

**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**

**ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

**ΤΟΜΕΑΣ ΝΑΥΤΙΚΗΣ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΑΣ**

## **ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**Βελτιστοποίηση τριβολογικής συμπεριφοράς ωστικών εδράνων  
λιπαινόμενων με ηλεκτροροεολογικά ρευστά**

**Σόλων Παυλιόγλου**

**Επιβλέπων: Χρ. Παπαδόπουλος, Λέκτορας Ε.Μ.Π.**

**Μέλη εξεταστικής επιτροπής: Λ. Καϊκτσής, Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π.**

**Ι. Προυσαλίδης, Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π.**

**Αθήνα, Φεβρουάριος 2013**

## **Ευχαριστίες**

Με την ολοκλήρωση της διπλωματικής μου εργασίας κλείνει ο κύκλος των σπουδών μου στη Σχολή Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών του Ε.Μ.Π. Θα ήθελα συνεπώς να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου απέναντι στα πρόσωπα που με υποστήριξαν καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησής της.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες θα ήθελα να απευθύνω στον καθηγητή μου και υπεύθυνο της διπλωματικής αυτής, κ. Χ. Παπαδόπουλο. Η αμέριστη βοήθειά του υπήρξε καθοριστική κατά την εκπόνηση της εργασίας, ενώ ο ίδιος αποτέλεσε πρότυπο συνεργάτη αλλά και ανθρώπου.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους κυρίους Λ. Καϊκτσή και Ι. Προυσαλίδη, οι οποίοι με τον τρόπο τους με στήριξαν όποτε χρειάστηκε.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Μ. Μαστρόκαλο. Η καθοδήγησή του στον τομέα των ηλεκτρορολογικών ρευστών υπήρξε πολύτιμη, ενώ ων ενημερωμένος για την πορεία της εργασίας ήταν ανά πάσα στιγμή πρόθυμος να προσφέρει κάθε βοήθεια.

# Περιεχόμενα

<i>Ευχαριστίες</i> .....	2
<i>Περιεχόμενα</i> .....	3
<b>ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ</b> .....	6
<b>ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ</b> .....	8
<b>ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΥΜΒΟΛΩΝ</b> .....	13
<b>ΣΥΝΟΨΗ</b> .....	16
<b>ABSTRACT</b> .....	17
<b>Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή</b> .....	18
1.1 Η σημασία της Τριβολογίας.....	18
<b>Κεφάλαιο 2: Έδρανα Υδροδυναμικής Λίπανσης</b> .....	19
2.1 Τα Λιπαντικά και η σύνθεσή τους.....	19
2.1.1 Διάρκεια ζωής και κόστος λιπαντικών.....	19
2.1.2 Το ιξώδες του λιπαντικού.....	19
2.1.2.1 Μαθηματική προσέγγιση του ιξώδους.....	20
2.2 Υδροδυναμική Λίπανση.....	23
2.2.1 Η εξίσωση Reynolds [1].....	23
2.2.1.1 Απλοποιητικές παραδοχές.....	24
2.2.1.2 Ισοροπία δυνάμεων σε στοιχειώδη όγκο του ρευστού.....	26
2.2.1.3 Συνέχεια της ροής σε μια στήλη ρευστού απειροστού πλάτους.....	29
2.2.1.4 Απλοποίηση της εξίσωσης Reynolds.....	31
2.2.1.5 Επίλυση της απλοποιημένης εξίσωσης Reynolds.....	33
2.2.1.6 Ικανότητα Παραλαβής Φορτίου (Load Capacity).....	36
2.2.1.7 Ανθιστάμενη Δύναμη (Friction Force).....	37
2.2.1.8 Συντελεστής Τριβής (Friction Coefficient).....	38
<b>Κεφάλαιο 3: Ηλεκτρορεολογικά Ρευστά</b> .....	40
3.1 Εισαγωγή.....	40
3.2 Συμπεριφορά των ηλεκτρορεολογικών ρευστών.....	40
3.3 Μαθηματική Μοντελοποίηση.....	44
3.3.1 Ρευστά Bingham.....	44
3.3.2 Ρυθμός Γωνιακής Παραμόρφωσης του Ρευστού (Strain Rate). 44	
3.3.3 Σύνθετα Μοντέλα Ρευστών Bingham.....	46
3.3.3.1 Μοντέλο διπλού ιξώδους (Biviscosity Model).....	47
3.3.3.2 Εναλλακτικό μοντέλο Bingham (Alternative Bingham Model).....	47

3.3.3.3 Κλασικό μοντέλο Casson (Classical Casson Model).....	48
3.3.3.4 Συνδυαστικό Μοντέλο.....	49
3.3.3.5 Ιξώδες ηλεκτροροεολογικών ρευστών.....	49
3.4 Το Ηλεκτροστατικό Πεδίο.....	50
<b>Κεφάλαιο 4: Αριθμητικά Αποτελέσματα.....</b>	<b>53</b>
4.1 Παρουσίαση βασικών διατάξεων εδράνων που μελετήθηκαν στην παρούσα εργασία.....	53
4.1.1 Απλό ωστικό έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες.....	53
4.1.1.1 Απλό ωστικό έδρανο: Αναλυτική προσέγγιση.....	53
4.1.1.2 Απλό ωστικό έδρανο: Αριθμητική επίλυση.....	54
4.1.2 Ωστικό έδρανο με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα σε τμήμα της επιφάνειας του πέλματος.....	56
4.1.2.1 Αριθμητική επίλυση του προβλήματος ρευστοδυναμικής σε παράλληλο έδρανο με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα σε τμήμα της επιφάνειας του πέλματος.....	57
4.1.3 Ωστικό έδρανο με υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του πέλματος.....	59
4.1.3.1 Υδροφοβικότητα – Συνθήκη μη ολίσθησης.....	59
4.1.3.2 Αριθμητική επίλυση του προβλήματος ρευστοδυναμικής σε έδρανο με υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του πέλματος.....	61
4.2 Ωστικό έδρανο με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες.....	63
4.2.1 Βασικές παράμετροι σχεδίασης.....	63
4.2.1.1 Αδιάστατο μήκος τροποποιημένου ιξώδους (length of altered viscosity,).....	63
4.2.1.2 Μέτρο αλλαγής του ιξώδους (Viscosity ratio, $\alpha$ ).....	63
4.2.2 Έδρανο με συνδυασμό υδροφοβικότητας σε τμήμα του πέλματος και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες – Παράμετροι σχεδίασης.....	64
4.2.2.1 Μήκος πέλματος με υδροφοβικές ιδιότητες.....	64
4.2.2.2 Άλλες παράμετροι σχεδίασης.....	64
4.2.3 Έδρανο με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα σε τμήμα του πέλματος και λιπαντικό με χωρικά μεταβλητό ιξώδες – Παράμετροι σχεδίασης.....	64
4.2.3.1 Βάθος τεχνητής τραχύτητας ( Dimple Height,).....	64
4.2.3.2 Μήκος τμήματος στην έξοδο χωρίς τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα (non-dimensional Untextured Outlet Length, ).....	65
4.2.3.3 Άλλες παράμετροι σχεδίασης.....	65
4.3 Βελτιστοποίηση χαρακτηριστικών λειτουργίας ωστικών εδράνων.....	65
4.3.1 Αλγόριθμος βελτιστοποίησης.....	66
4.3.1.1 Εξελικτικοί Αλγόριθμοι.....	67
4.3.2 Βελτιστοποίηση εδράνου με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες.....	71
4.3.3 Βελτιστοποίηση εδράνου με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες.....	75
4.3.4 Βελτιστοποίηση εδράνων με παράλληλες επιφάνειες, με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα σε τμήμα του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες.....	81
4.3.5 Βελτιστοποίηση εδράνου με παράλληλες επιφάνειες, υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες.....	86



4.4 Επαλήθευση μοντέλου επίλυσης πεδίου ροής ηλεκτρορεολογικού ρευστού με τη βιβλιογραφία – Το πραγματικό πρόβλημα.....	91
4.4.1 Το ηλεκτρικό πεδίο.....	94
4.4.2 Η ταχύτητα ροής.....	96
4.4.3 Η τιμή του ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης.....	97
4.4.4 Η τιμή του γενικευμένου ιξώδους.....	98
4.5 Προσομοίωση ωστικού εδράνου ληπαινόμενων με ηλεκτρορεολογικό ρευστό.....	99
4.6 Συγκεντρωτικά αποτελέσματα.....	104
<b>Κεφάλαιο 5: .....</b>	<b>108</b>
5.1 Συμπεράσματα.....	108
5.2 Μελλοντική εργασία.....	108
<b>Βιβλιογραφία.....</b>	<b>110</b>

## **ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ**

Πίνακας 1: Θεωρία υδροδυναμικής λίπανσης: Σύνολο απλοποιητικών παραδοχών.....	25
Πίνακας 2: Οριακές συνθήκες ταχύτητας στον στάτορα και στον ρότορα σε προβλήματα υδροδυναμικής λίπανσης.....	28
Πίνακας 3: Απλοποιημένη εξίσωση Reynolds: Οριακές Συνθήκες Πίεσης.....	34
Πίνακας 4: Απλοποιημένη εξίσωση Reynolds: Οριακές Συνθήκες Πίεσης στα άκρα της υδροδυναμικής σφήνας.....	36
Πίνακας 5: Συγκεντρωτικός πίνακας γεωμετρικών χαρακτηριστικών και χαρακτηριστικών λειτουργίας του εδράνου αναφοράς.....	55
Πίνακας 6: Αδιάστατες τιμές της ικανότητας παραλαβής φορτίου, της ανθιστάμενης δύναμης τριβής και του συντελεστή τριβής, όπως υπολογίστηκαν με χρήση των εξισώσεων Reynolds και με χρήση του προγράμματος ANSYS CFX, για έδρανο δύο διαστάσεων.....	56
Πίνακας 7: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων για το έδρανο με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα.....	58
Πίνακας 8: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων για το έδρανο με υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του στάτορα. ....	62
Πίνακας 9: Έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες: Λειτουργία με βέλτιστο συντελεστή τριβής. Τιμές της μεταβλητής σχεδίασης και των αντικειμενικών συναρτήσεων.....	73
Πίνακας 10: Έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Λειτουργία με βέλτιστο συντελεστή τριβής. Παράμετροι σχεδίασης και τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων.....	77
Πίνακας 11: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα σε τμήμα του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Λειτουργία με βέλτιστο συντελεστή τριβής. Παράμετροι σχεδίασης και τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων.....	82
Πίνακας 12: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα σε τμήμα του στάτορα, και λιπαντικό χωρίς χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Λειτουργία με βέλτιστο συντελεστή τριβής. Παράμετροι σχεδίασης και τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων.....	83
Πίνακας 13: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Λειτουργία με βέλτιστο συντελεστή τριβής. Παράμετροι σχεδίασης και τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων.....	87
Πίνακας 14: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του στάτορα, και λιπαντικό χωρίς χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Λειτουργία με βέλτιστο συντελεστή τριβής. Παράμετροι σχεδίασης και τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων.....	88
Πίνακας 15: Τιμές των παραμέτρων για διαφορετικές εντάσεις του ηλεκτρικού πεδίου, [2].....	91
Πίνακας 16: Ηλεκτροροεολογικό ρευστό Rheobay TP AI 3565: Τιμές των παραμέτρων	

[2].....	92
Πίνακας 17: Ηλεκτρορολογικό ρευστό Rheobay TP AI 3565: Τιμές των παραμέτρων [2].....	93
Πίνακας 18: Ωστικό έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες το οποίο λιπαίνεται με ηλεκτρορολογικό ρευστό: Χαρακτηριστικά μεγέθη λειτουργίας.....	103
Πίνακας 19: Συγκεντρωτικός πίνακας των αποτελεσμάτων των τριών προβλημάτων βελτιστοποίησης της παρούσας ενότητας.....	106

## **ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ**

Σχήμα 1: Παραμόρφωση υλικού υπό διατμητική καταπόνηση μεταξύ δύο παραλλήλων πλακών.....	20
Σχήμα 2: Συμπεριφορά ρευστού μεταξύ παραλλήλων πλακών, εκ των οποίων η μία κινείται με σταθερή ταχύτητα $U$ .....	21
Σχήμα 3: Γραμμική συσχέτιση μεταξύ τάσης και ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης....	22
Σχήμα 4: Ισορροπία δυνάμεων σε στοιχειώδη όγκο ρευστού.....	26
Σχήμα 5: Αναπαράσταση στοιχειώδους όγκου του ρευστού μέσα στην υδροδυναμική σφήνα.....	27
Σχήμα 6: Ισοζύγιο μάζας σε μια στήλη ρευστού απειροστού μήκους και πλάτους αλλά πεπερασμένου ύψους.....	29
Σχήμα 7: Κατανομή της πίεσης στην προσέγγιση του απείρως πλατέος καναλιού ροής [1].(ελάχιστο πάχος λιπαντικού,πάχος λιπαντικού στη θέση αναρρόφησης λαδιού).....	33
Σχήμα 8: Απεικόνιση ωστικού εδράνου με πέλματα. Γεωμετρία της (δισδιάστατης ) υδροδυναμικής σφήνας, αν θεωρηθεί ότι το έδρανο έχει απείρως μεγάλο πλάτος.....	34
Σχήμα 9: Συντελεστής τριβής και ικανότητα παραλαβής φορτίου συναρτήσει της κλίσης, για απλά κεκλιμένα έδρανα απείρου πλάτους.....	39
Σχήμα 10: Κυλινδρικός αγωγός με διαφορετική πίεση στα δύο άκρα.....	40
Σχήμα 11: Όγκος ροής συναρτήσει της διατμητικής τάσης και διατμητική τάση συναρτήσει του ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης για Νευτώνεια ρευστά και ρευστά Bingham.....	41
Σχήμα 12: Χαρακτηριστικό προφίλ ταχύτητας ενός ρευστού Bingham σε αγωγό κυκλικής διατομής με ροή Poiseuille.....	42
Σχήμα 13: Στάδια καταπόνησης ασθενών δεσμών στο εσωτερικό ενός ρευστού Bingham.....	43
Σχήμα 14: Σχηματισμός αλυσίδων στο εσωτερικό ηλεκτρορολογικού ρευστού υπό την επίδραση ηλεκτρικού πεδίου.....	43
Σχήμα 15: Γωνιακή παραμόρφωση στοιχειώδους όγκου του ρευστού, στο επίπεδο x-y.....	45
Σχήμα 16: Μοντέλο διπλού ιξώδους (Biviscosity Model): Διατμητική τάση συναρτήσει του ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης [2].....	47
Σχήμα 17: Εναλλακτικό μοντέλο Bingham (Alternative Bingham Model): Διατμητική τάση συναρτήσει του ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης [2].....	48
Σχήμα 18: Κλασικό μοντέλο Casson (Classical Casson Model): Διατμητική τάση συναρτήσει του ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης [2].....	49
Σχήμα 19: Σχηματική αναπαράσταση του απλοποιημένου χωρίου ροής σε πέγμα εδράνου ώσης.....	54
Σχήμα 20: Οριακές συνθήκες για το δισδιάστατο μοντέλο εδράνου με λεία κεκλιμένη επιφάνεια.....	54

Σχήμα 21: Δισδιάστατη αναπαράσταση καναλιού με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα σε τμήμα του στάτορα.....	57
Σχήμα 22: Κατανομή της πίεσης κατά μήκος του εδράνου με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα.....	58
Σχήμα 23: Κατανομή των διατμητικών τάσεων κατά μήκος του στάτορα με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα.....	59
Σχήμα 24: Προφίλ ταχύτητας κοντά σε διεπιφάνεια στερεού – ρευστού με (α) συνθήκη μη ολίσθησης, και (β) συνθήκη ολίσθησης με μήκος ολίσθησης $b$ .....	61
Σχήμα 25: Έδρανο με υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του πέλματος: Κατανομή πίεσης κατά μήκος του ρότορα. (μήκος στάτορα με υδροφοβικότητα ίσο με το 85% του συνολικού μήκους του, μήκος ολίσθησης δεκαπλάσιο του ελάχιστου πάχους του λιπαντικού, μηδενικός λόγος σύγκλισης).....	61
Σχήμα 26: Έδρανο μη υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του πέλματος: Κατανομή διατμητικών τάσεων κατά μήκος του ρότορα.(μήκος στάτορα με υδροφοβικότητα ίσο με το 85% του συνολικού μήκους του, μήκος ολίσθησης δεκαπλάσιο του ελάχιστου πάχους του λιπαντικού, μηδενικός λόγος σύγκλισης).....	62
Σχήμα 27: Ποιοτική αναπαράσταση μετώπου Pareto σε πρόβλημα ελαχιστοποίησης δύο αντικειμενικών συναρτήσεων.....	69
Σχήμα 28: Σχηματική αναπαράσταση λογικής ροής εξελικτικού αλγορίθμου για την περίπτωση απλού ωστικού εδράνου με συγκλίνουσες επιφάνειες και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες.....	70
Σχήμα 29: Έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες: Συντελεστής τριβής για τιμές του λόγου σύγκλισης, $k$ , μικρότερες και μεγαλύτερες της βέλτιστης τιμής, $k=1.55$ .....	71
Σχήμα 30: Έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες: Κατανομή της πίεσης στο ρότορα. $k=1.55$ .....	72
Σχήμα 31: Έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες: Κατανομή των διατμητικών τάσεων στον ρότορα.....	73
Σχήμα 32: Έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες: Προφίλ της ταχύτητας του λιπαντικού κατά την εγκάρσια κατεύθυνση, και παραβολική προσέγγισή της σε διατομή του εδράνου στο 3% του συνολικού μήκους του.....	74
Σχήμα 33: Έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Τα σημεία που απεικονίζονται ως μικροί κύκλοι αποτελούν το σύνολο των λύσεων που εξετάστηκαν κατά τη βελτιστοποίηση. Τα σημεία που απεικονίζονται ως μεγάλοι κύκλοι είναι τα σημεία του μετώπου Pareto.....	76
Σχήμα 34: Έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Μέτωπο Pareto – Εστίαση στην περιοχή όπου παρουσιάζονται οι ελάχιστες τιμές του συντελεστή τριβής.....	76
Σχήμα 35: Έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Κατανομή της πίεσης στον ρότορα. Για λόγους πληρότητας παρουσιάζεται και η κατανομή της πίεσης για απλό έδρανο χωρίς χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες (έδρανο αναφοράς).....	77
Σχήμα 36: Έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Κατανομή των διατμητικών τάσεων στον ρότορα.....	78
Σχήμα 37: Έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες και λιπαντικό με χωρικά	

μεταβαλλόμενο ιξώδες: Προφίλ της ταχύτητας του λιπαντικού και παραβολική προσέγγισή της, σε διατομή του εδράνου στο 3% του συνολικού μήκους του.....	79
Σχήμα 38: Έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Ανάλυση ευαισθησίας για τις τρεις μεταβλητές σχεδίασης:(α) λόγος σύγκλισης, k, (β) αδιάστατο μήκος τροποποιημένου ιξώδους, $I_v$ , και (γ) μέτρο αλλαγής του ιξώδους, $\alpha$ .....	80
Σχήμα 39: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα σε τμήμα του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Μέτωπο Pareto - Τα σημεία που απεικονίζονται ως μικροί κύκλοι αποτελούν το σύνολο των λύσεων που εξετάστηκαν κατά τη βελτιστοποίηση. Τα σημεία που απεικονίζονται ως μεγάλοι κύκλοι είναι τα σημεία του μετώπου Pareto.....	81
Σχήμα 40: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα σε τμήμα του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Μέτωπο Pareto – Εστίαση στην περιοχή όπου παρουσιάζονται οι ελάχιστες τιμές του συντελεστή τριβής.....	82
Σχήμα 41: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα σε τμήμα του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Κατανομή των διατμητικών τάσεων στον ρότορα. Για λόγους πληρότητας παρουσιάζεται και η κατανομή χωρίς χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες.....	83
Σχήμα 42: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα σε τμήμα του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Προφίλ της ταχύτητας στη διατομή $x=0.03L$ του καναλιού. Για λόγους πληρότητας παρουσιάζεται και το προφίλ της ταχύτητας για έδρανο χωρίς χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες.....	84
Σχήμα 43: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα σε τμήμα του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Κατανομή της πίεσης στον ρότορα. Για λόγους πληρότητας παρουσιάζεται και η κατανομή της πίεσης για έδρανο χωρίς χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες.....	84
Σχήμα 44: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα σε τμήμα του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Ανάλυση ευαισθησίας για τις τέσσερις μεταβλητές σχεδίασης(α) μήκος λείου τμήματος στην έξοδο, (β) μέτρο αλλαγής ιξώδους, (γ) βάθος τεχνητής τραχύτητας, (δ) μήκος τροποποιημένου ιξώδους.....	85
Σχήμα 45: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Μέτωπο Pareto - Τα σημεία που απεικονίζονται ως μικροί κύκλοι αποτελούν το σύνολο των λύσεων που εξετάστηκαν κατά τη βελτιστοποίηση. Τα σημεία που απεικονίζονται ως μεγάλοι κύκλοι είναι τα σημεία του μετώπου Pareto.....	86
Σχήμα 46: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Μέτωπο Pareto - Εστίαση στην περιοχή όπου παρουσιάζονται οι ελάχιστες τιμές του συντελεστή τριβής.....	87
Σχήμα 47: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Προφίλ της ταχύτητας στη διατομή $x=0.03L$ του καναλιού. Για λόγους πληρότητας παρουσιάζεται και το προφίλ της ταχύτητας για έδρανο χωρίς χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες.....	88
Σχήμα 48: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, υδροφοβικότητα σε τμήμα της	

επιφάνειας του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Κατανομή της πίεσης στον ρότορα. Για λόγους πληρότητας παρουσιάζεται και η κατανομή της πίεσης για έδρανο χωρίς χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες.....	89
Σχήμα 49: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Κατανομή των διατμητικών τάσεων στον ρότορα. Για λόγους πληρότητας παρουσιάζεται και η κατανομή των διατμητικών τάσεων για έδρανο χωρίς χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες..	89
Σχήμα 50: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Ανάλυση ευαισθησίας στο έδρανο με υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του στάτορα....	90
Σχήμα 51: Ηλεκτρορολογικό ρευστό Rheobay TP AI 3565: Καμπύλες που απεικονίζουν την εξάρτηση των παραμέτρων από την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου...	92
Σχήμα 52: Απεικόνιση του αδιάστατου ηλεκτρικού πεδίου σε κανάλι με παράλληλες πλάκες στην περιοχή κοντά στην είσοδο στο πεδίο όπως υπολογίστηκε στην εργασία της Ursescu [2].....	95
Σχήμα 53: Απεικόνιση του αδιάστατου ηλεκτρικού πεδίου σε κανάλι με παράλληλες πλάκες στην περιοχή κοντά στην είσοδο στο πεδίο όπως υπολογίστηκε στην παρούσα εργασία.....	95
Σχήμα 54: Απεικόνιση του αδιάστατου πεδίου ταχύτητας ηλεκτρορολογικού ρευστού σε κανάλι με παράλληλες πλάκες στην περιοχή κοντά στην είσοδο στο ηλεκτρικό πεδίο, όπως υπολογίστηκε στην εργασία της Ursescu [2].....	96
Σχήμα 55: Απεικόνιση του αδιάστατου πεδίου ταχύτητας ηλεκτρορολογικού ρευστού σε κανάλι με παράλληλες πλάκες στην περιοχή κοντά στην είσοδο στο ηλεκτρικό πεδίο, όπως υπολογίστηκε στην παρούσα εργασία.....	97
Σχήμα 56: Απεικόνιση του αδιάστατου ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης ηλεκτρορολογικού ρευστού σε κανάλι με παράλληλες πλάκες στην περιοχή κοντά στην είσοδο στο ηλεκτρικό πεδίο, όπως υπολογίστηκε στην εργασία της Ursescu [2].	97
Σχήμα 57: Απεικόνιση του αδιάστατου ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης ηλεκτρορολογικού ρευστού σε κανάλι με παράλληλες πλάκες στην περιοχή κοντά στην είσοδο στο ηλεκτρικό πεδίο, όπως υπολογίστηκε στην παρούσα εργασία.....	98
Σχήμα 58: Απεικόνιση του γενικευμένου ιξώδους ηλεκτρορολογικού ρευστού σε κανάλι με παράλληλες πλάκες στην περιοχή κοντά στην είσοδο στο ηλεκτρικό πεδίο, όπως υπολογίστηκε στην εργασία της Ursescu [2].....	98
Σχήμα 59: Απεικόνιση του γενικευμένου ιξώδους ηλεκτρορολογικού ρευστού σε κανάλι με παράλληλες πλάκες στην περιοχή κοντά στην είσοδο στο ηλεκτρικό πεδίο, όπως υπολογίστηκε στην παρούσα εργασία.....	99
Σχήμα 60: Ωστικό έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες το οποίο λιπαίνεται με ηλεκτρορολογικό ρευστό: Παράμετροι σχεδίασης και χαρακτηριστικά επιβαλλόμενου πεδίου. $k=1.53$ , $\Delta V=4000$ [V].....	100
Σχήμα 61: Ωστικό έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες το οποίο λιπαίνεται με ηλεκτρορολογικό ρευστό: Ποιοτική αναπαράσταση επιβαλλόμενου ηλεκτρικού πεδίου. ....	100
Σχήμα 62: Ωστικό έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες το οποίο λιπαίνεται με ηλεκτρορολογικό ρευστό: Ποιοτική αναπαράσταση πεδίου ταχυτήτων.....	101

Σχήμα 63: Ωστικό έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες το οποίο λιπαίνεται με ηλεκτρορεολογικό ρευστό: Ποιοτική αναπαράσταση κατανομής ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης.....	101
Σχήμα 64: Ωστικό έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες το οποίο λιπαίνεται με ηλεκτρορεολογικό ρευστό: Ποιοτική αναπαράσταση κατανομής ιξώδους.....	102
Σχήμα 65: Ωστικό έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες το οποίο λιπαίνεται με ηλεκτρορεολογικό ρευστό: Χωρική κατανομή της πίεσης στο ρότορα.....	102
Σχήμα 66: Ωστικό έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες το οποίο λιπαίνεται με ηλεκτρορεολογικό ρευστό: Χωρική κατανομή των διατμητικών τάσεων στο ρότορα.	103
Σχήμα 67: Χωρική κατανομή πίεσης στο ρότορα για: α) έδρανο με λείες, συγκλίνουσες επιφάνειες, β) έδρανο με λείες, συγκλίνουσες επιφάνειες και χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες, γ) παράλληλο έδρανο με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα, δ) παράλληλο έδρανο με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα και χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες, ε) λείο έδρανο με υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του στάτορα, στ) λείο έδρανο με υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του στάτορα και χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες.....	105



## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΥΜΒΟΛΩΝ

### Ελληνικοί Χαρακτήρες

$\beta_1, \beta_2$	συντελεστές που εξαρτώνται από την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου και εκφράζουν την αλλαγή στη συμπεριφορά ενός ηλεκτροροεολογικού ρευστού
$\dot{\gamma}$	ρυθμός γωνιακής παραμόρφωσης
$\delta$	παράμετρος του ρευστού η τιμή της οποίας προσδιορίζεται πειραματικά σε πραγματικά ρευστά
$\varepsilon$	διηλεκτρικό
$\eta$	ιξώδες ρευστού
$\eta_0$	τιμή ιξώδους αναφοράς
$\eta_{gen}$	φαινόμενο ιξώδες
$\nu$	δυναμικό ιξώδες
$\eta_{base}$	τιμή αναφοράς ιξώδους
$\eta_{altered}$	τιμή ιξώδους υποβαλλόμενο σε εξωτερική διέγερση
$\rho$	πυκνότητα ενός μέσου
$\tau$	διατμητική τάση
$\tau_c$	κρίσιμη τιμή διατμητικής τάσης πάνω από την οποία εμφανίζεται ολίσθηση
$\tau_N$	κρίσιμη τιμής τάσης στο biviscosity model
$\tau_i$	διατμητική τάση στη διεύθυνση i
$\tau_{ij}$	διατμητική τάση που ανήκει στο επίπεδο i με διεύθυνση j

### Αγγλικοί Χαρακτήρες

$a$	μέτρο αλλαγής του ιξώδους
$b$	μήκος ολίσθησης (slip length)
$B$	πλάτος ισοδύναμου καναλιού
$\vec{B}$	μαγνητικό πεδίο
$\underline{D}$	μητρώο ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης
$D_i$	εσωτερική διάμετρος εδράνου
$D_o$	εξωτερική διάμετρος εδράνου
$\vec{E}$	διανυσματικό ηλεκτρικό πεδίο
$\tilde{E}$	αδιάστατη τιμή ηλεκτρικού πεδίου
$E_1$	συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου στην x διεύθυνση
$E_2$	συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου στην y διεύθυνση
$E_0$	σταθερά, ίση με $10^{-6}$
$f$	συντελεστής τριβής
$f^*$	κανονικοποιημένος συντελεστής τριβής

$f_{total}$	συνολικός συντελεστής τριβής του συστήματος
$F$	δύναμη τριβής
$F^*$	αδιάστατη ανθιστάμενη δύναμη τριβής
$F_{electric}$	μέτρο ελκτικής δύναμης μεταξύ των πλακών
$G_d$	βάθος αυλάκωσης τροφοδοσίας λαδιού
$G_l$	μήκος αυλάκωσης τροφοδοσίας λαδιού
$h$	απόσταση που απέχουν μεταξύ τους δύο κεκλιμένες επιφάνειες κατά μήκος του άξονα x
$\bar{h}$	θέση μέγιστης πίεσης
$h_0$	ελάχιστη απόσταση μεταξύ δύο κεκλιμένων επιφανειών/ ελάχιστο πάχος λιπαντικού
$h_1$	μέγιστη απόσταση μεταξύ δύο κεκλιμένων επιφανειών
$h_d$	αδιάστατο βάθος τεχνητής επιφανειακής τραχύτητας
$H_d$	πραγματικό βάθος τεχνητής επιφανειακής τραχύτητας
$k$	λόγος σύγκλισης του εδράνου
$l_s, l_{slip}$	ποσοστό του συνολικού μήκους του καναλιού, ξεκινώντας από την είσοδο, το οποίο έχει υδροφοβικά χαρακτηριστικά
$L_s$	πραγματικό μήκος του καναλιού το οποίο έχει υδροφοβικά χαρακτηριστικά
$l_{uo}$	ποσοστό μήκους καναλιού χωρίς τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα, ξεκινώντας από το τέλος του
$L_{uo}$	πραγματικό μήκος ακατέργαστης επιφάνειας στο τέλος του καναλιού
$l_v$	ποσοστό του συνολικού μήκους του καναλιού, ξεκινώντας από την είσοδο, για στο οποίο το ρευστό έχει τροποποιημένο ιξώδες
$L_v$	πραγματικό μήκος του καναλιού για το οποίο έχουμε την αλλαγή στην τιμή του ιξώδους
$L$	συνολικό μήκος του καναλιού ροής
$N$	ταχύτητα περιστροφής
$n_p$	αριθμός πελμάτων εδράνου
$p$	πίεση
$q_x$	παροχή λιπαντικού ανά μονάδα μήκους στη διεύθυνση x
$q_y$	παροχή λιπαντικού ανά μονάδα μήκους στη διεύθυνση y
$Re$	αριθμός Reynolds
$\underline{T}$	τανυστής των τάσεων
$u$	ταχύτητα ρευστού στη διεύθυνση x
$\tilde{u}$	αδιάστατη τιμή ταχύτητας ρευστού στο κανάλι
$u_0$	μέγιστη τιμή της ταχύτητας εισόδου του ρευστού στο κανάλι
$U$	γραμμική ταχύτητα κίνησης του ρότορα
$U_1$	ταχύτητα του στάτορα στη διεύθυνση x
$U_2$	ταχύτητα του ρότορα στη διεύθυνση x

$v$	ταχύτητα κίνησης του ρευστού στη διεύθυνση $y$
$V$	ταχύτητα ρότορα στη διεύθυνση $y$ / δυναμικό ηλεκτρικού πεδίου
$V_1$	ταχύτητα του στάτορα στη διεύθυνση $y$
$V_2$	ταχύτητα του ρότορα στη διεύθυνση $y$
$W$	φορτίο που το έδρανο μπορεί να υποστηρίξει για κάποια συγκεκριμένη γεωμετρία, και συνθήκες λειτουργίας, ικανότητα παραλαβής φορτίου
$W^*$	αδιάστατη ικανότητα παραλαβής φορτίου
$v_0$	ταχύτητα εισροής ρευστού στη διεύθυνση $y$
$v_h$	ταχύτητα εκροής ρευστού στη διεύθυνση $y$

## ΣΥΝΟΨΗ

Η τριβή είναι η κυριότερη αιτία απωλειών ενέργειας σε ένα μηχανολογικό σύστημα. Στην προωστήρια εγκατάσταση ενός πλοίου, απώλειες ενέργειας λόγω τριβής εμφανίζονται κυρίως στον κινητήρα Diesel (ελατήρια εμβόλου, έδρανα στροφαλοφόρου, έδρανα διωστήρα, κ.λπ.), στα έδρανα του αξονικού συστήματος (ακτινικά έδρανα και έδρανο ώσης), καθώς και στον μειωτήρα στροφών, όταν υπάρχει.

Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η βελτιστοποίηση του σχεδιασμού ωστικών εδράνων με σκοπό την ελαχιστοποίηση του συντελεστή τριβής και συνεπακόλουθα, των συνολικών απωλειών τριβής. Τυπικά ωστικά έδρανα αποτελούνται από αριθμό πελμάτων (σχήματος κυκλικών τομέων), κυκλικά διατεταγμένων. Τα έδρανα λειτουργούν με βάση την αρχή της υδροδυναμικής λίπανσης, για την επίτευξη της οποίας απαιτείται, γενικά, η επιφάνεια των πελμάτων να είναι κεκλιμένη ως προς την επιφάνεια του στροφέα. Υδροδυναμική λίπανση μπορεί να επιτευχθεί και σε παράλληλες επιφάνειες στροφέα-τριβέα αν τμήμα της επιφάνειας του τριβέα (πέλματος) έχει κατάλληλη τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα, ή υδροφοβικά χαρακτηριστικά.

Στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας, εξετάζεται η δυνατότητα βελτιστοποίησης των τριβολογικών χαρακτηριστικών ωστικών εδράνων ολίσθησης τα οποία τροφοδοτούνται με λιπαντικό το οποίο παρουσιάζει χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες. Η προσομοίωση των εδράνων γίνεται μέσα από τη θεώρηση ενός δισδιάστατου υπολογιστικού μοντέλου, και τη χρήση μεθόδων Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής (CFD). Αρχικά, μελετάται έδρανο με ιδανικό λιπαντικό μέσο, το οποίο έχει διαφορετικό ιξώδες σε δύο διακριτές περιοχές του εδράνου. Διατυπώνονται τρία προβλήματα βελτιστοποίησης των παραμέτρων σχεδίασης του εδράνου, για τις περιπτώσεις (α) απλού κεκλιμένου πέλματος, (β) παράλληλου πέλματος με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα και (γ) παράλληλου πέλματος με υδροφοβικές ιδιότητες, με κύριο αντικειμενικό στόχο την ελαχιστοποίηση του συντελεστή τριβής. Καταδεικνύεται ότι, με χρήση χωρικά μεταβαλλόμενου ιξώδους, μπορεί να επιτευχθεί μεγάλη μείωση του συντελεστή τριβής για όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις. Στη συνέχεια, για να επιτευχθεί η χωρική μεταβολή του ιξώδους, εξετάζεται ως μέσω λίπανσης ηλεκτρορολογικό ρευστό, του οποίου το ιξώδες μπορεί να ελεγχθεί μέσω επιβολής ηλεκτρικού πεδίου. Παρουσιάζονται τα χαρακτηριστικά του ηλεκτρορολογικού ρευστού, και μοντελοποιείται μαθηματικά η συμπεριφορά του. Στη συνέχεια, γίνεται αριθμητική επίλυση της ροής μεταξύ παραλλήλων πλακών, και τα αποτελέσματα της επίλυσης επαληθεύονται με βάση τις υπάρχουσες βιβλιογραφικές πηγές. Τέλος, με χρήση του επαληθευμένου μοντέλου του ηλεκτρορολογικού ρευστού, επανεξετάζεται η περίπτωση του απλού εδράνου ώσης με συγκλίνουσες πλευρές. Παρατηρείται ότι και στην περίπτωση αυτή, η μείωση του συντελεστή τριβής είναι σημαντική.

## ***ABSTRACT***

Friction is the main cause of energy losses in mechanical systems. In the propulsion train of a ship, energy losses due to friction occur mainly in the Diesel engine (piston rings, crankshaft bearings, connecting rod bearings, etc.), in the bearings of the propulsion shafting system (line shaft bearings and thrust bearing), and in the gearbox unit, when present.

The aim of the present study is to optimize the design of thrust bearings for minimum friction coefficient and, consequently, minimum total friction losses. Typical thrust bearings consist of a number of (sector shaped) pads, circularly arranged. They operate on the principle of hydrodynamic lubrication; this requires, in general, that the pad surface has an inclination with respect to the surface of the shaft collar (rotor). However, hydrodynamic lubrication can also be achieved in parallel thrust bearings in which a part of the pad surface has appropriate artificial surface texturing or hydrophobicity characteristics.

In the present work, the possibility of optimizing the tribological characteristics of thrust bearings lubricated with spatially-varying viscosity lubricants is investigated, based on Computational Fluid Dynamics (CFD) and optimization tools. First, a bearing operated with an ideal lubricant that exhibits different values of viscosity in two distinct regions of the domain is considered. Three optimization problems are set, corresponding to (a) a simple convergent slider, (b) a parallel slider with artificial surface texturing at part of the stator surface, and (c) a parallel slider with hydrophobic properties at part of the stator surface, aiming at minimization of friction coefficient. Simulations utilize a two-dimensional computational model. It is demonstrated that, by using spatially-varying viscosity, a substantial reduction of friction coefficient can be achieved for all the cases under consideration. Further, the possibility of using electrorheological fluids, whose viscosity can be controlled by imposing an electric field, is considered. First, the characteristics of electrorheological fluids are presented, and a numerical model is validated against literature results for a case of flow between parallel plates. Finally, the validated model is used for the case of a simple convergent slider, which is shown to exhibit a substantial reduction of friction coefficient.

# Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

## 1.1 Η σημασία της Τριβολογίας

Η τριβολογία είναι ο κλάδος της επιστήμης που εστιάζει στην τριβή τη φθορά και τη λίπανση αλληλεπιδρουσών επιφανειών οι οποίες βρίσκονται σε σχετική κίνηση. Η τριβή οδηγεί σε απώλεια μηχανικής ισχύος και σε φθορά, η οποία οδηγεί σε αλλοίωση των υλικών και σε σταδιακή επιδείνωση της συμπεριφοράς μιας μηχανολογικής διάταξης. Τα βασικότερα είδη φθοράς είναι η φθορά εκτριβής (abrasive wear) και η φθορά από διάβρωση (corrosive wear). Ένας αποτελεσματικός τρόπος μείωσης της τριβής και ελέγχου της φθοράς είναι η λίπανση των συνεργαζόμενων επιφανειών.

Τα δύο βασικά προβλήματα κατά την επαφή δυο στερεών σωμάτων, η τριβή και η φθορά, μπορούν να αντιμετωπιστούν αν ένα λεπτό στρώμα (φίλμ) κάποιου υλικού διαχωρίσει τα σώματα τα οποία ήταν αρχικά σε επαφή. Το υλικό του λεπτού στρώματος μπορεί να είναι στερεό, ρευστό ή ακόμα και αέριο. Σε γενικές γραμμές, το πάχος των λεπτών στρωμάτων λιπαντικών κυμαίνεται στο διάστημα 1-100 μm. Στόχος της τριβολογίας είναι ο σχεδιασμός της γεωμετρίας, η κατεργασία της επιφάνειας των στερεών και η επιλογή του λιπαντικού μέσου ώστε να προκύπτει βέλτιστη συμπεριφορά στην εκάστοτε εφαρμογή.

Συνοψίζοντας, θα μπορούσαμε να πούμε πως η τριβολογία ασχολείται με:

- Τα χαρακτηριστικά και τις ιδιότητες των υλικών που παρεμβάλλονται ως λεπτό στρώμα (φίλμ) μεταξύ σωμάτων που έρχονται σε επαφή
- Τις συνέπειες της ελλιπούς λίπανσης, ή της ανυπαρξίας λιπαντικού υλικού, οι οποίες συνήθως εκδηλώνονται μέσω σημαντικών τριβών και φθοράς

Εκτιμάται ότι το ένα τρίτο της παγκόσμιας κατανάλωσης ενέργειας αναλώνεται στην προσπάθεια να υπερνικηθεί η τριβή στις διάφορες μορφές που αυτή απαντάται. Η προσπάθεια συνεπώς για περιορισμό της τριβής μπορεί να οδηγήσει σε σημαντική εξοικονόμηση ενέργειας.

Το πολύ μεγάλο κόστος λόγω της τριβής σε μηχανολογικές διατάξεις οφείλεται κυρίως στις μεγάλες ποσότητες καταναλισκόμενης ενέργειας και απώλειας υλικού που συμβαίνουν ταυτοχρόνως στον πολύ μεγάλο αριθμό διατάξεων οι οποίες είναι ταυτοχρόνως σε λειτουργία. Όταν μελετώνται για μεμονωμένο σύστημα, οι απώλειες αυτές φαίνονται μικρές. Ωστόσο, όταν οι ίδιες απώλειες επαναλαμβάνονται σε μεγάλο αριθμό συστημάτων παρόμοιου τύπου, το κόστος γίνεται πολύ σημαντικό. Ένα είδος τριβολογικής εξίσωσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να γίνει εκτίμηση του κόστους ή του οφέλους από κάποια υπάρχουσα ή βελτιωμένη τριβολογική πρακτική, συγκεκριμένα:

$$\frac{\text{Συνολικό Τριβολογικό Κόστος/Όφελος}}{\text{Κόστος/Όφελος}} = \frac{\text{Άθροισμα Κόστους/Όφελους για ένα Μηχάνημα}}{\text{Κόστος/Όφελος}} \times \frac{\text{Πλήθος Μηχανημάτων σε λειτουργία}}{\text{Κόστος/Όφελος}}$$

Η εξίσωση μπορεί να εφαρμοστεί σε οποιοδήποτε πρόβλημα με σκοπό την εκτίμηση του οφέλους από ενδεχόμενη τριβολογική βελτίωση.

## **Κεφάλαιο 2: Έδρανα Υδροδυναμικής Λίπανσης**

### **2.1 Τα Λιπαντικά και η σύνθεσή τους**

Πριν αναπτυχθούν τα θέματα που σχετίζονται με τους μηχανισμούς λίπανσης και φθοράς, είναι σκόπιμο να παραθέσουμε κάποιες πληροφορίες για τα λιπαντικά. Από τι ακριβώς συντίθεται ένα λιπαντικό και ποιες είναι οι ιδιότητές του; Ποιες είναι οι προδιαγραφές που θα πρέπει να πληροί, και, γενικότερα, ποια είναι τα κριτήρια επιλογής του;

#### *2.1.1 Διάρκεια ζωής και κόστος λιπαντικών*

Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό ενός λιπαντικού είναι η ποιότητά του, που αντικατοπτρίζεται στην ικανότητά του να ανθίσταται στη σταδιακή του υποβάθμιση με τη χρήση. Μεγάλο τμήμα της σύγχρονης έρευνας στον τομέα των λιπαντικών εστιάζει στη μελέτη, παρακολούθηση και παρεμπόδιση της σταδιακής υποβάθμισης της ποιότητας του λιπαντικού, καθώς η διάρκεια ζωής του αποδεικνύεται τόσο σημαντική όσο και το αρχικό επίπεδο της απόδοσής του.

Η σταδιακή υποβάθμιση των χαρακτηριστικών ενός λιπαντικού μπορεί πέραν της μηχανικής αστοχίας του λιπαινόμενου τριβολογικού ζεύγους, να προκαλέσει διάβρωση των επιφανειών με τις οποίες έρχεται σε επαφή, επομένως περαιτέρω φθορά και τελικά αστοχία.

Η ποιότητα του λαδιού, όμως, δεν είναι το μοναδικό χαρακτηριστικό που πρέπει να ληφθεί υπόψη. Η οικονομική διάσταση του θέματος είναι επίσης σημαντική. Παραδείγματος χάριν, σε μια μεγάλη μηχανολογική εγκατάσταση η οποία χρησιμοποιεί χιλιάδες λίτρα λιπαντικού, το κόστος κτήσης ή αντικατάστασής του μπορεί να αποδειχθεί πολύ υψηλό. Σημαντικό ρόλο παίζουν επίσης οι ιδιότητες του λιπαντικού, καθώς αυτό πρέπει να είναι κατάλληλο για τη χρήση για την οποία προορίζεται. Μια πολύ βασική ιδιότητα του λιπαντικού λαδιού είναι το ιξώδες του. Η ιδιότητα αυτή αναλύεται στην επόμενη παράγραφο.

#### *2.1.2 Το ιξώδες του λιπαντικού*

Το ιξώδες είναι η ιδιότητα του λιπαντικού η οποία έχει τον πλέον καθοριστικό ρόλο στη λίπανση. Διαφορετικά λιπαντικά έχουν διαφορετικές τιμές ιξώδους, και προκύπτει πως το πάχος του δημιουργούμενου φιλμ λίπανσης είναι ανάλογο με την τιμή του ιξώδους. Φαίνεται λοιπόν, σε πρώτη προσέγγιση, πως όσο πιο υψηλή είναι η τιμή του ιξώδους τόσο ευνοϊκότερο είναι αυτό για την εφαρμογή, καθώς τα δημιουργούμενα φιλμ λίπανσης θα είναι μεγαλύτερα και συνεπώς θα έχουμε καλύτερο διαχωρισμό των κινούμενων επιφανειών. Αυτό δυστυχώς δεν είναι πάντα αληθές. Παχύρρευστα ρευστά έχουν ανάγκη για υψηλότερες τιμές ενέργειας προκειμένου να ρευστούν. Συνεπώς οι απώλειες είναι υψηλότερες, και τα υψηλότερα επίπεδα παραγόμενης θερμότητας μπορεί να επιφέρουν ζημιά στα λιπαινόμενα μέρη. Επίσης, σε ταχέως κινούμενες επαφές λιπαντικά με πολύ μεγάλο ιξώδες δεν προλαβαίνουν να εισχωρήσουν στην περιοχή τριβής οδηγώντας σε προβληματική λίπανση, αύξηση της τριβής, αύξηση της θερμοκρασίας και αύξηση του ρυθμού φθοράς. Επομένως, σε μηχανολογικές εφαρμογές το ιξώδες του λιπαντικού επιλέγεται έτσι ώστε να παρέχει τη βέλτιστη απόδοση για την επιθυμητή θερμοκρασία. Αυτό γίνεται λαμβάνοντας υπόψη και το γεγονός ότι η τιμή του ιξώδους διαφοροποιείται σημαντικά με αλλαγές στη θερμοκρασία. Διαφορετικά

λιπαντικά παρουσιάζουν διαφορετική εξάρτηση από θερμοκρασιακές αλλαγές.

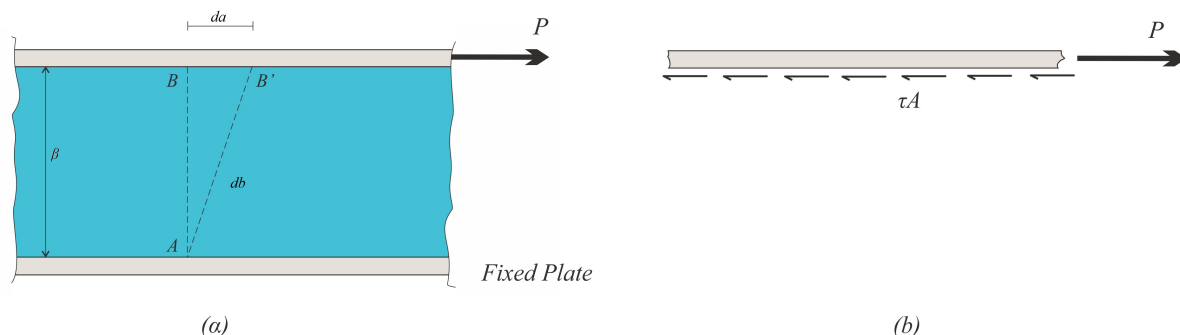
Το ιξώδες ενός λιπαντικού είναι εξαιρετικά ευαίσθητο σε αλλαγές στη θερμοκρασία λειτουργίας. Με την αύξηση της θερμοκρασίας, το ιξώδες των υγρών λιπαντικών μειώνεται ταχύτατα. Σε ορισμένες μάλιστα περιπτώσεις η μείωση του ιξώδους μπορεί να είναι ακόμα και της τάξης του 80% για μια αύξηση της θερμοκρασίας κατά 25°C. Από μηχανολογικής απόψεως είναι λοιπόν σημαντικό να γνωρίζουμε την τιμή του ιξώδους στη θερμοκρασία λειτουργίας καθώς αυτό είναι άμεσα συνδεδεμένο με το αναμενόμενο πάχος του φιλμ λίπανσης που θα διαχωρίσει τις κινούμενες επιφάνειες.

Από τα παραπάνω είναι σαφές πως η γνώση των επιπέδων του ιξώδους ενός λιπαντικού είναι πολύ σημαντική για τη σωστή σχεδίαση μιας λιπαινόμενης μηχανολογικής διάταξης.

### 2.1.2.1 Μαθηματική προσέγγιση του ιξώδους

Όλοι έχουμε υπόψη μας έννοιες όπως η πυκνότητα ( $\rho$ ) ενός μέσου. Η ιδιότητα αυτή δεν είναι επαρκής για να περιγράψει πλήρως τη ρεολογική συμπεριφορά του. Υπάρχουν παραδείγματα ρευστών με παραπλήσια πυκνότητα (π.χ. νερό και λάδι) και εντελώς διαφορετική ρεολογική συμπεριφορά. Είναι εμφανές λοιπόν πως πρέπει να εισάγουμε και μια επιπλέον ιδιότητα που περιγράφει τη “ρευστότητα” ενός μέσου.

Για να ορίσουμε αυτή την καινούργια ιδιότητα θεωρούμε ένα υποθετικό πείραμα κατά το οποίο το ρευστό τοποθετείται μεταξύ δύο παράλληλων πλακών απείρου μήκους. Η κάτω πλάκα είναι ακίνητη, ενώ η πάνω είναι ελεύθερη να κινείται παράλληλα προς την κάτω.



Σχήμα 1: Παραμόρφωση υλικού υπό διατμητική καταπόνηση μεταξύ δύο παράλληλων πλακών.

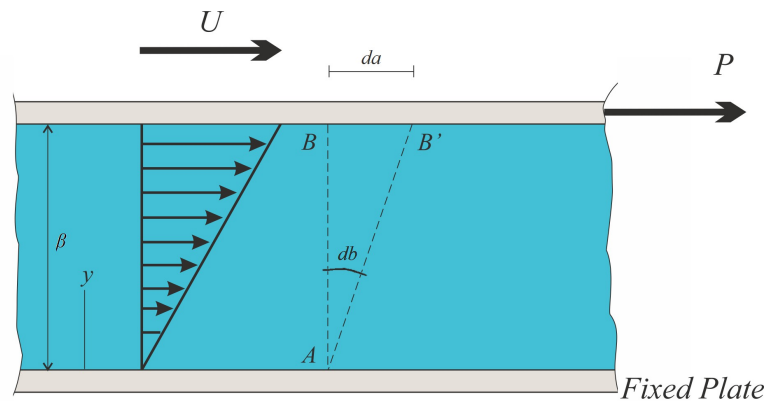
Εάν μεταξύ των πλακών είχε τοποθετηθεί κάποιο στερεό υλικό, όπως παραδείγματος χάρη ατσάλι, και είχε φορτιστεί με κάποια δύναμη  $P$  τότε θα είχαμε μια μικρή μετατόπιση της πάνω πλάκας κατά  $da$  (υποθέτοντας πως το υλικό θα ήταν συνδεδεμένο με τις πλάκες). Η κάθετη γραμμή  $AB$  θα υφίστατο περιστροφή κατά μια μικρή γωνία  $db$  μέχρι μια νέα θέση ισορροπίας  $AB'$ . Σημειώνεται πως η ισορροπία του συστήματος αποκαθίσταται αν υποθεθεί η ανάπτυξη κάποιας διατμητικής τάσης μεταξύ πλάκας – υλικού, έτσι ώστε να ισχύει:  $P = \tau A$ , όπου  $A$  είναι η επιφάνεια της πλάκας. Είναι γνωστό πως, για ελαστικά στερεά, η μικρή γωνιακή μετατόπιση,  $db$  (γνωστή ως γωνιακή παραμόρφωση) είναι ανάλογη της διατμητικής τάσης που αναπτύσσεται στο υλικό.

Τι θα συμβεί όμως στην περίπτωση που αντικαθιστούμε το στερεό με κάποιο ρευστό; Θα είχαμε εμφανώς μια πρώτη διαφορά. Η πλάκα θα εκινείτο συνεχώς με ταχύτητα  $U$ . Μια



πλησιέστερη ματιά στην κίνηση του ρευστού δείχνει πως τα σημεία του ρευστού που έρχονται σε επαφή με την κινούμενη πλάκα κινούνται και αυτά με ταχύτητα  $U$  ενώ τα σημεία σε επαφή με την ακίνητη πλάκα θα έχουν μηδενική ταχύτητα. Η πειραματική παρατήρηση έχει δείξει πως τα ρευστά έχουν την τάση να “κολλούν” στα στερεά σύνορα. Η ιδιότητα αυτή είναι πολύ σημαντική στη μηχανική των ρευστών, και αναφερόμαστε σε αυτή ως “συνθήκη μη ολίσθησης”.

Όλα τα ενδιάμεσα σημεία θα κινούνται με ταχύτητα  $u = u(y)$  η οποία αποδεικνύεται πως είναι, σε μεγάλους χρόνους η γραμμική συνάρτηση της απόστασης από την ακίνητη πλάκα  $u(y) = \frac{Uy}{\beta}$  (Σχήμα 2).



Σχήμα 2: Συμπεριφορά ρευστού μεταξύ παραλλήλων πλακών, εκ των οποίων η μία κινείται με σταθερή ταχύτητα  $U$ .

Έτσι φαίνεται πως αναπτύσσεται μια κλίση της ταχύτητας η οποία παραμένει σταθερή και ίση με  $\frac{du}{dy} = \frac{U}{\beta}$ .

Μετά το πέρασ απειροστά μικρού χρονικού διαστήματος,  $dt$ , μια νοητή γραμμή  $AB$  στο ρευστό θα έχει περιστραφεί κατά μια πολύ μικρή γωνία  $db$  και θα έχει μεταβεί στη θέση  $A'B'$  όπως φαίνεται στο Σχήμα 2, έτσι ώστε να ισχύει:

$$\tan db \approx db = \frac{da}{\beta} \quad (1)$$

Εφόσον ισχύει  $U = \frac{da}{dt}$  θα έχουμε:

$$db = \frac{U dt}{\beta} \quad (2)$$

Σημειώνεται πως στην περίπτωση αυτή το  $db$  είναι συνάρτηση όχι μόνο της δύναμης  $P$  (από την οποία εξαρτάται η ταχύτητα  $U$ ) αλλά και του χρόνου. Έτσι αντί να συσχετιστεί η διατμητική τάση μόνο με τη μεταβολή της γωνίας όπως κάναμε για το στερεό μέσο, εδώ

χρησιμοποιείται ο ρυθμός με τον οποίο μεταβάλλεται η γωνία  $db$  και ορίζεται ο “ρυθμό γωνιακής παραμόρφωσης”,  $\dot{\gamma}$  ως:

$$\dot{\gamma} = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{db}{dt} \quad (3)$$

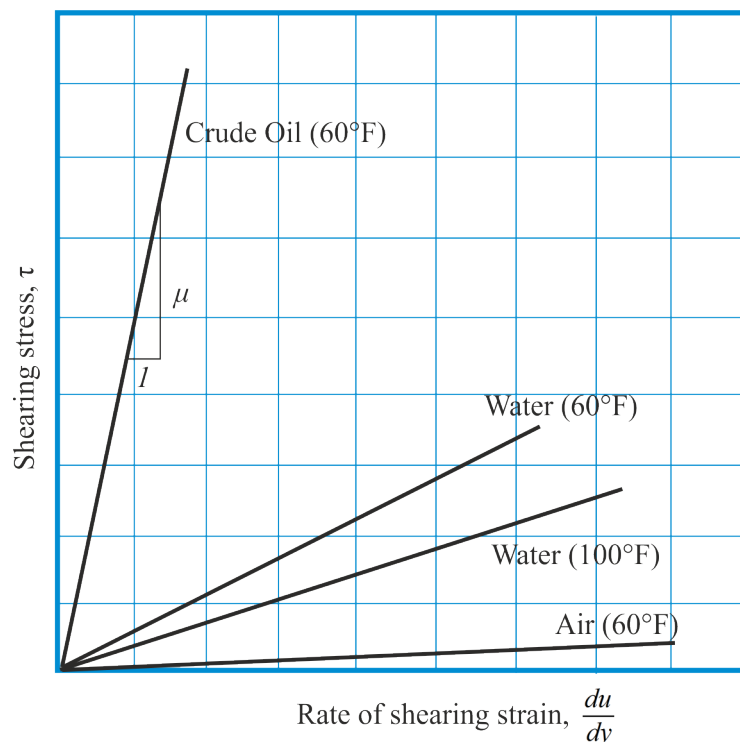
Το  $\dot{\gamma}$  στη συγκεκριμένη περίπτωση γίνεται ίσο με:

$$\dot{\gamma} = \frac{U}{b} = \frac{du}{dy} \quad (4)$$

Με συνέχιση του συγκεκριμένου πειράματος για διαφορετικές τιμές της δύναμης  $P$  και συνεπώς διαφορετικές τιμές της διατμητικής τάσης  $\tau = P/A$ , προκύπτει πως ο ρυθμός της γωνιακής παραμόρφωσης αλλάζει με ευθέως ανάλογο τρόπο. Μπορούμε λοιπόν να πούμε πως η αναλογία αυτή εκφράζεται με την ακόλουθη σχέση:

$$\tau = \eta \frac{du}{dy} \quad (5)$$

Η σταθερά αναλογίας  $\eta$  καλείται ιξώδες του ρευστού. Σε συμφωνία με την εξίσωση (5), το διάγραμμα που απεικονίζει τη σχέση μεταξύ τάσεων και ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης θα είναι μια ευθεία γραμμή με κλίση ίση με  $\eta$ . Διαφορετική τιμή ιξώδους οδηγεί σε διαφορετική κλίση της ευθείας αυτής, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 3.



Σχήμα 3: Γραμμική συσχέτιση μεταξύ τάσης και ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης.

Ρευστά τα οποία παρουσιάζουν σταθερή την τιμή του ιξώδους συναρτήσει του ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης ονομάζονται Νευτώνεια Ρευστά, και είναι τα πιο συχνά συναντώμενα. Σε περιπτώσεις που η καμπύλη που απεικονίζει τη σχέση μεταξύ ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης και διατμητικών τάσεων δεν είναι ευθεία γραμμή, τότε μιλάμε για την κατηγορία των μη Νευτώνειων ρευστών, στα οποία θα αναφερθούμε στη συνέχεια.

Με βάση τα παραπάνω, το ιξώδες εκφράζει το πόσο παχύρρευστο ή λεπτόρρευστο είναι ένα υγρό. Μεγάλες τιμές του ιξώδους παραπέμπουν σε παχύρρευστα υγρά, ενώ άπειρη τιμή ιξώδους σε απολύτως στερεό.

## 2.2 Υδροδυναμική Λίπανση

Στην ενότητα αυτή παρατίθενται οι βασικές αρχές της υδροδυναμικής λίπανσης. Ο μηχανισμός δημιουργίας του υδροδυναμικού φιλμ καθώς και οι επιδράσεις διαφόρων παραγόντων, όπως της ταχύτητας, του φορτίου, ή των παραμέτρων σχεδίασης του εδράνου είναι μερικά από τα θέματα που αναλύονται στην παρούσα ενότητα.

### 2.2.1 Η εξίσωση Reynolds [1]

Στις αρχές του 20ού αιώνα, η θεωρία της υδροδυναμικής λίπανσης εφαρμόστηκε επιτυχώς σε έδρανα ώσης από τους Michell και Kingsbury, με αποτέλεσμα τη δημιουργία του πρώτου αυτορυθμιζόμενου εδράνου μεταβλητής κλίσης (pivoted pad thrust bearing). Το έδρανο αποτέλεσε επαναστατική πρόοδο στον τρόπο με τον οποίο παραλαμβάνεται η ώση του άξονα ενός πλοίου. Με τη συγκεκριμένη τεχνολογία είναι δυνατόν να παραλαμβάνονται φορτία πολλών χιλιάδων τόνων σε ταχύτητες ολίσθησης από 10 [m/s] έως και 50 [m/s] σε υδροηλεκτρικά εργοστάσια παραγωγής ενέργειας ή σε αξονικά συστήματα πλοίων. Οι ολισθαίνουσες επιφάνειες διαχωρίζονται πλήρως από ένα φιλμ λιπαντικού, με αποτέλεσμα να πετυχαίνουμε εξαιρετικά χαμηλές τιμές του συντελεστή τριβής της διάταξης. Η αστοχία τέτοιων διατάξεων επέρχεται σπάνια, και η αξιοπιστία τους είναι πολύ μεγάλη. Φθορά παρουσιάζεται κυρίως κατά την εκκίνηση και τη διακοπή της λειτουργίας, όταν οι ταχύτητες ολίσθησης είναι πολύ μικρές για να διατηρήσουν παχύ στρώμα λιπαντικού μεταξύ των τριβομένων επιφανειών, και σε περιπτώσεις ισχυρών ταλαντώσεων που οφείλονται κυρίως σε χρονικά μεταβαλλόμενα αξονικά φορτία.

Η θεωρία του Reynolds εξηγεί τον μηχανισμό λίπανσης μέσω της δημιουργίας ενός φιλμ ρευστού μεταξύ των κινούμενων επιφανειών, οφειλόμενο σε ιξωδομετρικές δυνάμεις. Αποδείχθηκε τόσο από τον Reynolds όσο και από άλλους μεταγενέστερους ερευνητές, πως η αιτία για τη δημιουργία ενός τέτοιου φιλμ είναι το σχετικά αυξημένο ιξώδες ενός λιπαντικού. Βασική προϋπόθεση για την ανάπτυξη ενός φιλμ υδροδυναμικής λίπανσης είναι να ισχύουν τα ακόλουθα:

- Οι επιφάνειες να βρίσκονται σε σχετική κίνηση με επαρκή ταχύτητα ώστε να δημιουργηθεί στρώμα λαδιού ικανό να υποστηρίξει το αξονικό φορτίο.
- Οι επιφάνειες πρέπει να είναι ελαφρώς κεκλιμένες η μία ως προς την άλλη, ώστε να δημιουργείται η λεγόμενη υδροδυναμική σφήνα, η οποία οδηγεί σε ανάπτυξη πίεσης στο ρευστό, και επακολούθως στη δυνατότητα παραλαβής αξονικού φορτίου.

Η υδροδυναμική λίπανση μπορεί να εξηγηθεί μαθηματικά μέσω μιας εξίσωσης που εισήγαγε ο Reynolds και έκτοτε αναφέρεται στη βιβλιογραφία ως εξίσωση Reynolds. Η εξίσωση Reynolds αποτελεί απλοποίηση και εξειδίκευση των εξισώσεων ορμής και συνέχειας (Navier-Stokes), οι οποίες περιγράφουν τη συμπεριφορά ενός ρευστού στη γενική τρισδιάστατη περίπτωση. Η εξίσωση Reynolds εξάγεται συνήθως θεωρώντας την ισορροπία ενός απειροστά μικρού σωματιδίου ρευστού υποβαλλόμενου σε διατμητικές (ιξωδομετρικές) φορτίσεις, και εφαρμόζοντας την αρχή της συνέχειας της ροής.

### **2.2.1.1 Απλοποιητικές παραδοχές**

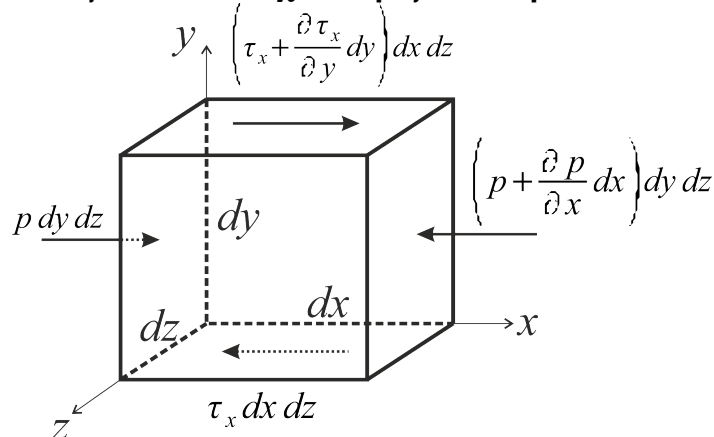
Στις περισσότερες μηχανολογικές εφαρμογές, οι φυσικές διεργασίες είναι πολύ περίπλοκες ώστε να μπορέσουν να περιγραφούν επακριβώς μέσω μαθηματικών εξισώσεων. Οι αλληλοεξαρτώμενοι παράγοντες και οι μεταβλητές του πραγματικού προβλήματος μπορεί να οδηγήσουν ακόμα και σε αδυναμία έκφρασης και επίλυσής του με μαθηματικό τρόπο. Καθίσταται λοιπόν καθοριστικής σημασίας το να μπορέσει κανείς να εκφράσει τις εξισώσεις που περιγράφουν τη συμπεριφορά του προβλήματος με τον απλούστερο δυνατό τρόπο, κάνοντας κάποιες απλοποιητικές παραδοχές. Είναι σημαντικό οι παραδοχές αυτές να βασίζονται στην εμπειρία (πείραμα ή παρατήρηση) και να πραγματοποιηθούν με προσοχή, έτσι ώστε κατά την έκφραση ή την επίλυση του προβλήματος να αγνοηθούν μόνο τα μεγέθη εκείνα που έχουν αμεληταία επίδραση στα μεγέθη ενδιαφέροντος.

