



---

**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**

Διαπανεπιστημιακό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών  
«*Ναυτική και Θαλάσσια Τεχνολογία και Έρευνα*»

---

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**«ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΕΜΦΑΝΙΣΗΣ  
ΓΙΓΑΝΤΙΑΙΩΝ ΚΥΜΑΤΙΣΜΩΝ»**

**Της Μεταπτυχιακού Φοιτήτριας**

Κωνσταντινίδου Άννα

**Επιβλέπων**

Δρ. Σουκισιάν Τακβόρ, Ερευνητής Ελληνικού Κέντρου  
Θαλασσιών Ερευνών, Σχολή Ναυπηγών Μηχανολόγων  
Μηχανικών Ε.Μ.Π.

---

Αθήνα, Νοέμβρης 2007

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια του Διαπανεπιστημιακού Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου (Ε.Μ.Π.) “Ναυτική και Θαλάσσια Τεχνολογία και Επιστήμη” και είναι αποτέλεσμα της συνεργασίας του εργαστηρίου Ναυτικής και Θαλάσσιας Υδροδυναμικής (ΕΝΘΥ) της Σχολής Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών του Ε.Μ.Π., στον τομέα του Θαλάσσιου Περιβάλλοντος με υπεύθυνο τον Καθ. Γ. Αθανασούλη και του τομέα Επιχειρησιακής Ωκεανογραφίας του Ινστιτούτου Ωκεανογραφίας του Ελληνικού Κέντρου Θαλασσίων Ερευνών (ΕΛΚΕΘΕ), με επιβλέποντα τον Δρ. Τ. Σουκισιάν .

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Τακβόρ Σουκισιάν για τη δυνατότητα που μου προσέφερε αναθέτοντάς μου τη συγκεκριμένη εργασία και για τη βοήθειά του στο σχεδιασμό, την οριοθέτηση των στόχων και την επίβλεψη της εργασίας όλους αυτούς τους μήνες.

Ένα μεγάλο ευχαριστώ οφείλω στον Δρ. Γ. Τριανταφύλλου και στην Ερ. Α. Πολλάνη, ερευνητές του Ινστιτούτου Ωκεανογραφίας του ΕΛΚΕΘΕ που με το ήθος και την αγάπη τους για το αντικείμενο με εισήγαγαν στον πολύ ενδιαφέροντα τομέα της ωκεανογραφίας.

Τέλος, το μεγαλύτερο ευχαριστώ το οφείλω σε όσους αγαπώ, που αποτελούν πάντα το σημείο αναφοράς μου, το κίνητρό μου και ο άξονας γύρω από τον οποίο περιστρέφομαι.

Κωνσταντινίδου Άννα

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Περίληψη..... i

Περίληψη (στα Αγγλικά)..... iii

### Κεφάλαιο 1

**Εισαγωγή** **1**

1.1 Ιστορική αναδρομή..... 1

1.2 Πρώτα αξιόπιστα δεδομένα για την ύπαρξη των γιγαντιαίων κυματισμών..... 2

1.3 Το “κύμα της Πρωτοχρονιάς”- Πλατφόρμα Draupner..... 3

1.4 Γραμμική θεωρία κυματισμών και η κατανομή Rayleigh..... 4

1.5 Μηχανισμοί σχηματισμού των γιγάντιων κυματισμών..... 6

1.6 Βασικό ερώτημα..... 13

1.7 Σκοπός και δομή της εργασίας..... 14

### Κεφάλαιο 2

**Θεωρητικό Υπόβαθρο** **16**

2.1 Αναλυτική αναπαράσταση του πεδίου της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας..... 16

2.2 Φασματική αναπαράσταση του πεδίου της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας.....	20
---	----

2.3 Παράμετροι σχήματος τυχαίων μεταβλητών.....	22
---	----

### **Κεφάλαιο 3**

#### **Επεξεργασία των δεδομένων 24**

3.1 Ορισμοί κυματικών παραμέτρων.....	26
---------------------------------------	----

3.2 Επιλογή γιγαντιαίων κυματισμών.....	30
---	----

3.3 Σχήμα και μορφή των γιγάντιων κυματισμών.....	32
---	----

3.3.1 Ασυμμετρία κυματισμών.....	33
----------------------------------	----

3.3.2 Κλίση, πλάτος κορυφής, ύψος κυματισμών.....	36
---	----

3.4 Συνθήκες θάλασσας.....	39
----------------------------	----

3.5 Μη γραμμικές ιδιότητες των κυματικών δεδομένων.....	42
---	----

3.6 Σύγκριση και συσχέτιση χαρακτηριστικών μεγεθών κυματισμών και καταστάσεων θάλασσας.....	45
---	----

3.6.1 Κλίση και ασυμμετρία κυματισμών.....	46
--	----

3.6.2 Επίδραση του σημαντικού ύψους κύματος των καταστάσεων θάλασσας..	56
--	----

3.6.3 Επίδραση του συντελεστή λοξότητας των καταστάσεων θάλασσας.....	60
---	----

3.6.4 Επίδραση του συντελεστή κύρτωσης των καταστάσεων θάλασσας.....	65
--	----

3.6.5 Επίδραση του συντελεστή κλίσης των καταστάσεων θάλασσας.....	69
3.6.6 Επίδραση του συντελεστή εύρους φάσματος των καταστάσεων θάλασσας .....	73
3.7 Κατανομή Rayleigh και αδιάστατο ύψος κυματισμών .....	78

## **Κεφάλαιο 4**

<b>Συμπεράσματα-Συζήτηση</b>	<b>86</b>
<b>Βιβλιογραφία-αναφορές</b>	<b>96</b>
<b>Παράρτημα Α - Λειτουργικό πακέτο WAFO</b>	<b>101</b>
<b>Παράρτημα Β - Έγχρωμες εικόνες και γραφήματα</b>	<b>163</b>

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Οι γιγαντιαίοι ή ακραίοι κυματισμοί (rogue/freak/extreme waves) είναι ανεμογενείς θαλάσσιοι κυματισμοί με ασυνήθιστα μεγάλο ύψος. Η εμφάνιση τέτοιων κυματισμών είναι σχετικά αραιή, αλλά αποτελούν εν δυνάμει κίνδυνο για τους ναυτιλλομένους, τα επιβατηγά και φορτηγά πλοία, τις πλωτές κατασκευές και γενικότερα για όλη την ανθρώπινη δραστηριότητα στο θαλάσσιο περιβάλλον. Για το λόγο αυτό είναι σημαντικό για την επιχειρησιακή ωκεανογραφία και τη ναυπηγική να αποσαφηνιστούν οι τρόποι σχηματισμού και διάδοσης, η συχνότητα εμφάνισης αυτών των κυματισμών καθώς και οι συνθήκες θάλασσας κάτω από τις οποίες συμβαίνουν. Έχουν αναφερθεί πολλές περιπτώσεις ναυαγίων ή εκτεταμένων ζημιών πλοίων και κατασκευών που οφείλονται σε αυτού του είδους τα κύματα. Στην ωκεανογραφία ορίζονται ως οι κυματισμοί με ύψος μεγαλύτερο από δύο φορές το σημαντικό ύψος κύματος της κατάστασης θάλασσας, που με τη σειρά του ορίζεται ως ο μέσος όρος του  $1/3$  των μεγαλύτερων κυματισμών μιας κατάστασης θάλασσας. Παρά την αρχική δυσπιστία απέναντι σε μαρτυρίες ναυτικών, ως προς τη συχνότητα εμφάνισης των γιγαντιαίων κυματισμών, επιβεβαιώθηκε τα τελευταία χρόνια μετά από ανάλυση και επεξεργασία μεγάλου αριθμού δορυφορικών εικόνων της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας, ότι κυματισμοί με ύψος που ξεπερνά τα 25m είναι πολύ πιο συχνόι από αυτό που προβλέπει η γραμμική θεωρία κυματισμών.

Η έρευνα για το φαινόμενο των ακραίων κυματισμών βρίσκεται σε εξέλιξη και υπάρχουν πολλές διαφορετικές προσεγγίσεις για την εξακρίβωση των τρόπων δημιουργίας και διάδοσης τους. Η συγκεκριμένη εργασία εστιάζει στη στατιστική ανάλυση των κυματικών δεδομένων, τα οποία αποτελούνται από καταγραφές της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της Βόρειας Θάλασσας (Frigg field). Μέσα από αυτές τις καταγραφές και με χρήση συγκεκριμένων κριτηρίων εντοπίζονται και ταυτοποιούνται οι γιγαντιαίοι κυματισμοί. Στη συνέχεια, μελετώνται οι κατανομές των σημαντικότερων χαρακτηριστικών μεγεθών που περιγράφουν το σχήμα, την κλίση και την ασυμμετρία των γιγαντιαίων κυματισμών. Συγκρίνονται με τα αντίστοιχα μεγέθη των υπόλοιπων συμβατικά μεγάλων κυματισμών για να εντοπιστούν διαφορές μεταξύ τους.

Συμπληρωματικά, εξετάζονται οι καταστάσεις θάλασσας όπου εντοπίστηκαν οι γιγαντιαίοι κυματισμοί ως προς το σημαντικό ύψος κύματος, την κλίση, το εύρος φάσματος, αλλά και ως προς τη μη γραμμικότητα που εκφράζεται μέσω των συντελεστών λοξότητας και κύρτωσης. Αυτές οι καταστάσεις θάλασσας συγκρίνονται με τις υπόλοιπες, στις οποίες δεν βρέθηκαν ακραίοι κυματισμοί, ώστε να εντοπιστούν διαφορές μεταξύ τους που να υποδεικνύουν ότι ο σχηματισμός των γιγαντιαίων κυματισμών ευνοείται κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες θάλασσας.

Επίσης, διερευνώνται πιθανές τάσεις ή/και συσχετίσεις ανάμεσα σε όλα τα παραπάνω μεγέθη μέσα από διαγράμματα διασποράς και ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης. Στη συνέχεια, αφαιρούνται οι γιγαντιαίοι κυματισμοί από τις καταγραφές της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας και υπολογίζονται εκ νέου τα χαρακτηριστικά μεγέθη των καταστάσεων θάλασσας και οι συσχετίσεις τους με το ύψος κύματος. Τέλος, ελέγχεται αν η κατανομή Rayleigh αποτελεί ρεαλιστικό στατιστικό μοντέλο για την περιγραφή του φαινομένου.

## SUMMARY

Freak or rogue waves are wind-driven sea waves, which are unusually large when compared to other waves occurring in relatively close proximity. The occurrence of freak waves is relatively rare, but they potentially pose severe hazards for mariners, shipping, other man-made offshore structures and generally for the entire human activity in the marine environment. It is, therefore, very important to naval architects and engineers that during the design process of a marine structure they have the state of knowledge concerning the causes, the probability of occurrence and metocean conditions in which these potentially dangerous waves are more likely to happen. There are many reported cases of freak waves sinking or otherwise causing extreme damage to vessels or structures. In oceanography, a freak wave is defined to be any wave that has a crest to trough wave height which is more than twice the value of the significant wave height of the wave record from which it is measured, which is itself defined as the mean of the largest third of waves in the wave record. Despite the initial doubts to mariner's reports for the probability of occurrence of these waves, in the last few years the widespread occurrence of rogue waves was confirmed, through analysis of a wide number of satellite images of the sea surface around the globe. These measurements showed that waves above 25m in height are much more frequent, than that predicted from the standard linear theory.

The phenomenon of freak waves is still a matter of active research and there are several theories regarding extreme wave formation. This thesis presents a statistical analysis of surface elevation measurements collected in the North Sea (Frigg field). We analyze a few selected extreme waves and we verify that these waves can be classified as rogue waves, according to several criteria. In a second stage, the individual rogue waves that were identified are studied and characterized in terms of shape, wave steepness and their vertical and horizontal asymmetry. These parameters are compared to the same ones for "normal" maximum waves in other sea states.

In addition, the sea states where the selected extreme waves occurred are analyzed in terms of their significant wave height, mean steepness, spectral bandwidth and their non linear nature, as expressed through the skewness and kurtosis



coefficients. These sea states are then compared with the other sea states where no rogue wave could be observed, in order to find some differences that could be used as forewarning signs of an increased risk of occurrence of freak waves under specific conditions.

This study also derives some main statistical relations through scatter plots and linear regression fits, between the aforementioned individual wave characteristics and the statistical parameters of the corresponding sea states, with the intent to find correlations or trends among them. The same parameters are evaluated again, after removing the contribution to these measures from the presence of the freak waves themselves, in order to check their correlation with the wave height. Lastly, we examine if the Rayleigh distribution is a realistic statistical model for the prediction and description of this phenomenon.

# 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

## 1.1 Ιστορική αναδρομή

Οι γιγαντιαίοι ή ακραίοι κυματισμοί (extreme waves ή rogue waves ή freak waves) αποτελούν κομμάτι της ναυτικής και θαλάσσιας παράδοσης και ιστορίας πολλά έτη τώρα. Οι ναυτικοί περιγράφοντας τις εμπειρίες τους, κάνουν λόγο για υδάτινα τείχη ή για βαθιές τρύπες που σχηματίζονται στην επιφάνεια της θάλασσας χωρίς καμία προειδοποίηση. Μέχρι και πριν από 20 χρόνια περίπου, τέτοιες αναφορές αντιμετωπιζόνταν σαν ιστορίες που δεν ανταποκρίνονται στην πραγματικότητα. Πίσω στα 1826 ο καπετάνιος Dumont d'Urville, Γάλλος επιστήμονας και αξιωματικός του Ναυτικού, για τις ανάγκες μιας έκθεσης ανέφερε ότι ο ίδιος και το πλήρωμά του βρέθηκαν αντιμέτωποι με κυματισμούς 25-30 m ύψους. Αμφισβητήθηκε ανοιχτά, παρόλο που τρία μέλη του πληρώματος επιβεβαίωσαν την αναφορά του [Druaper, 1964].

Ο ανησυχητικός αριθμός ναυαγίων, πλοίων που πληρούσαν όλες τις συνθήκες ασφαλούς πλεύσης, έκανε επιτακτική την ανάγκη περαιτέρω μελέτης για αναζήτηση άλλων αιτίων πέρα από τα ανθρώπινα λάθη και τις μηχανικές βλάβες και εντατικότερης διερεύνησης των μέχρι τότε υποτιμημένων γιγαντιαίων κυματισμών.

Οι αρχικές υποψίες για την ύπαρξή τους ενισχύθηκαν το 1978 με την απώλεια του Munchen, ενός μεταφορικού πλοίου τελευταίας τεχνολογίας [Rosenthal, 2006]. Οι μετεωρολογικές προβλέψεις για την ημέρα εκείνη που απέπλευσε το πλοίο προς τον Ατλαντικό δεν ανησύχησαν το πλήρωμα του. Ήταν ένα ταξίδι ρουτίνας μέχρι τις 03:00 τα ξημερώματα της 12<sup>ης</sup> Δεκεμβρη, όπου εξέπεμψε σήμα κινδύνου ενώ βρισκόταν βόρεια των Αζορών. Οι προσπάθειες διάσωσης ξεκίνησαν με τη συμμετοχή περίπου εκατό πλοίων που έσπευσαν στην περιοχή, το πλοίο όμως δεν εντοπίστηκε ποτέ. Αναλυτικές έρευνες που έγιναν δεν εντόπισαν τίποτε άλλο παρά συντρίμια και εκβράσματα από το ναυάγιο και μια μη-καθελκυσμένη σωσίβια λέμβο. Η λέμβος αυτή ήταν προσαρτημένη στο πλοίο σε ύψος 20 m από τη θάλασσα πριν το ατύχημα. Ένας όμως από τους συνδέσμους που τη συγκρατούσαν στη θέση

της είχε υποστεί παραμόρφωση, που σύμφωνα με τους νηογνώμονες οφειλόταν στην επίδραση μιας πολύ ισχυρής δύναμης που ασκήθηκε πάνω του.

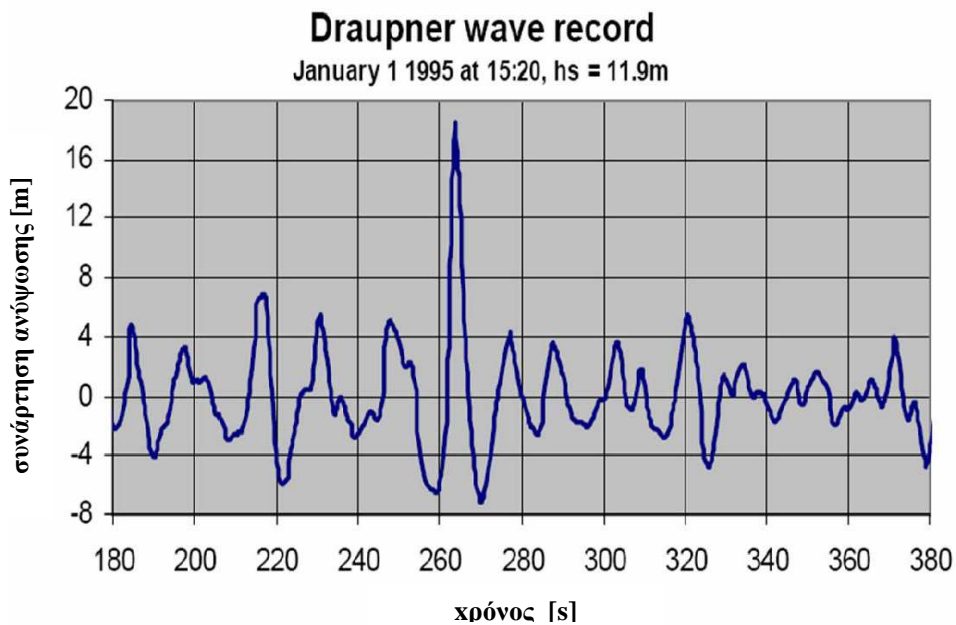
## **1.2 Πρώτα αξιόπιστα δεδομένα για την ύπαρξη των γιγαντιαίων κυματισμών**

Τον Φεβρουάριο του 1933, το ατμόπλοιο του Ναυτικού των Η.Π.Α. Ramapo έπεσε σε καταιγίδα στον Ειρηνικό Ωκεανό καθοδόν προς τη Μανίλα των Φιλιππίνων, ενώ είχε αποπλεύσει από το Σαν Ντιέγκο. Ο άνεμος έπνεε με 60 κόμβους για 7 ημέρες, δημιουργώντας αποθάλασσες (swells) με κύματα ύψους 15 m. Το πρωινό της 7<sup>ης</sup> Φεβρουαρίου, η βαθιά κοιλάδα ενός πολύ ψηλού κύματος συνάντησε το πλοίο στην πρύμνη και στη συνέχεια η κορυφή του κύματος συγκρούστηκε με την πλώρη του. Το ύψος του συγκεκριμένου κύματος καταγράφηκε και ήταν περίπου 34 m-τόσο ψηλό όσο ένα κτίριο 11 ορόφων [Draper, 1971]- και παραμένει το μεγαλύτερο ανεμογενές κύμα που έχει καταγραφεί ως τώρα.

Ένα από τα ερευνητικά-μετεωρολογικά πλοία της Μ. Βρετανίας (British Ocean Weather Ships), το οποίο ταξιδεύει στον Β. Ατλαντικό, έθεσε πρώτο σε λειτουργία μια μετρητική συσκευή που μπορούσε να μετρήσει αξιόπιστα τα ύψη των θαλάσσιων κυμάτων. Έτσι, το Βρετανικό Ινστιτούτο Ωκεανογραφίας (British National Institute of Oceanography) συγκέντρωσε μεγάλες χρονοσειρές της συνάρτησης ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας, χρονικής διάρκειας 15 λεπτών η κάθε μία, ανά τρεις ώρες. Αρχικά, η κλίμακα του οργάνου είχε ρυθμιστεί έτσι ώστε να είναι σε θέση να καταγράψει κύματα ύψους (κορυφής-κοιλάδας) μέχρι και 15 m περίπου. Πολύ σύντομα όμως χρειάστηκε να ρυθμιστεί εκ νέου στα 18 m περίπου. Η κλίμακα αυτή αποδείχτηκε λειτουργική για εννιά χρόνια, αλλά την 12<sup>η</sup> Σεπτεμβρίου του 1961 και ενώ το πλοίο συνέλεγε μετρήσεις σε περιοχή από όπου είχε περάσει ο τυφώνας Betsy, στις 09:00 το πρωί καταγράφηκε ένα πολύ μεγάλο κύμα. Εκτιμήθηκε ότι το πραγματικό ύψος του, από την κορυφή μέχρι την κοιλάδα, δεν ήταν λιγότερο από 20 m (Σχήμα 1) [Draper, 1964].

### 1.3 Το “κύμα της Πρωτοχρονιάς”-Πλατφόρμα Draupner

Η πιο εντυπωσιακή εμφάνιση γιγαντιαίου/ ακραίου κυματισμού τα τελευταία χρόνια είναι η περίπτωση που είναι γνωστή στην επιστημονική κοινότητα ως το «Κύμα της Πρωτοχρονιάς», το οποίο χτύπησε την πλατφόρμα εξόρυξης φυσικού αερίου της Statoil στην Βόρεια Θάλασσα, την πρωτοχρονιά του 1995. Το σημαντικό ύψος κύματος  $H_s$  (η μέση τιμή του 1/3 των υψηλότερων κυμάτων μιας κατάστασης θάλασσας) στην περιοχή ήταν γύρω στα 12 m. Κατά τις απογευματινές ώρες, η πλατφόρμα χτυπήθηκε από ένα ασυνήθιστα υψηλό κύμα. Σύμφωνα με μετρήσεις που έγιναν από αλτίμετρο με laser, το κύμα ήταν 26 m από την κορυφή μέχρι την κοιλάδα [Haver, 2004]. Το πλάτος κορυφής του κύματος ήταν 18.5 m (Σχήμα 1.1).



*Σχήμα 1.1.* Ο γιγαντιαίος κυματισμός που δέχτηκε η πλατφόρμα Draupner, όπως φαίνεται από τη συγκεκριμένη καταγραφή της συνάρτησης ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας. (Πηγή: Haver, 2004).

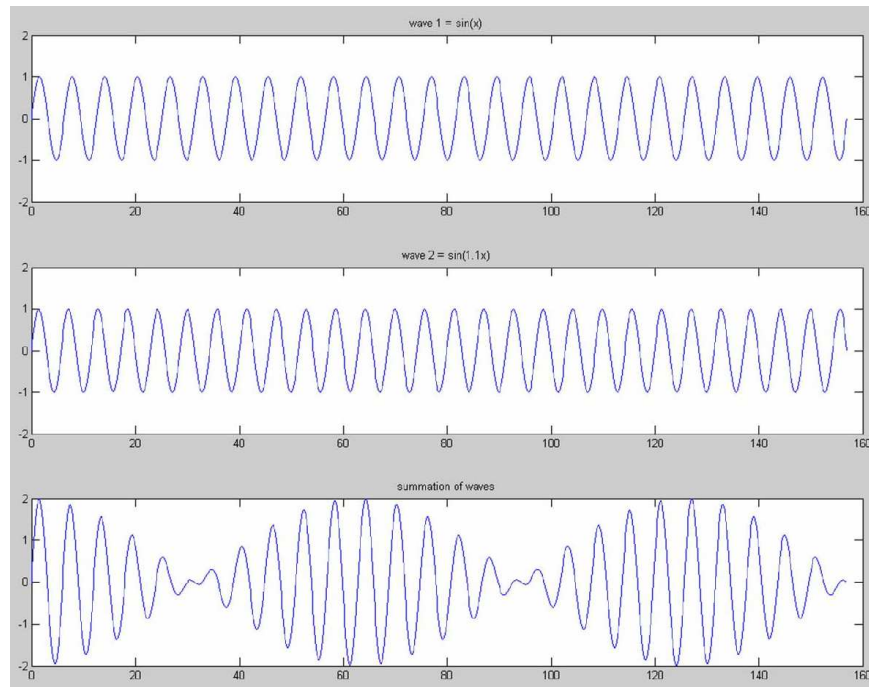
## 1.4 Γραμμική θεωρία κυματισμών και η κατανομή Rayleigh

Η γραμμική θεωρία κυματισμών δεν εκτιμά σωστά την πιθανότητα εμφάνισης των γιγαντιαίων κυματισμών. Σύμφωνα με αυτήν, τα κύματα που παρατηρούνται στην ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας προκύπτουν σαν γραμμική υπέρθεση πολλών στατιστικά ανεξάρτητων ημιτονοειδών κυματισμών με διαφορετικές συχνότητες, που ταξιδεύουν σε διαφορετικές κατευθύνσεις. Από εφαρμογή του Κεντρικού Οριακού Θεωρήματος των πιθανοτήτων, προκύπτει ότι το ύψος της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας υπακούει στο νόμο της κανονικής κατανομής [Αθανασούλης, 2003]. Στα πλαίσια ενός γραμμικού μοντέλου, λοιπόν, μια μέτρηση της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας μεγαλύτερη από τέσσερις φορές την τυπική απόκλιση, που θα μπορούσε να είναι το ύψος ενός γιγαντιαίου κυματισμού, θα συνέβαινε με πολύ μικρή πιθανότητα: 0.01267%, ενώ στην πραγματικότητα τέτοιου είδους κυματισμοί κάνουν την εμφάνισή τους αρκετά πιο συχνά.

Ένα αξιοσημείωτο χαρακτηριστικό των γραμμικών κυματικών πεδίων είναι ότι παρουσιάζουν δομή ομάδων. Για παράδειγμα, ας θεωρήσουμε δύο κύματα με ίδιο πλάτος  $y_m$  και ελαφρώς διαφορετικές συχνότητες  $\omega + \Delta\omega$ ,  $\omega - \Delta\omega$  που διαδίδονται στην ίδια διεύθυνση. Επικαλούμενοι την αρχή της υπέρθεσης, η συνάρτηση ανύψωσης μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$\begin{aligned} y(t) &= y_m \sin[(\omega + \Delta\omega)t] + y_m \sin[(\omega - \Delta\omega)t] \\ &= 2y_m \cos(\Delta\omega t) \sin(\omega t). \end{aligned}$$

Η αλληλεπίδραση των δύο κυμάτων διαφοροποιεί το πλάτος του κύματος που προκύπτει και εξηγεί τη δομή της κυματομάδας (wavegroup) που εμφανίζεται στο κάτω εικονίδιο του Σχ.1.2.



**Σχήμα 1.2.** Δύο ημιτονοειδή κύματα με ελαφρώς διαφορετικά πλάτη (πάνω και στη μέση του σχήματος) και οι κυματομομάδες που προκύπτουν από τη συμβολή τους (κάτω).

Στη γραμμική θεωρία, τα διάφορα ύψη (κορυφής-κοιλιάδας, κορυφής-κορυφής κ.τ.λ.) και πλάτη (κορυφής, κοιλιάδας) κύματος περιγράφονται ικανοποιητικά από την κατανομή Rayleigh [Longuet-Higgins, 1952], αν υποθέσουμε ότι τα κύματα είναι γραμμικά και το φάσμα τους στενής λωρίδας (narrow banded spectrum).

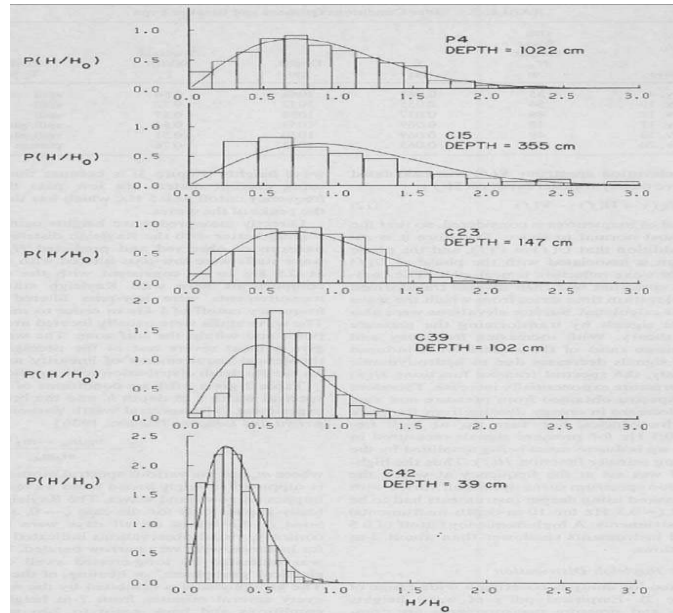
Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (σ.π.π.) του ύψους κύματος  $H$  δίνεται από τη σχέση:

$$f(H) = \frac{2H}{R} \exp^{-x^2/R}, \quad 0 < x < \infty,$$

όπου  $R = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2$ , με  $x_i$  το πλάτος κύματος και  $n$  το μέγεθος του στατιστικού δείγματος.

Παρά το γεγονός ότι αυτό το μοντέλο δίνει αξιόπιστα αποτελέσματα για καταστάσεις θάλασσας με φάσμα στενής λωρίδας και για βαθύ νερό, μελέτες έχουν δείξει ότι μπορεί να εφαρμοστεί με επιτυχία και σε περιπτώσεις που δεν

ικανοποιούνται αυτές οι προϋποθέσεις. Πιο συγκεκριμένα, οι Thornton και Guza (1983) βρήκαν ότι ακόμη και σε αρκετά ρηχά νερά (surf zone) το ύψος κύματος ακολουθεί καλά την κατανομή Rayleigh (Σχήμα 1.3).



**Σχήμα 1.3.** Ιστογράμματα από μετρήσεις του ύψους κύματος σε παραλία της Καλιφόρνια (20 Νοεμβρίου 1978) συγκρινόμενα με την θεωρητική κατανομή Rayleigh [Πηγή: Thornton & Guza, 1983].

### 1.5 Μηχανισμοί σχηματισμού των γιγάντιων κυματισμών

Το φαινόμενο των γιγαντιαίων κυματισμών είναι ακόμη ανοιχτό θέμα της επιστημονικής έρευνας και έτσι δεν μπορεί κανείς να αποφανθεί με βεβαιότητα, ποιες είναι οι αιτίες του και οι ακριβείς φυσικοί μηχανισμοί που το διέπουν. Μέχρι πρότινος, οι επιστήμονες υπέθεταν ότι οι ακραίοι κυματισμοί αποτελούν γραμμικό φαινόμενο. Δηλαδή, τα πολύ μεγάλα κύματα προκύπτουν ως αποτέλεσμα δημιουργικής συμβολής πολλών απλών, αρμονικών κυμάτων που μπορούν να περιγραφούν από τη γραμμική θεωρία κυματισμών του Airy.

Οι Skourup et al. (1996), ανέλυσαν κυματικές καταγραφές 12 ετών από την κεντρική Βόρεια Θάλασσα (πεδίο Gorm). Χρησιμοποίησαν τα ακόλουθα κριτήρια για να επιλέξουν τα υποψήφια γιγάντια κύματα για την μελέτη τους: κύματα με πλάτος κορυφής  $A_c > 1.1H_s$  ή με ύψος κορυφής-κοιλιάδας  $H > 2H_s$ , όπου  $H_s$  το σημαντικό

ύψος κύματος. Τελικά, εντόπισαν κύμα με λόγο  $A_c/H_S \approx 1.8$ , που βρίσκεται πέραν του εύρους των κυμάτων που προβλέπει η γραμμική θεωρία κυματισμών.

Επιπλέον, οι Warren et al. (1998) αναλύοντας με τη σειρά τους, κυματικές καταγραφές από τη Βόρεια Θάλασσα, προσπάθησαν να προσαρμόσουν στα δεδομένα την κατανομή Rayleigh τροποποιώντας την κατάλληλα, ώστε να συμπεριλάβουν και μη γραμμικές επιδράσεις 2<sup>ης</sup> τάξης. Στην περίπτωση όμως βαθιών νερών, τα δεδομένα δεν περιγράφονται ικανοποιητικά από ένα τέτοιο μοντέλο. Επίσης, στην επιστημονική βιβλιογραφία έχουν αναφερθεί και τιμές των λόγων :  $A_c/H_S > 2$  και  $H_{\max}/H_S > 2.5$  [Dysthe, 2000].

Σύμφωνα με τα παραπάνω, ούτε μέσω της γραμμικής θεωρίας κυμάτων, αλλά ούτε μέσω της μη γραμμικής θεωρίας κατά Stokes, έως 2<sup>ης</sup> τάξης, έχει καταστεί ακόμη δυνατό να μοντελοποιηθούν τα ακραία κύματα. Έχουν προταθεί, έως τώρα, αρκετοί πιθανοί μηχανισμοί δημιουργίας γιγάντιων κυμάτων που παρουσιάζονται στη συνέχεια.

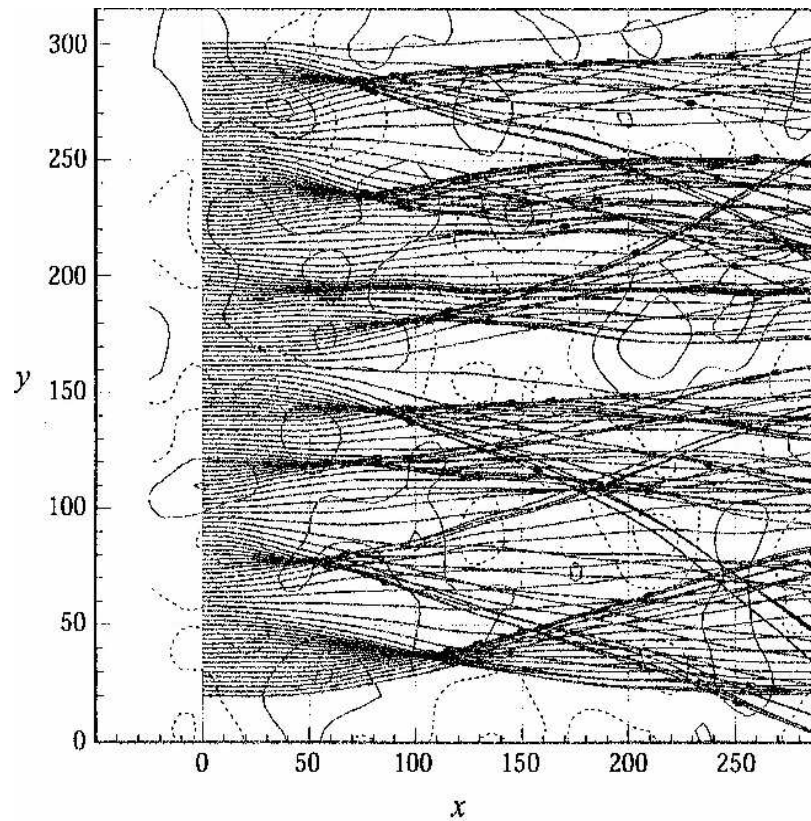
Η πρώτη προσέγγιση στο θέμα είναι αυτή της *χωρικής συγκέντρωσης της κυματικής ενέργειας ή αλληλεπίδρασης ανέμου-ρευμάτων* (spatial energy focusing/wind-current interaction), σύμφωνα με την οποία οι ακραίοι κυματισμοί προκύπτουν από την αλληλεπίδραση του ανέμου που πνέει σε μια περιοχή και θαλάσσιων ρευμάτων αντίθετης κατεύθυνσης από αυτήν της πνοής του ανέμου.

Είναι μια λογική θεώρηση για ορισμένες μόνο παράκτιες περιοχές, στις οποίες πληρούνται αυτές οι προϋποθέσεις, όπως στο ακρωτήριο Agulhas στο νοτιότερο μέρος της Αφρικής, όπου συναντώνται ο Ατλαντικός με τον Ινδικό Ωκεανό. Πλοία που ταξιδεύουν εκεί, συχνά έρχονται αντιμέτωπα με ασυνήθιστα μεγάλα κύματα, που δημιουργούνται όταν τα ρεύματα που κινούνται με μεγάλη ταχύτητα συναντούν ανέμους αντίθετης φοράς. Άλλα μέρη στα οποία παρατηρείται αυτό το φαινόμενο είναι οι περιοχές που επηρεάζονται από το ρεύμα του Κόλπου του Μεξικό (Gulf Stream), εκείνες τις οποίες διασχίζει το ρεύμα Kuroshio νότια της Ιαπωνίας και η θάλασσα γύρω από το ακρωτήριο Horn στο νοτιότερο σημείο της Νότιας Αμερικής, όπου συναντώνται ο Ατλαντικός και ο Ειρηνικός Ωκεανός.



Στην ανοιχτή θάλασσα, μακριά από παράκτιες περιοχές, όπου οι ταχύτητες των ρευμάτων είναι μικρές (περίπου 20 cm/sec), η θεωρία αυτή μοιάζει να μην έχει ισχύ. Οι White, Fornberg (1998), ωστόσο, έδειξαν ότι ακόμη και ασθενή ρεύματα (με ταχύτητες της τάξης των 10 cm/sec) είναι ικανά να προκαλέσουν συγκέντρωση της κυματικής ενέργειας, αρκεί να δρουν για μεγάλες αποστάσεις (της τάξης των 10 km).

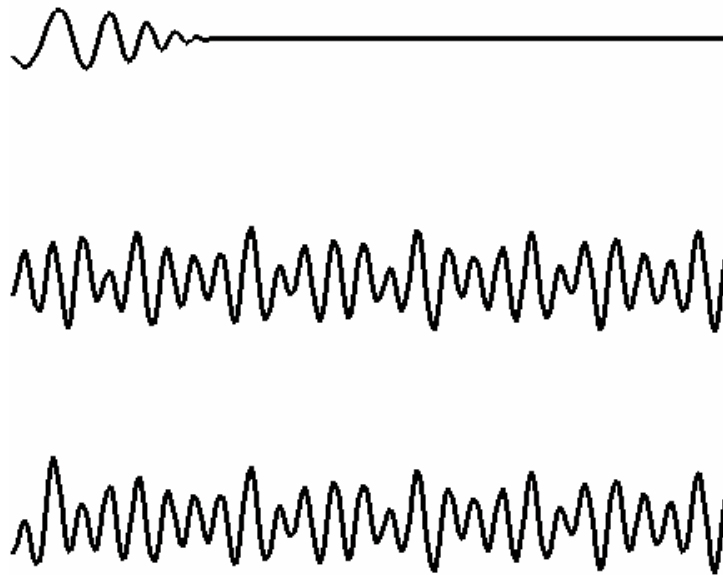
Στο Σχήμα 1.2 φαίνονται οι ακτίνες διάδοσης των κυματισμών σε μια περιοχή με πολλά ρεύματα. Το πεδίο των ρευμάτων έχει σχεδιαστεί διακριτικά στο φόντο. Αρχικά, οι ακτίνες κινούνται παράλληλα, στη συνέχεια όμως και εξαιτίας της δράσης των ρευμάτων δημιουργούνται περιοχές, στις οποίες οι ακτίνες συγκεντρώνονται ή απομακρύνονται μεταξύ τους.



**Σχήμα 1.2.** Ακτίνες διάδοσης κυμάτων που εστιάζουν ή αποκλίνουν εξαιτίας της επίδρασης των υποθαλάσσιων ρευμάτων, τα οποία διακρίνονται ως φόντο. (Πηγή: White et al., 1998).

Μια άλλη θεωρία σχηματισμού γιγαντιαίων κυματισμών είναι αυτή της χωροχρονικής συγκέντρωσης της ενέργειας (spatial-temporal focusing). Σύμφωνα με αυτήν, αν δημιουργηθεί και αρχίσει να διαδίδεται μια κυματομορφή (pulse) που

αποτελείται από κυματισμούς διαφόρων μηκών και με τις συνιστώσες μικρότερου μήκους κύματος να προηγούνται (chirped pulse), παρατηρείται το φαινόμενο της διασποράς: οι κυματισμοί με τα μεγαλύτερα μήκη διαδίδονται πιο γρήγορα, προλαβαίνοντας τους κυματισμούς με τα μικρότερα μήκη και συμβάλλοντας σχηματίζουν μεγάλους κυματισμούς με μικρή διάρκεια και σε περιορισμένο χώρο [Pelinovsky et al., 2000a]. Στο Σχήμα 1.3 που ακολουθεί παρουσιάζεται αυτός ο μηχανισμός.

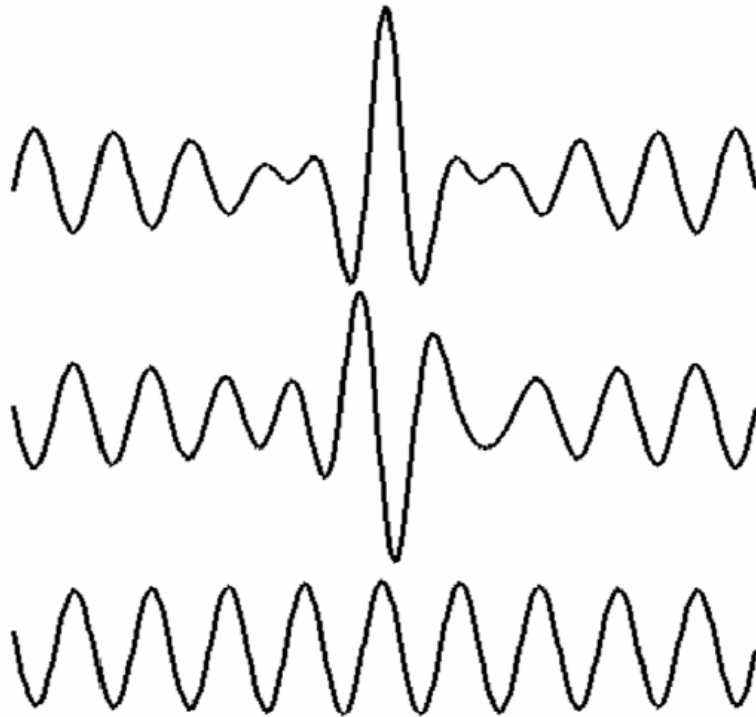


*Σχήμα 1.3. Στο πάνω μέρος του σχήματος είναι η αρχική κυματομορφή-παλμός με αυξανόμενη συχνότητα. Αν αυτός ο παλμός δημιουργηθεί μέσα σε μια ταραγμένη κατάσταση θάλασσας, όπως φαίνεται στη μέση, είναι πιθανό να δημιουργηθούν ακραία κύματα σαν αποτέλεσμα αυτής της επίδρασης, όπως φαίνεται στο κάτω μέρος του σχήματος.*

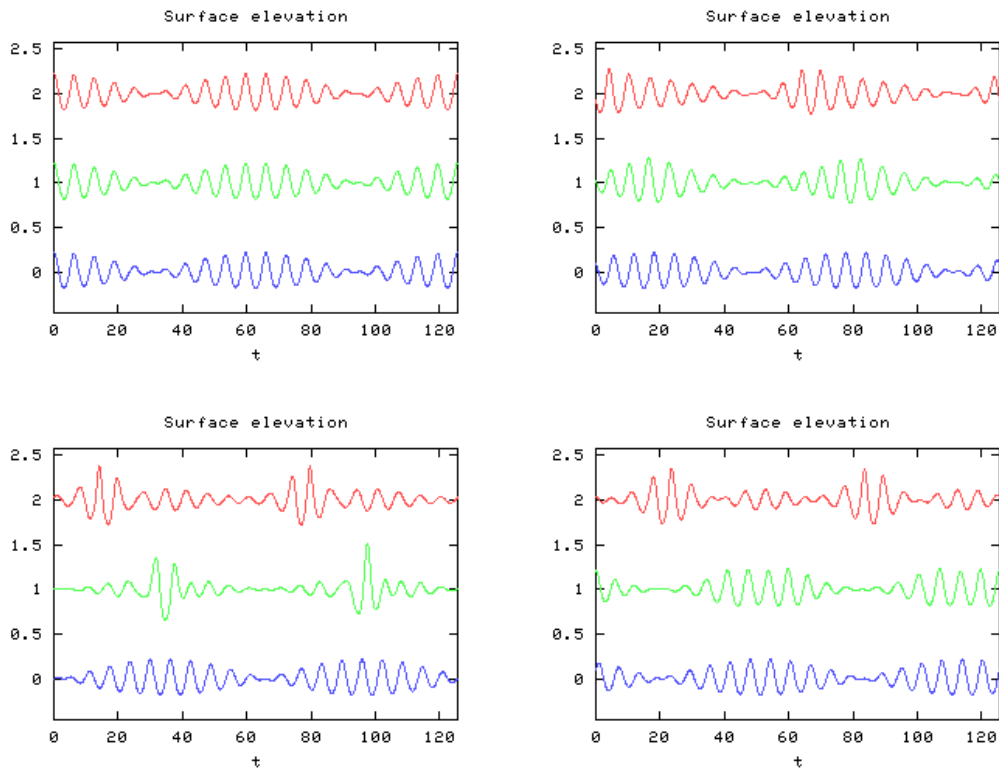
Ολοκληρώνουμε την παρουσίαση των επικρατέστερων θεωριών, όσον αφορά στους μηχανισμούς δημιουργίας των γιγάντιων κυματισμών, με τη *μη γραμμική συγκέντρωση ενέργειας* (non linear focusing of energy). Στηρίζεται στην εξής παρατήρηση: όταν δημιουργηθούν ομοιόμορφοι, περιοδικοί κυματισμοί στο ένα άκρο μιας μεγάλης πειραματικής δεξαμενής και αρχίσουν να διαδίδονται κατά μήκος της, χωρίζονται σε διακριτές κυματομάδες [Henderson et al., 1999]. Σε κάθε τέτοια κυματομάδα παρατηρούνται φαινόμενα συγκέντρωσης ενέργειας, όπου ένας από τους κυματισμούς που απαρτίζουν την κυματομάδα απορροφά ενέργεια από τους

υπόλοιπους (της ίδιας ομάδας) και μεγαλώνει δραματικά, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.4. Ο κυματισμός αυτός που προκύπτει εμφανίζει τριπλάσια ασυμμετρία (steepness) σε σχέση με αυτήν της αρχικής κυματοομάδας.

Σε αντίθεση με τις δύο προαναφερθείσες θεωρίες, η συγκεκριμένη δεν μπορεί να περιγραφεί από τη γραμμική θεωρία κυματισμών, γιατί σύμφωνα με αυτή, οι κυματοομάδες θα έπρεπε να παραμένουν σε όλο το μήκος της διάδοσής τους ομοιόμορφες και περιοδικές (Σχήμα 1.5-μπλε καμπύλη). Ενώ η μη γραμμική εξίσωση του Schrodinger (NLS) για κύματα φάσματος στενής λωρίδας (narrow-banded spectrum), περιγράφει ικανοποιητικά αυτό το φαινόμενο. Η απλούστερη μορφή της εξίσωσης Schrodinger έχει πολλές κλειστές λύσεις (αρμονικές). Μία από αυτές (2<sup>η</sup> αρμονική) είναι που περιγράφει το φαινόμενο της ξαφνικής εστίασης ενέργειας από ένα κύμα της κυματοομάδας, όπως περιγράφεται στα Σχήματα 1.4 και 1.5 που ακολουθούν.



**Σχήμα 1.4.** Μία από τις λύσεις της εξίσωσης NLS. Κύμα που απορροφά ενέργεια από τα γειτονικά του και μεγαλώνει έντονα το πλάτος του. (Πηγή: Dysthe & Trulsen, 1999).



**Σχήμα 1.5.** Δείγματα χρονοσειρών από τέσσερις διαφορετικούς σταθμούς πειραματικής δεξαμενής. Η χαμηλότερη καμπύλη (μπλε) δείχνει την γραμμική εξέλιξη των κυματομομάδων που έχουν σχηματιστεί στη δεξαμενή, η μεσαία καμπύλη (πράσινη) δείχνει την εξέλιξη των κυματισμών όπως προβλέπει η εξίσωση NLS και η ανώτερη καμπύλη (κόκκινη) δείχνει την εξέλιξη των κυματισμών όπως προβλέπει η τροποποιημένη εξίσωση NLS ανώτερης τάξης, όπου διακρίνεται καθαρά το φαινόμενο συγκέντρωσης ενέργειας. (Πηγή: Dysthe et al., 2006).

Να σημειώσουμε σε αυτό το σημείο ότι μελετώνται και άλλες εξισώσεις, εκτός από την εξίσωση του Schrodinger, προκειμένου να μοντελοποιηθεί η μη γραμμική συμπεριφορά των γιγάντιων κυματισμών. Ενδεικτικά, οι Pelinovsky et al. (2000) παρουσίασαν το σχηματισμό ακραίων κυματισμών με χρήση της εξίσωσης Korteweg de Vries (KdV), που δίνει καλά αποτελέσματα στο ρηχό νερό. Μια μεγάλη δυσκολία που εμφανίζεται στην προσπάθεια μοντελοποίησης μη γραμμικών υψηλής τάξης κυματισμών είναι η υπολογιστική ισχύς που απαιτείται για να προσομοιωθεί η διδιάστατη επιφάνεια της θάλασσας. Τόσο η NLS εξίσωση, όσο και η εξίσωση KdV που χρησιμοποιούνται αποτελούν μονοδιάστατα προβλήματα, που επιπλέον υποθέτουν ότι οι κυματισμοί διαδίδονται προς μια μόνο κατεύθυνση. Τελευταία,

έχουν ξεκινήσει σοβαρές απόπειρες προς την κατεύθυνση ανάπτυξης διδιάστατων μοντέλων, τα οποία θα περιγράφουν πληρέστερα ενδεχομένως τα ακραία κύματα.

Έχουν διατυπωθεί αρκετές ενστάσεις για το εάν οι παραπάνω μηχανισμοί εξηγούν ικανοποιητικά τους ακραίους κυματισμούς. Στην περίπτωση της θεωρίας αλληλεπιδράσεων ανέμου-ρευμάτων (wind-current interaction), θα έπρεπε να αυξάνουν τα ύψη όλων των κυματισμών στην περιοχή που πνέει ο άνεμος και όχι μερικών μόνο, οπότε τελικά να παρατηρείται ο σχηματισμός μεμονωμένων ακραίων κυματισμών στις καταγραφές. Επιπλέον, όπως ήδη αναφέραμε, οι White, Fornberg κατάφεραν να γενικεύσουν αυτή τη θεωρία και για τις περιοχές στις οποίες δεν δρουν ισχυρά ρεύματα. Η γενίκευση αυτή, όμως, για να ισχύει υποτίθεται ότι οι ακτίνες διάδοσης των κυματισμών πρέπει να είναι αρχικά παράλληλες, όταν οι κυματισμοί εισέρχονται στη ζώνη των ρευμάτων-κάτι το οποίο σπάνια συμβαίνει στην πραγματικότητα, λόγω της διασποράς.

Στην περίπτωση της θεωρίας της χωροχρονικής εστίασης της κυματικής ενέργειας, απαιτείται αρχικά η δημιουργία μιας κυματομορφής με συγκεκριμένη διάταξη συχνοτήτων και μηκών κύματος (οι μικροί κυματισμοί να προηγούνται), ώστε μέσα από τη διασπορά τους και την αλληλεπίδρασή τους να προκύπτει ενδεχομένως ένας ακραίος κυματισμός. Έως τώρα, όμως, πέρα από το χώρο των πειραματικών δεξαμενών, δεν έχει βρεθεί ακόμη κανένας φυσικός μηχανισμός που να δημιουργεί, στιγμιαία και εντελώς τοπικά στην επιφάνεια της θάλασσας, τέτοιες κυματομορφές.

Τέλος, στην περίπτωση της θεωρίας των μη γραμμικών αλληλεπιδράσεων η εξίσωση του Schrodinger περιγράφει ικανοποιητικά το μη γραμμικό φαινόμενο της ξαφνικής συγκέντρωσης ενέργειας σε έναν μόνο κυματισμό μιας κυματοομάδας ως τρόπο δημιουργίας των γιγάντιων κυματισμών, μόνο για κύματα φάσματος στενής λωρίδας<sup>1</sup>. Η τελευταία είναι μια απαίτηση που πολύ σπάνια ικανοποιείται στη θάλασσα.

---

<sup>1</sup> Μια περιοδική και απόλυτα ομοιόμορφη κυματομορφή διαχωρίζεται σε κυματοομάδες εξαιτίας της αστάθειας Benjamin-Feir [Henderson et al. ,1999]. Για εύρος φάσματος μεγαλύτερο από μια κρίσιμη τιμή σταματάει να υπάρχει αυτή η αστάθεια.

Το Σεπτέμβριο του 2000, η Ευρωπαϊκή Ένωση εγκαινίασε το MaxWave, ένα επιστημονικό αναπτυξιακό έργο για την εξήγηση και μελέτη των ακραίων κυμάτων και τις επιπτώσεις τους στη ναυτιλία και τις παράκτιες κατασκευές. Για τις ανάγκες αυτού του φιλόδοξου σχεδίου χρησιμοποιήθηκαν δεδομένα από δορυφόρους της Ευρωπαϊκής Υπηρεσίας Διαστήματος (European Space Agency-ESA), ώστε να γίνει απογραφή των κυματισμών σε παγκόσμια κλίμακα. Οι δίδυμοι δορυφόροι ERS-1 και ERS-2 -εκτοξεύθηκαν τον Ιούλιο του 1991 και τον Απρίλιο του 1995 αντίστοιχα- διέθεταν Ραντάρ Συνθετικής Απεικόνισης (Synthetic Aperture Radar-SAR) σαν κύρια μετρητική συσκευή. Το SAR λειτούργησε με πολλούς διαφορετικούς τρόπους και ρυθμίσεις. Πάνω από τους ωκεανούς σάρωνε δίνοντας εικόνες που κάλυπταν περιοχές με εμβαδόν  $(10 \times 5) \text{ km}^2$  της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας ανά  $200 \text{ km}$ .

Οι δορυφόροι παρείχαν στους ερευνητές δεδομένα τριών εβδομάδων, με περίπου 30.000 διαφορετικές εικόνες. Παρά το σχετικά μικρό χρόνο που κάλυψαν αυτά τα δεδομένα, εντοπίστηκαν περισσότεροι από δέκα ακραίοι κυματισμοί ύψους άνω των  $25 \text{ m}$ , σε διάφορες περιοχές του πλανήτη (Haver, 2000). Οι παρατηρήσεις αυτές, απλά, επιβεβαίωσαν το γεγονός ότι η γραμμική θεωρία κυματισμών δεν επαρκεί από μόνη της για την ερμηνεία τέτοιων κυματισμών.

## 1.6 Βασικό ερώτημα

Ένα βασικό ζήτημα διαφωνίας μεταξύ των διαφορετικών προσεγγίσεων στο φαινόμενο των γιγαντιαίων/ ακραίων κυματισμών είναι αν αυτοί οι κυματισμοί είναι σπάνια περιστατικά ενός κατά τα άλλα κανονικού πληθυσμού κυμάτων ή αν είναι τυπικές πραγματοποιήσεις ενός ειδικού πληθυσμού κυμάτων.

Πολλοί ερευνητές υποστηρίζουν ότι αν υπάρχουν καταγραφές του ύψους των κυματισμών για μακρά χρονικά διαστήματα, αυτές θα εμφανίζουν μια ομαλή συνάρτηση κατανομής με τη συντριπτική πλειοψηφία των υψών να διανέμεται γύρω από τη μέση τιμή και οι ασυνήθιστα μεγάλοι (σε ύψος) κυματισμοί είναι οι κυματισμοί που προκύπτουν περιστασιακά και με μικρή πιθανότητα εμφάνισης στην ουρά της κατανομής. Άλλοι επιστήμονες απορρίπτουν αυτή την προσέγγιση,

ισχυριζόμενοι ότι η εμφάνιση των ακραίων κυματισμών δεν μπορεί να περιγραφεί και να προβλεφθεί πλήρως με στατιστικά μοντέλα. Προτείνουν φυσικούς μηχανισμούς στους οποίους υπεισέρχεται η μη γραμμικότητα και καταλήγουν στο ότι οι ακραίοι κυματισμοί εμφανίζονται πιο συχνά από αυτό που συνήθως προβλέπει η στατιστική προσέγγιση .

## 1.7 Σκοπός και δομή της εργασίας

Η συγκεκριμένη εργασία επικεντρώνεται στη στατιστική προσέγγιση του φαινομένου των γιγαντιαίων κυματισμών. Αναλύονται και μελετώνται καταγραφές της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας από τη Βόρεια Θάλασσα (πεδίο Frigg), μια περιοχή ανεπηρέαστη από δυνατά ρεύματα, αλλά με μη γραμμικές επιδράσεις στους μηχανισμούς δημιουργίας των ανεμογενών κυματισμών. Με χρήση συγκεκριμένων κριτηρίων εντοπίζονται οι γιγαντιαίοι κυματισμοί στα δεδομένα. Μέσω στατιστικής ανάλυσης γίνεται προσπάθεια να αποσαφηνιστεί η επίδραση της μη γραμμικότητας στο ύψος, το πλάτος και σε παραμέτρους σχήματος, κλίσης και ασυμμετρίας των γιγαντιαίων κυματισμών. Επίσης, συγκρίνονται οι καταστάσεις θάλασσας στις οποίες εντοπίστηκαν οι γιγαντιαίοι κυματισμοί με τις υπόλοιπες καταστάσεις θάλασσας, προκειμένου να εντοπιστούν διαφορές που θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν σαν ενδείξεις για το αν υπάρχουν συγκεκριμένες συνθήκες θάλασσας οι οποίες ευνοούν το σχηματισμό τέτοιων κυματισμών. Διερευνώνται ακόμη, πιθανές σχέσεις και συσχετίσεις μεταξύ των παραπάνω χαρακτηριστικών μεγεθών των γιγαντιαίων κυματισμών που εντοπίστηκαν και των αντίστοιχων καταστάσεων θάλασσας. Τέλος, γίνεται έλεγχος για το αν η κατανομή Rayleigh μπορεί να περιγράψει ικανοποιητικά τους ακραίους κυματισμούς, ενώ εξετάζονται και οι συσχετίσεις του αδιάστατου ύψους των γιγαντιαίων κυματισμών, με τις χαρακτηριστικές παραμέτρους των καταστάσεων θάλασσας.

Σε σχέση με τη δομή της συγκεκριμένης εργασίας, στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται συνοπτικά οι βασικές αρχές της στοχαστικής μοντελοποίησης των θαλάσσιων ανεμογενών κυματισμών που χρησιμοποιήθηκαν στη μελέτη των δεδομένων. Στο Κεφάλαιο 3 παρουσιάζεται αναλυτικά η επεξεργασία και η στατιστική μελέτη των κυματικών δεδομένων. Το Κεφάλαιο 4, τέλος, είναι

αφιερωμένο στη συζήτηση των συμπερασμάτων που προέκυψαν από τη μελέτη των δεδομένων, αλλά και σε προτάσεις μελλοντικής έρευνας για την αποσαφήνιση των πραγματικών μηχανισμών δημιουργίας και διάδοσης των γιγαντιαίων κυματισμών με απώτερο σκοπό την ασφαλή πρόβλεψη και αντιμετώπισή τους.



## 2. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ

Σε αυτό το κεφάλαιο συνοψίζονται οι βασικές αρχές, θεωρήσεις και παράμετροι της στοχαστικής μοντελοποίησης των ανεμογενών κυματισμών, που θα χρησιμοποιηθούν στη συγκεκριμένη εργασία. Η πηγή που έχει χρησιμοποιηθεί για τις περισσότερες σχέσεις που παρατίθενται εδώ, είναι οι σημειώσεις Αθανασούλη, 2003.

### 2.1 Αναλυτική αναπαράσταση του πεδίου της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας

Η ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας μοντελοποιείται μέσω των στοχαστικών διαδικασιών-συναρτήσεων τυχαίων μεταβλητών. Πιο συγκεκριμένα, η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας  $n(x,t)$  αναπαρίσταται μέσω του μοντέλου τυχαίας φάσης (ή μοντέλο Rayleigh/Longuet-Higgins), ως τυχαία μεταβλητή  $X(t; \beta)$ . Το μοντέλο αυτό εισήγαγε ο Rayleigh το 1880 για τη μελέτη του απλού γραμμικού ταλαντωτή και ο Longuet-Higgins το 1952, όπως έχουμε ήδη αναφέρει, το χρησιμοποίησε για να υπολογίσει την κατανομή του πλάτους των θαλάσσιων ανεμογενών κυματισμών. Η στοχαστική συνάρτηση της ανύψωσης δίνεται από το ακόλουθο άθροισμα:

$$X(t; \beta) = \sum_n A_n \cos[(\omega_n t + \Xi_n(\beta))] \quad , \quad (2.1)$$

όπου  $\omega_n > 0$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$  είναι ντετερμινιστικές σταθερές που αντιπροσωπεύουν τις συχνότητες και  $A_n \geq 0$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$  είναι επίσης ντετερμινιστικές σταθερές που εκφράζουν τα πλάτη. Οι τυχαίες μεταβλητές  $\Xi_n(\beta)$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$ , οι οποίες επηρεάζουν τις διαφορές φάσεων μεταξύ των διάφορων αρμονικών, υποτίθενται ανεξάρτητες, ισόνομα κατανεμημένες και ότι κάθε  $\Xi_n(\beta)$  είναι ομοιόμορφα κατανεμημένη στο  $[0, 2\pi)$ . Το όρισμα  $\beta$  είναι στοχαστικό όρισμα (stochastic argument) που χρησιμοποιείται για τη διάκριση των ντετερμινιστικών σταθερών από τις τυχαίες μεταβλητές.

Κάποια χρήσιμα χαρακτηριστικά μεγέθη που χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν μερικές ιδιότητες της συνάρτησης της ανύψωσης είναι η μέση τιμή  $m$ , η τυπική απόκλιση  $\sigma$  και η διασπορά  $\sigma^2$ , η οποία μετράει την μεταβλητότητα των τιμών γύρω από τη μέση τιμή τους. Ακολουθούν οι ορισμοί αυτών των ποσοτήτων:

$$m_X(t) = E^\beta [X(t; \beta)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_t(x) dx \quad (2.2)$$

$$\sigma_X^2(t) = \text{Var}^\beta [X(t; \beta)] = E^\beta [(X(t; \beta) - m_X(t))^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m_X(t))^2 f_t(x) dx, \quad (2.3)$$

όπου  $f_t(x)$  είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (σ.π.π.) της τυχαίας μεταβλητής  $X(t; \beta)$ ,  $t = \text{σταθ}$ .

