



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ
ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

**ΕΝΑ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΓΙΑ ΤΗΝ
ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΚΑΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ
ΑΠΕΛΕΥΘΕΡΩΜΕΝΩΝ ΑΓΟΡΩΝ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Κωνσταντίνος Γκατζιάνας

Επιβλέπων: Ιωάννης Ψαρράς
Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Φεβρουάριος 2013



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ
ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

**ΕΝΑ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΓΙΑ ΤΗΝ
ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΚΑΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ
ΑΠΕΛΕΥΘΕΡΩΜΕΝΩΝ ΑΓΟΡΩΝ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Κωνσταντίνος Γκατζιάνας

Επιβλέπων: Ιωάννης Ψαρράς
Καθηγητής ΕΜΠ

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 18^η Οκτωβρίου 2012.

Αθήνα, Φεβρουάριος 2013

.....
Ιωάννης Ψαρράς
Καθηγητής ΕΜΠ

.....
Δημήτριος Ασκούνης
Επίκουρος Καθηγητής
ΕΜΠ

.....
Βασίλειος Ασημακόπουλος
Καθηγητής ΕΜΠ

.....
Κωνσταντίνος Γκατζιάνας

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Κωνσταντίνος Γκατζιάνας.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Ευχαριστίες

Καταρχάς θέλω να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή της διπλωματικής μου κο. Ιωάννη Ψαρρά, για την καθοδήγησή του και τη βοήθεια του σε κάθε φάση της δημιουργίας της. Επίσης, θέλω να ευχαριστήσω τον κο. Σωτήρη Παπαδέλη, η συνεισφορά του οποίου ήταν ιδιαίτερα σημαντική για την επιτυχή ολοκλήρωση της εργασίας αυτής. Θέλω να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στους γονείς μου για την διαρκή τους υποστήριξη, που επέτρεψε την επιτυχή διεκπεραίωση των σπουδών μου. Τέλος, θέλω να ευχαριστήσω τους φίλους και συναδέλφους μου για τα όμορφα φοιτητικά χρόνια που περάσαμε μαζί.

Κωνσταντίνος Γκατζιάνας

Αθήνα, Φεβρουάριος 2013

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία παρουσιάζει τα χαρακτηριστικά των δομικών μοντέλων, καθώς και τις συνηθέστερες προσεγγίσεις για την οικονομετρική ανάλυση αγορών ηλεκτρικής ενέργειας. Επιπλέον, παρουσιάζει οικονομετρικές τεχνικές για την εκτίμηση των παραμέτρων ενός δομικού μοντέλου, με έμφαση στον προσδιορισμό της διαχρονικής εξέλιξής τους. Τέλος, περιλαμβάνεται μία άσκηση μοντελοποίησης της Ελληνικής αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας.

Λέξεις Κλειδιά

Μοντελοποίηση αγορών ηλεκτρικής ενέργειας, δομικά μοντέλα, εκτίμηση παραμέτρων

Abstract

This thesis presents the characteristics of structural models, and the most common approaches for the econometric analysis of electricity markets. Moreover, it presents econometric techniques to estimate the parameters of a structural model, with emphasis on determining their evolution over time. Finally, it includes an exercise on modelling the Greek electricity market.

Key words

Electricity market modelling, structural models, parameter calibration

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1 ^ο – Εισαγωγή	10
Κεφάλαιο 2 ^ο – Οικονομετρική Ανάλυση Αγορών Ηλεκτρικής Ενέργειας.....	11
2.1 Εισαγωγή	11
2.2 Παράγοντες και Συσχετίσεις που ενσωματώνονται στα Δομικά Μοντέλα	12
2.2.1 Ζήτηση ηλεκτρικής ενέργειας	12
2.2.2 Κόστος παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας	13
2.3 Ενδεικτικά Δομικά Μοντέλα	15
2.4 Κρίσιμα Σημεία για τη Μοντελοποίηση	23
2.4.1 Η επίδραση της μη στασιμότητας των ιστορικών χρονοσειρών	23
2.4.2 Η επίδραση της περιοδικότητας της ζήτησης	24
Κεφάλαιο 3 ^ο – Εκτίμηση Παραμέτρων Δομικών Μοντέλων	27
3.1 Εκτίμηση παραμέτρων δυναμικών συστημάτων	27
3.2 Τα Φίλτρα Σωματιδίων (particle filters)	28
Κεφάλαιο 4 ^ο – Εφαρμογή στην Ελληνική Αγορά Ηλεκτρικής Ενέργειας.....	37
4.1 Εισαγωγή	37
4.2 Προετοιμασία Δεδομένων	40
4.2.1 Η υπολειπόμενη ζήτηση	40
4.2.2 Η παραγωγή από θερμικές μονάδες	43
4.3 Το Προτεινόμενο Μοντέλο για την Ελληνική Αγορά	44
4.4 Αποτελέσματα.....	45
Κεφάλαιο 5 ^ο – Συμπεράσματα	47
Παράρτημα Α - Παράδειγμα Γραμμικής Παλινδρόμησης Κινούμενου Παραθύρου ..	49
Παράρτημα Β – Εκτίμηση Παραμέτρων Μοντέλου μέσω Γραμμικής Παλινδρόμησης Κινούμενου Παραθύρου	55

Κεφάλαιο 1^ο – Εισαγωγή

Η παρούσα διπλωματική εργασία διαρθρώνεται ως εξής:

- Στο 2^ο Κεφάλαιο παρουσιάζεται ο ορισμός και τα χαρακτηριστικά των δομικών μοντέλων, καθώς και ο σκοπός και οι συνηθέστερες προσεγγίσεις για την οικονομετρική ανάλυση αγορών ηλεκτρικής ενέργειας.
- Στο 3^ο Κεφάλαιο παρουσιάζονται οικονομετρικές τεχνικές για την εκτίμηση των παραμέτρων ενός δομικού μοντέλου, με έμφαση στον προσδιορισμό της διαχρονικής εξέλιξής τους.
- Στο 4^ο Κεφάλαιο παρουσιάζεται μία άσκηση μοντελοποίησης της Ελληνικής αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας.
- Στο 5^ο Κεφάλαιο παρουσιάζονται τα συμπεράσματα της άσκησης.
- Στα Παραρτήματα παρουσιάζεται ο κώδικας Python που χρησιμοποιήθηκε.

Κεφάλαιο 2^ο – Οικονομετρική Ανάλυση Αγορών Ηλεκτρικής Ενέργειας

2.1 Εισαγωγή

Ο στόχος της οικονομετρικής ανάλυσης μιας αγοράς είναι η δημιουργία ενός μοντέλου με τα ακόλουθα χαρακτηριστικά γνωρίσματα:

1. Επιτρέπει την πρόγνωση των τιμών των προϊόντων της αγοράς ως συνάρτηση θεμελιωδών μεγεθών όπως το κόστος των πρώτων υλών ή μεγεθών που επηρεάζουν τη συνολική ζήτηση, π.χ. το εισόδημα των καταναλωτών.
2. Επιτρέπει την εκτίμηση του αντίκτυπου που αναμένεται να έχουν πολιτικές που επηρεάζουν είτε την προσφορά (π.χ. εισαγωγή κόστους συμμόρφωσης με ρυθμιστικό πλαίσιο) είτε τη ζήτηση (π.χ. φορολόγηση ή παροχή κινήτρων για εξοικονόμηση).
3. Εξηγεί ικανοποιητικά την ιστορική εξέλιξη της αγοράς (π.χ. προηγούμενα επίπεδα τιμών ή επενδύσεων), αλλά παραμένει αρκετά λιτό – με μικρό αριθμό παραμέτρων (*parsimonious*) – ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί με αυτοπεποίθηση για τη προσομοίωση μελλοντικών εξελίξεων.

Η υψηλή διαθεσιμότητα δεδομένων προσφοράς και ζήτησης για τις αγορές ηλεκτρικής ενέργειας στην Ευρώπη επιτρέπει την ανάπτυξη κατάλληλων μοντέλων για τον προσδιορισμό της σχέσης μεταξύ της τιμής της ηλεκτρικής ενέργειας και των παραγόντων που την επηρεάζουν σε βαθμό πολύ μεγαλύτερο από αυτόν άλλων αγορών. Το γεγονός αυτό έχει οδηγήσει στην ανάπτυξη μιας ιδιαίτερης κατηγορίας οικονομετρικών μοντέλων, των δομικών μοντέλων (*structural models*). Τα δομικά μοντέλα βρίσκονται ένα βήμα πριν την πλήρη αναπαράσταση του τρόπου καθορισμού των τιμών, που επιτυγχάνεται συνήθως είτε με μοντέλα βελτιστοποίησης είτε με μοντέλα πρακτόρων (*agent-based models*) που προσομοιώνουν όσο πιο κοντά στην πραγματικότητα γίνεται το μηχανισμό υποβολής προσφορών (*bidding*), την κατασκευή της καμπύλης προσφοράς από το διαχειριστή του δικτύου και τον προσδιορισμό της οριακής τιμής του συστήματος. Ως αποτέλεσμα, επιτυγχάνεται μια ισορροπία ανάμεσα στο ρεαλισμό του μοντέλου της υπό εξέταση αγοράς και στην μαθηματική και υπολογιστική πολυπλοκότητά του.

Στη βιβλιογραφία μπορεί να βρεθεί ένας μεγάλος αριθμός δομικών μοντέλων που διαφέρουν μεταξύ τους τόσο ως προς τις θεμελιώδεις συσχετίσεις που επιλέγουν να συμπεριλάβουν όσο και ως προς τον τρόπο με τον οποίο τις μοντελοποιούν. Στις επόμενες ενότητες καταγράφονται οι κυριότεροι παράγοντες και συσχετίσεις που επιδρούν στις τιμές της ηλεκτρικής ενέργειας, πάντα σε επίπεδο αγορών επόμενης ημέρας (*day-ahead markets*) και όχι σε επίπεδο λιανικής πώλησης (δηλ. πώλησης σε τελικούς καταναλωτές). Πρώτα ωστόσο περιγράφεται με συντομία η αγορά επόμενης ημέρας στην Ελλάδα.

Καθημερινά οι συμμετέχοντες στην αγορά ηλεκτρικής ενέργειας υποβάλλουν προσφορές (*bids*) για παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας (προς κάλυψη της αντίστοιχης προβλεπόμενης ζήτησης) για κάθε μία από τις 24 ώρες της επόμενης ημέρας. Οι προσφορές έχουν τη μορφή αυξουσών βηματικών συναρτήσεων με 10 ζεύγη ποσότητας (MWh) και τιμής (Euro/MWh). Μετά τη λήψη της περιόδου υποβολής προσφορών (στις 12.30 μμ), ο διαχειριστής του δικτύου αντιστοιχίζει τη ζήτηση και την προσφορά ενέργειας για κάθε ώρα, με σκοπό τη μεγιστοποίηση του κοινωνικού πλεονάσματος (*social welfare*) και την ικανοποίηση των περιορισμών που

προκύπτουν από τη μέγιστη μεταφορική δυναμικότητα από τη Βόρεια προς τη Νότια Ελλάδα, καθώς και τους τεχνικούς περιορισμούς των διασυνδεδεμένων μονάδων παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας.

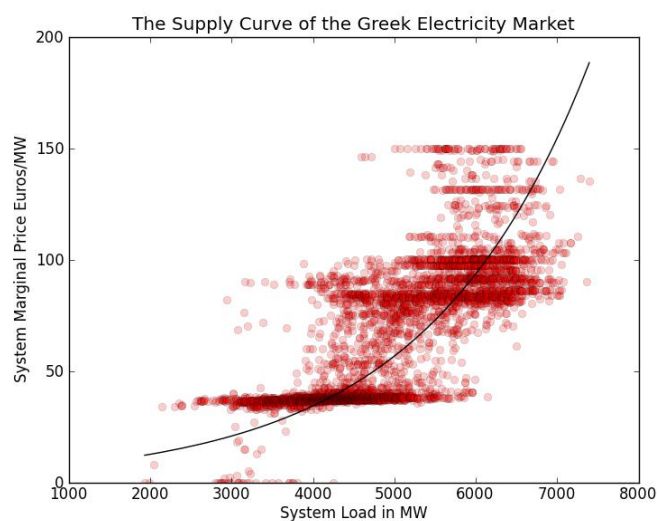
2.2 Παράγοντες και Συσχετίσεις που ενσωματώνονται στα Δομικά Μοντέλα

Γενικό χαρακτηριστικό όλων των εμπορευματικών αξιών (*commodities*) είναι πως η ισορροπία μεταξύ προσφοράς και ζήτησης οδηγεί τις τιμές να παλινδρομούν γύρω από ένα μέσο επίπεδο (*mean reversion*), που αντιστοιχεί στο οριακό κόστος κάλυψης της ζήτησης. Ταυτόχρονα, μια σειρά από παράγοντες επιδρούν στη διακύμανση των τιμών γύρω από το επίπεδο αυτό. Εξειδικεύοντας το γεγονός αυτό στις αγορές ηλεκτρικής ενέργειας, προκύπτει πως οι σημαντικότεροι παράγοντες που επηρεάζουν την τιμή της ενέργειας είναι η ζήτηση και το κόστος παραγωγής όπως αυτά αναλύονται στις παρακάτω υπο-ενότητες.

2.2.1 Ζήτηση ηλεκτρικής ενέργειας

Το χαρακτηριστικότερο στοιχείο της ζήτησης για ηλεκτρική ενέργεια είναι η πολύ μικρή ελαστικότητά της ως προς την τιμή. Αυτό ενισχύεται από το γεγονός πως οι τελικοί καταναλωτές δεν αισθάνονται τον αντίκτυπο από τις βραχυπρόθεσμες διακυμάνσεις των τιμών, καθώς πληρώνουν πολύ αργά μεταβαλλόμενες λιανικές τιμές. Αν σε αυτό προστεθεί η αδυναμία αποθήκευσης της ηλεκτρικής ενέργειας, το αποτέλεσμα είναι η εξαιρετικά υψηλή μεταβλητότητα της τιμής.

Επιπλέον, τα ιστορικά δεδομένα τιμών και φορτίου (ζήτησης) ηλεκτρικής ενέργειας καταδεικνύουν την ισχυρή συσχέτιση μεταξύ τους. Για παράδειγμα, το ακόλουθο σχήμα απεικονίζει τη χονδρική τιμή της ηλεκτρικής ενέργειας στην Ελλάδα στην περίοδο από 01/11/2011 έως 31/05/2012 σε σχέση με την αντίστοιχη ζήτηση. Ως εκ τούτου, όλα τα δομικά μοντέλα της βιβλιογραφίας ξεκινούν από τον προσδιορισμό αφενός μιας στοχαστικής διαδικασίας που περιγράφει τη ζήτηση και αφετέρου μιας συνάρτησης που αποτυπώνει τη σχέση της με την τιμή. Με παραδοσιακούς οικονομετρικούς όρους, αυτή η συνάρτηση μπορεί να θεωρηθεί ως η αντίστροφη της καμπύλης προσφοράς.



Σχήμα 2.1 – Η καμπύλη προσφοράς στην Ελληνική αγορά ηλεκτρικής ενέργειας

Αν και στην Ελληνική αγορά δεν υφίστανται διμερή συμβόλαια έξω από το πλαίσιο της (*Over The Counter - OTC*), υπάρχουν Ευρωπαϊκές αγορές (όπως π.χ. η *European*

Electricity Exchange - EEX) όπου μόνο ένα μικρό μέρος της συνολικής ζήτησης είναι υπό διαπραγμάτευση στην αγορά. Αυτό συνεπάγεται πως εάν οι τιμές είναι χαμηλές, οι παραγωγοί ενέργειας μπορούν να επιλέξουν την αγορά ποσοτήτων ενέργειας σε τρέχουσες τιμές με σκοπό να καλύψουν υποχρεώσεις τους εκτός αγοράς χωρίς δική τους παραγωγή. Αυτή η συμπεριφορά οδηγεί σε αύξηση της ελαστικότητας του φορτίου από τη μεριά της ζήτησης, ακόμα και εάν το συνολικό φορτίο παραμένει ανελαστικό ως προς την τιμή. Ακόμα όμως και σε αυτή την περίπτωση, η σχέση τιμής και ζήτησης εξακολουθεί να είναι ισχυρή (ισχυρώς αύξουσα).

Σύμφωνα με το ισχύον πλαίσιο στην Ευρώπη, η παραγωγή από ανανεώσιμες πηγές ενέργειας (ΑΠΕ) εισέρχεται στο δίκτυο μη τιμολογούμενη (υπό προκαθορισμένη τιμή αγοράς) και κατά προτεραιότητα. Ως αποτέλεσμα, η παραγωγή από ΑΠΕ μπορεί να θεωρηθεί ως αρνητική ζήτηση που αφαιρούμενη από τη συνολική δίνει την υπολειπόμενη, η οποία και θα καλυφθεί από τις προσφορές ποσότητας και τιμής των θερμικών και μεγάλων υδροηλεκτρικών εγκαταστάσεων. Σημειώνεται ότι ενώ στην χονδρεμπορική αγορά ηλεκτρικής ενέργειας συμμετέχουν και οι μεγάλες υδροηλεκτρικές μονάδες, αποτελεί εξαίρεση το τμήμα της παραγωγής τους (υποχρεωτικά νερά), το οποίο κατατάσσεται στις μη τιμολογούμενες προσφορές έγχυσης και σχετίζεται με χρήσεις ύδρευσης, άρδευσης, καθώς και ελέγχου στάθμης για αποφυγή υπερχειλίσης.

2.2.2 Κόστος παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας

Το κόστος παραγωγής μπορεί να αναλυθεί σε μεταβλητό κόστος, κυριότερο στοιχείο του οποίου είναι το κόστος καυσίμου, και κόστος απόσβεσης επένδυσης. Σε μία αγορά όπου κάθε παραγωγός προσφέρει κάθε ποσότητα τιμολογώντας την στο (οριακό) μεταβλητό κόστος, οι παραγωγοί που βρίσκονται στο δεξιό μέρος της καμπύλης προσφοράς δεν επιτυγχάνουν την ανάκτηση του επενδυτικού τους κόστους. Ως εκ τούτου έχουν αναπτυχθεί δύο κύριοι εναλλακτικοί μηχανισμοί για την παροχή κινήτρων για επενδύσεις σε δυναμικότητα που αξιοποιείται μόνο για μικρές περιόδους μέσα στο χρόνο όπου η ζήτηση είναι ιδιαίτερα υψηλή (δυναμικότητα αιχμής – *peaking capacity*):

1. Αγορές μόνο ενέργειας όπου οι παραγωγοί αιχμής τιμολογούν αρκετά υψηλά, δημιουργώντας εκτίναξη των τιμών (*price spikes*), σε περιόδους όπου ο λόγος της ζήτησης προς τη διαθέσιμη δυναμικότητα πλησιάζει τη μονάδα.
2. Αγορές ενέργειας που συνδυάζονται με αγορές μακροχρόνιας διαθεσιμότητας ισχύος (*capacity markets*), όπου ορίζονται διοικητικά οι τιμές που προσφέρονται για τη διαθεσιμότητα ισχύος κάθε μονάδας (π.χ. €/kW/έτος) ανεξάρτητα από το εάν αυτή χρησιμοποιείται ή όχι.