Για τις ανάγκες του παρόντος προβλήματος, θα βασιστούμε σε ένα σύνολο απλοποιητικών παραδοχών, οι οποίες παρατίθενται στον Πίνακα 1.

	Παραδοχή	Σχόλια
1	Αγνοούνται οι δυνάμεις πεδίου στον όγκο του ρευστού	Σχεδόν πάντοτε ακριβές, καθώς δεν υπάρχουν εξωτερικά πεδία, με εξαίρεση μόνο τα μαγνητοϋδροδυναμικά ρευστά
2	Η πίεση παραμένει σταθερή καθ' ύψος του φιλμ	Σχεδόν πάντοτε ακριβές καθώς το πάχος του φιλμ του λιπαντικού είναι της τάξης μερικών μικρόμετρων
3	Δεν υπάρχει ολίσθηση του ρευστού στα τοιχώματα	Πάντοτε ακριβές καθώς η ταχύτητα του ρευστού στο σύνορο είναι ίδια με αυτή του συνόρου. Εξαιρέσεις αποτελούν περιπτώσεις ειδικής διαμόρφωσης της επιφάνειας του συνόρου (υδροφοβικές επιφάνειες)
4	Το λιπαντικό συμπεριφέρεται ως Νευτώνειο ρευστό	Συνήθως ακριβές, με εξαιρέσεις κάποια εξειδικευμένα λιπαντικά
5	Η ροή είναι στρωτή	Συνήθως ακριβές με εξαίρεση πολύ μεγάλα έδρανα υψηλών ταχυτήτων
6	Αγνοούνται τα αδρανειακά φαινόμενα	Αληθές για μικρές ταχύτητες εδράνου ή υψηλά φορτία. Τα φαινόμενα αδρανείας συμπεριλαμβάνονται σε πιο λεπτομερείς προσεγγίσεις
7	Το ρευστό είναι ασυμπίεστο	Συνήθως αληθές για σχετικά μικρές μεταβολές της θερμοκρασίας
8	Το ιξώδες είναι σταθερό σε όλο το ρευστό	Όχι ιδιαίτερος ακριβής παραδοχή, αν και απαραίτητη για την απλοποίηση του προβλήματος. Στην πράξη τα θερμικά φαινόμενα αλλάζουν την τιμή του ιξώδους μέσα στο κανάλι

Πίνακας 1: Θεωρία υδροδυναμικής λίπανσης: Σύνολο απλοποιητικών παραδοχών.

### 2.2.1.2 Ισορροπία δυνάμεων σε στοιχειώδη όγκο του ρευστού



Σχήμα 4: Ισορροπία δυνάμεων σε στοιχειώδη όγκο ρευστού.

Θεωρείται η ισορροπία ενός στοιχειώδους όγκου του ρευστού όπως φαίνεται στο Σχήμα 4. Η προσέγγιση αυτή χρησιμοποιείται πολύ συχνά τόσο στη μηχανική των ρευστών όσο και σε άλλες επιστήμες προκειμένου να εξαχθεί η μαθηματική έκφραση του προβλήματος. Προς απλούστευση του προβλήματος θεωρούμε πως όλες οι δυνάμεις στον στοιχειώδη όγκο ασκούνται αρχικά μόνο στη διεύθυνση  $x$ . Εφόσον το ρευστό βρίσκεται σε ισορροπία θα πρέπει να υπάρχει ισορροπία μεταξύ δυνάμεων ασκούμενων από τα αριστερά και αυτών που ασκούνται από τα δεξιά του στοιχειώδους όγκου. Έτσι:

$$p \, dy \, dz + \left( \tau_x + \frac{\partial \tau_x}{\partial y} dy \right) dx \, dz = \left( p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dy \, dz + \tau_x \, dx \, dz \quad (6)$$

Όπου μετά από απλοποίηση καταλήγουμε στη σχέση:

$$\frac{\partial \tau_x}{\partial y} dx \, dy \, dz = \frac{\partial p}{\partial x} dx \, dy \, dz \quad (7)$$

Επειδή ο στοιχειώδης όγκος ελέγχου του σωματιδίου είναι μη μηδενικός μπορούμε να απλοποιήσουμε περαιτέρω την εξίσωση (7).

$$\frac{\partial \tau_x}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial x} \quad (8)$$

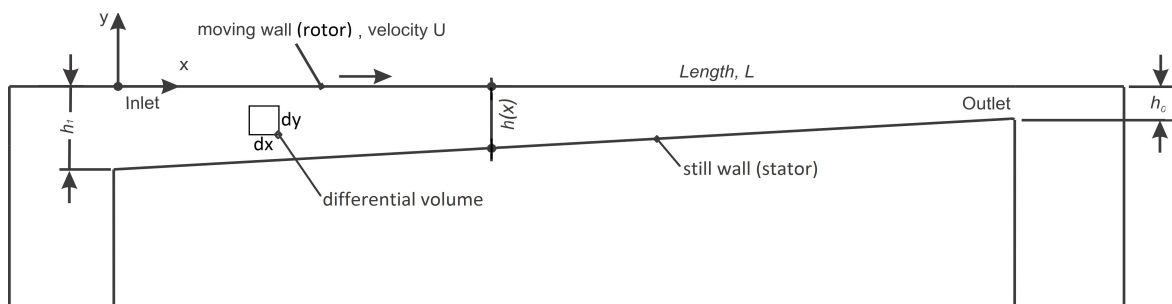
Με αντίστοιχο τρόπο μπορούμε να εκφράσουμε και τις δυνάμεις οι οποίες ενεργούν στη διεύθυνση  $y$ , σύμφωνα με την ακόλουθη εξίσωση:

$$\frac{\partial \tau_z}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial z} \quad (9)$$

Καθώς η πίεση παραμένει σταθερή καθ' ύψος του υδροδυναμικού φιλμ (σύμφωνα με την απλοποιητική παραδοχή 2 του Πίνακα 1), δε μπορούμε παρά να υποθέσουμε πως για τη

διεύθυνση  $y$  θα ισχύει η ακόλουθη σχέση:

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (10)$$



Σχήμα 5: Αναπαράσταση στοιχειώδους όγκου του ρευστού μέσα στην υδροδυναμική σφήνα.

Στο σημείο αυτό θα χρειαστεί να εισαγάγουμε κάποια παραδοχή για τη σχέση μεταξύ τάσεων και παραμορφώσεων. Όπως είχαμε αναφέρει και νωρίτερα, για Νευτώνεια ρευστά μπορούμε να παραδεχτούμε πως ισχύει η ακόλουθη σχέση:

$$\tau_x(x) = \eta \frac{U}{h(x)} = \eta \frac{\partial u(x, y, z)}{\partial y} \quad (11)$$

Στο αριστερό σκέλος της εξίσωσης (11) παρατηρούμε τα εξής 3 μεγέθη:

- $\eta$ : είναι η τιμή του ιξώδους του ρευστού
- $U$ : είναι η τιμή της ταχύτητας κίνησης της πάνω επιφάνειας (ρότορας) στη διεύθυνση  $x$
- $h$ : είναι η απόσταση μεταξύ των κεκλιμένων επιφανειών, συναρτήσει της τιμής της μεταβλητής  $x$

Ομοίως, για την εμφανιζόμενη διατμητική τάση στη διεύθυνση  $y$  θα ισχύει:

$$\tau_z = \eta \frac{W}{h(x)} = \eta \frac{\partial w(x, y, z)}{\partial y} \quad (12)$$

Όπου  $w$ : είναι η ταχύτητα κίνησης του ρευστού στη διεύθυνση  $z$

$W$ : είναι η ταχύτητα κίνησης της πάνω επιφάνειας (ρότορας) στη διεύθυνση  $z$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (8) και (9) στις (11) και (12) θα προκύψουν προς επίλυση εξισώσεις ισορροπίας στις διευθύνσεις  $x$  και  $z$ :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (13)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (14)$$

Στις παραπάνω εξισώσεις είναι πλέον δυνατόν να εφαρμόσουμε ολοκλήρωση. Εφόσον το ιξώδες του ρευστού έχει υποθεθεί σταθερό καθ' όλο το φιλμ (παραδοχή 8) μπορούμε να το αντιμετωπίσουμε ως σταθερά κατά τις ολοκληρώσεις. Με τον τρόπο αυτόν προκύπτει:

$$\frac{\partial p}{\partial x} y + C_1 = \eta \frac{\partial u}{\partial y} \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial x} \frac{y^2}{2} + C_1 y + C_2 = \eta u \quad (15)$$

Η σχέση (15) εμπεριέχει τους συντελεστές  $C_1, C_2$  οι οποίοι παραμένουν άγνωστοι. Στο σημείο αυτό θα εκμεταλλευτούμε την πληροφορία των οριακών συνθηκών του προβλήματος, οι οποίες μέχρι τώρα δεν είχαν εισαχθεί. Για διατήρηση της γενικότητας του προβλήματος, θα εκφράσουμε παραμετρικά και τις δύο ταχύτητες των πλακών, ακόμα και αν στις περισσότερες των περιπτώσεων ο στάτορας παραμένει ακίνητος.

Σύνορο	Θέση Συνόρου	Ταχύτητα
Στάτορας	$y=h(x, z)$	$u=U_1$
Ρότορας	$y=0$	$u=U_2$

*Πίνακας 2: Οριακές συνθήκες ταχύτητας στον στάτορα και στον ρότορα σε προβλήματα υδροδυναμικής λίπανσης.*

Εάν αντικατασταθούν οι οριακές συνθήκες του Πίνακα 2 στην εξίσωση (15), τότε προκύπτει η γενικευμένη έκφραση για τους συντελεστές ως:

$$C_1 = (U_1 - U_2) \frac{\eta}{h} - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h}{2} \quad (16)$$

$$C_2 = \eta U_2 \quad (17)$$

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση (15) τους συντελεστές που μόλις υπολογίστηκαν και διαιρώντας με το ιξώδες προκύπτει μια έκφραση για την ταχύτητα στη διεύθυνση  $x$ , συναρτήσει πολλών γνωστών μεγεθών. Αυτό το οποίο δεν έχει ακόμη προσδιοριστεί είναι η κατανομή των πιέσεων μέσα στο κανάλι ροής. Το πρόβλημα αυτό θα αντιμετωπιστεί στην επόμενη παράγραφο.



$$u = \left( \frac{y^2 - yh}{2\eta} \right) \frac{\partial p}{\partial x} + (U_1 - U_2) \frac{y}{h} + U_2 \quad (18)$$

Με αντίστοιχο τρόπο προκύπτει η έκφραση για την ταχύτητα στη διεύθυνση z συναρτήσει της άγνωστης ακόμη κατανομής της πίεσης και γνωστών μεγεθών.

$$w = \left( \frac{y^2 - yh}{2\eta} \right) \frac{\partial p}{\partial z} + (W_1 - W_2) \frac{y}{h} + W_2 \quad (19)$$

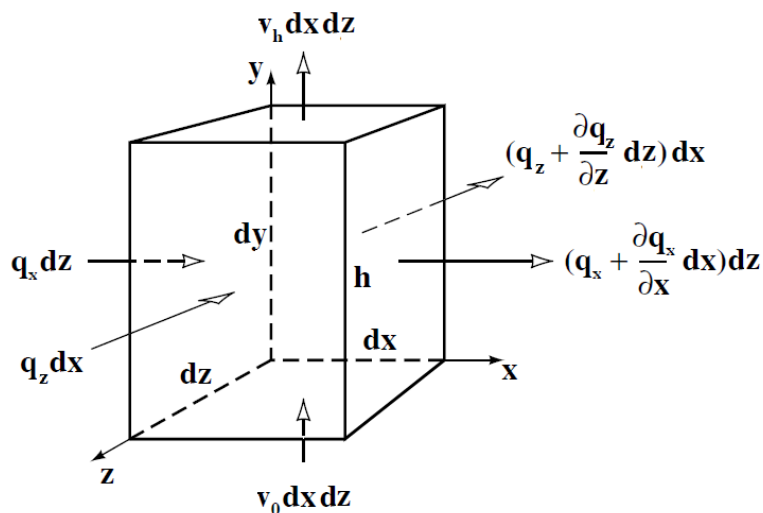
Στις παραπάνω σχέσεις παρατηρούμε την ύπαρξη τριών όρων. Καθένας από τους όρους αυτούς εμπεριέχει κάποια φυσική σημασία για το πρόβλημα που περιγράφουμε.

Ο πρώτος όρος περιγράφει τη μορφή του προφίλ της ταχύτητας του ρευστού η οποία αποδίδεται εξ' ολοκλήρου στην κατανομή των πιέσεων μέσα στο κανάλι ροής.

Ο δεύτερος όρος είναι ένα γραμμικό προφίλ της ταχύτητας οφειλόμενο αποκλειστικά στη διαφορά ταχύτητας μεταξύ της άνω και κάτω πλάκας (στάτορας και ρότορας).

Ο τρίτος όρος εκφράζει την ταχύτητα της ροής στο άπειρο. Την ταχύτητα που θα είχε δηλαδή ένα μέτωπο παράλληλης ροής εάν δεν είχε έρθει σε επαφή με την υδροδυναμική σφήνα. Η ταχύτητα του μετώπου είναι ίση με την ταχύτητα κίνησης της άνω επιφάνειας. Για την περίπτωση που η επιφάνεια αυτή είναι ακίνητη, ο όρος αυτός μηδενίζεται, και το προφίλ της ταχύτητας εκφράζεται πλήρως από τους υπόλοιπους όρους.

### 2.2.1.3 Συνέχεια της ροής σε μια στήλη ρευστού απειροστού πλάτους



Σχήμα 6: Ισοζύγιο μάζας σε μια στήλη ρευστού απειροστού μήκους και πλάτους αλλά πεπερασμένου ύψους.

Για τη συνέχιση της επίλυσης θα πρέπει να εκμεταλλευτούμε την έκφραση για τις ταχύτητες που μόλις υπολογίσαμε, ώστε να μπορέσουμε να καταλήξουμε σε μια έκφραση για

τις αναπτυσσόμενες πιέσεις.

Θεωρούμε μια στήλη λιπαντικού όπως φαίνεται στο Σχήμα 6. Το λιπαντικό ρέει μέσα στη στήλη οριζόντια στις διευθύνσεις  $x$  και  $y$  με παροχή  $q_x$  και  $q_z$  αντίστοιχα ανά μονάδα μήκους. Επίσης στη διεύθυνση  $y$  έχουμε εισροή με ταχύτητα  $v_0$  και εκροή του με ταχύτητα  $v_h$ .

Η αρχή της συνέχειας του μέσου προϋποθέτει την εξίσωση των μεγεθών εισόδου με τα μεγέθη εξόδου στον όγκο ελέγχου. Για την περίπτωση που η πυκνότητα του ρευστού παραμένει σταθερή, όπως συμβαίνει και στο εξεταζόμενο πρόβλημα σύμφωνα με την παραδοχή 7, διαμορφώνεται η ακόλουθη εξίσωση με βάση τη διατήρηση της μάζας:

$$q_x dz + q_z dx + v_0 dx dz = \left( q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) dz + \left( q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz \right) dx + v_h dx dz \quad (20)$$

Απλοποιώντας την εξίσωση (20) και διαιρώντας με την επιφάνεια  $dx dy$  (είναι μη μηδενική προκειμένου να έχει νόημα η ανάλυση) οδηγούμαστε στη σχέση που εκφράζει τη συνέχεια του ρευστού στον όγκο ελέγχου:

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} dx + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz + (v_h - v_0) = 0 \quad (21)$$

Με χρήση της εκφράσεως για τις παροχές ανά μονάδα μήκους μπορεί να υπολογιστεί η τιμή τους, η οποία θα είναι ίση με το ολοκλήρωμα της ταχύτητας κατά το ύψος της στήλης εισόδου. Έτσι, θα ισχύει για τις παροχές:

$$q_x = \int_0^h u dy \quad (22)$$

$$q_z = \int_0^h w dy \quad (23)$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές των ταχυτήτων στις σχέσεις (22), (23) και πραγματοποιώντας την ολοκλήρωση, βρίσκουμε την αναλυτική έκφραση για τις παροχές ως:

$$q_x = \frac{-h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} + (U_1 + U_2) \frac{h}{2} \quad (24)$$

$$q_z = \frac{-h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} + (W_1 + W_2) \frac{h}{2} \quad (25)$$

Τέλος, μένει να αντικαταστήσουμε τις εκφράσεις των παροχών που μόλις υπολογίσαμε στην εξίσωση της συνέχειας του μέσου, (21), προκειμένου να δημιουργήσουμε μια επιλύσιμη διαφορική εξίσωση για το πεδίο των πιέσεων. Με αυτό το σκεπτικό προκύπτει η ακόλουθη

εξίσωση:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6 \left( U \frac{dh}{dx} + W \frac{dh}{dz} \right) + 12(v_h - v_0) \quad (26)$$

Η παραπάνω σχέση αποτελεί μια γενική εξίσωση (την εξίσωση Reynolds) προς επίλυση για τον προσδιορισμό του πεδίου πίεσης στο κανάλι ροής.

Στην εξίσωση (26) οι ταχύτητες  $U$  και  $W$  είναι:

- $U = U_1 + U_2$
- $W = W_1 + W_2$

#### 2.2.1.4 Απλοποίηση της εξίσωσης Reynolds

Όπως είναι προφανές η εξίσωση Reynolds στην πλήρη της μορφή αποτελεί μια περίπλοκη μορφή εξίσωσης και δεν προσφέρεται για πρακτικές μηχανολογικές εφαρμογές. Είναι λοιπόν σκόπιμο να γίνουν κάποιες επιπλέον απλοποιήσεις. Οι παραδοχές αυτές είναι οι ακόλουθες:

- Η ταχύτητα  $W$  είναι αμελητέα:

Στις περισσότερες πρακτικές εφαρμογές μπορούμε να υποθέσουμε πως μια εκ των  $U$  και  $W$  είναι μηδενική. Αν υποθεθεί ότι η  $W$  (ταχύτητα προς τη διεύθυνση  $z$ ) είναι μηδενική, τότε η εξίσωση (26) απλοποιείται ως:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6U \frac{dh}{dx} + 12(v_h - v_0) \quad (27)$$

- Προσέγγιση για σταθερό πάχος υδροδυναμικού φιλμ

Είναι επίσης δυνατόν να υποθέσουμε πως δεν υπάρχει ροή καθ' ύψος του φιλμ, κάτι που θα οδηγούσε στην παραδοχή  $v_h - v_0 = 0$ . Η υπόθεση αυτή προϋποθέτει πως η απόσταση μεταξύ των επιφανειών παραμένει σταθερή κατά τη λειτουργία. Κάποια ανακρίβεια ίσως προκύψει στο αποτέλεσμα εφόσον με τον τρόπο αυτό αγνοούμε ενδεχόμενες δονήσεις που προκύπτουν κατά τη λειτουργία. Δεδομένης της υπόθεσης αυτής, η εξίσωση Reynolds μπορεί να απλοποιηθεί περαιτέρω και να εκφραστεί ως:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6U \frac{dh}{dx} \quad (28)$$

- Χωρικά σταθερό ιξώδες

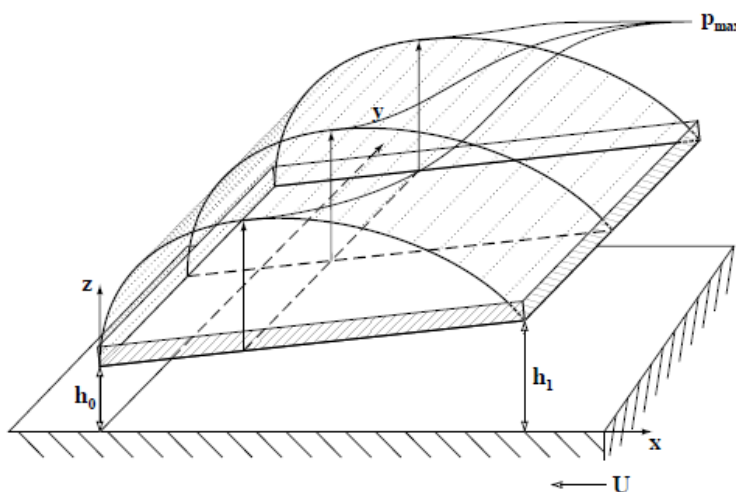
Σε προηγούμενο σημείο της εργασίας είχαμε εισαγάγει την παραδοχή πως το ιξώδες παραμένει σταθερό συναρτήσει του χρόνου (Πίνακας 1, παραδοχή 8). Στο σημείο αυτό θα παραδεχτούμε πως επιπλέον παραμένει σταθερό και στο χώρο. Η παραδοχή βοηθά ώστε να επιλυθεί αναλυτικά η εξίσωση (28), καθώς η μεταβλητή  $\eta$  θα μπορέσει να αντιμετωπιστεί ως σταθερά κατά τις χωρικές ολοκληρώσεις. Με τις υποθέσεις αυτές έχουμε εισάγει κάποιο σφάλμα δεδομένου ότι το ιξώδες παρουσιάζει μεταβολές στο χώρο και στο χρόνο, συννηθέστερα οφειλόμενες στις θερμοκρασιακές αλλαγές κατά τη λειτουργία. Με την παραδοχή αυτή η εξίσωση (26) μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6 U \eta \frac{dh}{dx} \quad (29)$$

- Έδρανα με απείρως μεγάλο πλάτος

Αν υποθέσουμε ότι το έδρανο έχει πολύ μεγάλο πλάτος ούτως ώστε η πίεση και η ταχύτητα του ρευστού να μην εξαρτώνται από το  $z$ , τότε μπορούμε να θεωρήσουμε μηδενική τιμή για όλες τις παραγώγους συναρτήσει του  $z$  ( $\frac{\partial p}{\partial z} = 0$ ). Η παραδοχή αυτή είναι γνωστή στη βιβλιογραφία, [1], ως “προσέγγιση εδράνου με άπειρο πλάτος” (“Long Bearing Approximation”), και απεικονίζεται σχηματικά στο Σχήμα 7. Δεδομένων των παραπάνω, προκύπτει η μορφή της απλοποιημένης εξίσωσης Reynolds, σε μία διάσταση, ως:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 6 U \eta \frac{dh}{dx} \quad (30)$$



Σχήμα 7: Κατανομή της πίεσης στην προσέγγιση του απείρως πλατέος καναλιού ροής [1]. ( $h_0$ : ελάχιστο πάχος λιπαντικού,  $h_1$ : πάχος λιπαντικού στη θέση αναρρόφησης λαδιού).

- Έδρανα με πολύ μικρό μήκος

Εναλλακτικά μπορούμε να υποθέσουμε πως η κλίση της πίεσης προς τη διεύθυνση  $x$  είναι πολύ μικρότερη από εκείνη προς τη διεύθυνση  $z$  ( $\frac{\partial p}{\partial x} \ll \frac{\partial p}{\partial z}$ ), επομένως μπορεί να απαλειφθεί ο σχετικός όρος στην εξίσωση (27). Η προσέγγιση αυτή είναι γνωστή ως “προσέγγιση εδράνου μικρού μήκους” (“Narrow Bearing Approximation”), [1], και η λύση της εξίσωσης Reynolds που προκύπτει δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα για πολύ στενά έδρανα (πολύ μικρού μήκος προς πλάτος).

### 2.2.1.5 Επίλυση της απλοποιημένης εξίσωσης Reynolds

Η εξίσωση (30) μπορεί να επιλυθεί αναλυτικά μέσω ολοκληρώσεων. Μετά από την πρώτη ολοκλήρωση έχουμε:

$$h^3 \frac{\partial p}{\partial x} = 6U\eta h + C \quad (31)$$

Για τον προσδιορισμό της σταθεράς  $C$  είναι απαραίτητη η εισαγωγή κάποιων περαιτέρω οριακών συνθηκών (Πίνακας 3).

Σύνορο	Θέση Συνόρου	Πίεση
Σημείο μέγιστης πίεσης	$h = \bar{h}$	$\frac{dp}{dx} = 0$

Πίνακας 3: Απλοποιημένη εξίσωση Reynolds: Οριακές Συνθήκες Πίεσης

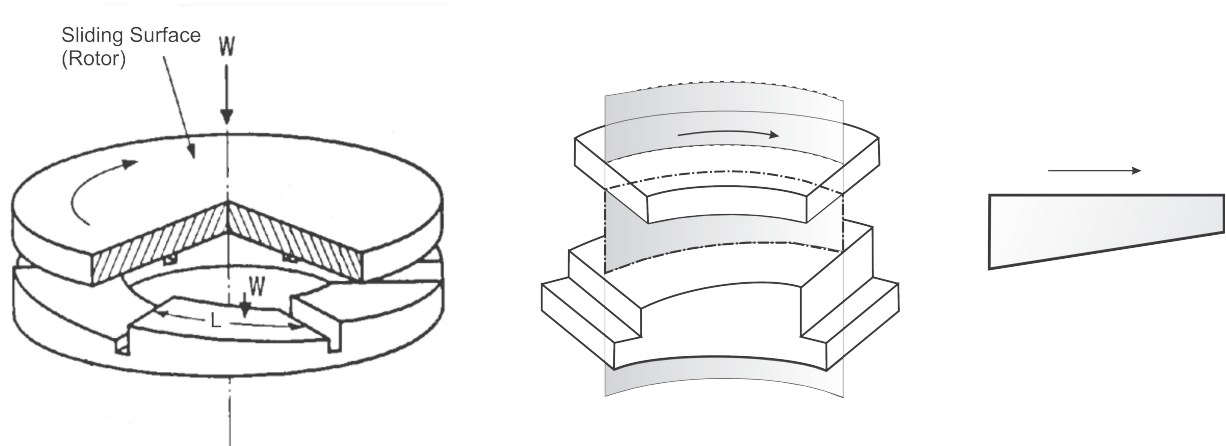
Δεδομένης της συνθήκης του Πίνακα 3 μπορεί να υπολογιστεί ο συντελεστής  $C$ , και να οδηγηθούμε στην ακόλουθη λύση για τη μονοδιάστατη περίπτωση της εξίσωσης Reynolds.

$$\frac{dp}{dx} = 6U\eta \frac{h - \bar{h}}{h^3}, \quad \text{όπου } \bar{h} \text{ το ύψος του καναλιού στη θέση μέγιστης πίεσης} \quad (32)$$

Έως το σημείο αυτό δεν έχει γίνει ακόμη καμία παραδοχή για τη γεωμετρία του εδράνου. Ο πιο συχνός τύπος εδράνου ώσης είναι το έδρανο με πέλματα (pad bearing). Το έδρανο με πέλματα αποτελείται από μια κινούμενη επιφάνεια (το ρότορα) και μια ακίνητη, το στάτορα, ο οποίος αποτελείται συνήθως από πέλματα, μεταξύ των οποίων υπάρχουν αυλακώσεις για την τροφοδοσία με λιπαντικό μέσο (Σχήμα 8). Η επιφάνεια κάθε πέλματος έχει σχεδιαστεί ώστε να είναι υπό (μικρή) κλίση σε σχέση με το ρότορα. Ανάμεσα στις δύο επιφάνειες δημιουργείται το φιλμ λιπαντικού στο οποίο αναπτύσσεται πίεση. Έτσι οι επιφάνειες παραμένουν σε (μικρή) απόσταση μεταξύ τους και αποφεύγεται η ξηρή τριβή.

Οι εξισώσεις που διαμορφώθηκαν έως τώρα εμπεριέχουν ως μεταβλητή το πάχος του λιπαντικού σε κάθε θέση. Επομένως είναι απαραίτητη η γνώση της κατανομής του πάχους του λιπαντικού προτού ξεκινήσουμε τη διαδικασία επίλυσης. Στην περίπτωση που είναι επιθυμητή η μελέτη ενός καναλιού απείρου πλάτους (δισδιάστατη προσέγγιση), μπορεί να γίνει η ακόλουθη παραδοχή. Η (δισδιάστατη) γεωμετρία του εδράνου δύναται να ληφθεί ως η

τομή του πραγματικού εδράνου με τον κατακόρυφο κύλινδρο που περνά από τη μέση ακτίνα του, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 8.



Σχήμα 8: Απεικόνιση ωστικού εδράνου με πέλματα. Γεωμετρία της (δισδιάστατης) υδροδυναμικής σφήνας, αν θεωρηθεί ότι το έδρανο έχει απείρως μεγάλο πλάτος.

Έτσι η μεταβλητή  $h$  αποτελεί συνάρτηση μόνο του  $x$ , και εκφράζει την απόσταση μεταξύ κινούμενης και ακίνητης επιφάνειας κατά μήκος του εδράνου.

Σε ένα τυπικό έδρανο, η απόσταση μεταξύ ρότορα και στάτορα είναι μια γραμμική συνάρτηση της συνιστώσας  $x$ , και δίνεται από τη σχέση:

$$h = h_0 + x \tan a = h_0 + x \frac{h_1 - h_0}{L} \quad (33)$$

Στην σχέση (33) υπεισέρχονται τα ακόλουθα μεγέθη:

$h_0$ : η ελάχιστη απόσταση μεταξύ των δύο επιφανειών (ελάχιστο πάχος λιπαντικού)

$h_1$ : η μέγιστη απόσταση μεταξύ των δύο επιφανειών (συνήθως στη θέση αναρρόφησης λαδιού)

$L$ : το συνολικό μήκος του ισοδύναμου καναλιού ροής (ισούται με το ανάπτυγμα της περιφέρειας στη μέση ακτίνα του εδράνου)

Στη σχέση αυτή μπορεί να εισαχθεί η μεταβλητή  $k = \frac{h_1 - h_0}{h_0}$  η οποία ονομάζεται λόγος σύγκλισης (convergence ratio), οπότε η τελική έκφραση για την απόσταση συναρτήσει της συνιστώσας  $x$  γίνεται:

$$h = h_0 \left( 1 + \frac{kx}{L} \right) \quad (34)$$

Διαφορίζοντας τη σχέση (34) προκύπτει η εξίσωση (35) η οποία εκφράζει την ποσότητα  $dx$  ως συνάρτηση της ποσότητας  $dh$ :

$$dx = \frac{L}{k h_0} dh \quad (35)$$

Αν η ποσότητα  $dx$  της σχέσης (32) αντικατασταθεί σύμφωνα με την εξίσωση (35) προκύπτει η εξίσωση (36) η οποία μπορεί πλέον να επιλυθεί αναλυτικά.

$$\frac{k h_0}{6 U \eta L} dp = \frac{h - \bar{h}}{h^3} dh \quad (36)$$

Συγκεκριμένα, ολοκληρώνοντας την εξίσωση (36) προκύπτει:

$$\frac{k h_0}{6 U \eta L} p = -\frac{1}{h} + \frac{\bar{h}}{2 h^2} + C \quad (37)$$

Για τον προσδιορισμό του αγνώστου  $C$  αλλά και του  $\bar{h}$  (θέση μέγιστης πίεσης) γίνεται χρήση των ακόλουθων οριακών συνθηκών:

Σύνορο	Θέση Συνόρου	Συνθήκη
είσοδος καναλιού, $x=0$	$h=h_1$	$p=0$
έξοδος καναλιού, $x=L$	$h=h_0$	$p=0$

Πίνακας 4: Απλοποιημένη εξίσωση Reynolds: Οριακές Συνθήκες Πίεσης στα άκρα της υδροδυναμικής σφήνας

Έτσι, καταλήγουμε στις εκφράσεις:

$$\bar{h} = \frac{2 h_0 h_1}{h_1 + h_0} \quad \text{και} \quad C = \frac{1}{h_1 + h_0}$$

Αν αυτές με τη σειρά τους εκφραστούν συναρτήσει του λόγου σύγκλισης του καναλιού,  $k$ , οδηγούμαστε στις σχέσεις:

$$\bar{h} = 2 h_0 \frac{k+1}{k+2} \quad \text{και} \quad C = \frac{1}{h_0(k+2)}$$

Επόμενο βήμα είναι η αντικατάσταση των μεγεθών αυτών στην προς επίλυση εξίσωση (37). Μετά από την αντικατάσταση, προκύπτει μια σχέση για την πίεση συναρτήσει του λόγου σύγκλισης του εδράνου,  $k$ , της ταχύτητας του ρότορα, του πάχους του λιπαντικού σε κάθε θέση  $x$ , και του ιξώδους του.

$$p = \frac{6U\eta L}{k h_0} \left( \frac{-1}{h} + \frac{h_0}{h^2} \frac{k+1}{k+2} + \frac{1}{h_0(k+2)} \right) \quad (38)$$

### 2.2.1.6 Ικανότητα Παραλαβής Φορτίου (Load Capacity)

Όταν η κατανομή της πίεσης ολοκληρώνεται κατά μήκος του εδράνου υπολογίζεται η συνολική δύναμη που ασκείται στο ρότορα. Η δύναμη αυτή είναι η ικανότητα παραλαβής φορτίου του εδράνου για τη δεδομένη γεωμετρία του λιπαντικού φιλμ. Εάν η εξωτερικά ασκούμενη δύναμη υπερβεί την τιμή της ικανότητας παραλαβής φορτίου, τότε η γεωμετρία του φιλμ θα αλλάξει ώστε το σύστημα να ισορροπήσει στη μεγαλύτερη αυτή τιμή. Η αλλαγή αυτή στη γεωμετρία θα ισοδυναμεί με αλλαγή της ελάχιστης απόστασης μεταξύ των πλακών ώστε να έρθουν πιο κοντά, καθώς όπως φαίνεται και από τη σχέση (38) μικρότερη τιμή του  $h_0$  οδηγεί σε αύξηση της πίεσης.

