



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΤΜΗΜΑ ΑΓΡΟΝΟΜΩΝ ΤΟΠΟΓΡΑΦΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ  
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΤΗΛΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗΣ

**Μέθοδος Επιλογής Καναλιών για τη  
Βελτιστοποίηση της Εξαγωγής Καθαρών  
Φασματικών Στόχων και της Ακρίβειας της  
Ταξινόμησης**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Διαμαντοπούλου Γεωργία

Επιβλέπουσα Καθηγήτρια: Βασιλεία Καραθανάση  
Επικ. Καθηγήτρια ΕΜΠ

Αθήνα, Μάρτιος 2013



## **ΠΡΟΛΟΓΟΣ**

Η υπερφασματική απεικόνιση έχει εξελιχθεί σε ένα από τα πιο ισχυρά και ταχέως αναπτυσσόμενα εργαλεία στον τομέα της τηλεπισκόπησης, με πλήθος εφαρμογών σε διάφορα επιστημονικά πεδία όπως είναι μεταξύ άλλων το περιβάλλον, η ιατρική, η βιομηχανία, η γεωργία. Εν τούτοις η διαχείριση, επεξεργασία και ανάλυση του τεράστιου όγκου των υπερφασματικών δεδομένων αποτελεί πρόκληση αλλά και απαραίτητη προϋπόθεση για τη μέγιστη αξιοποίηση της πληροφορίας και των εξαιρετικών δυνατοτήτων που προσφέρουν.

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στο Εργαστήριο Τηλεπισκόπησης του Τμήματος Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου. Πρόκειται για την παρουσίαση και αξιολόγηση μιας νέας μεθόδου επιλογής καναλιών για τη βελτιστοποίηση της εξαγωγής καθαρών φασματικών στόχων και της ακρίβειας της ταξινόμησης μιας υπερφασματικής απεικόνισης.

Πριν την παρουσίαση της εργασίας θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους όσους συνέβαλαν στην υλοποίησή της. Πρωτίστως οφείλω θερμότερες ευχαριστίες στην επιβλέπουσα Καθηγήτρια κυρία Βασιλεία Καραθανάση για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε αναθέτοντάς μου το συγκεκριμένο θέμα, αλλά και για την καθοδήγησή της καθ' όλη τη διάρκεια της συνεργασίας μας. Επίσης θα ήθελα να εκφράσω ένα μεγάλο ευχαριστώ στην Υποψήφια Διδάκτωρ Χαρούλα Ανδρέου για όλη την υπομονή, την ουσιαστική βοήθεια και τη διαρκή συμπαράσταση καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας.



## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>ΠΡΟΛΟΓΟΣ.....</b>	<b>2</b>
<b>ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....</b>	<b>8</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>9</b>
<b>1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....</b>	<b>11</b>
<b>2. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ .....</b>	<b>13</b>
<b>2.1. Η Υπερφασματική Τηλεπισκόπηση .....</b>	<b>14</b>
<b>2.2. Η Κατάρα της Διαστατικότητας – Το Φαινόμενο Hughes .....</b>	<b>15</b>
<b>2.3. Μείωση των Διαστάσεων της Υπερφασματικής απεικόνισης .....</b>	<b>16</b>
<b>2.4. Μέθοδοι Εξαγωγής Χαρακτηριστικών .....</b>	<b>16</b>
2.4.1. Μετασχηματισμός Ελαχιστοποίησης του θορύβου .....	17
2.4.2. Ανάλυση Κύριων Συνιστωσών .....	18
2.4.3. Ανάλυση Ανεξάρτητων Συνιστωσών .....	21
2.4.4. Προβολή Pursuit .....	22
2.4.5. Matching Pursuit .....	23
2.4.6. Segmented Canonical Analysis .....	24
<b>2.5. Μέθοδοι Επιλογής Χαρακτηριστικών .....</b>	<b>25</b>
2.5.1. Μέθοδος Επιλογής Καναλιών Βάσει του Αλγόριθμου Ανατροφοδότησης	33
2.5.2. Επιλογή Καναλιών βασισμένη στην Ανάλυση Ανεξάρτητων Συνιστωσών	34
2.5.3. Επιλογή Καναλιών βασισμένη στην Εκτίμηση της Αμοιβαίας Πληροφορίας	35
2.5.4. Επιλογή Καναλιών βασισμένη στην Ταξινόμηση με Βάρη Καναλιών .....	36
2.5.5. Μέθοδος Επιλογής Καναλιών υπό Περιορισμό .....	38
2.5.6. Αποδοτική - Επιβλεπόμενη Μέθοδος Επιλογής Καναλιών .....	38
2.5.7. Επιλογή Καναλιών βασισμένη στην Κλασματική Διάσταση .....	39
2.5.8. Μη επιβλεπόμενη Μέθοδος Επιλογής Καναλιών βασισμένη σε Κριτήρια Ομοιότητας.....	40
2.5.9. Μέθοδος Επιλογής Καναλιών με Χρήση Εντροπίας βασισμένης στην Αμοιβαία Πληροφορία .....	42
2.5.10. Η Choquet Fuzzy Integral Μέθοδος Επιλογής Καναλιών .....	44
<b>2.6. Φασματικός διαχωρισμός.....</b>	<b>46</b>
2.6.1. Το Γραμμικό Μοντέλο Μίξης.....	47
2.6.2. Το Μη Γραμμικό Μοντέλο Μίξης.....	48
2.6.3. Αλγόριθμοι Εξαγωγής Καθαρών Φασματικών Στόχων .....	49
2.6.3.1. Αλγόριθμοι Γεωμετρικής Προσέγγισης .....	50
2.6.3.2. Στατιστικές Μέθοδοι Εξαγωγής Καθαρών Στόχων .....	64
2.6.3.3. Αλγόριθμοι βασισμένοι στη Χωρική και Φασματική Πληροφορία .....	65
<b>2.7. Ταξινόμηση Υπερφασματικών Δεδομένων.....</b>	<b>70</b>
2.7.1. Μέθοδοι Ταξινόμησης.....	71

<b>3.</b>	<b>Η ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΚΑΝΑΛΙΩΝ .....</b>	<b>78</b>
<b>3.1.</b>	<b>Οι Βασικές Αρχές της Μεθόδου .....</b>	<b>79</b>
<b>3.2.</b>	<b>Πειραματική Διαδικασία .....</b>	<b>81</b>
3.2.1.	<i>Εφαρμογή της Μεθόδου στην Εξαγωγή Καθάρων Φασματικών</i>	82
	<i>Στόχων .....</i>	82
3.2.1.1.	<i>Περιγραφή των Δεδομένων .....</i>	82
3.2.1.2.	<i>Πειραματική Διαδικασία .....</i>	82
3.2.1.3.	<i>Αξιολόγηση των Αποτελεσμάτων .....</i>	95
3.2.2	<i>Εφαρμογή της Προτεινόμενης Μεθόδου στην Ταξινόμηση .....</i>	103
3.2.2.1	<i>Περιγραφή των Δεδομένων .....</i>	103
3.2.2.2.	<i>Πειραματική Διαδικασία .....</i>	104
<b>4.</b>	<b>ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....</b>	<b>115</b>
<b>5.</b>	<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....</b>	<b>118</b>

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΕΙΚΟΝΩΝ

Εικόνα 2.1: Υπερφασματική απεικόνιση.....	14
Εικόνα 2.2: (α) Η κατάρα της διαστατικότητας, (β) Το φαινόμενο Hughes.....	15
Εικόνα 2.3: Μείωση των διαστάσεων μιας υπερφασματικής απεικόνισης.....	16
Εικόνα 2.4: Εξαγωγή χαρακτηριστικών.....	17
Εικόνα 2.5: Πρώτη κύρια συνιστώσα δύο κατηγοριών A και B.....	19
Εικόνα 2.6: Σύγκριση PCA – ICA.....	20
Εικόνα 2.7: Το γενικό διάγραμμα ροής της προβολής Pursuit.....	23
Εικόνα 2.8: Επιλογή Χαρακτηριστικών.....	25
Εικόνα 2.9: Παρουσίαση του χρωμοσώματος και χαρτογράφηση των υπερφασματικών καναλιών του υπερκύβου.....	31
Εικόνα 2.10: Το μοντέλο Wrapper.....	32
Εικόνα 2.11: Το μοντέλο Filter.....	33
Εικόνα 2.12: Οι εντροπίες δύο τυχαίων μεταβλητών X, Y και η αμοιβαία πληροφορία I(X,Y).....	35
Εικόνα 2.13: Αμιγές και μικτό εικονοστοιχείο.....	46
Εικόνα 2.14: Η διαδικασία του γραμμικού φασματικού διαχωρισμού.....	47
Εικόνα 2.15: Η διαμόρφωση του simplex από 0 σε n διαστάσεις.....	48
Εικόνα 2.16: Το μη γραμμικό μοντέλο μίξης.....	49
Εικόνα 2.17: Μεθοδολογία PPI σε δύο διαστάσεις.....	51
Εικόνα 2.18: (α)Εισαγωγή τυχαίου συνόλου (p=4), (β) Τελικός υπολογισμός όγκου.....	52
Εικόνα 2.19: (α): Δισδιάστατο διάγραμμα της μικτής φασματικής τιμής από τρεις καθαρούς στόχους, (β) Αλγόριθμος VCA .....	54
Εικόνα 2.20: Η παρουσίαση της λογικής του ελάχιστου όγκου.....	57
Εικόνα 2.21: Γεωμετρική εξήγηση πιθανών χωρικών διατάξεων και κώνων οι οποίοι περιβάλλουν τη δοθείσα πληροφορία ορισμένη από τα σημεία με μαύρο χρώμα.....	61
Εικόνα 2.22: Παράδειγμα εφαρμογής μορφολογικών πράξεων διεύρυνσης (dilation) και συστολής (erosion).....	66
Εικόνα 2.23: Υπολογισμός του δείκτη MEI.....	66
Εικόνα 2.24: 1 <sup>ο</sup> στάδιο αλγόριθμου, (A), αρχική εικόνα, (B) εικόνα χωρισμένη σε παράθυρα, (C) Ιδιοδιανύσματα που προέκυψαν από όλα τα τμήματα της εικόνας .....	67
Εικόνα 2.25: 2 <sup>ο</sup> στάδιο αλγόριθμου,(A) αρχική εικόνα, (B) εικόνα στο δυσδιάστατο χώρο, (C) προβολή όλης της εικόνας σε ένα από τα ιδιοδιανύσματα, (D) χωρική κατανομή των υποψήφιων καθαρών στόχων.....	68
Εικόνα 2.26: 3 <sup>ο</sup> στάδιο,(A) χωρική κατανομή των υποψήφιων καθαρών στόχων για τις κατηγορίες i, j, k, (B)νέοι πιθανοί καθαροί στόχοι, (C) ομαδοποίηση υποψήφιων καθαρών στόχων θέτοντας χωρικό περιορισμό. (D),(E),(F) εικόνα των (A),(B),(C) αντίστοιχα στο δισδιάστατο χώρο.....	68
Εικόνα 2.27: Γεωμετρική εξήγηση του SPP αλγόριθμου.....	70
Εικόνα 2.28: Οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας για τις κατηγορίες A και B. Η πιθανότητα το σημείο x να ανήκει στη B κατηγορία είναι μεγαλύτερη από την πιθανότητα να ανήκει στην A κατηγορία.....	71
Εικόνα 2.29: Η φασματική γωνία $\theta$ , μεταξύ της φασματικής υπογραφής του στόχου t, και της φασματικής υπογραφής του υλικού αναφοράς r, σε τρία κανάλια $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ .....	72
Εικόνα 2.30: Ταξινόμηση με SVM σε περίπτωση μη γραμμικού διαχωρισμού.....	73
Εικόνα 2.31: Διαχωρισμός 3 κατηγοριών με τη μέθοδο one against all.....	76
Εικόνα 2.32: Πρόβλημα διαχωρισμού 3 κατηγοριών με τη μέθοδο one against one .....	76
Εικόνα 3.1: Απεικόνιση της περιοχής της Χαλκίδας.....	82

Εικόνα 3.2: Τα αμιγή εικονοστοιχεία στα οποία απεικονίζεται νερό.....	87
Εικόνα 3.3: Η χωρική θέση των επιλεγμένων εικονοστοιχείων για την κατηγορία νερό και τα αντίστοιχα διαγράμματα ανακλαστικότητας.....	89
Εικόνα 3.4: Η ταξινομημένη εικόνα για την κατηγορία νερό.....	89
Εικόνα 3.5: (α) Τα εικονοστοιχεία αναφοράς στα οποία απεικονίζεται παραλία, (β) Η ταξινομημένη εικόνα για την κατηγορία παραλία.....	90
Εικόνα 3.6: Διάγραμμα ανακλαστικότητας των εικονοστοιχείων που επιλέχθηκαν για την κατηγορία βλάστηση.....	90
Εικόνα 3.7: Η ταξινομημένη εικόνα για την κατηγορία βλάστηση.....	93
Εικόνα 3.8: Το διάγραμμα ανακλαστικότητας των εικονοστοιχείων που απεικονίζουν οδικό δίκτυο .....	93
Εικόνα 3.9: Η ταξινομημένη εικόνα για την κατηγορία οδικό δίκτυο.....	94
Εικόνα 3.10: Το διάγραμμα ανακλαστικότητας των εικονοστοιχείων στα οποία απεικονίζεται σκιά.....	95
Εικόνα 3.11: Η ταξινομημένη εικόνα για την κατηγορία σκιά.....	95
Εικόνα 3.12: Τα νέα αμιγή εικονοστοιχεία στα οποία απεικονίζεται η κατηγορία νερό και οι αντίστοιχες φασματικές υπογραφές τους.....	101
Εικόνα 3.13: (α) Η απεικόνιση της περιοχής σε Grey Scale, (β) Τα πολύγωνα για τις 16 κατηγορίες τις απεικόνισης.....	103
Εικόνα 3.14: Τα αποτελέσματα του SVM στα 186 κανάλια .....	104
Εικόνα 3.15: Τα αποτελέσματα του SVM στα 86 κανάλια της προτεινόμενης μεθόδου.....	108
Εικόνα 3.16: Το Διάγραμμα των τιμών Εντροπίας.....	109
Εικόνα 3.17: Τα αποτελέσματα της ταξινόμησης για τα κανάλια που επιλέχθηκαν με τη μέθοδο της εντροπίας.....	111
Εικόνα 3.18: Το Διάγραμμα συσχέτισης ανακλαστικότητας μεταξύ της κατηγορίας Stone-steal-towers και των υπόλοιπων κατηγοριών.....	112
Εικόνα 3.19: Η ταξινομημένη εικόνα για τα κανάλια που επιλέχθηκαν με τη μέθοδο της συσχέτισης.....	113



## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 3.1: Οι καθαροί φασματικοί στόχοι της απεικόνισης και οι φασματικές τους υπογραφές .....	86
Πίνακας 3.2: Το επιλεγμένο φασματικό εύρος για κάθε κατηγορία.....	88
Πίνακας 3.3: Οι διαφορετικοί τύποι βλάστησης που εντοπίστηκαν και οι φασματικές τους υπογραφές .....	92
Πίνακας 3.4: Ο πίνακας αποτελεσμάτων του αλγόριθμου SAM κατά τη σύγκριση του εικονοστοιχείου 51_64(d) με τα 30 εικονοστοιχεία που εντοπίστηκαν.....	97
Πίνακας 3.5: Σύγκριση των φασματικών υπογραφών των εικονοστοιχείων αναφοράς που εντοπίστηκαν με την προτεινόμενη μέθοδο, με τις φασματικές υπογραφές των 30 νέων αμιγών εικονοστοιχείων.....	100
Πίνακας 3.6: Τα νέα αμιγή εικονοστοιχεία για τις κατηγορίες Σκιά, Παραλία και Οδικό Δίκτυο και τα αντίστοιχα διαγράμματα ανακλαστικότητας .....	102
Πίνακας 3.7: Δεδομένα Εκπαίδευσης και Δεδομένα Ελέγχου .....	104
Πίνακας 3.8: Ο πίνακας σύγχυσης με τα αποτελέσματα του SVM σε 186 κανάλια .....	105
Πίνακας 3.9: Τα υψηλότερα ποσοστά σφάλματος παράλειψης για κάθε κατηγορία .....	106
Πίνακας 3.10: Ο πίνακας σύγχυσης με τα αποτελέσματα του SVM στα 86 επιλεγμένα κανάλια.....	107
Πίνακας 3.11: Τα επιλεγμένα κανάλια με τις μεγαλύτερες τιμές Εντροπίας.....	109
Πίνακας 3.12: Ο πίνακας σύγχυσης με τα αποτελέσματα της ταξινόμησης για τα επιλεγμένα κανάλια με τη μέθοδο της εντροπίας .....	110
Πίνακας 3.13: Τα αποτελέσματα της συσχέτισης για κάθε κατηγορία.....	112
Πίνακας 3.14: Ο πίνακας σύγχυσης με τα αποτελέσματα της ταξινόμησης στα κανάλια που επιλέχθηκαν με τη μέθοδο της συσχέτισης.....	113



## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Οι υπερφασματικές απεικονίσεις περιέχουν σημαντική ποσότητα φασματικής πληροφορίας παρέχοντας την προοπτική για πιο ακριβή και λεπτομερή εξαγωγή πληροφορίας για τους υπό μελέτη στόχους/κατηγορίες σε σχέση με τις πολυφασματικές εικόνες. Ωστόσο αποδεικνύεται ότι οι κλασσικές μέθοδοι επεξεργασίας και ανάλυσης των πολυφασματικών εικόνων δεν εμφανίζουν την ανάλογη αποτελεσματικότητα στην περίπτωση των νέων, μεγαλύτερου όγκου, δεδομένων των υπερφασματικών αισθητήρων. Συνεπώς η μείωση των διαστάσεων των υπερφασματικών εικόνων και παράλληλα η διατήρηση της σημαντικής πληροφορίας που περιέχεται σε αυτές, αποτελεί βασικό στοιχείο της προεπεξεργασίας που προηγείται της ανάλυσης των δεδομένων.

Οι υπάρχουσες μέθοδοι μείωσης του αριθμού των καναλιών μιας υπερφασματικής απεικόνισης διακρίνονται σε δύο κατηγορίες: την εξαγωγή χαρακτηριστικών και την επιλογή χαρακτηριστικών/καναλιών.

Στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία προτείνεται μια νέα μέθοδος επιλογής καναλιών, με στόχο τη βελτιστοποίηση της εξαγωγής καθαρών φασματικών στόχων και της ακρίβειας της ταξινόμησης.

Αρχικά, σε θεωρητικό επίπεδο, παρατίθεται μια γενική παρουσίαση των βασικών αρχών της Υπερφασματικής Τηλεπισκόπησης και περιγράφεται το πρόβλημα της υψηλής διαστατικότητας των υπερφασματικών δεδομένων και ο τρόπος που αυτό επηρεάζει την επεξεργασία τους. Στη συνέχεια, ακολουθεί μια εκτενής αναφορά σε υπάρχουσες μεθόδους μείωσης των διαστάσεων καθώς και στις κυριότερες μεθόδους και τεχνικές επεξεργασίας της μιας υπερφασματικής εικόνας, ορισμένες εκ των οποίων χρησιμοποιήθηκαν και στα πλαίσια της προτεινόμενης μεθόδου.

Στο τρίτο κεφάλαιο, παρουσιάζονται αναλυτικά οι βασικές αρχές της προτεινόμενης μεθόδου καθώς και οι πειραματικές διαδικασίες που πραγματοποιήθηκαν προκειμένου να διαπιστωθεί η αποτελεσματικότητά της, στην εξαγωγή καθαρών φασματικών στόχων και στην ταξινόμηση. Η πρακτική εφαρμογή της μεθόδου έγινε στο περιβάλλον του λογισμικού ENVI 4.7, για δύο διαφορετικά σύνολα δεδομένων. Όσον αφορά την πειραματική διαδικασία που διεξήχθη για τον έλεγχο της αποτελεσματικότητας της μεθόδου την εξαγωγή καθαρών στόχων, περιοχή μελέτης αποτέλεσε η πόλη της Χαλκίδας με υπερφασματικά δεδομένα που αποκτήθηκαν από τον αισθητήρα CASI 550, με 97 κανάλια εύρους 421,9nm έως 970nm. Για την εξαγωγή των καθαρών στόχων της απεικόνισης εφαρμόστηκε ο αλγόριθμος N-Findr ενώ η σύγκριση και ταξινόμηση των εικονοστοιχείων που εντοπίστηκαν έγινε με τον αλγόριθμο Spectral Angle Mapper (SAM). Αντίστοιχα στα πειράματα που εκτελέστηκαν για την περίπτωση της ταξινόμησης, περιοχή μελέτης αποτέλεσε η γεωργική έκταση της Indian Pine, στα βόρεια της Ιντιάνα, με δεδομένα που αποκτήθηκαν από το δορυφόρο AVIRIS, με 224 φασματικά κανάλια εύρους 400nm έως 2500nm. Η ταξινόμηση εκτελέστηκε με τον αλγόριθμο Support Vector Machine.

Συμπερασματικά, η εφαρμογή της προτεινόμενης μεθόδου έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση των διαστάσεων της απεικόνισης και τη βελτίωση της απόδοσης της διαδικασίας εξαγωγής καθαρών φασματικών στόχων. Όσον αφορά την ταξινόμηση επιτυγχάνεται μείωση του όγκου των δεδομένων και του χρόνου εκτέλεσης της διαδικασίας, ενώ διατηρείται το ποσοστό ακρίβειας των αποτελεσμάτων της.



## ABSTRACT

Hyperspectral images, containing large volume spectral data provide more accurate and detailed information for each class, comparing to the multispectral images. However the existing processing algorithms that are used for the conventional broadband multispectral images cannot process the new high dimensionality data effectively and accurately. Therefore, dimensionality reduction has become a significant processing step before hyperspectral image analysis and interpretation. Dimensionality reduction methods can be divided into two categories: feature extraction and feature/band selection methods.

In this study, a new band selection method for hyperspectral images is proposed in order to optimize the endmember extraction and improve the classification accuracy. Firstly, a brief review is presented concerning the principles and the typical analysis of the hyperspectral remote sensing imagery, as well as, the dimensionality reduction problem and how it affects the image analysis processing. In addition, well known band selection methods are presented extensively. Then a new band selection method is presented, as well as the experiments that have been implemented in order to evaluate the performance of the proposed method in endmember extraction and classification procedures.

The software that has been used is the ENVI 4.7 and in each experiment, a different dataset was used. More specifically for the endmember extraction process, a hyperspectral image of the area of Halkis, Greece, acquired by the airborne sensor CASI 550 has been used. The image contained 97 spectral bands. Initially, the Virtual dimensionality algorithm (VD) and the N-Findr algorithm have been applied for extracting the reference endmembers (categories). The hyperspectral space was then divided in successive subspaces of equal dimensionality and the N-Findr algorithm has been applied on each subspace. Then, for each subspace, the Spectral Angle Mapper was applied for measuring similarity among the extracted and reference endmembers. For each category, the subspace that provided the majority of different endmembers has been selected as the most indicative for the category.

In the experiments that have been performed in order to evaluate the performance of the proposed method for the classification, the study area was the agricultural area of Indian Pine, in northern Indiana. The dataset was obtained by AVIRIS and it has 224 spectral bands with spectral range from 400nm to 2500nm. In this case the Support Vector Machine classification algorithm was implemented in successive subspaces, the dimension of which was defined by the VD. For each category, the subspace which presented the highest classification accuracy has been selected.

In conclusion, the proposed method removes the redundant bands effectively, improves the performance of endmember extraction, as well as the processing speed on the basis of keeping the classification accuracy.



## **1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ**





## 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο ορισμός της Τηλεπισκόπησης, με την ευρύτερη έννοια, είναι η απόκτηση πληροφορίας, σχετική με την ιδιότητα ενός αντικειμένου ή ενός φαινομένου, από μια συσκευή καταγραφής που δεν βρίσκεται σε φυσική επαφή με το αντικείμενο παρατήρησης, όπως για παράδειγμα η χρήση ενός δέκτη προσαρμοσμένου σε αερομεταφερόμενο, δορυφορικό ή επίγειο αισθητήρα, για τη συλλογή πληροφορίας σχετικής με το περιβάλλον (μετρήσεις ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, ακουστικής ενέργειας και ενέργειας δυναμικού πεδίου) (Levin N., 1999). Παραδείγματα τηλεπισκοπικών μετρήσεων είναι η συμβατική φωτογραφία, η αεροφωτογραφία, η λήψη εικόνων με Radar και Laser, οι μετρήσεις βαρύτητας κλπ. Στην πράξη οι μελέτες Τηλεπισκόπησης περιορίζονται κυρίως στη συλλογή και καταγραφή της ακτινοβολίας που εκπέμπεται ή ανακλάται και καταγράφεται υπό μορφή ψηφιακών εικόνων.

Ένας φασματικός αισθητήρας έχει τη δυνατότητα να καταγράφει πληροφορία σε πεπερασμένο πλήθος καναλιών ανάλογα με τη φασματική διακριτική ικανότητα του, τη λεπτομέρεια δηλαδή με την οποία αποτυπώνονται σε αυτόν τα φασματικά χαρακτηριστικά του στόχου.

Οι πολυφασματικοί αισθητήρες έχουν αναπτυχθεί και χρησιμοποιηθεί ευρέως για την παρατήρηση της γης αλλά και των αστρικών σωμάτων με μια ποικιλία εφαρμογών από το 1960. Μια πολυφασματική εικόνα είναι στην ουσία μια συλλογή μονοχρωματικών εικόνων του ίδιου αντικειμένου, η κάθε μια εκ των οποίων έχει ληφθεί με διαφορετικό αισθητήρα. Ωστόσο λόγω των περιορισμένων δυνατοτήτων της εποχής και του τρόπου σχεδιασμού, οι πολυφασματικοί αισθητήρες καταγράφουν τα φασματικά δεδομένα σε λιγότερα από 10 κανάλια.

Στις αρχές της δεκαετίας του 1980 εισάγεται από τον A. F. H. Goetz στο εργαστήριο Jet Propulsion Laboratory (JPL) της NASA η έννοια της υπερφασματικής εικονοληπτικής φασματομετρίας (imaging spectrometry) και της υπερφασματικής απεικόνισης της γης. Οι υπερφασματικοί αισθητήρες έχουν τη δυνατότητα ταυτόχρονης καταγραφής της φασματικής πληροφορίας σε εκατοντάδες συνεχόμενες φασματικές ζώνες περιορισμένου εύρους (κανάλια) με υψηλή φασματική ανάλυση, έτσι ώστε για κάθε εικονοστοιχείο της απεικόνισης να προκύπτει ένα πλήρες συνεχές φάσμα ανακλαστικότητας (Goetz et al., 1985).

Λόγω της υψηλής φασματικής ανάλυσης τα υπερφασματικά δεδομένα παρέχουν λεπτομερή και μεγάλου όγκου φασματική πληροφορία και χρησιμοποιούνται σε ένα πλήθος διαφορετικών εφαρμογών όπως η αναγνώριση προτύπων η εξαγωγή χαρακτηριστικών κλπ.

Βασική προϋπόθεση για την αξιοποίηση των δυνατοτήτων που προσφέρουν οι υπερφασματικές απεικονίσεις σε κάθε είδους εφαρμογή, είναι η ανάπτυξη τεχνικών χειρισμού και επεξεργασίας των υψηλών διαστάσεων και του τεράστιου όγκου των δεδομένων που δημιουργούν προβλήματα στην ανάκτηση και αποθήκευση τους αλλά και αυξάνουν σημαντικά το χρόνο επεξεργασίας. Ακόμα οι ήδη υπάρχουσες τεχνικές που χρησιμοποιούνται στην ανάλυση των πολυφασματικών απεικονίσεων δεν μπορούν να ανταπεξέλθουν στις απαιτήσεις των υπερφασματικών εφαρμογών. Η προσπάθεια εφαρμογής των παραδοσιακών αλγορίθμων στα υψηλών διαστάσεων υπερφασματικά δεδομένα έχει ως αποτέλεσμα την εμφάνιση του φαινομένου Hughes (Hughes, 1968). Ως φαινόμενο Hughes περιγράφεται η κατάσταση κατά την οποία για σταθερό αριθμό δεδομένων εκπαίδευσης η ακρίβεια της ταξινόμησης μειώνεται με την αύξηση των διαστάσεων.

Επομένως για την αποτελεσματική επεξεργασία των υπερφασματικών δεδομένων είναι απαραίτητη η μείωση των διαστάσεων τους, δηλαδή η μείωση του αριθμού των καναλιών της απεικόνισης χωρίς ωστόσο να υπάρχει απώλεια χρήσιμης πληροφορίας. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να επιλυθεί με δύο διαφορετικές προσεγγίσεις, την επιλογή χαρακτηριστικών/καναλιών (Band/Feature Selection) και την εξαγωγή χαρακτηριστικών (Feature extraction). Στις μεθόδους εξαγωγής χαρακτηριστικών, οι διαστάσεις του φασματικού χώρου μειώνονται με τη χρήση

κάποιου μαθηματικού μετασχηματισμού ενώ στην περίπτωση της επιλογής χαρακτηριστικών επιλέγεται ένα υποσύνολο των αρχικών καναλιών το οποίο θεωρείται ότι περιέχει τον κύριο όγκο της φασματικής πληροφορίας.

Στις υπερφασματικές απεικονίσεις η μέθοδος επιλογής καναλιών είναι συχνά προτιμότερη της μεθόδου εξαγωγής χαρακτηριστικών, για τη μείωση των διαστάσεων της εικόνας, για δύο βασικούς λόγους (C.-I Chang και S. Wang, 2006). Ο πρώτος σχετίζεται με το μετασχηματισμό των αρχικών δεδομένων, που εφαρμόζεται στις μεθόδους εξαγωγής χαρακτηριστικών, κατά τον οποίο σημαντικές και χρήσιμες πληροφορίες μπορεί να αλλοιωθούν ή να διαστρεβλωθούν. Ο δεύτερος έχει να κάνει με τον τεράστιο όγκο δεδομένων που απαιτείται, καθώς για την εφαρμογή της συγκεκριμένης μεθόδου και προκειμένου να μην υπάρξει απώλεια πληροφοριών, χρησιμοποιείται ολόκληρο ή το μεγαλύτερο μέρος του συνόλου των αρχικών δεδομένων.

Αντίθετα η μέθοδος επιλογής καναλιών έχει το βασικό πλεονέκτημα να διατηρεί την πρωτότυπη πληροφορία των δεδομένων, να διευκολύνει τη μετάδοσή τους (μόνο τα επιλεγμένα κανάλια μεταδίδονται από το μέσο λήψης) και να επιτρέπει την παρέκταση (extrapolation) των αποτελεσμάτων σε άλλα φασματομέτρα με διαφορετικά φασματικά κανάλια. Το κύριο μειονέκτημα της μεθόδου είναι ο κίνδυνος απώλειας της πληροφορίας, αν η διαδικασία εκτελεστεί εσφαλμένα.

Τα τελευταία χρόνια έχει προταθεί ένα πλήθος διαφορετικών προσεγγίσεων για την επιλογή καναλιών, οι οποίες στην πλειονότητά τους χρησιμοποιούν ως κριτήριο επιλογής τη συνολική ποσότητα πληροφορίας που περιέχεται σε κάθε κανάλι ή το βαθμό διαχωριστικότητας μεταξύ των διαφορετικών κατηγοριών ο οποίος προσδιορίζεται με στατιστικές και γραφικές αναλύσεις. Κατά την εφαρμογή τέτοιων μεθόδων επιλογής δε λαμβάνονται υπόψη τα ιδιαίτερα φασματικά χαρακτηριστικά του υπό μελέτη υλικού/κατηγορίας, που στην περίπτωση των υπερφασματικών δεδομένων, λόγω της υψηλής φασματικής ανάλυσης, παρουσιάζουν σημαντικό ενδιαφέρον.

Στην παρούσα εργασία εφαρμόζεται μια διαφορετική προσέγγιση για την επιλογή καναλιών η οποία θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως «στοχευμένη επιλογή καναλιών», ως προς την κατηγορία/υλικό που αναλύεται. Ο φασματικός χώρος χωρίζεται σε υπόχωρους καθένας εκ των οποίων εξετάζεται ξεχωριστά, με σκοπό τον εντοπισμό εκείνου του φασματικού εύρους στο οποίο περιέχεται ο μέγιστος όγκος πληροφορίας σχετικής με την εκάστοτε κατηγορία που ενδιαφέρει το χρήστη. Η μέθοδος εφαρμόζεται σε δύο διαφορετικές εφαρμογές, την εξαγωγή καθαρών φασματικών στόχων και την ταξινόμηση χρησιμοποιώντας σε κάθε περίπτωση διαφορετικά σύνολα δεδομένων. Η αξιολόγηση της αποτελεσματικότητάς της μεθόδου για την περίπτωση της ταξινόμησης γίνεται με σύγκριση των αποτελεσμάτων με τα αντίστοιχα που προκύπτουν από ήδη υπάρχουσες διαδεδομένες μεθόδους επιλογής καναλιών, ενώ στην περίπτωση της εξαγωγής καθαρών στόχων η αξιολόγηση γίνεται βάσει οπτικής ερμηνείας των αποτελεσμάτων. Στο επόμενο κεφάλαιο παρουσιάζεται το θεωρητικό υπόβαθρο των σχετικών υπάρχουσων μεθόδων ενώ στο τρίτο κεφάλαιο περιγράφονται οι βασικές αρχές της προτεινόμενης μεθόδου και οι πειραματικές διαδικασίες που εκτελέστηκαν και αναλύονται τα αποτελέσματα της κάθε εφαρμογής. Τέλος παρατίθεται η σύνοψη των βασικών συμπερασμάτων που προέκυψαν καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας.

## **2. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ**

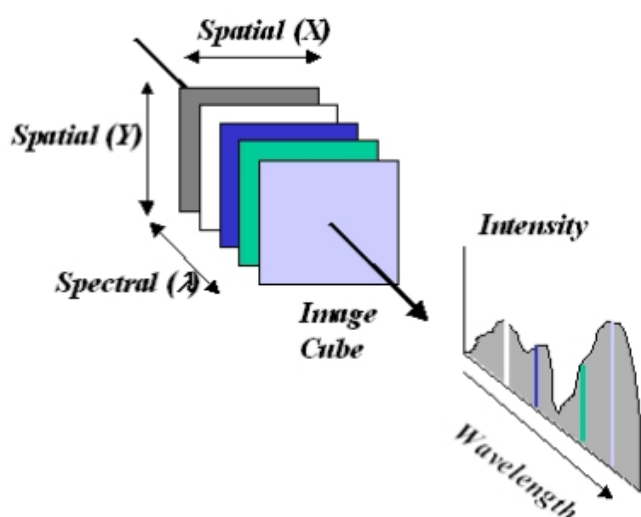


## 2.1. Η Υπερφασματική Τηλεπισκόπηση

Στα μέσα της δεκαετίας του 1980 σημειώνεται η σημαντικότερη πρόοδος στον τομέα της τηλεπισκόπησης με την ανάπτυξη των εικονοληπτικών φασματομέτρων (imaging spectrometers), των υπερφασματικών εικόνων και του λογισμικού ανάπτυξης υπερφασματικών δεδομένων.

Οι υπερφασματικοί αισθητήρες συνδυάζουν τη χωρική απεικόνιση ενός αισθητήρα απεικόνισης με τις αναλυτικές ικανότητες ενός φασματομέτρου και παράγουν ένα πλήρες, συνεχές φάσμα, για κάθε εικονοστοιχείο (pixel) της εικόνας.

Τα υπερφασματικά δεδομένα συλλέγονται και αναπαριστώνται με τη μορφή ενός κύβου (hypercube) ο οποίος αποτελεί ένα τρισδιάστατο χάρτη της εικόνας. Κάθε εικονοστοιχείο έχει τη μορφή διανύσματος στήλης και η χωρική πληροφορία εμφανίζεται κατά μήκος των αξόνων  $x$  και  $y$ , ενώ η φασματική πληροφορία εμφανίζεται κατά μήκος του  $z$  άξονα (εικόνα 2.1).



Εικόνα 2.1: Υπερφασματική απεικόνιση.  
Πολλαπλές εικόνες, σε διαφορετικές φασματικές ζώνες συνθέτουν έναν κύβο  
Πηγή: Georgia Tech- College of Engineering (<http://www.ece.gatech.edu>)

Οι υπερφασματικοί αισθητήρες μπορούν να διαθέτουν εκατοντάδες φασματικές ζώνες (κανάλια) με φασματική ανάλυση της τάξης των 10 nm ή και μικρότερη. Αυτή η ικανότητα να συγκεντρώνουν τεράστιες ποσότητες πληροφοριών παρέχει σημαντικά πλεονεκτήματα καθώς και ορισμένα μειονεκτήματα. Από τη μια πλευρά οι πληροφορίες αυτές μπορούν να εξελιχθούν σε ένα πλήθος χρησιμων τελικών προϊόντων και από την άλλη ο τεράστιος αυτός όγκος δεδομένων δημιουργεί προβλήματα στην ανάκτηση, την αποθήκευση και την επεξεργασία τους.

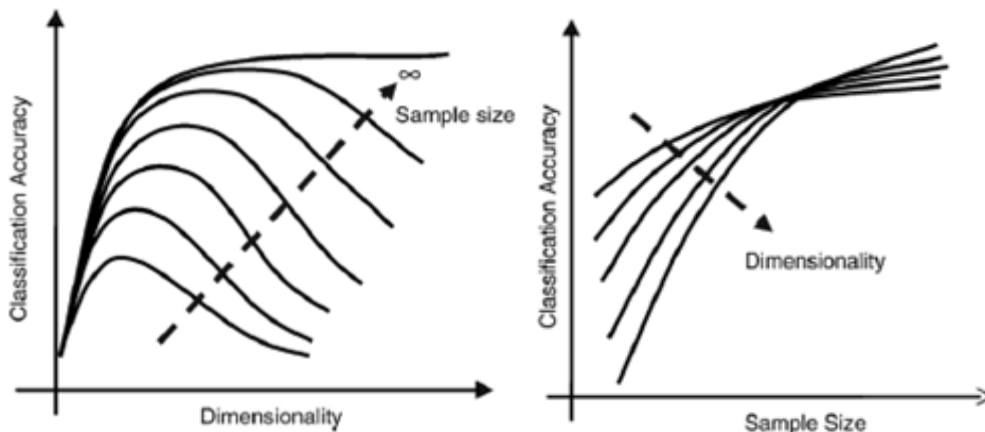
## 2.2. Η Κατάρτα της Διαστατικότητας – Το Φαινόμενο Hughes

Παρότι θα περίμενε κανείς ότι τα μεγάλα όγκου δεδομένα των υπερφασματικών εικόνων θα βελτιώναν την ακρίβεια και την αποτελεσματικότητα της διαδικασίας της ταξινόμησης, διαπιστώνεται ότι οι κλασικές μέθοδοι ταξινόμησης που εφαρμόζονταν ως τώρα στα πολυφασματικά δεδομένα δεν είναι εξίσου αποτελεσματικές στην επεξεργασία των υπερφασματικών εικόνων.

Η κυριότερη αιτία οφείλεται στο ότι το μέγεθος των δεδομένων εκπαίδευσης (training data), δεν προσαρμόζεται στην αύξηση των διαστάσεων των υπερφασματικών δεδομένων.

Με την αύξηση της διαστατικότητας (η διαστατικότητα χρησιμοποιείται εδώ με τη στατιστική έννοια και αναφέρεται στον αριθμό των καναλιών της εικόνας) αυξάνεται και η πολυπλοκότητα των στατιστικών στοιχείων που χαρακτηρίζουν τις τάξεις/κατηγορίες και τα οποία προσδιορίζονται κατά την ταξινόμηση. Συνεπώς για ένα πεπερασμένο αριθμό δεδομένων εκπαίδευσης, η ακρίβεια υπολογισμού των στατιστικών στοιχείων μειώνεται, όσο αυξάνεται η πολυπλοκότητά τους. Στην Εικόνα 2.2(a), παρουσιάζεται η συμπεριφορά της ακρίβειας της ταξινόμησης ως συνάρτηση του αριθμού των δεδομένων εκπαίδευσης και της διαστατικότητας. Συγκεκριμένα φαίνεται πως ανάλογα με την αύξηση του αριθμού των καναλιών θα πρέπει να αυξάνονται και τα δεδομένα εκπαίδευσης. Για παράδειγμα, κατά την εφαρμογή μιας ταξινόμησης Bayes, γκαουσιανής κατανομής σε μια εικόνα  $N$  φασματικών καναλιών θα πρέπει ο αριθμός των δεδομένων εκπαίδευσης για κάθε κατηγορία να είναι μεγαλύτερος από  $N+1$ . Σε αντίθετη περίπτωση ο πίνακας συσχέτισης του δείγματος θα είναι μη αντιστρέψιμος.

Στην πράξη έχει αποδειχθεί ότι η ποσότητα των δεδομένων εκπαίδευσης που απαιτείται για μη παραμετρικούς ταξινομητές, αυξάνεται εκθετικά με την αύξηση της διαστατικότητας (Stone, 1980, Jain et al., 2000). Το φαινόμενο αυτό περιγράφεται από το Bellman (1961) ως κατάρτα της διαστατικότητας (curse of dimensionality), το οποίο προκαλεί στον ταξινομητή σχεδιασμού το φαινόμενο κορύφωσης (peaking phenomenon) ή "Hughes phenomenon" (Hughes, 1968). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η ακρίβεια της ταξινόμησης πρώτα να αυξάνεται και στη συνέχεια να μειώνεται καθώς ο αριθμός των δεδομένων εκπαίδευσης μένει σταθερός (Εικόνα 2.2 (β)).



(α) Η κατάρτα της διαστατικότητας (β) Το φαινόμενο Hughes

Εικόνα 2.2

Πηγή: Feature Extraction for Hyper Spectral Image Pai-Hui Hsu, Yi-Hsing Tseng, 1999

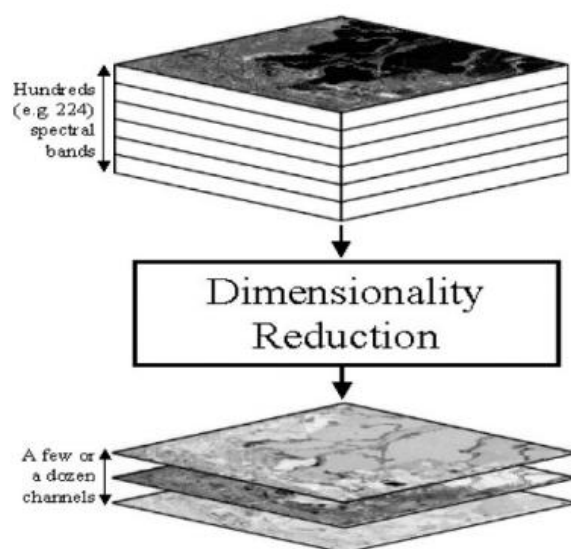
Θεωρητικά η κατάρτα της διαστατικότητας μπορεί να αποφευχθεί, αν διατίθεται ικανοποιητικός αριθμός δεδομένων εκπαίδευσης. Ωστόσο ο αριθμός των

δεδομένων εκπαίδευσης, στις περισσότερες υπερφασματικές εφαρμογές, είναι συνήθως περιορισμένος.

Ένα επίσης σημαντικό στοιχείο της υπερφασματικής τηλεπισκόπησης είναι το γεγονός ότι λόγω της υψηλής φασματικής ανάλυσης, γειτονικά κανάλια παρουσιάζουν συνήθως υψηλό ποσοστό συσχέτισης και συγκεντρώνουν περιττή πληροφορία, αυξάνοντας το χρόνο επεξεργασίας και προκαλώντας προβλήματα στην αποθήκευση και ανάκτηση των δεδομένων. Επομένως, η μείωση του όγκου των αρχικών δεδομένων και παράλληλα η διατήρηση της σημαντικής πληροφορίας που περιέχεται σε αυτά, αποτελεί ένα σημαντικό στάδιο της προεπεξεργασίας των υπερφασματικών απεικονίσεων.

### 2.3. Μείωση των Διαστάσεων της Υπερφασματικής απεικόνισης

Ο πιο απλός και αποτελεσματικός τρόπος περιορισμού του όγκου των αρχικών δεδομένων μιας απεικόνισης, είναι η μείωση του αριθμού των διαστάσεων του υπερφασματικού χώρου (Lee και Landgrebe, 1993, Benediktsson et al., 1995, Landgrebe, 2001). Αυτό επιτυγχάνεται με δύο τρόπους, τη μέθοδο εξαγωγής χαρακτηριστικών (feature extraction) και τη μέθοδο επιλογής χαρακτηριστικών (feature selection ή band selection).



Εικόνα 2.3: Μείωση των διαστάσεων μιας υπερφασματικής απεικόνισης  
Πηγή: <http://spie.org>

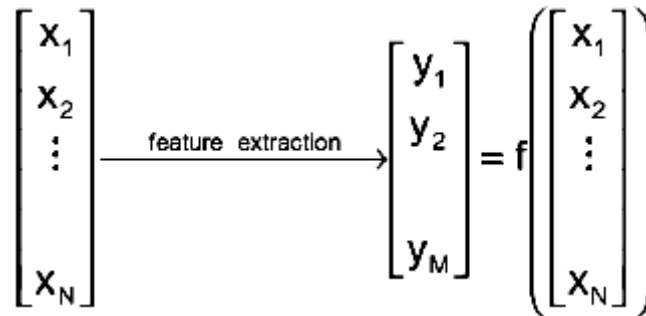
Στα παρακάτω κεφάλαια περιγράφονται αναλυτικά οι κύριες μέθοδοι εξαγωγής και επιλογής χαρακτηριστικών που υπάρχουν στη βιβλιογραφία.

### 2.4. Μέθοδοι Εξαγωγής Χαρακτηριστικών

Η εξαγωγή χαρακτηριστικών είναι μια διαδικασία μετασχηματισμού δεδομένων κατά την οποία από έναν αρχικό χώρο χαρακτηριστικών (καναλιών), διαστάσεων  $N$ , προσδιορίζεται ο υπόχωρος διαστάσεων  $M$  με  $M \leq N$  (Fukunaga, 1990, Lee και Landgrebe, 1993, Jain et al., 2000). Ο μετασχηματισμός αυτός μπορεί να είναι

γραμμικός ή μη γραμμικός και βασική προϋπόθεση για την εφαρμογή της μεθόδου είναι η διατήρηση της επιθυμητής πληροφορίας ανάλογα με το υπάρχον πρόβλημα, όπως για παράδειγμα συμβαίνει στη διαδικασία της ταξινόμησης, όπου ζητούμενο είναι η διατήρηση εκείνων των χαρακτηριστικών που αναδεικνύουν τη διαχωρησιμότητα των κατηγοριών.

Σημαντικό μειονέκτημα της μεθόδου εξαγωγής χαρακτηριστικών είναι το γεγονός ότι κατά το μετασχηματισμό αλλάζει η φυσική σημασία των αρχικών δεδομένων. Τα κανάλια του νέου –μικρότερων διαστάσεων- υπόχωρου δεν αντιστοιχούν στα επιμέρους αρχικά κανάλια, αλλά σε γραμμικούς συνδυασμούς τους, γεγονός που μπορεί να περιπλέξει και δυσκολέψει την ερμηνεία των αποτελεσμάτων.



Εικόνα 2.4: Εξαγωγή χαρακτηριστικών.

Ο αρχικός χώρος των δεδομένων μετασχηματίζεται σε ένα χώρο μικρότερων διαστάσεων  
 Πηγή: Fu & Young, 1986

Στη συνέχεια περιγράφονται ορισμένες από τις σημαντικότερες μεθόδους εξαγωγής χαρακτηριστικών.

#### 2.4.1. Μετασχηματισμός Ελαχιστοποίησης του Θορύβου

Ο μετασχηματισμός ελαχιστοποίησης του θορύβου (Minimum Noise Fraction (MNF)) (Green et al., 1988) είναι ιδιαίτερα σημαντικός για τη μείωση των διαστάσεων των υπερφασματικών δεδομένων, αλλά και την απομόνωση του θορύβου στην εικόνα επιτυγχάνοντας τη συρρίκνωση των χρήσιμων πληροφοριών σε ένα μικρότερο σύνολο εικόνων (MNF εικόνες) και τη μείωση των υπολογιστικών και αποθηκευτικών απαιτήσεων κατά την επεξεργασία τους.

Ο MNF χρησιμοποιείται ως προκαταρκτικός μετασχηματισμός, τοποθετώντας το μεγαλύτερο μέρος των χρήσιμων πληροφοριών σε ένα μικρό αριθμό καναλιών του φάσματος, και κατατάσσοντας τα κανάλια αυτά σε μια σειρά, από τα περισσότερα στα λιγότερα σημαντικά, με βάση το λόγο σήμα προς θόρυβο. Ο αλγόριθμος εφαρμόζει ουσιαστικά δύο διαδοχικούς μετασχηματισμούς.

Ο πρώτος μετασχηματισμός (ευθύς) βασίζεται στον υπολογισμένο πίνακα συνδιασποράς του θορύβου και μετατρέπει το θόρυβο της εικόνας σε "λευκό θόρυβο" (noise whitening) με μηδενική μέση τιμή και μοναδιαία τυπική απόκλιση. Μαθηματικά η μετατροπή του θορύβου σε λευκό θόρυβο επιτυγχάνεται με τον καθορισμό ενός πίνακα μετασχηματισμού ο οποίος μετατρέπει τον πίνακα συμμεταβλητότητας του θορύβου σε μοναδιαίο.

Έστω  $\Sigma_N$  ο πίνακας συμμεταβλητότητας του θορύβου, ο οποίος είναι θετικά ορισμένος, ο οποίος διαγωνιοποιείται με χρήση της τεχνικής Singular Value Decomposition (SVD).

$$D_N = U^T * \Sigma_N * U \quad (1)$$



Όπου  $D_N$  είναι ο διαγώνιος πίνακας, ο οποίος συντίθεται από τις ιδιοτιμές του πίνακα  $\Sigma_N$  σε φθίνουσα σειρά, και  $U$  είναι ο ορθογώνιος πίνακας, ο οποίος συντίθεται από τα ιδιοδιανύσματα του πίνακα  $\Sigma_N$ .

Η παραπάνω εξίσωση μπορεί περαιτέρω να αναπτυχθεί ως εξής:

$$D_N^{-\frac{1}{2}} * D_N^{-\frac{1}{2}} = U^T * \Sigma_N * U \Rightarrow I = D_N^{-\frac{1}{2}} * U^T * \Sigma_N * U * D_N^{-\frac{1}{2}} = (U * D_N^{-\frac{1}{2}})^T * \Sigma_N * (U * D_N^{-\frac{1}{2}}) = P^T * \Sigma_N * P \quad (2)$$

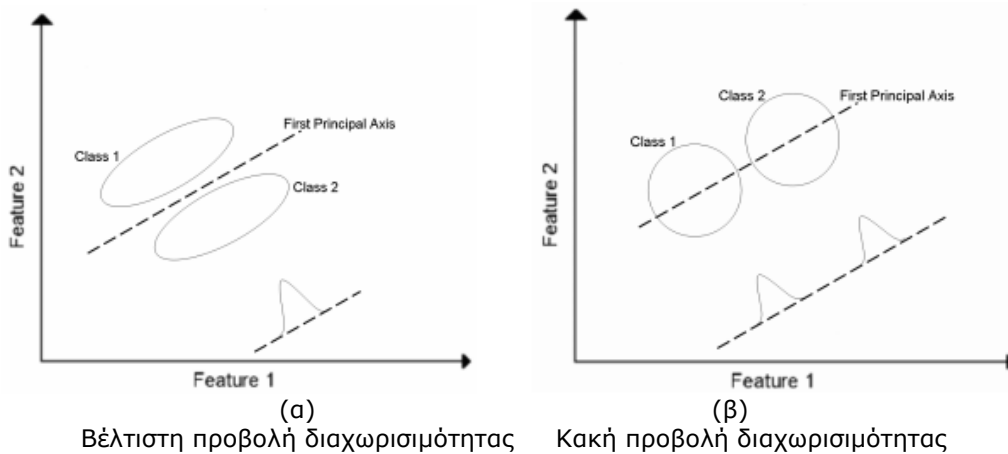
Όπου  $I$  ο μοναδιαίος πίνακας και  $P$  ο πίνακας μετασχηματισμού ο οποίος μετατρέπει τον πίνακα συμμεταβλητότητας του θορύβου σε μοναδιαίο, με  $P = U * D_N^{1/2}$

Συνεπώς, εφαρμόζοντας τον πίνακα  $P$  σε μία φασματική υπογραφή  $x$ , αυτή θα προβληθεί σε ένα νέο χώρο  $Y$  ( $Y = Px$ ) στον οποίο ο θόρυβος είναι λευκός με μέση τιμή το μηδέν και η διασπορά ίση με τη μονάδα.

Το δεύτερο στάδιο του μετασχηματισμού MNF είναι μία τυπική ανάλυση κυρίων συνιστωσών η οποία εφαρμόζεται στις απεικονίσεις στις οποίες έχει πραγματοποιηθεί η λεύκανση του θορύβου. Στο στάδιο αυτό, εφαρμόζεται ο μαθηματικός μετασχηματισμός PCA (βλπ. παρ. 2.4.2.) στην πληροφορία του λευκού θορύβου. Με αυτόν τον τρόπο οι φασματικές υπογραφές προβάλλονται σε ένα νέο χώρο, τον οποίο ορίζουν τα ιδιοδιανύσματα του πίνακα συνδιασποράς και στον οποίο τα κανάλια διατάσσονται σε φθίνουσα σειρά με βάση την αναλογία σήματος προς θόρυβο (signal-to-noise ratio, SNR). Τελικά, τα πρώτα κανάλια με το μεγαλύτερο SNR περιέχουν το υψηλότερο επίπεδο πληροφορίας ενώ τα κανάλια με μικρότερο SNR αποκλείονται με αποτέλεσμα τη μείωση της πληροφορίας.

#### 2.4.2. Ανάλυση Κύριων Συνιστωσών

Η Ανάλυση Κύριων Συνιστωσών (Principal Components Analysis, (PCA)) (E. Arzuaga-Cruz et al., 2003) είναι μια από τις πιο διαδεδομένες τεχνικές της τηλεπισκόπησης για τη μείωση των διαστάσεων των υπερφασματικών εικόνων. Στόχος της ανάλυσης κυρίων συνιστωσών είναι η συμπίεση της υπάρχουσας πληροφορίας η οποία υπάρχει σε μια πολυφασματική εικόνα "n" καναλιών, σε λιγότερα από "n" νέα κανάλια, τα οποία είναι και τα προϊόντα του μετασχηματισμού (μαθηματικά το πλήθος των καναλιών πριν και μετά το μετασχηματισμό θα είναι το ίδιο, αλλά θα περιέχουν μικρότερο ποσοστό πληροφορίας). Η PCA είναι ένας τύπος προβολής Pursuit, που χρησιμοποιεί το μέγεθος μεταβλητότητας των δεδομένων ώστε ο δείκτης προβολής να μεγιστοποιηθεί. Αυτή η μέθοδος αναζητά την προβολή που μεγιστοποιεί τη διασπορά (μεταβλητότητα) των δεδομένων. Η PCA παρουσιάζει καλύτερα αποτελέσματα όταν έχει προηγηθεί μετατροπή της πληροφορίας σε λευκό θόρυβο, ενώ δεν παρουσιάζει ικανοποιητικά αποτελέσματα στην ανίχνευση και ταξινόμηση αντικειμένων σχετικά μικρού μεγέθους.



Εικόνα 2.5: Πρώτη κύρια συνιστώσα δύο κατηγοριών A και B  
 Πηγή: E.A. Cruz, et al., 2003

Η μέθοδος θεωρεί ως δεδομένο ότι η κατανομή ολόκληρης της σειράς των δεδομένων λαμβάνει τη μορφή ενός υπερελλειψοειδούς τέτοιο ώστε το σχήμα και η διάσταση της σειράς να καθορίζεται από το διάνυσμα της μέσης τιμής και τον πίνακα συνδιασποράς.  
 Ο μετασχηματισμός της ανάλυσης κυρίων συνιστωσών είναι ένας γραμμικός μετασχηματισμός του τύπου:

$$PC = E * K \Rightarrow \begin{pmatrix} PC1 \\ PC2 \\ \dots \\ PCn \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{1,1} & E_{1,2} & \dots & E_{1,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ E_{n,1} & \dots & \dots & E_{n,n} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} K1 \\ K2 \\ \dots \\ Kn \end{pmatrix} \quad (1)$$

Όπου:

PC: είναι το διάνυσμα των κυρίων συνιστωσών που παράγονται,

K: των διάνυσμα των αρχικών καναλιών της τηλεπισκοπικής απεικόνισης,

E: ο πίνακας μετασχηματισμού της ανάλυσης κυρίων συνιστωσών.