Στην Ελληνική αγορά ηλεκτρικής ενέργειας λειτουργεί αγορά μακροχρόνιας διαθεσιμότητας ισχύος καθώς, λόγω των φθηνών λιγνιτικών μονάδων παραγωγής, οι επενδυτές σε μονάδες που χρησιμοποιούν φυσικό αέριο ως καύσιμο πρέπει να λαμβάνουν αμοιβή έναντι μέρους του κόστους κεφαλαίου της επένδυσης για την αποφυγή πολύ υψηλών τιμών στην χονδρεμπορική αγορά.

Σε κάθε περίπτωση, ένας αναλυτής που παρατηρεί την τιμή της ηλεκτρικής ενέργειας στην χονδρεμπορική αγορά θα πρέπει να εντοπίσει συσχέτιση μεταξύ αυτής και της τιμής των καυσίμων που χρησιμοποιούν οι μονάδες που την απαρτίζουν. Στην πράξη, η επίδραση της τιμής των καυσίμων εξαρτάται από τα επίπεδα της ζήτησης κάθε ώρα.

Ένα τελευταίο ζήτημα αφορά στις μεγάλες υδροηλεκτρικές εγκαταστάσεις. Οι υδροηλεκτρικές εγκαταστάσεις χρησιμοποιούν το νερό ως πεπερασμένο πόρο. Ως αποτέλεσμα, όση περισσότερη ενέργεια παράγουν μία περίοδο τόσο λιγότερο νερό υπάρχει διαθέσιμο για τις επόμενες περιόδους. Η αξία του νερού σχετίζεται με την απόφαση ανάμεσα στην παραγωγή τώρα ή αποθήκευση για παραγωγή σε επόμενη περίοδο και αντιστοιχεί στα αναμενόμενα κέρδη από τη βέλτιστη επιλογή. Αν γίνει η υπόθεση ότι οι αντίστοιχες μονάδες ακολουθούν μεθόδους βελτιστοποίησης, τότε η παραγωγή τους αντικατοπτρίζει τις προσδοκίες τους για τις μελλοντικές βροχοπτώσεις και τις μελλοντικές τιμές της ηλεκτρικής ενέργειας σε σχέση με τα αποθέματα νερού που διατηρούν κάθε στιγμή.

Η εμπειρία έχει δείξει (Counsell et al., 2006) ότι η εξέλιξη της αξίας του νερού μέσα στο χρόνο ακολουθεί ένα προβλέψιμο σχήμα, σύμφωνα με το οποίο η αξία είναι υψηλή σε περιόδους χαμηλών αποθεμάτων και μάλιστα παρουσιάζει απότομη αύξηση όσο τα αποθέματα μειώνονται. Στις υπόλοιπες συνθήκες παραμένει σταθερή, ενώ μηδενίζεται όταν τα αποθέματα φτάσουν τη μέγιστη στάθμη που μπορεί να διατηρηθεί με ασφάλεια.

Όταν ο παραγωγός έχει εκτιμήσει την αξία του νερού, η μονάδα μπορεί να λειτουργήσει με την ίδια λογική που λειτουργεί μία θερμική μονάδα, απλά συνυπολογίζεται αντί για κόστος καυσίμου, η αξία του νερού και οι προσφορές έγχυσης χαρακτηρίζονται από τιμές ίσες ή μεγαλύτερες της αξίας του νερού. Αντίθετα όμως με την τιμή των καυσίμων που είναι δημοσιοποιημένη πληροφορία, η αξία του νερού είναι γνωστή μόνο στον παραγωγό.

Ακολουθώντας την προσέγγιση που παρουσιάζεται στο (Tipping, 2007), γίνεται η παραδοχή πως η διάμεσος (*median*) του επιπέδου αποθεμάτων – μετρούμενο ως μέγιστη διαθέσιμη δυναμικότητα – των προηγούμενων ετών αντικατοπτρίζει το βέλτιστο μονοπάτι διατήρησης αποθεμάτων. Με δεδομένο ότι η διάμεσος απέχει από τα δύο άκρα του αποθέματος (πολύ χαμηλό και οριακά ασφαλές απόθεμα), μπορεί να θεωρηθεί ότι δεν απέχει πολύ από τα βέλτιστα επίπεδα που προσπαθεί να διατηρήσει ο παραγωγός. Σημειώνεται εδώ πως έχει αποδειχθεί μαθηματικά (Scott, 1998) πως η βέλτιστη λειτουργία μιας υδροηλεκτρικής μονάδας αντιστοιχεί στη διατήρηση διαχρονικά σταθερής της αξίας του νερού.

Ορίζεται το ιστορικό 10^ο ποσοστημόριο (*percentile*) ως κάτω όριο (ζώνη κινδύνου). Καθώς στην πράξη κάθε κανόνας διαχείρισης νερών αναμένεται να χρησιμοποιεί συνεχή καμπύλη, ο κινούμενος μέσος 45 ημερών του 10^{ου} ποσοστημορίου λαμβάνεται ως κάτω όριο. Όσο πιο κοντά στο κάτω όριο βρίσκονται τα επίπεδα αποθέματος τόσο αυξάνεται η αξία του νερού.

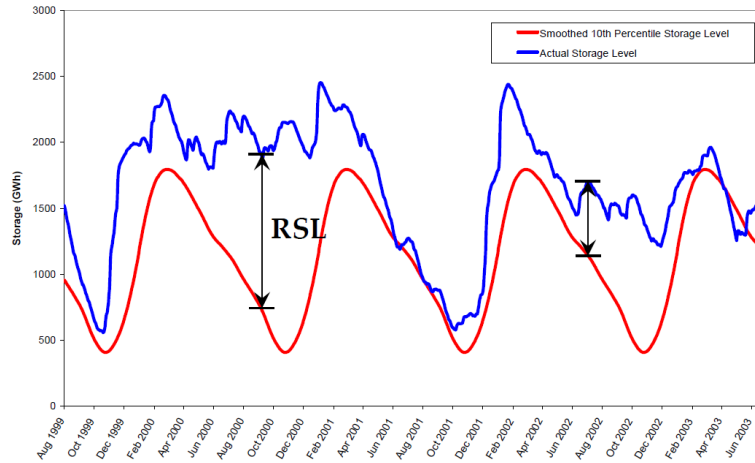
Ορίζεται το σχετικό επίπεδο αποθεμάτων (*relative storage level* – RSL) ως:

$$RSL_t = Storage\ level_t - Historic\ tenth\ percentile_d$$

όπου d είναι η μέρα το χρόνου που αντιστοιχεί στην ημέρα t.

Η διακριτότητα της προαναφερθείσας σχέσης είναι ημερήσια, καθώς η παραγωγή από τις υδροηλεκτρικές μονάδες κατανέμεται για κάθε ώρα της ημέρας με χρήση λογισμικού υδροθερμικής συνεργασίας (κατανομή των υποχρεωτικών νερών μέσα στο 24ωρο έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται το κόστος λειτουργίας των θερμικών μονάδων του συστήματος).

Ένα παράδειγμα μεταβολής του RSL μέσα στο χρόνο απεικονίζεται στο σχήμα που ακολουθεί.



Σχήμα 2.2 – Η εξέλιξη του σχετικού επιπέδου αποθεμάτων

Καθώς η σχέση μεταξύ σχετικού επιπέδου αποθεμάτων (RSL_{t-1}) και αξίας νερού (WV_t) είναι εκθετική (Tipping, 2007), μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως προσέγγιση της αξίας ο όρος:

$$WV_t = a \cdot e^{-b \cdot RSL_{t-1}} \quad (2.1)$$

2.3 Ενδεικτικά Δομικά Μοντέλα

Ένα τυπικό παράδειγμα δομικού μοντέλου που περιλαμβάνει ως επεξηγηματικές για την τιμή μεταβλητές τη ζήτηση και τη διαθέσιμη δυναμικότητα έχει την ακόλουθη μορφή (Skantze et al., 2000):

$$P_t = \exp(aD_t + bC_t), \quad a > 0, \quad b < 0, \quad (2.2)$$

όπου P_t είναι η τιμή της ηλεκτρικής ενέργειας τη χρονική στιγμή t (π.χ. ώρα ή ημέρα), D_t η ζήτηση και C_t η συνολική διαθέσιμη δυναμικότητα στην αγορά. Οι στοχαστικές διαδικασίες των D_t και C_t μοντελοποιούνται συνήθως ως διαδικασίες Ornstein-Uhlenbeck γύρω από τάσεις (*trends*) που χαρακτηρίζονται από εποχικότητα – η ζήτηση έχει εποχικότητα λόγω της εποχικότητας των καιρικών συνθηκών και η δυναμικότητα λόγω των προγραμματισμένων συντηρήσεων.

Ενώ η σχέση (2.2) παρουσιάζει μια ελκυστική απλότητα, ανακύπτουν τρία ερωτήματα:

1. Η διαδικασία C_t είναι παρατηρήσιμη ή απλώς ένας όρος θορύβου; Εάν η C_t είναι παρατηρήσιμη, μπορεί να προσαρμοστεί σε πραγματικά (ιστορικά) δεδομένα, ωστόσο δεν είναι βέβαιο ότι θα εξηγεί πλήρως τη μεταβλητότητα της τιμής, καθώς αυτή μπορεί να οφείλεται σε περιορισμούς της μεταφορικής δυναμικότητας ή σε τεχνικούς περιορισμούς στη λειτουργία των παραγωγικών μονάδων (π.χ. μέγιστος ρυθμός αύξησης επιπέδων παραγωγής).
2. Μια μείωση του C_t πρέπει να οδηγεί σε παράλληλη μετατόπιση της καμπύλης προσφοράς όπως ορίζει η σχέση (2.2); Εάν όλες οι μονάδες έχουν την ίδια πιθανότητα να βγουν από το σύστημα, τότε η τιμή θα πρέπει να είναι συνάρτηση του όρου $\frac{D_t}{C_t}$ και όχι του $D_t - C_t$.

3. Πώς θα διασφαλιστεί – εάν κριθεί απαραίτητο – η ανισότητα $D_t \leq C_t$;

Ωστόσο, η ζήτηση και η τιμή της ηλεκτρικής ενέργειας δεν είναι απολύτως συσχετισμένες. Μια συνήθης προσθήκη στα δομικά μοντέλα είναι αυτή μιας στοχαστικής διαδικασίας που αντιπροσωπεύει τη διαθεσιμότητα της παραγωγικής δυναμικότητας.

Μια επέκταση της σχέσης (2.2) είναι η ακόλουθη (Burger et al., 2004):

$$P_t = \exp \left\{ f \left(t, \frac{D_t}{C_t} \right) + Y_t \right\}, \quad t = 0, 1, \dots, \quad (2.3)$$

όπου $f \left(t, \frac{D_t}{C_t} \right)$ είναι η καμπύλη προσφοράς, ενώ το Y_t είναι ένας μη παρατηρήσιμος

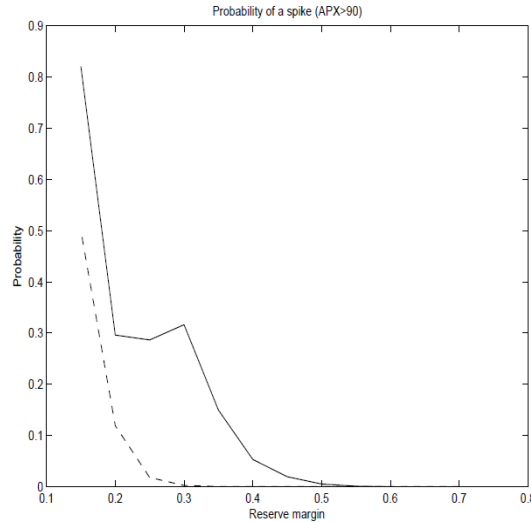
όρος θορύβου. Η εμπειρία δείχνει ότι κρίσιμος παράγοντας καθορισμού της τιμής της ηλεκτρικής ενέργειας είναι η τιμή της ζήτησης σε σχέση με τη διαθέσιμη δυναμικότητα, γεγονός που συνηγορεί στη μοντελοποίηση τόσο της ζήτησης όσο και της διαθέσιμης δυναμικότητας με μία μοναδική μεταβλητή.

Ενώ η ζήτηση και η διαθέσιμη δυναμικότητα είναι σημαντικοί παράγοντες για την βραχυπρόθεσμη μεταβλητότητα της τιμής, τα μακροπρόθεσμα επίπεδα των τιμών τείνουν να ακολουθούν την εξέλιξη του κόστους παραγωγής. Συνεπώς, κάθε δομικό μοντέλο που χρησιμοποιείται για τη μέσο και μακροπρόθεσμη προσομοίωση τιμών πρέπει να περιλαμβάνει τον κίνδυνο από τις μεταβολές στις τιμές των καυσίμων, καθώς και κάθε άλλη πληροφορία που περιλαμβάνεται στις καμπύλες των συμβολαίων μελλοντικής εκπλήρωσης (*forward curves*) των καυσίμων. Η πρόκληση αφορά στον τρόπο με τον οποίο μπορούν να ενσωματωθούν οι μεταβολές των τιμών των καυσίμων σε αυτές της καμπύλης προσφοράς. Ταυτόχρονα, η ποσότητα ενέργειας που προέρχεται από ορισμένες τεχνολογίες δεν καθορίζεται από κόστη καυσίμων αλλά από την αναμενόμενη αξία ενός πεπερασμένου πόρου (υδροηλεκτρική τεχνολογία), τη διαθεσιμότητα ενός απεριόριστου πόρου (αιολική ή ηλιακή τεχνολογία) ή την ανάγκη να βρίσκεται η μονάδα σε διαρκή λειτουργία λόγω του υψηλού κόστους διακοπής της (πυρηνική τεχνολογία).

Πέρα από τα επίπεδα των τιμών της ηλεκτρικής ενέργειας, σημαντική παράμετρο για όλους τους εμπλεκόμενους σε μία αγορά είναι η πιθανότητα οι τιμές να ξεπεράσουν ένα καθορισμένο άνω όριο (*price spike*). Μία μέθοδος για τον προσδιορισμό της σχετικής πιθανότητας παρουσιάστηκε στο (Anderson, 2004), όπου η πιθανότητα ακραίων τιμών συσχετίστηκε με το περιθώριο εφεδρείας (*reserve margin*):

$$\text{reserve margin} = 1 - \frac{\text{demand}}{\text{available capacity}}$$

Στο ακόλουθο σχήμα αποτυπώνεται η σχέση μεταξύ της πιθανότητας εμφάνισης μιας ακραίας τιμής στην Ολλανδική αγορά ηλεκτρικής ενέργειας – με την ακραία τιμή να ορίζεται ως οποιαδήποτε τιμή μεγαλύτερη των 90€ ανά MWh – και του περιθωρίου εφεδρείας, με βάση ιστορικά δεδομένα.



Σχήμα 2.3 – Η πιθανότητα ακραίας τιμής ως συνάρτηση του περιθωρίου εφεδρείας

Μία μέθοδος μοντελοποίησης που επεκτείνει τη σχέση (2.3) είναι η προσέγγιση που παρουσιάζεται στο (Carmona et al., 2012). Κεντρικό στοιχείο της προσέγγισης είναι η διαπίστωση πως όταν οι παραγωγοί ενέργειας καθορίζουν τις προσφορές τους, λαμβάνουν υπόψη το κόστος παραγωγής κάθε μονάδας. Το κόστος αυτό εξαρτάται κυρίως από την τιμή του καυσίμου (ή των καυσίμων εφόσον είναι δυνατή η εναλλαγή τους), καθώς και τα μεταβλητά λειτουργικά κόστη. Στην πράξη, το κόστος παραγωγής μίας MWh μπορεί να γραφεί ως:

$$C = \frac{HR}{1000} \cdot P_{fuel} + VC$$

όπου:

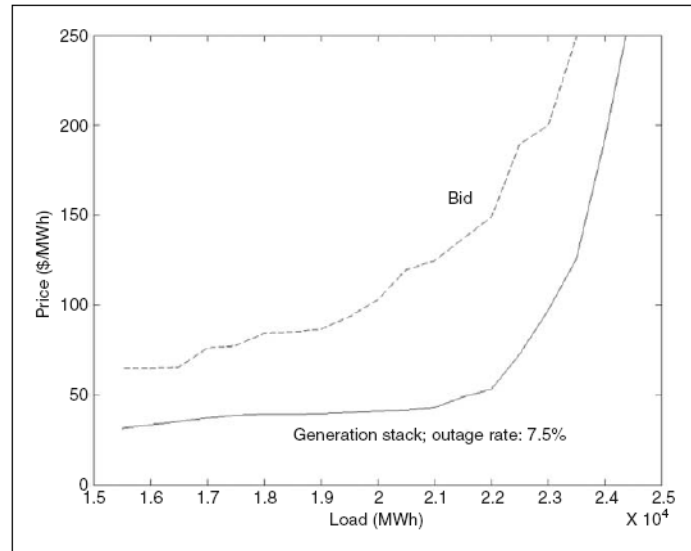
C μετριέται σε €/MWh

HR η θερμική απόδοση (*heat rate*) της τεχνολογίας (Btu/kWh)

P_{fuel} το κόστος του καυσίμου σε €/MMBtu

VC το μεταβλητό λειτουργικό κόστος (πλην κόστους καυσίμων) σε €/MWh.

Όταν οι καμπύλες προσφορών (*bid stacks*) δεν μπορούν να εκτιμηθούν λόγω μη διαθεσιμότητας των δεδομένων, η καμπύλη κόστους παραγωγής (*generation stack*) μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως προσέγγιση (*proxy*). Μία καμπύλη κόστους παραγωγής αντιστοιχεί στην καμπύλη προσφοράς όταν όλοι οι παραγωγοί προσφέρουν ενέργεια σε τιμή ίση με το κόστος παραγωγής της. Το ακόλουθο σχήμα προέρχεται από το (Eydeland και Wolyniec, 2003) και αποτυπώνει τις δύο προαναφερθείσες καμπύλες για την Αμερικανική αγορά NEPOOL.



Σχήμα 2.4 – Η καμπύλη προσφοράς και η καμπύλη κόστους παραγωγής

Η καμπύλη προσφοράς σε μία αγορά ηλεκτρικής ενέργειας είναι το αποτέλεσμα των ξεχωριστών καμπύλων προσφοράς, οι οποίες μπορεί να αντιστοιχούν σε:

- Διαφορετικές εταιρείες μέσα στην αγορά
- Διαφορετικά καύσιμα
- Διαφορετικές τεχνολογίες ή ηλικίες τεχνολογιών
- Συνδυασμούς των ανωτέρω

Σύμφωνα με την προαναφερθείσα προσέγγιση, η καμπύλη προσφοράς βασίζεται σε καμπύλες που αντιστοιχούν σε διαφορετικά καύσιμα και διαφορετικούς συντελεστές θερμικής κατανάλωσης, δηλαδή διαφορετικές καμπύλες για διαφορετικά καύσιμα ή για ίδια καύσιμα αλλά διαφορετικές τεχνολογίες / ηλικίες τεχνολογιών (*vintages*). Επιπλέον, γίνεται η παραδοχή ότι οι ξεχωριστές καμπύλες προσφοράς (*bid stacks*) είναι εκθετικές συναρτήσεις του κόστους του καυσίμου (δηλ. τιμής δια της αποδοτικότητας) και της προσφερόμενης ποσότητας:

$$bid_i(q_i, s_i) = s_i \cdot \exp(a + b \cdot q_i), \text{ για } (q_i, s_i) \in [0, \bar{q}_i] \times \mathcal{R}_+ \quad (2.4)$$

όπου q_i είναι η ποσότητα ηλεκτρικής ενέργειας που προέρχεται από μονάδες που χρησιμοποιούν το καύσιμο i , s_i το κόστος του καυσίμου i και \bar{q}_i η μέγιστη διαθέσιμη δυναμικότητα των μονάδων που χρησιμοποιούν το καύσιμο i .

