



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Αγρονόμων & Τοπογράφων Μηχανικών

Τομέας Τοπογραφίας

Εργαστήριο Φωτογραμμετρίας

**Ανάπτυξη αλγοριθμικής διαδικασίας για τον εντοπισμό
συζυγών θραυσμάτων**

Διπλωματική εργασία

Δημήτρης Φίλιππας

Αθήνα, Μάρτιος 2013

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή της διπλωματικής μου εργασίας Ανδρέα Γεωργόπουλο, που με παρότρυνε να ασχοληθώ με το συγκεκριμένο θέμα. Πάντα με καλή διάθεση και όρεξη για δουλειά, όχι μόνο αφιέρωνε χρόνο συζητώντας και δίνοντας μου κατάλληλες συμβουλές για όλα τα προβλήματα που προέκυπταν, αλλά με ενθάρρυνε και υποστήριζε τις ιδέες μου.

Επίσης ευχαριστώ το προσωπικό του Εργαστηρίου Φωτογραμμετρίας της ΣΑΤΜ για τη βοήθεια που μου παρείχε, κάθε φορά με προθυμία, από την αρχή αυτής της εργασίας.

Επιπλέον ευχαριστώ ιδιαίτερα την Χριστίνα Καρακίζη και τον Ξενοφώντα Φούκα για τις πολύτιμες συμβουλές στη διεξαγωγή και συγγραφή της παρούσας εργασίας αλλά και την ψυχολογική στήριξη που μου προσέφεραν.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου, Θεοδόση και Γεωργία, τον αδερφό μου, Γιάννη, και την ξαδέρφη μου, Ιφιγένεια, για την αμέριστη υποστήριξη που μου παρείχαν.

Πίνακας Περιεχομένων

1 Εισαγωγή.....	- 1 -
2 Καταγραφή της Τρισδιάστατης Πληροφορίας του Χώρου	- 3 -
2.1 Εισαγωγή	- 3 -
2.2 Οπτικές μέθοδοι παραγωγής νεφών (Dense Image Matching).....	- 4 -
2.3 Επίγειοι Σαρωτές.....	- 5 -
2.4 Ο αλγόριθμος ICP	- 7 -
2.4.1 Εισαγωγή	- 7 -
2.4.2 Θεώρημα Σύγκλισης.....	- 9 -
2.4.3 Παραλλαγές ICP	- 10 -
2.4.4 Υπολογισμός Μετασχηματισμού νέφους	- 14 -
2.4.5 Πλεονεκτήματα και Μειονεκτήματα ICP.....	- 18 -
3 Ανασκόπηση Βιβλιογραφίας	- 21 -
3.1 Εισαγωγή	- 21 -
3.2 Προηγούμενες Εργασίες.....	- 21 -
4.Ανάλυση Αλγορίθμου Fragmatch.....	- 37 -
4.1 Εισαγωγή	- 37 -
4.2 Εισαγωγή δεδομένων.....	- 37 -
4.3 Σύγκριση επιφανειών με τον αλγόριθμο ICP.....	- 40 -
4.4 Δημιουργία Επιφανειών και Διανυσμάτων	- 41 -
4.4.1.Τριγωνισμός Delaunay	- 41 -
4.4.2. Δημιουργία Επιφανειών.....	- 43 -
4.4.3 Δημιουργία Διανυσμάτων.....	- 45 -
4.5 Καθολική αντιστοίχιση επιφανειών.....	- 46 -
4.5.1 Σύγκριση Γωνιών	- 46 -

4.5.2 Ανοχή Γωνιών	- 49 -
4.5.3 Σύγκριση Εμβαδού	- 52 -
4.6 Μερική Αντιστοίχιση Επιφανειών.....	- 53 -
4.7 Συνοπτικά βήματα αλγορίθμου	- 56 -
4.8 Διάγραμμα ροής αλγορίθμου.....	- 57 -
5 Ανάλυση Προσομοιώσεων	- 59 -
5.1 Εισαγωγή	- 59 -
5.2 Θόρυβος και ακρίβεια σάρωσης	- 59 -
5.3 Πλήθος σημείων και τριγώνων.....	- 64 -
5.4 Φθαρμένες επιφάνειες	- 67 -
5.5 Περιπτώσεις σχημάτων	- 74 -
5.6 Συμπεράσματα.....	- 77 -
6 Συμπεράσματα	- 79 -
6.1 Εισαγωγή	- 79 -
6.2 Εντοπισμός συζυγών θραυσμάτων με τη βοήθεια τρισδιάστατων μοντέλων.....	- 79 -
6.3 Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα αλγορίθμου Fragmatch.....	- 80 -
6.4 Προτάσεις.....	- 81 -
Βιβλιογραφία.....	- 83 -
Παράρτημα	- 87 -
Πίνακας Εικόνων.....	- 87 -
Πίνακας Πινάκων	- 90 -
Πίνακας Σχημάτων.....	- 90 -

Περίληψη

Η ραγδαία ανάπτυξη της επιστήμης της όρασης υπολογιστών έχει συντελέσει στη διεύρυνση των τεχνικών και των μεθόδων που αξιοποιεί η αρχαιολογία στην ψηφιοποίηση και την ανακατασκευή αρχαίων αντικειμένων με την ταύτιση θραυσμάτων. Η συγκεκριμένη διπλωματική εργασία προτείνει μια καινούργια μέθοδο για τον εντοπισμό συζυγών θραυσμάτων, που βασίζεται κυρίως στη γεωμετρία αυτών. Αφού καταγράφονται οι σύγχρονες τεχνικές καταγραφής της τρισδιάστατης πληροφορίας στο χώρο, στη συνέχεια πραγματοποιείται ανάλυση του αλγορίθμου ICP, που αποτελεί μέρος του συνολικού προγράμματος που προτείνεται. Ακολούθως ανασκοπείται η σχετική βιβλιογραφία, που πραγματεύεται αντίστοιχες εφαρμογές και την εξέλιξη αυτών μέχρι σήμερα. Στη συνέχεια της εργασίας, παρατίθεται η υλοποίηση του αλγορίθμου *Fragmatch*, και αναλύονται εκτενώς τα δύο μέρη από τα οποία αποτελείται, η καθολική αντιστοίχιση και η μερική αντιστοίχιση επιφανειών. Η μέθοδος που προτείνεται βασίζεται στην σύγκριση διανυσμάτων και εμβαδών και στόχος της είναι οι συγκρίσεις που πραγματοποιούνται να είναι γραμμικής μορφής, ώστε να είναι απλές και ταχείες. Πραγματοποιούνται μια σειρά από προσομοιώσεις για να εξακριβωθούν τα όρια του αλγορίθμου στο θόρυβο και στην ακρίβεια σάρωσης, στο πλήθος των σημείων σάρωσης, στη φθορά των επιφανειών, καθώς και στη διαφορετικότητα των σχημάτων. Ερμηνεύονται τα προβλήματα που παρουσιάστηκαν κατά την υλοποίηση αυτών των παραδειγμάτων και προτείνονται τρόποι αντιμετώπισης τους. Τέλος καταγράφονται τα κυριότερα σημεία της εργασίας, αναλύονται τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα του αλγορίθμου *Fragmatch*, και γίνονται προτάσεις για μελλοντική εργασία.

*National Technical University of Athens, Greece
School of Rural and Surveying Engineering*

***Development of an algorithmic procedure for the detection of conjugated
fragments***

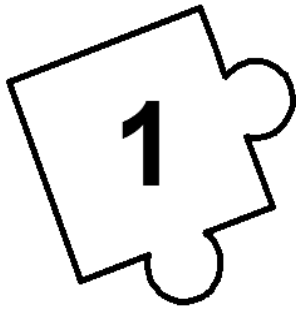
Dimitris Filippas

Diploma Thesis

March 2013

Abstract

The rapid development of the Science Computer Vision has contributed to the widening of the techniques and methods utilized by archeologists for the digitization and reconstruction of ancient objects by matching fragments. This diploma thesis proposes a new method for the detection of conjugated fragments, based mainly on their geometry. Initially the modern techniques of recording three-dimensional information are presented followed by an analysis of the ICP algorithm, which is part of the overall proposed software. Furthermore, a literature survey is done, dealing with relevant applications and their evolution up until now. Subsequently the implementation of the Fragmatch algorithm is presented, with an extensive analysis of both of its parts; the global and the partial matching of surfaces. The method proposed is based on the comparison of vectors and surfaces, performed linearly, so as to be simple and fast. A series of simulations are performed in order to test the limits of the algorithm for the noise and the accuracy of scanning, for the plurality of scan points, as well as for the wear of the surfaces and the diversity of shapes. Problems that have been encountered during the implementation of these examples are interpreted and ways of dealing with them are being proposed. Finally, the key points of this work are being mentioned, followed by an analysis of the advantages and disadvantages of the Fragmatch algorithms along with future work proposals.



Εισαγωγή

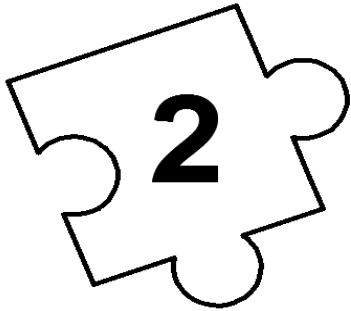
Τα τελευταία χρόνια η επιστήμη της αρχαιολογίας αξιοποιεί όλο και περισσότερο τις δυνατότητες που προσφέρει η χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή και ειδικότερα τις καινοτομίες που εφαρμόζονται στο πεδίο της όρασης υπολογιστών. Με την εφαρμογή αυτόματων ή ημιαυτόματων μεθόδων καθώς και την ψηφιοποίηση θραυσμάτων έχει επιτευχθεί σημαντική μείωση του χρόνου των διαδικασιών που απαιτούνται για την ανακατασκευή αρχαίων μνημείων. Για τους παραπάνω λόγους λοιπόν, η παρούσα διπλωματική επικεντρώνεται στη διερεύνηση ανάπτυξης μιας καινοτόμας εφαρμογής, κατάλληλης για την ανακατασκευή τρισδιάστατων σπασμένων αντικειμένων.

Συγκεκριμένα, προτείνεται μια αλγοριθμική διαδικασία, βασισμένη κυρίως στη γεωμετρία των θραυσμάτων, στο πλαίσιο της οποίας εξετάζονται τα όρια, η αξιοπιστία καθώς και τα προβλήματά της, μέσω προσομοιώσεων που πραγματοποιήθηκαν στο μαθηματικό λογισμικό πρόγραμμα Matlab.

Η εργασία αναπτύσσεται στα παρακάτω έξι (6) κεφάλαια. Στο **Κεφάλαιο 2** αναφέρονται οι σύγχρονες τεχνικές καταγραφής της τρισδιάστατης πληροφορίας στο χώρο και αναλύεται ο αλγόριθμος ICP που αποτελεί κύριο μέρος του προγράμματος *Fragmatch*. Στο **Κεφάλαιο 3** ανασκοπείται η σχετική βιβλιογραφία που αναφέρεται σε αυτόματες ή ημιαυτόματες μεθόδους επανασυναρμολόγησης αντικειμένων, από παιχνίδια παζλ έως θραύσματα αρχαίων αντικειμένων. Το **Κεφάλαιο 4** επικεντρώνεται στην ανάλυση του αλγορίθμου *Fragmatch*. Περιλαμβάνει την περιγραφή όλων των σταδίων του αλγορίθμου όπως, την εισαγωγή δεδομένων, την ενδιάμεση επεξεργασία και τα τελικά εξαγόμενα. Επιπροσθέτως, σε αυτό το κεφάλαιο προτείνονται δύο μέθοδοι αντιστοίχισης, η πρώτη αφορά την καθολική αντιστοίχιση και η δεύτερη τη μερική αντιστοίχιση επιφανειών. Στο **Κεφάλαιο 5** παρουσιάζονται οι σημαντικότερες προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν στο πλαίσιο της εργασίας. Ειδικότερα εξετάστηκαν τα όρια του αλγορίθμου στο θόρυβο και στην ακρίβεια σάρωσης, στο πλήθος των σημείων σάρωσης, στη φθορά των επιφανειών, καθώς και στη διαφορετικότητα

1 Εισαγωγή

των σχημάτων. Το **Κεφάλαιο 6** περιλαμβάνει τα τελικά συμπεράσματα που εξήχθησαν από το σύνολο της εφαρμογής, τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα του αλγορίθμου *Fragsmatch*, καθώς και τις προτάσεις για βελτίωση και επέκταση του. Το κείμενο ολοκληρώνεται με την παράθεση της βιβλιογραφίας που αξιοποιήθηκε για την παρούσα μελέτη.



Καταγραφή της Τρισδιάστατης Πληροφορίας του Χώρου

2.1 Εισαγωγή

Η τεχνολογική εξέλιξη των τελευταίων δεκαετιών έχει δώσει πολλές δυνατότητες σε ερευνητές και μηχανικούς που απασχολούνται και πειραματίζονται στο πεδίο της αποτύπωσης μνημείων και άλλων τεχνητών ή φυσικών αντικειμένων.

Η δισδιάστατη όραση (π.χ. κλασική φωτογράφιση) προσπαθεί να ερμηνεύσει ένα τρισδιάστατο περιβάλλον χρησιμοποιώντας προβολές που δημιουργούνται από τα οπτικά αισθητήρια στις κάμερες (στατικές ή βίντεο). Η δισδιάστατη όραση προσφέρει περιορισμένη πληροφορία σχετικά με τις λεπτομέρειες του σχήματος ενός μνημείου. Αντίθετα, η τρισδιάστατη όραση υπολογιστών ασχολείται πρωτίστως με την κατανόηση οπτικής πληροφορίας, όπως αυτή συλλέγεται από εξειδικευμένα ηλεκτρονικά οπτικά αισθητήρια. Συνεπώς, ασχολείται με την εξαγωγή, πρόσκτηση και κατανόηση δεδομένων από τη γεωμετρία και την υφή των επιφανειών των μνημείων. Ο όγκος της πληροφορίας αυτής είναι τεράστιος καθώς ο πραγματικός κόσμος περιέχει πολύπλοκη γεωμετρική πληροφορία. Οι αισθητήρες που χρησιμοποιούνται για τρισδιάστατη όραση παρέχουν άμεσα γεωμετρική πληροφορία ενός αντικειμένου ή και του ευρύτερου χώρου εντός του οπτικού πεδίου τους. Η πληροφορία που προσφέρουν οι τρισδιάστατοι αισθητήρες έχουν να κάνουν με τον προσδιορισμό θέσης στον τρισδιάστατο χώρο. Η πληροφορία αυτή έρχεται να εξαλείψει όλες τις ασάφειες που παρουσιάζουν τα δισδιάστατα συστήματα απεικόνισης.

Η δημιουργία του ψηφιακού μοντέλου ενός τρισδιάστατου αντικειμένου έγινε πραγματικότητα με την εισαγωγή των ψηφιακών τεχνικών και των Η/Υ για την αναπαράσταση των αντικειμένων στις επιστήμες που ασχολούνταν με τη μελέτη τους (π.χ. τοπογραφία, αρχιτεκτονική, αρχαιολογία). Ειδικότερα, η ανάπτυξη εφαρμογών τρισδιάστατης παρουσίασης και οπτικοποίησης στην οθόνη ενός Η/Υ ενός τρισδιάστατου μοντέλου, ώθησε τη χρήση ψηφιακών τεχνικών τρισδιάστατης αποτύπωσης και μετρήσεων με χρήση νέων εξελιγμένων μετρητικών διατάξεων που είναι σε θέση να παρέχουν με αυτοματοποιημένες διαδικασίες τη θέση στο χώρο ενός μεγάλου αριθμού χαρακτηριστικών σημείων που απαρτίζουν την εξωτερική επιφάνεια και οριοθετούν το αντικείμενο είτε αυτό είναι ένα μικροαντικείμενο (π.χ. αγαλματίδιο) ή ένα αρχιτεκτονικό μνημείο ή κτήριο με ιδιαίτερα σημαντική πολιτιστική αξία (*Digitech III, 2005*).

2.2 Οπτικές μέθοδοι παραγωγής νεφών (Dense Image Matching)

Στο πεδίο της αυτόματης συνταύτισης εικόνων έχουν γίνει, και γίνονται, αξιόλογα βήματα προόδου. Τα τελευταία μάλιστα χρόνια, κυρίως στο χώρο της όρασης υπολογιστών, μελετάται η πυκνή συνταύτιση εικόνων (dense image matching). Ουσιαστικά πρόκειται για μια γενίκευση της διαδικασίας συνταύτισης εικόνας ώστε να βρίσκονται ομολογίες για όλα τα σημεία της εικόνας (δηλαδή για όλες τις εικονοψηφίδες) και όχι απλώς για διακριτά ή “πρόσφορα” σημεία, όπως συνέβαινε στο παρελθόν. Το σημαντικότερο πλεονέκτημα της μεθόδου, είναι πως παρέχει την δυνατότητα με πολύ χαμηλό κόστος (ουσιαστικά το κόστος μιας φωτογραφικής μηχανής) να προσδιορίζεται τρισδιάστατη πληροφορία από τις επικαλυπτόμενες περιοχές των εικόνων. Μία δυσκολία του προβλήματος έγκειται στο ότι για να απλοποιηθεί κάπως η εύρεση ομολογιών, η βάση του ζεύγους εικόνων είναι σκόπιμο να είναι μικρή (short baseline), πράγμα που έχει ως συνέπεια αλληλοτομίες με σχετικά δυσμενή γεωμετρία και συνεπώς λιγότερο ακριβή αποτελέσματα. Για ακριβέστερα γεωμετρικά αποτελέσματα έχουν όμως προταθεί και αρκετές μέθοδοι πυκνής συνταύτισης μεγάλης βάσης (wide baseline). Στις περιπτώσεις αυτές το πρόβλημα εύρεσης ομολογιών περιπλέκεται από αποκρύψεις, έντονες προοπτικές παραμορφώσεις, επαναλαμβανόμενα μοτίβα και, γενικά, προβλήματα που υπάρχουν στη συνταύτιση εικόνων, ιδίως σε επίγειες εφαρμογές (Πρόκος, 2012).

Οι σύγχρονες μέθοδοι πυκνής συνταύτισης ξεκινούν συνήθως από μια αδρή ανακατασκευή του αντικειμένου (που προκύπτει κατά κανόνα από τα 3D σημεία των προσανατολισμών που έχουν προκύψει αυτόματα από σημειακούς τελεστές), την οποία βελτιώνουν επαναληπτικά. Οι μέθοδοι μπορούν να κατηγοριοποιηθούν βάσει της συνάρτησης ομοιότητας των ομόλογων περιοχών των εικόνων που ελαχιστοποιείται σε κάθε επανάληψη και πιο συγκεκριμένα πραγματοποιείται:

- υπολογισμός της βέλτιστης 3D επιφάνειας βάσει της θεωρίας των γραφημάτων (*graph-cuts*) (Roy & Cox, 1991; Boykov et al., 2000; Kolmogorov & Zabih, 2002 ; Tola et al., 2009)
- υπολογισμός της βέλτιστης 3D επιφάνειας μέσω μερικών διαφορικών εξισώσεων (Robert & Deriche, 1996; Alvarez et al., 2002 ; Strecha et al. , 2003)

Μια διαφορετική κατηγοριοποίηση αλγορίθμων προκύπτει ανάλογα με τον τρόπο αναπαράστασης της τελικής 3D επιφάνειας του αντικειμένου. Πιο συγκεκριμένα με βάση την:

- περιγραφή της 3D επιφάνειας μέσω χαρτών βάθους (*depth maps*) (Strecha et al. 2003, 2006 ; οι Gargallo et al., 2007)
- περιγραφή της 3D επιφάνειας μέσω επιπεδοσυνόλων (*level sets*) (Faugeras & Keriven, 1998)
- περιγραφή της 3D επιφάνειας μέσω ογκοστοιχείων (*voxels*) (Kutulakos & Seitz, 2000 ; Treuille et al., 2004)

- περιγραφή της 3D επιφάνειας μέσω κανάβου μεταβλητών 3D διευθύνσεων (*Vogiatzis et al., 2007*)
- περιγραφή της 3D επιφάνειας μέσω τρισδιάστατων δικτύων τριγώνων (3D TIN) (*Vu et al., 2009*)
- περιγραφή της 3D επιφάνειας μέσω νεφών σημείων με νόρμες (*Furukawa & Ponce, 2010*)

Τα τελευταία μάλιστα χρόνια έχουν αναφερθεί αλγόριθμοι που δημιουργούν 3D μοντέλα αντικειμένων όχι από εικόνες που έχουν ληφθεί επί τούτου αλλά απλώς από εικόνες που υπάρχουν στο Διαδίκτυο και συλλέγονται βάσει του ονόματος του αντικειμένου του οποίου ζητείται το 3D μοντέλο. Οι εικόνες αυτές από τυχαίες μηχανές κατηγοριοποιούνται, προσανατολίζονται, και βρίσκονται οι ομολογίες σημείων αυτόματα ώστε να δημιουργηθεί το επιθυμητό νέφος σημείων (*Frahm et al., 2010*). Τα αποτελέσματα από τέτοιες προσεγγίσεις είναι πράγματι άκρως εντυπωσιακά, αλλά βέβαια υπολείπονται, προς το παρόν τουλάχιστον, σε ακρίβεια συγκρινόμενα με εκείνα από ειδικά συστήματα συλλογής πυκνής 3D πληροφορίας, όπως πχ. σαρωτές laser.

Για λόγους πληρότητας, τέλος, αναφέρεται πως η διαδικασία (σχετικά) πυκνής ανακατασκευής μπορεί φυσικά να γίνει και από τον άνθρωπο με τις κλασικές στερεοσκοπικές μεθόδους. Το αποτέλεσμα έχει την ακρίβεια που μπορεί να προσφέρει η φωτογραμμετρία, σε συνδυασμό βέβαια με τη σχολαστικότητα του χειριστή. Με τον τρόπο αυτό μπορούν να προκύψουν αποτελέσματα υψηλής ποιότητας αλλά πρόκειται προφανώς για μια ιδιαίτερος κοπιαστική όσο και απαιτητική διαδικασία που προσφέρεται μόνο για περιορισμένης έκτασης εφαρμογές (*Manvromati et al., 2003; Πρόκος, 2012*).

2.3 Επίγειοι Σαρωτές

Η φωτογραμμετρία ήταν από πολύ παλιά ένας αξιόπιστος τρόπος για να παράγονται γραμμικά σχέδια, ανηγμένες εικόνες και αναπτύγματα των αντικειμένων, είτε αυτά ήταν μνημεία είτε άλλες κατασκευές. Η καταγραφή της απαραίτητης πληροφορίας και η παραγωγή τους, έγινε όμως πολύ πιο λεπτομερής και ίσως ταχύτερη με τη χρήση της τεχνολογίας των επίγειων σαρωτών laser.

Ωστόσο, όπως κάθε είδους μέτρηση, έτσι και η μέτρηση των συντεταγμένων των σημείων μέσω ενός σαρωτή εμπεριέχει διάφορα σφάλματα τα οποία μπορεί να οφείλονται τόσο στον ίδιο το σαρωτή, όσο και στο προς σάρωση αντικείμενο (υλικό, γεωμετρία κτλ.). Βασικό όμως πλεονέκτημα των σαρωτών laser ως ενεργητικά όργανα απεικόνισης είναι το γεγονός ότι έχουν τη δυνατότητα να συλλέξουν τρισδιάστατες συντεταγμένες πολύ μεγάλου αριθμού σημείων, που είναι το άμεσο αποτέλεσμα της σάρωσής τους, και που εμφανίζεται ως πυκνά νέφη σημείων (*point cloud* ή *DDSM – Dense Digital Surface Model*). Για κάθε σημείο του νέφους μετρώνται οι συντεταγμένες X , Y , Z και συνήθως η τιμή της ανακλαστικότητάς του i .

Είναι δύσκολο να γίνει άμεση σύγκριση μεταξύ των επίγειων σαρωτών laser που υπάρχουν στην αγορά αυτή τη στιγμή. Υπάρχουν διάφορα είδη, καθένα από τα

οποία θεωρείται καταλληλότερο για άλλου είδους εφαρμογές. Μερικοί σαρωτές είναι καταλληλότεροι για μετρήσεις σε εσωτερικούς χώρους και μεσαίες αποστάσεις (μέχρι 100 μέτρα), άλλοι για εφαρμογές σε εξωτερικούς χώρους με μεγάλο βεληνεκές (πάνω από 100 μέτρα) και υπάρχουν επίσης σαρωτές για εγγύς εφαρμογές (*close range applications*) που φτάνουν τα μερικά μέτρα όμως δίνουν πολύ ακριβή αποτελέσματα.

Οι σαρωτές laser μπορούν να κατηγοριοποιηθούν ανάλογα με τον τρόπο με τον οποίο μετρούν την απόσταση σε:

- **Σαρωτές παλμού ή μέτρησης χρόνου πτήσης της ακτίνας laser (*time of flight – pulse principle*).** Είναι η πιο διαδεδομένη ίσως μέθοδος έως σήμερα, καθώς εξασφαλίζει καλή ακρίβεια (μερικά χιλιοστά) και μάλιστα για εφαρμογές μεγάλων αποστάσεων, της τάξεως των μερικών εκατοντάδων μέτρων.
- **Σαρωτές διαφοράς φάσης (*phase comparison – amplitude modulation*).** Μια επίσης αρκετά διαδεδομένη τεχνική, κατάλληλη για μετρήσεις έως και εκατό μέτρα, με ακρίβεια που μπορεί να φτάσει τα μερικά χιλιοστά. Επιπλέον παρέχουν μεγαλύτερη ταχύτητα σάρωσης σε σχέση με τους σαρωτές παλμού.

Σε αντιδιαστολή προς τους σαρωτές που μετρούν αποστάσεις με αξιοποίηση των ιδιοτήτων του φωτός (ταχύτητα, μήκος κύματος) και παρουσιάστηκαν συνοπτικά παραπάνω, οι τεχνικές σάρωσης που παρουσιάζονται εδώ χρησιμοποιούν φωτεινούς σχηματισμούς (*light patterns*) προκειμένου να “κωδικοποιήσουν” την επιφάνεια του αντικειμένου. Αυτοί οι σαρωτές είναι:

- **Σαρωτές τριγωνισμού (*optical triangulation*).** Σε αυτά τα συστήματα μία φωτογραφική μηχανή παρατηρεί το αντικείμενο καθώς αυτό τέμνεται από ένα φωτεινό επίπεδο που δημιουργεί μία λωρίδα (ή, σπανιότερα, καθώς αυτό τέμνεται από μία φωτεινή ακτίνα που δημιουργεί ένα σημείο) στην επιφάνειά του. Οι τρισδιάστατες συντεταγμένες των σημείων (ή του σημείου) που φωτίζονται μπορούν να υπολογιστούν εάν είναι γνωστή η εξίσωση, δηλαδή η θέση και ο προσανατολισμός, του φωτεινού επιπέδου (ή της φωτεινής ακτίνας) στο σύστημα της μηχανής. Αυτή η κατηγορία σαρωτών είναι καταλληλότερη για σύνθετα αντικείμενα τα οποία απαιτούν πολύ καλή ακρίβεια (της τάξεως των μερικών μικρόμετρων) και μεγάλη πυκνότητα σάρωσης. Βέβαια, υπάρχει ο περιορισμός στο βεληνεκές τους, το οποίο μπορεί να είναι έως μερικά μέτρα μόνο. Αυτή η τεχνική μέτρησης χρησιμοποιείται κυρίως σε βιομηχανικές εφαρμογές και εφαρμογές *reverse engineering*.
- **σαρωτές δομημένου φωτός.** Το θεμέλιο της μεθόδου αυτών των σαρωτών είναι η κατάλληλη “κωδικοποίηση” της επιφάνειας του αντικειμένου μέσω προβολής φωτεινού σχηματισμού (*pattern*). Η απεικόνισή της από μια ή περισσότερες μηχανές και η 3D ανακατασκευή της επιφάνειας μέσω της αυτόματης αντιστοίχισης του προβαλλόμενου σχηματισμού με τις

εικονοψηφίδες (*pixel*) των ψηφιακών εικόνων. Συνάμα είναι δυνατόν να παραχθούν και 3D μοντέλα επενδυμένα με πραγματική φωτοϋφή (*photo-texture*), που προσομοιάζουν την εντύπωση του πραγματικού τρισδιάστατου κόσμου (Πέτσα, 2011).

2.4 Ο αλγόριθμος ICP

2.4.1 Εισαγωγή

Στο συγκεκριμένο εδάφιο πραγματοποιείται μια εκτενής ανάλυση του αλγορίθμου ICP. Ο εν λόγω αλγόριθμος αποτελεί μέρος του συνολικού προγράμματος *Fragsmatch*, και για αυτό κρίθηκε σκόπιμη η εκτενής ανάλυση του τρόπου λειτουργίας του. Επιπροσθέτως, ενώ είναι ο αλγόριθμος με την πιο ευρεία χρήση σε προβλήματα διαχείρισης νεφών σημείων, στην ελληνική βιβλιογραφία παρουσιάζονται ελάχιστες αναφορές.

Ο αλγόριθμος ICP αναπτύχθηκε από τον Besl και τον McKay το 1992. Η συνηθέστερη χρήση του είναι να επιτυγχάνει την ταύτιση δύο δεδομένων ομάδων σημείων σε ένα κοινό σύστημα συντεταγμένων. Ο αλγόριθμος πραγματοποιεί τη συνταύτιση των δύο νεφών μέσω διαδοχικών επαναλήψεων. Σε κάθε επαναληπτικό βήμα, ο αλγόριθμος επιλέγει τα πλησιέστερα σημεία ως αντίστοιχα και υπολογίζει τον απαραίτητο μετασχηματισμό, δηλαδή, την περιστροφή και τη μετακίνηση (R, t), για την ελαχιστοποίηση της εξίσωσης

$$E(R, t) = \sum_{i=1}^{N_m} \sum_{j=1}^{N_d} w_{(i,j)} |m_i - (Rd_j + t)|^2 \quad (1)$$

όπου N_m και N_d , είναι ο αριθμός των σημείων στο σύνολο M και σύνολο δεδομένων D αντίστοιχα, και $w_{j,i}$ είναι το βάρος για την εναρμόνιση κάθε σημείου. Τα βάρη αποδίδονται ως εξής: αν το m_i είναι το πλησιέστερο σημείο προς το d_j τότε το $w_{j,i}=1$, διαφορετικά το $w_{j,i}=0$.

Η εξίσωση (1) μπορεί να αναχθεί ως εξής:

$$E(R, t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |m_i - (Rd_j + t)|^2 \quad (2)$$

με

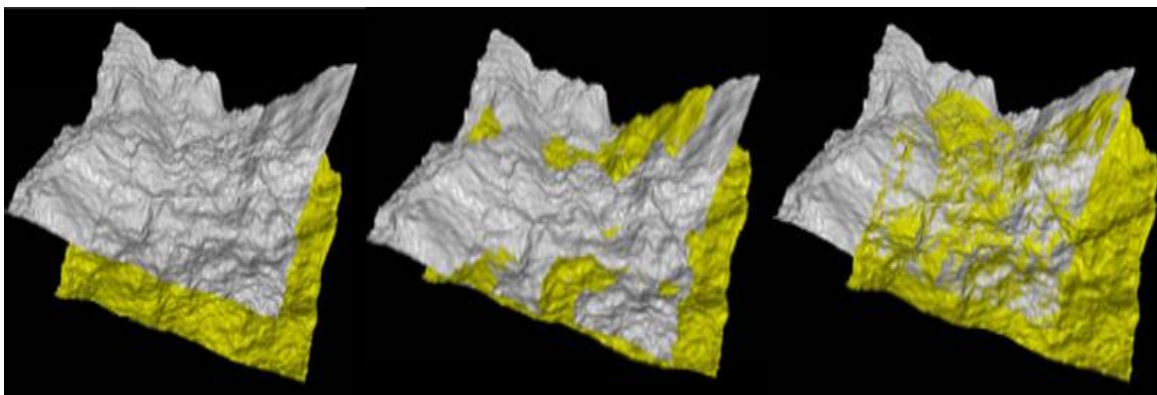
$$N = \sum_{i=1}^{N_m} \sum_{j=1}^{N_d} w_{(i,j)} \quad (3)$$

αφού ο πίνακας αντιστοιχίας μπορεί να παρασταθεί με ένα διάνυσμα που θα

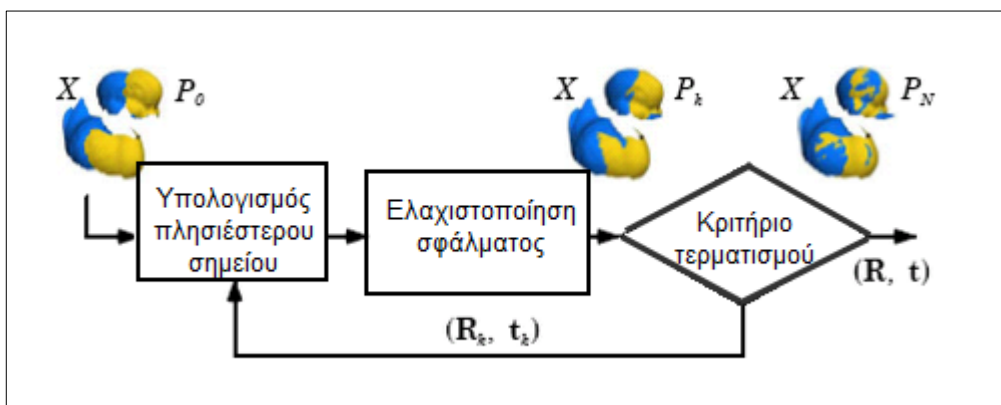
περιέχει τα ζεύγη σημείων, δηλαδή :

$$v = ((d_1, m_{f(d_1)}), ((d_2, m_{f(d_2)}), \dots, ((d_{Nd}, m_{f(d_{Nd})})) \quad (4)$$

με $f(x)$ τη συνάρτηση αναζήτησης που επιστρέφει το πιο κοντινό σημείο. Η υπόθεση είναι ότι στο τελευταίο στάδιο επανάληψης οι αντιστοιχίες σημείου και κατά συνέπεια το διάνυσμα των ζευγών σημείου είναι σωστό. Ο τερματισμός της επανάληψης επιτυγχάνεται όταν το μέσο τετραγωνικό σφάλμα γίνει μικρότερο από ένα προκαθορισμένο όριο, ανάλογα με την επιθυμητή ακρίβεια: $d_k - d_{k+1} < r$.



Εικόνα 1: Στιγμιότυπο συνένωσης δύο νεφών σημείων κατά την εφαρμογή του ICP.



Εικόνα 2: Διάγραμμα ροής αλγορίθμου ICP.

2.4.2 Θεώρημα Σύγκλισης

Ο αλγόριθμος ICP συγκλίνει μονότονα πάντα σε ένα τοπικό ελάχιστο σε σχέση με τη μέση τετραγωνική συνάρτηση απόστασης.

Απόδειξη:

Δίνονται το σύνολο σημείων των δεδομένων P με πλήθος σημείων N_p , $\{\vec{p}_i\}$ και το σύνολο σημείων X του μοντέλου. Στη συνέχεια υπολογίζεται το σύνολο των πλησιέστερων σημείων $Y_k = \{\vec{y}_{ik}\}$. Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα αντιστοίχισης υπολογίζεται με βάση τον τύπο :

$$e_k = \frac{1}{N_p} \sum_i^{N_p} \|\vec{y}_{ik} - \vec{p}_{ik}\|^2 \quad (5)$$

Στη συνέχεια υπολογίζεται η απόσταση d_k με βάση τον παρακάτω τύπο:

$$d_k = \frac{1}{N_p} \sum_i^{N_p} \|\vec{y}_{ik} - R(\vec{q}_{kR})\vec{p}_{i0} - \vec{q}_{kT}\|^2 \quad (6)$$

Και σε κάθε περίπτωση πρέπει το $d_k \leq e_k$. Σε περίπτωση που δεν ισχύει τότε ο μετασχηματισμός θα δώσει ένα μικρότερο μέσο τετραγωνικό σφάλμα σε σχέση με τον ελάχιστο υπολογισμό καταχώρισης, που είναι αδύνατο. Στη συνέχεια εφαρμόζεται ο ελάχιστος τετραγωνικός μετασχηματισμός \vec{q}_k στο σύνολο σημείων P_0 , δημιουργώντας το σύνολο σημείων P_{k+1} . Αν η προηγούμενη αντιστοίχιση των σύνολο σημείων Y_k διατηρείται, τότε το ελάχιστο τετραγωνικό σφάλμα ισούται με το d_k που δίνεται από τον τύπο :

$$d_k = \frac{1}{N_p} \sum_i^{N_p} \|\vec{y}_{ik} - \vec{p}_{l,k+1}\|^2 \quad (7)$$

Ωστόσο, κατά την εύρεση του επόμενου πλησιέστερου σημείου δημιουργείται ένα νέο σύνολο σημείων Y_{k+1} . Είναι εμφανές πως:

$$\|\vec{y}_{l,k+1} - \vec{p}_{l,k+1}\| \leq \|\vec{y}_{ik} - \vec{p}_{l,k+1}\| \text{ για κάθε } i=1, N_p$$

καθώς το σημείο \vec{y}_{ik} ήταν το πλησιέστερο σημείο προ το μετασχηματισμού \vec{g}_k και βρίσκεται σε μια νέα απόσταση σχετική με το $\vec{p}_{l,k+1}$. Αν το $\vec{y}_{l,k+1}$ ήταν μακρύτερα από το $\vec{p}_{l,k+1}$ σε σχέση με το \vec{y}_{ik} , τότε αυτό θα ερχόταν σε αντίθεση με τη βασική αρχή του αλγόριθμου ICP. Ως εκ τούτου, τα μέσα τετραγωνικά σφάλματα e_k και d_k πρέπει να ακολουθούν την παρακάτω ανισότητα:

$$0 \leq d_{k+1} \leq e_{k+1} \leq d_k \leq e_k \text{ για κάθε } k.$$

Οι δύο βασικές ιδέες του θεωρήματος σύγκλισης πάνω στο οποίο βασίζεται η δόμηση του αλγόριθμου ICP, είναι οι παρακάτω:

2 Καταγραφή της Τρισδιάστατης Πληροφορίας του Χώρου

1. Η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων μειώνει γενικά τη μέση απόσταση μεταξύ αντίστοιχων σημείων σε κάθε επανάληψη.
2. Το πλησιέστερο προσδιοριζόμενο σημείο, συνήθως μειώνει την απόσταση κάθε σημείου ατομικά.

Επιπροσθέτως, ο εν λόγω αλγόριθμος δύναται να χρησιμοποιήσει όλα τα παρακάτω γεωμετρικά στοιχεία για τη γεωμετρική αποκατάσταση των δύο σχημάτων:

- i. σύνολα σημείων
- ii. σύνολα ευθυγράμμων τμημάτων
- iii. καμπύλες γραμμές : $\vec{g}(x,y,z)=0$
- iv. παραμετρικές καμπύλες : $(x(u),y(u),z(u))$
- v. σύνολα τριγώνων (πολύπλευρες επιφάνειες)
- vi. επιφάνειες : $g(x,y,z)=0$
- vii. παραμετρικές επιφάνειες : $(x(u,v),y(u,v),z(u,v))$

Αποτέλεσμα της χρήσης των παραπάνω γεωμετρικών στοιχείων είναι και ο υπολογισμός των αντιστοίχων αποστάσεων. Πιο συγκεκριμένα μπορούν να υπολογιστούν οι παρακάτω ευκλείδειες αποστάσεις:

- a. Από σημείο σε σύνολο σημείων : $d(\vec{p}, A) = \min_{i \in [1, \dots, N_a]} d(\vec{p}_i, \vec{a}_i)$
- b. Από σημείο σε ευθύγραμμο τμήμα : $d(\vec{p}, L) = \min_{i \in [1, \dots, N_l]} d(\vec{p}_i, l_i)$
- c. Από σημείο σε τριγωνική επιφάνεια: $d(\vec{p}, T) = \min_{i \in [1, \dots, N_t]} d(\vec{p}_i, t_i)$
- d. Από σημείο σε παραμετρική οντότητα : $d(\vec{p}, E) = \min_{r(u) \in E} d(\vec{p}_i, \vec{r}(\vec{u}))$
- e. Από σημείο σε έμμεση οντότητα: $d(\vec{p}, J) = \min_{i \in [1, \dots, N_j]} d(\vec{p}_i, \vec{I}_k)$

2.4.3 Παραλλαγές ICP

Η κατηγοριοποίηση των παραλλαγών του αλγορίθμου ICP γίνεται με βάση τα έξι στάδια του:

- i. Επιλογή ενός συνόλου σημείων στη μια ή και στις δύο επιφάνειες.
- ii. Ταιριάζοντας τα παραπάνω σημεία της μιας επιφάνειας με σημεία της άλλης επιφάνειας.
- iii. Σταθμίζοντας τα αντίστοιχα ζεύγη κατάλληλα (απόδοση βαρών).
- iv. Απορρίπτοντας ορισμένα ζευγάρια με βάση την εξέταση του κάθε ζευγαριού ξεχωριστά ή με βάση το σύνολο των ζευγαριών.
- v. Χρήση ενός σφάλματος που βασίζεται στα ζευγάρια σημείων.