Ορίζουμε, επίσης, τις συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης και αυτοσυνδιακύμανσης ως εξής:

$$R_{XX}(t_1, t_2) = E^\beta [X(t_1; \beta)X(t_2; \beta)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 f_{t_1, t_2}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} C_{XX}(t_1, t_2) &= E^\beta [(X(t_1; \beta) - m_X(t_1))(X(t_2; \beta) - m_X(t_2))] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x_1 - m_X(t_1))(x_2 - m_X(t_2)) f_{t_1, t_2}(x_1, x_2) dx_1 dx_2, \end{aligned} \quad (2.5)$$

όπου  $f_{t_1, t_2}(x_1, x_2)$  είναι η από κοινού σ.π.π. των τυχαίων μεταβλητών  $X_1(\beta) = X(t_1; \beta)$  και  $X_2(\beta) = X(t_2; \beta)$ .

Πολλές φορές, η στατιστική συσχέτιση μεταξύ δύο τιμών της στοχαστικής διαδικασίας  $X(t; \beta)$  στις χρονικές στιγμές  $t_1$  και  $t_2$ , αποδίδεται καλύτερα με το συντελεστή συσχέτισης  $r$ , που είναι μια αδιάστατη μορφή της συνάρτησης αυτοσυνδιακύμανσης και ορίζεται ως εξής:

$$r_{XX}(t_1, t_2) = \frac{C_{XX}(t_1, t_2)}{\sqrt{C_{XX}(t_1, t_1)}\sqrt{C_{XX}(t_2, t_2)}} = \frac{C_{XX}(t_1, t_2)}{\sigma_X(t_1)\sigma_X(t_2)}, \quad (2.6)$$

όπου  $C_{XX}$  η συνάρτηση αυτοσυνδιακύμανσης και  $\sigma_X$  η τυπική απόκλιση της στοχαστικής διαδικασίας  $X(t; \beta)$ . Όταν  $|r_{XX}(t_1, t_2)| \approx 1$ , οι τιμές  $X(t_1; \beta)$  και  $X(t_2; \beta)$  είναι ισχυρά συσχετισμένες, ενώ όταν  $|r_{XX}(t_1, t_2)| \approx 0$ , οι τιμές είναι σχεδόν ασυσχέτιστες.

Στην περίπτωση του μοντέλου τυχαίας φάσης που περιγράφεται από την (2.1), τα παραπάνω μεγέθη υπολογίζονται αναλυτικά. Αποδεικνύονται με απλό τρόπο οι σχέσεις:

$$m_X(t) = 0 \quad (2.7)$$

$$\sigma_X^2 = C_{XX}(t, t) = \frac{1}{2} \sum_n A_n^2 \quad (2.8)$$

$$R_{XX}(t_1, t_2) = C_{XX}(t_1, t_2) = \frac{1}{2} \sum_n A_n^2 \cos(\omega_n \tau), \quad \text{όπου } \tau = |t_1 - t_2|. \quad (2.9)$$

Τα αποτελέσματα αυτά αποτελούν σημαντικές ιδιότητες του μοντέλου τυχαίας φάσης. Το γεγονός ότι η μέση τιμή και η διασπορά είναι ανεξάρτητες του χρόνου  $t$  και οι συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης και αυτοσυνδιακύμανσης εξαρτώνται μόνο από τη διαφορά των χρόνων  $\tau$  (time lag), μας επιτρέπουν να χαρακτηρίσουμε το μοντέλο αυτό ως *στάσιμη* τυχαία (ή στοχαστική) συνάρτηση.

Επιπλέον, το μοντέλο τυχαίας φάσης θεωρείται *εργοδική* συνάρτηση. Η εργοδικότητα προκύπτει αν θεωρήσουμε τις μέσες τιμές χρόνου, σε αντιδιαστολή με τις μέσες τιμές ολότητας που χρησιμοποιήσαμε μέχρι τώρα. Οι μέσες τιμές χρόνου των χαρακτηριστικών μεγεθών του μοντέλου, δηλαδή της μέσης τιμής, της διασποράς, της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης και αυτοσυνδιακύμανσης, περιορίζονται σε συγκεκριμένο χρόνο παρατήρησης και ορίζονται από τις σχέσεις που ακολουθούν:

$$\hat{m}_X(t_a, t_b; \beta) = \frac{1}{T} \int_{t_a}^{t_b} X(t; \beta) dt, \quad T = t_b - t_a \quad (2.10)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \text{Var}^\beta[X(t; \beta)] = \frac{1}{T} \int_{t_a}^{t_b} [X(t; \beta) - m_X]^2 dt, \quad T = t_b - t_a \quad (2.11)$$

$$\hat{R}_{XX}(\tau, t_a, t_b; \beta) = \frac{1}{T} \int_{t_a}^{t_b} X(t; \beta) X(t + \tau; \beta) dt \quad (2.12)$$

$$\hat{C}_{XX}(\tau, t_a, t_b; \beta) = \frac{1}{T} \int_{t_a}^{t_b} (X(t; \beta) - m_X(t))(X(t + \tau; \beta) - m_X(t + \tau)) dt, \quad (2.13)$$

όπου  $T$  ο χρόνος παρατήρησης και  $\tau$  η διαφορά των χρόνων (time lag). Οι ασυμπτωτικές ιδιότητες των ποσοτήτων αυτών, όταν  $T = t_b - t_a \rightarrow \infty$ , μας επιτρέπουν να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι οι μέσες τιμές χρόνου είναι αμερόληπτες και συνεπείς εκτιμήτριες των αντίστοιχων μέσων τιμών ολότητας. Η ιδιότητα της εργοδικότητας της στοχαστικής διαδικασίας -εν προκειμένω της συνάρτησης ανύψωσης- εξασφαλίζει την ασφαλή στατιστική εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου με βάση τις μετρήσεις μιας μόνο καταγραφής μιας δεδομένης κατάστασης θάλασσας και όχι του συνόλου των καταγραφών.

Υπό την προϋπόθεση ότι το άθροισμα (2.7) παραμένει πεπερασμένο όταν  $N \rightarrow \infty$  και διαμέσου του Κεντρικού Οριακού Θεωρήματος, προκύπτει η σημαντική ιδιότητα ότι η τ.μ.  $X(t; \beta)$ ,  $\forall t \in R$  ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή  $m_X(t) = 0$  και διασπορά  $\sigma_X^2(t) = \sigma_X^2 = \frac{1}{2} \sum_n A_n^2$  -όπως έχει ήδη αναφερθεί στις σχέσεις (2.6) και (2.7)- και η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητάς της δίνεται από τη σχέση:

$$f_\tau(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_X}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{x^2}{\sigma_X^2}\right). \quad (2.14)$$

Το παραπάνω αποτέλεσμα για τον προσδιορισμό της πρωτοτάξιας κατανομής πιθανότητας της  $X(t; \beta)$  μεταφέρεται κατάλληλα και στον προσδιορισμό των δευτεροτάξιων και ανώτερης τάξης κατανομών. Τελικά, η ιδιότητα ότι οι κατανομές

πιθανότητας όλων των τάξεων του μοντέλου τυχαίας φάσης εκφράζονται μέσω της κανονικής κατανομής, μας επιτρέπει να το χαρακτηρίσουμε ως *κανονική τυχαία συνάρτηση*.

Με τις τρεις βασικές υποθέσεις του μοντέλου τυχαίας φάσης: στασιμότητα, εργοδικότητα και κανονικότητα έχει δημιουργηθεί ένα κατάλληλο πιθανοθεωρητικό μαθηματικό πρότυπο του πεδίου της ανύψωσης, από το οποίο μπορεί να εξαχθεί η πιθανοθεωρητική περιγραφή όλων των επιμέρους χαρακτηριστικών του.

## 2.2 Φασματική αναπαράσταση του πεδίου της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας

Το πιο σημαντικό χαρακτηριστικό μέγεθος του μοντέλου στην περιοχή των συχνοτήτων είναι η συνάρτηση φασματικής συχνότητας (ή απλώς φάσμα)  $S_{xx}(\omega)$ :

$$S_{xx}(\omega_n) \approx \frac{A_n^2}{2\Delta\omega_n}, \quad (2.15)$$

όπου  $A_n$  τα πλάτη και  $\Delta\omega_n = \omega_{n+1} - \omega_n$ , η διαφορά των διαδοχικών συχνοτήτων  $\omega_n$  και  $\omega_{n+1}$ .

Σύμφωνα με τις σχέσεις Wiener-Khinchin, η  $S_{xx}(\omega)$  είναι ο συνημιτονικός μετασχηματισμός Fourier της συνάρτησης συνδιακύμανσης  $C_{xx}(\tau)$ :

$$S_{xx}(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} C_{xx}(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau \quad (2.16)$$

και

$$C_{xx}(\tau) = \int_0^{\infty} S_{xx}(\omega) \cos(\omega\tau) d\omega. \quad (2.17)$$

Στη συνέχεια παρατίθενται διάφορες φασματικές παράμετροι που περιγράφουν αναλυτικές ή/και γεωμετρικές ιδιότητες της συνάρτησης  $S_{xx}(\omega)$ .

Οι φασματικές ροπές ορίζονται ως εξής:

$$m_k = \int_0^\infty \omega^k S_{XX}(\omega) d\omega, \quad k=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.18)$$

Αξίζει να σημειωθεί εδώ, ότι η μηδενική ροπή  $m_0$  ταυτίζεται με τη διασπορά  $\sigma_X^2$  της  $X(t; \beta)$ , δηλαδή:

$$m_0 = \int_0^\infty S_{XX}(\omega) d\omega = C_{XX}(0) = \sigma_X^2. \quad (2.19)$$

Οι κεντρικές φασματικές ροπές ορίζονται ως εξής:

$$\mu_k = \int_0^\infty (\omega - \bar{\omega})^k S_{XX}(\omega) d\omega, \quad k=0, 1, 2, \dots, \quad (2.20)$$

όπου  $\bar{\omega}$  είναι η μέση κυκλική συχνότητα (*mean angular frequency*) της συνάρτησης φασματικής πυκνότητας  $S_{XX}(\omega)$ , η οποία δίνεται από τον τύπο:

$$\bar{\omega} = \frac{\int_0^\infty \omega S_{XX}(\omega) d\omega}{\int_0^\infty S_{XX}(\omega) d\omega} = \frac{m_1}{m_0}. \quad (2.21)$$

Το *σημαντικό ύψος κύματος*  $H_s$ , που ορίζεται ως η μέση τιμή του 1/3 των υψηλότερων κυμάτων μιας καταγραφής, συνδέεται με τη φασματική ροπή μηδενικής τάξης μέσω της σχέσης:

$$H_s = 4\sqrt{m_0}. \quad (2.22)$$

Μέσω των φασματικών ροπών ορίζονται διάφοροι τύποι περιόδων κύματος. Η ποσότητα:

$$\bar{T} = \frac{2\pi}{\bar{\omega}} = 2\pi \frac{m_0}{m_1}, \quad (2.23)$$

μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως μια χαρακτηριστική μέση περίοδος της  $X(t; \beta)$ .

Ενώ η ποσότητα:

$$T_{02} = 2\pi \sqrt{\frac{m_0}{m_2}} , \quad (2.24)$$

είναι η μέση περίοδος μηδενικής υπέρβασης.

Επίσης, οι συντελεστές εύρους φάσματος  $\varepsilon$  (Cartwright & Longuet-Higgins, 1956) και  $\nu$  (Longuet-Higgins, 1975) ορίζονται ως εξής:

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4}} , \quad (2.25)$$

$$\nu = \sqrt{\frac{m_2 m_0}{m_1^2} - 1} . \quad (2.26)$$

Τέλος, ο συντελεστής ανωμαλίας φάσματος  $\gamma$  ορίζεται ως ακολούθως:

$$\gamma = \sqrt{1 - \varepsilon^2} = \frac{m_2}{\sqrt{m_0 m_4}} . \quad (2.27)$$

### 2.3 Παράμετροι σχήματος τυχαίων μεταβλητών

Οι παράμετροι σχήματος δίνουν πληροφορίες για τη μορφή της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (μόνο στην περίπτωση μονοκόρυφης σ.π.π.) των τ.μ.. Ορίζονται συνήθως ως κανονικοποιημένες εκφράσεις των ροπών. Οι κυριότερες παράμετροι σχήματος είναι η *διασπορά*, η *τυπική απόκλιση*, ο *συντελεστής ασυμμετρίας* (ή *λοξότητας*) και ο *συντελεστής κύρτωσης*. Οι δύο πρώτες παράμετροι έχουν ήδη οριστεί (Σχέση 2.3).

Ονομάζουμε *συντελεστή λοξότητας* ή *ασυμμετρίας* (skewness coefficient) την αδιάστατη ποσότητα:

$$\lambda_3 = E \left[ \left( \frac{X - m_X}{\sigma} \right)^3 \right] , \quad (2.28)$$

όπου  $m_X$  η μέση τιμή της τ.μ.  $X$  και  $\sigma$  η τυπική απόκλιση.

Ενώ, *συντελεστή κύρτωσης* (kurtosis coefficient) ονομάζουμε την αδιάστατη ποσότητα:

$$\lambda_4 = E \left[ \left( \frac{X - m_X}{\sigma} \right)^4 \right] - 3 , \quad (2.29)$$

όπου  $m_X$  η μέση τιμή της τ.μ.  $X$  και  $\sigma$  η τυπική απόκλιση.



### 3. ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Σε αυτή την εργασία γίνεται επεξεργασία δεδομένων τα οποία προέρχονται από τη Βόρεια Θάλασσα, από το πεδίο εξόρυξης φυσικού αερίου Frigg (Frigg Field data set) και πιο συγκεκριμένα από την πλατφόρμα QP (Quarters Platform) της Total Oil, η οποία εδράζει 230 km βορειοδυτικά της νορβηγικής πόλης Στάβανγκερ (Εικόνα 1) και σε βάθος νερού 100 m. Τα δεδομένα αποτελούνται από καταγραφές της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας που μετρήθηκαν από ένα ραντάρ Syminex/TRT στη νοτιοανατολική πλευρά της πλατφόρμας, με συχνότητα δειγματοληψίας 2Hz, διακριτικότητα 0.24m και διάρκεια καταγραφής 1122sec (=18.7 min) .

Στο πρώτο μέρος του Κεφαλαίου 3 εντοπίζονται και αναλύονται ακραία κύματα από καταγραφές στη Βόρεια Θάλασσα και αξιολογούνται με βάση συγκεκριμένα κριτήρια ως γιγαντιαίοι κυματισμοί (rogue waves) ή όχι. Στο δεύτερο μέρος εξετάζονται αναλυτικά οι συντελεστές οριζόντιας και κατακόρυφης ασυμμετρίας των γιγάντιων κυμάτων που έχουν εντοπιστεί, καθώς και διάφοροι συντελεστές κλίσης των κυματισμών αυτών. Στο τρίτο μέρος μελετώνται εκείνες οι καταστάσεις θάλασσας στις οποίες εντοπίστηκαν γιγάντια κύματα, ως προς κάποιες χαρακτηριστικές παραμέτρους τους. Στη συνέχεια, συγκρίνονται με τις υπόλοιπες καταστάσεις θάλασσας, στις οποίες δεν παρατηρήθηκαν γιγαντιαίοι κυματισμοί και που έχουν περίπου το ίδιο σημαντικό ύψος κύματος  $H_s$ , ώστε να εντοπιστούν τυχόν διαφορές ή τάσεις στις παραμέτρους που θα μπορούσαν να αποτελέσουν ενδείξεις για την πρόβλεψη των γιγάντιων κυματισμών.

Οι υπολογισμοί όλων των παραμέτρων και μεγεθών, καθώς και αρκετά από τα γραφήματα που παρουσιάζονται σε αυτή την εργασία έγιναν με τη βοήθεια του εξειδικευμένου λειτουργικού πακέτου WAFO, όπου στο Παράρτημα Α παρατίθεται αναλυτικός οδηγός με τις εντολές που χρησιμοποιήθηκαν. Επίσης, στο Παράρτημα Β παρατίθενται έγχρωμα τα Σχήματα 3.3-3.10.

Πριν προχωρήσουμε στο κυρίως θέμα του παρόντος Κεφαλαίου, κρίνεται σκόπιμο να παρουσιάσουμε, στην παράγραφο που ακολουθεί, τα στατιστικά μεγέθη που θα χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια για τη διερεύνηση των ακραίων κυματισμών.



*Εικόνα 1. Το πεδίο εξόρυξης πετρελαίου και φυσικού αερίου Frigg.*



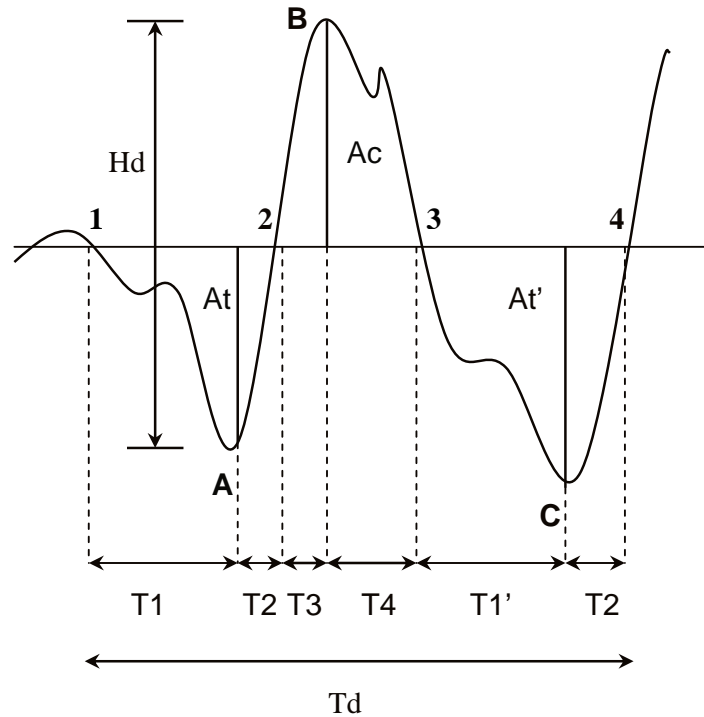
*Εικόνα 2. Αποψη της πλατφόρμας εξόρυξης QP.*

### 3.1 Ορισμοί κυματικών παραμέτρων

Οι κυματισμοί μπορούν να οριστούν είτε μέσω των άνω-τομών (up-crossings) της συνάρτησης ανύψωσης, είτε μέσω των κάτω-τομών (down-crossings) της με την ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας. Οι πλήρως ημιτονοειδείς κυματισμοί είναι συμμετρικοί τόσο ως προς τον οριζόντιο, όσο και ως προς τον κατακόρυφο άξονα, με αποτέλεσμα οι υπολογισμοί των υψών και των περιόδων τους να μην επηρεάζονται από τον ορισμό που επιλέγεται κάθε φορά (ορισμός άνω- ή κάτω-τομών). Τα πραγματικά ανεμογενή κύματα, όμως, συχνά εμφανίζουν υψηλότερες κορυφές απ' ότι κοιλάδες και κλίση προς τα εμπρός, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.1. Η κατακόρυφη ασυμμετρία  $\mu_v$  προκύπτει από τη μη γραμμική θεωρία κατά Stokes, κυματισμών υψηλότερης τάξης. Η οριζόντια ασυμμετρία  $\mu_h$  σύμφωνα με τον Longuet-Higgins (1982), οφείλεται στη διαφορά πίεσης ανάμεσα στο εμπρόσθιο και οπίσθιο προφίλ του κυματισμού.

Σύμφωνα με τον ορισμό των κάτω-τομών (down-crossing definition), ο κυματισμός είναι η ανύψωση ανάμεσα στα σημεία 1 και 3 στο Σχ.3.1. Το πλάτος της κοιλάδας του κύματος  $A_t$  είναι η απόσταση ανάμεσα στην ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας (επίπεδο αναφοράς-άξονας x) και στο σημείο A, ενώ το πλάτος κορυφής του κύματος  $A_c$  είναι η απόσταση ανάμεσα στην ελεύθερη επιφάνεια και το σημείο B. Κατά το χρονικό διάστημα μεταξύ των σημείων 1 και 2, η συνάρτηση ανύψωσης κείται κάτω από το επίπεδο αναφοράς (ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας) και το διάστημα αυτό χωρίζεται από το σημείο A σε δύο χρονικές περιόδους:  $T_1$  και  $T_2$ .

Το χρονικό διάστημα ανάμεσα στα σημεία 2 και 3, όταν η ανύψωση κείται πάνω από την ελεύθερη επιφάνεια, χωρίζεται σε δύο άλλες περιόδους ( $T_3$  και  $T_4$ ) από το σημείο B. Συνολικά, λοιπόν, η περίοδος κύματος κάτω-τομών (down-crossing wave) ορίζεται ως  $T_d = T_1 + T_2 + T_3 + T_4$  και το ύψος κύματος κάτω-τομών ως  $H_d = A_t + A_c$ .



**Σχήμα 3.1.** Βασικοί ορισμοί χαρακτηριστικών μεγεθών των ανεμογενών κυματισμών.

Η καμπύλη ανάμεσα στα σημεία 2 και 4 στο Σχ.3.1 ορίζει το κύμα, σύμφωνα με τον ορισμό των άνω-τομών (up-crossing definition) της συνάρτησης ανύψωσης με την ελεύθερη επιφάνεια. Τα σημεία B, C και 3 υποδιαιρούν την περίοδο κύματος άνω-τομών (up-crossing wave) σε τέσσερα μέρη, έτσι ώστε τελικά να ορίζεται ως  $T_u = T_3 + T_4 + T_1' + T_2'$ . Σε αυτή την περίπτωση, η κοιλάδα  $A_t'$  είναι η απόσταση ανάμεσα στην ελεύθερη επιφάνεια (άξονας x) και το σημείο C, ενώ το ύψος κύματος άνω-τομών είναι  $H_u = A_c + A_t'$ .

Είναι φανερό ότι το χρονικό διάστημα ανάμεσα στα σημεία A και B είναι μικρότερο από εκείνο ανάμεσα στα σημεία B και C. Για αυτό, το κύμα ορίζεται τελικά ως η μετατόπιση της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας ανάμεσα στα σημεία A και C. Τότε, το τμήμα AB της καμπύλης ορίζει την εμπρόσθια πλευρά του κύματος και το τμήμα BC την πίσω πλευρά του κύματος. Με αυτόν τον τρόπο, το ύψος του εμπρόσθιου τμήματος του κύματος είναι  $H_f = H_d$  και το ύψος του πίσω τμήματός του είναι  $H_b = H_u$ . Η περίοδος κύματος, σε αυτή την περίπτωση είναι  $T_N = T_2 + T_3 + T_4 + T_1'$ .

Η μέση κλίση των κυματισμών (mean wave steepness) σε μια δεδομένη κατάσταση θάλασσας ορίζεται γενικά ως ο λόγος της κατακόρυφης μετατόπισης της ελεύθερης επιφάνειας προς το αντίστοιχο μήκος κύματος:  $s = \frac{2\pi}{g} \frac{H}{T_d^2}$ . Παρόλα αυτά, επειδή όπως ήδη παρουσιάστηκε οι ανεμογενείς κυματισμοί είναι μη συμμετρικοί, τόσο στην κατακόρυφη όσο και στην οριζόντια διεύθυνση, δεν είναι δυνατό να δοθεί αποκλειστικά ένας ορισμός για την κλίση κύματος που να περιγράφει το κύμα πλήρως. Είναι απαραίτητο, λοιπόν, να υπολογιστούν και να μελετηθούν ξεχωριστά διάφοροι συντελεστές κλίσης: κλίση των κορυφών (crest steepness), των κοιλάδων (trough steepness), του εμπρόσθιου ή/ και οπίσθιου προφίλ των κορυφών (crest front/back steepness), του εμπρόσθιου ή/ και οπίσθιου προφίλ των κοιλάδων (trough front/back steepness), ανάλογα με τον ορισμό που επιλέγεται κάθε φορά των άνω- ή κάτω-τομών.

Σε αυτή την εργασία θα υιοθετήσουμε τον ορισμό των κάτω τομών [Αθανασούλης, 2007] για τα κύματα που μελετάμε (zero down-crossing waves), γιατί με αυτόν τον τρόπο το ύψος του κύματος που υπολογίζεται είναι το ίδιο με αυτό που παρατηρείται από τη γέφυρα ενός πλοίου ή από κάποια πλατφόρμα.

Οι παράμετροι σχήματος-μορφής των κυματισμών που θα εξεταστούν είναι:

1. ο συντελεστής οριζόντιας ασυμμετρίας του κύματος (wave horizontal asymmetry):

$$\mu_h = \frac{A_c}{H_d} \quad (3.1)$$

2. ο συντελεστής κατακόρυφης ασυμμετρίας της κορυφής του κύματος (crest vertical asymmetry) στην περιοχή του χρόνου:

$$\mu_v = \frac{T_4}{T_3} = \frac{T_{crestback}}{T_{crestfront}} = \frac{T_{cb}}{T_{cf}} \quad (3.2)$$

3. η κλίση του κύματος (wave steepness):

$$s = \frac{2\pi}{g} \frac{H_d}{T_d^2} \quad (3.3)$$

4. η κλίση του εμπρόσθιου (σε σχέση με την κατεύθυνση διάδοσης) προφίλ της κορυφής κύματος (crest front steepness):

$$s_{cf} = \frac{2\pi}{g} \frac{A_c}{T_d T_{cf}} \quad (3.4)$$

5. η κλίση του οπίσθιου (σε σχέση με την κατεύθυνση διάδοσης) προφίλ της κορυφής κύματος (crest back steepness):

$$s_{cb} = \frac{2\pi}{g} \frac{A_c}{T_d T_{cb}} \quad (3.5)$$

Η ασυμμετρία των κυματισμών περιγράφεται και εξετάζεται, συμπληρωματικά, από κάποιες στατιστικές παραμέτρους που αφορούν στις καταστάσεις θάλασσας<sup>1</sup> και όχι σε μεμονωμένα κύματα. Αυτές είναι: το σημαντικό ύψος κύματος  $H_s$ , η μέση κλίση κατάστασης θάλασσας  $C_z$  (mean sea state steepness), ο συντελεστής λοξότητας ή ασυμμετρίας (skewness coefficient)  $\lambda_3$ , ο συντελεστής κύρτωσης (kurtosis coefficient)  $\lambda_4$  και ο συντελεστής εύρους φάσματος  $\nu$  (spectral bandwidth coefficient). Οι ορισμοί αυτών των μεγεθών έχουν δοθεί στο Κεφάλαιο 2, εκτός από τον ορισμό της μέσης κλίσης κατάστασης θάλασσας  $C_z$  που παρατίθεται εδώ:

6. η μέση κλίση κατάστασης θάλασσας (mean sea state steepness) ορίζεται ως:

$$C_z = \frac{2\pi}{g} \frac{H_s}{T_{02}^2} \quad , \quad (3.6)$$

<sup>1</sup> Μία κατάσταση θάλασσας χαρακτηρίζεται από το γεγονός ότι, κατά τη διάρκεια της το σημαντικό ύψος κύματος  $H_s$  παραμένει σχεδόν αμετάβλητο. Βλ. Αθανασούλης, 2003.

όπου  $H_s$  το σημαντικό ύψος κύματος και  $T_{02}$  η μέση περίοδος μηδενικής υπέρβασης (σχέση 2.24).

### 3.2 Επιλογή γιγαντιαίων κυματισμών

Οι γιγαντιαίοι κυματισμοί που εξετάζονται στη συνέχεια έχουν επιλεγθεί σύμφωνα με τα κριτήρια που προτείνουν οι Olagnon, Iseghem (2000). Στο εξής αυτά τα κριτήρια θα συμβολίζονται ως C1 και C2.

$$C1 \equiv \frac{H_d}{H_s} > 2 \quad \text{και} \quad C2 \equiv \frac{A_c}{H_s} > 1.25 \quad (3.7)$$

Για το δεύτερο κριτήριο η τιμή 1.25 έχει επιλεγθεί, έτσι ώστε περίπου ο ίδιος αριθμός κυμάτων να ικανοποιεί τόσο το δεύτερο, όσο και το πρώτο κριτήριο. Επιπλέον, η συνήθης τιμή 1.1 για το δεύτερο κριτήριο αποδείχτηκε μη ικανοποιητική για τα συγκεκριμένα δεδομένα, αφού ένας πολύ μεγάλος αριθμός κυμάτων βρισκόταν πάνω από αυτό το όριο και επομένως θα ήταν αντίθετο με το σκοπό αυτής της εργασίας που επικεντρώνεται στις αριθμητικά σπάνιες εμφανίσεις γιγάντιων κυματισμών.

Στην μελέτη που θα ακολουθήσει λαμβάνονται υπόψη μόνο εκείνες οι καταστάσεις θάλασσας που έχουν σημαντικό ύψος κύματος μεγαλύτερο από 2m. Οι γιγαντιαίοι κυματισμοί που εντοπίζονται με τα κριτήρια (Σχέση 3.7) παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.1. Στις συγκεκριμένες καταστάσεις θάλασσας για τις οποίες ισχύει  $H_s > 2m$ , από τους 1.231.326 κυματισμούς (σύμφωνα με τον ορισμό των κάτωτομών) που μετρήθηκαν συνολικά, εντοπίστηκαν 103 κυματισμοί που ικανοποιούν τουλάχιστον ένα από τα κριτήρια ( $C1 \cup C2$ ).

Σύνολο κυμάτων με $H_s > 2m$	αριθμός κυμάτων			
	κριτήρια επιλογής			
	$C1$	$C2$	$C1 \cap C2$	$C1 \cup C2$
<b>1.231.326</b>	<b>71</b>	<b>54</b>	<b>22</b>	<b>103</b>

*Πίνακας 3.1. Περιγραφή των επιλεγμένων κυμάτων.*

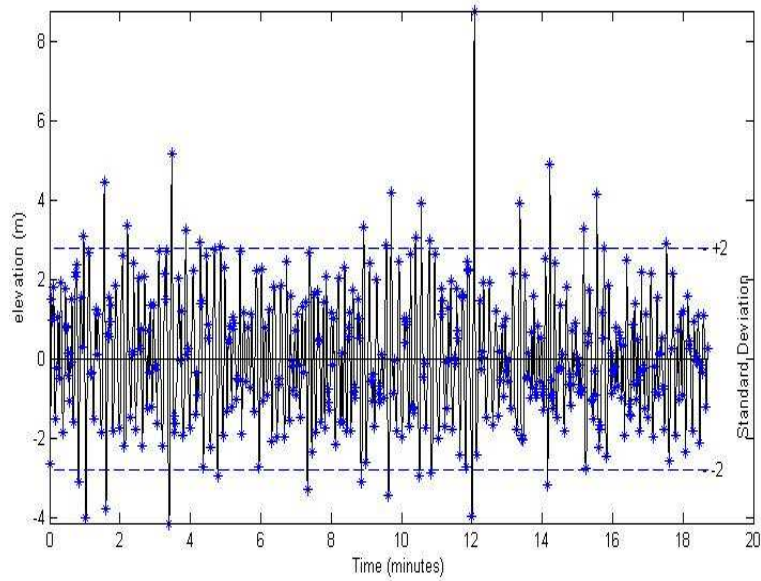
Ονομάζουμε *μέγιστο κύμα* το κύμα με την υψηλότερη κορυφή κάθε καταγραφής. Στο σύνολο των μέγιστων κυματισμών θα αναζητήσουμε τους γιγαντιαίους κυματισμούς, αυτούς δηλαδή που ικανοποιούν τα κριτήρια (3.7). Έτσι, από τους 1.231.326 κυματισμούς που προέρχονται από καταστάσεις θάλασσας με  $H_s > 2m$ , επιλέγουμε τους 7.335 που είναι οι μέγιστοι κυματισμοί. Τελικά από το σύνολο των μέγιστων κυματισμών (7.335 κυματισμοί), λαμβάνουμε υπόψη μόνο εκείνους που εμφανίζουν κορυφές μεγαλύτερες των 5m (535 κυματισμοί). Τα ποσοστά αυτών των κυμάτων παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.2.

		$C1$	$C2$	$C1 \cup C2$	
Υποσύνολα	# Μέγιστων κυμάτων	# Ακραίων κυμάτων			% Ακραίων κυμάτων
$H_s > 2m$	<b>7.335</b>	71	54	<b>103</b>	1.4%
$H_s > 2m \ \& \ A_c > 5m$	<b>535</b>	14	28	<b>34</b>	6.3%

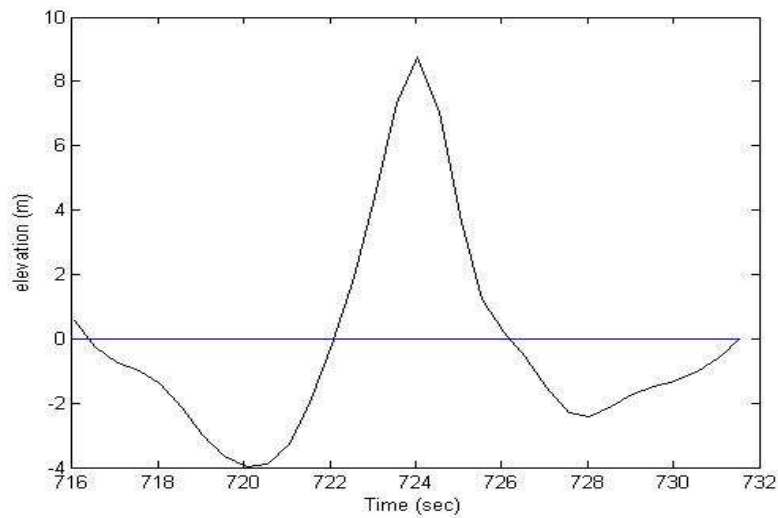
*Πίνακας 3.2. Ακραία κύματα ανάμεσα στα μέγιστα κύματα.*

Στο σύνολο των δεδομένων, λοιπόν, έχουμε εντοπίσει 535 μέγιστους κυματισμούς για τους οποίους ισχύουν:  $H_s > 2m$  και  $A_c > 5m$ . Το 6.3% από αυτά, δηλαδή 34 κυματισμοί ικανοποιούν ένα από τα κριτήρια (3.7), οπότε μπορούμε να τους χαρακτηρίσουμε γιγάντιους κυματισμούς. Ο μεγαλύτερος από τους γιγαντιαίους αυτούς κυματισμούς είναι αυτός που καταγράφηκε στις 6 Δεκέμβρη του 1983 στις 12:00 το μεσημέρι, που δίνει την τιμή  $C1 = 2.28$  για το πρώτο κριτήριο και παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.2.





(α)



(β)

**Σχήμα 3.2.** (α) Ο μεγαλύτερος από τους γιγαντιαίους κυματισμούς, όπως φαίνεται στην καταγραφή. (β) Ο μεγαλύτερος από τους γιγαντιαίους κυματισμούς σε λεπτομέρεια. Αυτός ο κυματισμός έχει  $H = 12.76m$  και η αντίστοιχη κατάσταση θάλασσας  $H_s = 5.5889m$ , δίνοντας  $H/H_s = 2.28$ .

### 3.3 Σχήμα και μορφή των γιγάντιων κυματισμών

Αν οι ακραίοι κυματισμοί που εντοπίστηκαν με τα κριτήρια (3.7) είναι μέρος μιας ειδικής κατηγορίας κυματισμών θα πρέπει να εμφανίζουν διαφορές σε κάποιες

παραμέτρους σε σχέση με άλλους μεγάλους κυματισμούς, που όμως δεν ικανοποιούν τα κριτήρια. Για να ελεγχθεί αυτό, υπολογίστηκαν μερικές παράμετροι σχήματος των γιγάντιων κυματισμών που εντοπίστηκαν αλλά και των συμβατικά μεγάλων κυματισμών (μέγιστα κύματα), σχεδιάστηκαν οι αθροιστικές συναρτήσεις κατανομών (α.σ.κ.) τους και έγινε σύγκριση των αποτελεσμάτων. Οι παράμετροι σχήματος και μορφής των κυματισμών που θα εξεταστούν είναι: ο συντελεστής κατακόρυφης ασυμμετρίας  $\mu_v$ , ο συντελεστής οριζόντιας ασυμμετρίας  $\mu_h$ , η κλίση κύματος  $s$ , η κλίση του εμπρόσθιου προφίλ κορυφής  $s_{cf}$ , η κλίση του οπίσθιου προφίλ κορυφής  $s_{cb}$ , το ύψος κύματος  $H_d$  και το πλάτος κορυφής κύματος  $A_c$ .

Πιο αναλυτικά, έχουν ακολουθηθεί τα εξής βήματα:

1. σχεδιασμός της α.σ.κ. κάθε κυματικής παραμέτρου του δείγματος των γιγαντιαίων κυματισμών που έχουν επιλεγθεί με το κριτήριο  $C1$  (συμβολίζεται με  $C1$ ),
2. σχεδιασμός της α.σ.κ. κάθε κυματικής παραμέτρου του δείγματος των γιγαντιαίων κυματισμών που έχουν επιλεγθεί με το κριτήριο  $C2$  (συμβολίζεται με  $C2$ ),
3. σχεδιασμός της α.σ.κ. κάθε κυματικής παραμέτρου του δείγματος των γιγαντιαίων κυματισμών που έχουν επιλεγθεί είτε με το κριτήριο  $C1$ , είτε με το κριτήριο  $C2$ , την α.σ.κ. της ένωσής τους δηλαδή  $C1 \cup C2$  (συμβολίζεται με  $C1|C2$ ),
4. σχεδιασμός της α.σ.κ. κάθε κυματικής παραμέτρου του δείγματος των συμβατικά μεγάλων κυματισμών, δηλαδή το υποσύνολο των 535 μέγιστων κυματισμών (συμβολίζεται με  $MW$ ).

### 3.3.1 Ασυμμετρία κυματισμών

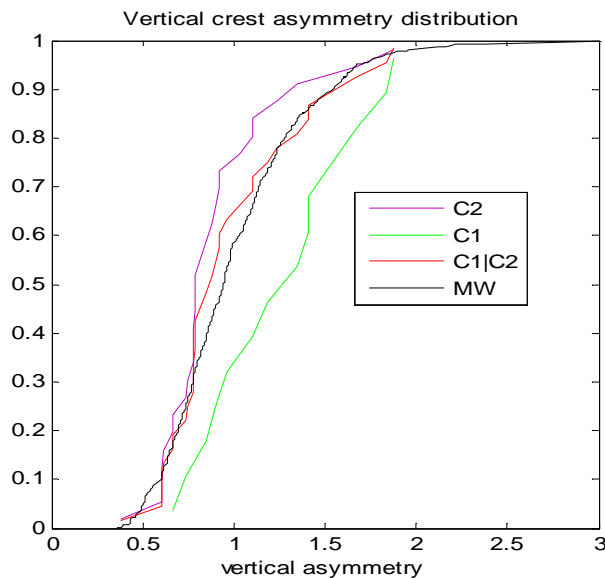
Σε αυτήν την παράγραφο, γίνεται υπολογισμός και σύγκριση των συντελεστών κατακόρυφης  $\mu_v$  και οριζόντιας ασυμμετρίας  $\mu_h$ , ανάμεσα στους γιγάντιους κυματισμούς που έχουν επιλεγθεί με διαφορετικά κριτήρια  $C1: \frac{H_d}{H_s} > 2$ ,

$$C2: \frac{A_c}{H_s} > 1.25 \text{ και } C1|C2: \left( \frac{H_d}{H_s} > 2 \right) \cup \left( \frac{A_c}{H_s} > 1.25 \right) . \text{ Όλα τα αποτελέσματα}$$

για τις παραπάνω ομάδες κυματισμών συγκρίνονται με τα αντίστοιχα αποτελέσματα για το σύνολο των 535 μέγιστων κυμάτων από όλες τις καταγραφές που έχουν σημαντικό ύψος κύματος μεγαλύτερο των 2m και πλάτος κορυφής κύματος μεγαλύτερο από 5m.

Στο Σχήμα 3.3 που ακολουθεί απεικονίζεται η εμπειρική αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας (α.σ.κ.) του συντελεστή κατακόρυφης ασυμμετρίας  $\mu_v$  για όλα τα υποσύνολα κυμάτων που έχουμε διακρίνει.

Παρατηρώντας το Σχ. 3.3 δεν εντοπίζουμε μεγάλες διαφορές στον συντελεστή κατακόρυφης ασυμμετρίας ανάμεσα στους μέγιστους κυματισμούς (MW), δηλαδή τους συμβατικά μεγάλους κυματισμούς και στους γιγάντιους κυματισμούς (C1|C2) που έχουμε επιλέξει με τα κριτήρια (3.7) (μαύρη και κόκκινη γραμμή αντιστοίχως, βλ. Παράρτημα Β όπου παρατίθενται έγχρωμα τα γραφήματα).



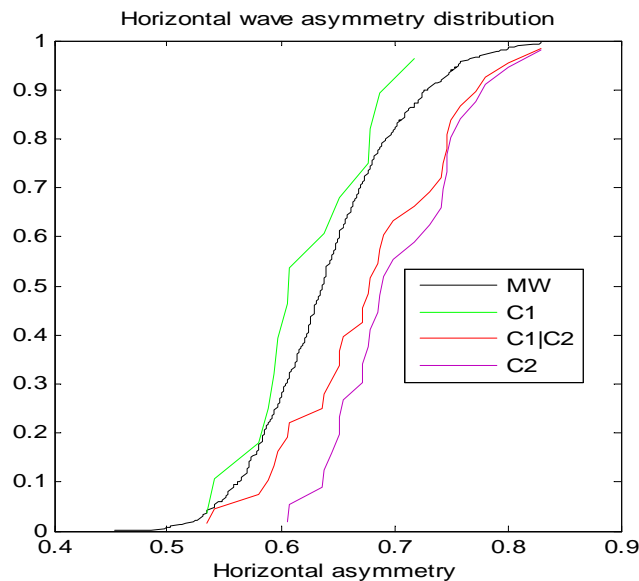
Σχήμα 3.3. Κατανομές συντελεστή κατακόρυφης ασυμμετρίας  $\mu_v$ .

Μεγαλύτερες όμως είναι οι διαφορές για τους γιγαντιαίους κυματισμούς που έχουν επιλεγθεί είτε μόνο με το πρώτο κριτήριο C1 (πράσινη γραμμή), είτε μόνο με το δεύτερο C2 (μωβ γραμμή, Παράρτημα Β): ο συντελεστής κατακόρυφης

ασυμμετρίας  $\mu_v$  τείνει να είναι μεγαλύτερος για τους κυματισμούς του κριτηρίου C1, ενώ τείνει να είναι μικρότερος, γενικά, για τους κυματισμούς που έχουν επιλεγθεί με το κριτήριο C2.

Όπως προκύπτει από τον ορισμό του συντελεστή κατακόρυφης ασυμμετρίας  $\mu_v$  (Σχέση 3.2), οι γιγαντιαίοι κυματισμοί που προκύπτουν με χρήση του κριτηρίου C2 έχουν, στη συντριπτική πλειοψηφία τους, μικρότερη περίοδο του οπίσθιου προφίλ κύματος  $T_{cb}$  από ότι περίοδο του εμπρόσθιου προφίλ τους  $T_{cf}$  ( $\mu_v = \frac{T_{cb}}{T_{cf}} < 1 \Rightarrow T_{cb} < T_{cf}$ ). Αυτό είναι ένα αποτέλεσμα μη αναμενόμενο για τους γιγαντιαίους κυματισμούς, αλλά προέκυψε από ένα δείγμα 28 κυματισμών, οπότε δεν θα επιμείνουμε περισσότερο σε αυτό. Γενικά, οι ακραίοι κυματισμοί που εντοπίστηκαν με το κριτήριο C1 εμφανίζουν μεγαλύτερη κατακόρυφη ασυμμετρία κορυφής κύματος.

Στο Σχήμα 3.4 που ακολουθεί εμφανίζονται οι αθροιστικές συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας για τον συντελεστή οριζόντιας ασυμμετρίας  $\mu_h$  των κυματισμών που έχουν επιλεγθεί με διαφορετικά κριτήρια και των μέγιστων κυματισμών, με την ίδια διαδικασία με παραπάνω.



Σχήμα 3.4. Κατανομές συντελεστή οριζόντιας ασυμμετρίας  $\mu_h$ .

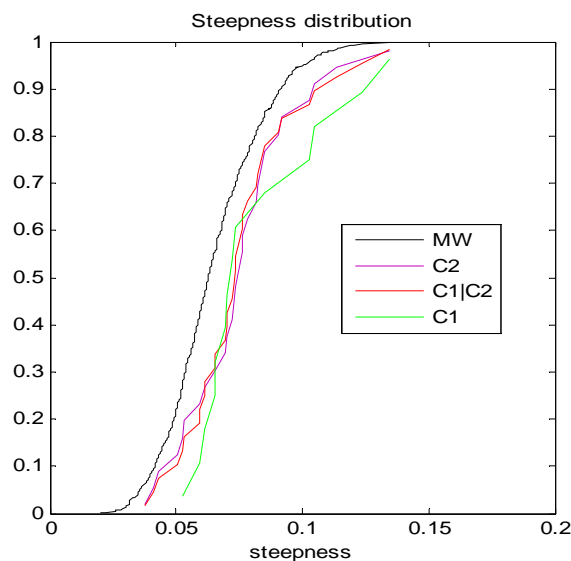
Σημαντικές διαφορές παρουσιάζονται ανάμεσα σε όλα τα μέγιστα κύματα (MW-μαύρη γραμμή) και στους γιγάντιους κυματισμούς (C1|C2- κόκκινη γραμμή) όσον αφορά το συντελεστή οριζόντιας ασυμμετρίας  $\mu_h$ , όπως φαίνεται στο Σχ. 3.4.

Οι διαφορές είναι μεγαλύτερες στην περίπτωση των γιγάντιων κυματισμών που προκύπτουν με το κριτήριο C2 (μωβ γραμμή) και είναι λιγότερο έντονες για τους κυματισμούς που προκύπτουν από το κριτήριο C1 (πράσινη γραμμή). Γενικά, οι ακραίοι κυματισμοί επιδεικνύουν μεγαλύτερη οριζόντια ασυμμετρία  $\mu_h$  σε σχέση με τους μέγιστους κυματισμούς.

### 3.3.2 Κλίση, πλάτος κορυφής, ύψος κυματισμών

Σε αυτήν την παράγραφο, γίνεται υπολογισμός και σύγκριση του συντελεστή κλίσης  $s$ , του συντελεστή κλίσης του έμπροσθεν προφίλ κορυφής  $s_{cf}$  και του συντελεστή κλίσης του οπίσθιου προφίλ κορυφής  $s_{cb}$  των γιγαντιαίων κυματισμών που έχουν επιλεχθεί με τα διαφορετικά κριτήρια, αλλά και των αντίστοιχων συντελεστών για τους συμβατικά μεγάλους κυματισμούς- τα μέγιστα κύματα.

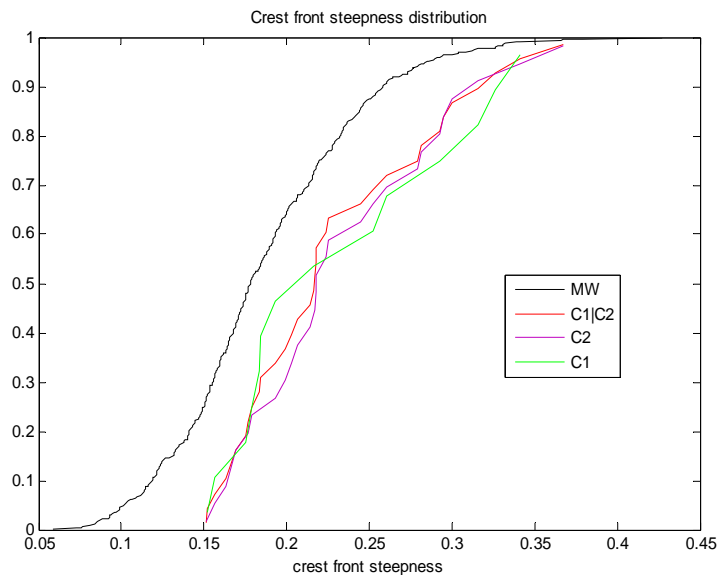
Στο Σχήμα 3.5 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για την κλίση κύματος  $s$  (steepness) ανάμεσα στους μέγιστους και στους γιγαντιαίους κυματισμούς που έχουν επιλεχθεί με τα κριτήρια (3.7).



Σχήμα 3.5. Κατανομές κλίσης κύματος.

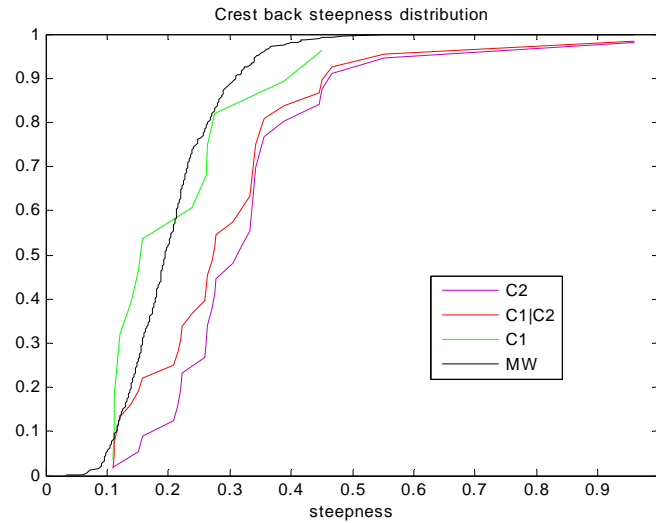
Είναι φανερό ότι οι γιγάντιοι κυματισμοί ( $C1|C2$ ) παρουσιάζουν μεγαλύτερη κλίση από τους μέγιστους κυματισμούς (MW – μαύρη γραμμή), ανεξάρτητα του κριτηρίου που έχει χρησιμοποιηθεί.

Το ίδιο παρατηρείται και ως προς την κλίση του εμπρόσθιου προφίλ κορυφής κύματος (crest front steepness) των ακραίων κυματισμών ( $C1|C2$ - κόκκινη γραμμή) σε σχέση με αυτή των μέγιστων κυματισμών (MW-μαύρη γραμμή) στο Σχήμα 3.6.



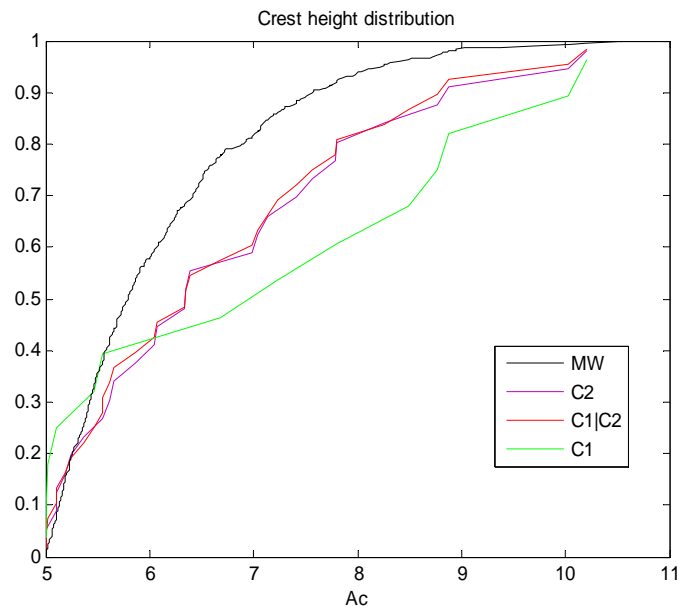
**Σχήμα 3.6.** Κατανομές κλίσης του εμπρόσθιου προφίλ κορυφής κύματος (crest front steepness)

Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία σχεδιάζουμε στο Σχήμα 3.7 τις κατανομές της κλίσης του οπίσθιου προφίλ κορυφής κύματος  $s_{cb}$  (crest back steepness). Οι γιγαντιαίοι κυματισμοί (κόκκινη γραμμή) εμφανίζουν μεγαλύτερη κλίση και πάλι σε σχέση με τους μέγιστους κυματισμούς (μαύρη γραμμή) και μόνο στην περίπτωση των γιγάντιων κυματισμών που επιλέγονται με το πρώτο κριτήριο (πράσινη γραμμή) η διαφορά δεν είναι τόσο μεγάλη.

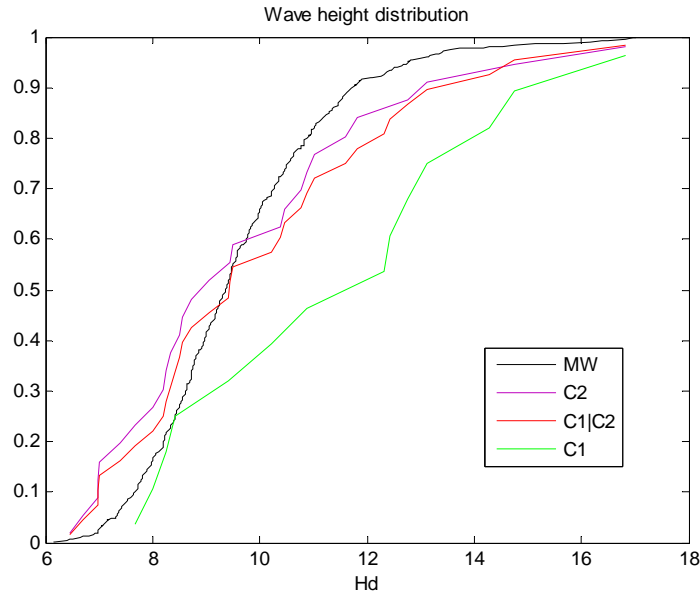


**Σχήμα 3.7.** Κατανομές κλίσης του οπίσθιου προφίλ κορυφής κύματος (crest back steepness).

Για να ολοκληρωθεί η διερεύνηση των παραμέτρων που περιγράφουν και χαρακτηρίζουν το σχήμα και τη μορφή των κυματισμών υπολογίστηκαν και οι αθροιστικές συναρτήσεις κατανομών του πλάτους κορυφής κύματος  $A_c$  (wave crest height), καθώς και του ύψους κύματος  $H_d$  (wave height), ακολουθώντας την ίδια διαδικασία με πριν. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στα Σχήματα 3.8 και 3.9 που ακολουθούν.



**Σχήμα 3.8.** Κατανομές του πλάτους κορυφής κύματος  $A_c$ .



Σχήμα 3.9. Κατανομές του ύψους κύματος  $H_d$ .

Παρατηρώντας τα σχήματα, φαίνεται ότι οι γιγαντιαίοι κυματισμοί (κόκκινη γραμμή) εμφανίζουν μεγαλύτερα πλάτη κορυφών και ύψη, γενικά, σε σχέση με τους μέγιστους κυματισμούς (μαύρη γραμμή). Στην περίπτωση των γιγαντιαίων κυματισμών που επιλέγονται με το πρώτο κριτήριο (πράσινη γραμμή), οι διαφορές αυτές είναι πιο έντονες.

### 3.4 Συνθήκες θάλασσας

Προκειμένου να γίνει έλεγχος για το αν οι γιγάντιοι κυματισμοί συμβαίνουν κάτω από ασυνήθιστες συνθήκες θάλασσας ή όχι, αναλύουμε κάποιες παραμέτρους που περιγράφουν αυτές τις καταστάσεις θάλασσας στις οποίες εντοπίστηκαν οι γιγαντιαίοι κυματισμοί και τις συγκρίνουμε με τις αντίστοιχες τιμές των παραμέτρων που προκύπτουν από τις υπόλοιπες καταστάσεις θάλασσας, στις οποίες δεν βρέθηκαν ακραίοι κυματισμοί.

Για καθεμία παράμετρο, συγκρίνουμε την κατανομή που προκύπτει από τις καταστάσεις θάλασσας στις οποίες εντοπίστηκαν γιγαντιαίοι κυματισμοί (103 καταστάσεις θάλασσας, βλ. Πίνακα 3.2), με την κατανομή που προκύπτει από όλες



συνολικά τις καταστάσεις θάλασσας με  $H_s > 2m$  (7.335 καταστάσεις θάλασσας, βλ. Πίνακα 3.2).

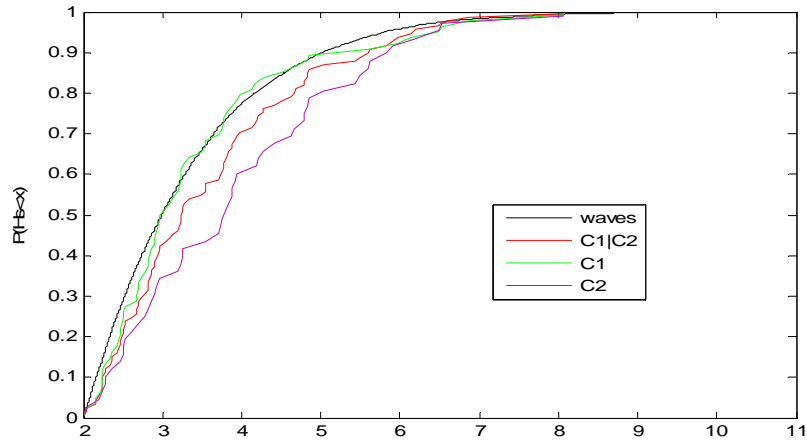
Στο Σχήμα 3.10 που ακολουθεί απεικονίζονται οι αθροιστικές συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας (α.σ.κ.):

1. του σημαντικού ύψους κύματος  $H_s = 4\sqrt{m_0}$  των καταστάσεων θάλασσας (Σχήμα 3.10α),
2. της μέσης περιόδου μηδενικής υπέρβασης  $T_{02} = 2\pi\sqrt{\frac{m_0}{m_2}}$  των καταστάσεων θάλασσας (Σχήμα 3.10β),
3. της μέσης κλίσης  $C_z = \frac{2\pi}{g} \frac{H_s}{T_{02}^2}$  των καταστάσεων θάλασσας (Σχήμα 3.10γ).

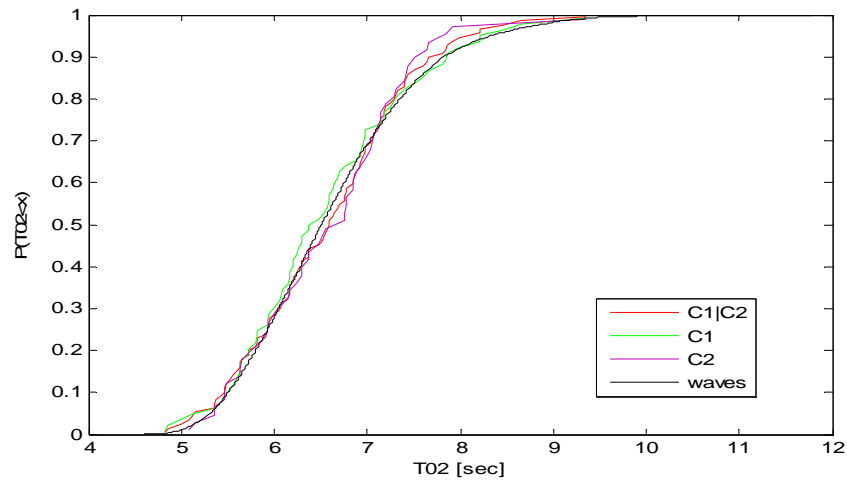
Από το Σχ. 3.10(α) παρατηρούμε ότι το σημαντικό ύψος κύματος  $H_s$  για τις καταστάσεις θάλασσας στις οποίες έχουν εντοπιστεί ακραίοι κυματισμοί είναι μεγαλύτερο, ανεξάρτητα από το κριτήριο που έχουμε χρησιμοποιήσει για να τους επιλέξουμε. Οι μεγαλύτερες διαφορές, ωστόσο, παρουσιάζονται για τους γιγάντιους κυματισμούς που έχουν προκύψει με χρήση του κριτηρίου C2 (μοβ γραμμή).

Το Σχ. 3.10(β) καταδεικνύει ότι η μέση περίοδος μηδενικής υπέρβασης  $T_{02}$  είναι περίπου η ίδια τόσο στις συμβατικές καταστάσεις θάλασσας (μαύρη γραμμή), όσο και σε εκείνες που περιέχουν γιγάντιους κυματισμούς (κόκκινη, πράσινη και μοβ γραμμή).

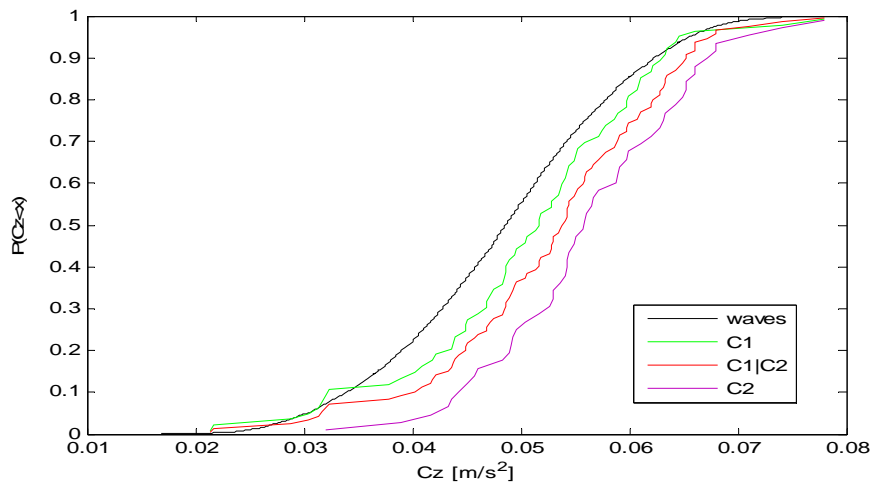
Η σύγκριση των κατανομών της μέσης κλίσης  $C_z$  των καταστάσεων θάλασσας στο Σχ. 3.10(γ) οδηγεί στο συμπέρασμα ότι οι γιγάντιοι κυματισμοί συμβαίνουν σε καταστάσεις θάλασσας που εμφανίζουν μεγαλύτερη κλίση από το κανονικό.