Το φορτίο που το έδρανο μπορεί να υποστηρίξει για κάποια συγκεκριμένη γεωμετρία θα είναι ίσο με:

$$W = \int_0^B \int_0^L p \, dx \, dy \Rightarrow \frac{W}{B} = \int_0^L p \, dx$$

όπου  $L$ : μήκος ισοδύναμου καναλιού

$B$ : πλάτος ισοδύναμου καναλιού

Δεδομένου ότι αναφερόμαστε σε έδρανο απείρου πλάτους, ο υπολογισμός θα πραγματοποιηθεί έτσι ώστε να υπολογιστεί το φορτίο ανά μονάδα πλάτους. Έτσι, για τη δεδομένη κατανομή πίεσης θα έχουμε:

$$\frac{W}{B} = \frac{6U\eta L}{k h_0} \int_0^L \left( \frac{-1}{h} + \frac{h_0}{h^2} \frac{(k+1)}{(k+2)} + \frac{1}{h_0(k+2)} \right) dx \quad (39)$$

Και πάλι, με χρήση της εξίσωσης (35) προκύπτει:

$$\frac{W}{B} = \frac{6U\eta L}{k h_0} \frac{L}{k h_0} \int_0^L \left( \frac{-1}{h} + \frac{h_0}{h^2} \frac{(k+1)}{(k+2)} + \frac{1}{h_0(k+2)} \right) dh \quad (40)$$

Μετά την ολοκλήρωση προκύπτει:

$$\frac{W}{B} = \frac{6U\eta L^2}{k^2 h_0^2} \left( -\ln(k+1) + \frac{2k}{k+2} \right) dh \quad (41)$$

Όπως παρατηρούμε, χαρακτηριστικό του συγκεκριμένου προβλήματος είναι η εξάρτηση της ικανότητας παραλαβής φορτίου από τα εξής χαρακτηριστικά μεγέθη του προβλήματος.



- το ιξώδες του ρευστού
- την ταχύτητα κίνησης του ρότορα
- την ελάχιστη απόσταση μεταξύ ρότορα και στάτορα
- την κλίση της επιφάνειας του στάτορα σε σχέση με την επιφάνεια του ρότορα
- το μήκος του καναλιού

### 2.2.1.7 Ανθιστάμενη Δύναμη (Friction Force)

Κατ' αντιστοιχία με τις αναπτυσσόμενες αξονικές (ωστικές) δυνάμεις, κατά τη λειτουργία ενός ωστικού εδράνου αναπτύσσονται δυνάμεις τριβής στη διεπιφάνεια ρότορα – λιπαντικού. Οι δυνάμεις αυτές ανθίστανται στην περιστροφική κίνηση του ρότορα και επιβαρύνουν τον συντελεστή απόδοσης της διάταξης. Ο υπολογισμός της συνιστάμενης δύναμης πραγματοποιείται με παρόμοιο τρόπο όπως και αυτός της ικανότητας παραλαβής φορτίου, ως ακολούθως:

$$F = \int_0^B \int_0^L \tau dx dy \Rightarrow \frac{W}{B} = \int_0^L \tau dx \quad (42)$$

Στο σημείο αυτό θα ανακαλέσουμε την εξίσωση (11) μέσω της οποίας συσχετίζονται οι δυνάμεις τριβής σε Νευτώνειο ρευστό με το ιξώδες. Στην εξίσωση (11) εμφανίζεται η παράγωγος της ταχύτητας ως προς το  $y$ ,  $\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)$  η οποία στην περίπτωση δισδιάστασης προσέγγισης ισούται με  $\frac{du}{dy}$ . Η έκφραση για την ταχύτητα όπως είχε προκύψει πριν (εξ. 18) είναι:

$$u = \left( \frac{y^2 - yh}{2\eta} \right) \frac{\partial p}{\partial x} - U \frac{y}{h} + U \quad (43)$$

Η διαφορίσή της οδηγεί στη σχέση:

$$\frac{du}{dy} = (2y - h) \frac{1}{2\eta} \frac{dp}{dx} - \frac{U}{h} \quad (44)$$

η οποία όταν εισαχθεί στην εξίσωση (42) οδηγεί στο ολοκλήρωμα:

$$\frac{F}{B} = \int_0^L \left[ \left( y - \frac{h}{2} \right) \frac{dp}{dx} - U \frac{\eta}{h} \right] dx \quad (45)$$

Έπειτα από μια σειρά αναλυτικών υπολογισμών, μπορεί να εξαχθεί η τελική (αλγεβρική) σχέση για τη συνολική δύναμη τριβής ανά μονάδα πλάτους του εδράνου. Παρατηρείται ότι η δύναμη τριβής εξαρτάται από τα ίδια ακριβώς μεγέθη από τα οποία εξαρτάται και η

ικανότητα παραλαβής φορτίου.

$$\frac{F}{B} = \frac{U \eta L}{h_0} \left( \frac{6}{k+2} - \frac{4 \ln(k+1)}{k} \right) \quad (46)$$

### 2.2.1.8 Συντελεστής Τριβής (Friction Coefficient)

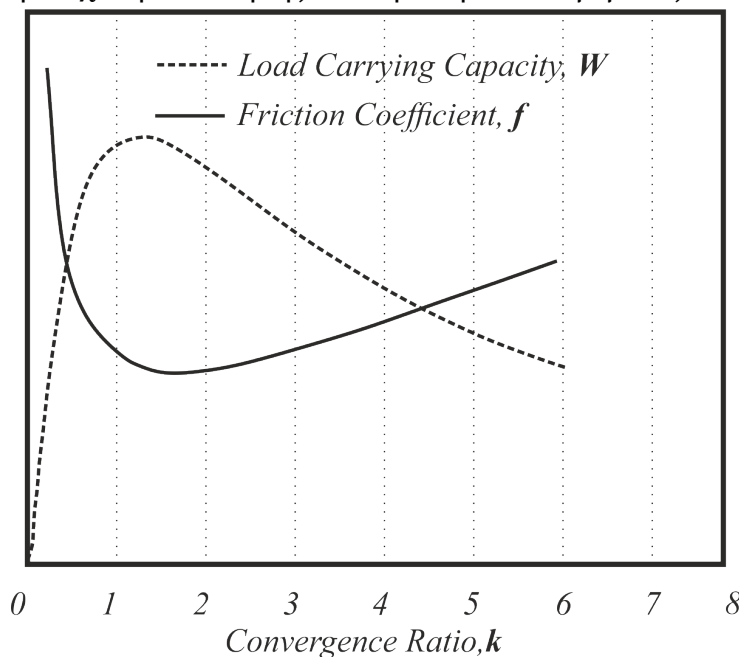
Ο συντελεστής τριβής υπολογίζεται με βάση τη συνολική ωστική δύναμη που μπορεί να παραλάβει το έδρανο, και τη συνολική δύναμη τριβής που αναπτύσσεται στη διεπιφάνεια ρότορα - λιπαντικού.

$$f = \frac{F}{W} = \frac{F/B}{W/B} \quad (47)$$

Οι παράμετροι σχεδίασης του εδράνου μπορούν να υπολογιστούν με κατάλληλο τρόπο ώστε να επιτευχθεί ελαχιστοποίηση του συντελεστή τριβής. Δηλαδή επίτευξη μεγάλης ικανότητας παραλαβής αξονικού φορτίου με σχετικά μικρό κόστος τριβών. Ισοδύναμα μικρός συντελεστής τριβής οδηγεί σε περιορισμό των ενεργειακών απωλειών κατά τη λειτουργία ενός εδράνου. Αντικαθιστώντας στην εξίσωση (47) τα  $F/B$  και  $W/B$  που έχουν υπολογιστεί για τη συγκεκριμένη γεωμετρία εδράνου μέσω των εξισώσεων (41) και (46), και απλοποιώντας, προκύπτει η ακόλουθη εξίσωση:

$$f = \frac{k h_0}{L} \left[ \frac{3k - 2(k+2) \ln(k+1)}{6k - 3(k+2) \ln(k+1)} \right] \quad (48)$$

Παρατηρείται πως για δεδομένη διάσταση ενός εδράνου (σταθερές τιμές για τα  $L, h_0$ ), ο συντελεστής τριβής εξαρτάται μόνο από την κλίση του εδράνου. Στην έκφραση για τον υπολογισμό του συντελεστή τριβής του εδράνου δεν υπεισέρχονται μεγέθη όπως το ιξώδες του λιπαντικού ή η ταχύτητα κίνησης του ρότορα. Το γεγονός αυτό μας οδηγεί στο



Σχήμα 9: Συντελεστής τριβής και ικανότητα παραλαβής φορτίου συναρτήσει της κλίσης, για απλά κεκλιμένα έδρανα απείρου πλάτους.

συμπέρασμα πως για δεδομένη διάσταση εδράνου  $\left(\frac{h_0}{L}\right)$  είναι δυνατή η βελτιστοποίηση της απόδοσής του με κατάλληλη επιλογή της κλίσης μεταξύ των επιφανειών ρότορα και στάτορα.

Από την εξίσωση (48) προκύπτει μονοσήμαντα πως, για έδρανα πολύ μεγάλου πλάτους, η βέλτιστη τιμή του συντελεστή τριβής προκύπτει για κλίση εδράνου ίση με  $k=1.55$ . Επιπροσθέτως για σταθερά τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά σχεδίασης του εδράνου, μπορεί να προσδιοριστεί κατάλληλη τιμή του λόγου σύγκλισης,  $k$ , για την οποία μεγιστοποιείται η ικανότητα παραλαβής φορτίου (αξονική δύναμη) του εδράνου. Προκύπτει πως η μέγιστη τιμή της δίνεται για κλίση εδράνου ίση με  $k=1.2$ . Παρατηρείται λοιπόν, πως μέγιστη αξονική δύναμη δε συνεπάγεται και βέλτιστο συντελεστή τριβής και κατά συνέπεια βαθμό απόδοσης. Το χαρακτηριστικό διάγραμμα που αποτυπώνει τη συμπεριφορά αυτή του εδράνου παρατίθεται στο Σχήμα 9.

## Κεφάλαιο 3: Ηλεκτροροεολογικά Ρευστά

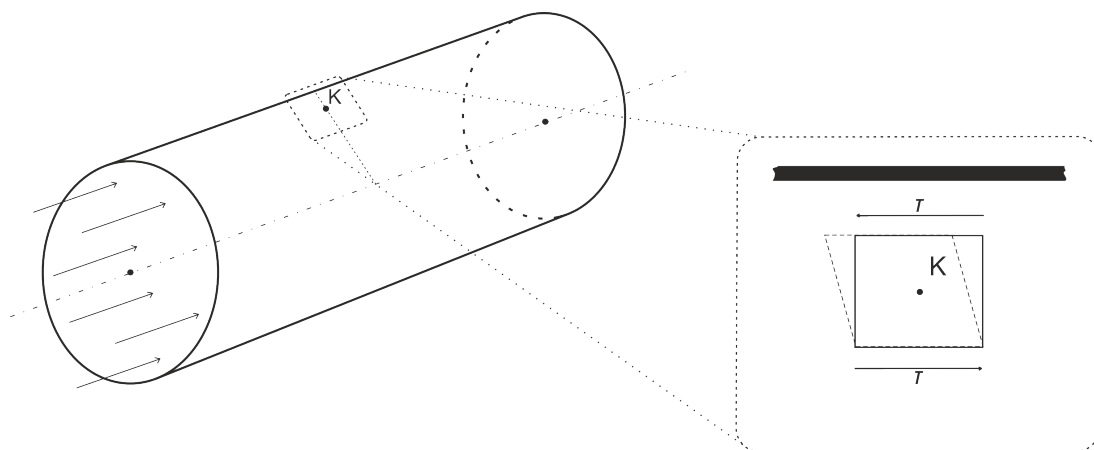
### 3.1 Εισαγωγή

Προς διευκόλυνση του αναγνώστη είναι σκόπιμο να αφιερωθεί ένα εδάφιο στην περιγραφή της συμπεριφοράς ενός ηλεκτροροεολογικού ρευστού. Τα ηλεκτροροεολογικά ρευστά ανήκουν στην κατηγορία των έξυπνων υλικών. Έξυπνα ονομάζονται τα υλικά τα οποία υπό την επιρροή κάποιου εξωτερικού ερεθίσματος μπορούν να ανταποκριθούν και να παραγάγουν κάποιο χρήσιμο αποτέλεσμα, με τρόπο πλήρως αντιστρεπτό. Τα ηλεκτροροεολογικά ρευστά είναι έξυπνα υλικά που επιδεικνύουν δραστικές αλλαγές στις ροεολογικές τους ιδιότητες (σε χρόνο της τάξης των ms) υπό την επίδραση ισχυρού εξωτερικού ηλεκτρικού πεδίου.

### 3.2 Συμπεριφορά των ηλεκτροροεολογικών ρευστών

Χωρίς την ύπαρξη εξωτερικής διέγερσης, ένα ηλεκτροροεολογικό ρευστό συμπεριφέρεται ως Νευτώνειο ρευστό. Μετά την επιβολή του ηλεκτρικού πεδίου, το ρευστό μετατρέπεται σε μη Νευτώνειο και συγκεκριμένα σε ρευστό Bingham. Η διάκριση ανάμεσα στους δύο τύπους ρευστού παρατίθεται ακολούθως μέσω παραδείγματος.

Έστω σωλήνας συγκεκριμένης διαμέτρου στο εσωτερικό του οποίου βρίσκεται ρευστό σε ισορροπία. Θα εστιάσουμε την προσοχή μας στο σημείο αναφοράς K το οποίο βρίσκεται σε απόσταση  $y$  από το εσωτερικό τοίχωμα. Με την επιβολή πίεσης στο ένα άκρο του σωλήνα η μάζα υλικού στο σύνολό της αποκτά την τάση να ρεύσει. Εξετάζοντας το σημείο ενδιαφέροντος, K, παρατηρούμε πως έχει υποβληθεί σε διατμητική φόρτιση, καθώς τείνει να κινηθεί ως προς το τοίχωμα.



Σχήμα 10: Κυλινδρικός αγωγός με διαφορετική πίεση στα δύο άκρα.

Στην περίπτωση των Νευτώνειων ρευστών θα εμφανιστεί ολίσθηση των γειτονικών στρωμάτων του ρευστού, δηλαδή ροή. Η ολίσθηση αυτή ποσοτικοποιείται μέσω του ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης (shear rate),  $\dot{\gamma}$ , ο οποίος εκφράζεται με την παράγωγο της ταχύτητας ως:

$$\dot{\gamma} = \frac{du}{dy} \quad (49)$$

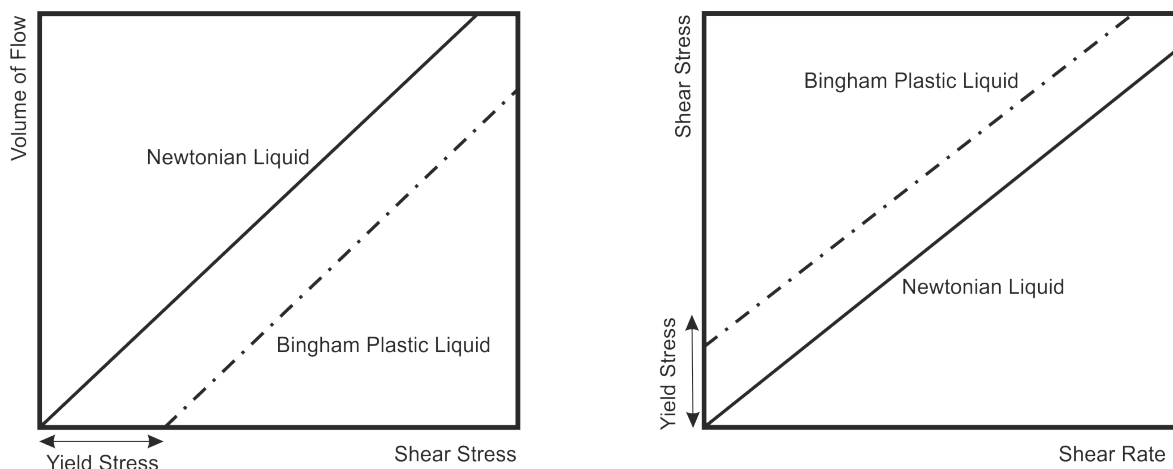
Για τα νευτώνεια ρευστά έχουμε ροή και άρα μεταβολή της γωνιακής παραμόρφωσης για οποδήποτε μικρή τιμή της επιβαλλόμενης τάσης. Η τιμή του μεγέθους αυτού είναι ευθέως ανάλογη της εφαρμοζόμενης τάσης, μέσω ενός συντελεστή αναλογίας γνωστού ως *ιξώδης*.

Ένα ρευστό Bingham παρουσιάζει διαφοροποιημένη συμπεριφορά. Θα χωρίσουμε το παραπάνω πείραμα σε δύο διαφορετικά στάδια φόρτισης. Κατά το πρώτο στάδιο επιβάλλουμε σταδιακά αυξανόμενη τάση, ξεκινώντας από μηδενικό επίπεδο, έως κάποια κρίσιμη τιμή  $\tau_y$ . Κατά το δεύτερο στάδιο της φόρτισης συνεχίζουμε αυξάνοντας την τάση πάνω από την κρίσιμη τιμή  $\tau_y$ .

Στην πρώτη φάση της φόρτισης, η επιβολή πίεσης στην είσοδο του σωλήνα οδηγεί όπως και προηγουμένως σε ανάπτυξη διατμητικής τάσης στο σημείο ενδιαφέροντος, K. Στην περίπτωση όμως του ρευστού Bingham δε θα παρουσιαστεί ολίσθηση μεταξύ των γειτονικών στρωμάτων, και η τιμή του ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης παραμένει μηδενική. Κατά τη φάση αυτή λοιπόν, το σώμα συμπεριφέρεται ως στερεό.

Στη δεύτερη φάση της φόρτισης, η ασκούμενη τάση υπερβαίνει την κρίσιμη τιμή  $\tau_y$ . Από το σημείο αυτό και εξής το υλικό θα παρουσιάζει ολίσθηση και ροή ανάλογη προς την επιβαλλόμενη τάση. Συμπεριφέρεται δηλαδή ως υγρό.

Τα παραπάνω παρουσιάζονται συνοπτικά στο ακόλουθο σχήμα:



Σχήμα 11: Όγκος ροής συναρτήσει της διατμητικής τάσης και διατμητική τάση συναρτήσει του ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης για Νευτώνεια ρευστά και ρευστά Bingham.

Η κλίση της καμπύλης της διατμητικής τάσης συναρτήσει της γωνιακής παραμόρφωσης εκφράζει την ευκολία μετάδοσης της κίνησης στα γειτονικά στρώματα του ρευστού, και ισοδυναμεί με τον ορισμό του *ιξώδους*. Όσο μεγαλύτερη είναι η κλίση του διαγράμματος τόσο πιο παχύρρευστο είναι το ρευστό. Στην οριακή περίπτωση που έχουμε στερεό (πρώτη φάση φόρτισης ενός ρευστού Bingham) η κλίση είναι άπειρη.

### Προφίλ της Ταχύτητας

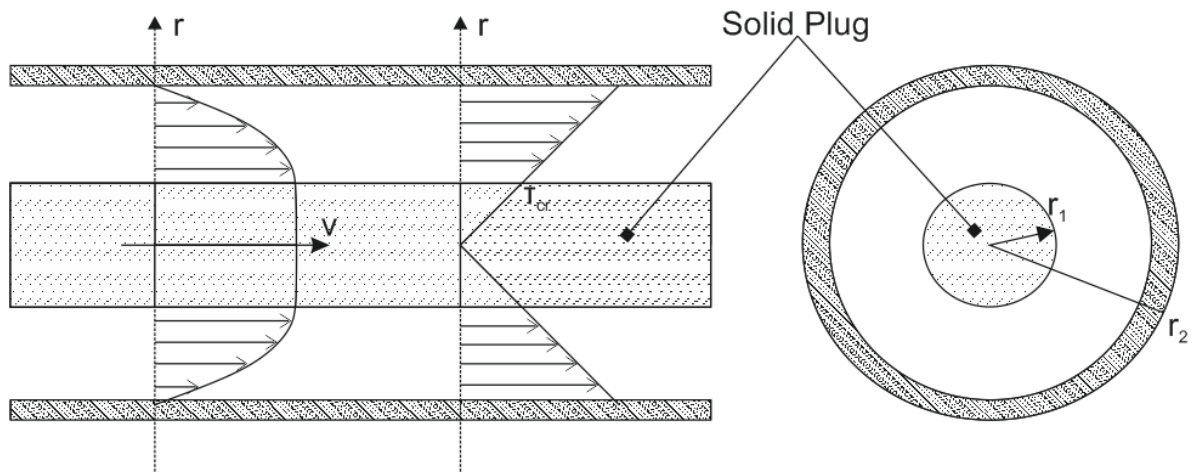
Για την περίπτωση ενός ρευστού Bingham θα εστιάσουμε στο προφίλ της ταχύτητας στο εσωτερικό του σωλήνα κατά τη δεύτερη φάση της φόρτισης.

Έστω φόρτιση μεγαλύτερη της κρίσιμης, έτσι ώστε να εμφανιστεί ροή του μέσου. Όταν το σημείο ενδιαφέροντος  $K$  βρίσκεται κοντά στο ακίνητο εσωτερικό τοίχωμα έχουμε εμφάνιση υπολογίσιμων τιμών ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης. Όσο το σημείο  $K$  απομακρύνεται από το τοίχωμα, ο ρυθμός της γωνιακής παραμόρφωσης μικραίνει, έως ότου γίνει ίσος με το μηδέν. Πέρα από το σημείο μηδενισμού, η ολίσθηση μεταξύ γειτονικών στρωμάτων ρευστού είναι μηδενική, και το μέσο κινείται ολόκληρο ως μια στερεή διάταξη. Σύμφωνα με τα παραπάνω, έχουμε ένα μέσο το οποίο συμπεριφέρεται ως ρευστό κοντά στα τοιχώματα του σωλήνα (όπου οι διατμητικές τάσεις είναι μεγάλες) και ως στερεό στο εσωτερικό του.

Μηδενικός ρυθμός μεταβολής γωνιακής παραμόρφωσης σημαίνει σύμφωνα με τη σχέση (49) μηδενική τιμή για τη χωρική παράγωγο της ταχύτητας ως προς  $y$ . Αυτό, ολοκληρώνοντας, όπως φαίνεται και στις ακόλουθες σχέσεις, σημαίνει σταθερή τιμή ταχύτητας κατά τον άξονα  $y$ .

$$\begin{aligned} \text{Ζώνη στερεοποίησης: } \dot{\gamma} = \frac{du}{dy} = 0 &\Rightarrow u(y) = \text{const} \\ \text{Ζώνη ρευστοποίησης: } \frac{du}{dy} = \frac{\tau(y)}{\eta} &\Rightarrow u(y) = \frac{1}{\eta} \int_0^y \tau(y) dy \end{aligned} \quad (50)$$

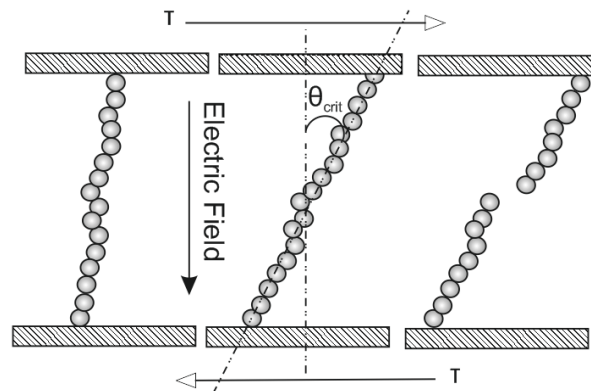
Τα παραπάνω μας οδηγούν μονοσήμαντα σε ένα ιδιαίτερο προφίλ ταχύτητας, το οποίο εμφανίζεται πιο πεπλατυσμένο από το αντίστοιχο των Νευτώνειων ρευστών που δε διαθέτουν ζώνη στερεοποίησης του ρευστού. Το χαρακτηριστικό αυτό προφίλ απεικονίζεται στο Σχήμα 12.



Σχήμα 12: Χαρακτηριστικό προφίλ ταχύτητας ενός ρευστού Bingham σε αγωγό κυκλικής διατομής με ροή Poiseuille.

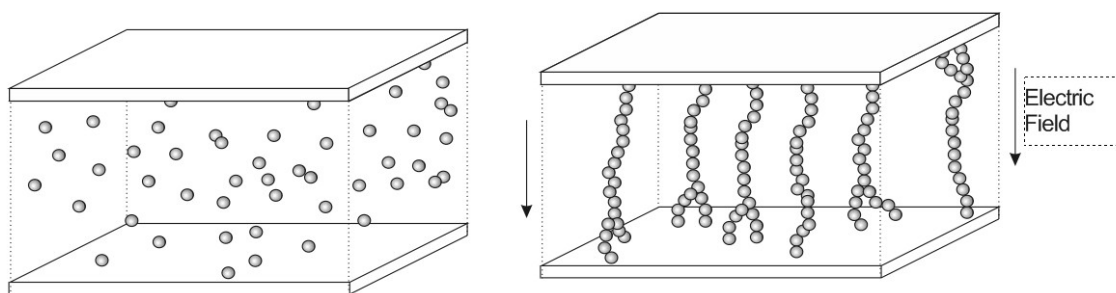
Η αιτία εμφάνισης του φαινομένου αυτού βρίσκεται στη μοριακή δομή ενός ρευστού Bingham. Ένα τέτοιο ρευστό περιέχει σωματίδια ή μεγάλα μόρια τα οποία εμφανίζουν κάποια αλληλεπίδραση, σχηματίζοντας μια ασταθή στερεά δομή, και μια συγκεκριμένη τιμή τάσης απαιτείται για τη διάσπασή της. Μόλις η δομή αυτή σπάσει, το υλικό συμπεριφέρεται

ως υγρό και ρέει υπό τις εφαρμοζόμενες διατμητικές δυνάμεις. Με την απομάκρυνση της φόρτισης έχουμε πλήρη επαναφορά των δεσμών και επομένως της στερεάς δομής.



Σχήμα 13: Στάδια καταπόνησης ασθενών δεσμών στο εσωτερικό ενός ρευστού Bingham.

Το βασικό χαρακτηριστικό ενός ηλεκτρορεολογικού ρευστού είναι πως, ανάλογα με την εξωτερική διέγερση, έχει τη δυνατότητα να μεταβαίνει από την κατάσταση Νευτώνειου ρευστού σε αυτή του ρευστού Bingham. Η ιδιότητα αυτή έχει άμεση σχέση με τη μικροδομή του υλικού. Ένα ηλεκτρορεολογικό ρευστό έχει ως βάση του κάποιο μη αγώγιμο λιπαντικό έλαιο (λάδι σιλικόνης, φυτικό λάδι, ορυκτέλαιο, παραφίνη), ενώ στο εσωτερικό του αγώγιμα μικροσωματίδια (γυάλινα, κεραμικά, πολυηλεκτρολύτες). Με την επιβολή ηλεκτρικού πεδίου, τα σωματίδια πολώνονται και διατάσσονται σε αλυσίδες παράλληλες με τις δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου. Οι αλυσίδες αυτές προσομοιάζουν μακροσκοπικά την ασθενή στερεά διάταξη που περιγράψαμε νωρίτερα. Το γεγονός ότι οι αλυσίδες αυτές αποτελούνται από ασθενώς συνδεδεμένες διατάξεις στερεών σωματιδίων σηματοδοτεί την ύπαρξη μιας συγκεκριμένης τιμής της τάσης υπό την επιβολή της οποίας αυτές θα σπάσουν. Η συμπεριφορά αυτή είναι αντίστοιχη με αυτή των ρευστών Bingham, κάτι το οποίο επιτρέπει να γίνει η αντίστοιχη θεώρηση.



Σχήμα 14: Σχηματισμός αλυσίδων στο εσωτερικό ηλεκτρορεολογικού ρευστού υπό την επίδραση ηλεκτρικού πεδίου.

Προκειμένου να είναι εφικτός ο ορισμός του ιξώδους των ηλεκτρορεολογικών ρευστών, είναι σκόπιμο να γίνει μια ανασκόπηση των μαθηματικών μοντέλων που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή ενός ρευστού Bingham.

### 3.3 Μαθηματική Μοντελοποίηση

#### 3.3.1 Ρευστά Bingham

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως το ιξώδες,  $\eta_0$ , είναι το μέγεθος εκείνο που συσχετίζει την αναπτυσσόμενη τάση μεταξύ των στρωμάτων ενός ρευστού, με τις παραγώγους της ταχύτητάς του. Η πιο απλοποιημένη εκδοχή της ανωτέρω έκφρασης για δισδιάστατη ροή Νευτώνειου ρευστού είναι:

$$\tau = \eta_0 \cdot \dot{\gamma} \quad (51)$$

όπου το ιξώδες,  $\eta_0$ , είναι σταθερό και αποτελεί ιδιότητα του υλικού.

Στην περίπτωση των ρευστών Bingham, η ύπαρξη της κρίσιμης τιμής της τάσης,  $\tau_y$ , πέρα από την οποία πραγματοποιείται ολίσθηση των γειτονικών στρωμάτων του υλικού, επιβάλλει την ακόλουθη τροποποίηση στην εξίσωση (51):

$$\tau = \eta_0 \dot{\gamma} + \tau_y, \quad \tau > \tau_y \quad (52)$$

Επιλύοντας ως προς  $\dot{\gamma}$ , ο ρυθμός γωνιακής παραμόρφωσης εκφράζεται ως μια κλαδωτή συνάρτηση, κάθε κλάδος της οποίας παριστάνει μια από τις πιθανές καταστάσεις του μέσου (στερεό ή ρευστό).

$$\dot{\gamma} = \begin{cases} \frac{(\tau - \tau_y)}{\eta_0}, & \tau > \tau_y \\ 0, & \tau \leq \tau_y \end{cases} \quad (53)$$

Οι σχέσεις (52) και (53) αποτελούν μια απλοποιημένη έκφραση της θεμελιώδους εξίσωσης των ρευστών Bingham για δισδιάστατη ροή. Εάν θελήσουμε να εκφράσουμε την εξίσωση των τάσεων για τη γενικότερη περίπτωση της τρισδιάστατης ροής, θα καταλήξουμε στην έκφραση:

$$\underline{T} = 2 \cdot \eta_0 \underline{D} + \sqrt{2} \tau_y \frac{\underline{D}}{|\underline{D}|} \quad (54)$$

Η εμφάνιση των δυνάμεων του 2 στους όρους της σχέσης είναι απόρροια του ορισμού του τανυστή  $\underline{D}$ , ο οποίος θα παρατεθεί στη συνέχεια.

#### 3.3.2 Ρυθμός Γωνιακής Παραμόρφωσης του Ρευστού (Strain Rate)

Έστω στοιχειώδης όγκος ρευστού ο οποίος υποβάλλεται σε διατμητική φόρτιση. Οι παράγωγοι της ταχύτητας και οι μετατοπίσεις των πλευρών του όγκου οδηγούν σε εμφάνιση γωνιακών παραμορφώσεων οι οποίες δημιουργούν μια αλλαγή στο σχήμα του. Ο μηχανισμός σύμφωνα με τον οποίον παρουσιάζεται το φαινόμενο παρατίθεται ακολούθως.

Έστω  $O$  ένα σημείο αναφοράς του στοιχειώδους όγκου, και  $u$  η ταχύτητα αυτού στη διεύθυνση  $x$ . Λόγω των διατμητικών φορτίσεων, το άνω άκρο του σωματιδίου το οποίο απέχει  $dy$  από το σημείο  $O$  (σημείο  $B$ ) θα κινείται με ταχύτητα ίση με  $u + \frac{\partial u}{\partial y} dy$ . Μετά την πάροδο χρονικού διαστήματος  $dt$ , τα δύο σημεία θα έχουν υποστεί διαφορετικές



μετατοπίσεις, έτσι ώστε να ισχύει:

- μετατόπιση σημείου  $B$ :  $BB' = \left( u + \frac{\partial u}{\partial y} dy \right) \cdot dt$
- μετατόπιση σημείου  $O$ :  $OO' = u \cdot dt$

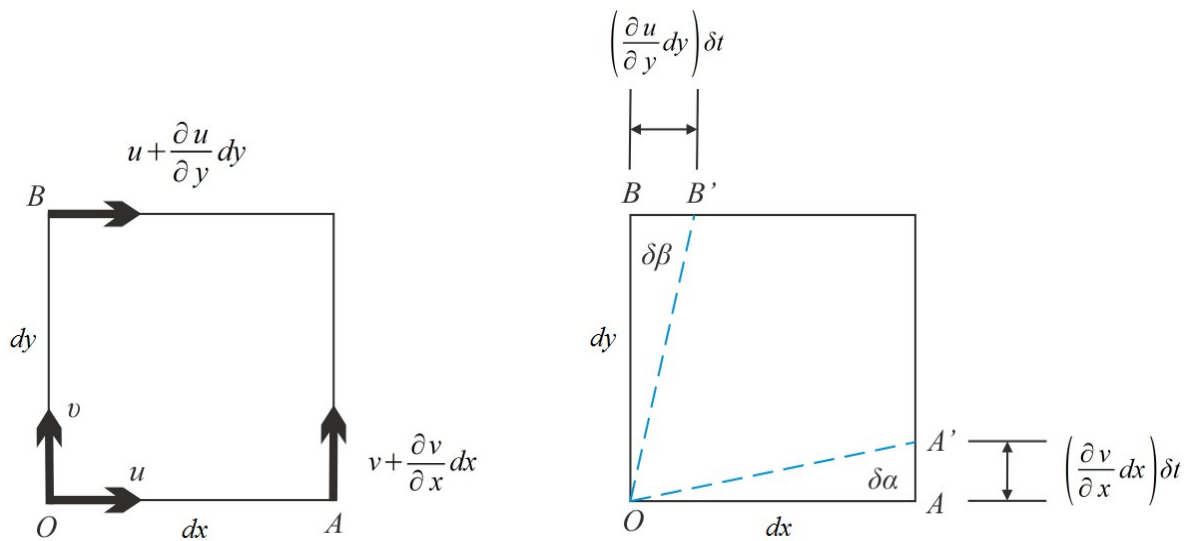
Η γωνία που θα σχηματίσει η πλευρά  $OB$  ως προς την αρχική κατακόρυφη θέση της, θα δοθεί από την ακόλουθη σχέση και με δεδομένο πως η γωνία θα είναι πολύ μικρή, προκύπτει η σχέση της εξίσωσης (55).

$$\delta\beta = \text{atan}\left(\frac{BB' - OO'}{dy}\right) \approx \frac{BB' - OO'}{dy} = \frac{\partial u}{\partial y} \cdot dt \quad (55)$$

Ομοίως παραθέτουμε την προκύπτουσα γωνία όπως υπολογίζεται με αντίστοιχη διαδικασία για την παραμόρφωση της πλευράς που απέχει  $dx$  από το σημείο  $O$ .

$$\delta\alpha = \text{atan}\left(\frac{AA' - OO'}{dx}\right) \approx \frac{AA' - OO'}{dx} = \frac{\partial v}{\partial x} \cdot dt \quad (56)$$

Τα παραπάνω αποδίδονται παραστατικά στο Σχήμα 15.