Ο πίνακας E του μετασχηματισμού της ανάλυσης κυρίων συνιστωσών είναι ο πίνακας των ιδιοδιανυσμάτων ο οποίος διαγωνιοποιεί τον πίνακα συμμεταβλητότητας Σ των αρχικών καναλιών ώστε να προκύπτει ο διαγώνιος πίνακας των ιδιοτιμών D (αφού προαπαιτούμενο είναι οι κύριες συνιστώσες οι οποίες προκύπτουν να έχουν μηδενική συσχέτιση μεταξύ τους):

$$E^T \times \Sigma \times E = D$$

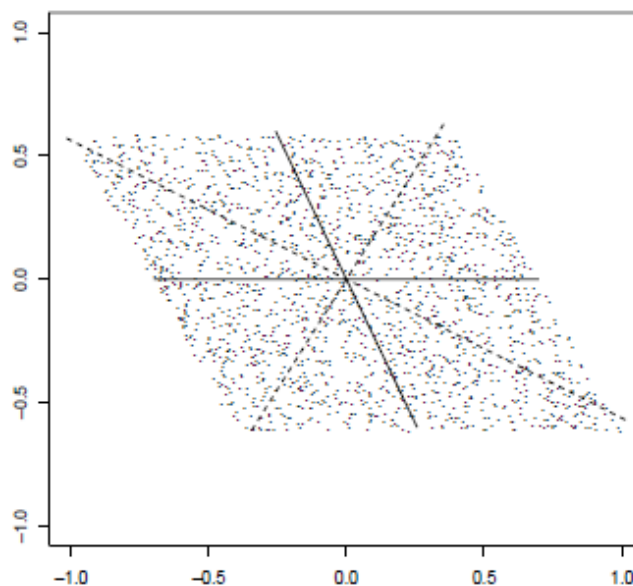
Όπου  $D = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}$  ο πίνακας ιδιοτιμών του πίνακα συμμεταβλητότητας.

Οι πίνακες E των ιδιοδιανυσμάτων και D των ιδιοτιμών, του πίνακα συμμεταβλητότητας αναδιατάσσονται έτσι ώστε οι ιδιοτιμές να είναι σε φθίνουσα σειρά. Από τις υπολογισμένες ιδιοτιμές μπορούμε να υπολογίσουμε το ποσοστό της διακύμανσης των δεδομένων για κάθε συνιστώσα x από τη σχέση:

$$\text{variance}(\%) = \frac{\lambda_x}{\sum_{i=1}^n (\lambda_i)} * 100 \quad (2)$$

Η PCA προβάλλει τα μεγάλων διαστάσεων δεδομένα σε έναν υπόχωρο μικρότερων διαστάσεων, εντοπίζοντας τις διευθύνσεις στις οποίες η διασπορά είναι μέγιστη. Οι δύο διευθύνσεις που εντοπίζονται είναι ασυσχέτιστες, δηλαδή αν οι X και Y είναι δύο τυχαίες μεταβλητές που περιγράφουν τη θέση ενός σημείου πάνω στις κύριες συνιστώσες, η συμμεταβλητότητα τους θα παίρνει την τιμή μηδέν. Ωστόσο η συμμεταβλητότητα υπολογίζει μόνο τη γραμμική εξάρτηση δύο τυχαίων μεταβλητών. Στην περίπτωση της πολυμετάβλητης (multivariate) κανονικής κατανομής η μη συσχέτιση (uncorrelatedness) συνεπάγεται και την ανεξαρτησία τους. Ωστόσο τα διαθέσιμα δεδομένα, είναι συνήθως κατηγορικά ή δυαδικά και η παραδοχή της κανονικότητας δεν ισχύει με αποτέλεσμα η μη συσχέτιση δύο μεταβλητών να μη διασφαλίζει την ανεξαρτησία. Ένα τέτοιο παράδειγμα παρουσιάζεται στο σχήμα της Εικόνας 2.6 (Karhunen et al., 1997) το οποίο δείχνει σημεία, ομοιόμορφα κατανεμημένα στο παραλληλόγραμμο. Οι διευθύνσεις που εντοπίζονται από την PCA, απεικονίζονται με διακεκομμένες ευθείες. Οι δύο ευθείες είναι κάθετες και οι θέσεις (X,Y) των σημείων κατά μήκος των ευθειών είναι ασυσχέτιστες δηλαδή:

$$\text{cov}(X, Y) = 0 \quad (3)$$



Εικόνα 2.6: Σύγκριση PCA - ICA  
 Πηγή: A. Weingessel, M. Natter, K. Hornik, 1998

Παρόλα αυτά οι μεταβλητές X και Y δεν είναι ανεξάρτητες. Η κατανομή του Y για δοσμένο X δεν είναι ίδια με την κατανομή του Y για άγνωστο X. Εξετάζοντας τις δύο συνεχόμενες ευθείες που είναι παράλληλες προς τις ακμές του παραλληλογράμμου διαπιστώνεται ότι οι θέσεις (x,y) των σημείων που βρίσκονται κατά μήκος των ευθειών αυτών είναι ανεξάρτητες. Αυτό σημαίνει ότι η πληροφορία για ένα σημείο κατά μήκος του ενός άξονα δεν παρέχει πληροφορίες για την πιθανή κατανομή της θέσης στον άλλο άξονα. Οι δύο διευθύνσεις που ορίζονται από τις συνεχόμενες ευθείες καλύπτουν ολόκληρο το παραλληλόγραμμο και είναι πιο κατάλληλες για να περιγράψουν αυτό το σχήμα (Εικόνα 2.6) από ότι

οι άξονες που εντοπίστηκαν από την PCA. Ο προσδιορισμός τους μπορεί να γίνει με μια διαφορετική μέθοδο εξαγωγής χαρακτηριστικών, την ICA (Independent Component Analysis).

### 2.4.3. Ανάλυση Ανεξάρτητων Συνιστωσών

Η Ανάλυση Ανεξάρτητων Συνιστωσών (Independent Components Analysis (ICA)) (J.S. Borges et al., 2007) αποτελεί μια από τις πιο διαδεδομένες μεθόδους μείωσης του όγκου της φασματικής πληροφορίας. Είναι μια στατιστική μέθοδος που χρησιμοποιεί τα σήματα των ανεξάρτητων πηγών και εντοπίζει εκείνο το γραμμικό ή μη-γραμμικό μετασχηματισμό που ελαχιστοποιεί τη στατιστική εξάρτηση μεταξύ των συνιστωσών (P.Common, 1994).

Οι Chiang et al. (2000) και Lennon et al. (2001), χρησιμοποιούν την ICA ως μέθοδο εξαγωγής χαρακτηριστικών, κατά την οποία οι υπερφασματικές εικόνες απεικονίζονται σε ένα χώρο μικρότερων διαστάσεων. Το φασματικό προφίλ των εικονοστοιχείων της εικόνας χρησιμοποιείται για τη διαμόρφωση του πίνακα unmixing και η υπερφασματική εικόνα μετασχηματίζεται σε ένα χώρο μικρότερων διαστάσεων ο οποίος αποτελείται από τα επιθυμητά στοιχεία (πηγές σήματος).

Θεωρώντας  $m$  τον αριθμό των πηγών σήματος,  $n$  τον αριθμό των παρατηρούμενων σημάτων καθώς και ότι τα παρατηρούμενα σήματα είναι γραμμικός συνδυασμός των σημάτων πηγής, τότε το παρατηρούμενο σήμα  $X=(x_1, \dots, x_n)^T$  και το σήμα πηγής  $S=(s_1, \dots, s_m)$  απεικονίζονται στην ICA με το ακόλουθο μοντέλο unmixing:

$$S_{m \times p} = W_{m \times n} X_{n \times p} \quad (1)$$

Όπου  $W = [w_1, \dots, w_m]^T$  ο πίνακας unmixing ή πίνακας βαρών.

Στο μοντέλο μετασχηματισμού ICA οι συνιστώσες  $s_i$  θεωρούνται στατιστικά ανεξάρτητες και το πολύ μια από αυτές ακολουθεί τη γκαουσιανή κατανομή.

Η βασική λειτουργία της ICA είναι η κατασκευή του πίνακα βαρών  $W$ , και το πιο σημαντικό στοιχείο για την εκτίμηση του μοντέλου, είναι η μη ύπαρξη γκαουσιανής κατανομής. Κλασικά μεγέθη της μη προσαρμογής σε γκαουσιανή κατανομή είναι η κύρτωση και η αρνητική εντροπία. Στην περίπτωση των φασματικών απεικονίσεων συνήθως χρησιμοποιείται ως μέτρο η αρνητική εντροπία.

Η αρνητική εντροπία υπολογίζεται από τη σχέση (Hyvarinen et al., 2001):

$$J(x) = \left\{ E[G(x)] - E[G(x_g)] \right\}^2 \quad (2)$$

Όπου  $G$  μια μη τετραγωνική συνάρτηση και  $x_g$  ένα τυχαίο γκαουσιανό διάνυσμα του ίδιου πίνακα συνδιασποράς με το  $x$ .

Ο αλγόριθμος με τον οποίο υλοποιείται συνήθως η ICA είναι ο FastICA (Hyvarinen 1999). Πρόκειται για έναν αλγόριθμο που βασίζεται σε ένα σχέδιο επανάληψης σταθερών σημείων (fixed-point) και υπολογίζει τις ανεξάρτητες συνιστώσες από δοσμένα πολυδιάστατα σήματα μεγιστοποιώντας την εξίσωση (2). Το βασικό σταθερό σημείο επανάληψης στον FastICA είναι το

$$w_{new} = E \{ xg(w^T x) \} - E \{ xg'(w^T x) \} w \quad (3)$$

Όπου  $g(w^T x) = \tanh(w^T x)$ .

Ο αλγόριθμος της FastICA ξεκινά με την επιλογή ενός τυχαίου διανύσματος  $w$  και στη συνέχεια χρησιμοποιεί την επαναληπτική σχέση (3) ακολουθούμενη από κανονικοποίηση. Συγκεκριμένα εντοπίζει μια κατεύθυνση, δηλαδή μια διανυσματική μονάδα  $w$ , έτσι ώστε η μη γκαουσιανή προβολή  $w^T x$  να μεγιστοποιείται. Ο βαθμός της μη προσαρμογής στην γκαουσιανή κατανομή προσδιορίζεται με την αρνητική εντροπία  $J(w^T x)$  που δίνεται από την εξίσωση (2). Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να υπάρξει σύγκλιση, δηλαδή οι παλιές και οι νέες τιμές του  $w$  να έχουν την ίδια κατεύθυνση. Για να αποφευχθεί ο υπολογισμός μιας κατεύθυνσης περισσότερες από μια φορές καθώς και η μεγαλύτερη ή μικρότερη συμμετοχή ενός διανύσματος στο αποτέλεσμα, ο πίνακας  $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$  είναι συμμετρικά ασυσχέτιστος μετά από κάθε επανάληψη.

#### 2.4.4. Προβολή Pursuit

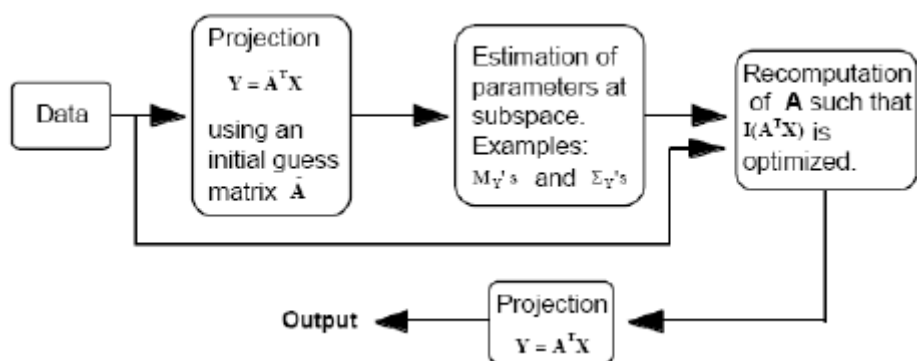
Η βασική ιδέα της προβολής Pursuit (Projection Pursuit) προτάθηκε για πρώτη φορά το 1974 από τους Friedman και Tukey και αφορά τον εντοπισμό εκείνων των προβολών, από ένα χώρο μεγαλύτερων σε ένα χώρο μικρότερων διαστάσεων, που αναδεικνύουν περισσότερες λεπτομέρειες για τη δομή του συνόλου των δεδομένων. Με τον εντοπισμό του βέλτιστου συνόλου προβολών οι υπάρχουσες δομές μπορούν να αποσπαστούν και να αναλυθούν ξεχωριστά. Ως κατάλληλες, χαρακτηρίζονται εκείνες οι γραμμικές προβολές που αποκλίνουν από την παραδοχή της γκαουσιανής κατανομής. Ο αλγόριθμος Pursuit επιλέγει αυτόματα μια κατάλληλη, χαμηλότερης διάστασης προβολή από τα δεδομένα μεγαλύτερων διαστάσεων, μεγιστοποιώντας ή ελαχιστοποιώντας μια συνάρτηση, η οποία καλείται δείκτης προβολής (projection index). Ο δείκτης προβολής αποτελεί ένα μέτρο καταλληλότητας μιας προβολής. Για παράδειγμα στην PCA, η οποία αποτελεί μια περίπτωση προβολής Pursuit, ως δείκτης προβολής χρησιμοποιείται η διασπορά των διευθύνσεων. Αντίθετα ο Huber (1985) και οι Jones και Sibson (1987), χρησιμοποιούν ως δείκτες προβολής, μέτρα που βασίζονται στη θεωρία της πληροφορίας όπως είναι η εντροπία.

Το 1995 οι Jimenez και Landgrebe αξιοποιώντας τις παραπάνω ιδιότητες προτείνουν μια επιβλεπόμενη μέθοδο εξαγωγής χαρακτηριστικών, με βάση την προβολή Pursuit και με στόχο τη βελτίωση της ακρίβειας της ταξινόμησης. Η μέθοδος καλείται παραμετρική προβολή pursuit και απαιτεί την ύπαρξη ενός συνόλου δεδομένων εκπαίδευσης γνωστού δείγματος.

Έστω  $X_{N \times k}$  το αρχικό σύνολο δεδομένων ( $k$  στοιχεία που αποτελούνται από  $N$  κανάλια),  $Y_{d \times m}$  τα δεδομένα που προκύπτουν μετά τη μείωση της διαστατικότητας και  $A_{d \times m}$  ο ορθοκανονικός παραμετρικός πίνακας, με  $Y = A^T X$ .

Ο αλγόριθμος Pursuit υπολογίζει τον  $A$  βελτιστοποιώντας τη συνάρτηση του δείκτη προβολής (projection index),  $I(A^T X)$ .

Η διαδικασία εφαρμογής της Projection Pursuit παρουσιάζεται στην Εικόνα 2.11. Αρχικά χρησιμοποιείται ένας υποθετικός πίνακας (guess matrix)  $\hat{A}$  και στη συνέχεια υπολογίζονται οι παράμετροι της προβολής σε ένα χώρο χαμηλότερων διαστάσεων και ο πίνακας  $A$  επαναπροσδιορίζεται, με τη βελτιστοποίηση του δείκτη προβολής  $I(A^T X)$ .



Εικόνα 2.7: Το γενικό διάγραμμα ροής της προβολής Pursuit  
Πηγή: Jimenez και Landgrebe, 1995

Στη συγκεκριμένη μέθοδο οι Jimenez και Landgrebe προτείνουν ένα δείκτη προβολής ο οποίος χρησιμοποιεί την απόσταση Bhattacharyya μεταξύ δύο κατηγοριών και ορίζεται ως:

$$I(A^T X) = \frac{1}{8} [M_{2Y} - M_{1Y}]^T \left[ \frac{\Sigma_{2Y} + \Sigma_{1Y}}{2} \right]^{-1} [M_{2Y} - M_{1Y}] + \frac{1}{2} \ln \frac{\frac{1}{2} [\Sigma_{2Y} + \Sigma_{1Y}]}{\sqrt{|\Sigma_{1Y}| |\Sigma_{2Y}|}} \quad (1)$$

Όπου  $M_{1Y}$  το διάνυσμα της μέσης τιμής της κατηγορίας 1,  $M_{2Y}$  το διάνυσμα της μέσης τιμής της κατηγορίας 2 και  $\Sigma_1, \Sigma_2$  οι αντίστοιχοι πίνακες συνδιασποράς των φασματικών υπογραφών των δύο κατηγοριών.

Στην περίπτωση που υπάρχουν περισσότερες από δύο κατηγορίες, η ελάχιστη απόσταση Bhattacharyya υπολογίζεται από τη σχέση:

$$I(A^T X) = \min_{i \in C} \left\{ \frac{1}{8} [M_{2Y}^i - M_{1Y}^i]^T \left[ \frac{\Sigma_{1Y}^i + \Sigma_{2Y}^i}{2} \right]^{-1} [M_{2Y}^i - M_{1Y}^i] + \frac{1}{2} \ln \frac{\frac{1}{2} [\Sigma_{1Y}^i + \Sigma_{2Y}^i]}{\sqrt{|\Sigma_{1Y}^i| |\Sigma_{2Y}^i|}} \right\} \quad (2)$$

Όπου C ο αριθμός των πιθανών συνδυασμών των κατηγοριών, ανά δύο.

Για παράδειγμα, για δύο σύνολα δεδομένων εκπαίδευσης σε δύο φασματικά κανάλια η παραμετρική προβολή Pursuit υπολογίζει τη γωνία για την οποία το διάνυσμα  $a = [\cos(\theta) \sin(\theta)]$  μεγιστοποιεί το δείκτη προβολής (απόσταση Bhattacharyya) των προβαλλόμενων δεδομένων. Επομένως αφού υπολογιστεί το διάνυσμα που μεγιστοποιεί την απόσταση Bhattacharyya τα δεδομένα προβάλλονται σε ένα μονοδιάστατο χώρο και επαναπροσδιορίζεται ο πίνακας A.

#### 2.4.5. Matching Pursuit

Η μέθοδος matching pursuit σχετίζεται στενά με τον αλγόριθμο projection pursuit που αναπτύχθηκε το 1981, από τους Firedman και Stuetzle, για τον υπολογισμό στατιστικών παραμέτρων. Οι Mallat and Zhang (1993) εφαρμόζουν τον αλγόριθμο matching pursuit στο πρόβλημα μείωσης της διαστατικότητας των υπερφασματικών εικόνων και προτείνουν μια νέα μέθοδο εξαγωγής χαρακτηριστικών για τη βελτίωση της ακρίβειας της ταξινόμησης. Η βασική δομή του συγκεκριμένου αλγόριθμου περιγράφεται ως εξής:

Έστω  $D = \{g_\gamma\}_{\gamma \in \Gamma}$  ένα σύνολο ορθοκανονικών βάσεων (dictionary) σε ένα χώρο σημάτων διάστασης  $N$  (χώρος Hilbert), με  $P > N$  διανύσματα, όπου  $\|g_\gamma\| = 1$ . Ο αλγόριθμος matching pursuit ξεκινά, προβάλλοντας το  $x$  χαρακτηριστικό σε ένα διάνυσμα  $g_{\gamma_0} \in D$  και υπολογίζει το υπόλοιπο  $Rx$ :

$$Rx = x - \langle x, g_{\gamma_0} \rangle g_{\gamma_0} \quad (1)$$

Προκειμένου να ελαχιστοποιηθεί το υπόλοιπο  $Rx$ , το  $g_{\gamma_0}$  επιλέγεται έτσι ώστε να μεγιστοποιείται ο όρος  $|\langle x, g_{\gamma_0} \rangle|$ :

$$g_{\gamma_0} = \arg \max_{g_\gamma \in \Gamma} |\langle x, g_\gamma \rangle| \quad (2)$$

Σε κάθε επανάληψη, το διάνυσμα  $g_{y_m} \in D$  συνδυάζεται με το υπόλοιπο  $R^m x$ , που είναι το  $m$  κατά σειρά στοιχείο που μένει, αφού αφαιρεθούν τα αποτελέσματα των προηγούμενων επαναλήψεων.

$$R^m x = \langle R^m x, g_{y_m} \rangle g_{y_m} + R^{m+1} x \quad (3)$$

Αθροίζοντας τα αποτελέσματα της παραπάνω εξίσωσης για  $0 < m < M-1$  προκύπτει:

$$x = \sum_{m=0}^{M-1} \langle R^m x, g_{y_m} \rangle g_{y_m} + R^M x \quad (4)$$

Η ορθοκανονικότητα των  $R^{m+1} x$  και  $g_{y_m}$  ισχύει σε κάθε βήμα της διαδικασίας εκτέλεσης του αλγόριθμου και η συγκέντρωση ενέργειας δίνεται από τη σχέση:

$$\|x\|^2 = \sum_{m=0}^{M-1} |\langle R^m x, g_{y_m} \rangle|^2 + \|R^M x\|^2 \quad (5)$$

Τελικά, τα πρώτα  $M$  διανύσματα  $\{g_{y_m}\}_{0 < m < M}$  που επιλέγονται για να ελαχιστοποιούν τα υπόλοιπα ( $R$ ) σε κάθε επανάληψη, είναι τα χαρακτηριστικά (δηλαδή τα κανάλια) που χρησιμοποιούνται τελικά στην ταξινόμηση.

#### 2.4.6. Segmented Canonical Analysis

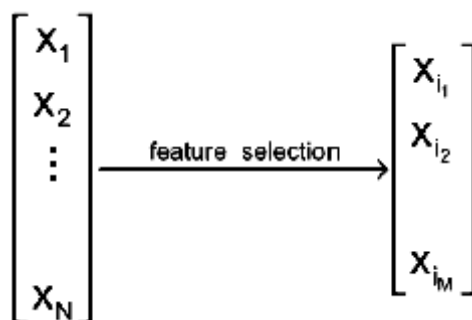
Η Canonical Analysis (CA) (J.S Borges et al., 2007) είναι μια μέθοδος παρόμοια με την PCA, με την έννοια ότι δημιουργεί ένα  $\bar{w}_j$  σύστημα αξόνων στο οποίο η διαχωριστικότητα των κατηγοριών μεγιστοποιείται. Ο νέος φασματικός χώρος προκύπτει από το γραμμικό μετασχηματισμό  $V^T x$ . Όταν οι κατηγορίες είναι γνωστές η CA δίνει καλύτερα αποτελέσματα από την PCA καθώς μεγιστοποιεί το λόγο της διασποράς μεταξύ των κατηγοριών, προς τη διασπορά εντός των κατηγοριών. Ο λόγος αυτός περιγράφεται μαθηματικά ως εξής:

$$J(V) = \frac{|V^T S_A V|}{|V^T S_W V|} \quad (1)$$

Όπου  $S_A$  ο πίνακας διασποράς μεταξύ των κατηγοριών και  $S_W$  ο πίνακας διασποράς εντός των κατηγοριών (Duda & Hart 1973).

## 2.5. Μέθοδοι Επιλογής Χαρακτηριστικών

Σύμφωνα με τους Swain and Davis (1978), η μέθοδος επιλογής καναλιών ορίζεται ως «η αναζήτηση ενός υποσυνόλου των αρχικών χαρακτηριστικών, το οποίο παρέχει τη βέλτιστη εναλλαγή μεταξύ της πιθανότητας σφάλματος και του κόστους της ταξινόμησης». Αν και στην περίπτωση της πολυφασματικής τηλεπισκόπησης οι προτεινόμενες μέθοδοι επιλογής καναλιών αποσκοπούσαν κυρίως στην εύρεση του φασματικού υπόχωρου, ο οποίος βελτιστοποιούσε την ακρίβεια της ταξινόμησης, στα υπερφασματικά δεδομένα η επιλογή καναλιών στοχεύει κυρίως στη μείωση των διαστάσεων του υπερφασματικού χώρου και εκτελείται για ένα πλήθος εφαρμογών πέραν της ταξινόμησης. Δεδομένου ότι όλα τα φασματικά κανάλια δε φέρουν την ίδια ποσότητα πληροφοριών, η μέθοδος προσδιορίζει ένα υποσύνολο των φασματικών καναλιών, αποτελούμενο από κανάλια τα οποία φέρουν σημαντικό ποσοστό πληροφοριών, και αφαιρεί τα κανάλια μικρότερης σημασίας.



Εικόνα 2.8: Επιλογή χαρακτηριστικών  
Πηγή: Fu & Young, 1986

Οι μέθοδοι επιλογής καναλιών που έχουν προταθεί στην τηλεπισκόπηση, συνήθως περιλαμβάνουν ένα κριτήριο επιλογής (criterion function) και μια μεθοδολογία ανεύρεσης (search strategy) (Serpico και Bruzzone, 2001). Το κριτήριο επιλογής αποτελεί ένα μέτρο βάσει του οποίου αξιολογείται το εκάστοτε επιλεγμένο υποσύνολο καναλιών, ενώ η μεθοδολογία ανίχνευσης είναι ένας αλγόριθμος που στοχεύει στην εύρεση του υποσυνόλου που βελτιστοποιεί το επιλεγμένο κριτήριο. Σε αυτό το κεφάλαιο, παρουσιάζονται αναλυτικά τα πιο διαδεδομένα κριτήρια επιλογής και οι μεθοδολογίες ανεύρεσης ενώ στα επόμενα κεφάλαια αναλύονται οι κυριότερες μέθοδοι επιλογής καναλιών της βιβλιογραφίας.

### ➤ Κριτήρια Επιλογής

Τα κριτήρια επιλογής (L. Bruzzone και C. Parsello, 2009) είναι συνήθως στατιστικά μέτρα και μπορεί να αξιολογούν α) τη διαχωριστικότητα των διαφορετικών κατηγοριών (class separability criteria), βάσει στατιστικών μετρήσεων απόστασης όπως η απόσταση Bhattacharyya, η απόσταση Jeffries-Matusita κλπ και τα οποία χρησιμοποιούνται συνήθως στις περιπτώσεις που η επιλογή καναλιών αποσκοπεί στη βελτίωση της ταξινόμησης β) την συνολική πληροφορία που περιέχεται στα κανάλια (information based criteria) όπως η εντροπία και η αμοιβαία πληροφορία, γ) το βαθμό ομοιότητας των καναλιών (similarity based criteria) κ.α.



❖ *Απόσταση Bhattacharyya*

Η απόσταση Bhattacharyya (Cai Simin et al., 2009) είναι ένα είδος στατιστικής απόστασης που βασίζεται στο Γκαουσιανό μοντέλο. Στη στατιστική, μετρά την ομοιότητα δύο διακριτών ή συνεχόμενων κατανομών πιθανότητας και είναι συνδεδεμένη με το συντελεστή Bhattacharyya, που αποτελεί μέτρο του ποσού επικάλυψης μεταξύ δύο στατιστικών δειγμάτων ή πληθυσμών. Στην τηλεπισκόπηση η απόσταση Bhattacharyya αποτελεί ένα κριτήριο επιλογής για την επιλογή καναλιών κατά την επεξεργασία της εικόνας. Με το κριτήριο της απόστασης Bhattacharyya μειώνεται ουσιαστικά ο αριθμός των χαρακτηριστικών και παράλληλα επιτυγχάνεται καλύτερη ακρίβεια στην ταξινόμηση και σημαντική εξοικονόμηση χρόνου κατά την επεξεργασία των δεδομένων.

Πιο συγκεκριμένα, μετράται ο βαθμός σκέδασης μεταξύ δύο τάξεων /κατηγοριών και επιλέγονται τα κανάλια που εμφανίζουν μεγαλύτερο διαχωρισμό στις φασματικές υπογραφές των στόχων. Για δύο κατηγορίες η απόσταση Bhattacharyya εκφράζεται σε παραμετρική μορφή ως εξής (Swain και Davis 1978):

$$B_{ij} = \frac{1}{8} [\mu_i - \mu_j]^T \left[ \frac{\sum i + \sum j}{2} \right]^{-1} [\mu_i - \mu_j] + \frac{1}{2} \ln \frac{\frac{1}{2} [\sum i + \sum j]}{\sqrt{|\sum i| |\sum j|}} \quad (1)$$

Όπου  $\mu_i$  το διάνυσμα της μέσης τιμής της κατηγορίας  $i$ ,  $\mu_j$  το διάνυσμα της μέσης τιμής της κατηγορίας  $j$  και  $\Sigma_i, \Sigma_j$  οι αντίστοιχοι πίνακες συνδιακύμανσης των φασματικών υπογραφών των εκάστοτε κατηγοριών.

Τέτοιου είδους μονοδιάστατες μετρήσεις όπως η απόσταση Bhattacharyya στην παραπάνω εξίσωση, δε μας δίνουν ενδείξεις για το που βρίσκονται οι φασματικές διαφορές μεταξύ των κατηγοριών. Έτσι προκειμένου να εκτιμηθεί η διαχωρισιμότητα κάθε κατηγορίας ως συνάρτηση των φασματικών καναλιών, υπολογίζεται η απόσταση Bhattacharyya από την τροποποιημένη έκφραση (R. Ian Faulconbridge et al., 2006):

$$B_{ij,n} = \frac{(C_{i,n} - C_{j,n})^2}{4(\sigma_{i,n}^2 + \sigma_{j,n}^2)} + \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\sigma_{i,n}^2 + \sigma_{j,n}^2}{2\sigma_{i,n}\sigma_{j,n}} \right) \quad (2)$$

Όπου  $B_{ij,n}$  είναι η απόσταση Bhattacharyya μεταξύ των κατηγοριών  $i$  και  $j$  στο κανάλι  $n$ ,  $C_{i,n}$  η μέση τιμή της κατηγορίας  $i$  στο κανάλι  $n$  και  $\sigma_{i,n}$  η τυπική απόκλιση της κατηγορίας  $i$  στο κανάλι  $n$ .

Μεγαλύτερη απόκλιση μεταξύ των κατηγοριών συνεπάγεται και μεγαλύτερη απόσταση Bhattacharyya. Έτσι θέτοντας ένα κατώφλι  $B_T$  μπορεί να προσδιοριστούν και να αφαιρεθούν τα κανάλια στα οποία η μέγιστη απόσταση Bhattacharyya είναι μικρότερη από το προτεινόμενο κατώφλι.

Το κριτήριο της απόστασης Bhattacharyya καθώς και οι παραλλαγές του χρησιμοποιείται ευρέως ως μέθοδος επιλογής καναλιών. Σε κάθε περίπτωση ο υπολογισμός της γίνεται για όλους τους πιθανούς συνδυασμούς υποσυνόλων των καναλιών γεγονός που την κατατάσσει στις μεθόδους με υψηλές υπολογιστικές απαιτήσεις (R. Huang και M. He, 2005).

❖ *Απόσταση Jeffries-Matusita*

Η Jeffries-Matusita (JM) (Ifarraguerri, 2004, J.S. Borges et al., 2007) χρησιμοποιείται κυρίως για τον προσδιορισμό της διαφοροποίησης των κατηγοριών

ή των αποστάσεων μεταξύ δύο κατανομών. Για πολυμετρικές γκαουσιανές κατανομές, η απόσταση JM μεταξύ των κατηγοριών  $i$  και  $j$  δίνεται από τη σχέση (Swain και Davis, 1978, Thomas et al. 1987, Mausel et al. 1990):

$$J_{ij} = \sqrt{2(1 - e^{-B_{ij}})} \quad (1)$$

Όπου  $B_{ij}$  η απόσταση Bhattacharyya.

Για τη διαδικασία επιλογής χαρακτηριστικών (feature selection) εντοπίζεται το υποσύνολο των καναλιών που δίνει τη μεγαλύτερη μέση απόσταση JM. Η μέση απόσταση ανά ζεύγος κατηγοριών δίνεται από τη σχέση:

$$J_{ave} = \sum_{i=1}^C \sum_{j=1}^C p(\omega_i) p(\omega_j) J_{ij} \quad (2)$$

Όπου  $C$  το πλήθος των κατηγοριών,  $\omega_i$  και  $\omega_j$  οι δύο κατηγορίες για τις οποίες υπολογίζεται η απόσταση JM,  $p(\omega_i)$   $p(\omega_j)$  οι a priori πιθανότητες να ανήκει ένα εικονοστοιχείο στις κατηγορίες  $i$  και  $j$  αντίστοιχα.

Η JM παίρνει τιμές από 0 έως 2 και τελικά επιλέγονται τα κανάλια με τιμή JM μεγαλύτερη από το ορισμένο από το χρήστη, κατώφλι.

Το κριτήριο της απόστασης Jeffries-Matusita δεν είναι δυνατό να εφαρμοστεί στο σύνολο των δεδομένων. Έτσι για τη διευκόλυνση της διαδικασίας, δημιουργούνται υποσύνολα καναλιών στα οποία περιλαμβάνονται τα κανάλια με υψηλό ποσοστό συσχέτισης.

#### ❖ Απόσταση Mahalanobis

Η απόσταση Mahalanobis (MD) ως κριτήριο επιλογής καναλιών, προτάθηκε από τους Tou-Gonzalez, (1974) και Richards, (1993) με σκοπό την βελτιστοποίηση της ακρίβειας της ταξινόμησης. Αλγεβρικά, η απόσταση Mahalanobis για ένα σύνολο τιμών με μέσο διάνυσμα  $\mu = (\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots, \mu_N)^T$  και πίνακα συμμεταβλητότητας  $\Sigma$  για ένα πολυδιάστατο διάνυσμα  $x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_N)^T$  ορίζεται ως:

$$MD(x) = \sqrt{(x - \mu)^T \Sigma^{-1} (x - \mu)} \quad (1)$$

Στην περίπτωση μιας τηλεπισκοπικής απεικόνισης το  $\mu$  αντιστοιχεί στη μέση τιμή ανακλαστικότητας της κατηγορίας και το  $x$  αντιστοιχεί στην τιμή του διανύσματος (εικονοστοιχείου).

Η απόσταση Mahalanobis μπορεί ακόμη να οριστεί ως μέτρο ανομοιότητας μεταξύ των μέσων τιμών ανακλαστικότητας δύο κατηγοριών. Έστω  $\mu_i$ ,  $\mu_j$  οι μέσες τιμές ανακλαστικότητας των χαρακτηριστικών διανυσμάτων των κατηγοριών  $i$  και  $j$ . Η απόσταση Mahalanobis στην περίπτωση αυτή δίνεται από τη σχέση:

$$MD_{ij} = \sqrt{(\mu_i - \mu_j)^T \Sigma^{-1} (\mu_i - \mu_j)} \quad (2)$$

Τελικά επιλέγονται εκείνα τα κανάλια στα οποία οι κατηγορίες εμφανίζουν το μεγαλύτερο βαθμό διαχωριστότητας, δηλαδή τη μεγαλύτερη απόσταση Mahalanobis.

❖ *Κριτήριο της Συσχέτισης*

Ο έλεγχος συσχέτισης (Lei Yu και Huan Liu, 2003) είναι μια από τις πιο δημοφιλείς και έγκυρες μεθόδους επιλογής καναλιών. Για τον έλεγχο της συσχέτισης υπολογίζεται ο συντελεστής γραμμικής συσχέτισης  $r$  ο οποίος για ένα ζεύγος τυχαίων μεταβλητών  $(x, y)$  δίνεται από τη σχέση:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (1)$$

Όπου  $x_i, y_i$  τα διανύσματα ανακλαστικότητας δύο κατηγοριών στο κανάλι  $i$ ,  $\bar{x}$  η μέση τιμή ανακλαστικότητας του  $x$ ,  $\bar{y}$  η μέση τιμή ανακλαστικότητας του  $y$  και  $n$  ο αριθμός των καναλιών της απεικόνισης.

Η τιμή του  $r$  κυμαίνεται μεταξύ των τιμών  $-1$  και  $1$ . Αν οι μεταβλητές  $X$  και  $Y$  σχετίζονται απόλυτα, ο συντελεστής  $r$  παίρνει την τιμή  $-1$  ή  $1$  ενώ αν είναι ασυσχέτιστες ο  $r$  παίρνει την τιμή  $0$ .

Τελικά απομακρύνονται τα κανάλια με υψηλό βαθμό συσχέτισης με βάση ένα προκαθορισμένο κατώφλι.

Παρόλα αυτά δεν είναι πάντα σωστό να θεωρούμε πως σε όλα τα χαρακτηριστικά στη φύση σχετίζονται γραμμικά και επομένως η μέθοδος της γραμμικής συσχέτισης δεν μπορεί να αποδώσει αυτά τα μη γραμμικά συσχετιζόμενα στοιχεία. Για να ξεπεραστούν αυτοί οι περιορισμοί, χρησιμοποιείται ένα διαφορετικό κριτήριο που χρησιμοποιεί ως μέτρο σύγκρισης την εντροπία.

❖ *Εντροπία Shannon*

Η εντροπία Shannon (Martinez-Usó et al., 2007) είναι ένα κριτήριο το οποίο εκφράζει το μέγεθος της αταξίας ή το μέτρο της αβεβαιότητας στο σύνολο του πλήθους των καταγραφών ανά κανάλι. Για μια εικόνα που αποτελείται από  $N$  εικονοστοιχεία η σχέση που υπολογίζει την εντροπία Shannon μιας μεταβλητής  $X$  είναι:

$$H(X) = -\sum_{i=1}^N P(x_i) \log_2 P(x_i) \quad (1)$$

Όπου:  $H$  = το μέτρο της εντροπίας

$P(x_i)$  = η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας, των τιμών ανακλαστικότητας σε ένα υπερφασματικό κανάλι

$x_i$  = ο αριθμός των διακριτών τιμών ανακλαστικότητας

Σε ορισμένες μεθόδους η εντροπία χρησιμοποιείται απευθείας ως κριτήριο για την επιλογή καναλιών. Σε αυτή την περίπτωση, η εντροπία χρησιμοποιείται για την εκτίμηση της πληροφορίας που περιέχεται σε κάθε κανάλι. Τα κανάλια κατατάσσονται στη συνέχεια σε σειρά και επιλέγονται αυτά με τις υψηλότερες τιμές εντροπίας.

### ❖ Αμοιβαία Πληροφορία

Η αμοιβαία πληροφορία (Mutual Information, (MI)) (B. Wang et al., 2012) είναι η πληροφορία που μοιράζεται ανάμεσα σε δύο τυχαίες μεταβλητές. Μετρά τη στατιστική εξάρτηση μεταξύ τους και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αξιολόγηση της σχετικής χρησιμότητας κάθε καναλιού στην ταξινόμηση.

Για δοσμένο το κανάλι  $X$  και την εικόνα (επίγειων δεδομένων)  $Y$ , η μεταξύ τους αμοιβαία πληροφορία ορίζεται ως:

$$I(X,Y)=H(X)+H(Y)-H(X,Y) \quad (1)$$

Όπου  $H(X)$ ,  $H(Y)$  οι αντίστοιχες τιμές εντροπίας Shannon των εικόνων, και  $H(X,Y)$  η κοινή εντροπία των  $X$  και  $Y$ . Η MI μετρά την κοινή πληροφορία που μοιράζονται οι εικόνες  $X$  και  $Y$ . Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή της MI τόσο πιο σχετική είναι η εικόνα  $X$  με το σκοπό της ταξινόμησης.

### ❖ Πρώτη Φασματική Παράγωγος

Το φασματικό εύρος κάθε καναλιού μπορεί να είναι μια μεταβλητή στο σχεδιασμό του υπερφασματικού αισθητήρα. Το κριτήριο της πρώτης φασματικής παραγώγου (First Spectral Derivative) (P. Bajcsy και P. Groves, 2004) χρησιμοποιεί το μεταβλητό φασματικό εύρος ως μια συνάρτηση που προσφέρει επιπρόσθετες πληροφορίες. Αν δύο παρακείμενα κανάλια δε διαφέρουν αρκετά, η πληροφορία που περιέχουν μπορεί να εκφραστεί με ένα μόνο κανάλι. Η μαθηματική περιγραφή της πρώτης φασματικής παραγώγου απεικονίζεται στην εξίσωση:

$$D_1 = \frac{\partial I(x, \lambda)}{\partial \lambda} \quad (1)$$

Όπου  $I$  η υπερφασματική τιμή

$X$  μια χωρική θέση

$\lambda$  το χαρακτηριστικό ή το κεντρικό μήκος κύματος του καναλιού

Έτσι αν το  $D_1$  είναι μηδέν τότε ένα από τα κανάλια είναι περιττό. Γενικά παρακείμενα κανάλια που διαφέρουν πολύ θα πρέπει να διατηρούνται, ενώ τα κανάλια με υψηλό βαθμό συσχέτισης μπορούν να αφαιρεθούν.

### ❖ Δεύτερη Φασματική Παράγωγος

Το κριτήριο της δεύτερης φασματικής παραγώγου (P. Bajcsy και P. Groves, 2004) όπως και το κριτήριο της πρώτης φασματικής παραγώγου, θεωρεί το μεταβλητό φασματικό εύρος του κάθε καναλιού ως επιπρόσθετη πληροφορία. Αντίθετα με την FSD η προσέγγιση αυτή προσδιορίζει τα κανάλια που μπορούν να παρασταθούν ως γραμμικός συνδυασμός παρακείμενων καναλιών. Έτσι αν τρία κανάλια είναι παρακείμενα και τα δύο εξωτερικά μπορούν «προβλέψουν» το μεσαίο με γραμμική παρεμβολή, τότε το τρίτο κανάλι είναι περιττό. Όσο μεγαλύτερη είναι η απόκλιση από το γραμμικό μοντέλο τόσο μεγαλύτερο είναι το ποσοστό πληροφορίας που περιέχει το κανάλι. Η μαθηματική περιγραφή της μεθόδου απεικονίζεται στην παρακάτω εξίσωση:

$$D_2 = \frac{\partial^2 I(x, \lambda)}{\partial \lambda^2} \quad (1)$$

Όπου  $D_2$  το μέτρο της γραμμικής απόκλισης  
I η υπερφασματική τιμή  
X η χωρική θέση  
 $\lambda$  το μήκος κύματος του καναλιού

### ➤ **Μεθοδολογίες Ανεύρεσης**

Προκειμένου να επιλεγεί τελικά το βέλτιστο υποσύνολο καναλιών, εφαρμόζεται ένας αλγόριθμος ανεύρεσης. Ο αλγόριθμος αυτός δημιουργεί πιθανές λύσεις για το πρόβλημα της επιλογής καναλιών και στη συνέχεια τις συγκρίνει και τις αξιολογεί με βάση το επιλεγμένο κριτήριο. Σε ιδανική περίπτωση η αναζήτηση της βέλτιστης λύσης θα περιελάμβανε την αξιολόγηση και σύγκριση όλων των πιθανών συνδυασμών καναλιών (optimal algorithm), γεγονός που αποτελεί μια υπολογιστικά δύσκολη προσέγγιση. Για το λόγο αυτό, έχουν αναπτυχθεί διαφορετικές τεχνικές (suboptimal algorithms), αποτελεσματικές και απλούστερες στην εφαρμογή, όπως η Sequential Forward Selection, η Sequential Backward Selection οι Genetic Algorithms κλπ.

#### ❖ *Sequential Forward Selection (SFS)–Sequential Backward Selection (SBS)*

Η SFS και η SBS έχουν την ικανότητα να εντοπίζουν την ομάδα μεταβλητών που παρουσιάζει με τον βέλτιστο τρόπο τα βασικά χαρακτηριστικά ενός συνόλου.

Η SFS είναι μια bottom-up τεχνική η οποία επιλέγει τις πιο σημαντικές μεταβλητές εκτελώντας μια επαναληπτική διαδικασία (Kumar et al., 2001). Ο αλγόριθμος περιγράφεται ως εξής:

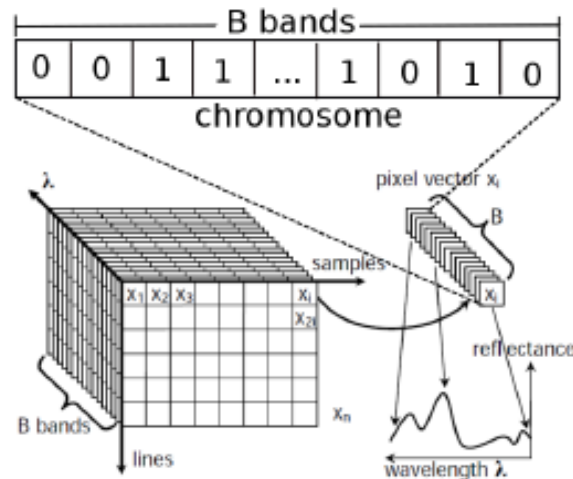
Έστω X ένα σύνολο αρχικών μεταβλητών -για παράδειγμα ένα σύνολο φασματικών καναλιών-, d ο αριθμός των αρχικών μεταβλητών, Y το σύνολο των επιλεγμένων μεταβλητών και Z το σύνολο των μεταβλητών που απομένει. Αρχικά το σύνολο Y είναι ένα κενό σύνολο  $Y_0 = \emptyset$  και το Z ταυτίζεται με το X. Πριν την έναρξη της επαναληπτικής διαδικασίας ορίζεται μια συνάρτηση  $J()$  με βάση την οποία γίνεται η επιλογή των επιθυμητών μεταβλητών. Όλες οι μεταβλητές ταξινομούνται με βάση την τιμή της  $J()$  και κάθε φορά επιλέγεται η μεταβλητή με τη μεγαλύτερη τιμή από το εναπομείναν σύνολο (Z). Ύστερα από k επαναλήψεις προκύπτει το νέο σύνολο  $Y_k$ . Ως κριτήριο επιλογής των μεταβλητών ( $J()$ ) στην SFS χρησιμοποιείται συχνά η απόσταση Bhattacharyya.

Η SBS είναι επίσης μια επαναληπτική διαδικασία. Η διαφορά της έγκειται στο γεγονός ότι είναι μια top-down μέθοδος η οποία επιλέγει τις λιγότερο σημαντικές μεταβλητές και τις απομακρύνει από το αρχικό σύνολο. Και σε αυτή την περίπτωση ορίζεται μια συνάρτηση  $J()$  βάση της οποίας γίνεται η αξιολόγηση των μεταβλητών. Αρχικά το σύνολο των επιλεγμένων μεταβλητών ταυτίζεται με το δοσμένο σύνολο ( $Y_0 = X$ ) και σε κάθε επανάληψη η λιγότερο σημαντική μεταβλητή εντοπίζεται και εξαλείφεται. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου να απομείνει ο επιθυμητός αριθμός μεταβλητών. Στην περίπτωση του αλγόριθμου SBS ως κριτήριο επιλογής ( $J()$ ) χρησιμοποιείται η απόσταση Jeffries Matusita.

Οι μέθοδοι SFS και SBS είναι πολύ αποτελεσματικές υπολογιστικά (Serpico et al., 2002) αλλά έχουν ως μειονέκτημα το γεγονός ότι η επιλογή μιας μεταβλητής δεν μπορεί να αναιρεθεί στις επόμενες επαναλήψεις. Προκειμένου να επιλυθεί αυτό το πρόβλημα οι Pudil et al., (1994) προτείνουν τη floating εκδοχή των SFS και SBS. Οι Sequential forward/backward floating (SFFS, SBFS) αλγόριθμοι έχουν τη δυνατότητα απεριόριστων αναιρέσεων των εκτελεσμένων ενεργειών, εφόσον εντοπίζουν καλύτερα υποσύνολα μεταβλητών κατά την εφαρμογή τους.

### ❖ Γενετικοί Αλγόριθμοι

Οι Γενετικοί Αλγόριθμοι (A. B. Santos et al., 2012) ανήκουν στις νέες αναπτυσσόμενες τεχνικές για τη μείωση της διαστατικότητας. Σε αυτό το είδος αλγόριθμου το υποσύνολο των χαρακτηριστικών αναπαρίσταται ως ένα «χρωμόσωμα» με τη μορφή δυαδικής συμβολοσειράς (binary string) της οποίας το μήκος είναι ίδιο με τον αριθμό των χαρακτηριστικών/καναλιών. Ένα μηδενικό bit στο χρωμόσωμα υποδηλώνει ένα πλεονάζον χαρακτηριστικό, ενώ ένα μοναδιαίο bit υποδηλώνει ένα χαρακτηριστικό που πρέπει να επιλεγεί (Εικόνα 2.9). Ο τρόπος λειτουργίας των Γενετικών Αλγορίθμων είναι εμπνευσμένος από την βιολογία. Χρησιμοποιεί την ιδέα της εξέλιξης μέσω γενετικής μετάλλαξης, φυσικής επιλογής και διασταύρωσης. Στην πράξη ο αλγόριθμος ξεκινά μ' ένα σύνολο λύσεων που ονομάζονται γονιδιώματα, δανειζόμενες το όνομά τους από τη βιολογία, οι οποίες συνιστούν τον "πληθυσμό". Κατόπιν ζητείται από τον υπολογιστή να δημιουργήσει μια σειρά τυχαίων ανασυνδυασμών και μεταλλάξεων των "γονιδιωμάτων". Κατά τη διάρκεια κάθε επανάληψης ο αλγόριθμος παράγει έναν αριθμό πιθανών λύσεων ανάλογα με το εκάστοτε κριτήριο επιλογής ως ότου φτάσει στη βέλτιστη λύση.



Εικόνα 2.9: Παρουσίαση του χρωμοσώματος και χαρτογράφηση των υπερφασματικών καναλιών του υπερκύβου.  
Πηγή: Y. Tarabalka, 2010

Ένας άλλος τρόπος κατηγοριοποίησης των μεθόδων επιλογής καναλιών, είναι με βάση το αν διατίθεται αρχική πληροφορία για τις υπάρχουσες κατηγορίες. Σε περίπτωση που είναι γνωστή τέτοια πληροφορία, εφαρμόζεται επιβλεπόμενη μέθοδος Band Selection, ενώ σε αντίθετη περίπτωση επιλέγεται μια μη επιβλεπόμενη μέθοδος.

### ➤ Μη Επιβλεπόμενες μέθοδοι επιλογής καναλιών

Οι μη επιβλεπόμενες μέθοδοι διατάσσουν τα φασματικά κανάλια χωρίς καθοδήγηση από το χρήστη, αξιολογώντας τις γενικές πληροφορίες που αυτά περιέχουν. Είναι συνήθως πολύ γρήγορες και εύκολα αποδιδόμενες υπολογιστικά, και απαιτούν ελάχιστη ή και καθόλου προεπεξεργασία των υπερφασματικών εικόνων όπως είναι η γεωαναφορά ή η προσαρμογή του συστήματος συντεταγμένων των εικόνων.

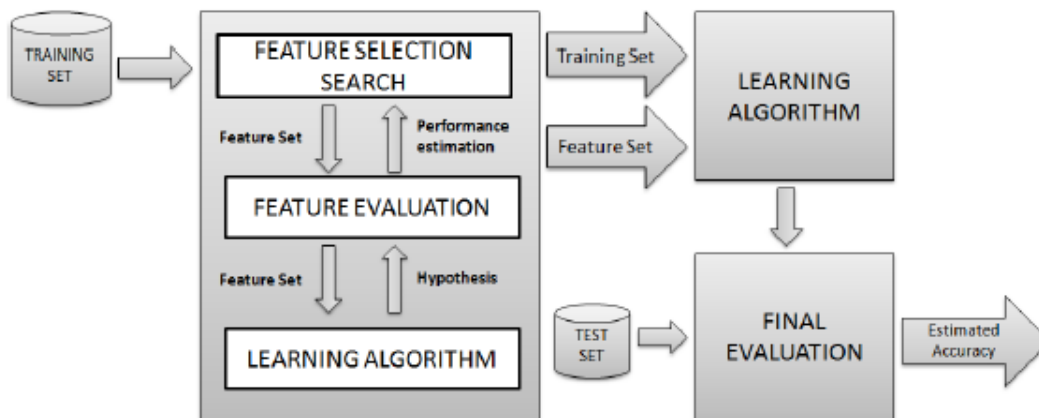
### ➤ Επιβλεπόμενες μέθοδοι επιλογής καναλιών

Οι επιβλεπόμενες μέθοδοι απαιτούν a priori γνωστά δεδομένα για τη δημιουργία δεδομένων εκπαίδευσης (training data). Ένα τέτοιο σύνολο γνωστών δεδομένων προκύπτει από το συνδυασμό των βαθμονομημένων υπερφασματικών εικόνων με επίγειες μετρήσεις. Βασική προϋπόθεση για την εφαρμογή μιας επιβλεπόμενης μεθόδου είναι ο αριθμός των γνωστών δεδομένων να είναι αρκετά μεγαλύτερος από τον αριθμό των ζητούμενων στοιχείων δηλαδή για την περίπτωσή μας από τον αριθμό των καναλιών που πρόκειται να επιλεχθούν.

Οι επιβλεπόμενες μέθοδοι είναι συνήθως πιο απαιτητικές υπολογιστικά συγκριτικά με τις μη επιβλεπόμενες μεθόδους αλλά παρέχουν αποτελέσματα μεγαλύτερης ακρίβειας.

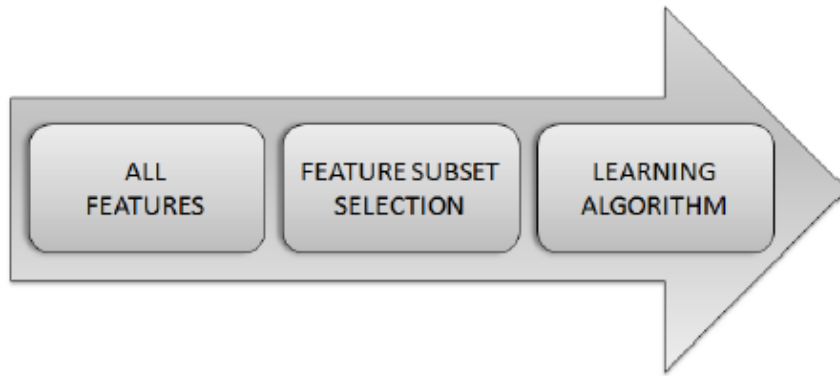
Οι μέθοδοι επιβλεπόμενης επιλογής καναλιών ανάλογα με τα κριτήρια λειτουργίας τους διακρίνονται σε τρεις βασικές κατηγορίες α) το μοντέλο filter, β) το μοντέλο wrapper και γ) το μοντέλο hybrid. (Das, 2001, Kohavi και John, 1997)

- Το μοντέλο wrapper εξαρτάται από έναν επιλεγμένο αλγόριθμο ταξινόμησης (learning algorithm) και χρησιμοποιεί τα αποτελέσματα του αλγόριθμου ως κριτήριο επιλογής, αναζητώντας το υποσύνολο των καναλιών που βελτιστοποιεί την ακρίβεια της ταξινόμησης. Βάσει πειραματικών δεδομένων (Kohavi και John, 1997) παρουσιάζει καλύτερα αποτελέσματα από το filter model, αλλά έχει μεγαλύτερη υπολογιστική πολυπλοκότητα και λόγω αυτού έχει περιορισμένες εφαρμογές.



Εικόνα 2.10: Το μοντέλο Wrapper  
Πηγή: A. B. Santos et al., 2012

- Το filter model χρησιμοποιεί τα γενικά χαρακτηριστικά των δεδομένων και επιλέγει τα περισσότερο ασυσχέτιστα, με βάση ένα μέτρο διαχωρισιμότητας των κατηγοριών και χωρίς να λάβει υπόψη του τον αλγόριθμο ταξινόμησης. Σε περιπτώσεις στις οποίες διατίθεται μεγάλος αριθμός καναλιών προτιμάται το filter model καθώς είναι λιγότερο απαιτητική υπολογιστικά μέθοδος.



Εικόνα 2.11: Το μοντέλο Filter  
 Πηγή: A. B. Santos et al., 2012

- Τέλος το hybrid model συνδυάζει τα πλεονεκτήματα των δύο προηγούμενων μοντέλων. Αρχικά χρησιμοποιεί ένα κριτήριο επιλογής με βάση τα υπάρχοντα δεδομένα, καταλήγοντας σε έναν αριθμό πιθανών αποτελεσματικών υποσυνόλων και στη συνέχεια στηρίζεται στα αποτελέσματα της ταξινόμησης για να καταλήξει στο τελικό υποσύνολο.