(α)



(β)



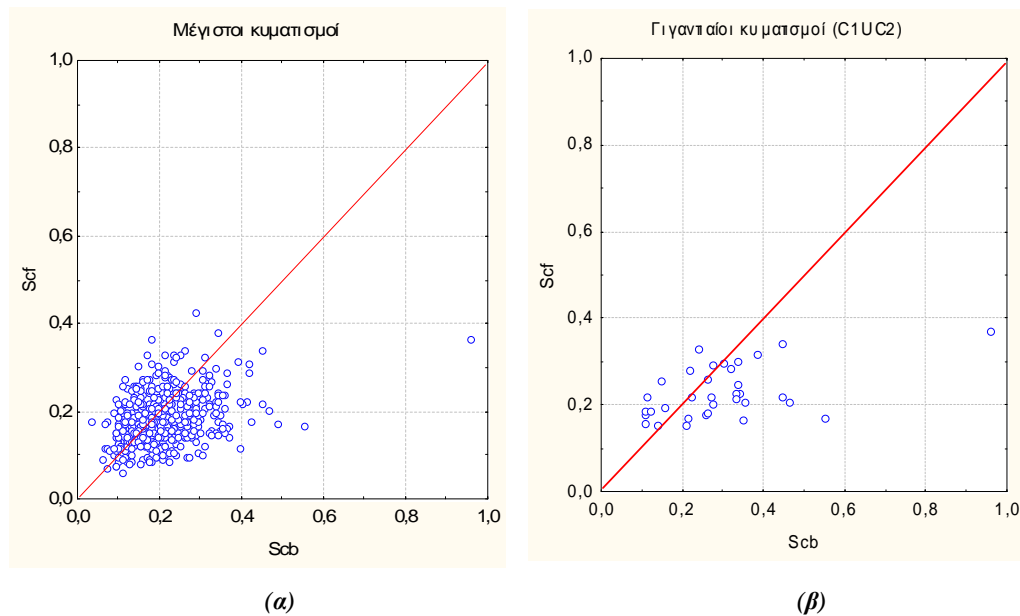
(γ)

Σχήμα 3.10. Κατανομές (α) σημαντικού ύψους κύματος  $H_s$ , (β) μέσης περιόδου μηδενικής υπέρβασης  $T_{02}$ , (γ) μέσης κλίσης των καταστάσεων θάλασσας  $C_z$  (mean sea state steepness).

### 3.5 Μη γραμμικές ιδιότητες των κυματικών δεδομένων

Συγκρίνοντας τις τιμές του συντελεστή κλίσης του εμπρόσθιου προφίλ κορυφής  $s_{cf}$  με τις τιμές του συντελεστή κλίσης του οπίσθιου προφίλ κορυφής  $s_{cb}$  και τις τιμές του συντελεστή κατακόρυφης ασυμμετρίας  $\mu_v$  με τις τιμές του συντελεστή οριζόντιας ασυμμετρίας  $\mu_h$ , καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι οι κυματικές καταγραφές που εξετάζονται στην παρούσα εργασία αποκλίνουν από τη γραμμική περιγραφή. Στην γραμμική περίπτωση οι κυματισμοί θα ήταν απόλυτα συμμετρικοί και οι συντελεστές ασυμμετρίας δηλαδή θα είχαν τις τιμές:  $\mu_h = 1/2$  και  $\mu_v = 1$ . Όπως φαίνεται από την ανάλυση που ακολουθεί είναι έκδηλες οι μη γραμμικές ιδιότητες των δεδομένων.

Πιο συγκεκριμένα, στο Σχήμα 3.11 παρουσιάζεται το διάγραμμα διασποράς ανάμεσα στο συντελεστή κλίσης του οπίσθιου προφίλ κορυφής κύματος  $s_{cb}$  και στο συντελεστή κλίσης του εμπρόσθιου προφίλ κορυφής κύματος  $s_{cf}$ . Η διχοτόμος  $s_{cf} = s_{cb}$  έχει σχεδιαστεί επίσης στο σχήμα.



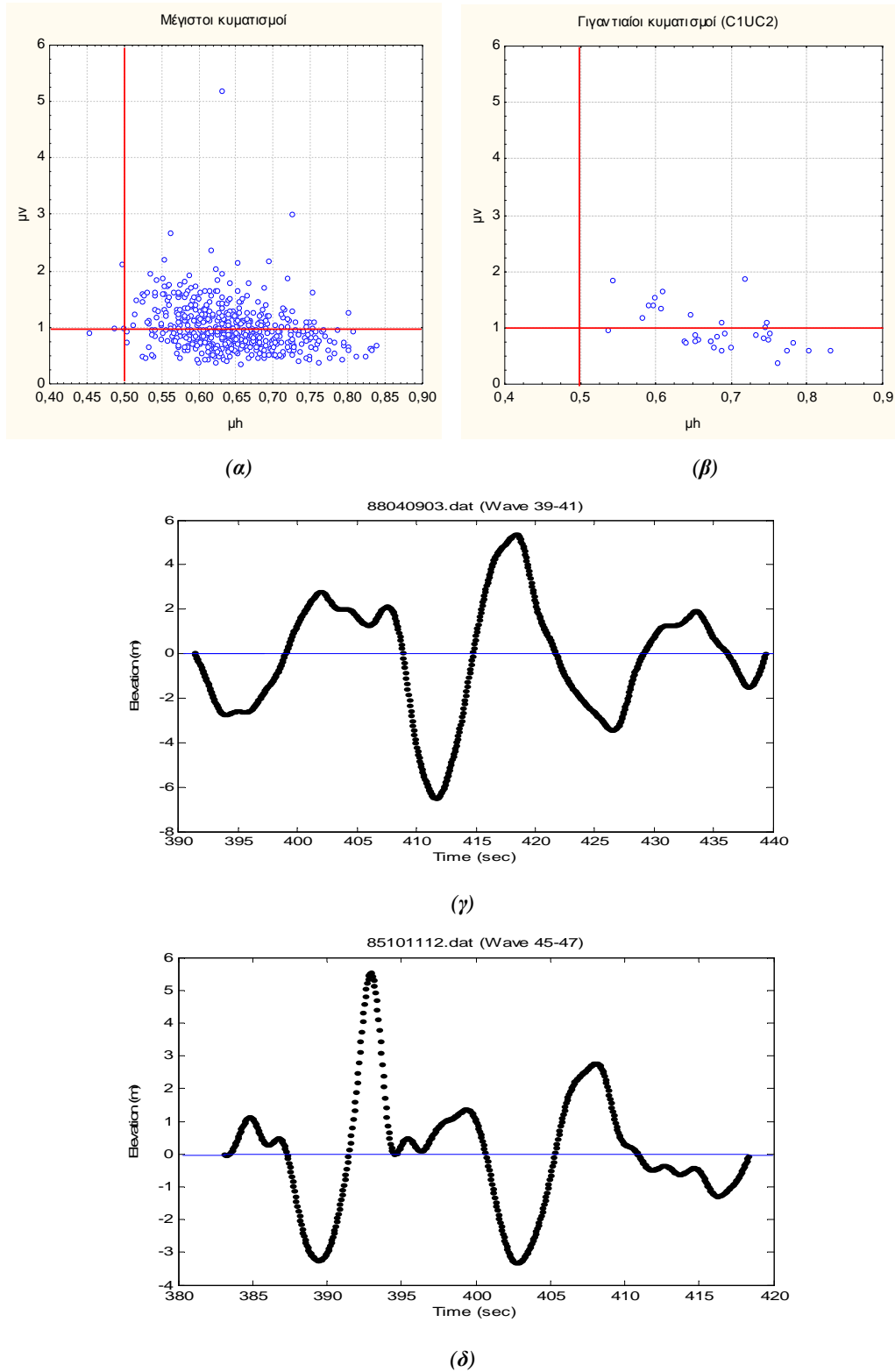
**Σχήμα 3.11.** Σύγκριση ανάμεσα σε διαφορετικούς συντελεστές της κλίσης των μέγιστων και γιγαντιαίων κυματισμών των καταγραφών. Εδώ, ανάμεσα στην κλίση του οπίσθιου προφίλ κορυφής ( $s_{cb}$ ) και του εμπροσθεν προφίλ κορυφής κύματος ( $s_{cf}$ ) (α) για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, (β) για τους γιγαντιαίους κυματισμούς.

Στην περίπτωση που οι κυματισμοί ακολουθούσαν το γραμμικό μοντέλο, θα έπρεπε οι συντελεστές  $s_{cf}$  και  $s_{cb}$  να είναι ίσοι. Όπως φαίνεται από το Σχ. 3.11 υπάρχει μεγάλη διασπορά των τιμών των παραμέτρων αυτών και για ελάχιστους κυματισμούς ισχύει  $s_{cf} = s_{cb}$  που υποδεικνύει τη μη γραμμική φύση των κυματικών δεδομένων που μελετάμε. Οι γιγαντιαίοι κυματισμοί εμφανίζουν ελαφρώς μεγαλύτερη κλίση του οπίσθιου προφίλ κορυφής  $s_{cb}$  σε σχέση με το συντελεστή  $s_{cf}$ , όπως παρουσιάζεται στο Σχ. 3.11β.

Στο Σχήμα 3.12 παρουσιάζεται το διάγραμμα διασποράς για τους συντελεστές οριζόντιας και κατακόρυφης ασυμμετρίας των κυματισμών,  $\mu_h$  και  $\mu_v$  αντίστοιχα. Η συντριπτική πλειοψηφία των μέγιστων κυματισμών έχει συντελεστή οριζόντιας ασυμμετρίας κυμάτων  $\mu_h > \frac{1}{2}$ , που σημαίνει (βλ. Σχέση 3.1) ότι οι κορυφές τους είναι μεγαλύτερες από τις κοιλάδες τους. Υπάρχουν, ωστόσο, και τέσσερις μέγιστοι κυματισμοί για τους οποίους συμβαίνει το αντίθετο, έχουν δηλαδή  $\mu_h < \frac{1}{2}$ . Ένα τέτοιο κύμα παρουσιάζεται στο Σχ. 3.12γ.

Στην περίπτωση των γιγαντιαίων κυματισμών (Σχήμα 3.12β) ο συντελεστής οριζόντιας ασυμμετρίας  $\mu_h$  είναι πάντα μεγαλύτερος από την κρίσιμη τιμή  $1/2$ , δηλαδή και οι 34 γιγαντιαίοι κυματισμοί που έχουν εντοπιστεί στα δεδομένα έχουν μεγαλύτερη κορυφή απ' ότι κοιλάδα.

Όσον αφορά στον συντελεστή κατακόρυφης ασυμμετρίας  $\mu_v$ , οι μισοί σχεδόν από τους μέγιστους κυματισμούς έχουν  $\mu_v > 1$ , που σημαίνει ότι η περίοδος του οπίσθιου προφίλ κορυφής  $T_{cb}$  αυτών των κυμάτων είναι μεγαλύτερη από την περίοδο του έμπροσθεν προφίλ κορυφής  $T_{cf}$ , ενώ στους υπόλοιπους κυματισμούς του δείγματος συμβαίνει το αντίθετο. Ο κυματισμός με το μεγαλύτερο συντελεστή κατακόρυφης ασυμμετρίας  $\mu_v = 5.21$  παρουσιάζεται στο Σχ.3.12δ.



**Σχήμα 3.12.** Αποτελέσματα για τους συντελεστές ασυμμετρίας οριζόντιας  $\mu_h$  και κατακόρυφης  $\mu_v$  (α) για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, (β) για τους γιγαντιαίους κυματισμούς, (γ) κύμα με  $\mu_h > 1/2$ , (δ) κύμα με  $\mu_v > 1$ .

### 3.6 Σύγκριση και συσχέτιση χαρακτηριστικών κυματισμών και καταστάσεων θάλασσας

Μέχρι αυτό το σημείο, υπολογίστηκαν χαρακτηριστικές παράμετροι που περιγράφουν ιδιότητες του κάθε κυματισμού ξεχωριστά (ο συντελεστής κατακόρυφης ασυμμετρίας  $\mu_v$ , ο συντελεστής οριζόντιας ασυμμετρίας  $\mu_h$ , η κλίση κύματος  $s$ , η κλίση του εμπρόσθιου προφίλ κορυφής  $s_{cf}$ , η κλίση του οπίσθιου προφίλ κορυφής  $s_{cb}$ , το ύψος κύματος  $H_d$  και το πλάτος κορυφής κύματος  $A_c$ ), αλλά και κάποιες στατιστικές παράμετροι (το σημαντικό ύψος κύματος  $H_s$ , η μέση περίοδος μηδενικής υπέρβασης  $T_{02}$  και η μέση κλίση  $C_z$ ) που περιγράφουν τις καταστάσεις θάλασσας. Για τη συνέχεια εισάγουμε και άλλες στατιστικές παραμέτρους που χαρακτηρίζουν τις καταστάσεις θάλασσας. Αυτές είναι: ο συντελεστής ασυμμετρίας ή λοξότητας  $\lambda_3$ , ο συντελεστής κύρτωσης  $\lambda_4$  και ο συντελεστής εύρους φάσματος  $\nu$ . Η ανάλυση που ακολουθεί αξιοποιεί και συγκρίνει όλα τα παραπάνω μεγέθη, ώστε να διαπιστωθεί αν υπάρχει κάποια συσχέτιση μεταξύ των παραμέτρων που χαρακτηρίζουν τους γιγάντιους κυματισμούς και των παραμέτρων που περιγράφουν τις αντίστοιχες καταστάσεις θάλασσας.

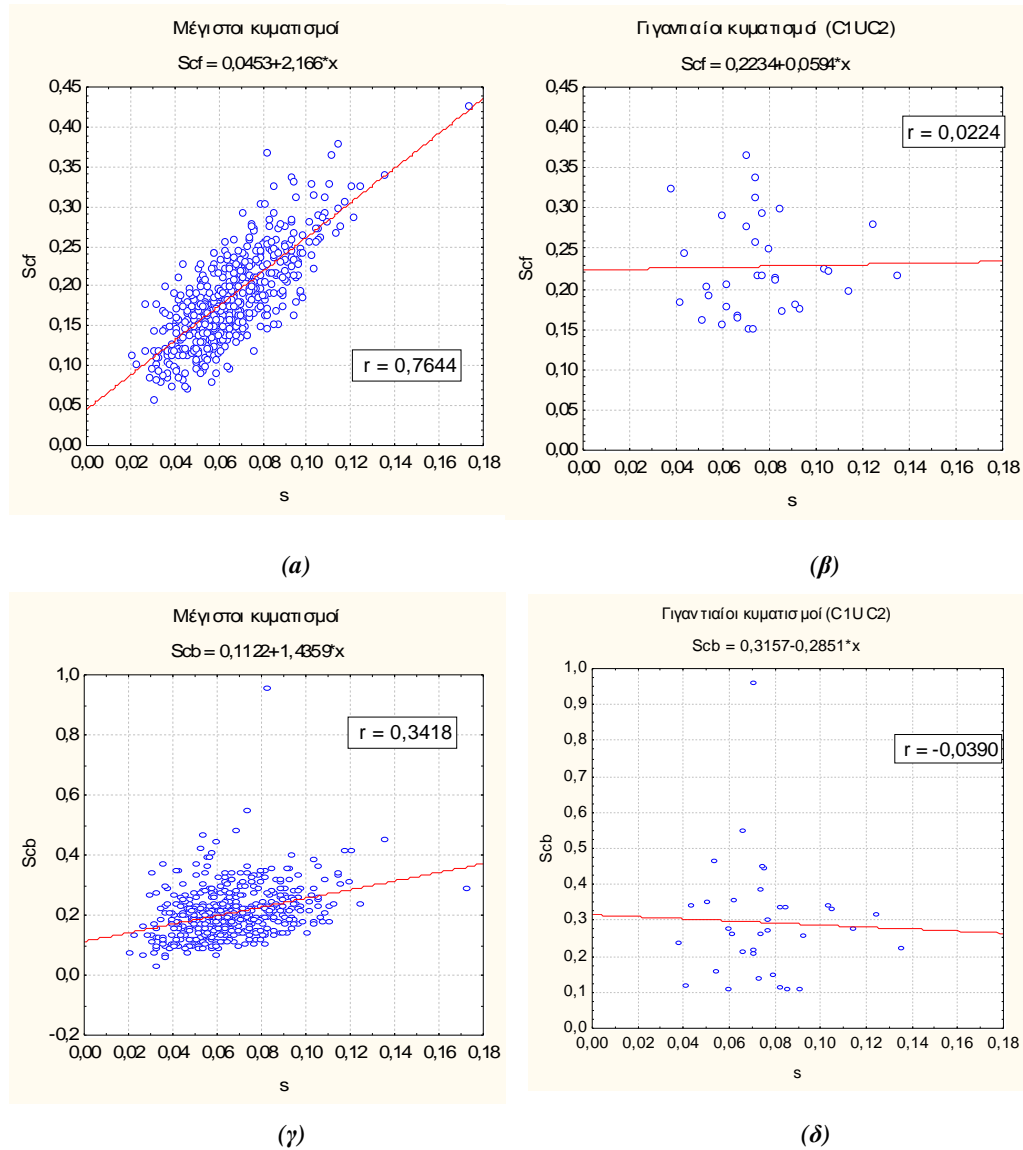
Πιο συγκεκριμένα, εφαρμόζεται η ακόλουθη διαδικασία:

1. σχεδιάζονται τα διαγράμματα διασποράς (scatter diagrams) των χαρακτηριστικών παραμέτρων και μεγεθών,
2. υπολογίζονται οι συντελεστές συσχέτισής τους,
3. υπολογίζονται οι γραμμικές σχέσεις, που ενδεχομένως συνδέουν δύο μεγέθη, με τη μέθοδο της γραμμικής παλινδρόμησης και σχεδιάζονται οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης.

Εδώ, οι υπολογισμοί γίνονται για το σύνολο των 535 μέγιστων κυματισμών με  $A_c > 5m$  και των αντίστοιχων καταστάσεων θάλασσας (Πίνακας 3.2) και ξεχωριστά για το σύνολο των 34 γιγαντιαίων κυματισμών που εντοπίστηκαν και των αντίστοιχων καταστάσεων θάλασσας (Πίνακας 3.2).

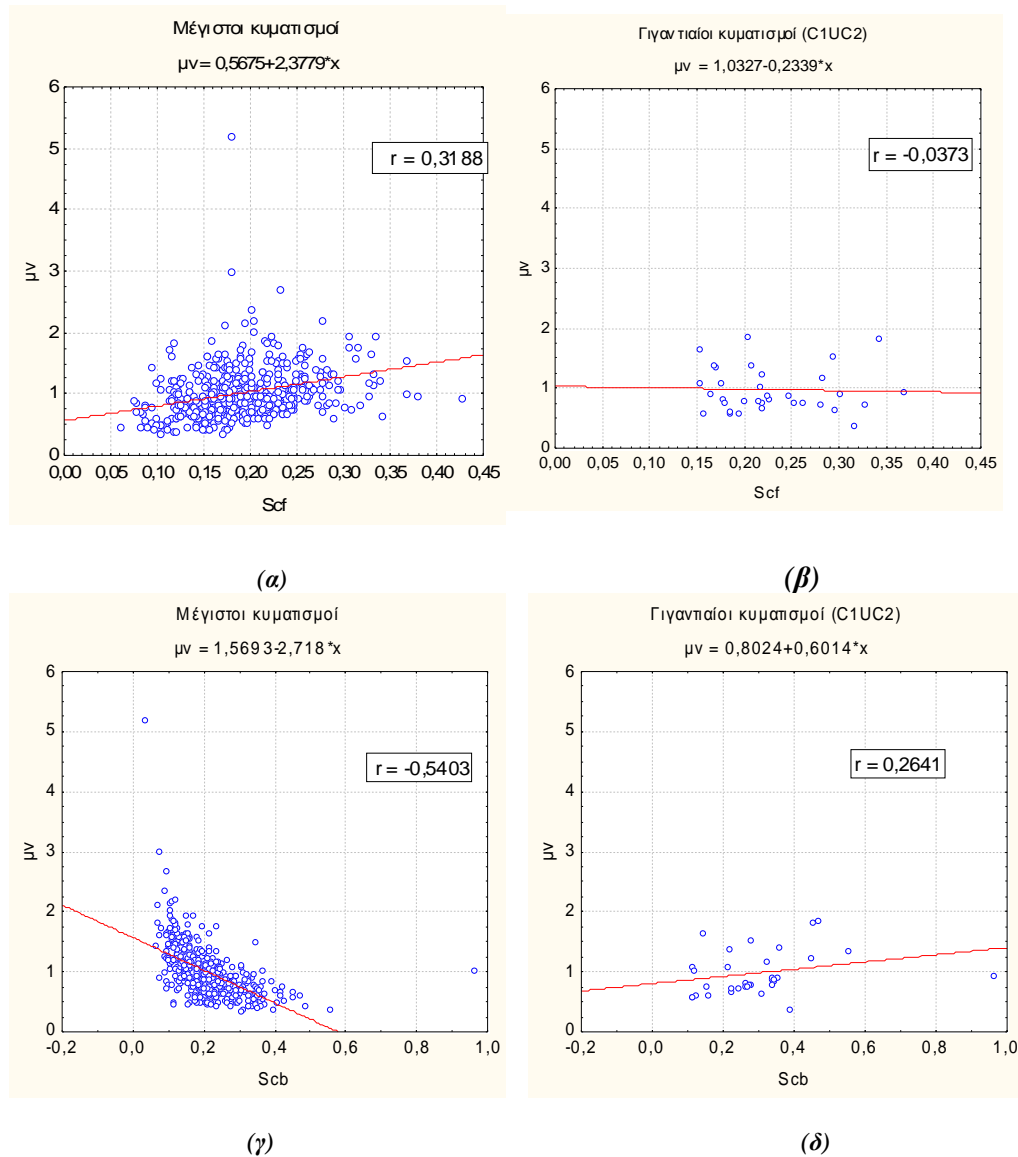
### 3.6.1 Κλίση και ασυμμετρία κυματισμών

Στο Σχήμα 3.13, που ακολουθεί, παρουσιάζονται τα διαγράμματα διασποράς και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης που προκύπτουν από την ομώνυμη μέθοδο, ανάμεσα στους συντελεστές κλίσης του εμπρόσθιου και οπίσθιου προφίλ κορυφής των κυμάτων,  $s_{cf}$  και  $s_{cb}$  και του συντελεστή κλίσης κύματος  $s$ .



**Σχήμα 3.13.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε (α)  $S_{cf} - s$  για τους μέγιστους κυματισμούς, (β)  $S_{cf} - s$  για τους γιγαντιαίους κυματισμούς, (γ)  $S_{cb} - s$  για τους μέγιστους κυματισμούς, (δ)  $S_{cb} - s$  για τους γιγαντιαίους κυματισμούς οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (linear regression).

Υπάρχει αξιοσημείωτη συσχέτιση ανάμεσα στα  $s_{cf}$  και  $s$  για τους μέγιστους κυματισμούς (Σχ. 3.13α), με συντελεστή συσχέτισης  $r(s_{cf}, s) = 0.7644$ . Ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των ίδιων μεγεθών στην περίπτωση που εξετάζονται μόνο οι γιγαντιαίοι κυματισμοί και που στο εξής θα συμβολίζεται με το γράμμα  $\rho$  είναι πολύ μικρός:  $\rho(s_{cf}, s) = 0.0224$  (Σχ. 3.13β). Η συσχέτιση ανάμεσα στα  $s_{cb}$  και  $s$  δεν είναι έντονη, τόσο στην περίπτωση των μέγιστων κυματισμών (Σχ.3.13γ), όσο και στην περίπτωση των γιγαντιαίων κυματισμών (Σχ.3.13δ). Οι αντίστοιχοι συντελεστές συσχέτισης είναι  $r(s_{cb}, s) = 0.3418$  και  $\rho(s_{cb}, s) = -0.039$ .

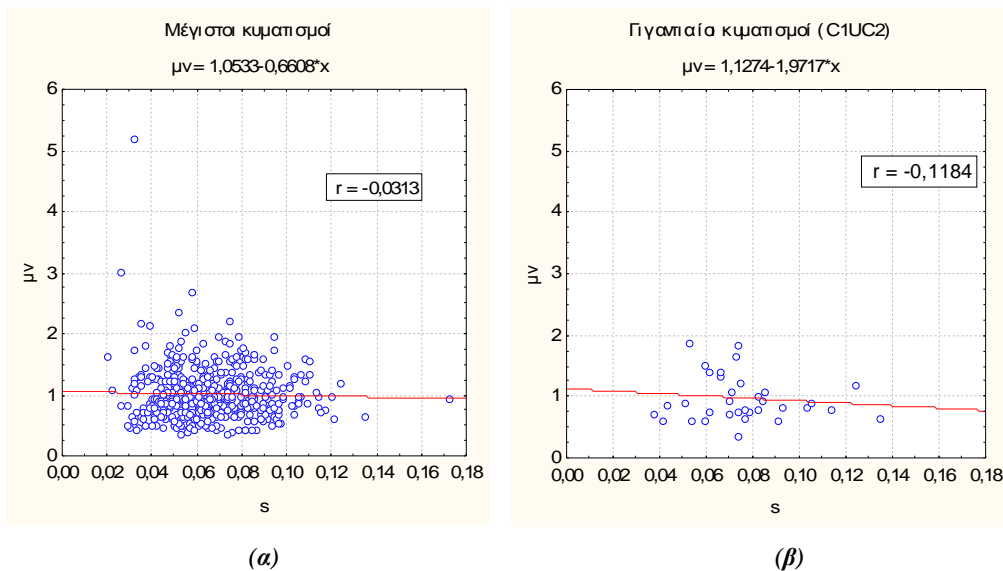


**Σχήμα 3.14.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε (α)  $\mu_v - s_{cf}$  για τους μέγιστους κυματισμούς, (β)  $\mu_v - s_{cf}$  για τους γιγαντιαίους κυματισμούς, (γ)  $\mu_v - s_{cb}$  για τους μέγιστους κυματισμούς, (δ)  $\mu_v - s_{cb}$  για τους γιγαντιαίους κυματισμούς και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (linear regression).



Στο Σχ.3.14, που προηγήθηκε, παρουσιάστηκαν οι γραμμικές συσχετίσεις ανάμεσα στους συντελεστές κλίσης του εμπρόσθιου και οπίσθιου προφίλ κορυφής των κυμάτων,  $s_{cf}$  και  $s_{cb}$  και του συντελεστή κατακόρυφης ασυμμετρίας  $\mu_v$ . Οι συσχετίσεις είναι πολύ μικρές. Οι συντελεστές συσχέτισης είναι:  $r(\mu_v, s_{cf}) = 0.3188$  (Σχ. 3.14α),  $r(\mu_v, s_{cb}) = -0.5403$  και  $\rho(\mu_v, s_{cf}) = -0.0373$ ,  $\rho(\mu_v, s_{cb}) = 0.2641$ .

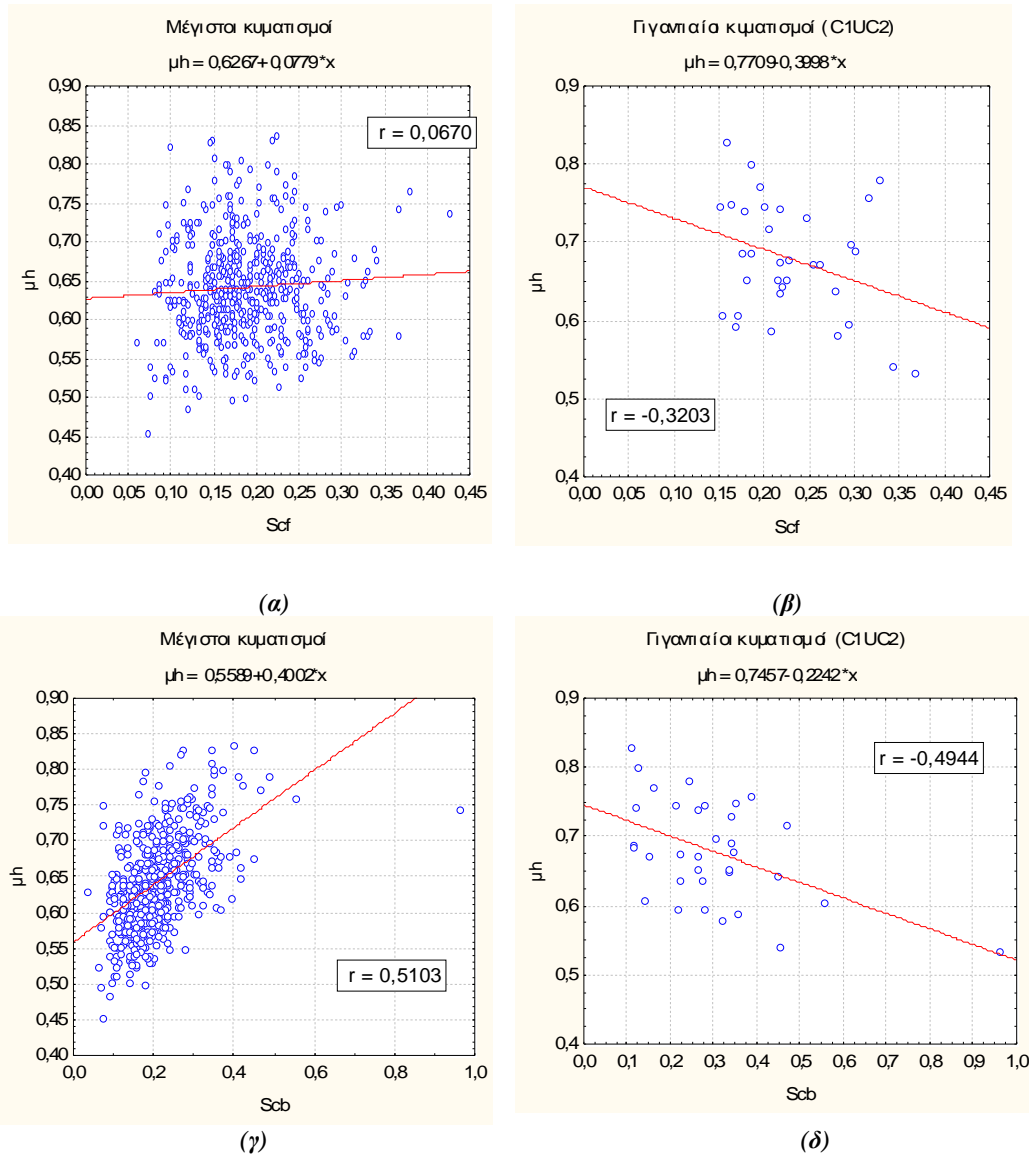
Δεν φαίνεται να υπάρχει συσχέτιση της συνολικής κλίσης κύματος  $s$  με το συντελεστή κατακόρυφης ασυμμετρίας  $\mu_v$ , όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.15 που ακολουθεί. Ο συντελεστές συσχέτισης είναι πολύ μικροί :  $r(s, \mu_v) = -0.0313$  και  $\rho(\mu_v, s) = -0.1184$ .



**Σχήμα 3.15.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $s - \mu_v$  (α) για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, (β) για τους γιγαντιαίους κυματισμούς και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (linear regression).

Ακολουθούν τα διαγράμματα διασποράς του συντελεστή οριζόντιας ασυμμετρίας  $\mu_h$  με το συντελεστή κλίσης του εμπρόσθιου προφίλ κορυφής  $s_{cf}$ , τόσο για τους μέγιστους κυματισμούς (Σχήμα 3.16α), όσο και για τους γιγάντιους κυματισμούς (Σχήμα 3.16β). Στα Σχήματα 3.16γ και 3.16δ παρουσιάζονται τα διαγράμματα διασποράς του συντελεστή οριζόντιας ασυμμετρίας  $\mu_h$  με το συντελεστή κλίσης του οπίσθιου προφίλ κορυφής των κυμάτων  $s_{cb}$ .

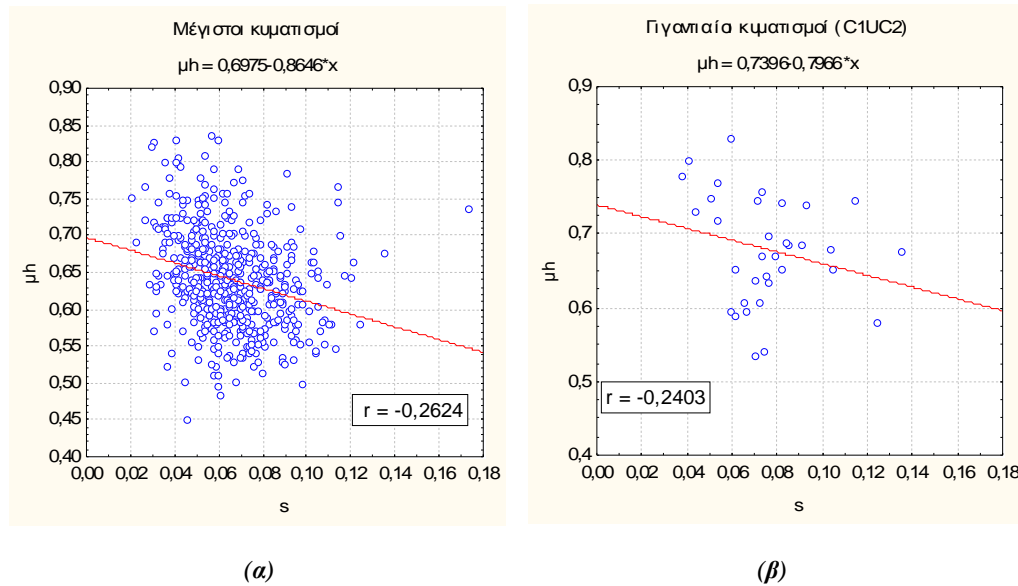
Από το Σχ.3.16 γίνεται αντιληπτό ότι ο συντελεστής συσχέτισης ανάμεσα στα  $\mu_h - s_{cf}$  είναι πολύ μικρός, ενώ ο αντίστοιχος συντελεστής ανάμεσα στα  $\mu_h - s_{cb}$  είναι μεγαλύτερος και ίσος με  $r = 0.5103$ . Στο δείγμα των γιγαντιαίων κυματισμών οι αντίστοιχοι συντελεστές συσχέτισης είναι:  $\rho(\mu_h, s_{cf}) = 0.3203$  και  $\rho(\mu_h, s_{cb}) = -0.4944$ .



**Σχήμα 3.16.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $\mu_h - s_{cf}$  (α) για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, (β) για τους γιγαντιαίους κυματισμούς και ανάμεσα σε  $\mu_h - s_{cb}$  (γ) για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, (δ) για τους γιγαντιαίους κυματισμούς και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (linear regression).

Το ίδιο ακριβώς γίνεται και για τη συσχέτιση του  $\mu_h$  με την κλίση  $s$  των κυματισμών. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο Σχήμα 3.17. Συμπεραίνουμε ότι

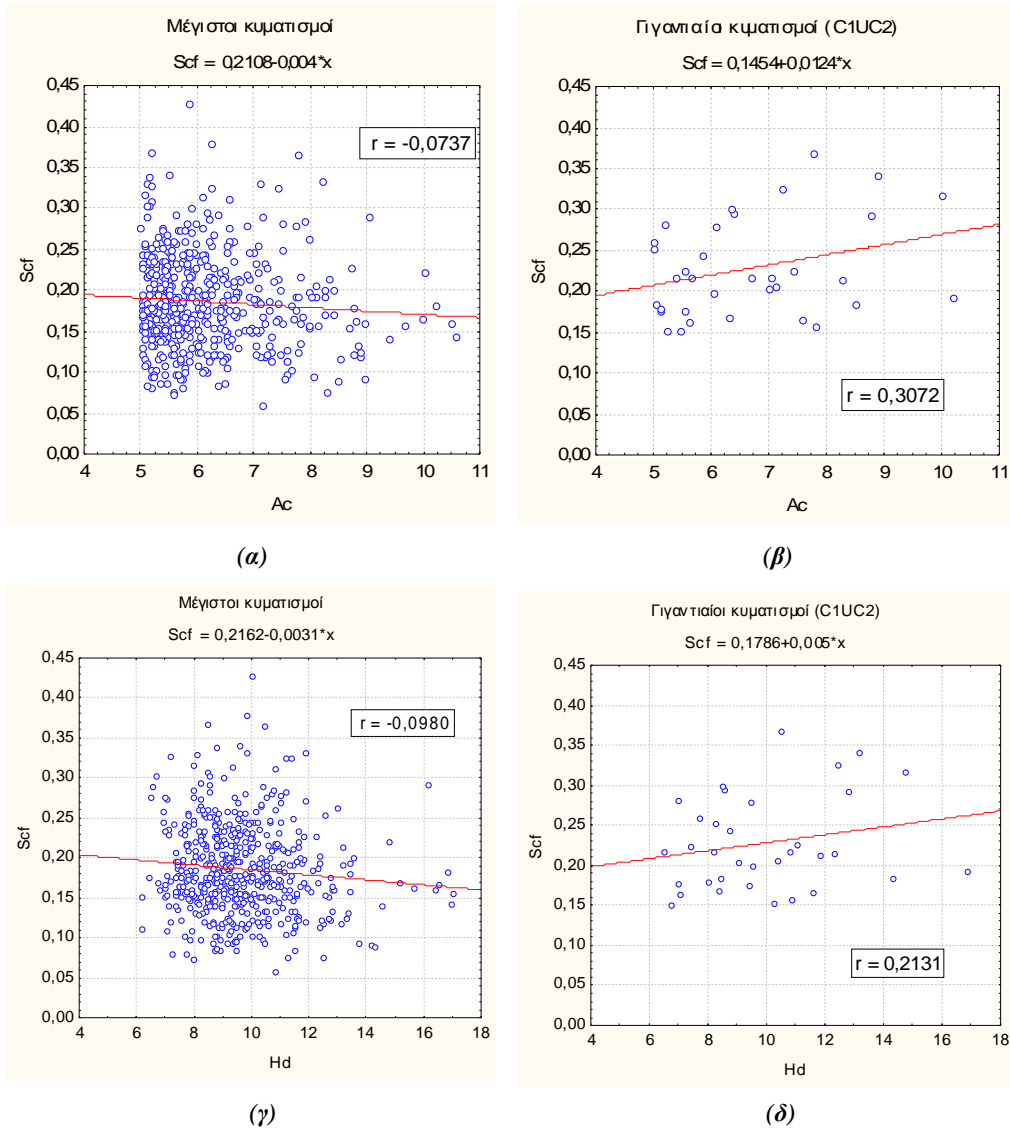
δεν υπάρχει συσχέτιση μεταξύ της συνολικής κλίσης κύματος  $s$  και της οριζόντιας ασυμμετρίας κύματος  $\mu_h$  (Σχήμα 3.17 α). Ο συντελεστής συσχέτισης εδώ είναι αρνητικός και ίσος με  $r(s, \mu_h) = -0.2624$ . Το ίδιο συμβαίνει και στην περίπτωση που εξετάζεται αποκλειστικά το δείγμα των γιγάντιων κυματισμών (Σχήμα 3.17β).



**Σχήμα 3.17.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $s - \mu_h$  (α) για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, (β) για τους ακραίους κυματισμούς και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (linear regression).

Στη συνέχεια, υπολογίζονται και σχεδιάζονται οι συσχετίσεις ανάμεσα στους συντελεστές κλίσης του εμπρόσθιου και οπίσθιου προφίλ κορυφών,  $s_{cf}$  και  $s_{cb}$  αντίστοιχα, της συνολικής κλίσης κύματος  $s$  και των συντελεστών κατακόρυφης και οριζόντιας ασυμμετρίας  $\mu_v$  και  $\mu_h$ , με τα πλάτη κορυφών  $A_c$  και το ύψος κύματος κάτω τομών  $H_d$  (zero down-crossing height). Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στα Σχήματα 3.18 – 3.22.

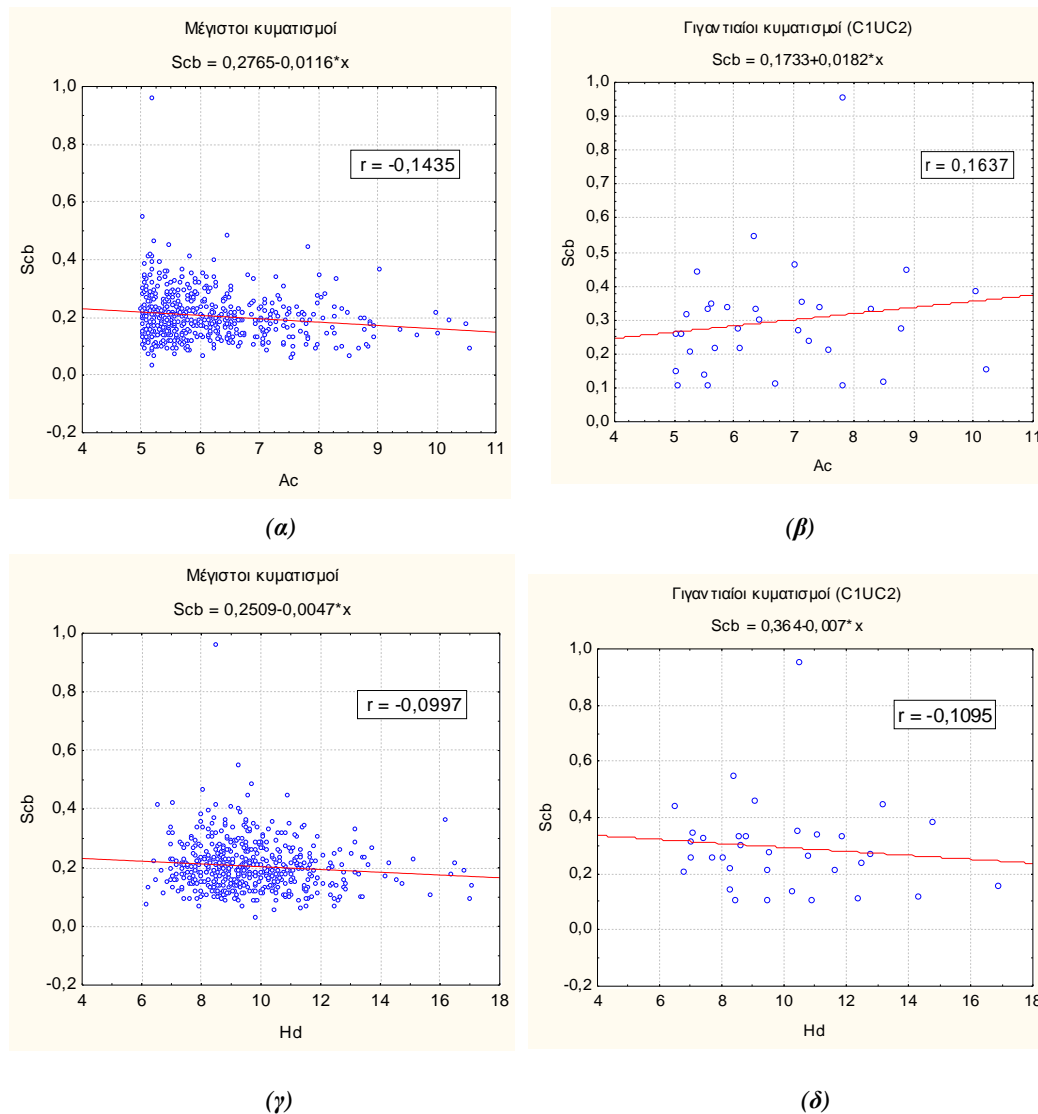
Στο Σχήμα 3.18 απεικονίζονται οι συσχετίσεις της κλίσης του εμπρόσθιου προφίλ κορυφής  $s_{cf}$  με (α) το πλάτος κορυφής  $A_c$  των 535 μέγιστων κυματισμών, (β) το πλάτος κορυφής  $A_c$  των 34 γιγαντιαίων κυματισμών που έχουν εντοπιστεί, (γ) το ύψος κύματος  $H_d$  των μέγιστων κυματισμών και (δ) το ύψος κύματος  $H_d$  των γιγαντιαίων κυματισμών.



**Σχήμα 3.18.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $s_{cf} - A_c$  (α) για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, (β) για τους γιγαντιαίους κυματισμούς και ανάμεσα σε  $s_{cf} - H_d$  (γ) για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, (δ) για τους γιγαντιαίους κυματισμούς και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (linear regression).

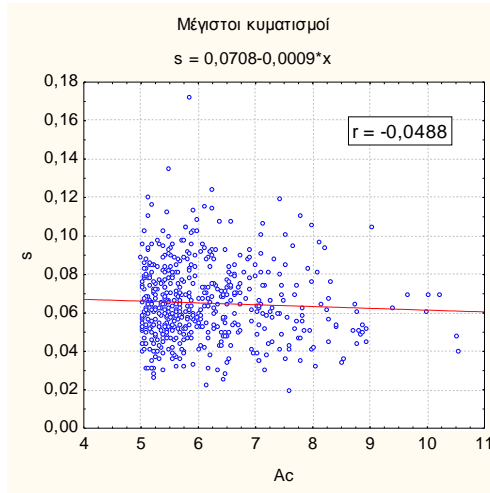
Είναι φανερό ότι δεν υπάρχει συσχέτιση του συντελεστή κλίσης του εμπρόσθιου προφίλ κορυφής  $s_{cf}$  ούτε με το πλάτος κορυφής  $A_c$ , αλλά ούτε και με το ύψος  $H_d$  των μέγιστων και γιγαντιαίων κυματισμών. Συγκεκριμένα, οι συντελεστές συσχέτισης είναι :  $r(s_{cf}, A_c) = -0.0737$  και  $r(s_{cf}, H_d) = -0.098$  και :  $\rho(s_{cf}, A_c) = 0.3072$  και  $\rho(s_{cf}, H_d) = 0.2131$ , στην περίπτωση των γιγαντιαίων κυματισμών.

Στο Σχήμα 3.19 παρουσιάζονται οι συσχετίσεις της κλίσης του οπίσθιου προφίλ κορυφής  $s_{cb}$  με **(α)** το πλάτος κορυφής  $A_c$  των μέγιστων κυματισμών, **(β)** το πλάτος κορυφής  $A_c$  των γιγαντιαίων κυματισμών, **(γ)** το ύψος κύματος  $H_d$  των μέγιστων κυματισμών και **(δ)** το ύψος κύματος  $H_d$  των γιγαντιαίων κυματισμών. Παρατηρούμε και εδώ ότι τα μεγέθη δεν είναι συσχετισμένα. Οι συντελεστές συσχέτισης εδώ είναι :  $r(s_{cb}, A_c) = -0.1435$ ,  $r(s_{cb}, H_d) = -0.0997$  και για τους γιγαντιαίους κυματισμούς:  $\rho(s_{cb}, A_c) = 0.1637$ ,  $\rho(s_{cb}, H_d) = -0.1095$ .

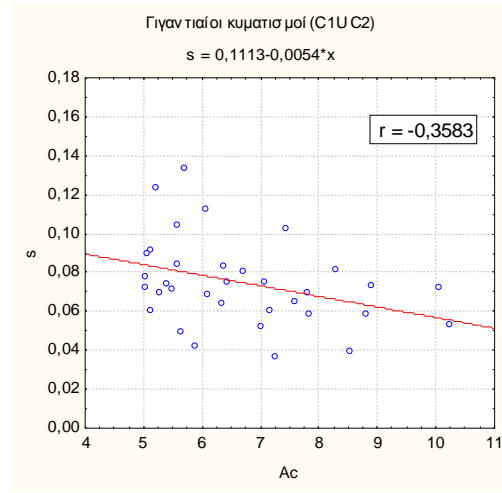


**Σχήμα 3.19.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $s_{cb} - A_c$  **(α)** για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, **(β)** για τους γιγαντιαίους κυματισμούς, και ανάμεσα σε  $s_{cb} - H_d$  **(γ)** για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, **(δ)** για τους γιγαντιαίους κυματισμούς και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (linear regression).

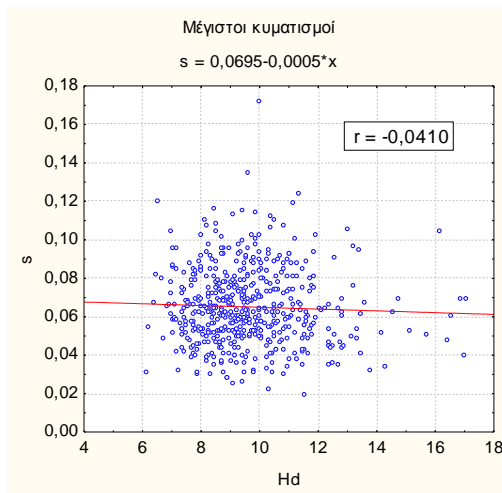
Στο Σχήμα 3.20 απεικονίζεται η συσχέτιση της συνολικής κλίσης κύματος  $s$  με το πλάτος κορυφής  $A_c$  των μέγιστων κυματισμών (Σχ.3.20α), με το πλάτος κορυφής  $A_c$  των γιγαντιαίων κυματισμών (Σχ. 3.20β), αλλά και με το ύψος  $H_d$  των μέγιστων κυματισμών (Σχ.3.20γ) και των γιγαντιαίων κυματισμών (Σχ. 3.20δ). Τα μεγέθη αυτά δεν συνδέονται με κάποια σχέση.



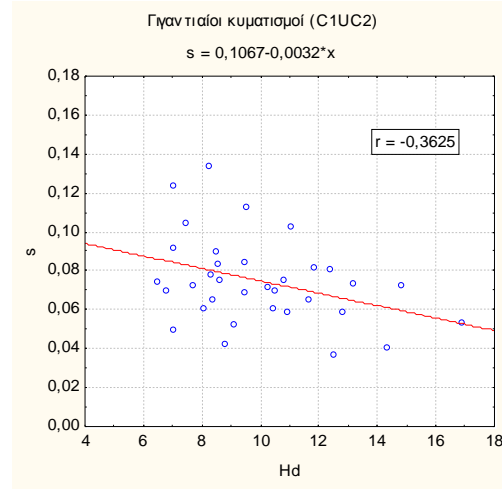
(α)



(β)



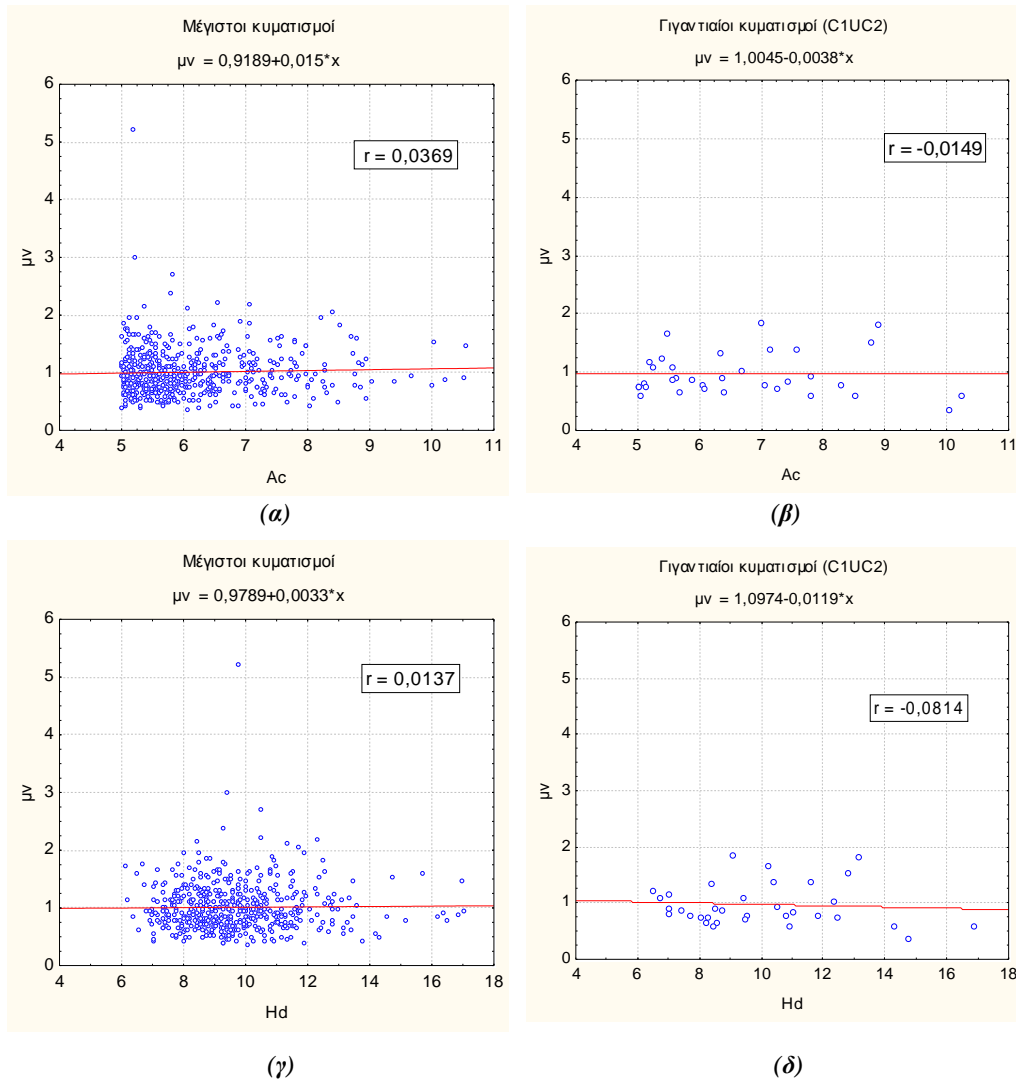
(γ)



(δ)

**Σχήμα 3.20.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $s - A_c$  (α) για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, (β) για τους γιγαντιαίους κυματισμούς και ανάμεσα σε  $s - H_d$  (γ) για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, (δ) για τους γιγαντιαίους κυματισμούς και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (linear regression).

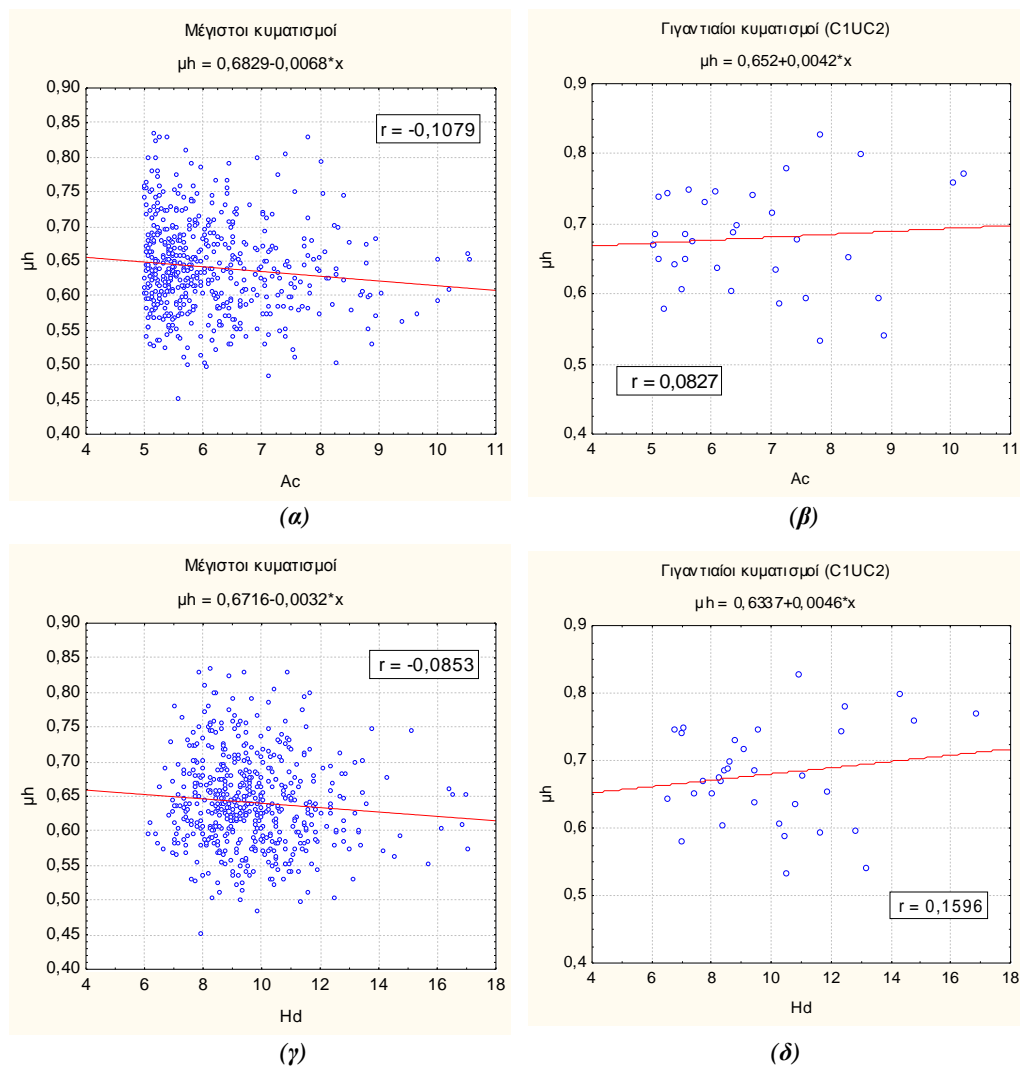
Στο Σχήμα 3.21, απεικονίζονται οι συσχετίσεις του συντελεστή κατακόρυφης ασυμμετρίας  $\mu_v$  των κυμάτων με ( $\alpha$ ) το πλάτος κορυφής  $A_c$  των μέγιστων κυματισμών, ( $\beta$ ) το πλάτος κορυφής  $A_c$  των γιγαντιαίων κυματισμών, ( $\gamma$ ) το ύψος κύματος  $H_d$  των μέγιστων (Σχ. 3.21γ) και ( $\delta$ ) το ύψος κύματος  $H_d$  των γιγαντιαίων κυματισμών (Σχ.3.21δ).



**Σχήμα 3.21.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $\mu_v - A_c$  ( $\alpha$ ) για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, ( $\beta$ ) για τους γιγαντιαίους κυματισμούς και ανάμεσα σε  $\mu_v - H_d$  ( $\gamma$ ) για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, ( $\delta$ ) για τους γιγαντιαίους κυματισμούς και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (linear regression).

Δεν υπάρχει συσχέτιση μεταξύ αυτών των μεγεθών. Οι συντελεστές συσχέτισής τους είναι :  $r(\mu_v, A_c) = 0.0369$ ,  $r(\mu_v, H_d) = 0.0137$  και για τους γιγαντιαίους κυματισμούς :  $\rho(\mu_v, A_c) = -0.0149$ ,  $\rho(\mu_v, H_d) = -0.0814$ .

Στο Σχήμα 3.22, ομοίως, απεικονίζονται οι συσχετίσεις του συντελεστή κατακόρυφης ασυμμετρίας  $\mu_h$  των κυμάτων με το πλάτος κορυφής  $A_c$  των μέγιστων κυματισμών (Σχ. 3.22α) και των γιγαντιαίων κυματισμών (Σχ.3.22β), αλλά και με το ύψος κύματος  $H_d$  των μέγιστων (Σχ. 3.22γ) και γιγαντιαίων κυματισμών (Σχ.3.22δ).



**Σχήμα 3.22.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $\mu_h - A_c$  (α) των 535 μέγιστων κυματισμών, (β) των γιγαντιαίων κυματισμών και ανάμεσα σε  $\mu_h - H_d$ , (γ) των 535 μέγιστων κυματισμών, (δ) των γιγαντιαίων κυματισμών και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (linear regression).



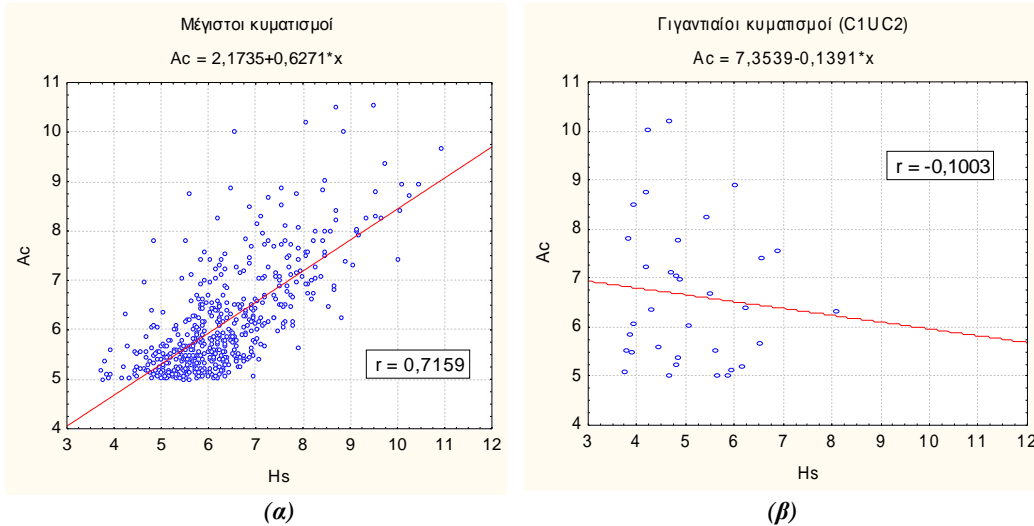
Από την ανάλυση που προηγήθηκε, δεν προέκυψε ισχυρή συσχέτιση ανάμεσα στους συντελεστές σχήματος και ασυμμετρίας των μέγιστων και γιγαντιαίων κυματισμών  $(s_{cf}, s_{cb}, s, \mu_v, \mu_h)$  και στο πλάτος κορυφής κύματος  $A_c$  ή στο ύψος κύματος  $H_d$ .

Στη συνέχεια θα διερευνηθούν οι πιθανές συσχετίσεις όλων των παραπάνω χαρακτηριστικών μεγεθών που αφορούν στους κυματισμούς, με τα στατιστικά μεγέθη που περιγράφουν τις αντίστοιχες καταστάσεις θάλασσας: το σημαντικό ύψος κύματος  $H_S$ , το συντελεστή ασυμμετρίας ή λοξότητας  $\lambda_3$ , το συντελεστή κύρτωσης  $\lambda_4$ , τη μέση κλίση κατάστασης θάλασσας  $C_z$  και το συντελεστή εύρους φάσματος  $\nu$ .