Σχήμα 15: Γωνιακή παραμόρφωση στοιχειώδους όγκου του ρευστού, στο επίπεδο  $x$ - $y$ .

Η αλλαγή που επέρχεται στην άλλοτε ορθή γωνία που σχηματιζόταν από τις πλευρές  $OA$  και  $OB$  ορίζεται ως γωνιακή παραμόρφωση του σωματιδίου και συμβολίζεται με  $\delta\gamma$ . Έτσι, από το Σχήμα 15 προκύπτει:

$$\delta\gamma = \delta\alpha + \delta\beta \quad (57)$$

Το μέγεθος  $\delta\gamma$  θεωρείται θετικό όταν η γωνία φθίνει. Ο ρυθμός μεταβολής της τιμής της  $\delta\gamma$  ονομάζεται ρυθμός γωνιακής παραμόρφωσης, συμβολίζεται με  $\dot{\gamma}$ , και ισχύει:

$$\dot{\gamma} = \frac{\delta\gamma}{dt} \quad (58)$$

Για τον καθορισμό του ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης θα γίνει χρήση των τιμών  $\delta\alpha$  και  $\delta\beta$  όπως υπολογίστηκαν στις σχέσεις (55), (56).

$$\dot{\gamma} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta\gamma}{\delta t} = \frac{(\partial u / \partial y) dt + (\partial v / \partial x) dt}{dt} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (59)$$

Παρατηρούμε πως για την ειδική περίπτωση όπου  $\partial u / \partial y = -\partial v / \partial x$ , ο ρυθμός της γωνιακής παραμόρφωσης είναι μηδενικός. Η περίπτωση αυτή αντιστοιχεί σε απαραμόρφωτη περιστροφή του στοιχειώδους όγκου.

Ο παραπάνω ορισμός του ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης αντιστοιχεί στην ειδική περίπτωση της δισδιάστατης ροής, και λαμβάνει υπόψη τις παραμορφώσεις οφειλόμενες αποκλειστικά σε διατμητικές δυνάμεις.

Ακολούθως, θα γίνει μια προσπάθεια για έκφραση του ρυθμού παραμόρφωσης σε μια πιο γενικευμένη μορφή, η οποία θα χρησιμοποιηθεί στη συνέχεια της εργασίας. Συγκεκριμένα ορίζουμε τον ακόλουθο πίνακα, τον οποίο ονομάζουμε μητρώο ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης (strain rate tensor).

$$D = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)/2 & \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)/2 \\ \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)/2 & \frac{\partial v}{\partial y} & \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)/2 \\ \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)/2 & \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)/2 & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (60)$$

Το μητρώο αυτό υποκαθιστά το μέγεθος  $\dot{\gamma}$  και περιλαμβάνει όλες τις επιταχύνσεις του ρευστού για τυχαία κατάσταση φόρτισης. Η διαγώνιος του πίνακα περιέχει τις γραμμικές επιταχύνσεις που παρουσιάζονται στους τρεις κύριους άξονες και οφείλονται στις ορθές τάσεις (πιέσεις). Όλα τα άλλα στοιχεία του πίνακα περιλαμβάνουν τις γωνιακές επιταχύνσεις του ρευστού λόγω διατμητικών δυνάμεων. Οι επιταχύνσεις αυτές εκφράζουν τον ρυθμό με τον οποίον μεταδίδεται η κίνηση σε διευθύνσεις κάθετες στους αντίστοιχους άξονες.

### 3.3.3 Σύνθετα Μοντέλα Ρευστών Bingham

Προκειμένου να επιτευχθεί μια πιο ρεαλιστική περιγραφή της συμπεριφοράς των ρευστών Bingham μπορούν να χρησιμοποιηθούν περισσότερο σύνθετα μαθηματικά μοντέλα, τα οποία παρουσιάζονται και αναλύονται στις επόμενες παραγράφους.

#### 3.3.3.1 Μοντέλο διπλού ιξώδους (Biviscosity Model)

Το μοντέλο διπλού ιξώδους αποτελεί μια απλή τροποποίηση του απλού μοντέλου Bingham.

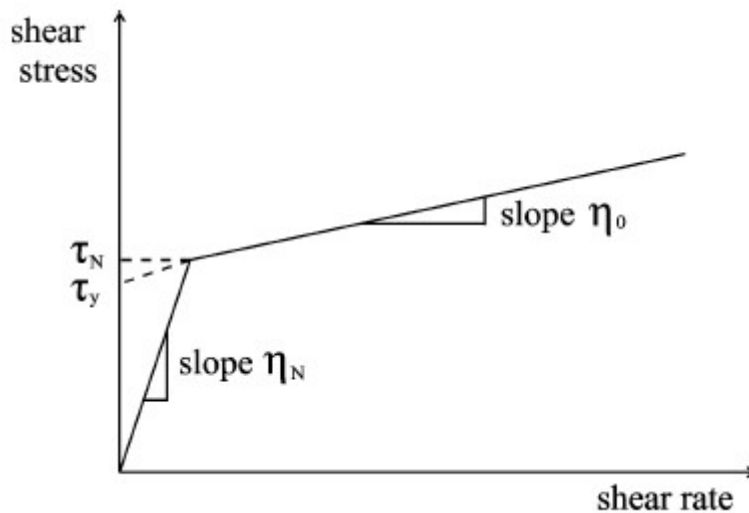
Εδώ, το υλικό μπορεί να βρίσκεται σε μία από δύο δυνατές καταστάσεις ανάλογα με την ασκούμενη σε αυτό τάση. Η διαφορά έγκειται στο ότι θεωρούμε πως το υλικό είναι σε κάθε περίπτωση ρευστό και μεταβάλλεται μόνο το ιξώδες του ανάλογα με τη φόρτιση. Στην πρώτη κατάσταση το ιξώδες είναι πολύ μεγάλο (με αποτέλεσμα να προσεγγίζεται η συμπεριφορά του στερεού), ενώ στη δεύτερη κατάσταση είναι απόλυτα ρευστό.

$$T = 2 \cdot \eta_0 D + \sqrt{2} \tau_y \frac{D}{|D|}, \quad |T| > \sqrt{2} \tau_N \quad (61)$$

$$T = 2 \eta_N D, \quad |T| \leq \sqrt{2} \tau_N$$

Όταν ένα ρευστό Bingham περιγράφει με την εξίσωση (61), η τιμή του ιξώδους του θα είναι πάντοτε πεπερασμένη, κάτι που διευκολύνει ιδιαίτερα τους υπολογισμούς.

Η συμπεριφορά του υλικού παριστάνεται από διάγραμμα αντίστοιχο με αυτό του Σχήματος 11 ως ακολούθως:



Σχήμα 16: Μοντέλο διπλού ιξώδους (Biviscosity Model): Διατμητική τάση συναρτήσει του ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης [2].

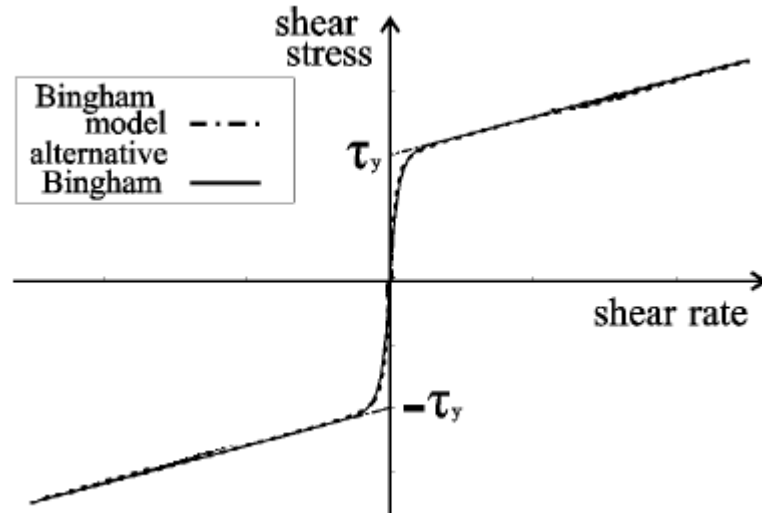
### 3.3.3.2 Εναλλακτικό μοντέλο Bingham (Alternative Bingham Model)

Ένα από τα προβλήματα που υπάρχουν με τα μέχρι τώρα παρουσιασθέντα μοντέλα για ρευστά Bingham είναι το γεγονός ότι στο διάγραμμα διατμητικής τάσης – ρυθμού μεταβολής γωνιακής παραμόρφωσης η καμπύλη παρουσιάζει ασυνέχεια στο σημείο αλλαγής του ιξώδους. Αυτό συχνά δημιουργεί πρόβλημα στο πλαίσιο της αριθμητικής επίλυσης των εξισώσεων. Το πρόβλημα αυτό επιχειρείται να παρακαμφθεί μέσω του Εναλλακτικού μοντέλου Bingham. Τροποποιώντας καταλλήλως τη βασική εξίσωση των ρευστών Bingham μπορεί να εξαληφθεί ο δεύτερος κλάδος της εξίσωσης, και η καμπύλη να αντικατασταθεί από μια ισοδύναμη συνεχή. Έτσι η εξίσωση των τάσεων είναι:

$$\underline{T} = 2 \cdot \eta_0 \underline{D} + \sqrt{2} \tau_y \frac{D}{(\delta/2 + |D|^2)^{1/2}}, \quad \text{για } \delta \rightarrow 0 \quad (62)$$

όπου  $\delta$  παράμετρος του ρευστού, η ακριβής τιμή της οποίας προσδιορίζεται πειραματικά.

Το διάγραμμα που απεικονίζει την παραπάνω συμπεριφορά παρατίθεται στο Σχήμα 17:



Σχήμα 17: Εναλλακτικό μοντέλο Bingham (Alternative Bingham Model): Διατμητική τάση συναρτήσει του ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης [2].

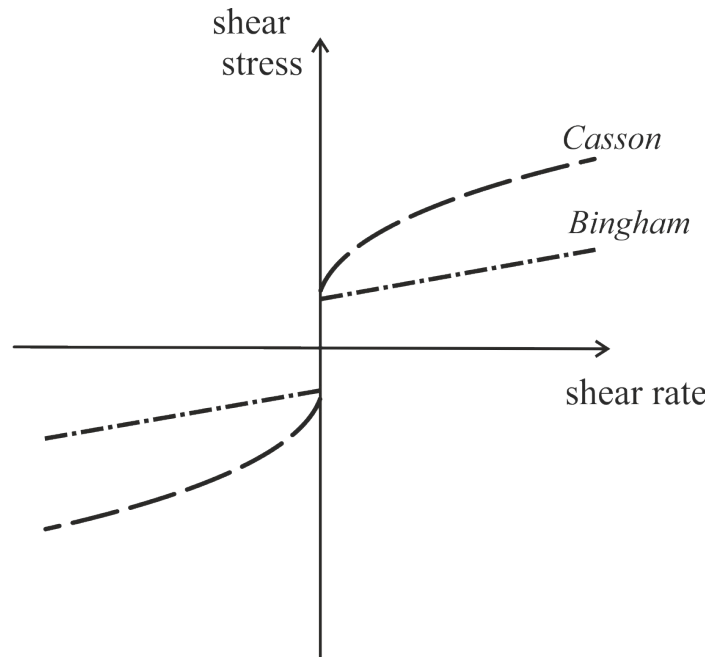
### 3.3.3.3 Κλασικό μοντέλο Casson (Classical Casson Model)

Ένας εναλλακτικός τρόπος έκφρασης του απλού μοντέλου Bingham είναι το κλασικό μοντέλο του Casson (Classical Casson Model). Η διατύπωσή του μας θυμίζει τον απλό ορισμό του θεωρητικού ρευστού Bingham, παρατηρούμε όμως την προσθήκη ενός ακόμη όρου που εισάγει μη γραμμικότητα στο σύστημα. Έτσι το συγκεκριμένο μοντέλο περιγράφεται από την εξίσωση (63) ως:

$$\underline{T} = 2 \eta_0 \underline{D} + 2^{1/2} \tau_y \frac{D}{|D|} + 2^{7/4} (\eta_0 \tau_y)^{1/2} \frac{D}{|D|^{1/2}}, \quad |\underline{T}| > \sqrt{2} \tau_y \quad (63)$$

$$|\underline{D}| = 0, \quad |\underline{T}| \leq \sqrt{2} \tau_y$$

Αντιστοίχως με τα προηγούμενα μοντέλα, το διάγραμμα που απεικονίζει τη συμπεριφορά της προσέγγισης με το Classical Casson Model παρατίθεται στο Σχήμα 18. Αυτό που παρατηρείται, είναι ότι ενώ υπάρχει ασυνέχεια στο σημείο αλλαγής της συμπεριφοράς του ρευστού, η μορφή της καμπύλης από το σημείο αυτό και για αυξανόμενες τιμές του ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης δεν είναι ευθεία γραμμή. Η αλλαγή στην κλίση συναρτήσει του ρυθμού μεταβολής της γωνιακής παραμόρφωσης του ρευστού παραπέμπει στα ρευστά διατμητικής λέπτυνσης ή διατμητικής πάχυνσης.



Σχήμα 18: Κλασικό μοντέλο Casson (Classical Casson Model): Διατμητική τάση συναρτήσει του ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης [2].

### 3.3.3.4 Συνδυαστικό Μοντέλο

Έχοντας παρουσιάσει τις βασικές αρχές για τη μοντελοποίηση της συμπεριφοράς ενός ρευστού Bingham, είμαστε πλέον σε θέση να εισαγάγουμε ένα συνδυαστικό μοντέλο, το οποίο θα έχει χαρακτηριστικά από καθένα απ' τα παραπάνω μοντέλα. Έτσι το συνδυαστικό μοντέλο αποτελεί ημιεμπειρική μαθηματική έκφραση η οποία ενσωματώνει ιδιότητες του biviscosity model και του alternative Bingham model. Συγκεκριμένα χαρακτηρίζεται από δύο περιοχές διακριτής συμπεριφοράς (μικρό - πολύ μεγάλο ιξώδες, biviscosity model) ενώ υπάρχει λειότητα στο σημείο αλλαγής συμπεριφοράς (alternative Bingham model). Επιπροσθέτως, χαρακτηρίζεται από την ιδιότητα του Classical Casson model να διαφοροποιεί τις αναπτυσσόμενες τάσεις ανάλογα με τον ρυθμό της γωνιακής παραμόρφωσης.

Δεδομένων των παραπάνω, το εν λόγω ημιεμπειρικό μοντέλο είναι το ακόλουθο:

$$\underline{\tau} = 2\eta_0\underline{D} + 2^{1/2}\tau_y \frac{2\underline{D}}{(\delta + |\underline{D}^2|)^{1/2}} + 2^{7/4}(\eta_0\tau_y)^{1/2} \frac{2\underline{D}}{(\delta + |\underline{D}^2|)^{1/4}} \quad (64)$$

### 3.3.3.5 Ιξώδες ηλεκτρορολογικών ρευστών

Η ανάλυση που έχει πραγματοποιηθεί στις προηγούμενες ενότητες παρέχει τα εργαλεία για τη μοντελοποίηση της συμπεριφοράς ενός ρευστού Bingham. Ωστόσο η παρούσα εργασία εστιάζεται στη μοντελοποίηση ενός ηλεκτρορολογικού ρευστού. Όπως έχουμε αναφέρει στην αρχή του κεφαλαίου, ένα ηλεκτρορολογικό ρευστό συμπεριφέρεται ως ρευστό Bingham υπό την επίρεια ηλεκτρικού πεδίου, και ως Νευτώνειο χωρίς.

Απομένει λοιπόν, στο ήδη υπάρχον μοντέλο για τα ρευστά Bingham να εισάγουμε τον τρόπο με τον οποίο επιδρά το ηλεκτρικό πεδίο, λαμβάνοντας υπόψη τις ιδιότητές τους. Αυτό που προτείνεται από τη βιβλιογραφία είναι η τροποποίηση του 2ου και 3ου όρου της

εξίσωσης, ή ισοδύναμα των μεγεθών  $\eta_0$  και  $\tau_y$ , συναρτήσει της έντασης του πεδίου ( $\vec{E}$ ).

Δεδομένων των παραπάνω, το προκύπτον μοντέλο είναι το ακόλουθο:

$$\underline{T} = 2\eta_0 \underline{D} + \beta_1(\vec{E}) \frac{2 \underline{D}}{(\delta + |\underline{D}^2|)^{1/2}} + \beta_2(\vec{E}) \frac{2 \underline{D}}{(\delta + |\underline{D}^2|)^{1/4}} \quad (65)$$

Εν γένει, το φαινόμενο ιξώδες ενός υλικού σε ισοτροπικό μέσο συσχετίζεται με τον τανυστή των τάσεων μέσω της σχέσης (66).

$$\underline{T} = \eta_{gen} \cdot 2 \underline{D} \quad (66)$$

Το φαινόμενο ιξώδες για το συγκεκριμένο μοντέλο θα προκύψει διαιρώντας την έκφραση (65) με την τιμή  $2 \underline{D}$ .

$$\eta_{gen} = \eta_0 + \beta_1(\vec{E}) \frac{1}{(\delta + |\underline{D}^2|)^{1/2}} + \beta_2(\vec{E}) \frac{1}{(\delta + |\underline{D}^2|)^{1/4}} \quad (67)$$

Προκύπτει η αδιάστατη έκφραση για το ιξώδες του ηλεκτρορολογικού ρευστού αν διαιρέσουμε τη σχέση (67) με τη βασική τιμή του ιξώδους  $\eta_0$ , την τιμή δηλαδή που έχει το υλικό πριν την έκθεσή του σε ηλεκτρικό πεδίο.

$$\tilde{\eta}_{gen} = 1 + \beta_1(\vec{E}) \frac{1}{\eta_0 (\delta + |\underline{D}^2|)^{1/2}} + \beta_2(\vec{E}) \frac{1}{\eta_0 (\delta + |\underline{D}^2|)^{1/4}} \quad (68)$$

### 3.4 Το Ηλεκτροστατικό Πεδίο

Προκειμένου να είμαστε σε θέση να προσεγγίσουμε την απόκριση της ροής στην επιβολή ηλεκτρικού πεδίου, θα πρέπει ταυτοχρόνως να προσομοιώσουμε και το ίδιο το ηλεκτρικό πεδίο. Εδώ θα κάνουμε μια σύντομη αναδρομή στις εξισώσεις Maxwell, και, μέσω διαδοχικών απλοποιήσεων, θα καταλήξουμε σε μια έκφραση μέσω της οποίας καθορίζεται η ένταση του πεδίου σε κάθε σημείο του μοντέλου μας.

$$\begin{aligned} \text{Νόμος του Gauss:} & \quad \nabla \cdot \vec{D} = \rho_{el} \\ \text{Διατήρηση μαγνητικής ροής:} & \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0 \\ \text{Νόμος του Faraday:} & \quad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{Νόμος του Ampere:} & \quad \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{aligned} \quad (69)$$

όπου:  $\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E}$

$\epsilon$ : διηλεκτρικό (συναρτήσεως του χώρου και του χρόνου)

$\vec{E}$ : διάνυσμα ηλεκτρικού πεδίου

$\vec{B}$ : διάνυσμα μαγνητικού πεδίου

$\vec{H}$ : ένταση μαγνητικού πεδίου,  $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu}$

$\mu$ : μαγνητική διαπερατότητα

Οι εξισώσεις Maxwell περιγράφουν τη διαμόρφωση του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου στον χώρο / χρόνο. Η διαφορική έκφραση των εξισώσεων δίνεται στην εξίσωση (69).

Οι παραπάνω εξισώσεις, με την υπόθεση σταθερού διηλεκτρικού ( $\epsilon = const$ ), μηδενικού μαγνητικού πεδίου ( $\vec{B} = 0$ ) και σταθερού ηλεκτρικού πεδίου ( $\vec{E} = const$ ) μπορούν να αναδιατυπωθούν ως ακολούθως:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}, \quad (a) \tag{70}$$

$$\nabla \times \vec{E} = 0, \quad (b)$$

Η εξίσωση (70b) αναλύεται στις ακόλουθες τρεις σχέσεις για το ηλεκτρικό πεδίο:

$$\frac{\partial E_x}{\partial y} = \frac{\partial E_y}{\partial x}, \quad \frac{\partial E_x}{\partial z} = \frac{\partial E_z}{\partial x}, \quad \frac{\partial E_y}{\partial z} = \frac{\partial E_z}{\partial y} \tag{71}$$

Γενικότερα, το δυναμικό,  $V$ , ορίζεται ως:

$$\vec{E} = -\nabla \cdot V \tag{72}$$

Κάνοντας χρήση της εξίσωσης (72) και της εξίσωσης (70a) οδηγούμαστε στην ακόλουθη διαφορική εξίσωση για το δυναμικό:

$$\nabla \cdot V^2 = -\frac{\rho}{\epsilon} \Rightarrow \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = -\frac{\rho}{\epsilon} \text{ [σε 1η προσέγγιση λύνεται το 2D πρόβλημα]} \tag{73}$$

Στη συνέχεια διακριτοποιούμε την εξίσωση (73) με τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών. Η υπολογιζόμενη τοπική τιμή της έντασης χρησιμοποιείται στον κώδικα υπολογιστικής ρευστομηχανικής για την τροποποίηση της τιμής του ιξώδους του λιπαντικού, σύμφωνα με μια διαφοροποιημένη μορφή της εξίσωσης (68) που θα εισαγάγουμε στη συνέχεια.

## Κεφάλαιο 4: Αριθμητικά Αποτελέσματα

### 4.1 Παρουσίαση βασικών διατάξεων εδράνων που μελετήθηκαν στην παρούσα εργασία

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται και αναλύονται οι βασικές διατάξεις εδράνων που μελετήθηκαν στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας.

#### 4.1.1 Απλό ωστικό έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες

Στο Κεφάλαιο 2 αναπτύχθηκε η αναλυτική θεωρία, βάσει της οποίας μπορεί να καθοριστεί το ωστικό φορτίο ενός εδράνου και ο συντελεστής τριβής του, συναρτήσει γνωστών μεγεθών όπως η γεωμετρία του, το ιξώδες του χρησιμοποιούμενου λιπαντικού, η ταχύτητα περιστροφής του ρότορα κ.λπ.

Ακολούθως παρατίθεται η αριθμητική εκτίμηση των ίδιων μεγεθών και γίνεται σύγκριση με τα αποτελέσματα του Κεφαλαίου 2.

##### 4.1.1.1 Απλό ωστικό έδρανο: Αναλυτική προσέγγιση

Προκειμένου επιβεβαιωθεί η ορθότητα των αποτελεσμάτων των αριθμητικών εργαλείων που χρησιμοποιήθηκαν, γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων επίλυσης ενός απλού εδράνου μέσω των εξισώσεων Reynolds με τα αποτελέσματα που ελήφθησαν με χρήση του προγράμματος ANSYS CFX για την ίδια γεωμετρία και συνθήκες λειτουργίας.

Η γεωμετρία που εξετάζεται είναι η απλοποιημένη θεώρηση ενός εκ των πελμάτων ενός εδράνου ώσης. Η γεωμετρία αντικαθίσταται από το δισδιάστατο ισοδύναμό της, δηλαδή ένα κανάλι που προκύπτει από την τομή του εδράνου με τον ομόκεντρο κύλινδρο που περνά από τη μέση ακτίνα του (Σχήμα 19).

Εδώ, υπολογίζονται τα χαρακτηριστικά μεγέθη λειτουργίας για κλίση του εδράνου ίση με  $k=1.55$ , τιμή για την οποία προκύπτει ο μικρότερος δυνατός συντελεστής τριβής σύμφωνα με τις εξισώσεις Reynolds. Τα μεγέθη που παρουσιάζονται είναι αδιάστατα. Σύμφωνα με το [1] οι σχέσεις που μπορούν να χρησιμοποιηθούν είναι:

Για την ικανότητα παραλαβής φορτίου:

$$W^* = \frac{1}{k^2} \left( -\ln(k+1) + \frac{2k}{(k+2)} \right) = 0.157 \quad (74)$$

Για την ανθιστάμενη δύναμη τριβής:

$$F^* = \frac{6}{k+2} - 4 \ln \frac{(k+1)}{k} = 0.7256 \quad (75)$$

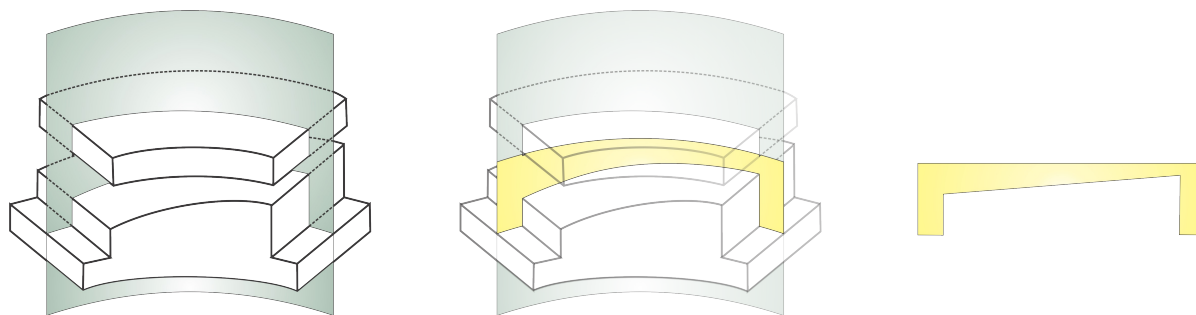
Για τον συντελεστή τριβής:



$$f = k \left[ \frac{3k - 2(k+2)\ln(k+1)}{6k - 3(k+2)\ln(k+1)} \right] = 4.6224 \quad (76)$$

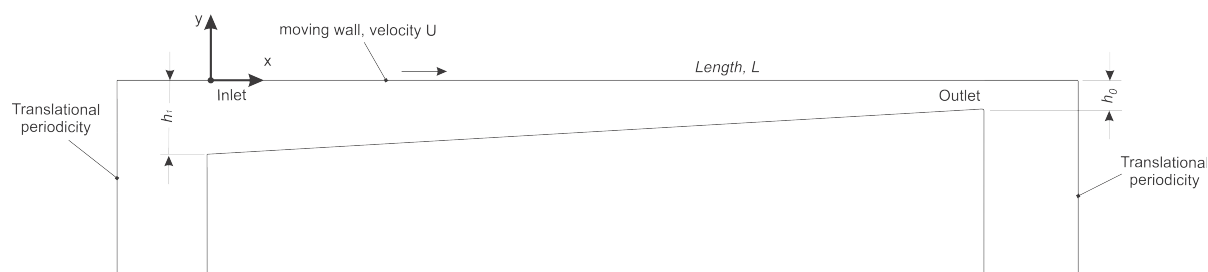
#### 4.1.1.2 Απλό ωστικό έδρανο: Αριθμητική επίλυση

Όπως και προηγουμένως θα γίνει μοντελοποίηση του εδράνου στις δύο διαστάσεις (μήκος, πάχος λιπαντικού), θεωρούμε δηλαδή έδρανο απείρου πλάτους. Το κανάλι αυτό έχει προκύψει από την κατακόρυφη τομή του πραγματικού εδράνου στη μέση ακτίνα του (βλ. Σχήμα 19).



Σχήμα 19: Σχηματική αναπαράσταση του απλοποιημένου χωρίου ροής σε πέγμα εδράνου ώσης.

Το έδρανο που χρησιμοποιείται ως έδρανο αναφοράς προέρχεται από την εργασία [3]. Για το συγκεκριμένο έδρανο, παρουσιάζονται συγκεντρωτικά τα χαρακτηριστικά του στον Πίνακα 5.



Σχήμα 20: Οριακές συνθήκες για το δισδιάστατο μοντέλο εδράνου με λεία κεκλιμένη επιφάνεια

Οι υπολογισμοί των των μεγεθών του Πίνακα 6 πραγματοποιήθηκαν με τη βοήθεια του προγράμματος CFD ANSYS CFX. Η επίλυση αυτή έλαβε υπόψη το πραγματικό πρόβλημα της ροής μέσα στο κανάλι, χωρίς να επιβληθούν οι περιορισμοί 2, 5 και 6 που αναφέρθηκαν στην παράγραφο 2.2.1.1.

Χαρακτηριστικά 3D γεωμετρίας	
Εσωτερική διάμετρος εδράνου	$D_i=100 [mm]$
Εξωτερική διάμετρος εδράνου	$D_o=200 [mm]$
Αριθμός πελμάτων	$n_p=8$
Ταχύτητα περιστροφής	$N=2500 [RPM]$
Βάθος αυλάκωσης	$G_d=1.5 [mm]$
Μήκος αυλάκωσης	$G_l=10 [mm]$
Χαρακτηριστικά 2D γεωμετρίας	
Μήκος εδράνου	$L=50 [mm]$
Ελάχιστο πάχος λιπαντικού	$h_0=50 [\mu m]$
Μέση γραμμική ταχύτητα κίνησης ρότορα	$U=12 [m/s]$
Ιδιότητες Λιπαντικού	
Δυναμικό ιξώδες	$\nu=0.037 [Pa s]$
Πυκνότητα	$\rho=1041 [kg/m^3]$

Πίνακας 5: Συγκεντρωτικός πίνακας γεωμετρικών χαρακτηριστικών και χαρακτηριστικών λειτουργίας του εδράνου αναφοράς.

Για τον υπολογισμό της απόκρισης του εδράνου με χρήση του κώδικα ANSYS CFX πραγματοποιήθηκαν τα παρακάτω βήματα:

- Ορισμός της γεωμετρίας του εδράνου με χρήση αναπαράστασης μέσω CAD
- Δημιουργία υπολογιστικού πλέγματος
- Εισαγωγή κατάλληλων οριακών και αρχικών συνθηκών (βλ. Σχήμα 20, θεωρήθηκε ότι για τη ροή στο έδρανο ο αριθμός Reynolds είναι  $Re=1$ )
- Επίλυση των εξισώσεων Navier - Stokes στον χρόνο και σύγκλιση στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας
- Μετεπεξεργασία των αποτελεσμάτων και υπολογισμός των μεγεθών ενδιαφέροντος

(αξονικό φορτίο, δύναμη τριβής, συντελεστής τριβής)

Από την παραπάνω επίλυση προέκυψαν οι ακόλουθες τιμές για τις αδιάστατες μεταβλητές ενδιαφέροντος του απλού συγκλίνοντος καναλιού οι οποίες παρουσιάζονται στον Πίνακα 6.

	Εξ. Reynolds	CFD	Διαφορά %
$W^*$	0.157	0.1572	0.12
$F^*$	0.7256	0.729	0.46
$f^*$	4.6224	4.636	0.29

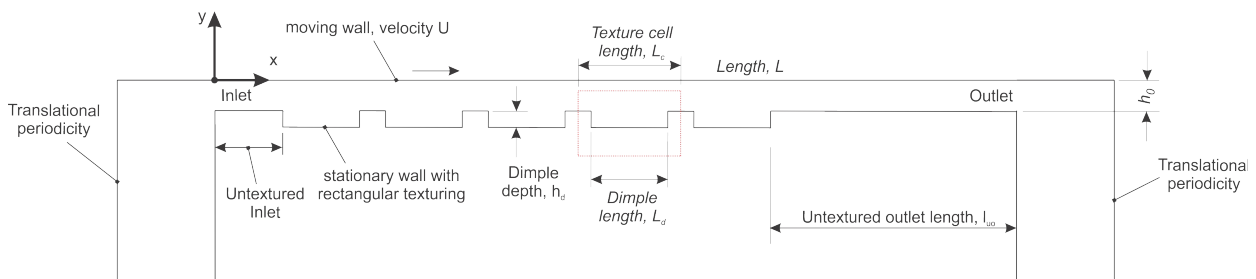
Πίνακας 6: Αδιάστατες τιμές της ικανότητας παραλαβής φορτίου, της ανθιστάμενης δύναμης τριβής και του συντελεστή τριβής, όπως υπολογίστηκαν με χρήση των εξισώσεων Reynolds και με χρήση του προγράμματος ANSYS CFX, για έδρανο δύο διαστάσεων.