- vi. Ελαχιστοποίηση του παραπάνω σφάλματος (v).

Στη συνέχεια παρουσιάζονται πιο αναλυτικά οι διάφορες παραλλαγές με βάση το κάθε στάδιο.

❖ *Επιλογή σημείων*

Εξετάζοντας την επίδραση της επιλογής των ζευγών σημείων σχετικά με τη σύγκλιση του αλγορίθμου, έχουν προταθεί οι ακόλουθες στρατηγικές:

- i. Επιλογή όλων των διαθέσιμων σημείων (*Besl, 1992*).
- ii. Ομοιόμορφη δειγματοληψία από τα διαθέσιμα σημεία (*Turk, 1994*).
- iii. Τυχαία δειγματοληψία (με ένα διαφορετικό δείγμα σε κάθε επανάληψη) (*Masuda, 1996*).
- iv. Επιλογή των σημείων με μεγάλης κλίσης ένταση (*Weik, 1997*).
- v. Σε καθένα από τα συστήματα μπορούν να επιλεγούν σημεία από μια επιφάνεια ή πηγές σημείων και από τις δύο (*Godin, 1994*).
- vi. Επιλογή σημείων με ίδια ή παρόμοια κανονικά διανύσματα ως προς ένα επίπεδο.

❖ *Αντιστοιχία Σημείων (Matching Points)*

Το επόμενο στάδιο του αλγορίθμου που εξετάζεται είναι η αντιστοιχία σημείων.

- i. *Η μέθοδος του εγγύτερου γείτονα*

Η εύρεση του πλησιέστερου γείτονα είναι η πιο συνήθης υπολογιστική μέθοδος στον αλγόριθμο ICP. Αυτή η μέθοδος υπολογίζει τις αποστάσεις προς όλα τα υποψηφία γειτονικά σημεία και επιλέγει το πιο κοντινό (*Besl, 1992*). Μεταβάλλεται γραμμικά, και είναι ανταγωνιστική μόνο για λίγες αναζητήσεις ή για μεγαλύτερων διαστάσεων δεδομένα. Ποικίλες τεχνικές μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να επιταχυνθεί ο εγγύτερος γείτονας, όπως kd δέντρα και τριγωνισμοί Delaunay, που παρέχουν ταχύτερα αποτελέσματα αλλά απαιτούν περισσότερη προ επεξεργασία (*Simon, 1996*).

- ii. *Normal shooting*

Εναλλακτικά, η αντιστοίχιση σημείου μπορεί να γίνει με την εύρεση της γραμμής επιφάνειας τομής μια τεχνική που συνήθως αναφέρονται ως normal shooting ή ray shooting. Το l καθορίζει τη γραμμή που προέρχονται από τα δεδομένα p με κατεύθυνση το κανονικό διάνυσμα

$$n_p : l : \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = p + t * \vec{n}_p, t \in \mathcal{R}$$

Κάθε σημείο δεδομένων p συνδυάζεται με τη τομή του l με την επιφάνεια του νέφους σημείου. Η μέθοδος απαιτεί υπολογισμό κανονικών διανυσμάτων και στα δύο νέφη σημείων. Επιπλέον, το “κινούμενο” νέφος σημείων πρέπει να αντιμετωπίζεται σαν μια επιφάνεια και για να επιτευχθεί η απαιτούμενη σύγκλιση απαιτείται μια καλή αρχική ευθυγράμμιση (Chen, 1991).

iii. Αντίστροφη Βαθμονόμηση

Μια ακόμα πιο απλή και ενδεχομένως πιο αποτελεσματική μέθοδος για την αντιστοιχία σημείων είναι η προβολή των σημείων από το δεδομένο νέφος πάνω στο επίπεδο της κάμερας. Κατά τη βαθμονόμηση του συστήματος, γίνονται γνωστές οι μετρητικές και υπολογιστικές διαδικασίες που προσδιορίζουν τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού. Πιο συγκριμένα υπολογίζονται η σταθερά της μηχανής, η ακτινική διαστροφή του φακού και η θέση του πρωτεύοντος σημείου. Η ιδέα της αντίστροφης βαθμονόμησης βασίζεται στην προβολή των τρισδιάστατων συντεταγμένων πάνω από το επίπεδο της κάμερας για να πραγματοποιηθεί αντιστοίχιση σημείων μέσω αυτής της διακριτής αναπαράστασης (Εικόνα 3). Η μέθοδος αυτή δεν δίνει πάντα τα καλύτερα αποτελέσματα όσον αφορά τι αντιστοιχίες σημείων, ωστόσο σε πολλές περιπτώσεις, συνολικά μπορεί να οδηγήσει σε σημαντικά μειωμένους χρόνους υπολογισμού (Blais, 1995; Neugebauer, 1997).



Εικόνα 3: Οπτικοποίηση των τριών παραλλαγών του ICP με βάση την αντιστοιχία σημείων.

iv. Προβολή του σημείου προέλευσης στην επιφάνεια προορισμού, και στη συνέχεια αναζήτηση στο φάσμα της εικόνας προορισμού. Η αναζήτηση μπορεί να χρησιμοποιήσει μια μέτρηση με βάση την απόσταση σημείου από σημείο (Benjema, 1997), απόσταση σημείων προς ακτίνα (Dorai, 1998), συμβατότητα της έντασης (Weik, 1997) ή του χρώματος (Pulli, 1997).

❖ **Σταθμίζοντας τα ζεύγη σημείων (Απόδοση βαρών)**

Σε αυτή τη φάση εξετάζεται η επίδραση της απόδοσης διαφορετικών βαρών στα ζεύγη σημείων που εντοπίστηκαν από τα προηγούμενα βήματα. Θεωρούνται τέσσερις διαφορετικοί αλγόριθμοι για την απόδοση αυτών των βαρών:

- i. Αποδίδοντας το ίδιο βάρος σε όλα τα ζεύγη.
- ii. Δίνοντας μικρότερο βάρος στα ζευγάρια με μεγαλύτερη απόσταση σημείου προς σημείο (Godin, 1994).

$$\text{Weight} = 1 - \frac{\text{dist}(p_1, p_2)}{\text{dist}_{max}}$$

- iii. Απόδοση βάρους με βάση τη συμβατότητα των κανονικών διανυσμάτων (Godin, 1994).

$$\text{Weight} = n_1 * n_2$$

- iv. Στάθμιση βάρους με βάση την αναμενόμενη επίδραση του θορύβου του σαρωτή για την αβεβαιότητα στο σφάλμα μέτρησης.

❖ **Απόρριψη ζευγών σημείων**

Στενά συνδεδεμένη με τον καθορισμό βαρών στα ζεύγη είναι και η πλήρης απόρριψη ορισμένων ζευγών. Ο σκοπός αυτής της διαδικασίας είναι να εξαλείψει συνήθως ακραίες τιμές, οι οποίες μπορεί να έχουν μεγάλη επίδραση κατά την εκτέλεση της ελαχιστοποίησης των ελαχίστων τετραγώνων. Οι στρατηγικές απόρριψης που έχουν προταθεί είναι οι ακόλουθες :

- i. Απόρριψη ζευγαριών που η απόσταση τους είναι πάνω από ένα ορισμένο όριο.
- ii. Απόρριψη του χειρότερου ποσοστού των ζευγαριών συνήθως με βάση την απόσταση σημείου προς σημείο. Με βάση τον Pulli και τη δημοσίευση του το 1999 ένα σύνηθες ποσοστό είναι της τάξης του 10%.
- iii. Απόρριψη των ζευγών των οποίων η απόσταση σημείου προς σημείο, είναι μεγαλύτερη από κάποιο πολλαπλάσιο της τυπικής απόκλισης των αποστάσεων. Με βάση τον Masuda και τη δημοσίευση του το 1996 απορρίπτονται ζευγάρια με $d > 2,5s$.
- iv. Απόρριψη των ζευγαριών που δεν είναι σύμφωνα με τα γειτονικά ζεύγη, με την προϋπόθεση ότι οι επιφάνειες μεταβάλλονται σταθερά (Dorai, 1998). Έχοντας δύο αντίστοιχα σημεία (p_1, q_1) και (p_2, q_2) τα απορρίπτει αν

$$|\text{Dist}(p_1, P_2) - \text{Dist}(q_1 - q_2)| > r \quad \text{με} \quad r = 0,1 \max(\text{Dist}(p_1, P_2) - \text{Dist}(q_1 - q_2))$$

- v. Απόρριψη των ζευγών που περιέχουν τα σημεία στα όρια των επιφανειών (*Turk, 1994*).

❖ **Μετρητικά Σφάλματα**

Τα τελευταία κομμάτια του αλγορίθμου ICP που θα εξεταστούν είναι το σφάλμα μέτρησης και ο αλγόριθμος για την ελαχιστοποίηση του σφάλματος μέτρησης. Μέχρι σήμερα έχουν χρησιμοποιηθεί οι ακόλουθες μετρήσεις σφάλματος:

- i. Άθροισμα των τετραγώνων των αποστάσεων των σημείων. Για ένα μετρικό σφάλμα αυτού του είδους, υπάρχουν λύσεις κλειστής μορφής για τον προσδιορισμό του μετασχηματισμού που ελαχιστοποιεί το σφάλμα (εκτενέστερη αναφορά στον τρόπο μετασχηματισμού που παρουσιάζεται παρακάτω).
- ii. Υπολογίζοντας διαφορές μεταξύ σημείων αλλά και χρωμάτων.
- iii. Άθροισμα των τετραγώνων των αποστάσεων από κάθε σημείο πηγής στο επίπεδο που περιέχει το σημείο προορισμού και όντας προσανατολισμένες κάθετα προς το κανονικό διάνυσμα του προορισμού (*Chen, 1991*).

❖ **Ευθυγράμμιση**

Υπάρχουν ποικίλοι τρόποι για να πραγματοποιηθεί η αναζήτηση της ευθυγράμμισης:

- i. Δημιουργείται επαναλαμβανόμενα ένα σύνολο αντίστοιχων σημείων χρησιμοποιώντας τον τρέχοντα μετασχηματισμό για την εύρεση ενός νέου που ελαχιστοποιεί το σφάλμα (*Chen, 1991*).
- ii. Η παραπάνω επαναληπτική διαδικασία ελαχιστοποίησης, σε συνδυασμό με προέκταση της στο χώρο, μπορεί να επιτύχει τη σύγκλιση (*Besl, 1992*).
- iii. Εκτέλεση της επαναληπτικής ελαχιστοποίησης, ξεκινώντας με αρκετές αποκλίσεις στις αρχικές συνθήκες και στη συνέχεια επιλέγοντας την καλύτερη. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να αποφευχθούν τα ψευδή τοπικά ελάχιστα στη συνάρτηση σφάλματος, ειδικά όταν χρησιμοποιείται το μετρητικό σφάλμα σημείου προς σημείο (*Simon, 1996*).
- iv. Εκτέλεση της επαναληπτικής ελαχιστοποίησης, χρησιμοποιώντας διάφορα τυχαία επιλεγμένα υποσύνολα των σημείων και στη συνέχεια επιλογή του βέλτιστου αποτελέσματος χρησιμοποιώντας το πιο ισχυρό ελάχιστο διάμεσο των τετραγώνων (*Masuda, 1996*).
- v. Στοχαστική αναζήτηση για τον καλύτερο μετασχηματισμό, με προσομοιωμένη αναζήτηση (*Blais, 1995*).

2.4.4 Υπολογισμός Μετασχηματισμού νέφους

Σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου ICP, ο μετασχηματισμός μπορεί να υπολογιστεί με οποιαδήποτε από τις παρακάτω τέσσερις μεθόδους: i) η πρώτη

μέθοδος βασίζεται στον αλγόριθμο Singular Value Decomposition (SVD) της Arun, ii) ένας αλγόριθμος που χρησιμοποιεί ορθοκανονικούς πίνακες, του Horn, iii) ένας αλγόριθμος που χρησιμοποιεί quaternion επίσης από τον Horn και τέλος iv) ένας αλγόριθμος που βασίζεται σε δύο quaternions του Walker. Αυτοί οι αλγόριθμοι παρουσιάζουν παρόμοια απόδοση και σταθερότητα όσον αφορά στα δεδομένα με θόρυβο. Στη συνέχεια παρουσιάζονται περισσότερες πληροφορίες για την κάθε μέθοδο. Θεωρούνται δύο αντίστοιχα σύνολα σημείων $\{m_i\}$ και $\{d_i\}$, $i=1,2,3,\dots,N$ έτσι ώστε να συνδέονται με τη σχέση

$$d_i = Rm_i + T + V_i$$

όπου R είναι ένας πίνακας στροφής 3x3, T είναι ένα τρισδιάστατο διάνυσμα μετάθεσης και V_i είναι το διάνυσμα θορύβου. Τέλος για να λυθεί με το βέλτιστο μετασχηματισμό πρέπει να ικανοποιείται το κριτήριο ελαχίστων τετραγώνων στα σφάλματα (εξίσωση (1)).

- **Singular value decomposition (SVD)**

Ο μετασχηματισμός περιστροφής αναπαρίσταται με τη χρήση τυποποιημένου 3 x 3 ορθοκανονικού πίνακα, ενώ το αποτέλεσμα του είναι ένα τρισδιάστατος φορέας (Arun et al., 1987).

Η λύση μπορεί να περιγραφεί ως εξής: παρατηρώντας πως τα δύο σύνολα σημείων θα πρέπει να έχουν το ίδιο κέντρο (κέντρο μάζας) μετά την εφαρμογή του αλγορίθμου, μέσω αναλυτικής μεθόδου πάνω στα δύο σημειοσύνολα και με βάση το αποτέλεσμα, βρίσκεται το μέγεθος και ο τρόπος της στροφής. Ο πίνακας συσχέτισης 3x3 δίνεται από τον τύπο:

$$H = \sum_{i=1}^N m_{c,i} d_{c,i}^T \quad (8)$$

και υπολογίζεται με βάση τα νέα κέντρα μάζας των συνόλων σημείων. Οι βασικοί πίνακες που υπολογίζονται είναι οι: $H = UAV^T$ (SVD) και $R = UV^T$ (βέλτιστος πίνακας στροφής). Η βέλτιστη μετακίνηση βρίσκεται ως εκείνη που ευθυγραμμίζει το κεντροειδές του συνόλου $\{d_i\}$ με το κεντροειδές του βέλτιστου συνόλου $\{p_i\}$ (με βάση τη στροφή), η οποία είναι $T = d - Rm$. Τέλος, οφείλει να σημειωθεί πως, ο αλγόριθμος δεν έχει σχεδιαστεί για γραμμικά ή μοναδικά σύνολα σημείων.

- **Χρήση ορθοκανονικών πινάκων**

Ο δεύτερος αλγόριθμος είναι παρόμοιος φύσης με τον πρώτο, αλλά αναπτύχθηκε ανεξάρτητα (Horn et al., 1988). Όπως και προηγουμένως για τους πίνακες R και T χρησιμοποιούνται οι ίδιες εξισώσεις. Τα σημειοσύνολα μεταφέρονται και στρίβουν με βάση το αρχικό και ο πίνακας συσχέτισης 3x3 δίνεται και πάλι από τον τύπο (3). Ωστόσο, αντί να υπολογιστεί ο SVD αυτού του πίνακα, χρησιμοποιούνται τα εξής:

$$H = RS, \text{ όπου } S = (HH^T)^{1/2} \quad (\text{polar decomposition})$$

Σε αυτή την περίπτωση, πίνακας στροφής είναι ο ακόλουθος

$$R = H^T \left(\frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} u_1 u_1^T + \frac{1}{\sqrt{\lambda_2}} u_2 u_2^T + \frac{1}{\sqrt{\lambda_3}} u_3 u_3^T \right)$$

όπου $\{\lambda_i\}$ και $\{u_i\}$ είναι οι ιδιοτιμές και τα αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα του πίνακα HH^T . Η βέλτιστη μετακίνηση T υπολογίζεται όπως και στο πρώτο αλγόριθμο, μετά τον υπολογισμό του πίνακα στροφής R .

- **Χρήση ενός quaternion**

Ο μετασχηματισμός στην τρίτη μέθοδο πραγματοποιείται με διαφορετικό τρόπο (Horn, 1987). Ο ορθοκανονικός πίνακας 3×3 που αντιπροσωπεύει τη στροφή, αντικαθίσταται από έναν πίνακα 4×4 (quaternion). Όταν μία περιστροφή θεωρείται ως κίνηση κατά μία γωνία θ γύρω από έναν άξονα, η ισοδύναμη quaternion ορίζεται με ένα τετραδιάστατο διάνυσμα.

$$q = [\cos(\theta/2), \sin(\theta/2)\alpha_x, \sin(\theta/2)\alpha_y, \sin(\theta/2)\alpha_z]$$

Η μετακίνηση ωστόσο, συνεχίζει να ορίζεται από ένα τρισδιάστατο διάνυσμα. Επαναδιατυπώνοντας το πρόβλημα ελαχιστοποίησης στο πλαίσιο μιας quaternion, ένας νέος πίνακας 4×4 μπορεί να κατασκευασθεί με βάση τον πίνακα H και την παραπάνω σχέση (3) ως εξής:

$$P = \begin{bmatrix} H_{00} + H_{11} + H_{22} & H_{12} - H_{21} & H_{20} - H_{02} & H_{01} - H_{10} \\ H_{12} - H_{21} & H_{00} - H_{11} - H_{22} & H_{01} + H_{10} & H_{20} + H_{02} \\ H_{20} - H_{02} & H_{01} + H_{10} & H_{11} - H_{00} - H_{22} & H_{12} + H_{21} \\ H_{01} - H_{10} & H_{20} + H_{02} & H_{12} + H_{21} & H_{22} - H_{11} - H_{00} \end{bmatrix}$$

Η βέλτιστη περιστροφή, παρουσιάζεται σε μορφή quaternion, καθώς είναι το ιδιοδιάνυσμα που αντιστοιχεί στη μεγαλύτερη θετική ιδιοτιμή του P . Αυτή η quaternion περιστροφής μπορεί στη συνέχεια να μετατραπεί σε τυπική μορφή πίνακα. Εν συνεχεία, η βέλτιστη μετάθεση μπορεί να υπολογιστεί όπως και στις άλλες δύο παραπάνω μεθόδους. Η ανωτέρα τεχνική δεν χρειάζεται να τροποποιηθεί για να διαχειριστεί επίπεδα σημειοσύνολα, αλλά όπως και με τις προηγούμενες, δεν θα λειτουργήσει για γραμμικά ή μοναδικά σύνολα σημείων.

- **Χρήση δύο quaternion**

Ο τέταρτος αλγόριθμος είναι ο πιο χαρακτηριστικά διαφορετικός από την ομάδα των τεσσάρων αλγορίθμων (Walker et al, 1991). Αρχικά σχεδιάστηκε για την ελαχιστοποίηση της εξίσωσης:

$$\Sigma^2 = \sum_{i=1}^L \alpha_i \|n_{1i} - Rn_{2i}\|^2 + \sum_{i=1}^N \beta_i \|d_i - Rm_i\|^2$$

όπου $\{n_{1i}\}$ και $\{n_{2i}\}$ είναι τα δύο σύνολα σημείων του L με τα αντίστοιχα κανονικά διανύσματα τους και τα $\{\alpha_i\}$, $\{\beta_i\}$ είναι βάρη που αντικατοπτρίζουν την αξιοπιστία των δεδομένων. Αυτή η εξίσωση μπορεί να απλοποιηθεί στην (1) θέτοντας $\alpha_i=0$ και $\beta_i=1$. Σε αυτή τη μέθοδο η περιστροφή και μετακίνηση αντιπροσωπεύονται χρησιμοποιώντας μία διπλή quaternion, συγκεκριμένα εδώ, η κίνηση διαμορφώθηκε ως ταυτόχρονη περιστροφή γύρω από τη μετακίνηση και κατά μήκος μιας συγκεκριμένης γραμμής, με κατεύθυνση $n = [n_x, n_y, n_z]$, περνώντας από ένα σημείο $p = [p_x, p_y, p_z]$. Το μέγεθος της κίνησης δίνεται από μία γωνία θ και μια απόσταση t , για τον καθορισμό των συστατικών του q_d ως:

$$r = \begin{bmatrix} \sin(\theta/2)n \\ \cos(\theta/2) \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad s = \begin{bmatrix} \frac{t}{2} \cos(\theta/2) + \sin(\theta/2)(pxn) \\ -\frac{t}{2} \sin(\theta/2) \end{bmatrix}$$

Όπως στην προηγούμενη περίπτωση, παρομοίως και σε αυτήν είναι διαχειρίσιμα τα επίπεδα σημειοσύνολα, αντιθέτως δεν είναι, τα γραμμικά ή τα μοναδικά σύνολα σημείων.

Δημοσίευση	Συνομογραφία	Μετασχηματισμοί	Τεχνική Επίλυσης	3D	2D	1D	0D
Arun et al. (1987)	SVD	R,T	Χρήση svd, από έναν αρχικό πίνακα	Ναι	*	Όχι	Όχι
Horn et al. (1988)	OM	R,T	Χρήση ιδιοτιμών, από έναν αρχικό πίνακα	Ναι	*	Όχι	Όχι
Horn (1987)	UQ	q,T	Χρήση μεγαλύτερων ιδιοδιανυσμάτων, από έναν αρχικό πίνακα	Ναι	Ναι	Όχι	Όχι
Walker et al. (1991)	DQ	$q_d=(r,s)$	Χρήση μεγαλύτερων ιδιοδιανυσμάτων, από έναν αρχικό πίνακα	Ναι	Ναι	Όχι	Όχι

Πίνακας 1: Συγκενρωτικός πίνακας 4 παραλλαγών μετασχηματισμού με βάση τον αλγόριθμο ICP.

*Ειδική Περίπτωση

2.4.5 Πλεονεκτήματα και Μειονεκτήματα ICP

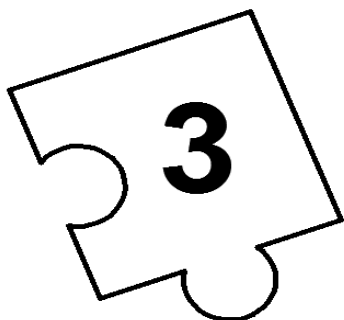
Συνοψίζοντας όλες τις παραπάνω πληροφορίες παρακάτω παρουσιάζονται τα περισσότερα από τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα του αλγορίθμου ICP.

- ❖ *Πλεονεκτήματα αλγορίθμου ICP*
- ✓ Χειρίζεται 6 βαθμούς ελευθερίας.
- ✓ Είναι ανεξάρτητος του σχήματος που θα διαχειριστεί.
- ✓ Χρήση δεδομένων CAD χωρίς προ επεξεργασία.
- ✓ Δεν απαιτεί προ επεξεργασία των 3-D δεδομένων, όπως εξομάλυνση τιμών, με την προϋπόθεση πως το πλήθος των ακραίων τιμών είναι κοντά στο μηδέν. Εδώ συναντάται συνήθως η περίπτωση με τους σαρωτές ακριβείας μη επαφής που χρησιμοποιούνται για σκοπούς επιθεώρησης.
- ✓ Δεν απαιτεί την τοπική εξαγωγή χαρακτηριστικών.
- ✓ Όλες οι πτυχές του αλγορίθμου ταιριάζουν ιδανικά για παράλληλες αρχιτεκτονικές υπολογιστών.
- ✓ Η επίτευξη του τοπικού ταιριάσματος δύο υποσυνόλων σημείων επιτυγχάνεται με προβλεπόμενο κόστος, ανάλογα με την πολυπλοκότητα του σχήματος, καθώς και με το ποσοστό που κατέχει το συγκεκριμένο υποσύνολο σε σχέση με το σύνολο σημείων που εξετάζεται.
- ✓ Διαχειρίζεται ένα ποσοστό κανονικά κατανεμημένου θορύβου, με τυπική απόκλιση έως 10% του μεγέθους του εξεταζόμενου αντικειμένου.
- ✓ Η μέθοδος γενικεύεται σε η διαστάσεις με αντικατάσταση του αλγορίθμου SVD(Singular Value Decomposition), με τη χρήση quaternion.
- ✓ Η μέθοδος μπορεί να γίνει στατιστικά ισχυρή, αντικαθιστώντας επαναλήψεις βασισμένες στον SVD αλγόριθμο, με τη χρήση quaternion για να αναγνωρίζει τις ακραίες τιμές. Με αυτή τη μέθοδο αυξάνονται σημαντικά οι υπολογιστικές απαιτήσεις.
- ✓ Συνδυάζεται με διαφορετικούς αλγόριθμους, όπως ο πίνακας συνδιακύμανσης που προσανατολίζει εκ των προτέρων σε κάποιο βαθμό τα δεδομένα και απαιτούνται λιγότερες επαναλήψεις.
- ✓ Σχήματα με τρεις αρκετά διαφορετικές κύριες ιδιοτιμές μπορούν να αντιστοιχηθούν με συνολικό κόστος μονάχα τέσσερις αρχικές περιστροφές.
- ✓ Είναι (σχετικά) ανεκτός σε μικρά λάθη τμηματοποίησης δεδομένων.
- ✓ Το αποτέλεσμα της τελευταίας επανάληψης του πλησιέστερου σημείου μπορεί να χρησιμοποιηθεί απευθείας ως έλεγχος αφού η απόσταση του πλησιέστερου σημείου επί μιας επιφανείας υπολογίζεται στη συνέχεια.

❖ *Μειονεκτήματα αλγορίθμου ICP*

- ✖ Είναι ευαίσθητος σε ακαθόριστες ακραίες τιμές, εκτός αν εισαχθεί μια στατιστικά δυνατή μέθοδος για τον εντοπισμό αυτών.
- ✖ Ο αλγόριθμος quaternion με ελάχιστα τετράγωνα και ο αλγόριθμος SVD δεν μπορούν εύκολα να συνδυαστούν με τη μέθοδο των σταθμισμένων ελαχίστων τετραγώνων, με την έννοια πως είναι δύσκολη η επέκταση του αλγορίθμου ώστε να επιτρέπεται η ανάθεση της διαφορετικής αβεβαιότητας στα σημεία.
- ✖ Το κόστος για τοπικό ταίριασμα είναι αρκετά πιθανό να είναι πολύ μεγάλο, ακόμη και για μικρές εξεταζόμενες περιοχές που φτάνουν έως και 10% του σημειοσυνόλου.
- ✖ Ο αλγόριθμος δεν λύνει το πρόβλημα της ένωσης σπασμένων κομματιών, καθώς αναμειγμένα σημεία διαφορετικών νεφών θα ενωθούν λάθος με πολύ μεγάλο μέσο τετραγωνικό σφάλμα.
- ✖ Στα αρκετά περίπλοκα αντικείμενα, στα τέλεια σφαιρικά αντικείμενα με κάποιες μικρές διαταράξεις της επιφάνειάς τους ή τέλος σε προσπάθειες ταίριασματος πολύ μικρών περιοχών (1% του αντικειμένου ή και λιγότερο), ο αλγόριθμος ICP δεν ανταποκρίνεται σωστά και προσπαθεί να αντιστοιχήσει σημεία με βάση τον εντοπισμό κάποιων πρότυπων σχημάτων.

2 Καταγραφή της Τρισδιάστατης Πληροφορίας του Χώρου



Ανασκόπηση Βιβλιογραφίας

3.1 Εισαγωγή

Η ανακατασκευή αρχαίων μνημείων από θραύσματα, που βρέθηκαν σε αρχαιολογικούς χώρους, είναι μια επίπονη διαδικασία που απαιτεί πολλές ώρες εργασίας από εξειδικευμένο προσωπικό (αρχαιολόγους και συντηρητές) για την επιτυχία της. Κατά τη διάρκεια όλων των περασμένων δεκαετιών, η διαδικασία της ανακατασκευής πραγματοποιείται χειροκίνητα στις ανασκαφικές τοποθεσίες, καταλαμβάνοντας τον περισσότερο χρόνο της ανθρώπινης εργασίας. Στην πραγματικότητα, αφού η εργασία συναρμολόγησης των θραυσμάτων είναι ιδιαίτερα χρονοβόρα και απαιτεί πολυάριθμο εξειδικευμένο προσωπικό, δεν πραγματοποιείται σε όλους τους αρχαιολογικούς χώρους για εξοικονόμηση χρόνου, με αποτέλεσμα τεράστιες ποσότητες ανασκαφικού υλικού να παραμένει ανεκμετάλλευτο και αποθηκευμένο για μελλοντική έρευνα.

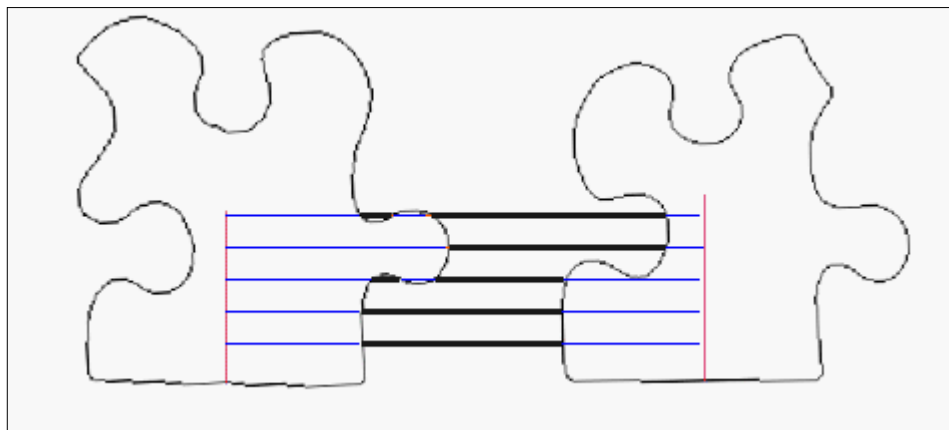
Η ψηφιοποίηση και στη συνέχεια η διαχείριση των ψηφιοποιημένων τμημάτων των θραυσμάτων μπορεί με βεβαιότητα να ελαχιστοποιήσει τους χρόνους μελέτης και ανεύρεσης πιθανών συνδυασμών. Ο τελικός στόχος αυτών των τεχνικών, είναι η ελάττωση των πιθανών υποψηφίων ζευγών, παρέχοντας έναν αυτόματο ή ημιαυτόματο εργαλείο στους αρχαιολόγους για την ανακατασκευή ή ανοικοδόμηση του αρχικού κατασκευάσματος γρήγορα και αποτελεσματικά. Με τον τρόπο αυτόν, είναι προφανές πως δαπανάται επιπλέον χρόνος στην απόκτηση ψηφιακών μοντέλων, που όμως αντισταθμίζεται με τους ταχύτερους χρόνους εύρεσης πιθανών ζευγών. Επιπροσθέτως, εξασφαλίζεται η ορθότητα της ανακατασκευής ή ανοικοδόμησης των θραυσμάτων που μελετήθηκαν και παρέχεται μια ψηφιακή βάση δεδομένων που εύκολα μπορεί να διαμοιραστεί στο υπόλοιπο της ερευνητικής κοινότητας για περαιτέρω μελέτες.

3.2 Προηγούμενες Εργασίες

Με το πέρασμα των χρόνων το πρόβλημα της επανασυναρμολόγησης τρισδιάστατων σπασμένων αντικειμένων, έχει αποκτήσει μεγαλύτερη βαρύτητα και έχουν αναπτυχθεί διαφορετικές μέθοδοι επίλυσής του. Το μεγαλύτερο ποσοστό αυτών των αναζητήσεων πραγματοποιείται με βάση τη γεωμετρία των θραυσμάτων, αφού αποτελεί τον κύριο και τον πιο αυστηρό περιορισμό που πρέπει

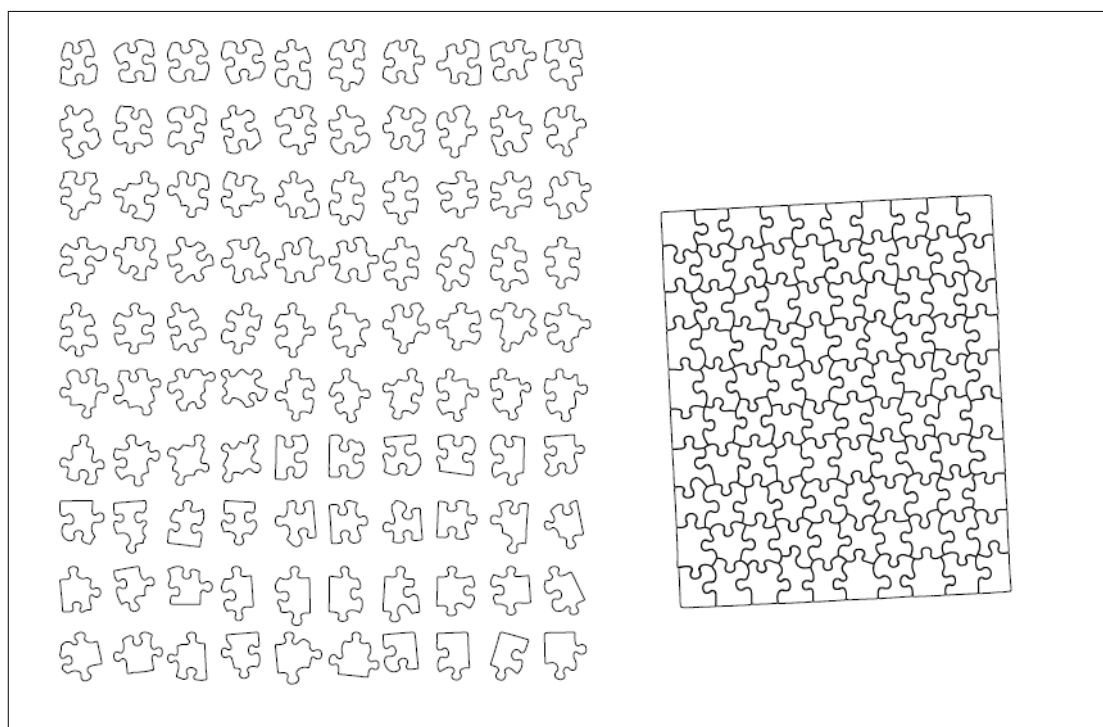
κάθε φορά να ικανοποιείται. Στον προηγούμενο περιορισμό προστίθεται τα προβλήματα της δυσκολίας της πλήρους αντιστοίχισης μεταξύ σχημάτων, αλλά και του καθορισμού μιας γρήγορης και αποτελεσματικής αναπαράστασης γεωμετρικών δεδομένων.

Η πρώτη προσέγγιση αντιμετώπισης του προβλήματος προς σε αυτή την κατεύθυνση ήταν η αυτόματη επίλυση των παιχνιδιών παζλ. Αυτά τα παιχνίδια έχουν έναν αριθμό σημαντικών περιορισμών που στοχεύουν στη μοναδική αντιστοίχιση των κομματιών, φαινόμενο που αποτελεί το πιο βασικό κριτήριο και για την αυτόματη ανοικοδόμηση. Ένα πρόβλημα γραφικού παζλ έχει δύο κύριες δυσκολίες. Η πρώτη είναι η συνδυαστική, αφού υπάρχουν πολλοί συνδυασμοί συναρμολόγησης των κομματιών. Η δεύτερη είναι η γεωμετρική, διότι είναι αρκετά δύσκολο να εντοπιστεί αν ένα ζεύγος συμπληρωματικών κομματιών ταιριάζουν απόλυτα. Όταν λυθεί με το χέρι, ένας άνθρωπος είναι συνήθως σε θέση να εντοπίσει τότε ένα κομμάτι βρίσκει το συμπληρωματικό του, αλλά τα σχήματα των σαρωμένων κομματιών δεν είναι αρκετά ακριβή για μια τέτοια εκτίμηση. Τα κλασσικά παιχνίδια παζλ υπόκεινται σε ορισμένους κανόνες που κάνουν το πρόβλημα πιο ομαλό και εξομαλυμένο από ότι θα ήταν διαφορετικά. Οι κανόνες αυτοί περιλαμβάνουν: (i) το εξωτερικό όριο του παζλ είναι συνήθως ορθογωνίου (σε κάθε περίπτωση γνωστού) σχήματος (ii) κομμάτια αποτελούν ένα συνολικό ορθογώνιο πλέγμα, έτσι ώστε κάθε εσωτερικό κομμάτι να έχει τέσσερις κύριους γείτονες (αριστερά, δεξιά, πάνω και κάτω) και (iii) το κάθε κομμάτι συνδέονται με το αμέσως γειτονικό του με καρτέλες (tabs), δηλαδή εφόσον στο ένα κομμάτι υπάρχει μία εσοχή, στο συμπληρωματικό του θα υπάρχει μια εξοχή. Κύριο χαρακτηριστικό των κομματιών παζλ είναι οι καμπύλες που τα περιγράφουν, καθώς και τα όρια κάθε πλευράς. Δεδομένου ότι η σύνδεση μεταξύ δύο κομματιών συνήθως συμβαίνει στο τμήμα μιας πλευράς και όχι στο σύνολό της, είναι απαραίτητη η μερική ταύτιση μεταξύ κομματιών, αλλά και ο προσδιορισμός των ορίων της κάθε πλευράς του κομματιού. Μια από τις πιο σύγχρονες εργασίες πάνω σε αυτό το θέμα (*D. Goldberg et. al., 2004*) χρησιμοποιεί κάποια βασικά σημεία (πιο συγκεκριμένα τα κέντρα των ελλείψεων των εσοχών και των εξοχών) για να υπολογίσει την καλύτερη μετακίνηση και περιστροφή ώστε δύο κομμάτια να ταιριάζουν απόλυτα με βάση τις εσοχές και τις εξοχές τους. Οι αποστάσεις των βασικών σημείων, μετά τη στροφή και τη μετάθεση, μεταξύ δύο κομματιών, που ταιριάζουν είναι ίσες (Εικόνα 4).

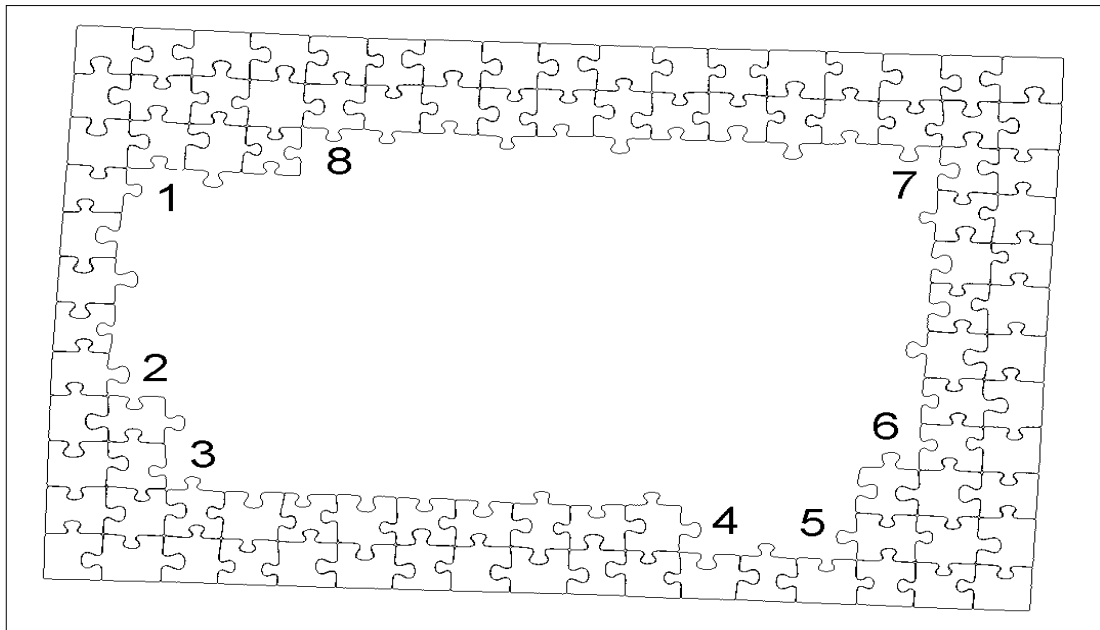


Εικόνα 4: Για κομμάτια που ταιριάζουν απόλυτα, τα μήκη των έντονων μαύρων οριζόντιων γραμμών θα πρέπει να είναι ίσα.