Στην περίπτωση των υδροηλεκτρικών μονάδων, ο συνδυασμός των σχέσεων (2.1) και (2.4) δίνει την ακόλουθη:

$$bid_i(q_i, RSL) = \exp(-w \cdot RSL_{t-1}) \cdot \exp(a + b \cdot q_i) \quad (2.5)$$

Εάν τα ιστορικά στοιχεία για τις προσφορές είναι διαθέσιμα, τότε οι συναρτήσεις (2.4) μπορούν να εκτιμηθούν απευθείας από αυτά. Ωστόσο, στις περισσότερες Ευρωπαϊκές αγορές ηλεκτρικής ενέργειας τα δεδομένα αυτά δεν είναι διαθέσιμα. Διαθέσιμα είναι μόνο τα στοιχεία για τις τιμές και τις ποσότητες που προσφέρονται ανά τεχνολογία κατά την εκκαθάριση (*clearing*) της αγοράς. Ως αποτέλεσμα, οι

παράμετροι a και b κάθε καμπύλης πρέπει να προσδιοριστούν με γνωστές τις ποσότητες q_i , τα κόστη s_i και τις οριακές τιμές του υπό εξέταση συστήματος.

Για το σκοπό αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί η ακόλουθη σχέση για την συνολική καμπύλη προσφοράς – αντίστροφη συνάρτηση του αθροίσματος των αντίστροφων των ξεχωριστών καμπύλων προσφοράς:

$$P_t = \left(\prod_{i \in M} (s_i)^{k_i} \right) \cdot \exp \left\{ \beta + \gamma \cdot \left(D_t - \sum_{i \in C} \bar{q}^i \right) \right\} \quad (2.6)$$

όπου:

P_t είναι η τιμή της ηλεκτρικής ενέργειας τη χρονική στιγμή t

$$k_i = \frac{1}{\zeta} \prod_{j \in M, j \neq i} b_j, \quad \beta = \frac{1}{\zeta} \left(\sum_{l \in M} a_l \prod_{j \in M, j \neq l} b_j \right)$$

$$\gamma = \frac{1}{\zeta} \prod_{j \in M} b_j, \quad \zeta = \sum_{l \in M} \prod_{j \in M, j \neq l} b_j$$

$$M = \left\{ i \in I : \text{Μέρος της διαθέσιμης δυναμικότητας των μονάδων που χρησιμοποιούν το καύσιμο } i \text{ έχει χρησιμοποιηθεί} \right\}$$

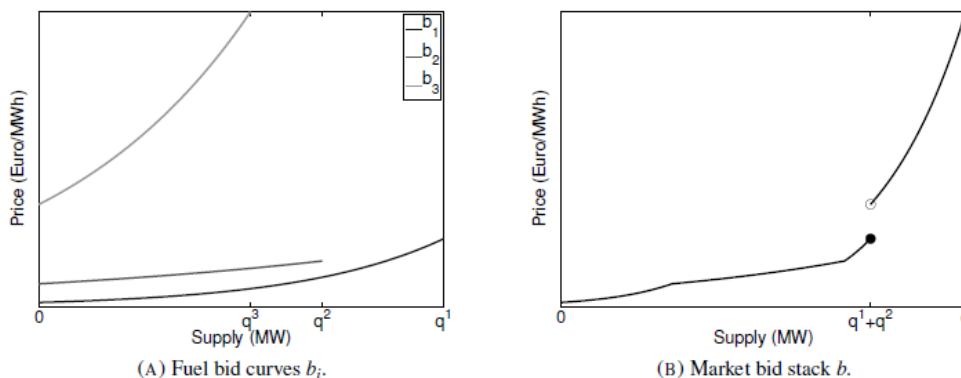
$$C = \left\{ i \in I : \text{Όλη η διαθέσιμη δυναμικότητα } \bar{q}^i \text{ των μονάδων που χρησιμοποιούν το καύσιμο } i \text{ έχει χρησιμοποιηθεί} \right\}$$

Οι περισσότερες Ευρωπαϊκές αγορές ηλεκτρικής ενέργειας δημοσιεύουν σε αντίστοιχους ιστότοπους (*transparency platforms*) στοιχεία διαθεσιμότητας μονάδων, καθώς και στοιχεία παραχθείσας ποσότητας ενέργειας ανά τεχνολογία, με ωριαία διακριτότητα. Από τα στοιχεία αυτά μπορεί να προσδιοριστεί το ποσοστό αξιοποίησης της διαθέσιμης δυναμικότητας κάθε τεχνολογίας, οπότε και τα σύνολα M και C .

Είναι φανερό από τη σχέση (2.6) ότι διαφορετικοί συνδυασμοί των συνόλων M και C οδηγούν σε διαφορετικά αποτελέσματα για την τιμή της ηλεκτρικής ενέργειας. Στην πραγματικότητα, μεταβολές στη ζήτηση και το κόστος των καυσίμων μπορούν να οδηγήσουν σε αριθμό εκφράσεων της (2.6) ίσο με:

$$\sum_{i=1}^n \binom{n}{i} \left[\sum_{j=0}^{n-i} \binom{n-i}{j} \right]$$

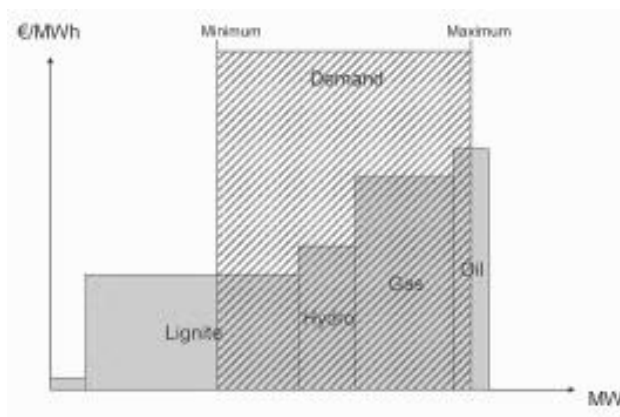
Σε κάθε περίπτωση, η συνολική καμπύλη προσφοράς είναι τμηματικά εκθετική συνάρτηση της ζήτησης, το σχήμα της οποίας μεταβάλλεται καθώς μεταβάλλεται το κόστος των καυσίμων (Σχήμα 2.5).



Σχήμα 2.5 – Παράδειγμα ξεχωριστών καμπύλων προσφοράς (για 3 καύσιμα) και της αντίστοιχης συνολικής καμπύλης

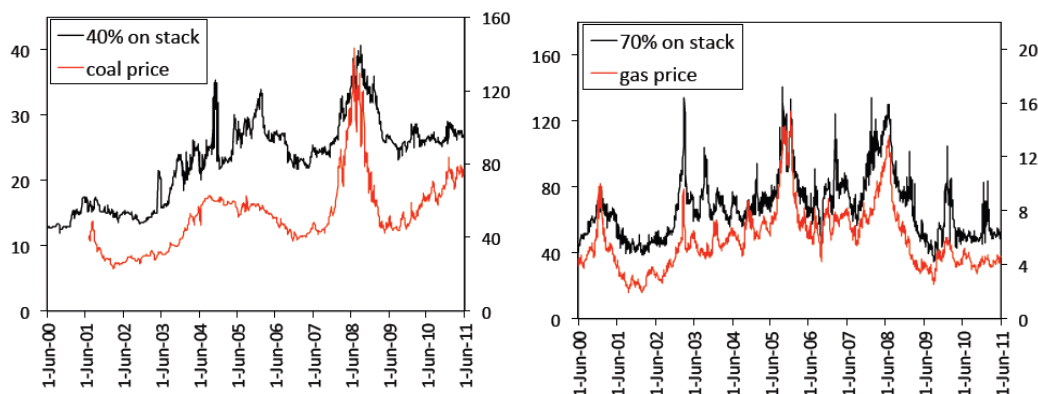
Η ηλεκτρική ενέργεια είναι ένα ομογενές «προϊόν» που δεν μπορεί να αποθηκευτεί με αποδεκτό οικονομικό κόστος. Ταυτόχρονα, η ζήτηση για ηλεκτρική ενέργεια παρουσιάζει ισχυρή περιοδικότητα και πρέπει πάντα να καλύπτεται. Ως αποτέλεσμα, για την αποδοτικότερη κάλυψη της ζήτησης απαιτείται η ύπαρξη ενός μίγματος τεχνολογιών, με κάθε μία να έχει διαφορετικά χαρακτηριστικά επενδυτικού και λειτουργικού κόστους. Ταυτόχρονα, οι τεχνολογίες που απαρτίζουν το μίγμα χαρακτηρίζονται από διαφορετικά καύσιμα (ως πρώτες ύλες) και διαφορετικά επίπεδα εκπομπών άνθρακα.

Κεντρικό στοιχείο στη σχέση μεταξύ ζήτησης και τιμής καυσίμων αποτελεί η κατάταξη των τεχνολογιών βάσει οριακού κόστους παραγωγής (*merit order*). Στο ακόλουθο διάγραμμα απεικονίζεται η κατάταξη των τεχνολογιών στο Ελληνικό ενεργειακό σύστημα.



Σχήμα 2.6 – Η κατάταξη των τεχνολογιών βάσει κόστους παραγωγής στην Ελληνική αγορά

Σε περιόδους χαμηλής ζήτησης, οι τιμές της ηλεκτρικής ενέργειας συσχετίζονται περισσότερο με το κόστος παραγωγής των φθηνότερων τεχνολογιών, ενώ σε περιόδους υψηλής ζήτησης, τα πιο ακριβά καύσιμα αξιοποιούνται για την παραγωγή ενέργειας. Τα παραπάνω είναι εμφανή στα ιστορικά στοιχεία της Αμερικανικής αγοράς PJM (*Pennsylvania, New Jersey, Maryland*), όπως αποτυπώνονται στα επόμενα σχήματα (Carmona et al., 2012):



Σχήμα 2.7 – Η συσχέτιση μεταξύ τιμών ηλεκτρικής ενέργειας και τιμών καυσίμων σε διαφορετικά επίπεδα ζήτησης

Προκειμένου για θερμικές εγκαταστάσεις, το κόστος παραγωγής επηρεάζεται και από το κόστος των δικαιωμάτων εκπομπής CO₂. Αν και στην πράξη μια μονάδα μπορεί να επιλέγει να μην περνά το κόστος των δικαιωμάτων στις προσφορές της (οπότε και δεν θα εντοπίζεται τέτοια συσχέτιση), το ρυθμιστικό πλαίσιο μπορεί να ορίζει διαφορετικά. Για παράδειγμα, από το 2013 στην Ελληνική αγορά όταν μια μονάδα θα υποβάλει προσφορά αυτή θα πρέπει να είναι ίση ή μεγαλύτερη από το ελάχιστο μεταβλητό της κόστος (και σε κάθε περίπτωση κάτω από τα 150 ευρώ/MWh), με το μεταβλητό κόστος να περιλαμβάνει πέρα από το καύσιμο, τα δικαιώματα εκπομπής CO₂, καθώς και τα κόστη συντήρησης και λειτουργίας.

Η προαναφερθείσα συσχέτιση οδηγεί στην ανάγκη επέκτασης των (2.2) και (2.3) σε ένα γενικό σχήμα της μορφής:

$$P_t = \beta \left(\frac{D_t}{C_t} \right)^T \cdot X_t + u_t, \quad (2.7)$$

όπου X_t είναι ένα διάνυσμα που περιλαμβάνει ένα σταθερό όρο, καθώς και τις τιμές των καυσίμων που χρησιμοποιούνται στην υπό εξέταση αγορά (εδώ μπορούν να συμπεριληφθούν και οι τιμές των δικαιωμάτων εκπομπής CO₂), $\beta(\cdot)$ είναι ένα διάνυσμα συναρτήσεων και u_t όρος θορύβου με (πιθανή) αυτοσυσχέτιση: $u_t = u_{t-1} + e_t$ και $e_t \sim N(0, \sigma)$.

Το μοντέλο (2.7) είναι ένα μοντέλο μεταβαλλόμενων συντελεστών (*Varying Coefficient Models*). Τα μοντέλα μεταβαλλόμενων συντελεστών πρωτοαναφέρονται στη βιβλιογραφία μέσω του (Cleveland et al., 1991) και υποθέτουν την ακόλουθη μορφή μιας πολυμεταβλητής συνάρτησης παλινδρόμησης:

$$m(U, X) = E(y | U, X) = a(U)^T \cdot X$$

Η παραπάνω σχέση επιτρέπει να μεταβάλλονται οι συντελεστές $a(\cdot) = (a_0(\cdot), a_1(\cdot), \dots, a_p(\cdot))$ της παλινδρόμησης με τρόπο που συλλαμβάνει τη μη γραμμική σχέση μεταξύ της παραμέτρου U και του διανύσματος $X = (x_1, \dots, x_p)$. Στην πραγματικότητα, ο όρος U μπορεί να αντιστοιχεί σε περισσότερες από μία μεταβλητές. Οι Fan, Yao και Cai (2003) πρότειναν ένα προσαρμοστικό μοντέλο στο οποίο ισχύει $U = X^T \cdot \beta$.

Μια συνήθης προσέγγιση αφορά στην υπόθεση πως οι συντελεστές $a(\cdot)$ μπορούν να εκφραστούν μέσω μιας σειράς συναρτήσεων βάσης (*basis functions*) $\phi(\cdot)$:

$$a_i(\cdot) = \gamma_i^T \cdot \phi_i(U)$$

όπου $\gamma_i = (\gamma_{i1}, \dots, \gamma_{im})$ είναι παράμετροι προς εκτίμηση και $\phi_i(U) = (\phi_{i1}(U), \dots, \phi_{im}(U))$ είναι οι συναρτήσεις βάσης.

Ως συναρτήσεις βάσης μπορούν να χρησιμοποιηθούν:

✓ οι συναρτήσεις πυρήνα (*radial basis function*):

$$\phi_i(U) = e^{-(\varepsilon \cdot U)^2}$$

✓ οι συναρτήσεις Chebyshev 1^{ου} τύπου (*first kind*):

$$T_0(x) = 1$$

$$T_1(x) = x$$

$$T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x).$$

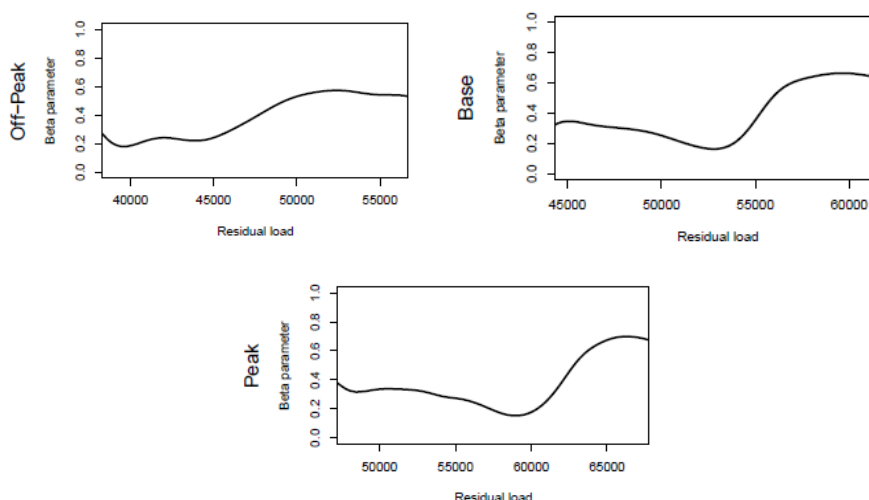
✓ οι συναρτήσεις Chebyshev 2^{ου} τύπου (*second kind*):

$$U_0(x) = 1$$

$$U_1(x) = 2x$$

$$U_{n+1}(x) = 2xU_n(x) - U_{n-1}(x).$$

Η προσέγγιση του μοντέλου (2.7) ακολουθείται στο (Thoenes, 2011) για τη Γερμανική αγορά ηλεκτρικής ενέργειας. Το σχήμα 2.8 απεικονίζει μη παραμετρικά τις τιμές του συντελεστή β για το φυσικό αέριο, καταδεικνύοντας έτσι την ευαισθησία της τιμής της ηλεκτρικής ενέργειας στις τιμές του φυσικού αερίου ανάλογα με τα επίπεδα της υπολειπόμενης ζήτησης (*residual demand*). Ως υπολειπόμενη ζήτηση ορίζεται η διαφορά μεταξύ της συνολικής ζήτησης και της παραγωγής που εισέρχεται στο σύστημα με προτεραιότητα και μη τιμολογούμενη.

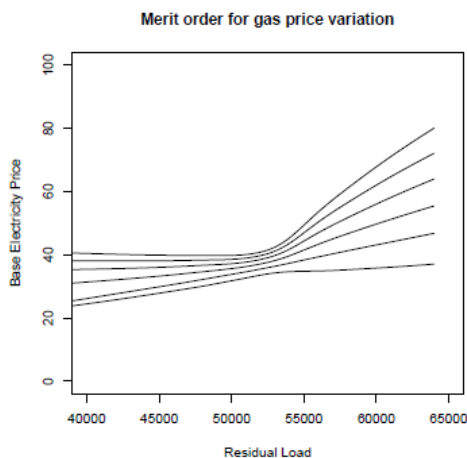


Σχήμα 2.8 – Η ευαισθησία της τιμής της ηλεκτρικής ενέργειας στις τιμές του φυσικού αερίου στη Γερμανική αγορά ηλεκτρικής ενέργειας

Από την παρατήρηση του σχήματος 2.8 προκύπτει ότι η παράμετρος β μεταβάλλεται με το φορτίο και διακρίνεται ένα σημείο δομικής αλλαγής (*structural break*) στα

55GW μέσου ημερήσιου φορτίου για το φορτίο βάσης και στα 60GW για το φορτίο αιχμής. Τα σημεία αυτά εξηγούνται από τη σύνθεση του χαρτοφυλακίου τεχνολογιών στη Γερμανική αγορά, όπου η δυναμικότητα που αντιστοιχεί σε πυρηνική τεχνολογία, λιγνίτη και γαιάνθρακα (τεχνολογίες φορτίου βάσης) ισούται με 57GW περίπου. Ταυτόχρονα, το σχήμα υποδηλώνει ότι το κομμάτι της καμπύλης προσφοράς που καθορίζεται από την τιμή του φυσικού αερίου αντιστοιχεί σε περίπου 10GW, παρατήρηση που επιβεβαιώνεται από τα πραγματικά δεδομένα αφού η συνολική δυναμικότητα των τεχνολογιών παραγωγής ενέργειας με φυσικό αέριο στη Γερμανική αγορά είναι 13GW.