Όπως είναι εμφανές, οι τιμές που υπολογίστηκαν με χρήση του ANSYS CFX είναι πολύ κοντά με εκείνες που υπολογίστηκαν με χρήση των σχέσεων που προέκυψαν από τη λύση της εξίσωσης Reynolds. Οι μικροδιαφορές πρέπει να αποδοθούν κυρίως στις παραδοχές της εξίσωσης Reynolds (αμελητέοι όροι αδρανείας).

#### 4.1.2 Ωστικό έδρανο με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα σε τμήμα της επιφάνειας του πέλματος

Στο πλαίσιο της προσπάθειας για βελτίωση των χαρακτηριστικών λειτουργίας των εδράνων έχουν αναπτυχθεί διάφορες τεχνολογίες επιφανειακής κατεργασίας οι οποίες με κατάλληλη εφαρμογή μπορούν να οδηγήσουν σε βελτιωμένα χαρακτηριστικά λειτουργίας.

Μια μελέτη βελτιστοποίησης των χαρακτηριστικών της τραχύτητας σε δισδιάστατα ωστικά έδρανα παρουσιάστηκε στην εργασία [4]. Στην εργασία αυτή, όπως και στην παρούσα, το έδρανο μοντελοποιείται ως κανάλι δύο διαστάσεων, αποτελούμενο από ένα κινούμενο (ρότορας) και ένα ακίνητο τοίχωμα (στάτορας). Το κινούμενο τοίχωμα υποτίθεται λείο ενώ τμήμα του ακίνητου τοιχώματος διαθέτει περιοδικές εσοχές με ορθογωνική διαμόρφωση, όπως εικονίζεται στο Σχήμα 21.



Σχήμα 21: Δισδιάστατη αναπαράσταση καναλιού με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα σε τμήμα του στάτορα

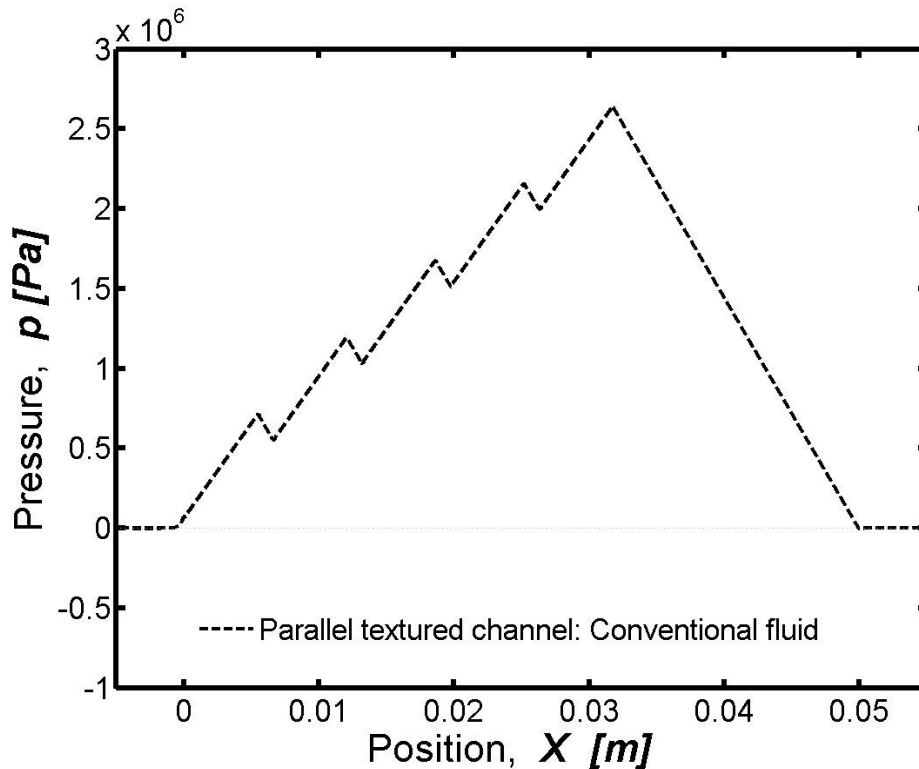
Με κατάλληλη επιλογή της θέσης, και της γεωμετρίας της επιφανειακής τραχύτητας είναι δυνατόν να επιτύχουμε σημαντική βελτίωση της ικανότητας παραλαβής φορτίου ενός εδράνου. Οι παράμετροι που εξετάστηκαν στην εργασία [4] για διάφορους αριθμούς εσοχών ήταν το μήκος του στάτορα χωρίς τραχύτητα,  $l_{uo}$ , και το βάθος των κοιλοτήτων,  $h_d$ . Η πυκνότητα των κοιλοτήτων,  $\rho_T$ , θεωρήθηκε δεδομένη.

Οι παράμετροι αυτές χρησιμοποιήθηκαν στην εν λόγω εργασία και ως παράμετροι βελτιστοποίησης. Με τον τρόπο αυτό εξετάστηκε ένα ευρύ φάσμα διαφορετικών γεωμετριών. Η προσομοίωση της ροής βασίστηκε στην επίλυση των εξισώσεων Navier-Stokes για ασυμπίεστη και ισόθερμη ροή.

Μετά την ολοκλήρωση της βελτιστοποίησης εξήχθη το συμπέρασμα πως με τη διάταξη αυτή μπορούν να επιτευχθούν υψηλότερα επίπεδα φέρουσας ικανότητας σε δύναμη σε σύγκριση με το απλό έδρανο χωρίς διαμόρφωση. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός πως επιτυγχάνεται ικανοποιητική τιμή της ικανότητας παραλαβής φορτίου ακόμα και στην περίπτωση όπου έχουμε έδρανο με μηδενική (ή και αρνητική) κλίση μεταξύ κινούμενης και ακίνητης επιφάνειας.

#### 4.1.2.1 Αριθμητική επίλυση του προβλήματος ρευστοδυναμικής σε παράλληλο έδρανο με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα σε τμήμα της επιφάνειας του πέλματος

Μετά την πραγματοποίηση της επίλυσης για το παράλληλο έδρανο με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα οδηγηθήκαμε στην ακόλουθη κατανομή πίεσης κατά μήκος του καναλιού.



Σχήμα 22: Κατανομή της πίεσης κατά μήκος του εδράνου με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα.  $h_{min}=5 \cdot 10^{-6} [m]$ ,  $l_{uo}=0.364$ ,  $h_d=0.695$ ,  $N=5$ .

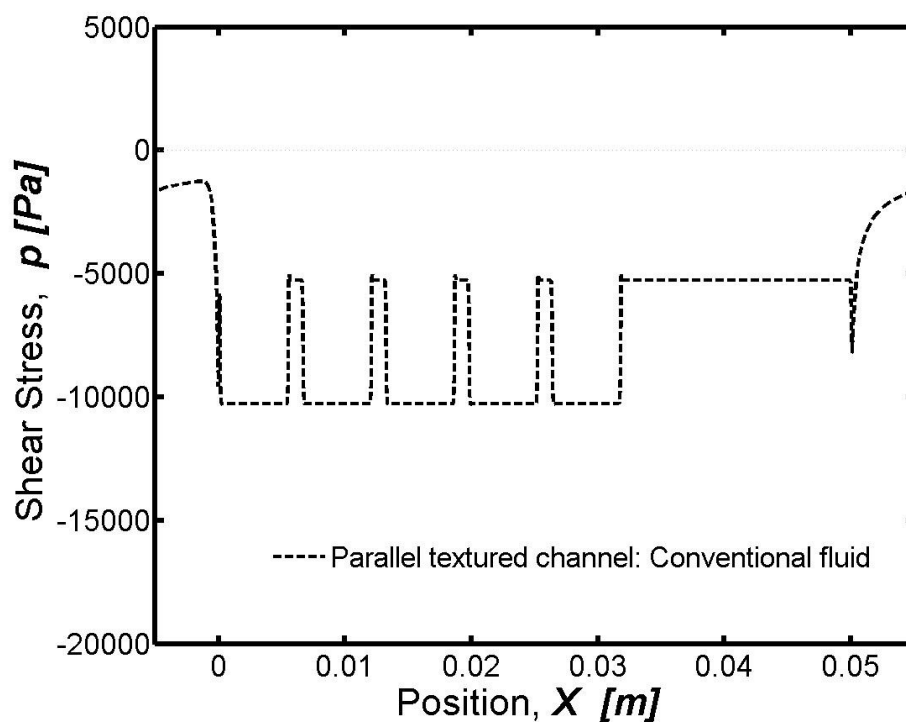
Σε αντίθεση με το παράλληλο έδρανο με λεία επιφάνεια στάτορα και ρότορα, παρατηρούμε ότι η εισαγωγή της τεχνητής επιφανειακής τραχύτητας είναι σε θέση να οδηγήσει σε αύξηση της πίεσης στο εσωτερικό του καναλιού.

Στον Πίνακα 7 συνοψίζονται τα υπολογισθέντα μεγέθη ενδιαφέροντος του συγκεκριμένου εδράνου.

Ωστικό φορτίο (ικανότητα παραλαβής φορτίου), $W$	33440 [N/m]
Δύναμη τριβής, $F$	198 [N/m]
Συντελεστής τριβής, $f$	$5.96 \cdot 10^{-3}$

Πίνακας 7: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων για το έδρανο με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα,  $h_{min}=5 \cdot 10^{-6}$  [m],  $l_{uo}=0.364$ ,  $h_d=0.695$ ,  $N=5$ .

Η αντίστοιχη κατανομή για τις διατμητικές τάσεις κατά μήκος του καναλιού παρουσιάζεται στο Σχήμα 23.



Σχήμα 23: Κατανομή των διατμητικών τάσεων κατά μήκος του στάτορα με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα.  $h_{min}=5 \cdot 10^{-6}$  [m],  $l_{uo}=0.364$ ,  $k=0$ ,  $h_d=0.695$ ,  $N=5$ .

Το μέτρο των διατμητικών τάσεων παρουσιάζει αύξηση στο εσωτερικό των εσοχών, γεγονός που οδηγεί σε μεγαλύτερες τριβές λειτουργίας του εδράνου για ίδια ικανότητα παραλαβής φορτίου σε σχέση με το έδρανο με λεία κεκλιμένη επιφάνεια.

Αργότερα, τα διαγράμματα αυτά θα αντιπαρατεθούν με την περίπτωση όπου το λιπαντικό μέσο παρουσιάζει μεταβολή του ιξώδους του κατά μήκος του καναλιού.

#### 4.1.3 Ωστικό έδρανο με υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του πέλματος

Μια ακόμα μετατροπή που μπορεί να οδηγήσει σε σημαντικές βελτιώσεις της τριβολογικής συμπεριφοράς ενός εδράνου είναι η χρήση υδροφοβικών επιφανειών.

##### 4.1.3.1 Υδροφοβικότητα – Συνθήκη μη ολίσθησης

Η παρατήρηση έδειξε πως υπάρχουν επιφάνειες οι οποίες είναι εξαιρετικά δύσκολο να διαβραχούν, παρουσιάζουν δηλαδή εξαιρετικά χαμηλή τριβή ολίσθησης ως προς κινούμενο σε αυτές ρευστό. Χαρακτηριστικό είναι το παράδειγμα των φύλλων του λωτού, πάνω στα οποία οι σταγόνες νερού κινούνται χωρίς να αφήνουν ίχνη. Οι επιφάνειες αυτές ονομάζονται υδροφοβικές.

Η έρευνα του φαινομένου οδήγησε στο συμπέρασμα πως για τη συμπεριφορά αυτή ευθύνεται η νανοδομή της επιφάνειας των φύλλων του λωτού. Είναι πλέον δυνατόν, με ειδική επεξεργασία να δημιουργήσουμε εργαστηριακά υδροφοβικές επιφάνειες, με απώτερο σκοπό τη χρήση τους στη βιομηχανία.

Μια ένδειξη του πόσο υδροφοβική είναι μια επιφάνεια είναι η μορφή που αποκτά μια σταγόνα όταν αφεθεί πάνω στην επιφάνεια. Οι υδροφοβικές επιφάνειες χαρακτηρίζονται από μεγάλες τιμές της γωνίας επαφής (contact angle) μεταξύ της σταγόνας και της επιφάνειας.

Η χρήση της συνθήκης ολίσθησης (slip condition), όπως έχει ονομαστεί στη βιβλιογραφία, μεταφράζεται μακροσκοπικά σε μια τροποποίηση των οριακών συνθηκών του ροϊκού προβλήματος. Έως τώρα υποθέταμε πως το ρευστό έχει ταχύτητα ίδια με αυτή των συνόρων σε κάθε σημείο επαφής με στερεό σύνορο. Στην περίπτωση υδροφοβικών συνόρων, η ταχύτητα του ρευστού είναι διαφορετική από αυτή του συνόρου και μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση (77), [5].

$$u_s = (\tau - \tau_c) \cdot \frac{b}{\eta} \quad (77)$$

Όπου:  $\tau$ : η διατμητική τάση του ρευστού στη διεπιφάνεια ρευστού - στερεού

$\tau_c$ : η κρίσιμη τιμή της διατμητικής τάσης πάνω από την οποία εμφανίζεται ολίσθηση (στην προκειμένη περίπτωση θεωρήθηκε ίση με το 0), δηλαδή οσοδήποτε μικρή τάση οδηγεί σε ολίσθηση του ρευστού

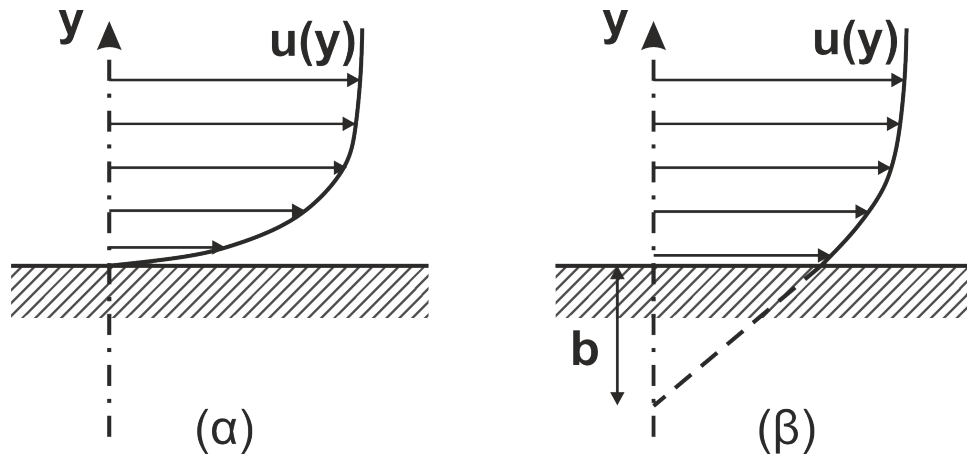
$\eta$ : το ιξώδες του ρευστού

$b$ : το μήκος ολίσθησης (slip length)

Το μήκος ολίσθησης είναι ένα χαρακτηριστικό μέγεθος μιας επιφάνειας, και δείχνει πόσο

ολίσθηρή είναι αυτή κατά την αλληλεπίδραση με κάποιο ρευστό. Συγκεκριμένα είναι η απόσταση κάτω από την επιφάνεια του συνόρου στην οποία θα μηδενιζόταν η τιμή της ταχύτητας του ρευστού, αν υποθέταμε γραμμική μείωσή της με ρυθμό μείωσης ίσο με την παράγωγο της ταχύτητας στο σύνορο (Σχήμα 24). Για να υπολογιστεί αριθμητικά η ταχύτητα ολίσθησης είναι απαραίτητες επαναλήψεις κατά την επίλυση, μια και αυτή εξαρτάται από την τιμή της διατμητικής δύναμης στο ίδιο σημείο.

Σε ένα έδρανο ώσης, η εισαγωγή υδροφοβικής επιφάνειας αποδεικνύεται ευεργετική. Ο σχεδιασμός συνίσταται στο να διαμορφωθεί καταλλήλως τμήμα του στάτορα από την είσοδο στο κανάλι έως κάποιο ποσοστό του συνολικού μήκους, ενώ το υπόλοιπο να παραμείνει μη υδροφοβικό, όπως και στα συμβατικά έδρανα.



Σχήμα 24: Προφίλ ταχύτητας κοντά σε διεπιφάνεια στερεού – ρευστού με (α) συνθήκη μη ολίσθησης, και (β) συνθήκη ολίσθησης με μήκος ολίσθησης  $b$ .

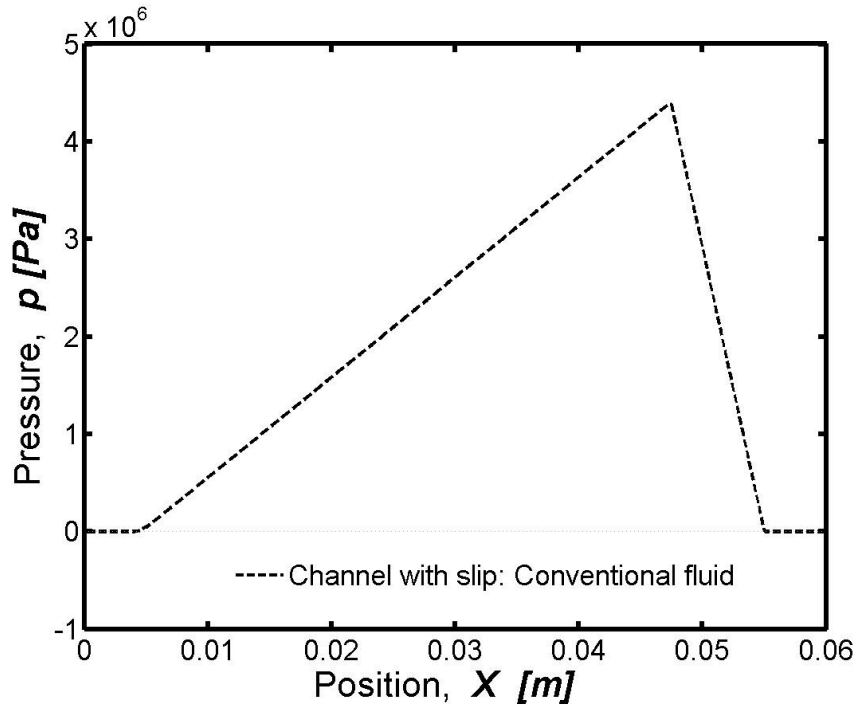
#### 4.1.3.2 Αριθμητική επίλυση του προβλήματος ρευστοδυναμικής σε έδρανο με υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του πέλματος

Η αριθμητική επίλυση για τη βέλτιστη τιμή συντελεστή τριβής που μπορεί να προκύψει για έδρανο με υδροφοβική επιφάνεια σε τμήμα του στάτορα οδηγεί στις κατανομές πίεσης και διατμητικών τάσεων που παρουσιάζονται στα σχήματα 25 και 26 αντίστοιχα.

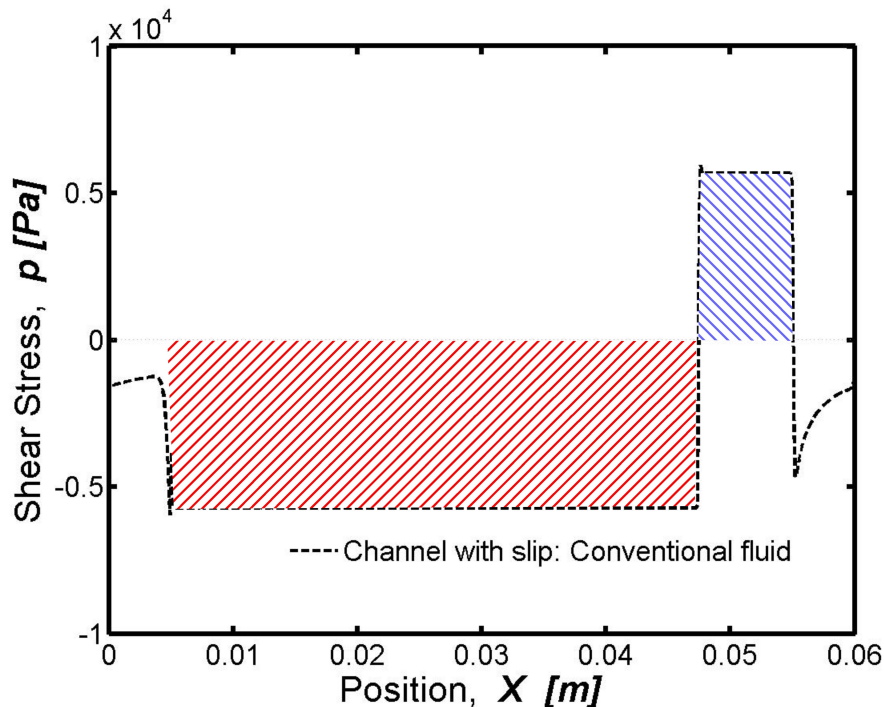
Η εισαγωγή υδροφοβικότητας στο πρώτο κομμάτι του καναλιού διευκολύνει το ρευστό κατά την είσοδό του στο κανάλι. Στη συνέχεια η υδροφοβικότητα αφαιρείται και δυσχεραίνεται η έξοδος του από αυτό. Ο συνδυασμός οδηγεί σε ανάπτυξη πίεσης στο εσωτερικό του καναλιού.

Τα επίπεδα τριβής στο τμήμα της επιφάνειας που διαθέτει υδροφοβικότητα είναι πολύ μικρά. Προς το τέλος του καναλιού, όπου δεν υπάρχουν πλέον υδροφοβικές ιδιότητες, το ρευστό αναγκάζεται να “φρενάρι” δημιουργώντας μια τάση κατά τη φορά της κίνησής του. Οι θετικές αυτές τιμές διατμητικής τάσης οδηγούν σε ακόμη πιο μικρή τιμή ανθιστάμενης δύναμης τριβής. Στον Πίνακα 8 συνοψίζονται τα μεγέθη ενδιαφέροντος του συγκεκριμένου μοντέλου.

Στην επόμενη ενότητα τα παραπάνω αποτελέσματα θα συγκριθούν με αντίστοιχα για χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες.



Σχήμα 25: Έδρανο με υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του πέλματος: Κατανομή πίεσης κατά μήκος του ρότορα. (μήκος στάτορα με υδροφοβικότητα ίσο με το 85% του συνολικού μήκους του, μήκος ολίσθησης δεκαπλάσιο του ελάχιστου πάχους του λιπαντικού, μηδενικός λόγος σύγκλισης).



Σχήμα 26: Έδρανο μη υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του πέλματος: Κατανομή διατμητικών τάσεων κατά μήκος του ρότορα. (μήκος στάτορα με υδροφοβικότητα ίσο με το 85% του συνολικού μήκους του, μήκος ολίσθησης δεκαπλάσιο του ελάχιστου πάχους του λιπαντικού, μηδενικός λόγος σύγκλισης).



Ωστικό φορτίο (ικανότητα παραλαβής φορτίου), $W$	110800 [N/m]
Δύναμη τριβής, $F$	200 [N/m]
Συντελεστής τριβής, $f$	$1.80 \cdot 10^{-3}$

Πίνακας 8: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων για το έδρανο με υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του στάτορα.  $h_{min}=5 \cdot 10^{-6}$  [m],  $l_s=0.85$ ,  $k=0$ .

## 4.2 Ωστικό έδρανο με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες

Στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας θα εισάγουμε μια νέα θεώρηση, με σκοπό να πετύχουμε κάποια ουσιαστική μείωση του συντελεστή τριβής ενός εδράνου ώσης. Εδώ θα μελετήσουμε μια διάταξη, η οποία χαρακτηρίζεται από χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες.

### 4.2.1 Βασικές παράμετροι σχεδίασης

Προκειμένου να διαπιστώσουμε αν η προτεινόμενη σχεδίαση οδηγεί στο επιθυμητό αποτέλεσμα, θα θεωρήσουμε διάταξη με γεωμετρία και χαρακτηριστικά λειτουργίας ίδια με αυτά που χρησιμοποιήθηκαν στην παράγραφο 4.1.1.2.

#### 4.2.1.1 Αδιάστατο μήκος τροποποιημένου ιξώδους (length of altered viscosity, $l_v$ )

Για τη γεωμετρία του εδράνου θα υποτεθεί πως (με κάποια παρέμβαση) μπορεί να επιτευχθεί αλλαγή του ιξώδους του λιπαντικού στην περιοχή από την είσοδο στο έδρανο, έως και ένα ποσοστό του μήκους του. Το ποσοστό αυτό ορίζεται ως:

$$l_v = \frac{L_v}{L}, \quad 0 \leq l_v \leq 1 \quad (78)$$

όπου:  $L_v$  είναι το πραγματικό μήκος του καναλιού για το οποίο έχουμε την αλλαγή στην τιμή του ιξώδους

Το μέγεθος αυτό εκφράζει το ποσοστό του συνολικού μήκους του καναλιού, ξεκινώντας από την είσοδο, για το οποίο επιτυγχάνεται τροποποίηση της τιμής του ιξώδους. Αργότερα, το μέγεθος αυτό θα αποτελέσει παράμετρο σχεδίασης στο πλαίσιο υπολογισμών βελτιστοποίησης.

#### 4.2.1.2 Μέτρο αλλαγής του ιξώδους (Viscosity ratio, $a$ )

Η μεταβολή του ιξώδους ανάγεται ως προς το ιξώδες αναφοράς του ρευστού. Ιξώδες αναφοράς ονομάζουμε την τιμή ιξώδους που το λιπαντικό έχει χωρίς να υποβληθεί σε κάποια εξωτερική διέγερση. Στην προκειμένη περίπτωση έγινε χρήση ενός λιπαντικού με τιμή αναφοράς ιξώδους  $\eta_{base}=0.037$  [Pa s]. Για να προσδιορίσουμε το πόσο έχει αλλάξει η τιμή του ιξώδους μετά την τροποποίηση ορίζουμε τον ακόλουθο λόγο

$$a = \frac{\eta_{altered}}{\eta_{base}} \quad (79)$$

Αργότερα, το μέγεθος αυτό θα αποτελέσει παράμετρο βελτιστοποίησης.

Υπενθυμίζεται ότι, όπως και προηγουμένως, το κανάλι αποτελεί την τομή ενός επιπέδου που βρίσκεται στη μέση ακτίνα, με τη γεωμετρία του εδράνου. Η ισοδύναμη ταχύτητα κίνησης της άνω επιφάνειας θεωρείται ίση με 12 [m/s], όση δηλαδή και η γραμμική ταχύτητα κίνησης του ρότορα στη μέση ακτίνα του εδράνου (βλ. Σχήμα 19). Οι οριακές συνθήκες του προβλήματος θεωρούνται απολύτως ίδιες με εκείνες της παραγράφου 4.1.1.2.

#### 4.2.2 Έδρανο με συνδυασμό υδροφοβικότητας σε τμήμα του πέλματος και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες – Παράμετροι σχεδίασης

##### 4.2.2.1 Μήκος πέλματος με υδροφοβικές ιδιότητες

Το παρόν μοντέλο αποτελεί επέκταση του μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε στην παράγραφο 4.1.3 με την προσθήκη της δυνατότητας λίπανσης με λιπαντικό που έχει χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες. Για τον πλήρη ορισμό το εδράνου θα χρειαστεί να εισαγάγουμε μια ακόμη μεταβλητή.

$$l_s = \frac{L_s}{L}, \quad 0 \leq l_s \leq 1 \quad (80)$$

όπου:  $L_s$  είναι το πραγματικό μήκος του καναλιού για το οποίο έχουμε την εφαρμογή της υδροφοβικής επιφάνειας.

Το μέγεθος αυτό εκφράζει το ποσοστό του συνολικού μήκους του καναλιού, ξεκινώντας από την είσοδο, για το οποίο θα έχουμε διαμορφώσει την επιφάνεια έτσι ώστε να αποκτήσει υδροφοβικά χαρακτηριστικά. Αργότερα, το μέγεθος αυτό θα αποτελέσει παράμετρο βελτιστοποίησης.

##### 4.2.2.2 Άλλες παράμετροι σχεδίασης

Εκτός του μήκους εφαρμογής της υδροφοβικότητας, οι υπόλοιπες παράμετροι βελτιστοποίησης είναι η κλίση του εδράνου,  $k$ , το μήκος εφαρμογής διαφοροποιημένου ιξώδους,  $l_v$ , και ο λόγος αλλαγής του ιξώδους,  $a$ .

#### 4.2.3 Έδρανο με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα σε τμήμα του πέλματος και λιπαντικό με χωρικά μεταβλητό ιξώδες – Παράμετροι σχεδίασης

##### 4.2.3.1 Βάθος τεχνητής τραχύτητας ( Dimple Height, $h_d$ )

Το βάθος της τεχνητής τραχύτητας εισάγεται στη διαδικασία βελτιστοποίησης αδιαστατοποιημένο ως προς το ελάχιστο πάχος του λιπαντικού,  $h_0$  ως:

$$h_d = \frac{H_d}{h_0} \quad (81)$$

όπου:  $H_d$  είναι το πραγματικό βάθος της δημιουργούμενης εσοχής

#### 4.2.3.2 Μήκος τμήματος στην έξοδο χωρίς τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα (non-dimensional Untextured Outlet Length, $l_{uo}$ )

Ένας άλλος παράγοντας που έχει αποδειχθεί πως επηρεάζει τόσο την ικανότητα παραλαβής φορτίου όσο και την τριβή του εδράνου είναι το μήκος του εδράνου που δεν έχει υποστεί επεξεργασία δημιουργίας τεχνητής τραχύτητας. Το μέγεθος αυτό εκφράζεται παρομοίως αδιάστατο συναρτήσει του συνολικού μήκους του καναλιού,  $L$ .

$$l_{uo} = \frac{L_{uo}}{L} \quad (82)$$

όπου:  $L_{uo}$  είναι το πραγματικό μήκος μη κατεργασμένης επιφάνειας στο τέλος του καναλιού

#### 4.2.3.3 Άλλες παράμετροι σχεδίασης

Οι υπόλοιπες παράμετροι σχεδίασης του προβλήματος είναι αυτές που σχετίζονται με την επιβολή του μεταβλητού ιξώδους, συγκεκριμένα το μήκος εφαρμογής διαφοροποιημένου ιξώδους,  $l_v$ , και ο λόγος αλλαγής του ιξώδους,  $a$ .

### 4.3 Βελτιστοποίηση χαρακτηριστικών λειτουργίας ωστικών εδράνων

Στις προηγούμενες παραγράφους περιγράφηκαν τρεις διαφορετικές διατάξεις εδράνων:

- (a) με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες ρότορα – στάτορα και λίπανση με λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες
- (b) με παράλληλες επιφάνειες ρότορα – στάτορα, με τμήμα του στάτορα με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα ορθογωνικής διατομής και λίπανση με λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες
- (c) με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες ρότορα – στάτορα, με τμήμα του στάτορα με υδροφοβικές ιδιότητες και λίπανση με λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες

Για καθεμία από τις τρεις διατάξεις ορίστηκαν οι βασικές παράμετροι σχεδίασης. Το ερώτημα που ανακύπτει πλέον είναι ποιος είναι ο συνδυασμός των μεταβλητών αυτών που οδηγεί σε βέλτιστη τιμή για κάποιο από τα χαρακτηριστικά λειτουργίας του κάθε εδράνου. Για το απλό έδρανο χωρίς χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες γνωρίζουμε μέσω των αναλυτικών εκφράσεων που εξήχθησαν πως η βέλτιστη (χαμηλότερη) τιμή για τον αδιάστατο συντελεστή τριβής που μπορούμε να επιτύχουμε είναι ίση με

$$f^* = 4.6224 \Rightarrow f = \frac{f^* \cdot h_0}{L} = 0.0046224 \quad (83)$$

η οποία προκύπτει για κλίση  $k=1.55$  όπως επισημάνθηκε και σε προηγούμενη ενότητα.

Για περιπτώσεις εδράνων με πολλές παραμέτρους σχεδίασης, ο βέλτιστος συνδυασμός παραμέτρων δεν είναι πάντοτε εύκολο να βρεθεί, μια και οι πιθανοί συνδυασμοί είναι αναρίθμητοι. Επιπλέον η αναλυτική έκφραση και επίλυση του προβλήματος καθίσταται εξαιρετικά δύσκολη σε προβλήματα με περίπλοκη γεωμετρία, ή σε περιπτώσεις που δεν

επιθυμούμε την εισαγωγή επιπλέον απλοποιητικών παραδοχών στις εξισώσεις διατήρησης.

Είναι λοιπόν σκόπιμο να αναπτυχθεί κάποια συστηματική υπολογιστική διαδικασία βελτιστοποίησης, η οποία να οδηγεί στην τιμή του τελικού βέλτιστου, και στον αντίστοιχο συνδυασμό των μεταβλητών σχεδίασης.