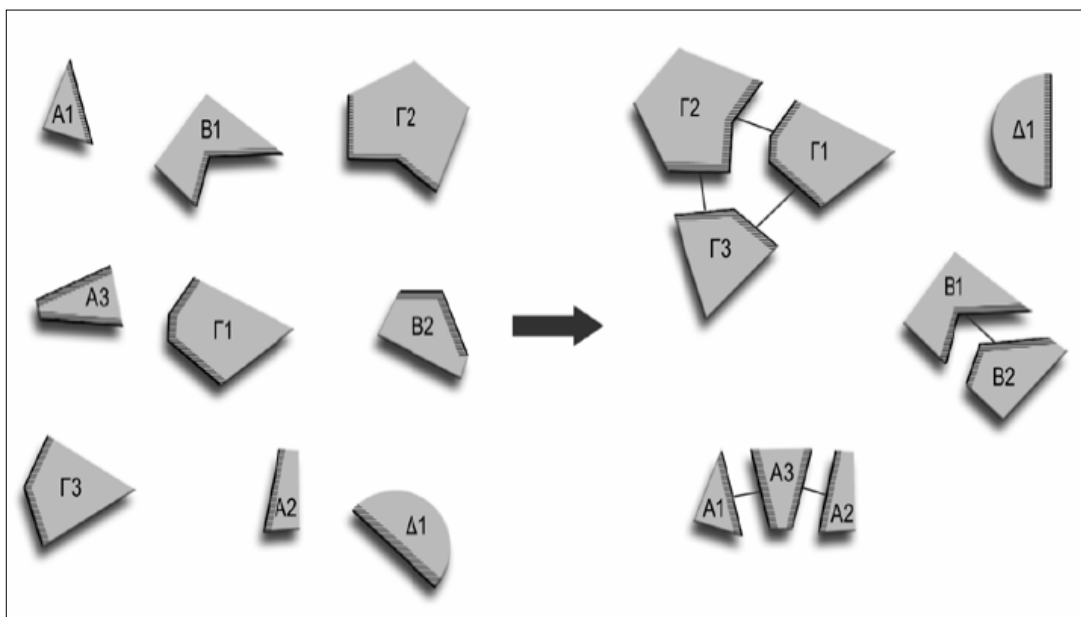
Ξεκινώντας από τις τέσσερις βασικές γωνίες του παιχνιδιού ο αλγόριθμος ,αρχικά τοποθετεί τα κομμάτια που ορίζουν το εξωτερικό όριο. Στη συνέχεια τοποθετεί κομμάτια σε θέσεις κομματιών που έχουν συμπληρωθεί τουλάχιστον άλλα δύο γειτονικά κομμάτια (Εικόνα 6).



Εικόνα 5: Παιχνίδι παζλ 100 κομματιών πριν και μετά τη λύση του.



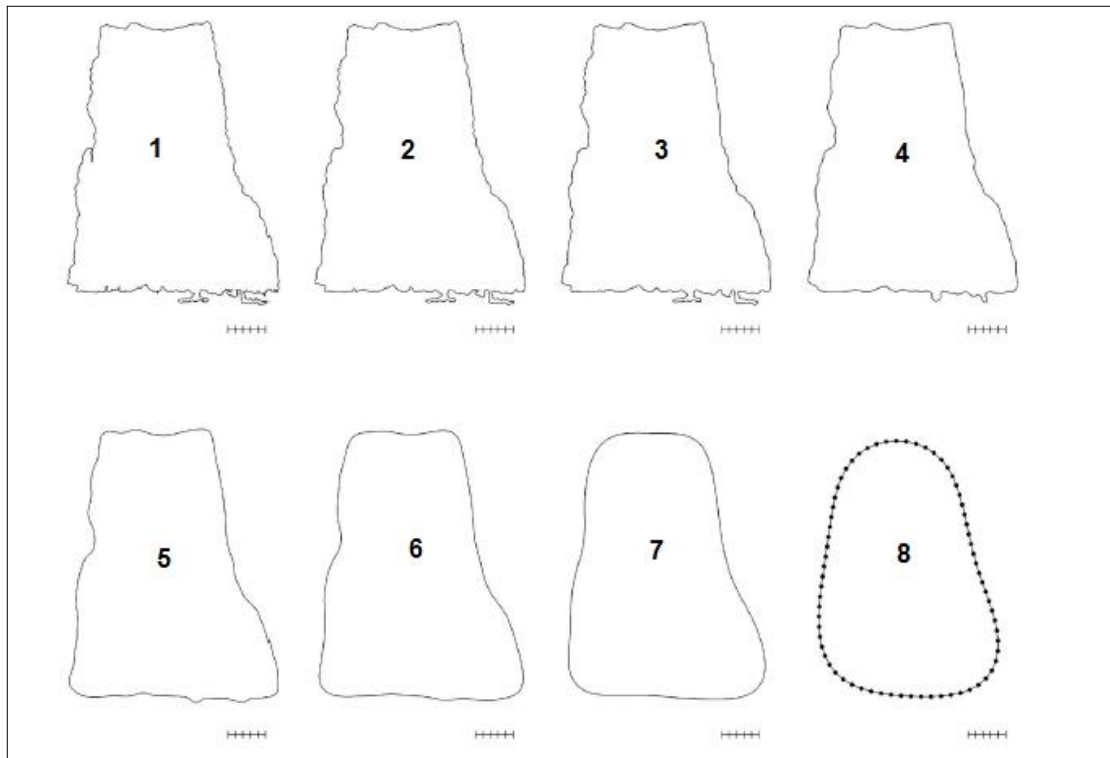
Εικόνα 6: Υπάρχουν 8 διαθέσιμες κενές θέσεις με βάση τη λύση του αλγόριθμου.



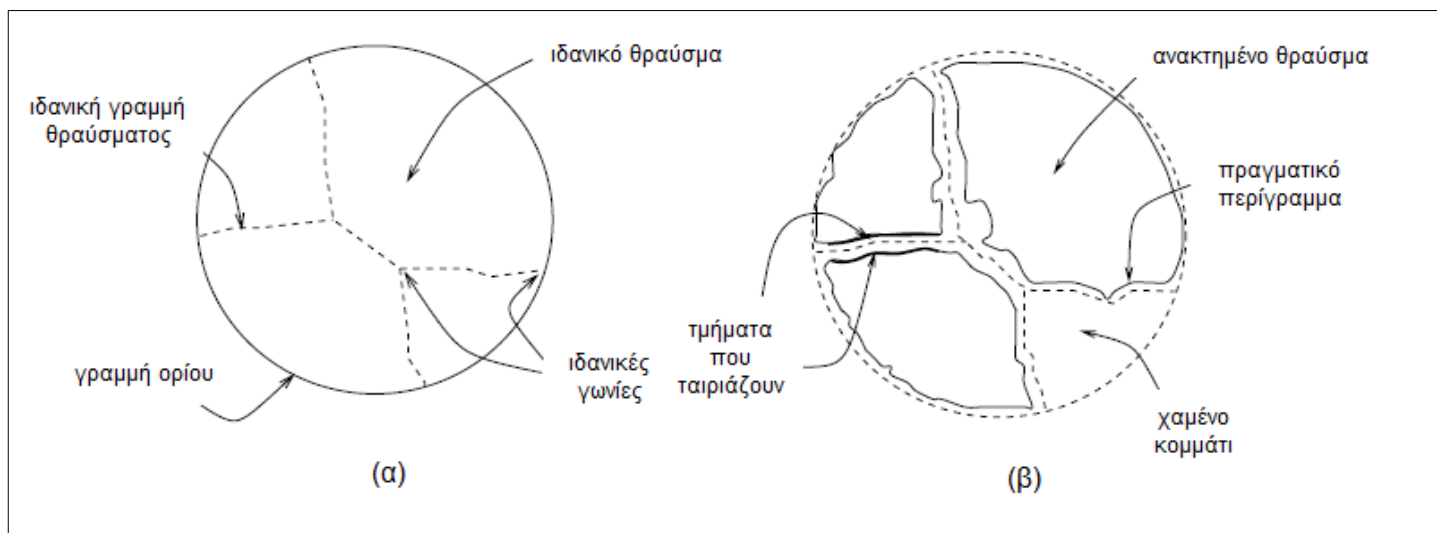
Εικόνα 7: Το πρόβλημα της ανασύνθεσης κομματιών τύπου παιχνιδιού παζλ.

Μια δεύτερη τεχνική επίλυσης του προβλήματος είναι αυτής της αντιστοίχισης των περιγραμμάτων. Η μέθοδος αυτή παρέχει λύση στα γενικότερα προβλήματα, χωρίς ωστόσο να πραγματοποιεί διάκριση μεταξύ κάποιων συγκεκριμένων ακμών ή άλλων ιδιαίτερων χαρακτηριστικών. Μια μέθοδος επίλυσης αυτών των προβλημάτων (Da Gama Leitaο, H. C., Stolfi, J., 2002) ψηφιοποιεί το κάθε θραύσμα ξεχωριστά και με αυθαίρετο προσανατολισμό. Στη συνέχεια αποθηκεύει τα περιγράμματα των θραυσμάτων μέσω γραφικής απεικόνισης της καμπυλότητας,

που είναι αναλλοίωτη από τις περιστροφές και τις μεταφράσεις του θραύσματος. Το σχήμα του κάθε θραύσματος δίδεται ως μία κυκλική ακολουθία δειγμάτων c_0, \dots, c_{n-1} , ομοιόμορφα κατανεμημένων κατά μήκος του παρατηρούμενου περιγράμματος. Η τιμή κάθε δείγματος είναι η τοπική καμπυλότητα του περιγράμματος, στο αντίστοιχο σημείο. Στη συνέχεια ορίζεται ένα ελάχιστο μήκος του περιγράμματος L_{min} τέτοιο ώστε όταν συγκριθεί, το αποτέλεσμα που θα εξαχθεί να είναι αξιόπιστο. Η μέθοδος ξεκινά με την επιλογή ενός αρκετά μεγάλου μήκους και με το πέρασμα των συγκρίσεων μειώνεται. Με αυτόν τον τρόπο όσο μειώνεται το μήκος σύγκρισης τόσες περισσότερες λεπτομέρειες συγκρίνονται μεταξύ των κομματιών. Είναι εφαρμοσμένη κυρίως σε προβλήματα δισδιάστατων χώρων.



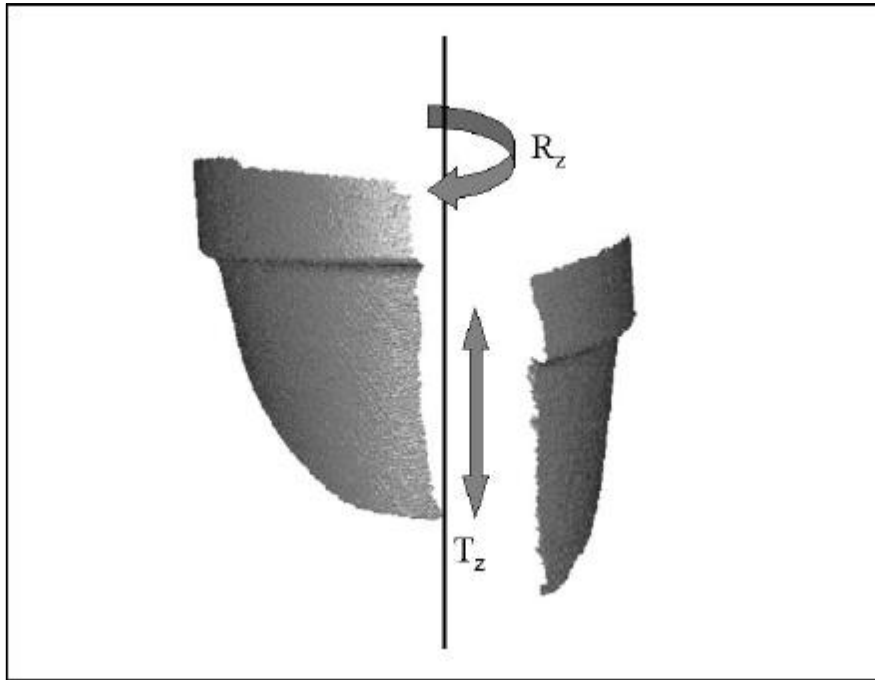
Εικόνα 8: Με το πέρασμα των αριθμών αυξάνεται το ελάχιστο μήκος L_{min} και χάνεται λεπτομέρεια.



Εικόνα 9: (α) Το ιδανικά σπασμένο αντικείμενο. (β) Το σπασμένο αντικείμενο με ρεαλιστικά στοιχεία.

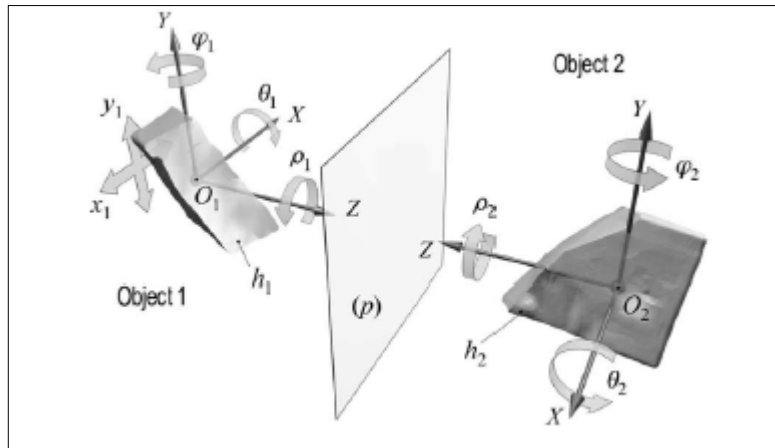
Μια πολύ συχνή επέκταση της αντιστοίχισης των περιγραμμάτων στις ανακατασκευές αρχαιολογικών ευρημάτων είναι οι τεχνικές επανασυναρμολόγησης κεραμικών αντικειμένων. Εφαρμόζονται σε περιδινείς επιφάνειες και εκμεταλλεύονται τον επιπλέον περιορισμό της αξονικής συμμετρίας των αντικειμένων. Η βασική ιδέα σε αυτήν τη μέθοδο, είναι πως η καλύτερη εκτίμηση της στροφής R_z , γίνεται στις θέσεις που ελαχιστοποιείται η απόσταση σημείου προς σημείο μεταξύ των αντικριστών περιγραμμάτων (Kampel, M., Sablatnig, R., 2004). Διαφορετικοί τύποι θραυσμάτων έχουν οδηγήσει στις ακόλουθες δυνατές αντιστοιχίσεις:

- I. Θραύσματα Άκρων: Αρχικά υπολογίζεται ο μετασχηματισμός θέσης T_z με ευθυγράμμιση του άκρου κατά μήκος του επίπεδου στομίου. Στη συνέχεια εκτιμάται η στροφή R_z , με τέτοιο τρόπο ώστε όταν ο μετασχηματισμός της θέσης ελαχιστοποιεί το σφάλμα απόστασης, ορίζει και τη σωστή θέση.
- II. Θραύσματα Βάσης: υπολογίζεται ο μετασχηματισμός θέσης T_z ευθυγραμμίζοντας τον πυθμένα του αγγείου στο επίπεδο της βάσης. Στη συνέχεια εκτιμάται η στροφή R_z όπως στην περίπτωση των άκρων.
- III. Θραύσματα τοίχου: τα υποψήφια κομμάτια πρώτα ευθυγραμμίζονται κατά μήκος των κατατομών τους. Η στροφή R_z εκτιμάται με τον ίδιο τρόπο όπως και για θραύσματα των άκρων. Δεδομένου ότι δεν είναι σαφές κατά πόσον ένα νέο θραύσμα είναι σε μία θέση προς τη μεριά της βάσης ή προς την αντίθετη πρέπει να υπολογιστεί η στροφή R_z και η μετακίνηση T_z και για τις δύο θέσεις. Ο μετασχηματισμός τοποθέτησης με το μικρότερο σφάλμα αντιστοίχισης θεωρείται ως η σωστή θέση.



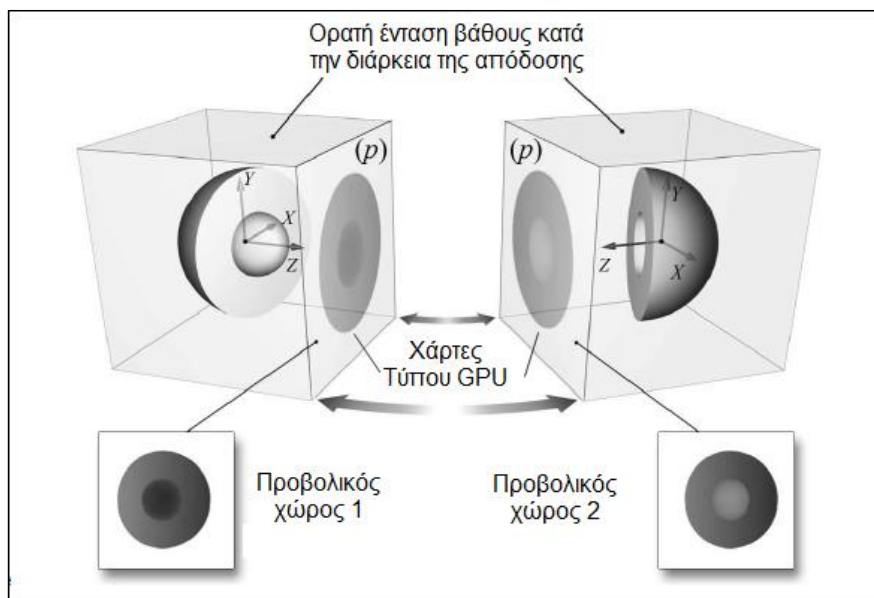
Εικόνα 10: Επανασυναρμολόγηση κεραμικών αντικειμένων με τον περιορισμό της αξονικής συμμετρίας.

Τεχνικές αντιστοίχισης επιφανειών εφαρμόζονται και σε γενικότερα προβλήματα, με τρισδιάστατα δεδομένα εισόδου, που παρέχουν λύσεις σε προβλήματα έξι βαθμών ελευθερίας. Η πρώτη προσέγγιση αυτής της μεθόδου, βασιζόταν στην βασική παραδοχή πως οι κατακερματισμένες επιφάνειες θεωρούνταν σχεδόν επίπεδες, καθώς και πως οι επιφάνειες ταίριαζαν απόλυτα η μία με την άλλη (Papaioannou, G., et al., 2002). Η ανακατασκευή του αντικειμένου πραγματοποιείτο με τη χρήση ενός προβολικού χώρου, καθώς και με ανάλυση χαρτών βάθους GPU. Αυτή η μέθοδος χρησιμοποιεί μονάχα τις σπασμένες επιφάνειες και δεν διαχειρίζεται τις πληροφορίες που αφορούν το υπόλοιπο αντικείμενο. Η βασική ιδέα σε αυτήν τη μέθοδο είναι ότι, έχοντας δύο τρισδιάστατα μοντέλα, η καλύτερη ένωση μεταξύ των δύο μπορεί να επιτευχθεί, ελαχιστοποιώντας την απόσταση σημείου προς σημείο μεταξύ των αμοιβαίως ορατών πλευρών των αντικειμένων. Για το λόγο αυτό, εισάγεται και υπολογίζεται ένα μέτρο σφάλματος με βάση την παραπάνω απόσταση, σε ένα προβολικό επίπεδο.



Εικόνα 11: Τα δύο αντικείμενα, κατά τη διάρκεια της εύρεσης της καλύτερης σχετικής θέσης για την ελαχιστοποίηση του σφάλματος αντιστοίχισης, με σχέση το προβολικό επίπεδο.

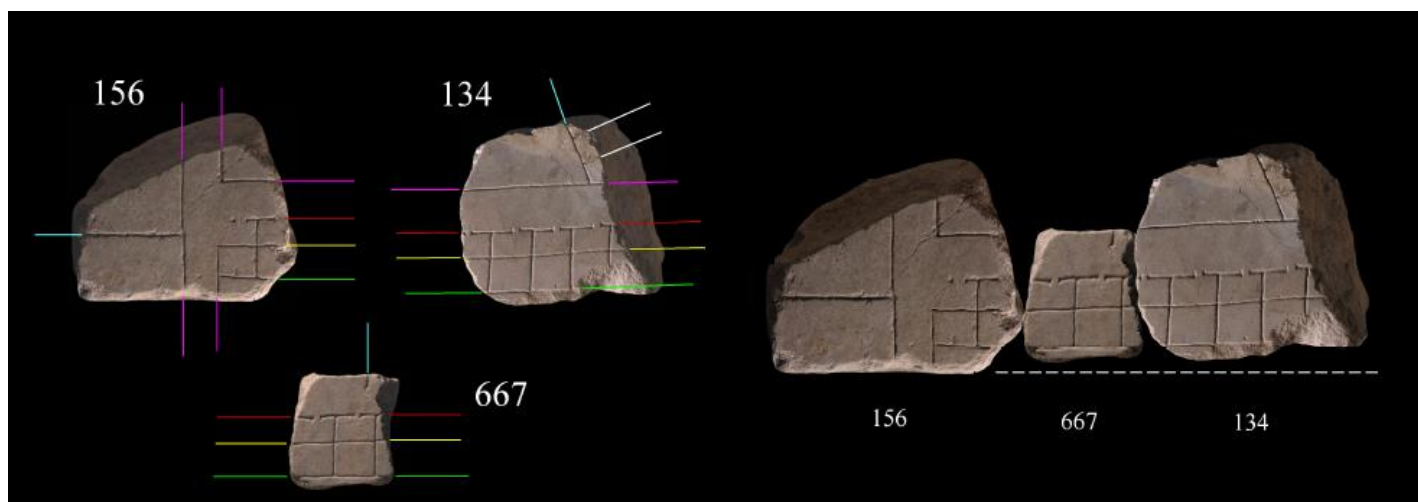
Το σφάλμα αντιστοίχισης ελαχιστοποιείται, χρησιμοποιώντας ένα καθολικό σύστημα βελτιστοποίησης. Ο προσδιορισμός της σχετικής τοποθέτησης των δύο θραυσμάτων αντιστοιχεί στην καλύτερη συμπληρωματική προσαρμογή τους. Κατά την αυτόματη συναρμολόγηση, υποτίθεται ότι τα δύο τμήματα του αντικειμένου μπορούν να προσαρτάται άκαμπτα το ένα στο άλλο χωρίς να πρέπει να διεισδύσουν την επιφάνεια του άλλου. Για παράδειγμα, η μέθοδος αυτή δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να συνδέσει δύο συνδέσμους της αλυσίδας. Μια γενικευμένη μέθοδος παρουσιάστηκε πρόσφατα βελτιώνοντας την προηγούμενη αφού δεν πραγματοποιούνται πια δύο σημαντικές παραδοχές: i) οι σπασμένες επιφάνειες δεν θεωρούνται σχεδόν επίπεδες, είναι πια ανεξάρτητες του βάθους ii) οι δύο σπασμένες επιφάνειες δεν είναι απαραίτητο πως θα ταιριάζουν απόλυτα (Belenguer, C.S., Vidal, E. V., 2012).



Εικόνα 12: Οι προβολικοί χώροι και οι χάρτες βάθους GPU.

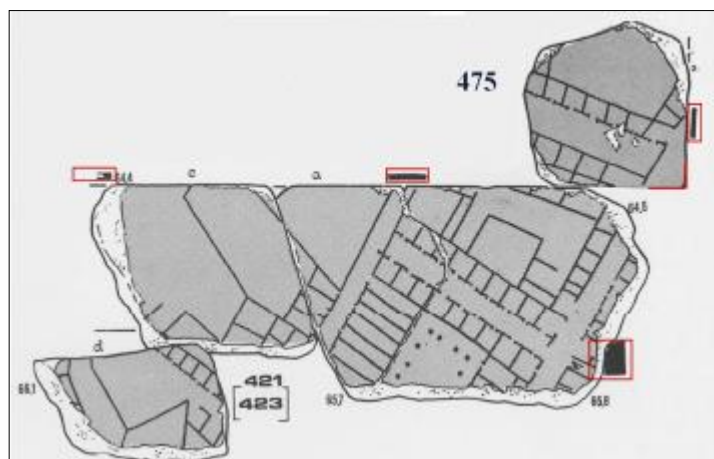
Η επόμενη μέθοδος, αντιμετωπίζει θραύσματα με ιδιαίτερα διαβρωμένα τμήματα, των οποίων πολλές φορές οι επιφάνειες θραύσης δεν έρχονται σε επαφή ή μία με την άλλη (Koller, D., Levoy, M., 2006). Η μέθοδος αυτή χωρίζεται στις εξής τρεις κατηγορίες : i) Αντιστοίχιση τομών των άκρων ii) Αντιστοίχιση τοιχοποιίας iii) Ομαδοποιήσεις κομματιών

- i. Η αυτοματοποιημένη αντιστοίχιση των τομών των άκρων αναζητά τεχνικές για τον εντοπισμό εγχάρακτου ανάγλυφου, με βάση τον οποίο αντιστοιχίζονται δύο υποψήφια γειτονικά τεμάχια. Πριν την εισαγωγή των κομματιών στον αλγόριθμο, σημειώνονται όλα τα εγχάρακτα χαρακτηριστικά των κομματιών, όπως η θέση τους και η διεύθυνση τους, αλλά και ο χαρακτηρισμός του κομματιού (κίονας, επιγραφή κτλ.). Ο αλγόριθμος αναζητά όλα τα “σχολιασμένα” θραύσματα, εξετάζει κάθε δυνατό ζεύγος τους και στη συνέχεια εξετάζει κάθε εύλογη ευθυγράμμιση των ζευγών με βάση τα σχόλια που έχουν καταγραφεί. Οι υποψήφιοι συνδυασμοί δύο κομματιών βαθμολογούνται με βάση τη συνταύτιση χαρακτηριστικών μεταξύ των κομματιών. Ζεύγη θραυσμάτων με εξαιρετικά υψηλή βαθμολογία σημειώνονται, ώστε να ελεγχθούν περαιτέρω από έναν εξειδικευμένο επιστήμονα.



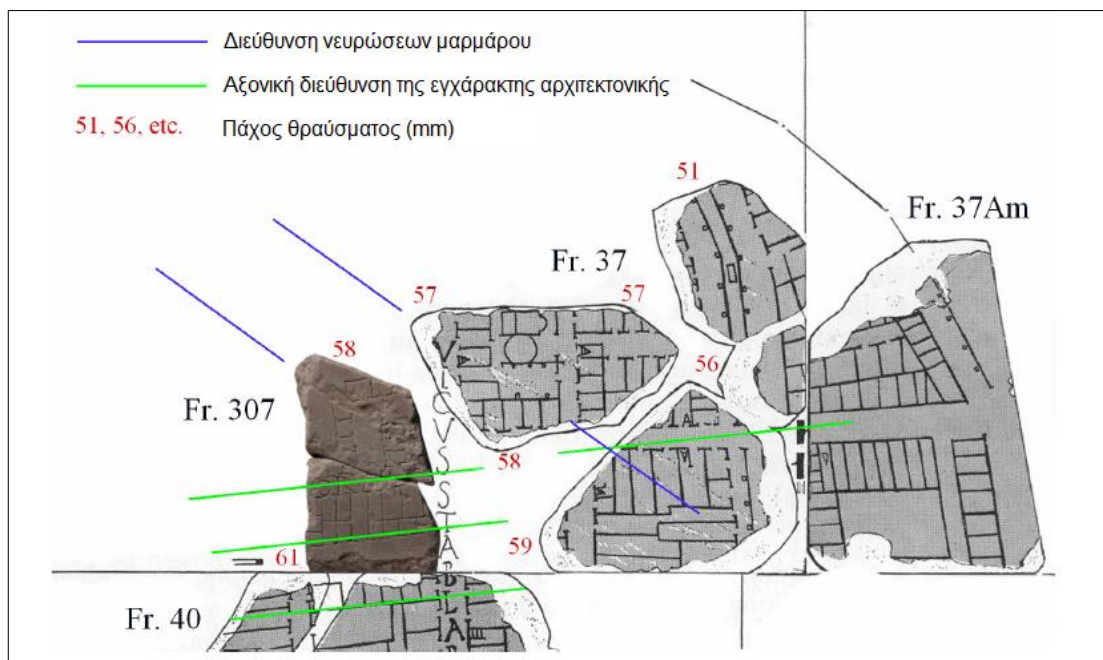
Εικόνα 13: Αντιστοίχιση κομματιών με βάση τις τομές στις ανώτερες επιφάνειες του κομματιού.

- ii. Στην αντιστοίχιση της τοιχοποιίας, κάθε κομμάτι που εισάγεται στον αλγόριθμο, ερευνάται ως προς την πιθανή του θέση και βαθμολογείται η καθεμία έγκυρη θέση με βάση τα υπόλοιπα γεωμετρικά στοιχεία του τοίχου. Οι έγκυρες θέσεις ενός θραύσματος περιορίζονται περαιτέρω από συνθήκες όπως ότι τα άκρα του τοίχου θα πρέπει να είναι σε ένα κατακόρυφο ή σε ένα οριζόντιο προσανατολισμό, καθώς και τα υπόλοιπα δομικά στοιχεία. Το κομμάτι με την υψηλότερη βαθμολογία, μετά την έξοδο του από τον αλγόριθμο ελέγχεται και χειροκίνητα για να επαληθευτεί η καταλληλότητά του, πέρα από τους απλούς γεωμετρικούς περιορισμούς με βάση τους οποίους επιλέχθηκε.



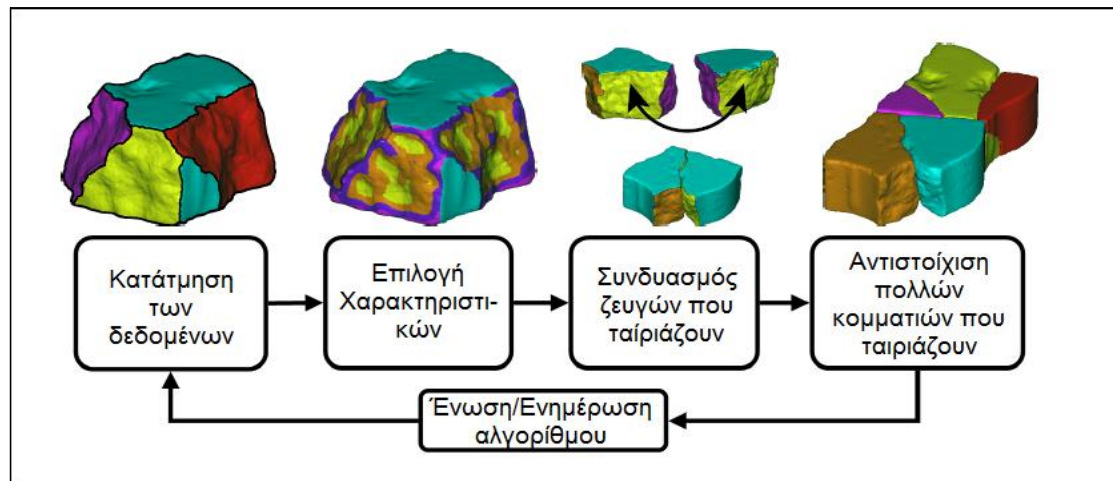
Εικόνα 14: Αντιστοίχιση κομματιών τοιχοποιίας 475 και 421 με βάση γεωμετρικούς περιορισμούς.

- iii. Μια άλλη αυτοματοποιημένη τεχνική αντιστοίχισης που έχει αναπτυχθεί για την ανασυγκρότηση είναι η *ομαδοποίηση κομματιών*. Ο στόχος του αλγορίθμου ομαδοποίησης είναι να προσδιορίσει νέα ζεύγη ή ομάδες θραυσμάτων τα οποία μπορεί να μην έχουν σαφώς αντίστοιχες τομές, αλλά μπορεί να μοιράζονται κοινά χαρακτηριστικά όπως το πάχος του θραύσματος, η διεύθυνση των νευρώσεων του μαρμάρου, η αξονική διεύθυνση της εγχάρακτης αρχιτεκτονικής, ο προσανατολισμός των ακμών της πλάκας, και η οπίσθια κατάσταση της επιφάνειας των θραυσμάτων (τραχύ, λείο, κτλ.). Όπως και με τις άλλες τεχνικές αντιστοίχισης, έτσι και εδώ οι αναζητήσεις πραγματοποιούνται μέσω της βάσης δεδομένων του ψηφιοποιημένου και σχολιασμένου θραύσματος. Οι υψηλές βαθμολογίες αποδίδονται σε εκείνες τις ομάδες των θραυσμάτων που έχουν υψηλό βαθμό συσχέτισης με βάση αυτές τις ιδιότητες. Η διαδικασία ομαδοποίησης μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί και σε μια πιο διαδραστική λειτουργία. Η αναζήτηση να πραγματοποιείται στη βάση δεδομένων για θραύσματα που πληρούν ορισμένους περιορισμούς, που τίθενται από το χρήστη με βάση ένα συγκεκριμένο ερώτημα. Τέτοιοι περιορισμοί μπορεί να είναι εννοιολογικής μορφής, όπως μια λίστα με όλα τα θραύσματα που έχουν πάχος από 55 έως 60 mm και διεύθυνση νευρώσεων από 30 - 45⁰ σε σχέση με ακμή. Αυτή η δυνατότητα επιτρέπει στους ερευνητές να επικεντρωθούν σε ένα συγκεκριμένο υποσύνολο των θραυσμάτων κατά τη διάρκεια πειραματισμών σε πιθανές ανακατασκευές.



Εικόνα 15: Αντιστοίχιση του κομματιού 307 με τα υπόλοιπα με βάση κάποια χαρακτηριστικά του.

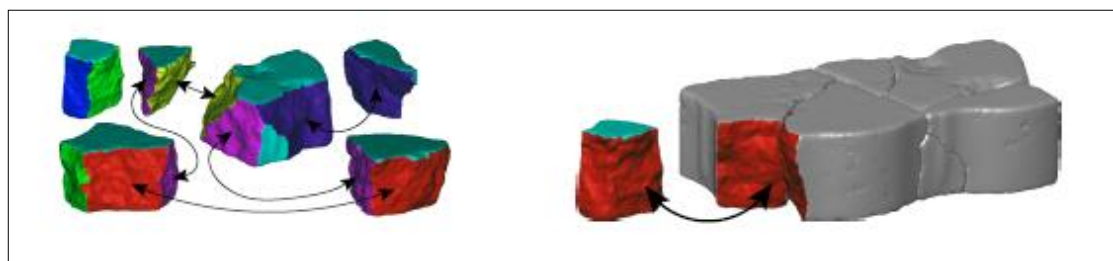
Η επόμενη μέθοδος (Huang et al., 2006) ανασυγκροτεί στερεά αντικείμενα, αναγνωρίζοντας αρχικά τις θρυμματισμένες περιοχές με βάση ένα σύνολο όψεων που οριοθετούνται από γραμμές απότομης αλλαγής κλίσης (breaklines). Στη συνέχεια με την εξέταση της τραχύτητας των όψεων, ταξινομούνται επιπροσθέτως οι επιφάνειες στις αρχικές αθρυμματιστές όψεις, και στις θρυμματισμένες όψεις, οι οποίες δημιουργήθηκαν όταν το αντικείμενο έσπασε. Η κατάτμηση αυξάνει την ανθεκτικότητα και την αποτελεσματικότητα των επακόλουθων αλγορίθμων αντιστοίχισης με δύο τρόπους. Πρώτον, κατά τη διαδικασία της επανασυναρμολόγησης ενός τρισδιάστατου αντικειμένου, μόνο οι επιφάνειες θραύσης δύναται να συνδυαστούν (τουλάχιστον εν μέρει) μεταξύ τους και όχι ολόκληρα τα κομμάτια. Συνεπώς η εξέταση των ζευγών των επιφανειών έναντι της εξέτασης του σύνολο των θραυσμάτων, οδηγεί σε ένα πιο σταθερό και ταχύτερο αλγόριθμο. Δεύτερον, η αξιοπιστία του αλγορίθμου αντιστοίχισης αυξάνεται με την επιβολή της συνεπούς εναρμόνισης των αρχικών επιφανειών και κατά συνέπεια των αρχικών κομματιών, στο συγκεντρωθέν μοντέλο.



Εικόνα 16: Επισκόπηση βημάτων αλγορίθμου.

Μετά το στάδιο της κατάτμησης υπολογίζεται ένας νέος τύπος “επιθεμάτων” με βάση τα επιφανειακά χαρακτηριστικά των σπασμένων επιφανειών και ονομάζονται “feature clusters”. Με βάση αυτά τα επιθέματα πραγματοποιείται η αντιστοίχιση των επιφανειών κατά ζεύγη. Οι βασικές διαφορές μεταξύ αυτού του αλγορίθμου των προηγούμενων είναι: i) πως γίνεται η χρήση των “feature clusters” αντί των χαρακτηριστικών σημείων ii) επιτρέπουν στα “feature clusters” να επικαλύπτονται και iii) αξιοποιούν αυτή την επικάλυψη για την επαλήθευση τυχόν αντιστοιχιών που είχαν παραληφθεί. Εντοπίζει όλες τις πιθανές αντιστοιχίσεις μεταξύ των ζευγών των σπασμένων προσώπων και στη συνέχεια ελέγχει κάθε μία χρησιμοποιώντας διάφορους ελέγχους συνέπειας.

Σε πολλές περιπτώσεις, η αντιστοίχιση κατά ζεύγη δεν είναι αρκετή για να ανακατασκευάσει εκ νέου και εξ ολοκλήρου ένα τρισδιάστατο αντικείμενο, καθώς, μικρά λάθη σε αντιστοιχίσεις ζευγών συσσωρεύονται αυξητικά στο αποτέλεσμα. Επομένως η αντιστοίχιση πολυτεμαχισμένων αντικειμένων είναι απαραίτητη, δεδομένου ότι ορισμένες αντιστοιχίσεις ζευγών έχουν περισσότερες πιθανότητες να εντοπιστούν αφού έχουν βρεθεί προηγούμενες, έχουν επαληθευτεί και έχουν συγχωνευτεί στο αρχικό μοντέλο (Εικόνα 17).

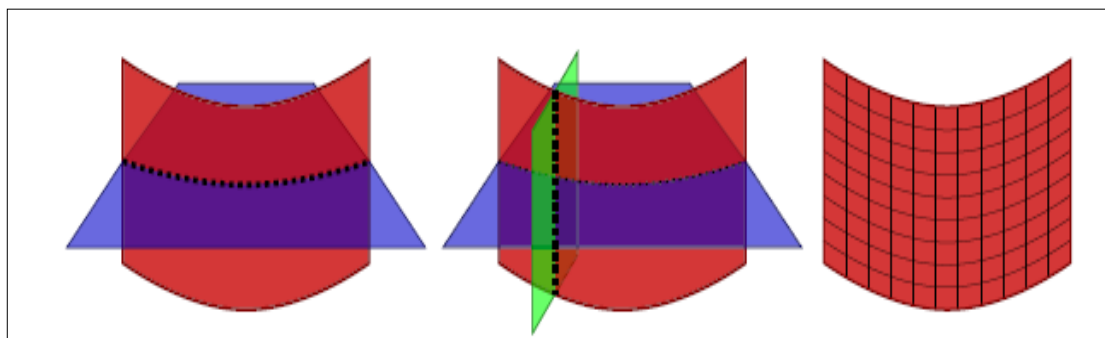


Εικόνα 17: Το έκτο κομμάτι έχει περισσότερες πιθανότητες να αντιστοιχηθεί σωστά, εφόσον τα πέντε πρώτα κομμάτια έχουν αντιστοιχηθεί και έχουν καταχωρηθεί μαζί.

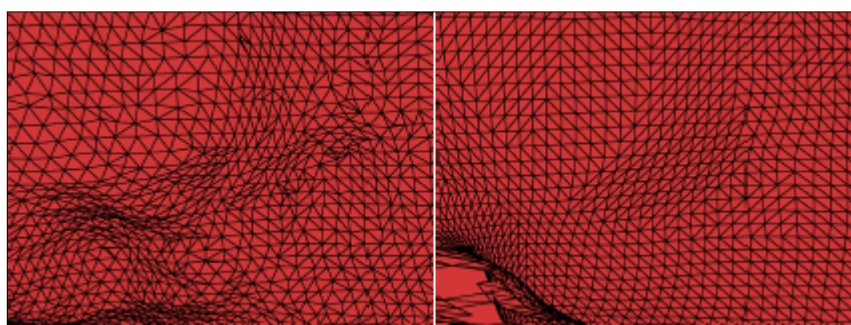
Τέλος, η παρακάτω μέθοδος εκμεταλλεύεται τους περιορισμούς των προσανατολισμών των επίπεδων τμημάτων για να επιτευχθεί μια απλή και γρήγορη

λύση με βάση τη γεωμετρία των άκρων του θραύσματος (*Brown et al., 2010*) Παρόλο που η αντιστοίχιση πραγματοποιείται με βάση την τρισδιάστατη γεωμετρία των άκρων, ο αλγόριθμος εκμεταλλεύεται το πλεονέκτημα των επίπεδων επιφανειών των μπροστινών θραυσμάτων για να περιορίσει την αναζήτηση μονάχα σε επίπεδους μετασχηματισμούς.

