



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΝΑΥΤΙΚΗΣ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΑΣ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Γεώργιος Παντελής

**Μοντελοποίηση Ρυθμού Φθοράς και
Βελτιστοποίηση Σχεδιασμού Ωστικών Εδράνων
με Υδροφοβικές Ιδιότητες**

Εξεταστική επιτροπή:

Επιβλέπων: Χρ. Παπαδόπουλος, Λέκτορας Ε.Μ.Π.

Μέλη: Λ. Καϊκτσης, Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Δ. Παντελής, Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Μάρτιος 2013

Ευχαριστίες

Ολοκληρώνοντας τις σπουδές μου με την παρούσα διπλωματική εργασία στη Σχολή Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών του Ε.Μ.Π., θα ήθελα να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου απέναντι στα άτομα που με βοήθησαν και με στήριξαν καθ' όλη τη διάρκεια της φοιτητικής μου διαδρομής.

Κατ' αρχάς θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου, η οποία μου έδωσε τη δυνατότητα να σπουδάσω και μου πρόσφερε, άνευ ανταλλαγμάτων, αμέριστη βοήθεια και υποστήριξη, τους φίλους και συμφοιτητές μου για τις εμπειρίες που μοιραστήκαμε, και την κοπέλα μου για τη συμπαράσταση και υπομονή της.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά από καρδιάς τον καθηγητή μου και επιβλέποντα της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας, κ. Χρήστο Παπαδόπουλο, χωρίς τις γνώσεις και την αμέριστη βοήθεια του οποίου η περάτωσή της θα ήταν αδύνατη. Αποτέλεσε πρότυπο συνεργάτη, καθηγητή και, πάνω από όλα, ανθρώπου. Τον ευχαριστώ, ειλικρινά, για όλα.

Ακόμη, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους κ. Λάμπρο Καϊκτσή, Παντελή Νικολακόπουλο και Ιωάννη Προυσαλίδη για τη διακριτική τους βοήθεια, όσον αφορά στη συμμετοχή μου στο συνέδριο ICEAF II.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Δημήτρη Φούφλια. Η καθοδήγηση του στη χρήση του υπολογιστικού πακέτου ANSYS υπήρξε καταλυτική, ενώ υποδειγματική ήταν η προθυμία του να προσφέρει, ανά πάσα στιγμή, κάθε βοήθεια.

Σύνοψη

Τα έδρανα αποτελούν βασικά μηχανολογικά στοιχεία, με μεγάλη συνεισφορά στη μείωση της τριβής και την αποφυγή της φθοράς των μηχανολογικών διατάξεων. Διακρίνονται σε (α) έδρανα κύλισης, τα οποία βασίζονται στη χρήση στοιχείων κύλισης μεταξύ των τριβομένων επιφανειών, και χαρακτηρίζονται από σχετικά περιορισμένη χρονική αντοχή, και (β) σε έδρανα ολίσθησης, τα οποία παραλαμβάνουν το φορτίο μέσω της ανάπτυξης υδροδυναμικής πίεσης σε λεπτό φιλμ λιπαντικού το οποίο δημιουργείται μεταξύ των τριβομένων επιφανειών, και παρουσιάζουν εξαιρετικά μικρούς ρυθμούς φθοράς και πολύ μεγάλη διάρκεια ζωής.

Στη Ναυτική Μηχανολογία, ένα από τα πλέον ενδιαφέροντα έδρανα ολίσθησης είναι το ωστικό έδρανο του προωστήριου άξονα. Αν και τα ωστικά έδρανα παρουσιάζουν πολύ μικρούς ρυθμούς φθοράς κατά τη λειτουργία τους, η φθορά τους δεν είναι αμελητέα. Η βασικότερη αιτία απώλειας υλικού είναι η εκτριβή, η οποία παρατηρείται κατά την εκκίνηση/διακοπή λειτουργίας του συστήματος. Η κλασικότερη μοντελοποίηση της φθοράς εκτριβής γίνεται μέσω της εξίσωσης του Archard. Σε κάθε περίπτωση, ο στόχος κατά τη βελτιστοποίηση των χαρακτηριστικών λειτουργίας ωστικών εδράνων είναι η μεγιστοποίηση της ικανότητας παραλαβής φορτίου και, συγχρόνως, η ελαχιστοποίηση του ρυθμού φθοράς τους. Ένας νέος και πρωτοποριακός τρόπος βελτίωσης της απόδοσης των εδράνων ολίσθησης είναι μέσω κατάλληλης τροποποίησης τμήματος των τριβομένων επιφανειών, ώστε να αποκτήσουν υδροφοβικές ιδιότητες.

Στην παρούσα εργασία, παρουσιάζεται μια υπολογιστική μελέτη βελτιστοποίησης των χαρακτηριστικών λειτουργίας ωστικών εδράνων (ικανότητας παραλαβής φορτίου / ρυθμού φθοράς), για έδρανα στα οποία τμήμα της επιφάνειας του πέλματος έχει υδροφοβικές ιδιότητες. Ως αίτιο για τη φθορά των εδράνων λαμβάνεται η πίεση που αναπτύσσεται κατά τη λειτουργία, λόγω του φαινομένου της υδροδυναμικής λίπανσης. Η προσομοίωση του εδράνου γίνεται μέσα από τη θεώρηση ενός δισδιάστατου υπολογιστικού μοντέλου, και τη χρήση μεθόδων Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής (CFD). Η βελτιστοποίηση πραγματοποιείται με σύζευξη του κώδικα CFD με λογισμικό βελτιστοποίησης βασισμένο σε γενετικούς αλγορίθμους. Συγκεκριμένα, διατυπώνεται ένα πολυκριτηριακό πρόβλημα βελτιστοποίησης της γεωμετρίας του εδράνου με αντικειμενικές συναρτήσεις τη μεγιστοποίηση της ικανότητας παραλαβής φορτίου και την ελαχιστοποίηση του μέγιστου ρυθμού φθοράς στην επιφάνεια του πέλματος του εδράνου. Στη συνέχεια, προσδιορίζεται και αναλύεται το τελικό σύνολο των κατά Pareto βέλτιστων λύσεων.

Abstract

Bearings are primary machine elements, which contribute greatly towards friction and wear reduction of mechanical systems. They are classified into two categories: (a) rolling-element bearings, which are based on the use of rolling elements between the rubbing surfaces, and are characterized by relatively limited endurance, and (b) fluid-film bearings, which support the load by developing hydrodynamic pressure in a thin film of lubricant which is generated between the rubbing surfaces, and are known to exhibit extremely small wear rates and very long lifespan.

In the field of Marine Engineering, one of the most interesting fluid-film bearings is the main thrust bearing of the propulsion shafting system. Although fluid-film bearings are known to exhibit very low wear rates during operation, the wear they suffer is not negligible. The main reason of material loss is abrasion, which occurs during the periods of system startup/shutdown. Abrasive wear can be successfully modeled through the use of the well-known Archard Law. In the process of optimizing the operating characteristics of thrust bearings, the main objectives are to maximize load capacity, and to simultaneously minimize wear rate. A new and pioneering way to improve the performance of fluid-film bearings is through the use of hydrophobic properties in part of the rubbing surfaces.

In the present work, a computational optimization study of the operational characteristics (load capacity/wear rate) of thrust bearings is presented, for bearings which have hydrophobic properties on part of their pads' surface. The hydrodynamic oil pressure developed during operation is considered as the main reason of bearing wear. Bearing simulation is realized through consideration of a two-dimensional computational model, and the use of Computational Fluid Dynamics (CFD) methods. Optimization is carried out by coupling the CFD code with optimization tools based on genetic algorithms. Specifically, a multiobjective optimization problem is expressed, with the maximization of load capacity and the minimization of maximum wear rate of the pad surfaces being the objective functions. A final set of Pareto-optimal solutions is identified and analyzed.

Πίνακας Περιεχομένων

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ	2
ΣΥΝΟΨΗ	3
ABSTRACT	4
ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ	5
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ	7
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΥΜΒΟΛΩΝ	10
1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	12
1.1. Σημασία των Ωστικών Εδράνων στις Μηχανολογικές Εγκαταστάσεις	12
1.2. Βιβλιογραφική Επισκόπηση	13
1.3. Αντικείμενο της Παρούσας Εργασίας - Προεπισκόπηση Κεφαλαίων	15
2. ΩΣΤΙΚΑ ΈΔΡΑΝΑ ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΛΙΠΑΝΣΗΣ ..	17
2.1. Αρχές Λειτουργίας Ωστικών Εδράνων – Ναυτικές Εφαρμογές	17
2.2. Θεωρία Υδροδυναμικής Λίπανσης	21
2.3. Υδροφοβικές Ιδιότητες Επιφανειών – Τριβολογικές Εφαρμογές	34
2.4. Θεωρία Φθοράς	36
2.5. Γενετικοί Αλγόριθμοι – Πολυκριτηριακή Βελτιστοποίηση	47
3. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ – ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	52
3.1. Βελτιστοποίηση Χαρακτηριστικών Λειτουργίας Ωστικών Εδράνων	52
3.1.1. Γεωμετρία Εδράνου / Εξισώσεις / Οριακές και αρχικές Συνθήκες	52
3.1.2. Μοντελοποίηση Υδροφοβικών Επιφανειών	56

3.1.3. Μοντελοποίηση Φθοράς.....	57
3.1.4. Πιστοποίηση του Αριθμητικού Μοντέλου.....	61
3.1.5. Βελτιστοποίηση και Ανάλυση Αποτελεσμάτων.....	62
3.2. Εκτίμηση Ρυθμού Φθοράς σε Συνθήκες Ξηρής Τριβής.....	75
3.2.1. Γεωμετρία Εδράνου / Εξισώσεις / Οριακές και αρχικές Συνθήκες.....	75
3.2.2. Μοντελοποίηση Φθοράς.....	78
3.2.3. Πιστοποίηση του Αριθμητικού Μοντέλου.....	79
3.2.4. Παρουσίαση Ενδεικτικού Παραδείγματος	83
4. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	86
5. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	89

Κατάλογος Σχημάτων

- Σχ. 1.** (a) Απεικόνιση ωστικού εδράνου με σταθερά πέλματα. Γεωμετρία υδροδυναμικής σφήνας [14]. (b) Φωτογραφία τυπικού ωστικού εδράνου με έξι πέλματα..... 18
- Σχ. 2.** Δημιουργία υδροδυναμικής πίεσης. Η άνω επιφάνεια κινείται οριζόντια με ταχύτητα U , ενώ η κάτω επιφάνεια είναι ακίνητη. Το παραγόμενο προφίλ ταχύτητας εξαρτάται από την τοπική παράγωγο της πίεσης. 23
- Σχ. 3.** (a) Ισοζύγιο δυνάμεων σε στοιχειώδη όγκο $dx dy dz$ του ρευστού. (b) Συνέχεια της ροής σε στοιχειώδη στήλη του ρευστού. 25
- Σχ. 4.** Ανάλυση του προφίλ της ταχύτητας u του ρευστού κατά τον άξονα x 27
- Σχ. 5.** Η συμπεριφορά του συντελεστή τριβής συναρτήσει του αριθμού Stribeck ([17]). 33
- Σχ. 6.** (a) Συνθήκη μη-ολίσθησης στη διεπιφάνεια ρευστού-στερεού (b) Μοντέλο σταθερού μήκους ολίσθησης του Navier για τον υπολογισμό της ταχύτητας ολίσθησης ρευστού. 35
- Σχ. 7.** Σύστημα συντεταγμένων κατά την άσκηση δύναμης F σε ελαστικό ημι-χώρο. 42
- Σχ. 8.** Ελαστική επαφή μεταξύ άκαμπτης σφαίρας ακτίνας R και ελαστικού ημι-χώρου. d είναι η μέγιστη μετατόπιση σημείου του ημι-χώρου. 44
- Σχ. 9.** Μέτωπο Pareto προβλήματος με δύο αντικειμενικές συναρτήσεις F_1, F_2 . Τα πλήρη (κόκκινα) σημεία αποτελούν μη-κυριαρχούμενες λύσεις ενώ τα λευκά σημεία κυριαρχούμενες λύσεις. Η διακεκομμένη γραμμή είναι το μέτωπο Pareto, και σχηματίζεται από το σύνολο των μη-κυριαρχούμενων λύσεων. 51
- Σχ. 10.** (a) Τυπικό ωστικό έδρανο με έξι πέλματα και αυλακώσεις για την παροχή λιπαντικού μέσου. (b) Δισδιάστατο γεωμετρικό μοντέλο του λιπαντικού φιλμ σε πέλμα ωστικού εδράνου. L : μήκος πέλματος, k_1, k_2 : λόγοι σύγκλισης, L_1 : μήκος τμήματος με λόγο σύγκλισης k_1 , H_1 : πάχος λιπαντικού στην είσοδο, H_0 : πάχος λιπαντικού στην έξοδο, H_2 : πάχος λιπαντικού στη θέση αλλαγής κλίσης L_s : μήκος υδροφοβικού τμήματος. 53
- Σχ. 11.** Μοντελοποίηση αυλακώσεων: (a) Λιπαντικό φιλμ χωρίς αυλάκωση. (b) Λιπαντικό φιλμ με το ήμισυ της αυλάκωσης στην αναρρόφηση και την κατάθλιψη του λαδιού. (c) Αλληλουχία τριών πελμάτων με τις αντίστοιχες αυλακώσεις. 54

- Σχ. 12.** Άθικτη και φθαρμένη γεωμετρία, και αντίστοιχες κατανομές της πίεσης για: (α) έδρανο τύπου taper-land με βέλτιστη γεωμετρία [17] (β) παράλληλο έδρανο με υδροφοβικές ιδιότητες σε τμήμα του στάτορα ($l_s=0.7$, $b^*=10$)..... 60
- Σχ. 13.** Σύγκριση αποτελεσμάτων υπολογισμού αδιάστατης κατανομής πίεσης συναρτήσει της αδιάστατης διαμήκου θέσεως για: (α) παράλληλο ολισθητή με μοναδική κοιλότητα και υδροφοβικές ιδιότητες σε τμήμα του στάτορα (β) συγκλίνοντα ολισθητή με εμπρόσθια και οπίσθια περιοχή αυλακώσεως..... 61
- Σχ. 14.** Σχηματική αναπαράσταση του αλγορίθμου βελτιστοποίησης..... 63
- Σχ. 15.** Αποτελέσματα βελτιστοποίησης για διαφορετικές τιμές του b^* και τα αντίστοιχα μέτωπα Pareto..... 65
- Σχ. 16.** Κατανομή πίεσης στον ρότορα, και γεωμετρία της επιφάνειας του στάτορα σε διάφορες καταστάσεις φθοράς για σχεδιασμούς εδράνων που αντιστοιχούν στα σημεία του δεξιού άκρου των μετώπων Pareto του **Σχ. 15**. Η κόκκινη διακεκομμένη γραμμή καταδεικνύει το υδροφοβικό τμήμα του στάτορα, στις περιπτώσεις με $b^* \neq 0$ 67
- Σχ. 17.** Άθικτη γεωμετρία των εδράνων που αντιστοιχούν στα Σημεία 1-4 του **Σχ. 15d**. Η κόκκινη διακεκομμένη γραμμή υποδεικνύει το υδροφοβικό τμήμα του στάτορα. 68
- Σχ. 18.** Μέση αδιάστατη κατανομή πίεσης στον ρότορα των εδράνων που αντιστοιχούν στα σημεία 1-4 του **Σχ. 15d**..... 68
- Σχ. 19.** Ανάλυση ευαισθησίας των μεταβλητών σχεδίασης k_1 , k_2 , l_1 , l_s της βέλτιστης λύσης για $b^* = 10$ (**Σχ. 15d**, δεξί άκρο του μετώπου Pareto). 69
- Σχ. 20.** Σχεδίαση εδράνου που αντιστοιχεί στο δεξί άκρο του μετώπου Pareto του **Σχ. 15a**, για $b^*=0$. Προφίλ ταχύτητας στις θέσεις $0.2L$, $0.5L$ και $0.8L$ 71
- Σχ. 21.** Σχεδίαση εδράνου που αντιστοιχεί στο δεξί άκρο του μετώπου Pareto του **Σχ. 15b**, για $b^*=0.1$. Προφίλ ταχύτητας στις θέσεις $0.2L$, $0.5L$ και $0.8L$ 72
- Σχ. 22.** Σχεδίαση εδράνου που αντιστοιχεί στο δεξί άκρο του μετώπου Pareto του **Σχ. 15c**, για $b^*=1$. Προφίλ ταχύτητας στις θέσεις $0.2L$, $0.5L$ και $0.8L$ 73
- Σχ. 23.** Σχεδίαση εδράνου που αντιστοιχεί στο δεξί άκρο του μετώπου Pareto του **Σχ. 15d**, για $b^*=10$. Προφίλ ταχύτητας στις θέσεις $0.2L$, $0.5L$ και $0.8L$ 74
- Σχ. 24.** Γεωμετρικό μοντέλο δισδιάστατου ωστικού εδράνου για εκτίμηση ρυθμού φθοράς λόγω ξηρής τριβής..... 77

- Σχ. 25.** Μετατοπίσεις κατά την ελαστική επαφή Hertz παράλληλων κυλίνδρων απείρου μήκους, για διαφορετικά ασκούμενα φορτία. .. 82
- Σχ. 26.** Μήκος επαφής και αναπτυσσόμενη πίεση κατά την ελαστική επαφή Hertz παράλληλων κυλίνδρων απείρου μήκους, για διαφορετικά ασκούμενα φορτία. 83
- Σχ. 27.** Σχηματική αναπαράσταση του αλγορίθμου βελτιστοποίησης για προσέγγιση φθοράς μέσω εκτριβής. 84
- Σχ. 28.** Γεωμετρία της επιφάνειας του στάτορα σε διάφορες καταστάσεις φθοράς λαμβάνοντας υπόψη την προσέγγιση της εκτριβής. 85
- Σχ. 29.** Μεταβολή του H_{min} συναρτήσει του δ_0^* , για σταθερό φορτίο $W=300N/m$ 85

Κατάλογος Συμβόλων

b, b^*	μήκος ολίσθησης [m] αδιάστατο μήκος ολίσθησης : $b^* = b/H_{min}$
B, B^*	πλάτος εδράνου [m], λόγος πλάτους προς μήκος εδράνου: $B^* = B/L$
d	κανονικοποιημένος ρυθμός φθοράς: $d = \frac{d\delta_0^*}{dt^*k^*}$
D_g, d_g	βάθος αυλάκωσης [m], αδιάστατο βάθος αυλάκωσης: $d_g = D_g/L$
D_r	ύψος ρότορα [m]
D_s	ύψος στάτορα [m]
E	μέτρο ελαστικότητας Young [Pa]
f	συντελεστής τριβής: $f = F_f/W$
F	δύναμη [N]
F_f	δύναμη τριβής [N]
$h(x)$	πάχος λιπαντικού [m]
H	σκληρότητα υλικού [Pa]
H_0, H_1, H_2	πάχος λιπαντικού στην είσοδο, στην έξοδο, στη θέση αλλαγής κλίσης [m]
H_{min}	ελάχιστο πάχος λιπαντικού [m]: $H_{min} = \min (H_0, H_1, H_2)$
k, K	συντελεστής φθοράς [Pa^{-1}], αδιάστατος συντελεστής φθοράς: $K=kH$
k^*	κανονικοποιημένος συντελεστής φθοράς [Pa^{-1}]: $k^* \equiv k \frac{\rho U^2 L}{Re H_{min}}$
k_1, k_2	λόγοι σύγκλισης: $k_1=(H_1-H_0)/H_0, k_2 = (H_2-H_0)/H_0$
L, l	μήκος πέλματος [m], αδιάστατο μήκος πέλματος : $l=L/ H_{min}$
L_1, l_1	μήκος τμήματος με λόγο σύγκλισης k_1 [m], αδιάστατο μήκος τμήματος με λόγο συγκλίσεως k_1 : $l_1= L_1/L$
L_g, l_g	μήκος αυλάκωσης [m], αδιάστατο μήκος αυλάκωσης: $l_g = L_g/L$

L_s, l_s	μήκος υδροφοβικού τμήματος [m] αδιάστατο μήκος υδροφοβικού τμήματος : $l_s = L_s/L$
p	πίεση [Pa]
p^*	αδιάστατη πίεση : $p^* = \frac{P}{U^2 \rho} Re \frac{H_{min}}{L}$
q_x, q_y	ρυθμός εισροής ρευστού ανά μονάδα μήκους / πλάτους [m ² /s]
Q_x, Q_y	ροή ρευστού κατά μήκος, πλάτος εδράνου [m ³ /s]
Re	αδιάστατος αριθμός Reynolds : $Re = \rho U H_{min} / \eta$
s	απόσταση ολίσθησης [m]
t, t^*	χρόνος [s], αδιάστατος χρόνος : $t^* = tU / H_{min}$
u, u^*	ταχύτητα ρευστού κατά τον άξονα x, αδιάστατη ταχύτητα $u^* = u/U$
u_s	ταχύτητα ολίσθησης στη διεπιφάνεια ρευστού-στερεού [m/s] : $u_s = (\tau - \tau_c)^* (b/\eta)$
U	ταχύτητα ρότορα κατά τον άξονα x [m/s]
v	ταχύτητα ρευστού κατά τον άξονα y
V	κατακόρυφη ταχύτητα ρότορα [m/s]
w_0, w_h	κατακόρυφη ταχύτητα πυθμένα στήλης, κορυφής στήλης ρευστού [m/s]
W	ικανότητα παραλαβής φορτίου [N],
W^*	αδιάστατη ικανότητα παραλαβής φορτίου: $W^* = \frac{W}{\eta U B} \left(\frac{H_{min}}{L} \right)^2$
x^*	αδιάστατη συντεταγμένη x: $x^* = x/L$
y^*	αδιάστατη συντεταγμένη y: $y^* = y/H_{min}$
δ_0, δ_0^*	βάθος φθοράς [m], αδιάστατο βάθος φθοράς $\delta_0^* = \delta_0/H_{min}$
δ_s^*	μέγιστο αδιάστατο βάθος φθοράς της επιφάνειας του στάτορα σε κάθε κατάσταση φθοράς
η	δυναμικό ιξώδες ρευστού [Pa s]
ρ	πυκνότητα ρευστού [kg/m ³]
τ_{cr}, τ_{cr}^*	κρίσιμη διατμητική τάση ολίσθησης [Pa], αδιάστατη κρίσιμη διατμητική τάση ολίσθησης $\tau_{cr}^* = \tau_{cr} (H_{min}/\eta U)$
T_x, T_y	διατμητική τάση κατά τον άξονα x, κατά τον άξονα y [Pa]

1. Εισαγωγή

1.1. Σημασία των Ωστικών Εδράνων στις Μηχανολογικές Εγκαταστάσεις

Από την απαρχή της ευρείας χρήσης των πάσης φύσεως μηχανών και μηχανολογικών εξαρτημάτων στη βιομηχανική αλλά και στη γενικότερη ανθρώπινη δραστηριότητα, δημιουργήθηκαν οι ανάγκες, αφενός για ελαχιστοποίηση της φθοράς λόγω των καταπονήσεων, αφετέρου για αποτελεσματική μετάδοση της κίνησης μεταξύ συνεργαζόμενων μηχανολογικών υποσυστημάτων, με ταυτόχρονο περιορισμό των ανεπιθύμητων κινήσεων και ελαχιστοποίηση των απωλειών ισχύος λόγω τριβών.

Η απάντηση στους παραπάνω προβληματισμούς ήταν η επινόηση ενός από τα βασικότερα στοιχεία μηχανών, του εδράνου. Ήδη από τον 15^ο αιώνα, ο Leonardo Da Vinci, στα πρώιμα μηχανολογικά σχέδια του, είχε αναγνωρίσει τη σημασία των εδράνων στη λειτουργία των μηχανολογικών εγκαταστάσεων. Δεν ήταν όμως παρά το 1794 όταν επικυρώθηκε η πρώτη πατέντα για έδρανο – συγκεκριμένα ο Philip Vaughan είναι ο δημιουργός πίσω από το πρώτο ρουλεμάν της Ιστορίας.

Εν συνεχεία, η χρήση των εδράνων σταδιακά γενικεύτηκε σε όλους τους σπουδαίους τομείς της μηχανικής, αλλά και σε όχι τόσο προφανείς εφαρμογές όπως η ωρολογοποιία και τα αλεστικά μηχανήματα. Ήταν πασιφανές πια ότι ο προσεκτικός σχεδιασμός και η κατασκευή αξιόπιστων αυτόνομων εδράνων ήταν απαραίτητες προϋποθέσεις για τη σύνδεση μηχανικών μερών με σχετική κίνηση μεταξύ τους, οδηγώντας σε μείωση τριβής και φθοράς.

Λαμβάνοντας υπόψη ότι σε περιστρεφόμενους άξονες μπορούν να ασκούνται εγκάρσια (ακτινικά) ή/και ωστικά (αξονικά) φορτία, είναι απαραίτητη η χρήση αξονικών και ακτινικών εδράνων για την παραλαβή τους. Τα έδρανα, ανάλογα με τον τρόπο σχεδιασμού και λειτουργίας, διακρίνονται σε έδρανα κύλισης και έδρανα ολίσθησης. Χαρακτηριστικό παράδειγμα ακτινικού εδράνου κύλισης είναι το διαδεδομένο ακτινικό ρουλεμάν. Από την άλλη, το πλέον γνωστό παράδειγμα αξονικού εδράνου ολίσθησης είναι το ωστικό έδρανο του πλοίου.

Στη Ναυτική Μηχανολογία, το ωστικό έδρανο του συστήματος πρόωσης είναι εξαιρετικά σημαντικό: παραλαμβάνει την ώση που δημιουργείται από την περιστροφή της έλικας, και τη μεταφέρει στη γάστρα του πλοίου, πετυχαίνοντας την κίνησή του. Η σχεδιάσή του

πρέπει να είναι τέτοια ώστε να παρουσιάζει μικρούς ρυθμούς φθοράς, να παρέχει απόσβεση σε αξονικές ταλαντώσεις λόγω χρονικά μεταβαλλόμενων αξονικών φορτίων από την έλικα του πλοίου, και να παρέχει μεγάλη αξιοπιστία κατά τη λειτουργία, με ελαχιστοποίηση των αναγκών συντήρησης και επισκευής.

Συμπερασματικά, η τριβή και η φθορά είναι σημαντικές παράμετροι για την επιτυχή λειτουργία των εδράνων. Η επιστημονική κοινότητα έχει ήδη διαπιστώσει ότι, σε αυτόν τον τομέα, τα έδρανα ολίσθησης παρουσιάζουν καλύτερα χαρακτηριστικά από τα έδρανα κύλισης, με πολύ μικρούς ρυθμούς φθοράς και πολύ μεγαλύτερη αξιοπιστία κατά τη λειτουργία.

1.2. Βιβλιογραφική Επισκόπηση

Η φθορά είναι ιδιαίτερα σημαντική σε μηχανολογικές διατάξεις, ιδιαίτερα όταν αυτές υπόκεινται σε δυναμικά φορτία, δεδομένου ότι επηρεάζει τη λειτουργικότητα του μηχανολογικού συνόλου. Στα ωστικά έδρανα, υψηλοί ρυθμοί φθοράς οδηγούν σε ταχεία επιδείνωση του βαθμού απόδοσης, και σε μείωση της αναμενόμενης διάρκειας ζωής (ή του χρόνου μεταξύ διαδοχικών εργασιών συντήρησης), με επακόλουθο την αύξηση της καταναλισκόμενης ενέργειας τριβής και την προσθήκη του κόστους αυξημένης συντήρησης ή αντικατάστασης.

Η επίλυση του προβλήματος υδροδυναμικής λίπανσης σε έδρανα ολίσθησης μπορεί να γίνει είτε με επίλυση της εξίσωσης Reynolds, η οποία προκύπτει από τις εξισώσεις Navier-Stokes, με κατάλληλες απλοποιήσεις, είτε με απευθείας επίλυση των εξισώσεων Navier-Stokes, με χρήση κάποιου κώδικα Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής (CFD). Γενικά, η ύπαρξη συγκλίνουσας γεωμετρίας και η δημιουργία υδροδυναμικής σφήνας οδηγούν σε αύξηση της πίεσης του λιπαντικού μέσου, με αποτέλεσμα την απομάκρυνση των τριβόμενων μερών, με μείωση του συντελεστή τριβής και του ρυθμού φθοράς τους. Η χρήση της εξίσωσης Reynolds δίνει, γενικά, ικανοποιητικά αποτελέσματα για προβλήματα υδροδυναμικής λίπανσης στα οποία οι συνεργαζόμενες επιφάνειες έχουν απλή γεωμετρία, και οι ταχύτητες περιστροφής είναι μικρές. Τελευταία, έχει αποδειχθεί ότι η ύπαρξη κατάλληλης τεχνητής επιφανειακής τραχύτητας σε τμήμα του πέλματος ενός ωστικού εδράνου συνεισφέρει στην ανάπτυξη πίεσης στο λιπαντικό, και μπορεί να οδηγήσει σε βελτίωση της λειτουργίας του [2]. Η μοντελοποίηση τέτοιων προβλημάτων με χρήση της εξίσωσης Reynolds πρέπει να γίνεται με προσοχή, διότι η γεωμετρία της τραχύτητας και ο τοπικός αριθμός Reynolds επηρεάζουν την ακρίβεια των αποτελεσμάτων [3]. Στη βιβλιογραφία έχουν παρουσιαστεί εργασίες στις οποίες

πραγματοποιήθηκε βελτιστοποίηση της θέσης και της γεωμετρίας της τραχύτητας με χρήση κώδικα CFD [4],[5]. Τα αποτελέσματά τους καταδεικνύουν τη δυνατότητα αύξησης της ικανότητας φόρτισης και μείωσης του συντελεστή τριβής με κατάλληλη σχεδίαση της τραχύτητας του πέλματος του εδράνου.

Οι Ma et al. [6] έδειξαν ότι σε ωστικά έδρανα, με χρήση πελμάτων στα οποία τμήμα της επιφάνειας έχει υδροφοβικές ιδιότητες, μπορεί να επιτευχθεί μεγάλη μείωση του συντελεστή τριβής. Για δισδιάστατα έδρανα, το βέλτιστο μήκος της επιφάνειας του πέλματος που πρέπει να σχεδιαστεί με υδροφοβικές ιδιότητες δεν είναι προφανές εξαρχής, αλλά αποτελεί μια πολύ σημαντική παράμετρο για τη βελτιστοποίηση της απόδοσης του εδράνου, όσον αφορά στον συντελεστή τριβής και στην ικανότητα παραλαβής φορτίου. Επιπρόσθετα, όπως τονίστηκε από τους Wu et al. [7], σε πέλματα με υδροφοβικές ιδιότητες, η απαραίτητη υδροδυναμική πίεση μπορεί να παραχθεί ακόμα και για παράλληλες ή αποκλίνουσες επιφάνειες του ρότορα και του στάτορα (πέλματος) χωρίς την ανάγκη δημιουργίας συγκλίνουσας γεωμετρίας. Βασικό χαρακτηριστικό των επιφανειών με υδροφοβικές ιδιότητες είναι η ύπαρξη συνθήκης ολίσθησης του ρευστού πάνω στην επιφάνεια του στερεού συνόρου (σε αντιδιαστολή με τη γνωστή συνθήκη μη ολίσθησης η οποία χρησιμοποιείται κατά κόρον στη ρευστομηχανική). Οι Spikes et al. [8] πρότειναν ένα απλό μοντέλο πρόβλεψης της ταχύτητας ολίσθησης του ρευστού (σχετική ταχύτητα του ρευστού ως προς το στερεό σύνορο στη διεπιφάνεια ρευστού-στερεού). Σύμφωνα με το μοντέλο αυτό, η ταχύτητα ολίσθησης εξαρτάται από το μήκος ολίσθησης (slip length) της επιφάνειας, και την τοπική τιμή των διατμητικών τάσεων στη διεπιφάνεια στερεού-ρευστού.

Στην πλειοψηφία των εργασιών της διεθνούς βιβλιογραφίας έχουν χρησιμοποιηθεί μοντέλα στα οποία λαμβάνεται υπόψη μόνο η δημιουργούμενη γεωμετρία μεταξύ στάτορα και ρότορα (περιοχή της υδροδυναμικής σφήνας), και ως εκ τούτου αγνοείται η επίδραση των αυλακώσεων που χρησιμοποιούνται για τη συγκέντρωση του λιπαντικού ρευστού, πριν την είσοδο και μετά την έξοδό του από κάθε πέλμα. Μία από τις πρώτες εργασίες στις οποίες ελήφθη υπόψη η επίδραση της αυλάκωσης έγινε από τους Zhang και Rodkewicz [9]. Στην εργασία αυτή αποδείχθηκε ότι το βάθος και το μήκος της αυλάκωσης δεν επηρεάζουν σημαντικά τα χαρακτηριστικά λειτουργίας του εδράνου. Σε ακόλουθη εργασία, οι Cupillard et al. παγίωσαν τις προτεινόμενες διαστάσεις της αυλάκωσης [2], ώστε τα αποτελέσματα να προσεγγίζουν περισσότερο τις πειραματικές μετρήσεις.

Η προσομοίωση της φθοράς είναι, γενικά, ένα εξαιρετικά δύσκολο και περίπλοκο υπολογιστικό πρόβλημα. Για να επιτευχθεί

ικανοποιητική ακρίβεια, είναι απαραίτητη η δημιουργία πολύ πυκνού πλέγματος, και η επαναδημιουργία του κατά τη διάρκεια της ανάλυσης ώστε να προσεγγίζεται ικανοποιητικά η επίδραση της φθοράς στη γεωμετρία [10]. Επιπλέον, λόγω περιορισμών οι οποίοι τίθενται από τη διαθέσιμη υπολογιστική ισχύ, συνήθως το πρόβλημα του υπολογισμού των παραμέτρων λειτουργίας μηχανολογικών συστημάτων με φθορά λύνεται σε δύο διαφορετικές χρονικές κλίμακες. Συγκεκριμένα, για κάποια κατάσταση φθοράς, υπολογίζεται η απόκριση του συστήματος και εκτιμάται εκ νέου ο ρυθμός φθοράς του. Στη συνέχεια, υποτίθεται παρέλευση χρονικού διαστήματος με σταθερό ρυθμό φθοράς, υπολογίζεται η συνολική φθορά στο διάστημα αυτό, τροποποιείται κατάλληλα η γεωμετρία και επανυπολογίζεται η απόκριση του (φθαρμένου) συστήματος. Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται έως κάποιο προδιαγεγραμμένο επίπεδο συνολικής φθοράς, πέρα από το οποίο η λειτουργία του συστήματος γίνεται προβληματική [11].

Στην παρούσα εργασία πραγματοποιείται βελτιστοποίηση των χαρακτηριστικών σχεδίασης ωστικών εδράνων στα οποία τμήμα του πέλματος έχει υδροφοβικές ιδιότητες, λαμβάνοντας υπόψη τη φθορά, και την επίδρασή της στη λειτουργία του εδράνου. Παραμέτρους σχεδίασης αποτελούν η γεωμετρία της υδροδυναμικής σφήνας, το μήκος του στάτορα το οποίο έχει υδροφοβικές ιδιότητες και το μήκος ολίσθησης (slip length) του τμήματος αυτού. Η φθορά λαμβάνεται υπόψη με χρήση της εξίσωσης του Archard [1], υποθέτοντας ότι ο ρυθμός φθοράς του στάτορα του εδράνου είναι ανάλογος της πίεσης που ασκείται σε κάθε σημείο του. Οι σχεδιάσεις που προκύπτουν ως αποτελέσματα του προβλήματος βελτιστοποίησης παρουσιάζουν βέλτιστη συμπεριφορά, συνολικά, καθ' όλη τη διάρκεια ζωής του εδράνου. Αναλυτική περιγραφή του αντικειμένου της παρούσας εργασίας, και προεπισκόπηση των κεφαλαίων της παρουσιάζονται στην επόμενη ενότητα.