### 4.3.1 Αλγόριθμος βελτιστοποίησης

Γενικά κάθε πρόβλημα βελτιστοποίησης χαρακτηρίζεται από τα ακόλουθα:

- ένα διάνυσμα μεταβλητών σχεδίασης  $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_N)$  που εμπεριέχει τις παραμέτρους εισόδου του προβλήματος
- για τις παραπάνω μεταβλητές ένα διάνυσμα  $\vec{g}(\vec{x})$  με  $k$  διαφορετικούς περιορισμούς
- ένα διάνυσμα  $\vec{F}(\vec{x})$ , το οποίο εμπεριέχονται τις αντικειμενικές συναρτήσεις  $(f_1(\vec{x}), \dots, f_M(\vec{x}))$ , προς ελαχιστοποίηση ή μεγιστοποίηση

Όλα τα παραπάνω συνοψίζονται στη μαθηματική έκφραση:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \vec{F}(\vec{x}) = (f_1(\vec{x}), \dots, f_M(\vec{x}))^T \\ \vec{x} \in X = \{\vec{x} \in \mathbb{R}^N\} \\ \vec{g}(\vec{x}) \leq 0, \quad (g_1(\vec{x}), \dots, g_k(\vec{x})) \end{array} \right. \quad (84)$$

Οι μέθοδοι βελτιστοποίησης διακρίνονται σε δύο βασικές κατηγορίες ανάλογα με τον τρόπο που λειτουργούν: στις αιτιοκρατικές (deterministic) και στις στοχαστικές (stochastic). Αιτιοκρατικές είναι οι μέθοδοι οι οποίες κάνουν χρήση της έκφρασης της παραγώγου της αντικειμενικής συνάρτησης, προκειμένου να πλησιάσουν βηματικά στη βέλτιστη τιμή της. Οι αιτιοκρατικές μέθοδοι οδηγούν πολύ γρήγορα στο βέλτιστο, αλλά έχουν το μειονέκτημα πως η διαδικασία μπορεί να τερματιστεί έχοντας εντοπίσει όχι το ολικό βέλτιστο, αλλά κάποιο τοπικό, ανάλογα με το σημείο που επιλέχθηκε για την έναρξη της διαδικασίας.

Οι στοχαστικές μέθοδοι έχουν το χαρακτηριστικό ότι με τυχαίο, αλλά βασισμένο σε κάποιες αρχές, τρόπο διασπείρουν τις μεταβλητές σχεδίασης σε διάφορα σημεία του πεδίου ορισμού τους, αναζητώντας τη βέλτιστη τιμή των αντικειμενικών συναρτήσεων. Η σύγκλισή τους είναι αργή, αλλά χαρακτηρίζεται από μεγαλύτερη πιθανότητα εντοπισμού του βελτίστου του προβλήματος.

Για τις ανάγκες της παρούσας εργασίας έγινε χρήση στοχαστικής μεθόδου βελτιστοποίησης, και συγκεκριμένα των ενός εξελικτικού αλγορίθμου.

#### 4.3.1.1 Εξελικτικοί Αλγόριθμοι

Βασικό γνώρισμα των εξελικτικών ή γενετικών αλγορίθμων (EA) είναι ότι χειρίζονται *πληθυσμούς υποψηφίων λύσεων*, και όχι μεμονωμένες λύσεις ανά επανάληψη. Ακριβώς αυτός

είναι και ο λόγος για τον οποίο μετά την ολοκλήρωση της επίλυσής τους επιστρέφουν ένα σύνολο λύσεων. Η δυνατότητα αυτή των ΕΑ τους καθιστά χρήσιμο εργαλείο για την επίλυση προβλημάτων πολλαπλών στόχων.

Για την πραγματοποίηση της διαδικασίας βελτιστοποίησης οι γενετικοί αλγόριθμοι αντιγράφουν τον τρόπο με τον οποίο διατυπώθηκε η θεωρία της εξέλιξης από τον Δαρβίνο (ανήκουν δηλαδή στην ευρύτερη κατηγορία των βιομιμητικών μεθόδων).

Σύμφωνα με τη θεωρία του Δαρβίνου, άτομα τα οποία ανήκουν σε κάποιο πληθυσμό ανταγωνίζονται για την επιβίωσή τους. Τα επιτυχημένα άτομα κάποιας γενιάς έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα να οδηγηθούν στην αναπαραγωγή και να διαιωνιστούν. Αυτή η φυσική επιλογή σημαίνει πως μαζί με το άτομο επιβιώνουν και τα γονίδια εκείνα που του προσδίδουν τα χαρακτηριστικά του. Με την πάροδο των γενεών τα χαρακτηριστικά αυτά μεταφέρονται σε μεγαλύτερο αριθμό απογόνων. Ο συνδυασμός των γονιδίων από επιτυχημένους γονείς έχει αυξημένη πιθανότητα να οδηγήσει σε απόγονο με ακόμα καλύτερα χαρακτηριστικά από τους γονείς. Με τον τρόπο αυτόν οι οργανισμοί εξελίσσονται και προσαρμόζονται στο αντίστοιχο περιβάλλον. Το περιβάλλον στο οποίο οι οργανισμοί εκτίθενται παίζει πολύ σημαντικό ρόλο, καθώς καθορίζει ποια από τα χαρακτηριστικά θεωρούνται καλά και ποια όχι. Αν παραδείγματος χάριν υπάρχει κάποιος οργανισμός πολύ ανθεκτικός στη ζέστη, αλλά το περιβάλλον στο οποίο βρίσκεται είναι εξαιρετικά ψυχρό, τότε το πιο πιθανό είναι να επισκιαστεί από άλλους οργανισμούς κατά τη διαδικασία της εξέλιξης.

Τα χαρακτηριστικά που πρέπει να έχει ένας αλγόριθμος βελτιστοποίησης για να χαρακτηριστεί εξελικτικός είναι τα εξής:

- Να χρησιμοποιεί πληθυσμούς ατόμων και όχι μεμονωμένα άτομα.
- Η εξέλιξη του πληθυσμού από γενιά σε γενιά να βασίζεται στην αξιολόγηση των ατόμων με βάση κάποια συνάρτηση καταλληλότητας.
- Να λαμβάνει χώρα δυναμική διαδοχή πληθυσμών, με τη δημιουργία νέων ατόμων και εξαφάνιση άλλων με βάση την τιμή της συνάρτησης καταλληλότητας.
- Κατά την εξέλιξη από γενιά σε γενιά, να υπάρχει κληρονομικότητα χαρακτηριστικών από τους γονείς στους απογόνους, αλλά και στοχαστική εμφάνιση νέων χαρακτηριστικών (μέσω της διαδικασίας της μετάλλαξης).

Τα βασικά πλεονεκτήματα των ΕΑ που οδήγησαν στην ευρεία χρήση τους σε πολλές κατηγορίες προβλημάτων είναι τα εξής:

- Το ενδιαφέρον, μη αυστηρά μαθηματικό, υπόβαθρό τους.
- Η ευκολία με την οποία προσαρμόζονται σε κάθε νέο πρόβλημα με μόνη προϋπόθεση την ύπαρξη τρόπου αξιολόγησης κάθε υποψήφιας λύσης.
- Η δυνατότητά τους να μην εγκλωβίζονται εύκολα σε τοπικά ακρότατα.

Μειονέκτημα των εξελικτικών αλγορίθμων είναι ότι ο εντοπισμός της βέλτιστης λύσης απαιτεί συνήθως μεγάλο αριθμό αξιολογήσεων, γεγονός που είναι επαχθές όταν κάθε αξιολόγηση (όπως ο υπολογισμός του συντελεστή τριβής) γίνεται με χρονοβόρο λογισμικό

(όπως οι κώδικες υπολογιστικής ρευστοδυναμικής).

Κατά τη διαδικασία αναζήτησης της βέλτιστης λύσης από τον γενετικό αλγόριθμο, ένας πληθυσμός  $\mu$  υποψήφιας λύσεων (πληθυσμός γονέων) εξελίσσεται σε έναν πληθυσμό  $\lambda$  λύσεων (πληθυσμός απογόνων). Ο πληθυσμός των  $\lambda$  απογόνων είναι νέες λύσεις που προκύπτουν από τον πληθυσμό των γονέων, οι οποίες διαθέτουν ενδεχομένως καλύτερα χαρακτηριστικά από τις πρώτες. Από τους  $\lambda$  απογόνους, ανάλογα με την καταλληλότητα τους, θα διαμορφωθεί ο πληθυσμός των  $\mu$  γονέων της επόμενης γενιάς. Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται μέχρι να ικανοποιηθεί το επιλεγμένο κριτήριο σύγκλισης. Τα κριτήρια σύγκλισης μπορεί να είναι:

- Η επίτευξη ενός μέγιστου πλήθους αξιολογήσεων ή γενεών.
- Η μικρή μεταβολή των αντικειμενικών συναρτήσεων.
- Η ανάλωση του διαθέσιμου υπολογιστικού χρόνου.

Η παραπάνω διαδικασία θα περιγραφεί στη συνέχεια με περισσότερη λεπτομέρεια. Για κάθε γενιά, θεωρείται ότι υπάρχουν τρία διακριτά σύνολα ατόμων. Υπάρχει το σύνολο των γονέων  $S^{g,\mu}$  με  $\mu$  μέλη, το σύνολο των απογόνων  $S^{g,\lambda}$  με  $\lambda$  μέλη, και το σύνολο των επίλεκτων  $S^{g,e}$  με  $e$  μέλη. Στο τελευταίο σύνολο αποθηκεύονται οι καλύτερες (επίλεκτες) υποψήφιας λύσεις που έχουν προκύψει από την εξελικτική διαδικασία μέχρι τη συγκεκριμένη γενιά. Στο πλαίσιο του αλγορίθμου, χρησιμοποιούνται αυτούσια άτομα από το σύνολο αυτό για την ενίσχυση των καλών χαρακτηριστικών των γενεών. Η ενίσχυση αυτή ονομάζεται ελιτισμός. Κατά τον τερματισμό του αλγορίθμου λαμβάνονται οι βέλτιστες λύσεις.

### Πολυκριτηριακή Βελτιστοποίηση

Στη συνέχεια, θα επικεντρωθούμε στην ανάλυση προβλημάτων πολλαπλών στόχων. Για  $M$  στόχους, το πρόβλημα βελτιστοποίησης στοχεύει στην ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση των συνιστωσών της διανυσματικής αντικειμενικής συνάρτησης:

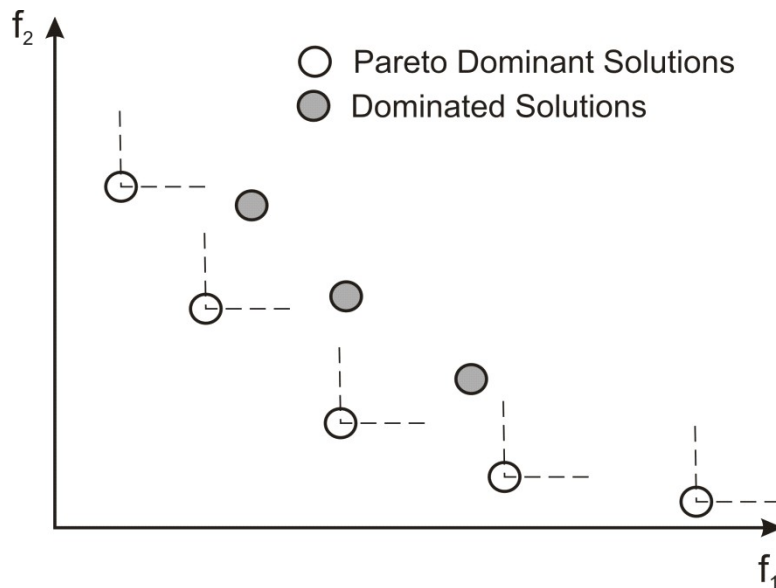
$$\vec{F}(\vec{x}), \vec{x} \in R^N, F: R^N \rightarrow R^M$$

Για την επίλυση τέτοιων προβλημάτων, χρησιμοποιείται η μέθοδος του μετώπου Pareto (Pareto Front) ή μετώπου μη κυριαρχούμενων λύσεων. Σε ένα σύνολο λύσεων (ατόμων) μια λύση χαρακτηρίζεται ως μη κυριαρχούμενη όταν κυριαρχεί έναντι όλων των υπολοίπων λύσεων, σύμφωνα με τον παρακάτω κανόνα:

Η λύση  $\vec{x}_1$  κυριαρχεί της λύσης  $\vec{x}_2$ , όταν και μόνο όταν ισχύει ότι  $F_m(\vec{x}_1) \leq F_m(\vec{x}_2), \forall m=1, \dots, N$  και συγχρόνως υπάρχει τουλάχιστον ένας στόχος από αυτούς (έστω ο  $k$ ) για τον οποίο η τελευταία σχέση ισχύει μόνο ως ανισότητα, δηλαδή  $F_k(\vec{x}_1) < F_k(\vec{x}_2)$ .

Για την περίπτωση δύο αντικειμενικών συναρτήσεων, ο αντίστοιχος διδιάστατος χώρος αυτών απεικονίζεται σχηματικά στο Σχήμα 27. Τα διανύσματα  $\vec{x}$  των μεταβλητών σχεδίασης

ανήκουν στο χώρο  $R^N$ . Στο σχήμα φαίνεται ξεκάθαρα η κυριαρχία των απεικονιζόμενων με άσπρο χρώμα λύσεων έναντι εκείνων με γκρι. Αντιστοίχως, σε ένα σύνολο διαθέσιμων λύσεων ενός προβλήματος, μπορούμε να ορίσουμε ως μέτωπο Pareto (Pareto Front) το υποσύνολο των μη κυριαρχούμενων λύσεων.



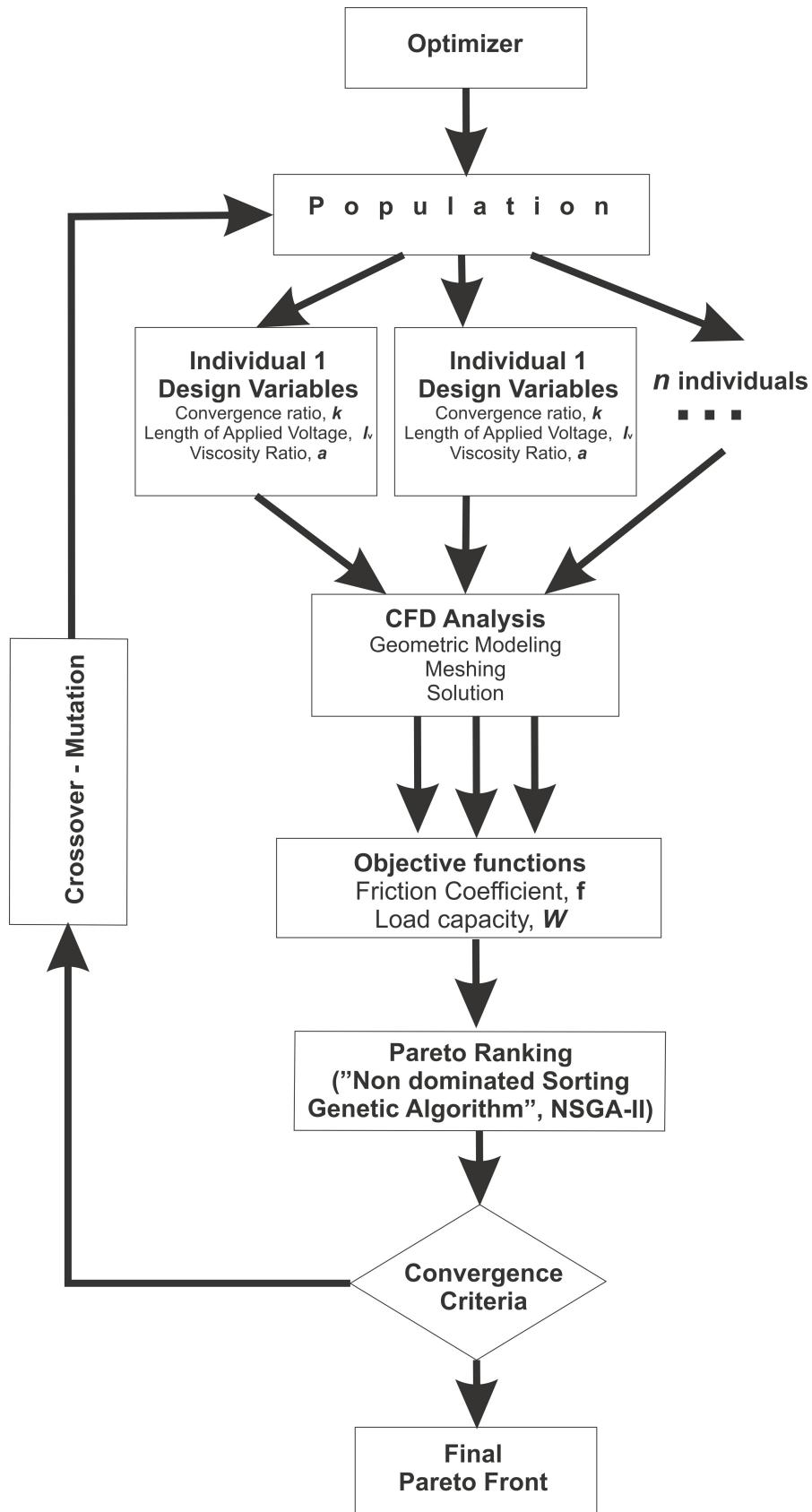
Σχήμα 27: Ποιοτική αναπαράσταση μετώπου Pareto σε πρόβλημα ελαχιστοποίησης δύο αντικειμενικών συναρτήσεων.

Εν γένει, δεν δύνανται να συγκριθούν δύο μέλη του μετώπου Pareto. Σε ένα πρόβλημα δύο στόχων, είναι αναμενόμενο μια λύση να υπερτερεί ως προς τον ένα στόχο και να υστερεί ως προς τον άλλο, ενώ μια άλλη λύση του προβλήματος να συμπεριφέρεται αντιστρόφως. Το Σχήμα 28 παρουσιάζει τον αλγόριθμο για ένα τυπικό πρόβλημα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης εδράνων.

#### 4.3.2 Βελτιστοποίηση εδράνου με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες

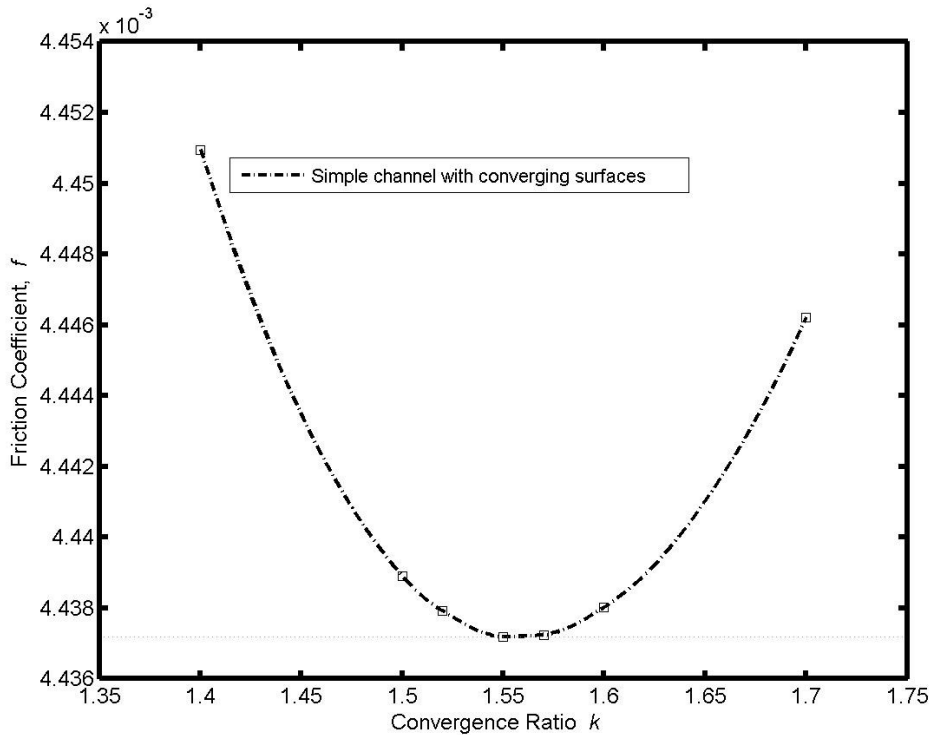
Για το απλό ωστικό έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες, όπως προείπαμε, δεν είναι απαραίτητη η χρήση κώδικα βελτιστοποίησης καθώς είναι σχετικά απλό να εκφράσουμε και να λύσουμε το πρόβλημα ελαχιστοποίησης του συντελεστή τριβής με τη βοήθεια αναλυτικών εκφράσεων. Γνωρίζουμε λοιπόν πως η βέλτιστη τιμή του συντελεστή τριβής θα προκύψει για κλίση του εδράνου ίση με 1.55. Η τιμή αυτή επαληθεύτηκε πραγματοποιώντας ανάλυση ευαισθησίας. Το αποτέλεσμα της επίλυσης απεικονίζεται παραστατικά στο Σχήμα 29.

Η βέλτιστη τιμή του συντελεστή τριβής στην παρούσα επίλυση αυτή είναι μικρότερη από την τιμή που είχε προκύψει για το κανάλι με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες στην παράγραφο 4.1.1.1. Η απόκλιση αυτή οφείλεται στην ελαφρώς διαφοροποιημένη γεωμετρία, καθώς στην τρέχουσα επίλυση έχουμε συμπεριλάβει και την επίδραση που έχει η ύπαρξη της αυλάκωσης πριν και μετά από κάθε πέλμα, η οποία υπάρχει για την τροφοδοσία λαδιού (βλ. Σχήμα 19).



Σχήμα 28: Σχηματική αναπαράσταση λογικής ροής εξελικτικού αλγορίθμου για την περίπτωση απλού ωστικού εδράνου με συγκλίνουσες επιφάνειες και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες.





Σχήμα 29: Έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες: Συντελεστής τριβής για τιμές του λόγου σύγκλισης,  $k$ , μικρότερες και μεγαλύτερες της βέλτιστης τιμής,  $k=1.55$ .

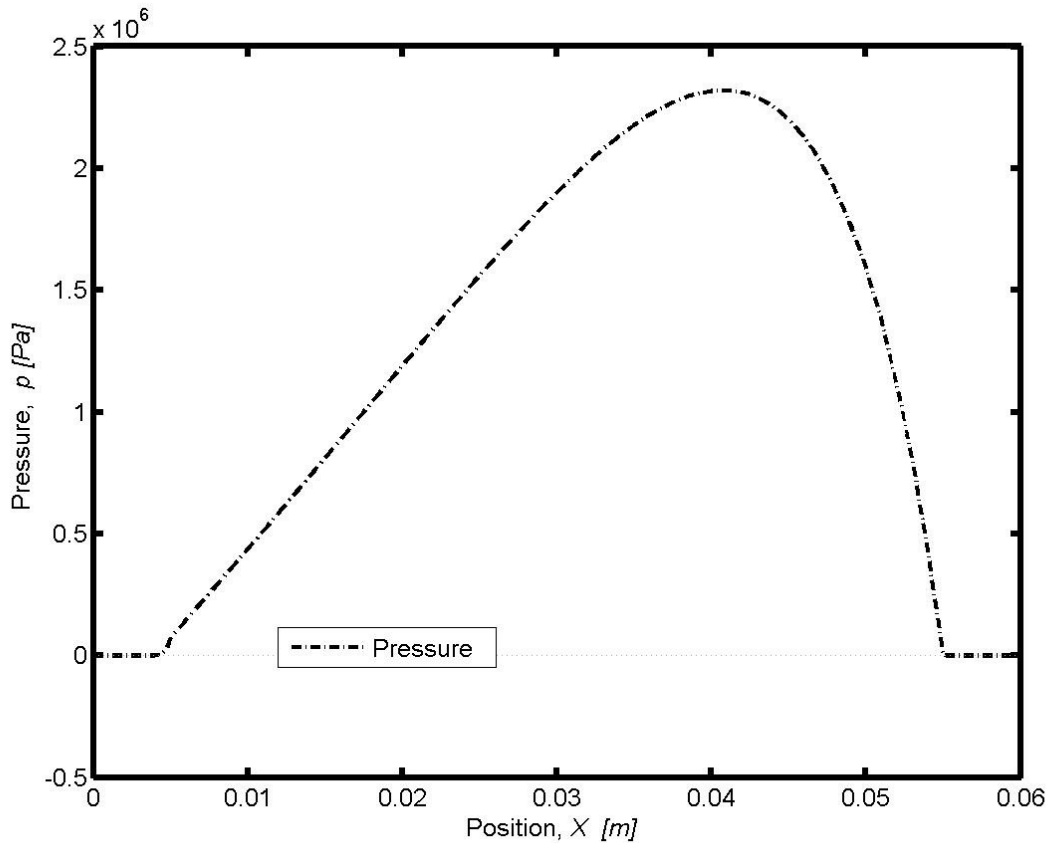
Ακολουθως, παρατίθενται τα βασικά διαγράμματα που χαρακτηρίζουν τη ροή σε απλό συγκλίνον κανάλι για τιμή της μεταβλητής  $k=1.55$ , για την οποία εμφανίζεται ελάχιστος συντελεστής τριβής. Η λύση αυτή θα χρησιμοποιηθεί ως μέτρο σύγκρισης για τα διαφορετικά μοντέλα που θα εξεταστούν στη συνέχεια.

Το προφίλ της αναπτυσσόμενης πίεσης κατά μήκος του ρότορα απεικονίζεται στο Σχήμα 30. Το ολοκλήρωμα της πίεσης στο εσωτερικό του καναλιού εκφράζει τη συνολική παραλαμβανόμενη δύναμη με την οποία μπορεί να υποστηρίξει φορτία η συγκεκριμένη διάταξη, για δεδομένη ελάχιστη απόσταση μεταξύ των πλακών και δεδομένη ταχύτητα περιστροφής.

$$\frac{W}{B} = \int_0^L p \, dx \, dy \Rightarrow \frac{W}{B} = 72 \, 140 [N/m] \quad (85)$$

Οι αντίστοιχες τιμές των διατμητικών τάσεων παρουσιάζονται στο Σχήμα 31. Οι τάσεις αυτές ανθίστανται στην κίνηση του ρότορα και το ολοκλήρωμά τους μας δίνει την ανθιστάμενη δύναμη τριβής.

$$\frac{F}{B} = \int_0^L \tau \, dx \, dy \Rightarrow \frac{F}{B} = 320 [N/m] \quad (86)$$



Σχήμα 30: Έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες: Κατανομή της πίεσης στο ρότορα.  $k=1.55$ .

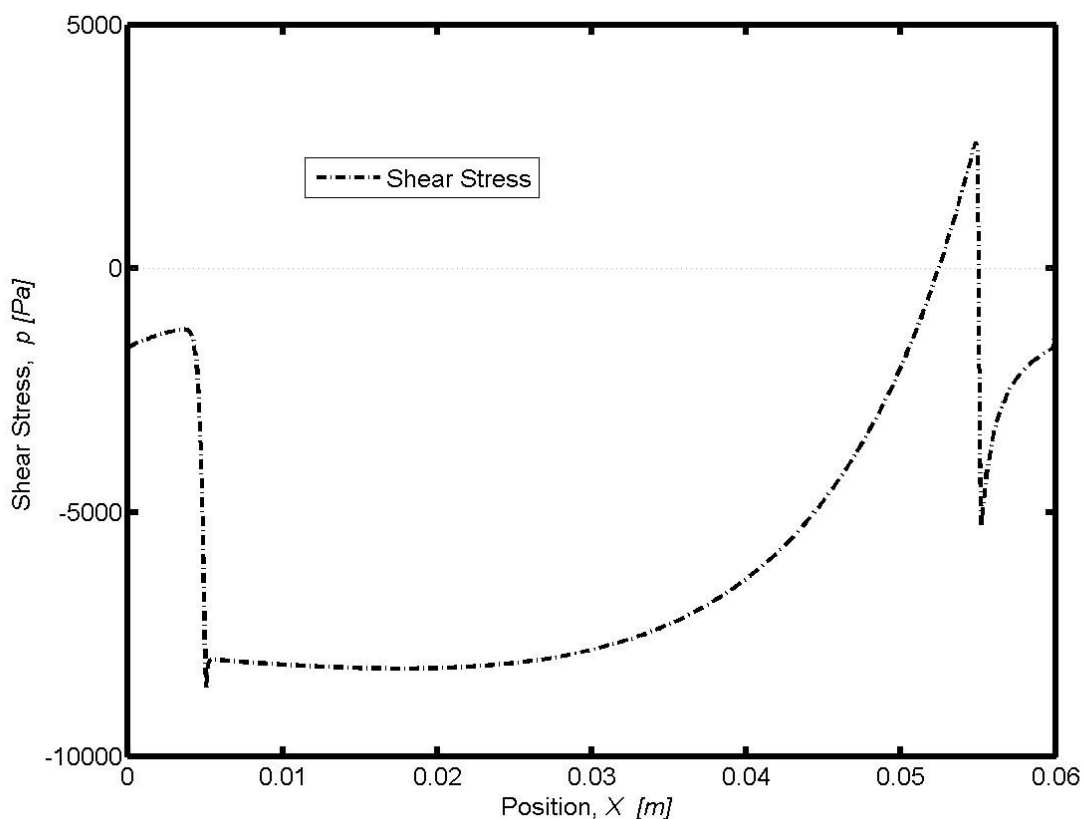
Οι παραπάνω εκφράσεις για την ικανότητα φόρτισης και την ανθιστάμενη δύναμη μπορούν μέσω της σχέσης (47) να μας δώσουν την τιμή του συντελεστή τριβής της συγκεκριμένης διάταξης. Αντικαθιστώντας λοιπόν στη σχέση αυτή τις τιμές των (85) και (86) έχουμε:

$$f = \frac{F}{W} = 0.004437 \quad (87)$$

Ακολούθως παρατίθενται σε μορφή πίνακα τα αποτελέσματα της προσομοίωσης προκειμένου να έχουμε εποπτική εικόνα.

Παράμετροι Σχεδίασης	Στόχοι Βελτιστοποίησης	
	Συντελεστής Τριβής (f)	Ικανότητα Παραλαβής Φορτίου (W) [N/m]
Λόγος Σύγκλισης (k)	0.004437	72140
1.55	0.004437	72140

Πίνακας 9: Έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες: Λειτουργία με βέλτιστο συντελεστή τριβής. Τιμές της μεταβλητής σχεδίασης και των αντικειμενικών συναρτήσεων.



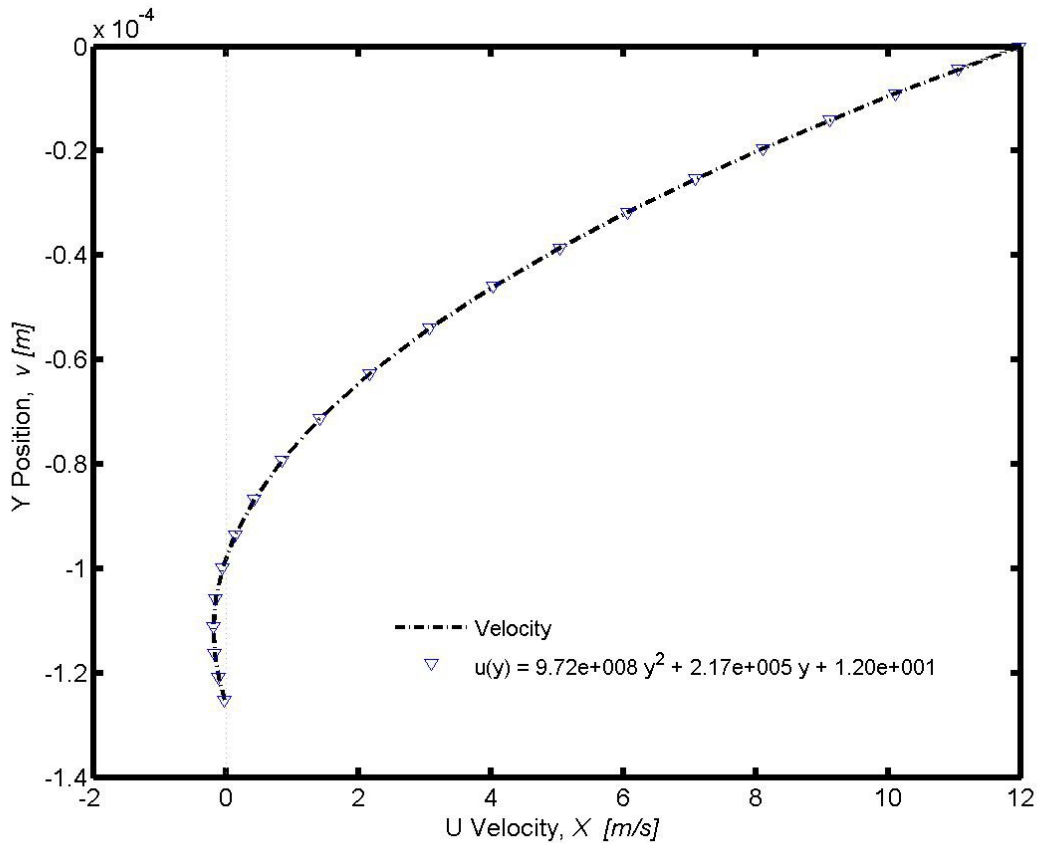
Σχήμα 31: Έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες: Κατανομή των διατμητικών τάσεων στον ρότορα.

