ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
Δ.Π.Μ.Σ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ

ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΤΡΙΣΔΙΑΣΤΑΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΠΑΚΕΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΜΕ ΤΗΝ ΧΡΗΣΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΙΚΩΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ

Τσουμάρη Καλλιόπη

Διπλωματική Εργασία

Επιβλέπων καθηγητής:
Χ. Κυρανούδης

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματεύεται το πρόβλημα της πακετοποίησης (bin packing) και συγκεκριμένα της τοποθέτησης αντικειμένων σε έναν μεγάλο χώρο. Λόγω της πολυπλοκότητας και της ύπαρξης πολυάριθμων μεταβλητών και παραμέτρων το πρόβλημα ανήκει στην κατηγορία των NP-hard προβλημάτων, γεγονός που καθιστά την εξεύρεση της βέλτιστης λύσης μια πολύ δύσκολη υπόθεση.

Αρχικά, γίνεται μια συνοπτική αναφορά στην περιγραφή του προβλήματος και τον στόχο της διπλωματικής εργασίας. Επίσης, αναφέρονται οι εφαρμογές του προβλήματος στα πραγματικά προβλήματα και παρατίθενται επιγραμματικά οι προσεγγίσεις επίλυσης που προτείνονται στην βιβλιογραφία.

Στην συνέχεια, αναλύεται η κατηγοριοποίηση των προβλημάτων πακετοποίησης και οι βασικότεροι περιορισμοί που εφαρμόζονται στα προβλήματα αυτά. Στο επόμενο κεφάλαιο, περιγράφεται η πολυπλοκότητα του προβλήματος και αναλύονται οι σημαντικότερες μέθοδοι και τεχνικές που χρησιμοποιούνται για την επίλυση των προβλημάτων αυτών. Οι τεχνικές προέρχονται από πολλούς και διαφορετικούς τομείς όπως για παράδειγμα τον γραμμικό προγραμματισμό, τις ευρετικές και μετα-ευρετικές μεθόδους.

Μετά από την ανάλυση των πιο διαδεδομένων μεθόδων, γίνεται επιλογή της μεθοδολογίας με την οποία επιλύουμε το πρόβλημα της πακετοποίησης. Συγκεκριμένα, μελετάται η χρήση του άπληστου αλγόριθμου και εφαρμόζεται σε μία σειρά προβλημάτων της βιβλιογραφίας, τα προβλήματα Bischoff και Ratcliff. Έτσι, γίνεται η σύγκριση των αποτελεσμάτων της μεθόδου αυτής με άλλους κατασκευαστικούς αλγόριθμους που έχουν εφαρμοστεί στα συγκεκριμένα προβλήματα.

Τέλος, καταγράφονται τα συμπεράσματα από την θεωρητική ανασκόπηση αλλά και την πρακτική αξία της διαδικασίας της επίλυσης του προβλήματος πακετοποίησης.

Abstract

This thesis is concerned with the bin packing problem and specifically with placing items in a large space. Due to the complexity and the existence of numerous variables and parameters, these problems refer to NP-hard problems, which makes the convergence to optimal solution hard to achieve.

The thesis firstly describes briefly the bin packing problem and the goal to be accomplished. In addition, there is a reference in the real-world applications and a brief report of the approaches that lead to the optimal solution described in literature.

Subsequently, the classification of the packing problems is analyzed as well as the basic constraints that apply to these problems. The next chapter describes the complexity of bin packing problems and overviews the most important optimization methods and techniques that can be used for combinatorial optimization problems. These techniques derive from many different sections such as linear programming, heuristics and meta-heuristic methods.

After the analysis of the basic methods, there is a methodology selection for solving the bin packing problem. Specifically, we introduce the greedy algorithm and we apply this method to a series of test problems proposed by Bischoff and Ratcliff. Thus, we compare the results that arise from this technique to other constructive heuristics that apply to the same problems.

Finally, we record the conclusions that we reach through the theoretical review and the practical value of the procedure that is adopted for solving the bin packing problem.

Περιεχόμενα πινάκων

Περιεχόμενα εικόνων

Περιεχόμενα Διαγραμμάτων

<u>Κεφάλαιο Ι</u>

Εισαγωγή

1. Εισαγωγή

1.1. Περιγραφή του προβλήματος – Σκοπός

Το αντικείμενο μελέτης της διπλωματικής αυτής εργασίας είναι το τρισδιάστατο πρόβλημα αποθήκευσης των αντικειμένων σε περιορισμένο χώρο (packing problem). Το πρόβλημα αυτό ανήκει στην κατηγορία των συνηθέστερων προβλημάτων τμήσης και συσκευασίας αντικειμένων (packing). Είναι από την φύση του ένα συνδυαστικό πρόβλημα και μάλιστα ανήκει στην κατηγορία των NP-hard προβλημάτων. Η ακριβής περιγραφή του προβλήματος είναι η εξής:

Ένα πλήθος από μικρά, τρισδιάστατα και ορθογώνια αντικείμενα πρέπει να αποθηκευτούν σε έναν ή περισσότερους χώρους με τέτοιον τρόπο, ούτως ώστε να γίνεται η μέγιστη χρήση του όγκου του χώρου. Η τοποθέτηση των αντικειμένων αυτών στον χώρο πρέπει να είναι πλήρης, έτσι ώστε οι άκρες τους να είναι σε παράλληλη διάταξη με τις άκρες του χώρου αποθήκευσης και τα αντικείμενα να μην αλληλεπικαλύπτονται μεταξύ τους. Τα αντικείμενα που τοποθετούνται είναι συνήθως διαφορετικών μεγεθών, και προκειμένου να εφαρμοστεί ευκολότερα ο αλγόριθμος, χωρίζονται σε κατηγορίες από αντικείμενα με πανομοιότυπα μεγέθη. Σε αντίθεση με το ομογενές πρόβλημα, που εξετάζει μόνο μία κατηγορία αντικειμένων, σ'αυτό το πρόβλημα εξετάζονται περισσότερες κατηγορίες αντικειμένων και γι'αυτό αποδίδεται ο χαρακτηρισμός, ετερογενές πρόβλημα. Στόχος μελέτης αυτού του προβλήματος, είναι η μέγιστη χρήση του όγκου του χώρου αποθήκευσης.

Το τρισδιάστατο πρόβλημα bin packing είναι μία βασική κατηγορία προβλήματος στον τομέα της επιχειρησιακής έρευνας και της συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Το κλασσικό πρόβλημα εμφανίζεται σε μία διάσταση, αλλά υπάρχουν πολλές παραλλαγές σε δύο ή τρείς διαστάσεις. Το δισδιάστατο πρόβλημα bin packing είναι μία γενίκευση του μονοδιάστατου προβλήματος με τα ίδια δεδομένα και ζητούμενα, ενώ η μόνη διαφοροποίηση έγκειται στην γεωμετρία των αντικειμένων, τα οποία προσδιορίζονται από το πλάτος και το ύψος τους. Το τρισδιάστατο πρόβλημα είναι αυτό που έχει μελετηθεί λιγότερο από τα υπόλοιπα προβλήματα.

1.2. Εφαρμογές

Τον ρόλο που διαδραματίζει ο ορθός σχεδιασμός ενός αλγορίθμου για την τοποθέτηση αντικειμένων σε έναν χώρο, καθώς και η συνεχής βελτιστοποίηση του αλγορίθμου αυτού, μπορούμε εύκολα να τον συμπεράνουμε αν αναλογιστούμε την αξία του και την συμβολή του στην ομαλή και αποδοτική λειτουργία της βιομηχανίας και της οικονομίας. Επιπροσθέτως, η αποτελεσματική αξιοποίηση του χώρου τοποθέτησης των αντικειμένων συνεισφέρει στην εξοικονόμηση των φυσικών πόρων και την μείωση της κυκλοφορίας. Είναι ευρέως παραδεκτό, δεδομένου του μεγέθους παραγωγής και διανομής που υφίσταται στην εποχή μας, ότι και η ελάχιστη προσφορά στον τομέα αυτό θα οδηγήσει σε σημαντική μείωση οικονομικών πόρων και αξιόλογη εξοικονόμηση υλικών.

Τα προβλήματα πακετοποίησης των αντικειμένων εμφανίζουν υψηλή ποικιλομορφία και περικλείουν πολλούς και διάφορους τομείς τις ζωής μας. Για παράδειγμα, στην ναυτιλιακή βιομηχανία απαιτείται η τοποθέτηση κουτιών διαφορετικών μεγεθών σε containers για την μεταφορά τους. Στα επιβατικά πλοία, η καλύτερη αξιοποίηση του γκαράζ προκύπτει από την φόρτωση των περισσότερων αυτοκινήτων διαφορετικών μεγεθών. Στις βιομηχανίες ξύλου ή γυαλιού, για την κατασκευή αντικειμένων, ορθογώνια τμήματα θα πρέπει να κοπούν από ένα μεγάλο φύλλο του ίδιου υλικού. Ο μέγιστος αριθμός τμημάτων θα πρέπει να κοπεί για να γίνει η καλύτερη εκμετάλλευση του υλικού. Σημαντική είναι και η εφαρμογή των αλγορίθμων των προβλημάτων πακετοποίησης στην αποτελεσματική φόρτωση των containers για την καθημερινή διανομή προιόντων και υλικών σε εταιρείες και καταστήματα για την εξυπηρέτηση των καταναλωτών.

Προκειμένου να βρεθεί λύση σε όλα τα παραπάνω προβλήματα και πολλά άλλα ακόμα στα οποία έχουν άμεση εφαρμογή οι αλγόριθμοι bin packing, έχει γίνει αξιοσημείωτη προσπάθεια εύρεσης του αποτελεσματικότερου και γρηγορότερου αλγόριθμου.

1.3. Προγενέστερη ερευνητική εργασία

Δεδομένου ότι η ύπαρξη προβλημάτων πακετοποίησης δεν είναι καθόλου ένα σύγχρονο πρόβλημα, αλλά αντιθέτως προβληματίζει τους ερευνητές εδώ και δεκαετίες, είναι λογικό ότι αρχικά η προσέγγιση της λύσης γινόταν «με το χέρι», μια επίπονη εργασία που συχνά απαιτούσε την πολυήμερη εργασία αρκετών ατόμων.

Επιπροσθέτως, οι παράμετροι που έπρεπε να ελεγχθούν ήταν πολλές και συχνά ήταν αρκετά σύνθετες. Έγινε λοιπόν αντιληπτό, ότι με την χειρωνακτική προσέγγιση της λύσης, ελλοχεύει πάντα ο κίνδυνος, η λύση που θα προκύψει να μην ικανοποιεί όλες τις παραμέτρους του προβλήματος, δεδομένου ότι δεν υπάρχει συστηματική διαδικασία για να ελεγχθεί μια χειρωνακτική λύση ως προς την πληρότητά της. Για παράδειγμα, κατά την τοποθέτηση των αντικειμένων στο χώρο, θα μπορούσε να είχε παραμεληθεί ένα κουτί ή μια κατηγορία κουτιών που στην συνέχεια θα είχε μεγάλο βάρος ή επιφάνεια για να τοποθετηθεί πάνω στα ήδη τοποθετημένα αντικείμενα.

Γι’αυτόν τον λόγο, η προσοχή των ερευνητών από τις αρχές της δεκαετίας του ’70 στράφηκε στην κατασκευή αλγορίθμων, που λαμβάνουν υπόψη τις χαρακτηριστικές παραμέτρους για κάθε πρόβλημα. Τα τελευταία χρόνια πολλές μελέτες που σχετίζονται με την κατασκευή βελτιστοποιημένων αλγορίθμων έχουν δημοσιευτεί, αρκετές εκ των οποίων έχουν εφαρμοστεί με μεγάλη επιτυχία σε διάφορους οργανισμούς, εταιρείες και άλλες επιχειρήσεις.

Είναι λοιπόν προφανές, ότι η πλειονότητα των πρώτων προσπαθειών αυτοματοποίησης της διαδικασίας που αναπτύχθηκαν για την επίλυση προβλημάτων bin packing, βασίστηκαν στη μίμηση του χειρωνακτικού τρόπου επίλυσης του προβλήματος (υπολογισμός της λύσης «με το χέρι»). Όλες αυτές οι τεχνικές, που αποκαλούνται άμεσα ευρετικές μέθοδοι (direct heuristics) στηρίχθηκαν στη διαδοχική κατασκευή της λύσης του προβλήματος (successive augmentation).

Οι κατασκευαστικοί μέθοδοι χρησιμοποιούν έναν ημιτελή χώρο και τον επεκτείνουν σταδιακά, προσθέτοντας ένα-ένα κουτί ώσπου όλες οι κατηγορίες κουτιών να ενταχθούν στον χώρο. Στην πρόσφατη βιβλιογραφία, οι κατασκευαστικοί αλγόριθμοι αποτελούν προσεγγίσεις με τις καλύτερες επιδόσεις. Μία κατηγορία αυτών των αλγορίθμων είναι οι μέθοδοι που δημιουργούν blocks προκειμένου να προσθέσουν τα αντικείμενα στον χώρο. Ένα block είναι ένα υποσύνολο από κουτιά το οποίο τοποθετείται συμπαγώς σε ένα οριοθετημένο κυβοειδές. Κάθε επανάληψη της προσέγγισης αυτής περιλαμβάνει την τοποθέτηση ενός block σε κάποιον κενό χώρο έως ότου να μην είναι εφικτή η τοποθέτηση άλλων block.

Άλλες γενικές τεχνικές που εφάρμοσαν οι ερευνητές για την επίλυση των προβλημάτων πακετοποίησης βασίζονταν μεταξύ άλλων στον ακέραιο γραμμικό προγραμματισμό (integer linear programming). Στην εξέλιξη αυτή, αξίζει να σημειωθεί, ο ρόλος που διαδραμάτισε η αύξηση της ισχύος των υπολογιστών και η εξέλιξη της έρευνας στο χώρο των αλγορίθμων.

Επίσης, δεν ήταν λίγες οι περιπτώσεις που οι ερευνητές επιδίωξαν να διατυπώσουν σε μία διαφορετική βάση το πρόβλημα και να το ανάγουν σε πρόβλημα που μπορεί να επιλυθεί με μία μέθοδο, που είχε ήδη μελετηθεί αρκετά και ήταν περισσότερο κατανοητή, αυτή της μεθόδου Διαίρει και Βασίλευε (Divide and Conquer).

Πρόσφατα, την εμφάνισή τους έκαναν με μεγάλη επιτυχία, κάποιες προσεγγίσεις που έκαναν χρήση τεχνικών που προέρχονται από το χώρο της Τεχνητής Νοημοσύνης (Artificial Intelligence). Μεταξύ άλλων ξεχωρίζουν οι τεχνικές: Simulated Annealing, Γενετικοί Αλγόριθμοι, και Tabu Search.

1.4. Αλγόριθμοι και βελτιστοποίηση

Στην πλειονότητά τους τα bin packing προβλήματα είναι πολύπλοκα, συνδυαστικά προβλήματα και μάλιστα στην γενική μορφή τους είναι NP-hard. Η πολυπλοκότητα αυτή καθιστά πολύ δύσκολη έως και αδύνατη την αποδοτική και βέλτιστη επίλυσή τους. Το γεγονός αυτό ανάγει την επίλυση τέτοιων προβλημάτων σε μια πολύ δύσκολη, χρονοβόρα, επίπονη και συχνά ακριβή διαδικασία. Για τον λόγο αυτό επιχειρούνται διαφορετικές διατυπώσεις του προβλήματος, ώστε να γίνει εφικτή η επίλυσή του.

Σε κάποιες περιπτώσεις, η επίλυση ενός προβλήματος πακετοποίησης ουσιαστικά επικεντρώνεται, απλώς και μόνο στην εύρεση ενός αλγορίθμου που να ικανοποιεί όλους τους περιορισμούς. Σε αυτές τις περιπτώσεις το πρόβλημα διατυπώνεται ως *πρόβλημα αναζήτησης* (search problem). Σε κάποιες άλλες όμως περιπτώσεις το πρόβλημα διατυπώνεται ως *πρόβλημα βελτιστοποίησης* (optimization problem). Η απαίτηση που διατυπώνεται στο πρόβλημα βελτιστοποίησης είναι η εξεύρεση ενός αλγορίθμου που να ικανοποιεί όλους τους «σκληρούς» περιορισμούς (hard constraints) και να ελαχιστοποιεί (ή να μεγιστοποιεί) μια αντικειμενική συνάρτηση που εμπεριέχει τους «μαλακούς» περιορισμούς (soft constraints).

Αναφορικά με τις δύο προαναφερθείσες διατυπώσεις του προβλήματος έχει εκφραστεί και μια εναλλακτική προσέγγιση. Σύμφωνα με τους υποστηρικτές αυτής της προσέγγισης, θεωρείται ότι η διατύπωση ενός προβλήματος βελτιστοποίησης στην πραγματικότητα, δεν είναι τίποτα άλλο, παρά η εφαρμογή τεχνικών βελτιστοποίησης σε ένα πρόβλημα αναζήτησης. Επίσης, υποστηρίζεται ότι η αντικειμενική συνάρτηση στοχεύει στην μείωση του αριθμού των μη εφικτών λύσεων στο πρόβλημα, οπότε πρακτικά, αναπαριστά την απόσταση μιας λύσης από την εφικτή λύση του πραγματικού προβλήματος (distance to feasibility).

Και στις δύο περιπτώσεις (πρόβλημα αναζήτησης ή βελτιστοποίησης) ορίζουμε το θεμελιώδες πρόβλημα, που δεν είναι άλλο από το πρόβλημα της επιλογής της λύσης. Στα προβλήματα αναζήτησης, η επιλογή γίνεται με βάση το αν υπάρχει μία λύση, ενώ στα προβλήματα βελτιστοποίησης, το πρόβλημα της επιλογής έγκειται στο αν υπάρχει μία λύση που να αποδίδει δεδομένη τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση.

Ήδη έχουμε αναφερθεί στην πολυπλοκότητα των προβλημάτων της πακετοποίησης αντικειμένων σε χώρους αποθήκευσης. Στην ουσία όμως, αναφερόμαστε στην πολυπλοκότητα του θεμελιώδους προβλήματος της επιλογής. Το θεμελιώδες πρόβλημα ανήκει κι αυτό στην κατηγορία των NP-hard προβλημάτων σχεδόν για όλες τις παραλλαγές του προβλήματος. Για τον λόγο αυτό, μία ακριβής λύση επιτυγχάνεται μόνο σε μικρού μεγέθους προβλήματα (πχ. για μικρούς χώρους αποθήκευσης) αν και στην πραγματικότητα, στα προβλήματα συνήθως εμπλέκονται πολύ μεγαλύτεροι χώροι. Έτσι είναι επόμενο ότι μόνο οι ευρετικές μέθοδοι (heuristic methods) (Pearl, 1984), είναι εφικτές και ενδείκνυται να εφαρμοστούν στην διαδικασία επίλυσης του προβλήματος, αν και στην πράξη, ούτε οι ευρετικές μέθοδοι εγγυώνται την εξεύρεση της βέλτιστης λύσης.

Είναι αντιληπτό, από την μέχρι τώρα αναφορά στα προβλήματα bin packing, ότι το ζήτημα της βελτιστοποίησης αποτελεί κρίσιμο παράγοντα για την επίλυση και την διατύπωση τους. Η έννοια της βελτιστοποίησης θέτει ως στόχο του προβλήματος να αναζητηθεί η βέλτιστη λύση ανάμεσα σε όλες τις πιθανές-εφικτές λύσεις. Με άλλα λόγια να βρεθεί μια λύση στην εφικτή περιοχή (feasible region), η οποία να δίνει την ελάχιστη ή την μέγιστη τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση.

Το ζήτημα της βελτιστοποίησης συναντάται πολύ συχνά σε προβλήματα που αντιμετωπίζουμε στην καθημερινότητά μας. Τα προβλήματα βελτιστοποίησης αναγνωρίζονται από το γεγονός ότι καλούμαστε να επιλέξουμε την καλύτερη λύση και όχι απλά μία λύση. Παραδείγματα τέτοιων προβλημάτων είναι τα ακόλουθα:

- Σχεδίαση τηλεπικοινωνιακού δικτύου. Ποιό είναι το πίο αξιόπιστο;
- Προγραμματισμός παραγωγής. Ποιά δίνει την καλύτερη απόδοση;
- Δομή πρωτεϊνών στον τρισδιάστατο χώρο. Ποιά έχει την μικρότερη ενέργεια;

- Ωρολόγιο πρόγραμμα σχολείου. Πως μπορούμε να ικανοποιήσουμε όλους τους περιορισμούς;

Μερικά από τα κλασσικά προβλήματα βελτιστοποίησης που ταλανίζουν ακόμα και σήμερα τους ερευνητές είναι: το πρόβλημα του περιοδεύοντος πωλητή (traveling salesman problem), το πρόβλημα πακετοποίησης των κουτιών (bin packing problem), το δίλλημα του κρατουμένου (prisoner’s dilemma), το πρόβλημα του σακιδίου (knapsack problem), το πρόβλημα του Κινέζου ταχυδρόμου (Chinese postman problem), και το πρόβλημα της δρομολόγησης των Οχημάτων (vehicle routing problem).

Οι μέθοδοι που προτείνονται γενικότερα για τα προβλήματα βελτιστοποίησης ποικίλλουν ανάλογα με τις ιδιαιτερότητες, τα χαρακτηριστικά και τους περιορισμούς του κάθε προβλήματος. Κάποιες από τις σημαντικότερες, που εμφανίζουν μεγάλη αποδοχή και χρησιμοποιούνται ευρέως από τους χρήστες είναι: ο δυναμικός προγραμματισμός, οι ευρετικές (heuristics) μέθοδοι, οι meta-heuristics (μετα-ευρετικές) μέθοδοι, οι γενετικοί αλγόριθμοι και η μέθοδος Simulated Annealing

1.5. Συμπεράσματα

Το τρισδιάστατο πρόβλημα bin packing συνιστά την τοποθέτηση αντικειμένων σε έναν χώρο, με σκοπό την καλύτερη αξιοποίηση του χώρου αυτού. Αναγνωρίζοντας την σημασία και την συμβολή των προβλημάτων πακετοποίησης στην καθημερινότητά μας, μπορούμε να κατανοήσουμε την σημαντική ερευνητική δραστηριότητα που παρατηρείται στον τομέα αυτό. Η ιδιαιτερότητα των προβλημάτων αυτών έγκειται στην πολυπλοκότητά τους, με αποτέλεσμα την αδυναμία εύρεσης ακριβής λύσης. Ως εκ τούτου, οι μέθοδοι επίλυσης συνιστούν την βελτιστοποίηση των λύσεων με διάφορους κανόνες και στρατηγικές που υπόκεινται στους περιορισμούς της κάθε περίπτωσης.

Κεφάλαιο ΙΙ

Κατηγοριοποίηση προβλημάτων και περιορισμοί

2. Κατηγοριοποίηση προβλημάτων και περιορισμοί

2.1. Προβλήματα κοπής και πακετοποίησης

Τα τελευταία χρόνια το ζήτημα των προβλημάτων ‘cutting and packing’ (κοπής και πακετοποίησης) έχει προκαλέσει ιδιαίτερο ενδιαφέρον σε όλους τους ερευνητές παγκοσμίως. Έτσι, τις τελευταίες δεκαετίες πολυάριθμες δημοσιεύσεις έχουν γίνει για διάφορα θέματα που αφορούν τα προβλήματα αυτά σε πολλές χώρες. Είναι αξιοσημείωτο το γεγονός ότι τα θέματα των εργασιών αυτών αφορούν εντελώς διαφορετικούς τομείς της επιστημονικής εκπαίδευσης, όπως τις Επιστήμες Μηχανικής, Διοίκησης, Πληροφορικής και Υπολογιστών, Μαθηματικών καθώς και την Επιχειρησιακή έρευνα.

Αυτό το ενδιαφέρον μπορεί να δικαιολογηθεί, λαμβάνοντας υπόψη τις ακόλουθες πτυχές των προβλημάτων αυτών:

- ***Εφαρμογή της έρευνας.*** Τα προβλήματα της πακετοποίησης και κοπής αντικειμένων συναντώνται σε πολλές βιομηχανίες, π.χ. στην παραγωγή χάλυβα, γυαλιού και χαρτιού. Επιπροσθέτως, τέτοια προβλήματα συναντώνται και σε άλλα βιομηχανικά ζητήματα τα οποία κατέχουν παρόμοια δομή, π.χ. ο προυπολογισμός κεφαλαίου, ο προγραμματισμός επεξεργαστή κτλ.
- ***Ποικιλομορφία των πραγματικών προβλημάτων.*** Παρ’όλο που οι κοινές δομές των προβλημάτων κοπής και πακετοποίησης υπάρχουν και στα πραγματικά προβλήματα, συχνά συναντάμε αξιοσημείωτες διαφοροποιήσεις που προκύπτουν από τους στόχους ή τους περιορισμούς σε κάθε περίπτωση κτλ., το οποίο υπαγορεύει την αναδιατύπωση των πρότυπων μοντέλων των προβλημάτων και την αναπροσαρμογή των αλγορίθμων ανάλογα με τις ανάγκες του δοθέντος προβλήματος.
- ***Πολυπλοκότητα των προβλημάτων.*** Τα περισσότερα τυπικά προβλήματα στον τομέα αυτό θεωρούνται NP-complete, όσον αφορά την πολυπλοκότητά τους. Συνεπώς, η ανάπτυξη αλγορίθμων ακριβείας, οι οποίοι είναι ταχύτεροι από τους ήδη υπάρχοντες, και ευρετικών διαδικασιών, οι οποίες παρέχουν λύσεις πιο κοντά στην βέλτιστη είναι μέγιστο θέμα έρευνας στον συγκεκριμένο τομέα.

