



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΠΙΒΕΒΑΙΩΣΗ  
ΣΥΣΧΕΤΙΣΕΩΝ ΓΙΑ ΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΗΣ  
ΥΠΕΡΤΑΧΥΝΣΗΣ, ΥΠΕΡΠΙΕΣΗΣ ΚΑΙ  
ΥΠΟΠΙΕΣΗΣ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΑΠΟΡΡΙΨΗ  
ΦΟΡΤΙΟΥ ΥΔΡΟΣΤΡΟΒΙΛΟΥ FRANCIS**

---

Μπαρτζώκης Ευθύμιος-Μάριος

Επιβλέπων Καθηγητής

Δημήτριος Ε. Παπαντώνης

Αθήνα, 2012

*Θερμά ευχαριστώ στον καθηγητή Δημήτριο Ε. Παπαντώνη  
για την πολύτιμη βοήθεια του στην περάτωση της εργασίας  
και για την παροχή του αρχικού κώδικα ο οποίος αναπτύχθηκε  
για τις ανάγκες της παρούσας εργασίας*

## Περιεχόμενα

Περίληψη .....	7
Summary.....	8
Κεφάλαιο 1 .....	9
Γενικά για τα υδροηλεκτρικά έργα και τους υδροστροβίλους .....	9
1.1.Υδροηλεκτρική ενέργεια.....	9
1.1.1. Οι υδροηλεκτρικοί σταθμοί στην Ελλάδα σήμερα-οργάνωση.....	11
1.1.2. Αρχική μελέτη ενός υδροηλεκτρικού έργου και τοποθέτηση του προβλήματος.....	14
1.2.Υδροστρόβιλοι.....	14
1.2.1. Στρόβιλοι δράσεως .....	15
1.2.2. Στρόβιλοι αντιδράσεως.....	18
Κεφάλαιο 2 .....	22
Εισαγωγικές έννοιες.....	22
2.1. Ενέργεια ρευστοστοιχείου.....	22
2.2. Συνιστώσες και τρίγωνο ταχυτήτων .....	23
2.3. Θεώρημα ροπής της ορμής για υδροστροβίλους.....	26
2.4. Ειδικός αριθμός στροφών.....	27
2.5. Απώλειες ενέργειας .....	28
2.5.1. Υδραυλικές απώλειες.....	28
2.5.2. Ογκομετρικές απώλειες.....	31
2.5.2. Μηχανικές απώλειες.....	32
2.6.Χρόνος επιτάχυνσης στήλης υγρού .....	33
2.7. Χρόνος επιτάχυνσης περιστρεφόμενων μαζών .....	33
2.8. Ταχύτητα της διαταραχής.....	34
2.9.Βασική θεωρία μεταβατικών φαινομένων .....	38
2.9.1. Προσδιορισμός περιστρεφόμενων μαζών.....	40
2.9.3. Εισαγωγή ρυθμιστού υδροστροβίλου.....	42
Κεφάλαιο 3 .....	45
Υδραυλικό πλήγμα.....	45
3.1. Εισαγωγή .....	45
3.2. Εξίσωση ορμής .....	45
3.2.1. Στατική πίεση .....	46

3.2.2.Βαρύτητα .....	47
3.2.3.Τριβή.....	47
3.3.Εξίσωση συνέχειας .....	48
3.4. Αρχή της μεθόδου των χαρακτηριστικών .....	51
3.5. Επίλυση της μεθόδου των χαρακτηριστικών με τη χρήση πεπερασμένων στοιχείων.....	53
3.6.Οριακές συνθήκες.....	56
3.6.1.Μεγάλη δεξαμενή ανάντι.....	56
3.6.2.Μεγάλη δεξαμενή κατάντι.....	57
3.6.3.Βάννα στο κατάντι άκρο.....	58
3.6.4.Υδροστρόβιλος Francis στο κατάντι άκρο με σταθερές στροφές.....	59
Κεφάλαιο 4 .....	60
Περιγραφή υπολογισμών.....	60
Κεφάλαιο 5 .....	65
Προηγούμενες μελέτες .....	65
5.1. Μελέτη Hadley .....	66
5.2. Μελέτη του Bureau of Reclamation .....	69
5.3. Μελέτη των Ramos-Almeida .....	71
5.3.1. Μοντέλο δυναμικού στομίου .....	72
Κεφάλαιο 6 .....	76
Μελέτη περιπτώσεων .....	76
6.1. Υδροστρόβιλος Francis $N_q=48$ .....	76
6.1.1. Σύγκριση με μελέτη Hadley.....	84
6.1.2. Σύγκριση με μελέτη Bureau of Reclamation .....	85
6.1.3. Σύγκριση με Ramos-Almeida .....	87
6.2. Υδροστρόβιλος Francis $N_q=66$ .....	90
6.2.1. Σύγκριση με μελέτη Hadley.....	97
6.2.2. Σύγκριση με μελέτη Bureau of Reclamation .....	98
6.2.3. Σύγκριση με μελέτη Ramos-Almeida.....	99
Κεφάλαιο 7 .....	103
Συμπεράσματα- Προτάσεις.....	103
Παράρτημα .....	106
Μέθοδος Newton-Raphson.....	106
Συμβολισμοί.....	108

Βιβλιογραφία .....	110
Ελληνική βιβλιογραφία.....	110
Ξένη βιβλιογραφία.....	110



## Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματεύεται των προσδιορισμό των ακραίων συνθηκών που μπορούν να συμβούν κατά την μεταβατική λειτουργία ενός υδροστροβίλου Francis. Συγκεκριμένα, δίνεται έμφαση στην μελέτη της ακραίας περίπτωση κατά την οποία συμβαίνει ακαριαία απόρριψη φορτίου ενώ πριν υπήρχε λειτουργία σε ονομαστικές συνθήκες. Σε μία τέτοια περίπτωση, δύο είναι τα κύρια φαινόμενα τα οποία συμβαίνουν μέσα στην διάταξη του υδροστροβίλου και της σωλήνωσης.

Το ένα είναι η ανάπτυξη υδραυλικού πλήγματος, δηλαδή η έντονη αυξομείωση της στατική πίεσης κατά την μείωση της παροχής νερού, όπως προβλέπεται από την θεωρία και την σχέση Bernoulli για ασυμπίεστα ρευστά. Η ένταση αυτού του φαινομένου στην προκαταρκτική μελέτη ενός υδροηλεκτρικού έργου είναι αρκετά σημαντική, αφού καθορίζει τα κύρια χαρακτηριστικά του αγωγού, όπως το υλικό, το πάχος τοιχωμάτων κ.α., προκειμένου να μην υπάρξει αστοχία υλικού.

Το δεύτερο φαινόμενο που λαμβάνει χώρα κατά την μεταβατική λειτουργία είναι η επιτάχυνση των στρεφόμενων μαζών της διάταξης, εξαιτίας της αποσύνδεσης του υδροστροβίλου από το φορτίο. Η διαθέσιμη υδραυλική πτώση, εφόσον δεν απορροφάται από κάποιο εξωτερικό παράγοντα, επιταχύνει τον δρομέα του στροβίλου μέχρι την λεγόμενη ταχύτητα φυγής. Σε περίπτωση που η υπερτάχυνση είναι ανεξέλεγκτη, μπορεί να προκαλέσει σημαντικά προβλήματα στην λειτουργία των εδράνων και του άξονα της μηχανής.

Η ένταση των δύο αυτών φαινομένων είναι που καθορίζει τις προστατευτικές, δαπανηρές κατασκευές που πιθανόν θα χρειαστούν να γίνουν για την προστασία του έργου (πύργος ανάπαλσης, αεροφυλάκιο κτλ.) επηρεάζοντας άμεσα την βιωσιμότητα του έργου.

Όπως αποδεικνύεται τα εν λόγω φαινόμενα δεν είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους. Το ένα επηρεάζει το άλλο και για αυτό το λόγο είναι απαραίτητη η ταυτόχρονη μελέτη τους. Αυτό έχουν κάνει αρκετοί επιστήμονες των οποίων τα αποτελέσματα παρουσιάζονται και συγκρίνονται στην παρούσα εργασία. Προκειμένου να συγκριθούν λαμβάνεται υπόψη μία απλοποιημένη διάταξη υδροηλεκτρικού έργου, με έναν αγωγό βαρύτητας και έναν υδροστρόβιλο ο οποίος εκμεταλλεύεται την διαθέσιμη ενέργεια του ρευστού. Τα αριθμητικά αποτελέσματα που προκύπτουν συγκρίνονται με τις σχέσεις και τα διαγράμματα που έχουν προτείνει προηγούμενες μελέτες, έτσι ώστε να προκύψουν χρήσιμα συμπεράσματα σχετικά με την αξιοπιστία των συσχετισμών που αναπτύσσονται στο αρχικό στάδιο μελέτης.

## Summary

This thesis deals with the determination of the extreme conditions that can occur during the transition function of a Francis turbine. Specifically, it emphasizes on the study of extreme event where instantaneously load shedding happens, while the turbine was operating at nominal conditions. In such cases, there are two main phenomena that occur within the turbine layout and piping.

First is the development of water hammer, ie the strong variation of the static pressure during the reduction of water supply, as required by the theory and the Bernoulli equation for uncompressed fluids. The intensity of this phenomenon in a preliminary study of a hydroelectric project is quite important, since it determines the main characteristics of the pipeline, such as material, wall thickness, etc., in order to avoid a hardware failure.

The second phenomenon that takes place during the transition function is the acceleration of the rotating masses of the device, due to the disconnection of the turbine load. The available hydraulic energy, if not absorbed by some external factor, is used to accelerate the rotor of the turbine to the so-called run-away speed. If the overspeed is uncontrolled, it can cause significant problems in the operation of the bearings and the shaft of the machine.

The intensity of these two phenomena determines the protective, costly constructions which will likely be needed to protect the project (surge tower, air vessel, etc.), directly affecting the viability of the project.

As it turns out these phenomena are not independent of each other. The one affects the other and for this reason it is necessary to simultaneously study them. Many scientists have done so and their results are presented and compared in this paper. In order to compare them, a simplified layout hydroelectric project is considered, with a gravity pipeline and a Francis water turbine which exploits the available energy of the fluid. The numerical results obtained are compared with relationships and diagrams which are suggested by these earlier studies to derive useful conclusions about the reliability of the correlations developed in the preliminary design stage.



## Κεφάλαιο 1

### Γενικά για τα υδροηλεκτρικά έργα και τους υδροστροβίλους

#### 1.1.Υδροηλεκτρική ενέργεια

Η αξιοποίηση της υδατόπτωσης για την παραγωγή μηχανικού έργου είναι από τις πρώτες μορφές ανανεώσιμης ενέργειας που χρησιμοποίησε ο άνθρωπος μέσω των νερόμυλων από τον 17<sup>ο</sup> αιώνα. Με την εξάπλωση του ηλεκτρικού ρεύματος σαν κύρια μορφή μεταφοράς ενέργειας αναπτύχθηκαν και οι πρώτοι υδροστροβίλοι για την τοπική και περιορισμένη κατανάλωση ενέργειας. Πλέον, η εκμετάλλευση της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του νερού έχει εξαπλωθεί σε όλο τον κόσμο με την βοήθεια υδροηλεκτρικών έργων που ποικίλουν από λίγα kW μέχρι αρκετές χιλιάδες MW.

Σύμφωνα με την IEA (International Energy Agency) η παραγωγή υδροηλεκτρικής ενέργειας αυξήθηκε από 1295 TWh το 1971 σε 3288 TWh το 2008. Πρώτες χώρες σε παραγωγή είναι η Κίνα, η οποία παράγει πάνω από το ένα έκτο της παγκόσμιας παραγωγής, ο Καναδάς, η Βραζιλία, οι ΗΠΑ και η Ρωσία. Κοινό χαρακτηριστικό όλων των χωρών με πολλά υδροηλεκτρικά έργα είναι ότι έχουν εδάφη με μεγάλες αλλαγές υψομέτρου και μορφολογία εδάφους η οποία ευνοεί την ύπαρξη συγκεντρωμένης ροής νερού (ποτάμια, λίμνες).<sup>[14]</sup>

Αν και η δημιουργία ενός υδροηλεκτρικού έργου προϋποθέτει αρκετά και δαπανηρά έργα πολιτικού μηχανικού (όπως φράγματα, αγωγούς μεγάλου μήκους, πύργους ανάπαλσης κτλ.) φαίνεται ότι προτιμάται από άλλες ανανεώσιμες πηγές ενέργειας για αρκετούς λόγους:

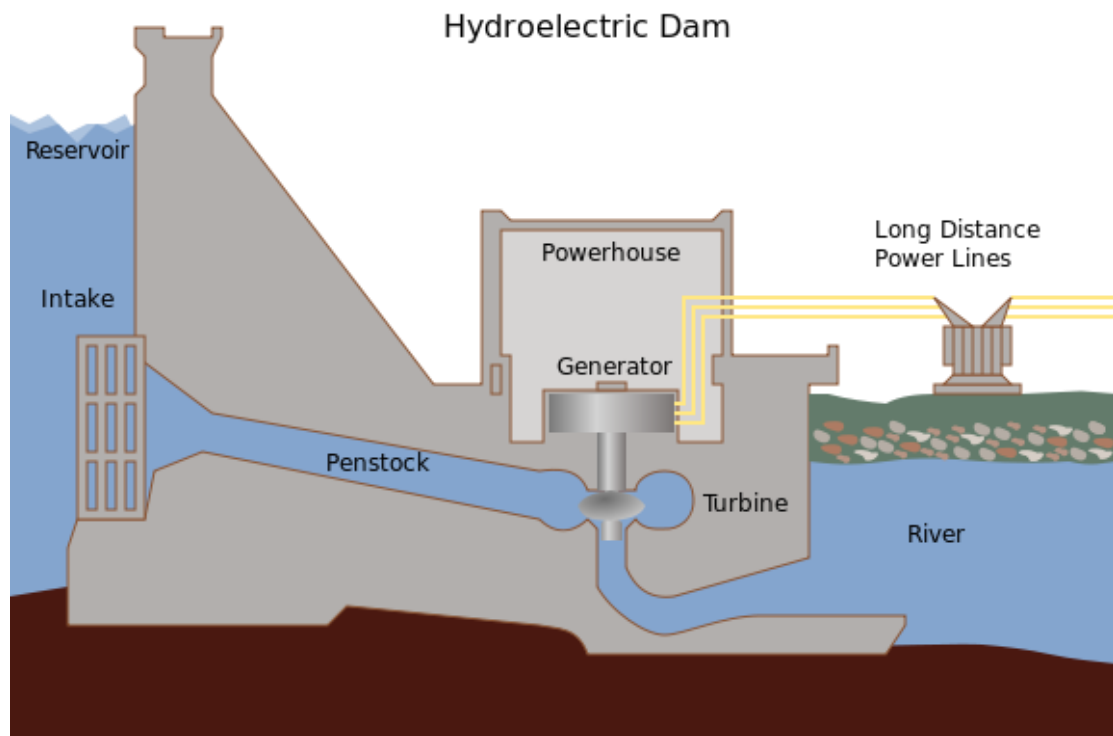
- Το γεγονός ότι υδρόμυλοι φτιάχνονται από τον 17<sup>ο</sup> αιώνα σημαίνει ότι έχουμε περισσότερη εμπειρία στο να εκμεταλλευτούμε από μηχανικής άποψης μία διαθέσιμη υδατόπτωση.

Producers	TWh	% of world total
People's Rep. of China	585	17.8
Canada	383	11.5
Brazil	370	11.2
United States	282	8.6
Russian Federation	167	5.1
Norway	141	4.3
India	114	3.5
Venezuela	87	2.6
Japan	83	2.5
Sweden	69	2.1
Rest of the world	1 007	30.8
<b>World</b>	<b>3 288</b>	<b>100.0</b>

2008 data

Εικόνα 1.1. Παραγωγή υδροηλεκτρικής ενέργειας ανά χώρα (στοιχεία: International Energy Agency)

- Τα υδροηλεκτρικά έργα αντέχουν πολύ περισσότερο χρόνο από άλλες εγκαταστάσεις ΑΠΕ όπως αιολικά ή φωτοβολταϊκά πάρκα. Ενδεικτικά, αρκετά μικρά ΥΗΕ λειτουργούν ακόμα από την δεκαετία του 50' ενώ η μέση διάρκεια ζωής ενός φωτοβολταϊκού πάνελ υπολογίζεται γύρω στα 25 χρόνια.
- Έχουν την δυνατότητα γρήγορης σύνδεσης και αποσύνδεσης στο κεντρικό δίκτυο ηλεκτρισμού. Αυτό το χαρακτηριστικό τα κάνει ιδανικά για εφεδρικές μονάδες που ισορροπούν τις διακυμάνσεις ζήτησης ενέργειας.
- Τα δημιουργούμενα έργα όπως οι ταμιευτήρες μπορούν να χρησιμοποιηθούν παράλληλα για την άρδευση ή την διανομή νερού σε κοντινές κοινωνίες (παράδειγμα το φράγμα της λίμνης Πλαστήρα). <sup>[18]</sup>



Εικόνα 1.2. Σχεδιάγραμμα τυπικού υδροηλεκτρικού έργου<sup>[18]</sup>

Η Ελλάδα, κατά το πλείστον ορεινή χώρα (πάνω από 80%), συγκεντρώνει τα περισσότερα βουνά της στο βορειοδυτικό της μέρος, το οποίο προσφέρεται για υδροηλεκτρική ανάπτυξη.

- Το ετήσιο θεωρητικό υδροδυναμικό της ανέρχεται σε περίπου: 80Twh
- Το οικονομικά εκμεταλλεύσιμο υδροδυναμικό φτάνει τις: 12Twh
- Μέχρι σήμερα έχει αναπτυχθεί περίπου το: 40% <sup>[21]</sup>

### 1.1.1. Οι υδροηλεκτρικοί σταθμοί στην Ελλάδα σήμερα-οργάνωση

- Η συνολική εγκατεστημένη ισχύς των Υδροηλεκτρικών Σταθμών της ΔΕΗ Α.Ε. ανέρχεται σε 3.060MW. (17 μεγάλοι και 8 μικροί σταθμοί).

- Η συνολική μέση ετήσια παραγωγή ενέργειας είναι περίπου 5000Gwh.

Οι Υδροηλεκτρικοί Σταθμοί σήμερα κατατάσσονται σε τέσσερα (4) κυρίως συγκροτήματα, σε δύο Ανεξάρτητους ΥΗΣ και σε άλλους μικρούς.

➤ *Συγκρότημα Αχελώου:*

(Κρεμαστά, Καστράκι, Στράτος I και II, Γκιώνα και Γλαύκος). Συνολικής Εγκατεστημένης Ισχύος 925,6MW.

➤ *Συγκρότημα Αλιάκμονα:*

(Πολύφυτο, Σφηκιά, Ασώματα, Μακροχώρι, Άγρας, Εδεσσαίος, Βέρμιο). Συνολικής Εγκατεστημένης Ισχύος 879,3MW.

➤ *Συγκρότημα Αράχθου:*

(Πηγές Αώου, Πουρνάρι I, Πουρνάρι II, Λούρος). Συνολικής Εγκατεστημένης Ισχύος 553,9MW.

➤ *Συγκρότημα Νέστου:*

(Θησαυρός, Πλατανόβρυση). Συνολικής Εγκατεστημένης Ισχύος 500MW.

➤ *N. Πλαστήρας*

Εγκατεστημένη Ισχύς 129,9MW.

➤ *Λάδωνας*

Εγκατεστημένη Ισχύς 70MW.

➤ *Λοιποί μικροί ΥΗΣ:*

(Αγ. Ιωάννης Σερρών, Αγιά, Αλμυρός). Συνολικής Εγκατεστημένης Ισχύος 1,3MW.

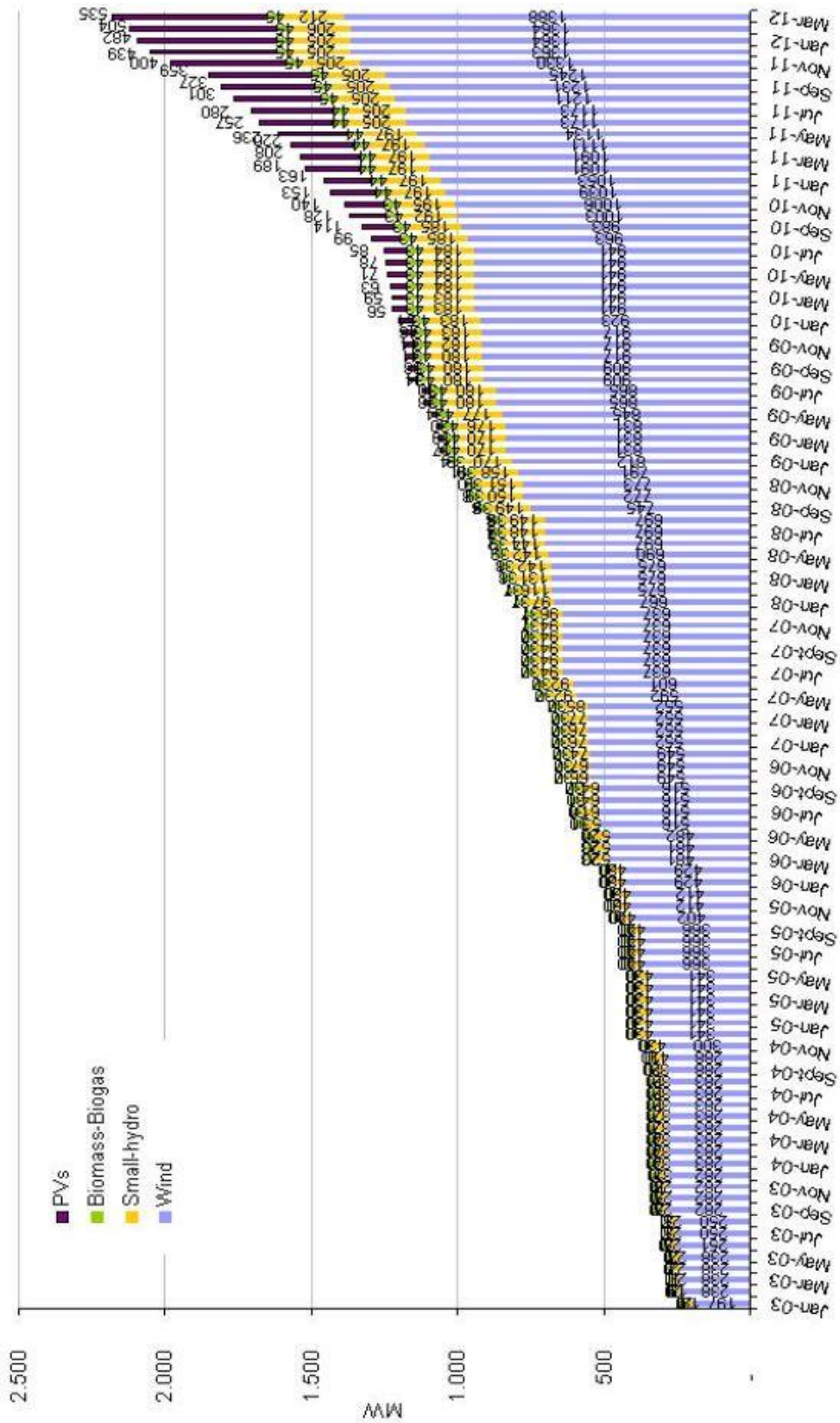
Η Υδροηλεκτρική Ισχύς σήμερα των 3.060MW καλύπτει το 28% της συνολικής εγκατεστημένης ισχύος των Συμβατικών Σταθμών η οποία ανέρχεται σε 11.079MW.

Η Μέση Ετήσια Υδροηλεκτρική Παραγωγή, ανάλογα με την υδραυλικότητα του έτους καλύπτει το 9÷10% της παραγωγής της ΔΕΗ.

Ειδικά για το 2006, έτος υψηλής υδραυλικότητας, η υδραυλική παραγωγή ανήλθε σε 6.270Gwh δηλαδή κάλυψε το 13% της συνολικής παραγωγής της ΔΕΗ.

Στην Ελλάδα έχουν εγκατασταθεί 17 μεγάλα ΥΗΕ από την ΔΕΗ (2005) τα οποία είναι το 27% της εγκατεστημένης ισχύος της χώρας και μέχρι το 2009 είχαν εγκατασταθεί 55 μικρά ΥΗΕ με συνολική ισχύ 110 MW. <sup>[2]</sup>

2003-2012 Installed RES capacity in the interconnected system (Art. 9, Law 3468/2006)



Εικόνα 1.3. Παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας την περίοδο 2003-2012 σύμφωνα με τον Λειτουργό Αγοράς Ηλεκτρικής Ενέργειας (Α.Αγ.Η.Ε.)

### 1.1.2. Αρχική μελέτη ενός υδροηλεκτρικού έργου και τοποθέτηση του προβλήματος

Προκειμένου να ελεγχθεί η βιωσιμότητα ενός υδροηλεκτρικού έργου η μελέτη χωρίζεται σε 3 κύρια μέρη καθένα πιο λεπτομερές και ακριβές από το προηγούμενο.

1. Την αρχική μελέτη
2. Το βασικό σχέδιο
3. Το τελικό σχέδιο <sup>[12]</sup>

Σε καθένα από αυτά τα βήματα ελέγχονται οι ακραίες συνθήκες που μπορούν να δημιουργηθούν κατά την λειτουργία ενός τόσο μεγάλου έργου. Οι δυσμενείς συνθήκες που μπορούν να προκύψουν έχουν να κάνουν με δύο κύρια χαρακτηριστικά της εγκατάστασης. Πρώτον, με την στατική πίεση εντός του αγωγού η οποία καθορίζει τα χαρακτηριστικά του και δεύτερον με την γωνιακή ταχύτητα των περιστρεφόμενων μαζών, η οποία σε ακραίες περιπτώσεις δημιουργεί έντονες ταλαντώσεις στο σύστημα του άξονα.

Στις περιπτώσεις όπου τα δύο συγκεκριμένα μεγέθη είναι μεγαλύτερα από αυτά που αντέχουν τα υλικά του συστήματος, ειδικές διατάξεις πρέπει να δημιουργηθούν που θα απορροφούν μέρος των έντονων φαινομένων. Οι διατάξεις που προτείνονται συνήθως είναι οι πύργοι ανάπαλσης, τα αεροφυλάκια, βάννες εκτάκτου ανάγκης, κλάδοι by-pass κτλ. Ωστόσο, πολλές από αυτές τις κατασκευές έχουν μεγάλο κόστος, σε οικονομικό, περιβαλλοντικό και σχεδιαστικό επίπεδο. Πρέπει λοιπόν να εντοπίζονται οι ανάγκες για τέτοιου είδους διατάξεις στα πρώτα βήματα της μελέτης, πριν δηλαδή γίνει λεπτομερής αριθμητική ανάλυση των ακραίων συνθηκών του προβλήματος, έτσι ώστε να καθοριστεί η πιθανή βιωσιμότητα του έργου όσο το δυνατόν πιο γρήγορα.

Για αυτό το λόγο, έχουν αναπτυχθεί διάφορες εξισώσεις και μέθοδοι υπολογισμών των μέγιστων και ελάχιστων πιέσεων και ταχυτήτων που μπορούν να δημιουργηθούν κατά την ακαριαία απόρριψη φορτίου, χρησιμοποιώντας χαρακτηριστικά μεγέθη της σωλήνωσης και της διάταξης του άξονα περιστροφής. Ένα τέτοιου είδους πρόβλημα όμως, είναι πολυπαραμετρικό και είναι απαραίτητος ο έλεγχος της ακρίβειας αυτών των μεθόδων, κάτι που είναι και ο σκοπός της παρούσας εργασίας.

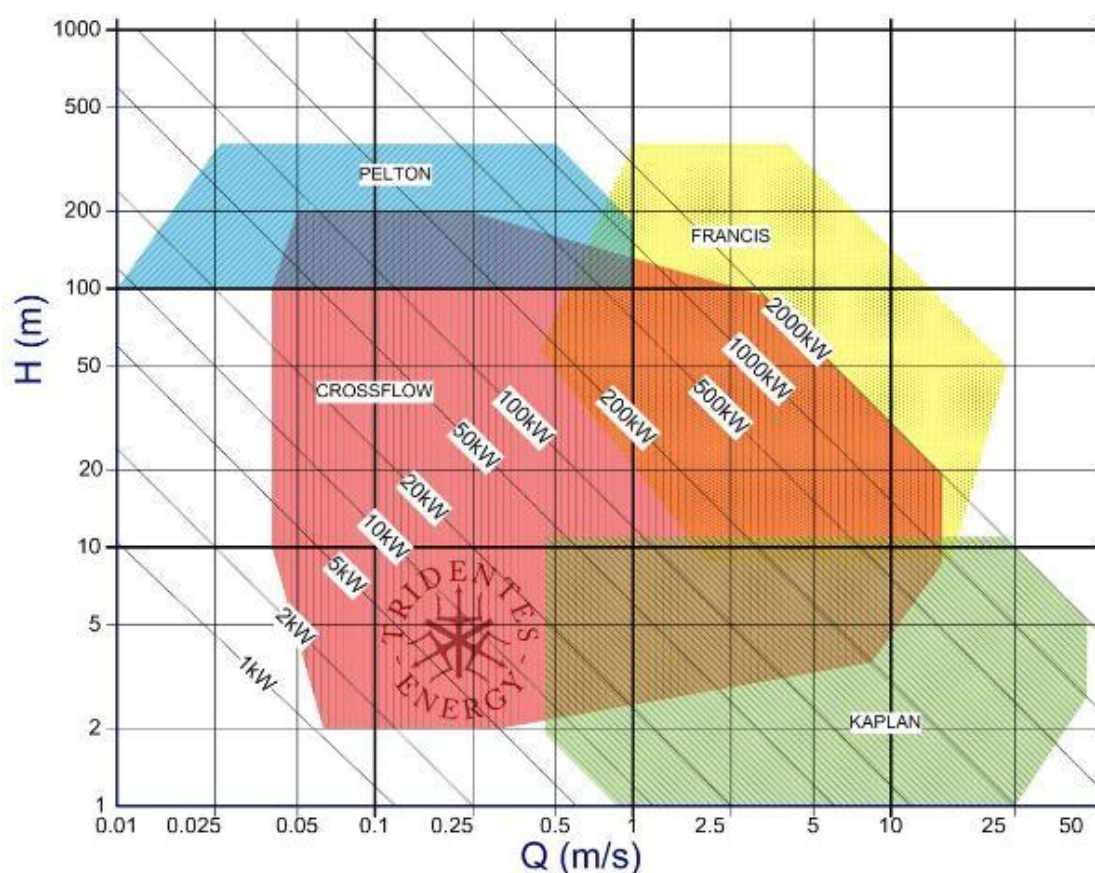
### 1.2.Υδροστρόβιλοι

Υδροστρόβιλος είναι η μηχανή η οποία μετατρέπει την ενέργεια του νερού σε μηχανική ενέργεια στρεφόμενων μαζών. Στην συνέχεια η κινητική ενέργεια μετατρέπεται σε ηλεκτρική μέσω της γεννήτριας που είναι συνδεδεμένη με τον άξονα του στρόβιλου.

Η βασική κατηγοριοποίηση των υδροστροβίλων γίνεται βάση του βαθμού αντιδράσεώς τους. Ως βαθμός αντίδρασης μεταξύ εισόδου και εξόδου της περωτής ορίζεται η ποσότητα:

$$r_e = \frac{p_2 - p_1}{p_a - p_1}$$

Υποδηλώνει δηλαδή το ποσοστό της στατικής πίεσης που μεταβλήθηκε στην περωτή της βαθμίδας ως προς τη συνολική μεταβολή στατικής πίεσης σε όλη τη βαθμίδα. Έτσι λοιπόν έχουμε τις δύο βασικές κατηγορίες στροβίλων, οι οποίες αναλύονται σε επόμενα υποκεφάλαια, του στροβίλους δράσεως και τους στροβίλους αντιδράσεως.

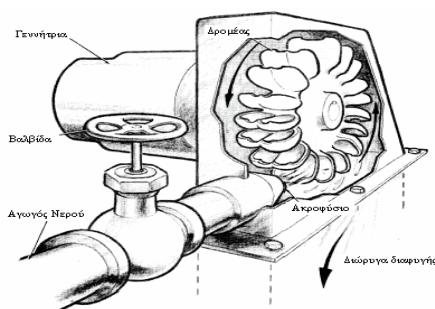


Εικόνα 1.4. Ενδεικτικό διάγραμμα χρήσης τύπων υδροστροβίλων<sup>[19]</sup>

### 1.2.1. Στρόβιλοι δράσεως

Στους συγκεκριμένους στροβίλους ο βαθμός αντιδράσεως είναι μηδενικός. Αυτό σημαίνει ότι δεν συμβαίνει μεταβολή της στατικής πίεσης στην περωτή. Συνήθως η παροχή του νερού σε αυτού του είδους των στροβίλων γίνεται χωρίς να γεμίζει όλο ο διατιθέμενος χώρος των σωληνώσεων και της μηχανής οπότε δεν είναι δυνατό να μεταβληθεί η στατική πίεση. Για αυτό λέγονται και στρόβιλοι ελεύθερης ροής.

Χρησιμοποιούνται συνήθως όταν έχουμε μεγάλο ύψος υδραυλικής πτώσης (μεγαλύτερο των 500 mΣΥ) και μικρές ταχύτητες ροής. Παραδείγματα στροβίλων δράσεως είναι οι υδροστροβίλοι Pelton, Turgo και οι Cross-flow. Προκειμένου να αναπτυχθεί η απαραίτητη ροπή εκμεταλλεύονται την κινητική ενέργεια της ροής, η οποία αυξάνεται αφού χρησιμοποιούνται ακροφύσια τροφοδοσίας. Ο δρομέας είναι τοποθετημένος πάνω από την ελεύθερη στάθμη του κάτω ταμιευτήρα έτσι ώστε η δέσμη του νερού, μετά την πρόσπτωση της στο δρομέα, να πέφτει στην ελεύθερη επιφάνεια της διώρυγας απαγωγής χάρη στη βαρύτητα. Ο άξονας του δρομέα μπορεί να είναι κατακόρυφος ή οριζόντιος, όπου στους υδροστροβίλους Pelton με περισσότερα από ένα ακροφύσια προτιμάται ο κατακόρυφος άξονας έτσι ώστε όλα τα ακροφύσια να βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο.



**Εικόνα 1.5. Υδροστροβίλος Pelton**

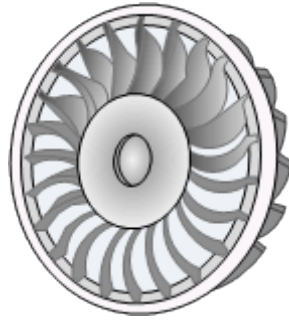
Το τμήμα εισόδου ενός υδροστροβίλου Pelton ξεκινάει με την σφαιρική βάννα, η οποία είναι το κύριο εργαλείο ελέγχου της παροχής (άρα και της παραγόμενης ισχύος) του στροβίλου. Μετά την βάννα ελέγχου η ροή οδηγείται προς τα ακροφύσια τροφοδοσίας. Στα ακροφύσια μπορεί να γίνει επιπλέον έλεγχος της παροχής μέσω βελόνας που μετακινείται κατά τον άξονα του ακροφύσιου, συνήθως με υδραυλικό σύστημα εμβόλου. Με την μετακίνηση της βελόνας μεταβάλλεται η διατομή των ακροφυσίων, άρα αντίστοιχα και η παροχή. Η ταχύτητα της δέσμης είναι πρακτικά σταθερή για οποιαδήποτε θέση της βελόνας και ίση με :

$$c = \sqrt{2gH}$$

Όπως προκύπτει από την εξίσωση Bernoulli.

Επιπλέον στο τμήμα εισόδου σχεδιάζεται όνυχας εκτροπής της δέσμης για την περίπτωση της γρήγορης απόρριψης φορτίου. Έτσι σε αυτή τη περίπτωση ο όνυχας εκτρέπει την δέσμη των ακροφυσίων για να μην προσπίπτει στον δρομέα και επιταχύνεται. Η υπερβολική επιτάχυνση του δρομέα μπορεί να προκαλέσει αστοχία και κόπωση υλικού οπότε μέσω της εκτροπής δεν υπάρχει φόβος για αυτό το ενδεχόμενο.



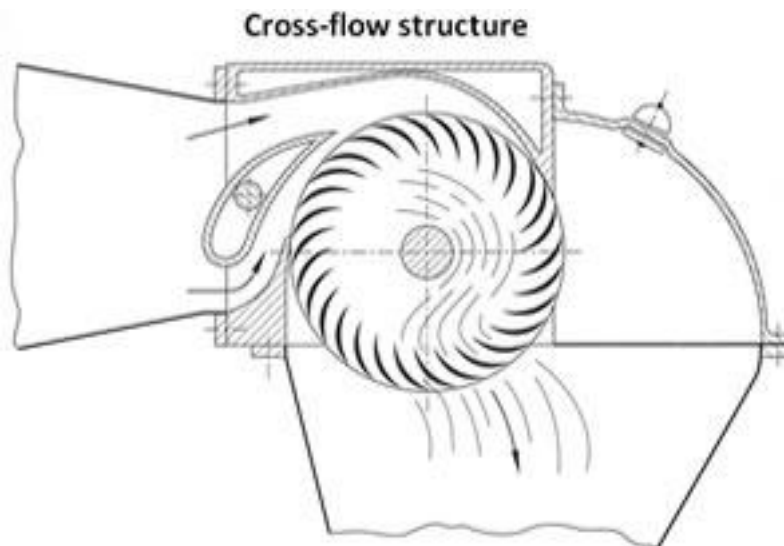


Εικόνα 1.6.Υδροστρόβιλος Turgo<sup>[20]</sup>

Ο δρομέας Pelton φέρει κατά την περιφέρεια σκαφίδια, κατασκευασμένα από ανοξείδωτο χάλυβα, εξαιτίας της μεγάλης διάβρωσης που υφίστανται από την ροή. Ο δρομέας μπορεί να είναι ολόσωμος ή τα σκαφίδια να κατασκευάζονται ξεχωριστά και να προσαρμόζονται στον δρομέα μέσω κοχλίωσης. Ο αριθμός των σκαφιδίων κυμαίνεται μεταξύ 20-22 και η διάμετρος του δρομέα είναι της τάξεως

$$D \approx (12 \div 18)d$$

Όπου d η διάμετρος της δέσμης τροφοδοσίας στο κανονικό σημείο λειτουργίας.

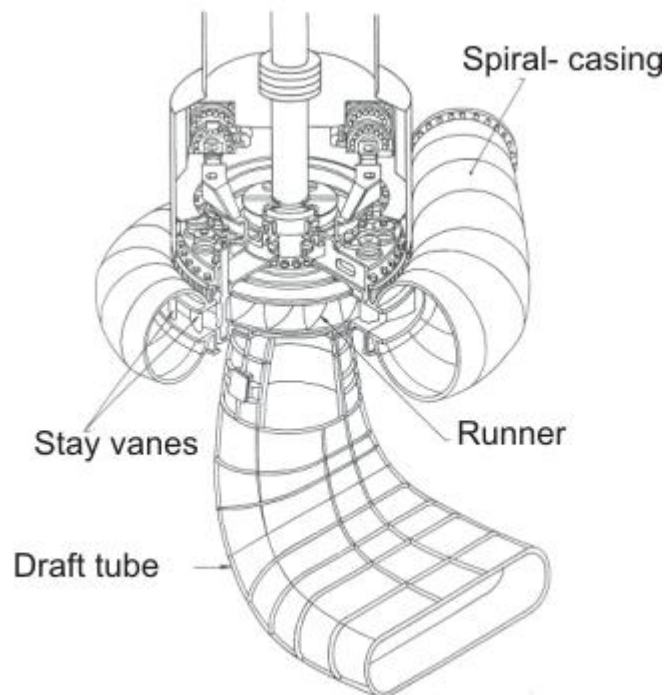


Εικόνα1.7. Σχεδιάγραμμα υδροστρόβιλου Cross-flow

Στο τμήμα εξόδου συλλέγεται το νερό μετά τον δρομέα με την βοήθεια της βαρύτητας και το οδηγεί στην διάφυγα απαγωγής και στη συνέχεια στην φυσική κοίτη του ποταμού ή στον κατάντι ταμιευτήρα.