Υποθέτοντας πως κάθε σπασμένο κομμάτι αποτελείται από ένα πλέγμα ακμών, που αποκαλείται ως “*ribbon*”, και κατανείμμετε ομοιόμορφα σε όλη την επιφάνεια του δείγματος.

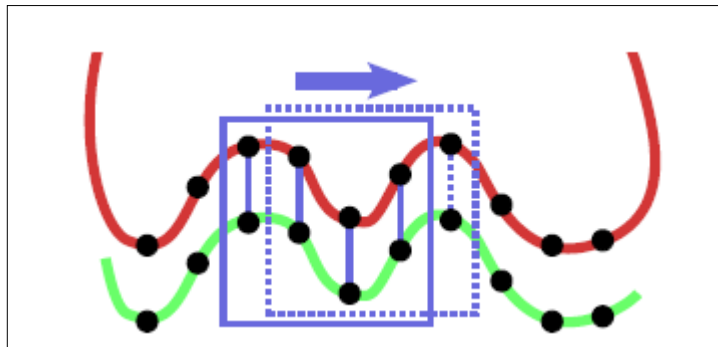


Εικόνα 18: Ένα περίγραμμα εξάγεται σε μια απόσταση που καθορίζεται από την εμπρόσθια επιφάνεια (αριστερά), στη συνέχεια κάθε δείγμα εξωθείται κατακόρυφα σε ένα επίπεδο (κέντρο). Τα σημεία του *ribbon* είναι τοποθετημένα σε ένα πλέγμα (δεξιά), που επιτρέπει τον αποτελεσματικό υπολογισμό των αντιστοιχιών.

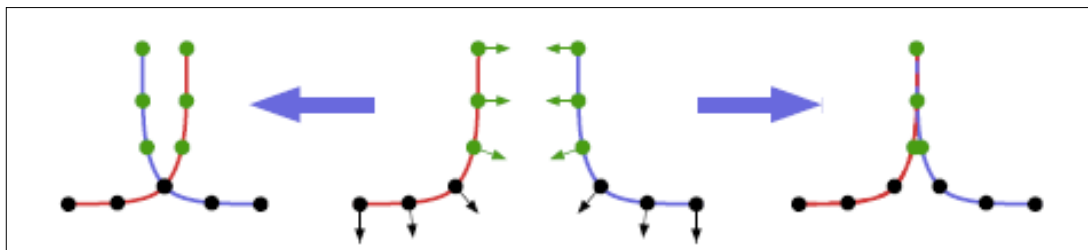


Εικόνα 19: Στιγμιότυπο του αρχικού πλέγματος (αριστερά) και της ομοιόμορφης δειγματολογικής μεθόδου-“*ribbon*” (δεξιά).

Οι αντιστοιχίες καθορίζονται εξ ολοκλήρου από την κανονική δομή του δείγματος, και το μόνο που υπολογίζεται πια είναι η ευθυγράμμιση και τα συναφή σφάλματα. Η περιοχή επικάλυψης μετατοπίζεται στη συνέχεια μονάχα στο ένα δείγμα, και η διαδικασία επαναλαμβάνεται.



Εικόνα 20: Μία λωρίδα δειγμάτων σε κάθε *ribbon* χρησιμοποιείται για να υπολογίσει μια ευθυγράμμιση. Στη συνέχεια, η περιοχή επικάλυψης μετατοπίζεται κατά ένα δείγμα και ένα νέα ευθυγράμμιση υπολογίζεται κλιμακωτά σε σταθερό χρόνο.



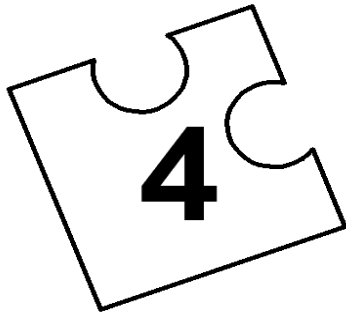
Εικόνα 21: Χρησιμοποιώντας όλα τα αντίστοιχα ζεύγη σημείων για τις κόκκινες και μπλε καμπύλες δίνεται μια εσφαλμένη ευθυγράμμιση (αριστερά), επειδή τα μαύρα σημεία είναι σε διαβρωμένα τμήματα στην άκρη. Χρησιμοποιώντας μόνο τα πράσινα σημεία, των οποίων οι z-συνιστώσες είναι αντίθετες, παράγεται μια σωστή ευθυγράμμιση (δεξιά).

Θεωρώντας την ιδέα της αντιστοίχισης σπασμένων επιφανειών ενδιαφέρουσα και εν συνεχεία μελετώντας όλες τις προαναφερθείσες μεθόδους γεννήθηκε η ιδέα για τη συγκεκριμένη εργασία. Εκτενής παρουσίαση του αλγορίθμου πραγματοποιείται στο επόμενο κεφάλαιο.

Δημοσίευση	Ανακατασκευή	Εφαρμογή	Προ-επεξεργασία	Ένωση θραυσμάτων	Τύπος Αντιστοίχισης	Επικάλυψη
Goldberg et. al.	Αυτόματη	2D παζλ	Όχι	Ένωση-Ενημέρωση	Χαρακτηριστικά Σχήματος (περιγράμμα)	Όχι
Leitao,Stolfi	Αυτόματη αντιστοίχιση μεταξύ δύο κομματιών	2D αντικείμενα	Όχι	Αντιστοίχιση	Χαρακτηριστικά Σχήματος (καμπυλότητα περιγράμματος)	Όχι
Kampel,Sablatnig	Αυτόματη μεταξύ δύο κομματιών	3D συμμετρικά αντικείμενα	Όχι	Ανακατασκευή	3D σημεία των καμπυλών σπασμένων επιφανειών των θραυσμάτων	Ναι
Papaoiannou et.al	Αυτόματη μεταξύ δύο κομματιών	3D αντικείμενα ανεξαρτήτου σχήματος, αλλά σχεδόν επίπεδα	Όχι	Ανακατασκευή	3D σημεία των εξωτερικών επιφανειών	Ναι
Belenguer, Vidal	Αυτόματη	3D αντικείμενα ανεξαρτήτου μορφής	Όχι	Ανακατασκευή	Χαρακτηριστικά Σχήματος (Αποστάσεις και Γωνίες)	Ναι
Koller,Levoy	Αυτόματη	3D αντικείμενα ανεξαρτήτου μορφής	Ναι	Ανακατασκευή	Στοιχεία εγχάρκτης αρχιτεκτονικής, δομικά στοιχεία, ο προσανατολισμός των ακμών της πλάκας κ.α.	Όχι
Huang et. al.	Αυτόματη	3D αντικείμενα ανεξαρτήτου μορφής	Ναι	Ένωση-Ενημέρωση	Χαρακτηριστικά Σχήματος (όγκος, αποστάσεις, αποκλίσεις με βάση τις επιφάνειες θραύσης)	Όχι
Brown et al.	Αυτόματη	3D αντικείμενα	Ναι	Ένωση-Ενημέρωση	3D σημεία των εξωτερικών επιφανειών	Ναι

Πίνακας 2: Συγκεντρωτικός πίνακας βιβλιογραφίας.

3 Ανασκόπηση Βιβλιογραφίας



Ανάλυση Αλγορίθμου Fragmatch

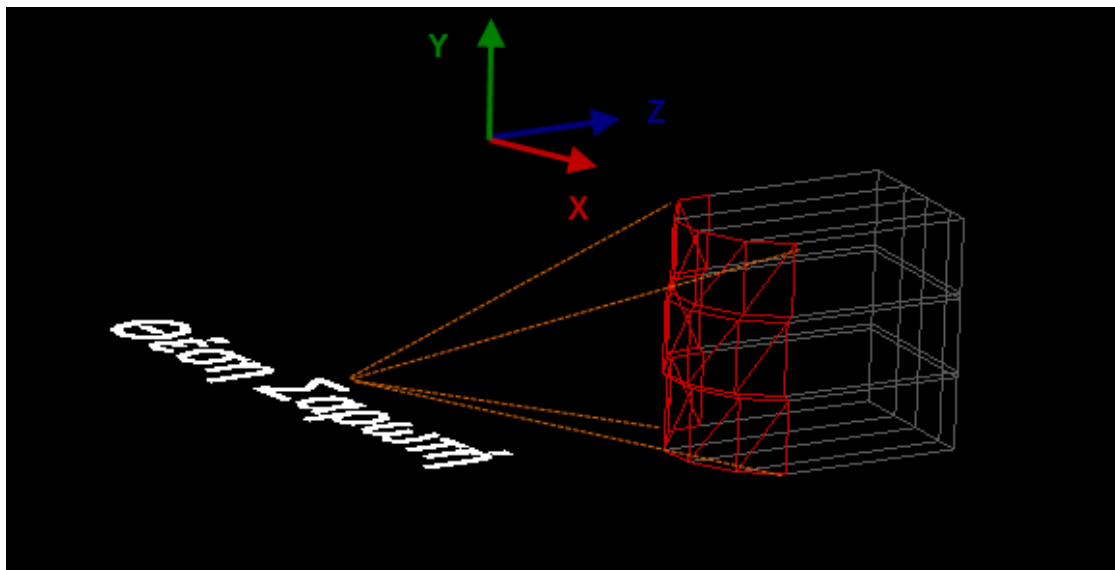
4.1 Εισαγωγή

Στο προηγούμενο κεφάλαιο παρουσιάστηκαν οι σημαντικότερες εργασίες που έχουν πραγματοποιηθεί με στόχο την αντιστοίχιση θραυσμάτων σε ψηφιακό περιβάλλον, έως σήμερα. Η βασική ιδέα που γέννησε τον αλγόριθμο *Fragmatch* και η καινοτομία του σε σχέση με όλες τις προηγούμενες έρευνες, είναι πως η σύγκριση μεταξύ των επιφανειών πραγματοποιείται με μία απλή και γρήγορη μέθοδο. Με στόχο την υλοποίηση αυτής της ιδέας, η σύγκριση μεταξύ των επιφανειών πραγματοποιείται βάσει μίας απλής γραμμικής σχέσης. Η διάθρωση του εν λόγω κεφαλαίου περιλαμβάνει :

- Γενική περιγραφή του αλγορίθμου
- την εισαγωγή δεδομένων στο περιβάλλον Matlab
- τη σύγκριση των επιφανειών με βάση τον αλγόριθμο ICP
- τη δημιουργία επιφανειών και διανυσμάτων
- την καθολική αντιστοίχιση επιφανειών
- τη μερική αντιστοίχιση επιφανειών
- την εξαγωγή των αποτελεσμάτων
- και τέλος τα συνοπτικά βήματα του αλγορίθμου

4.2 Εισαγωγή δεδομένων

Για την ορθή λειτουργία του αλγορίθμου και την εξαγωγή εύλογων αποτελεσμάτων, είναι απαραίτητη η κατάλληλη σάρωση του αντικειμένου. Η σπασμένη επιφάνεια πρέπει να βρίσκεται κατά το δυνατόν μετωπικά προς το σαρωτή, στην περίπτωση χρήσης σαρωτή, ωστόσο σε κάθε περίπτωση ο άξονας Z πρέπει να ορίζει το βάθος της σπασμένης επιφάνειας. Η μεθοδολογία γίνεται περισσότερο κατανοητή με τη βοήθεια του παρακάτω σχήματος.



Εικόνα 22: Η θέση του σαρωτή σε σχέση με το αντικείμενο. Με κόκκινο χρώμα παρουσιάζεται η σπασμένη επιφάνεια, ενώ με γκρι χρώμα το υπόλοιπο αντικείμενο.

Ο αλγόριθμος δέχεται ως δεδομένα νέφη σημείων, δηλαδή συντεταγμένες X,Y, και Z για κάθε σημείο μέτρησης. Τα νέφη σημείων που εισάγονται στο πρόγραμμα, πρέπει να περιγράφουν μόνο τις σπασμένες επιφάνειες και όχι το σύνολο του αντικειμένου, διότι τα αποτελέσματα που θα εξαχθούν θα είναι λανθασμένα. Παραδείγματος χάριν για το αντικείμενο της εικόνας 22, θα γινόταν εισαγωγή του νέφους της επιφάνειας που έχει επισημανθεί με κόκκινο χρώμα, δηλαδή της σπασμένης επιφάνειας και όχι ολόκληρου του αντικειμένου. Μια επιπλέον πολύ σημαντική πληροφορία για την εισαγωγή των δεδομένων είναι η μορφή των αρχείων τους. Τα νέφη σημείων ενδείκνυται να είναι σε μορφή πίνακα(.mat) όπως φαίνεται στην εικόνα 23, διαφορετικά το πρόγραμμα θα εμφανίσει μήνυμα σφάλματος. Στην πρώτη στήλη τοποθετούνται τα στοιχεία του άξονα X, στη δεύτερη τα στοιχεία του άξονα Y και στην τρίτη τα στοιχεία του άξονα Z. Στη συνέχεια παρατίθεται ένα στιγμιότυπο με ένα πίνακα με τις συντεταγμένες των σημείων.

t1 <156x3 double>			
	1	2	3
1	-719.8937	-985.3374	-117.9987
2	-716.9166	-949.0269	-61.1750
3	-716.9166	-949.0269	-61.1750
4	-712.0278	-883.9179	-24.2708
5	-712.0278	-883.9179	-24.2708
6	-707.7529	-824.1514	-21.1574
7	-703.0602	-748.0647	-125.5189
8	-703.0602	-748.0647	-125.5189
9	-702.8927	-750.8078	-73.0909
10	-702.8927	-750.8078	-73.0909
11	-615.1611	-992.7907	-118.7233
12	-612.1839	-956.4802	-61.8996
13	-612.1839	-956.4802	-61.8996
14	-612.1839	-956.4802	-61.8996
15	-607.6611	-992.7907	-111.2233
16	-607.6611	-992.7907	-111.2233
17	-607.2951	-891.3712	-24.9954

Εικόνα 23: Στιγμιότυπο από το περιβάλλον Matlab, με μέρος ενός πίνακα συντεταγμένων.

Ξεκινώντας τη λειτουργία του προγράμματος ζητείται από το χρήστη να εισαγάγει τρία στοιχεία i) τον αριθμό των κομματιών ii) τον αριθμό των σπασμένων επιφανειών για κάθε κομμάτι και iii) την ονομασία του αρχείου για κάθε σπασμένη επιφάνεια. Απαραίτητη προϋπόθεση κατά την εφαρμογή του προγράμματος, είναι τα αρχεία των νεφών σημείων και το ίδιο το πρόγραμμα να βρίσκονται στην ίδια τοποθεσία. Για να γίνει πιο αντιληπτή η λειτουργία του προγράμματος παρατίθεται ένα παράδειγμα. Υπάρχουν 3 κομμάτια που πρέπει να ενωθούν, με το πρώτο να διαθέτει δύο σπασμένες επιφάνειες, το δεύτερο να διαθέτει μία ενώ στο τρίτο να υπάρχουν τρεις σπασμένες επιφάνειες. Η επόμενη εικόνα είναι ένα στιγμιότυπο μετά την εισαγωγή των κομματιών και των επιφανειών στο πρόγραμμα.

```

Command Window
Give number of pieces 3
Give number of surfaces from piece 1 2
Give location of surface t1
Give location of surface t2
Give number of surfaces from piece 2 1
Give location of surface t3
Give number of surfaces from piece 3 3
Give location of surface t4
Give location of surface t5
Give location of surface t6

```

Εικόνα 24: Στιγμιότυπο κατά την εισαγωγή των δεδομένων στο πρόγραμμα.

Αφού έχουν εισαχθεί τα απαραίτητα δεδομένα, δημιουργείται μια συστοιχία κελιών (cell) που σε κάθε κελί περιέχεται ο πίνακας κάθε σπασμένης επιφάνειας. Οι σειρές

του cell φανερώνουν το πλήθος των κομματιών, ενώ οι στήλες τις σπασμένες επιφάνειες του κάθε κομματιού. Ακολουθεί το cell του παραπάνω παραδείγματος.

pieces <3x3 cell>			
	1	2	3
1	<1x1 struct>	<1x1 struct>	[]
2	<1x1 struct>	[]	[]
3	<1x1 struct>	<1x1 struct>	<1x1 struct>

Εικόνα 25: Το cell, τα κομμάτια που εισήχθησαν ισούται με τον αριθμό των σειρών, ενώ οι στήλες φανερώνουν τις σπασμένες επιφάνειες του κάθε κομματιού.

Όπως είναι εμφανές και από την παραπάνω εικόνα, στο cell δημιουργήθηκαν κενά στοιχεία στην τρίτη στήλη, στην τρίτη σειρά και στη δεύτερη στήλη, στη δεύτερη και στην τρίτη σειρά, καθώς σε αυτές τις θέσεις δεν υπάρχουν σπασμένες επιφάνειες.

4.3 Σύγκριση επιφανειών με τον αλγόριθμο ICP

Το επόμενο βήμα μετά την εισαγωγή των δεδομένων του προγράμματος περιλαμβάνει τη σύγκριση κομματιών με τον αλγόριθμο ICP. Σε αυτό το στάδιο του προγράμματος δεν έχουν δημιουργηθεί ακόμη επιφάνειες και η αναφορά γίνεται στα νέφη σημείων. Η χρησιμοποίηση του ICP πραγματοποιήθηκε έχοντας ως απώτερο σκοπό την επιτάχυνση του προγράμματος. Η συνηθέστερη χρήση του ICP είναι για την ταύτιση δύο δεδομένων ομάδων σημείων σε ένα κοινό σύστημα συντεταγμένων. Εντούτοις στη συγκεκριμένη περίπτωση χρησιμοποιείται ως μία μέθοδος σύγκρισης ομοιότητας μεταξύ των επιφανειών, με την έννοια πως δεν απασχολεί άμεσα η στροφή και η μετάθεση που πραγματοποιείται, όσο το σφάλμα ομοιότητας που εξάγεται στο τέλος. Ο αλγόριθμος ICP χρησιμοποιείται μονάχα στις περιπτώσεις καθολικής ταύτισης, καθώς στις περιπτώσεις της μερικής ταύτισης των επιφανειών το σφάλμα που εξάγεται είναι μεγάλο.

Κατά τη διάρκεια της εφαρμογής του ICP δημιουργούνται δύο πίνακες, οι A και B. Στον πίνακα A τοποθετούνται τα αποτελέσματα των συγκρίσεων όλων των επιφανειών ανά δύο. Στις δύο πρώτες στήλες του πίνακα τοποθετούνται οι συγκρινόμενες επιφάνειες, στην τρίτη ο αριθμός 0 ή 1 αν το σφάλμα ομοιότητας δεν περνάει ή περνάει, αντίστοιχα, ένα ορισμένο όριο και στην τέταρτη στήλη το ίδιο το σφάλμα. Ο δεύτερος πίνακας περιλαμβάνει τις συγκρινόμενες επιφάνειες με το αποδεκτό σφάλμα. Στη συνέχεια παρατίθεται στιγμιότυπο του προγράμματος με αυτούς τους δύο πίνακες.

match.A <15x4 double>				
	1	2	3	4
1	1	2	0	57.5204
2	1	3	0	48.6748
3	1	4	0	42.2720
4	1	5	0	46.5919
5	1	6	0	47.2228
6	2	3	0	43.8990
7	2	4	0	40.3926
8	2	5	0	39.4445
9	2	6	0	39.6936
10	3	4	0	37.5120
11	3	5	1	25.8729
12	3	6	0	38.1381
13	4	5	1	6.9469
14	4	6	1	12.8639
15	5	6	1	11.0210

Εικόνα 26: Ο πίνακας A με τα αποτελέσματα με το πέρας του ICP.

match.B <4x4 double>				
	1	2	3	4
1	3	5	1	25.8729
2	4	5	1	6.9469
3	4	6	1	12.8639
4	5	6	1	11.0210

Εικόνα 27: Ο πίνακας B με τις αποδεκτές επιφάνειες βάσει του σφάλματος.

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα το όριο του σφάλματος ομοιότητας έχει οριστεί στην τιμή 30. Η τιμή του ορίου μπορεί να μεταβάλλεται ανάλογα με τις απαιτήσεις του χρήστη. Το συγκεκριμένο όριο δεν μετράται σε μονάδες, αλλά πρόκειται για έναν καθαρό αριθμό. Όσο μεγαλύτερος ο αριθμός τόσο μεγαλύτερη και η ανομοιότητα μεταξύ των επιφανειών. Έπειτα από αρκετά παραδείγματα, κρίθηκε πως η ιδανικότερη τιμή του σφάλματος ομοιότητας είναι ο αριθμός 30. Άξιο αναφοράς επίσης είναι πως ο αλγόριθμος ICP επηρεάζεται από τις αρχικές τιμές των σημείων και σε κάποιες περιπτώσεις τα αποτελέσματα είναι εσφαλμένα, ενώ δεν θα έπρεπε. Παρόλο αυτά το φαινόμενο αυτό έχει προβλεφθεί και στην περίπτωση που κάποιο ζευγάρι δεν γίνει αποδεκτό λόγω μεγάλου σφάλματος, θα συγκριθεί στη συνέχεια με τις επόμενες μεθόδους.

4.4 Δημιουργία Επιφανειών και Διανυσμάτων

4.4.1. Τριγωνισμός Delaunay

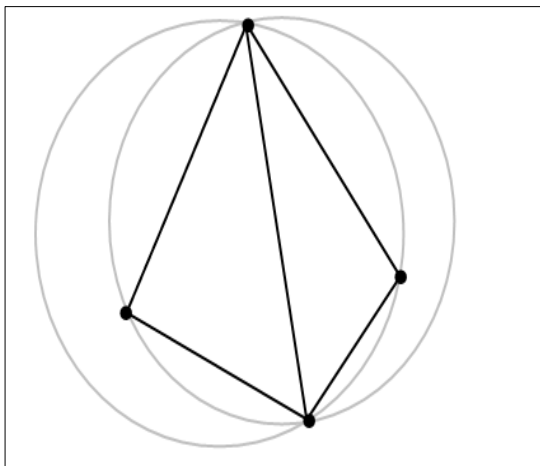
Το νέφος σημείων μετατρέπεται σε επιφάνεια, μέσω της δημιουργίας τριγώνων. Δηλαδή, πρόκειται για μια διαδικασία η οποία μετατρέπει τα «ακανόνιστα» (*unorganized*) νέφη σημείων, σε εύκολα διαχειρίσιμα πολύγωνα (συνήθως

τρίγωνα). Το πολυγωνικό αυτό μοντέλο επιφανείας μη επικαλυπτόμενων πολυγώνων (*faces*) διεθνώς ονομάζεται *mesh* ή *TIN* (Δίκτυο Ακανόνιστων Τριγώνων – *Triangulated Irregular Network*). Μπορεί να περιλαμβάνει κόμβους, ακμές και πολύγωνα (*faces*). Ο τριγωνισμός μπορεί να πραγματοποιηθεί στο δισδιάστατο ή στον τρισδιάστατο χώρο (*2D, 2.5D, 3D triangulation*), ανάλογα με την γεωμετρία του αντικειμένου. Στη συγκεκριμένη εργασία πραγματοποιείται τριγωνισμός *Delaunay*.

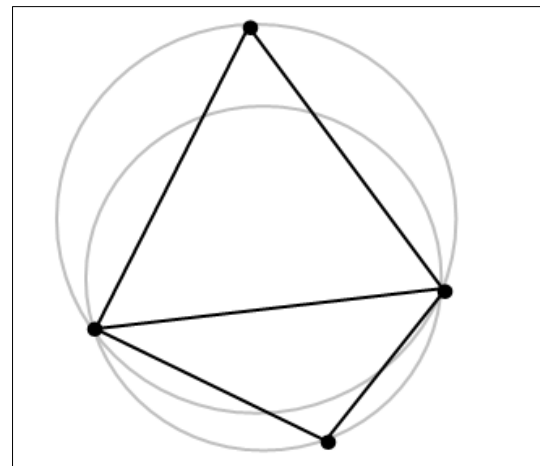
Για την παραγωγή των τριγώνων που αποτελούν το τρισδιάστατο ανάγλυφο χρησιμοποιήθηκε ο τριγωνισμός κατά *Delaunay*. Ο τριγωνισμός κατά *Delaunay* ορίζεται ως εξής:

“Έστω σύνολο Σ από n σημεία στο επίπεδο. Τρία σημεία κ, λ, μ που ανήκουν στο Σ αποτελούν κορυφές ενός τριγώνου αν ο περιγεγραμμένος κύκλος που ορίζουν δεν περικλείει άλλα σημεία του Σ .”

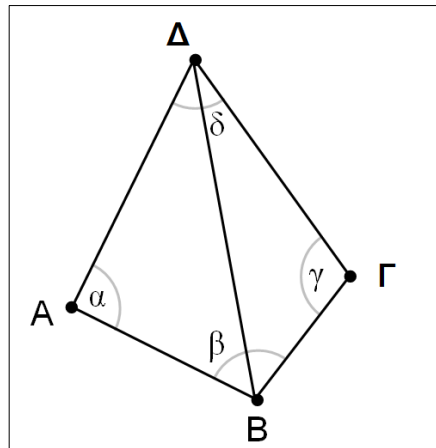
Το μεγάλο πλεονέκτημα του τριγωνισμού κατά *Delaunay*, είναι ότι μεγιστοποιεί την ελάχιστη γωνία των τριγώνων.



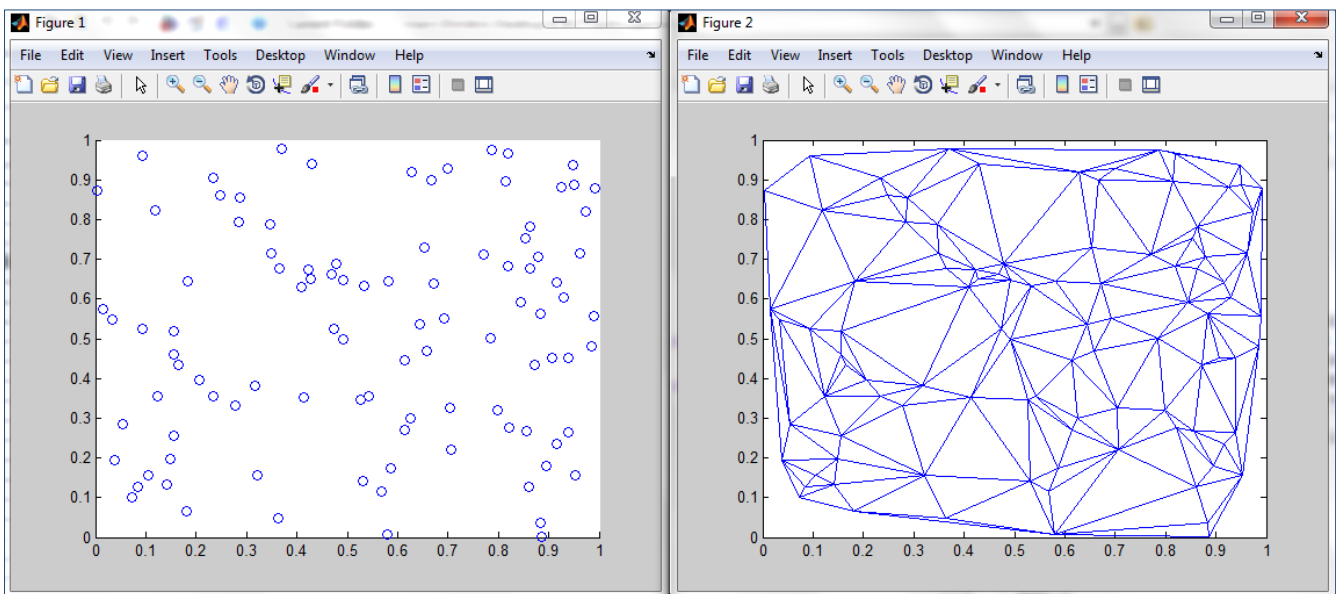
Εικόνα 28: Περίπτωση γειτονικών τριγώνων που δεν ικανοποιούν το κριτήριο του *Delaunay*.



Εικόνα 29: Η αλλαγή της διχοτόμου πλευράς ικανοποιεί το κριτήριο *Delaunay*.



Εικόνα 30: Η εναλλακτική διατύπωση του Delaunay με το άθροισμα γωνιών. Το άθροισμα $\alpha+\gamma$ πρέπει να είναι μικρότερο από 180° (στη συγκεκριμένη περίπτωση δεν είναι).

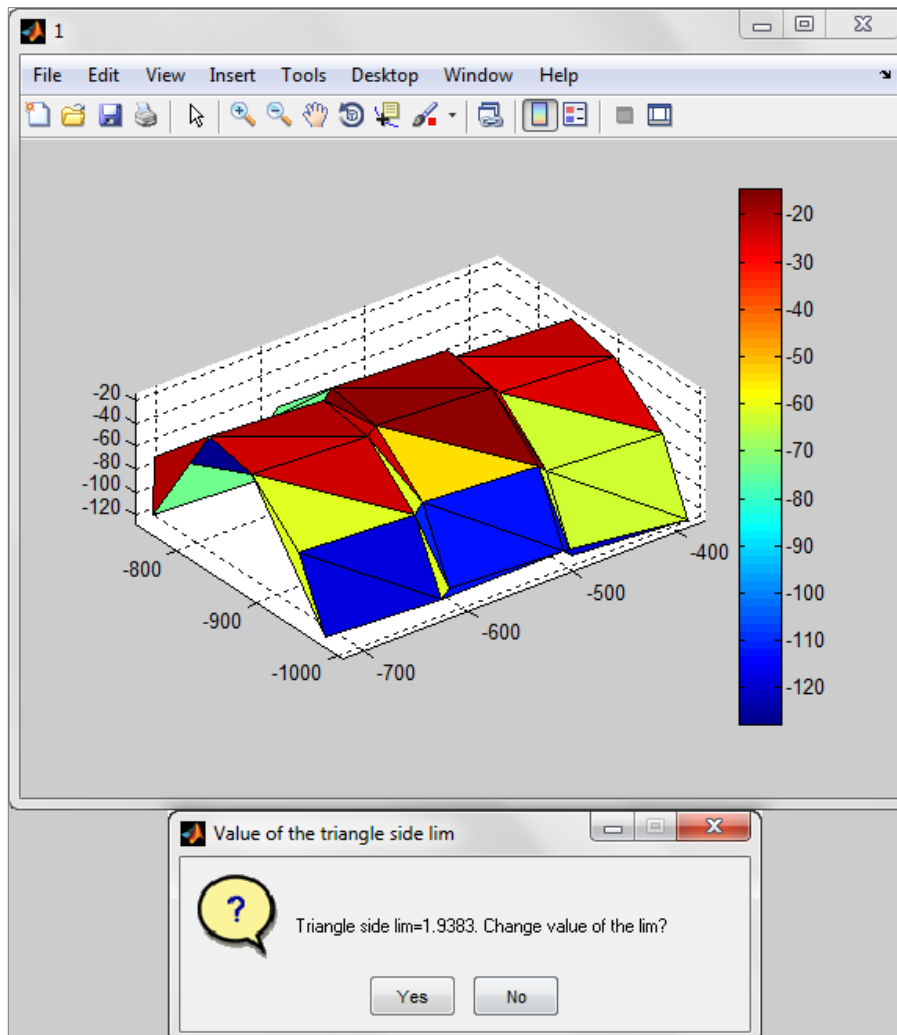


Εικόνα 31: Τριγωνισμός Delaunay για 100 σημεία σε περιβάλλον Matlab.

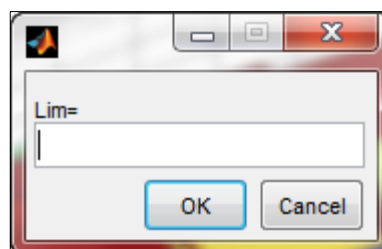
4.4.2. Δημιουργία Επιφανειών

Εν συνεχεία για όλα τα εισαχθέντα νέφη σημείων δημιουργούνται επιφάνειες. Τα νέφη σημείων αντιμετωπίζονται και παρουσιάζονται, με τη σειρά που εισήχθησαν στο πρόγραμμα. Αρχικά παρουσιάζονται τα σχηματισμένα τρίγωνα (κατά Delaunay) για κάθε μία επιφάνεια καθώς και το όριο της μέγιστης πλευράς τριγώνου (δεν σχηματίζονται τρίγωνα με μεγαλύτερες πλευρές από το καθορισμένο όριο). Ο υπολογισμός της πλευράς παρουσιάζεται παρακάτω στην παράγραφο 4.5.2, στον υπολογισμό πλευράς τριγώνου. Ο χρήστης ερωτάται αν επιθυμεί να μεταβάλει την

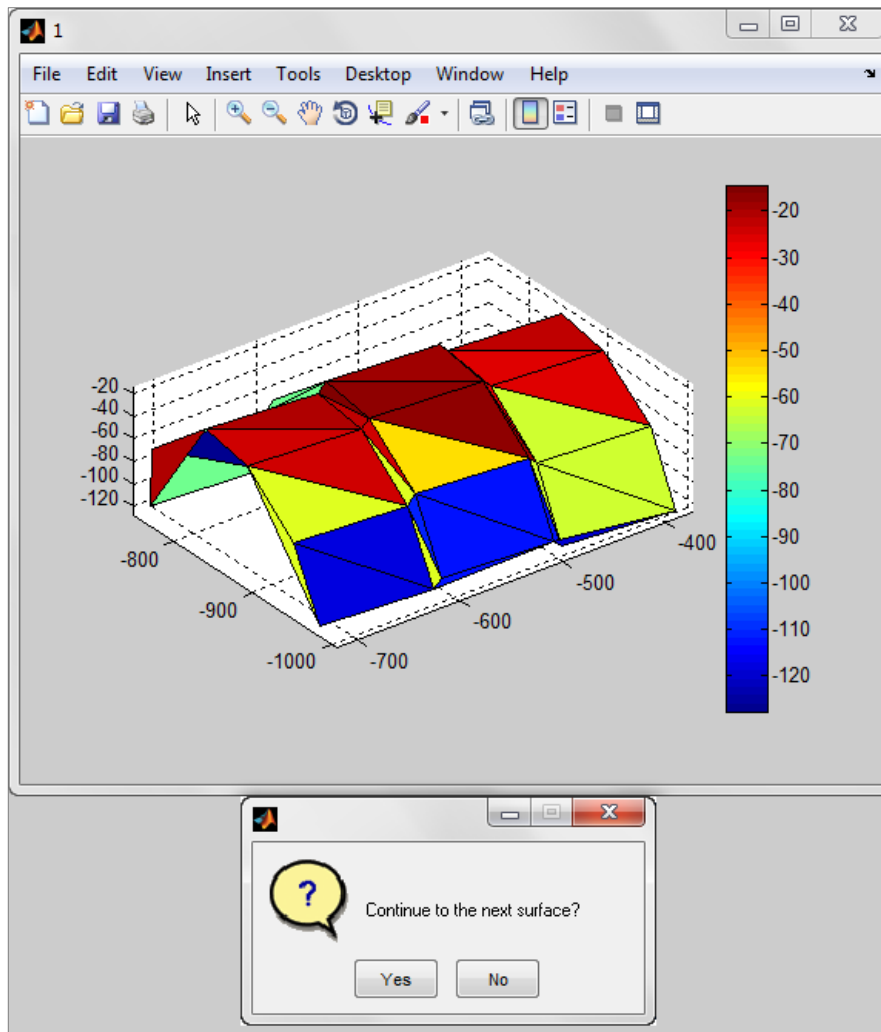
τιμή του ορίου της πλευράς τριγώνου για να ανασχηματιστούν τα τρίγωνα (Εικόνα 32). Στην περίπτωση αρνητικής απάντησης το πρόγραμμα προχωρά στην επόμενη επιφάνεια. Στην αντίθετη περίπτωση, το πρόγραμμα ζητεί από το χρήστη να εισάγει την καινούργια τιμή του αποδεκτού ορίου της πλευρά του τριγώνου (Εικόνα 33). Αφού εισαχθεί το όριο, το πρόγραμμα ανασχηματίζει τα τρίγωνα της και ρωτά το χρήστη αν επιθυμεί να προχωρήσει στην επόμενη επιφάνεια ή αν επιθυμεί να επαναλάβει το βήμα για την ίδια επιφάνεια (Εικόνα 34).



Εικόνα 32: Αρχικά τρίγωνα επιφάνειας, παρουσίαση ορίου πλευράς τριγώνου και ερώτηση αλλαγής του.



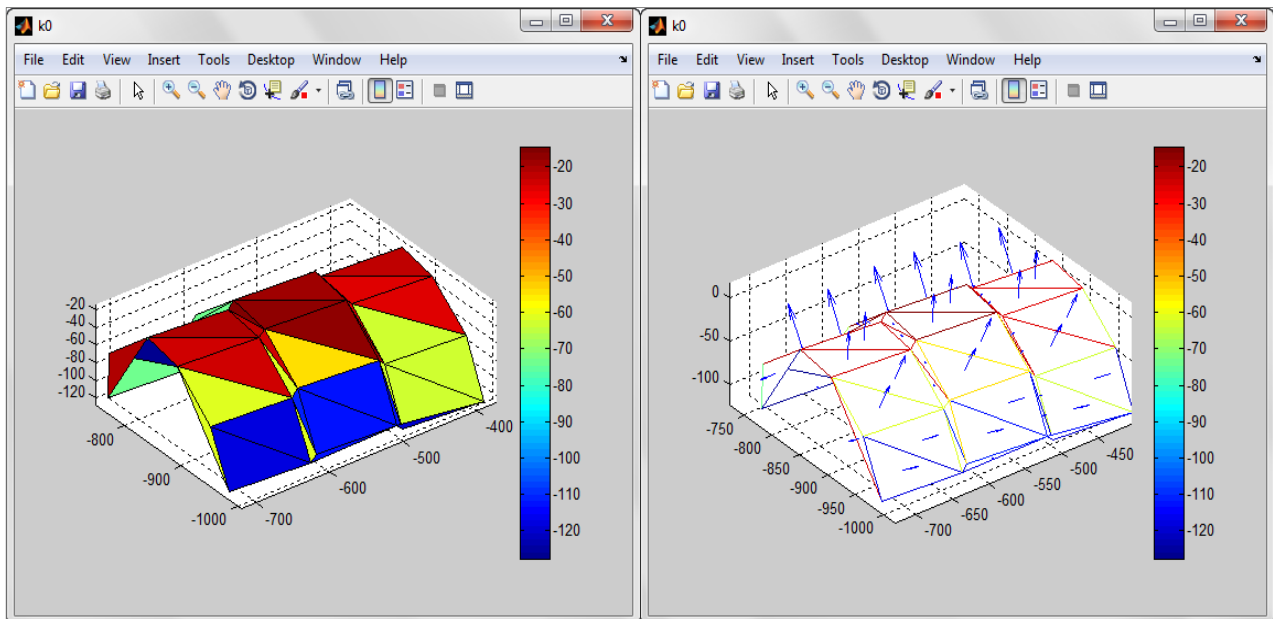
Εικόνα 33: Εισαγωγή καινούργιου ορίου στην πλευρά τριγώνου από το χρήστη.



Εικόνα 34: Ανασχηματισμός τριγώνων και ερώτηση για συνέχεια στην επόμενη επιφάνεια ή καινούργιο ανασχηματισμό.

4.4.3 Δημιουργία Διανυσμάτων

Μετά από τη δημιουργία των επιφανειών, πραγματοποιείται η δημιουργία των διανυσμάτων. Ο υπολογισμός πραγματοποιείται σε κάθε μία σπασμένη επιφάνεια ξεχωριστά. Ο αριθμός των κάθετων διανυσμάτων που δημιουργούνται είναι αντίστοιχος των τριγώνων (faces) που έχουν δημιουργηθεί. Τα διανύσματα που υπολογίζονται δεν είναι μοναδιαία, αλλά φέρουν ως μέτρο τους το εμβαδόν του τριγώνου που εφαρμόζονται. Αυτό το χαρακτηριστικό εξασφαλίζει σε μεγάλο βαθμό τη μοναδικότητα κάθε τριγώνου και κάθε εμβαδού, αφού πιθανολογικά είναι εξαιρετικά δύσκολο να δημιουργηθούν ισοεμβαδικά τρίγωνα. Το σημείο εφαρμογής τους είναι το κέντρο βάρους κάθε τριγωνικής επιφάνειας (face). Στη συνέχεια ακολουθεί ένα παράδειγμα μιας επιφάνειας χωρίς διανύσματα και στη συνέχεια με διανύσματα.



