέουν ρεύμα στο δίκτυο (Πίνακας 6.11). Από τους παραπάνω πίνακες παρατηρείται ότι οι ζυγοί που είναι συνδεδεμένοι άμεσα με κάποια γραμμή μεταφοράς συνεισφέρουν το περισσότερο ρεύμα, όπως είναι λογικό. Παρατηρείται επίσης ότι σε γραμμές που συνδέουν ζυγό παραγωγής με ζυγό φορτίου με παρόμοιες ισχύες, το ρεύμα που συνεισφέρει ο ζυγός παραγωγής είναι μεγαλύτερο από αυτό του ζυγού φορτίου.

Οι μέθοδοι καταμερισμού csa και Sharpley δίνουν ακριβώς τα ίδια αποτελέσματα για όλες τις περιπτώσεις. Παρατηρώντας τους πίνακες με τις κατανομές για κάθε γραμμή μεταφοράς 6.8, 6.10, 6.12 για τη μέθοδο csa και 6.13, 6.14, 6.15 για τη μέθοδο Sharpley, διαπιστώνεται ότι οι συνολικές απώλειες που καταμερίζονται στους ζυγούς είναι ανάλογες με το εγγεόμενο ρεύμα τους. Εξαιρέση αποτελεί ο ζυγός 2 και 6 επειδή παρόλο που ο ζυγός 6 έχει μεγαλύτερο εγγεόμενο ρεύμα από το 2, του καταμερίζονται σημαντικά λιγότερες απώλειες. Αυτό συμβαίνει γιατί οι δύο παραπάνω μέθοδοι καταμερίζουν και αρνητική ποσότητα απωλειών όταν το συνεισφερόμενο ρεύμα ζυγού έχει μεγάλη και αντίθετη ροή σε σχέση με την πλειοψηφία των άλλων ρευμάτων. Παράδειγμα είναι ο ζυγός 6 που στις γραμμές 5 και 8, όπως φαίνεται στον Πίνακα 6.11, συνεισφέρει σημαντική ποσότητα ρεύματος αλλά με αντίθετη φορά αντίθετη από την κύρια ροή. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα οι παραπάνω μέθοδοι να του καταμερίζουν σημαντική αρνητική ποσότητα απωλειών για αυτές τις γραμμές, οι οποίες θα του ελαττώσουν σημαντικά το σύνολο των απωλειών που θα του καταμεριστούν. Από την παρατήρηση του Πίνακα 6.11 σε συνδυασμό με τον Πίνακα 6.12 βγαίνει το συμπέρασμα ότι οι μέθοδοι csa και Sharpley καταμερίζουν αρνητική ποσότητα απωλειών όταν το συνεισφερόμενο ρεύμα ζυγού σε μία γραμμή είναι μεγάλο κλάσμα του συνολικού ρεύματος και με αντίθετη ροή από την κύρια ροή. Από τους πίνακες των κατανομών για κάθε γραμμή μεταφοράς μπορούν να εξαχθούν χρήσιμα αποτελέσματα για το ποιοί ζυγοί και πόσο “φορτώνουν” την κάθε γραμμή. Τέλος, όπως παρατηρείται από τους πίνακες κατανομών των απωλειών, το μεγαλύτερο ποσοστό των απωλειών καταμερίζεται στους ζυγούς παραγωγής.

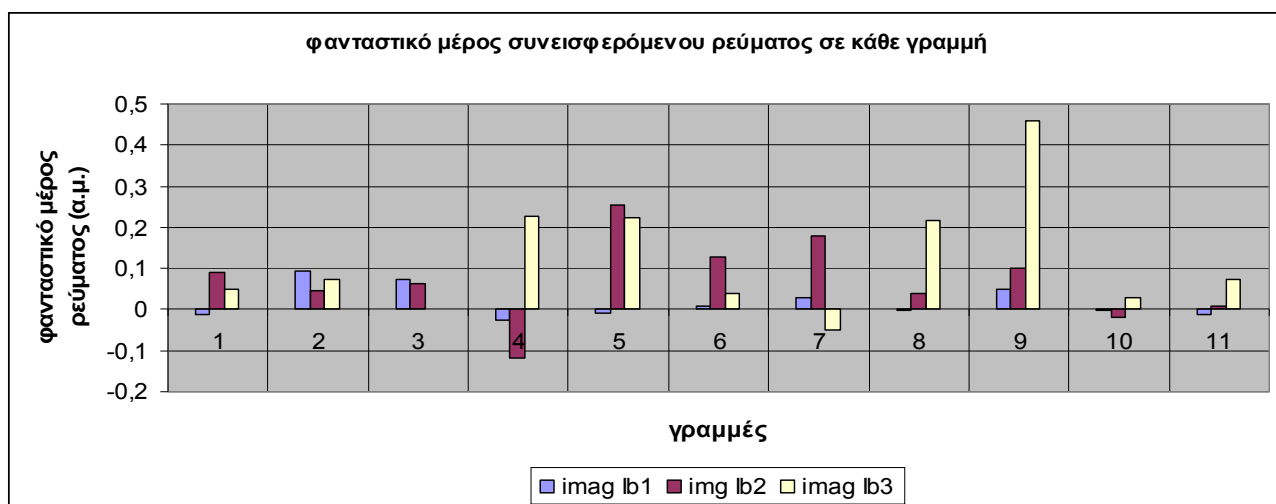
Επειδή δεν μπορεί να γίνει σύγκριση μεταξύ μιγαδικών αριθμών, όσον αφορά τα εγχεόμενα ρεύματα, για να βρεθεί ποιά έχουν αντίθετη ροή από την κύρια ροή, σε κάθε γραμμή μεταφοράς συγκρίνονται ξεχωριστά το πραγματικό και το φανταστικό μέρος κάθε εγχεόμενου ρεύματος. Για να οριστεί κάθε φορά ποιά συνεισφερόμενα ρεύματα δημιουργούν την κύρια ροή και ποιά την αντίθετη ροή, ακολουθείται η διαδικασία που περιγράφεται στη συνέχεια. Έστω  $I = \pm x \pm yi$  η μορφή των συνεισφερόμενων ρευμάτων σε μία γραμμή μεταφοράς, προστίθενται κατά απόλυτη τιμή ξεχωριστά τα  $x$  με αρνητικό πρόσημο και ξεχωριστά τα  $x$  με θετικό πρόσημο και υπολογίζεται ποιο άθροισμα είναι μεγαλύτερο, των θετικών ή των αρνητικών  $x$ . Οπότε στα συνεισφερόμενα ρεύματα που το πραγματικό τους μέρος έχει πρόσημο ίδιο με του μέγιστου αθροίσματος μπαίνει (+) ενώ στα υπόλοιπα (-). Παραδείγματος χάριν, από το Σχήμα 6.1, φαίνεται ότι στο ζυγό 1 συνδέονται οι γραμμές μεταφοράς 1, 2, και 3, ενώ από τον Πίνακα 6.7 παρατηρείται ότι στη γραμμή μεταφοράς 1, το πραγματικό μέρος του συνεισφερόμενου ρεύματος του ζυγού 1 είναι +0,3448 α.μ., ενώ του ζυγού 2 και 3 είναι αντίστοιχα -0,1037 α.μ. και -0,0549 α.μ.. Το άθροισμα των  $x$ , κατά απόλυτη τιμή, με θετικό πρόσημο είναι 0,3448 α.μ. ενώ το άθροισμα των  $x$ , κατά απόλυτη τιμή, με αρνητικό πρόσημο είναι 0,1586 α.μ., όποτε επειδή μεγαλύτερο άθροισμα έχουν τα θετικά  $x$ , όσα συνεισφερόμενα ρεύματα στη γραμμή 1 έχουν θετικό πραγματικό μέρος θεωρείται ότι σχηματίζουν την κύρια ροή ενώ τα υπόλοιπα την αντίθετη ροή. Έτσι, το συνεισφερόμενο ρεύμα του ζυγού 1 στη γραμμή μεταφοράς 1 σχηματίζει την κύρια ροή ρεύματος, ενώ τα συνεισφερόμενα ρεύματα των ζυγών 2 και 3 στη γραμμή μεταφοράς 1 σχηματίζουν την αντίθετη ροή ρεύματος. Η ίδια διαδικασία ακολουθείται ξεχωριστά και για το φανταστικό μέρος των εγχεόμενων ρευμάτων.

Στα διαγράμματα των Σχημάτων 6.4, 6.7 και 6.10 παρουσιάζεται διαγραμματικά το πραγματικό μέρος του συνεισφερόμενου ρεύματος κάθε ζυγού σε κάθε γραμμή μεταφοράς ανά περίπτωση, στα διαγράμματα των Σχημάτων 6.5, 6.8 και 6.11 παρουσιάζεται διαγραμματικά το φανταστικό μέρος του συνεισφερόμενου ρεύματος κάθε ζυγού σε κάθε γραμμή μεταφοράς ανά περίπτωση και τέλος στα Σχήματα 6.6, 6.9 και 6.12 οι κατανομή των απωλειών κάθε γραμμής στους ζυγούς ανά περίπτωση σύμφωνα με τη μέθοδο csa και Shapley.

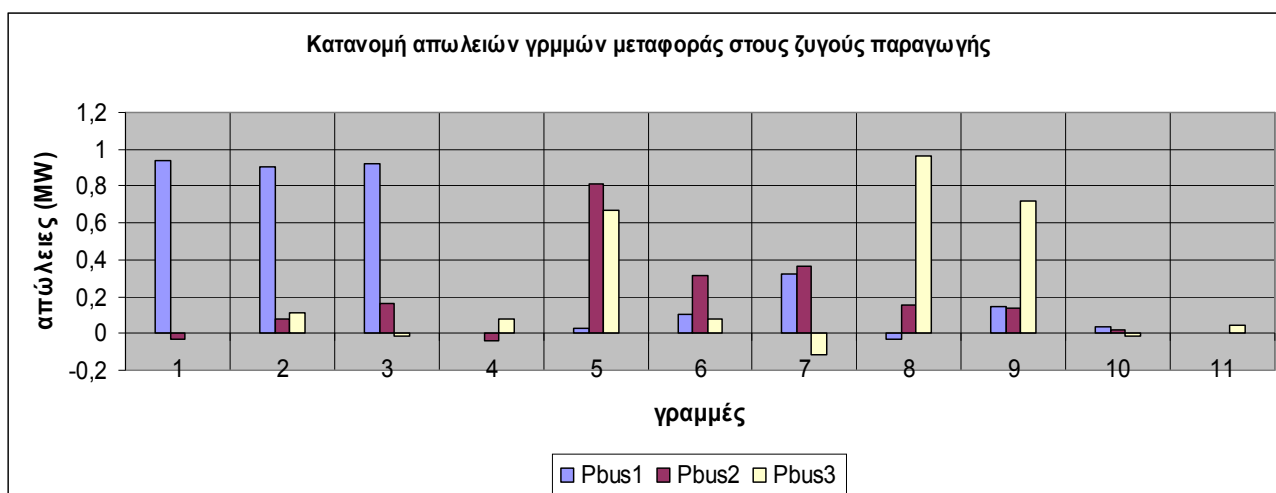




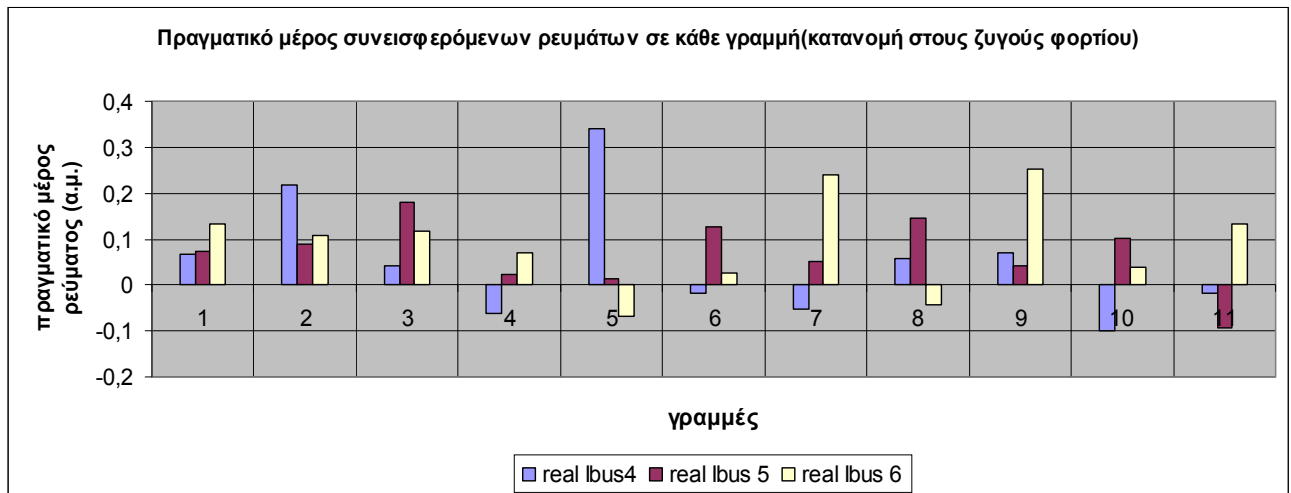
Σχήμα 6.4: Πραγματικό μέρος συνεισφερόμενων ρευμάτων των ζυγών παραγωγής σε κάθε γραμμή μεταφοράς του δικτύου των 6 ζυγών



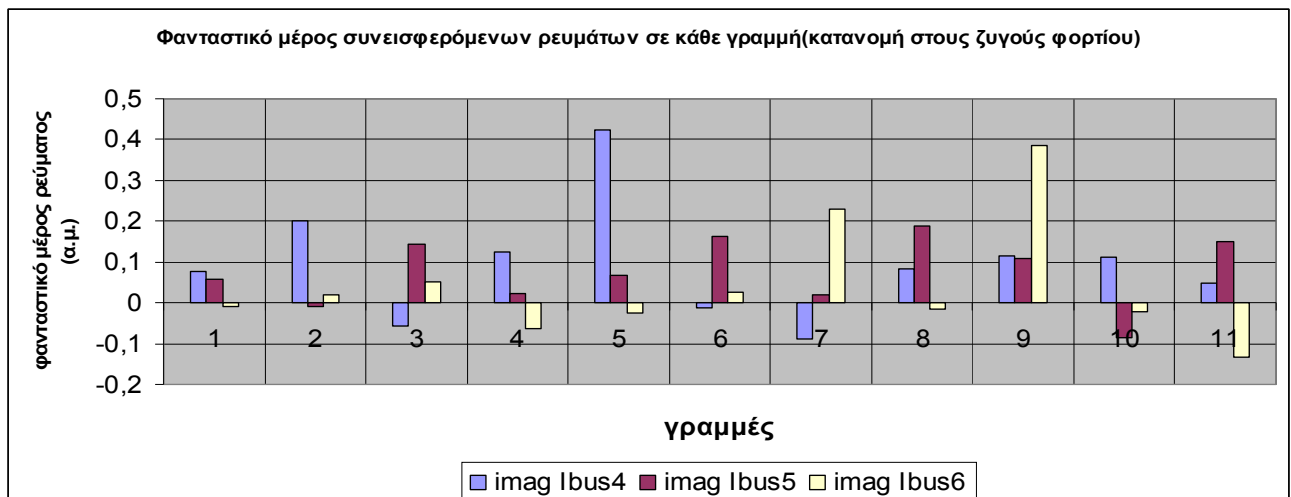
Σχήμα 6.5: Φανταστικό μέρος συνεισφερόμενων ρευμάτων των ζυγών παραγωγής σε κάθε γραμμή μεταφοράς του δικτύου των 6 ζυγών



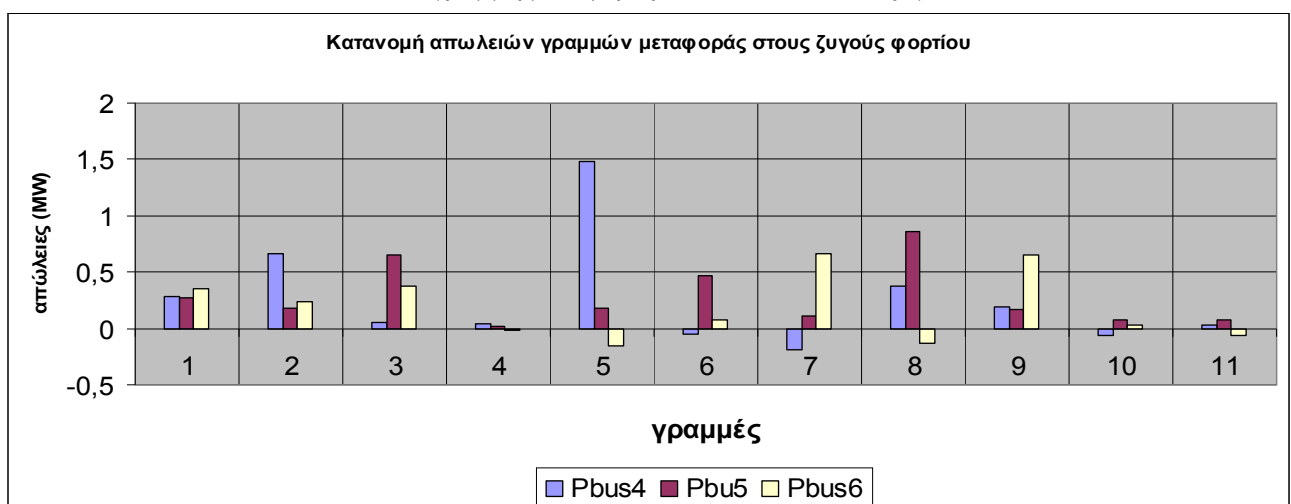
Σχήμα 6.6: Κατανομή απωλειών κάθε γραμμής στους ζυγούς παραγωγής στο δίκτυο των 6 ζυγών



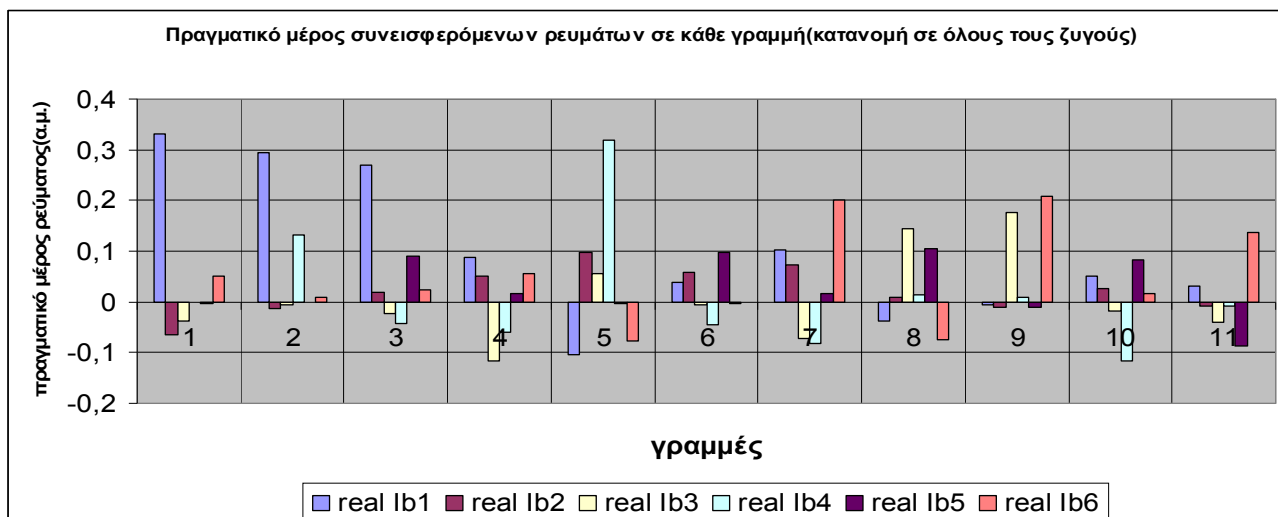
Σχήμα 6.7: Πραγματικό μέρος συνεισφερόμενων ρευμάτων των ζυγών φορτίου σε κάθε γραμμή μεταφοράς του δικτύου των 6 ζυγών.