### 1.2.2. Στρόβιλοι αντιδράσεως

Στους υδροστρόβιλους αντιδράσεως έχουμε σημαντικό ποσοστό πτώσης πίεσης στον δρομέα της μηχανής. Ταιριάζουν σε περιπτώσεις που έχουμε μικρές τιμές διαθέσιμου ύψους και μεγάλες παροχές. Συνηθέστερος τύπος στροβίλου αντιδράσεως είναι ο Francis (ακτινικής και μεικτής ροής) ενώ σε μικρότερα ύψη μεγαλύτερη εφαρμογή έχουν οι αξονικής ροής Kaplan, οι βολβοειδής (bulb) και οι σωληνωτοί (tube). Προκειμένου να επιτευχθεί η πτώση πίεσης στο δρομέα οι συγκεκριμένοι στρόβιλοι είναι ολικής προσβολής, δηλαδή λειτουργούν ομοιόμορφα κατά την περιφερειακή διεύθυνση.



Εικόνα 1.8. Υδροστρόβιλος Francis<sup>[23]</sup>

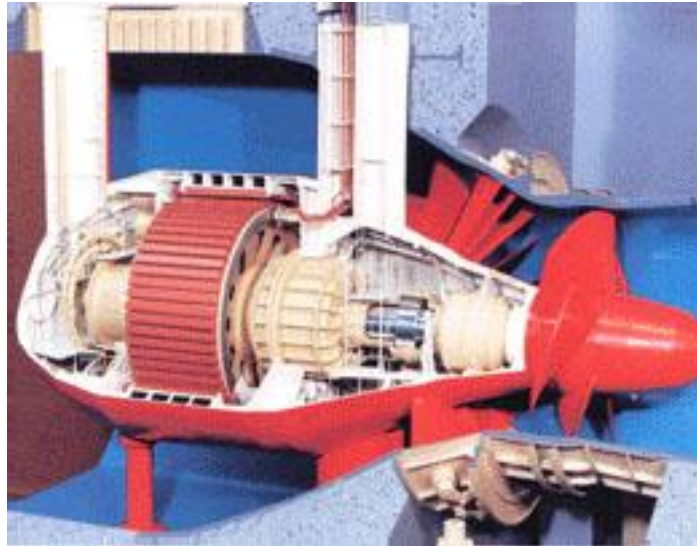
Για να υπάρξει ομοιόμορφη προσβολή του δρομέα από το νερό χρειάζεται ειδική διαμόρφωση στο τμήμα εισόδου του υδροστροβίλου. Συνήθως αυτό έχει μορφή σπειροειδούς συγκλίνοντος κελύφους. Η μορφή αυτή του κελύφους προσδίδει στο ρευστό μία αρχική συστροφή, δηλαδή περιφερειακή συνιστώσα ταχύτητας. Για ύψη πτώσεως μεγαλύτερα από 25-30 mΣΥ το σπειροειδές κέλυφος κατασκευάζεται από συγκολλητά χαλβοελάσματα και στην συνέχεια περιβάλλεται από οπλισμένο σκυρόδεμα. Για πτώση πίεσης μικρότερη των 25 mΣΥ (οπού επιβάλλονται υδροστρόβιλοι αξονικής ροής) το σπειροειδές κέλυφος κατασκευάζεται αποκλειστικά από οπλισμένο σκυρόδεμα και έχει ορθογωνικές διατομές που υπολογίζονται έτσι ώστε οι μέσες ταχύτητες της ροής να είναι 3 φορές μικρότερες από ότι στην περίπτωση του μεταλλικού σπειροειδούς κελύφους, λόγω της μεγαλύτερης ευαισθησίας του στην μηχανική διάβρωση. Καθότι το σπειροειδές κέλυφος είναι το

μέρος της μηχανής όπου υπόκειται στην μεγαλύτερη στατική πίεση στο τμήμα όπου τροφοδοτείται ο δρομέας διατάσσεται περιμετρικά στεφάνη σταθερών οδηγητικών πτερυγίων. Παράλληλα μέσω των οδηγητικών πτερυγίων επιδιώκεται η μείωση των διαστάσεων του σπειροειδούς κελύφους το οποίο διαμορφώνεται με μεγαλύτερη γωνία σπείρας ώστε να προσδίνεται στο υγρό μεγαλύτερη συστροφή από την απαιτούμενη. Η επιπλέον τιμή της συστροφής αφαιρείται από την στεφάνη των οδηγητικών πτερυγίων η οποία είναι τοποθετημένη σε περιοχή σύγκλισης της ροής. Έτσι δεν υπάρχει κίνδυνος αποκόλλησης της ροής.



Εικόνα 1.9. Δρομέας αξονικής ροής

Επιπλέον υπάρχει στεφάνη ρυθμιστικών πτερυγίων που διατάσσεται μεταξύ της στεφάνης των οδηγητικών πτερυγίων και της εισόδου του δρομέα. Τα συγκεκριμένα πτερύγια έχουν την δυνατότητα ταυτόχρονης και ομοιόμορφης περιστροφής μέσω εξωτερικού μηχανισμού. Με αυτή τη περιστροφή επιτυγχάνεται η μεταβολή του διακένου, άρα της διατομής μεταξύ δύο πτερυγίων. Αυτός είναι ο κύριος τρόπος ελέγχου της παροχής (άρα και της ισχύος) των υδροστροβίλου αντιδράσεως για σταθερή ταχύτητα και ύψος υδραυλικής πτώσης. Τα ρυθμιστικά πτερύγια κατασκευάζονται συνήθως από χυτοχάλυβα ή σφυρήλατο χάλυβα. Επιπλέον για λόγους ασφαλείας προβλέπεται διωστήρας θραύσεως ενώ επιπλέον η σχεδίαση της στεφάνης γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε, τα πτερύγια να οδηγούνται στην κλειστή θέση από την ροπή που αναπτύσσει σε αυτά η διερχόμενη ροή.



**Εικόνα 1.10. Βολβοειδής υδροστρόβιλος (bulb)**

Όταν υπάρχει μικρή διαθέσιμη υδραυλική πτώση ( $H < 10$  mΣΥ) χρησιμοποιούνται συνήθως στρόβιλοι αξονικής ροής στην είσοδο, όπως οι bulb και οι tube, οι οποίοι προφανώς δεν χρειάζονται σπειροειδές κέλυφος και η στεφάνη των ρυθμιστικών πτερυγίων διατάσσεται είτε κωνικά είτε αξονικά.

Μετά το τμήμα εισόδου ακολουθεί ο δρομέας, το μέρος της μηχανής το οποίο μετατρέπει την ενέργεια της υδραυλικής πτώσης σε ροπή. Στους υδροστρόβιλους Francis τα πτερύγια εκτείνονται μεταξύ πλήμνης και της στεφάνης στην οποία είναι πακτωμένα. Ο δίσκος της στεφάνης συντελεί στην αύξηση της μηχανικής στιβαρότητας του δρομέα και ιδιαίτερα των πτερυγίων τα οποία υπόκεινται σε μηχανική φόρτιση τόσο από την διερχόμενη ροή όσο και από την ανάπτυξη φυγόκεντρων δυνάμεων

Στους υδροστρόβιλους αξονικής ροής οι δυνάμεις είναι μικρότερες, λόγω της μικρότερης υδραυλικής πτώσης. Έτσι τα πτερύγια διαμορφώνονται με την μικρότερη δυνατή επιφάνεια για να έχουν τις μικρότερες απώλειες τριβής. Ως αποτέλεσμα ο δρομέας έχει μικρό αριθμό πτερυγίων (τις περισσότερες φορές 3-6) με την μορφή έλικας, δηλαδή έχουν μορφή προβόλου και στερεώνονται μόνο στη πλήμνη μαζί με την οποία περιστρέφονται και στην οποία μεταφέρουν την κινητήρια ροπή. Έπειτα, τα πτερύγια έχουν συνήθως την δυνατότητα περιστροφής τους ως προς την πλήμνη έτσι ώστε να μεταβάλλεται η κλίση τους ως προς την σχετική ροή.



Εικόνα 1.11. Δρομέας υδροστρόβιλου Kaplan<sup>[1]</sup>

## Κεφάλαιο 2

### Εισαγωγικές έννοιες

#### 2.1. Ενέργεια ρευστοστοιχείου

Η ενέργεια που έχει ένα υγρό το οποίο διακινείται σε ένα σωλήνα αποτελείται από το άθροισμα τεσσάρων συνιστωσών. Της δυναμικής ενέργειας, που εκφράζεται μέσω της στατικής πίεσης, του ύψους που βρίσκεται το ρευστό, της κινητικής, η οποία είναι ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητάς του, και της εσωτερικής ενέργειας, που εξαρτάται από την θερμοκρασία. Συνοπτικά δηλαδή ισχύει ότι η συνολική ενέργεια ανά μονάδα μάζας είναι ίση με

$$E = \frac{p}{\rho} + gz + \frac{u^2}{2} + U \quad (2.1)$$

Όπου:

- $p$ : η στατική πίεση
- $\rho$ : η πυκνότητα του ρευστού (για νερό  $\rho=999 \text{ kg/m}^3$ )
- $g$ : η επιτάχυνση της βαρύτητας (θεωρείται σταθερή και ίση με  $g=9.81 \text{ m/s}^2$ )
- $z$ : το υψομετρικό ύψος του ρευστοστοιχείου σε σχέση με ένα επίπεδο αναφοράς
- $u$ : η ταχύτητα του ρευστοστοιχείου
- $U$ : η εσωτερική ενέργεια

Για ασυμπίεστα υγρά, όπως το νερό, δεν είναι δυνατόν να γίνει εκμετάλλευση της εσωτερικής ενέργειας, καθώς κάτι τέτοιο θα απαιτούσε μεταβολή της πυκνότητας του. Στις αναλύσεις από εδώ και πέρα η εσωτερική ενέργεια θα παραλείπεται (οπότε καταλήγουμε στην εξίσωση Bernoulli για ασυμπίεστα ρευστά) και λόγω της ασυμπιεστότητάς του νερού, αλλά και λόγω των μικρών θερμοκρασιακών μεταβολών που συμβαίνουν στις σωληνώσεις του υδροηλεκτρικού έργου, αφού η θερμοχωρητικότητα του νερού είναι ιδιαίτερα υψηλή ( $Cp=4.187 \text{ kJ/K/Kg}$ ). Είναι σύνηθες η ενέργεια να μην εκφράζεται σε Joule στις περισσότερες εφαρμογές μηχανικού ενδιαφέροντος, αλλά σε ύψος στήλης ύδατος. Αυτό επιτυγχάνεται με την διαίρεση με την επιτάχυνση της βαρύτητας  $g$ :

$$H = \frac{p}{\rho g} + z + \frac{u^2}{2g} \quad (2.2)$$

Όπου σαν  $\rho$  έχουμε την σταθερή πυκνότητα του νερού  $\rho=999 \text{ kg/m}^3$ . Έτσι είναι φανερό ότι ατμοσφαιρική πίεση στην επιφάνεια της θάλασσας ( $z=0$ ) ισούται με  $H=10 \text{ mΣΥ}$ . Σε έναν υδροστροβίλο λοιπόν, αν συμβολίσουμε με δείκτη  $e$  τα δεδομένα του ρευστού στην είσοδο και με δείκτη  $a$  τα δεδομένα στην έξοδο, η θεωρητική υδραυλική ενέργεια που μπορεί να εκμεταλλευτεί είναι ίση με:

$$\dot{m} \times H = \dot{m}(H_e - H_a) = \dot{m} \left[ \left( \frac{p_e}{\rho g} + z_e + \frac{u_e^2}{2g} \right) - \left( \frac{p_a}{\rho g} + z_a + \frac{u_a^2}{2g} \right) \right]$$

Μπορούμε να εκφράσουμε την παραπάνω διαφορά με την βοήθεια της παροχής  $Q=m/\rho$  αφού πρόκειται για ασυμπίεστο ρευστό και η πυκνότητα είναι σταθερή, οπότε για την ισχύ που προσφέρεται σε έναν υδροστροβίλο έχουμε ότι:

$$P = Q \times H \times g \times \rho = M\omega \quad (2.3)$$

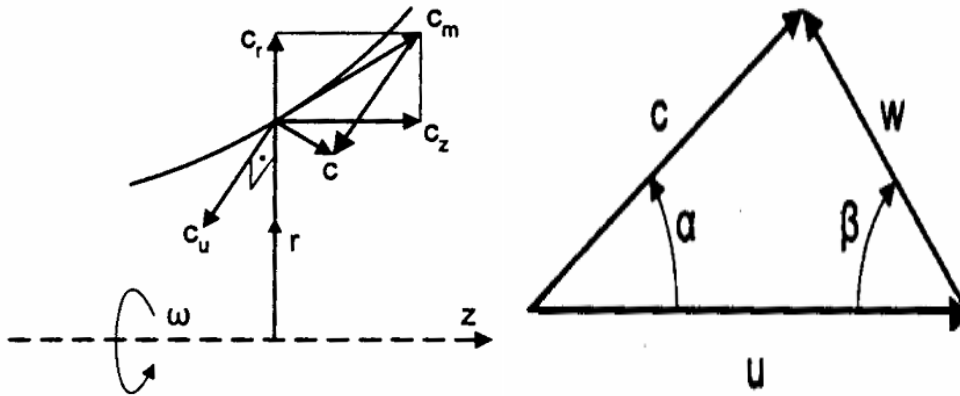
Αξίζει να σημειωθεί ότι η διαφορά της ταχύτητας του ρευστού μεταξύ εισόδου και εξόδου στην μηχανή είναι συχνά αρκετά μικρή με συνέπεια να μπορεί να παραληφθεί. Αυτή η διαφορά ύψους ονομάζεται μανομετρικό ύψος, και λαμβάνει υπόψη μόνο την διαφορά της εντατικής κατάστασης και του υψομέτρου

$$H_m = \left[ \left( \frac{p_e}{\rho g} + z_e \right) - \left( \frac{p_a}{\rho g} + z_a \right) \right] \quad (2.4)$$

Προφανώς η εργοστροβιλομηχανή μπορεί να εκμεταλλευτεί ένα μόνο μέρος της προσφερόμενης ισχύος (έστω  $P_i$ ) εξαιτίας μηχανικών, υδραυλικών και άλλων απωλειών. Άρα ορίζεται ο βαθμός απόδοσης αυτής με  $\eta = P_i/P$ .

## 2.2. Συνιστώσες και τρίγωνο ταχυτήτων

Στις αναλύσεις των ταχυτήτων στην είσοδο και στην έξοδο ενός υδροστροβίλου λαμβάνεται υπόψη ότι η ροή είναι αξονοσυμμετρική. Έτσι χρησιμοποιούνται πολικές συντεταγμένες με άξονα συμμετρίας τον άξονα της μηχανής. Αν με  $u$  συμβολίσουμε την περιφερειακή ταχύτητα του δρομέα, με  $c$  την απόλυτη ταχύτητα και με  $w$  την σχετική ταχύτητα του ρευστού προκύπτουν τα παρακάτω σχήματα:



Εικόνα 2.1. Τρίγωνα ταχυτήτων σε μεσημβρινή τομή

Εξ ορισμού έχουμε ότι:

$$\vec{c} = \vec{u} + \vec{w} \quad (2.5)$$

Η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της  $c$  και της  $u$  ονομάζεται απόλυτη γωνία ροής και συμβολίζεται με  $\alpha$ . Αντίστοιχα η γωνία που σχηματίζεται από τα διανύσματα  $\vec{w}$  και  $\vec{u}$  ονομάζεται σχετική γωνία ροής και συμβολίζεται με  $\beta$ . Η απόλυτη ταχύτητα της ροής αναλύεται σε τρεις συνιστώσες. Την περιφερειακή  $c_u$  την ακτινική  $c_r$  και την αξονική  $c_z$ . Στο σχήμα της μεσημβρινής τομής η αξονική και η ακτινική συνιστώσα σχηματίζουν την μεσημβρινή συνιστώσα της ταχύτητας. Διανυσματικά λοιπόν, αν συμβολιστούν με  $i$  τα μοναδιαία διανύσματα των αντίστοιχων κατευθύνσεων, ισχύουν οι σχέσεις:

$$\vec{c} = \vec{i}_m c_m + \vec{i}_u c_u \quad (2.6)$$

Όπου

$$\vec{c}_m = \vec{i}_r c_r + \vec{i}_z c_z \quad (2.7)$$

Από τις προηγούμενες σχέσεις και το αντίστοιχο σχήμα φαίνεται ότι οι ακτινικές και αξονικές συνιστώσες της απόλυτης και της σχετικής ταχύτητας είναι ίσες. Ως εκ τούτου η μεσημβρινή απόλυτη ταχύτητα είναι ίση με την μεσημβρινή σχετική. Επιπλέον οι περιφερειακές ταχύτητες συνδέονται μεταξύ τους μέσω της σχέσης:

$$w_u = c_u - u \quad (2.8)$$

Η μορφή της μεσημβρινής τομής του υδροστροβίλου καθορίζεται από την κατεύθυνση του  $\vec{c}_m$ . Υπάρχουν τρεις μορφές που μπορεί να πάρει αυτή:

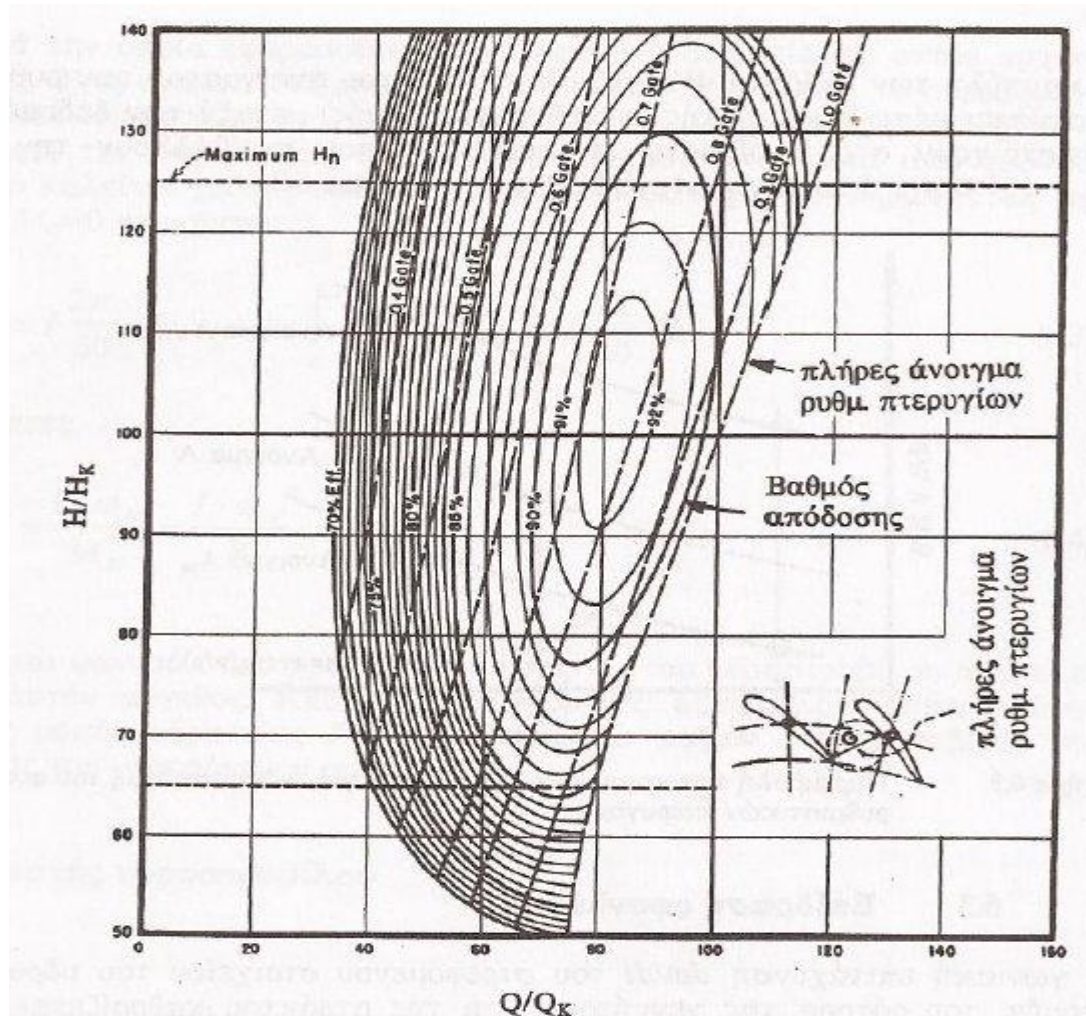


1. Ακτινικής ροής: Σε αυτή τη περίπτωση η αξονική συνιστώσα της ταχύτητας είναι σχεδόν μηδενική. Αυτό συμβαίνει όταν το πλάτος  $b$  του δρομέα είναι σχετικά μικρό σε σχέση με την διάμετρο  $D$ , οπότε η αξονική συνιστώσα της ταχύτητας της ροής από την είσοδο μέχρι την έξοδο του δρομέα δεν μπορεί να πάρει αξιοπρόσεχτες τιμές. Παράδειγμα δρομέων ακτινικής ροής είναι οι δρομείς υδροστροβίλων Francis ακτινικής ροής.
2. Αξονικής ροής: Όταν η ροή οδηγείται μεταξύ δύο ομοαξονικών κυλίνδρων κυκλικής διατομής και το πλάτος των πτερυγίων είναι μεγάλο σε σύγκριση με την διάμετρο, είναι αδύνατη η ανάπτυξη σημαντικής ακτινικής συνιστώσας. Οι συγκεκριμένες τομές ονομάζονται αξονικής ροής, αφού η μεσημβρινή συνιστώσα τους ταχύτητας συμπίπτει με την αξονική. Παράδειγμα δρομέων αξονικής ροής είναι οι δρομείς στροβίλων bulb.  
Μικτής ροής: όπως υποδηλώνει η ονομασία τους, στις τομές μικτής ροής η μεσημβρινή ταχύτητα αποτελείται από αξονική και ακτινική συνιστώσα. Είναι σύνηθες να κατασκευάζονται υδροστροβίλοι Francis μεικτής ροής στην έξοδο τους.

Σε κάθε περίπτωση η υδραυλική ενέργεια που εναλλάσσεται με ροπή στον δρομέα ή την πτερωτή δίνεται από τον τύπο του Euler που αποτελεί θεμελιώδη εξίσωση για κάθε στροβιλομηχανή:

$$H_u = \frac{(u_e c_{ue} - u_a c_{ua})}{g} \quad (2.9)$$

Η ποσότητα  $H_u$  ονομάζεται θεωρητικό ύψος του στροβίλου και αντιστοιχεί στην ενέργεια που μεταφέρεται στην πτερωτή. Τα θεωρητικά μεγέθη ύψος, παροχή και ισχύς διαφέρουν από τα πραγματικά εξαιτίας των διαφόρων βαθμών απόδοσης.<sup>[7]</sup>



Εικόνα 2.2. Παράδειγμα χαρακτηριστικών καμπύλων υδροστροβίλου

### 2.3. Θεώρημα ροπής της ορμής για υδροστροβίλους

Ο δρομέας κάθε υδροστροβίλου αποτελείται από πτερύγια και από την πλήμνη, την επιφάνεια δηλαδή στην οποία είναι πακτωμένα τα πτερύγια. Κατά την διέλευση του υγρού μεταξύ των πτερυγίων αποκαθίσταται ένα πεδίο ταχυτήτων και μία διανομή στατικών πιέσεων της επιφάνειας των πτερυγίων. Η διανομή αυτή των στατικών πιέσεων αντιστοιχεί στην ανάπτυξη δυνάμεων της επιφάνειας των πτερυγίων, άρα ροπών ως προς τον άξονα περιστροφής, η ολοκλήρωση των οποίων είναι ίση με την αναπτυσσόμενη κινητήρια ροπή.

Αν συμβολίσουμε με  $E_1$  και  $E_2$  της διατομές εισόδου και εξόδου αντίστοιχα, τότε σύμφωνα με το θεώρημα της ροπής της ορμής μπορεί να υπολογισθεί η περιφερειακή ροπή  $M_u$  που αναπτύσσεται στα πτερύγια του υδροστροβίλου μέσω του τύπου:

$$M_u = \int_{E1} \rho c_u c_n r_E dE - \int_{E2} \rho c_u c_n r_E dE \quad (2.10)$$

Όπου

- $\rho$ : η πυκνότητα του υγρού
- $c_u$  και  $c_n$ : η περιφερειακή και η ορθή συνιστώσα της ταχύτητας όπως θα αναλυθούν σε επόμενο κεφάλαιο
- $r_E$ : η ακτίνα στο εξεταζόμενο σημείο

Συστροφή ονομάζεται η ροπή της ορμής του υγρού ως προς τον άξονα περιστροφής και η οποία εκφράζεται από το γινόμενο περιφερειακής ταχύτητας επί την ακτίνα, ανά μονάδα μάζας του υγρού. Όπως είναι γνωστό, μία ροπή  $M_u$  σε έναν δρομέα που περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  δημιουργεί μία ισχύ που δίνεται από τον τύπο:

$$P_u = M_u \omega \quad (2.11)$$

Από τις σχέσεις (2.10) και (2.11) φαίνεται ότι προκειμένου να έχουμε παραγόμενη ή καταναλισκόμενη ισχύ, πρέπει να μεταβληθεί η συστροφή του υγρού. Ειδικά για στροβίλους, θα ισχύει ότι  $M_u > 0$  και  $N_u > 0$ .<sup>[7]</sup>

## 2.4. Ειδικός αριθμός στροφών

Ως κανονικό σημείο λειτουργίας (Κ.Σ.Λ.) ενός υδροστροβίλου ορίζεται το σημείο (H,Q) για το οποίο ο στρόβιλος έχει μέγιστο βαθμό απόδοσης (συνήθεις τιμές: ~90%). Με βάση αυτά τα δύο δεδομένα δημιουργείται το σημαντικότερο ίσως αδιάστατο μέγεθος το οποίο χαρακτηρίζει την μορφή του, ο ειδικός αριθμός στροφών. Ως προς την παροχή το συγκεκριμένο μέγεθος ορίζεται από την σχέση:

$$n_q = n \frac{Q_0^{1/2}}{H_0^{3/4}} \quad (2.12)$$

Από θεωρητικής άποψης, ο ειδικός αριθμός στροφών εκφράζει την ταχύτητα περιστροφής γεωμετρικά όμοιου υδροστροβίλου του οποίου το κανονικό σημείο λειτουργίας είναι (Q=1 [μονάδα παροχής], H=1 [μονάδα ύψους]). Προφανώς η τιμή του ειδικού αριθμού στροφών δεν είναι ανεξάρτητη των μονάδων που χρησιμοποιούνται, για αυτό είναι σύνηθες η παροχή να εκφράζεται σε m<sup>3</sup>/s, το ύψος σε mΣΥ και η ταχύτητα περιστροφής σε rpm.

Επιπλέον, είναι σύνηθες να χρησιμοποιείται ο ειδικός αριθμός στροφών ως προς την ισχύ (N<sub>s</sub>) όπου αντικαθίσταται η παροχή με την ισοδύναμη ισχύ:

$$N_s = n \frac{P_0^{1/2}}{H_0^{5/4}} \quad (2.13)$$

Και πάλι έχουν σημασία οι μονάδες με τις πιο συχνά χρησιμοποιούμενες να είναι: ισχύς σε kW, ύψος σε mΣΥ. Η χρήση του  $N_s$  εγκαταλείπεται σταδιακά εξαιτίας του ότι στον υπολογισμό εισέρχεται και ο βαθμός απόδοσης. Αν υποτεθεί βαθμός απόδοσης  $\eta=0.9$  και για λειτουργία με νερό πυκνότητας  $\rho=999 \text{ kg/m}^3$  μπορεί να εξαχθεί μία σχέση που να συνδέει τα  $n_q$  και  $N_s$ .

$$N_s \approx 2.97n_q \quad (2.14)$$

Γεωμετρικά όμοιοι υδροστρόβιλοι έχουν ίδιο ειδικό αριθμό στροφών ενώ δεν ισχύει πάντα το αντίστροφο, υδροστρόβιλοι με ίδιο ειδικό αριθμό στροφών δεν έχουν κατά ανάγκη ίδια μεσημβρινή τομή. Ο ειδικός αριθμός στροφών είναι ένα αρκετά σημαντικό μέγεθος καθώς χαρακτηρίζει τον τύπο υδροστρόβιλου που θα χρησιμοποιηθεί. Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται μερικά παραδείγματα τύπων υδροστρόβιλων και των αντίστοιχων ειδικών αριθμών στροφών

Τύπος υδροστρόβιλου	$N_s$	Βαθμός απόδοσης
Pelton	9-82	0.888-0.920
Francis	68-300	0.930-0.945
Deriaz	142-470	0.930-0.940
Kaplan	290-860	0.930-0.945
Bulb	645-1150	0.910-0.940

Πίνακας 2.1. Τυπικές τιμές ειδικού αριθμού στροφών και βαθμών απόδοσης ορισμένων τύπων υδροστρόβιλων

## 2.5. Απώλειες ενέργειας

Όπως σε κάθε μηχανολογική εφαρμογή, σημαντικό ρόλο στην ανάλυση μιας υδροδυναμικής εγκατάστασης παίζουν οι απώλειες στα διάφορα μέρη της. Για να μπορέσουν να υπολογιστούν όσο το δυνατό ακριβέστερα διαχωρίζονται σε 3 κύριες κατηγορίες.

- Τις υδραυλικές απώλειες
- Τις ογκομετρικές απώλειες
- Τις μηχανικές απώλειες

### 2.5.1. Υδραυλικές απώλειες

Οι υδραυλικές απώλειες χαρακτηρίζουν το ποσό της διαθέσιμης υδραυλικής ενέργειας το οποίο χάνεται τόσο στον υδροστρόβιλο και άλλα εντοπισμένα σημεία όσο και κατά μήκος του αγωγού. Οφείλονται κυρίως στην συνεκτικότητα του ρευστού και στις μη λείες επιφάνειες της εγκατάστασης. Μπορούν να διαχωριστούν στις απώλειες κρούσης και στις απώλειες τριβής.

Απώλειες κρούσης: οι συγκεκριμένες απώλειες οφείλονται στην αποκόλληση της ροής λόγω της διαφοράς που υπάρχει ανάμεσα στη γωνία των ρυθμιστικών πτερυγίων και στη γωνία με την οποία προσπίπτει η ροή σε αυτά. Στα ρυθμιστικά πτερύγια οι απώλειες κρούσεως δεν είναι σημαντικές εξαιτίας της έντονης επιτάχυνσης που παρουσιάζει η ροή σε αυτά. Οι υδραυλικές απώλειες κρούσης συμβολίζονται συνήθως με  $\delta h_a$  και μηδενίζονται στις περιπτώσεις όπου η γωνία πρόσπτωσης της ροής στα πτερύγια είναι μηδενική.

Απώλειες Τριβής: ως υδραυλικές απώλειες τριβής χαρακτηρίζονται οι απώλειες που οφείλονται στην συνεκτικότητα του νερού. Λαμβάνουν χώρα καθ' όλο το μήκος της ροής, από την διατομή εισόδου μέχρι την διατομή εξόδου. Οι συγκεκριμένες απώλειες εξαρτώνται άμεσα από την παροχή του αγωγού για αυτό και είναι απαραίτητος ο υπολογισμός της σε κάθε διαφορετικό σημείο λειτουργίας. Μπορούν να χωριστούν στις γραμμικές και στις εντοπισμένες απώλειες. Οι γραμμικές υδραυλικές απώλειες συμβαίνουν σε όλο το μήκος του αγωγού και είναι ανάλογες του μήκους το οποίο έχει διανύσει η ροή. Αν υποθεθεί κυκλικός ευθύς αγωγός οι γραμμικές υδραυλικές απώλειες της πίεσης δίνονται από την σχέση:

$$\delta p = \lambda \frac{L}{d} \frac{\rho}{2} c^2 \quad (2.15)$$

Σε μονάδες πίεσης. Στην παραπάνω σχέση συμβολίζονται με:

- $\delta p$ : η πτώση πίεσης
- $\lambda$ : αδιάστατος συντελεστής γραμμικών απωλειών
- $d$ : εσωτερική διάμετρος σωλήνα
- $c$ : μέση ταχύτητα της ροής στον αγωγό
- $\rho$ : πυκνότητα του διακινούμενου ρευστού

Ομοίως με την ενεργεία, προκειμένου να εκφραστούν οι απώλειες σε μέτρα στήλης του υγρού απαιτείται διαίρεση με την τιμή ( $\rho g$ ) οπότε η σχέση (2.15) παίρνει την μορφή:

$$\delta h = \lambda \frac{L}{d} \frac{1}{2g} c^2 \quad (2.16)$$

Η τιμή του αδιάστατου συντελεστή γραμμικών απωλειών εξαρτάται τόσο από τον αριθμό Reynolds της ροής όσο και από την σχετική τραχύτητα του εσωτερικού τοιχώματος του αγωγού. Η τιμή του αδιάστατου αριθμού Reynolds δίνεται από τον τύπο:

$$R_e = \frac{c d_H}{\nu} \quad (2.17)$$

Σαν  $\nu$  συμβολίζεται η κινηματική συνεκτικότητα του ρευστού (για νερό σε θερμοκρασία 20°C :  $\nu \approx 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ) και  $d_H$  η ισοδύναμη υδραυλική διάμετρος του αγωγού για την οποία ισχύει ότι:

$$d_H = \frac{4A}{U} \quad (2.18)$$

όπου με  $A$  συμβολίζεται το εμβαδόν της διατομής και  $U$  η βρεχόμενη περίμετρος. Προφανώς στη περίπτωση κυκλικού αγωγού διαμέτρου  $d$  ισχύει ότι  $d_H \approx d$ .

Η σχετική τραχύτητα  $\varepsilon_s$  των διαβρεχόμενων επιφανειών του αγωγού ορίζεται σαν ο λόγος της μέσης απόλυτης τραχύτητάς του  $\varepsilon$  ως προς την εσωτερική του διάμετρο  $d$ . Με βάση αυτές τις δύο τιμές έχουν διατυπωθεί διάφοροι τρόποι για τον υπολογισμό του συντελεστή  $\lambda$  με πιο άμεσο το εποπτικό διάγραμμα Moody το οποίο όμως δεν είναι εύχρηστο σε υπολογιστικές διαδικασίες. Αντίθετα, σε τέτοιες περιπτώσεις χρησιμοποιούνται πειραματικές σχέσεις κάθε μία από τις οποίες έχει καλύτερη προσέγγιση σε συγκεκριμένο εύρος τιμών  $R_e$  και  $\varepsilon_s$ . Παρακάτω παρουσιάζονται συνοπτικά μερικές από αυτές:

- Για στρωτή ροή ( $R_e < 2300$ ) η σχετική τραχύτητα δεν παίζει ρόλο στην διαμόρφωση του συντελεστή  $\lambda$ . Σε αυτές τις περιπτώσεις η τιμή του συντελεστή δίνεται μέσω του νόμου Hagen-Poiseuille  $\lambda = 64/R_e$ . Ωστόσο, στις ροές υδροδυναμικών έργων, εξαιτίας των μεγάλων αγωγών και της μικρής κινητικής συνεκτικότητας του νερού, ο αριθμός Reynolds είναι πολύ μεγαλύτερος αυτής της τιμής, οπότε σπάνια χρησιμοποιείται αυτή η σχέση.
- Για τυρβώδη ροή ( $R_e > 4000$ ) σε λείο κυκλικό σωλήνα εφαρμόζεται η σχέση που προτάθηκε από τον Prandtl:  $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log(R_e \sqrt{\lambda}) - 0.8$  που λύνεται μέσω επαναληπτικής διαδικασίας. Και πάλι η τιμή του συντελεστή  $\lambda$  δεν εξαρτάται από την τραχύτητα του αγωγού επειδή αυτός είναι αρκούντως λείος. Πρακτικά αυτό συμβαίνει όταν  $R_e \varepsilon_s < 65$ .
- Για τυρβώδη ροή ( $R_e > 4000$ ) αλλά πλήρως υδραυλικά τραχύ σωλήνα (δηλαδή όταν  $R_e \varepsilon_s > 1300$ ) χρησιμοποιείται η σχέση του Nikuradse:  $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log(1/\varepsilon_s) + 1.14$ . Όπως φαίνεται, η τραχύτητα πλέον εξαιτίας του

μεγέθους της παίζει τον μοναδικό ρόλο στη διαμόρφωση του συντελεστή γραμμικών απωλειών.

- Για τυρβώδη ροή ( $R_e > 4000$ ) ανεξαρτήτως της σχετικής τραχύτητας του αγωγού οι Colebrook-White διατύπωσαν σχέση η οποία συνδυάζει τις προηγούμενες δύο και εφαρμόζεται με ικανοποιητική ακρίβεια (της τάξεως 5%) στις περισσότερες περιπτώσεις:  $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \left( \frac{2.51}{R_e \sqrt{\lambda}} + \frac{\varepsilon_s}{3.71} \right)$ . Αξιοπρόσεχτο είναι ότι για  $\varepsilon_s \rightarrow 0$  η σχέση των Colebrook- White παίρνει την μορφή της σχέσης του Prandtl ενώ για  $R_e \rightarrow \infty$  παίρνει την μορφή της σχέσης του Nikuradse.