Εικόνα 35: Η σπασμένη επιφάνεια μετά τον τριγωνισμό στην πρώτη περίπτωση χωρίς διανύσματα και στη δεύτερη με διανύσματα.

4.5 Καθολική αντιστοίχιση επιφανειών

Μετά το πέρας της σύγκρισης των νεφών των επιφανειών με τον αλγόριθμο ICP, και αφού έχουν δημιουργηθεί οι πίνακες A και B, καθώς και οι επιφάνειες και τα διανύσματα για όλες τις σπασμένες επιφάνειες, πραγματοποιείται η καθολική αντιστοίχιση επιφανειών. Κατά αρχάς για να συγκριθούν δύο επιφάνειες, κατά αυτό το στάδιο, είναι απαραίτητο να έχουν σαρωθεί περίπου με την ίδια πυκνότητα, ώστε να έχει δημιουργηθεί περίπου ίδιος αριθμός τριγώνων. Η μέθοδος σύγκρισης, όπως αναφέρθηκε και στην αρχή του κεφαλαίου είναι αρκετά απλή και με αυτό το σκεπτικό δημιουργήθηκε. Βασίζεται στη σύγκριση δύο πληροφοριών, των γωνιών που δημιουργούνται μεταξύ των διανυσμάτων και του εμβαδού τους.

4.5.1 Σύγκριση Γωνιών

Για κάθε σπασμένη επιφάνεια δημιουργείται ένα πίνακας K, με μέγεθος $m \times 7$ (Εικόνα 36). Ο αριθμός m ορίζει το πλήθος των τριγώνων (faces) που έχουν δημιουργηθεί. Οι τρεις πρώτες στήλες του πίνακα ορίζουν τις συντεταγμένες του κέντρου βάρους του τριγώνου, που ταυτοχρόνως είναι και σημείο εφαρμογής του κάθετου διανύσματος. Οι τρεις επόμενες στήλες ορίζουν το κάθετο διάνυσμα που υπολογίστηκε παραπάνω και η τελευταία στήλη περιλαμβάνει το μέτρο του κάθετου διανύσματος, που συγχρόνως είναι και το εμβαδό του τριγώνου. Ο πίνακας K ταξινομείται με φθίνουσα σειρά κατά την έβδομη στήλη του.

Στη συνέχεια υπολογίζονται οι γωνίες μεταξύ των διανυσμάτων όπως έχουν ταξινομηθεί στον πίνακα K. Ο υπολογισμός όλων των γωνιών πραγματοποιείται με

βάση το εσωτερικό γινόμενο που σχηματίζει το εκάστοτε διάνυσμα με το πρώτο διάνυσμα του πίνακα, δηλαδή το μεγαλύτερο κατά μέτρο.

Το εσωτερικό γινόμενο ορίζεται ως εξής:

“Αν a και b είναι μη μηδενικά διανύσματα στον R^3 και θ ($0 \leq \theta \leq \pi$) είναι η γωνία μεταξύ τους, τότε το (Ευκλείδειο) εσωτερικό γινόμενο $a \cdot b$ ορίζεται ως:

$$a \cdot b = \|a\| \|b\| \cos\theta \quad (1)$$

Σημειώσεις:

1. Αν $a = 0$ ή $b = 0$, τότε $a \cdot b = 0$
2. Από τον πιο πάνω ορισμό προκύπτει η σχέση:

$$\cos\theta = \frac{a \cdot b}{\|a\| \|b\|} \quad (2)$$

η οποία προσδιορίζει τη γωνία μεταξύ των δύο διανυσμάτων (που είναι και το ζητούμενο).”

Με αυτόν τον τρόπο δημιουργείται μια αλληλουχία γωνιών που χαρακτηρίζουν την επιφάνεια. Η ίδια μέθοδος ακολουθείται και στην αντίστοιχη επιφάνεια που συγκρίνεται με την πρώτη (Εικόνα 37).

k1 <15x7 double>							
	1	2	3	4	5	6	7
1	-11.0536	-7.3775	0.0091	5.3370	-21.2573	142.7569	144.4295
2	-1.0478	-5.3909	0.1464	2.4778	-17.4574	142.9328	144.0163
3	2.8590	1.4259	0.0859	-6.3420	5.1277	84.8327	85.2238
4	3.6390	-7.7407	-0.4073	8.0078	-14.9049	83.1788	84.8822
5	-5.7475	-9.3129	-0.3455	-2.3262	-9.3352	69.2358	69.9010
6	8.7990	-2.0663	0.5976	-1.7396	1.1161	51.5858	51.6272
7	2.6607	-12.1780	-0.4244	-6.5905	14.0927	46.7871	49.3059
8	-14.4499	-4.3122	0.1238	-7.7506	11.6384	42.8362	45.0607
9	-10.8899	-0.4792	-0.1690	-11.2545	18.6761	34.6692	40.9563
10	-2.7939	0.3776	0.2082	4.0358	20.7774	30.6492	37.2473
11	7.0778	-10.2756	0.1039	-11.9505	12.0007	14.2729	22.1483
12	8.0560	-5.8383	0.1210	-10.2721	-7.2158	15.4097	19.8757
13	-10.4018	-1.7214	0.3395	-1.1470	-2.6634	16.3441	16.5994
14	-2.3059	-0.8647	0.7167	0.2270	-1.3916	12.6122	12.6907
15	-2.8468	-13.9679	-0.4564	-0.2274	5.8996	8.1835	10.0909

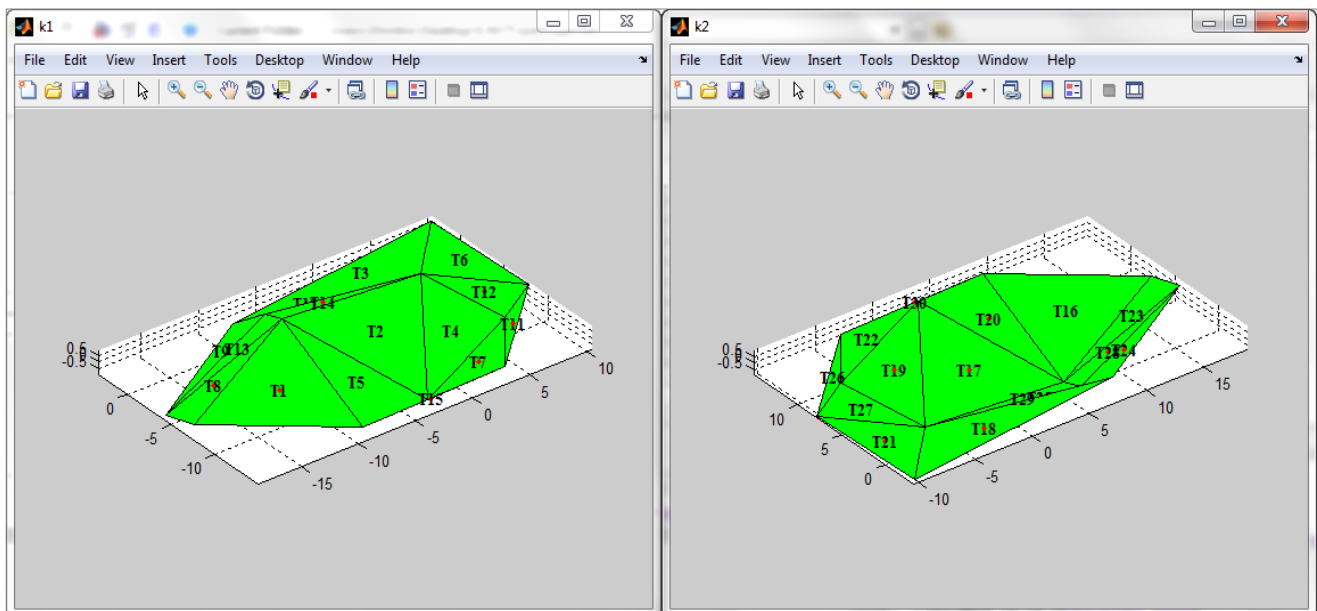
Εικόνα 36: Ο πίνακας K , οι τρεις πρώτες στήλες είναι οι συντεταγμένες του κέντρου βάρους του τριγώνου, οι τρεις επόμενες το κάθετο διάνυσμα και η τελευταία το μέτρο του.

4 Ανάλυση Αλγορίθμου Fragmatch

theta1 <15x1 double>			theta2 <15x1 double>		
	1	2		1	2
1	100		1	100	
2	102.0927		2	102.0927	
3	115.0252		3	115.0252	
4	104.1131		4	104.1131	
5	104.5573		5	104.5573	
6	111.6860		6	111.6860	
7	130.0123		7	130.0123	
8	129.3987		8	129.3987	
9	145.0965		9	145.0965	
10	147.4147		10	147.4147	
11	163.8909		11	163.8909	
12	140.8961		12	140.8961	
13	106.8117		13	106.8117	
14	102.7015		14	102.7015	
15	149.3124		15	149.3124	

Εικόνα 37: Οι πίνακες με τις αλληλουχίες γωνιών των παραπάνω επιφανειών.

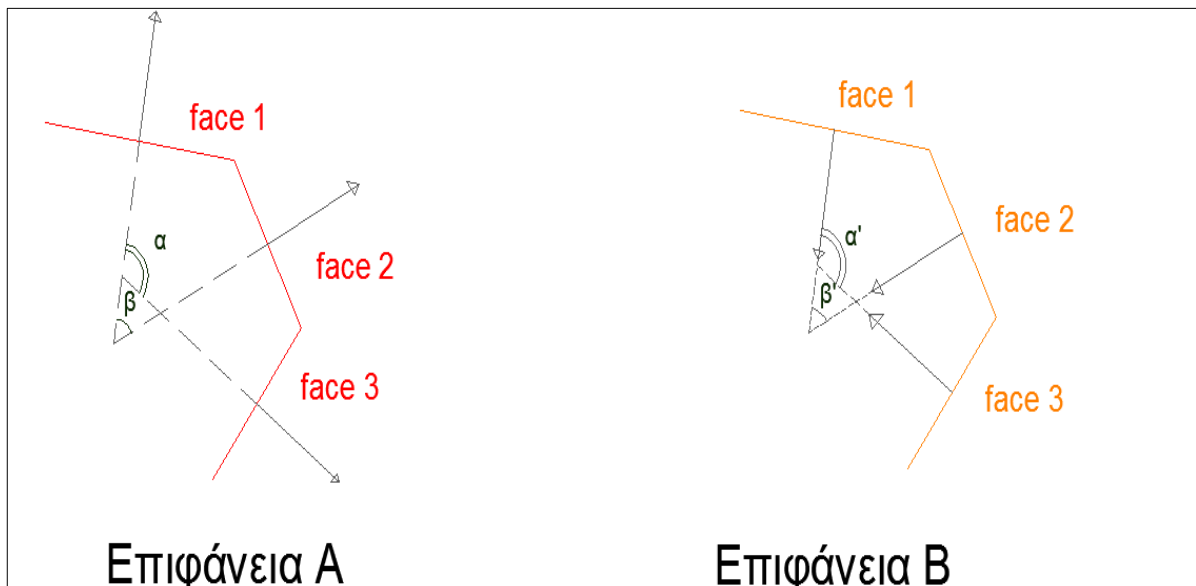
Οι γωνίες συγκρίνονται με βάση τη σειρά που έχουν ταξινομηθεί. Το τελικό ποσοστό επιτυχίας με βάση τις γωνίες προκύπτει αν οι διαφορές που προκύπτουν είναι μικρότερες από το όριο της ανοχής γωνιών (βλ. παρ. 4.5.2) που έχει οριστεί.



Εικόνα 38: Δύο σπασμένες επιφάνειες με αριθμημένα τα τρίγωνα (faces) τους.

	1	2	3
1	'T1'	144.4295	'T16'
2	'T2'	144.0163	'T17'
3	'T3'	85.2238	'T18'
4	'T4'	84.8822	'T19'
5	'T5'	69.9010	'T20'
6	'T6'	51.6272	'T21'
7	'T7'	49.3059	'T22'
8	'T8'	45.0607	'T23'
9	'T9'	40.9563	'T24'
10	'T10'	37.2473	'T25'
11	'T11'	22.1483	'T26'
12	'T12'	19.8757	'T27'
13	'T13'	16.5994	'T28'
14	'T14'	12.6907	'T29'
15	'T15'	10.0909	'T30'

Εικόνα 39: Ο πίνακας Cor με τις αντιστοιχίες των τριγώνων μεταξύ των δύο παραπάνω επιφανειών.



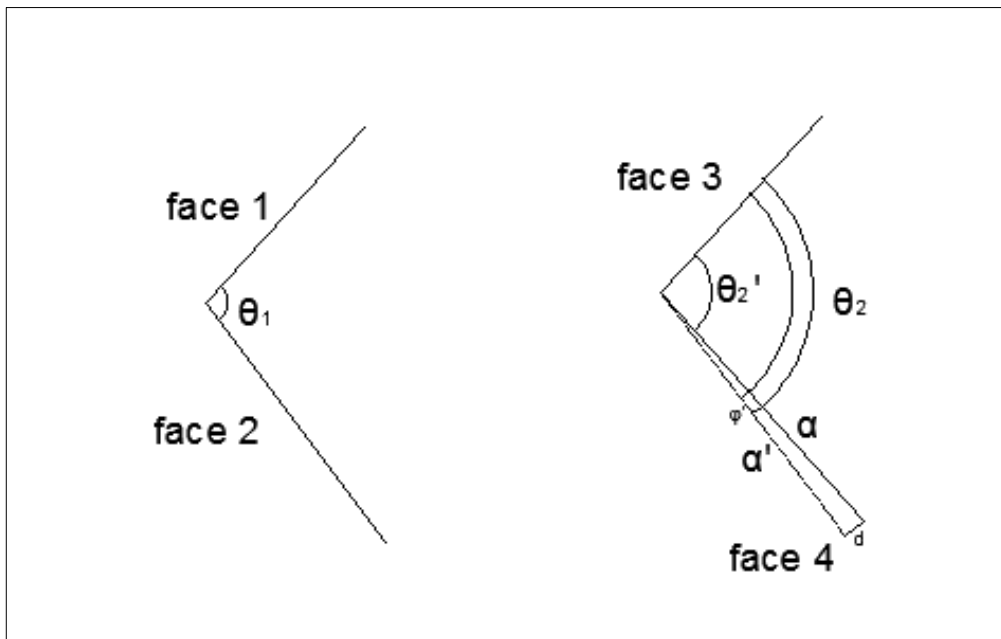
Εικόνα 40: Η αλληλουχία δύο γωνιών στον διδιάστατο χώρο σε δύο συγκρινόμενες επιφάνειες.

4.5.2 Ανοχή Γωνιών

Η ανοχή της διαφοράς μεταξύ δύο γωνιών ορίζεται με βάση τον παρακάτω τύπο:

$$\varphi' = \arctan \frac{d}{a} \quad (3)$$

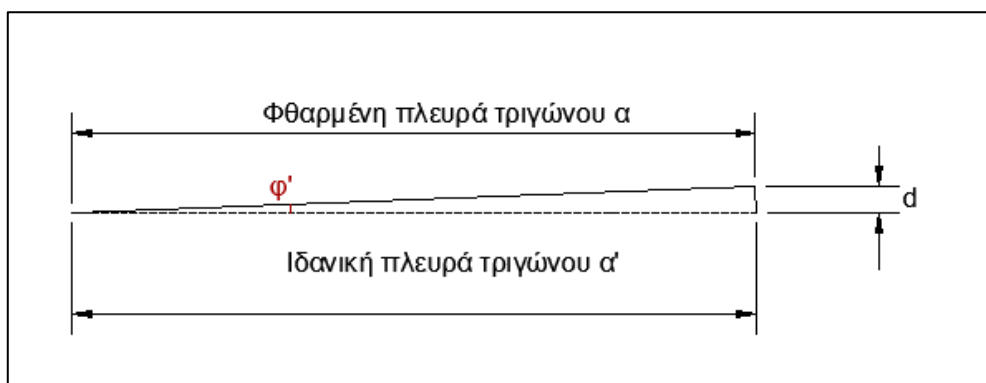
Όπου d είναι το μέγεθος της φθοράς των επιφανειών και a το μέγεθος της πλευράς του τριγώνου (face). Ο ορισμός της ανοχής γωνιών γίνεται περισσότερο κατανοητός με τα παρακάτω σχήματα.



Εικόνα 41: Σύγκριση γωνιών θ_1 και θ_2' .

Στην παραπάνω εικόνα παρουσιάζονται δύο επιφάνειες που αποτελούνται από δύο τρίγωνα η καθεμία. Θεωρητικά οι γωνίες που έπρεπε να συγκριθούν ήταν η θ_1 με τη θ_2 (με διακεκομμένη γραμμή παρουσιάζεται η διεύθυνση της επιφάνειας α' , όπως θα έπρεπε να ήταν). Παρόλο αυτά λόγω της φθοράς που έχει υποστεί η δεύτερη επιφάνεια, η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ του face 3 και του face 4 είναι η θ_2' . Η διαφορά της θ_2 με τη θ_2' σχηματίζουν τη γωνία ϕ' , άρα :

$$\phi' = \theta_2 - \theta_2' \quad (4)$$

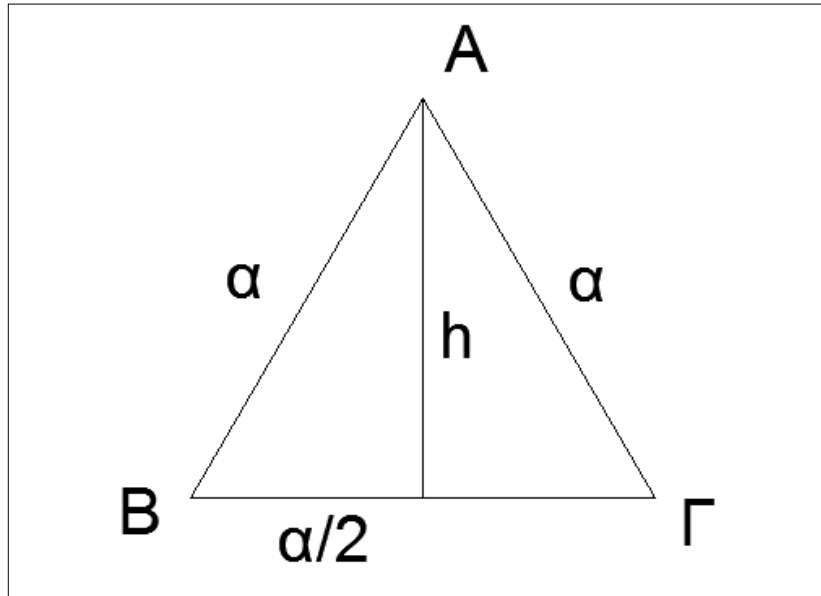


Εικόνα 42: Η ϕ επίκεντρη γωνία και η ϕ' είναι εγγεγραμμένη γωνία στον ίδιο κύκλο.

Τελικά αφού το ζητούμενο είναι ο υπολογισμός της γωνίας ϕ' , υπολογίζεται μέσω της σχέσης (3), αφού είναι γνωστά η πλευρά a του τριγώνου και το μέγεθος της φθοράς d .

Υπολογισμός πλευράς τριγώνου

Σε αυτό το σημείο πραγματοποιείται η παραδοχή, πως κάθε τρίγωνο της σχηματισμένης επιφάνειας είναι σχεδόν ισόπλευρο. Διαφορετικά δεν θα μπορούσε να υπολογιστεί η πλευρά του τριγώνου.



Εικόνα 43: Ισόπλευρο τρίγωνο.

Το ύψος του τριγώνου υπολογίζεται, με βάση το πυθαγόρειο θεώρημα, από τον τύπο:

$$h = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a}{2}\sqrt{3} \quad (6)$$

Το εμβαδόν του τριγώνου είναι γνωστό μέσω του προγράμματος και με βάση τον τύπο:

$$E = \frac{a * h}{2} \quad (7)$$

υπολογίζεται η πλευρά του τριγώνου a :

$$a = \frac{2 * \sqrt[4]{27}}{3} \sqrt{E} \quad (8)$$

Ακολουθώντας το παραπάνω σκεπτικό και εφαρμόζοντας τον τύπο (6) προκύπτει ο πίνακας 3, που για διάφορα μεγέθη πλευρών τριγώνων και μεγεθών φθοράς προκύπτουν τα αντίστοιχα όρια ανοχής γωνιών.

Faces(mm)	Diff(mm)			
	0.1	1	10	50
1000	0.0064	0.0637	0.6366	3.1805
500	0.0127	0.1273	1.2731	6.3451
250	0.0255	0.2546	2.5451	12.5666
100	0.0637	0.6366	6.3451	29.5167
90	0.0707	0.7073	7.0447	32.2829
80	0.0796	0.7957	7.9167	35.5615
70	0.0909	0.9094	9.0334	39.4863
60	0.1061	1.0609	10.5137	44.2284
50	0.1273	1.2731	12.5666	50.0000
40	0.1592	1.5912	15.5958	57.0447
30	0.2122	2.1213	20.4833	65.5958
20	0.3183	3.1805	29.5167	75.7762
15	0.4244	4.2379	37.4334	81.4453
10	0.6366	6.3451	50.0000	87.4334
7	0.9094	9.0334	61.1200	91.1449
5	1.2731	12.5666	70.4833	93.6549
1	6.3451	50.0000	93.6549	98.7269
0.5	12.5666	70.4833	96.8195	99.3634

Πίνακας 3: Ανοχή γωνιών για ποικίλα μεγέθη τριγώνων και φθορών.

4.5.3 Σύγκριση Εμβαδού

Το εμβαδόν υπολογίζεται με βάση την έβδομη στήλη του πίνακα Κ (Εικόνα 36). Σε αυτή την περίπτωση η σύγκριση δεν γίνεται σε ένα προς ένα τρίγωνο, όπως στις γωνίες αλλά στο άθροισμα των επιμέρους εμβαδών τριγώνων. Συνεπώς σε κάθε σύγκριση επιφανειών υπολογίζονται δύο αθροίσματα, ένα για κάθε επιφάνεια και υπολογίζεται το ποσοστό που ταιριάζουν με βάση τον παρακάτω τύπο:

Αν α_1 και α_2 τα αθροίσματα των εμβαδών των τριγώνων και $\alpha_1 < \alpha_2$

$$\text{Εμβαδόν}(\%) = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} * 100 \quad (9)$$

διαφορετικά

$$\text{Εμβαδόν}(\%) = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} * 100 \quad (10)$$

Συνεπώς μετά το πέρας της καθολικής αντιστοίχισης επιφανειών δημιουργείται ο πίνακας E1 με τα τελικά αποτελέσματα. Ο πίνακας περιέχει στις δύο πρώτες στήλες τους τις συγκρινόμενες επιφάνειες, στην τρίτη στήλη το ποσοστό επιτυχίας με βάση το εμβαδόν και στην τέταρτη το ποσοστό επιτυχίας με βάση τις γωνίες. Στη συνέχεια παρουσιάζεται ένα παράδειγμα του πίνακα E1.

E1 <3x4 double>				
	1	2	3	4
1	51	61	100	100
2	21	31	100	100
3	11	41	100	100

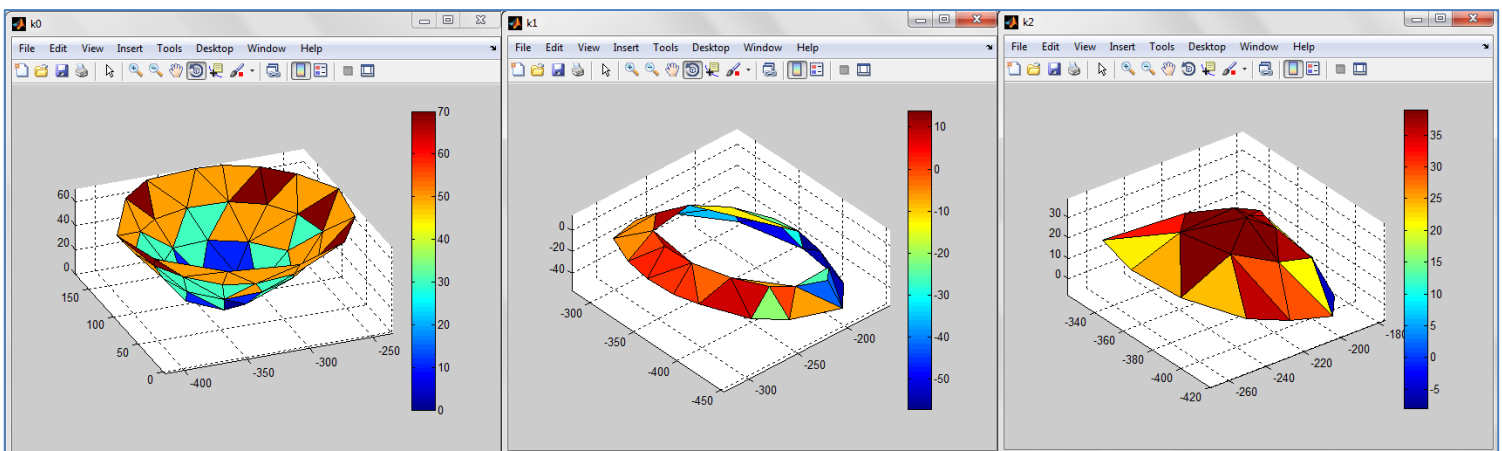
Εικόνα 44: Ο πίνακας E1 με τις αντιστοιχίες έξι επιφανειών.

Ο πρώτος αριθμός σε κάθε επιφάνεια δηλώνει τον αριθμό του κομματιού και ο επόμενος τον αριθμό της επιφάνειας. Παραδείγματος χάριν στην πρώτη γραμμή του παραπάνω πίνακα συγκρίνονται η πρώτη σπασμένη επιφάνεια του πέμπτου κομματιού (51) με τη πρώτη σπασμένη επιφάνεια του έκτου κομματιού (61).

4.6 Μερική Αντιστοίχιση Επιφανειών

Στη μερική αντιστοίχιση επιφανειών ακολουθείται η ίδια μεθοδολογία με την καθολική αντιστοίχιση, δηλαδή σύγκριση εμβαδού και γωνιών. Η σημαντικότερη διαφορά είναι ο τρόπος που συγκρίνονται δύο επιφάνειες. Σε κάθε εξέλιξη του προγράμματος, δημιουργείται ένας πίνακας R που περιέχει είτε τα αποτελέσματα που δεν ήταν επιτυχή με βάση τον αλγόριθμο ICP, είτε τα αποτελέσματα που δεν ήταν επιτυχή με βάση την καθολική αντιστοίχιση επιφανειών. Όλα τα στοιχεία του πίνακα R συγκρίνονται με βάση τη μεθοδολογία, που εξηγείται στο παρακάτω παράδειγμα.

Πρόκειται να συγκριθούν οι παρακάτω σπασμένες επιφάνειες K_0, K_1 και K_2 :



Εικόνα 45: Οι τρεις προς σύγκριση επιφάνειες.

Για τις τρεις επιφάνειες δημιουργούνται όπως και στην περίπτωση της καθολικής σύγκρισης πίνακες K, με μέγεθος $m \times 7$ (Εικόνα 36). Έχοντας ως αναφορά κάθε φορά τον πίνακα K της μικρότερης επιφάνειας, στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι ο πίνακας K2, συγκρίνεται αυτός με τον πίνακα της μεγαλύτερης επιφάνειας, εδώ τον K0 και εντοπίζονται τα κοινά στοιχεία με βάση την έβδομη στήλη και τα εμβαδά των δύο επιφανειών. Ως κοινά στοιχεία ορίζονται εκείνα που η διαφορά των εμβαδών τους είναι μικρότερη από ένα όριο που ορίζει ο χρήστης. Στη συνέχεια όλα τα στοιχεία που γίνονται αποδεκτά τοποθετούνται σε ένα καινούργιο πίνακα F. Με αυτόν τον τρόπο δημιουργείται ένας πίνακας ίδιου μεγέθους με τον πίνακα K2 και η σύγκριση πια πραγματοποιείται όπως στην περίπτωση της καθολικής αντιστοίχισης επιφανειών.

Μετά το πέρας των συγκρίσεων εξάγονται τα αποτελέσματα σε ένα πίνακα B1 που στις δύο πρώτες στήλες του παρουσιάζονται οι συγκρινόμενες επιφάνειες, στην τρίτη στήλη το ποσοστό επιτυχίας με βάση το εμβαδόν, στην τέταρτη το ποσοστό επιτυχίας με βάση τις γωνίες και στην πέμπτη το ποσοστό που καλύπτει η μικρότερη επιφάνεια επάνω στη μεγάλη.

B1 <2x5 double>					
	1	2	3	4	5
1	11	21	87.7110	81.8182	40.8667
2	11	31	74.6759	75	21.2355

Εικόνα 46: Ο πίνακας B1 με τα αποτελέσματα της σύγκρισης.

Αθροίζοντας την πέμπτη στήλη, το αποτέλεσμα θεωρητικά θα έπρεπε να είναι 100, παρόλο αυτά κάτι τέτοιο δεν συμβαίνει καθώς έχουν δημιουργηθεί διαφορετικές επιφάνειες στο ενιαίο κομμάτι και στα άλλα δύο.

k0 <83x7 double>							
	1	2	3	4	5	6	7
1	-189.0033	-377.1980	6.9774	1.2359e+03	-230.2018	831.0013	1.5070e+03
2	-237.4976	-335.9954	20.4571	122.9594	875.5272	1.1258e+03	1.4315e+03
3	-218.2573	-342.7602	20.7725	353.5343	571.8799	851.3409	1.0848e+03
4	-247.2196	-353.0877	30.9327	-100.4108	394.1644	966.7546	1.0488e+03
5	-205.7576	-338.3313	9.3225	579.2826	570.7847	608.9771	1.0160e+03
6	-191.2282	-352.6984	4.2255	736.0353	353.0702	536.3308	976.7586
7	-195.6482	-363.9718	16.3735	666.6902	229.8552	514.9975	873.2306
8	-260.2760	-357.6657	28.4480	-418.7422	178.6716	705.8129	839.9050
9	-252.2300	-403.6720	25.6254	-266.1536	-373.6850	607.2326	761.0582
10	-262.1111	-378.2716	29.0917	-431.8255	-61.9907	604.4657	745.4495
11	-197.3201	-390.7215	16.9600	634.9462	26.4373	377.5753	739.2014

k1 <83x7 double>							
	1	2	3	4	5	6	7
1	-382.0842	33.0593	63.3333	774.8400	839.6800	1.0524e+03	1.5534e+03
2	-394.6205	124.6364	63.3333	1.1358e+03	-579.9480	819.6686	1.5160e+03
3	-352.9490	60.9571	20	676.0500	624.5640	1.1933e+03	1.5070e+03
4	-274.5517	78.6806	36.6667	-875.0500	258.2760	1.1559e+03	1.4720e+03
5	-291.1155	80.8711	23.3333	-875.0500	258.2760	1.1031e+03	1.4315e+03
6	-290.9448	13.2453	63.3333	-470.4440	887.1680	1.0192e+03	1.4308e+03
7	-334.7504	6.7162	63.3333	184.3520	1.0923e+03	850.1491	1.3964e+03
8	-243.2753	82.2269	63.3333	-964.8980	123.6420	928.4713	1.3448e+03
9	-259.0438	41.2014	63.3333	-766.4400	461.9800	988.7877	1.3336e+03
10	-256.8106	61.3774	56.6667	-730.1920	360.4860	998.9850	1.2888e+03
11	-404.5783	70.3784	63.3333	960.9740	234.1380	802.2384	1.2735e+03

Εικόνα 47: Μέρη των πινάκων K2 και K0 και σημειωμένα τα κοινά τους στοιχεία με βάση το εμβάδόν.

k2 <32x7 double>							
	1	2	3	4	5	6	7
1	-189.0033	-377.1980	6.9774	1.2359e+03	-230.2018	831.0013	1.5070e+03
2	-237.4976	-335.9954	20.4571	122.9594	875.5272	1.1258e+03	1.4315e+03
3	-218.2573	-342.7602	20.7725	353.5343	571.8799	851.3409	1.0848e+03
4	-247.2196	-353.0877	30.9327	-100.4108	394.1644	966.7546	1.0488e+03
5	-205.7576	-338.3313	9.3225	579.2826	570.7847	608.9771	1.0160e+03
6	-191.2282	-352.6984	4.2255	736.0353	353.0702	536.3308	976.7586
7	-195.6482	-363.9718	16.3735	666.6902	229.8552	514.9975	873.2306
8	-260.2760	-357.6657	28.4480	-418.7422	178.6716	705.8129	839.9050
9	-252.2300	-403.6720	25.6254	-266.1536	-373.6850	607.2326	761.0582
10	-262.1111	-378.2716	29.0917	-431.8255	-61.9907	604.4657	745.4495
11	-197.3201	-390.7215	16.9600	634.9462	26.4373	377.5753	739.2014

f2 <32x7 double>							
	1	2	3	4	5	6	7
1	-352.9490	60.9571	20	676.0500	624.5640	1.1933e+03	1.5070e+03
2	-291.1155	80.8711	23.3333	-875.0500	258.2760	1.1031e+03	1.4315e+03
3	-306.5768	69.3578	16.6667	-452.7560	353.1860	920.3752	1.0848e+03
4	0	0	0	0	0	0	0
5	-311.2921	53.8567	23.3333	-293.0540	599.1320	766.4040	1.0160e+03
6	-331.7080	48.6908	23.3333	-16.9020	625.8240	749.7430	976.7579
7	-336.7501	61.6822	13.3333	55.0760	510.0340	706.6517	873.2266
8	0	0	0	0	0	0	0
9	-339.5596	130.6410	23.3333	69.3420	-582.4740	484.8901	761.0537
10	-312.5349	125.6915	23.3333	-276.8580	-544.3720	427.4395	745.4500
11	0	0	0	0	0	0	0

Εικόνα 48: Μέρη των πινάκων K2 και F2, στις θέσεις με τα μηδενικά στοιχεία δηλώνεται η μη ύπαρξη κοινών στοιχείων.

4.7 Συνοπτικά βήματα αλγορίθμου

Δεδομένα Εισόδου

- Αριθμός κομματιών
- Αριθμός σπασμένων επιφανειών κάθε κομματιού
- Τα νέφη σημείων

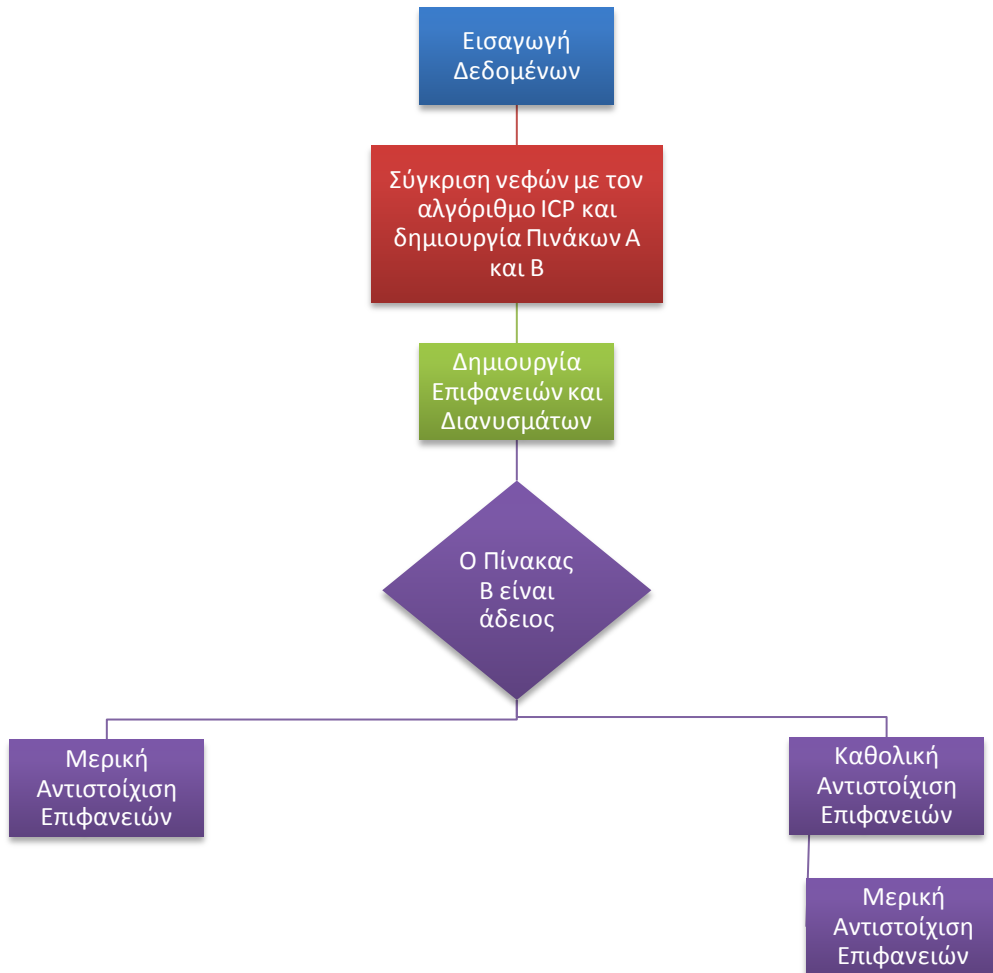
Δεδομένα Εξόδου

- Πίνακας με τα πιθανά ζευγάρια και τα ποσοστά ένωσης τους κατά εμβαδόν και γωνίες.

Διαδικασία

1. Σύγκριση νεφών με τον αλγόριθμο ICP και δημιουργία πινάκων A και B.
2. Δημιουργία επιφανειών και διανυσμάτων για την κάθε σπασμένη επιφάνεια.
3. Σύγκριση κομματιών
 - Σε περίπτωση που ο πίνακας B είναι άδειος, σύγκριση κομματιών για μερική αντιστοίχιση. Δημιουργία πινάκων A1 και B1 με τα τελικά αποτελέσματα.
 - Σε περίπτωση που ο πίνακας B δεν είναι άδειος, σύγκριση στοιχείων του B για καθολική αντιστοίχιση και δημιουργία πίνακα E1 με τα τελικά αποτελέσματα. Τα υπόλοιπα στοιχεία συγκρίνονται για μερική αντιστοίχιση επιφανειών και δημιουργία και πάλι πινάκων A1 και B1 με τα τελικά αποτελέσματα.

4.8 Διάγραμμα ροής αλγορίθμου



Σχήμα 1: Διάγραμμα ροής του αλγορίθμου Fragmatch.