1.3. Αντικείμενο της Παρούσας Εργασίας - Προεπισκόπηση Κεφαλαίων

Στην παρούσα Διπλωματική εργασία, η μοντελοποίηση των ωστικών εδράνων γίνεται με χρήση του κώδικα Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής ANSYS CFX. Ο κώδικας αυτός έχει συζευχθεί με λογισμικό βελτιστοποίησης το οποίο επιλύει προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης, και βασίζεται σε γενετικούς αλγορίθμους.

Στόχος της παρούσας εργασίας είναι η μεγιστοποίηση της ικανότητας παραλαβής φορτίου ενός ωστικού εδράνου για δεδομένο ελάχιστο πάχος λιπαντικού, και η ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση του

ρυθμού φθοράς του. Κατ' αρχάς γίνεται η υπόθεση ότι ο ρυθμός φθοράς του πέλματος του εδράνου είναι ανάλογος της πίεσης σε κάθε σημείο αυτού. Επομένως, με χρήση μιας τροποποιημένης μορφής της εξίσωσης του Archard [1], μπορεί να υπολογιστεί ο ρυθμός φθοράς του πέλματος σε κάθε σημείο του, ως συνάρτηση της πίεσης που αναπτύσσεται στο φιλμ του λιπαντικού λαδιού (η οποία υπολογίζεται μέσω του κώδικα CFD). Στο τέλος της εργασίας επιχειρείται μια πιο ρεαλιστική προσέγγιση της φθοράς σε ωστικά έδρανα με δημιουργία μοντέλου που υπολογίζει την πίεση Hertz στις τριβόμενες επιφάνειες κατά την εκκίνηση/διακοπή λειτουργίας του εδράνου, και την αντίστοιχη φθορά εκτριβής λόγω της σχετικής κίνησης των επιφανειών αυτών.

Στα παραπάνω προβλήματα, το έδρανο μοντελοποιείται ως δισδιάστατο κανάλι που αποτελείται από οριζόντιο ρότορα (ο οποίος κινείται με σταθερή ταχύτητα) και στάτορα (πέλμα) ο οποίος αποτελείται από δύο ευθύγραμμα τμήματα διαφορετικής κλίσης. Τμήμα του στάτορα θεωρείται ότι έχει υδροφοβικές ιδιότητες με δεδομένο μήκος ολίσθησης (slip length). Παράμετροι των προβλημάτων βελτιστοποίησης είναι οι κλίσεις των δύο τμημάτων του στάτορα, και το μήκος του υδροφοβικού τμήματός του. Παράλληλα, γίνονται υπολογισμοί για κανάλι ίδιας γεωμετρίας, αλλά χωρίς υδροφοβικό τμήμα στον στάτορα ώστε να είναι δυνατή η ποσοτικοποίηση της ωφέλειας που προκύπτει από τη χρήση, σε έδρανα ώσης, υδροφοβικών επιφανειών σε τμήμα του στάτορα.

Η δομή της παρούσας διπλωματικής εργασίας έχει ως εξής: Στο *Κεφάλαιο 2*, παρουσιάζονται οι βασικές αρχές λειτουργίας των ωστικών εδράνων, με βάση τη θεωρία της υδροδυναμικής λίπανσης. Στη συνέχεια, εξετάζεται και αναλύεται το φαινόμενο της υδροφοβικότητας επιφανειών, και παρουσιάζεται η μεθοδολογία υπολογισμού της ταχύτητας ολίσθησης στη διεπιφάνεια ρευστού-στερεού. Επίσης, αναλύεται το φαινόμενο της φθοράς, και παρουσιάζονται τρόποι μοντελοποίησής του, συμπεριλαμβανομένης της εκτίμησης του ρυθμού φθοράς λόγω εκτριβής. Τέλος, γίνεται μια συνοπτική παρουσίαση της χρήσης γενετικών αλγορίθμων για επίλυση προβλημάτων πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης. Στο *Κεφάλαιο 3*, διατυπώνεται το πρόβλημα βελτιστοποίησης που μελετάται στην παρούσα εργασία, και παρουσιάζονται και αναλύονται τα υπολογιστικά αποτελέσματα. Επιπρόσθετα, παρουσιάζεται μεθοδολογία για την εκτίμηση του ρυθμού φθοράς ωστικών εδράνων για λειτουργία σε συνθήκες ξηρής τριβής. Τέλος, στο *Κεφάλαιο 4*, συνοψίζονται τα συμπεράσματα στα οποία κατέληξε η παρούσα εργασία, και γίνονται προτάσεις με σκοπό τη μελλοντική της συνέχιση.

2. Ωστικά Έδρανα Υδροδυναμικής Λίπανσης

2.1. Αρχές Λειτουργίας Ωστικών Εδράνων – Ναυτικές Εφαρμογές

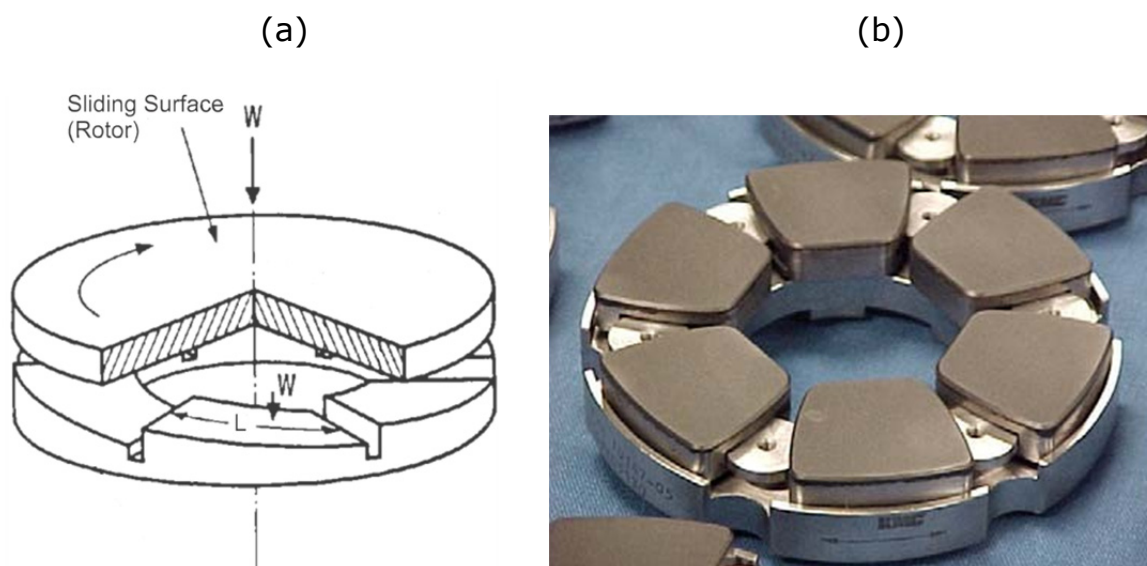
Τα ακτινικά και τα ωστικά έδρανα διακρίνονται σε έδρανα κύλισης και έδρανα ολίσθησης. Στη Ναυτική Μηχανολογία, λόγω του μεγέθους και των ειδικών συνθηκών λειτουργίας, χρησιμοποιούνται κυρίως έδρανα ολίσθησης, των οποίων η λειτουργία μελετάται μέσω της θεωρίας της υδροδυναμικής λίπανσης. Εν γένει, τα έδρανα είναι τυποποιημένα στοιχεία μηχανών που χρησιμεύουν για την έδραση περιστρεφόμενων μηχανολογικών στοιχείων. Οι αντικειμενικοί στόχοι τους είναι η παραλαβή ακτινικών – αξονικών φορτίων, η ελαχιστοποίηση της τριβής μεταξύ των κινούμενων μερών, η μείωση των ταλαντώσεων και του θορύβου, και η αντοχή σε κρουστικά φορτία. Η λίπανσή τους είναι ιδιαίτερης σημασίας ώστε να διατηρούνται σε όσο το δυνατόν χαμηλότερα επίπεδα οι απώλειες τριβών και οι αναπτυσσόμενες θερμοκρασίες.

Εν γένει, τα έδρανα κύλισης, πιο γνωστά και ως ρουλεμάν, αποτελούνται από τον εξωτερικό δακτύλιο, τον εσωτερικό δακτύλιο και τα σώματα κύλισης, τα οποία διατηρούνται σε συγκεκριμένες αποστάσεις μεταξύ τους με χρήση κατάλληλου κλωβού. Τα στοιχεία κύλισης μπορεί να είναι σφαιρικής, κυλινδρικής, κωνικής, βαρελοειδούς ή βελονοειδούς μορφής. Δέχονται, ανάλογα με την εφαρμογή, είτε αξονικές δυνάμεις, είτε ακτινικές δυνάμεις, είτε συνδυασμό τους.

Τα έδρανα κύλισης αποτελούν το μηχανολογικό εξάρτημα που δέχεται, ίσως, τις πλέον μακρόχρονες και έντονες δυναμικές καταπονήσεις [12]. Είναι φυσικό λοιπόν να υφίστανται μεγάλη μηχανική φθορά. Για τον λόγο αυτόν είναι σημαντική η δυνατότητα εκτίμησης της διάρκειας ζωής τους, και ο προσδιορισμός κατάλληλου προγράμματος προληπτικής συντήρησης. Η διάρκεια ζωής ενός εδράνου κύλισης ορίζεται ως ο αριθμός των περιστροφών ή οι αντίστοιχες ώρες λειτουργίας (για συγκεκριμένη ταχύτητα περιστροφής) μέχρι τις οποίες το έδρανο θα εργάζεται χωρίς ένδειξη καταπόνησης του υλικού κατασκευής είτε στους δακτυλίους (δίσκους για ωστικά ρουλεμάν), είτε στα σώματα κύλισης. Η καταπόνηση των δακτυλίων παρουσιάζεται στην αρχή με την εμφάνιση μικρών σχισμών, πόρων, ρωγμών ή εκκοιλάνσεων, οι οποίες αργότερα μπορούν να οδηγήσουν σε θρυμματισμούς. Ως ονομαστική διάρκεια ζωής ενός εδράνου κύλισης ορίζεται ο απόλυτος αριθμός περιστροφών, σε εκατομμύρια, για τον οποίον το 90% μια σειράς

ίδιων εδράνων δεν εμφανίζει σημεία κόπωσης. Ως αριθμός δυναμικής αντοχής ενός εδράνου ορίζεται το (σταθερό) φορτίο (ακτινικό για ακτινικά έδρανα και αξονικό για ωστικά έδρανα), για το οποίο η ονομαστική διάρκεια ζωής του εδράνου είναι 1×10^6 περιστροφές. Η ωφέλιμη ζωή ενός εδράνου κύλισης (αριθμός περιστροφών πριν την εμφάνιση σημείων κόπωσης) στο οποίο ασκείται φορτίο διαφορετικό του αριθμού δυναμικής αντοχής μπορεί να υπολογιστεί μέσω απλών αλγεβρικών σχέσεων [13].

Ένα σημαντικό θέμα που αφορά στην αντοχή των εδράνων κύλισης σχετίζεται με τη λειτουργία τους σε διαβρωτικό περιβάλλον. Τα ρουλεμάν χρησιμοποιούνται σε ευρεία γκάμα μηχανολογικών διατάξεων, επομένως έρχονται πολλές φορές σε επαφή με διαφορετικά ρευστά τα οποία έχουν λιγότερο ή περισσότερα διαβρωτικές ιδιότητες, όπως το νερό, τα οξέα, οι βάσεις και διάφορα αέρια. Οι κατασκευαστές των ρουλεμάν παρέχουν ειδικούς τύπους ρουλεμάν με στοιχεία στεγανοποίησης, ώστε η λειτουργία τους να μην επηρεάζεται από τα χρησιμοποιούμενα στη διάταξη λιπαντικά.



Σχ. 1. (a) Απεικόνιση ωστικού εδράνου με σταθερά πέλματα. Γεωμετρία υδροδυναμικής σφήνας [14]. (b) Φωτογραφία τυπικού ωστικού εδράνου με έξι πέλματα.

Η δεύτερη μεγάλη κατηγορία εδράνων είναι αυτή των εδράνων ολίσθησης. Τα έδρανα ολίσθησης χρησιμοποιούνται συχνά σε εφαρμογές δυναμικών φορτίσεων, υψηλών ταχυτήτων ή υψηλής ακρίβειας για τις οποίες η χρησιμοποίηση συνηθισμένων εδράνων κύλισης θα είχε ως αποτέλεσμα υψηλό θόρυβο, δονήσεις και μικρή διάρκεια ζωής. Η εφεύρεση των αυτορυθμιζόμενων ωστικών εδράνων ολίσθησης (**Σχ. 1**) πιστώνεται στον Αυστραλό μηχανικό George Michell [15], ο οποίος εξασφάλισε τον σχετικό τίτλο ευρεσιτεχνίας το 1905. Έκτοτε, έχουν σχεδιαστεί διάφορες

παραλλαγές εδράνων ολίσθησης, αλλά η πιο κλασσική σχεδίαση παραμένει εκείνη του ιδίου του Michell. Τα έδρανα Michell αποτελούνται από πέλματα με σχήμα κυκλικών τομών, διευθετημένα κυκλικά γύρω από τον άξονα. Τα πέλματα στηρίζονται σε δίσκο μέσω άρθρωσης, επομένως η κλίση των πελμάτων εξαρτάται από το εφαρμοζόμενο ωστικό φορτίο. Κατά την περιστροφή του άξονα, το κολάρο του άξονα (**Σχ. 1a**) δημιουργεί γεωμετρία υδροδυναμικής σφήνας με κάθε ένα από τα πέλματα του εδράνου, οδηγώντας στην ανάπτυξη πίεσης στο λιπαντικό, με αποτέλεσμα την (μικρή) απομάκρυνση του κολάρου του άξονα από το πέγμα και τη σημαντική μείωση των σχετικών τριβών. Γεωμετρικές παραλλαγές του εδράνου που περιγράφηκε έχουν να κάνουν σχεδόν αποκλειστικά με τη γεωμετρία του στάτορα. Για παράδειγμα: σταθερά πέλματα δεδομένης κλίσης, πέλματα στα οποία ορίζονται δύο ή περισσότερες περιοχές διαφορετικής κλίσης, πέλματα σε τμήματα των οποίων εφαρμόζεται κατάλληλη τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα κ.α. Περισσότερα για τον μηχανισμό της υδροδυναμικής λίπανσης και τη σχετική θεωρία, η οποία αναπτύχθηκε από τον Reynolds, και εφαρμόστηκε με μεγάλη επιτυχία στη δημιουργία του ωστικού εδράνου από τον Michell, θα αναφερθούν σε επόμενο κεφάλαιο της παρούσας εργασίας.

Τα έδρανα ολίσθησης διακρίνονται περαιτέρω σε έδρανα υδροστατικής και υδροδυναμικής λίπανσης [16]. Τα έδρανα που χρησιμοποιούν υδροστατική λίπανση στηρίζονται σε μεγάλο βαθμό σε εξωτερική αντλία. Πιο αναλυτικά, το ρευστό καταθλίβεται στο έδρανο διαμέσου ενός στομίου ή ενός πορώδους υλικού. Η ισχύς που απαιτείται για τη λειτουργία της αντλίας συμβάλλει αρνητικά στο ισοζύγιο ενέργειας του συστήματος μειώνοντας το όφελος από τη μείωση των τριβών του εδράνου. Στεγανοποίηση υψηλότερων προδιαγραφών μπορεί να οδηγήσει σε μείωση των απωλειών του ρευστού και επομένως της καταναλισκόμενης ισχύος λόγω διαρροών, αλλά αυξάνει το κόστος και ενδέχεται να οδηγήσει σε αύξηση των δυνάμεων τριβής. Απεναντίας, τα έδρανα υδροδυναμικής λίπανσης βασίζονται στην περιστροφική κίνηση του άξονα για την τροφοδότηση της υδροδυναμικής σφήνας με λιπαντικό μέσο. Υψηλές τριβές και μεγάλοι ρυθμοί φθοράς παρατηρούνται σε ταχύτητες χαμηλότερες από την ταχύτητα σχεδίασης, και κατά τις εκκινήσεις και διακοπές της λειτουργίας. Ειδικά για τη μείωση της φθοράς που προκαλούν οι εκκινήσεις και οι διακοπές της λειτουργίας χρησιμοποιείται συχνά ένα δευτερεύον έδρανο, το οποίο δρα ως αναλώσιμο, ή κάποια εξωτερική παροχή πίεσης.

Εν γένει, τα έδρανα ολίσθησης έχουν μικρότερο κόστος (για βιομηχανική παραγωγή) σε σύγκριση με τα έδρανα κύλισης αντίστοιχου επιτρεπόμενου φορτίου. Ακόμη, είναι απλούστερα από σχεδιαστικής απόψεως, απαιτούν ελάχιστη ή καθόλου συντήρηση και

έχουν πρακτικά άπειρη διάρκεια ζωής – ιδιαίτερα τα έδρανα υδροστατικής λίπανσης τα οποία, λόγω της αντλίας, δεν υφίστανται ούτε τη συνήθη φθορά των εκκινήσεων/διακοπών λειτουργίας. Άλλο ένα σημαντικό πλεονέκτημα των εδράνων ολίσθησης είναι οι περιορισμένες απώλειες τριβής, οι οποίες οφείλονται κυρίως στη διατμητική καταπόνηση του λιπαντικού μέσου, και οι οποίες, σε κάθε περίπτωση, είναι πολύ χαμηλότερες από τις αντίστοιχες των εδράνων κύλισης. Επίσης, τα έδρανα ολίσθησης χαρακτηρίζονται από αυξημένη ακαμψία (όταν λειτουργούν σε υψηλά φορτία). Σε χαμηλά φορτία (για παράδειγμα σε εφαρμογές σκληρών δίσκων) συνήθως σχεδιάζονται υπό προένταση, ώστε να επιτυγχάνεται η απαιτούμενη ακαμψία και επομένως η ευστάθεια του συστήματος. Τέλος, τα έδρανα ολίσθησης είναι, κατά γενική ομολογία, τα λιγότερο θορυβώδη και παρέχουν περισσότερο ομαλή λειτουργία, και, ως εκ τούτου, χρησιμοποιούνται κατά κόρον σε εφαρμογές με χρονικά μεταβαλλόμενα φορτία και απαιτήσεις λειτουργίας με μειωμένο θόρυβο και κραδασμούς.

Οπωσδήποτε όμως, τα έδρανα ολίσθησης χαρακτηρίζονται και από μειονεκτήματα. Ένα από αυτά είναι η επιδείνωση των χαρακτηριστικών λειτουργίας (κατανάλωση ισχύος, ακαμψία) με την αύξηση της θερμοκρασίας του λιπαντικού. Ακόμη, τα έδρανα ολίσθησης, λόγω της χρήσης λιπαντικού μπορεί να χαρακτηριστούν ακατάλληλα για χρήση σε περιβάλλοντα στα οποία ενδεχόμενη διαρροή του λιπαντικού μπορεί να αποβεί καταστροφική. Τέλος, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, τα ωστικά έδρανα ολίσθησης παρουσιάζουν μεγάλες απώλειες τριβής και υψηλούς ρυθμούς φθοράς κατά την εκκίνηση/διακοπή λειτουργίας των μηχανών, επομένως δεν είναι κατάλληλα για εφαρμογές στις οποίες γίνεται τακτικά εκκίνηση και διακοπή λειτουργίας του συστήματος.

Όσον αφορά στη Ναυπηγική, η σπουδαιότερη εφαρμογή των αξονικών εδράνων είναι το ωστικό έδρανο του αξονικού συστήματος πρόωσης του πλοίου. Συνήθως, αυτό είναι κάποια παραλλαγή του εδράνου Michell, το οποίο περιγράφηκε λεπτομερώς προηγουμένως. Πριν την επινόηση αυτού του τύπου εδράνου, χρησιμοποιείτο μια πρώιμη μορφή ωστικού εδράνου, το οποίο αποτελούνταν από δώδεκα μικρής διαμέτρου κολάρα σε κοντινή απόσταση, τα οποία μετέφεραν μέσω υποδοχών την ώθηση από τον άξονα στη βάση τους και τελικά στο πλοίο. Η κατασκευή αυτή ήταν ογκώδης, περίπλοκη στον χειρισμό, με ιδιαίτερα μεγάλη κατανάλωση ισχύος λόγω τριβών και με σοβαρά προβλήματα υπερθέρμανσης. Η σπουδαία επινόηση του Michell έφερε επανάσταση στον σχεδιασμό του αξονικού συστήματος του πλοίου, και συνεπακόλουθα του μηχανοστασίου, λόγω του πολύ μικρού πλέον μεγέθους του ωστικού εδράνου (1/10 περίπου των ως τότε χρησιμοποιούμενων εδράνων), των χαμηλότερων επιπέδων τριβής και της μεγαλύτερης διάρκειας ζωής.

Τα χαρακτηριστικά αυτά επέτρεψαν την ανάπτυξη μηχανών πρόωσης και ελίκων αρκετά μεγαλύτερης ισχύος (όπως για παράδειγμα ο πρωτοεμφανιζόμενος τότε ατμοστρόβιλος), μια τάση που ξεκίνησε από τα χρόνια του Α΄ Παγκοσμίου Πολέμου και συνεχίζεται έκτοτε.

2.2. Θεωρία Υδροδυναμικής Λίπανσης

Η σημασία της υδροδυναμικής κατά τη λίπανση των εδράνων άρχισε να λαμβάνεται σοβαρά υπόψη στο τέλος του 19^{ου} αιώνα, όταν ο Beauchamp Tower παρατήρησε ότι η διαρροή του ελαίου σε ένα ακτινικό έδρανο γινόταν πάντα από μια οπή η οποία βρισκόταν κάτω από το φορτίο. Η οπή αυτή υπήρχε ώστε να επιτυγχάνεται εισροή ελαίου εντός του εδράνου, με σκοπό τη λίπανση του. Η προσπάθεια σφραγίσματος της με τάπες διαφόρων υλικών (φελλός, ξύλο) δεν είχε επιτυχία, με αποτέλεσμα ο Tower να υποψιαστεί ότι στο έλαιο αναπτυσσόταν μια πίεση που οφειλόταν σε έναν άγνωστο μέχρι στιγμής μηχανισμό. Οι μετρήσεις απέδειξαν τις υποψίες του: η αναπτυσσόμενη στο έλαιο πίεση μπορούσε να διαχωρίσει τις ολισθαίνουσες επιφάνειες μέσω μιας υδραυλικής δύναμης. Τον ίδιο καιρό, μια ομάδα ερευνητών με πρωτοστάτη τον Osborne Reynolds προσπαθούσαν να διατυπώσουν μια θεωρητική προσέγγιση της υδροδυναμικής λίπανσης. Τα αποτελέσματα των πειραμάτων του Tower ήρθαν την κατάλληλη στιγμή ώστε να επιβεβαιώσουν και πειραματικά τη θεωρία του Reynolds, η οποία δημοσιεύτηκε για πρώτη φορά το 1886, και αποτέλεσε την πρώτη αναλυτική προσέγγιση στο φαινόμενο της διαχώρισης δύο επιφανειών μέσω ενός υγρού υψηλού ιξώδους, επιτυγχάνοντας ταυτόχρονα χαμηλά ποσοστά τριβής και θεωρητικά μηδενική φθορά.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η θεωρία της υδροδυναμικής λίπανσης εφαρμόστηκε στη συνέχεια με επιτυχία στα αξονικά έδρανα από τον Michell, με αποτέλεσμα τη γέννηση του ωστικού εδράνου με περιστρεφόμενα (αυτορυθμιζόμενα) πέλματα. Το έδρανο αυτό αποδείχτηκε μια πραγματική πρωτοπορία, και χρησιμοποιήθηκε και σε εφαρμογές πέραν της ναυπηγικής, όπως για παράδειγμα για την παραλαβή του αξονικού φορτίου του υδροστρόβιλου ενός υδροηλεκτρικού σταθμού: σε υδροηλεκτρικούς σταθμούς, η στήριξη των αξονικών φορτίων (χιλιάδων τόνων) γίνεται σε ταχύτητες ολίσθησης της τάξεως των 10 έως 50 m/s. Οι επιφάνειες τέτοιων εδράνων διαχωρίζονται πλήρως με τη βοήθεια ενός φιλμ λίπανσης, με αποτέλεσμα ο (κανονικοποιημένος) συντελεστής τριβής να μειώνεται στο 0.005, και η αστοχία να συμβαίνει σχεδόν αποκλειστικά μετά από μη ενδεικνύμενη λειτουργία. Η θεωρία του Reynolds εξηγεί τον μηχανισμό της λίπανσης μέσω της δημιουργίας ενός λεπτού στρώματος (φιλμ) λιπαντικού μεταξύ των κινούμενων επιφανειών. Η βασική συνθήκη η οποία πρέπει να ικανοποιείται είναι

η κατάλληλα υψηλή σχετική ταχύτητα των δύο επιφανειών, ώστε να είναι δυνατή η δημιουργία και διατήρηση συνεχούς φιλμ λιπαντικού ανάμεσά τους. Η επίδραση του ιξώδους του λιπαντικού στην απόδοση του εδράνου εξηγήθηκε αργότερα από μεταγενέστερους του Michell ερευνητές.

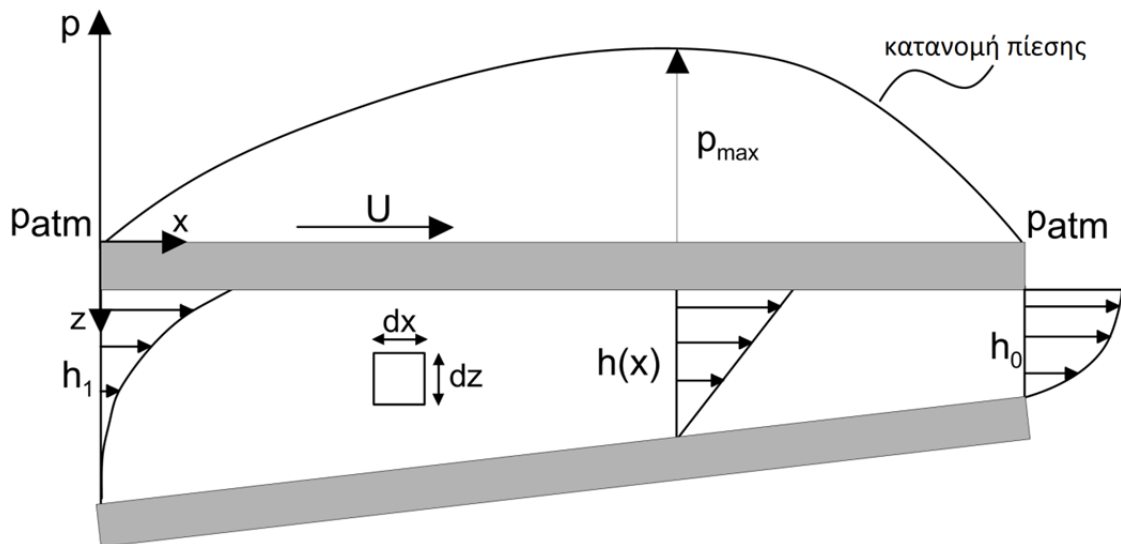
Το φαινόμενο της υδροδυναμικής λίπανσης μπορεί να διατυπωθεί μαθηματικά με χρήση κατάλληλης εξίσωσης, η οποία προτάθηκε για πρώτη φορά από τον Reynolds, και είναι ευρέως γνωστή ως "εξίσωση Reynolds" [17]. Η εξίσωση αυτή μπορεί να εξαχθεί με αρκετούς τρόπους, όπως μέσω της εξίσωσης Navier-Stokes και της εξίσωσης συνέχειας, των οποίων αποτελεί απλοποίηση, ή μέσω απλής θεώρησης του ισοζυγίου δυνάμεων και της εφαρμογής της εξίσωσης συνέχειας της ροής σε ένα στοιχείο ρευστού που υπόκειται σε διάτμηση.

Υπάρχουν δύο συνθήκες που πρέπει να ικανοποιούνται αναφορικά με την υδροδυναμική λίπανση:

- Οι δύο επιφάνειες πρέπει να κινούνται σχετικά η μία ως προς την άλλη με ταχύτητα αρκετή ώστε να δημιουργηθεί λιπαντικό φιλμ με ικανότητα παραλαβής φορτίου.
- Οι επιφάνειες πρέπει να έχουν κλίση μεταξύ τους. Η δημιουργία προφίλ πίεσης, απαραίτητη προϋπόθεση για την παραλαβή φορτίου, δεν είναι δυνατή εάν οι επιφάνειες ρότορα-στάτορα είναι παράλληλες, εάν δεν δημιουργείται δηλαδή η γεωμετρία της υδροδυναμικής σφήνας.

Υπάρχουν τέσσερις εξαιρέσεις σχετικά με τη δεύτερη συνθήκη. Υδροδυναμική πίεση μπορεί να αναπτυχθεί:

1. Μεταξύ παράλληλων επιφανειών, αν έχει σχεδιαστεί κατάλληλη βαθμίδα (σκαλί) στην επιφάνεια του στάτορα (step bearings).
2. Μεταξύ παραλλήλων επιφανειών, αν τμήμα της επιφάνειας του στάτορα έχει κατάλληλη τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα.
3. Μεταξύ παραλλήλων επιφανειών εκ των οποίων η μία να έχει τμήμα με υδροφοβικές ιδιότητες.
4. Μεταξύ παραλλήλων επιφανειών οι οποίες κινούνται προς διεύθυνση κάθετη στο επίπεδό τους.



Σχ. 2. Δημιουργία υδροδυναμικής πίεσης. Η άνω επιφάνεια κινείται οριζόντια με ταχύτητα U , ενώ η κάτω επιφάνεια είναι ακίνητη. Το παραγόμενο προφίλ ταχύτητας εξαρτάται από την τοπική παράγωγο της πίεσης.

Η δημιουργία υδροδυναμικής πίεσης σε ωστικά έδρανα μπορεί να εξηγηθεί με βάση το **Σχ. 2**, στο οποίο παρουσιάζεται η γεωμετρία δύο συγκλινουσών επιφανειών οι οποίες κινούνται η μία ως προς την άλλη. Συγκεκριμένα, μπορεί να υποθεθεί ότι η άνω επιφάνεια, γνωστή και ως ρότορας κινείται με σταθερή ταχύτητα. Ανάμεσα στις δύο επιφάνειες και έξω από αυτές υπάρχει ικανοποιητική ποσότητα λιπαντικού. Καθώς κινείται η άνω επιφάνεια, παρασύρει λιπαντικό, αναγκάζοντας το να εισέλθει στη συγκλίνουσα γεωμετρία. Το ρευστό αναπτύσσει πίεση (ειδάλλως θα εισερχόταν στη σφήνα μεγαλύτερη ποσότητα λιπαντικού από αυτή που εξέρχεται). Επομένως, στην είσοδο της σφήνας η αύξηση της πίεσης περιορίζει την εισροή ενώ στην έξοδο της σφήνας η πτώση της πίεσης συμβάλλει στην εκροή. Η χωρική παράγωγος της πίεσης, επομένως, διαμορφώνει ανάλογα και το προφίλ της ταχύτητας του ρευστού, όπως φαίνεται και στο **Σχ. 2**: στην είσοδο, η κατανομή του προφίλ στρέφει τα κοίλα κάτω, ενώ στην έξοδο στρέφει τα κοίλα άνω. Η πίεση που αναπτύσσεται στο λιπαντικό διαχωρίζει τις δύο επιφάνειες, και, με τον τρόπο αυτόν, παραλαμβάνεται το φορτίο. Η διαμόρφωση της σφήνας του **Σχ. 2** είναι χαρακτηριστική πελμάτων αξονικών εδράνων. Αντίθετα, εάν η σφήνα δημιουργηθεί γύρω από περιστρεφόμενο άξονα τότε αναφερόμαστε σε ακτινικά έδρανα. Η διαδικασία της ανάπτυξης της υδροδυναμικής πίεσης μπορεί να περιγραφεί μαθηματικά και να εξασφαλισθεί ακριβής πρόβλεψη των χαρακτηριστικών λειτουργίας του εδράνου.

Απλοποιητικές παραδοχές

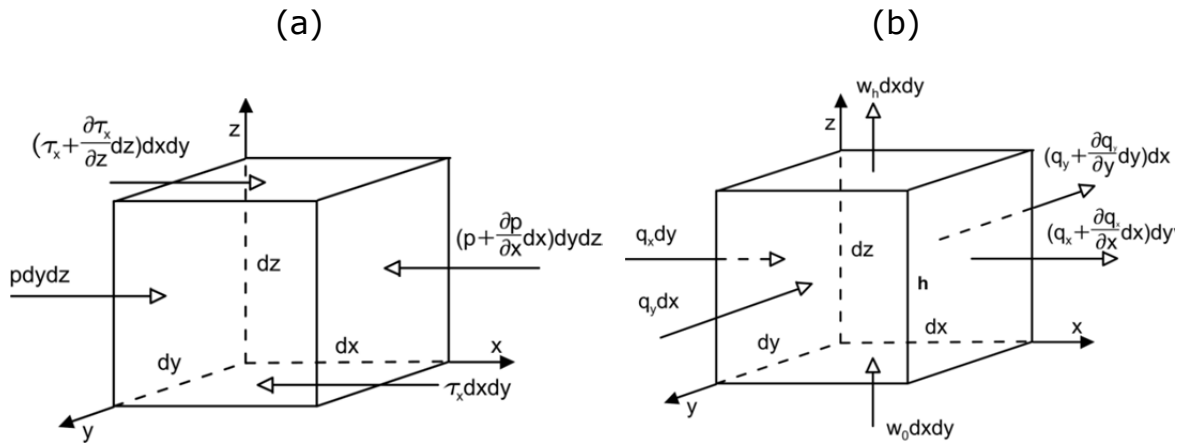
Στις περισσότερες εφαρμογές της μηχανικής, οι διαδικασίες είναι αρκετά περίπλοκες, και περιγράφονται από πολύπλοκες διαφορικές εξισώσεις. Ο βασικός λόγος για την εν λόγω πολυπλοκότητα είναι ο πολύ μεγάλος αριθμός των παραμέτρων και των παραγόντων που αλληλεπιδρούν. Εξαιτίας της μη γραμμικότητας σε κάποια φαινόμενα, όπως τα φαινόμενα ροής, η αναλυτική λύση είναι συνήθως αδύνατη, ενώ και η αριθμητική επίλυση είναι δυσχερής. Έτσι, προκύπτει η ανάγκη απλοποιητικών παραδοχών, οι οποίες να συνάδουν κάθε φορά με τη φυσική του προβλήματος.

Στα προβλήματα υδροδυναμικής λίπανσης, ένας αριθμός απλοποιητικών παραδοχών είναι επίσης απαραίτητος ώστε να εξαχθούν σχετικά απλές μαθηματικές σχέσεις που να περιγράφουν επαρκώς το φαινόμενο. Οι βασικές υποθέσεις για τη διατύπωση της εξίσωσης Reynolds είναι οι ακόλουθες:

- Η πίεση είναι σταθερή κατά το πάχος του φιλμ.
- Ισχύει η συνθήκη μη-ολίσθησης στις διεπιφάνειες ρευστού-στερεών.
- Το λιπαντικό συμπεριφέρεται ως Νευτώνιο υγρό.
- Η ροή είναι στρωτή (ο αριθμός Reynolds είναι πολύ μικρός).
- Η αδράνεια του λιπαντικού αμελείται.
- Η πυκνότητα του λιπαντικού είναι σταθερή.
- Το ιξώδες είναι σταθερό σε όλο το φιλμ λιπαντικού.