### 3.6.2 Επίδραση του σημαντικού ύψους κύματος των καταστάσεων θάλασσας

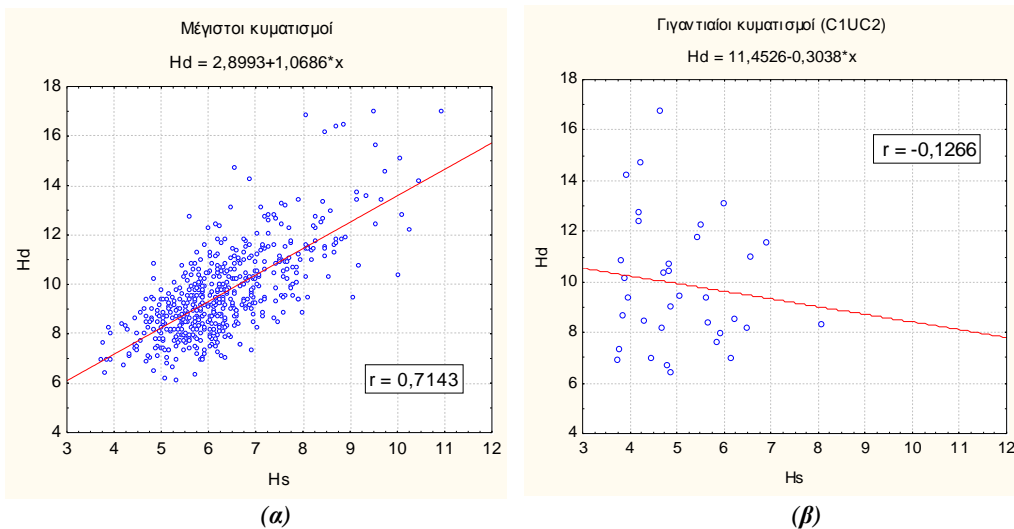
Το σημαντικό ύψος κύματος  $H_S$  είναι η πιο σημαντική μεταβλητή για τον χαρακτηρισμό μιας κατάστασης θάλασσας. Σε αυτή την παράγραφο, σχεδιάζονται τα διαγράμματα διασποράς του σημαντικού ύψους κύματος με τις παραμέτρους σχήματος και ασυμμετρίας  $(s_{cf}, s_{cb}, \mu_v, \mu_h, A_c, H_d)$  των κυματισμών, που έχουν υπολογιστεί μέχρι τώρα, προκειμένου να εντοπιστούν σχέσεις μεταξύ τους αν υπάρχουν.

Ο συντελεστής συσχέτισης, καταρχήν, του σημαντικού ύψους κύματος  $H_S$  με το πλάτος κορυφής κύματος  $A_c$  είναι αρκετά μεγάλος:  $r = 0.7159$ , ενώ αν περιοριστούμε στους γιγαντιαίους κυματισμούς ο αντίστοιχος συντελεστής συσχέτισης γίνεται πολύ μικρός και μάλιστα αρνητικός:  $\rho(A_c, H_S) = -0.1003$ . Τα διαγράμματα διασποράς παρουσιάζονται στο Σχ. 3.23, που ακολουθεί.



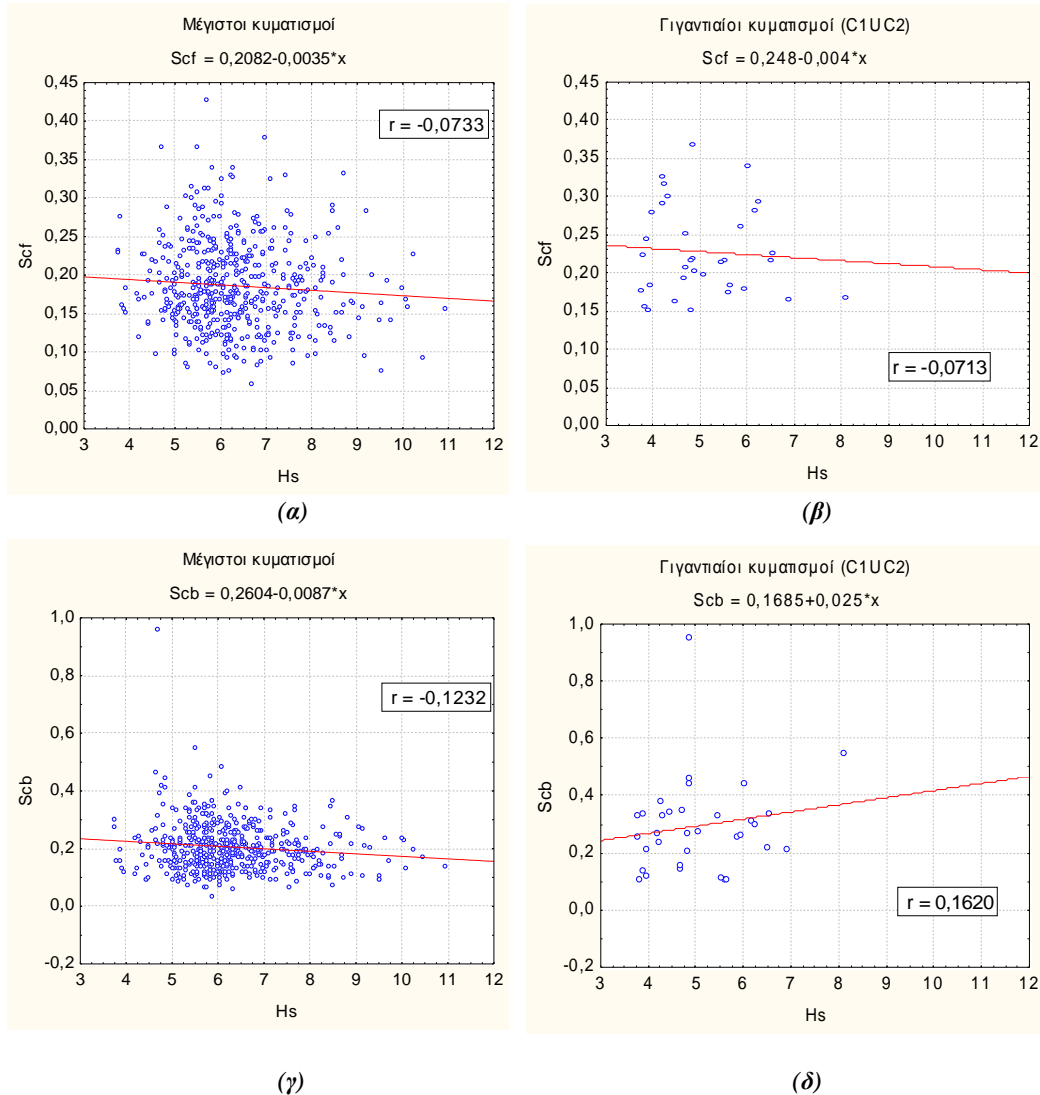
**Σχήμα 3.23.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $A_c - H_s$  (α) για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, (β) για τους γιγαντιαίους κυματισμούς και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (linear regression).

Η συσχέτιση είναι αξιοσημείωτη ανάμεσα στο ύψος  $H_d$  και στο σημαντικό ύψος κύματος  $H_s$  των αντίστοιχων καταστάσεων θάλασσας στην περίπτωση των μέγιστων κυματισμών. Συγκεκριμένα, η συσχέτιση τους παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.24α και ο συντελεστής συσχέτισής τους είναι:  $r = 0.7143$ . Δεν συμβαίνει το ίδιο αν περιορίσουμε τη μελέτη στους γιγαντιαίους κυματισμούς, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.24β.



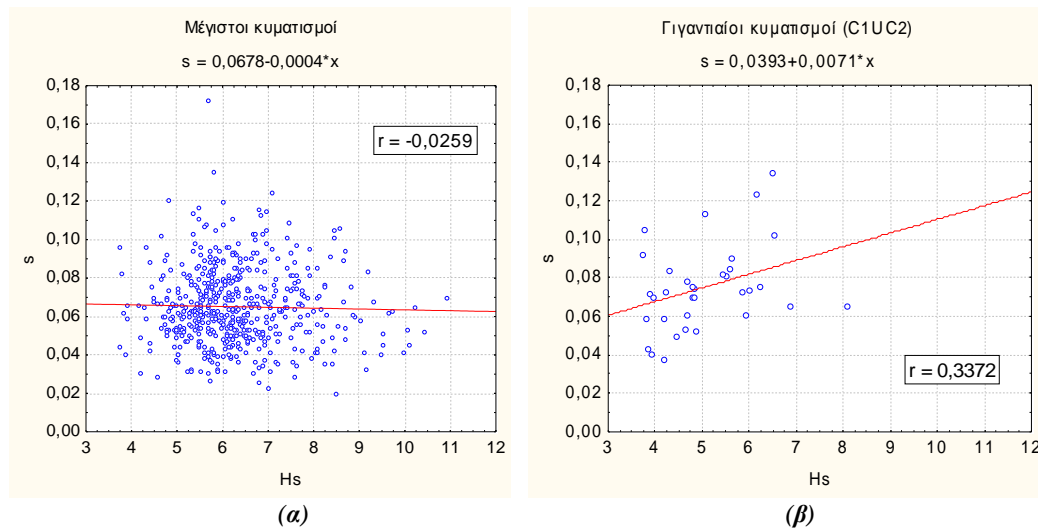
**Σχήμα 3.24.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $H_d - H_s$  (α) για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, (β) για τους γιγαντιαίους κυματισμούς και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (linear regression).

Η συσχέτιση του σημαντικού ύψους κύματος  $H_S$  με τους συντελεστές κλίσης του εμπρόσθιου και οπίσθιου προφίλ κορυφής κύματος  $s_{cf}$  και  $s_{cb}$  φαίνεται στα Σχήματα 3.25 (α)-(δ). Οι συντελεστές συσχέτισης για το δείγμα όλων των μέγιστων κυματισμών είναι:  $r(s_{cf}, H_S) = -0.0733$ ,  $r(s_{cb}, H_S) = -0.1232$ , ενώ για το δείγμα των γιγαντιαίων κυματισμών είναι:  $\rho(s_{cf}, H_S) = -0.0713$  και  $\rho(s_{cb}, H_S) = 0.162$ .



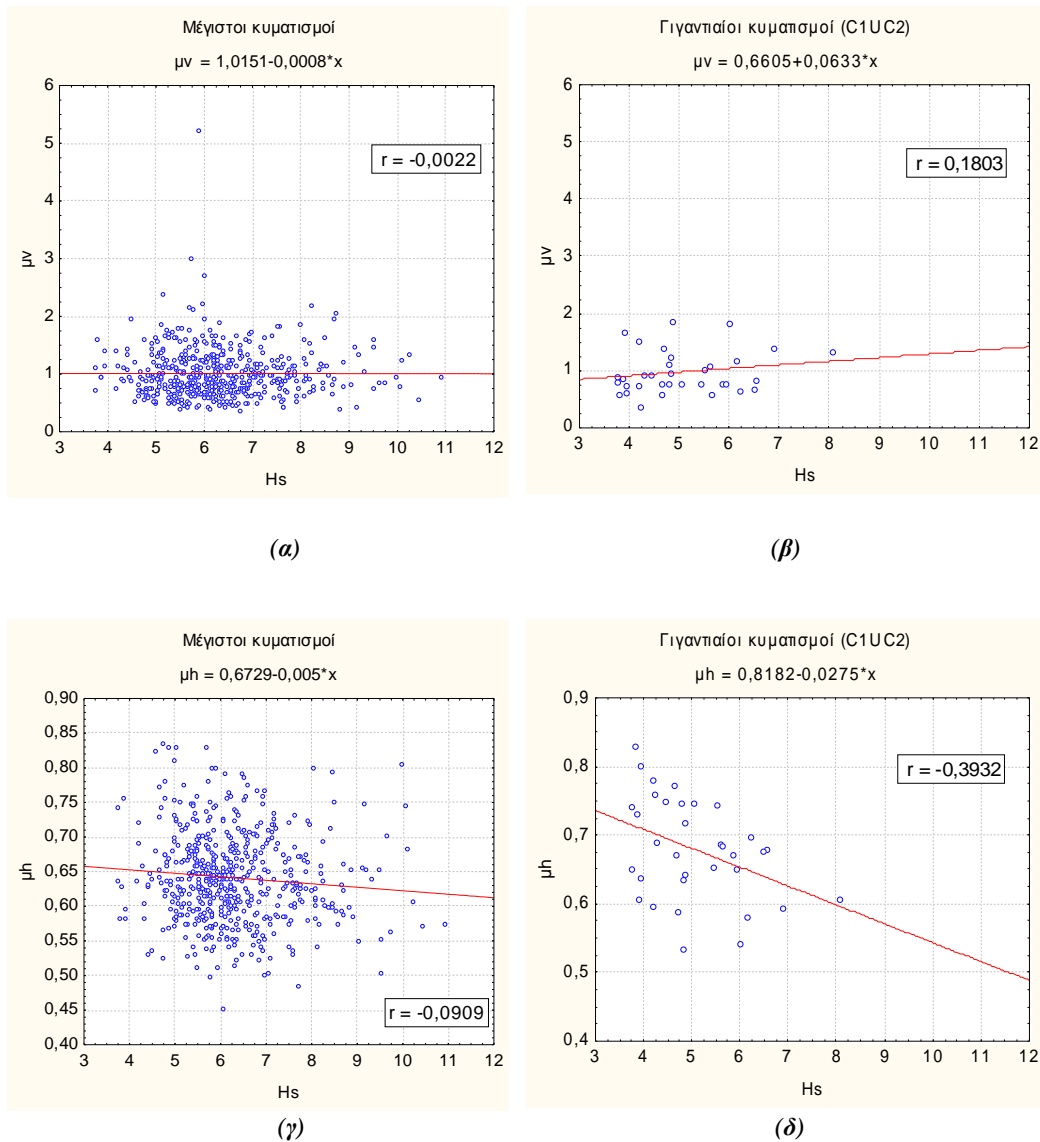
**Σχήμα 3.25.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $s_{cf} - H_S$  (α) για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, (β) για τους γιγαντιαίους κυματισμούς και ανάμεσα σε  $s_{cb} - H_S$  (γ) για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, (δ) για τους γιγαντιαίους κυματισμούς και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (linear regression).

Η συσχέτιση του σημαντικού ύψους κύματος  $H_s$  με το συντελεστή συνολικής κλίσης  $s$  των κυματισμών παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.26. Ο συντελεστής συσχέτισης αυτών των μεγεθών στο δείγμα των μέγιστων κυματισμών είναι πολύ μικρός και ίσος με :  $r(s, H_s) = -0.0259$  (Σχ. 3.26 α), ενώ στο δείγμα των γιγαντιαίων κυματισμών μεγαλώνει η συσχέτισή τους, αλλά και πάλι θεωρείται πολύ μικρή (Σχ. 3.26β). Ο συντελεστής συσχέτισης σε αυτή την περίπτωση είναι:  $\rho(s, H_s) = 0.3372$ .



**Σχήμα 3.26.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $s - H_s$  (α) για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, (β) για τους γιγαντιαίους κυματισμούς και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης.

Τέλος, στο Σχήμα 3.27 παρουσιάζονται οι συσχετίσεις του σημαντικού ύψους κύματος  $H_s$  των καταστάσεων θάλασσας με τους συντελεστές κατακόρυφης και οριζόντιας ασυμμετρίας,  $\mu_v$  και  $\mu_h$  των κυματισμών. Οι συντελεστές συσχέτισης που υπολογίστηκαν στο δείγμα των μέγιστων κυματισμών είναι αρνητικοί και πολύ μικροί:  $r(\mu_v, H_s) = -0.0022$  και  $r(\mu_h, H_s) = -0.0909$ . Οι αντίστοιχοι συντελεστές συσχέτισης στο δείγμα των γιγαντιαίων κυματισμών είναι:  $\rho(\mu_v, H_s) = 0.1803$  και  $\rho(\mu_h, H_s) = -0.3932$ .



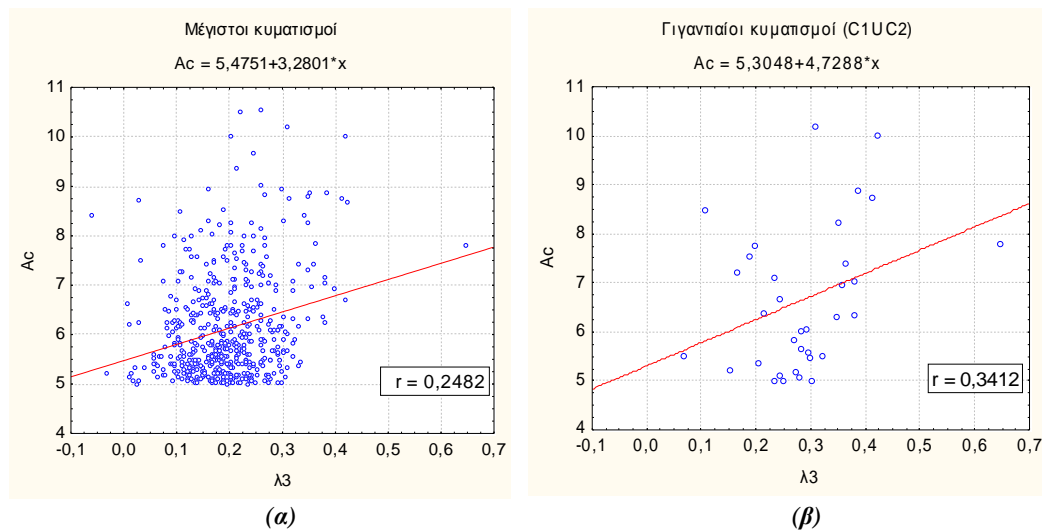
**Σχήμα 3.27.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $\mu_v - H_s$  (α) των 535 μέγιστων κυματισμών, (β) των γιγαντιαίων κυματισμών και ανάμεσα σε  $\mu_h - H_s$  (γ) των 535 μέγιστων κυματισμών, (δ) των γιγαντιαίων κυματισμών και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (linear regression).

### 3.6.3. Επίδραση του συντελεστή λοξότητας των καταστάσεων θάλασσας

Οι κατανομές της συνάρτησης ανύψωσης των καταστάσεων θάλασσας στην περίπτωση που ακολουθούν το γραμμικό μοντέλο, δεν εμφανίζουν ασυμμετρία (skewness). Αυτό υποδεικνύει ότι ο συντελεστής ασυμμετρίας ή λοξότητας  $\lambda_3$  των σ.π.π. της συνάρτησης ανύψωσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως μέτρηση της μη-

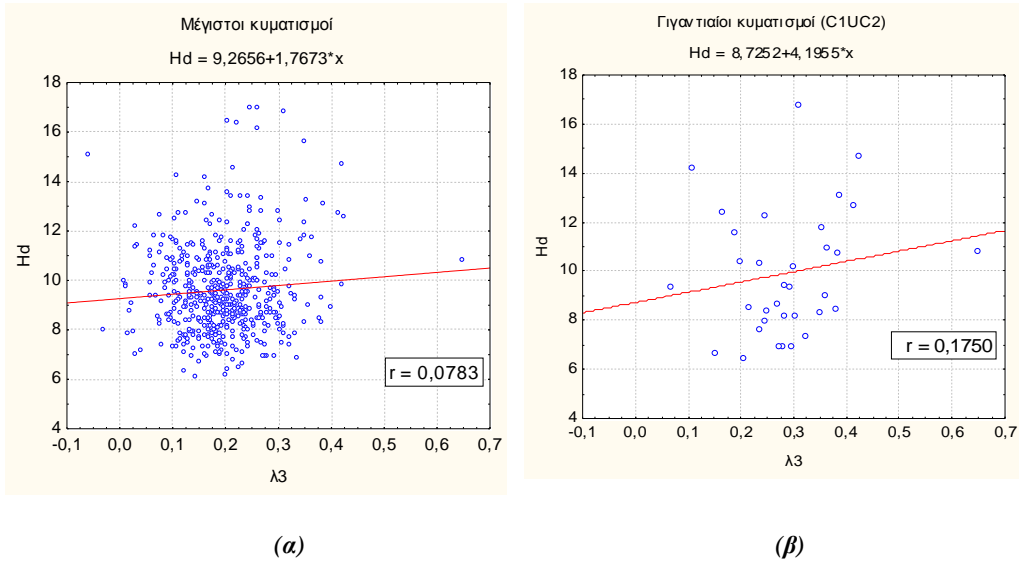
γραμμικότητας μιας κατάστασης θάλασσας και θα είχε πολύ ενδιαφέρον να προσδιοριστεί ο βαθμός συσχέτισης του με τους διάφορους συντελεστές κλίσης και ασυμμετρίας των μέγιστων και γιγαντιαίων κυματισμών.

Στο Σχ.3.28 που ακολουθεί παρουσιάζεται το διάγραμμα διασποράς ανάμεσα στα πλάτη κορυφών  $A_c$  των μέγιστων (Σχ. 3.28α) και των γιγάντιων κυματισμών (Σχ. 3.28β) και του συντελεστή λοξότητας  $\lambda_3$  των αντίστοιχων καταστάσεων θάλασσας. Δεν υπάρχει συσχέτιση μεταξύ τους. Οι συντελεστές συσχέτισης είναι  $r(A_c, \lambda_3) = 0.2482$  και  $\rho(A_c, \lambda_3) = 0.3412$ .



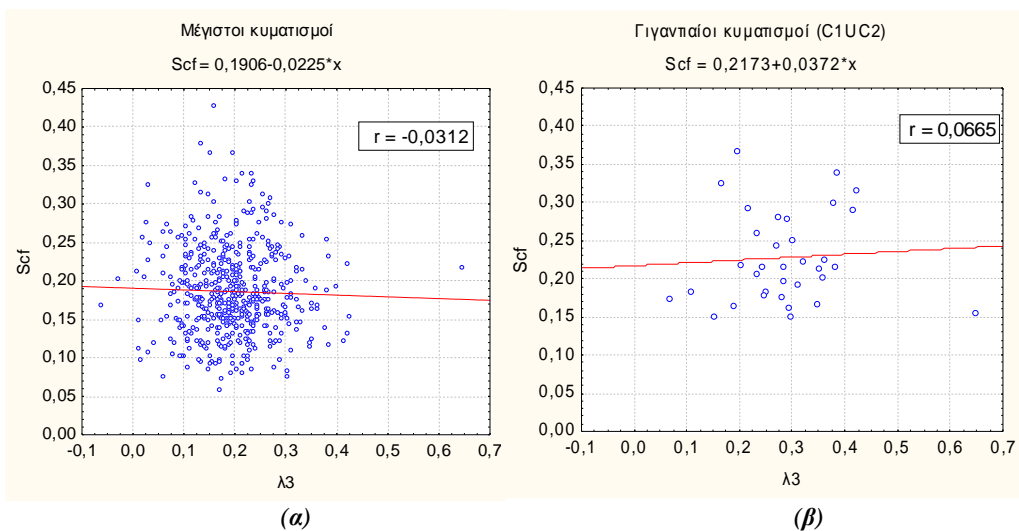
**Σχήμα 3.28.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $A_c - \lambda_3$  (**α**) για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, (**β**) για τους γιγαντιαίους κυματισμούς και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (linear regression).

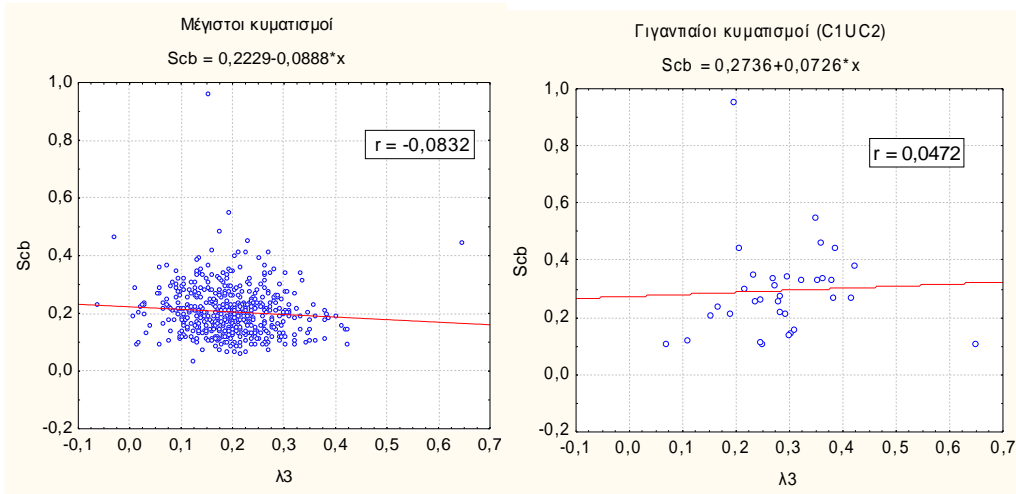
Το ίδιο παρατηρείται και στο Σχήμα 3.29, όπου από τα διαγράμματα διασποράς ανάμεσα στο ύψος  $H_d$  των μέγιστων και γιγαντιαίων κυματισμών και στο συντελεστή ασυμμετρίας ή λοξότητας  $\lambda_3$  των αντίστοιχων καταστάσεων θάλασσας, προκύπτει ότι η συσχέτιση αυτών των μεγεθών είναι ανύπαρκτη. Οι συντελεστές συσχέτισης είναι:  $r(H_d, \lambda_3) = 0.0783$  και  $\rho(H_d, \lambda_3) = 0.175$ .



**Σχήμα 3.29.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $H_d - \lambda_3$  (α) των 535 μέγιστων κυματισμών, (β) των γιγαντιαίων κυματισμών και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (linear regression).

Στο Σχ.3.30 απεικονίζονται οι συσχετίσεις ανάμεσα στον συντελεστή λοξότητας  $\lambda_3$  και τους συντελεστές κλίσης του εμπρόσθιου και οπίσθιου προφίλ κορυφής:  $s_{cf}$  και  $s_{cb}$ , αντίστοιχα. Οι συντελεστές συσχέτισης είναι  $r(s_{cf}, \lambda_3) = -0.0312$  και  $r(s_{cb}, \lambda_3) = -0.0832$ , για το δείγμα των μέγιστων κυματισμών, ενώ  $\rho(s_{cf}, \lambda_3) = 0.0665$  και  $\rho(s_{cb}, \lambda_3) = 0.0472$  είναι για το δείγμα των γιγαντιών κυματισμών. Είναι φανερό ότι τα μεγέθη αυτά δεν έχουν σχέση μεταξύ τους.



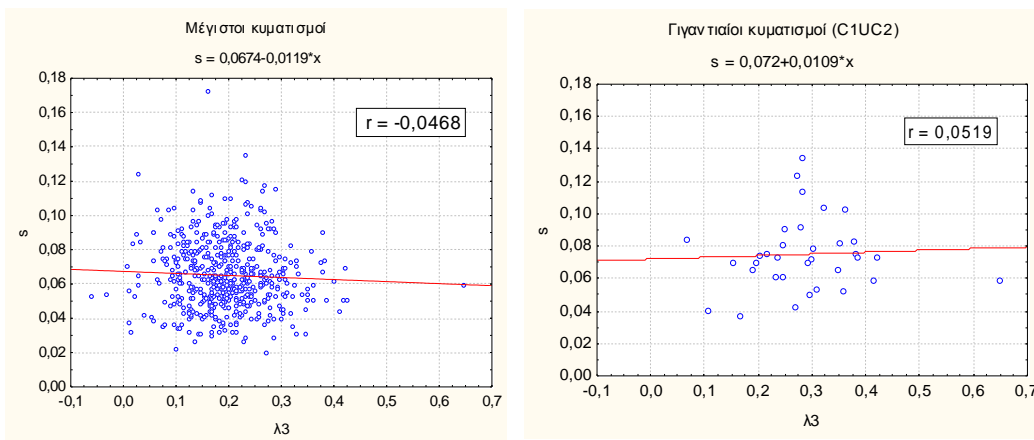


(γ)

(δ)

**Σχήμα 3.30.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $s_{cf} - \lambda_3$  (α) των μέγιστων κυματισμών, (β) των γιγαντιαίων κυματισμών και ανάμεσα σε  $s_{cb} - \lambda_3$  (γ) των μέγιστων κυματισμών, (δ) των γιγαντιαίων κυματισμών και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (linear regression).

Στο Σχήμα 3.31 παρουσιάζονται τα διαγράμματα διασποράς της ολικής κλίσης κύματος  $s$  με τον συντελεστή ασυμμετρίας ή λοξότητας  $\lambda_3$ , τόσο για το δείγμα των μέγιστων κυματισμών (Σχ. 3.31α), όσο και για το δείγμα των γιγάντιων κυματισμών (Σχ. 3.31β). Τα μεγέθη αυτά είναι ασυσχέτιστα, αφού οι αντίστοιχοι συντελεστές συσχέτισης είναι  $r(s, \lambda_3) = -0.0468$  και  $\rho(s, \lambda_3) = 0.0519$ .



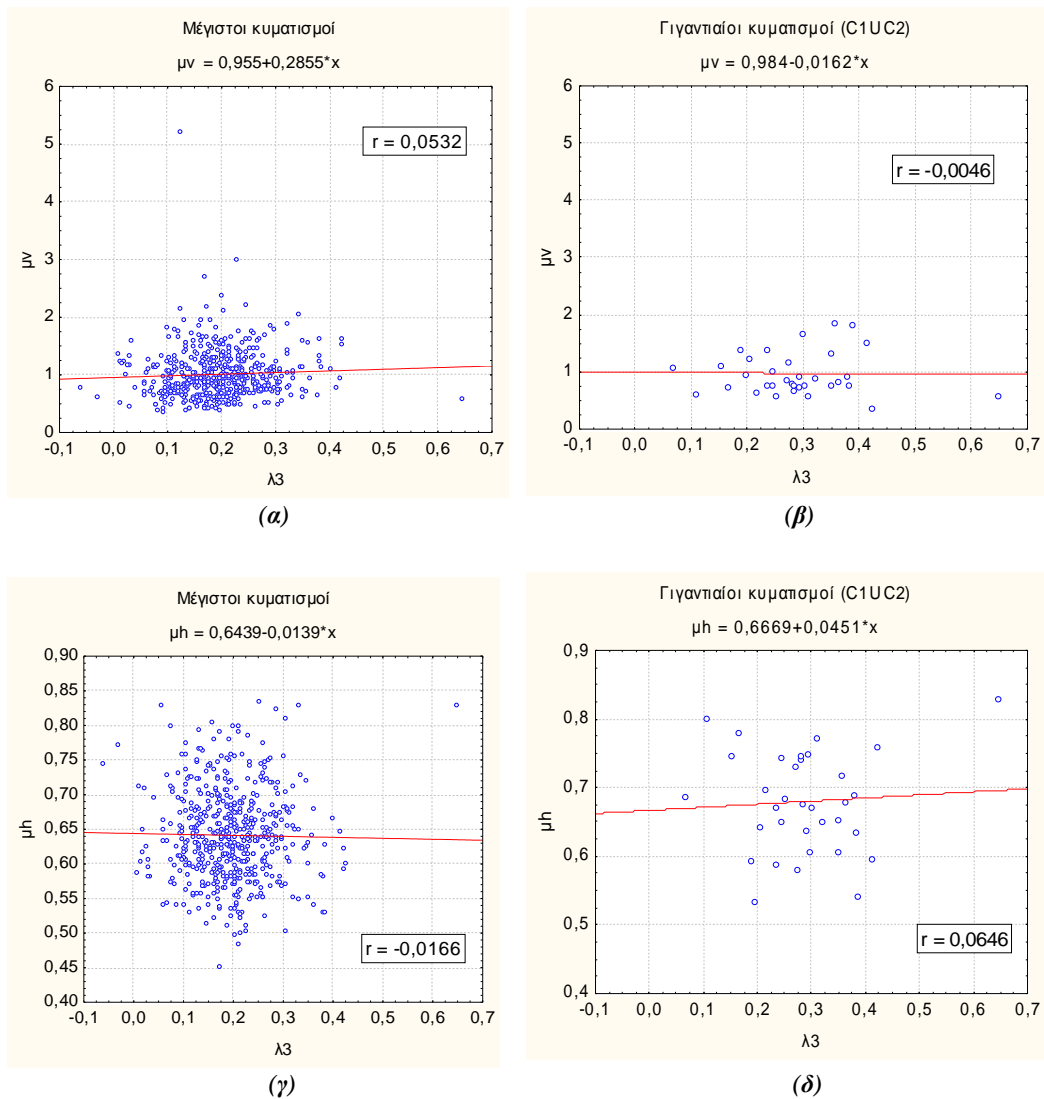
(α)

(β)

**Σχήμα 3.31.** Διάγραμμα διασποράς ανάμεσα σε  $s - \lambda_3$  (α) των 535 μέγιστων κυματισμών, (β) των γιγαντιαίων κυματισμών και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (linear regression).



Στο Σχ. 3.32 φαίνονται τα διαγράμματα διασποράς μεταξύ του συντελεστή λοξότητας  $\lambda_3$  των καταστάσεων θάλασσας και των συντελεστών κατακόρυφης και οριζόντιας ασυμμετρίας:  $\mu_v$  και  $\mu_h$  των κυματισμών. Οι συντελεστές συσχέτισης στο δείγμα των μέγιστων κυματισμών είναι  $r(\mu_v, \lambda_3) = 0.0532$  και  $r(\mu_h, \lambda_3) = -0.0166$ . Στο δείγμα των γιγαντιαίων κυματισμών οι συντελεστές είναι:  $\rho(\mu_v, \lambda_3) = -0.0046$  και  $\rho(\mu_h, \lambda_3) = 0.0646$ . Δεν υπάρχει συσχέτιση μεταξύ αυτών των μεγεθών.

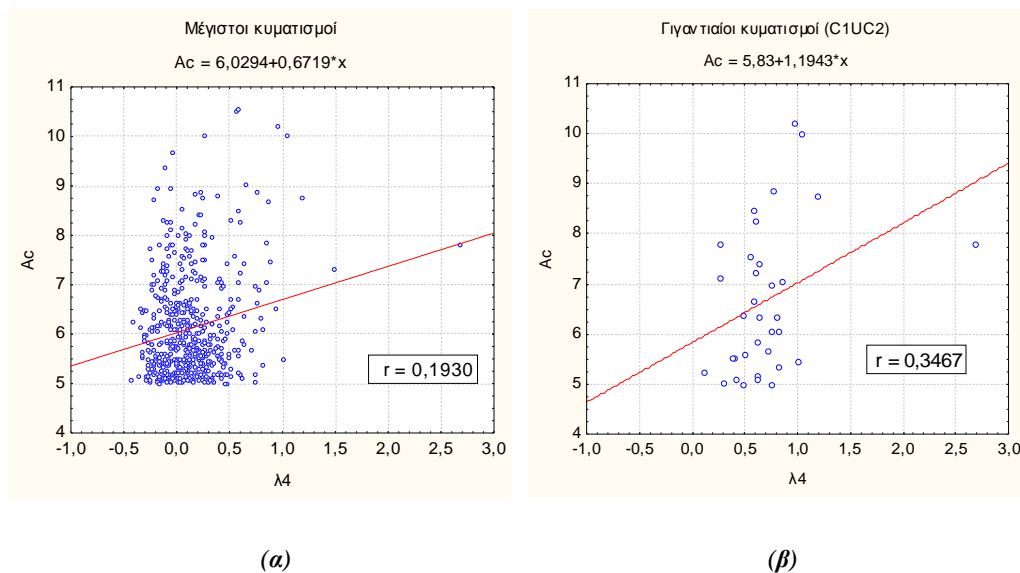


**Σχήμα 3.32.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $\mu_v - \lambda_3$  (α) των 535 μέγιστων κυματισμών, (β) των γιγαντιαίων κυματισμών και ανάμεσα σε  $\mu_h - \lambda_3$  (γ) των 535 μέγιστων κυματισμών, (δ) των γιγαντιαίων κυματισμών και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (linear regression).

### 3.6.4. Επίδραση του συντελεστή κύρτωσης των καταστάσεων θάλασσας

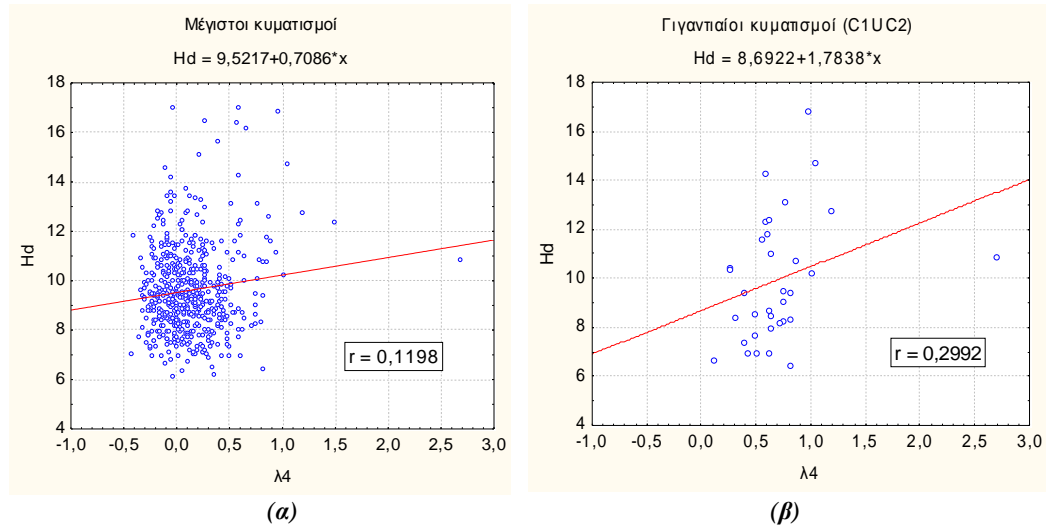
Η κύρτωση είναι το άλλο στατιστικό μέγεθος που μπορεί να χαρακτηρίσει τη μη-γραμμικότητα των καταστάσεων θάλασσας. Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία-όπως και για τον συντελεστή λοξότητας- υπολογίζονται οι συσχετίσεις του συντελεστή κύρτωσης των σ.π.π. της συνάρτησης ανύψωσης των καταστάσεων θάλασσας με τους διάφορους συντελεστές κλίσης και ασυμμετρίας των μέγιστων και γιγαντιαίων κυματισμών που έχουν εντοπιστεί.

Στο Σχήμα 3.33 παρουσιάζονται τα διαγράμματα διασποράς μεταξύ του συντελεστή κύρτωσης  $\lambda_4$  και του πλάτους κορυφής  $A_c$  των μέγιστων (Σχ. 3.33 α) και των γιγαντιαίων κυματισμών (Σχ. 3.33β). Τα συγκεκριμένα μεγέθη δεν συνδέονται με κάποια σχέση. Οι αντίστοιχοι συντελεστές συσχέτισης είναι :  $r(A_c, \lambda_4) = 0.193$  και  $\rho(A_c, \lambda_4) = 0.3467$ .



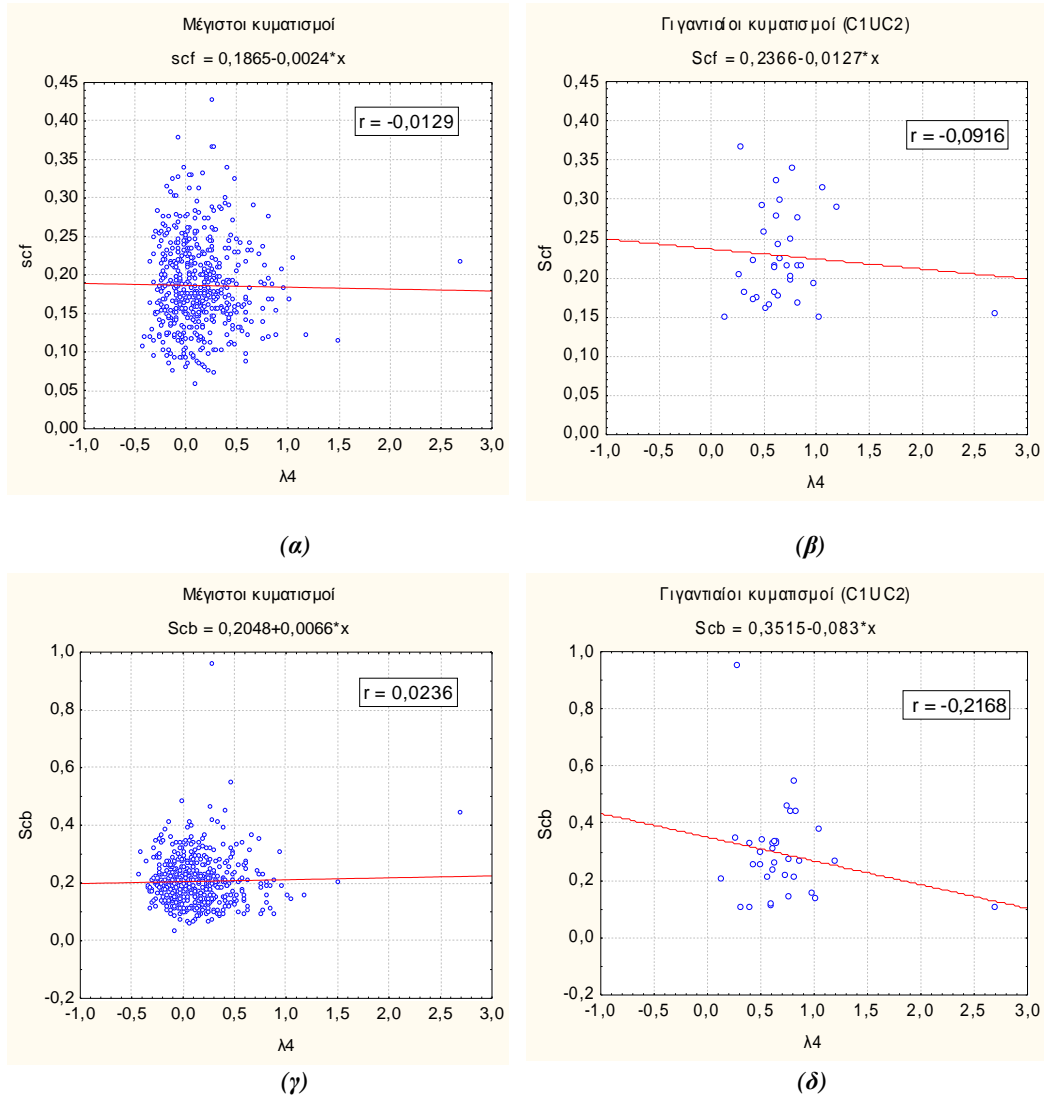
**Σχήμα 3.33.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $A_c - \lambda_4$  (α) των 535 μέγιστων κυματισμών, (β) των γιγαντιαίων κυματισμών και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (linear regression).

Ιδιαίτερα μικρή είναι και η συσχέτιση του ύψους κύματος  $H_d$  των μέγιστων (Σχ. 3.34α) και γιγαντιαίων κυματισμών (Σχ. 3.34β), με το συντελεστή κύρτωσης  $\lambda_4$  των αντίστοιχων καταστάσεων θάλασσας, με  $r(H_d, \lambda_4) = 0.1198$  και  $\rho(H_d, \lambda_4) = 0.2992$ , όπως φαίνεται και στο Σχήμα 3.34.



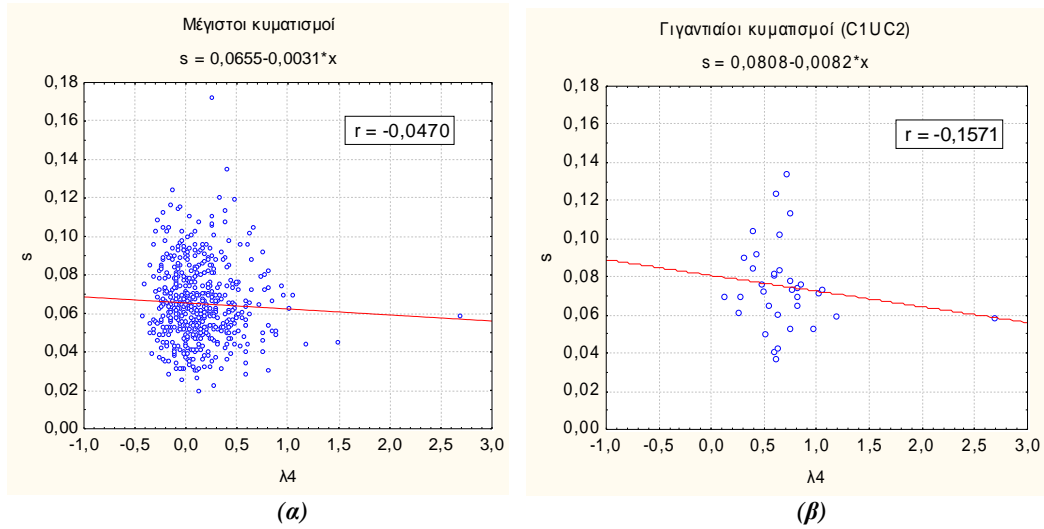
**Σχήμα 3.34.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $H_d - \lambda_4$  (α) των 535 μέγιστων κυματισμών, (β) των γιγαντιαίων κυματισμών και η ευθεία γραμμικής παλινδρόμησης (linear regression).

Στη συνέχεια, στο Σχήμα 3.35 παρατίθενται τα διαγράμματα διασποράς του συντελεστή κύρτωσης  $\lambda_4$  με τον συντελεστή κλίσης του εμπρόσθιου προφίλ κορυφής  $s_{cf}$  των μέγιστων (Σχ. 3.35α) και γιγαντιαίων κυματισμών (Σχ. 3.35β), αλλά και με τον συντελεστή κλίσης του οπίσθιου προφίλ κορυφής  $s_{cb}$  των μέγιστων (Σχ. 3.35γ) και γιγαντιαίων κυματισμών (Σχ. 3.35δ). Οι αντίστοιχοι συντελεστές συσχέτισης των μεγεθών αυτών είναι :  $r(s_{cf}, \lambda_4) = -0.0129$ ,  $r(s_{cb}, \lambda_4) = 0.0236$  και  $\rho(s_{cf}, \lambda_4) = -0.0916$ ,  $\rho(s_{cb}, \lambda_4) = -0.2168$ .



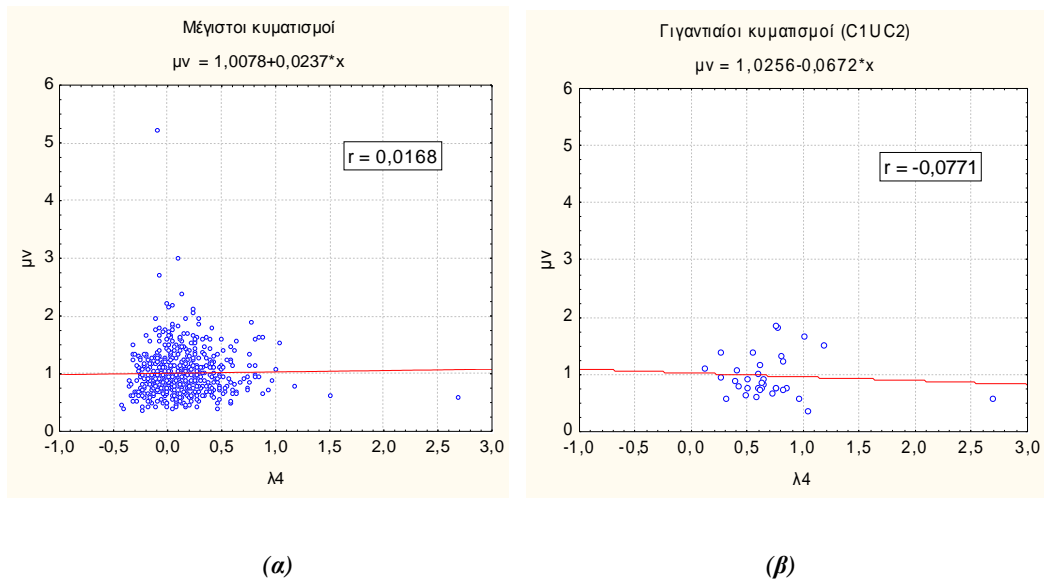
**Σχήμα 3.35.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $s_{cf} - \lambda_4$  (α) των 535 μέγιστων κυματισμών, (β) των γιγαντιαίων κυματισμών και ανάμεσα σε  $s_{cb} - \lambda_4$  (γ) των 535 μέγιστων κυματισμών, (δ) των γιγαντιαίων κυματισμών και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης.

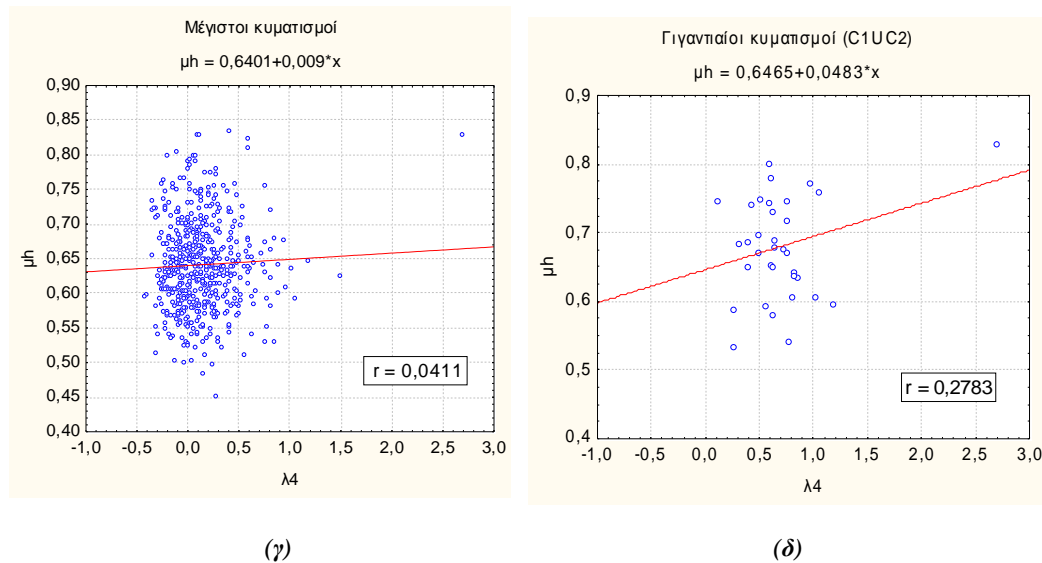
Στο Σχήμα 3.36 εμφανίζεται το διάγραμμα διασποράς της συνολικής κλίσης των κυμάτων  $s$  με το συντελεστή κύρτωσης  $\lambda_4$  των αντίστοιχων καταστάσεων θάλασσας, τόσο για τους μέγιστους (Σχήμα 3.36α), όσο και για τους γιγαντιαίους κυματισμούς (Σχήμα 3.36β). Δεν υπάρχει συσχέτιση μεταξύ τους, αφού οι συντελεστές συσχέτισης είναι:  $r(s, \lambda_4) = -0.047$  και  $\rho(s, \lambda_4) = -0.1571$ .



Σχήμα 3.36. Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $s - \lambda_4$  (α) των 535 μέγιστων κυματισμών, (β) των γιγαντιαίων κυματισμών και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (linear regression) .

Τέλος, στο Σχήμα 3.37 παρουσιάζονται τα διαγράμματα διασποράς του συντελεστή κύρτωσης  $\lambda_4$  των καταστάσεων θάλασσας με το συντελεστή κατακόρυφης ασυμμετρίας  $\mu_v$  των μέγιστων (Σχ. 3.37α) και γιγαντιαίων κυματισμών (Σχ. 3.37β), αλλά και με το συντελεστή οριζόντιας ασυμμετρίας  $\mu_h$  των μέγιστων (Σχ. 3.37γ) και γιγαντιαίων κυματισμών (Σχ. 3.37δ).





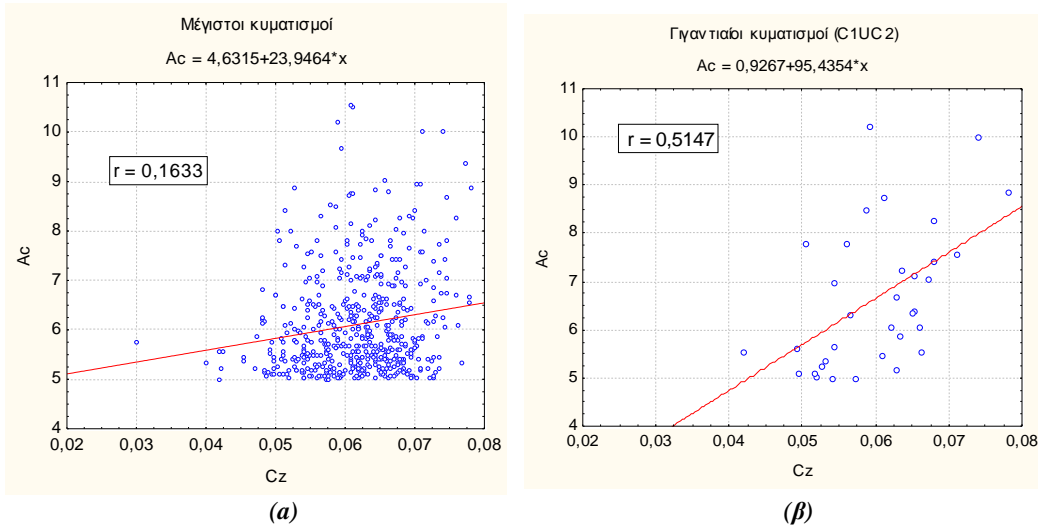
**Σχήμα 3.37.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $\mu_v - \lambda_4$  (α) των 535 μέγιστων κυματισμών, (β) των γιγαντιαίων κυματισμών και ανάμεσα σε  $\mu_h - \lambda_4$  (γ) των 535 μέγιστων κυματισμών, (δ) των γιγαντιαίων κυματισμών και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης.

Οι συντελεστές συσχέτισης που προκύπτουν από το δείγμα των μέγιστων κυματισμών είναι:  $r(\mu_v, \lambda_4) = 0.0168$ ,  $r(\mu_h, \lambda_4) = 0.0411$ , ενώ από το δείγμα των γιγαντιαίων κυματισμών είναι:  $\rho(\mu_v, \lambda_4) = -0.0771$ ,  $\rho(\mu_h, \lambda_4) = 0.2783$ , που σημαίνει ότι δεν υπάρχει καμία συσχέτιση μεταξύ αυτών των μεγεθών.

### 3.6.5 Επίδραση του συντελεστή κλίσης των καταστάσεων θάλασσας

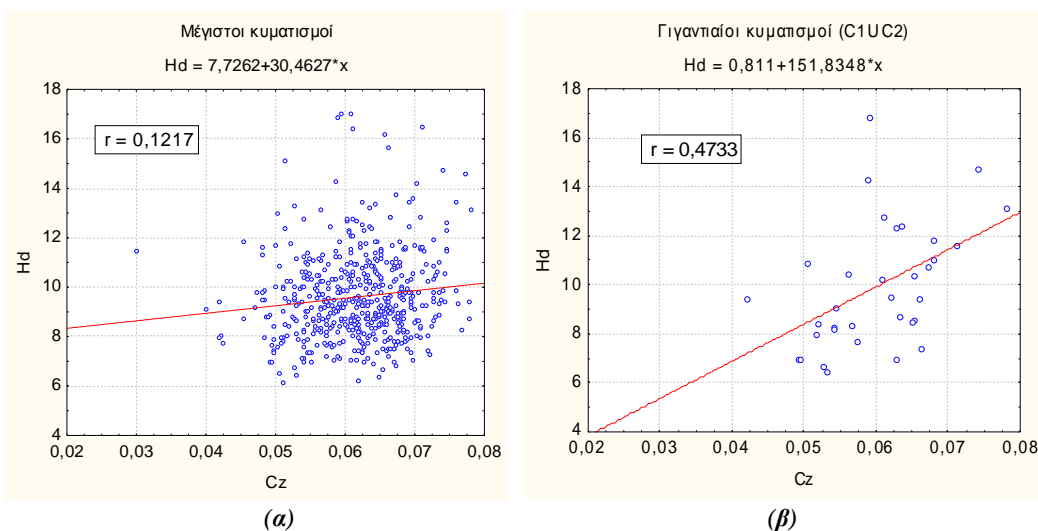
Στη συνέχεια, υπολογίζονται οι συσχετίσεις του συντελεστή κλίσης των καταστάσεων θάλασσας  $C_z$  με τους διάφορους συντελεστές κλίσης και ασυμμετρίας των μέγιστων και γιγαντιαίων κυματισμών.

Στο Σχήμα 3.38 παρουσιάζεται το διάγραμμα διασποράς μεταξύ του συντελεστή κλίσης κατάστασης θάλασσας  $C_z$  και του πλάτους κορυφής  $A_c$  των μέγιστων (Σχ. 3.38α) και γιγαντιαίων κυματισμών (Σχ. 3.38β). Ο συντελεστής συσχέτισης στην περίπτωση των μέγιστων κυματισμών είναι πολύ μικρός και ίσος με  $r(A_c, C_z) = 0.1633$ . Όταν όμως οι υπολογισμοί περιορίζονται στους γιγάντιους κυματισμούς ο συντελεστής συσχέτισης μεγαλώνει:  $\rho(A_c, C_z) = 0.5147$ .



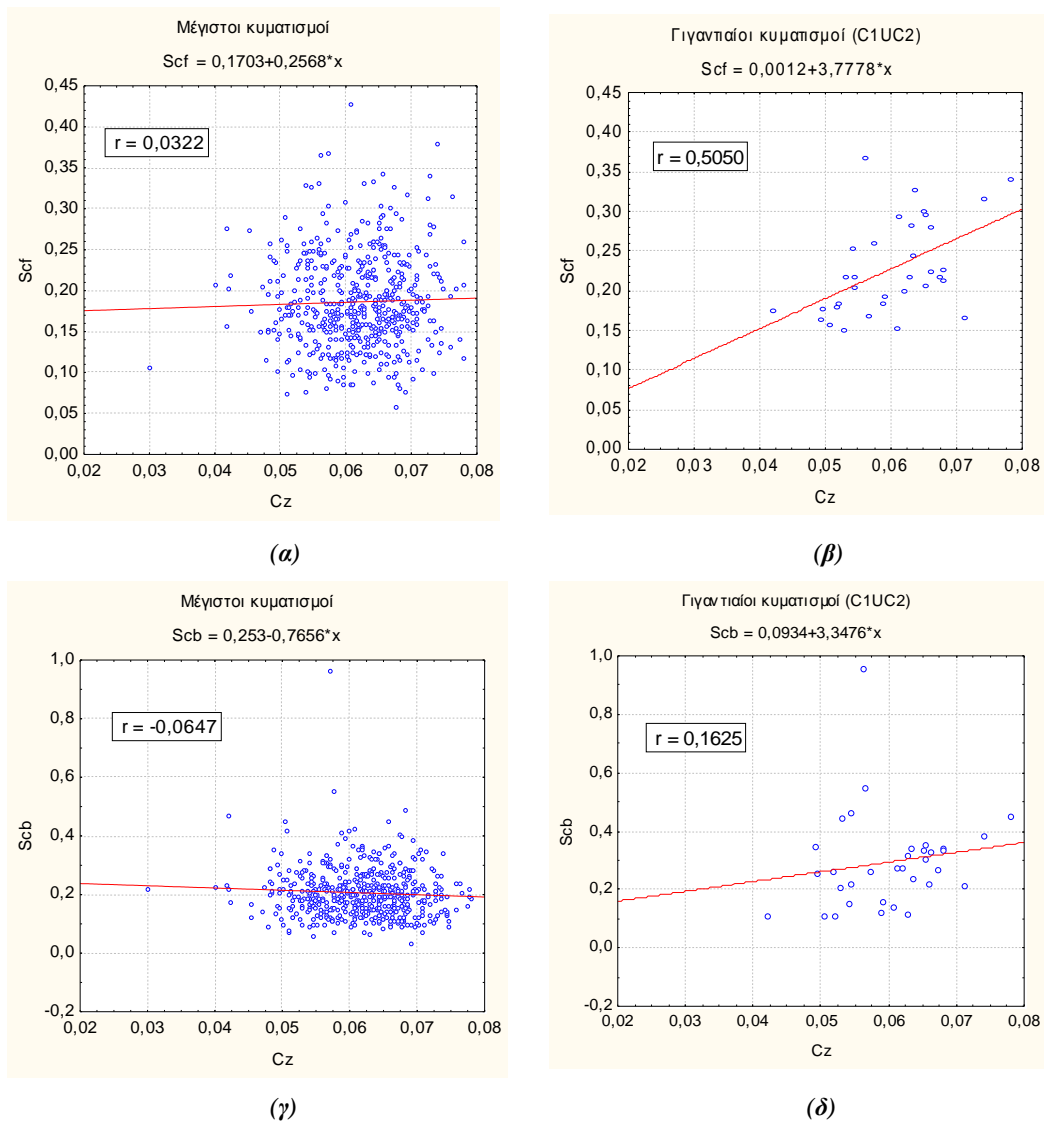
**Σχήμα 3.38.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $A_c - C_z$  (α) των 535 μέγιστων κυματισμών, (β) των γιγαντιαίων κυματισμών και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (linear regression) .

Ιδιαίτερα μικρή είναι και η συσχέτιση του ύψους των μέγιστων κυματισμών  $H_d$  με το συντελεστή κλίσης  $C_z$  των αντίστοιχων καταστάσεων θάλασσας με  $r(H_d, C_z) = 0.1217$ , ενώ είναι πιο έντονη για το δείγμα των γιγάντιων κυματισμών με  $\rho(H_d, C_z) = 0.4733$ , όπως φαίνεται και στο Σχήμα 3.39.



**Σχήμα 3.39.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $H_d - C_z$  (α) των 535 μέγιστων κυματισμών, (β) των γιγαντιαίων κυματισμών και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (linear regression) .

Ακολούθως, στο Σχήμα 3.40 εμφανίζονται τα διαγράμματα διασποράς του συντελεστή κλίσης κατάστασης θάλασσας  $C_z$  τόσο με το συντελεστή κλίσης του εμπρόσθιου προφίλ κορυφής  $s_{cf}$  των μέγιστων και γιγαντιαίων κυματισμών (Σχ. 3.40 α, β), όσο και με το συντελεστή κλίσης του οπίσθιου προφίλ κορυφής  $s_{cb}$  των μέγιστων και γιγαντιαίων κυματισμών (Σχ. 3.40γ, δ). Οι συντελεστές συσχέτισης είναι:  $r(s_{cf}, C_z) = 0.0322$ ,  $r(s_{cb}, C_z) = -0.0647$  και  $\rho(s_{cf}, C_z) = 0.505$ ,  $\rho(s_{cb}, C_z) = 0.1625$ .