Το ζήτημα των προβλημάτων κοπής και πακετοποίησης χαρακτηρίζεται από το γεγονός ότι προβλήματα που ουσιαστικά έχουν την ίδια λογική δομή εμφανίζονται στην βιβλιογραφία με διαφορετικές ονομασίες. Παραδείγματα τέτοιων προβλημάτων είναι τα παρακάτω:

- ***Κοπή αποθέματος και απώλειες υλικού (cutting stock and trim loss)***. Στα προβλήματα αυτά, ένα ορθογώνιο φύλλο υλικού πρέπει να κοπεί σε μικρότερα ορθογώνια σχήματα, έτσι ώστε να δημιουργηθούν τα υλικά τα οποία απαιτούνται. Σε πολλές περιπτώσεις, τα σχήματα τα οποία πρέπει να προκύψουν από το φύλλο του υλικού δεν είναι ορθογώνια, όπως π.χ. στην παραγωγή υποδημάτων, ενδυμάτων, στην κατασκευή πλοίων και αυτοκινήτων κτλ.
- ***Πακετοποίηση κουτιών, λωρίδας, ανυσμάτων και σακιδίων (bin packing, strip packing, vector packing and knapsack packing).*** Τα προβλήματα της πακετοποίησης αναφέρονται στην τοποθέτηση αντικειμένων σε χώρους ή σακίδια μέχρι να μην υπάρχουν άλλοι χώροι για την τοποθέτηση αντικειμένων. Το χαρακτηριστικό αυτών των προβλημάτων είναι ότι το κάθε αντικείμενο που τοποθετείται έχει μια τιμή ή βάρος, και η τοποθέτηση γίνεται με τέτοιο τρόπο ούτως ώστε με την ολοκλήρωση της διαδικασίας ο χώρος να έχει την μέγιστη δυνατή τιμή.
- ***Φόρτωση οχημάτων, παλέτας, container (vehicle loading, pallet loading and container loading).*** Στα προβλήματα αυτά ορθογώνια κουτιά φορτώνονται σε ένα όχημα ή μία παλέτα ή ένα container, έως ότου να μην είναι εφικτή η φόρτωση κάποιου άλλου κουτιού. Η ιδιαιτερότητα αυτών των προβλημάτων έγκειται στο γεγονός ότι συνήθως τα ορθογώνια κουτιά έχουν διαφορετικά μεγέθη και πρέπει να γίνει η σωστή επιλογή προκειμένου να χρησιμοποιηθούν τα περισσότερα κουτιά.
- ***Προβλήματα ταξινόμησης, ελάττωσης, σχεδίασης, ένθεσης, διάταξης και διαχωρισμού (assortment, depletion, design, nesting, layout and partitioning problems).*** Τα προβλήματα αυτά είναι γενικευμένα και ανάλογα με την φύση του κάθε προβλήματος και τον τομέα εφαρμογής του προσαρμόζεται σε μία από τις παραπάνω κατηγορίες.
- ***Προβλήματα προϋπολογισμού κεφαλαίου, μετατροπής χαρτονομισμάτων σε κέρματα, κατανομής μνήμης και χρονοδρομολόγησης πολυεπεξεργαστή***

(capital budgeting, change making, memory allocation and multiprocessor scheduling problems). Στα προβλήματα αυτά, η δομή των προβλημάτων πακετοποίησης και κοπής δεν είναι εμφανής. Όμως με μια προσεκτική διατύπωση του προβλήματος, παρατηρούμε ότι η δομή του προσαρμόζεται στην δομή των ‘cutting and packing’ προβλημάτων. Έτσι, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η ίδια προσέγγιση για την κατηγοριοποίηση και την επίλυσή τους

2.2. Κύρια χαρακτηριστικά των προβλημάτων

Οι πρώτες έρευνες, που εμφανίστηκαν στις αρχές της δεκαετίας του ’70, έκαναν σαφή την άμεση συσχέτιση των προβλημάτων κοπής με τα προβλήματα συσκευασίας. Η μελέτη της ομοιογένειας των προβλημάτων αυτών αλλά και της διαφοροποίησής τους έχει μεγάλη χρησιμότητα για τον διαχωρισμό του τύπου των προβλημάτων σε πρωτογενή ή συνδυαστικά. Στην εργασία του Dyckhoff το 1988, με τίτλο ‘A typology of cutting and packing problems’, παρουσιάστηκε η πρώτη συστηματική προσπάθεια ολοκλήρωσης και ομαδοποίησης των προβλημάτων αυτών αναλύοντας τις ιδιότητες και τα κύρια χαρακτηριστικά τους.

Σύμφωνα με τον Dyckhoff, τα τέσσερα κύρια χαρακτηριστικά για την κατηγοριοποίηση των προβλημάτων είναι *η διαστατικότητα, ο τρόπος επιλογής των αντικειμένων, η ταξινόμηση των χώρων και η ταξινόμηση των αντικειμένων*.

Στην κατηγοριοποίηση των κύριων χαρακτηριστικών των προβλημάτων, με τον όρο ‘χώροι’ αναφερόμαστε στα μέσα αποθήκευσης ή φόρτωσης των αντικειμένων για τα προβλήματα πακετοποίησης ή στο αρχικό υλικό από το οποίο γίνεται η κοπή για τα προβλήματα κοπής υλικών, ενώ τα ‘αντικείμενα’ είναι τα κουτιά που τοποθετούνται στους χώρους αποθήκευσης ή τα κομμάτια τα οποία προκύπτουν από την κοπή των υλικών.

2.2.1. Διαστατικότητα

Το πιο σημαντικό χαρακτηριστικό για την επίλυση των προβλημάτων αυτών είναι η διαστατικότητά τους. Ο χαρακτηρισμός της διάστασης αποδίδεται στο ίδιο το πρόβλημα, προκειμένου να μην εξετάζονται οι χώροι και τα αντικείμενα ξεχωριστά ως προς την διάστασή τους. Έτσι, η διαστατικότητα χαρακτηρίζεται ως ο ελάχιστος αριθμός των διαστάσεων που είναι απαραίτητες για την περιγραφή της γεωμετρίας του προβλήματος. Οι πρωτογενείς τύποι είναι οι εξής:

– Μονοδιάστατα
– Διδιάστατα
– Τρισδιάστατα, και
– Πολυδιάστατα προβλήματα για πάνω από τρεις διαστάσεις

Τα προβλήματα τεσσάρων διαστάσεων μπορούν να προκύψουν όταν τα τρισδιάστατα στον χώρο προβλήματα πακετοποίησης έχουν τον χρόνο ως τέταρτη διάσταση, π.χ. όταν τα κουτιά πρέπει να τοποθετηθούν στο container για συγκεκριμένες χρονικές περιόδους χωρίς διακοπή.

Παρ'όλο που ο διαχωρισμός των προβλημάτων ανάλογα με τις διαστάσεις τους φαίνεται να είναι προφανής, πολλές φορές αυτό δεν αντικατοπτρίζει την πραγματικότητα. Για παράδειγμα, η φόρτωση της παλέτας συνήθως θεωρείται διδιάστατο πρόβλημα. Στην περίπτωση όμως, που η τοποθέτηση των κουτιών γίνεται με επίπεδα, τότε το ύψος της παλέτας θα πρέπει να ληφθεί υπόψη και έτσι το πρόβλημα αποκτά και τρίτη διάσταση. Ομοίως, τα container συχνά φορτώνονται με την οριζόντια τοποθέτηση κάθετων στηλών από αντικείμενα στην βάση του. Και στις δύο περιπτώσεις, θα μπορούσε να γίνει αναφορά στις διαστάσεις του προβλήματος ως '2+1' αντί για 3.

2.2.2. Τρόπος επιλογής των αντικειμένων και των χώρων

Αναγνωρίζοντας την πολυπλοκότητα που δημιουργείται με την γεωμετρία των προβλημάτων, είναι σαφές ότι η διαστατικότητα πρέπει να αναφερθεί πρώτη. Ένας ακόμη κύριος ρόλος πρέπει να αποδοθεί στον τρόπο επιλογής των αντικειμένων. Οι δύο διακεκριμένες κατηγορίες κατά Dyckhoff (από τις τέσσερεις που θα μπορούσαν να υπάρχουν) είναι οι εξής:

- Μια επιλογή από αντικείμενα που πρέπει να συνδυαστούν σε τέτοια μοτίβα που να ανατεθούν σε όλους τους χώρους.
- Όλα τα αντικείμενα πρέπει να συνδιαστούν σε μοτίβα που ανατέθονται σε μια βέλτιστη επιλογή από τους υπάρχοντες χώρους.

Σε μία μεταγενέστερη προσπάθεια κατηγοριοποίησης των προβλημάτων, (Gerhard W*ä*scher, Heike Hausner και Holger Schumann; 2007) ο τρόπος επιλογής των αντικειμένων και των χώρων γίνεται με την εισαγωγή δύο νέων όρων: output (value) maximisation και input (value) maximisation.

- ***Output (value) maximisation.*** Μία επιλογή από αντικείμενα πρέπει να ανατεθεί σε έναν δεδομένο αριθμό χώρων. Το σύνολο των χώρων δεν είναι επαρκές για να φιλοξενήσει όλα τα αντικείμενα. Όλοι οι χώροι πρέπει να χρησιμοποιηθούν, δηλαδή δεν γίνεται επιλογή των χώρων, αλλά αντικειμένων με τον βέλτιστο δυνατό τρόπο.
- ***Input (value) maximisation.*** Ένας δεδομένος αριθμός αντικειμένων πρέπει να ανατεθεί σε μια επιλογή από χώρους. Οι χώροι είναι αρκετοί, ούτως ώστε να τοποθετούνται όλα τα αντικείμενα. Ο τρόπος τοποθέτησης των αντικειμένων πρέπει να γίνει με τον βέλτιστο τρόπο, έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται η χρήση των χώρων.

2.2.3. Τύπος των αντικειμένων

Ένα άλλο βασικό χαρακτηριστικό των προβλημάτων κοπής και συσκευασίας, το οποίο είναι άμεσα συνδεδεμένο με την διαστατικότητα, είναι η μορφή των αντικειμένων και των χώρων. Η μορφή ενός αντικειμένου ορίζεται ως η γεωμετρική αναπαράστασή του στον χώρο με σχετικές διαστάσεις. Η μορφή καθορίζεται με βάση το *σχήμα*, το *μέγεθος* και τον *προσανατολισμό* του αντικειμένου.

- ***Σχήμα***

Οι μορφές του ιδίου σχήματος συνήθως διαφέρουν στο μέγεθος ή στον προσανατολισμό στον σχετικό χώρο.

Για προβλήματα με περισσότερες από μια διαστάσεις το σχήμα των αντικειμένων διαχωρίζεται σε κανονικό ή αντικανονικό. Παραδείγματα σχημάτων με κανονικό σχήμα είναι τα τετράγωνα, οι σφαίρες, τα κουτιά, οι κύλινδροι κτλ. Η πλειοψηφία των προβλημάτων που υπάρχει στην βιβλιογραφία αναφέρεται σε κανονικά σχήματα. Οι αντικανονικές μορφές που αναφέρονται σε μη-κυρτά, ασύμμετρα σχήματα είναι, παρ’όλα αυτά, συνήθεις για κάποιες βιομηχανίες, όπως οι βιομηχανίες επεξεργασίας ξύλου, μετάλλου, υφασμάτων και υποδημάτων.

Υπάρχουν, τέλος και περιπτώσεις στις οποίες επιτρέπεται η χρήση κανονικών και αντικανονικών σχημάτων στα πλαίσια του ιδίου προβλήματος. Αυτά τα προβλήματα θεωρούνται συνδυαστικά.

- ***Μέγεθος***

Οι μορφές των αντικειμένων που διαφέρουν ως προς το μέγεθος μπορούν να ταυτιστούν, μεταβάλλοντας την κλίμακα της μέτρησης ομοίως σε όλες τις σχετικές διαστάσεις. Το μέγεθος ενός σχήματος μπορεί να χαρακτηριστεί από το μήκος, την επιφάνεια ή τον όγκο, ανάλογα με τις διαστάσεις του προβλήματος. Μια σημαντική πτυχή που συμβάλει στην ευκολία ή την δυσκολία της επίλυσης ενός τέτοιου προβλήματος είναι ο συσχετισμός του μεγέθους των αντικειμένων μεταξύ τους.

- ***Προσανατολισμός***

Αντικείμενα με το ίδιο σχήμα και μέγεθος συχνά μπορεί να διαφέρουν ως προς τον προσανατολισμό τους (και την θέση τους). Ο διαχωρισμός ανάλογα με τον προσανατολισμό γίνεται σε 3 βασικές κατηγορίες:

- Όταν επιτρέπεται οποιοσδήποτε προσανατολισμός χωρίς περιορισμούς.
- Όταν επιτρέπεται στροφή μόνο 90 μοιρών για τα αντικείμενα.
- Όταν ο προσανατολισμός είναι συγκεκριμένος.

Σύμφωνα με αυτές τις κατηγορίες ως προς τον προσανατολισμό, είναι προφανές ότι τα μονοδιάστατα αντικείμενα έχουν όλα το ίδιο σχήμα και προσανατολισμό, οπότε η διαφοροποίησή τους έγκειται μόνο ως προς το μέγεθος, δηλαδή το μήκος τους. Παραδείγματα κανονικών δισδιάστατων ομοειδών μορφών αντικειμένων είναι οι κύκλοι και τα τετράγωνα, ενώ τα ορθογώνια με διακριτές αναλογίες πλάτους και μήκους αποτελούν διαφοροποιημένα κανονικά σχήματα.

2.2.4. Ταξινόμηση

Ένα ακόμη σημαντικό χαρακτηριστικό για την κατηγοριοποίηση των προβλημάτων κοπής και πακετοποίησης είναι η ταξινόμηση των αντικειμένων. Η ταξινόμηση των αντικειμένων βασίζεται στην μορφή τους και στον αριθμό των αντικειμένων ή των χώρων που επιτρέπεται να χρησιμοποιηθεί σε κάθε πρόβλημα.

Ένας διαχωρισμός, αρχικά, μπορεί να γίνει ανάλογα με το αν εμφανίζονται διαφορετικά σχήματα ή όλα τα αντικείμενα έχουν πανομοιότυπα σχήματα. Και στις δύο περιπτώσεις, οι μορφές των αντικειμένων μπορεί να διαφέρουν. Ακόμη και στην περίπτωση που τα σχήματα όλων των αντικειμένων είναι ίδια, η διαφοροποίηση προκύπτει από το μέγεθος καθώς και τον προσανατολισμό τους. Για παράδειγμα, η φόρτωση μιας παλέτας και η αποθήκευση σε έναν χώρο αναφέρονται σε προβλήματα στα οποία οι χώροι έχουν την ίδια μορφή, σε αντίθεση με τα αντικείμενα που έχουν παρεμφερή μορφή για την φόρτωση της παλέτας και πολύ διαφορετική μορφή στο πρόβλημα της αποθήκευσης σε έναν χώρο.

Ένα άλλο ζήτημα που προκύπτει είναι αν όλες οι επιτρεπτές μορφές μπορούν να εισαχθούν στο ίδιο πρόβλημα. Το πρόβλημα της ταξινόμησης αναφέρεται στο γεγονός ότι μόνο μερικές κατηγορίες σχημάτων μπορούν να επιλεγούν τελικά, π.χ. το παραγόμενο μέγεθος των χαρτιών, το μέγεθος των κουτιών που επιλέγεται για την φόρτωση μιας παλέτας.

- ***Ταξινόμηση αντικειμένων***

Για την ταξινόμηση των αντικειμένων έχουμε δύο βασικές αναφορές στην βιβλιογραφία. Η πρώτη κατηγοριοποίηση των αντικειμένων έγινε από τον Dyckhoff, και οδήγησε στην δημιουργία τεσσάρων βασικών κατηγοριών:

1. Σχετικά λίγα αντικείμενα διαφορετικής μορφής (π.χ. στο πρόβλημα φόρτωσης οχημάτων)
2. Πολλά αντικείμενα, εκ των οποίων τα περισσότερα να έχουν διαφορετική μορφή (π.χ. για μονοδιάστατο πρόβλημα, η τοποθέτηση εκατοντάδων αντικειμένων με διασπορά μηκών μεταξύ 0 και 1 σε χώρους με μήκος 1).
3. Πολλά αντικείμενα αλλά με σχετικά λίγες διαφορετικές κατηγορίες (π.χ. κοπή χιλιάδων ή περισσοτέρων αντικειμένων σε περίπου πενήντα διαφορετικές μορφές)
4. Όλα τα αντικείμενα είναι όμοια (π.χ. στο πρόβλημα φόρτωσης της παλέτας)

Στην συνέχεια, με την εργασία των Wäscher et al.(2007), προτάθηκε ο διαχωρισμός των μικρών αντικειμένων σε τρεις κατηγορίες:

1. *Πανομοιότυπα αντικείμενα.* Τα αντικείμενα είναι όμοια στο σχήμα και το μέγεθος. Η κατηγορία αυτή είναι ίδια με την τέταρτη κατηγορία στην εργασία του Dyckhoff.
2. *Ασθενώς ετερογενής ταξινόμηση*. Τα αντικείμενα διαχωρίζονται σε σχετικά λίγες κατηγορίες (σε σχέση με το σύνολο των αντικειμένων), στις οποίες τοποθετούνται όμοια αντικείμενα σε σχήμα και μέγεθος. Εξ’ορισμού, τα αντικείμενα ιδίου σχήματος και μεγέθους με διαφορετικό προσανατολισμό

αντιμετωπίζονται σαν διαφορετική κατηγορία αντικειμένων. Η κατηγορία αυτή είναι ίδια με την τρίτη κατηγορία του Dyckhoff.

3. *Ισχυρά ετερογενής ταξινόμηση*. Τα αντικείμενα που διαχωρίζονται σε πολλές διαφορετικές κατηγορίες, αφού μόνο λίγα αντικείμενα είναι ίδια. Αυτή η κατηγορία είναι η συγχώνευση των δύο πρώτων κατηγοριών του Dyckhoff.

- ***Ταξινόμηση χώρων***

Για τους χώρους, σύμφωνα με την εργασία του Dyckhoff, δημιουργούνται τρεις κατηγορίες:

1. Ένας μόνο χώρος (π.χ. στο πρόβλημα του σακιδίου ή στο πρόβλημα φόρτωσης της παλέτας)
2. Όλοι οι χώροι είναι της ίδιας μορφής (π.χ. στο πρόβλημα bin packing)
3. Οι χώροι είναι διαφορετικής μορφής (π.χ. στα προβλήματα κοπής αντικειμένων)

Οι Wäscher et al.(2007), δημιούργησαν δύο κατηγορίες για τους χώρους, οι οποίες χωρίζονται σε κάποιες υποκατηγορίες:

1. *Ένας μόνο χώρος*. Η κατηγορία αυτή είναι ίδια με την αντίστοιχη του Dyckhoff, με την διαφοροποίηση ότι δημιουργούνται δύο υποκατηγορίες.
   a. Χώρος με καθορισμένες διαστάσεις
   b. Χώρος με μία ή περισσότερες μεταβλητές διαστάσεις
2. *Πολλοί χώροι*. Η κατηγορία αυτή χωρίζεται σε 3 υποκατηγορίες, τις ίδιες ακριβώς με τις κατηγορίες των αντικειμένων.
   a. Όλοι οι χώροι είναι ίδιοι.
   b. Ασθενώς ετερογενής ταξινόμηση. Οι χώροι διαχωρίζονται σε λίγες σχετικά με το συνολό τους διαφορετικές κατηγορίες.

Ισχυρά ετερογενής ταξινόμηση. Οι χώροι διαχωρίζονται σε πολλές σχετικά με το συνολό τους διαφορετικές κατηγορίες, καθώς δεν υπάρχουν πολλοί όμοιοι χώροι.

2.3. Συνδιαστικοί τύποι προβλημάτων

Λαμβάνοντας υπόψη την μεγάλη ποικιλία των πραγματικών προβλημάτων, τα χαρακτηριστικά που μελετήθηκαν μέχρι στιγμής σίγουρα δεν αντικατοπτρίζουν την πλήρη λίστα των πιθανών ιδιοτήτων των προβλημάτων. Παρ'όλα ταύτα, αυτά θεωρούνται από τα πιο σημαντικά χαρακτηριστικά, που μπορούν να κατηγοριοποιήσουν ένα πρόβλημα. Η σημαντικότητά τους απορρέει από το γεγονός ότι έχουν καθοριστικό αντίκτυπο στην επιλογή και την πολυπλοκότητα των προσεγγίσεων επίλυσης.

Ο Dyckhoff πρότεινε ένα σύστημα από 96 βασικούς τύπους προβλημάτων που συσχετίζονται με τις προσεγγίσεις που είναι γνωστές από την βιβλιογραφία. Τα τέσσερα βασικά χαρακτηριστικά στην κατηγοριοποίηση των προβλημάτων καθώς και οι βασικοί διαχωρισμοί τους είναι, συμπερασματικά, οι εξής:

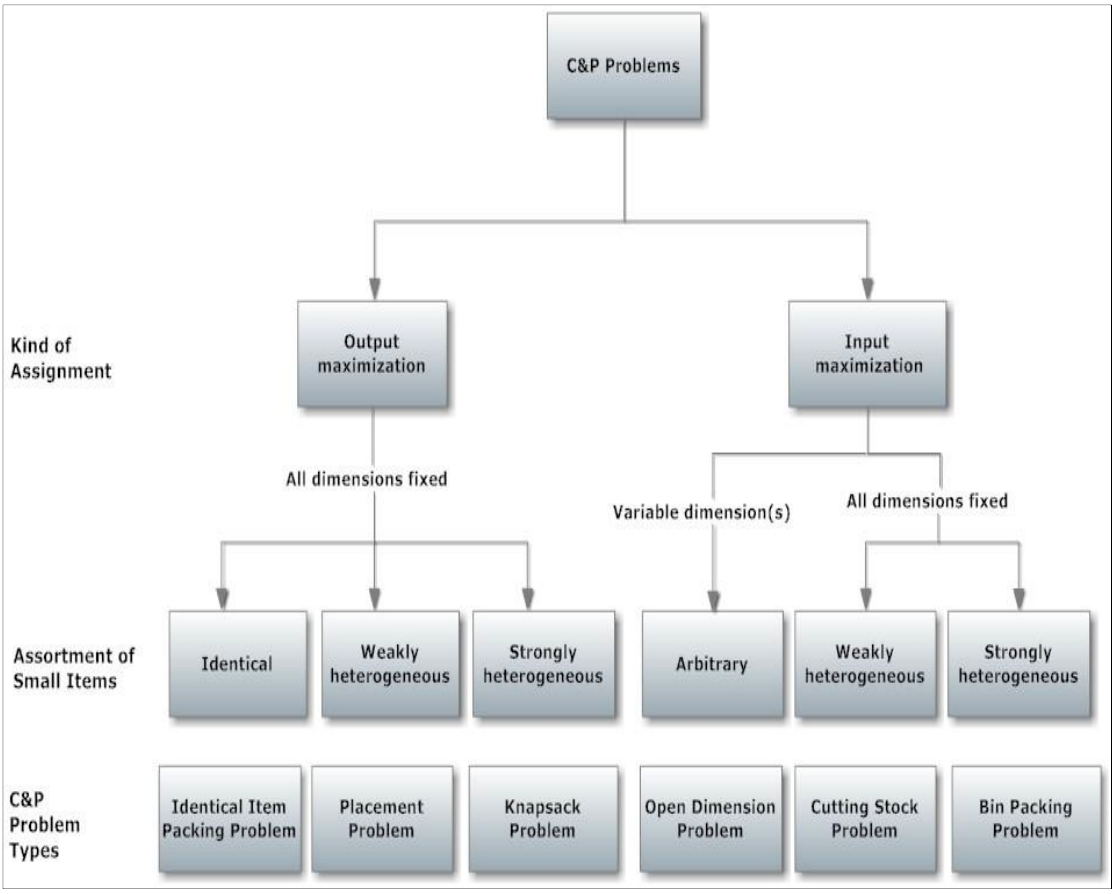
1. <u>Διαστατικότητα</u>
   (1) Μονοδιάστατο
   (2) Διδιαστατο
   (3) Τρισδιάστατο
   (N) N-διαστάσεων, N>3
2. <u>Τρόπος επιλογής αντικειμένων</u>
   (B) Επιλογή όλων των χώρων και ένα μέρος από τα αντικείμενα.
   (V) Επιλογή ενός μέρους από τους χώρους και όλα τα αντικείμενα.
3. Ταξινόμηση χώρων
   (O) Ένας χώρος
   (I) Ίδιας μορφής χώροι
   (D) Διαφορετικοί χώροι
4. Ταξινόμηση αντικειμένων
   (F) Μερικά αντικείμενα διαφορετικής μορφής
   (M) Πολλά αντικείμενα διαφορετικής μορφές
   (R) Πολλά αντικείμενα με σχετικά με λιγές διαφορετικές μορφές
   (C) Πανομοιότυπα αντικείμενα

Σύμφωνα με τον Dyckhoff, οι προαναφερθείσες κατηγορίες οδηγούν στην δημιουργία ενός πίνακα, στον οποίο χαρακτηρίζονται τα περισσότερα προβλήματα από αυτά που συναντώνται στην βιβλιογραφία:

Πρόβλημα	Διαστάσεις	Τρόπος επιλογής αντικειμένων	Ταξινόμηση μεγάλων αντικειμένων	Ταξινόμηση μικρών αντικειμένων	Τύπος προβλήματος
(Classical) knapsack	1	B	O		1/B/O/
Pallet loading	2	B	O	C	2/B/O/C
More-dimensional knapsack		B	O		/B/O/
Dual bin packing	1	B	O	M	1/B/O/M
Vehicle loading	1	V	I	F	1/V/I/F
or	1	V	I	M	1/V/I/M
Container loading	3	V	I		3/V/I/
or	3	B	O		3/B/O
(Classical) bin packing	1	V	I	M	1/V/I/M
Classical cutting stock	1	V	I	R	1/V/I/R
2-d bin packing	2	V	D	M	2/V/D/M
Usual 2-d cutting stock	2	V	I	R	2/V/I/R
Assembly line balancing	1	V	I	M	1/V/I/M
Multiprocessor scheduling	1	V	I	M	1/V/I/M
Memory allocation	1	V	I	M	1/V/I/M
Change making	1	B	O	R	1/B/O/R
Multi-period capital budgeting	N	B	O		N/B/O/

Πίνακας 1: Κατηγοριοποίηση προβλημάτων κατά Dyckhoff

Για αρκετά χρόνια, η δουλειά του Dyckhoff αποτέλεσε σημαντικό εργαλείο για την οργάνωση και την κατηγοριοποίηση της υπάρχουσας και νέας βιβλιογραφίας που αναφερόταν στο cutting and packing πρόβλημα. Εν τούτοις, με το πέρασμα του χρόνου, την σημαντική αύξηση των δημοσιεύσεων στο χώρο, κάποιες αδυναμίες της ομαδοποίησης αυτής έγιναν εμφανείς με αποτέλεσμα να μην μπορεί να ανταποκριθεί στις σύγχρονες εξελίξεις. Οι Gerhard Wäscher, Heike Hausner και Holger Schumann έδωσαν ένα πιο εξειδικευμένο μοντέλο κατηγοριοποίησης των cutting and packing προβλημάτων, υιοθετώντας σε μεγάλο βαθμό την ορολογία του Dyckhoff.