Από τις παραπάνω υποθέσεις, η λιγότερο ακριβής είναι η τελευταία, είναι όμως απαραίτητη για την απλοποίηση των υπολογισμών. Οι υπόλοιπες υποθέσεις είναι εν γένει έγκυρες.

Η εξίσωση Reynolds μπορεί πλέον να εξαχθεί σχετικά απλά μέσω θεώρησης του ισοζυγίου δυνάμεων και της εφαρμογής της εξίσωσης συνέχειας της ροής σε στοιχειώδη όγκο του ρευστού (**Σχ. 2**).



Σχ. 3. (a) Ισοζύγιο δυνάμεων σε στοιχειώδη όγκο $dx dy dz$ του ρευστού. (b) Συνέχεια της ροής σε στοιχειώδη στήλη του ρευστού.

Ισοζύγιο δυνάμεων σε στοιχειώδη όγκο του ρευστού

Λαμβάνεται υπόψη το ισοζύγιο των δυνάμεων στον στοιχειώδη όγκο ρευστού του **Σχ. 2**. Οι δυνάμεις που ασκούνται στον στοιχειώδη όγκο παρουσιάζονται στο **Σχ. 3a**. Προς χάρην διευκόλυνσης, θεωρείται ότι αρχικά πιέσεις ασκούνται μόνο κατά διεύθυνση του άξονα x .

Το ισοζύγιο δυνάμεων στον άξονα x γράφεται ως :

$$p dy dz + \left(\tau_x + \frac{\partial \tau_x}{\partial z} dz \right) dx dy = \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dy dz + \tau_x dx dy \quad (1)$$

Απλοποιώντας:

$$\frac{\partial \tau_x}{\partial z} dx dy dz = \frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz \quad (2)$$

Υποθέτοντας ότι **$dx dy dz \neq 0$** , η Εξ. (2) απλοποιείται περαιτέρω:

$$\frac{\partial \tau_x}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial x} \quad (3)$$

Παρομοίως, για τον άξονα y :

$$\frac{\partial \tau_y}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial y} \quad (4)$$

Για τον άξονα z , εφόσον η πίεση είναι σταθερή καθ' ύψος (με βάση τις υποθέσεις που έγιναν), η μερική παράγωγος της πίεσης ισούται με 0:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

Η διατμητική τάση του ρευστού μπορεί να εκφραστεί μέσω του δυναμικού ιξώδους και του ρυθμού διάτμησης για τον άξονα x και τον άξονα y :

$$\tau_x = \eta \frac{\partial u}{\partial z} \quad (6)$$

$$\tau_y = \eta \frac{\partial v}{\partial z} \quad (7)$$

όπου u η ταχύτητα κατά τον άξονα x και v η ταχύτητα κατά τον άξονα y .

Αντικαθιστώντας την Εξ. (6) στην Εξ. (3) και την Εξ. (7) στην Εξ. (4):

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (8)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (9)$$

Ακολουθεί η ολοκλήρωση των προηγούμενων εξισώσεων. Αφού υποτέθηκε ότι το ιξώδες του ρευστού είναι σταθερό σε όλο το φιλμ (δεν είναι συνάρτηση του z), η διαδικασία ολοκλήρωσης είναι απλή. Χρησιμοποιώντας τον χωρισμό των μεταβλητών, και ολοκληρώνοντας δύο φορές την Εξ. (8), προκύπτει:

$$\frac{\partial p}{\partial x} \frac{z^2}{2} + C_1 z + C_2 = \eta u \quad (10)$$

Από τη συνθήκη μη-ολίσθησης στα όρια προκύπτουν οι οριακές συνθήκες (βλ. **Σχ. 4**):

$$u = U_2 \quad \text{για } z = 0 \quad (11)$$

$$u = U_1 \quad \text{για } z = h \quad (12)$$

Όπως φαίνεται, εξετάζεται η γενική περίπτωση κατά την οποία υπάρχουν δύο διαφορετικές ταχύτητες στις δύο διαφορετικές επιφάνειες του εδράνου. Συγκεκριμένα η άνω επιφάνεια του **Σχ. 2** κινείται με ταχύτητα U_1 και η κάτω επιφάνεια με ταχύτητα U_2 . Οι σταθερές C_1, C_2 προκύπτουν:

$$C_1 = (U_1 - U_2) \frac{\eta}{h} - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h}{2} \quad (13)$$

$$C_2 = \eta U_2 \quad (14)$$

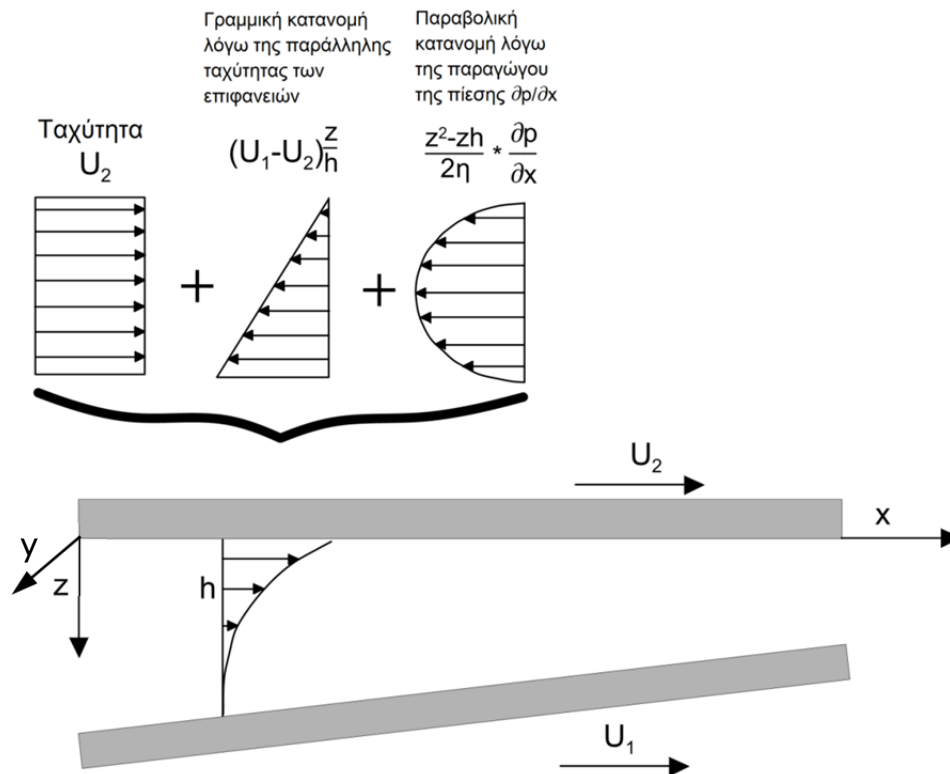
Επομένως, από την Εξ. (10) μπορεί να προκύψει η εξίσωση για την ταχύτητα κατά τον άξονα x :

$$u = \left(\frac{z^2 - zh}{2\eta} \right) \frac{\partial p}{\partial x} + (U_1 - U_2) \frac{z}{h} + U_2 \quad (15)$$

Παρομοίως για την ταχύτητα κατά τον άξονα y:

$$v = \left(\frac{z^2 - zh}{2\eta} \right) \frac{\partial p}{\partial y} + (V_1 - V_2) \frac{z}{h} + V_2 \quad (16)$$

Οι τρεις όροι της ταχύτητας στις Εξ. (15) και (16) αντιπροσωπεύουν τα προφίλ ταχύτητας που αναπτύσσονται μέσα στο φιλμ, και φαίνονται σχηματικά στο **Σχ. 4**:



Σχ. 4. Ανάλυση του προφίλ της ταχύτητας u του ρευστού κατά τον άξονα x .

Εξίσωση Συνέχειας της ροής

Λαμβάνεται υπόψη μια στήλη ρευστού (**Σχ. 3b**). Οριζοντίως, το ρευστό εισρέει στη στήλη με παροχή ανά μονάδα πλάτους q_x και q_y , και εκρέει αντίστοιχα με $(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx)$ και $(q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy)$. Καθέτως, το ρευστό εισρέει στη στήλη με παροχή $w_0 dx dy$ και εκρέει με παροχή $w_h dx dy$, όπου w_0 η ταχύτητα με την οποία ο πυθμένας της στήλης κινείται προς τα άνω, και w_h η ταχύτητα με την οποία η κορυφή της στήλης κινείται προς τα άνω.

Η αρχή της συνέχειας της ροής απαιτεί σε έναν όγκο ελέγχου η εισροή να ισούται με την εκροή. Έχει υποτεθεί ότι η πυκνότητα του ρευστού είναι σταθερή, και επομένως:

$$q_x dy + q_y dx + w_0 dx dy = \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) dy + \left(q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \right) dx + w_h dx dy \quad (17)$$

Απλοποιώντας, προκύπτει η εξίσωση συνέχειας της ροής σε μια στήλη:

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + (w_h - w_0) = 0 \quad (18)$$

Οι ρυθμοί ροής ανά μονάδα μήκους q_x και πλάτους q_y μπορούν να βρεθούν ολοκληρώνοντας το προφίλ ταχύτητας του ρευστού καθ' ύψος του φιλμ. Δηλαδή:

$$q_x = \int_0^h u dz$$

$$q_y = \int_0^h v dz$$

Χρησιμοποιώντας τις Εξ. (15) και (16) του προφίλ ταχύτητας του ρευστού λαμβάνονται οι εξισώσεις του ρυθμού ροής κατά τον x - και κατά τον άξονα y , αντίστοιχα.

$$q_x = -\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} + (U_1 + U_2) \frac{h}{2} \quad (19)$$

$$q_y = -\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial y} + (V_1 + V_2) \frac{h}{2} \quad (20)$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις του ρυθμού ροής στην Εξ. (18), ορίζοντας $U = U_1 + U_2$ και $V = V_1 + V_2$, και υποθέτοντας ότι οι ταχύτητες U και V είναι σταθερές σε όλη την επιφάνεια του ρότορα, προκύπτει η πλήρης εξίσωση Reynolds σε 3 διαστάσεις:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6 \left(U \frac{dh}{dx} + V \frac{dh}{dy} \right) + 12(w_h - w_0) \quad (21)$$

Απλοποιήσεις της Εξίσωσης Reynolds

Είναι προφανές ότι η πλήρης μορφή της εξίσωσης Reynolds είναι αρκετά περίπλοκη ώστε να χρησιμοποιηθεί άμεσα σε μηχανολογικές εφαρμογές. Εδώ, μπορούν να πραγματοποιηθούν οι ακόλουθες απλοποιήσεις:

❖ Προσέγγιση Μονοαξονικής Ταχύτητας:

Είναι δυνατόν να επιλεγούν κατάλληλοι άξονες καρτεσιανού συστήματος έτσι ώστε μία από τις ταχύτητες U , V να είναι μηδενική. Για παράδειγμα, αν $\mathbf{V} = \mathbf{0}$, η Εξ. (21) παίρνει τη μορφή:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6U \frac{dh}{dx} + 12(w_h - w_0) \quad (22)$$

❖ Προσέγγιση Σταθερού Πάχους Φιλμ

Μια άλλη πιθανή απλοποίηση είναι η υπόθεση ότι η απόσταση μεταξύ των επιφανειών ρότορα και στάτορα παραμένει σταθερή καθ' όλη τη λειτουργία του εδράνου, δηλαδή $\mathbf{w}_h - \mathbf{w}_0 = \mathbf{0}$. Αυτή η απλοποίηση δεν ισχύει ακριβώς στην πράξη καθώς, λόγω δονήσεων, η απόσταση μεταξύ των επιφανειών μεταβάλλεται, και η ροή κατά το πάχος του φιλμ δεν είναι μηδενική. Αν ληφθεί υπόψη αυτή η παραδοχή, η εξίσωση Reynolds απλοποιείται ως εξής:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6U \frac{dh}{dx} \quad (23)$$

❖ Προσέγγιση Σταθερού Ιξώδους του Λιπαντικού

Όπως αναφέρθηκε, η λιγότερο ακριβής απλοποιητική παραδοχή, όσον αφορά στην υδροδυναμική λίπανση, είναι η σταθερή τιμή του ιξώδους. Πρακτικά, με την απλούστευση αυτή αμελείται η επίδραση του θερμοκρασιακού πεδίου στις ιδιότητες του λιπαντικού. Επομένως, αν υποθεθεί ότι $\eta = \text{const}$, τότε η εξίσωση Reynolds παίρνει την παρακάτω μορφή, η οποία είναι και η πιο ευρέως χρησιμοποιούμενη στη διεθνή βιβλιογραφία:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6U\eta \frac{dh}{dx} \quad (24)$$

❖ Προσέγγιση Εδράνου Απείρου Πλάτους

Η εξίσωση Reynolds στη μορφή της Εξ. (24) είναι δύο διαστάσεων και μπορεί να επιλυθεί με αριθμητικές μεθόδους. Η μορφή αυτή μπορεί να απλουστευτεί περαιτέρω αν αμεληθεί η μερική παράγωγος της πίεσης κατά τον άξονα y , δηλαδή αν θεωρηθεί ότι $\partial p / \partial y = \mathbf{0}$, και αν υποθεθεί ότι η γεωμετρία του λιπαντικού φιλμ δεν αλλάζει κατά τον άξονα y , δηλαδή $h = h(x)$. Η υπόθεση αυτή είναι κατάλληλη για έδρανα πολύ μεγάλου πλάτους σε σύγκριση με το μήκος τους (απείρως πλατιά έδρανα), γιατί τότε η μερική παράγωγος της πίεσης κατά τον άξονα y είναι αμελητέα συγκρινόμενη με τη μερική παράγωγο της κατά τον άξονα x . Αυτή η προσέγγιση, γνωστή και ως “**έδρανο απείρου πλάτους**” απλοποιεί την εξίσωση Reynolds ως εξής:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 6U\eta \frac{dh}{dx} \quad (25)$$

η οποία εύκολα μπορεί να ολοκληρωθεί

$$h^3 \frac{dp}{dx} = 6U\eta h + C \quad (26)$$

Για να επιλυθεί αυτή η εξίσωση απαιτείται μια **οριακή συνθήκη**: σε κάποιο σημείο κατά μήκος του φιλμ η πίεση μεγιστοποιείται. Σε αυτό το σημείο, η μερική παράγωγος της πίεσης είναι μηδενική, δηλαδή $dp/dx = 0$ και το αντίστοιχο πάχος του φιλμ συμβολίζεται με \bar{h} .

Επομένως, η οριακή συνθήκη είναι :

$$\frac{dp}{dx} = 0 \quad \text{στη θέση} \quad h = \bar{h} \quad (27)$$

Αντικαθιστώντας στην Εξ. (26) προκύπτει η σταθερά C:

$$C = -6U\eta\bar{h} \quad (28)$$

Η τελική, μονοδιάστατη μορφή της εξίσωσης Reynolds για το "**έδρανο απείρου πλάτους**" είναι

$$\frac{dp}{dx} = 6U\eta \frac{h-\bar{h}}{h^3} \quad (29)$$

η οποία έχει βρει μεγάλη εφαρμογή στη μελέτη εδράνων με επίπεδα πέλματα.

Παράμετροι Εδράνων στην Εξίσωση Reynolds

Οι σημαντικές παράμετροι λειτουργίας των εδράνων, όπως η κατανομή πίεσης, η ικανότητα παραλαβής φορτίου, η δύναμη τριβής και ο συντελεστής τριβής, μπορούν να εξαχθούν με λύση της εξίσωσης Reynolds και απλές ολοκληρώσεις των μεγεθών που υπολογίζονται.

❖ Κατανομή Πίεσης

Η κατανομή της πίεσης στο φιλμ λιπαντικού (λαμβάνοντας υπόψη τη γεωμετρία του εδράνου, το ιξώδες του λιπαντικού και την ταχύτητα) μπορεί να ευρεθεί με επίλυση της εξίσωσης Reynolds για συγκεκριμένη γεωμετρία λιπαντικού φιλμ, η οποία ορίζεται από μια συνάρτηση $h(x,y)$, η οποία καθορίζει το πάχος του λιπαντικού σε οποιαδήποτε θέση x,y στο έδρανο, συγκεκριμένη τιμή του ιξώδους του λιπαντικού και δεδομένες οριακές συνθήκες (ταχύτητες

επιφανειών ρότορα-στάτορα, πιέσεις στα άκρα της υδροδυναμικής σφήνας).

❖ *Ικανότητα Παραλαβής Φορτίου*

Με ολοκλήρωση της κατανομής της πίεσης στην επιφάνεια του ρότορα υπολογίζεται η ικανότητα παραλαβής φορτίου του εδράνου. Εάν το εξωτερικό φορτίο μεταβληθεί τότε η γεωμετρία του φιλμ θα αλλάξει (ο ρότορας θα πλησιάσει στον στάτορα ή θα απομακρυνθεί από αυτόν) ώστε να εξισορροπηθεί το εξωτερικό φορτίο. Επομένως, το φορτίο το οποίο μπορεί το έδρανο να υποστηρίξει για δεδομένη γεωμετρία φιλμ είναι:

$$W = \int_0^L \int_0^B p dx dy \quad (30)$$

όπου L το μήκος του εδράνου (διεύθυνση x) και B το πλάτος του εδράνου (διεύθυνση y).

Ο απορρέων τύπος για το φορτίο εξαρτάται από τη γεωμετρία του εδράνου, το ιξώδες του λιπαντικού και την ταχύτητα. Επομένως, οι παράμετροι σχεδίασης του εδράνου μπορούν να βελτιστοποιηθούν για μέγιστη απόδοσή του.

❖ *Δύναμη Τριβής*

Υποθέτοντας ότι η δύναμη τριβής στον ρότορα εξαρτάται μόνο από τη διάτμηση του ρευστού στη διεπιφάνεια ρότορα-ρευστού, αυτή μπορεί να υπολογιστεί από την ολοκλήρωση της διατμητικής τάσης τ σε όλη την επιφάνεια του ρότορα:

$$F_f = \int_0^L \int_0^B \tau dx dy \quad (31)$$

❖ *Συντελεστής Τριβής*

Ο συντελεστής τριβής υπολογίζεται ως εξής:

$$f = \frac{F_f}{W} = \frac{\int_0^L \int_0^B \tau dx dy}{\int_0^L \int_0^B p dx dy} \quad (32)$$

Ο συντελεστής τριβής αποτελεί πολύ σημαντική παράμετρο λειτουργίας του εδράνου και, συχνά, η ελαχιστοποίησή του είναι ο αντικειμενικός στόχος σχετικών προβλημάτων βελτιστοποίησης.

❖ *Παροχή λιπαντικού*

Η παροχή του λιπαντικού προκύπτει από την ολοκλήρωση των ρυθμών ροής q_x και q_y κατά μήκος και πλάτος εδράνου

αντίστοιχα με σκοπό τον υπολογισμό της διαρροής του λιπαντικού από τα άκρα και τις πλευρές του εδράνου:

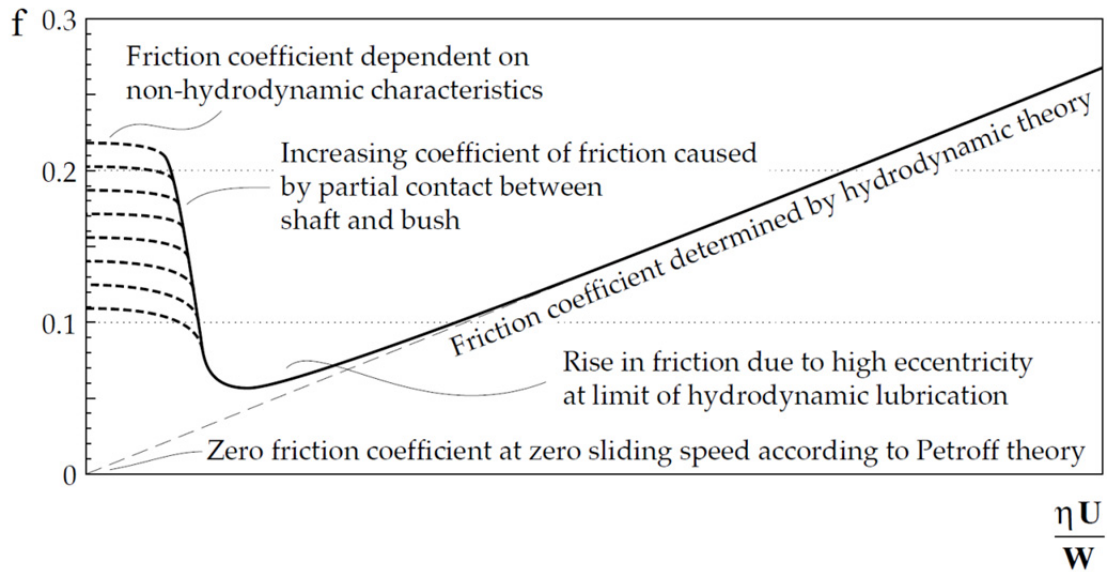
$$Q_x = \int_0^L q_x dy \quad (33)$$

$$Q_y = \int_0^B q_y dx \quad (34)$$

Η ροή του λιπαντικού είναι μείζονος σημασίας για τη λειτουργία του εδράνου γιατί έλλειψη λιπαντικού σε σημεία του εδράνου, αφενός οδηγεί σε μείωση της ικανότητας παραλαβής φορτίου, αφετέρου συντελεί στη φθορά του εδράνου λόγω πιθανής αύξησης της τοπικής τριβής μεταξύ στάτορα και ρότορα.

Όρια της Υδροδυναμικής Λίπανσης

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η υδροδυναμική λίπανση είναι εφικτή μόνο όταν μεταξύ των ολισθαινοσών επιφανειών υπάρχει κατάλληλα μεγάλη ταχύτητα. Μια σχετική ταχύτητα (μεταξύ στάτορα και ρότορα) $U=1$ m/s είναι τυπική για έδρανα ολίσθησης. Η αναπτυσσόμενη πίεση είναι ανάλογη του τετραγώνου του πάχους του φιλμ, επομένως τυχούσα μείωση της ταχύτητας έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση του πάχους του φιλμ ώστε να παραληφθούν τα αξονικά φορτία. Αν η μείωση της ταχύτητας είναι μεγάλη, το πάχος του φιλμ θα μειωθεί σε τόσο χαμηλά επίπεδα ώστε θα έρχονται σε επαφή τα υψηλότερα σημεία της τραχύτητας των επιφανειών στάτορα και ρότορα. Αυτή η κατάσταση, κατά την οποία οι επιφάνειες έρχονται σε επαφή και φθείρονται ενώ παράλληλα το υπάρχον φιλμ παραλαμβάνει μέρος μόνο του φορτίου, είναι γνωστή ως "μικτή υδροδυναμική λίπανση". Όταν η ταχύτητα μειωθεί ακόμη περισσότερο, η υδροδυναμική λίπανση εξαφανίζεται εντελώς και επέρχεται καθαρή επαφή μεταξύ των επιφανειών. Βέβαια, η υπάρχουσα, σχεδόν μηδενική (για τα δεδομένα της υδροδυναμικής λίπανσης) ποσότητα λιπαντικού ρευστού θα επηρεάζει, θετικά, τον συντελεστή τριβής και τον ρυθμό φθοράς – όπως συμβαίνει με τη λίπανση μηχανικών μερών ή στην περίπτωση μας, με τη λίπανση εδράνων κύλισης. Τα όρια της υδροδυναμικής λίπανσης συνοψίζονται στο ακόλουθο σχήμα:



Σχ. 5. Η συμπεριφορά του συντελεστή τριβής συναρτήσει του αριθμού Stribeck ([17]).

Οι πρώτες ερευνητικές προσπάθειες στην περιοχή των ορίων της υδροδυναμικής λίπανσης πραγματοποιήθηκαν στις αρχές του 20^{ου} αιώνα από τους Stribeck και Gumbel. Όταν η μετρούμενη τριβή (σε αδιάστατη μορφή) απεικονίστηκε σε διάγραμμα, συναρτήσει της παραμέτρου " $\eta U/W$ ", γνωστή πλέον ως **αριθμός Stribeck**, διαπιστώθηκε ότι ο συντελεστής τριβής " f " είχε γραμμική εξάρτηση με την παραπάνω παράμετρο για κάθε δυνατή ταχύτητα ολίσθησης εκτός από τις πολύ χαμηλές (Σχ. 5). Κάτω από μια κρίσιμη τιμή της παραμέτρου, ο συντελεστής τριβής αυξανόταν ραγδαία από τιμές της τάξεως του 0.01 σε τιμές ίσες ή και μεγαλύτερες του 0.1. Αυτή η απότομη αύξηση του συντελεστή τριβής σηματοδοτεί τον τερματισμό του μηχανισμού λειτουργίας της υδροδυναμικής λίπανσης. Μετέπειτα έρευνες απέδειξαν ότι η υδροδυναμική λίπανση υφίσταται όσο οι (τραχείες) επιφάνειες ολίσθησης διαχωρίζονται από (τουλάχιστον) μερικά νανόμετρα ρευστού. Διαπιστώθηκε ακόμη ότι επαρκεί ένα πάχος φιλμ ίσο με λίγο παραπάνω από το άθροισμα των μέγιστων τραχυτήτων των δύο επιφανειών ώστε να επιτευχθεί πλήρης υδροδυναμική λίπανση επιπέδων επιφανειών. Κάτι τέτοιο είναι εφικτό με τη σημερινή τεχνολογία, μέσω της οποίας μπορεί να εξασφαλιστεί επιφανειακή τραχύτητα για την οποία επαρκεί πάχος φιλμ της τάξεως των μερικών μικρομέτρων. Ένας πολύ σημαντικός παράγοντας για την επιλογή του πάχους του φιλμ είναι το μέγεθος του εδράνου. Για παράδειγμα, μεγαλύτερο πάχος επιλέγεται για το ωστικό έδρανο του πλοίου, επειδή λόγω της μεγάλης επιφάνειας είναι εξαιρετικά δύσκολο να επιτευχθεί η ακρίβεια των γεωμετρικών χαρακτηριστικών. Σχετικές αιτίες είναι οι ελαστικές, πλαστικές ή θερμικές παραμορφώσεις. Επιπρόσθετα, λόγω των μεγάλων

ταχυτήτων, της τάξεως των 10 m/s, τυχούσα επαφή των δύο επιφανειών θα δημιουργούσε μεγάλες δυνάμεις τριβής με αποτέλεσμα υπερθέρμανση του λιπαντικού και των επιφανειών, και πιθανή αστοχία του εδράνου. Η δυσκολία στον προσδιορισμό των ταχυτήτων και των φορτίων σε οριακό πάχος φιλμ δυσχεραίνει περαιτέρω την κατάσταση. Για αυτούς τους λόγους τα έδρανα ολίσθησης, ιδιαίτερα τα μεγάλου μεγέθους και ταχύτητας, σχεδιάζονται ούτως ώστε να λειτουργούν με πάχος φιλμ αισθητά μεγαλύτερο από το ελάχιστο απαιτούμενο.

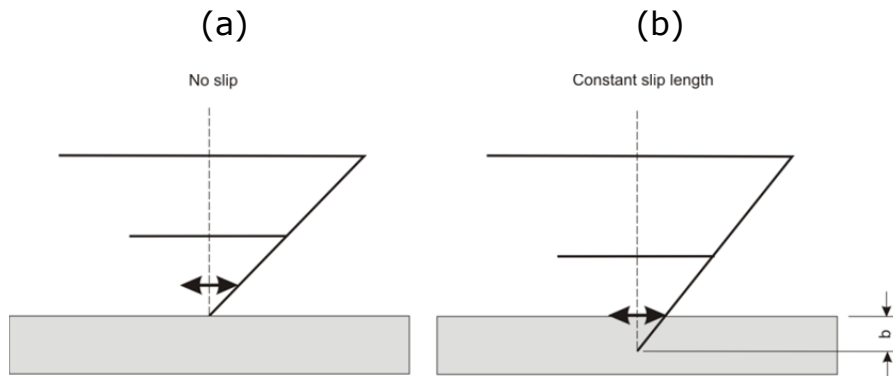
2.3. Υδροφοβικές Ιδιότητες Επιφανειών – Τριβολογικές Εφαρμογές

Η υπόθεση μη-ολίσθησης, δηλαδή η υπόθεση ότι τα μόρια του ρευστού στη διεπιφάνεια στερεού-ρευστού έχουν την ίδια ταχύτητα με τη στερεά επιφάνεια αποτελεί βασική οριακή συνθήκη της ρευστομηχανικής. Τις τελευταίες δεκαετίες έχουν δημοσιευτεί πολλές εργασίες στις οποίες καταδεικνύονται περιπτώσεις στερών και ρευστών στις οποίες τα ρευστά ολισθαίνουν στη διεπιφάνεια στερεού-ρευστού [18]. Σε πολλά από τα πειράματα που έχουν διεξαχθεί, οι στερεές επιφάνειες ήταν όσο το δυνατόν πιο λείες – μια προσέγγιση αρκετά κατανοητή καθώς, γενικά, η τραχύτητα μιας επιφάνειας βοηθά στην ανάπτυξη τριβής σε μικροσκοπικό επίπεδο και επομένως στη δημιουργία συνθηκών που χαρακτηρίζονται από την υπόθεση μη-ολίσθησης. Παρ' όλα αυτά, ολίσθηση παρατηρήθηκε και σε επιφάνειες με κατάλληλη μικροτραχύτητα ώστε μόρια αέρα να εγκλωβίζονται στη γεωμετρία της μικροτραχύτητας ανάμεσα στην επιφάνεια και το ρευστό, το οποίο αποκτά μη μηδενική φαινόμενη ταχύτητα ως προς την επιφάνεια [19].

Είναι γνωστό εδώ και πολλά χρόνια ότι ορισμένα ρευστά, μη-Νευτώνεια ή, γενικότερα, περίπλοκης φύσης, όπως για παράδειγμα τήγματα πολυμερών, μπορούν να ολισθήσουν σε στερεές επιφάνειες. Απεδείχθη ότι η αιτία αυτού του φαινομένου είναι η δραστική μείωση του ιξώδους του στρώματος του ρευστού πιο κοντά στην επιφάνεια εξαιτίας της ανάπτυξης μεγάλων διατμητικών τάσεων (διατμητική λέπτυνση - shear thinning). Σε αυτές τις περιπτώσεις, η ολίσθηση έχει μοντελοποιηθεί επιτυχώς χρησιμοποιώντας το **μοντέλο σταθερού μήκους ολίσθησης του Navier**, το οποίο, σε ροή Couette, προσεγγίζει το ρευστό σαν αυτό να ρέει επί φανταστικής επιφάνειας η οποία απέχει από την πραγματική επιφάνεια κατά απόσταση ***b***, γνωστή και ως μήκος ολίσθησης (slip length). Το μοντέλο αυτό συσχετίζει την ταχύτητα ολίσθησης του ρευστού, ***u_s***, με τη διατμητική τάση, ***τ_{cr}***, στο υγρό στη διεπιφάνεια υγρού-στερεού μέσω της σχέσης:

$$\tau = \frac{\eta}{b} u_s \quad (35)$$

όπου η είναι το δυναμικό ιξώδες του υγρού. Στο **Σχ. 6** φαίνεται η διαφορά μεταξύ συνθηκών ολίσθησης και μη-ολίσθησης για σταθερό μήκος ολίσθησης σε ροή Couette.



Σχ. 6. (a) Συνθήκη μη-ολίσθησης στη διεπιφάνεια ρευστού-στερεού (b) Μοντέλο σταθερού μήκους ολίσθησης του Navier για τον υπολογισμό της ταχύτητας ολίσθησης ρευστού.

Το μοντέλο του Navier αποδείχθηκε ότι δεν είναι κατάλληλο για την πρόβλεψη της ταχύτητας ολίσθησης σε επιφάνειες με σημαντικές μεταβολές στην κατανομή της διατμητικής τάσης, κυρίως γιατί υποθέτει μη μηδενική ταχύτητα ολίσθησης ακόμη και για πολύ μικρές τιμές της διάτμησης στη διεπιφάνεια ρευστού-στερεού. Η παράμετρος της διάτμησης λαμβάνεται υπόψη για τον υπολογισμό της ταχύτητας ολίσθησης από ένα τροποποιημένο μοντέλο Navier που εισήχθη από τους Spikes & Granick [8], και παρουσιάζεται παρακάτω.

Τροποποιημένο Μοντέλο Navier

Σύμφωνα με το τροποποιημένο μοντέλο Navier, το ρευστό ολισθαίνει επί της υδροφοβικής επιφάνειας όταν η τοπική τιμή της διάτμησης στη διεπιφάνεια στερεού-ρευστού ξεπεράσει μία κρίσιμη τιμή τ_{cr} . Επομένως η ταχύτητα ολίσθησης μπορεί να υπολογιστεί από την Εξ.(36):

$$u_s = \begin{cases} 0, & \tau < \tau_{cr} \\ (\tau - \tau_{cr}) * \frac{b}{\eta}, & \tau \geq \tau_{cr} \end{cases} \quad (36)$$

Οι Spikes & Granick [8] είναι οι πρώτοι που εισήγαγαν και χρησιμοποίησαν αυτό το μοντέλο. Συγκεκριμένα, το εφάρμοσαν σε ένα δισδιάστατο πρόβλημα σφαίρας σε επίπεδο (ball-on-flat) και υπολόγισαν την παράγωγο της πίεσης για τρεις περιπτώσεις:

- i. Ολίσθηση δυνατή μόνο σε μία από τις δύο επιφάνειες (επίπεδο – σφαίρα).
- ii. Ολίσθηση δυνατή και στις δύο επιφάνειες. Επιφάνειες με ίδια χαρακτηριστικά υδροφοβικότητας.
- iii. Ολίσθηση δυνατή και στις δύο επιφάνειες. Επιφάνειες με διαφορετικά χαρακτηριστικά υδροφοβικότητας.

Το μοντέλο ολίσθησης του Navier και το τροποποιημένο μοντέλο των Spikes & Granick είναι μαθηματικά μοντέλα, και οι απόψεις διίστανται σχετικά με το αν μπορούν τέτοιου είδους μοντέλα να χρησιμοποιηθούν για την πρόβλεψη της πραγματικής συμπεριφοράς στη διεπιφάνεια υγρού-στερεού. Στη βιβλιογραφία, έχουν αναφερθεί και πολυπλοκότεροι τρόποι μοντελοποίησης της πραγματικής αλληλεπίδρασης στερεού-ρευστού στο σύνορο υδροφοβικών επιφανειών. Δύο τέτοια μοντέλα, κατάλληλα για απλά υγρά σε λείες, υδροφοβικές επιφάνειες είναι αυτά των Tolstoi-Blake και της Vinogradova. Το μοντέλο των Tolstoi - Blake [20] βασίζεται στην υπόθεση ενισχυμένης κινητικότητας των μορίων του ρευστού που γειτνιάζουν με ένα υδροφοβικό στερεό. Το μοντέλο της Vinogradova [21] προσεγγίζει το φαινόμενο με την υπόθεση σχηματισμού ενός φιλμ αερίου απειροστού πάχους μεταξύ του υγρού και της στερεάς υδροφοβικής επιφάνειας.