#### 2.5.1. Μέθοδος Επιλογής Καναλιών Βάσει του Αλγόριθμου Ανατροφοδότησης

Ο αλγόριθμος ανατροφοδότησης, (Feedback Classification Algorithm (FCA)) (Wilfredo E. και Lugo-Beauchamp, 2004) είναι ένας συνδυαστικός αλγόριθμος επιλογής καναλιών, που χρησιμοποιεί την πληροφορία που προκύπτει από μια αρχική ταξινόμηση. Ο σκοπός του FCA αλγορίθμου είναι να επιλέξει τα υποσύνολα των καναλιών που διαχωρίζουν καλύτερα τα κέντρα ενός δοσμένου αριθμού κατηγοριών. Αυτό γίνεται δημιουργώντας όλους τους πιθανούς συνδυασμούς των  $m$  επιθυμητών καναλιών, από το αρχικό σύνολο των  $N$  καναλιών της εικόνας.

Ο αριθμός των πιθανών συνδυασμών δίνεται από την εξίσωση :

$$\binom{N}{m} = \frac{N!}{(N-m)!m!} \quad (1)$$

Όπου  $m$  είναι ο επιθυμητός αριθμός των καναλιών στον οποίο θέλουμε να καταλήξουμε και  $N$  το σύνολο των καναλιών.

Κάθε συνδυασμός αναφέρεται σαν ένα σύνολο. Στο κάθε σύνολο υπολογίζονται ο πίνακας συμμεταβλητότητας και ο μέσος όρος για κάθε κατηγορία ξεχωριστά, με βάση τα εικονοστοιχεία της αντίστοιχης κατηγορίας που προκύπτουν με ταξινόμηση. Ανάμεσα σε όλα τα σύνολα, επιλέγεται αυτό με την μεγαλύτερη μέση απόσταση μεταξύ των κέντρων της κατηγορίας.

Το επιλεγμένο σύνολο αποτελεί το δεδομένο εισόδου στον ταξινομητή και μετά την εφαρμογή της ταξινόμησης τα ταξινομημένα εικονοστοιχεία χρησιμοποιούνται για την επιλογή κάποιου άλλου πιθανού συνόλου.

Ο αλγόριθμος σταματά όταν το ίδιο σύνολο επιλέγεται συνέχεια ή όταν συμπληρωθεί ένας μέγιστος αριθμός επαναλήψεων.



### 2.5.2. Επιλογή Καναλιών βασισμένη στην Ανάλυση Ανεξάρτητων Συνιστωσών

Οι Hongtao Du et al., (2003) προτείνουν μια νέα μέθοδο μείωσης της διαστατικότητας με βάση την Ανάλυση Ανεξάρτητων Συνιστωσών (ICA), όχι ως μετασχηματισμό (feature extraction), αλλά ως κριτήριο επιλογής χαρακτηριστικών (feature selection). Η μέθοδος συγκρίνει τη μέση απόλυτη τιμή των συντελεστών βαρών κάθε φασματικού καναλιού και επιλέγει τα ανεξάρτητα κανάλια που περιέχουν τη μέγιστη ποσότητα πληροφορίας.

Όταν η ICA χρησιμοποιείται για τη μείωση της διάστασης των υπερφασματικών εικόνων, ο αριθμός των παρατηρούμενων σημάτων  $n$  είναι η αρχική διάσταση του χώρου. Το σήμα  $X$  είναι το φασματικό προφίλ όλων των εικονοστοιχείων στις υπερφασματικές απεικονίσεις. Η πηγή  $S$  του σήματος, βρίσκεται σε χώρο μικρότερων διαστάσεων, ανάλογα με τις υπάρχουσες τάξεις και κάθε ανεξάρτητη συνιστώσα  $s_i$  είναι χαρακτηριστική για κάθε τάξη. Δεδομένου ότι ο αριθμός των τάξεων μπορεί να μην είναι γνωστός, θεωρείται ένας τυχαίος αριθμός τάξεων  $m$  και αξιολογείται ο πίνακας βαρών  $W$  για να διαπιστωθεί πόσο συμβάλλει κάθε κανάλι στο μετασχηματισμό της ICA.

Θεωρώντας  $m$  τον αριθμό των κατηγοριών μιας υπερφασματικής εικόνας  $n$  καναλιών σχηματίζουμε τον πίνακα βαρών  $W_{n \times m}$  χρησιμοποιώντας την FastICA. Στη διαδικασία του φασματικού διαχωρισμού (unmixing) με την ICA υπολογίζεται το πλήθος των καθαρών στόχων  $S$ , από τα  $X$  εικονοστοιχεία της απεικόνισης και τον πίνακα  $W$ .

$$\begin{bmatrix} s_{11} & \dots & \dots & \dots & s_{1p} \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \dots & s_{ik} & \dots & \vdots \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ s_{m1} & \dots & \dots & \dots & s_{mp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{11} & \dots & \dots & \dots & w_{1n} \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ w_{i1} & \dots & w_{ij} & \dots & w_{in} \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ w_{m1} & \dots & \dots & \dots & w_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11} & \dots & x_{1k} & \dots & x_{1p} \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \dots & x_{jk} & \dots & \vdots \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ x_{n1} & \dots & x_{nk} & \dots & x_{np} \end{bmatrix}$$

Όπου  $p$  ο αριθμός των εικονοστοιχείων της εικόνας.

Το στοιχείο  $s_{ik}$  της ανεξάρτητης συνιστώσας  $s_i$  υπολογίζεται από τη σχέση:

$$s_{ik} = \sum_{j=1}^n w_{ij} x_{jk}, \quad i=1 \dots m \quad (1)$$

Όπου  $w_{ij}$  το βάρος του καναλιού  $j$  σε σχέση με τη συνιστώσα  $s_i$ , δηλαδή  $w_{ij}$  δείχνει πόση πληροφορία για την κατηγορία  $i$ , περιέχεται στο κανάλι  $j$ .

Με τον τρόπο αυτό εκτιμάται η σημαντικότητα του κάθε φασματικού καναλιού για όλες τις κατηγορίες, υπολογίζοντας τη μέση απόλυτη τιμή του βάρους  $\bar{w}_j$ .

$$\bar{w}_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |w_{ij}| \quad \text{όπου } j=1 \dots n \quad (2)$$

Ταξινομώντας σε φθίνουσα σειρά τις τιμές του  $\bar{w}$  για όλα τα κανάλια προκύπτει η ακολουθία  $[\bar{w}_1, \dots, \bar{w}_j, \dots, \bar{w}_n]$  όπου  $\bar{w}_1 \geq \dots \geq \bar{w}_j \geq \dots \geq \bar{w}_n$ . Σε αυτή την ακολουθία, τα κανάλια με τις μεγαλύτερες μέσες απόλυτες τιμές συντελεστών βαρών,

συνεισφέρουν περισσότερο στο μετασχηματισμό της ICA από τα υπόλοιπα, δηλαδή περιέχουν μεγαλύτερο ποσοστό πληροφορίας. Επομένως επιλέγονται τα κανάλια με τους μεγαλύτερους συντελεστές  $w$ . Τα επιλεγμένα κανάλια καλούνται ανεξάρτητα κανάλια και το σύνολο των ανεξάρτητων αυτών καναλιών είναι ένα υποσύνολο των αρχικών, που αντιπροσωπεύει το αρχικό φασματικό προφίλ χωρίς να αλλάζουν οι φυσικές του ιδιότητες. Με τον τρόπο αυτό προκύπτει μια νέα εικόνα μικρότερων διαστάσεων.

Η αξιολόγηση της μεθόδου έγινε με πολυφασματικές και όχι υπερφασματικές απεικονίσεις. Παρόλα αυτά οι συγγραφείς της υποστηρίζουν πως βάσει πειραματικών δεδομένων η συγκεκριμένη μέθοδος αποδεικνύεται ιδιαίτερα αποτελεσματική στα υπερφασματικά δεδομένα και μάλιστα πλεονεκτεί της αντίστοιχης μεθόδου εξαγωγής χαρακτηριστικών με βάση την ICA καθώς και του μετασχηματισμού PCA.

### 2.5.3. Επιλογή Καναλιών βασισμένη στην Εκτίμηση της Αμοιβαίας Πληροφορίας

Η εφαρμογή της αμοιβαίας πληροφορίας (Mutual information (MI)) ως κριτήριο επιλογής καναλιών, προτάθηκε από τους Conesea και Masellia το 1993.

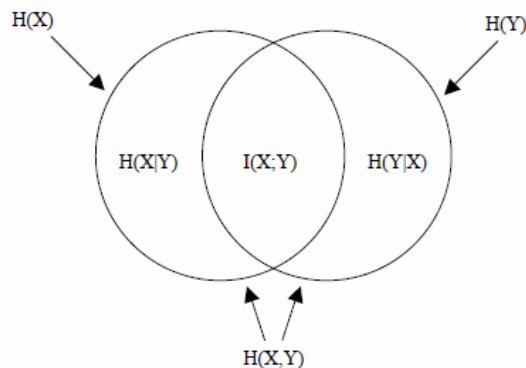
Σε αντίθεση με την εντροπία, η MI λαμβάνει υπόψη εκτός από την πληροφορία του εκάστοτε καναλιού και την πληροφορία ενός χάρτη αναφοράς. Στο χάρτη αναφοράς κάθε εικονοστοιχείο αντιστοιχίζεται σε μια συγκεκριμένη κατηγορία, σύμφωνα με τα αληθή δεδομένα. Πιο συγκεκριμένα, υπολογίζεται η εξάρτηση μεταξύ της υπερφασματικής εικόνας ( $X$ ) ανά κανάλι και του αντίστοιχου χάρτη αναφοράς ( $Y$ ) μέσω των αντίστοιχων τιμών εντροπίας ( $H(x)$ ,  $H(y)$ ). Η τιμή της MI δίνεται από τη σχέση:

$$I(X;Y) = \sum_x \sum_y p(x,y) \log \frac{p(x,y)}{p(x)p(y)} \quad (1)$$

και σχετίζεται με την εντροπία μέσω της σχέσης (Εικόνα 2.12):

$$I(x,y) = H(x) + H(y) - H(x,y) \quad (2)$$

Όπου  $H(x,y)$  η κοινή εντροπία.



Εικόνα 2.12: Οι εντροπίες δύο τυχαίων μεταβλητών  $X$ ,  $Y$  και η αμοιβαία πληροφορία  $I(X,Y)$   
 Πηγή: Elements of Information Theory, Thomas M. Cover, Joy A. Thomas (1991)

Η ποσότητα της πληροφορίας του χάρτη αναφοράς είναι συνήθως μικρότερη από την αντίστοιχη του κάθε καναλιού της εικόνας καθώς ορισμένα εικονοστοιχεία δεν ανήκουν στις περιοχές ενδιαφέροντος ή είναι πολύ δύσκολο να προσδιοριστεί η κατηγορία στην οποία ανήκουν.

Η τιμή της ΜΙ εκφράζει το μέγεθος της κοινής πληροφορίας που προκύπτει από την τομή, όπως φαίνεται στην Εικόνα 2.12. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή της ΜΙ, τόσο καλύτερα προσεγγίζει το συγκεκριμένο κανάλι το χάρτη αναφοράς.

Η αδυναμία της μεθόδου έγκειται στο γεγονός ότι βασίζεται σε ένα χάρτη αναφοράς που δεν είναι πάντα διαθέσιμος. Ως εκ τούτου, οι B. Guo et al. (2006) προτείνουν μια νέα μέθοδο επιλογής καναλιών που βασίζεται στην εκτίμηση ενός χάρτη αναφοράς  $\hat{R}$  αντί για το γνωστό χάρτη R.

Ο εκτιμώμενος χάρτης αναφοράς  $\hat{R}$  δημιουργείται από φασματικές υπογραφές γνωστών υλικών που είναι διαθέσιμες στις φασματικές βιβλιοθήκες.

Συγκρίνοντας τις διαθέσιμες φασματικές υπογραφές για κάθε κατηγορία προσδιορίζεται το εύρος του μήκους κύματος στο οποίο εμφανίζεται μεγαλύτερη απόκλιση των φασματικών υπογραφών. Τέτοιες περιοχές αναφέρονται ως φασματικά κλειδιά (key spectra). Στις περιοχές αυτές υπολογίζονται τελικά οι χαρακτηριστικές μέσες φασματικές τιμές για κάθε κατηγορία, βάση των οποίων σχεδιάζεται τελικά ο χάρτης αναφοράς. Στη συνέχεια, για τον προσδιορισμό της ΜΙ ακολουθείται η ίδια διαδικασία όπως αναφέρθηκε παραπάνω.

Τα  $i$  φασματικά κανάλια κατατάσσονται σύμφωνα με τις αντίστοιχες τιμές τους  $I(M_i, R')$  (όπου  $M_i$  οι εικόνες από ένα σύνολο φασματικών κλειδιών  $S$ ) και εφαρμόζεται ένα κατώφλι για να επιλεγούν μόνο τα κανάλια που βρίσκονται στην κορυφή της κατάταξης.

Η παραπάνω μέθοδος λειτουργεί αποτελεσματικά όταν το κατώφλι είναι σχετικά χαμηλό. Ωστόσο, όταν πρόκειται να επιλεγούν λιγότερα κανάλια (υψηλό κατώφλι), ο σχεδιασμός αυτός είναι πιθανό να προτιμήσει γειτονικά κανάλια με υψηλή ΜΙ αλλά και υψηλό βαθμό συσχέτισης και επομένως πλεονάζουσα πληροφορία. Για την αποφυγή αυτού εισάγονται δυο βοηθητικές παράμετροι επιλογής, α) το εύρος φασματικής ζώνης απόρριψης  $B$  και β) το συμπληρωματικό κατώφλι  $\eta$  που ελέγχει αν τα γειτονικά κανάλια, με εκείνα που έχουν υψηλές τιμές αμοιβαίας πληροφορίας, θα πρέπει να συμπεριληφθούν ανεξάρτητα από την τιμή της ΜΙ. Το  $B$  αντιπροσωπεύει ένα φασματικό εύρος επικεντρωμένο σε ένα επιλεγμένο κανάλι, υποδηλώνοντας ότι τα κανάλια εντός του συγκεκριμένου φασματικού εύρους εμφανίζουν υψηλό βαθμό συσχέτισης και είναι πιθανό να περιπεύουν και το  $\eta$  αξιολογεί κατά πόσο η συμπληρωματική πληροφορία του παρακείμενου καναλιού μπορεί να συμπληρώσει αυτή του επιλεγμένου. Αν στο γειτονικό κανάλι εντοπιστούν σημαντικές πληροφορίες τότε αυτό θα πρέπει να συμπεριληφθεί ακόμα και εαν ανήκει στο φασματικό εύρος απόρριψης.

#### 2.5.4. Επιλογή Καναλιών βασισμένη στην Ταξινόμηση με Βάρη Καναλιών

Ο αλγόριθμος Feature Weighting προτάθηκε από τους Rui και Mingyi (2005) και βασίζεται στο κριτήριο διαχωρισιμότητας ανά ζεύγος και στην ανάλυση του πίνακα συντελεστών. Συγκεκριμένα υπολογίζει τις τιμές του κριτηρίου διαχωρισιμότητας για κάθε κανάλι όπως προκύπτουν από την αποσυσχέτιση (decorrelation) κάθε κατηγορίας μέσω του μετασχηματισμού των κυρίων συνιστωσών (principle component transform-PCT), ταξινομεί τα κανάλια για κάθε κατηγορία ανάλογα με τους αντίστοιχους συντελεστές του PCT και τις τιμές του κριτηρίου, καθορίζει τα τελικά βάρη των αρχικών καναλιών και αφαιρεί τα πλεονάζοντα κανάλια με βάση το βαθμό συσχέτισης και χρησιμοποιώντας ένα ανάλογο κατώφλι.

Στα υπερφασματικά δεδομένα αν  $m$  ο αριθμός των διαφορετικών κατηγοριών και  $N_c$  ο αριθμός των δειγμάτων στην κατηγορία  $c$  ( $c=1, \dots, m$ ), τότε ο αριθμός των συνολικών δειγμάτων θα είναι  $N=N_1+N_2+\dots+N_m$ . Αν  $X^{(c)}=[x_1^{(c)}, x_2^{(c)}, \dots, x_{N_c}^{(c)}]$  τα δεδομένα της κατηγορίας  $c$ , τότε το σύνολο των δεδομένων μπορεί να εκφραστεί

ως  $X = \bigcup_{c=1}^m X^{(c)}$  όπου  $x_j^{(c)}$  ένα διάνυσμα στήλης  $L \times 1$  όπου  $L$  ο αριθμός των φασματικών καναλιών.

Για τις περιπτώσεις στις οποίες εμφανίζονται πολλές διαφορετικές κατηγορίες ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί ως κριτήριο τη μέση απόκλιση  $D_{AVE}$ , λαμβάνοντας ως δεδομένο το γεγονός ότι στις γκαουσιανές κατανομές ο μέσος όρος της απόκλισης υπολογίζεται ως το σύνολο των αποκλίσεων όλων των μετασχηματισμένων καναλιών. Κατά ανάλογο τρόπο υπολογίζεται και η διαχωρισιμότητα των κατηγοριών κάθε υποσυνόλου καναλιών (με βάση τη διαχωρισιμότητα των κατηγοριών κάθε καναλιού που ανήκει στο υποσύνολο). Γνωρίζοντας ότι το σύνολο σχεδόν της πληροφορίας των αρχικών δεδομένων βρίσκεται συγκεντρωμένη σε ορισμένες από τις πρώτες κύριες συνιστώσες, η μέση απόκλιση  $D_{AVE}$  δίνεται από τη σχέση:

$$D'_{AVE} = \sum_{l=1}^L D_{AVE}(l) (\bar{\lambda}_l / L)^r = \sum_{l=1}^L D'_{AVE}(l) \quad (1)$$

Όπου  $r$  ένας παράγοντας μεγαλύτερος του μηδενός,  $r > 0$ ,  $D_{AVE}(l)$  η απόκλιση του μετασχηματισμένου καναλιού  $l$ , και  $\bar{\lambda}_l$  ο μέσος όρος των ιδιοτιμών του πίνακα συσχέτισης των κατηγοριών. Στη συνέχεια για το αρχικό κανάλι  $l$  υπολογίζεται ο συντελεστής  $\bar{p}_l^{(c)}$ , που αντιστοιχεί στην κατηγορία  $c$ , σύμφωνα με τη σχέση:

$$\bar{p}_l^{(c)} = \frac{1}{l} \sum_{k=1}^L a_k (p_{lk}^{(c)})^2 \quad (2)$$

Όπου  $a_k = D'_{AVE}(k) / \sum_{l=1}^L D'_{AVE}(l)$  και  $p_{lk}^{(c)}$  η  $k$  συνιστώσα του κανονικοποιημένου ιδιοδιανύσματος του πίνακα συσχέτισης της κατηγορίας, που αντιστοιχεί στο  $l$  κανάλι. Ταξινομώντας τους αντίστοιχους συντελεστές κατά κατά φθίνουσα σειρά ( $\bar{p}_1^{(c)} \geq \bar{p}_2^{(c)} \geq \dots \geq \bar{p}_L^{(c)}$ ), λαμβάνεται η ακολουθία καναλιών για την κατηγορία  $c$ . Με τον τρόπο αυτό υπολογίζονται όλες οι αντίστοιχες ακολουθίες καναλιών για κάθε κατηγορία. Στη συνέχεια υπολογίζονται τα βάρη των αρχικών καναλιών, από τη σχέση:

$$w(l) = \frac{1}{L} \sum_{c=1}^m (L - d_l^{(c)} + 1) \quad (3)$$

Όπου  $d_l^{(c)}$  η θέση του καναλιού  $l$ , στην ακολουθία καναλιών για την κατηγορία  $c$ .

Τα σημαντικότερα κανάλια θα έχουν υψηλότερα βάρη και επομένως υπολογίζεται το βάρος κάθε καναλιού και τα κανάλια ταξινομούνται κατά τη φθίνουσα σειρά ανάλογα με το βάρος τους.

Στο τελευταίο στάδιο, τα περιττά κανάλια απομακρύνονται, με κριτήριο το βαθμό συσχέτισης. Αυτό επιτυγχάνεται με τον υπολογισμό του συντελεστή συσχέτισης μεταξύ των ήδη επιλεγμένων καναλιών και του επόμενου καναλιού που εξετάζεται, και επιλέγοντας τελικά τα κανάλια στα οποία οι συντελεστές συσχέτισης είναι κάτω από ένα καθορισμένο κατώφλι.

Σύμφωνα με τους Rui και Mingyi η συγκεκριμένη μέθοδος παρέχει μεγαλύτερη ακρίβεια ταξινόμησης συγκρινόμενη με τους SFS και SFFS αλγόριθμους, αλλά και με ανάλογους feature weighting αλγόριθμους (MVPCA, MSNRPCA, MMCA Relief-F).

#### 2.5.5. Μέθοδος Επιλογής Καναλιών υπό Περιορισμό

Η μέθοδος επιλογής καναλιών υπό περιορισμό (Constrained Band Selection (CBS)), που προτείνεται από τους Chein-I Chang και Su Wang (2006), περιγράφει μια νέα προσέγγιση για τα δύο κύρια ζητήματα που προκύπτουν κατά την εφαρμογή της επιλογής καναλιών, α) τον αριθμό των καναλιών που πρέπει να επιλεγούν προκειμένου να διατηρηθεί η απαραίτητη πληροφορία και β) το κριτήριο επιλογής τους.

Το πρώτο ζήτημα, αντιμετωπίζεται με την έννοια της εικονικής διαστατικότητας (Virtual Dimensionality-VD), που εισήχθη από τον C.-I Chang (2003), για τον υπολογισμό του αριθμού των διακριτών φασματικών υπογραφών των δεδομένων. Δεδομένου ότι μια πηγή σήματος μπορεί να καταχωρηθεί σε μια μόνο ξεχωριστή διάσταση, ο αριθμός διαστάσεων θα πρέπει να είναι τουλάχιστον ίδιος με τον αριθμό του VD προκειμένου να καταχωρηθούν οι διαφορετικές πηγές σήματος. Ως εκ τούτου το VD μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον προσδιορισμό του αριθμού των διαστάσεων που πρέπει να διατηρηθούν μετά την εφαρμογή της μείωσης των διαστάσεων και κατά συνέπεια και του αριθμού των καναλιών που πρέπει να επιλεγούν κατά την επιλογή καναλιών.

Για το δεύτερο ζήτημα προτείνεται η μέθοδος CBS, η οποία περιορίζει ένα κανάλι γραμμικά, ενώ παράλληλα ελαχιστοποιεί τη συσχέτιση ή την εξάρτησή του με τα άλλα κανάλια της εικόνας μέσω του σφάλματος των ελαχίστων τετραγώνων (least-square error, (LSE)). Όσο μεγαλύτερο είναι το LSE τόσο υψηλότερη είναι η συσχέτιση/εξάρτηση του επιλεγμένου καναλιού με τα υπόλοιπα κανάλια της εικόνας. Οι μέθοδοι CBS περιλαμβάνουν τέσσερα κριτήρια, δύο βασίζονται στο βαθμό συσχέτισης (Band Correlation Minimization (BCM) και Band Correlation Constraint (BCC)) και δύο στο βαθμό εξάρτησης (Band Dependence Constraint (BDC) και Band Dependence Minimization (BDM)) των συγκρινόμενων καναλιών.

Πιο συγκεκριμένα περιγράφονται δύο διαφορετικοί τρόποι εφαρμογής της CBS, η CEM (Constrained energy minimization)-CBS και η LCMV (Linearly constrained minimum variance)-CBS. Στην πρώτη προσέγγιση η εικόνα (band image) μετατρέπεται σε διάνυσμα (band image vector) και ο πίνακας συσχέτισης των δεδομένων του δείγματος αντικαθίσταται από έναν πίνακα συσχέτισης που προκύπτει από τον καθορισμό της μέσης τιμής του πίνακα συσχέτισης της εικόνας. Στη δεύτερη περίπτωση η εικόνα (band image) αντί για διάνυσμα, μετατρέπεται σε πίνακα όπου ένα διάνυσμα υπό περιορισμό (constraint vector) τοποθετείται σε κάθε στήλη του πίνακα της εικόνας. Και οι δύο προσεγγίσεις αποδεικνύονται εξίσου αποτελεσματικές, αλλά η δεύτερη πλεονεκτεί της πρώτης σε υπολογιστικό χρόνο και απλότητα.

#### 2.5.6. Αποδοτική - Επιβλεπόμενη Μέθοδος Επιλογής Καναλιών

Οι He Yang et al. (2011), προτείνουν μια απλή, επιβλεπόμενη μέθοδο επιλογής καναλιών (Efficient Method for Supervised Hyperspectral Band Selection), η οποία βασίζεται αποκλειστικά στις φασματικές υπογραφές των διαφορετικών κατηγοριών, χωρίς να απαιτεί δεδομένα εκπαίδευσης (training samples) για τον υπολογισμό στατιστικής πληροφορίας ή την εξέταση των αρχικών καναλιών και την εκτέλεση ταξινόμησης.

Όταν οι φασματικές υπογραφές είναι γνωστές οι διαδικασίες της επιλογής καναλιών μπορεί να απλοποιηθεί σημαντικά, αφού αντί για ολόκληρα τα κανάλια, μπορούν να χρησιμοποιηθούν μόνο οι φασματικές υπογραφές των κατηγοριών.

Έστω ότι μια εικόνα  $L$  καναλιών περιέχει  $p$  κατηγορίες. Με βάση το γραμμικό μοντέλο ανάμειξης (linear-mixture model), ένα εικονοστοιχείο  $r$ , μπορεί να αποτελείται από  $p$  καθαρούς φασματικούς στόχους (endmembers). Αν  $S=[s_1, s_2, \dots, s_p]$  ο πίνακας των καθαρών στόχων, το εικονοστοιχείο  $r$  μπορεί να εκφραστεί ως

$$r = Sa + n \quad (1)$$

όπου  $a=(a_1 \ a_2 \ a_p)^T$  το διάνυσμα των ποσοστών συμμετοχής των καθαρών στόχων στο εικονοστοιχείο (abundances) και  $n$  ο ασυσχέτιστος λευκός θόρυβος με  $E(n)=0$  και  $Cov(n)=\sigma^2 I$  (όπου  $I$  ο μοναδιαίος πίνακας).

Η εκτίμηση των ελαχίστων τετραγώνων για το  $a$  δηλώνεται ως:

$$\tilde{\alpha} = (S^T S)^{-1} S^T r \quad (2)$$

$$\text{με } Cov(\tilde{\alpha}) = \sigma^2 (S^T S)^{-1} \quad (3)$$

Ο αλγόριθμος που προτείνεται, αναφέρεται ως ελάχιστη εκτιμώμενη συμμεταβλητότητα των ποσοστών συμμετοχής (MEAC) και για στρατηγική ανίχνευσης χρησιμοποιείται η SFS (Sequential Forward Analysis).

Ο αλγόριθμος αρχικοποιείται επιλέγοντας ένα αρχικό ζεύγος καναλιών  $B_1, B_2$ . Ως αρχικό ζεύγος προτείνονται τα δύο κανάλια με τη μεγαλύτερη ανομοιότητα με βάση το γραμμικό σφάλμα πρόβλεψης (Maximum Linear Prediction Error) (Q. Du et al., 2008). Στη συνέχεια επιλέγεται ένα ακόμη κανάλι  $B_3$  τέτοιο ώστε να ελαχιστοποιείται η απόκλιση του  $a$  από το  $\tilde{\alpha}$  ή ισοδύναμα, σε περίπτωση που όλες οι κατηγορίες είναι γνωστές, να ελαχιστοποιηθεί το ίχνος συμμεταβλητότητας :

$$\arg \min_{\Phi^s} \left\{ \text{trace}[(\hat{S}^T \hat{\Sigma}^{-1} \hat{S})^{-1}] \right\} \quad (4)$$

Όπου  $\Phi^s$  το επιλεγμένο υποσύνολο καναλιών και  $\hat{S}$  ο πίνακας με τις φασματικές υπογραφές τους.

Στη συνέχεια το  $B_3$  προστίθεται στο αρχικό υποσύνολο  $\Phi^s$  και η παραπάνω διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι τα κανάλια στο  $\Phi^s$  να φτάσουν τον ζητούμενο αριθμό.

### 2.5.7. Επιλογή Καναλιών βασισμένη στην Κλασματική Διάσταση

Οι Hongjun Su et al. (2008) παρουσιάζουν ένα νέο αλγόριθμο για την επιλογή καναλιών, τον optimal band index (OBI), ο οποίος βασίζεται στην κλασματική διάσταση (fractal dimension).

Υπάρχουν δύο περιπτώσεις εφαρμογής της γεωμετρίας φράκταλ. Η πρώτη είναι να προσομοιώσει τα αντικείμενα και το έδαφος στη φύση, παρέχοντας περισσότερες πληροφορίες για τα υπάρχοντα στοιχεία με τη χρήση μεθόδων παρεμβολής. Η δεύτερη είναι να αναδείξει την πολυπλοκότητα της χωρικής πληροφορίας των αντικειμένων.

Οι αλλαγές στις λεπτομέρειες των αντικειμένων μπορούν να περιγραφούν από τη φράκταλ διάσταση  $D$ . Η κλασματική διάσταση χρησιμοποιείται για την περιγραφή των εσωτερικών κανονισμών των παράτυπων φαινομένων στη φύση. Η πληροφορία στην τηλεπισκόπηση είναι η ανάκλαση της ηλακτρομαγνητικής ακτινοβολίας από τα αντικείμενα στη φύση και επομένως εμφανίζει φράκταλ χαρακτηριστικά όπως η χωρική αυτο-ομοιότητα και η χρονοσειρά φράκταλ διάστασης. Οι διαφορετικές τιμές της κλασματικής διάστασης υποδηλώνουν τις

αλλαγές διεύθυνσης της φασματικής δομής, της ποιότητας και των φασματικών χαρακτηριστικών της εικόνας. Η κλασματική διάσταση υπολογίζεται από τη σχέση:

$$D = \ln n / \ln (1/s) \quad (1)$$

Όπου,  $n$  ο αριθμός της μοναδιαίας κλασματικής επιφάνειας και  $s$  ο παράγοντας κλίμακας. Η κλασματική διάσταση αντανακλά τη χωρική δομή των γεωαντικειμένων και μπορεί να αποδειχθεί ιδιαίτερα αποτελεσματική στις εφαρμογές της τηλεπισκόπησης. Η πληροφορία που εξάγεται από τις εικόνες διαφέρει ανάλογα με τη χωρική τους δομή. Επομένως είναι δυνατό να γίνει επιλογή καναλιών με κριτήριο επιλογής τη μορφοκλασματική διάσταση.

Η μέθοδος που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της φράκταλ διάστασης είναι η Double Blanket Method (DBM) (H.G. Zhang et al., 2005).

Ο αλγόριθμος βασίζεται στην ιδέα ότι ένα εικονοστοιχείο (X,Y) στην εικόνα αποτελεί μια επιφάνεια. Προκειμένου να υπολογιστεί η κλασματική διάσταση της εικόνας, σχεδιάζονται δύο καλύμματα (blankets) κοντά στην ανώτερη και κατώτερη τιμή της εικόνας σε επίπεδο εικονοστοιχείου. Στη συνέχεια από τον όγκο που περιβάλλεται μεταξύ των δύο καλυμμάτων για κάθε εικονοστοιχείο υπολογίζεται η έκταση της επιφάνειάς τους, η οποία διαφέρει ανάλογα με την κλίμακα. Για διαφορετικές κλίμακες υπολογίζεται η ευθεία παλινδρόμησης και η κλίση της. Από αυτή την κλίση, υπολογίζεται τελικά η κλασματική διάσταση  $D$ , ίση με:  $D = 2 - k$ , όπου  $k$  η κλίση της ευθείας παλινδρόμησης.

Ο OBI αρχικά αφαιρεί τα κανάλια που περιέχουν θόρυβο, χρησιμοποιώντας ως κριτήριο την κλασματική διάσταση και κρατά εκείνα τα κανάλια που έχουν καλύτερη χωρική δομή (spatial structure), ποιότητα και φασματικά χαρακτηριστικά. Στη συνέχεια χρησιμοποιεί τους συντελεστές συσχέτισης και συμμεταβλητότητας μεταξύ των καναλιών για τον υπολογισμό του δείκτη βελτιστοποίησης και τελικά επιλέγει τα βέλτιστα κανάλια.

Πιο συγκεκριμένα, αφού συνολικός χώρος των εικόνων χωριστεί σε υπόχωρους με βάση τη διάσταση φράκταλ, εφαρμόζεται ο δείκτης OBI για την επιλογή των καναλιών.

$$OBI_i = \frac{\sigma_i}{R_{s,i}} \quad (2)$$

Όπου  $OBI_i$  ο βέλτιστος δείκτης του καναλιού  $i$ ,

$\sigma_i$  η μέση τετραγωνική τιμή (RMS) του καναλιού με  $f(x,y) = \sqrt{\frac{1}{mn} \sum_{s,t} (g(s,t))^2}$

όπου  $g(s,t)$  η τιμή του εικονοστοιχείου στη θέση  $s,t$  και  $m \times n$  ο αριθμός των εικονοστοιχείων στην εικόνα.

$R_{s,i}$  η συσχέτιση του καναλιού  $i$  με τα άλλα κανάλια.

Η τιμές του δείκτη βελτιστοποίησης για κάθε κανάλι υπολογίζονται και στη συνέχεια ταξινομούνται με φθίνουσα σειρά.

#### 2.5.8. Μη επιβλεπόμενη Μέθοδος Επιλογής Καναλιών βασισμένη σε Κριτήρια Ομοιότητας

Οι Qian Du και He Yang (2008) προτείνουν μια διαφορετική προσέγγιση για την επιλογή καναλιών (Similarity-Based Unsupervised Band Selection for Hyperspectral Image Analysis). Στηριζόμενοι στη βασική ιδέα ότι οι μη επιβλεπόμενες μέθοδοι επιλογής καναλιών εντοπίζουν τα διακριτά κανάλια που συγκεντρώνουν σημαντική ποσότητα πληροφορίας οδηγούνται στο συμπέρασμα ότι οι μέθοδοι που ακολουθούνται για τον εντοπισμό των διακριτών καθαρών

φασματικών υπογραφών, μπορούν να εφαρμοστούν και στην περίπτωση του Band Selection. Κατά συνέπεια προτείνουν την εφαρμογή αλγορίθμων εξαγωγής καθαρών στόχων βάσει κριτηρίων ομοιότητας (similarity-based endmember extraction algorithms), σε μια μη επιβλεπόμενη μέθοδο επιλογής καναλιών.

Αρχικά απομακρύνουν τα κανάλια απορρόφησης νερού και τα κανάλια με χαμηλό SNR καθώς αν και είναι διακριτά, δεν περιέχουν σημαντική πληροφορία. Η επιλογή των συγκεκριμένων καναλιών γίνεται με τον υπολογισμό των συντελεστών φασματικής συσχέτισης και τα κανάλια που έχουν πολύ μικρούς συντελεστές τελικά απομακρύνονται. Στη συνέχεια πραγματοποιείται κανονικοποίηση των δεδομένων των καναλιών η οποία επιτυγχάνεται με τη διαγωνοποίηση του πίνακα συμμεταβλητότητας.

Για την υλοποίηση της μεθόδου προτείνονται δύο αλγόριθμοι, ο OSP (Orthogonal Subspace Projection) και ο LP (Linear Prediction), η διαφορά των οποίων έγκειται στο κριτήριο βάση του οποίου μετράται η ομοιότητα των καναλιών. Τα βασικά βήματα των δύο αλγορίθμων περιγράφονται ως εξής:

1. Ο αλγόριθμος αρχικοποιείται με την επιλογή ενός ζεύγους καναλιών  $B_1$  και  $B_2$  και το σχηματισμό του συνόλου  $\Phi = \{B_1, B_2\}$ . Ως αρχικά κανάλια επιλέγονται εκείνα με τη μέγιστη ανομοιότητα, με βάση έναν προτεινόμενο αλγόριθμο.
2. Εντοπίζεται ένα τρίτο κανάλι  $B_3$  το οποίο διαφοροποιείται περισσότερο από όλα τα κανάλια που περιλαμβάνονται στο σύνολο  $\Phi$ , ανάλογα με το επιλεγμένο κριτήριο. Έτσι προκύπτει ένα νέο σύνολο  $\Phi = \Phi \cup \{B_3\}$ .
3. Το δεύτερο βήμα επαναλαμβάνεται έως ότου το σύνολο  $\Phi$  να περιλαμβάνει τον επιθυμητό αριθμό καναλιών που στη συγκεκριμένη περίπτωση ορίζεται από το VD.

Στην περίπτωση που ως κριτήριο χρησιμοποιείται ο LP, τα αρχικά κανάλια  $B_1$  και  $B_2$  χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό του τρίτου καναλιού  $B$  (κανάλι του αρχικού συνόλου) κλπ.

$$a_0 + a_1 B_1 + a_2 B_2 = B' \quad (1)$$

Όπου  $B'$  η εκτίμηση (linear prediction) του καναλιού  $B$  χρησιμοποιώντας τα  $B_1$  και  $B_2$  και  $a_0, a_1$  και  $a_2$  οι παράμετροι που ελαχιστοποιούν το σφάλμα γραμμικής πρόβλεψης  $e = \|B - B'\|$ . Το διάνυσμα υπολογίζεται με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων

$$a = (X^T X)^{-1} X^T y \quad (2)$$

Όπου  $X$  ένας πίνακας  $N \times 3$  ( $N$  τα εικονοστοιχεία του κάθε καναλιού) του οποίου η πρώτη στήλη είναι 1, η δεύτερη στήλη περιλαμβάνει τα  $N$  εικονοστοιχεία του  $B_1$  και η τρίτη τα  $N$  εικονοστοιχεία του  $B_2$  και  $y$  ένα  $N \times 1$  διάνυσμα με όλα τα εικονοστοιχεία στο  $B$ . Το κανάλι που εμφανίζει το μέγιστο σφάλμα  $e$  θεωρείται το πιο ανόμοιο σε σχέση με τα  $B_1$  και  $B_2$  και επιλέγεται τελικά ως  $B_3$ .

Αν ως κριτήριο χρησιμοποιηθεί ο OSP, για τον εντοπισμό του  $B_3$  κατασκευάζεται ο ορθογωνικός υπόχωρος των  $B_1, B_2$  ως

$$P = I - Z(Z^T Z)^{-1} Z^T \quad (3)$$

Όπου  $I$  ένας μοναδιαίος πίνακας  $N \times N$  και  $Z$  ένας πίνακας  $N \times 2$  του οποίου η πρώτη στήλη περιλαμβάνει όλα τα εικονοστοιχεία του  $B_1$  και η δεύτερη όλα τα εικονοστοιχεία του  $B_2$ .



Στη συνέχεια υπολογίζεται η προβολή  $y_0 = P^T y$ , όπου το  $y$  περιλαμβάνει όλα τα εικονοστοιχεία στο  $B$  και  $y_0$  είναι η συνιστώσα του  $B$  στο ορθογωνικό υπόχωρο των  $B_1$  και  $B_2$

Το κανάλι που προκύπτει η μέγιστη ορθογωνική συνιστώσα  $\|y_0\|$  θεωρείται το πιο διακριτό ως προς τα  $B_1$  και  $B_2$  και επιλέγεται τελικά ως  $B_3$

Συγκρίνοντας τις δύο μεθόδους προκύπτει ότι η LP προσέγγιση έχει λιγότερες υπολογιστικό φόρτο σε σχέση με την OSP καθώς χρησιμοποιεί πίνακες μικρότερου μεγέθους.

### 2.5.9. Μέθοδος Επιλογής Καναλιών με Χρήση Εντροπίας βασισμένης στην Αμοιβαία Πληροφορία

Η Αμοιβαία Πληροφορία (Mutual Information (MI)), όπως αναφέρθηκε παραπάνω, ορίζεται από την εντροπία Shannon και, όπως συμβαίνει με την εντροπία, αγνοεί τη χωρική πληροφορία της εικόνας. Για παράδειγμα η MI υπολογίζεται από τα ιστογράμματα των εικόνων  $X$  (band image) και  $Y$  (ground truth image) και δε λαμβάνει υπόψιν τα χωρικά χαρακτηριστικά των εικονοστοιχείων. Επομένως τόσο η εντροπία όσο και η αμοιβαία πληροφορία, αποτελούν μη ολοκληρωμένα μέτρα αξιολόγησης της πληροφορίας της εικόνας.

Επιχειρώντας να δώσουν λύση σε αυτό, οι B. Wang et al. (2012) προτείνουν μια μέθοδο επιλογής καναλιών με βάση τη χωρική εντροπία (spatial entropy) η οποία αποτελεί προέκταση της εντροπίας Shannon και διαθέτει μια χωρική διάταξη. Στη χωρική εντροπία (spatial entropy) η χωρική διάταξη ορίζεται ως ο λόγος της μέσης απόστασης μεταξύ εικονοστοιχείων μιας συγκεκριμένης κατηγορίας (intra-distance) προς τη μέση απόσταση μιας συγκεκριμένης κατηγορίας προς τις άλλες (extra-distance). Η intra-distance της  $X_i$  εικόνας καναλιού, υποδηλώνεται ως  $d_i^{int}$  και είναι η μέση απόσταση μεταξύ των εικονοστοιχείων στη  $X_i$  (σχέση 1). Η extra-distance της  $X_i$  υποδηλώνεται ως  $d_i^{ext}$  και είναι η μέση απόσταση των εικονοστοιχείων στη  $X_i$  με τις άλλες κατηγορίες της  $X$  (σχέση 2)

$$(1) d_i^{int} = \begin{cases} \frac{1}{|X_i| \times |X_i - 1|} \sum_{j=1, j \in X_i}^{|X_i|} \sum_{k=1, k \neq j, k \in X_i}^{|X_i|} dist(j, k) & \text{άν } |X_i| > 1 \\ \lambda & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

$$(2) d_i^{ext} = \begin{cases} \frac{1}{|X_i| \times |X - X_i|} \sum_{j=1, j \in X_i}^{|X_i|} \sum_{k=1, k \neq j, k \notin X_i}^{|X - X_i|} dist(j, k) & \text{αν } X \neq X_i \\ \beta & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

Όπου  $dist(j, k)$  είναι η απόσταση μεταξύ των αντικειμένων  $j$  και  $k$  στο χώρο.

Στη σχέση (1) όταν το  $X_i$  είναι κενό ή περιέχει ένα μόνο εικονοστοιχείο, η intra distance είναι πολύ μικρή και θεωρείται ως σταθερά  $\lambda$ . Αντίστοιχα στη σχέση (2)

όταν το  $X_i$  περιλαμβάνει όλα τα εικονοστοιχεία του  $X$ , αυτά θεωρείται ότι έχουν την ίδια τιμή έντασης και η extra distance παίρνει πολύ μεγάλη τιμή και αντικαθίσταται από τη σταθερά  $\beta$ .

Η χωρική εντροπία μιας εικόνας  $X$  με βάση τις αντίστοιχες τιμές κάθε καναλιού ( $X_1, \dots, X_i, \dots, X_t$ ) ορίζεται ως:

$$H(X) = \sum_{i=0}^{255} P_i \log_2 P_i \quad (3)$$

Η εντροπία Shannon μετρά την πιθανή κατανομή των μη χωρικών χαρακτηριστικών των εικονοστοιχείων, όπως είναι για παράδειγμα η ένταση. Η χωρική εντροπία  $H_s$  είναι μια διαφορετική μορφή της εντροπίας Shannon, η οποία περιλαμβάνει τη χωρική διάταξη  $d_i^{int} / d_i^{ext}$  που προστίθεται ως παράγοντας βάρους στην εντροπία Shannon και της επιτρέπει να μετρήσει την πληροφορία της εικόνας, αξιολογώντας τα μη χωρικά χαρακτηριστικά των εικονοστοιχείων σε ένα χώρο. Αν και η τιμή έντασης κάθε εικονοστοιχείου συσχετίζεται εντός του χώρου, η πιθανότητα κατανομής της έντασης είναι ανεξάρτητη του παράγοντα  $d_i^{int} / d_i^{ext}$ .

Ωστόσο η χωρική εντροπία από μόνη της δεν παρέχει πληροφορίες για τη σχέση της εικόνας με την εικόνα αναφοράς. Για το λόγο αυτό οι B. Wang et al. χρησιμοποιούν, στη μέθοδο που προτείνουν, την αμοιβαία πληροφορία με βάση τη χωρική εντροπία (spatial entropy based mutual information – SEMI) ως μέτρο επιλογής. Αντικαθιστώντας το  $H$  με το  $H_s$  στον αρχικό τύπο της MI, η SEMI ορίζεται ως:

$$I_s(X, Y) = H_s(X) + H_s(Y) - H_s(X, Y) \quad (4)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (3) και (4) η υπολογιστική συνάρτηση της SEMI γίνεται:

$$I_s(X, Y) = - \sum_{i=1}^t \frac{d_i^{int}}{d_i^{ext}} p_i \log_2(p_i) - \sum_{j=1}^0 \frac{d_j^{int}}{d_j^{ext}} p_j \log_2(p_j) + \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^0 \frac{d_{ij}^{int}}{d_{ij}^{ext}} p_{ij} \log_2(p_{ij}) \quad (5)$$

Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή της SEMI τόσο πιο σχετική είναι η αρχική εικόνα, με την εικόνα αναφοράς. Ωστόσο η επιλογή καναλιών με βάση μόνο το συγκεκριμένο κριτήριο θα έχει ως αποτέλεσμα τα επιλεγμένα κανάλια να εμφανίζουν υψηλή συσχέτιση. Προς αποφυγή αυτού εισάγεται μία ακόμη παράμετρος, η απόσταση καναλιών (band distance), η οποία ορίζεται ως:

$$\eta = |bandindex_i - bandindex_j| \quad (6)$$

Με βάση αυτή την παράμετρο η απόσταση για κάθε ζευγάρι επιλεγμένων εικόνων, δε θα πρέπει να είναι μικρότερη από το ορισμένο κατώφλι  $\eta$ .

Ο τελικός αλγόριθμος επιλογής των καναλιών, λαμβάνει υπόψιν του τις υψηλές τιμές SEMI και τη χαμηλή συσχέτιση και έχει ως δεδομένα εισόδου τη λίστα των αρχικών καναλιών (CL), το διάνυσμα  $m_i$  με τις τιμές της SEMI σε όλα τα υποψήφια κανάλια, τον αριθμό των επιθυμητών καναλιών (num) και την τιμή  $\eta$  για το κατώφλι ελάχιστης απόστασης. Αρχικά επιλέγει την εικόνα του καναλιού με την υψηλότερη τιμή SEMI ( $p$ ) και το τοποθετεί στη λίστα τελικής επιλογής ( $S$ ). Στην επόμενη επανάληψη επιλέγει το επόμενο κανάλι με την υψηλότερη τιμή SEMI ( $q$ ) και το τοποθετεί επίσης στη λίστα επιλογής. Αν η απόσταση του  $q$  με τα υπόλοιπα κανάλια της λίστας επιλογής είναι μικρότερη από  $\eta$ , το  $q$  απορρίπτεται και η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να επιλεγθεί ο επιθυμητός αριθμός καναλιών (num).

Βάση πειραματικών αποτελεσμάτων η συγκεκριμένη μέθοδος προσφέρει μεγαλύτερη ακρίβεια ταξινόμησης για δεδομένα που αφορούν τη χρήση γης, αλλά έχει μεγάλο υπολογιστικό κόστος και δεν έχει ακόμη ελεγχθεί η εφαρμογή του σε μεγάλα σύνολα δεδομένων.

#### 2.5.10. Η Choquet Fuzzy Integral Μέθοδος Επιλογής Καναλιών

Οι F. Huang et al. (2010) παρουσιάζουν μια μέθοδο band selection που υιοθετεί την προσαρμοστική μέθοδο διάσπασης σε υπόχωρους με βάση το φίλτρο συσχέτισης, όπως προτάθηκε από τους Zhang et al. (2002), και συνδυάζει την πληροφορία της εντροπίας, τη διαχωρισιμότητα των τάξεων και τους συντελεστές συσχέτισης με το ολοκλήρωμα Choquet (Choquet Fuzzy Integral (CFI)) για τη δημιουργία ενός δείκτη επιλογής καναλιών. Τα βήματα της μεθόδου είναι τα εξής:

1. Ορίζονται οι τιμές της εντροπίας του καναλιού σε κάθε υπόχωρο από τη σχέση:

$$H(X) = \sum_{i=0}^{255} P_i \log_2 P_i \quad (1)$$

Όπου  $P_i$  η πιθανότητα τις τιμές του γκρι στο  $i$

2. Χρησιμοποιούνται οι συντελεστές συσχέτισης για να προσδιοριστεί ο βαθμός συσχέτισης των καναλιών. Αν  $f_i(x, y)$  η τιμή του εικονοστοιχείου στη θέση  $(x, y)$  στο κανάλι  $i$   $f_{i+1}(x, y)$  η τιμή του εικονοστοιχείου στη θέση  $(x, y)$  στο κανάλι  $i+1$  οι συντελεστές συσχέτισης ορίζονται ως:

$$CC = \frac{\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N [f_i(x, y) - \mu_i][f_{i+1}(x, y) - \mu_{i+1}]}{\sqrt{\left( \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N [f_i(x, y) - \mu_i]^2 \right) \left( \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N [f_{i+1}(x, y) - \mu_{i+1}]^2 \right)}} \quad (2)$$

$$\mu_i = \frac{1}{M \times N} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N f_i(x, y) \quad \text{και} \quad \mu_{i+1} = \frac{1}{M \times N} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N f_{i+1}(x, y)$$

- 3) Υπολογίζεται η τυπική απόσταση (standard distance) των μέσων τιμών μεταξύ δύο τάξεων, η οποία αντιπροσωπεύει τη φασματική διαχωρισιμότητα.

Η τυπική απόσταση των μέσων τιμών δίνεται από τη σχέση:

$$d = \frac{|\mu_i - \mu_j|}{\sigma_i + \sigma_j} \quad (3)$$

Όπου  $\mu_i, \mu_j$  οι μέσες τιμές των δύο διαφορετικών κατηγοριών  $i, j$  και  $\sigma_i, \sigma_j$  οι αντίστοιχες τιμές της τυπικής απόκλισης.

- 4) Ορίζεται η συνάρτηση βεβαιότητας (belief function).

Ένα σύνολο  $U = \{u_1, u_2, u_3\}$ , όπου  $u_1$ , η εντροπία της πληροφορίας (information entropy) σε κάθε κανάλι,  $u_2$  ο συντελεστής συσχέτισης ανάμεσα σε κάθε κανάλι

και  $u_3$  η μέση απόσταση. Η σχέση ενός δείκτη με την επιλογή καναλιών ορίζεται ως εξής:

- Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή της εντροπίας τόσο περισσότερη είναι η ποσότητα της πληροφορίας που περιέχεται στο κανάλι.
- Όσο μικρότερος είναι ο συντελεστής συσχέτισης, τόσο μεγαλύτερος είναι ο βαθμός ανεξαρτησίας των καναλιών .
- Όσο μεγαλύτερος είναι ο μέσος όρος της τυπικής απόστασης μεταξύ των κατηγοριών, τόσο καταλληλότερα θα είναι τα κανάλια για την ταξινόμηση.

Έστω ότι υπάρχουν  $N$  υπόχωροι των αρχικών δεδομένων με βάση τη συνθήκη  $0 \leq h(u) \leq 1$  και  $u_{i\max}$ ,  $u_{i\min}$  η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή του δείκτη  $u_i$ . Η συνάρτηση belief ορίζεται ως εξής (Baochang Xu, Chen Zhe, 2004):

$$h(u_1) = \frac{u_1 - u_{1\min}}{u_{1\max} - u_{1\min}} \quad (4)$$

$$h(u_2) = \frac{u_2 - u_{2\min}}{u_{2\max} - u_{2\min}} \quad (5)$$

$$h(u_3) = \frac{u_3 - u_{3\min}}{u_{3\max} - u_{3\min}} \quad (6)$$

Δεδομένου ότι ισχύει η συνθήκη  $0 \leq h(u_1) \leq h(u_2) \leq \dots \leq h(u_m) \leq 1$  από τις παραπάνω σχέσεις έχουμε:

$$h(u_1) = \min \{h(u_1), h(u_2), h(u_3)\} \quad (7)$$

$$h(u_2) = \max \{h(u_1), h(u_2), h(u_3)\} \quad (8)$$

$$h(u_3) = \max \{h(u_1), h(u_2), h(u_3)\} \quad (9)$$

Όπου  $h(u_1), h(u_2), h(u_3)$  η μικρότερη, μέση και μεγαλύτερη τιμή αντίστοιχα.

5) Υπολογίζεται ο fuzzy παράγοντας  $g$  (J. Ling, X. Lizhong, 2009):

Για κάθε υπόχωρο:

$$S = h(u_1) + h(u_2) + h(u_3) \quad (11)$$

$$g(u_k) = h(u_k) / S \quad k=1,2,3 \quad (12)$$

6) Υπολογίζεται η τιμή CFI

Σε κάθε υπόχωρο η τιμή CFI κάθε καναλιού υπολογίζεται ως εξής:

$$C = \sum_{i=1}^3 g(h_{\tilde{c}_i})(h(u_i) - h(u_{i-1})) \quad (13)$$

$$h_{\tilde{c}_i} = \{u_i, u_{i+1}, \dots, u_n\} \quad \text{και} \quad h(u_0) = 0$$

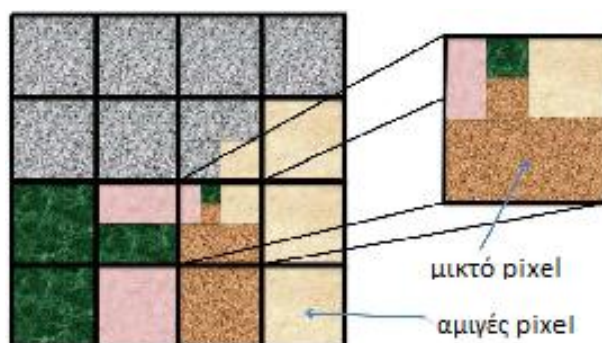
7) Επιλογή καναλιών σε κάθε υπόχωρο

Σε κάθε υπόχωρο επιλέγονται τα πρώτα N κανάλια, με τις μεγαλύτερες τιμές του CFI. Ο αριθμός N μπορεί να οριστεί με δύο τρόπους:

- α) Θέτοντας ένα κατώφλι για την τιμή του CFI και επιλέγοντας τα κανάλια με τιμή CFI μεγαλύτερη από αυτή από το προεπιλεγμένο κατώφλι,
- β) Με βάση την αναλογία P (επιλεγμένα κανάλια/σύνολο καναλιών στον υπόχωρο). Θεωρώντας ότι τα κανάλια σε κάθε υπόχωρο έχουν ταξινομηθεί σε φθίνουσα σειρά με βάση την τιμή του CFI το N προσδιορίζεται πειραματικά. Για τα διαφορετικά N που προκύπτουν από τις αντίστοιχες τιμές P (1, 1/7, 1/6, 1/5, 1/4), προσδιορίζεται η ακρίβεια της ταξινόμησης και επιλέγεται εκείνη η αναλογία που εξασφαλίζει τη μεγαλύτερη ακρίβεια.

## 2.6. Φασματικός διαχωρισμός

Μια υπερφασματική εικόνα έχει τη μορφή ενός κύβου με τις δύο διαστάσεις να αφορούν τη χωρική πληροφορία και την τρίτη τη φασματική. Κατά συνέπεια κάθε εικονοστοιχείο μπορεί να θεωρηθεί ως διάνυσμα στήλης του οποίου οι επιμέρους τιμές αντιπροσωπεύουν την τιμή ανακλαστικότητας του εικονοστοιχείου σε συγκεκριμένα κανάλια (Keshava και Mustard, 2002, Manolakis et al., 2003). Λόγω της παρουσίας διαφορετικών υλικών τα οποία συνθέτουν τις καλύψεις/χρήσεις γης, είναι δυνατόν σε ένα εικονοστοιχείο ακόμη και υψηλής χωρικής ανάλυσης να υπάρχουν φασματικές υπογραφές οι οποίες να ανήκουν σε περισσότερες από μια κατηγορίες/υλικά. Ένα τέτοιο εικονοστοιχείο λέγεται "μικτό" (mixed pixel), ενώ αντίθετα ένα εικονοστοιχείο στο οποίο περιέχεται η φασματική υπογραφή ενός μοναδικού υλικού λέγεται "αμιγές" (pure pixel) (Keshava και Mustard, 2002).