Διάγραμμα 1: Η κατηγοριοποίηση των βασικών τύπων των προβλημάτων κατά Gerhard Wa ̈scher, Heike Hausner και Holger Schumann.

Εκτός από την παραπάνω κατηγοριοποίηση των Wӓscher et al. των βασικών τύπων των προβλημάτων, έγινε και η προσπάθεια κατηγοριοποίησης των ‘ενδιάμεσων’ προβλημάτων που προκύπτουν από αυτά. Τα ‘ενδιάμεσα’ προβλήματα είναι ομογενή προβλήματα, στα οποία παίζει καταλυτικό ρόλο όχι μόνο η ταξινόμηση των αντικειμένων αλλά και των χώρων. Έτσι δημιουργούνται δύο ειδών πίνακες. Στον πρώτο πίνακα, η κατηγοριοποίηση έγινε με output maximization, δηλαδή τοποθετώντας όλα τα αντικείμενα σε μία επιλογή από τους δεδομένους χώρους, ενώ στον δεύτερο πίνακα, τοποθετούνται όσα περισσότερα αντικείμενα είναι δυνατόν σε όλους τους χώρους που δίνονται, δηλαδή κατηγοριοποίηση με input maximization.

Assignment of small Items / Characteristics of large objects		Identical	Weakly Heterogeneous	Strongly Heterogeneous
All Dimensions Fixed	One large object	Identical Item Packing Problem IIPP	Single Large Object Placement Problem SLOPP	Single Knapsack Problem SKP
	Identical		Multiple Identical Large Object Placement Problem MILOPP	Multiple Identical Knapsack Problem MIKP
	Heterogeneous		Multiple Heterogeneous Large Object Placement Problem MHLOPP	Multiple Heterogeneous Knapsack Problem MHKP

Πίνακας 2: Τύποι ενδιάμεσων προβλημάτων: output maximisation

Assignment Of small Items / Characteristics of Large Objects		Weakly Heterogeneous	Strongly Heterogeneous
All dimensions fixed	Identical	Single Stock Size Cutting Stock Problem SSSCSP	Single Bin Size Bin Packing Problem SBSBPP
	Weakly heterogeneous	Multiple Stock Size Cutting Stock Problem MSSCSP	Multiple Bin Size Bin Packing Problem MBSBPP
	Strongly heterogeneous	Residual Cutting Stock Problem RCSP	Residual Bin Packing Problem RBPP
One large object Variable dimension(s)		Open Dimension Problem ODP	

Πίνακας 3: Τύποι ενδιάμεσων προβλημάτων: input maximisation

2.4. Περιορισμοί

Έχει ήδη γίνει μνεία ότι στα προβλήματα βελτιστοποίησης σημαντικό ρόλο για τον προσδιορισμό των λύσεων διαδραματίζουν οι περιορισμοί που τίθενται στο πρόβλημα και ο βαθμός στον οποίο είναι απαραίτητο να ικανοποιείται ο καθένας από αυτούς. Δεν αποτελεί εξαίρεση το πρόβλημα bin packing, γι’αυτό και οι λύσεις οφείλουν να ικανοποιούν ένα σύνολο περιορισμών.

Οι περιορισμοί που τίθενται στα προβλήματα βελτιστοποίησης διακρίνονται σε «σκληρούς» (hard) και «μαλακούς» (soft) περιορισμούς. Ο διαχωρισμός αυτός έγκειται στο κατά πόσο ένας περιορισμός επιτρέπεται η όχι να παραβιαστεί κατά την επίλυση του προβλήματος. Πιο συγκεκριμένα, υπάρχουν σκληροί περιορισμοί, οι οποίοι αποτελούν αυστηρές και συγκεκριμένες απαιτήσεις, που δεν επιτρέπεται σε καμία περίπτωση να παραβιαστούν. Αυτοί οι περιορισμοί για τα προβλήματα πακετοποίησης είναι οι εξής:

- ***Το άνω και το κάτω όριο στην ποσότητα των αντικειμένων ή των χώρων***.

Σε κάθε πρόβλημα υπάρχει ένα άνω όριο διαθεσιμότητας για την ποσότητα των αντικειμένων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Στην συνήθη μορφή των προβλημάτων πακετοποίησης και κοπής των αντικειμένων οι χώροι προς χρήση είναι άπειροι, και ο σκοπός είναι να χρησιμοποιηθούν οι ελάχιστοι δυνατοί. Όμως, τα αντικείμενα που χρησιμοποιούνται για να αποθηκευτούν στην περίπτωση της πακετοποίησης είναι συγκεκριμένου αριθμού. Ομοίως, τα αντικείμενα που μπορούν να κοπούν από ένα μεγάλο αντικείμενο, στην περίπτωση της κοπής, έχουν ένα μέγιστο. Τα προβλήματα φόρτωσης της παλέτας ή το πρόβλημα του σακιδίου, περιλαμβάνουν μόνο ένα μεγάλο αντικείμενο.

Σε αντιστοιχία με το άνω όριο, τα προβλήματα εμφανίζουν και κάτω όρια στην ποσότητα χρήσης των αντικειμένων ή των χώρων, τα οποία μπορεί πολλές φορές να ταυτίζονται με τα άνω όρια. Για παράδειγμα, ένας τουλάχιστον χώρος πρέπει να χρησιμοποιηθεί κατά την επίλυση του προβλήματος της παλέτας ή του σακιδίου, ο οποίος αποτελεί ταυτόχρονα το άνω και κάτω όριο. Αντίθετα, όλα τα αντικείμενα πρέπει να τοποθετηθούν σε χώρους αποθήκευσης στα κλασσικά προβλήματα πακετοποίησης ή να κοπούν από τα υπάρχοντα υλικά στα προβλήματα κοπής, το οποίο αποτελεί ένα κάτω και άνω όριο ταυτόχρονα.

- ***Σταθερότητα.***

Είναι πολύ σημαντικό να διασφαλίζεται η ακεραιότητα των αντικειμένων κατά την μεταφορά τους στις εφαρμογές των πραγματικών προβλημάτων. Για τον λόγο αυτό, η αστάθεια πρέπει να αποφεύγεται κατά τον σχεδιασμό αλγορίθμων που ικανοποιούν προβλήματα πακετοποίησης. Η σταθερότητα μπορεί να προκύψει εξετάζοντας δύο παράγοντες.

- Τουλάχιστον οι τέσσερις γωνίες και ένα δεδομένο ποσοστό της επιφάνειας της βάσης των αντικειμένων πρέπει να στηρίζεται για να αποφεύγεται η ανατροπή των αντικειμένων στα άνω επίπεδα.

- Κάθε αποθηκευμένο αντικείμενο θα πρέπει να εφάπτεται με τα γειτονικά αντικείμενο ή με το τα τοιχώματα του χώρου στον οποίο τοποθετείται.

Μια τεχνική για την αντιμετώπιση του προβλήματος της σταθερότητας είναι η χρήση κατασκευαστικού αλγόριθμου που τοποθετεί τα αντικείμενα στον χώρο με επίπεδα (layer building algorithm). Στους αλγορίθμους αυτούς όλα τα αντικείμενα εφάπτονται με τα γειτονικά αντικείμενα, εκτός από τα αντικείμενα που τοποθετούνται στις γωνίες του επιπέδου, τα οποία όμως έχουν τρεις στις τέσσερις πλευρές εφαπτόμενες με άλλα αντικείμενα. Στα ισχυρά ετερογενή προβλήματα, βέβαια, με πολλές διαφορετικές κατηγορίες αντικειμένων παρατηρείται μείωση της σταθερότητας σε σχέση με τα ομογενή ή τα ασθενώς ετερογενή προβλήματα. Συμπερασματικά, η σταθερότητα ελαττώνεται όσο αυξάνονται οι κατηγορίες των διαφορετικών αντικειμένων.

- ***Κατανομή Βάρους.***

Οι πρακτικές απαιτήσεις που προκύπτουν από την ανάγκη της μετακίνησης του φορτωμένου container μέσω φορτηγών, τραίνων ή πλοίων επιβάλει, εκτός από την σταθερότητα, να ληφθεί υπόψη και το βάρος του φορτίου. Στην περίπτωση αυτή, είναι απαραίτητο το βάρος του συνόλου των αντικειμένων που θα τοποθετηθούν να κατανεμηθεί ομοιόμορφα. Από την σκοπιά της μεταφοράς και του χειρισμού του φορτωμένου container, αυτό επιτυγχάνεται όταν το κέντρο βάρους βρίσκεται κοντά στο γεωμετρικό μέσο της βάσης του container. Συγκεκριμένα, είναι σημαντικό να επιτευχθεί μια ισορροπημένη κατανομή βάρους κατά μήκος του container, μιας και αυτή η πλευρά αντιπροσωπεύει την μακρύτερη πλευρά του.

Ένας τρόπος διασφάλισης της ικανοποίησης του περιορισμού αυτού είναι η κατασκευή διαδοχικών μη-αλληλοεπικαλυπτόμενων ‘τοίχων’ κατά πλάτος του container (Gehring et al, 1990). Εν συνεχεία, οι τοίχοι-λωρίδες που έχουν σχηματιστεί μπορούν να εναλλαχθούν καθώς και να περιστραφούν κατά 180 μοίρες για να επιτύχουν καλύτερα αποτελέσματα στην κατανομή του βάρους. Μία παρόμοια προσέγγιση (Gehring and Bortfeldt, 1997) προτείνει την αντικατάσταση των ‘τοίχων’ από το είδωλό τους.

Η αντιμετώπιση του προβλήματος της κατανομής βάρους είναι μεγάλης σημασίας από την άποψη της αποφυγής της βλάβης του φορτίου, την εγγύηση της ασφάλειας του προσωπικού που φορτώνει και ξεφορτώνει τα αντικείμενα, καθώς και από την σκοπιά της σωστής μεταχείρισης του container. Στην βιβλιογραφία που υπάρχει μέχρι τώρα, λίγες είναι οι έρευνες που λαμβάνουν υπόψη αυτόν τον περιορισμό.

- ***Ο χρονικός περιορισμός.***

Η πρακτική εφαρμογή των προβλημάτων bin packing στα πραγματικά προβλήματα, επιβάλει έναν άλλο περιορισμό εξίσου σημαντικό με τους προηγούμενους. Πρόκειται για την σειρά της φόρτωσης των αντικειμένων στα container. Είναι αναμενόμενο, όταν η φόρτωση ενός container π.χ. έχει ως σκοπό την διανομή του φορτίου σε πολλούς προορισμούς να είναι δυσλειτουργική η τοποθέτηση των αντικειμένων με τυχαίο τρόπο. Στην περίπτωση αυτή, η σειρά των στάσεων είναι αυτή που καθορίζει την αλληλουχία των αντικειμένων και άρα τον τρόπο που αυτά τοποθετούνται στο container. Παρ’όλο που το πρόβλημα αυτό ταλανίζει καθημερινά τις εταιρείες μεταφορών και διανομών, η έρευνα που έχει γίνει στον συγκεκριμένο τομέα είναι ελάχιστη.

- ***Η θερμοκρασία συσκευασίας.***

Τα container χρησιμοποιούνται ευρέως για την διεθνή μεταφορά προϊόντων στις αλυσίδες καταστημάτων. Τα φορτία που τοποθετούνται μπορούν να χωριστούν σε τρεις κατηγορίες.

1. Ξηρά προϊόντα: Στην κατηγορία αυτή περιλαμβάνονται όλα τα αντικείμενα τα οποία αποθηκεύονται σε θερμοκρασία δωματίου, όπως π.χ. κουτιά με γραφική ύλη, απορρυπαντικά, κτλ.
2. Παγωμένα προϊόντα: Σ’αυτή την κατηγορία ανήκουν τα προϊόντα που διατηρούνται σε θερμοκρασία ψυγείου π.χ. γαλακτοκομικά, αλλαντικά, κτλ.
3. Κατεψυγμένα προϊόντα: Σε θερμοκρασία κατάψυξης διατηρούνται διάφορα προϊόντα της τροφικής αλυσίδας όπως π.χ. παγωτά, κατεψυγμένα τρόφιμα όπως τα κρέατα, λαχανικά, ψάρια κτλ.

Είναι απαραίτητο η μεταφορά των προϊόντων αυτών να γίνεται έτσι ώστε να εξασφαλίζεται η ασφάλεια τους, οπότε ανάλογα την θερμοκρασία διακρίνονται τριών ειδών container. Συμπερασματικά, κατά την κατασκευή αλγορίθμων που τοποθετούν διαφορετικής θερμοκρασίας προϊόντα σε containers, πρέπει να λαμβάνεται υπόψη ο περιορισμός της θερμοκρασίας για την αποθήκευσή τους σε κάποιο container, ειδάλλως ο αλγόριθμος δεν είναι χρηστικός για τα πραγματικά προβλήματα.

Υπάρχουν όμως και «μαλακοί» (soft) περιορισμοί. Οι περιορισμοί αυτοί εκφράζουν επιθυμητά και όχι απόλυτα κριτήρια, γεγονός που συνεπάγεται ότι είναι εφικτό να παραβιαστούν, φυσικά στην μικρότερη δυνατή κλίμακα. Η περιγραφή των «μαλακών» περιορισμών είναι διαφορετική για κάθε πρόβλημα κοπής και πακετοποίησης, ανάλογα με τις απαιτήσεις του κάθε προβλήματος. Οι «μαλακοί» περιορισμοί μπορούν να αποκαλεστούν και ποιοτικοί κανόνες, μιας και το κατά πόσο παραβιάζονται αναπαρίσταται στο κατά πόσο ελαχιστοποιείται/μεγιστοποιείται η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του προβλήματος. Κάποιοι από τους μαλακούς περιορισμούς είναι οι εξής:

- Οι ελάχιστες ή οι μέγιστες αποστάσεις μεταξύ των κουτιών ή των διαστημάτων που προκύπτουν μεταξύ των αντικειμένων κατά την κοπή τους παίζουν σημαντικό ρόλο προκειμένου να βρεθεί η βέλτιστη λύση.
- Ο προσανατολισμός των αντικειμένων είναι εξίσου σημαντικός για την βέλτιστη λύση. Για παράδειγμα, μεταβάλλοντας τον προσανατολισμό των αντικειμένων που αποθηκεύονται ή κόβονται μπορεί να έχουμε μικρότερες απώλειες στον κενό χώρο ή στα τελειώματα ενός υλικού που κόβεται.

Οι μαλακοί περιορισμοί που αναφέρονται είναι ενδεικτικοί καθώς στην πραγματικότητα είναι πάρα πολλοί. Ανάλογα το πρόβλημα που επιλύεται οι μαλακοί περιορισμοί διαφέρουν σημαντικά και είναι αδύνατο να ικανοποιηθούν όλοι

2.5. Στόχοι βελτιστοποίησης

Η πρωταρχική επιδίωξη κατά την επίλυση του προβλήματος bin packing είναι να ικανοποιούνται όλοι οι «σκληροί» περιορισμοί και να παραβιάζονται όσο το δυνατόν λιγότερο οι «μαλακοί» περιορισμοί. Έτσι διαμορφώνονται κάποιοι στόχοι που η επίτευξή τους εξασφαλίζει και καθορίζει το επίπεδο βελτιστοποίησης της λύσης του προβλήματος. Είναι προφανές από την φύση των προβλημάτων ότι είναι σχεδόν αδύνατο να ικανοποιούνται στον ίδιο βαθμό (μέγιστο) όλοι οι στόχοι βελτιστοποίησης του προβλήματος. Για τον λόγο αυτό επιδιώκουμε την μέγιστη ικανοποίηση οσο το δυνατόν περισσότερων στόχων.

2.6. Συμπεράσματα

Ένα μεγάλο μέρος των προβλημάτων που συναντώνται στην βιβλιογραφία ανήκουν στην κατηγορία των cutting and packing προβλημάτων. Εξαιτίας του πλήθους των προβλημάτων που καλύπτει αυτή η κατηγορία, οι έρευνες που έχουν διεξαχθεί τις τελευταίες δεκαετίες καθώς και οι εργασίες που έχουν δημοσιευτεί σε διάφορους τομείς είναι πολυάριθμες. Σε πολλές περιπτώσεις, η ταύτιση του αντικειμένου της έρευνας με τα προβλήματα cutting and packing δεν είναι προφανής, όπως π.χ. στις έρευνες που αφορούν τον προυπολογισμό του κεφαλαίου ή την κατανομή της μνήμης, παρά μόνο μετά από σωστή αναδιατύπωση του προβλήματος. Είναι λοιπόν επιτακτική η ανάγκη για την κατηγοριοποίηση των προβλημάτων αυτών, έτσι ώστε να επωφεληθεί η περαιτέρω διερεύνηση για την επίλυση τους.

Μερικά από τα πλεονεκτήματα που προκύπτουν από την κατηγοριοποίηση των προβλημάτων είναι τα εξής:

- *Αναγνώριση και ορισμός των τυποποιημένων προβλημάτων*. Η γνώση των πρωτογενών προβλημάτων αποφέρει μεγάλο όφελος στον χαρακτηρισμό του κάθε προβλήματος σε πρωτογενές ή συνδυαστικό. Αυτός ο διαχωρισμός είναι καταλυτικής σημασίας στις περισσότερες περιπτώσεις για την επιλογή της μεθόδου επίλυσης του προβλήματος που μελετάται.
- *Ενοποίηση ορισμών και συμβολισμών*. Το μεγάλο πλεονέκτημα που προκύπτει από την ενοποίηση των ορισμών και των συμβόλων είναι η επικοινωνία των ερευνητών σε διάφορους τομείς της επιστήμης, καθώς και η εύκολη διερεύνηση της βιβλιογραφίας για την ανεύρεση προβλημάτων σχετικών με το υπό έρευνα πρόβλημα.
- *Ανάπτυξη μοντέλων και αλγορίθμων*. Τα μοντέλα και οι αλγόριθμοι που έχουν αναπτυχθεί ήδη μπορούν να εφαρμοστούν σε διάφορα παρεμφερή προβλήματα με την κατάλληλη προσαρμογή.
- *Αναγνώριση της έκτασης της έρευνας*. Με την κατηγοριοποίηση των προβλημάτων μπορούμε εύκολα να αναγνωρίσουμε πόση έρευνα έχει γίνει σε κάθε πρόβλημα.

Είναι λοιπόν εμφανής η σημαντικότητα της κατηγοριοποίησης των προβλημάτων κοπής και πακετοποίησης για την διευκόλυνση της έρευνας στον συγκεκριμένο τομέα.

Κεφάλαιο III

Πολυπλοκότητα και Αλγόριθμοι

3. Πολυπλοκότητα και Αλγόριθμοι

3.1. Πολυπλοκότητα

Τα συνδυαστικά προβλήματα ανήκουν στην τάξη των προβλημάτων με διακριτές μεταβλητές, που προκύπτουν σε διάφορους τομείς της καθημερινότητας και αναφέρονται σε ένα μεγάλο υποσύνολο προβλημάτων όπως η κατανομή πόρων, ο προγραμματισμός, η δρομολόγηση, η λήψη αποφάσεων κτλ. Η υπολογιστική πολυπλοκότητα των συνδυαστικών προβλημάτων είναι γενικά υψηλή, ειδικά για τα προβλήματα με μεγάλο διάστημα λύσεων.

3.1.1. Αλγοριθμική πολυπλοκότητα

Η αλγοριθμική πολυπλοκότητα διαχωρίζεται σε χρονική πολυπλοκότητα και χωρική πολυπλοκότητα.

Η χρονική πολυπλοκότητα ενός αλγόριθμου είναι η μέτρηση του χρόνου που απαιτείται για να εκτελεστεί ένας αλγόριθμος με συγκεκριμένο αριθμό δεδομένων εισόδου. Η μέτρηση αυτή γίνεται αξιολογώντας τον βαθμό αύξησης του χρόνου συγκριτικά με τον χρόνο εκτέλεσης των καθιερωμένων συναρτήσεων. Οι τυπικές συναρτήσεις διακρίνονται σε σταθερές, λογαριθμικές, πολυωνυμικές και εκθετικές συναρτήσεις όσον αφορά τον χρόνο εκτέλεσής τους.

Η χωρική πολυπλοκότητα αναφέρεται στο ποσοστό της αποθηκευτικής μνήμης που απαιτείται από τον αλγόριθμο. Τυπικά, το μεγάλο ενδιαφέρον των ειδημόνων επικεντρώνεται στην ελάττωση της χρονικής πολυπλοκότητας, καθώς τα έξοδα για υπολογιστική μνήμη έχουν μειωθεί δραματικά τα τελευταία 25 χρόνια. Για τον λόγο αυτό, θα επικεντρωθούμε μόνο στην χρονική πολυπλοκότητα.

3.1.2. P-NP

Η θεωρία της πολυπλοκότητας εστιάζει κυρίως σε προβλήματα απόφασης, των οποίων οι λύσεις δίνονται με «ναι» ή «όχι». Παρ’όλα ταύτα, επειδή υπάρχουν αρκετές αντιστοιχίες των προβλημάτων βελτιστοποίησης με τα προβλήματα απόφασης, η θεωρία της πολυπλοκότητας θεωρείται πολύ χρήσιμη για τα γενικά προβλήματα βελτιστοποίησης. Σε πολλές περιπτώσεις, ένα πρόβλημα μπορεί να επιλύεται με αρκετούς αλγόριθμους, ο καθένας εκ των οποίων να έχει διαφορετική χρονική πολυπλοκότητα. Στις περιπτώσεις αυτές, η χρονική πολυπλοκότητα του προβλήματος καθορίζεται από την πολυπλοκότητα του πιο αποτελεσματικού αλγόριθμου.

Τα προβλήματα διαχωρίζονται ανάλογα με την κλάση πολυπλοκότητας σε αποδοτικά (tractable), αν υπάρχει κάποιος αλγόριθμος που μπορεί να λύσει το πρόβλημα σε πολυωνυμικό χρόνο, ή μη-αποδοτικά (intractable) αν δεν υπάρχει κανένας αλγόριθμος που να τα επιλύει σε πολυωνυμικό χρόνο. Στην δεύτερη περίπτωση, το πρόβλημα είτε είναι άλυτο (δεν μπορεί να επιλυθεί με κανέναν αλγόριθμο), ή η επίλυσή του απαιτεί εκθετικό υπολογιστικό χρόνο.

Ένας βασικός διαχωρισμός των προβλημάτων γίνεται σε δύο διακριτές κατηγορίες: P και NP. Τα P (polynomial) προβλήματα αντιπροσωπεύουν την κατηγορία των προβλημάτων που επιλύονται με έναν ντετερμινιστικό αλγόριθμο σε πολυωνυμική χρονική πολυπλοκότητα. Τα NP (non-deterministic polynomial) προβλήματα είναι η κατηγορία των προβλημάτων που επιλύονται με έναν μη ντετερμινιστικό αλγόριθμο σε πολυωνυμικό χρόνο.

Ένας μη ντετερμινιστικός αλγόριθμος αποτελείται από δύο στάδια. Το πρώτο στάδιο του αλγόριθμου απλά ‘μαντεύει’ μία δομή S του προβλήματος I, η οποία εισάγεται στο δεύτερο στάδιο για να ελεγχθεί αν η δομή S αυτή αποτελεί λύση του προβλήματος I ή όχι. Σημειώνεται ότι στο δεύτερο στάδιο του μη ντετερμινιστικού αλγόριθμου χρησιμοποιείται ένας ντετερμινιστικός αλγόριθμος που λειτουργεί σε πολυωνυμικό χρόνο. Από αυτήν την άποψη, η NP τάξη περιλαμβάνει την κατηγορία των προβλημάτων, για τα οποία μία λύση μπορεί να πιστοποιηθεί αποτελεσματικά σε πολυωνυμικό χρόνο, αλλά δεν είναι γνωστός ο τρόπος με τον οποίον αποκτάται αυτή η λύση. Είναι προφανές λοιπόν ότι, $P \subseteq NP$. Όμως, εξαιτίας του γεγονότος ότι σε πολλές περιπτώσεις δεν υπάρχει κάποιος αλγόριθμος, στην κατηγορία των NP, που να επιλύει το πρόβλημα σε πολυωνυμικό χρόνο πχ. το πρόβλημα του περιοδεύοντος πωλητή, οι περισσότεροι ερευνητές έχουν την πεποίθηση ότι $P \neq NP$. Αυτό όμως δεν έχει θεωρητική απόδειξη προς το παρόν.

3.1.3. NP πληρότητα και NP-hard

Στην περίπτωση που ισχύει ότι $P \neq NP$, υπάρχουν ορισμένα προβλήματα που δεν ανήκουν στην κατηγορία των P προβλημάτων, και άρα θεωρούνται μη-αποδοτικά. Αυτά τα προβλήματα θεωρούνται ότι έχουν μεγάλο βαθμό δυσκολίας, διότι για να αντιμετωπιστούν απαιτείται εκθετικός υπολογιστικός χρόνος. Ο Cook το 1971 αναγνώρισε για πρώτη φορά την κατηγορία των δύσκολων NP προβλημάτων, βασιζόμενος στην αντίληψη της ικανοποιησιμότητας του προβλήματος.

Τα ικανοποιήσιμα προβλήματα ορίζονται ως τα προβλήματα στα οποία κάθε άλλο πρόβλημα της NP κατηγορίας ανάγεται με έναν πολυωνυμικού χρόνου μετασχηματισμό. Αυτών των ειδών τα προβλήματα συνιστούν τα NP-πλήρη (NP-complete) προβλήματα. Τα NP-πλήρη προβλήματα θεωρούνται τα δυσκολότερα προβλήματα στην κατηγορία NP, διότι αν υπάρχει πολυωνυμικού χρόνου αποτελεσματικός αλγόριθμος που επιλύει αυτά τα προβλήματα τότε μπορούν να επιλυθούν όλα τα υπόλοιπα προβλήματα της κατηγορίας NP, χρησιμοποιώντας τον μετασχηματισμό για να αναχθούν σε ικανοποιήσιμα προβλήματα. Παρ'όλα ταύτα, η εύρεση ενός αλγορίθμου πολυωνυμικού χρόνου για την επίλυση των NP-πλήρη προβλημάτων θεωρείται σχεδόν απίθανη.

Σε αντίθεση, υπάρχουν ορισμένα προβλήματα τα οποία δεν μπορεί να αποδειχθεί ότι ανήκουν στην κατηγορία των NP (πχ. δεν υπάρχει προφανής πολυωνυμικού χρόνου διαδικασία που να πιστοποιεί την λύση), αλλά μπορεί να δειχθεί ότι είναι τουλάχιστον τόσο δύσκολα όσο τα NP-πλήρη προβλήματα, παρ'όλο που δεν μπορεί να αποδειχθεί ότι είναι μη-αποδοτικά. Αυτά τα προβλήματα είναι ευρέως γνωστά ως NP-hard προβλήματα.