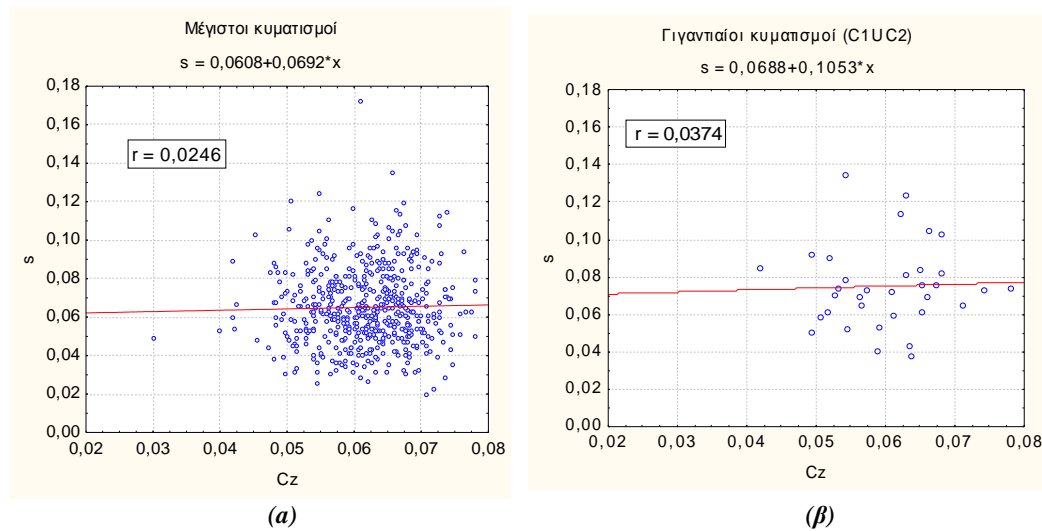


**Σχήμα 3.40.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $s_{cf} - C_z$  (α) των 535 μέγιστων κυματισμών, (β) των γιγαντιαίων κυματισμών και ανάμεσα σε  $s_{cb} - C_z$  (γ) των 535 μέγιστων κυματισμών, (δ) των γιγαντιαίων κυματισμών και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης.



Δεν υπάρχει συσχέτιση μεταξύ των μεγεθών, εκτός από την περίπτωση του συντελεστή κλίσης του εμπρόσθιου προφίλ κορυφής κύματος  $s_{cf}$  με το συντελεστή μέσης κλίσης κατάστασης θάλασσας  $C_z$  (Σχήμα 3.40β), όπου ενώ αρχικά στο δείγμα των μέγιστων κυματισμών δεν παρουσιάζεται συσχέτιση ανάμεσά τους, όταν περιοριζόμαστε στο δείγμα των γιγαντιαίων κυματισμών η συσχέτισή τους γίνεται αξιοσημείωτη.

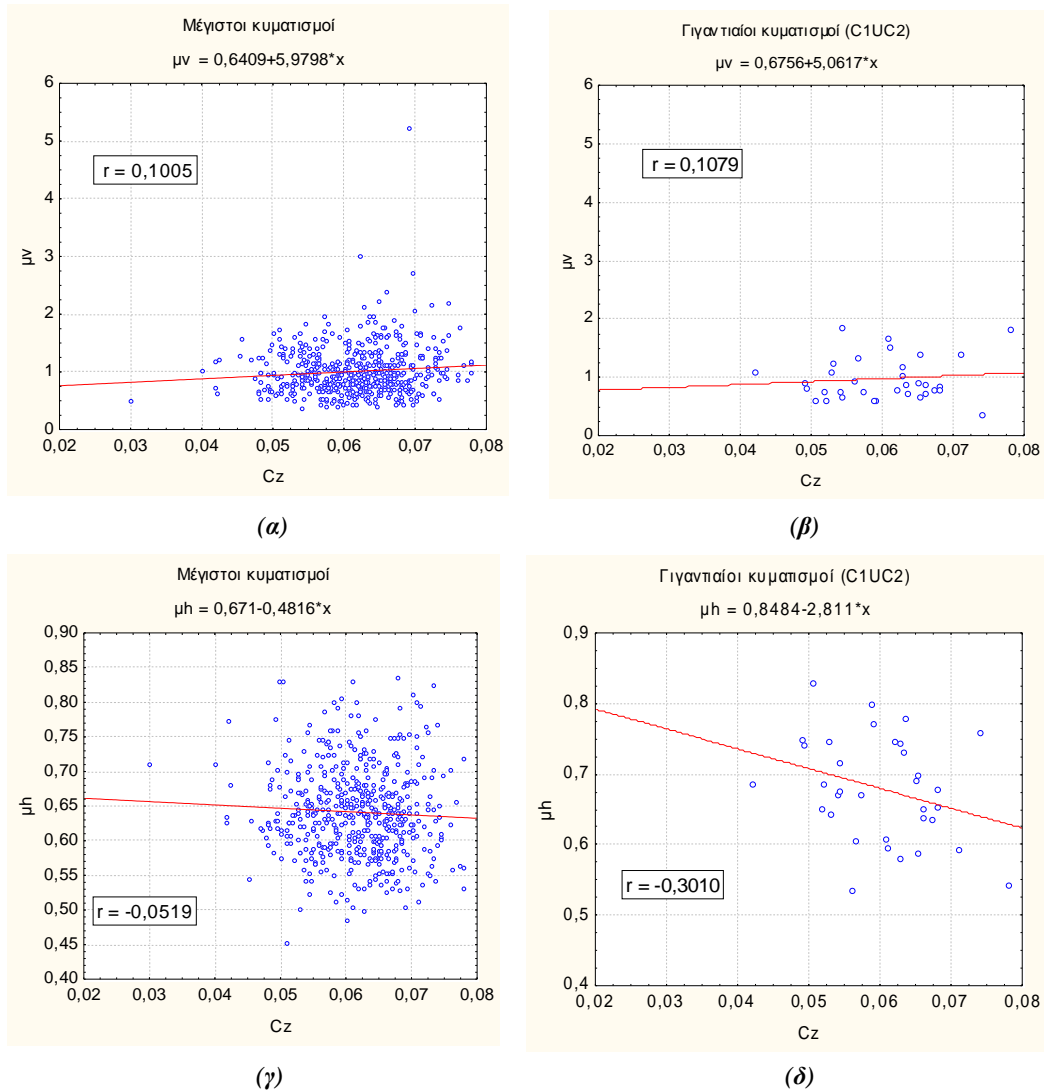
Στο Σχήμα 3.41 εμφανίζεται το διάγραμμα διασποράς της συνολικής κλίσης των κυμάτων  $s$  με το συντελεστή μέσης κλίσης κατάστασης θάλασσας  $C_z$  για τα δείγματα των μέγιστων (Σχ. 3.41α) και γιγαντιαίων κυματισμών (Σχ. 3.41β). Δεν υπάρχει συσχέτιση μεταξύ τους, αφού οι συντελεστές συσχέτισης είναι :  $r(s, C_z) = 0.0246$  και  $\rho(s, C_z) = 0.0374$ .



**Σχήμα 3.41.** Διάγραμμα διασποράς ανάμεσα σε  $s - C_z$  (α) των 535 μέγιστων κυματισμών, (β) των γιγαντιαίων κυματισμών και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (linear regression).

Τέλος, στο Σχήμα 3.42 παρουσιάζονται τα διαγράμματα διασποράς του συντελεστή κλίσης κατάστασης θάλασσας  $C_z$  με τον συντελεστή κατακόρυφης ασυμμετρίας των κυμάτων  $\mu_v$  (Σχ. 3.42 α, β), αλλά και με τον συντελεστή οριζόντιας ασυμμετρίας  $\mu_h$  (Σχ. 3.42 γ, δ). Οι υπολογισμοί γίνονται τόσο για το δείγμα των μέγιστων, όσο και για το δείγμα των γιγαντιαίων κυματισμών. Οι συντελεστές

συσχέτισης είναι :  $r(\mu_v, C_z) = 0.1005$ ,  $r(\mu_h, C_z) = -0.0519$  και  $\rho(\mu_v, C_z) = 0.1079$ ,  $\rho(\mu_h, C_z) = -0.301$ . Δεν υπάρχει κάποια συσχέτιση.

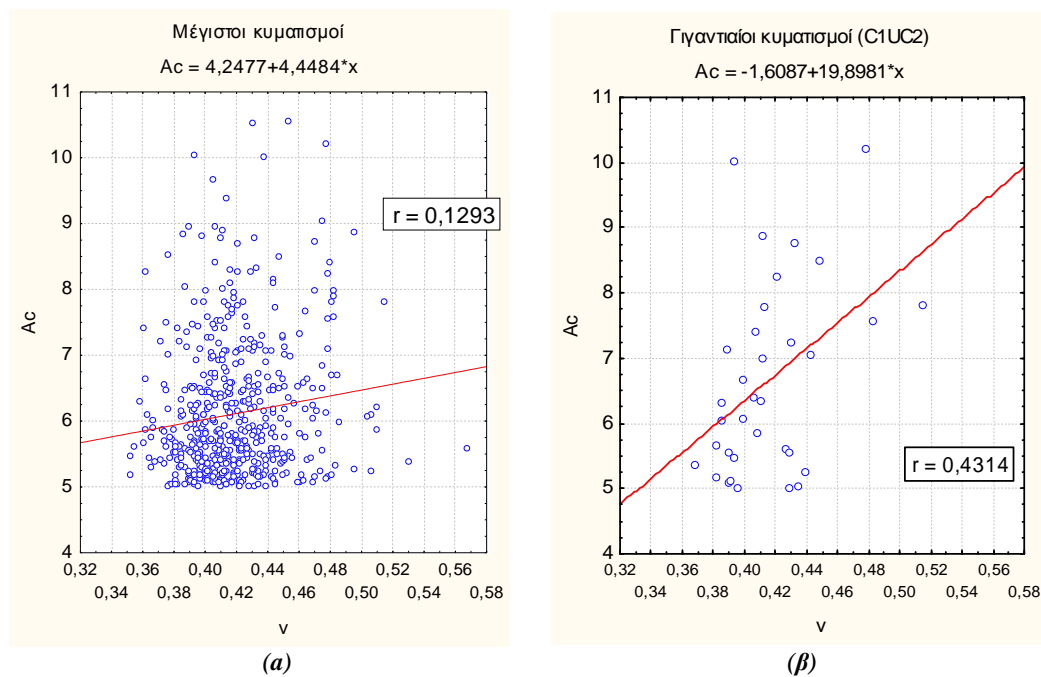


**Σχήμα 3.42.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $\mu_v - C_z$  (α) των 535 μέγιστων κυματισμών, (β) των γιγαντιαίων κυματισμών και ανάμεσα σε  $\mu_h - C_z$  (γ) των 535 μέγιστων κυματισμών, (δ) των γιγαντιαίων κυματισμών και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης.

### 3.6.6 Επίδραση του συντελεστή εύρους φάσματος των καταστάσεων θάλασσας

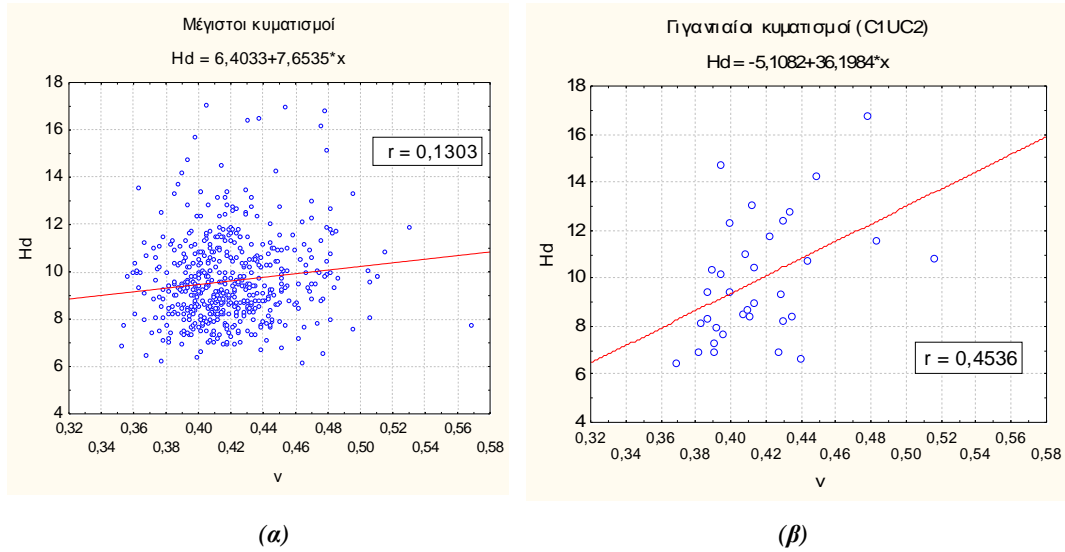
Εδώ υπολογίζονται οι συσχετίσεις του συντελεστή εύρους φάσματος  $V$  των καταστάσεων θάλασσας με τους διάφορους συντελεστές κλίσης (steepness) και ασυμμετρίας των μέγιστων και γιγαντιαίων κυματισμών.

Στο Σχήμα 3.43 φαίνονται τα διαγράμματα διασποράς μεταξύ του συντελεστή εύρους φάσματος  $\nu$  και του πλάτους κορυφής  $A_c$  των μέγιστων (Σχ. 3.43α) και γιγαντιαίων κυματισμών (Σχ. 3.43β). Ο συντελεστής συσχέτισης για το δείγμα των μέγιστων κυματισμών είναι:  $r(A_c, \nu) = 0.1293$ , ενώ ο αντίστοιχος συντελεστής για το δείγμα των γιγαντιαίων κυματισμών είναι:  $\rho(A_c, \nu) = 0.4314$ . Παρατηρούμε δηλαδή ότι η συσχέτιση του συντελεστή εύρους φάσματος  $\nu$  και του πλάτους κορυφής  $A_c$  είναι μεγαλύτερη στους γιγαντιαίους κυματισμούς, αλλά όχι σε τέτοιο βαθμό που να μας επιτρέπει να μιλήσουμε για σχέση μεταξύ των μεγεθών αυτών.



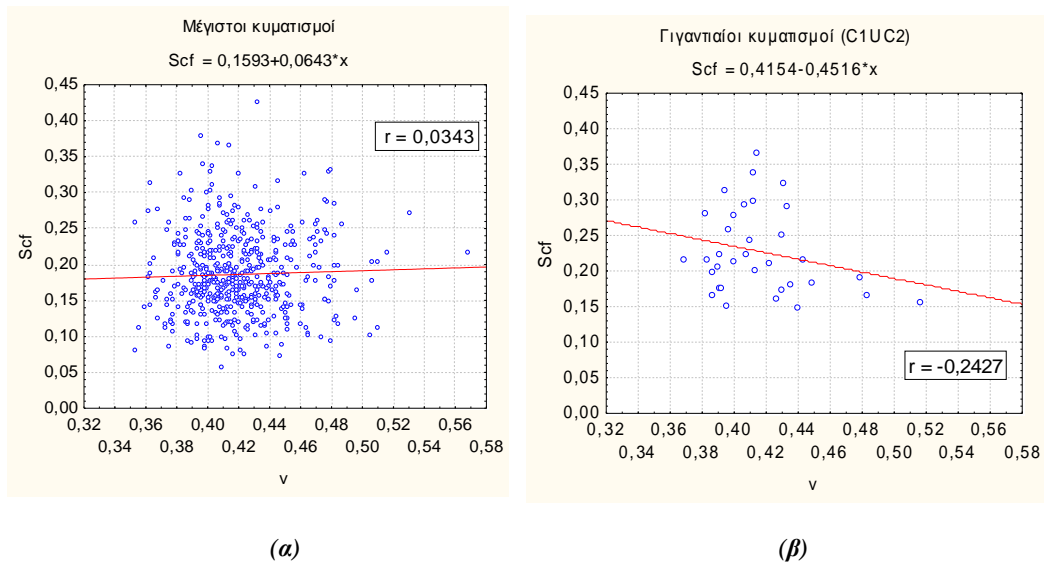
**Σχήμα 3.43.** Διάγραμμα διασποράς ανάμεσα σε  $A_c - \nu$  (α) για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, (β) για τους γιγαντιαίους κυματισμούς και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (linear regression).

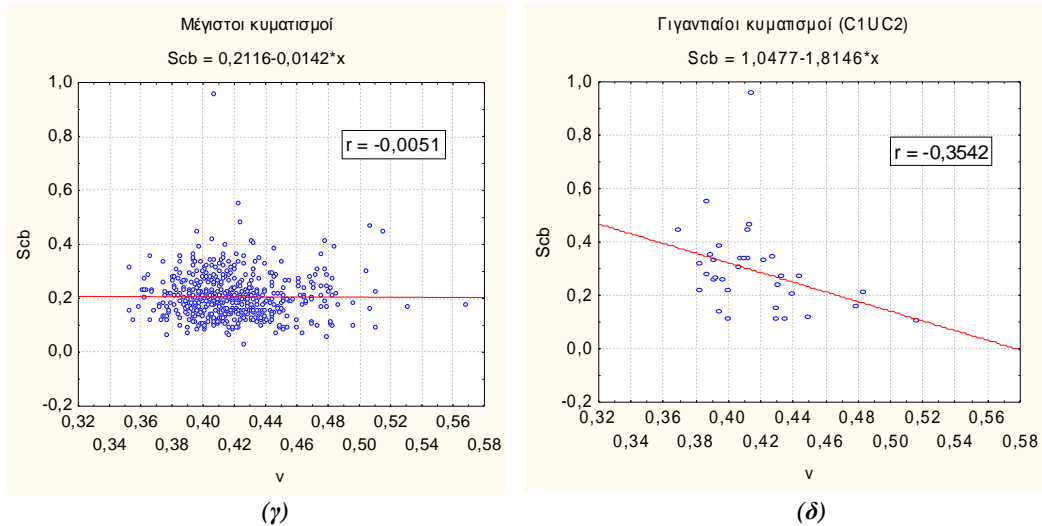
Ιδιαίτερα μικρή είναι και η συσχέτιση του ύψους  $H_d$  των μέγιστων (Σχ. 3.44α) και γιγαντιαίων κυματισμών (Σχ. 3.44β) με το συντελεστή εύρους φάσματος  $\nu$  των αντίστοιχων καταστάσεων θάλασσας, με  $r(H_d, \nu) = 0.1303$  και  $\rho(H_d, \nu) = 0.4536$ , όπως φαίνεται και στο Σχήμα 3.44.



**Σχήμα 3.44.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $H_d - v$  (α) για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, (β) για τους γιγαντιαίους κυματισμούς και η ευθεία γραμμικής παλινδρόμησης (linear regression).

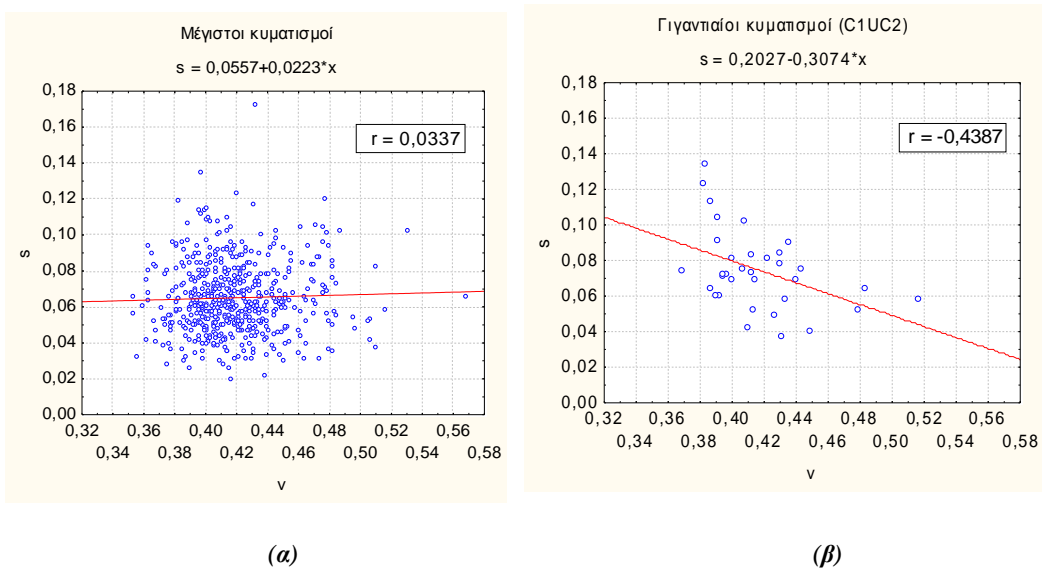
Ακολουθώς, στο Σχήμα 3.45 εμφανίζονται τα διαγράμματα διασποράς του συντελεστή εύρους φάσματος  $v$  των καταστάσεων θάλασσας τόσο με το συντελεστή κλίσης του εμπρόσθιου προφίλ κορυφής  $s_{cf}$  (Σχ. 3.45α), όσο και με το συντελεστή κλίσης του οπίσθιου προφίλ κορυφής  $s_{cb}$  (Σχ. 3.45β). Δεν προκύπτει κάποια συσχέτιση μεταξύ τους.





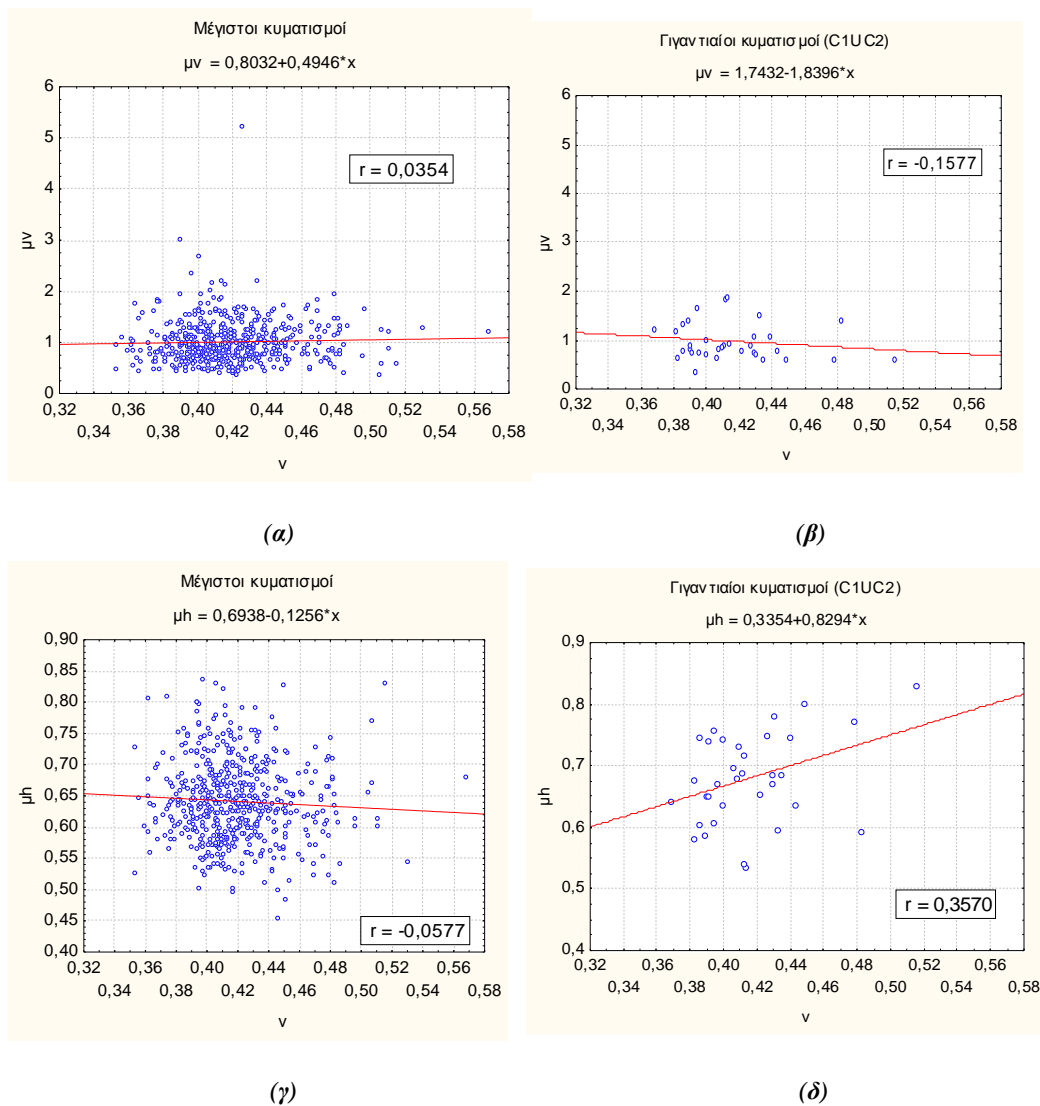
**Σχήμα 3.45.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $s_{cf} - V$  (α) για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, (β) για τους γιγαντιαίους κυματισμούς και ανάμεσα σε  $s_{cb} - V$  (γ) για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, (δ) για τους γιγαντιαίους κυματισμούς και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης.

Στο Σχήμα 3.46 εμφανίζεται το διάγραμμα διασποράς της συνολικής κλίσης των κυμάτων  $s$  με το συντελεστή εύρους φάσματος  $V$  των καταστάσεων θάλασσας, τόσο για το δείγμα των μέγιστων κυματισμών (Σχ. 3.46α), όσο και για το δείγμα των γιγαντιαίων κυματισμών (Σχ. 3.46β). Δεν υπάρχει συσχέτιση μεταξύ τους, αφού οι αντίστοιχοι συντελεστές συσχέτισης είναι :  $r(s, V) = 0.0337$  και  $\rho(s, V) = -0.4387$ .



**Σχήμα 3.46.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $s - V$  (α) για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, (β) για τους γιγαντιαίους κυματισμούς και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (linear regression).

Τέλος, στο Σχήμα 3.47 παρουσιάζονται τα διαγράμματα διασποράς του συντελεστή εύρους φάσματος  $\nu$  των καταστάσεων θάλασσας με το συντελεστή κατακόρυφης ασυμμετρίας  $\mu_v$  των μέγιστων και γιγαντιαίων κυματισμών (Σχ. 3.47α και β) και με το συντελεστή οριζόντιας ασυμμετρίας  $\mu_h$  των μέγιστων και γιγαντιαίων κυματισμών (Σχ. 3.47γ και δ). Οι συντελεστές συσχέτισης είναι :  $r(\mu_v, \nu) = 0.0354$ ,  $r(\mu_h, \nu) = -0.0577$  στην περίπτωση των μέγιστων κυματισμών και  $r(\mu_v, \nu) = -0.1577$ ,  $r(\mu_h, \nu) = 0.357$  στην περίπτωση των γιγαντιαίων κυματισμών. Τα μεγέθη δεν είναι συσχετισμένα.



**Σχήμα 3.47.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $\mu_v - \nu$  (α) για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, (β) για τους γιγαντιαίους κυματισμούς και ανάμεσα σε  $\mu_h - \nu$  (γ) για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, (δ) για τους γιγαντιαίους κυματισμούς και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης.

### 3.7 Κατανομή Rayleigh και αδιάστατο ύψος κύματος

Το επικρατέστερο μοντέλο για την περιγραφή της κατανομής του πλάτους κορυφής κύματος είναι αυτό της κατανομής Rayleigh που εισήγαγε ο Longuet-Higgins (1952). Βασίζεται στην υπόθεση ότι η συνάρτηση της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας περιγράφεται σαν κανονική στοχαστική διαδικασία, φάσματος στενής λωρίδας με αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας :

$$F_X(x) = P(X \leq x) = 1 - \exp\left\{-\frac{x^2}{R}\right\}, \quad (3.8)$$

όπου  $x$ : το πλάτος κορυφής κύματος  $A_c$  και  $R = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2$  [Ochi,1998]. Το μοντέλο της κατανομής Rayleigh με κατάλληλη προσαρμογή χρησιμοποιείται και για την περιγραφή του ύψους κύματος  $H_d$

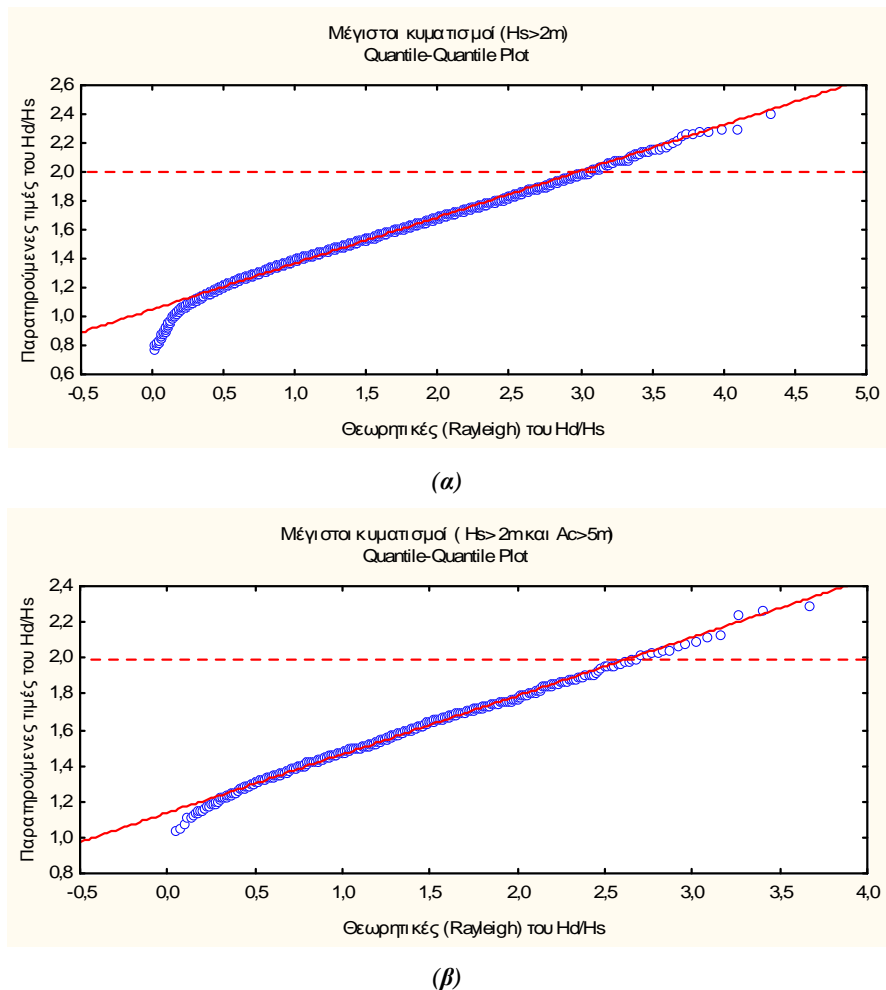
Προηγούμενες μελέτες [Forristal, 1978] έχουν δείξει ότι η κατανομή Rayleigh υπερεκτιμά τα ύψη των υψηλότερων κυματισμών μιας καταγραφής. Για να εξακριβωθεί αυτός ο ισχυρισμός συγκρίνουμε με q-q plots (quantile-quantile plots) τις εμπειρικές τιμές των υψών των κυματισμών από τα δεδομένα, με τις τιμές που προκύπτουν αν υποθέσουμε ότι τα ύψη ακολουθούν την κατανομή Rayleigh. Θα χρησιμοποιηθεί ο αδιάστατος λόγος των υψών των μέγιστων και γιγαντιαίων κυματισμών  $H_d/H_S$ , αντί του  $H_d$ , σε συμφωνία με τον τρόπο μελέτης των Stansell [Stansell,2004] και Soares et al. [Soares et al., 2004]. Σε αυτή την περίπτωση, η κατανομή Rayleigh γίνεται:

$$F_X(x) = P(X \leq x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{a}\right)^2\right], \quad (3.9)$$

όπου  $x$ : το αδιάστατο ύψος κύματος  $H_d/H_S$  και  $a$ : σταθερά<sup>2</sup> [Stansell,2004].

<sup>2</sup> Η παράμετρος  $a$  προκύπτει από τη λύση της  $\int_a^\infty \ln 3 H_f R(H) = 1/3$ , και η τιμή της είναι  $a=0.498926$  [Stansell, 2004].

Σχεδιάζονται τα q-q plots τόσο για το δείγμα των μέγιστων κυματισμών και των αντίστοιχων καταστάσεων θάλασσας με  $H_s > 2m$  (7.335 κυματισμοί, Πίνακας 3.2), όσο και για την ομάδα των μέγιστων κυματισμών και των αντίστοιχων καταστάσεων θάλασσας με  $H_s > 2m$  και  $A_c > 5m$  (535 κυματισμοί, Πίνακας 3.2). Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο Σχήμα 3.48.



**Σχήμα 3.48.** Σύγκριση ανάμεσα στις παρατηρούμενες τιμές του αδιάστατου ύψους  $H_d/H_s$  και στις θεωρητικές τιμές του, αν υποθέσουμε ότι τα δεδομένα ακολουθούν την κατανομή Rayleigh (κόκκινη γραμμή) για τους μέγιστους κυματισμούς των καταστάσεων θάλασσας με (α)  $H_s > 2m$  και (β)  $H_s > 2m$  και  $A_c > 5m$ .

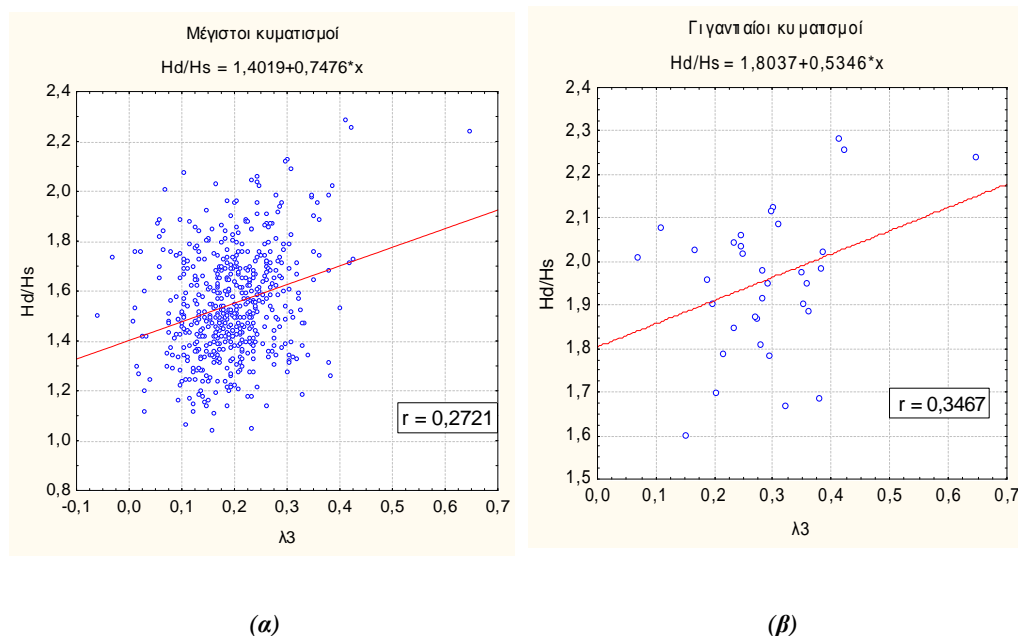
Η ανάλυση δείχνει ότι η κατανομή Rayleigh δεν περιγράφει επαρκώς τους πολύ υψηλούς κυματισμούς και το αποτέλεσμα βρίσκεται σε συμφωνία με τα συμπεράσματα των Stansell [Stansell, 2004] και Mori et al. [Mori, Liu, Yasuda, 2002]. Συγκεκριμένα, όπως φαίνεται στα Σχήματα 3.48 α και β, για τιμές του



αδιάστατου ύψους  $H_d/H_s > 2$ , η κατανομή Rayleigh υπερεκτιμά ελαφρώς τις πραγματικές τιμές του ύψους κύματος  $H_d$ .

Στη συνέχεια, επικεντρωνόμαστε στους 535 μέγιστους κυματισμούς και στους 34 γιγαντιαίους κυματισμούς που εντοπίστηκαν στα δεδομένα (βλ. Πίνακα 3.2), προκειμένου να διερευνηθεί αν σχετίζεται το αδιάστατο ύψος  $H_d/H_s$  αυτών των κυματισμών με τις παραμέτρους που περιγράφουν τις αντίστοιχες καταστάσεις θάλασσας: το συντελεστή ασυμμετρίας  $\lambda_3$  (skewness), το συντελεστή κύρτωσης  $\lambda_4$  (kurtosis), τη μέση κλίση κατάστασης θάλασσας  $C_z$  (mean sea state steepness) και το συντελεστή εύρους φάσματος  $\nu$  (spectral bandwidth coefficient).

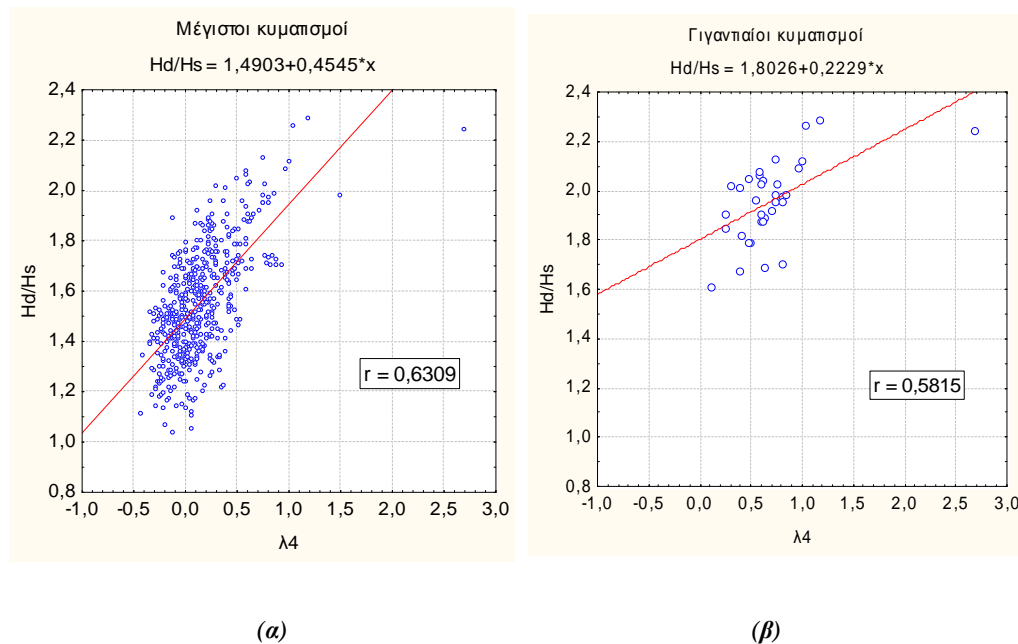
Στο Σχ. 3.49 που ακολουθεί, παρουσιάζονται τα διαγράμματα διασποράς του αδιάστατου ύψους κύματος  $H_d/H_s$  των μέγιστων κυματισμών (Σχ. 3.49α) και ξεχωριστά των 34 γιγαντιαίων κυματισμών που έχουν εντοπιστεί (Σχ. 3.49β), συναρτήσει του συντελεστή ασυμμετρίας ή λοξότητας  $\lambda_3$  των αντίστοιχων καταστάσεων θάλασσας.



**Σχήμα 3.49.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $H_d/H_s - \lambda_3$  (α) για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, (β) για τους γιγαντιαίους κυματισμούς και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (κόκκινες γραμμές).

Δεν προκύπτει κάποια σχέση που να συνδέει αυτά τα μεγέθη. Συγκεκριμένα, οι συντελεστές συσχέτισης που προκύπτουν είναι :  $r(H_d/H_s, \lambda_3) = 0.2721$ , για τους μέγιστους κυματισμούς και  $\rho(H_d/H_s, \lambda_3) = 0.3467$  για τους γιγαντιαίους κυματισμούς.

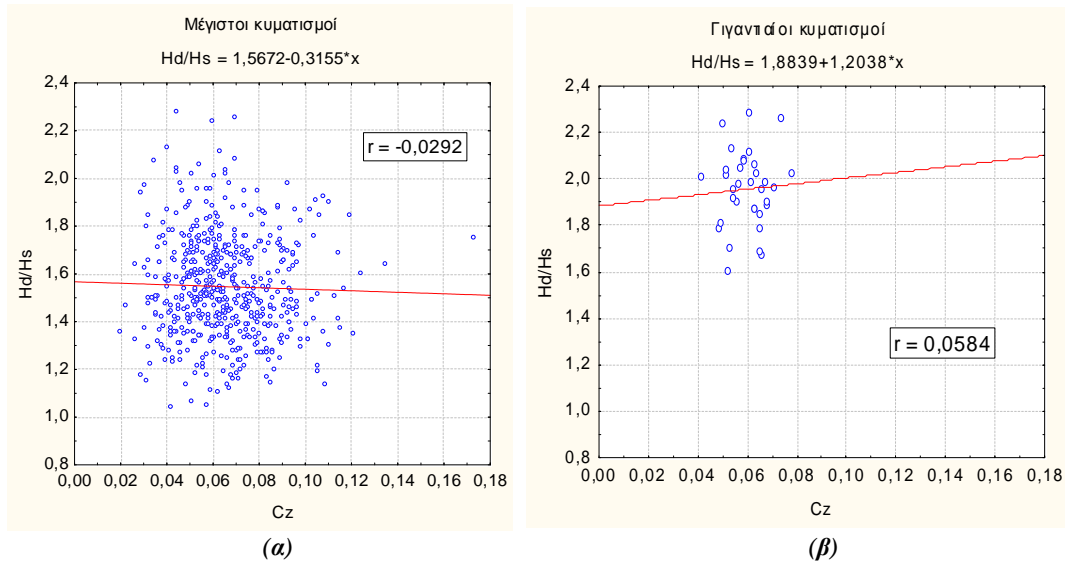
Στο Σχ. 3.50, παρουσιάζονται τα διαγράμματα διασποράς του αδιάστατου ύψους κύματος  $H_d/H_s$  των μέγιστων (Σχ. 3.50α) και γιγαντιαίων κυματισμών (Σχ. 3.50β) με το συντελεστή κύρτωσης  $\lambda_4$  των αντίστοιχων καταστάσεων θάλασσας. Οι συντελεστές συσχέτισης είναι:  $r(H_d/H_s, \lambda_4) = 0.6309$  στο δείγμα των 535 μέγιστων κυματισμών και  $\rho(H_d/H_s, \lambda_4) = 0.5815$  στο δείγμα των 34 γιγαντιαίων κυματισμών. Υπάρχει, δηλαδή, αξιοσημείωτη συσχέτιση των συγκεκριμένων μεγεθών.



**Σχήμα 3.50.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $H_d/H_s - \lambda_4$  (α) για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, (β) για τους γιγαντιαίους κυματισμούς και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (κόκκινες γραμμές).

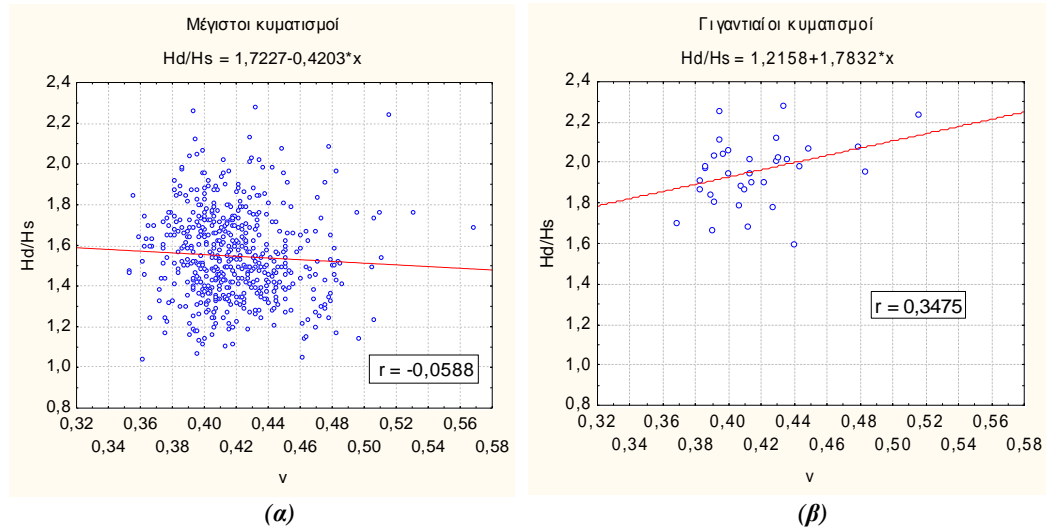
Στο Σχ. 3.51, που ακολουθεί, παρουσιάζονται τα διαγράμματα διασποράς του αδιάστατου ύψους κύματος  $H_d/H_s$  των μέγιστων (Σχ. 3.51α) και γιγαντιαίων κυματισμών (Σχ. 3.51β), με τη μέση κλίση κατάστασης θάλασσας  $C_z$ . Δεν φαίνεται

να υπάρχει συσχέτιση ανάμεσα στα μεγέθη αυτά, αφού οι συντελεστές συσχέτισης είναι πολύ μικροί και ίσοι με:  $r(H_d/H_s, C_z) = -0.0292$  και  $\rho(H_d/H_s, C_z) = 0.0584$ .



**Σχήμα 3.51.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $H_d/H_s - C_z$  (α) για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, (β) για τους γιγαντιαίους κυματισμούς και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (κόκκινες γραμμές).

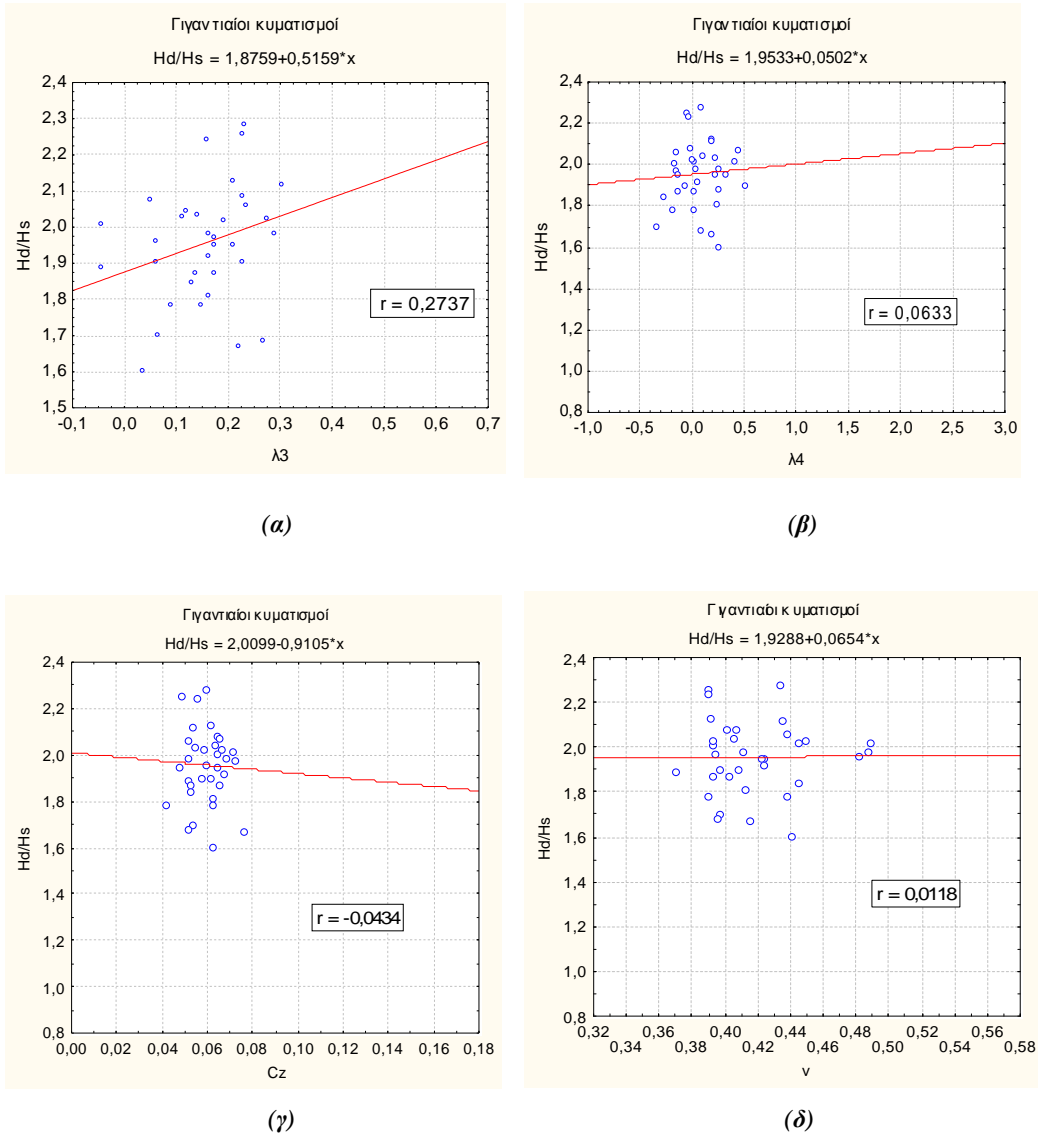
Στο Σχ. 3.52 παρακάτω, παρουσιάζονται τα διαγράμματα διασποράς του αδιάστατου ύψους κύματος  $H_d/H_s$  των μέγιστων (Σχ. 3.52α) και γιγαντιαίων κυματισμών (Σχ. 3.52β), με το συντελεστή εύρους φάσματος  $\nu$  των καταστάσεων θάλασσας. Δεν προκύπτει καμία σχέση που να συνδέει αυτά τα μεγέθη. Συγκεκριμένα, οι συντελεστές συσχέτισης που προκύπτουν είναι :  $r(H_d/H_s, \nu) = -0.0588$  για τους μέγιστους κυματισμούς και  $\rho(H_d/H_s, \nu) = 0.3475$  για τους γιγαντιαίους κυματισμούς.



**Σχήμα 3.52.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $H_d/H_s - v$  (α) για τους 535 μέγιστους κυματισμούς, (β) για τους γιγαντιαίους κυματισμούς οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (κόκκινες γραμμές).

Μέσα από τη μελέτη των συσχετίσεων των παραπάνω μεγεθών, η μόνη συσχέτιση που εντοπίστηκε ήταν ανάμεσα στο ύψος των υψηλότερων κυματισμών (συμπεριλαμβανομένων και των γιγαντιαίων κυματισμών) και στην κύρτωση  $\lambda_4$  των αντίστοιχων καταστάσεων θάλασσας (Σχ. 3.50). Σκοπός είναι η εύρεση μιας παραμέτρου που να είναι χαρακτηριστική των καταστάσεων θάλασσας και να μεταβάλλεται ανάλογα με την ύπαρξη ή όχι γιγαντιαίων κυματισμών μέσα σε αυτές. Για να είναι όμως αξιόπιστα και χρήσιμα τα αποτελέσματα, θα πρέπει οι μεταβολές αυτές να είναι αρκετά έντονες και να μην οφείλονται σε τυχαίες παροδικές διακυμάνσεις λόγω της παρουσίας καθεαυτής των γιγαντιαίων κυματισμών.

Για το λόγο αυτό, υπολογίζονται και σχεδιάζονται εκ νέου τα διαγράμματα διασποράς και οι συσχετίσεις του αδιάστατου ύψους  $H_d/H_s$  των γιγαντιαίων κυματισμών με τις παραμέτρους των αντίστοιχων καταστάσεων θάλασσας  $(\lambda_3, \lambda_4, C_z, v)$ , όπως αυτές υπολογίζονται αφού αφαιρεθούν οι γιγαντιαίοι κυματισμοί από τις καταγραφές της συνάρτησης ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στα Σχήματα 3.53 (α), (β), (γ), (δ).



**Σχήμα 3.53.** Διαγράμματα διασποράς ανάμεσα σε  $H_d/H_s$  των γιγαντιαίων κυματισμών και (α)  $\lambda_3$ , (β)  $\lambda_4$ , (γ)  $C_z$ , (δ)  $\nu$  των αντίστοιχων καταστάσεων θάλασσας και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης (κόκκινες γραμμές), μετά από την απομάκρυνση των γιγαντιαίων κυματισμών από τα δεδομένα.

Όπως παρατηρούμε συγκρίνοντας το Σχήμα 3.53β με το Σχήμα 3.50β, όταν αφαιρούνται οι γιγαντιαίοι κυματισμοί από τις καταγραφές της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας και υπολογίζονται εκ νέου τα χαρακτηριστικά μεγέθη των καταστάσεων θάλασσας ( $\lambda_3, \lambda_4, C_z, \nu$ ) και συγκεκριμένα ο συντελεστής κύρτωσης  $\lambda_4$ , για τον οποίο είχε βρεθεί ότι συσχετίζεται με το ύψος των υψηλότερων κυματισμών, η συσχέτιση αυτή παύει να υπάρχει. Για την ακρίβεια, το μέγιστο

αδιάστατο ύψος γιγαντιαίου κυματισμού εμφανίζεται σε κατάσταση θάλασσας με σχεδόν μηδενική κύρτωση, όπως απεικονίζεται στο Σχ. 3.53β.

Από τη μελέτη που προηγήθηκε, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η συσχέτιση που βρέθηκε ανάμεσα στο αδιάστατο ύψος  $H_d/H_s$  των γιγαντιαίων κυματισμών και στην κύρτωση  $\lambda_4$  των καταστάσεων θάλασσας στις οποίες εντοπίστηκαν, ήταν πολύ τοπική και αποδίδεται στην εμφάνιση καθεαυτή των γιγαντιαίων κυματισμών τη στιγμή που συμβαίνουν, ενώ αμέσως μετά οι οποιεσδήποτε μεταβολές στα χαρακτηριστικά μεγέθη διασπείρονται γρήγορα με το χρόνο. Οι ουσιαστικές συσχετίσεις, αν και εφόσον υπάρχουν, δεν εκφράζονται μέσω της στατιστικής ανάλυσης στη χρονική κλίμακα των καταστάσεων θάλασσας που πραγματοποιήθηκε εδώ. Η επιλογή ενδεχομένως διαφορετικής χρονικής κλίμακας (π.χ. χρονική κλίμακα ολόκληρης καταιγίδας, αντί κατάστασης θάλασσας) να αναδείκνυε καλύτερα τη σχέση των χαρακτηριστικών των γιγαντιαίων κυματισμών με τις συνθήκες θάλασσας που επικρατούσαν τη στιγμή που αυτά δημιουργήθηκαν.

## 4. ΣΥΖΗΤΗΣΗ – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παρούσα εργασία αναλύθηκαν και εξετάστηκαν επιτόπιες (*in-situ*) κυματικές καταγραφές από τη Βόρεια Θάλασσα (πεδίο Frigg), για τον εντοπισμό και τη διερεύνηση ακραίων/ γιγαντιαίων κυματισμών.

Τα κριτήρια που χρησιμοποιήθηκαν για την επιλογή αυτών των κυματισμών είναι αυτά που προτείνουν οι Olagnon, Iseghem (2000). Από όλες τις καταστάσεις θάλασσας επιλέχθηκαν εκείνες που είχαν σημαντικό ύψος κύματος  $H_s$  μεγαλύτερο των 2 μέτρων :  $H_s > 2m$ . Από κάθε τέτοια κατάσταση θάλασσας επιλέχθηκε ο κυματισμός με την υψηλότερη κορυφή. Ο κυματισμός αυτός ονομάστηκε *μέγιστος κυματισμός* για να διακρίνεται από τους υπόλοιπους. Αρχικά, λοιπόν, εξετάστηκαν 1.231.326 κυματισμοί με βάση τον ορισμό των κάτω-τομών (zero down-crossing waves), για να βρεθεί αν κάποιος από αυτούς θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ακραίος, με βάση τα κριτήρια (3.7). Ανάμεσα στους 7.335 μέγιστους κυματισμούς των καταγραφών, εντοπίστηκαν 103 πιθανοί γιγαντιαίοι κυματισμοί [βλ. Πίνακα 3.1].

Προκειμένου να εστιάσουμε περισσότερο στους γιγαντιαίους κυματισμούς, σε ένα δεύτερο στάδιο ανάλυσης, επιλέχθηκαν αποκλειστικά οι καταγραφές που είχαν σημαντικό ύψος κύματος :  $H_s > 2m$ , αλλά και μέγιστο κυματισμό με πλάτος κορυφής μεγαλύτερο των 5 μέτρων:  $A_c > 5m$ . Σε αυτή την ομάδα (535 καταστάσεις θάλασσας και οι αντίστοιχοι μέγιστοι κυματισμοί -βλ. Πίνακα 3.2) εντοπίστηκαν 34 γιγαντιαίοι κυματισμοί, περίπου το 6.3% επί του συνόλου των 535 μέγιστων κυματισμών.

Στη συνέχεια, εφαρμόστηκε στατιστική ανάλυση σε διάφορες χαρακτηριστικές κυματικές παραμέτρους, ώστε να αποσαφηνιστεί αν αυτοί οι ακραίοι κυματισμοί που εντοπίστηκαν στα δεδομένα είναι διαφορετικοί από τους υπόλοιπους συμβατικά μεγάλους κυματισμούς των καταγραφών.

Στα πλαίσια αυτής της ανάλυσης, μελετήθηκαν παράμετροι που αφορούν στο σχήμα και τη μορφή του κάθε κυματισμού ξεχωριστά : η συνολική κλίση κύματος  $s$  (total wave steepness), η κλίση του εμπρόσθιου προφίλ κορυφής κύματος  $s_{cf}$  (crest

front steepness), η κλίση του οπίσθιου προφίλ κορυφής κύματος  $s_{cb}$  (crest back steepness), η κατακόρυφη ασυμμετρία κύματος  $\mu_v$  (vertical asymmetry), η οριζόντια ασυμμετρία κύματος  $\mu_h$  (horizontal asymmetry) καθώς και το πλάτος κορυφής  $A_c$  (wave crest height) και το ύψος κύματος  $H_d$  (zero down-crossing wave height). Μελετήθηκαν όμως και στατιστικές παράμετροι που αφορούν στις αντίστοιχες καταστάσεις θάλασσας. Αυτές οι παράμετροι είναι: το σημαντικό ύψος κύματος  $H_s$  (significant wave height), ο συντελεστής ασυμμετρίας ή λοξότητας  $\lambda_3$  (skewness coefficient), ο συντελεστής κύρτωσης  $\lambda_4$  (kurtosis coefficient), η μέση κλίση της κατάστασης θάλασσας  $C_z$  (mean sea state steepness) και ο συντελεστής εύρους φάσματος  $\nu$  (spectral bandwidth coefficient). Υπολογίστηκαν οι τιμές των παραπάνω παραμέτρων τόσο για τους γιγαντιαίους κυματισμούς, όσο και για τους υπόλοιπους μέγιστους κυματισμούς και τις καταστάσεις θάλασσας στις οποίες ανήκουν.

Μέσα από τον υπολογισμό και τη σύγκριση των παραμέτρων, εμφανίστηκαν διαφορές ανάμεσα στους γιγαντιαίους κυματισμούς και στους συμβατικά μεγάλους κυματισμούς των καταγραφών (μέγιστοι κυματισμοί). Ως προς την ασυμμετρία, οι γιγαντιαίοι κυματισμοί που εντοπίστηκαν με το κριτήριο  $C1$  (βλ. σχέση 3.7), εμφάνισαν μεγαλύτερο συντελεστή κατακόρυφης ασυμμετρίας  $\mu_v$  από τους μέγιστους κυματισμούς, όπως παρουσιάστηκε στο Σχήμα 3.3. Οι γιγαντιαίοι κυματισμοί που επιλέχθηκαν με τα υπόλοιπα κριτήρια είχαν περίπου ίδια ή μικρότερη κατακόρυφη ασυμμετρία  $\mu_v$  σε σχέση με τους μέγιστους κυματισμούς. Από την άλλη πλευρά, οι γιγαντιαίοι κυματισμοί εμφάνισαν μεγαλύτερη οριζόντια ασυμμετρία  $\mu_h$  από τους υπόλοιπους συμβατικά μεγάλους κυματισμούς. Μόνο στην περίπτωση των γιγαντιαίων κυματισμών που επιλέχθηκαν αποκλειστικά με το κριτήριο  $C1$ , ο συντελεστής οριζόντιας ασυμμετρίας  $\mu_h$  τους ήταν μικρότερος από τον αντίστοιχο των μέγιστων κυματισμών, όπως παρουσιάστηκε στο Σχήμα 3.4.

Οι γιγαντιαίοι κυματισμοί, ανεξάρτητα από το κριτήριο που χρησιμοποιήθηκε για τον εντοπισμό τους, επέδειξαν μεγαλύτερη κλίση κύματος  $s$  (Σχήμα 3.5), μεγαλύτερη κλίση του εμπρόσθιου και οπίσθιου προφίλ κορυφής  $s_{cf}$  και  $s_{cb}$  αντίστοιχα (Σχήματα 3.6 και 3.7), μεγαλύτερο πλάτος κορυφής  $A_c$  (Σχήμα 3.8) και



μεγαλύτερο ύψος κύματος  $H_d$  (Σχήμα 3.9), σε σχέση με τους υπόλοιπους μέγιστους κυματισμούς των καταγραφών.

Όσον αφορά στον υπολογισμό των παραμέτρων που περιγράφουν τις καταστάσεις θάλασσας, βρέθηκε ότι οι καταστάσεις θάλασσας στις οποίες εντοπίστηκαν οι γιγαντιαίοι κυματισμοί έχουν μεγαλύτερο σημαντικό ύψος κύματος  $H_S$  και μεγαλύτερη μέση κλίση  $C_z$  σε σχέση με τις απλές καταστάσεις θάλασσας (Σχήμα 3.10α,γ). Αυτό σημαίνει ότι οι γιγαντιαίοι κυματισμοί εμφανίζονται γενικά σε έντονες συνθήκες θάλασσας.

Σε γενικές γραμμές, οι γιγαντιαίοι κυματισμοί ήταν ασύμμετροι και οι κορυφές τους κεκλιμένες. Πιο συγκεκριμένα, είχαν -στη συντριπτική πλειοψηφία τους- μεγαλύτερες κορυφές απ' ότι κοιλάδες ( $\mu_h > 1/2$ , Σχήμα 3.12), ενώ εμφάνισαν μια ελαφριά τάση να έχουν μεγαλύτερο συντελεστή του οπίσθιου προφίλ κλίσης κορυφής  $s_{cb}$ , απ' ότι συντελεστή κλίσης του εμπρόσθιου προφίλ κορυφής  $s_{cf}$  (Σχήμα 3.11). Αυτά τα αποτελέσματα αποτελούν ενδείξεις του έντονα μη γραμμικού χαρακτήρα των κυματικών δεδομένων που μελετήθηκαν και πιο ειδικά των γιγαντιαίων κυματισμών που εντοπίστηκαν.