2.4. Θεωρία Φθοράς

Ως φθορά ορίζεται η διαδικασία της σταδιακής αφαίρεσης υλικού από τις επιφάνειες στερεών που έρχονται σε επαφή κατά τη διάρκεια σχετικής μεταξύ τους κίνησης. Η φθορά μπορεί να οφείλεται σε πλήθος φαινομένων, μεταξύ των οποίων σε: εκτριβή, κόπωση, σπηλαίωση, διάβρωση. Τα αποτελέσματα της φθοράς λόγω εκτριβής εμφανίζονται ως μη αναστρέψιμες αλλαγές στο εξωτερικό περίγραμμα ενός σώματος ή ως αύξηση των διακένων μεταξύ στερεών σε επαφή. Ένας διαδεδομένος τρόπος αξιολόγησης του μεγέθους της φθοράς είναι μέσω μέτρησης του βάθους φθοράς σε όλη την επιφάνεια ενδιαφέροντος. Σε προσομοιώσεις, το βάθος φθοράς μπορεί να εκτιμηθεί με τη βοήθεια μοντέλων φθοράς, εκ των οποίων πιο γνωστό είναι αυτό που προτάθηκε από τον Archard [1] και αναφέρεται στη βιβλιογραφία ως εξίσωση του Archard.

Η παρατήρηση του φαινομένου της φθοράς χρονολογείται από τις πρώτες ημέρες της σύγχρονης μηχανικής. Οι πρώτες

πειραματικές προσπάθειες για την κατανόηση του φαινομένου της φθοράς εντοπίζονται στις αρχές του 19^{ου} αιώνα. Έκτοτε, έχει σημειωθεί μεγάλη εξέλιξη στην περιοχή αυτή, αλλά, υπογραμμίζεται το γεγονός πως η πρόβλεψη και ο έλεγχος της φθοράς σε επιφάνειες που τρίβονται μεταξύ τους είναι, ακόμη και σήμερα, μια πολύπλοκη διαδικασία.

Η μοντελοποίηση της τριβής και της προκαλούμενης φθοράς αποτελεί εξαιρετικά σημαντικό και ενδιαφέρον θέμα. Κατά τη σχεδίαση μηχανολογικών εξαρτημάτων που λειτουργούν σε συνθήκες επαφής, πρέπει να είναι γνωστές οι περιοχές επαφής και οι αναπτυσσόμενες κατά την επαφή τάσεις, ώστε να μπορεί να προβλεφθεί η σχετική φθορά τους. Γενικά, η τριβή, η φθορά και οι συνθήκες επαφής μεταξύ τριβόμενων εξαρτημάτων έχουν αποτελέσει αντικείμενα μελέτης σε πλήθος πειραματικών και θεωρητικών ερευνών. Μια συνοπτική παρουσίαση των θεμάτων γίνεται στις επόμενες παραγράφους.

Πειραματικές παρατηρήσεις της φθοράς και επιφανειακή βλάβη

Η τριβή μεταξύ στερεών και τα αποτελέσματά της (θερμότητα οφειλόμενη στην τριβή, φθορά των επιφανειών) επηρεάζει τη μορφολογία του συνεργαζόμενων μερών. Γενικά, τα μηχανικά μέρη μπορούν να αστοχήσουν με δύο τρόπους: λόγω θραύσης ή λόγω εκτεταμένης φθοράς. Υψηλοί ρυθμοί παρατηρούνται σε τριβόμενες επιφάνειες φθοράς που λειτουργούν σε συνθήκες ξηρής τριβής ή οριακής λίπανσης.

Το φαινόμενο της φθοράς, ως διαδικασία σταδιακής αποκόλλησης υλικού από την επιφάνεια ενός στερεού, δεν σταματάει στο πέρας της αποκόλλησης, αλλά συνεχίζει να προβληματίζει λόγω της πορείας του αποκολλημένου υλικού, δηλαδή των παραγόμενων προϊόντων φθοράς. Τα σωματίδια που δημιουργεί η φθορά μπορούν να αναλυθούν ώστε να εκτιμηθεί το είδος και το εύρος της φθοράς. Η ανάλυση των προϊόντων της φθοράς και η συσχέτισή της με την κατάσταση λειτουργίας της μηχανής αποτελούν το αντικείμενο εντατικών ερευνών [22], [23]. Εν γένει, η φθορά των υλικών είναι το αποτέλεσμα πληθώρας μηχανικών, φυσικών και χημικών φαινομένων. Μπορεί να οφείλεται σε ένα πλήθος φαινομένων: εκτριβή, κόπωση, σπηλαιώση, διάβρωση. Η φθορά των στερεών αντιμετωπίζεται συνήθως ως μηχανική διαδικασία. Ωστόσο, η οξειδωση, η διάβρωση και άλλα χημικά φαινόμενα αποτελούν εξαιρέσεις αυτού του κανόνα. Η φθορά εκτριβής και η κόπωση παρουσιάζουν το μεγαλύτερο ενδιαφέρον από τεχνολογικής απόψεως, καθώς εκτιμάται ότι η συνολική φθορά των μηχανικών μερών οφείλεται κατά 80-90% στην εκτριβή και κατά 8% στην

κόπωση [24]. Η συνεισφορά των υπόλοιπων τύπων φθοράς είναι μικρότερη.

Όσον αφορά στη μέτρηση της φθοράς, η πλειοψηφία των σχετικών παρατηρήσεων πραγματοποιείται έμμεσα. Πρέπει να σταματήσει η λειτουργία της συσκευής και να γίνει αποσυναρμολόγηση, ώστε να απομονωθούν τα εξαρτήματα προς εξέταση, και τελικά να μετρηθεί η φθορά. Ο πιο εύκολος τρόπος μέτρησης είναι δια της ζύγισης του εξαρτήματος. Ο τρόπος αυτός δίνει σχετικά εύκολα την ποσότητα του αποκολλημένου υλικού, αλλά υστερεί στο γεγονός ότι δεν μπορεί να δώσει περαιτέρω πληροφορίες όσον αφορά στην κατανομή του βάθους φθοράς στην επιφάνεια επαφής. Ως εκ τούτου, για να εξασφαλιστεί ποιοτική πληροφορία σχετικά με το μέγεθος της φθοράς, χρησιμοποιείται απλή οπτική παρατήρηση της φθαρμένης επιφάνειας. Η ευκολότερη μέθοδος οπτικής παρατήρησης είναι με τη χρήση φωτογραφίας. Μπορεί ακόμη να επιστρατευθούν μικροσκόπια, είτε οπτικά είτε πιο εξελιγμένα (π.χ. ηλεκτρονικό μικροσκόπιο σάρωσης), η χρήση των οποίων προφανώς παρέχει διασάφιστη παρατήρηση. Για ενδελεχή ποσοτική ανάλυση του βάθους φθοράς, πρέπει να χρησιμοποιηθούν τεχνικές που καταγράφουν τη γεωμετρία της φθαρμένης επιφάνειας. Το βάθος της φθοράς μπορεί να προκύψει με τη χρήση μετρήσεων της τοπογραφίας της επιφάνειας και, εν συνεχεία, μπορεί εύκολα να εκτιμηθεί η ποσότητα του απολεσθέντος υλικού. Τέλος, η μελέτη της ιστορίας της φθοράς μπορεί να βοηθήσει την κατανόηση της φύσης της διαδικασίας της φθοράς.

Άλλες εναλλακτικές μέθοδοι μέτρησης της φθοράς συμπεριλαμβάνουν τη χρήση ραδιενέργειας και ραδιονουκλιδίων [24]. Αυτό φυσικά απαιτεί την πρόσδοση ιδιοτήτων ραδιενέργειας στα προς εξέταση εξαρτήματα. Οι ακόλουθες ποσότητες μετρούνται:

- ✓ ποσότητα των προϊόντων της φθοράς στο λιπαντικό, εάν αυτό χρησιμοποιείται κατά τη λειτουργία του συστήματος
- ✓ ποσότητα των ραδιενεργών προϊόντων φθοράς ή τη ραδιενέργεια που μεταφέρεται σε γειτονικές, μη-ραδιενεργές επιφάνειες.

Η φθορά αποτελεί έναν από τους βασικότερους παράγοντες από τους οποίους εξαρτάται η διάρκεια ζωής ενός συστήματος – μηχανής. Τα διάκενα ανοχής μεταξύ των μηχανικών εξαρτημάτων μεγαλώνουν λόγω της φθοράς, οδηγώντας σε περαιτέρω προβληματικές καταστάσεις: αύξηση της τριβής, ανεπιθύμητες δυναμικές φορτίσεις, κρουστικές φορτίσεις, κραδασμούς, μη επιθυμητές κινήσεις, θόρυβο, δημιουργία ρωγμών και θραύση από κόπωση λόγω μεγαλύτερων καταπονήσεων που οφείλονται στην

αλλαγή της αρχικής γεωμετρίας, αλλοίωση της ποιότητας επιφάνειας, απώλεια των ιδιοτήτων έναντι φθοράς των επιφανειών, με συνέπεια την περαιτέρω φθορά, παραγωγή θερμότητας, μόλυνση του λιπαντικού, κλπ. Κάποια από τα παραπάνω θα οδηγήσουν τελικά σε αστοχία της μηχανολογικής διάταξης. Είναι συχνό φαινόμενο, κάποιο εξάρτημα να κρίνεται ακατάλληλο για χρήση, όχι λόγω μιας αστοχίας που προκλήθηκε από υπέρβαση των αντοχών αλλά λόγω μεγάλης απώλειας υλικού που οφείλεται στη φθορά. Επομένως, η φθορά αποκτάει ιδιαίτερη σημασία και από οικονομικής απόψεως μια και εξαιτίας της μπορεί να υπάρξει ανάγκη συντήρησης ή αντικατάστασης κάποιου μηχανολογικού εξαρτήματος, επιβαρύνοντας τη λειτουργία της διάταξης με το ανάλογο κόστος.

Η ολοκληρωτική εξάλειψη της φθοράς δεν είναι, φυσικά, δυνατή και συνεπώς ο αντικειμενικός στόχος είναι η μείωση της. Ο πιο διαδεδομένος τρόπος μείωσης της φθοράς είναι η λίπανση των αλληλεπιδρουσών επιφανειών. Άλλες μέθοδοι που χρησιμοποιούνται είναι: χρησιμοποίηση στοιχείων με πολύ λείες επιφάνειες, χρησιμοποίηση αντιτριβικών επιστρωμάτων, ή κατάλληλη τροποποίηση των υλικών των τριβόμενων μερών κοντά στην επιφάνεια επαφής.

Όπως προαναφέρθηκε, μια από τις σοβαρότερες επιπτώσεις της φθοράς είναι η αλλαγή της γεωμετρίας και του μεγέθους των στοιχείων μηχανής. Παρ' όλα αυτά, υπάρχουν σχεδιασμοί που αναιρούν – σε κάποιον βαθμό – τη δυσάρεστη αυτή κατάσταση. Ένα παράδειγμα είναι οι ολισθαίνουσες ηλεκτρικές επαφές, στις οποίες μικρό ποσοστό φθοράς των στοιχείων μηχανής μπορεί να αντισταθμιστεί με τη βοήθεια ενός ελατηρίου υπό τάση που πιέζει τη μια επιφάνεια προς την άλλη. Ένα άλλο παράδειγμα είναι τα στεγανοποιητικά των στρόβιλων, τα οποία κατασκευάζονται και συναρμολογούνται με προ-σχεδιασμένη σύσφιξη. Έτσι, κατά τη λειτουργία της στρόβιλου και υπό την αναπτυσσόμενη πίεση, συμπεριφέρονται ως στεγανοποιητικά με πολύ μικρή σύσφιξη. Ακόμη και τα πέλματα (τακάκια) των φρένων μπορούν να λειτουργήσουν ικανοποιητικά έχοντας χάσει έως και 75% του αρχικού πάχους τους.

Εν κατακλείδι, οι συνέπειες της φθοράς είναι συνολικά αρνητικές για τις εφαρμογές της μηχανολογίας, αλλά ο καλός σχεδιασμός και έξυπνες λύσεις όπως οι προαναφερθείσες μπορούν να επιτρέψουν την ομαλή λειτουργία της μηχανολογικής εγκατάστασης και να παρατείνουν τη διάρκεια ζωής της αρκετά πέρα από το αναμενόμενο. Στο γενικότερο αυτό πλαίσιο εντάσσεται και η παρούσα Διπλωματική Εργασία.

Εξίσωση του Archard για τη φθορά

Η τριβή και η φθορά εξαρτώνται καταρχάς από τις συνθήκες ολίσθησης, δηλαδή την πίεση και την ταχύτητα ολίσθησης, επειδή η μηχανική φθορά είναι αποτέλεσμα μηχανικών διεργασιών. Κατά δεύτερο λόγο επηρεάζεται από τις ιδιότητες των χρησιμοποιούμενων υλικών. Επομένως, η διαδικασία φθοράς κατά γενική ομολογία είναι αλληλένδετη με τη διαδικασία τριβής.

Οι πρώτες επιστημονικές συνεισφορές στη δημιουργία εξισώσεων φθοράς πραγματοποιήθηκαν από τον Holm το 1946. Η σχέση που προτάθηκε συνέδεε τον όγκο του υλικού που αφαιρείται λόγω φθοράς με την απόσταση ολίσθησης και την πραγματική έκταση επαφής. Το 1953, ο Archard διατύπωσε τη δική του εξίσωση φθοράς [1], η οποία κατέληξε να μείνει γνωστή ως «Εξίσωση του Archard» ή «Νόμος του Archard»: το βάθος φθοράς που υφίσταται το υλικό (δ_0) είναι ευθέως ανάλογο με την απόσταση ολίσθησης (s), τη μέση πίεση (p) και τον αδιάστατο συντελεστή φθοράς (K) και αντιστρόφως ανάλογο με τη σκληρότητα της επιφάνειας που φθείρεται (H).

$$\delta_0 = K \frac{p s}{H} \quad (37)$$

Στη συνέχεια, υιοθετήθηκε ένας ευρύτερος ορισμός του συντελεστή φθοράς:

$$k = \frac{K}{H} \quad (38)$$

και επομένως σήμερα είναι γενικά αποδεκτό ότι η φθορά εξαρτάται από τον συντελεστή φθοράς, την πίεση και την απόσταση ολίσθησης. Ιδιαίτερα για τους δύο τελευταίους παράγοντες, ο πιο απλός τρόπος για να πιστοποιηθεί πώς επηρεάζουν τη φθορά είναι μέσω πειραμάτων ακίδας σε δίσκο (pin-on-disc).

Ο αδιάστατος συντελεστής φθοράς k στην εξίσωση του Archard (Εξ.(38)) μπορεί να ερμηνευτεί με διαφορετικούς τρόπους. Για παράδειγμα, ο συντελεστής k μπορεί να θεωρηθεί ως το μέτρο της αποτελεσματικότητας του απολεσθέντος υλικού δεδομένου του πραγματοποιηθέντος έργου.

Μηχανική της Επαφής

Σύμφωνα με πειραματικές παρατηρήσεις, η φθορά σε έδρανα οφείλεται κυρίως στην απώλεια υλικού λόγω ξηρής τριβής (εκτριβή) μεταξύ του στάτορα και του ρότορα, κατά την εκκίνηση/διακοπή λειτουργίας του εδράνου (start/stop). Η ξηρή τριβή εμφανίζεται λόγω της επαφής των δυο επιφανειών, ελλείπει λιπαντικού. Η

περιοχή της μηχανικής η οποία ασχολείται με την επαφή επιφανειών και την αναπτυσσόμενη μεταξύ τους πίεση, λέγεται μηχανική της επαφής (contact mechanics). Αναλυτικές λύσεις διαφόρων ειδών επαφής έχουν προταθεί, μερικές εκ των οποίων παρουσιάζονται στη συνέχεια. Συνήθως, βασική υπόθεση αυτών των λύσεων αποτελεί η "προσέγγιση του ημι-χώρου" (half-space) [25], σύμφωνα με την οποία λαμβάνονται υπόψη οι παραμορφώσεις που προκαλούνται σε ημι-χώρο από τάση η οποία αναπτύσσεται στην επιφάνειά του. Ο υπολογισμός της παραμόρφωσης ενός ελαστικού σώματος, στην επιφάνεια του οποίου ασκείται συγκεντρωμένη δύναμη, είναι πιο εύκολος από τη λύση του προβλήματος επαφής και ελαστικής παραμόρφωσης δύο σωμάτων λόγω του ότι στη δεύτερη περίπτωση, η επιφάνεια επαφής και η κατανομή των πιέσεων προκύπτουν και οι δύο από την επίλυση του προβλήματος. Το κλασικότερο σχετικό παράδειγμα, το οποίο αποτελεί τη βάση για ανάλυση άλλων περιπτώσεων, είναι το ακόλουθο.

Παραμόρφωση ελαστικού ημι-χώρου λόγω ασκούμενων επιφανειακών δυνάμεων [25]

Θεωρείται ένα ελαστικό μέσο το οποίο καταλαμβάνει έναν απείρωσ μεγάλο ημι-χώρο, δηλαδή το μόνο όριό του είναι ένα άπειρο επίπεδο (**Σχ. 7**). Υπό την επίδραση δυνάμεων επί της ελεύθερης επιφάνειας, το μέσο παραμορφώνεται κατά τη διεύθυνση z .

Η προκαλούμενη από τη δύναμη μετατόπιση μπορεί να υπολογιστεί μέσω των ακόλουθων σχέσεων:

$$u_x = \frac{1+\nu}{2\pi E} \left[\frac{xz}{r^3} - \frac{(1-2\nu)x}{r(r+z)} \right] F_z \quad (39)$$

$$u_y = \frac{1+\nu}{2\pi E} \left[\frac{yz}{r^3} - \frac{(1-2\nu)y}{r(r+z)} \right] F_z \quad (40)$$

$$u_z = \frac{1+\nu}{2\pi E} \left[\frac{2(1-\nu)}{r} + \frac{z^2}{r^3} \right] F_z \quad (41)$$

όπου u_x , u_y , u_z οι μετατοπίσεις οποιουδήποτε σημείου x,y,z προς τους τρεις άξονες, E , το μέτρο ελαστικότητας του υλικού, ν , ο λόγος Poisson και $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Οι μετατοπίσεις της ελεύθερης επιφάνειας, η οποία έχει οριστεί στο επίπεδο $z=0$, μπορούν να υπολογιστούν μέσω των σχέσεων:

$$u_x = -\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{2\pi E} \frac{x}{r^2} F_z \quad (42)$$

$$u_y = -\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{2\pi E} \frac{y}{r^2} F_z \quad (43)$$

$$u_z = -\frac{(1-\nu^2)}{\pi E} \frac{x}{r} F_z \quad (44)$$

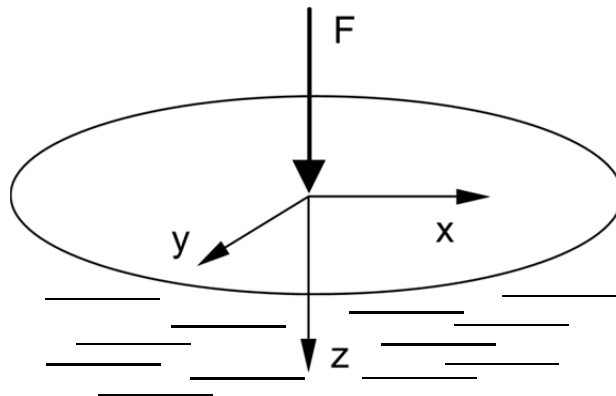
Εάν πολλές δυνάμεις ενεργήσουν παράλληλα, η συνολική μετατόπιση θα είναι ίση με το άθροισμα των μετατοπίσεων που θα προέκυπταν από την εφαρμογή κάθε δύναμης ξεχωριστά.

Η προσέγγιση του ημι-χώρου υποθέτει ότι οι επιφάνειες στην περιοχή της επαφής είναι επίπεδες.

Στο πλαίσιο της προσέγγισης του ημι-χώρου, για προβλήματα επαφής χωρίς τριβή, μόνο η συνιστώσα της μετατόπισης κατά τον άξονα z , η οποία προκύπτει από την Εξ. (44), έχει ενδιαφέρον. Πριν την ανάλυση πραγματικών προβλημάτων επαφής, θα παρουσιαστούν δύο προπαρασκευαστικά προβλήματα. Έστω κατανομή πίεσης ίση με

$$p = p_0(1 - r^2/a^2)^n \quad (45)$$

η οποία ασκείται σε περιοχή κυκλικού σχήματος, ακτίνας a . Αναζητείται η κάθετη μετατόπιση των σημείων της επιφάνειας στα οποία αναπτύσσεται η πίεση.



Σχ. 7. Σύστημα συντεταγμένων κατά την άσκηση δύναμης F σε ελαστικό ημι-χώρο.

- a) Ομοιόμορφη μετατόπιση κατά τη διεύθυνση της δύναμης (εκθέτης $n=-1/2$)

Το σύστημα συντεταγμένων που χρησιμοποιείται παρουσιάζεται στο **Σχ. 7**. Η επιβαλλόμενη πίεση υπολογίζεται από την σχέση:

$$p = p_0 \left(1 - \frac{r^2}{\alpha^2}\right)^{-1/2} \quad (46)$$

Η συνεπαγόμενη μετατόπιση κατά τον άξονα z είναι:

$$u_z = \frac{\pi p_0 a}{E^*}, \quad r \leq a \quad (47)$$

$$\text{όπου } E^* = \frac{E}{1-\nu^2}$$

Η μετατόπιση κατά τον άξονα z είναι η ίδια για όλα τα σημεία εντός της περιοχής επαφής. Από αυτό το αποτέλεσμα προκύπτει η προέλευση της υποθετικής κατανομής πίεσης: παράγεται από τη διείσδυση άκαμπτης κυλινδρικής ράβδου σε ελαστικό ημι-χώρο. Η συνολική δύναμη που ασκείται στην περιοχή επαφής ισούται με

$$F = \int_0^a p(r) 2\pi r dr = 2\pi p_0 \alpha^2 \quad (48)$$

Η ακαμψία της επαφής ορίζεται από τον λόγο της δύναμης F προς τη μετατόπιση u_z :

$$c = 2aE^* \quad (49)$$

Εάν η Εξ. (49) γραφτεί στη μορφή

$$c = 2E^* \beta \sqrt{\frac{A}{\pi}} \quad (50)$$

όπου A είναι το εμβαδόν της επιφάνειας επαφής της άκαμπτης ακίδας κωνικής γεωμετρίας, και β σταθερά η οποία λαμβάνει την τιμή 1.0 για κυκλική διατομή της ακίδας, και τις τιμές 1.024 και 1.012 για τριγωνική και τετράγωνη διατομή αντίστοιχα.

b) Κατανομή Πίεσης Hertz (εκθέτης $n=1/2$)

Για την κατανομή πίεσης της μορφής

$$p = p_0 \left(1 - \frac{r^2}{\alpha^2}\right)^{1/2} \quad (51)$$

Η προκαλούμενη κάθετη μετατόπιση είναι:

$$u_z = \frac{\pi p_0}{E 4^* \alpha} (2a^2 - r^2), \quad r \leq a \quad (52)$$

Επομένως, η συνολική δύναμη εκφράζεται ως

$$F = \int_0^a p(r)2\pi r dr = \frac{2}{3}\pi p_0 a^2 \quad (53)$$

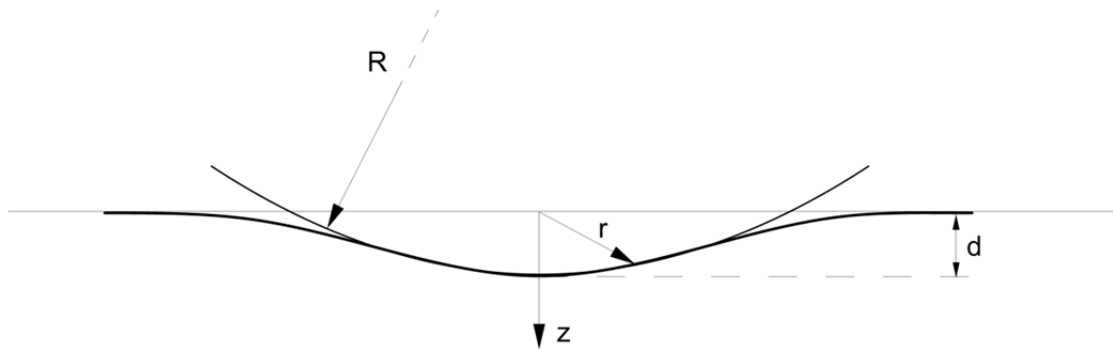
Θεωρία Ελαστικής Επαφής Hertz

Στο **Σχ. 8** φαίνεται η ελαστική επαφή μεταξύ άκαμπτης σφαίρας και ελαστικού ημι-χώρου. Η μετατόπιση κατά τον άξονα z των σημείων της επιφάνειας επαφής της σφαίρας και της αρχικά ομαλής επιφάνειας ισούται με:

$$u_z = d - \frac{r^2}{2R} \quad (54)$$

Με αντικατάσταση του u_z από την Εξ. (52) προκύπτει:

$$\frac{\pi p_0}{E^*4\alpha} (2a^2 - r^2) = d - \frac{r^2}{2R} \quad (55)$$



Σχ. 8. Ελαστική επαφή μεταξύ άκαμπτης σφαίρας ακτίνας **R** και ελαστικού ημι-χώρου. **d** είναι η μέγιστη μετατόπιση σημείου του ημι-χώρου.

Επομένως, οι παράμετροι a και d προκύπτουν:

$$a = \frac{\pi p_0 R}{2E^*} \quad (56)$$

$$d = \frac{\pi a p_0}{2E^*} \quad (57)$$

Και συνεπώς ισχύει για την ακτίνα επαφής a :

$$a^2 = Rd \quad (58)$$

Ενώ για τη μέγιστη πίεση p_0

$$p_0 = \frac{2}{\pi} E^* \left(\frac{d}{R} \right)^{1/2} \quad (59)$$

Εφαρμόζοντας στην Εξ. (58) προκύπτει η κάθετη δύναμη ως:

$$F = \frac{4}{3} E^* R^{1/2} d^{3/2} \quad (60)$$

Μέσω των Εξ. (59), (60) μπορεί να υπολογιστεί τόσο η πίεση στο κέντρο της περιοχής επαφής όσο και η ακτίνα επαφής συναρτήσει της κάθετης δύναμης. Δηλαδή:

$$p_0 = \left(\frac{6FE^{*2}}{\pi^3 R^2} \right)^{1/3} \quad (61)$$

$$a = \left(\frac{3FR}{4E^*} \right)^{1/3} \quad (62)$$

Εφαρμογές της Θεωρίας Ελαστικής Επαφής Hertz

Οι Εξ. (58)-(60) μπορούν να χρησιμοποιηθούν, με μικρές τροποποιήσεις, και για άλλες περιπτώσεις ελαστικής επαφής, πέραν της προαναφερθείσας περίπτωσης άκαμπτης σφαίρας - ελαστικού ημι-χώρου.

Εάν και τα δύο σώματα είναι ελαστικά, τότε στις Εξ. (58)-(60) πρέπει να χρησιμοποιηθεί η ακόλουθη έκφραση για το E^*

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \quad (63)$$

όπου E_1 και E_2 είναι οι σταθερές ελαστικότητας και ν_1 και ν_2 είναι οι λόγοι Poisson των δύο ελαστικών σωμάτων.

Παρακάτω παρουσιάζονται τυπικές περιπτώσεις επαφής ελαστικών σωμάτων:

A. Δύο σφαίρες

Στην περίπτωση δύο σφαιρών με ακτίνες R_1 και R_2 , οι Εξ. (58) - (60) μπορούν να χρησιμοποιηθούν λαμβάνοντας υπόψη την ακόλουθη έκφραση για την ακτίνα R

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (64)$$

Η έκφραση αυτή ισχύει είτε για εξωτερική, είτε για εσωτερική επαφή σφαιρών.

B. Άκαμπτο ελλειψοειδές σώμα και ελαστικός ημι-χώρος

Στην περίπτωση επαφής μεταξύ ενός ελαστικού ημι-χώρου και ενός άκαμπτου ελλειψοειδούς σώματος με κύριες ακτίνες καμπυλότητας R_1 και R_2 , προκύπτει ελλειπτική περιοχή επαφής. Οι ημι-άξονες αυτής της έλλειψης είναι:

$$a_E = \sqrt{R_1 d} \quad (65)$$

$$b_E = \sqrt{R_2 d} \quad (66)$$

Συνεπώς, η περιοχή επαφής υπολογίζεται ως:

$$A = \pi a_E b_E = \pi \tilde{R} d \quad (67)$$

όπου $\tilde{R} = \sqrt{R_1 R_2}$ η ενεργός ακτίνα καμπυλότητας της επιφάνειας (ακτίνα Gauss)

Η κατανομή της πίεσης δίνεται από την εξής έκφραση:

$$p(x, y) = p_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a_E^2} - \frac{y^2}{b_E^2}} \quad (68)$$

C. Δύο ελαστικοί κύλινδροι κάθετοι μεταξύ τους

Στην περίπτωση δύο ελαστικών κυλίνδρων, ακτίνων R_1 και R_2 , που έρχονται σε επαφή, και οι άξονές τους είναι κάθετοι μεταξύ τους, η απόσταση των επιφανειών των δύο σωμάτων τη στιγμή της επαφής (πριν αρχίσει η παραμόρφωση) είναι:

$$h(x, y) = \frac{x^2}{2R_1} + \frac{y^2}{2R_2} \quad (69)$$

Η Εξ. (69) εκφράζει γεωμετρία ελλειπτικής μορφής και επομένως μπορούν να χρησιμοποιηθούν τα αποτελέσματα της περίπτωσης (B) παραπάνω.

Αν οι δύο κύλινδροι έχουν την ίδια ακτίνα, δηλαδή αν $R=R_1=R_2$, τότε η επίλυση του προβλήματος είναι ίδια με την κλασική περίπτωση επαφής σφαίρας και ελαστικού ημι-χώρου.

D. Δύο ελαστικοί κύλινδροι παράλληλοι μεταξύ τους

Εάν οι άξονες των ελαστικών κυλίνδρων δεν είναι κάθετοι αλλά παράλληλοι μεταξύ τους, τότε η δύναμη επαφής είναι ανάλογη του βάρους διείσδυσης.

$$F = \frac{\pi}{4} E^* L d \quad (70)$$

Το ενδιαφέρον σχετικά με αυτήν την περίπτωση επαφής είναι ότι οι ακτίνες καμπυλότητας των κυλίνδρων δεν εμφανίζονται καθόλου στην παραπάνω σχέση. Όπως και στην επαφή μεταξύ δύο σφαιρών, η ακτίνα επαφής βρίσκεται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$a^2 = Rd \quad (71)$$

όπου

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (72)$$

Η μέγιστη πίεση ισούται με

$$p_0 = \frac{E^* d}{2 a} = \frac{E^*}{2} \left(\frac{d}{R}\right)^{1/2} = \left(\frac{E^* F}{LR}\right)^{1/2} \quad (73)$$

E. Άκαμπτη ακίδα κωνικής γεωμετρίας και ελαστικός ημι-χώρος

Κατά τη διείσδυση άκαμπτης ακίδας κωνικής γεωμετρίας (indenter) σε ελαστικό ημι-χώρο, το βάθος διείσδυσης d και η ακτίνα επαφής a σχετίζονται ως εξής:

$$d = \frac{\pi}{2} a \tan \theta \quad (74)$$

Η κατανομή πίεσης είναι της μορφής:

$$p(r) = -\frac{Ed}{\pi a(1-\nu^2)} \ln \left(\frac{a}{r} + \sqrt{\left(\frac{a}{r}\right)^2 - 1} \right) \quad (75)$$

Η αναπτυσσόμενη τάση έχει λογαριθμική μορφή στην άκρη του κώνου (δηλαδή στο μέσο της περιοχής επαφής). Η συνολική δύναμη υπολογίζεται ως:

$$F_N = \frac{2}{\pi} E^* \frac{d^2}{\tan \theta} \quad (76)$$

2.5. Γενετικοί Αλγόριθμοι – Πολυκριτηριακή Βελτιστοποίηση

Εισαγωγή στους Εξελικτικούς Αλγόριθμους [32]

Η ραγδαία πρόοδος της τεχνολογίας των ηλεκτρονικών υπολογιστών και η μείωση του κόστους της εγκατεστημένης υπολογιστικής ισχύος συνέβαλαν στην ευρύτερη χρήση των στοχαστικών αλγορίθμων βελτιστοποίησης. Χαρακτηριστικός

εκπρόσωπός τους είναι οι Εξελικτικοί Αλγόριθμοι Βελτιστοποίησης [26].

Οι Εξελικτικοί Αλγόριθμοι διαφέρουν ριζικά από τις υπόλοιπες στοχαστικές μεθόδους στο γεγονός ότι διαχειρίζονται πληθυσμούς υποψηφίων λύσεων και όχι μια συγκεκριμένη λύση. Αρχικά, χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση προβλημάτων μονοκριτηριακής βελτιστοποίησης, αλλά με κατάλληλες μετατροπές, είναι πλέον δυνατή η επίλυση πολυκριτηριακών προβλημάτων.

Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι είναι υπολογιστικά μοντέλα τα οποία αναζητούν τις βέλτιστες λύσεις ενός προβλήματος χρησιμοποιώντας στοχαστικούς μηχανισμούς που βασίζονται στην εξέλιξη των ειδών, όπως διατυπώθηκαν επιστημονικά από τον Δαρβίνο. Σύμφωνα με τη θεωρία του Δαρβίνου, τα άτομα ενός πληθυσμού ανταγωνίζονται με απώτερο σκοπό την επιβίωση στο περιβάλλον τους και την αναπαραγωγή. Η φυσική τάξη των πραγμάτων προστάζει ότι τα άτομα που ταιριάζουν καλύτερα στο περιβάλλον τους είναι πιο πιθανόν να επιβιώσουν και να αναπαραχθούν, και επομένως τα γονίδια τους να μεταφερθούν σε μεγαλύτερο αριθμό απογόνων. Μάλιστα, ο συνδυασμός βέλτιστων χαρακτηριστικών από επιτυχημένους γονείς μπορεί να παραγάγει, υπό προϋποθέσεις, ακόμη πιο επιτυχημένους απογόνους, οι οποίοι προφανώς θα έχουν ακόμη καλύτερες πιθανότητες δικής τους επιβίωσης και επιβίωσης των γονιδίων τους. Έτσι, οι πληθυσμοί ατόμων προσαρμόζονται και εξελίσσονται σε ένα συγκεκριμένο περιβάλλον.

Ένας αλγόριθμος βελτιστοποίησης, για να μπορεί να χαρακτηριστεί εξελικτικός, πρέπει να έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

- Να εφαρμόζεται επί πληθυσμών ατόμων και όχι επί μεμονωμένων ατόμων.
- Με βάση την αντικειμενική συνάρτηση, η εξέλιξη του πληθυσμού από γενιά σε γενιά να καθορίζεται από την καταλληλότητα του κάθε ατόμου.
- Να γίνεται συνεχής ανανέωση του πληθυσμού μέσω της αντικατάστασης των ατόμων με χαμηλή καταλληλότητα από νέα άτομα με υψηλότερη καταλληλότητα.
- Να επιτυγχάνεται κληρονομικότητα χαρακτηριστικών από τους επιτυχημένους γονείς στους απογόνους κατά την εξέλιξη από γενιά σε γενιά, αλλά να είναι δυνατή και η στοχαστική δημιουργία νέων χαρακτηριστικών.

Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι χαρακτηρίζονται από τα εξής προτερήματα, τα οποία συνετέλεσαν στην ευρεία χρήση τους σε πολλούς τομείς της επιστημονικής έρευνας:

- ✓ Η ικανότητά τους να μην εγκλωβίζονται σε λύσεις τοπικών ακρότατων.
- ✓ Το περισσότερο εμπειρικό και όχι αυστηρά μαθηματικό τους υπόβαθρο.
- ✓ Η δυνατότητα τους να εφαρμόζονται σε πλήθος διαφορετικών μεταξύ τους προβλημάτων, και η αποτελεσματικότητά τους στην εύρεση λύσεων, με μόνη προϋπόθεση τη χρησιμοποίηση κατάλληλου λογισμικού αξιολόγησης των υποψήφιων λύσεων (ατόμων της γενιάς).

Από την άλλη, ένα σημαντικό μειονέκτημα των εξελικτικών αλγορίθμων είναι ότι σε προβλήματα στα οποία η κάθε αξιολόγηση απαιτεί μεγάλη υπολογιστική ισχύ (και επομένως είναι ιδιαίτερα χρονοβόρα), ο συνολικός χρόνος εύρεσης της βέλτιστης λύσης αυξάνεται υπερβολικά, λόγω της ανάγκης για μεγάλο αριθμό αξιολογήσεων.

Σύντομη Περιγραφή ενός Εξελικτικού Αλγορίθμου

Όπως αναφέρθηκε, εφαρμόζοντας τη θεωρία της εξέλιξης, οι εξελικτικοί αλγόριθμοι σαρώνουν πληθυσμούς κ υποψήφιων λύσεων (γνωστοί ως *γονείς*) με τελικό αποτέλεσμα την εξέλιξη σε πληθυσμό λ λύσεων (γνωστοί ως *απόγονοι*). Οι προκύπτοντες λ απόγονοι εξετάζονται ως προς την καταλληλότητά τους, και επιλέγονται οι κατάλληλοι *κ' εξ' αυτών*, ως νέοι γονείς της επόμενης γενιάς. Αυτή η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να ικανοποιηθεί κάποιο από τα επόμενα κριτήρια σύγκλισης:

- 1) Παρέλευση προκαθορισμένου αριθμού συνεχόμενων γενεών χωρίς περαιτέρω βελτίωση των βέλτιστων λύσεων.
- 2) Συμπλήρωση του μέγιστου προβλεπόμενου υπολογιστικού χρόνου αναζήτησης βέλτιστης λύσης.
- 3) Ομογενοποίηση του πληθυσμού λύσεων.
- 4) Σταδιακή επανάληψη των χαρακτηριστικών του πληθυσμού μετά από έναν αριθμό γενεών.

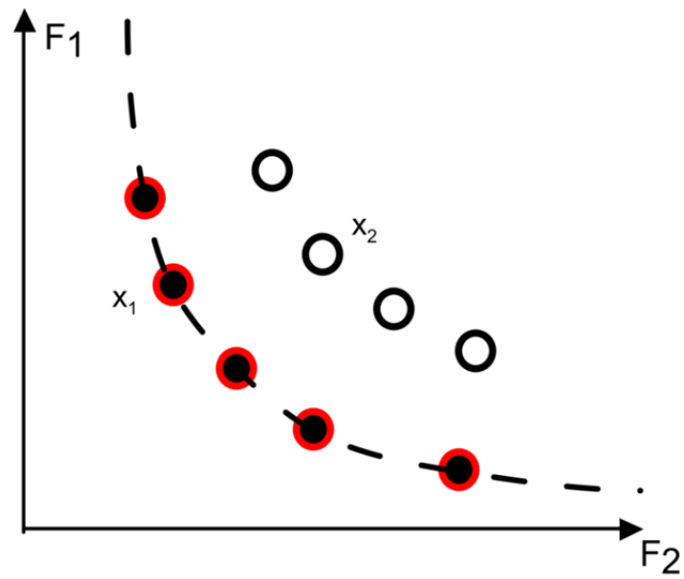
Πολυκριτηριακή Βελτιστοποίηση

Η βελτιστοποίηση που επιχειρείται στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας είναι σε πρόβλημα με δύο αντικειμενικές συναρτήσεις, των οποίων ζητείται η ταυτόχρονη βελτιστοποίηση.

Ο πιο συνηθισμένος τρόπος προσέγγισης ενός προβλήματος πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης είναι μέσω της μεθόδου του μετώπου Pareto (Pareto Front) ή μετώπου μη κυριαρχούμενων λύσεων.

Στο **Σχ. 9** παρουσιάζεται διαγραμματικά ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης δύο συναρτήσεων, $F_1(\vec{x})$ και $F_2(\vec{x})$, όπου \vec{x} το διάνυσμα των ανεξάρτητων μεταβλητών του προβλήματος βελτιστοποίησης (παραμέτρων σχεδίασης). Κάθε σημείο που απεικονίζεται στο **Σχ. 9** αντιστοιχεί σε μια διαφορετική σχεδίαση (συνδυασμός των ανεξάρτητων μεταβλητών του προβλήματος βελτιστοποίησης). Σε ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης, θεωρούμε ότι μια σχεδίαση \vec{x}_2 κυριαρχείται από μια σχεδίαση \vec{x}_1 όταν ισχύει $F_1(\vec{x}_1) \leq F_1(\vec{x}_2)$ και $F_2(\vec{x}_1) \leq F_2(\vec{x}_2)$, ενώ για μια τουλάχιστον από τις δύο προηγούμενες ανισότητες ισχύει $F_i(\vec{x}_1) < F_i(\vec{x}_2), i = 1 \text{ ή } 2$ [27]. Στο παράδειγμα του **Σχ. 9** η λύση \vec{x}_1 κυριαρχεί της λύσης \vec{x}_2 , επειδή παρουσιάζει χαμηλότερη τιμή και στις δύο αντικειμενικές συναρτήσεις (F_1, F_2). Με βάση την έννοια της κυριαρχίας, ορίζεται το μέτωπο Pareto (Pareto Front) ως το υποσύνολο των λύσεων στο οποίο καμία λύση δεν κυριαρχεί κάποια άλλη, και καμία λύση δεν κυριαρχείται από κάποια άλλη.

Το πλέον ενδιαφέρον στοιχείο του μετώπου Pareto είναι το γεγονός πως καμία λύση από το μέτωπο δεν μπορεί να «συγκριθεί» με άλλη λύση του μετώπου. Αυτό το παράδοξο, αρχικά, χαρακτηριστικό οφείλεται στο γεγονός ότι, λόγω των δύο ή περισσότερων αντικρουόμενων στόχων, καμία λύση δεν είναι βέλτιστη ταυτόχρονα ως προς όλους τους στόχους. Η επιλογή λοιπόν της κατάλληλης λύσης βρίσκεται στη διακριτική ευχέρεια του χρήστη του εξελικτικού αλγορίθμου και όχι του ίδιου του αλγορίθμου, και εξαρτάται από το ποιον στόχο επιθυμεί ο χρήστης να βελτιστοποιήσει και σε ποιο ποσοστό. Ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης μπορεί να βρει περισσότερες πληροφορίες στις εργασίες [29]-[32].



Σχ. 9. Μέτωπο Pareto προβλήματος με δύο αντικειμενικές συναρτήσεις F_1, F_2 . Τα πλήρη (κόκκινα) σημεία αποτελούν μη-κυριαρχούμενες λύσεις ενώ τα λευκά σημεία κυριαρχούμενες λύσεις. Η διακεκομμένη γραμμή είναι το μέτωπο Pareto, και σχηματίζεται από το σύνολο των μη-κυριαρχούμενων λύσεων.

3. Υπολογιστική Μελέτη – Αριθμητικά αποτελέσματα

3.1. Βελτιστοποίηση Χαρακτηριστικών Λειτουργίας Ωστικών Εδράνων

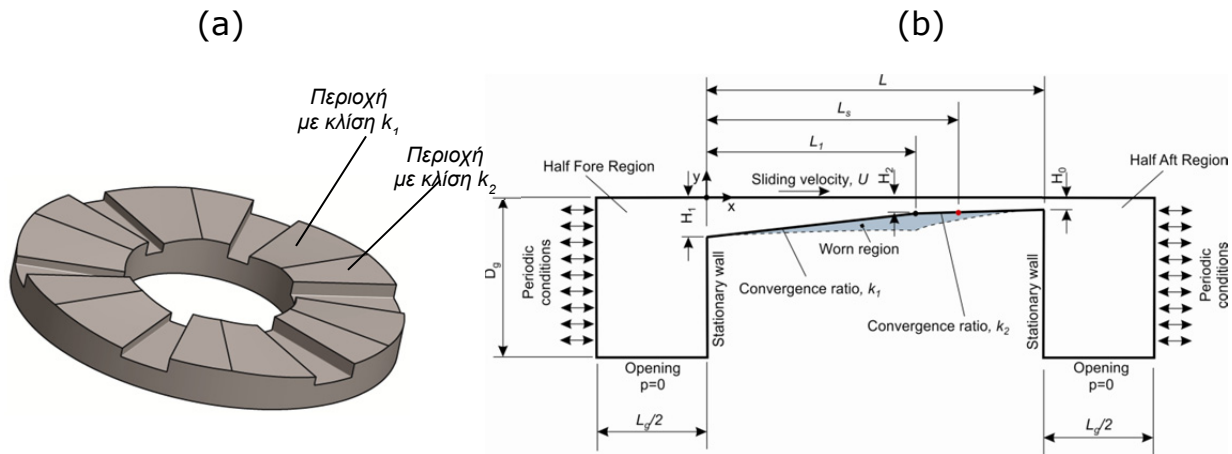
3.1.1. Γεωμετρία Εδράνου / Εξισώσεις / Οριακές και αρχικές Συνθήκες

Γεωμετρία Εδράνου

Στο **Σχ. 10a** παρουσιάζεται η γεωμετρία τυπικού ωστικού εδράνου με 6 πέλματα. Μεταξύ των πελμάτων υπάρχει αυλάκωση για την παροχή λιπαντικού μέσου. Η επιφάνεια κάθε πέλματος (στάτορας) αποτελείται από δύο τμήματα, καθένα από τα οποία έχει διαφορετική γωνία κλίσης. Τμήμα της επιφάνειας του στάτορα έχει υδροφοβικές ιδιότητες. Για τους υπολογισμούς της παρούσας ενότητας χρησιμοποιήθηκε μοντέλο διαστάσεων καναλιού, το οποίο παρουσιάζεται στο **Σχ. 10b**. Το λιπαντικό ρέει από την εμπρόσθια αυλάκωση, εισέρχεται στην περιοχή μεταξύ στάτορα και ρότορα και εξέρχεται στην ακολουθούσα αυλάκωση. Το έδρανο προσεγγίζεται ως έδρανο απείρου πλάτους, επομένως δεν υπάρχει ροή κάθετα στο επίπεδο του **Σχ. 10b**. Κατά την κίνηση του ρότορα, αναπτύσσονται διατμητικές δυνάμεις στη διεπιφάνεια ρότορα-ρευστού, με αποτέλεσμα τον εξαναγκασμό της ροής του ρευστού προς τη συγκλίνουσα γεωμετρία, με συνεπακόλουθο την ανάπτυξη πίεσης. Το ισοζύγιο των δυνάμεων επιτυγχάνεται από την παρουσία μιας εξωτερικής κάθετης φόρτισης, εξασκούμενης στα τοιχώματα του ρότορα και του στάτορα.

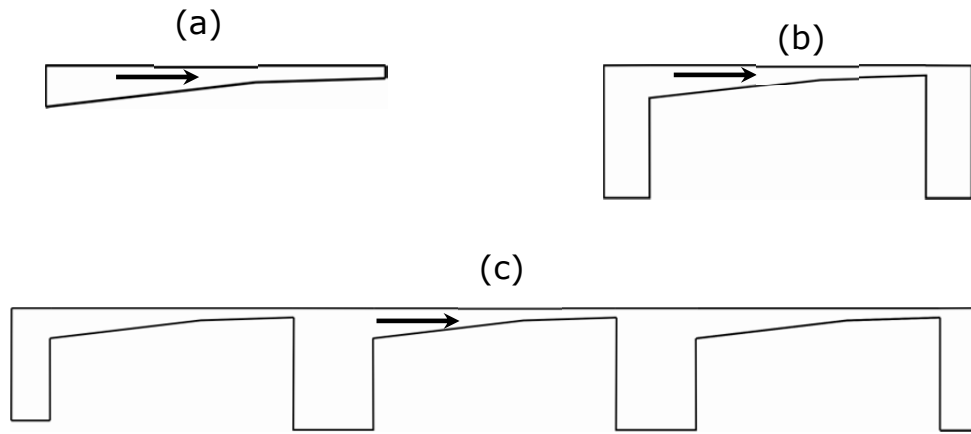
Για τις ανάγκες της παρούσας εργασίας, δημιουργήθηκε ένα διαστατό παραμετρικό μοντέλο CAD, με γεωμετρία αντιπροσωπευτική των ωστικών εδράνων. Το πάχος λιπαντικού έχει τρεις χαρακτηριστικές τιμές: το πάχος εισόδου H_1 ($x=0$), το πάχος στη θέση αλλαγής κλίσης H_2 και το πάχος εξόδου H_0 ($x=L$). Τα πάχη αυτά καθορίζονται μέσω δύο λόγων συγκλίσεως, $k_1 = (H_1-H_0)/H_0$, $k_2 = (H_2-H_0)/H_0$. Προφανώς, για μηδενικές τιμές των k_1 , k_2 οι ολισθητές (ρότορας - στάτορας) είναι παράλληλοι μεταξύ τους, ενώ θετικές ή αρνητικές τιμές των k_1 , k_2 αντιστοιχούν σε συγκλίνοντες ή αποκλίνοντες ολισθητές, αντίστοιχα. Το μήκος του τμήματος με λόγο σύγκλισης k_1 ισούται με L_1 και αδιαστοποιείται ως $l_1 = L_1/L$ (όπου L το ολικό μήκος του πέλματος). Η τιμή του ελάχιστου πάχους φιλμ, H_{min} προκύπτει από την ακόλουθη σχέση: $H_{min} = \min(H_0, H_1, H_2)$. Στην

παρούσα μελέτη, γίνεται η υπόθεση ότι η τιμή του H_{min} παραμένει σε όλες τις περιπτώσεις σταθερή και ίση με 1 m. Το μήκος L του εδράνου ελέγχεται από την αδιάστατη παράμετρο $l=L/H_{min}$ – εδώ η παράμετρος l ισούται με 100. Τμήμα του πέλματος (στάτορα) του εδράνου χαρακτηρίζεται από υδροφοβικές ιδιότητες. Το μήκος του υδροφοβικού τμήματος, L_s μετράται από τη θέση $x=0$.



Σχ. 10. (a) Τυπικό ωστικό έδρανο με έξι πέλματα και αυλακώσεις για την παροχή λιπαντικού μέσου. (b) Δισδιάστατο γεωμετρικό μοντέλο του λιπαντικού φιλμ σε πέλμα ωστικού εδράνου. L : μήκος πέλματος, k_1, k_2 : λόγοι συγκλίσεως, L_1 : μήκος τμήματος με λόγο σύγκλισης k_1 , H_1 : πάχος λιπαντικού στην είσοδο, H_0 : πάχος λιπαντικού στην έξοδο, H_2 : πάχος λιπαντικού στη θέση αλλαγής κλίσης L_s : μήκος υδροφοβικού τμήματος.

Σχετικά με τη μοντελοποίηση των αυλακώσεων, τρία πιθανά γεωμετρικά μοντέλα εξετάστηκαν για χρήση στον κώδικα υπολογιστικής ρευστομηχανικής. Τα μοντέλα διακρίνονται στο **Σχ. 11**. Αρχικές προσομοιώσεις έδειξαν ότι με χρήση του μοντέλου (a) του **Σχ. 11** υπολογίζονται μη αντιπροσωπευτικές κατανομές των πιέσεων για μεγάλα μήκη του υδροφοβικού τμήματος του στάτορα. Από την άλλη, οι κατανομές πιέσεων και τα πεδία ροής που προέκυψαν από τη χρήση των μοντέλων (b) και (c) του **Σχ. 11** παρουσίαζαν πολύ μικρές διαφορές μεταξύ τους. Για λόγους εξοικονόμησης υπολογιστικής ισχύος, προτιμήθηκε η χρήση του μοντέλου (b) του **Σχ. 11** για την πραγματοποίηση των προσομοιώσεων της παρούσας εργασίας. Το μοντέλο (b) του **Σχ. 11** περιλαμβάνει το λιπαντικό φιλμ και το ήμισυ της αυλάκωσης στην αναρρόφηση και την κατάθλιψη του λαδιού.



Σχ. 11. Μοντελοποίηση αυλακώσεων: (a) Λιπαντικό φιλμ χωρίς αυλάκωση. (b) Λιπαντικό φιλμ με το ήμισυ της αυλάκωσης στην αναρρόφηση και την κατάθλιψη του λαδιού. (c) Αλληλουχία τριών πελμάτων με τις αντίστοιχες αυλακώσεις.

Οι διαστάσεις της αυλάκωσης, δηλαδή το μήκος της L_g και το βάθος της D_g , δεν επηρεάζουν σημαντικά τα τελικά αποτελέσματα, όπως επιβεβαιώθηκε από σχετικές προσομοιώσεις. Αυτή η διαπίστωση συμφωνεί με τα αποτελέσματα των Zhang & Rodkiewicz [9] και των Cupillard et al.[2]. Οι τιμές των L_g και D_g καθορίζονται μέσω των αδιάστατων παραμέτρων $l_g = L_g/L$ και $d_g = D_g/L$, αντίστοιχα. Οι σταθερές τιμές που επιλέχθηκαν στην παρούσα εργασία είναι $l_g = 0.28$ και $d_g = 0.16$.

Υπολογιστικό μοντέλο

Η ροή θεωρείται ισοθερμική, και η ελάχιστη τιμή της πίεσης του λιπαντικού θεωρείται ότι είναι πάνω από την τάση ατμών – επομένως δεν λαμβάνεται υπόψη το φαινόμενο της σπηλαιώσης. Οι εξισώσεις για ασταθή, ασυμπίεστη και ισοθερμική ροή είναι οι ακόλουθες:

Εξίσωση Διατήρησης Μάζας

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (77)$$

Εξισώσεις Διατήρησης Ορμής

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \mathbf{V} \quad (78)$$

Για την επίλυση των παραπάνω εξισώσεων χρησιμοποιείται ο κώδικας υπολογιστικής ρευστοδυναμικής ANSYS CFX. Από διαστατική ανάλυση αποδεικνύεται ότι η ρευστοδυναμική εξαρτάται από τον αδιάστατο αριθμό Reynolds, Re , ο οποίος ορίζεται εδώ από

την ταχύτητα του ρότορα, U , και το ελάχιστο πάχος φιλμ, H_{min} . Στην παρούσα εργασία ελήφθη $Re = 1$, μια τιμή αντιπροσωπευτική των εφαρμογών για μικρο-έδρανα. Το παρόν διαστατικό μοντέλο λαμβάνει υπόψη τα εξής:

- ταχύτητα ρότορα $U = 1 \text{ m/s}$
- δυναμικό ιξώδες $\eta = 1 \text{ Pa s}$
- πυκνότητα $\rho = 1 \text{ kg/m}^3$

Ως εκ τούτου όλα τα αποτελέσματα παρουσιάζονται σε αδιάστατη μορφή.

Σχετικά με το πλέγμα, όλα τα δισδιάστατα πλέγματα δημιουργήθηκαν χρησιμοποιώντας τετράπλευρα. Ένας συνήθης αριθμός πεπερασμένων όγκων που χρησιμοποιήθηκε είναι περί τους 60000. Στις περιοχές κοντά σε τοιχώματα (του ρότορα και του στάτορα) έγινε χρήση των ακόλουθων:

- ✓ Ύπαρξη πυκνού πλέγματος πολύ κοντά στις ακμές. Το μέγεθος των στοιχείων (πεπερασμένων όγκων) μεγαλώνει καθώς απομακρυνόμαστε από τις ακμές. Συγκεκριμένα, το πάχος του πρώτου στοιχείου είναι της τάξης των 0.015 m, ενώ ο ρυθμός αύξησης είναι ίσος με 1.5 για τα επόμενα 4 στοιχεία.
- ✓ Σταδιακή μείωση του μεγέθους των στοιχείων όσο τα στοιχεία πλησιάζουν την είσοδο και την έξοδο του καναλιού και αύξηση του μεγέθους τους προς το μέσο του καναλιού.

Επιπρόσθετα, πραγματοποιήθηκαν δοκιμαστικές προσομοιώσεις με δημιουργία πλεγμάτων υψηλότερων και χαμηλότερων αριθμών πεπερασμένων όγκων από εκείνους που τελικά χρησιμοποιήθηκαν. Αποδείχτηκε ότι οι σχετικές διαφορές ήταν μικρότερες από 1% σε όλες τις περιπτώσεις, όσον αφορά τις βασικές παραμέτρους του προβλήματος (ικανότητα παραλαβής φορτίου, μέγιστη πίεση, συντελεστής τριβής).

Όσον αφορά στις οριακές συνθήκες, όλα τα τοιχώματα του εδράνου θεωρούνται μη διαπερατά. Η επιφάνεια του στάτορα τροποποιείται κατάλληλα, για κάθε κατάσταση φθοράς που μελετάται. Ολίσθηση του ρευστού είναι δυνατή μόνο στη διεπιφάνεια ρευστού-στάτορα. Το σχετικό μοντέλο ολίσθησης αναλύεται σε ξεχωριστό κεφάλαιο.

Το άνω τοίχωμα, δηλαδή ο ρότορας, θεωρείται κινούμενο με σταθερή ταχύτητα $U = 1 \text{ m/s}$, παράλληλα προς τον άξονα x .

Συνθήκες μη-ολίσθησης θεωρούνται στη διεπιφάνεια ρευστού-ρότορα.

Η είσοδος και η έξοδος του καναλιού, στα σημεία όπου το πάχος του λιπαντικού ισούται με H_1 και H_0 αντίστοιχα, θεωρούνται ανοίγματα με ελεύθερη εισροή ή εκροή ρευστού.

Οι επιφάνειες στο βαθύτερο σημείο των αυλακώσεων, με μήκος $L_g/2$ (**Σχ. 10**), θεωρούνται ανοίγματα (openings), μέσα από τα οποία το ρευστό μπορεί να εισέρχεται στο κανάλι και να εξέρχεται από αυτό. Η πίεση σε αυτές τις επιφάνειες θεωρείται μηδενική. Στα εξωτερικά κατακόρυφα άκρα των αυλακώσεων ορίζονται συνθήκες περιοδικότητας, λόγω του γεγονότος ότι οι συνθήκες του ρευστού που εξέρχεται από ένα πέλμα οφείλουν να είναι ίδιες με τις συνθήκες καθώς εισέρχεται στο επόμενο πέλμα.

Κατά την επίλυση γίνεται αναπροσαρμογή της γεωμετρίας του εδράνου σε τακτά χρονικά διαστήματα, ώστε να ληφθεί υπόψη η επίδραση της φθοράς. Συγκεκριμένα, το φαινόμενο εξετάζεται σε 4 διαφορετικές καταστάσεις φθοράς. Η πρώτη αντιστοιχεί στην αρχική άθικτη κατάσταση και οι υπόλοιπες τρεις λαμβάνουν υπόψη τη σταδιακή απομάκρυνση υλικού λόγω φθοράς.

Όλες οι προσομοιώσεις εκκινούν από μηδενικές τιμές ταχύτητας και πίεσης, για την πρώτη κατάσταση φθοράς. Το βήμα καθορίστηκε στα 0.04 s, ενώ ο συνολικός χρόνος στα 12 s. Η σύγκλιση σε μόνιμη κατάσταση επαληθεύτηκε μέσω παρακολούθησης της ταχύτητας και της πίεσης σε αριθμό αντιπροσωπευτικών σημείων ελέγχου μέσα στο υπολογιστικό πεδίο.

3.1.2. Μοντελοποίηση Υδροφοβικών Επιφανειών

Στην παρούσα εργασία, τμήμα του στάτορα του εδράνου θεωρείται ότι έχει υδροφοβικές ιδιότητες. Το τμήμα αυτό εκτείνεται από την είσοδο του εδράνου ($x=0$) και έχει μήκος ίσο με L_s . Η μοντελοποίηση του υδροφοβικού τμήματος γίνεται μέσω του μοντέλου ολίσθησης των Spikes et al. [8], σύμφωνα με το οποίο αν η διατμητική τάση στη διεπιφάνεια στάτορα-ρευστού υπερβεί μια κρίσιμη τιμή, τότε λαμβάνει χώρα ολίσθηση με σταθερό μήκος ολίσθησης. Στην ουσία, υιοθετεί και επεκτείνει το απλούστερο μοντέλο ολίσθησης του Navier, το οποίο προσεγγίζει το υγρό σαν να ρέει όχι πάνω στην πραγματική επιφάνεια αλλά σε μια φανταστική επιφάνεια που απέχει από την πραγματική επιφάνεια απόσταση ίση με το μήκος ολίσθησης b της επιφάνειας. Η σχετική θεωρητική προσέγγιση έχει γίνει στην ενότητα 2.3. Στη συνέχεια, χρησιμοποιούνται οι ακόλουθοι ορισμοί:

- Κρίσιμη διατμητική τάση τ_{cr} : κρίσιμη τιμή της διατμητικής τάσης στη διεπιφάνεια ρευστού-στάτορα, μετά την οποία αρχίζει να παρατηρείται ολίσθηση. Αδιάστατη κρίσιμη διατμητική τάση, $\tau_{cr}^* : \tau_{cr}^* = \tau_{cr} (H_{min}/\eta U)$
- Μήκος ολίσθησης b : Η θεωρητική απόσταση από τον στάτορα στην οποία η ταχύτητα του ρευστού γίνεται ίση με την ταχύτητα του στάτορα. Αδιάστατο μήκος ολίσθησης, $b^* : b^* = \frac{b}{H_{min}}$
- Ταχύτητα ολίσθησης, u_s : Η διαφορά ταχύτητας μεταξύ στάτορα και ρευστού στη διεπιφάνεια ρευστού-στάτορα.

$$u_s = (\tau - \tau_{cr}) * (b/\eta)$$

Για απλοποίηση της διαδικασίας, στην παρούσα εργασία θεωρείται ότι η κρίσιμη τιμή της διατμητικής τάσης έχει μηδενική τιμή, χρησιμοποιείται, δηλαδή, το απλό μοντέλο του Navier.

3.1.3. Μοντελοποίηση Φθοράς

Λαμβάνοντας υπόψη το μοντέλο φθοράς του Archard (Ενότητα 2.4), το βάθος φθοράς λόγω αφαίρεσης υλικού σε μια επαφή ολίσθησης είναι ανάλογο της απόστασης ολίσθησης και της επιφανειακής πίεσης:

$$\frac{d\delta_0}{ds} = kp \quad (79)$$

όπου $\delta_0(x)$ είναι το βάθος φθοράς σε συγκεκριμένο σημείο της επιφάνειας, s είναι η απόσταση ολίσθησης, $p(x)$ είναι η επιφανειακή πίεση και k είναι ο συντελεστής φθοράς ($k=K/H$, όπου K είναι ο αδιάστατος συντελεστής φθοράς και H η σκληρότητα του υλικού).

Στην παρούσα εργασία, η ταχύτητα του ρότορα είναι σταθερή και ίση με U - επομένως η απόσταση ολίσθησης ds ορίζεται ως $ds = Udt$. Το βάθος φθοράς μπορεί να αδιαστατοποιηθεί ως προς το ελάχιστο πάχος του φιλμ. Δηλαδή: $\delta_0^* = \delta_0/H_{min}$. Ακόμη, η αδιαστατοποίηση του χρόνου μπορεί να γίνει μέσω της σχέσης $t^* = tU/H_{min}$ ενώ η αδιαστατοποίηση της πίεσης μπορεί να γίνει μέσω της σχέσης $p^* = \frac{p}{U^2 * \rho} * Re * \frac{H_{min}}{L}$. Οι παραπάνω υποθέσεις και ορισμοί μετασχηματίζουν την Εξ. (79) ως εξής:

$$\frac{d\delta_0^*}{dt^*} = k \frac{\rho U^2 L}{Re H_{min}} p^* \Rightarrow \frac{d\delta_0^*}{dt^*} = k^* p^* \quad (80)$$

όπου k^* είναι ένας κανονικοποιημένος συντελεστής φθοράς που ορίζεται ως

$$k^* \equiv k \frac{\rho U^2 L}{Re H_{min}} \quad (81)$$

Εάν γίνει αναδιάταξη της Εξ. (80), προκύπτει ότι η ποσότητα $\frac{d\delta_0^*}{dt^* k^*}$, δηλαδή ένας κανονικοποιημένος αδιάστατος ρυθμός φθοράς της επιφάνειας του στάτορα, ισούται με την αδιάστατη πίεση p^* που αναπτύσσεται στην επιφάνεια του στάτορα. Επομένως:

$$d \equiv \frac{d\delta_0^*}{dt^* k^*} = p^* \quad (82)$$

Μια βασική υπόθεση του προβλήματος είναι πως το υλικό από το οποίο αποτελείται ο ρότορας είναι πολύ σκληρότερο (και ανθεκτικότερο) από το υλικό από το οποίο αποτελείται ο στάτορας. Επομένως, ο ρυθμός φθοράς του ρότορα είναι πολύ μικρός σε σχέση με αυτόν του στάτορα – με άλλα λόγια η φθορά στον ρότορα μπορεί να αγνοηθεί. Ο ρυθμός φθοράς του στάτορα, όντας συνάρτηση της πίεσης, μεταβάλλεται κατά μήκος της επιφάνειάς του. Τμήματα του στάτορα υπό υψηλή φόρτιση παρουσιάζουν υψηλότερους ρυθμούς φθοράς, με αποτέλεσμα μεγαλύτερη αφαίρεση υλικού λόγω φθοράς. Αυτό επηρεάζει την τοπική γεωμετρία του στάτορα, με συνέπεια μια διαφορετική κατανομή πίεσης και τελικά έναν διαφορετικό ρυθμό φθοράς.

Ένας γενικός στόχος της εργασίας είναι η αποτίμηση της απόδοσης του εδράνου καθ' όλη τη διάρκεια ζωής του. Για να επιτευχθεί θα θεωρηθούν και θα εξεταστούν μια σειρά αντιπροσωπευτικών καταστάσεων φθοράς. Σε κάθε κατάσταση, η φθορά της γεωμετρίας θα προέρχεται από τη γεωμετρία της προηγούμενης κατάστασης σε συνάρτηση με την αντίστοιχη κατανομή πίεσης και ρυθμό φθοράς όπως προκύπτει από την Εξ. (82). Στην παρούσα εργασία λαμβάνεται υπόψη ότι η μέγιστη επιτρεπόμενη αδιάστατη φθορά της επιφάνειας του στάτορα είναι $\delta_{0,max}^* = 0.3$ (30% του ελάχιστου πάχους λιπαντικού), και εξετάζονται $N=4$ διαφορετικές καταστάσεις φθοράς με βήμα μέγιστης φθοράς ίσο με $\frac{\delta_{0,max}^*}{N-1} = 0.1$ (άθικτη και τρεις καταστάσεις με συνεχώς μεγαλύτερη φθορά). Λαμβάνοντας υπόψη τη γεωμετρία και την κατανομή πίεσης στις διάφορες καταστάσεις φθοράς, μπορούν να οριστούν οι ακόλουθοι δείκτες που χαρακτηρίζουν την απόδοση του εδράνου κατά τη διάρκεια της ζωής του.

Μέση αδιάστατη ικανότητα παραλαβής φορτίου:

$$\bar{W}^* = \sum_{i=1}^{N-1} W_i^* / (N - 1) \quad (83)$$

Μέση τιμή του μέγιστου κανονικοποιημένου ρυθμού φθοράς:

$$\bar{d}_{max} = \sum_{i=1}^{N-1} p_{i,max}^* / (N - 1) \quad (84)$$

όπου $i=1$ αντιστοιχεί στην άθικτη κατάσταση.

Στο **Σχ. 12** παρουσιάζονται δύο υπολογιστικά παραδείγματα για:

(α) ένα έδρανο με στάτορα ο οποίος αποτελείται από κεκλιμένο και επίπεδο τμήμα (taper-land) με βέλτιστη γεωμετρία σύμφωνα με την εργασία [17]

(β) ένα παράλληλο έδρανο ($k_1=k_2=0$) με υδροφοβικές ιδιότητες σε τμήμα του στάτορα ($l_s=0.7$)

Στο **Σχ. 12** παρουσιάζονται η γεωμετρία των εδράνων στην άθικτη και στις φθαρμένες καταστάσεις, και οι αντίστοιχες κατανομές της πίεσης στον ρότορα. Ακολουθείται η εξής αδιαστατοποίηση:

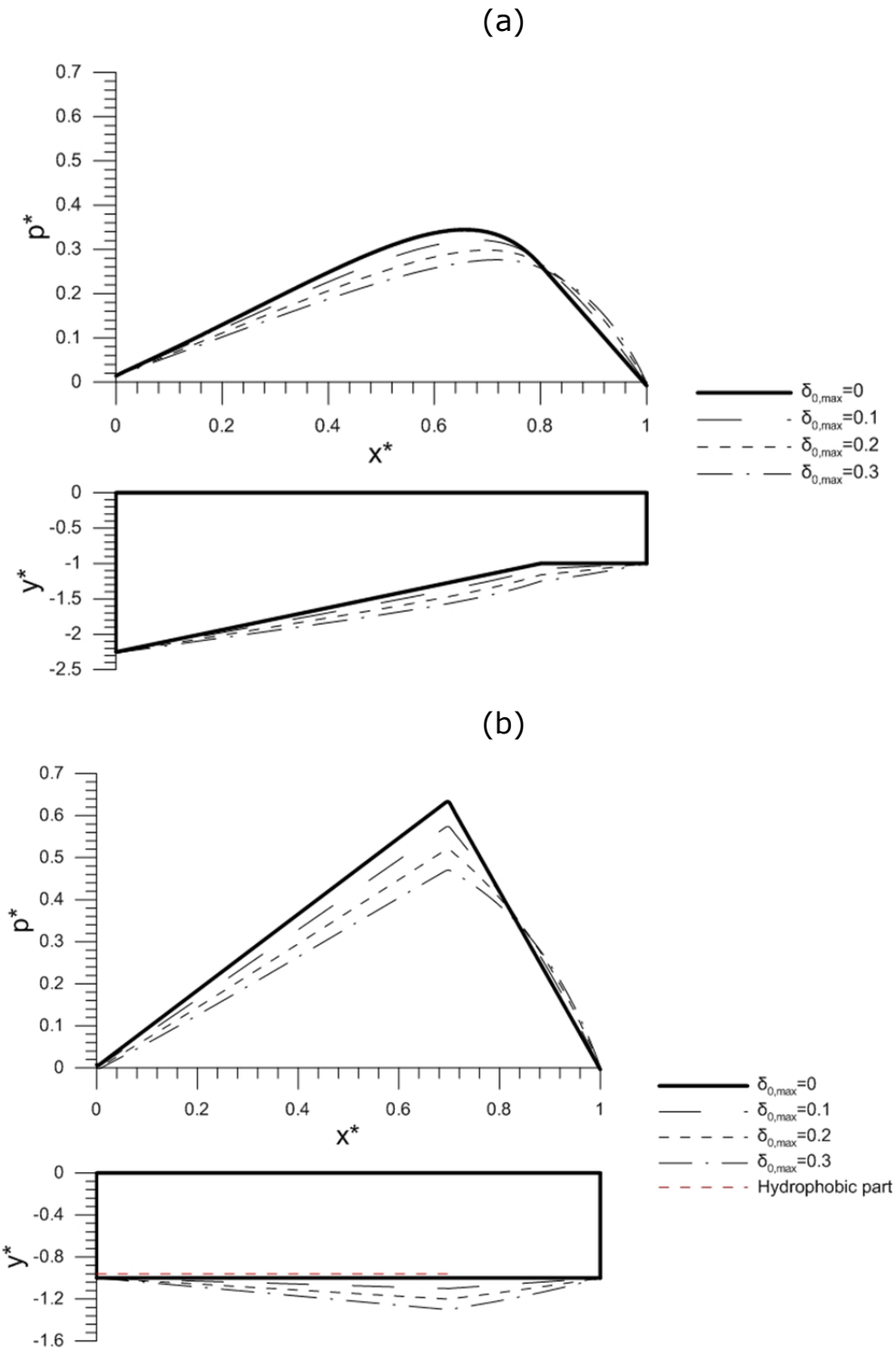
$$\checkmark \quad x^* = x/L$$

$$\checkmark \quad y^* = y/H_{min}$$

$$\checkmark \quad u^* = u/U$$

$$\checkmark \quad p^* = \frac{p}{U^2 * \rho} * Re * \frac{H_{min}}{L}$$

$$\checkmark \quad W^* = \frac{W}{\eta UB} \left(\frac{H_{min}}{L} \right)^2$$

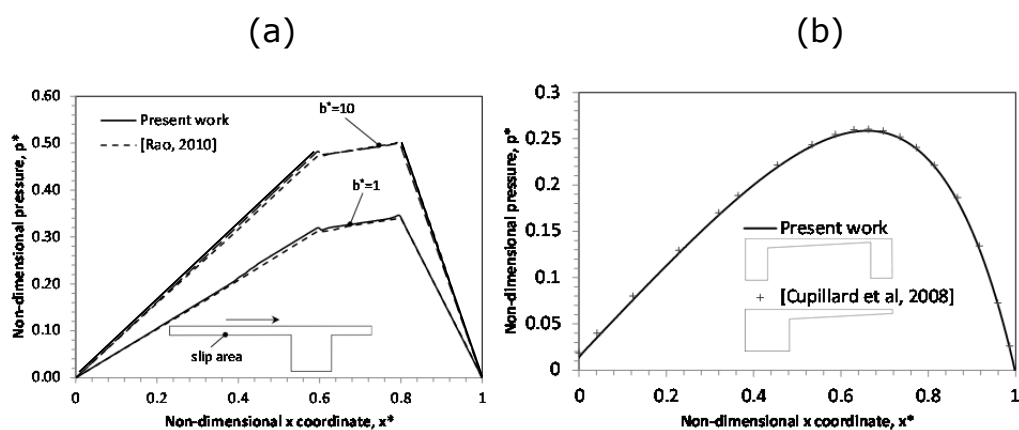


Σχ. 12. Άθικτη και φθαρμένη γεωμετρία, και αντίστοιχες κατανομές της πίεσης για: (α) έδρανο τύπου taper-land με βέλτιστη γεωμετρία [17] (β) παράλληλο έδρανο με υδροφοβικές ιδιότητες σε τμήμα του στάτορα ($l_s=0.7$, $b^*=10$).

