



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ

*Μοντελοποίηση της μηχανικής συμπεριφοράς ινωδών
ενισχύσεων σε πλαστική μήτρα και εφαρμογή στην περιοχική
συνεχή ενίσχυση οδοντωτών τροχών*

Διπλωματική εργασία

ΙΩΑΝΝΗΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΥ

Επιβλέπων : Λέκτορας Β. Σπιτάς

Αθήνα 2013

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία αναπτύσσεται και περιγράφεται μια μέθοδος βελτίωσης της αντοχής και της ικανότητας μεταφοράς και παραλαβής φορτίων των πλαστικών οδοντωτών τροχών μετωπικής οδοντώσεως. Η μέθοδος αυτή περιλαμβάνει την ενίσχυση των τροχών με συνεχώς προεντεταμένες ίνες άνθρακα, οι οποίες τοποθετούνται εφαπτομενικά στην επικίνδυνη διατομή ποδός, η οποία έχει ευρεθεί πρωθύστερα με ανάλυση, μέσω πεπερασμένων στοιχείων, των μοντέλων οδοντωτών τροχών χωρίς την προσθήκη του οπλισμού. Για την εύρεση των μηχανικών ιδιοτήτων του ομογενούς ανισότροπου υλικού πραγματοποιείται ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων σε προσομοιώσεις εφελκυσμού και διάτμησης. Στη συνέχεια μια σειρά από μοντέλα ενισχυμένων οδοντωτών τροχών μελετήθηκε για φορτίο ασκούμενο στο Υψηλότερο Σημείο Μονής Επαφής (HPSTC). Τέλος παρατίθενται σε κατάλληλα διαγράμματα τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα της αδιαστατοποιημένης μέγιστης εφελκυστικής και θλιπτικής τάσης, στα οποία αναπαρίστανται η πτώση τάσης περίπου κατά 60% στην πλαστική μήτρα του οδόντος και ταυτόχρονα η αύξηση της σχετικής αντοχής του οδόντος 10 με 15 φορές, δηλαδή επίπεδα αντοχής παρόμοια με αυτά ενός χαλύβδινου οδοντωτού τροχού.

ABSTRACT

In this thesis, a method of improving the mechanical properties and the loading capacity of typical plastic spur gears through the application of pretensioned carbon-fibre reinforcement is developed. In order to achieve this, the plastic gears are reinforced with long carbon fibres placed tangent to the critical cross-section at the root of the teeth, where the stress maximum is observed. In order to model the mechanical properties of the resulting anisotropic heterogeneous reinforced plastic, a homogenised 3-D anisotropic equivalent is calculated through FEA analysis of Representative Volume Elements (RVEs) under axial and shear loading conditions. A series of 5-teeth CF-reinforced gear models are subsequently studied under various loadings at the HPSTC using the contact ratio as a non-dimensionalising variable in comparison to their unreinforced counterparts. The results indicate a considerable decrease in root bending stresses both at the tension and the compression side of the tooth (10 to 15 times) as well as a significant decrease in compliance (40% of the original). Therefore the composite gear teeth are able to withstand loading similar to that of typical steel gears.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Όπως λένε, η κορωνίδα των σπουδών ενός φοιτητή της σχολής των Μηχανολόγων Μηχανικών, αποτελεί η διπλωματική εργασία. Η βοήθεια που είναι σε θέση να λαμβάνει κανείς κατά τη διάρκεια επιτέλεσης αυτής εμφανίζεται ποικιλοτρόπως και μπορεί να είναι κάτι τόσο απλό αλλά εξίσου σημαντικό, όπως είναι είτε ένα τάπερ φαγητό κάθε πρωί, είτε η φιλοξενία στο σπίτι μιας φίλης στη Σύρο ή ακόμη ένα τηλεφώνημα αργά το βράδυ όταν είσαι έτοιμος να εγκαταλείψεις.

Για αυτό το λόγο ίσως να ήταν άδικο να αναφερθώ προσωπικά σε κάθε άτομο ξεχωριστά. Ωστόσο, θαρρώ ότι θα ήταν μεγαλύτερο ατόπημα από την πλευρά μου, να παραλείψω να αναφερθώ ονομαστικά στους κυριότερους συντελεστές αυτής της μελέτης.

Καταρχήν θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή και επιβλέποντα της εργασίας Δρ. Β. Σπιτά για την υπομονή, την καθοδήγηση και τις γνώσεις που μου μεταλαμπάδευε και εξακολουθεί να κάνει καθημερινώς στο Εργαστήριο Στοιχείων Μηχανών. Επιπροσθέτως δε θα μπορούσα να ξεχάσω τους γονείς μου, οι οποίοι με έμαθαν και μου μετέδωσαν τις απαραίτητες βασικές γνώσεις αλλά κυρίως το καλώς εννοούμενο πείσμα και πολλές φορές ξεροκεφαλιά, για την επίτευξη ενός αποτελέσματος άρτιου και υψηλού επιπέδου. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τον συνεργάτη και φίλο μου Νίκο Παρασκευόπουλο για τη συνεχή βοήθεια ακόμη και όταν ο προσωπικός φόρτος εργασίας ήταν περισσότερο από αυτός που του αναλογούσε και ο ελεύθερος χρόνος του ήταν περιορισμένος.

Κλείνοντας, θα ήταν τεράστιο λάθος εκ μέρους μου αν δε πω ένα ακόμη πιο τεράστιο ευχαριστώ στο φίλο και συνεργάτη μου Τρύφωνα Λαμπρόπουλο για την καθημερινή στήριξη και βοήθεια και την απεριόριστη υπομονή και στη ξεροκεφαλιά και τα συνεχή μου λάθη, τα οποία αντιλαμβανόμουν ημέρες αργότερα, από την έναρξη της διπλωματικής εργασίας, μέχρι και την περάτωση αυτής.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1	Εισαγωγή	σελ.11
1.1	Γενικά περί οδοντωτών τροχών	σελ.11
1.2	Πλαστικοί οδοντωτοί τροχοί	σελ.13
1.2.1.	Μέθοδοι κατασκευής	σελ.14
1.2.2	Τεχνικά χαρακτηριστικά πλαστικών οδοντωτών Τροχών	σελ.15
1.3	Σύνθετα υλικά	σελ.16
1.3.1.	Ίνες άνθρακα (Carbon fibers)	σελ.16
1.3.2.	Ενισχυμένοι πλαστικοί οδοντωτοί τροχοί	σελ.18
2	Περιγραφή Διπλωματικής Εργασίας	σελ.19
3	Μοντελοποίηση Σύνθετων Υλικών με Ίνες	σελ.23
3.1.	Εισαγωγή	σελ.23
3.1.1.	Θεωρητικά μητρώα δυσκαμψίας	σελ.23
3.1.2.	Μητρώα τάσεων και παραμορφώσεων	σελ.24
3.1.3.	Κατασκευή ανισότροπου μοντέλου	σελ.29
3.2	Μελέτη τάσεων-παραμορφώσεων ισότροπου και ανισότροπου μοντέλου	σελ.31
3.2.1.	Εισαγωγή-Μεθοδολογία	σελ.31
3.2.2.	Ισότροπο υλικό	σελ.32
3.2.2.1	Εφελκυστική παραμόρφωση	σελ.34
3.2.2.2.	Διατμητική παραμόρφωση	σελ.37
3.2.2.3.	Υπολογισμός μητρώου δυσκαμψίας	σελ.39
3.2.3.	Ανίσοτροπο υλικό	σελ.40
3.2.3.1.	Εφελκυστική παραμόρφωση κατά τον άξονα Z	σελ.41
3.2.3.2.	Εφελκυστική παραμόρφωση κατά τον άξονα Z	σελ.44

3.2.3.3. Διατμητική παραμόρφωση κατά το επίπεδο ΧΥ	σελ.46
3.2.3.4. Διατμητική παραμόρφωση κατά το επίπεδο ΥΖ	σελ.49
3.2.3.5 Υπολογισμός μητρώου δυσκαμψίας	σελ.52
4 Ανάλυση Οδοντωτών Τροχών	σελ.55
4.1 Εισαγωγή	σελ.55
4.2 Μελέτη πλαστικών οδοντωτών τροχών εν συνεργασία	σελ.56
4.2.1. Γεωμετρικές σχέσεις	σελ.56
4.2.2. Τροχιά επαφών	σελ.60
4.2.3 Μελέτη οδοντωτών τροχών χωρίς ενίσχυση	σελ.61
4.2.4. Μελέτη οδοντωτών τροχών με ενίσχυση	σελ.71
4.3 Μελέτη Τροχών με διαφορετικό βαθμό επικαλύψεως	σελ.82
4.3.1. Μελέτη οδοντωτών τροχών χωρίς ενίσχυση	σελ.82
4.3.2. Μελέτη οδοντωτών τροχών με ενίσχυση	σελ.90
5 Σχολιασμός Αποτελεσμάτων	σελ.103
5.1 Εισαγωγή	σελ.103
5.2. Σύγκριση αποτελεσμάτων	σελ.104
5.3. Σύγκριση σχετικής αντοχής	σελ.108
5.4. Περαιτέρω ανάλυση	σελ.109
6 Βιβλιογραφία	σελ.111

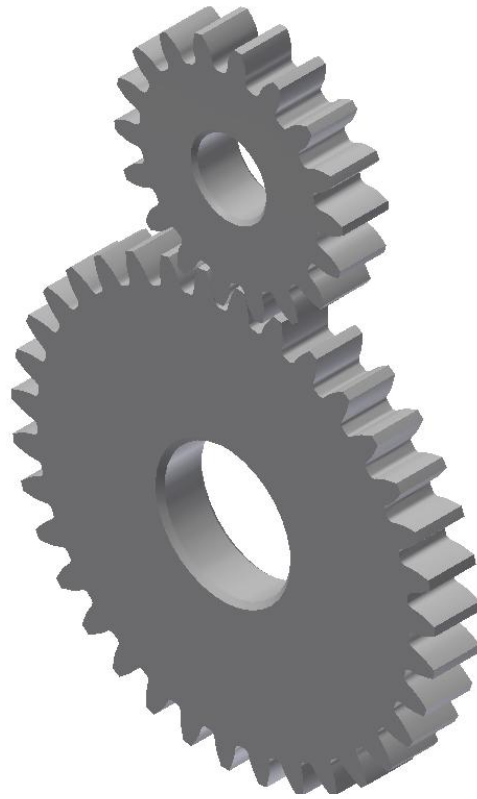
1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Γενικά περί οδοντωτών τροχών

Οδοντωτοί τροχοί καλούνται τα στοιχεία μηχανών, τα οποία χρησιμοποιούνται για τη μετάδοση περιστροφικής κινήσεως και τη μεταφορά ισχύος από την κινητήρια στην κινούμενη άτρακτο μέσω κατάλληλης εμπλοκής συνεργαζομένων οδόντων. Οι οδόντες είναι αλληπάλληλες εσοχές και προεξοχές της επιφάνειας ενός οδοντωτού τροχού, τέτοιες ώστε να είναι δυνατή η συνεργασία της εσοχής του ενός τροχού με την προεξοχή του συνεργαζομένου οδοντωτού τροχού.

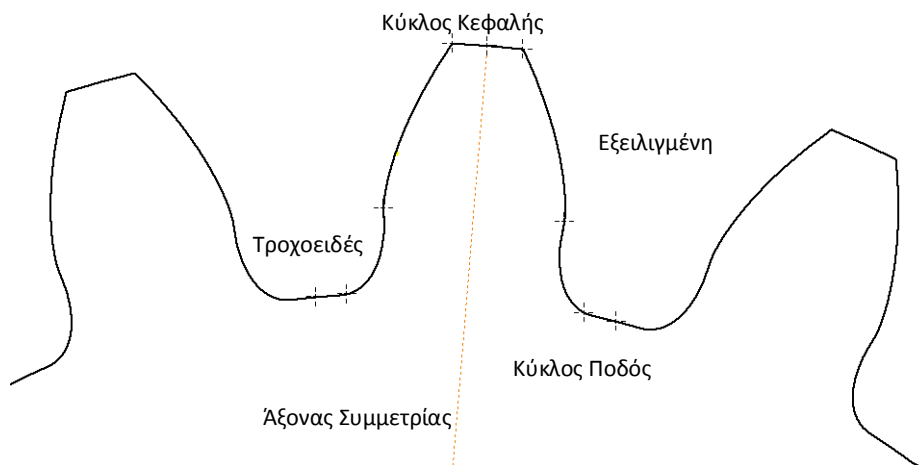
Ο οδοντωτός τροχός κυλινδρικής μορφής, του οποίου οι οδόντες είναι ευθείς και παράλληλοι προς τον άξονα περιστροφής και συμμετρίας του τροχού ονομάζεται μετωπικός οδοντωτός τροχός με παράλληλους ή ευθείς οδόντες. Ο βαθμός επικάλυψης ή διάρκεια επαφής στους τροχούς αυτούς κυμαίνεται θεωρητικά από 1 μέχρι 2, αν και έχουν παραχθεί μετωπικοί οδοντωτοί τροχοί με βαθμό επικάλυψης μεγαλύτερο από 2,5, ενώ πρακτικά από 1,3 έως 1,8. Επίσης, οι μετωπικοί οδοντωτοί τροχοί μπορούν να έχουν εξωτερική οδόντωση, δηλαδή οι οδόντες να βρίσκονται στην εξωτερική επιφάνεια του τροχού ή εσωτερική οδόντωση, δηλαδή οι οδόντες να βρίσκονται στην εσωτερική επιφάνεια του τροχού [1].

Στο σχήμα 1.1 διακρίνεται η συνεργασία μεταξύ δύο μετωπικών οδοντωτών τροχών με ευθεία οδόντωση διαφορετικού αριθμού οδόντων, κατά την οποία ο τροχός με τους λιγότερους οδόντες καλείται πινιόν (pinion) ενώ αυτός με τον μεγαλύτερο αριθμό οδόντων κορώνα ή συνεργαζόμενος τροχός (wheel).



Σχήμα 1.1. Ζεύγος συνεργασίας οδοντωτών τροχών

Στις τυποποιημένες οδοντώσεις το ύψος κεφαλής (h_k), δηλαδή η ακτινική απόσταση μεταξύ κύκλου κεφαλής και αρχικού κύκλου ισούται με το module της καθέτου τομής, ενώ το ύψος ποδός (h_f), δηλαδή η ακτινική απόσταση μεταξύ του αρχικού κύκλου και του κύκλου ποδός ισούται με $1,25 \div 1,30$ του module της καθέτου τομής του οδόντος. Επομένως το ολικό ύψος οδόντος, δηλαδή η ακτινική απόσταση μεταξύ κύκλου κεφαλής και κύκλου ποδός ισούται με $2,25 \div 2,30$ του module [1].



Σχήμα 1.2. Γεωμετρικά στοιχεία οδόντος

1.2. Πλαστικοί Οδοντωτοί Τροχοί

Σε εφαρμογές κατά τις οποίες δεν αναπτύσσονται υψηλά φορτία επί των οδόντων είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθούν οδοντωτοί τροχοί, οι οποίοι είναι κατασκευασμένοι από κατάλληλο θερμοπλαστικό ή θερμοσκληρυνόμενο υλικό.

Το πλαστικό είναι ένα οποιαδήποτε οργανικό υλικό, το οποίο έχει τη δυνατότητα να ρέει σε μια επιθυμητή μορφή, κατά την εφαρμογή θερμότητας και πίεσης, και κατόπιν να διατηρεί την μορφή αυτή. Το πλαστικό αποτελείται από ένα συνδυασμό πλαστικοποιητών, υλικών πληρώσεως, χρωστικών ουσιών και άλλων πρόσθετων ουσιών. Ο συνδυασμός των ουσιών αυτών προσδίδει στο πλαστικό τα κύρια χαρακτηριστικά του και συνήθως το όνομά του. Οι ουσίες που συνδυάζονται μπορεί να είναι φυσικά υλικά, όπως παράγωγα κυτταρίνης, καζεΐνης αλλά και συνθετικές ρητίνες.

Οι δύο βασικοί τύποι πλαστικών είναι τα θερμοπλαστικά και τα θερμοσκληρυνόμενα.

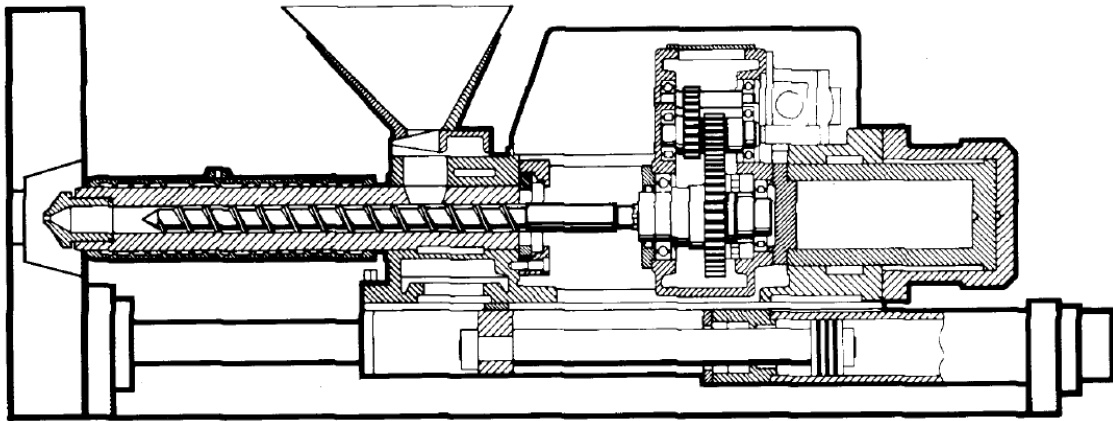
Τα θερμοπλαστικά (thermoplastics) αποτελούνται από κυρίως γραμμικά μακρομόρια που με τη θέρμανση μαλακώνουν και ρέουν, λόγω χαλάρωσης των μοριακών δεσμών και αφού μορφοποιηθούν, ψύχονται και στερεοποιούνται. Η διεργασία αυτή είναι σχεδόν πλήρως αντιστρεπτή. Τα θερμοπλαστικά είναι ευαίσθητα στη θερμοκρασία και τους διαλύτες. Στα θερμοπλαστικά ευρείας και βιομηχανικής χρήσεως περιλαμβάνονται το πολυαιθυλένιο (PE), το πολυβινυλοχλωρίδιο (PVC), το πολυπροπυλένιο (PP), το πολυστυρένιο (PS), το πολυακρυλονιτρίλιο (PAN), τα πολυαμίδια (Nylon), καθώς επίσης και η οικογένεια των φθοροπολυμερών, παραδείγματος χάριν το πολυτετραφθοροαιθυλένιο (PTFE), η πολυαίθερο-αίθερο-κετόνη (PEEK).

Από την άλλη τα θερμοσκληρυνόμενα (thermosets ή thermosetting plastics). Πρόκειται για διδιάστατα ή τρισδιάστατα δίκτυα αποτελούμενα από μικρά, σχετικά, μακρομόρια που προέρχονται από την επανάληψη του μονομερούς μερικές εκατοντάδες φορές. Κατά την ανάμιξη των συστατικών του πολυμερούς (ρητίνη με το αντίστοιχο σκληρυντικό), με ή χωρίς θέρμανση, το πολυμερές σκληραίνει και μορφοποιείται κατά αναντίστροφο τρόπο. Τα θερμοσκληρυνόμενα πολυμερή δεν επιδέχονται περαιτέρω κατεργασία, διότι αυξανόμενης της θερμοκρασίας διασπώνται οι δευτερεύοντες δεσμοί, αν και το πολυμερές δεν τήκεται λόγω της ιδιάζουσας δικτυωτής κατανομής των μακρομορίων του και συνήθως είναι άμορφα. Τα κυριότερα θερμοσκληρυνόμενα είναι τα φαινολικά πολυμερή (φαινοπλάστες ή βακελίτες), οι εποξυδικές ρητίνες, οι αμινοπλάστες (ρητίνες ουρίας ή μελαμίνης με φορμαλδεύδη, διαλυτικά), οι πολυεστέρες, κ.λπ.. [2]

1.2.1. Μέθοδοι Κατασκευής

Χύτευση με έγχυση (Injection molding)

Αποτελεί την πιο συνήθη μέθοδο κατασκευής πλαστικών οδοντωτών τροχών. Αναφορικά με τα βασικά στάδια της διεργασίας, η χύτευση με έγχυση περιλαμβάνει τα εξής στάδια. Κόκκοι πολυμερούς που τροφοδοτούνται από μια χοάνη (hopper), συμπιέζονται από ένα έμβολο (ram) ή έναν κοχλία (screw) και θερμαίνονται μέχρι την τήξη τους. Το τήγμα αυτό στη συνέχεια ψεκάζεται υπό πίεση (έγχυση) στα ψυχρά τοιχώματα ενός καλουπιού. Εκεί, το πολυμερές αποψύχεται κάτω από τη θερμοκρασία υαλώδους μεταπτώσεως (T_g), η διαίρετή μήτρα ανοίγει και λαμβάνεται το προϊόν.



Σχήμα 1.3 Μηχανή Injection σε τομή [2]

Άλλοι μέθοδοι κατασκευής

Για την κατασκευή πλαστικών οδοντωτών τροχών μεγάλου όγκου και μεγέθους module, η πιο κλασική μέθοδος κοπής είναι με κοπτήρα Hob, η οποία χρησιμοποιείται ευρέως στη κοπή οδοντωτών τροχών από μέταλλο. Η διαδικασία, η οποία ακολουθείται είναι παρόμοια με αυτής των μεταλλικών οδοντωτών τροχών, με τον κοπτήρα να είναι από διαφορετικό υλικό σε σχέση με αυτόν, ο οποίος χρησιμοποιείται για τους μεταλλικούς οδοντωτούς τροχούς, εξαιτίας του γεγονότος ότι το πλαστικό ως υλικό είναι πιο όλκιμο εν αντιθέσει με το μέταλλο.

Επίσης άλλες μέθοδοι κατασκευής πλαστικών οδοντωτών τροχών είναι η χύτευση εν κενό, κατά την οποία υγρό πλαστικό χύνεται σε καλούπια εν κενό, εξαλείφοντας τον αέρα από το πλαστικό και την κοιλότητα του καλουπιού και αφήνεται εκεί μέχρι να στερεοποιηθεί. Τέλος άλλες μέθοδοι κατασκευής είναι οι broaching, η οποία

χρησιμοποιείται επίσης και για την κατασκευή μεταλλικών οδοντωτών τροχών, stamping και shaving.

1.2.2. Τεχνικά Χαρακτηριστικά Πλαστικών Οδοντωτών Τροχών

Οι πλαστικοί οδοντωτοί τροχοί χρησιμοποιούνται κατά κόρον σε εφαρμογές της ιατρικής, της ρομποτικής, στην παιχνιδιοβιομηχανία και άλλες και τείνουν να αντικαταστήσουν τους πιο ευρέως διαδεδομένους οδοντωτούς τροχούς σε εφαρμογές κυρίως που δε παρατηρείται ανάπτυξη υψηλών φορτίων. Τα κύρια πλεονεκτήματα των πλαστικών οδοντωτών τροχών είναι τα εξής:

- Χαμηλό κόστος κατασκευής, καθώς η παραγωγή τους απαιτεί ένα στάδιο ολοκλήρωσής της.
- Χαμηλό βάρος
- Το πλαστικό δίνει τη δυνατότητα παρασκευής τροχών οιασδήποτε μορφής, ανεξαρτήτως της πολυπλοκότητας και μεγέθους.
- Η λίπανση που απαιτείται είναι από ελάχιστη έως μηδενική, εξαιτίας του χαμηλού συντελεστή τριβής μεταξύ των υλικών.
- Σημαντική προστασία έναντι της διάβρωσης, σε σχέση με τα κοινά μεταλλικά γρανάζια, στα οποία απαιτείται ποιοτική αναβάθμιση της επιφανείας τους.
- Οι ανοχές στις κατατομές των οδόντων δε διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο, εξαιτίας της ενδοτικότητας των οδόντων που τους επιτρέπει να συνεργάζονται ομαλά δίχως ταλαντώσεις και τη γέννηση θορύβου.

Από την άλλη πρέπει να ληφθούν υπόψη ορισμένα σημαντικά μειονεκτήματα των πλαστικών οδοντωτών τροχών. Οι τροχοί αυτοί δεν είναι σε θέση να χρησιμοποιηθούν, όπως έχει προαναφερθεί, σε εφαρμογές κατά τις οποίες αναπτύσσονται υψηλά φορτία, εξαιτίας της σαφώς χαμηλότερης αντοχής τους σε κάμψη και πίεση επιφανείας έναντι των μεταλλικών γραναζιών. Επίσης το θερμικό φάσμα στο οποίο λειτουργούν είναι περιορισμένο, επομένως δεν ενδείκνυνται τόσο σε εφαρμογές υψηλών θερμοκρασιών (μέχρι 120°C) όσο και σε εφαρμογές πολύ χαμηλών θερμοκρασιών. Τέλος η κατασκευή πλαστικών οδοντωτών τροχών υψηλής γεωμετρικής ακριβείας είναι αρκετά δύσκολη, λόγω των θερμικών διαστολών-συστολών που παρατηρούνται κατά την έγχυση του πλαστικού στο καλούπι.

1.3. Σύνθετα υλικά

Όπως ανεφέρθη προηγουμένως, ένα σημαντικό μειονέκτημα των πλαστικών οδοντωτών τροχών έναντι των μεταλλικών είναι η σημαντικά χαμηλότερη αντοχή τους τόσο σε κάμψη όσο και σε πίεση επιφανείας. Έτσι για την αύξηση της αντοχής των πλαστικών οδοντωτών τροχών κατασκευάζονται οδοντωτοί τροχοί από σύνθετα υλικά.

Ως σύνθετο υλικό ορίζεται ένα υλικό, το οποίο αποτελείται από δύο ή περισσότερα συστατικά, τα οποία συνδυάζονται κατάλληλα για να επιτευχθούν ειδικές ιδιότητες και χαρακτηριστικά. Από τα δύο υλικά το ένα χαρακτηρίζεται ως συστατικό ενίσχυσης και είναι αυτό που προσδίδει στο σύνθετο υλικό βελτιωμένες μηχανικές ιδιότητες, ενώ το δεύτερο καλείται μήτρα και εξασφαλίζει τη μέγιστη δυνατή εκμετάλλευση των ιδιοτήτων της ενίσχυσης. [3]

Ανάλογα με το είδος του συστατικού ενίσχυσης τα σύνθετα υλικά κατατάσσονται σε 3 μεγάλες επιμέρους κατηγορίες:

- Σύνθετα υλικά με ενίσχυση ινών (fibrous composites)
- Σύνθετα υλικά με ενίσχυση σωματιδίων (particulate composites)
- Στρωματικά σύνθετα υλικά (laminar composites)

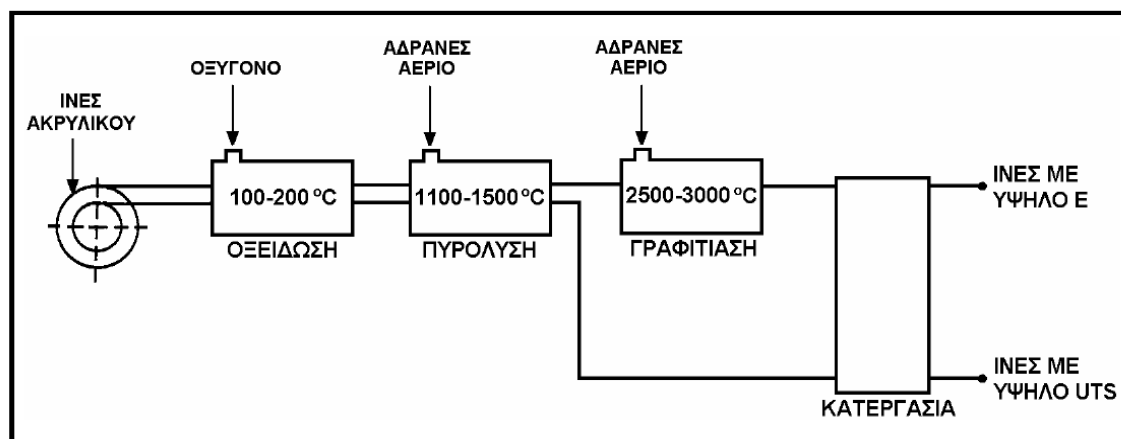
Στην παρούσα εργασία θα εξεταστούν οδοντωτοί τροχοί ενισχυμένοι με μονοδιευθυντικές ίνες. Προκειμένου οι ίνες να προσφέρουν ικανοποιητική ενίσχυση των μηχανικών ιδιοτήτων της μήτρας, το υλικό κατασκευής τους επιλέγεται, έτσι ώστε να παρουσιάζει υψηλό μέτρο ελαστικότητας (E), υψηλή τάση θραύσης σε εφελκυσμό (UTS), μεγάλη δυσκαμψία (stiffness), χαμηλή δυσθραυστότητα (toughness) και επιπλέον να έχει μικρή πυκνότητα (ρ). Τα περισσότερα ενισχυτικά υλικά βασίζονται κυρίως σε στοιχεία που βρίσκονται στη 2^η και 3^η περίοδο του Περιοδικού Συστήματος. Στα προηγμένα σύνθετα υλικά, οι ενισχυτικές ίνες είναι κατασκευασμένες είτε από ανόργανα υλικά (γυαλί, άνθρακας, μέταλλα, κεραμικά) είτε από οργανικά υλικά (πολυμερή).

1.3.1. Ίνες Άνθρακα (Carbon fibers)

Οι ίνες γραφίτη είναι η επικρατέστερη ενίσχυση υψηλής αντοχής και υψηλού μέτρου ελαστικότητας, η οποία χρησιμοποιείται για την παρασκευή υψηλών επιδόσεων σύνθετων υλικών ρητινικής μήτρας. Ο γραφίτης αποτελείται από ανισότροπους πολυκρυσταλλίτες, των οποίων η ανισοτροπία εξαρτάται από τις συνθήκες παρασκευής τους. Αποτέλεσμα του ισχυρού προσανατολισμού των κρυσταλλιτών παράλληλα στο διαμήκη άξονα των ανθρακονημάτων είναι η υψηλή

στιβαρότητα και αντοχή σε θραύση, καθώς και ο χαμηλός συντελεστής γραμμικής θερμικής διαστολής κατά τη διεύθυνση αυτή.

Στην παραγωγή ανθρακονημάτων, ως πρώτη ύλη χρησιμοποιούνται πολυμερικές ίνες πολυακρυλονιτρίλιου (PAN), ίνες τεχνητής μέταξας (rayon) και πίσσα. Η παραγωγή ινών γραφίτη από ίνες (PAN) πραγματοποιείται σε τρία στάδια, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 1.4. Στάδια παρασκευής ινών άνθρακα [2]

Στάδιο 1

Οξείδωση των ινών PAN στον αέρα και σε χαμηλή θερμοκρασία (100-200°C), με ταυτόχρονη εφαρμογή τάσης, η οποία είναι απαραίτητη για την ευθυγράμμιση των αλυσίδων του πολυμερούς.

Στάδιο 2

Πυρόλυση, υπό τάση, σε ουδέτερη ή αναγωγική ατμόσφαιρα και σε θερμοκρασία 1100-1500°C. Οι παραγόμενες ίνες στο στάδιο χαρακτηρίζονται ως ίνες άνθρακα υψηλής αντοχής (high strength carbon fibers) και η αντοχή τους φτάνει τα 3000 MPa.

Στάδιο 3

Η θέρμανση σε ουδέτερη ή αναγωγική ατμόσφαιρα συνεχίζεται σε υψηλές θερμοκρασίες (2500-3000°C), οπότε πραγματοποιείται γραφίτιωση, με ταυτόχρονη ανακρυστάλλωση, που οδηγεί σε ισχυρό προσανατολισμό των κρυσταλλιτών. Οι παραγόμενες ίνες σε αυτό το στάδιο χαρακτηρίζονται ως ίνες άνθρακα υψηλού μέτρου ελαστικότητας (high module carbon fibers) και έχουν μέτρο ελαστικότητας περίπου 400 GPa, η δε διάμετρός τους είναι περίπου 6-10 μm.

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα χαρακτηριστικά ινών άνθρακα που έχουν παραχθεί σε δύο στάδια (οξείδωση και πυρόλυση) και

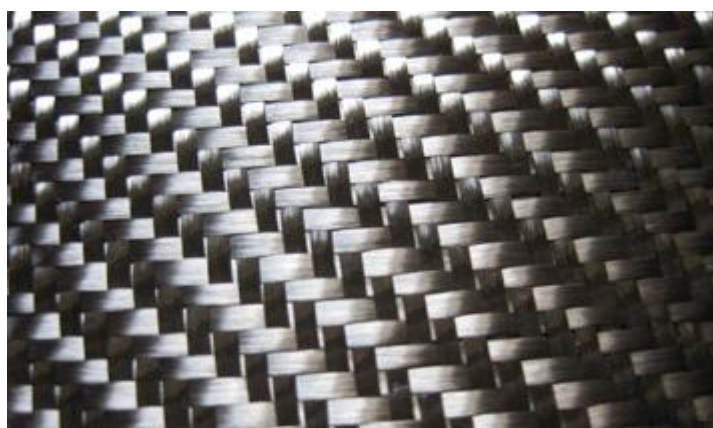
σε τρία στάδια (οξειδωση, πυρόλυση, θέρμανση σε υψηλή θερμοκρασία), αντίστοιχα.

Χαρακτηριστικά	Ίνες υψηλής αντοχής	Ίνες υψηλού μέτρου ελαστικότητας
Μέτρο Ελαστικότητας (GPa)	180-230	350-420
Αντοχή σε εφελκυσμό (MPa)	2500-3400	1900-2300
Περιεκτικότητα άνθρακα (%)	95-98	99
Πυκνότητα (g/cm ³)	1,8	1,9
Μέγιστη θερμοκρασία χρήσης (°C)	2000	2500

Πίνακας 1.1 Χαρακτηριστικά ινών άνθρακα [2]

1.3.2.Ενισχυμένοι Πλαστικοί Οδοντωτοί Τροχοί

Τα τελευταία χρόνια μείζον ζήτημα στις κατασκευάστριες εταιρείες πλαστικών οδοντωτών τροχών είναι η εύρεση τεχνικών και μεθόδων για την κατασκευή ενισχυμένων πλαστικών οδοντωτών τροχών, χαρακτηριστικό των οποίων θα είναι η αυξημένη αντοχή και ικανότητα επομένως παραλαβής και μεταφοράς ισχύος έναντι των κοινών, μη ενισχυμένων πλαστικών τροχών. Για την επίτευξη του σκοπού αυτού, για τους λόγους, οι οποίοι περιγράφηκαν ανωτέρω, η ενίσχυση που προστίθεται στα γρανάζια είναι από ανθρακονήματα. Η ενίσχυση αυτή προστίθεται στην επιφάνεια των κατατομών ως πλέγμα ινών, όπως φαίνεται και στην ακόλουθη εικόνα και επικολλάται επί των επιφανειών των κατατομών με ειδική κόλλα, αυξάνοντας καθ' αυτόν τον τρόπο την αντοχή των οδόντων του τροχού. Ωστόσο η τεχνική αυτή, η οποία είναι και η πιο διαδεδομένη εμφανίζει αρκετά σημαντικά μειονεκτήματα, τα οποία θα αναλυθούν στο επόμενο εδάφιο κατά την περιγραφή της παρούσης διπλωματικής εργασίας.



Σχήμα 1.5. Πλέγμα ινών άνθρακα

2. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ένα από τα σημαντικότερα και ίσως το σπουδαιότερο από τα ζητήματα κατά το σχεδιασμό και την κατασκευή ενός στοιχείου μηχανής είναι η αντοχή του σε θραύση και δη για έναν οδοντωτό τροχό, η ικανότητά του παραλαβής και μεταφοράς υψηλών φορτίων και ισχύος. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως κατά την εισαγωγή της παρούσης εργασίας, οι πλαστικοί οδοντωτοί τροχοί υστερούν έναντι των αντιστοίχων κοινών μεταλλικών οδοντωτών τροχών όσον αφορά στην αντοχή τους υπό την καταπόνηση από υψηλού μεγέθους φορτία. Αυτό συμβαίνει εξαιτίας του χαμηλού ορίου διαρροής (Yield Strength), το οποίο χαρακτηρίζει το πλαστικό ως υλικό έναντι του χάλυβα για παράδειγμα, υλικό που χρησιμοποιείται κατά κόρον για την κατασκευή μεταλλικών οδοντωτών τροχών.

Επομένως, σκοπός και αντικείμενο της παρούσης εργασίας είναι η εύρεση μιας μεθόδου και τεχνικής, η οποία θα προσδώσει στους πλαστικούς τροχούς υψηλότερη αντοχή, δίχως όμως η λύση αυτή να είναι ασύμφορη οικονομικά αλλά κυρίως να είναι και υλοποιήσιμη κατασκευαστικά. Η μέθοδος που μελετήθηκε και παρουσιάζεται ακολούθως είναι η ενίσχυση του πολυμερούς υλικού με ίνες υψηλότερης αντοχής και μέτρου ελαστικότητας και συγκεκριμένα με τη χρήση ανθρακονημάτων (carbon fibers).

Η τεχνική αυτή έχει ως βάση τη θεωρία των σύνθετων υλικών, σύμφωνα με την οποία η σύνθεση ενός αρχικού υλικού με ένα δεύτερο διαφορετικής σύστασης από τη μία και διαφορετικών μηχανικών ιδιοτήτων από την άλλη, ισχυρότερο βέβαια κατά βάσει, έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία ενός σύνθετου υλικού, το οποίο θα είναι ανθεκτικότερο από το αρχικό μοντέλο, όπου στη περίπτωση μας είναι το

πλαστικό. Όπως είναι γνωστό, οι ίνες άνθρακα έχουν πολύ υψηλότερο μέτρο ελαστικότητας κατά την αξονική κατεύθυνση (Young's modulus) έναντι του πλαστικού. Επομένως η σύνθεση-ενίσχυση του πλαστικού με ίνες άνθρακα θα αυξήσει σημαντικά το μέτρο ελαστικότητας του οδοντωτού τροχού, στη περιοχική τοποθέτησης αυτών, αλλά και την εν γένει αντοχή του, καθώς ο ινώδης οπλισμός θα είναι αυτός ο οποίος θα παραλαμβάνει σχεδόν εξ' ολοκλήρου τα αναπτυσσόμενα φορτία.

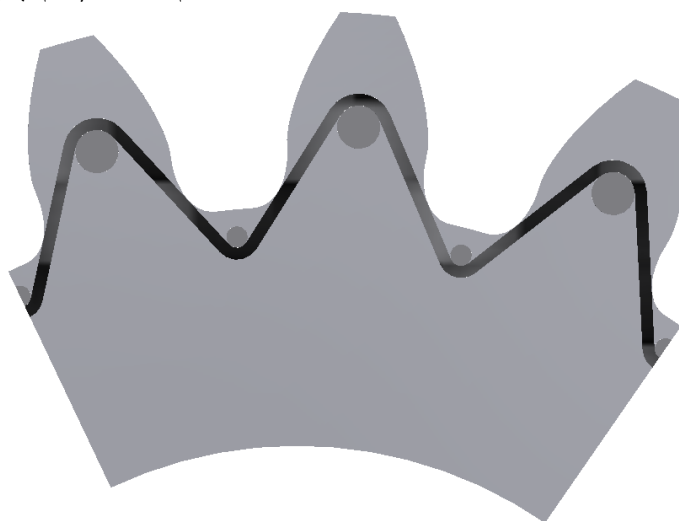
Ο υπολογισμός των μηχανικών ιδιοτήτων του ανισότροπου υλικού που προκύπτει από τις ίνες άνθρακα με την πλαστική μήτρα πραγματοποιήθηκε στο κεφάλαιο 3 της παρούσης μελέτης. Η μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε ήταν αυτή των πεπερασμένων στοιχείων μέσω του εμπορικού λογισμικού ANSYS Mechanical APDL, ενώ τα αποτελέσματα ελέγχθησαν και επαληθεύτηκαν με αυτά, τα οποία προέκυψαν μέσω της αναλυτικής μεθόδου. Αρχικά έγινε υπολογισμός του μητρώου δυσκαμψίας (stiffness matrix) του ισότροπου υλικού, δηλαδή του αμιγώς πλαστικού υλικού με μέτρο ελαστικότητας $E_x=3,6$ GPa και λόγο Poisson $\nu=0,4$. Τα αποτελέσματα ελέγχθησαν και ταυτίστηκαν με αυτά του θεωρητικού μοντέλου. Στο υλικό αυτό έγινε ανάλυση παραμορφώσεων (strain analysis) και εξετάστηκε η συμπεριφορά του σε εφελκυστική και διατμητική παραμόρφωση. Ακολούθως ευρέθη το μητρώο δυσκαμψίας του ανισότροπου υλικού, δηλαδή της πλαστικής μήτρας ενισχυμένης με ίνες άνθρακα σε ποσοστό 70%. Οι ίνες άνθρακα μοντελοποιήθηκαν με μέτρο ελαστικότητας $E_x=230$ GPa και λόγο Poisson $\nu=0,25$. Για τη πιστοποίηση των αποτελεσμάτων έγινε επαλήθευση του μητρώου αυτού τόσο με το αντίστοιχο, το οποίο προέκυψε από παρόμοιου ποσοστού μοντέλο, μικρότερων όμως διαστάσεων, όσο και με τα αποτελέσματα που ελήφθησαν μέσω του θεωρητικού κανόνα του μοχλού.

Ακολούθως στο επόμενο κεφάλαιο 4 έγινε μελέτη των οδοντωτών τροχών και προσθήκη του οπλισμού από ανθρακονήματα στο πλαστικό. Μέχρι και σήμερα διάφορες τεχνικές λαμβάνουν χώρα για την ενίσχυση πλαστικών οδοντωτών τροχών, οι οποίες εμφανίζουν σημαντικά μειονεκτήματα τόσο οικονομικής φύσεως όσο και από απόψεως αποδοτικότητας. Η μέθοδος που χρησιμοποιείται ευρέως είναι η επικάλυψη των κατατομών των οδόντων με φύλλα από ανθρακονήματα, η οποία μειονεκτεί από τη μία, διότι μπορεί να αυξάνει την αντοχή του οδόντος, αλλά όχι σε τόσο ικανοποιητικό βαθμό και επίσης οικονομικώς, γιατί χρησιμοποιείται πλεονάζον υλικό, το οποίο παραμένει αδρανές και επίσης είναι εκ φύσεως αρκετά ακριβό. Τέλος το πλέγμα από ίνες άνθρακα, το οποίο επικολλάται στις κατατομές εμφανίζει μειονεκτήματα και από απόψεως αντοχής καθώς στα σημεία που πραγματοποιείται η πλέξη των ινών εμφανίζονται υψηλές συγκεντρώσεις τάσεων, οι οποίες μειώνουν και την αντοχή του υλικού. Για αυτό το λόγο στην παρούσα

εργασία προτείνεται και εξετάζεται μια οικονομικότερη και σαφώς αποδοτικότερη τεχνική.

Το σημαντικότερο στοιχείο και πλεονέκτημα έναντι των άλλων μεθόδων που χρησιμοποιούνται μέχρι σήμερα είναι το γεγονός ότι με την τεχνική αυτή επιτυγχάνεται η συνεχής προένταση του οπλισμού. Οι ίνες άνθρακα και γενικότερα ένας ινώδης οπλισμός ενισχύει αποτελεσματικότερα και είναι σε θέση να παραλάβει μεγαλύτερο ποσοστό φορτίου όταν είναι προεντεταμένος.

Όπως αναφέρθη και προηγουμένως οι ίνες άνθρακα έχουν την ικανότητα να ενισχύσουν και να αυξήσουν σημαντικά την αντοχή και συγκεκριμένα το μέτρο ελαστικότητας του οδοντωτού τροχού στην περιοχή τοποθέτησης τους. Αυτή η περιοχή είναι η επικίνδυνη διατομή ποδός, δηλαδή το σημείο εμφάνισης της μέγιστης τιμής της πρώτης κύριας τάσης (1st principal stress). Η περιοχή αυτή, λόγω του γεγονότος ότι εκεί εμφανίζονται οι μέγιστες εφελκυστικές τάσεις, αποτελεί και το σημείο έναρξης μιας ενδεχόμενης ρωγμής στον οδόντα του τροχού. Έτσι, επειδή η ρωγμή όπως είναι γνωστό από τη θεωρία αστοχίας των υλικών και συγκεκριμένα με βάση τα διατμητικά κριτήρια τύπου Tresca και von Mises διαδίδεται κάθετα στις γραμμές της ίσης μέγιστης διατμητικής τάσης, ο οπλισμός από νήματα άνθρακα θα τοποθετηθεί εφαπτομενικά εσωτερικώς της κατατομής του οδόντος στην επικίνδυνη διατομή ποδός, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.1.[4] Επίσης πρέπει να τονισθεί ότι για την αποδοτικότερη λειτουργία του οπλισμού είναι απαραίτητο οι ίνες άνθρακα να είναι προεντεταμένες για να είναι σε θέση να παραλάβουν ολόκληρο ή μεγάλο μέρος του εφελκυστικού φορτίου. Για την επίτευξη του σκοπού αυτού οι ίνες άνθρακα έχουν περιελιχθεί γύρω από πείρους, κυλινδρικού σχήματος ιδίου υλικού με αυτό του οδοντωτού τροχού, οι οποίοι κατά τη χύτευση του υλικού, τήκονταν δημιουργώντας έτσι ένα ενιαίο σώμα. Για αυτό το λόγο οι πείροι θα αμεληθούν από την ανάλυση, η οποία θα περιγραφεί παρακάτω.