3.2. Αλγόριθμοι

Όπως προαναφέρθηκε και στα προηγούμενα κεφάλαια, οι προσεγγίσεις, οι μεθοδολογίες και οι τεχνικές που χρησιμοποιούνται και προτείνονται στην βιβλιογραφία για την επίλυση του τρισδιάστατου προβλήματος bin packing είναι ποικίλες και με διαφορετικές προελεύσεις. Τα προβλήματα που μελετάμε ανήκουν στην κατηγορία των NP-hard προβλημάτων, το οποίο συνεπάγεται ότι είναι μάλλον απίθανο να βρεθούν ακριβείς αλγόριθμοι βελτιστοποίησης για τέτοιου είδους προβλήματα, διότι υπολογιστικά είναι δαπανηρό, ιδιαίτερα όταν πρόκειται για μεγάλου μεγέθους προβλήματα. Έτσι, οι ερευνητές στράφηκαν στην μελέτη των προσεγγιστικών αλγορίθμων. Οι αριθμητικοί-προσεγγιστικοί αλγόριθμοι δίνουν πάντα ένα προσεγγιστικό αποτέλεσμα, που η τιμή του βρίσκεται κοντά στην ακριβή (αναλυτική) λύση του προβλήματος, αν βέβαια αυτή μπορεί να υπολογισθεί. Οι ευρετικές (heuristics) και οι μετα-ευρετικές (meta-heuristics) μέθοδοι προτείνονται συνήθως για την επίτευξη του σκοπού αυτού.

Στην ενότητα αυτή, επιχειρείται η παράθεση των κατευθυντήριων γραμμών της κάθε μεθόδου επίλυσης ώστε να γίνουν σαφείς οι διαφορές, οι ομοιότητες, τα πλεονεκτήματα και οι δυσκολίες που θα αντιμετωπίσει ο χρήστης κατά την επίλυση ενός προβλήματος πακετοποίησης. Οι προσεγγίσεις- τεχνικές που θα μελετηθούν είναι οι ακόλουθες :

- Ακριβείς αλγόριθμοι
    - Γραμμικός προγραμματισμός
    - Δυναμικός προγραμματισμός
    - Branch and Bound
    - Lagrangian μέθοδος χαλάρωσης
- Ευρετικοί αλγόριθμοι
    - Κατασκευαστικοί αλγόριθμοι
        - Block Building Techniques
        - Layer Building Techniques
        - Wall Building Techniques
- Μετα-ευρετικοί αλγόριθμοι
    - Local Search Αλγόριθμοι
        - Hill Climbing
        - Simulated Annealing
        - Tabu Search
    - Εξελικτικοί αλγόριθμοι
        - Γενετικοί Αλγόριθμοι
        - Μιμητικοί αλγόριθμοι
        - Ant Colony αλγόριθμοι

3.2.1. Ακριβείς Αλγόριθμοι

Μια ακριβής μέθοδος προσπαθεί να αντιμετωπίσει τα προβλήματα με τον βέλτιστο δυνατό τρόπο. Ευρέως γνωστοί ακριβείς αλγόριθμοι είναι ο γραμμικός προγραμματισμός, ο δυναμικός προγραμματισμός, η μέθοδος branch and bound, και η Lagrangian μέθοδος χαλάρωσης. Παρ’όλο που αυτές οι προσεγγίσεις μπορούν να εξασφαλίσουν βέλτιστες λύσεις, είναι υπολογιστικά ιδιαίτερα δαπανηρές και όχι πρακτικές, όταν αναφερόμαστε σε πραγματικά προβλήματα.

3.2.1.1. Γραμμικός προγραμματισμός

Ο γραμμικός προγραμματισμός αποτελεί αναμφίβολα το δημοφιλέστερο εργαλείο επίλυσης στον χώρο της επιχειρησιακής έρευνας και της διοικητικής επιστήμης (management science). Αναπτύχθηκε στην δεκαετία 1940, με πρωταρχικό κίνητρο την ανάγκη επίλυσης πολύπλοκων προβλημάτων προγραμματισμού σε πολεμικές λειτουργίες. Η εξέλιξή του ήταν ραγδαία στην μετα-πολεμική περίοδο, καθώς ο γραμμικός προγραμματισμός θεωρήθηκε πολύτιμη μέθοδος από αρκετές βιομηχανίες.

Ο γραμμικός προγραμματισμός αποτελεί ένα ισχυρό εργαλείο κατασκευής μαθηματικών μοντέλων για τα προβλήματα της πακετοποίησης, καθώς επιτρέπει την έκφραση των σχέσεων μεταξύ των εμπλεκόμενων οντοτήτων του προβλήματος με τον ορισμό των αντίστοιχων μεταβλητών καθώς και την έκφραση των κανόνων του προβλήματος με την εισαγωγή αντίστοιχων περιορισμών. Με την χρήση των αντικειμενικών συναρτήσεων εκφράζονται αποδοτικά και με συστηματικό τρόπο τα ποιοτικά χαρακτηριστικά («μαλακοί» περιορισμοί) των λύσεων του προβλήματος με απώτερο στόχο την εύρεση της βέλτιστης ή, στις περιπτώσεις που αυτό δεν είναι εφικτό, μιας πολύ καλής λύσης.

Τα πλεονεκτήματα στην έρευνα του γραμμικού προγραμματισμού αποδίδονται κυρίως στον George B. Dantzig (Dantzig, 1951 ; Dantzig, 1963), ο οποίος εφηύρε την μέθοδο simplex, με την οποία μπορεί να επιλυθεί βέλτιστα ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού. Την χρήση του ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού προτείνουν αρκετοί συγγραφείς στην βιβλιογραφία για την επίλυση των τρισδιάστατων προβλημάτων bin packing. Ενδεικτικά αναφέρεται η εργασία των Mhand Hifi, Imed Kacem, Stephane Negre και LeiWu (2010), καθώς η εργασία των C.S.Chen, S.M. Lee και Q.S. Shen (1995).

Το σπουδαιότερο εμπόδιο που υπάρχει για την χρήση του γραμμικού προγραμματισμού στην επίλυση των προβλημάτων φόρτωσης ή πακετοποίησης είναι το γεγονός ότι όλες οι μαθηματικές συναρτήσεις πρέπει να είναι γραμμικές, συμπεριλαμβανομένων και των συναρτήσεων των περιορισμών και της αντικειμενικής συνάρτησης. Άλλο ένα μειονέκτημα είναι ότι ο γραμμικός περιορισμός δεν μπορεί να χειριστεί διακριτές μεταβλητές.

3.2.1.2. Δυναμικός προγραμματισμός

Ο όρος δυναμικός προγραμματισμός εισήχθη από τον Richard Bellman (Bellman, 1957), ο οποίος πρωτοπόρησε στην θεωρία και την εφαρμογή του δυναμικού προγραμματισμού. Η πρωταρχική του εφαρμογή έγινε στα διαδοχικά προβλήματα απόφασης και στην συνέχεια επεκτάθηκε στην επίλυση πολλών άλλων συνδυαστικών προβλημάτων, συνδυάζοντας τις λύσεις κατάλληλα επιλεγμένων, επιμέρους προβλημάτων. Ως εκ τούτου, τα προβλήματα αντιμετωπίζονται με μια αναδρομική διαδικασία, στην οποία κάθε επανάληψη ή κάθε υπορουτίνα αντιστοιχεί σε ένα επιμέρους πρόβλημα. Ο δυναμικός προγραμματισμός εφαρμόζεται όταν τα επιμέρους προβλήματα δεν είναι ανεξάρτητα, αλλά επαναλαμβάνονται ή είναι επικαλυπτόμενα. Αυτό το χαρακτηριστικό ονομάζεται ιδιότητα των επικαλυπτόμενων υπο-στιγμιότυπων (overlapping sub-instances).

Η βασική ιδέα πίσω από την μέθοδο του δυναμικού προγραμματισμού είναι η εξής: Υπολογίζουμε την λύση κάθε υπο-στιγμιότυπου μία φορά και την αποθηκεύουμε σε έναν πίνακα που συμπληρώνεται καθώς επιλύουμε όλο και μεγαλύτερα υπο-στιγμιότυπα. Ο δυναμικός προγραμματισμός εφαρμόζεται από την βάση προς την κορυφή (bottom-up). Ξεκινά με την επίλυση των στοιχειωδών στιγμιότυπων και συνεχίζει με όλο και μεγαλύτερα στιγμιότυπα, των οποίων τις λύσεις συνθέτει από τις λύσεις που έχει υπολογίσει. Η μέθοδος τερματίζει όταν υπολογιστεί η λύση του αρχικού στιγμιότυπου.

Σε σύγκριση με τον γραμμικό προγραμματισμό, ο δυναμικός προγραμματισμός είναι μια γενικότερη προσέγγιση στην επίλυση αυτών των προβλημάτων. Ο δυναμικός προγραμματισμός μπορεί να χειριστεί διακριτές μεταβλητές αλλά και μη-γραμμικές συναρτήσεις. Η εφαρμογή του συναντάται πιο συχνά στο πρόβλημα του σακιδίου και ενδεικτικά αναφέρεται η εργασία των R. Antonov, V. Poirriez και S. Rajopadhye (2000).

Οι αλγόριθμοι δυναμικού προγραμματισμού επιλύουν μία φορά κάθε στιγμιότυπο και αποθηκεύουν τις λύσεις σε έναν πίνακα για μελλοντική χρήση. Αυτό το χαρακτηριστικό κάνει τους αλγόριθμους του δυναμικού προγραμματισμού ιδιαίτερα απαιτητικούς σε αποθηκευτικό χώρο. Γενικά, ο δυναμικός προγραμματισμός είναι μόνο κατάλληλος για μικρών ή μεσαίων δεδομένων προβλήματα, διότι ο υπολογιστικός χρόνος αυξάνεται ραγδαία σε μεγάλου μεγέθους προβλήματα λόγω της αναδρομικής δομής του αλγόριθμου. Άλλο ένα μειονέκτημα της μεθόδου του δυναμικού προγραμματισμού είναι ότι η εφαρμογή του απαιτεί την εξάρτηση της αντικειμενικής συνάρτησης του προβλήματος μόνο από τις τρέχουσες καταστάσεις και τις αποφάσεις τις τρέχουσας επανάληψης.

3.2.1.3. Branch and Bound

Η τεχνική αναζήτησης branch and bound είναι εύλογα μια αποτελεσματική προσέγγιση για την επίλυση προβλημάτων γραμμικού και ανομοιογενή γραμμικού προγραμματισμού. Η βασική ιδέα πίσω από την μέθοδο branch and bound είναι η μέθοδος διαίρει και βασίλευε, το οποίο σημαίνει επίλυση δύσκολων προβλημάτων με την αναδρομική διαίρεση τους σε συνεχώς μικρότερα υπο-προβλήματα έως ότου αυτά τα μικρά προβλήματα να μπορούν να επιλυθούν.

Υπάρχουν πολλές εκδοχές των branch and bound αλγορίθμων, αλλά όλοι αυτοί οι αλγόριθμοι αποτελούνται από τρία βασικά στάδια: Το στάδιο της διακλάδωσης, το στάδιο των ορίων και το στάδιο της εμβάθυνσης. Το στάδιο της διακλάδωσης αναφέρεται στην διαίρεση του συνόλου των εφικτών λύσεων σε όλο και μικρότερα υποσύνολα και πραγματοποιείται με την συνεχής διόρθωση της ακέραιας τιμής μια μεταβλητής (ή του διαστήματος τιμών που παίρνει η μεταβλητή) σε κάθε επανάληψη. Τα όρια (άνω ή κάτω) αυτών των υποσυνόλων υπολογίζονται στο στάδιο των ορίων χρησιμοποιώντας μια μέθοδο χαλάρωσης όπως πχ. την χαλάρωση του γραμμικού προγραμματισμού ή την Lagrangian χαλάρωση. Στο τρίτο στάδιο, ο αλγόριθμος προσδιορίζει ένα πιθανό πεδίο λύσεων, αποβάλλοντας τα υποσύνολα των λύσεων που είναι απίθανο να περιέχουν την βέλτιστη λύση, βασιζόμενος στην πληροφορία για τα όρια. Ο αλγόριθμος πραγματοποιεί αναζήτηση μόνο στο διάστημα λύσεων που μπορεί να περιέχει την βέλτιστη λύση.

3.2.1.4. Lagrangian μέθοδος χαλάρωσης

Η Lagrangian μέθοδος χαλάρωσης αποτελεί ένα ισχυρό εργαλείο για την απόκτηση κάτω ή άνω ορίων σε συνδυαστικά προβλήματα βελτιστοποίησης. Αυτό προκύπτει από την χαλάρωση κάποιων δύσκολων περιορισμών και την προσθήκη τους στην αντικειμενική συνάρτηση, έτσι ώστε το υπό χαλάρωση πρόβλημα να μπορεί να λυθεί με ακρίβεια και βέλτιστα. Στην μέθοδο αυτή, είναι πολύ σημαντική η επιλογή των ‘κατάλληλων’ περιορισμών για την χαλάρωση καθώς και ο υπολογισμός του βέλτιστου παράγοντα πολλαπλασιασμού.

3.2.2. Ευρετικοί - Κατασκευαστικοί Αλγόριθμοι

Ευρετικός (heuristic) είναι ο αλγόριθμος που είτε μπορεί να οδηγήσει σε μία καλή ή ακόμα και βέλτιστη λύση ενός προβλήματος ή στο άλλο ενδεχόμενο, σε μία λύση που απέχει πολύ από τη βέλτιστη. Οι ευρετικοί αλγόριθμοι δεν είναι τυποποιημένοι και στηρίζονται σε κάποιες τεχνικές ή εμπειρικές παρατηρήσεις ή εμπνεύσεις του προγραμματιστή. Συνήθως, οι προσεγγιστικοί αλγόριθμοι είναι ευρετικοί, όμως υπάρχουν πολλοί ευρετικοί αλγόριθμοι που δεν είναι προσεγγιστικοί.

Οι ευρετικοί αλγόριθμοι προτιμούνται συνήθως στο πρόβλημα bin packing λόγω των πρακτικών αναγκών του προβλήματος και της πολυπλοκότητας του αποτελέσματος. Ένας καλός ευρετικός αλγόριθμος θα πρέπει να είναι ικανός να καταλήγει σε μία λύση κοντά στην βέλτιστη σε σύντομο υπολογιστικό χρόνο, αλλά και να παρέχει την απαραίτητη ευελιξία για την προσαρμογή διαφορετικών αναγκών στο πρόβλημα.

Οι κατασκευαστικοί αλγόριθμοι παράγουν τις λύσεις προσθέτοντας βαθμιαία μέρη της λύσης στην αρχικά κενή μερική λύση. Είναι εν γένει οι γρηγορότεροι προσεγγιστικοί αλγόριθμοι παρόλο που σε ορισμένες εφαρμογές μπορούν να καταλήξουν σε υψηλό υπολογιστικό φορτίο. Για την επίλυση του προβλήματος bin packing οι πιο διαδεδομένες προσεγγίσεις είναι η block building approach, η wall building approach και η layer building approach.

3.2.2.1. Block building approach

Στην προσέγγιση αυτή, τοποθετούνται στον χώρο κυβοειδή blocks τα οποία αποτελούνται από κουτιά του ιδίου συνήθως μεγέθους και προσανατολισμού (Fanslau and Bortfeldt, 2010; Parreño et al., 2010, 2008; He and Huang, 2011). Ο σκοπός είναι η πλήρωση των περισσοτέρων υποχώρων χωρίς εσωτερικές απώλειες. Η μέθοδος αυτή δίνει εξαιρετικά αποτελέσματα για τα ασθενώς ετερογενή και τα ομογενή προβλήματα, εξαιτίας του γεγονότος ότι υπάρχουν πολλά αντικείμενα από την ίδια κατηγορία και έτσι μπορούν να δημιουργηθούν πολλά blocks. Όμως τα αποτελέσματα δεν είναι ικανοποιητικά όταν εφαρμόζεται σε ισχυρά ετερογενή προβλήματα, καθώς τα αντικείμενα με ίδιο μέγεθος δεν επαρκούν για να δημιουργηθούν blocks. Για την αντιμετώπιση του προβλήματος αυτού, προτάθηκε η δημιουργία block από διαφορετικά αντικείμενα (Fanslau and Bortfeldt, 2010).

Όσον αφορά την δημιουργία των block, κυρίως όταν πρόκειται για κουτιά διαφορετικού μεγέθους και προσανατολισμού, είναι προφανές ότι ο αριθμός των blocks που παράγονται θα αυξάνει εκθετικά. Επιπρόσθετα, ένα τυχαία παραγόμενο block θα περιέχει πολλά κενά (holes) κάτι το οποίο δεν είναι επιθυμητό για την τοποθέτηση στον κενό χώρο. Ο στόχος στο επίπεδο αυτό είναι η δημιουργία blocks με τα λιγότερα κενά για την βέλτιστη χρήση του αλγορίθμου. Επομένως είναι απαραίτητο να επιβληθούν συγκεκριμένοι περιορισμοί που θα εφαρμόζονται κατά την δημιουργία του block.

- Το μέγεθος του παραγόμενου block δεν πρέπει να είναι μεγαλύτερο από τις διαστάσεις του χώρου. Ένα block από αντικείμενα θα πρέπει να έχει μικρότερο μήκος, πλάτος και ύψος από τις αντίστοιχες διαστάσεις του χώρου στον οποίο θα τοποθετηθεί.
- Ο αριθμός των αντικειμένων που χρησιμοποιείται για κάθε block πρέπει να είναι μικρότερος από τον συνολικό αριθμό των αντικειμένων. Σε κάθε επανάληψη στην οποία τοποθετείται ένα block από κουτιά στον χώρο, η λίστα με τα κουτιά θα πρέπει να ανανεώνεται, άρα και όλα τα ήδη παραγόμενα block που δεν έχουν χρησιμοποιηθεί, έτσι ώστε να εξασφαλίζεται το γεγονός ότι τα block που επιλέγονται στις επόμενες επαναλήψεις δημιουργούνται από αντικείμενα που δεν έχουν τοποθετηθεί ακόμα.
- Το παραγόμενο block μπορεί να περιέχει κενά τα οποία όμως να είναι όσο το δυνατόν λιγότερα ή μικρότερα είναι εφικτό. Μετά από μερικές επαναλήψεις και την τοποθέτηση ορισμένων block από ομοειδή αντικείμενα είναι αναμενόμενο τα αντικείμενα που περισσεύουν από κάθε κατηγορία να μην επαρκούν για την δημιουργία νέων ομογενών block. Δημιουργείται στο σημείο αυτό, μια σταθερά, την τιμή της οποίας την καθορίζει ο προγραμματιστής και η οποία καθορίζει το ποσοστό της ασυνέχειας μεταξύ των αντικειμένων.
- Όλα τα block τα οποία έχουν τις ίδιες διαστάσεις, ακόμα και αν δεν δημιουργούνται από τα ίδια αντικείμενα, θεωρούνται σαν ένα block στην λίστα με τα υποψήφια block για επιλογή. Αυτό συμβαίνει αρχικά για να μειωθεί ο αριθμός με τα παραγόμενα block σε κάθε επανάληψη. Επιπρόσθετα, αυτή είναι μια τεχνική που επιτρέπει την αναζήτηση για το καταλληλότερο σε

μεγαλύτερη ποικιλία παραγόμενων block, αφού δεν θα υπάρχουν όμοια στις τρεις διαστάσεις.

- Καθορίζεται ένας αριθμός maxblocks από τον χρήστη, ούτως ώστε να σταματάει η δημιουργία των blocks πάνω από τον αριθμό αυτό. Στις περισσότερες περιπτώσεις, ακόμα και μετά από τους προαναφερθέντες περιορισμούς, ο αριθμός των blocks που δημιουργείται είναι πάρα πολύ μεγάλος. Για να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα αυτό, δημιουργείται ο αριθμός maxblocks, ο οποίος είναι πολύ χρήσιμος για την ταχύτερη απόδοση του αλγορίθμου.

Συνήθως μετά την δημιουργία των blocks χρησιμοποιείται κάποια τεχνική για την επιλογή του καταλληλότερου block και του καταλληλότερου κενού χώρου, η οποία να δίνει την βέλτιστη λύση για το πρόβλημα. Οι τεχνικές που έχουν χρησιμοποιηθεί ποικίλουν ανάλογα με το πρόβλημα και τους περιορισμούς του. Αυτή η προσέγγιση είναι ιδιαίτερα δημοφιλής τα τελευταία χρόνια και για τον λόγο αυτό πολλές έρευνες έχουν εκπονηθεί (Eley (2002), Bortfeldt et al. (2003), and Mack et al. (2004))

3.2.2.2. Wall building approach

Η πρώτη προσπάθεια επίλυσης των προβλημάτων αυτών με την χρήση ευρετικού αλγόριθμου με την τεχνική wall building έγινε από τους George και Robinson (1980). Η τεχνική αυτή βασίστηκε στην άποψη της πλήρωσης του container χρησιμοποιώντας κάθετα επίπεδα, τα οποία αποκαλούνται «τοίχοι».

Κάθε επίπεδο είναι ένα τμήμα του μήκους του χώρου ή του container, με ύψος και πλάτος που ταυτίζεται με το μήκος και πλάτος του container αντίστοιχα. Σε άλλες έρευνες, τα επίπεδα είναι τμήματα του πλάτους του container, με ίδιες διαστάσεις στο ύψος και το μήκος του container (Bortfeldt and Gehring, 2001; Pisinger, 2002). Σε κάθε επανάληψη, τοποθετείται ένα αντικείμενο στο επίπεδο αυτό μέχρι να συμπληρωθεί. Το βάθος του επιπέδου καθορίζεται από το πρώτο αντικείμενο που τοποθετείται. Όπως είναι προφανές, για να διασφαλιστεί το γεγονός ότι το επίπεδο θα είναι πρακτικό, δηλαδή ούτε πολύ στενό αλλά ούτε πολύ φαρδύ, το πρώτο αντικείμενο που επιλέγεται υπόκειται σε κάποιους περιορισμούς. Στην ουσία, η πιο δημοφιλής προσέγγιση για την επιλογή του πρώτου αντικειμένου είναι η τοποθέτηση του αντικειμένου με το μεγαλύτερο μήκος στην πιο μικρή διάσταση του. Η δικαιολόγηση για την εφαρμογή του κριτηρίου αυτού πηγάζει από το γεγονός ότι στις επόμενες επαναλήψεις αυτά τα αντικείμενα είναι δύσχρηστα. Για να επιλεγεί το καταλληλότερο αντικείμενο εξετάζονται έτσι όλα τα κουτιά με όλους τους πιθανούς προσανατολισμούς. Στην περίπτωση ταύτισης του μήκους της μικρότερης διάστασης, το κριτήριο που χρησιμοποιείται για την επιλογή είναι το μεγαλύτερο μήκος της μεγαλύτερης διάστασης τους.

Μετά την επιλογή του πρώτου αντικειμένου, συμπληρώνεται σταδιακά το πρώτο επίπεδο χρησιμοποιώντας όσα περισσότερα όμοια αντικείμενα υπάρχουν. Στην συνέχεια χρησιμοποιούνται τα ίδια κριτήρια για την επιλογή της επόμενης κατηγορίας αντικειμένων, ενώ κάθε φορά που ξεκινάει ένα καινούριο επίπεδο, προτιμάται η κατηγορία των αντικειμένων που ένα ποσοστό της έχει ήδη χρησιμοποιηθεί. Για την ορθότερη χρήση του αλγορίθμου αυτού χρησιμοποιείται και ένας άλλος περιορισμός, σύμφωνα με τον οποίο τα αντικείμενα που τοποθετούνται στα ανώτερα στρώματα πρέπει να στηρίζονται πλήρως από τα αντικείμενα του χαμηλότερου επιπέδου (Bischoff and Ratcliff, 1995). Αυτός ο περιορισμός είναι απαραίτητος για να εξασφαλιστεί το ότι κανένα αντικείμενο δεν θα προεξέχει από την διάσταση του βάθους που έχει επιλεγεί.

Είναι προφανές ότι οι τεχνικές και οι περιορισμοί που έχουν χρησιμοποιηθεί σε κάθε έρευνα ποικίλουν, όμως αυτό δεν επισκιάζει το γεγονός ότι η μέθοδος αυτή είναι πολύ αποδοτική για την ελαχιστοποίηση του κενού χώρου στα προβλήματα bin packing.

3.2.2.3. Layer building approach

Η προσέγγιση αυτή επιβάλει την δημιουργία επιπέδων (layers), δηλαδή αντικειμένων ιδίου μεγέθους και προσανατολισμού τοποθετημένα σε οριζόντιες διατάξεις έτσι ώστε να σχηματίζουν ένα επίπεδο με επιφάνεια ίση με την επιφάνεια του χώρου. Ο χώρος συμπληρώνεται από τα οριζόντια επίπεδα από κάτω προς τα πάνω με όσο το δυνατόν λιγότερο κενό χώρο (Terno et al., 2000). Η μέθοδος αυτή θεωρείται ίδια με την wall building μέθοδο, διότι και στις δύο τεχνικές ο στόχος είναι ο σχηματισμός του καλύτερου δυνατού επιπέδου, το οποίο στην συνέχεια τοποθετείται οριζόντια ή κάθετα.

Συμπερασματικά, οι δύο μέθοδοι layer και wall building μπορούν να θεωρηθούν σαν ειδικές περιπτώσεις της δημιουργίας ενός block, ανήκουν δηλαδή στην κατηγορία των block building μεθόδων.

3.2.3. Μετευρετικοί Αλγόριθμοι

Τις τελευταίες δεκαετίες έχει αυξηθεί το ερευνητικό ενδιαφέρον για την ανάπτυξη των μετα-ευρετικών μεθόδων. Στις μετα-ευρετικές μεθόδους περιλαμβάνονται διάφορες προσεγγίσεις όπως Simulated annealing,Tabu Search, Γενετικοί αλγόριθμοι κτλ. Πιο συγκεκριμένα οι μετα-ευρετικοί αλγόριθμοι χωρίζονται σε δύο κατηγορίες:

- Αλγόριθμοι Τοπικής Αναζήτησης (Local Search Techniques)
- Εξελικτικοί Αλγόριθμοι (Evolutionary algorithms)

3.2.3.1. Τοπικής αναζήτησης

Οι Local Search τεχνικές ανήκουν στις πιο επιτυχημένες προσεγγίσεις επίλυσης προβλημάτων βελτιστοποίησης τα τελευταία χρόνια και συγκαταλέγονται στις μετα-ευρετικές μεθόδους. Ο όρος Local Search αποτελεί στην ουσία την ονομασία ενός συνόλου μεθόδων οι οποίες επαναλαμβάνουν την αντικατάσταση μιας τρέχουσας λύσης από μία νέα λύση έως οι συνθήκες για τον τερματισμό της διαδικασίας ικανοποιηθούν. Η νέα λύση επιλέγεται από ένα σύνολο υποψήφιων λύσεων και μέσα σ’αυτό το σύνολο η τρέχουσα λύση μπορεί να μετασχηματιστεί συνήθως με ένα μόνο βήμα.