Εικόνα 2.13: Αμιγές και μικτό εικονοστοιχείο  
Πηγή: [www.orfeo-toolbox.org](http://www.orfeo-toolbox.org)

Σύμφωνα με τον ορισμό του Schowengerdt (1997), η ιδεατή, καθαρή φασματική υπογραφή ενός υλικού/στόχου μιας απεικόνισης καλείται καθαρός φασματικός στόχος (endmember). Στις πολυφασματικές απεικονίσεις λόγω της χαμηλής χωρικής και φασματικής ανάλυσης και συνεπώς της ύπαρξης μικτών εικονοστοιχείων με μεγάλο αριθμό διαφορετικών φασματικών υπογραφών ο εντοπισμός των καθαρών φασματικών στόχων αποτελεί μια εξαιρετικά δύσκολη διαδικασία. Συνεπώς, η ανίχνευση (endmember detection) και η εξαγωγή (endmember extraction) καθαρών στόχων δεν συνιστούν σημαντικό κομμάτι της ανάλυσης των πολυφασματικών απεικονίσεων. Αντίθετα η ανάπτυξη των υπερφασματικών αισθητήρων υψηλής φασματικής ανάλυσης, έδωσε τη δυνατότητα διάκρισης των διαφορετικών υλικών τα οποία περιέχονται σε μικτά εικονοστοιχεία. Η διαδικασία ανάλυσης των εικονοστοιχείων μιας απεικόνισης στους επιμέρους καθαρούς φασματικούς στόχους και στα αντίστοιχα ποσοστά

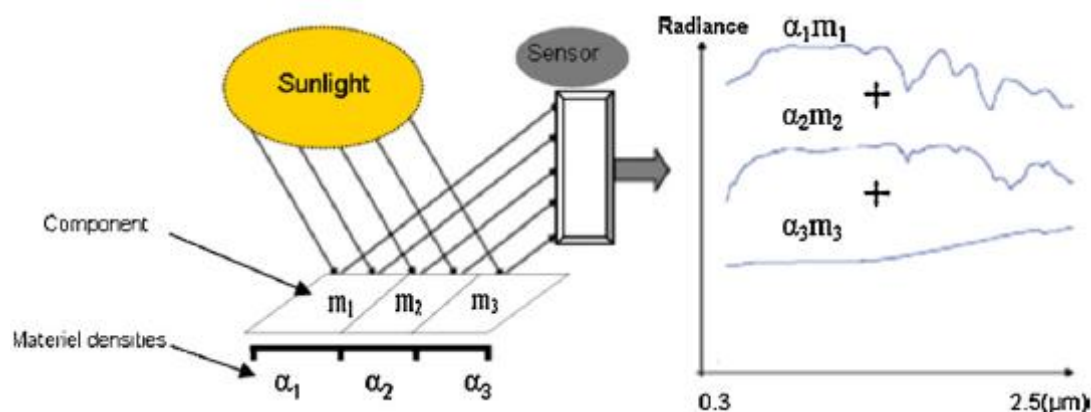
συμμετοχής τους (abundances), καλείται φασματικός διαχωρισμός/ανάμειξη (spectral unmixing). Η τεχνική με την οποία μπορούν να ανιχνευθούν και να εξαχθούν τα διαφορετικά υλικά/στόχοι ενός μικτού εικονοστοιχείου, εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τον τρόπο καταγραφής με τον οποίο είναι αναμειγμένα τα υλικά και τον τρόπο με τον οποίο αυτά, ως σύνολο, διασκορπίζουν την προσπίπτουσα ηλιακή ακτινοβολία. Σύμφωνα με αυτή την παραδοχή διακρίνονται δύο μοντέλα μίξης (mixing models), το γραμμικό (Linear Mixing Model) και το μη γραμμικό (Non Linear Mixing Model).

### 2.6.1. Το Γραμμικό Μοντέλο Μίξης

Το γραμμικό μοντέλο (LMM) υποθέτει ότι η φασματική υπογραφή ενός μικτού εικονοστοιχείου, είναι γραμμικός συνδυασμός των καθαρών φασματικών υπογραφών των υλικών/στόχων και των αντίστοιχων ποσοστών συμμετοχής τους στο εικονοστοιχείο. Το γραμμικό μοντέλο περιγράφεται με την εξίσωση:

$$r_i = \sum_{j=1}^n (m_{i,j} * w_j) + u_i \quad (1)$$

Όπου  $r_i$  η τιμή ανακλαστικότητας του μικτού εικονοστοιχείου στο  $i$  κανάλι  
 $m_{i,j}$  η τιμή ανακλαστικότητας του  $j$  καθαρού στόχου στο  $i$  κανάλι  
 $w_j$  το ποσοστό συμμετοχής του  $j$  καθαρού στόχου  
 $u_i$  ο θόρυβος στο  $i$  κανάλι



Εικόνα 2.14: Η διαδικασία του γραμμικού φασματικού διαχωρισμού  
 Πηγή: J. M. Bioucas-Dias et al., 2012

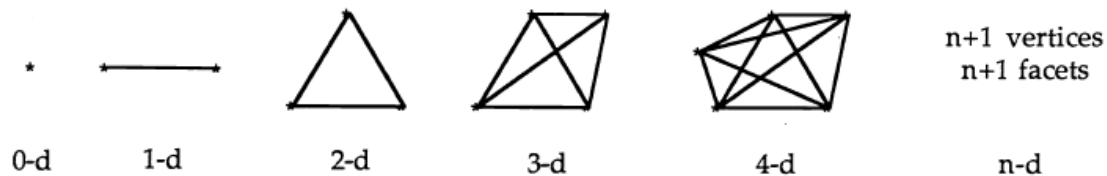
#### ➤ Η Γεωμετρία του Γραμμικού Μοντέλου

Στις υπερφασματικές απεικονίσεις κάθε εικονοστοιχείο μπορεί να αναπαρασταθεί ως σημείο στο  $n$ -διάστατο χώρο, όπου  $n$  ο αριθμός των καναλιών, του οποίου οι συντεταγμένες δίνονται από τις διαφορετικές φασματικές τιμές σε κάθε κανάλι. Αν παραλείψουμε τον όρο  $u_i$  στη σχέση (1), οι πιθανοί γραμμικοί συνδυασμοί που προκύπτουν, σχηματίζουν ένα simplex  $C_m$ , του οποίου οι  $m$  κορυφές, αντιστοιχούν στους καθαρούς στόχους. Σύμφωνα με τους Gritzmann and Klee (1994) ο όγκος του simplex  $C_m$  δίνεται από τη σχέση:

$$V(C_m) = \frac{1}{(m-1)!} |\det(WW^T)|^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

Όπου  $W = [\vec{e}_2 - \vec{e}_1, \vec{e}_3 - \vec{e}_1, \dots, \vec{e}_m - \vec{e}_1]$ , ( $e_1, \dots, e_m$  οι καθαροί στόχοι)

Ένα simplex είναι το απλούστερο, μη εκφυλισμένο, γεωμετρικό σχήμα. Στην εικόνα (2.15) απεικονίζεται η διαμόρφωση ενός simplex από μηδενική, σε  $n$  διάσταση. Οι  $n+1$  καθαροί στόχοι ορίζουν τις πλευρές ενός  $n$ -διαστάσεων simplex και όλοι οι πιθανοί γραμμικοί συνδυασμοί που προκύπτουν από τη σχέση (1) ορίζουν σημεία στο εσωτερικό του simplex.



Εικόνα 2.15: Η διαμόρφωση του simplex από 0 σε  $n$  διαστάσεις  
Πηγή: Joseph W. Boardman, 1993

Εξ ορισμού οι τιμές των ποσοστών συμμετοχής των καθαρών στόχων ενός εικονοστοιχείου είναι θετικές και το άθροισμά τους ισούται με τη μονάδα.

Οι βασικές αρχές και παραδοχές που διέπουν το γραμμικό φασματικό διαχωρισμό είναι οι ακόλουθες:

- Δεν υπάρχει σοβαρή επίδραση του φαινομένου πολλαπλής σκέδασης, μεταξύ των διαφορετικών υλικών της επιφάνειας.
- Κάθε υλικό της επιφάνειας, που απεικονίζεται στην εικόνα, παρουσιάζει ικανοποιητική φασματική αντίθεση ώστε να διακρίνεται από τα υπόλοιπα.
- Η ηλιακή ακτινοβολία κατανέμεται ομοιόμορφα στην επιφάνεια του μικτού εικονοστοιχείου.

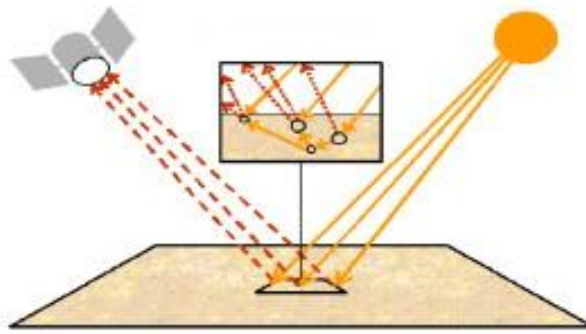
Οι παραπάνω παραδοχές δεν ισχύουν πάντα και επομένως το γραμμικό μοντέλο δεν ενδείκνυται για όλες τις περιπτώσεις φασματικού διαχωρισμού. Παρόλα αυτά το συγκεκριμένο μοντέλο είναι ιδιαίτερα διαδεδομένο, λόγω της απλότητας του, αλλά και της ικανότητάς του να επιλύεται με διαφορετικές προσεγγίσεις και περιορισμούς.

### 2.6.2. Το Μη Γραμμικό Μοντέλο Μίξης

Το μη γραμμικό μοντέλο (NLMM) υποθέτει ότι η φασματική υπογραφή ενός εικονοστοιχείου είναι ένας συνδυασμός των καθαρών στόχων και των ποσοστών συμμετοχής τους. Το μη γραμμικό μοντέλο, περιγράφεται με την εξίσωση:

$$r_i = f(m_{i,j}, w_j) + u_i \quad (1)$$

Όπου  $f(m_{i,j}, w_j)$  είναι η μη γραμμική συνάρτηση που περιγράφει τη σχέση των καθαρών φασματικών υπογραφών με τα ποσοστά συμμετοχής τους.



Εικόνα 2.16: Το μη γραμμικό μοντέλο μίξης  
Πηγή: J. Plaza et al., (2009)

Στην περίπτωση του μη γραμμικού μοντέλου ισχύουν οι ακόλουθες παραδοχές:

- Η ηλιακή ακτινοβολία δεν κατανέμεται ομοιόμορφα στην επιφάνεια του μικτού εικονοστοιχείου.
- Οι στόχοι είναι αναμεμιγμένοι σε μεγάλο βαθμό (*intimately mixed*) ή βρίσκονται σε διαφορετικά στρώματα.
- Η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία υφίσταται πολλαπλή σκέδαση, μέχρι να φτάσει στον αισθητήρα.

Ο σχηματισμός του μη γραμμικού μοντέλου, μπορεί να οφείλεται σε οποιαδήποτε από τις παραπάνω συνθήκες, ή σε συνδυασμό τους. Για το λόγο αυτό η μη γραμμική σχέση που συνδέει τις καθαρές φασματικές υπογραφές με τα ποσοστά συμμετοχής τους, μπορεί να διαφοροποιείται από το ένα μικτό εικονοστοιχείο στο άλλο.

### 2.6.3. Αλγόριθμοι Εξαγωγής Καθαρών Φασματικών Στόχων

Η εξαγωγή των καθαρών φασματικών στόχων (*endmember extraction*) αποτελεί το πρωταρχικό και πιο σημαντικό στάδιο, από το οποίο εξαρτάται η ακρίβεια των μετέπειτα επεξεργασιών, της υπερφασματικής απεικόνισης. Για το λόγο αυτό τα τελευταία χρόνια έχει αναπτυχθεί ένα πλήθος αλγορίθμων ανίχνευσης των καθαρών στόχων (EEAs). Σύμφωνα με τον Chang (2007) οι αλγόριθμοι αυτοί διακρίνονται σε δύο κατηγορίες, τους αλγόριθμους ταυτόχρονης εξαγωγής καθαρών στόχων (*simultaneously endmember extraction algorithms (SMEEAs)*) και τους αλγόριθμους διαδοχικής εξαγωγής καθαρών στόχων (*sequential endmember extraction algorithms (SQEEAs)*).

- Οι SMEEAs προϋποθέτουν πως ο αριθμός των καθαρών στόχων ( $p$ ) είναι γνωστός εκ των προτέρων και παράγουν ένα σύνολο  $p$  εικονοστοιχείων, κάθε ένα απ'τα οποία αντιστοιχεί σε ένα καθαρό στόχο. Έτσι για ένα διαφορετικό αριθμό  $p$  ένας SMEEA παράγει ένα νέο σύνολο καθαρών φασματικών στόχων, το οποίο δεν ταυτίζεται απαραίτητα με το αρχικό. Με άλλα λόγια, για οποιοδήποτε αριθμό καθαρών στόχων,  $p$ , ο αλγόριθμος υπολογίζει ξανά όλους τους καθαρούς στόχους χωρίς να μπορεί να αξιοποιήσει τους  $p-1$  καθαρούς στόχους οι οποίοι υπολογίστηκαν προηγουμένως από τον ίδιο αλγόριθμο. Επίσης, το σύνολο των  $p-1$  δεν είναι απαραίτητα υποσύνολο του νέου συνόλου των  $p$  καθαρών στόχων,



γεγονός που μπορεί να προκαλέσει επιπτώσεις στην υπολογιστική απόδοση, όταν απαιτείται ο έλεγχος διαφορετικών τιμών  $p$ .

- Οι SQEEAs παράγουν ένα σύνολο καθαρών στόχων με διαδοχική σειρά. Δηλαδή το παραγόμενο σύνολο των  $p$  καθαρών στόχων περιλαμβάνει τους  $p-1$  καθαρούς στόχους που προέκυψαν από προηγούμενη εφαρμογή του συγκεκριμένου αλγόριθμου. Η ιδιότητα αυτή συμβάλει σημαντικά στη μείωση του υπολογιστικού χρόνου όταν αυξάνεται η τιμή του  $p$ .

Ένας άλλος τρόπος διαχωρισμού των αλγόριθμων ανίχνευσης καθαρών στόχων είναι βάση του τρόπου προσέγγισης του προβλήματος της φασματικής ανάμειξης, που μπορεί να επιλυθεί γεωμετρικά ή στατιστικά.

#### 2.6.3.1. Αλγόριθμοι Γεωμετρικής Προσέγγισης

Οι αλγόριθμοι που βασίζονται στη γεωμετρική προσέγγιση θεωρούν ότι το καταγεγραμμένο φάσμα μπορεί να εκφραστεί ως γραμμικός συνδυασμός των φασματικών υπογραφών των υλικών που συνθέτουν ένα μικτό εικονοστοιχείο (Plaza et al., 2010).

Με βάση τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά που αξιοποιούν, οι αλγόριθμοι αυτού του είδους μπορούν να διακριθούν σε τέσσερις υποκατηγορίες:

- 1) Στους αλγόριθμους που βασίζονται στη γεωμετρία convex (κυρτή γεωμετρία) όπως ο pixel purity index (PPI) (Boardman et al., 1995), ο vertex component analysis (VCA) (Nascimento και Dias, 2005) και ο convex cone analysis (CCA) (Ifarraguerra και Chang, 1999) αλγόριθμος.
- 2) Στους αλγόριθμους που βασίζονται στη μεγιστοποίηση του όγκου όπως είναι ο Αλγόριθμος N-finder (N-FINDR) (Winter, 1999), και ο simplex growing algorithm (SGA) (Chang et al, 2006).
- 3) Στους αλγόριθμους που βασίζονται στον ορθογωνικό υπόχωρο όπως είναι ο αλγόριθμος automated target generation process (ATGP) (Ren και Chang, 2003).
- 4) Στις «περιορισμένες» μεθόδους διαχωρισμού όπως ο sequential maximum angle convex cone (SMACC) (Gruninger et al., 2004) και ο iterative error analysis (IEA) (Neville et al, 1999) αλγόριθμος.

Αντίθετα οι M. Bioucas-Dias et al. (2012) ταξινομούν τους αλγόριθμους γεωμετρικής προσέγγισης σε δύο βασικές κατηγορίες, τους Pure Pixel-based (PP) οι οποίοι βασίζονται στην ύπαρξη καθαρών στόχων στην απεικόνιση και τους Minimum Volume-based (MV) οι οποίοι βασίζονται στη μέθοδο ελαχιστοποίησης του όγκου.

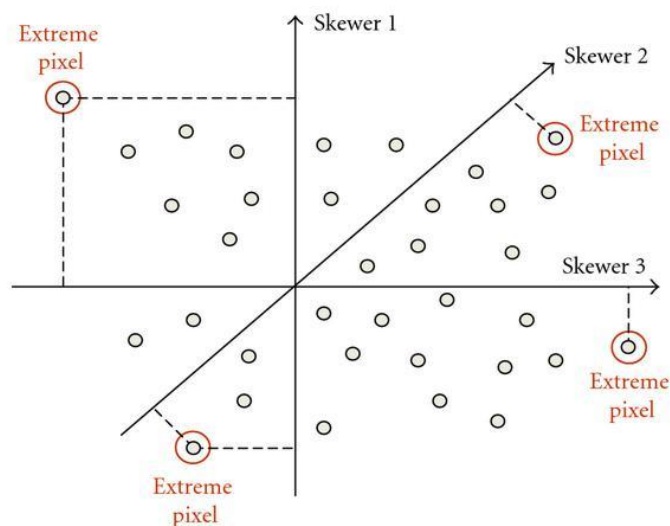
#### **Pure Pixel Based Αλγόριθμοι**

Οι αλγόριθμοι Pure Pixel Based (PP) μπορεί να ανήκουν και στην κατηγορία MV αλλά προϋποθέτουν την ύπαρξη ενός τουλάχιστον καθαρού εικονοστοιχείου για κάθε καθαρό φασματικό στόχο, δηλαδή υπάρχει τουλάχιστον ένα διάνυσμα σε κάθε κορυφή της χωρικής διάταξης των δεδομένων. Αυτή η υπόθεση αν και επιτρέπει το σχεδιασμό αποτελεσματικών, υπολογιστικά, αλγορίθμων δεν επιβεβαιώνεται για κάθε σύνολο δεδομένων. Παρόλα αυτά οι συγκεκριμένοι αλγόριθμοι χρησιμοποιούνται ιδιαίτερα συχνά στο γραμμικό διαχωρισμό των υπερφασματικών δεδομένων καθώς εντοπίζουν τα πιο καθαρά εικονοστοιχεία της απεικόνισης, παρέχοντας έτσι σαφή αποτελέσματα, χωρίς ιδιαίτερα υψηλό

υπολογιστικό φόρτο. Ενδεικτικοί αλγόριθμοι της συγκεκριμένης κατηγορίας είναι οι ακόλουθοι:

➤ *Pixel Purity Index*

Η Pixel purity index (PPI) (J. Boardman, 1993, J. Boardman et al., 1995) αποτελεί μια επιβλεπόμενη μέθοδο εξαγωγής καθαρών στόχων και ανήκει στους SMEEAs αλγόριθμους. Αρχικά εφαρμόζεται ο Μετασχηματισμός Ελαχιστοποίησης του Θορύβου – MNF (βλπ Παρ. 2.4.1.), μειώνοντας τις διαστάσεις της εικόνας και μετατρέποντας την πληροφορία της απεικόνισης σε λευκό θόρυβο (noise whitening). Στη συνέχεια ο αλγόριθμος PPI δημιουργεί ένα μεγάλο αριθμό τυχαία προσανατολισμένων διανυσμάτων (skewers) τα οποία διέρχονται από την αρχή των μετασχηματισμένων αξόνων. Οι φασματικές τιμές προβάλλονται σε κάθε ένα από τα τυχαία διανύσματα και με βάση ένα προεπιλεγμένο κατώφλι, επιλέγονται οι προβαλλόμενες τιμές μέγιστης και ελάχιστης απόστασης, οι οποίες θεωρούνται ακραίες (Εικόνα 2.17).



Εικόνα 2.17: Μεθοδολογία PPI σε δύο διαστάσεις

Μετά από επαναλαμβανόμενες προβολές καταγράφονται τα εικονοστοιχεία που εμφάνισαν τις περισσότερες φορές ακραίες τιμές και θεωρούνται πιθανοί καθαροί στόχοι.

➤ *N-Finder*

Ο N-Finder (N-FINDR) (M.E. Winter, 1999) είναι ένας SMEEA αλγόριθμος και βασίζεται στο γεγονός ότι στο φασματικό χώρο, ο όγκος που περικλείει μια διάταξη η οποία σχηματίζεται από τα αμιγή εικονοστοιχεία μιας απεικόνισης είναι μεγαλύτερος από τον όγκο που ορίζεται από οποιοδήποτε άλλο συνδυασμό εικονοστοιχείων. Αρχικά εφαρμόζεται ο μετασχηματισμός MNF προκειμένου να μειωθούν οι διαστάσεις της αρχικής εικόνας και στη συνέχεια, έχοντας γνωστό τον αριθμό των καθαρών στόχων της απεικόνισης, ο αλγόριθμος εισάγει ένα τυχαίο σύνολο εικονοστοιχείων τα οποία εκτιμώνται ως καθαροί στόχοι και υπολογίζει τον όγκο του σχήματος που προκύπτει ως εξής:

Έστω  $\mathbf{E}$  ο πίνακας των καθαρών στόχων επαυξανόμενος με μία γραμμή με μονάδες:

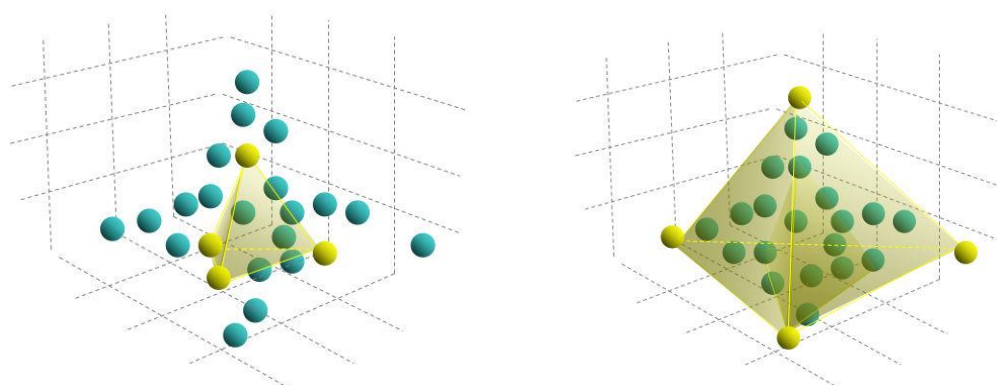
$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \dots & \vec{e}_E \end{bmatrix} \quad (1)$$

όπου  $e_i$  είναι το διάνυσμα στήλης το οποίο περιέχει τη φασματική τιμή του καθαρού στόχου  $i$  και  $E$  ο αριθμός των καθαρών στόχων που χρησιμοποιήθηκαν για τον υπολογισμό του όγκου του σχήματος. Ο όγκος ( $V$ ) του σχήματος το οποίο δημιουργείται από τους εκτιμώμενους καθαρούς στόχους είναι ανάλογος της ορίζουσας του  $\mathbf{E}$ :

$$V(\mathbf{E}) = \frac{1}{(E-1)!} \text{abs}(\mathbf{E}) \quad (2)$$

όπου  $(E - 1)$  είναι η διάσταση της απεικόνισης.

Προκειμένου να βελτιωθεί η αρχική εκτίμηση του όγκου, κάθε εικονοστοιχείο στη θέση του καθαρού στόχου αντικαθίσταται από ένα άλλο και ο όγκος υπολογίζεται εκ νέου. Εάν με την αντικατάσταση διαπιστωθεί αύξηση του όγκου, το συγκεκριμένο εικονοστοιχείο θεωρείται καθαρός στόχος. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται ωσότου δεν υπάρχουν άλλες αντικαταστάσεις εικονοστοιχείων, δηλαδή ο όγκος του σχήματος είναι ο μέγιστος.



(α) Εισαγωγή τυχαίου συνόλου ( $p=4$ )

(β) Τελικός υπολογισμός όγκου

Εικόνα 1.18: Γραφική αναπαράσταση του αλγόριθμου N-FINDER σε 3 διαστάσεις  
Πηγή: Plaza et al., 2010

Τόσο ο N-Finder όσο και ο PPI βασίζονται στις φασματικές ιδιότητες των δεδομένων και δε λαμβάνουν υπόψιν την πληροφορία που σχετίζεται με την χωρική διάταξη των εικονοστοιχείων. Η αποτελεσματικότητα και η ταχύτητα της μεθόδου εξαρτώνται από την τυχαία επιλογή του αρχικού συνόλου των καθαρών στόχων και μια λανθασμένη αρχική εκτίμηση μπορεί να οδηγήσει σε υψηλή υπολογιστική πολυπλοκότητα του αλγόριθμου. Επίσης ο αλγόριθμος υπολογίζει εκ νέου τον όγκο του σχήματος κάθε φορά που ενσωματώνεται σε αυτόν ένα νέο εικονοστοιχείο, γεγονός που τον καθιστά ιδιαίτερα ευαίσθητο στις επιδράσεις του θορύβου.

➤ *Vertex Component Analysis*

Ο Vertex Component Analysis (VCA) (J. M. P. Nascimento και J. M. Bioucas-Dias, 2005) αποτελεί μια μη επιβλεπόμενη μέθοδο ανίχνευσης καθαρών στόχων. Ο αλγόριθμος αξιοποιεί δύο δεδομένα: α) ότι οι καθαροί στόχοι αποτελούν κορυφές της χωρική διάταξης που δημιουργούν τα σημεία στο φασματικό χώρο και β) ότι ο αφινικός μετασχηματισμός ενός σχήματος (simplex) είναι επίσης σχήμα. Αρχικά επιλέγει ένα τυχαίο διάνυσμα για την πρώτη προβολή και στη συνέχεια προβάλλει επαναληπτικά την πληροφορία σε κατεύθυνση ορθογώνια προς τον υπόχωρο που σχηματίζεται από τους εκάστοτε καθορισμένους καθαρούς στόχους. Ως νέοι καθαροί στόχοι θεωρούνται τα ακραία σημεία της προβολής. Πιο συγκεκριμένα, έχοντας υπόψη το γραμμικό μοντέλο φασματικής ανάμειξης, κάθε διάνυσμα φάσματος (εικονοστοιχείο) ισούται με:

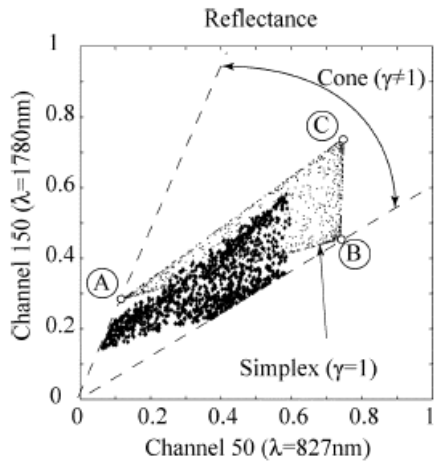
$$\begin{aligned} r &= x + n \\ &= M \gamma \alpha + n \end{aligned} \quad (1)$$

όπου  $r$  ένα  $L$ -διάνυσμα ( $L$  ο αριθμός των καναλιών),  $M = [m_1, m_2, \dots, m_p]$  ο πίνακας των φασματικών τιμών των καθαρών στόχων και  $p$  το πλήθος τους,  $s \equiv \alpha \gamma$  ( $\gamma$  ο παράγοντας που περιγράφει την διαφοροποίηση του φωτισμού λόγω της τοπογραφίας του εδάφους),  $a = [a_1, a_2, \dots, a_p]^T$  το ποσοστό συμμετοχής του κάθε καθαρού στόχου στο εικονοστοιχείο και  $n$  ο συστηματικός θόρυβος του μοντέλου.

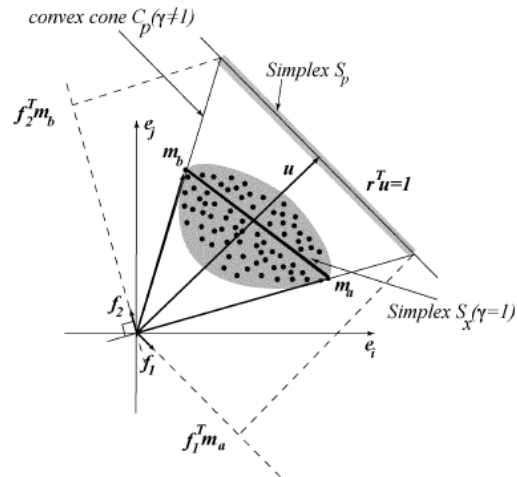
Στην περίπτωση όπου  $\gamma > 0$ , ( $\gamma \neq 1$ ), τα διανύσματα ανήκουν σε μία κυρτή περιοχή που ονομάζεται κυρτός κώνος (convex cone). Ο κυρτός κώνος αποτελεί υπόχωρο του διανυσματικού χώρου και είναι κλειστός για οποιοδήποτε γραμμικό συνδυασμό με θετικούς συντελεστές ( $\alpha > 0, \gamma > 0$ ). Η εικόνα  $a$  παρουσιάζει μία χωρική διάταξη  $n=2$  διαστάσεων (simplex) και μία κυρτή περιοχή (convex cone), σε δισδιάστατο υπόχωρο, ο οποίος ορίζεται από τρεις καθαρούς στόχους. Το όριο του simplex είναι ένα τρίγωνο του οποίου οι άκρες αντιστοιχούν στους καθαρούς στόχους. Οι μικρές τελείες προσομοιώνουν τη μικτή φασματική τιμή στο simplex  $S_x$  ( $\gamma=1$ ) ενώ οι μεσαίες τελείες το convex cone  $C_p$  ( $\gamma > 0$ ).

Η προβολική προβολή του convex cone  $C_p$  σε ένα υπερεπίπεδο είναι ένα simplex με άκρες οι οποίες αντιστοιχούν στις άκρες του simplex  $S_x$  (Εικόνα 2.19 (β)). Το simplex  $S_p = \{y \in \mathbb{R}^L : y = r / (r^T u), r \in C_p\}$  είναι η προβολική προβολή του convex cone  $C_p$  στο επίπεδο  $r^T u = 1$ , όπου  $u$  είναι το διάνυσμα της μέσης τιμής, η επιλογή του οποίου εξασφαλίζει τη μη ορθογωνικότητα των παρατηρούμενων διανυσμάτων με το επιλεγμένο επίπεδο.

Αφού προσδιοριστεί το  $S_p$  ξεκινά η επαναληπτική διαδικασία. Στην Εικόνα 2.19 (β) απεικονίζονται οι δύο επαναλήψεις του VCA, οι οποίες εφαρμόζονται στο  $S_p$  που ορίζεται από την ανάμειξη δύο καθαρών στόχων. Στην πρώτη επανάληψη η πληροφορία προβάλλεται στην διεύθυνση  $f_1$  και το ακραίο σημείο της προβολής αντιστοιχεί στον καθαρό στόχο  $m_a$ . Στην επόμενη επανάληψη ο καθαρός στόχος  $m_b$  εντοπίζεται από την προβολή της πληροφορίας στη διεύθυνση  $f_2$  η οποία είναι ορθογωνική στη  $m_a$ .



(α): Δισδιάστατο διάγραμμα της μικτής φασματικής τιμής από τρεις καθαρούς στόχους.



(β) Αλγόριθμος VCA

Εικόνα 2.19

Πηγή: J. M. P. Nascimento & J. M. B. Dias, 2005

Ο VCA δίνει πιο ικανοποιητικά αποτελέσματα σε σύγκριση με τον PPI και τον N-FINDR, ενώ διαθέτει μικρότερη υπολογιστική πολυπλοκότητα.

#### ➤ Simplex Growing Αλγόριθμος

Ο αλγόριθμος simplex growing (SGA) ένας αλγόριθμος διαδοχικής εξαγωγής καθαρών στόχων και προτείνεται από τους Chang et al. (2006) ως μια βελτιωμένη εκδοχή του N-FINDR. Αρχικά προσδιορίζει τον αριθμό των αναμενόμενων καθαρών στόχων ( $p$ ) μέσω του VD (virtual dimensionality) και στη συνέχεια βρίσκει την  $(p-1)$  διαστάσεων διάταξη με το μεγαλύτερο όγκο, προσθέτοντας κάθε φορά στο αρχικό σχήμα άλλη μια ακμή και επομένως άλλη μια διάσταση. Με άλλα λόγια αντί να προσπαθεί να εντοπίσει κατευθείαν τη διάταξη με το μεγαλύτερο όγκο όπως ο N-FINDR, βρίσκει πρώτα τη διάταξη δύο ακμών, με το μεγαλύτερο όγκο, και αρχίζει να την αναπτύσσει, προσθέτοντας κάθε φορά νέες ακμές, έως ότου φτάσει στις  $p$ . Ένα ακόμη πλεονέκτημα της μεθόδου σε σχέση με τον N-FINDR αλλά και τον VCA είναι η μη τυχαία επιλογή των αρχικών καθαρών στόχων, παρέχοντας έτσι τα ίδια αποτελέσματα σε κάθε επανάληψη.

Πιο συγκεκριμένα, για την εύρεση του πρώτου καθαρού στόχου, ακολουθείται η εξής διαδικασία:

- 1) ο αρχικός χώρος  $L$  διαστάσεων μετατρέπεται σε χώρο 2 διαστάσεων με το μετασχηματισμό PCA ή MNF
- 2) επιλέγεται τυχαία ένα εικονοστοιχείο  $t$  ως καθαρός στόχος,
- 3) υπολογίζεται ο όγκος μεταξύ του  $t$  και κάθε εικονοστοιχείου  $r$  της απεικόνισης. Το εικονοστοιχείο  $e_1$  με το οποίο δημιουργείται η μέγιστη απόλυτη τιμή της ορίζουσας του πίνακα  $\left| \det \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ t & r \end{bmatrix} \right|$  θεωρείται ο πρώτος καθαρός στόχος.

$$e_1 = \arg \left\{ \max_r \left| \det \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ t & r \end{bmatrix} \right| \right\} \quad (1)$$

Η διαδικασία επιλογής του πρώτου καθαρού στόχου  $e_1$  δεν επηρεάζει το τελικό αποτέλεσμα του αλγόριθμου καθώς έχει παρατηρηθεί πως ο  $e_1$  είναι πάντα ένα εικονοστοιχείο με μέγιστη ή ελάχιστη τιμή στην πρώτη συνιστώσα της μεθόδου μείωσης της διάστασης. Επίσης, περιέχεται στο σύνολο των τελικών καθαρών στόχων. Συνεπώς, το τελικό αποτέλεσμα του αλγόριθμου είναι σταθερό και το ίδιο ανεξαρτήτως του αριθμού των καθαρών στόχων που είναι γνωστός a priori.

Στη συνέχεια, ο αλγόριθμος αποτελείται από τα εξής βήματα:

- 1) Εφαρμόζεται μέθοδος εκτίμησης πλήθους καθαρών στόχων VD
- 2) Έχοντας ως αρχικό καθαρό στόχο το  $e_1$ , ο αριθμός των ανιχνευμένων καθαρών στόχων  $n$  είναι μονάδα ( $n=1$ ).
- 3) Όταν  $n \geq 1$ , για κάθε εικονοστοιχείο  $r$  υπολογίζεται ο  $V(e_1, \dots, e_n, r)$ :

$$V(e_1, \dots, e_n, r) = \frac{\left| \det \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 & 1 \\ e_1 & \dots & e_n & r \end{bmatrix} \right|}{n!} \quad (2)$$

που είναι ο όγκος της διάταξης που ορίζεται από τις κορυφές  $e_1, \dots, e_n, r$ .

Πρέπει να σημειωθεί πως εφαρμόζεται μέθοδος μείωσης της διάστασης όπως PCA, MNF από  $L$  σε  $n$

Αν ο πίνακας  $\begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 & 1 \\ e_1 & \dots & e_n & r \end{bmatrix}$  δεν είναι συμμετρικός, απαιτείται η εφαρμογή μιας μεθόδου μείωσης της διάστασης, από  $L$  σε  $n$ , όπως PCA, MNF

- 4) Ανιχνεύει τον επόμενο καθαρό στόχο  $e_{n+1}$  για τον οποίο ισχύει:

$$e_{n+1} = \arg \left\{ \max_r [V(e_1, \dots, e_n, r)] \right\} \quad (3)$$

- 5) Ο αλγόριθμος τερματίζει όταν  $n=p$ , όπου  $p$  το πλήθος των καθαρών στόχων το οποίο υπολογίστηκε από VD.

#### ➤ *Iterative Error Analysis*

Η Iterative Error Analysis (IEA) (R. A. Neville et al., 1999) αποτελεί μια από τις πιο γνωστές μεθόδους εξαγωγής καθαρών στόχων και βασίζεται στην ύπαρξη αμιγών εικονοστοιχείων. Ο αλγόριθμος εφαρμόζεται απευθείας στα φασματικά δεδομένα, χωρίς να απαιτείται οποιοσδήποτε μετασχηματισμός και εκτελεί μια σειρά γραμμικών φασματικών διαχωρισμών υπό περιορισμούς (constrained), επιλέγοντας κάθε φορά ως καθαρούς στόχους τα εικονοστοιχεία που ελαχιστοποιούν το παραμένον σφάλμα στη φασματικά διαχωρισμένη εικόνα. Η διαδικασία διακόπτεται όταν εντοπιστεί ο ζητούμενος αριθμός καθαρών στόχων, ή όταν ξεπεραστεί το προκαθορισμένο όριο ανοχής σφάλματος.

Για την έναρξη της διαδικασίας απαιτείται ο προσδιορισμός ενός αρχικού εικονοστοιχείου (συνήθως η μέση τιμή των φασματικών δεδομένων). Στη συνέχεια εκτελείται φασματικός διαχωρισμός υπό περιορισμούς, με το εικονοστοιχείο αυτό και βρίσκεται η εικόνα των σφαλμάτων που απομένουν (error image). Τα σημεία που βρίσκονται πιο μακριά από τη μέση τιμή με βάση την ευκλείδεια απόσταση, εμφανίζονται να έχουν το μεγαλύτερο σφάλμα. Αυτά τα σημεία βρίσκονται στο άκρο της μιας από τις κορυφές του νέφους των δεδομένων και επομένως

χαρακτηρίζονται ως αμιγή εικονοστοιχεία. Προκειμένου να μειωθούν οι επιπτώσεις του θορύβου υπολογίζεται η μέση τιμή των εικονοστοιχείων αυτών και έτσι σχηματίζεται ο πρώτος καθαρός στόχος. Έπειτα εκτελείται ξανά υπό συνθήκη φασματικός διαχωρισμός χρησιμοποιώντας τον καθαρό στόχο που προέκυψε και τα εικονοστοιχεία που βρίσκονται σε μεγαλύτερη απόσταση από αυτόν, παρουσιάζονται ως τα εικονοστοιχεία με το μεγαλύτερο σφάλμα. Και πάλι τα σημεία αυτά θεωρείται πως βρίσκονται στο άκρο μιας από τις κορυφές του νέφους των δεδομένων και από τη μέση τιμή τους προκύπτει ο δεύτερος καθαρός στόχος.

Κατά την εφαρμογή της μεθόδου, ο χρήστης επιλέγει τον επιθυμητό αριθμό  $N$  των καθαρών στόχων, τον αριθμό  $R$  των εικονοστοιχείων με το μεγαλύτερο σφάλμα στην εικόνα σφάλματος (error image) και μια γωνία  $\theta$ . Εντοπίζεται το διάνυσμα που αντιστοιχεί στο εικονοστοιχείο με το μεγαλύτερο σφάλμα καθώς και το υποσύνολο  $R$  που αποτελείται από τα διανύσματα που βρίσκονται εντός της γωνίας  $\theta$  του διανυσμάτων μεγαλύτερου σφάλματος. Η μέση τιμή των διανυσμάτων αυτών δίνει το διάνυσμα του καθαρού φασματικού στόχου. Με την αύξηση του  $R$  μειώνεται η επίδραση του θορύβου, ενώ με τη μείωση του εύρους της γωνίας  $\theta$  βελτιώνεται ακρίβεια των εκτιμώμενων καθαρών στόχων.

Η μέθοδος IEA έχει αποδειχθεί ιδιαίτερα σταθερή στα αποτελέσματά της και δεν επηρεάζεται από αλλαγές των τιμών του  $R$  και του  $\theta$  (σε λογικά όρια). Επίσης διαθέτει το σημαντικό πλεονέκτημα αυτόματης ιεράρχησης των καθαρών στόχων καθώς η σειρά με την οποία εμφανίζονται σχετίζεται με το βαθμό που συντελούν στη ελαχιστοποίηση των σφαλμάτων του φασματικού διαχωρισμού.

#### ➤ *Sequential Maximum Angle Convex Cone*

Η Sequential maximum angle convex cone (SMACC) (J. Gruninger et al., 2004), αποτελεί μια σχετικά καινούρια μέθοδο που ταυτόχρονα με την εξαγωγή των καθαρών στόχων της απεικόνισης υπολογίζει και τα ποσοστά συμμετοχής τους σε κάθε εικονοστοιχείο. Ο SMACC ανήκει στους SQEEAs και βασίζεται στο μοντέλο του κυρτού κώνου (convex cone). Θέτοντας τον περιορισμό του μοναδιαίου αθροίσματος των ποσοστών συμμετοχής, ο κυρτός κώνος, ο οποίος περιέχει το φασματικό νέφος, μετατρέπεται σε μία χωρική διάταξη στα άκρα της οποίας βρίσκονται τα διανύσματα με μέγιστο ή ελάχιστο μήκος. Οι καθαροί φασματικοί στόχοι και τα ποσοστά συμμετοχής υπολογίζονται διαδοχικά. Ο SMACC αρχικά επιλέγει ένα σύνολο από εικονοστοιχεία με τα μέγιστα μήκη και τα θεωρεί καθαρούς στόχους. Αυτά τα εικονοστοιχεία δημιουργούν μία χωρική διάταξη μέσα στην οποία προβάλλονται όλα τα υπόλοιπα εικονοστοιχεία. Όσα εικονοστοιχεία βρίσκονται εκτός της χωρικής διάταξης καλούνται υπόλοιπα και η επιλογή του επόμενου καθαρού στόχου βασίζεται σε μέτρο των υπολοίπων, πιο συγκεκριμένα, στο πόσο απέχει το κάθε υπόλοιπο από την, ορισμένη, χωρική διάταξη. Ο επόμενος καθαρός στόχος προβάλλεται κεκλιμένα στη χωρική διάταξη ώστε να εξαλειφθεί η συμμετοχή του ως υπόλοιπο. Η μαθηματική έκφραση (Envi) που χρησιμοποιεί ο αλγόριθμος για κάθε καθαρό στόχο ορίζεται ως:

$$H(c, i) = \sum_k^N R(c, k) A(k, j) \quad (1)$$

Όπου  $i$  ο δείκτης του εικονοστοιχείου,

$j$  και  $k$  οι δείκτες των καθαρών στόχων με τιμές από 1 μέχρι  $N$ ,

$R$  ο πίνακας με στήλες τις φασματικές τιμές των καθαρών στόχων,

$C$  ο δείκτης του φασματικού καναλιού,

$A$  ο πίνακας που περιέχει τα ποσοστά συμμετοχής καθαρού στόχου  $j$  στο  $k$  για κάθε εικονοστοιχείο.

Ο αλγόριθμος τερματίζει όταν όλα τα διανύσματα βρίσκονται εντός του convex cone.

➤ *Alternating Volume Maximization - Successive Volume Maximization*

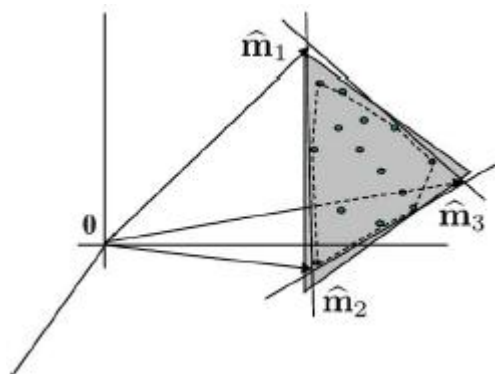
Οι T.H. Chan et al. (2011), προτείνουν δύο νέους αλγόριθμους εξαγωγής καθαρών στόχων, τον Alternating Volume Maximization (AVMAX) και τον Successive Volume Maximization (SVMAX). Ο πρώτος, εμπνευσμένος από τον N-FINDR, μεγιστοποιεί, σε μια κυκλική σύντηξη, τον όγκο της διάταξης (simplex) που ορίζεται από τους καθαρούς φασματικούς στόχους, αναφορικά με ένα εικονοστοιχείο τη φορά. Ο δεύτερος είναι παρόμοιος με τη μέθοδο VCA. Η βασική διαφορά έγκειται στον τρόπο με τον οποίο τα δεδομένα προβάλλονται στον ορθογωνικό υπόχωρο που ορίζεται από τους ήδη καθορισμένους καθαρούς στόχους. Η VCA θεωρεί μια τυχαία διεύθυνση σε αυτό τον υπόχωρο, ενώ ο SVMAX λαμβάνει υπόψιν του ολόκληρο τον υπόχωρο.

➤ *Lattice Associative Memories*

Οι τεχνικές Lattice Associative Memories (LAM) (G. X. Ritter et al., 2009 και M. Grana et al., 2009) μοντελοποιούν τα φασματικά σύνολα σε στοιχεία ενός πλέγματος (lattice) μερικώς διατεταγμένων πραγματικών διανυσμάτων. Οι λειτουργίες lattice κατασκευάζουν LAMs με μη γραμμικό τρόπο. Οι καθαροί φασματικοί στόχοι εντοπίζονται με την κατασκευή των μέγιστων και ελάχιστων LAMs από τα φασματικά εικονοστοιχεία. Αυτές οι LAMs περιέχουν τις μέγιστες και τις ελάχιστες συντεταγμένες των εικονοστοιχείων και αποτελούν τους πιθανούς καθαρούς στόχους. Τέλος οι καθαροί στόχοι επιλέγονται από τις LAMs βάση κριτηρίων ομοιότητας και ανεξαρτησίας όπως η συσχέτιση, η αμοιβαία πληροφορία, η φασματική γωνία κλπ.

✚ **Αλγόριθμοι βασισμένοι στον Ελάχιστο Όγκο**

Οι αλγόριθμοι που βασίζονται στον ελάχιστο όγκο (Minimum Volume Based Algorithms (MV)) (J.M. Bioucas-Dias et al., 2012), δεν υποθέτουν την ύπαρξη καθαρών φασματικών στόχων στην απεικόνιση και αναζητούν έναν πίνακα μίξης  $M$  ο οποίος ελαχιστοποιεί τον όγκο της διάταξης που ορίζεται από τις στήλες του,  $\text{conv}(M)$ , υπό τον περιορισμό ότι ο  $\text{conv}(M)$  περιέχει τα παρατηρούμενα φασματικά διανύσματα.



Εικόνα 2.20: Παρουσίαση της λογικής του ελάχιστου όγκου  
Πηγή: J. M. Bioucas-Dias και A. Plaza, 2010



Στην Εικόνα 2.20 απεικονίζεται η λογική του simplex ελαχίστου όγκου. Ο προσδιορισμένος πίνακας μίξης  $\hat{M} \equiv [\hat{m}_1, \hat{m}_2, \hat{m}_3]$  διαφέρει σε κάποιο βαθμό από τον πραγματικό πίνακα καθώς δεν είναι επαρκής ο αριθμός των σημείων-δεδομένων ανά πλευρά, ώστε να οριστεί το πραγματικό simplex.

Θεωρώντας ότι το σύνολο των δεδομένων έχει προβληθεί στον υπόχωρο του σήματος (signal subspace)  $S$ , διαστάσεων  $p$  και ότι τα διανύσματα  $m_i \in \mathbb{R}^p$  για  $i=1, \dots, p$ , είναι αφινικώς ανεξάρτητα (δηλαδή τα  $m_i - m_1$ , για  $i=1, \dots, p$ , είναι γραμμικώς ανεξάρτητα), οι διαστάσεις του simplex  $\text{conv}(M)$  είναι  $p-1$  και επομένως ο όγκος του  $\text{conv}(M)$  στο  $\mathbb{R}^p$  είναι μηδενικός. Προκειμένου να προκύψει ένας μη μηδενικός όγκος θεωρείται το διευρυμένο simplex  $M_0 \equiv [0, M]$ . Ο όγκος του  $\text{conv}(M)$  δίνεται από τη σχέση:

$$V(M_0) \equiv \frac{|\det(M)|}{p!} \quad (1)$$

Μια εναλλακτική προσέγγιση της σχέσης (1) είναι η μετατόπιση του συνόλου των δεδομένων στην αρχή (origin) και η επεξεργασία του υπόχωρου διαστάσεων  $p-1$ . Σε αυτή την περίπτωση ο όγκος του simplex δίνεται από τη σχέση:

$$V(M) \equiv \frac{1}{(p-1)!} \left| \det \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ m_1 & \dots & m_p \end{bmatrix} \right| \quad (2)$$

#### ➤ Ανάλυση του κυρτού Κώνου

Η συγκεκριμένη μέθοδος καλείται ανάλυση του κυρτού κώνου (Convex Cone Analysis), (Ifarraguerri και Chang, 1999) ή αλλιώς μοντέλο γραμμικής ανάμειξης, και βασίζεται στην παρατήρηση ότι κάποιες φυσικές ποσότητες, όπως η ακτινοβολία, λαμβάνουν μόνο μη αρνητικές τιμές. Τα διανύσματα τα οποία σχηματίζονται από διακριτές φασματικές τιμές είναι γραμμικοί συνδυασμοί μη αρνητικών στοιχείων και βρίσκονται σε μία μη αρνητική κυρτή περιοχή. Στόχος του αλγόριθμου είναι ο εντοπισμός των ορίων της συγκεκριμένης περιοχής, τα οποία μπορούν να θεωρηθούν ως καθαροί στόχοι για την επίλυση του μοντέλου γραμμικής ανάμειξης και για την ταξινόμηση.

Ο αλγόριθμος εφαρμόζεται σε κανονικοποιημένα διανύσματα φασματικής τιμής για την απομάκρυνση της πληροφορίας η οποία σχετίζεται με τη συνολική ακτινοβολία.

Έστω μία  $n \times m$  απεικόνιση με  $b$  κανάλια. Επανασχηματίζεται η απεικόνιση σε  $nm \times b$  πίνακα  $S$ , όπου σε κάθε γραμμή είναι η φασματική τιμή του εικονοστοιχείου και κάθε στήλη περιέχει όλα τα εικονοστοιχεία τα οποία αντιστοιχούν σε ένα κανάλι. Από τον κανονικοποιημένο πίνακα  $S$  προκύπτει ο  $b \times b$  πίνακας συσχέτισης  $C$  από τη σχέση:

$$C = S^T S \quad (1)$$

Έπειτα εφαρμόζεται ανάλυση ιδιάζουσων τιμών (Singular Value Decomposition (SVD)) στον πίνακα  $C$ :

$$C = PDP^T \quad (2)$$

Όπου  $P$  ο ορθοκανονικός πίνακας που περιέχει τα ιδιοδιανύσματα του  $C$  και  $D$  ο διαγώνιος πίνακας με τις αντίστοιχες ιδιοτιμές. Οι διαστάσεις των πινάκων  $P$  και  $D$  είναι ίδιες με αυτή του  $C$ . Έχοντας γνωστό τον αριθμό των υπό ανίχνευση καθαρών στόχων  $c$  ο οποίος θα πρέπει να είναι αρκετά μικρότερος από το πλήθος των καναλιών επιλέγονται τα ιδιοδιανύσματα τα οποία αντιστοιχούν στις  $c$  ιδιοτιμές. Τα όρια της κυρτής περιοχής (convex cone) εντοπίζονται όπου ο γραμμικός συνδυασμός αυτών των ιδιοδιανυσμάτων παράγει διανύσματα τα οποία είναι αυστηρώς μη αρνητικά:

$$x = p_1 + a_1 p_2 + \dots + a_{c-1} p_c \geq 0 \quad (3)$$

όπου  $p_i$  τα ιδιοδιανύσματα τα οποία αντιστοιχούν στις  $c$  μεγαλύτερες ιδιοτιμές και  $0$  το μηδενικό διάνυσμα. Αφού το  $x$  είναι κυρτός γραμμικός συνδυασμός, οι συντελεστές του  $p_i$  μπορούν να πολλαπλασιαστούν με έναν όρο ώστε ο συντελεστής του  $p_1$  να είναι μονάδα, δίνοντας  $c-1$  ελεύθερες παραμέτρους  $a_i$ . Το ιδιοδιάνυσμα  $p_1$  το οποίο αντιστοιχεί στην μεγαλύτερη ιδιοτιμή, είναι ευθυγραμμισμένο με τη διεύθυνση του άξονα του κώνου. Στόχος είναι η εύρεση του συνόλου των συντελεστών  $\{a_i\}_{i=1}^{c-1}$  το οποίο παράγει έναν γραμμικό συνδυασμό που περιέχει  $c-1$  στοιχεία του  $x$  τα οποία είναι μηδέν, με τα υπόλοιπα στοιχεία μη αρνητικά.

- Υπολογισμός του κυρτού κώνου:

Η σχέση (3) μπορεί να γραφτεί με τη μορφή:

$$x = [p_1 \dots p_c] \begin{bmatrix} 1 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{c-1} \end{bmatrix} = P\alpha \geq 0 \quad (4)$$

όπου  $p_i$  τα  $b$ -διάστατα διανύσματα στήλης. Στην περίπτωση όπου  $b > c$ ,  $P\alpha = 0$  το σύστημα είναι αόριστο. Θέτοντας τα στοιχεία του πίνακα  $P$  ως συντελεστές και τα στοιχεία του πίνακα  $\alpha$  ως μεταβλητές, σχηματίζονται  $b$  εξισώσεις της μορφής:

$$p_{j1} + a_1 p_{j2} + \dots + a_{c-1} p_{jc} = 0, \quad \text{για } j = 1, \dots, b \quad (5)$$

μέσω των οποίων υπολογίζονται  $(c-1)$ -διάστατα υπερεπίπεδα στο  $c$ -διάστατο χώρο. Οι ακριβείς λύσεις του συστήματος δίνονται για  $b=c-1$ . Αυτές οι λύσεις παράγουν γραμμικούς συνδυασμούς των ιδιοδιανυσμάτων οι οποίοι έχουν τουλάχιστον  $c-1$  μηδενικά. Τα όρια του κυρτού κώνου είναι το σύνολο των διανυσμάτων  $\alpha$  τα οποία ικανοποιούν τη σχέση (3), ή ισοδύναμα:

$$\min(x) = 0 \quad (6)$$

Ο αλγόριθμος εισάγει τα πρώτα  $c$  ιδιοδιανύσματα  $p_1, \dots, p_c$ . Λύνει το σετ των  $c-1$  εξισώσεων και υπολογίζει ένα υποψήφιο όριο του κυρτού κώνου. Εάν είναι μεγαλύτερο από το κατώφλι λόγω σφάλματος θεωρείται καθαρός στόχος, διαφορετικά δημιουργεί νέο συνδυασμό  $c-1$  εξισώσεων με άλλα κανάλια. Συνολικά

ο αλγόριθμος ελέγχει bc συνδυασμούς καναλιών. Όπως είναι λογικό, ο αλγόριθμος δεν είναι υπολογιστικά επαρκής για μεγάλο αριθμό καναλιών.

➤ Μέθοδος *Minimum Volume Constrained Nonnegative Matrix Factorization*

Η μέθοδος *Minimum Volume Constrained Nonnegative Matrix Factorization (MVC-NMF)* (Μίαο και Qi, 2007), συνδυάζει την ανάλυση ελαχίστων τετραγώνων με το μοντέλο γεωμετρίας *convex*, ενσωματώνοντας στη σύνθεση του NMF έναν περιορισμό όγκου. Ο αλγόριθμος βασίζεται σε δύο ιδιότητες: 1) η φασματική πληροφορία είναι μη αρνητική, 2) ο όγκος του σχήματος που ορίζεται από τους καθαρούς στόχους είναι ο μικρότερος συγκριτικά με όλα τα υπόλοιπα πιθανά σχήματα τα οποία περιβάλλουν τη φασματική πληροφορία. Ο αλγόριθμος αξιοποιεί τη σύγκλιση των NMF σχημάτων και ταυτόχρονα περιορίζει την υπόθεση ύπαρξης καθαρών στόχων στην απεικόνιση.