Σχήμα 2.1. Σχηματική παράσταση τοποθέτησης της ενίσχυσης

Όσον αφορά στον υπολογισμό του πάχους της ενίσχυσης, κατά τη μοντελοποίηση του συνθέτου υλικού και τη προσθήκη του στους πλαστικούς οδοντωτούς τροχούς, αρχικά μετρήθηκε το πάχος των ινών, οι οποίες απεικονίζονται στο Σχήμα 2.2 με χρήση μικρομέτρου και ακολούθως για ποσοστό ινών σε πλαστική μήτρα 70% υπολογίσθηκαν οι τελικές διαστάσεις του μοντέλου. Για την ελαχιστοποίηση του σφάλματος και για ακριβέστερους υπολογισμούς πραγματοποιήθηκαν 50 μετρήσεις με χρήση του μικρομέτρου μετρητικής ικανότητας 0-10 (mm) και διακριτικής ικανότητας 0.001 (mm) και στη συνέχεια υπολογίσθηκε η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση αυτών. Έτσι, βρέθηκε ότι το πάχος του σπλισμού ήταν 0.138(mm).



Σχήμα 2.2. Τύμπανο ινών άνθρακα

Στη μελέτη χρησιμοποιήθηκαν μοντέλα πλαστικών οδοντωτών τροχών, τα οποία σχεδιάστηκαν στο εμπορικό λογισμικό της Autodesk Inventor Professional 2013 με αριθμούς οδόντων 18, 25, 35, 50 και εξετάσθηκε η αντοχή τους αλλά και η τιμή των αναπτυσσομένων στις κατατομές αυτών πρώτης και τρίτης κύριας τάσης. Το σκεπτικό της χρησιμοποίησης αυτών των τιμών αριθμών οδόντων ήταν η μελέτη πινιόν και συνεργαζομένου τροχού με μικρό (18 και 35) και μεγάλο (25 και 50) αριθμό οδόντων. Για να μπορέσει να υπάρξει σύγκριση μεταξύ των αποτελεσμάτων η πυκνότητα πλέγματος και το είδος του πεπερασμένου στοιχείου που χρησιμοποιήθηκε αλλά και το φορτίο με το οποίο καταπονούνται οι κατατομές των οδόντων ήταν κοινά σε όλα τα μοντέλα. Επίσης πρέπει να τονισθεί ότι τα μοντέλα είχαν κατασκευαστεί από τον ίδιο γεννήτορα κανόνα.

Η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε ήταν η εξής: Αρχικά μελετήθηκαν τα μοντέλα των αμιγώς πλαστικών οδοντωτών τροχών, από

όπου προέκυψαν οι μέγιστες τιμές της πρώτης κύριας τάσης. Από τη τιμή αυτή και τις συντεταγμένες του κόμβου στον οποίο ασκείτο η τάση αυτή προέκυπτε η ακτίνα της επικίνδυνης διατομής ποδός. Ακολούθως στο αρχικό μοντέλο προστίθετο ο οπλισμός, εφαπτομενικά, για τους λόγους, οι οποίοι περιγράφηκαν ανωτέρω, στην κατατομή του οδόντος, σχηματίζοντας καθ' αυτόν τον τρόπο και την αντίστοιχη γωνία με τον άξονα συμμετρίας του οδόντος. Τέλος στο προκύπτον μοντέλο ασκείτο ίσου μέτρου και κατεύθυνσης φορτίο με το αντίστοιχο μοντέλο δίχως την ενίσχυση και τα αποτελέσματα της εν λόγω δοκιμής συγκρίνονταν με τα αρχικά. Οι τιμές που εξετάστηκαν ήταν η μέγιστη πρώτη και τρίτη κύρια τάση στο κύκλο ποδός του οδόντος, καθώς επίσης και η ενδοτικότητα του οδόντος επί της γραμμής επαφής της κατατομής, δηλαδή πρακτικά το σημείο άσκησης του φορτίου.

Η πρώτη κύρια τάση, όπως έχει αναφερθεί και προηγουμένως, αποτελεί τη μέγιστη εφελκυστική τάση στον κύκλο ποδός της εργαζομένης κατατομής του οδόντος, ενώ η τρίτη κύρια ορθή τάση αποτελεί τη μέγιστη θλιπτική τάση, η οποία ασκείται στον κύκλο ποδός στη μη εργαζόμενη κατατομή του οδόντος. Κάθε ορθή τάση αποτελεί το άθροισμα των αναπτυσσομένων, στον κύκλο ποδός της εκάστοτε κατατομής, τάσεων, οι οποίες είναι η καμπτική, η διατμητική και εφελκυστική ή θλιπτική αντιστοιχώς. Η τιμή της διατμητικής τάσης είναι μικρή, συγκρινόμενη με τις άλλες δύο, οι οποίες είναι συγγραμμικές και επιπλέον είναι κάθετη επ' αυτών και επομένως αμελείται. Οπότε η μέγιστη ορθή τάση κατ' απόλυτη τιμή που αναπτύσσεται στον οδόντα του τροχού είναι η τρίτη κύρια τάση. [1],[11]

Οι τιμές αυτές ελήφθησαν για φορτίο ασκούμενο στο υψηλότερο σημείο μονής επαφής (Highest Point of Single Tooth Contact-HPSTC) για διαφορετικούς βαθμούς επικαλύψεως, αλλά και σε συνεργασία μεταξύ τους σε 5 διακριτές θέσεις, οι οποίες είναι:

- Πρώτο σημείο λειτουργίας, άρα κύκλος κεφαλής συνεργαζομένου τροχού και κύκλος ποδός πινιόν.
- Πρώτο σημείο μονής επαφής, επομένως χαμηλότερο σημείο μονής επαφής (Lowest Point of Single Tooth Contact) για συνεργαζόμενο τροχό και υψηλότερο σημείο μονής επαφής (Highest Point of Single Tooth Contact) για πινιόν.
- Σημείο κυλίσεως κοινό και για τους 2 τροχούς.
- Τελευταίο σημείο μονής επαφής, άρα αντιστοιχώς υψηλότερο σημείο μονής επαφής για συνεργαζόμενο τροχό και χαμηλότερο σημείο μονής επαφής για πινιόν.
- Τελευταίο σημείο λειτουργίας, άρα κύκλος ποδός για συνεργαζόμενο τροχό και κύκλος κεφαλής για πινιόν.

Έτσι, μετά τη λήψη των αποτελεσμάτων, στο πέμπτο κεφάλαιο μέσω καταλλήλων διαγραμμάτων παρουσιάζονται οι αποκλίσεις των τιμών της μέγιστης αδιάστατης πρώτης και τρίτης κύριας τάσης με και δίχως την προσθήκη των ινών καθώς επίσης και της ενδοτικότητας στην εκάστοτε γραμμή επαφής του οδόντος. Ακόμη στο πέμπτο και τελευταίο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα διαγράμματα, τα οποία απεικονίζουν την απόκλιση της σχετικής αντοχής μεταξύ των δύο μοντέλων οδόντων, η οποία εκφράζεται από τη μέγιστη τιμή της αδιάστατης πρώτης κύριας τάσης προς την αντοχή του οδόντος (σ_B) και ακολουθεί σχολιασμός τους. Η αντοχή του οδόντος για το ενισχυμένο οδοντωτό τροχό προκύπτει από τον κανόνα του μοχλού για ποσοστό ινών 70%.

3. ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ ΜΕ ΙΝΕΣ

3.1 Εισαγωγή

3.1.1 Θεωρητικά Μητρώα Δυσκαμψίας

Όπως αναφέρθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, κατά τη περιγραφή της παρούσης διπλωματικής εργασίας, απαραίτητη, για τη περαιτέρω μελέτη και ανάλυση του προκύπτοντος συνθέτου υλικού με τη προσθήκη του οπλισμού από ανθρακονήματα, είναι η εύρεση των μηχανικών του ιδιοτήτων και συγκεκριμένα του μητρώου δυσκαμψίας (Stiffness Matrix).

Ως γνωστόν, το μητρώο δυσκαμψίας ή στιβαρότητας ενός ισότροπου υλικού, δηλαδή ενός υλικού το οποίο συντίθεται αμιγώς από ένα μονάχα είδος υλικού ή από διαφορετικά υλικά με το ίδιο μέτρο ελαστικότητας (Young's Modulus), δίνεται από το παρακάτω πίνακα και συνδέει τις τάσεις με τις παραμορφώσεις. Στο ακόλουθο μητρώο όπου E : το μέτρο ελαστικότητας του υλικού και ν : ο λόγος Poisson του υλικού.[4],[9]

$$\mathbf{S} = \frac{E}{(1+\nu)} \begin{bmatrix} \frac{(1-\nu)}{(1-2\nu)} & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \frac{(1-\nu)}{(1-2\nu)} & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & \frac{(1-\nu)}{(1-2\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1.1)$$

Το μητρώο, το οποίο συνδέει τις παραμορφώσεις με τις τάσεις είναι το μητρώο συμβιβαστού (Compliance Matrix) και δίνεται από τον παρακάτω πίνακα:[4],[9]

$$C = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1 + \nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1 + \nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1 + \nu) \end{bmatrix} \quad (3.1.2)$$

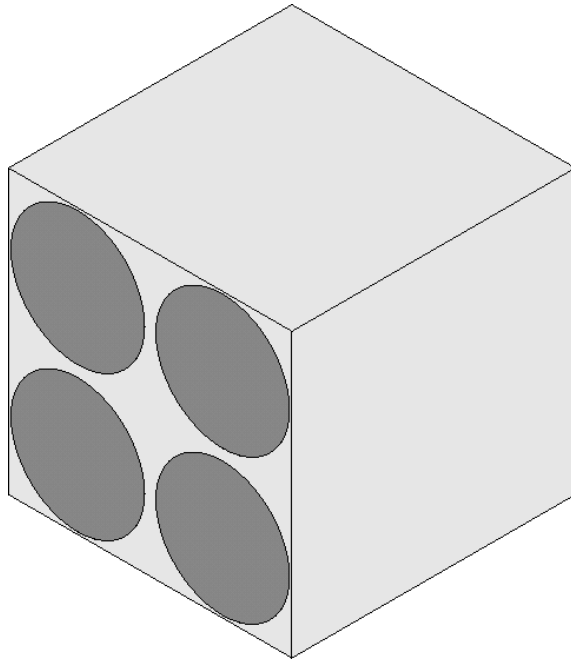
Αντιστοίχως, για ένα ανισότροπο υλικό, το οποίο αποτελείται από δύο ή περισσότερα υλικά διαφορετικής σύστασης και επομένως μηχανικών ιδιοτήτων και μέτρου ελαστικότητας κατ' επέκταση, το μητρώο δυσκαμψίας είναι το ακόλουθο. Το μητρώο αυτό, όπως επίσης, και το αντίστοιχο μητρώο συμβιβαστού για ένα ανισότροπο υλικό εμφανίζουν πλήρη συμμετρία ως προς την κύριά του διαγώνιο, δηλαδή $D_{ij}=D_{ji}$, όπου $i,j=1\div 6$. [4],[9]

Ο υπολογισμός των μητρώων αυτών, πραγματοποιήθηκε με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων με χρήση του εμπορικού λογισμικού ANSYS Mechanical APDL και τα αποτελέσματα επαληθεύτηκαν τόσο με χρήση των αναλυτικών μεθόδων για το ισότροπο υλικό, όσο και με έλεγχο για όμοιο, αντίστοιχης γεωμετρίας, σύστασης και μηχανικών ιδιοτήτων αλλά μικρότερων διαστάσεων μοντέλο.

3.1.2 Μητρώα Τάσεων-Παραμορφώσεων

Πριν τον υπολογισμό των μητρώων, βασική προϋπόθεση, αποτελεί η δημιουργία και ο ορισμός του μοντέλου, δηλαδή της γεωμετρίας και της διάταξης των ινών και επομένως και του συστήματος συντεταγμένων, βάσει του οποίου θα λάβει η χώρα η μελέτη.

Υπάρχουν δύο δυνατές και πιθανοί διαφορετικοί τρόποι έκφρασης και ορισμού του μοντέλου αυτού, το κυβικό και το εξαγωνικό μοντέλο. Αυτοί διαφοροποιούνται μεταξύ τους ως προς τον τρόπο διάταξης των ινών μεταξύ τους και τη γεωμετρία που σχηματίζουν τα κέντρα των γειτνιαζόντων ινών.



Σχήμα 3.1 Σύνθετο Κυβικό Μοντέλο Ινών με Πλαστική Μήτρα

Το **κυβικό μοντέλο**, το οποίο εμφανίζει την πιο αραιή διάταξη των ινών μεταξύ τους, αποτελείται από μια κυβική μήτρα και από ίνες, τα κέντρα των οποίων σχηματίζουν ένα τετράγωνο, όπως φαίνεται και στο παραπάνω σχήμα, με τις ίνες να στοιβάζονται η μία πάνω στην άλλη.

Η μοντελοποίηση της γεωμετρίας αυτής και η αποτελεσματικότερη έκφρασή της γίνεται με χρήση καρτεσιανών συντεταγμένων και του κλασικού ορθοκανονικού συστήματος (Oxyz) (Rectangular Coordinate System). Τα μητρώα τάσεων και παραμορφώσεων του μοντέλου αυτού είναι τα ακόλουθα:[4],[9]

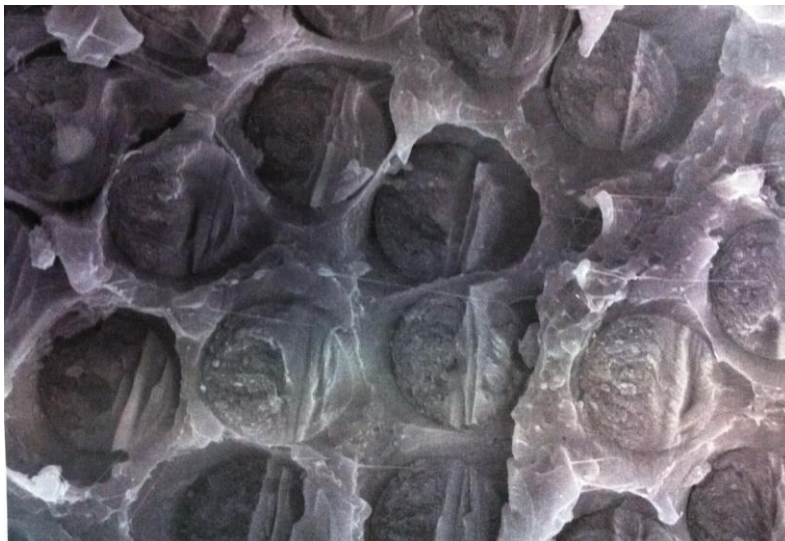
- Μητρώο Τάσεων Καρτεσιανού Συστήματος Συντεταγμένων (Rectangular Stress Tensor)

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.1.3)$$

- Μητρώο Παραμορφώσεων Καρτεσιανού Συστήματος Συντεταγμένων (Rectangular Strain Tensor)

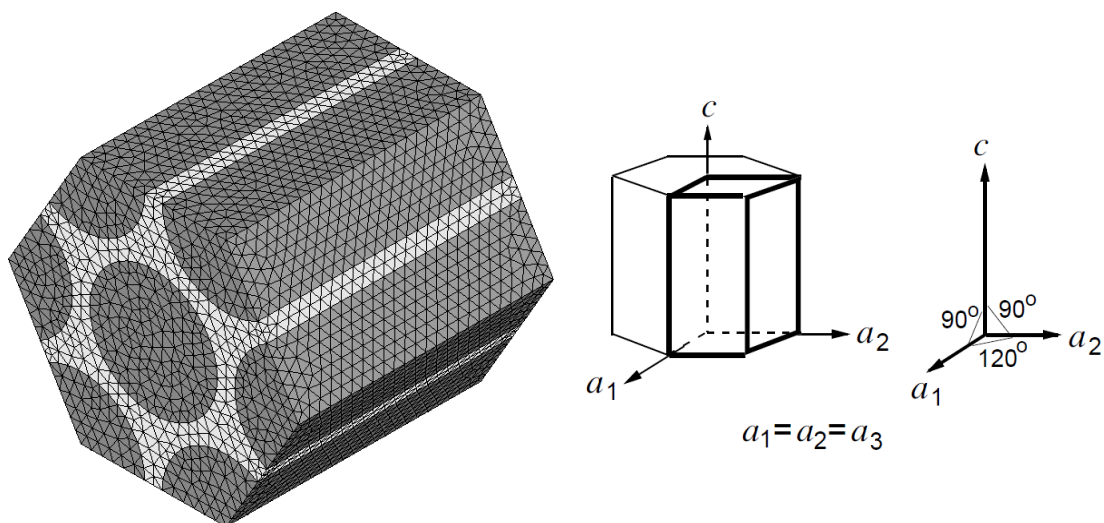
$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.1.4)$$

Το δεύτερο και πιο πυκνό μοντέλο, όσον αφορά στη διάταξη των ινών μεταξύ τους, είναι το εξαγωνικό. Ο τρόπος αυτός της έκφρασης της γεωμετρίας, όπως φαίνεται και από την παρακάτω εικόνα, η οποία έχει ληφθεί με κατάλληλο ειδικό ηλεκτρονικό μικροσκόπιο, είναι η πιο αντιπροσωπευτική, καθώς οι ίνες τείνουν να στοιβάζονται η μία μέσα στην άλλη, σχηματίζοντας τα κέντρα αυτών καθ' αυτόν τον τρόπο είτε ισόπλευρα τρίγωνα ανά τρεις ίνες είτε κανονικά εξάγωνα γωνίας 60° και ακτίνα ίσης με τη μεταξύ των κέντρων απόσταση, ανά έξι ίνες.



Σχήμα 3.2 Απεικόνιση ινών με χρήση μικροσκοπίου

Στο ακόλουθο σχήμα παρουσιάζεται αυτού του είδους η γεωμετρία και διάταξη των ινών, η αποτελεσματικότερη έκφραση της οποίας γίνεται με χρήση του εξαγωνικού συστήματος συντεταγμένων (Hexagonal Coordinate System) και των δεικτών Miller-Bravais. Στο εξαγωνικό σύστημα οι άξονες 1, 2 και 3 σχηματίζουν γωνία 120° μεταξύ τους και είναι κάθετοι στον άξονα c. [10]



Σχήμα 3.3. Πλέγμα Πεπερασμένων Στοιχείων Εξαγωνικού Μοντέλου (Αριστερά)
Εξαγωνικό Σύστημα Συντεταγμένων (Δεξιά)

Τα μητρώα τάσεων (3.1.6) και παραμορφώσεων (3.1.7) της διάταξης αυτής προκύπτουν από τα αντίστοιχα του ορθοκανονικού συστήματος με χρήση του παρακάτω μητρώου μετασχηματισμού B (Transformation Matrix), το οποίο έχει προκύψει με χρήση συνημιτόνων κατεύθυνσης.

$$B = \begin{bmatrix} c_{1x} & c_{1y} & c_{1z} \\ c_{2x} & c_{2y} & c_{2z} \\ c_{3x} & c_{3y} & c_{3z} \\ c_{cx} & c_{cy} & c_{cz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1.5)$$

Οπότε τα προκύπτοντα μητρώα είναι τα εξής:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \sigma_{1c} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} & \sigma_{2c} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} & \sigma_{3c} \\ \sigma_{c1} & \sigma_{c2} & \sigma_{c3} & \sigma_{cc} \end{bmatrix} \quad (3.1.6)$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} & \varepsilon_{1c} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} & \varepsilon_{2c} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} & \varepsilon_{3c} \\ \varepsilon_{c1} & \varepsilon_{c2} & \varepsilon_{c3} & \varepsilon_{cc} \end{bmatrix} \quad (3.1.7)$$

Από τις παραπάνω περιπτώσεις και μεθόδους έκφρασης του συνθέτου υλικού, στη παρούσα εργασία θα μελετήσουμε την πρώτη, δηλαδή το κυβικό μοντέλο και επομένως η ανάλυση θα γίνει σε καρτεσιανές συντεταγμένες.

3.1.3 Κατασκευή Ανισότροπου Μοντέλου

Το ανισοτροπικό σύνθετο κυβικό μοντέλο, το οποίο θα εξετασθεί αποτελείται από τη κυβική μήτρα από πλαστικό υλικό και τις ίνες άνθρακα κυλινδρικού σχήματος. Οι ίνες άνθρακα έχουν διάμετρο, η οποία κυμαίνεται από 5 έως 10 μικρόμετρα, ως εκ τούτου στο παρόν μοντέλο θα θεωρήσουμε ότι η διάμετρος των ινών ισούται με 6 μm . Επίσης ένα τυπικό ποσοστό σύνθεσης των ινών με τη πλαστική μήτρα, το οποίο είμαστε σε θέση να επιτύχουμε είναι περίπου 70%.

Έτσι λαμβάνοντας υπόψη τα στοιχεία αυτά θα προκύψουν οι γεωμετρικές διαστάσεις, δηλαδή το μήκος της ακμής, της κυβικής μήτρας.

Από τη θεωρία των συνθέτων υλικών ισχύει ότι το ποσοστό σύνθεσης δύο υλικών ισούται με το λόγο του όγκου του ενός υλικού προς τον συνολικό όγκο του προκύπτοντος συνθέτου υλικού και δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\alpha = \frac{V_f}{V_{total}} = \frac{E_f h_f}{E_{total} h_{total}} \quad (3.1.8)$$

όπου

- V_f : ο συνολικός όγκος των ινών στο μοντέλο
- V_{total} : ο συνολικός όγκος του μοντέλου
- E_f : συνολικό εμβαδόν διατομής ινών
- E_{total} : συνολικό εμβαδόν διατομής κυβικού μοντέλου

Θεωρώντας ότι κατά την έννοια του βάθους και συγκεκριμένα εγκάρσια στον άξονα των ινών, οι ίνες και η μήτρα έχουν την ίδια διάσταση, η παραπάνω σχέση απλοποιείται ως εξής:

$$\alpha = \frac{E_f}{E_{total}} = \frac{E_f}{E_m} \quad (3.1.9)$$

Όμως ισχύει ότι:

$$E_f = \frac{N \pi d_f^2}{4} \quad (3.1.10)$$

$$E_m = l^2 \quad (3.1.11)$$

όπου

E_m : συνολικό εμβαδόν διατομής κυβικής μήτρας

N : συνολικός αριθμός ινών στο σύνθετο υλικό

d_f : διάμετρος ίνας

l : μήκος ακμής κυβικής μήτρας

Επομένως, καταλήγουμε στη σχέση:

$$l = \frac{df}{2} \sqrt{\frac{N\pi}{a}} \quad (3.1.12)$$

Οπότε για $\alpha=0.70$, $N=4$ ίνες και $d=6\mu\text{m}$ προκύπτει το απόλυτα συμμετρικό κυβικό μοντέλο ακμής $l=12.7110\mu\text{m}$

Παρατήρηση: Η μοντελοποίηση στο λογισμικό ANSYS έγινε σε χιλιοστά λόγω ακριβείας του λογισμικού, δηλαδή τα μικρόμετρα (μm) μετετράπησαν σε χιλιοστά (mm).

3.2 Μελέτη Τάσεων και Παραμορφώσεων Ισότροπου και Ανισότροπου Υλικού

3.2.1 Εισαγωγή-Μεθοδολογία

Στο παρούσα ενότητα θα λάβει χώρα η ανάλυση των δύο υλικών και ο τελικός υπολογισμός των αντιστοιχών μητρώων δυσκαμψίας. Καταρχήν οι βασικές παραδοχές και χαρακτηριστικά που ελήφθησαν υπόψη, καθώς επίσης και στη μεθοδολογία που ακολουθήθηκε περιγράφονται ακολούθως.

Αρχικά, τα δύο υλικά εξετάστηκαν σε επιβολή εφελκυστικής και διατμητικής παραμόρφωσης, σε πρόβλημα ανάλυσης παραμορφώσεων, δηλαδή με γνωστή παραμόρφωση. Στην εφελκυστική παραμόρφωση τόσο στο ισότροπο όσο και στο ανισότροπο υλικό η παραμόρφωση (deformation) ήταν 0,05 mm.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\partial u_{ij}}{\partial l} \quad (3.2.1)$$

όπου

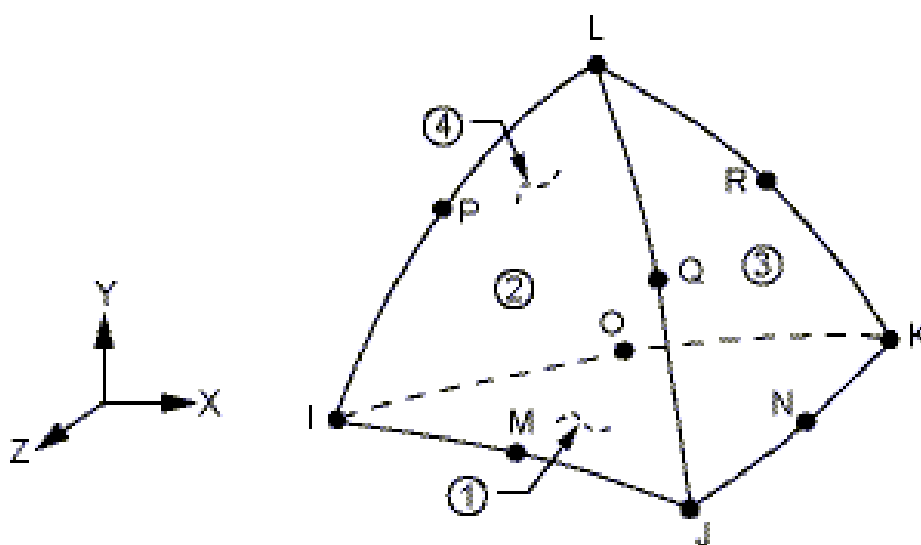
∂u_{ij} : η μεταβολή του μήκους της ακμής του υλικού

∂l : αρχικό μήκος ακμής

Από την άλλη, κατά την διατμητική παραμόρφωση στο ισότροπο υλικό καταπονήθηκε το δοκίμιο υπό απλή διάτμηση (simple shear deformation), ενώ στο ανισότροπο πρόβλημα το υλικό δοκιμάστηκε σε καθαρή διατμητική παραμόρφωση (pure shear deformation).

$$\varepsilon_{ij} = \gamma_{ij}/2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial i} + \frac{\partial u_i}{\partial j} \right) \quad (3.2.2)$$

Το είδος του πεπερασμένου στοιχείου, το οποίο χρησιμοποιήθηκε για τη μοντελοποίηση όλων των δοκιμών ήταν εκείνο με κωδικό στο ANSYS solid187. Το στοιχείο αυτό αποτελείται από 4 έδρες, διατασσόμενες στο χώρο κατά τέτοιο τρόπο αποκτώντας πυραμιδικό σχήμα με 10 κόμβους συνολικά (I,J,K,L,M,N,O,P,Q,R) στα σημεία τομής και στα κέντρα των ακμών και είναι το καταλληλότερο για αναλύσεις αυτού του είδους τις γεωμετρίες και παραμορφώσεις, αποδίδοντας ορθότερα αποτελέσματα.

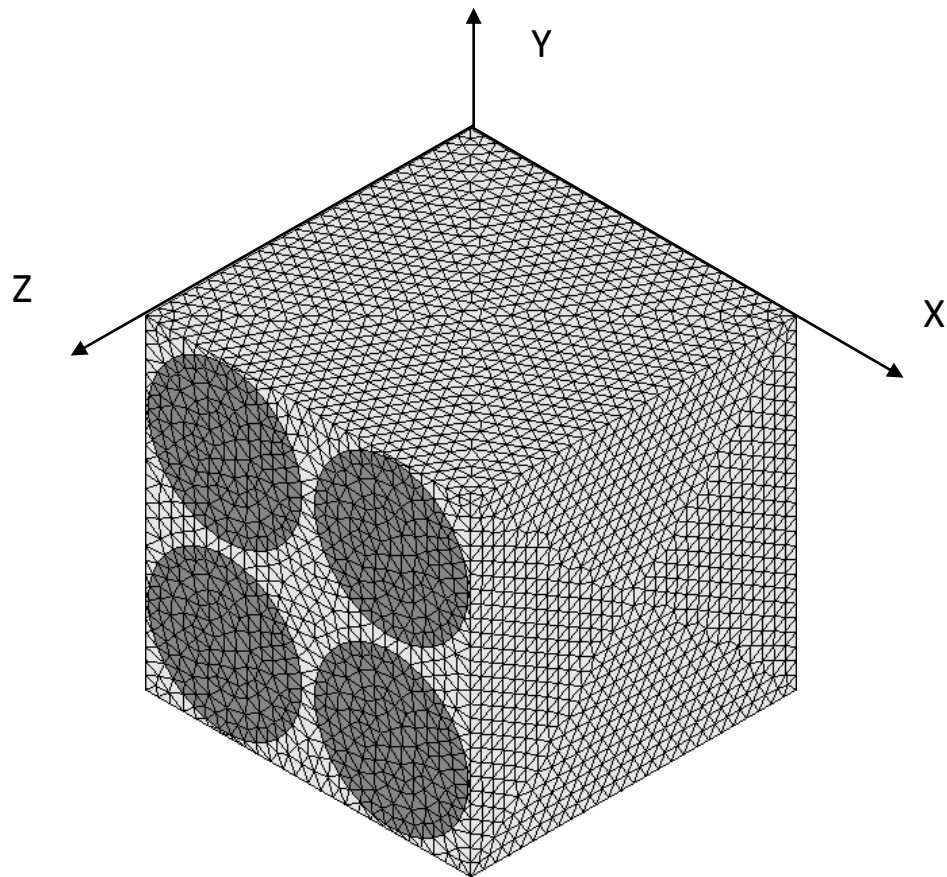


Σχήμα 3.4 Δομή πεπερασμένου στοιχείου solid187 [5]

Για τη μελέτη θεωρήθηκαν διαστάσεις-μέγεθος του πεπερασμένου στοιχείου (element division) 0.5, δίχως να γίνει κάποια αναπροσαρμογή του πλέγματος (refinement). Στη συνέχεια όμως για την οριστικοποίηση και επαλήθευση των αποτελεσμάτων μελετήθηκε και η ανεξαρτησία των αποτελεσμάτων ως προς το μέγεθος και τη πυκνότητα του πλέγματος.

Αναλυτικά η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε στο ANSYS ήταν η εξής:

- Αφού αποτυπώθηκε η αντίστοιχη γεωμετρία, η οποία μελετήθηκε και εισήχθησαν όλα τα απαραίτητα στοιχεία και δεδομένα (είδος και μέγεθος πεπερασμένου, χαρακτηριστικά του υλικού) δημιουργήθηκε το πλέγμα των πεπερασμένων στοιχείων, το οποίο φαίνεται στο Σχήμα 3.4.



Σχήμα 3.5. Πλέγμα Πεπερασμένων Στοιχείων Συνθέτου Κυβικού Μοντέλου

- Ακολούθως ορίστηκαν οι κατάλληλες οριακές συνθήκες στις εξωτερικές επιφάνειες και στους κόμβους αυτών για κάθε περίπτωση ξεχωριστά, όπου U_x , U_y , U_z οι μετατοπίσεις για κάθε επιφάνεια ή κόμβο κατά τους άξονες x, y, z αντιστοίχως.
- Στη συνέχεια από τις αντιδράσεις στους κόμβους των εξωτερικών επιφανειών (Reactions Solutions) προέκυπτε το συνολικό φορτίο για κάθε κατεύθυνση ξεχωριστά (F_x , F_y , F_z), το οποίο όριζε ανάλογα με την επιφάνεια και την κατεύθυνση του φορτίου το μέτρο και το είδος της τάσης που εφαρμόζετο στην εκάστοτε επιφάνεια. Ακολούθως διαιρώντας το φορτίο αυτό με το εμβαδόν της εκάστοτε επιφανείας προέκυπτε ο τανυστής τάσεων (stress tensor).
- Τέλος εισάγοντας τόσο τα αποτελέσματα που προέκυπταν από την ανάλυση αυτή (τανυστής τάσεων) όσο και αυτά των παραμορφώσεων (τανυστής παραμορφώσεων-strain tensor) σε κατάλληλο πρόγραμμα του εμπορικού λογισμικού MATLAB R2010a, γινόταν η επίλυση του συστήματος και μέσω αυτής υπολογιζόταν τελικά το μητρώο δυσκαμψίας του εκάστοτε μοντέλου.

3.2.2 Ισότροπο Υλικό

Στο ισότροπο μοντέλο λόγω συμμετρίας σε όλα τα επίπεδα έλαβε χώρα μια προσομοίωση εφελκυστικής παραμόρφωσης και μια αντίστοιχη διατμητική. Στη συνέχεια με μεταστροφή αξόνων τα αποτελέσματα προσαρμόστηκαν και για παραμορφώσεις και στα εναπομείναντα επίπεδα και άξονες.

3.2.2.1 Εφελκυστική Παραμόρφωση

Η παραμόρφωση που ασκήθηκε στο κυβικό μοντέλο ήταν κατά τον άξονα Z. Άρα μελετήθηκε η παραμόρφωση (strain) σύμφωνα με την ακόλουθη σχέση:

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad (3.2.3)$$

όπου

$$\partial u_z = 0.05 \text{ mm}$$

$$\partial z = 12.711 \text{ mm, όπως προέκυψε για ποσοστό ινών 70\%}$$

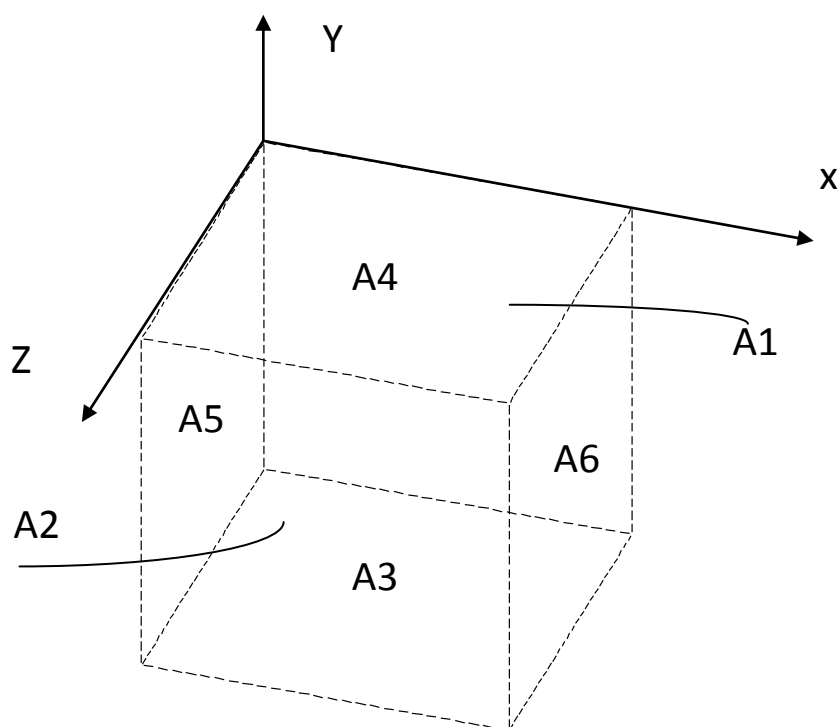
και το αντίστοιχο μητρώο παραμορφώσεων:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{0.05}{12.711} \end{bmatrix} \quad (3.2.4)$$

Οι οριακές συνθήκες που εδόθησαν ανά επιφάνεια, όπως αυτές ορίζονται στην παρακάτω εικόνα, παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα:

α/α Επιφανείας	U _x (mm)	U _y (mm)	U _z (mm)
A1	0.00	0.00	0.00
A2	0.00	0.00	0.05
A3	0.00	0.00	-
A4	0.00	0.00	-
A5	0.00	0.00	-
A6	0.00	0.00	-

Πίνακας 3.1 Οριακές συνθήκες για εφελκυσμό ισότροπου μοντέλου



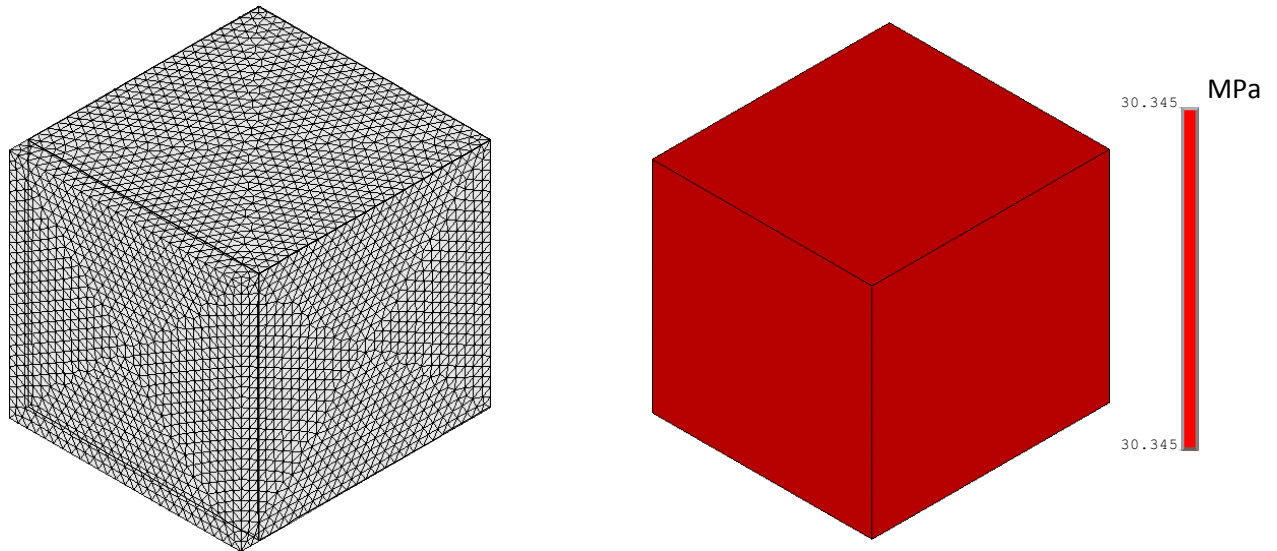
Σχήμα 3.6. Αρίθμηση εξωτερικών επιφανειών ισότροπου μοντέλου

Τα αποτελέσματα, τα οποία ελήφθησαν ύστερα από την ανάλυση μέσω αντιδράσεων κόμβων (reaction solutions) είναι τα ακόλουθα:

α/α Επιφανείας	F_x (N)	F_y (N)	F_z (N)
1	-0.0015	-0.0002	-4902.80
2	0.0001	-0.0006	4902.80
3	-0.0072	-3268.50	0.2320
4	0.0078	3268.50	-0.0068
5	-3268.50	0.0075	-0.2320
6	3268.50	-0.0075	-0.0068

Πίνακας 3.2 Αντιδράσεις κόμβων προσομοίωσης εφελκυσμού ισότροπου μοντέλου

Στις παρακάτω εικόνες παρουσιάζεται το παραμορφωμένο μοντέλο σε ισομετρική όψη, καθώς επίσης και σε ανάλυση κόμβων (Nodal Solution) η πρώτη κύρια τάση (1st Principal Stress), η οποία ταυτίζεται στη συγκεκριμένη περίπτωση με τη τάση σ_{zz} .



Σχήμα 3.7. Παραμορφωμένο κυβικό μοντέλο (Αριστερά)-
πρώτη κύρια τάση σ₁ (Δεξιά)

Επομένως το προκύπτον μητρώο τάσεων (stress tensor) είναι το εξής:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 20.230 & 0 & 0 \\ 0 & 20.230 & 0 \\ 0 & 0 & 30.345 \end{bmatrix} (MPa) \quad (3.2.5)$$

Έτσι με κατάλληλο μετασχηματισμό αξόνων προκύπτουν και τα αντίστοιχα μητρώα τάσεων και παραμορφώσεων για δοκιμές εφελκυστικής παραμόρφωσης κατά τους άξονες X και Y.

- Κατά τον άξονα X:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 30.345 & 0 & 0 \\ 0 & 20.230 & 0 \\ 0 & 0 & 20.230 \end{bmatrix} (MPa) \quad (3.2.6)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{0.05}{12.711} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.2.7)$$

ομοίως,

- Κατά τον άξονα Υ:

$$\sigma = \begin{bmatrix} 20.230 & 0 & 0 \\ 0 & 30.345 & 0 \\ 0 & 0 & 20.230 \end{bmatrix} (MPa) \quad (3.2.8)$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{0.05}{12.711} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.2.9)$$

3.2.2.2 Διατμητική Παραμόρφωση

Η διατμητική παραμόρφωση, η οποία εξετάστηκε ήταν κατά το επίπεδο ΧΥ. Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, για το ισότροπο υλικό μελετήθηκε η απλή διατμητική παραμόρφωση, όπως στο παρακάτω σχήμα, οπότε

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial l} = \frac{0.05}{12.711} = 0.003934 \quad (3.2.10)$$

Άρα το μητρώο παραμορφώσεων, το οποίο προκύπτει από αυτού του είδους την παραμόρφωση είναι το ακόλουθο:

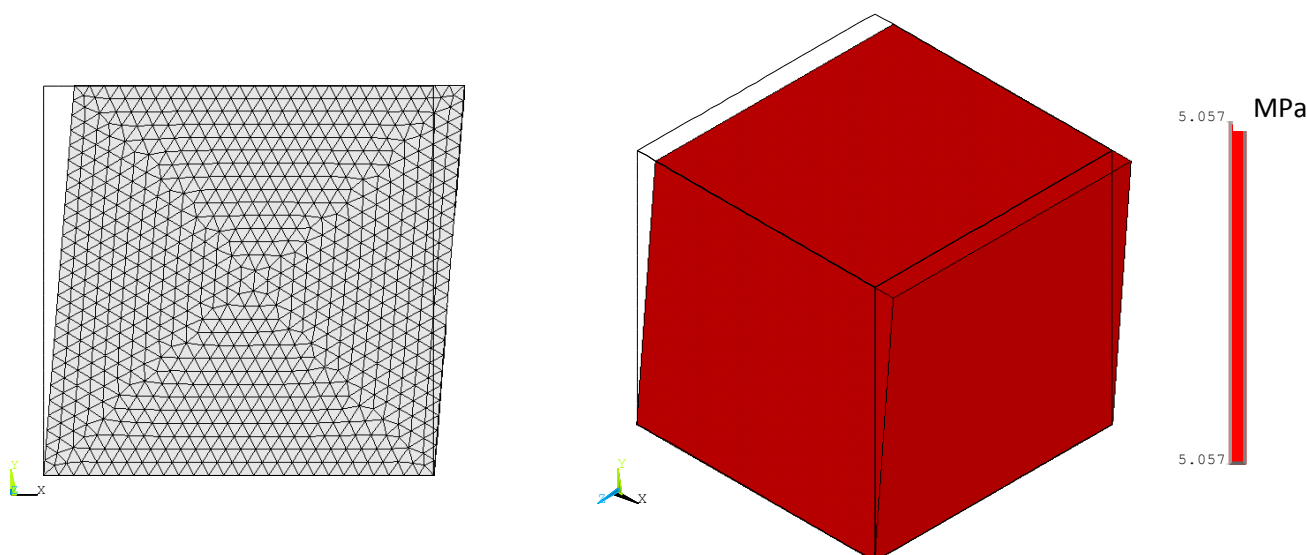
$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \gamma_{xy}/2 & 0 \\ \gamma_{xy}/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.2.11)$$

Οι οριακές συνθήκες, δηλαδή οι μετατοπίσεις, οι οποίες εδόθησαν, στις επιφάνειες και συγκεκριμένα στους κόμβους των επιφανειών αυτών περιλαμβάνονται ανάλογα με την επιφάνεια και την κατεύθυνση στον παρακάτω πίνακα:

α/α Επιφανείας	U _x (mm)	U _y (mm)	U _z (mm)
1	-	0.00	0.00
2	-	0.00	0.00
3	0.00	0.00	0.00
4	0.05	0.00	0.00
5	-	0.00	0.00
6	-	0.00	0.00

Πίνακας 3.3 Οριακές συνθήκες για διάτμηση ισότροπου μοντέλου

Από την ανάλυση που περιγράφηκε και τις οριακές συνθήκες, οι οποίες εδόθησαν στους κόμβους των επιφανειών, για τη μοντελοποίηση του προβλήματος της απλής διατμητικής παραμόρφωσης, προέκυψαν οι ακόλουθες τιμές για το συνολικό φορτίο ανά επιφάνεια και κατεύθυνση, μέσω αντιδράσεων κόμβων. Το παραμορφωμένο δοκίμιο, καθώς επίσης και το γράφημα της διατμητικής τάσης κατά το επίπεδο ΧΥ παρουσιάζονται στα παρακάτω σχήματα.



Σχήμα 3.8. Παραμορφωμένο κυβικό μοντέλο (Αριστερά)-
πρώτη κύρια τάση σ_1 (Δεξιά)

α/α Επιφανείας	F_x (N)	F_y (N)	F_z (N)
A1	-0.001877	817.140	0.000000
A2	0.001877	-817.140	0.000000
A3	817.140	0.001955	0.000000
A4	-817.140	-0.001799	0.000000
A5	-0.000160	0.000025	0.000000
A6	-0.000045	-0.000385	0.000000

Πίνακας 3.4 Αντιδράσεις κόμβων προσομοίωσης εφελκυσμού ισότροπου μοντέλου

Έτσι, από τις τιμές του παραπάνω πίνακα διαιρούμενες με το εμβαδόν της εκάστοτε επιφάνειας, προκύπτει το ακόλουθο μητρώο τάσεων για τη διατμητική παραμόρφωση κατά το επίπεδο ΧΥ. Με κατάλληλη μεταστροφή αξόνων προκύπτουν και τα μητρώα τάσεων και παραμορφώσεων για διατμητική παραμόρφωση κατά τα επίπεδα ΧΖ και ΥΖ αντιστοίχως.