Η ποιότητα της λύσης χαρακτηρίζεται από την απόδοσή της, δηλαδή την τιμή που δίνει στην αντικειμενική συνάρτηση. Στόχος της ερευνητικής διαδικασίας είναι συνήθως η ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης. Υπάρχουν διάφορες παραλλαγές της βασικής μεθόδου Local Search. Η διαφορά στις μεθόδους αυτές έγκειται στους διαφορετικούς μηχανισμούς αποδοχής ή απόρριψης μιας υποψήφιας λύσης από το σύνολο των υποψήφιων λύσεων, το ορισμό του συνόλου αυτού, καθώς και των συνθηκών τερματισμού της διαδικασίας.

Στην συνέχεια, παρατίθενται κάποιες από τις μεθόδους επίλυσης που ανήκουν στην κατηγορία των Local Search Techniques, και έχουν χρησιμοποιηθεί για την επίλυση των προβλημάτων πακετοποίησης.

3.2.3.1.1. Hill Climbing

Μια από τις πιο απλές σε δομή και εφαρμογή μεθόδους επίλυσης προβλημάτων βελτιστοποίησης είναι η τεχνική Hill Climbing.

Η τεχνική αυτή βασίζεται σε έναν ευκολονόητο αλγόριθμο, ο οποίος ξεκινάει με μία τυχαία λύση. Στην συνέχεια, αλλάζοντας σταδιακά ένα στοιχείο της λύσης προσπαθεί να καταλήξει σε μια καλύτερη λύση. Μία λύση γίνεται αποδεκτή ως νέα λύση αν παρέχει ίση ή καλύτερη απόδοση από την τρέχουσα λύση. Στον αλγόριθμο αυτό δεν απαιτείται ο ορισμός καμίας παραμέτρου και η συμπεριφορά του είναι ιδιαιτέρως σταθερή. Τα κύρια πλεονεκτήματα του είναι η απλότητά του, η ταχύτητα εκτέλεσης και το γεγονός ότι το μοναδικό κριτήριο εκτίμησης, για την υιοθέτηση της τρέχουσας λύσης ως καλύτερης, είναι η αντικειμενική συνάρτηση.

Το βασικό του μειονέκτημα είναι ότι στην απλή του μορφή δεν έχει κανέναν τρόπο για να αποφύγει την παγίδευση του στο τοπικό βέλτιστο, το οποίο τις περισσότερες φορές απέχει πολύ από το ολικό βέλτιστο. Στην προσπάθεια αντιμετώπισης αυτού του προβλήματος, έχουν δοκιμαστεί ορισμένες παραλλαγές της μεθόδου hill climbing. Μία από αυτές συνιστά την επανεκκίνηση του αλγόριθμου κάθε φορά που καταλήγει σε ένα τοπικό βέλτιστο. Η επανεκκίνηση γίνεται από μια νέα τυχαία λύση και η διαδικασία επαναλαμβάνεται με την προοπτική να βρεθεί το καλύτερο τοπικό βέλτιστο.

3.2.3.1.2. Simulated Annealing (Προσομοιωμένη ανόπτηση)

Το πρωταρχικό ενδιαφέρον για την μέθοδο της προσομοιωμένης ανόπτησης εκδηλώθηκε το 1983, με την έρευνα των Kirkpatrick et al. Στην εργασία αυτή παρουσιάστηκε ο τρόπος με τον οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί το μοντέλο προσομοίωσης της ανόπτησης των στερεών, το οποίο είχε προταθεί από τους Metropolis et al. (1953), για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης, όπου η αντικειμενική συνάρτηση αντιπροσωπεύει την ενέργεια των καταστάσεων του στερεού. Έκτοτε, η μέθοδος της προσομοιωμένης ανόπτησης εφαρμόστηκε σε πολλά προβλήματα βελτιστοποίησης σε διάφορους τομείς της έρευνας, όπως στην επεξεργασία εικόνων, στην μοριακή φυσική και χημεία, στον σχεδιασμό εργασιών κτλ. Σημαντική είναι και η προσφορά της στα προβλήματα bin packing (Peng Yu, Zhang De-fu (2009), R**.** L. Rao and S. S. Iyengar,(1994)).

Η προσομοιωμένη ανόπτηση είναι μία τεχνική βελτιστοποίησης με αρκετά πλεονεκτήματα, ορισμένα εκ των οποίων είναι τα εξής:

- Επεξεργάζεται αντικειμενικές συναρτήσεις που χαρακτηρίζονται από μη-γραμμικότητα, ασυνέχειες κτλ.
- Επεξεργάζεται αυθαίρετες οριακές συνθήκες και περιορισμούς που περιλαμβάνονται στην αντικειμενική συνάρτηση.

- Υλοποιείται σχετικά εύκολα από την άποψη του προγραμματισμού σε σύγκριση με άλλες τεχνικές βελτιστοποίησης που χειρίζονται μη γραμμικά συστήματα.
- Στατιστικά εγγυάται την εύρεση βέλτιστης λύσης.

Η μέθοδος αυτή ανήκει στην κατηγορία των αλγόριθμων τοπικής αναζήτησης. Μια τυπική εκκίνηση των αλγορίθμων αυτών είναι η υιοθέτηση μιας αρχικής λύσης, πιθανόν με τυχαίο τρόπο. Στην συνέχεια, δημιουργείται μία γειτονική λύση με κατάλληλο μηχανισμό και υπολογίζεται η μεταβολή στην αντικειμενική συνάρτηση. Αν πρόκειται για πρόβλημα ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης και η μεταβολή που υπολογίζεται συνιστά μείωση στην συνάρτηση αυτή, τότε η αρχική λύση αντικαθίσταται από την γειτονική λύση που δημιουργήθηκε. Σε αντίθετη περίπτωση, σε έναν τυπικό αλγόριθμο Local Search, η γειτονική λύση που δημιουργήθηκε απορρίπτεται και διατηρείται η ήδη υπάρχουσα λύση. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται μέχρι να μην υπάρχει καμία βελτίωση στις λύσεις.

Παρά την απλότητα και την ταχύτητα της διαδικασίας, το μειονέκτημα της μεθόδου των αλγορίθμων τοπικής αναζήτησης είναι ότι το τοπικό ελάχιστο μπορεί να είναι πολύ μακριά από το ολικό ελάχιστο. Η μέθοδος της προσομοιωμένης ανόπτησης προσπαθεί να ξεφύγει από την παγίδα του τοπικού ελάχιστου, χρησιμοποιώντας μία άλλη στρατηγική. Στα πλαίσια της προσπάθειας αυτής, στον αλγόριθμο SA η λύση που αυξάνει την αντικειμενική συνάρτηση είναι πολλές φορές αποδεκτή. Η αποδοχή ή απόρριψη της λύσης καθορίζεται από μία αλληλουχία από τυχαίους αριθμούς, όμως με ελεγχόμενη πιθανότητα.

Η πιθανότητα αποδοχής της λύσης που προκαλεί μία αύξηση δ στην αντικειμενική συνάρτηση καθορίζεται από το κριτήριο Metropolis και ισούται με $\exp(-\delta/T)$, όπου T είναι μία παράμετρος ελέγχου που αντιστοιχεί στην θερμοκρασία στην προσομοίωση της ανόπτηση των στερεών. Αυτό το κριτήριο αποδοχής των χειρότερων λύσεων συνιστά μεγαλύτερη πιθανότητα αποδοχής των λύσεων που προκαλούν μικρή αύξηση στην αντικειμενική συνάρτηση από τις λύσεις που προκαλούν μεγαλύτερη αύξηση, καθώς και ότι στις μεγάλες τιμές της παραμέτρου T η αποδοχή των περισσότερων χειρότερων λύσεων θα είναι εφικτή. Όσο, όμως, μειώνεται η παράμετρος T οι περισσότερες λύσεις που προκαλούν αύξηση της αντικειμενικής συνάρτησης απορρίπτονται.

Η σημαντικότερη δυσκολία στην εφαρμογή του αλγορίθμου είναι ότι δεν υπάρχει καμία προφανής αναλογία για τη θερμοκρασία T, όσον αφορά μια ελεύθερη παράμετρο στα συνδυαστικά προβλήματα. Επιπλέον, η διαφυγή του αλγορίθμου από τα τοπικά ελάχιστα εξαρτάται από το 'πρόγραμμα ανόπτησης', την επιλογή της αρχικής θερμοκρασίας, πόσες επαναλήψεις εκτελούνται σε κάθε θερμοκρασία, και πόσο η θερμοκρασία μειώνεται σε κάθε βήμα καθώς η ψύξη προχωρά. Άλλα μειονεκτήματα της μεθόδου της προσομοιωμένης ανόπτησης είναι ο χρόνος που χρειάζεται για να εκτελεστεί το πρόγραμμα, ο οποίος είναι συνήθως μεγάλος προκειμένου να βρεθεί μία βέλτιστη λύση. Επίσης, ιδιαίτερα προσεκτική πρέπει να είναι η προσαρμογή που χρειάζεται να γίνει για τα διαφορετικά είδη περιορισμών καθώς και για την τελειοποίηση των παραμέτρων, διότι διαφορετικά ίσως οδηγηθούμε σε παραπλανητικά αποτελέσματα.

3.2.3.1.3. Tabu Search

Η μέθοδος Tabu Search αρχικά παρουσιάστηκε από τον Fred Clover (1977). Η διαφοροποίησή της από τις άλλες μεθόδους τοπικής αναζήτησης έγκειται στο γεγονός ότι αποθηκεύει και χρησιμοποιεί προηγούμενες πληροφορίες έτσι ώστε να αποφευχθεί η ανακύκλωση των λύσεων και η παγίδευση στο τοπικό βέλτιστο. Για τον λόγο αυτό, ορίζεται μια λίστα που περιλαμβάνει όλες τις λύσεις τις οποίες ο αλγόριθμος έχει ήδη υπολογίσει και στις οποίες απαγορεύεται να επιστρέψει. Η λίστα αυτή αποκαλείται tabu-list και έχει χωρητικότητα k λύσεις, όπου k μία παράμετρος, και περαιτέρω των k λύσεων για κάθε νέα λύση που εισάγεται, μια παλαιότερη λύση αποβάλλεται.

Παρά το γεγονός ότι η tabu-list είναι πολύ χρήσιμη για την αποφυγή της ανακύκλωσης των λύσεων, σε μερικές περιπτώσεις περιορίζει τόσο πολύ την αναζήτηση και απαγορεύει ακόμα και πολύ καλές λύσεις. Ως εκ τούτου, οι περισσότεροι αλγόριθμοι tabu search ενσωματώνουν έναν μηχανισμό, που αποκαλείται aspiration συνάρτηση και έχει ως σκοπό την άμβλυνση της δυναμικής της tabu-list. Η διαδικασία σταματάει σε δύο περιπτώσεις: όταν γίνουν όλες οι επαναλήψεις που επιτρέπονται ή όταν η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης στην τρέχουσα λύση γίνει ίση με το καθορισμένο κατώτατο όριο.

Στην πράξη, οι προσέγγιση της μεθόδου Tabu Search έχει χρησιμοποιηθεί ευρέως σε πολλούς τομείς, όπως χρονικό προγραμματισμό, μεταφορές και δρομολόγηση, τηλεπικοινωνίες, σχεδιασμό δικτύου και χρωματισμό διαγράμματος. Για το πρόβλημα της φόρτωσης container, έχει γίνει έρευνα για την χρήση της μεθόδου tabu search με παράλληλες αναζητήσεις από τους Bortfeldt, Gehring και

Mack (2002), ενώ για το τρισδιάστατο πρόβλημα bin packing η μέθοδος tabu search έχει εφαρμοστεί σε δύο επίπεδα από τους Teodor Gabriel Crainic, Guido Perboli, και Roberto Tadei (2009).

3.2.3.2. Εξελικτικοί Αλγόριθμοι

Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι αποτελούν τεχνικές επίλυσης προβλημάτων βάσει πληθυσμών (Population-based techniques). Οι τεχνικές αυτές χρησιμοποιούν τους γενετικούς, τους μιμητικούς και τους ant αλγόριθμους. Η κοινή βασική ιδέα πίσω από όλες αυτές τις τεχνικές είναι η ίδια: Δεδομένου ενός πληθυσμού ατόμων, η περιβαλλοντική πίεση οδηγεί σε φυσικές επιλογές (επιβίωση του καταλληλότερου) και αυτό προκαλεί αύξηση της καταλληλότητας του πληθυσμού. Ως μέτρο καταλληλότητας επιλέγεται η αντικειμενική συνάρτηση, κι έτσι οδηγούμαστε στην δημιουργία ενός συνόλου υποψήφιων λύσεων, οι οποίες μεγιστοποιούν ή ελαχιστοποιούν, ανάλογα το πρόβλημα, την αντικειμενική συνάρτηση. Βάσει αυτού του τρόπου καθορισμού της καταλληλότητας, επιλέγονται οι καλύτερες υποψήφιες λύσεις, οι οποίες υποβάλλονται σε ανασυνδυασμό ή μετάλλαξη για την δημιουργία της επόμενης γενιάς λύσεων.

- **Ανασυνδυασμός:** είναι η εφαρμογή ενός τελεστή σε δύο ή περισσότερες υποψήφιες λύσεις και έχει ως αποτέλεσμα την δημιουργία μίας ή περισσοτέρων νέων λύσεων.
- **Μετάλλαξη:** εφαρμόζεται σε μία λύση και οδηγεί σε μία νέα λύση.

Από την εφαρμογή του ανασυνδυασμού και της μετάλλαξης προκύπτει ένα νέο σύνολο από υποψήφιες λύσεις, οι οποίες ανταγωνίζονται με το ήδη υπάρχον σύνολο λύσεων για την συμμετοχή τους στη νέα γενιά λύσεων που θα δημιουργηθούν με τον ίδιο τρόπο. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται έως ότου βρεθεί μία λύση με ικανοποιητική ποιότητα ή το νέο σύνολο λύσεων ταυτιστεί με ένα παλιό.

Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι χρησιμοποιούν ένα πλήθος στοιχείων, διαδικασιών ή τελεστών που πρέπει να προσδιοριστούν για την σωστή λειτουργία του αλγόριθμου. Τέλος, για την λειτουργία του αλγόριθμου είναι απαραίτητος ο καθορισμός μίας διαδικασίας αρχικοποίησης και μιας συνθήκης τερματισμού.

3.2.3.2.1. Γενετικοί Αλγόριθμοι

Οι γενετικοί αλγόριθμοι είναι προσαρμοστικές μέθοδοι, οι οποίες απέκτησαν ευρεία αποδοχή για την επίλυση προβλημάτων αναζήτησης και βελτιστοποίησης. Η αρχή της εξέλιξης των βιολογικών οργανισμών είναι η κύρια ιδέα πίσω από τους γενετικούς αλγόριθμους, οι οποίοι παρουσιάστηκαν για πρώτη φορά το 1975 από τον John Holland.

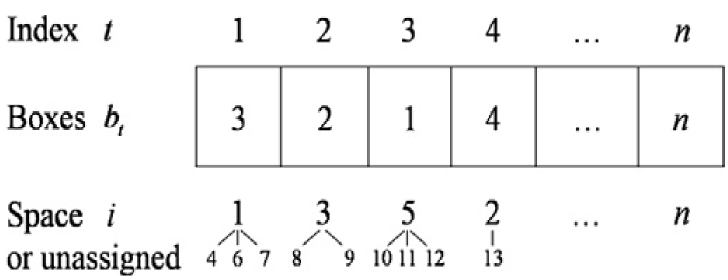
Ο βασικός τρόπος λειτουργίας των γενετικών αλγορίθμων περιγράφεται ως εξής: Με βάση την προσομοίωση της φυσικής εξέλιξης, τα δομημένα σύνολα αντικειμένων των GA είναι 'χρωμοσώματα', τα οποία αντιπροσωπεύουν τις πιθανές λύσεις. Ο αλγόριθμος αναπτύσσεται μέσω μίας επαναληπτικής διαδικασίας κατά την οποία σε κάθε μεμονωμένο χρωμόσωμα δίνεται η πιθανότητα αναπαραγωγής, η οποία βασίζεται στο βαθμό καταλληλότητας που έχει αποδοθεί. Όλα τα χρωμοσώματα έχουν την πιθανότητα να αναπαραχθούν, όμως τα πιο 'κατάλληλα' χρωμοσώματα έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα επιλογής. Η αναπαραγωγή επιτυγχάνεται μέσω μίας διαδικασίας που λέγεται "crossover" (διασταύρωση). Η διασταύρωση παράγει απογόνους, οι οποίοι κληρονομούν κάποια χαρακτηριστικά γνωρίσματα από κάθε γονέα. Εξαιτίας του γεγονότος ότι τα λιγότερο κατάλληλα χρωμοσώματα έχουν μικρότερη πιθανότητα αναπαραγωγής, κατά την διάρκεια της εξέλιξης εξαφανίζονται από το πλήθος των ατόμων. Μετά τον ανασυνδυασμό, μπορεί να εφαρμοστεί μια λειτουργία μετάλλαξης. Κάθε στοιχείο του πληθυσμού μπορεί να μεταλλαχθεί όταν έχει μικρή πιθανότητα καταλληλότητας, η οποία ουσιαστικά είναι μικρότερη από 1%. Ένας καλός γενετικός αλγόριθμος συγκλίνει στην βέλτιστη λύση μετά από μερικές επαναλήψεις.

Ένας γενετικός αλγόριθμος για ένα συγκεκριμένο πρόβλημα πρέπει να έχει τα ακόλουθα χαρακτηριστικά :

- Μία γενετική αντιπροσώπευση των ενδεχόμενων λύσεων των προβλημάτων.
- Έναν τρόπο να δημιουργεί έναν αρχικό πληθυσμό από ενδεχόμενες λύσεις
- Μια συνάρτηση αξιολόγησης, που παίζει τον ρόλο του 'περιβάλλοντος' και αξιολογεί τις λύσεις ανάλογα με την καταλληλότητά τους.
- Έναν γενετικό τελεστή που μεταβάλει την σύνθεση των απογόνων κατά την αναπαραγωγή

- ❖ Τιμές για διάφορες παραμέτρους που χρησιμοποιούνται από τον γενετικό αλγόριθμο (μέγεθος πληθυσμού, πιθανότητες εφαρμογής των γενετικών τελεστών κτλ.)

Αυτή η βασική εκτέλεση των γενετικών αλγορίθμων δεν εγγυάται την εύρεση του ολικού βέλτιστου, όμως είναι μια πολύ καλή μέθοδος για να παράγει αποδεκτά καλές λύσεις σε αποδεκτά σύντομα χρονικά πλαίσια. Ο υβριδισμός των γενετικών αλγορίθμων με τις ευρετικές μεθόδους, για την απόκτηση της πληροφορίας για τον χώρο, μπορεί να αυξήσει σε μεγάλο βαθμό την ποιότητα των λύσεων και την εκτέλεση των GA. Στην συγκεκριμένη περίπτωση, μία λύση κωδικοποιείται ως λίστα από n κουτιά τα οποία τοποθετούνται σε έναν μοναδικό χώρο σε ένα container. Οι Raidl και Kodydek πρότειναν ένα σύστημα κωδικοποίησης του γενετικού αλγόριθμου, στην εργασία τους “Genetic Algorithms for the Multiple Container Loading Problem” , το οποίο είναι γνωστό ως Order Based Encoding (OBE) και φαίνεται στην εικόνα 1.



Εικόνα 1: Κωδικοποιημένο σχεδιάγραμμα Γενετικών αλγορίθμων, σύμφωνα με το σύστημα OBE.

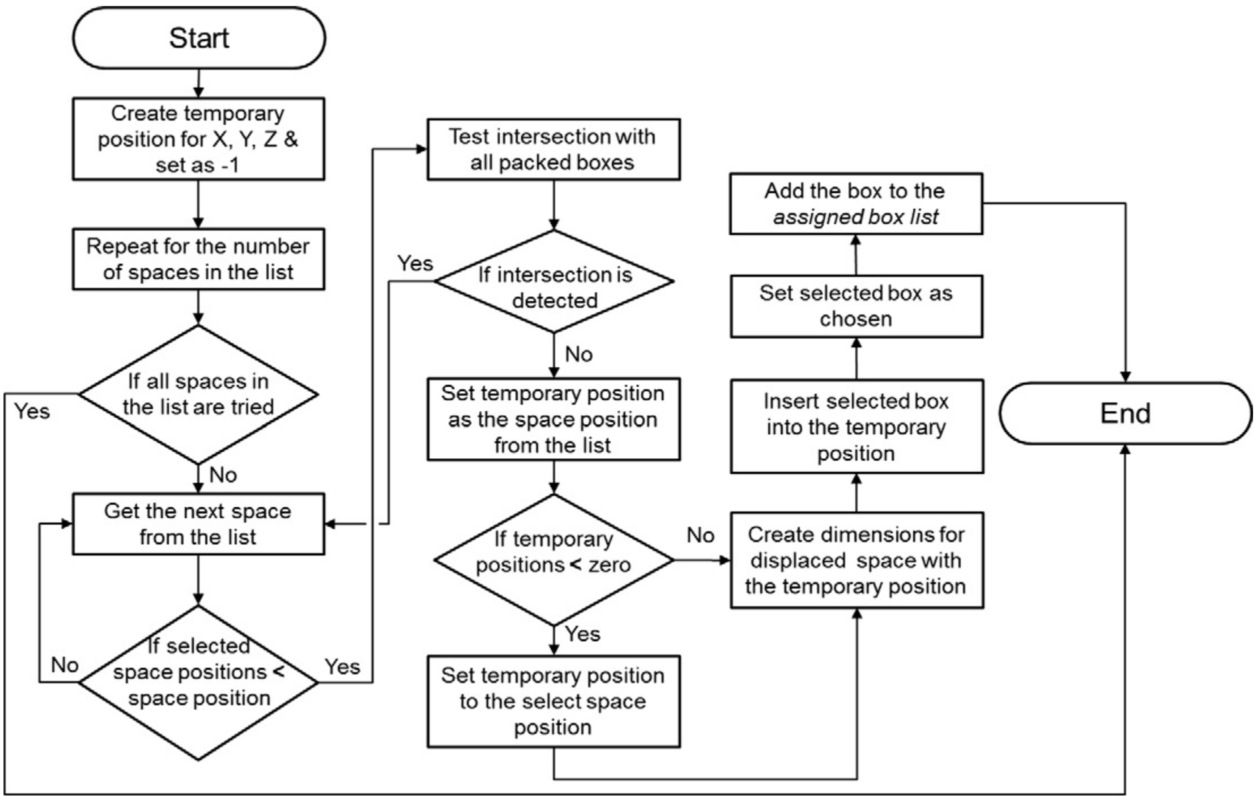
Το σύστημα OBE διερευνεί τον χώρο και κάθε κωδικοποιημένο χρωμόσωμα αντιπροσωπεύει μία εφικτή λύση για το τρισδιάστατο πρόβλημα Bin Packing. Η στρατηγική πακετοποίησης είναι ευρετικού τύπου, κατά την οποία αν όλα τα κουτιά έχουν δοκιμαστεί, τα υπολειπόμενα κουτιά αντιμετωπίζονται ως μη-εκχωρημένα. Το σύστημα OBE διασφαλίζει την βελτίωση του γενετικού αλγόριθμου, προσπαθώντας να επανατοποθετήσει τα μη-εκχωρημένα κουτιά κατά την τοπική αναζήτηση. Ο πληθυσμός αναπτύσσεται έτσι ώστε να βρίσκει όσο το δυνατόν περισσότερα αποτελέσματα πακετοποίησης ευδιάκριτων κουτιών.

Σύμφωνα με την εργασία των Kyungdaw Kang, Ilkyeong Moon και Hongfeng Wang, η προτεινόμενη ευρετική μέθοδος αναφέρεται ως “deepest bottom left with fill” (DBLF), και χρησιμοποιεί έναν υβριδικό γενετικό αλγόριθμο για την επίλυση του τρισδιάστατου προβλήματος Bin Packing. Ο DBLF αλγόριθμος παρουσιάζει μία στρατηγική πακετοποίησης για την υβριδοποίηση του γενετικού αλγορίθμου έτσι ώστε να μετατρέπει το πρόβλημα 3D-BPP σε σύνηθες πρόβλημα βελτιστοποίησης.