4 Ανάλυση Αλγορίθμου Fragmatch



Ανάλυση Προσομοιώσεων

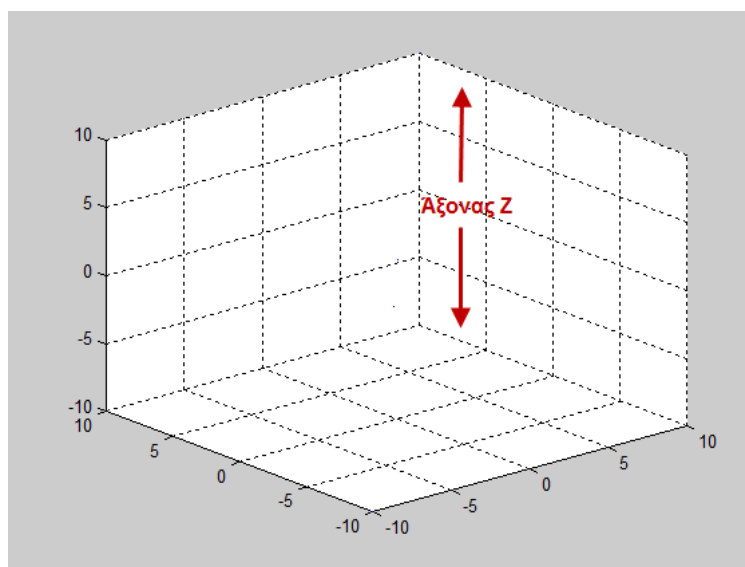
5.1 Εισαγωγή

Λαμβάνοντας ως δεδομένο πως το θέμα της αντιστοίχισης σπασμένων επιφανειών διερευνάται για πρώτη φορά από το εργαστήριο φωτογραμμετρίας της Σχολής Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών, κρίθηκε προτιμότερο να πραγματοποιηθούν μια σειρά από προσομοιώσεις που να καλύπτουν το μεγαλύτερο εύρος των περιπτώσεων. Παρόλο που η σύγχρονη τεχνολογία πετυχαίνει μεγάλες ακρίβειες στις αποτυπώσεις αντικειμένων, ο πρώτος παράγοντας που πρέπει να μελετηθεί και να εξακριβωθούν τα ανεκτά του όρια είναι ο θόρυβος που υπεισέρχεται κατά τη διαδικασία της σάρωσης. Δεύτερος παράγοντας που υπεισέρχεται στην ίδια κατηγορία με το θόρυβο, καθώς θα μελετηθεί με την ίδια μεθοδολογία, είναι η ακρίβεια της σάρωσης. Εν συνεχεία η επόμενη προσομοίωση που θα αναλυθεί στο παρόν κεφάλαιο, μελετά κατά πόσο επηρεάζεται ο αλγόριθμος από το πλήθος των σημείων που θα ληφθούν κατά τη σάρωση, αλλά και από το πλήθος των τριγώνων που θα δημιουργηθούν. Από τα πιο συνηθισμένα φαινόμενα στα ανασκαφικά ευρήματα είναι η διάβρωση και η αλλοίωση που έχουν υποστεί στις επιφάνειες τους με το πέρασμα των χρόνων. Με αυτό το σκεπτικό η επόμενη προσομοίωση μελετά τις επιδόσεις του αλγορίθμου όταν αυτός καλείται να διαχειριστεί φθαρμένες επιφάνειες. Η τελευταία προσομοίωση αναλύει κατά πόσο το μέγεθος και το σχήμα των επιφανειών επηρεάζει την επίδοση του αλγορίθμου. Άξιο αναφοράς είναι το μέγεθος των αντικειμένων στις παρακάτω προσομοιώσεις. Ο αλγόριθμος δημιουργήθηκε με σκοπό να εξετάζει, ως επί των πλείστων, αντικείμενα που οι πλευρές τους κυμαίνονται από 2-3 εκατοστά έως 1 μέτρο και για αυτό τα αντικείμενα στα παρακάτω παραδείγματα μεταβάλλονται μεταξύ αυτών των μεγεθών.

5.2 Θόρυβος και ακρίβεια σάρωσης

Σε αυτές τις προσομοιώσεις ο αλγόριθμος δέχεται ως δεδομένα εισόδου δύο νέφη σημείων. Το πρώτο νέφος είναι η επιφάνεια ενός αντικειμένου χωρίς να έχει υποστεί αλλοιώσεις, ενώ το δεύτερο νέφος παρουσιάζει αλλοιώσεις στον άξονα των z . Απαραίτητη προϋπόθεση, είναι η σάρωση είναι να πραγματοποιηθεί μετωπικά προς τη σπασμένη επιφάνεια, και ο άξονας z να αποτελεί το βάθος της επιφάνειας. Με αυτόν τον τρόπο μελετώνται οι ανοχές στο θόρυβο, καθώς και στην ακρίβεια σάρωσης αφού και οι δύο αυτοί παράγοντες επηρεάζουν κυρίως τις συντεταγμένες κατά των άξονα των z . Σε όλα τα παραδείγματα που παρουσιάζονται, ο άξονας z είναι αυτός που καθορίζει το ύψος του αντικειμένου. Γίνεται περισσότερο

κατανοητό με το σχήμα που ακολουθεί. Οφείλει να σημειωθεί πως όλες οι μεταβολές κατά των άξονα των z είναι προς την ίδια φορά του άξονα.



Εικόνα 49: Γραφική αναπαράσταση του άξονα z.

Παράδειγμα 1^ο

Σε αυτό το παράδειγμα ελέγχονται δύο επιφάνειες με μέγεθος που παρουσιάζεται στον παρακάτω πίνακα :

Δx (mm)	280
Δy (mm)	280
Δz (mm)	163

Πίνακας 4: Μέγεθος Επιφανειών.

Στις τρεις περιπτώσεις που υλοποιήθηκε ο αλγόριθμος οι επιφάνειες είχαν τα παρακάτω στοιχεία:

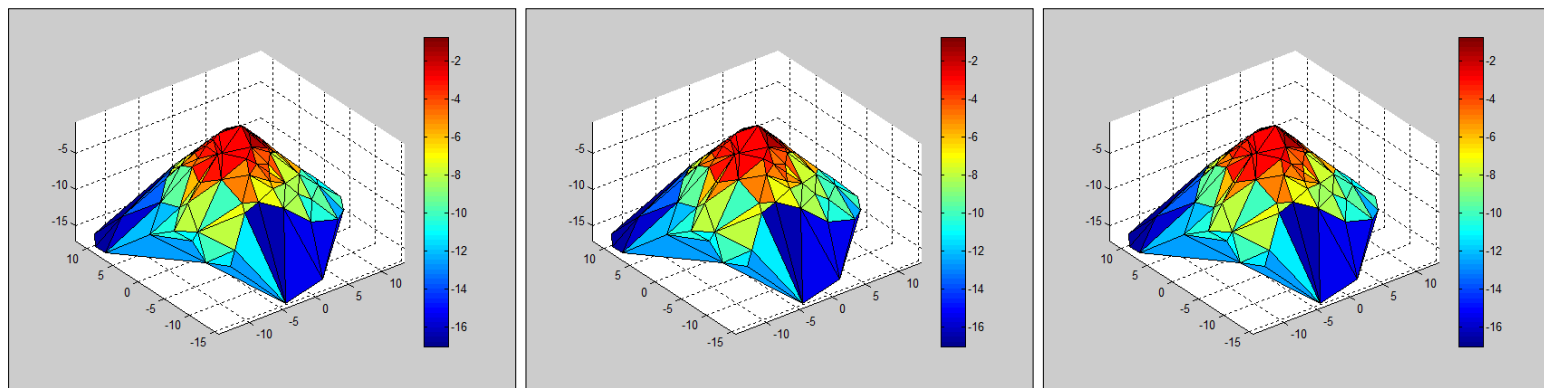
Αριθμός facets	160
Μέσο εμβαδόν facet(mm²)	337
Μέση πλευρά facet (mm)	19.7

Πίνακας 5: Στοιχεία επιφανειών

Ο αλγόριθμος εφαρμόστηκε για τρία ζευγάρια επιφανειών, στην πρώτη περίπτωση πρόκειται για δύο επιφάνειες που δεν έχουν υποστεί καμία αλλοίωση, στη δεύτερη περίπτωση η δεύτερη επιφάνεια έχει υποστεί αλλοιώσεις έως 0.1mm, ενώ στην τελευταία περίπτωση και πάλι η δεύτερη επιφάνεια έχει υποστεί αλλοιώσεις έως 1mm. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται παρακάτω:

Σημεία	100		
Δz (mm)	0	έως 0.1	έως 1
Εμβαδόν(%)	100.0000	99.9910	99.9597
Γωνίες(%)	100.0000	92.4051	60.7362

Πίνακας 6: Αποτελέσματα των τριών περιπτώσεων.



Εικόνα 50: Η πρώτη επιφάνεια χωρίς καμία αλλοίωση.

Εικόνα 51: Η δεύτερη επιφάνεια με αλλοιώσεις της τάξης των 0.1mm στον άξονα των z.

Εικόνα 52: Η τρίτη επιφάνεια με αλλοιώσεις της τάξης του 1mm στον άξονα των z.

Παρατηρώντας τα αποτελέσματα του πρώτου παραδείγματος γίνεται αντιληπτό πως έχοντας σταθερό αριθμό τριγώνων (facets), καθώς μεγαλώνουν οι παραμορφώσεις κατά τον άξονα z, τα ποσοστά επιτυχίας του αλγορίθμου μειώνονται, φαινόμενο που μπορεί να χαρακτηριστεί ως αναμενόμενο, αφού όσο μεγαλώνει η διαφορά στον άξονα z δημιουργούνται συνεχώς διαφορετικά τρίγωνα στα δύο αντικείμενα. Παρόλο αυτά το αποτέλεσμα του αλγορίθμου στις προαναφερθείσες περιπτώσεις είναι πως και τα τρία ζευγάρια συνιστούν πιθανά ζευγάρια.

Παράδειγμα 2^ο

Σε αυτό το δεύτερο παράδειγμα ελέγχονται 2 ζευγάρια επιφανειών μικρότερων διαστάσεων. Το πρώτο ζευγάρι διαφέρει έως 0.1mm στον άξονα των z, ενώ το δεύτερο ζευγάρι διαφέρει έως 1mm. Οι διαστάσεις, τα στοιχεία και τα

5 Ανάλυση Προσομοιώσεων

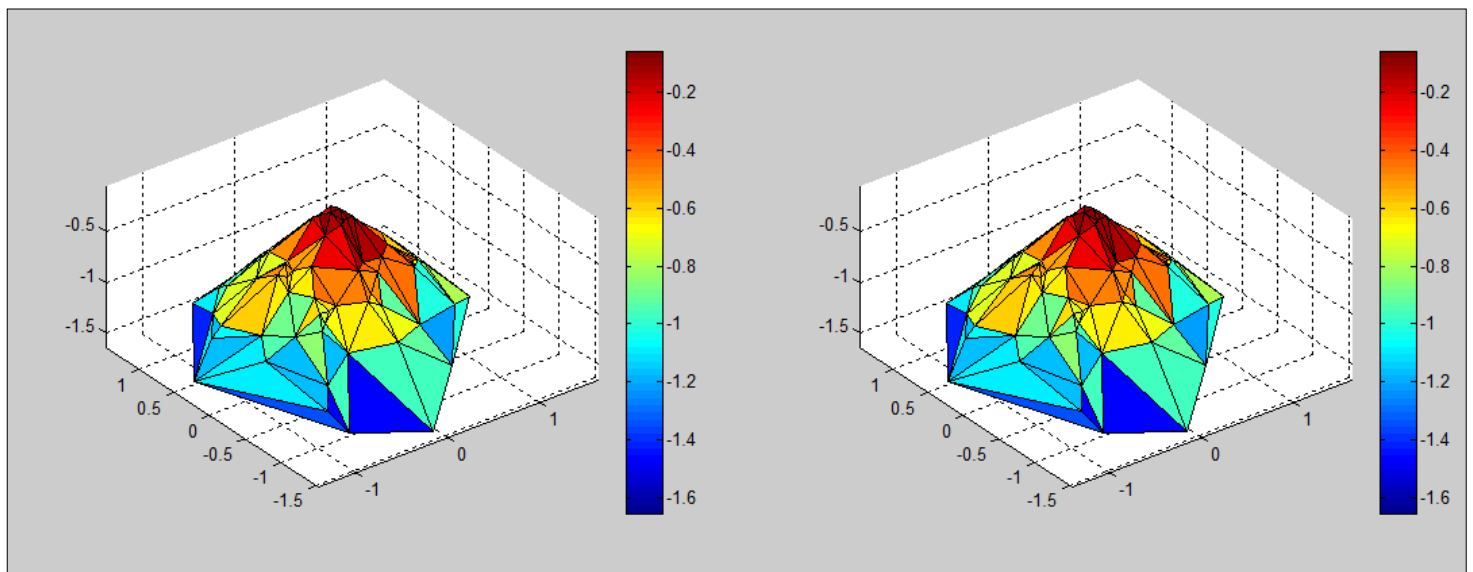
αποτελέσματα των συγκρίσεων των επιφανειών παρουσιάζονται στους παρακάτω πίνακες:

1^ο ζευγάρι επιφανειών		2^ο ζευγάρι επιφανειών	
Δx (mm)	30	Δx (mm)	30
Δy (mm)	30	Δy (mm)	30
Δz (mm)	16	Δz (mm)	16

Πίνακας 7: Μέγεθος επιφανειών πρώτου και δεύτερου ζευγαριού επιφανειών .

1^ο ζευγάρι επιφανειών		2^ο ζευγάρι επιφανειών	
Αριθμός facets	165	Αριθμός facets	162
Μέσο εμβαδόν facet(mm²)	5	Μέσο εμβαδόν facet(mm²)	4
Μέση πλευρά facet (mm)	2.3	Μέση πλευρά facet (mm)	2.1

Πίνακας 8: Στοιχεία επιφανειών πρώτου και δεύτερου ζευγαριού επιφανειών.



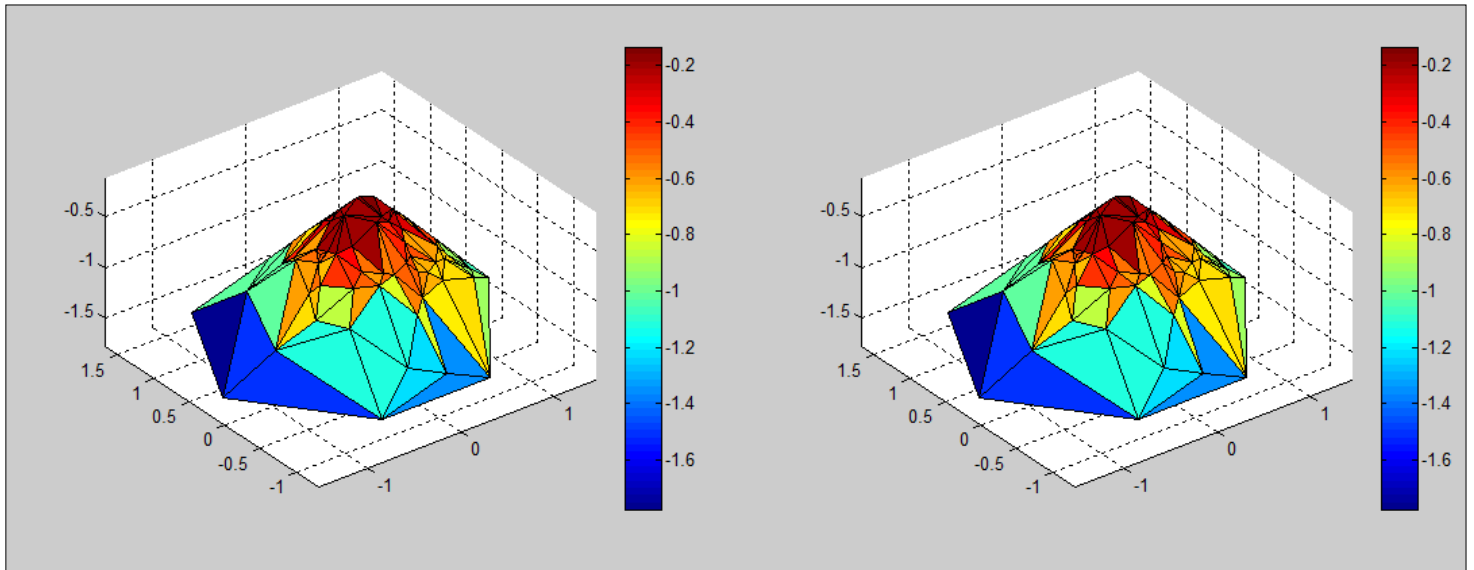
Εικόνα 53: Το πρώτο ζευγάρι επιφανειών, η πρώτη επιφάνεια χωρίς καμία παραμόρφωση και η δεύτερη με παραμορφώσεις έως 0.1mm κατά z.

Σημεία	100	
Δz (mm)	0	έως 0.1
Εμβαδόν(%)	100.0000	95.2441
Γωνίες(%)	100.0000	84.1561

Πίνακας 9: Αποτελέσματα του πρώτου ζευγαριού επιφανειών.

Σημεία	100	
Δz (mm)	0	έως 1
Εμβαδόν (%)	100.0000	99.8232
Γωνίες (%)	100.0000	66.0606

Πίνακας 10: Αποτελέσματα του δεύτερου ζευγαριού επιφανειών.



Εικόνα 54: Το δεύτερο ζευγάρι επιφανειών, η πρώτη επιφάνεια χωρίς καμία παραμόρφωση και η δεύτερη με παραμορφώσεις έως 1mm κατά z.

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα της πρώτης περίπτωσης του δεύτερου παραδείγματος, με την αντίστοιχη περίπτωση του πρώτου παραδείγματος παρατηρείται μια σημαντική μείωση στο ποσοστό των γωνιών και ενώ ο αριθμός των facets είναι σχεδόν ο ίδιος (160-165 τρίγωνα). Αυτό το φαινόμενο εξηγείται λόγω της σημαντικής μείωσης του μέσου εμβαδού των τριγώνων (facets), που ενώ στην πρώτη περίπτωση είναι της τάξης των 337 mm², στη δεύτερη αγγίζει τα 5mm².

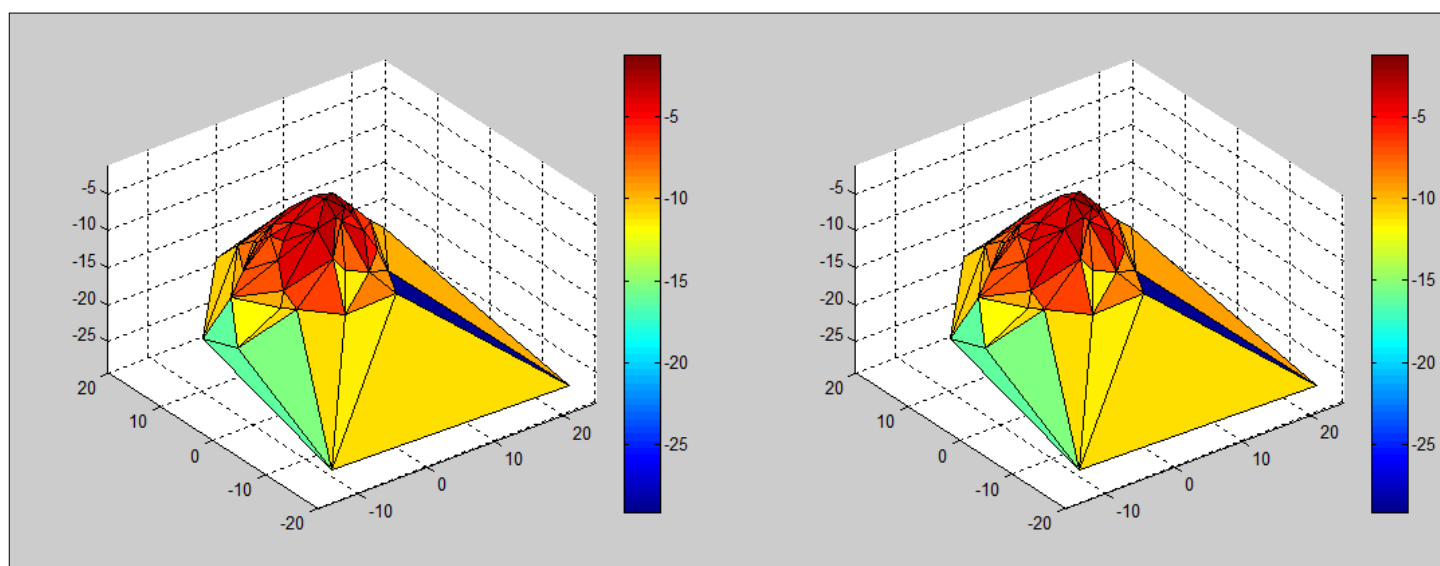
Παρατηρώντας τα αποτελέσματα της δεύτερης περίπτωσης του δεύτερου παραδείγματος, εμφανίζονται δύο οξύμωρα, σε πρώτη εξέταση φαινόμενα. Πρώτον, ενώ η παραμόρφωση στον άξονα z αυξάνεται από 0.1 mm σε 1mm, το ποσοστό των αποδεκτών γωνιών αυξάνεται και αυτό κατά 18% και δεύτερον συγκρίνοντας αυτό το παράδειγμα με το πρώτο παρατηρείται και πάλι μια αύξηση της τάξης του 23% στις αποδεκτές γωνίες. Αυτά τα δύο φαινόμενα χαρακτηρίζονται ως εύλογα τελικώς, καθώς σε αυτήν την τελευταία περίπτωση η ανοχή των γωνιών έφτασε την οριακή τιμή των 50 grad με αποτέλεσμα να περνούν το όριο όλο και μεγαλύτερες διαφορές γωνιών για να προκύψει αυτό το αποτέλεσμα.

5.3 Πλήθος σημείων και τριγώνων

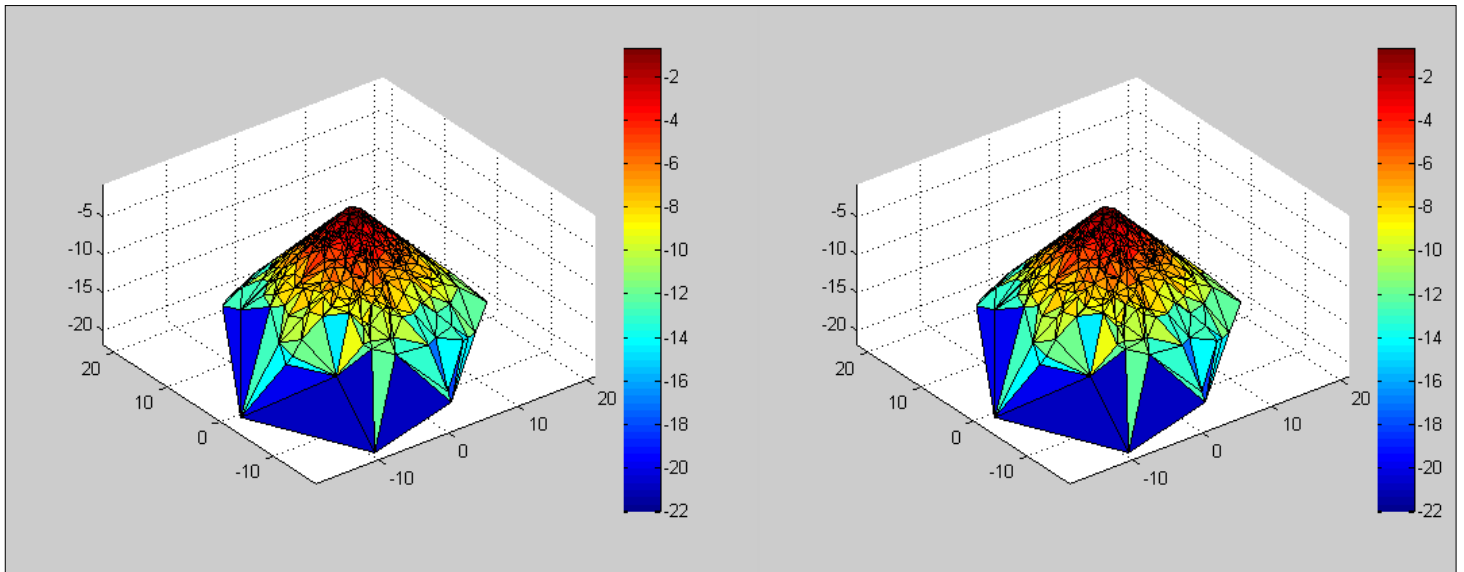
Στο δεύτερο μέρος του κεφαλαίου αξιολογούνται προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν για να παρατηρηθεί η διαφοροποίηση των αποτελεσμάτων σε αντικείμενα ίδιου μεγέθους, καθώς το πλήθος των σημείων και των τριγώνων αυξάνονται. Ο αλγόριθμος σε αυτό το πείραμα υλοποιήθηκε τέσσερις φορές. Σε κάθε υλοποίηση του, τα δεδομένα εισόδου του, ήταν δύο νέφη σημείων, από τα οποία το πρώτο δεν είχε υποστεί καμία αλλοίωση, ενώ το δεύτερο είχε υποστεί παραμορφώσεις έως 0.1mm στους άξονες x,y και z. Τα αντικείμενα που μελετήθηκαν, είχαν τις ίδιες διαστάσεις για να είναι συγκρίσιμα και τα τελικά αποτελέσματα.

Σημεία	50	500	5000	50000
$\Delta x(\text{mm})$	400	400	400	400
$\Delta y(\text{mm})$	400	400	400	400
$\Delta z(\text{mm})$	280	220	221	240
Μέσο Εμβαδόν facet(mm^2)	1265	101	10.5	1
facets	78	884	9055	91060
Μέση Πλευρά facet (mm)	38	10.8	3.5	1.1
Εμβαδόν(%)	99.9887	99.9975	99.9450	99.8518
Γωνίες (%)	94.7368	26.3873	10.5135	25.0162

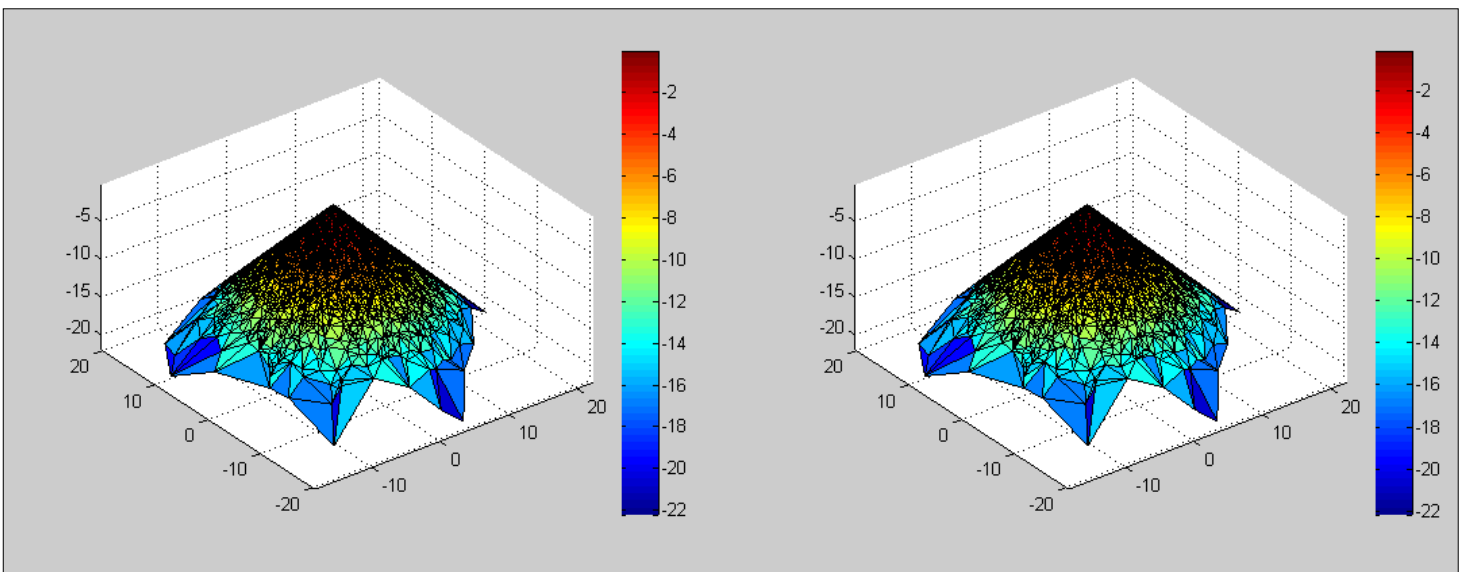
Πίνακας 11: Αποτελέσματα των τεσσάρων υλοποιήσεων του αλγορίθμου.



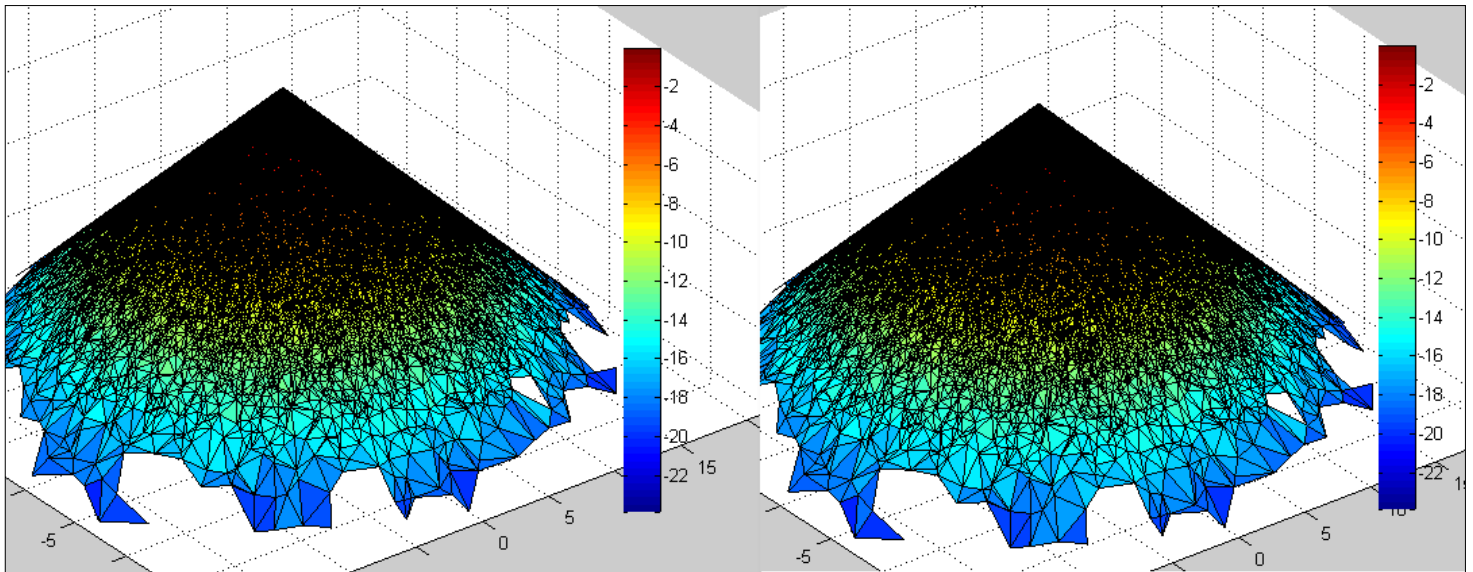
Εικόνα 55: Το πρώτο ζευγάρι επιφανειών, με 50 σημεία και 78 τρίγωνα η καθεμία.



Εικόνα 56: Το δεύτερο ζευγάρι επιφανειών ,με 500 σημεία και 884 τρίγωνα η καθεμία.

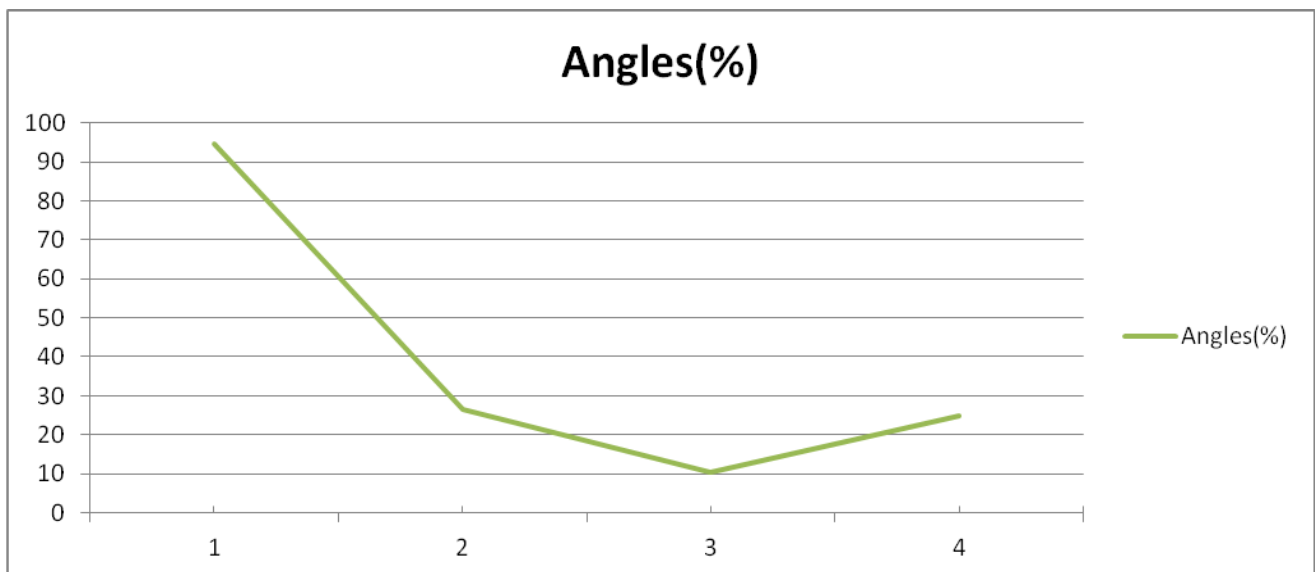


Εικόνα 57: Το τρίτο ζευγάρι επιφανειών ,με 5000 σημεία και 9055 τρίγωνα η καθεμία.

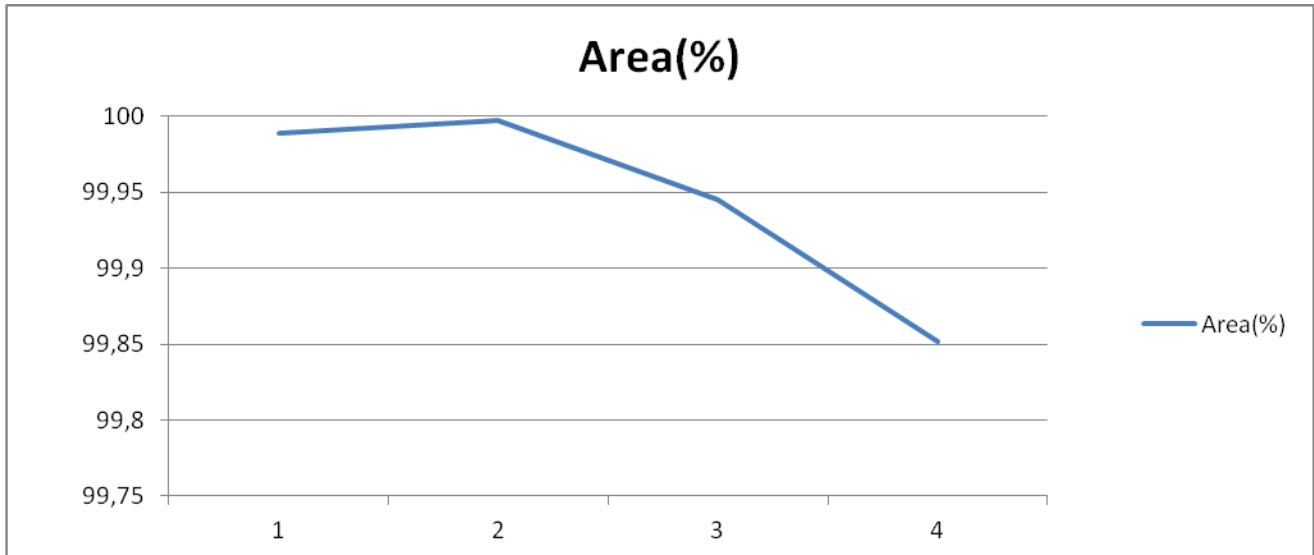


Εικόνα 58: Το τέταρτο ζευγάρι επιφανειών ,με 50000 σημεία και 91060 τρίγωνα η καθεμία.

Η παρατήρηση των αποτελεσμάτων υποδεικνύει πως για αντικείμενα του ίδιου μεγέθους, όσο αυξάνεται το πλήθος των σημείων και των τριγώνων, και συνεπώς μειώνεται το μέσο εμβαδόν του facet, τόσο μειώνεται και το ποσοστό των αποδεκτών γωνιών που δίνει ο αλγόριθμος. Εξάιρεση σε αυτό το φαινόμενο αποτελεί η τέταρτη φάση του πειράματος που παρατηρείται αύξηση 15% σε σχέση με την τρίτη και οφείλεται στο μεγάλο όριο της ανοχής γωνιών. Παρόλο αυτά το ποσοστό επιτυχίας παραμένει χαμηλό (25%), και δεν κρίνεται ικανοποιητικό. Από την άλλη πλευρά το ποσοστό του εμβαδού παραμένει εξαιρετικά υψηλό και σχεδόν σταθερό και στις τέσσερις φάσεις. Πρακτικά αυτό συνεπάγεται πως ο αλγόριθμος παρουσιάζει μεγαλύτερη ανοχή στο τμήμα που εξετάζει το εμβαδόν των επιφανειών, συγκριτικά με εκείνο που εξετάζει τις γωνίες.



Σχήμα 2: Τα ποσοστά των αποδεκτών γωνιών κατά τις τέσσερις φάσεις του πειράματος.



Σχήμα 3: Τα ποσοστά του εμβαδού κατά τις τέσσερις φάσεις του πειράματος.

5.4 Φθαρμένες επιφάνειες

Όπως αναφέρθηκε και στην εισαγωγή, ένα από τα πιο συνηθισμένα φαινόμενα στα αρχαιολογικά ευρήματα είναι οι φθορές στις επιφάνειές τους. Τα περισσότερα κατακερματισμένα ευρήματα, λόγω της επαφής τους με το έδαφος, της έκθεσής τους στο εξωγενές περιβάλλον και στα καιρικά φαινόμενα, αλλά και λόγω ανθρωπογενών αιτιών έχουν υποστεί διαβρώσεις και παραμορφώσεις στις επιφάνειές τους. Με οδηγό αυτό το σκεπτικό δημιουργήθηκαν οι παρακάτω προσομοιώσεις για να εξακριβωθεί η συμπεριφορά και τα όρια του αλγορίθμου στην περίπτωση παρουσίας αυτών των φαινομένων. Πραγματοποιήθηκαν τρεις σειρές προσομοιώσεων, η πρώτη σε ένα αρκετά μικρό αντικείμενο, η δεύτερη σε ένα μεσαίου μεγέθους και η τελευταία σε ένα αντικείμενο μεγάλου μεγέθους. Η επιλογή της διαφοροποίησης του μεγέθους πραγματοποιείται για να εξακριβωθεί πόσο επηρεάζεται ο αλγόριθμος από το μέγεθος της εξεταζόμενης επιφάνειας.

Σε αυτές τις προσομοιώσεις ο αλγόριθμος δεχόταν ως δεδομένα εισόδου δύο νέφη σημείων, όπως και στις δύο προηγούμενες προσομοιώσεις. Το πρώτο νέφος ήταν η επιφάνεια ενός αντικειμένου χωρίς να έχει υποστεί αλλοιώσεις, ενώ το δεύτερο νέφος παρουσίαζε αλλοιώσεις στους άξονες x,y και z. Οι παραμορφώσεις και στους τρεις άξονες ήταν προς την ίδια φορά του άξονα.

Παράδειγμα 1^ο

Σε αυτό το πρώτο παράδειγμα ελέγχθηκαν 2 ζευγάρια επιφανειών μικρών διαστάσεων. Οι διαστάσεις των επιφανειών παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

1^ο ζευγάρι επιφανειών		2^ο ζευγάρι επιφανειών	
Δx (mm)	20	Δx (mm)	20
Δy (mm)	20	Δy (mm)	20
Δz (mm)	11	Δz (mm)	11

Πίνακας 12: Μέγεθος Επιφανειών.

Τα στοιχεία καθώς και τα αποτελέσματα των συγκρίσεων των επιφανειών παρουσιάζονται στους παρακάτω πίνακες:

1^ο ζευγάρι επιφανειών		2^ο ζευγάρι επιφανειών	
Αριθμός facets	39	Αριθμός facets	46
Μέσο εμβαδόν facet(mm²)	9.5	Μέσο εμβαδόν facet(mm²)	14.6
Μέση πλευρά facet (mm)	3.3	Μέση πλευρά facet (mm)	4.1

Πίνακας 13: Στοιχεία σύγκρισης των επιφανειών.