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 0 & 5.0575 & 0 \\ 5.0575 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} (MPa) \quad (3.2.12)$$

- Κατά το επίπεδο XZ:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \varepsilon_{xz} \\ 0 & 0 & 0 \\ \varepsilon_{zx} & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \gamma_{xz}/2 \\ 0 & 0 & 0 \\ \gamma_{zx}/2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.2.13)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 5.0575 \\ 0 & 0 & 0 \\ 5.0575 & 0 & 0 \end{bmatrix} (MPa) \quad (3.2.14)$$

- Κατά το επίπεδο YZ:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{yz} \\ 0 & \varepsilon_{zy} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \gamma_{yz}/2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{zy}/2 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.2.15)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5.0575 \\ 0 & 5.0575 & 0 \end{bmatrix} (MPa) \quad (3.2.16)$$

3.2.2.3 Υπολογισμός Μητρώου Δυσκαμψίας

Έχοντας υπολογίσει τα μητρώα τάσεων και παραμορφώσεων, μέσω του νόμου του Hooke (Hooke's Law), καθίσταται δυνατή η εύρεση του μητρώου στιβαρότητας του ισότροπου υλικού.

Σύμφωνα με το θεωρητικό μοντέλο, για το ισότροπα υλικό μέτρου ελαστικότητας $E_{xx}=3.6 \text{ GPa}$ και λόγου Poisson $\nu=0.4$, το μητρώο δυσκαμψίας είναι το εξής:

$$S_{th} = \begin{bmatrix} 7.7143 & 5.1428 & 5.1428 & 0 & 0 & 0 \\ 5.1428 & 7.7143 & 5.1428 & 0 & 0 & 0 \\ 5.1428 & 5.1428 & 7.7143 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.5714 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.5714 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.5714 \end{bmatrix} (GPa)$$

Από τα αποτελέσματα, τα οποία ελήφθησαν μέσω της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων και χρήση του λογισμικού ANSYS Mechanical APDL, και τα αντίστοιχα μητρώα τάσεων και παραμορφώσεων, τα οποία σχηματίστηκαν, προκύπτει το παρακάτω μητρώο δυσκαμψίας:

$$S_{exp} = \begin{bmatrix} 7.7143 & 5.1429 & 5.1429 & 0 & 0 & 0 \\ 5.1429 & 7.7143 & 5.1429 & 0 & 0 & 0 \\ 5.1429 & 5.1429 & 7.7143 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.5714 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.5714 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.5714 \end{bmatrix} (GPa)$$

Παρατηρείται, επομένως ότι το μητρώο αυτό ταυτίζεται απολύτως με το αντίστοιχο θεωρητικό μητρώο δυσκαμψίας. Άρα δε χρειάζεται να πραγματοποιηθεί περαιτέρω ανάλυση και εξέταση όσον αφορά στην ανεξαρτησία των αποτελεσμάτων από την πυκνότητα του πλέγματος.

3.2.3 Ανισότροπο Υλικό

Σε αντίθεση με το ισότροπο υλικό, κατά το οποίο υπήρχε πλήρης συμμετρία σε όλα τα επίπεδα, στο ανισότροπο υλικό συμμετρία υπάρχει μόνο μεταξύ των επιπέδων YZ και XZ και επομένως και μεταξύ των αξόνων, οι οποίοι τέμνουν κάθετα τα επίπεδα αυτά, δηλαδή τους άξονες X και Y αντιστοίχως. Εξαιτίας λοιπόν του γεγονότος αυτού, για τη μελέτη του μοντέλου αυτού και τον υπολογισμό του μητρώου δυσκαμψίας, έλαβαν χώρα 2 προσομοιώσεις εφελκυστικής παραμόρφωσης και 2 διατμητικής παραμόρφωσης. Οι δοκιμές εφελκυσμού πραγματοποιήθηκαν πρώτον κατά τον άξονα Z, δηλαδή παράλληλα στον άξονα, ο οποίος διέρχεται από τα κέντρα των ινών, και δεύτερον κατά τον άξονα Y, δηλαδή εγκάρσια στον άξονα που διέρχεται από τα κέντρα των ινών. Στη συνέχεια λόγω συμμετρίας μεταξύ των αξόνων X και Y, τα αποτελέσματα της εφελκυστικής παραμόρφωσης κατά τον άξονα X προέκυψαν με κατάλληλη στροφή των αντιστοίχων της προσομοίωσης

εφελκυσμού κατά τον άξονα Υ. Ομοίως, στη διατμητική παραμόρφωση αρχικά εξετάστηκε η γωνιακή παραμόρφωση κατά το επίπεδο ΧΥ και στη συνέχεια αυτή κατά το επίπεδο ΥΖ. Όπως και στη προσομοίωση του εφελκυσμού, τα αποτελέσματα για τη γωνιακή παραμόρφωση κατά το επίπεδο ΧΖ ελήφθησαν από κατάλληλο μετασχηματισμό αυτών του επιπέδου ΥΖ, λόγω συμμετρίας μεταξύ των δύο αυτών επιπέδων.

3.2.3.1 Εφελκυστική Παραμόρφωση Κατά τον Άξονα Ζ

Κατά τη προσομοίωση αυτή, το σύνθετο υλικό καταπονήθηκε σε εφελκυσμό υπό την επίδραση μια εφελκυστικής παραμόρφωσης εγκάρσια στον άξονα των ινών. Η τιμή της παραμόρφωσης αυτής και το προκύπτον μητρώο παραμορφώσεων του υλικού είναι τα εξής και ίσα με τα αντίστοιχα του ισότροπου υλικού:

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad (3.2.19)$$

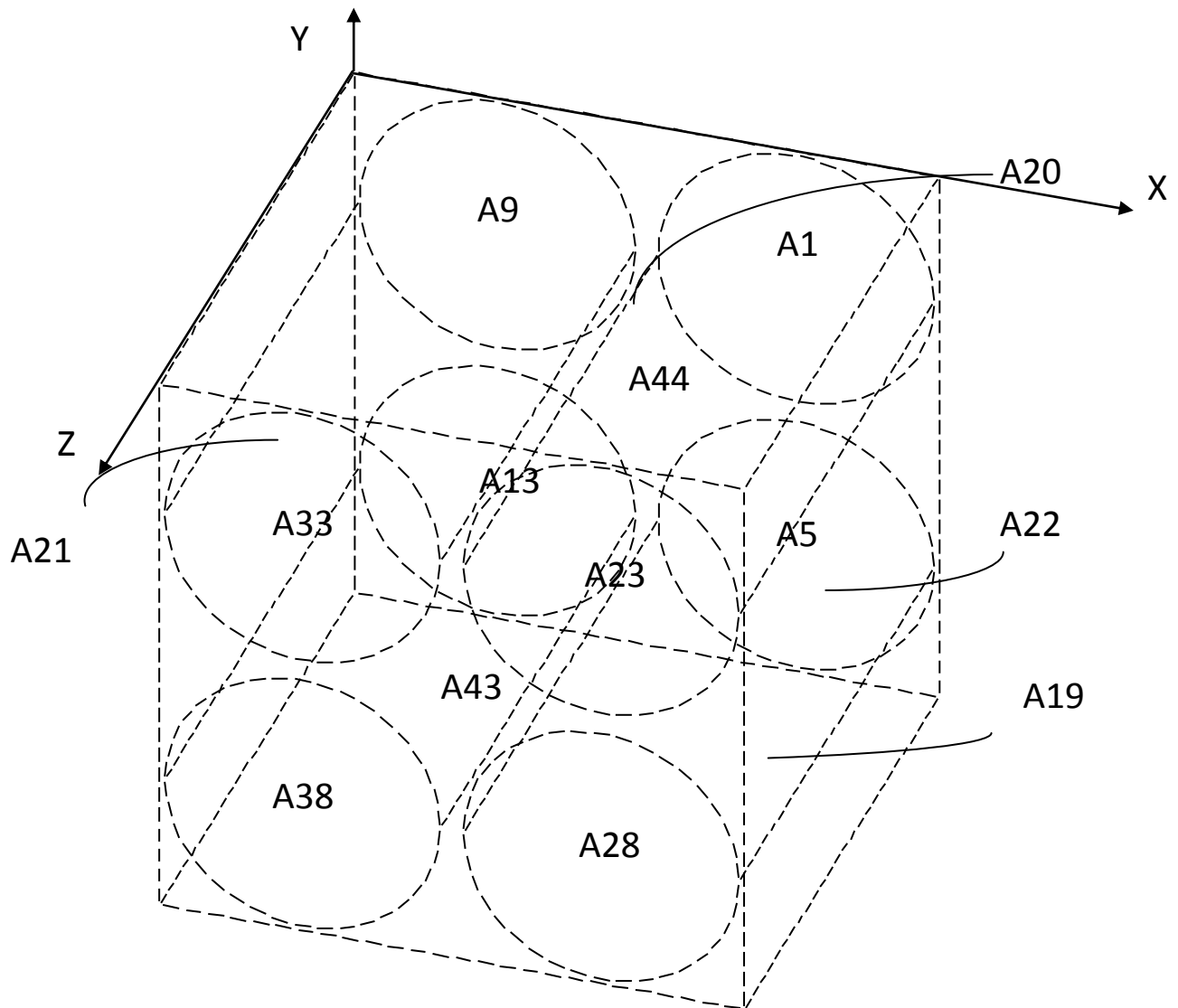
όπου $u_z=0.05$ mm και $dz=12.7110$ mm

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{0.05}{12.711} \end{bmatrix} \quad (3.2.20)$$

Οι οριακές συνθήκες που εδόθησαν ανά επιφάνεια, όπως αυτές ορίζονται στην παρακάτω εικόνα, παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα:

α/α Επιφανείας	U _x (mm)	U _y (mm)	U _z (mm)
A1	0.00	0.00	0.00
A5	0.00	0.00	0.00
A9	0.00	0.00	0.00
A13	0.00	0.00	0.00
A19	-	0.00	-
A20	-	0.00	-
A21	0.00	-	-
A22	0.00	-	-
A23	-	-	0.05
A28	-	-	0.05
A33	-	-	0.05
A38	-	-	0.05
A43	-	-	0.05
A44	0.00	0.00	0.00

Πίνακας 3.6 Οριακές συνθήκες για εφελκυσμό κατά τον άξονα Ζ ανισότροπου μοντέλου



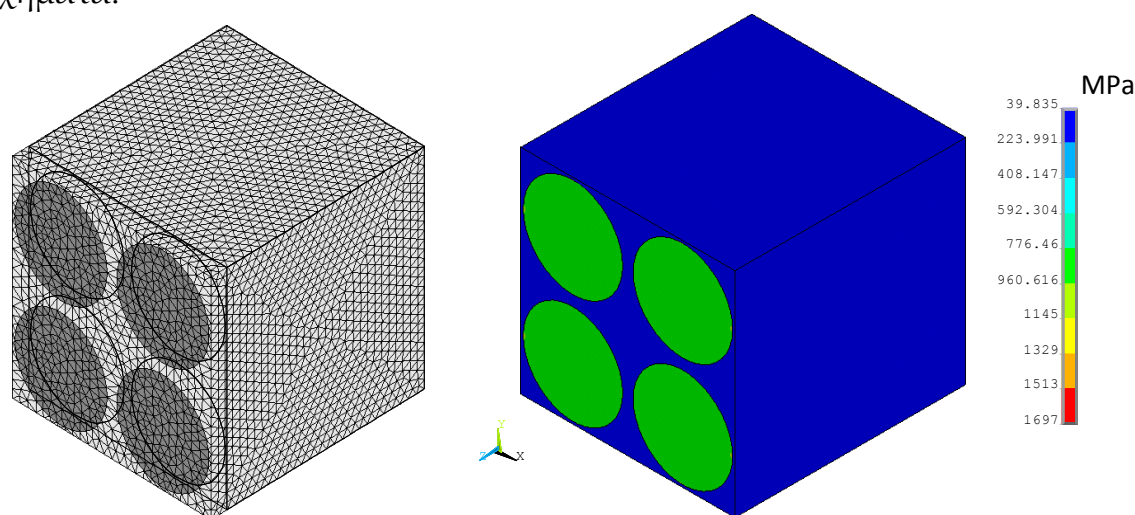
Σχήμα 3.9. Αρίθμηση εξωτερικών επιφανειών ανισότροπου μοντέλου

Από την ανάλυση που περιγράφηκε και τις οριακές συνθήκες, οι οποίες εδόθησαν στους κόμβους των επιφανειών, για τη μοντελοποίηση του προβλήματος της εφελκυστικής παραμόρφωσης του σύνθετου υλικού, προέκυψαν οι ακόλουθες τιμές για το συνολικό φορτίο ανά επιφάνεια και κατεύθυνση, μέσω αντιδράσεων κόμβων. Στην ανάλυση και παρουσίαση των αποτελεσμάτων στον παρακάτω πίνακα θεωρήσαμε τις επιφάνειες A23, A28, A33, A38, A43 ως μία συνολική επιφάνεια με κωδικό B1 και αντίστοιχα τις επιφάνειες A1, A5, A9, A13, A44 ως μία δεύτερη συνολική επιφάνεια B2.

α/α Επιφανείας	F_x (N)	F_y (N)	F_z (N)
A19	9346.8	0.00169	7.4835
A20	-9346.8	-0.09768	7.4472
A21	-0.0111	9347.70	-0.2018
A22	-0.00421	-9346.60	-0.2018
B1	0.04556	-0.06814	108958.82
B2	0.01821	-1.34470	-108958.90

Πίνακας 3.6 Αντιδράσεις κόμβων προσομοίωσης εφελκυσμού κατά τον άξονα Z ανισότροπου μοντέλου

Το παραμορφωμένο σύνθετο υλικό σε ισομετρική σε μεγέθυνση 20 φορές από το πραγματικό, καθώς επίσης και το γράφημα της πρώτης κύριας τάσης (1st Principal Stress) παρουσιάζονται στα παρακάτω σχήματα:



Σχήμα 3.10. Παραμορφωμένο σύνθετο υλικό σε ισομετρική όψη (Αριστερά)-πρώτη κύρια τάση σε(Δεξιά)

Στο παραπάνω σχήμα, κατά το οποίο απεικονίζεται η πρώτη κύρια τάση, η οποία ταυτίζεται με την τάση κατά τον άξονα Z (σ_{zz}), παρατηρείται ότι η τάση με την οποία καταπονούνται οι ίνες είναι σαφώς μεγαλύτερη έναντι αυτής της πλαστικής μήτρας. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο κατά πολύ υψηλότερο μέτρο ελαστικότητας των ινών (230GPa) έναντι της μήτρας (3.6GPa). Επιπροσθέτως, εξαιτίας του γεγονότος αυτού, αναπτύσσονται πολύ υψηλές τάσεις στις διεπιφάνειες μεταξύ των δύο υλικών, καθώς η λιγότερο στιβαρή πλαστική μήτρα τείνει να συμπαρασύρει το πιο στιβαρό έναντι παραμόρφωσης οπλισμό από ίνες άνθρακα.

Επομένως το μητρώο τάσεων που προκύπτει από αυτού του είδους την παραμόρφωση για το κυβικό μοντέλο ακμής $l=12.711$ είναι το ακόλουθο:

$$\sigma = \begin{bmatrix} 57.85 & -0.0000 & 0.0463 \\ -0.0000 & 57.86 & -0.0012 \\ 0.0463 & -0.0012 & 674.38 \end{bmatrix} (MPa) \quad (3.2.21)$$

3.2.3.2 Εφελκυστική Παραμόρφωση Κατά τον Άξονα Υ

Σε αντίθεση με την παραμόρφωση κατά τον άξονα Z, κατά την οποία το σύνθετο υλικό καταπονήθηκε σε εφελκυσμό υπό την επίδραση εφελκυστικής παραμορφώσεως εγκάρσια στον άξονα των ιών, στη συγκεκριμένη περίπτωση το υλικό δοκιμάστηκε σε εφελκυστική παραμόρφωση κατά τους άξονες X και Y, κάθετα δηλαδή στον άξονα των ιών. Επομένως, το μητρώο των παραμορφώσεων και η αντίστοιχη σχέση που εκφράζουν την παραμορφωσιακή αυτή κατάσταση είναι οι εξής:

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y} = \frac{\partial u_y}{\partial l} \quad (3.2.22)$$

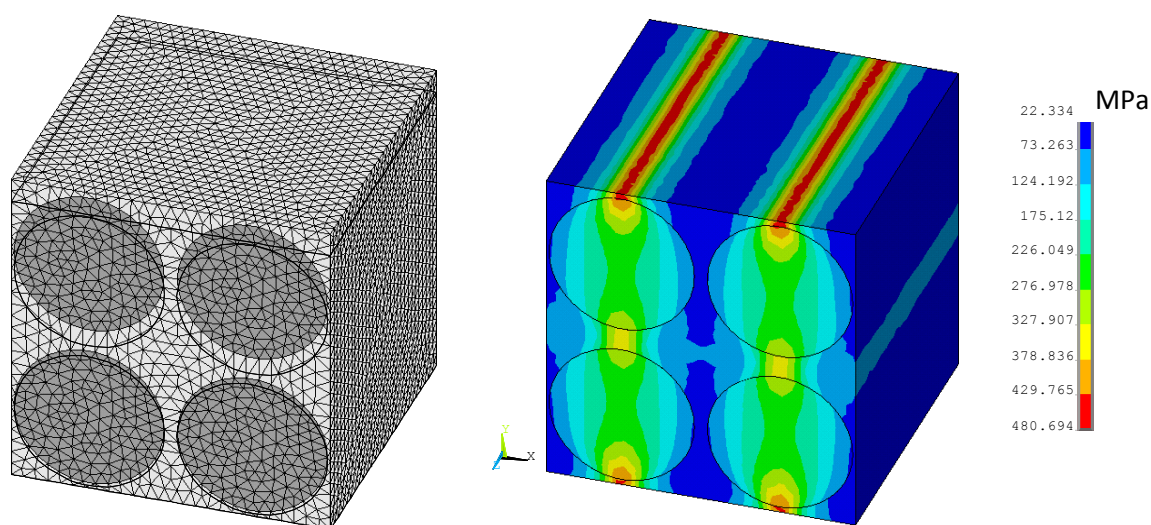
$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{0.05}{12.711} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.2.23)$$

Οι οριακές συνθήκες, οι οποίες εδόθησαν στους κόμβους των αντιστοιχών επιφανειών για τη μοντελοποίηση του συγκεκριμένου προβλήματος παρουσιάζονται στον κάτωθι πίνακα:

α/α Επιφανείας	U _x (mm)	U _y (mm)	U _z (mm)
A1	-	-	0.00
A5	-	-	0.00
A9	-	-	0.00
A13	-	-	0.00
A19	0.00	0.00	0.00
A20	-	0.05	-
A21	0.00	-	-
A22	0.00	-	-
A23	-	-	0.00
A28	-	-	0.00
A33	-	-	0.00
A38	-	-	0.00
A43	-	-	0.00
A44	-	-	0.00

Πίνακας 3.7 Οριακές συνθήκες για εφελκυσμό κατά τον άξονα Υ ανισότροπου μοντέλου

Όπως παρατηρείται από τα ακόλουθα σχήματα, τα οποία απεικονίζουν το παραμορφωμένο στερεό σώμα σε μεγέθυνση 20 φορές από το πραγματικό, από τη μία και από την άλλη το γράφημα της πρώτης κύριας τάσης, η οποία ταυτίζεται με αυτή κατά τον άξονα Υ (σ_{yy}), το δοκίμιο παραμορφώθηκε αποκλειστικά κατά τον άξονα, κατά τον οποίο εδόθη το φορτίο-παραμόρφωση, δηλαδή τον άξονα Υ. Επιπροσθέτως στο γράφημα της πρώτης κύριας τάσης παρατηρείται η εμφάνιση περιοχών πολύ υψηλών τάσεων, κυρίως διεπιφάνειες των δύο υλικών και συγκεκριμένα στις περιοχές με τη μεγαλύτερη πυκνότητα οπλισμού έναντι πλαστικής μήτρας.



Σχήμα 3.11. Παραμορφωμένο σύνθετο υλικό σε ισομετρική όψη (Αριστερά)- πρώτη κύρια τάση (Δεξιά)

Υστερα από την άνωθεν ανάλυση, προέκυψαν τα ακόλουθα αποτελέσματα των αντιδράσεων στους κόμβους των εξωτερικών επιφανειών του δοκιμίου. Αυτά παρουσιάζονται ανά επιφάνεια στον ακόλουθο πίνακα, στον οποίο όπως και προηγουμένως οι επιφάνειες A23, A28, A33, A38, A43 έχουν θεωρηθεί ως μία συνολική επιφάνεια με κωδικό B1, καθώς επίσης αντιστοίχως οι επιφάνειες A1, A5, A9, A13, A44 ως μία δεύτερη συνολική επιφάνεια με κωδικό B2.

α/α Επιφανείας	F_x (N)	F_y (N)	F_z (N)
A19	2.1334	-26273.1	-6.1575
A20	0.0177	26273.0	-3.9555
A21	-6581.2	2.0737	4.9800
A22	6579.2	2.1289	5.0049
B1	-0.0776	-0.3868	9360.3
B2	-0.0448	-0.06355	-9357.8

Πίνακας 3.8 Αντιδράσεις κόμβων προσομοίωσης εφελκυσμού κατά τον άξονα Υ ανισότροπου μοντέλου

Έτσι από τα παραπάνω αποτελέσματα του συνολικού φορτίου ανά επιφάνεια, διαιρούμενο με το εμβαδόν της αντίστοιχης διατομής, προκύπτει το αντίστοιχο μητρώο τάσεων της συγκεκριμένης εφελκυστικής παραμόρφωσης. Στη συνέχεια με κατάλληλο μετασχηματισμό, λόγω συμμετρίας μεταξύ των αξόνων X και Y, προκύπτουν και τα αντίστοιχα μητρώα τάσεων και παραμορφώσεων για δοκιμή εφελκυσμού κατά τον άξονα X.

$$\sigma = \begin{bmatrix} 40.7209 & -0.0001 & 0.0310 \\ -0.0001 & 162.6086 & -0.0245 \\ 0.0310 & -0.0245 & 57.9334 \end{bmatrix} (MPa) \quad (3.2.24)$$

- Κατά τον άξονα X:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{0.05}{12.711} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.2.25)$$

$$\sigma = \begin{bmatrix} 162.6086 & -0.0001 & -0.0245 \\ -0.0001 & 40.7209 & 0.0310 \\ -0.0245 & 0.0310 & 57.9334 \end{bmatrix} (MPa) \quad (3.2.26)$$

3.2.3.3 Διατμητική Παραμόρφωση Κατά το Επίπεδο XY

Το είδος της γωνιακής παραμορφώσεως, με την οποία καταπονήθηκε το οπλισμένο με ίνες άνθρακα πλαστικό κυβικό μοντέλο, ήταν η καθαρή διατμητική παραμόρφωση (pure shear strain), εν αντιθέσει δηλαδή με το ισότροπο υλικό, το οποίο εξετάσθη σε απλή διάτμηση. Επομένως το μητρώο παραμορφώσεων και η αντίστοιχη σχέση που εκφράζει αυτού του είδους την παραμόρφωση είναι τα ακόλουθα:

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} = \frac{0.05}{12.711} + \frac{0.05}{12.711} = \frac{0.10}{12.711} \quad (3.2.27)$$

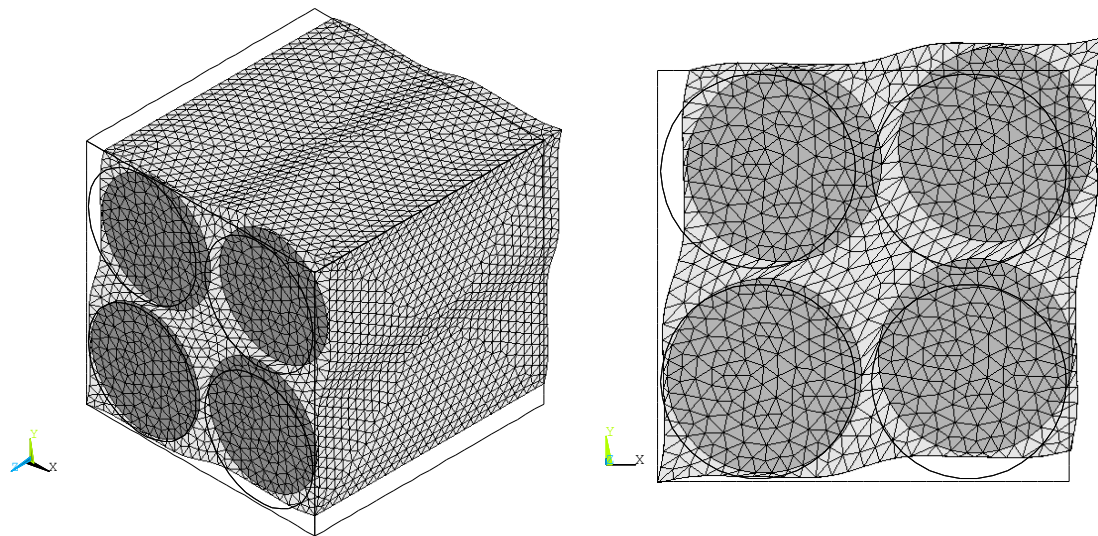
$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \gamma_{xy}/2 & 0 \\ \gamma_{xy}/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.2.28)$$

Οι οριακές συνθήκες, οι οποίες εδόθησαν στους κόμβους των εξωτερικών επιφανειών για τη μοντελοποίηση αυτού τους είδους διάτμησης ήταν οι ακόλουθες ανά επιφάνεια, και επίσης είχε πακτωθεί η ακμή μεταξύ των επιφανειών A19 και A21.

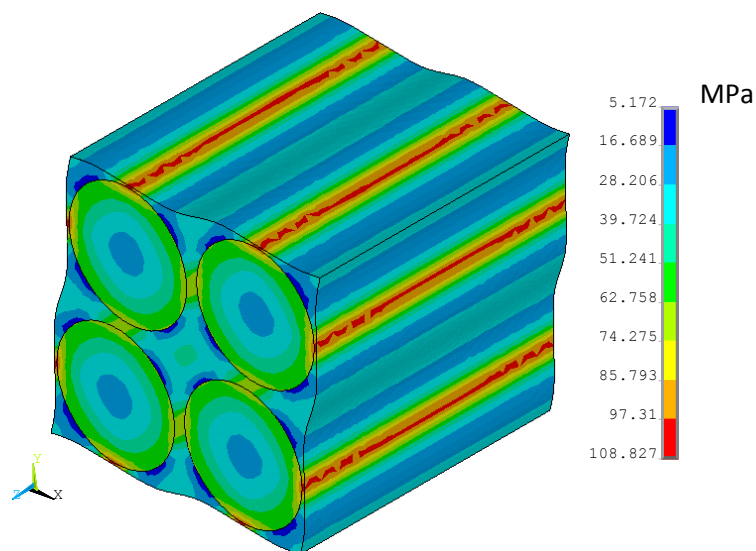
α/α Επιφανείας	U _x (mm)	U _y (mm)	U _z (mm)
A1	-	-	0.00
A5	-	-	0.00
A9	-	-	0.00
A13	-	-	0.00
A19	0.00	-	0.00
A20	0.05	-	0.00
A21	-	0.00	0.00
A22	-	0.05	0.00
A23	-	-	0.00
A28	-	-	0.00
A33	-	-	0.00
A38	-	-	0.00
A43	-	-	0.00
A44	-	-	0.00

Πίνακας 3.9 Οριακές συνθήκες για διάτμησης κατά το επίπεδο ΧΥ ανισότροπου μοντέλου

Από τις κατωθί εικόνες του παραμορφώσιμου συνθέτου στερεού σώματος και της διατμητικής τάσης τ_{xy} , παρατηρείται ότι το δοκίμιο έχει υποστεί μια ελαφρά κυμάτωση στις εξωτερικές επιφάνειες. Αυτό υφίσταται, εξαιτίας του σπλισμού των ινών άνθρακα και του υψηλότερου μέτρου ελαστικότητάς του, ο οποίος έχει την τάση να αντιστέκεται ως στιβαρότερο υλικό σε οποιαδήποτε μετατόπιση εν αντιθέσει με το πλαστικό. Εξαιτίας μάλιστα, του γεγονότος αυτού, εντοπίζονται και υψηλές τιμές της τάσης στις περιοχές με την μεγαλύτερη πυκνότητα σε ανθρακονήματα.



Σχήμα 3.12. Παραμορφωμένο Σύνθετο Μοντέλο σε Ισομετρική Όψη (Αριστερά) και Πρόοψη (Δεξιά)



Σχήμα 3.13. Διατμητική Τάση τ_{xy}

Ακολούθως παρατίθενται, αρχικά τα αποτελέσματα των αντιδράσεων κόμβων, τα οποία προέκυψαν από ανάλυση στους κόμβους των εξωτερικών επιφανειών του υλικού και έπειτα το προκύπτον μητρώο τάσεων της δοκμής αυτής.

α/α Επιφανείας	F _x (N)	F _y (N)	F _z (N)
A19	-6929.9	-0.077381	-0.021239
A20	6929.9	0.034637	-0.271400
A21	-0.032266	-6929.9	-0.523850
A22	-0.035078	6929.9	0.193690
B1	-0.051062	-0.083595	0.184170
B2	-0.002496	-0.043443	0.356950

Πίνακας 3.10. Αντιδράσεις κόμβων προσομοίωσης διάτμησης κατά το επίπεδο ΧΥ ανισότροπου μοντέλου

$$\sigma = \begin{bmatrix} -0.0002 & 42.8911 & 0.0012 \\ 42.8911 & 0.0002 & -0.0017 \\ 0.0012 & -0.0017 & 0.0011 \end{bmatrix} (MPa) \quad (3.2.29)$$

3.2.3.4 Διατμητική Παραμόρφωση Κατά το Επίπεδο ΥΖ

Όπως και προηγουμένως κατά τη γωνιακή παραμόρφωση κατά το επίπεδο ΧΥ, έτσι και σε αυτή περίπτωση, στη δοκιμή δηλαδή διατμητικής παραμόρφωσης κατά το επίπεδο ΥΖ, και λόγω συμμετρίας και κατά το επίπεδο ΧΖ, εφαρμόστηκε και εξετάστηκε στο υλικό το πρόβλημα της καθαρής διάτμησης (pure shear strain). Το μητρώο των παραμορφώσεων και η μαθηματική σχέση, τα οποία αντιστοιχούν και εκφράζουν τη παραμόρφωση αυτή είναι τα ακόλουθα:

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} = \frac{0.05}{12.711} + \frac{0.05}{12.711} = \frac{0.10}{12.711} \quad (3.2.30)$$

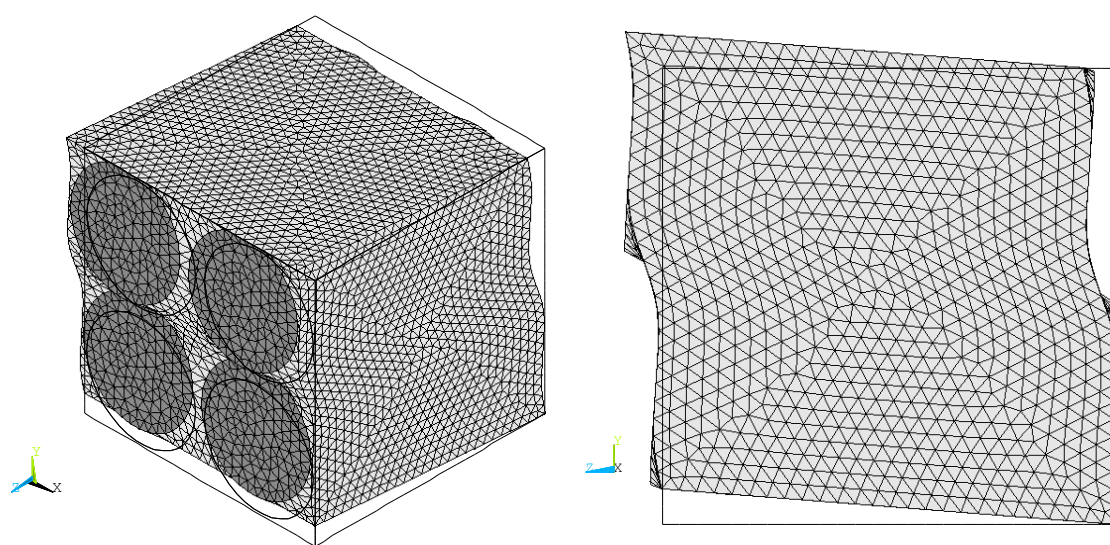
$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{yz} \\ 0 & \varepsilon_{zy} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_{yz}/2 \\ 0 & \gamma_{zy}/2 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.2.31)$$

Για τη μοντελοποίηση του προβλήματος αυτού, οι οριακές συνθήκες, δηλαδή οι μετατοπίσεις, οι οποίες ορίστηκαν στους κόμβους των εξωτερικών επιφανειών του συνθέτου υλικού παρουσιάζονται ανά επιφάνεια και ανά κατεύθυνση στον κάτωθι πίνακα, ενώ επιπροσθέτως είχε πακτωθεί η ακμή μεταξύ των επιφανειών A19 και A44.

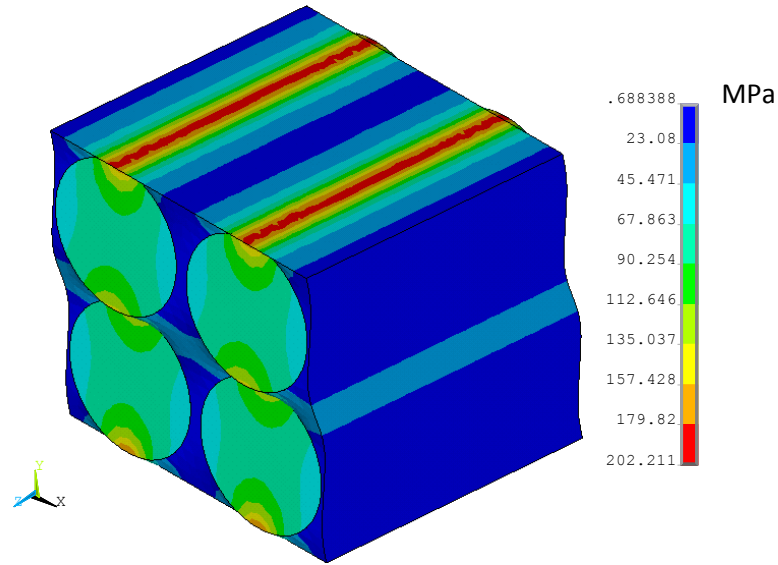
α/α Επιφάνειας	U _x (mm)	U _y (mm)	U _z (mm)
A1	0.00	0.00	-
A5	0.00	0.00	-
A9	0.00	0.00	-
A13	0.00	0.00	-
A19	0.00	-	0.00
A20	0.00	-	0.05
A21	0.00	-	-
A22	0.00	-	-
A23	0.00	0.05	-
A28	0.00	0.05	-
A33	0.00	0.05	-
A38	0.00	0.05	-
A43	0.00	0.05	-
A44	0.00	0.00	-

Πίνακας 3.11 Οριακές συνθήκες για διάτμησης κατά το επίπεδο YZ ανισότροπου μοντέλου

Οι εικόνες, οι οποίες παρατίθενται στη συνέχεια απεικονίζουν το παραμορφώσιμο στερεό σώμα σε ισομετρική και πλάγια αριστερή όψη και ομοίως με προηγουμένως, παρατηρείται μια ελαφρά κυμάτωση στις εξωτερικές επιφάνειες της πλαστικής μήτρας, ενώ αντιθέτως οι ίνες παραμένουν απαραμόρφωτες όσον αφορά τη γεωμετρία τους και επιπροσθέτως την ανάπτυξη υψηλών τιμών τάσεων (γράφημα 1^{ης} κύριας τάσης) στις μεταξύ των δύο υλικών επιφάνειες.



Σχήμα 3.14. Παραμορφωμένο Σύνθετο Μοντέλο σε Ισομετρική Όψη (Αριστερά) και Πλάγια Δεξιά Όψη (Δεξιά)



Σχήμα 3.15. Διατμητική Τάση τ_{yz}

Τέλος με ανάλυση στους κόμβους των εξωτερικών επιφανειών (Reaction Solution) προέκυψε ο κάτωθι πίνακας, στον οποίο περιλαμβάνεται ανά επιφάνεια και κατεύθυνση το συνολικό φορτίο και εξ' αυτού το προκύπτον μητρώο τάσεων τόσο για το επίπεδο YZ όσο και με κατάλληλο μετασχηματισμό αξόνων τα μητρώα τάσεων και παραμορφώσεων για γωνιακή παραμόρφωση κατά το επίπεδο XZ.

α/α Επιφανείας	F_x (N)	F_y (N)	F_z (N)
A19	0.167570	-3.034600	-10972.0
A20	-0.151460	-3.020200	10972.0
A21	-0.186600	1.893400	-0.080192
A22	0.294790	1.898700	-0.040882
B1	-1.032600	10972.0	-0.051850
B2	0.872860	-10972.0	-0.029973

Πίνακας 3.11. Αντιδράσεις κόμβων προσομοίωσης διάτμησης κατά το επίπεδο YZ ανισότροπου μοντέλου

$$\sigma = \begin{bmatrix} 0.0018 & -0.0009 & -0.0003 \\ -0.0009 & -0.0187 & 67.9087 \\ -0.0003 & 67.9087 & -0.0003 \end{bmatrix} (MPa) \quad (3.2.32)$$

- Κατά το επίπεδο XZ:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \varepsilon_{xz} \\ 0 & 0 & 0 \\ \varepsilon_{zx} & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \gamma_{xz}/2 \\ 0 & 0 & 0 \\ \gamma_{zx}/2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.2.31)$$

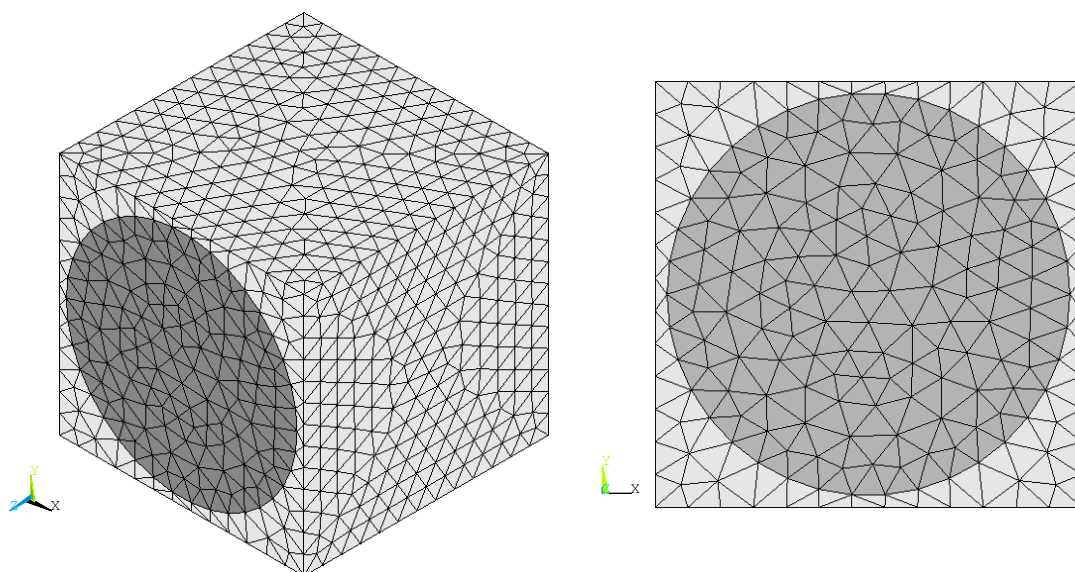
$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} -0.0187 & -0.0009 & 67.9087 \\ -0.0009 & 0.0018 & -0.0003 \\ 67.9087 & -0.0003 & -0.0003 \end{bmatrix} (MPa) \quad (3.2.32)$$

3.2.3.5 Υπολογισμός Μητρώου Δυσκαμψίας

Από την ανάλυση, η οποία προηγήθηκε για το ανισότροπο υλικό και την εύρεση μέσω αυτής των μητρώων τάσεων και παραμορφώσεων για τις τρεις περιπτώσεις εφελκυστικής και τις αντίστοιχες τρεις διατμητικής παραμορφώσεως, καθίσταται εφικτός, μέσω του νόμου του Hooke, όπως έλαβε χώρα και για το ισότροπο υλικό, ο υπολογισμός του μητρώου δυσκαμψίας ή στιβαρότητας του ανισοτρόπου υλικού. Έτσι, από τα αποτελέσματα, τα οποία ελήφθησαν μέσω της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων και με δεδομένα αυτά, που περιγράφηκαν ανωτέρω, προκύπτει το μητρώο δυσκαμψίας του συνθέτου υλικού.

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 41.338 & 10.352 & 14.727 & 0 & 0 & 0 \\ 10.352 & 41.338 & 14.727 & 0 & 0 & 0 \\ 14.707 & 14.708 & 171.440 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 17.264 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 17.264 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10.904 \end{bmatrix} (GPa)$$

Παρατηρείται, όπως και αναμενόταν, η ύπαρξη πλήρους συμμετρίας ως προς την κύρια διαγώνιο του μητρώου αυτού. Για την επαλήθευση του προκύπτοντος μητρώου και την οριστικοποίηση των αποτελεσμάτων πραγματοποιήθηκε ταυτόσημης διαδικασίας, και οριακών συνθηκών συγκεκριμένα, ανάλυση σε μοντέλο μικρότερων διαστάσεων αλλά ίδιας γεωμετρίας, σύστασης και μηχανικών ιδιοτήτων, το οποίο παρουσιάζεται στην κάτωθι εικόνα σε πρόοψη και ισομετρική όψη.



Σχήμα 3.16. Ανισότροπο Υλικό Μονής Ίνας Ισομετρική Όψη (Αριστερά) και Πρόοψη (Δεξιά)

Το αντίστοιχο μητρώο στιβαρότητας του μοντέλου αυτού είναι το εξής:

$$D_s = \begin{bmatrix} 41.492 & 9.925 & 14.783 & 0 & 0 & 0 \\ 9.925 & 41.492 & 14.783 & 0 & 0 & 0 \\ 14.569 & 14.568 & 172.380 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 17.050 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 17.050 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10.776 \end{bmatrix} (GPa)$$

Από το άνωθεν μητρώο, το οποίο προέκυψε από ανάλυση του ανισοτρόπου μοντέλου μονής ίνας, παρατηρείται ότι οι διαφορές, οι οποίες εντοπίζονται σε σχέση με το αντίστοιχο μοντέλο των 4 ινών είναι ελάχιστες και είναι σε θέση να θεωρηθούν αμελητέες. Ωστόσο η άνωθεν ανάλυση του μοντέλου των 4 ινών είναι πιο αντιπροσωπευτική ως προς την πραγματική συμπεριφορά του σύνθετου υλικού, καθώς σε αυτήν συμπεριλαμβάνονται και οι συγκεντρώσεις τάσεων, και η εν γένει συμπεριφορά, μεταξύ των ινών. Αυτές οι αποκλίσεις των τιμών οφείλονται στην ανομοιομορφία του πλέγματος τόσο μεταξύ των δύο οντοτήτων, όσο και στο ίδιο τον όγκο της μονής ίνας, ο οποίος μοντελοποιήθηκε με πλέγμα, το οποίο αποτελείτο από πεπερασμένα στοιχεία μεγέθους ίσου με το αρχικό των τεσσάρων ινών.

Επιπροσθέτως σύμφωνα με τον κανόνα του μοχλού και τη βασιζόμενοι στη θεωρία των συνθέτων υλικών, το εγκάρσιο, στον άξονα των ινών, μέτρο ελαστικότητας του ανισότροπου υλικού δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$E_{tot} = \alpha E_f + (1 - \alpha) E_m = 162.08 \text{ GPa}$$

Η απόκλιση μεταξύ της τιμής αυτής και της προκύπτουσας D_{zz} του μητρώου του ανισότροπου υλικού είναι μικρή (5.46%) και οφείλεται, πιθανόν στο μέγεθος του πλέγματος, το οποίο επιλέχθηκε, αλλά και στο γεγονός ότι η θεωρητική μέθοδος του μοχλού παρουσιάζει αποκλίσεις από την πραγματική τιμή.

Επομένως ολοκληρώνεται η ανάλυση των δύο υλικών αποδέχοντας το αποτέλεσμα του μητρώου δυσκαμψίας D , το οποίο προέκυψε για το ανισότροπο υλικό.