Ένα μοντέλο όπως το (2.7) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να προβλέψει τις μεταβολές της κατάταξης των τεχνολογιών για διαφορετικά σενάρια τιμών καυσίμων. Στο ακόλουθο σχήμα αποτυπώνονται τα διαφορετικά σενάρια μέσω τιμών για φορτίο βάσης που αντιστοιχούν σε διαφορετικά σενάρια τιμών του φυσικού αερίου (από 10€ έως 25€). Όπως αναμενόταν η επίδραση της τιμής του φυσικού αερίου είναι μεγαλύτερη για υψηλότερες τιμές της ζήτησης.



Σχήμα 2.9 – Η επίδραση από διαφορετικές τιμές φυσικού αερίου

2.4 Κρίσιμα Σημεία για τη Μοντελοποίηση

2.4.1 Η επίδραση της μη στασιμότητας των ιστορικών χρονοσειρών

Κατά την εκτίμηση των παραμέτρων ενός δομικού μοντέλου με τη χρήση ιστορικών δεδομένων, θα πρέπει να ληφθεί υπόψη πως οι χρησιμοποιούμενες χρονοσειρές δεν είναι στάσιμες (*stationary*). Η συγκέντρωση δεδομένων από διαφορετικά έτη αυξάνει μεν το μέγεθος του δείγματος, ωστόσο δεν επιτρέπει τη διαφοροποίηση των δεδομένων ανάλογα με δομικές μεταβολές που ενδεχομένως έλαβαν χώρα στο πέρασμα του χρόνου.

Για την αντιμετώπιση της μη στασιμότητας μπορεί να υιοθετηθεί η υπόθεση πως οι παράμετροι μεταβάλλονται με το χρόνο. Συγκεκριμένα, έστω ότι η καμπύλη προσφοράς περιγράφεται ως:

$$P_t = P_t(q_t, E_t, \theta)$$

όπου q_t είναι η προσφερόμενη ποσότητα τη χρονική στιγμή t , E_t είναι η μέτρηση μίας ή περισσοτέρων εξωγενών (επεξηγηματικών) διαδικασιών και θ είναι το διάνυσμα των παραμέτρων του μοντέλου.

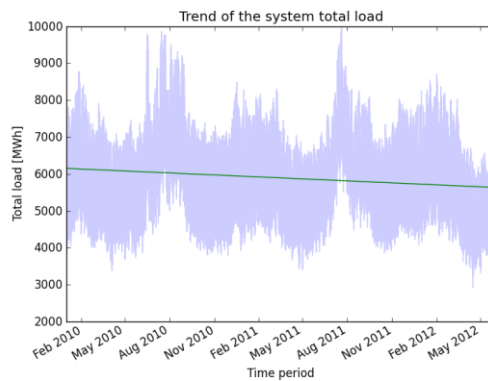
Η ύπαρξη δομικών αλλαγών συνεπάγεται πως οι παράμετροι θ μεταβάλλονται (αργά) με το πέρασμα του χρόνου. Ως αποτέλεσμα, το θ μπορεί να αντικατασταθεί με μία Μαρκοβιανή στοχαστική διαδικασία:

$$\{\theta_t\}: \theta_t = \theta_{t-1} + \varepsilon_t, \text{ όπου } \varepsilon_t \text{ όρος θορύβου}$$

Η συγκεκριμένη παραδοχή εξειδικεύει το πρόβλημα της εκτίμησης των παραμέτρων σε πρόβλημα εκτίμησης της αλληλουχίας $\{\theta_1, \dots, \theta_T\}$ χρησιμοποιώντας τις παρατηρούμενες χρονοσειρές ποσότητας και τιμής $Y_t = (P_t, q_t)$, $t = 1, 2, \dots, T$. Επιπλέον, αφού το θ είναι στοχαστικό, τα ζητούμενα από την εκτίμηση είναι: α) ο προσδιορισμός των πιθανοτήτων $p(\theta_t | y_1, \dots, y_t)$ και β) η εξέλιξη των χαρακτηριστικών της εμπειρικής κατανομής των $p(\theta_t | y_1, \dots, y_t)$ διαχρονικά.

2.4.2 Η επίδραση της περιοδικότητας της ζήτησης

Στο ακόλουθο σχήμα απεικονίζεται η συνολική ζήτηση ηλεκτρικής ενέργειας στην Ελλάδα για την περίοδο από 1/1/2010 έως 31/5/2012 (<http://www.desmie.gr/archiki/transparency-report/>), με ωριαία διακριτότητα.

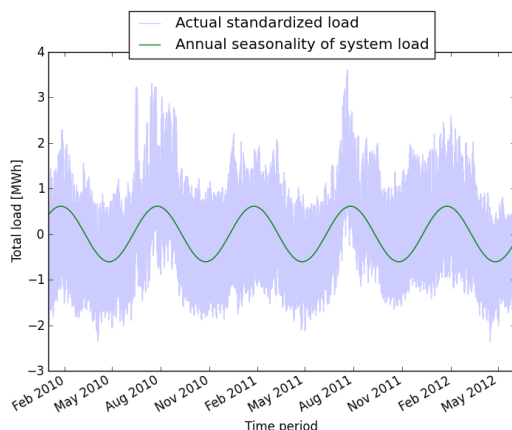


Σχήμα 2.10 – Η χρονοσειρά συνολικής ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας στην Ελλάδα από 1/1/2010 έως 31/5/2012

Η περιοδικότητα της συνολικής ζήτησης είναι ετήσια, εβδομαδιαία και ωριαία. Η ετήσια περιοδικότητα σχετίζεται με την εναλλαγή των εποχών και απεικονίζεται στο ακόλουθο σχήμα ως μια ημιτονοειδής συνάρτηση της μορφής:

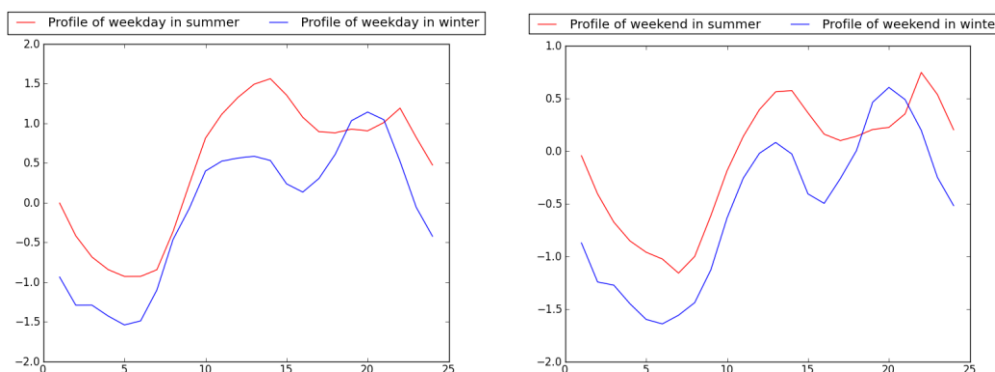
$$D_t^{seas} = \beta \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot i \cdot t}{8760}\right) + \eta \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot i \cdot t}{8760}\right),$$

όπου i ο αριθμός των κορυφών (*peaks*) μέσα στο έτος (στην περίπτωση της Ελλάδας είναι $i = 2$).



Σχήμα 2.11 – Η ετήσια περιοδικότητα της συνολικής ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας στην Ελλάδα από 1/1/2010 έως 31/5/2012

Αφού αφαιρεθεί η ετήσια περιοδικότητα, τα δεδομένα της ζήτησης μπορούν να διακριθούν σε εργάσιμες και μη εργάσιμες ημέρες. Η διακύμανση της ημερήσιας ζήτησης για δύο εποχές (χειμώνα και καλοκαίρι) αποτυπώνεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 2.12 – Η ημερήσια περιοδικότητα της ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας στην Ελλάδα από 1/1/2010 έως 31/5/2012

Η περιοδικότητα της ζήτησης συνεπάγεται ότι οι παραγωγοί σε μία αγορά έχουν προσαρμόσει, με το πέρασμα του χρόνου, τη στρατηγική τους σε διαφορετικά τμήματα της περιοδικότητας. Ως εκ τούτου, είναι αποτελεσματικότερο να διακρίνει κανείς τη ζήτηση σε διακριτά τμήματα και να εκτιμήσει τις παραμέτρους ενός δομικού μοντέλου για κάθε τμήμα ξεχωριστά.

Μία μέθοδος είναι να ακολουθηθεί η τμηματοποίηση που γίνεται για τα συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης (*futures*) που διαπραγματεύονται σε μία αγορά. Για παράδειγμα, τα συμβόλαια στη Γαλλική αγορά (Phelix) διακρίνονται σε δύο τμήματα (*off-peak* και *peak*), σύμφωνα με το παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 2.13 – Η τμηματοποίηση των συμβολαίων μελλοντικής εκπλήρωσης στη Γαλλική αγορά

Σύμφωνα με το σχήμα 2.12, στην Ελληνική αγορά μπορεί να διακρίνει κανείς μέχρι και πέντε (5) διαφορετικά τμήματα της ημερήσιας ζήτησης:

- 1) Από 00:00 έως 07:00
- 2) Από 07:00 έως 12:00 και από 15:00 έως 19:00
- 3) Από 12:00 έως 15:00
- 4) Από 19:00 έως 22:00
- 5) Από 22:00 έως 00:00

Κεφάλαιο 3^ο – Εκτίμηση Παραμέτρων Δομικών Μοντέλων

3.1 Εκτίμηση παραμέτρων δυναμικών συστημάτων

Έστω το ακόλουθο δυναμικό σύστημα διακριτού χρόνου:

$$x_{t+1} = f(x_t, v_t)$$

$$y_t = h(x_t, e_t)$$

Όπου το διάνυσμα κατάστασης (*state vector*) $x_t \in \mathfrak{R}^n$ αντιπροσωπεύει τις προς εκτίμηση παραμέτρους του συστήματος κατά τη χρονική στιγμή t . Το διάνυσμα των παρατηρήσεων (ή μετρήσεων) $y_t \in \mathfrak{R}^m$ είναι συνήθως μία μη γραμμική αποτύπωση της τρέχουσας κατάστασης. Ανακρίβειες στο μοντέλο του συστήματος και στη σχέση των μετρήσεων ενσωματώνονται με τις στοχαστικές διαδικασίες θορύβου v_t και e_t , αντίστοιχα.

Ο σκοπός κάθε μεθόδου εκτίμησης είναι ο προσδιορισμός της κατάστασης x_t χρησιμοποιώντας τις παρατηρήσεις ή μετρήσεις μέχρι και τη χρονική στιγμή t :

$$Y_t = \{y_1, y_2, \dots, y_t\} = \{y_i\}_{i=1}^t$$

Το θεώρημα του Bayes ορίζει ότι:

$$p(x|z) = \frac{p(z|x) \cdot p(x)}{p(z)}, \text{ όπου } p(x|z) \text{ είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του } x \text{ δεδομένου του } z.$$

Κατά αντιστοιχία, για ένα σύνολο παρατηρήσεων Z_t ισχύει:

$$p(x_t | Y_t) = \frac{p(Y_t | x_t) \cdot p(x_t)}{p(Y_t)}$$

Σύμφωνα με την μπαεσιανή προσέγγιση, κάθε άγνωστη (δηλ. προς εκτίμηση) μεταβλητή αντιμετωπίζεται ως στοχαστική. Αυτό οδηγεί στην απαίτηση να είναι γνωστή η αρχική (*prior*) κατανομή των άγνωστων μεταβλητών. Με τη χρήση των παρατηρήσεων, η αρχική κατανομή «διορθώνεται» και προσδιορίζεται η εκ των υστέρων (*posterior*) κατανομή. Ειδικότερα, χρησιμοποιώντας τις παρατηρήσεις Y_t , προκύπτει:

$$\begin{aligned} p(x_{t+1} | Y_t) &= \int p(x_t | Y_t) \cdot p(x_{t+1} | x_t) \cdot dx_t \\ p(x_t | Y_t) &= \frac{p(Y_t | x_t) \cdot p(x_t)}{p(Y_t)} = \frac{p(y_t, Y_{t-1} | x_t) \cdot p(x_t)}{p(y_t, Y_{t-1})} = \frac{p(y_t | x_t, Y_{t-1}) \cdot p(Y_{t-1} | x_t) \cdot p(x_t)}{p(y_t | Y_{t-1}) \cdot p(Y_{t-1})} = \\ &= \frac{p(y_t | x_t) \cdot p(Y_{t-1} | x_t) \cdot p(x_t)}{p(y_t | Y_{t-1}) \cdot p(Y_{t-1})} = \frac{p(y_t | x_t) \cdot p(x_t | Y_{t-1})}{p(y_t | Y_{t-1})} \end{aligned}$$

Σημειώνεται πως εξ ορισμού ισχύει ότι $Y_t = \{Y_{t-1}, y_t\}$ και πως σύμφωνα με την ιδιότητα Markov ισχύει ότι $p(y_t | x_t, Y_{t-1}) = p(y_t | x_t)$.

Το σύστημα (3.1) αντιστοιχεί σε μια επαναληπτική διαδικασία εκτίμησης της κατάστασης:

$$\begin{aligned} p(x_{t+1} | Y_t) &= \int p(x_t | Y_t) \cdot p(x_{t+1} | x_t) \cdot dx_t \\ p(x_t | Y_t) &= \frac{p(y_t | x_t) \cdot p(x_t | Y_{t-1})}{p(y_t | Y_{t-1})} \end{aligned} \quad (3.1)$$

Ο όρος κανονικοποίησης $p(y_t | Y_{t-1})$ ισούται με $\int p(y_t | x_t) \cdot p(x_t | Y_{t-1}) \cdot dx_t$.

Η επαναληπτική διαδικασία ξεκινά με τον καθορισμό της αρχικής κατανομής $p(x_o | Y_o) = p(x_o)$.

Το σύστημα (3.1) είναι αναλυτικά επιλύσιμο μόνο σε ειδικές περιπτώσεις. Η συνθηθέστερη εξ αυτών είναι η περίπτωση όπου οι $p(x_o)$, $p(x_{t+1} | x_t)$ και $p(y_t | x_t)$ είναι κανονικές (*Gaussian*) κατανομές, καθώς και το μοντέλο του συστήματος και η σχέση των μετρήσεων διέπονται από γραμμικές συναρτήσεις. Σε αυτήν την περίπτωση (*linear-Gaussian model*), η εκ των υστέρων κατανομή είναι επίσης κανονική και το σύστημα (3.1) αντιστοιχεί στο φίλτρο Kalman, το οποίο επαναληπτικά εκτιμά τη μέση τιμή και τον πίνακα συνδιασποράς της εκ των υστέρων κατανομής. Ωστόσο σε περιπτώσεις (ισχυρής) απόκλισης από τις υποθέσεις της γραμμικότητας και κανονικότητας, τα φίλτρα Kalman δεν μπορούν να αξιοποιηθούν. Μία εναλλακτική λύση είναι τα φίλτρα σωματιδίων (*particle filters*) που παρουσιάζονται στην επόμενη ενότητα.

3.2 Τα Φίλτρα Σωματιδίων (*particle filters*)

Έστω ότι N τυχαία δείγματα είναι διαθέσιμα από την κατανομή $p(x_{t-1} | Y_{t-1})$.

Γράφουμε τα δείγματα αυτά ως $\{x_t^i\}_{i=1}^N$.

Το πρώτο βήμα του αλγορίθμου αφορά στην εισαγωγή των δειγμάτων μέχρι και τη χρονική στιγμή $t-1$ στο μοντέλο του συστήματος:

$$x_t^i = f(x_{t-1}^i, v_{t-1}^i),$$

όπου v_{t-1}^i είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους δείγματα από τη στοχαστική διαδικασία θορύβου.

Με τη διαδικασία αυτή προκύπτει ένα σύνολο από δείγματα της εκ των υστέρων κατανομής $p(x_t | Y_{t-1})$.

Για τη διόρθωση της $p(x_t | Y_{t-1})$ με δεδομένη την παρατήρηση y_t , ένα βάρος \tilde{w}_t^i υπολογίζεται για κάθε δείγμα. Το βάρος αυτό αντιστοιχεί στην πιθανότητα της παρατήρησης y_t με δεδομένη την τιμή του δείγματος:

$$\tilde{w}_t^i = p(y_t | x_t^i)$$

Τα βάρη, στη συνέχεια, κανονικοποιούνται ώστε να αθροίζονται στη μονάδα:

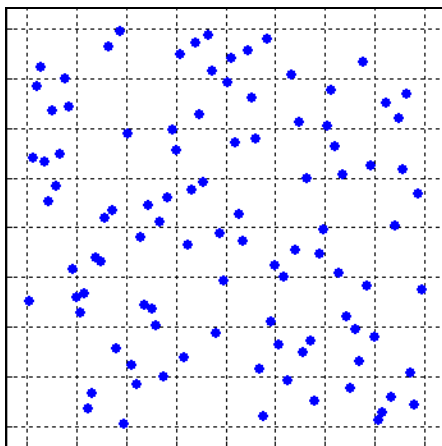
$$w_t^i = \frac{\tilde{w}_t^i}{\sum_{j=1}^N \tilde{w}_t^j}$$

Τότε η $p(x_t | Y_t)$ μπορεί να προσδιοριστεί μη παραμετρικά μέσω επαναδειγματοληψίας (με αντικατάσταση) από τα δείγματα, σύμφωνα με τα κανονικοποιημένα βάρη τους. Η δειγματοληψία οδηγεί στη δημιουργία ενός νέου συνόλου δειγμάτων που αντικατοπτρίζουν την $p(x_t | Y_t)$. Η διαδικασία αυτή είναι γνωστή στη βιβλιογραφία ως SIR (*Sampling Importance Resampling*). Συγκεκριμένα, ο αλγόριθμος SIR αποτυπώνεται στο ακόλουθο σχήμα:

1. At time $t = 0$, initialize each particle $x_0^i \sim p(x_0)$ where $i = 1, \dots, M$
2. Repeat
 - $t = t + 1$
 - For $i=1:M$
 - Generate a proposal $x_t^{*i} \sim p(x_t | x_{t-1}^i)$
 - Calculate a weight $w_t^i = p(y_t | x_t^{*i})$
 - End
 - Normalize weights, $w_t^i = w_t^i / \sum_{i'=1, \dots, M} w_t^{i'}$
 - Sample M new particles x_t^i with replacement from $\{x_t^{*i}\}$ with weights w_t^i
3. Until $t = T$

Σχήμα 3.1 – Ο αλγόριθμος SIR

Για την αρχική επιλογή των σωματιδίων, x_0^i , μπορεί να χρησιμοποιηθεί η τεχνική δειγματοληψίας Latin Hypercube (*Latin Hypercube Sampling – LHS*). Η LHS είναι μία στατιστική μέθοδος δημιουργίας πιθανών συνδυασμών για τις τιμές μίας πολυδιάστατης κατανομής. Η LHS χρησιμοποιείται συχνά για την ανάλυση αβεβαιότητας ή την ανάλυση ευαισθησίας ενός μοντέλου (Iman et al., 1981). Η κεντρική ιδέα της LHS είναι ο διαχωρισμός του χώρου των πιθανών τιμών της πολυδιάστατης κατανομής σε επιμέρους διαστήματα (*intervals*) και η δημιουργία δειγμάτων μέσω τυχαίας δειγματοληψίας από όλα τα διαστήματα αυτά (Σχήμα 3.2).