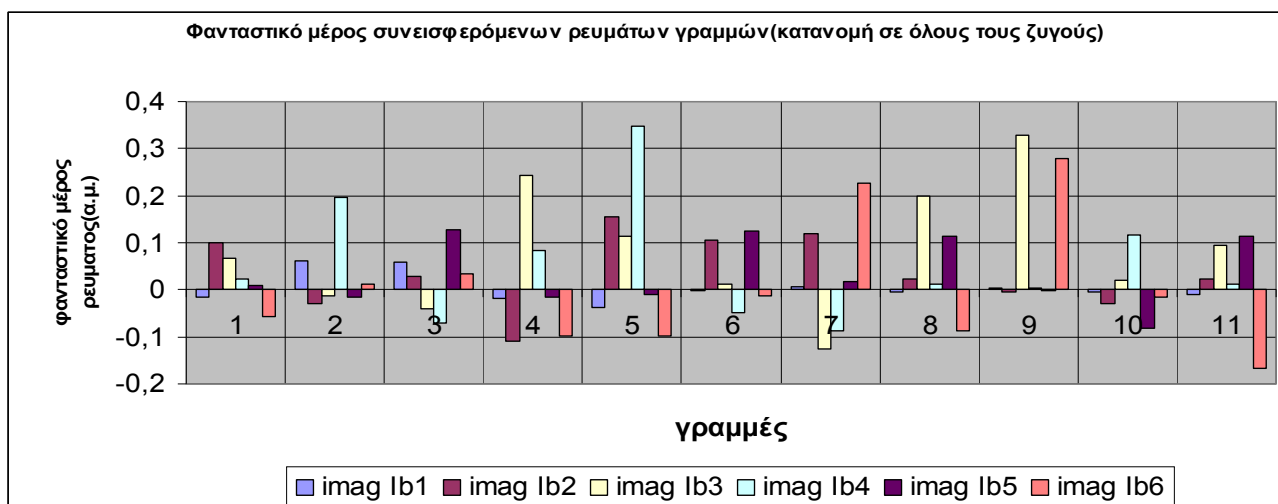
Σχήμα 6.8: Φανταστικό μέρος συνεισφερόμενων ρευμάτων των ζυγών φορτίου σε κάθε γραμμή μεταφοράς του δικτύου των 6 ζυγών.



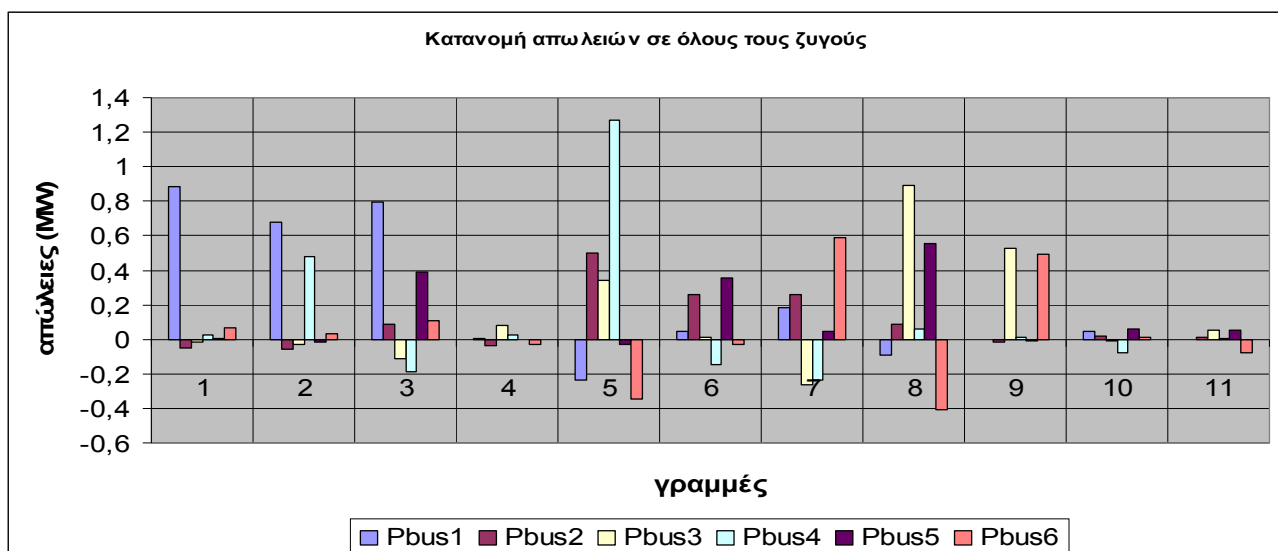
Σχήμα 6.9: Κατανομή απωλειών κάθε γραμμής στους ζυγούς φορτίου στο δίκτυο των 6 ζυγών.



**Σχήμα 6.10:** Πραγματικό μέρος συνεισφερόμενων ρευμάτων όλων των ζυγών σε κάθε γραμμή μεταφοράς του δικτύου των 6 ζυγών.



**Σχήμα 6.11:** Φανταστικό μέρος συνεισφερόμενων ρευμάτων όλων των ζυγών σε κάθε γραμμή μεταφοράς του δικτύου των 6 ζυγών.



**Σχήμα 6.12:** Κατανομή απωλειών κάθε γραμμής σε όλους τους ζυγούς στο δίκτυο των 6 ζυγών

Όπου:

$I_{bus1}, \dots, I_{bus6}$ : η συνεισφορά ρεύματος του ζυγού που υποδηλώνει ο δείκτης στη γραμμή μεταφοράς.

$P_{bus1}, \dots, P_{bus6}$ : οι απώλειες από κάθε γραμμή που αντιστοιχούν στο ζυγό που δείχνει ο δείκτης.

Παρατηρώντας σε συνδιασμό τα διαγράμματα των Σχημάτων 6.4, 6.5 και 6.6 που αφορούν την κατανομή των απωλειών στους ζυγούς παραγωγής, τα διαγράμματα των Σχημάτων 6.7, 6.8 και 6.9 που αφορούν την κατανομή των απωλειών στους ζυγούς φορτίου και τέλος τα διαγράμματα των Σχημάτων 6.10, 6.11 και 6.12 που αφορούν την κατανομή των απωλειών σε όλους τους ζυγούς προκύπτει το συμπέρασμα ότι η κατανομή των απωλειών σε κάθε εγχεόμενο ρεύμα σε κάθε γραμμή είναι ανάλογη με την ποσότητα του εγχεόμενου ρεύματος καθώς και με τη διεύθυνση του μιγαδικού του διανύσματος, δηλαδή ανάλογα με το πρόσημο του πραγματικού και φανταστικού του μέρους. Αν το πραγματικό και το φανταστικό μέρος αντίστοιχα ενός εγχεόμενου ρεύματος ανήκουν στην κύρια ροή τότε οι απώλειες που του κατανέμονται είναι μεγάλες, χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι το συνεισφερόμενο ρεύμα του ζυγού 4 στην γραμμή 5 στην περίπτωση κατανομής των απωλειών σε όλους τους ζυγούς (Σχήματα 6.10, 6.11, 6.12). Στην περίπτωση που το ένα μέρος του εγχεόμενου ρεύματος ανήκει στην κύρια ροή και το άλλο στην αντίθετη ροή τότε οι απώλειες που του καταμερίζονται είναι αρκετά μειωμένες ή και αρνητικές, χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι το συνεισφερόμενο ρεύμα του ζυγού 6 στη γραμμή 11 στην περίπτωση κατανομής των απωλειών σε όλους τους ζυγούς (Σχήματα 6.10, 6.11, 6.12). Τέλος στην περίπτωση που και το πραγματικό και το φανταστικό μέρος ενός εγχεόμενου ρεύματος ανήκουν στην αντίθετη ροή τότε οι απώλειες που του καταμερίζονται είναι αρνητικές, χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι το συνεισφερόμενο ρεύμα του ζυγού 6 στην γραμμή 8 στην περίπτωση κατανομής των απωλειών σε όλους τους ζυγούς (Σχήματα 6.10, 6.11, 6.12). Από τα παραπάνω διαγράμματα βγαίνουν χρήσιμα συμπεράσματα για τη μορφή του κάθε εγχεόμενου ρεύματος και για το ποιοί ζυγοί φορτώνουν κάθε γραμμή μεταφοράς.

Από τα δεδομένα του Πίνακα 6.16 παρατηρείται ότι στην περίπτωση που οι κατανομές κατά csa και Shapley γίνονται στους ζυγούς παραγωγής, μόνο η κατανομή των γραμμών 1 και 4 ανήκει στον πυρήνα. Για την περίπτωση που οι κατανομές γίνονται στους ζυγούς φορτίου, μόνο η κατανομή της γραμμής 10 ανήκει στον πυρήνα, ενώ, τέλος, όταν οι κατανομές γίνονται σε όλους τους ζυγούς, μόνο η γραμμή 4 ανήκει στον πυρήνα. Οπότε όπως είχε σημειωθεί στο κεφάλαιο 4.4.1 οι κατανομές που δεν ανήκουν στον πυρήνα δεν είναι σταθερές, που σημαίνει ότι πολλοί παίχτες μπορεί να διεκδικήσουν άλλες πιο συμφέρουσες κατανομές.

### 6.2.4 Τροποποιημένο σύστημα 6 ζυγών

Για να μελετηθούν καλύτερα τα αποτελέσματα των μεθόδων καταμερισμού θα τροποποιηθεί το δίκτυο των 6 ζυγών ώστε όλοι οι ζυγοί να έχουν παραπλήσια πραγματική ισχύ. Αλλάζει η παραγόμενη πραγματική ισχύς των ζυγών 2 και 3 και γίνεται 72 MW και στους δύο. Τα δεδομένα των ζυγών φαίνονται στον Πίνακα 6.22. Τα δεδομένα των γραμμών μεταφοράς παραμένουν ίδια και είναι αυτά του Πίνακα 6.2.

**Πίνακας 6.22:** Δεδομένα ζυγών τροποποιημένου δικτύου 6 ζυγών

ΖΥΓΟΙ	ΕΙΔΟΣ	Pd (MW)	Qd (MW)	Pg (MW)	Qg (MW)	Vm (α.μ.)	Va	base KV	base MVA
1	3	0	0	0	0	1,05	0		
2	2	0	0	72	0	1,05	0		
3	2	0	0	72	0	1,07	0	230	100
4	1	70	70	0	0	1	0		
5	1	70	70	0	0	1	0		
6	1	70	70	0	0	1	0		

### 6.2.5 Αποτελέσματα

Στους Πίνακες 6.23 και 6.24 φαίνονται τα αποτελέσματα της επίλυσης της ροής φορτίου με τη μέθοδο Newton-Raphson.

**Πίνακας 6.23:** Αποτελέσματα ροής φορτίου τροποποιημένου δικτύου 6 ζυγών.

bus	Vm (α.μ.)	Va	P bus (MW)	Qbus (MW)	Ibus (α.μ.)	Ibus
1	1,05	0	72,8318	27,1977	0.6936 - 0.2590i	0,7404
2	1,05	-1,7426	72	63,3375	0.6671 - 0.6238i	0,9133
3	1,07	-1,9403	72	86,2148	0.6452 - 0.8281i	1,0498
4	0,988	-2,9069	-70	-70	-0.6717 + 0.7435i	1,002
5	0,985	-3,7233	-70	-70	-0.6630 + 0.7553i	1,005
6	0,046	-3,8528	-70	-70	-0.6484 + 0.7420i	0,9854
			sum=6,8318			

**Πίνακας 6.24:** Απώλειες μεγαδικής ισχύος και ρεύμα για κάθε γραμμή μεταφοράς τροποποιημένου δικτύου 6 ζυγών.

LINE	P+iQ (MW,MVar)	I line (α.μ.)
1	0.2040 + 4.0021i	0.1287 - 0.0619i
2	0.7662 + 1.0927i	0.3102 + 0.2387i
3	0.7130 + 3.5442i	0.2547 + 0.1557i
4	0.0318 + 6.5832i	0.0012 - 0.0797i
5	1.7084 - 1.3380i	0.3965 + 0.4295i
6	0.5462 + 2.5068i	0.1627 + 0.1678i
7	0.5438 + 3.7258i	0.2320 + 0.1545i
8	1.2069 + 2.6728i	0.2145 + 0.2336i
9	1.0518 - 3.1050i	0.4296 + 0.5842i
10	0.0207 + 7.7442i	0.0315 - 0.0062i
11	0.0391 + 5.8212i	-0.0088 - 0.0619i
sum	6.8318 +33.2500i	

Οι πραγματικές απώλειες του δικτύου είναι 6,8318 MW.

Στους Πίνακες 6.25 και 6.26 φαίνονται τα αποτελέσματα της κατανομής των απωλειών της κάθε γραμμής μεταφοράς, με τη μέθοδο pro-rata και τη μέθοδο Zbus, αντίστοιχα.