4. ΑΝΑΛΥΣΗ ΟΔΟΝΤΩΤΩΝ ΤΡΟΧΩΝ

4.1 Εισαγωγή

Με την ολοκλήρωση της μελέτης του ισότροπου και ανισότροπου υλικού και την εύρεση των αντιστοιχών μητρώων δυσκαμψίας, η οποία έλαβε χώρα στο προηγούμενο κεφάλαιο, επόμενο βήμα αποτελεί η προσθήκη της ενίσχυσης από ίνες άνθρακα στους πλαστικούς οδοντωτούς τροχούς. Έτσι, η μελέτη των οδοντωτών τροχών και η προσθήκη του οπλισμού σε αυτούς θα πραγματοποιηθεί στο παρόν κεφάλαιο. Αρχικά θα υπολογιστεί η μέγιστη τιμή της πρώτης κύριας τάσης στους πλαστικούς οδοντωτούς τροχούς δίχως την ενίσχυση, βάσει της οποίας θα προκύψει η επικίνδυνη διατομή ποδός για τη συγκεκριμένη φόρτιση και ακολούθως για τους ίδιους τροχούς και τις ίδιες συνθήκες φόρτισης με την προσθήκη των ινών άνθρακα θα υπολογιστεί η νέα μέγιστη τιμή της πρώτης κύριας τάσης, η οποία τέλος θα συγκριθεί με την αντίστοιχη αρχική.

Η μελέτη θα πραγματοποιηθεί για δύο διαφορετικές συνθήκες φόρτισης. Κατά το πρώτο σκέλος θα εξεταστούν οι πλαστικοί οδοντωτοί τροχοί με αριθμό οδόντων 18 και 50 εν συνεργασία μεταξύ τους και μετέπειτα οι τροχοί με αριθμό οδόντων 18, 25, 35 και 50 για φόρτιση στο υψηλότερο σημείο μονής επαφής (Highest Point of Single Tooth Contact) για βαθμό επικαλύψεως 1.0, 1.3 και 1.8 αντιστοιχώς. Η διαφορά της δεύτερης ανάλυσης έγκειται στο γεγονός ότι εξετάζεται ένας τροχός ανεξαρτήτως του τροχού, με τον οποίο εμπλέκεται, αλλά με κριτήριο τα

δικά του κατασκευαστικά χαρακτηριστικά. Με βάση τη τιμή του βαθμού επικαλύψεως ακολούθως είναι δυνατόν να υπολογιστεί ο αριθμός οδόντων του συνεργαζόμενου τροχού.

Όπως έχει αναφερθεί και κατά την περιγραφή της παρούσης διπλωματικής εργασίας, όλα τα μοντέλα των πλαστικών οδοντωτών τροχών, τα οποία χρησιμοποιήθηκαν κατά την ανάλυση έχουν κατασκευαστεί από γεννήτορα κανόνα με τα ίδια χαρακτηριστικά όσον αφορά στους συντελεστές ύψους κεφαλής ($C_k=1.0$), ύψους ποδός ($C_f=1.25$), ακτίνας καμπυλότητας ($C_c=0.5$) και πάχους ($C_s=0.475$) και στη γωνία εξειλιγμένης (α_0), η οποία ισούται με 20° . Επιπροσθέτως, τα μοντέλα έχουν κατασκευαστεί με $module(m)=1.0$ mm και πλάτος (b) ίσο με $1 * module$. Για τον υπολογισμό των γεωμετρικών χαρακτηριστικών ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις:

- Διάμετρος αρχικού κύκλου: $d_0 = mZ$ (4.1)

- Διάμετρος βασικού κύκλου: $d_g = d_0 \cos \alpha_0$ (4.2)

- Διάμετρος κύκλου κεφαλής: $d_k = (Z + 2)m$ (4.3)

- Διάμετρος κύκλου ποδός: $d_f = (Z - 2.5)m$ (4.4)

- Βήμα στον αρχικό κύκλο: $t_0 = \pi m$ (4.5)

- Βήμα στο βασικό κύκλο: $t_g = t_0 \cos \alpha_0$ (4.6)

Επομένως ο πίνακας με τα κατασκευαστικά και γεωμετρικά χαρακτηριστικά των τροχών, ο οποίος θα εξεταστούν παρουσιάζεται ακολούθως ανάλογα με τον αριθμό των οδόντων (Z):

Z	$\alpha_0(^{\circ})$	m(mm)	r_0 (mm)	r_g (mm)	r_k (mm)	r_f (mm)
18	20	1.0	9.0	8.46	10.0	7.75
25	20	1.0	12.5	11.75	13.5	11.25
35	20	1.0	17.5	16.44	18.5	16.25
50	20	1.0	25.0	23.49	26.0	23.75

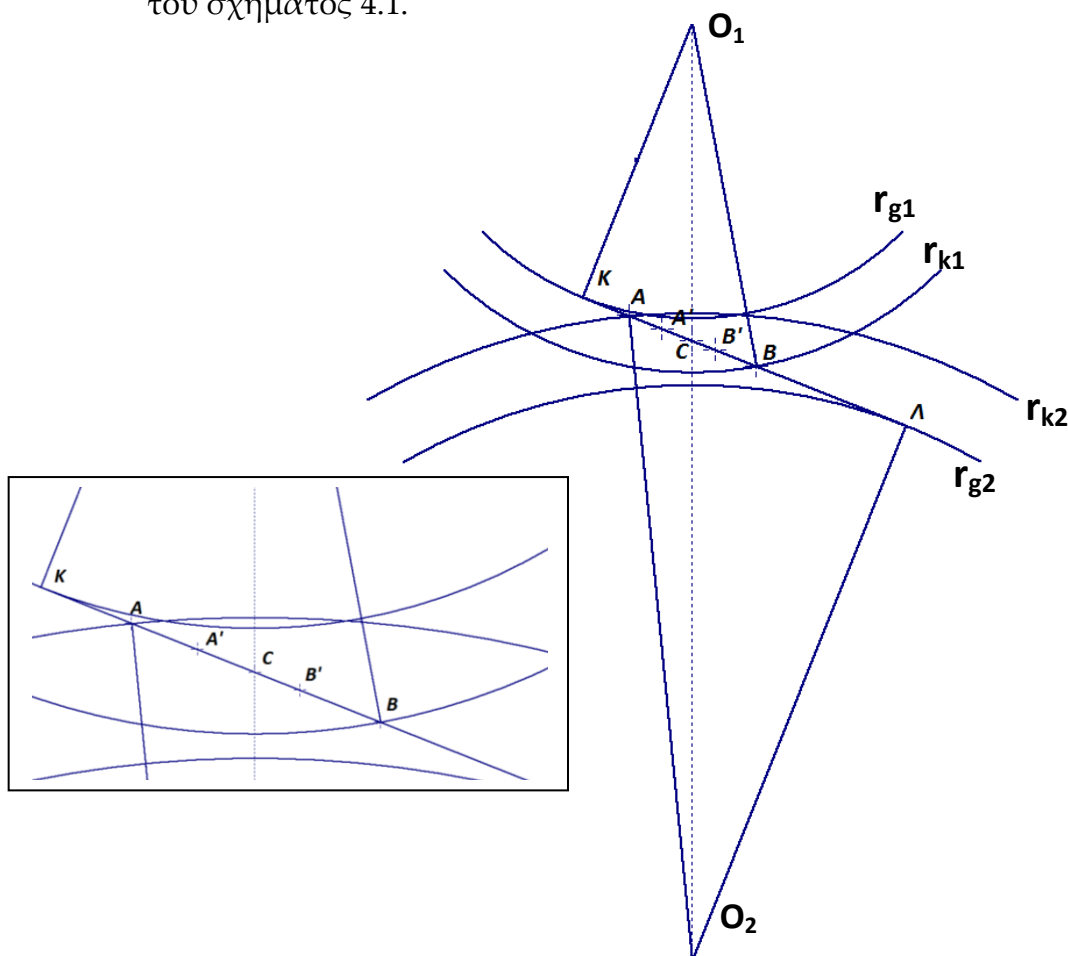
Πίνακας 4.1 Γεωμετρικά χαρακτηριστικά οδοντωτών τροχών

4.2 Μελέτη Πλαστικών Οδοντωτών Τροχών Εν Συνεργασία

4.2.1 Γεωμετρικές Σχέσεις

Οι πλαστικοί οδοντωτοί τροχοί, οι οποίοι θα μελετηθούν εν συνεργασία είναι αυτοί με αριθμό οδόντων 18 (πινιόν) και 50 (συνεργαζόμενος τροχός) αντιστοίχως. Τα κριτήρια επιλογής των δύο συγκεκριμένων οδοντωτών τροχών ήταν η υψηλή σχέση μετάδοσης (i_{12}), την οποία είναι σε θέση να επιτύχουν και επίσης η γεωμετρία της κατατομής του πινιόν, καθώς σχηματίζει υποκοπές κατασκευής, οι οποίες μειώνουν την αντοχή του οδόντος σε κάμψη.

Πρώτο βήμα για την ανάλυση της συνεργασίας αυτής μεταξύ των δύο τροχών είναι ο υπολογισμός και η εύρεση των 5 διακριτών θέσεων της τροχιάς επαφών, στις οποίες θα λάβει χώρα η ανάλυσή. Αυτές είναι, όπως έχει προαναφερθεί κατά τη περιγραφή της διπλωματικής εργασίας στο δεύτερο κεφάλαιο, το πρώτο και τελευταίο σημείο λειτουργίας, το υψηλότερο και το χαμηλότερο σημείο μονής επαφής και το σημείο κύλισης. Για μήκος επαφών AB προκύπτουν οι ακόλουθες σχέσεις, μέσω του σχήματος 4.1.



Σχήμα 4.1. Βασικοί Κύκλοι-Τροχιά Επαφών

- Εύρεση πρώτου σημείου λειτουργίας πινιόν (ΑΟ₁) και τελευταίου σημείου λειτουργίας συνεργαζόμενου τροχού (ΒΟ₂)

Από Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο (ΚΟ₁Α)

$$AO_1 = r_{sap1} = \sqrt{r_{g1}^2 + AK^2} \quad (4.7)$$

όπου,

$$AK = AC + CK - AL = \sqrt{r_{c1}^2 - r_{g1}^2} + \sqrt{r_{c2}^2 - r_{g2}^2} - \sqrt{r_{k2}^2 - r_{g2}^2} \quad (4.8)$$

Άρα τελικά,

$$AO_1 = \sqrt{r_{g1}^2 + \left(\sqrt{r_{c1}^2 - r_{g1}^2} + \sqrt{r_{c2}^2 - r_{g2}^2} - \sqrt{r_{k2}^2 - r_{g2}^2} \right)^2} \quad (4.9)$$

Ομοίως για την εύρεση του τελευταίου σημείου λειτουργίας του συνεργαζόμενου πλαστικού οδοντωτού τροχού (Γεap2), προκύπτει:

$$BO_2 = \sqrt{r_{g2}^2 + \left(\sqrt{r_{c1}^2 - r_{g1}^2} + \sqrt{r_{c2}^2 - r_{g2}^2} - \sqrt{r_{k1}^2 - r_{g1}^2} \right)^2} \quad (4.10)$$

- Υπολογισμός υψηλότερου σημείου μονής επαφής (HPSTC) για κινητήριο τροχό (Β'Ο₁) και συνεργαζόμενο τροχό (Α'Ο₂)

Για την εύρεση της θέσης του υψηλότερου σημείου μονής επαφής, βασική προϋπόθεση αποτελεί ο υπολογισμός του βαθμού επικάλυψης της εν λόγω συνεργασίας. Ο βαθμός επικάλυψης ή διάρκεια επαφής (ε) μιας βαθμίδας οδοντωτών τροχών, δίνεται από τη σχέση [1]:

$$\varepsilon = \frac{AB}{t_g} = \frac{BC+CA}{t_g} \quad (4.11)$$

όπου

$$CA = [(r_{c2}^2 + m)^2 - r_{c2}^2 \cos a_0^2]^{1/2} - r_{c2} \sin a_0 \quad (4.12)$$

και ομοίως

$$BC = [(r_{c1}^2 + m)^2 - r_{c1}^2 \cos a_0^2]^{1/2} - r_{c1} \sin a_0 \quad (4.13)$$

Από Πυθαγόρειο Θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο (B'O₁K) προκύπτει ότι

$$B'O_1 = r_{H1} = \sqrt{B'K^2 + r_{g1}^2} \quad (4.14)$$

όπου:

$$B'K = BK - BB' = BK - (AB - AB') = \sqrt{r_{k1}^2 - r_{g1}^2} - (\varepsilon - 1)t_g \quad (4.15)$$

Επομένως ύστερα από πράξεις προκύπτει η σχέση:

$$B'O_1 = \sqrt{r_{k1}^2 + (\varepsilon - 1)t_g \left((\varepsilon - 1)t_g - 2\sqrt{r_{k1}^2 - r_{g1}^2} \right)} \quad (4.16)$$

και ομοίως για το συνεργαζόμενο τροχό:

$$A'O_2 = \sqrt{r_{k2}^2 + (\varepsilon - 1)t_g \left((\varepsilon - 1)t_g - 2\sqrt{r_{k2}^2 - r_{g2}^2} \right)} \quad (4.17)$$

- Υπολογισμός χαμηλότερου σημείου μονής επαφής (LPSTC) για κινητήριο τροχό (A'O₁) και συνεργαζόμενο τροχό (B'O₂)

Από το άνωθεν σχήμα και χρήση του Πυθαγορείου Θεωρήματος στο τρίγωνο (KO₁A') ισχύει για τον κινητήριο τροχό

$$A'O_1 = r_{L1} = \sqrt{A'K^2 + r_{g1}^2} \quad (4.18)$$

όπου

$$A'K = \Lambda C + CK - A'\Lambda = \sqrt{r_{c2}^2 - r_{g2}^2} + \sqrt{r_{c1}^2 - r_{g1}^2} - \sqrt{r_{H2}^2 - r_{g2}^2} \quad (4.19)$$

Επομένως η σχέση, η οποία εκφράζει τη θέση του χαμηλότερου σημείου μονής επαφής είναι

$$A'O_1 = \sqrt{r_{g1}^2 + \left(\sqrt{r_{c1}^2 - r_{g1}^2} + \sqrt{r_{c2}^2 - r_{g2}^2} - \sqrt{r_{H2}^2 - r_{g2}^2} \right)^2} \quad (4.20)$$

και ομοίως αποδεικνύεται ότι για το συνεργαζόμενο τροχό ισχύει

$$B'O_2 = \sqrt{r_{g2}^2 + \left(\sqrt{r_{c1}^2 - r_{g1}^2} + \sqrt{r_{c2}^2 - r_{g2}^2} - \sqrt{r_{H1}^2 - r_{g2}^2} \right)^2} \quad (4.21)$$

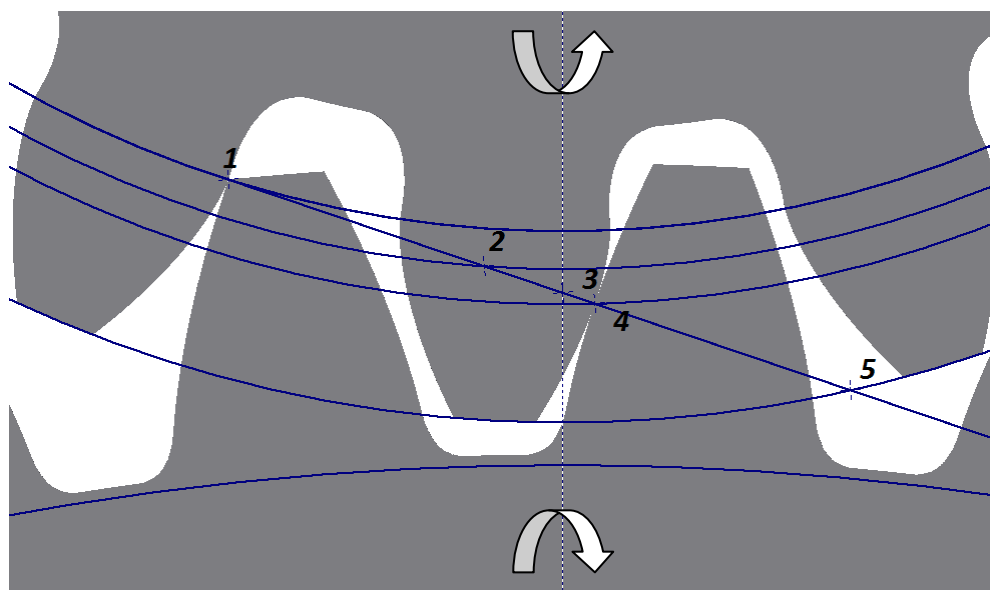
4.2.2 Τροχιά Επαφών

Με χρήση των παραπάνω σχέσεων για τα αντίστοιχα στιγμιότυπα συνεργασίας προκύπτει ο ακόλουθος πίνακας και η αντίστοιχη τροχιά επαφών, για αριστερόστροφη φορά πινιόν, η οποία απεικονίζεται στην κάτωθι εικόνα. Επίσης πρέπει να σημειωθεί ότι η συγκεκριμένη συνεργασία αποσκοπεί στη μείωση στροφών, επομένως το πινιόν αποτελεί τον κινητήριο τροχό, ενώ ο συνεργαζόμενος τροχός, τν κινούμενο. Τέλος ο βαθμός επικαλύψεως που προκύπτει ισούται με:

$$\varepsilon = 1.64222$$

Σημείο Λειτουργίας	Κινητήριος ($Z_1=18$)	Κινούμενος ($Z_2=50$)
1 ^ο	$r_{sap}= 8.47$	$r_k= 26.00$
2 ^ο	$r_{lpstc}= 8.79$	$r_{hpstc}= 25.25$
3 ^ο	$r_0= 9.00$	$r_0= 25.0$
4 ^ο	$r_{hpstc}= 9.13$	$r_{lpstc}= 24.88$
5 ^ο	$r_k= 10.00$	$r_{eap}= 24.32$

Πίνακας 4.2 Θέσεις 5 σημείων λειτουργίας τροχιάς επαφών



Σχήμα 4.2. Τροχιά επαφών οδοντωτών τροχών 18-50 και 5 σημεία λειτουργίας

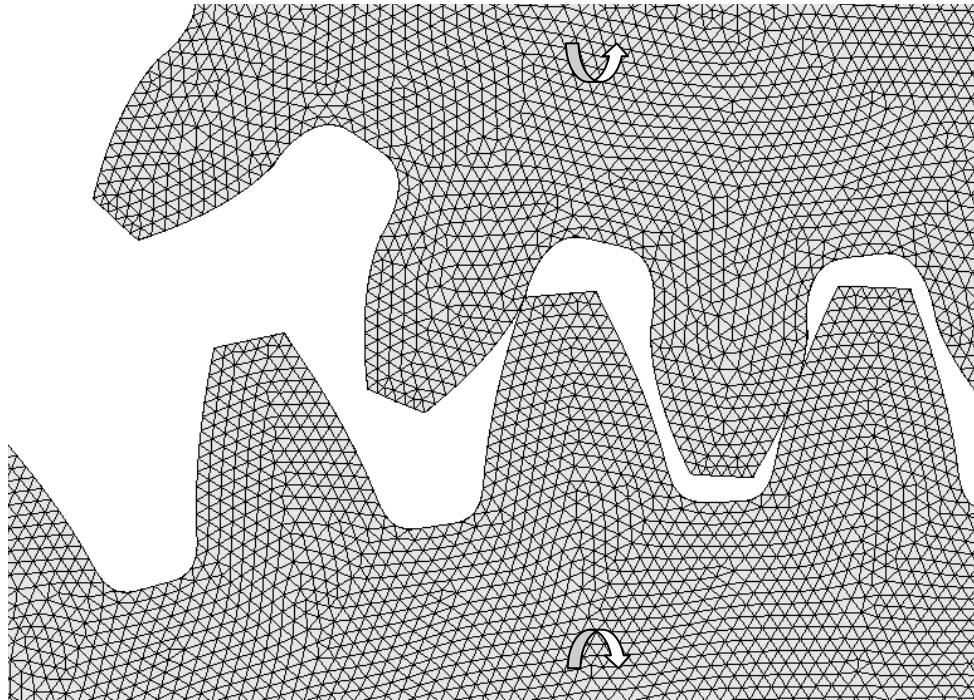
4.2.3 Μελέτη Οδοντωτών Τροχών Χωρίς Ενίσχυση

Με την εύρεση της τροχιάς επαφών και αντιστοίχως των πέντε διακριτών θέσεων συνεργασίας, ακολουθεί η ανάλυση των πλαστικών οδοντωτών τροχών. Τα μοντέλα των τροχών αυτών σχεδιάστηκαν με χρήση του λογισμικού προγράμματος Inventor, ενώ η ανάλυσή τους πραγματοποιήθηκε με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων μέσω του εμπορικού λογισμικού ANSYS Mechanical APDL – Structural.

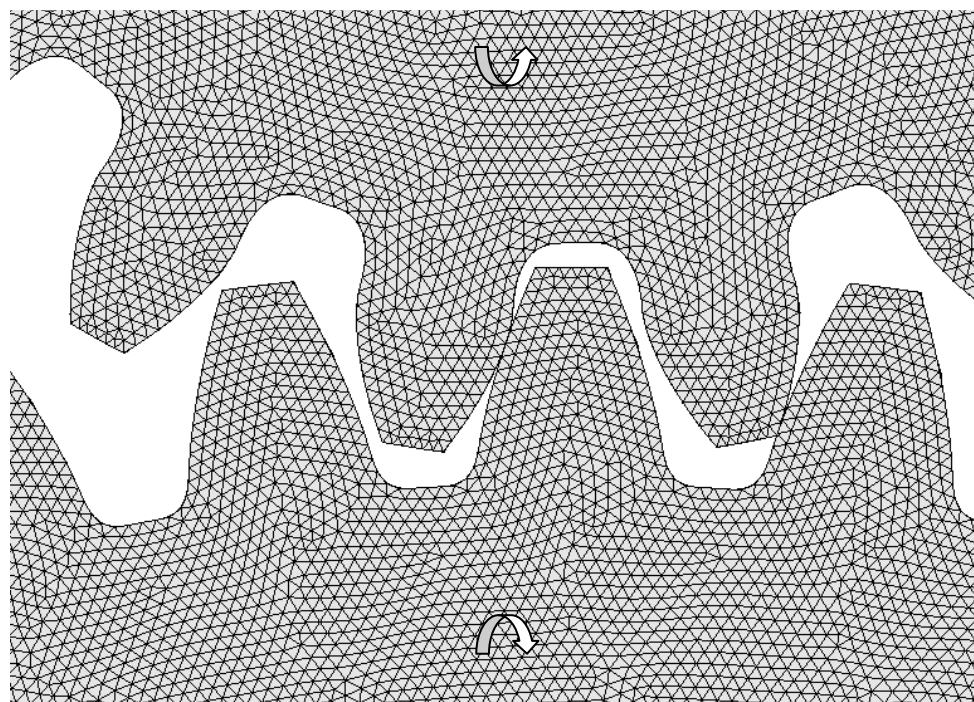
Στην ανάλυση αυτή το εκάστοτε δημιουργηθέν πλέγμα, αποτελείτο από ίδιου είδους και διαστάσεων πεπερασμένο στοιχείο, το οποίο είχε κωδικό solid187 και μέγεθος (element division) 0.15 καθ' όλον τον όγκο του μοντέλου. Το συγκεκριμένο πεπερασμένο στοιχείο επιλέχθηκε γιατί είναι σε θέση να προσμοιάσει καλύτερα και αποτελεσματικότερα τη μηχανική συμπεριφορά αυτού του είδους γεωμετρίας αλλά και παραμορφώσεις, σε σχέση με τα εξαεδρικά πεπερασμένα στοιχεία. Οι μηχανικές ιδιότητες ήταν αυτές του ισότροπου πλαστικού, το οποίο μελετήθηκε στο προηγούμενο εδάφιο, δηλαδή μέτρου ελαστικότητας $E_{xx}=3.6$ GPa και λόγου Poisson $\nu=0.4$. Για ταχύτερη ανάλυση και για εξοικονόμηση υπολογιστικού χρόνου, δε μοντελοποιήθηκε ολόκληρος ο τροχός, αλλά τμήμα αυτού το οποίο αποτελείτο από πέντε οδόντες, με το φορτίο να ασκείται κάθε φορά στο μεσαίο εξ' αυτών. Επιλέχθηκαν 5 οδόντες, γιατί κατά τη συνεργασία των δύο οδοντωτών τροχών εκτός από τον οδόντα, ο οποίος εργάζεται και ασκείται το φορτίο καταπονούνται και οι γειτνιαζόντες αυτού. Επομένως στην ανάλυση συμπεριελήφθησαν 2

παραπάνω οδόντες, οι οποίοι παραμένουν αφόρτιστοι καθ' όλη τη διάρκεια της εμπλοκής.

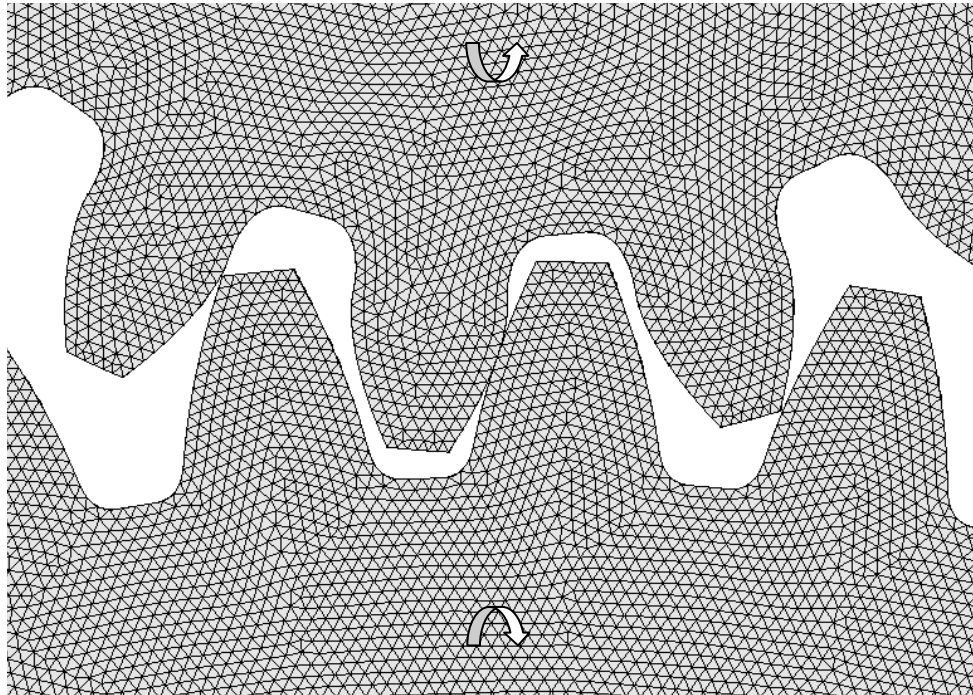
Στα κάτωθι σχήματα απεικονίζεται το δημιουργηθέν πλέγμα στα μοντέλα των οδοντωτών τροχών κατά τα στιγμιότυπα λειτουργίας. Ο άνω τροχός είναι ο κινητήριος ($Z=18$), ενώ ο κάτωθεν αυτού, ο κινούμενος ($Z=50$), με αριστερόστροφη φορά κίνησης του πινιόν.



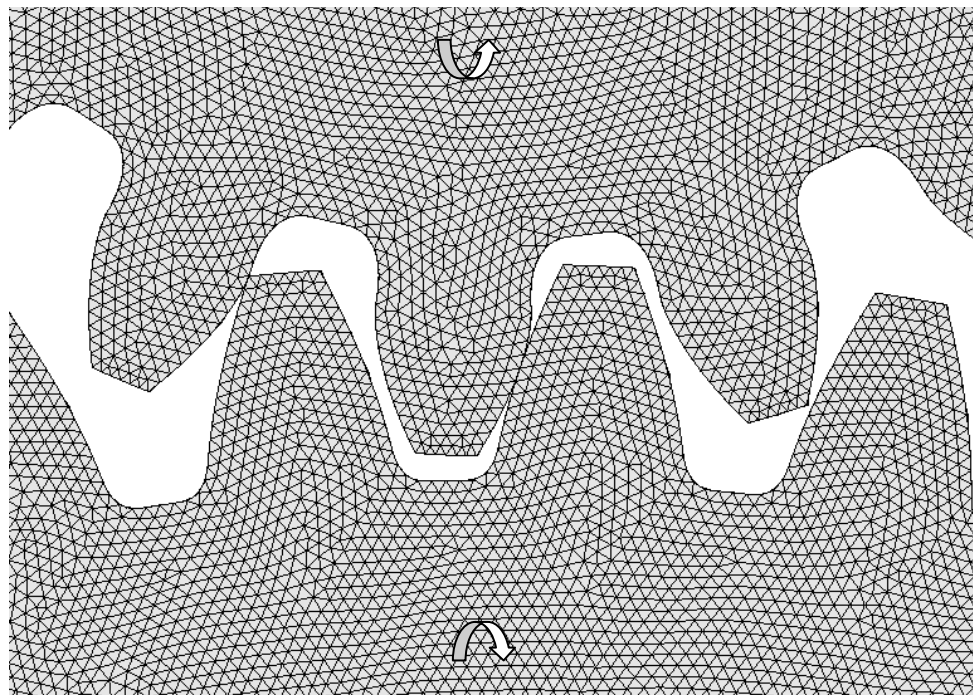
Σχήμα 4.3. Πινιόν: φόρτιση στον πόδα
Συνεργαζόμενος τροχός: φόρτιση στην κεφαλή



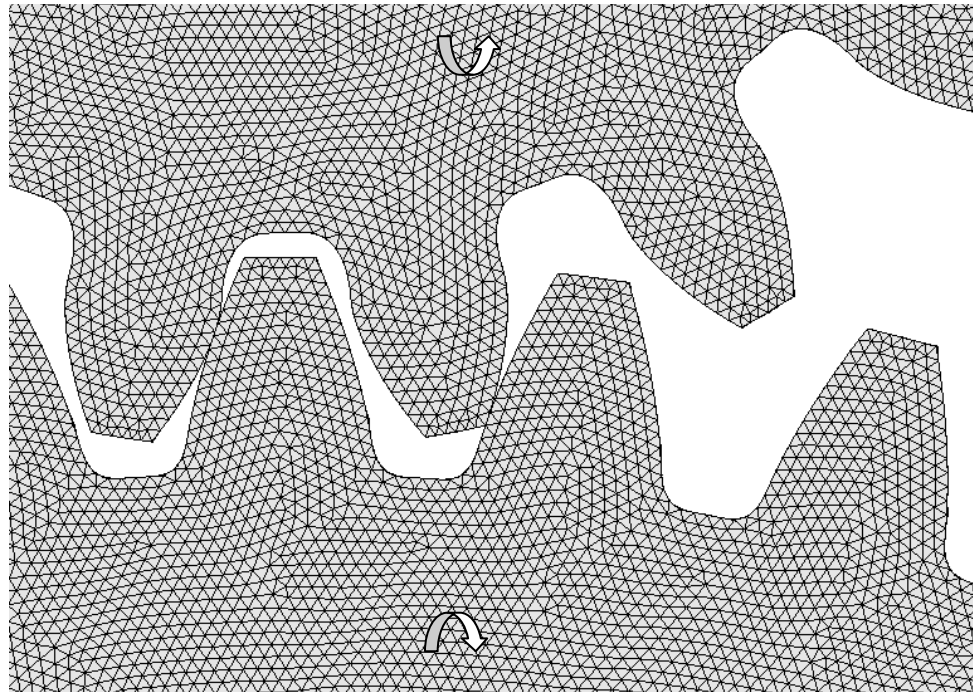
Σχήμα 4.4. Πινιόν: φόρτιση στο LPSTC
Συνεργαζόμενος τροχός: φόρτιση στο HPSTC



Σχήμα 4.5. Πινιόν: φόρτιση στον αρχικό κύκλο
Συνεργαζόμενος τροχός: φόρτιση στον αρχικό κύκλο



Σχήμα 4.6. Πινιόν: φόρτιση στο HPSTC
Συνεργαζόμενος τροχός: φόρτιση στο LPSTC



Σχήμα 4.7. Πινιόν: φόρτιση στην κεφαλή
Συνεργαζόμενος τροχός: φόρτιση στον πόδα

Η ισχύς, η οποία θεωρητικά θα μεταφερόταν μέσω του κινητηρίου τροχού στον κινούμενο θα καταπονούσε τους τροχούς με φορτίο μέτρου 10 N, επομένως κατά το δεύτερο, τρίτο και τέταρτο στιγμιότυπο, δηλαδή σε αυτά στα οποία υπήρχε μονή επαφή μεταξύ των δύο τροχών, ο οδόντας κάθε τροχού καταπονείτο με φορτίο P_N μέτρου 10 N και κατεύθυνσης, αυτής της τροχιάς επαφών, δηλαδή 20° ως προς τον άξονα, ο οποίος συνδέει τα κέντρα των τροχών της βαθμίδος. Αντιθέτως, κατά το πρώτο και τελευταίο στιγμιότυπο λειτουργίας, κατά τα οποία υπάρχει διπλή επαφή, θεωρήθηκε ότι οι οδόντες των τροχών, οι οποίοι εργάζονται καταπονούνται με φορτίο ίσης κατεύθυνσης με τα υπόλοιπα, καθώς κείται στην ίδια τροχιά επαφών, αλλά είναι μισού μέτρου, δηλαδή 5 N. Σε αυτή την περίπτωση, πρέπει να τονισθεί ότι, κατά τη μοντελοποίηση το φορτίο, με το οποίο καταπονούνται οι γειτονικοί στο μεσαίο οδόντα, οδόντες δε συμπεριελήφθη στην ανάλυση. Αυτό συνέβη διότι η επιρροή αυτού εξαιτίας αυτού στην αντοχή του μεσαίου οδόντος και επομένως στη τιμή της πρώτης κύριας τάσεως, ήταν αμελητέα.

Τέλος οι συνθήκες στήριξης, οι οποίες ορίστηκαν σε όλα τα μοντέλα ανεξαρτήτως της προσθήκη ή μη του σπλισμού ινών άνθρακα, ήταν η πάκτωση της κοίλης βάσης του μοντέλου, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.8.

Έτσι, ύστερα από την ανάλυση αυτή, προέκυψε ο κάτωθι πίνακας αποτελεσμάτων για τα μοντέλα του πινιόν ($Z_1=18$) και του συνεργαζόμενου τροχού ($Z_2=50$), στα οποία περιλαμβάνονται η μέγιστη τιμή της πρώτης (σ_{1max}) και τρίτης (σ_{3max}) κύριας τάσεως στη κατατομή ποδός του οδόντος, καθώς επίσης και η μέγιστη τιμή της ενδοτικότητας

(D_{max}) στο σημείο άσκησης του φορτίου. Τα αποτελέσματα αυτά απεικονίζονται και στα σχήματα, τα οποία παρατίθενται στη συνέχεια. Επιπροσθέτως στα μητρώα αυτά, έχουν συμπεριληφθεί η τιμή της ακτίνας της επικίνδυνης διατομής ποδός (r_d), η οποία έχει προκύψει από τη θέση εμφάνισης της μέγιστης τιμής της πρώτης κύριας τάσεως και ακόμη η γωνία τοποθέτησης της ενίσχυσης (ϕ) ως προς τον ουδέτερο άξονα του οδόντος.

Z₁=18

r	σ_{1max} (MPa)	σ_{3max} (MPa)	D_{max} (mm)	r_d (mm)	ϕ (°)
r_{sap}	18.740	-15.826	0.020919	7.81648	45.752
r_{pstc}	35.908	-37.374	0.045332	7.83110	42.252
r_0	37.189	-41.249	0.048916	7.84917	38.442
r_{hpstc}	38.148	-43.064	0.050553	7.86694	35.122
r_k	27.008	-32.869	0.045188	7.91507	27.663

Πίνακας 4.3 Αποτελέσματα φόρτισης πινιόν ανάλογα με το σημείο λειτουργίας

Z₂=50

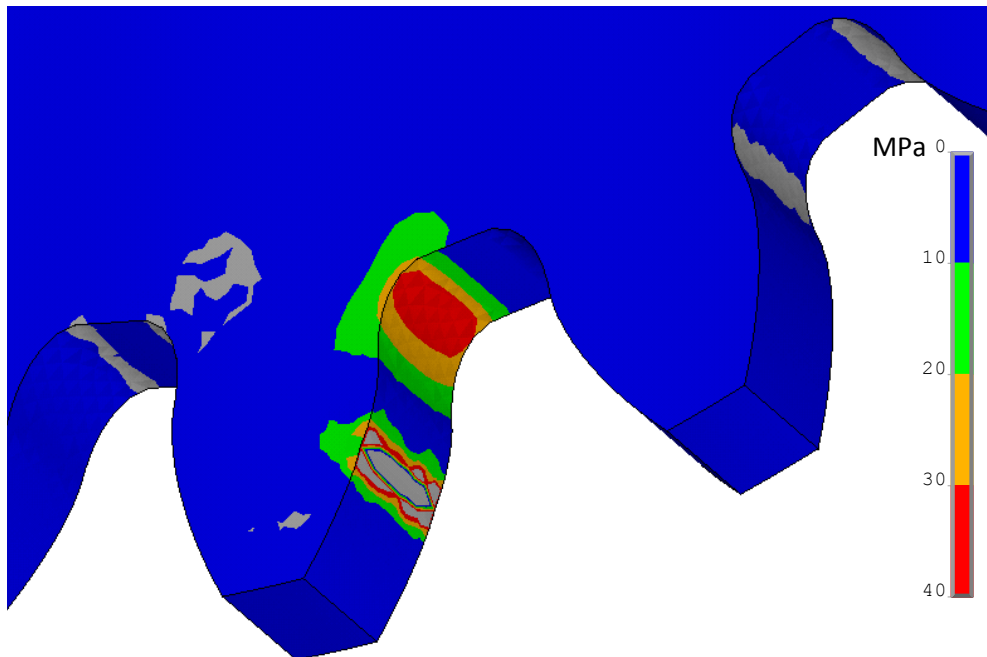
r	σ_{1max} (MPa)	σ_{3max} (MPa)	D_{max} (mm)	r_d (mm)	ϕ (°)
r_k	24.828	-29.655	0.034622	23.8493	37.019
r_{pstc}	30.974	-34.999	0.031593	23.8388	39.478
r_0	32.589	-37.714	0.033127	23.8101	47.406
r_{hpstc}	35.959	-42.766	0.035519	23.8166	45.431
r_{eap}	13.375	-11.534	0.012756	23.7913	53.978

Πίνακας 4.4 Αποτελέσματα φόρτισης συνεργαζόμενου τροχού ανάλογα με το σημείο λειτουργίας

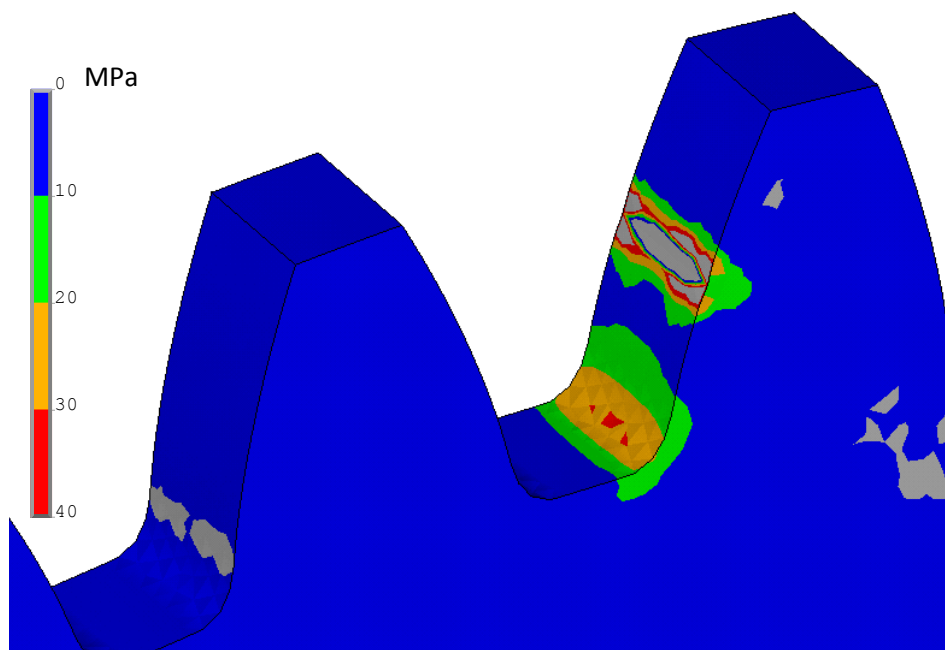
Στα ακόλουθα σχήματα παρατίθενται τα αποτελέσματα, τα οποία ελήφθησαν μέσω ανάλυσης στους κόμβους του εκάστοτε δημιουργηθέντος πλέγματος. Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται μόνο τα αποτελέσματα κατά τα στιγμιότυπα του δεύτερου και τέταρτου σημείου λειτουργίας, δηλαδή στα σημεία υψηλότερου και χαμηλότερου σημείου μονής επαφής για τους δύο οδοντωτούς τροχούς.

Από τα σχήματα αυτά και τα άνωθεν μητρώα παρατηρούμε πως τόσο στον κινητήριο όσο και στον κινούμενο οδοντωτό τροχό η μέγιστη τιμή της πρώτης κύριας τάσης εμφανίζεται όταν ο τροχός συνεργάζεται στο υψηλότερο σημείο μονής επαφής. Αντίστοιχα η ελάχιστη τιμή εφελκυστικής τάσης εμφανίζεται στο σημείο πρώτης επαφής ή σημείο εμπλοκής για το πινιόν, και αντίστοιχα για το συνεργαζόμενο στο σημείο τελευταίας επαφής ή σημείο απεμπλοκής. Στα παρακάτω σχήματα

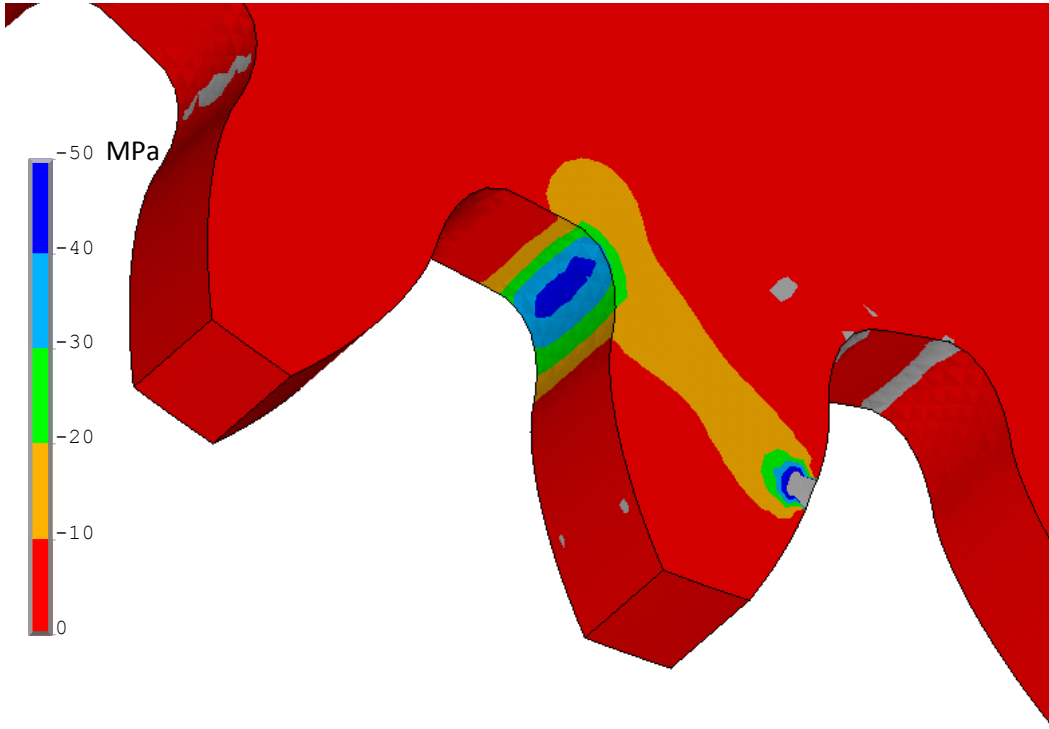
πρέπει να σημειωθεί ότι με γκρι χρώμα απεικονίζονται οι περιοχές, οι οποίες βρίσκονται εκτός της κλίμακας, η οποία ορίζεται στα δεξιά της εκάστοτε εικόνας. Επίσης στην περιοχή άσκησης του φορτίου εμφανίζονται υψηλές τιμές θλιπτικών τάσεων (τρίτη κύρια τάση) και ως αντίδραση και υψηλές τιμές εφελκυστικών τάσεων στους γειτονικούς σε αυτούς, τους οποίους ασκείται το κατανεμημένο φορτίο, κόμβους. Οι τιμές αυτές θα αμεληθούν από τη μελέτη και δε θα ληφθούν υπόψη.