Οι εντοπισμένες υδραυλικές απώλειες οφείλονται στις ειδικές διαμορφώσεις μέσα σε έναν αγωγό και σε εξαρτήματα ελέγχου ροής που μπορεί να παρεμβάλλονται της ροής. Τέτοιες διαμορφώσεις και εξαρτήματα είναι οι ακόλουθες:

- Διακλαδώσεις
- Αλλαγή κλίσης
- Μεταβολή διαμέτρου
- Μεταβολή τραχύτητας και υλικού αγωγού
- Βάννα ελέγχου ροής

### 2.5.2. Ογκομετρικές απώλειες

Οι ογκομετρικές απώλειες οφείλονται στο τμήμα της παροχής το οποίο ρέει μέσω διακένου, το οποίο αναγκαστικά υπάρχει μεταξύ του κινητού μέρους (περωτή) και του ακίνητου μέρους (στεφάνη) του υδροστροβίλου, και δεν διέρχεται από τον δρομέα. Αν η παροχή αυτή συμβολιστεί με  $\delta Q$  η παροχή η οποία διαρρέει από τον δρομέα και άρα συντελεί στην ανάπτυξη ροπής είναι η:

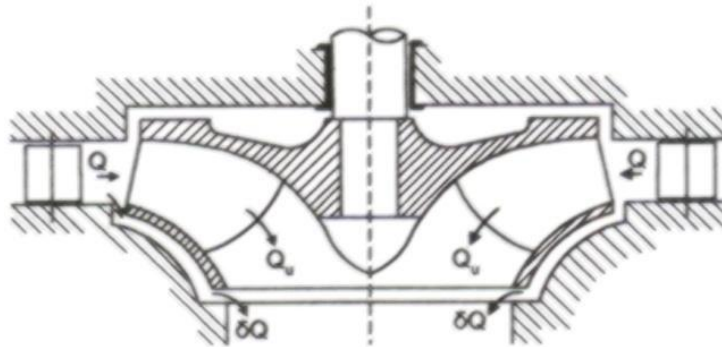
$$Q_u = Q - \delta Q \quad (2.19)$$

Και ο αντίστοιχος ογκομετρικός βαθμός απόδοσης ορίζεται ως ο λόγος

$$\eta_Q = \frac{Q_u}{Q} = 1 - \frac{\delta Q}{Q} \quad (2.20)$$

Με την σωστή διαμόρφωση του λαβύρινθου του υδροστροβίλου μπορούν να ελαχιστοποιηθούν οι συγκεκριμένες απώλειες με αποτέλεσμα να μην παίζουν μεγάλο ρόλο στην τελική τιμή του συνολικού βαθμού απόδοσης. Ωστόσο με τον καιρό είναι

πιθανό, λόγω μηχανική διάβρωσης, να αυξηθεί η διατομή του λαβυρίνθου άρα και οι ογκομετρικές απώλειες. Για τον λόγο αυτό χρησιμοποιείται αφαιρετός μεταλλικός δακτύλιος φθοράς, ο οποίος αντικαθίσταται πριν αστοχήσει σύμφωνα με τα χαρακτηριστικά του κατασκευαστή. Προφανώς στους υδροστροβίλους αντιδράσεως, λόγω σταθερής πίεσης (άρα και μη πλήρωσης του διαθέσιμου χώρου με νερό) δεν υπάρχουν ογκομετρικές απώλειες, άρα θα ισχύει ότι  $\eta_Q = 1$ .



Εικόνα 2.3. Ογκομετρικές απώλειες στην πτερωτή υδροστροβίλου

### 2.5.2. Μηχανικές απώλειες

Η ισχύς στην άτρακτο του στροβίλου είναι μικρότερη από την περιφερειακή ισχύ στη πτερωτή του στροβίλου εξαιτίας απωλειών που σχετίζονται με τα μηχανικά και κινούμενα μέρη της ατράκτου. Αν με  $P_u$  συμβολιστεί η περιφερειακή ισχύς και με  $P_m$  τις μηχανικές απώλειες η εκμεταλλεύσιμη ισχύς στην άτρακτο ισούται με:

$$P = P_u - P_m = \gamma H_u Q_u - P_m \quad (2.21)$$

Μπορεί να οριστεί και ο μηχανικός βαθμός απόδοσης:

$$\eta_m = \frac{P}{P_u} \quad (2.22)$$

Οι μηχανικές απώλειες χωρίζονται ουσιαστικά σε δύο κατηγορίες. Τις απώλειες ισχύος στα έδρανα και τον στυπτιοθλίπτη, και τις απώλειες του στρεφόμενου δίσκου.

Με τον όρο μηχανικές απώλειες εδράνων εννοούνται οι μηχανικές απώλειες που απαιτούνται για την περιστροφή της ατράκτου με στροφές  $n$  και οι οποίες λαμβάνουν χώρα στα έδρανα της ατράκτου και στον (ή στους) στυπτιοθλίπτη. Η τιμή αυτών των απωλειών εξαρτάται από πολλούς παράγοντες, όπως η κατασκευή των εδράνων, η λίπανση τους, ο βαθμός σύσφιξης του στυπτιοθλίπτη, η φόρτιση της ατράκτου κτλ.



Παρόλα αυτά, επειδή οι τιμές των συγκεκριμένων απωλειών είναι αρκετά μικρές (της τάξης του 1%), ο ακριβής προσδιορισμός τους θεωρείται αμελητέος και χρονοβόρος. Αντί αυτού, χρησιμοποιούνται εποπτικά διαγράμματα που προσδιορίζουν με ικανοποιητική ακρίβεια τις απώλειες των εδράνων και του στυπτιοθλίπτη συναρτήσει της παροχής και του ειδικού αριθμού στροφών.

Οι απώλειες στρεφόμενου δίσκου οφείλονται στην ροπή αντίστασης που παρουσιάζεται στην περωτή εξαιτίας των περιφερειακών διατμητικών τάσεων που παρουσιάζονται στα τοιχώματα της περωτής. Υπάρχουν αρκετές θεωρητικές και πειραματικές μελέτες για τον προσδιορισμό αυτών των απωλειών που ξεφεύγουν της από τον σκοπό της εργασίας. Κατά γενικό κανόνα, οι συγκεκριμένες απώλειες αυξάνονται όσο μειώνεται ο ειδικός αριθμός στροφών. <sup>[7]</sup>

## 2.6. Χρόνος επιτάχυνσης στήλης υγρού

Ο χρόνος επιτάχυνσης στήλης υγρού είναι χαρακτηριστικό μέγεθος της ροής μέσα σε ένα σωλήνα. Ουσιαστικά πρόκειται για τον χρόνο που χρειάζεται η ροή μέσα σε μία σωλήνωση μήκους  $L$  να επιταχυνθεί από τη ακινησία στην μέση ταχύτητα  $c$  υπό την επίδραση της διαφοράς ύψους μεταξύ των δύο δεξαμενών που συνδέει  $H$ . Ισχύει ότι <sup>[5]</sup>

$$T_w = \frac{L \times c}{g \times H} \quad (2.23)$$

## 2.7. Χρόνος επιτάχυνσης περιστρεφόμενων μαζών

Στις περιπτώσεις των υδροηλεκτρικών έργων έχουμε έναν υδροστρόβιλο συνδεδεμένο με μία γεννήτρια παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος. Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής ισχύει ότι:

$$M - M_G = I \frac{d\omega}{dt} \quad (2.24)$$

Όπου:

- $M$ : η ροπή που ασκείται από το υγρό στον δρομέα
- $M_G$ : η ανθιστάμενη ροπή της γεννήτριας
- $I$ : συνολική ροπή αδράνειας των περιστρεφόμενων μαζών

- $\frac{d\omega}{dt}$ : η γωνιακή επιτάχυνση

Υπό σταθερές συνθήκες λειτουργίας της εγκατάστασης έχουμε μηδενική διαφορά ροπής και άρα μηδενική επιτάχυνση, όπως ορίζει και η προηγούμενη σχέση. Σε αντίθετη περίπτωση, η διαφορά μεταξύ των ροπών μεταφράζεται σε αλλαγή της γωνιακής ταχύτητας των στρεφόμενων μαζών. Αν αντί για την ροπή χρησιμοποιήσουμε την αντίστοιχη ισχύ  $P = M \times \omega$  τότε ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής γράφεται:

$$P - P_G = I\omega \frac{d\omega}{dt} \quad (2.25)$$

Αν σε διάστημα  $\Delta t$  εφαρμόζεται στο στρεφόμενο τμήμα διαφορά ισχύος  $\Delta P = P - P_G$  τότε η αντίστοιχη μηχανική ενέργεια που αποθηκεύεται είναι

$$\Delta E = \Delta P \times \Delta t = \frac{1}{2} I (\omega^2 - \omega_0^2) \quad (2.26)$$

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον για την μελέτη της συμπεριφοράς των μεταβατικών φαινομένων έχει το μέγεθος  $T_m$ , δηλαδή ο χρόνος στον οποίο μία μονάδα ροπής αδράνειας  $I$  επιταχύνεται από μηδενική ταχύτητα σε ταχύτητα  $n_0$  υπό την επίδραση υδραυλικής ισχύος που αυξάνεται γραμμικά από μηδέν σε  $P_0$  (αντίστοιχα με το μέγεθος  $T_w$ ). Ο χρόνος αυτός ισούται με:

$$T_m = \frac{2\pi I n_0}{60 P_0} = I \frac{\omega_0^2}{P_0} \quad (2.27)$$

Στην θέση της ροπής αδράνειας μπορεί να χρησιμοποιηθεί το χαρακτηριστικό μέγεθος για τις στρεφόμενες μάζες  $WD^2$  το οποίο δίνεται από τον τύπο:

$$WD^2 = 4I g \quad (2.28)$$

Τελικά ο χρόνος επιτάχυνσης των περιστρεφόμενων μαζών μπορεί να υπολογιστεί: <sup>[5]</sup>

$$T_m = \frac{WD^2 n_0^2}{3575 P_0} 10^{-3} \quad (2.29)$$

## 2.8. Ταχύτητα της διαταραχής

Για την ροή ρευστού μέσα σε αγωγό με χαρακτηριστικά:

- D: εξωτερική διάμετρος
- e: πάχος τοιχώματος αγωγού
- E: μέτρο ελαστικότητας
- k: συντελεστής συμπίεστικότητας ρευστού
- ρ: πυκνότητα ρευστού

ορίζουμε το μέγεθος:

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{\rho \times \left( \frac{1}{k} + \frac{D}{E \times e} \right)}}$$

Το συγκεκριμένο μέγεθος είναι αρκετά σημαντικό για την ανάλυση σε μεταβατικά φαινόμενα ροής, καθώς εκφράζει την ταχύτητα μετάδοσης της μεταβολής μέσα στο σώμα του ρευστού ως προς την ταχύτητα  $u$  της ροής. Ο τύπος της αποδεικνύεται χρησιμοποιώντας τα βασικά θεωρήματα της συνέχειας και της ορμής.

Πιο συγκεκριμένα, μελετάμε την περίπτωση διαταραχής που κινείται κατά την διεύθυνση της ροής. Η ταχύτητα της ροής είναι  $u_0$ , η στατική πίεση  $p_0$  και η πυκνότητα του ρευστού  $\rho_0$ . Στο πίσω μέρος του μετώπου τα αντίστοιχα μεγέθη είναι  $u$ ,  $p$ ,  $\rho$ . Η απόλυτη ταχύτητα του κύματος είναι ίση με  $(a+u_0)$ . Αν τα ελαστικά τοιχώματα του αγωγού παρουσιάζουν μία αλλαγή στην διατομή της  $\delta A$ , τότε αυτή θα προκαλεί την διαφορά πίεσης  $(p_0-p)$ . Επιπλέον, ισχύει η παραδοχή ότι ο όγκος αναφοράς δεν αλλάζει μήκος ( $\delta x=0 \rightarrow c_l=l$ ). Οπότε από την αρχή της συνέχειας έχουμε:

$$(a + u_0 - u)(A + \delta A) = a\rho_0 A \quad (2.30)$$

Και από το θεώρημα της ορμής:

$$a^2 \rho_0 A - (a + u_0 - u)^2 (A + \delta A) \rho - (p - p_0) A \quad (2.31)$$

Από τις δύο παραπάνω εξισώσεις προκύπτει ότι:

$$\alpha^2 = \frac{\frac{\delta p}{p_0}}{\frac{\delta \rho}{\rho} + \frac{\delta A}{A}} \quad (2.32)$$

Όταν το νερό ρέει σε αγωγό κυκλικής διατομής η ορθή περιφερειακή τάση που αναπτύσσεται στα τοιχώματα του είναι ίση με:

$$\sigma = \frac{pD}{2e} \quad (2.33)$$

Με  $e$  συμβολίζεται το πάχος του για το οποίο στις περισσότερες εφαρμογές μπορεί να υποθεθεί ότι  $e \ll D$ . Σύμφωνα με την παραπάνω σχέση, για μία μεταβολή της πίεσης κατά  $\delta p$  η ορθή περιφερειακή τάση μεταβάλλεται κατά  $\delta\sigma = \frac{D\delta p}{2e}$  και η αντίστοιχη μεταβολή της διαμέτρου (αν συμβολίσουμε με  $E$  το μέτρο ελαστικότητας του αγωγού) ισούται με  $\frac{\delta D}{D} = \left(\frac{D}{2Ee}\right)\delta$ . Αυτή η μεταβολή της διαμέτρου έχει σαν αποτέλεσμα την αύξηση της διατομής κατά:

$$\delta A = \frac{\pi}{4}(D + \delta D)^2 - \frac{\pi}{4}D^2 \xrightarrow{\delta D \ll D} \delta A \approx 2\pi D \frac{\delta D}{4} = \delta p \frac{D}{Ee}$$

Αν ορίσουμε την συμπιεστότητα του νερού το μέγεθος:

$$\frac{1}{k} = \rho \frac{\delta p}{\delta \rho} \quad (2.34)$$

και αντικαταστήσουμε τις (2.33) και (2.34) στην (2.32) καταλήγουμε στην αρχική διατύπωση του  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{\rho \times \left(1/k + D/(E \times e)\right)}} \quad (2.35)$$

Φυσικά αυτή η σχέση ισχύει όσο η φόρτιση του αγωγού βρίσκεται μέσα στην ελαστική περιοχή φόρτισης του υλικού. Η παραπάνω σχέση δείχνει ότι η ταχύτητα του μετώπου μίας διαταραχής εξαρτάται τόσο από τα χαρακτηριστικά του ρευστού (πυκνότητα και συμπιεστότητα) όσο και από τα χαρακτηριστικά του αγωγού (ελαστικότητα, διάμετρος και πάχος). Αν υποθεθεί αγωγός με άπειρη ελαστικότητα, πρακτικά εντελώς απαραμόρφωτος τότε ο δεύτερος όρος του υπόρριζου μηδενίζεται και απομένει:

$$\alpha_{E \rightarrow \infty} = \sqrt{\frac{k}{\rho}} \quad (2.36)$$

Η οποία είναι ίση με την ταχύτητα μετάδοσης διαταραχής σε απερατό μέσο, δηλαδή ίση με την ταχύτητα του ήχου.

Για παράδειγμα, σε φυσικό νερό σε θερμοκρασία δωματίου ισχύει ότι  $\rho=999 \text{ kg/m}^3$  και  $k=2.19 \text{ GPa}$ , οπότε η ταχύτητα του ήχου είναι ίση με:

$$\alpha_{E \rightarrow \infty} = \sqrt{2.19 \times 10^9 / 999} = 1408.6 \text{ m/sec}$$

Αν υποθέσουμε ότι το νερό ρέει σε αγωγό κυκλικής διατομής από απλό ανθρακούχο χάλυβα με διάμετρο  $D=500 \text{ mm}$  και πάχος  $e=10 \text{ mm}$  τότε, σύμφωνα και με τον παρακάτω πίνακα η ταχύτητα του μετώπου της διαταραχής θα ισούται με:

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{999 \left( \frac{1}{2.19 \times 10^9} + \frac{300}{10 \times 200 \times 10^9} \right)}} = 1284.57 \text{ m/s}$$

Όπως είναι φανερό από τα παραπάνω παραδείγματα, τα πεπερασμένα και ελαστικά όρια ενός αγωγού περιορίζουν την ταχύτητα της διαταραχής. <sup>[5]</sup>

Ο χρόνος που χρειάζεται μία διαταραχή να φτάσει από το ένα άκρο μίας σωλήνωσης μήκους  $L$  στο άλλο και να γυρίσει στο ίδιο σημείο ονομάζεται χαρακτηριστικός χρόνος της σωλήνωσης και συμβολίζεται με  $T_E$ . Προφανώς ισχύει ότι:

$$T_E = 2L/a$$

Υλικό	Μέτρο ελαστικότητας E (σε GPa)	Μέτρο διάτμησης G (σε GPa)	Λόγος Poisson N
Κράματα αλουμινίου (Al)	72,4	27,5	0,31
Χαλκός (Cu)	110	41,4	0,33
Χάλυβες (απλοί ανθρακούχοι και χαμηλής κραμάτωσης)	200	75,8	0,33
Ανοξειδωτοι χάλυβες	193	65,6	0,28
Τιτάνιο (Ti)	117	44,8	0,31
Βολφράμιο (W)	400	157	0,27

Πίνακας 2.2. Χαρακτηριστική στοιχειά διαφόρων υλικών<sup>[5]</sup>

## 2.9.Βασική θεωρία μεταβατικών φαινομένων

Η υδραυλική ισχύς σε κάθε σημείο μίας σωλήνωσης (σε kW) δίνεται από τον τύπο:

$$P = Q \times H \times g \times \rho / 1000 \quad (2.37)$$

Σε συνθήκες σταθερής λειτουργίας η ισχύς του στροβίλου ( $P_T = \eta_T P$ ) ισούται με την απαιτούμενη από το σύστημα ισχύ. Σε πολλές περιπτώσεις ωστόσο υπάρχουν διαφορές ανάμεσα σε αυτά τα δύο μεγέθη. Διαφορές οι οποίες ισορροπούνται με αυξομείωση της παροχής μέσω βαννών και ρυθμιστικών πτερυγίων. Τέτοιες αλλαγές οδηγούν στην ανάπτυξη υδραυλικού πλήγματος.

Για την ευκολότερη ανάλυση των φαινομένων που συμβαίνουν σε τέτοιες περιπτώσεις είναι χρήσιμο να αδιαστατοποιούνται τα περισσότερα μεγέθη. Έτσι αν συμβολιστεί με  $w_i$  η αδιαστατοποιημένη ισχύ σε κάποιο τυχαίο σημείο λειτουργίας ενός στροβίλου, αυτή θα ισούται με:

$$w_i = \frac{\eta_i \times Q_i \times H_i}{\eta_o \times Q_o \times o} \quad (2.38)$$

Με την βοήθεια της σχέσης όπου συνδέει παροχή και ύψος σε μία σωλήνωση:

$$Q = (C_d \times A_d \sqrt{2g}) \times \sqrt{H} \quad (2.39)$$

Ο όρος της παρένθεσης παραμένει σταθερός, άρα μπορεί η παροχή να αντικατασταθεί στην εξίσωση (2.38) η οποία (με την βοήθεια της μεταβλητής  $\zeta_{di}^2 = H_i/H_o$ )

απλοποιείται στην μορφή:

$$w_i = \eta_i \times \zeta_{di}^3 \quad (2.40)$$

Αν με T συμβολίσουμε τον χαρακτηριστικό χρόνο της σωλήνωσης ( $T=2L/a$ ) τότε μπορούμε να αδιαστατοποιήσουμε τον χρόνο στη μεταβλητή  $\Theta=t/T$  και η συνολική ενέργεια που φτάνει στον υδροστρόβιλο θα ισούται με:

$$E = \frac{Q_o \times H_o \times g \times \rho}{1000} \times T \times \int_0^\Theta w_i dt$$

ή αδιαστατοποιημένα σε:

$$e = \int_0^\Theta w_i dt \cong \sum_0^\Theta (\eta_i \zeta_{di}^3 \times \Delta t) \quad (2.41)$$

Σύμφωνα με την θεωρία του Allievi αν θέσουμε σαν:

$$\rho_d = \frac{\alpha \times u_o}{2g \times H_o} \quad (2.42)$$

Την χαρακτηριστική παράμετρο του αγωγού, τότε για την πρώτη περίοδο του υδραυλικού πλήγματος θα ισχύει η σχέση:

$$\zeta_{d1}^2 - 1 = 2\rho_d \times (\eta_o \times \zeta_{do} - \eta_1 \times \zeta_{d1})$$

Και με μερική παραγώγιση:

$$\frac{\partial \zeta_{d1}}{\partial \eta_1} = - \frac{\rho_d \times \zeta_{d1}}{\zeta_{d1} + \rho_d \times \eta_1}$$

Όπου με αντικατάσταση της (2.40) καταλήγουμε στην σχέση:

$$\frac{\partial w_1}{\partial \eta_1} = \zeta_{d1}^3 + 3\eta_1 \zeta_{d1}^2 \times \frac{\partial \zeta_{d1}}{\partial \eta_1} = \frac{\zeta_{d1} - 2\rho_d \times \eta_1}{\zeta_{d1} + \rho_d \times \eta_1} \times \zeta_{d1}^3 \quad (2.43)$$

Η τιμή της μερικής παραγώγου  $\frac{\partial w}{\partial \eta}$  είναι αυτή που ουσιαστικά μας ενδιαφέρει για τον έλεγχο ενός υδροστροβίλου. Στην περίπτωση που είναι θετική, τότε η ισχύς του νερού θα αυξάνεται στο άνοιγμα της βάννας και θα μειώνεται στο κλείσιμό της, χωρίς την ανάγκη να συμπεριλάβουμε στην ανάλυση τις περιστρεφόμενες μάζες του άξονα στρόβιλος-γεννήτρια.

Στην περίπτωση που είναι αρνητική όμως τότε υπάρχει διαφορά μεταξύ της προσφερόμενης και της καταναλισκόμενης ενέργειας, η οποία διαφορά μετατρέπεται σε επιτάχυνση των περιστρεφόμενων μερών της μηχανής (στην περίπτωση μας, του υδροστροβίλου)

Σύμφωνα με την σχέση (2.43) λοιπόν, για την πρώτη περίοδο η μερική παράγωγος είναι θετική όταν ισχύει:

$$\zeta_{d1} - 2\rho_d \eta_1 > 0$$

Οι τιμές των  $w_i$  και  $e$  μπορούν υπολογισθούν και κατά την διάρκεια του ανοίγματος και του κλεισίματος των ρυθμιστικών περυγίων. Μπορεί να δειχθεί ότι χωρίς την βοήθεια της αδράνειας περιστρεφόμενων μαζών, ο έλεγχος ενός υδροστροβίλου θα ήταν αδύνατος. Επόμενο βήμα είναι η μελέτη του συσχετισμού μεταξύ της μεταβολής ενέργειας του στροβίλου ( $\Delta E_T$ ), της περιστρεφόμενης μάζας, και της ταχύτητας περιστροφής. <sup>[10]</sup>

### 2.9.1. Προσδιορισμός περιστρεφόμενων μαζών

Ως γνωστόν η κινητική ενέργεια της σώματος ενώ περιστρέφεται δίνεται από τον τύπο:

$$E_T = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (2.44)$$

Σκοπός της ανάλυσης είναι ο προσδιορισμός της γωνιακής επιτάχυνσης που μπορεί να επιβληθεί στον στρόβιλο εξαιτίας των διακυμάνσεων της ισχύος του νερού ( $P_w$ ) και της ζητούμενης στην κατανάλωση ( $P_r$ ). Σε σταθερές συνθήκες υπάρχει ισότητα ανάμεσα στην ισχύ του στροβίλου ( $\eta_T P_w$ ) και την  $P_r$ . Αντίθετα, αν υπάρξει αλλαγή σε μία από τις δύο, τότε η διαφορά των δύο ενεργειών αποθηκεύεται (ή αναπληρώνεται σε περίπτωση που είναι αρνητική) από την κινητική ενέργεια των περιστρεφόμενων



μαζών. Πιο συγκεκριμένα, αν σε χρονικό διάστημα από  $t_0=0$  έως  $t=t_1$  υπάρξει κάποιο μεταβατικό φαινόμενο και αλλάξει η ενέργεια του στροβίλου κατά  $\Delta E_T$  τότε θα ισχύει ότι:

$$\Delta E_T = \frac{1}{2}I(\omega_1^2 - \omega_0^2) = \int_0^{t_1} (\eta_T P_w - P_r) dt = \eta_T \int_0^{t_1} \Delta P dt$$

Αν εκφράσουμε την ταχύτητα περιστροφής σε RPM και την ροπή αδράνειας με την ισοδύναμη ποσότητα  $WR^2/g$  τότε η παραπάνω σχέση μετασχηματίζεται στην:

$$\frac{1}{2} \frac{WR^2}{g} \left( \frac{2\pi}{60} \right)^2 (n_1^2 - n_0^2) = \eta_T \int_0^{t_1} \Delta P dt$$

Από όπου μπορούμε να υπολογίσουμε το μέγεθος  $WR^2$ :

$$4WR^2 = \frac{7160\eta_T \int_0^{t_1} \Delta P dt}{n_1^2 - n_0^2} = \frac{7160\eta_T k \Delta P_0 t_1}{n_1^2 - n_0^2}$$

Όπου σαν  $k$  συμβολίσαμε την ποσότητα:

$$k = \frac{\int_0^{t_1} \Delta P dt}{\Delta P_0 t_1} \quad (2.45)$$

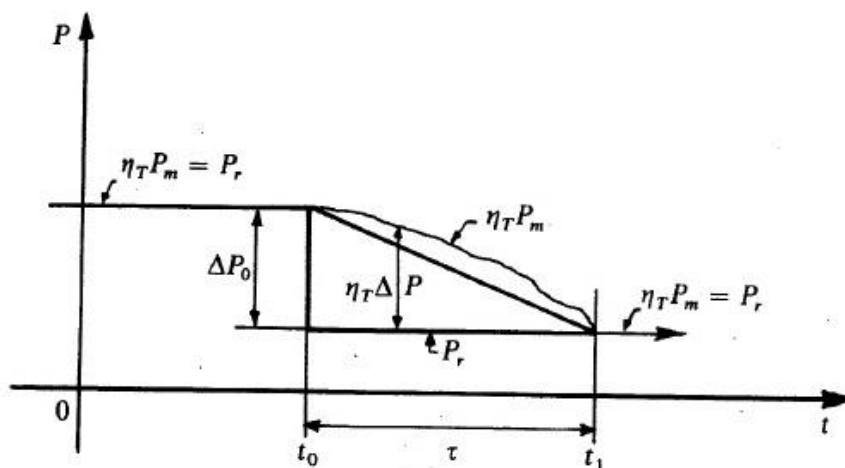
η οποία είναι μία παράμετρος που περιλαμβάνει τις συνθήκες κλεισίματος. Σύμφωνα με τον Jaeger εξαρτάται από την αλλαγή της πίεσης εξαιτίας του υδραυλικού πλήγματος. Οι Allievi και Marchetti υπολόγισαν ότι για πλήρη κλείσιμο της βαλβίδας η παράμετρος  $k$  παίρνει τιμές ίσες με:

$$k = 0.5 + 0.5 \frac{\alpha \times V_0}{2g \times H_0} - 0.1 \left( \frac{\alpha \times V_0}{2g \times H_0} \right)^2 \quad \text{για } t_c \leq 2L/a$$

$$k = 0.5 + 0.75 \frac{L \times V_0}{g \times H_0 \times t_c} - 0.125 \left( \frac{\alpha \times V_0}{g \times H_0 \times t_c} \right)^2 \quad \text{για } t_c > 2L/a$$

Στο άνοιγμα της παροχής η ενέργεια της ροής στον αγωγό  $\int_0^\tau \Delta P \times dt$  είναι συνήθως ανεπαρκής. Οι περιστρεφόμενες μάζες παρέχουν την ενεργειακή διαφορά:

$$\Delta E_T = \eta_T \Delta P_0 \tau - \eta_T \int_0^\tau \Delta P \times dt$$



Εικόνα 2.4. Σχηματική αναπαράσταση της μεταβολής της ισχύς σε σχέση με το χρόνο

Σε αυτήν τη περίπτωση η ποσότητα  $k$  είναι ίση με:

$$k = 1 - \frac{1}{\Delta P_0 \tau} \times \int_0^{\tau} \Delta P \times dt$$

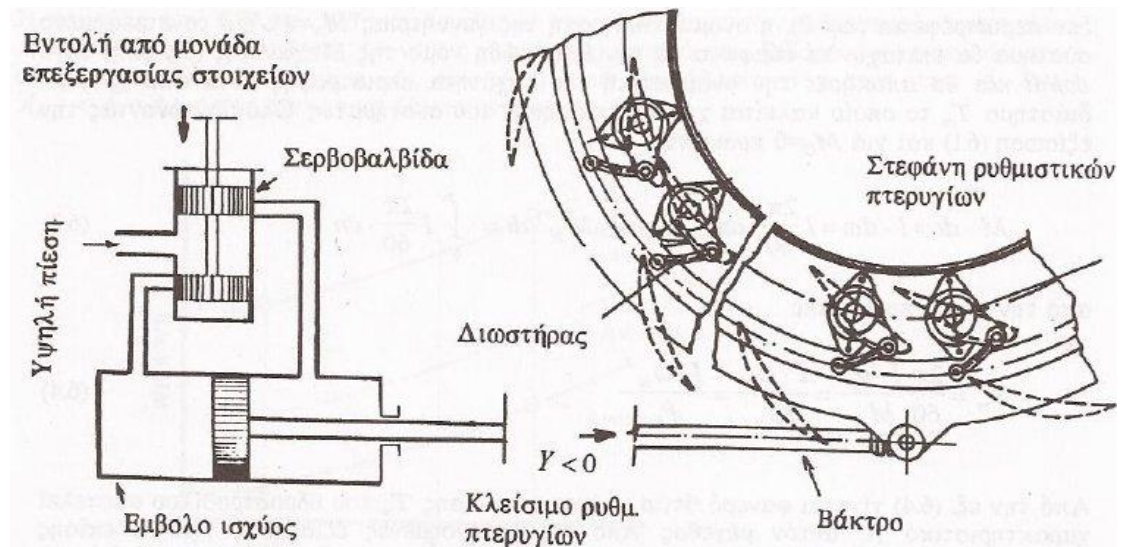
Αν το ξεκίνημα προκύπτει από μηδενική ισχύ μέχρι  $P_{max}$  τότε:

$$k = 1 - \frac{1}{P_{max} \tau} \times \int_0^{\tau} \Delta P \times dt = 1 - \frac{1}{\theta} \times \int_0^{\theta} \varphi dt \quad (2.46)$$

### 2.9.3. Εισαγωγή ρυθμιστού υδροστροβίλου

Ο ρυθμιστής υδροστροβίλου είναι η διάταξη που χρησιμοποιείται για τον έλεγχο της γωνιακής ταχύτητας του στροβίλου κατά την διάρκεια μεταβατικών φαινομένων. Η λειτουργία του συνίσταται στην μεταβολή της κλίσης των ρυθμιστικών πτερυγίων (της υδροστροβίλους αντιδράσεων) ή της βελόνης του ακροφύσιου (της υδροστροβίλους δράσεως). Στις περιπτώσεις όπου υπάρχει διαφορά μεταξύ της ροπής που ασκείται στον στρόβιλο και της ανθιστάμενης ροπής της γεννήτριας σύμφωνα με την (2.24) θα υπάρξει επιτάχυνση ή επιβράδυνση της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής. Στις δυσμενείς συνθήκες επιτάχυνσης ο ρυθμιστής πρέπει να δώσει εντολή να κλείσει το όργανο ελέγχου ροής έτσι ώστε να εξισορροπηθούν οι δύο ροπές. Το αντίθετο θα πρέπει να γίνει σε περίπτωση επιβράδυνσης της γωνιακής ταχύτητας.

Για να πραγματοποιηθεί η αλλαγή της κλίσης των ρυθμιστικών πτερυγίων χρησιμοποιείται έμβολο διπλής διαδρομής που τροφοδοτείται με την βοήθεια βαλβίδας. Κατά την λειτουργία του, το έμβολο μετακινεί την υψηλή πίεση από την μία ή την άλλη πλευρά της βαλβίδας μετακινώντας παράλληλα τα ρυθμιστικά πτερύγια κατά την κατάλληλη διεύθυνση. <sup>[10]</sup>



Εικόνα 2.5. Διάταξη ρυθμιστικών πτερυγίων

Η θέση του εμβόλου μπορεί να παρασταθεί με το μέγεθος  $Y$ , όπου  $Y_0$  η αρχική θέση ισορροπίας των ροπών και της γωνιακής ταχύτητας. Η σχετική διαδρομή του εμβόλου μπορεί λοιπόν να παρασταθεί με την μεταβλητή:

$$y = \frac{Y - Y_0}{Y_0} \quad (2.47)$$

Από την οποία βγαίνει το συμπέρασμα :

- Αν  $y < 0$ : συμβαίνει κλείσιμο των ρυθμιστικών πτερυγίων
- Αν  $y > 0$ : συμβαίνει άνοιγμα των ρυθμιστικών πτερυγίων

Μέσω ανάλυσης που ξεφεύγει από τα όρια αυτής της εργασίας και με τις παραδοχές ότι η μεταβολή του πιεζομετρικού ύψους και η μεταβολή της ανθιστάμενης ροπής της γεννήτριας είναι μηδενικά η εξίσωση που καθορίζει το σχετικό άνοιγμα των πτερυγίων είναι η:

$$y = T_m \frac{d}{dt} \left( \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right) \quad (2.48)$$

Αν με  $\alpha$  παρασταθεί η ανηγμένη γωνιακή ταχύτητα  $\alpha = \omega/\omega_0$  προκύπτει η διαφορική εξίσωση:

$$\frac{d^2 \Delta \alpha}{dt^2} + \frac{\Delta \alpha}{T_a T_m} = 0 \quad (2.49)$$

Όπου  $T_a$  ονομάζεται χρόνος απόκρισης του ρυθμιστού. Η παραπάνω εξίσωση έχει λύση που παριστάνει αρμονική ταλάντωση της μορφής:

$$\Delta \alpha = C_1 \sin \frac{t}{\sqrt{T_a T_m}} + C_2 \cos \frac{t}{\sqrt{T_a T_m}} \quad (2.50)$$

Ωστόσο οι λύσεις αυτής της μορφής σε συνδυασμό με την (2.49) σχέση πολύ συχνά αποδεικνύεται ότι έχουν διαφορά φάσης  $90^\circ$  που σημαίνει ότι το έμβολο καθυστερεί στην απόκριση του με αποτέλεσμα η γωνιακή ταχύτητα να ταλαντώνεται επ' άπειρον και ως εκ τούτου το σύστημα να είναι ασταθές (φαινόμενο «hunting»). Προκειμένου να μην συμβαίνει αυτό το φαινόμενο, είναι απαραίτητη η εισαγωγή ανάδρασης, δηλαδή η εντολή για την μετατόπιση του εμβόλου λαμβάνει υπόψη την ίδια την μετατόπιση του.

Συνηθέστερα όμως ο ρυθμιστής εφοδιάζεται με αισθητήριο γωνιακής επιτάχυνσης.

Σε αυτήν τη περίπτωση η διαφορική εξίσωση που περιγράφει την ανηγμένη γωνιακή ταχύτητα είναι η:

$$\frac{d^2 \Delta \alpha}{dt^2} + K_0 \frac{d \Delta \alpha}{dt} + K_1 \Delta \alpha = 0 \quad (2.51)$$

Ταυτόχρονα, εκφράζονται σε ανηγμένα μεγέθη η εξίσωση (2.24) που εκφράζει την ισορροπία των στρεφόμενων μαζών υδροστροβίλου γεννήτριας:

$$I \frac{\omega_0^2}{N_0} \alpha \frac{d \alpha}{dt} = \frac{N - N_G}{N_0} = y \left( \frac{H}{H_0} \right)^{3/2} - y_0$$

Καθώς και η εξίσωση που εκφράζει την υπερπίεση ανάντι του υδροστροβίλου λόγω της ανάπτυξης υδραυλικού πλήγματος:

$$\Delta H = - \frac{L}{gA} \frac{dQ}{dt} \quad (2.52)$$

Οι 3 αυτές εξισώσεις εκφράζουν την δυναμική κατάσταση του συστήματος υδροστροβίλος-ρυθμιστής-αγωγός προσαγωγής. Προκύπτει λοιπόν μία ομογενής γραμμική διαφορική εξίσωση τρίτου βαθμού από την οποία προκύπτουν συνθήκες προκειμένου η συμπεριφορά του συστήματος να είναι ευσταθής. <sup>[5]</sup>

## Κεφάλαιο 3

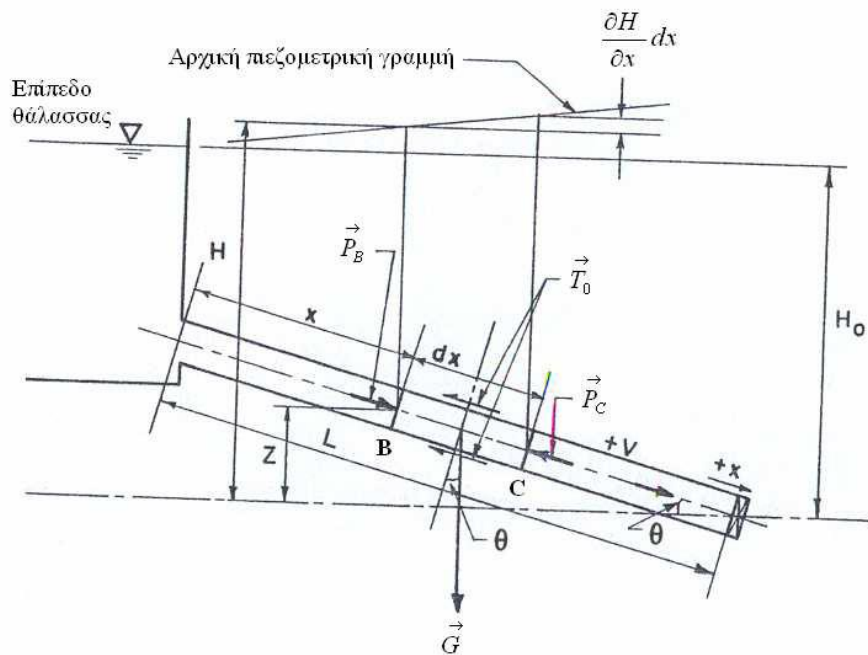
### Υδραυλικό πλήγμα

#### 3.1. Εισαγωγή

Σε μία υδροδυναμική εγκατάσταση πολλές φορές τυχαίνει να συμβαίνουν γρήγορες αλλαγές στις σταθερές συνθήκες λειτουργίας, όπως στην διακινούμενη παροχή. Αν και η θεωρία της συμπαγούς στήλης υγρού υποθέτει ότι η ταχύτητα είναι μόνο συνάρτηση του χρόνου, στην περίπτωση του νερού πρέπει να ληφθεί υπόψη η συμπίεστικότητα του ρευστού. Έτσι, η μέση ταχύτητα μέσα στον αγωγό είναι συνάρτηση όχι μόνο του χρόνου, αλλά και της θέσης, καθότι η διαταραχή έχει ορισμένη ταχύτητα και χρειάζεται χρόνο για να φτάσει στα σημεία του αγωγού μακριά από ότι προκάλεσε την διαταραχή.

Οι άγνωστοι που υπάρχουν σε μία τέτοια ανάλυση είναι δύο. Η ταχύτητα της ροής και η πιεζομετρική πίεση. Οι βασικές εξισώσεις που χρησιμοποιούνται είναι αυτή της ορμής και αυτή της συνέχειας.

#### 3.2. Εξίσωση ορμής



Εικόνα 3.1 Ανάλυση τμήματος αγωγού

Αν υποθέσουμε στοιχειώδες μήκος ενός αγωγού  $dx$  που σχηματίζει γωνία  $\theta$  με την οριζόντια κατεύθυνση, μπορούμε να θεωρήσουμε σε αυτό την εξίσωση της ορμής μεταξύ εισόδου και εξόδου. Η γωνία  $\theta$  είναι στα περισσότερα έργα μικρή καθώς μεγάλες γωνίες προκαλούν και μεγάλες επιταχύνσεις του ρευστού. Οι δυνάμεις που αναπτύσσονται στο ρευστό είναι από 3 πηγές.