Σχήμα 3.2 – Η δειγματοληψία Latin Hypercube

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται ο κώδικας σε Python για την υλοποίηση της δειγματοληψίας Latin Hypercube.

```

import numpy as np
import random
import math

def trunc(x,n):
    a = x * 10 **n
    a = math.floor(a)
    return(float(a)/10**n)

def latin_hcube(params, n, numdec):
    #format for params is: [['param-name','low','high'], ['param-name','low','high'], ..]
    #n is the number of intervals which is also the number of samples to draw
    #numdec is the number of decimal places desired
    #set dimension
    k=len(params)
    names=[]
    for i in range(0,k):
        names.append(params[i][0])
    pranges=[]
    for i in range(0,k):
        tmp=[names[i]]
        low=float(params[i][1])
        high=float(params[i][2])
        delta=(high-low)/float(n)
        for j in range(0,n):
            tmp.append(random.uniform(low+j*delta,low+(j+1)*delta))
        pranges.append(tmp)
    if (n<math.ceil(4.0/3.0*k)):
        print "n is too small"
    s=[]
    for i in range(0,k):
        s.append(range(0,n))
    result=[]
    for i in range(0,n):
        tmp=[]
        for j in range(0,k):
            a = random.sample(s[j],1)[0]
            tmp.append(a)
            s[j].remove(a)
        result.append(tmp)
    #Dereference the result list using the pranges list
    sample=[]
    for l in range(0,len(result)):
        tmp=[]
        for j in range(0,len(result[l])):
            tmp.append(pranges[j][result[l][j]+1])
        sample.append(tmp)
    for i in range(1,len(sample)):
        for j in range(0,len(sample[i])):
            sample[i][j]=trunc(sample[i][j],numdec)
    return sample

```

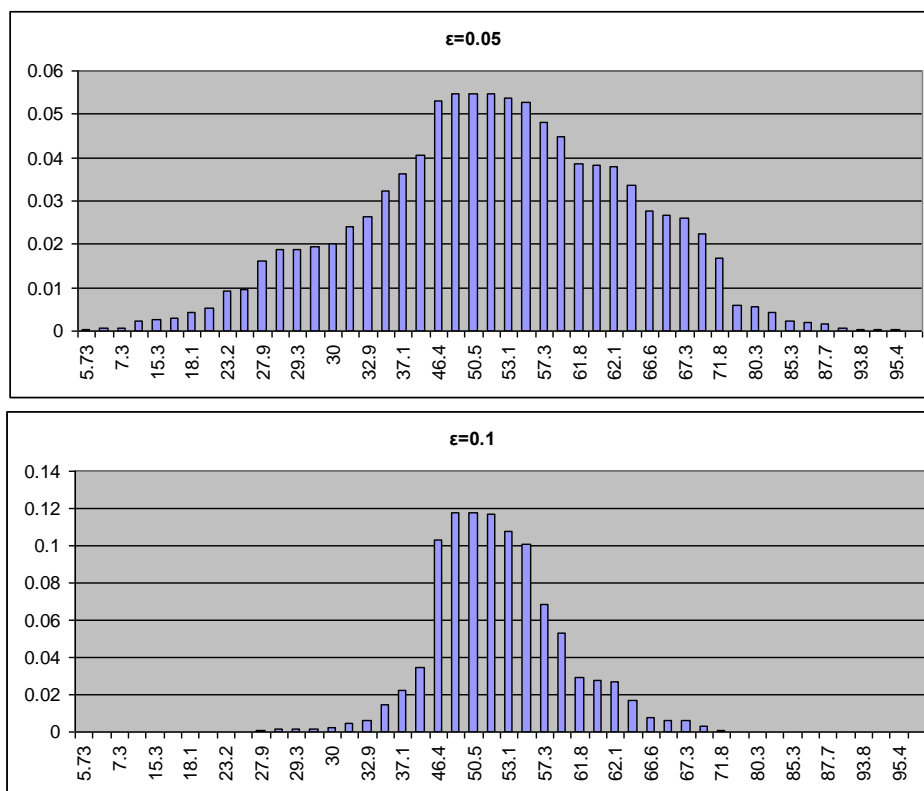
Σχήμα 3.3 – Κώδικας Python για την υλοποίηση της δειγματοληψίας Latin Hypercube

Ο αλγόριθμος της δειγματοληψίας στο πλαίσιο ενός φίλτρου σωματιδίων περιλαμβάνει τον υπολογισμό του όρου $\tilde{w}_t^i = p(y_t | x_t^i)$, γεγονός που υποθέτει την ύπαρξη θορύβου στις μετρήσεις. Ωστόσο, υπάρχουν προβλήματα εκτίμησης κατά τα οποία οι μετρήσεις μπορούν να θεωρηθούν απολύτως ακριβείς. Σε αυτήν την περίπτωση, ο όρος $\tilde{w}_t^i = p(y_t | x_t^i)$ μπορεί να αντικατασταθεί με τον όρο $\tilde{w}_t^i = f_w(y_t, x_t^i)$, όπου f_w είναι μία συνάρτηση βάρους (*weighting function*) που καθορίζει τον βαθμό στον οποίο το σωματίδιο x_t^i προσεγγίζει την πραγματική μέτρηση y_t .

Η επιλογή της f_w καθορίζει την πιθανότητα με την οποία σωματίδια με μη ικανοποιητική επίδοση θα περάσουν στο δείγμα μετά την επαναδειγματοληψία. Έστω για παράδειγμα, ότι η f_w είναι της μορφής:

$$f_w = \exp \left\{ -(\varepsilon \cdot (y_t - x_t^i))^2 \right\}$$

Τότε η επιλογή του ε καθορίζει την «αυστηρότητα» στην επιλογή των σωματιδίων κατά την επαναδειγματοληψία. Στα δύο σχήματα που ακολουθούν, αποτυπώνονται τα βάρη ενός πλήθους σωματιδίων που επιλέχθηκαν σύμφωνα με την ομοιόμορφη κατανομή $U[0,100]$, ενώ η πραγματική μέτρηση ήταν $y_t = 50$. Στο πρώτο σχήμα, είναι $\varepsilon = 0,05$, ενώ στο δεύτερο $\varepsilon = 0,10$.



Σχήμα 3.4 – Η επίδραση της επιλογής συνάρτησης βάρους

Χαρακτηριστικό της διαδικασίας της επαναδειγματοληψίας είναι πως δείγματα με υψηλά βάρη επιλέγονται ξανά και ξανά, γεγονός που οδηγεί σε ένα πρόβλημα: η ποικιλότητα (*diversity*) των δειγμάτων μειώνεται διαρκώς, οδηγώντας στον

εκφυλισμό του πληθυσμού των δειγμάτων. Μία διαδεδομένη στρατηγική για τη βελτίωση της δειγματοληψίας είναι γνωστή ως δειγματοληψία χαμηλής διακύμανσης (*low variance sampling* ή *systematic resampling*). Η τακτική που ακολουθείται είναι ότι αντί για την ανεξάρτητη επιλογή N δειγμάτων που αντιστοιχούν σε N τυχαίους αριθμούς, ο αλγόριθμος υπολογίζει έναν τυχαίο αριθμό και επιλέγει δείγματα σύμφωνα με αυτόν τον αριθμό, αλλά συγχρόνως με πιθανότητα ανάλογη του βάρους του δείγματος. Αυτό επιτυγχάνεται επιλέγοντας έναν τυχαίο αριθμό r στο διάστημα $\left[0, \frac{1}{N}\right]$. Έπειτα, ο αλγόριθμος επιλέγει δείγματα προσθέτοντας επαναλαμβανόμενα

τη σταθερή ποσότητα $\frac{1}{N}$ στο r και επιλέγοντας το δείγμα που αντιστοιχεί στον τελικό αριθμό:

1. Initialization at time $i = 1$
 - Set $c_1 = 0$
2. For $i = 2, \dots, N$
 - Construct $c_i = c_{i-1} + w_k^i$
3. Set $i = 1$
4. Draw a starting point
 - $u_1 \sim \mathcal{U}[0, 1/N]$
5. For $j = 1, \dots, N$
 - Construct $u_j = u_1 + (j - 1)/N$
 - While $u_j > c_i$
 - * $i = i + 1$
 - Otherwise
 - * assign sample: $\mathbf{x}_k^j = \mathbf{x}_k^i$
 - * assign weight: $w_k^j = 1/N$

Σχήμα 3.5 – Ο αλγόριθμος Systematic Resampling (SR)

Ένας τρόπος να υλοποιηθεί ο παραπάνω αλγόριθμος είναι η μέθοδος Roulette Wheel. Σε αυτήν τη μέθοδο δημιουργείται μια ρουλέτα αποτελούμενη από N μέρη (*slots*) (Σχήμα 3.6). Το μέγεθος κάθε μέρους αντιστοιχεί στα κανονικοποιημένα βάρη w_i^j . Κάθε κανονικοποιημένο βάρος αντιπροσωπεύει το ποσοστό της γωνίας που καταλαμβάνει το συγκεκριμένο δείγμα στη ρουλέτα. Έπειτα η ρουλέτα γυρνάει και ανάλογα που θα σταματήσει επιλέγεται το αντίστοιχο δείγμα. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται N φορές.

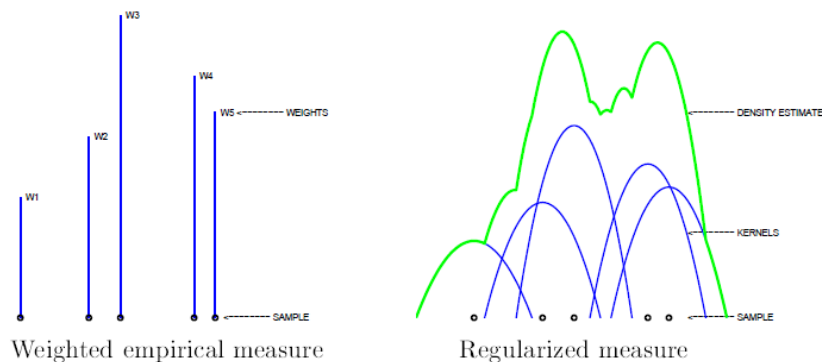

```

roulette_wheel_sampler(  $X_t, W_t$  ):
     $\tilde{X}_t = []$ 
     $index = \text{int}(\text{rand}() \cdot N)$ 
     $beta = 0.0$ 
     $mw = \max(W_t)$ 
    for  $i = 1$  to  $N$ 
         $beta = beta + \text{rand}() \cdot 2 \cdot mw$ 
        while  $beta > W_t[index]$ 
             $beta = beta - W_t[index]$ 
             $index = (index + 1) \% N$ 
         $\tilde{X}_t.append(X_t[index])$ 
    return  $\tilde{X}_t$ 

```

Σχήμα 3.6 – Ο αλγόριθμος Roulette Wheel

Μία εναλλακτική λύση είναι ο αλγόριθμος RPF (*Regularized Particle Filtering*). Ο RPF είναι μια τροποποίηση του SIR όπου η δειγματοληψία πραγματοποιείται με βάση μια κατανομή που έχει προκύψει από εκτίμηση της $p(x_t | Y_{t-1})$ με τη μέθοδο του πυρήνα (*Kernel Density Estimation*). Το αποτέλεσμα της εκτίμησης φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 3.7 – Κανονικοποίηση ενός εμπειρικού μέτρου

Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μιας συνεχούς τυχαίας μεταβλητής X καλείται η συνάρτηση $f(X)$ για την οποία ισχύει:

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$

Σε πολλά προβλήματα το ζητούμενο είναι η εκτίμηση της $f(X)$ από ένα δείγμα ανεξάρτητων μεταξύ τους παρατηρήσεων x_1, x_2, \dots, x_n . Ένας τρόπος (στη βιβλιογραφία αναφέρεται ως παραμετρικός) για την εκτίμηση της συνάρτησης είναι να γίνει η υπόθεση ότι αυτή ανήκει σε μία συγκεκριμένη κατηγορία κατανομών (π.χ. κανονικές κατανομές), οπότε οι παρατηρήσεις χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση των

παραμέτρων της οικογένειας αυτής. Για παράδειγμα, αν όντως επιλεγεί η οικογένεια των κανονικών κατανομών, η εκτίμηση για τη συνάρτηση $f(X)$ είναι:

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \hat{\sigma}^2}} \cdot e^{-(x-\hat{\mu})/2\hat{\sigma}^2}, \text{ όπου } \hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \text{ και } \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\mu})^2$$

Το κύριο μειονέκτημα της παραμετρικής προσέγγισης είναι η έλλειψη ευελιξίας, καθώς κάθε οικογένεια κατανομών θέτει τους δικούς της περιορισμούς για το σχήμα της υπό εκτίμηση συνάρτησης.

Η ιδέα της μη-παραμετρικής προσέγγισης προέρχεται από την ανάγκη αποφυγής επιλογής εκ των προτέρων μιας οικογένειας κατανομών. Πρακτικά ο πιο γνωστός μη παραμετρικός εκτιμητής (*estimator*) μιας συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας είναι το ιστογράμμα των παρατηρήσεων. Τα ιστογράμματα ωστόσο στερούνται συνέχειας (*continuity*) και ακρίβειας. Για το λόγο αυτό, έχουν αναπτυχθεί μη παραμετρικοί εκτιμητές που υπερτερούν των ιστογραμμάτων.

Για τη δημιουργία ενός ιστογράμματος απαιτείται η επιλογή του αριστερού άκρου (έστω x_o) και του πλάτους b κάθε ράβδου (*bin*). Συγκεκριμένα, οι ράβδοι είναι της μορφής:

$$\left[x_o + (i-1) \cdot b, x_o + i \cdot b \right), i = 1, 2, \dots, m$$

Σε αυτή την περίπτωση, η εκτίμηση για τη συνάρτηση $f(X)$ είναι:

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{n} \cdot \frac{\text{Number of observations in the same bin as } x}{b}$$

Σε περίπτωση που οι ράβδοι έχουν διαφορετικό πλάτος μεταξύ τους, ισχύει:

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{n} \cdot \frac{\text{Number of observations in the same bin as } x}{\text{Width of bin containing } x}$$

Η επιλογή του πλάτους b κάθε ράβδου έχει σημαντικό αντίκτυπο τόσο στο σχήμα όσο και σε άλλες ιδιότητες της $\hat{f}(x)$.

Από τον ορισμό της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας, προκύπτει ότι:

$$P(x-h \leq X \leq x+h) = \int_{x-h}^{x+h} f(t) dt \approx 2 \cdot h \cdot f(x) \rightarrow f(x) \approx \frac{1}{2 \cdot h} \cdot P(x-h \leq X \leq x+h)$$

Με βάση τη συχνότητα εμφάνισης των διαφορετικών τιμών μέσα στο δείγμα, μπορεί να γραφτεί:

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{2h} \cdot \frac{\text{Number of observations in } (x-h, x+h)}{n}$$

Ένας εναλλακτικός τρόπος παρουσίασης της $\hat{f}(x)$ είναι:

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n w(x - x_i, h),$$

$$\text{όπου } x_1, x_2, \dots, x_n \text{ είναι οι παρατηρήσεις και } w(y, h) = \begin{cases} \frac{1}{2h} & \text{για } |y| < h \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Ένας τρόπος για να σκεφτεί κανείς την τελευταία σχέση είναι να φανταστεί ένα ορθογώνιο ύψους $\frac{1}{2h}$ και πλάτους $2h$ που τοποθετείται πάνω από κάθε παρατηρούμενη τιμή. Η εκτίμηση της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας σε ένα δεδομένο σημείο είναι $\frac{1}{n}$ φορές το άθροισμα του ύψους όλων των ορθογωνίων που καλύπτουν το σημείο.

Αντί της χρήσης ορθογωνίων, μπορεί κανείς να χρησιμοποιήσει άλλες συναρτήσεις. Μία επιλογή είναι η Γκαουσιανή συνάρτηση:

$$w(y, h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot h} \cdot e^{-y^2/2h^2}$$

Οι προαναφερθείσες συναρτήσεις $w(y, h)$ είναι της μορφής:

$$w(y, h) = \frac{1}{h} \cdot K\left(\frac{y}{h}\right), \text{ όπου η συνάρτηση } K(\cdot) \text{ ονομάζεται πυρήνας (kernel).}$$

Ο πυρήνας καθορίζει το σχήμα του εκτιμητή, ενώ το h – που συνήθως ονομάζεται εύρος ζώνης (*bandwidth*) – καθορίζει το βαθμό ομαλότητας (*smoothness*) του σχήματος.

Η εκτίμηση μέσω πυρήνα μπορεί να πραγματοποιηθεί με τη χρήση της γλώσσας προγραμματισμού Python. Στο παρακάτω σχήμα, φαίνεται ένα ενδεικτικό παράδειγμα εκτίμησης μίας εμπειρικής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας με τη χρήση της συνάρτησης `gaussian_kde` της βιβλιοθήκης `scipy`.

```

from scipy.stats.kde import gaussian_kde
from scipy.stats import norm
from numpy import linspace, hstack
from pylab import plot, show, hist

# creating data with two peaks
sampD1 = norm.rvs(loc=-1.0, scale=1, size=300)
sampD2 = norm.rvs(loc=2.0, scale=0.5, size=300)
samp = hstack([sampD1, sampD2])

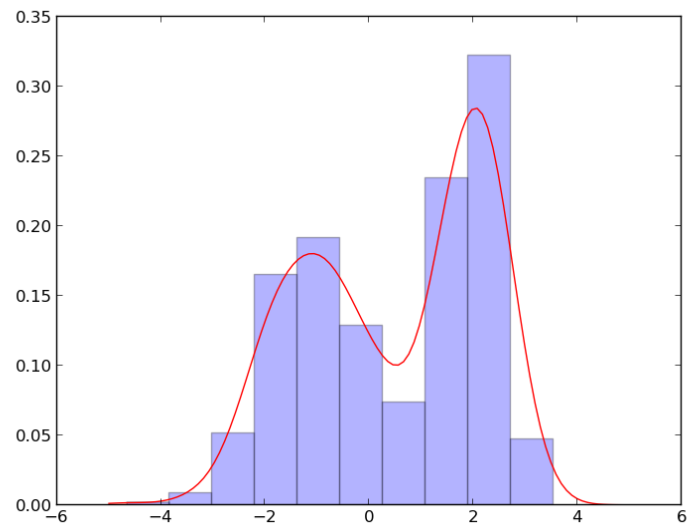
# obtaining the pdf
my_pdf = gaussian_kde(samp)

# plotting the result
x = linspace(-5, 5, 100)
plot(x, my_pdf(x), 'r') # distribution function
hist(samp, normed=1, alpha=.3) # histogram
show()

```

Σχήμα 3.8 – Εκτίμηση με χρήση πυρήνα σε Python

Το αποτέλεσμα του κώδικα του σχήματος 3.8 φαίνεται στο επόμενο σχήμα:



Σχήμα 3.9 – Σχηματική αποτύπωση της εκτίμησης μέσω πυρήνα

Κεφάλαιο 4ο – Εφαρμογή στην Ελληνική Αγορά Ηλεκτρικής Ενέργειας

4.1 Εισαγωγή

Από τα τέλη της δεκαετίας του '90 μέχρι το 2007, η παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας στην Ελλάδα αυξήθηκε κατά μέσο όρο 3% ετησίως. Η οικονομική ύφεση ωστόσο άλλαξε αυτήν τη τάση. Το 2008 η παραγωγή μειώθηκε κατά 0,3%, το 2009 κατά 2,9% και το 2010 κατά 0,5%. Η ζήτηση για ενέργεια παρουσιάζει το μέγιστό της τον Ιούλιο ή Αύγουστο, λόγω του φορτίου που απαιτείται για τα κλιματιστικά. Σε επίπεδο ισοζυγίου, η Ελλάδα είναι εισαγωγέας ηλεκτρικής ενέργειας, με τις κυριότερες χώρες προέλευσης την Βουλγαρία και την FYROM. Ταυτόχρονα, η Ελλάδα εξάγει ενέργεια σε Αλβανία και Ιταλία.