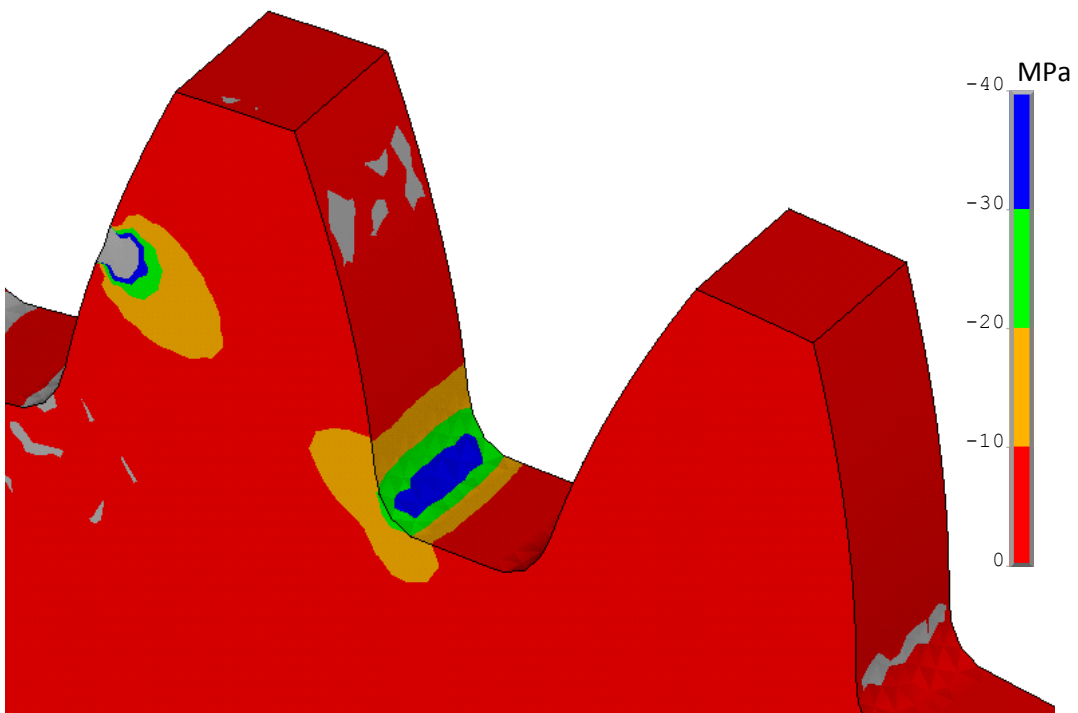
Σχήμα 4.9. Μέγιστη εφελκυστική τάση στον πόδα του πινιόν (φόρτιση στο HPSTC)



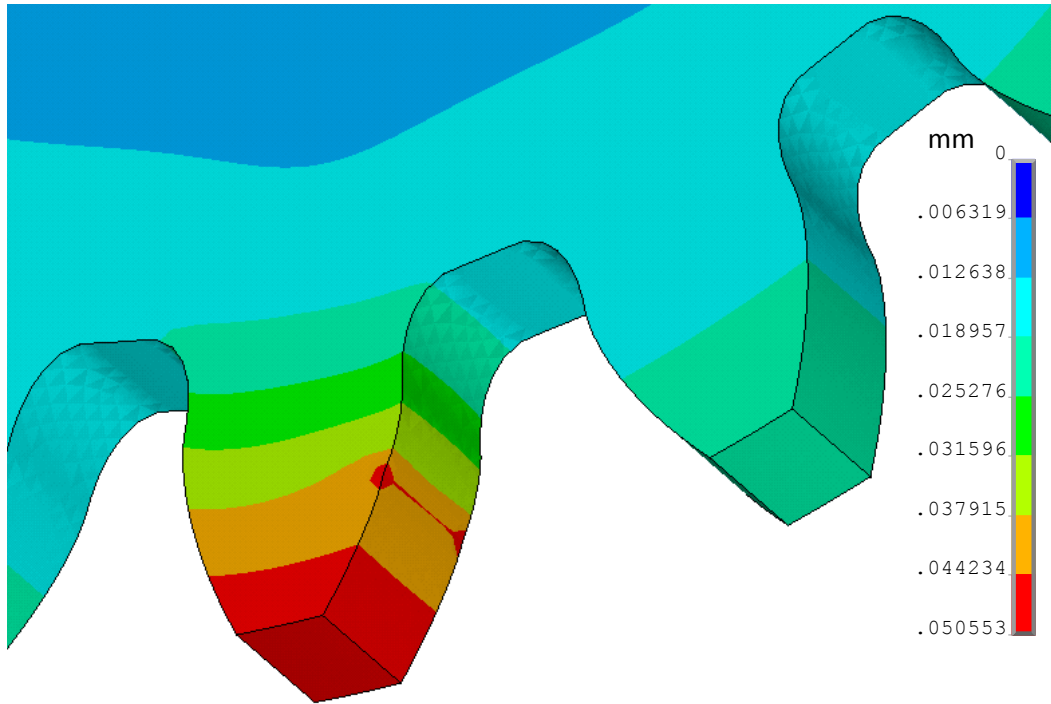
Σχήμα 4.10. Μέγιστη εφελκυστική τάση στον πόδα του συνεργαζόμενου τροχού (φόρτιση στο LPSTC)



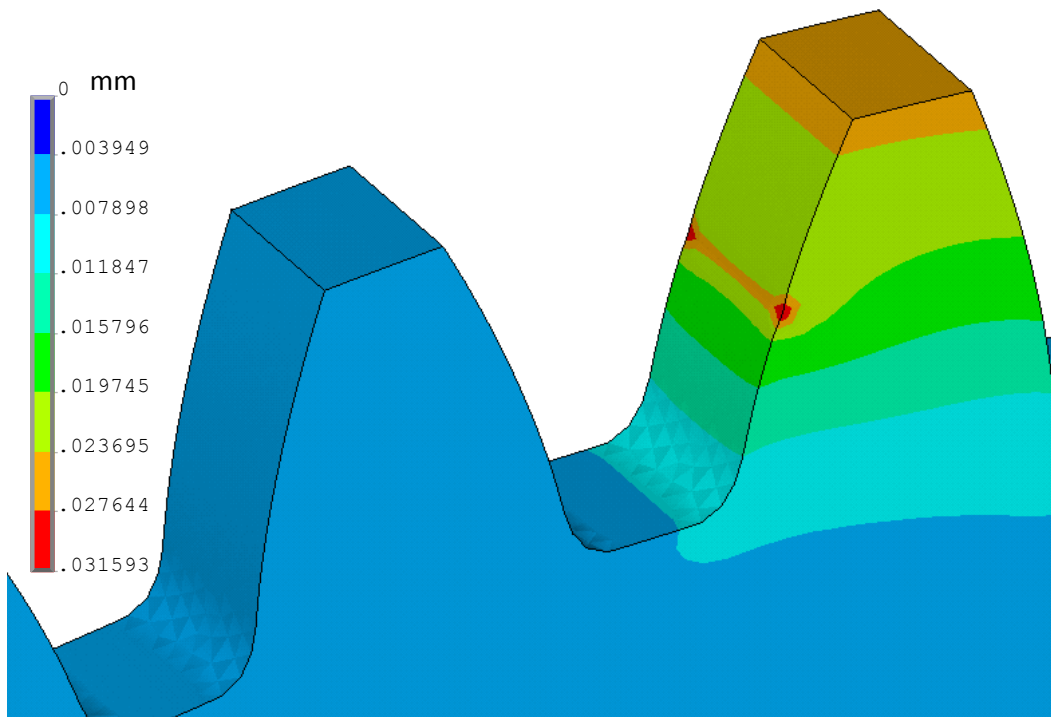
Σχήμα 4.11. Μέγιστη θλιπτική τάση στον πόδα του πινιόν (φόρτιση στο HPSTC)



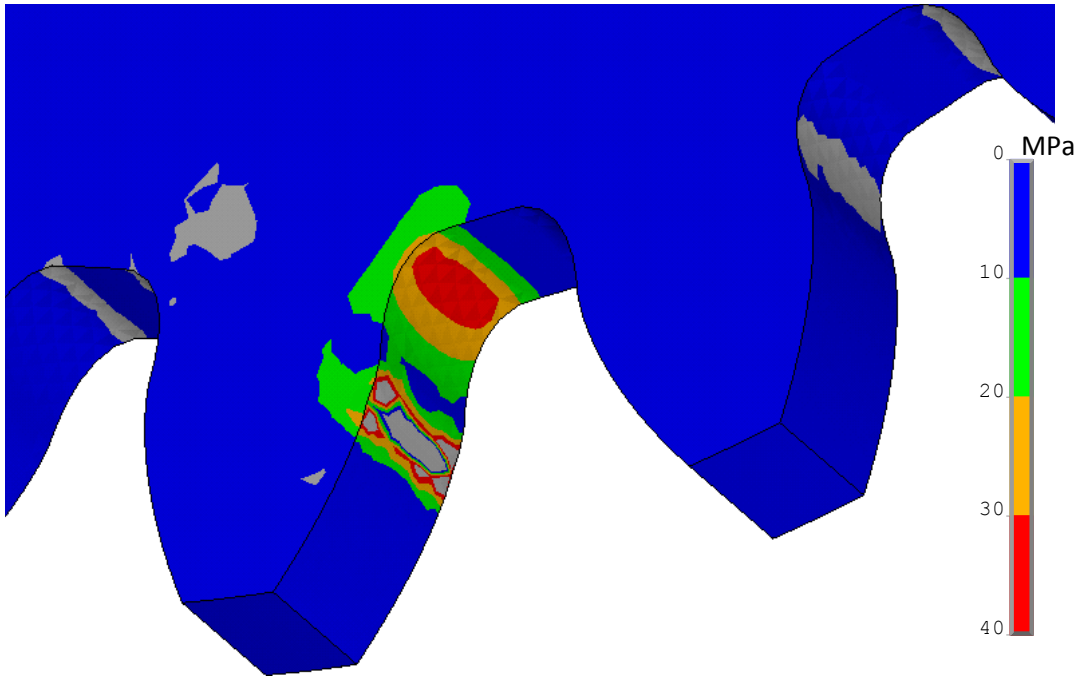
Σχήμα 4.12. Μέγιστη θλιπτική τάση στον πόδα του συνεργαζόμενου τροχού (φόρτιση στο LPSTC)



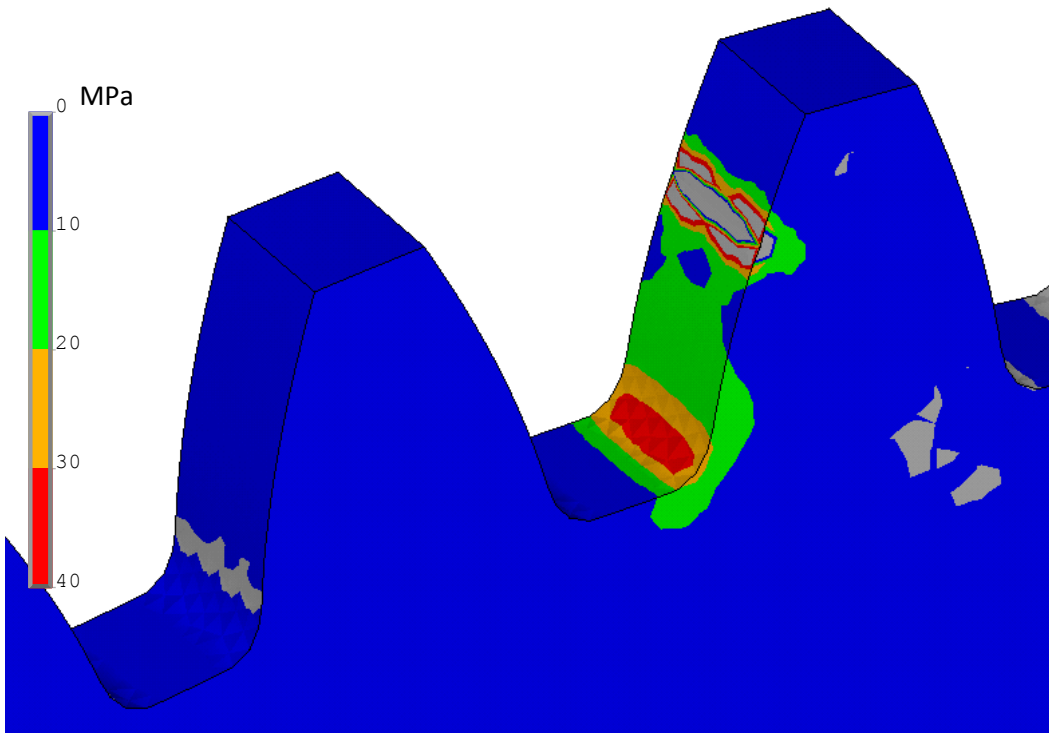
Σχήμα 4.13. Ελαστική υποχώρηση (ενδοτικότητα) οδόντος πινιόν (φόρτιση στο HPSTC)



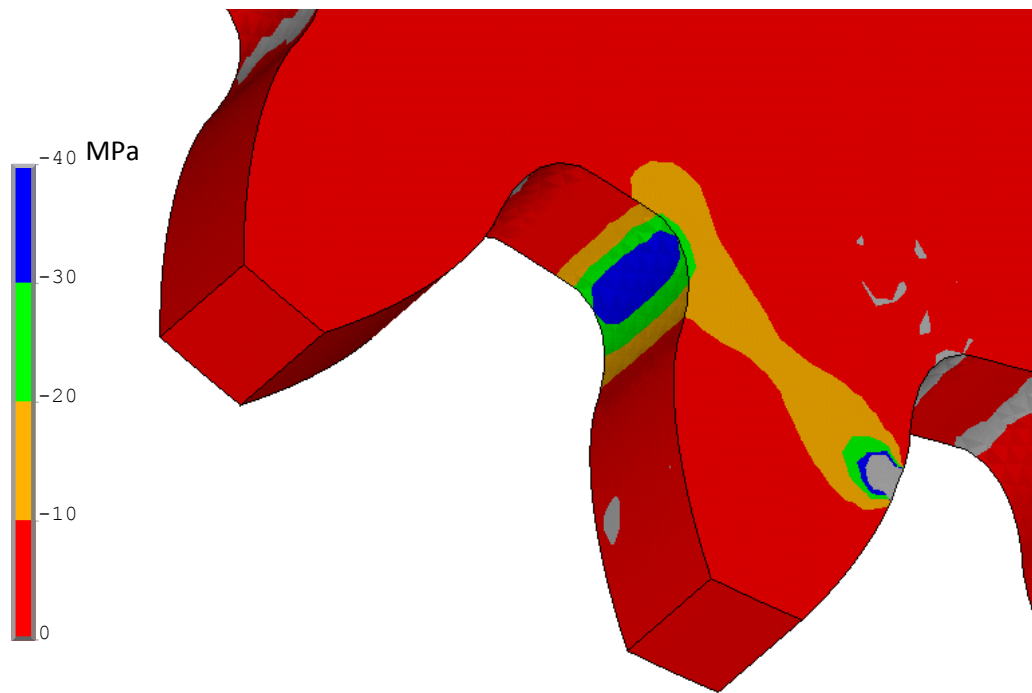
Σχήμα 4.14. Ελαστική υποχώρηση (ενδοτικότητα) οδόντος συνεργαζόμενου τροχού (φόρτιση στο LPSTC)



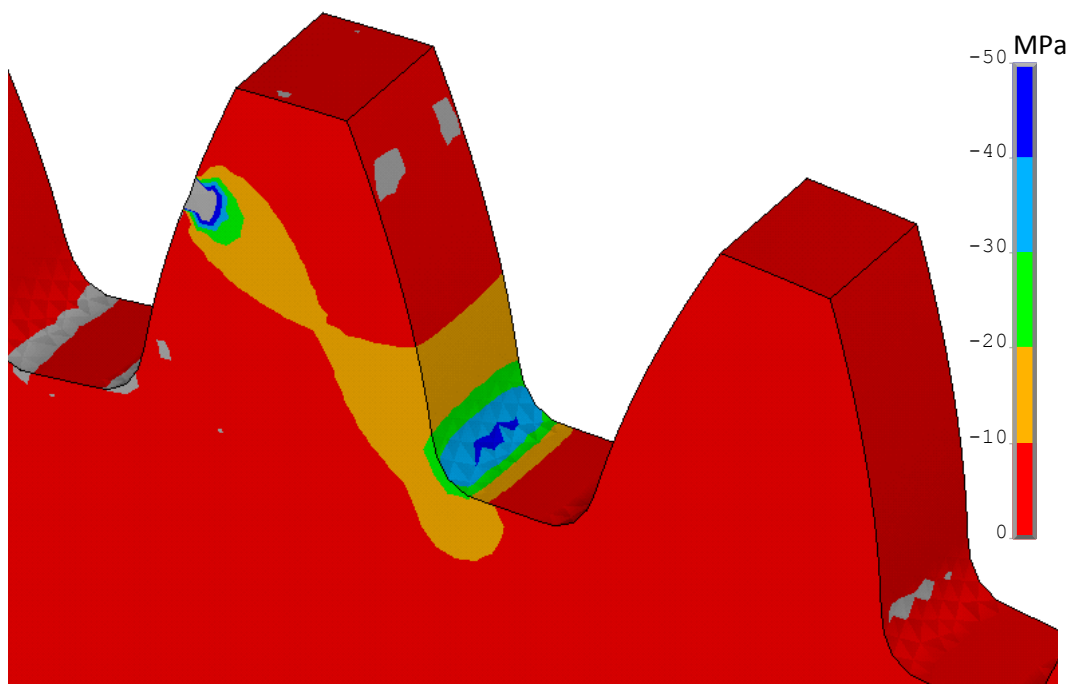
Σχήμα 4.11. Μέγιστη εφελκυστική τάση στον πόδα του πινιόν (φόρτιση στο LPSTC)



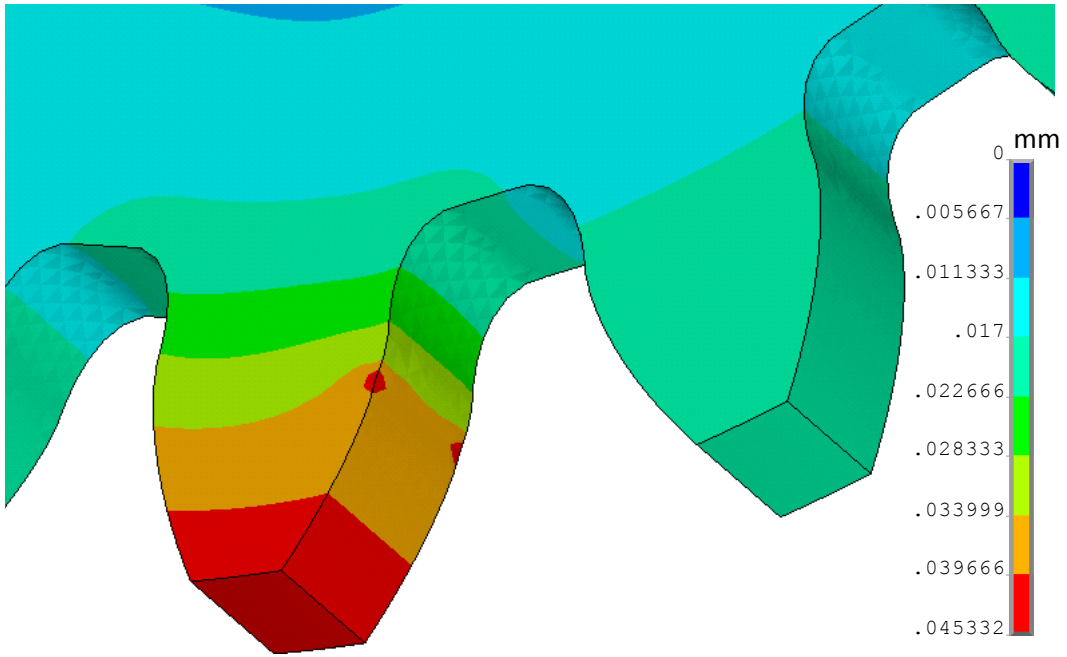
Σχήμα 4.12. Μέγιστη εφελκυστική τάση στον πόδα του συνεργαζόμενου τροχού (φόρτιση στο HPSTC)



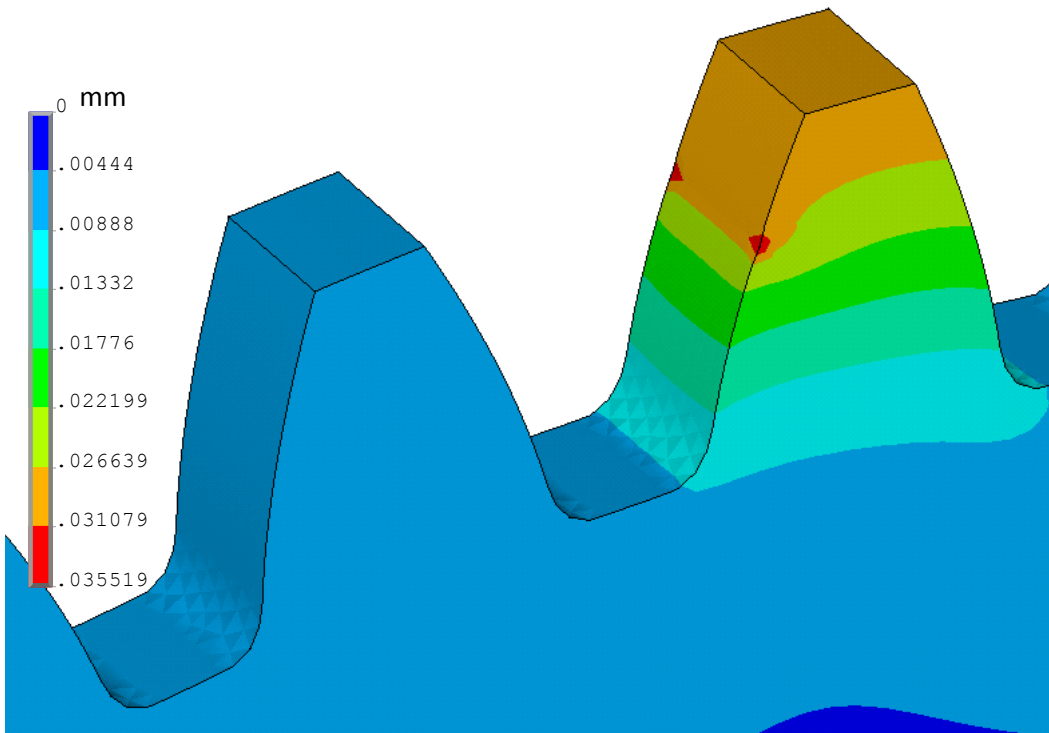
Σχήμα 4.11. Μέγιστη εφελκυστική τάση στον πόδα του πινιόν (φόρτιση στο LPSTC)



Σχήμα 4.12. Μέγιστη εφελκυστική τάση στον πόδα του συνεργαζόμενου τροχού (φόρτιση στο HPSTC)



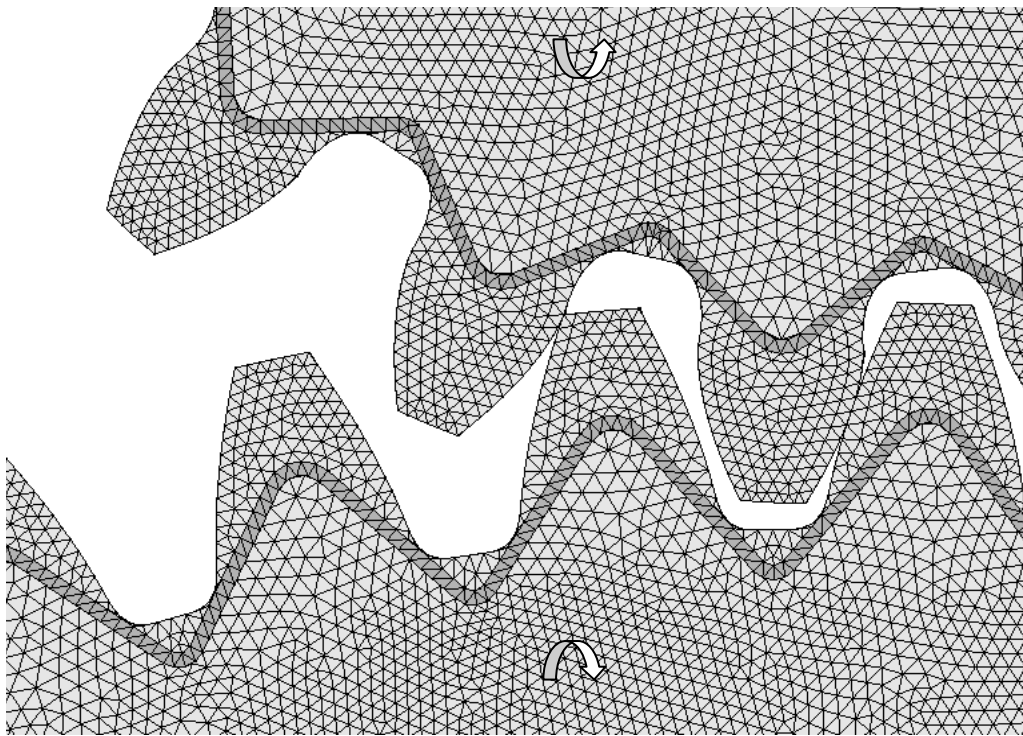
Σχήμα 4.19. Ελαστική υποχώρηση (ενδοτικότητα) οδόντος πινιόν (φόρτιση στο LPSTC)



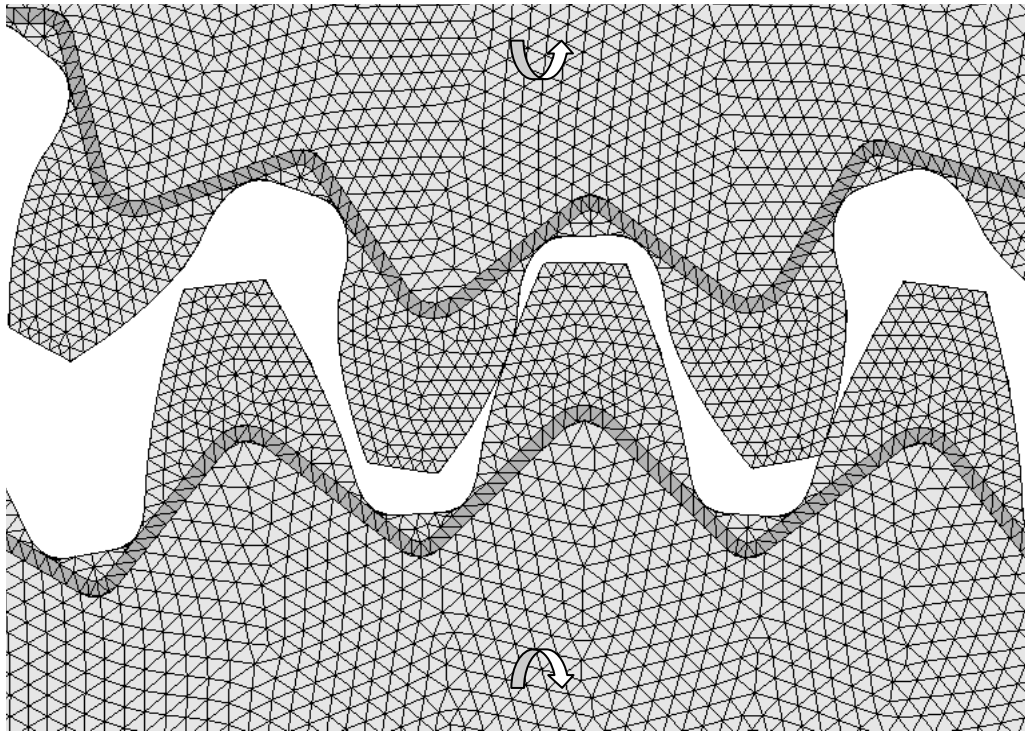
Σχήμα 4.20. Ελαστική υποχώρηση (ενδοτικότητα) οδόντος συνεργαζόμενου τροχού (φόρτιση στο HPSTC)

4.2.4 Μελέτη Τροχών με Ενίσχυση

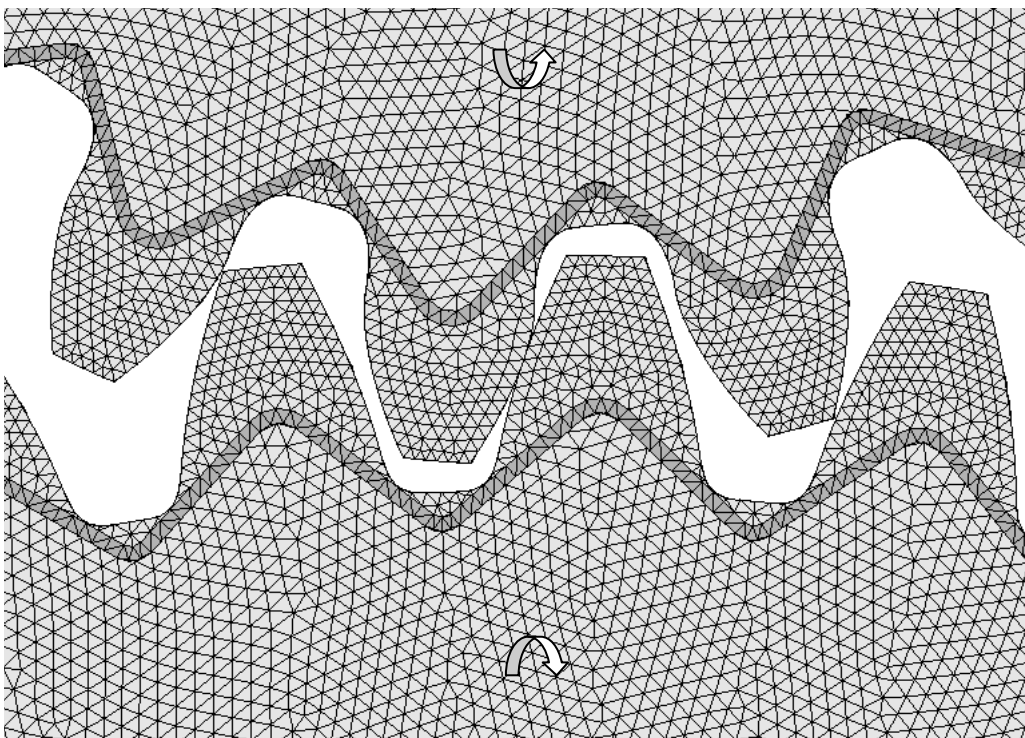
Με την ολοκλήρωση της άνωθεν ανάλυσης των πλαστικών οδοντωτών τροχών και την εύρεση της επικίνδυνης διατομής ποδός, καθίσταται δυνατή η προσθήκη του οπλισμού των ιών άνθρακα στους τροχούς, εφαπτομενικά εσωτερικώς της κατατομής του οδόντος. Το πάχος της ενίσχυσης, όπως έχει αναφερθεί ήταν 0.138 και οι μηχανικές ιδιότητες, αυτές του ανισότροπου υλικού, οι οποίες υπολογίσθηκαν στο προηγούμενο εδάφιο. Στις ακόλουθες εικόνες παρουσιάζονται τα προκύπτοντα μοντέλα οδοντωτών τροχών μετά τη προσθήκη του οπλισμού. Με γκρι ανοικτό χρώμα παριστάνεται η πλαστική μήτρα, ενώ με πιο κλειστή απόχρωση ο οπλισμός των ιών άνθρακα. Ο άνω τροχός, όπως και στα μοντέλα δίχως την ενίσχυση, είναι ο κινητήριος και ο κάτω ο κινούμενος, ενώ η φορά του πινιόν όπως και πριν είναι αριστερόστροφη.



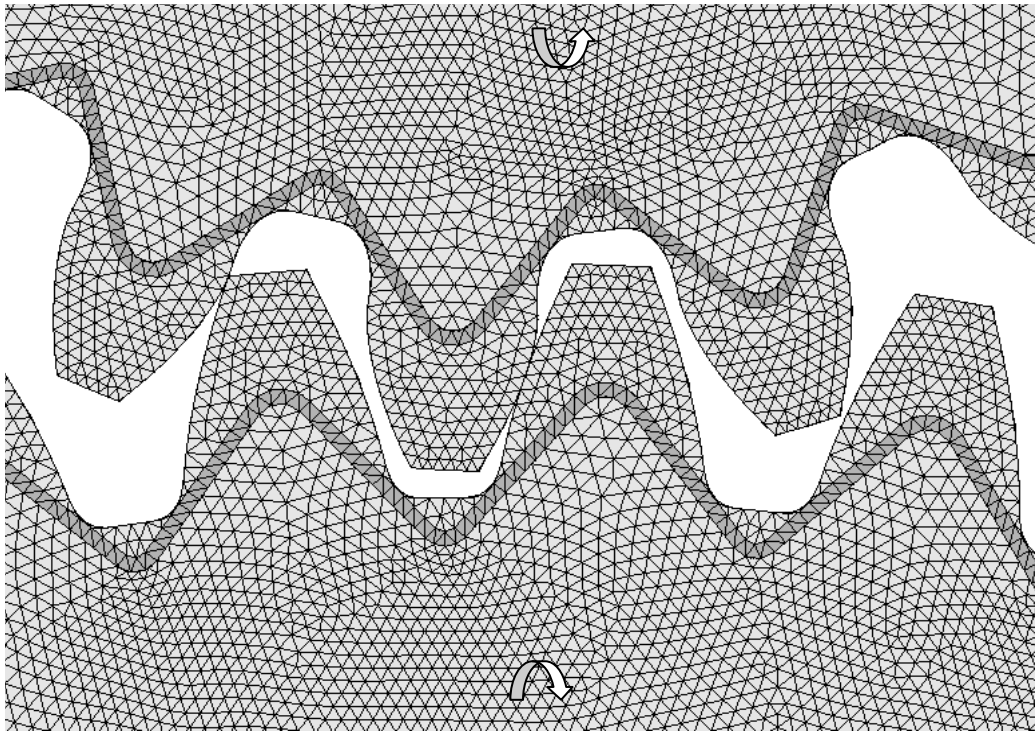
Σχήμα 4.21. Πινιόν: φόρτιση στον πόδα
Συνεργαζόμενος τροχός: φόρτιση στην κεφαλή



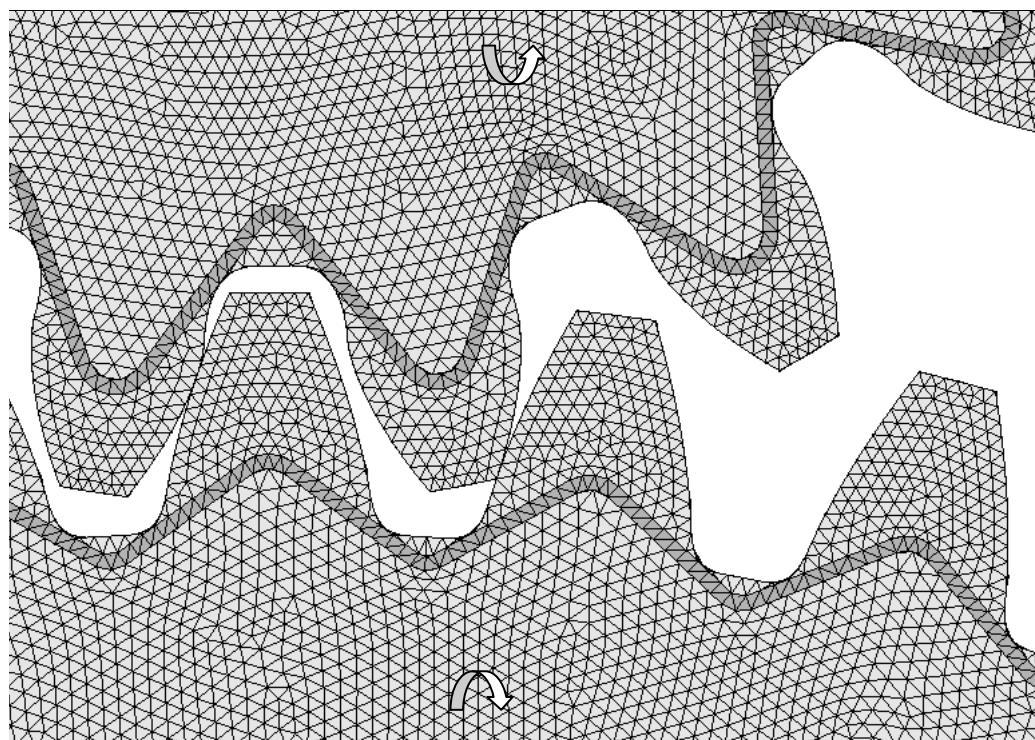
Σχήμα 4.22. Πινιόν: φόρτιση στο LPSTC
Συνεργαζόμενος τροχός: φόρτιση στο HPSTC



Σχήμα 4.23. Πινιόν: φόρτιση στον αρχικό κύκλο
Συνεργαζόμενος τροχός: φόρτιση στον αρχικό κύκλο



Σχήμα 4.24. Πινιόν: φόρτιση στο HPSTC
Συνεργαζόμενος τροχός: φόρτιση στο LPSTC



Σχήμα 4.25. Πινιόν: φόρτιση στην κεφαλή
Συνεργαζόμενος τροχός: φόρτιση στον πόδα)

Με ίδιες συνθήκες φόρτισης και στήριξης προέκυψαν τα ακόλουθα αποτελέσματα για τους δύο τροχούς της βαθμίδας. Στα μητρώα αυτά περιλαμβάνονται οι μέγιστες τιμές της πρώτης και τρίτης κύριας τάσεως στις κατατομές ποδός των οδόντων των δύο τροχών, δηλαδή αυτές του πλαστικού τμήματος και ακόμη η νέα μέγιστη τιμή της ενδοτικότητας του οδόντος στο σημείο άσκησης του φορτίου.

Z₁=18

r	σ_{1max} (MPa)	σ_{3max} (MPa)	D_{max} (mm)
r _{sap}	7.7117	-5.4876	0.014994
r _{pstc}	11.915	-12.539	0.035566
r ₀	13.432	-15.008	0.037152
r _{hpstc}	14.627	-17.436	0.038363
r _k	10.092	-12.565	0.031400

Πίνακας 4.5 Αποτελέσματα φόρτισης ενισχυμένου πινιόν ανάλογα με το σημείο λειτουργίας

Z₂=50

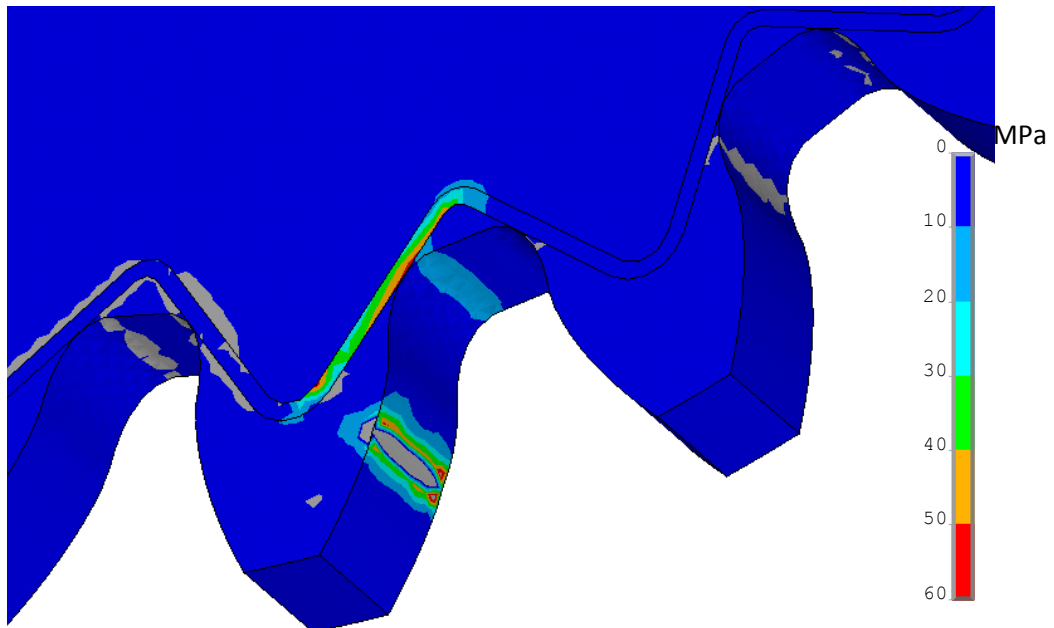
r	σ_{1max} (MPa)	σ_{3max} (MPa)	D_{max} (mm)
r _k	9.5255	-11.673	0.025172
r _{pstc}	13.377	-14.896	0.022268
r ₀	10.709	-12.366	0.025231
r _{hpstc}	10.938	-12.854	0.026359
r _{eap}	9.6416	-3.9833	0.10091

Πίνακας 4.6 Αποτελέσματα φόρτισης ενισχυμένου συνεργαζόμενου τροχού ανάλογα με το σημείο λειτουργίας

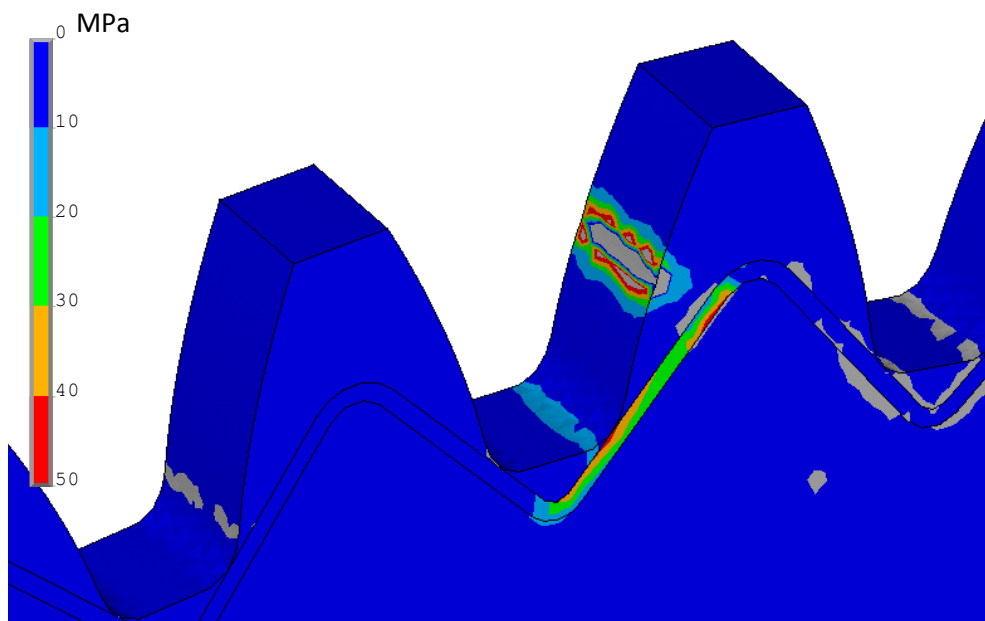
Τέλος παρουσιάζονται κάποιες ενδεικτικά σχήματα, στα οποία απεικονίζονται τα γραφήματα της μέγιστης εφελκυστικής και μέγιστης θλιπτικής τάσεως και ακόμη της συνολικής παραμόρφωσης των μοντέλων των πλαστικών οδοντωτών τροχών με αριθμό οδόντων Z₁=18 και Z₂=50 και κατά το δεύτερο και τρίτο στιγμιότυπο λειτουργίας αντιστοίχως. Σε αυτές παρατηρούμε, ότι η τιμή της πρώτης και τρίτης κύριας τάσης, με την οποία καταπονείται ο οδόντας στον κύκλο ποδός, έχει μειωθεί κατά 40% περίπου. Μάλιστα, όπως αποδεικνύεται από τις κάτωθι εικόνες, την καταπόνηση αυτή την παραλαμβάνει κατά κύριο λόγο ο σπλισμός των ινών άνθρακα και εξαιτίας του γεγονότος ότι είναι πιο άκαμπτος, από το πλαστικό υλικό με το οποίο ήταν κατασκευασμένα τα αρχικά μοντέλα, δηλαδή έχει υψηλότερο μέτρο ελαστικότητας, παρατηρείται η ύπαρξη υψηλότερων τάσεων στον σπλισμό. Τέλος παρατηρείται ότι και η συνολική παραμόρφωση του οδόντος, όπως

Ενίσχυση Πλαστικών Οδοντωτών Τροχών

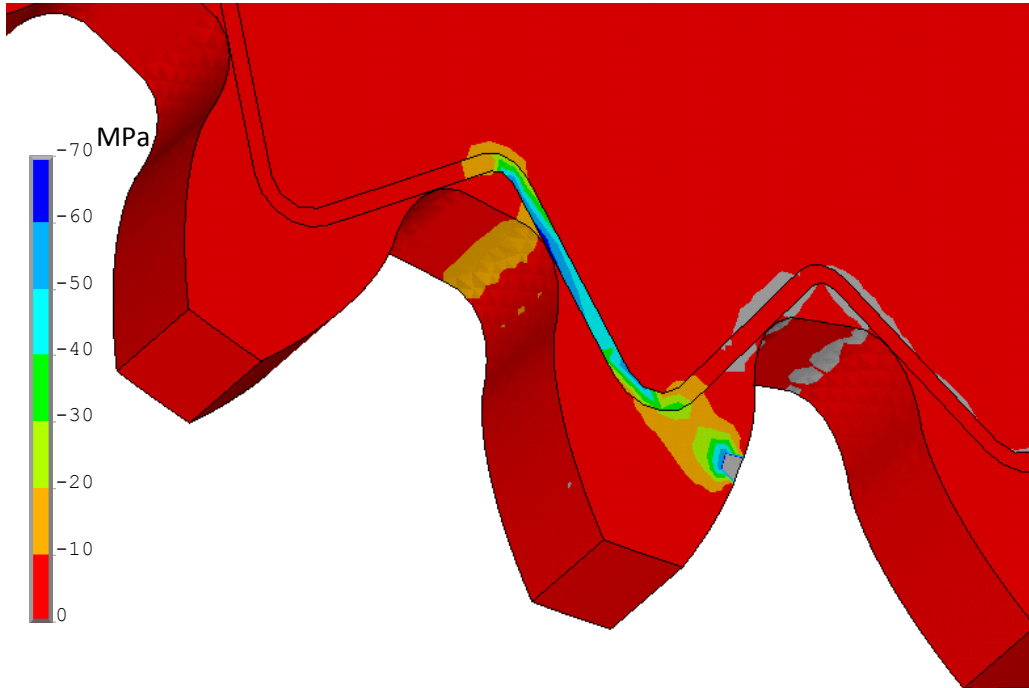
αποδεικνύεται από τις τιμές της ενδοτικότητας ή ελαστικής υποχώρησης, έχει μειωθεί, καθιστώντας τον τροχό πιο στιβαρό και έναντι παραμόρφωσης και ειδικότερα στην περιοχή άσκησης του φορτίου.