- την στατική πίεση,
- την βαρυτική έλξη κατά την διεύθυνση του αγωγού
- την τριβή <sup>[5]</sup>

### 3.2.1. Στατική πίεση

Έστω η πιεζομετρική πίεση του ρευστού στην είσοδο του κομματιού:

$$H = \frac{p}{\rho g} + z \quad (3.1)$$

Στην είσοδο του κομματιού το ρευστό έχει πυκνότητα  $\rho$  και πίεση  $p$ . Στην έξοδο, εξαιτίας της εξίσωσης Bernoulli, η στατική πίεση ισούται με:

$$p_e = \rho g \left[ H - z + \left( \frac{\partial H}{\partial x} dx + \sin \theta \right) dx \right] \quad (3.2)$$

και αντίστοιχα η πυκνότητα ίση με:

$$\rho_e = \rho + \frac{\partial \rho}{\partial x} dx \quad (3.3)$$

Ωστόσο οι μεταβολές της πυκνότητας του νερού μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες, αφού πρόκειται για ασυμπίεστο ρευστό. Άρα οι όροι που περιέχουν το διαφορικό του δεύτερου όρου μπορούν να απαλειφθούν. Επιπλέον, η ελαστικότητα του αγωγού μπορεί να θεωρηθεί αρκετά μικρή έτσι ώστε να μην αλλάζει η διατομή του.

Άρα εξαιτίας της στατικής πίεσης στο κομμάτι αναπτύσσονται οι δυνάμεις:

- $\rho g A(H - z)$  στην είσοδο

- $\rho g A \left[ H - z + \left( \frac{\partial H}{\partial x} + \sin\theta \right) dx \right]$  στην έξοδο

### 3.2.2.Βαρύτητα

Η δύναμη της βαρύτητας μπορεί να εκφραστεί σαν μία δύναμη που εφαρμόζεται στο κέντρο βάρους και ισούται με:

$$G \approx \rho g \left( A + \frac{1}{2} \frac{\partial A}{\partial x} dx \right) \quad (3.4)$$

### 3.2.3.Τριβή

Προφανώς η τριβή είναι δύναμη που αντιτίθεται στην φυσική ροή. Αν συμβολίσουμε με  $\tau_o$  την διατμητική τάση που αναπτύσσεται στα τοιχώματα του κυκλικού αγωγού, τότε η αντίστοιχη δύναμη που ασκείται στο ρευστό είναι:

$$T = -\tau_o \pi D dx \quad (3.5)$$

Οπότε μπορούμε να εφαρμόσουμε το θεώρημα της ορμής το οποίο εκφράζει την επιτάχυνση που θα δεχτεί η στοιχειώδες μάζα ρευστού κάτω από την επίδραση των συγκεκριμένων δυνάμεων. Αν θεωρήσουμε τα διαφορικά δεύτερης τάξης αρκετά μικρά ώστε να αμεληθούν έχουμε την παρακάτω εξίσωση:

$$\rho g A \frac{\partial H}{\partial x} dx + \tau_o D dx + \rho A dx \frac{du}{dt} = 0$$

Με διαίρεση δια του όρου  $\rho A dx$  προκύπτει:

$$g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{du}{dt} + \frac{4\tau_o}{\rho D} = 0 \quad (3.6)$$

Από την θεωρία της ρευστομηχανικής γνωρίζουμε ότι η διατμητική τάση μπορεί να εκφραστεί για μόνιμη ροή σαν το γινόμενο:

$$\tau_o = \rho f \times u^2 / 8 \quad (3.7)$$

Αν δεχθούμε ότι η σχέση αυτή ισχύει και για την χρονικά μη μόνιμη ροή τότε η εξίσωση της ορμής μετασχηματίζεται σε:

$$g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{du}{dt} + f \frac{u^2}{2D} = 0 \quad (3.8)$$

Και με ανάλυση του ολικού διαφορικού σε άθροισμα μερικών:

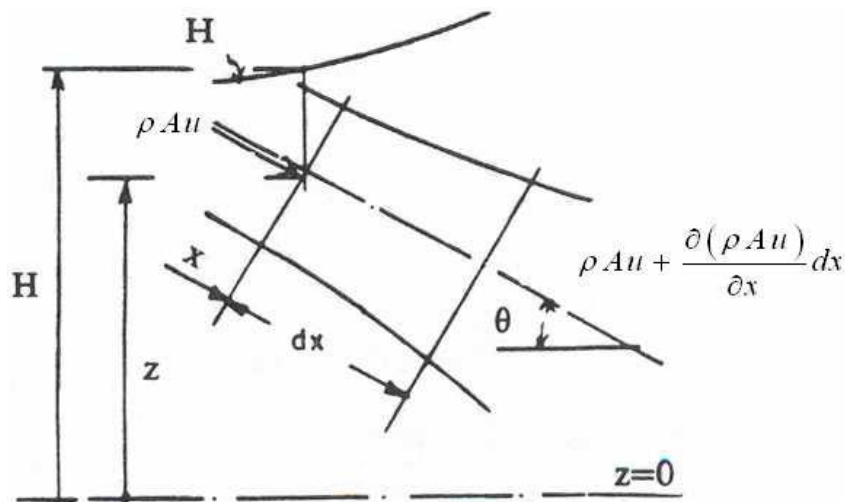
$$\frac{du}{dt} = u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial t} \quad (3.9)$$

Καταλήγουμε στην τελική εξίσωση της ορμής για το υδραυλικό πλήγμα (εξίσωση  $F_2$ )  
[5]

$$F_2 = g \frac{\partial H}{\partial x} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial t} + f \frac{u|u|}{2D} = 0 \quad (3.10)$$

### 3.3.Εξίσωση συνέχειας

Η εξίσωση της συνέχειας προβλέπει ότι σε ένα στοιχειώδες κομμάτι του αγωγού, η μάζα του υγρού που εισέρχεται ισούται με το άθροισμα της μάζα που εξέρχεται συν το ρυθμό μεταβολής της μάζας στο εσωτερικό του όγκου αναφοράς.



Εικόνα 3.2. Χρήση θεωρήματος της συνέχειας σε αγωγό

Ισχύουν οι παραδοχές της εξίσωσης της ορμής, δηλαδή ότι η μεταβολή της πυκνότητας και η κλίση του αγωγού είναι αμελητέα. Αρχικά λοιπόν έχουμε την εξίσωση:

$$\rho A u = \rho A u + \frac{\partial(\rho A u)}{\partial x} dx + \frac{\partial(\rho A \delta x)}{\partial x}$$



Διαιρώντας με την ποσότητα  $\delta m = \rho A \delta x$  και αναλύοντας του διάφορους όρους προκύπτει:

$$\frac{u}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{u}{A} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{1}{\delta x} \frac{d(\delta x)}{dt} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

Και χρησιμοποιώντας ολικά διαφορικά της πίεσης και της διατομής ως προς το χρόνο:

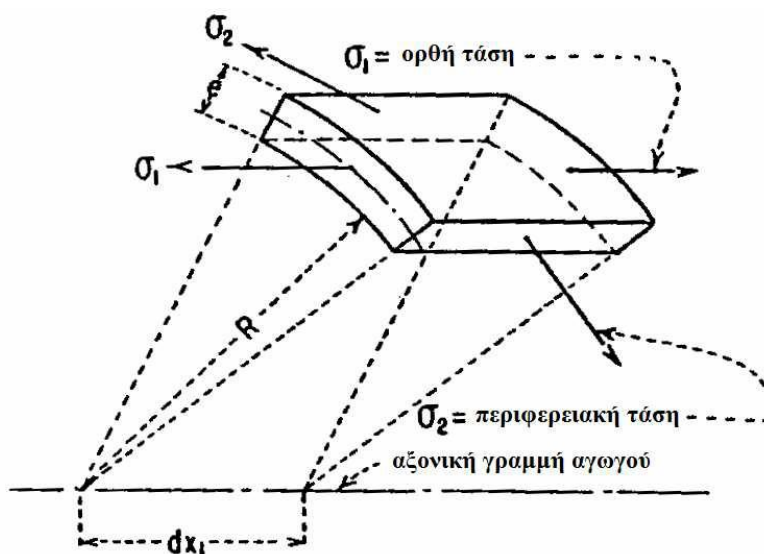
$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} + \frac{1}{\delta x} \frac{d(\delta x)}{dx} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

Αν θέσουμε την ποσότητα  $k = \rho \frac{dp}{d\rho}$  (μέτρο συμπιεστότητας υγρού) ο πρώτος όρος μπορεί να γραφτεί σαν  $\frac{1}{k} \frac{dp}{dt}$ .

Για τον δεύτερο όρο της παραπάνω εξίσωσης, γνωρίζουμε από την αντοχή υλικών ότι η μεταβολή της ακτίνας είναι αποτέλεσμα των τάσεων  $\sigma_1$  (αξονική τάση) και  $\sigma_2$  (περιφερειακή) και δίνεται από την σχέση:

$$\delta R = \frac{R + e/2}{E} (\delta \sigma_2 - \mu \delta \sigma_1) \approx \frac{R}{E} (\delta \sigma_2 - \mu \delta \sigma_1)$$

Όπου ο όρος  $e/2$  απαλείφεται αφού το πάχος του αγωγού μπορεί να θεωρηθεί αρκετά μικρότερο από την ακτίνα. Σαν  $E$  συμβολίζεται το μέτρο ελαστικότητας του αγωγού και σαν  $\mu$  ο συντελεστής Poisson.



Εικόνα 3.3. Σχηματική αναπαράσταση ορθών τάσεων

Η μεταβολή του μήκους του στοιχειώδους αγωγού δίνεται από τον τύπο:

$$\delta(\delta x) = \frac{\delta x}{E} (\delta \sigma_1 - \mu \delta \sigma_2) \quad (1) \quad (3.11)$$

Άρα τελικά ο δεύτερος όρος της εξίσωσης της συνέχειας μπορεί να γραφτεί σαν

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = \frac{1}{\pi R^2} \frac{d(\pi R^2)}{dt} = \frac{1}{\pi R^2} 2\pi R \frac{dR}{dt} = \frac{2\pi R R}{\pi R^2 E} \left( \frac{d\sigma_2}{dt} - \mu \frac{d\sigma_1}{dt} \right) = \frac{2}{E} \left( \frac{d\sigma_2}{dt} - \mu \frac{d\sigma_1}{dt} \right)$$

Αντίστοιχα ο όρος  $\frac{1}{\delta x} \frac{d(\delta x)}{dx}$  μπορεί να γραφτεί μέσω της (3.11):

$$\frac{1}{\delta x} \frac{d(\delta x)}{dx} = \frac{1}{E} \left( \frac{d\sigma_1}{dt} - \mu \frac{d\sigma_2}{dt} \right)$$

Οπότε τελικά η εξίσωση της συνέχειας μέσω αντικαταστάσεων καταλήγει στην μορφή:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{k} \frac{dp}{d\tau} + \frac{1}{E} \left( \frac{d\sigma_2}{dt} (2 - \mu) + \frac{d\sigma_1}{dt} (1 - 2\mu) \right) = 0 \quad (3.12)$$

Η μεταβολή της περιφερειακής ορθής τάσης  $\sigma_2$  για αγωγό κυκλικής διατομής όταν  $e \ll D$  δίνεται από τον τύπο:

$$\frac{d\sigma_2}{dt} = \frac{D}{2e} \frac{dp}{dt}$$

Δεδομένου ότι  $\sigma_2 = \frac{pD}{2e}$  παραλείποντας τα διαφορικά ανώτερης τάξεως. Για τον όρο  $\frac{d\sigma_1}{dt}$  διακρίνονται οι ακόλουθες τρεις περιπτώσεις:

1. Ο αγωγός συγκρατείται από το ένα άκρο και είναι ελεύθερος από το άλλο. Σε αυτή τη περίπτωση ο αγωγός είναι ελεύθερος να μεταβάλει το μήκος του και η αξονική τάση δίνεται από την σχέση  $\sigma_1 = \frac{pD}{4e}$ , άρα η ολική παράγωγος ως προς τον χρόνο ισούται με  $\frac{d\sigma_1}{dt} = \frac{D}{4e} \frac{dp}{dt}$  και η εξίσωση (3.12) γίνεται:  $\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{k} \frac{dp}{dt} \left( 1 + \frac{kD}{Ee} c_1 \right) = 0$ , όπου  $c_1 = 5/4 - \mu$
2. Ο αγωγός συγκρατείται και από τα δύο άκρα του, άρα έχει μηδενική μεταβολή μήκους ( $\delta(\delta x) = 0$ ) οπότε καταλήγουμε στο ότι  $\sigma_1 = \mu \sigma_2$  και η εξίσωση συνέχειας παίρνει την ίδια μορφή με πριν μόνο που πλέον  $c_1 = 1 - \mu^2$ .
3. Ο αγωγός συγκρατείται στα άκρα του με διασταλτικούς συνδέσμους που σημαίνει ότι μπορεί να μεταβάλει το μήκος του και στις δύο πλευρές. Τότε  $\delta \sigma_1 = 0$  και έχουμε την ίδια μορφή της εξίσωσης συνέχειας μόνο που  $c_1 = 1 - \mu/2$ .

Η τιμή του συντελεστή Poisson  $\mu$  είναι της τάξεως του 0.3 με αποτέλεσμα η τιμή του  $c_1$  να μην επηρεάζεται σημαντικά από την περίπτωση που έχουμε. Ορίζοντας την ταχύτητα διαταραχής:

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{\rho \times \left( \frac{1}{k} + \frac{D}{(E \times e)} \right)}}$$

Η εξίσωση της συνέχειας γράφεται:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho a^2} \frac{dp}{dt} = 0 \quad (3.13)$$

Το διαφορικό της πίεσης εξαιτίας του τύπου της πιεζομετρικής πίεσης μπορεί να αντικατασταθεί με:

$$\frac{dp}{dt} = \rho g \left( \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial x} \right) + g \rho \frac{\partial H}{\partial t}$$

Όπου  $dz/dx = \sin\theta$ . Έχει ειπωθεί ότι η κλίση του αγωγού είναι συνήθως αρκετά μικρή και το ημίτονό της μπορεί να παραληφθεί. Άρα καταλήγουμε στην δεύτερη βασική εξίσωση για την επίλυση του υδραυλικού πλήγματος:

$$F_1 = \frac{a^2}{g} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (3.14)$$

Οι εξισώσεις  $F_1$  και  $F_2$  δεν λύνονται με αλγεβρικές μεθόδους. Προκειμένου να λυθούν χρησιμοποιούνται αριθμητικές μέθοδοι όπως η μέθοδος των χαρακτηριστικών που αναλύεται στο επόμενο κεφάλαιο και η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων. <sup>[5]</sup>

### 3.4. Αρχή της μεθόδου των χαρακτηριστικών

Για να λυθούν οι εξισώσεις του υδραυλικού πλήγματος θέτουμε έναν άγνωστο πολλαπλασιαστή  $\lambda$  τέτοιο ώστε να δημιουργηθεί η εξίσωση  $F = F_1 + \lambda F_2 = 0$ . Αν αναδιατάξουμε της όρους των  $F_1$  και  $F_2$  μπορούμε να δημιουργήσουμε την:

$$F = \left[ \frac{\partial H}{\partial x} (u + \lambda g) + \frac{\partial H}{\partial t} \right] + \lambda \left[ \frac{\partial u}{\partial x} \left( u + \frac{a^2}{\lambda g} \right) + \frac{\partial u}{\partial t} \right] + u \sin \theta + \lambda f \frac{u|u|}{2D} = 0$$

Για να είναι ο πρώτος όρος της  $F$  ίσος με το ολικό διαφορικό  $dH/dt$  πρέπει να ισχύει:

$$\frac{dx}{dt} = u + \lambda g$$

Ομοίως ο δεύτερος όρος θα είναι ίσος με  $du/dt$  όταν:

$$\frac{dx}{dt} = u + \frac{a^2}{\lambda g}$$

Οι δύο αυτές εξισώσεις ικανοποιούνται ταυτόχρονα μόνο όταν

$$\lambda = \pm \frac{a}{g} \quad (3.15)$$

Από τα παραπάνω συμπεραίνεται ότι η εξίσωση  $F$  μπορεί να γραφτεί σαν σύστημα 2 εξισώσεων:

$$C^+ \begin{cases} \frac{dH}{dt} + \frac{a}{g} \frac{du}{dt} + u \sin \theta + \alpha f \frac{u|u|}{2gD} = 0 \\ \frac{dx}{dt} = u + a \end{cases}$$

$$C^- \begin{cases} \frac{dH}{dt} - \frac{a}{g} \frac{du}{dt} + u \sin \theta - \alpha f \frac{u|u|}{2gD} = 0 \\ \frac{dx}{dt} = u + a \end{cases}$$

Οι πιο πάνω εξισώσεις μπορούν να απλοποιηθούν περισσότερο. Συγκεκριμένα, η  $F_1$  μπορεί να πάρει την μορφή

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{g}{a^2} \frac{\partial H}{\partial t} = 0$$

Και αντίστοιχα στην εξίσωση  $F_2$  αν αμεληθούν οι υδραυλικές απώλειες ( $f=0$ ) και ληφθεί υπόψη ότι στην περίπτωση του υδραυλικού πλήγματος  $u \frac{\partial u}{\partial x} \ll \frac{\partial u}{\partial t}$  τότε μπορούμε να την γράψουμε στην μορφή:

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} = 0$$

Πρόκειται για δύο γραμμικές διαφορικές εξισώσεις κύματος. Αν παραγωγηθούν ως προς  $t$  και  $x$  προκύπτει σύστημα διαφορικών εξισώσεων υπερβολικού τύπου:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \quad (3.16)$$

Και

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3.17)$$

### 3.5. Επίλυση της μεθόδου των χαρακτηριστικών με τη χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Προκειμένου να λυθούν οι εξισώσεις (3.16) και (3.17) της προηγούμενης παραγράφου έχουν αναπτυχθεί τόσο γραφικές όσο και υπολογιστικές μέθοδοι. Για τα πλαίσια της συγκεκριμένης εργασίας θα αναπτυχθεί η υπολογιστική μέθοδος με την χρήση πεπερασμένων διαφορών.

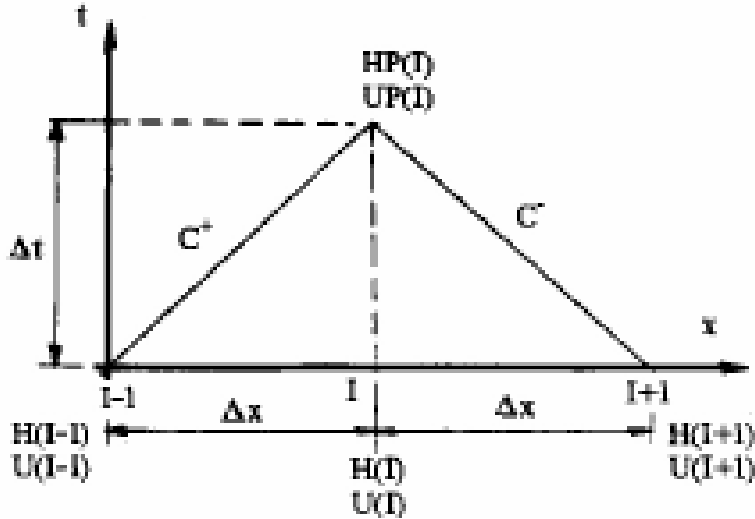
Για να χρησιμοποιηθεί η συγκεκριμένη μέθοδος είναι απαραίτητη μία παραδοχή. Συγκεκριμένα, ότι η ταχύτητα της ροής  $u$  είναι αρκετά μικρότερη της ταχύτητας της διαταραχής, ώστε να αμεληθεί. Αυτό συμβαίνει γιατί η ταχύτητα  $u$  είναι της τάξεως μερικών μονάδων m/s, ενώ η ταχύτητα της διαταραχής είναι της τάξης των 1000 m/s, αυτό αποδεικνύεται και από παράδειγμα σε επόμενο κεφάλαιο. Με αυτή τη παραδοχή οι εξισώσεις της προηγούμενης παραγράφου είναι ευθείες με κλίση  $\frac{dx}{dt} = \pm a$ . Οπότε, για να ξεκινήσουμε την μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών χωρίζουμε τον αγωγό σε τμήματα ίσου μήκους  $dx$ . Το χρονικό βήμα που αντιστοιχεί στο μήκος  $dx$  είναι  $\Delta t = \Delta x/a$  και προφανώς η μέθοδος είναι πιο λεπτομερής, όσο το μήκος  $\Delta x$  είναι μικρότερο.

Έστω ότι βρισκόμαστε στο  $I$  κομμάτι του αγωγού. Με δείκτη  $P$  συμβολίζεται η κατάσταση του αντίστοιχου σημείου την αμέσως επόμενη χρονική στιγμή, δηλαδή μετά από χρόνο  $\Delta t$ . Σύμφωνα με την εξίσωση  $C^+$  για την οποία ισχύει  $\frac{dx}{dt} = +a$ , τίθεται:

$$dH = HP(I) - H(I - 1)$$

$$dU = UP(I) - U(I - 1)$$

$$dt = \Delta t = \frac{\Delta x}{a}$$



Έτσι η  $C^+$  μπορεί να γραφτεί μέσω πεπερασμένων διαφορών:

$$HP(I) - H(I - 1) + \frac{a}{g} (UP(I) - U(I - 1)) + U(I - 1) \sin \theta \times \Delta t + \frac{af\Delta t}{2gD} U(I - 1) |U(I - 1)| = 0$$

Αντίστοιχα για την  $C^-$  ισχύει ότι  $\frac{dx}{dt} = -a$  και η  $C^-$  γράφεται:

$$HP(I) - H(I + 1) - \frac{a}{g} (UP(I) - U(I + 1)) + U(I + 1) \sin \theta \times \Delta t - \frac{af\Delta t}{2gD} U(I + 1) |U(I + 1)| = 0$$

Προσθέτοντας τις (2.7.1) και (2.7.2) απαλείφεται ο όρος  $UP(I)$  και έχουμε:

$$HP(I) = 0.5(H(I - 1) + H(I + 1)) + H(I + 1) + \frac{a}{g} (U(I - 1) - U(I + 1)) - \sin \theta \Delta t (U(I - 1) + U(I + 1)) - \frac{af\Delta t}{2gD} (U(I - 1) |U(I - 1)| - U(I + 1) |U(I + 1)|) = 0$$

Η παραπάνω σχέση έχει σημασία εφόσον η απόλυτη στατική πίεση είναι μεγαλύτερη από την πίεση ατμοποίησης  $H_s$  του υγρού. Αντίστοιχα αφαιρώντας τις (2.7.1) και (2.7.2) προκύπτει:

$$\begin{aligned}
UP(I) = & 0.5(U(I1) + U(I + 1)) + U(I + 1) + \frac{a}{g}(H(I - 1) - H(I + 1)) \\
& - \sin \theta \Delta t (U(I - 1) + U(I + 1)) \\
& - \frac{af\Delta t}{2gD} (U(I - 1)|U(I - 1)| - U(I + 1)|U(I + 1)|) = 0
\end{aligned}$$

Για να απλοποιηθούν περαιτέρω, θέτουμε το μέγεθος:

$$R = \frac{f \times \Delta x}{2gDA^2} \quad (3.18)$$

Και αντικαθιστούμε την ταχύτητα της ροής  $U$  με την παροχή  $Q=UA$  οπότε οι παραπάνω εξισώσεις γράφονται:

$$HP(I) - H(I - 1) + \frac{a}{gA}(QP(I) - Q(I - 1)) + RQ(I - 1)|Q(I - 1)| = 0$$

$$HP(I) - H(I + 1) + \frac{a}{gA}(QP(I) - Q(I + 1)) + RQ(I + 1)|Q(I + 1)| = 0 \quad (6)$$

Στην συνέχεια θέτουμε τα μεγέθη:

$$B = \frac{a}{Ag} \quad (3.19)$$

$$C_p = H(I - 1) + BQ(I - 1) - RQ(I - 1)|Q(I - 1)| \quad (3.20)$$

$$C_M = H(I + 1) - BQ(I + 1) + RQ(I + 1)|Q(I + 1)|$$

Καταλήγουμε λοιπόν στις εξισώσεις:

$$C^+ : HP = C_p - B \times QP \quad (3.21)$$

$$C^- : HP = C_M + B \times QP \quad (3.22)$$

Τα μεγέθη  $R$  και  $B$  είναι σταθερά καθ' όλη την διαδικασία καθώς εξαρτώνται μόνο από σταθερές του προβλήματος. Αντίθετα τα  $C_p$  και  $C_M$  πρέπει να υπολογίζονται σε κάθε χρονικό βήμα. Με υπολογισμένες τις αρχικές συνθήκες ύψους και παροχής οι άγνωστοι του προβλήματος είναι τα  $HP(I)$  και  $QP(I)$ . Πρώτα βρίσκεται το ύψος  $HP(I)=0.5(C_p+C_M)$  και στην συνέχεια με την βοήθεια μίας εκ των (3.21) ή (3.22) η αντίστοιχη τιμή του  $QP(I)$ .

Αν  $N$  είναι το πλήθος των τμημάτων που έχουμε χωρίσει τον αγωγό, τότε το πλήθος των σημείων ελέγχου είναι  $N+1$ . Οι παραπάνω εξισώσεις μπορούν να λυθούν για τα

σημεία  $I = 2 \div N$ . Για τα σημεία 1 και (N+1) πρέπει να γνωρίζουμε τις οριακές συνθήκες που επικρατούν εκεί. <sup>[5]</sup>

### 3.6.Οριακές συνθήκες

Τα δύο άκρα του αγωγού χαρακτηρίζονται ανάλογα με την αρχική μόνιμη ροή. Έτσι το σημείο από το οποίο ξεκινάει η ροή λέγεται ανάντι σημείο και είναι ο αριθμός 1 κόμβος της ανάλυσης, ενώ το σημείο στο οποίο καταλήγει η ροή ονομάζεται κατάντι και αποτελεί τον N+1 κόμβο της ανάλυσης. Στα δύο αυτά οριακά σημεία δεν είναι δυνατόν να εφαρμόσουμε ταυτόχρονα τις  $C^+$ ,  $C^-$ . Πιο αναλυτικά:

- Στο οριακό σημείο ανάντι μπορεί να γίνει χρήση μόνο της  $C^-$  αφού δεν έρχεται διαταραχή από την άλλη πλευρά
- Ομοίως στο οριακό σημείο κατάντι μπορεί να γίνει χρήση μόνο της  $C^+$ .

Η δεύτερη εξίσωση που θα χρησιμοποιηθεί για τον προσδιορισμό του ύψους και της παροχής στα ακραία σημεία εξαρτάται από το τι υπάρχει πέρα αυτών. Στην συνέχεια εξετάζονται μερικές συνήθειες, χαρακτηριστικές περιπτώσεις.

#### 3.6.1.Μεγάλη δεξαμενή ανάντι

Όταν ο αγωγός τροφοδοτείται από μεγάλη δεξαμενή ανάντι μπορούμε να ότι η στάθμη της παραμένει σταθερή. Ακόμα και οι μικρές μεταβολές στην στάθμη δεν αλλάζουν σημαντικά τις συνθήκες του προβλήματος και έτσι μπορούν να παραληφθούν. Όταν το νερό εισέρχεται στον αγωγό από την δεξαμενή έχουμε απώλειες που εκφράζονται σαν ποσοστό της κινητικής ενέργειάς του:

$$\delta h_e = k \frac{QP_1^2}{2gA^2}$$

Όπου k ο αντίστοιχος συντελεστής. Οπότε αν συμβολίσουμε με HR την στάθμη της άνω δεξαμενής, το ύψος στον πρώτο κόμβο ελέγχου θα είναι :

$$HP_1 = HR - (k + 1) \frac{QP_1^2}{2gA^2}$$

Η εξίσωση αυτή είναι η δεύτερη εξίσωση που επιλύεται μαζί με την  $C^-$  για να προκύψουν οι ζητούμενες τιμές  $QP$ ,  $HP$ . Απαλείφοντας τον όρο  $HP$  από αυτήν την εξίσωση και την (6) προκύπτει η εξίσωση:

$$k_1 QP_1^2 + B \times QP_1 - (HR - C_M) = 0$$



Όπου έγινε η αντικατάσταση  $k_1 = \frac{1+k}{2gA^2}$ . Άρα λύνεται η παραπάνω δευτεροβάθμια εξίσωση από την οποία βρίσκεται η τιμή της παροχής QP:

$$QP_1 = \frac{-B + \sqrt{B^2 + 4k_1(HR - C_M)}}{2k_1}$$

και στην οποία δεν λαμβάνεται υπόψη η αρνητική παροχή. Όταν υπάρξει λόγω μεταβατικού φαινομένου αντιστροφή της ροής τότε ο συντελεστής k μηδενίζεται, άρα ως μοναδική απώλεια λαμβάνεται η κινητική ενέργεια της ροής. Κατά συνέπεια το ύψος στον πρώτο κόμβο ελέγχου της σωλήνωσης είναι ίσο με:

$$HP_1 = HR + \frac{QP_1^2}{2gA^2} \quad (3.23)$$

Και σε συνδυασμό με την C η δευτεροβάθμια εξίσωση παίρνει την μορφή:

$$k_1QP_1^2 - B \times QP_1 + (HR - C_M) = 0$$

Με το  $k_1$  ισούται προφανώς με  $k_1 = \frac{1}{2gA^2}$ . Η (αρνητική) λύση της εξίσωσης είναι:

$$QP_1 = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4k_1(HR - C_M)}}{2k_1}$$

Στην περίπτωση που η ροή είναι αρκετά μικρή και μπορεί να αμεληθεί η κινητική ενέργεια είναι μηδενική και η παροχή δίνεται από:

$$QP_1 = \frac{HR - C_M}{B} \quad (3.24)$$

### 3.6.2.Μεγάλη δεξαμενή κατάντι

Αυτή η οριακή συνθήκη είναι παρόμοια με την προηγούμενη. Και εδώ γίνεται η υπόθεση της αμετάβλητης στάθμης. Όταν λοιπόν η ροή κατευθύνεται προς τη δεξαμενή οι απώλειες είναι ίσες με την κινητική ενέργεια του ρευστού, δηλαδή ίσες με:

$$\delta h_e = \frac{QP_{N+1}^2}{2gA^2}$$

Οπότε το ύψος στον τελευταίο κόμβο της σωλήνωσης θα είναι ίσο με:

$$HP_{N+1} = HR + \frac{QP_{N+1}^2}{2gA^2}$$

Και πλέον απαλείφεται ο όρος  $HP_{N+1}$  καταλήγοντας στην:

$$k_1 QP_{N+1}^2 + B \times QP_{N+1} + (HR - C_p) = 0$$

Με  $k_1$  να δίνεται ομοίως από την σχέση  $k_1 = \frac{1}{2gA^2}$ . Η θετική λύση της εξίσωσης είναι:

$$QP_{N+1} = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4k_1(HR - C_p)}}{2k_1}$$

Στην περίπτωση αντιστροφής της ροής οι απώλειες είναι πια ποσοστό της κινητικής ενέργειας

$$\delta h_e = k \frac{QP_{N+1}^2}{2gA^2}$$

Και το αντίστοιχο ύψος ίσο με:

$$HP_{N+1} = HR + k \frac{QP_{N+1}^2}{2gA^2}$$

Όμοια με πριν δημιουργείται δευτεροβάθμια εξίσωση με μοναδικό άγνωστο το  $QP_{N+1}$  και λαμβάνεται υπόψη μόνο η αρνητική λύση.

### 3.6.3 Βάννα στο κατάντι άκρο

Η βάννα χρησιμοποιείται ουσιαστικά σαν εντοπισμένη απώλεια σε μία σωλήνωση, έτσι ώστε να γίνει δυνατός ο έλεγχος της παροχής. Θεωρείται σαν ένα ανελαστικό στοιχείο διατομής  $A_d$ . Αυτό σημαίνει ότι δεν είναι δυνατή η μεταβολή του όγκου του περιεχόμενου σε αυτή ρευστό. Αν θεωρήσουμε το μέγεθος συντελεστής μορφής της βάννας  $C_d$  τότε η παροχή και το ύψος ανάντι και κατάντι αυτής δίνεται από τον τύπο:

$$Q = (A_d C_d) \sqrt{2gH}$$

Έτσι στην αρχικό μόνιμο σημείο λειτουργίας έχουμε:

$$Q_0 = (A_d C_d)_0 \sqrt{2gH_0}$$

Και για διαφορετικό άνοιγμα έχουμε:

$$Q_{N+1} = (A_d C_d) \sqrt{2gH_{N+1}}$$

Αν διαιρέσουμε κατά μέλη τις δύο τελευταίες σχέσεις και θέσουμε την ποσότητα

$$\tau = \frac{(A_d C_d)}{(A_d C_d)_0} \text{ προκύπτει ότι:}$$

$$\frac{QP_{N+1}}{Q_0} = \tau \sqrt{\frac{HP_{N+1}}{H_0}}$$

Η παράμετρος τα χαρακτηρίζει το άνοιγμα της βάννας και παίρνει τιμές:

- $\tau=1$  : για άνοιγμα ίσο με το αρχικό
- $\tau=0$  : για πλήρες κλείσιμο

Προκειμένου να βρεθεί η εξίσωση της συγκεκριμένης οριακής συνθήκης πρέπει να είναι γνωστός ο νόμος μεταβολή της ποσότητας  $\tau$  συναρτήσει του χρόνου.

Συμβολίζοντας με  $C_V$  το αποτέλεσμα  $C_V = \frac{(\tau Q_0)^2}{H_0}$  η παραπάνω εξίσωση μπορεί να επιλυθεί με την  $C^+$  και να σχηματίζουν δευτεροβάθμια εξίσωση ως προς την ζητούμενη παροχή:

$$QP_{N+1}^2 + BC_V QP_{N+1} - C_P C_V = 0 \quad (3.25)$$

Από την οποία κρατάμε την θετική λύση και το ζητούμενο ύψος δίνεται πλέον:

$$HP_{N+1} = C_P - BQP_{N+1} \quad (3.26)$$

### 3.6.4.Υδροστρόβιλος Francis στο κατάντι άκρο με σταθερές στροφές

Στην περίπτωση που έχουμε υδροστρόβιλο Francis με σταθερές στροφές και σταθερό άνοιγμα ρυθμιστικών πτερυγίων η χαρακτηριστική του μπορεί να προσεγγιστεί από ένα πολυώνυμο δευτέρου βαθμού:

$$H_T = A_1 + A_2 Q_T^2 \quad (3.27)$$

Όπου  $A_1, A_2$  οι συντελεστές του πολυωνύμου που μπορούν εύκολα να υπολογισθούν εφόσον είναι γνωστή η χαρακτηριστική του. Η καμπύλη αυτή είναι ουσιαστικά η οριακή συνθήκη για τον τελευταίο κόμβο και επιλυόμενη με την  $C^+$  δίνει:

$$QP_{N+1} = \frac{\left[ -B + \sqrt{B^2 - 4A_2(C_P - A_1)} \right]}{2A_2} \quad (3.28)$$

Οπότε προκύπτει και το αντίστοιχο ύψος. <sup>[5]</sup>

## Κεφάλαιο 4

### Περιγραφή υπολογισμών

Οι υπολογισμοί ξεκινάνε με την ανάγνωση της μηκοτομής και άλλων χαρακτηριστικών της εγκατάστασης:

- ύψη άνω και κάτω δεξαμενής
- διάμετροι και τραχύτητες σωληνώσεων
- παροχή, ύψος, στροφές και βαθμός απόδοσης του υδροστροβίλου στο κανονικό σημείο λειτουργίας

Στη συνέχεια υπολογίζονται περαιτέρω τα χαρακτηριστικά της σωλήνωσης όπως η ταχύτητα της διαταραχής

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{\rho \times \left( \frac{1}{k} + \frac{D}{(E \times e)} \right)}} \quad (4.1)$$

Και μέσω αυτής το χρονικό βήμα της επαναληπτικής διαδικασίας που θα ακολουθήσει.

$$\Delta t = \frac{L}{a \times N} \quad (4.2)$$

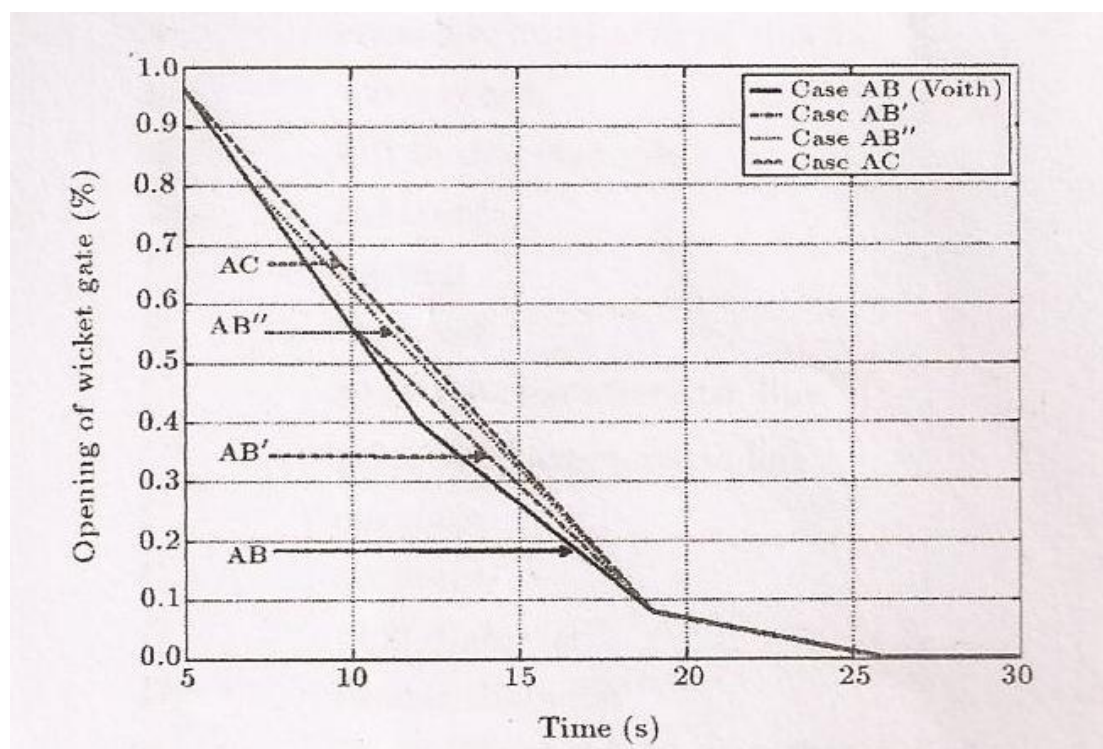
όπου  $N$  το πλήθος το τμημάτων όπου χωρίζουμε το μικρότερο κομμάτι του αγωγού (εδώ  $N=2$ ). Η συνολική σωλήνωση, για την διευκόλυνση των μετρήσεων, χωρίζεται σε 3 κομμάτια, δύο κομμάτια ανάντι του υδροστροβίλου και ένα κατάντι, το οποίο είναι και το μικρότερο. Πλέον κάθε τμήμα  $i$  της σωλήνωσης μπορεί να χωριστεί σε  $N_i$  τμήματα ελέγχου όπου

$$N_i = \alpha_i \times \Delta t \quad (4.3)$$

Αφού προσδιοριστεί η θέση κάθε τμήματος ελέγχου προχωρούμε στην αναθεώρηση των μηκών των κομματιών έτσι ώστε κάθε  $i$  κομμάτι της σωλήνωσης να έχει μήκος  $N_i \alpha_i \Delta t$ . Η διαφορά του πραγματικού μήκους (έστω  $x_i$ ) με το καινούργιο είναι αρκετά μικρή για να μην δημιουργεί σημαντικό λάθος στην διαδικασία. Σειρά έχει η ανάγνωση του νόμου κλεισίματος των ρυθμιστικών πτερυγίων.