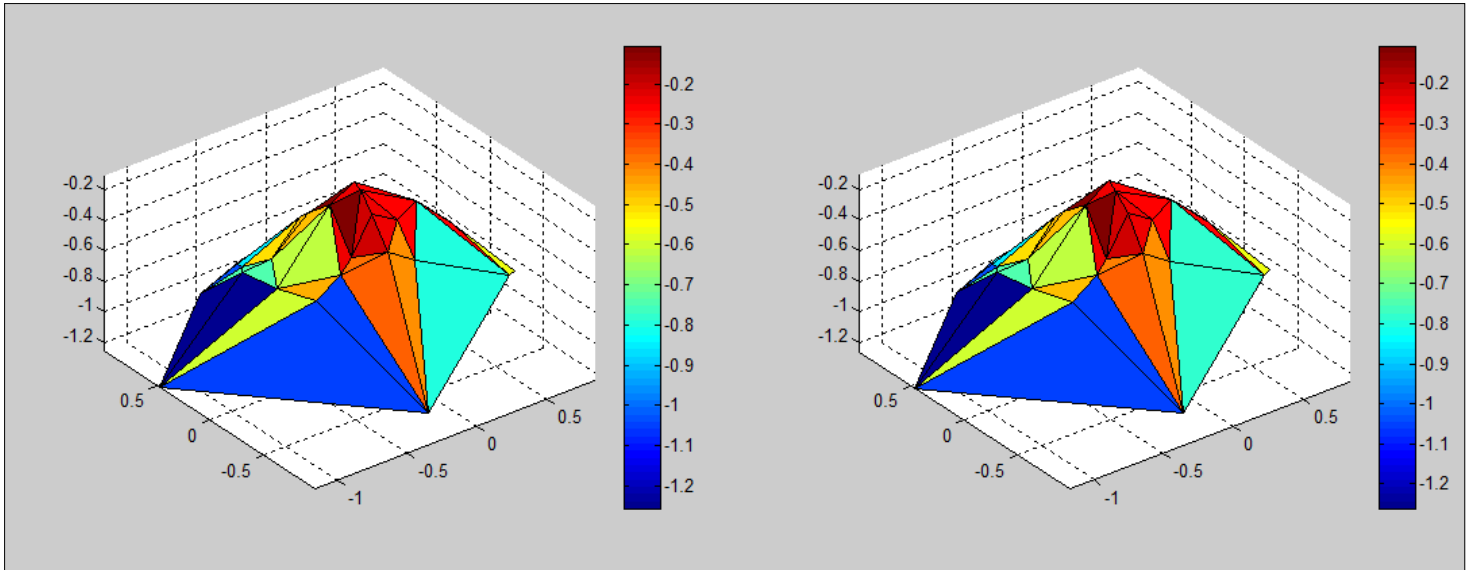
Σημεία	30	
Δx-Δy-Δz(mm)	0	έως 0.1
Εμβαδόν(%)	100.0000	99.9019
Γωνίες(%)	100.0000	79.4872

Πίνακας 14: Αποτελέσματα σύγκρισης του πρώτου ζευγαριού επιφανειών.

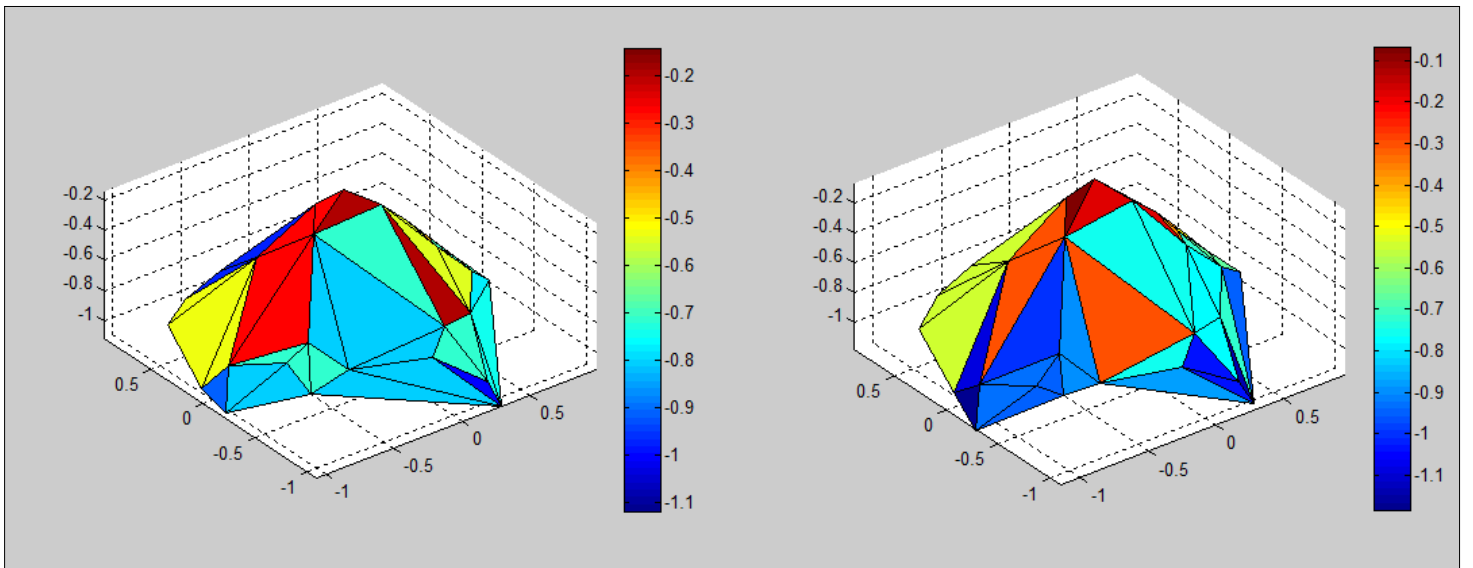
Σημεία	30	
Δx-Δy-Δz(mm)	0	έως 1
Εμβαδόν(%)	100.0000	92.1036
Γωνίες(%)	100.0000	81.3953

Πίνακας 15: Αποτελέσματα σύγκρισης του δεύτερου ζευγαριού επιφανειών.

Παρατηρώντας τα αποτελέσματα των δύο συγκρίσεων γίνεται αντιληπτό πως ο αλγόριθμος παράγει ικανοποιητικά αποτελέσματα. Στις δύο υλοποιήσεις του αλγορίθμου το ποσοστό των αποδεκτών γωνιών είναι κοντά στο 80%, ενώ το ποσοστό του εμβαδού και στις δύο περιπτώσεις είναι πάνω από 90%. Στη δεύτερη περίπτωση υπάρχει παραμόρφωση έως 1mm και στους τρεις άξονες, που σε ένα αντικείμενο με αυτές τις διαστάσεις είναι αξιοσημείωτη και για αυτό το ποσοστό του εμβαδού μειώνεται αισθητά. Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι εικόνες των αντικειμένων που μελετήθηκαν.



Εικόνα 59: Γραφική αναπαράσταση του πρώτου ζευγαριού με παραμορφώσεις, στους άξονες x, y και z του δευτέρου αντικειμένου, έως $0.1mm$.



Εικόνα 60: Γραφική αναπαράσταση του δευτέρου ζευγαριού με παραμορφώσεις, στους άξονες x, y και z του δευτέρου αντικειμένου, έως $1mm$.

Παράδειγμα 2^ο

Πραγματοποιήθηκαν επίσης προσομοιώσεις για αντικείμενο μεγαλύτερων διαστάσεων του πρώτου παραδείγματος και πάλι όμως για δύο ζευγάρια επιφανειών. Οι διαστάσεις, τα στοιχεία των επιφανειών καθώς και τα αποτελέσματα των συγκρίσεων παρουσιάζονται στους παρακάτω πίνακες:

1^ο ζευγάρι επιφανειών		2^ο ζευγάρι επιφανειών	
Δx (mm)	100	Δx (mm)	100
Δy (mm)	100	Δy (mm)	100
Δz (mm)	59	Δz (mm)	51

Πίνακας 16: Μέγεθος Επιφανειών.

1^ο ζευγάρι επιφανειών		2^ο ζευγάρι επιφανειών	
Αριθμός facets	39	Αριθμός facets	46
Μέσο εμβαδόν facet(mm²)	9.5	Μέσο εμβαδόν facet(mm²)	14.6
Μέση πλευρά facet (mm)	3.3	Μέση πλευρά facet (mm)	4.1

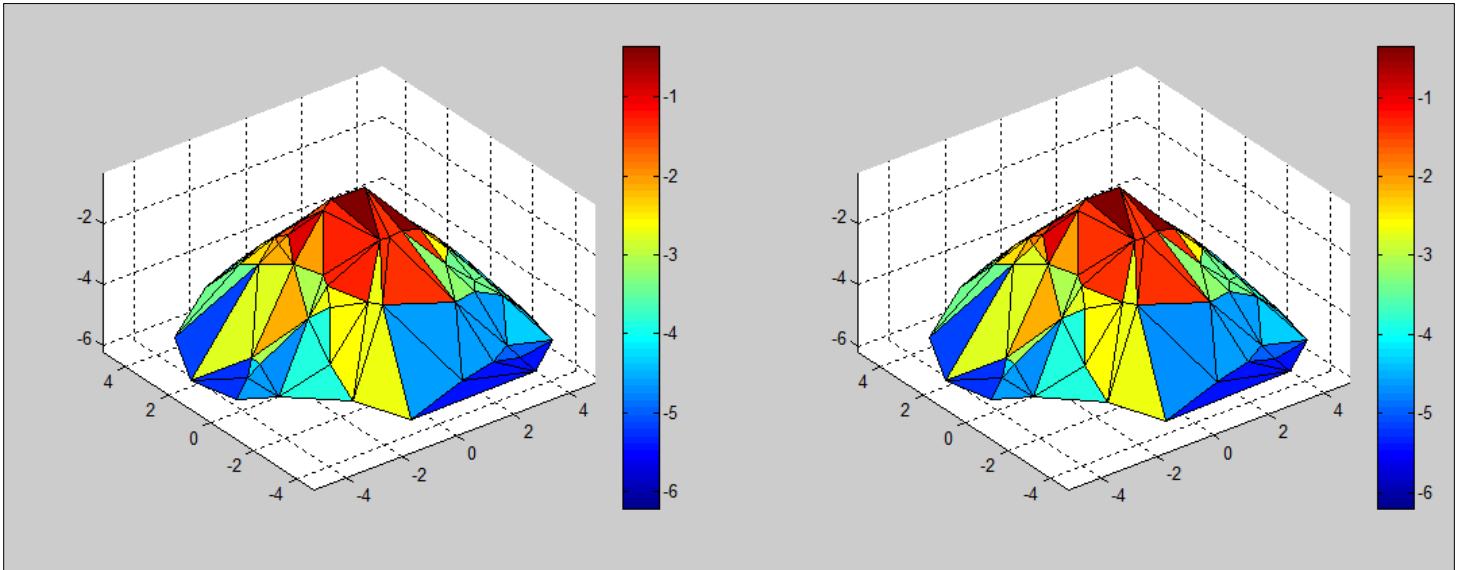
Πίνακας 17: Στοιχεία σύγκρισης των επιφανειών.

Σημεία	70	
Δx-Δy-Δz(mm)	0	έως 0.1
Εμβαδόν(%)	100.0000	99.9903
Γωνίες(%)	100.0000	82.5243

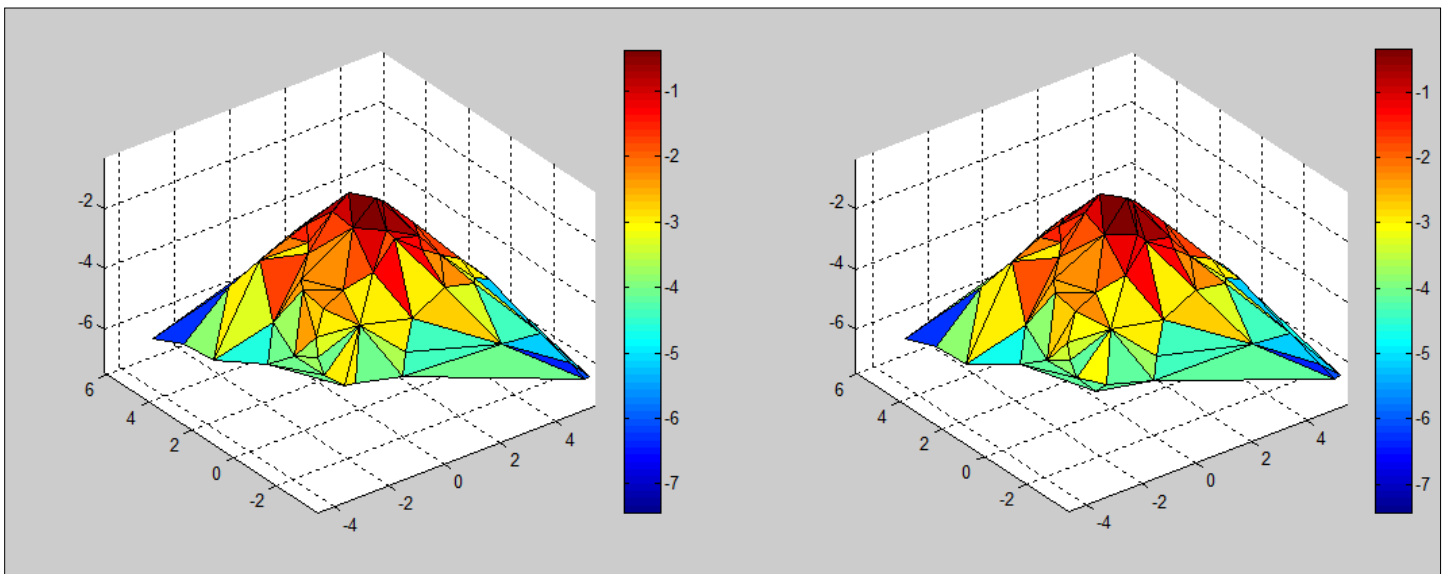
Πίνακας 18: Αποτελέσματα σύγκρισης του πρώτου ζευγαριού επιφανειών.

Σημεία	70	
Δx-Δy-Δz(mm)	0	έως 1
Εμβαδόν(%)	100.0000	99.9526
Γωνίες(%)	100.0000	40.7767

Πίνακας 19: Αποτελέσματα σύγκρισης του δεύτερου ζευγαριού επιφανειών.



Εικόνα 61: Γραφική αναπαράσταση του πρώτου ζευγαριού με παραμορφώσεις, στους άξονες x, y και z του δευτέρου αντικειμένου, έως 0.1mm .



Εικόνα 62: Γραφική αναπαράσταση του δευτέρου ζευγαριού με παραμορφώσεις, στους άξονες x, y και z του δευτέρου αντικειμένου, έως 1mm .

Πρώτη αξιοσημείωτη διαφορά με το προηγούμενο παράδειγμα είναι η αύξηση των σημείων και κατά συνέπεια και των τριγώνων (facets), αφού πρόκειται για μεγαλύτερο αντικείμενο. Τα αποτελέσματα αυτής της προσομοίωσης μπορούν να χαρακτηριστούν επιτυχή μονάχα στη σύγκριση του πρώτου ζευγαριού, αφού το δεύτερο ζευγάρι με παραμορφώσεις έως 1mm για κάθε άξονα, έδωσε ποσοστό αποδεκτών γωνιών 40%. Σε αυτό το δεύτερο ζευγάρι, όπως είναι εμφανές και στην παραπάνω εικόνα, στις δύο επιφάνειες έχουν σχηματιστεί αρκετά διαφορετικά τρίγωνα και για αυτό το ποσοστό των γωνιών μειώθηκε τόσο πολύ.

Παράδειγμα 3^ο

Στο τρίτο και τελευταίο παράδειγμα αυτής της παραγράφου αφορά φθαρμένες επιφάνειες μεγαλύτερων κομματιών. Αξιοσημείωτες διαφορές σε σχέση με τις προηγούμενες προσομοιώσεις είναι πως το πλήθος των σημείων και κατά επέκταση των τριγώνων έχει αυξηθεί, και πως θα γίνουν τρεις εφαρμογές του αλγορίθμου, η πρώτη για αλλοιώσεις έως 0.1mm, η δεύτερη για αλλοιώσεις έως 1mm και η τελευταία για αλλοιώσεις έως 10mm. Εφόσον οι διαστάσεις των κομματιών μεγαλώνουν, συνακόλουθα είναι πολύ πιθανό να μεγαλώνουν και οι φθορές στις επιφάνειες και για αυτό το λόγο πραγματοποιήθηκαν τρεις υλοποιήσεις.

Στη συνέχεια παρατίθενται οι διαστάσεις και τα στοιχεία των επιφανειών αλλά και τα αποτελέσματα των συγκρίσεων.

1 ^ο ζευγάρι επιφανειών		2 ^ο ζευγάρι επιφανειών		3 ^ο ζευγάρι επιφανειών	
Δx (mm)	700	Δx (mm)	700	Δx (mm)	700
Δy (mm)	700	Δy (mm)	700	Δy (mm)	700
Δz (mm)	500	Δz (mm)	410	Δz (mm)	380

Πίνακας 20: Μέγεθος Επιφανειών.

1 ^ο ζευγάρι επιφανειών		2 ^ο ζευγάρι επιφανειών		3 ^ο ζευγάρι επιφανειών	
Αριθμός facets	421	Αριθμός facets	419	Αριθμός facets	417
Μέσο εμβαδόν facet(mm²)	1422	Μέσο εμβαδόν facet(mm²)	1479	Μέσο εμβαδόν facet(mm²)	1445
Μέση πλευρά facet (mm)	40.5	Μέση πλευρά facet (mm)	41.3	Μέση πλευρά facet (mm)	40.9

Πίνακας 21: Στοιχεία σύγκρισης των επιφανειών.

Σημεία	250	
Δx-Δy-Δz(mm)	0	έως 0.1
Εμβαδόν(%)	100.0000	99.9993
Γωνίες(%)	100.0000	73.8717

Πίνακας 22: Αποτελέσματα σύγκρισης του πρώτου ζευγαριού επιφανειών.

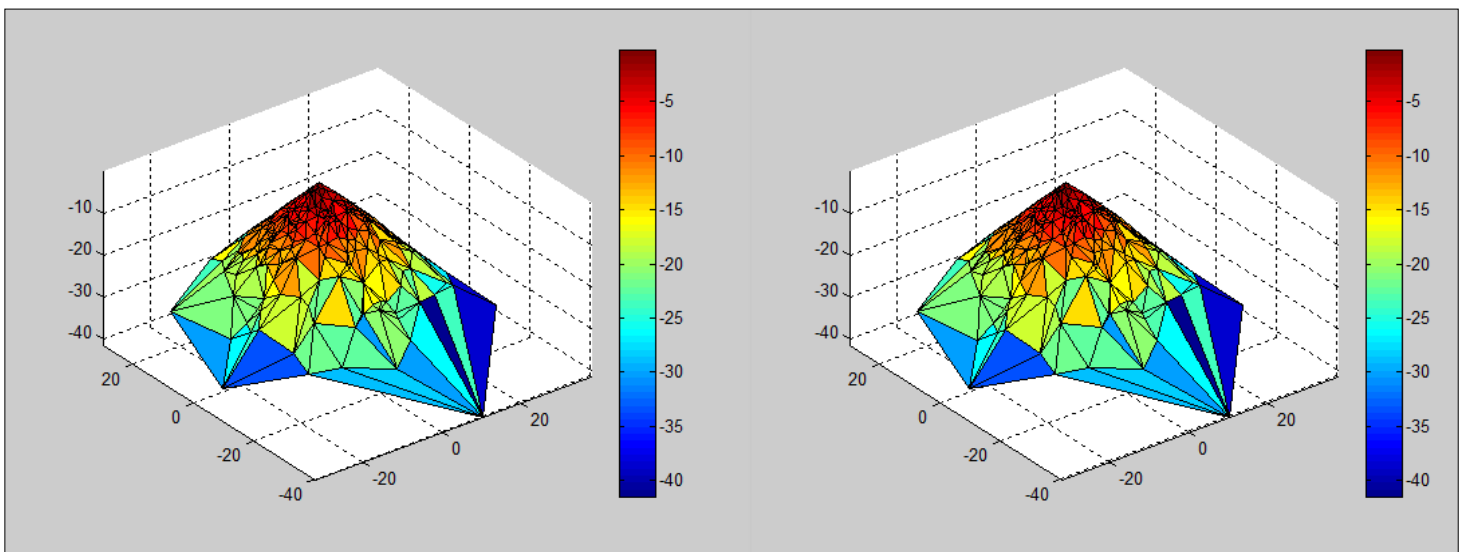
Σημεία	250	
Δx-Δy-Δz(mm)	0	έως 1
Εμβαδόν(%)	100.0000	99.8897
Γωνίες(%)	100.0000	21.9570

Πίνακας 23: Αποτελέσματα σύγκρισης του δευτέρου ζευγαριού επιφανειών.

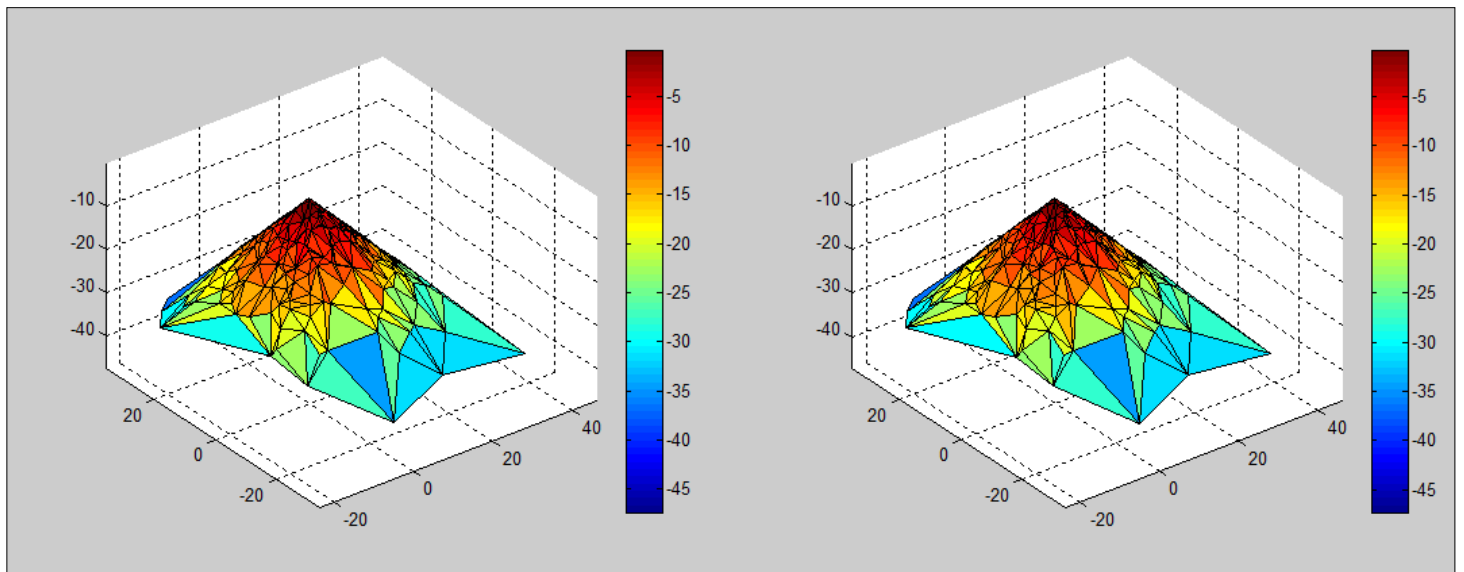
Σημεία	250	
Δx-Δy-Δz(mm)	0	έως 10
Εμβαδόν(%)	100.0000	93.9376
Γωνίες(%)	100.0000	52.2782

Πίνακας 24: Αποτελέσματα σύγκρισης του τρίτου ζευγαριού επιφανειών.

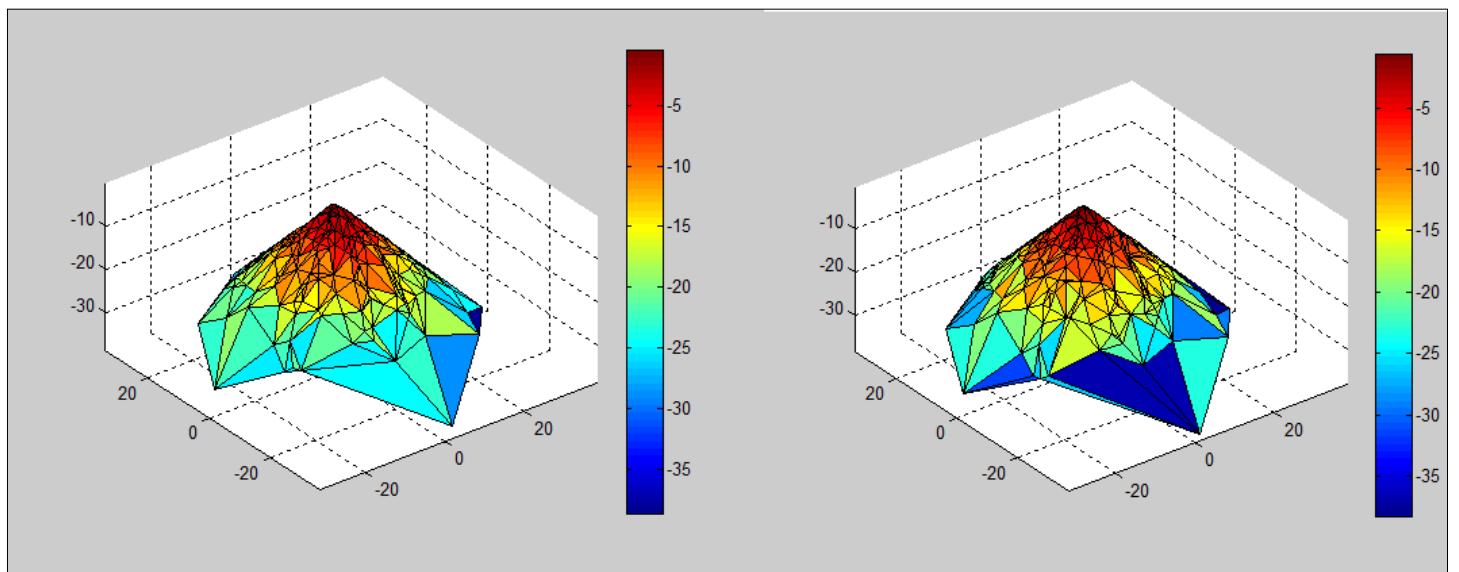
Τα αποτελέσματα του τελευταίου παραδείγματος είναι αντίστοιχα με αυτά των δύο προηγούμενων. Στις παραμορφώσεις της τάξης των 0.1mm το ποσοστό των αποδεκτών γωνιών κρίνεται ως ικανοποιητικό αφού φτάνει κοντά στο 75%. Στη συνέχεια υπάρχει πολύ σημαντική μείωση, όπως και στα προηγούμενα παραδείγματα, αφού το ποσοστό φτάνει στο 22%. Στην προσομοίωση των 10mm το ποσοστό των γωνιών παρουσιάζει πολύ σημαντική αύξηση και αγγίζει το 52%, γεγονός που οφείλεται στη μεγαλύτερη ανοχή που παρουσιάζουν οι αποδεκτές γωνίες σε αυτά τα μεγέθη των παραμορφώσεων. Παρακάτω παρουσιάζονται γραφικά τα ζεύγη των επιφανειών των αντικειμένων και γίνεται αντιληπτό, πως όσο μεγαλώνει η φθορά σε αυτά, τόσο δημιουργούνται ολοένα και διαφορετικά τρίγωνα.



Εικόνα 63: Γραφική αναπαράσταση του πρώτου ζευγαριού με παραμορφώσεις, στους άξονες x,y και z του δεύτερου αντικειμένου, έως 0.1mm.



Εικόνα 64: Γραφική αναπαράσταση του δευτέρου ζευγαριού με παραμορφώσεις ,στους άξονες x,y και z του δευτέρου αντικειμένου, έως 1mm.

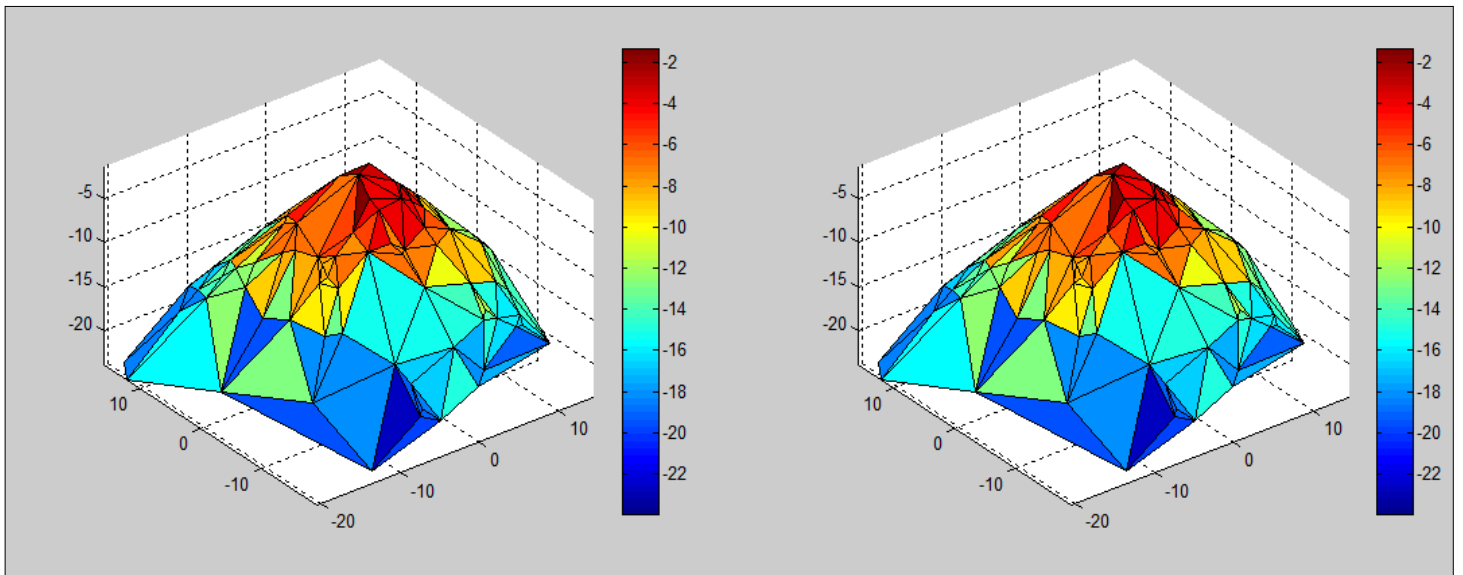


Εικόνα 65: Γραφική αναπαράσταση του τρίτου ζευγαριού με παραμορφώσεις ,στους άξονες x,y και z του δευτέρου αντικειμένου, έως 10mm

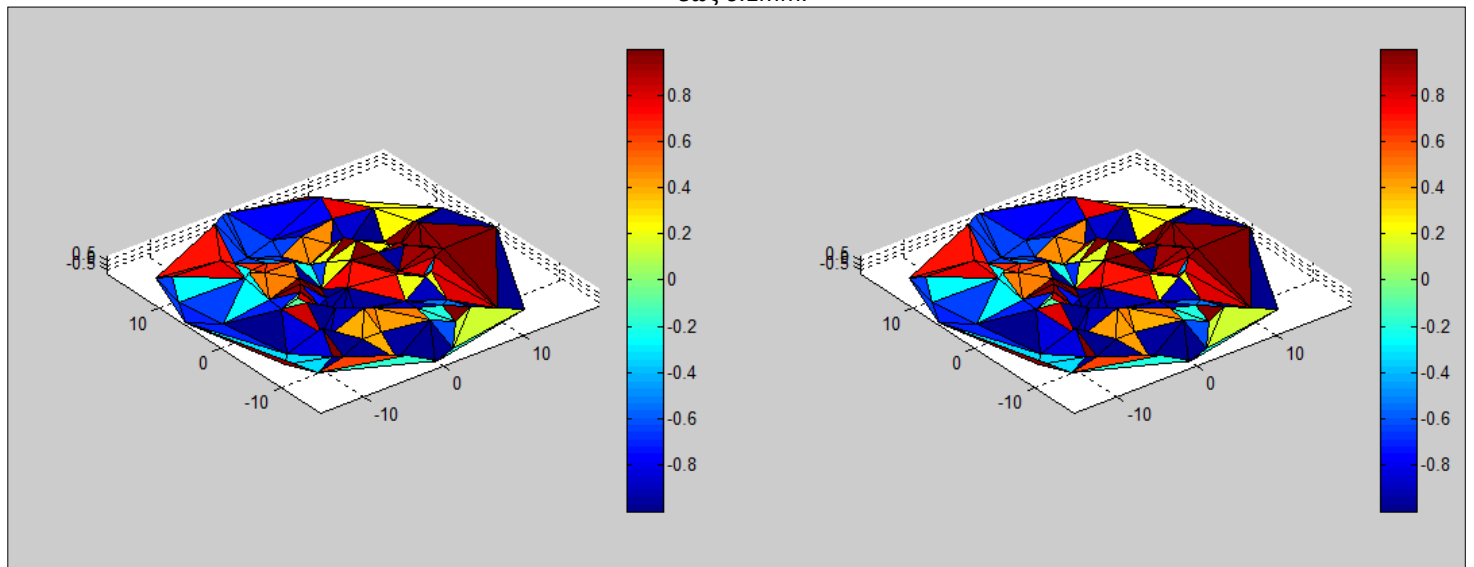
5.5 Περιπτώσεις σχημάτων

Όπως προαναφέρθηκε, λόγω της πρώτης προσέγγισης στο συγκεκριμένο θέμα, κρίθηκε σκόπιμο να διερευνηθούν τα αποτελέσματα του αλγορίθμου και στα διαφορετικά και ακανόνιστα σχήματα. Όταν κομματιάζεται κάποιο αντικείμενο, στα θραύσματά του δημιουργούνται εντελώς τυχαίες επιφάνειες και για αυτό

πραγματοποιείται αυτή η προσομοίωση. Πραγματοποιήθηκαν τέσσερις υλοποιήσεις του αλγορίθμου, καθεμία με εντελώς διαφορετικό σχήμα, οι τρεις πρώτες παρήχθησαν μέσω συναρτήσεων, ενώ για την τελευταία χρησιμοποιήθηκε έτοιμο νέφος σημείων (από την ιστοσελίδα <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/14646-gridtrimesh>) και προστέθηκε θόρυβος στη δεύτερη επιφάνεια. Τα δεδομένα εισόδου για ακόμη μια φορά ήταν δύο νέφη σημείων, το πρώτο χωρίς καμία παραμόρφωση, ενώ το δεύτερο με αλλοιώσεις έως 0.1mm κατά τη διεύθυνση και των τριών αξόνων. Στη συνέχεια παρουσιάζονται γραφικά τα σχήματα, καθώς και τα αποτελέσματα των εφαρμογών.

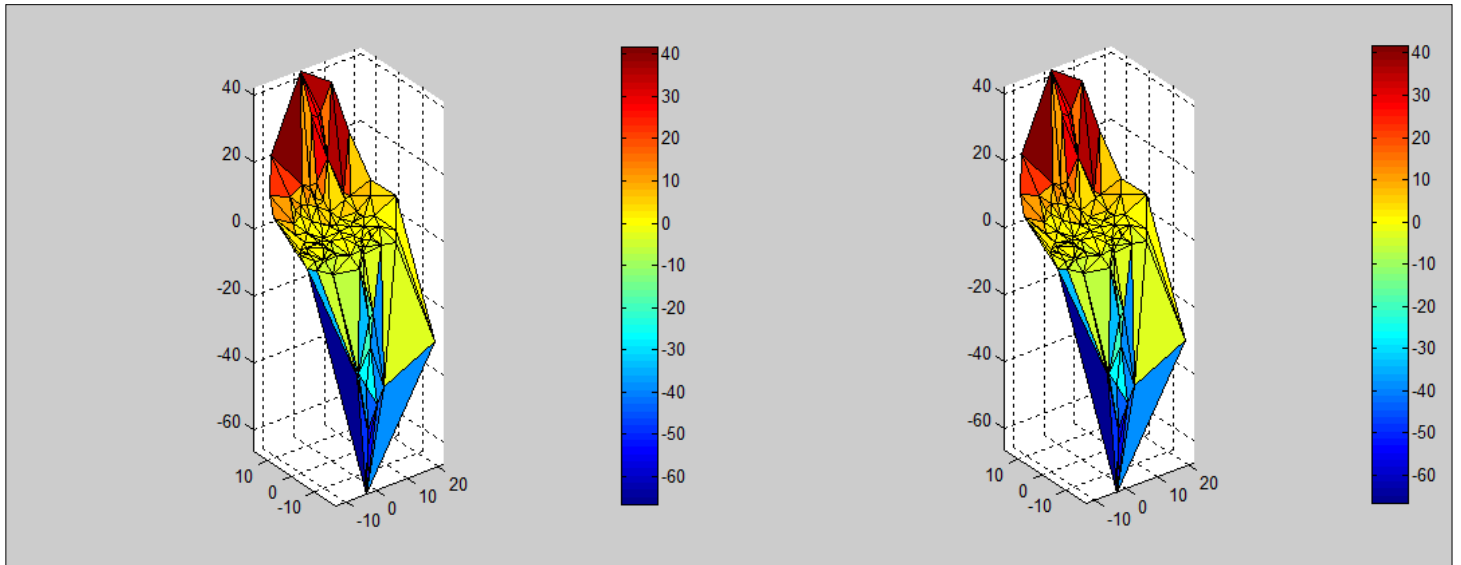


Εικόνα 66: Γραφική αναπαράσταση του πρώτου ζευγαριού με παραμορφώσεις, στους άξονες x, y και z του δεύτερου αντικειμένου, έως 0.1mm.

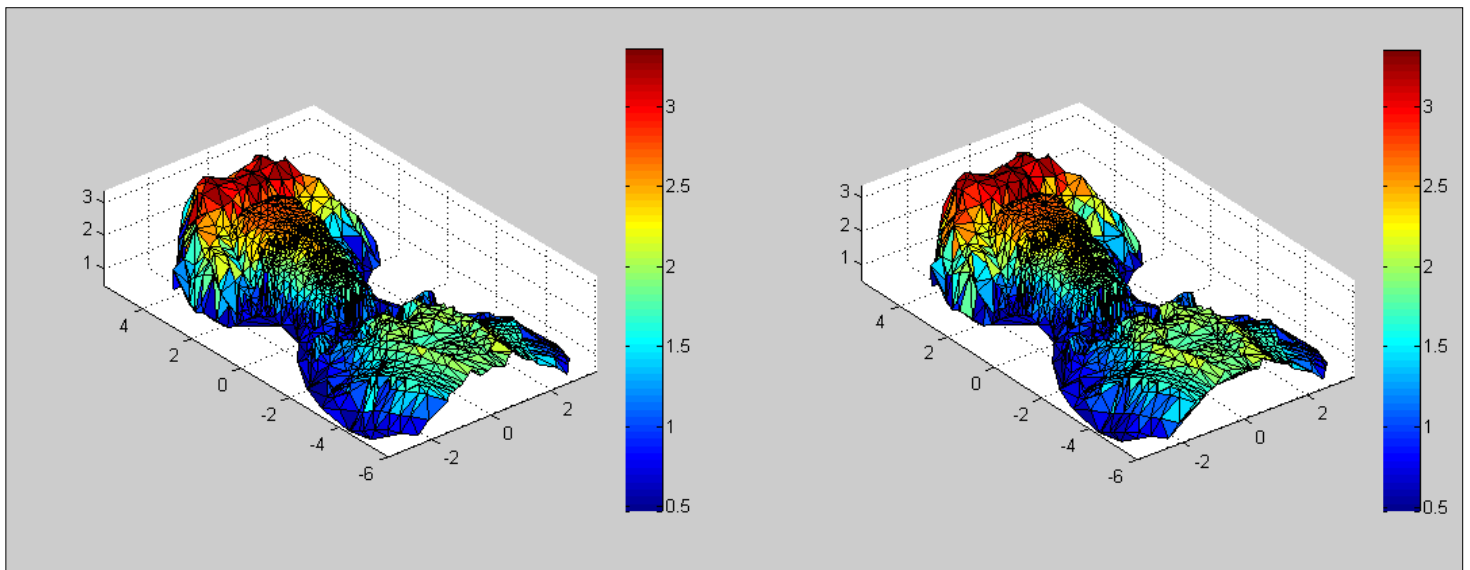


Εικόνα 67: Γραφική αναπαράσταση του δεύτερου ζευγαριού με παραμορφώσεις, στους άξονες x, y και z του δεύτερου αντικειμένου, έως 0.1mm.

5 Ανάλυση Προσομοιώσεων



Εικόνα 68: Γραφική αναπαράσταση του τρίτου ζευγαριού με παραμορφώσεις, στους άξονες x, y και z του δευτέρου αντικειμένου, έως $0.1mm$.



Εικόνα 69: Γραφική αναπαράσταση του τέταρτου ζευγαριού με παραμορφώσεις, στους άξονες x, y και z του δευτέρου αντικειμένου, έως $0.1mm$.

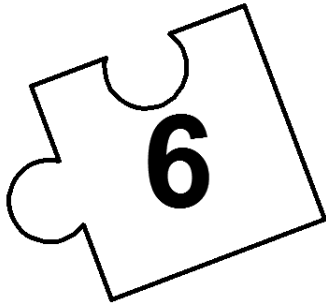
Δx (mm)	350	350	350	350
Δy (mm)	350	350	350	579
Δz (mm)	193	20	1100	150
Σημεία	100	100	100	1956
facets	160	167	146	3163
Μέσο εμβαδόν facet(mm²)	816	734	1093	3.9
Μέση πλευρά facet (mm)	31	29	35.5	2.1
Εμβαδόν(%)	99.9926	99.9793	99.9649	99.9427
Γωνίες(%)	81.8750	77.2455	82.8767	81.5997

Πίνακας 25: Διαστάσεις, στοιχεία και αποτελέσματα συγκρίσεων επιφανειών.