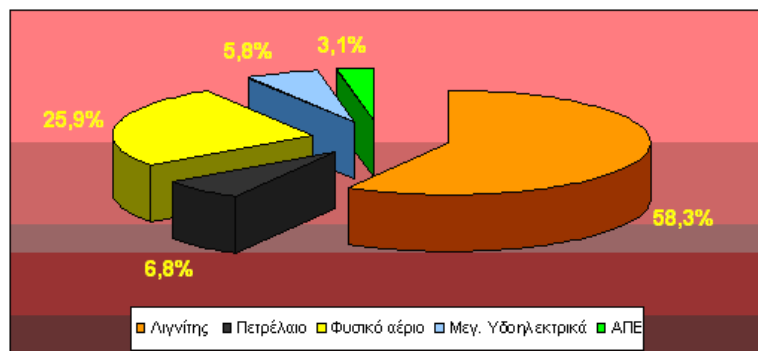
Ο λιγνίτης αποτελεί το σημαντικότερο καύσιμο για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας, παρέχοντας το 45% της το 2010. Μετά το 2010, η παραγωγή από λιγνίτη μειώθηκε καθώς κάποιες μονάδες σταμάτησαν να λειτουργούν. Το κενό κάλυψαν οι μονάδες με παραγωγή από φυσικό αέριο, η δυναμικότητα των οποίων αυξήθηκε κατά 50% περίπου. Επειδή η χρονική διάρκεια ζωής των ήδη γνωστών εκμεταλλεύσιμων αποθεμάτων λιγνίτη δεν υπερβαίνει τα 35 χρόνια, έχει διατυπωθεί η άποψη ότι θα πρέπει να μπουν στο ελληνικό ισοζύγιο ηλεκτρισμού νέα καύσιμα, όπως ο λιθάνθρακας, ώστε να παραταθεί η διαθεσιμότητα και η χρήση του λιγνίτη σε μεγαλύτερο βάθος χρόνου. Οι ανθρακικές μονάδες επιτυγχάνουν υψηλότερους βαθμούς απόδοσης από τις λιγνιτικές και κατά συνέπεια εκπέμπουν μικρότερες ποσότητες διοξειδίου του άνθρακα ανά παραγόμενη μονάδα ηλεκτρικής ενέργειας. Όσον αφορά στις εκπομπές διοξειδίου του θείου, αυτές αντιμετωπίζονται με αντιρρυπαντικές εγκαταστάσεις όπως η αποθείωση καυσαερίων. Ωστόσο η μελλοντική αξιοποίηση του άνθρακα θα εξαρτηθεί από τη δυνατότητα των ηλεκτροπαραγωγών μονάδων άνθρακα να υιοθετήσουν καθαρές και αποδοτικές τεχνολογίες καύσης, ώστε να προσαρμοστούν στο αυστηρό πλαίσιο των περιβαλλοντικών απαιτήσεων και των αυστηρών Ευρωπαϊκών προδιαγραφών για νέες εγκαταστάσεις καύσης.

Το φυσικό αέριο αποτελεί το κύριο καύσιμο κάθε επιπρόσθετης δυναμικότητας από τα τέλη του '90. Η επίδραση του φυσικού αερίου αναμένεται να ενισχυθεί στο μέλλον καθώς οι ανεξάρτητοι παραγωγοί (*independent power producers - IPPs*) σχεδιάζουν την κατασκευή μονάδων CCGT τα επόμενα χρόνια.

Company	Location	Technology/ fuel	MW	Expected commissioning year
PPC S.A.	Aliveri, Evia Central Greece	CCGT	427	2012
PPC S.A.	Megalopoli, Peloponnese	CCGT	800	2013
PPC S.A.	Florina, Western Macedonia	Lignite	600	2018
PPC S.A.	Ptolemaida Northern Greece	Lignite	450	2017
Total PPC S.A.			2 277	
HERON II/ TERNA	Ag. Nektarios, Viotia Central Greece	CCGT	435	commissioned in 2010
ILEKTROPARAGOGI THISVIS (EDISON-ELPE)	Thisvi, Central Greece	CCGT	422	commissioned in 2010
KORINTHOS POWER AE	Peloponnese	CCGT	396	2011
MYTILINEOS HOLDINGS S.A.	Ag. Nikolaos, Viotia Central Greece	CCGT	412	commissioned in 2011
ENELCO S.A.	Viotia, Central Greece	CCGT	447	2013
BLUE AEGEAN	Korinthos, Peloponnese	CCGT	150	2013
Total independent power producers			2 262	

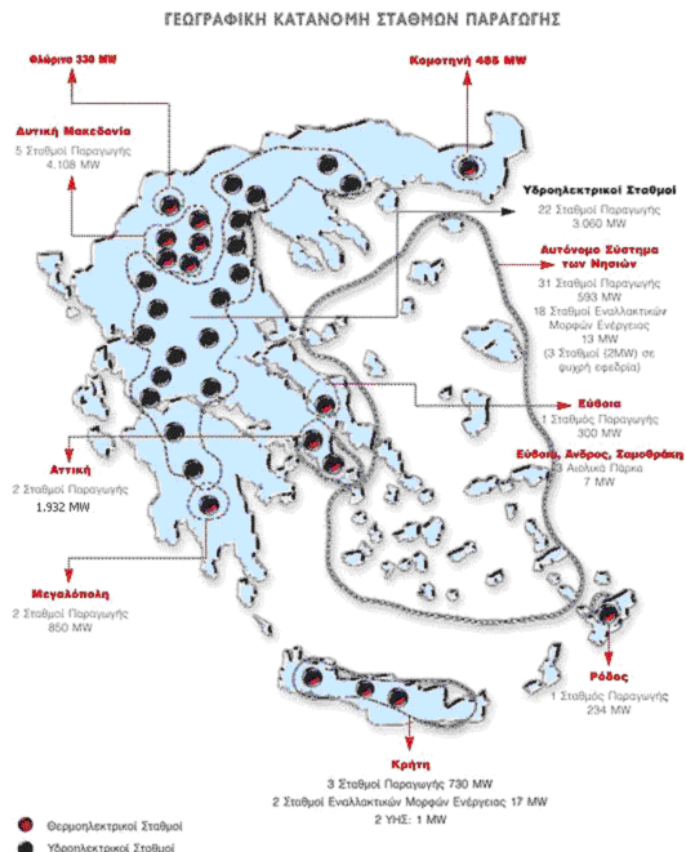
Σχήμα 4.1 – Άδειες για νέες θερμικές μονάδες ηλεκτροπαραγωγής (Πηγή: PAE 2010, National Report to the European Commission)

Επιπλέον, το 2010 καλύφθηκε το 13% της ζήτησης από πετρέλαιο και το 11% από υδροηλεκτρικές μονάδες. Στο σχήμα που ακολουθεί αποτυπώνεται η σύνθεση των καυσίμων των μονάδων ηλεκτροπαραγωγής που είναι διασυνδεδεμένες με το Ελληνικό δίκτυο. Η παραγωγή ενέργειας στα μη διασυνδεδεμένα νησιά καλύπτεται κατά 90% από πετρέλαιο.



Σχήμα 4.2 – Εγχώρια Παραγωγή Η.Ε. ανά μορφή καυσίμου – Διασυνδεδεμένο Σύστημα (Πηγή: ΔΕΣΜΗΕ)

Στα ακόλουθα σχήματα αποτυπώνονται οι σταθμοί παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας της ΔΕΗ Α.Ε. που αποτελεί τον μεγαλύτερο και κυριότερο προμηθευτή στην Ελληνική αγορά, καθώς και το πρόγραμμα αποσύρσεων των μονάδων της.



Σχήμα 4.3 – Σταθμοί παραγωγής Η.Ε. της ΔΕΗ Α.Ε.

Plant Type	Capacity to be decommissioned	Year of decommission
Old-aged Lignite	850	2014
	511	2016
Fuel oil	411	2012
	287	2013
Old-aged Natural Gas	339	2014
	173	2015

Σχήμα 4.4 – Προγραμματισμένες αποσύρσεις θερμικών μονάδων (Πηγή: ΔΕΗ Α.Ε. Στρατηγικό Πλάνο 2009-2014)

Η τρέχουσα σύνθεση του συνολικού στόλου των θερμικών μονάδων που είναι διασυνδεδεμένες με το Ελληνικό σύστημα φαίνεται στο επόμενο σχήμα.

Τύπος Μονάδας	Εγκατεστημένη ισχύς (MW)	Αποδοτικότητα καυσίμου
New Natural Gas	1979	0.55
Medium-aged Natural Gas	1404	0.53
Old-aged Natural Gas	512	0.37
Medium-aged Lignite	705	0.40

Τύπος Μονάδας	Εγκατεστημένη ισχύς (MW)	Αποδοτικότητα καυσίμου
Old-aged Lignite	4431	0.35
Fuel oil	698	0.38
Peak Gas	147	0.38

Σχήμα 4.5 – Σύνθεση του στόλου των θερμικών μονάδων

Σύμφωνα με το ισχύον θεσμικό πλαίσιο στην Ελλάδα (Ν. 3851/2010) έχει τεθεί ο στόχος της κάλυψης από ΑΠΕ του 40% της συνολικής ζήτησης και του 20% της ζήτησης για θέρμανση και ψύξη, μέχρι το 2020. Η χρήση της ηλιακής ενέργειας για παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας στην Ελλάδα είναι αμελητέα. Βάσει του Εθνικού Σχεδίου Δράσης για τις Ανανεώσιμες Πηγές Ενέργειας 2010, η εξέλιξη της εγκατεστημένης ισχύος των αιολικών μονάδων αναμένεται ως εξής:

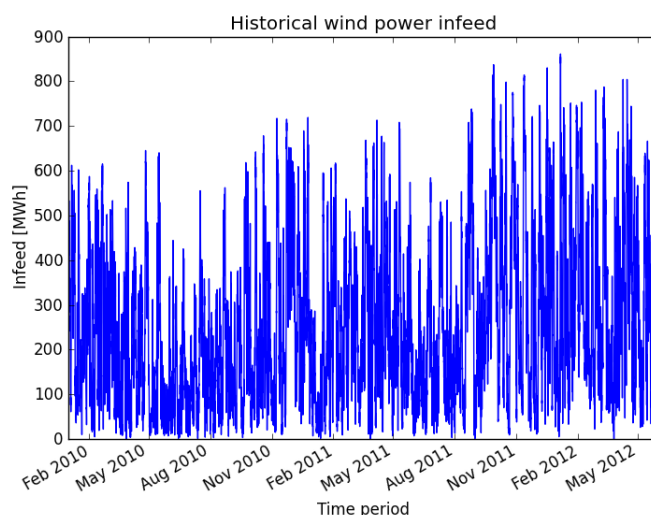
	2005		2010		2015		2020	
	MW	GWh	MW	GWh	MW	GWh	MW	GWh
Onshore wind	491	1,267	1,327	3,129	4,303	9,674	7,200	16,125
Offshore wind							300	672

Σχήμα 4.6 – Προγραμματισμένη ισχύς αιολικών μονάδων

4.2 Προετοιμασία Δεδομένων

4.2.1 Η υπολειπόμενη ζήτηση

Η παραγωγή από ΑΠΕ εισέρχεται κατά τη προτεραιότητα και μη τιμολογούμενη στο δίκτυο. Στο ακόλουθο σχήμα απεικονίζεται η παραγωγή από αιολικά πάρκα στην Ελλάδα για τη χρονική περίοδο από 1/1/2010 μέχρι 31/5/2012 (<http://www.desmie.gr/archiki/transparency-report/>) (Papadelis, Flamos, Psarras, 2012):



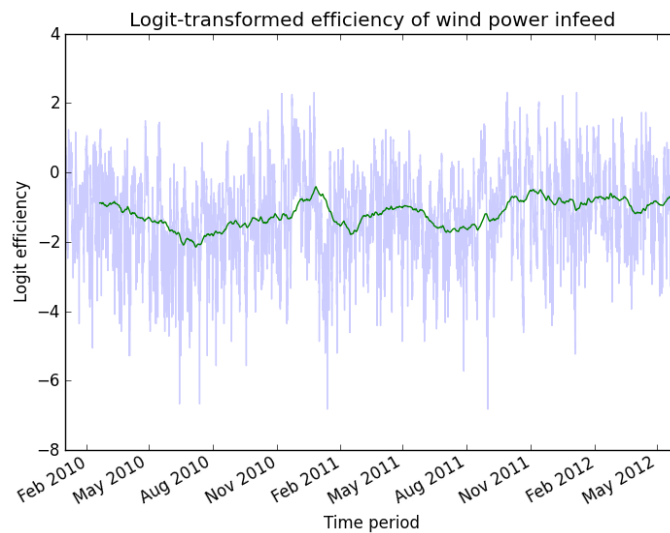
Σχήμα 4.7 – Παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας από αιολικές μονάδες

Για τη μοντελοποίηση της παραγωγής από ΑΠΕ ακολουθείται η προσέγγιση που αναπτύσσεται στο (Wagner, 2012), σύμφωνα με την οποία η τάση της

εγκατεστημένης δυναμικότητας αφαιρείται μέσω της χρήσης του βαθμού αξιοποίησης (*load factor*) αντί της απόλυτης παραγωγής. Ο βαθμός αξιοποίησης LF_t προκύπτει ως το πηλίκο της παραγωγής προς την εγκατεστημένη δυναμικότητα. Στη συνέχεια, εφαρμόζεται ο μετασχηματισμός *logit* ώστε ο βαθμός αξιοποίησης να αντιστοιχίζεται στο σύνολο των πραγματικών αριθμών:

$$\text{logit}(LF_t) = \log\left(\frac{LF_t}{1-LF_t}\right) : (0,1) \rightarrow R$$

Στο ακόλουθο σχήμα αποτυπώνεται ο ωριαίος βαθμός αξιοποίησης μαζί με την καμπύλη του κινούμενου μέσου 50 ημερών. Ο σκοπός της καμπύλης είναι η ανάδειξη της εποχικότητας του βαθμού αξιοποίησης.

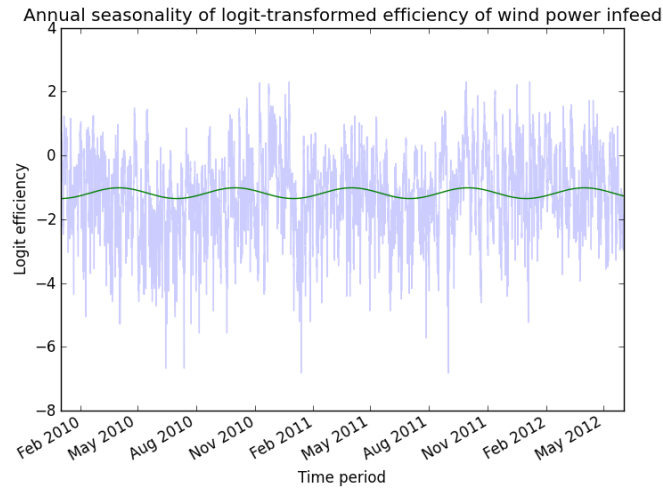


Σχήμα 4.8 – Βαθμός αξιοποίησης δυναμικότητας αιολικών μονάδων

Καθώς διακρίνεται μία (ασθενής) περιοδικότητα, χρησιμοποιείται η ακόλουθη ημιτονοειδής συνάρτηση για αριθμό κορυφών μέσα στο έτος ίσο με 2:

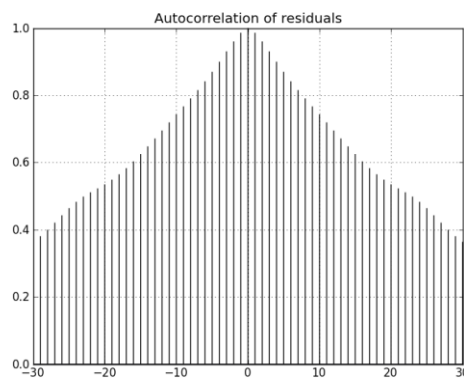
$$LF_t^{seas} = a + \beta \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot i \cdot t}{8760}\right) + \eta \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot i \cdot t}{8760}\right)$$

Το αποτέλεσμα φαίνεται στο Σχήμα 4.9.



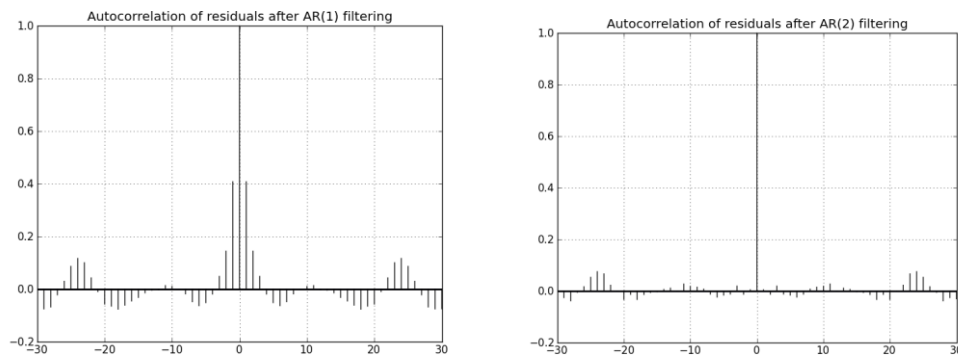
Σχήμα 4.9 – Ετήσια περιodicότητα του βαθμού αξιοποίησης δυναμικότητας αιολικών μονάδων

Αν αφαιρεθεί η ντετερμινιστική περιodicότητα από το βαθμό αξιοποίησης, απομένει το στοχαστικό μέρος του. Όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, το στοχαστικό μέρος χαρακτηρίζεται από υψηλό βαθμό αυτοσυσχέτισης.