**Πίνακας 6.25:** Κατανομή απωλειών στους ζυγούς του τροποποιημένου δικτύου 6 ζυγών με μέθοδο pro-rata.

bus	P (MW) παραγωγής	P (MW) φορτία	P (MW) όλους
1	2,2948	0	1,1474
2	2,2685	0	1,1343
3	2,2685	0	1,1343
4	0	2,2773	1,1386
5	0	2,2773	1,1386
6	0	2,2773	1,1386
sum	6,8318	6,8318	6,8318

**Πίνακας 6.26:** Κατανομή απωλειών στους ζυγούς του τροποποιημένου δικτύου 6 ζυγών με τη μέθοδο Z bus.

bus	P (MW)
1	0,9996
2	1,1914
3	1,635
4	1,3239
5	1,418
6	0,2639
sum	6,8318

**Πίνακας 6.27:** Κατανομή των απωλειών (MW) κάθε γραμμής μεταφοράς στους ζυγούς παραγωγής του τροποποιημένου δικτύου 6 ζυγών σύμφωνα με τη μέθοδο cca.

line\bus	1	2	3	4	5	6	sum
1	0.2725	-0.0599	-0.0087	0	0	0	0,204
2	0.5433	0.0939	0.1289	0	0	0	0,7662
3	0.5409	0.1785	-0.0064	0	0	0	0,713
4	-0.0119	-0.0421	0.0858	0	0	0	0,0318
5	0.0483	0.9231	0.7369	0	0	0	1,7084
6	0.0993	0.3599	0.0870	0	0	0	0,5462
7	0.2403	0.4213	-0.1178	0	0	0	0,5438
8	-0.0287	0.1784	1,0572	0	0	0	1,2069
9	0.1238	0.1583	0.7697	0	0	0	1,0518
10	0.0161	0.0159	-0.0113	0	0	0	0,0207
11	-0.0134	0.0046	0.0479	0	0	0	0,0391
sum	1,8306	2,232	2,7693	0	0	0	6,8318

**Πίνακας 6.28:** Κατανομή των απωλειών (MW) κάθε γραμμής μεταφοράς στους ζυγούς φορτίου του τροποποιημένου δικτύου 6 ζυγών σύμφωνα με τη μέθοδο csa.

line\bus	1	2	3	4	5	6	sum
1	0	0	0	0.0589	0.0534	0.0916	0,204
2	0	0	0	0.5399	0.0850	0.1412	0,7662
3	0	0	0	-0.0369	0.4974	0.2525	0,713
4	0	0	0	0.0479	0.0086	-0.0247	0,0318
5	0	0	0	1,628	0.2182	-0.1379	1,7084
6	0	0	0	-0.0398	0.4929	0.0931	0,5462
7	0	0	0	-0.1903	0.0973	0.6368	0,5438
8	0	0	0	0.4097	0.9262	-0.1290	1,2069
9	0	0	0	0.2020	0.1751	0.6747	1,0518
10	0	0	0	-0.0521	0.0536	0.0192	0,0207
11	0	0	0	0.0305	0.0998	-0.0912	0,0391
sum	0	0	0	2,5979	2,7076	1,5264	6,8318

**Πίνακας 6.29:** Κατανομή των απωλειών (MW) κάθε γραμμής μεταφοράς σε όλους τους ζυγούς του τροποποιημένου δικτύου 6 ζυγών σύμφωνα με τη μέθοδο csa.

line\bus	1	2	3	4	5	6	sum
1	0.2563	-0.0744	-0.0231	0.0118	0.0010	0.0324	0,204
2	0.4080	-0.0632	-0.0280	0.4410	-0.0206	0.0290	0,7662
3	0.4642	0.0897	-0.1101	-0.1741	0.3488	0.0945	0,713
4	-0.0096	-0.0382	0.0918	0.0320	-0.0063	-0.0380	0,0318
5	-0.2239	0.5695	0.3799	1,3797	-0.0278	-0.3689	1,7084
6	0.0487	0.2971	0.0134	-0.1571	0.3714	-0.0273	0,5462
7	0.1378	0.2921	-0.2795	-0.2297	0.0461	0.5771	0,5438
8	-0.0918	0.0984	0.9764	0.0647	0.5944	-0.4351	1,2069
9	-0.0025	-0.0137	0.5631	0.0097	-0.0093	0.5045	1,0518
10	0.0213	0.0198	-0.0110	-0.0613	0.0434	0.0084	0,0207
11	-0.0089	0.0141	0.0623	0.0073	0.0769	-0.1126	0,0391
sum	0.9996	1,1914	1,635	1,3239	1,418	0,2639	6,8318

**Πίνακας 6.30:** Κατανομή των απωλειών (MW) κάθε γραμμής μεταφοράς στους ζυγούς παραγωγής του τροποποιημένου δικτύου 6 ζυγών σύμφωνα με τη μέθοδο της τιμής Shapley.

line\bus	1	2	3	4	5	6	sum
1	0.2725	-0.0599	-0.0087	0	0	0	0,204
2	0.5433	0.0939	0.1289	0	0	0	0,7662
3	0.5409	0.1785	-0.0064	0	0	0	0,713
4	-0.0119	-0.0421	0.0858	0	0	0	0,0318
5	0.0483	0.9231	0.7369	0	0	0	1,7084
6	0.0993	0.3599	0.0870	0	0	0	0,5462
7	0.2403	0.4213	-0.1178	0	0	0	0,5438
8	-0.0287	0.1784	1,0572	0	0	0	1,2069
9	0.1238	0.1583	0.7697	0	0	0	1,0518
10	0.0161	0.0159	-0.0113	0	0	0	0,0207
11	-0.0134	0.0046	0.0479	0	0	0	0,0391
sum	1,8306	2,232	2,7693	0	0	0	6,8318

**Πίνακας 6.31:** Κατανομή των απωλειών (MW) κάθε γραμμής μεταφοράς στους ζυγούς φορτίου του τροποποιημένου δικτύου 6 ζυγών σύμφωνα με τη μέθοδο της τιμής Shapley.

line\bus	1	2	3	4	5	6	sum
1	0	0	0	0.0589	0.0534	0.0916	0,204
2	0	0	0	0.5399	0.0850	0.1412	0,7662
3	0	0	0	-0.0369	0.4974	0.2525	0,713
4	0	0	0	0.0479	0.0086	-0.0247	0,0318
5	0	0	0	1,628	0.2182	-0.1379	1,7084
6	0	0	0	-0.0398	0.4929	0.0931	0,5462
7	0	0	0	-0.1903	0.0973	0.6368	0,5438
8	0	0	0	0.4097	0.9262	-0.1290	1,2069
9	0	0	0	0.2020	0.1751	0.6747	1,0518
10	0	0	0	-0.0521	0.0536	0.0192	0,0207
11	0	0	0	0.0305	0.0998	-0.0912	0,0391
sum	0	0	0	2,5979	2,7076	1,5264	6,8318



**Πίνακας 6.32:** Κατανομή των απωλειών (MW) κάθε γραμμής μεταφοράς σε όλους τους ζυγούς του τροποποιημένου δικτύου 6 ζυγών σύμφωνα με τη μέθοδο της τιμής Shapley.

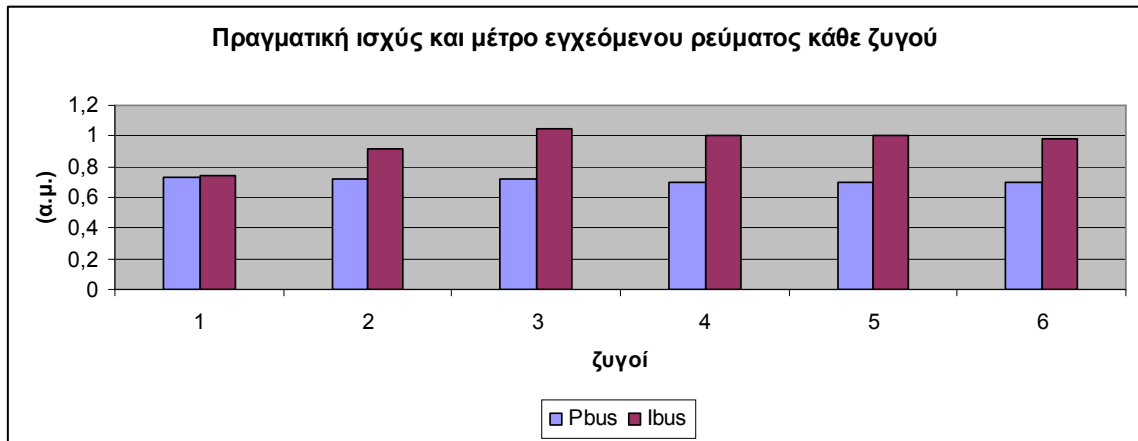
line/bus	1	2	3	4	5	6	sum
1	0.2563	-0.0744	-0.0231	0.0118	0.0010	0.0324	0,204
2	0.4080	-0.0632	-0.0280	0.4410	-0.0206	0.0290	0,7662
3	0.4642	0.0897	-0.1101	-0.1741	0.3488	0.0945	0,713
4	-0.0096	-0.0382	0.0918	0.0320	-0.0063	-0.0380	0,0318
5	-0.2239	0.5695	0.3799	1,3797	-0.0278	-0.3689	1,7084
6	0.0487	0.2971	0.0134	-0.1571	0.3714	-0.0273	0,5462
7	0.1378	0.2921	-0.2795	-0.2297	0.0461	0.5771	0,5438
8	-0.0918	0.0984	0.9764	0.0647	0.5944	-0.4351	1,2069
9	-0.0025	-0.0137	0.5631	0.0097	-0.0093	0.5045	1,0518
10	0.0213	0.0198	-0.0110	-0.0613	0.0434	0.0084	0,0207
11	-0.0089	0.0141	0.0623	0.0073	0.0769	-0.1126	0,0391
sum	0.9996	1,1914	1,635	1,3239	1,418	0,2639	6,8318

**Πίνακας 6.33:** Εύρεση του εάν οι κατανομές ανήκουν στον πυρήνα για το τροποποιημένο δίκτυο των 6 ζυγών.

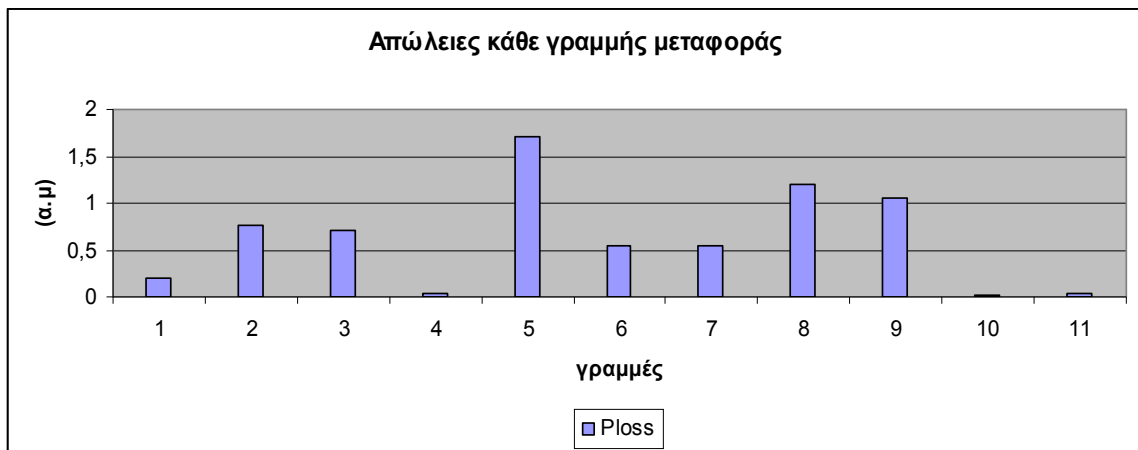
line	core1	core2	core3
1	0	7	3
2	7	7	50
3	6	6	41
4	0	1	0
5	7	5	37
6	7	6	37
7	4	1	13
8	6	6	29
9	7	7	51
10	1	0	0
11	1	1	3

### 6.2.6 Σχολιασμός αποτελεσμάτων

Από τον Πίνακα 6.23, που παρουσιάζει τα αποτελέσματα της ροής φορτίου, παρατηρείται ότι όλοι οι ζυγοί έχουν παραπλήσια πραγματική ισχύ με μεγαλύτερη του 1 με 72,8318 MW, ακολουθεί ο 2 και ο 3 με 72 MW και οι 4, 5, 6 με 70 MW. Στο διάγραμμα του Σχήματος 6.13 παρουσιάζεται η πραγματική ισχύς και το μέτρο του εγγεόμενου ρεύματος του κάθε ζυγού και στο Σχήμα 6.14 οι απώλειες της κάθε γραμμής. Από το διάγραμμα του Σχήματος 6.13 παρατηρείται ότι παρόλο που όλοι οι ζυγοί έχουν την ίδια ισχύ το μέτρο του εγγεόμενου ρεύματός τους είναι διαφορετικό, αυτό οφείλεται στην τοπολογία του δικτύου, δηλαδή με ποιούς και πόσους ζυγούς είναι συνδεδεμένος ο κάθε ζυγός καθώς και από τα χαρακτηριστικά των γραμμών μεταφοράς που είναι συνδεδεμένες σε κάθε ζυγό. Από το διάγραμμα του Σχήματος 6.14 παρατηρείται ότι τις μεγαλύτερες απώλειες έχουν οι γραμμές 2,3,5,8 και 9 οι οποίες ενώνουν ζυγούς φορτίου με ζυγούς παραγωγής.



**Σχήμα 6.13:** Μέτρο πραγματικής ισχύος και μέτρο εγχεόμενου ρεύματος κάθε ζυγού για το τροποποιημένο δίκτυο των 6 ζυγών.



**Σχήμα 6.14:** Απώλειες πραγματικής ισχύος για κάθε γραμμή του τροποποιημένου δικτύου των 6 ζυγών.

Η μέθοδος proata, τα αποτελέσματα της οποίας φαίνονται στον Πίνακα 6.27, κατανέμει τις απώλειες αναλογικά με την πραγματική ισχύ κάθε ζυγού, χωρίς να λαμβάνει υπόψιν τα τοπολογικά χαρακτηριστικά του δικτύου, Πίνακας 6.34. Οι απώλειες που καταμερίζονται στους ζυγούς 2 και 3 είναι μικρότερες από αυτές που καταμερίζονται στους ζυγούς 6, 7 και 8 παρόλο που οι πρώτοι έχουν μεγαλύτερη πραγματική ισχύ. Αυτό συμβαίνει γιατί το λογισμικό καταμερίζει ξεχωριστά το 50% των απωλειών στους ζυγούς παραγωγής και ξεχωριστά το υπόλοιπο 50% στους ζυγούς φορτίου.

**Πίνακας 6.34:** Σύγκριση καταμερισμού prorata με την πραγματική ισχύ κάθε ζυγού στο τροποποιημένο δίκτυο των 6 ζυγών.

bus	Pbus (MW)	Prorata (MW)
		όλους
1	72,8318	1,1474
2	72	1,1343
3	72	1,1343
4	-70	1,1386
5	-70	1,1386
6	-70	1,1386

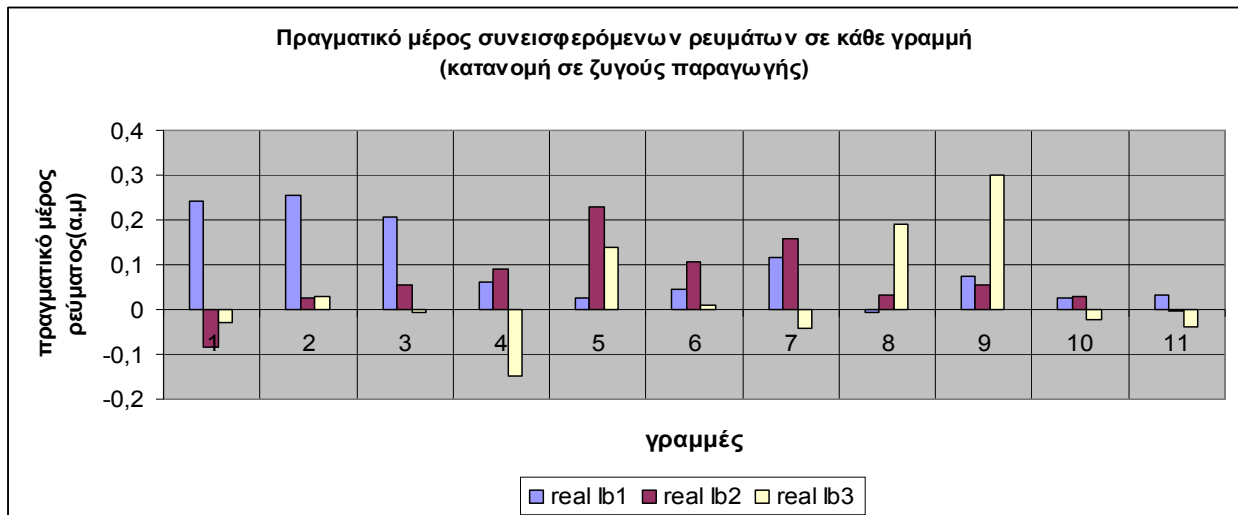
Η μέθοδος Zbus δίνει τον ίδιο καταμερισμό με τις μεθόδους cca και Shapley, όσον αφορά την κατανομή των απωλειών σε όλους τους ζυγούς του δικτύου. Ο καταμερισμός φαίνεται να είναι ανάλογος του μέτρου του εγγεόμενου ρεύματος του κάθε ζυγού, Πίνακας 6.35, με εξαίρεση τον ζυγό 6 που παρόλο που έχει το τέταρτο μεγαλύτερο εγγεόμενο ρεύμα του καταμερίζονται οι λιγότερες απώλειες από όλους τους ζυγούς, γεγονός που οφείλεται στα τοπολογικά χαρακτηριστικά του δικτύου. (για λόγους οικονομίας χώρου δεν παρουσιάζονται τα συνεισφερόμενα ρευμάτα κάθε ζυγού στο συνολικό ρεύμα κάθε γραμμής).

**Πίνακας 6.35:** Σύγκριση καταμερισμού Zbus με το εγγεόμενο ρεύμα κάθε ζυγού στο τροποποιημένο δίκτυο των 6 ζυγών.

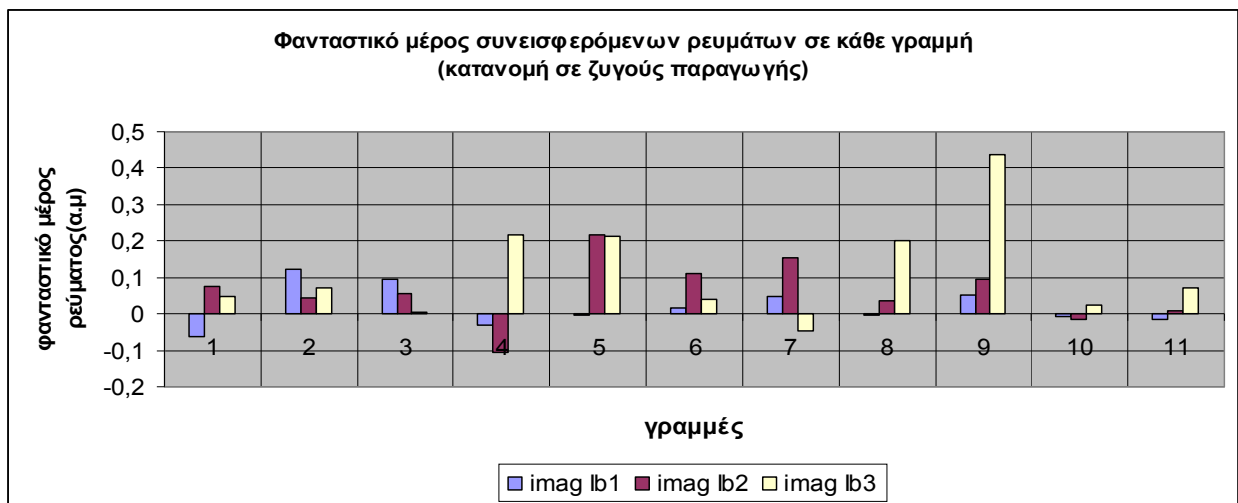
bus	Zbus (MW)	Ibus
1	0,9996	0,7404
2	1,1914	0,9133
3	1,635	1,0498
4	1,3239	1,002
5	1,418	1,005
6	0,2639	0,9854

Η μέθοδος cca και Shapley δίνουν ακριβώς τα ίδια αποτελέσματα για όλες τις περιπτώσεις. Καταμερίζουν τις απώλειες κάθε γραμμής αναλογικά με το μέτρο και τη φορά της ροής του συνεισφερόμενου ρεύματος του κάθε ζυγού στη συγκεκριμένη γραμμή. Επαληθεύεται ότι καταμερίζουν μικρό ποσοστό απωλειών ή αρνητικό στην περίπτωση που το συνεισφερόμενο ρεύμα ενός ζυγού σε μία γραμμή έχει αντίθετη ροή από την πλειοψηφία των εγγεόμενων ρευμάτων.