Σε επόμενο στάδιο, διερευνήθηκε αν όλα τα παραπάνω χαρακτηριστικά μεγέθη των κυματισμών συνδέονται μεταξύ τους με κάποιο τρόπο. Για το λόγο αυτό σχεδιάστηκαν τα διαγράμματα διασποράς και οι ευθείες γραμμικής παλινδρόμησης, ώστε να διευκρινιστεί αν και κατά πόσο οι παράμετροι είναι συσχετισμένες. Τα διαγράμματα διασποράς υπολογίστηκαν για τους 535 μέγιστους κυματισμούς και ξεχωριστά για τους 34 γιγαντιαίους κυματισμούς που εντοπίστηκαν στα δεδομένα.

Βρέθηκε ότι υπάρχει αρκετά έντονη συσχέτιση ανάμεσα στη συνολική κλίση κύματος  $s$  και στην κλίση του εμπρόσθιου προφίλ κύματος  $s_{cf}$  (Σχήμα 3.13α), ενώ δεν υπάρχει σχέση που να συνδέει την κλίση κύματος  $s$  με την κλίση του οπίσθιου προφίλ κορυφής κύματος  $s_{cb}$  των μέγιστων κυματισμών. Τα ίδια μεγέθη είναι ασυσχέτιστα στην περίπτωση των γιγαντιαίων κυματισμών.

Διαπιστώθηκε μια ασθενής συσχέτιση του συντελεστή κλίσης του οπίσθιου προφίλ κορυφής  $s_{cb}$  των μέγιστων κυματισμών να μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με τον συντελεστή κατακόρυφης ασυμμετρίας  $\mu_v$  (Σχήμα 3.14γ). Ο συντελεστής κλίσης του εμπρόσθιου προφίλ κορυφής  $s_{cf}$  δεν σχετίζεται καθόλου με την κατακόρυφη ασυμμετρία  $\mu_v$ . Τα παραπάνω μεγέθη είναι ασυσχέτιστα στην περίπτωση των γιγαντιαίων κυματισμών. Επίσης, δεν εντοπίστηκε καμία σχέση της συνολικής κλίσης κύματος  $s$  με το συντελεστή κατακόρυφης ασυμμετρίας  $\mu_v$  τόσο στην περίπτωση των μέγιστων, όσο και στην περίπτωση των γιγαντιαίων κυματισμών.

Βρέθηκε ότι υπάρχει ασθενής συσχέτιση του συντελεστή κλίσης του οπίσθιου προφίλ κορυφής  $s_{cb}$  των μέγιστων κυματισμών με το συντελεστή οριζόντιας ασυμμετρίας  $\mu_h$ , ενώ στην περίπτωση των γιγαντιαίων κυματισμών εμφανίζεται μια αρνητική τάση και σε καμία περίπτωση συσχέτιση μεταξύ των δύο αυτών μεγεθών (Σχήμα 3.16γ,δ). Οι συντελεστές κλίσης του εμπρόσθιου προφίλ κορυφής  $s_{cf}$ , και της συνολικής κλίσης κύματος  $s$  είναι επίσης ασυσχέτιστοι με το συντελεστή οριζόντιας ασυμμετρίας  $\mu_h$  τόσο στην περίπτωση των μέγιστων, όσο και στην περίπτωση των γιγαντιαίων κυματισμών.

Εξετάστηκαν επιπλέον, οι πιθανές συσχετίσεις των παραπάνω συντελεστών κλίσης ( $s, s_{cf}, s_{cb}$ ), αλλά και των συντελεστών ασυμμετρίας ( $\mu_v, \mu_h$ ) με το πλάτος κορυφής κύματος  $A_c$  και με το ύψος κύματος  $H_d$  (Σχήματα 3.18 έως 3.22). Δεν βρέθηκε να υπάρχει κάποια σχέση που να συνδέει αυτά τα μεγέθη στα δείγματα των μέγιστων και γιγαντιαίων κυματισμών.

Στη συνέχεια, διερευνήθηκε αν υπάρχουν σχέσεις που να συνδέουν τις παραπάνω παραμέτρους που περιγράφουν το σχήμα και την ασυμμετρία του κάθε κύματος ξεχωριστά ( $s, s_{cf}, s_{cb}, \mu_v, \mu_h, A_c, H_d$ ) με τις παραμέτρους που περιγράφουν τις αντίστοιχες καταστάσεις θάλασσας ( $H_s, \lambda_3, \lambda_4, C_z, \nu$ ).

Αρχικά, λοιπόν, εξετάστηκε η επίδραση του σημαντικού ύψους κύματος  $H_S$  των καταστάσεων θάλασσας πάνω στις παραμέτρους σχήματος και ασυμμετρίας των κυμάτων  $(s, s_{cf}, s_{cb}, \mu_v, \mu_h, A_c, H_d)$ . Βρέθηκε ότι το σημαντικό ύψος κύματος  $H_S$  έχει σημαντικό βαθμό συσχέτισης με το πλάτος κορυφής  $A_c$  (Σχήμα 3.23α), αλλά και με το ύψος  $H_d$  των μέγιστων κυματισμών (Σχήμα 3.24α). Τα ίδια μεγέθη είναι ασυσχέτιστα στην περίπτωση των γιγαντιαίων κυματισμών.

Στη συνέχεια, εξετάστηκε η σχέση των χαρακτηριστικών παραμέτρων κύματος με το συντελεστή ασυμμετρίας ή λοξότητας  $\lambda_3$  (Σχήματα 3.28-3.32) και το συντελεστή κύρτωσης  $\lambda_4$  (Σχήματα 3.33-3.37) των καταστάσεων θάλασσας. Δεν βρέθηκε καμία συσχέτιση των  $\lambda_3$  και  $\lambda_4$  με τις παραμέτρους σχήματος  $(s, s_{cf}, s_{cb})$ , με τους συντελεστές ασυμμετρίας  $(\mu_v, \mu_h)$ , το πλάτος  $A_c$  και το ύψος  $H_d$  των μέγιστων και γιγαντιαίων κυματισμών.

Από τα διαγράμματα διασποράς των χαρακτηριστικών παραμέτρων κύματος  $(s, s_{cf}, s_{cb}, \mu_v, \mu_h, A_c, H_d)$  με το συντελεστή μέσης κλίσης κατάστασης θάλασσας  $C_z$  διαπιστώθηκε ασθενής συσχέτισή του με το πλάτος κορυφής  $A_c$  (Σχήμα 3.38β) και κάποιες τάσεις με το ύψος κύματος  $H_d$  (Σχήμα 3.39β) και με την κλίση του εμπρόσθιου προφίλ κορυφής  $s_{cf}$  (Σχήμα 3.40β) των γιγαντιαίων κυματισμών. Δεν παρατηρήθηκαν τάσεις και συσχετίσεις μεταξύ αυτών των παραμέτρων στο δείγμα των μέγιστων κυματισμών.

Σε ότι αφορά την επίδραση του συντελεστή εύρους φάσματος  $\nu$  των καταστάσεων θάλασσας πάνω στις παραμέτρους σχήματος και μορφής των κυματισμών  $(s, s_{cf}, s_{cb}, \mu_v, \mu_h, A_c, H_d)$ , δεν εντοπίστηκαν συσχετίσεις παρά μόνο κάποιες τάσεις μεταξύ τους τόσο για τους μέγιστους, όσο και για τους γιγάντιους κυματισμούς.

Στο τελευταίο μέρος της εργασίας, διερευνήθηκε κατά πόσο το ύψος κύματος  $H_d$  των γιγαντιαίων κυματισμών ακολουθεί τη θεωρητική κατανομή Rayleigh. Για

την ανάλυση αυτή χρησιμοποιήθηκε το αδιάστατο ύψος κύματος:  $H_d/H_S$ , αντί του  $H_d$ , σύμφωνα με τον τρόπο που προτείνει ο Stansell (2004). Σχεδιάστηκαν τα διαγράμματα q-q (quantile-quantile plots) ανάμεσα στις εμπειρικές τιμές του αδιάστατου ύψους  $H_d/H_S$  και στις θεωρητικές τιμές που θα είχε, αν τα κυματικά δεδομένα (η συνάρτηση ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας) ακολουθούσαν την κατανομή Rayleigh.

Εξετάζοντας τα q-q plots, προκύπτει το συμπέρασμα ότι η κατανομή Rayleigh δεν είναι επαρκής για την περιγραφή των γιγαντιαίων κυματισμών. Συγκεκριμένα, υπερεκτιμά ελαφρώς τις πραγματικές τιμές του ύψους κύματος  $H_d$  των υψηλότερων κυματισμών (Σχήμα 3.48).

Επιπλέον, σχεδιάστηκαν τα διαγράμματα διασποράς των αδιάστατων υψών  $H_d/H_S$  των μέγιστων και γιγαντιαίων κυματισμών, συναρτήσει των μεγεθών που χαρακτηρίζουν τις καταστάσεις θάλασσας: το συντελεστή λοξότητας  $\lambda_3$ , το συντελεστή κύρτωσης  $\lambda_4$ , το συντελεστή μέσης κλίσης κατάστασης θάλασσας  $C_z$  και το συντελεστή εύρους φάσματος  $\nu$ , ώστε να διαπιστωθεί αν το αδιάστατο ύψος  $H_d/H_S$  συνδέεται σε διαφορετικό βαθμό με τις παραμέτρους καταστάσεων θάλασσας σε σχέση με το διαστατό ύψος κύματος  $H_d$ , που εξετάστηκε πρωτύτερα.

Αρκετά έντονη ήταν η συσχέτιση του αδιάστατου ύψους  $H_d/H_S$  των μέγιστων κυματισμών με το συντελεστή κύρτωσης  $\lambda_4$  (Σχήμα 3.50α) και λιγότερο έντονη στην περίπτωση των γιγαντιαίων κυματισμών (Σχήμα 3.50β). Δεν εντοπίστηκε ισχυρή σχέση του  $H_d/H_S$  με το συντελεστή λοξότητας  $\lambda_3$ , με τη μέση κλίση κατάστασης θάλασσας  $C_z$ , ούτε με το συντελεστή εύρους φάσματος  $\nu$ .

Τέλος, αφού απομακρύναμε τους γιγαντιαίους κυματισμούς από τις καταγραφές υπολογίσαμε ξανά τις τελευταίες συσχετίσεις του αδιάστατου ύψους κύματος  $H_d/H_S$  με τους συντελεστές  $(\lambda_3, \lambda_4, C_z, \nu)$  των καταστάσεων θάλασσας για να δούμε αν εξακολουθούν να υπάρχουν οι συσχετίσεις που εντοπίστηκαν πριν (συγκεκριμένα μεταξύ  $H_d/H_S \sim \lambda_4$ ) ή όχι. Από το Σχήμα 3.53 διαπιστώθηκε ότι

τελικά αυτές οι συσχετίσεις παύουν να υπάρχουν αφού αφαιρεθούν οι γιγαντιαίοι κυματισμοί από τα δεδομένα.

- Από την αναζήτηση κριτηρίων και παραμέτρων για τη διάκριση των γιγάντιων κυματισμών από τους υπόλοιπους συμβατικά μεγάλους κυματισμούς των καταγραφών, βρέθηκαν κάποιες διαφορές τόσο στις παραμέτρους σχήματος, μορφής και ασυμμετρίας κάθε κυματισμού, όσο και στις παραμέτρους που περιγράφουν τις αντίστοιχες καταστάσεις θάλασσας: μεγαλύτερη οριζόντια ασυμμετρία, μεγαλύτερη κλίση κυματισμών και πιο έντονες συνθήκες θάλασσας. Οι διαφορές όμως αυτές δεν είναι τόσο σημαντικές, ώστε να αποδειχθεί και να τεκμηριωθεί ο ισχυρισμός ότι οι γιγαντιαίοι κυματισμοί ανήκουν σε έναν διαφορετικό στατιστικά πληθυσμό θαλάσσιων κυματισμών.

- Από τη διερεύνηση πιθανών συσχετίσεων μεταξύ των χαρακτηριστικών μεγεθών των γιγαντιαίων κυματισμών και των καταστάσεων θάλασσας στις οποίες εντοπίστηκαν, δεν προέκυψαν ισχυρά στοιχεία που να επιτρέπουν την ασφαλή εξαγωγή σχέσεων, αναλογιών και συγκεκριμένων συμπερασμάτων. Παρά το γεγονός ότι η ύπαρξη και δράση μη γραμμικών διαδικασιών στην εξέλιξη των καταστάσεων θάλασσας που εξετάστηκαν ήταν φανερή (μεγαλύτερες κορυφές από ότι κοιλάδες και κορυφές με κλίση στη συντριπτική πλειοψηφία των κυματισμών των καταγραφών), δεν υπήρξαν σαφείς ενδείξεις ότι το ύψος ή το πλάτος κορυφής των γιγάντιων κυματισμών συνδέεται άμεσα με τη μη γραμμικότητα των αντίστοιχων καταστάσεων θάλασσας, όπως αυτή καταγράφεται από τους συντελεστές λοξότητας ( $\lambda_3$ ) και κύρτωσης ( $\lambda_4$ ). Αν δεχτούμε ότι η εμφάνιση των γιγάντιων κυματισμών στη θάλασσα είναι αποτέλεσμα μη γραμμικών διαδικασιών, η ανωτέρω παρατήρηση σχετίζεται με το συμπέρασμα [Bateman et al. 2001 & 2003] ότι τα φαινόμενα εμφάνισης τέτοιου είδους κυματισμών είναι παροδικά και ότι οι μη γραμμικές επιδράσεις εμφανίζουν μεγάλη διασπορά στον χρόνο και στο χώρο.

- Από τη διερεύνηση των πιθανών συσχετίσεων του αδιάστατου ύψους των γιγαντιαίων κυματισμών με τις χαρακτηριστικές παραμέτρους των καταστάσεων θάλασσας στις οποίες εντοπίστηκαν, ενισχύθηκε το ανωτέρω συμπέρασμα. Οι

συσχετίσεις που προέκυψαν μεταξύ κάποιων μεγεθών, ήταν τοπικές και παροδικές και οφείλονταν στην ύπαρξη καθεαυτή των γιγαντιαίων κυματισμών στα δεδομένα, αφού όταν απομακρύνθηκαν οι συγκεκριμένοι κυματισμοί από τις καταγραφές οι συσχετίσεις έπαψαν να υπάρχουν. Λόγω της μεγάλης μεταβλητότητας και διασποράς, λοιπόν, των χαρακτηριστικών των γιγαντιαίων κυματισμών στα πλαίσια μιας στάσιμης κατάστασης θάλασσας πρέπει να επιλέγεται με ιδιαίτερη προσοχή η κατάλληλη κλίμακα του χρόνου για τη μελέτη του φαινομένου. Ενδεχομένως η εξέταση του φαινομένου στη χρονική κλίμακα ολόκληρων καταιγίδων, αντί των καταστάσεων θάλασσας που επιλέχθηκε εδώ, να προσφέρει πιο σαφή αποτελέσματα και είναι ένα θέμα μελλοντικής έρευνας.

- Από τον έλεγχο της κατανομής Rayleigh, το γεγονός ότι η συγκεκριμένη κατανομή είναι ακατάλληλη για να περιγράψει την κατανομή του ύψους των γιγαντιαίων κυματισμών, υποδεικνύει την ανάγκη προσαρμογής και τροποποίησης του συγκεκριμένου μοντέλου ή/ και την αναζήτηση εναλλακτικού μοντέλου κατανομής για την ρεαλιστική περιγραφή και μελέτη του φαινομένου.

Η συγκεκριμένη εργασία εστίασε στη στατιστική μελέτη των υψών, των πλατών και άλλων χαρακτηριστικών μεγεθών των κυματισμών αυτών και των αντίστοιχων καταστάσεων θάλασσας με βασικό σκοπό να διακρίνει διαφορές στο σχήμα, την ασυμμετρία και στις συνθήκες θάλασσας που ευνοούν την εμφάνισή τους. Τα συμπεράσματα δεν ήταν απολύτως σαφή και αυτό που διαφαίνεται είναι η ανάγκη να συμπληρωθεί στο άμεσο μέλλον αυτή η μελέτη με την ανάλυση όλων των χαρακτηριστικών μεγεθών που υπολογίστηκαν εδώ αλλά στη χρονική κλίμακα καταιγίδων και όχι καταστάσεων θάλασσας, ώστε να αναδειχτούν καλύτερα οι όποιες διαφορές των γιγαντιαίων κυματισμών σε σχέση με τους υπόλοιπους.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, υπάρχουν αρκετοί διαφορετικοί τρόποι προσέγγισης του φαινομένου των γιγαντιαίων κυματισμών και η έρευνα στο συγκεκριμένο τομέα βρίσκεται σε πλήρη εξέλιξη. Σημαντικό και ανοιχτό ζήτημα της επιστημονικής κοινότητας είναι η πλήρης αποσαφήνιση των μηχανισμών δημιουργίας αυτού του είδους κυματισμών και κάτω από ποιες συνθήκες θάλασσας ευνοούνται. Παράλληλα, ένα αρκετά μεγάλο κομμάτι της επιστημονικής βιβλιογραφίας -που

συνεχώς εμπλουτίζεται- είναι αφιερωμένο στην εύρεση του κατάλληλου στατιστικού μοντέλου που θα περιγράφει και θα προβλέπει ρεαλιστικά την πιθανότητα εμφάνισης των γιγαντιαίων κυματισμών και θα βοηθήσει σημαντικά την επιχειρησιακή ωκεανογραφία και ναυπηγική.

Μεγάλο ενδιαφέρον επίσης, παρουσιάζει ο τρόπος με τον οποίο εμφανίζονται οι γιγαντιαίοι/ακράιοι κυματισμοί στη θάλασσα: σε ομάδες πολλών μεγάλων κυμάτων (wave groups) ή ως μεμονωμένα μεγάλα κύματα. Διαφωτιστικός είναι ο ρόλος προς αυτή την κατεύθυνση των αριθμητικών προσομοιώσεων και των πειραμάτων σε δεξαμενή. Η ανάπτυξη αριθμητικών τρισδιάστατων μοντέλων της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας που θα προσφέρουν προσομοιώσεις γιγαντιαίων κυματισμών αποτελεί μεγάλη πρόκληση που θα συμβάλει στην περαιτέρω διερεύνηση του φαινομένου.

Το γεγονός ότι η εμφάνιση γιγαντιαίων/ακράιων κυματισμών δεν είναι ιδιαίτερα συχνό φαινόμενο και κατ' επέκταση το ότι ο αριθμός τέτοιου είδους κυματισμών που καταγράφεται είναι σχετικά μικρός, δυσχεραίνει τη μελέτη και διερεύνηση των μηχανισμών δημιουργίας και των επιμέρους χαρακτηριστικών των εν λόγω κυματισμών, που αποτελούν έναν εν δυνάμει κίνδυνο για τη δραστηριότητα του ανθρώπου στο θαλάσσιο περιβάλλον. Γι' αυτό παραμένει πάντα επίκαιρη η πρόταση να αναλυθούν όσο το δυνατόν περισσότερες κυματικές καταγραφές με έμφαση στην αναγνώριση ακράιων/γιγαντιαίων κυματισμών, ώστε να καταστεί δυνατή η πλήρης εξήγηση του φαινομένου. ■

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ-ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- Ακρίβης, Γ.Δ., Δούγαλης, Β.Α. (1998), “Εισαγωγή στην αριθμητική ανάλυση”, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, Ηράκλειο.
- Αθανασούλης Γ. Α. (2003), “Πράξεις και μετασχηματισμοί τυχαίων μεταβλητών-Ανεμογενείς Θαλάσσιοι Κυματισμοί”, συμπληρωματικές σημειώσεις για το μάθημα: “Θεωρία πιθανοτήτων και Στατιστική/Εφαρμογές στο Θαλάσσιο Περιβάλλον” της Σχολής Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών, Ε.Μ.Π..
- Αθανασούλης Γ.Α. (2007), “Προβλήματα τομών και μέγιστων τιμών στοχαστικών διαδικασιών συνεχούς χρόνου”, σημειώσεις για το μάθημα : “Στοχαστική μοντελοποίηση και πρόβλεψη θαλάσσιων συστημάτων” του Δ.Π.Μ.Σ. “Ναυτική & Θαλάσσια Τεχνολογία και Επιστήμη”, Ε.Μ.Π.
- Αθανασούλης Γ. Α., Μπελιμπασάκης Κ. Α. (2003), “Κυματικά φαινόμενα στο θαλάσσιο περιβάλλον”, σημειώσεις για το μάθημα: “Κυματικά φαινόμενα στο θαλάσσιο περιβάλλον” του Δ.Π.Μ.Σ. “Ναυτική & Θαλάσσια Τεχνολογία και Επιστήμη”, Ε.Μ.Π.
- Bateman W.J.D., Swan C., Taylor P.H. (2001). “On the efficient numerical simulation of directionally spread surface water waves”. *J. Comput. Phys.* 2001, Vol. 174, pp. 277-305.
- Bateman W.J.D., Swan C., Taylor P.H. (2003), “On the calculation of the water particle kinematics arising in a directionally spread wavefield”. *J. Comput. Phys.* 2003, Vol. 186, pp. 70-92.
- Baxevani, A., Podgorski, K., Rychlic, I. (2003), “Velocities for moving random surfaces”. *Probabilistic Engineering Mechanics* , Vol.18 , pp. 251–271.



- Brodtkorb, P.A., Myrhaug D., Rue, H. (1999), “Joint distribution of wave height and wave crest velocity from reconstructed data”. *Proceedings of the 9<sup>th</sup> ISOPE Conference*, Vol.3, pp. 66-73.
- Cavanie, A., Arhan, M., Ezraty, R. (1976), “A statistical relationship between individual heights and periods of storm waves”. *Proceedings, BOSS’76, Trondheim*, pp. 354-360.
- Chatfield, C. (1975), “The analysis of time series: Theory and practice”, Chapman and Hall, London.
- Draper, L. (1964), “Freak Ocean Waves”. *Oceanus*, Vol.4, pp. 12-15.
- Draper, L. (1971), “Severe Wave Conditions at Sea”. *Journal of the Institute of Navigation*, Vol.24, No.3, pp. 273-277.
- Dysthe, K.B., Krogstad, H., Socquet-Juglard, H. , Trulsen, K. (2006), “Freak waves, rogue waves, extreme waves and ocean wave climate”. Ιστοσελίδα για τους γιγαντιαίους κυματισμούς από μία ομάδα επιστημόνων Πανεπιστημίων της Νορβηγίας. URL: [http://www.math.uio.no/~karstent/waves/index\\_en.html](http://www.math.uio.no/~karstent/waves/index_en.html).
- Dysthe, K.B. (2000), “Modelling a Rogue Wave- Speculations or a Realistic Possibility?”. *Proceedings in Rogue Waves 2000, Brest, France*.
- Dysthe, K.B., Trulsen, K. (1999), “Note on breather type solutions of the nonlinear Schrodinger equation as models for freak waves”. *Physica Scripta*, Vol. T82, pp. 48-52.
- Forristal G.Z. (1978), “On the statistical distribution of wave heights in a storm”. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 83, Issue C5, pp. 2353-2358.
- Haver, S. (2004), “A possible freak wave event measured at the Draupner Jacket”. *In Rogue Waves 2004, Brest, France*, pp. 1–8.

- Haver, S. (2000), “Some evidences of the existence of so called freak waves”. In *Rogue Waves 2000, Brest, France*.
- Henderson K. L., Peregrine D. H., Dold J. W. (1999), “Unsteady water wave modulations: fully nonlinear solutions and comparison with the NLS equation”. *Wave motion*, Vol. 29, pp. 341-361.
- Krogstad , H.E., Wolf, J., Thompson, S.P. and Wyatt, L.R. (1999), “Methods for intercomparison of wave measurements”. *Coastal Engineering*, Vol.37, pp. 79-86.
- Longuet-Higgins M. S. (1952), “On the statistical distribution of the heights of sea waves”. *Journal of Marine Research*, Vol.11, pp. 245-266.
- Longuet-Higgins M.S. (1982), “On the skewness of the sea surface slopes”. *Journal of Physical Oceanography*, Vol.12, pp. 1283-1291.
- Marthinsen, T. and Winterstein, S.R. (1992), “On the skewness of random surface waves”. *Proceedings of the 2<sup>nd</sup> ISOPE Conference*, San Fransisco, 14-19 june.
- Mori N., Liu P.C., Yasuda T. (2002), “Analysis of freak wave measurements in the Sea of Japan”. *Ocean Engineering*, Vol.29, pp.1399-1414.
- Ochi K. M. (1998), “Ocean Waves: The Stochastic Approach”, Cambridge University Press, Cambridge.
- Olagnon M. (2001), “Representativity of some standard spectral models for waves”. *11th International Conference on Offshore & Polar Engineering, Stavanger, 2001*, Vol. 3, pp. 92-99.
- Olagnon M., Iseghem S. (2000), “Some cases of observed rogue waves and an attempt to characterize their occurrence conditions”. In *Rogue Waves 2000, Brest, France, 2000*.

- Osborne, A., Onorato, M., Serio, M. (2000), “The nonlinear dynamics of rogue waves and holes in deep water gravity wave trains”. *Phys. Lett. A*, Vol. 275, pp. 386-393.
- Pelinovsky, E., Kharif, C., Talipova, T. (2000a), “Nonlinear dispersive mechanism of the freak wave formation in shallow water”. *Physica D 147*, pp. 83–94.
- Pelinovsky, E., Kharif, C., Talipova, T., Slunyaev, A. (2000b), “Nonlinear wave focusing as a mechanism of the freak wave generation in the ocean”. In *Rogue Waves 2000, Brest, France*.
- Rosenthal, W. (2006), “Freak Waves. Tracking down the secret of the giant waves”. URL:[http://www.helmholtz.de/en/Research\\_Fields/Transport\\_and\\_Space/INSIGHT.html](http://www.helmholtz.de/en/Research_Fields/Transport_and_Space/INSIGHT.html)
- Rychlic I., Johannesson P., Leadbetter M.R. (1997), “Modelling and statistical analysis of ocean-wave data using transformed Gaussian processes”. *Marine Structures*, Vol.10, pp. 13-47.
- Σκόδρας Α., Αναστασόπουλος Β (2003), “Ψηφιακή επεξεργασία εικόνων και σημάτων”, Ε.Α.Π., 2003.
- Skourup J., Andreasen K.K., Hansen N. E. O. (1996), “Non-Gaussian extreme waves in the central North Sea”. *OMAE, Offshore Technology, ASME*, Vol.1, part A.
- Soares C.G., Cherneva Z., Antao E.M. (2004), “Steepness and asymmetry of the largest waves in storm sea states”. *Ocean Engineering*, Vol.31, pp.1147-1167.
- Stansell P. (2004), “Distributions of freak wave heights measured in the North Sea”. *Applied Ocean Research*, Vol.26, pp. 35-48.

- Stansell P. (2005), “Distributions of extreme wave, crest and trough heights measured in the North Sea”. *Ocean Engineering*, Vol.32, pp.1015-1036.
- Thornton E. B., Guza R. T. (1983), “Transformation of wave height distribution”. *Journal of Geophysical Research*, Vol.88, No. C10, pp. 5925-5938.
- Tucker, M.J. (1993), “Recommended standard for wave data sampling and near-real-time processing”. *Ocean Engineering*, Vol.20, No.5, pp. 459-474.
- Wand M. P., Jones M.C. (1995), “Kernel smoothing”. Chapman and Hall.
- Warren S. J., Bole J. B., Driver D.B.(1998), “Measured wave crest distributions in central and southern North Sea storms”. *Proceedings of the 8<sup>th</sup> International Offshore and Polar Engineering Conference*, Vol.3, pp. 96-102.
- White, B. S., Fornberg, B. (1998), “On the chance of freak waves at sea”. *J. Fluid Mech.*, Vol.255, pp.113-138.
- Winterstein, S.R. (1988), “Nonlinear vibration models for extremes and fatigue”. *J.Engng.Mech. ASCE*, Vol.114, No 10, pp. 1772-1790.
- Young, I.R. (1999), “Wind generated ocean waves”. *Elsevier Ocean Engineering Book Series*, Vol.2, pp.239.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

### ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΚΟ ΠΑΚΕΤΟ WAFO

#### 1.1 Τί είναι το WAFO;

Το WAFO (Wave Analysis for Fatigue and Oceanography) είναι ένα λειτουργικό πακέτο της Matlab 3<sup>ης</sup> γενιάς, για στατιστική ανάλυση και προσομοίωση τυχαίων κυματισμών (*random waves*) και γενικότερα τυχαίων-στοχαστικών διαδικασιών (*random-stochastic processes*). Μέσω του WAFO δίνεται η δυνατότητα να υπολογιστούν οι κατανομές κάποιων χαρακτηριστικών μεγεθών των θαλάσσιων κυματισμών από παρατηρούμενες ή αναλυτικές φασματικές μορφές καταστάσεων θάλασσας.

Με βάση το στοχαστικό κυματικό μοντέλο τυχαίας φάσης των Pierson και Longuet-Higgins, η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας περιγράφεται ικανοποιητικά ως μια στάσιμη, κανονική και εργοδική στοχαστική διαδικασία. Στη γραμμική περίπτωση η ανύψωση ακολουθεί την κανονική κατανομή (κατανομή Gauss), ενώ στη μη-γραμμική περίπτωση ακολουθεί κάποια μετασχηματισμένη κανονική κατανομή ή / και κάποια άλλη. Σε οποιαδήποτε περίπτωση οι κατανομές διάφορων χαρακτηριστικών (φαινόμενων) κυματικών μεγεθών (π.χ., η περίοδος, το ύψος κορυφής-κοιλιάδας, κ.λ.π.) μπορούν να υπολογιστούν με ακρίβεια σχεδόν για όλους τους αναλυτικούς τύπους φασμάτων.

#### 1.2 Ανάλυση μη-κατευθυντικών (σημειακών) φασμάτων

Παρά το ευρύτατο φάσμα εφαρμογών του συγκεκριμένου πακέτου, εδώ θα περιοριστούμε στην ανάλυση των εντολών που χρησιμοποιήθηκαν στα πλαίσια της συγκεκριμένης εργασίας για την επεξεργασία των δεδομένων σε μία χωρική διάσταση, εννοώντας σε μια κατεύθυνση διάδοσης. Οι εντολές αυτές αναφέρονται εδώ ονομαστικά και κατά κατηγορία και στη συνέχεια θα εξεταστούν αναλυτικότερα.

- 1) Για την επεξεργασία και την αξιολόγηση των δεδομένων (data) χρησιμοποιήθηκαν οι ακόλουθες εντολές:

- detrend
  - findoutliers
  - reconstruct
- 2) Για τη σχεδίαση των αποτελεσμάτων χρησιμοποιήθηκαν οι ακόλουθες εντολές:
- conplot
  - lplot
  - waveplot
  - spwaveplot
  - wspecplot
  - wnormplot
  - pdfplot
  - whisto
  - subplot
- 3) Για τον υπολογισμό της συνάρτησης συνδιακύμανσης και τον προσδιορισμό του φάσματος χρησιμοποιήθηκαν οι ακόλουθες εντολές:
- dat2cov
  - dat2spec
  - dat2spec2
  - spec2cov
- 4) Για τον υπολογισμό των φασματικών ροπών και διάφορων φασματικών χαρακτηριστικών, καθώς και γεωμετρικών χαρακτηριστικών του φάσματος χρησιμοποιήθηκαν οι ακόλουθες εντολές:
- spec2mom
  - wskewness
  - wkurtosis
  - spec2skew
  - spec2char
  - spec2bw
- 5) Για υπολογισμούς διάφορων κυματικών χαρακτηριστικών μεγεθών χρησιμοποιήθηκαν οι ακόλουθες εντολές:

- dat2crossind
  - dat2lc
  - dat2steep
  - dat2tc
  - dat2tp
  - dat2wa
- 6) Για τους υπολογισμούς της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (κατανομής) διαφόρων μεγεθών χρησιμοποιήθηκαν οι ακόλουθες εντολές:
- kde
  - kdebin
  - spec2tpdf
  - spec2tccpdf
  - empdistr
  - lh83pdf
  - cav76pdf
  - traylpdf
  - hermitetr

### 1.2.1 Επεξεργασία των δεδομένων (data)

Πριν αρχίσουμε να υπολογίζουμε τα διάφορα κυματικά μεγέθη από τα δεδομένα ,είναι απαραίτητος ένας ποιοτικός έλεγχος των δεδομένων. Αυτό επιτυγχάνεται με τη χρήση της εντολής **findoutliers**. Η εντολή αυτή ελέγχει αν ικανοποιούνται κάποια κριτήρια για τη συνάρτηση ανύψωσης των κυματισμών  $x(t)$ , ώστε να απορρίψει (και στη συνέχεια να αντικαταστήσει) δεδομένα κακής ποιότητας (outliers). Τα κριτήρια αυτά είναι :

- $x'(t) < 5[m/s]$ , εφόσον η ταχύτητα διάδοσης των κανονικών κυμάτων σπάνια ξεπερνά αυτήν την τιμή,
- $x''(t) < 9.81/2 [m/s^2]$ , που είναι η μέγιστη επιτάχυνση των κυμάτων σύμφωνα με τη θεωρία του Stokes,

- διαδοχικές σταθερές τιμές της συνάρτησης ανύψωσης πρέπει να απορριφθούν (αυτό, π.χ. μπορεί να συμβαίνει εξαιτίας τεχνικού προβλήματος της μετρητικής συσκευής), γιατί αλλιώς θα προστεθούν υψηλές συχνότητες στην υπολογιζόμενη φασματική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (σ.π.π.), λόγω του φαινομένου Gibb<sup>1</sup>.

Για την κατανόηση του τρόπου χρήσης της ανωτέρω εντολής παραθέτουμε το Παράδειγμα 1 που ακολουθεί. Το αρχείο που θα χρησιμοποιήσουμε σαν δείγμα και στα υπόλοιπα παραδείγματα που θα ακολουθήσουν προέρχεται από μετρήσεις σε πλατφόρμα πετρελαίου στη Βόρεια Θάλασσα (Frigg Field), που είναι και το πεδίο μελέτης της συγκεκριμένης εργασίας. Το συγκεκριμένο σετ καταγραφών περιλαμβάνει αρχεία 20-λεπτων καταγραφών, (2244 σημεία της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας), με ρυθμό δειγματοληψίας 0.5 sec (συχνότητα δειγματοληψίας 2Hz). Εδώ θα χρησιμοποιήσουμε την καταγραφή της 01/12/1983 στις 00:00 με όνομα αρχείου 83120100.dat. Αυτό το αρχείο είναι σε μορφή πίνακα δύο στηλών, όπου η πρώτη στήλη είναι ο χρόνος καταγραφής και η δεύτερη στήλη είναι η τιμή της συνάρτησης ανύψωσης.

### Παράδειγμα 1. (Επεξεργασία των δεδομένων.)

```
xx=load('83120100.dat');

dt=diff(xx(1:2,1));      %Το χρονικό βήμα μεταξύ 2 διαδοχικών
                        σημείων.

dcrit=5*dt;             %Το 1° κριτήριο.

ddcrit=9.81/2*dt*dt;    %Το 2° κριτήριο.

zcrit=0;                %Η απόσταση μεταξύ 2 διαδοχικών σημείων.

[inds indg]=findoutliers(a,zcrit,dcrit,ddcrit);
```

Το πρόγραμμα θα αποκριθεί ως εξής:

```
Found 0 missing points
```

<sup>1</sup> Το φαινόμενο Gibb είναι η έλλειψη ακρίβειας όταν προσεγγίζουμε μέσω συνεχών ημιτονοειδών και συνημιτονοειδών συναρτήσεων (κύματα, σειρές Fourier) μία ασυνεχή συνάρτηση, στα σημεία ασυνέχειάς της. Δηλαδή, είναι πρόβλημα σύγκλισης της σειράς Fourier. Για περισσότερες πληροφορίες ο αναγνώστης παραπέμπεται σε σχετική βιβλιογραφία [Σκόδρας, Αναστασόπουλος - 2003].



Found 0 spurious positive jumps of Dx  
Found 0 spurious negative jumps of Dx  
Found 0 spurious positive jumps of  $D^2x$   
Found 0 spurious negative jumps of  $D^2x$   
Found 18 consecutive equal values  
Found the total of 72 spurious points

Διαδοχικά σημεία με αποστάσεις μικρότερες από την τιμή της  $z_{crit}$  θεωρούνται λάθος. Το αμέσως προηγούμενο και το αμέσως επόμενο σημείο αξιολογούνται επίσης ως λάθος (erroneous values). Μεγαλύτερες τιμές από την μεταβλητή  $d_{crit}$  στο πρώτο κριτήριο και από την  $dd_{crit}$  στο δεύτερο κριτήριο θεωρούνται και αυτές λάθος. Οι τιμές των κριτηρίων μπορούν να επιλεγούν από τον χρήστη. Παρόλα αυτά μικρές αλλαγές των σταθερών, συνήθως, δεν είναι σημαντικές. Όπως μπορούμε να δούμε στο παράδειγμα εντοπίστηκαν 72 σημεία κακής ποιότητας που αντιστοιχούν στο 3.2 % των συνολικών.

Σαν συνέχεια του ποιοτικού ελέγχου των δεδομένων, ακολουθεί η απομάκρυνση πιθανών τάσεων (trends) ή εξαρτήσεων από τα δεδομένα, που επιφέρουν αλλοιώσεις τόσο στη μέση τιμή, όσο και στη διασπορά των χρονοσειρών που μελετάμε. Οι τάσεις αυτές μπορεί να οφείλονται σε παλίρροιες ή σε μεταβολές της ατμοσφαιρικής πίεσης που επηρεάζουν τη μέση στάθμη της επιφάνειας της θάλασσας. Για να τις αφαιρέσουμε κάνουμε χρήση της εντολής **detrend** ή **detrendma**.

Η εντολή **detrend** απομακρύνει τις γραμμικές τάσεις. Υπολογίζει την βέλτιστη προσέγγιση της συνάρτησης ανύψωσης που προκύπτει από τα δεδομένα με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων και στη συνέχεια την αφαιρεί από αυτά [Chatfield, 1975]. Για να εξετάσουμε τη συνάρτηση παρεμβολής που προκύπτει, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την εντολή της MATLAB **polyfit** (βλ. `help polyfit`).

Η εντολή **detrendma**, εναλλακτικά, απομακρύνει τις τάσεις με τη μέθοδο εξομάλυνσης του κινούμενου μέσου όρου (moving average smoothing technique) με μέγεθος  $2L+1$ , όπου  $L$  το μέγεθος του παραθύρου [Σκόδρας & Αναστασόπουλος, 2003].

**Παράδειγμα 2.** (Απομάκρυνση πιθανών τάσεων από τα δεδομένα.)

```
xx=load('83120100.dat');

xx(:,2)=detrend(xx(:,2)); %Απομακρύνουμε τις τάσεις.
```

Είδαμε στο Παράδειγμα 1 ότι το αρχείο 83120100.dat περιλαμβάνει λάθος στοιχεία που πρέπει να απομακρυνθούν και να αποκατασταθούν. Αυτό επιτυγχάνεται με την εντολή **reconstruct**. Η εντολή αυτή αντικαθιστά τα λάθος δεδομένα με δεδομένα που προκύπτουν από προσομοιώσεις, χρησιμοποιώντας τα εναπομείναντα στοιχεία του πίνακα των δεδομένων και μια κατάλληλα μετασχηματισμένη κανονική στοχαστική διαδικασία όπως προτείνεται από τους [Brodtkorb et al., 1999]. Στο Παράδειγμα 3 που ακολουθεί εφαρμόζονται τα παραπάνω. Επιπλέον, γίνεται μία σύγκριση ανάμεσα σε αυτόν τον μετασχηματισμό (grec) και στο μετασχηματισμό που προκύπτει κατευθείαν από τα δεδομένα (glc), χωρίς να έχουν απομακρυνθεί τα λάθος δεδομένα, με τον τρόπο που προτείνει ο Rychlik et al. (1997).

**Παράδειγμα 3.** (Ανακατασκευή των δεδομένων.)

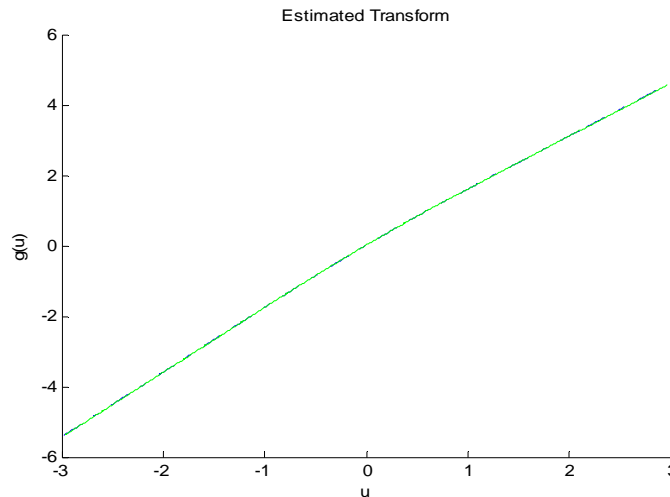
```
xx=load('83120100.dat');

[y grec]=reconstruct(xx,inds); %y:τα ανακατασκευασμένα δεδομένα
                                %grec:ο μετασχηματισμός με τη μέθοδο
                                %Brodtkorb.

[glc test0]=dat2tr(xx);          %glc:Μετασχηματισμός με τη μέθοδο
                                %Rychlik.

hold on
plot(glc(:,1),glc(:,2),'b-.') %Σχεδιασμός του glc.
plot(grec(:,1),grec(:,2),'g-') %Σχεδιασμός του grec.
hold off
```

Το πρόγραμμα θα αποκριθεί ως εξής:



**Σχήμα 1:** Ο μετασχηματισμός που υπολογίστηκε με βάση τους Brodtkorb et al. από το ανακατασκευασμένο σήμα  $y$  (πράσινη γραμμή), συγκρινόμενος με τον μετασχηματισμό που υπολογίστηκε με βάση τον Rychlik από το αρχικό σήμα  $a$  (μπλε διακεκομμένη γραμμή).

### 1.2.2 Υπολογισμός διαφορών γεωμετρικών χαρακτηριστικών και στατιστικών παραμέτρων της συνάρτησης ανύψωσης

Στη μοντελοποίηση των θαλάσσιων κυμάτων, όπου τα κύματα περιγράφονται μέσω στοχαστικών συναρτήσεων, γίνεται εκτενής χρήση κάποιων χαρακτηριστικών μεγεθών. Αυτά είναι η μέση τιμή (χρόνου)  $m$ <sup>2</sup>, η τυπική απόκλιση  $\sigma$  και η διασπορά  $\sigma^2$  που μετράει τη μεταβλητότητα των παρατηρήσεων γύρω από τη μέση τιμή τους. Οι ποσότητες αυτές υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$$\hat{m}(0, T) = 1/T \int_0^T x(t) dt,$$

$$\sigma^2 = 1/T \int_0^T (x(t) - m)^2 dt$$

,όπου  $x(t)$  είναι η συνάρτηση ανύψωσης και  $T$  ο συνολικός χρόνος παρατήρησης.

<sup>2</sup> Οι διαδικασίες θεωρούνται στάσιμες και εργοδικές. Αυτό μας δίνει τη δυνατότητα να εργασθούμε με τις μέσες τιμές χρόνου, που είναι αμερόληπτες και συνεπείς εκτιμήτριες των μέσων τιμών ολότητας (βλ. σημειώσεις Αθανασούλη 2003).

Ένα άλλο σημαντικό μέγεθος είναι ο αριθμός των υπερβάσεων του επιπέδου  $u$  από την  $x(t)$ , που είναι η μέση τιμή του αριθμού των άνω τομών της  $x(t)$  ως προς τη συνάρτηση  $u(t)$  κατά το χρονικό διάστημα  $[t_1, t_2]$  και δίνεται από τον τύπο του Rice:

$$\mu(u) = E^\beta [Cr^+(u; T; \beta)] = \frac{T}{2\pi} \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \exp\left\{-\frac{u^2}{2m_0}\right\}$$

, όπου  $E^\beta[\cdot]$  ο τελεστής μέσης τιμής,  $Cr^+(u; T; \beta)$  ο αριθμός των άνω τομών της  $x(t)$  ως προς τη συνάρτηση  $u(t)$ ,  $T$  ο συνολικός χρόνος παρατήρησης,  $m_0$  και  $m_2$  οι ροπές μηδενικής και δεύτερης τάξης, αντίστοιχα, της  $x(t)$ .

Η μέση συχνότητα  $f_0$  (mean frequency) συνήθως ορίζεται ως ο αριθμός των υπερβάσεων του επιπέδου αναφοράς από τη συνάρτηση ανύψωσης  $x(t)$  (ως επίπεδο αναφοράς λαμβάνεται η μέση τιμή  $m$  της  $x(t)$ ), προς το μήκος του χρονικού παραθύρου παρατήρησης  $T$ ,  $f_0 = \mu(m)$ . Ένας εναλλακτικός ορισμός που χρησιμοποιείται στους αλγόριθμους του WAFO είναι:  $f_0 = \max(\mu(u))$ .

Ο συντελεστής ανωμαλίας  $\gamma$  ορίζεται ως το πηλίκο της μέσης συχνότητας προς τον αριθμό των τοπικών μεγίστων της συνάρτησης ανύψωσης  $x(t)$ . Για τον συντελεστή ανωμαλίας ισχύει:  $0 < \alpha \leq 1$ . Για τιμές κοντά στο μηδέν η στοχαστική διαδικασία θεωρείται μη κανονική, ενώ για τιμές κοντά στη μονάδα η διαδικασία θεωρείται ότι ακολουθεί την κανονική κατανομή.

Στα παραδείγματα που ακολουθούν υπολογίζουμε τα παραπάνω μεγέθη. Στο Παράδειγμα 4 αφού υπολογίσουμε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση από τα δεδομένα με χρήση απλών εντολών της MATLAB (**mean** και **std** αντίστοιχα, βλ. HELP της MATLAB), υπολογίζουμε τον αριθμό των υπερβάσεων  $\mu(u)$  με τη βοήθεια της εντολής **dat2lc** και σχεδιάζουμε το αποτέλεσμα με την εντολή **lcplot**. Αναλυτικότερη παρουσίαση των εντολών του πακέτου για σχεδίαση των αποτελεσμάτων παρατίθεται σε ξεχωριστή ενότητα παρακάτω.

**Παράδειγμα 4.** (Υπολογισμός του αριθμού των υπερβάσεων της ελεύθερης επιφάνειας.)

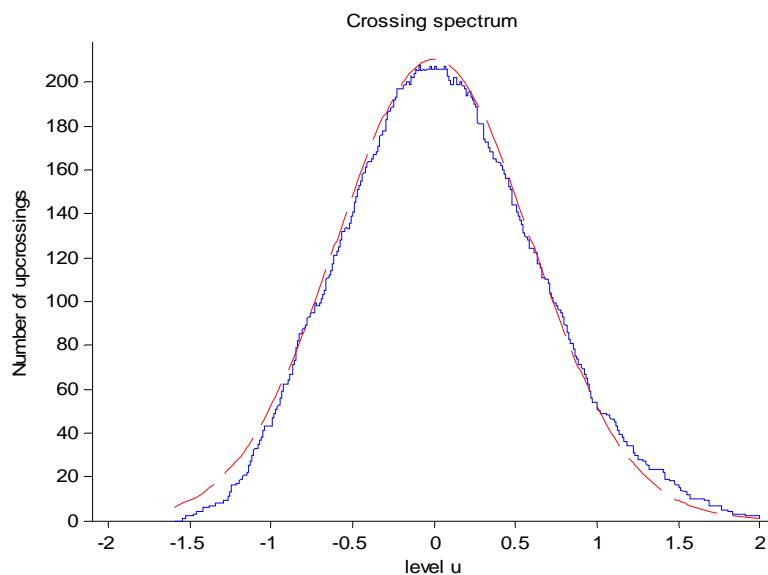
```
xx=load('83120100.dat');

me=mean(xx(:,2))           %Υπολογίζουμε την μέση τιμή.
sa=std(xx(:,2))           %Υπολογίζουμε την τυπική απόκλιση.
lc=dat2lc(xx);            %Υπολογίζουμε το φάσμα υπερβάσεων.
lcplot(lc)                %Σχεδιάζουμε το φάσμα.
```

Το πρόγραμμα αποκρίνεται ως εξής:

```
me = -1.9608e-004
```

```
sa = 0.5946
```



**Σχήμα 2:** Οι παρατηρούμενες υπερβάσεις (μπλε συνεχής γραμμή) συγκρινόμενες με αυτές που περιμένουμε θεωρητικά αν υποθέσουμε ότι οι παρατηρήσεις ακολουθούν κανονική κατανομή (κόκκινη διακεκομμένη γραμμή).

Η μεταβλητή `lc` στην οποία αποθηκεύονται τα αποτελέσματα της `dat2lc` είναι ένας πίνακας με 2 στήλες, με τα διάφορα επίπεδα στην πρώτη στήλη και τον αριθμό των άνω τομών (up crossings) στη δεύτερη. Στο Σχήμα 2 ο αριθμός των τομών προς

τα άνω σχεδιάζεται και συγκρίνεται με τον αντίστοιχο που προκύπτει έχοντας υποθέσει ότι τα δεδομένα είναι μια πραγματοποίηση κανονικής στοχαστικής διαδικασίας.

Στο Παράδειγμα 5 που ακολουθεί υπολογίζουμε τη μέση συχνότητα ως το μέσο αριθμό των υπερβάσεων του επιπέδου αναφοράς (εδώ ως επίπεδο αναφοράς λαμβάνεται το 0), ανά μονάδα χρόνου. Αυτό επιτυγχάνεται με παρεμβολή στην καμπύλη του αριθμού των υπερβάσεων  $\mu(u)$ .

### Παράδειγμα 5. (Υπολογισμός συχνότητας.)

```
xx=load('83120100.dat');

T=max(xx(:,1))-min(xx(:,1))      %Ορίζουμε το χρονικό διάστημα
                                %παρατήρησης.
lc=dat2lc(xx);                  %Υπολογίζουμε τον αριθμό υπερβάσεων.
f0=interp1(lc(:,1),lc(:,2),0)/T %Ορίζουμε τη συχνότητα και
                                %εφαρμόζουμε παρεμβολή στην καμπύλη
                                %του αριθμού των υπερβάσεων.
```

Το πρόγραμμα αποκρίνεται ως εξής:

```
T = 1.1215e+003
```

```
f0 = 0.1846
```

Οι εντολές που χρησιμοποιήθηκαν σε αυτό το παράδειγμα είναι κλασικές εντολές της MATLAB και δεν θα επεκταθούμε άλλο.

Στη συνέχεια, εντοπίζουμε τα τοπικά ακρότατα της καταγραφής  $x(t)$  (turning points) χρησιμοποιώντας την εντολή **dat2tp** του WAFO και υπολογίζουμε τον συντελεστή ανωμαλίας  $\gamma$ .

**Παράδειγμα 6.** (Τοπικά ακρότατα & συντελεστής ανωμαλίας.)

```
xx=load('83120100.dat');

tp=dat2tp(xx);           %Εντοπίζω τα τοπικά ακρότατα.
gamma=f0/(length(tp)/(2*T)) %Υπολογίζω τον συντελεστή ανωμαλίας.
```

Το πρόγραμμα αποκρίνεται ως εξής:

```
gamma = 0.7753
```

Εδώ παρατηρούμε ότι το `length(tp)` είναι ίσο με τον αριθμό των μεγίστων και των ελαχίστων μαζί, γι' αυτό διαιρούμε με το 2 αφού χρειαζόμαστε μόνο τα τοπικά μέγιστα (σύμφωνα με τον ορισμό του συντελεστή ανωμαλίας). Η μεταβλητή `tp` στην οποία αποθηκεύονται τα αποτελέσματα της **dat2tp** είναι ένας πίνακας με δύο στήλες: στην πρώτη είναι οι χρόνοι στους οποίους εμφανίζονται τα ακρότατα και στην άλλη οι τιμές της ανύψωσης.

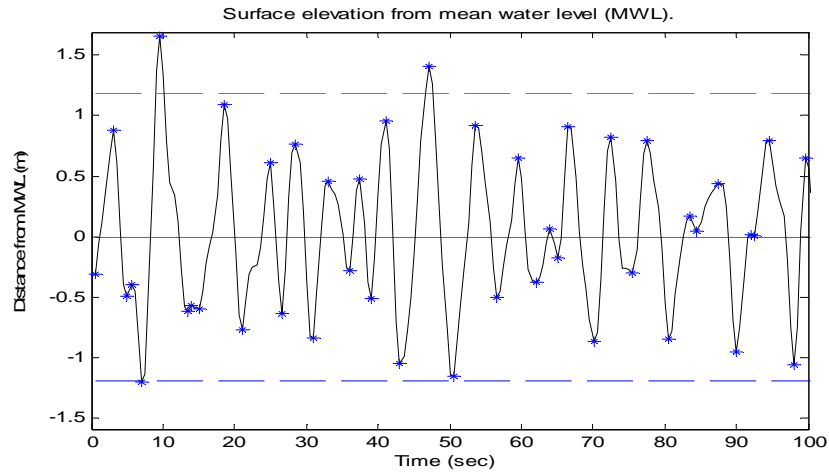
Αν επιπλέον θέλουμε να παράγουμε το γράφημα της χρονοσειράς της καταγραφής με τα εντοπισμένα ακρότατα, κάνουμε χρήση της εντολής **waveplot**, στην οποία θα αναφερθούμε πάλι στην Παρ.1.2.3:

**Παράδειγμα 6.** (συνέχεια)

```
x1=xx(1:400,:);           %Επιλέγουμε ένα μέρος της καταγραφής.
tp=dat2tp(x1);           %Εντοπίζουμε τα ακρότατα.
waveplot(x1,tp,'k-','*',1,1,sa) %Σχεδιάζουμε στο γράφημα των
                               %ανυψώσεων τα ακρότατα.

axis([0 100 -inf inf])   %Ορίζουμε τους άξονες του γραφήματος.
```

Το αποτέλεσμα δίνεται στο Σχήμα 3, που ακολουθεί, όπου για λόγους ευκρίνειας αναπαριστούμε μόνο τα πρώτα 400 στοιχεία του πίνακα της καταγραφής.



Σχήμα 3: Ένα μέρος της καταγραφής και τα ακρότατα σημειωμένα με αστερίσκους.

### 1.2.3 Υπολογισμός φάσματος απευθείας από τα δεδομένα

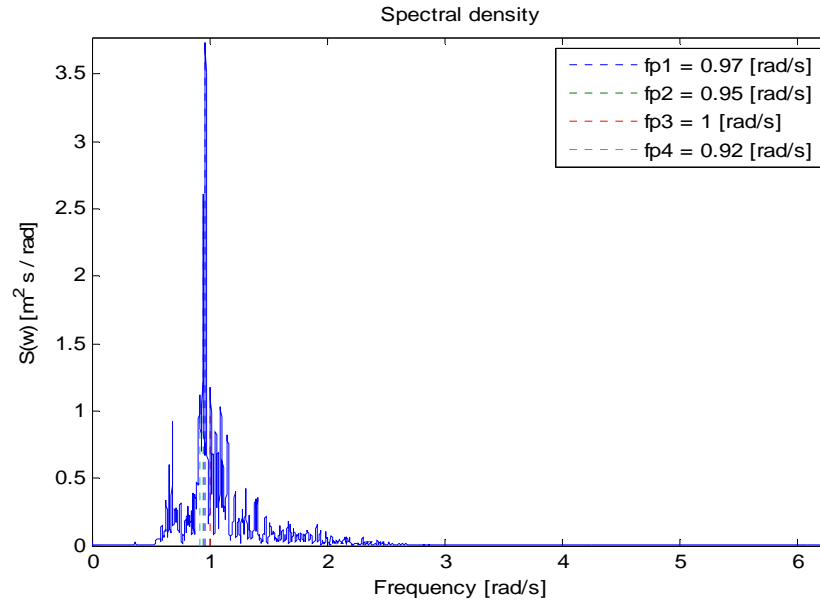
Το σημαντικότερο ίσως χαρακτηριστικό των κυματικών δεδομένων είναι το φάσμα τους. Στο παράδειγμα που ακολουθεί υπολογίζουμε το φάσμα της καταγραφής 83120100.dat με την εντολή **dat2spec2** και το σχεδιάζουμε με την εντολή **wspecplot** του WAFO.

#### Παράδειγμα 7. (Υπολογισμός φάσματος.)

```
xx=load('83120100.dat');
S=dat2spec2(xx,2244);           %Επιλέγουμε όλη την καταγραφή με 2244
                                %στοιχεία.
wspecplot(S)                   %Σχεδιάζουμε το φάσμα.
```

Το πρόγραμμα αποκρίνεται ως εξής:





**Σχήμα 3:** Το φάσμα που προκύπτει από τις μετρήσεις της καταγραφής 83120100.dat .

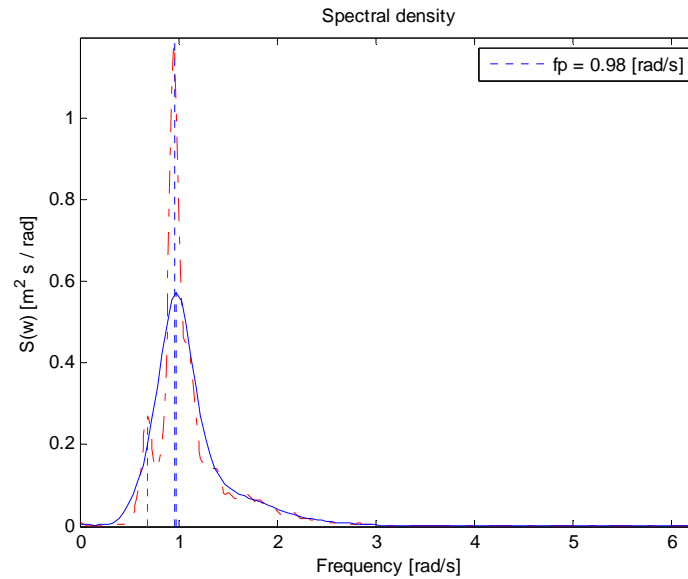
Το WAFO δίνει τη δυνατότητα να εμφανίζεται πιο ομαλό το φάσμα, χρησιμοποιώντας πάλι την ίδια εντολή **dat2spec2** και προσθέτοντας απλά άλλη μία παράμετρο που ορίζει το βαθμό εξομάλυνσης της καμπύλης (smoothing), όπως υποδεικνύεται στο Παράδειγμα 8.

### Παράδειγμα 8. (Εξομάλυνση του φάσματος.)

```
xx=load('83120100.dat');

S1=dat2spec2(xx,200);           %Επιλέγουμε μέρος της καταγραφής(200
                                %στοιχεία).
S2=dat2spec2(xx,50);           %Επιλέγουμε μέρος της καταγραφής(50
                                %στοιχεία).
wspecplot(S1,[],'-.')          %Σχεδιάζουμε το 1° φάσμα.
hold on
wspecplot(S2)                  %Στο ίδιο γράφημα σχεδιάζουμε το 2°
hold off                        %φάσμα.
```

Το πρόγραμμα δίνει:



**Σχήμα 4:** Το φάσμα της καταγραφής 83120100 .dat με διαφορετικούς βαθμούς εξομάλυνσης.

Από το Σχήμα 4 βλέπουμε ότι όσο λιγότερα σημεία επιλέγονται από την καταγραφή για τον υπολογισμό του φάσματος, τόσο αυτό εμφανίζεται πιο ομαλό. Μάλιστα, ενώ το πρώτο φάσμα (με τα 200 στοιχεία) εμφανίζει δύο κορυφές, το δεύτερο (με τα 50 στοιχεία) είναι μονοκόρυφο.

Στο επόμενο παράδειγμα, με την εντολή **spec2mom** υπολογίζουμε τις φασματικές ροπές της καταγραφής. Στη συνέχεια, συγκρίνουμε την ροπή μηδενικής τάξης με την τυπική απόκλιση που οφείλουν να είναι ίσες εξ ορισμού:

$$\sigma = \sqrt{m_0} .$$

#### Παράδειγμα 9. (Υπολογισμός φασματικών ροπών.)

```
xx=load('83120100.dat');
```

```
[mom text]=spec2mom(S,4)
```

```
[sa sqrt(mom(1))]
```

```
%Υπολογίζουμε τις ροπές.
```

```
%Συγκρίνουμε την  $\sqrt{m_0}$  με την τυπική
```

```
%απόκλιση που υπολογίζει η MATLAB .
```

Το πρόγραμμα αποκρίνεται ως εξής:

```
mom = 0.3534    0.5008    1.2729

text = 'm0'    'mii'    'miiii'    ' where i=t'

ans = 0.5946    0.5944
```

Η εντολή **spec2mom** υπολογίζει φασματικές ροπές μέχρι και τέταρτης τάξης. Σαν προεπιλογή η συγκεκριμένη εντολή εμφανίζει μόνο τις:  $m_0, m_2, m_4$  και τις αποθηκεύει-όπως φαίνεται και από τον κώδικα-στο διάνυσμα `mom`. Για την μέθοδο υπολογισμού των φασματικών ροπών βλ. Baxevani et al (2003). Είναι πιθανό, γενικά, να εμφανιστούν υψηλές τιμές στις ροπές, κάτι το οποίο μερικώς οφείλεται στα λανθασμένα δεδομένα που ενδέχεται να υπάρχουν στην εκάστοτε καταγραφή. Για παράδειγμα, εάν υπάρχουν πολλές επαναλαμβανόμενες τιμές το φαινόμενο Gibb μπορεί να οδηγήσει σε ψηλές συχνότητες στο φάσμα, όπως έχουμε ήδη αναφέρει σε προηγούμενη παράγραφο.

Αφού είναι πλέον γνωστό το φάσμα μπορούμε να υπολογίσουμε τη συνάρτηση συνδιακύμανσης  $C_{xx}(\tau)$  από αυτό, με την εντολή **spec2cov** και να τη συγκρίνουμε με τη συνάρτηση συνδιακύμανσης που προκύπτει κατευθείαν από τα δεδομένα, μέσω της εντολής **dat2cov**. Στο παράδειγμα που ακολουθεί, ζητάμε επιπλέον να σχεδιαστούν στο ίδιο γράφημα τα αποτελέσματα με την εντολή **covplot**. Αναλυτικότερη παρουσίαση των εντολών που διατίθενται στο λειτουργικό πακέτο WAFO για την παρουσίαση των αποτελεσμάτων (γραφήματα, ιστογράμματα κ.τ.λ.) γίνεται σε ξεχωριστή παράγραφο της εργασίας.