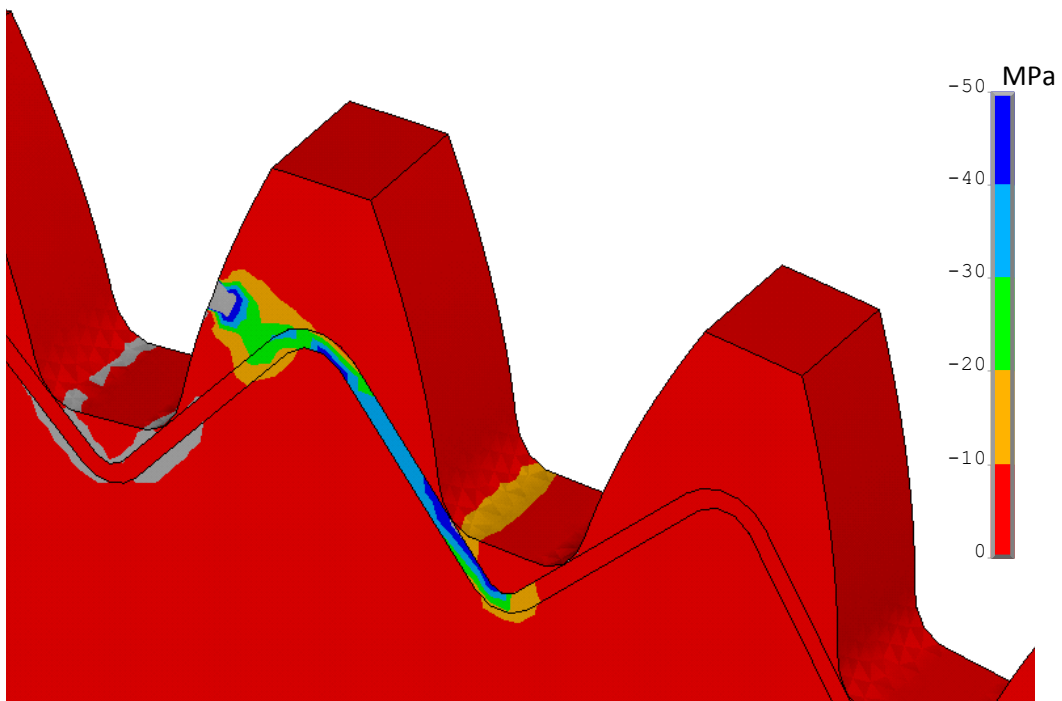
Σχήμα 4.26. Μέγιστη εφελκυστική τάση στον πόδα του πινιόν (φόρτιση στο HPSTC)



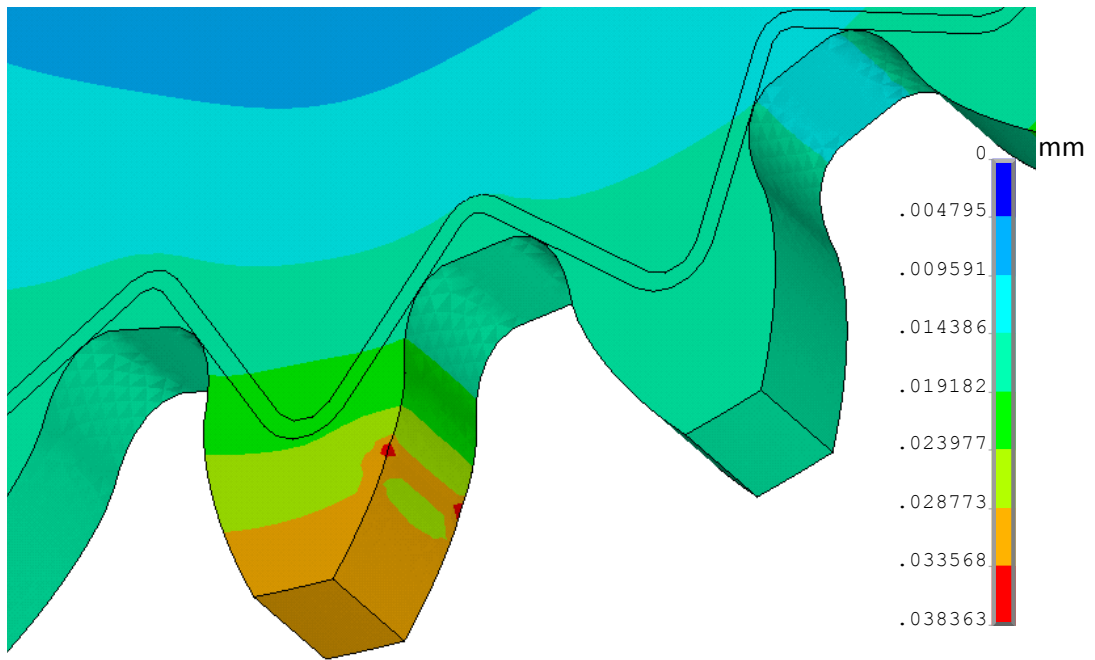
Σχήμα 4.27. Μέγιστη εφελκυστική τάση στον πόδα του συνεργαζόμενου τροχού (φόρτιση στο LPSTC)



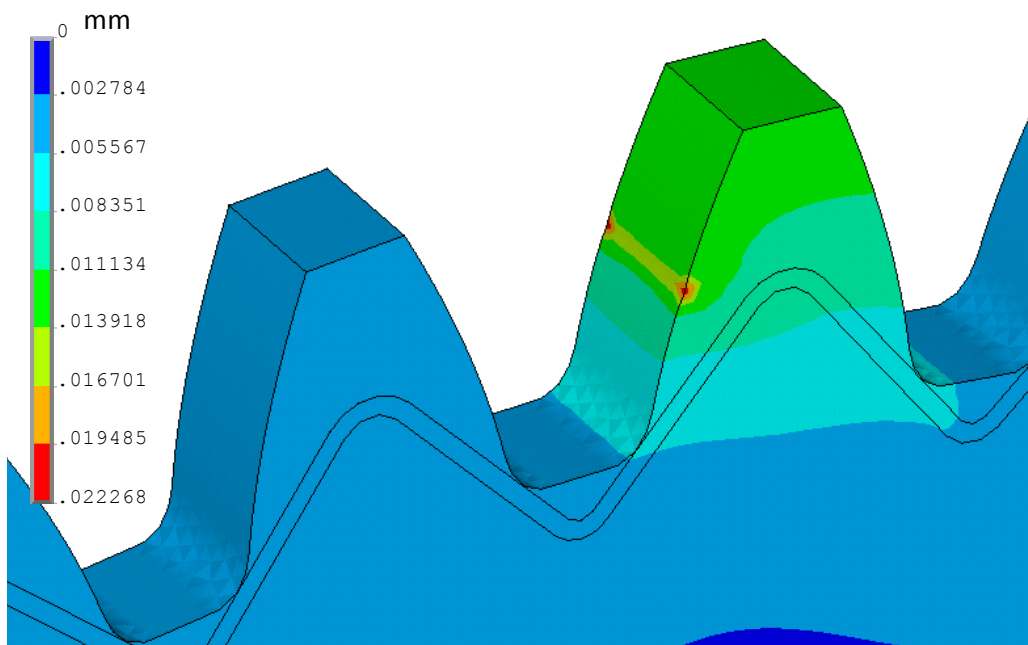
Σχήμα 4.26. Μέγιστη θλιπτική τάση στον πόδα του πινιόν (φόρτιση στο HPSTC)



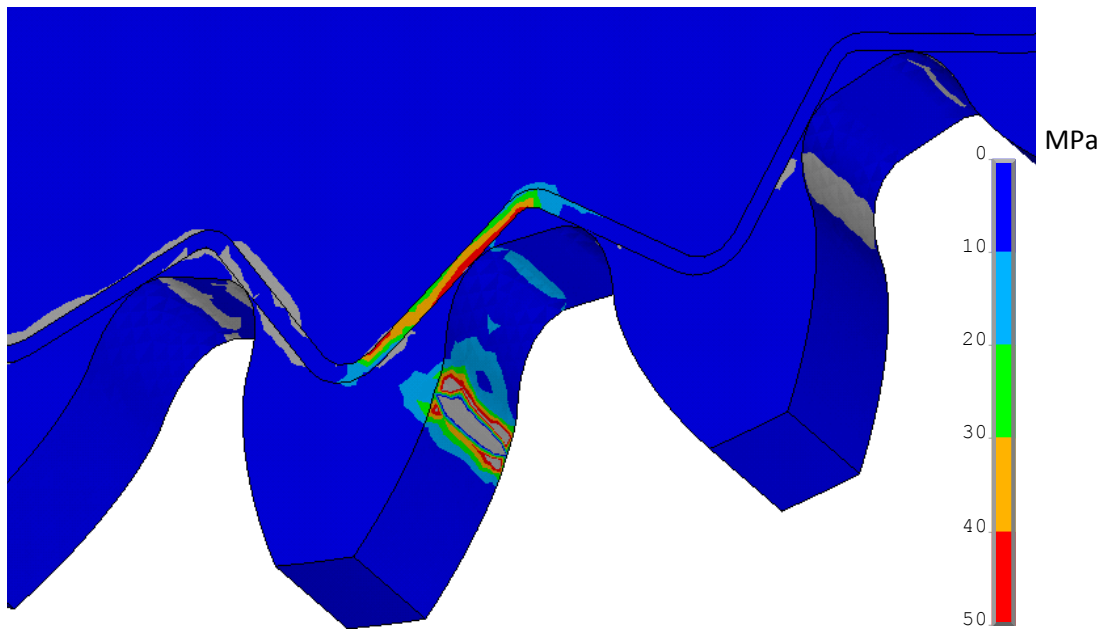
Σχήμα 4.27. Μέγιστη θλιπτική τάση στον πόδα του συνεργαζόμενου τροχού (φόρτιση στο LPSTC)



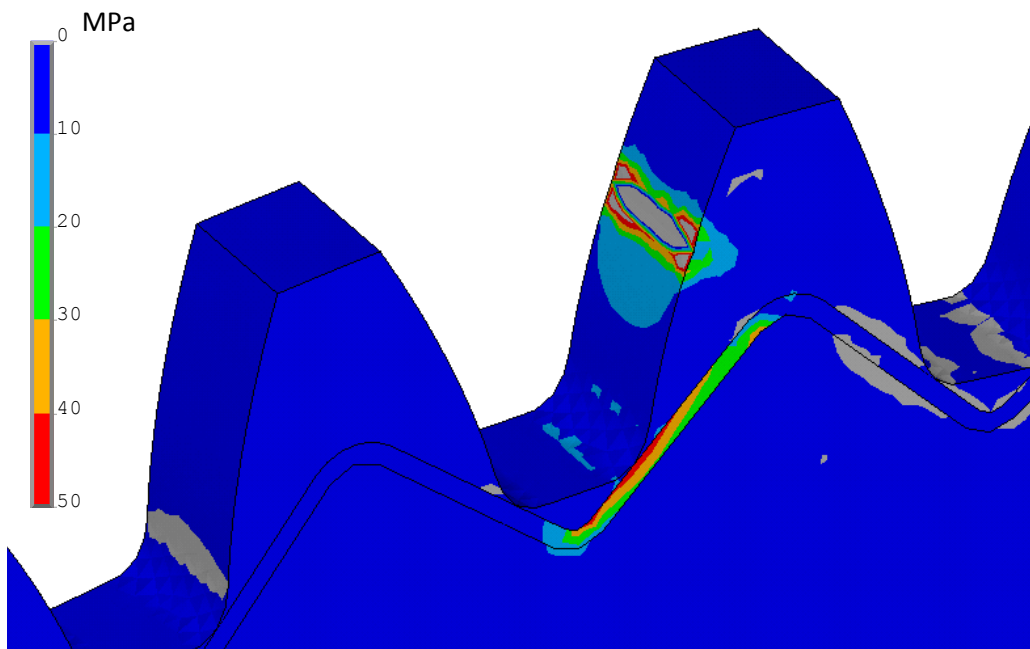
Σχήμα 4.13. Ελαστική υποχώρηση (ενδοτικότητα) οδόντος πινιόν (φόρτιση στο HPSTC)



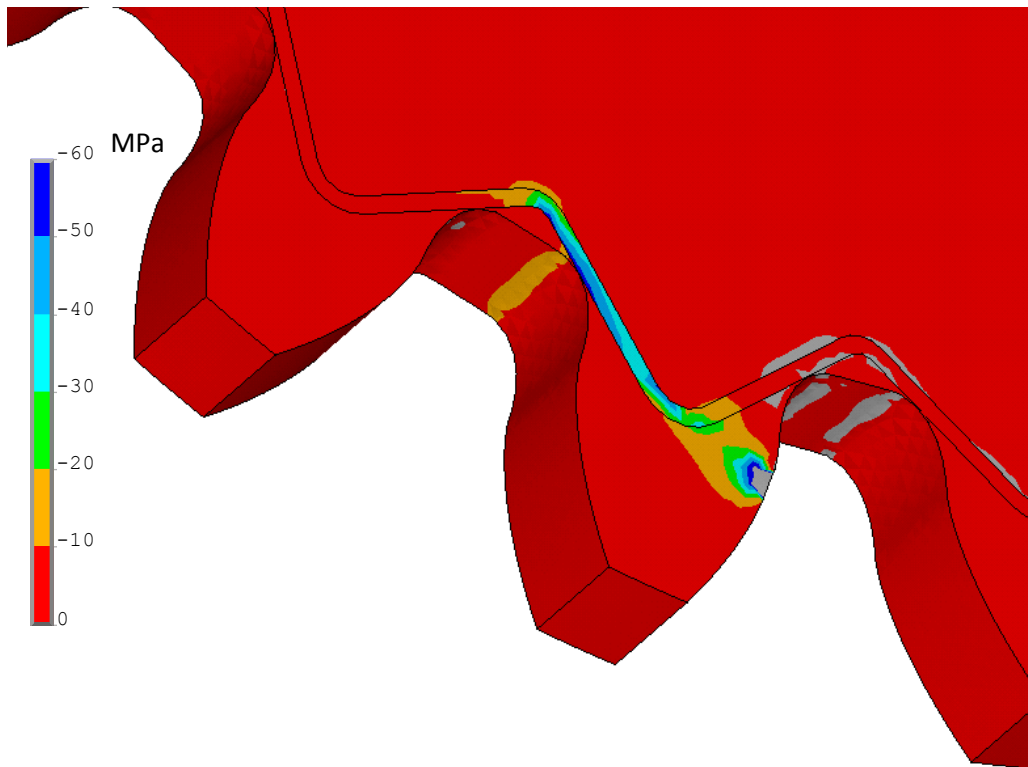
Σχήμα 4.13. Ελαστική υποχώρηση (ενδοτικότητα) οδόντος συνεργαζόμενου τροχού (φόρτιση στο LPSTC)



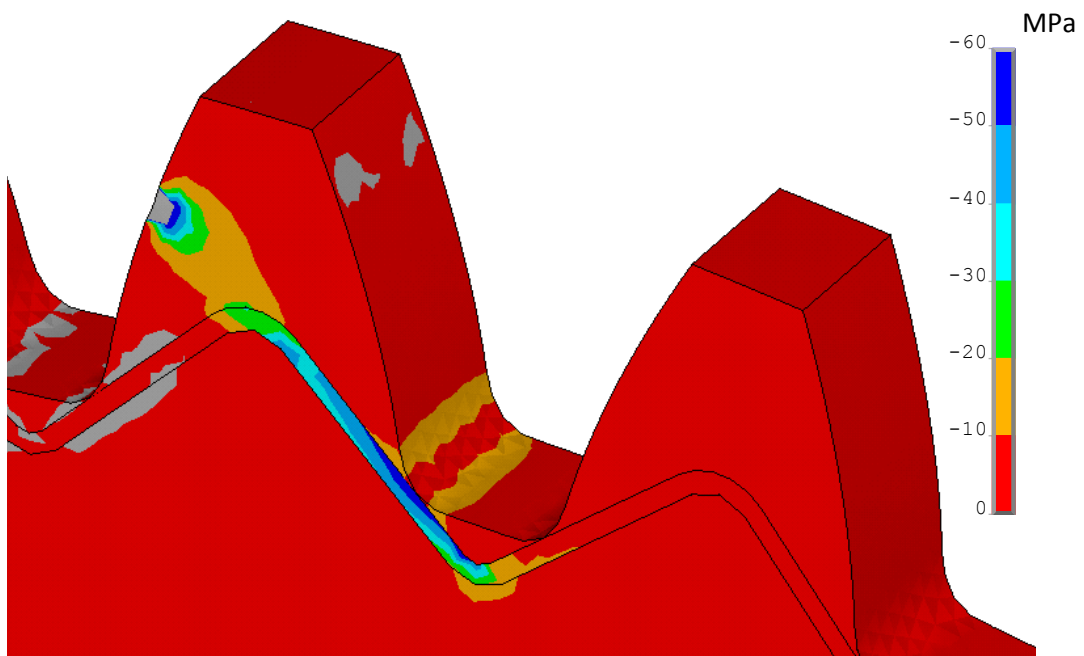
Σχήμα 4.28. Μέγιστη εφελκυστική τάση στον πόδα του πινιόν (φόρτιση στο LPSTC)



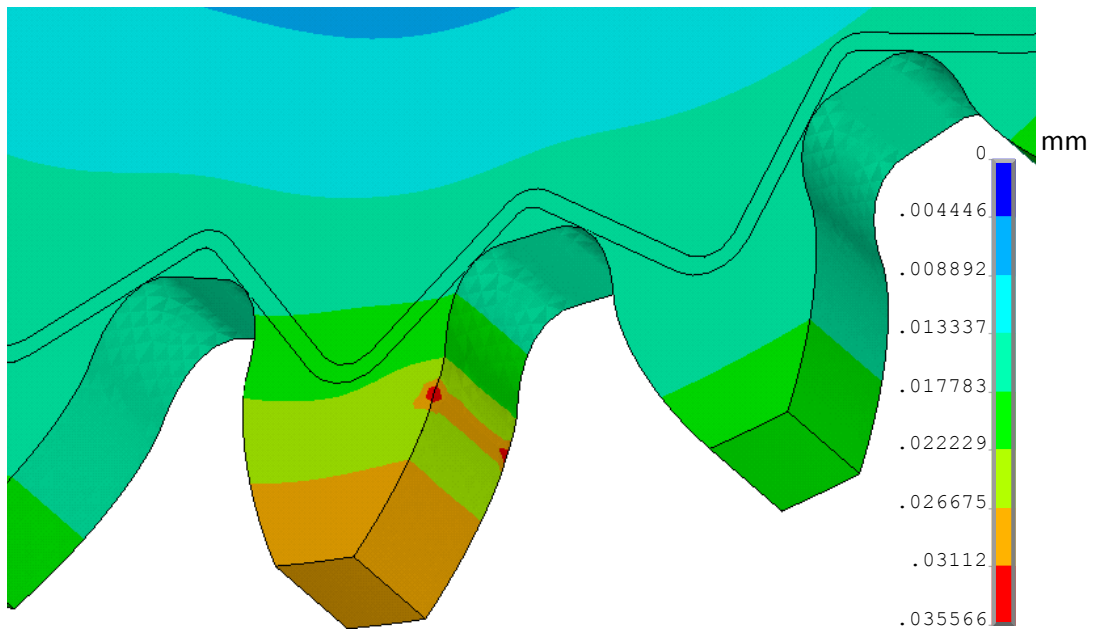
Σχήμα 4.29. Μέγιστη εφελκυστική τάση στον πόδα του συνεργάζομενου τροχού (φόρτιση στο HPSTC)



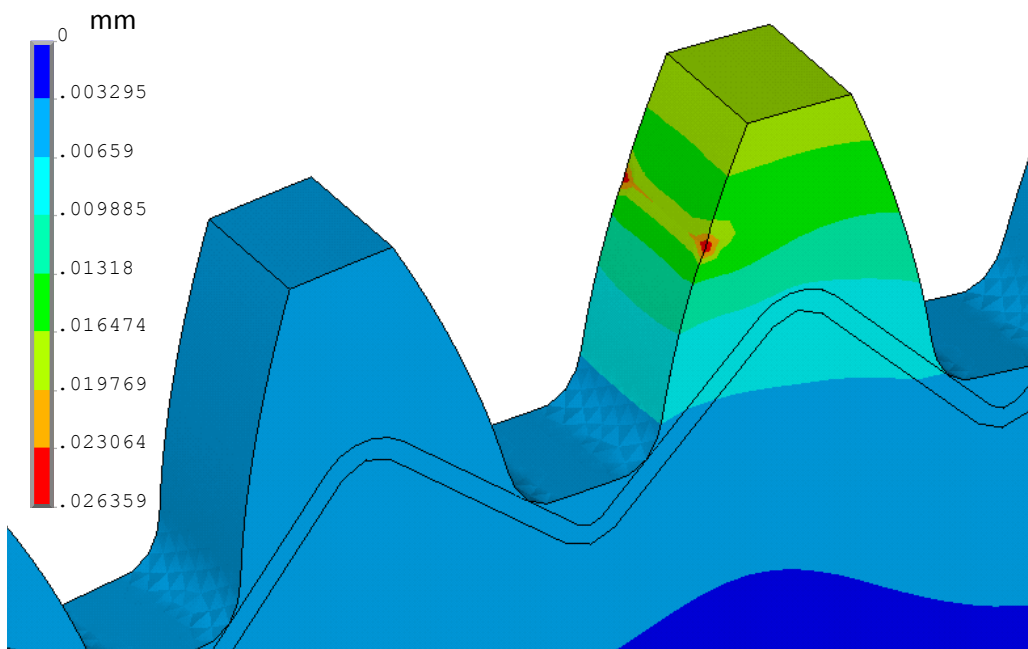
Σχήμα 4.28. Μέγιστη εφελκυστική τάση στον πόδα του πινιόν (φόρτιση στο LPSTC)



Σχήμα 4.29. Μέγιστη εφελκυστική τάση στον πόδα του συνεργάζομενου τροχού (φόρτιση στο HPSTC)



Σχήμα 4.19. Ελαστική υποχώρηση (ενδοτικότητα) οδόντος πινιόν (φόρτιση στο LPSTC)

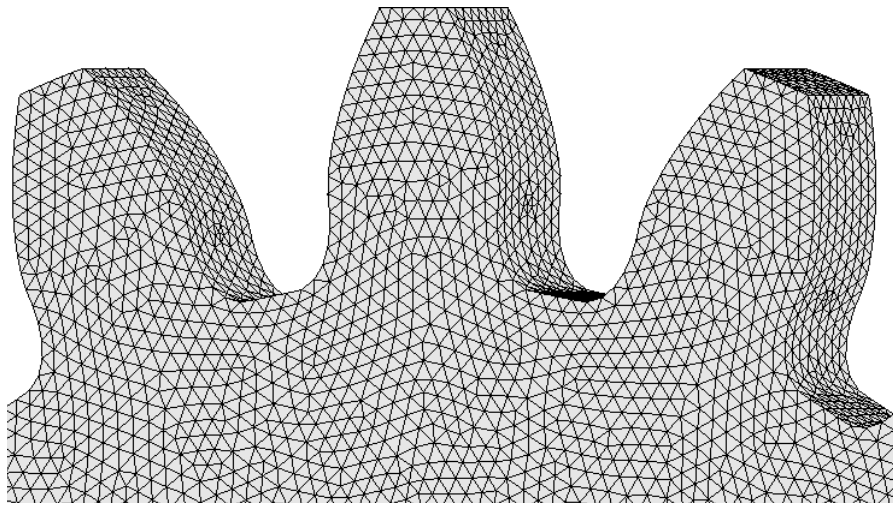


Σχήμα 4.20. Ελαστική υποχώρηση (ενδοτικότητα) οδόντος συνεργαζόμενου τροχού (φόρτιση στο HPSTC)

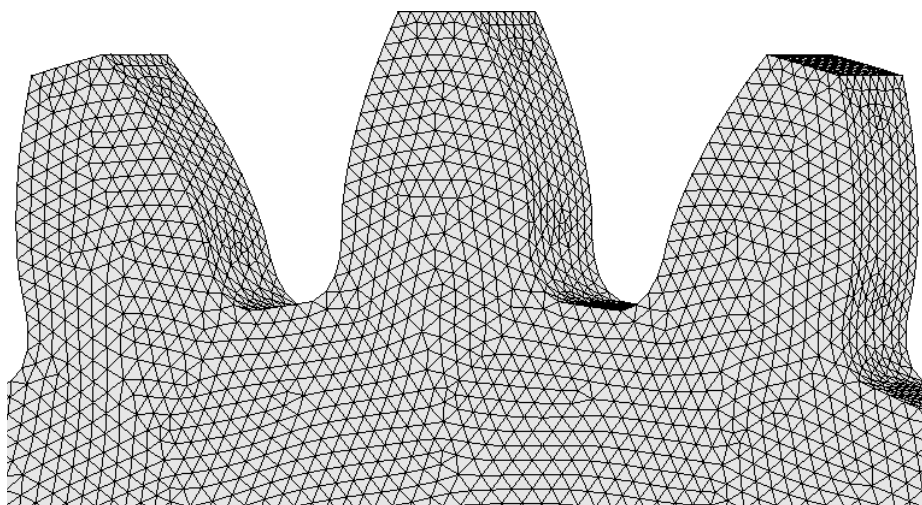
4.3 Μελέτη Τροχών με Διαφορετικό Βαθμό Επικαλύψεως

4.3.1 Μελέτη Οδοντωτών Τροχών Χωρίς Ενίσχυση

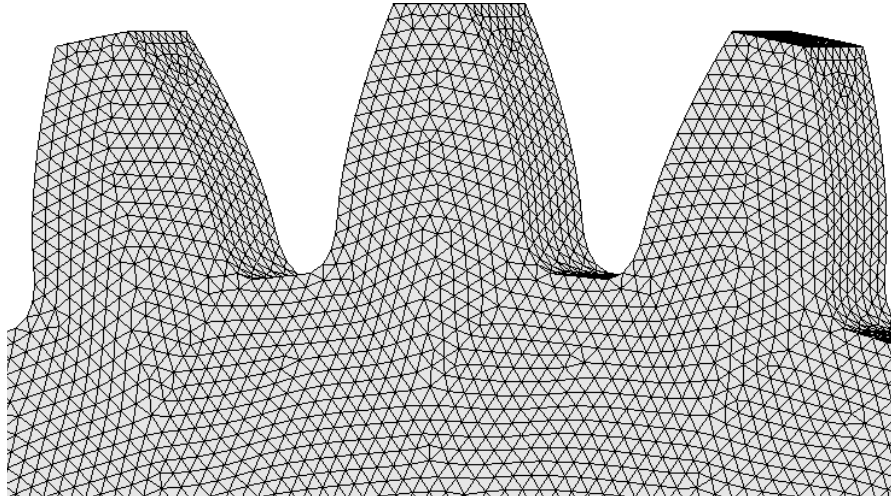
Στο δεύτερο σκέλος του παρόντος κεφαλαίου της διπλωματικής εργασίας, θα λάβει χώρα η ανάλυση και η μελέτη των πλαστικών οδοντωτών τροχών με αριθμό οδόντων 18, 25, 35 και 50 αντιστοίχως. Οι τροχοί αυτοί θα εξεταστούν για φόρτιση κάθετη στην κατατομή των οδόντων τους στο HPSTC για βαθμούς επικαλύψεως (ϵ) 1.0, 1.3 και 1.8. Τα μοντέλα των τροχών αυτών και το δημιουργηθέν πλέγμα απεικονίζονται στα κάτωθι σχήματα.



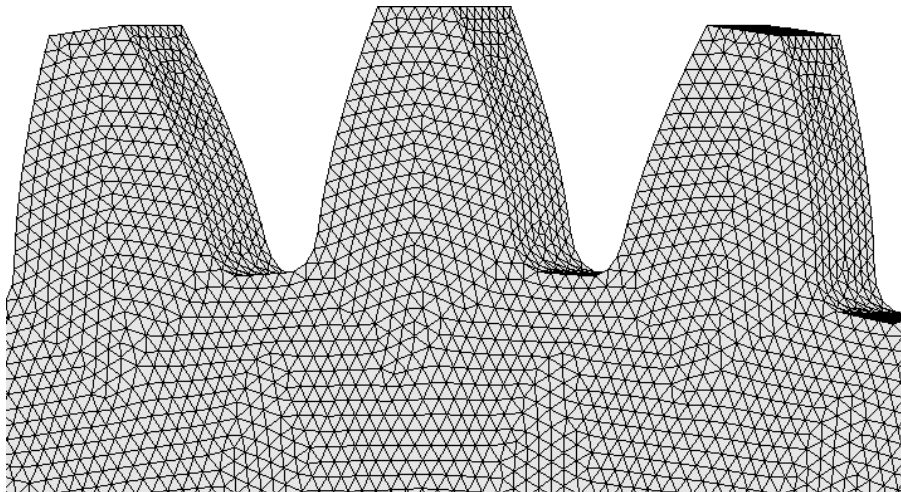
Σχήμα 4.21. Πλέγμα Οδοντωτού Τροχού Z=18



Σχήμα 4.22. Πλέγμα Οδοντωτού Τροχού Z=25



Σχήμα 4.23. Πλέγμα Οδοντωτού Τροχού Z=35



Σχήμα 4.24. Πλέγμα Οδοντωτού Τροχού Z=50

Για τη μοντελοποίηση των τροχών αυτών ακολουθήθηκε η ίδια μεθοδολογία με προηγουμένως κατά τη συνεργασία των τροχών με 18 και 50 οδόντες αντιστοίχως, με τη διαφοροποίηση να έγκειται στο γεγονός ότι το μοντέλο των οδοντωτών τροχών και συγκεκριμένα άξονας συμμετρίας του οδόντος, στο οποίο ασκείτο το φορτίο είχε ευθυγραμμιστεί πλήρως με τον άξονα Y του τοπικού συστήματος συντεταγμένων του λογισμικού ANSYS Mechanical APDL, στο οποίο διεξήχθη και η ανάλυση. Επομένως το φορτίο P_N είχε μέτρο, όπως και προηγουμένως, ίσο με 10 N, ενώ η κλίση και κατεύθυνση άσκησης του φορτίου σε σχέση με τον άξονα συμμετρίας ήταν ανάλογη του σημείου και της θέσης.

Έτσι, ανάλογα με τον αριθμό των οδόντων και το βαθμό επικάλυψης προέκυψαν οι ακόλουθοι πίνακες, στους οποίους

περιλαμβάνονται η θέση του υψηλότερου σημείου μονής επαφής (r_H) και η γωνία κλίσης του φορτίου ως προς τον άξονα συμμετρίας (θ).

Z=18		
ϵ	$r_H(\text{mm})$	$\theta(^{\circ})$
1.0	10.000000	29.73
1.3	9.556801	23.63
1.8	8.965073	13.27

Πίνακας 4.7 Θέση HPSTC και κλίση κατατομής οδόντος ανάλογα το βαθμό επικάλυψης για Z=18

Z=25		
ϵ	$r_H(\text{mm})$	$\theta(^{\circ})$
1.0	13.500000	27.31
1.3	13.086180	22.90
1.8	12.505890	15.43

Πίνακας 4.8 Θέση HPSTC και κλίση κατατομής οδόντος ανάλογα το βαθμό επικάλυψης για Z=25

Z=35		
ϵ	$r_H(\text{mm})$	$\theta(^{\circ})$
1.0	18.500000	25.30
1.3	18.111400	22.14
1.8	17.544150	16.79

Πίνακας 4.9 Θέση HPSTC και κλίση κατατομής οδόντος ανάλογα το βαθμό επικάλυψης για Z=35

Z=50		
ϵ	$r_H(\text{mm})$	$\theta(^{\circ})$
1.0	26.000000	23.67
1.3	25.633010	21.38
1.8	25.079000	17.64

Πίνακας 4.10 Θέση HPSTC και κλίση κατατομής οδόντος ανάλογα το βαθμό επικάλυψης για Z=50

Υστερα από την ανάλυση, η οποία διεξήχθη με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, προέκυψαν τα ακόλουθα μητρώα, ανάλογα με τον αριθμό των οδόντων του εκάστοτε τροχού και το βαθμό επικάλυψης, τα οποία περιλαμβάνουν τη μέγιστη τιμή της πρώτης ($\sigma_{1\max}$) και τρίτης ($\sigma_{3\max}$) κύριας τάσεως, και επίσης τη μέγιστη τιμή της ενδοτικότητας ή παραμόρφωσης στο σημείο άσκησης του φορτίου. Επιπροσθέτως περιλαμβάνονται η ακτίνα της επικίνδυνης διατομής ποδός (r_a) και η

γωνία τοποθέτησης (ϕ), σε μοίρες, του σπλισμού των ινών άνθρακα ως προς τον ουδέτερο άξονα.

Z=18

ϵ	σ_{1max} (MPa)	σ_{3max} (MPa)	D_{max} (mm)	r_d (mm)	ϕ ($^{\circ}$)
1.0	54.106	-65.486	0.088206	7.91665	27.448
1.3	45.124	-54.533	0.062203	7.86267	35.887
1.8	37.242	-40.741	0.045871	7.83254	41.931

Πίνακας 4.11 Αποτελέσματα φόρτισης για Z=18 ανάλογα με το βαθμό επικάλυψης

Z=25

ϵ	σ_{1max} (MPa)	σ_{3max} (MPa)	D_{max} (mm)	r_d (mm)	ϕ ($^{\circ}$)
1.0	50.587	-61.711	0.072342	11.3882	31.287
1.3	43.186	-51.778	0.048969	11.3619	35.859
1.8	35.015	-38.984	0.034771	11.2953	52.395

Πίνακας 4.12 Αποτελέσματα φόρτισης για Z=25 ανάλογα με το βαθμό επικάλυψης

Z=35

ϵ	σ_{1max} (MPa)	σ_{3max} (MPa)	D_{max} (mm)	r_d (mm)	ϕ ($^{\circ}$)
1.0	50.672	-59.937	0.068807	16.3435	39.118
1.3	42.874	-51.600	0.046458	16.3468	38.377
1.8	33.671	-38.486	0.031773	16.3076	48.515

Πίνακας 4.13 Αποτελέσματα φόρτισης για Z=35 ανάλογα με το βαθμό επικάλυψης

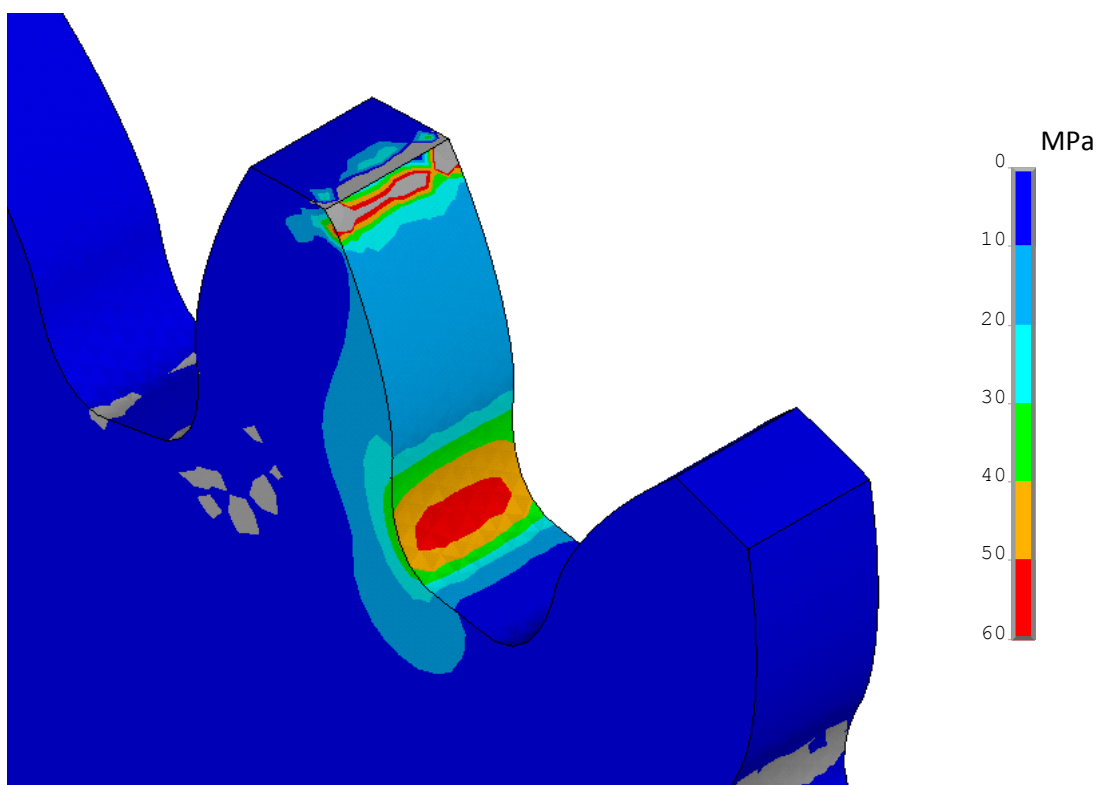
Z=50

ϵ	σ_{1max} (MPa)	σ_{3max} (MPa)	D_{max} (mm)	r_d (mm)	ϕ ($^{\circ}$)
1.0	49.614	-58.516	0.051128	23.8494	36.991
1.3	42.982	-50.584	0.045884	23.8154	45.795
1.8	33.222	-39.333	0.033195	23.8107	47.245

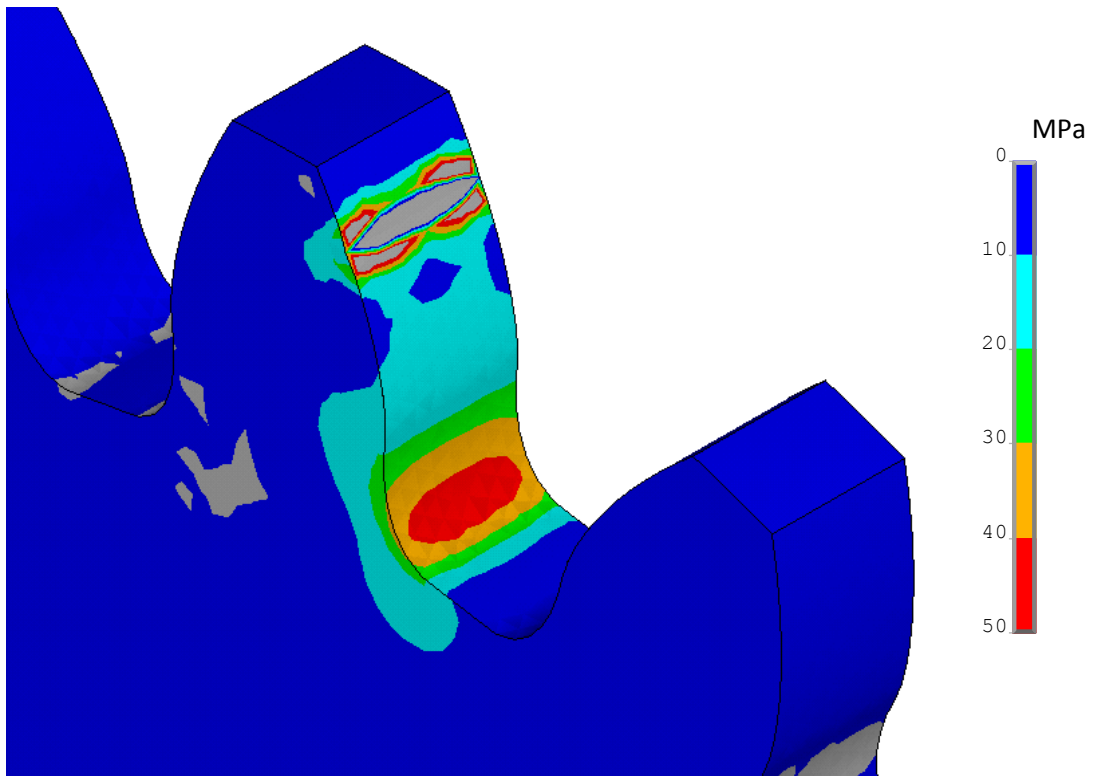
Πίνακας 4.14 Αποτελέσματα φόρτισης για Z=50 ανάλογα με το βαθμό επικάλυψης

Στα ακόλουθα σχήματα απεικονίζονται τα αποτελέσματα τις κομβικής ανάλυσης για τον οδοντωτό τροχό με αριθμό οδόντων Z=18 και ανάλογα με το βαθμό επικάλυψης. Στα γραφήματα απεικονίζονται τα αποτελέσματα της πρώτης και τρίτης κύριας τάσης και επίσης της ενδοτικότητας των μοντέλων. Μέσω των διαγραμμάτων αυτών

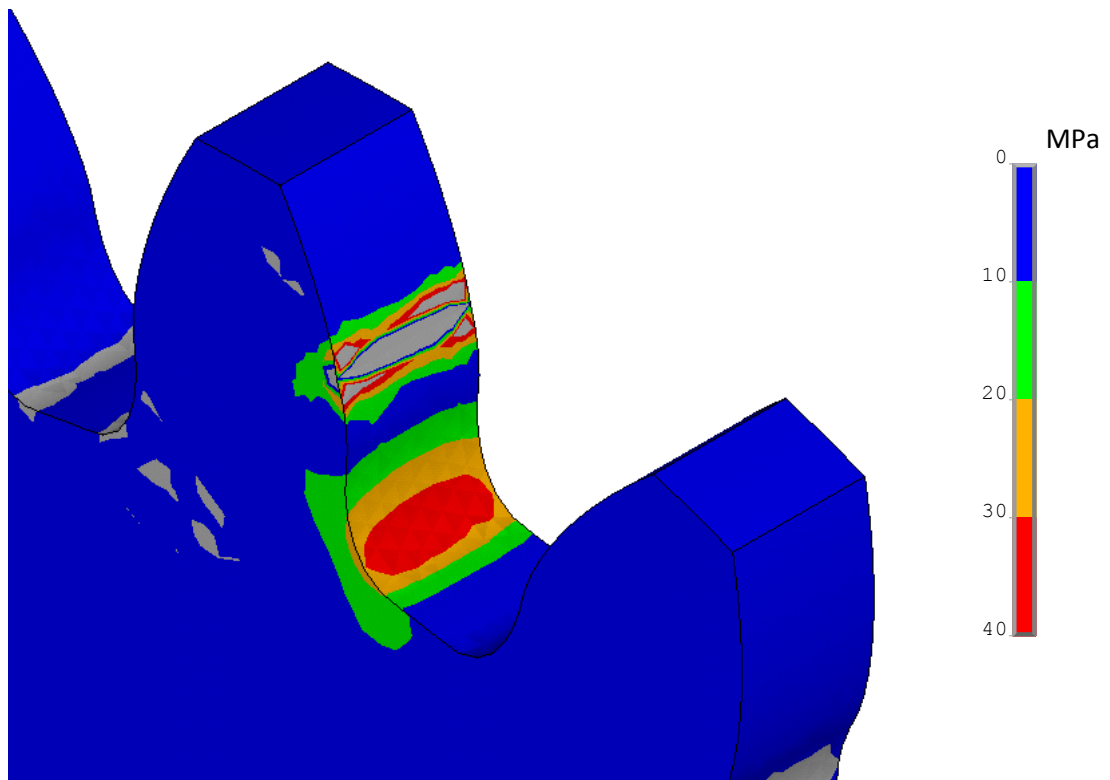
παρατηρείται ότι η μέγιστη τιμή τόσο της πρώτης όσο και της τρίτης κύρια τάσης, στο κύκλο ποδός του οδόντος, μειώνεται κατά μέτρο, όσο αυξάνεται ο βαθμός επικάλυψης, δηλαδή όσο το σημείο άσκησης του φορτίου απομακρύνεται από τον κύκλο κεφαλής του οδόντος. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η τιμή της καμπτικής τάσης, με την οποία καταπονείται ο οδόντας, είναι μικρότερη. Επίσης παρατηρείται ότι το ίδιο συμβαίνει και στην περίπτωση της ενδοτικότητας, η μέγιστη τιμή της οποίας μειώνεται κατά μέτρο. Τα παραπάνω αποτελέσματα είναι συμβατά με την παρατήρηση ότι όσο μικρότερος είναι ο βαθμός επικάλυψης, τόσο υψηλότερη είναι και η αναπτυσσόμενη τάση στο κύκλο ποδός του οδόντος. (ΡΕΦ)