- Αλγόριθμος μη αρνητικής Παραγοντοποίησης

Έστω ένας μη αρνητικός πίνακας  $Y \in \mathbb{R}^{m \times n}$  και ένας θετικός ακέραιος  $r < \min(m, n)$ . Στόχος του αλγόριθμου μη αρνητικής παραγοντοποίησης (*Nonnegative Matrix Factorization (NMF)*) είναι η εύρεση δύο πινάκων  $W \in \mathbb{R}^{m \times r}$  και  $H \in \mathbb{R}^{r \times n}$  με μη αρνητικά στοιχεία ώστε:

$$Y = WH \quad (1)$$

Η σχέση (1) είναι όμοια με τη σχέση του γραμμικού μοντέλου ανάμιξης:

$$X = AS \quad (2)$$

όπου  $X$  το σύνολο της απεικόνισης,  $A$  ο πίνακας με τις τιμές των καθαρών στόχων και  $S$  ο πίνακας των ποσοστών συμμετοχής των στόχων. Γι' αυτό το λόγο ο NMF εφαρμόζεται σε προβλήματα ανάλυσης δεδομένων, μείωσης της διάστασης, αναγνώρισης προτύπων κ.λπ. Μία προσέγγιση επίλυσης της σχέσης (1) είναι η μείωση της ευκλείδειας απόστασης μεταξύ του  $Y$  και  $WH$ .

ελαχιστοποίηση σχέσης :

$$f(W, H) = \frac{1}{2} \|Y - WH\|_F^2$$

συναρτήσεϊ των

$$W \geq 0, H \geq 0 \quad (3)$$

- Ανάλυση γεωμετρίας του NMF και της φασματικής ανάμιξης

Στις υπερφασματικές απεικονίσεις κάθε εικονοστοιχείο μπορεί να θεωρηθεί σημείο στον  $l$ -διάστατο χώρο, του οποίου οι  $l$  συντεταγμένες δίνονται από τις φασματικές τιμές στα διαφορετικά φασματικά κανάλια. Οι παραγοντοποιήσεις (1) και (2) αποκαλύπτουν πως εκτός από το ευκλείδειο σύστημα συντεταγμένων  $\{e_j\}_{j=1}^l \in \mathbb{R}^l$  (όπου μόνο ένα στοιχείο του  $e_j$  είναι μονάδα και τα υπόλοιπα μηδέν),

υπάρχουν και άλλα σύνολα διανυσμάτων βάσης  $\{v_j\}_{j=1}^c$ ,  $v_j \geq 0$  σε έναν υπόχωρο  $\mathbb{R}^c$ ,  $c < l$ , τέτοια ώστε όλα τα σημεία της εικόνας να προσεγγίζονται με γραμμικούς συνδυασμούς αυτών των βάσεων.

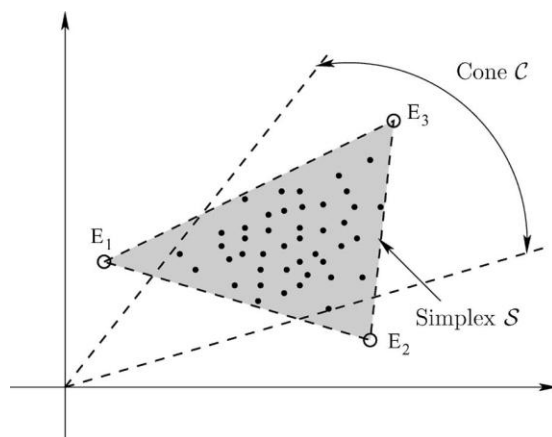
Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως για το πρόβλημα του NMF όλα τα σημεία βρίσκονται σε ένα θετικά ορισμένο κώνο και ισούνται με:

$$C = \left\{ x / x = \sum_j \theta_j v_j, \theta \geq 0 \right\} \quad (4)$$

Ωστόσο, ο περιορισμός του αθροίσματος των ποσοστών συμμετοχής ( $\theta$ ) σε μονάδα περιορίζει τα σημεία να βρίσκονται σε μία χωρική διάταξη:

$$S = \left\{ x / x = \sum_j \theta_j v_j, \theta \geq 0, 1^T \theta = 1 \right\} \quad (5)$$

Στην εικόνα 5 παρουσιάζεται μία πιθανή χωρική διάταξη (simplex) και ένας θετικά ορισμένος κώνος (cone). Είναι φανερό πως δεν είναι τα μοναδικά για το συγκεκριμένο χώρο. Θεωρητικά, υπάρχουν άπειρες χωρικές διατάξεις και κώνοι μέσα στους οποίους θα περιέχεται το σύννεφο της φασματικής πληροφορίας.



Εικόνα 2.21: Γεωμετρική εξήγηση πιθανών χωρικών διατάξεων και κώνων οι οποίοι περιβάλλουν τη δοθείσα πληροφορία ορισμένη από τα σημεία με μαύρο χρώμα. Οι κύκλοι  $E_1$ - $E_3$  θεωρούνται καθαροί στόχοι.

Πηγή: Miao και Qi, 2007

Οι αλγόριθμοι ανίχνευσης καθαρών στόχων βάσει της κυρτής γεωμετρίας (convex geometry) καθορίζουν ως καλύτερη χωρική διάταξη είτε εκείνη που περιγράφει τη φασματική πληροφορία και παράλληλα έχει το μικρότερο όγκο, είτε εκείνη που επιγράφει τη φασματική πληροφορία με το μεγαλύτερο όγκο. Για τη δεύτερη περίπτωση πρέπει να ισχύει η προϋπόθεση ύπαρξης ενός τουλάχιστον αμιγούς εικονοστοιχείου για κάθε καθαρό στόχο. Αντίθετα, στην περίπτωση όπου τα εικονοστοιχεία της απεικόνισης είναι αρκετά μικτά τότε η ανίχνευση των καθαρών στόχων θα πρέπει να επεκταθεί και εκτός των ορίων του σύννεφου φασματικής πληροφορίας και παράλληλα η χωρική διάταξη να έχει το μικρότερο όγκο.

- NMF με περιορισμό ελάχιστου όγκου (MVC-NMF)

Συνδυάζοντας το στόχο του ελάχιστου σφάλματος με τον περιορισμό του όγκου, προκύπτει το πρόβλημα:

$$\text{ελαχιστοποίηση της σχέσης : } f(A, S) = \frac{1}{2} \|X - AS\|_F^2 + \lambda J(A)$$

$$\text{συναρτήσεσι των : } A \geq 0, S \geq 0, 1_c^T S = 1_N^T \quad (6)$$

Όπου  $1_c$  ( $1_N$ ) είναι ένα  $c$  ( $N$ ) διαστάσεων διάνυσμα στήλης και  $J(A)$  η συνάρτηση λάθους στην οποία υπολογίζεται ο όγκος της χωρικής διάταξης ορισμένης από τους εκτιμώμενους κάθε φορά καθαρούς στόχους. Η παράμετρος  $\lambda \in R$  χρησιμοποιείται για την επιτυχή ανταλλαγή των υπό μελέτη εικονοστοιχείων και την ισχύ του περιορισμού του όγκου. Ο πρώτος όρος λειτουργεί ως μία εξωτερική δύναμη η οποία κινεί την αναζήτηση καθαρών στόχων προς τα έξω ώστε η χωρική διάταξη να περιέχει όλο το σύννεφο της φασματικής πληροφορίας. Ο δεύτερος όρος λειτουργεί ως μία εσωτερική δύναμη η οποία περιορίζει τον όγκο της διάταξης. Η λύση βρίσκεται όπου οι δύο δυνάμεις ισορροπούν μεταξύ τους. Ο αλγόριθμος υπερτερεί σε σχέση με τον NMF καθώς μέσω του περιορισμού του όγκου περιορίζει τα εικονοστοιχεία που περιέχουν θόρυβο και συντελούν στην μεγιστοποίηση του σύννεφου φασματικής πληροφορίας.

- Καθορισμός όγκου:

Για τον υπολογισμό του όγκου ο οποίος ορίζεται από ένα σύνολο σημείων αξιοποιείται η σχέση μεταξύ του όγκου και της ορίζουσας (Strang, 1988). Έστω  $c$  ανεξάρτητα σημεία  $a_1, \dots, a_c \in R^{c-1}$  για τα οποία ισχύει ότι τα  $c-1$  διανύσματα  $a_2 - a_1, \dots, a_c - a_1$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.. Ο όγκος ο οποίος ορίζεται από αυτά τα σημεία δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{(c-1)!} |\det([a_2 - a_1, \dots, a_c - a_1])| \\ &= \frac{1}{(c-1)!} \left| \det \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ a_1 & \dots & a_c \end{bmatrix} \right| \end{aligned} \quad (7)$$

Για τη μείωση της διάστασης του φασματικού χώρου από  $l$  σε  $c-1$  εφαρμόζεται PCA μετασχηματισμός.

#### ➤ Αλγόριθμος *Iterative Constrained Endmembers*

Ο αλγόριθμος ICE (M. Berman et al., 2004) αναζητά τη βέλτιστη λύση του προβλήματος εξαγωγής χαρακτηριστικών με τρόπο παρόμοιο με αυτόν του MVC-NMF. Συγκεκριμένα, ελαχιστοποιεί το άθροισμα των τετραγωνικών υπολοίπων (RSS) που βασίζεται στη γεωμετρία convex. Το σφάλμα μεταξύ του αρχικού εικονοστοιχείου και του εικονοστοιχείου που υπολογίστηκε από τον ICE, χρησιμοποιώντας τους καθαρούς στόχους και τα ποσοστά συμμετοχής τους, ελαχιστοποιείται, όταν ελαχιστοποιείται το άθροισμα των τετραγωνικών υπολοίπων (Berman et al., 2004).

$$RSS = \sum_{i=1}^N \left( X_i - \sum_{k=1}^M p_{ik} E_k \right)^T \left( X_i - \sum_{k=1}^M p_{ik} E_k \right) \quad (1)$$

Όπου  $E_k$  ο  $k$  καθαρός στόχος και  $p_{ik}$  τα ποσοστά συμμετοχής.

Όπως περιγράφεται από τους Berman et al. (2004), τρόπος ελαχιστοποίησης του RSS δεν είναι μοναδικός. Για το λόγο αυτό ο αλγόριθμος εισάγει στην αντικειμενική συνάρτηση τον όρο του αθροίσματος των τετραγωνικών αποστάσεων (sum of squared distances (SSD)).

$$SSD = \sum_{k=1}^{M-1} \sum_{l=k+1}^M (E_k - E_l)^T (E_k - E_l) \quad (2)$$

Ο όρος αυτός σχετίζεται με τον όγκο που οριοθετείται από τους καθαρούς φασματικούς στόχους. Επομένως εισάγοντας αυτό τον όρο στην αντικειμενική συνάρτηση, ο αλγόριθμος εντοπίζει τους καθαρούς στόχους που σχηματίζουν την πιο σφιχτή δομή γύρω από τα δεδομένα. Το SSD είναι ισοδύναμο με τη σχέση:

$$SSD = M(M-1)V \quad (3)$$

Όπου  $V$  το άθροισμα των διασπορών των ακμών του simplex,  
 $M$  ο αριθμός των καθαρών στόχων

Ο ICE χρησιμοποιεί τον όρο  $V$  αντί του  $M(M-1)V$ , προκειμένου να τον ανεξαρτητοποιήσει από τον αριθμό των καθαρών στόχων,  $M$ . Η αντικειμενική συνάρτηση που χρησιμοποιεί τελικά ο αλγόριθμος είναι:

$$RSS_{reg} = (1-\mu) \frac{RSS}{N} + \mu V \quad (4)$$

Όπου  $\mu$ , μια παράμετρος κανονικοποίησης που εξισορροπεί τους όρους RSS και SSD της συνάρτησης.

Ο αλγόριθμος εφαρμόζει μια επαναληπτική διαδικασία. Για την πρώτη επανάληψη λαμβάνονται εκτιμώμενοι καθαροί στόχοι από τυχαία εικονοστοιχεία της εικόνας, και υπολογίζονται τα ποσοστά συμμετοχής για κάθε εικονοστοιχείο. Για τον προσδιορισμό των ποσοστών συμμετοχής απαιτείται ελαχιστοποίηση των ελαχίστων τετραγώνων (least squares minimization) για κάθε όρο της εξίσωσης (1). Αφού επιλυθεί το πρόβλημα των ποσοστών συμμετοχής, οι καθαροί στόχοι αναθεωρούνται με βάση τα προσδιορισμένα ποσοστά συμμετοχής.

$$e_j = \left\{ P^T P + \lambda \left( I_M - \frac{11^T}{M} \right) \right\}^{-1} P^T x_j \quad (5)$$

Όπου  $P$  ο,  $N \times M$  διαστάσεων, πίνακας των ποσοστών συμμετοχής,  
 $e_j$  το διάνυσμα των καθαρών στόχων στο  $j$  κανάλι,  
 $x_j$  το διάνυσμα όλων των εικονοστοιχείων στο  $j$  κανάλι,  
 $I_M$  ο μοναδιαίος πίνακας διαστάσεων  $M \times M$   
 $1$  το  $M$ -διαστάσεων διάνυσμα με τιμές 1  
 $\lambda = N\mu / \{(M-1)(1-\mu)\}$

Οι επαναλήψεις συνεχίζονται μέχρι η τιμή του  $RSS_{reg}$  να είναι μικρότερη από ένα ορισμένο κατώφλι. Παρόλο που ο αλγόριθμος έχει ιδιαίτερα καλά αποτελέσματα στον εντοπισμό των καθαρών στόχων όταν ο αριθμός τους είναι γνωστός, ο ίδιος δεν μπορεί να προσδιορίσει αυτόματα των αριθμό τους.

### 2.6.3.2. Στατιστικές Μέθοδοι Εξαγωγής Καθαρών Στόχων

Στο πλαίσιο της στατιστικής προσέγγισης ο φασματικός διαχωρισμός διατυπώνεται ως ένα πρόβλημα στατιστικής συμπερασματολογίας (Statistical inference). Οι στατιστικές μέθοδοι παρέχουν ένα φυσικό πλαίσιο για την παρουσίαση της φασματικής μεταβλητότητας των καθαρών στόχων αλλά παρουσιάζουν εξαιρετικά υψηλή υπολογιστική πολυπλοκότητα σε σύγκριση με τις γεωμετρικές. Ωστόσο σε περιπτώσεις στις οποίες τα εικονοστοιχεία μιας απεικόνισης παρουσιάζουν υψηλό βαθμό ανάμειξης και οι αλγόριθμοι γεωμετρικής προσέγγισης αδυνατούν να δώσουν ικανοποιητικά αποτελέσματα καθώς τα φασματικά διανύσματα δεν επαρκούν για τον ακριβή προσδιορισμό των πλευρών του simplex, οι αλγόριθμοι στατιστικής προσέγγισης μπορούν να αποτελέσουν ισχυρή εναλλακτική λύση. Δεδομένου ότι στις περισσότερες περιπτώσεις ο αριθμός των καθαρών στόχων/υλικών καθώς και των φασματικών τιμών ανακλαστικότητας δεν είναι γνωστά, η διαδικασία του φασματικού διαχωρισμού αντιμετωπίζει το πρόβλημα του «τυφλού διαχωρισμού πηγών» (blind source separation) (P. Common, 1994).

#### ➤ Αλγόριθμος εξαγωγής καθαρών φασματικών στόχων βασισμένος στην ICA

Η Ανάλυση Ανεξάρτητων Συνιστωσών (ICA) αποτελεί μια δημοφιλή μέθοδο αντιμετώπισης του προβλήματος του «τυφλού διαχωρισμού πηγών» και έχει προταθεί σε πολλές περιπτώσεις ως εργαλείο φασματικού διαχωρισμού των υπερφασματικών απεικονίσεων (J. Bayliss et al., 1997, C. Chen και X. Zhang, 1999, T. M. Tu, 2000). Η ICA βασίζεται σε δύο υποθέσεις: 1) το παρατηρούμενο φασματικό διάνυσμα είναι μια γραμμική ανάμειξη των καθαρών φασματικών στόχων και 2) οι πηγές του σήματος είναι στατιστικά ανεξάρτητες. Όσον αφορά τα υπερφασματικά δεδομένα, η πρώτη παραδοχή είναι έγκυρη, όταν η επίδραση της πολλαπλής σκέδασης μεταξύ των στόχων/υλικών θεωρείται αμελητέα και η επιφάνεια κατανέμεται σύμφωνα με τα ποσοστά συμμετοχής τους (abundances). Ωστόσο η δεύτερη παραδοχή παραβιάζεται, καθώς το άθροισμα των ποσοστών συμμετοχής, για το κάθε εικονοστοιχείο, είναι σταθερό, λόγω των φυσικών περιορισμών στη διαδικασία συλλογής των δεδομένων και επομένως οι πηγές δε μπορεί να είναι στατιστικά ανεξάρτητες. Γεγονός που θέτει σε κίνδυνο την απόδοση του αλγόριθμου. Η ICA εντοπίζει τις καθαρές φασματικές υπογραφές, πολλαπλασιάζοντας τα φασματικά διανύσματα με έναν πίνακα διαχωρισμού (unmixing matrix) ο οποίος ελαχιστοποιεί την αμοιβαία πληροφορία μεταξύ των καναλιών. Αν οι πηγές είναι ανεξάρτητες η ICA πραγματοποιεί σωστό φασματικό διαχωρισμό. Σε αντίθετη περίπτωση, ορισμένοι καθαροί στόχοι θα έχουν προσδιοριστεί κατά προσέγγιση.

#### ➤ Προσεγγίσεις κατά Bayes

Οι προσεγγίσεις κατά Bayes (J.M. Bioucas-Dias et al., 2012), έχουν την ικανότητα να μοντελοποιούν τη στατιστική μεταβλητότητα και να επιβάλουν δεσμεύσεις που κανονικοποιούν και περιορίζουν τις λύσεις στις φυσικά αποδεκτές. Η τελευταία αυτή ικανότητα θεωρείται απαραίτητη προϋπόθεση για την επίλυση των κακώς ορισμένων προβλημάτων. Υιοθετώντας ένα πλαίσιο κατά Bayes, ο μηχανισμός εξαγωγής συμπερασμάτων είναι ο υπολογισμός της εκ των υστέρων πυκνότητας των τυχαίων ποσοτήτων. Θεωρώντας εκ των προτέρων ότι ο άγνωστος πίνακας μίξης  $M$  και ο πίνακας των ποσοστών συμμετοχής  $S$  είναι ανεξάρτητοι, το Bayes paradigm επιτρέπει τον υπολογισμό των  $M$  και  $S$ :

$$p_{M,S|Y}(M, S | Y) = p_{Y|M,S}(Y | M, S) p_M(M) p_S(S) / p_Y(Y) \quad (1)$$

Όπου  $p_A$  και  $p_{A|B}$  η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του A και του A για δοσμένο B αντίστοιχα. Στην σχέση (1) το  $p_{Y|M,S}(Y|M,S)$  είναι η συνάρτηση πιθανοφάνειας, η οποία εξαρτάται από το μοντέλο παρατήρησης και την κατανομή  $p_M(M)$  και το  $p_S(S)$  συνοψίζει την εκ των προτέρων γνώση σχετικά με αυτές τις άγνωστες παραμέτρους. Μια γνωστή εκτιμητρια συνάρτηση Bayes είναι ο maximum a posteriori (MAP) εκτιμητής η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} (\hat{M}, \hat{S})_{MAP} &\equiv \arg \max_{M,S} p_{Y|M,S}(M, S | Y) \\ &= \arg \min -\log p_{Y|M,S}(Y | M, S) - \log p_M(M) - \log p_S(S) \end{aligned} \quad (2)$$

Κατά την προοπτική Bayes, εκχωρώντας τις εκ των προτέρων κατανομές  $p_M(M)$  και  $p_S(S)$  στους πίνακες M και A αντίστοιχα, εξασφαλίζονται οι φυσικοί περιορισμοί που διέπουν το μοντέλο παρατήρησης.

### 2.6.3.3. Αλγόριθμοι βασισμένοι στη Χωρική και Φασματική Πληροφορία

#### ➤ *Αλγόριθμος Automated Morphological Endmember Extraction*

Ο αλγόριθμος Automated Morphological Endmember Extraction (AMEE) (Plaza et al., 2002), εφαρμόζεται στην αρχική απεικόνιση, χωρίς να έχει προηγηθεί μείωση των διαστάσεων και βασίζεται στον υπολογισμό δύο παραμέτρων: ενός ελάχιστου ( $S_{min}$ ) και ενός μέγιστου ( $S_{max}$ ) χωρικού μεγέθους kernel (παράθυρο kernel).

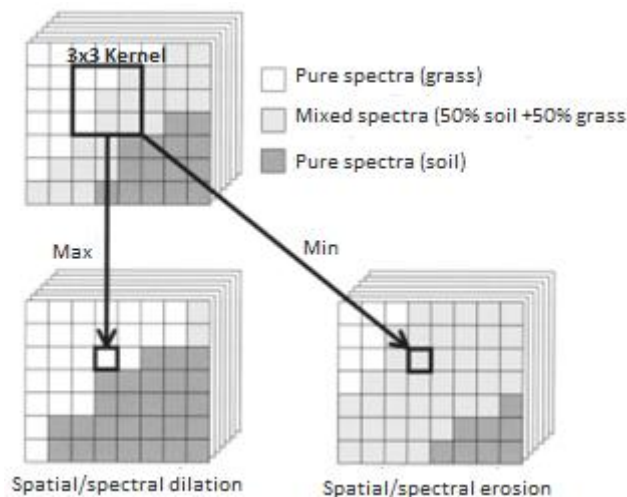
Έστω ένα ελάχιστο παράθυρο kernel  $K = S_{min}$ , το οποίο μετακινείται σε όλα τα εικονοστοιχεία ορίζοντας γύρω από κάθε εικονοστοιχείο,  $h(x,y)$ , ένα χωρικό πλαίσιο. Τα πιο αμιγή (p) και τα πιο μικτά (m) εικονοστοιχεία, εντοπίζονται μέσα στο πλαίσιο που ορίζεται από το K, μέσω των μαθηματικών μορφολογικών πράξεων διεύρυνσης (dilation) και συστολής (erosion). Ο μαθηματικός τύπος της διεύρυνσης και της συστολής περιέχει τη μεγιστοποίηση/ελαχιστοποίηση αντίστοιχα, της γραμμικής απόστασης μεταξύ δύο σημείων.

$$p = \arg \_ Max_{(s,t) \in K} \left\{ \sum_s \sum_t dist(h(x, y), h(x-s, y-t)) \right\}, \quad \forall (s,t) \in K \quad (1)$$

$$m = \arg \_ Min_{(s,t) \in K} \left\{ \sum_s \sum_t dist(h(x, y), h(x+s, y+t)) \right\}, \quad \forall (s,t) \in K \quad (2)$$

Όπου dist, η απόσταση φασματικής γωνίας (spectral angle distance (SAD)) (Keshava and J. F. Mustard, 2002), (Chang, 2003).

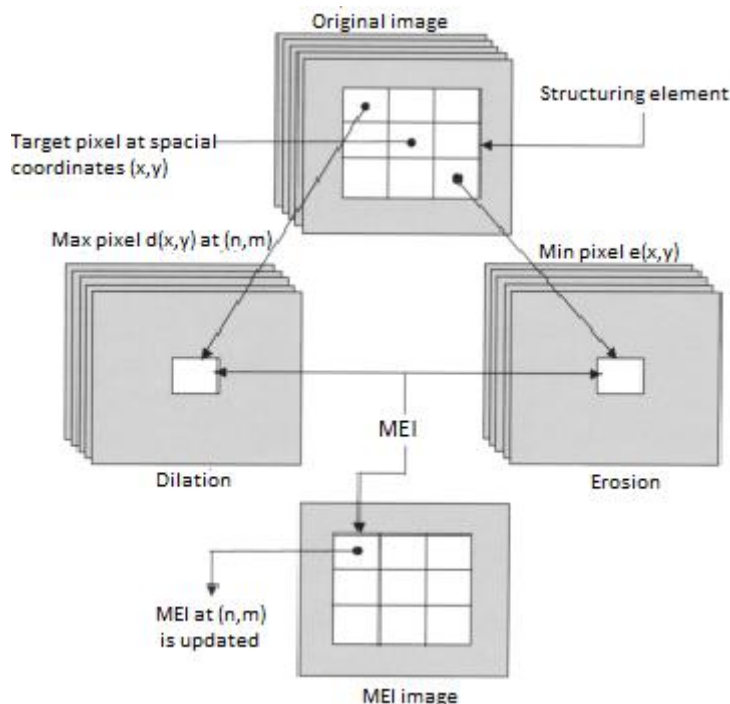




Εικόνα 2.22: Παράδειγμα εφαρμογής μορφολογικών πράξεων διεύρυνσης και συστολής  
 Πηγή: Plaza et al., 2002

Στην Εικόνα 2.22 περιγράφονται οι πράξεις διεύρυνσης και συστολής. Έστω ένα 3x3 παράθυρο kernel. Για κάθε εικονοστοιχείο που περιέχεται σε αυτό υπολογίζονται οι φασματικές γωνίες που έχει με τα υπόλοιπα εικονοστοιχεία του kernel και αθροίζονται για κάθε εικονοστοιχείο. Προκύπτουν δύο εικόνες ίσων διαστάσεων με την αρχική. Στη μία το κεντρικό εικονοστοιχείο του kernel λαμβάνει την τιμή εκείνου του εικονοστοιχείου που έχει το μεγαλύτερο άθροισμα γωνιών (διεύρυνση) και στην άλλη εκείνου με το μικρότερο άθροισμα (συστολή).

Τελικά το αποτέλεσμα είναι μία γκριζα εικόνα ίσης διάστασης με την αρχική όπου για κάθε εικονοστοιχείο  $h(x,y)$  προσδιορίζεται ένας μορφολογικός δείκτης εκκεντρότητας (morphological eccentricity index (MEI)) ο οποίος δίνεται από την απόσταση της φασματικής γωνίας, μεταξύ του πιο αμιγούς εικονοστοιχείου  $h_d(x,y)$  στην εικόνα της διεύρυνσης και του πιο μικτού εικονοστοιχείου  $h_e(x,y)$  στην εικόνα συστολής (Εικόνα 2.23).



Εικόνα 2.23: Υπολογισμός του δείκτη MEI  
 Πηγή: Plaza et al., 2002

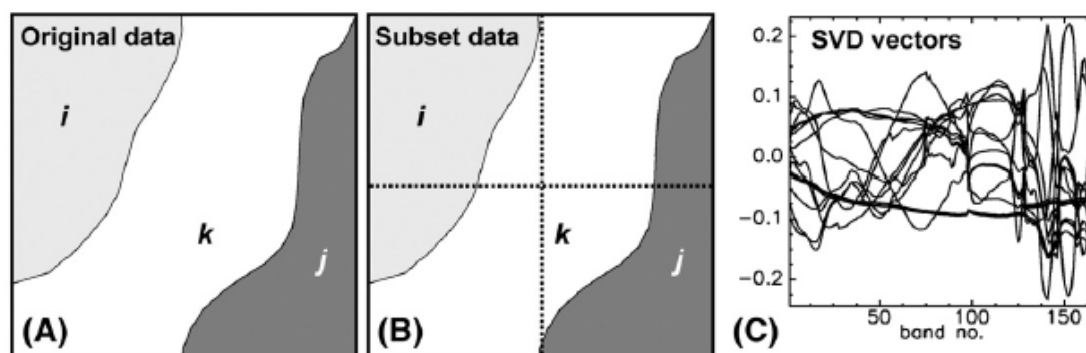
Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται για όλα τα εικονοστοιχεία χρησιμοποιώντας κάθε φορά μεγαλύτερης διάστασης παράθυρο έως ότου  $K = S_{max}$ . Σε κάθε επανάληψη υπολογίζονται ξανά οι τιμές εκκεντρότητας. Το τελικό σύνολο καθαρών στόχων προκύπτει θέτοντας ένα κατώφλι στην γκριζα απεικόνιση με τις τιμές εκκεντρότητας. Η επιλογή των καθαρών στόχων γίνεται αυτόματα και περιλαμβάνει δύο βήματα: 1) την αυτόματη κατάτμηση της ΜΕΙ εικόνας και 2) την χωρική και φασματική ανάπτυξη των περιοχών που προκύπτουν.

➤ *Αλγόριθμος Φασματικής - Χωρικής Εξαγωγής Καθαρών Στόχων*

Ο αλγόριθμος Φασματικής-Χωρικής εξαγωγής καθαρών στόχων (Spatial Spectral Endmember Extraction (SSEE)) (Rogge et al., 2007) επεξεργάζεται τμηματικά την εικόνα ενισχύοντας τη φασματική αντίθεση των καθαρών στόχων, για να βελτιώσει τη σχετική φασματική διαφορά των καθαρών στόχων οι οποίοι έχουν την ελάχιστη μοναδική φασματική πληροφορία. Η χωρική πληροφορία των εικονοστοιχείων αξιοποιείται για να αυξήσει τη διαφορά μεταξύ φασματικά όμοιων αλλά χωρικά ανεξάρτητων καθαρών στόχων. Το τελικό αποτέλεσμα είναι μια φασματική βιβλιοθήκη της εικόνας, η οποία περιλαμβάνει τους καθαρούς φασματικούς στόχους που έχουν επιλεχθεί, βάσει των φασματικών και χωρικών χαρακτηριστικών τους. Ο αλγόριθμος αποτελείται από τέσσερα στάδια:

1<sup>ο</sup> στάδιο:

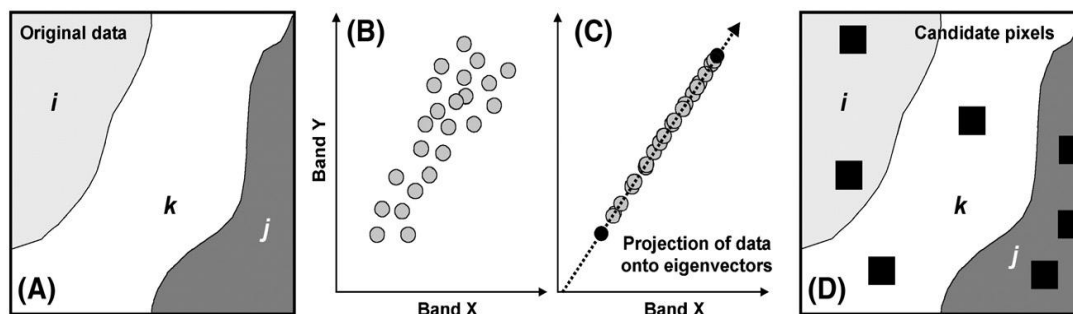
Αρχικά ο αλγόριθμος εφαρμόζεται σε παράθυρα της εικόνας συγκεκριμένης διάστασης. Ακολουθεί μέθοδος ανάλυσης ιδιοζουσών τιμών (Singular Value Decomposition, SVD) για τον υπολογισμό των ιδιοδιανυσμάτων τα οποία περιγράφουν καλύτερα την πληροφορία σε κάθε τμήμα (Εικόνα 2.24).



Εικόνα 2.24: 1<sup>ο</sup> στάδιο αλγόριθμου, (A), αρχική εικόνα, (B) εικόνα χωρισμένη σε παράθυρα, (C) Ιδιοδιανύσματα που προέκυψαν από όλα τα τμήματα της εικόνας  
Πηγή: Plaza et al., 2002

2<sup>ο</sup> στάδιο:

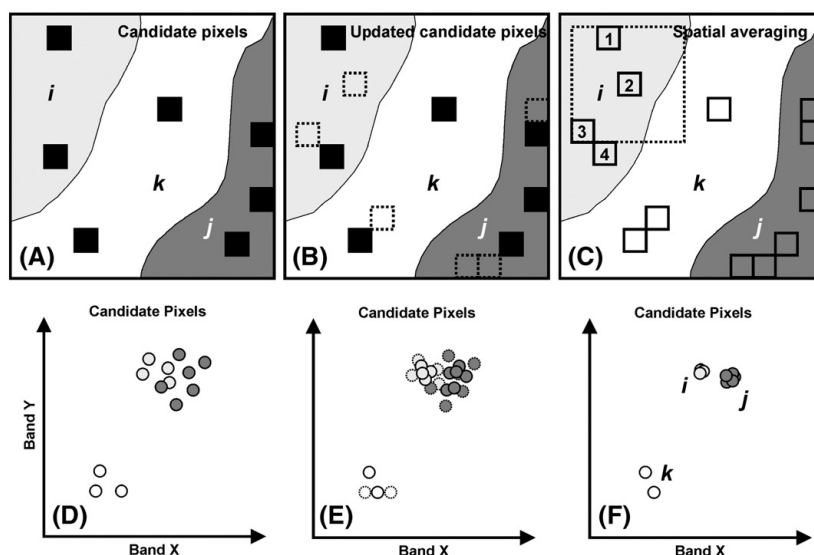
Όλη η εικόνα προβάλλεται στο σύνολο των ιδιοδιανυσμάτων ώστε να προκύψουν οι υποψήφιοι καθαροί στόχοι (Εικόνα 2.25).



Εικόνα 2.25: 2<sup>ο</sup> στάδιο αλγόριθμου, (Α) αρχική εικόνα, (Β) εικόνα στο δισδιάστατο χώρο, (C) προβολή όλης της εικόνας σε ένα από τα ιδιοδιανύσματα, (D) χωρική κατανομή των υποψήφιων καθαρών στόχων  
 Πηγή: Plaza et al., 2002

3<sup>ο</sup> στάδιο:

Στο συγκεκριμένο στάδιο, αναλύονται τα χωρικά και φασματικά χαρακτηριστικά των υποψήφιων καθαρών στόχων για να υπολογίσει το μέσο όρο των φασματικά παρόμοιων εικονοστοιχείων που παρουσιάζουν και χωρική συσχέτιση. Η εικόνα σαρώνεται με ένα κινούμενο παράθυρο ίσης διάστασης με αυτό του 1<sup>ου</sup> σταδίου μέσα στο οποίο υπολογίζεται η απόσταση κάθε υποψήφιου καθαρού στόχου με τα υπόλοιπα εικονοστοιχεία τα οποία περιέχονται στο παράθυρο. Τα εικονοστοιχεία που έχουν όμοια φασματική τιμή με τους υποψήφιους καθαρούς στόχους θεωρούνται και αυτά πιθανοί καθαροί στόχοι. Η σύγκριση γίνεται είτε με βάση τη φασματική γωνία είτε με το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (root mean square error, (RMSE)). Έπειτα, επιχειρεί να ομαδοποιήσει επαναληπτικά τους υποψήφιους καθαρούς στόχους θέτοντας ως περιορισμό να ανήκουν στο ίδιο παράθυρο το οποίο έχει ως κεντρικό εικονοστοιχείο κάθε καθαρό στόχο (Εικόνα 2.26).



Εικόνα 2.26: 3<sup>ο</sup> στάδιο, (Α) χωρική κατανομή των υποψήφιων καθαρών στόχων για τις κατηγορίες i, j, k, (Β) νέοι πιθανοί καθαροί στόχοι, (C) ομαδοποίηση υποψήφιων καθαρών στόχων θέτοντας χωρικό περιορισμό. (D), (E), (F) εικόνα των (Α), (Β), (C) αντίστοιχα στο δισδιάστατο χώρο  
 Πηγή: Plaza et al., 2002

#### 4<sup>ο</sup> στάδιο:

Τελικά, το σύνολο των καθαρών στόχων που προκύπτουν από τις επαναλήψεις του 3<sup>ο</sup> σταδίου αναδιατάσσονται με βάση τη φασματική γωνία σε φθίνουσα σειρά. Ο πρώτος καθαρός στόχος της φασματικής βιβλιοθήκης ορίζεται ως η πρώτη φασματική υπογραφή της νέας διάταξης και συγκρίνεται με τους υπόλοιπους καθαρούς στόχους και στη δεύτερη θέση κατατάσσεται ο καθαρός στόχος που προσεγγίζει, φασματικά, περισσότερο τον πρώτο, βάσει της μικρότερης φασματικής γωνίας κ.ο.κ. Η διαδικασία επιλογής μπορεί να είναι επιβλεπόμενη, ή πλήρως αυτοματοποιημένη.

#### ➤ Αλγόριθμος *Spatial Pre-Processing*

Ο αλγόριθμος *Spatial Pre-Processing* (SPP) (Zortea και Plaza, 2009) εφαρμόζεται ως μέθοδος προεπεξεργασίας της απεικόνισης και συνδυάζεται με ήδη υπάρχοντες αλγόριθμους εξαγωγής καθαρών στόχων όπως είναι οι N-FINDR, OSP, VCA. Στόχος του είναι ο υπολογισμός μιας διανυσματικής παραμέτρου  $\rho(i, j)$  για κάθε εικονοστοιχείο η οποία σχετίζεται με τη χωρική ομοιότητα μεταξύ κάθε εικονοστοιχείου και των χωρικά γειτονικών του. Αυτή η παράμετρος χρησιμοποιείται ως "χωρικό βάρος" στη φασματική πληροφορία του εικονοστοιχείου. Πιο αναλυτικά, έστω μία υποπεριοχή της εικόνας  $w_s \times w_s$  με κεντρικό εικονοστοιχείο  $X(i, j)$ . Θέτοντας το  $w_s$  περιττό αριθμό, το κινούμενο παράθυρο θα έχει ακτίνα  $d = (w_s - 1) / 2$  εικονοστοιχεία. Αυτή η τιμή καθορίζει την περιοχή γειτνίασης για κάθε εικονοστοιχείο. Η διανυσματική παράμετρος (βάρος)  $a(i, j)$  ισούται με:

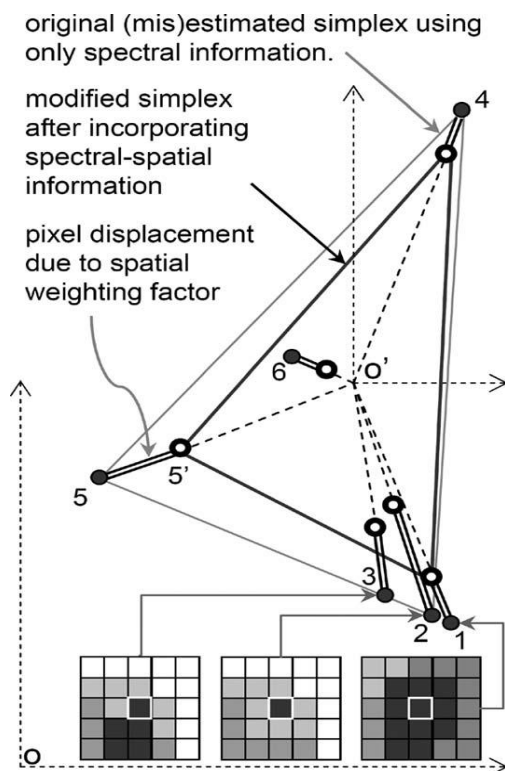
$$a(i, j) = \sum_{r=i-d}^{i+d} \sum_{s=j-d}^{j+d} \beta(r-i, s-j) \cdot \gamma(r-i, s-j) \quad (1)$$
$$\gamma(r-i, s-j) = \gamma(X(r, s), X(i, j))$$

Όπου  $\gamma$  είναι ένα μέτρο ομοιότητας μεταξύ του κεντρικού εικονοστοιχείου  $X(i, j)$  και του γειτονικού του  $X(r, s)$ . Η τιμή που προκύπτει από το  $\gamma$  πολλαπλασιάζεται με την παράμετρο  $\beta$  η οποία επιτρέπει την εισαγωγή διαφορετικού βάρους στο μέτρο ομοιότητας ανάλογα με την απόσταση που έχουν τα αντίστοιχα εικονοστοιχεία. Το  $\beta$  ισούται με:  $\beta(i, j) = \frac{1}{(i^2 + j^2)}$ . Είναι φανερό πως όσο η

απόσταση μεταξύ των εικονοστοιχείων μεγαλώνει, η τιμή του  $\beta$  μικραίνει καθώς δίνεται έμφαση στη πληροφορία των πιο κοντινών εικονοστοιχείων. Τελικά, η παράμετρος  $\rho(i, j)$  δίνεται από τη σχέση  $\rho(i, j) = (1 + \sqrt{a(i, j)})^2$ . Οπότε, η νέα φασματική τιμή του κεντρικού εικονοστοιχείου  $X(i, j)$  στην οποία υπεισέρχεται η χωρική πληροφορία θα δίνεται από τον τύπο:

$$X(i, j)' = \frac{1}{\rho(i, j)} (X(i, j) - \bar{I}) + \bar{I} \quad (2)$$

όπου  $\bar{I}$  είναι το κέντρο του συνόλου της φασματικής πληροφορίας και ισούται με τη μέση τιμή των εικονοστοιχείων του συνόλου της απεικόνισης.



Η γεωμετρική ερμηνεία της παραμέτρου δίνεται στην Εικόνα 2.27 στην οποία παρουσιάζεται δυσδιάστατος χώρος για λόγους οπτικοποίησης.

Ουσιαστικά, κάθε φασματική τιμή είναι κεντραρισμένη ως προς το κέντρο  $O'$  και μετατοπισμένη προς την κατεύθυνση του κέντρου της φασματικής πληροφορίας. Η μετατόπιση είναι ανάλογη του μέτρου ομοιότητας μεταξύ ενός εικονοστοιχείου με τα γειτονικά του και σχετίζεται επίσης με τη φασματική πληροφορία των εικονοστοιχείων.

Εικόνα 2.27: Γεωμετρική εξήγηση του SPP αλγόριθμου  
Πηγή: Zortea και Plaza, 2009

Με αυτόν τον τρόπο τα αμιγή εικονοστοιχεία τα οποία βρίσκονται χωρικά σε ομοιογενείς περιοχές (π.χ. το εικονοστοιχείο 1 της Εικόνας 2.27) αναμένεται να παρουσιάσουν λιγότερες μετατοπίσεις σε αντίθεση με τα αμιγή εικονοστοιχεία τα οποία περιβάλλονται από εικονοστοιχεία με φασματικές τιμές ποικίλων αντικειμένων/ουσιών (π.χ. εικονοστοιχεία 2,3 της Εικόνας 2.27).

Πρέπει να σημειωθεί πως απώτερος στόχος του SPP είναι ο εντοπισμός κάποιων ενδεχόμενων καθαρών στόχων οι οποίοι θα χρησιμοποιηθούν ως δεδομένα εισόδου σε έναν αλγόριθμο εξαγωγής καθαρών στόχων. Στον αλγόριθμο εξαγωγής καθαρών στόχων δε χρησιμοποιείται η νέα χωρική διάταξη αλλά μόνο οι χωρικές συντεταγμένες των εικονοστοιχείων που προέκυψαν ως πιθανοί καθαροί στόχοι από τον SPP. Η φασματική πληροφορία προέρχεται από την αρχική απεικόνιση.

## 2.7. Ταξινόμηση Υπερφασματικών Δεδομένων

Η ταξινόμηση των υπερφασματικών δεδομένων είναι η διαδικασία ταυτοποίησης και καταχώρησης κάθε εικονοστοιχείου της απεικόνισης σε μια κατηγορία/τάξη, με βάση στατιστικές μεθόδους και λαμβάνοντας υπόψιν τα χωρικά και φασματικά χαρακτηριστικά του εικονοστοιχείου. Πρόκειται για μια πολύπλοκη διαδικασία και απαιτεί την εξέταση πολλών παραγόντων. Τα βασικά στάδια της ταξινόμησης μπορούν να περιλαμβάνουν τον καθορισμό του κατάλληλου συστήματος ταξινόμησης, την επιλογή των δεδομένων εκπαίδευσης, την προεπεξεργασία της απεικόνισης, την εξαγωγή χαρακτηριστικών, την -μετα την ταξινόμηση- επεξεργασία και τον έλεγχο της ακρίβειας της ταξινόμησης.

Για την εκτέλεση της ταξινόμησης των υπερφασματικών εικόνων έχουν προταθεί πολλές διαφορετικές τεχνικές οι οποίες περιλαμβάνουν ταξινομητές με βάση την ελάχιστη απόσταση και τη μέγιστη πιθανοφάνεια, τα φίλτρα συσχέτισης κλπ., ενώ

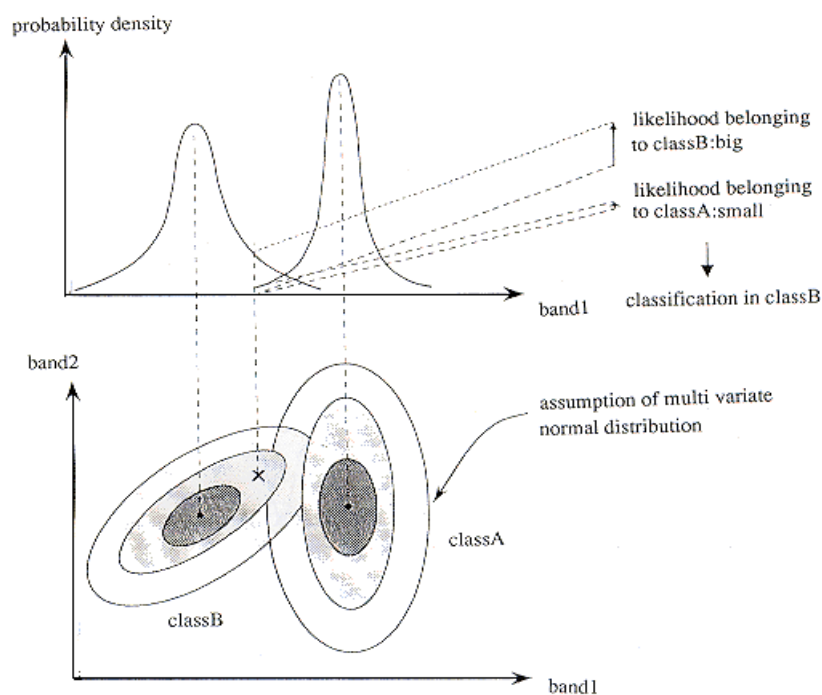
τα τελευταία χρόνια έχουν αναπτυχθεί πολλές προηγμένες τεχνικές ταξινόμησης όπως τα Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα (Artificial Neural Networks), τα σύνολα Fuzzy και τα εμπειρικά συστήματα.

Οι μέθοδοι ταξινόμησης ανάλογα με τα προτεινόμενα κριτήρια μπορούν να διακριθούν σε: α)επιβλεπόμενες και μη επιβλεπόμενες, β)παραμετρικές και μη παραμετρικές, γ)ανελαστικές (hard classifiers) και ελαστικές(soft classifiers) και δ)ταξινόμηση σε επίπεδο εικοστοιχείου, υποεικοστοιχείου ή ανα πεδίο.

### 2.7.1. Μέθοδοι Ταξινόμησης

#### ➤ Αλγόριθμος Μέγιστης Πιθανοφάνειας

Ο αλγόριθμος μέγιστης πιθανοφάνειας (Maximum Likelihood (ML)) (Αργιαλάς, 1998) αποτελεί μια επιβλεπόμενη μέθοδο ταξινόμησης σε επίπεδο εικονοστοιχείου και βασίζεται στην υπόθεση ότι η κατανομή του νέφους των δεδομένων εκπαίδευσης, για κάθε εξεταζόμενη κατηγορία, είναι αυτή του Gauss (κανονική κατανομή). Υπό αυτή την παραδοχή, η κατανομή των τιμών ανακλαστικότητας του εικονοστοιχείου μιας κατηγορίας, μπορεί να περιγραφεί πλήρως από το μέσο διάνυσμα και τον πίνακα συμμεταβλητότητας. Βάσει αυτού ο ταξινομητής υπολογίζει την στατιστική πιθανότητα ενός μεμονωμένου εικονοστοιχείου, να ανήκει σε μια κατηγορία και οριοθετεί ελλειψοειδείς ισοπιθανοτικές καμπύλες, στο διάγραμμα διασποράς. Το σχήμα των καμπυλών αυτών, εκφράζει την ευαισθησία του αλγόριθμου στη συμμεταβλητότητα της κάθε κατηγορίας. Στην Εικόνα 2.28, φαίνεται η γραφική παράσταση των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας που δείχνουν την πιθανότητα ενός στοιχείου, να ανήκει σε μια από τις δύο κατηγορίες, A και B, ενώ στην εικόνα απεικονίζονται οι καμπύλες ίσων πιθανοτήτων.



Εικόνα 2.28: Οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας για τις κατηγορίες A και B. Η πιθανότητα το σημείο x να ανήκει στη B κατηγορία είναι μεγαλύτερη από την πιθανότητα να ανήκει στην A κατηγορία.

Πηγή: Institute of Industrial Science, University of Tokyo, Japan

➤ Αλγόριθμος Φασματικής Γωνίας

Ο αλγόριθμος φασματικής γωνίας, Spectral Angle Mapper (SAM), αποτελεί μια επιβλεπόμενη, μη παραμετρική διαδικασία και εφαρμόζεται σε επίπεδο εικονοστοιχείου. Είναι ένα μέτρο απόστασης που συγκρίνει τη φασματική υπογραφή ενός εικονοστοιχείου  $t$ , με μια φασματική υπογραφή αναφοράς  $r_i$ , με  $i=1, \dots, K$  (όπου  $K$  ο αριθμός των υπογραφών αναφοράς), και κατατάσσει το  $t$ , στο υλικό με το οποίο έχει τη μικρότερη φασματική απόσταση.

$$Class(t) = \arg \min_{1 \leq i \leq K} d(t, r_i) \quad (1)$$

Οι τιμές ανακλαστικότητας των μεμονωμένων εικονοστοιχείων μπορούν να περιγραφούν ως διανύσματα ενός  $n$ -διαστάσεων χώρου, όπου  $n$  ο αριθμός των καναλιών. Το μήκος του διανύσματος παριστάνει τη φωτεινότητα του εικονοστοιχείου, ενώ η κατεύθυνση, τα φασματικά του χαρακτηριστικά. Οι μεταβολές στο φωτισμό επιδρούν στο μήκος του διανύσματος, ενώ οι φασματικές διαφοροποιήσεις των φασματικών υπογραφών των εικονοστοιχείων, επιδρούν στη γωνία που σχηματίζουν οι αντίστοιχοι φορείς τους (Kruse et al., 1993).

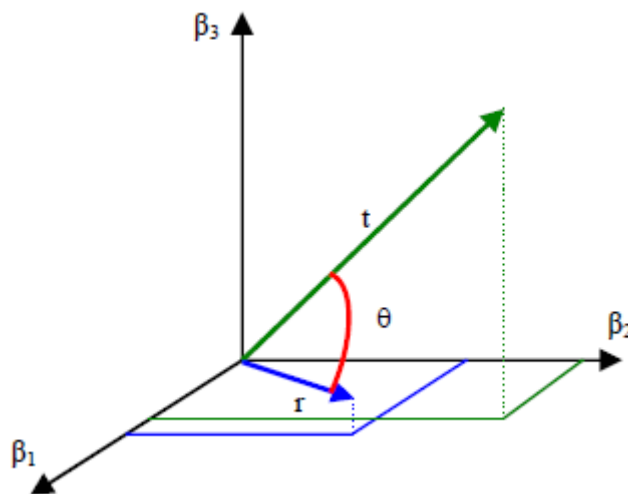
Η Εικόνα 2.29 απεικονίζει ένα ζεύγος φασματικών υπογραφών σε τρισδιάστατο χώρο και υποδεικνύει τη γωνία που σχηματίζουν τα αντίστοιχα διανύσματα. Όσο περισσότερες ομοιότητες εμφανίζουν οι φασματικές υπογραφές, τόσο μικρότερη είναι η μεταξύ τους φασματική γωνία. Η φασματική γωνία παίρνει τιμές από 0 έως  $\pi/2$  και υπολογίζεται από τη μαθηματική σχέση:

$$\theta = \cos^{-1} \left( \frac{\sum_{i=1}^n t_i r_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n t_i^2 \sum_{i=1}^n r_i^2}} \right) \quad (2)$$

Όπου  $n$  ο αριθμός των καναλιών

$t$  η τιμή της φασματικής υπογραφής που εξετάζεται

$r$  η τιμή της φασματικής υπογραφής αναφοράς



Εικόνα 2.29: Η φασματική γωνία  $\theta$ , μεταξύ της φασματικής υπογραφής του στόχου  $t$ , και της φασματικής υπογραφής του υλικού αναφοράς  $r$ , σε τρία κανάλια  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ .

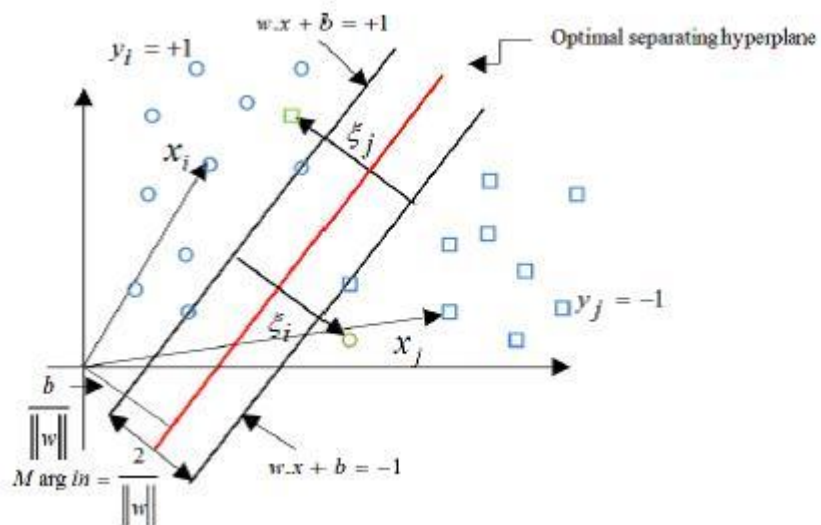
Πηγή: B. Luc, B. Deronde, P. Kempeneers, W. Debruyne, S Provoost, 2005

Η ταξινόμηση εκτελείται με τον υπολογισμό των φασματικών γωνιών που σχηματίζονται μεταξύ των φασματικών υπογραφών των αντικειμένων-στόχων και τις φασματικές υπογραφές αναφοράς. Κάθε εικονοστοιχείο καταχωρείται στην κατηγορία με βάση ένα προτεινόμενο όριο (κατώφλι) για την τιμή της γωνίας.

➤ *Αλγόριθμος Support Vector Machine*

Οι Support Vector Machines (SVM) αναπτύχθηκαν από το Vapnik (1995) και είναι συστήματα ταξινόμησης που προκύπτουν από τη στατιστική θεωρία εκμάθησης (statistical learning theory), (Vapnik, 1979) και βασίζονται στις μεθόδους kernel. Ο αλγόριθμος SVM είναι δυαδικός ταξινομητής και η λειτουργία του για ένα πρόβλημα ταξινόμησης δύο κατηγοριών, περιγράφεται ως εξής:

Διατίθενται  $N$  δείγματα εκπαίδευσης (training samples) τα οποία αναπαριστώνται με ένα σύνολο ζευγών  $\{(y_i, x_i), i=1,2,\dots,N\}$  όπου το  $y_i$  χαρακτηρίζεται ως label (ετικέτα) της τάξης και παίρνει τις τιμές  $\pm 1$  και το  $x_i \in \mathcal{R}^k$  είναι διάνυσμα με  $k$  συνιστώσες. Ο ταξινομητής αναπαριστάται με τη συνάρτηση  $f(x; a) \rightarrow y$  όπου  $a$  οι παράμετροι του SVM. Ο αλγόριθμος SVM συνίσταται στην ανεύρεση του βέλτιστου υπερεπιπέδου διαχωρισμού (hyperplane), έτσι ώστε α) Τα δείγματα με label  $y = \pm 1$  να βρίσκονται σε κάθε πλευρά του υπερεπιπέδου β) η απόσταση των εγγύτερων δειγμάτων από το υπερεπιπέδο να μεγιστοποιείται. Αυτά τα δείγματα (εγγύτερα στο hyperplane) καλούνται support vectors και η απόστασή τους από το υπερεπιπέδο βέλτιστο περιθώριο (optimal margin) (Εικόνα 2.30).