Σύμφωνα με τους Vakil και Firoozabadi (2009) οι προτιμώμενοι νόμοι αποτελούνται από 2 ή 3 τμήματα, όπου σε κάθε τμήμα έχουμε γραμμικό κλείσιμο σε σχέση με το χρόνο και κάθε μετέπειτα τμήμα είναι πιο αργό από το προηγούμενο. Αυτό συμβαίνει γιατί κοντά στο πλήρες κλείσιμο μίας βάννας ή ρυθμιστικών πτερυγίων η πίεση

συνήθως αυξάνει δυσανάλογα λόγω της απότομης μεταβολής της παροχής. Παραδείγματα τέτοιων νόμων δίνονται από το παρακάτω διάγραμμα της σχετικής τους εργασίας.



Εικόνα 4.1. Παραδείγματα νόμων κλεισίματος

Παρ' όλα αυτά, για μικρά υδροηλεκτρικά έργα, όπως αυτά που μελετώνται στην συγκεκριμένη εργασία, μπορεί να υποτεθεί με ασφάλεια πλήρως γραμμικός νόμος κλεισίματος.

Συνέχεια έχει ο προσδιορισμός των αρχικών συνθηκών του συστήματος. Σε αυτές περιλαμβάνονται το ύψος και η παροχή σε κάθε σημείο ελέγχου, το αρχικό άνοιγμα της βάννας προκειμένου να επιτευχθεί η παροχή του κανονικού σημείου λειτουργίας, οι στροφές και η παραγόμενη ισχύς του υδροστροβίλου κ.α. . Για να γίνει αυτό υπολογίζεται αρχικά το αρχικό άνοιγμα της βάννας προκειμένου να επιτύχουμε την ονομαστική παροχή. Στην συνέχεια υπολογίζονται οι γραμμικές απώλειες κατά μήκος της σωλήνωσης. Σε μέτρα στήλης υγρού αυτές δίνονται από τον τύπο:

$$\delta h = \lambda \times \frac{L c^2}{d 2g} \quad (4.4)$$

Όπου:

- L: μήκος του αγωγού
- d: εσωτερική διάμετρος
- c: ταχύτητα ροής (σε m/s)
- λ: συντελεστής γραμμικών απωλειών

Σαν ταχύτητα της ροής λαμβάνεται η ονομαστική παροχή του υδροστροβίλου.

Ο συντελεστής γραμμικών απωλειών εξαρτάται από τον αριθμό Reynolds της ροής, από την μορφή και την τραχύτητα των τοιχωμάτων. Όσο μεγαλύτερος είναι αυτός ο αριθμός τόσο πιο τυρβώδης είναι η ροή.

$$Re = \frac{c \times d_H}{\nu}$$

Όπου  $\nu$  είναι η κινηματική συνεκτικότητα του ρευστού και  $d_H$  είναι η ισοδύναμη υδραυλική διάμετρος του σωλήνα. Προκειμένου για σωλήνωση με κυκλική διατομή αυτή ισούται με την εσωτερική διάμετρο.

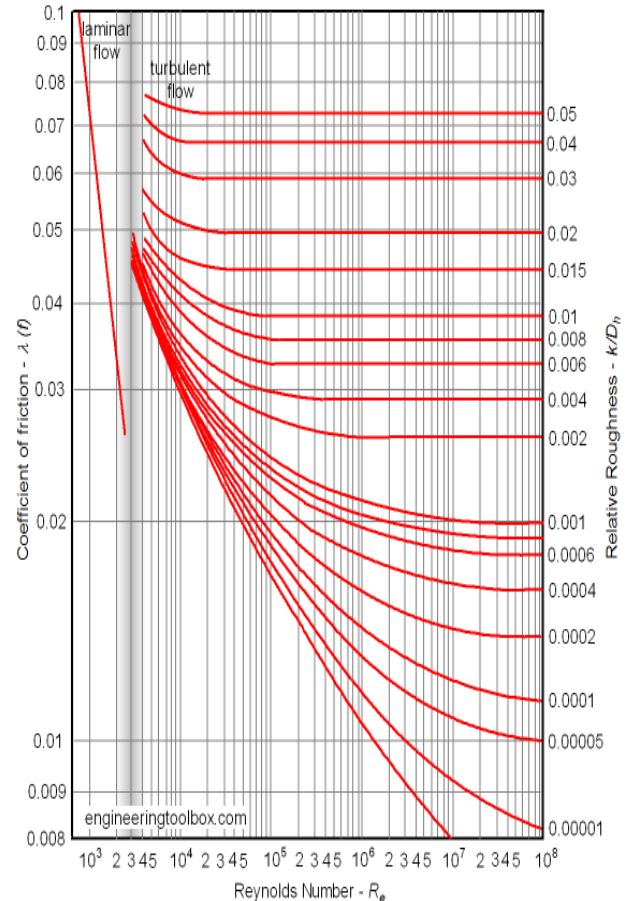
Μία γρήγορη αλλά μη ακριβής εκτίμηση του συντελεστή  $\lambda$  μπορεί να γίνει μέσω του διαγράμματος Moody. Για πιο ακριβή μέτρηση του συντελεστή έχουν προταθεί αρκετές σχέσεις που ισχύουν για συγκεκριμένα όρια του αριθμού Reynolds. Στις περιπτώσεις υδροηλεκτρικών έργων, εξαιτίας του μεγέθους των έργων, έχουμε ροές αρκετά μεγάλων αριθμών Reynolds ( $>4000$ ). Έτσι για να υπολογίσουμε τον συντελεστή γραμμικών απωλειών χρησιμοποιούμε την σχέση των Colebrook-White:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left( \frac{2.51}{Re \times \sqrt{\lambda}} + \frac{\varepsilon_s}{3.71} \right)$$

η οποία λύνεται με επαναληπτική διαδικασία μέχρι συγκλίσεως των τιμών του  $\lambda$ .

Αφού βρεθούν οι γραμμικές απώλειες στον αγωγό μπορούμε πλέον να βρούμε το αρχικό κλείσιμο των ρυθμιστικών πτερυγίων προκειμένου να αρχικοποιηθούν στις συνθήκες αναφοράς, με την βοήθεια και των καμπύλων WH και WB. Αφού συγκλίνουν οι τιμές παροχής και ύψους του στροβίλου σε αυτές του κανονικού σημείου λειτουργίας μπορεί να υπολογισθεί η ροπή που δέχεται, άρα και η ονομαστική ισχύς του ( $P = \omega \times T$ ).

Στην συνέχεια μέσω της σχέσης (4.4) των απωλειών ύψους βρίσκουμε την στάθμη σε κάθε ένα από τα  $N_i$  τμήματα ελέγχου των τριών αγωγών καθώς και τον χρόνο επιτάχυνσης της στήλης υγρού (σχέση 2.35) τόσο ανάντι όσο και κατάντι του υδροστροβίλου. Αφού έγινε η αρχικοποίηση των συνθηκών μπορεί πλέον να μελετηθεί η χειρίστη περίπτωση κατά την λειτουργία ενός υδροηλεκτρικού έργου, δηλαδή αυτή της πλήρης απόρριψης φορτίου κατά την πλήρη λειτουργία.



Εικόνα 4.2. Διάγραμμα Moody

Το χρονικό βήμα έχει προσδιοριστεί από την σχέση (4.2) . Υπολογίζονται λοιπόν τα αρχικά  $C_p$ ,  $C_M$  για καθένα από τα 3 τμήματα στα οποία έχουμε χωρίσει την σωλήνωση όπως αυτά ορίζονται από το αντίστοιχο κεφάλαιο. Οι οριακές συνθήκες που έχουμε είναι οι εξής:

- Στο πρώτο σημείο που αντιστοιχεί στην άνω δεξαμενή το οποίο έχει σταθερό ολικό ύψος ίσο με την στάθμη της.
- Στο τελευταίο κατάντι σημείο ελέγχου έχουμε μεγάλη δεξαμενή. Σε αυτή τη περίπτωση έχουμε υδραυλικές απώλειες στο στόμιο της δεξαμενής ίσες με την κινητική ενέργεια της ροής στο σημείο αυτό. Το ύψος και η παροχή στο συγκεκριμένο σημείο δίνονται από τις εξισώσεις του αντίστοιχου κεφαλαίου.

Στους υπολογισμούς εισέρχεται και ένα ειδικό κομμάτι που λαμβάνει υπόψη τις οριακές συνθήκες σε καθένα από τα τρία κομμάτια του αγωγού πράγμα απαραίτητο σε περίπτωση που ο αγωγός αλλάζει κάποιο από τα χαρακτηριστικά του όπως διάμετρος, πάχος, υλικό κ.α.

Επιπλέον υπολογίζεται η μεταβολή της στάθμης της κάτω δεξαμενής. Αυτός ο υπολογισμός είναι απαραίτητος, γιατί παρόλο που θεωρείται αρκετά μεγάλη δεξαμενή πρέπει η στάθμη της να μην πέσει κάτω από την στάθμη του τελευταίου σημείου της σωλήνωσης. Αφού προσδιοριστούν οι οριακές συνθήκες μπορεί πλέον να προχωρήσει η διαδικασία για την εύρεση των πιέσεων και παροχών από στιγμιαία απόρριψη φορτίο με χρονικό βήμα  $\Delta t$ . Χρησιμοποιούνται οι γνωστές σχέσεις του υδραυλικού πλήγματος:

$$B = \frac{a}{Ag}$$

$$C_p = H(I - 1) + BQ(I - 1) - RQ(I - 1)|Q(I - 1)|$$

$$C_M = H(I + 1) - BQ(I + 1) + RQ(I + 1)|Q(I + 1)|$$

$$C^+ : HP = C_p - B \times QP$$

$$C^- : HP = C_M + B \times QP$$

Από όπου υπολογίζονται τα ύψη και οι παροχές στα σημεία ελέγχου την επόμενη χρονική στιγμή.

Στη συνέχεια υπολογίζεται το άνοιγμα των ρυθμιστικών πτερυγίων από τον νόμο κλεισίματος μέσω γραμμικής παρεμβολής. Έπειτα, και με βάση το άνοιγμα των ρυθμιστικών πτερυγίων προσδιορίζονται οι αριθμοί  $WH$ ,  $WB$  και  $x = \arctan(v/a)$  του στροβίλου με την βοήθεια των χαρακτηριστικών καμπύλων του. Μέσω των αδιάστατων περιμέτρων μπορεί να καθοριστεί το σημείο λειτουργίας του υδροστροβίλου:

$$HP = H_0(\alpha^2 + v^2)(A_1 + A_0x)$$

$$M = M_0(\alpha^2 + \nu^2)(B_1 + B_0x)$$

Όπου  $A_1, A_0, B_1, B_0$  είναι οι συντελεστές γραμμικοποίησης των καμπύλων WH, WB για συγκεκριμένο άνοιγμα ρυθμιστικών πτερυγίων. Για να επιλυθούν οι παραπάνω εξισώσεις χρησιμοποιούμε τις παρακάτω σχέσεις:

1. Η εξίσωση που εκφράζει το ισοζύγιο ύψους, δηλαδή ότι η διαθέσιμη υδραυλική πτώση είναι σημείο των χαρακτηριστικών καμπύλων:

$$F_1: HCP - BQ_0\nu - H_0(\alpha^2 + \nu^2)(A_1 + A_0x) = 0$$

2. Η εξίσωση που εκφράζει το ισοζύγιο των στρεπτικών ροπών:  $\frac{M}{M_0} - \frac{P_0}{a} \frac{I}{M_0\omega_0} =$

$\frac{\omega_0 \Delta\alpha}{M_0 \Delta t}$  η οποία μπορεί να γραφτεί με την βοήθεια WB:

$$F_2: (\alpha^2 + \nu^2)(B_1 + B_0x) + \beta_0 - C_3 \left[ \frac{P_G}{a} - \left( \frac{P_G}{a} \right)_0 \right] - \frac{2T_m}{\Delta t} (a - a_0) = 0$$

Στην διάταξη των υπολογισμών δεν υπάρχει ρυθμιστής στροφών, οπότε αυτές είναι οι δύο κύριες εξισώσεις.

Με δοκιμές βρίσκουμε το σημείο εκείνο  $(\alpha, \nu)$  για το οποίο οι  $F_1, F_2$  συγκλίνουν στο 0, άρα και η παροχή και η ταχύτητα περιστροφής του υδροστροβίλου. Επιπλέον μπορούν να βρεθούν και οι τιμές των WH, WB από τις οποίες υπολογίζονται η ανηγμένη πιεζομετρική πίεση και η ανηγμένη ροπή που ασκείται στην πτερωτή. Στην συνέχεια χρησιμοποιώντας τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής βρίσκεται η μηχανική ενέργεια που αποθηκεύεται με την μορφή κινητικής ενέργειας στις περιστρεφόμενες μάζες.

Μετά την συμπλήρωση ενός αρκετά μεγάλου χρονικού διαστήματος (στην περίπτωση της συγκεκριμένης αριθμητικής διεργασίας 200 sec) συγκεντρώνονται και αναλύονται όλα τα αποτελέσματα, κυρίως οι μέγιστες και ελάχιστες τιμές των κυρίων παραμέτρων του υδροστροβίλου και της σωλήνωσης. Για τον υπολογισμό μεγεθών σε συνθήκες φυγής τα ρυθμιστικά πτερύγια μένουν πάντα σε πλήρως ανοιχτή θέση καθ όλη την διάρκεια της διαδικασίας.

Σημειώνεται, επίσης, ότι λόγω του φθίνοντος υψομέτρου της μηκοτομής κατά μήκος του αγωγού δίνεται μεγαλύτερη σημασία στις υπερπίεσεις που δημιουργούνται από ότι στις υποπίεσεις, αφού δεν είναι δυνατόν να αναπτυχθεί σε τιμές που περνάνε την πίεση ατμοποίησης.



## Κεφάλαιο 5

### Προηγούμενες μελέτες

Αρκετές μελέτες έχουν γίνει προκειμένου να προσδιοριστούν όσο το δυνατόν ακριβέστερα οι συνθήκες που μπορούν να δημιουργηθούν σε μία υδροδυναμική εγκατάσταση σε ακραία περίπτωση, όπως είναι η ακαριαία απόρριψη φορτίου. Η ανάγκη που δημιούργησε αυτές τις μελέτες ήταν οικονομοτεχνική, όσο πιο κοντά ήταν οι προβλέψεις για τις υπερπιέσεις και τις ταχύτητες φυγής στις πραγματικές, τόσο οι συντελεστές ασφαλείας ήταν μικρότεροι και άρα πιο συμφέρουσα από οικονομικής άποψης η επένδυση.

Επιπλέον, οι μέθοδοι που έχουν αναπτυχθεί οφείλουν να είναι όσο το δυνατόν πιο γενικές, προκειμένου να είναι εφαρμόσιμες σε πιο ευρύ φάσμα εφαρμογών. Για αυτό τον λόγο, συχνά χρησιμοποιούνται μεγέθη τα οποία μπορούν να είναι γνωστά στα πρώτα στάδια μελέτης, όπως ο χρόνος επιτάχυνσης της ροής  $T_w$ , ο χρόνος επιτάχυνσης στρεφόμενων μαζών  $T_m$  και ο χαρακτηριστικός χρόνος της σωλήνωσης  $T_E$ . Με το πέρασμα των χρόνων, όπου η υπολογιστική δύναμη και η πολυπλοκότητα των αριθμητικών μεθόδων αυξάνεται, έχει γίνει δυνατή η καλύτερη ανάλυση των συνιστωσών του προβλήματος και ως αποτέλεσμα, υπάρχει μεγαλύτερο επίπεδο εμπιστοσύνης.

Μία από τις πρώτες σχέσεις που αναπτύχθηκαν βασίζεται στις χρονικές σταθερές του συστήματος και συγκεκριμένα χαρακτηριστικά του εξοπλισμού για να υπολογίσει το αποτέλεσμα της υδραυλικής απόκρισης της διάταξης.

$$\frac{\Delta H_{max}}{H_0} = K_c \frac{T_w}{T_c} \quad (5.1)$$

Όπου σαν  $T_c$  συμβολίζεται ο χρόνος κλεισίματος των ρυθμιστικών πτερυγίων.

Η σταθερά  $K_c$  εξαρτάται από τον ειδικό αριθμό στροφών του υδροστροβίλου (Lein 1965) και παίρνει τιμές από  $K_c=1.3$  για υψηλές τιμές του ειδικού αριθμού στροφών έως  $K_c=1.5$  για χαμηλότερες τιμές. Από την άλλη πλευρά, η εξίσωση του Michaud (Michaud 1878) προβλέπει τιμή  $K_c=2$ .

Έπειτα ο Lein (1965) πρότεινε μία σχέση για τον υπολογισμό της υπερτάχυνσης η οποία προφανώς λάμβανε υπόψη και την αδράνεια των στρεφόμενων μαζών.

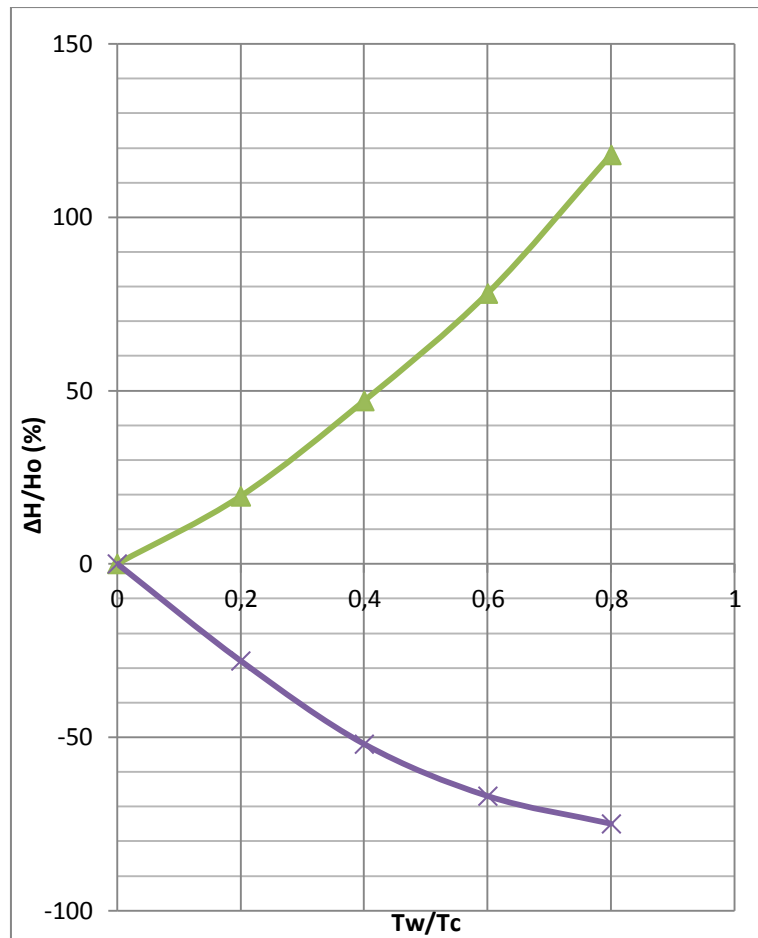
$$\frac{\Delta n}{n} = \sqrt{1 + K \times T_c \frac{(1 + \Delta H)}{T_m}} - 1 \quad (5.2)$$

Στην οποία σαν  $\Delta H$  συμβολίζεται η υπερπίεση εξαιτίας του υδραυλικού πλήγματος (ως ποσοστό της αρχικής πίεσης) και η σταθερά  $K$  εξαρτάται από το είδος του υδροστροβίλου. Ενδεικτικά, για υδροστρόβιλο Pelton  $K=0.9$  και για υδροστρόβιλο Francis  $K=0.8$ .

Παρακάτω παρουσιάζονται οι σημαντικότερες μελέτες που έχουν αναπτυχθεί για την πρωταρχική ανάλυση της υπερπίεσης και της ταχύτητας φυγής ως τώρα καθώς και τα αποτελέσματα αυτών. Μπορεί εύκολα να παρατηρηθεί, ότι όσο πιο σύγχρονη είναι μία μελέτη, τόσο πιο πολλές παραμέτρους λαμβάνει υπόψη. Έτσι, ενώ σύμφωνα με τις μετρήσεις του Hadley (1970) η μέγιστη υπερπίεση σε περίπτωση απόρριψης φορτίου είναι ανεξάρτητη από τον χαρακτηριστικό χρόνο επιτάχυνσης των στρεφόμενων μαζών, σε μελέτη των Ramos- Almeida (1995) ο χρόνος  $T_m$  αλλά και ο χαρακτηριστικός χρόνος της σωλήνωσης παίζουν σημαντικό ρόλο στην τελική τιμή του συγκεκριμένου μεγέθους.

### 5.1. Μελέτη Hadley

Έχοντας καθορίσει τα βασικά στοιχεία της εγκατάστασης, τον χρόνο επιτάχυνσης της στήλης νερού και το χρόνο κλεισίματος των ρυθμιστικών πτερυγίων ο B. Hadley προσπάθησε να απλοποιήσει τον αρχικό υπολογισμό μέγιστης υπερπίεσης, ελάχιστης υποπίεσης και μέγιστης υπερτάχυνσης που μπορούν να συμβούν σε ολική απόρριψη φορτίου. Σύμφωνα με τις μετρήσεις του προέκυψε ένα διάγραμμα και μία σχέση που μπορούν να χρησιμοποιηθούν στο πρωταρχικό στάδιο της μελέτης.



Εικόνα 5.0.1. Μεταβολή της μέγιστης υπερπίεσης και ελάχιστης υποπίεσης σε σχέση με τον χρόνο κλεισίματος ρυθμιστικών πτερυγίων (Hadley 1970)

Η καμπύλη του διαγράμματος υποδεικνύει μία εκθετική σχέση μεταξύ των δύο συντεταγμένων του. Επίσης φαίνεται ότι ενώ η ελάχιστη υποπίεση τείνει προς έναν σταθερό αριθμό όσο μειώνεται ο χρόνος κλεισίματος, η μέγιστη υπερπίεση αυξάνεται με εκθετικό ρυθμό. Σε κάθε περίπτωση, ο χρόνος πλήρους κλεισίματος των ρυθμιστικών πτερυγίων οφείλει να είναι μεγαλύτερος του χρόνου επιτάχυνσης της στήλης υγρού για να αποφευχθούν έντονα φαινόμενα υδραυλικού πλήγματος.

Σε συνάρτηση με το προηγούμενο διάγραμμα αναπτύχθηκε μία σχέση για τον υπολογισμό της μέγιστης ταχύτητας του υδροστροβίλου. Στην συγκεκριμένη σχέση κύριο λόγο παίζουν η μέγιστη πίεση που μπορεί να βρεθεί από το προηγούμενο διάγραμμα, ο λόγος  $T_w/T_c$  και μία σταθερά πειραματικά προσδιορισμένη. Συνήθως, προκειμένου να υπάρχει σταθερός έλεγχος των στρεφόμενων μαζών η το ποσοστό της μεταβολής της ταχύτητας δεν θα πρέπει να υπερβαίνει το 60%.

$$\frac{\Delta n}{n} = \sqrt{1 + K \times T_c \frac{(1 + \Delta H)^{3/2}}{T_m}} - 1 \quad (5.3)$$

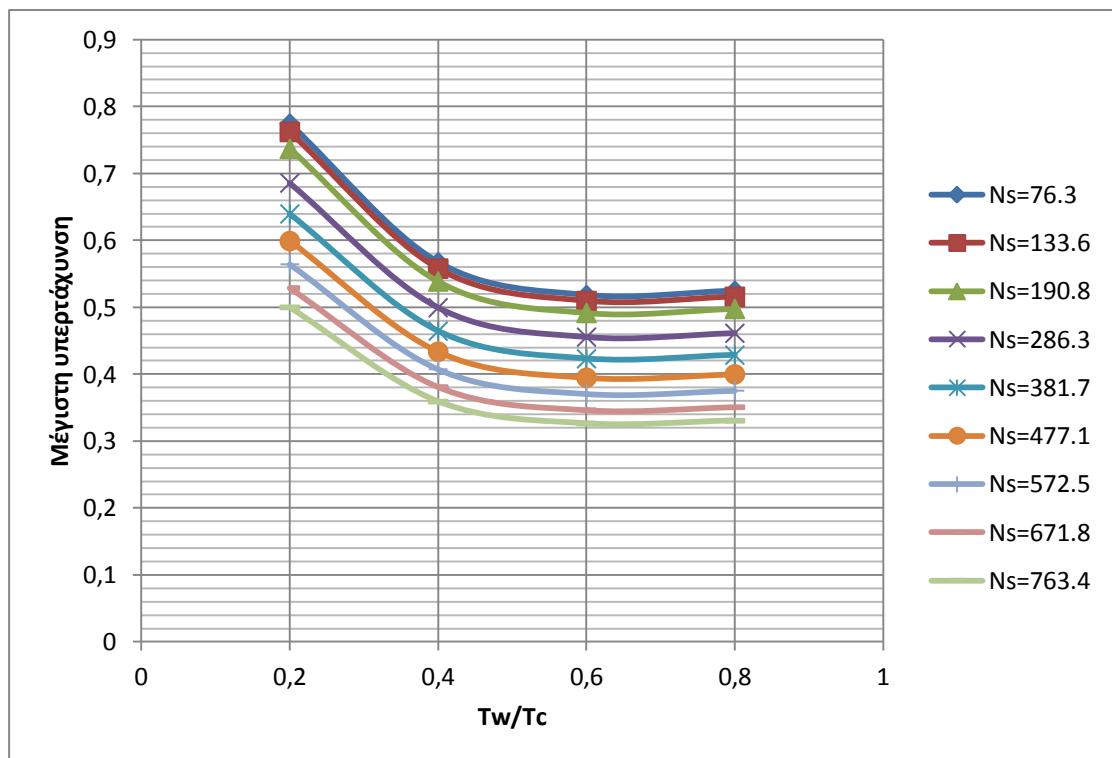
Η οποία μοιάζει αρκετά με την σχέση που είχε προτείνει ο Lein (1965), αν και βγάζει μεγαλύτερα αποτελέσματα εξαιτίας του εκθέτη στον παράγοντα της υπερπίεσης. Η σχέση του Lein εφαρμόζεται κυρίως σε περιπτώσεις όπου ισχύει  $\Delta n/n_0 = 0.5$ .

$$\frac{\Delta n}{n} = \sqrt{1 + K \times T_c \frac{(1 + \Delta H)}{T_m}} - 1 \quad (5.4)$$

Η σταθερά K εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του υδροστροβίλου και ισχύει ο παρακάτω πίνακας:

Τιμές τις σταθεράς K σε σχέση με την ειδική ισχύ (Hadley, 1970)									
Ns (m, kW)	76,3	133,6	190,8	286,3	381,7	477,1	572,5	671,8	763,4
K	0,98	0,96	0,92	0,84	0,77	0,71	0,66	0,61	0,57

Με βάση τα παραπάνω καταλήγουμε στο παρακάτω διάγραμμα που με βάση τη σχέση το Hadley δίνει την μέγιστη ταχύτητα περιστροφής με παραμέτρους τον λόγο  $T_w/T_c$  και τον ειδικό αριθμό ισχύος.



Εικόνα 5.0.2. Μέγιστη υπερτάχυνση ως ποσοστό της αρχικής ταχύτητας συναρτήσει του λόγου  $T_w/T_c$

Από το διάγραμμα βγαίνει το λογικό συμπέρασμα ότι όσο μεγαλύτερος είναι ο χρόνος κλεισίματος τόσο μεγαλώνει η μέγιστη ταχύτητα που επιτυγχάνεται από τον στρόβιλο.

Επιπλέον, προκειμένου να γίνεται εύκολος ο έλεγχος της υπερτάχυνσης του υδροστροβίλου ο Hadley προτείνει να δημιουργούνται εγκαταστάσεις με τις ακόλουθες σχέσεις μεταξύ των μεγεθών  $T_w$  και  $T_m$ :

- $T_m = 2.5T_w \begin{cases} \text{Στρόβιλοι Pelton} \\ \text{Στρόβιλοι Francis με βαλβίδα υπερπίεσης} \end{cases}$
- $T_m = 3.0T_w \{ \text{Στρόβιλοι Francis} \}$

## 5.2. Μελέτη του Bureau of Reclamation

Η υπηρεσία Bureau of Reclamation του τμήματος εσωτερικών των ΗΠΑ έχει δημοσιεύσει εργασία με την οποία συσχετίζει την υπερτάχυνση του υδροστροβίλου με τα χαρακτηριστικά αυτού και της εγκατάστασης. Βασικός σκοπός του σχετικού εγγράφου είναι να προσδιοριστεί σε αρχικό στάδιο αν η εγκατάσταση θα χρειαστεί πύργο ανάπαλσης προκειμένου να απορροφηθούν μεγάλες αλλαγές στην ταχύτητα του στροβίλου.

Συγκεκριμένα, αν συμβολίσουμε με  $n_{rw}$  την ταχύτητα φυγής τότε για το κανονικό σημείο λειτουργίας αυτή αναμένεται να μην ξεπεράσει τις ακόλουθες τιμές:

$$\frac{n_{rw}}{n} = 0.85 \times (N_s)^{1/3} \quad (U.S.)$$

$$\frac{n_{rw}}{n} = 0.63 \times (N_s)^{1/3} \quad (metric)$$

Στην περίπτωση όπου έχουμε μέγιστο ύψος ( $h_{max}$ ) στην είσοδο του στροβίλου τότε η μέγιστη ταχύτητα φυγής που μπορεί να αναπτυχθεί δίνεται από τον τύπο:

$$n_{max} = n_{rw} \times \left( \frac{h_{max}}{h_R} \right)^{1.2} \quad (5.5)$$

Αυτή είναι και η χειρίστη περίπτωση η οποία πρέπει να υπολογίζεται πριν αποφασιστεί το είδος του στροβίλου που θα χρησιμοποιηθεί.

Προκειμένου να γίνει συστηματική προκαταρκτική ανάλυση σχετικά με την υπερτάχυνση που αναμένεται να αναπτυχθεί χρησιμοποιείται το παρακάτω

διάγραμμα, το οποίο βοηθάει στην εύρεση της μέγιστης ταχύτητας περιστροφής στην περίπτωση ακαριαίας απόρριψης φορτίου ενώ υπήρχε λειτουργία στο κανονικό σημείο. Έτσι, αρχικά υπολογίζουμε τον πλήρη χρόνο κλεισίματος της βάνας ο οποίος ισούται με το άθροισμα του πραγματικού χρόνου κλεισίματος και του χρονικού διαστήματος που απαιτείται για την απόκριση του συστήματος (συνήθως, γύρω στα 0.25 sec).

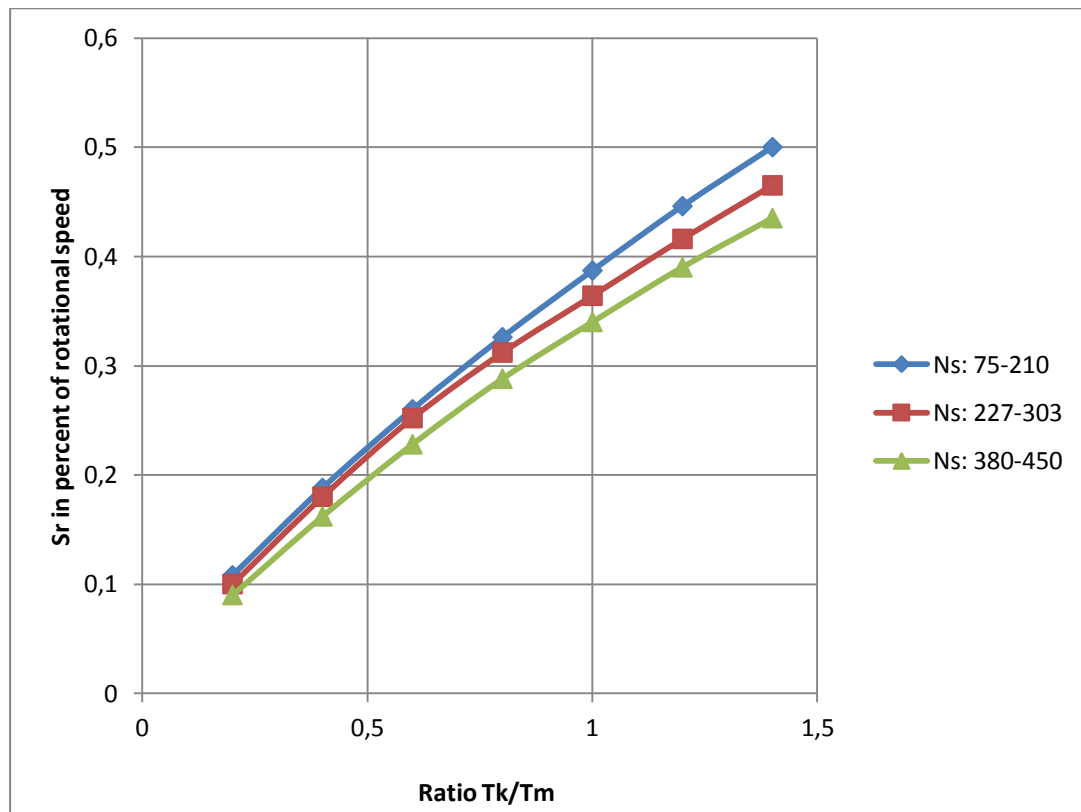
$$T_k = 0.25 + T_f \quad (5.6)$$

Για κάθε λόγο  $T_k/T_m$  και ανάλογα με την ειδική ισχύ  $N_s$  παίρνουμε μία τιμή της μεταβλητής  $S_R$  από το δοσμένο διάγραμμα. Στην συνέχεια, υπολογίζουμε την μεταβλητή :

$$K = \frac{T_w}{T_f} \quad (5.7)$$

Και πλέον η μέγιστη δυνατή ταχύτητα δίνεται σαν ποσοστό της αρχικής από τον τύπο:

$$S'_R = S_R \times (1 + K) \quad (5.8)$$



Εικόνα 5.0.3. Διάγραμμα υπολογισμού της μεταβλητής  $S_R$  του Bureau of Reclamation

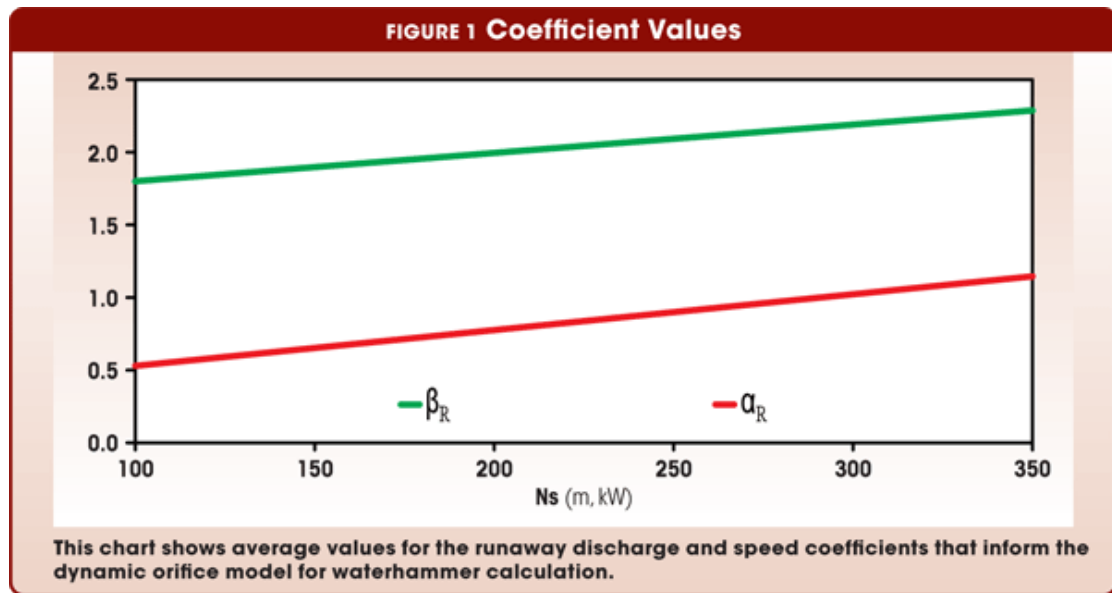
Σύμφωνα με την ίδια εργασία, προκειμένου να ελαχιστοποιηθούν οι ταλαντώσεις στον κύριο άξονα της εγκατάστασης, η ταχύτητα περιστροφής δεν θα πρέπει να αυξάνεται πάνω από 60%, ενώ στο διάστημα 35%-45% έχουμε ικανοποιητική λειτουργία. Επιπλέον, μονάδες για τις οποίες ισχύει  $T_m \geq 2 \times (T_w)^2$  αναμένεται να έχουν καλή συμπεριφορά όσο αφορά τον έλεγχό τους. <sup>[15]</sup>

### 5.3. Μελέτη των Ramos-Almeida

Οι μηχανικοί Helena Ramos και A.Betamio De Almeida έχουν κάνει εκτενείς μετρήσεις και εργασίες πάνω στην ταχύτητα φυγής και την υπερπίεση που μπορεί να εμφανιστεί σε έναν αγωγό μετά από πλήρη απόρριψη φορτίου. Ανάμεσα στις συνήθεις παραμέτρους  $T_w$ ,  $T_C$ ,  $T_M$  εισέρχονται και δύο αδιάστατες παράμετροι  $\alpha_R$  και  $\beta_R$  οι οποίες χαρακτηρίζουν τις συνθήκες φυγής. Η παράμετρος  $\alpha_R$  ονομάζεται παροχή φυγής και η  $\beta_R$  ισοδύναμη ταχύτητα. Οι τιμές τους δίνονται από τους τύπους:

$$\alpha_R = \frac{Q_{RW} / \sqrt{H_{RW}}}{Q_0 / \sqrt{H_0}} \quad \beta_R = \frac{n_{RW} / \sqrt{H_{RW}}}{n_0 / \sqrt{H_{RW}}} \quad (5.9)$$

Αυτές οι παράμετροι εξαρτώνται από τον τύπο του υδροστροβίλου. Για έναν στρόβιλο με χαμηλό αριθμό  $N_s$  (υδροστρόβιλοι αντιδράσεως) ισχύει ότι  $\alpha_R < 1$  και για υψηλό αριθμό  $N_s$  ότι  $\alpha_R > 1$ . Στην πράξη, οι κατασκευαστές των υδροστροβίλων υπολογίζουν αυτούς τους αριθμούς μετά από ειδικές μετρήσεις. Σύμφωνα με δημοσιευμένες πληροφορίες (Falazare 1991, Ramos 1995 και 2000) οι τιμές των παραμέτρων μπορούν να εκτιμηθούν σύμφωνα με μίας επόμενους τύπους και το σχετικό σχήμα:



Εικόνα 5.4.. Ενδεικτικό διάγραμμα εύρεσης  $\alpha_R$  και  $\beta_R$  συναρτήσει του ειδικού αριθμού στροφών

$$\alpha_R = 0.3 + 0.0024N_s \quad \beta_R = 1.6 + 0.002N_s$$

Ειδικά για μικρά υδροηλεκτρικά έργα με υδροστρόβιλο αντιδράσεως με μικρή αδράνεια μπορεί να θεωρηθεί ότι  $\beta_R = 2 \pm 20\%$

### 5.3.1. Μοντέλο δυναμικού στομίου

Σύμφωνα με το μοντέλο που προτείνουν οι Ramos και Almeida, ο υδροστρόβιλος μπορεί να παρομοιαστεί με ένα δυναμικό στόμιο, προκειμένου να προσδιοριστούν οι χείριστες συνθήκες που μπορούν να παρουσιαστούν κατά την λειτουργία του. Έτσι, θεωρούμε ότι ο στρόβιλος λειτουργεί σαν μια υδραυλική αντίσταση. Σε αυτήν τη περίπτωση η αλλαγή στο ύψος του στροβίλου μπορεί να συνδεθεί με την αδιάστατη παροχή μέσω μίας εξίσωσης που λαμβάνει υπόψη δύο παραμέτρους. Την παράμετρο κλεισίματος ( $C_g$ ) και την παράμετρο ταχύτητας του δρομέα ( $C_s$ ).

$$q = C_g C_s \sqrt{h} \quad (5.10)$$

Η παράμετρος κλεισίματος προσδιορίζει ουσιαστικά τον νόμο παροχής του στροβίλου, για δεδομένο ύψος και ταχύτητα λειτουργίας, σαν συνάρτηση του ανοίγματος της βάννας. Παίρνει τιμές από το 0 μέχρι το 1, ανάλογες με την θέση ανοίγματος της.