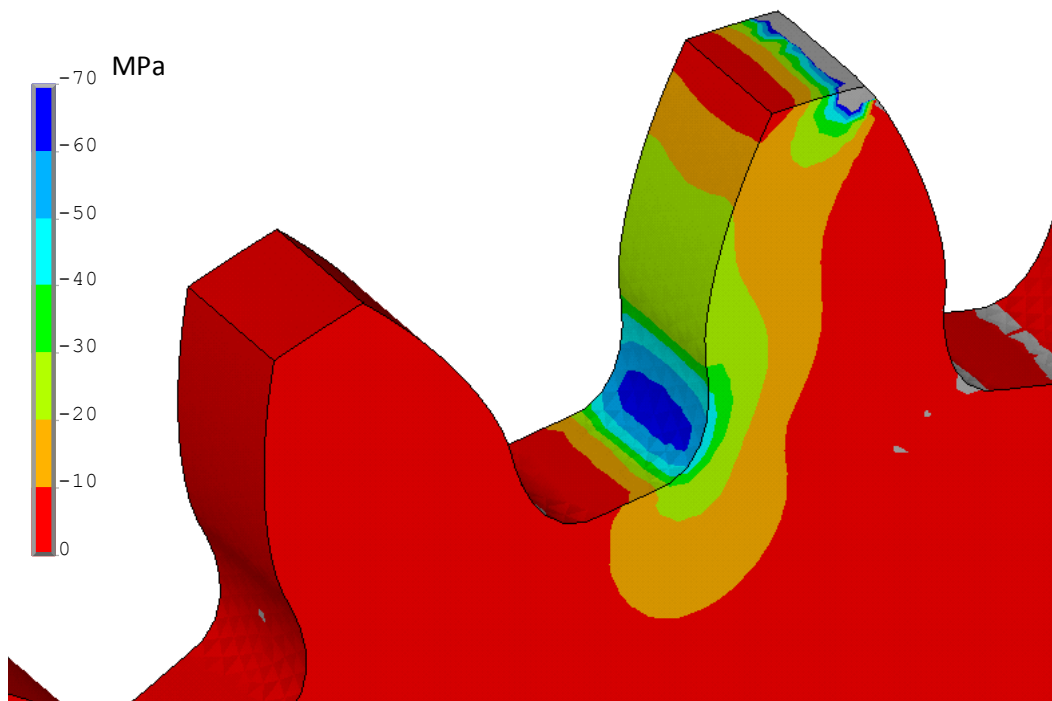
Σχήμα 4.25. Μέγιστη εφελκυστική τάση για $Z=18/ \epsilon=1.0$



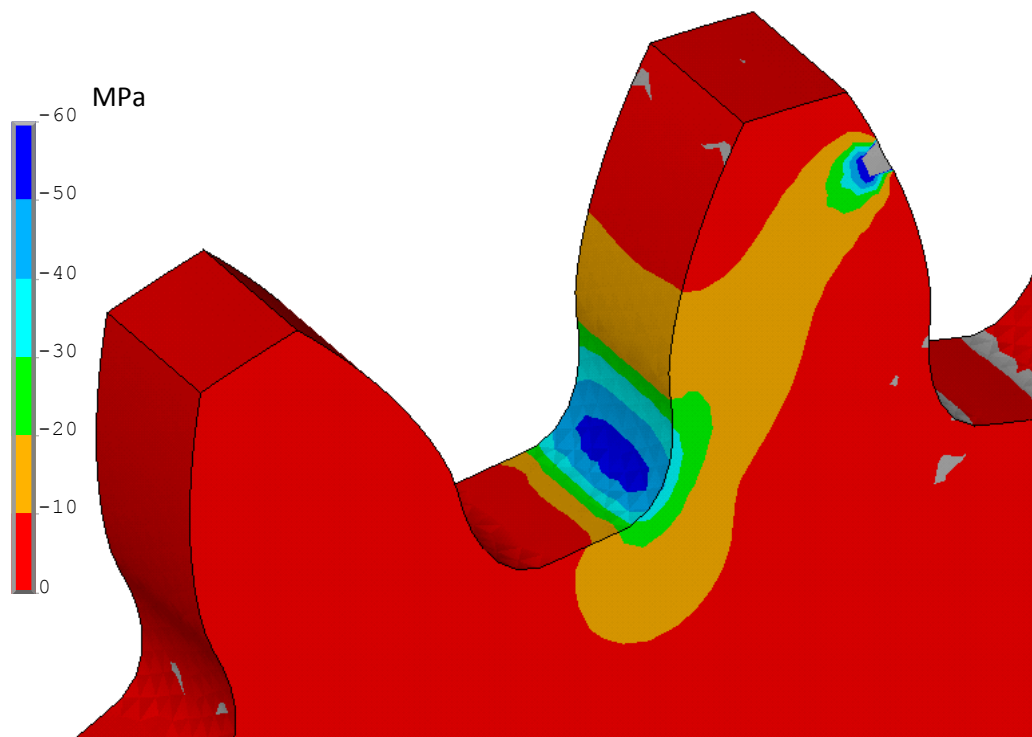
Σχήμα 4.26. Μέγιστη εφελκυστική τάση για $Z=18/ \epsilon=1.3$



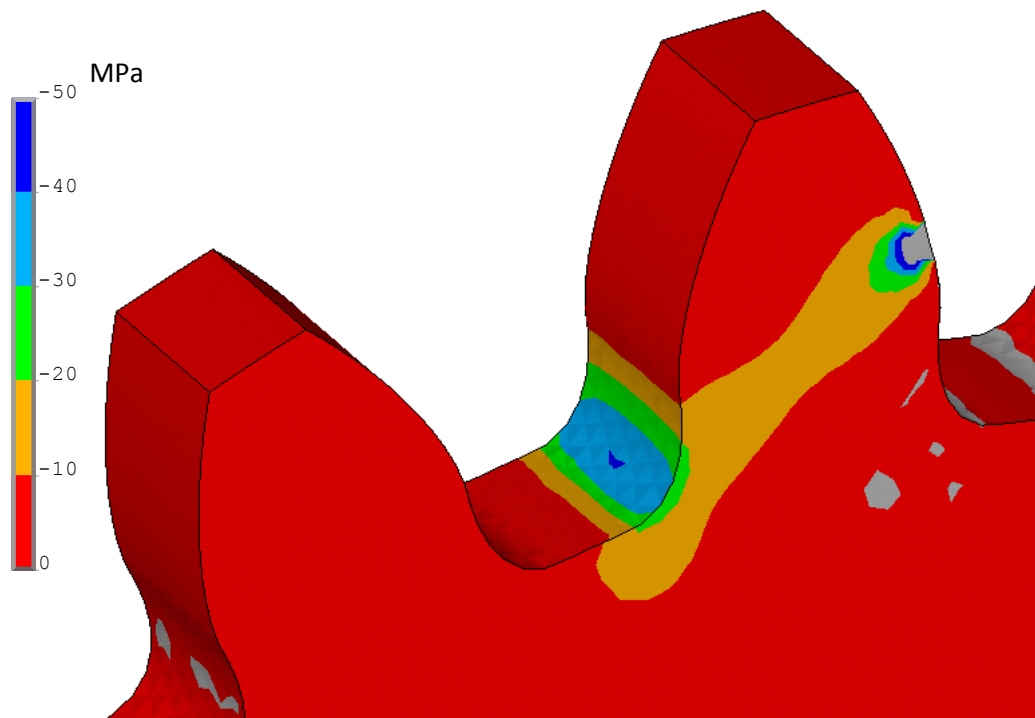
Σχήμα 4.27. Μέγιστη εφελκυστική τάση για $Z=18/ \epsilon=1.8$



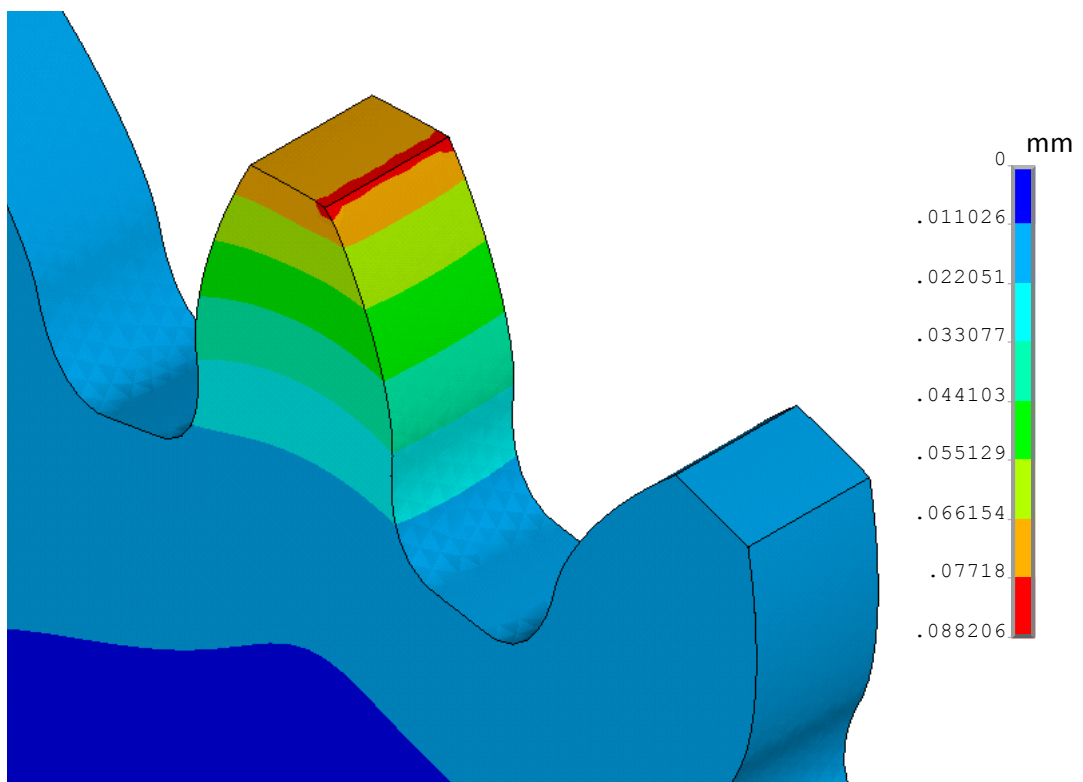
Σχήμα 4.28. Μέγιστη θλιπτική τάση για $Z=18/ \epsilon=1.0$



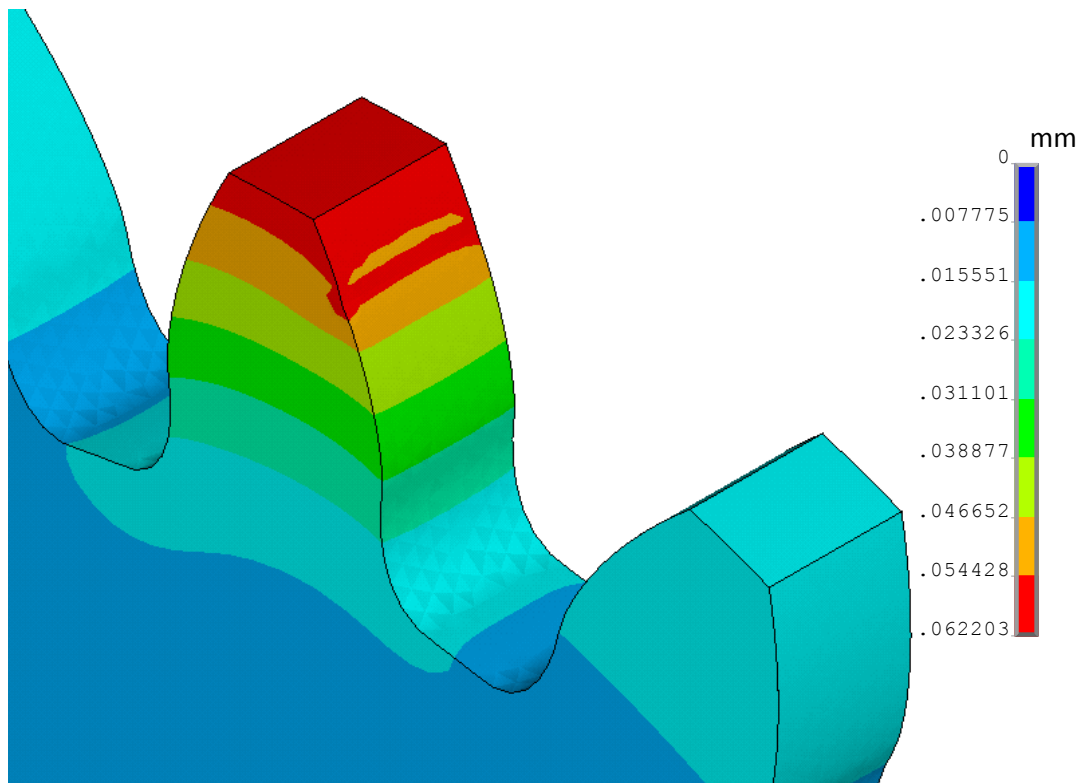
Σχήμα 4.29. Μέγιστη θλιπτική τάση για $Z=18/ \epsilon=1.3$



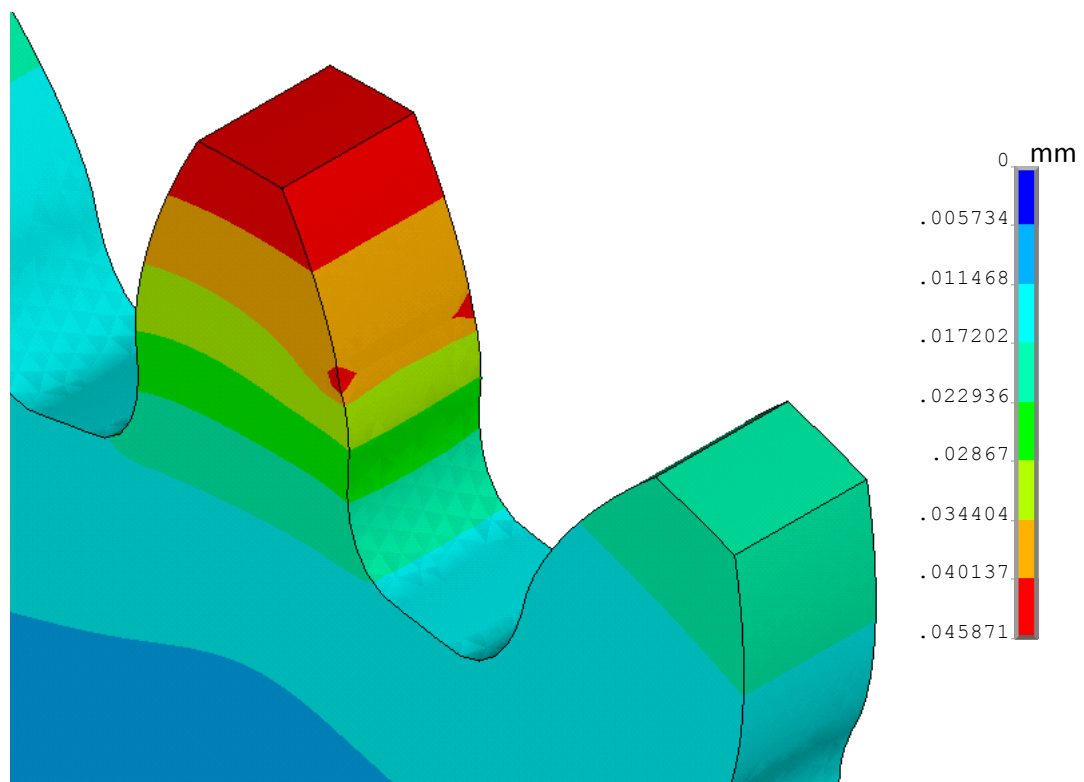
Σχήμα 4.30. Μέγιστη θλιπτική τάση για $Z=18/ \epsilon=1.8$



Σχήμα 4.31. Ελαστική υποχώρηση οδόντος τροχού με $Z=18/ \epsilon=1.0$



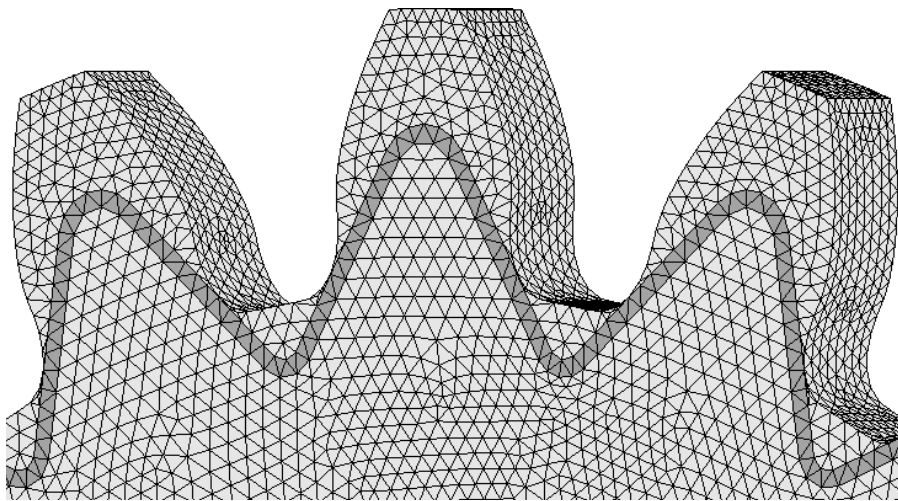
Σχήμα 4.32. Ελαστική υποχώρηση οδόντος τροχού με $Z=18/\epsilon=1.3$



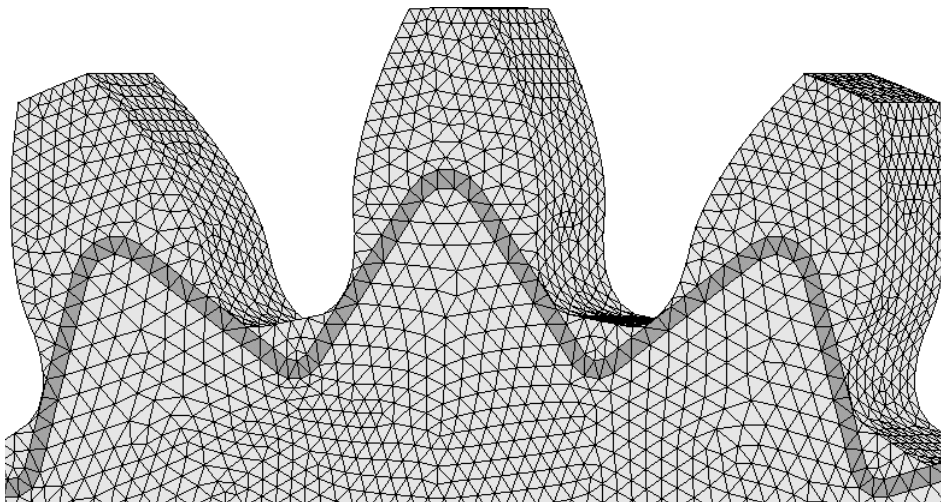
Σχήμα 4.33. Ελαστική υποχώρηση οδόντος τροχού με $Z=18/\epsilon=1.8$

4.3.2 Μελέτη Οδοντωτών Τροχών με Ενίσχυση

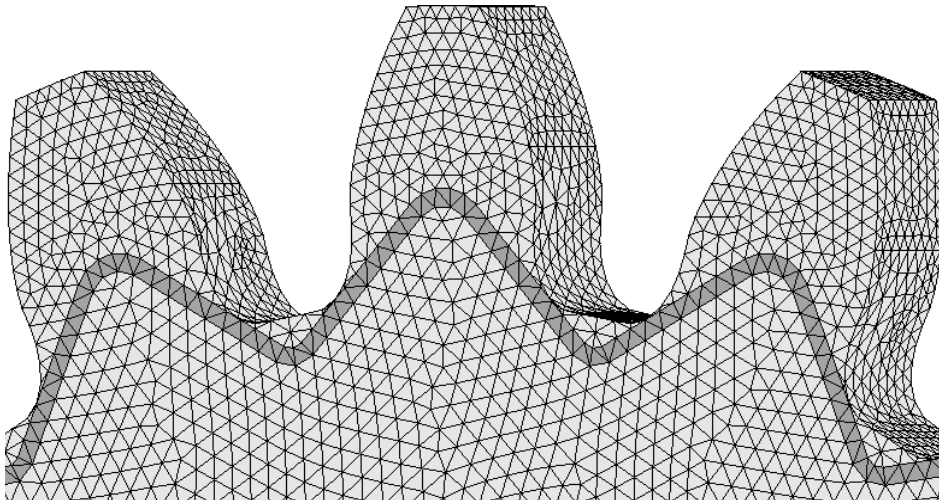
Στη συνέχεια και με την ολοκλήρωση της άνωθεν διαδικασίας και την εύρεση της επικίνδυνης διατομής ποδός, επόμενο βήμα είναι η προσθήκη του οπλισμού από ίνες άνθρακα. Στα ακόλουθα σχήματα απεικονίζονται το δημιουργηθέν πλέγμα στα ανισότροπα πλέον, μετά την προσθήκη των ινών, μοντέλα οδοντωτών τροχών ανάλογα τον αριθμό οδόντων και το βαθμό επικαλύψεως αντιστοίχως.



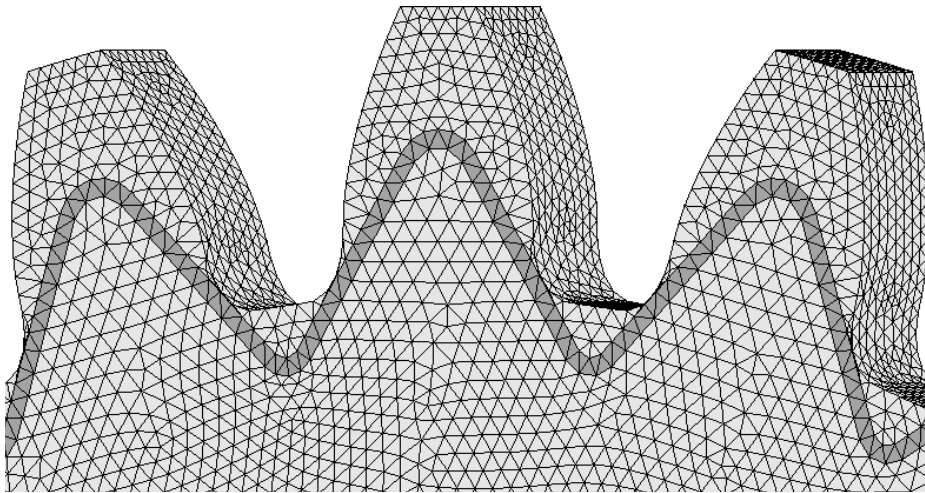
Σχήμα 4.34. Πλέγμα οδοντωτού τροχού $Z=18/\epsilon=1.0$



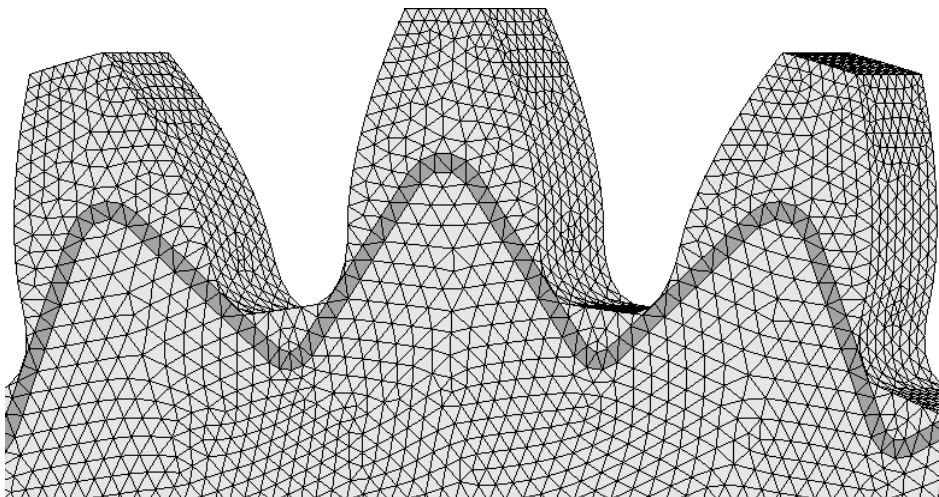
Σχήμα 4.35. Πλέγμα οδοντωτού τροχού $Z=18/\epsilon=1.3$



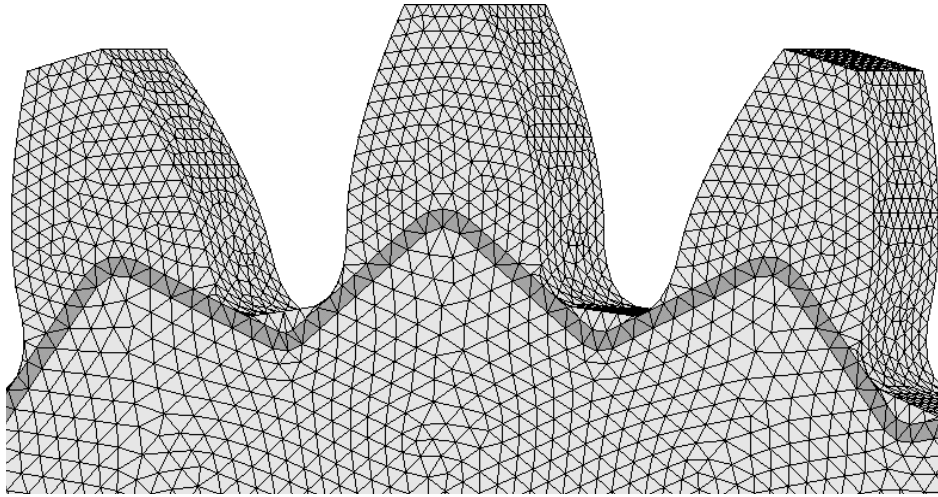
Σχήμα 4.36. Πλέγμα οδοντωτού τροχού $Z=18/\epsilon=1.8$



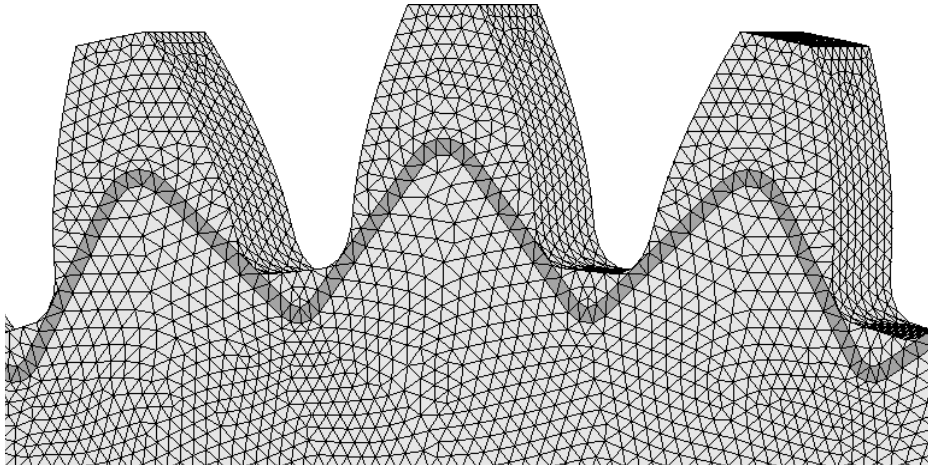
Σχήμα 4.37. Πλέγμα οδοντωτού τροχού $Z=25/\epsilon=1.0$



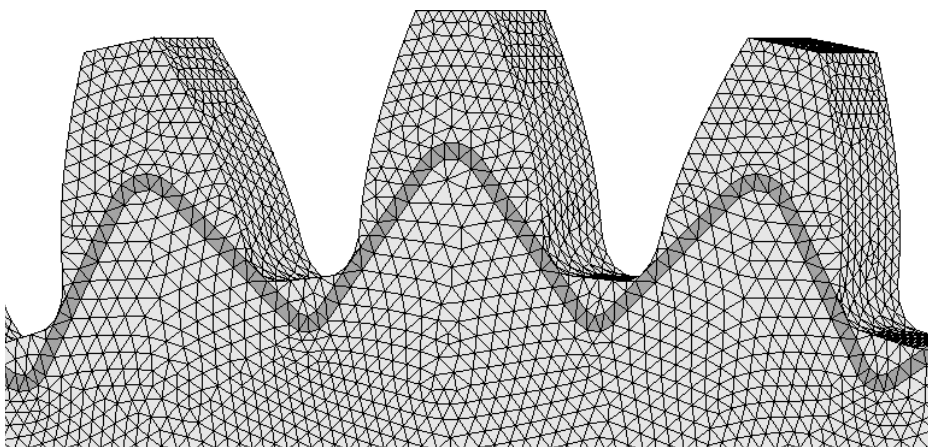
Σχήμα 4.38. Πλέγμα οδοντωτού τροχού $Z=25/\epsilon=1.3$



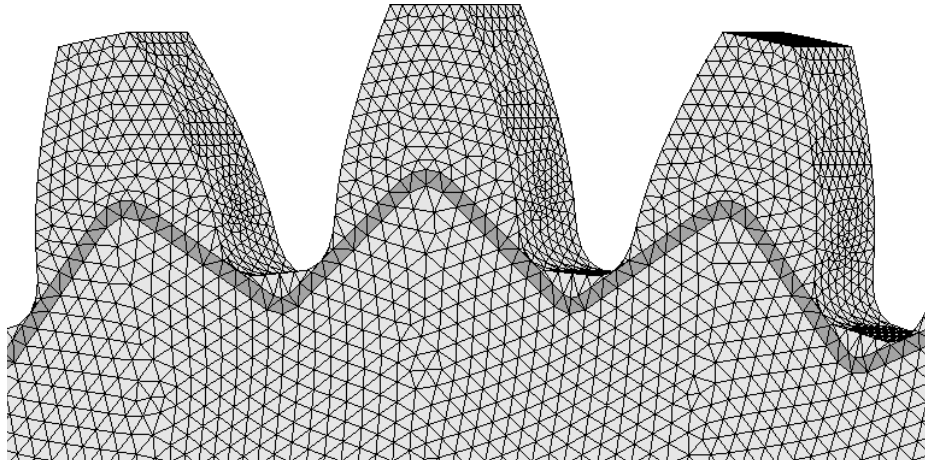
Σχήμα 4.39. Πλέγμα οδοντωτού τροχού $Z=25/\epsilon=1.8$



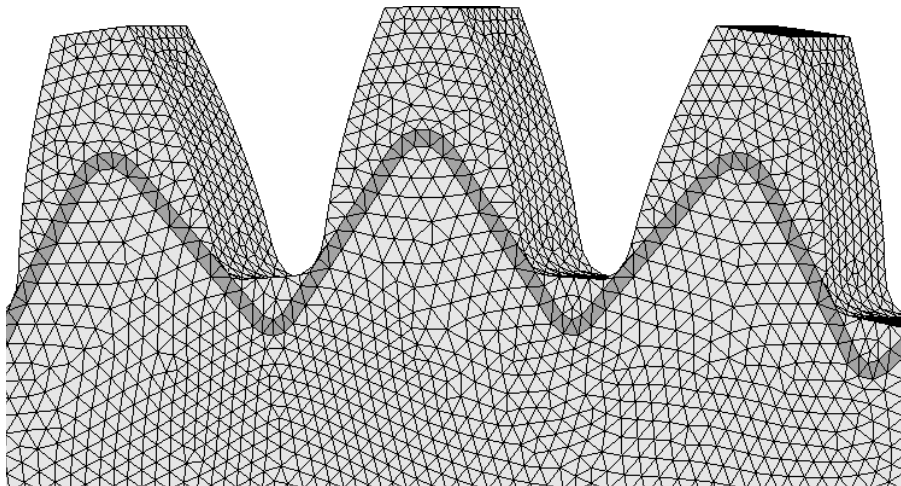
Σχήμα 4.40. Πλέγμα οδοντωτού τροχού $Z=35/\epsilon=1.0$



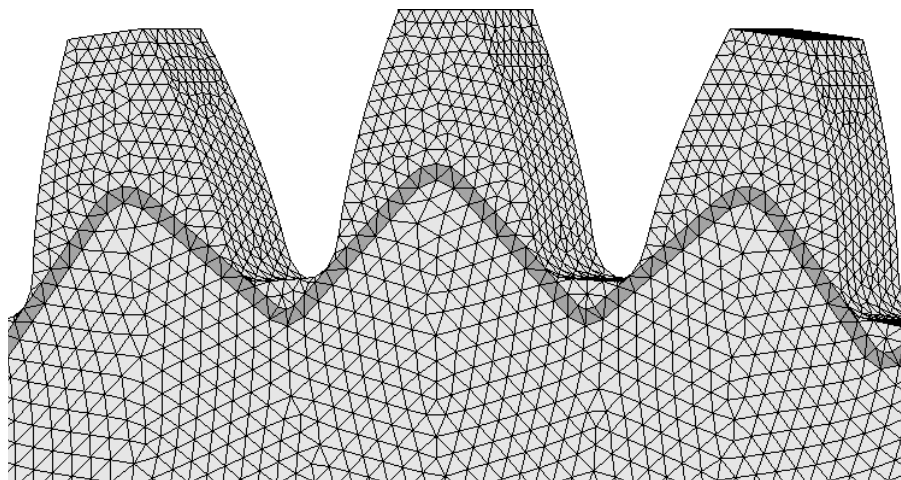
Σχήμα 4.41. Πλέγμα οδοντωτού τροχού $Z=35/\epsilon=1.3$



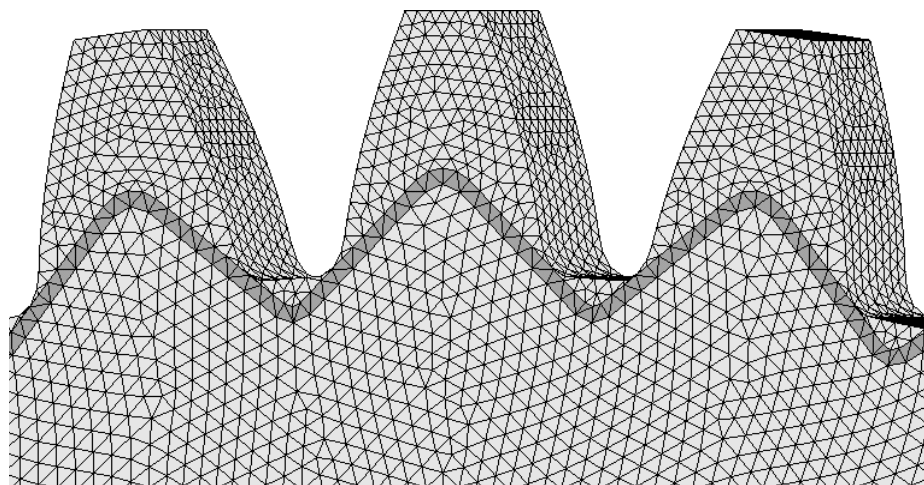
Σχήμα 4.42. Πλέγμα οδοντωτού τροχού $Z=35/\epsilon=1.8$



Σχήμα 4.43. Πλέγμα οδοντωτού τροχού $Z=50/\epsilon=1.0$



Σχήμα 4.44. Πλέγμα οδοντωτού τροχού $Z=50/\epsilon=1.3$



Σχήμα 4.45. Πλέγμα οδοντωτού τροχού $Z=50/\varepsilon=1.8$

Με ίδιες συνθήκες φόρτισης και στήριξης προέκυψαν τα ακόλουθα αποτελέσματα για τους δύο τροχούς της βαθμίδας. Στους πίνακες αυτούς περιλαμβάνονται οι μέγιστες τιμές της πρώτης και τρίτης κύριας τάσεως στις κατατομές ποδός των οδόντων των δύο τροχών, δηλαδή αυτές οι οποίες αναπτύσσονται στη μήτρα στην περιοχή ποδός και ακόμη η νέα μέγιστη τιμή της ενδοτικότητας του οδόντος στο σημείο άσκησης του φορτίου.

Z=18

ε	$\sigma_{1\max}$ (MPa)	$\sigma_{3\max}$ (MPa)	D_{\max} (mm)
1.0	20.136	-25.408	0.062194
1.3	15.580	-18.608	0.047375
1.8	12.038	-13.281	0.037779

Πίνακας 4.15 Αποτελέσματα φόρτισης ενισχυμένου τροχού με $Z=18$ ανάλογα με το βαθμό επικάλυψης

Z=25

ε	$\sigma_{1\max}$ (MPa)	$\sigma_{3\max}$ (MPa)	D_{\max} (mm)
1.0	19.599	-23.566	0.050923
1.3	16.484	-20.038	0.035454
1.8	14.499	-15.840	0.027442

Πίνακας 4.16 Αποτελέσματα φόρτισης ενισχυμένου τροχού με $Z=25$ ανάλογα με το βαθμό επικάλυψης

Z=35

ϵ	$\sigma_{1\max}$ (MPa)	$\sigma_{3\max}$ (MPa)	D_{\max} (mm)
1.0	21.032	-23.415	0.052675
1.3	16.020	-19.066	0.032898
1.8	11.162	-12.321	0.026465

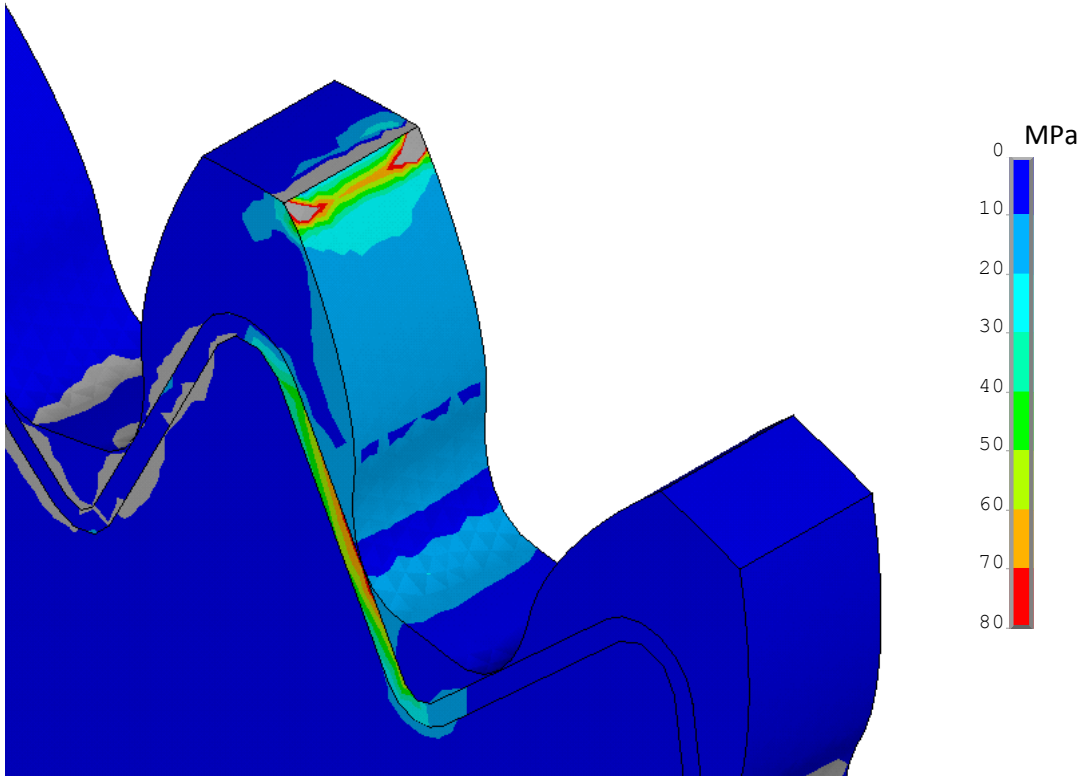
Πίνακας 4.17 Αποτελέσματα φόρτισης ενισχυμένου τροχού με Z=35 ανάλογα με το βαθμό επικάλυψης

Z=50

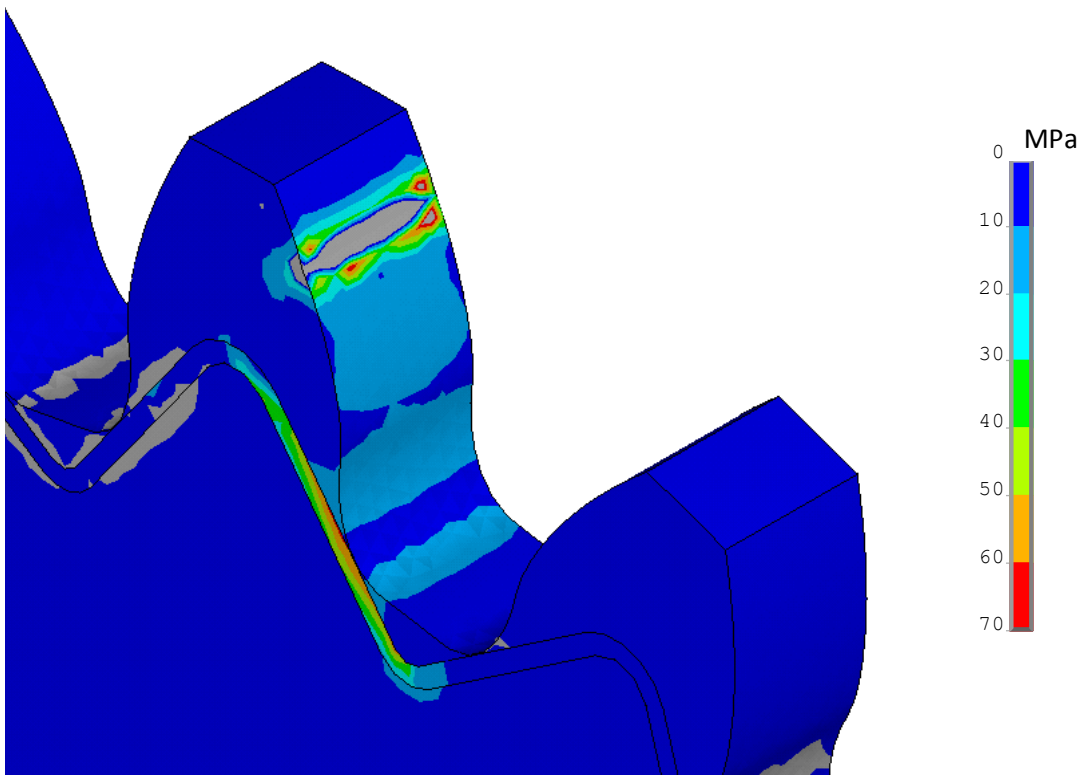
ϵ	$\sigma_{1\max}$ (MPa)	$\sigma_{3\max}$ (MPa)	D_{\max} (mm)
1.0	20.711	-23.299	0.049651
1.3	16.085	-18.779	0.033844
1.8	10.923	-12.587	0.023588

Πίνακας 4.18 Αποτελέσματα φόρτισης ενισχυμένου τροχού με Z=50 ανάλογα με το βαθμό επικάλυψης

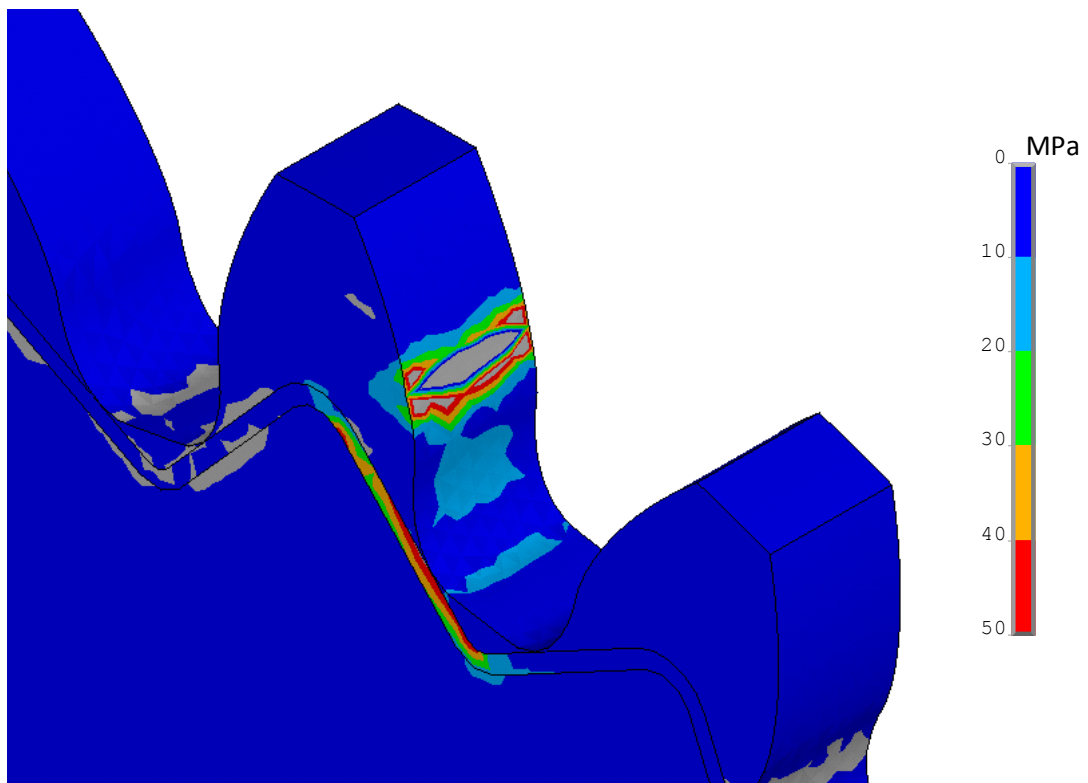
Στα κάτωθι σχήματα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα, τα οποία ελήφθησαν μέσω κομβικής ανάλυσης του ενισχυμένου με ίνες άνθρακα μοντέλου οδοντωτού τροχού, με αριθμό οδόντων Z=18. Μέσω των εικόνων αυτών, αλλά και από τα άνωθεν αποτελέσματα παρατηρείται ότι τόσο η αναπτυσσόμενη εφελκυστική τάση όσο και η θλιπτική, στο κύκλο ποδός του οδόντος έχει ελαττωθεί αισθητά ανεξαρτήτως της θέσης άσκησης του φορτίου, και την τάση αυτή την έχει απορροφήσει σχεδόν εξ' ολοκλήρου ο οπλισμός. Μάλιστα η τιμή της μέγιστης αναπτυσσόμενης τάσης στον οπλισμό εξαρτάται από την απόστασης της θέσης άσκησης του φορτίου από το κύκλο ποδός. Επίσης παρατηρείται ότι ο οδοντωτός τροχός εν γένει έχει γίνει πιο στιβαρός και ανθεκτικός έναντι παραμόρφωσης, όπως αυτό καταδεικνύεται από τις τιμές της ενδοτικότητας τόσο από τα άνωθεν αποτελέσματα όσο και από τα παρακάτω σχήματα.