3.1.4. Πιστοποίηση του Αριθμητικού Μοντέλου

Η πιστοποίηση των αποτελεσμάτων του κώδικα CFD που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία έγινε μέσω σύγκρισης αντιπροσωπευτικών περιπτώσεων με δημοσιευμένα αποτελέσματα. Αρχικώς, επιλύθηκε το πρόβλημα ενός παράλληλου ολισθητή με μερικώς υδροφοβικές ιδιότητες στον στάτορα και τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν με την πρόσφατη εργασία του Rao [28]. Το μοντέλο αποτελείται από παράλληλες επιφάνειες με μία μοναδική αυλάκωση κοντά στο μέσο του εδράνου, όπως φαίνεται και στο σχετικό ενσωματωμένο σκίτσο του **Σχ. 13a**. Στην περίπτωση αυτή, το 60% του συνολικού μήκους του στάτορα έχει υδροφοβική συμπεριφορά. Η αυλάκωση αποτελεί το 20% του μήκους και το ύψος της αυλάκωσης ισούται με $5H_{min}$. Το **Σχ. 13a** παρουσιάζει την κατανομή της πίεσης κατά μήκος του κινούμενου τοιχώματος σε σύγκριση με τα αποτελέσματα του Rao [28], για δύο τιμές του αδιάστατου μήκους ολίσθησης b^* . Όπως φαίνεται, επιτυγχάνεται πολύ καλή συμφωνία.

Στη συνέχεια, εξετάστηκε το πρόβλημα ενός απλού συγκλίνοντος ολισθητή με λόγους σύγκλισης $k_1=k_2=1$. Η γεωμετρία του μοντέλου αποτελείται, όπως έχει αναφερθεί, από μισή αυλάκωση αριστερά και δεξιά του ολισθητή. Η κατανομή πίεσης στον ρότορα υπολογίστηκε και συγκρίθηκε με τα αποτελέσματα των Cupillard et al. [2]. Παρά τη διαφορά σχεδίασης στο γεωμετρικό μοντέλο (όπως φαίνεται στο ενσωματωμένο σκίτσο του **Σχ. 13b**), τα αποτελέσματα συμφωνούν πολύ ικανοποιητικά.



Σχ. 13. Σύγκριση αποτελεσμάτων υπολογισμού αδιάστατης κατανομής πίεσης συναρτήσει της αδιάστατης διαμήκους θέσεως για: (α) παράλληλο ολισθητή με μοναδική κοιλότητα και υδροφοβικές ιδιότητες σε τμήμα του στάτορα (β) συγκλίνοντα ολισθητή με εμπρόσθια και οπίσθια περιοχή αυλακώσεως.

3.1.5. Βελτιστοποίηση και Ανάλυση Αποτελεσμάτων

Κατάστρωση Προβλήματος

Έστω δισδιάστατος ολισθητής με επίπεδο ρότορα και στάτορα μήκους L ο οποίος αποτελείται από δύο τμήματα, ένα με λόγο συγκλίσεως k_1 και μήκος L_1 και ένα με λόγο συγκλίσεως k_2 και μήκος $L-L_1$. Τμήμα της επιφάνειας του στάτορα μήκους L_s έχει υδροφοβικές ιδιότητες με αδιάστατο μήκος ολίσθησης b^* . Οι ανεξάρτητες μεταβλητές σχεδίασης του ολισθητή είναι οι k_1, k_2, l_1, l_s . Ο στόχος της βελτιστοποίησης είναι η μεγιστοποίηση της ικανότητας παραλαβής φορτίου και η ελαχιστοποίηση του ρυθμού φθοράς. Επομένως, το πρόβλημα βελτιστοποίησης μπορεί να οριστεί ως εξής:

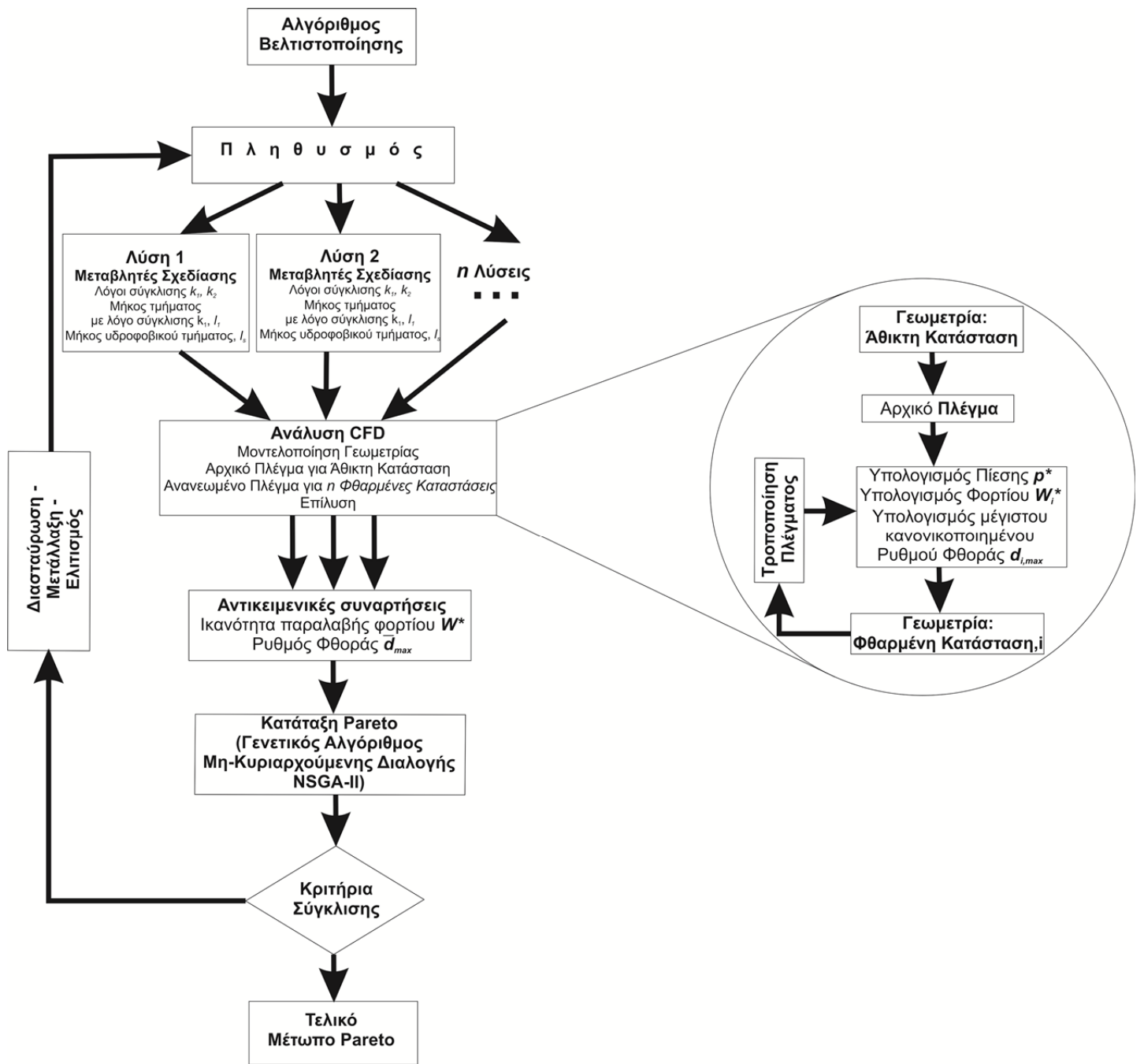
Για δεδομένο μήκος ολίσθησης, b^ , να βρεθεί ο βέλτιστος συνδυασμός των αδιάστατων παραμέτρων k_1, k_2, l_1, l_s ο οποίος μεγιστοποιεί τη μέση τιμή της αδιάστατης ικανότητας παραλαβής φορτίου, \bar{W}^* , και συγχρόνως ελαχιστοποιεί τη μέση τιμή του μέγιστου κανονικοποιημένου ρυθμού φθοράς, \bar{d}_{max} .*

Επομένως για κάθε τιμή του b^* λύνεται ένα διαφορετικό πρόβλημα βελτιστοποίησης. Έστω ότι το b^* παίρνει τιμές από το σύνολο $\{0, 0.1, 1, 10\}$ – τότε θα επιλυθούν τέσσερα διαφορετικά προβλήματα βελτιστοποίησης. Είναι προφανές ότι για $b^*=0$ θα επιλυθεί η περίπτωση μη-υδροφοβικών εδράνων. Τα πεδία τιμών των μεταβλητών σχεδίασης είναι τα ακόλουθα:

k_1	Πεδίο τιμών : [-0.3, 2]
k_2	Πεδίο τιμών : [-0.3, 2]
l_1	Πεδίο τιμών : [0, 1]
l_s	Πεδίο τιμών : [0, 1]

Μέθοδος Βελτιστοποίησης

Το παρόν δικριτηριακό πρόβλημα βελτιστοποίησης λύνεται με χρήση κώδικα γενετικών αλγορίθμων. Εκτενής περιγραφή της μεθόδου βελτιστοποίησης με γενετικούς αλγορίθμους έγινε στην Ενότητα 2.5. Το αποτέλεσμα της εξελικτικής διαδικασίας είναι μια σειρά από γενιές λύσεων. Σε κάθε γενιά, το σύνολο όλων των μη κυριαρχούμενων λύσεων αποτελεί το μέτωπο Pareto. Η βελτιστοποίηση στην παρούσα εργασία επιτυγχάνεται μέσω σύζευξης του κώδικα CFD με λογισμικό βελτιστοποίησης, το οποίο χρησιμοποιεί τη βιβλιοθήκη γενετικών αλγορίθμων ParadiseO [30]. Παράλληλα, το λογισμικό υιοθετεί τον αλγόριθμο μη κυριαρχούμενης διαλογής NGS-II για την κατάταξη Pareto [31].

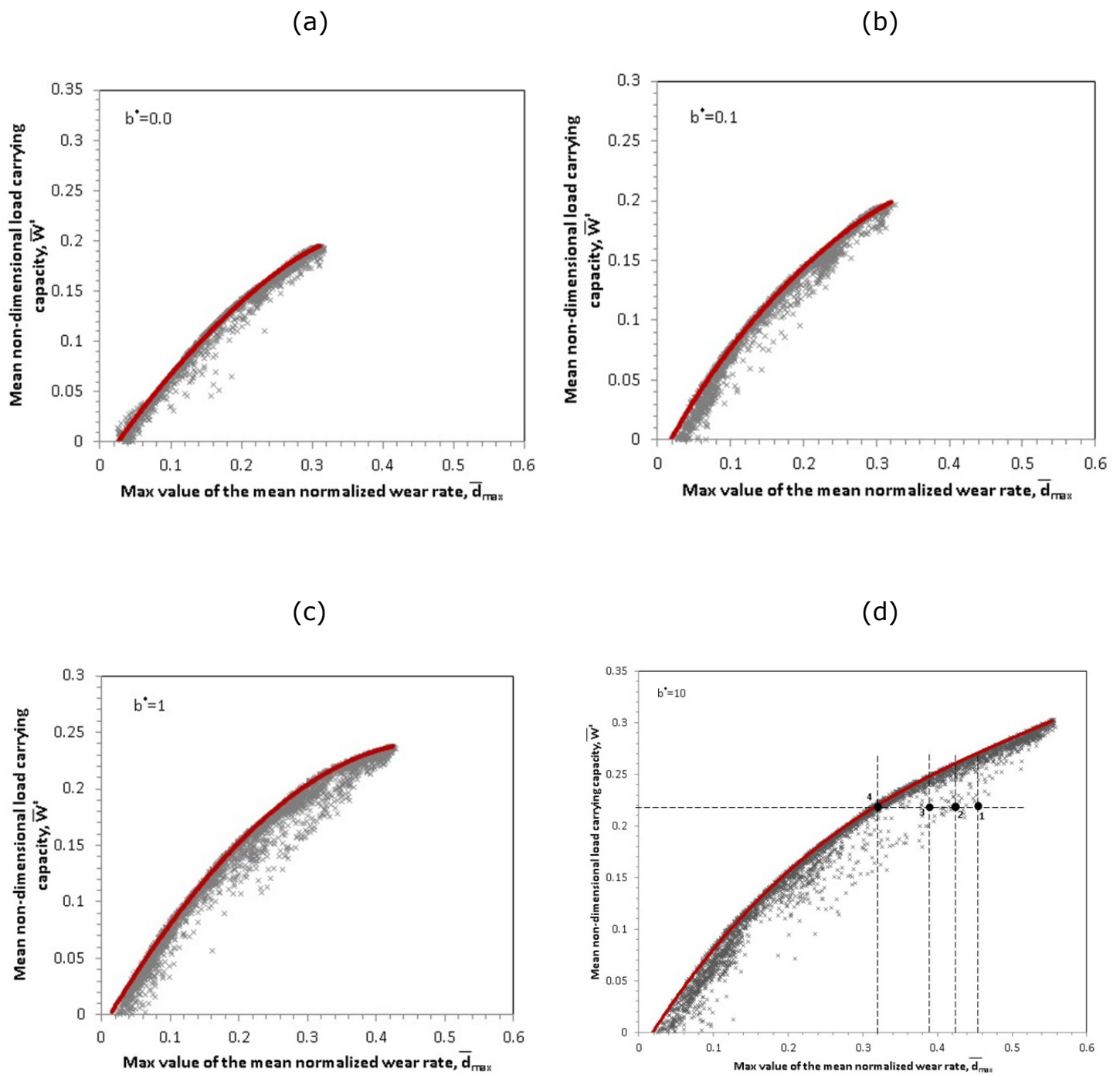


Σχ. 14. Σχηματική αναπαράσταση του αλγορίθμου βελτιστοποίησης.

Ανάλυση αποτελεσμάτων

Τα αποτελέσματα των τεσσάρων προβλημάτων βελτιστοποίησης παρουσιάζονται στο **Σχ. 15a-d**. Συγκεκριμένα, το σύνολο των λύσεων που υπολογίστηκαν κατά τη διαδικασία βελτιστοποίησης απεικονίζονται με γκρι χρώμα, ενώ το εκάστοτε μέτωπο Pareto παρουσιάζεται μέσω κόκκινης συνεχούς γραμμής. Παρατηρείται ότι η μέγιστη εφικτή τιμή της μέσης αδιάστατης ικανότητας παραλαβής φορτίου, \bar{W}^* , αυξάνει σημαντικά με αύξηση του b^* . Ειδικότερα, η τιμή του \bar{W}^* φτάνει τη μέγιστη τιμή **0.192** για $b^*=0$, ενώ για $b^*=10$ η μέγιστη τιμή ισούται με **0.299** (αύξηση της τάξεως του **56%** για την τιμή της αδιάστατης ικανότητας παραλαβής φορτίου \bar{W}^*).

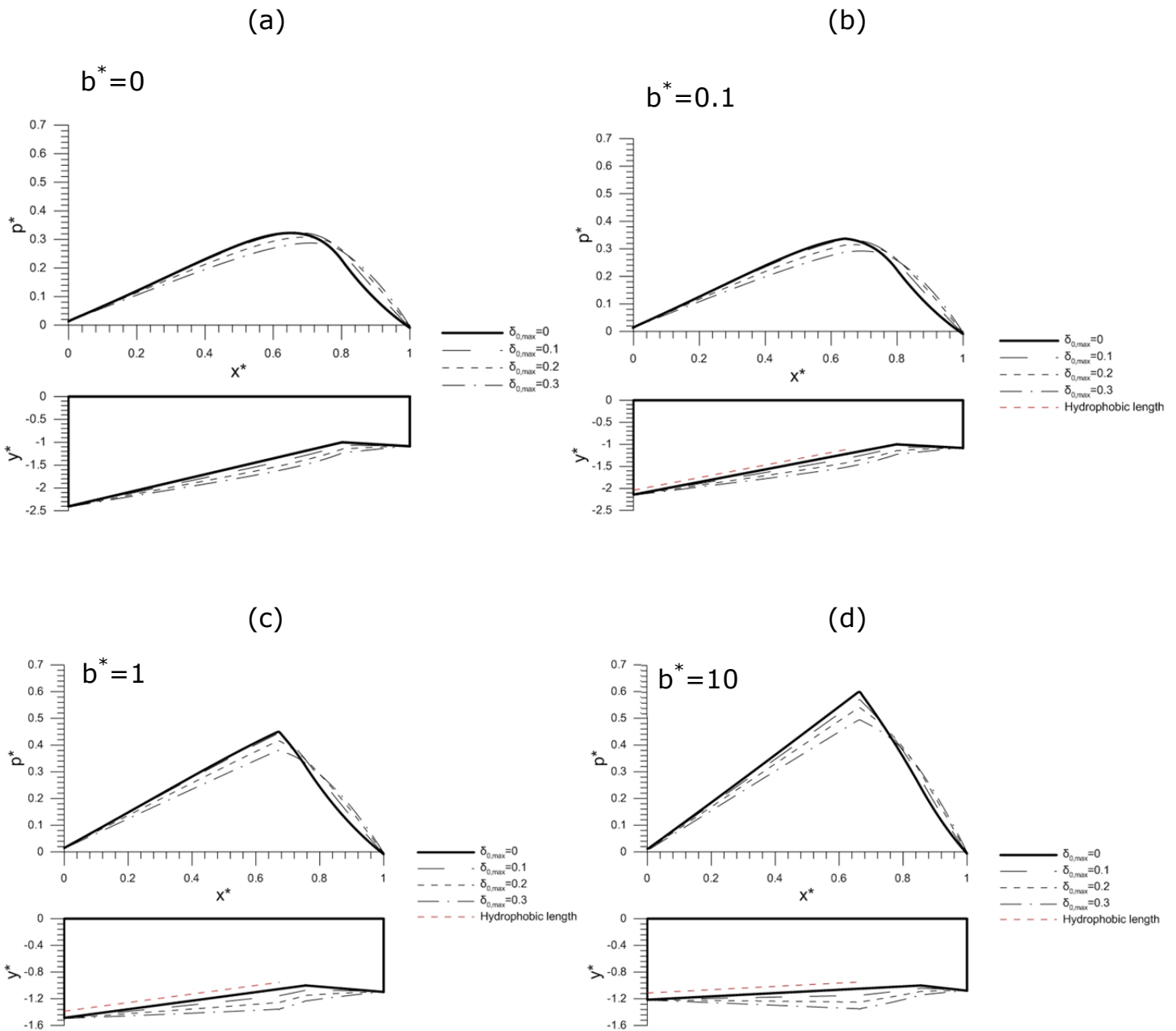
Τα αποτελέσματα της μελέτης βελτιστοποίησης μπορούν να ερμηνευθούν με βάση το **Σχ. 15**. Κάθε συνδυασμός των ανεξάρτητων μεταβλητών (k_1, k_2, l_1, l_2) αντιστοιχεί σε μια διαφορετική σχεδίαση του ωστικού εδράνου. Η λειτουργία του εδράνου κατά τη διάρκεια της αναμενόμενης διάρκειας ζωής, η οποία στην περίπτωση της παρούσας μελέτης ορίζεται ως αυτή για την οποία το μέγιστο αδιάστατο βάθος φθοράς γίνεται $\delta_{0,max}^* = 0.3$, χαρακτηρίζεται από μια μέση τιμή της αδιάστατης ικανότητας παραλαβής φορτίου \bar{W}^* και μια μέση τιμή του μέγιστου κανονικοποιημένου ρυθμού φθοράς \bar{d}_{max} . Το σύνολο των υπολογισθεισών σχεδιαστικών συνθέσεων εδράνων συμβολίζονται, όπως ήδη αναφέρθηκε, από τα σύμβολα γκρι χρώματος του **Σχ. 15a-d**. Ανάμεσα στους διάφορους πιθανούς σχεδιασμούς εδράνων, υφίστανται ορισμένοι για τους οποίους ισχύει το εξής: μια μεγαλύτερη τιμή του \bar{W}^* δεν μπορεί να επιτευχθεί εκτός αν γίνει αποδεκτή μια υψηλότερη τιμή του \bar{d}_{max} – και αντιστρόφως. Αυτά τα σημεία ονομάζονται μη κυριαρχούμενα και απαρτίζουν το τελικό μέτωπο Pareto του παρόντος προβλήματος βελτιστοποίησης (**Σχ. 15a-d**, συμπαγείς κόκκινες γραμμές). Αποδεικνύεται λοιπόν και από το **Σχ. 15** ότι οι δύο αντικειμενικοί στόχοι είναι εκ φύσεως αντικρουόμενοι. Υπάρχουν, επομένως, συνδυασμοί των μεταβλητών σχεδίασης που έχουν ως αποτέλεσμα υψηλές τιμές της \bar{W}^* (άνω δεξιά σημεία των μετώπων Pareto), αλλά και συνδυασμοί που εξυπηρετούν χαμηλές τιμές του \bar{d}_{max} (κάτω αριστερά σημεία των μετώπων Pareto). Τέλος, υπάρχουν συνδυασμοί που αποτελούν συμβιβασμό μεταξύ των δύο αντικειμενικών συναρτήσεων βελτιστοποίησης, και τα αντίστοιχα σημεία εντοπίζονται στο μέτωπο Pareto μεταξύ των ακραίων σημείων.



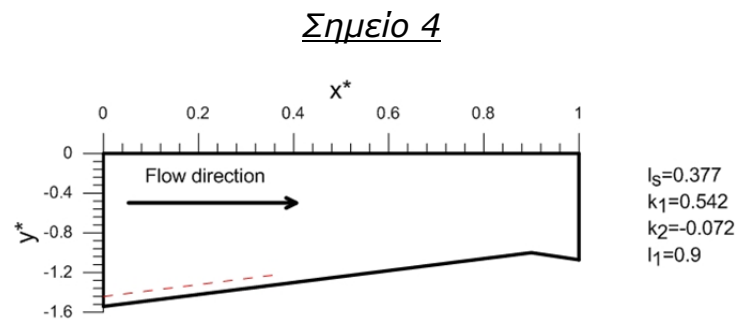
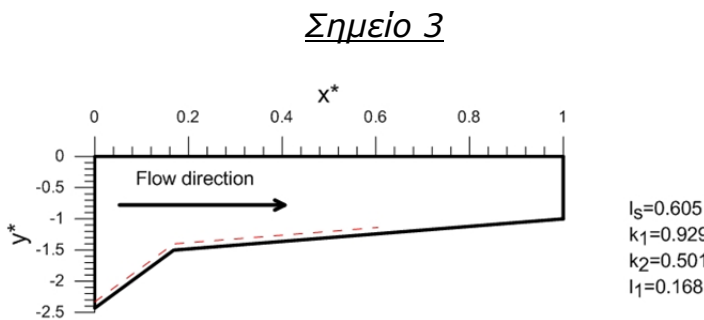
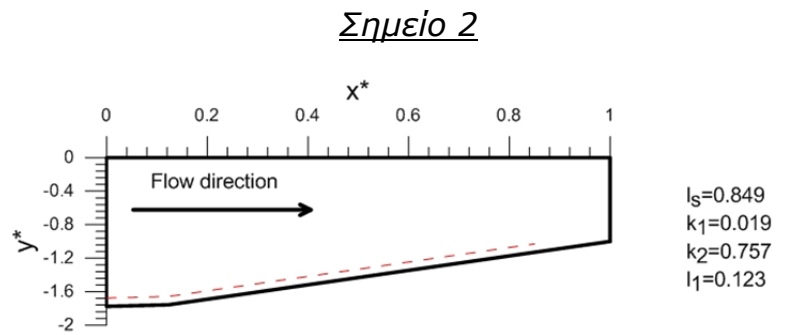
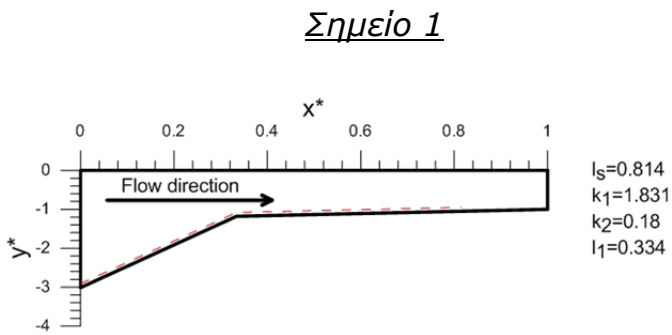
Σχ. 15. Αποτελέσματα βελτιστοποίησης για διαφορετικές τιμές του b^* και τα αντίστοιχα μέτωπα Pareto.

Στο **Σχ. 16** παρουσιάζεται η γεωμετρία και η κατανομή πίεσης των εδράνων που αντιστοιχούν στα σημεία του δεξιού άκρου των μετώπων Pareto του **Σχ. 15**. Η κόκκινη διακεκομμένη γραμμή προσδιορίζει το υδροφοβικό τμήμα του στάτορα, σε όλες τις περιπτώσεις με ύπαρξη ολίσθησης. Η βασική παρατήρηση έγκειται στο γεγονός ότι σε όλες τις περιπτώσεις προωθείται η δημιουργία εδράνων με διαμόρφωση taper-land. Ακόμη, ο βέλτιστος λόγος συγκλίσεως του αριστερού τμήματος του στάτορα μικραίνει καθώς μεγαλώνει το μήκος ολίσθησης του υδροφοβικού τμήματος του στάτορα, b^* .

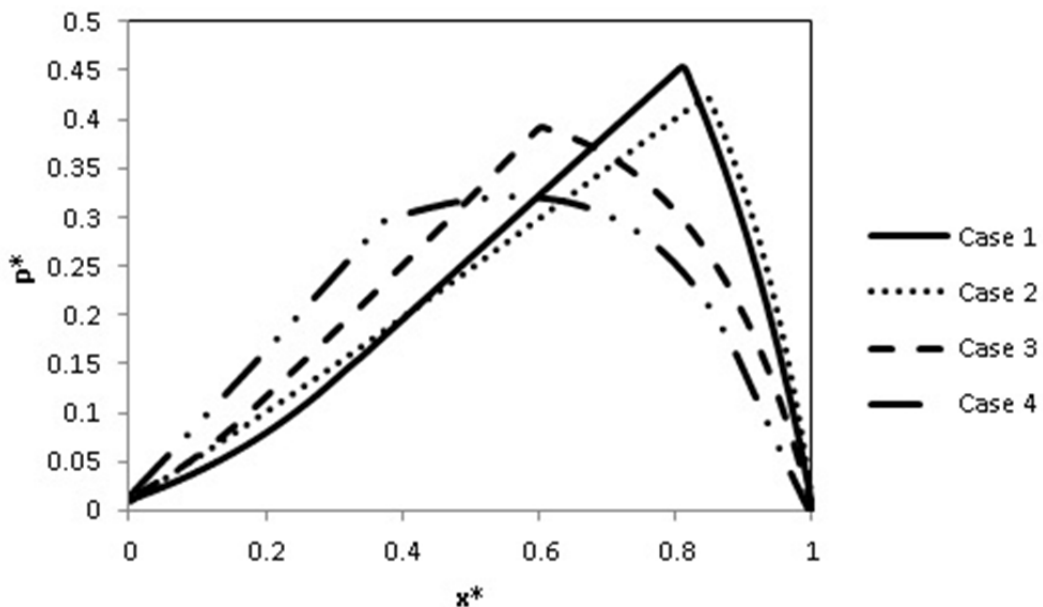
Στο **Σχ. 15d** παρουσιάζεται το σύνολο των λύσεων και το μέτωπο Pareto για την περίπτωση $b^*=10$. Θεωρώντας μια σταθερή τιμή της \bar{W}^* περίπου ίση με 0.22 σχεδιάζεται οριζόντια γραμμή, η οποία διακρίνεται στο σχήμα. Επιλέγονται τέσσερα σημεία κατά μήκος αυτής της γραμμής, με κοινό γνώρισμα την πρακτικώς ίδια τιμή του \bar{W}^* . Σχετικά με τη δεύτερη αντικειμενική συνάρτηση, \bar{d}_{max} , οι τιμές της κυμαίνονται από 0.29 για το Σημείο 4 ως και 0.42 για το Σημείο 1. Δηλαδή, το έδρανο που αντιστοιχεί στη σχεδίαση του Σημείου 4 αναμένεται να έχει προσδοκώμενη διάρκεια ζωής υψηλότερη κατά 45%. Οι γεωμετρίες που αντιστοιχούν στα Σημεία 1-4 φαίνονται στο **Σχ. 17**. Το **Σχ. 18** παρουσιάζει την κατανομή της μέσης τιμής της αδιάστατης πίεσης, \bar{p}^* , στον ρότορα κάθε εδράνου. Λόγω της σχέσης (82), η κατανομή του \bar{p}^* συμπίπτει με αυτή του μέσου κανονικοποιημένου ρυθμού φθοράς, d . Το ολοκλήρωμα της επιφάνειας κάτω από κάθε μία από τις τέσσερις καμπύλες ισούται με \bar{W}^* και είναι πρακτικά ίδιο σε όλες τις περιπτώσεις. Ωστόσο, τα σημεία πιο κοντά στο μέτωπο Pareto του **Σχ. 15d** χαρακτηρίζονται από μία χαμηλότερη τιμή όσον αφορά τη μέγιστη τιμή της \bar{p}^* . Με άλλα λόγια, η ίδια ικανότητα παραλαβής φορτίου μπορεί να επιτευχθεί με χαμηλότερους ρυθμούς φθοράς.



Σχ. 16. Κατανομή πίεσης στον ρότορα, και γεωμετρία της επιφάνειας του στάτορα σε διάφορες καταστάσεις φθοράς για σχεδιασμούς εδράνων που αντιστοιχούν στα σημεία του δεξιού άκρου των μετώπων Pareto του Σχ. 15. Η κόκκινη διακεκομμένη γραμμή καταδεικνύει το υδροφοβικό τμήμα του στάτορα, στις περιπτώσεις με $b^* \neq 0$.

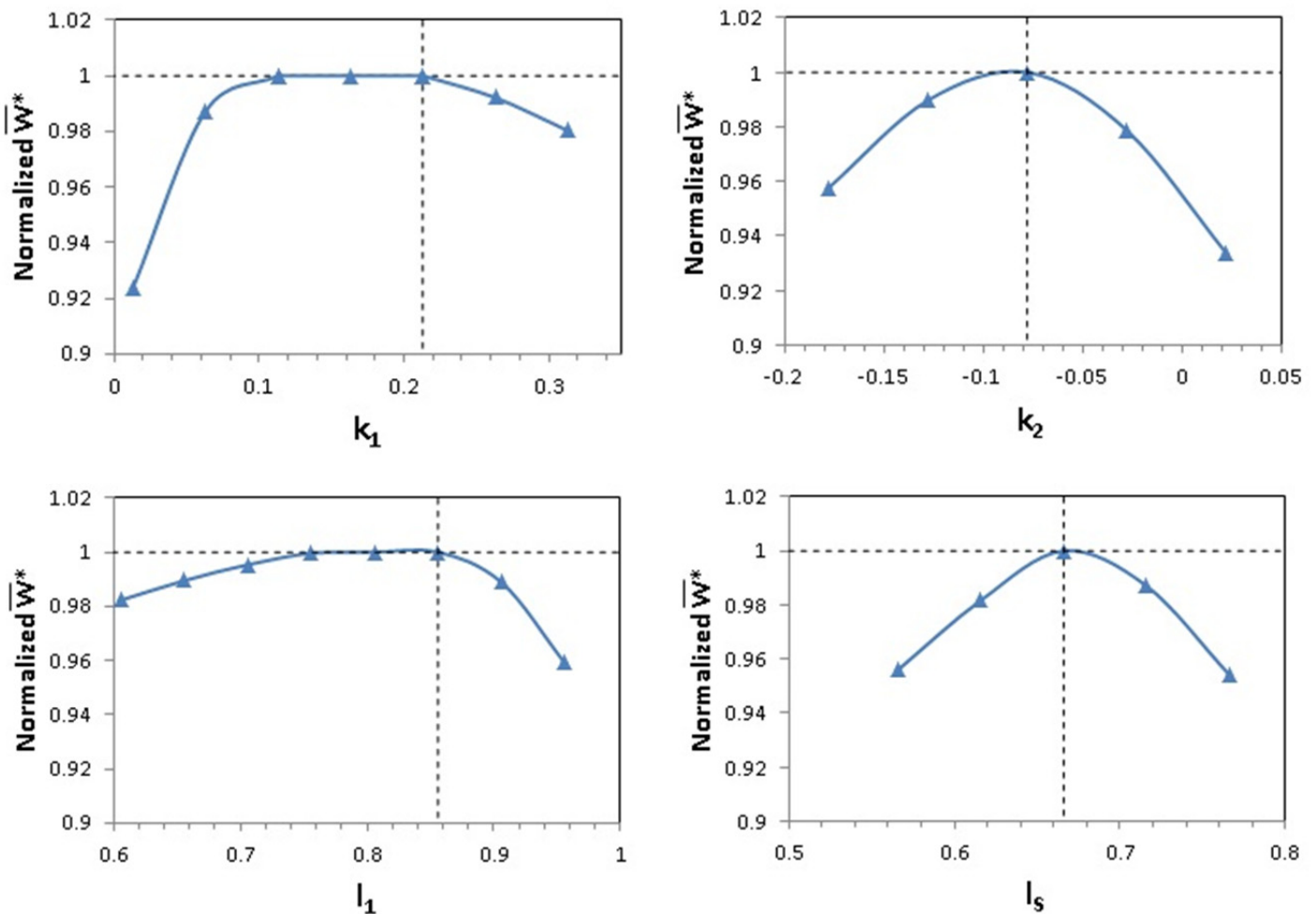


Σχ. 17. Άθικτη γεωμετρία των εδράνων που αντιστοιχούν στα Σημεία 1-4 του Σχ. 15d. Η κόκκινη διακεκομμένη γραμμή υποδεικνύει το υδροφοβικό τμήμα του στάτορα.