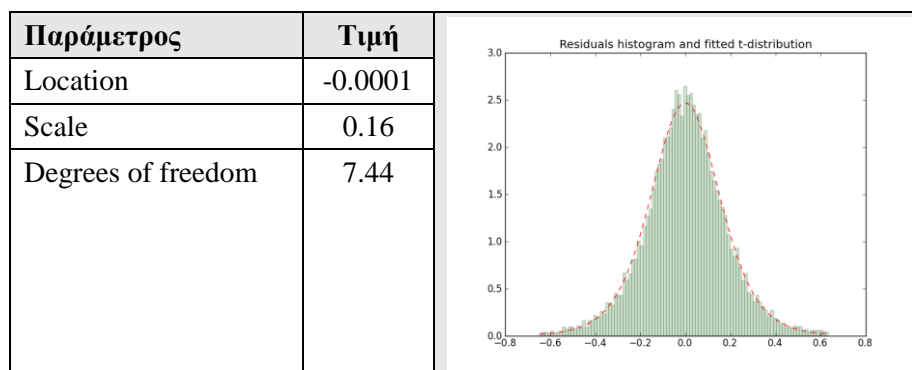
Σχήμα 4.10 – Αυτοσυσχέτιση στοχαστικού μέρους του βαθμού αξιοποίησης

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το αποτέλεσμα από την εφαρμογή ενός φίλτρου αυτοσυσχέτισης, 1^{ης} και 2^{ης} τάξης αντίστοιχα.



Σχήμα 4.11 – Αυτοσυσχέτιση στοχαστικού μέρους του βαθμού αξιοποίησης μετά την εφαρμογή φίλτρου AR(1) ή AR(2)

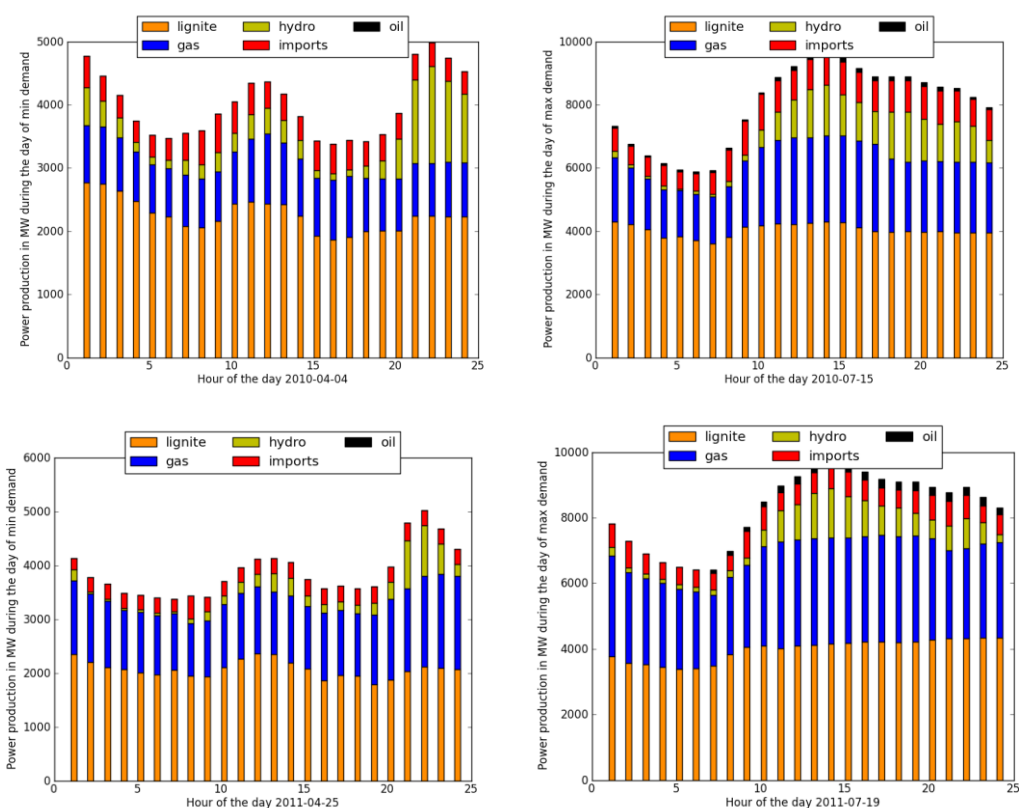
Το μοντέλο AR(1) κρίθηκε ικανοποιητικό. Η κατανομή του στοχαστικού υπολοίπου (*residuals*) μετά την εφαρμογή του φίλτρου AR(1) μπορεί να προσαρμοστεί σε μία κατανομή πιθανοτήτων. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, επιλέχθηκε η κατανομή Student, με παραμέτρους και μορφή όπως αποτυπώνονται στο ακόλουθο σχήμα.

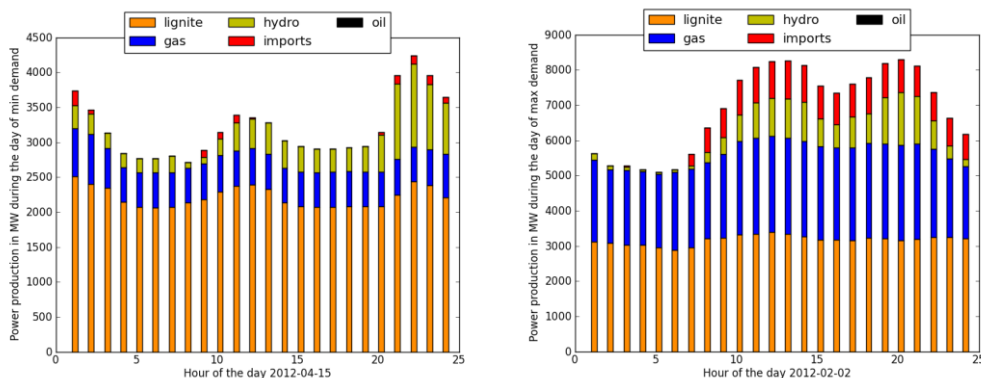


Σχήμα 4.12 – Κατανομή στοχαστικού υπολοίπου του βαθμού αξιοποίησης μετά την εφαρμογή φίλτρου AR(1)

4.2.2 Η παραγωγή από θερμικές μονάδες

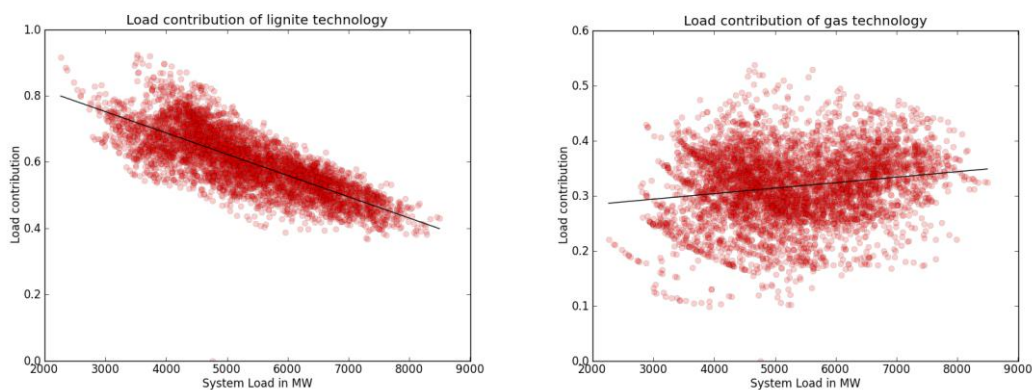
Ένας τρόπος να εντοπισθεί η συμμετοχή κάθε τεχνολογίας στην υπολειπόμενη ζήτηση – συνολική ζήτηση μείον παραγωγής ΑΠΕ – είναι η ανάλυση της ημερήσιας παραγωγής για δύο ημέρες του χρόνου: της ημέρας με τη μικρότερη μέση ζήτηση για ενέργεια και της ημέρας με τη μεγαλύτερη μέση ζήτηση. Τα αντίστοιχα αποτελέσματα αποτυπώνονται παρακάτω:





Σχήμα 4.13 – Μείγμα τεχνολογιών κατά τις ημέρες ελάχιστης και μέγιστης ζήτησης

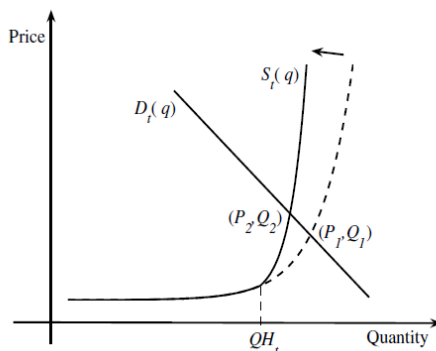
Από τα παραπάνω σχήματα γίνεται φανερό ότι ο λιγνίτης και το φυσικό αέριο αποτελούν τις τεχνολογίες βάσης (*baseload*) του Ελληνικού συστήματος. Η αύξηση της ζήτησης για ηλεκτρική ενέργεια εξυπηρετείται πρωτίστως από αύξηση της παραγωγής από μονάδες φυσικού αερίου. Αυτό διαφαίνεται και από το επόμενο σχήμα όπου απεικονίζεται η συσχέτιση μεταξύ της ζήτησης και του ποσοστού αυτής που η κάθε τεχνολογία καλύπτει.



Σχήμα 4.14 – Συσχέτιση μεταξύ ζήτησης και ποσοστού κάλυψής της από λιγνίτη και φυσικό αέριο

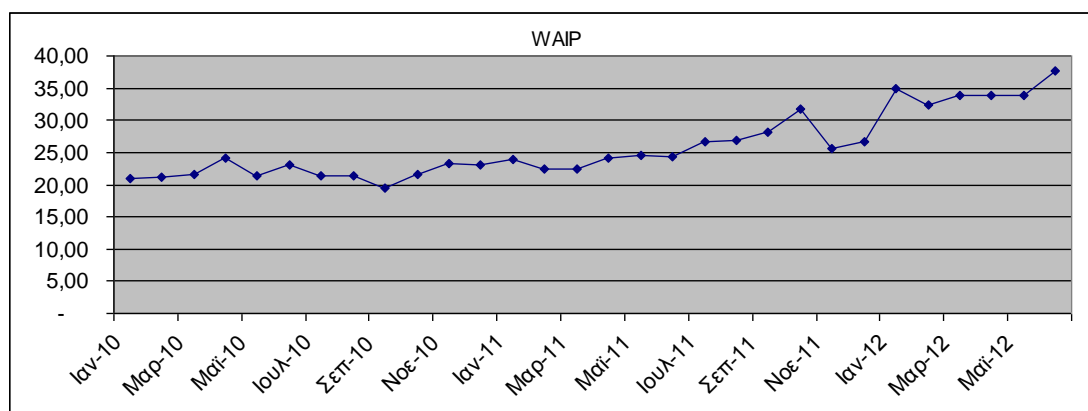
4.3 Το Προτεινόμενο Μοντέλο για την Ελληνική Αγορά

Προκειμένου για την Ελληνική αγορά, μας ενδιαφέρει μόνο το φυσικό αέριο, καθώς ο λιγνίτης έχει «ελεγχόμενη» τιμή λόγω των ελληνικών ορυχείων. Με δεδομένη την ισχυρή παρουσία του φυσικού αερίου στην Ελληνική αγορά, μεταβολές στην τιμή του αναμένεται να έχουν αντίκτυπο στην τιμή της ηλεκτρικής ενέργειας (Σχήμα 4.15).



Σχήμα 4.15 – Η επίδραση της τιμής του φυσικού αερίου

Η τιμή για το φυσικό αέριο προέρχεται από τη μεσοσταθμική τιμή εισαγωγής (*Weighted Average Import Price – WAIP*), τα δεδομένα για την οποία βρίσκονται στα αρχεία της ΡΑΕ: http://www.rae.gr/site/en_US/categories/gas/market/wholesale.csp. Στο ακόλουθο σχήμα απεικονίζεται η εξέλιξη της τιμής του WAIP (€/MWh):



Σχήμα 4.16 – Η εξέλιξη της μεσοσταθμικής τιμής εισαγωγής στην Ελλάδα του φυσικού αερίου

Η συνάρτηση για την τιμή της ηλεκτρικής ενέργειας επιλέγεται ως εξής:

$$P_t(q_t) = a_{0,t} \cdot \exp\left(a_{1,t} \cdot q_t + a_{2,t} \cdot (q_t - QH_t)_{I_{q_t > QH_t}} \cdot P_t^{gas}\right), \quad (4.1)$$

όπου q_t είναι η συνολική ποσότητα παραγωγής, QH_t είναι η ποσότητα ηλεκτρικής ενέργειας που παράχθηκε τη χρονική στιγμή t από όλες τις τεχνολογίες πλην αυτής του φυσικού αερίου, P_t^{gas} είναι η τιμή του φυσικού αερίου.

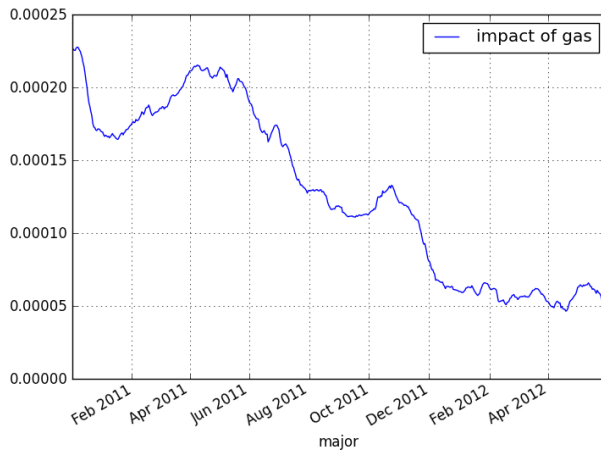
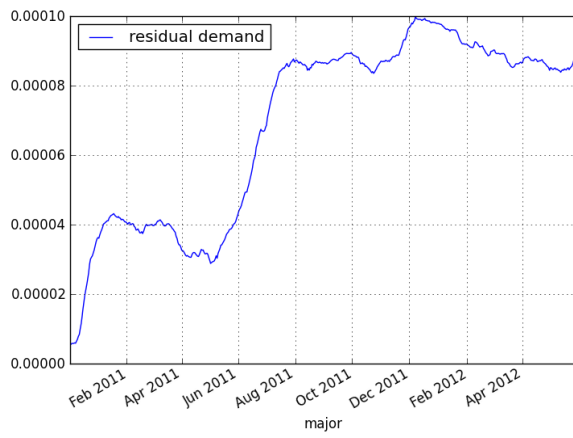
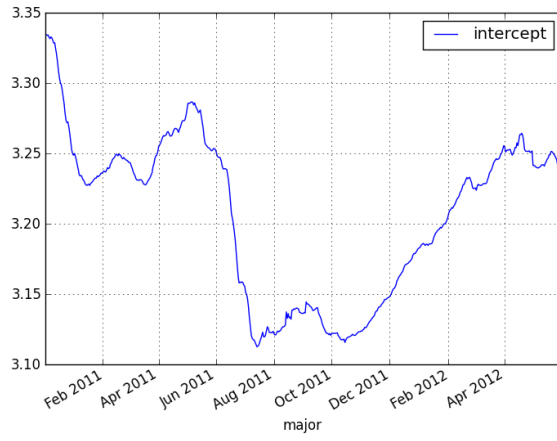
4.4 Αποτελέσματα

Το μοντέλο (4.1) μπορεί να γραμμικοποιηθεί ως εξής:

$$\ln(P_t(q_t)) = \ln(a_{0,t}) + a_{1,t} \cdot q_t + a_{2,t} \cdot (q_t - QH_t)_{I_{q_t > QH_t}} \cdot P_t^{gas}, \quad (4.2)$$

Ως αποτέλεσμα, η διαχρονική εξέλιξη των παραμέτρων $a_{0,t}$, $a_{1,t}$ και $a_{2,t}$ μπορεί να προσδιοριστεί μέσω της εφαρμογής γραμμικής παλινδρόμησης κινούμενου παραθύρου (*moving-window linear regression*). Ενδεικτικό παράδειγμα γραμμικής παλινδρόμησης κινούμενου παραθύρου παρουσιάζεται στο Παράρτημα Α. Ο σχετικός κώδικας για την εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου (4.2) παρατίθεται στο Παράρτημα Β.

Στα ακόλουθα σχήματα αποτυπώνεται η διαχρονική επίδραση των παραμέτρων της σχέσης (4.2).



Κεφάλαιο 5^ο – Συμπεράσματα

Από την άσκηση που πραγματοποιήθηκε για τη μοντελοποίηση της Ελληνικής αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας διαφαίνονται τα εξής:

1. Από το καλοκαίρι του 2011, η μέση τιμή της ηλεκτρικής ενέργειας παρουσιάζει αυξημένη σταθερότητα. Επιπλέον, η επίδραση της ζήτησης διατηρείται σταθερή, γεγονός που υποδηλώνει σταθερότητα στην καμπύλη κατάταξης των τεχνολογιών βάσει οριακού κόστους παραγωγής (*merit order*).

Η παραπάνω παρατήρηση έχει πολύ ενδιαφέρον εάν συσχετιστεί με το γεγονός πως το καλοκαίρι του 2011 ψηφίστηκε ο νόμος-πλαίσιο για την ενέργεια, Ν.4001/2011, που ενσωματώνει στην εθνική μας νομοθεσία τις πρόνοιες της Τρίτης Ενεργειακής Δέσμης της Ευρωπαϊκής Ένωσης. Ο Νόμος περιλαμβάνει συνολική αναθεώρηση του μηχανισμού ανάκτησης μεταβλητού κόστους, ώστε να αρθούν οι μέχρι τότε στρεβλώσεις του, καθώς και να αυξηθεί η αποδοτικότητα και κοστοστρέφειά του, προς όφελος των καταναλωτών ενέργειας.

2. Η επίδραση του φυσικού αερίου μειώνεται, γεγονός που υποδηλώνει την ολοένα και περισσότερο συμπεριφορά του φυσικού αερίου ως τεχνολογία βάσης.