Εικόνα 2.30: Ταξινόμηση με SVM σε περίπτωση μη γραμμικού διαχωρισμού  
 Πηγή: F. Samadzadegan, H. Hasani, T. Partovi, 1992

Το υπερεπιπέδο ορίζεται από τη σχέση  $w x + b = 0$  όπου  $(w, b)$  οι παράμετροι του υπερεπιπέδου. Συνεπώς για τα διανύσματα που δεν ανήκουν στο υπερεπιπέδο ισχύει  $w x + b \neq 0$  και ο ταξινομητής ορίζεται ως  $f(x; a) \rightarrow \text{sgn}(w x + b)$ . Τα support vectors βρίσκονται πάνω σε δύο υπερεπιπέδα, παράλληλα προς το βέλτιστο υπερεπιπέδο με αντίστοιχες εξισώσεις  $w x + b = \pm 1$ .

Σε ορισμένες περιπτώσεις, προκειμένου να ληφθεί υπόψη η επίδραση του θορύβου και του μη ξεκάθਾਰου διαχωρισμού των κατηγοριών στην ταξινόμηση, εισάγονται στον αλγόριθμο, κατά την επιλογή των δεδομένων εκπαίδευσης, μεταβλητές  $\xi_i > 0$



που καλούνται μεταβλητές slack. Σε αυτή την περίπτωση τα υπερεπίπεδα για δύο κατηγορίες ορίζονται ως  $w x + b = \pm(1 - \xi_i)$ . Το βέλτιστο υπερεπίπεδο τοποθετείται στο σημείο όπου το περιθώριο μεταξύ των επιλεγμένων κατηγοριών μεγιστοποιείται και το σφάλμα ελαχιστοποιείται. Αυτό επιτυγχάνεται με την επίλυση του ακόλουθου προβλήματος:

$$\text{Ελαχιστοποίηση: } \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^k \xi_i \quad (1)$$

$$\text{Όστε } y_i(w x + b) \geq 1 - \xi_i, \quad i=1, \dots, k$$

Η σταθερά  $0 < C < \infty$  καλείται penalty value ή τιμή C και είναι μια παράμετρος κανονικοποίησης που καθορίζει το συμβιβασμό (trade-off) μεταξύ του επιτρεπόμενου σφάλματος στην ταξινόμηση των δεδομένων εκπαίδευσης και της μεγιστοποίησης του περιθωρίου. Στην πράξη η τιμή της C επιλέγεται με τη μέθοδο trial and error. Η εξίσωση (1) επιλύεται με τη βοήθεια των πολλαπλασιαστών Lagrange και το αντίστοιχο πρόβλημα βελτιστοποίησης γίνεται:

$$\text{Μεγιστοποίηση: } \sum_{i=1}^k a_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k a_i a_j y_i y_j (x_i x_j) \quad (2)$$

$$\text{Όστε } \sum_{i=1}^k a_i y_i = 0 \quad \text{και} \quad 0 \leq a_i \leq C \quad \text{για } i=1, 2, \dots, k$$

Στην εξίσωση (2)  $a_i \geq 0$  είναι οι πολλαπλασιαστές Lagrange οι οποίοι για τα support vectors παίρνουν μη μηδενικές τιμές. Το αποτέλεσμα της εξίσωσης (2) καλείται βέλτιστη λύση και είναι ένα σύνολο  $(a_1^o, \dots, a_k^o)$ . Η τιμή του w και του b υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$$w^o = \sum_{i=1}^k y_i a_i^o x_i \quad \text{και} \quad b^o = \frac{1}{2} [w^o x_{+1}^o + w^o x_{-1}^o] \quad (3)$$

Όπου  $x_{+1}^o$  και  $x_{-1}^o$  τα support vectors των label -1 και +1 αντίστοιχα.

Στη συνέχεια εφαρμόζεται ο κανόνας απόφασης (decision rule), για την ταξινόμηση του συνόλου των δεδομένων σε δύο κατηγορίες.

$$f(x) = \text{sign} \left( \sum_{\text{support vector}} y_i a_i^o (x_i, x) + b^o \right) \quad (4)$$

Όπου  $\text{sign}(\bullet)$  η συνάρτηση signum.

Επιστρέφει +1 αν το στοιχείο είναι μεγαλύτερο ή ίσο με το μηδέν και -1 αν είναι μικρότερο του μηδενός. Υπάρχουν περιπτώσεις όπου ένα γραμμικό υπερεπίπεδο δεν μπορεί να διαχωρίσει ορισμένες κατηγορίες χωρίς σφάλματα στην ταξινόμηση. Οι κατηγορίες αυτές, μπορούν να διαχωριστούν με ένα μη γραμμικό υπερεπίπεδο. Σε αυτή την περίπτωση τα δεδομένα αντιστοιχίζονται σε ένα χώρο μεγαλύτερων διαστάσεων μέσω ενός μη γραμμικού μετασχηματισμού. Με την κατανομή των δεδομένων σε ένα χώρο μεγαλύτερων διαστάσεων, εντοπίζεται το ανάλογο γραμμικό διαχωριστικό υπερεπίπεδο.

Η μη γραμμική συνάρτηση μετασχηματισμού  $\phi$  χαρτογραφεί τα δεδομένα σε ένα χώρο μεγαλύτερων διαστάσεων. Εκεί υπάρχει η συνάρτηση  $k$ , που καλείται kernel function, τέτοια ώστε  $k(x_i, x_j) \equiv \phi(x_i) \cdot \phi(x_j)$ . Μια συνάρτηση kernel δίνει το εσωτερικό γινόμενο των μετασχηματισμένων διανυσμάτων και η ακριβής μορφή της συνάρτησης μετασχηματισμού  $\phi$  δεν είναι απαραίτητα γνωστή. Επομένως η χρήση της συνάρτησης kernel είναι λιγότερο απαιτητική, υπολογιστικά, και το πρόβλημα της βελτιστοποίησης γίνεται:

$$\text{Μεγιστοποίηση:} \quad \sum_{i=1}^k a_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k a_i a_j y_i y_j K(x_i, x_j) \quad (5)$$

$$\text{Ώστε} \quad \sum_{i=1}^k a_i y_i = 0 \quad \text{και} \quad 0 \leq a_i \leq C \quad \text{για} \quad i=1,2,\dots,k$$

Ο κανόνας απόφασης γίνεται:

$$f(x) = \text{sign} \left( \sum_{\text{support vector}} y_i a_i^o K(x_i, x) + b^o \right) \quad (6)$$

Οι συναρτήσεις kernel διακρίνονται σε δύο κατηγορίες, τις local και global kernels (Mercier και Lennon, 2003). Στις local μόνο τα δεδομένα που γειτνιάζουν μεταξύ τους έχουν επίδραση στις τιμές kernel, ενώ στις global επιδρούν στις τιμές kernel και τα δείγματα που βρίσκονται σε μεγάλη απόσταση μεταξύ τους. Κατά κανόνα, οι συναρτήσεις kernel που βασίζονται σε συνάρτηση απόστασης είναι local και οι kernels που βασίζονται στο εσωτερικό γινόμενο είναι global.

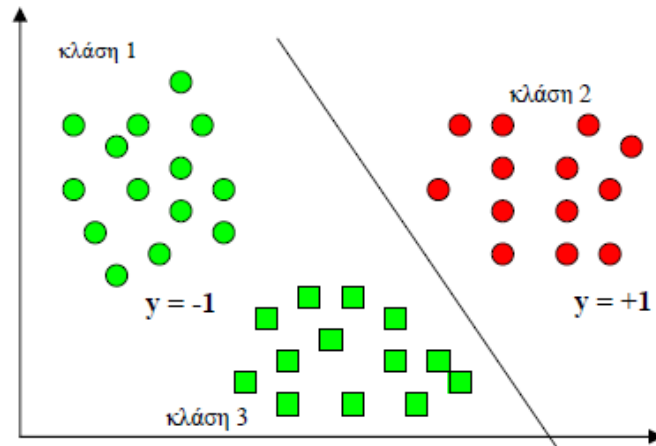
Για την ταξινόμηση των υπερφασματικών εικόνων χρησιμοποιούνται κυρίως δύο συναρτήσεις kernel, η ανομοιογενής polynomial function και η Gaussian radial basis function (RBF) (Fauvel et al., 2006).

$$K_{\text{Polynomial}}(x_i, x_j) = [(x_i \cdot x_j) + 1]^p \quad (7)$$

$$K_{\text{Gauss}}(x_i, x_j) = \exp \left[ -\gamma \|x_i - x_j\|^2 \right] \quad (8)$$

Οι SVMs αρχικά δημιουργήθηκαν για να εκτελούν ταξινόμηση δύο κατηγοριών. Ωστόσο στις περισσότερες περιπτώσεις το πρόβλημα της ταξινόμησης περιλαμβάνει περισσότερες κατηγορίες. Για την αντιμετώπιση του προβλήματος πολλών κλάσεων (multiclassification) έχουν προταθεί διάφορες μέθοδοι, οι σημαντικότερες εκ των οποίων είναι η one against all και η one against one.

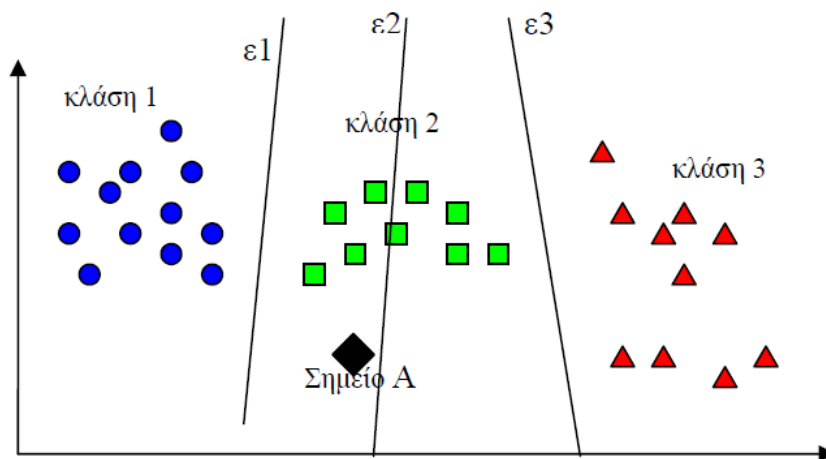
Η αρχή της μεθόδου one against all είναι ότι κάθε κλάση εκπαιδεύεται «εναντίον» όλων των άλλων. Σε ένα πρόβλημα  $k$  κατηγοριών δημιουργούνται αντίστοιχα  $k$  μοντέλα SVM. Η κατηγορία  $i$  παίρνει label +1 και όλες οι άλλες  $k-1$  κατηγορίες θεωρούνται ως μια κατηγορία με label -1. (Εικόνα 2.31)



Εικόνα 2.31: Διαχωρισμός 3 κατηγοριών με τη μέθοδο one against all  
 Πηγή: X. Α. Καλαθάκης, Διπλωματική Εργασία, ΕΜΠ, 2010

Με τον τρόπο αυτό εντοπίζονται τα όρια της κάθε κλάσης σε σχέση με όλες τις άλλες μαζί και προκύπτουν  $k$  συναρτήσεις απόφασης, που αντιστοιχούν σε  $k$  διαχωριστικά επίπεδα και τα όρια της κάθε κατηγορίας ορίζονται με τον συμφητισμό των αποτελεσμάτων των  $k$  SVM.  
 Για τη διαδικασία της ταξινόμησης, υπολογίζεται η τιμή των  $k$  συναρτήσεων απόφασης και το σημείο ταξινομείται στην κατηγορία που αντιστοιχεί στην συνάρτηση απόφασης με τη μεγαλύτερη τιμή.

Στη μέθοδο one against one δημιουργούνται μοντέλα SVM για όλα τα πιθανά ζεύγη κατηγοριών. Για  $k$  κατηγορίες, δημιουργούνται  $k(k-1)/2$  μοντέλα. Κάθε μοντέλο εκπαιδεύεται να ταξινομήσει δύο κατηγορίες. Κατά τη διάρκεια της φάσης των δοκιμών το αποτέλεσμα κάθε ταξινομητή διατηρείται, με τη μορφή label και τα δεδομένα καταχωρούνται στην κατηγορία της οποίας το label εμφανίζεται τις περισσότερες φορές.



Εικόνα 2.32: Πρόβλημα διαχωρισμού 3 κατηγοριών με τη μέθοδο one against one  
 Πηγή: X. Α. Καλαθάκης, Διπλωματική Εργασία, ΕΜΠ, 2010

Η ευθεία  $\epsilon_1$  διαχωρίζει τις κλάσεις 1-2, η  $\epsilon_2$  τις 1-3 και η  $\epsilon_3$  τις 2-3. Το σημείο A με βάση τη συνάρτηση απόφασης των 1-2 (ευθεία  $\epsilon_1$ ) κατατάσσεται στην κλάση 2,

ενώ με βάση την  $\epsilon_2$  στην κλάση 1. Τέλος με βάση την ευθεία  $\epsilon_3$  κατατάσσεται στην κλάση 2. Άρα, συγκεντρωτικά έχουμε:

	<b>Κλάση 1</b>	<b>Κλάση 2</b>	<b>Κλάση 3</b>
<b>Ευθεία <math>\epsilon_1</math></b>	0	1	0
<b>Ευθεία <math>\epsilon_2</math></b>	1	0	0
<b>Ευθεία <math>\epsilon_3</math></b>	0	1	0
<b>Σύνολο</b>	1	2	0

Πίνακας 2.1

Από τον πίνακα 2.1 φαίνεται πως το σημείο A κατατάσσεται 2 φορές στην κλάση 2 που είναι και ο μεγαλύτερος αριθμός κατατάξεων σε μία κλάση. Άρα, τελικά το σημείο A κατατάσσεται στην κλάση 2.

Ο SVM αποτελεί ένα ισχυρότατο εργαλείο για την υπερφασματική τηλεπισκόπηση καθώς παράγει μεγαλύτερη ακρίβεια ταξινόμησης σε σχέση με τις παραδοσιακές μεθόδους και λειτουργεί αποτελεσματικά ακόμα και για μικρό αριθμό δεδομένων εκπαίδευσης. Ο βασικότερος ίσως περιορισμός της μεθόδου, είναι η επιλογή του κατάλληλου kernel για κάθε περίπτωση, ένα ζήτημα που εξακολουθεί να αποτελεί αντικείμενο έρευνας.

### **3. Η Προτεινόμενη Μέθοδος Επιλογής Καναλιών**



### 3.1. Οι Βασικές Αρχές της Μεθόδου

Η προτεινόμενη μέθοδος, βασίζεται στη φυσική της τηλεπισκόπησης. Τα διαφορετικά υλικά/στόχοι του εδάφους, έχουν διαφορετικά οπτικά χαρακτηριστικά. Στις υπερφασματικές απεικονίσεις, η ανακλώμενη ακτινοβολία από ένα αντικείμενο/στόχο του εδάφους, καταγράφεται σε ένα μεγάλο σχετικά εύρος συχνοτήτων του φάσματος. Εν τούτοις παρουσιάζεται διαφοροποίηση της φασματικής υπογραφής ενός αντικείμενου σε τμήματα του φάσματος ανάλογα με τις εγγενείς φυσικοχημικές και ποιοτικές ιδιότητές του, οι οποίες έχουν ως συνέπεια και τις αλλαγές στις οπτικές του ιδιότητες.

Οι μέχρι τώρα προτεινόμενες μέθοδοι επιλογής καναλιών εφαρμόζονται, ως επί το πλείστον, στο σύνολο των φασματικών δεδομένων και χρησιμοποιούν στατιστικές μεθόδους οι οποίες αξιοποιούν κριτήρια όπως η συσχέτιση των καναλιών, η διαχωριστικότητα των κατηγοριών (απόσταση Bhattacharya κλπ) ή συνολική πληροφορία που περιέχεται σε κανάλι (εντροπία, αμοιβαία πληροφορία) κλπ. Όπως παρατηρείται, οι τεχνικές αυτές αποτελούν γενικευμένες μεθόδους επιλογής καναλιών, οι οποίες εφαρμόζονται ομοιότροπα, ανεξάρτητα με το σκοπό για τον οποίο γίνεται η υπερφασματική ανάλυση της εικόνας. Για παράδειγμα αν μια απεικόνιση περιλαμβάνει διαφορετικά είδη εδαφοκάλυψης, όπως περιοχές με νερό και περιοχές με βλάστηση, με την εφαρμογή μιας εκ των παραπάνω μεθόδων το τελικό υποσύνολο καναλιών θα είναι ίδιο, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη αν η πληροφορία που ενδιαφέρει το χρήστη αφορά μόνο το νερό ή μόνο τη βλάστηση.

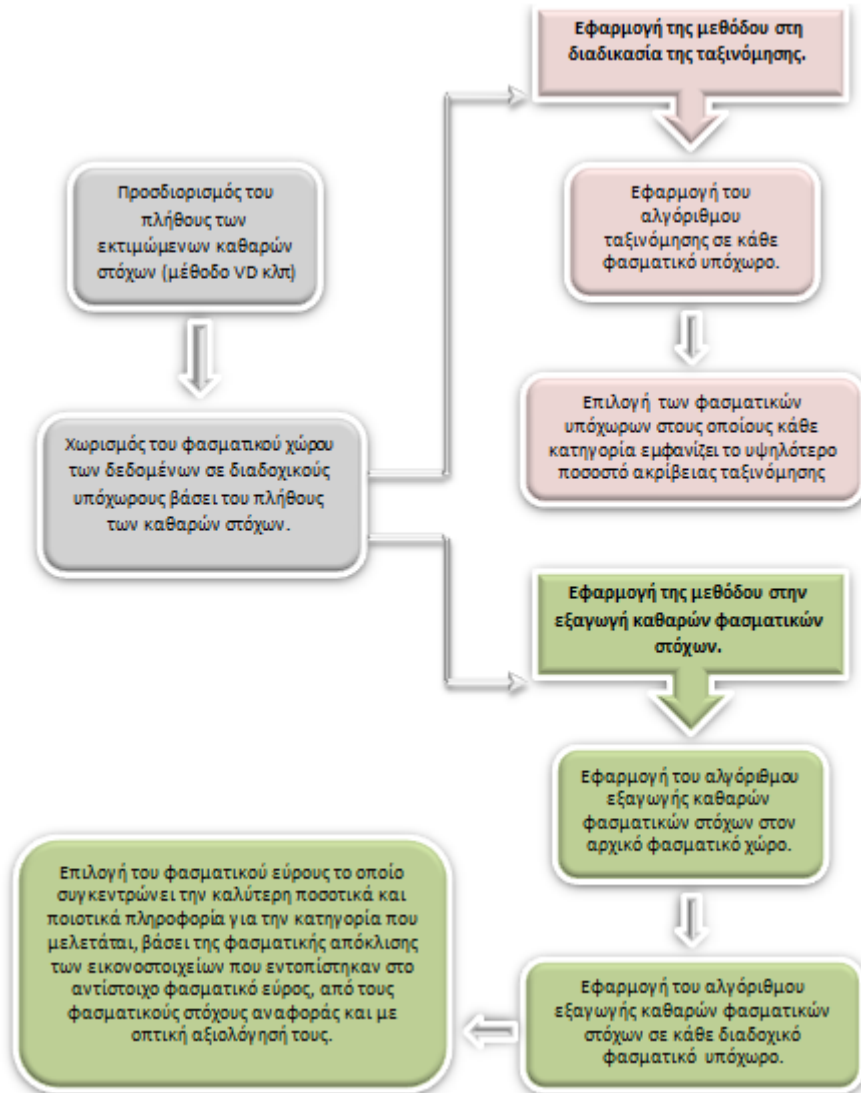
Στην προτεινόμενη μέθοδο, το συνολικό φασματικό εύρος της απεικόνισης, χωρίζεται σε επιμέρους διαδοχικούς φασματικούς υπόχωρους ίσων διαστάσεων και κάθε ένας από αυτούς εξετάζεται ξεχωριστά, ως προς την πληροφορία που περιέχει, σχετικά με την κατηγορία/υλικό που ενδιαφέρει το χρήστη. Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται σημαντική μείωση του όγκου των δεδομένων και παράλληλα διατηρείται ο κύριος όγκος πληροφορίας που αφορά την κατηγορία που μελετάται. Η φασματική διάσταση κάθε υπόχωρου ορίζεται με βάση το μοντέλο του simplex (βλπ Παρ. 2.6.1) και τον αριθμό των καθαρών φασματικών στόχων της εικόνας, ο οποίος μπορεί να είναι γνωστός εκ των προτέρων ή να υπολογιστεί με μία από τις γνωστές μεθόδους (VD (Chang και Du, 2004), Marcov chain Monte Carlo (O. Eches, et al., 2010), HFC (Harsanyi, et al., 1993 κλπ).

Τελικά, επιλέγονται οι φασματικοί υπόχωροι που συγκεντρώνουν τη μεγαλύτερη ποσότητα πληροφορίας για την κάθε κατηγορία.

Η προσέγγιση αυτή, εξετάζεται ξεχωριστά για την περίπτωση της ταξινόμησης και της εξαγωγής καθαρών στόχων με πειράματα που έγιναν στο περιβάλλον του λογισμικού ENVI 4.7.

Στη συνέχεια παρατίθεται το διάγραμμα ροής της προτεινόμενης μεθόδου και παρουσιάζονται αναλυτικά τα βήματα που περιλαμβάνει.

## Το Διάγραμμα Ροής της Προτεινόμενης Μεθόδου



Αναλυτικότερα τα βασικά βήματα της προτεινόμενης μεθόδου σε κάθε διαδικασία είναι τα εξής:

- **Εφαρμογή της προτεινόμενης μεθόδου στην εξαγωγή καθαρών φασματικών στόχων:**
  - i. Προσδιορισμός του πλήθους των εκτιμώμενων καθαρών στόχων της απεικόνισης.
  - ii. Εφαρμογή του αλγόριθμου εξαγωγής καθαρών στόχων στον αρχικό φασματικό χώρο και εντοπισμός των καθαρών στόχων/αμιγών εικονοστοιχείων (εικονοστοιχεία αναφοράς).



- iii. Κατηγοριοποίηση των εικονοστοιχείων αναφοράς που εντοπίστηκαν, βάσει των οπτικών και φασματικών ιδιοτήτων τους.
- iv. Διαχωρισμός του αρχικού φασματικού χώρου σε επιμέρους διαδοχικούς υπόχωρους ίσων διαστάσεων, βάσει του πλήθους των εκτιμώμενων καθαρών στόχων και εφαρμογή του αλγόριθμου εξαγωγής καθαρών στόχων σε κάθε φασματικό υπόχωρο.
- v. Σύγκριση των φασματικών χαρακτηριστικών των αμιγών εικονοστοιχείων που εντοπίστηκαν σε κάθε φασματικό υπόχωρο, με τα εικονοστοιχεία αναφοράς με βάση τη φασματική γωνία και καταχώρηση των νέων αμιγών εικονοστοιχείων στην ανάλογη κατηγορία. Δημιουργία νέων πιθανών κατηγοριών.
- vi. Εντοπισμός του φασματικού εύρους που συγκεντρώνει τη μεγαλύτερη ποσότητα πληροφορίας για την κάθε κατηγορία.

- **Εφαρμογή της προτεινόμενης μεθόδου στην ταξινόμηση:**

- i. Προσδιορισμός του πλήθους των εκτιμώμενων καθαρών στόχων της απεικόνισης.
- ii. Διαχωρισμός του αρχικού φασματικού χώρου σε επιμέρους διαδοχικούς υπόχωρους ίσων διαστάσεων βάσει του πλήθους των εκτιμώμενων καθαρών στόχων και εφαρμογή του αλγόριθμου ταξινόμησης σε κάθε φασματικό υπόχωρο.
- iii. Επιλογή των φασματικών υπόχωρων στους οποίους εμφανίζεται το μεγαλύτερο ποσοστό ακρίβειας της ταξινόμησης για κάθε καθαρό στόχο (κατηγορία).

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, ο προσδιορισμός του πλήθους των καθαρών στόχων για κάθε πειραματική διαδικασία, έγινε με τη μέθοδο του VD. Στην περίπτωση της εξαγωγής καθαρών στόχων για τον εντοπισμό των αμιγών εικονοστοιχείων της απεικόνισης εφαρμόστηκε ο αλγόριθμος N-Findr (βλπ Παρ. 2.6.4.), ενώ για τη σύγκριση των φασματικών χαρακτηριστικών των εικονοστοιχείων χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος SAM (βλπ Παρ. 2.7.1.). Όσον αφορά τα πειράματα που έγιναν προκειμένου να διαπιστωθεί η αποτελεσματικότητα της προτεινόμενης μεθόδου στην ταξινόμηση, ως αλγόριθμος ταξινόμησης χρησιμοποιήθηκε Support Vector Machine (βλπ Παρ. 2.7.1.).

Οι συγκεκριμένοι αλγόριθμοι που εφαρμόστηκαν τόσο στην εξαγωγή καθαρών στόχων όσο και στην ταξινόμηση δεν αποτελούν δεσμευτικό παράγοντα για την εφαρμογή της προτεινόμενης μεθόδου και μολονότι στο πλαίσιο της διπλωματικής εργασίας δεν ελέγχθηκε η αποτελεσματικότητα της μεθόδου κατά την εφαρμογή άλλων αντίστοιχων αλγόριθμων εξαγωγής χαρακτηριστικών και ταξινόμησης, εκτιμάται ότι τα αποτελέσματα θα είναι εξίσου ικανοποιητικά.

Στις επόμενες παραγράφους περιγράφονται οι πειραματικές διαδικασίες που εκτελέστηκαν σε κάθε περίπτωση και η ανάλυση των αποτελεσμάτων.

### **3.2. Πειραματική Διαδικασία**

Ο έλεγχος της προτεινόμενης μεθόδου πραγματοποιείται με δύο πειραματικές διαδικασίες, κάθε μια εκ των οποίων περιλαμβάνει διαφορετικά σύνολα δεδομένων. Στον πρώτο κύκλο πειραμάτων, ζητούμενο αποτελεί η αξιολόγηση της

αποτελεσματικότητας της μεθόδου στη διαδικασία εξαγωγής καθαρών φασματικών στόχων, ενώ στο δεύτερο ελέγχεται η απόδοση της μεθόδου στη διαδικασία της ταξινόμησης.

### 3.2.1. Εφαρμογή της Μεθόδου στην Εξαγωγή Καθαρών Φασματικών Στόχων

Η πειραματική εφαρμογή της μεθόδου στη διαδικασία εξαγωγής καθαρών φασματικών στόχων πραγματοποιήθηκε σε περιβάλλον Matlab, με τον αλγόριθμο N-Findr και η αξιολόγηση των τελικών αποτελεσμάτων έγινε στο ENVI 4.7 με βάση τον αλγόριθμο ταξινόμησης Spectral Angle Mapper (SAM).

#### 3.2.1.1. Περιγραφή των Δεδομένων

Το σύνολο των δεδομένων που χρησιμοποιήθηκαν στις πειραματικές διεργασίες που αφορούν την εφαρμογή της μεθόδου για την εξαγωγή καθαρών φασματικών στόχων συλλέχθηκαν από τον αερομεταφερόμενο υπερφασματικό αισθητήρα CASI-550 και απεικονίζουν την περιοχή της Χαλκίδας.

Η τελική φασματική απεικόνιση που χρησιμοποιήθηκε στα πειράματα έχει μέγεθος 100x300 εικονοστοιχεία με χωρική διακριτική ικανότητα 4x4m και περιλαμβάνει 97 υπερφασματικά κανάλια μεταξύ των 421,9nm και 970nm με εύρος καναλιού 6nm.



Στην εικόνα 3.1 παρουσιάζεται η φασματική απεικόνιση πραγματικού χρώματος (true color) με R: Band 40 (640,8nm) G: Band 24 (550,6nm) και B: Band 8 (461,1nm). Όπως παρατηρείται η περιοχή μελέτης περιλαμβάνει ένα μέρος της αστικής περιοχής της πόλης, βλάστηση καθώς και ένα τμήμα της παράκτιας ζώνης.

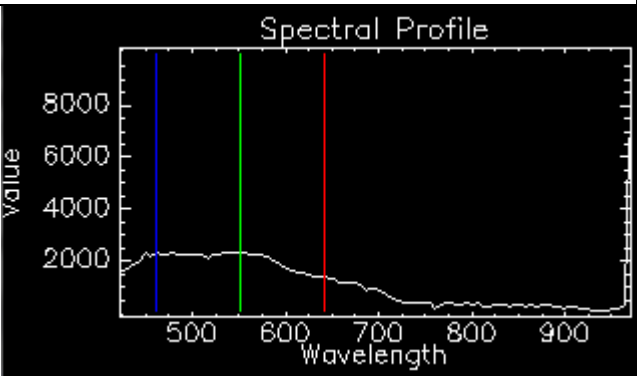
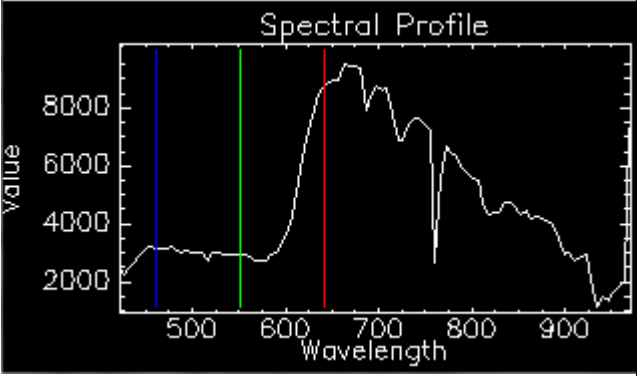
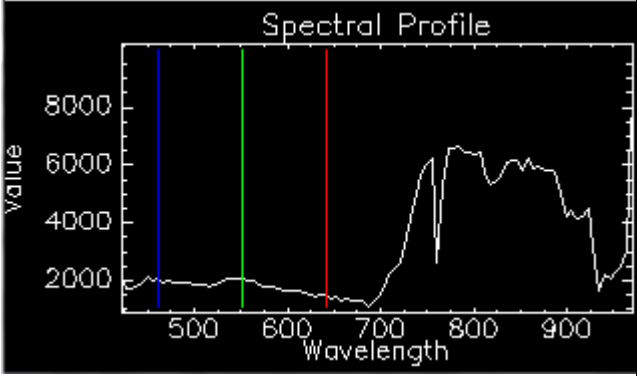
Εικόνα 3.1: Απεικόνιση της περιοχής της Χαλκίδας

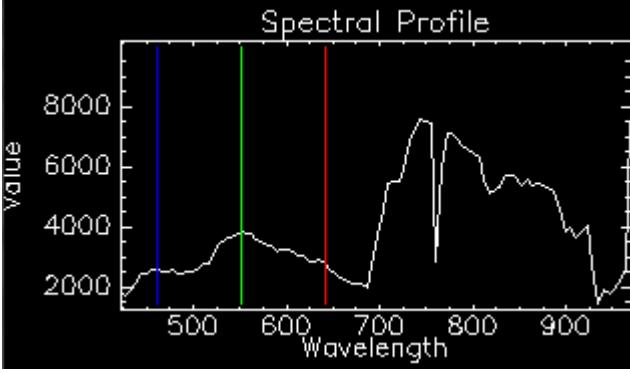
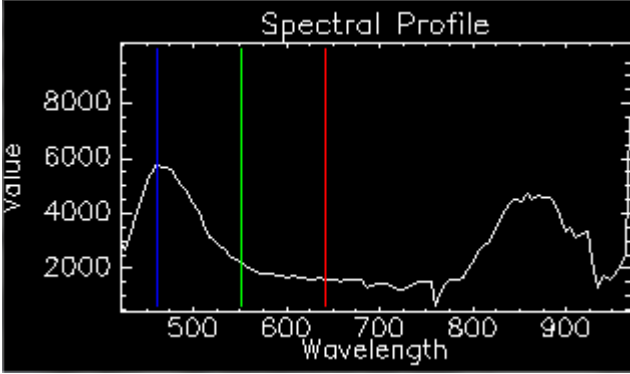
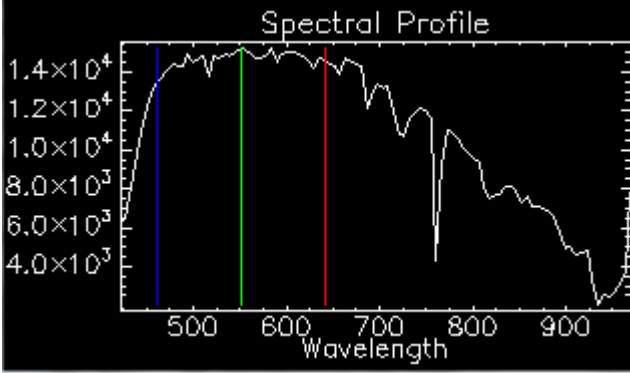
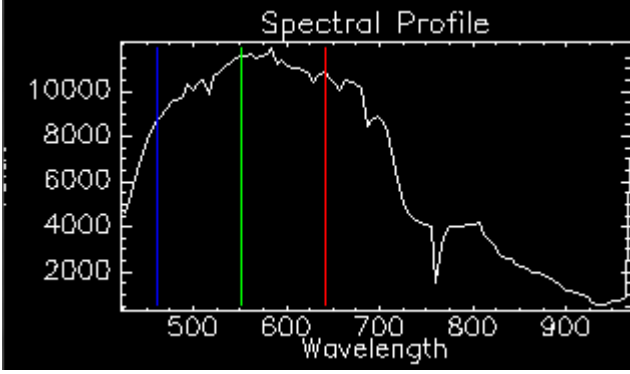
#### 3.2.1.2. Πειραματική Διαδικασία

Πρώτο βήμα της πειραματικής διαδικασίας ήταν η εκτίμηση του πλήθους των καθαρών στόχων. Ο αριθμός αυτός των εκτιμώμενων καθαρών στόχων προσδιορίστηκε με τη μέθοδο VD (Chang, 2003) και βρέθηκε ίσος με δεκατέσσερα. Στη συνέχεια, η εξαγωγή των καθαρών στόχων της απεικόνισης έγινε με τον αλγόριθμο N-Findr (βλπ Παρ. 2.6.4.) ενώ η μείωση των διαστάσεων της

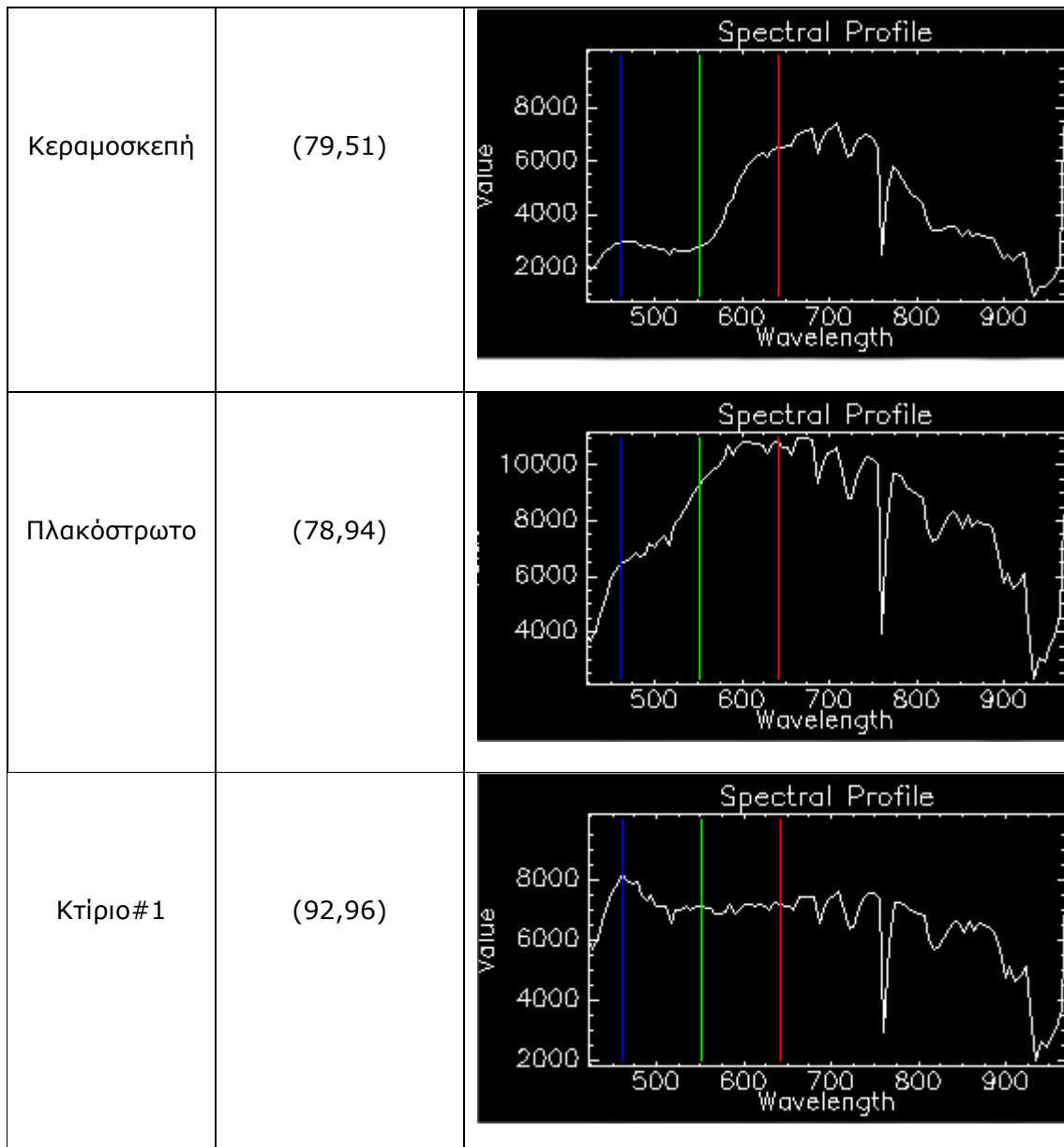
απεικόνιση που απαιτείται για την εφαρμογή του αλγορίθμου έγινε με το μετασχηματισμό MNF (βλπ. Παρ 2.4.1.).

Αρχικά ο N-Findr εφαρμόστηκε στο σύνολο των φασματικών δεδομένων. Με βάση τη γεωμετρία του γραμμικού μοντέλου ανάπτυξης και τη θεωρία του simplex (βλπ Παρ 2.6.1), για 14 αμιγή εικονοστοιχεία η τιμή του VD που εισάγεται ως δεδομένο εισόδου στον αλγόριθμο, θεωρείται ίση με 13. Τα δεκατέσσερα εικονοστοιχεία που προσδιορίστηκαν από τον αλγόριθμο ως αμιγή, ταυτοποιήθηκαν με βάση τη φασματική τους υπογραφή και τη χωρική τους θέση στην απεικόνιση και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.1.

Υλικό/ Στόχος	Συντεταγμένες εικονοστοιχείου (x,y)	Διάγραμμα ανακλαστικότητας
Ρηχά Νερά	(72,10)	
Οικοδομικό Υλικό#1	(25,30)	
Βλάστηση#1	(91,55)	

<p>Βλάστηση#2</p>	<p>(1,196)</p>	
<p>Μπλε κτίριο</p>	<p>(19,169)</p>	
<p>Κτίριο#3</p>	<p>(54,214)</p>	
<p>Κτίριο#2</p>	<p>(70,181)</p>	

Κτίριο#4	(93,283)	
Χώμα με Βλάστηση	(70,198)	
Οικοδομικό Υλικό#2	(100,34)	
Κτίριο#5	(44,144)	



Πίνακας 3.1: Οι καθαροί φασματικοί στόχοι της απεικόνισης και οι φασματικές τους υπογραφές

Στη συνέχεια εφαρμόστηκε η προτεινόμενη μέθοδος. Ο φασματικός χώρος χωρίστηκε σε 84 διαδοχικούς υπόχωρους δεκατεσσάρων φασματικών διαστάσεων (δεκατέσσερα κανάλια) και ο N-Findr εφαρμόστηκε σε κάθε έναν από αυτούς. Η φασματική διάσταση των υπόχωρων ορίστηκε με βάση το VD.

Τα εικονοστοιχεία που προέκυψαν από την εφαρμογή του N-Findr σε κάθε διαδοχική δεκατετράδα καναλιών, αποθηκεύτηκαν με τη μορφή σημείων (roi type: points) στο ENVI. Στη συνέχεια τα εικονοστοιχεία αυτά, συγκρίθηκαν ένα προς ένα, με τα αμιγή εικονοστοιχεία που εντοπίστηκαν από το σύνολο των καναλιών της εικόνας (εικονοστοιχεία αναφοράς). Η σύγκριση αυτή έγινε προκειμένου να διαπιστωθεί αν η εφαρμογή του αλγόριθμου σε συγκεκριμένο εύρος μηκών κύματος μπορεί να οδηγήσει στον εντοπισμό αμιγών εικονοστοιχείων νέων κατηγοριών που δεν εμφανίστηκαν κατά την πρώτη εφαρμογή του αλγόριθμου ή στον εντοπισμό εικονοστοιχείων που ανήκουν μεν στις αρχικές κατηγορίες αλλά φέρουν διαφορετικά φασματικά χαρακτηριστικά, όπως για παράδειγμα

εικονοστοιχεία που απεικονίζουν διαφορετικό βάθος νερού ή διαφορετικό είδος βλάστησης.

Η σύγκριση των φασματικών χαρακτηριστικών έγινε στο ENVI 4.7 με την εντολή spectral analyst και τον αλγόριθμο SAM (Spectral Angle Mapper). Για την εφαρμογή του αλγόριθμου τα .roi αρχεία με τα αμιγή εικονοστοιχεία κάθε δεκατετράδας καναλιών μετατράπηκαν σε .txt αρχεία φασματικών βιβλιοθηκών και ως φασματικά χαρακτηριστικά αναφοράς χρησιμοποιήθηκαν οι φασματικές υπογραφές των αρχικά εντοπισμένων κατηγοριών.

Ως μέγιστη τιμή για τον αλγόριθμο SAM ορίστηκε η μονάδα και όπως διαπιστώθηκε από τα αποτελέσματα της διαδικασίας, στις περισσότερες των περιπτώσεων, τα συγκρινόμενα εικονοστοιχεία, ανήκουν στην ίδια κατηγορία για τιμές του SAM μεγαλύτερες του 0,75. Ωστόσο η παραδοχή αυτή δεν ισχύει πάντα, καθώς σε ορισμένες περιπτώσεις και ιδιαίτερα στην κατηγορία βλάστηση, εικονοστοιχεία που ανήκαν στην κατηγορία αυτή εμφάνισαν τιμές SAM μικρότερες του 0,75 ενώ εικονοστοιχεία που απεικόνιζαν διαφορετική κατηγορία εμφάνισαν τιμές μεγαλύτερες του 0,8. Ως εκ τούτου τα αποτελέσματα του αλγόριθμου ελέγχθηκαν οπτικά ένα προς ένα ως προς την ορθότητα τους, ταυτοποιήθηκαν, και κατηγοριοποιήθηκαν λαμβάνοντας υπόψιν τη χωρική θέση κάθε εικονοστοιχείου στην απεικόνιση και τη φασματική του υπογραφή. Τελικά, και μετά τη διαδικασία ελέγχου (βλπ Παρ. 3.2.1.3.), συμπεραίνεται ότι για τιμές SAM μεγαλύτερες του 0,85 μπορεί να διαπιστωθεί με σχετική βεβαιότητα, ότι τα συγκρινόμενα εικονοστοιχεία ανήκουν στην ίδια κατηγορία, ενώ για τιμές SAM μικρότερες του 0,6 ότι τα δύο εικονοστοιχεία ανήκουν σε διαφορετικές κατηγορίες. Στην Εικόνα 3.2 παρουσιάζεται ενδεικτικά η παράκτια ζώνη της περιοχής και τα αμιγή εικονοστοιχεία στα οποία απεικονίζεται το νερό και τα οποία εντοπίστηκαν με την εφαρμογή του N-Findr στο σύνολο των 97 καναλιών (Εικόνα 3.2 (α)) και τις διαδοχικές εφαρμογές στα 84 υποσύνολα καναλιών (Εικόνα 3.2 (β)).



(α) (β)  
Εικόνα 3.2: Τα αμιγή εικονοστοιχεία στα οποία απεικονίζεται νερό

Όπως διαπιστώθηκε, η εφαρμογή του αλγόριθμου N-Findr στους διαδοχικούς υπόχωρους, έδωσε ένα πλήθος νέων αμιγών εικονοστοιχείων. Από αυτά, ορισμένα φέρουν παρόμοια φασματικά χαρακτηριστικά με τα δεκατέσσερα αρχικά εικονοστοιχεία αναφοράς και άλλα διαφοροποιούνται φασματικά, παρέχοντας περισσότερες πληροφορίες για την κατηγορία στην οποία ανήκουν. Επίσης, ιδιαίτερα σημαντικό στοιχείο είναι ο εντοπισμός αμιγών εικονοστοιχείων στα οποία απεικονίζονται παραλία, σκιά και δρόμος, κατηγορίες που δεν εντοπίστηκαν στη περίπτωση εφαρμογής του N-Findr στο σύνολο του φασματικού χώρου.

Επόμενο βήμα ήταν η επιλογή του φασματικού εύρους που συγκεντρώνει περισσότερη πληροφορία για την κάθε κατηγορία. Το εύρος καναλιών που τελικά επιλέγεται, είναι εκείνο που παρουσιάζει τους περισσότερους καθαρούς στόχους για μια κατηγορία, οι οποίοι όμως διαφέρουν το μέγιστο φασματικά. Οι κατηγορίες που εξετάστηκαν ήταν το νερό, η βλάστηση, η παραλία, το οδικό δίκτυο και η σκιά, καθώς περιλαμβάνουν διαφορετικά είδη πληροφορίας, με διαφορετικές φασματικές υπογραφές όπως για παράδειγμα στην περίπτωση του οδικού δικτύου, η φασματική υπογραφή του δρόμου με άσφαλτο και του δρόμου με χώμα. Αντίθετα οι φασματικές υπογραφές των κτιρίων και των οικοδομικών υλικών (κεραμοσκεπή, πλακόστρωτο κλπ) όπως παρατηρήθηκε στα αποτελέσματα του SAM, συχνά συγχέονται και η πληροφορία που αφορά τέτοιους στόχους δεν αλλάζει σημαντικά στα διαφορετικά σύνολα φασματικών καναλιών.

Πιο αναλυτικά η επιλογή του αντιπροσωπευτικού εύρους καναλιών για κάθε κατηγορία έγινε βάσει ορισμένων προϋποθέσεων:

- Το επιλεγμένο εύρος να περιλαμβάνει σχετικά μικρό αριθμό καναλιών για να ανταποκρίνεται στον αρχικό στόχο, δηλαδή τη μείωση των διαστάσεων της απεικόνισης.
- Τα κανάλια που περιλαμβάνονται στο επιλεγμένο εύρος και περιέχουν πληροφορία για την εκάστοτε κατηγορία να είναι συνεχόμενα (δεν αφαιρούνται τυχόν ενδιάμεσα κανάλια που φέρουν την ίδια πληροφορία).
- Η πληροφορία που περιέχεται στα επιλεγμένα κανάλια να περιγράφει στο μέγιστο δυνατό βαθμό τα διαφορετικά φασματικά χαρακτηριστικά της αντίστοιχης κατηγορίας.

Στον Πίνακα 3.2. που ακολουθεί, παρουσιάζονται το φασματικό εύρος που επιλέχθηκε για κάθε κατηγορία καθώς και τα αντίστοιχα φασματικά κανάλια.

Κατηγορία	Μήκος κύματος	Κανάλια
Νερό	657,70nm – 783,20nm	43-65
Παραλία	870,00nm - 970,00nm	80-97
Βλάστηση	703,20nm – 789,00nm	51-66
Οδικό Δίκτυο	789,00nm – 881,60nm	66-82
Σκιά	806,30nm – 887,40nm	69-83

Πίνακας 3.2: Το επιλεγμένο φασματικό εύρος για κάθε κατηγορία

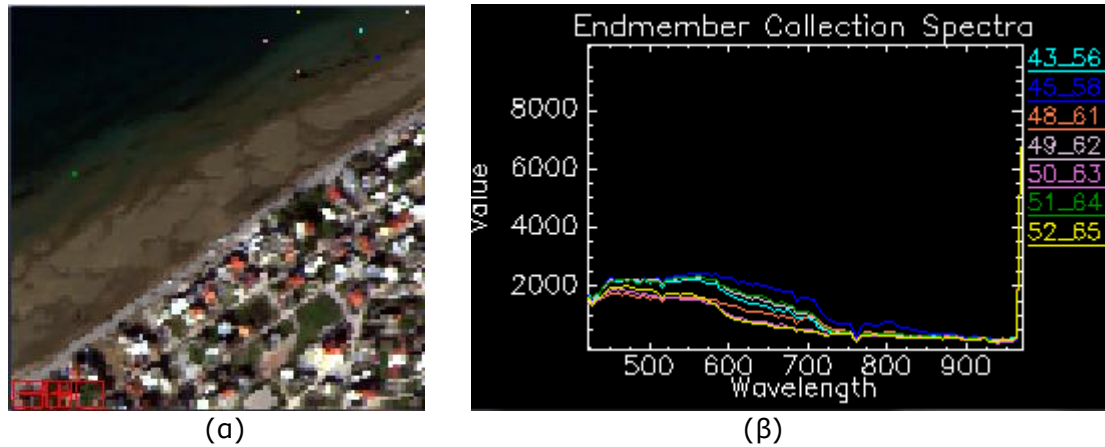
Για την απεικόνιση της απόδοσης της μεθόδου, στο φασματικό εύρος το οποίο επιλέχθηκε τελικά για κάθε μια από τις εξεταζόμενες κατηγορίες, εφαρμόστηκε ο αλγόριθμος Spectral Angle Mapper, ορίζοντας την τιμή της φασματικής γωνίας στο 0,1.

Στη συνέχεια παρατίθενται αναλυτικά τα αποτελέσματα της μεθόδου για κάθε κατηγορία:

➤ *Νερό*

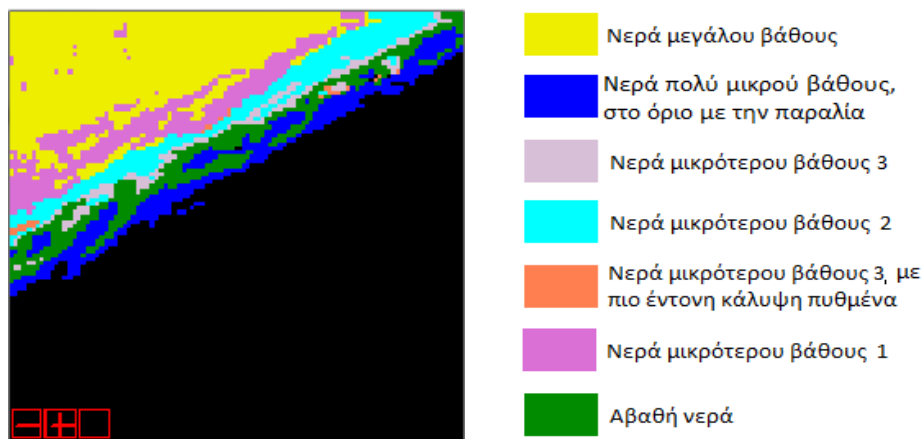
Όπως φαίνεται και στον Πίνακα 3.2. τα φασματικά κανάλια που επιλέχθηκαν για την κατηγορία νερό είναι 22 και σύμφωνα με τα αποτελέσματα του N-Finder, στους αντίστοιχους φασματικούς υπόχωρους (43-56, 44-57,...52-65), εντοπίζονται επτά αμιγή εικονοστοιχεία. Στην Εικόνα 3.3 (α) παρουσιάζονται οι θέσεις των εικονοστοιχείων αυτών και οι φασματικές υπογραφές τους.





Εικόνα 3.3: Η χωρική θέση των επιλεγμένων εικονοστοιχείων για την κατηγορία νερό και τα αντίστοιχα διαγράμματα ανακλαστικότητας

Η αντίστοιχη απεικόνιση μετά την εκτέλεση του αλγόριθμου ταξινόμησης SAM, χρησιμοποιώντας ως φάσμα αναφοράς τους παραπάνω καθαρούς στόχους, παρουσιάζεται στην Εικόνα 3.4.

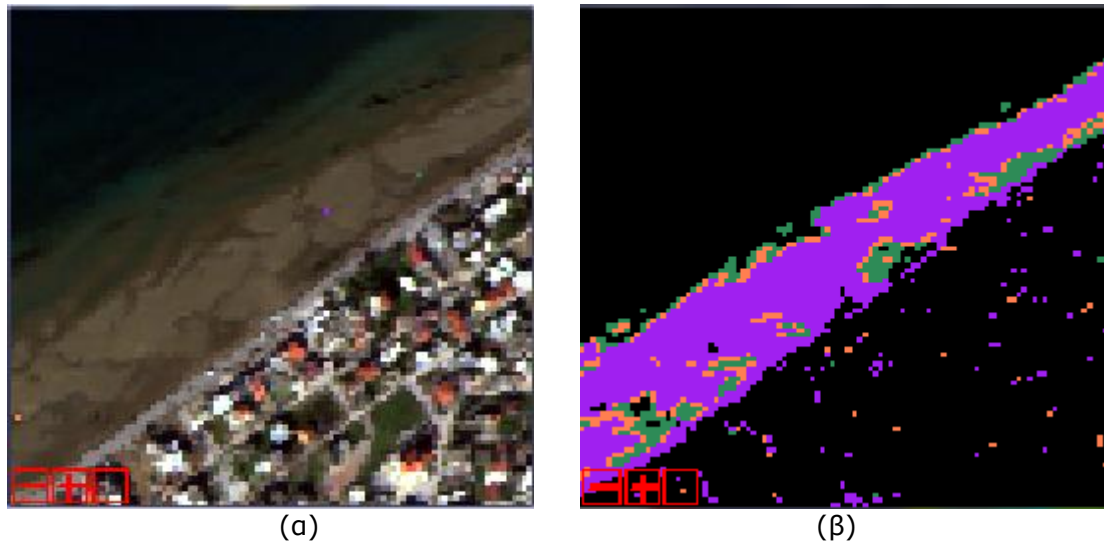


Εικόνα 3.4: Η ταξινομημένη εικόνα για την κατηγορία νερό

Στην ταξινομημένη Εικόνα 3.4 διακρίνονται τα διαφορετικά βάθη νερού καθώς και σημαντικές λεπτομέρειες για το βυθό. Στα μικρότερα βάθη που απεικονίζονται με γαλάζιο, και γκρι χρώμα παρατηρείται μια σύγχυση των ταξινομημένων εικονοστοιχείων και δεν μπορεί να εξακριβωθεί με βεβαιότητα αν πρόκειται για ουσιαστική διαφοροποίηση της πληροφορίας. Ωστόσο κάτι τέτοιο ήταν αναμενόμενο λόγω της ομοιότητας των φασματικών υπογραφών των δύο αντίστοιχων εικονοστοιχείων αναφοράς.

#### ➤ Παραλία

Όσον αφορά την κατηγορία παραλία, όπως είναι λογικό δεν παρουσιάζεται μεγάλη διαφοροποίηση της φασματικής πληροφορίας. Τα κανάλια που επιλέχθηκαν για την κατηγορία αυτή είναι δεκαεπτά και στους αντίστοιχους υπόχωρους (80-93, 81-94, ..., 84-97) ο N-Findr εντόπισε τρία αμιγή εικονοστοιχεία.