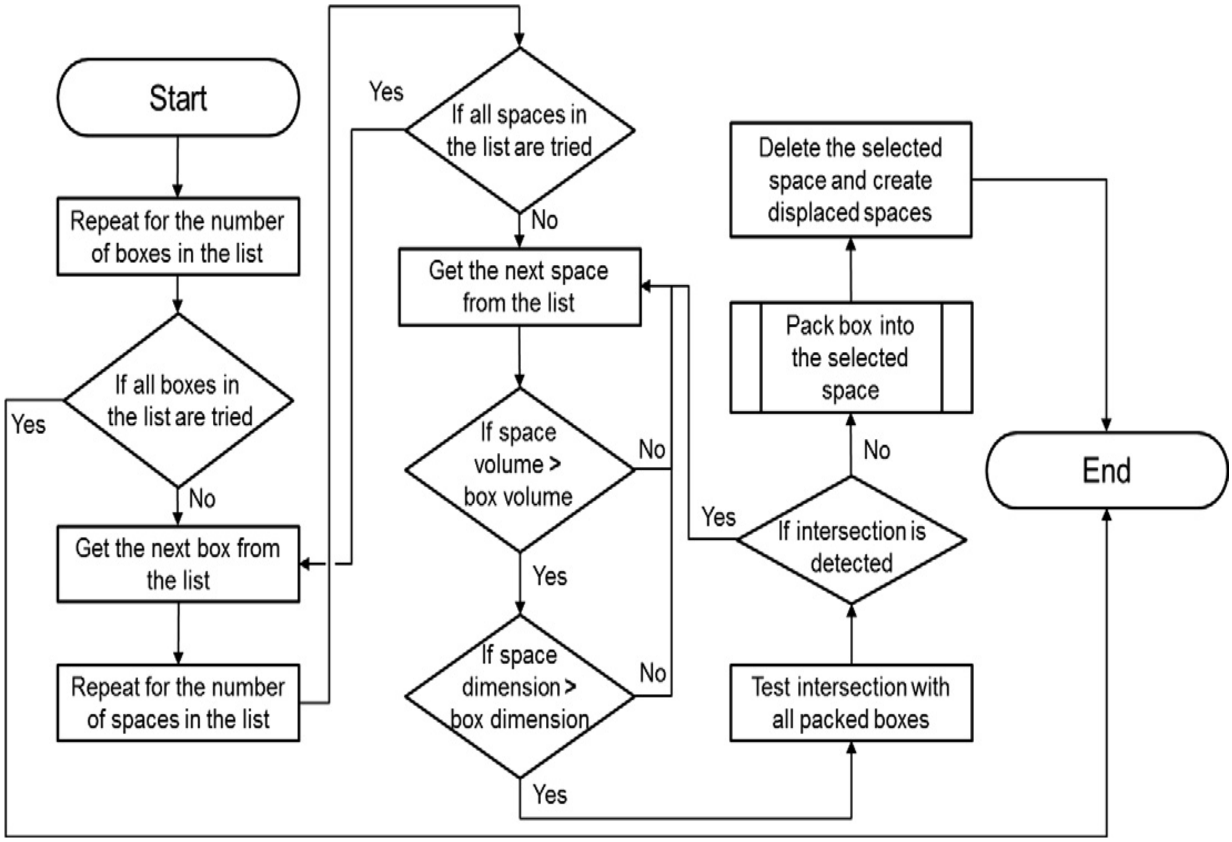
Στην μέθοδο αυτή, το επιλεγμένο κουτί τοποθετείται στην βαθύτερη θέση του χώρου στην συνέχεια, μετακινείται στην χαμηλότερη θέση και τελικά τοποθετείται όσο πιο αριστερά μπορεί να υπάρχει κενός χώρος. Τα κουτιά κατατάσσονται κατά τον μικρότερο όγκο και η λίστα ανανεώνεται κάθε φορά που κάποιο κουτί τοποθετείται σε έναν χώρο. Στην συγκεκριμένη μέθοδο, εκτελούνται δύο διαφορετικές επαναλήψεις σε κάθε βασική επανάληψη, μία για τα διαθέσιμα κουτιά και μία για τους διαθέσιμους χώρους. Οι επαναλήψεις αυτές παρουσιάζονται στα σχήματα 2 και 3. Για την τοποθέτηση ενός κουτιού σε έναν χώρο, πρέπει να ικανοποιούνται 2 συνθήκες:

- Ο όγκος του χώρου πρέπει να είναι μεγαλύτερος από τον όγκο του κουτιού.
- Οι διαστάσεις του χώρου πρέπει να είναι μεγαλύτερες από τις διαστάσεις του κουτιού.

Ένας χώρος που δεν ικανοποιεί αυτές τις συνθήκες εγκαταλείπεται για τον επόμενο χώρο, μέχρι όλοι οι χώροι να έχουν δοκιμαστεί.



Διάγραμμα 2: Διάγραμμα ροής της επανάληψης της DBLF μεθόδου για την επιλογή του κουτιού



Διάγραμμα 3:Διάγραμμα ροής της επανάληψης της DBLF μεθόδου για την επιλογή του χώρου

Ένα μειονέκτημα που παρατηρείται κατά την χρήση των γενετικών αλγορίθμων για την επίλυση του τρισδιάστατου προβλήματος πακετοποίησης είναι ότι κάθε φορά που ενεργοποιείται ο αλγόριθμος δημιουργείται ένας διαφορετικός τρόπος τοποθέτησης των κουτιών στο χώρο, οπότε ουσιαστικά δεν υπάρχει συμπαγής λύση για το πρόβλημα στο οποίο εφαρμόζεται

3.2.3.2.2. Μιμιτικοί Αλγόριθμοι

Σύμφωνα με την φιλοσοφική θεωρία του Richard Dawkins, ο ανθρώπινος πολιτισμός μπορεί να αναλυθεί σε απλές μονάδες. Η κάθε μονάδα είναι ένα ‘τούβλο’ στην γνώση που μπορεί να αντιγραφεί στον εγκέφαλο του ανθρώπου, να τροποποιηθεί και να συνδυαστεί με άλλες μονάδες για την δημιουργία καινούργιων. Αυτή η μετάφραση του ανθρώπινου πολιτισμού ενέπνευσε τους Moscato και Norman (1989) για τον καθορισμό των μιμητικών αλγορίθμων. Στην αρχή, οι μιμητικοί αλγόριθμοι αποτελούσαν μια παραλλαγή των γενετικών αλγορίθμων, και πιο συγκεκριμένα την ενσωμάτωση κάποιων τοπικά ευρετικών αλγορίθμων στους γενετικούς αλγόριθμους, με σκοπό την επίλυση του προβλήματος του περιοδεύοντος πωλητή. Στην πορεία, οι μιμητικοί αλγόριθμοι γνώρισαν αυξανόμενη αποδοχή σε πολλά προβλήματα βελτιστοποίησης και σε κάποιες περιπτώσεις δίνουν βέλτιστες λύσεις ενώ οι άλλες μετα-ευρετικές μέθοδοι αποτυγχάνουν.

Οι μιμητικοί αλγόριθμοι αποτελούν μια προσέγγιση επίλυσης που βασίζεται στον πληθυσμό και ανήκουν στις μετα-ευρετικές (meta-heuristics) μεθόδους επίλυσης προβλημάτων και γενικότερα βελτιστοποίησης. Είναι αλγόριθμοι με τάξη μεγέθους ταχύτερη από τους γενετικούς αλγόριθμους σε κάποια προβλήματα

3.2.3.2.3. Ant Colony Αλγόριθμοι

Οι ant colony αλγόριθμοι προσομοιώνουν τον τρόπο που τα μυρμήγκια αναζητούν την πιο σύντομη διαδρομή προς την τροφή τους, εναποθέτοντας φερεμόνη στο δρόμο τους. Το ποσοστό της φερομόνης που εναποτίθεται εξαρτάται από το πόσο σύντομη είναι η διαδρομή. Οι πιο σύντομες διαδρομές παράγουν υψηλότερα επίπεδα φερεμόνης σε μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο.

Για να μετατραπεί η παραπάνω διαδικασία σε ant τεχνική βελτιστοποίησης, πρέπει να γίνουν ορισμένες τροποποιήσεις. Στον αλγόριθμο, κάθε μυρμήγκι χρησιμοποιείται για να κατασκευαστεί μία λύση και η πληροφορία κατά την διάρκεια της αναζήτησης διατηρείται ως φερεμόνη, η οποία χρησιμοποιείται για να συμβάλει στην παραγωγή λύσεων στο επόμενο στάδιο. Ένα ποσοστό της φερεμόνης εξατμίζεται μετά από κάθε επανάληψη, έτσι ώστε να αποφευχθεί η πρόωρη σύγκλιση του συστήματος. Η βελτιστοποίηση του αλγορίθμου επιτυγχάνεται με την χρήση ευρετικών ή τοπικής αναζήτησης διαδικασιών.

Ο πρώτος αλγόριθμος ant colony προτάθηκε από τους Dorigo, Maniezzo και Colorni (1991) με το όνομα ‘Ant System’ και είχε σκοπό να λύσει το πρόβλημα του περιοδεύοντος πωλητή, στο οποίο ο στόχος είναι να βρεθεί ο συντομότερος δρόμος που συνδέει μία σειρά από πόλεις. Έκτοτε αυτή η τεχνική έχει χρησιμοποιηθεί για την επίλυση πολλών συνδυαστικών προβλημάτων βελτιστοποίησης. Έρευνες έχουν γίνει και για την επίλυση των προβλημάτων πακετοποίησης, όπως π.χ. η εργασία των Ben Mohamed Ahemed Mohamed και Yassine Adnan, και J. Levine και F. Ducatelle.

Ένα βασικό μειονέκτημα κατά την χρήση του Ant Colony αλγόριθμου είναι ότι ο χρόνος που θα χρειαστεί για την σύγκλιση δεν είναι σαφής. Εκτός αυτού, ο κώδικας που χρησιμοποιείται για την μέθοδο του Ant Colony δεν είναι απλός.

3.3. Συμπεράσματα

Σ'αυτό το κεφάλαιο έγινε η επισκόπηση της φύσης της δυσκολίας των προβλημάτων bin packing καθώς και των δημοφιλέστερων μεθόδων που χρησιμοποιούνται στην σημερινή εποχή για την επίλυση των προβλημάτων αυτών.

Αρχικά, έγινε μια σύντομη αναφορά στις μεθοδολογίες και στις τεχνικές που έχουν αναπτυχθεί όσον αφορά τους αλγόριθμους ακριβείας (exact algorithms). Πρόκειται για τις καλύτερες μεθόδους επίλυσης προβλημάτων, καθότι το τελικό αποτέλεσμα είναι σε κάθε περίπτωση το βέλτιστο, όμως, εξαιτίας του τρόπου επίλυσης και των μεταβλητών που δημιουργούνται, είναι προφανές ότι οι μέθοδοι αυτοί λειτουργούν σωστά μόνο για προβλήματα με περιορισμένο αριθμό δεδομένων.

Εν συνεχεία, εξετάστηκε η διαδικασία που χρησιμοποιείται για την επίλυση των προβλημάτων πακετοποίησης με την χρήση κατασκευαστικών ευρετικών αλγορίθμων. Οι μέθοδοι αυτοί μπορούν να οδηγήσουν σε μία καλή ή ακόμα και βέλτιστη λύση ενός προβλήματος όταν αναφερόμαστε σε προβλήματα με μεγάλο αριθμό δεδομένων σε σύντομο υπολογιστικό χρόνο, χωρίς όμως να είμαστε σίγουροι για την ακρίβεια της λύσης αυτής.

Τέλος, παρουσιάστηκαν οι μετα-ευρετικές μέθοδοι και οι δύο κατηγορίες στις οποίες αυτές αναλύονται, στους αλγόριθμους τοπικής αναζήτησης και στους εξελικτικούς αλγόριθμους. Όσον αφορά τους αλγόριθμους τοπικής αναζήτησης, η χρήση τους είναι πολύ συχνή και τα αποτελέσματα τους πολλές φορές ικανοποιητικά, κυρίως όταν αναφερόμαστε στην μέθοδο προσομοιωμένης ανόπτησης. Παρ'όλα ταύτα, οι μέθοδοι αυτοί έχουν το μειονέκτημα ότι πολλές φορές παγιδεύονται στο τοπικό βέλτιστο, το οποίο μπορεί να μην προσεγγίζει το ολικό βέλτιστο. Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι, οι οποίοι είναι επίσης μέθοδοι αναζήτησης, έχουν αναπτύξει τρόπους αποφυγής από το τοπικό βέλτιστο με τις πολλαπλές επανεκκινήσεις. Στην περίπτωση αυτή, το πρόβλημα που δημιουργείται είναι ότι η λύση κάθε φορά που τρέχει ο αλγόριθμος είναι διαφορετική, με αποτέλεσμα να μην υπάρχει συγκεκριμένη λύση.

<u>Κεφάλαιο IV</u>

Μεθοδολογία και αποτελέσματα

4. Μεθοδολογία και αποτελέσματα

4.1. Μεθοδολογία

Στο κεφάλαιο αυτό, για την καλύτερη κατανόηση της διαδικασίας επίλυσης του προβλήματος bin packing κρίνεται σκόπιμο να μελετηθεί η εφαρμογή μιας εκ των μεθοδολογιών που παρουσιάστηκαν. Είναι σημαντικό εκτός της θεωρητικής προσέγγισης να παρουσιαστεί έστω και ακροθιγώς η πρακτική διάσταση του προβλήματος, έτσι όπως αντιμετωπίζεται καθημερινά στην πραγματικότητα. Καθώς έχουμε ήδη αναφέρει, το ζήτημα της πακετοποίησης συνδέεται άρρηκτα με την φόρτωση των containers για την διανομή των προϊόντων και αποτελεί σε μεγάλο βαθμό αναγκαία συνθήκη για την εύρυθμη και αποτελεσματική λειτουργία τους.

4.2. Επιλογή μεθοδολογίας

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, οι ευρετικοί αλγόριθμοι είναι μία τεχνική που αναζητά την βέλτιστη λύση σε μικρό υπολογιστικό χρόνο. Ο άπληστος αλγόριθμος, που ανήκει στην κατηγορία των κατασκευαστικών ευρετικών αλγορίθμων, αναζητά την καλύτερη τοπική επιλογή σε κάθε επανάληψη, αξιολογώντας τους περιορισμούς που του έχουν τεθεί. Η σχεδίαση ενός άπληστου αλγόριθμο είναι εξαιρετικά εύκολη καθώς και η εκτέλεσή του. Η λειτουργία του βασίζεται στην ιδιότητα της άπληστης επιλογής, σύμφωνα με την οποία, η βέλτιστη τοπική επιλογή σε κάθε επανάληψη μπορεί να οδηγήσει σε ένα ολικό βέλτιστο.

Για τον λόγο αυτό, επειδή τα τελευταία χρόνια, η πλειονότητα των προβλημάτων πακετοποίησης και των αλγορίθμων που χρησιμοποιούνται για την επίλυσή τους στηρίζεται στους ευρετικούς αλγόριθμους και συγκεκριμένα στον άπληστο αλγόριθμο, στην συνέχεια του κεφαλαίου έχει επιλεγεί να αναλυθεί αλλά και να εφαρμοστεί σε δεδομένα της σειράς προβλημάτων Bischoff and Ratcliff μία προσέγγιση του άπληστου αλγόριθμου.

4.3. Ο άπληστος αλγόριθμος

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται η μέθοδος που χρησιμοποιεί ο άπληστος αλγόριθμος για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης. Ένας αλγόριθμος αποκαλείται άπληστος όταν οι δύο παρακάτω συνθήκες ικανοποιούνται ταυτόχρονα:

- Ο αλγόριθμος κατασκευάζει μία λύση σταδιακά (π.χ. σε διαδοχικές επαναλήψεις)
- Σε κάθε στάδιο του αλγόριθμου γίνεται η καλύτερη δυνατή τοπική επιλογή.

Ο αλγόριθμος σταματάει να εκτελείται όταν δεν υπάρχει άλλη πιθανή επιλογή. Ανακεφαλαιώνοντας τις προαναφερθείσες συνθήκες, σε έναν άπληστο αλγόριθμο ένα ολικό βέλτιστο κατασκευάζεται επαναληπτικά χάρη στην επιτυχία της επιλογής του τοπικού βέλτιστου. Ένας άπληστος αλγόριθμος (greedy algorithm) πάντα επιλέγει αυτό, που με βάση την τρέχουσα κατάσταση, δείχνει καλύτερο. Δηλαδή, κάνει τοπικά βέλτιστες επιλογές, ελπίζοντας ότι αυτή η στρατηγική θα οδηγήσει σε μια συνολικά βέλτιστη λύση.

Αξίζει να σημειωθεί ότι παρόλο που ο άπληστος αλγόριθμος φαίνεται πολύ απλός, έχει ήδη εφαρμοστεί σε πολλά προβλήματα βελτιστοποίησης, κάποια από τα οποία δεν ήταν τετριμμένα. Αυτό βέβαια δεν αντιτίθεται στο γεγονός ότι, αν και για μερικά προβλήματα είναι επιτυχημένη η στρατηγική των τοπικά βέλτιστων επιλογών, δεν οδηγεί στις βέλτιστες λύσεις για αρκετά προβλήματα.

Η επιτυχία της εφαρμογής της μεθόδου αυτής βασίζεται στην ύπαρξη των ιδιοτήτων της άπληστης επιλογής (greedy – choice property) και των βέλτιστων επιμέρους δομών (optimal substructure). Η ιδιότητα των βέλτιστων επιμέρους δομών (optimal substructure property) ισχύει όταν η βέλτιστη λύση ενός στιγμιότυπου περιέχει τις βέλτιστες λύσεις συγκεκριμένων επιμέρους στιγμιότυπων. Αυτή η ιδιότητα είναι απαραίτητο συστατικό για την επιτυχία της άπληστης στρατηγικής, αφού ο άπληστος αλγόριθμος εφαρμόζει τον εαυτό του για να λύσει τα επιμέρους στιγμιότυπα που προκύπτουν σε κάθε βήμα από την τοπικά βέλτιστη επιλογή. Η ιδιότητα της άπληστης επιλογής εξασφαλίζει ότι οι τοπικά βέλτιστες επιλογές μπορούν να οδηγήσουν σε μια βέλτιστη λύση, ενώ η ιδιότητα των βέλτιστων επιμέρους δομών πρέπει να ισχύει για τα επιμέρους προβλήματα που δημιουργούνται από τις τοπικά βέλτιστες επιλογές.

Οι άπληστοι αλγόριθμοι είναι συνήθως απλοί στη σύλληψη, εύκολοι στο σχεδιασμό και ιδιαίτερα αποδοτικοί από πλευράς υπολογιστικών απαιτήσεων (π.χ. χρόνος εκτέλεσης, αριθμός θέσεων μνήμης). Το δυσκολότερο κομμάτι της ανάλυσης είναι η απόδειξη ότι ο άπληστος αλγόριθμος πραγματικά καταλήγει σε μία βέλτιστη λύση.

4.3.1. Γενική μορφή ενός άπληστου αλγορίθμου

Οι άπληστοι αλγόριθμοι εφαρμόζονται σε προβλήματα βελτιστοποίησης. Η βασική δομή ενός άπληστου αλγόριθμου είναι ιδιαίτερα απλή. Ο αλγόριθμος λειτουργεί σε βήματα και κάνει μια επιλογή σε σχέση με την μορφή της λύσης σε κάθε βήμα. Οι βασικές λειτουργίες του είναι οι εξής:

- Ταξινομεί τις βασικές συνιστώσες του στιγμιότυπου εισόδου ως προς κάποιο κριτήριο που εξαρτάται από το πρόβλημα,
- Επιλέγει αμετάκλητα αν θα συμπεριλάβει την καλύτερη (ως προς το συγκεκριμένο κριτήριο) "βασική συνιστώσα" στη λύση, και
- Εφαρμόζει τον εαυτό του στο υπο-στιγμιότυπο που προκύπτει με βάση την παραπάνω επιλογή.

Με βάση την παραπάνω περιγραφή, ένας άπληστος αλγόριθμος χαρακτηρίζεται από το κριτήριο ταξινόμησης των "βασικών συνιστωσών" και από το κριτήριο επιλογής της καλύτερης "βασικής συνιστώσας" στη λύση. Ανάλογα με το κριτήριο της ταξινόμησης των "βασικών συνιστωσών", οι άπληστοι αλγόριθμοι διακρίνονται σε 2 κατηγορίες:

- ❖ Προσαρμοστικός άπληστος αλγόριθμος (adaptive): Ο αλγόριθμος που μπορεί να διαφοροποιήσει την ταξινόμηση των "βασικών συνιστωσών" από βήμα σε βήμα.
- ❖ Μη-προσαρμοστικός αλγόριθμος: Ο αλγόριθμος που ακολουθεί την αρχική ταξινόμηση σε όλα τα βήματα.

Ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης μπορεί να εκφρασθεί μέσω ενός πεπερασμένου συνόλου E που κάθε $e \in E$ δίδει κάποιο όφελος σύμφωνα με την αντικειμενική συνάρτηση $v(e)$ (που θα θεωρήσουμε ότι παίρνει ακέραιες τιμές ($v(e) \in \mathbb{N}$). Μία λύση στο πρόβλημα θα είναι ένα υποσύνολο $F \subseteq E$, τέτοιο ώστε να τηρείται το σύνολο περιορισμών του προβλήματος C, δηλαδή $C(F) = \text{true}$. Θα λέμε ότι το F είναι μία εφικτή λύση (feasible solution) για το πρόβλημα μας. Ο στόχος θα είναι να βρεθεί εκείνο το F που είναι βέλτιστο μεταξύ των υποσυνόλων του E, δηλαδή το $\sum_{e \in F} v(e)$ να είναι μέγιστο (αν μιλάμε για πρόβλημα μεγιστοποίησης) ή ελάχιστο (αν μιλάμε για πρόβλημα ελαχιστοποίησης).

Η κατασκευή του F θα γίνεται κατά βήματα. Αρχικά θα είναι κενό και σε κάθε βήμα θα επιλέγεται εκείνο το e ∈ E που είναι το καλύτερο την δεδομένη στιγμή (άπληστη επιλογή), ικανοποιώντας τους περιορισμούς. Επαναλαμβάνουμε μέχρι να εξαντλήσουμε τα στοιχεία του E. Η αλγοριθμική αυτή προσέγγιση φαίνεται στο σχήμα 1.

```
Greedy (E : σύνολο στοιχείων)
F = Ø
while E ≠ Ø do
    Άπληστη Επιλογή x ∈ E
    E = E − {x}
    if  F ∪ {x}  feasible then
        F = F ∪ {x}
    end if
end while
return F
```

Εικόνα 2: Ψευδοκώδικας της γενικής μορφής του άπληστου αλγόριθμου.

4.4. Το τρισδιάστατο πρόβλημα Bin Packing

Το πρόβλημα το οποίο επιλύεται στην διπλωματική αυτή περιλαμβάνει έναν κενό χώρο, π.χ. ένα container, και μία λίστα από ορθογώνια αντικείμενα. Τα αντικείμενα είναι διαφορετικών μεγεθών, δηλαδή το πρόβλημα είναι ετερογενές. Στις πρώτες από τις οκτώ κατηγορίες προβλημάτων που εφαρμόζονται τα προβλήματα είναι ασθενώς ετερογενή, ενώ στις τελευταίες κατηγορίες τα προβλήματα είναι ισχυρά ετερογενή.

Ξεκινώντας με έναν άδειο χώρο, σε κάθε επανάληψη αποθηκεύουμε στον χώρο ένα επιπλέον αντικείμενο. Επιδιώκουμε την άπληστη προσέγγιση επίλυσης κι έτσι τα αντικείμενα κατηγοριοποιούνται κατά όγκο, με πρώτη επιλογή τα μεγαλύτερα αντικείμενα. Αυτό αποτελεί καθοριστικό παράγοντα για την επιλογή των αντικειμένων, αφού όπως είναι προφανές, η κατηγορία των αντικειμένων με τον μεγαλύτερο όγκο τοποθετείται πρώτα έως ότου δεν υπάρχει άλλο αντικείμενο στην κατηγορία αυτή ή έως ότου τα εναπομένοντα αντικείμενα δεν μπορούν να τοποθετηθούν σε κάποιον κενό χώρο. Τότε επιλέγεται η κατηγορία των αντικειμένων με τον αμέσως μικρότερο όγκο και ακολουθείται η ίδια διαδικασία. Όλες οι πιθανές θέσεις τοποθέτησης του αντικειμένου στον χώρο εξετάζονται. Αυτές οι θέσεις ονομάζονται κενοί χώροι και αποθηκεύονται σε μια λίστα. Κάθε επιπλέον αντικείμενο τοποθετείται προσωρινά με όλους τους δυνατούς προσανατολισμούς σε όλους τους δυνατούς κενούς χώρους. Οι προσανατολισμοί οι οποίοι επιτρέπονται κατά την τοποθέτηση του αντικειμένου είναι δύο:

- Το μήκος του αντικειμένου να είναι παράλληλο με το μήκος του χώρου.
- Η περιστροφή του αντικειμένου κατά 90 μοίρες, έτσι ώστε το πλάτος του αντικειμένου να είναι παράλληλο με το μήκος του χώρου.

Κάθε φορά που τοποθετείται ένα αντικείμενο στον χώρο, το αποθηκευμένο αντικείμενο αφαιρείται από την λίστα με τα αντικείμενα ενώ ταυτόχρονα ανανεώνεται και η λίστα των κενών χώρων. Ο αλγόριθμος σταματάει τις επαναλήψεις αν κανένα άλλο αντικείμενο δεν μπορεί να τοποθετηθεί σε έναν από τους κενούς χώρους, ή όταν όλα τα αντικείμενα έχουν τοποθετηθεί.

Ο τρόπος με τον οποίο ανανεώνεται η λίστα με τους κενούς χώρους είναι καταλυτικής σημασίας για την διευθέτηση των αντικειμένων. Ακολουθώντας την τακτική της ομαλής πακετοποίησης, ένα αντικείμενο μπορεί να τοποθετηθεί στην χαμηλότερη πίσω αριστερή γωνία ενός κενού χώρου μόνο. Μετά την τοποθέτηση του πρώτου αντικειμένου στον άδειο χώρο, τρεις νέοι αλληλεπικαλυπτόμενοι χώροι προκύπτουν. Για να αποφευχθούν οι ασταθείς τοποθετήσεις, η τοποθέτηση των αντικειμένων υπόκειται σε ορισμένους περιορισμούς. Οι περιορισμοί αυτοί αναφέρονται στην χωρητικότητα του κενού χώρου, στην στήριξη που έχει το αντικείμενο στη συγκεκριμένη θέση καθώς και στην επικάλυψη του αντικειμένου που τοποθετείται με τα ήδη τοποθετημένα αντικείμενα.

4.4.1. Χωρητικότητα κενού χώρου

Αναγκαία συνθήκη για την τοποθέτηση ενός αντικειμένου σε έναν κενό χώρο είναι το αντικείμενο να χωράει εξ’ολοκλήρου στον χώρο αυτό. Η διερεύνηση για το αν χωράει ένα αντικείμενο στον υπό εξέταση χώρο γίνεται με την ικανοποίηση της παρακάτω συνθήκης:

- Όλες οι γωνίες του αντικειμένου πρέπει να περικλείονται στον χώρο ή να εφάπτονται με τις πλευρές του κενού χώρου.

Στην περίπτωση που το αντικείμενο δεν χωράει στον κενό χώρο που εξετάζεται, τότε γίνεται η αλλαγή προσανατολισμού του αντικειμένου, δηλαδή η περιστροφή του κατά 90 μοίρες, και εξετάζεται εκ νέου η ικανοποίηση της προαναφερθείσας συνθήκης. Αν το αντικείμενο δεν χωράει στον κενό χώρο με κανέναν προσανατολισμό, τότε ο χώρος αυτός απορρίπτεται για το συγκεκριμένο αντικείμενο και εξετάζονται με τον ίδιο τρόπο οι υπόλοιποι χώροι.