Παρατηρώντας τα αποτελέσματα γίνεται αντιληπτό πως το ποσοστό των αποδεκτών γωνιών είναι σταθερό και κοντά στο 80% και στις τέσσερις περιπτώσεις, ενώ και το ποσοστό του εμβαδού είναι σταθερό και αγγίζει το 100%. Το πόρισμα αυτού του πειράματος είναι πως ο αλγόριθμος δεν εξαρτάται από το σχήμα της επιφάνειας, καθώς τα αποτελέσματά του στις διαφορετικές περιπτώσεις που εξετάστηκαν είναι παραπλήσια .

5.6 Συμπεράσματα

Ανακεφαλαιώνοντας είναι σημαντικό να επισημανθούν τα κυριότερα σημεία και να καταγραφούν τα συμπεράσματα που εξήχθησαν μετά το πέρας των προσομοιώσεων. Κατ' αρχάς ο αλγόριθμος για να αποδώσει και να εξάγει λογικά αποτελέσματα πρέπει να διατηρείται μια αναλογία μεταξύ του μεγέθους του αντικείμενου και του πλήθους των σημείων σάρωσης. Όπως παρατηρήθηκε και παραπάνω, για επιφάνειες ίδιου μεγέθους όσο αυξάνονταν τα σημεία που τις περιέγραφαν ,τόσο μειώνονταν τα ποσοστά επιτυχίας του αλγορίθμου. Δεύτερον, παρόλο που σε αρκετά παραδείγματα το ποσοστό των επιτυχημένων γωνιών ήταν αρκετά χαμηλό (ακόμη και μικρότερο του 50%), εφόσον το ποσοστό του εμβαδού στις αντίστοιχες περιπτώσεις ήταν πάνω από 90% ,το συμπέρασμα που εξάγεται είναι πως συνιστούν πιθανά ζευγάρια. Η παραπάνω θέση δικαιολογείται αφού ενδέχεται τα αντικείμενα να έχουν υποστεί σημαντικές φθορές στις επιφάνειες τους και για αυτό το ποσοστό των αποδεκτών γωνιών να παραμένει χαμηλό. Είναι αξιόλογο να αναφερθεί πως δεν μπορεί κάποιος από τους δύο παράγοντες (εμβαδόν - γωνίες) να χαρακτηριστεί ως σημαντικότερος. Ο χρήστης πριν από τη λειτουργία του προγράμματος, θα ήταν συνετό να έρθει σε συνεννόηση με εξειδικευμένους επιστήμονες (αρχαιολόγους), που θα του υποδείξουν το μέγεθος των φθορών που έχουν υποστεί οι επιφάνειες. Με αυτό τον τρόπο θα εισάγει στον αλγόριθμο τα κατάλληλα όρια που θα του εξάγουν ορθά αποτελέσματα. Τέλος, ο χρόνος για την καθεμία προσομοίωση ήταν λιγότερος από 5 δευτερόλεπτα.



Συμπεράσματα

6.1 Εισαγωγή

Τα τρισδιάστατα μοντέλα, όπως αυτά προκύπτουν από την επεξεργασία δεδομένων που έχουν συλλεχθεί με σαρωτές *laser*, ή άλλου είδους, μπορούν να περιγράψουν με μεγάλη λεπτομέρεια και ακρίβεια ακόμη και περίπλοκα σπασμένα αντικείμενα.

Παρά το γεγονός ότι οι αλγόριθμοι ψηφιακής ανακατασκευής επιδέχονται τελειοποίησης και πραγματοποιούνται αρκετοί πειραματισμοί με βάση αυτούς, πολλές από τις μεθόδους κρίνονται ως επιτυχείς. Η χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή, πραγματοποιείται κυρίως για την εύρεση και την αξιολόγηση των γεωμετρικών περιορισμών. Παρόλο αυτά η ανθρώπινη εμπειρία και συμμετοχή εξακολουθεί να απαιτείται για τη σάρωση και την προετοιμασία των δεδομένων εισόδου, την επαλήθευση προτεινόμενων αποτελεσμάτων αναζήτησης, τον εντοπισμό εσφαλμένων αποτελεσμάτων, και της αξιολόγησης παραγόντων που δεν λαμβάνονται υπόψη στην αυτοματοποιημένη διαδικασία.

6.2 Εντοπισμός συζυγών θραυσμάτων με τη βοήθεια τρισδιάστατων μοντέλων

Σκοπός των μετρήσεων είναι να συλλεχθούν πυκνά νέφη σημείων που να περιγράφουν πλήρως τις σπασμένες επιφάνειες, έτσι ώστε να καταγράφονται όλες οι λεπτομέρειες του αντικειμένου. Η διαδικασία αυτή απαιτεί:

- Προσεκτικό προγραμματισμό σάρωσης. Ανάλογα με το είδος του προς αποτύπωση αντικειμένου, πρέπει να επιλεγεί κατάλληλος σαρωτής, ώστε να επιτευχθεί ο βέλτιστος συνδυασμός όγκου μετρημένων σημείων και χρόνου εργασιών. Επίσης πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή στις θέσεις σάρωσης, ώστε να καλύπτονται οι προϋποθέσεις που ορίστηκαν στο κεφάλαιο 5 στην εισαγωγή των δεδομένων.
- Εξειδικευμένο συνεργείο, ώστε να ελαχιστοποιηθεί η πιθανότητα χονδροειδούς λάθους και ο χρόνος εργασιών.
- Εξοπλισμό υψηλού κόστους.

Μετά το πέρας της συλλογής των πληροφοριών, πραγματοποιείται η εισαγωγή των δεδομένων και η εφαρμογή του προγράμματος. Η διαδικασία αυτή απαιτεί:

- Την εισαγωγή κάθε μίας σπασμένης επιφάνειας ξεχωριστά, σε αρχείο πίνακα (βλ. παρ. 4.2).
- Την ημιαυτόματη δημιουργία των επιφανειών. Ο χρήστης ερωτάται αν το αποτέλεσμα του σχηματισμού των επιφανειών είναι ικανοποιητικό. Στην περίπτωση αρνητικής απάντησης η διαδικασία επαναλαμβάνεται.
- Εξειδικευμένο προσωπικό. Κατά την εισαγωγή των δεδομένων θα πραγματοποιηθεί και η εισαγωγή της ανοχής μεταξύ των γωνιών για το στάδιο της σύγκρισης. Το μέγεθός της ορίζεται με βάση το μέγεθος των φθορών που έχουν υποστεί οι επιφάνειες. Ως εκ τούτου, η παρουσία των αρχαιολόγων κρίνεται απαραίτητη, καθώς αυτοί είναι σε θέση να μελετήσουν τις επιφάνειες και να καταλήξουν στην αξιολόγηση και την ποσοτικοποίηση του μεγέθους της φθοράς.

6.3 Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα αλγορίθμου *Fragmatch*

Συνοψίζοντας παρουσιάζονται τα σημαντικότερα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα του αλγορίθμου *Fragmatch* που αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής:

Πλεονεκτήματα

- ✓ Ο αλγόριθμος πραγματοποιεί γραμμική σύγκριση μεταξύ των στοιχείων.
- ✓ Η γραμμική σύγκριση εξασφαλίζει ταχύτητα στις συγκρίσεις.
- ✓ Δεν είναι απαραίτητη η χρήση άλλων προγραμμάτων για τη δημιουργία των επιφανειών.
- ✓ Χρήση διανυσμάτων που φέρουν ως μέτρο το εμβαδόν εφαρμογής τους, και όχι των μοναδιαίων.
- ✓ Σύγκριση επιφανειών ανεξαρτήτως σχήματος ή μορφής.
- ✓ Πραγματοποιείται καθολική, αλλά και μερική ταύτιση επιφανειών.

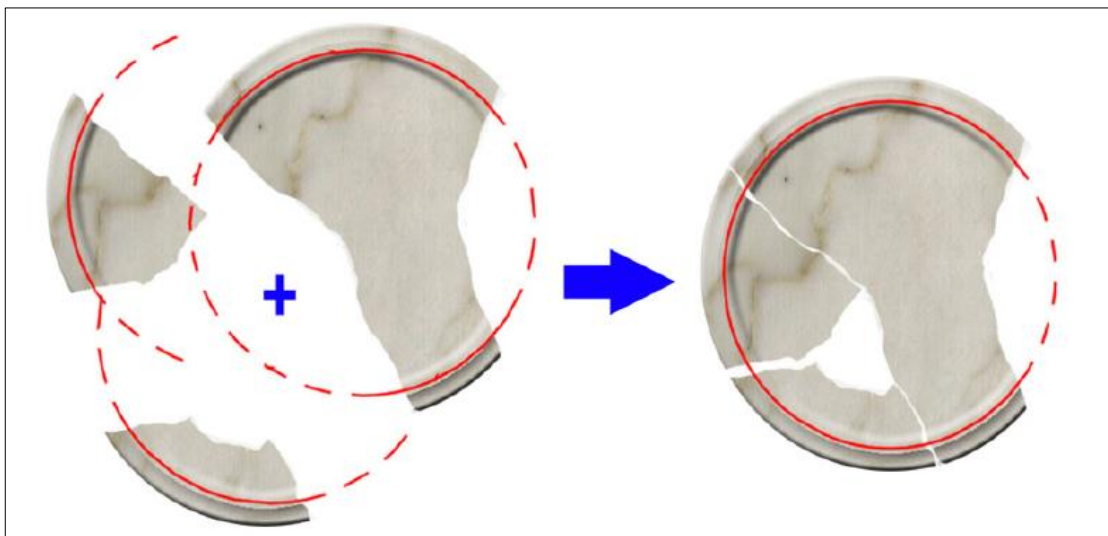
Μειονεκτήματα

- * Ο αλγόριθμος *Fragmatch* εντοπίζει τις αντιστοιχίες μεταξύ των σπασμένων επιφανειών, αλλά δεν ενώνει τα σπασμένα κομμάτια.
- * Δέχεται ως δεδομένα μονάχα τις σαρωμένες σπασμένες επιφάνειες και όχι ολόκληρο το σαρωμένο κομμάτι.
- * Ο τρόπος σάρωσης είναι συγκεκριμένος, για να λειτουργήσει ορθά το πρόγραμμα.
- * Δέχεται περιορισμένα μεγέθη πινάκων σημείων, λόγω αδυναμίας διαχείρισης μεγάλου όγκου δεδομένων από το πρόγραμμα *Matlab*.

6.4 Προτάσεις

Ο αλγόριθμος Fragmatch δημιουργήθηκε έχοντας ως πρωταρχικό στόχο, τη σύγκριση αυτών των στοιχείων, που θα τον καθιστούσαν απλό κατά την υλοποίησή του και, κατά επέκταση, ταχύ στην εφαρμογή του. Με βάση αυτό το σκεπτικό ο αλγόριθμος μπορεί να επεκταθεί με βάση τις παρακάτω προτάσεις:

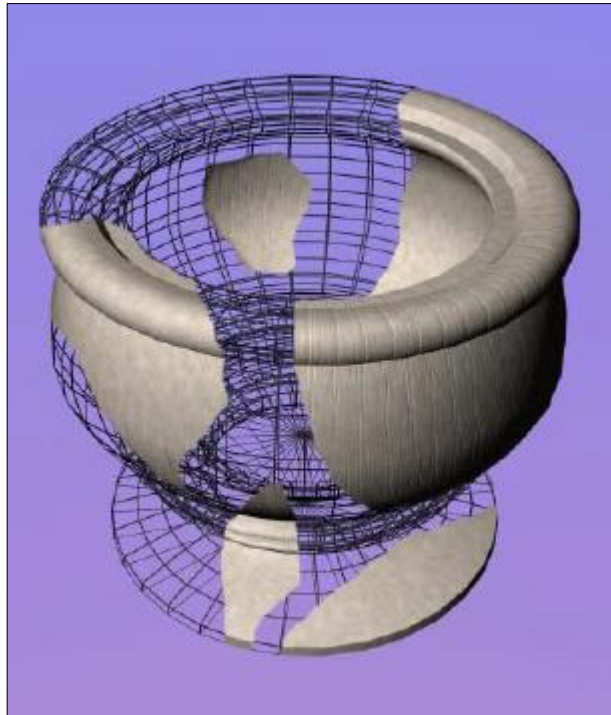
- Η εύρεση μια σταθεράς που θα διαφοροποιούσε τις ανοχές των γωνιών. Όπως παρατηρήθηκε και στα παραδείγματα, η ραγδαία αύξηση των τριγώνων (*faces*) δεν επιφέρει τα επιθυμητά αποτελέσματα, φαινόμενο που με την εισαγωγή μια σταθεράς θα εξαλειφθεί.
- Η σάρωση ολόκληρου του σπασμένου κομματιού και η αυτόματη εύρεση των σπασμένων επιφανειών, από το πρόγραμμα.
- Η ένωση των κομματιών και η ενημέρωση ολόκληρου του αντικειμένου. Αυτό το πρόγραμμα, εντοπίζει αντιστοιχίες μεταξύ σπασμένων επιφανειών, ωστόσο δεν ενώνει τα σπασμένα κομμάτια μεταξύ τους (δεν πραγματοποιεί στροφή και μετάθεση).
- Η μεταγραφή του προγράμματος σε μια γλώσσα προγραμματισμού, ώστε να εξαλειφθεί το πρόβλημα της αδυναμίας διαχείρισης μεγάλου όγκου δεδομένων.
- Ταυτοποίηση χαρακτηριστικών μορφών π.χ. κύκλου για ευκολότερη αντιστοίχιση των κομματιών (Εικόνα 70).



Εικόνα 70: Ταυτοποίηση του κύκλου μεταξύ των τριών κομματιών.

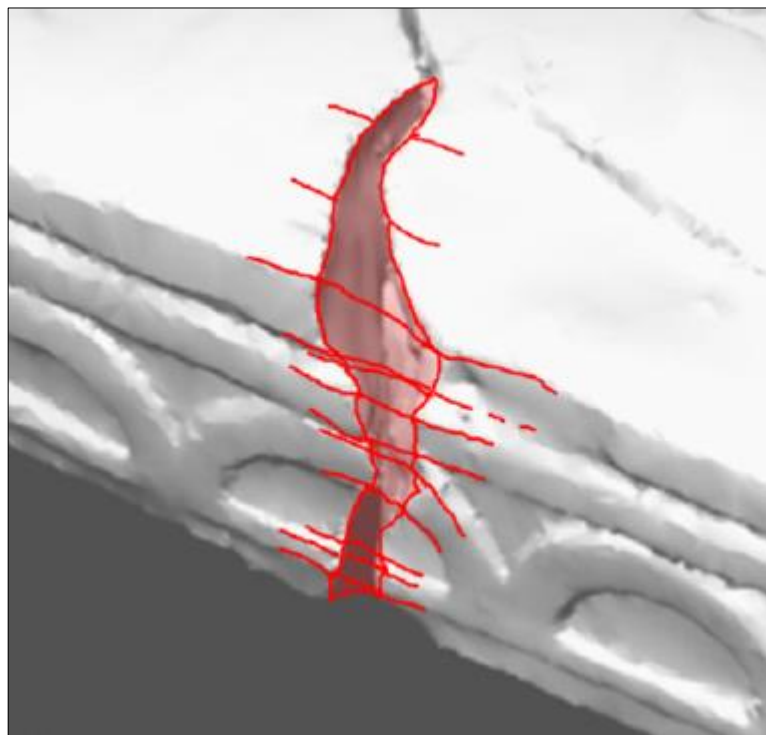
- Εκμετάλλευση πληροφορίας για τη μορφή του τελικού προϊόντος (Εικόνα 71).

6 Συμπεράσματα

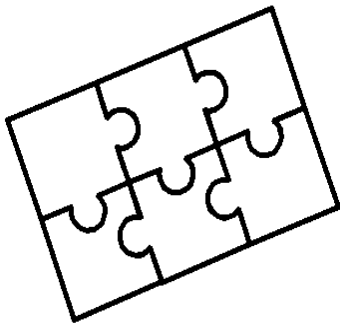


Εικόνα 71: Τα κομμάτια αντιστοιχούνται με τον επιπλέον περιορισμό του αρχικού σχήματος.

- Αυτόματη εικονική συμπλήρωση ελλειπόντων κομματιών (Εικόνα 72).



Εικόνα 72: Εικονική συμπλήρωση κενού στη θέση απολεσθέντος κομματιού.



Βιβλιογραφία

Διεθνής Βιβλιογραφία

1. Akca, D.,2005. *“Registration of point clouds using range and intensity information”* ,Recording, Modeling and Visualization of Cultural Heritage, Ascona, Switzerland, p. 115-126.
2. Arun, K. S. , Huang, T. S. , Blostein, S.D.,1987. *“Least Square Fitting of Two 3d Points Sets”*, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence , Vol. 9 Issue 5, p. 698-700 .
3. Belenguer, C.S., Vidal, E. V. ,2012. *“ Archaeological Fragment Characterization and 3D Reconstruction based on Projective GPU Depth Maps”* , IEEE.
4. Besl, P.J. , Mckay , N.D. ,1992. *“A Method for Registration of 3-D Shapes”* IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell, vol.14,no 2.
5. Brown, B. J. , Toler-Franklin, C., Nehab, D., Burns, M. ,Dobkin, D., Vlachopoulos, A., Dumas, C., Rusinkiewicz, S. , Weyrich, T.,2010. *“A system for high-volume acquisition and matching of fresco fragments: Reassembling Theran wall paintings,”* ACM Transactions on Graphics.
6. Da Gama Leitao, H. C. , Stolfi, J., 2002. *“A multiscale method for the reassembly of two-dimensional fragmented objects,”* IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., vol. 24, pp. 1239–1251.
7. Freeman, H., Garder, L., 1964. *“A pictorial jigsaw puzzles: The computer solution of a problem in pattern recognition,”* Electronic Computers, IEEE Transactions on, vol. EC-13, no. 2, pp. 118–127.
8. Gelfand, N., Ikemoto, L., Rusinkiewicz, S., Levoy, M.,2003. *“Geometrically Stable Sampling for the ICP Algorithm”* , Fourth International Conference on 3D Digital Imaging and Modeling (3DIM).
9. Goldberg D., Malon C., Bern M., 2004. *“A global approach to automatic solution of jigsaw puzzles,”* Comput. Geom. Theory Appl., vol. 28, pp.165–174.
10. Hori, K., Imai, M. , Ogasawara, T., 1999. *“Joint detection for potsherds of broken earthenware,”* Computer Vision and Pattern Recognition, IEEE Computer Society Conference on, vol. 2, p. 2440.
11. Horn, B. K. P. , Hilden, H. M., Negahdaripourt, S. ,1988. *“Closed-form solution of absolute orientation using orthonormal matrices”* , Optical Society of America A, Vol. 5, page 1127.

Βιβλιογραφία

12. Huang, Q.-X. , Flory, S., Gelfand, N., Hofer, M. , Pottmann, H.,2006. *“Reassembling fractured objects by geometric matching,”* *ACM Trans. Graphics*, vol. 25, no. 3, pp. 569–578.
13. Kampel , M., Sablatnig, R., 2004. *“On 3d mosaicing of rotationally symmetric ceramic fragments,”* in *Proceedings of the Pattern Recognition, 17th International Conference on (ICPR’04) Volume 2 - Volume 02*, ser. ICPR ’04. Washington, DC, USA: IEEE Computer Society, , pp. 265–268.
14. Karasik, A. , Smilansky, U., 2008. *“3d scanning technology as a standard archaeological tool for pottery analysis: practice and theory,”* *Journal of Archaeological Science*, vol. 35, no. 5, pp. 1148–1168.
15. Koller, D., Levoy, M.,2006. *Computer-aided reconstruction and new matches in the Forma Urbis Romae*, vol. Supplement, pp. 103–125.
16. Kong, W. , Kimia, B. B., 2001. *“On solving 2d and 3d puzzles using curve matching,”* *Computer Vision and Pattern Recognition, IEEE Computer Society Conference on*, vol. 2, p. 583.
17. Lorusso, A., Eggert, D. W. , Fisher, R. B. ,1997. *“A Comparison of Four Algorithms for Estimating 3-D Rigid Transformations”* *Machine Vision and Applications* p: 272–290.
18. Mitra, N. J. , Flöry, S., Ovsjanikov, M. , Gelfand, N., Guibas, L., Pottmann, H., 2007. *“Dynamic Geometry Registration”* ,Eurographics Symposium on Geometry Processing.
19. Mitra, N. J. , Gelfand, N., , Guibas, L., Pottmann, H.,2004. *“Registration of Point Cloud Data from a Geometric Optimization Perspective”* , Eurographics Symposium on Geometry Processing .
20. Papaioannou, G. , Karabassi, E.-A., 2003. *“On the automatic assemblage of arbitrary broken solid artefacts,”* *Image and Vision Computing*, vol. 21, no. 5, pp. 401–412.
21. Papaioannou, G., Karabassi, E.-A., Theoharis, T.,2002, *“Reconstruction of Three-Dimensional Objects through Matching of Their Parts”* *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell*, vol. 24, no. 1.
22. Papaioannou, G., Karabassi, E.-A., Theoharis, T.,2001. *“Virtual archaeologist: Assembling the past,”* *IEEE Computer Graphics and Applications*, vol. 21, pp. 53–59.
23. Papaodysseus, C. ,Panagopoulos, T., Exarhos, M., Triantafillou, C., Fragoulis, D. ,Doulas, C., 2002. *“Contour-shape based reconstruction of fragmented, 1600 bc wall paintings,”* *Signal Processing, IEEE Transactionson*, vol. 50, no. 6, pp. 1277–1288.
24. Pulli, K.,1999. *“Multiview Registration for Large Data Sets”*, 3-D Digital Imaging and Modeling.
25. Rusinkiewicz, S. , Levoy, M.,2001. *“Efficient Variants of the ICP Algorithm”* , Third International Conference on 3D Digital Imaging and Modeling (3DIM).
26. Tsamoura, E., Nikolaidis, N., Pittas, I., 2011. *“Digital Reconstruction and Mosaicing of Cultural Arifacts”* , Digital Imaging for Cultural Heritage Preservation, pp. 353-385.
27. Ucoluk, G., Toroslu, I. H. ,1999. *“Automatic reconstruction of broken 3-d surface objects,”* *Computers and Graphics*, vol. 23, no. 4, pp. 573–582.

28. van Kaick, O., Zhang, H., Hamarneh, G. , Cohen-Or, D.,2010. *“A survey on shape correspondence,”* in *Proc. of Eurographics State-of-the-art Report*, pp. 1–24.
29. Walker, M. W. , Shao, L., Volz, R. A. ,1991. *“Estimating 3-D Location Parameters Using Dual Number Quaternions”* ,CVGIP: Image Understanding Vol. 54, No. 3, November, pp. 358-367.
30. Willis, A.R., Cooper, D.B., 2008. *“Computational reconstruction of ancient artifacts,”* *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 25, no. 4, pp. 65–83.
31. Willis, A.R., Cooper, D.B., 2004. *“Bayesian Assembly of 3D Axially Symmetric Shapes from Fragments”* from the *Proceedings of Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Vol. I.*
32. Wolfson, H., Schonberg, E. ,Kalvin, A. , Lamdan, Y., 1988. *“Solving jigsaw puzzles by computer ”* *Ann. Oper. Res.*, vol. 12, pp. 51–64.

Ελληνική Βιβλιογραφία

33. Παπαϊωάννου , Γ., 2002. Διαφάνειες, *“ Τριασδιάστατη Εικονική Ανακατασκευή Από Θραύσματα “*.
34. Πέτσα, Ε.,2011. *“Δημιουργία Οπτικού –Φωτογραμμετρικού Σαρωτή για την Αυτόματη 3d Ανακατασκευή Μικρών Αντικειμένων“*
35. Πρόκος, Α.Ι.,2012 *“Δημιουργία Φωτογραμμετρικού Σαρωτή Laser με Χρήση Πρόσθετων Γεωμετρικών Δεσμεύσεων”*
36. Digitech III, 2005. *Εγχειρίδιο Τριασδιάστατης Ψηφιοποίησης Ακίνητων Μνημείων και Χώρων.*

Ιστότοποι

37. <http://www.mathworks.com> (Τελευταία επίσκεψη Μάρτιος 2013.)

Βιβλιογραφία

Παράρτημα

Πίνακας Εικόνων

Εικόνα 1: Στιγμιότυπο συνένωσης δύο νεφών σημείων κατά την εφαρμογή του ICP.....	- 8 -
Εικόνα 2: Διάγραμμα ροής αλγορίθμου ICP.....	- 8 -
Εικόνα 3: Οπτικοποίηση των τριών παραλλαγών του ICP με βάση την αντιστοιχία σημείων.....	- 12 -
Εικόνα 4: Για κομμάτια που ταιριάζουν απόλυτα, τα μήκη των έντονων μαύρων οριζόντιων γραμμών θα πρέπει να είναι ίσα.....	- 23 -
Εικόνα 5: Παιχνίδι παζλ 100 κομματιών πριν και μετά τη λύση του.....	- 23 -
Εικόνα 6: Υπάρχουν 8 διαθέσιμες κενές θέσεις με βάση τη λύση του αλγόριθμου.....	- 24 -
Εικόνα 7: Το πρόβλημα της ανασύνθεσης κομματιών τύπου παιχνιδιού παζλ.....	- 24 -
Εικόνα 8: Με το πέρασμα των αριθμών αυξάνεται το ελάχιστο μήκος L_{min} και χάνεται λεπτομέρεια.....	- 25 -
Εικόνα 9: (α) Το ιδανικά σπασμένο αντικείμενο. (β) Το σπασμένο αντικείμενο με ρεαλιστικά στοιχεία.....	- 26 -
Εικόνα 10: Επανασυναρμολόγηση κεραμικών αντικειμένων με τον περιορισμό της αξονικής συμμετρίας.....	- 27 -
Εικόνα 11: Τα δύο αντικείμενα, κατά τη διάρκεια της εύρεσης της καλύτερης σχετικής θέσης για την ελαχιστοποίηση του σφάλματος αντιστοίχισης, με σχέση το προβολικό επίπεδο.....	- 28 -
Εικόνα 12: Οι προβολικοί χώροι και οι χάρτες βάθους GPU.....	- 28 -
Εικόνα 13: Αντιστοίχιση κομματιών με βάση τις τομές στις ανώτερες επιφάνειες του κομματιού.....	- 29 -
Εικόνα 14: Αντιστοίχιση κομματιών τοιχοποιίας 475 και 421 με βάση γεωμετρικούς περιορισμούς.....	- 30 -
Εικόνα 15: Αντιστοίχιση του κομματιού 307 με τα υπόλοιπα με βάση κάποια χαρακτηριστικά του.....	- 31 -
Εικόνα 16: Επισκόπηση βημάτων αλγορίθμου.....	- 32 -
Εικόνα 17: Το έκτο κομμάτι έχει περισσότερες πιθανότητες να αντιστοιχηθεί σωστά, εφόσον τα πέντε πρώτα κομμάτια έχουν αντιστοιχηθεί και έχουν καταχωρηθεί μαζί.....	- 32 -
Εικόνα 18: Ένα περίγραμμα εξάγεται σε μια απόσταση που καθορίζεται από την εμπρόσθια επιφάνεια (αριστερά), στη συνέχεια κάθε δείγμα εξωθείται κατακόρυφα σε ένα επίπεδο (κέντρο). Τα σημεία του <i>ribbon</i> είναι τοποθετημένα σε ένα πλέγμα (δεξιά), που επιτρέπει τον αποτελεσματικό υπολογισμό των αντιστοιχιών.....	- 33 -
Εικόνα 19: Στιγμιότυπο του αρχικού πλέγματος (αριστερά) και της ομοιόμορφης δειγματολογικής μεθόδου- <i>"ribbon"</i> (δεξιά).....	- 33 -
Εικόνα 20: Μία λωρίδα δειγμάτων σε κάθε <i>ribbon</i> χρησιμοποιείται για να υπολογίσει μια ευθυγράμμιση. Στη συνέχεια, η περιοχή επικάλυψης μετατοπίζεται κατά ένα δείγμα και ένα νέα ευθυγράμμιση υπολογίζεται κλιμακωτά σε σταθερό χρόνο.....	- 34 -

Εικόνα 21: Χρησιμοποιώντας όλα τα αντίστοιχα ζεύγη σημείων για τις κόκκινες και μπλε καμπύλες δίνεται μια εσφαλμένη ευθυγράμμιση (αριστερά), επειδή τα μαύρα σημεία είναι σε διαβρωμένα τμήματα στην άκρη. Χρησιμοποιώντας μόνο τα πράσινα σημεία, των οποίων οι z-συνιστώσες είναι αντίθετες, παράγεται μια σωστή ευθυγράμμιση (δεξιά). - 34 -

Εικόνα 22: Η θέση του σαρωτή σε σχέση με το αντικείμενο. Με κόκκινο χρώμα παρουσιάζεται η σπασμένη επιφάνεια, ενώ με γκρι χρώμα το υπόλοιπο αντικείμενο. - 38 -

Εικόνα 23: Στιγμιότυπο από το περιβάλλον Matlab, με μέρος ενός πίνακα συντεταγμένων.....
..... - 39 -

Εικόνα 24: Στιγμιότυπο κατά την εισαγωγή των δεδομένων στο πρόγραμμα. - 39 -

Εικόνα 25: Το cell, τα κομμάτια που εισήχθησαν ισούται με τον αριθμό των σειρών, ενώ οι στήλες φανερώνουν τις σπασμένες επιφάνειες του κάθε κομματιού. - 40 -

Εικόνα 26: Ο πίνακας A με τα αποτελέσματα με το πέρας του ICP. - 41 -

Εικόνα 27: Ο πίνακας B με τις αποδεκτές επιφάνειες βάσει του σφάλματος..... - 41 -

Εικόνα 28: Περίπτωση γειτονικών τριγώνων που δεν ικανοποιούν το κριτήριο του Delaunay..
..... - 42 -

Εικόνα 29: Η αλλαγή της διχοτόμου πλευράς ικανοποιεί το κριτήριο Delaunay. - 42 -

Εικόνα 30: Η εναλλακτική διατύπωση του Delaunay με το άθροισμα γωνιών. Το άθροισμα $\alpha + \gamma$ πρέπει να είναι μικρότερο από 180° (στη συγκεκριμένη περίπτωση δεν είναι). - 43 -

Εικόνα 31: Τριγωνισμός Delaunay για 100 σημεία σε περιβάλλον Matlab. - 43 -

Εικόνα 32: Αρχικά τρίγωνα επιφάνειας, παρουσίαση ορίου πλευράς τριγώνου και ερώτηση αλλαγής του..... - 44 -

Εικόνα 33: Εισαγωγή καινούργιου ορίου στην πλευρά τριγώνου από το χρήστη. - 44 -

Εικόνα 34: Ανασχηματισμός τριγώνων και ερώτηση για συνέχεια στην επόμενη επιφάνεια ή καινούργιο ανασχηματισμό..... - 45 -

Εικόνα 35: Η σπασμένη επιφάνεια μετά τον τριγωνισμό στην πρώτη περίπτωση χωρίς διανύσματα και στη δεύτερη με διανύσματα. - 46 -

Εικόνα 36: Ο πίνακας K, οι τρεις πρώτες στήλες είναι οι συντεταγμένες του κέντρου βάρους του τριγώνου, οι τρεις επόμενες το κάθετο διάνυσμα και η τελευταία το μέτρο του. - 47 -

Εικόνα 37: Οι πίνακες με τις αλληλουχίες γωνιών των παραπάνω επιφανειών..... - 48 -

Εικόνα 38: Δύο σπασμένες επιφάνειες με αριθμημένα τα τρίγωνα (faces) τους. - 48 -

Εικόνα 39: Ο πίνακας Cor με τις αντιστοιχίες των τριγώνων μεταξύ των δύο παραπάνω επιφανειών..... - 49 -

Εικόνα 40: Η αλληλουχία δύο γωνιών στον δισδιάστατο χώρο σε δύο συγκρινόμενες επιφάνειες..... - 49 -

Εικόνα 41: Σύγκριση γωνιών θ_1 και θ_2' - 50 -

Εικόνα 42: Η ϕ επίκεντρη γωνία και η ϕ' είναι εγγεγραμμένη γωνία στον ίδιο κύκλο. - 50 -

Εικόνα 43: Ισόπλευρο τρίγωνο. - 51 -

Εικόνα 44: Ο πίνακας E1 με τις αντιστοιχίες έξι επιφανειών. - 53 -

Εικόνα 45: Οι τρεις προς σύγκριση επιφάνειες..... - 53 -

Εικόνα 46: Ο πίνακας B1 με τα αποτελέσματα της σύγκρισης..... - 54 -

Εικόνα 47: Μέρη των πινάκων K2 και K0 και σημειωμένα τα κοινά τους στοιχεία με βάση το εμβαδόν..... - 55 -

Εικόνα 48: Μέρη των πινάκων K2 και F2, στις θέσεις με τα μηδενικά στοιχεία δηλώνεται η μη ύπαρξη κοινών στοιχείων.....	- 55 -
Εικόνα 49: Γραφική αναπαράσταση του άξονα z.	- 60 -
Εικόνα 50: Η πρώτη επιφάνεια χωρίς.....	- 61 -
Εικόνα 51: Η δεύτερη επιφάνεια με	- 61 -
Εικόνα 52: Η τρίτη επιφάνεια με	- 61 -
Εικόνα 53: Το πρώτο ζευγάρι επιφανειών, η πρώτη επιφάνεια χωρίς καμία παραμόρφωση και η δεύτερη με παραμορφώσεις έως 0.1mm κατά z.	- 62 -
Εικόνα 54: Το δεύτερο ζευγάρι επιφανειών, η πρώτη επιφάνεια χωρίς καμία παραμόρφωση και η δεύτερη με παραμορφώσεις έως 1mm κατά z.	- 63 -
Εικόνα 55: Το πρώτο ζευγάρι επιφανειών, με 50 σημεία και 78 τρίγωνα η καθεμία.	- 64 -
Εικόνα 56: Το δεύτερο ζευγάρι επιφανειών, με 500 σημεία και 884 τρίγωνα η καθεμία.	- 65 -
Εικόνα 57: Το τρίτο ζευγάρι επιφανειών, με 5000 σημεία και 9055 τρίγωνα η καθεμία.	- 65 -
Εικόνα 58: Το τέταρτο ζευγάρι επιφανειών, με 50000 σημεία και 91060 τρίγωνα η καθεμία... ..	- 66 -
Εικόνα 59: Γραφική αναπαράσταση του πρώτου ζευγαριού με παραμορφώσεις, στους άξονες x,y και z του δευτέρου αντικειμένου, έως 0.1mm.	- 69 -
Εικόνα 60: Γραφική αναπαράσταση του δευτέρου ζευγαριού με παραμορφώσεις, στους άξονες x,y και z του δευτέρου αντικειμένου, έως 1mm.	- 69 -
Εικόνα 61: Γραφική αναπαράσταση του πρώτου ζευγαριού με παραμορφώσεις, στους άξονες x,y και z του δευτέρου αντικειμένου, έως 0.1mm.	- 71 -
Εικόνα 62: Γραφική αναπαράσταση του δευτέρου ζευγαριού με παραμορφώσεις, στους άξονες x,y και z του δευτέρου αντικειμένου, έως 1mm.	- 71 -
Εικόνα 63: Γραφική αναπαράσταση του πρώτου ζευγαριού με παραμορφώσεις, στους άξονες x,y και z του δευτέρου αντικειμένου, έως 0.1mm.	- 73 -
Εικόνα 64: Γραφική αναπαράσταση του δευτέρου ζευγαριού με παραμορφώσεις, στους άξονες x,y και z του δευτέρου αντικειμένου, έως 1mm.	- 74 -
Εικόνα 65: Γραφική αναπαράσταση του τρίτου ζευγαριού με παραμορφώσεις, στους άξονες x,y και z του δευτέρου αντικειμένου, έως 10mm.....	- 74 -
Εικόνα 66: Γραφική αναπαράσταση του πρώτου ζευγαριού με παραμορφώσεις, στους άξονες x,y και z του δευτέρου αντικειμένου, έως 0.1mm.	- 75 -
Εικόνα 67: Γραφική αναπαράσταση του δευτέρου ζευγαριού με παραμορφώσεις, στους άξονες x,y και z του δευτέρου αντικειμένου, έως 0.1mm.	- 75 -
Εικόνα 68: Γραφική αναπαράσταση του τρίτου ζευγαριού με παραμορφώσεις, στους άξονες x,y και z του δευτέρου αντικειμένου, έως 0.1mm.....	- 76 -
Εικόνα 69: Γραφική αναπαράσταση του τέταρτου ζευγαριού με παραμορφώσεις, στους άξονες x,y και z του δευτέρου αντικειμένου, έως 0.1mm.	- 76 -
Εικόνα 70: Ταυτοποίηση του κύκλου μεταξύ των τριών κομματιών.	- 81 -
Εικόνα 71: Τα κομμάτια αντιστοιχούνται με τον επιπλέον περιορισμό του αρχικού σχήματος.	- 82 -
Εικόνα 72: Εικονική συμπλήρωση κενού στη θέση απολεσθέντος κομματιού.	- 82 -

Πίνακας Πινάκων

Πίνακας 1: Συγκεντρωτικός πίνακας 4 παραλλαγών μετασχηματισμού με βάση τον αλγόριθμο ICP.....	- 17 -
Πίνακας 2: Συγκεντρωτικός πίνακας βιβλιογραφίας.....	- 35 -
Πίνακας 3: Ανοχή γωνιών για ποικίλα μεγέθη τριγώνων και φθορών.....	- 52 -
Πίνακας 4: Μέγεθος Επιφανειών.....	- 60 -
Πίνακας 5: Στοιχεία επιφανειών.....	- 60 -
Πίνακας 6: Αποτελέσματα των τριών περιπτώσεων.....	- 61 -
Πίνακας 7: Μέγεθος επιφανειών πρώτου και δεύτερου ζευγαριού επιφανειών.....	- 62 -
Πίνακας 8: Στοιχεία επιφανειών πρώτου και δεύτερου ζευγαριού επιφανειών.....	- 62 -
Πίνακας 9: Αποτελέσματα του πρώτου ζευγαριού επιφανειών.....	- 62 -
Πίνακας 10: Αποτελέσματα του δεύτερου ζευγαριού επιφανειών.....	- 63 -
Πίνακας 11: Αποτελέσματα των τεσσάρων υλοποιήσεων του αλγορίθμου.....	- 64 -
Πίνακας 12: Μέγεθος Επιφανειών.....	- 68 -
Πίνακας 13: Στοιχεία σύγκρισης των επιφανειών.....	- 68 -
Πίνακας 14: Αποτελέσματα σύγκρισης του πρώτου ζευγαριού επιφανειών.....	- 68 -
Πίνακας 15: Αποτελέσματα σύγκρισης του δεύτερου ζευγαριού επιφανειών.....	- 68 -
Πίνακας 16: Μέγεθος Επιφανειών.....	- 70 -
Πίνακας 17: Στοιχεία σύγκρισης των επιφανειών.....	- 70 -
Πίνακας 18: Αποτελέσματα σύγκρισης του πρώτου ζευγαριού επιφανειών.....	- 70 -
Πίνακας 19: Αποτελέσματα σύγκρισης του δεύτερου ζευγαριού επιφανειών.....	- 70 -
Πίνακας 20: Μέγεθος Επιφανειών.....	- 72 -
Πίνακας 21: Στοιχεία σύγκρισης των επιφανειών.....	- 72 -
Πίνακας 22: Αποτελέσματα σύγκρισης του πρώτου ζευγαριού επιφανειών.....	- 72 -
Πίνακας 23: Αποτελέσματα σύγκρισης του δευτέρου ζευγαριού επιφανειών.....	- 73 -
Πίνακας 24: Αποτελέσματα σύγκρισης του τρίτου ζευγαριού επιφανειών.....	- 73 -
Πίνακας 25: Διαστάσεις, στοιχεία και αποτελέσματα συγκρίσεων επιφανειών.....	- 77 -

Πίνακας Σχημάτων

Σχήμα 1: Διάγραμμα ροής του αλγορίθμου <i>Frangmatch</i>	- 57 -
Σχήμα 2: Τα ποσοστά των αποδεκτών γωνιών κατά τις τέσσερις φάσεις του πειράματος.....	- 66 -
Σχήμα 3: Τα ποσοστά του εμβαδού κατά τις τέσσερις φάσεις του πειράματος.....	- 67 -