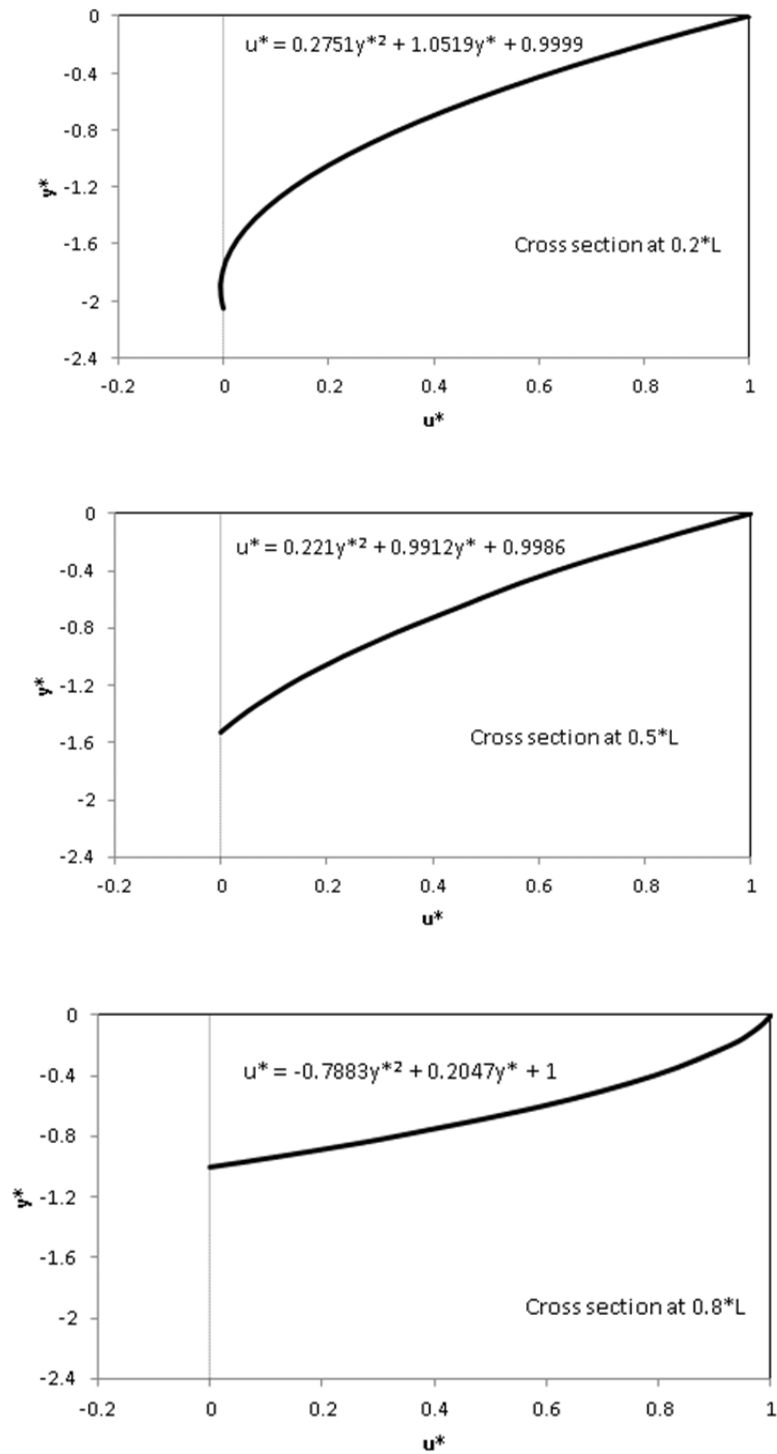
Σχ. 18. Μέση αδιάστατη κατανομή πίεσης στον ρότορα των εδράνων που αντιστοιχούν στα σημεία 1-4 του Σχ. 15d.

Στο πλαίσιο της επικύρωσης των αποτελεσμάτων πραγματοποιήθηκε ανάλυση ευαισθησίας περί μία βέλτιστης λύσης. Συγκεκριμένα, καθεμία από τις μεταβλητές σχεδίασης k_1 , k_2 , l_1 , l_s της βέλτιστης λύσης για $b^*=10$ έλαβαν τιμές εκατέρωθεν της βέλτιστης, ενώ οι υπόλοιπες παρέμειναν αμετάβλητες (στις βέλτιστες τιμές τους). Με τον τρόπο αυτόν, ελέγχεται αν πράγματι εντοπίστηκε η βέλτιστη σχεδίαση, αφετέρου εξάγονται συμπεράσματα σχετικά με την επίδραση κάθε μεταβλητής στην αντικειμενική συνάρτηση. Όπως φαίνεται από τα αποτελέσματα του **Σχ. 19a-d**, για κάθε μεταβλητή σχεδίασης, οποιαδήποτε αλλαγή της τιμής της, οδηγεί σε μείωση της (κανονικοποιημένης) ικανότητας παραλαβής φορτίου, είτε ραγδαία (k_2 , l_s), είτε πιο ομαλά (k_1 , l_1).

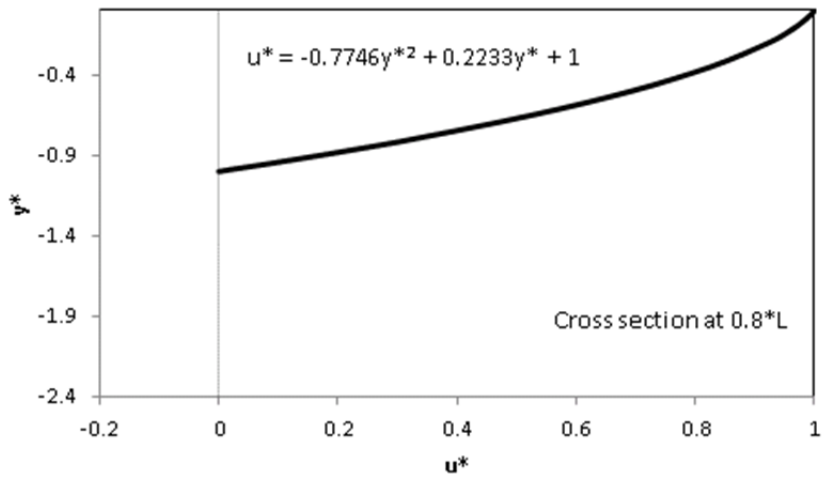
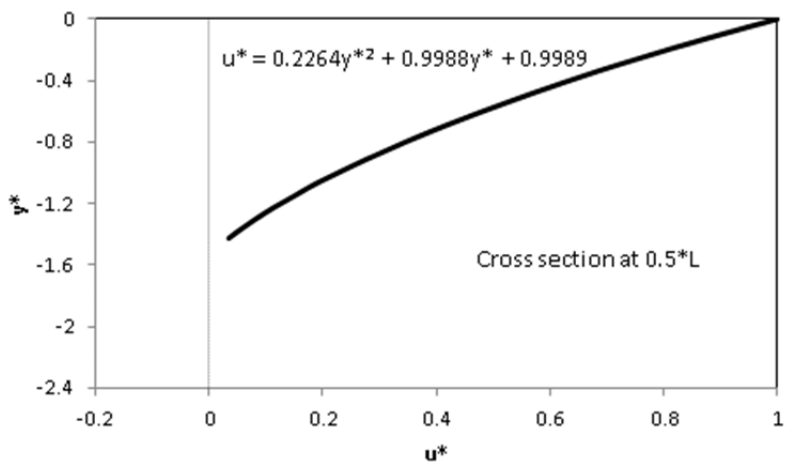
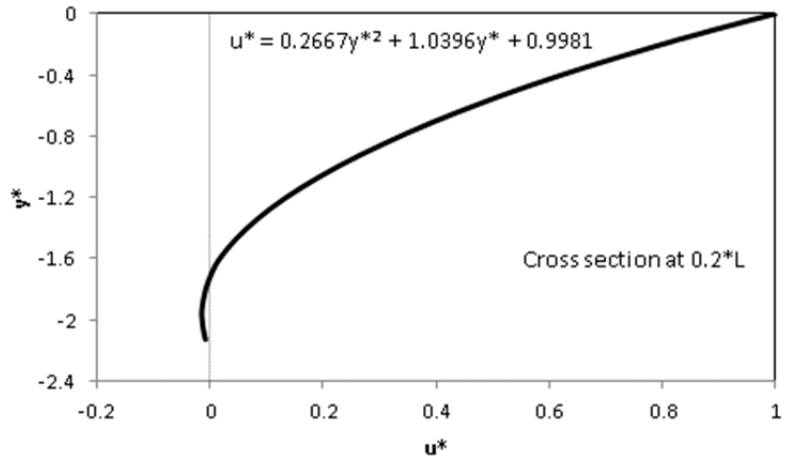


Σχ. 19. Ανάλυση ευαισθησίας των μεταβλητών σχεδίασης k_1 , k_2 , l_1 , l_s της βέλτιστης λύσης για $b^* = 10$ (**Σχ. 15d**, δεξί άκρο του μετώπου Pareto).

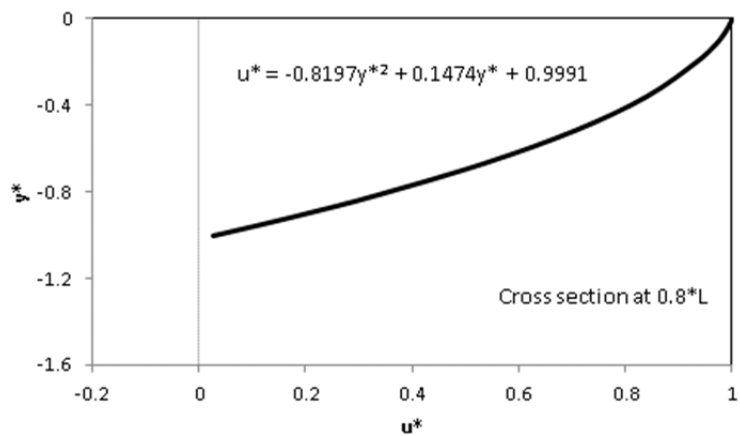
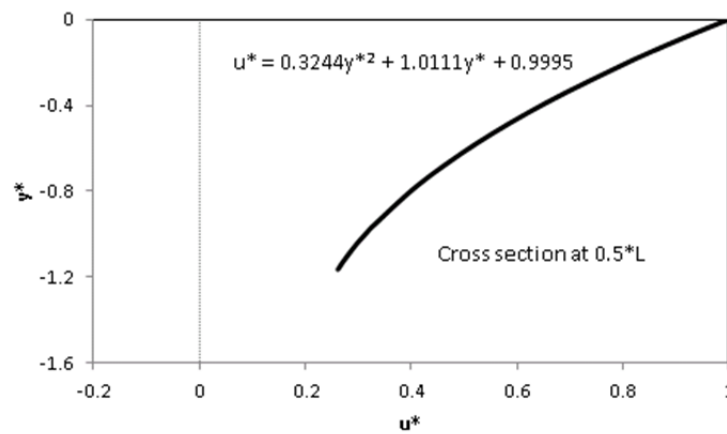
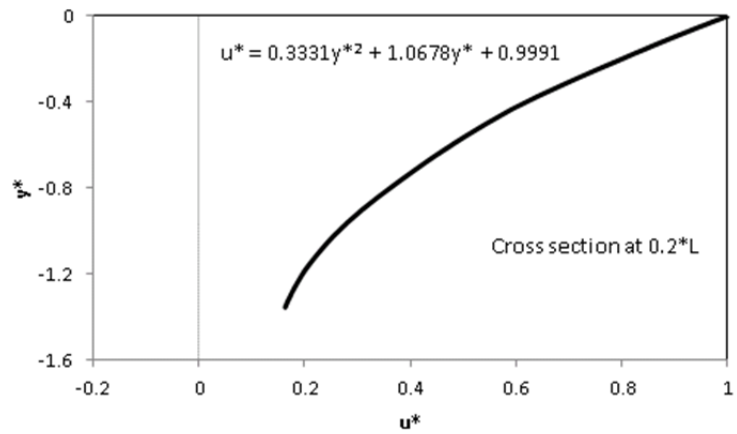
Τέλος, στα **Σχ. 20 - Σχ. 23** παρουσιάζεται η ταχύτητα u^* συναρτήσει της απόστασης y^* σε 3 θέσεις κατά μήκος του εδράνου: $0.2L$, $0.5L$ και $0.8L$. Κάθε προφίλ ταχύτητας προσεγγίστηκε με πολύ μεγάλη ακρίβεια από πολυώνυμο δευτέρου βαθμού $u^* = ay^{*2} + by^* + c$. Δεδομένου ότι η κλίση της πίεσης dp/dx είναι ανάλογη της δεύτερης παραγώγου της ταχύτητας u ως προς y , ο όρος a στις πολυωνυμικές παρεμβολές αντιστοιχεί στην κλίση της πίεσης στην εξεταζόμενη θέση. Παρατηρείται ότι, γενικά, η κλίση της πίεσης είναι θετική για το αριστερό τμήμα του εδράνου (στην περιοχή της αναρρόφησης λαδιού), ενώ είναι αρνητική στο δεξί τμήμα του (στην περιοχή της καταθλίψεως λαδιού). Περαιτέρω, παρατηρείται ότι ο συντελεστής a του όρου y^{*2} παίρνει πολύ μεγάλες τιμές καθώς αυξάνει το μήκος ολίσθησης του υδροφοβικού τμήματος του στάτορα, οδηγώντας σε μεγάλες τιμές της κλίσης dp/dx , και επομένως σε υψηλή ικανότητα παραλαβής φορτίου, W^* .



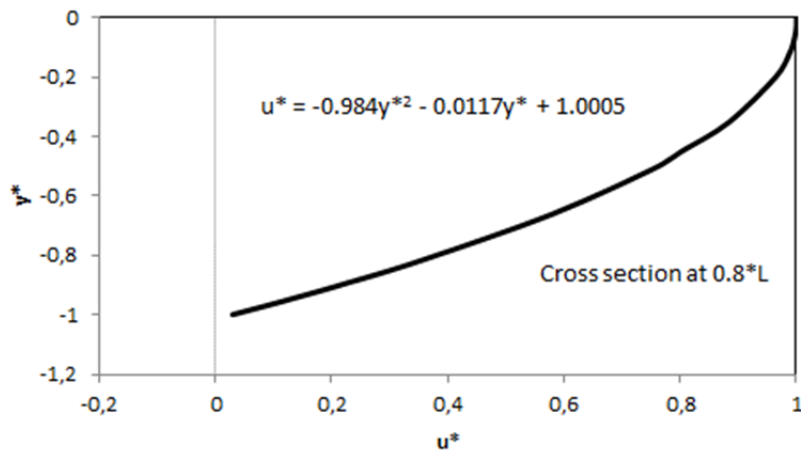
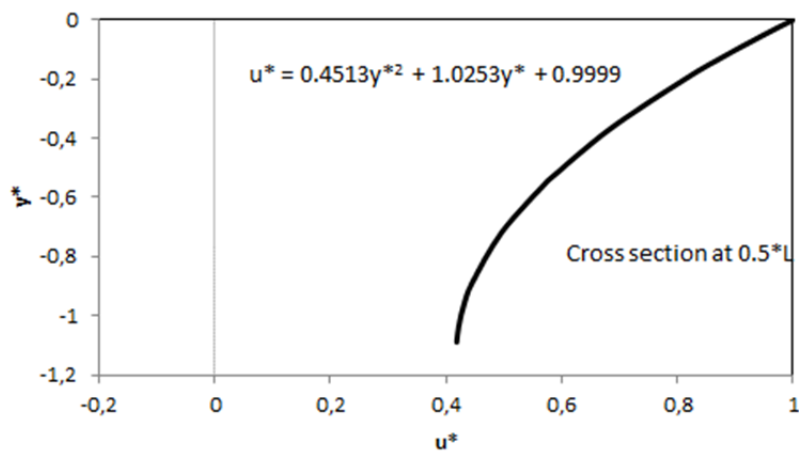
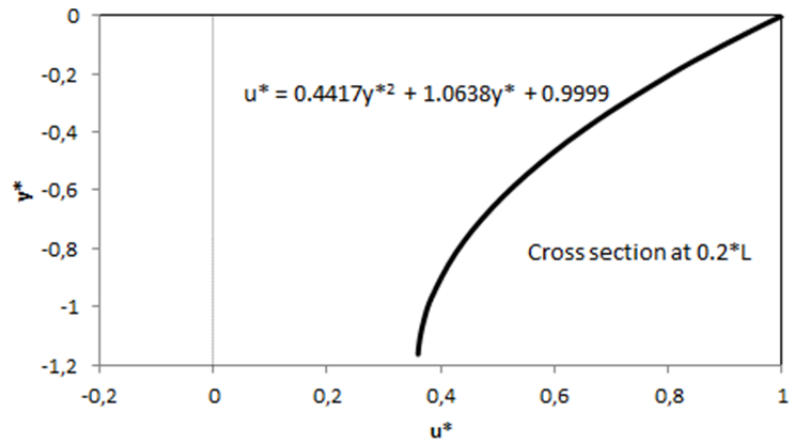
Σχ. 20. Σχεδίαση εδράνου που αντιστοιχεί στο δεξί άκρο του μετώπου Pareto του **Σχ. 15a**, για $b^*=0$. Προφίλ ταχύτητας στις θέσεις $0.2L$, $0.5L$ και $0.8L$.



Σχ. 21. Σχεδίαση εδράνου που αντιστοιχεί στο δεξί άκρο του μετώπου Pareto του **Σχ. 15b**, για $b^*=0.1$. Προφίλ ταχύτητας στις θέσεις $0.2L$, $0.5L$ και $0.8L$.



Σχ. 22. Σχεδίαση εδράνου που αντιστοιχεί στο δεξί άκρο του μετώπου Pareto του **Σχ. 15c**, για $b^*=1$. Προφίλ ταχύτητας στις θέσεις $0.2L$, $0.5L$ και $0.8L$.



Σχ. 23. Σχεδίαση εδράνου που αντιστοιχεί στο δεξί άκρο του μετώπου Pareto του **Σχ. 15d**, για $b^*=10$. Προφίλ ταχύτητας στις θέσεις $0.2L$, $0.5L$ και $0.8L$.

3.2. Εκτίμηση Ρυθμού Φθοράς σε Συνθήκες Ξηρής Τριβής

3.2.1. Γεωμετρία Εδράνου / Εξισώσεις / Οριακές και αρχικές Συνθήκες

Θεωρητικό Υπόβαθρο

Η βελτιστοποίηση που παρουσιάστηκε στην Ενότητα 3.1 πραγματοποιήθηκε με τη βασική υπόθεση ότι η πίεση στην οποία οφείλεται η φθορά, και με την οποία συσχετίζεται μέσω της εξίσωσης Archard, είναι η παραγόμενη λόγω της υδροδυναμικής λίπανσης. Μια πιο ρεαλιστική προσέγγιση για τον υπολογισμό της φθοράς είναι η υπόθεση ότι αυτή συμβαίνει μόνο κατά τη διαδικασία εκκίνησης/διακοπής της λειτουργίας, όταν επικρατούν συνθήκες ξηρής τριβής [33].

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, για τη δημιουργία της υδροδυναμικής λίπανσης είναι απαραίτητη η ύπαρξη σχετικής (μη μηδενικής) ταχύτητας μεταξύ των τριβόμενων επιφανειών. Επομένως, όταν η σχετική ταχύτητα μηδενίζεται, τότε το λιπαντικό δεν μπορεί πια να αναπτύξει υδροδυναμική πίεση, επομένως οι δύο επιφάνειες έρχονται σε επαφή. Λόγω των χρησιμοποιούμενων υλικών, ο ρότορας είναι γενικά πολύ πιο άκαμπτος από τον στάτορα. Συνεπώς, κατά τη φάση εκκίνησης ή διακοπής της λειτουργίας, ο στάτορας παραμορφώνεται ελαστικά επειδή έρχεται σε επαφή με τον ρότορα, ενώ ο ρότορας μπορεί να θεωρηθεί απαραμόρφωτος. Η ελαστική παραμόρφωση έχει ως αποτέλεσμα την ανάπτυξη πίεσης στη διεπιφάνεια. Όταν η περιστροφή επανεκκινήσει, θα αναπτυχθεί μεταξύ των δύο επιφανειών εκτριβή, η οποία θα έχει ως αποτέλεσμα τη φθορά (κυρίως) του στάτορα. Η φθορά αυτή θα είναι ανάλογη της αναπτυσσόμενης πίεσης (εξίσωση Archard).

Γεωμετρία Εδράνου

Το γεωμετρικό μοντέλο που χρησιμοποιείται είναι ένα πλήρως διαστατοποιημένο μοντέλο πέλματος εδράνου με γεωμετρικά χαρακτηριστικά πολύ κοντά σε εκείνα του βέλτιστου εδράνου κατά Stackowiak [17].

Λαμβάνοντας υπόψη τους ορισμούς των k_1 , k_2 , l_1 , H_0 , H_1 , H_2 , H_{min} , D_g , L_g , B , L όπως ορίστηκαν σε προηγούμενο κεφάλαιο, παρουσιάζονται στον Πίνακα 1 οι τιμές των παραμέτρων που χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία αυτού του εδράνου.

Πιν. 1. Γεωμετρικά χαρακτηριστικά εδράνου αναφοράς για τον υπολογισμό του ρυθμού φθοράς εκτριβής.

Μεταβλητές	Τιμή	Μονάδες
k_1	1.5625	-
k_2	-0.1	-
l_1	0.8	-
H_0	0.0268	mm
H_1	0.0592	mm
H_2	0.0263	mm
H_{min}	0.0263	mm
D_g	1.5	mm
L_g	2.5	mm
L	50	mm
D_s	15	mm
D_r	10	mm

όπου D_s και D_r το πάχος του στάτορα και του ρότορα, αντίστοιχα.

- ✓ Η τιμή $H_{min}=0.0263$ mm επιλέχτηκε γιατί, για τη συγκεκριμένη γεωμετρία, οδηγεί σε ικανότητα φόρτισης του εδράνου **$W = 300$ N/m** (ανά μέτρο πλάτους του εδράνου).

Το γεωμετρικό μοντέλο παρουσιάζεται στο **Σχ. 24**.

Υπολογιστική προσέγγιση

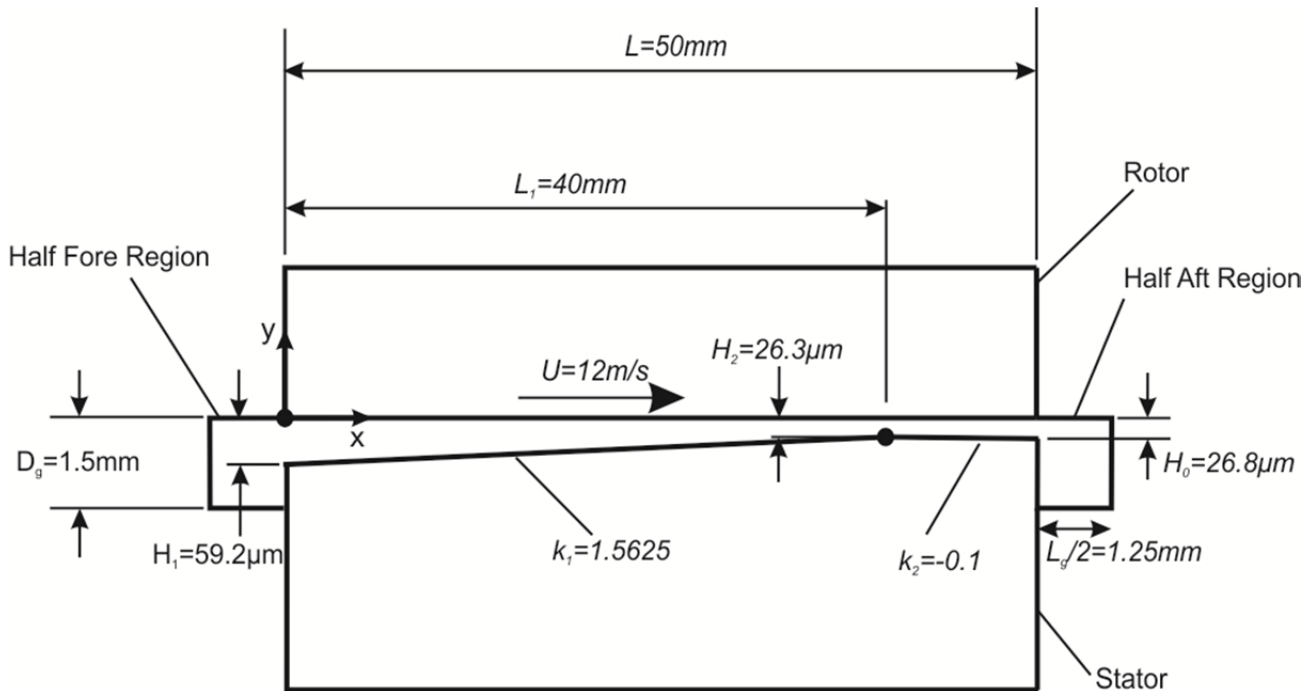
Οι υποθέσεις που γίνονται και οι εξισώσεις που επιλύονται έχουν παρουσιαστεί στην Ενότητα 3.1.1. Για την επίλυση των εξισώσεων, χρησιμοποιείται και σε αυτήν την περίπτωση ο κώδικας ANSYS CFX.

Οι ακόλουθες ιδιότητες λιπαντικού και ταχύτητα ρότορα χρησιμοποιούνται:

- ταχύτητα ρότορα $U = 12$ m/s
- δυναμικό ιξώδες $\eta = 0.037$ Pa s
- πυκνότητα $\rho = 870$ kg/m³

Το μοντέλο διακριτοποιήθηκε με κατάλληλα πυκνό πλέγμα.

Οι οριακές συνθήκες παραμένουν οι ίδιες με αυτές που χρησιμοποιήθηκαν στα μοντέλα της Ενότητας 3.1. Η γεωμετρία του στάτορα τροποποιείται λόγω της φθοράς. Η μέθοδος τροποποίησης της γεωμετρίας θα αναλυθεί περαιτέρω στη συνέχεια. Στην παρούσα ενότητα, για λόγους απλοποίησης, η επιφάνεια του στάτορα θεωρείται μη υδροφοβική.



Σχ. 24. Γεωμετρικό μοντέλο δισδιάστατου ωστικού εδράνου για εκτίμηση ρυθμού φθοράς λόγω ξηρής τριβής.

Εν γένει, κατά την επίλυση του προβλήματος πραγματοποιούνται διαδοχικές τροποποιήσεις της γεωμετρίας του στάτορα, ώστε να ληφθεί υπόψη η κλιμακούμενη φθορά η οποία είναι ανάλογη της πίεσης κατά την επαφή στάτορα-ρότορα. Η ανανέωση πραγματοποιείται σε τακτά διαστήματα ώστε το φαινόμενο να μελετάται επαρκώς. Για αυτόν τον λόγο, το φαινόμενο εξετάζεται σε πέντε καταστάσεις φθοράς. Η πρώτη είναι η αρχική άθικτη κατάσταση και οι υπόλοιπες τέσσερις λαμβάνουν υπόψη τη σταδιακή απομάκρυνση υλικού λόγω φθοράς.

Βασική παραδοχή της παρούσας μελέτης είναι η παραδοχή σταθερού ωστικού φορτίου, ανεξάρτητα από την χρονική μεταβολή της ταχύτητας περιστροφής του ρότορα. Το έδρανο, καθώς τροποποιείται η γεωμετρία λόγω φθοράς, μεταβάλλει το h_{min} ώστε να επιτευχθεί το ωστικό φορτίο W .

3.2.2. Μοντελοποίηση Φθοράς

Το βάθος φθοράς λόγω αφαίρεσης υλικού δίνεται από την εξίσωση του Archard ως γραμμική εξάρτηση της απόστασης ολίσθησης και της επιφανειακής πίεσης:

$$\frac{d\delta_0}{ds} = k\rho$$

όπου $\delta_0(x)$ είναι το βάθος φθοράς σε συγκεκριμένο σημείο της επιφάνειας, s είναι η απόσταση ολίσθησης, ρ είναι η επιφανειακή πίεση και k είναι ο συντελεστής φθοράς ($k=K/H$, όπου K είναι ο αδιάστατος συντελεστής φθοράς και H η σκληρότητα του υλικού).

Η διαφορά της προσέγγισης της παρούσας Ενότητας, σε σχέση με αυτή της Ενότητας 3.1, είναι ότι, στην παρούσα Ενότητα, η πίεση η οποία λαμβάνεται υπόψη για τον υπολογισμό της φθοράς είναι η παραγόμενη από την ελαστική παραμόρφωση του στάτορα, κατά την ελαστική επαφή στάτορα και ρότορα υπό σταθερό φορτίο. Συγκεκριμένα, γίνεται η υπόθεση ότι το έδρανο εκκινεί από κατάσταση ακινησίας με συνέπεια η δύναμη ώσης να εφαρμόζεται από τον ρότορα στον στάτορα μέσω εκτριβής (δεν ρέει ακόμη λιπαντικό και ως εκ τούτου δεν υφίσταται ακόμη υδροδυναμική λίπανση). Η δύναμη ώσης που ασκείται είναι ίση με την ικανότητα παραλαβής φορτίου που έχει το έδρανο για άθικτη γεωμετρία και για το αρχικά προβλεπόμενο H_{min} . Η δύναμη ώσης παραμένει σταθερή καθ' όλη τη διάρκεια του φαινομένου. Από την άλλη, λόγω της μεταβολής της γεωμετρίας του στάτορα, εξαιτίας της φθοράς, αλλάζει το H_{min} ώστε να μπορεί να παραλαμβάνεται το ωστικό φορτίο.

Η επίλυση του προβλήματος της ελαστικής παραμόρφωσης λόγω της πίεσης Hertz γίνεται με τη βοήθεια του κώδικα πεπερασμένων στοιχείων ANSYS MECHANICAL. Μια βασική υπόθεση του προβλήματος είναι πως ο ρότορας είναι πολύ πιο άκαμπτος από τον στάτορα (επιλέχθηκε για τον ρότορα υλικό με μέτρο ελαστικότητας τέσσερις τάξεις μεγέθους μεγαλύτερο από του υλικού του στάτορα). Επομένως, η παραμόρφωση στον ρότορα είναι πρακτικά μηδενική, ενώ αμελείται η σχετική φθορά. Όσον αφορά στον στάτορα, είναι προφανές ότι η μεγάλα επίπεδα πίεσης θα αναπτυχθούν στην περιοχή που είναι εγγύς του ρότορα, και επομένως αυτά θα απολέσουν περισσότερο υλικό.

Το βάθος φθοράς μπορεί να αδιαστατοποιηθεί λαμβάνοντας υπόψη το αρχικό ελάχιστο πάχος του φιλμ. Δηλαδή:
 $\delta_0^* = \delta_0/H_{min, αρχ}$

Για να ποσοτικοποιηθεί η απόδοση του εδράνου λαμβάνοντας υπόψη τη φθορά, πρέπει να θεωρηθεί και να εξεταστεί μια σειρά αντιπροσωπευτικών καταστάσεων φθοράς. Ένα ζήτημα το οποίο προκύπτει είναι η επιλογή του σωστού βήματος φθοράς. Στην Ενότητα 3.1 είχε υποτεθεί βήμα $\delta_s^* = 0.1$ για το δ_0^* . Για την παρούσα προσέγγιση, το βήμα αυτό θα ήταν πολύ μεγάλο, οδηγώντας σε σημαντική αφαίρεση υλικού από μικρά τμήματα του στάτορα. Για να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα αυτό η μέγιστη μεταβολή της αδιάστατης φθοράς της επιφάνειας του στάτορα σε κάθε βήμα επιλέχθηκε ίση με 0.005 (0.5% H_{min}).

Για κάθε κατάσταση φθοράς, η διαδικασία υπολογισμού περιλαμβάνει:

- ✓ τη φάση επίλυσης των εξισώσεων της ρευστοδυναμικής στο έδρανο, για τον προσδιορισμό του ελάχιστου πάχους λιπαντικού ώστε να παραλαμβάνεται το δεδομένο φορτίο $W = 300 \text{ N/m}$.
- ✓ τη φάση υπολογισμού της πίεσης που αναπτύσσεται κατά την εκκίνηση λόγω της επαφής στάτορα-ρότορα χωρίς την παρουσία λιπαντικού
- ✓ τον προσδιορισμό του ρυθμού φθοράς και της νέας γεωμετρίας του στάτορα.

Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για κάθε νέα κατάσταση φθοράς.

3.2.3. Πιστοποίηση του Αριθμητικού Μοντέλου

Η πιστοποίηση των αποτελεσμάτων του κώδικα ANSYS CFX περιγράφηκε λεπτομερώς σε προηγούμενο κεφάλαιο. Στην παρούσα ενότητα, έγινε προσπάθεια πιστοποίησης του κώδικα ANSYS MECHANICAL για πρόβλημα ελαστικής επαφής Hertz παράλληλων κυλίνδρων απείρου μήκους, για διαφορετικά ασκούμενα φορτία. Τα χαρακτηριστικά του μοντέλου (γεωμετρία, ιδιότητες υλικών) παρουσιάζονται στον Πίνακα 2. Τα αποτελέσματα των αριθμητικών προσομοιώσεων και οι υπολογισμοί μέσω των αναλυτικών σχέσεων της Ενότητας 2.4 παρουσιάζονται στους Πίνακες 3-5. Στο **Σχ. 25** παρουσιάζονται οι μετατοπίσεις των δύο κυλίνδρων, για διαφορετικά ασκούμενα φορτία, ενώ στο **Σχ. 26** παρουσιάζονται, αντίστοιχα, η ακτίνα επαφής και η αναπτυσσόμενη πίεση στη διεπιφάνεια των δύο κυλίνδρων.

Πιν. 2. Ελαστική επαφή Hertz παράλληλων κυλίνδρων απείρου μήκους. Γεωμετρικά χαρακτηριστικά και ιδιότητες υλικού κυλίνδρων.