4.4.2. Στήριξη

Άλλη μία απαραίτητη προϋπόθεση για την τοποθέτηση ενός αντικειμένου σε έναν κενό χώρο είναι η στήριξη του αντικειμένου στο μεγαλύτερο μέρος της κάτω επιφάνειας του. Η στήριξη είναι πολύ σημαντική για την μεταφορά των αντικειμένων και την αποφυγή φθορών ή ακόμα και της καταστροφής τους κατά την μεταφορά. Όπως έχει αναφερθεί και στο κεφάλαιο 2, για τον έλεγχο της στήριξης εξετάζονται οι παρακάτω δύο παράγοντες:

- Τουλάχιστον οι τέσσερις γωνίες και ένα δεδομένο ποσοστό της επιφάνειας της βάσης των αντικειμένων πρέπει να στηρίζεται για να αποφεύγεται η ανατροπή των αντικειμένων στα άνω επίπεδα. Στον αλγόριθμο που χρησιμοποιήθηκε, το επιτρεπτό ποσοστό επιφάνειας που στηρίζεται είναι 80% και άνω, ενώ για κενούς χώρους με στήριξη κάτω από το ποσοστό αυτό, ο χώρος απορρίπτεται.
- Κάθε αποθηκευμένο αντικείμενο θα πρέπει να εφάπτεται με τα γειτονικά αντικείμενο ή με τα τοιχώματα του χώρου στον οποίο τοποθετείται τουλάχιστον κατά τις τρεις πλευρές του.

Το μεγαλύτερο εμπόδιο στην εκπλήρωση της πλήρους στήριξης για τα αντικείμενα είναι οι διαφορετικές κατηγορίες αντικειμένων. Στα ομογενή προβλήματα, η στήριξη είναι πλήρης. Στα ετερογενή προβλήματα, η στήριξη είναι αντιστρόφως ανάλογη με το μέγεθος της ετερογένειας.

4.4.3. Επικάλυψη

Είναι σαφές ότι για να είναι εφικτή η τοποθέτηση ενός αντικειμένου στον υπό εξέταση χώρο, πρέπει το αντικείμενο αυτό να μην επικαλύπτει τα ήδη τοποθετημένα αντικείμενα στον χώρο αυτό. Για να συμβαίνει αυτό, θα πρέπει όλες οι πλευρές του αντικειμένου στον συγκεκριμένο χώρο που θα τοποθετηθούν είτε να εφάπτονται με τις πλευρές των γειτονικών αντικειμένων ή να βρίσκονται έξω από τον όγκο τους χωρίς να περιλαμβάνεται ο όγκος κάποιου από τα γειτονικά αντικείμενα. Ο έλεγχος για την επικάλυψη του αντικειμένου γίνεται με τα εξής βήματα:

Α. η Υπολογίζεται η απόσταση μεταξύ της κάτω και πίσω αριστερής γωνία του αρχικού χώρου και της κάτω και πίσω αριστερής γωνίας του κενού χώρου που εξετάζεται, έστω α1.

Β. Υπολογίζεται η απόσταση μεταξύ της κάτω και πίσω αριστερής γωνία του αρχικού χώρου και της κάτω και μπροστά αριστερής γωνίας του αντικειμένου που έχει τοποθετηθεί στον εφαπτόμενο πίσω χώρο από αυτόν που εξετάζεται, έστω α2.

Γ. Πρέπει α1>α2 .

Έτσι εξετάζεται αν υπάρχει επικάλυψη στην διάσταση του μήκους. Η ίδια διαδικασία επαναλαμβάνεται και για τις υπόλοιπες διαστάσεις. Αν σε κάποια διάσταση, δεν επαληθεύεται το βήμα Γ, τότε ο χώρος αυτός απορρίπτεται.

Για κάθε αντικείμενο που επιλέγεται, επιλέγεται ο πρώτος κενός χώρος και εξετάζεται αν πληρεί τους περιορισμούς. Αν αυτό συμβαίνει, τότε το αντικείμενο τοποθετείται στον χώρο και ανανεώνεται η λίστα με τα αντικείμενα καθώς και η λίστα με τους χώρους. Η αναπαράσταση του ψευδοκώδικα του άπληστου αλγόριθμου φαίνεται στο σχήμα 2.

```
Procedure greedy heuristic
Empty space list
Item list contains all items (sorted by decreasing volume)
Repeat
Take first item from item list
    For first empty space in empty space list
      For all permitted item orientations
         Check if the box fits the empty volume space
         Check if the box overlaps other boxes already placed
         Check if the box is supported and calculate the supporting box area
       End for
     End for
          Update empty space list
          Remove first item from item list
Until no combination is feasible
```

Εικόνα 3: Αναπαράσταση του ψευδοκώδικα του άπληστου αλγόριθμου.

4.5. *Τα προβλήματα Bischoff and Ratcliff*

Η εφαρμογή του άπληστου αλγόριθμου που αναπτύχθηκε στην προηγούμενη ενότητα έγινε σε οκτώ κατηγορίες προβλημάτων που δημιουργήθηκαν από τους Bischoff και Ratcliff. Για τον λόγο αυτό, τα προβλήματα αυτά εν συντομία αποκαλούνται BR. Η κάθε κατηγορία προβλημάτων από τις οκτώ περιέχει 100 προβλήματα. Σε κάθε πρόβλημα δίνονται οι διαστάσεις του χώρου και το πλήθος των κατηγοριών από αντικείμενα. Στην συνέχεια, για κάθε κατηγορία δίνεται το πλήθος των αντικειμένων από τα οποία αποτελείται η κατηγορία, οι διαστάσεις των αντικειμένων καθώς και σε ποια διάσταση γίνεται περιστροφή κατά 90 μοίρες.

Έτσι, στις πρώτες εφτά κατηγορίες προβλημάτων συναντάμε 100 προβλήματα για κάθε κατηγορία και 3,5,8,10,12,15 και 20 κατηγορίες αντικειμένων σε κάθε κατηγορία προβλημάτων αντίστοιχα. Σε κάθε μία κατηγορία αντικειμένων δίνονται οι διαστάσεις των αντικειμένων της κατηγορίας αυτής, ενώ ενδιάμεσα από τις διαστάσεις παρεμβάλλονται οι αριθμοί 1 ή 0, οι οποίοι υποδηλώνουν αν επιτρέπεται η περιστροφή για την συγκεκριμένη διάσταση ή όχι αντίστοιχα. Στην όγδοη κατηγορία των προβλημάτων Bischoff και Ratcliff, συναντάμε 15 προβλήματα και διαφορετικό αριθμό κατηγοριών αντικειμένων για καθένα, που ποικίλει από 6 έως 10. Το μέγεθος του αρχικού χώρου είναι πολύ μεγαλύτερο από τις προηγούμενες κατηγορίες προβλημάτων και διαφοροποιείται σε κάθε πρόβλημα. Ένα παράδειγμα ενός προβλήματος Bischoff and Ratcliff φαίνεται παρακάτω:

2	:	αριθμός προβλήματος
3000 2000 1000	:	διαστάσεις αρχικού χώρου
8	:	πλήθος κατηγοριών αντικειμένων
1 400 0 375 0 250 1 29	:	κατηγορία αντικειμένου, πλήθος αντικειμένων
2 400 0 400 0 150 1 37		που αποτελούν την κατηγορία, διαστάσεις
3 300 0 300 0 200 1 34		αντικειμένου, και επιτρεπτός
4 500 0 375 0 400 1 19		προσανατολισμός για κάθε διάσταση (0 ή 1).
5 800 0 275 0 200 1 16		
6 450 0 350 0 350 1 17		
7 900 0 200 0 200 1 25		
8 200 0 200 0 125 1 23		

Εικόνα 4: Παράδειγμα προβλήματος Bischoff and Ratcliff.

4.6. Σύγκριση με άλλους αλγόριθμους

Τα αποτελέσματα που εξήχθησαν από την εφαρμογή του αλγόριθμου, που αναπτύχθηκε στις προηγούμενες ενότητες, στα προβλήματα Bischoff και Ratcliff συγκρίθηκε με άλλους αλγόριθμους, οι οποίοι εφαρμόστηκαν επίσης στα προβλήματα αυτά. Οι αλγόριθμοι αυτοί είναι οι εξής:

- GRASP: Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (Moura and Oliveira, 2005)
- IC: Iterated Construction (Lim and Zhang, 2005)
- FDA: Fit Degree Algorithm (He and Huang, 2011)
- VNS: Variable Neighborhood Search (Parreño et al., 2010)
- CLTRS: Container Loading by Tree Search (Fanslau and Bortfeldt, 2010)
- G2LA: Greedy 2-step Lookahead (Zhu et al., 2012)

Οι αλγόριθμοι αυτοί είναι κατασκευαστικοί ευρετικοί αλγόριθμοι και η μεθοδολογία τους παρατίθεται εν συντομία παρακάτω.

4.6.1. Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP)

Η ευρετική μέθοδος αυτή βασίζεται στην κατασκευή κάθετων επιπέδων και ακολουθεί την τακτική των George and Robinson (1980), όπως έχει αναπτυχθεί στο κεφάλαιο 2, στο μεγαλύτερο μέρος της. Η διαφοροποίησης της έγκειται αρχικά στην επιλογή του αντικειμένου που δημιουργεί το επίπεδο. Ενώ στην μεθοδολογία των George and Robinson (1980), το αντικείμενο που επιλέγεται πρώτο είναι αυτό με το μεγαλύτερο μέγεθος στην μικρότερη διάστασή του, οι Moura and Oliveira (2005) ενσωματώνουν στον κατασκευαστικό αλγόριθμο μία διαδικασία τοπικής αναζήτησης για την επιλογή του καλύτερου αντικειμένου. Με την διαδικασία αυτή προσομοιώνεται η χρήση καθενός από τα αντικείμενα σε όλους τους πιθανούς προσανατολισμούς και υπολογίζεται σε κάθε περίπτωση το ποσοστό του χώρου που χρησιμοποιείται. Το αντικείμενο που δίνει το μεγαλύτερο ποσοστό χρήσης του χώρου είναι αυτό που επιλέγεται. Αν υπάρχουν και άλλα αντικείμενα που δίδουν τα ίδια αποτελέσματα, τότε επιλέγεται κάποιο από αυτά τυχαία.

Μία άλλη διαφοροποίηση που συναντάται κατά την εφαρμογή της μεθόδου GRASP είναι η εξής: Αντίθετα με τους George and Robinson (1980), η μέθοδος αυτή υποστηρίζει ότι αν μία από τις διαστάσεις από τους νέους χώρους που δημιουργούνται είναι μικρότερη από την μικρότερη διάσταση των αντικειμένων, τότε ο χώρος αυτός απορρίπτεται. Αυτό εξασφαλίζει το γεγονός ότι τα αντικείμενα που τοποθετούνται θα στηρίζονται πλήρως. Εκτός από αυτό, στην συνέχεια του αλγόριθμου, ο χώρος αυτός που έχει απορριφθεί είναι δυνατό να συγχωνευτεί με έναν άλλο χώρο που έχει απορριφθεί και να δημιουργηθεί ένα νέο επίπεδο, κάθετο στα άλλα, που να χωράει κάποια κατηγορία αντικειμένων με διαφορετικό προσανατολισμό. Τέλος, μια σημαντική διαφοροποίηση έχει γίνει και στην επιλογή του καλύτερου αντικειμένου, όπου μία παράμετρος α λειτουργεί ως καθοριστικός παράγοντας για την εισαγωγή των αντικειμένων στην λίστα με τις καλύτερες επιλογές (Restricted Candidate List) σε κάθε επανάληψη. Οπότε, η επιλογή των αντικειμένων δεν γίνεται με τυχαίο τρόπο.

Μετά την εφαρμογή του άπληστου αλγόριθμου για όλα τα αντικείμενα, που οδηγεί στην δημιουργία της περιορισμένης λίστας υποψηφίων (RCL), η επιλογή των αντικειμένων από την RCL λίστα γίνεται με τυχαίο τρόπο, και αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο αποδίδεται ο όρος randomized. Ο όρος adaptive αποδίδεται λόγω του γεγονότος ότι όλα τα υποψήφια αντικείμενα αξιολογούνται και ταξινομούνται κάθε φορά που ενσωματώνεται ένα νέο στοιχείο στην λύση.

4.6.2. Iterated Construction (IC)

Στους περισσότερους κατασκευαστικούς αλγόριθμους που έχουν χρησιμοποιηθεί, η επιλογή των αντικειμένων ξεκινάει συνήθως είτε από τα μεγαλύτερα αντικείμενα σε όγκο (Eley,2002) ή από τα αντικείμενα με το μεγαλύτερο μέγεθος στην μικρότερη διάστασή τους (George and Robinson, 1980). Οι Lim et al. (2012), με την ανάπτυξη του αλγόριθμου αυτού πρότειναν έναν διαφορετικό τρόπο αντιμετώπισης για τα αντικείμενα που λόγω μεγέθους είναι δύσκολο να τοποθετηθούν σε όλους τους πιθανούς κενούς χώρους. Κάθε κατηγορία αντικειμένων χαρακτηρίζεται από έναν παράγοντα προτεραιότητας, ο οποίος στην αρχή παίρνει την τιμή 1 και σε κάθε επανάληψη ανανεώνεται ανάλογα με την δυσκολία τοποθέτησης της κατηγορίας αντικειμένων στον χώρο.

Σε κάθε επανάληψη, ένας άπληστος αλγόριθμος ενσωματωμένος με μια διαδικασία αναζήτησης με διακλάδωση (tree search) εφαρμόζεται για την φόρτωση του container. Η καλύτερη λύση που αποκτάται από τον άπληστο αλγόριθμο αναλύεται και οι παράγοντες προτεραιότητας ανανεώνονται. Όσο μεγαλύτερη η δυσκολία για την τοποθέτηση του αντικειμένου, τόσο περισσότερο αυξάνεται η τιμή του παράγοντα προτεραιότητας για την κατηγορία αυτή. Ο άπληστος αλγόριθμος που χρησιμοποιείται τοποθετεί τα αντικείμενα σε οριζόντια επίπεδα από την βάση του container προς τα πάνω. Σε κάθε επίπεδο χρησιμοποιούνται αντικείμενα της ίδιας κατηγορίας και αφού τοποθετηθούν όσα περισσότερα είναι εφικτό, το επίπεδο διαγράφεται από την λίστα με τα επίπεδα και μέχρι τρία επίπεδα μπορούν να δημιουργηθούν στην θέση του, ανάλογα με τον υπολειπόμενο χώρο. Είναι προφανές ότι τα αντικείμενα που επιλέγονται να τοποθετηθούν στα χαμηλότερα επίπεδα είναι αυτά με τον μεγαλύτερο παράγοντα προτεραιότητας. Η διαδικασία συνεχίζεται έως ότου δεν υπάρχει διαθέσιμο επίπεδο ή αντικείμενο.

4.6.3. Fit Degree Algorithm

Ο αλγόριθμος αυτός λειτουργεί σε δύο στάδια : Το στάδιο της κατασκευής της λύσης και το στάδιο της τοπικής αναζήτησης. Στο γενικότερο πλαίσιο η μεθοδολογία του Fit Degree αλγόριθμου βασίζεται στην παροιμία “Gold corner, silver side and strawy void” (Χρυσή γωνία, ασημένια πλευρά, αχυρένιο κενό), σύμφωνα με την οποία η τοποθέτηση των αντικειμένων γίνεται ξεκινώντας από τους κενούς χώρους που βρίσκονται πιο μακριά από το κέντρο του μεγάλου χώρου. Ως εκ τούτου, τα αντικείμενα τοποθετούνται αρχικά στις γωνίες του χώρου, στην συνέχεια στις πλευρές και τέλος στο κέντρο. Η τοποθέτηση των αντικειμένων γίνεται με την μορφή κυβοειδών block.

Το στάδιο της κατασκευής αναφέρεται στην επιλογή του καλύτερου block για την τοποθέτηση του στον χώρο που υποδεικνύεται από το στάδιο της τοπικής αναζήτησης. Συνοπτικά, προσδιορίζονται τα εξής:

1. Στην τρέχουσα επανάληψη, επιλέγεται ένας κενός χώρος και γίνεται ο έλεγχος των παρακάτω κριτηρίων:

   α) Η απόσταση από την υποψήφια γωνία να είναι η μικρότερη.

   β) Ο όγκος του κενού χώρου να είναι ο μεγαλύτερος.

   γ) Οι συντεταγμένες x,y,z, της κάτω αριστερής γωνίας να είναι οι μικρότερες.

   δ) Οι συντεταγμένες x,y της πάνω δεξιάς γωνίας του χώρου να είναι επίσης οι μικρότερες.
2. Αν ο χώρος που επιλέχθηκε δεν πληρεί τις προϋποθέσεις, επιστρέφουμε στο βήμα 1 και επιλέγεται ο επόμενος χώρος.
3. Επιλέγεται το καλύτερο κυβοειδές block βάσει των παρακάτω κριτηρίων:

   α) Ο βαθμός προσαρμογής να είναι ο μεγαλύτερος

   β) Ο όγκος του ενός αντικειμένου στο block να είναι ο μεγαλύτερος δυνατός.

γ) Το μέγεθος της μεγαλύτερης πλευράς του αντικειμένου να είναι το μεγαλύτερο.

δ) Το μέγεθος της μικρότερης πλευράς του αντικειμένου να είναι το μικρότερο.

ε) Οι συντεταγμένες x,y,z, της κάτω αριστερής γωνίας να είναι οι μικρότερες.

στ) Οι συντεταγμένες x,y της πάνω δεξιάς γωνίας να είναι επίσης οι μικρότερες.

4. Επαναλαμβάνονται τα βήματα 1-3 μέχρι να τοποθετηθούν όλα τα αντικείμενα, ή κανένα από τα υπολειπόμενα αντικείμενα να μην μπορεί να τοποθετηθεί.

Στο στάδιο της τοπικής αναζήτησης, επιλέγεται ένας χώρος σύμφωνα με το βήμα 1 του κατασκευαστικού σταδίου και επαναλαμβάνεται και το βήμα 2 του κατασκευαστικού μέρους. Στην συνέχεια ταξινομούνται όλοι οι κενοί χώροι που επαληθεύουν το βήμα 1 και αξιολογείται η χρησιμοποίηση του όγκου για τον καθένα. Επιλέγεται ο χώρος με την μεγαλύτερη χρήση του όγκου. Επαναλαμβάνονται οι παραπάνω κινήσεις για όλα τα αντικείμενα που μπορούν να τοποθετηθούν.

4.6.4. Variable Neighborhood Search

Πρόκειται για μια επαναληπτική διαδικασία που πραγματοποιεί μία επιλογή ανάμεσα από μία λίστα με αντικείμενα, και από μία λίστα από κενούς χώρους, η οποία στην αρχή αποτελείται από το container. Όταν επιλεγεί ένα αντικείμενο για έναν κενό χώρο, τότε επιλέγονται να τοποθετηθούν και τα υπόλοιπα αντικείμενα από την ίδια κατηγορία, δημιουργώντας έτσι ένα επίπεδο αντικειμένων. Η διαδικασία αυτή δημιουργεί νέους κενούς χώρους και επαναλαμβάνεται μέχρι να συναντήσει το κριτήριο τερματισμού.

Στην ουσία, η τοποθέτηση των αντικειμένων γίνεται με επίπεδα και η επιλογή υπόκειται στους παρακάτω κανόνες:

- Καλύτερος όγκος: Επιλέγεται το επίπεδο αντικειμένων το οποίο καταλαμβάνει τον περισσότερο όγκο όταν τοποθετηθεί.
- Καλύτερη προσαρμογή: Επιλέγεται το επίπεδο αυτό που προσαρμόζεται καλύτερα στον κενό χώρο.

Ο αλγόριθμος αυτός περιλαμβάνει όχι μόνο μία συστηματική αναζήτηση ποικίλων γειτονιών (neighborhoods), αλλά και μια σειρά από στοχαστικές κινήσεις οι οποίες έχουν ως σκοπό να αποφευχθεί η παγίδευση στα τοπικά βέλτιστα. Η στρατηγική αυτή αποκαλείται shaking.

4.6.5. Container Loading by Tree Search

Αυτή η μέθοδος εν συντομία αποκαλείται CLTS και έχει τα εξής δύο χαρακτηριστικά:

- ❖ Χρησιμοποιείται η προσέγγιση κατασκευής block από τα διαθέσιμα αντικείμενα. Εκτός από τα απλά block από ομογενή αντικείμενα, σχηματίζονται και block από διαφορετικά αντικείμενα, στα οποία επιτρέπονται μικρά εσωτερικά κενά.
- ❖ Μια ειδική μορφή αναζήτησης με διακλάδωση υιοθετείται με σκοπό να εξισορροπηθεί το εύρος της τρέχουσας αναζήτησης και η πρόβλεψη και για επερχόμενα στάδια.

Η συνολική αναζήτηση διαχωρίζεται σε δύο στάδια. Στην αρχή κάθε σταδίου δημιουργείται μια λίστα με blocks. Στο πρώτο στάδιο, μόνο ομογενή block παρέχονται, ενώ στο δεύτερο στάδιο παρέχονται block με ανόμοια αντικείμενα και στα οποία υπάρχουν μικρά κενά μεταξύ των αντικειμένων. Το είδος της αναζήτησης διαφοροποιείται για κάθε στάδιο. Σε κάθε στάδιο δημιουργούνται ολοκληρωμένα σχέδια πακετοποίησης μέχρι να ολοκληρωθεί το χρονικό περιθώριο που δίνεται για το καθένα. Κάθε ολοκληρωμένο σχέδιο πακετοποίησης αποτελείται από τα block που παρέχονται στο συγκεκριμένο στάδιο. Στο τέλος του αλγορίθμου, επιλέγεται το σχέδιο αυτό που είναι βέλτιστο ως προς την χρήση του όγκου του χώρου.

4.6.6. Greedy 2-step Lookahead

Η προσέγγιση του αλγόριθμου αυτή βασίζεται, όπως και οι προαναφερθείσες μεθόδοι, στην δημιουργία block. Ένα block τοποθετείται σε έναν κενό χώρο, έτσι ώστε μία γωνία του να συμπίπτει με μία γωνία του κενού χώρου. Έτσι, υπάρχουν οχτώ διαφορετικοί τρόποι τοποθέτησης ενός block σε έναν κενό χώρο. Η στρατηγική που χρησιμοποιείται για την εύρεση του καλύτερου τρόπου τοποθέτησης είναι η αναζήτηση με διακλάδωση.

Στην βάση του δέντρου τοποθετούνται οι m καλύτερες επιλογές τοποθέτησης, χρησιμοποιώντας ένα μέτρο αξιολόγησης. Εφαρμόζεται πάλι η ίδια διαδικασία, η οποία καταλήγει σε m καλύτερες επιλογές τοποθέτησης για κάθε μία από τις πρώτες m επιλογές. Χρησιμοποιείται, δηλαδή, σε 2 βήματα το κριτήριο αξιολόγησης για να κάνει τις καταλληλότερες δύο επόμενες επιλογές στην τοποθέτηση των block. Στην διαδικασία αυτή αποδίδεται και η ονομασία 2-step της μεθόδου. Στην συνέχεια, γίνεται η χρήση ενός άπληστου αλγόριθμου, για κάθε μια από τις m^2 καταλληλότερες επιλογές που έχουν προκύψει, για να ολοκληρωθεί η τοποθέτηση των block έως ότου να μην είναι εφικτή άλλη τοποθέτηση block στον χώρο. Έτσι προκύπτουν m^2 διαφορετικοί τρόποι ολοκλήρωσης της διαδικασίας και επιλέγεται αυτός που κάνει την μεγαλύτερη χρήση του όγκου του χώρου. Ο όρος lookahead αποδίδεται στο γεγονός ότι εξετάζονται 2 βήματα μπροστά για να αποφασιστεί η βέλτιστη τοποθέτηση στην τρέχουσα επανάληψη.

Τα κυριότερα έξι βήματα της μεθόδου αυτής είναι τα εξής:

1) Χρησιμοποιείται μία μέθοδος με αλληλοεπικαλυπτόμενα κυβοειδή, που αντιπροσωπεύουν τους κενούς χώρους.
2) Κατασκευάζονται απλά block για ένα ασθενώς ετερογενές πρόβλημα ή απλά και σύνθετα block για ισχυρά ετερογενές πρόβλημα.
3) Επιλέγεται ο χώρος με την μικρότερη απόσταση Manhattan.
4) Επιλέγεται το block που δίνει την μεγαλύτερη τιμή στην συνάρτηση αξιολόγησης
5) Τοποθετείται το block στην κάτω αριστερή γωνία του κενού χώρου.
6) Χρησιμοποιείται ο greedy 2-step lookahead αλγόριθμος για να βρεθεί η βέλτιστη τοποθέτηση των block.

4.7. Αποτελέσματα

Στον πίνακα που παρατίθεται στην ενότητα αυτή, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή του άπληστου αλγόριθμου στις οχτώ σειρές προβλημάτων των Bischoff and Ratcliff. Για κάθε σειρά προβλημάτων φαίνονται ο αριθμός των προβλημάτων, οι κατηγορίες αντικειμένων καθώς και το ποσοστό πληρότητας. Οι τιμές του % ποσοστού πληρότητας είναι ο μέσος όρος των ποσοστών πληρότητας του χώρου για κάθε σειρά προβλημάτων.

Test set	# προβλημάτων	Κατηγορίες προβλημάτων	% ποσοστό πληρότητας
BR1	100	3	67,83
BR2	100	5	62,27
BR3	100	8	52,71
BR4	100	10	47,31
BR5	100	12	42,67
BR6	100	15	37,3
BR7	100	20	33,8
BR8	10	-	28,66

Πίνακας 4: Αποτελέσματα της εφαρμογής του άπληστου αλγόριθμου στα προβλήματα Bischoff and Ratcliff

Στην όγδοη σειρά προβλημάτων, οι κατηγορίες των αντικειμένων μεταβάλλονται από 6-10 κατηγορίες. Παρατηρούμε από το πίνακα ότι όσο περισσότερες διαφορετικές κατηγορίες αντικειμένων συναντώνται, το ποσοστό πληρότητας του χώρου μειώνεται. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι μεγάλος αριθμός αντικειμένων έχουν διαφορετικά μεγέθη στις διαστάσεις τους και δεν εφαρμόζουν απόλυτα μεταξύ τους κατά την τοποθέτησή τους, με αποτέλεσμα να σχηματίζονται κενά ανάμεσά τους. Όσο αυξάνεται ο αριθμός των διαφορετικών αντικειμένων, τόσο περισσότερα τα κενά που υπάρχουν κατά την τοποθέτηση των αντικειμένων στον χώρο κι έτσι μειώνεται η απόδοση του αλγορίθμου.