Αντίθετα, η παράμετρος ταχύτητας του δρομέα τροποποιεί την παροχή ανάλογα με το ύψος και την ταχύτητα περιστροφής. Για να προσδιοριστεί, υποτίθεται γραμμική



σχέση μεταξύ παροχής και ταχύτητας περιστροφής κάτω από συνθήκες φυγής. Σύμφωνα με μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν η παράμετρος αυτή μπορεί να υπολογισθεί από την σχέση:

$$C_S = 1 + \frac{a_R - 1}{\beta_R - 1} \left( \frac{n}{\sqrt{h}} - 1 \right) \quad (5.11)$$

Μία άλλη βασική παράμετρος που εισέρχεται της υπολογισμούς είναι η ροπή που ασκείται στον δρομέα και σύμφωνα με την υπόθεση της γραμμικής μεταβολής μπορεί να προσδιοριστεί σύμφωνα με τον τύπο:

$$b = \frac{T_T}{T_{T_R}} = h^{3/2} C_g \frac{e}{h} \left[ 1 - \frac{\left( \frac{n}{\sqrt{h}} - 1 \right)}{(\beta_R - 1)} \right] \quad (5.12)$$

Ένας άλλος τρόπος προσδιορισμού του  $C_S$  έχει προταθεί, ο οποίος λαμβάνει υπόψη αδιάστατες παραμέτρους λειτουργίας του στρόβιλου (παραμέτρους του Suter)

$$q = \frac{Q}{Q_R}, h = \frac{H}{H_R}, n = \frac{N}{N_R}, b = \frac{T}{T_R}, \theta = \tan^{-1} \frac{n}{q}$$

$$WH = \frac{h}{(n^2 + q^2)}, WB = \frac{b}{(n^2 + q^2)}$$

Όπως είναι φυσικό, στο κανονικό σημείο λειτουργίας ισχύει ότι:  $q_R=1, h_R=1, b_R=1, \theta_R=45^\circ, WH_R=WB_R=0.5$ . Σε συνθήκες φυγής η αδιάστατη ροπή που ασκείται στον στρόβιλο ισούται με μηδέν, αφού έχει σταθερή ταχύτητα και η γεννήτρια δεν είναι πλέον συνδεδεμένη μαζί του. Άρα,  $b_{RW}=0$  και  $WB_{RW}=0$ . Με αυτά σαν δεδομένα βρίσκουμε ότι:

$$\theta_{RW} = \tan^{-1} \frac{n_{RW}}{q_{RW}} = \tan^{-1} \frac{\beta_R}{a_R} \quad (5.13)$$

$$WH_{RW} = \frac{h}{n_{RW}^2 + q_{RW}^2} = \frac{h}{a_R^2 + \beta_R^2} \quad (5.14)$$

Αν υποθέσουμε μια γραμμική σχέση της μεταβολής των  $WH, WB$  μεταξύ των ονομαστικών τιμών και των τιμών στη ταχύτητα φυγής καταλήγουμε στις σχέσεις:

$$WH = 0.5 + (WH_{RW} - 0.5) \frac{\theta - 45^\circ}{\theta_{RW} - 45^\circ} = \frac{1}{2} + \frac{\frac{1}{a_R^2 + \beta_R^2} - \frac{1}{2}}{\tan^{-1} \frac{\beta_R}{a_R} - 45^\circ} (\theta - 45^\circ)$$

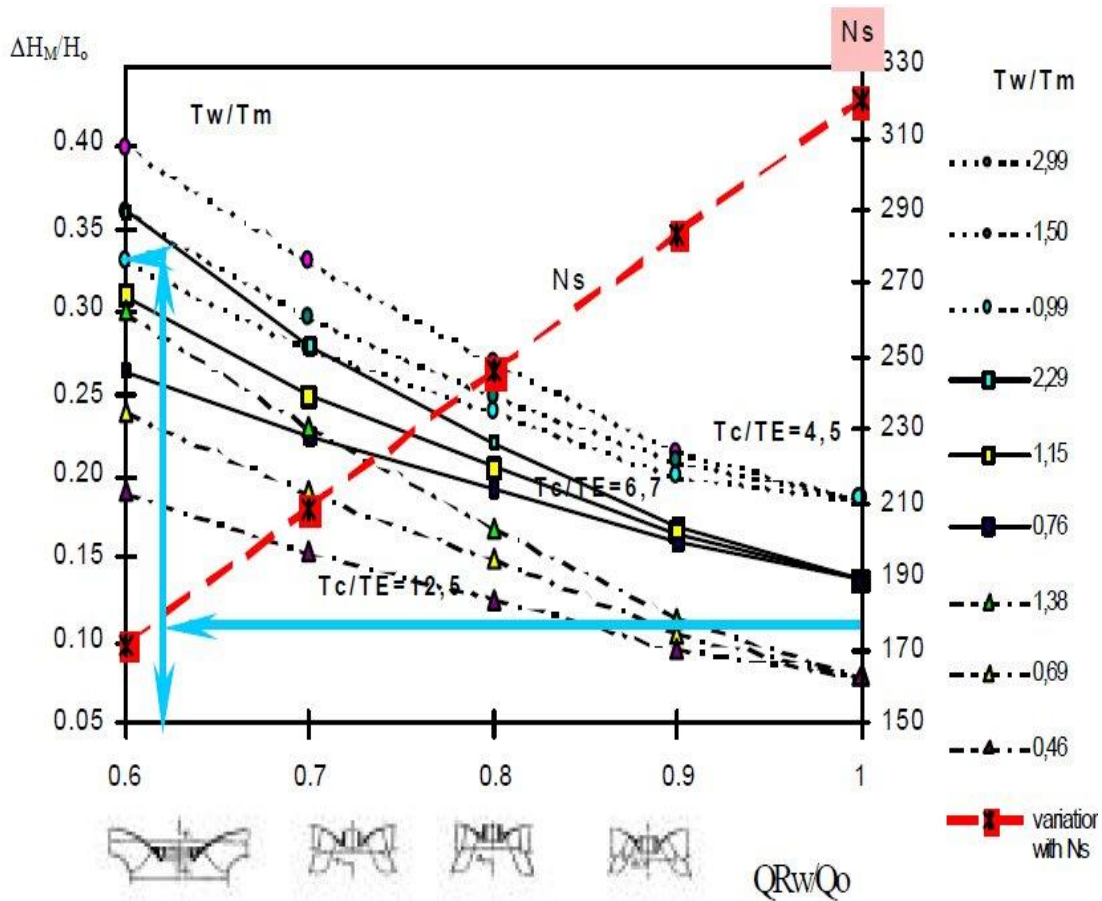
$$WB = 0.5 - \frac{\theta - 45^\circ}{2(\theta_{RW} - 45^\circ)} = \frac{1}{2} - \frac{(\theta - 45^\circ)}{2\left(\tan^{-1} \frac{\beta_R}{a_R} - 45^\circ\right)}$$

Αυτές οι δύο εξισώσεις παρέχουν μία πρώτη προσέγγιση της συμπεριφοράς του στροβίλου εκτός του κανονικού σημείου λειτουργίας, όταν συμβεί μία πλήρης απόρριψη φορτίου. Για πλήρως ανοιχτή βάνα ( $C_g=1$ ) ο συντελεστής ταχύτητας του δρομέα μπορεί να δοθεί σύμφωνα με τον τύπο:

$$C_s = \frac{q}{\sqrt{h}} = \frac{q}{\sqrt{h} \tan \theta} = \frac{1}{\tan \theta \sqrt{WH \left(1/(\tan \theta)^2 + 1\right)}} = \frac{\cos \theta}{\sqrt{WH}} \quad (5.15)$$

Όπως ειπώθηκε, στη μέθοδο του δυναμικού στομίου θεωρήθηκε γραμμική μεταβολή της παροχής μεταξύ του κανονικού σημείου λειτουργίας και του σημείου φυγής, αντίθετα για την χρήση των αδιάστατων παραμέτρων θεωρήθηκε γραμμική μεταβολή της ποσότητας  $WH$ , έτσι ώστε να σχηματιστεί η σχέση (5.11). Σύμφωνα με μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν οι τιμές του συντελεστή  $C_s$  με χρήση των δύο μεθόδων δεν διαφέρουν σημαντικά. Στην συγκεκριμένη εργασία χρησιμοποιήθηκαν αντεστραμμένες καμπύλες λειτουργίας αντλιών, δείγμα και αυτό του πόσο δυσεύρετες είναι οι αναλυτικές καμπύλες λειτουργίας  $WH$  και  $WB$  των υδροδυναμικών μηχανών.

Σε κάθε περίπτωση, η ανάπτυξη της υπερπίεσης στον αγωγό δεν είναι συνάρτηση μόνο του φαινομένου του υδραυλικού πλήγματος, αλλά σημαντικό ρόλο παίζει και η επιτάχυνση του υδροστροβίλου. Για υδροστροβίλους όπου η παροχή σε συνθήκες ταχύτητας φυγής ισούται με τη παροχή στο κανονικό σημείο λειτουργίας, η μέγιστη υπερπίεση εξαρτάται μόνο από τα φαινόμενα που προκαλεί το κλείσιμο των ρυθμιστικών πτερυγίων. Όσο μειώνεται ο ειδικός αριθμός στροφών τόσο μειώνεται και η παροχή του υδροστροβίλου σε συνθήκες φυγής, με αποτέλεσμα η μέγιστη υπερπίεση να είναι μεγαλύτερη από όση θα υπολόγιζε κανείς λαμβάνοντας υπόψη μόνο το κλείσιμο των ρυθμιστικών πτερυγίων. Μετά από εκτενείς μετρήσεις (Ramos, 1995 and RAMOS; ALMEIDA, 1996) κατασκευάστηκε το παρακάτω διάγραμμα από το οποίο υπολογίζεται η μέγιστη υπερπίεση σε ένα αγωγό ως αποτέλεσμα του ειδικού αριθμού στροφών, των χρόνων επιτάχυνσης στρεφόμενων μαζών και στήλης υγρού, του χαρακτηριστικού χρόνου της σωλήνωσης, και του χρόνου πλήρους κλεισίματος.



Εικόνα 5.5. Μέγιστη υπερπίεση εξαιτίας υδραυλικού πλήγματος και συνθηκών φυγής

Ο υπολογισμός ξεκινάει από τον γνωστό ειδικό αριθμό στροφών  $N_s$ , ο οποίος είναι γνωστός από τον κατασκευαστή. Ύστερα γίνεται μετακίνηση στην οριζόντια διεύθυνση προς τα αριστερά μέχρις ότου να συναντηθεί η διακεκομμένη κόκκινη γραμμή. Η τιμή της τετμημένης αυτού του σημείου είναι ουσιαστικά η ανηγμένη παροχή του υδροστροβίλου σε συνθήκες φυγής. Βρίσκοντας τους κατάλληλους λόγους  $T_w/T_m$  και  $T_c/T_E$  μπορεί να βρεθεί και η μέγιστη πίεση.

Όπως είναι φανερό, όσο πιο μικρός είναι ο ειδικός αριθμός στροφών τόσο μεγαλύτερη είναι η επίδραση του φαινομένου φυγής στην υπερπίεση. <sup>[11]</sup>

## Κεφάλαιο 6

### Μελέτη περιπτώσεων

Προκειμένου να επιβεβαιωθούν οι μέθοδοι του κεφαλαίου 5, είναι απαραίτητη η πλήρης αριθμητική ανάλυση του φαινομένου της ακαριαίας απόρριψης φορτίου. Σε αυτήν την αριθμητική ανάλυση πρέπει να είναι γνωστές οι χαρακτηριστικές καμπύλες WH και WB, οι οποίες είναι γενικά σπάνιες και δυσεύρετες.

Έτσι για τις ανάγκες της συγκεκριμένης εργασίας εργαζόμαστε με τις χαρακτηριστικές καμπύλες δύο υδροστρόβιλων τύπου Francis οι οποίες είναι διαθέσιμες, με ειδικό αριθμό στροφών

- $n_q=48$  ( $N_s=144.5$ )
- $n_q=66$  ( $N_s=196$ ).

Για να βρεθούν τα ύψη για τα οποία ενδείκνυνται οι παραπάνω στρόβιλοι γίνεται χρήση του προσεγγιστικού τύπου:

$$N_s = 3470 \times H^{-0.625} \quad (6.1)$$

Στην συνέχεια επιλέγεται σύγχρονη ταχύτητα περιστροφής των στρόβιλων. Για την Ευρώπη η συχνότητα του δικτύου είναι στα  $f=50$  Hz . Έτσι, μπορεί να επιλεγεί η σύγχρονη ταχύτητα  $n=500$  rpm και για τις δύο περιπτώσεις. Οπότε η παροχή στο κανονικό σημείο λειτουργίας δίνεται πλέον μέσω του ορισμού του ειδικού αριθμού στροφών:

$$n_q = n \times \frac{Q_K^{1/2}}{H_K^{3/4}} \Rightarrow Q_K = \left( \frac{n_q \times H_K^{3/4}}{n} \right)^2 \quad (6.2)$$

Και για τις δύο περιπτώσεις το υλικό της σωλήνωσης θεωρείται χάλυβας με μέτρο ελαστικότητας  $E = 2.1 \times 10^6$  kp/cm<sup>2</sup>

#### 6.1. Υδροστρόβιλος Francis $N_q=48$

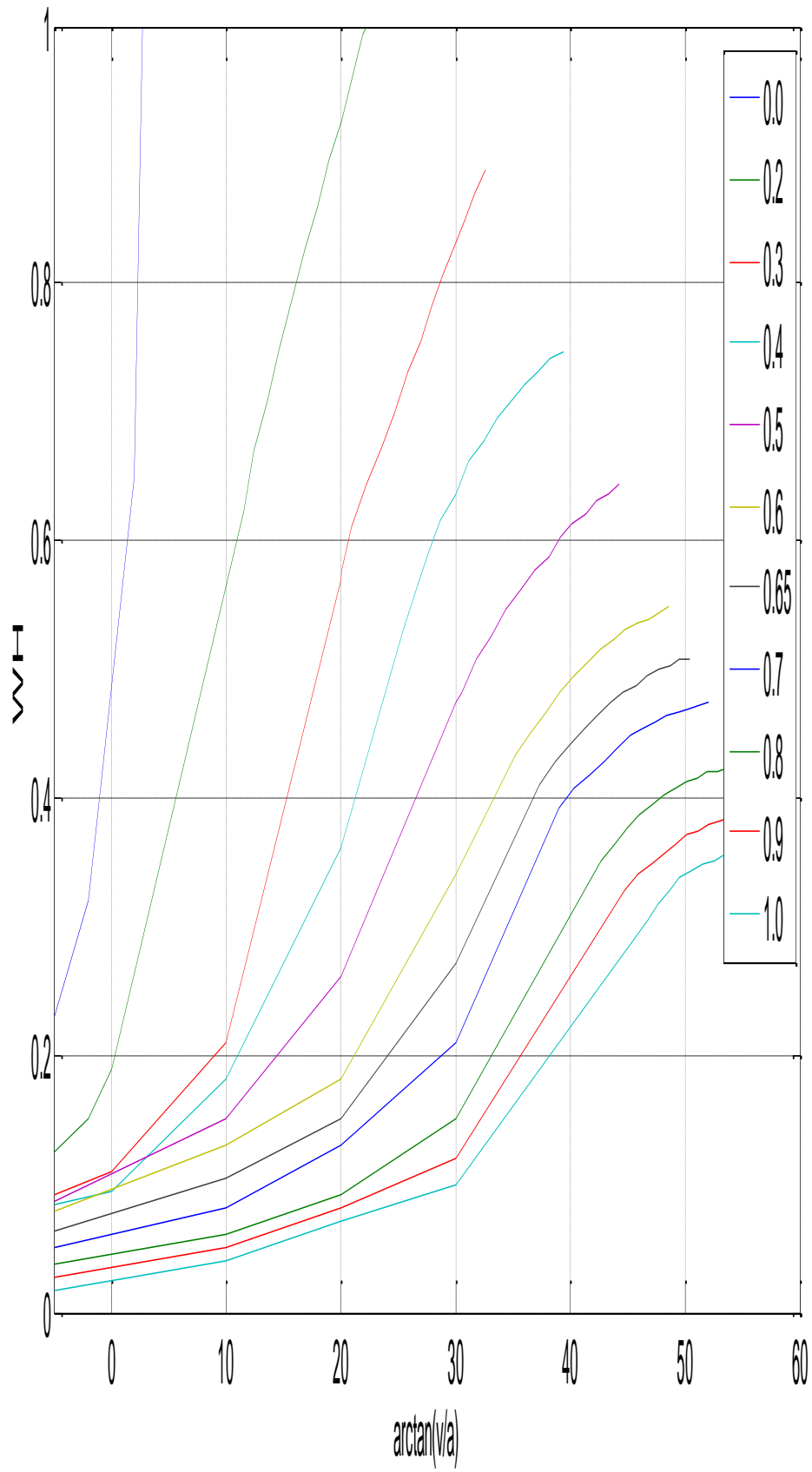
Με βάση τα παραπάνω για την περίπτωση στρόβιλου Francis με ειδικό αριθμό στροφών 48 έχουμε τα παρακάτω δεδομένα για την συνέχιση της μελέτης:

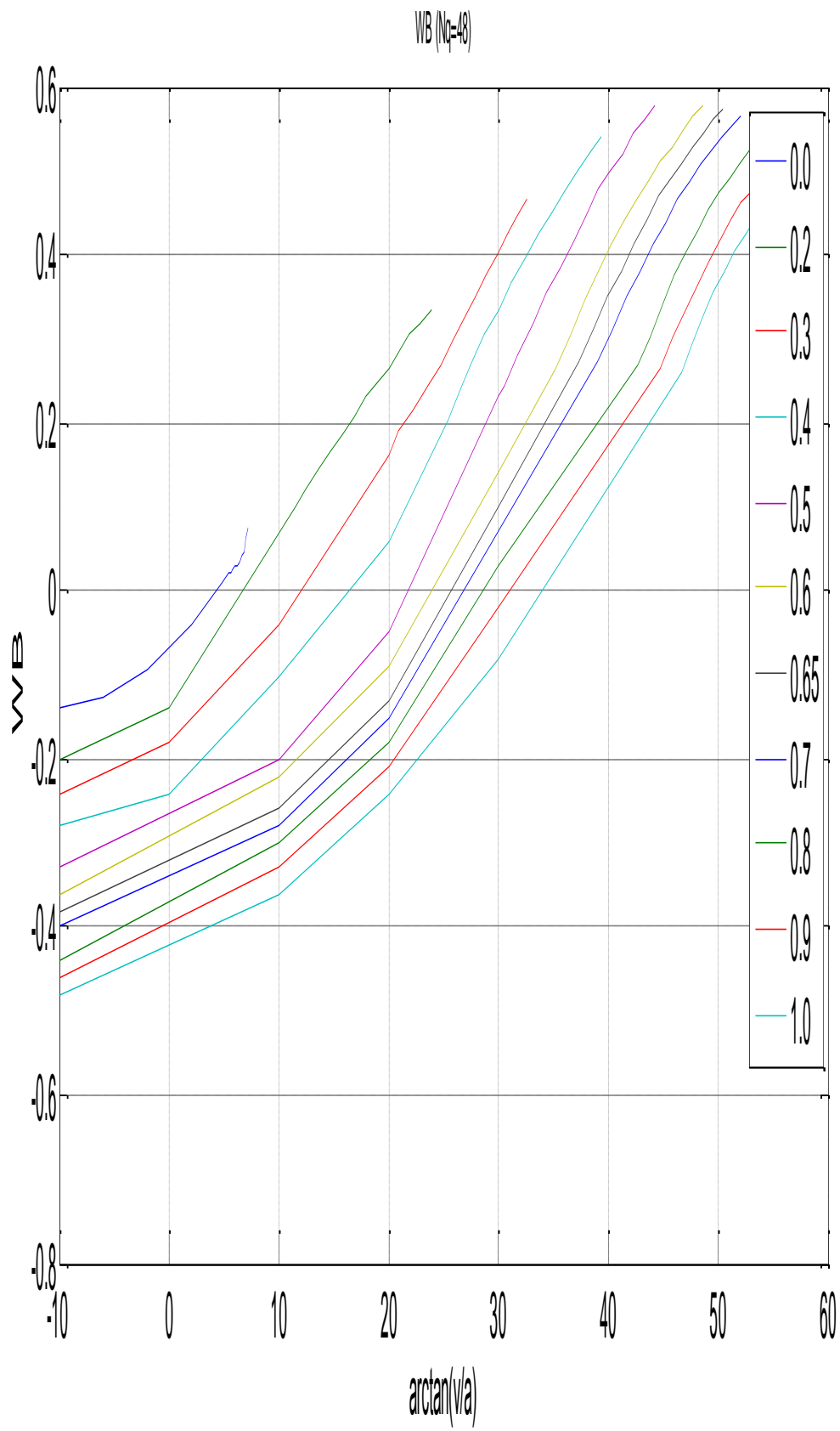
Χαρακτηριστικά υδροστροβίλου	
Ύψος (Κ.Σ.Λ.)	161.71 mΣΥ
Παροχή (Κ.Σ.Λ.)	19.47 m <sup>3</sup> /s
Στροφές (Κ.Σ.Λ.)	500 rpm
Ροπή αδράνειας στρεφόμενων μαζών	49000.0 kg*m <sup>2</sup>
Ισχύς (Κ.Σ.Λ.)	28628 kW
T <sub>m</sub>	4.6767 sec
Βαθμός απόδοσης	0.93
Ανηγμένη παροχή σε συνθήκες φυγής	0.875
Ανηγμένη ταχύτητα φυγής	1.903

Χαρακτηριστικά σωλήνωσης	
Στάθμη άνω δεξαμενής	205.0 m
Στάθμη κάτω δεξαμενής	38.0 m
Μήκος αγωγού ανάντι του στροβίλου	1029.72 m
Μήκος αγωγού κατάντι του στροβίλου	10.33 m
Ύψος πρώτου ανάντι σημείου σωλήνωσης	184.9 m
Ύψος τελευταίου κατάντι σημείου σωλήνωσης	32.5 m
Εξωτερική διάμετρος αγωγού	3.0 m
Πάχος τοιχωμάτων αγωγού	250 mm
T <sub>w</sub> (sec)	1,734
T <sub>E</sub> (sec)	1,55

Οι χαρακτηριστικές καμπύλες WH και WB που έχουν μετρηθεί για τον συγκεκριμένο στρόβιλο έχουν την παρακάτω μορφή:

WH(Nq=48)



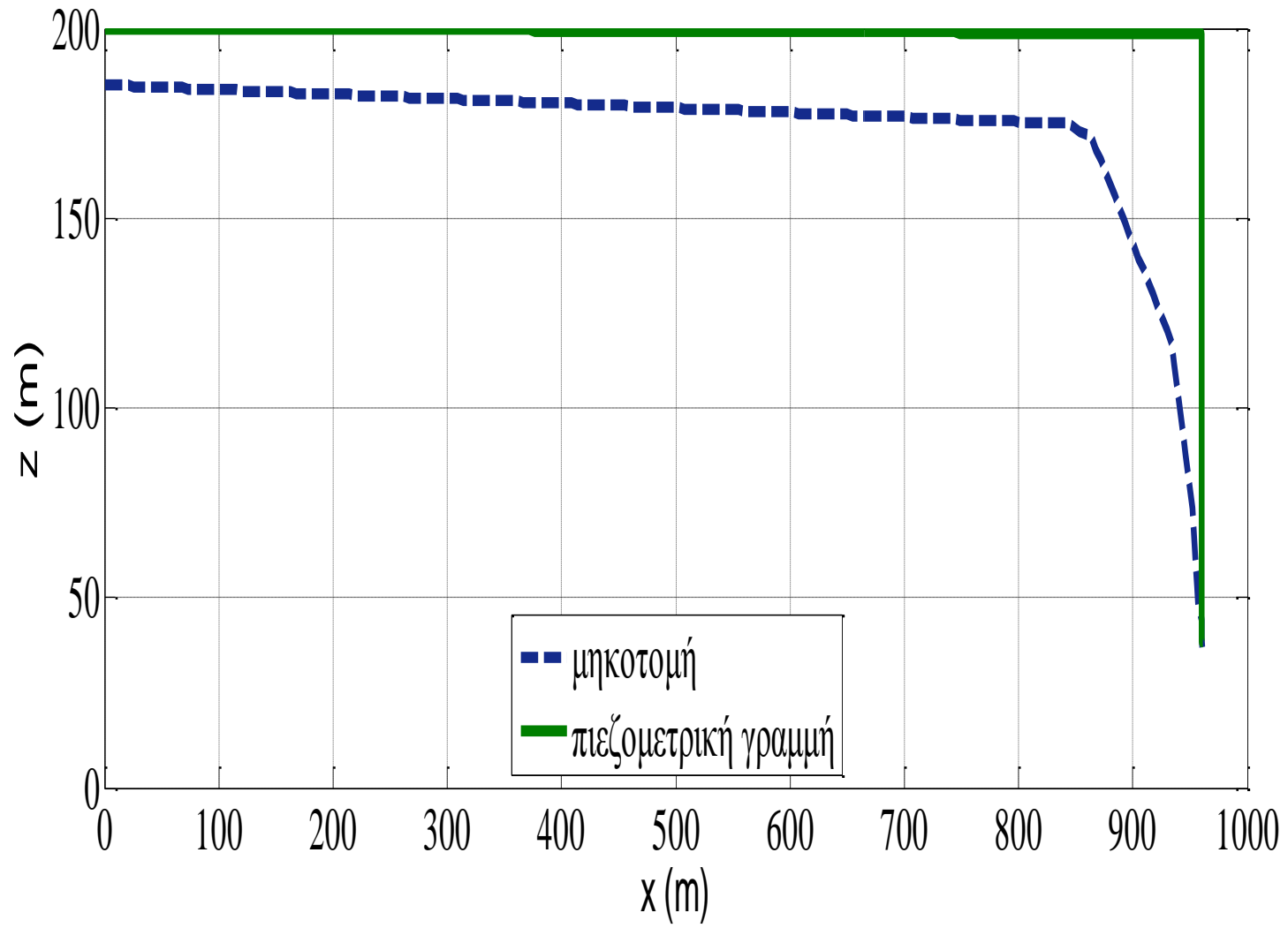


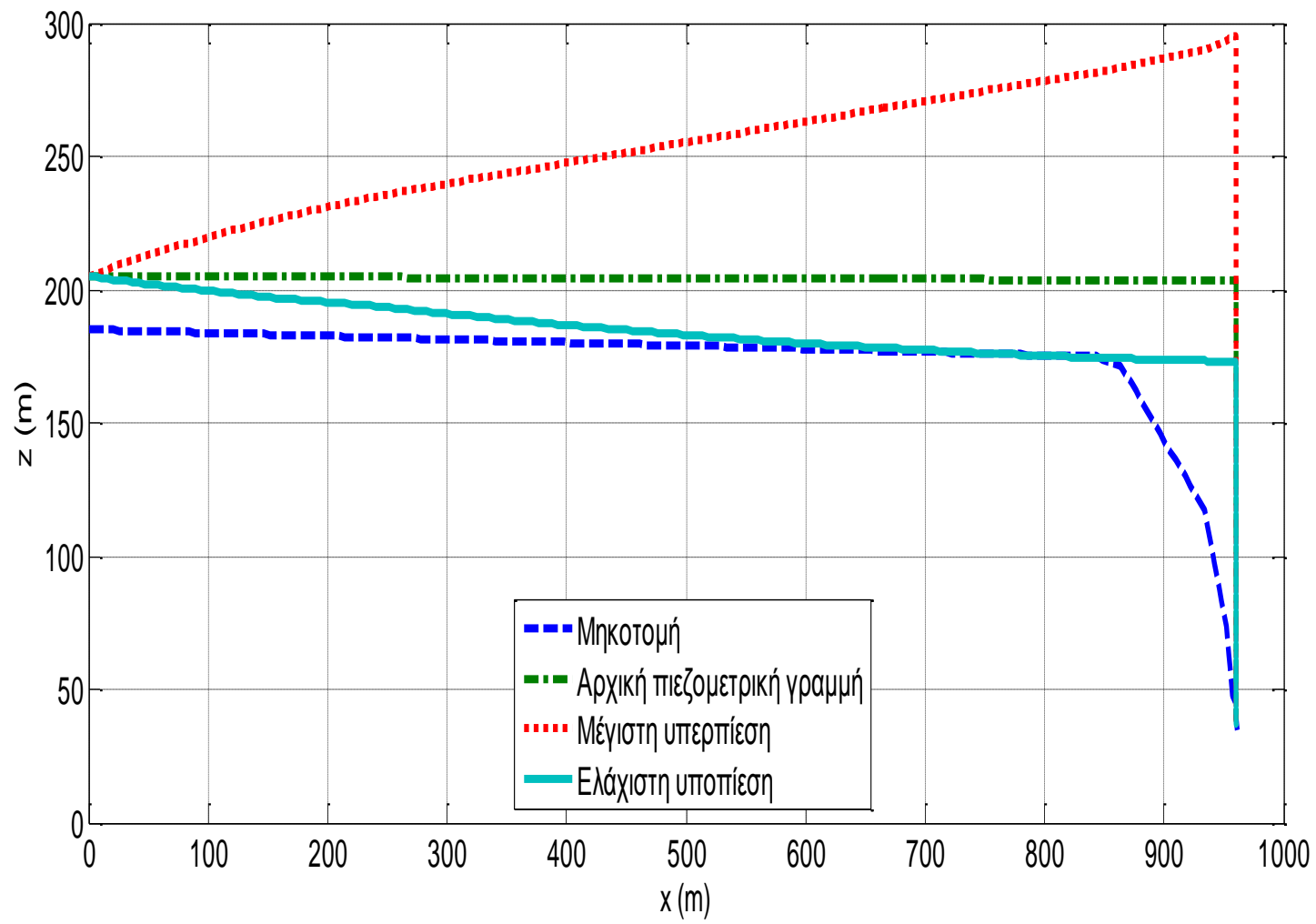
Στο παρακάτω σχήμα είναι σχεδιασμένες η μηκοτομή και η αρχική πιεζομετρική γραμμή της εγκατάστασης σε κανονικό σημείο λειτουργίας με πλήρως ανοιχτά τα ρυθμιστικά πτερύγια. Διακρίνονται οι γραμμικές απώλειες στην σωλήνωση παρόλη την μικρή κλίση τους ως προς το μήκος του αγωγού, αλλά και η διαθέσιμη υδραυλική πτώση στο σημείο του υδροστροβίλου.

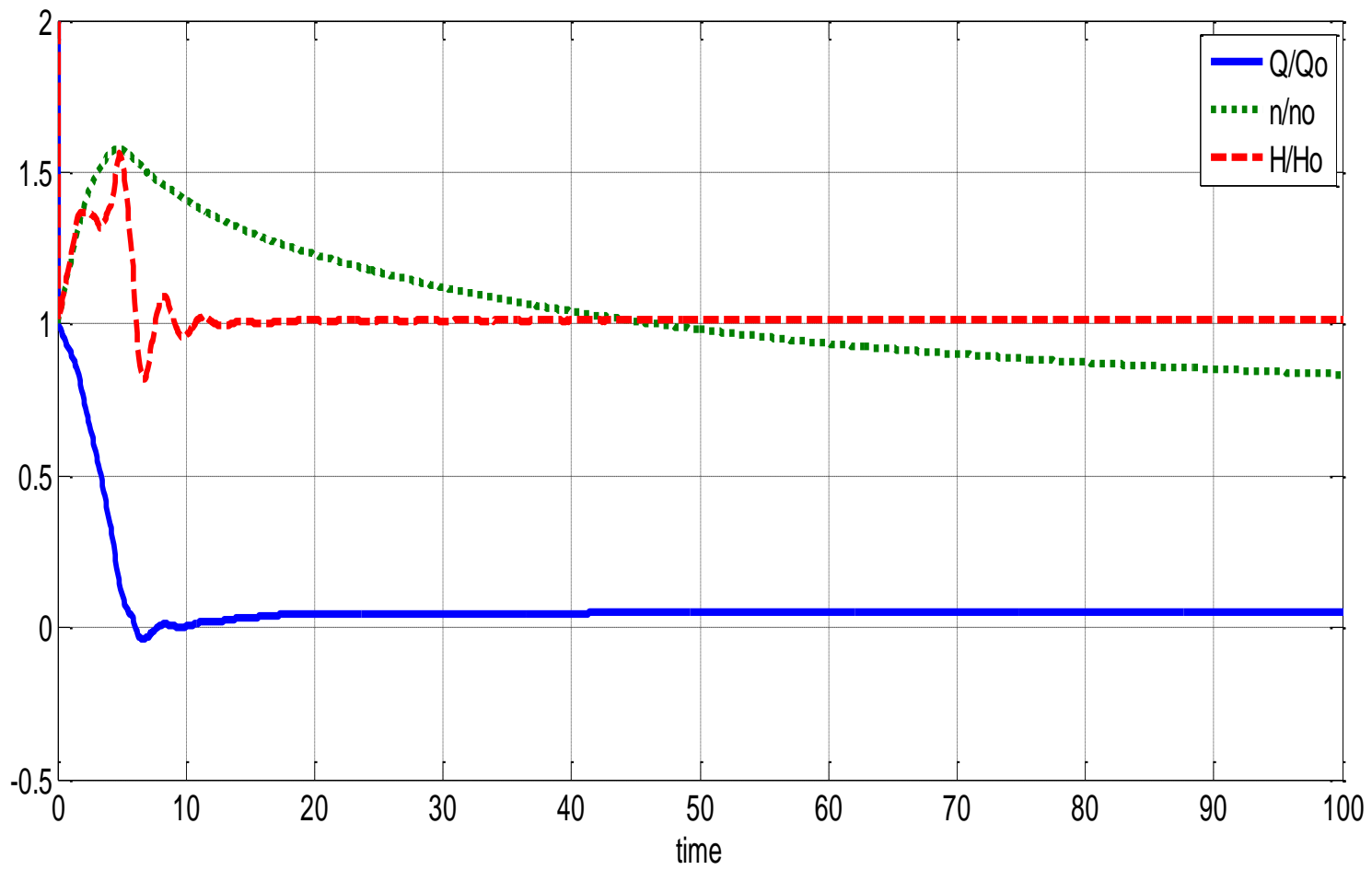
Επιπλέον, προς χάρη παραδείγματος δίνεται διάγραμμα της μηκοτομής της εγκατάστασης σε συνδυασμό με τις γραμμές που υποδεικνύουν τις μέγιστες υπερπίεσεις και ελάχιστες υποπίεσεις κατά μήκος αυτής για χρόνο πλήρους κλεισίματος 6.4 sec.

Για τον ίδιο χρόνο κλεισίματος σχεδιάζεται η εξέλιξη της γωνιακής ταχύτητας, του ύψους και της παροχής στο σημείο του υδροστροβίλου σε συνάρτηση με τον χρόνο.





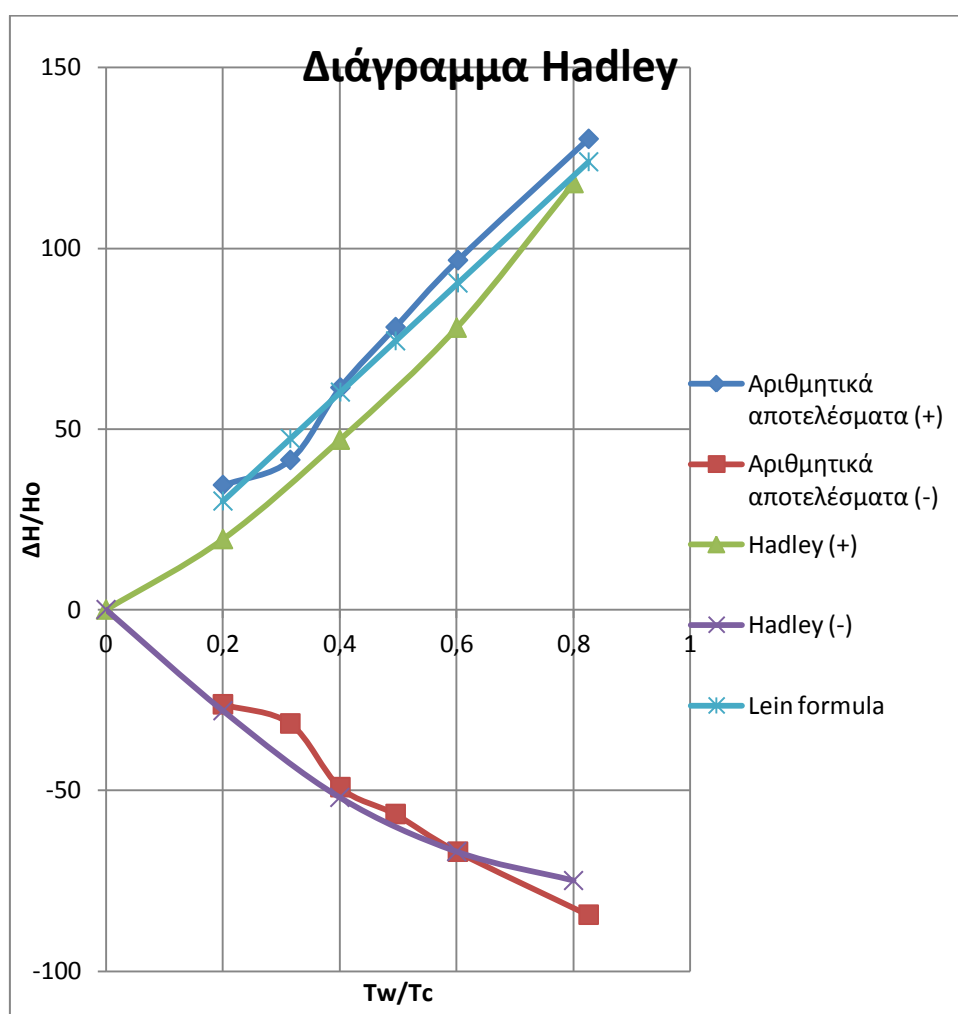




### 6.1.1. Σύγκριση με μελέτη Hadley

Προκειμένου να συγκριθούν τα αποτελέσματα των υπολογισμών με τα αποτελέσματα του Hadley μετά την ακαριαία απόρριψη φορτίου χρησιμοποιούνται διαφορετικοί χρόνοι κλεισίματος (2.1 – 8.65 sec) σύμφωνα με τον νόμο κλεισίματος που έχει αναπτυχθεί στο αντίστοιχο κεφάλαιο περιγραφής των υπολογισμών.