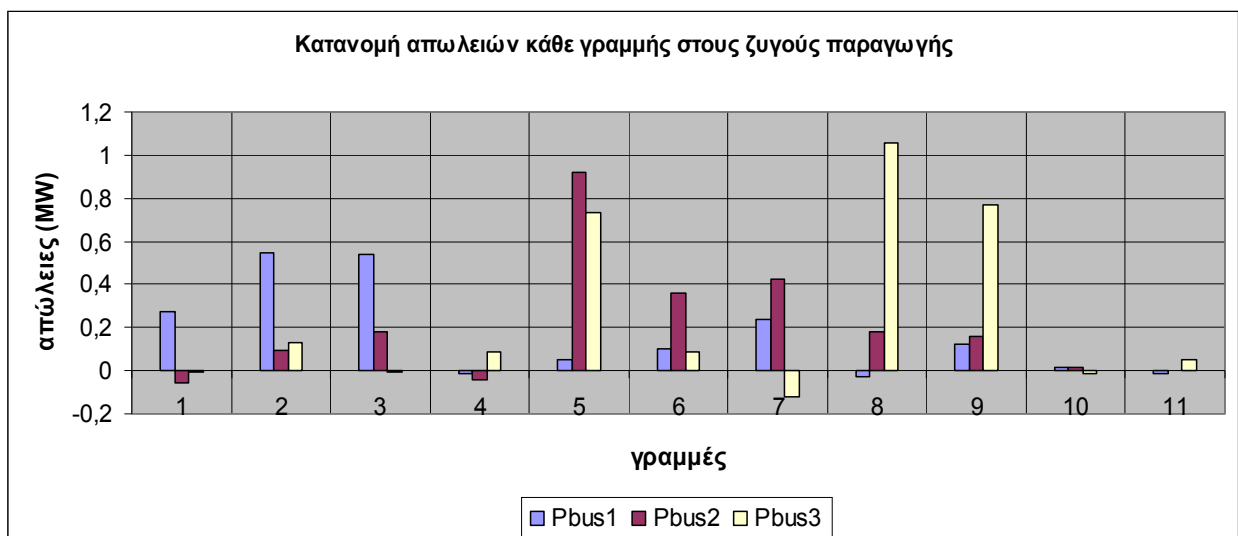
Στα διαγράμματα των Σχημάτων 6.15, 6.16 και 6.17 παρουσιάζεται το πραγματικό μέρος των εγγεόμενων ρευμάτων κάθε γραμμής μεταφοράς, το φανταστικό μέρος των εγγεόμενων ρευμάτων κάθε γραμμής και η κατανομή των απωλειών για κάθε γραμμή μεταφοράς αντίστοιχα για την περίπτωση της κατανομής των απωλειών στους ζυγούς παραγωγής. Στα διαγράμματα των Σχημάτων 6.18, 6.19 και 6.20 παρουσιάζονται τα ίδια μεγέθη αλλά για την κατανομή των απωλειών στους ζυγούς φορτίου. Τέλος στα διαγράμματα των Σχημάτων 6.21 6.22και 6.23 παρουσιάζονται τα ίδια μεγέθη αλλά για την κατανομή των απωλειών σε όλους τους ζυγούς του δικτύου.



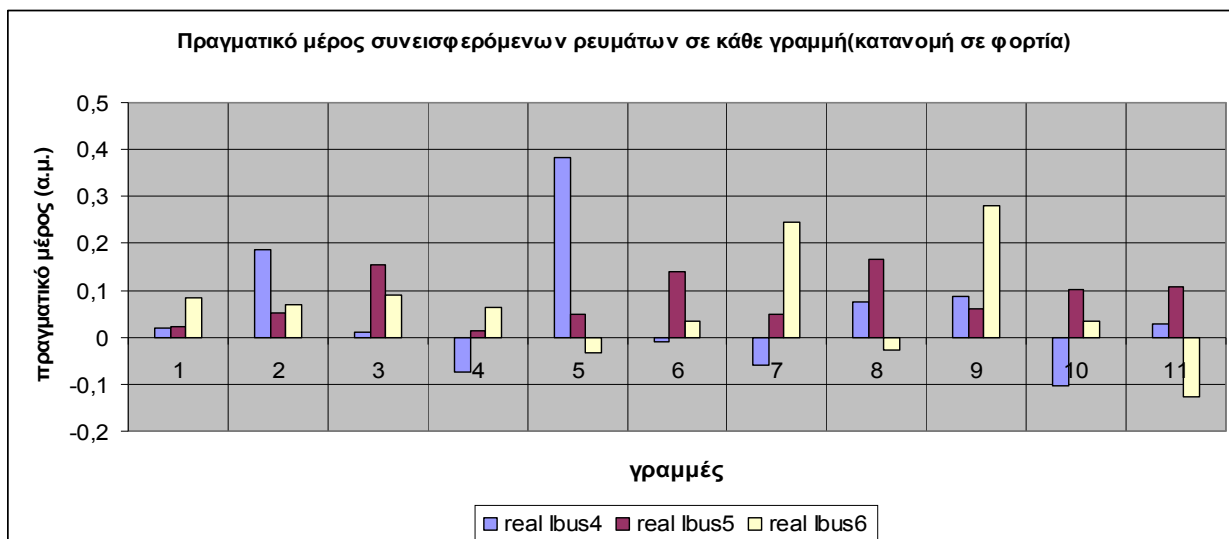
**Σχήμα 6.15:** Πραγματικό μέρος συνεισφερόμενων ρευμάτων των ζυγών παραγωγής σε κάθε γραμμή μεταφοράς του τροποποιημένου δικτύου των 6 ζυγών.



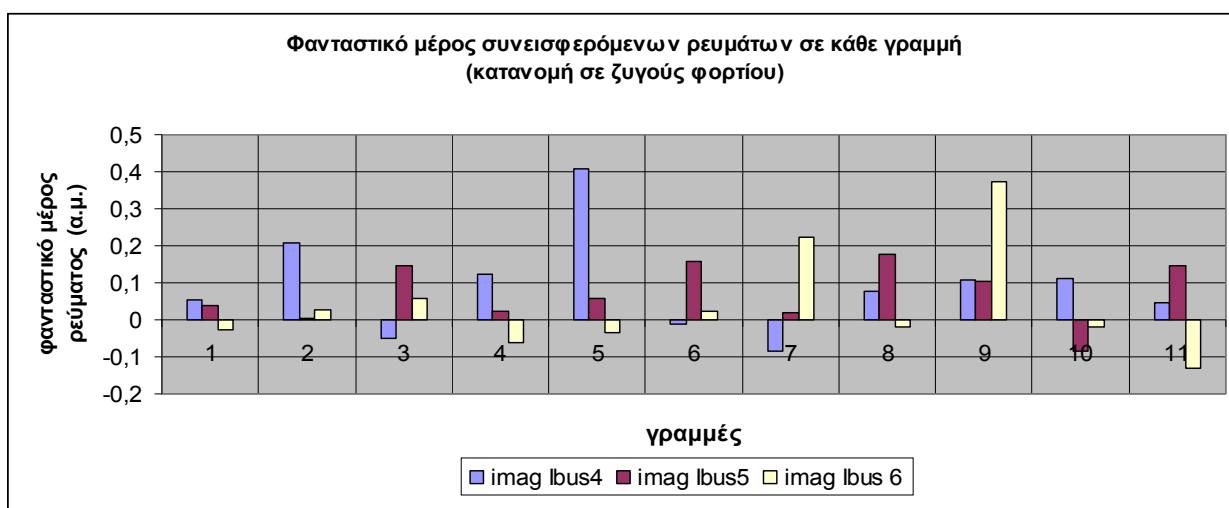
**Σχήμα 6.16:** Φανταστικό μέρος συνεισφερόμενων ρευμάτων των ζυγών παραγωγής σε κάθε γραμμή μεταφοράς του τροποποιημένου δικτύου των 6 ζυγών



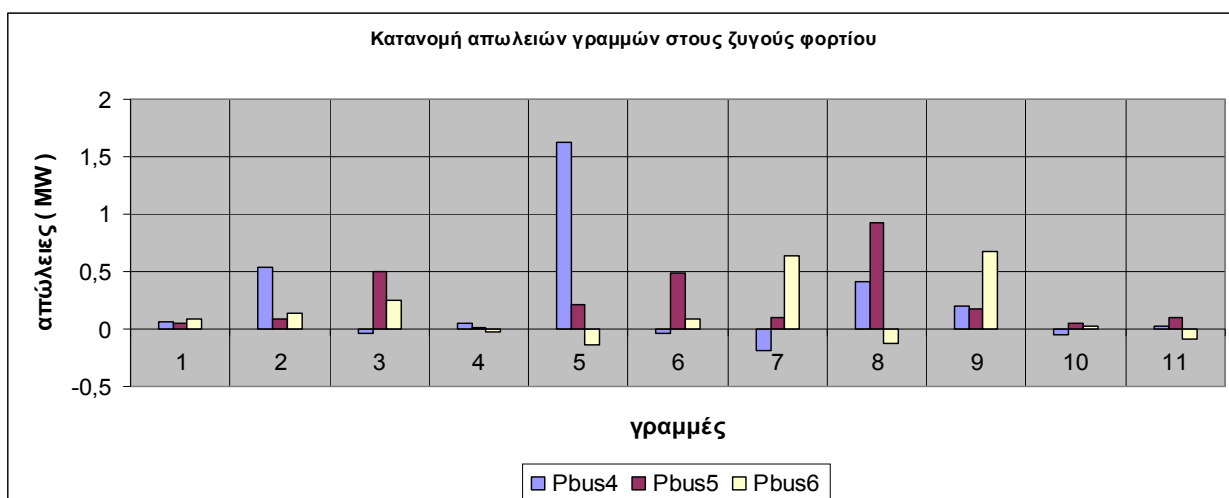
**Σχήμα 6.17:** Κατανομή απωλειών κάθε γραμμής στους ζυγούς παραγωγής στο τροποποιημένο δίκτυο των 6 ζυγών.



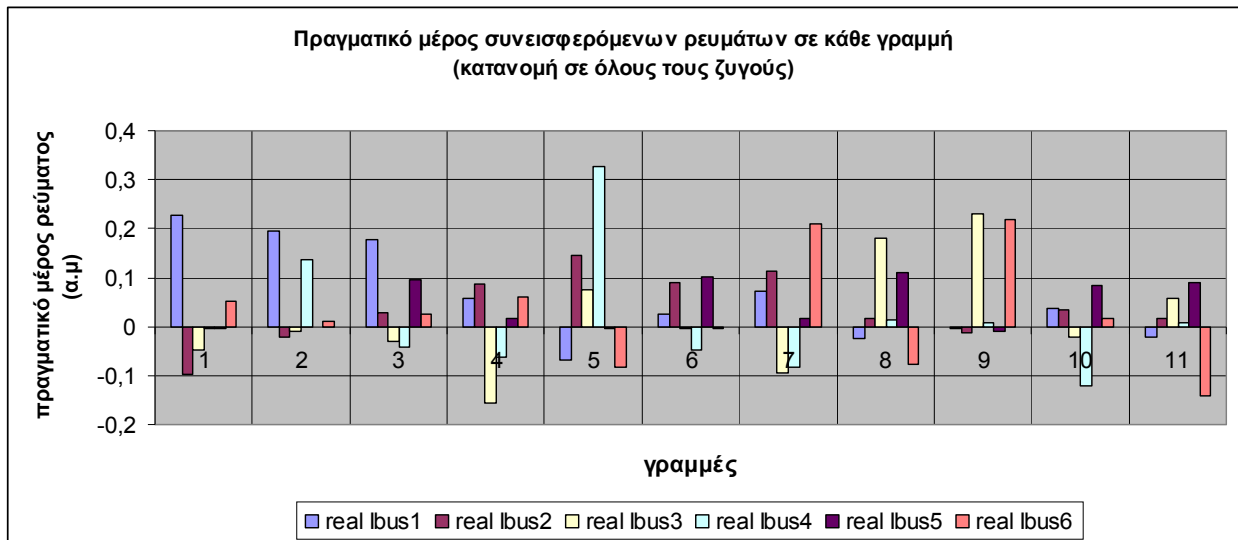
Σχήμα 6.18: Πραγματικό μέρος συνεισφερόμενων ρευμάτων των ζυγών φορτίου σε κάθε γραμμή μεταφοράς του τροποποιημένου δικτύου των 6 ζυγών



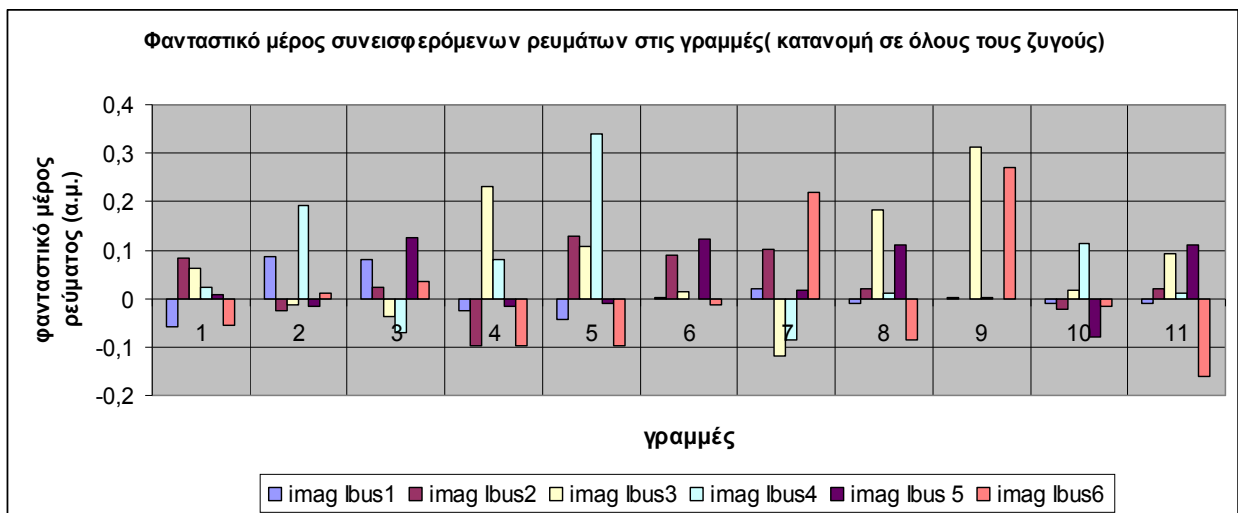
Σχήμα 6.19: Φανταστικό μέρος συνεισφερόμενων ρευμάτων των ζυγών φορτίου σε κάθε γραμμή μεταφοράς του τροποποιημένου δικτύου των 6 ζυγών



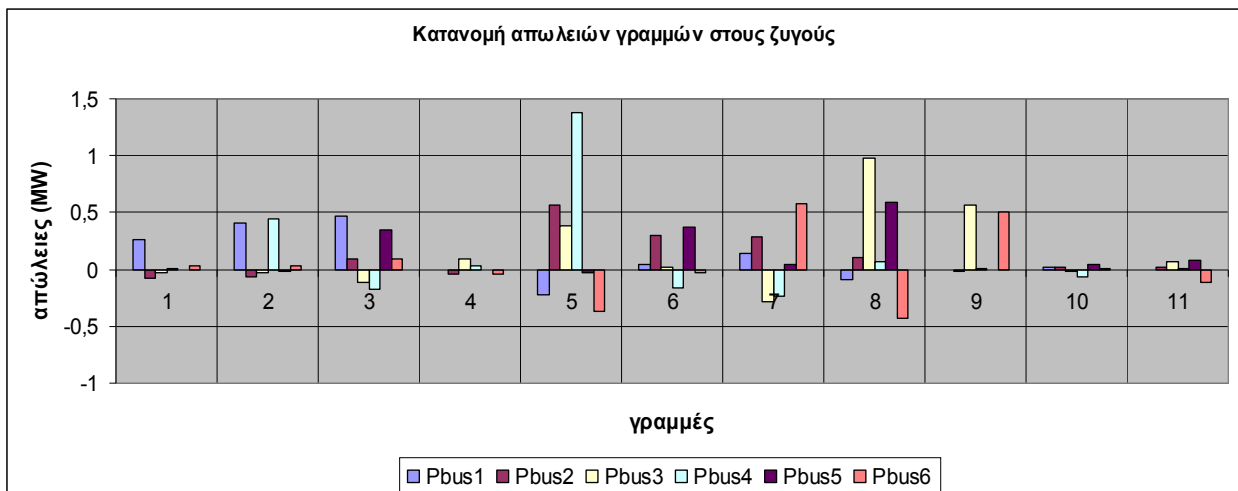
Σχήμα 6.20: Κατανομή απωλειών κάθε γραμμής στους ζυγούς φορτίου στο τροποποιημένο δίκτυο των 6 ζυγών.