Μία άλλη παρατήρηση που προκύπτει από τον πίνακα των αποτελεσμάτων είναι ότι το ποσοστό πληρότητας αυξάνεται με την αύξηση των προβλημάτων που περιλαμβάνεται σε κάθε σειρά. Αυτό το συμπέρασμα προκύπτει από το αποτέλεσμα που έχει εξαχθεί για την όγδοη σειρά προβλημάτων. Παρατηρούμε ότι τα προβλήματα που ανήκουν στην σειρά αυτή είναι πολύ λιγότερα από τα προβλήματα των υπολοίπων σειρών και ενώ οι κατηγορίες των διαφορετικών αντικειμένων είναι λιγότερες από τις κατηγορίες που περιλαμβάνονται στις σειρές 5 έως 7, ο μέσος όρος της πληρότητας του χώρου είναι σαφώς μικρότερος.

Στην συνέχεια, παρατίθεται ένας πίνακας που περιλαμβάνει τα αποτελέσματα της εφαρμογής των μεθόδων κατασκευαστικών αλγορίθμων που εξετάστηκαν παραπάνω στις αντίστοιχες σειρές προβλημάτων Bischoff and Ratcliff.

Test set	GRASP 2005	IC 2005	FDA 2011	VNS 2010	CLTRS 2010	G2LA 2010
BR1	89,07	91,60	92,92	94,93	95,05	95,54
BR2	90,43	91,99	93,93	95,19	95,43	95,98
BR3	90,86	92,30	93,71	94,99	95,47	96,08
BR4	90,42	92,36	93,68	94,71	95,18	95,94
BR5	89,57	91,90	93,73	94,33	95,00	95,74
BR6	89,71	91,51	93,63	94,04	94,79	95,61
BR7	88,05	91,01	93,14	93,53	94,24	95,14
BR8	86,13	-	92,92	92,78	93,70	94,63

Πίνακας 5: Αποτελέσματα Βιβλιογραφίας

Στον παραπάνω πίνακα περιλαμβάνεται το ποσοστό % της πληρότητας του χώρου για τις υπόλοιπες μεθόδους που αναλύσαμε στο κεφάλαιο αυτό. Τα συμπεράσματα που εξήχθησαν από την εφαρμογή του άπληστου αλγόριθμου που εφαρμόστηκε παραπάνω συμπίπτουν με τα συμπεράσματα που μπορούν να εξαχθούν από την μελέτη του πίνακα αυτού, με την διαφοροποίηση ότι στην τρίτη σειρά προβλημάτων παρατηρούμε για τις περισσότερες από τις μεθόδους αυτές μια αύξηση στην πληρότητα του χώρου. Πέρα αυτών των συμπερασμάτων, παρατηρούμε ότι οι κατασκευαστικοί αλγόριθμοι που ακολουθούν την μέθοδο κατασκευής block για την τοποθέτηση των αντικειμένων είναι σαφώς αποδοτικότεροι για την πληρότητα του χώρου.

4.8. Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό, επιλέξαμε να εφαρμόσουμε την μέθοδο του άπληστου αλγόριθμου στο πρόβλημα της φόρτωσης αντικειμένων σε έναν χώρο. Σύμφωνα με την μέθοδο αυτή, τοποθετείται ένα αντικείμενο σε κάθε επανάληψη σε κάποιον κενό χώρο που πληρεί τις προϋποθέσεις στήριξης, χωρητικότητας και μη αλληλεπικάλυψης με τα ήδη τοποθετημένα αντικείμενα. Η απόδοση της μεθόδου αυτής είναι ικανοποιητική για τα ασθενώς ετερογενή προβλήματα, όμως με την αύξηση των κατηγοριών των διαφορετικών αντικειμένων, το ποσοστό πληρότητας του χώρου μειώνεται. Στην σύγκριση της μεθόδου αυτής με τους κατασκευαστικούς αλγορίθμους που χρησιμοποιούν την κατασκευή block αντικειμένων για την πλήρωση του χώρου, παρατηρήσαμε ότι η κατασκευή block είναι αποδοτικότερη.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ V

Συμπεράσματα

5. Συμπεράσματα

Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την εκπόνηση της παρούσης διπλωματικής εργασίας είναι διττά. Από την μία πλευρά παρουσιάσθηκε η σπουδαιότητα της ποιοτικής σχεδίασης ενός αλγόριθμου για την επίλυση του προβλήματος πακετοποίησης, το οποίο να ικανοποιεί όσο το δυνατόν περισσότερους μαλακούς περιορισμούς. Η ύπαρξη ενός ποιοτικού προγράμματος επίλυσης αυτού του προβλήματος είναι ζωτικής σημασίας για την διανομή καθώς εξασφαλίζει την αποτελεσματικότερη και εύρυθμη λειτουργία της. Την σημαντικότητα της βέλτιστης τοποθέτησης των αντικειμένων σε έναν χώρο μπορεί κάποιος να την αντιληφθεί, εάν αναλογιστεί το πλήθος των ατόμων αλλά και των διαδικασιών που εμπλέκονται και επηρεάζεται η καθημερινότητα τους από το συγκεκριμένο πρόβλημα.

Από την άλλη πλευρά, τίθεται το πρόβλημα της επίλυσης του προβλήματος που προκύπτει από την προσπάθεια της βέλτιστης αποθήκευσης των αντικειμένων σε έναν χώρο. Έτσι, ενώ κατανοούμε τη σημασία του αλγόριθμου αποθήκευσης των αντικειμένων, για την βελτίωση της λειτουργίας του βρισκόμαστε ακόμα αντιμέτωποι με ένα πολύπλοκο ζήτημα, του οποίου η επίλυση δεν είναι καθόλου εύκολη υπόθεση. Επιπλέον, η βιβλιογραφική ανασκόπηση έδειξε ότι οι μέθοδοι που έχουν προταθεί είναι πολλές και συχνά βασίζονται σε εντελώς διαφορετικά επιστημονικά πεδία. Η δυσκολία επίλυσης του προβλήματος έγκειται στην πολυπλοκότητά του, λόγω της ύπαρξης πολύ μεγάλου αριθμού μεταβλητών, αλλά και του ορισμού σημαντικού αριθμού περιορισμών. Για τις πραγματικές εφαρμογές στην βιομηχανία, η πληρότητα του χώρου δεν είναι ο μοναδικός σκοπός για την επίλυση του προβλήματος αυτού, αλλά πρέπει να ληφθεί σοβαρά υπόψη και η ασφαλής μεταφορά τους, διότι σε διαφορετική περίπτωση ο αλγόριθμος δεν είναι εύχρηστος. Οι κυριότεροι περιορισμοί που αφορούν την ασφαλή μεταφορά των αντικειμένων είναι η στήριξη των αντικειμένων στο μεγαλύτερο μέρος τους και η κατανομή του βάρους.

Η επιλογή της μεθόδου επίλυσης σχετίζεται με την φύση και τα χαρακτηριστικά της κάθε περίπτωσης, έτσι κάθε πρόβλημα είναι διαφορετικό και απαιτεί ξεχωριστό χειρισμό. Οι σημαντικότερες και δημοφιλέστερες μέθοδοι-τεχνικές επίλυσης αναλύθηκαν στο κεφάλαιο 3. Από τις προαναφερθείσες μεθόδους κρίθηκε σκόπιμο να εφαρμοστεί ο άπληστος αλγόριθμος. Η επιλογή του στηρίχθηκε στο γεγονός ότι ο αλγόριθμος αυτός αποτελεί μία πολύ αποτελεσματική, εύχρηστη και ευρέως διαδεδομένη μέθοδο επίλυσης προβλημάτων πακετοποίησης.

Πιο συγκεκριμένα, ο άπληστος αλγόριθμος παρέχει μεγάλη ευελιξία στον προγραμματιστή για την δημιουργία του και ταυτόχρονα απαιτεί ελάχιστο υπολογιστικό χρόνο για την εφαρμογή του. Οι κατασκευαστικοί αλγόριθμοι είναι πολύ αποδοτικοί και παράγουν υψηλής ποιότητας αποτελέσματα. Η απόδοσή τους είναι εγγυημένη όταν μελετάμε ομογενή προβλήματα, όμως στα ασθενώς και κυρίως στα ισχυρά ετερογενή προβλήματα η απόδοσή τους μειώνεται.

Για την καλύτερη κατανόηση της επίλυσης των προβλημάτων bin packing, παρουσιάστηκε η εφαρμογή της μεθόδου του άπληστου αλγόριθμου στις οχτώ πρώτες σειρές των προβλημάτων Bischoff and Ratcliff και στην συνέχεια να συγκριθεί η απόδοσή του με κατασκευαστικούς αλγόριθμους που υιοθετούν την μέθοδο κατασκευής block αντικειμένων για την πλήρωση του χώρου. Τα συμπεράσματα που εξήχθησαν από τις εφαρμογές αυτές είναι αρχικά ότι ο αριθμός των κατηγοριών των διαφορετικών αντικειμένων του προβλήματος παίζει καθοριστικό ρόλο για την απόδοση του αλγορίθμου. Συγκεκριμένα, όσο λιγότερες διαφορετικές κατηγορίες προβλημάτων συναντώνται στο πρόβλημα, τόσο αποδοτικότερος είναι ο αλγόριθμος.

Μία ακόμη σημαντική παρατήρηση, που προέκυψε από την εφαρμογή του άπληστου αλγόριθμου στο πρόβλημα bin packing, είναι ότι το ποσοστό πληρότητας του χώρου αυξάνεται με την αύξηση των προβλημάτων στα οποία εφαρμόζεται. Το βαθύτερο συμπέρασμα που προκύπτει από την παρατήρηση αυτή είναι ότι σε ένα πλήθος προβλημάτων στα οποία εφαρμόζεται ο αλγόριθμος η απόδοσή του είναι ικανοποιητική ή πολύ καλή στα περισσότερα προβλήματα, όμως δεν είναι εγγυημένη για όλα τα προβλήματα, γι’αυτό σε ορισμένα προβλήματα το ποσοστό πληρότητας είναι αρκετά μειωμένο.

Τέλος, όπως προκύπτει από την σύγκριση του αλγορίθμου με τις άλλες κατασκευαστικές μεθόδους, που μελετήθηκαν στο κεφάλαιο 4, η κατασκευή block από ομογενή ή διαφορετικού μεγέθους αντικείμενα για την τοποθέτησή τους στον χώρο είναι αποδοτικότερη από την μέθοδο τοποθέτησης στον κενό χώρο ενός αντικειμένου σε κάθε επανάληψη.

<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ VI</u>

Βιβλιογραφία

6. Βιβλιογραφία

- Ana de Almeida, Marisa B. Figueiredo, *A particular approach for the three-dimensional packing problem with additional constraints*. Computers and Operations Research 37 (2010), 1968-1976
- Bellman, R., 1957. *Dynamic Programming*, Princeton University Press.
- Ben Mohamed, Ahemed Mohamed and Yassine Adnan, *Optimization by ant colony hybryde for the bin-packing problem*, World Academy of Science, Engineering and Technology 25, 2009
- Bischoff E. Eberhard, Davies A. Paul, *Weight distribution considerations in container loading*, European Journal of Operational Research 114 (1999) 509-527
- Bischoff E.E, Janetz F., Ratcliff M.S.W., *Loading pallets with non-identical items*. European Journal of Operational Research 84 (1995), 681-692
- Bischoff E.E, Wäscher Gerhard, *Cutting and Packing*. European Journal of Operational Research 84 (1995), 503-505.
- Bischoff, E.E., Ratcliff, M.S.W., 1995. *Issues in the development of approaches to container loading*. OMEGA the International Journal of Management Science 23, 377–390.
- Bortfeldt A., Gehring H., 1997. *A genetic algorithm for solving the container loading problem*. International Transactions in Operational Research 4, 401-418.
- Bortfeldt Andreas, Gehring Hermann, *A Hybrid Genetic Algorithm for the Container Loading Problem*, European Journal of Operational Research 131 (2001) 143-161
- Bortfeldt Andreas, Gehring Hermann, Mack Daniel, *A parallel tabu search algorithm for solving the container loading problem*. Parallel Computing 29 (2003) 641-662
- Chen C.S., Lee S.M., Shen Q.S., *An analytical model for the container loading problem*. European Journal of Operational Research 80 (1995), 68-76
- Cotta Carlos and Alba Enrique, *Evolutionary Algorithms*. Handbook of Bioinspired Algorithms and Applications, S. Olariu, A.Y. Zomaya. (eds.), pp. 3-19, Chapman & Hall/CRC, Boca Ratón FL, 2006
- Cotta Carlos, Neri Ferrante, *Memetic algorithms and memetic computing optimization: A literature review*, Swarm and Evolutionary Computation 2 (2012) 1–14
- Crainic Teodor Gabriel, Perboli Guido, Tadei Roberto, *TS2PACK: A two-level tabu search for the three-dimensional bin packing problem*, European Journal of Operational Research 195 (2009) 744–760

- Dantzig, G. B., 1951. *Maximization of a Linear Function of Variables Subject to Linear Inequalities*. In: Koopmans,T.C. (Ed.), Activity Analysis of Production and Allocation, New York, Wiley, pp. 339-347.
- Dantzig, G. B., 1963. *Linear Programming and Extensions*, Princeton University Press, Princeton.
- Dowsland B. William and Dowsland A. Kathryn, *Packing Problems*. European Journal of Operational Research 56 (1992), 2-14
- Dyckhoff Harald, *A typology of cutting and packing problems*, European Journal of Operational Research 44(1990) 145-149
- Eglese R.W., *Simulated Annealing: A tool for Operational Research*, European Journal of Operational Research 46 (1990) 271-281
- Eley Michael, *Solving container loading problems by block arrangement*, European Journal of Operational Research 141 (2002) 393–409
- Faina Loris, *A global optimization algorithm for the three dimensional packing problem*. European Journal of Operational Research 126 (2000), 340-354
- Fanslau, T., Bortfeldt, A., 2010. *A tree search algorithm for solving the container loading problem.* INFORMS Journal on Computing 22, 222–235.
- Gehring H., Menschner K., Meyer M., *A computer-based heuristic for packing pooled shipment containers*, European Journal of Operational Research 44 (1990) 277-288
- George G.A., Robinson D.F, *A Heuristic for Packing Boxes into a Container*. Comput. & Ops Res. Vol. 7. (1980) pp. 147-156
- He, K., Huang, W., *An efficient placement heuristic for three-dimensional rectangular packing*. Computers and Operations Research 38 (2011), 227–233.
- Hifi Mhand, Kacem Imed, Negre Stephane, Wu Lei, *A linear programming approach for the three dimensional bin-packing problem*. Electronic Notes in Discrete Mathematics 36 (2010), 993-1000
- Holland, J.H., *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, the university of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.
- Hopper E., Turton B.C.H, *An empirical investigation of meta-heuristic and heuristic algorithms for a 2D packing problem*. European Journal of Operational Research 128 (2001), 34-57
- Huang Wenqi, Chen Duanbing, *An efficient heuristic algorithm for the rectangle-packing problem*. Simulation Modelling Practice and Theory 15 (2007), 1356-1365

- Huang Yi-Chao, Chien Chen-Fu, Lee Chia-Yen, Wu Wen-Ting, *An efficient computational procedure for determining the container-loading pattern*. Computers & Industrial Engineering 56 (2009) 965–978
- Hwang Shim-Miin, Kao Cheng-Yan, Homg Jomg-Tzong, *On Solving Rectangle Bin Packing Problems Using Genetic Algorithms*. Systems, Man, and Cybernetics, 'Humans, Information and Technology'., 1994 IEEE International Conference on, vol 2, 1583-1590
- Johnson A.W., Jacobson S.H., *On the convergence of generalized hill climbing algorithms*. Discrete Applied Mathematics 119 (2002), 37-57
- Kang Kyungdaw, Moon Ilkyeong, Wang Hongfeng, *A hybrid genetic algorithm with a new packing strategy for the three-dimensional bin packing problem*, Applied Mathematics and Computation xxx (2012) xxx–xxx
- Kirkpatrick S.; Gelatt C. D.; Vecchi M. P., *Optimization by Simulated Annealing*, Science, New Series, Vol. 220, No. 4598. (May 13, 1983), pp. 671-680.
- Levine J. and Ducatelle F., *Ant colony optimization and local search for bin-packing and cutting stock problems*, Journal of the Operational Research Society (2004) 55, 705–716
- Lim Andrew, Ma Hong, Xu Jing, Zhang Xingwen, *An iterated construction approach with dynamic prioritization for solving the container loading problem*. Expert Systems with Applications 39 (2012), 4292-4305
- Lim Andrew, Zhu Wenbin, *A new iterative-doubling Greedy–Lookahead algorithm for the single container loading problem*, European Journal of Operational Research xxx (2012) xxx–xxx
- Mack, D., Bortfeldt, A., Gehring, H., 2004. *A parallel hybrid local search algorithm for the container loading problem*. International Transactions in Operational Research 11, 511–533.
- Martello Silvano, Vigo Daniele, Lodi Andrea, *Heuristic algorithms for the three-dimensional bin packing problem*. European Journal of Operational Research 141 (2002), 410-420
- Oliveira Jose Fernando, Moura Ana, *A GRASP approach to the container loading problem*. IEEE Intelligent Systems 20 (2005), 50-57
- Parreño, F., Alvarez-Valdes, R., Oliveira, J.E., Tamarit, J.M., 2010. *Neighborhood structures for the container loading problem: a VNS implementation*. Journal of Heuristics 16, 1–22.

- Parreño, F., Alvarez-Valdes, R., Tamarit, J.M., Oliveira, J.F., 2008. *A maximal-space algorithm for the container loading problem*. INFORMS Journal on Computing 20, 412–422.
- Peng Yu, Zhang Defu, *A Hybrid Simulated Annealing Algorithm for Container Loading Problem*. 2009 World Summit On Genetic And Evolutionary Computation, 2009 Gec Summit - Proceedings Of The 1St Acm/Sigevo Summit On Genetic And Evolutionary Computation, Gec'09, 2009, p. 919-922
- Peng Yu, Zhang Defu, Leung C.H. Stephen, *A heuristic block-loading algorithm on multi-layer search for the container loading problem*. Computers and Operations Research 39 (2012), 2267-2276
- Pisinger David, *Heuristics for the container loading problem*. European Journal of Operational Research 141 (2002) 382-392
- Pisinger David, Martello Silvano, Vigo Daniele, *The three-dimensional bin packing problem*. Operations Research 48 (2000), 256-267
- Poirriez V., Andonov R., Rajopadhye S., *Unbounded Knapsack problem: Dynamic Programming Revisited*. European Journal of Operational Research 123 (2000) 394-407
- Rao R. L. and Iyengar S. S., *Bin Packing By Simulated Annealing*, Computers Math. Applic. Vol. 27, No. 5, pp. 71-82, 1994
- Terno, J., Scheithauer, G., Sommerweiß, U., Riehme, J., 2000. *An efficient approach for the multi-pallet loading problem*. European Journal of Operational Research 123, 372–381.
- Wäscher Gerhard, Hausner Heike, Schumann Holger, *An improved typology of cutting and packing problems*, European Journal of Operational Research 183 (2007) 1109–1130
- Wang Y. Pearl, Valenzela L.Christine, *Data set generation for rectangular placement problems*. European Journal of Operational Research 134 (2001), 378-391
- Xiong Weiqing, Wang Liuyi, Yan Chenyang. *Binary Ant Colony Evolutionary Algorithm.* Acta Automatica Sinica 33(3), (2007) 259-264.

<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ VII</u>

Παράρτημα

7. Παράρτημα

```
program bin packing

parameter (n=20000,n1=10,m=4)
integer::b(n),a1(n),a2(n),a3(n),label(n1),sizes(n1),a(n)
integer::btot,p,k,q
real::w(n),l(n),h(n),lc(n1),wc(n1),hc(n1),row(n),prob(n1)
real::x(n),y(n),z(n),s(n),xv(n),yv(n),zv(n)
real::sel(n)
real::c(n,2*m),r(n,m),vol1(n,m-1)
real::vol(3*n,m)

OPEN(45,file="c:\program files (x86)\force 2.0\bischoff8.txt")
OPEN(47,file="res1.txt")
OPEN(48,file="resC.txt")
OPEN(49,file="resa.txt")

do iter=1,n1
btot=0
READ(45,*) prob(iter)!,label(iter)
read(45,*)  lc(iter),wc(iter),hc(iter)
read(45,*)  sizes(iter)
write(*,*)  'iter=',iter
write(*,*)  prob(iter)!,label(iter)
write(*,*)  lc(iter),wc(iter),hc(iter)
write(*,*)  sizes(iter)
L1=lc(iter)
W1=wc(iter)
H1=hc(iter)
   do i=1,sizes(iter)
    read(45,*) a(i),b(i),a1(i),l(i),a2(i),w(i),a3(i),h(i)
    write(*,*) a(i),b(i),a1(i),l(i),a2(i),w(i),a3(i),h(i)
      btot=btot+b(i)
      write(*,*) 'btot=',btot

   k1=btot-b(i)+1
   x(i)=0
   y(i)=0
   z(i)=0
   s(i)=0
     forall (j=k1:btot)
       row(j)=j
       c(j,:)=(/row(j),x(i),y(i),z(i),l(i),w(i),h(i),s(i)/)
      end forall
    end do

  do j=1,3*btot
```

```
   sel(j)=0
    xv(j)=0
    yv(j)=0
    zv(j)=0
    vol(j,:)=(/xv(j),yv(j),zv(j),sel(j)/)
    end do

      vb=0
      unb=0

    do i=1,btot
    call boxes(btot,c,p)
    call pick_array(btot,vol,1+3*(i-1),L1,W1,H1,c,p,q,unb,v1)
      vol(q,4)=1
      vb=vb+v1

      c(p,2)=vol(q,1)
      c(p,3)=vol(q,2)
      c(p,4)=vol(q,3)
        vol(1+3*(i-1)+1,1)=vol(q,1)+c(p,5)
        vol(1+3*(i-1)+1,2)=vol(q,2)
        vol(1+3*(i-1)+1,3)=vol(q,3)
        vol(1+3*(i-1)+2,1)=vol(q,1)
        vol(1+3*(i-1)+2,2)=vol(q,2)+c(p,6)
        vol(1+3*(i-1)+2,3)=vol(q,3)
        vol(1+3*(i-1)+3,1)=vol(q,1)
        vol(1+3*(i-1)+3,2)=vol(q,2)
        vol(1+3*(i-1)+3,3)=vol(q,3)+c(p,7)
!         write(*,*) q,vol(1,4)
   end do

S1=lc(iter)*wc(iter)*hc(iter)
write(*,*)'S1=',S1,'vb=',vb
Smax=vb/S1
write(*,*) 'Pososto plirotitas=',Smax*100,'%'
write(49,*) 'Pososto plirotitas=',Smax*100,'%'
Bmax=unb/btot
write(*,*)'btot=',btot,'used no. of boxes=',unb
write(*,*) 'Pososto koutiwn=',Bmax*100,'%'
write(48,*)((c(m1,m2),m2=1,8),m1=1,btot)
end do
end program bin packing

subroutine boxes(btot,c,d)
parameter (n=20000,m=4)
integer::d,p,btot
real::v(n),k
real,intent(in)::c(n,2*m)
  d=0
```

```
  vmax=0
2    format(8f8.2)
do i=1,btot
  if (c(i,8).ne.0) cycle
  v(i)=c(i,5)*c(i,6)*c(i,7)

   if (v(i).gt.vmax) then
     d=i
     vmax=v(i)
    else
    end if
end do
end subroutine boxes

subroutine pick_array(btot,vol,k,L1,W1,H1,c,p,l,unb,v1)
parameter (n=20000,m=4)
real::vol(3*n,m),c(n,2*m)
integer::k,p,l,btot,p1,l2

l=0
l3=c(p,5)
l4=c(p,6)
v1=0.

do i=1,k
  p1=0.
  c(p,5)=l3
   c(p,6)=l4
 if (vol(i,4)==1) cycle
  lv=L1-vol(i,1)-c(p,5)
 if (lv.lt.0) then
   l2=c(p,5)
   c(p,5)=c(p,6)
   c(p,6)=l2
    p1=p
  end if
24   lv=L1-vol(i,1)-c(p,5)
 if (lv.lt.0) cycle
 wv=W1-vol(i,2)-c(p,6)
 if (wv.lt.0.and.p1.ne.0) cycle
 if (wv.lt.0.and.p1.eq.0) then
    l2=c(p,6)
    c(p,6)=c(p,5)
    c(p,5)=l2
    p1=p
    go to 24
 end if
 hv=H1-vol(i,3)-c(p,7)
 if (hv.lt.0) cycle
```

```
do j=1,btot
if (j.ne.p.and.c(j,8).ne.0) then
   a1=min(vol(i,1)+c(p,5),c(j,2)+c(j,5))
   a2=max(vol(i,1),c(j,2))
       if(a1>a2) then
       a1=min(vol(i,2)+c(p,6),c(j,3)+c(j,6))
       a2=max(vol(i,2),c(j,3))
          if(a1>a2) then
          a1=min(vol(i,3)+c(p,7),c(j,4)+c(j,7))
          a2=max(vol(i,3),c(j,4))
             if(a1>a2)  then
             go to 10
             end if
          end if
       end if
 end if
 end do

 if (vol(i,3).gt.0) then
     area=0.
  do jj=1,btot
     a3=0.
     a4=0.
  if (c(jj,8).eq.0) cycle
  if (c(jj,4)+c(jj,7).ne.vol(i,3)) cycle
  if(c(jj,2)+c(jj,5).le.vol(i,1).or.c(jj,2).ge.vol(i,1)+c(p,5))cycle
  if(c(jj,3)+c(jj,6).le.vol(i,2).or.c(jj,3).ge.vol(i,2)+c(p,6))cycle
   a3=min(c(jj,5),c(p,5),vol(i,1)+c(p,5)-c(jj,2),c(jj,2)+c(jj,5)
   &-vol(i,1))
   a4=min(c(jj,6),c(p,6),vol(i,2)+c(p,6)-c(jj,3),c(jj,3)+c(jj,6)
   &-vol(i,2))
   area=area+(a3*a4)/(c(p,5)*c(p,6))
   end do
   end if
   if (vol(i,3).gt.0.and.area.lt.0.80) cycle

10  if (j.le.btot) cycle

l=i
write(47,*) 'the box No',c(p,1),'is placed in volume', vol(l,:3)
write(*,*) 'the box No',c(p,1),'is placed in volume', vol(l,:3)
  unb=unb+1
   c(p,8)=unb
    v1=c(p,5)*c(p,6)*c(p,7)
write(47,*) 'unb=', unb
 if (p1.ne.0) then
 write(47,*) 'p1=',p1
 end if
```

```
 return
end do
end subroutine pick_array
```