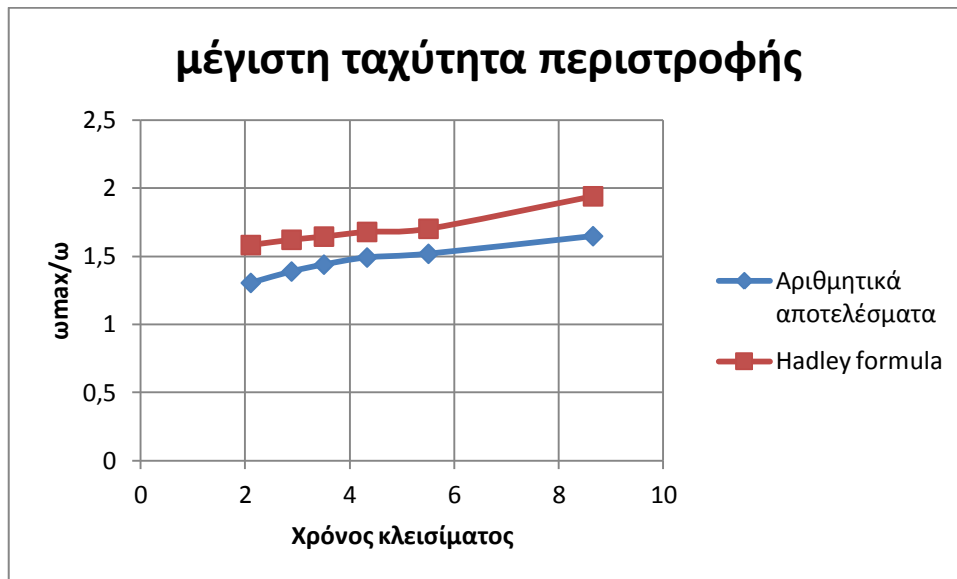
Επιπλέον, γίνεται ταυτόχρονη σύγκριση με αριθμητικά αποτελέσματα που προκύπτουν από εφαρμογή της εξίσωσης Lein (5.1) για τις ίδιες συνθήκες λειτουργίας και χρόνους κλεισίματος των ρυθμιστικών πτερυγίων.



Όπως φαίνεται, υπάρχει μία σχετική συμφωνία μεταξύ των υπολογισμών της παρούσας εργασίας και το διάγραμμα του Hadley. Και στους υπολογισμούς της εν λόγω εργασίας φαίνεται μία εκθετική αύξηση στην μεταβολή του πιεζομετρικού

ύψους σε σχέση με τον λόγο  $T_w/T_c$ . Ωστόσο, οι υπολογισμένες υπερπιέσεις φαίνονται να συμφωνούν περισσότερο με τις υπερπιέσεις που προκύπτουν από την εφαρμογή της σχέσης (5.1) για τις συνθήκες της συγκεκριμένης εγκατάστασης.

Χρησιμοποιώντας τον τύπο που προτείνει ο Hadley για τον υπολογισμό των υπερταχύνσεων (εξίσωση 5.3) υπολογίζεται και η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα του υδροστροβίλου συναρτήσει του χρόνου πλήρους κλεισίματος των ρυθμιστικών περυγίων.



Τα αριθμητικά αποτελέσματα της εργασίας φαίνονται να είναι αρκετά μικρότερα των υπερταχύνσεων που προβλέπει η σχέση του Hadley (5.4).

### 6.1.2. Σύγκριση με μελέτη Bureau of Reclamation

Ακολουθείται η διαδικασία που αναπτύχθηκε στην παράγραφο 5.2. Εν συντομία, στον χρόνο κλεισίματος προστίθεται .025 sec που αντιστοιχούν στο χρόνο απόκρισης του συστήματος:

$$T_k = 0.25 + T_c$$

Έπειτα υπολογίζεται η ποσότητα  $K$ :

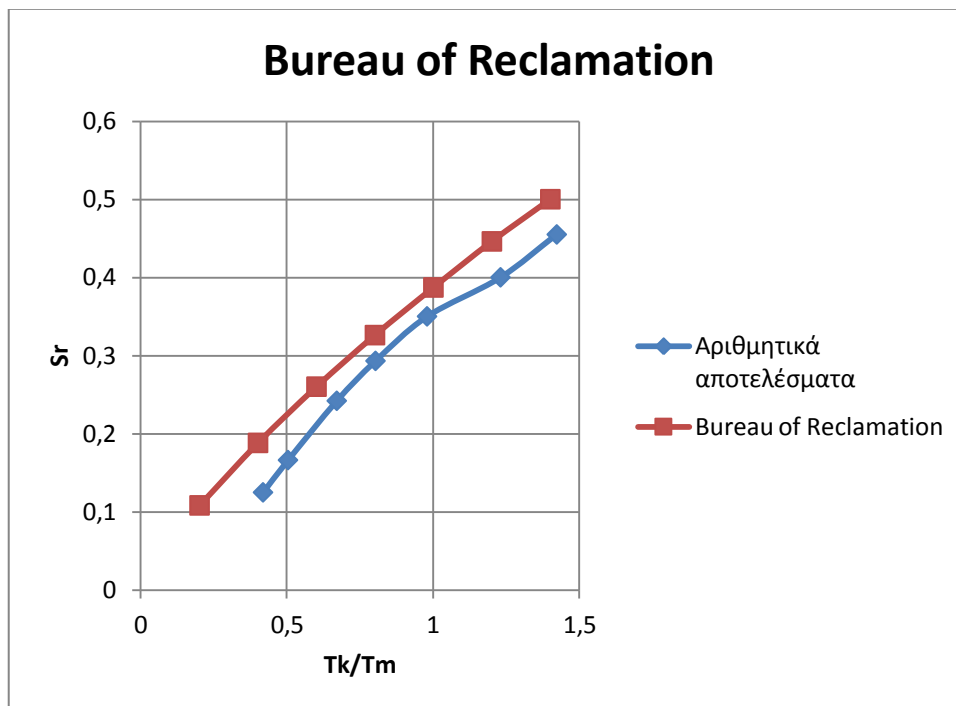
$$K = \frac{T_w}{T_c}$$

Στην συνέχεια προκειμένου να συγκριθούν τα αποτελέσματα αυτής της εργασίας με το διάγραμμα του Bureau of Reclamation διαιρείται η μέγιστη περιστροφική αδιάστατη ταχύτητα με τον διαιρέτη  $(I+K)$ :

$$S_R = \frac{a}{1 + K}$$

Έτσι βρίσκεται η τεταγμένη του σχετικού διαγράμματος και είναι συγκρίσιμα τα αποτελέσματα του παρακάτω πίνακα με αυτά του Bureau of Reclamation.

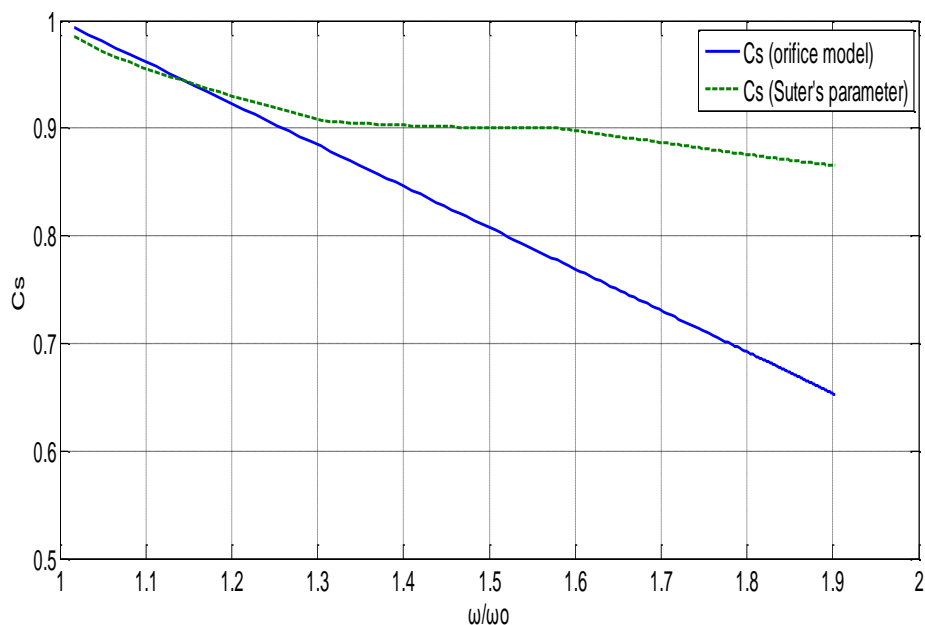
Εποπτικά τα παραπάνω αποτελέσματα φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα.



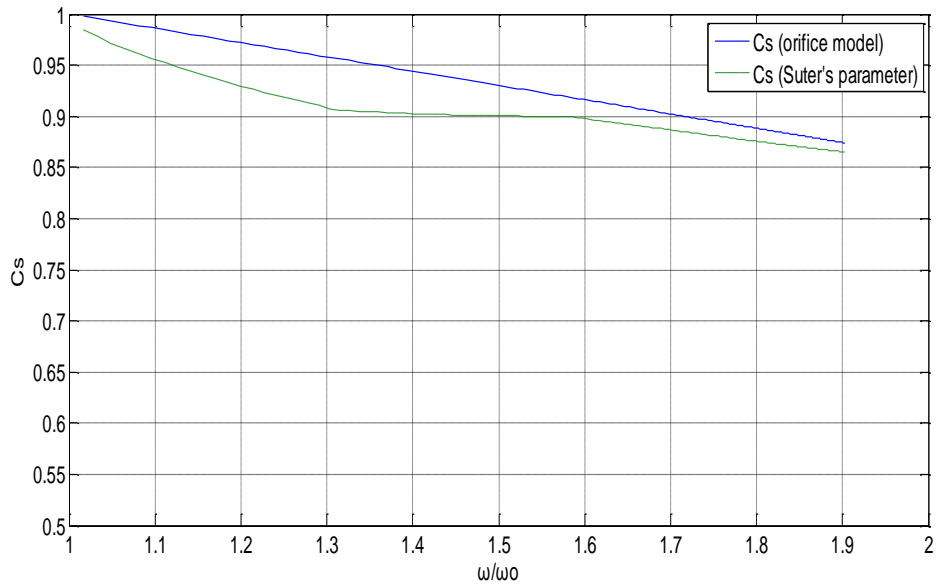
Από την σύγκριση των αποτελεσμάτων με το αρχικό διάγραμμα προκύπτει ότι ο υδροστρόβιλος των υπολογισμών φτάνει μικρότερες γωνιακές ταχύτητες, παρά τον σχετικά μικρό ειδικό αριθμό στροφών του. Αξιοπρόσεχτο είναι ότι η μικρότερη διαφορά των δύο εμφανίζεται για  $T_k/T_m=0.8$ , δηλαδή για μία μέση τιμή του χρόνου κλεισίματος των ρυθμιστικών πτερυγίων. Στις ακραίες περιπτώσεις, πολύ μικρού ή πολύ μεγάλου χρόνου κλεισίματος είναι που εμφανίζονται οι μικρότερες αποκλίσεις.

### 6.1.3. Σύγκριση με Ramos-Almeida

Αρχικά, υπολογίζεται ο συντελεστής  $C_s$  του μοντέλου δυναμικού στομίου, όπως αυτό αναπτύχθηκε στην παράγραφο (5.3.1.). Οι σχέσεις που προτείνονται είναι οι (5.11) (μέσω των αδιάστατων παραμέτρων του Suter) και (5.15) (μέσω της σχέσης (5.10) που ισχύει για κάθε δυναμικό στόμιο). Προκειμένου να συγκριθούν οι τιμές, μελετάται ο υδροστροβίλος σε συνθήκες φυγής. Δηλαδή, μετά την απόρριψη φορτίου τα ρυθμιστικά πτερύγια παραμένουν ανοιχτά και ο υδροστροβίλος επιταχύνεται μέχρι την μέγιστη ταχύτητα (ταχύτητα φυγής). Καθ' όλη την διάρκεια του φαινομένου υπολογίζεται ο συντελεστής  $C_s$  και με τους δύο τρόπους. Στην συνέχεια σχεδιάζονται συναρτήσεις των ανηγμένων στροφών του υδροστροβίλου:

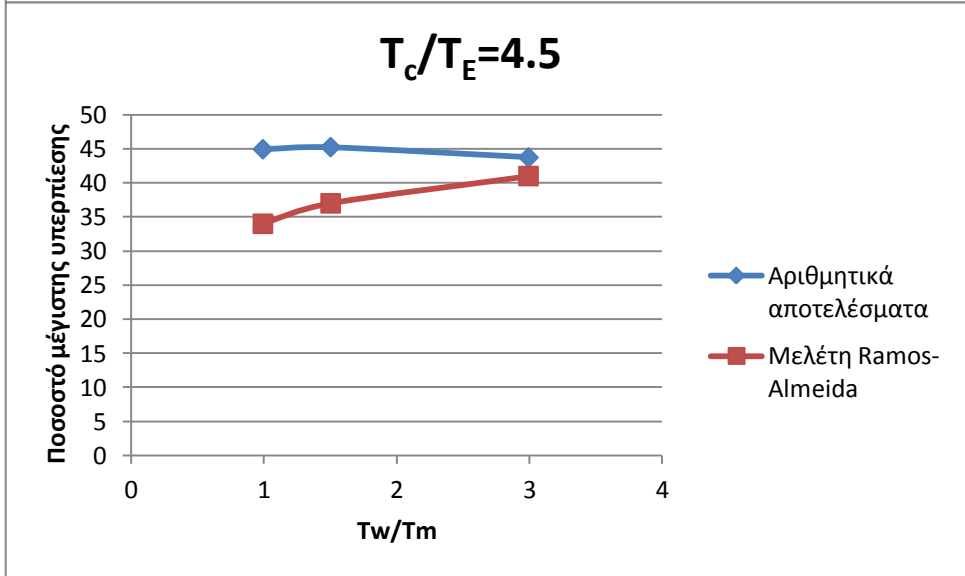
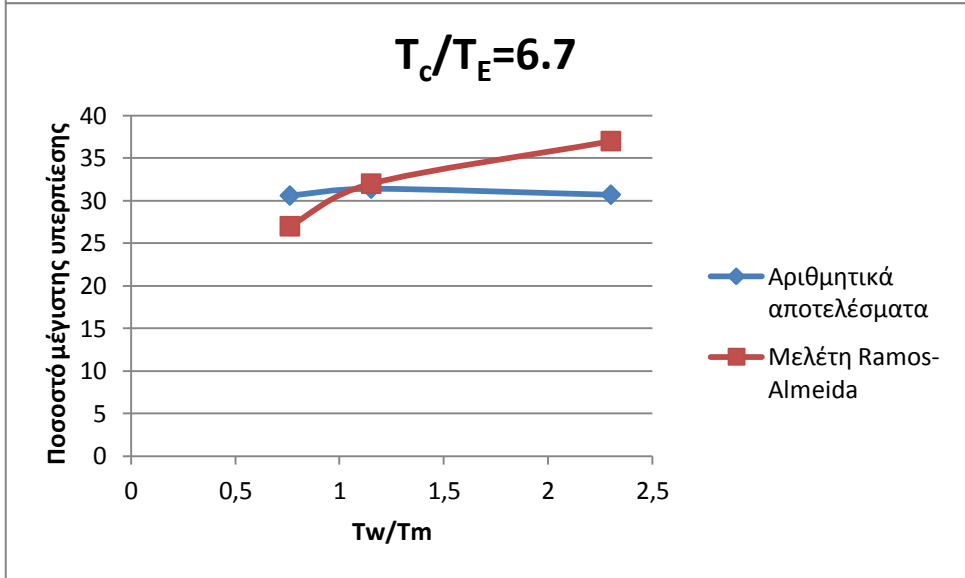
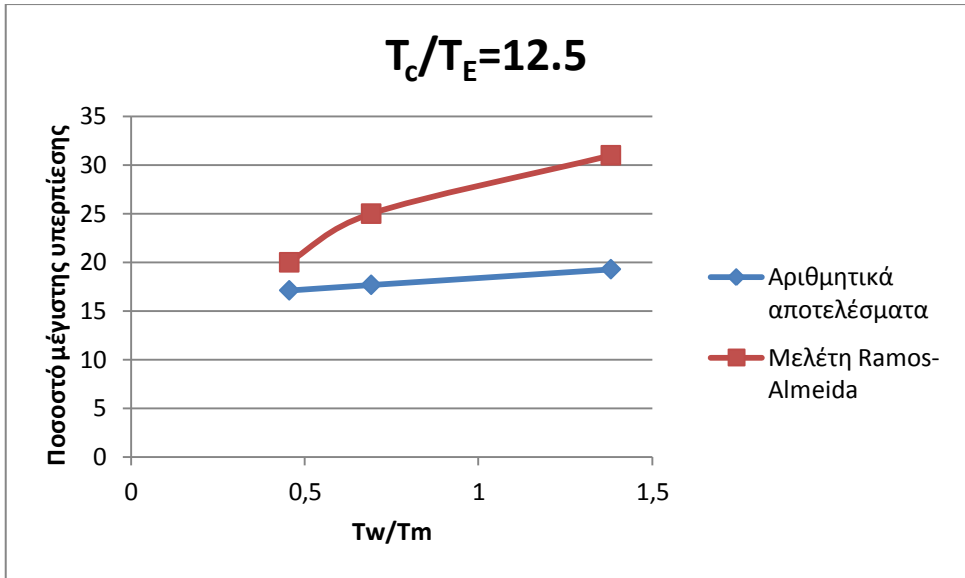


Όσο αυξάνεται η γωνιακή ταχύτητα του υδροστροβίλου τόσο μεγαλώνει η απόκλιση μεταξύ των δύο τιμών. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η παροχή στην ταχύτητα φυγής είναι πολύ μεγαλύτερη από αυτήν που προϋποθέτει η μελέτη των Ramos-Almeida, οπότε η πραγματική τιμή του  $a_R$  είναι 0.875 αντί της τιμής που φαίνεται από την εικόνα 5.4. Κάτι τέτοιο αποδεικνύεται όταν στους υπολογισμούς μπει η τιμή  $a_R=0.87$ . Τότε το διάγραμμα για την σύγκριση της τιμής του συντελεστή  $C_s$  δείχνει να συγκλίνει περισσότερο:



Προκειμένου να γίνει σύγκριση με το διάγραμμα υπερπίεσεων των Ramos- Almeida είναι απαραίτητο εκτός από τον χρόνο πλήρους κλεισίματος να αλλάζει και ο χαρακτηριστικός χρόνος των περιστρεφόμενων μαζών  $T_m$ , έτσι ώστε να υπάρχει η διακύμανση στις τιμές του λόγου  $T_w/T_m$ . Για αυτό τον λόγο, αλλάζει η ροπή αδράνειας στρεφόμενων μαζών  $WR^2$  έτσι ώστε να προκύψουν οι κατάλληλες τιμές.





Παρατηρείται μία αρκετά μεγάλη απόκλιση μεταξύ των δύο τιμών. Αυτή η απόκλιση δικαιολογείται από την ασυμφωνία μεταξύ προβλεπόμενης παροχής σε συνθήκες φυγής και υπολογισμένης.

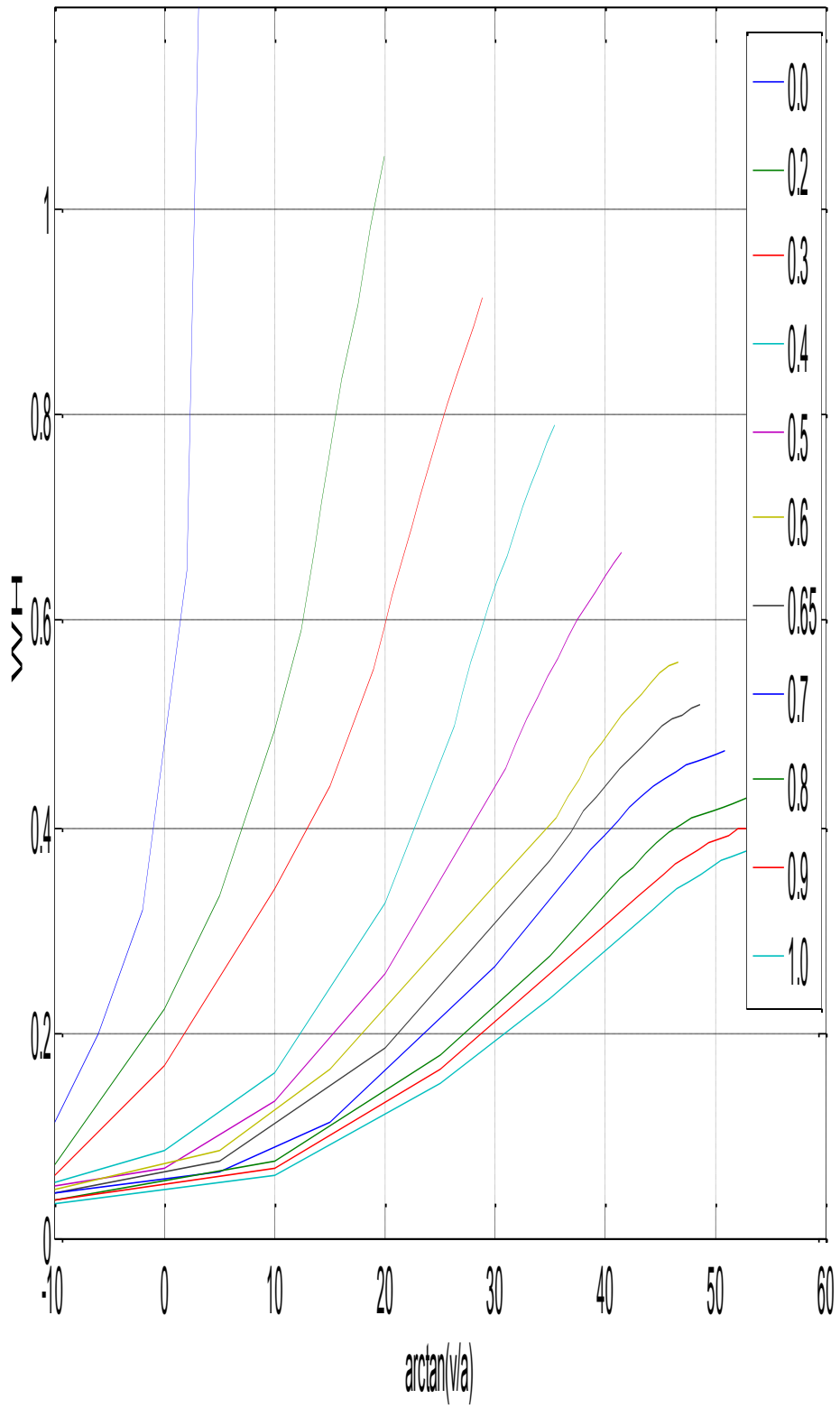
## 6.2. Υδροστροβίλος Francis $N_q=66$

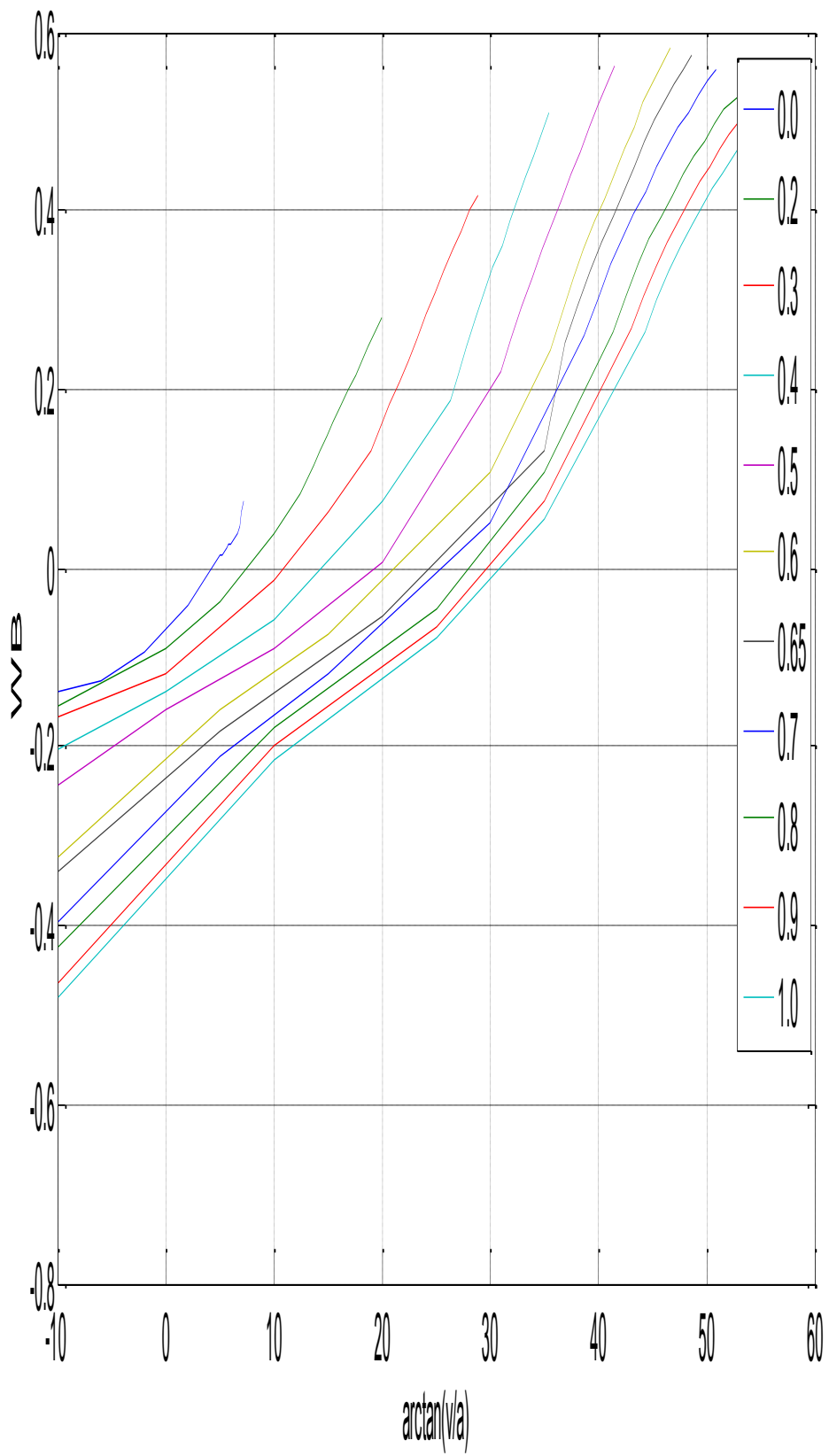
Ομοίως με πριν τα βασικά στοιχεία για αυτή την εγκατάσταση είναι:

Χαρακτηριστικά υδροστροβίλου	
Ύψος (Κ.Σ.Λ.)	99.29 mΣΥ
Παροχή (Κ.Σ.Λ.)	17.23 m <sup>3</sup> /s
Στροφές (Κ.Σ.Λ.)	500 rpm
Ροπή αδράνειας στρεφόμενων μαζών	79200.0 kgm <sup>2</sup>
Ισχύς (Κ.Σ.Λ.)	15699 kW
$T_m$	13.97 sec
Βαθμός απόδοσης	0.93
Ανηγμένη παροχή σε συνθήκες φυγής	0.837
Ανηγμένες στροφές σε συνθήκες φυγής	1.911

Χαρακτηριστικά σωλήνωσης	
Στάθμη άνω δεξαμενής	140.0 m
Στάθμη κάτω δεξαμενής	38.0 m
Μήκος αγωγού ανάντι του στροβίλου	1326.4 m
Μήκος αγωγού κατάντι του στροβίλου	10.4 m
Ύψος πρώτου ανάντι σημείου σωλήνωσης	134.8 m
Ύψος τελευταίου κατάντι σημείου σωλήνωσης	32.5 m
Εξωτερική διάμετρος	2.5 m
Πάχος αγωγού	200 mm
$T_w$ (sec)	4.505
$T_E$ (sec)	1.99

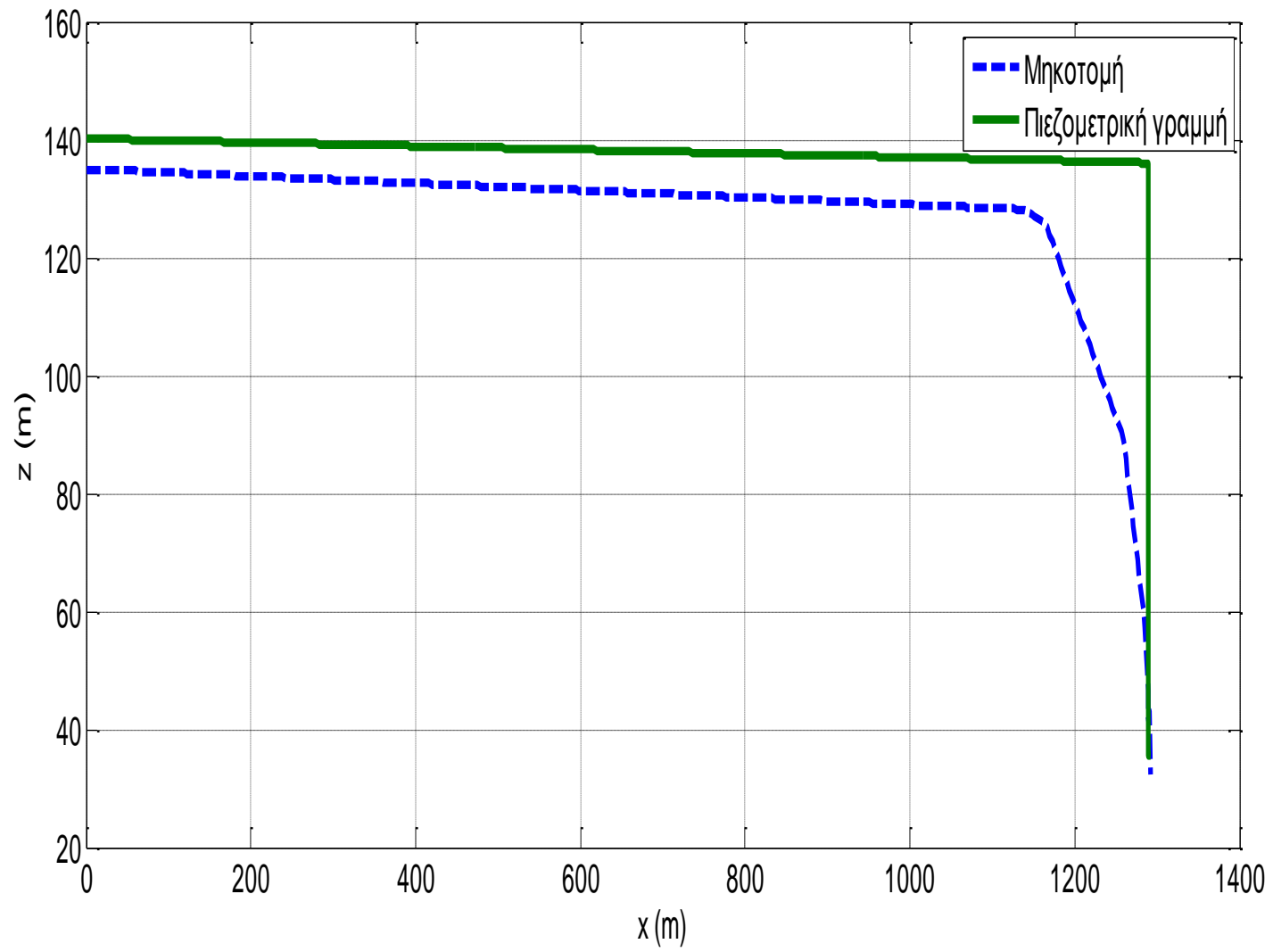
Παρακάτω έχουν σχεδιαστεί οι χαρακτηριστικές καμπύλες λειτουργίας WH και WB του υδροστροβίλου για διάφορες τιμές ανοίγματος των ρυθμιστικών πτερυγίων, με 1.0 να είναι η πλήρως ανοιχτή θέση και 0.0 η πλήρως κλειστή.

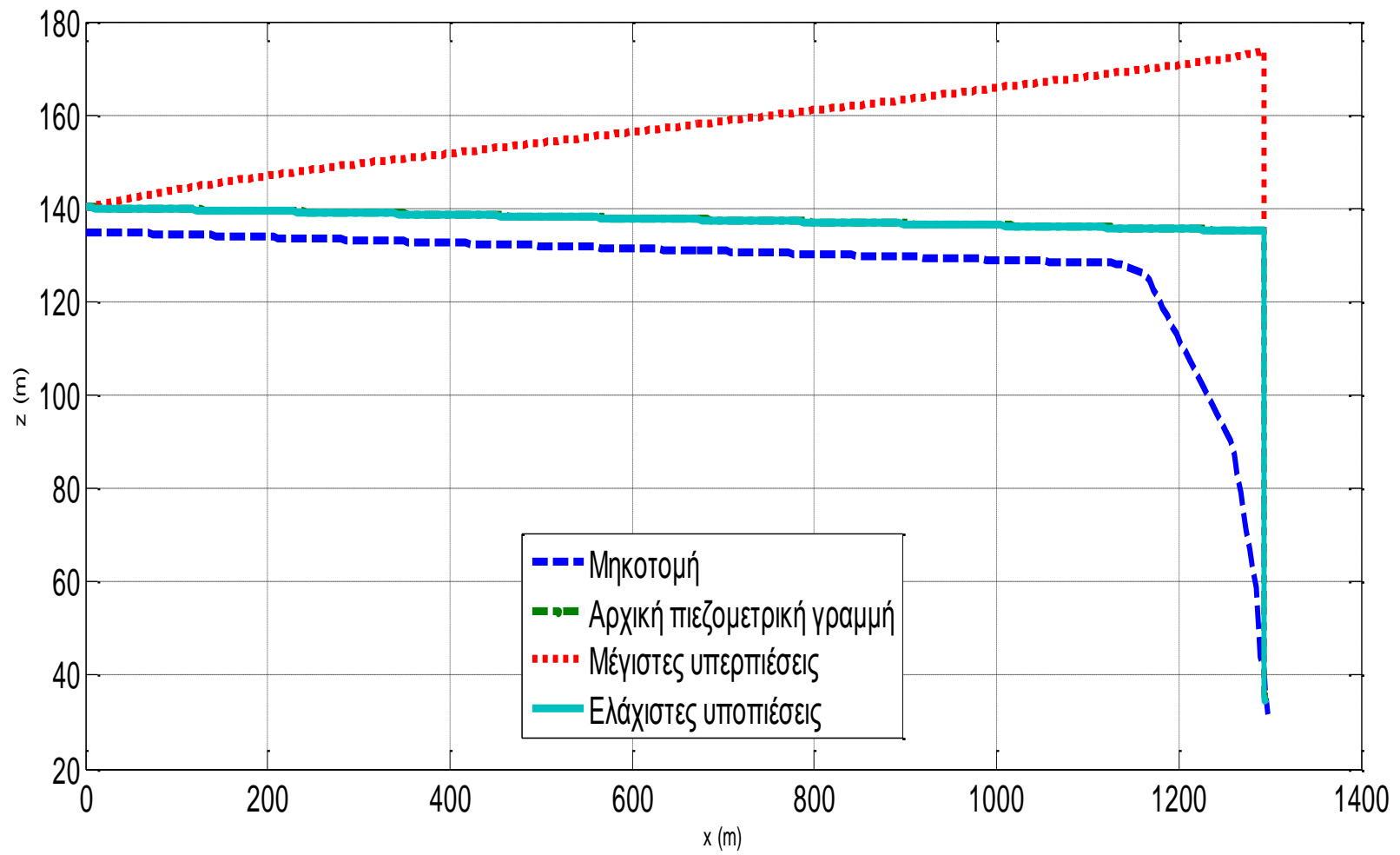


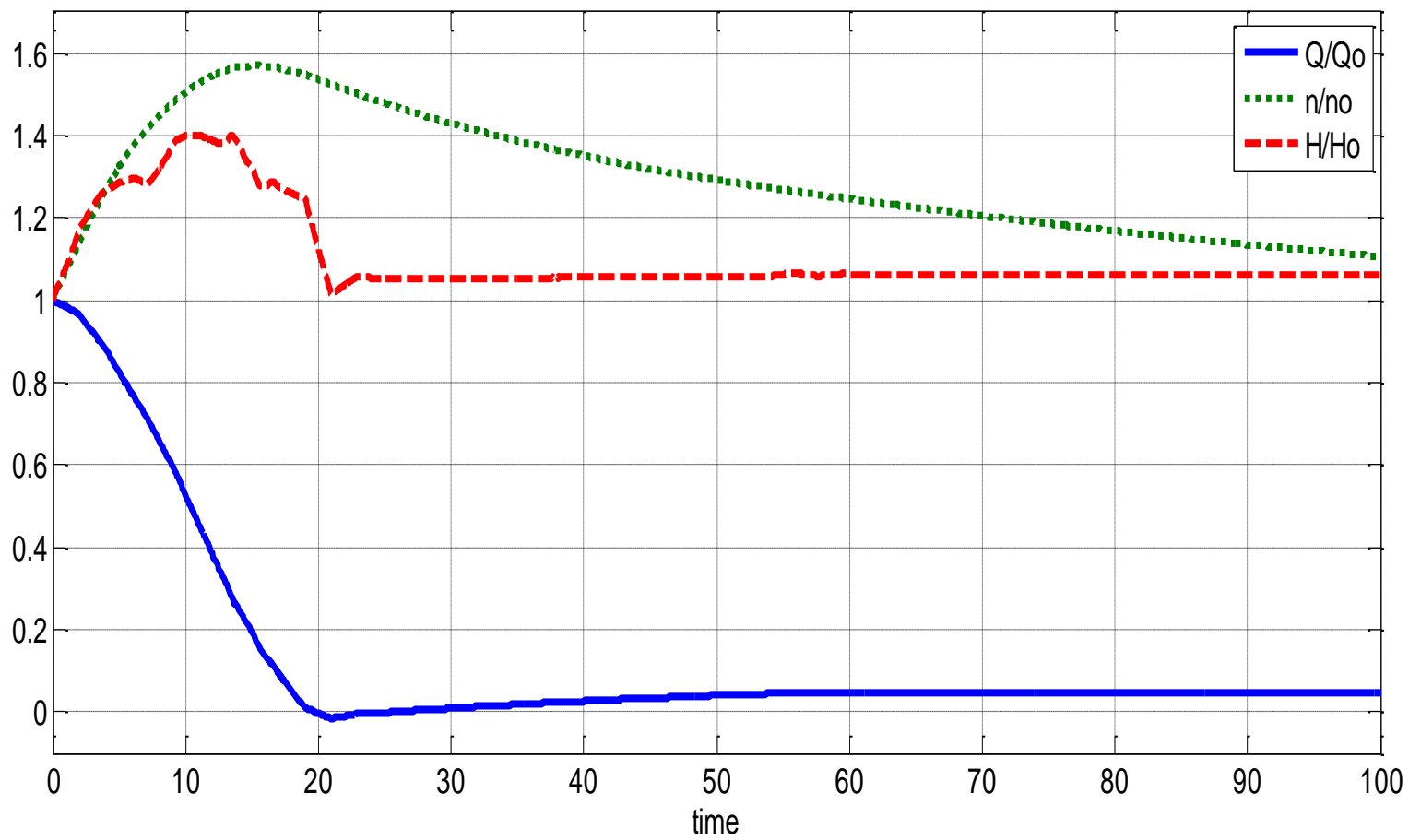


Έπειτα σχεδιάζεται η μηκοτομή και το πιεζομετρικό ύψος κατά μήκος αυτής στο αρχικό μόνιμο σημείο λειτουργίας. Πάλι είναι ευδιάκριτες οι γραμμικές απώλειες καθ' όλο το μήκος του αγωγού, όπως και το σημείο το οποίο ο υδροστροβίλος εκμεταλλεύεται την διαθέσιμη υδραυλική πτώση.