**Σχήμα 6.21:** Πραγματικό μέρος συνεισφερόμενων ρευμάτων όλων των ζυγών σε κάθε γραμμή μεταφοράς του τροποποιημένου δικτύου των 6 ζυγών



**Σχήμα 6.22:** Φανταστικό μέρος συνεισφερόμενων ρευμάτων όλων των ζυγών σε κάθε γραμμή μεταφοράς του τροποποιημένου δικτύου των 6 ζυγών



**Σχήμα 6.23:** Κατανομή απωλειών κάθε γραμμής σε όλους τους ζυγούς στο τροποποιημένο δίκτυο των 6 ζυγών.

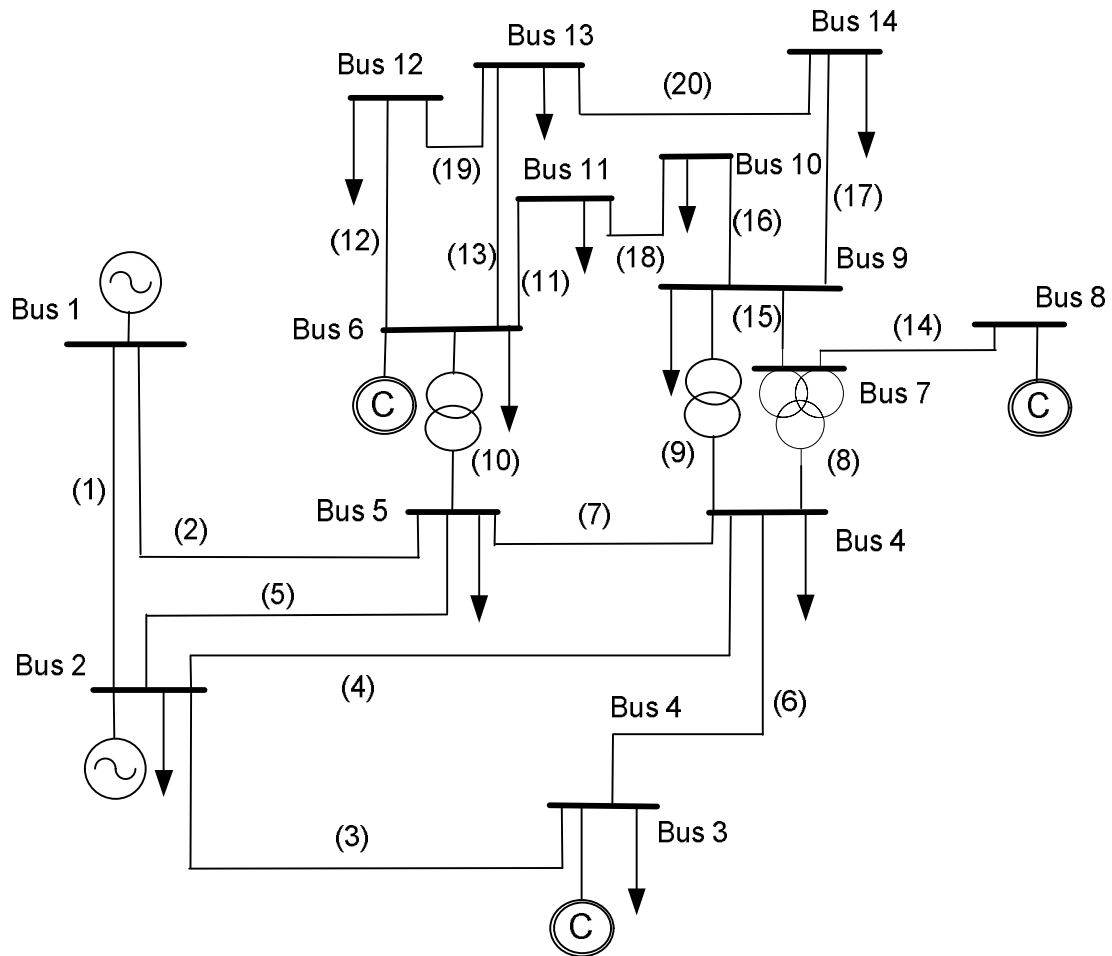
Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από τα παραπάνω διαγράμματα επαληθεύουν τα συμπεράσματα του κεφαλαίου 6.2.3, σύμφωνα με τα οποία η κατανομή των απωλειών σε κάθε ζυγό για μία γραμμή μεταφοράς είναι ανάλογη με το μέτρο του συνεισφερόμενου ρεύματός του στη συγκεκριμένη γραμμή και με το πρόσημο του πραγματικού και φανταστικού μέρους του συνεισφερόμενου ρεύματος. Μειωμένο καταμερισμό απωλειών έχουν τα συνεισφερόμενα ρεύματα των οποίων είτε το πραγματικό μέρος είτε το φανταστικό είτε και τα δύο μαζί, στην καλύτερη περίπτωση είναι αντίθετα από την κύρια ροή.

Από τον Πίνακα 6.33 προκύπτει ότι στην περίπτωση που οι κατανομές κατά csa και Shapley γίνονται στους ζυγούς παραγωγής, μόνο η κατανομή των γραμμών 1 και 4 ανήκει στον πυρήνα. Για την περίπτωση που οι κατανομές γίνονται στους ζυγούς φορτίου, μόνο η κατανομή της γραμμής 10 ανήκει στον πυρήνα, ενώ, τέλος, όταν οι κατανομές γίνονται σε όλους τους ζυγούς, η γραμμή 4 και 10 ανήκει στον πυρήνα. . Οπότε όπως είχε σημειωθεί στο κεφάλαιο 4.4.1 οι κατανομές που δεν ανήκουν στον πυρήνα δεν είναι σταθερές, που σημαίνει ότι πολλοί παίχτες μπορεί να διεκδικήσουν άλλες πιο συμφέρουσες κατανομές.

### 6.3 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΤΩΝ 14 ΖΥΓΩΝ

#### 6.3.1 Δεδομένα του συστήματος

Το δίκτυο του Σχήματος 6.24 είναι το δίκτυο δοκιμών 14 ζυγών του IEEE. Αποτελείται από 14 ζυγούς, 20 γραμμές μεταφοράς, 2 γεννήτριες, 3 γεννήτριες αέργου ισχύος, 11 φορτία και 3 μετασχηματιστές.



Σχήμα 6.24

Τα δεδομένα των ζυγών του δικτύου των 14 ζυγών παρουσιάζονται στον Πίνακα 6.36:



Πίνακας 6.36: Δεδομένα ζυγών δικτύου 14 ζυγών

bus	type	Pd(MW)	Qd(Mvar)	Pg(MW)	Qg(Mvar)	Vm(α.μ.)	Va	base MVA
1	3	0	0	232,4	-16,9	1,06	0	
2	2	21,7	12,7	40	42,4	1.045	-4,98	
3	2	94,2	19	0	23,4	1,01	-12,72	
4	1	47,8	-3,9	0	0	1.019	-10,33	
5	1	7,6	1,6	0	0	1,02	-8,78	
6	2	11,2	7,5	0	12,2	1,07	-14,22	
7	1	0	0	0	0	1.062	-13,37	100
8	2	0	0	0	17,4	1,09	-13,36	
9	1	29,5	16,6	0	0	1.056	-14,94	
10	1	9	5,8	0	0	1.051	-15,1	
11	1	3,5	1,8	0	0	1.057	-14,79	
12	1	6,1	1,6	0	0	1.055	-15,07	
13	1	13,5	5,8	0	0	1,05	-15,16	
14	1	14,9	5	0	0	1.036	-16,04	

Όπου :

Είδος: 3 ο ζυγός αναφοράς, 2 οι ζυγοί παραγωγής, 1 οι ζυγοί φορτίου.

Pd, Qd: ενεργός και άεργος ισχύς του φορτίου.

Pg, Qg: ενεργός και άεργος ισχύς της γεννήτριας.

Vm: το μέτρο της τάσης του ζυγού.

Va: η γωνία της τάσης του ζυγού.

Base MVA: η βάση της ισχύος

Πίνακας 6.37: Δεδομένα γραμμών μεταφοράς δικτύου 14 ζυγών

γραμμή	Από	Προς	r (α.μ.)	x (α.μ.)	b (α.μ.)	ratio	angle
1	1	2	0,01938	0,05917	0,0528	0	0
2	1	5	0,05403	0,22304	0,0492	0	0
3	2	3	0,04699	0,19797	0,0438	0	0
4	2	4	0,05811	0,17632	0,034	0	0
5	2	5	0,05695	0,17388	0,0346	0	0
6	3	4	0,06701	0,17103	0,0128	0	0
7	4	5	0,01335	0,04211	0	0	0
8	4	7	0	0,20912	0	0,978	0
9	4	9	0	0,55618	0	0,969	0
10	5	6	0	0,25202	0	0,932	0
11	6	11	0,09498	0,1989	0	0	0
12	6	12	0,12291	0,25581	0	0	0
13	6	13	0,06615	0,13027	0	0	0
14	7	8	0	0,17615	0	0	0
15	7	9	0	0,11001	0	0	0
16	9	10	0,03181	0,0845	0	0	0
17	9	14	0,12711	0,27038	0	0	0
18	10	11	0,08205	0,19207	0	0	0
19	12	13	0,22092	0,19988	0	0	0
20	13	14	0,17093	0,34802	0	0	0

Όπου :

Από : ο ζυγός από τον οποίο ξεκινάει η γραμμή μεταφοράς.

Προς: ο ζυγός στον οποίο καταλήγει η γραμμή μεταφοράς.

$r$  : η αντίσταση της γραμμής.

$x$  : η αντίδραση της γραμμής.

$b$  : η εγκάρσια χωρητικότητα της γραμμής.

ratio: αντίδραση μετασχηματιστή (α.μ).

angle: ολίσθηση γωνίας λόγω μετασχηματιστή.

Παρατηρείται από τους Πίνακες 6.36 και 6.37 ότι ο ζυγός 7 είναι ζυγός μετασχηματισμού, ούτε παράγει ούτε καταναλώνει ισχύ οπότε δε θα πρέπει να του κατανεμηστούν απώλειες. Οι γραμμές 8,9,10, 14 και 15 έχουν μηδενική αντίσταση οπότε θα έχουν και μηδενικές απώλειες πραγματικής ισχύος.

### 6.3.2 Αποτελέσματα

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζεται η ac ανάλυση ροών φορτίων του δικτύου των 14 ζυγών.

**Πίνακας 6.38:** Ανάλυση ροής φορτίου για δίκτυο 14 ζυγών.

bus	Vm (α.μ)	Va	Pbus (MW)	Qbus (MVar)	Ibus (α.μ.)	Ibus  (α.μ.)
1	1,05	0	232,8726	-36,679	2.2178 + 0.3493i	2,2452
2	1,045	-5,2239	18,3	54,3814	0.1270 - 0.5342i	0.5491
3	1,01	-12,9874	-94,2	8,8591	-0.9285 + 0.1241i	0.9368
4	1,013	-10,4792	-47,8	3,9	-0.4710 + 0.0480i	0.4734
5	1,0153	-8,9723	-7,6	-1,6	-0.0715 + 0.0272i	0.0765
6	1,07	-14,6442	-11,2	15,1879	-0.1372 - 0.1109i	0.1764
7	1,0498	-13,476	0	0	-0.0000 - 0.0000i	0.0000
8	1,09	-13,476	0	24,8774	-0.0532 - 0.2219i	0.2282
9	1,0332	-15,056	-29,5	-16,6	-0.2340 + 0.2293i	0.3276
10	1,0321	-15,2654	-9	-5,8	-0.0693 + 0.0772i	0.1037
11	1,0473	-15,0729	-3,5	-1,8	-0.0278 + 0.0253i	0.0376
12	1,0535	-15,4952	-6,1	-1,6	-0.0517 + 0.0301i	0.0599
13	1,047	-15,5342	-13,5	-5,8	-0.1094 + 0.0879i	0.1403
14	1,021	-16,2901	-14,9	-5	-0.1263 + 0.0879i	0.1539
sum			13,8726			

Όπου:

bus: ο αριθμός του κάθε ζυγού

Pbus, Qbus: Η πραγματική και άεργος εγγεόμενη ισχύς του κάθε ζυγού.

Ibus: το εγγεόμενο ρεύμα του κάθε ζυγού.

|Ibus|: το μέτρο του εγγεόμενου ρεύματος του κάθε ζυγού

Ο ζυγός που παράγει τη μεγαλύτερη ισχύ μέχρι αυτόν που παράγει την μικρότερη είναι κατά σειρά 1,3,4,9,2,14,13,6,10,5,12,11. Οι ζυγοί 7 και 8 δεν έχουν πραγματική ισχύ. Ο ζυγός που εγγεί το μεγαλύτερο ρεύμα μέχρι αυτόν που εγγεί το μικρότερο είναι κατά σειρά 1,3,2,4,9,8,6,14,13,10,5,12,11.

Οι συνολικές απώλειες πραγματικής ισχύς του δικτύου είναι 13,8726 MW.

**Πίνακας 6.39:** Απώλειες μιγαδικής ισχύος και ρεύμα για κάθε γραμμή μεταφοράς δικτύου 14 ζυγών.

line	I line (α.μ.)	P + Qi (MW, Mvar)
1	1.4989 - 0.3331i	4.5691 - 8.1565i
2	0.7189 + 0.0373i	2.8002 - 6.3117i
3	0.6946 + 0.1205i	2.3351 - 5.2124i
4	0.5309 + 0.0776i	1.6729 - 1.4751i
5	0.3926 + 0.0890i	0.9227 + 0.8552i
6	-0.2404 + 0.0242i	0.3912 + 0.3113i
7	-0.6050 + 0.0325i	0.4900 - 1.5457i
8	0.2888 - 0.1184i	0 - 2.0376i
9	0.1513 - 0.0029i	0.0000 - 1.2732i
10	0.4451 - 0.1286i	-0.0000 - 5.4097i
11	0.0544 + 0.0947i	0.1134 - 0.2374i
12	0.0653 + 0.0471i	0.0797 - 0.1658i
13	0.1424 + 0.1308i	0.2473 - 0.4870i
14	0.0532 - 0.2219i	0 - 0.9176i
15	0.2158 + 0.2107i	-0.0000 - 1.0006i
16	0.0427 + 0.0077i	0.0060 - 0.0159i
17	0.0798 + 0.0281i	0.0909 - 0.1934i
18	-0.0266 - 0.0695i	0.0454 - 0.1062i
19	0.0136 + 0.0170i	0.0104 - 0.0094i
20	0.0466 + 0.0599i	0.0983 - 0.2002i

Παρατηρείται από τον Πίνακα 6.39 ότι όντως οι γραμμές 8,9,10,14,15 λόγω της μηδενικής τους αντίστασης έχουν μηδενικές απώλειες πραγματικής ισχύος.