**Παράδειγμα 10.** (Υπολογισμός συνάρτησης συνδιακύμανσης.)

```
xx=load('83120100.dat');

R=spec2cov(S);           %Υπολογίζουμε τη συνδιακύμανση από το φάσμα.

R1=dat2cov(xx,80);      %Υπολογίζουμε τη συνδιακύμανση από τα δεδο-
                        %μένα.
```

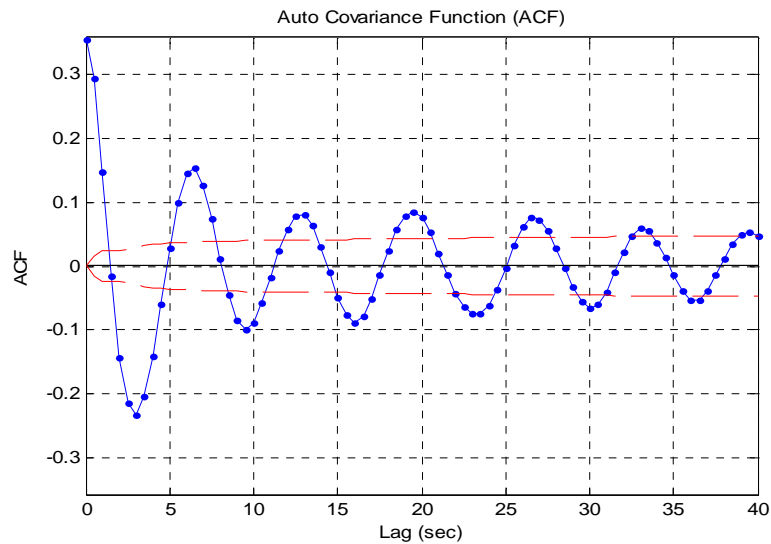
```

convplot(R,80,[],'.')      %Σχεδιάζουμε την πρώτη συνδιακύμανση.
hold on
convplot(R1)              %Σχεδιάζουμε τη δεύτερη συνδιακύμανση.
hold off

```

Επιλέγουμε να σχεδιάσουμε τα 80 από τα 2244 στοιχεία του πίνακα των δεδομένων αποκλειστικά για λόγους ευκρίνειας του γραφήματος.

Το πρόγραμμα αποκρίνεται:



**Σχήμα 4:** Η συνάρτηση συνδιακύμανσης υπολογιζόμενη κατευθείαν από τα δεδομένα (συνεχής γραμμή), συγκρινόμενη με την αντίστοιχη συνάρτηση συνδιακύμανσης που προκύπτει από το φάσμα (διακεκομμένη γραμμή).

Για να υπολογίσουμε, στη συνέχεια, τον συντελεστή ασυμμετρίας (skewness) και τον συντελεστή κύρτωσης (kurtosis) των διάφορων κατανομών που υπολογίζουμε από τα δεδομένα, κάνουμε χρήση των εντολών **wskewness** και **wkurtosis** του WAFO. Οι συγκεκριμένες εντολές υπολογίζουν τον συντελεστή ασυμμετρίας και τον συντελεστή κύρτωσης με τη μέθοδο που προτείνει ο Winterstein (1988). Στο παράδειγμα που ακολουθεί φαίνεται ο τρόπος σύνταξής τους.

**Παράδειγμα 11α.** (Υπολογισμός συντελεστών ασυμμετρίας και κύρτωσης της κατανομής.)

```
xx=load('83120100.dat');
```

```
r3=wskewness(xx(:,2))      %Υπολογισμός της ασυμμετρίας της
                           %κατανομής.
r4=wkurtosis(xx(:,2))     %Υπολογισμός της κύρτωσης της κατανομής.
```

Το πρόγραμμα δίνει την εξής απάντηση:

```
r3 = 0.1837
```

```
r4 = 2.9108
```

Μπορούμε να υπολογίσουμε τα ίδια μεγέθη (αλλά και τον μέσο και την τυπική απόκλιση) κατευθείαν από το φάσμα, με τη μέθοδο που προτείνουν οι Marthinsen & Winterstein (1992). Αυτό επιτυγχάνεται με την εντολή **spec2skew** του WAFO (`help spec2skew`).

### Παράδειγμα 11β. (συνέχεια)

```
S1=dat2spec2(a,200);      %Εδώ χρησιμοποιείται ένα μέρος του συνολικού
                           %φάσματος για οικονομία υπολογισμών.

[sk, ku]=spec2skew(S1)   %Υπολογισμός του συντελεστή ασυμμετρίας και
                           %κύρτωσης.
```

Το πρόγραμμα επιστρέφει:

```
sk = 0.1636
```

```
ku = 3.0476
```

Αν χρειάζεται να γίνει έλεγχος του πόσο αποκλίνουν οι κατανομές που προκύπτουν από την θεωρητική κανονική κατανομή (δηλαδή πόσο αποκλίνουν από τη γραμμικότητα), απλά σχεδιάζουμε με την εντολή **wnormplot** τα δεδομένα σε γράφημα κανονικής κατανομής (normal probability plot).

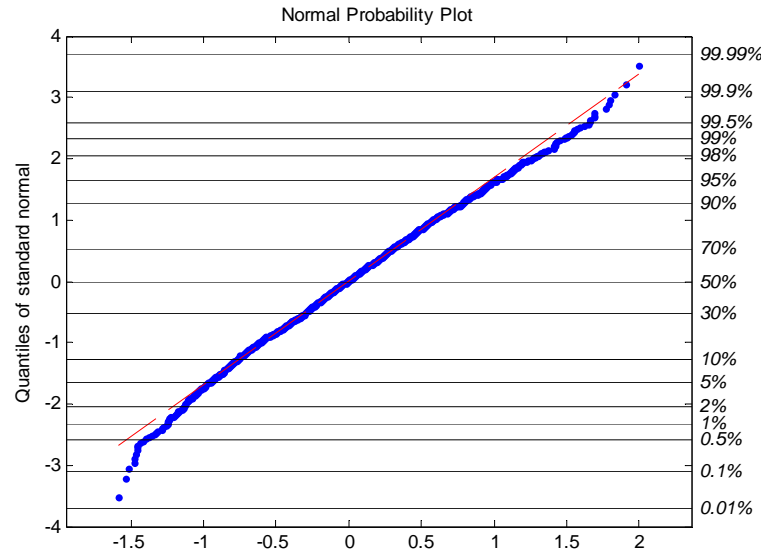
### Παράδειγμα 12. (Απόκλιση από την κανονική κατανομή.)

```
xx=load('83120100.dat');
```

```
wnormplot(xx(:,2))
```

%Σχεδιάζουμε το γράφημα κανονικής  
%κατανομής.

Το πρόγραμμα δίνει:



Σχήμα 5: Τα δεδομένα `a` της καταγραφής `83120100.dat` σε γράφημα κανονικής κατανομής.

### 1.2.4 Διάφοροι υπολογισμοί

Σε αυτήν την παράγραφο θα εξάγουμε διάφορα κυματικά χαρακτηριστικά μεγέθη από τα δεδομένα και στη συνέχεια θα τα περιγράψουμε με χρήση παραμετρικών και μη-παραμετρικών μεθόδων, όπως εμπειρικές κατανομές, ιστογράμματα, εκτιμήτριες kernel.

Οι ορισμοί των κυματικών χαρακτηριστικών που θα αναλυθούν στη συνέχεια (περίοδοι, ύψη, πλάτη) δίνονται μέσα στο WAFO με τις εντολές `help perioddef`, `help wavedef`, `help ampdef`, `help crossdef`.

Αρχικά, υπολογίζουμε την περίοδο του κύματος. Στο παράδειγμα χρησιμοποιούμε την περίοδο από κορυφή σε κορυφή (`Tcrctcr` - crest to crest period).

Σαν δεδομένα θα επιλέξουμε πάλι την καταγραφή '83120100.dat' με συχνότητα δειγματοληψίας στα 2 Hz. Για την εκτίμηση της παραμέτρου  $T_{cr-cr}$  μπορεί να είναι απαραίτητη μεγαλύτερη ανάλυση από αυτή των 2 Hz και έτσι μπορούμε να εφαρμόσουμε παρεμβολή (interpolation), εισάγοντας την κατάλληλη τιμή στη μεταβλητή `rate` της εντολής **dat2wa**. Ο ακόλουθος κώδικας θα αποδώσει τις περιόδους από κορυφή σε κορυφή ( $T_{cr-cr}$  - crest to crest period), όπως και την περίοδο κορυφής ( $T_c$ ) που ορίζεται ως το χρονικό διάστημα μεταξύ μίας άνω-τομής του επιπέδου ηρεμίας (up-crossing) και της ακόλουθης κάτω-τομής του επιπέδου ηρεμίας (down-crossing) από τη συνάρτηση ανύψωσης.

### Παράδειγμα 13. (Υπολογισμός διάφορων τύπων περιόδου.)

```
xx=load('83120100.dat');

rate=8; %Ορίζουμε τον βαθμό παρεμβολής.
Tcr-cr=dat2wa(xx,0,'c2c','tw',rate); %Υπολογίζουμε την Tcr-cr.
Tc=dat2wa(xx,0,'u2d','tw',rate); %Υπολογίζουμε την Tc.
```

Το πρόγραμμα αποθηκεύει τα αποτελέσματα στους πίνακες  $T_{cr-cr}$  και  $T_c$ .

Στη συνέχεια, θα κάνουμε χρήση της εντολής **dat2steep** για τον υπολογισμό του συντελεστή κλίσης (steepness) καθώς και των υψών, των πλατών και των περιόδων των κυμάτων της καταγραφής.

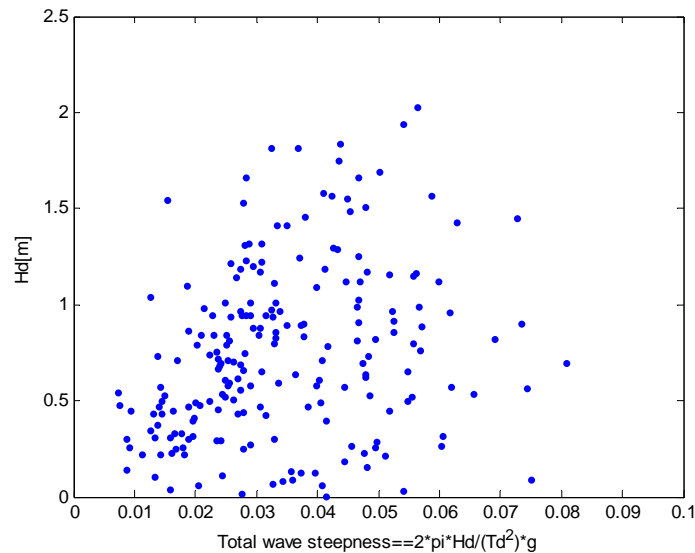
### Παράδειγμα 14α. (Υπολογισμός συντελεστή κλίσης, υψών, πλατών, περιόδων.)

```
xx=load('83120100.dat');

rate=8; %Ορίζουμε το βαθμό της παρεμβολής.
method=3; %Ορίζουμε τη μέθοδο. Εδώ επιλέγουμε
%να υπολογίσουμε το συντελεστή ολικής
%κλίσης των κυμάτων, σύμφωνα με τον
%ορισμό των κάτω τομών(zero-
%downcrossing waves).
```

```
[S,H,Ac,At,Tcf,Tcb,z_ind,yn] %Υπολογισμός των χαρακτηριστικών
= dat2steep(xx,rate,method); %μεγεθών.
plot(S,Ac, ' . ') %Σχεδιασμός συντελεστή κλίσης-πλάτους
%κορυφών.
axis([0 0.1 0 2.5]) %Κανονικοποίηση των αξόνων.
```

Το πρόγραμμα δίνει την εξής απάντηση:



**Σχήμα 6:** Ο συντελεστής συνολικής κλίσης (total wave steepness) των κυμάτων της καταγραφής 83120100.dat συναρτήσει του πλάτους κορυφής Ac.

Η παρεμβολή που εφαρμόζει στο σήμα της καταγραφής η εντολή **dat2steep**, εσωτερικά, καλώντας την **interp1** της MATLAB, γίνεται με κυβικές splines [Ακρίβης, Δούγαλης - 1998]. Για τον υπολογισμό του συντελεστή της συνολικής κλίσης του κάθε κύματος κάτω τομών (zero-downcrossing wave) χρησιμοποιείται η σχέση:

$$S = \frac{2\pi H_d}{T_d^2 g} = \frac{H_d}{1.56 T_d^2}.$$

Για τους ορισμούς των υπόλοιπων μεγεθών που εκτιμά η εντολή, καθώς και για τις διαφορετικές επιλογές ο αναγνώστης παραπέμπεται στο βοηθητικό οδηγό του WAFO-help dat2steep.



### 1.2.5 Κατανομές φαινομένων και στατιστικών κυματικών μεγεθών

Σε αυτή την παράγραφο θα αναφερθούμε σε τρεις διαφορετικούς τρόπους εκτίμησης των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας (σ.π.π.) διαφόρων χαρακτηριστικών μεγεθών που περιγράφουν τα θαλάσσια κύματα.

- Αναλυτική αναπαράσταση των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας (σ.π.π.) των φαινομένων χαρακτηριστικών κυματικών μεγεθών (π.χ. πλάτος, ύψος, περίοδος), μέσω παραμετρικών οικογενειών συναρτήσεων (παραμετρικά μοντέλα συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας), όπως π.χ. η κανονική κατανομή, η εκθετική, η κατανομή βήτα, αλλά και μέσω συναρτήσεων-πυρήνων (Kernel estimators).
- Φασματική αναπαράσταση των σ.π.π. διαφόρων κυματικών μεγεθών. Θα δοθούν παραδείγματα προτεινόμενων μοντέλων και φασμάτων από τη βιβλιογραφία.
- Ο ακριβής υπολογισμός των σ.π.π. απευθείας από τον μαθηματικό ορισμό τους. Πρόκειται για αόριστα ολοκληρώματα που υπολογίζονται με αριθμητικές μεθόδους. Στα πλαίσια του WAFO υπάρχουν διάφοροι αλγόριθμοι για αυτούς τους υπολογισμούς. Στα παραδείγματα που ακολουθούν θα καταδειχθεί ο τρόπος υπολογισμού των σ.π.π. των διαφόρων τύπων περιόδου, μήκους κύματος και πλάτους κύματος με αυτή τη θεώρηση.

#### 1.2.5.1 Μη-παραμετρικές αναπαραστάσεις των σ.π.π. φαινομένων κυματικών μεγεθών

Εδώ θα εξάγουμε τα φαινόμενα κυματικά χαρακτηριστικά του ενδιαφέροντός μας από τις μετρήσεις και στη συνέχεια θα χρησιμοποιήσουμε μη παραμετρικά μοντέλα και συναρτήσεις-πυρήνες (Kernel estimators) για να τις περιγράψουμε ικανοποιητικά.

Συνιστάται να γίνεται έλεγχος της ποιότητας των δεδομένων πριν την ανάλυση με τη βοήθεια των εντολών **findoutliers** και **detrend**, στις οποίες έχουμε ήδη αναφερθεί στην παράγραφο 1.2.1.

### Περίοδος κύματος

Συνεχίζοντας στο παράδειγμα 14 και έχοντας υπολογίσει τις περιόδους  $T_{c1}$  και  $T_c$ , θα χρησιμοποιήσουμε μία εκτιμήτρια συνάρτηση Kernel (KDE), προκειμένου να υπολογίσουμε τη σ.π.π. της περιόδου κορυφής των κυμάτων και να τη συγκρίνουμε με το εμπειρικό ιστόγραμμα των περιόδων από τα δεδομένα που έχουν αποθηκευθεί από το πρόγραμμα στον πίνακα  $T_c$ . Για να ορίσουμε μια κατάλληλη κλίμακα για την σ.π.π. στο γράφημα, πρώτα υπολογίζουμε τη μέση και τη μέγιστη τιμή των περιόδων που προκύπτουν από την καταγραφή.

Γίνεται χρήση της εντολής **linspace** της MATLAB για να ρυθμίσουμε τον άξονα (x-άξονας) με 200 σημεία. Για τον υπολογισμό και σχεδιασμό της πυκνότητας πιθανότητας χρησιμοποιούνται οι εντολές **kde** (`help kde`) και **pdfplot** (`help pdfplot`) του WAFO, αντίστοιχα. Τέλος, για την κατασκευή του ιστογράμματος καλείται η **whisto** (`help whisto`).

### Παράδειγμα 14β. (Συνέχεια-Υπολογισμός της κατανομής των περιόδων.)

```
mean(Tc)           %Υπολογισμός μέσης τιμής περιόδου.

max(Tc)           %Υπολογισμός μέγιστης τιμής περιόδου.
t=linspace(0.01,8,200); %Επιλέγουμε να υπολογίσουμε την σ.π.π.
                   %σε 200 σημεία από 0.01-8.

ftc1=kde(Tc,{'L2',0},t); %Υπολογίζουμε την σ.π.π. και τη
                        %μετασχηματίζουμε κατάλληλα, επιλέγοντας
                        %σωστά την παράμετρο L2.

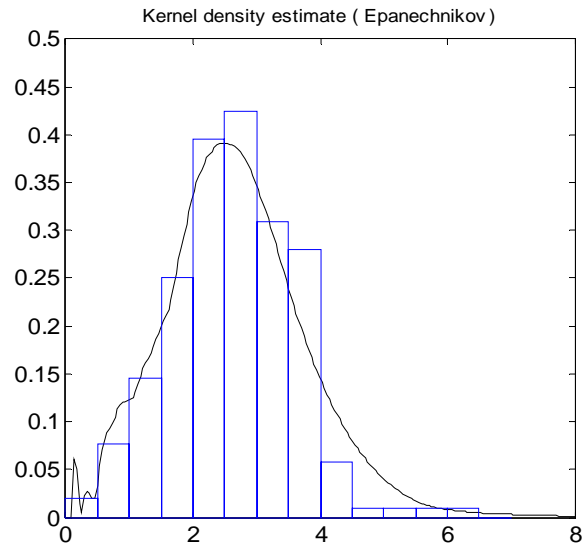
pdfplot(ftc1)     %Σχεδιάζουμε την σ.π.π.
hold on
whisto(Tc,[],[],1) %Στο ίδιο γράφημα σχεδιάζουμε το
                   %ιστόγραμμα.
```

```
axis([0 8 0 0.5])
hold off
```

Το πρόγραμμα δίνει:

```
ans = 2.6364           %Η μέση τιμή της περιόδου.

ans = 6.3580         %Η μέγιστη τιμή της περιόδου.
```



**Σχήμα 7:** Η εκτιμήτρια Kernel της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της περιόδου κορυφής της καταγραφής 83120100.dat (καμπύλη), συγκρινόμενη με το ιστόγραμμα της καταγραφής.

Η παράμετρος  $L2$  χρησιμοποιείται εσωτερικά στη συνάρτηση-εντολή **kde** για να εξασφαλιστεί ότι η σ.π.π. δεν θα πάρει αρνητικές τιμές. Αυτό γίνεται με έναν απλό μετασχηματισμό στη σ.π.π., επιλέγοντας μία από τις ακόλουθες τιμές για την  $L2$  :

1) για  $L2 = 0$  γίνεται λογαριθμικός μετασχηματισμός στα δεδομένα  
 $t(x_i; L2) = \log(x_i)$ .

2) για  $L2 \cong 0$  γίνεται ο μετασχηματισμός  $t(x_i; L2) = x_i^{L2} \cdot \text{sign}(L2)$ .

3) για  $L2 = 1$  δεν γίνεται μετασχηματισμός (προεπιλογή του προγράμματος).

**Σημείωση:** Προτείνεται στον αναγνώστη για καλύτερη κατανόηση των παραπάνω να τρέξει το **kdedemo2** που δείχνει ακριβώς γιατί η μετασχηματισμένη εκτιμήτρια Kernel είναι καλύτερη προσέγγιση γύρω από το 0 σε σχέση με την κανονική εκτιμήτρια, για δεδομένα που ακολουθούν κατανομή Rayleigh.

Να σημειωθεί επίσης, ότι η εντολή **kde** δίνει τη δυνατότητα να επιλέξουμε ανάμεσα σε διαφορετικά είδη εκτιμητριών συναρτήσεων-εδώ χρησιμοποιήθηκε η προεπιλεγμένη από το πρόγραμμα εκτιμήτρια Epanechnikov. Για περισσότερες πληροφορίες μπορεί κανείς να ανατρέξει στο ίδιο το πρόγραμμα με `help kde`.

Η **kde** μπορεί να αποδειχθεί αρκετά αργή για μεγάλα αρχεία καταγραφών, οπότε εναλλακτικά και για ταχύτερους υπολογισμούς μπορεί να χρησιμοποιηθεί η εντολή **kdebin**, που υπολογίζει μια προσέγγιση της πραγματικής εκτιμήτριας Kernel. Μια σημαντική παράμετρος εισόδου σε αυτή την εντολή είναι η `inc` (`help kdeoptset`), η οποία ορίζει το βαθμό της προσέγγισης και παίρνει τιμές από 100 έως 500. (Μια τιμή της `inc` κάτω από 50 θα έχει σαν αποτέλεσμα μικρό υπολογιστικό χρόνο, αλλά πιθανότατα ανακριβή αποτελέσματα). Για εφαρμογή της **kdebin** ο αναγνώστης παραπέμπεται στο Παράδειγμα 18.

### Έλεγχος για ακραία κύματα (extreme waves).

Στο παράδειγμα που ακολουθεί υπολογίζουμε το συντελεστή κλίσης κύματος  $s$  και το πλάτος κορυφής  $A_c$  με τη βοήθεια της εντολής **dat2steep**. Στη συνέχεια, αφού ενδιαφερόμαστε για εμφανίσεις ακραίων κυμάτων και ως τέτοια μπορούμε να ορίσουμε π.χ. αυτά με τη μεγαλύτερη κλίση ή τα πιο ψηλά, αναζητούμε τις μέγιστες τιμές των μεγεθών  $s$  και  $A_c$ . Σχεδιάζουμε τα συγκεκριμένα κύματα που ικανοποιούν τα κριτήρια που έχουμε ορίσει με την εντολή **spwaveplot**.

**Παράδειγμα 15.** (Έλεγχος για ακραία κύματα.)

```

xx=load('83120100.dat');

method=0;
rate=8;
[S,H,Ac,At,Tcf,Tcb,z_ind,yn]=... %Υπολογισμός steepness s και πλάτους
dat2steep(xx,rate,method);      %κορυφής κύματος Ac.

[Smax indS]=max(S)               %Εντοπισμός κύματος με μέγιστο s.
[Amax indA]=max(Ac)             %Εντοπισμός κύματος με μέγιστο Ac.
spwaveplot(yn,[indA,indS],'k.') %Σχεδιασμός των 2 συγκεκριμένων
                                %κυμάτων της καταγραφής.

```

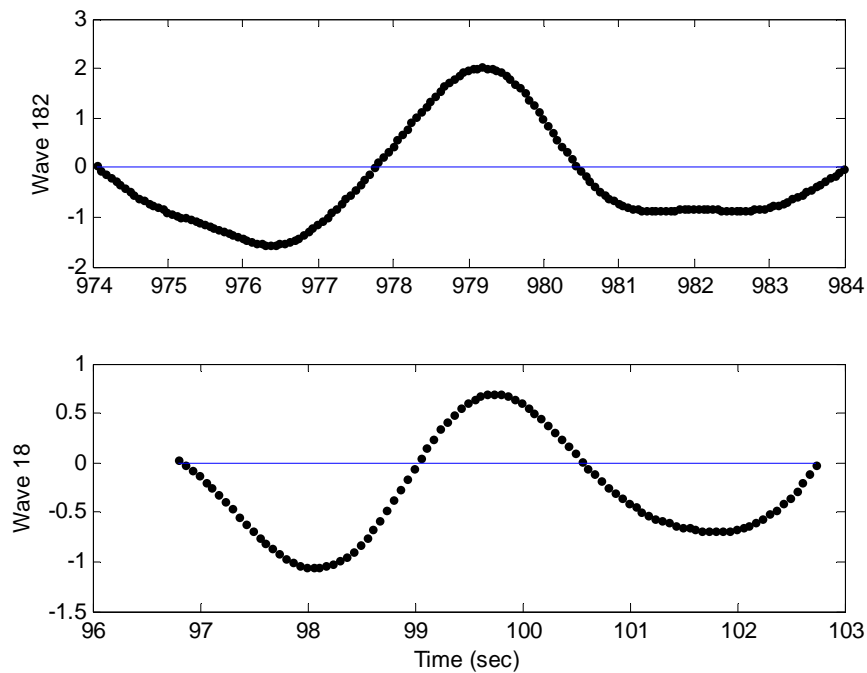
Το πρόγραμμα αποκρίνεται ως εξής:

Smax = 0.0808

indS = 18

Amax = 2.0270

indA = 182



**Σχήμα 8:** Δύο κύματα, το υψηλότερο και το πιο λοξό, που παρατηρούνται στην καταγραφή '83120100.dat'.

## Πλάτος κορυφής κύματος

Θα εξετάσουμε τώρα τις εκτιμήτριες συναρτήσεις Kernel της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας του πλάτους κορυφής  $\lambda_c$  των κυμάτων. Είναι γνωστό ότι για μια κατάσταση θάλασσας που περιγράφεται από το μοντέλο Gauss, η ουρά της κατανομής του πλάτους κορυφής  $\lambda_c$  προσεγγίζεται ικανοποιητικά από την κατανομή Rayleigh. Οι Wand, Jones (1995) έδειξαν ότι η κατανομή Gauss είναι μια από τις πιο απλές κατανομές για να εξάγουμε μια καλή εκτιμήτρια Kernel της σ.π.π.. Η διαδικασία περιπλέκεται για κατανομές που δεν είναι συμμετρικές και συνεπώς παρουσιάζουν λοξότητα ή ασυμμετρία (skewness) και κυρτότητα (kurtosis), αλλά και για κατανομές που έχουν περισσότερες από μία κορυφές. Η δυσκολία αυτή μπορεί να αμβλυνθεί μετασχηματίζοντας τα δεδομένα. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί επιλέγοντας διαφορετικές τιμές για την παράμετρο εισόδου L2 της εντολής **kde**, την οποία χρησιμοποιήσαμε και για τον υπολογισμό της σ.π.π. των διαφόρων ειδών περιόδου του κύματος πρωτύτερα.

Έτσι λοιπόν, στο παράδειγμα που ακολουθεί αρχικά μετασχηματίζουμε τα δεδομένα ώστε η κατανομή της συνάρτησης του πλάτους κορυφής  $\lambda_c$  να προσομοιάζει σε κατανομή Gauss. Δοκιμάζοντας διάφορες τιμές για το συντελεστή L2 καταλήγουμε στην τιμή  $L2=0.6$  και βλέπουμε στο Σχήμα 9 με τη βοήθεια της εντολής **wnormplot** ότι το γράφημα κανονικής κατανομής είναι σχεδόν γραμμικό. Χρειάζεται πάντα να δοκιμάζουμε τιμές για την επιλογή του L2, βλ. επίσης **help kdeoptset** του WAFO.

**Παράδειγμα 16a.** (Υπολογισμός της κατανομής του πλάτους κορυφής  $\lambda_c$ .)

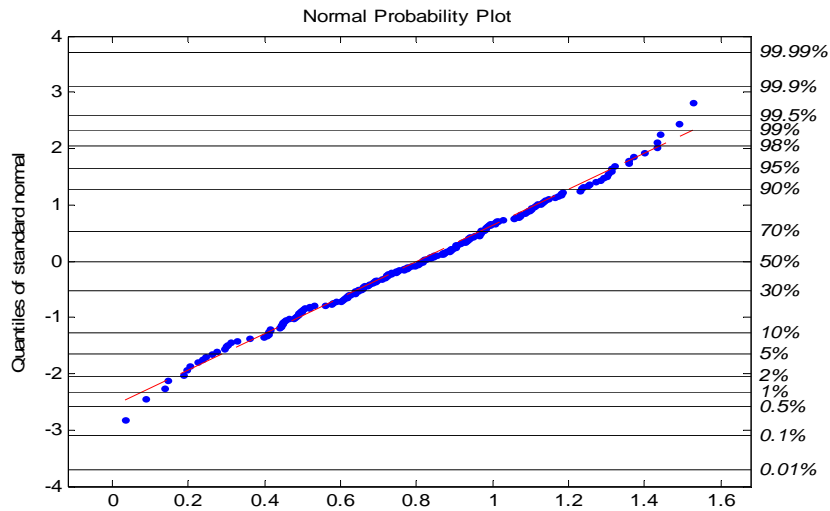
```
xx=load('83120100.dat');

rate=8;                               %Ορίζουμε το βαθμό της παρεμβολής.
method=3;                              %Ορίζουμε τη μέθοδο.Εδώ επιλέγουμε να
                                         %υπολογίσουμε την ολική λοξότητα των
                                         %κυμάτων, σύμφωνα με τον
                                         %ορισμό των κάτω τομών(zero-
                                         %downcrossing waves).
```

```
[S,H,Ac,At,Tcf,Tcb,z_ind,yn] %Υπολογισμός των χαρακτηριστικών
= dat2steep(xx,rate,method); %μεγεθών.
```

```
L2=0.6; %Κατάλληλη επιλογή του L2.
wnormplot(Ac.^L2) %Σχεδιασμός γραφήματος κανονικής
%πιθανότητας για το πλάτος.
```

Το πρόγραμμα δίνει:



**Σχήμα 9:** Γράφημα κανονικής κατανομής για τη συνάρτηση πλάτους κορυφής της καταγραφής 83120100.dat.

Στη συνέχεια, στο ίδιο παράδειγμα υπολογίζουμε την κατανομή μέσω εκτιμήτριας συνάρτησης Kernel με τη μέθοδο Epanechnikov με την εντολή **kde** του WAFO (`help kde`), καθώς και το ολοκλήρωμα της με τη μέθοδο ολοκλήρωσης Simpson με την εντολή **simpson** του WAFO (`help simpson`) [Ακρίβης, Δούγαλης, 1998].

**Παράδειγμα 16β.** (συνέχεια)

```
t=linspace(0.01,3,200); %Κατασκευάζουμε τον άξονα των x για τα
%ποία θα υπολογιστεί η σ.π.π..
fac=kde(Ac,{'L2',0.6},t); %Υπολογισμός της σ.π.π. του Ac.
pdfplot(fac) %Σχεδιασμός της κατανομής.

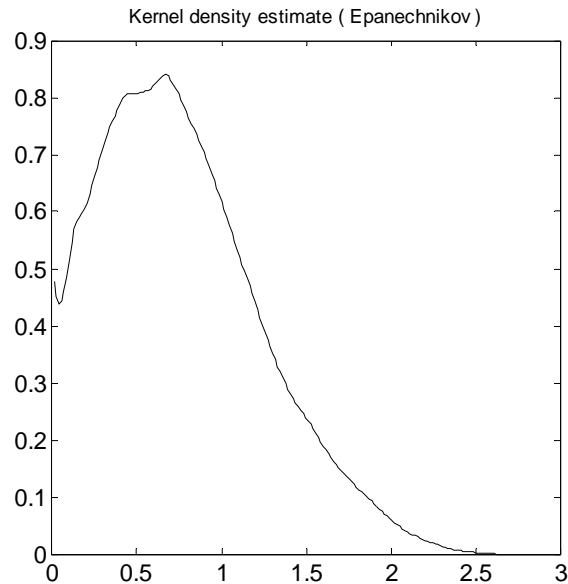
simpson(fac.x{1},fac.f) %Υπολογισμός του ολοκληρώματος που εξ'
%ορισμού δίνει τη σ.π.π. με τη μέθοδο
```

```
%Simpson.
```

Το πρόγραμμα επιστρέφει:

```
ans =
```

```
0.9889
```



**Σχήμα 10:** Η κατανομή της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας του πλάτους κορυφής  $A_c$  με χρήση εκτιμήτριας Kernel (Epanechnikov).

Η τιμή του ολοκληρώματος της υπολογισμένης συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας του πλάτους κορυφής  $A_c$  είναι 0.9889, ενώ θα έπρεπε να είναι μονάδα. Εμφανίζεται λοιπόν, μια αβεβαιότητα κατά 0.01. Είναι πιθανό αυτή η απόκλιση να οφείλεται στο γεγονός ότι η εκτιμώμενη πυκνότητα έχει σφάλματα για τα μικρά πλάτη. Για να ελέγξουμε αυτή την υπόθεση υπολογίζουμε την αθροιστική συνάρτηση κατανομής (α.σ.κ.) του πλάτους  $A_c$ , χρησιμοποιώντας τον μαθηματικό της ορισμό:

$$P(A_c \leq h) = 1 - \int_h^{+\infty} f_{A_c}(x) dx \quad ,$$

όπου  $f_{A_c}(x)$  είναι η σ.π.π. που έχουμε ήδη υπολογίσει για το πλάτος  $A_c$  (ε<sub>fac</sub> - Παράδειγμα 16β). Ο ακόλουθος κώδικας δίνει μια εκτίμηση της αθροιστικής



συνάρτησης κατανομής ( $F_{ac}$ ) για το πλάτος κορυφής  $A_c$  και κάνει σύγκριση με την εμπειρική κατανομή που προκύπτει από τα δεδομένα με χρήση της εντολής **empdistr**.

Το ολοκλήρωμα στον ορισμό της α.σ.κ. που μόλις δώσαμε υπολογίζεται με τη μέθοδο του τραπεζίου [Ακρίβης, Δούγαλης, 1998] με την εντολή της MATLAB **cumtrapz** (βλ. help της MATLAB). Να σημειώσουμε επίσης ότι είναι απαραίτητη και η χρήση της εντολής της MATLAB **flipud** (βλ. help της MATLAB), προκειμένου να αλλάξουμε τις διαστάσεις του πίνακα  $f_{ac}$  στον οποίο έχει αποθηκευτεί από πριν η σ.π.π. που υπολογίσαμε και έτσι να είναι δυνατή η ολοκλήρωση που επιθυμούμε. Ενώ οι διαστάσεις αρχικά είναι  $200 \times 1$ , τις μετατρέπουμε σε  $1 \times 200$ .

### Παράδειγμα 16γ. (συνέχεια)

```

Fac=flipud(cumtrapz(fac.x{1},flipud(fac.f))); %Υπολογισμός του
                                         %ολοκληρώματος της
                                         %σ.π.π.(fac).

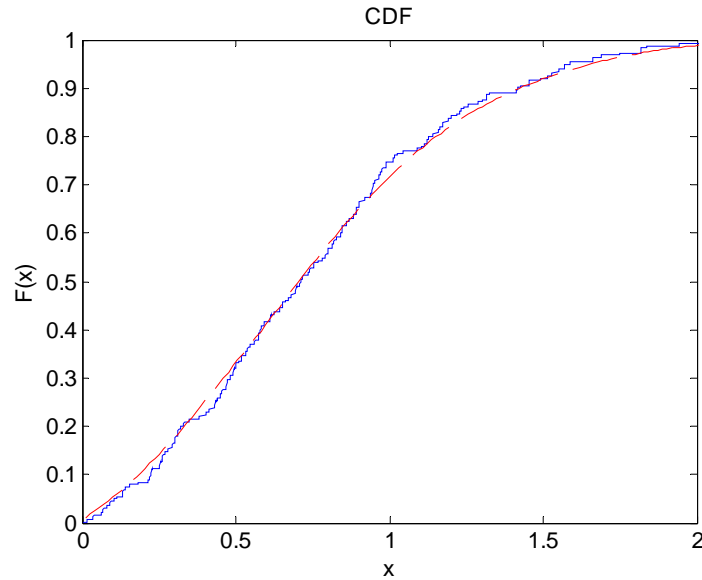
Fac=[fac.x{1} 1-Fac]; %Ορισμός της α.σ.κ.(Fac).

Femp=empdistr(Ac,Fac); %Υπολογισμός της
                       %εμπειρικής κατανομής
                       %από τα δεδομένα.

axis([0 2 0 1]) %Ρύθμιση των αξόνων.

```

Το πρόγραμμα αποκρίνεται ως εξής:



**Σχήμα 11:** Σύγκριση της εμπειρικής κατανομής του πλάτους κορυφής  $A_c$  (κόκκινη διακεκομμένη γραμμή) με την αθροιστική συνάρτηση κατανομής του, που υπολογίστηκε με την εκτιμήτρια Kernel (μπλε συνεχής γραμμή).

Το Σχήμα 11 αποδεικνύει ότι η υπόθεση που κάναμε-ότι δηλαδή η μη-παραμετρική προσέγγιση της κατανομής της σ.π.π. ( $f_{ac}$  - Παράδειγμα 16β) και κατ'επέκταση και της α.σ.κ. ( $F_{ac}$  - Παράδειγμα 16γ) βρίσκεται ελαφρώς πιο χαμηλά σε σχέση με την άμεση, εμπειρική προσέγγιση στην περιοχή των χαμηλών κορυφών-είναι σωστή.

#### Από κοινού σ.π.π. περιόδου κορυφής $T_c$ - πλάτους κορυφής $A_c$

Θα χρησιμοποιήσουμε τις εκτιμήτριες συναρτήσεις Kernel για τον υπολογισμό της από κοινού συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας ανάμεσα στην περίοδο  $T_c$  και το πλάτος κορυφής κύματος  $A_c$ . Συνήθως, οι εκτιμήτριες Kernel δίνουν φτωχές εκτιμήσεις για την ουρά της εκάστοτε κατανομής, εκτός αν έχουμε πληθώρα δεδομένων σε εκείνη την περιοχή. Όμως με αυτή τη μέθοδο παίρνουμε πολύ καλές εκτιμήσεις στις περιοχές της κατανομής που έχουμε αρκετά δεδομένα, όπως είναι το κύριο σώμα της κατανομής.

Στο παράδειγμα που ακολουθεί υπολογίζουμε με την εντολή **dat2steep** τα μεγέθη που μας ενδιαφέρουν (στην προκειμένη περίπτωση περιόδους και πλάτη

κορυφών), στη συνέχεια υπολογίζουμε την από κοινού σ.π.π. τους με την εντολή **kdebin** αντί της **kde** και τέλος σχεδιάζουμε το αποτέλεσμα με την **pdfplot**. Να υπενθυμίσουμε εδώ ότι η **kdebin** μπορεί να χρησιμοποιηθεί αντί της **kde** για πιο γρήγορους υπολογισμούς, ρυθμίζοντας κατάλληλα και την επιπλέον μεταβλητή εισόδου `inc`, όπως έχουμε ήδη αναφέρει και στη σελίδα 18.

### Παράδειγμα 17. (Υπολογισμός της από κοινού σ.π.π. περιόδου-πλάτους κορυφής.)

```

xx=load('83120100.dat');

rate=8; %Ορίζουμε το βαθμό της παρεμβολής.
method=3; %Ορίζουμε τη μέθοδο.Εδώ επιλέγουμε να
%υπολογίσουμε την ολική λοξότητα των
%κυμάτων, σύμφωνα με τον
%ορισμό των κάτω τομών(zero-
%downcrossing waves).

[S,H,Ac,At,Tcf,Tcb,z_ind,yn] %Υπολογισμός των χαρακτηριστικών
= dat2steep(xx,rate,method); %μεγεθών.

inc=256; %Ειδική εσωτερική παράμετρος της kdebin.
Tc=Tcf+Tcb; %Ορισμός της περιόδου κορυφής.

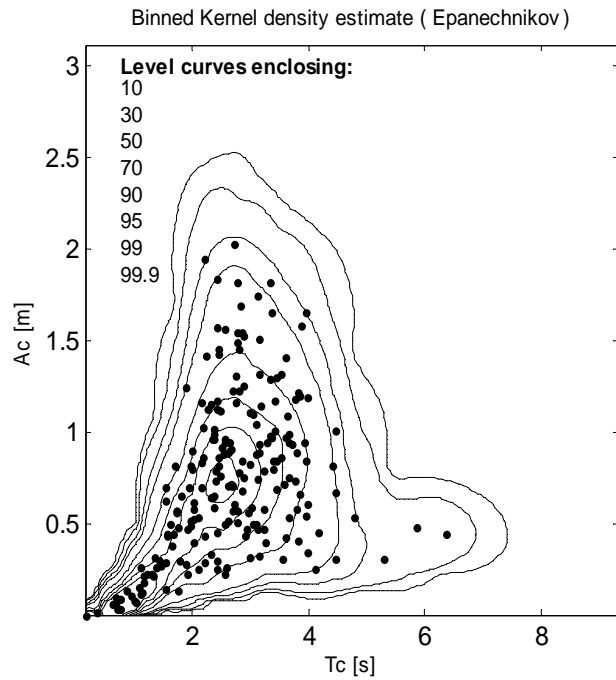
fTcAc=kdebin([Tc Ac],{'L2',0.5},inc); %Υπολογισμός κατανομής.
fTcAc.labx={'Tc [s]' 'Ac [m]'} %Ονομάζουμε τους άξονες.
pdfplot(fTcAc) %Σχεδιασμός της κατανομής.
hold on
plot(Tc,Ac,'k.') %Σχεδιασμός των περιόδων και πλατών από
%τα δεδομένα.

hold off

```

Να αναφέρουμε εδώ ότι χρειάζεται να ορίσουμε στον κώδικα να υπολογίσει την περίοδο κορυφής  $T_c$ , μιας και η **dat2steep** υπολογίζει μόνο τις  $T_{cf}$ ,  $T_{cb}$  – βλέπε `help perioddef` για τους ορισμούς των διαφόρων τύπων κυματικών περιόδων.

Το πρόγραμμα επιστρέφει το εξής σχήμα:



**Σχήμα 12:** Εκτίμηση (μέσω εκτιμήτριας Kernel) της από κοινού συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της περιόδου κορυφής  $T_c$  και του πλάτους κορυφής  $A_c$  στην καταγραφή 83120100.dat, συγκρινόμενη με τα δεδομένα (τελείες). Οι ισοϋνείς καμπύλες σχεδιάζονται από το πρόγραμμα έτσι ώστε να περικλείουν συγκεκριμένα ποσοστά των δεδομένων (10%, 30%, κ.τ.λ.).

Στο Σχήμα 12 εμφανίζονται 207 ζεύγη τιμών περιόδου-ύψους κορυφής. Είναι φανερό ότι η εκτιμήτρια συνάρτηση Kernel που χρησιμοποιήθηκε περιγράφει την κατανομή αρκετά καλά.

### 1.2.5.2 Φασματικές αναπαραστάσεις των σ.π.π. διαφόρων κυματικών μεγεθών

Σε αυτή την παράγραφο θα εξετάσουμε καταστάσεις θάλασσας που ακολουθούν την κανονική κατανομή. Υποθέτουμε ότι το επίπεδο αναφοράς της συνάρτησης ανύψωσης είναι το μηδέν και ότι η δομή του φάσματος είναι γνωστή. Θα παρουσιάσουμε μερικές αναλυτικές φόρμες μοντέλων και φασμάτων, ήδη γνωστές από τη βιβλιογραφία.

### Φασματικά χαρακτηριστικά μεγέθη

Για τα κύματα που ακολουθούν την κανονική κατανομή, το φάσμα και οι φασματικές ροπές περιέχουν πληθώρα πληροφοριών για διάφορα στατιστικά χαρακτηριστικά μεγέθη (π.χ. σημαντικό ύψος κύματος, μέση περίοδος, μέση περίοδος μηδενικής υπέρβασης). Η εντολή του WAFO **spec2char** υπολογίζει και υπολογίζουν αρκετά από αυτά τα μεγέθη. Η εντολή **spec2bw** υπολογίζει διάφορους συντελεστές ανωμαλίας και εύρους φάσματος. Για μια πλήρη λίστα των δυνατοτήτων που προσφέρουν μπορεί κανείς να ανατρέξει στο `help spec2char` ή `help spec2bw`.

Στο παράδειγμα που ακολουθεί υπολογίζουμε τον συντελεστή ανωμαλίας  $\gamma$  (γεωμετρική παράμετρος της κατανομής του φάσματος), το σημαντικό ύψος κύματος  $H_s$  και την μέση περίοδο μηδενικής υπέρβασης  $T_{02}$  μέσω των φασματικών ροπών.

#### Παράδειγμα 18. (Υπολογισμός φασματικών χαρακτηριστικών παραμέτρων.)

```
xx=load('83120100.dat');
t=(0.55:0.5:1122.05)';           %Κατασκευάζουμε τη στήλη των χρόνων.
a(:,1)=t;                         %Η πρώτη στήλη του πίνακα είναι ο
                                  %χρόνος.
a(:,2)=xx;                         %Η δεύτερη στήλη είναι η ανύψωση.

Sf=dat2spec2(a,2244);             %Υπολογισμός φάσματος από τα δεδομένα.
[mom text]=spec2mom(Sf,4)         %Υπολογισμός φασματικών ροπών.

spec2bw(Sf)                       %Υπολογισμός συντελεστή ανωμαλίας γ.
[ch Sa2]=spec2char(Sf,[1 3])     %Υπολογισμός Hs και T01.
```

Το πρόγραμμα επιστρέφει τα παρακάτω:

```
mom = 0.3534    0.5008    1.2729

text = 'm0'    'mii'    'miiii'    ' where i=t'
```

ans = 0.7467		%Ο συντελεστής ανωμαλίας γ.
ch = 2.3777	5.2777	% Hs και T01 αντίστοιχα.
Sa2 = 0.0166	0.0113	%Οι αντίστοιχες διασπορές.
	0.0113	0.0122

Ο συντελεστής ανωμαλίας  $\gamma$ , εδώ υπολογίζεται φασματικά από τη σχέση:

$$\gamma = \frac{m_2}{\sqrt{m_0 m_4}}.$$

Το σημαντικό ύψος κύματος  $H_s$  υπολογίζεται από τη σχέση:

$$H_s = 4\sqrt{m_0}.$$

Η μέση περίοδος μηδενικής υπέρβασης  $T_{02}$  υπολογίζεται από τη σχέση:

$$T_{02} = 2\pi\sqrt{\frac{m_0}{m_2}}.$$

Μία αξιοσημείωτη λειτουργία της εντολής **spec2char** είναι ότι υπολογίζει και μια εκτίμηση της διασποράς των υπολογιζόμενων παραμέτρων, βλέπε και Tucker (1993), Young (1999).

### **Υπολογισμοί πυκνοτήτων πιθανότητας με συγκεκριμένα μοντέλα και τύπους φασμάτων**

Στο αρχείο `wavemodels` του WAFO έχουν συμπεριληφθεί μοντέλα από τη βιβλιογραφία. Για μια γενική επισκόπηση αυτών `:help wavemodels`.

Σε αυτήν την παράγραφο θα μελετήσουμε τρία από αυτά τα μοντέλα για τον υπολογισμό της από κοινού συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας των  $(T_c, A_c)$  (βλ. `help perioddef` και `help ampdef` για τους ορισμούς των διαφόρων τύπων περιόδων και πλατών).

### Μοντέλο των Longuet-Higgins (1975)

Το συγκεκριμένο μοντέλο επιλέγεται στις περιπτώσεις που το φάσμα των καταστάσεων θάλασσας που μελετούμε είναι στενής λωρίδας (narrow-banded spectrum). Δίνει σχετικά ακριβή αποτελέσματα για μεγάλα κύματα, για κύματα δηλαδή, με μεγάλα πλάτη.

Η από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $(T_c, A_c)$  υπολογίζεται από τη σχέση:

$$f_{T_c, A_c}^{LH}(t, x) = c_{LH} \left( \frac{x}{t} \right)^2 \exp \left\{ -\frac{x^2}{8} [1 + \nu^{-2} (1 - t^{-1})^2] \right\},$$

όπου

$$c_{LH} = \frac{1}{8} (2\pi)^{-1/2} \nu^{-1} [1 + (1 + \nu^2)^{-1/2}]^{-1}$$

και

$$\nu = \sqrt{\frac{m_0 m_2}{m_1^2} - 1}$$

είναι ο συντελεστής εύρους φάσματος ( $\nu \approx 0$  για φάσματα απείρως στενής λωρίδας).

Στο παράδειγμα που ακολουθεί υπολογίζουμε το συντελεστή εύρους φάσματος  $\nu$  με την εντολή `spec2bw`, που σχολιάσαμε και πριν και στη συνέχεια την από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας χρησιμοποιώντας την εντολή `lh83pdf`. Όλοι οι υπολογισμοί γίνονται εδώ για ένα μέρος της καταγραφής (200 στοιχεία του πίνακα των δεδομένων).

**Παράδειγμα 19.** (Μοντέλο Longuet-Higgins.)

```
xx=load('83120100.dat');

S1=dat2spec2(xx,200);           %Υπολογισμός φάσματος από τα δεδομένα.
[mom text]=spec2mom(S1,4)       %Υπολογισμός φασματικών ροπών.

spec2bw(S1,[2])                 %Υπολογισμός του συντελεστή εύρους φάσματος.

t=linspace(0,15,100);          %Κατασκευάζουμε τον άξονα των x για τα
                                %οποία θα υπολογιστεί η σ.π.π..
h=linspace(0,6,100);           %Ρύθμιση του άξονα των ψών.

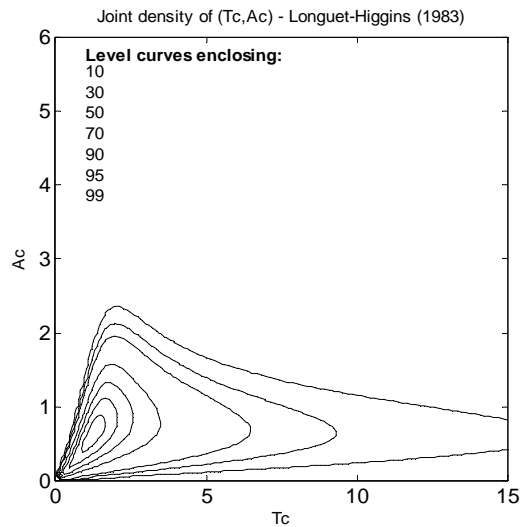
flh=lh83pdf(t,h,[mom(1),mom(2),mom(3)]); %Υπολογισμός της σ.π.π.
```

Το πρόγραμμα επιστρέφει τα ακόλουθα:

```
mom = 0.3531    0.5015    1.2805    %Οι φασματικές ροπές.

text = 'm0'    'mii'    'miiii'    ' where i=t'

ans = 0.3572                                     %Ο συντελεστής εύρους φάσματος ν.
```



**Σχήμα 13:** Η από κοινού σ.π.π. της περιόδου κορυφής  $T_c$  και του πλάτους κορυφής  $A_c$  υπολογιζόμενη από το μοντέλο των Longuet-Higgins για γραμμική κατάσταση θάλασσας.



Αν τώρα επιθυμούμε να εισάγουμε και μη-γραμμικά φαινόμενα στον πιο πάνω υπολογισμό, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε κάποιο μετασχηματισμό, π.χ. τον μετασχηματισμό που προτείνει ο Winterstein (1988) και να υπολογίσουμε εκ νέου την σ.π.π., συγκρίνοντας τη με αυτή που υπολογίσαμε στο Παρ.19.

**Παράδειγμα 20.** (Μοντέλο Longuet-Higgins με μη-γραμμικές επιδράσεις.)

```
xx=load('83120100.dat');

S1=dat2spec2(xx,200);           %Υπολογισμός φάσματος από τα δεδομένα.
[mom text]=spec2mom(S1,4)      %Υπολογισμός φασματικών ροπών.

[sk,ku,me,sa]=spec2skew(S1)   %Υπολογισμός παραμέτρων σχήματος:
                               %συντελεστής λοξότητας, κυρτότητας,
                               %μέση τιμή, τυπική απόκλιση.

spec2bw(S1,[2])               %Υπολογισμός συντελεστή ν.

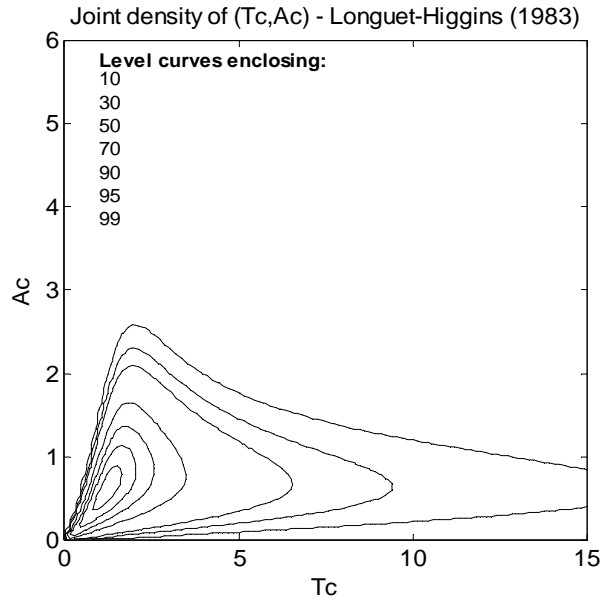
t=linspace(0,15,100);         %Κατασκευάζουμε τον άξονα των x για τα
                               %οποία θα υπολογιστεί η σ.π.π..
h=linspace(0,6,100);         %Ρύθμιση του άξονα των υψών.

gh=hermitetr([], [sa sk ku 0]); %Μετασχηματισμός Winterstein.

flhg=lh83pdf(t,h,[mom(1),mom(2),mom(3)],gh); %Υπολογισμός της νέας
                                           %σ.π.π.
```

Το πρόγραμμα επιστρέφει τα εξής:

```
mom = 0.3531    0.5015    1.2805
text = 'm0'    'mii'    'miiii'    ' where i=t'
sk = 0.1638
ku = 3.0477
me = 0
sa = 0.5942
ans = 0.3572                                %0 συντελεστής εύρους φάσματος ν.
```



**Σχήμα 14:** Η από κοινού σ.π.π. της περιόδου κορυφής  $T_c$  και του πλάτους κορυφής  $A_c$  υπολογιζόμενη από το μοντέλο των Longuet-Higgins, λαβαίνοντας υπόψη και μη-γραμμικές επιδράσεις.

Όπως βλέπουμε από τα Σχήματα 13 και 14, αν συμπεριλάβουμε στους υπολογισμούς και μη-γραμμικές επιδράσεις αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να προκύπτουν ελαφρώς μεγαλύτερες κορυφές κυμάτων.

#### Μοντέλο Cavanie et al. (1976)

Ένας άλλος τρόπος υπολογισμού της από κοινού συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της περιόδου κορυφής και του πλάτους κορυφής ( $T_c, A_c$ ) προτάθηκε από τους Cavanie et al. (1976).

Το συγκεκριμένο μοντέλο χρησιμοποιεί το συντελεστή εύρους φάσματος  $\nu$ , αλλά και το συντελεστή εύρους φάσματος  $\varepsilon$ , που ορίζεται ως εξής:

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4}} \quad ,$$

όπου για φάσμα απείρωσ στενής λωρίδας είναι  $\varepsilon \sim 0$ . Η κατανομή δίνεται από τη σχέση:

$$f_{Tc,Ac}^{CA}(t,x) = c_{CA} \frac{x^2}{t^5} \exp \left\{ -\frac{x^2}{8\varepsilon^2 t^4} \left[ \left( t^2 - \frac{1-\varepsilon^2}{1+\nu^2} \right)^2 + \beta^2 \left( \frac{1-\varepsilon^2}{1+\nu^2} \right) \right] \right\},$$

όπου

$$c_{CA} = \frac{1}{4} (1-\varepsilon^2) (2\pi)^{-1/2} \varepsilon^{-1} \alpha_2^{-1} (1+\nu^2)^{-2}$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2} [1 + (1-\varepsilon^2)^{1/2}]$$

$$\beta = \varepsilon^2 / (1-\varepsilon^2).$$

Στο WAFO η σ.π.π. υπολογίζεται όπως δείχνουμε στο Παράδειγμα 21 που ακολουθεί. Πρώτα υπολογίζουμε τους συντελεστές εύρους φάσματος  $\nu$  και  $\varepsilon$  με την εντολή **spec2bw**, στη συνέχεια εξάγουμε την σ.π.π. με την εντολή **cav76pdf** και τελικά σχεδιάζουμε την κατανομή με χρήση της εντολής **pdfplot**.

### Παράδειγμα 21. (Μοντέλο Cavanie.)

```
xx=load('83120100.dat');

S1=dat2spec2(xx,200);           %Υπολογισμός φάσματος από τα δεδομένα.
[mom text]=spec2mom(S1,4)      %Υπολογισμός φασματικών ροπών.

spec2bw(S1,[2 3])             %Υπολογισμός συντελεστών ν και ε.

t=linspace(0,10,100);         %Κατασκευάζουμε τον άξονα των x για τα
                               %οποία θα υπολογιστεί η σ.π.π..

h=linspace(0,6,100);         %Ρύθμιση του άξονα των υψών.

fcav=cav76pdf(t,h,[mom(1) mom(2) mom(3) mom(4)],[]); %Υπολογισμός
                               %της σ.π.π.
```

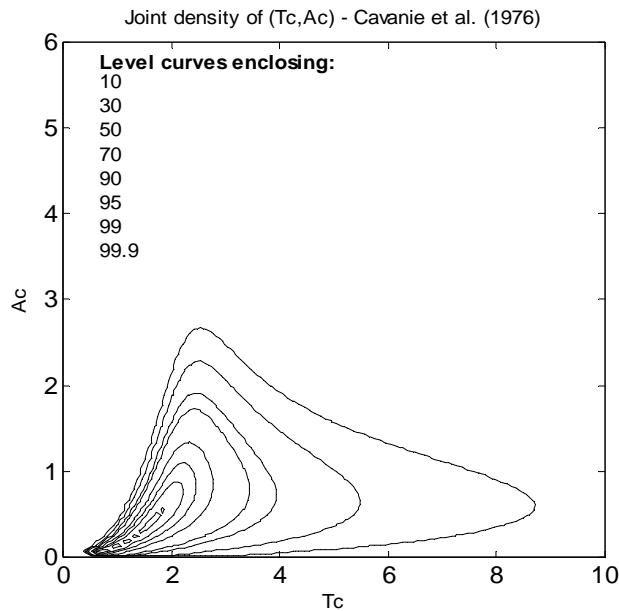
Το πρόγραμμα αποκρίνεται ως εξής:

```
mom = 0.3531    0.5015    1.2805
```

```

text = 'm0'      'mii'      'miiii'      ' where i=t'

ans = 0.3572      0.6662           %Οι συντελεστές εύρους φάσματος ν και
                                   %ε, αντίστοιχα.
    
```



**Σχήμα 15:** Η από κοινού σ.π.π. της περιόδου κορυφής  $T_c$  και του πλάτους κορυφής  $A_c$  όπως προκύπτει από το μοντέλο των Cavanie et al.

**Προσέγγιση Rayleigh για το πλάτος κορυφής κύματος  $A_c$**

Υπάρχουν, όπως έχουμε ήδη αναφέρει, διάφοροι τρόποι εκτίμησης του πλάτους κορυφής  $A_c$  στην διεθνή επιστημονική βιβλιογραφία. Μερικοί από αυτούς εφαρμόζονται σε κώδικες του WAFO (βλ. `help wavemodels`). Για καταστάσεις θάλασσας που υπακούουν σε κανονική κατανομή, εκείνη που προσεγγίζει καλύτερα την κατανομή του πλάτους κορυφής είναι η κατανομή Rayleigh.

Οποιαδήποτε τυχαία μεταβλητή (στην προκειμένη περίπτωση το πλάτος κορυφής  $A_c$ ) ακολουθεί την κατανομή Rayleigh, έχει σ.π.π. που δίνεται από τον τύπο:

$$f(r) = r \exp(-r^2/2) \quad ,$$

βλέπε Rychlik et al. (1997).

Στο Παράδειγμα 22 που ακολουθεί θα χρησιμοποιήσουμε την προσέγγιση Rayleigh για το πλάτος κορυφής, την οποία θα υπολογίσουμε από το φάσμα της καταγραφής. Η συγκεκριμένη καταγραφή που εξετάζουμε 83120100.dat ,όπως έχουμε ήδη δει (βλ. Σχήμα 9) αποκλίνει ελαφρώς από την κανονική οπότε πρέπει να την μετασχηματίσουμε. Εφόσον, η κατανομή Rayleigh προσεγγίζει καλά το πλάτος κορυφής  $A_c$  για καταστάσεις θάλασσας που ακολουθούν την κανονική κατανομή, μία μετασχηματισμένη κατανομή Rayleigh θα προσεγγίζει καλά καταστάσεις θάλασσας που αποκλίνουν από την κανονική κατανομή.

Εδώ, λοιπόν, θα υπολογίσουμε τη μετασχηματισμένη κατανομή Rayleigh από τα δεδομένα και θα τη συγκρίνουμε με την εμπειρική κατανομή που προκύπτει άμεσα, χωρίς μετασχηματισμό από τα δεδομένα. Επίσης θα σχεδιάσουμε στο ίδιο γράφημα και την τυπική κατανομή Rayleigh. Για τον υπολογισμό της μετασχηματισμένης κατανομής Rayleigh χρησιμοποιούμε την εντολή **trraylpdf** (help trraylpdf), ενώ για τον υπολογισμό της εμπειρικής κατανομής την εντολή **empdistr** (help empdistr).

Επίσης, για το μετασχηματισμό (στο Παρ. 22 συμβολίζεται με gh) επιλέγουμε τον μετασχηματισμό που προτείνει ο Winterstein με πολώνυμα Hermite [Winterstein,1988], ο οποίος πραγματοποιείται μέσω της εντολής του WAFO **hermitetr** (help hermitetr). Ο συντελεστής ασυμμετρίας (ή λοξότητας) *sk*, ο συντελεστής κύρτωσης *ku*, η μέση τιμή *me* και η τυπική απόκλιση *sa* που χρησιμοποιεί η **hermitetr**, προκύπτουν από την εντολή του WAFO **spec2skew** που έχουμε χρησιμοποιήσει ξανά στο Παράδειγμα 11β.