Επιπλέον, προς χάρη παραδείγματος δίνεται διάγραμμα της μηκοτομής της εγκατάστασης σε συνδυασμό με τις γραμμές που υποδεικνύουν τις μέγιστες υπερπιέσεις και ελάχιστες υποπιέσεις κατά μήκος αυτής για χρόνο πλήρους κλεισίματος 19 sec, όπως επίσης και τα ανηγμένα μεγέθη γωνιακή ταχύτητα, ύψος και παροχή στο σημείο του υδροστροβίλου κατά την εξέλιξη του φαινομένου.



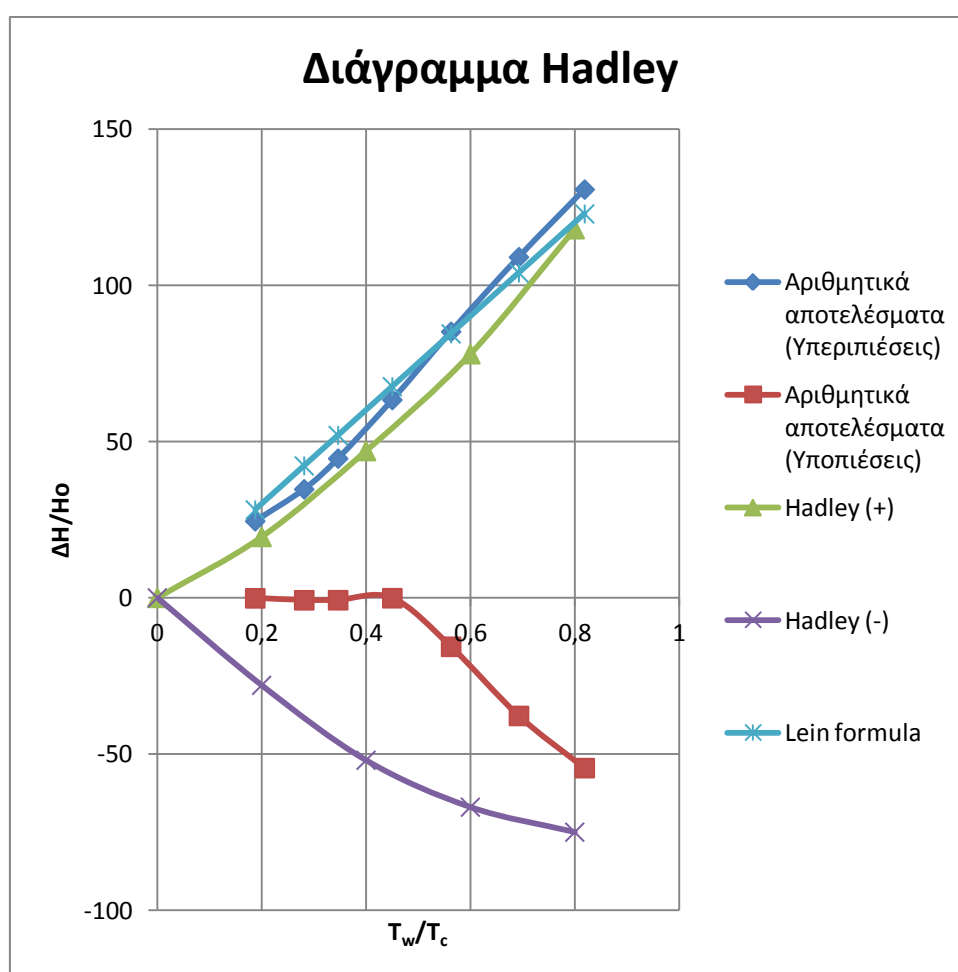






### 6.2.1. Σύγκριση με μελέτη Hadley

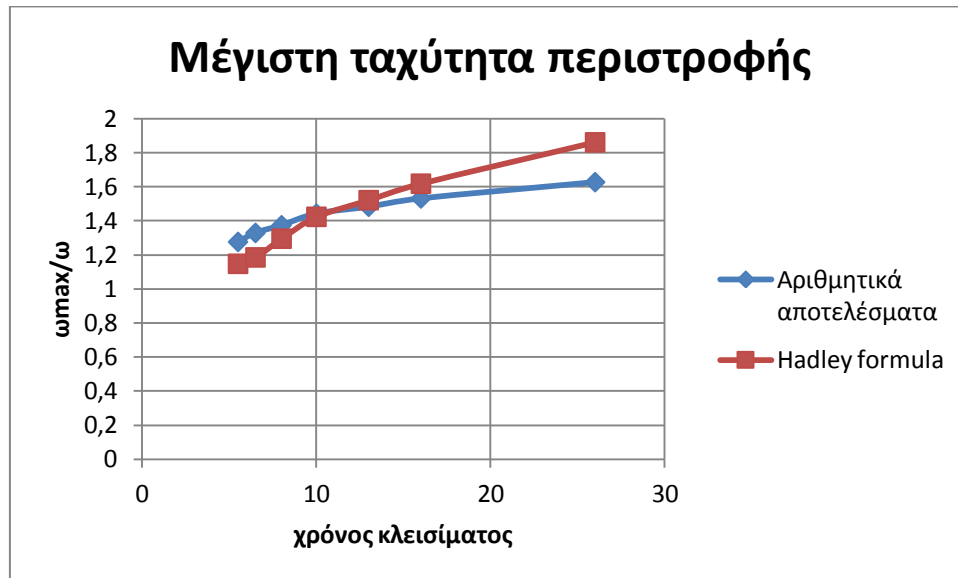
Προκειμένου να εξεταστεί το διάγραμμα πιέσεων του Hadley λαμβάνονται υπόψη χρόνοι πλήρους κλεισίματος από 5.5- 26 sec. Και πάλι γίνεται ταυτόχρονη σύγκριση με την γραμμική σχέση του Lein.



Οι υπολογισμένες υπερπίεσεις φαίνονται να έχουν εκθετική αύξηση με τη μείωση του χρόνου κλεισίματος. Σε σχετικά μεγάλους χρόνους κλεισίματος φαίνονται να συμφωνούν με το διάγραμμα Hadley, όμως καθώς ο χρόνος κλεισίματος μειώνεται τόσο αποκλίνουν από αυτό. Στις ελάχιστες υποπίεσεις ωστόσο φαίνονται σημαντικές διαφορές, καθώς για μεγαλύτερους χρόνους κλεισίματος η ελάχιστη υποπίεση σχεδόν

μηδενίζεται. Αυτό το γεγονός πιθανόν να οφείλεται στην μορφή των χαρακτηριστικών σημείων λειτουργίας του υδροστροβίλου.

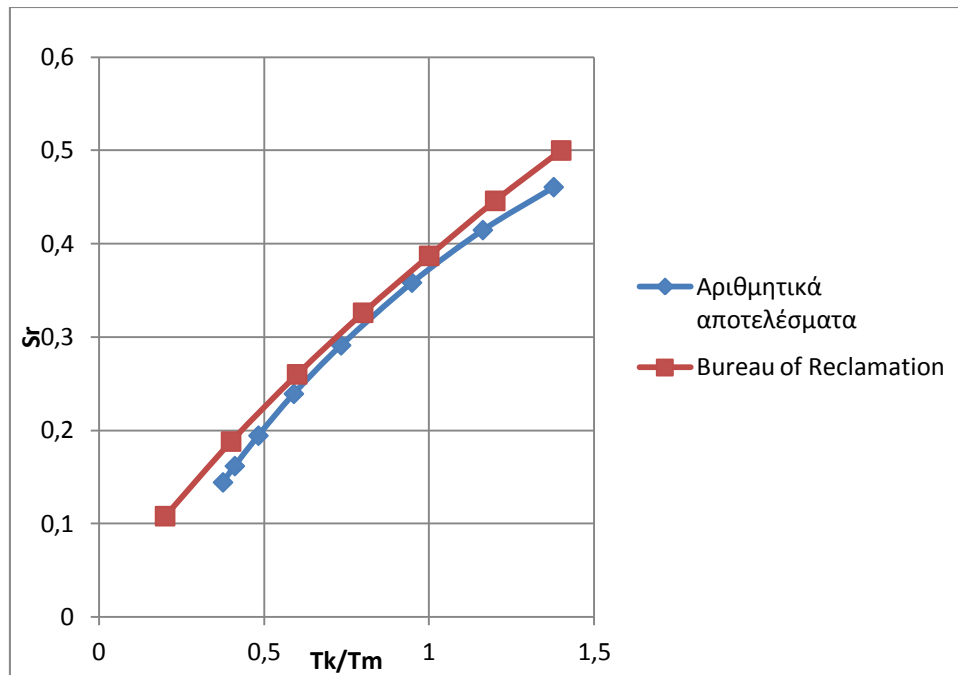
Όσο αφορά την μέγιστη γωνιακή ταχύτητα του υδροστροβίλου τα αριθμητικά αποτελέσματα σε συνδυασμό με αυτά που προκύπτουν από την σχέση (5.4) του Hadley φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα, συναρτήσει του χρόνου πλήρους κλεισίματος.



Παρατηρείται ότι η υπερτάχυνση αυξάνεται με μικρότερο ρυθμό συναρτήσει του χρόνου από τον ρυθμό που προβλέπει η σχέση Hadley. Για χρόνο κλεισίματος 10 sec παρατηρείται σχεδόν συμφωνία μεταξύ των δύο.

### 6.2.2. Σύγκριση με μελέτη Bureau of Reclamation

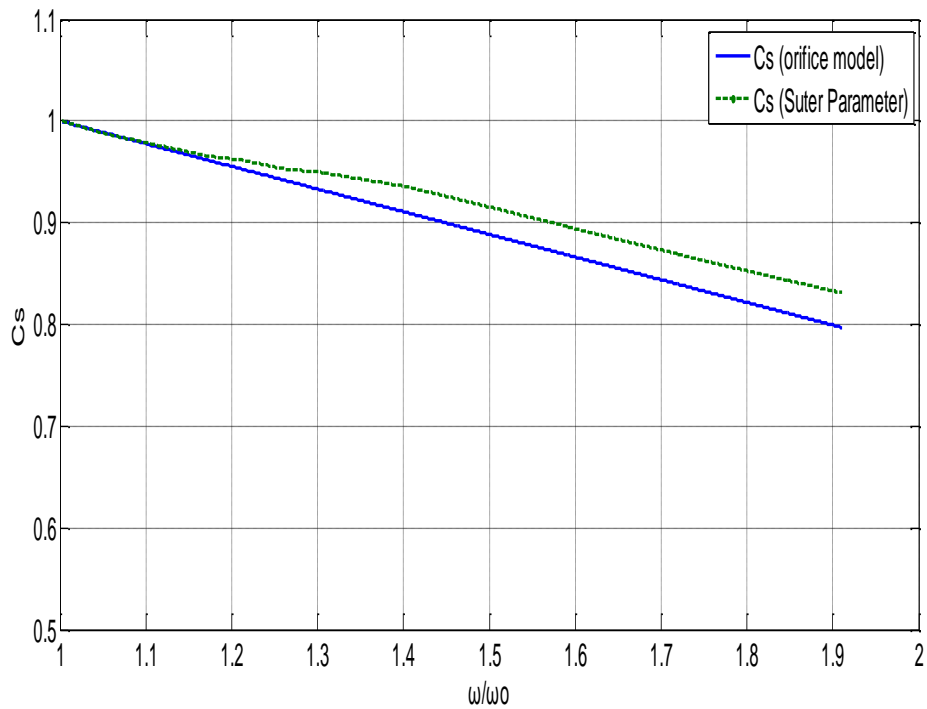
Ομοίως με τον προηγούμενο υδροστροβίλο, χρησιμοποιούνται χρόνοι κλεισίματος 5.5 – 16 sec και επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία του αντίστοιχου κεφαλαίου για να βρεθεί η τεταγμένη του αντίστοιχου σημείου.



Φαίνεται μία αρκετά καλή συμφωνία μεταξύ των προβλέψεων του Bureau of Reclamation και των αποτελεσμάτων που προκύπτουν μετά από τους υπολογισμούς. Και πάλι, στις μέσες τιμές του χρόνου κλεισίματος εμφανίζεται σχεδόν πλήρη συμφωνία μεταξύ των προβλέψεων του διαγράμματος και των υπολογιστικών αποτελεσμάτων, ενώ για σχετικά μεγάλους και σχετικά μικρούς χρόνους εμφανίζεται μία μικρή απόκλιση.

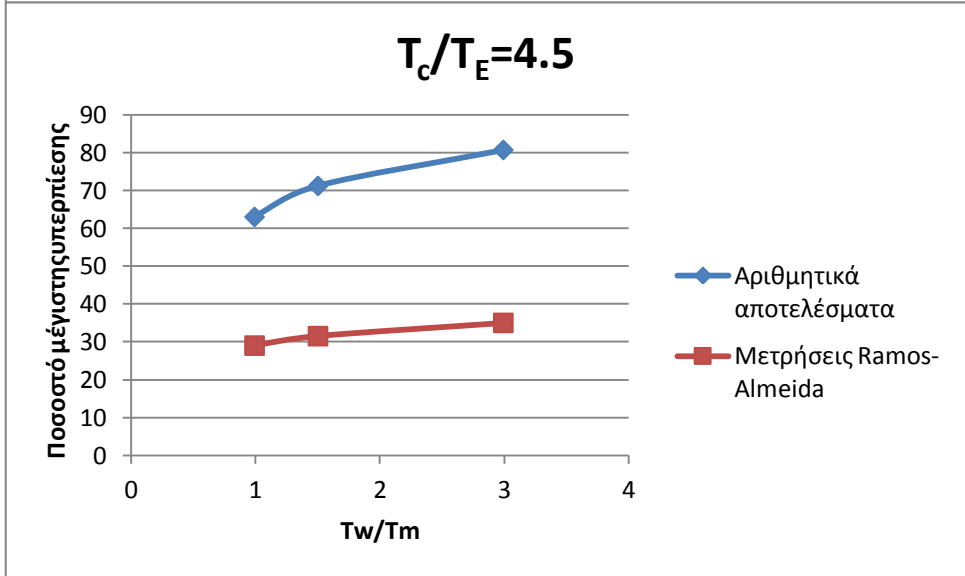
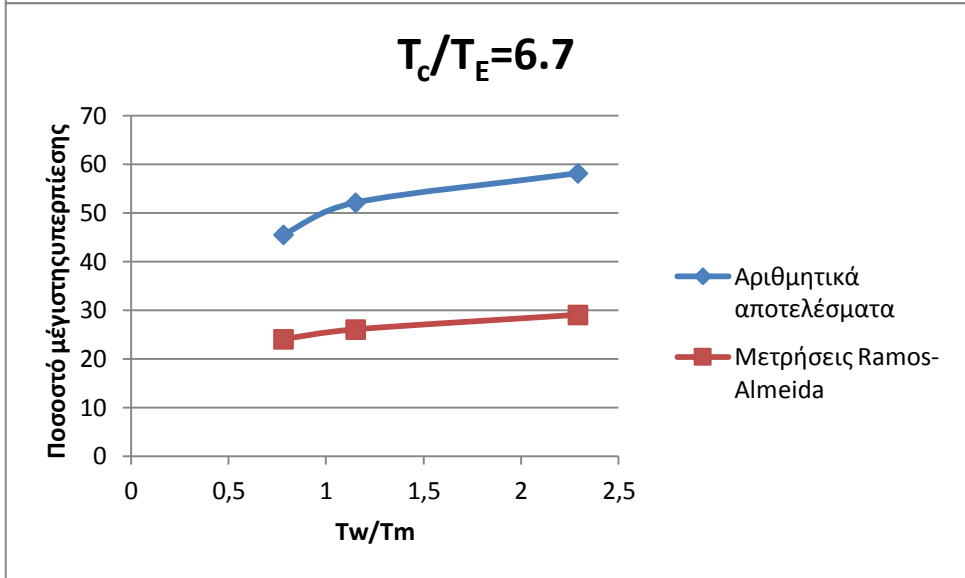
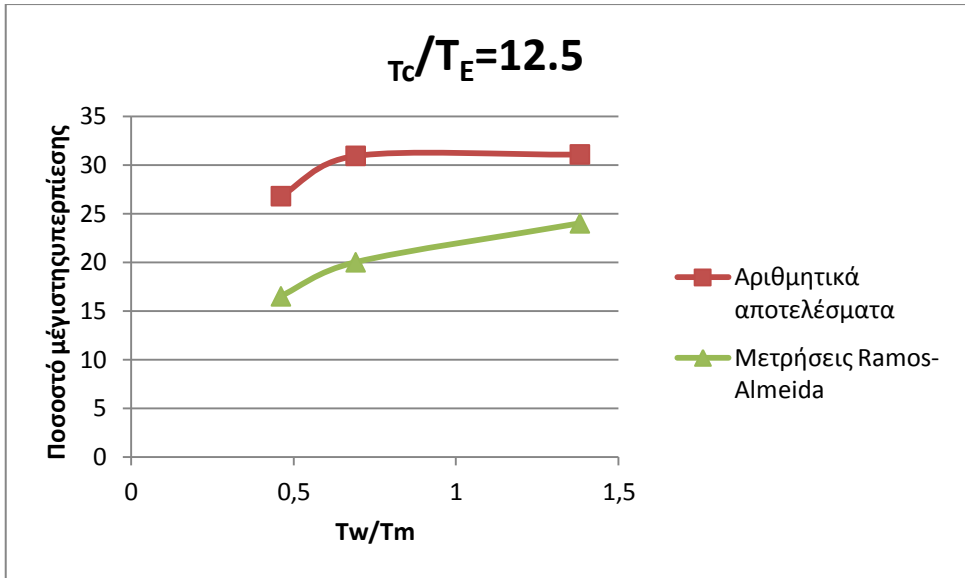
### 6.2.3. Σύγκριση με μελέτη Ramos-Almeida

Και πάλι γίνεται σύγκριση των τιμών του  $C_s$  που προκύπτουν σύμφωνα με τις παραμέτρους του Suter και με το dynamic orifice model, συναρτήσεως της γωνιακής ταχύτητας. Αξίζει να σημειωθεί ότι διάγραμμα (5.4) και η αντίστοιχη εξίσωση εδώ προβλέπουν ανηγμένη παροχή σε συνθήκες φυγής ίση με 0.77 ενώ μετά από τους αντίστοιχους υπολογισμούς ισούται με 0.825. Αν και μικρή υπάρχει ακόμα μία σημαντική διαφορά.



Παρουσιάζεται μία πολύ καλή συμφωνία μεταξύ των δύο σχέσεων, αν και μετά το 118% της αρχικής γωνιακής ταχύτητας αρχίζει να εμφανίζεται μία μικρή απόκλιση

Τα πράγματα όμως αντιστρέφονται κατά την μελέτη των υπερπίεσεων που μελετώνται σύμφωνα με τις τιμές των  $T_w/T_m$  και  $T_c/T_E$  που δίνονται απ το διάγραμμα (5.5). Τα αποτελέσματα των υπολογισμών δίνονται στους παρακάτω πίνακες



Παρατηρείται ότι οι υπολογισμένες υπερπίεσεις είναι κατά πολύ μεγαλύτερες, ιδιαίτερα η μείωση της ροπής αδράνειας προκαλεί αρκετά μεγάλη αύξηση της υπερπίεσης, γεγονός που επαληθεύει την υπόθεση ότι ο χρόνος επιτάχυνσης των στρεφόμενων μαζών οφείλει να είναι σχετικά μεγάλος προκειμένου να υπάρξει καλός έλεγχος της εγκατάστασης. Υπενθυμίζεται ότι σύμφωνα με το Bureau of Reclamation ενδείκνυται ότι  $T_m \geq 2 \times (T_w)^2$ .

## Κεφάλαιο 7

### Συμπεράσματα- Προτάσεις

Από την λεπτομερή μελέτη του προηγούμενου κεφαλαίου μπορούν να εξαχθούν μερικά πολύ χρήσιμα συμπεράσματα.

Αρχικά, πρέπει να επισημανθεί ότι η ακαριαία απόρριψη φορτίου είναι μία από τις δύο ακραίες περιπτώσεις που θα πρέπει να εξετάζονται κατά την αρχική μελέτη μίας υδροηλεκτρικής διάταξης, μαζί με την έναρξη λειτουργίας από μηδενική παροχή, και μάλιστα είναι αυτή που συνήθως έχει τα εντονότερα προβλήματα. Οι προηγούμενες μελέτες που αναπτύχθηκαν στο κεφάλαιο 5 χρησιμοποιούσαν σαν παραμέτρους του προβλήματος μεγέθη τα οποία είναι εύκολα υπολογίσιμα και μπορούν στο στάδιο της αρχικής μελέτης να αλλάξουν ανάλογα με τα τις ανάγκες και τα προβλήματα που θα παρουσιαστούν. Αυτά τα μεγέθη είναι οι χρόνοι  $T_m$ ,  $T_w$ ,  $T_c$  και  $T_E$  και ο ειδικός αριθμός στροφών. Με λίγα λόγια δεν λαμβάνονται υπόψη οι χαρακτηριστικές καμπύλες του υπό λειτουργία υδροστροβίλου, πράγμα λογικό, αφού πρόκειται για αρχική μελέτη, αλλά και επειδή οι καμπύλες WH και WB είναι αποτελέσματα εκτενών μετρήσεων, που σημαίνει ότι είναι αρκετά σπάνιες και δυσεύρετες.

Όσο αφορά το διάγραμμα εύρους πιέσεων του Hadley, υπάρχει μια σχετική συμφωνία μεταξύ των μετρούμενων υπερπιέσεων και του διαγράμματος. Και στα δύο φαίνεται μία εκθετική αύξηση της πίεσης με την μείωση του χρόνου πλήρους κλεισίματος. Από την άλλη πλευρά, οι υπολογισμένες υπερπιέσεις είναι ίσες ή μεγαλύτερες από αυτές που προβλέπει το διάγραμμα Hadley, ακόμα και σε διαφορές που φτάνουν το 13% της αρχική διαθέσιμης υδραυλικής πτώσης. Επιπλέον δείχνουν να συμφωνούν καλύτερα με τις υπερπιέσεις που προκύπτει από την σχέση του Leib (σχέση 5.1) η οποία είναι γραμμική.

Αντίθετα, οι υποπιέσεις που αναπτύσσονται φαίνονται να μην ακολουθούν τον ίδιο κανόνα. Ενώ στον υδροστρόβιλο με ειδικό αριθμό στροφών  $n_q=48$  οι υπολογισμένες υποπιέσεις συμφωνούν με αυτές του διαγράμματος, στην δεύτερη περίπτωση οι υποπιέσεις που προκύπτουν από τις αριθμητικές μεθόδους φαίνονται αρκετά μικρότερες, και μάλιστα από μία μέση τιμή του λόγου  $T_w/T_c$  και κάτω σχεδόν δεν αναπτύσσονται υποπιέσεις. Αυτό το γεγονός έχει να κάνει πιθανόν με αποτελέσματα που προκύπτουν μέσα από τις καμπύλες WH για τον συγκεκριμένο υδροστρόβιλο, οι οποίες δεν ευνοούν την ανάπτυξη μεγάλων υποπιέσεων. Έτσι δεν προκύπτει σοβαρός κίνδυνος σπηλαιώσης.

Οι υπερταχύνσεις που προβλέπονται από την σχέση Hadley είναι υπερβολικές, καθώς οι υπολογισμένες είναι σχεδόν πάντα μικρότερες. Για την σωστή πρόβλεψη αυτών καλύτερα είναι να προτιμάται η τεχνική του Bureau of Reclamation, πρώτον γιατί οι προβλέψεις του είναι αρκετά κοντά στα αριθμητικά αποτελέσματα που προέκυψαν

μετά από πλήρη μαθηματική ανάλυση, και δεύτερον γιατί οι προβλέψεις του είναι λίγο μεγαλύτερες που σημαίνει ότι είναι από την ασφαλή πλευρά.

Το μοντέλο δυναμικού στομίου φαίνεται να επαληθεύεται στον υδροστρόβιλο με ειδικό αριθμό στροφών  $N_q=66$  όπου οι σχέσεις (5.11) και (5.15) βγάζουν παραπλήσιες τιμές. Από την άλλη πλευρά, για τον υδροστρόβιλο με  $N_q=48$  η σχέση (5.11) δείχνει να αποκλίνει. Αυτό το γεγονός οφείλεται στην παροχή του στροβίλου σε συνθήκες φυγής, η οποία είναι πολύ μεγαλύτερη αυτής που προβλέπει το διάγραμμα των Ramos-Almeida. Συγκεκριμένα, ενώ το διάγραμμα και η σχέση  $a_R = 0.3 + 0.0024N_s$  προβλέπει ανηγμένη παροχή περίπου 0.6 σε συνθήκες φυγής, εξαιτίας των χαρακτηριστικών η υπολογισμένη ανηγμένη παροχή ισούται με 0.875. Έτσι τα αποτελέσματα που προκύπτουν διαφέρουν αρκετά. Αντίθετα, αν τεθεί  $a_R=0.875$  υπάρχει αρκετή καλή συμφωνία μεταξύ των (5.10) και (5.15).

Εξαιτίας αυτής της ασυμφωνίας παρουσιάζεται και μεγάλη απόκλιση μεταξύ των υπολογισμένων και των προβλεπόμενων υπερπίεσεων.

Έπειτα, όπως φαίνεται από την εφαρμογή της μελέτης των Ramos-Almeida στον υδροστρόβιλο ειδικού αριθμού στροφών  $N_q=66$ , παρουσιάζονται πολύ μεγάλες διαφορές στις μέγιστες υπερπίεσεις μεταξύ υπολογισμών και διαγράμματος (5.5). Αποδεικνύεται λοιπόν ότι το διάγραμμα (5.5) δεν μπορεί να ισχύει για όλες τις περιπτώσεις. Οι χαρακτηριστικές καμπύλες λειτουργίας παίζουν σημαντικό ρόλο στην τελική τιμή της μέγιστης υπερπίεσης και έτσι το διάγραμμα (5.5) δεν μπορεί να είναι αξιόπιστο για κάθε περίπτωση.

Πολλές αιτίες μπορούν να ευθύνονται για αυτό. Αρχικά, είναι ξεκάθαρο ότι για τους υδροστροβίλους της συγκεκριμένης εργασίας δεν ισχύει η παραδοχή για τις τιμές των ανηγμένων παροχών σε λειτουργία συνθηκών φυγής. Οπότε το διάγραμμα (5.5) δεν φαίνεται να ισχύει σε αρχικό στάδιο για κάθε είδους υδροδυναμική μηχανή. Έπειτα, πιθανόν ένα μικρό ποσοστό της απόκλισης να οφείλεται στο γεγονός ότι χρησιμοποιήθηκαν καμπύλες λειτουργίας αντλιών και όχι υδροστροβίλων κατά την μελέτη των Ramos-Almeida. Τέλος, η συγκεκριμένη μέθοδος λαμβάνει υπόψη πολλές παραμέτρους του συστήματος. Πολλές από αυτές τις παραμέτρους έχουν συσχετίσεις μεταξύ τους που δεν προτείνονται για την ομαλή λειτουργία τέτοιων έργων. Για παράδειγμα, στο διάγραμμα (5.5) εμφανίζονται αποτελέσματα για λόγο  $T_w/T_m=2.99$  ενώ για υδροστρόβιλους Francis ένα λόγος ίσος με 0.33 θεωρείται καλός για τον ομαλό έλεγχο της εγκατάστασης (βλ. παράγραφο 5.1).

Σε κάθε περίπτωση, για τον υπολογισμό των υπερταχύνσεων που συμβαίνουν στην ακαριαία απόρριψη φορτίου το διάγραμμα του Bureau of Reclamation φαίνεται η πιο ακριβής μέθοδος. Επιπλέον λαμβάνει υπόψη τα περισσότερα στοιχεία του συστήματος αγωγός-υδροστρόβιλος-ρυθμιστικά πτερύγια (χρόνος επιτάχυνσης στήλης υγρού, χρόνος επιτάχυνσης περιστρεφόμενων μαζών, ειδικός αριθμός στροφών, άνοιγμα πτερυγίων κτλ.). Είναι πολύ σημαντικό επίσης το γεγονός ότι το συγκεκριμένο διάγραμμα προβλέπει ελάχιστα μεγαλύτερες υπερταχύσεις. Έτσι, οι



προβλέψεις για τις υπερταχύνσεις μίας εγκατάστασης στο προκαταρκτικό στάδιο είναι πάντοτε από την ασφαλή πλευρά. Υπενθυμίζεται ότι για την ομαλή λειτουργία του άξονα η μεγαλύτερη ταχύτητα που επιτυγχάνει ο υδροστροβίλος δεν θα πρέπει να ξεπερνάει το 60% της ονομαστικής, σύμφωνα με την ίδια εργασία.

Όσο αφορά την πρόβλεψη των υπερπιέσεων και υποπιέσεων στον αγωγό, τα αποτελέσματα της σχέσης (5.1) φαίνεται να είναι πιο αξιόπιστα, παρόλο που πρόκειται για γραμμική σχέση ως προς τον λόγο  $T_w/T_c$ . Από την άλλη πλευρά, κάθε υδροστροβίλος δεν έχει ιδιαίτερο πρόβλημα υποπιέσεων όπως δείχνουν τα αποτελέσματα του υδροστροβίλου με  $n_q=66$ . Άλλωστε, στις περισσότερες εφαρμογές ο αγωγός σχεδιάζεται με κατηφορική κλίση προκειμένου να αποφευχθούν φαινόμενα σπηλαιώσης ή ακόμα και υπερβολικής υποπίεσης που θα ασκούσε μεγάλη τάση στον αγωγό. Τα αποτελέσματα από αυτή τη σχέση είναι περισσότερο εποπτικά, δείχνουν την τάξη της έντασης του φαινομένου, αλλά η πραγματική υπερπίεση ενδέχεται να είναι μεγαλύτερη. Όποτε, από μία σειρά προκαταρκτικών μελετών πρέπει να προτιμάται αυτή με τα μικρότερα αποτελέσματα για λεπτομερή αριθμητική ανάλυση.

Υπενθυμίζεται ότι η ακαριαία απόρριψη φορτίου είναι μία από τις δύο ακραίες περιπτώσεις που θα πρέπει να μελετώνται σε κάθε υδροηλεκτρική εγκατάσταση για λόγους ασφαλείας. Η άλλη είναι η εκκίνηση του στροβίλου από μηδενική γωνιακή ταχύτητα στην οποία συμβαίνουν παρόμοια φαινόμενα υδραυλικού πλήγματος και μη σύγχρονων στροφών. Η σωστή πρόβλεψη των ακραίων φαινομένων βοηθάει στην σωστή σχεδίαση των συστημάτων και των διατάξεων ασφαλείας καθώς και στο να προτείνονται οι βέλτιστες περιπτώσεις για πλήρη αριθμητικό έλεγχο τους, γλιτώνοντας έτσι πολύτιμο χρόνο και εργατοώρες.

## Παράρτημα

### Μέθοδος Newton-Raphson

Η συγκεκριμένη μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εύρεση των ριζών  $x_i, y_i$  συστήματος δύο εξισώσεων:

$$f(x_0, y_0) = 0$$

$$g(x_0, y_0) = 0$$

Οι εξισώσεις αυτές, με την προϋπόθεση ότι η αρχική εκτίμηση της ρίζας  $(x, y)$  του συστήματος είναι κοντά στη πραγματική τιμή της ρίζας, προσεγγίζονται κατά Taylor αγνοώντας τους όρους δεύτερης τάξης και άνω.

$$f(x_0, y_0) = f(x_i, y_i) + (x_i - x_0)f_x + (y_i - y_0)f_y$$

$$g(x_0, y_0) = g(x_i, y_i) + (x_i - x_0)g_x + (y_i - y_0)g_y$$

Επίλυση του παραπάνω συστήματος οδηγεί εύκολα στον αναγωγικό τύπο:

$$x^{(n+1)} = x^{(n)} - \frac{f \times g_y - g \times f_y}{J(f, g)}$$

$$y^{(n+1)} = y^{(n)} - \frac{g \times f_x - f \times g_x}{J(f, g)}$$

Όπου  $(x^{(n)}, y^{(n)})$  η n-οστή προσέγγιση στη ρίζα του συστήματος και  $f_x, f_y, g_x, g_y$  είναι οι μερικές παράγωγοι των συναρτήσεων  $f$  και  $g$  ως προς  $x$  και  $y$  στη θέση  $(x^{(n)}, y^{(n)})$ .  $J(f, g)$  είναι η ιακωβιανή των συναρτήσεων  $f, g$  υπολογισμένη στη θέση  $(x^{(n)}, y^{(n)})$ .

$$J(f, g) = f_x g_y - f_y g_x$$

Η προηγούμενη αναγωγική σχέση οδηγεί ταχύτατα στη λύση του συστήματος αν οι συναρτήσεις  $f$  και  $g$  και οι παράγωγοί τους είναι συνεχείς συναρτήσεις και η ιακωβιανή διάφορη του μηδενός.

Η μέθοδος Newton-Raphson αποδεικνύεται ότι με επιτυχή πρώτη εκτίμηση των ριζών του συστήματος έχει τετραγωνική σύγκλιση και οδηγεί με ασφάλεια στην εύρεση της ρίζας του συστήματος. Είναι όμως χρονοβόρος γιατί απαιτείται επί πλέον ο υπολογισμός της ιακωβιανής  $J$  για κάθε επανάληψη.

## Συμβολισμοί

$a$ : ταχύτητα διαταραχής

$\eta$ : βαθμός απόδοσης

$\nu$ : κινηματική συνεκτικότητα

$\rho$ : πυκνότητα νερού ( $\rho=999 \text{ kg/m}^3$ )

$\sigma$ : ορθή τάση

$A$ : εμβαδόν διατομής

$\omega$ : γωνιακή ταχύτητα

$c$ : ταχύτητα δέσμης

$D$ : εξωτερική διάμετρος αγωγού

$d$ : εσωτερική διάμετρος αγωγού

$E$ : συντελεστής ελαστικότητας υλικού

$g$ : επιτάχυνση βαρύτητας ( $=9.81 \text{ m/s}^2$ )

$H$ : υδραυλική πτώση

$L$ : μήκος αγωγού

$M$ : ροπή

$n$ : στροφές υδροστροβίλου (rpm)

$n_q$ : ειδικός αριθμός στροφών ως προς την παροχή

$N_s$ : ειδικός αριθμός στροφών ως προς την ισχύ

$P$ : Ισχύς

$Q$ : παροχή

$r_e$ : βαθμός αντίδρασης

$R_e$  αριθμός Reynolds

$T_C$ : χρόνος κλεισίματος βάννας

$T_E$ : χαρακτηριστικός χρόνος εγκατάστασης ( $2L/a$ )

$T_m$ : χρόνος εκκίνησης υδροστροβίλου

$T_w$ : χρόνος επιτάχυνσης στήλης νερού

$U$ : εσωτερική ενέργεια

$u$ : περιφερειακή ταχύτητα υδροστροβίλου

$w$ : σχετική συνιστώσα ταχύτητας

$z$ : ύψος στάθμης δεξαμενής

## Βιβλιογραφία

### Ελληνική βιβλιογραφία

- [1] Άλμπουρας Γ. Παναγιώτης, Διπλωματική Εργασία «Αριθμητική Ανάλυση και Διερεύνηση της Ροής στο Σύστημα Διανομής Εργαστηριακού Μοντέλου Υδροστρόβιλου Pelton», Ε.Μ.Π., Αθήνα 2011
- [2] Αργυράκης Ι.Γ., Οι Υδροηλεκτρικοί Σταθμοί της Δ.Ε.Η. Α.Ε. και η Συμβολή τους στην Κάλυψη των Ενεργειακών Αναγκών της Χώρας.
- [3] Γιαννάκογλου Κ.Χ. , Αναγνωστόπουλος Ι., Μπεργελές Γ. , Αριθμητική Ανάλυση για Μηχανικούς, Ε.Μ.Π. , Αθήνα 2003, Έκδοση 4<sup>η</sup>
- [4] Κατερινόπουλος Φίλιππος, Διπλωματική Εργασία « Μικροϋδροηλεκτρικά Έργα: Τεχνολογία, Διαδικασία Μελέτης και Εφαρμογές», ΕΜΠ, Αθήνα Οκτώβριος 2007
- [5] Δημήτριος Ε. Παπαντώνης, Υδροδυναμικές εγκαταστάσεις (Σωληνώσεις-Ανλιοστάσια-Υδραυλικό πλήγμα, Εκδόσεις Συμεών, Ε.Μ.Π., Αθήνα 1998
- [6] Δημήτριος Ε. Παπαντώνης, Μικρά υδροηλεκτρικά έργα, Εκδόσεις Συμεών, Αθήνα 2008, Ε.Μ.Π., 2<sup>η</sup> έκδοση
- [7] Δημήτριος Ε. Παπαντώνης, Υδροδυναμικές μηχανές Αντλίες- Υδροστρόβιλοι, Εκδόσεις Συμεών, Αθήνα 2002, Ε.Μ.Π., 2<sup>η</sup> έκδοση
- [8] ΕΥΔΑΠ, Αξιοποίηση της Ενέργειας του Υδραυλικού Δυναμικού, ΕΜΠ Εργαστήριο Υδροδυναμικών Μηχανών, 2010
- [9] Πούλος Γεώργιος, Διπλωματική Εργασία «Αριθμητική Επαλήθευση των Διαγραμμάτων Parmakian για την Ένταση του Υδραυλικού Πλήγματος σε Αντλητική Εγκατάσταση», Ε.Μ.Π. , Αθήνα Οκτώβριος 2008

### Ξένη βιβλιογραφία

- [10] Jaeger Charles, Fluid Transients in Hydro-Electric Engineering Practice
- [11] Ramos Helena-A.Betamio de Almeida, Parametric Analysis of Water-Hammer Effects in Small Hydro Schemes,2001
- [12] Ramos Helena- A. Betamio de Almeida-Didia Covas, Design Criteria Applied to Pressurised Gravity Systems
- [13] Ramos Helena, Guidelines for Design of Small Hydropower Plants, 2000

- [14] International Energy Agency (IEA), Key World Energy Statistics, 2010
- [15] United States Department of the Interior Bureau of Reclamation, Selecting hydraulic Reaction Turbines
- [16]A. Vakil-B. Firoozabadi, Investigation of Valve-Closing Law on the Maximum Head Rise of A Hydropower Plant, Sharif University of Technology, June 2009
- [17]Warnick C.C., Hydropower Engineering, 1984
- [18][http://en.wikipedia.org/wiki/Hydroelectric\\_dam](http://en.wikipedia.org/wiki/Hydroelectric_dam)
- [19]<http://www.tridentes.com/energy/en/turbines.html>
- [20]<http://www.alternative-energy-tutorials.com/hydro-energy/water-turbine-design.html>
- [21][http://www.nptel.iitm.ac.in/courses/Webcourse-contents/IIT-KANPUR/machine/chapter\\_7/7\\_7.html](http://www.nptel.iitm.ac.in/courses/Webcourse-contents/IIT-KANPUR/machine/chapter_7/7_7.html)
- [22]<http://de.wikipedia.org/wiki/Kaplan-Turbine>
- [23] [http://www.nptel.iitm.ac.in/courses/Webcourse-contents/IIT-KANPUR/machine/chapter\\_7/7\\_7.html](http://www.nptel.iitm.ac.in/courses/Webcourse-contents/IIT-KANPUR/machine/chapter_7/7_7.html)