**Πίνακας 6.40:** Κατανομή απωλειών στους ζυγούς του δικτύου 14 ζυγών με μέθοδο pro-rata.

bus	prorata1 (MW)	prorata2 (MW)	prorata3 (MW)
1	12,8619	0	6,431
2	1,0107	0	0,5054
3	0	5,507	2,7535
4	0	2,7944	1,3972
5	0	0,4443	0,2221
6	0	0,6548	0,3274
7	0	0	0
8	0	0	0
9	0	17,246	0,8623
10	0	0,5261	0,2631
11	0	0,2046	0,1023
12	0	0,3566	0,1783
13	0	0,7892	0,3946
14	0	0,8711	0,4355
sum	13,8726	13,8726	13,8726



**Πίνακας 6.43:** Κατανομή απωλειών (MW) κάθε γραμμής μεταφοράς στους ζυγούς φορτίου του δικτύου των 14 ζυγών σύμφωνα με τη μέθοδο cca.

line\bus	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	0	1,9725	0,8876	0,1305	0,2052	0	0,0165	0,5236
2	0	0	0,8975	0,6003	0,111	0,1805	0	0,0208	0,3721
3	0	0	1,6893	0,2397	0,0264	0,0454	0	0,0042	0,1321
4	0	0	0,4129	0,4698	0,0509	0,0949	0	0,0189	0,2494
5	0	0	0,1567	0,2215	0,0512	0,0745	0	0,0035	0,1516
6	0	0	0,6884	-0,1144	-0,0113	-0,0313	0	-0,0213	-0,0457
7	0	0	0,2253	0,1887	-0,0166	-0,0139	0	0,0161	0,0511
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0,0206	0,0128	0,0001	0,014	0	-0,0208	0,0564
12	0	0	0,0026	0,0017	0	0,0007	0	-0,0019	0,0075
13	0	0	0,0129	0,0084	-0,0002	0,002	0	-0,0089	0,0378
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	-0,0019	-0,0014	0,0001	0,0023	0	-0,0002	-0,0067
17	0	0	-0,0116	-0,0081	0,0005	0,0071	0	0,0027	-0,0374
18	0	0	0,0118	0,0071	0,0002	0,0113	0	-0,0139	0,0311
19	0	0	0,0013	0,0008	0	0,0009	0	-0,0013	0,0034
20	0	0	0,0167	0,0106	0	0,0086	0	-0,0152	0,0468
sum	0	0	6,0951	2,525	0,3427	0,6022	0	-0,0008	1,5731

**Πίνακας 6.43:** Συνέχεια...

line\bus	10	11	12	13	14	sum
1	0,1587	0,0614	0,1074	0,2369	0,2686	4,5691
2	0,1136	0,0454	0,0825	0,1789	0,1975	2,8002
3	0,0393	0,0146	0,0245	0,0546	0,0652	2,3351
4	0,0737	0,0276	0,0469	0,1035	0,1244	1,6729
5	0,0473	0,0195	0,036	0,0783	0,0826	0,9227
6	-0,013	-0,0052	-0,0099	-0,0202	-0,0251	0,3912
7	0,0127	0,0029	0,001	0,0049	0,0178	0,49
8	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0
11	0,0298	0,0201	-0,0082	-0,0175	0,0061	0,1134
12	0,0015	-0,0002	0,0342	0,0216	0,0122	0,0797
13	0,0075	-0,001	0,0177	0,1093	0,0619	0,2473
14	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0
16	0,0081	0,0021	0,0015	0,0028	-0,0006	0,006
17	-0,007	0,0012	0,012	0,035	0,0965	0,0909
18	0,0167	-0,0094	-0,0041	-0,009	0,0035	0,0454
19	0,0007	-0,0001	-0,0107	0,0099	0,0054	0,0104
20	0,0096	-0,0011	-0,012	-0,0411	0,0755	0,0983
sum	0,4991	0,1778	0,319	0,7478	0,9917	13,8726

**Πίνακας 6.44:** Κατανομή απωλειών (MW) κάθε γραμμής μεταφοράς σε όλους του ζυγούς του δικτύου των 14 ζυγών σύμφωνα με τη μέθοδο cca.

line\bus	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	3,9629	-0,001	0,3956	0,0972	0,0035	0,0134	0	0,0161	0,0331
2	1,5651	0,0027	0,2759	0,289	0,06	0,1107	0	0,0311	0,1695
3	0,7447	0,0922	13569	0,0722	-0,0005	0,0035	0	0,0021	0,0299
4	0,6107	0,1086	0,1275	0,326	0,0278	0,0592	0	0,0176	0,1611
5	0,1204	0,0531	0,0868	0,1856	0,0461	0,0612	0	-0,0047	0,1367
6	0,0765	0,0012	0,6577	-0,1298	-0,0138	-0,0346	0	-0,0206	-0,0559
7	0,5233	0,0362	0,0032	0,0771	-0,0346	-0,0406	0	0,0167	-0,0188
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	-0,0708	-0,0912	0,079	0,04	0,0074	0,0015	0	-0,055	0,1042
12	-0,0196	-0,0108	0,014	0,0072	0,0012	0	0	-0,0056	0,0142
13	-0,111	-0,0534	0,0751	0,0386	0,0062	-0,0004	0	-0,0263	0,0723
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0,043	0,0067	-0,0215	-0,0112	-0,0015	0,0006	0	0,0008	-0,0138
17	0,1876	0,0433	-0,1014	-0,0527	-0,0076	0,0021	0	0,0131	-0,0745
18	-0,0081	-0,054	0,0327	0,0163	0,0035	0,0015	0	-0,0354	0,0562
19	-0,0037	-0,0056	0,0046	0,0023	0,0004	0,0001	0	-0,0034	0,0063
20	-0,0852	-0,0725	0,0747	0,0381	0,0066	0,0006	0	-0,0413	0,0875
sum	7,5359	0,0555	3,0607	0,9959	0,1046	0,1786	0	-0,0946	0,7081

**Πίνακας 6.44:** Συνέχεια...

line\bus	10	11	12	13	14	sum
1	0,0092	0,0035	0,0059	0,0127	0,017	4,5691
2	0,0515	0,0215	0,0414	0,087	0,0949	2,8002
3	0,0082	0,0025	0,0032	0,0077	0,0125	2,3351
4	0,0469	0,0171	0,0285	0,063	0,079	1,6729
5	0,043	0,0176	0,0323	0,0708	0,0738	0,9227
6	-0,0161	-0,0064	-0,0119	-0,0249	-0,0302	0,3912
7	-0,0087	-0,0054	-0,0134	-0,027	-0,018	0,49
8	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0
11	0,0455	0,0255	-0,0009	0,002	0,0262	0,1134
12	0,0037	0,0006	0,0353	0,0244	0,0151	0,0797
13	0,0186	0,003	0,0235	0,1238	0,0773	0,2473
14	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0
16	0,0059	0,0013	0,0001	-0,0003	-0,004	0,006
17	-0,0186	-0,0031	0,0051	0,0187	0,0788	0,0909
18	0,0251	-0,0065	-0,0005	0,001	0,0136	0,0454
19	0,0017	0,0003	-0,0102	0,0111	0,0066	0,0104
20	0,0229	0,0036	-0,0055	-0,0243	0,0929	0,0983
sum	0,2387	0,0749	0,1329	0,3459	0,5356	13,8726

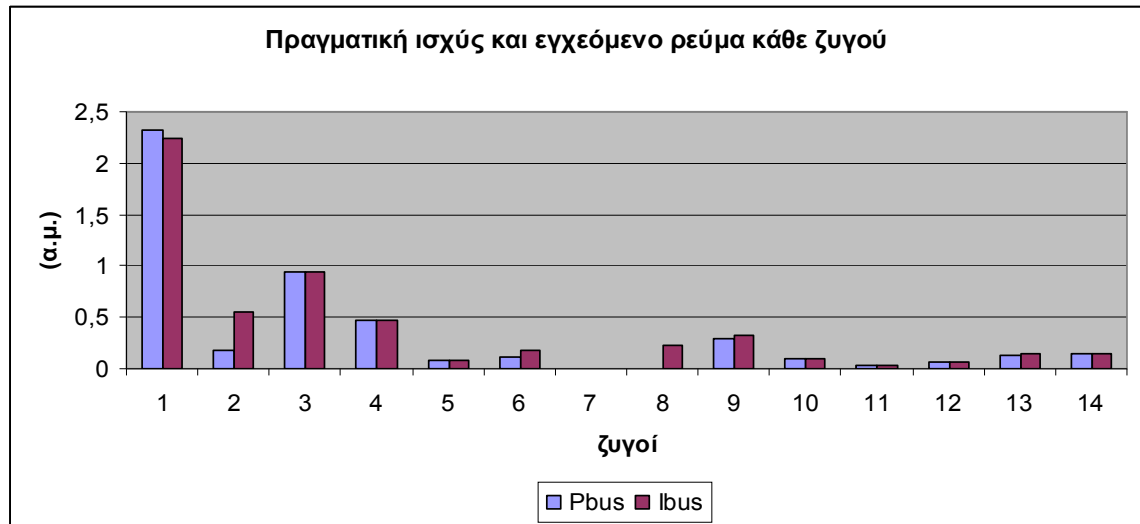
Λόγω οικονομίας χώρου τα αποτελέσματα της τιμής Shapley δεν παρουσιάζονται καθώς είναι πανομοιότυπα με αυτά της μεθόδου csa και για της τρεις περιπτώσεις καταμερισμού.

**Πίνακας 6.45:** Εύρεση του εάν οι κατανομές σύμφωνα με την τιμή Shapley ανήκουν στον πυρήνα για το δίκτυο των 14 ζυγών.

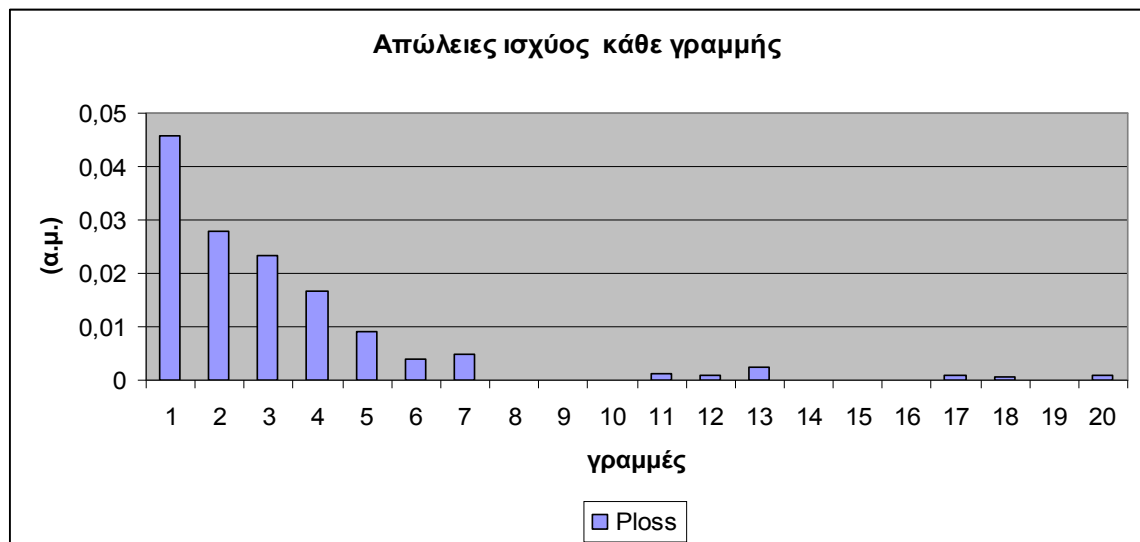
line	core1	core2	core3
1	0	4092	16174
2	3	4092	16382
3	3	4092	16380
4	3	4092	16382
5	3	4092	16380
6	3	0	224
7	3	3923	1884
8	0	0	0
9	0	0	0
10	0	0	0
11	3	3082	770
12	3	4040	9372
13	3	4032	7338
14	0	0	0
15	0	0	0
16	3	123	26
17	3	727	302
18	0	1226	204
19	3	1824	366
20	3	1552	276

### 6.3.3 Σχολιασμός αποτελεσμάτων

Από τα δεδομένα του Πίνακα 6.37 παρατηρείται ότι την μεγαλύτερη αντίσταση έχουν οι γραμμές 11, 12, 17, 18, 19 και 20. Οι γραμμές 8,9,10 είναι μετασχηματιστές με μηδενική αντίσταση. Επίσης οι γραμμές 14 και 15 έχουν μηδενική αντίσταση. Οι μέθοδοι καταμερισμού των απωλειών πρέπει να καταμερίζουν μηδενικές απώλειες στις γραμμές με μηδενική αντίσταση. Από τον Πίνακα 6.38 που παρουσιάζει τα αποτελέσματα της a.c. ανάλυσης ροών φορτίων του δικτύου των 14 ζυγών παρατηρείται ότι ο ζυγός 1 έχει πολύ μεγάλη παραγόμενη πραγματική ισχύ και ακολουθούν οι ζυγοί 3 και 4 που έχουν μεγάλη καταναλωσκόμενη πραγματική ισχύ. Αναμένεται στους παραπάνω ζυγούς να καταμεριστούν μεγάλες ποσότητες απωλειών. Ο ζυγός 7 έχει μηδενική συνολική ισχύ, οπότε αναμένεται να του καταμεριστούν μηδενικές απώλειες. Οι ζυγοί 2 και 6 έχουν μεγάλη παραγωγή άεργου ισχύος. Τέλος ο ζυγός 8 έχει μόνο άεργο ισχύ. Η πραγματική ισχύς του κάθε ζυγού καθώς και το μέτρο του εγγεόμενου ρεύματός του φαίνεται στο διάγραμμα του Σχήματος 6.25.



**Σχήμα 6.25:** Μέτρο πραγματικής ισχύος και μέτρο εγχεόμενου ρεύματος κάθε ζυγού για το δίκτυο των 14 ζυγών.



**Σχήμα 6.26:** Απώλειες πραγματικής ισχύος για κάθε γραμμή του δικτύου των 14 ζυγών.

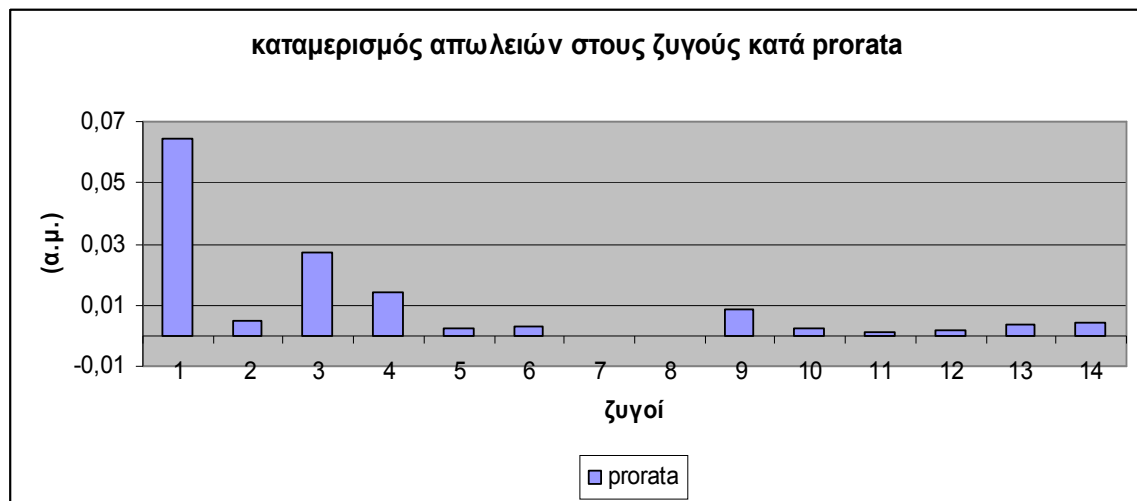
Από το διάγραμμα του Σχήματος 6.26 παρατηρείται ότι τις μεγαλύτερες απώλειες έχουν οι γραμμές που συνδέονται με τους ζυγούς 1 και 2.

Η μέθοδος proata καταμερίζει τις απώλειες των γραμμών μεταφοράς αναλογικά με την πραγματική ισχύ του κάθε ζυγού όπως φαίνεται στον Πίνακα 6.46 και στο Σχήμα 6.27.



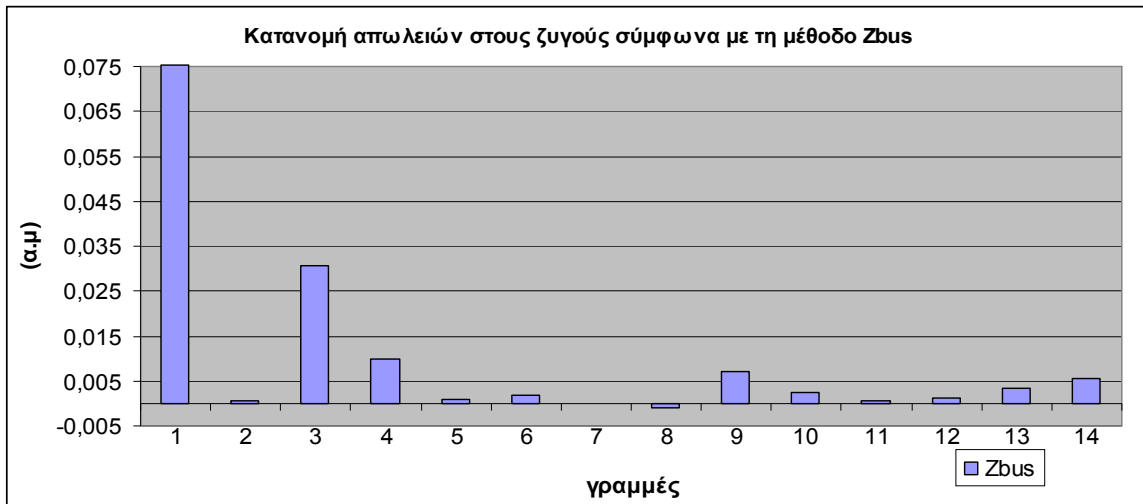
**Πίνακας 6.46:** Συσχετισμός καταμερισμού απωλειών κατά prorata στους ζυγούς με την πραγματική τους ισχύ στο δίκτυο των 14 ζυγών.

bus	Pbus (α.μ.)	prorata3 (α.μ.)
1	2,3287	0,0643
2	0,183	0,0051
3	0,942	0,0275
4	0,478	0,014
5	0,076	0,0022
6	0,112	0,0033
7	0	0
8	0	0
9	0,295	0,0086
10	0,09	0,0026
11	0,035	0,001
12	0,061	0,0018
13	0,135	0,0039
14	0,149	0,0044



**Σχήμα 6.27:** Καταμερισμός των απωλειών του δικτύου των 14 ζυγών στους ζυγούς του με τη μέθοδο prorata

Η μέθοδος Zbus δίνει τον ίδιο καταμερισμό με τις μεθόδους csa και την τιμή Sharpley για την περίπτωση του καταμερισμού των απωλειών σε όλους τους ζυγούς. Η κατανομή παρουσιάζει αναλογία με το μέτρο του εγχεόμενου ρεύματος του κάθε ζυγού (Σχήμα 6.28) αλλά παρουσιάζει συγκεκριμένες διαφοροποιήσεις όπως στο ζυγό 2, που σημαίνει ότι ο καταμερισμός επηρεάζεται από τοπολογικά δεδομένα και τις ροές του ρεύματος. Η μέθοδος Zbus δεν προσφέρει δεδομένα για περαιτέρω μελέτη της λογικής της κατανομής.