**Παράδειγμα 22α.** (Προσέγγιση Rayleigh για την σ.π.π. του πλάτους κορυφής  $A_c$ , του πλάτους κοιλάδας  $A_l$  και της από κοινού σ.π.π. τους.)

```
xx=load('83120100.dat');

xx(:,2)=detrend(xx(:,2));           %Απομακρύνουμε τυχόν τάσεις(trends).

S1=dat2spec2(xx,200);               %Υπολογισμός μέρους του φάσματος από
                                     %τα δεδομένα.
```

```

[sk,ku,me,sa]=spec2skew(S1) %Υπολογισμός παραμέτρων σχήματος:
                             %συντελεστής λοξότητας, κύρτωσης,
                             %μέση τιμή, τυπική απόκλιση.

gh=hermitetr([],[sa sk ku me]); %Υπολογισμός Hermite-μετασχηματισμού
                                %κατά Winterstein.

Hs=4*sa; %Προσδιορίζουμε το σημαντικό ύψος
          %κύματος από τον τύπο:  $H_s = 4\sqrt{m_0} = 4\sigma$  .

r=(0:0.05:1.7*Hs)'; %Προσδιορίζουμε τα x για τα οποία θα
                    %υπολογίσει τις κατανομές fac_h και
                    %fat_h .

fac_h=trraylpdf(r,'Ac',gh); %Υπολογίζουμε την μετασχηματισμένη
                             %κατανομή Rayleigh για το πλάτος
                             %κορυφής Ac.

fat_h=trraylpdf(r,'At',gh); %Υπολογίζουμε την μετασχηματισμένη
                             %κατανομή Rayleigh για το πλάτος
                             %κοιλιάδας At.

h=(0:0.05:1.7*Hs)'; %Προσδιορίζουμε τα x για τα οποία θα
                    %υπολογίσει την κατανομή facat_h.

facat_h=trraylpdf(h,'AcAt',gh); %Υπολογίζουμε την μετασχηματισμένη
                                 %κατανομή Rayleigh για την από κοινού
                                 %σ.π.π. του πλάτους κορυφής και του
                                 %πλάτους κοιλάδας του κύματος.

pdfplot(fac_h,'r-') %Σχεδιάζουμε την μετασχηματισμένη
                   %κατανομή Rayleigh για το πλάτος
                   %κορυφής Ac.

hold on
pdfplot(fat_h) %Στο ίδιο γράφημα, σχεδιάζουμε την
               %μετασχηματισμένη κατανομή Rayleigh
               %για το πλάτος κοιλάδας At.

```

```

hold on
pdfplot(facat_h, 'b-')           %Στο ίδιο γράφημα, σχεδιάζουμε την
                                %μετασχηματισμένη κατανομή Rayleigh
                                %για το πλάτος κύματος A=Ac+At.
hold off

```

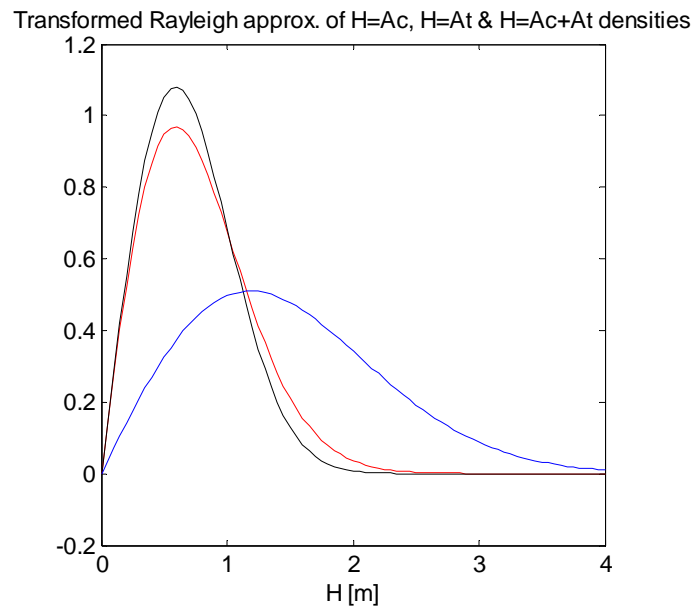
Το πρόγραμμα δίνει την εξής απάντηση:

```
sk = 0.1638
```

```
ku = 3.0477
```

```
me = 0
```

```
sa = 0.5942
```



**Σχήμα 16:** Προσέγγιση της σ.π.π. του πλάτους κορυφής  $A_c$  (κόκκινη καμπύλη), του πλάτους κοιλάδας  $A_l$  (μαύρη καμπύλη) και του πλάτους κύματος  $A = A_c + A_l$  (μπλε καμπύλη), μέσω μετασχηματισμένης κατανομής Rayleigh, όπως προτείνει ο Winterstein.

Στο ίδιο παράδειγμα, θα υπολογίσουμε τις αντίστοιχες αθροιστικές συναρτήσεις κατανομής (α.σ.κ.) που προκύπτουν από τις σ.π.π. των ίδιων μεγεθών που υπολογίσαμε προηγουμένως. Αρχικά υπολογίζουμε τα πλάτη κορυφής και

κοιλιάδας:  $A_c$ ,  $A_t$  αντίστοιχα, με την εντολή **dat2steep** στην οποία έχουμε ήδη αναφερθεί. Το συνολικό πλάτος κύματος  $H = A_c + A_t$  προκύπτει από αυτή την εντολή μέσω της μεταβλητής εξόδου H. Στη συνέχεια, υπολογίζουμε τις α.σ.κ. αυτών των μεγεθών με τη βοήθεια της εντολής της MATLAB **cumtrapz**, όπως έχουμε δει και στο Παρ. 16γ, καθώς και τις εμπειρικές τους κατανομές με την εντολή **empdistr** (βλ. Παρ. 16γ). Τέλος, συγκρίνουμε αυτές τις κατανομές (τις α.σ.κ. και τις εμπειρικές των  $A_c$ ,  $A_t$  και  $H = A_c + A_t$ ) με την τυπική τους κατανομή Rayleigh.

### Παράδειγμα 22β. (συνέχεια-Υπολογισμός των αντίστοιχων α.σ.κ.)

```
rate=8;
method=3;
[S1,H,Ac,At,Tcf,Tcb,z_ind,yn] = %Υπολογισμός των πλατών Ac, At
dat2steep(a,rate,method); %και H=Ac+At.

AcAt=H;

Fac_h =
[fac_h.x{1} cumtrapz(fac_h.x{1},fac_h.f)]; %Υπολογισμός της α.σ.κ.
%της μετασχηματισμένης
%Rayleigh,κατά Winterstein
%για το πλάτος Ac.

subplot(3,1,1)
Fac = empdistr(Ac,Fac_h); %Υπολογισμός της εμπειρικής κατανομής
%για το Ac και σχεδιασμός της μαζί με
%την α.σ.κ. Fac_h.

hold on
plot(r,1-exp(-8*r.^2/Hs^2),'.') %Σχεδιασμός της τυπικής Rayleigh
axis([1. 2. 0.9 1]) %κατανομής.

Fat_h =
[fat_h.x{1} cumtrapz(fat_h.x{1},fat_h.f)]; %Υπολογισμός της α.σ.κ.
%της μετασχηματισμένης
%Rayleigh,κατά Winterstein
%για το πλάτος At.
```



```

subplot(3,1,2)
Fat = empdistr(At,Fat_h);           %Υπολογισμός της εμπειρικής κατανομής
                                   %για το At και σχεδιασμός της μαζί με
                                   %την α.σ.κ. Fat_h.

hold on
plot(r,1-exp(-8*r.^2/Hs^2),'.')    %Σχεδιασμός της τυπικής Rayleigh
axis([1. 2. 0.9 1])               %κατανομής.

Facat_h =
[facat_h.x{1}cumtrapz(facat_h.x{1},facat_h.f)]; %Υπολογισμός της
                                                %α.σ.κ. της
                                                %μετασχηματισμένης
                                                %Rayleigh, κατά
                                                %Winterstein,για
                                                %το πλάτος H=Ac+At.

subplot(3,1,3)
Facat = empdistr(AcAt,Facat_h); %Υπολογισμός της εμπειρικής κατανομής
                                   %για το At και σχεδιασμός της μαζί με
                                   %την α.σ.κ. Facat_h.

hold on
plot(r,1-exp(-2*r.^2/Hs^2),'.') %Σχεδιασμός της τυπικής Rayleigh
axis([1.5 3.5 0.9 1])           %κατανομής.

```

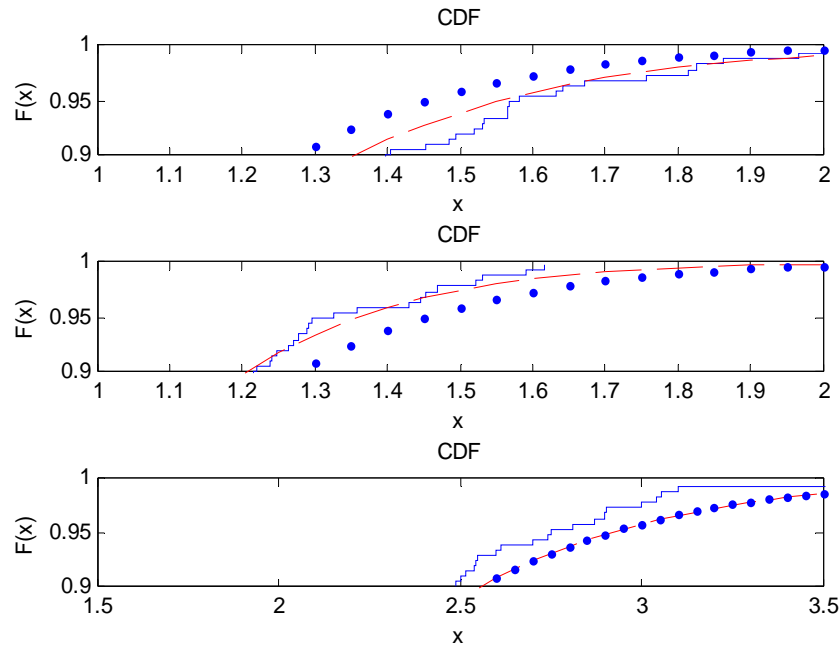
Να σημειώσουμε εδώ ότι με τη χρήση της εντολής **subplot** του WAFO επιτυγχάνουμε να σχεδιάσουμε και τα τρία γραφήματα για τα τρία διαφορετικά πλάτη στο ίδιο σχήμα. Για περισσότερες πληροφορίες ο αναγνώστης παραπέμπεται στο help του WAFO (`help subplot`). Επίσης, όπως έχουμε δει και σε άλλα παραδείγματα με την εντολή **axis** (της MATLAB) ρυθμίζουμε τους άξονες των γραφημάτων κατά βούληση.

Το πρόγραμμα απαντά ως εξής:

```

sk = 0.1638
ku = 3.0477
me = 0
sa = 0.5942

```



**Σχήμα 17:** Η ουρά της εμπειρικής κατανομής (συνεχής μπλε καμπύλη) του πλάτους κορυφής  $A_c$  (πάνω), του πλάτους κοιλάδας  $A_t$  (μέση) και του πλάτους κύματος  $H = A_c + A_t$  (κάτω), συγκρινόμενη με την τυπική κατανομή Rayleigh (τελείες) και τη μετασχηματισμένη κατανομή Rayleigh (διακεκομμένη κόκκινη καμπύλη).

Στο Σχ.17 βλέπουμε ότι υπάρχουν διαφορές ανάμεσα στις παρατηρούμενες κατανομές των πλατών (εμπειρικές κατανομές) και στις κατανομές που προκύπτουν από το μετασχηματισμό  $gh$  (Παρ. 22α). Παρόλα αυτά, ο μετασχηματισμός αυτός προσεγγίζει καλύτερα τις πραγματικές μετρήσεις σε σχέση με την τυπική κατανομή Rayleigh (τελείες).

### 1.2.5.3 Ακριβείς υπολογισμοί των σ.π.π. από τους ορισμούς

Σε αυτήν την παράγραφο θα ασχοληθούμε με τον υπολογισμό των περιθώριων και ολικών σ.π.π. και α.σ.κ., διάφορων φαινομένων κυματικών μεγεθών: της περιόδου κορυφής  $T_c$ , του μήκους κορυφής  $L_c$  και του πλάτους κορυφής  $A_c$  του κύματος, κατευθείαν από τους ορισμούς τους. Οι ίδιοι υπολογισμοί μπορούν να γίνουν και για τα αντίστοιχα μεγέθη των κοιλάδων του κύματος ( $T_c, L_c, A_c$ ). Μια πλήρης λίστα

των δυνατοτήτων που παρέχει το λειτουργικό πακέτο WAFO προς αυτή την κατεύθυνση, εμφανίζονται επιλέγοντας `help trgauss`.

### Υπολογισμός σ.π.π. της περιόδου κορυφής $T_c$ και του μήκους κορυφής $L_c$ του κύματος

Οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των συγκεκριμένων μεγεθών μπορούν να υπολογιστούν με την εντολή του WAFO **spec2tpdf**. Η ίδια εντολή υπολογίζει επίσης τις σ.π.π. των αντίστοιχων φαινομένων μεγεθών κατωφλιού<sup>3</sup> (threshold).

Η εντολή **spec2tpdf** λειτουργεί με πολλούς διαφορετικούς τύπους φασμάτων. Εξετάζοντας τον τρόπο σύνταξής της (`help spec2tpdf`), βλέπουμε ότι με κατάλληλη επιλογή της παραμέτρου εισόδου `def`: είτε `'Tc'` για την περίοδο κορυφής, είτε `'Lc'` για το μήκος κορυφής, είτε `'Tc'` για την περίοδο κοιλάδας, είτε `'Lc'` για το μήκος κοιλάδας, μπορούμε κάθε φορά να επιλέξουμε το μέγεθος που θέλουμε να μελετήσουμε. Μπορούμε ακόμη να ορίσουμε το επίπεδο ηρεμίας  $u$  της θάλασσας, καθώς και το κατώφλι  $h$ .

Στο παράδειγμα που ακολουθεί, υπολογίζουμε την σ.π.π. της περιόδου κορυφής  $T_c$  με την εντολή **spec2tpdf**. Υπολογίζουμε, επίσης, το ολοκλήρωμα της ίδιας σ.π.π. από τον ορισμό της μέσω της εντολής **simpson** του WAFO. Ο υπολογισμός γίνεται με τη μέθοδο αριθμητικής ολοκλήρωσης Simpson, όπως έχουμε ήδη αναφέρει και στο Παρ.16β και αν τελικά η σ.π.π. είναι περίπου ίση με τη μονάδα, σημαίνει ότι υπολογίστηκε με μεγάλη ακρίβεια.

### Παράδειγμα 23. (Υπολογισμός περιόδου κορυφής $T_c$ .)

```
xx=load('83120100.dat');
```

```
xx(:,2)=detrend(xx(:,2)); %Απομακρύνουμε τυχόν τάσεις(trends).
```

<sup>3</sup> Ως (φαινόμενα) μεγέθη κατωφλιού (ύψη, πλάτη, περίοδοι) ορίζουμε αυτά που υπερβαίνουν ένα συγκεκριμένο κατώφλι  $h$  και αγνοούμε τις μικρότερες τιμές από τη δεδομένη τιμή  $h$  που έχουμε επιλέξει. Μπορούμε να ορίσουμε φαινόμενη περίοδο κορυφών κατωφλιού  $h$ , όμως η περίοδος αυτή δεν αντιστοιχίζεται με συγκεκριμένο κύμα και έτσι δεν χρησιμοποιείται συνήθως.

```

Sf=dat2spec2(xx,2244);           %Υπολογισμός του φάσματος από
                                %τα δεδομένα.

f_tc=spec2tpdf(Sf,[],'Tc',[0 11 56],[],4); %Υπολογισμός σ.π.π. της
                                %περιόδου κορυφής Tc.

pdfplot(f_tc)                   %Σχεδιασμός της σ.π.π. του Tc.

simpson(f_tc.x{1},f_tc.f)       %Υπολογισμός του ολοκληρώματος που εξ'
                                %ορισμού δίνει τη σ.π.π. με τη μέθοδο
                                %Simpson.

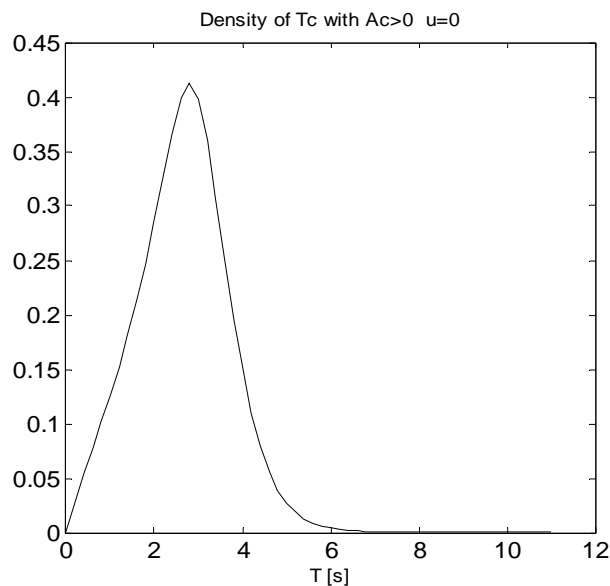
```

Το πρόγραμμα αποκρίνεται ως εξής:

```

ans = 1.0007                     %Το αποτέλεσμα του υπολογισμού του
                                %ολοκληρώματος της σ.π.π. του Tc με
                                %τη μέθοδο Simpson.

```



**Σχήμα 18:** Η σ.π.π. της περιόδου κορυφής  $T_C$  .

Να σημειώσουμε εδώ ότι ο υπολογιστικός χρόνος που απαιτείται για τον συγκεκριμένο υπολογισμό εξαρτάται από το εύρος του φάσματος, αλλά και από την

ακρίβεια της μεθόδου που καθορίζεται από τον χρήστη με κατάλληλη επιλογή της παραμέτρου εισόδου `nit` της εντολής **spec2tpdf** (εδώ `nit=4`), η οποία αντιπροσωπεύει ουσιαστικά τον βαθμό αριθμητικής ολοκλήρωσης.

Στο επόμενο παράδειγμα κάνουμε το ίδιο με πριν, αλλά για την σ.π.π. του μήκους κορυφής  $L_c$ . Οι αλλαγές που κάνουμε εδώ στη σύνταξη της εντολής **spec2tpdf** είναι: η αντικατάσταση του 'Tc' με 'Lc', η αλλαγή των ορίων μέσα στα οποία θα υπολογιστεί η σ.π.π. και η ακρίβεια της μεθόδου υπολογισμού (εδώ `nit=5`).

**Παράδειγμα 24α.** (Υπολογισμός της σ.π.π. του μήκους κορυφής  $L_c$ .)

```
xx=load('83120100.dat');

a(:,2)=detrend(a(:,2));           %Απομακρύνουμε τυχόν τάσεις(trends).

Sf=dat2spec2(a,2244);             %Υπολογισμός του φάσματος από
                                  %τα δεδομένα.

f_lc=spec2tpdf(Sf,[],'Lc',[0 200 81],[],5); %Υπολογισμός σ.π.π. του
                                  %μήκους κορυφής Lc.

pdfplot(f_lc,'-.')                %Σχεδιασμός της σ.π.π. του Lc.
simpson(f_lc.x{1},f_lc.f)         %Υπολογισμός του ολοκληρώματος που εξ'
                                  %ορισμού δίνει τη σ.π.π. με τη μέθοδο
                                  %Simpson.
```

Το πρόγραμμα δίνει την εξής απάντηση:

```
ans = 0.9608                       %Το αποτέλεσμα του υπολογισμού του
                                  %ολοκληρώματος της σ.π.π. του Lc με
                                  %τη μέθοδο Simpson.
```

Η κατανομή του μήκους κορυφής φαίνεται στο Σχήμα 19 με διακεκομμένη γραμμή. Παρατηρούμε ότι η σ.π.π. του μήκους κορυφής  $L_c$  παρουσιάζει πολύ οξεία κορυφή στην περιοχή των μικρών μηκών σε σχέση με την κατανομή της περιόδου κορυφής  $T_c$  (Σχ. 18). Όμως, αυτά ακριβώς τα κύματα με μικρά μήκη είναι πιθανό να

έχουν και μικρές κορυφές (να είναι γενικά δηλαδή μικροί κυματισμοί) και να έχουν προέλθει από άλλα αίτια όπως αποθάλασσες (swells) και έτσι να τα θεωρούμε θόρυβο στο σήμα μας και να μην τα λαμβάνουμε υπόψη μας.

Για να το διαπιστώσουμε αυτό, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε κάποιο κατώφλι για να υπολογίσουμε την σ.π.π. του μήκους κύματος  $L_c$  μόνο εκείνων των κυμάτων που το πλάτος κορυφής τους  $A_c$  υπερβαίνει ένα συγκεκριμένο επίπεδο, να τη συγκρίνουμε με αυτήν που μόλις εξάγαμε και να ερμηνεύσουμε με αυτόν τον τρόπο την οξεία κορυφή της κατανομής.

Έτσι, συνεχίζοντας στο Παρ. 24, λαμβάνουμε υπόψη μόνο τα κύματα εκείνα που έχουν κορυφές υψηλότερες από μισή τυπική απόκλιση  $\sigma$ :  $\sigma = (Hs/4) = 0.5$  [m] και υπολογίζουμε την σ.π.π. αυτών. Ο ορισμός του κατωφλιού γίνεται με ρύθμιση της παραμέτρου εισόδου  $h$  της εντολής **spec2tpdf** (εδώ  $h=0.5$ ). Το αποτέλεσμα παρουσιάζεται στο ίδιο γράφημα με την προηγούμενη κατανομή: Σχήμα 19 με συνεχή γραμμή.

**Παράδειγμα 24β.** (συνέχεια-Υπολογισμός της σ.π.π. του μήκους κορυφής  $L_c$  με χρήση κατωφλιού.)

```
f_lc_1=spec2tpdf(Sf,[],'Lc',[0 200 81],1.5,5); %Υπολογισμός σ.π.π.
                                     %της περιόδου κορυφής
                                     %Lc,με χρήση κατωφλιού.

hold on                               %Σχεδιασμός και των δύο κατανομών στο
                                     %ίδιο γράφημα.

pdfplot(f_lc_1)                       %Σχεδιασμός της σ.π.π. του Tc.

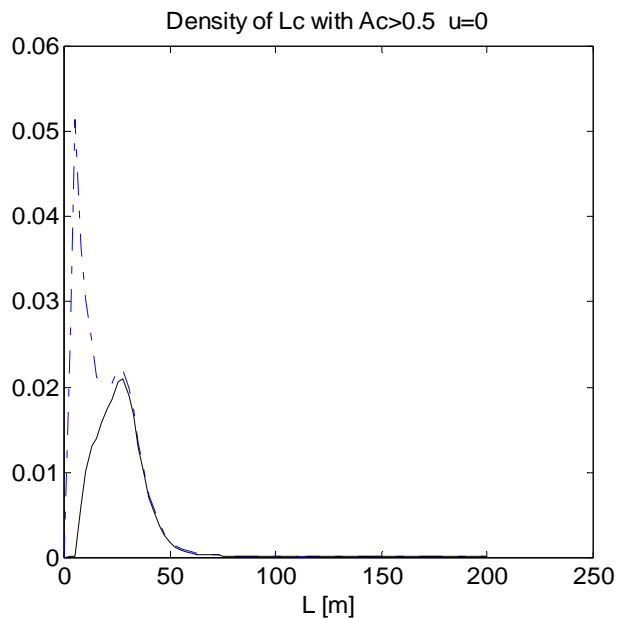
simpson(f_lc_1.x{1},f_lc_1.f)        %Υπολογισμός του ολοκληρώματος που εξ'
                                     %ορισμού δίνει τη σ.π.π. με τη μέθοδο
                                     %Simpson.

axis([0 250 0 0.06])                 %Ρύθμιση αξόνων.
```

```
hold off
```

Το πρόγραμμα δίνει την εξής απάντηση:

```
ans = 0.5515           %Το αποτέλεσμα του υπολογισμού του
                      %ολοκληρώματος της σ.π.π. του  $L_c$  με
                      %τη μέθοδο Simpson.
```



**Σχήμα 19:** Η σ.π.π. του μήκους κορυφής  $L_c$  για όλα τα κύματα της καταγραφής 83120100.dat (διακεκομμένη γραμμή) και η σ.π.π. του μήκους κορυφής  $L_c$  μόνο για τα κύματα με ύψος κορυφής  $A_c$  μεγαλύτερο από μισή τυπική απόκλιση (συνεχής γραμμή).

Παρατηρώντας και συγκρίνοντας τις δύο κατανομές, συμπεραίνουμε ότι τελικά η οξεία κορυφή της κατανομής του  $L_c$  οφείλεται σε κύματα με πολύ μικρές κορυφές (με πλάτη μικρότερα από μισή τυπική απόκλιση) που μπορούν να θεωρηθούν θόρυβος στο σήμα, ανάλογα με το αντικείμενο μελέτης. Αυτά τα κύματα αποτελούν το 42.6% της καταγραφής 83120100.dat .

Στη συνέχεια, υπολογίζουμε την σ.π.π. της περιόδου κορυφής  $T_c$  με δύο τρόπους: με εκτιμήτρια συνάρτηση Kernel (με την εντολή **kde**) και με τον ορισμό της (με την εντολή **spec2tpdf**). Ακολούθως, υπολογίζουμε την ίδια σ.π.π., αλλά μόνο για εκείνα τα κύματα της καταγραφής που το πλάτος κορυφής τους είναι μεγαλύτερο από το μισό σημαντικό ύψος κύματος:  $A_c > H_s/2$ .

**Παράδειγμα 25.** (Υπολογισμός περιόδου κορυφής κύματος  $T_c$ .)

```

xx=load('83120100.dat');

xx(:,2)=detrend(xx(:,2));           %Απομακρύνουμε τυχόν τάσεις(trends).

me=mean(xx(:,2))                    %Υπολογίζουμε την μέση τιμή.

sa=std(xx(:,2))                     %Υπολογίζουμε την τυπική απόκλιση.

Sf=dat2spec2(xx,2244);              %Υπολογισμός του φάσματος από
                                     %τα δεδομένα.

[mom text]=spec2mom(S,4);           %Υπολογίζουμε τις ροπές.

[sa sqrt(mom(1))];                 %Συγκρίνουμε την  $\sqrt{m_0}$  με την τυπική
                                     %απόκλιση που υπολογίζει η MATLAB .

Hs=4*sa;                            %Ορίζουμε το σημαντικό ύψος κύματος.

Sf.tr=dat2tr(xx);                  %Μετασχηματίζουμε τα δεδομένα με τη
                                     %μέθοδο που προτείνει ο Rychlic.

rate=2;
method=0;
[S, H,Ac,At,Tcf,Tcb, z_ind,yn]
= dat2steep(xx,rate,method);       %Υπολογισμός των χαρακτηριστικών
                                     %μεγεθών (περίοδοι, πλάτη).

Tc=Tcf+Tcb;                         %Ορίζουμε την περίοδο κορυφής Tc.

```



```

t=linspace(0.01,8,200);           %Επιλέγουμε να υπολογίσουμε την σ.π.π.
                                   %σε 200 σημεία από 0.01-8.

ftc1=kde(Tc,{'L2',0},t);         %Υπολογίζουμε την σ.π.π. και τη
                                   %μετασχηματίζουμε κατάλληλα,
                                   %επιλέγοντας σωστά την παράμετρο
                                   %L2.(Για L2=0 εφαρμόζεται λογαριθμικός
                                   %μετασχηματισμός-βλ. σελ.19).

pdfplot(ftc1)                     %Σχεδιασμός της σ.π.π. της Tc, που
                                   %έχει υπολογιστεί με Kernel.

hold on

f_t=spec2tpdf(Sf,[],'Tc',[0 8 75],0,4); %Υπολογισμός σ.π.π. της
                                   %περιόδου κορυφής Tc.

simpson(f_t.x{1},f_t.f)           %Υπολογισμός της σ.π.π. από τον ορισμό
                                   %της, με τη μέθοδο Simpson.

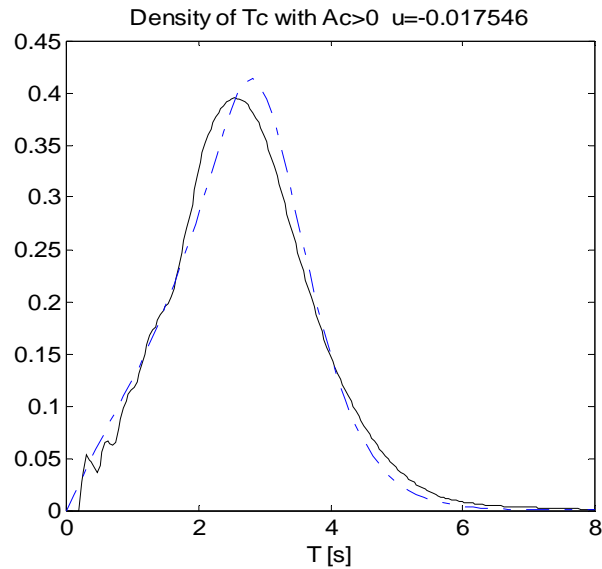
pdfplot(f_t,'-.')                 %Σχεδιασμός της σ.π.π. της Tc, που
                                   %έχει υπολογιστεί θεωρητικά (από τον
                                   %ορισμό της).

hold off

Το πρόγραμμα επιστρέφει τα εξής:

ans = 1.0014                       %Το αποτέλεσμα του υπολογισμού του
                                   %ολοκληρώματος της σ.π.π. του Tc με
                                   %τη μέθοδο Simpson.

```



**Σχήμα 20:** Η σ.π.π. της περιόδου κορυφής  $T_c$  υπολογισμένη με εκτιμήτρια συνάρτηση Kernel (συνεχής καμπύλη), συγκρινόμενη με την αντίστοιχη σ.π.π. που προκύπτει με χρήση της εντολής spec2trpdf (μπλε διακεκομμένη καμπύλη).

Από το Σχ. 20 βλέπουμε ότι η σ.π.π. της περιόδου κορυφής  $T_c$  που προσεγγίζεται με εκτιμήτρια Kernel και η σ.π.π. της περιόδου κορυφής που υπολογίζεται από τον ορισμό της δεν έχουν μεγάλες διαφορές.

Στη συνέχεια, στο Παρ. 26 υπολογίζουμε την ίδια με παραπάνω σ.π.π., αλλά μόνο για εκείνα τα κύματα της καταγραφής που το πλάτος κορυφής τους είναι μεγαλύτερο από το μισό σημαντικό ύψος κύματος:  $A_c > H_s/2$ .

**Παράδειγμα 26.** (Υπολογισμός περιόδου κορυφής  $T_c$  με χρήση καταφλιού.)

```
xx=load('83120100.dat');

xx(:,2)=detrend(xx(:,2));           %Απομακρύνουμε τυχόν τάσεις(trends).

me=mean(xx(:,2))                    %Υπολογίζουμε την μέση τιμή.

sa=std(xx(:,2))                     %Υπολογίζουμε την τυπική απόκλιση.

Sf=dat2spec2(xx,2244);              %Υπολογισμός του φάσματος από
                                     %τα δεδομένα.
```

```

[mom text]=spec2mom(S,4)           %Υπολογίζουμε τις ροπές.

[sa sqrt(mom(1))]                 %Συγκρίνουμε την  $\sqrt{m_0}$  με την τυπική
                                   %απόκλιση που υπολογίζει η MATLAB .

Hs=4*sa;                           %Ορίζουμε το σημαντικό ύψος κύματος.

Sf.tr=dat2tr(xx);                 %Μετασχηματίζουμε τα δεδομένα με τη
                                   %μέθοδο που προτείνει ο Rychlic.

rate=2;
method=0;

[S, H,Ac,At,Tcf,Tcb, z_ind,yn]
= dat2steep(a,rate,method);       %Υπολογισμός των χαρακτηριστικών
                                   %μεγεθών (περίοδοι, πλάτη).

Tc=Tcf+Tcb;                       %Ορίζουμε την περίοδο κορυφής Tc.

t=linspace(0.01,8,200);           %Επιλέγουμε να υπολογίσουμε την σ.π.π.
                                   %σε 200 σημεία από 0.01-8.

f_t2=spec2tpdf(Sf,[],'Tc',[0 8 75],[Hs/2],4); %Υπολογισμός σ.π.π. της
                                   %περιόδου κορυφής Tc,με
                                   %χρήση κατωφλιού.

Pemp=sum(Ac>Hs/2)/sum(Ac>0)       %Υπολογισμός της σ.π.π.
                                   %από τα δεδομένα.

simpson(f_t2.x{1},f_t2.f)         %Υπολογισμός της σ.π.π. από
                                   %τον ορισμό της, με τη
                                   %μέθοδο Simpson.

index=find(Ac>Hs/2);              %Εντοπίζουμε τις κορυφές
                                   %που ξεπερνούν το κατώφλι.

ftc1=kde(Tc(index),{'L2',0},t);   %Υπολογισμός της σ.π.π. με

```

```

%εκτιμήτρια συνάρτηση
%Kernel(με τη μέθοδο
%Epanechnikov).

ftc1.f=Pemp*ftc1.f;
pdfplot(ftc1) %Σχεδιασμός της σ.π.π. της Tc, που
              %έχει υπολογιστεί με Kernel.

hold on
pdfplot(f_t2, '-.') %Σχεδιασμός της σ.π.π. της Tc, που
                   %έχει υπολογιστεί θεωρητικά (από τον
                   %ορισμό της).

hold off

```

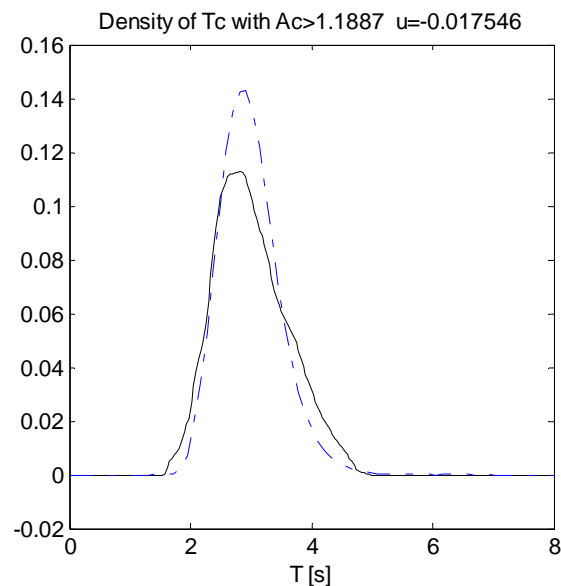
Το πρόγραμμα δίνει την εξής απάντηση:

```

Pemp = 0.1659 %Η σ.π.π. του Tc, υπολογισμένη από τα
              %δεδομένα.

ans = 0.1685 %Η σ.π.π. του Tc, υπολογισμένη
             %από τον ορισμό της με τη μέθοδο
             %Simpson.

```



**Σχήμα 21:** Η σ.π.π. της περιόδου κορυφής  $T_C$  υπολογισμένη με εκτιμήτρια συνάρτηση Kernel (συνεχής καμπύλη), συγκρινόμενη με την αντίστοιχη σ.π.π. που προκύπτει με χρήση της εντολής `spec2trpdf` (μπλε διακεκομμένη καμπύλη), μόνο για τα κύματα της καταγραφής των οποίων οι κορυφές ξεπερνούν ένα συγκεκριμένο κατώφλι .

Η σ.π.π. της περιόδου κορυφής  $T_c$  για τα κύματα με κορυφές υψηλότερες από το μισό του σημαντικού ύψους κύματος της καταγραφής 83120100.dat, υπολογίζεται εμπειρικά από τα δεδομένα ότι είναι 0.1659 (Παρ.26) που είναι πολύ κοντά με την τιμή της ίδιας σ.π.π., όπως προκύπτει υπολογίζοντας τη από τον ορισμό της (θεωρητικά) με την εντολή **spec2tpdf**, 0.1685. Να σημειώσουμε εδώ ότι αν υπολογίσουμε την ίδια θεωρητική κατανομή χωρίς να μετασχηματίσουμε τα δεδομένα (όπως στα Παρ. 25, 26) θα πάρουμε χαμηλότερες τιμή για την σ.π.π.(στο συγκεκριμένο παράδειγμα γύρω στο 0.1333). Αυτό είναι λογικό, αν σκεφτούμε ότι οι μη-κανονικές καταστάσεις θάλασσας έχουν την τάση να εμφανίζουν υψηλότερες κορυφές από ότι οι κανονικές.

Είναι προφανές ότι αλλάζοντας κατάλληλα το κατώφλι  $h$  στην εντολή **spec2tpdf** και ολοκληρώνοντας την σ.π.π. που προκύπτει παίρνουμε την πιθανότητα  $P(Ac > h)$ . Επίσης, αν αλλάξουμε την παράμετρο εισόδου από  $T_c$  σε  $L_c$  μπορούμε να κάνουμε την ίδια μελέτη μεταβαίνοντας από την περιοχή των χρόνων στην περιοχή του χώρου.

Θα ασχοληθούμε, τελικά, με το πιο περίπλοκο πρόβλημα του υπολογισμού της σ.π.π. της περιόδου του κύματος (ή του μήκους κύματος).

### Υπολογισμός σ.π.π. της περιόδου κύματος $T$ και του μήκους κύματος $L$

Για τον υπολογισμό της περιόδου κύματος, που προκύπτει ως το άθροισμα της περιόδου κορυφής  $T_c$  και της περιόδου κοιλάδας  $T_t : T = T_c + T_t$ , χρησιμοποιούμε την εντολή του WAFO **spec2tccpdf** (`help spec2tccpdf`). Με την ίδια εντολή μπορούμε να υπολογίσουμε και το μήκος κύματος  $L$  ( $L = L_c + L_t$ ), αλλά τροποποιώντας κατάλληλα τις παραμέτρους εισόδου της εντολής. Ο υπολογιστικός χρόνος της **spec2tccpdf** είναι αρκετά μεγαλύτερος σε σχέση με αυτόν που απαιτείται για την **spec2tpdf**. Ο τρόπος σύνταξης της **spec2tccpdf** είναι πανομοιότυπος με αυτόν της εντολής **spec2tpdf**.

Στο παράδειγμα που ακολουθεί κάνουμε χρήση της συγκεκριμένης εντολής, προκειμένου να υπολογίσουμε τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της περιόδου

κύματος  $T$  (στο WAFO συμβολίζεται ως  $T_{cc}$ ), αλλά για τα κύματα με πλάτη κορυφών μεγαλύτερα από ένα συγκεκριμένο κατώφλι. Το κατώφλι  $h$  που επιλέγουμε στο Παρ. 27 είναι το μισό του σημαντικού ύψους κύματος  $H_s$  :  $h = H_s/2$ .

**Παράδειγμα 28.** (Υπολογισμός της σ.π.π. περιόδου κύματος  $T$  με χρήση κατωφλιού.)

```
xx=load('83120100.dat');

xx(:,2)=detrend(xx(:,2));           %Απομακρύνουμε τυχόν τάσεις(trends).

me=mean(xx(:,2))                    %Υπολογίζουμε την μέση τιμή.

sa=std(xx(:,2))                     %Υπολογίζουμε την τυπική απόκλιση.

Sf=dat2spec2(xx,2244);              %Υπολογισμός του φάσματος από
                                     %τα δεδομένα.

[mom text]=spec2mom(S,4);           %Υπολογίζουμε τις ροπές.

Hs=4*sa;                            %Ορίζουμε το σημαντικό ύψος κύματος.

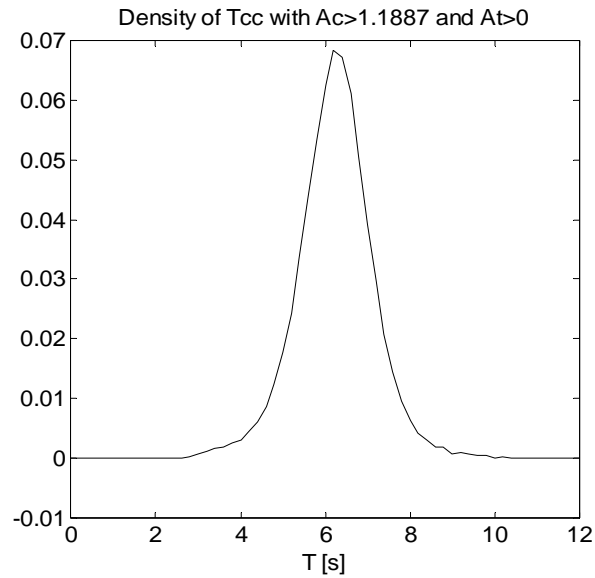
f_tcc2=
spec2tccpdf(Sf,[],'t>',[0 12 61],[Hs/2],[0],3,5); %Υπολογισμός σ.π.π.
                                                    %της περιόδου
                                                    %κύματος  $T_{cc}$ , με
                                                    %χρήση κατωφλιού.

simpson(f_tcc2.x{1},f_tcc2.f) %Υπολογισμός της σ.π.π. της  $T_{cc}$  από
                               %τον ορισμό της, με τη μέθοδο Simpson.

pdfplot(f_tcc2)                  %Σχεδιασμός της σ.π.π. της  $T_{cc}$ .
```

Το πρόγραμμα δίνει την ακόλουθη απάντηση:

```
ans = 0.1313
```



**Σχήμα 22:** Η σ.π.π. της περιόδου κύματος  $T_{CC}$  για τα κύματα της καταγραφής 83120100.dat με κορυφές υψηλότερες από το μισό του σημαντικού ύψους κύματος.

Ακολουθούμε ακριβώς την ίδια διαδικασία με παραπάνω για την εκτίμηση της σ.π.π. της περιόδου κύματος  $T$ , αλλά για τα κύματα που έχουν και κορυφές και κοιλάδες μεγαλύτερες από ένα συγκεκριμένο κατώφλι (πάλι εδώ θα χρησιμοποιήσουμε  $h = Hs/2$ ). Θα αλλάξουμε την ακρίβεια της μεθόδου (τον βαθμό αριθμητικής ολοκλήρωσης) στην εντολή εισόδου της `spec2tccpdf`: `nit=-1`.

**Παράδειγμα 28.** (Υπολογισμός της σ.π.π. της περιόδου κύματος  $T$  με χρήση κατωφλιού τόσο για το πλάτος κορυφής  $A_c$ , όσο και για το πλάτος κοιλάδας  $A_l$ .)

```
xx=load('83120100.dat');

xx(:,2)=detrend(xx(:,2));           %Απομακρύνουμε τυχόν τάσεις(trends).

me=mean(xx(:,2))                    %Υπολογίζουμε την μέση τιμή.

sa=std(xx(:,2))                     %Υπολογίζουμε την τυπική απόκλιση.

Sf=dat2spec2(xx,2244);              %Υπολογισμός του φάσματος από
                                     %τα δεδομένα.

[mom text]=spec2mom(S,4);           %Υπολογίζουμε τις ροπές.
```

```

Hs=4*sa; %Ορίζουμε το σημαντικό ύψος κύματος.

f_tcc2_1=
spec2tccpdf(Sf,[],'t>',[0 12 61],[Hs/2],[Hs/2],-1); %Υπολογισμός της
%σ.π.π. της
%περιόδου κύματος
%Tcc.

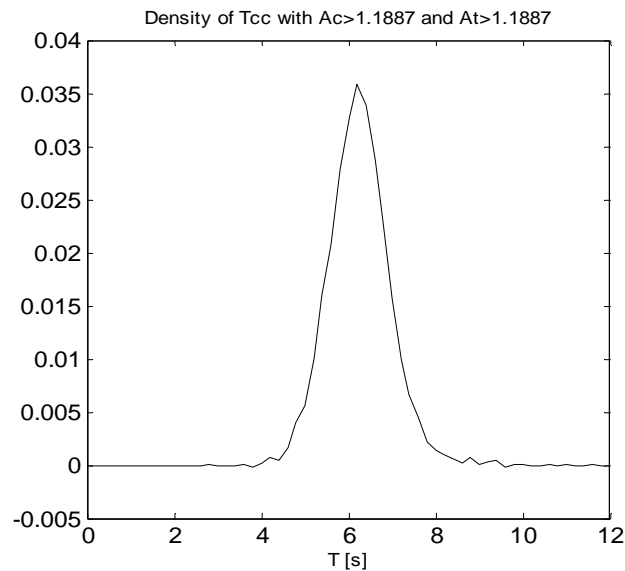
simpson(f_tcc2_1.x{1},f_tcc2_1.f) %Υπολογισμός της σ.π.π. της Tcc
%από τον ορισμό της, με τη μέθοδο
%Simpson.

pdfplot(f_tcc2_1) %Σχεδιασμός της σ.π.π. της Tcc.

```

Το πρόγραμμα δίνει την εξής απάντηση:

```
ans = 0.0569
```



**Σχήμα 23:** Η σ.π.π. της περιόδου κύματος  $T_{cc}$  για τα κύματα της καταγραφής 83120100.dat με κορυφές και κοιλάδες υψηλότερες από το μισό του σημαντικού ύψους κύματος.

Τελειώνοντας, θα ακολουθήσουμε την ίδια διαδικασία για τον υπολογισμό της σ.π.π. του μήκους κύματος  $L$ , που προκύπτει σαν το άθροισμα του μήκους κορυφής



και του μήκους κοιλάδας :  $L = L_c + L_t$  (στο WAFO συμβολίζεται ως  $L_{cc}$ ). Θα υπολογίσουμε την συγκεκριμένη σ.π.π. για τα κύματα της καταγραφής 83120100.dat με πλάτος κορυφής μεγαλύτερο από  $H_s/2$ , όπως και στα υπόλοιπα παραδείγματα. Επιλέγουμε βαθμό αριθμητικής ολοκλήρωσης  $n_{it}=-1$ .

**Παράδειγμα 29.** (Υπολογισμός της σ.π.π. του μήκους κύματος  $L$ .)

```

xx=load('83120100.dat');

xx(:,2)=detrend(xx(:,2));           %Απομακρύνουμε τυχόν τάσεις(trends).

me=mean(xx(:,2))                    %Υπολογίζουμε την μέση τιμή.

sa=std(xx(:,2))                     %Υπολογίζουμε την τυπική απόκλιση.

Sf=dat2spec2(xx,2244);              %Υπολογισμός του φάσματος από
                                     %τα δεδομένα.

[mom text]=spec2mom(S,4);           %Υπολογίζουμε τις ροπές.

Hs=4*sa;                             %Ορίζουμε το σημαντικό ύψος κύματος.

f_tcc2=
spec2tccpdf(Sf,[],'L>',[0 10 81],[Hs/2],[0],-1); %Υπολογισμός της
                                                    %σ.π.π. του  $L_{cc}$ .

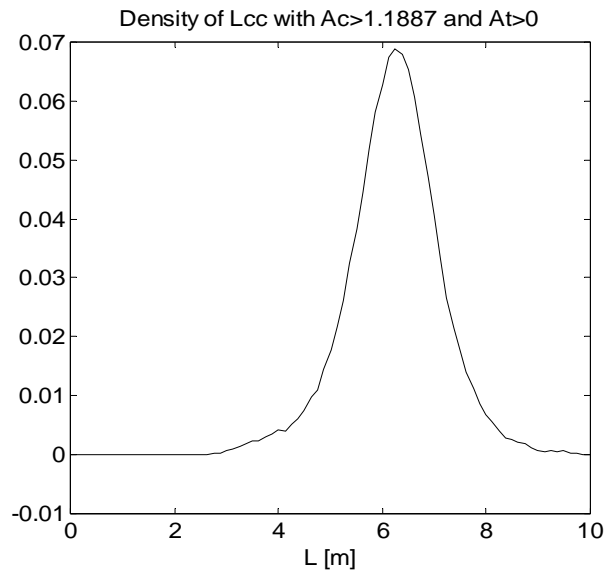
simpson(f_tcc2.x{1},f_tcc2.f)       %Υπολογισμός της σ.π.π. του  $L_{cc}$  από
                                     %τον ορισμό της, με τη μέθοδο Simpson.

pdfplot(f_tcc2)                     %Σχεδιασμός της σ.π.π.

```

Το πρόγραμμα δίνει:

```
ans = 0.1334
```



**Σχήμα 24:** Η σ.π.π. του μήκους κύματος  $L_{cc}$  για τα κύματα της καταγραφής 83120100.dat με κορυφές υψηλότερες από το μισό του σημαντικού ύψους κύματος.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

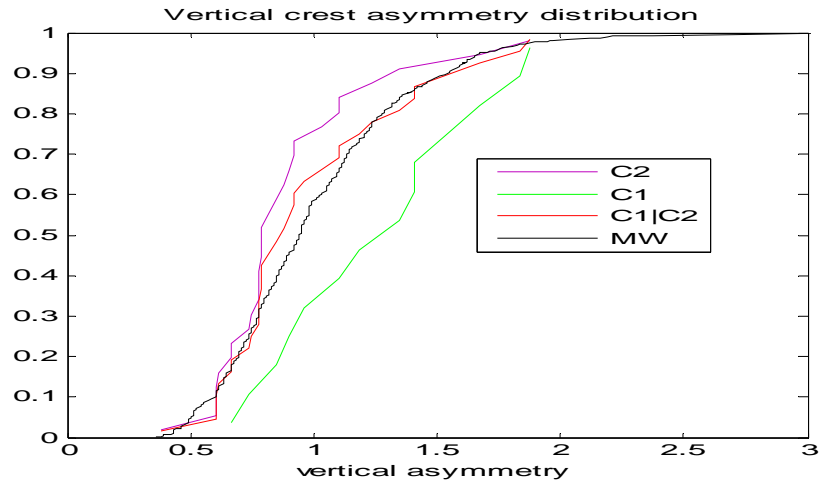
### ΕΓΧΡΩΜΕΣ ΕΙΚΟΝΕΣ ΚΑΙ ΓΡΑΦΗΜΑΤΑ



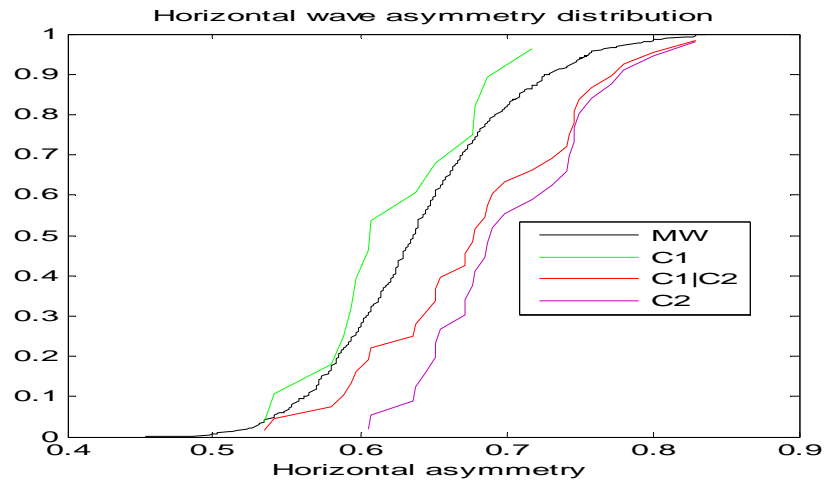
*Εικόνα 1. Το πεδίο εξόρυξης πετρελαίου και φυσικού αερίου Frigg.*



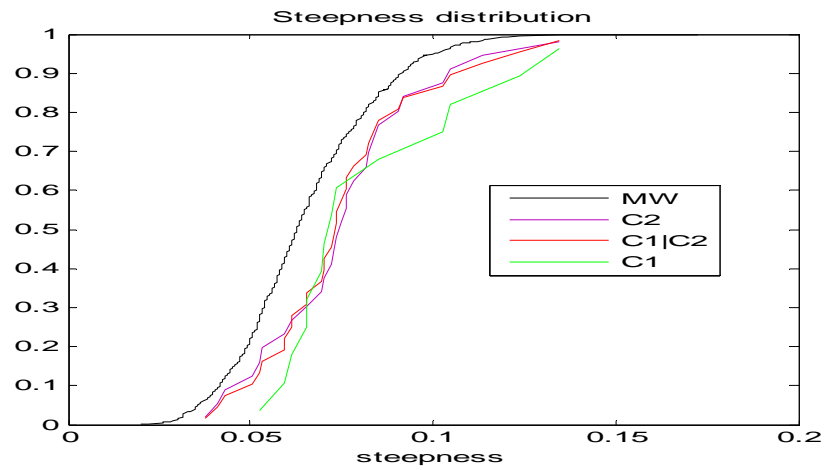
*Εικόνα 2. Άποψη της πλατφόρμας εξόρυξης QP.*



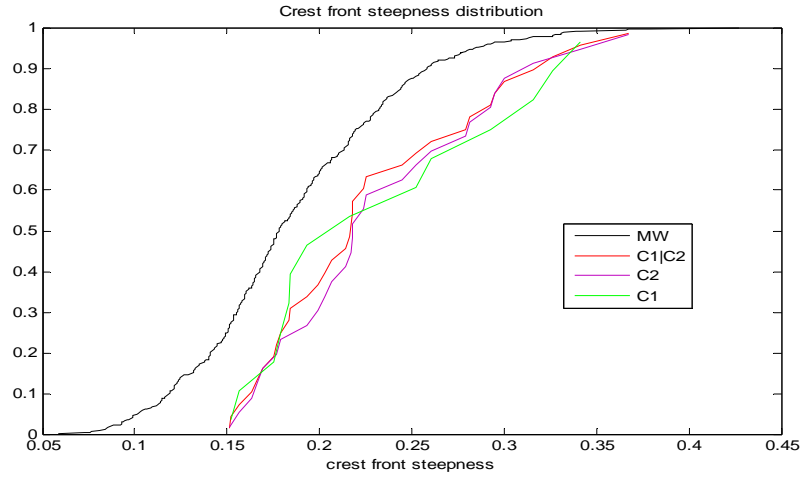
Σχήμα 3.3. Κατανομές συντελεστή κατακόρυφης ασυμετρίας  $\mu_v$ .



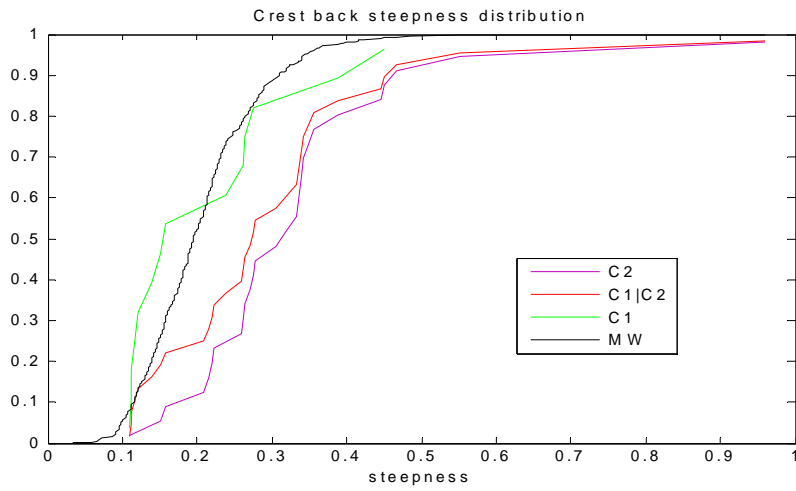
Σχήμα 3.4. Κατανομές συντελεστή οριζόντιας ασυμετρίας  $\mu_h$ .



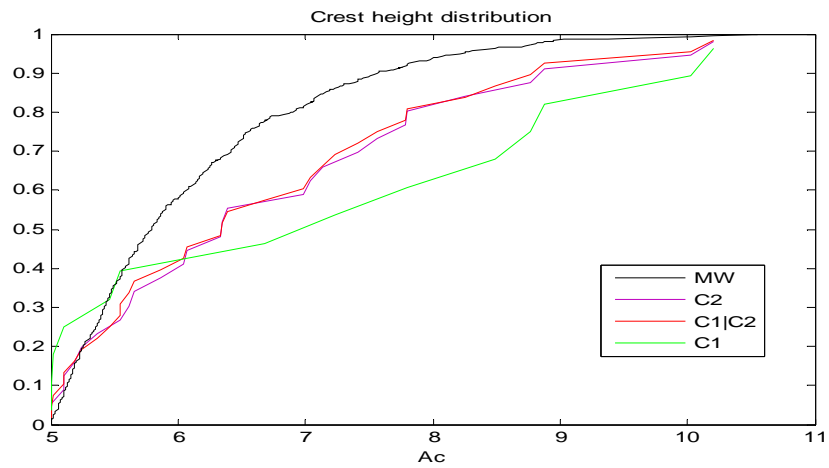
Σχήμα 3.5. Κατανομές κλίσης κύματος.



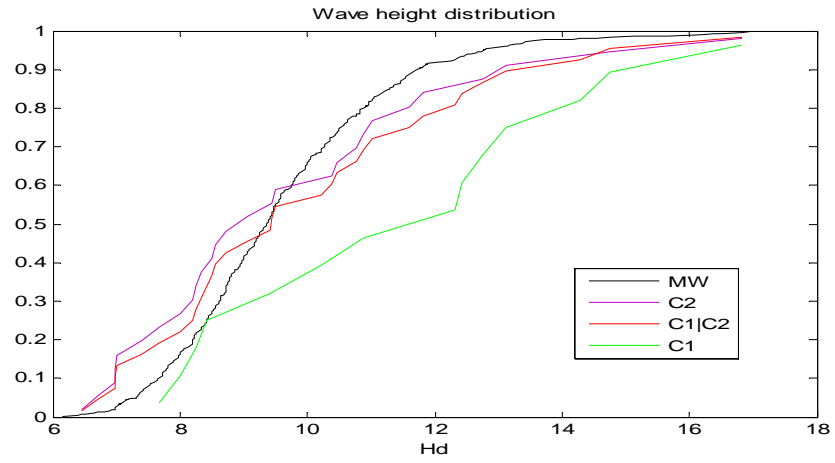
Σχήμα 3.6. Κατανομές κλίσης του εμπρόσθιου προφίλ κορυφής κύματος (crest front steepness)



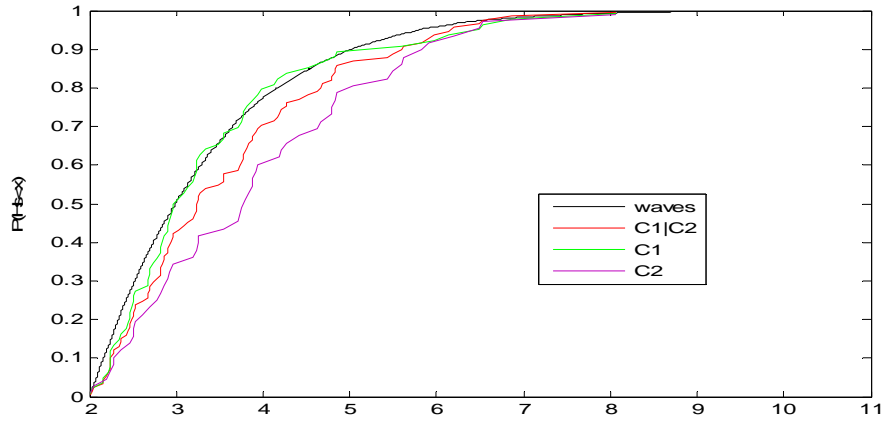
Σχήμα 3.7. Κατανομές κλίσης του οπίσθιου προφίλ κορυφής κύματος (crest back steepness).



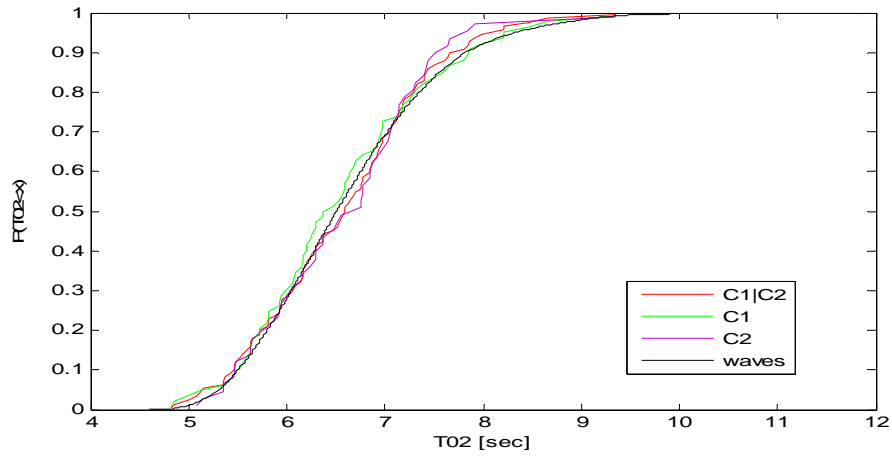
Σχήμα 3.8. Κατανομές του πλάτους κορυφής κύματος  $A_c$ .



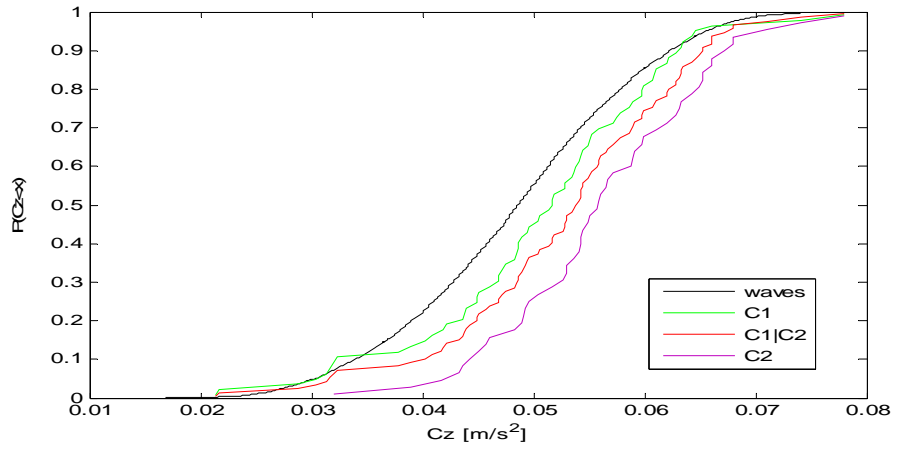
Σχήμα 3.9. Κατανομές του ύψους κύματος  $H_d$ .



(α)



(β)



(γ)

**Σχήμα 3.10.** Κατανομές (α) σημαντικού ύψους κύματος  $H_S$ , (β) μέσης περιόδου μηδενικής υπέρβασης  $T_{02}$ , (γ) μέσης κλίσης των καταστάσεων θάλασσας  $C_z$  (mean sea state steepness).