(α)  
Τα εικονοστοιχεία αναφοράς  
στα οποία απεικονίζεται παραλία

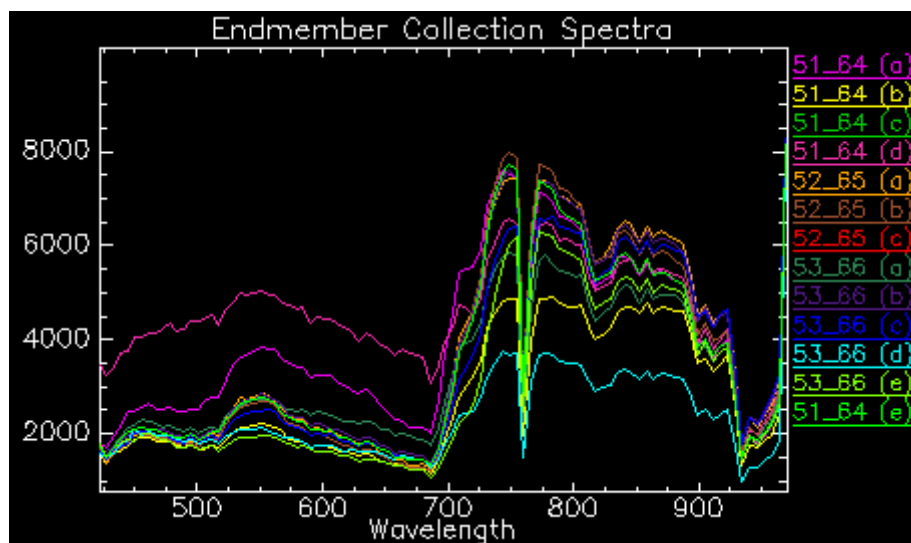
(β)  
Η ταξινομημένη εικόνα για την κατηγορία  
παραλία

Εικόνα 3.5

Στην ταξινομημένη Εικόνα 3.5 (β) με μώβ και πορτοκαλί χρώμα απεικονίζονται οι περιοχές με στεγνή άμμο, ενώ με πράσινο χρώμα οι περιοχές με πιο σκούρα/υγρή άμμο.

➤ *Βλάστηση*

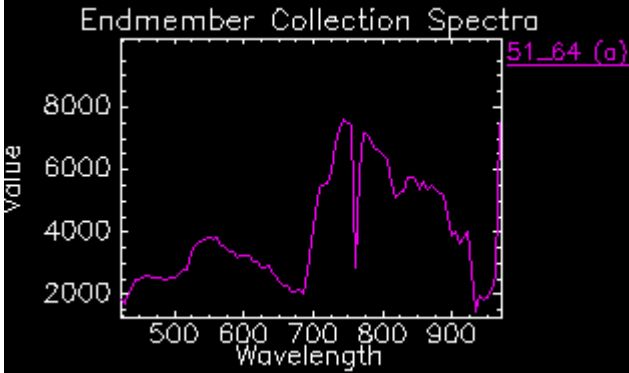
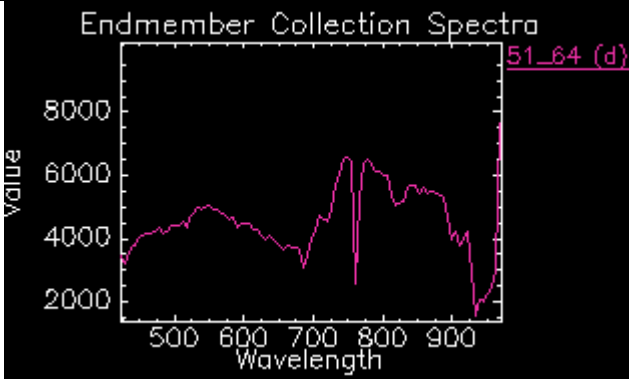
Για την κατηγορία βλάστηση ως καταλληλότερο επιλέχθηκε το εύρος μήκους κύματος 703,20nm ως 789,00nm, το οποίο αντιστοιχεί στα κανάλια 51 ως 66. Η εφαρμογή του αλγόριθμου εξαγωγής καθαρών στόχων N-Findr στα υποσύνολα καναλιών 51-64, 52-65, 53-66 έδωσε έντεκα διαφορετικά αμιγή εικονοστοιχεία, των οποίων οι φασματικές υπογραφές παρουσιάζονται στην Εικόνα 3.6.



Εικόνα 3.6: Διάγραμμα ανακλαστικότητας των εικονοστοιχείων που επιλέχθηκαν για την κατηγορία βλάστηση

Λόγω της χαμηλής χωρικής ανάλυσης της εικόνας δεν είναι δυνατό να προσδιοριστούν με βεβαιότητα τα διαφορετικά είδη βλάστησης που απεικονίζονται στα παραπάνω αμιγή εικονοστοιχεία. Ωστόσο με βάση τους διαφορετικούς τόνους του πράσινου και το διάγραμμα των φασματικών υπογραφών διακρίνονται έξι τύποι βλάστησης.

Είδος Βλάστησης	Εικονοστοιχεία	Διάγραμμα ανακλαστικότητας
Βλάστηση τύπου #1	52_65(a) 52_65(b) 51_64(e) 53_66(b)	
Βλάστηση τύπου #2	51_64(c) 52_65(c) 53_66(a) 53_66(c) 53_66(e)	
Βλάστηση τύπου #3	53_66(d)	
Βλάστηση τύπου #4	51_64(b)	

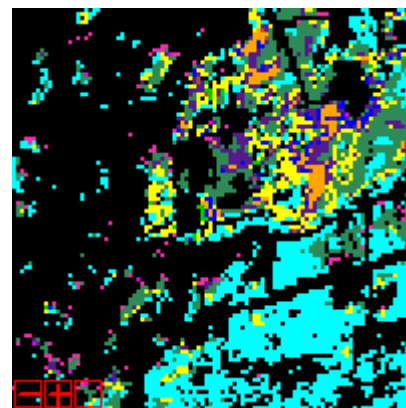
<p>Βλάστηση τύπου #5</p>	<p>51_64(a)</p>	
<p>Βλάστηση τύπου #6</p>	<p>51_64(d)</p>	

Πίνακας 3.3: Οι διαφορετικοί τύποι βλάστησης που εντοπίστηκαν και οι φασματικές τους υπογραφές

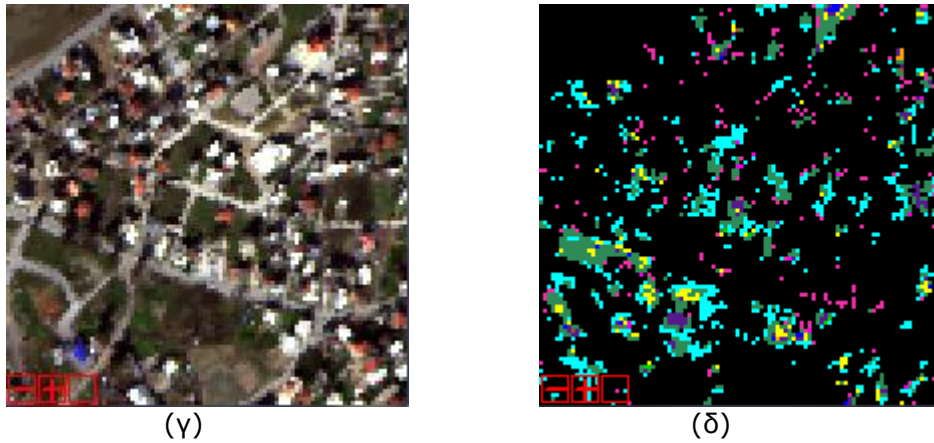
Τα αποτελέσματα του SAM με την ταξινόμηση των περιοχών βλάστησης παρουσιάζονται στην Εικόνα 3.7 (β,δ)



(α)



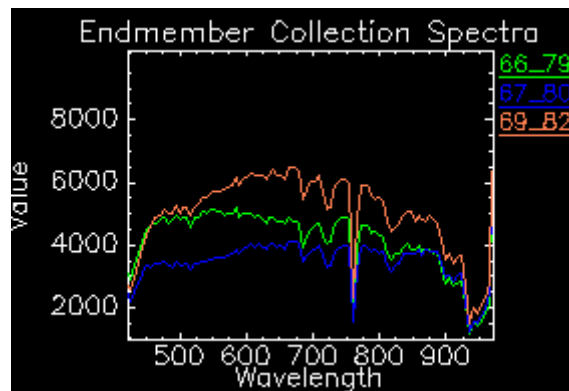
(β)



Εικόνα 3.7: Η ταξινομημένη εικόνα για την κατηγορία βλάστηση

➤ *Οδικό Δίκτυο*

Στην περίπτωση του οδικού δικτύου, με βάση την προτεινόμενη μέθοδο, ο N-FINDR εντόπισε 34 διαφορετικά αμιγή εικονοστοιχεία. Τελικά ως καταλληλότερη, επιλέχθηκε η περιοχή εύρους 789nm έως 887,60nm που περιλαμβάνει τα κανάλια 66 έως 82. Στους αντίστοιχους φασματικούς υπόχωρους, 66-79,...69-82 ο αλγόριθμος εντόπισε τρία αμιγή εικονοστοιχεία, των οποίων οι φασματικές υπογραφές απεικονίζονται στην Εικόνα 3.8.

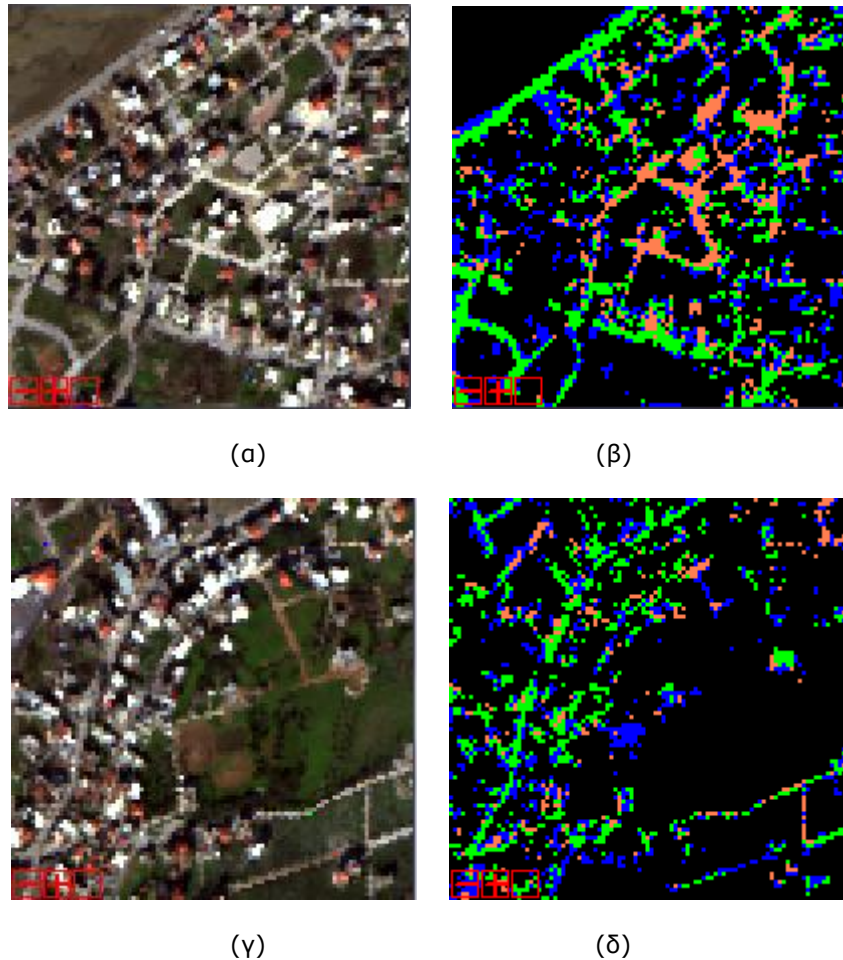


Εικόνα 3.8: Το διάγραμμα ανακλαστικότητας των εικονοστοιχείων που απεικονίζουν οδικό δίκτυο

Στα εικονοστοιχεία αυτά απεικονίζονται τρεις κατηγορίες οδικού δικτύου:

- Χωματόδρομος (εικονοστοιχείο 67\_80)
- Δύο είδη ασφαλτοστρωμένου δρόμου (εικονοστοιχεία 66\_79 και 69\_82)

Το αποτέλεσμα της ταξινόμησης, εφαρμόζοντας τον αλγόριθμο SAM και χρησιμοποιώντας ως εικονοστοιχεία αναφοράς τα παραπάνω τρία, παρουσιάζονται στην Εικόνα 3.9.

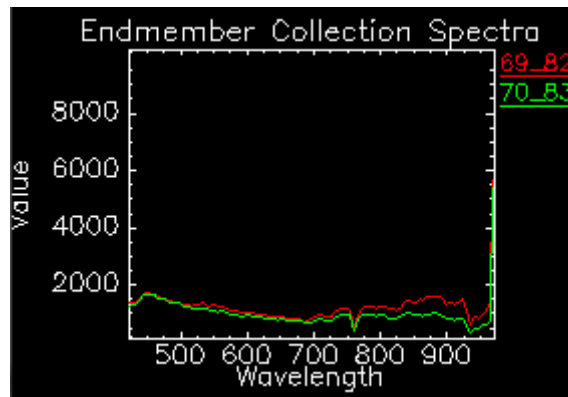


Εικόνα 3.9: Η ταξινομημένη εικόνα για την κατηγορία οδικό δίκτυο

Όπως παρατηρείται στην ταξινομημένη εικόνα 3.9 (β) το κύριο οδικό δίκτυο απεικονίζεται κυρίως με πράσινο χρώμα ενώ εκείνα τα τμήματα του οδικού δικτύου που στην αρχική απεικόνιση (Εικόνα 3.9 (α)) απεικονίζονται με πιο ανοιχτούς τόνους του γκρι και πιθανότατα διαφέρουν ως προς τα υλικά ή το έτος κατασκευής, απεικονίζονται με πορτοκαλί χρώμα. Ακόμα στην Εικόνα 3.9 (δ) διακρίνεται ξεκάθαρα και τμήμα των χωματόδρομων οι οποίοι απεικονίζονται με μπλε χρώμα.

➤ *Σκιά*

Στην απεικόνιση της Χαλκίδας, ακολουθώντας την προτεινόμενη μέθοδο, εντοπίστηκαν τρία εικονοστοιχεία στα οποία απεικονίζονται περιοχές με σκιά. Από αυτά, τα δύο εντοπίστηκαν στο φασματικό εύρος 806,30nm με 887,40nm που αντιστοιχεί στα κανάλια 69 έως 83. Το διάγραμμα ανακλαστικότητας των δύο εικονοστοιχείων παρουσιάζεται στην Εικόνα 3.10.

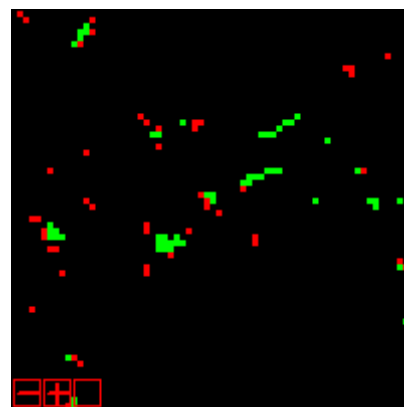


Εικόνα 3.10: Το διάγραμμα ανακλαστικότητας των εικονοστοιχείων στα οποία απεικονίζεται σκιά

Όπως παρατηρείται στο παραπάνω διάγραμμα ανακλαστικότητας, οι φασματικές υπογραφές των δύο εικονοστοιχείων σχεδόν ταυτίζονται και επομένως δεν παρέχουν σημαντική πληροφορία για το είδος εδαφικάλυψης των σκιασμένων περιοχών. Τα αποτελέσματα της ταξινόμησης χρησιμοποιώντας ως εικονοστοιχεία αναφοράς τα παραπάνω, απεικονίζονται στην Εικόνα 3.11.



(α)



(β)

Εικόνα 3.11: Η ταξινομημένη εικόνα για την κατηγορία σκιά

### 3.2.1.3. Αξιολόγηση των Αποτελεσμάτων

Ο έλεγχος των αποτελεσμάτων που προέκυψαν εφαρμόζοντας την προτεινόμενη μέθοδο, έγινε με την αντίστροφη εκτέλεση των διαδικασιών που περιγράφηκαν στην προηγούμενη παράγραφο. Συγκεκριμένα ο N-Findr εφαρμόστηκε σε κάθε ένα από τα πέντε υποσύνολα καναλιών που εντοπίστηκαν με τις παραπάνω επεξεργασίες, και με τον τρόπο που περιγράφει η προτεινόμενη μέθοδος, προκειμένου να διαπιστωθεί αν το φασματικό εύρος που επιλέχθηκε για κάθε κατηγορία είναι όντως αυτό το οποίο συγκεντρώνει ικανοποιητική, ποσοτικά και ποιοτικά, πληροφορία για την κατηγορία αυτή.

Κάθε φασματικό εύρος, χωρίστηκε ξανά σε διαδοχικούς φασματικούς υπόχωρους και ο αλγόριθμος εξαγωγής χαρακτηριστικών εκτελέστηκε για κάθε έναν από αυτούς. Το μοναδικό στοιχείο διαφοροποίησης στη διαδικασία αυτή, είναι η ανάλογη προσαρμογή της τιμής του VD στον κώδικα του αλγορίθμου, όταν οι

διαστάσεις του φασματικού υπόχωρου είναι μικρότερες από δεκατέσσερα (αριθμός εκτιμώμενων καθαρών στόχων). Στη συνέχεια οι φασματικές υπογραφές των αμιγών εικονοστοιχείων που εντοπίστηκαν σε κάθε νέο φασματικό υπόχωρο, συγκρίθηκαν με τις φασματικές υπογραφές αναφοράς κάθε κατηγορίας οι οποίες εντοπίστηκαν από τον N-Findr σε κάθε δεκατετράδα καναλιών, για να διαπιστωθεί η ύπαρξη ή μη νέων καθαρών φασματικών στόχων που να απεικονίζουν την αντίστοιχη κατηγορία που εξετάζεται.

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την παραπάνω διαδικασία παρατίθενται παρακάτω:

#### ➤ Βλάστηση

Το αντιπροσωπευτικό εύρος καναλιών που επιλέχθηκε βάσει της προτεινόμενης μεθόδου για την κατηγορία βλάστηση, περιλαμβάνει τα κανάλια 51 έως 66. Επομένως κατά τη διαδικασία ελέγχου ο N-Findr εφαρμόστηκε στα διαδοχικά υποσύνολα καναλιών: 51-64, 52-65, 53-66, 54-66, 55-66, 56-66, 57-66, 58-66, 59-66, 60-66, 61-66, 62-66, 63-66, 64-66, 65-66.

Στην περίπτωση αυτή, εντοπίστηκαν συνολικά 24 διαφορετικά αμιγή εικονοστοιχεία, στα οποία απεικονίζεται βλάστηση (συνολικά εντοπίστηκαν 30 εικονοστοιχεία, εκ των οποίων τα έξι αφορούν στο ίδιο εικονοστοιχείο). Ο πρώτος έλεγχος για την ύπαρξη νέων τύπων βλάστησης έγινε με τον αλγόριθμο SAM. Οι φασματικές υπογραφές των εικονοστοιχείων που εντοπίστηκαν να απεικονίζουν βλάστηση συγκρίθηκαν με αυτές των έξι διαφορετικών τύπων βλάστησης που παρουσιάστηκαν παραπάνω. Με βάση τα αποτελέσματα του αλγόριθμου διαπιστώνεται ότι δύο εικονοστοιχεία που ανήκουν στη συγκεκριμένη κατηγορία, διαφοροποιούνται ως προς τον τύπο της βλάστησης όταν η τιμή του SAM είναι μικρότερη του 0,9. Ενδεικτικά στον Πίνακα 3.4 απεικονίζεται ο πίνακας του ENVI με τα αποτελέσματα του SAM από τη σύγκριση των 30 αμιγών εικονοστοιχείων, με το εικονοστοιχείο 51\_64 (d) το οποίο ανήκει στην κατηγορία βλάστηση τύπου#6. Όπως παρατηρείται για τα εικονοστοιχεία 51\_64 e, 61\_66 a, 54\_66 a και 61\_66 b οι τιμές του SAM είναι μεγαλύτερες του 0,9, και επομένως τα εικονοστοιχεία αυτά ανήκουν στην ίδια κατηγορία με το 51\_64(d). Το γεγονός αυτό επιβεβαιώνεται και με την σύγκριση των αντίστοιχων φασματικών υπογραφών στο διαγράμμα ανακλαστικότητας (Πίνακας 3.5). Για τα υπόλοιπα εικονοστοιχεία οι τιμές σύγκρισης του SAM κυμαίνονται από 0,859 έως 0,608 και τα εικονοστοιχεία αυτά κατατάσσονται σε κάποιον από τους υπόλοιπους τύπους βλάστησης βάσει των αποτελεσμάτων των τιμών του SAM στους αντίστοιχους πίνακες που δημιουργήθηκαν.

Τα στοιχεία που παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.4 είναι ενδεικτικά του εύρους τιμών που μπορεί να πάρει ο αλγόριθμος SAM κατά τη σύγκριση εικονοστοιχείων που ανήκουν σε διαφορετικές υποκατηγορίες του ίδιου καθαρού στόχου, και επιβεβαιώνουν τη διαπίστωση ότι για το εύρος τιμών SAM μεταξύ του 0,85 και του 0,6 απαιτείται οπτικός και φασματικός έλεγχος της ορθότητας των αποτελεσμάτων του αλγόριθμου.

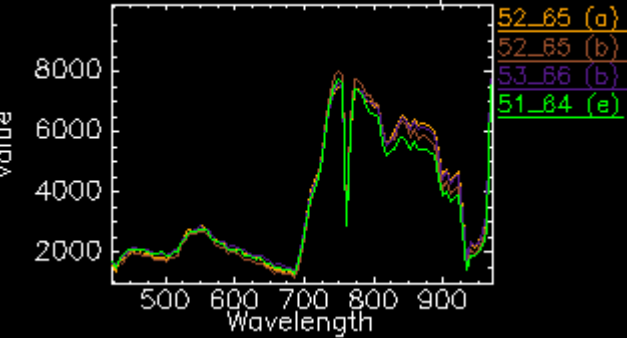
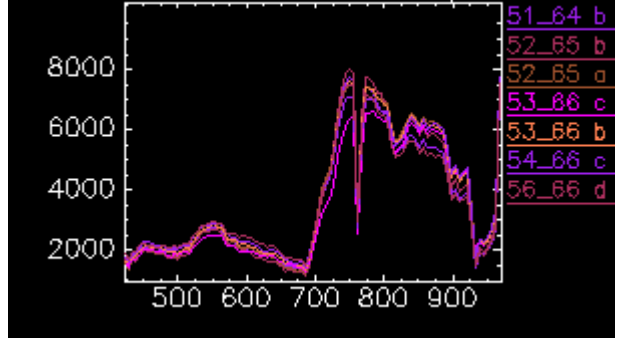
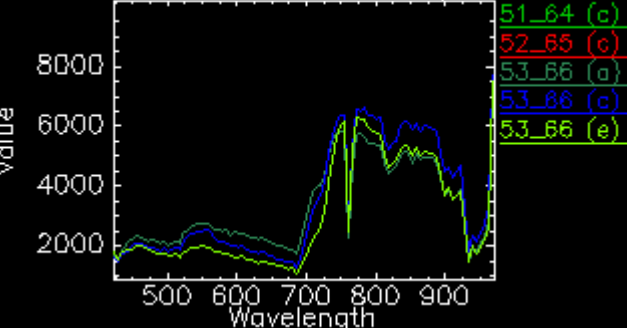
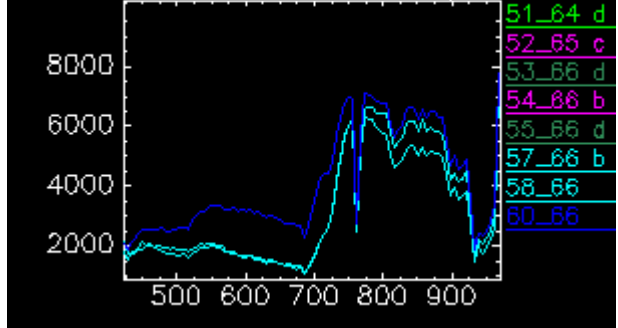


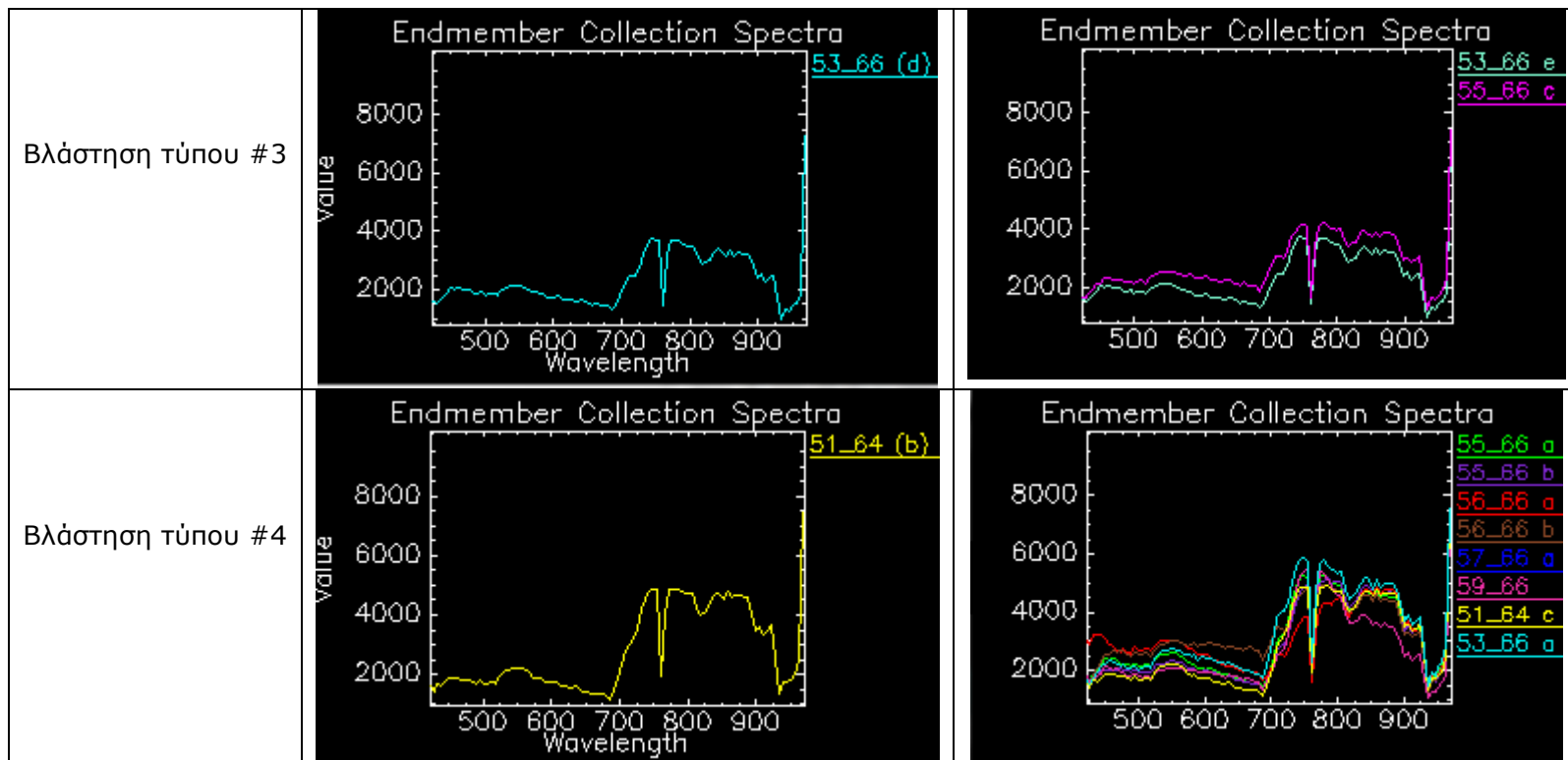
Unknown: 51_64 (d) [Maroon1] 1 points			
Library Spectrum		Score	SAM
51_64 e [Sea Green]		[3.000]	{1.000}
61_66 a [Green] 1 po		[2.777]	{0.933}
54_66 a [Yellow] 1 p		[2.749]	{0.925}
61_66 b [Magenta] 1		[2.720]	{0.909}
55_66 c [Magenta] 1		[2.533]	{0.822}
51_64 a [Aquamarine]		[2.520]	{0.777}
60_66 [Blue] 1 point		[2.467]	{0.760}
53_66 a [Red] 1 poin		[2.462]	{0.755}
53_66 e [Aquamarine]		[2.461]	{0.760}
59_66 [Yellow] 1 poi		[2.446]	{0.727}
57_66 a [Blue] 1 poi		[2.446]	{0.727}
55_66 a [Green] 1 po		[2.440]	{0.755}
56_66 a [Red] 1 poin		[2.420]	{0.800}
55_66 b [Yellow] 1 p		[2.399]	{0.719}
56_66 d [Maroon] 1 p		[2.387]	{0.704}
51_64 c [Yellow] 1 p		[2.355]	{0.687}
54_66 c [Purple] 1 p		[2.344]	{0.676}
56_66 c [Magenta] 1		[2.333]	{0.666}
51_64 b [Purple] 1 p		[2.328]	{0.659}
53_66 b [Coral] 1 po		[2.316]	{0.654}
53_66 c [Magenta] 1		[2.301]	{0.648}
52_65 a [Sienna] 1 p		[2.291]	{0.638}
54_66 b [Magenta] 1		[2.271]	{0.628}
51_64 d [Green] 1 po		[2.271]	{0.628}
58_66 [Cyan] 1 point		[2.271]	{0.628}
52_65 c [Magenta] 1		[2.271]	{0.628}
55_66 d [Sea Green]		[2.271]	{0.628}
53_66 d [Sea Green]		[2.271]	{0.628}
52_65 b [Maroon] 1 p		[2.271]	{0.621}
57_66 b [Cyan] 1 poi		[2.222]	{0.608}

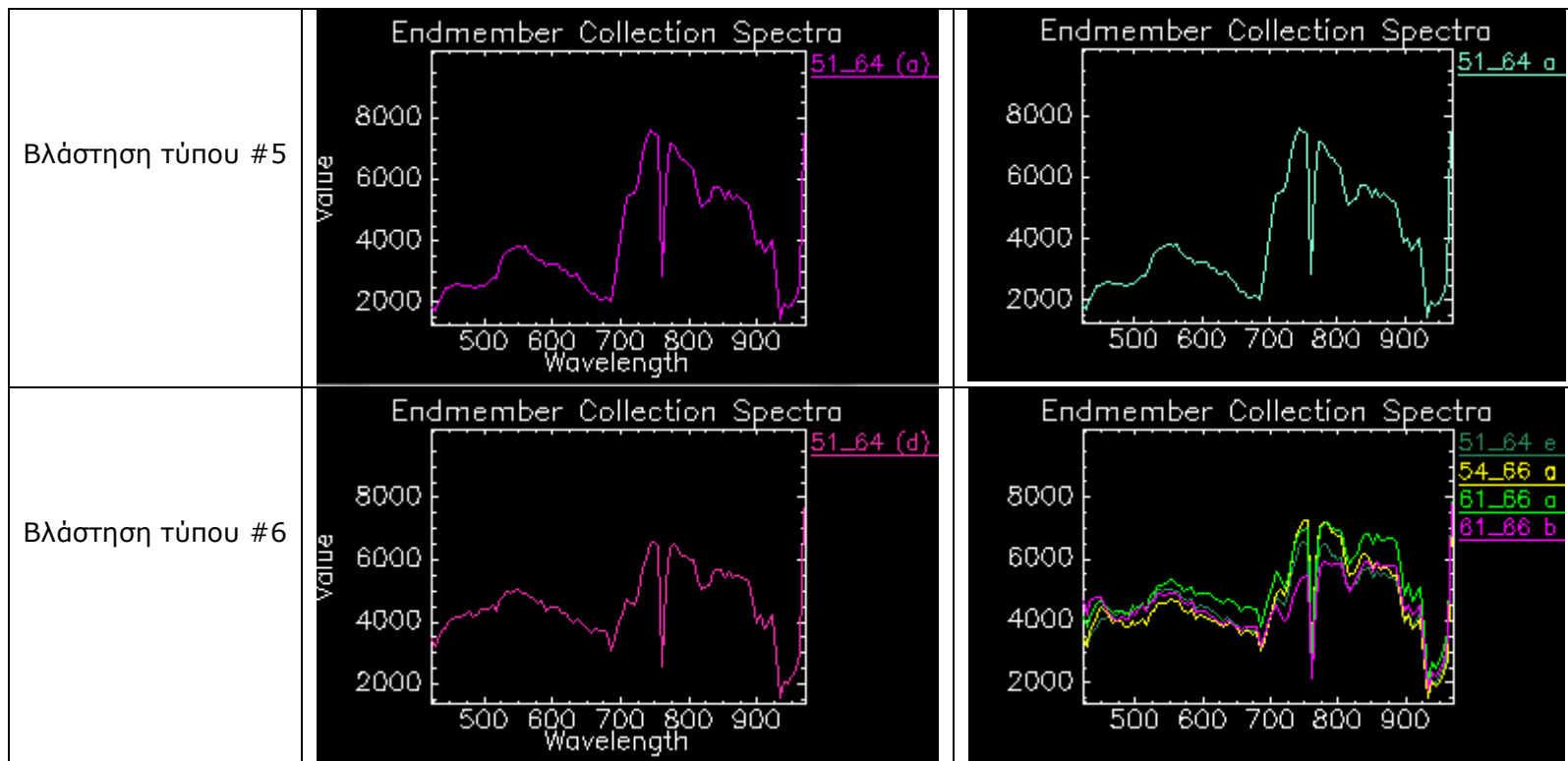
Πίνακας 3.4: Ο πίνακας αποτελεσμάτων του αλγόριθμου SAM κατά τη σύγκριση του εικονοστοιχείου 51\_64(d) με τα 30 εικονοστοιχεία που εντοπίστηκαν

Στη συγκεκριμένη περίπτωση από τα αποτελέσματα στου SAM χρησιμοποιώντας κάθε φορά ως εικονοστοιχεία αναφοράς τα εικονοστοιχεία του Πίνακα 3.3 καθώς επίσης και από το διάγραμμα ανακλαστικότητας (Εικόνα 3.12), τη χωρική θέση και τους τόνους του πράσινου των εικονοστοιχείων αυτών δεν μπορεί να διαπιστωθεί με βεβαιότητα η ύπαρξη νέων τύπων βλάστησης πέραν αυτών που έχουν ήδη εντοπιστεί από την προτεινόμενη μέθοδο. Αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η διάσταση του φασματικού χώρου στην οποία μας οδηγεί να ανιχνεύσουμε καθαρούς στόχους ο αλγόριθμος VD, είναι απολύτως ικανοποιητική για την ανίχνευση των υποκατηγοριών κάθε καθαρού στόχου.

Στον Πίνακα 3.5 που ακολουθεί, παρουσιάζονται οι φασματικές υπογραφές των νέων εικονοστοιχείων που εντοπίστηκαν, κατηγοριοποιημένες στους έξι αρχικούς τύπους βλάστησης, με βάση τα αποτελέσματα του SAM. Όπως παρατηρείται, οι φασματικές υπογραφές των εικονοστοιχείων που ανήκουν στην ίδια κατηγορία σχεδόν ταυτίζονται, γεγονός που επιβεβαιώνει την ορθότητα των αποτελεσμάτων του αλγόριθμου.

Είδος Βλάστησης	Διάγραμμα ανακλαστικότητας (των 11 εικονοστοιχείων)	Διάγραμμα ανακλαστικότητας (των 24 εικονοστοιχείων)
Βλάστηση τύπου #1	<p>Endmember Collection Spectra</p>  <p>Value</p> <p>Wavelength</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>52_65 (a)</li> <li>52_65 (b)</li> <li>53_66 (b)</li> <li>51_64 (e)</li> </ul>	<p>Endmember Collection Spectra</p>  <p>Value</p> <p>Wavelength</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>51_64 b</li> <li>52_65 b</li> <li>52_65 a</li> <li>53_66 c</li> <li>53_66 b</li> <li>54_66 c</li> <li>56_66 d</li> </ul>
Βλάστηση τύπου #2	<p>Endmember Collection Spectra</p>  <p>Value</p> <p>Wavelength</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>51_64 (c)</li> <li>52_65 (c)</li> <li>53_66 (a)</li> <li>53_66 (c)</li> <li>53_66 (e)</li> </ul>	<p>Endmember Collection Spectra</p>  <p>Value</p> <p>Wavelength</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>51_64 d</li> <li>52_65 c</li> <li>53_66 d</li> <li>54_66 b</li> <li>55_66 d</li> <li>57_66 b</li> <li>58_66</li> <li>60_66</li> </ul>

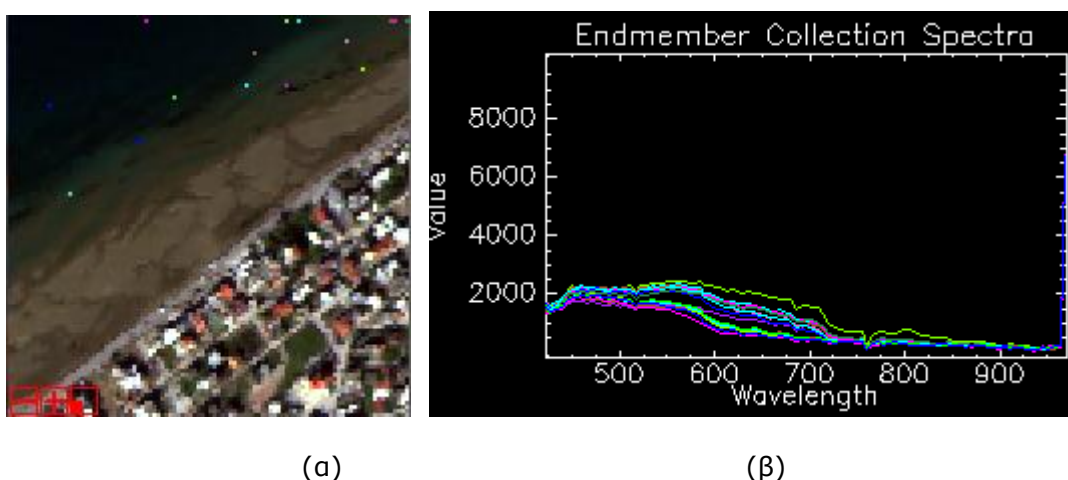




Πίνακας 3.5: Σύγκριση των φασματικών υπογραφών των εικονοστοιχείων αναφοράς που εντοπίστηκαν με την προτεινόμενη μέθοδο, με τις φασματικές υπογραφές των 30 νέων αμιγών εικονοστοιχείων

➤ Νερό

Για τον έλεγχο της καταλληλότητας των καναλιών που επιλέχθηκαν για την κατηγορία νερό πραγματοποιήθηκε η διαδικασία που περιγράφηκε στην περίπτωση της βλάστησης και ο N-Findr εφαρμόστηκε στους διαδοχικούς υπόχωρους 43-56, 44-57, 45-58, 46-59, 47-60, 48-61, 49-62, 50-63, 51-64, 52-65, 53-65, 54-65, 55-65, 56-65, 57-65, 58-65, 59-65, 60-65, 61-65, 62-65, 63-65, 64-65. Συνολικά εντοπίστηκαν 15 διαφορετικά αμιγή εικονοστοιχεία (Εικόνα 3.12 (α)), τα οποία στη συνέχεια συγκρίθηκαν με τα επτά εικονοστοιχεία αναφοράς που εντοπίστηκαν με την προτεινόμενη μέθοδο. Από τη σύγκριση αυτή και βάσει των τιμών του SAM σε κάθε περίπτωση, δεν προέκυψαν νέοι καθαροί στόχοι πέραν αυτών που είχαν ήδη εντοπιστεί.



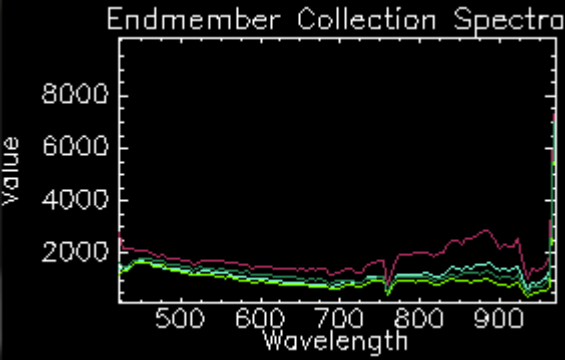
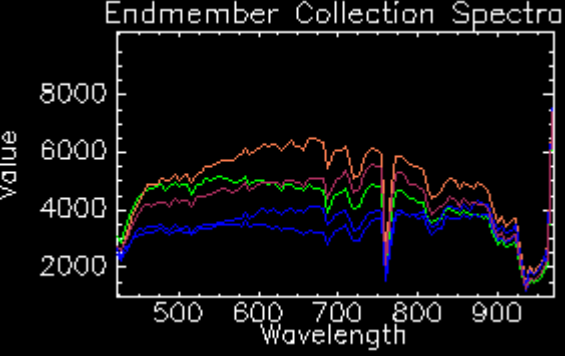
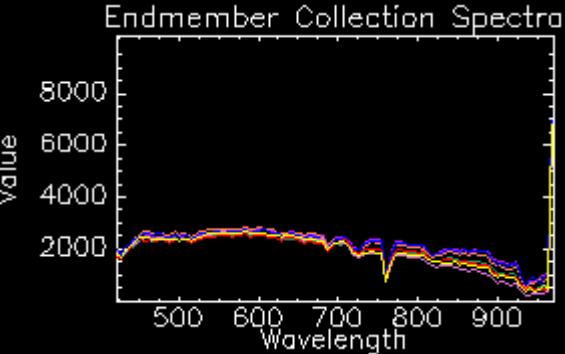
Εικόνα 3.12: Τα νέα αμιγή εικονοστοιχεία στα οποία απεικονίζεται η κατηγορία νερό και οι αντίστοιχες φασματικές υπογραφές τους

Επομένως και για την κατηγορία νερό συμπεραίνουμε ότι το φασματικό εύρος που επιλέχθηκε βάσει της προτεινόμενης μεθόδου είναι κατάλληλο για την ανίχνευση των υποκατηγοριών του καθαρού στόχου.

➤ Σκιά – Οδικό Δίκτυο - Παραλία

Ο έλεγχος του φασματικού εύρους που επιλέχθηκε για κάθε μια από τις κατηγορίες σκιά, οδικό δίκτυο και παραλία, έγινε με τον τρόπο που περιγράφηκε για τις κατηγορίες νερό και βλάστηση. Η μόνο διαφορά στην εκτέλεση της διαδικασίας σημειώνεται στον τρόπο με τον οποίο χρησιμοποιήθηκαν τα αποτελέσματα του SAM καθώς για τις κατηγορίες αυτές δεν υπάρχουν διαθέσιμα εικονοστοιχεία αναφοράς αφού δεν εντοπίστηκαν αντιπροσωπευτικά αμιγή εικονοστοιχεία κατά την εφαρμογή του N-Findr στο σύνολο του φασματικού χώρου της απεικόνισης. Στη συγκεκριμένη περίπτωση κατά την εφαρμογή του SAM χρησιμοποιήθηκαν ως εικονοστοιχεία αναφοράς τα δεκατέσσερα εικονοστοιχεία που εντοπίστηκαν αρχικά (πίνακας 3.1). Τα εικονοστοιχεία αυτά, συγκρίθηκαν διαδοχικά με όλα τα αμιγή εικονοστοιχεία που εντοπίστηκαν από τον N-Findr στα φασματικά εύρη που επιλέχθηκαν για τις τρεις αυτές κατηγορίες και τελικά επιλέχθηκαν εκείνα τα εικονοστοιχεία για τα οποία οι τιμή του SAM κατά τη σύγκριση με κάθε ένα από τα δεκατέσσερα εικονοστοιχεία, ήταν μικρότερη του 0,6. Στη συνέχεια τα εικονοστοιχεία αυτά κατηγοριοποιήθηκαν βάσει της φασματικής του υπογραφής και της χωρικής τους θέσης. Τελικά εντοπίστηκαν τέσσερα νέα αμιγή εικονοστοιχεία στα οποία απεικονίζεται παραλία, δύο νέα εικονοστοιχεία στα οποία

απεικονίζεται σκιά και δύο νέα αμιγή εικονοστοιχεία που απεικονίζουν οδικό δίκτυο.

Κατηγορία	Διάγραμμα ανακλαστικότητας
Σκιά	
Οδικό Δίκτυο	
Παραλία	

Πίνακας 3.6: Τα νέα αμιγή εικονοστοιχεία για τις κατηγορίες Σκιά, Παραλία και Οδικό Δίκτυο και τα αντίστοιχα διαγράμματα ανακλαστικότητας

Με βάση τα αποτελέσματα του SAM αλλά και τα αντίστοιχα διαγράμματα ανακλαστικότητας (Πίνακας 3.6), συμπεραίνεται ότι οι φασματικές υπογραφές των νέων εικονοστοιχείων που εντοπίστηκαν, δεν διαφοροποιούνται σημαντικά σε σχέση με τις αρχικές. Επομένως τα εικονοστοιχεία αυτά δεν αποτελούν νέους καθαρούς στόχους.

Όπως διαπιστώνεται από την παραπάνω διαδικασία, τα αποτελέσματα του SAM από μόνα τους δεν μπορούν να οδηγήσουν σε ολοκληρωμένα συμπεράσματα για το βαθμό ταύτισης δύο εικονοστοιχείων. Εκείνο που είναι δυνατό να διατυπωθεί ως συμπέρασμα, είναι ότι για τιμές σύγκρισης του SAM μικρότερες του 0,6 μπορούμε με βεβαιότητα να συμπεράνουμε ότι πρόκειται για δύο διαφορετικούς καθαρούς

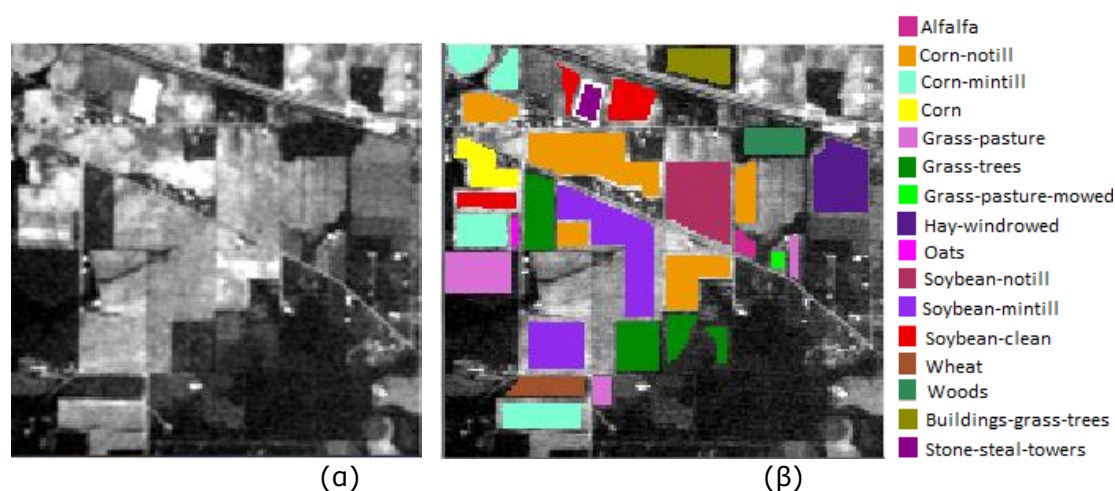
φασματικούς στόχους, ενώ για τιμές μεγαλύτερες του 0,85 οι συγκρινόμενοι καθαροί στόχοι σχεδόν ταυτίζονται. Για τις ενδιάμεσες τιμές του SAM ωστόσο, κρίνεται απαραίτητη η επέμβαση του χρήστη για τη διασταύρωση των αποτελεσμάτων.

### 3.2.2 Εφαρμογή της Προτεινόμενης Μεθόδου στην Ταξινόμηση

Αντικείμενο της συγκεκριμένης πειραματικής διαδικασίας είναι η αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας της προτεινόμενης μεθόδου στη διαδικασία της ταξινόμησης. Η μέθοδος εφαρμόζεται σε συνδυασμό με τον αλγόριθμο ταξινόμησης SVM και τα αποτελέσματα της συγκρίνονται με τα αντίστοιχα αποτελέσματα δύο βασικών μεθόδων επιλογής καναλιών, τη μέθοδο της συσχέτισης και τη μέθοδο της εντροπίας.

#### 3.2.2.1 Περιγραφή των Δεδομένων

Το σύνολο των δεδομένων που χρησιμοποιήθηκαν στην εκπόνηση των πειραμάτων, που αφορούν την εφαρμογή της μεθόδου για τη διαδικασία της ταξινόμησης, συλλέχθηκαν από τον αερομεταφερόμενο, υπερφασματικό, τηλεπισκοπικό δέκτη AVIRIS τον Ιούνιο του 1992 και αναφέρονται σε μια γεωργική έκταση της Indian Pine, στα βόρεια της Ιντιάνα (ΗΠΑ). Η αρχική απεικόνιση (υπερφασματικός κύβος) περιλαμβάνει 224 φασματικά κανάλια, τοποθετημένα σε απόσταση περίπου 10nm μεταξύ των 400nm και 2500nm. Από το αρχικό σύνολο απομακρύνθηκαν 38 κανάλια είτε γιατί περιείχαν θόρυβο είτε λόγω των επιδράσεων από την απορρόφηση νερού κλπ. Τελικά, στα πειράματα χρησιμοποιήθηκαν 186 κανάλια και κάθε φασματική εικόνα έχει μέγεθος 145x145 εικονοστοιχεία. Με βάση τα διαθέσιμα δεδομένα εδάφους, στην περιοχή διακρίνονται 16 βασικά είδη εδαφοκάλυψης. Το 5% της εικόνας καλύπτεται από τα στέγαστρα των καλλιεργειών, ενώ το υπόλοιπο είναι κυρίως έδαφος, καλυμμένο με υπολείμματα καλλιεργειών του προηγούμενου έτους. Από το σύνολο των 145x145=21.025 εικονοστοιχείων τα 6104 (29%), είναι ταξινομημένα στις 16 κατηγορίες, ενώ το 70% είναι μη ταξινομημένα. Στην Εικόνα 3.13 (β) παρουσιάζονται τα αντίστοιχα πολύγωνα (roi) για κάθε κατηγορία.



Εικόνα 3.13: (α) Η απεικόνιση της περιοχής σε Grey Scale  
(β) Τα πολύγωνα για τις 16 κατηγορίες τις απεικόνισης

### 3.2.2.2. Πειραματική Διαδικασία

Στη διαδικασία της ταξινόμησης, χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος Support Vector Machine. Ο SVM αποτελεί επιβλεπόμενη μέθοδο ταξινόμησης και απαιτεί την εισαγωγή δεδομένων εκπαίδευσης (training data). Για το λόγο αυτό τα ταξινομημένα εικονοστοιχεία, κάθε κατηγορίας, χωρίστηκαν τυχαία σε δεδομένα εκπαίδευσης (training) και δεδομένα ελέγχου (testing) (πίνακας 3.7).

Είδος Εδαφοκάλυψης	Training data	Testing data
Soybean-notill	254	260
Soybean-mintill	468	466
Corn-notill	627	624
Grass/Pasture	207	206
Corn-mintill	311	315
Grass/Trees	326	327
Soybean-clean	170	169
Buildings/Grass/Trees	102	102
Stone-Steel-Towers	35	36
Alfalfa	27	26
Corn	97	105
Grass-pasture-moved	12	12
Hay-windrowed	213	216
Oats	10	10
Wheat	87	84
Woods	100	100
<b>Σύνολο</b>	<b>3046</b>	<b>3058</b>

Πίνακας 3.7: Δεδομένα Εκπαίδευσης και Δεδομένα Ελέγχου

Ως συνάρτηση εκπαίδευσης του αλγόριθμου επιλέχθηκε η Radial Basis Function (RBF) καθώς έχει αποδειχθεί ιδιαίτερα αποτελεσματική σε ανάλογες περιπτώσεις ταξινόμησης ενώ για τις παραμέτρους C και  $\gamma$  επιλέχθηκαν οι τιμές 5000 και 0,005 αντίστοιχα. Η επιλογή αυτή έγινε μετά από πολλαπλές δοκιμές, με διαφορετικούς συνδυασμούς τιμών για κάθε μεταβλητή. Τελικά, η παρουσίαση των αποτελεσμάτων και η αξιολόγηση της ακρίβειας κάθε ταξινόμησης, πραγματοποιήθηκε με τους πίνακες σύγχυσης (confusion matrix). Ο Πίνακας 3.8 που ακολουθεί, αποτελεί τον πίνακα σύγχυσης για τα αποτελέσματα του SVM, όταν αυτός εφαρμόζεται στο σύνολο των φασματικών δεδομένων της εικόνας.



Εικόνα 3.14: Τα αποτελέσματα του SVM στα 186 καναλια



Overall Accuracy = (2417/3058) 79.0386%				
Kappa Coefficient = 0.7616				
Class	Prod. Acc.	User Acc.	Prod. Acc.	User Acc.
	(Percent)	(Percent)	(Pixels)	(Pixels)
Soybean-notill	92.31	99.59	240/260	240/241
Soybean-mintill	97.21	62.31	453/466	453/727
Corn-notill	81.41	71.75	508/624	508/708
Gass-pasture	100.00	81.10	206/206	206/254
Corn-mintill	20.95	90.41	66/315	66/73
Grass-trees	96.02	88.95	314/327	314/353
Soybean-clean	59.76	90.99	101/169	101/111
Buildings-Grass-Trees	43.14	80.00	44/102	44/55
Stone-Steel-Towers	100.00	100.00	36/36	36/36
Alfalfa	96.31	100.00	25/26	25/25
Corn	45.71	52.75	48/105	48/91
Grass-pasture-moved	58.33	100.00	7/12	7/7
Hay-windrowed	100.00	99.08	216/216	216/218
Oats	90.00	100.00	9/10	9/9
Wheat	100.00	100.00	84/84	84/84
Woods	60.00	90.91	60/100	60/66

Πίνακας 3.8: Ο πίνακας σύγχυσης με τα αποτελέσματα του SVM σε 186 κανάλια

Στον πίνακα (3.8) το ποσοστό της συνολική ακρίβειας (overall accuracy) της ταξινόμησης προκύπτει με διαίρεση των σωστά ταξινομημένων εικονοστοιχείων, με το σύνολο των εικονοστοιχείων προς ταξινόμηση. Επίσης με αντίστοιχο τρόπο, υπολογίζεται και η ακρίβεια της ταξινόμησης κάθε κατηγορίας. Η ακρίβεια ταξινόμησης κάθε κατηγορίας στον confusion matrix, εκφράζεται με δύο τρόπους, το σφάλμα παράλει

ψης (Producer's accuracy) και το σφάλμα συμπερίληψης (User's accuracy). Όπως φαίνεται και στην τέταρτη στήλη του Πίνακα 3.8 το σφάλμα παράλειψης προκύπτει από τη διαίρεση των σωστά ταξινομημένων εικονοστοιχείων με τα εικονοστοιχεία αναφοράς (testing data) που έχουν εισαχθεί από τον χρήστη. Αυτό το μέτρο ακρίβειας εκφράζει την πιθανότητα να έχει ταξινομηθεί σωστά το εικονοστοιχείο αναφοράς και αποτελεί μέτρο του σφάλματος παράλειψης (omission error) (Russell G. Congalton, 1991). Αντίθετα αν ο συνολικός αριθμός των σωστά ταξινομημένων εικονοστοιχείων μιας κατηγορίας διαιρεθεί με τον αριθμό των καταχωρημένων σε αυτή, εικονοστοιχείων, το αποτέλεσμα αναφέρεται ως σφάλμα συμπερίληψης (commission error). Αυτό το μέτρο ακρίβειας καλείται σφάλμα συμπερίληψης και εκφράζει την πιθανότητα με την οποία ένα ταξινομημένο εικονοστοιχείο της εικόνας, αντιπροσωπεύει πραγματικά τη συγκεκριμένη κατηγορία στο έδαφος. (Story and Congalton, 1986).

Όπως αναφέρθηκε, η συγκεκριμένη απεικόνιση περιλαμβάνει 16 διαφορετικές κατηγορίες, δηλαδή 16 καθαρούς φασματικούς στόχους. Ακολουθώντας τη λογική της προτεινόμενης μεθόδου και με βάση τα χαρακτηριστικά του γραμμικού μοντέλου ανάμειξης και του ιδανικού simplex, ο SVM εφαρμόστηκε για κάθε διαδοχική δεκαπεντάδα καναλιών της εικόνας και τα αποτελέσματα κάθε επανάληψης αξιολογήθηκαν βάσει των πινάκων σύγχυσης. Τελικά έγινε επιλογή εκείνων των φασματικών υπόχωρων (δεκαπεντάδων καναλιών) στους οποίους εμφανίστηκαν τα μεγαλύτερα ποσοστά ακρίβειας ταξινόμησης, για κάθε κατηγορία με βάση το σφάλμα παράλειψης. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον ακόλουθο Πίνακα 3.9.