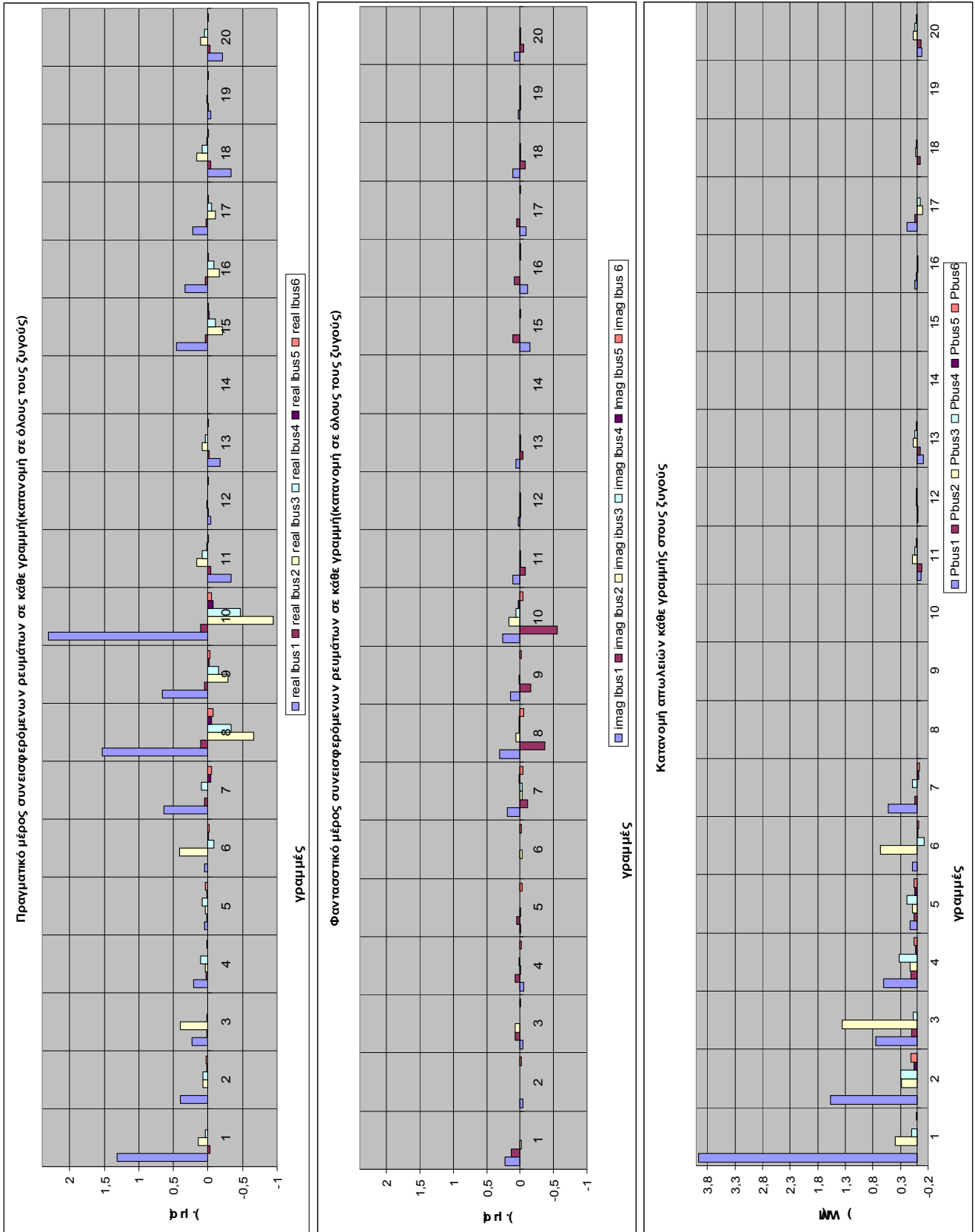


**Σχήμα 6.28:** Καταμερισμός των απωλειών του δικτύου των 14 ζυγών στους ζυγούς του με τη μέθοδο Zbus

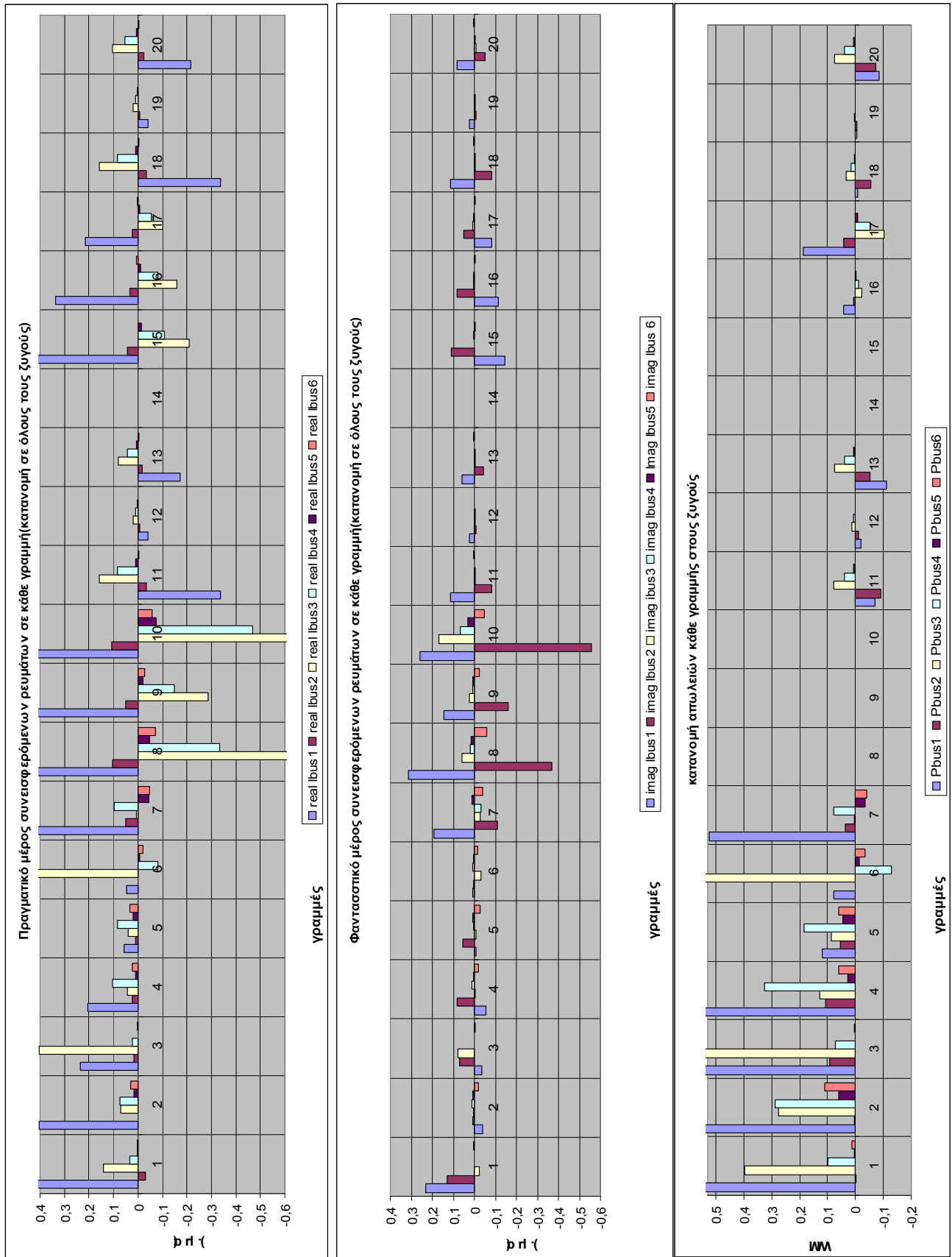
Οι μέθοδοι καταμερισμού απωλειών csa και η τιμή Shapley δίνουν τα ίδια αποτελέσματα για όλες τις περιπτώσεις καταμερισμού. Δεν καταμερίζουν απώλειες στον ζυγό 7 ο οποίος δεν έχει καθόλου ισχύ καθώς και στις γραμμές 8,9,10,14 και 15 που έχουν μηδενική πραγματική αντίσταση. Στα διαγράμματα του Σχήματος 6.28 που αφορά τους ζυγούς από 1 μέχρι 6 παρουσιάζονται, στο πρώτο διάγραμμα το πραγματικό μέρος και η φορά του εγχεόμενου ρεύματος κάθε ζυγού από 1 μέχρι 6 σε κάθε γραμμή μεταφοράς, στο επόμενο διάγραμμα το φανταστικό μέρος και η φορά των εγχεόμενων ρευμάτων των ζυγών 1 μέχρι 6 για κάθε γραμμή μεταφοράς και στο τελευταίο κεφάλαιο η κατανομή των απωλειών κάθε γραμμής στους ζυγούς 1 μέχρι 6. Τα διαγράμματα του Σχήματος 6.29 είναι ακριβώς τα ίδια με αυτά του Σχήματος 6.28 αλλά σε πιά μικρή κλίμακα ώστε να είναι εμφανή τα μικρότερα εγχεόμενα ρεύματα και κατανομές. Τα διαγράμματα του Σχήματος 6.30 είναι της ίδιας λογικής με του Σχήματος 6.28 αλλά για τους ζυγούς από 8 ως 14 και σε μικρότερη κλίμακα. Ο ζυγός 7 δεν έχει εγχεόμενο ρεύμα.

Παρατηρείται στα διαγράμματα των Σχημάτων 6.28, 6.29 και 6.30 ότι στις γραμμές με τις μεγαλύτερες απώλειες, δηλαδή τις γραμμές 1,2,3,4,5 το μεγαλύτερο συνεισφερόμενο ρεύμα είναι κατά φθίνουσα σειρά από τον ζυγό 1,3,4 και 9 και στους οποίους καταμερίζονται οι περισσότερες απώλειες από αυτές τις γραμμές. Εξηγείται επίσης γιατί στο ζυγό 2 ενώ έχει το τρίτο μεγαλύτερο εγχεόμενο ρεύμα του καταμερίζονται ελάχιστες απώλειες. Αυτό οφείλεται στο ότι σε πολλές γραμμές του καταμερίζονται μικρές ή αρνητικές απώλειες, το οποίο συμβαίνει διότι το συνεισφερόμενο ρεύμα του είναι με αντίθετη φορά από την κύρια ροή. Τέλος παρατηρείται όπως και στα προηγούμενα δίκτυα, ότι ο καταμερισμός των απωλειών βάση των μεθόδων csa και Shapley είναι ανάλογη με το εγχεόμενο ρεύμα του κάθε ζυγού στην κάθε γραμμή. Εάν το πραγματικό μέρος ή το φανταστικό μέρος ενός συνεισφερόμενου ρεύματος έχει αντίθετη φορά από την κύρια τότε του καταμερίζονται αναλογικά λιγότερες απώλειες ή ακόμα και αρνητικές.

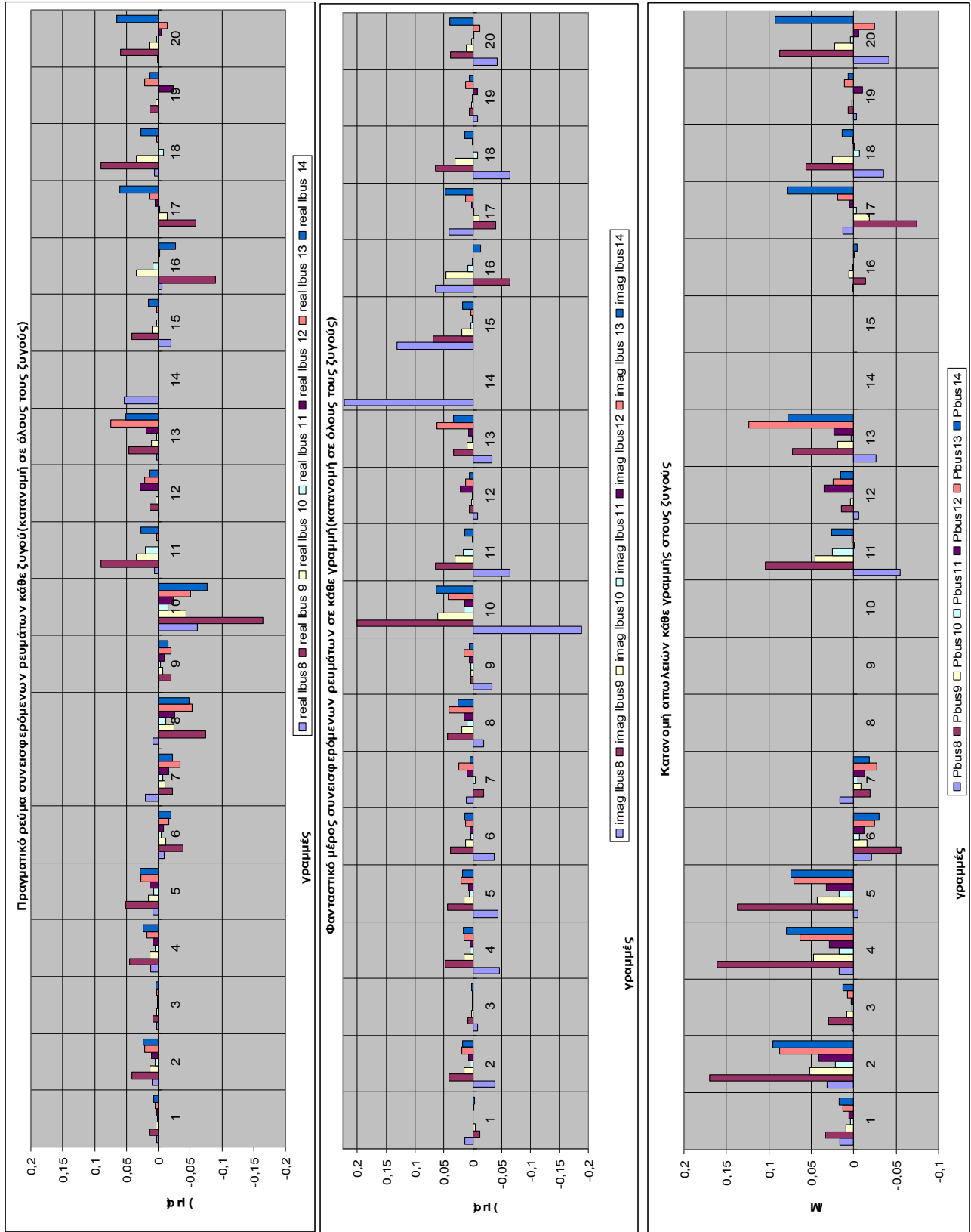
Από τον Πίνακα 6.45 παρατηρείται ότι στην περίπτωση του καταμερισμού των απωλειών στους ζυγούς παραγωγής μόνο 7 κατανομές ανήκουν στον πυρήνα, για την περίπτωση του καταμερισμού των απωλειών στους ζυγούς φορτίου μόνο 6 κατανομές ανήκουν στον πυρήνα ενώ στην περίπτωση του καταμερισμού των απωλειών σε όλους τους ζυγούς μόνο 7 κατανομές ανήκουν στον πυρήνα.



**Σχήμα 6.28:** Πρώτο διάγραμμα, το πραγματικό μέρος του συνεισφερόμενου ρεύματος των ζυγών 1,2,3,4,5,6 σε κάθε γραμμή μεταφοράς, Δεύτερο διάγραμμα, το φανταστικό μέρος του συνεισφερόμενου ρεύματος των ζυγών 1,2,3,4,5,6 σε κάθε γραμμή μεταφοράς, τρίτο διάγραμμα, η κατανομή απωλειών κάθε γραμμής μεταφοράς στους ζυγούς 1,2,3,4,5,6, στο δίκτυο των 14 ζυγών.



Σχήμα 6.29: Το ίδιο με το Σχήμα 6.28 αλλά σε μικρότερη κλίμακα.



**Σχήμα 6.30:** Πρώτο διάγραμμα, το πραγματικό μέρος του συνεισφερόμενου ρεύματος των ζυγών 8,9,10,11,12,13,14 σε κάθε γραμμή μεταφοράς, Δεύτερο διάγραμμα, το φανταστικό μέρος του συνεισφερόμενου ρεύματος των ζυγών 8,9,10,11,12,13,14 σε κάθε γραμμή μεταφοράς, τρίτο διάγραμμα, η κατανομή απωλειών κάθε γραμμής μεταφοράς στους ζυγούς 8,9,10,11,12,13,14 στο δίκτυο των 14 ζυγών.

#### 6.4 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [6.1] A. J. Wood, B. F. Wollenberg " Power Generation, Operation, and Control, 2<sup>nd</sup> Edition" pp.104,112,119,123-124,549.NY, Jan 1996.
- [6.2] "Power systems test case archive," [Online] IEEE common data format.  
Διαθέσιμο: <http://www.ee.washington.edu/research/pstca>

## **ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ**

### **7.1 ΣΥΝΟΨΗ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΚΑΙ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΤΗΣ**

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετήθηκε το πρόβλημα του καταμερισμού των απωλειών πραγματικής ισχύος των γραμμών μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας στους ζυγούς του δικτύου. Αναπτύχθηκε κατάλληλο λογισμικό σε περιβάλλον MATLAB για τον καταμερισμό των απωλειών, το οποίο λογισμικό χρησιμοποιήθηκε για τον καταμερισμό των απωλειών σε δίκτυα 6 και 14 ζυγών.