Ακτίνες κυλίνδρων, R_1, R_2 [m]	0.010
Μέτρο ελαστικότητας υλικού κυλίνδρων, E_1, E_2 [N/m ²]	$2 * 10^{11}$
Λόγος Poisson υλικού κυλίνδρων, ν_1, ν_2 [N/m ²]	0.3

Πιν. 3. Ελαστική επαφή Hertz παράλληλων κυλίνδρων απείρου μήκους. Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών υπολογισμών. Δύναμη επαφής ανά τρέχον μέτρο μήκους κυλίνδρου **$1.4 * 10^6$ N/m**.

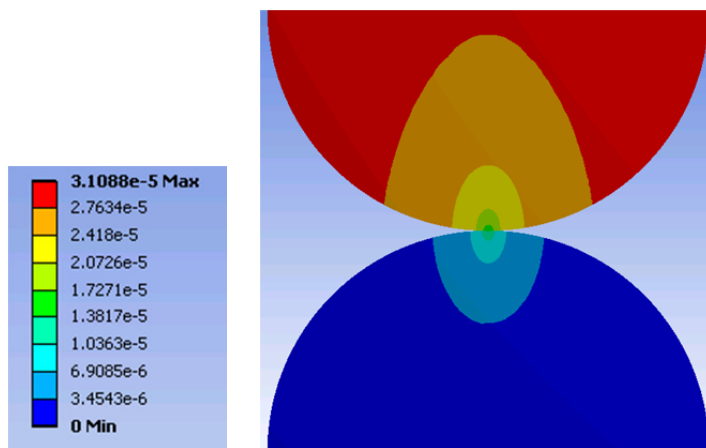
	Αναλυτική λύση	Αριθμητική προσομοίωση
Δύναμη επαφής ανά τρέχον μήκος κυλίνδρου, F/L [N/m]	$1.4 * 10^6$	$1.4 * 10^6$
Βάθος διείσδυσης, d [m]	$1.25 * 10^{-5}$	$1.45 * 10^{-5}$
Μήκος επαφής, a [m]	$5.00 * 10^{-4}$	$5.28 * 10^{-4}$
Μέγιστη πίεση επαφής, p_0 [N/m ²]	$3.573 * 10^9$	$3.475 * 10^9$

Πιν. 4. Ελαστική επαφή Hertz παράλληλων κυλίνδρων απείρου μήκους. Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών υπολογισμών. Δύναμη επαφής ανά τρέχον μέτρο μήκους κυλίνδρου **$6.0 * 10^6$ N/m**.

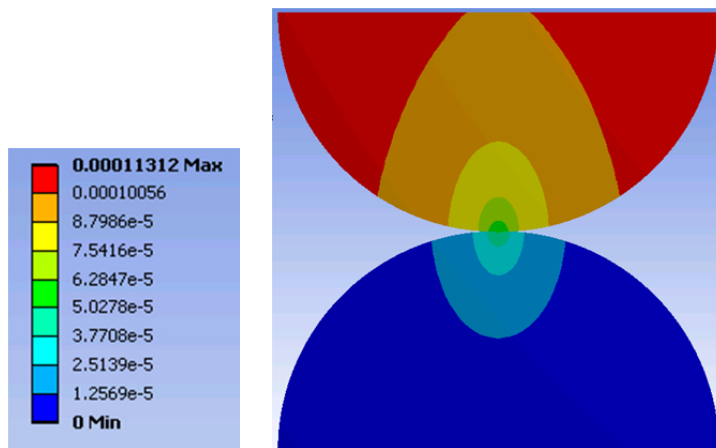
	Αναλυτική λύση	Αριθμητική προσομοίωση
Δύναμη επαφής ανά τρέχον μήκος κυλίνδρου, F/L [N/m]	$6.0 * 10^6$	$6.0 * 10^6$
Βάθος διείσδυσης, d [m]	$5.35 * 10^{-5}$	$5.19 * 10^{-5}$
Μήκος επαφής, a [m]	$10.34 * 10^{-4}$	$10.48 * 10^{-4}$
Μέγιστη πίεση επαφής, p_0 [N/m ²]	$7.394 * 10^9$	$7.590 * 10^9$

Πιν. 5. Ελαστική επαφή Hertz παράλληλων κυλίνδρων απείρου μήκους. Σύγκριση αναλυτικών και αριθμητικών υπολογισμών. Δύναμη επαφής ανά τρέχον μέτρο μήκους κυλίνδρου **$14.0 \cdot 10^6$ N/m.**

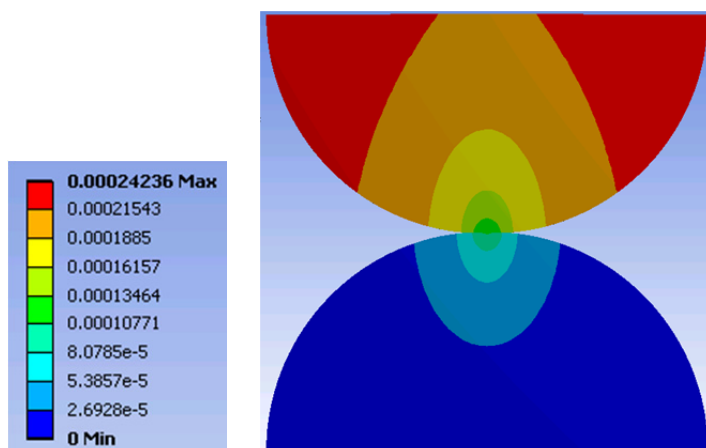
	Αναλυτική λύση	Αριθμητική προσομοίωση
Δύναμη επαφής ανά τρέχον μήκος κυλίνδρου, F/L [N/m]	$14.0 \cdot 10^6$	$14.0 \cdot 10^6$
Βάθος διείσδυσης, d [m]	$12.47 \cdot 10^{-5}$	$11.03 \cdot 10^{-5}$
Μήκος επαφής, a [m]	$15.79 \cdot 10^{-4}$	$11.68 \cdot 10^{-4}$
Μέγιστη πίεση επαφής, p_0 [N/mm ²]	$11.285 \cdot 10^9$	$11.657 \cdot 10^9$



(a)
 $F/L = 1.4 \cdot 10^6 \text{ N/m}$

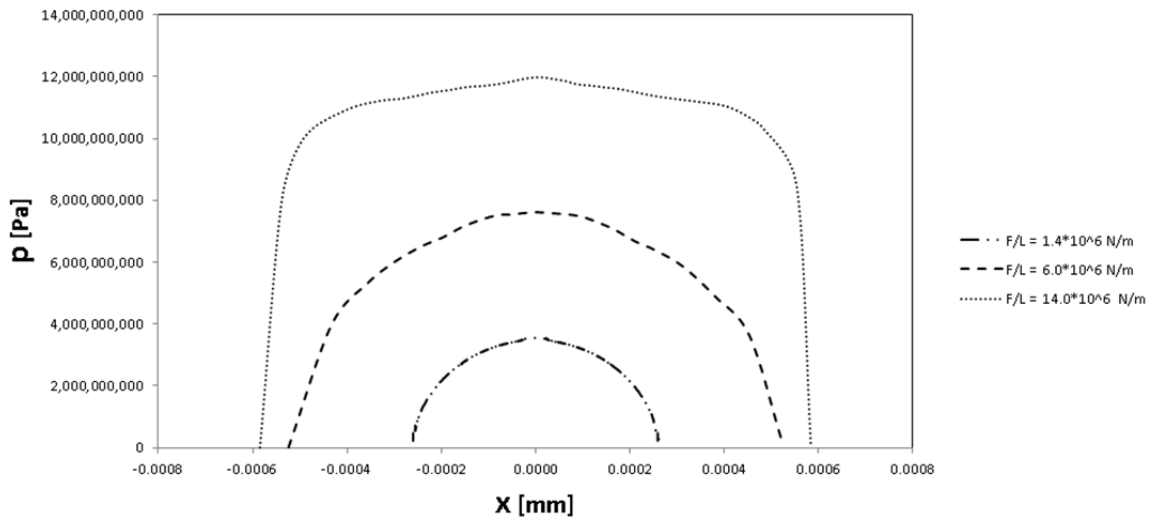


(b)
 $F/L = 6.0 \cdot 10^6 \text{ N/m}$



(c)
 $F/L = 14.0 \cdot 10^6 \text{ N/m}$

Σχ. 25. Μετατοπίσεις κατά την ελαστική επαφή Hertz παράλληλων κυλίνδρων απείρου μήκους, για διαφορετικά ασκούμενα φορτία.

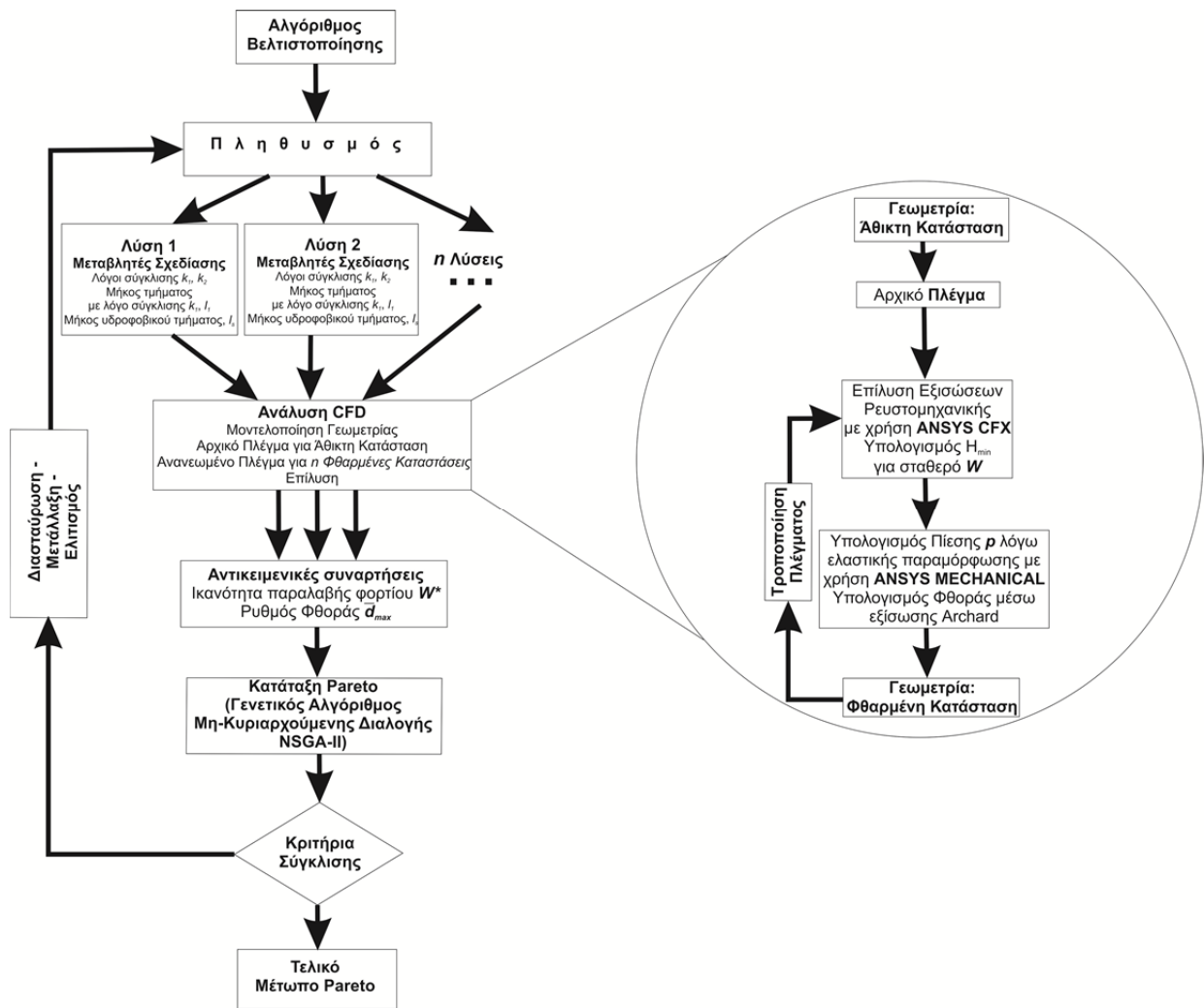


Σχ. 26. Μήκος επαφής και αναπτυσσόμενη πίεση κατά την ελαστική επαφή Hertz παραλλήλων κυλίνδρων απείρου μήκους, για διαφορετικά ασκούμενα φορτία.

3.2.4. Παρουσίαση Ενδεικτικού Παραδείγματος

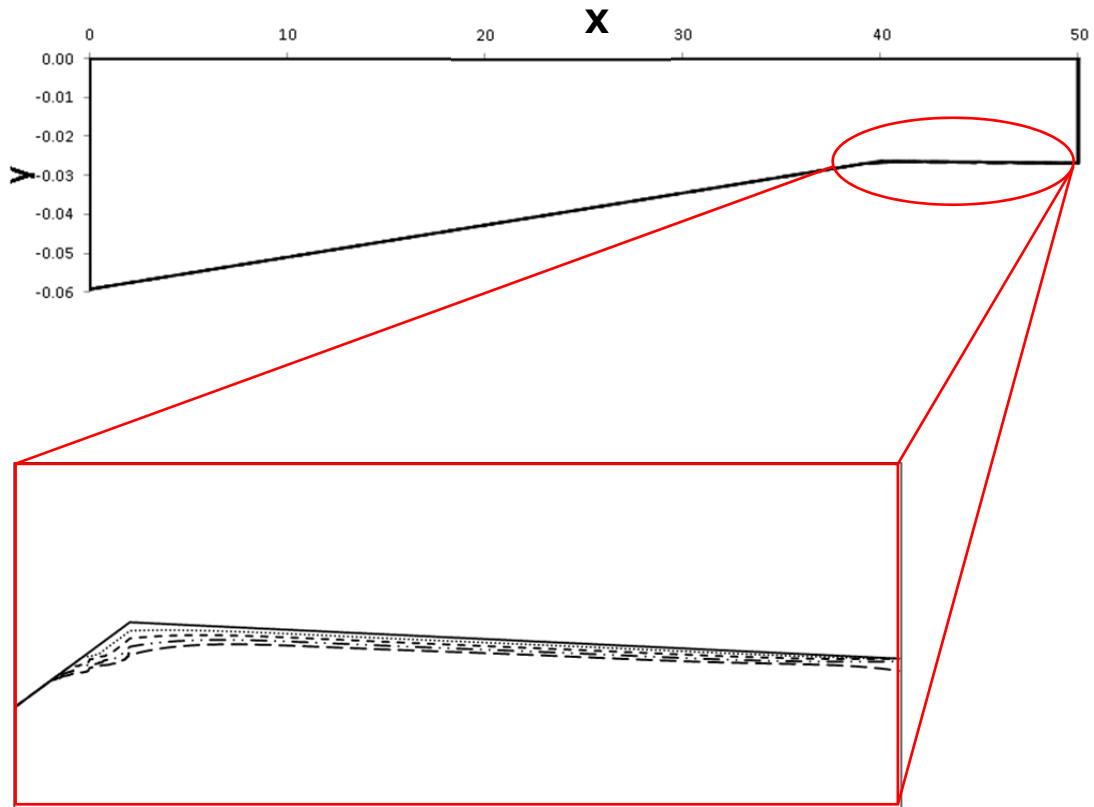
Λόγω της πολυπλοκότητας του μοντέλου εκτίμησης του ρυθμού φθοράς εκτριβής, δεν κατέστη δυνατή η αυτοματοποίηση της διαδικασίας και η ενσωμάτωσή της στον κώδικα βελτιστοποίησης. Ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης που πρέπει να ακολουθηθεί στην περίπτωση μοντελοποίησης της φθοράς εκτριβής παρουσιάζεται στο **Σχ. 27**. Στο δεξί τμήμα του **Σχ. 27** γίνεται ανάλυση των βημάτων που πρέπει να ακολουθηθούν για τον υπολογισμό της φθοράς εκτριβής σε κάθε νέα κατάσταση φθοράς του πέλματος του εδράνου.

Ο αλγόριθμος εφαρμόστηκε μη αυτοματοποιημένα για την επίλυση ενός ενδεικτικού παραδείγματος. Το πρόβλημα που επιλέχθηκε αφορά σε έδρανο το οποίο έχει τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά που παρουσιάστηκαν στον **Πιν. 1**. Το ωστικό φορτίο (ανά τρέχον μέτρο πλάτους του εδράνου) για το οποίο επιλύθηκε το πρόβλημα είναι **$W = 300 \text{ N/m}$** . Υπενθυμίζεται ότι επιλέχθηκε μέγιστο αδιάστατο βάθος φθοράς της επιφάνειας του στάτορα, σε κάθε κατάσταση φθοράς, ίσο με $\delta_s^* = 0.005$.



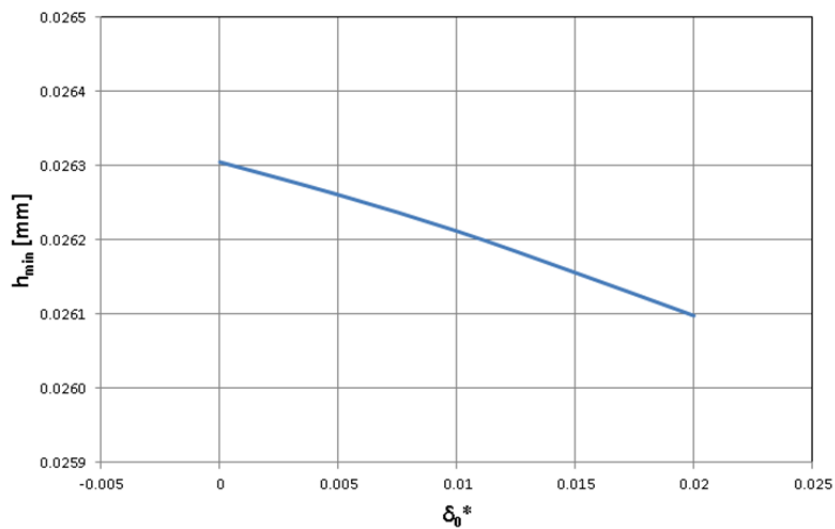
Σχ. 27. Σχηματική αναπαράσταση του αλγορίθμου βελτιστοποίησης για προσέγγιση φθοράς μέσω εκτριβής.

Στο **Σχ. 28** παρουσιάζεται η άθικτη γεωμετρία του στάτορα ($\delta_0^* = 0$), καθώς και τέσσερις ακόμη καταστάσεις φθοράς ($\delta_0^* = 0.005, 0.01, 0.015, 0.02$). Λόγω του γεγονότος ότι το επιλεγμένο βήμα είναι πολύ μικρό, η φθορά δεν διακρίνεται καθαρά, και παρουσιάζεται επιπροσθέτως κατάλληλη μεγέθυνση. Το μεγαλύτερο βάθος φθοράς παρουσιάζεται (όπως αναμένεται) στην περιοχή πολύ κοντά στην αλλαγή κλίσης, όπου εμφανίζεται το ελάχιστο πάχος λιπαντικού H_{min} , και γενικά εκτείνεται περισσότερο στο δεξί τμήμα του στάτορα (λόγω του μικρού λόγου σύγκλισης), ενώ εκτείνεται λιγότερο στο αριστερό τμήμα του στάτορα (λόγω του μεγάλου λόγου σύγκλισης στην περιοχή εκείνη).



Σχ. 28. Γεωμετρία της επιφάνειας του σάτορα σε διάφορες καταστάσεις φθοράς λαμβάνοντας υπόψη την προσέγγιση της εκτριβής.

Στο **Σχ. 29** παρουσιάζεται η αλλαγή του H_{min} συναρτήσει του δ_0^* για σταθερό ωστικό φορτίο $W=300 \text{ N/m}$. Όπως φαίνεται, για να μπορεί να παραλάβει σταθερό ωστικό φορτίο, το έδρανο, καθώς φθείρεται, ισορροπεί σε συνεχώς μειούμενο H_{min} .



Σχ. 29. Μεταβολή του H_{min} συναρτήσει του δ_0^* , για σταθερό φορτίο $W=300 \text{ N/m}$.

4. Συμπεράσματα

Στην παρούσα Διπλωματική Εργασία, παρουσιάστηκε μια υπολογιστική μελέτη βελτιστοποίησης των χαρακτηριστικών λειτουργίας ωστικών εδράνων στα οποία τμήμα της επιφάνειας του πέλματος έχει υδροφοβικές ιδιότητες. Συγκεκριμένα, με χρήση μεθόδων Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής και εργαλείων πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης βασισμένων σε γενετικούς αλγόριθμους, επιλύθηκαν προβλήματα μεγιστοποίησης της ικανότητας παραλαβής φορτίου και ελαχιστοποίησης του ρυθμού φθοράς για έδρανα με διαφορετικό μήκος ολίσθησης του υδροφοβικού τμήματος της επιφάνειας του στάτορα. Ως αίτιο για τη φθορά των εδράνων ελήφθη η υδροδυναμική πίεση που αναπτύσσεται κατά τη λειτουργία τους.

Κατ' αρχάς, δημιουργήθηκε δισδιάστατο παραμετρικό υπολογιστικό μοντέλο ενός ωστικού εδράνου. Με τη θεώρηση αυτήν (θεώρηση εδράνου απείρου πλάτους) αγνοείται η διαφοροποίηση των χαρακτηριστικών λειτουργίας του εδράνου κατά το πλάτος του. Το πέλμα του εδράνου θεωρήθηκε ότι αποτελείται από δύο επιφάνειες διαφορετικής κλίσης. Ως παράμετροι σχεδίασης του μοντέλου επιλέχθηκαν οι λόγοι σύγκλισης των δύο επιφανειών του πέλματος, το μήκος της κάθε επιφάνειας (ως ποσοστό του ολικού μήκους του πέλματος) και το μήκος του τμήματος του πέλματος με υδροφοβικές ιδιότητες. Για την εκτίμηση του ρυθμού φθοράς του εδράνου χρησιμοποιήθηκε η εξίσωση του Archard, η οποία συσχετίζει γραμμικά τη φθορά εκτριβής μίας επιφάνειας με την αναπτυσσόμενη σε αυτήν πίεση. Η φθορά μίας επιφάνειας αποτελεί (χρονικά) συνεχή διαδικασία, η οποία είναι δύσκολο να μοντελοποιηθεί. Για τον λόγο αυτόν, στην παρούσα εργασία ακολουθήθηκε η ακόλουθη μεθοδολογία:

- Για την άθικτη γεωμετρία του πέλματος υπολογίζονται τα χαρακτηριστικά λειτουργίας του εδράνου, και εκτιμάται ο ρυθμός φθοράς του πέλματος (ως συνάρτηση της πίεσης στην επιφάνειά του). Η φθορά του ρότορα είναι γενικά πολύ μικρή και αμελείται.
- Υποτίθεται παρέλευση χρονικού διαστήματος με σταθερό ρυθμό φθοράς, και υπολογίζεται η συνολική φθορά του πέλματος στο διάστημα αυτό.
- Τροποποιείται κατάλληλα η γεωμετρία του πέλματος, και επανυπολογίζονται τα χαρακτηριστικά λειτουργίας του εδράνου με το φθαρμένο πέλμα.
- Η διαδικασία συνεχίζεται έως κάποιο προδιαγεγραμμένο επίπεδο συνολικής φθοράς του πέλματος, πέρα από το οποίο η

λειτουργία του εδράνου γίνεται προβληματική. Εδώ, ελήφθη ως όριο το μέγιστο βάθος φθοράς να μην ξεπερνά το 30% του πάχους του λιπαντικού.

Όπως προαναφέρθηκε, το πρόβλημα βελτιστοποίησης διατυπώθηκε ως πολυκριτηριακό, με αντικειμενικούς στόχους τη μεγιστοποίηση της ικανότητας παραλαβής φορτίου και την ελαχιστοποίηση του ρυθμού φθοράς. Οι στόχοι αυτοί έχουν αντίρροπες τάσεις: αυξημένη πίεση σημαίνει αυξημένη ικανότητα παραλαβής φορτίου, αλλά οδηγεί σε αυξημένους ρυθμούς φθοράς. Επομένως, η επίλυση του προβλήματος με τη χρήση Γενετικών Αλγόριθμων έδωσε μια οικογένεια λύσεων σε μορφή μετώπου Pareto. Η βελτιστοποίηση πραγματοποιήθηκε για τέσσερες διαφορετικές τιμές του αδιάστατου μήκους ολίσθησης (slip length), κυμαινόμενες από 0 (μη υδροφοβικό πέλμα) έως 10.

Τα κύρια συμπεράσματα των αναλύσεων συνοψίζονται παρακάτω:

- Με κατάλληλο σχεδιασμό είναι δυνατή η ελαχιστοποίηση του ρυθμού φθοράς των εδράνων, χωρίς μείωση της ικανότητας παραλαβής φορτίου.
- Επιβεβαιώθηκε η ευεργετική δράση της υδροφοβικότητας: η αύξηση του μήκους ολίσθησης του υδροφοβικού τμήματος του πέλματος είχε ως αποτέλεσμα τη σημαντική αύξηση της ικανότητας παραλαβής φορτίου. Συγκεκριμένα, για το μεγαλύτερο αδιάστατο μήκος ολίσθησης που εξετάστηκε εδώ ($b^*=10$), παρατηρήθηκε αύξηση της αδιάστατης ικανότητας παραλαβής φορτίου κατά 56% σε σχέση με την περίπτωση μηδενικού μήκους ολίσθησης ($b^*=0$, μη υδροφοβική επιφάνεια).
- Η γεωμετρία των βέλτιστων εδράνων ομοιάζει με αυτήν των εδράνων με γεωμετρία taper-land (κεκλιμένη επιφάνεια, η οποία ακολουθείται από επίπεδη). Συγκεκριμένα η αρχική (άθικτη) γεωμετρία παρουσιάζει λόγο σύγκλισης k_2 αρνητικό αλλά πολύ κοντά στο μηδέν (ελαφρώς αποκλίνουσα γεωμετρία). Στη συνέχεια, λόγω της φθοράς και της αφαίρεσης υλικού, η γεωμετρία πλησιάζει σε αυτή ενός taper-land εδράνου.

Στη συνέχεια, ο ρυθμός φθοράς του πέλματος προσεγγίστηκε ως το αποτέλεσμα της αναπτυσσόμενης πίεσης Hertz και της εκτριβής των δύο επιφανειών κατά την εκκίνηση και διακοπή λειτουργίας του εδράνου, και υπολογίστηκε με χρήση της εξίσωσης Archard. Το γεωμετρικό μοντέλο, στην περίπτωση αυτή, περιλαμβάνει τη γεωμετρία του ρότορα και του στάτορα (πέλματος), ενώ η κατανομή της πίεσης Hertz υπολογίζεται με χρήση κώδικα πεπερασμένων στοιχείων. Ο υπολογισμός της φθοράς έγινε, όπως και προηγουμένως, υποθέτοντας διακριτές καταστάσεις φθοράς του

πέλματος. Μετά την εκτίμηση της φθαρμένης γεωμετρίας σε κάθε βήμα, ακολουθούσε ανάλυση CFD για τον υπολογισμό της νέας (μικρότερης) τιμής του ελάχιστου πάχους λιπαντικού για την οποία αναπτύσσεται το δεδομένο ωστικό φορτίο. Για τους υπολογισμούς αυτούς, υπετέθη σταθερή ωστική δύναμη κατά την εκκίνηση και διακοπή λειτουργίας του εδράνου. Τα αποτελέσματα καταδεικνύουν ότι η φθορά στο πέλμα του εδράνου είναι εντοπισμένη στην περιοχή του ελάχιστου πάχους λιπαντικού, και εκτείνεται εκατέρωθεν, ανάλογα με τον λόγο σύγκλισης του κάθε τμήματος του πέλματος και το συνολικό φορτίο που ασκείται στη διάταξη.

Συνολικά, τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας ανέδειξαν την ευεργετική επίδραση της χρήσης υδροφοβικών ιδιοτήτων σε τμήμα της επιφάνειας του πέλματος των ωστικών εδράνων. Πρέπει να σημειωθεί, πως οι μεθοδολογίες για τη δημιουργία ανθεκτικών υδροφοβικών επιφανειών με συστηματικό και οικονομικό τρόπο βρίσκονται ακόμη σε πρώιμο ερευνητικό στάδιο.

Σε συνέχεια της παρούσας εργασίας, είναι εφικτή η υπολογιστική βελτιστοποίηση ωστικών εδράνων, με κατάλληλη μοντελοποίηση του ρυθμού φθοράς λόγω εκτριβής (κατά την εκκίνηση/διακοπή της λειτουργίας).

Επιπλέον, θα ήταν σκόπιμη η μοντελοποίηση της πραγματικής (τρισδιάστατης) γεωμετρίας του ωστικού εδράνου, η εφαρμογή ρεαλιστικότερων οριακών συνθηκών, και, εν συνεχεία, η υπολογιστική βελτιστοποίηση των χαρακτηριστικών σχεδίασης, λαμβάνοντας υπόψη τη φθορά εκτριβής. Εν προκειμένω, η κατανομή της πίεσης κατά την ακτινική διεύθυνση αναμένεται να διαφοροποιήσει τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης, σε σχέση με αυτά της δισδιάστατης ανάλυσης.

Τέλος, είναι αναγκαία η πειραματική επαλήθευση των υπολογιστικών αποτελεσμάτων. Εν προκειμένω, είναι απαραίτητη η κατασκευή ωστικού εδράνου με υδροφοβικές ιδιότητες σε τμήμα του στάτορα, και η ποσοτικοποίηση βασικών λειτουργικών παραμέτρων, όπως το παραλαμβανόμενο φορτίο, ο συντελεστής τριβής και ο ρυθμός φθοράς.

5. Βιβλιογραφία

- [1] Archard, J.F., "Contact and Rubbing of Flat Surface". J. Appl. Phys., 24 (8), pp. 981-988, 1953.
- [2] Cupillard S., Cervantes M.J. and, Glavatskih S., "Pressure Buildup Mechanism in a Textured Inlet of a Hydrodynamic Contact", Journal of Tribology, 130(2), 2008.
- [3] Dobrica M.B. and Fillon M., "About the Validity of Reynolds Equation and Inertia Effects in Textured Sliders of Infinite Width", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, 223(1), pp. 69-78, 2009.
- [4] Papadopoulos C.I., Nikolakopoulos P.G., Kaiktsis L., "Evolutionary Optimization of Micro-thrust Bearings with Periodic Partial Trapezoidal Surface Texturing", Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 133(1), 012301-10, 2010.
- [5] Papadopoulos C.I., Efstathiou E.E., Nikolakopoulos P.G., Kaiktsis L., "Geometry Optimization of Textured Three-dimensional Micro-Thrust Bearings", Journal of Tribology, 133(4), 041702, 2011.
- [6] Ma G.J., Wu C.W., Zhou P., "Wall Slip and Hydrodynamics of two-dimensional Journal Bearing", Tribology International, 40(7), pp 1056-1066, 2007.
- [7] Wu C.W., Ma G.J., Zhou P. and Wu C.D., "Low Friction and High Load Support Capacity of Slider Bearing with a Mixed Slip Surface", Journal of Tribology, 128 (4), pp. 904-907, 2006.
- [8] Spikes H. and Granick S., "Equation for Slip of Simple Liquids at Smooth Solid Surfaces", Langmuir, 19, pp. 5065-5071, 2003
- [9] Zhang J.X. and Rodkiewicz C.M., "On the Design of Thrust Bearings Using a CFD Technique", Tribology Transactions 40(3), pp 403-412, 1997.
- [10] Hegadekatte V. and Huber N., "Wear Simulation of Tribosystems", Abaqus User Conference, 2007.
- [11] Hegadekatte V., Hilgert J., Kraft O. and Huber N., "Multi time scale Simulations for Wear Prediction in Micro-gears", Wear, 268, pp 316-324, 2010.
- [12] Αυγερινός Ι., "Στοιχεία Μηχανών", Εκδ. Γ. Φούντας, Αθήνα, 2004.
- [13] Κωστόπουλος Θ., "Οδοντώσεις και Μειωτήρες Στροφών", Εκδ. Συμεών, Αθήνα, 2010.

- [14] Παυλιόγλου Σ., "Βελτιστοποίηση Τριβολογικής Συμπεριφοράς Ωστικών Εδράνων Λιπαινόμενων με Ηλεκτροροεολογικά Ρευστά", Διπλωματική Εργασία, Ε.Μ.Π., 2013.
- [15] Ιστοσελίδα http://en.wikipedia.org/wiki/Thrust_block.
- [16] Ιστοσελίδα http://en.wikipedia.org/wiki/Fluid_bearing.
- [17] Stachowiak G.W., Batchelor A.W., "Engineering Tribology", Εκδ. Butterworth and Heinemann, Burlington, 2005.
- [18] Zhu Y., Granick S., "Rate-Dependent Slip of Newtonian Fluids at Smooth Surfaces," Phys. Rev. Lett. 87, 096105 , 2001.
- [19] Bonaccorso E., Kappl M., Butt H.J., "Hydrodynamic Force Measurements: Boundary Slip of Water on Hydrophilic Surfaces and Electrokinetic Effects", Phys. Rev. Lett. 88 , 076103, 2002.
- [20] Blake T. D., "Slip Between a Liquid and a Solid: D.M. Tolstoi's (1952) theory reconsidered", Colloids Surf., 47, pp. 135, 1990.
- [21] Vinogradova O. I., "Drainage of a Thin Liquid Film Confined between Hydrophobic Surfaces", Langmuir, 11, pp. 2213, 1995.
- [22] Godet M., "The Third-body Approach: a Mechanical View of Wear", Wear, 100, pp. 437-452, 1984.
- [23] Zmitrowicz A., "Wear Debris: a Review of Properties and Constitutive Models", Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 43(1), pp. 3-35, 2005.
- [24] Zmitrowicz A., "Wear Patterns and Laws of Wear – a Review", Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 44(2), pp. 219-253, 2006.
- [25] Popov V.L. "Contact Mechanics and Friction: Physical Principles and Applications", Εκδ. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2010
- [26] Chong, E., Zak, S., "An Introduction to Optimization", Εκδόσεις John Wiley & Sons, 2001.
- [27] Tan K.C., Khor E.F., Lee T.H., "Multiobjective Evolutionary Algorithms and Applications", Springer Verlag, London, 2005.
- [28] Rao T.V.V.L.N., "Analysis of Single-grooved Slider and Journal Bearing with Partial Slip Surface", Journal of Tribology, 132, 014501-1, 2010.
- [29] Nikolakopoulos P.G., Papadopoulos C.I., Kaiktsis L. "Elastohydrodynamic Analysis and Pareto Optimization of Intact, Worn and Misaligned Journal Bearings", Meccanica, s11012-010-9319-7, 2010.
- [30] Cahon S., Melab N., Talbi E.G. "ParadisEO: A Framework for the Reusable Design of Parallel and Distributed Metaheuristics", Journal of Heuristics, 10(3), pp. 357-380, 2004.

- [31] Deb K., Pratap A., Agrawal S., Meyarivan T., "A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II", IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 6(2), pp. 182-197, 2002.
- [32] Ανδρεάδης Π., "Βελτιστοποίηση Παραμέτρων Έγχυσης σε Δίχρονους Ναυτικούς Κινητήρες Diesel", Διπλωματική Εργασία, Ε.Μ.Π., 2008.
- [33] Προσωπική Συνομιλία με Prof. Fillon M., CNRS/Universite des Poitiers. 20-12-2012.