Κανάλια	Σφάλμα Παράλειψης/Κατηγορία															
	Soybean-notill	Soybean-mintill	Corn-notill	Grass-pasture	Corn-mintill	Grass-trees	Soybean-clean	Buildings-Grass	Stone-Steel-Towers	Alfalfa	Corn	Grass-pasture moved	Hay-windrowed	Oats	Wheat	Woods
2-16	38.08	81.55	57.73	88.83	21.27	87.77	7.10	26.47	94.44	<b>92.31</b>	4.76	0.00	89.81	0.00	88.10	49.00
12-26	63.08	77.25	40.71	89.81	6.03	93.88	2.37	39.22	<b>100.00</b>	11.54	14.29	<b>58.33</b>	97.69	10.00	86.90	<b>71.00</b>
13-27	52.69	77.90	38.46	90.29	7.30	93.58	1.78	38.24	<b>100.00</b>	11.54	10.48	41.67	98.15	<b>70.00</b>	86.90	69.00
16-30	60.38	86.70	24.84	93.69	11.75	95.72	4.14	37.25	<b>100.00</b>	11.54	23.81	25.00	<b>100.00</b>	50.00	97.62	66.00
18-32	<b>70.38</b>	86.48	22.60	<b>97.57</b>	27.30	93.58	12.43	37.25	<b>100.00</b>	7.69	<b>48.57</b>	50.00	98.61	30.00	96.43	60.00
23-37	58.08	<b>89.48</b>	40.87	92.23	34.92	95.41	11.83	42.16	<b>100.00</b>	19.23	<b>48.57</b>	25.00	97.69	50.00	95.24	48.00
25-39	51.54	85.84	35.58	90.78	<b>42.54</b>	96.94	9.47	45.10	<b>100.00</b>	11.54	42.86	41.67	97.69	50.00	96.43	39.00
28-42	55.38	83.26	47.92	87.38	29.21	<b>97.25</b>	8.88	48.04	<b>100.00</b>	3.85	34.29	25.00	99.54	50.00	95.24	32.00
47-61	36.92	46.14	41.83	86.41	19.05	85.63	4.73	<b>69.61</b>	77.78	61.54	5.71	8.33	96.76	0.00	<b>100.00</b>	35.00
132-146	65.00	76.18	<b>79.49</b>	69.42	16.19	83.79	1.78	19.61	75.00	3.85	6.67	0.00	98.61	0.00	92.86	55.00
154-168	0.00	56.87	65.87	65.05	16.83	74.62	<b>23.08</b>	16.67	<b>100.00</b>	0.00	9.52	0.00	98.61	0.00	71.43	67.00

Πίνακας 3.9: Τα υψηλότερα ποσοστά σφάλματος παράλειψης για κάθε κατηγορία

Όπως φαίνεται στον Πίνακα 3.9 τα διαδοχικά κανάλια στα οποία εμφανίζονται οι υψηλότερες τιμές ακρίβειας είναι τα 2-42, 47-61, 132-146, και 154-168. Συγκρίνοντας τις τιμές αυτές με τις αντίστοιχες τιμές του Πίνακα 3.8 διαπιστώνεται ότι για ορισμένες κατηγορίες, τα αποτελέσματα της ταξινόμησης έχουν βελτιωθεί σημαντικά. Συγκεκριμένα:

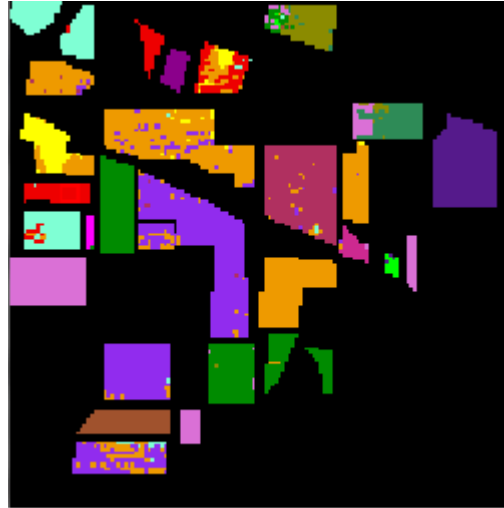
- Η κατηγορία ξύλο (woods), για ταξινόμηση στο εύρος καναλιών 12-26 εμφανίζει ποσοστό ακρίβειας 71%, ενώ στην περίπτωση εφαρμογής του SVM στο σύνολο των δεδομένων το σφάλμα παράλειψης δεν ξεπερνά το 60%.
- Η ταξινόμηση της κατηγορίας Καλαμπόκι (Corn) στο εύρος καναλιών 18-37 εμφανίζει ποσοστό ακρίβειας 48,57% ενώ στο συνολικό εύρος η αντίστοιχη ακρίβεια φτάνει το 45,71%.
- Η κατηγορία Κτίρια-Γρασιδι-Δέντρα (Buildings-Grass-Trees) στο εύρος καναλιών 47-61 έχει ποσοστό ακρίβειας ταξινόμησης 69,61% ενώ στο συνολικό εύρος καναλιών 43,14%.
- Η ταξινόμηση της κατηγορίας Γρασιδι- Δέντρα (Grass-Trees) στο εύρος καναλιών 28-42 παρουσιάζει ποσοστό ακρίβειας 97,25%, ενώ το αντίστοιχο ποσοστό στο σύνολο των φασματικών δεδομένων είναι 96,02%.
- Για την κατηγορία Καλαμπόκι#2 (Corn-mintill) η ακρίβεια της ταξινόμησης στο εύρος καναλιών 25-39 έχει ποσοστό 42,54% ενώ χρησιμοποιώντας το σύνολο του φάσματος το ποσοστό του σφάλματος παράλειψης φτάνει το 20,95%. Για τις υπόλοιπες κατηγορίες τα αντίστοιχα ποσοστά που εμφανίζονται στους δύο πίνακες κυμαίνονται στα ίδια περίπου επίπεδα, με εξαίρεση την κατηγορία Βρώμη (Oats) όπου η ακρίβεια της ταξινόμησης στο σύνολο των καναλιών φτάνει το 90% ενώ στην αντίθετη περίπτωση δεν ξεπερνά το 70% καθώς και τις κατηγορίες Σόγια#1 (Soybean-notill), Σόγια#2 (Soybean-mintill) και Σόγια#3 (Soybean-clean) των οποίων τα ποσοστά ακρίβειας στον πίνακα 3.6 είναι 92,331%, 97,21% και 59,76% αντίστοιχα, ενώ στον πίνακα 3.7 τα ποσοστά αυτά είναι 70,38%, 89,48% και 23,08%.

Στη συνέχεια ο SVM εφαρμόστηκε στο νέο φασματικό χώρο των 86 καναλιών και τα αποτελέσματα παρατίθενται στον Πίνακα 3.10.

<b>Overall Accuracy = (2388/3058) 78.0903%</b>				
<b>Kappa Coefficient = 0.7505</b>				
<b>Class</b>	<b>Prod. Acc.</b>	<b>User Acc.</b>	<b>Prod. Acc.</b>	<b>User Acc.</b>
	<b>(Percent)</b>	<b>(Percent)</b>	<b>(Pixels)</b>	<b>(Pixels)</b>
Soybean-notill	91.15	99.58	237/260	237/238
Soybean-mintill	97.42	64.58	454/466	454/703
Corn-notill	80.93	68.24	505/624	505/740
Gass-pasture	100.00	78.03	206/206	206/264
Corn-mintill	22.54	88.75	71/315	71/80
Grass-trees	96.94	91.62	317/327	317/346
Soybean-clean	50.30	85.00	85/169	85/100
Buildings-Grass-Trees	46.08	75.81	47/102	47/62
Stone-Steel-Towers	100.00	100.00	36/36	36/36
Alfalfa	92.31	100.00	24/26	24/24
Corn	37.14	46.99	39/105	39/83
Grass-pasture-moved	75.00	64.29	9/12	9/14
Hay-windrowed	100.00	98.63	216/216	216/219

Oats	90.00	100.00	9/10	9/9
Wheat	100.00	97.67	84/84	84/86
Woods	49.00	90.74	49/100	49/54

Πίνακας 3.10: Ο πίνακας σύγκρισης με τα αποτελέσματα του SVM στα 86 επιλεγμένα κανάλια



Εικόνα 3.15: Τα αποτελέσματα του SVM στα 86 κανάλια της προτεινόμενης μεθόδου

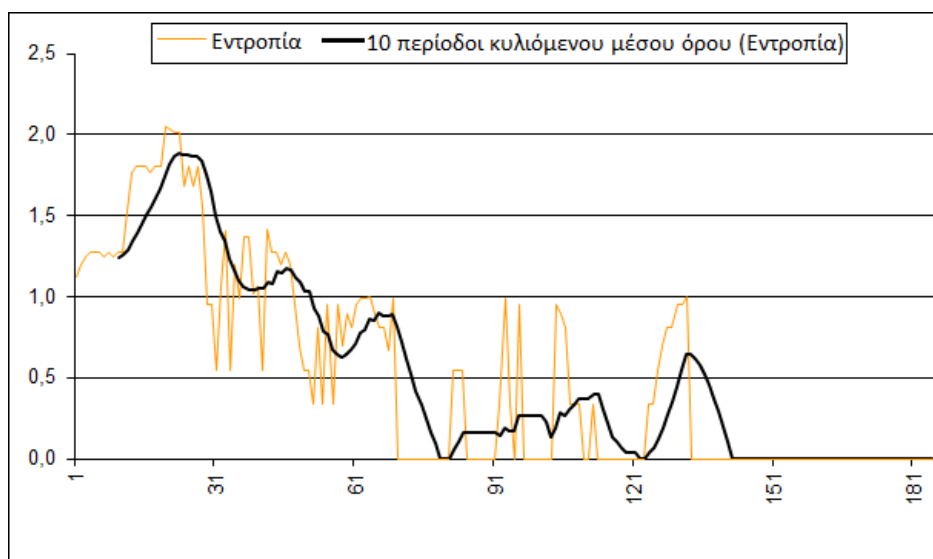
Όπως παρατηρείται η συνολική ακρίβεια ταξινόμησης για τον SVM στα κανάλια που επιλέχθηκαν με βάση την προτεινόμενη μέθοδο είναι κατά μια ποσοστιαία μονάδα μικρότερη από τη συνολική ακρίβεια ταξινόμησης για τα 186 αρχικά κανάλια. Παρόλα αυτά οι αποκλίσεις στην ακρίβεια ταξινόμησης των επιμέρους κατηγοριών είναι σχετικά μικρές, ενώ για ορισμένες κατηγορίες όπως το Καλαμπόκι#2 (Corn-mintill), τα Κτίρια-Γρασίδι-Δέντρα (Buildings-Grass-Trees) και το Γρασίδι#1 (Grass-pasture-moved). Λαμβάνοντας υπόψη ότι ο αριθμός των καναλιών μειώθηκε σημαντικά, από 186 στα 86 κανάλια ενώ η συνολική ακρίβεια διατηρείται στα ίδια περίπου ποσοστά, τα παραπάνω αποτελέσματα αξιολογούνται θετικά, δεδομένου ότι όπως έχει αποδειχθεί πειραματικά η ακρίβεια των αποτελεσμάτων του αλγόριθμου SVM αυξάνει, όσο αυξάνεται ο αριθμός των καναλιών (Luiz Augusto Manfré et al., 2012).

➤ *Επιλογή Καναλιών με τη Μέθοδο της Εντροπίας*

Η επιλογή καναλιών με βάση την εντροπία, έγινε σε περιβάλλον excel, σύμφωνα με τον τύπο της εντροπίας (βλπ Παρ. 2.5.). Συγκεκριμένα, υπολογίστηκε η τιμή της εντροπίας σε κάθε κανάλι και ο μέσος όρος της εντροπίας ανά δέκα τιμές (Πίνακας 3.11). Όπως φαίνεται και στο διάγραμμα, η εντροπία παίρνει τιμές από δύο μέχρι μηδέν. Τελικά, επιλέγονται 59 κανάλια στα οποία η τιμή της εντροπίας είναι μεγαλύτερη του ένα.

Band	Entropy value	Band	Entropy value
1	1.2	31	1.0
2	1.1	33	1.1
3	1.2	34	1.4
4	1.2	36	1.2
5	1.3	37	1.0
6	1.3	38	1.4
7	1.3	39	1.4
8	1.2	40	1.0
9	1.3	41	1.1
10	1.2	43	1.4
11	1.3	44	1.3
12	1.3	45	1.3
13	1.5	46	1.2
14	1.8	47	1.3
15	1.8	48	1.2
16	1.8	49	1.0
17	1.8	56	1.0
18	1.8	58	1.0
19	1.8	62	1.0
20	1.8	63	1.0
21	2.0	64	1.0
22	2.0	65	1.0
23	2.0	70	1.0
24	2.0	94	1.0
25	1.7	97	1.0
26	1.8	105	1.0
27	1.7	131	1.0
28	1.8	132	1.0
29	1.5	133	1.0
30	1.0		

Πίνακας 3.11: Τα επιλεγμένα κανάλια με τις μεγαλύτερες τιμές Εντροπίας



Εικόνα 3.16: Το Διάγραμμα των τιμών Εντροπίας

Στη συνέχεια εκτελέστηκε ο αλγόριθμος ταξινόμησης SVM στο υποσύνολο των 59 καναλιών που επιλέχθηκαν με βάση την εντροπία και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.12.

<b>Overall Accuracy = (2311/3058) 75.5723%</b>				
<b>Kappa Coefficient = 0.7221</b>				
<b>Class</b>	<b>Prod. Acc.</b>	<b>User Acc.</b>	<b>Prod. Acc.</b>	<b>User Acc.</b>
	<b>(Percent)</b>	<b>(Percent)</b>	<b>(Pixels)</b>	<b>(Pixels)</b>
Soybean-notill	91.92	100.00	239/260	239/239
Soybean-mintill	96.14	60.46	448/466	448/741
Corn-notill	72.12	64.94	450/624	450/693
Gass-pasture	100.00	78.63	206/206	206/262
Corn-mintill	17.78	61.54	56/315	56/91
Grass-trees	97.25	89.08	318/327	318/357
Soybean-clean	42.01	86.59	71/169	71/82
Buildings-Grass-Trees	44.12	77.59	45/102	45/58
Stone-Steel-Towers	100.00	100.00	36/36	36/36
Alfalfa	76.92	100.00	20/26	20/20
Corn	52.38	56.12	55/105	55/98
Grass-pasture-moved	50.00	100.00	6/12	6/6
Hay-windrowed	100.00	98.63	216/216	216/219
Oats	50.00	71.43	5/10	5/7
Wheat	100.00	100.00	84/84	84/84
Woods	56.00	86.15	56/100	56/65

Πίνακας 3.12: Ο πίνακας σύγχυσης με τα αποτελέσματα της ταξινόμησης για τα επιλεγμένα κανάλια με τη μέθοδο της εντροπίας

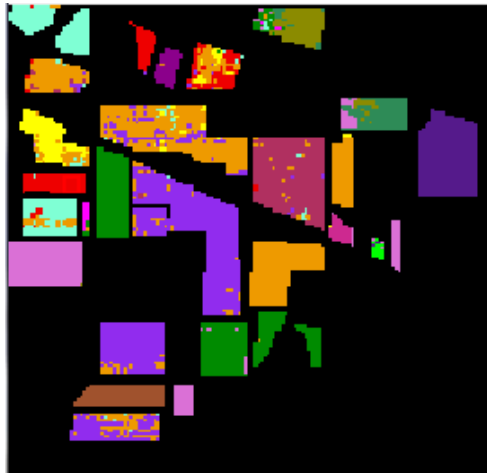
Με την εφαρμογή του SVM στα κανάλια που επιλέχθηκαν με τη μέθοδο της εντροπίας, η συνολική ακρίβεια ταξινόμησης (overall accuracy) αγγίζει το 75,5723% και σε αρκετές κατηγορίες η ακρίβεια ταξινόμησης παρουσιάζει αρκετά χαμηλότερα ποσοστά σε σχέση με την προτεινόμενη μέθοδο. Πιο συγκεκριμένα:

- Για την κατηγορία Καλαμπόκι #2 (Corn-mintill) το ποσοστό ακρίβειας ταξινόμησης στα επιλεγμένα κανάλια με βάση την εντροπία, ανέρχεται στο 17,78% ενώ στην περίπτωση των 86 καναλιών που προκύπτουν από την προτεινόμενη μέθοδο, η αντίστοιχη ακρίβεια φτάνει το 22,54%. Ακόμη όπως φαίνεται στον Πίνακα 3.9 εφαρμόζοντας τον SVM στο εύρος καναλιών 25-39, το ποσοστό του σφάλματος παράλειψης για τη συγκεκριμένη κατηγορία είναι 42,54%.
- Η συνολική ακρίβεια για την κατηγορία Καλαμπόκι#3 (Corn-notill) στον Πίνακα 3.12 έχει ποσοστό 72,12% ενώ όπως φαίνεται στον Πίνακα 3.10 η αντίστοιχη τιμή είναι 80,93%.
- Η κατηγορία Τριφύλλι (Alfalfa) στην περίπτωση που ο SVM εφαρμόζεται στα 59 κανάλια που επιλέχθηκαν με τη μέθοδο της εντροπίας εμφανίζει ποσοστό ακρίβειας ταξινόμησης 76.92% ενώ για τα 86 κανάλια της προτεινόμενης μεθόδου το αντίστοιχο ποσοστό ακρίβειας είναι 92,31%.

- Τέλος οι κατηγορίες Γρασίδι (Grass-pasture) και Βρώμη (Oats) για ταξινόμηση στα 59 κανάλια με τις υψηλότερες τιμές εντροπίας, εμφανίζουν ποσοστό ακρίβειας 50% ενώ στα 86 κανάλια τις προτεινόμενης μεθόδου τα ποσοστά ακρίβειας είναι 75% και 90% αντίστοιχα.

Στις υπόλοιπες κατηγορίες το ποσοστό ακρίβειας κυμαίνεται στα ίδια περίπου ποσοστά, με εξαίρεση την κατηγορία Καλαμπόκι (Corn), η οποία εμφανίζει μεγαλύτερη ακρίβεια ταξινόμησης στην περίπτωση των επιλεγμένων καναλιών με βάση την εντροπία.

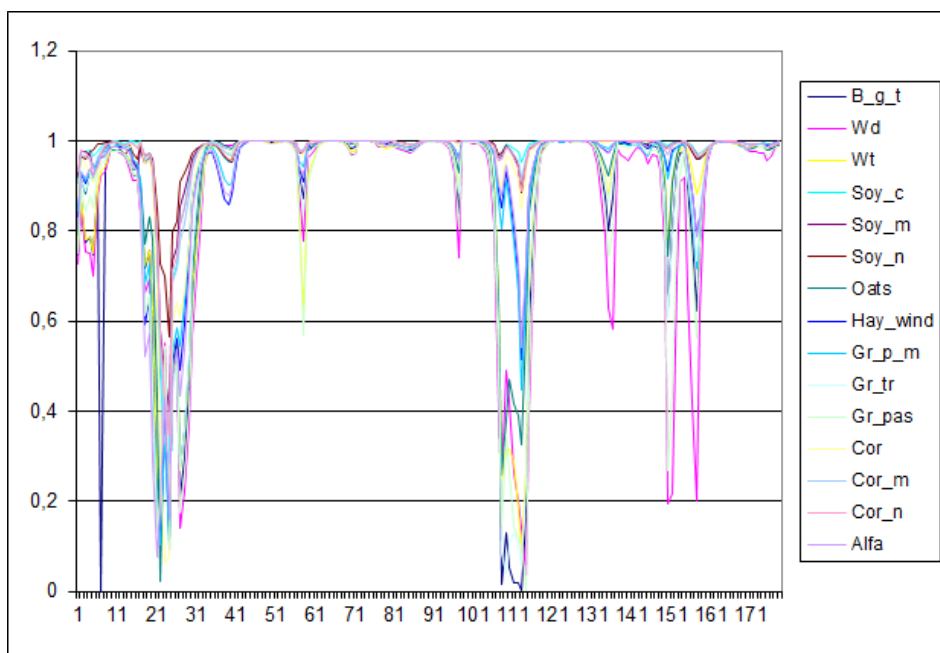
Παρόλο που η μέθοδος της εντροπίας εμφανίζει αρκετά καλά αποτελέσματα στις περισσότερες από τις υπάρχουσες κατηγορίες και για μικρότερο σύνολο καναλιών από αυτό της προτεινόμενης μεθόδου έχει ένα σημαντικό μειονέκτημα, καθώς δεν προσδιορίζει τον αριθμό των καναλιών που πρέπει τελικά να επιλεγθούν. Ένας τρόπος προσδιορισμού του αριθμού αυτού, είναι οι πολλαπλές δοκιμές που όμως αποτελεί μια ιδιαίτερα χρονοβόρα διαδικασία.



Εικόνα 3.17: Τα αποτελέσματα της ταξινόμησης για τα κανάλια που επιλέχθηκαν με τη μέθοδο της εντροπίας

#### ➤ *Επιλογή Καναλιών με τη Μέθοδο της Συσχέτισης*

Για την επιλογή καναλιών με τη μέθοδο της συσχέτισης, υπολογίστηκαν στο ENVI τα στατιστικά στοιχεία κάθε κατηγορίας (μέγιστη, ελάχιστη και μέση τιμή ανακλαστικότητα και τυπική απόκλιση) για κάθε κατηγορία στο κάθε κανάλι. Ο έλεγχος της συσχέτισης της ανακλαστικότητας κάθε κατηγορίας με τις αντίστοιχες τιμές των υπόλοιπων κατηγοριών έγινε σε περιβάλλον Excel, με τη δημιουργία διαγραμμάτων συσχέτισης. Στην Εικόνα 3.18 παρουσιάζεται ενδεικτικά το διάγραμμα συσχέτισης της κατηγορίας Πέτρα-Ατσάλι (Stone-Steel-Towers) (S\_s\_t) ως προς όλες τις υπόλοιπες κατηγορίες.



Εικόνα 3.18: Το Διάγραμμα συσχέτισης ανακλαστικότητας μεταξύ της κατηγορίας Stone-steal-towers και των υπόλοιπων κατηγοριών

Στην περίπτωση αυτή ζητούμενο αποτελεί ο εντοπισμός των καναλιών στα οποία οι κατηγορίες εμφανίζουν το μικρότερο βαθμό συσχέτισης. Τελικά επιλέχθηκαν τα κανάλια που εμπίπτουν στο εύρος τιμών συσχέτισης από 0 ως 0,2.

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα (3.13).

Κατηγορίες	Κανάλια
Corn-notill (Cor_n)	108, 109, 110, 111, 112,
Corn-mintill (Cor_m)	108, 109, 110, 111, 112, 113
Corn (Cor)	23, 24, 25, 108, 109, 110, 111, 112
Soybean-clean (Soy_c)	110, 111, 113
Soybean-notill (Soy_n)	108, 109, 110, 111, 112, 113, 157
Alfalfa (Alfa)	21, 22, 24, 109, 110, 111
Grass-pasture (Gr-pas)	21, 22, 23, 24, 27, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115
Buildings-Grass-Trees (B_g_t)	22, 23, 24, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115
Grass-pasture-moved (Gr_p_m)	21, 22, 24, 25, 109, 110, 111
Wheat (Wt)	22, 23, 24, 112, 113, 114
Oats	22, 23, 24
Hay-windrowed (Hay_wind)	21, 22, 23, 24, 109, 110, 111
Grass-Trees (Gr_tr)	21, 22, 23, 24, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115
Woods (Wd)	21, 22, 23, 24, 27, 28, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 150, 157
Soybean-mintill (Soy_m)	108, 109, 110, 111, 112
Stone-Steal-Towers	7, 22, 23, 24, 27, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 150, 157

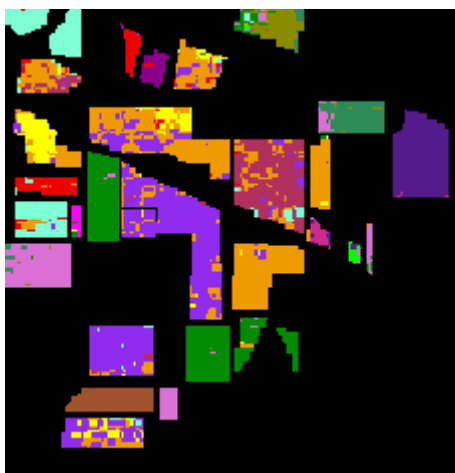
Πίνακας 3.13: Τα αποτελέσματα της συσχέτισης για κάθε κατηγορία



Όπως παρουσιάζεται στον Πίνακα 3.13 η μέθοδος της συσχέτισης καταλήγει στην επιλογή 19 καναλιών (7, 21-28, 108-115, 150, 157). Με την εκτέλεση του αλγόριθμου ταξινόμησης SVM για τα κανάλια αυτά προκύπτει ο Πίνακας 3.14.

<b>Overall Accuracy = (2066/3058) 67.5605%</b>				
<b>Kappa Coefficient = 0.6306</b>				
<b>Class</b>	<b>Prod. Acc.</b>	<b>User Acc.</b>	<b>Prod. Acc.</b>	<b>User Acc.</b>
	<b>(Percent)</b>	<b>(Percent)</b>	<b>(Pixels)</b>	<b>(Pixels)</b>
Soybean-notill	75.77	98.01	197/260	197/201
Soybean-mintill	86.91	54.00	405/466	405/750
Corn-notill	61.22	52.33	382/624	382/730
Gass-pasture	91.26	82.46	188/206	188/228
Corn-mintill	19.05	71.43	60/315	60/84
Grass-trees	95.72	87.92	313/327	313/356
Soybean-clean	7.10	38.71	12/169	12/31
Buildings-Grass-Trees	44.12	84.91	45/102	45/53
Stone-Steel-Towers	100.00	100.00	36/36	36/36
Alfalfa	73.08	86.36	19/26	19/22
Corn	28.57	19.61	30/105	30/153
Grass-pasture-moved	50.00	66.67	6/12	6/9
Hay-windrowed	98.61	94.67	213/216	213/225
Oats	60.00	75.00	6/10	6/8
Wheat	100.00	96.55	84/84	84/87
Woods	70.00	82.35	70/100	70/85

Πίνακας 3.14: Ο πίνακας σύγχυσης με τα αποτελέσματα της ταξινόμησης στα κανάλια που επιλέχθηκαν με τη μέθοδο της συσχέτισης



Εικόνα 3.19: Η ταξινομημένη εικόνα για τα κανάλια που επιλέχθηκαν με τη μέθοδο της συσχέτισης

Όπως παρατηρείται στον Πίνακα 3.14 η συνολική ακρίβεια (overall accuracy) ταξινόμησης με βάση τα κανάλια που επιλέχθηκαν με τη μέθοδο της συσχέτισης εμφανίζει αρκετά χαμηλό ποσοστό, ίσο με 67,5605%. Το ίδιο ισχύει και για την Producer's accuracy κάθε επιμέρους κατηγορίας με εξαίρεση την κατηγορία Woods της οποίας το ποσοστό ακρίβειας φτάνει το 70% και αποτελεί το μεγαλύτερο

ποσοστό για τη συγκεκριμένη κατηγορία σε σχέση με τα αυτά που εμφάνισαν οι δύο προηγούμενες μέθοδοι. Πιο συγκεκριμένα για τις υπόλοιπες κατηγορίες:

- Η κατηγορία Σόγια#3 (Soybean-clean) για τα δεκαεννιά κανάλια της συσχέτισης εμφανίζει ποσοστό ακρίβειας ταξινόμησης 7,10 ενώ με την προτεινόμενη μέθοδο το αντίστοιχο ποσοστό φτάνει το 50,30%
- Στην περίπτωση των επιλεγμένων καναλιών βάσει συσχέτισης αρκετά χαμηλότερα ποσοστά παρουσιάζουν και οι κατηγορίες Βρώμη (Oats) με 60%, Τριφύλλι (Alfalfa) με 73,08%, Καλαμπόκι#3 (Corn-notill) 61,22% και Γρασίδι#1 (Grass-pasture-moved) με 50% τη στιγμή που τα αντίστοιχα ποσοστά με τα 86 κανάλια της προτεινόμενης μεθόδου είναι 90%, 92,31%, 80,93% και 75%.

Για τις υπόλοιπες κατηγορίες τα ποσοστά ακρίβειας ταξινόμησης δεν παρουσιάζουν εξαιρετικά μεγάλες αποκλίσεις, αλλά σε κάθε περίπτωση η ακρίβεια ταξινόμησης που προκύπτει από τα κανάλια που επιλέχθηκαν με τη μέθοδο της συσχέτισης, είναι χαμηλότερη. Αυτό μπορεί να οφείλεται ως ένα βαθμό στον μικρό αριθμό καναλιών που βρέθηκε να έχουν χαμηλή συσχέτιση, κάτι που ήταν ίσως αναμενόμενο καθώς η περιοχή που μελετάται είναι αγροτική, και περιλαμβάνει κυρίως διαφορετικά είδη καλλιέργειας με παρόμοια φασματικά χαρακτηριστικά.

## **4. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ**



Στην παρούσα διπλωματική εργασία προτείνεται μια νέα μέθοδος επιλογής καναλιών για τη μείωση των διαστάσεων μιας υπερφασματικής απεικόνισης με σκοπό τη βελτιστοποίηση της ακρίβειας της ταξινόμησης αλλά και της εξαγωγής καθαρών φασματικών στόχων. Ειδικότερα αξιοποιείται η μείωση του φασματικού χώρου για την αύξηση της κλίμακας ταξινόμησης και εξαγωγής καθαρών στόχων της κάθε κατηγορίας. Στο κεφάλαιο αυτό, γίνεται μια προσπάθεια σύνοψης των παρατηρήσεων και των συμπερασμάτων που προέκυψαν κατά τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας και κυριώς από την ανάλυση των αποτελεσμάτων των πειραματικών διαδικασιών που πραγματοποιήθηκαν.

### Γενικά Συμπεράσματα σε Σχέση με τις Υπάρχουσες Μεθόδους της Βιβλιογραφίας

- Η μείωση των διαστάσεων του φασματικού χώρου μιας υπερφασματικής απεικόνισης αποτελεί καθοριστικό παράγοντα για τη μετέπειτα επεξεργασία και ανάλυση της εικόνας καθώς μειώνει σημαντικά τον υπολογιστικό χρόνο, εξοικονομεί αποθηκευτικό χώρο και συμβάλλει στην εξάλειψη του φαινομένου Hughes.
- Οι μέχρι τώρα προτεινόμενες μέθοδοι επιλογής καναλιών ως επί το πλείστον αποσκοπούν στη βελτιστοποίηση της ακρίβειας της ταξινόμησης και όχι γενικά στη μείωση των διαστάσεων του φασματικού χώρου της απεικόνισης.
- Οι υπάρχουσες μέθοδοι στην πλειονότητά τους αποτελούν γενικευμένες στατιστικές προσεγγίσεις που αξιοποιούν τη χωρική πληροφορία των εικονοστοιχείων χωρίς να λαμβάνουν υπόψιν τους τα ιδιαίτερα φασματικά χαρακτηριστικά κάθε κατηγορίας και πως αυτά εκφράζονται σε συγκεκριμένα μήκη κύματος (κανάλια).

### Ειδικά Συμπεράσματα

#### Εφαρμογή της Προτεινόμενης Μεθόδου για τη Βελτιστοποίηση της Εξαγωγής Καθαρών Φασματικών Στόχων.

- Με την εφαρμογή της προτεινόμενης μεθόδου στην εξαγωγή καθαρών φασματικών στόχων επιτυγχάνεται μείωση των διαστάσεων της απεικόνισης και παράλληλα εξάγεται σημαντική πληροφορία για κάθε καθαρό στόχο με βάση τις φυσικοχημικές και οπτικές του ιδιότητες, οι οποίες και περιγράφουν την κατάστασή του και τα ειδοποιά χαρακτηριστικά του.
- Εφαρμόζοντας τον N-Findr σε κάθε διαδοχικό υπόχωρο του φασματικού χώρου εντοπίζονται αμιγή εικονοστοιχεία στα οποία απεικονίζονται κατηγορίες (σκιά, οδικό δίκτυο, παραλία) που δεν είχαν εντοπιστεί κατά την εφαρμογή του αλγόριθμου στο σύνολο των φασματικών δεδομένων. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι μέθοδοι εξαγωγής καθαρών στόχων αδυνατούν να εξάγουν στόχους που βρίσκονται κοντά στη μέση τιμή του φασματικού χώρου. Διαιρώντας το φασματικό χώρο σε υπόχωρους γίνεται δυνατή η απομάκρυνση αυτών των καθαρών στόχων από τη μέση τιμή του υπόχωρου.
- Η προτεινόμενη μέθοδος εμφανίζει ιδιαίτερα ικανοποιητικά αποτελέσματα για κατηγορίες όπως το νερό και η βλάστηση καθώς εστιάζοντας σε μικρό

εύρος μήκους κύματος έχουμε λεπτομερή πληροφορία για τη συγκεκριμένη κατηγορία. Αντίθετα για κατηγορίες όπως τα κτίρια και ορισμένα οικοδομικά υλικά, οι οποίες εμφανίζουν παρόμοια φασματικά χαρακτηριστικά σε όλα τα κανάλια η επιλογή ενός συγκεκριμένου φασματικού εύρους δεν έχει ιδιαίτερη σημασία.

- Η αποτελεσματικότητα της μεθόδου εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την προσοχή και την ικανότητα του χρήστη, όσον αφορά τη σωστή κατηγοριοποίηση των καθαρών στόχων που εντοπίζονται.
- Κατά τη σύγκριση των φασματικών υπογραφών δύο εικονοστοιχείων για τιμές SAM μεγαλύτερες του 0,85 μπορούμε με σχετική ασφάλεια να συμπεράνουμε ότι τα εικονοστοιχεία αυτά ανήκουν στην ίδια κατηγορία, ενώ αντίστοιχα για τιμές SAM μικρότερες του 0,6 ότι ανήκουν σε διαφορετικές κατηγορίες. Για τις ενδιάμεσες τιμές, απαιτείται η επέμβαση του χρήστη για επιβεβαίωση της ορθότητας των αποτελεσμάτων με βάση τη χωρική θέση των εικονοστοιχείων, το διάγραμμα ανακλαστικότητας, τα διαθέσιμα δεδομένα εδάφους κλπ.
- Το φασματικό εύρος στο οποίο συγκεντρώνεται η μεγαλύτερη ποσότητα πληροφορίας για όλες τις κατηγορίες που εντοπίστηκαν, εκτείνεται από τα 650nm έως τα 970nm δηλαδή περιλαμβάνει το ερυθρό και το εγγύς υπέρυθρο τμήμα της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας.
- Λόγω της έλλειψης επίγειων ελέγχων στη χρονολογία λήψης της υπερφασματικής απεικόνισης δεν ήταν δυνατόν να προσδιοριστούν τα είδη της βλάστησης που εντοπίστηκαν, τα διαφορετικά υλικά του οδικού δικτύου, οι τυχόν ανωμαλίες του θαλάσσιου πυθμένα κλπ.

#### Εφαρμογή της Μεθόδου για τη Βελτιστοποίηση της Ταξινόμησης

- Εφαρμόζοντας την προτεινόμενη μέθοδο στην ταξινόμηση, επιτυγχάνεται σημαντική μείωση των διαστάσεων του φασματικού χώρου και επιτάχυνση της διαδικασίας της ταξινόμησης χωρίς ωστόσο να αλλάζει η ακρίβεια των αποτελεσμάτων της ταξινόμησης σε σχέση με τα αντίστοιχα αποτελέσματα στο αρχικό σύνολο καναλιών.
- Για ορισμένες κατηγορίες, το ποσοστό ακρίβειας ταξινόμησης με εφαρμογή του αλγόριθμου SVM σε συγκεκριμένο εύρος μήκους κύματος (κανάλια) είναι αρκετά υψηλότερο σε σχέση με το αντίστοιχο ποσοστό στο αρχικό σύνολο καναλιών.
- Η προτεινόμενη μέθοδος δίνει καλύτερα ποσοστά ακρίβειας ταξινόμησης για κάθε κατηγορία σε σχέση με τα αντίστοιχα ποσοστά που δίνουν η μέθοδος της εντροπίας και της συσχέτισης.
- Ο προσδιορισμός των κατάλληλων παραμέτρων C και  $\gamma$  του SVM αποτελεί μια δύσκολη και χρονοβόρα διαδικασία, που όμως επιδρά καθοριστικά στην απόδοση του αλγόριθμου. Στη συγκεκριμένη μελέτη η παράμετρος C τέθηκε ίση με 5000 και η παράμετρος  $\gamma$  ίση με 0,005.
- Γενικά η ακρίβεια της ταξινόμησης με τον αλγόριθμο SVM αυξάνεται, όσο αυξάνεται ο αριθμός των καναλιών της απεικόνισης.

## 5. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Arzuaga-Cruz E., L.O. Jimenez-Rodriguez, M. Velez-Reyes, "Unsupervised Feature extraction and band subset selection techniques based on relative entropy criteria for hyperspectral data analysis." In Algorithms and Technologies for Multispectral, Hyperspectral, and Ultraspectral Imagery IX, Proceedings of SPIE Vol. 5093, 2003.
- Bajcsy P. and P. Groves: "Methodology for hyperspectral band selection", photogram. Eng. Remote Sens., 70(7), pp. 793-802, 2004.
- Baochang Xu, and Chen Zhe: "Image fusion effect evaluation based on fuzzy choquet integration," Opto-Electronic Engineering, vol.31, no.11, pp. 42-46, 2004.
- Bayliss J., J.A.Gualtieri, and R. Cromp: "Analysing hyperspectral data with independent component analysis," in Proc. SPIE, vol. 3240, pp. 133-143 1997.
- Bellman, R.: "Adaptive Control Processes: A Guided Tour", Princeton University Press. 1961.
- Benediktsson, J. A., J. R. Sveinsson, and K. Arnason: "Classification and feature extraction of AVIRIS data". IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing, 33(5), pp. 1194-1205, 1995.
- Berman M., H. Kiiveri, R. Lagerstrom, A. Ernst, R. Dunne, and J. F. Huntington: "ICE: A statistical approach to identifying endmembers in hyperspectral images," IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., vol. 42, no. 10, pp. 2085-2095, 2004.
- Bioucas-Dias José M., Antonio Plaza, Nicolas Dobigeon, Mario Parente, QianDu, Paul Gader, and Jocelyn Chanussot: "Hyperspectral Unmixing Overview: Geometrical, Statistical, and Sparse Regression-Based Approaches", IEEE Journal of Selected Topics in applied Earth Observations and Remote Sensing, VOL. 5, NO. 2, 2012.
- Bioucas-Dias José M., Antonio Plaza: "Hyperspectral Unmixing: Geometrical, Statistical, and Sparse Regression-Based Approaches", Proc. SPIE 7830, Image and Signal Processing for Remote Sensing XVI, 78300A, doi:10.1117/12.870780, 2010.
- Boardman J. W., F. A. Kruse, and R. O. Green: "Mapping target signatures via partial unmixing of AVIRIS data," in Proc. JPL Airborne Earth Sci. Workshop, pp. 23-26, 1995.
- Boardman J.: "Automating spectral unmixing of AVIRIS data using convex geometry concepts," in Proc. Ann. JPL Airborne Geosci.Workshop, vol. 1, pp. 11-14, 1993.
- Borges J.S., Marcal, A.R.S., Dias, J.M.B.: "Evaluation of feature extraction and reduction methods for hyperspectral images". In: Bochenek, Z. (Ed.), Proc. 26th EARSeL Symposium: New Developments and Challenges in Remote Sensing. Warsaw, Poland, pp. 255-264, 2007.
- Bruzzone Lorenzo , Claudio Persello: "A Novel Approach to the Selection of Spatially Invariant Features for the Classification of Hyperspectral Images with Improved Generalization Capability". IEEE T. Geoscience and Remote Sensing\_47(9): 3180-3191, 2009.

- Chan T.-H., W.-K. Ma, A. Ambikapathi, and C.-Y. Chi, "A simplex volume maximization framework for hyperspectral endmember extraction," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 49, no. 11, 2011.
- Chang C.-I, C.-C. Wu, W. Liu, and Y.-C. Ouyang, "A new growing method for simplex-based endmember extraction algorithm," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 44, no. 10, pp. 2804–2819, 2006.
- Chang C.-I: "Hyperspectral Imaging: Techniques for Spectral Detection and Classification". New York: Plenum, 2003.
- Chang Chein-I , Qian Du: "Estimation of number of spectrally distinct signal sources in hyperspectral imagery", *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 42, no. 3, pp. 608-619, 2004.
- Chang Chein-I and Su Wang: "Constrained Band Selection for Hyperspectral Imagery". *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 44(6), pp.1575-1585, 2006.
- Chen C. and X. Zhang: "Independent component analysis for remote sensing study," in *Proc. SPIE Image and Signal Processing and Remote Sensing V*, vol. 3871, pp. 150–158, 1999.
- Chiang S., C. Chang, and I. W. Ginsberg: "Unsupervised hyperspectral image analysis using independent component analysis". In *Geoscience and Remote Sensing Symposium, Proc. IGARSS*, volume 4, pages 3136 – 3138, Honolulu, HI, USA, IEEE, 2000.
- Common P.: "Independent component analysis, a new concept?" *Signal Processing*, 36(3):287–314, Special Issue on High-order Statistics, 1994.
- Conesea C. and F. Masellia: "Selection of optimum bands from TM scenes through mutual information analysis", *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, vol. 48, no. 3, pp. 2–11, 1993.
- Cover Thomas M., Joy A. Thomas, "Elements of Information Theory", 1991
- Das, S.: "Filters, wrappers and a boosting-based hybrid for feature selection". *Proceedings of the Eighteenth International Conference on Machine Learning*, pp. 74–81, 2001.
- Du Qian, He Yang: "Similarity-Based Unsupervised Band Selection for Hyperspectral Image Analysis", *IEEE In Geoscience and Remote Sensing Letters*, IEEE, Vol. 5, No. 4., pp. 564-568, 2008.
- Eches O., N. Dobigeon, and J.-Y. Tourneret: "Estimating the number of endmembers in hyperspectral images using the normal compositional model and a hierarchical Bayesian algorithm," *IEEE J. Sel. Topics Signal Processing*, vol. 3, no. 3, pp. 582-591, 2010.
- Faulconbridge R. Ian, Mark R. Pickering and Michael J. Ryan: "Unsupervised band removal leading to improved classification accuracy of hyperspectral images", *ACSC '06 Proceedings of the 29<sup>th</sup> Australian Computer Science Conference – Volume 48*, pp. 43-48, 2006.
- Fauvel, M., Chanussot, J. and Benediktsson, J.A.: "Evaluation of kernels for multiclass classification of hyperspectral remote sensing data". *ICASSP, IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing – Proceedings*. pp. 813-816. 2006.
- Fengchen Huang, Jing Ling, Aiye Shi, Lizhong Xu: "A Band Selection Method For Hyperspectral Images Using Choquet Fuzzy Integral", *Journal of Computers*, Vol. 5 Issue 7, pp. 1019, 2010.
- Friedman, J. H. and Stuetzle, W.: "Projection pursuit regression". *Journal of the American Statistical Association* 76, pp. 817-823, 1981.



- Fukunaga, K.: "Introduction to Statistical Pattern Recognition". Academic Press, San Diego, 1990.
- Goetz A. F. H., Vane, G., Solomon, J. E., and Rock, B. N.: "Imaging spectrometry for earth remote sensing, *Science*, 228, pp.1147-1153, 1985.
- Gomez-Chova L., J. Calpe, G. Camps-Valls, J.D. Martín, E. Soria, J. Vila, L. Alonso-Chorda, J. Moreno, "Feature Selection of Hyperspectral Data Through Local Correlation and SFFS for Crop Classification", 2003.
- Grana M., I. Villaverde, J. O. Maldonado, and C. Hernandez: "Two lattice computing approaches for the unsupervised segmentation of hyperspectral images," *Neurocomputing*, vol. 72, no. 10-12, pp. 2111-2120, 2009.
- Green A.A., M. Berman, P. Switzer and M.D. Craig: "A Transformation for Ordering Multispectral Data in Terms of Image Quality with Implications for Noise Removal". *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 26, No. 1, pp. 65-74, 1988.
- Gritzmann P. and V. Klee: "On the complexity of some basic problems in computational convexity I: Containment problems", *Discrete Math.* 136, pp. 129-174, 1994.
- Gruninger J., A. Ratkowski, and M. Hoke: "The sequential maximum angle convex cone (SMACC) endmember model," in *Proc. SPIE*, vol. 5425, pp. 1-14, 2004.
- Guo Baofeng, Steve R. Gunn, R. I. Damper, J. D. B. Nelson: "Band selection based on estimation of MI", *IEEE, Geoscience and Remote Sensing Letters*, Vol. 3 Issue: 4, pp. 522-526, 2006.
- Harsanyi J., W. Farrand, and C.-I Chang: "Determining the number and identity of spectral endmembers: An integrated approach using Neyman-Pearson eigenthresholding and iterative constrained RMS error minimization," in *Proc. 9th Thematic Conf. Geologic Remote Sensing*, 1993.
- Hongjun Su, Yehua Sheng, Peijun Du, "A new Band Selection Algorithm for Hyperspectral Data Based on Fractal Dimension", *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*. Vol. XXXVII. Part B7. Beijing, 2008.
- Hongtao Du, Hairong Qi, Xiaoling Wang, Rajeev Ramanath, Wesley E.: "Band Selection Using Independent Component Analysis for Hyperspectral Image Processing", *32nd Applied Image Pattern Recognition Workshop, Image Data Fusion*, 15-17, Washington, DC, USA, Proceedings. pp. 93-98, IEEE Computer Society, 2003.
- HUBER, P.J.: "Projection Pursuit". *The Annals of Statistics*, 13, pp. 435-525, 1985.
- Hughes, G. F.: "On the Mean Accuracy of Statistical Pattern Recognizers", *IEEE Transactions on Information Theory*, IT-14, pp.55-63, 1968 .
- Hyvarinen A., J. Karhunen and E. Oja: "Independent Component Analysis", John Wiley&Sons, New York, 2001.
- Hyvarinen A.: "Fast and robust fixed-point algorithms for independent component analysis", *IEEE Transactions on Neural Networks* 10(3), pp. 626-634, 1999.
- Ifarraguerri A. and C.-I Chang: "Multispectral and hyperspectral image analysis with convex cones," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 37, no. 2, pp. 756-770, 1999.
- Ifarraguerri, "Visual method for spectral band selection", *IEEE Geosci. Remote Sens. Lett.*, vol. 1, no. 2, pp. 101-106, 2004.

- Jain A., Duin, R. & Mao, J.: "Statistical pattern recognition: A review", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 22(1): 4-37, 2000.
- Jiménez and Landgrebe, "Hyperspectral Data Analysis and Supervised Feature Reduction Via Projection Pursuit", IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol 37, no. 6, pp 2653-2667, 1999.
- Jones, M. and R. Sibson: "What is projection pursuit?" J. of the Royal Statistical Society, ser. A 150, pp. 1-36, 1987.
- Karhunen, J., Oja, E., Wang, L., Vig\_ario, R., & Joutsensalo, J.: "A class of neural networks for independent component analysis". IEEE Transactions on Neural Networks, 8(3), pp.486-504, 1997.
- Keshava N. and J. F. Mustard: "Spectral unmixing". IEEE Signal Processing Magazine, 19: pp. 44-57, 2002.
- Kohavi, R., & John, G.: "Wrappers for feature subset selection". Artificial Intelligence, 97, pp. 273-324, 1997.
- Kruse, F., A., Lefkoff, B., & Dietz, J. B.: "Expert System-Based Mineral Mapping in Northern Death Valley, California/Nevada, Using the Airborne Visible/Infrared Imaging Spectrometer (AVIRIS)", Remote Sensing of Environment, vol.44, no.2, pp. 309-336, 1993.
- Kumar, S. Ghosh, J. Crawford, M. M.: "Best-Bases Feature Extraction Algorithms for Classification of Hyperspectral Data". IEEE - Transactions on Geoscience and Remote Sensing, v. 39, n. 7, 2001.
- Landgrebe, D. A.: "Analysis of multispectral and hyperspectral image data. In: Introduction to Modern Photogrammetry", John Wiley & Sons, Inc, 2001.
- Lee, C. and D. A. Landgrebe: "Analyzing high-dimensional multispectral data". IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing, 31(4), pp. 792-800, 1993.
- Lei Yu, Huan Liu: "Feature Selection for High-Dimensional Data: A Fast Correlation-Based Filter Solution", in Proceedings of The Twentieth International Conference on Machine Learning (ICML-03), Washington, D.C. pp. 856-863, 2003.
- Lennon M., G. Mercier, M. C. Mouchot, and L. Hubert-Moy: "Independent component analysis as a tool for the dimensionality reduction and the representation of hyperspectral images". In SPIE Remote Sensing, volume 4541, pp. 2893-2895, Toulouse, France, 2001.
- Ling Jing, and Xu Lizhong, "Remote sensing images fusion based on wavelet coefficients selection using choquet fuzzy integral," Journal of Remote Sensing, vol.13, no.2, pp. 263-268, Mar. 2009.
- Liu Chunhong, Chunhui Zhao and Lingyan Zhang: "A New Method of Hyperspectral Remote Sensing Image Dimensional Reduction". Journal of Image and Graphics, 10(2): pp. 218-222. 2005.
- Mallat S. and Z. Zhang: "Matching pursuits with time-frequency dictionaries", IEEE Trans. on Signal Process., 12(41), pp. 3397-3415, 1993.
- Manfré Luiz Augusto, Eduardo Jun Shinohara , Janaína Bezerra Silva, Raquel Nogueira Del Pintor Siqueira and José Alberto Quintanilha: "Assessment of SVM classification process for landslides identification", Proceeding of the 10<sup>th</sup> International Symposium on Spatial Accuracy Assessment in Natural Resources and Environmental Sciences, Brazil, 2012.

- Manolakis D., D. Marden, and G. A. Shaw: "Hyperspectral image processing for automatic target detection applications". *Lincoln Laboratory Journal*, 14(1):79–116, 2003.
- Martinez-Usó, A., Pla, F., Sotoca, J.M., Garcia-Sevilla, P.: "Clustering-based hyperspectral band selection using information measures". *IEEE Trans. Geosci.*
- Mercier G. & Lennon M: "Support vector machines for hyperspectral image classification with spectral-based kernels", in *Proceedings of IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*, Toulouse, France, pp. 288-290, 2003.
- Miao L. and H. Qi: "Endmember extraction from highly mixed data using minimum volume constrained nonnegative matrix factorization", *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 45(3):765–777, Mar. 2007.
- Nascimento J. M. P. and J. M. Bioucas-Dias: "Vertex component analysis: A fast algorithm to unmix hyperspectral data," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 43, no. 4, pp. 898–910, 2005.
- Neville R. A., K. Staenz, T. Szeredi, J. Lefebvre, and P. Hauff: "Automatic endmember extraction from hyperspectral data for mineral exploration," in *Proc. Canadian Symp. Remote Sens.*, pp. 21–24, 1999.
- Plaza A., P. Martinez, R. Perez, and J. Plaza: "Spatial/spectral endmember extraction by multidimensional morphological operations," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 40, no. 9, pp. 2025–2041, 2002.
- Pudil, P., Novovi\_cov\_a, J., Kittler, J.: "Floating search methods in feature selection". *Pattern Recognition Letters* 15 (11), pp.1119-1125, 1994.
- Richards, J. A.: "Remote Sensing: Digital Image Analysis", 2nd edn (New York: Springer), 1993.
- Ritter G. X., G. Urcid, and M. S. Schmalz: "Autonomous single-pass endmember approximation using lattice auto-associative memories," *Neurocomputing*, vol. 72, no. 10–12, pp. 2101–2110, 2009.
- Rogge D. M., B. Rivard, J. Zhang, A. Sanchez, J. Harris, and J. Feng: "Integration of spatial-spectral information for the improved extraction of endmembers," *Remote Sens. Environ.*, vol. 110, no. 3, pp. 287–303, 2007.
- Rui Huang, Mingyi He: "Band selection based on feature weighting for classification of hyperspectral data", *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, V. 2, pp.156-159, 2005.
- Samadzadegan F., H. Hasani, T. Partovi: "Sensitivity analysis of support vector machine in classification of hyperspectral imagery", 1992.
- Santos A. B., C. S. F. de S. Celes, A. de A. Araújo and D. Menotti: "Feature Selection for Classification of Remote Sensed Hyperspectral Images: A Filter approach using Genetic Algorithm and Cluster Validity". *Internacional Conference on Image Processing, Computer Vision, & Patern Recognition (IPCV)*, 2012.
- Schowengerdt R. A., *Remote Sensing: "Models and Methods for Image Processing"*, 2nd ed. 1997.
- Serpico S.B., Bruzzone L.: "A new search algorithm for feature selection in hyperspectral remote sensing images". *Geoscience and Remote Sensing*, *IEEE Transactions on*, 39(7), pp. 1360-1367, 2001.

- Simin Cai, Zhang Rongqun, Cheng Wenling, Yuan Hui: "Band selection of hyperspectral images based on Bhattacharyya distance". WSEAS Transactions on Information Science and Applications, Volume 6 Issue 7, pp. 1165-1175, 2009.
- Stone, C. J.: "Optimal rates of convergence for nonparametric estimators. The Annals of Statistics" 8: p 1348–1360, 1980.
- Swain, P. H., and Davis, S. M.: "Remote Sensing: The Quantitative Approach" (New York: McGraw-Hill), 1978.
- Tarabalka Y.: "Classification of Hyperspectral Data Using Spectral-Spatial Approaches". Ph.D. thesis, University of Iceland and Grenoble Institute of Technology, 2010.
- Tou, J. T., and Gonzalez, R. C.: "Pattern Recognition Principles", (London: Addison-Wesley), 1974.
- Tu T.M.: "Unsupervised signature extraction and separation in hyperspectral images: A noise-adjusted fast independent component analysis approach," Opt. Eng., vol. 39, no. 4, pp. 897–906, 2000.
- Vapnik V.: "Estimation of Dependences Based on Empirical Data". Nauka, Moscow, 1979.
- Vapnik V.: "The Nature of Statistical Learning Theory". Springer-Verlag, New York, 1995.
- Wang B., X. Wang and Z. Chen: "Spatial entropy based mutual information in hyperspectral band selection for supervised classification". Int. J. Numer. Anal. Mod., 9 , pp. 181-192, 2012.
- Weingessel Andreas, Martin Natter, Kurt Hornik: "Using independent component analysis for feature extraction and multivariate data projection", Vienna University of Economics and Business Administration, 1998.
- Wilfredo E. Lugo-Beauchamp, "Parallelization of Hyperspectral Imaging Classification and Dimensionality Reduction Algorithms", 2004.
- Winter M. E.: "N-FINDR: An algorithm for fast autonomous spectral endmember determination in hyperspectral data," in Proc. SPIE Image Spectrometry V, vol. 3753, pp. 266–277, 1999.
- Yang, He Du, Qian Su, Hongjun Sheng, Yehua: "An Efficient Method for Supervised Hyperspectral Band Selection", IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, Volume.8, Issue.1, pp.138, ISSN: 1545598X, 2011.
- Zare Alina: "Hyperspectral Endmember Detection and Band Selection using Bayesian Methods", University of Florida, 2008.
- Zhang Jun ping and Zhang Ye: "Hyperspectral image classification based on information fusion," Journal of Harbin institute of technology, vol.34, no.4, pp. 464-468, 2002.
- Zortea M. and A. Plaza: "Spatial preprocessing for endmember extraction," IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., vol. 47, pp. 2679–2693, 2009.
- Ανδρέου Χαρούλα: "Δυνατότητες και Περιορισμοί της Υπερφασματικής Τηλεπισκόπησης στην Ανίχνευση Ποιοτικών Χαρακτηριστικών του Οδοστρώματος", Διπλωματική Εργασία, ΣΑΤΜ-ΕΜΠ, Αθήνα, 2008.
- Αργιαλάς Δ.: "Ψηφιακή Τηλεπισκόπηση", ΕΜΠ, Αθήνα 1998.