Η δίκαιη κατανομή των απωλειών μεταφοράς είναι ένα σημαντικό ζήτημα, αφού οι απώλειες αντιστοιχούν σε ένα μεγάλο χρηματικό ποσό ετησίως. Η λογική και δίκαιη κατανομή αποτελεί σημαντική προϋπόθεση για την ομαλή λειτουργία της εμπορίας της ηλεκτρικής ενέργειας, τόσο από την πλευρά των παραγωγών όσο και από την πλευρά των καταναλωτών. Οι απώλειες μεταφοράς, οι οποίες εξαρτώνται από διάφορους παράγοντες του ηλεκτρικού συστήματος, είναι μία ιδιαίτερα μη γραμμική συνάρτηση αυτών των παραγόντων. Το κύριο πρόβλημα που συνδέεται με την κατανομή απωλειών είναι το γεγονός ότι οι απώλειες είναι μία μη διακριτή οντότητα και οποιαδήποτε προσπάθεια διαχωρισμού περιπλέκεται περαιτέρω από τη μη γραμμική φύση τους.

Η πρόκληση που αντιμετωπίζεται λοιπόν είναι πώς και με ποιά κριτήρια θα κατανεμηθούν οι απώλειες μεταφοράς στους χρήστες του δικτύου. Κάθε μέθοδος καταμερισμού επιδιώκει να καλύψει όσο το δυνατόν περισσότερες από τις παρακάτω προϋποθέσεις:

- να είναι συνεπής με τα αποτελέσματα της ροής ισχύος.
- ο καταμερισμός να είναι αναλογικός με την ποσότητα της ενέργειας που παράγεται ή καταναλώνεται σε κάθε ζυγό.
- να λαμβάνει υπόψιν τις αποστάσεις στα δίκτυα μεταφοράς (τοπογραφικά δεδομένα)
- να είναι ευσταθής
- να είναι εύκολα κατανοητή
- να είναι απλή στην εφαρμογή

Η προσαρμογή όλων αυτών των κριτηρίων σε ένα συγκεκριμένο μοντέλο είναι ένας δύσκολος στόχος. Ιδανική μέθοδος κατανομής απωλειών δεν υπάρχει. Παρόλα αυτά έχουν αναπτυχθεί αρκετές μέθοδοι που προσεγγίζουν το θέμα στηριζόμενες σε ξεχωριστά μαθηματικά μοντέλα η κάθε μία. Οι γενικές κατηγορίες στις οποίες εντάσσονται οι διάφορες μέθοδοι καταμερισμού των απωλειών είναι οι παρακάτω:

- μέθοδοι pro rata
- μέθοδοι που στηρίζονται στην αναλογική – τοπολογική τεχνική
- μέθοδοι που βασίζονται στο οριακό κόστος
- μέθοδοι που στηρίζονται στη θεωρία κυκλωμάτων

Το πρώτο στάδιο για τη μελέτη και τον καταμερισμό των απωλειών ισχύος των γραμμών μεταφοράς ενός δικτύου είναι η εύρεση των ροών φορτίου στο δίκτυο. Στην παρούσα διπλωματική εργασία χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος Newton-Raphson σε καρτεσιανές συντεταγμένες (ενότητα 3.3). Η λύση του προβλήματος ροών φορτίου δίνει το μέτρο της τάσης και τη γωνία φάσης όλων των ζυγών καθώς και την πραγματική και άεργο ισχύ όλων των ζυγών. Γνωρίζοντας τις τάσεις του κάθε ζυγού και τη μήτρα αγωγιμοτήτων του δικτύου, υπολογίζεται το εγχεόμενο ρεύμα κάθε ζυγού. Επιπλέον, γνωρίζοντας τις τάσεις κάθε ζυγού καθώς και τη μιγαδική αντίσταση κάθε γραμμής, υπολογίζεται το ρεύμα που εγχέεται από κάθε ζυγό προς κάθε γραμμή που συνδέεται μαζί του και κατά συνέπεια η μιγαδική ισχύς που εγχέεται από το ζυγό στη γραμμή. Σε κάθε γραμμή μεταφοράς, η διαφορά της εγχεόμενης ισχύος στους ζυγούς αναχώρησης και άφιξης της γραμμής μεταφοράς δίνει τις απώλειες της γραμμής. Συνοψίζοντας, με βάση τα αποτελέσματα της ροής φορτίου υπολογίζεται το εγχεόμενο ρεύμα κάθε ζυγού, το ρεύμα και οι απώλειες κάθε γραμμής (ενότητα 3.4).

Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας το εγχεόμενο ρεύμα κάθε ζυγού και την αντίστροφη μήτρα αγωγιμοτήτων υπολογίζεται η συνεισφορά κάθε ζυγού στο ρεύμα κάθε γραμμής μεταφοράς (ενότητα 3.6.1). Υπάρχουν τρεις περιπτώσεις, πρώτον όταν θεωρείται ότι μόνο οι ζυγοί παραγωγής συνεισφέρουν στο ρεύμα κάθε γραμμής, δεύτερον όταν θεωρείται ότι μόνο οι ζυγοί φορτίου συνεισφέρουν στο ρεύμα κάθε γραμμής και τέλος όταν θεωρείται ότι όλοι οι ζυγοί συνεισφέρουν στο ρεύμα κάθε γραμμής.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετώνται και εφαρμόζονται οι ακόλουθες τέσσερις μέθοδοι καταμερισμού των απωλειών μεταφοράς: 1) η μέθοδος *prorata*, 2) η μέθοδος *Zbus* που στηρίζεται στη θεωρία κυκλωμάτων, 3) η μέθοδος *cca* που στηρίζεται στη θεωρία κυκλωμάτων, και 4) η μέθοδος της τιμής *Shapley*.

Η μέθοδος **prorata** (ενότητα 3.5.1) είναι μία μέθοδος αναλογικού καταμερισμού των απωλειών με βάση την έγχυση ισχύος. Οι απώλειες που καταμερίζονται σε κάθε ζυγό είναι ανάλογες της παραγόμενης ή καταναλισκόμενης ισχύος του ζυγού. Η κατανομή μπορεί να γίνει είτε στους ζυγούς παραγωγής είτε στους ζυγούς φορτίου είτε σε όλους τους ζυγούς του δικτύου.

Η μέθοδος **Z-bus** (ενότητα 3.5.2) χρησιμοποιεί τα εγχεόμενα ρεύματα κάθε ζυγού, αντί για την ισχύ του, σαν κριτήριο για τον καταμερισμό των απωλειών, εξαιτίας του γεγονότος ότι τα ρεύματα είναι ο κυρίαρχος παράγοντας καθορισμού του καταμερισμού των απωλειών. Στόχος της μεθόδου είναι, παίρνοντας τα αποτελέσματα της ροής φορτίου, να καταμερίσει τις συνολικές απώλειες ενεργού ισχύος των γραμμών μεταφοράς σε όλους τους ζυγούς του δικτύου. Για να υπολογιστούν οι απώλειες της ενεργού ισχύος των γραμμών μεταφοράς χρησιμοποιούνται ο αντίστροφος του πίνακα αγωγιμοτήτων  $Z_{bus} = Y_{bus}^{-1}$  και το εγχεόμενο ρεύμα κάθε ζυγού.

Η μέθοδος **cca** ( *contributed current allocation*) (ενότητα 3.6.2) για να καταμερίσει τις απώλειες μίας γραμμής μεταφοράς χρησιμοποιεί το ρεύμα της γραμμής, το συνεισφερόμενο ρεύμα κάθε ζυγού στη γραμμή καθώς και την αντίσταση της γραμμής. Η συγκεκριμένη μέθοδος υπολογίζει αναλυτικά την κατανομή των απωλειών κάθε γραμμής του δικτύου στους ζυγούς. Η μέθοδος *cca* δίνει τη δυνατότητα να καταμεριστούν οι απώλειες, είτε στους ζυγούς παραγωγής, είτε στους ζυγούς φορτίου, είτε σε όλους τους ζυγούς του δικτύου.



Η μέθοδος της τιμής **Shapley** (ενότητα 4.3.3 και 4.4.2) βασίζεται στη συνεργατική θεωρία παιγνίων. Η θεωρία παιγνίων παρέχει μηχανισμούς επίλυσης κυρίως οικονομικών προβλημάτων αξιολογώντας τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των συμμετοχόντων στα πλαίσια της αγοράς και είναι από τα πιο ικανά εργαλεία επίλυσης προβλημάτων καταμερισμού κερδών ή ζημιών. Η τιμή Shapley είναι μία μεθοδολογία καταμερισμού των κερδών ή των ζημιών μεταξύ των συνεργαζόμενων συμμετεχόντων σε ένα παίγνιο. Δίνει συγκεκριμένο καταμερισμό των κερδών που στηρίζεται στο πόσο σημαντικό ρόλο παίζει ο κάθε παίκτης στη απόκτηση του συνολικού κέρδους. Στην παρούσα διπλωματική εργασία γίνεται εφαρμογή της μεθόδου Shapley για τον καταμερισμό των απωλειών των γραμμών μεταφοράς. Για να κατανεμηθούν οι απώλειες των γραμμών μεταφοράς σε κάθε ζυγό θεωρείται σαν παίγνιο η κάθε γραμμή μεταφοράς ξεχωριστά και ως παίχτες θεωρούνται τα συνεισφορόμενα ρεύματα κάθε ζυγού στην κάθε γραμμή. Η μέθοδος της τιμής Shapley δίνει τη δυνατότητα να καταμεριστούν οι απώλειες, είτε στους ζυγούς παραγωγής, είτε στους ζυγούς φορτίου, είτε σε όλους τους ζυγούς του δικτύου, καθώς και για κάθε περίπτωση να υπολογίζεται η κατανομή των απωλειών της κάθε γραμμής στους ζυγούς.

Το λογισμικό που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της διπλωματικής αυτής εργασίας χρησιμοποιήθηκε για τον καταμερισμό των απωλειών μεταφοράς σε σύστημα των 6 και 14 ζυγών του IEEE. Από τις προσομοιώσεις που έγιναν, προέκυψαν τα παρακάτω συμπεράσματα.

Η μέθοδος *prograta* καταμερίζει τις συνολικές απώλειες του δικτύου στους ζυγούς αναλογικά με την εγχεόμενη ισχύ του κάθε ζυγού. Δεν λαμβάνονται υπόψιν τα τοπολογικά χαρακτηριστικά του δικτύου, γεγονός που σημαίνει ότι εάν δύο ζυγοί που εγχέουν την ίδια ισχύ βρίσκεται ο ένας κοντά στην περιοχή που είναι συγκεντρωμένα τα φορτία και ο άλλος σε πιο απομακρυσμένο σημείο, θα τους καταμεριστεί ακριβώς η ίδια ποσότητα απωλειών χωρίς να ευνοηθεί αυτός που είναι τοποθετημένος σε πιο πλεονεκτική θέση. Επιπλέον, δεν λαμβάνονται υπόψη οι αντίθετες ροές ρεύματος που προκαλούν οι ζυγοί σε γραμμές μεταφοράς. Η μέθοδος καταμερίζει στους ζυγούς μόνο θετικές ποσότητες απωλειών. Η μέθοδος *prograta* είναι μία γρήγορη και απλή τεχνική και δίνει τη δυνατότητα να καταμεριστεί οποιοδήποτε ποσοστό από τις συνολικές απώλειες επιθυμεί ο χρήστης του λογισμικού στους ζυγούς παραγωγής ή φορτίου, αντίστοιχα.

Η μέθοδος *Zbus* καταρχήν δεν δίνει τη δυνατότητα καταμερισμού των απωλειών σε όποιους ζυγούς επιθυμεί ο χρήστης. Αντίθετα, ο καταμερισμός γίνεται σε όλους τους ζυγούς του δικτύου. Η κατανομή των απωλειών σύμφωνα με τη μέθοδο *Zbus* είναι κατά κύριο λόγο αναλογική με το εγχεόμενο ρεύμα του κάθε ζυγού αλλά σε κάποιες περιπτώσεις ζυγών δεν ισχύει η αναλογία, καθώς μπορεί σε κάποιο ζυγό με μεγαλύτερο εγχεόμενο ρεύμα από κάποιον άλλο να του καταμεριστούν λιγότερες απώλειες από ότι στον άλλο. Σε μερικές περιπτώσεις καταμερίζονται και αρνητικές απώλειες. Στα δύο δίκτυα που εξετάστηκαν, η μέθοδος *Zbus* δίνει ακριβώς την ίδια κατανομή με τη μέθοδο *cca* και τη μέθοδο της τιμής Shapley στην περίπτωση που ο καταμερισμός των απωλειών γίνεται σε όλους τους ζυγούς.

Η μέθοδος *cca* και η μέθοδος της τιμής Shapley δίνουν ακριβώς τα ίδια αποτελέσματα καταμερισμού των απωλειών για όλες τις περιπτώσεις καταμερισμού. Οι δύο μέθοδοι δίνουν τη δυνατότητα καταμερισμού των απωλειών, είτε στους ζυγούς παραγωγής, είτε στους ζυγούς φορτίου, είτε σε όλους τους ζυγούς του δικτύου. Προσφέρουν δεδομένα για την κατανομή των απωλειών της κάθε γραμμής, οπότε μπορούν να εξαχθούν συμπεράσματα για το πόσο φορτώνει την κάθε γραμμή ο κάθε ζυγός. Ο καταμερισμός των απωλειών σε κάθε ζυγό είναι κατά κύριο λόγο ανάλογος με το εγχεόμενο ρεύμα του ζυγού, όμως σε κάποιες

περιπτώσεις, όπως και στη μέθοδο Zbus, δεν ισχύει αυτή η αναλογία. Συγκρίνοντας τα συνεισφερόμενα ρεύματα των ζυγών για κάθε γραμμή με τις κατανομές που δίνουν οι δύο μέθοδοι για κάθε γραμμή προκύπτει ότι καταμερίζουν σημαντικά μικρότερες απώλειες ή ακόμα και αρνητικές στα συνεισφερόμενα ρεύματα που έχουν αντίθετη ροή από την κύρια ροή της κάθε γραμμής. Αυτό έχει ως συνέπεια ότι εάν ένας ζυγός είναι τοποθετημένος στο δίκτυο ώστε να προσφέρει αντίθετης ροής ρεύμα σε κάποιες γραμμές μεταφοράς, τότε του καταμερίζονται απώλειες δυσανάλογα μικρότερες από το εγγερόμενο ρεύμα του. Ισχύει και το αντίθετο, όταν δηλαδή ένας ζυγός προσφέρει μεγάλη ποσότητα ρεύματος σε μία γραμμή κατά την κύρια ροή, τότε του καταμερίζονται δυσανάλογα μεγαλύτερες απώλειες σε σχέση με το εγγερόμενο ρεύμα του.

Παρόλο που οι μέθοδοι cca και Shapley δίνουν ακριβώς τα ίδια αποτελέσματα, η μέθοδος cca είναι αρκετά πιο απλή στην εφαρμογή της και δίνει σε πολύ σύντομο χρόνο τα αποτελέσματα σε αντίθεση με τη μέθοδο της τιμής Shapley, η οποία υλοποιείται μέσα από ένα σύνθετο λογισμικό το οποίο έχει να χειριστεί για κάθε γραμμή μεταφοράς πίνακες διαστάσεων  $(2^n - 1) \times n$ , όπου  $n$  είναι ο αριθμός των συνεισφερόμενων ρευμάτων σε κάθε γραμμή. Ο χρόνος για να εξάγει αποτελέσματα το λογισμικό της τιμής Shapley είναι ιδιαίτερα αυξημένος και στο λογισμικό που αναπτύχθηκε έχει ως όριο τα 15 συνεισφερόμενα ρεύματα για μία γραμμή και για αυτό το λόγο δεν εφαρμόστηκε σε δίκτυο μεγαλύτερο των 14 ζυγών.

Γενικεύοντας, η μέθοδος prorata είναι μία αρκετά απλή τεχνική που λαμβάνει υπόψη μόνο την εγγερόμενη ισχύ του κάθε ζυγού. Η μέθοδος Zbus είναι επίσης μία απλή τεχνική που δίνει τα ίδια αποτελέσματα με τις μεθόδους cca και Shapley. Λαμβάνει υπόψη το εγγερόμενο ρεύμα κάθε ζυγού καθώς και τα τοπολογικά χαρακτηριστικά του δικτύου. Δεν προσφέρει όμως δεδομένα για περαιτέρω μέλετη των απωλειών στις γραμμές μεταφοράς. Η μέθοδος cca είναι απλή στην εφαρμογή, δίνει τα ίδια αποτελέσματα για όλες τις περιπτώσεις με τη μέθοδο της τιμής Shapley. Χρησιμοποιεί το εγγερόμενο ρεύμα κάθε ζυγού, το συνεισφερόμενο ρεύμα κάθε ζυγού σε κάθε γραμμή καθώς και τα τοπολογικά χαρακτηριστικά του δικτύου. Δίνει τη δυνατότητα καταμερισμού των απωλειών, είτε στους ζυγούς παραγωγής, είτε στους ζυγούς φορτίου, είτε σε όλους τους ζυγούς του δικτύου. Τέλος, δίνει δεδομένα για την κατανομή των απωλειών σε κάθε γραμμή μεταφοράς. Η μέθοδος της τιμής Shapley παρόλο που είναι μία αναγνωρισμένη και καταξιωμένη μέθοδος καταμερισμού στα διάφορα είδων παίγνια, η υλοποίησή της για τον καταμερισμό των απωλειών είναι περίπλοκη και απαιτεί μεγάλο χρόνο εκτέλεσης. Για τα δύο δίκτυα που προσομοιώθηκαν έδωσε ακριβώς τα ίδια αποτελέσματα, για κάθε γραμμή μεταφοράς και κάθε περίπτωση καταμερισμού, με τη μέθοδο cca. Η επιλογή μεθόδου καταμερισμού εξαρτάται από τις απαιτήσεις του κάθε ενδιαφερόμενου. Κάθε μία από τις μεθόδους καταμερισμού περιέχει κάποιες υποθέσεις που δεν αποδεικνύονται.