Βιβλιογραφία

- Anderson, C. L., (2004) “A Hybrid Model for Electricity Spot Prices”, PhD thesis, The University of Western Ontario, Graduate Department of Applied Mathematics
- Berry, S., Levinsohn, J. and Pakes, A., (1995) “Automobile Prices in Market Equilibrium” *Econometrica*, vol. 63, no. 4, pp. 841-890
- Burger, M., Klar, B., Muller, A. and Schindlmayr, G., (2004) “A spot market model for pricing derivatives in electricity markets”, *Quantitative Finance*, 4:109-122
- Carmona, P., Coulon, M. and Schwarz D., (2012) “Electricity price modelling and asset valuation: a multi-fuel structural approach”, Technical report
- Cleveland, W. S., Grosse, E., Shyu, W. M. (1991) “Local regression models” in *Statistical Models in S* (Chambers, J. M. and Hastie, T. J., eds), 309–376, Wadsworth & Brooks, Pacific Grove
- Counsell, K., Evans, L., Guthrie, G., Videbeck, S. (2006) “Options Provided by Storage Can Explain High Electricity Prices”, Working Paper
- Eydeland A. and Wolyniec, K., (2003) “Energy and Power Risk Management - New Developments in Modelling, Pricing and Hedging”, John Wiley & Sons
- Fan, J., Yao, Q., Cai, Z. (2003) “Adaptive varying-coefficient linear models”, *Journal of Royal Statistical Society B* 65, 57–80
- Iman, R., L., Helton, J., C., Campbell, J., E. (1981) “An approach to sensitivity analysis of computer models Part 1: Introduction, input variable selection and preliminary variable assessment”, *Journal of Quality Technology* 13 (3): 174–183
- Pakes, A., (1986) “Patents as Options: Some Estimates of the Value of Holding European Patent Stocks”, *Econometrica*, vol. 54, pp.755-784
- Papadelis, S., Flamos, A., Androulaki, S. (2012) “Setting the framework for a Business Strategy Assessment Model”, *International Journal of Energy Sector Management*, vol. 6, issue: 4
- Papadelis, S., Flamos, A., Psarras, I. (2012) “Residual Demand and Supply Curve Modelling for the Simulation of the Greek Electricity Market”, Working Paper
- Scott, T.J. (1998) “Hydro reservoir management for an electricity market with long-term contracts”, Dissertation, Department of Management, University of Canterbury, New Zealand
- Skantze, P., Gubina, A. and Ilic, M., (2000) “Bid-based stochastic model for electricity prices: the impact of fundamental drivers on market dynamics”, MIT E-lab report
- Tipping, J. P. (2007) “The Analysis of Spot Price Stochasticity in Deregulated Wholesale Electricity Markets”, Dissertation, University of Canterbury
- Thoenes, S. (2011) “Understanding the determinants of electricity prices and the impact of the German Nuclear Moratorium in 2011”, *EWI Working Paper No. 11/06*
- Wagner, A. (2012) “Residual Demand Modelling and Application to Electricity Pricing”, Fraunhofer ITWM

Παράρτημα Α - Παράδειγμα Γραμμικής Παλινδρόμησης Κινούμενου Παραθύρου

Στο παράρτημα αυτό παρουσιάζεται ένα παράδειγμα γραμμικής παλινδρόμησης κινούμενου παραθύρου υλοποιημένο σε Python και Pandas (**pan**(el)-**da**(ta)-s, <http://pandas.pydata.org/>).

Στο ακόλουθο σχήμα αποτυπώνεται ο κώδικας για την υλοποίηση μίας στατικής παλινδρόμησης μεταξύ των αποδόσεων των μετοχών της Google και της Apple.

```

from pandas.io.data import DataReader
from pandas.core.panel import Panel
from pandas import ols
import datetime

symbols = ['MSFT', 'GOOG', 'AAPL']
data = {}
for sym in symbols:
    data[sym] = DataReader(sym, "yahoo", start=datetime.datetime(2011, 1, 1))

panel = Panel(data)
panel = panel.swapaxes('items', 'minor')
close_px = panel['Close']
# convert closing prices to returns
rets = close_px / close_px.shift(1) - 1

# a static regression of AAPL returns on GOOG returns
model = ols(y=rets['AAPL'], x=rets.ix[:, ['GOOG']])

In [1]: model.beta
Out[1]:
GOOG    0.540688
intercept 0.001507

```

Η εφαρμογή μίας παλινδρόμησης κινούμενου παραθύρου μεταξύ των αποδόσεων των μετοχών της Google και της Apple μπορεί να γίνει ως εξής:

```

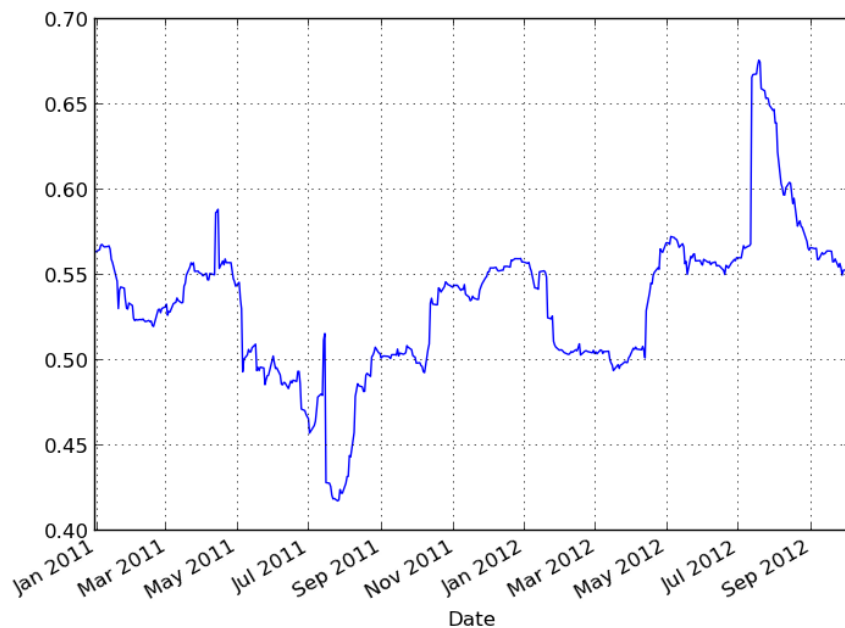
from pandas.io.data import DataReader
from pandas.core.panel import Panel
from pandas import ols
import matplotlib.pyplot as plt
import datetime

symbols = ['MSFT', 'GOOG', 'AAPL']
data = {}
for sym in symbols:
    data[sym] = DataReader(sym, "yahoo", start=datetime.datetime(2011, 1, 1))

panel = Panel(data)
panel = panel.swapaxes('items', 'minor')
close_px = panel['Close']
# Convert closing prices to returns
rets = close_px / close_px.shift(1) - 1

# We can do a moving window regression to see how the relationship changes over time
model = ols(y=rets['AAPL'], x=rets.ix[:, ['GOOG']], window=250)
fig = plt.figure()
model.beta['GOOG'].plot()
fig.autofmt_xdate()
plt.show()

```



Η τεχνική *Winsorising* ή *Winsorization* βασίζεται στον αποκλεισμό ακραίων τιμών σε ένα δείγμα, με σκοπό τον προσδιορισμό πιο εύρωστων εκτιμήσεων. Στην πράξη, ο αποκλεισμός των 10% ακραίων τιμών συνεπάγεται την αντικατάσταση όλων των τιμών κάτω από το 5^ο (και 95^ο) ποσοστημόριο με την τιμή που αντιστοιχεί στο 5^ο (και 95^ο) ποσοστημόριο.

```

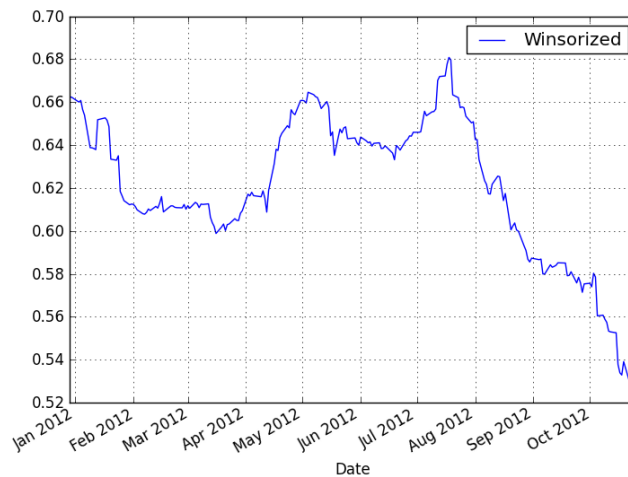
from pandas.io.data import DataReader
from pandas.core.panel import Panel
from pandas import ols, rolling_std
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import datetime

symbols = ['MSFT', 'GOOG', 'AAPL']
data = {}
for sym in symbols:
    data[sym] = DataReader(sym, "yahoo", start=datetime.datetime(2011, 1, 1))

panel = Panel(data)
panel = panel.swapaxes('items', 'minor')
close_px = panel['Close']
# convert closing prices to returns
rets = close_px / close_px.shift(1) - 1

# perform a winsorization at the 3 STD level to trim the impact of outliers
winz = rets.copy()
std_1year = rolling_std(rets, 250, min_periods=20)
# cap at 3 * 1 year standard deviation
cap_level = 3 * np.sign(winz) * std_1year
winz[np.abs(winz) > 3 * std_1year] = cap_level
winz_model = ols(y=winz['AAPL'], x=winz.ix[:, ['GOOG']], window=250)
fig = plt.figure()
winz_model.beta['GOOG'].plot(label="Winsorized")
fig.autofmt_xdate()
plt.legend(loc='best')
plt.show()

```



Γραμμική παλινδρόμηση κινούμενου παραθύρου μπορεί να υλοποιηθεί και μεταξύ της μετοχής της Apple (ως εξαρτημένη μεταβλητή) και αυτών της Google και της Microsoft (ως ανεξάρτητες μεταβλητές).

```

from pandas.io.data import DataReader
from pandas.core.panel import Panel
from pandas import ols, rolling_std
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import datetime

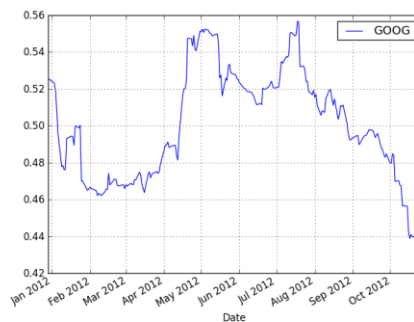
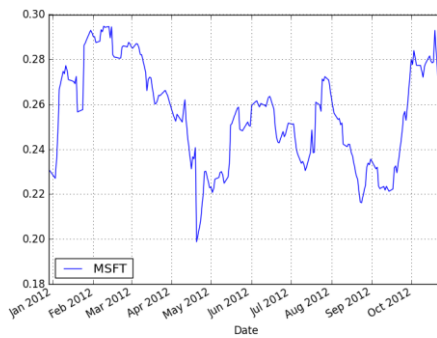
symbols = ['MSFT', 'GOOG', 'AAPL']
data = {}
for sym in symbols:
    data[sym] = DataReader(sym, "yahoo", start=datetime.datetime(2011, 1, 1))

panel = Panel(data)
panel = panel.swapaxes('items', 'minor')
close_px = panel['Close']
# convert closing prices to returns
rets = close_px / close_px.shift(1) - 1

# perform a winsorization at the 3 STD level to trim the impact of outliers
winz = rets.copy()
std_1year = rolling_std(rets, 250, min_periods=20)
# cap at 3 * 1 year standard deviation
cap_level = 3 * np.sign(winz) * std_1year
winz[np.abs(winz) > 3 * std_1year] = cap_level

# Multiple moving window regressions can be run by passing a DataFrame with multiple
# columns for # the predictors x
dynamic_model = ols(y=winz['AAPL'], x=winz.drop(['AAPL'], axis=1), window=250)
for sym in ['MSFT', 'GOOG']:
    fig = plt.figure()
    dynamic_model.beta[sym].plot(label=sym)
    fig.autofmt_xdate()
    plt.legend(loc='best')
    plt.show()

```



Επιπλέον, ο βαθμός διακριτότητας μπορεί να αντιστοιχεί σε εβδομάδες αντί για ημέρες.

```

from pandas.io.data import DataReader
from pandas.core.panel import Panel
from pandas import ols, rolling_std
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import dateutil.rrule as drrule
import dateutil.relativedelta as drel
import datetime

def dt2d(date):
    #Convert a datetime.datetime to datetime.date object
    return datetime.date(date.year,date.month,date.day)

def enumerate_dates(start,end):
    days=map(dt2d,drrule.rrule(drrule.DAILY, dtstart=start, until=end))
    # Find the Monday on or before start
    start_week=start+drel.relativedelta(weekday=drel.MO(-1))
    end_week=end+drel.relativedelta(weekday=drel.MO(-1))
    weeks=map(dt2d,drrule.rrule(drrule.WEEKLY, dtstart=start_week, until=end_week))
    # Find the first day of the month
    start_month=start.replace(day=1)
    end_month=end.replace(day=1)
    months=map(dt2d,drrule.rrule(drrule.MONTHLY, dtstart=start_month, until=end_month))
    return days,weeks,months

def get_week(s):
    days,weeks,months = enumerate_dates(s.date(),s.date())
    return weeks[0]

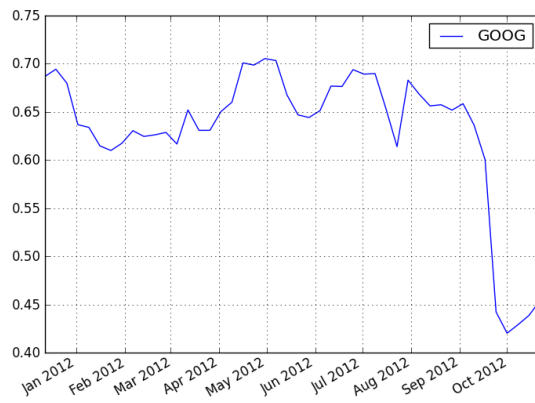
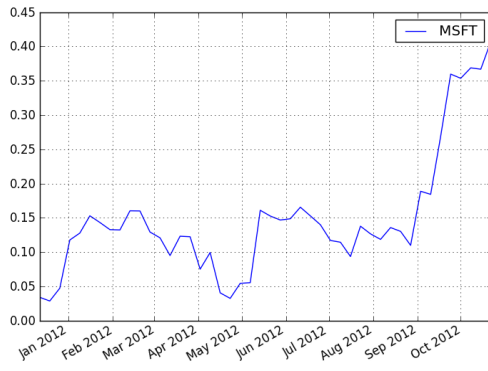
symbols = ['MSFT', 'GOOG', 'AAPL']
data = {}
for sym in symbols:
    data[sym] = DataReader(sym, "yahoo", start=datetime.datetime(2011, 1, 1))

panel = Panel(data)
panel = panel.swapaxes('items', 'minor')
close_px = panel['Close']
# convert closing prices to returns
rets = close_px / close_px.shift(1) - 1

# perform a winsorization at the 3 STD level to trim the impact of outliers
winz = rets.copy()
std_1year = rolling_std(rets, 250, min_periods=20)
# cap at 3 * 1 year standard deviation
cap_level = 3 * np.sign(winz) * std_1year
winz[np.abs(winz) > 3 * std_1year] = cap_level

# Impose weekly aggregation on winz DataFrame
weekly_winz = winz.groupby(get_week).sum()
dynamic_model = ols(y=weekly_winz['AAPL'], x=weekly_winz.drop(['AAPL'], axis=1),
window=50)
for sym in ['MSFT', 'GOOG']:
    fig = plt.figure()
    dynamic_model.beta[sym].plot(label=sym)
    fig.autofmt_xdate()
    plt.legend(loc='best')
    plt.show()

```



Παράρτημα Β – Εκτίμηση Παραμέτρων Μοντέλου μέσω Γραμμικής Παλινδρόμησης Κινούμενου Παραθύρου

Στο παράρτημα αυτό παρουσιάζεται ο κώδικας για την εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου (4.2) μέσω γραμμικής παλινδρόμησης κινούμενου παραθύρου.

```

from pandas.io.data import DataReader
import pandas as da
from pandas import ols, rolling_std
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import dateutil.rrule as drrule
import dateutil.relativedelta as drel
import datetime
import os

#----- Global variables -----
region = 'Greece'
tech = 'gas'

#----- Auxiliary functions -----

def dt2d(date):
    #Convert a datetime.datetime to datetime.date object
    return datetime.date(date.year,date.month,date.day)

def enumerate_dates(start,end):
    days=map(dt2d,drrule.rrule(drrule.DAILY, dtstart=start, until=end))

    # Find the Monday on or before start
    start_week=start+drel.relativedelta(weekday=drel.MO(-1))
    end_week=end+drel.relativedelta(weekday=drel.MO(-1))
    weeks=map(dt2d,drrule.rrule(drrule.WEEKLY, dtstart=start_week, until=end_week))

    # Find the first day of the month
    start_month=start.replace(day=1)
    end_month=end.replace(day=1)
    months=map(dt2d,drrule.rrule(drrule.MONTHLY, dtstart=start_month, until=end_month))
    return weeks

def get_week(s):
    days,weeks,months = enumerate_dates(s.date(),s.date())
    return weeks[0]

def merge_index(hindex):
    nindex = np.empty(shape=(len(hindex),), dtype=object)
    for i in range(0, len(hindex)):
        nindex[i] = datetime.date(hindex[i][0], hindex[i][1], 1)
    return nindex

def str2date(s):
    try:
        result = datetime.datetime.strptime(s, "%Y-%m-%d").date()
    except ValueError:
        result = datetime.datetime.strptime(s, "%m/%d/%Y").date()
    return result

```

```

#----- Calibration -----

path = os.getcwd()
# Read the measurements (electricity price)
target = path + "/" + region + "/price/" + region + "_pprice.csv"
price = da.read_csv(target, sep=',', converters={'day':str2date})
price = price.set_index('day')
# perform a winsorization at the 3 STD level to trim the impact of outliers
price = price.stack()
std_1year = rolling_std(price, 8760, min_periods=20)
# cap at 3 * 1 year standard deviation
cap_level = 3 * np.sign(price) * std_1year
price[np.abs(price) > 3 * std_1year] = cap_level

# Read the explanatory variables (residual load, production from natural gas, natural gas price)
target = path + "/" + region + "/load/residual/" + region + "_resid_load.csv"
rload = da.read_csv(target, sep=',', converters={'day':str2date})
rload = rload.set_index('day')
rload = rload.fillna(method='pad')

target = path + "/" + region + "/production/" + region + "_" + tech + ".csv"
production = da.read_csv(target, sep=',', converters={'day':str2date})
production = production.set_index('day')

target = path + "/" + region + "/fuel/" + region + "_" + tech + ".csv"
gas_price = da.read_csv(target, sep=';')
gas_price = gas_price.set_index(['year', 'month'])
gas_price = gas_price.set_index(merge_index(gas_price.index))
temp = da.DataFrame(np.zeros((len(production), 24)), index=production.index,
columns=range(1,25))
for i in range(len(gas_price)):
    for j in range(len(temp)):
        if enumerate_dates(temp.index[j], temp.index[j]) ==
enumerate_dates(gas_price.ix[i].name, gas_price.ix[i].name):
            temp.ix[j][:] = gas_price.ix[i][0]
gas_price = temp

price = price.apply(np.log)
rload = rload.stack()
rload = rload[price.index]
production = production.stack()
production = production[price.index]
gas_price = gas_price.stack()
impact = da.Series(np.zeros(len(production)), index=production.index)
for i in range(len(impact)):
    impact[i] = production[i] * gas_price[i]
d = {'residual demand' : rload, 'impact of gas' : impact}

# Multiple moving window regression
dynamic_model = ols(y=price, x=da.DataFrame(d), window=336)
for sym in d.keys() + ['intercept']:
    fig = plt.figure()
    dynamic_model.beta[sym].plot(label=sym)
    fig.autofmt_xdate()
    plt.legend(loc='best')
    plt.show()

```