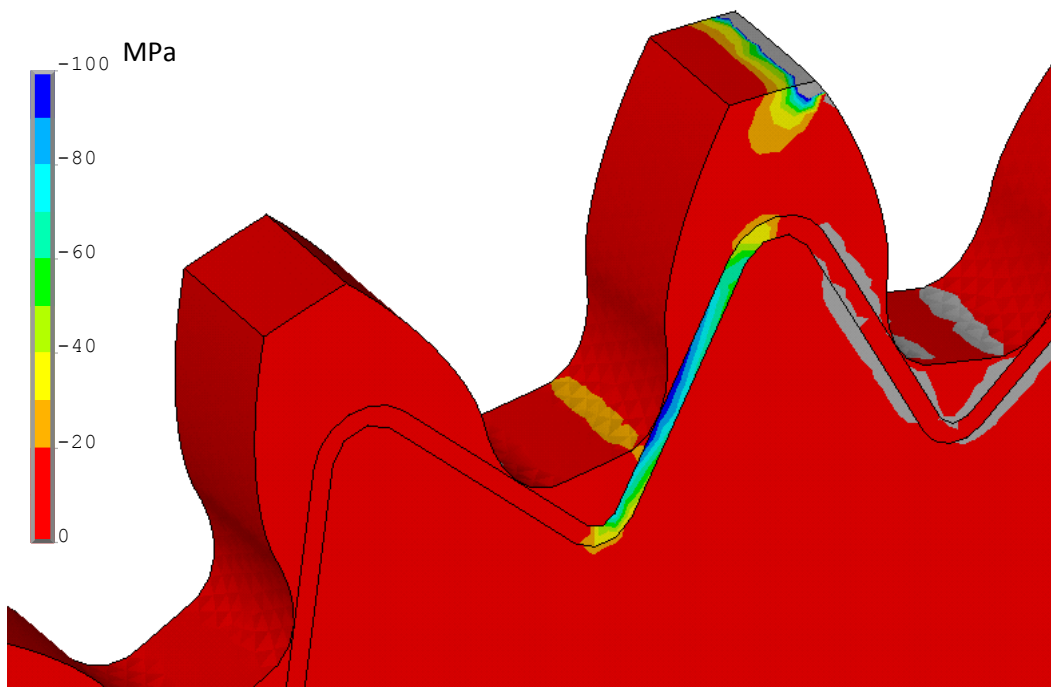
Σχήμα 4.46. Μέγιστη εφελκυστική τάση για $Z=18/ \epsilon=1.0$



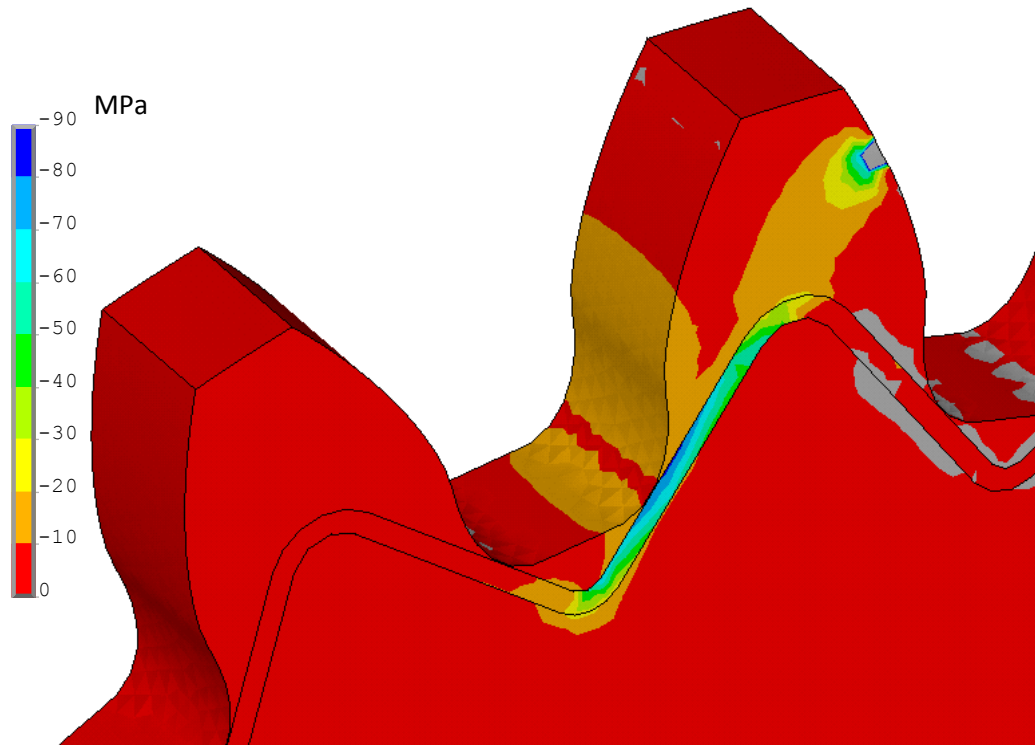
Σχήμα 4.47. Μέγιστη εφελκυστική τάση για $Z=18/ \epsilon=1.3$



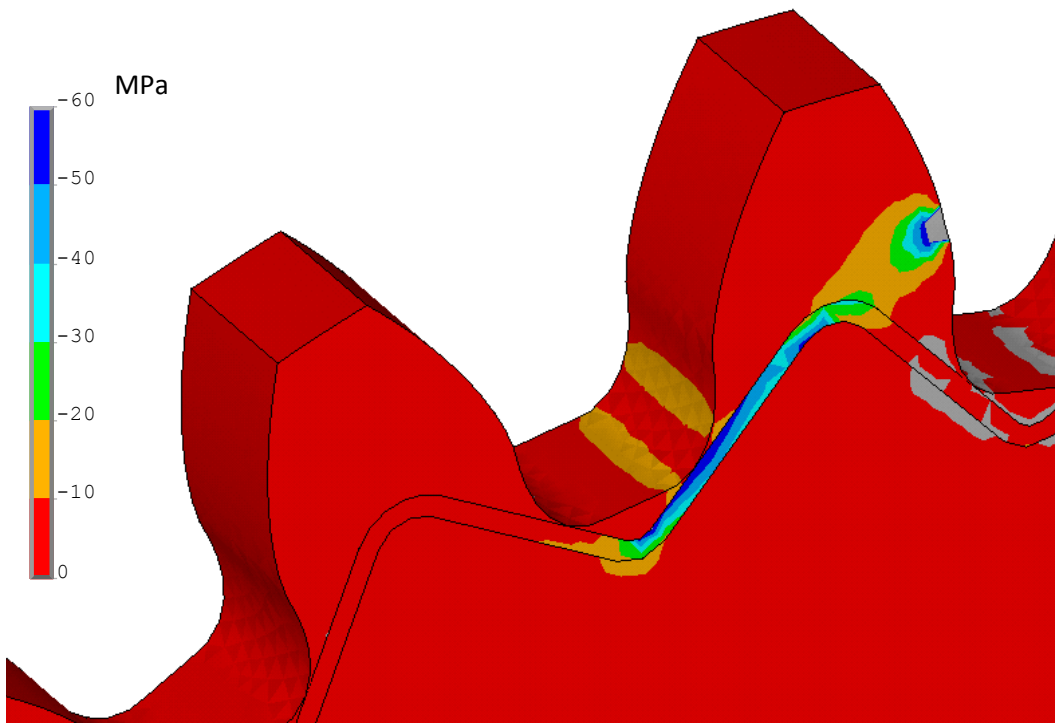
Σχήμα 4.48. Μέγιστη εφελκυστική τάση για $Z=18/ \epsilon=1.8$



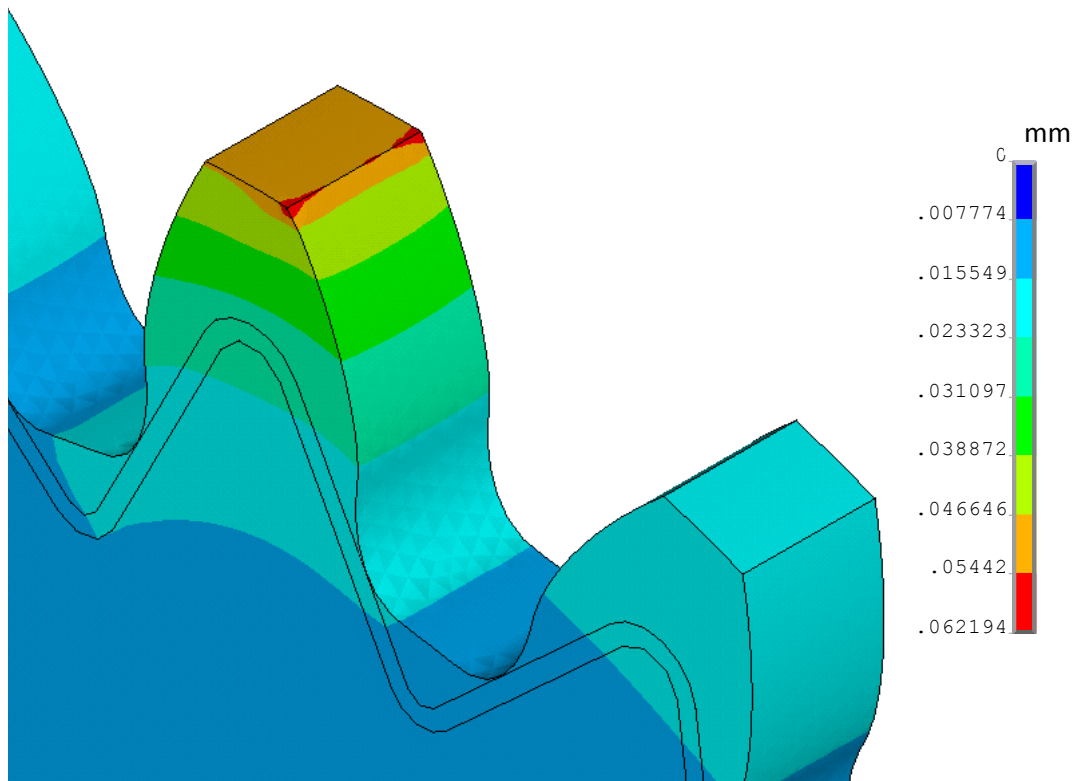
Σχήμα 4.49. Μέγιστη θλιπτική τάση για $Z=18/ \epsilon=1.0$



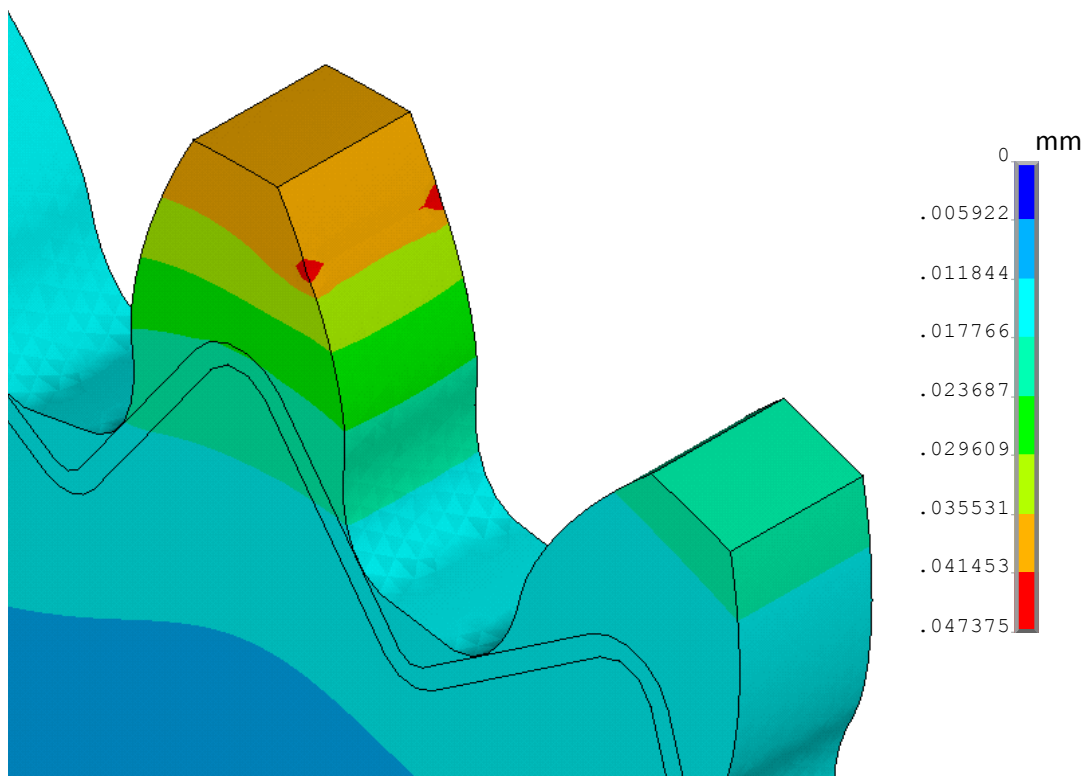
Σχήμα 4.50. Μέγιστη θλιπτική τάση για $Z=18/ \epsilon=1.3$



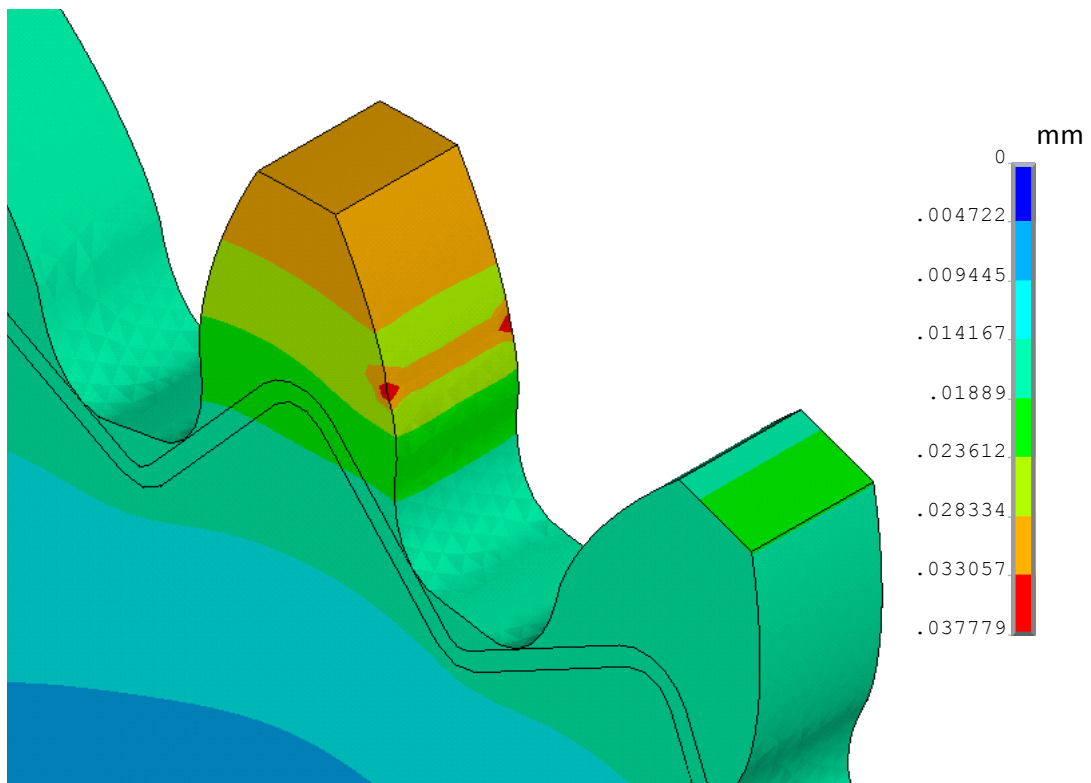
Σχήμα 4.51. Μέγιστη θλιπτική τάση για $Z=18/ \epsilon=1.8$



Σχήμα 4.52. Ελαστική υποχώρηση οδόντος τροχού με $Z=18/ \epsilon=1.0$



Σχήμα 4.53. Ελαστική υποχώρηση οδόντος τροχού με $Z=18/ \epsilon=1.3$



Σχήμα 4.54. Ελαστική υποχώρηση οδόντος τροχού με $Z=18/\epsilon=1.8$

Αναλυτικά αποτελέσματα και αντίστοιχοι χρωματικοί χάρτες, τα οποία προέκυψαν από την ανάλυση των ενισχυμένων και μη οδόντων βρίσκονται σε ειδικό παράρτημα της διπλωματικής εργασίας στο Εργαστήριο Στοιχείων Μηχανών του Εθνικού Μετσοβείου Πολυτεχνείου.

5. ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

5.1.Εισαγωγή

Με την ολοκλήρωση της άνωθεν ανάλυσης και μελέτης των μοντέλων των πλαστικών οδοντωτών τροχών τόσο πριν όσο και μετά την προσθήκη του οπλισμού ινών άνθρακα, στα μοντέλα αυτά, στο παρόν κεφάλαιο θα λάβει χώρα η σύγκριση των αποτελεσμάτων. Στα ακόλουθα γραφήματα, τα οποία θα παρουσιαστούν θα γίνει σύγκριση της απόκλισης των μεγίστων τιμών της πρώτης και τρίτης κύριας αδιάστατης (σ') τάσης, καθώς επίσης και της μέγιστη τιμής της ενδοτικότητας με την ενίσχυση από ίνες άνθρακα. Η προκύπτουσα τιμή της τάσης (σ) είναι ανάλογη του φορτίου(P_N) και αντιστρόφως ανάλογη του πλάτους (b) και του module (m) του οδόντος. Επομένως η σχέση, η οποία εκφράζει τη συσχέτιση των παραπάνω μεγεθών είναι η ακόλουθη : [7], [8], [11]

$$\sigma = \frac{\sigma' P_N}{mb}$$

Επίσης θα παρασταθεί μέσω καταλλήλων διαγραμμάτων η σχετική αντοχή (S) του οδοντωτού τροχού έναντι εφελκυστικής παραμόρφωσης τόσο πριν όσο και μετά την προσθήκη των ινών, η οποία εκφράζεται από το λόγο της αδιάστατης πρώτης κύριας τάσεως προς την αντοχή του υλικού [8]:

$$S = \frac{\sigma_{Bc}}{\sigma_1'}$$

όπου

σ_{Bc} : η αντοχή του υλικού όπως προκύπτει από τον κανόνα του μοχλού για ποσοστό ινών $\alpha=70\%$

$$\sigma_{Bc} = \alpha\sigma_{UTSf} + (1 - \alpha)\sigma_{UTSm}$$

όπου

σ_{UTSf} : η αντοχή των ινών σε εφελκυσμό (Ultimate Tensile Strength-UTS): 3700 MPa [2]

σ_{UTSm} : η αντοχή του πλαστικού σε εφελκυσμό: 100 MPa [6]

Οπότε προκύπτει ότι η αντοχή του προκύπτοντος συνθέτου υλικού (σ_{Bc}) ισούται με 2620 MPa.

Για το ισότροπο υλικό, δηλαδή για τη μήτρα δίχως τη προσθήκη ινών άνθρακα, η αντοχή της έναντι εφελκυσμού ισούται με 100 MPa.

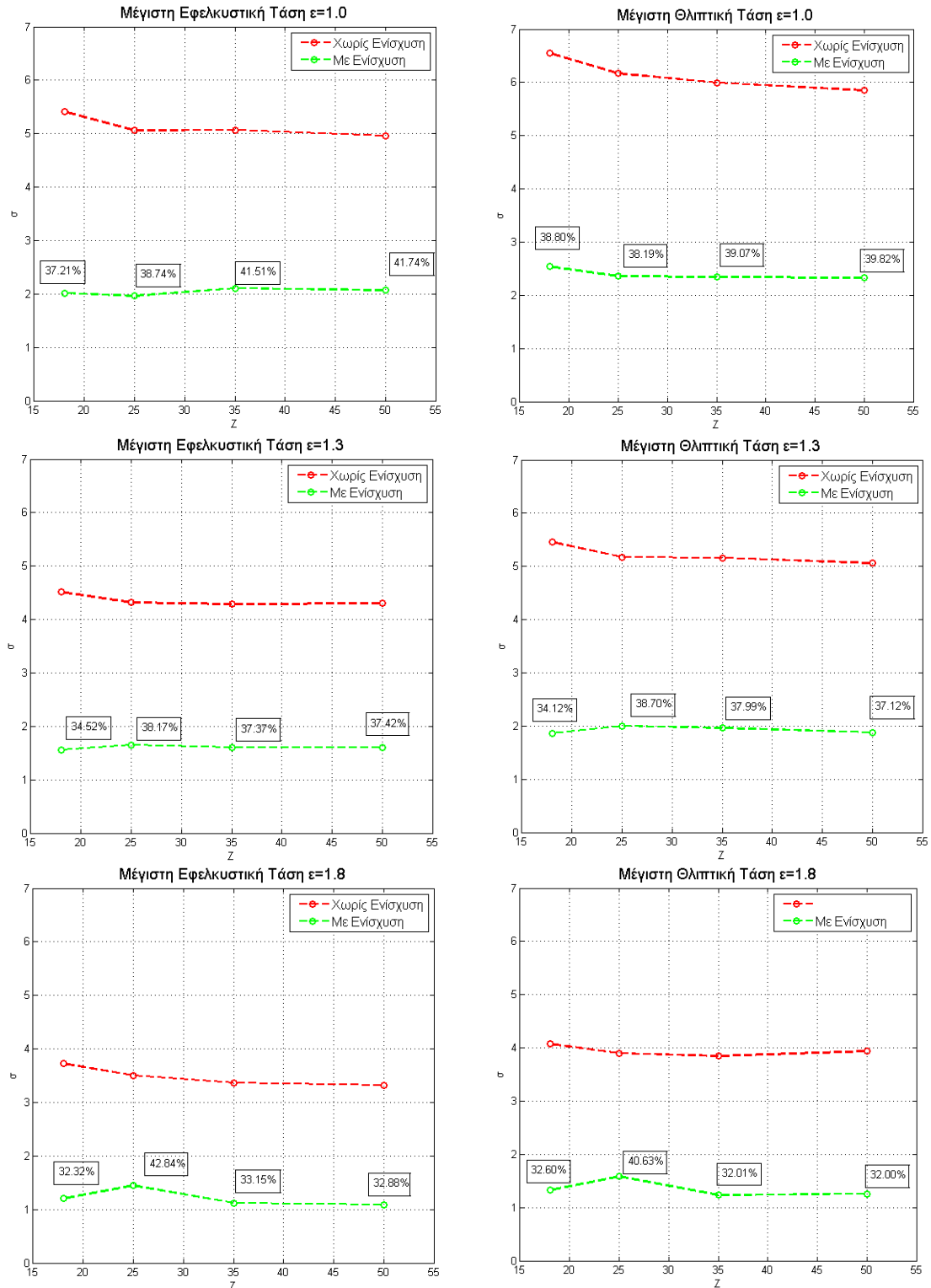
5.2 Σύγκριση Αποτελεσμάτων

Με την ολοκλήρωση της ανάλυσης, η οποία έλαβε χώρα στο τέταρτο κεφάλαιο, και τη λήψη των αποτελεσμάτων, όπως αυτά παραστάθηκαν στους ανάλογους πίνακες, προέκυψαν τα διαγράμματα των επόμενης σελίδας. Στα διαγράμματα αυτά αρχικά απεικονίζεται η απόκλιση της μέγιστης τιμής της πρώτης κύριας και τρίτης κύριας τάσης και ακολούθως της ενδοτικότητας, σε πρώτη φάση για τα μοντέλα των οδοντωτών τροχών ανάλογα το βαθμό επικαλύψεως και έπειτα για τους συνεργαζόμενους οδοντωτούς τροχούς με αριθμό οδόντων 18 και 50.

Στα ακόλουθα διαγράμματα με κόκκινο χρώμα απεικονίζονται οι τιμές των αποτελεσμάτων για τα μοντέλα των οδοντωτών τροχών δίχως τη προσθήκη ενίσχυσης, ενώ με πράσινο αυτά μετά την προσθήκη του οπλισμού από ίνες άνθρακα. Το ποσοστό της αρχικής τιμής της τάσης, με την οποία καταπονείται ο οδοντωτός τροχός μετά την ενίσχυσή του, εικονίζεται επί των σημείων ως αριθμός σε πλαίσιο.

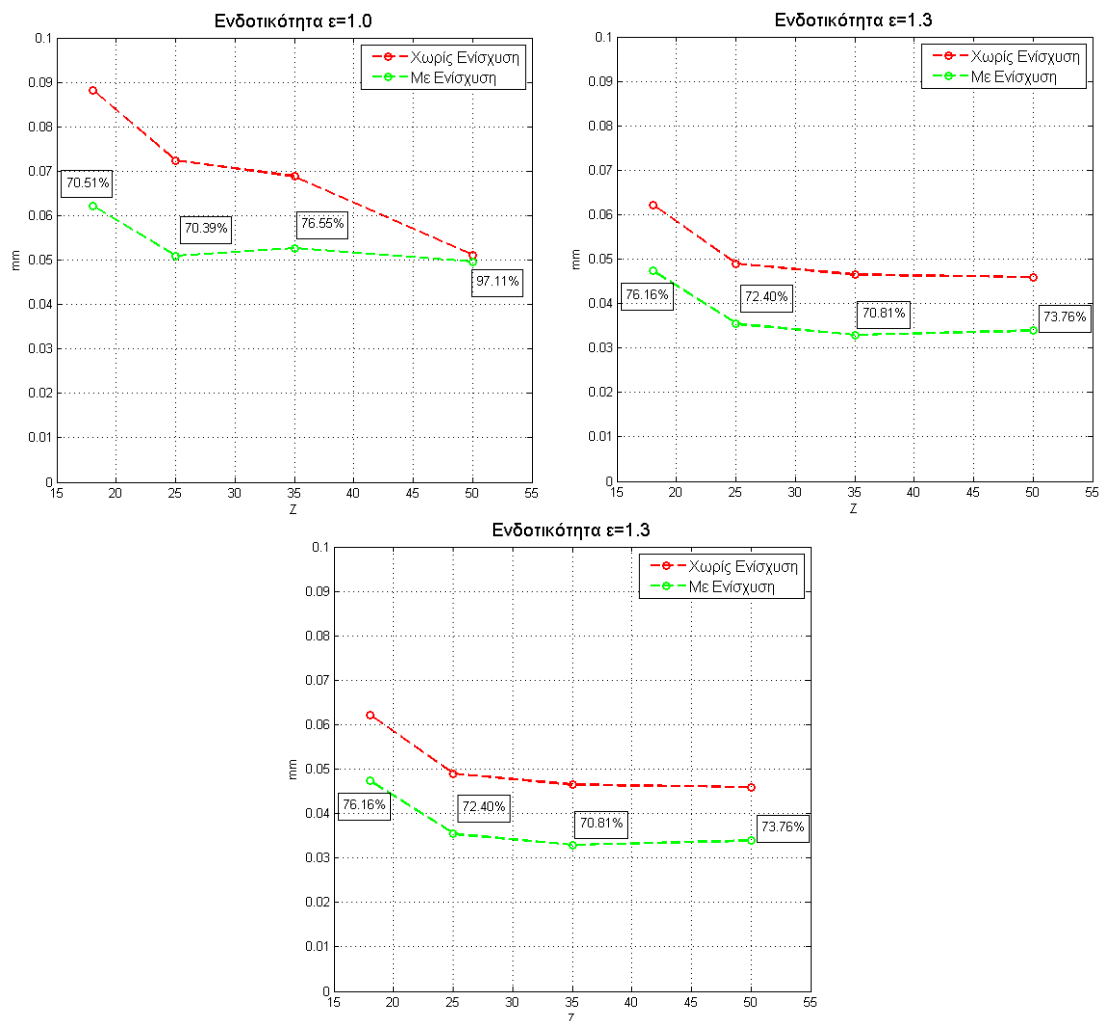
Από τα παρακάτω γραφήματα παρατηρείται ότι η μέγιστη τιμή τόσο της πρώτης όσο και της τρίτης κύριας τάσης, έχει ελαττωθεί κατά 60% κατά μέσο όρο για όλες τις περιπτώσεις γεωμετρίας των τροχών αυτών αλλά και φόρτισης, καθώς πλέον οι τροχοί καταπονούνται με μόλις το 40% της αρχικής τάσης κατά μέσο όρο. Το φαινόμενο αυτό είναι πιο χαρακτηριστικό στους τροχούς με μικρότερο αριθμό οδόντων, δηλαδή στον οδοντωτό τροχό με αριθμό οδόντων 18 και για μεγαλύτερους βαθμούς επικαλύψεως. Η μέγιστη μείωση της πρώτης κύριας τάσης, η οποία επιτυγχάνεται είναι για τον οδοντωτό τροχό με αριθμό οδόντων 18 και για βαθμό επικαλύψεως 1.8, όπου πλέον μετά την προσθήκη της ενίσχυσης η αναπτυσσόμενη τάση είναι το 32.32% της αρχικής. Μάλιστα για την ίδια ακριβώς περίπτωση επιτυγχάνεται και αποτελεσματική

μείωση της μέγιστης τιμής της τρίτης κύριας τάσης (32.60%). Η μέγιστη μείωση των θλιπτικών τάσεων, εμφανίζεται στον οδοντωτό τροχό με αριθμό οδόντων 50 και για βαθμό επικάλυψης 1.8, όπου ο τροχός καταπονείται με το 32.00% της αρχικής θλιπτικής τάσης.



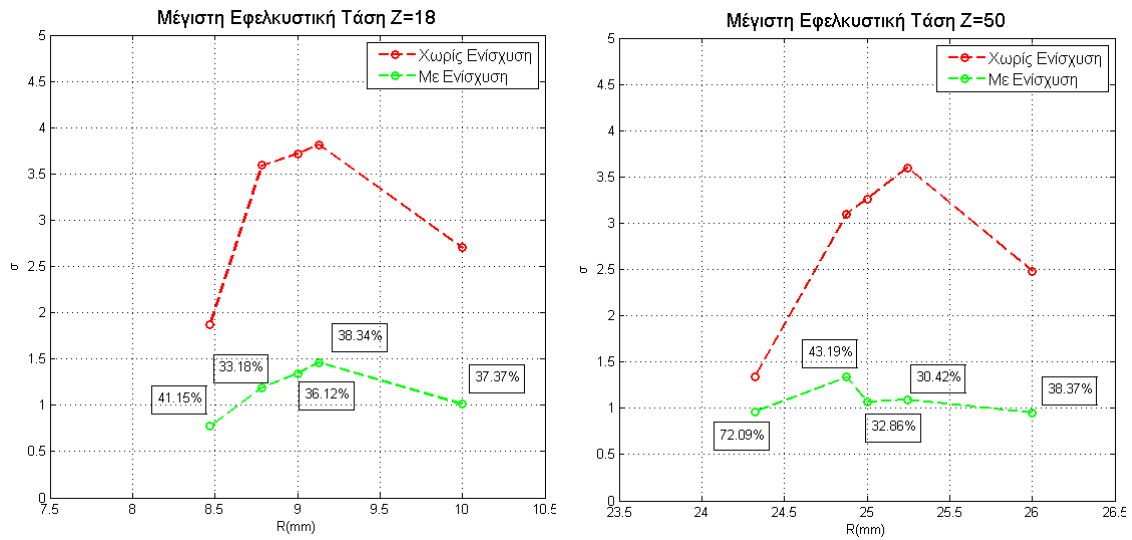
Σχήμα 5.2.1 Διαγράμματα μέγιστης εφελκυστικής τάσης (Αριστερά) και μέγιστης θλιπτικής τάσης (Δεξιά)

Ενίσχυση Πλαστικών Οδοντωτών Τροχών

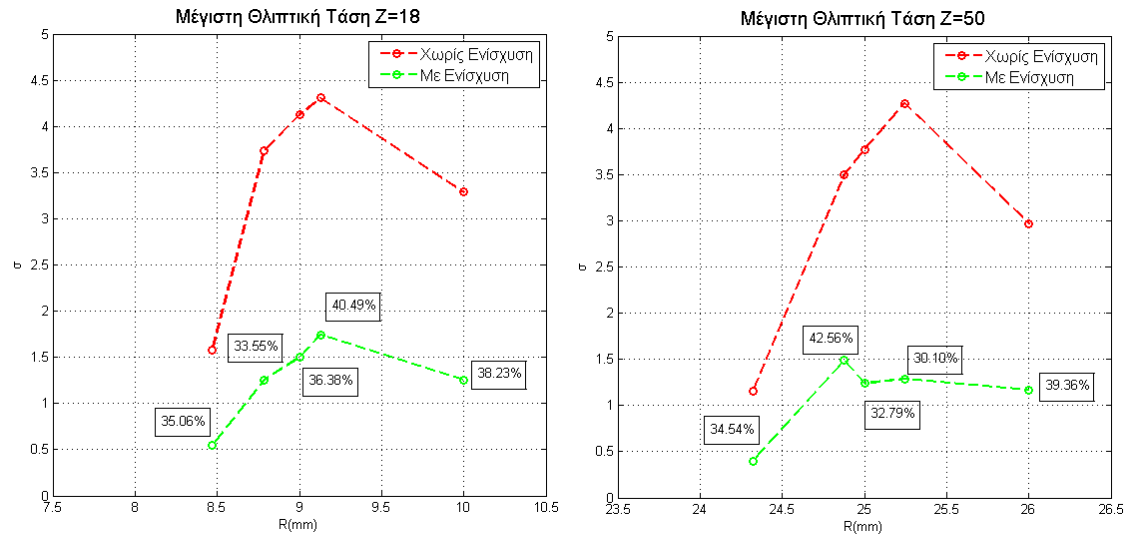


Σχήμα 5.2.2 Διαγράμματα μέγιστης τιμής ενδοτικότητας οδοντωτών τροχών

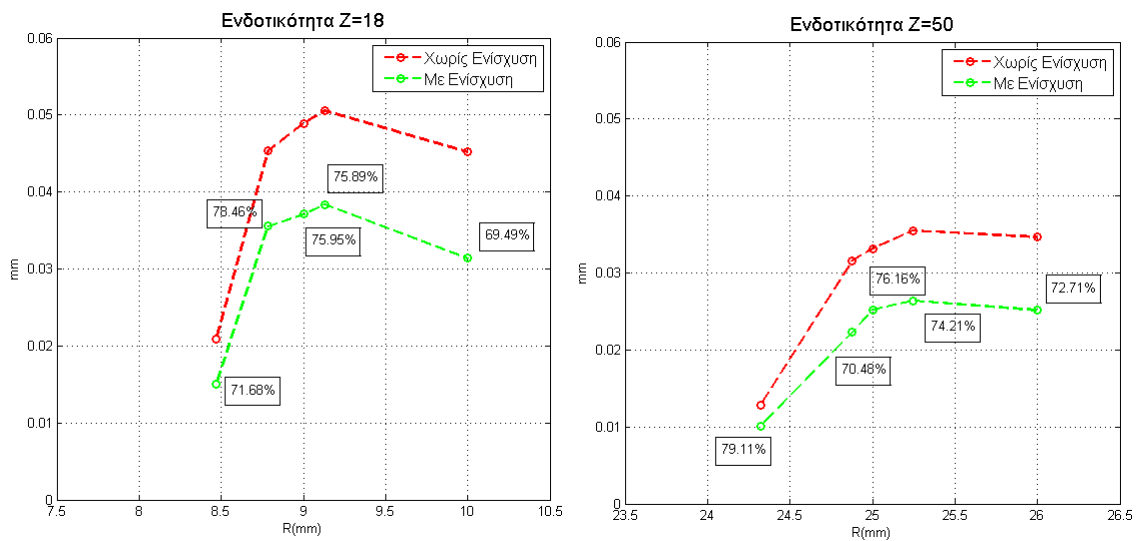
Ακολουθώς απεικονίζονται τα διαγράμματα των αποτελεσμάτων, τα οποία ελήφθησαν κατά τη συνεργασία των οδοντωτών τροχών με αριθμό οδόντων 18 και 50 αντιστοίχως, για τα πέντε διακριτά στιγμιότυπα λειτουργίας. Στα διαγράμματα αυτά, όπως και προηγουμένως, παρατηρείται, ότι η τάση, με την οποία καταπονείται ο οδοντωτός τροχός, μετά την προσθήκη της ενίσχυσης εφαιπτομενικά στην επικίνδυνη διατομή ποδός, ισούται με το 40% περίπου της αρχικής. Επομένως για το ίδιο φορτίο ο τροχός καταπονείται κατά 60% λιγότερο και σχεδόν ολόκληρη την καταπόνηση την παραλαμβάνει ο σπλισμός των ινών άνθρακα.



Σχήμα 5.2.3 Μέγιστη εφελκυστική τάση Z18 (Αριστερά) και Z50 (Δεξιά)



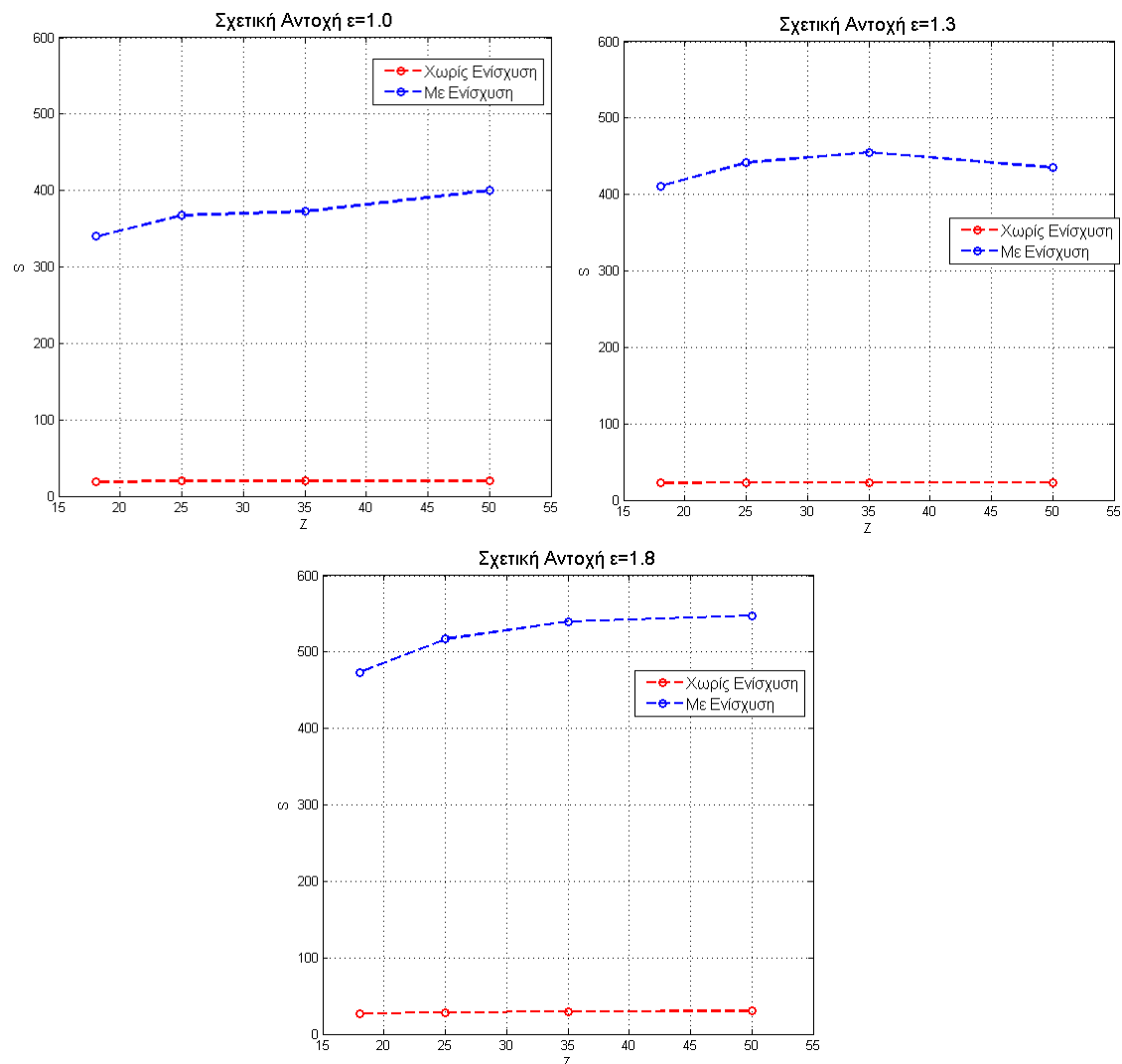
Σχήμα 5.2.4 Μέγιστη θλιπτική τάση Z18 (Αριστερά) και Z50 (Δεξιά)



Σχήμα 5.2.5 Μέγιστη τιμή ενδοτικότητας Z18 (Αριστερά) και Z50 (Δεξιά)

5.3 Σύγκριση Σχετικής Αντοχής

Στα ακόλουθα διαγράμματα παρίστανται η σχετική αντοχή των πλαστικών οδοντωτών τροχών πριν (κόκκινο χρώμα) και μετά (πράσινο χρώμα) τη προσθήκη του οπλισμού από ίνες άνθρακα. Όπως παρατηρούμε από τις αρχικές τιμές της σχετικής αντοχής η αντοχή του οδοντωτού τροχού σε εφελκυστικές τάσεις έχει αυξηθεί καθώς η τάση, υπό την οποία καταπονείται ο τροχός με την προσθήκη των ινών για το ίδιο φορτίο είναι κατά πολύ μικρότερη σε μέγεθος, όπως αποδείχθηκε και προηγουμένως αλλά και σε σχέση με την αντοχή του οδόντος είναι αμελητέα. Η αντοχή του όπως παρατηρούμε έχει γίνει 10 με 20 φορές μεγαλύτερη κατά μέσο όρο, επομένως ο οδοντωτός τροχός είναι σε θέση να καταπονηθεί με φορτίο μέτρου, μέχρι και 20 φορές μεγαλύτερο κατά μέσο όρο.



Σχήμα 5.3.1 Σχετική Αντοχή Οδοντωτών Τροχών Ανάλογα τον Βαθμό Επικάλυψης

5.4 Περαιτέρω Έρευνα

Στη παρούσα διπλωματική εργασία μελετήθηκε ενδελεχώς και παρουσιάστηκε η τεχνική, μέσω της οποίας όπως αποδείχθηκε είναι σε θέση να αυξηθεί κατά πολύ η αντοχή ενός πλαστικού οδοντωτού τροχού και επομένως και η ικανότητά του για παραλαβή και μεταφορά ισχύος. Η μελέτη αυτή ωστόσο αποτελεί το πρώτο βήμα, καθώς για την ολοκλήρωση του προϊόντος αυτού απαραίτητη κρίνεται η ανάλυση της αρχικής προέντασης, η οποία πρέπει να δοθεί στον σπλισμό, και τους τρόπους επίτευξής της, καθώς επίσης και να ερευνηθεί η μέθοδος κατασκευής του τροχού αυτού (καλούπι, χύτευση υλικού). Τέλος κρίνεται σκόπιμο να ελεγχθεί επίσης η συμπεριφορά των ενισχυμένων οδοντωτών τροχών και για φόρτιση εκτός του HPSTC, λαμβάνοντας χώρα ένα είδος βελτιστοποίησης ως προς τη γωνία κλίσης του ινώδους σπλισμού με τον άξονα συμμετρίας. Με την περάτωση των άνωθεν θα είναι δυνατή η κατασκευή ενός ενισχυμένου πλαστικού οδοντωτού τροχού.

Βιβλιογραφία

- [1] Θ.Ν Κωστόπουλος, «Οδοντώσεις και Μειωτήρες Στροφών», εκδόσεις Συμμεών, Αθήνα 1991
- [2] Δ. Μανωλάκος, εκπαιδευτικό υλικό μαθήματος «Εφαρμογές Προηγμένων Υλικών» <http://courseware.mech.ntua.gr/ml00001/>
- [3] Δ.Ι Παντελής, «Μη Μεταλλικά Τεχνικά Υλικά», εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα 2008
- [4] Γ.Τ. Τσαμασφύρος, «Μηχανική Παραμορφώσιμου Σώματος Ι», εκδόσεις Συμμετρία, Αθήνα 1991
- [5] *Ansys Help*
- [6] Wikipedia-the free encyclopedia, <http://en.wikipedia.org/wiki/Plastic>
- [7] T.N Costopoulos, V. Spitas, «Analytical Mechanics of Spur Gears, Proceedings of the 4th National Congress of Mechanics», Vol. 1, 187-194, Xanthi, Greece 1994
- [8] V. Spitas, C. Spitas, «Numerical and Experimental Comparative study of strength- optimised AGMA and FZG spur gears », Acta Mechanica 193, 113-126, 2007
- [9] Anthony E. Armenákas, «Advanced Mechanics of Materials and Applied of Elasticity», Taylor & Francis

[10] D. Tromans, «Elastic Anisotropy of HCP Metal Crystals and Polycrystals», Department of Materials Engineering, University of British Columbia, Vancouver BC, Canada, 2011

[11] T.N. Costopoulos, «Generalized Theory of Gearing and Tooth Stress», Proceedings of Ninth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, Vol. 1, p. 369, Milan, Italy, 1995.