Στο Σχήμα 32 παρουσιάζεται το προφίλ της ταχύτητας του λιπαντικού σε μια χαρακτηριστική τομή στο 3% του συνολικού μήκους του καναλιού. Επιλέγεται η τομή αυτή καθώς βρίσκεται στην περιοχή όπου θα υπάρξει τροποποίηση του ιξώδους στα σχετικά προβλήματα που θα παρουσιαστούν στη συνέχεια.

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 32 η ταχύτητα στο άνω όριο του καναλιού ταυτίζεται με την ταχύτητα κίνησης του ρότορα. Αντιστοίχως παρατηρούμε πως η ταχύτητα στο κατώτερο ύψος είναι μηδενική (ίση με την ταχύτητα του πέλματος). Αυτό οφείλεται στη συνθήκη μη ολίσθησης η οποία χαρακτηρίζει όλα τα στερεά σύνορα του ρευστού.

Το επόμενο χαρακτηριστικό του σχήματος αυτού είναι πως στις θέσεις  $y < -1.1m$  η ταχύτητα του ρευστού λαμβάνει αρνητικές τιμές. Αυτό οφείλεται στη θετική κλίση της πίεσης  $\frac{\partial p}{\partial x}$ , η οποία οποία έχει ως αποτέλεσμα την επιβράδυνση του ρευστού στην περιοχή του κάτω τοιχώματος, με αποτέλεσμα την περιοχή ζώνης ανακυκλοφορίας στην περιοχή της εισροής.

Τέλος, παρατηρούμε ότι η προσέγγιση του προφίλ της ταχύτητας με πολυώνυμο δευτέρου βαθμού είναι εξαιρετικά ακριβής. Αυτό είναι σε συμφωνία με την ανάλυση των εξισώσεων Reynolds για συγκλίνον κανάλι.



Σχήμα 32: Έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες: Προφίλ της ταχύτητας του λιπαντικού κατά την εγκάρσια κατεύθυνση, και παραβολική προσέγγισή της σε διατομή του εδράνου στο 3% του συνολικού μήκους του.

Ο συντελεστής του τετραγώνου του  $y$  αποτελεί χαρακτηριστικό μέγεθος της ροής, καθώς προκύπτει και στη σχέση (13). Στη σχέση αυτή βλέπουμε πως για σταθερό ιξώδες, παραγωγίζοντας δύο φορές την τιμή της ταχύτητας προκύπτει μια σταθερά  $\eta$  οποία είναι ανάλογη με την κλίση της πίεσης πίεσης  $\frac{\partial p}{\partial x}$ , εν προκειμένω:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \eta \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.037 \cdot 9.72 \cdot 10^8 = 35964000 \text{ [Pa/mm]} \quad (88)$$

#### 4.3.3 Βελτιστοποίηση εδράνου με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες

Στην περίπτωση εδράνου με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες, οι παράμετροι σχεδίασης είναι οι ακόλουθες:

- λόγος σύγκλισης,  $k$

- αδιάστατο μήκος τροποποιημένου ιξώδους,  $l_v$
- λόγος μεταβολής ιξώδους,  $\alpha$

Ενώ οι στόχοι της βελτιστοποίησης είναι η ελαχιστοποίηση του συντελεστή τριβής, η μεγιστοποίηση της ικανότητας παραλαβής φορτίου και η ελαχιστοποίηση του λόγου μεταβολής του ιξώδους.

Το αποτέλεσμα της βελτιστοποίησης είναι το μέτωπο Pareto το οποίο περιλαμβάνει το σύνολο των βέλτιστων λύσεων. Στο σύνολο των λύσεων Pareto εντοπίστηκε η βέλτιστη τιμή του συντελεστή τριβής για το απλό έδρανο με την επίδραση του χωρικός μεταβλητού ιξώδους.

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στα Σχήματα 33 και 34. Το σύνολο των λύσεων που πραγματοποιήθηκαν έχει διαταχθεί με τέτοιο τρόπο ώστε να είναι εμφανές το μέτωπο Pareto που δημιουργείται (σημεία με μεγάλους κύκλους). Στα διαγράμματα αυτά είναι επίσης εμφανής η επίδραση της αλλαγής του ιξώδους (με τη χρήση κατάλληλου χρωματισμού). Είναι σαφές ότι λύσεις με μεγαλύτερη τιμή ιξώδους αντιστοιχούν σε υψηλότερα επίπεδα ικανότητας παραλαβής φορτίου.

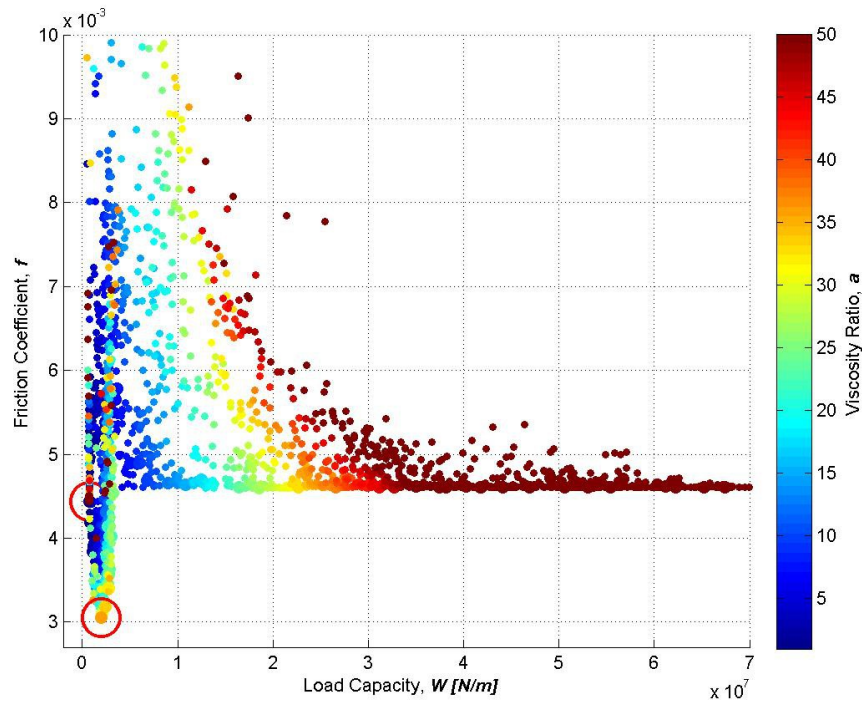
Από το Σχήμα 33 παρατηρείται εξαιρετικά υψηλή αύξηση της ικανότητας παραλαβής φορτίου για πολύ μεγάλες αλλαγές στο ιξώδες. Εστιάζοντας στις μεταβλητές σχεδίασης των σημείων με πολύ υψηλές τιμές  $W$ , παρατηρούμε ότι ως μήκος αλλαγής ιξώδους επιλέχθηκε από τον αλγόριθμο ολόκληρο το μήκος του καναλιού.

Τα δύο σημεία τα οποία έχουν τονιστεί στο Σχήμα 34 αποτελούν τις βέλτιστες λύσεις της διάταξης πριν και μετά την εισαγωγή του χωρικός μεταβλητού ιξώδους. Είναι λοιπόν εμφανές πως υπάρχει μια αισθητή μείωση του συντελεστή τριβής όταν υπάρχει δυνατότητα χρήσης λιπαντικού με μεταβαλλόμενο ιξώδες κατά το μήκος του εδράνου.

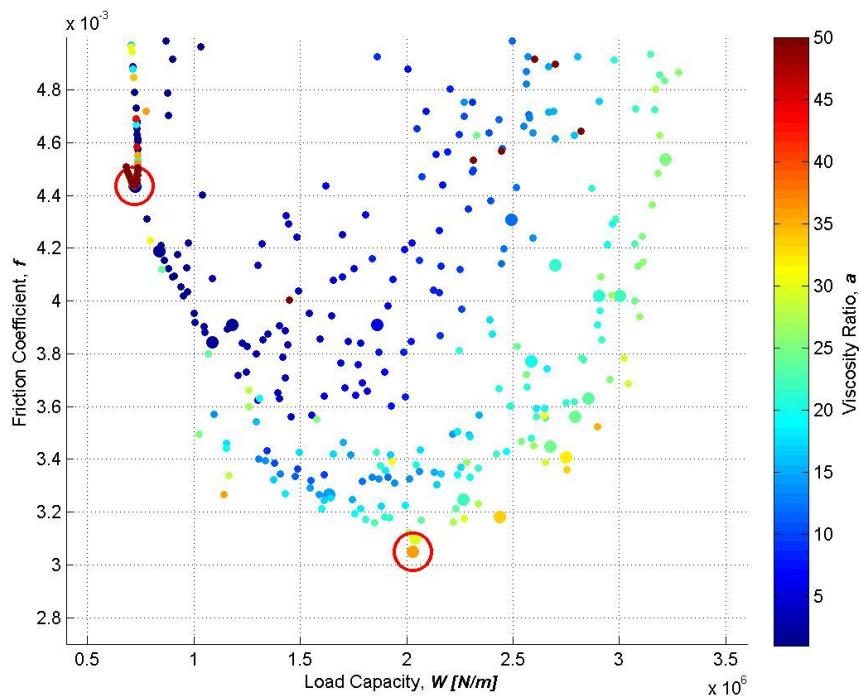
Ο συνδυασμός των μεταβλητών σχεδίασης που οδήγησαν στη βέλτιστη αυτή τιμή παρατίθεται στον Πίνακα 10. Στον ίδιο πίνακα έχει επίσης καταχωρηθεί και η επιτευχθείσα τιμή της ικανότητας φόρτισης του εδράνου.

Παράμετροι Σχεδίασης			Αντικειμενικές Συναρτήσεις	
Λόγος Σύγκλισης (k)	Λόγος Μεταβολής Ιξώδους (a)	Αδιάστατο Μήκος Τροποποιημένου Ιξώδους ( $l_v$ )	Συντελεστής Τριβής (f)	Ικανότητα Παραλαβής Φορτίου (W) [N/m]
1.53	36	0.035	0.0030507	202780

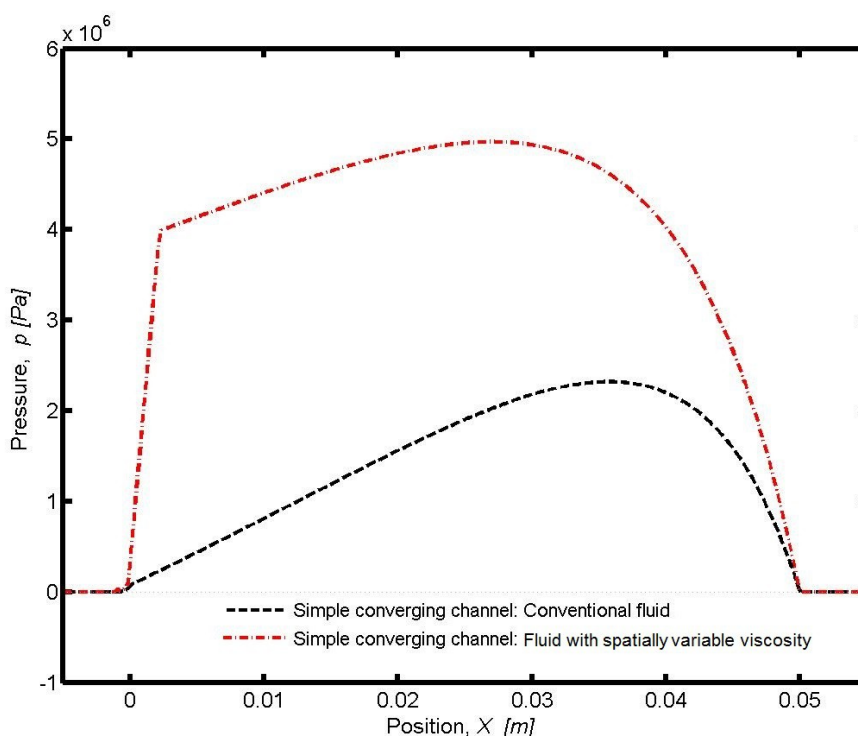
*Πίνακας 10: Έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Λειτουργία με βέλτιστο συντελεστή τριβής. Παράμετροι σχεδίασης και τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων.*



Σχήμα 33: Έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Τα σημεία που απεικονίζονται ως μικροί κύκλοι αποτελούν το σύνολο των λύσεων που εξετάστηκαν κατά τη βελτιστοποίηση. Τα σημεία που απεικονίζονται ως μεγάλοι κύκλοι είναι τα σημεία του μετώπου Pareto.



Σχήμα 34: Έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Μέτωπο Pareto – Εστίαση στην περιοχή όπου παρουσιάζονται οι ελάχιστες τιμές του συντελεστή τριβής

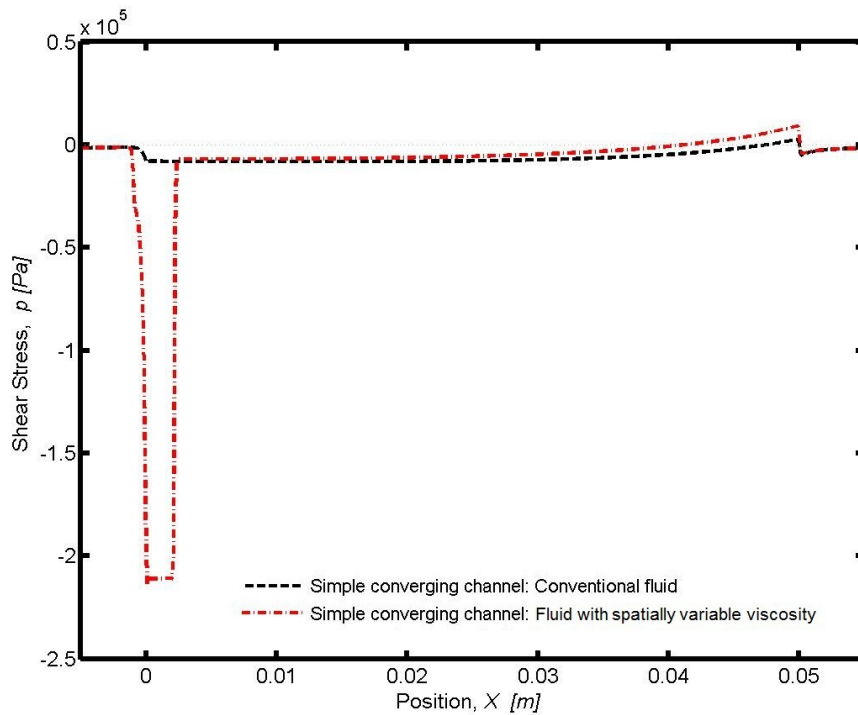


Σχήμα 35: Έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Κατανομή της πίεσης στον ρότορα. Οι τιμές των μεταβλητών σχεδίασης είναι αυτές του Πίνακα 10. Στο διάγραμμα παρουσιάζεται και η κατανομή της πίεσης για απλό έδρανο χωρίς χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες (έδρανο αναφοράς).

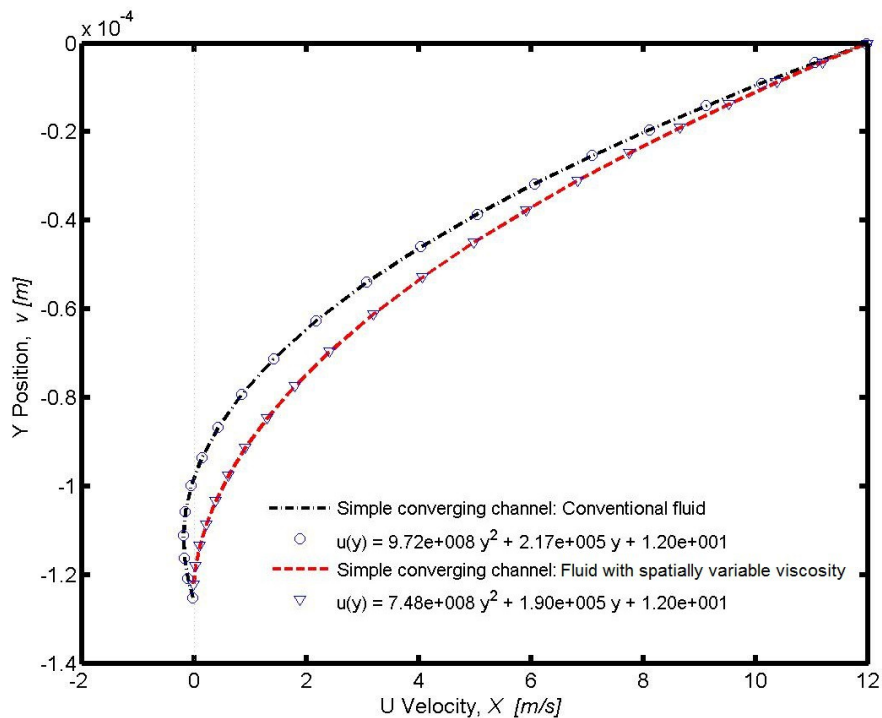
Στη συγκεκριμένη διάταξη, η κατανομή της πίεσης του ρότορα του εδράνου είναι σημαντικά διαφοροποιημένη από αυτήν του απλού εδράνου. Η κατανομή της πίεσης κατά μήκος του καναλιού παρουσιάζεται στο Σχήμα 35. Αυτό που παρατηρείται στο Σχήμα 35 είναι πως, λόγω του αυξημένου ιξώδους, η πίεση παρουσιάζει μια σχεδόν κατακόρυφη αύξηση στο πρώτο τμήμα του καναλιού. Έπειτα, μετά την αλλαγή του ιξώδους η πίεση αυτή σταδιακά εκτονώνεται έως το σημείο εξόδου από το κανάλι.

Εξαιτίας της χωρικής μεταβολής του ιξώδους, διαφοροποιείται και η κατανομή των διατμητικών τάσεων. Η κατανομή των διατμητικών τάσεων στον ρότορα για το παρόν πρόβλημα παρουσιάζεται στο Σχήμα 36. Στο σχήμα 37 παρουσιάζεται το προφίλ της ταχύτητας στη χαρακτηριστική διατομή ( $x=0.03L$ ). Το προφίλ είναι διαφοροποιημένο σε σχέση με εκείνο του απλού εδράνου. Η εξίσωση του προφίλ προκύπτει και εδώ με πολύ καλή προσέγγιση ως ένα πολυώνυμο δευτέρου βαθμού. Ο συντελεστής του όρου  $y^2$  δίνει μια ένδειξη για τον ρυθμό αύξησης της πίεσης στο κανάλι. Υπολογίζεται συνεπώς η κλίση του προφίλ της πίεσης στο σημείο αυτό ως:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \eta' \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \eta \cdot a \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.037 \cdot 36 \cdot 7.48 \cdot 10^8 = 996336000 \text{ [Pa/mm]} \quad (89)$$



Σχήμα 36: Έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Κατανομή των διατμητικών τάσεων στον ρότορα. Οι τιμές των μεταβλητών σχεδίασης είναι αυτές του Πίνακα 10. Στο σχήμα παρουσιάζεται και η αντίστοιχη κατανομή για σταθερή τιμή του ιξώδους.

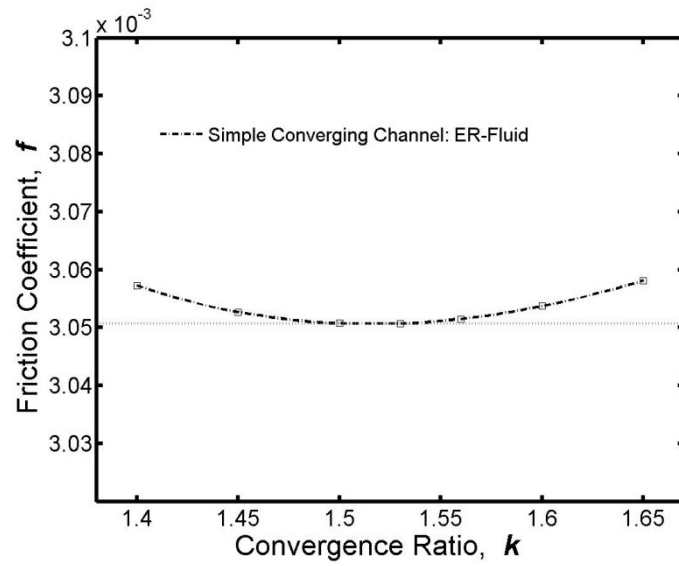


Σχήμα 37: Έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Προφίλ της ταχύτητας του λιπαντικού και παραβολική προσέγγισή της, σε διατομή του εδράνου στο 3% του συνολικού μήκους του. Οι τιμές των μεταβλητών σχεδίασης είναι αυτές του Πίνακα 10. Στο σχήμα παρουσιάζεται και το αντίστοιχο προφίλ για σταθερή τιμή του ιξώδους.

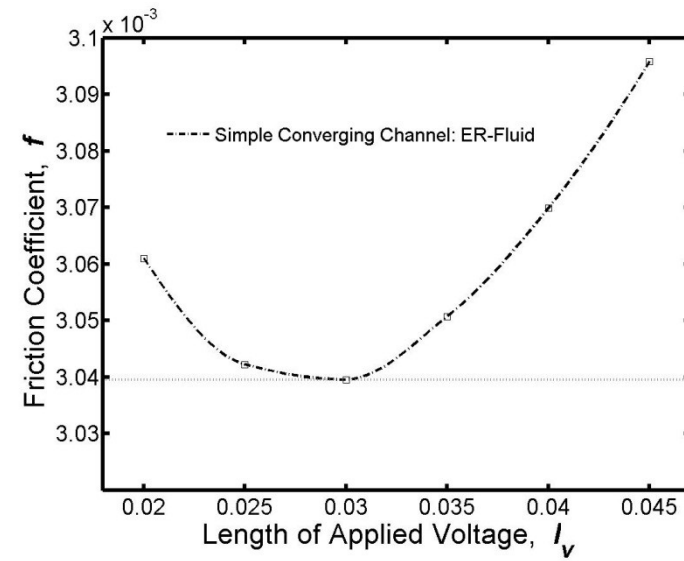


Όπως προκύπτει από τα Σχήματα 37 και 35, παρόλο που η τιμή του συντελεστή του όρου  $y^2$  έχει χαμηλότερη τιμή στην περίπτωση της λειτουργίας με ηλεκτρορολογικό ρευστό, προκύπτει τιμή της κλίσης της πίεσης πολύ υψηλότερη. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι στην εξίσωση υπάρχει ο πολλαπλασιαστής  $\alpha=36$ , ίσος με τον λόγο μεταβολής του ιξώδους.

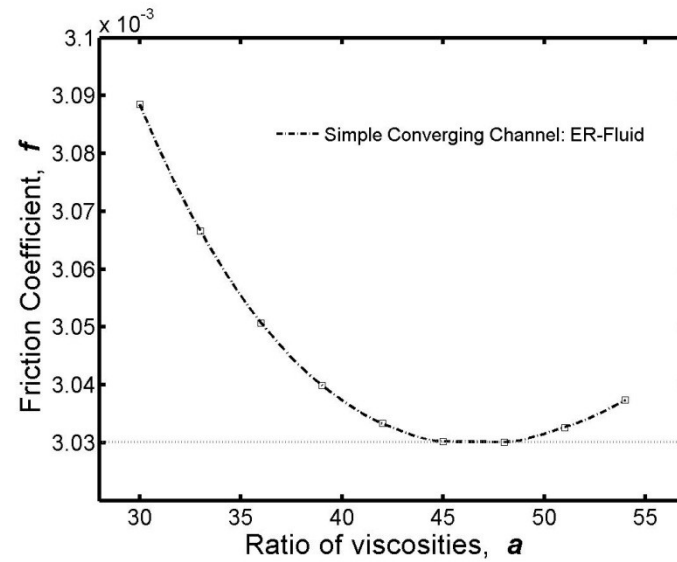
Στο Σχήμα 38 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της ανάλυσης ευαισθησίας (επίδραση της μεταβολής των παραμέτρων σχεδίασης στον συντελεστή τριβής). Εδώ, οι τιμές των παραμέτρων σχεδίασης μεταβάλλονται εκατέρωθεν των τιμών του Πίνακα 10. Παρατηρείται περαιτέρω μείωση του συντελεστή τριβής για αύξηση του λόγου μεταβολής του ιξώδους σε σχέση με τις τιμές του Πίνακα 10.



(α)



(β)



(γ)

Σχήμα 38: Έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Ανάλυση ευαισθησίας (τιμές του συντελεστή τριβής) για μεταβολή καθεμιάς από τις τρεις μεταβλητές σχεδίασης: (α) λόγος σύγκλισης,  $k$ , (β) αδιάστατο μήκος τροποποιημένου ιξώδους,  $l_v$ , και (γ) μέτρο αλλαγής του ιξώδους,  $a$ .

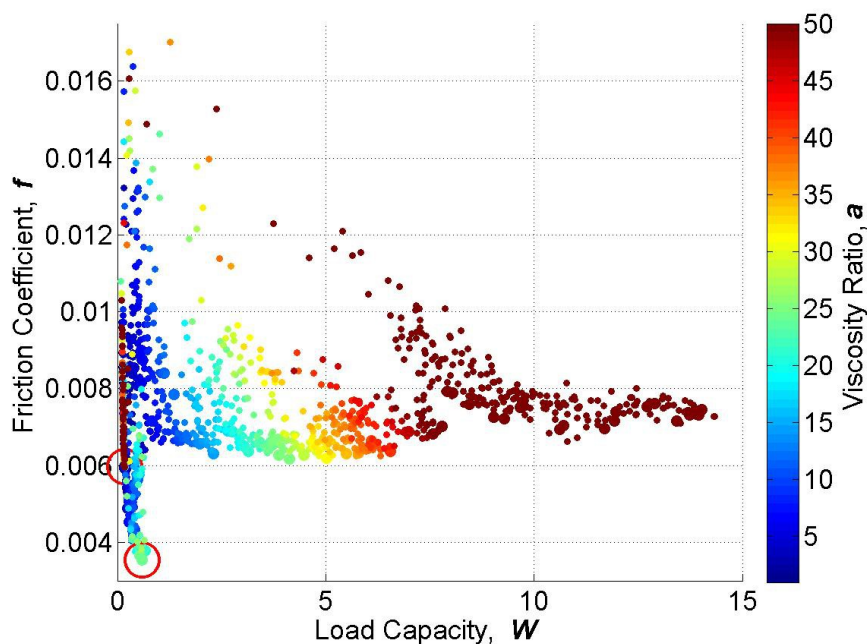
#### 4.3.4 Βελτιστοποίηση εδράνων με παράλληλες επιφάνειες, με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα σε τμήμα του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες.

Στην περίπτωση εδράνου με παράλληλες επιφάνειες με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες, οι παράμετροι σχεδίασης είναι οι:

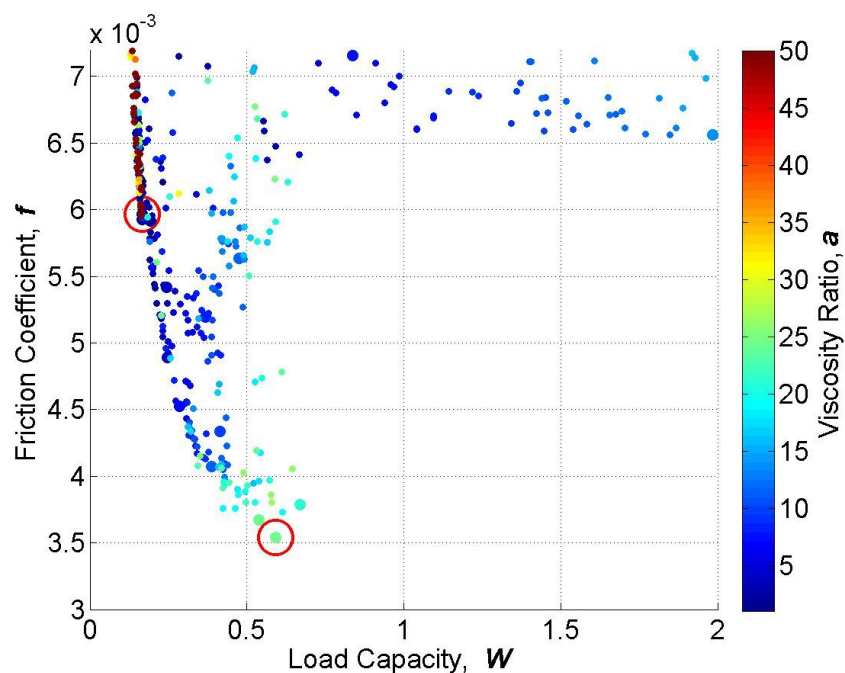
- το αδιάστατο βάθος ορθογωνικής τραχύτητας,  $h_d$
- το αδιάστατο μήκος μη κατεργασμένης επιφάνειας,  $l_{uo}$
- το αδιάστατο μήκος τροποποιημένου ιξώδους,  $l_v$
- ο λόγος μεταβολής του ιξώδους,  $\alpha$

Στόχοι της βελτιστοποίησης είναι η ελαχιστοποίηση του συντελεστή τριβής, η μεγιστοποίηση της ικανότητας παραλαβής φορτίου και η ελαχιστοποίηση του λόγου μεταβολής του ιξώδους

Το μέτωπο Pareto για το παρόν πρόβλημα βελτιστοποίησης παρουσιάζεται στα Σχήματα 39 και 40. Η σχεδίαση που αντιστοιχεί στη βέλτιστη τιμή του συντελεστή τριβής έχει σημανθεί στο Σχήμα 40.



Σχήμα 39: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα σε τμήμα του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Μέτωπο Pareto -Τα σημεία που απεικονίζονται ως μικροί κύκλοι αποτελούν το σύνολο των λύσεων που αξιολογήθηκαν. Τα σημεία που απεικονίζονται ως μεγάλοι κύκλοι είναι τα σημεία του μετώπου Pareto.



Σχήμα 40: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα σε τμήμα του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Μέτωπο Pareto – Εστίαση στην περιοχή όπου παρουσιάζονται οι ελάχιστες τιμές του συντελεστή τριβής.

Ο συνδυασμός των μεταβλητών σχεδίασης που οδήγησαν στη βέλτιστη τιμή του συντελεστή τριβής παρατίθεται στον Πίνακα 11. Στον πίνακα αυτόν έχει επίσης καταχωρηθεί και η επιτευχθείσα τιμή της ικανότητας παραλαβής φορτίου του εδράνου. Στον Πίνακα 12 παρατίθενται οι τιμές των παραμέτρων σχεδίασης που οδήγησαν σε ελάχιστη τιμή του συντελεστή τριβής για την περίπτωση εδράνου με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα στον στάτορα, για σταθερή τιμή του ιξώδους. Από τα δεδομένα των Πινάκων 11 και 12 προκύπτει ότι η κατάλληλη χρήση ηλεκτρορολογικού ρευστού βελτιώνει τη λειτουργία του εδράνου σε σχέση καί με τις δύο αντικειμενικές συναρτήσεις ( $f$ ,  $W$ ).

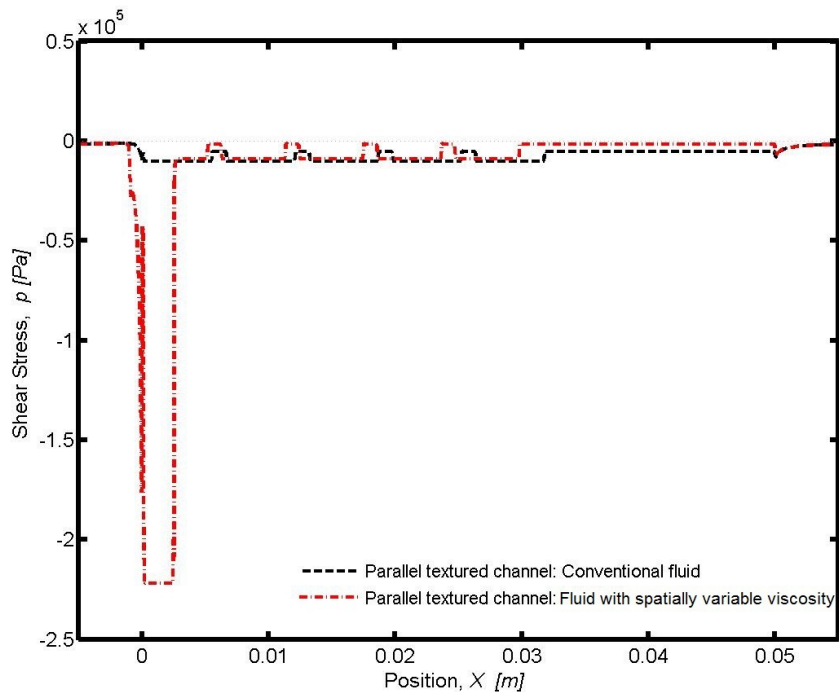
Παράμετροι Σχεδίασης				Αντικειμενικές Συναρτήσεις	
Βάθος τεχνητής τραχύτητας ( $h_d$ )	Λόγος μεταβολής Ιξώδους ( $a$ )	Αδιάστατο Μήκος Τροποποιημένου Ιξώδους ( $l_v$ )	Μήκος λείου τμήματος στην έξοδο ( $l_{uo}$ )	Συντελεστής Τριβής ( $f$ )	Ικανότητα Παραλαβής Φορτίου ( $W$ ) [N/m]
1.00	24.675	0.055	0.475	0.0035404	118220

Πίνακας 11: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα σε τμήμα του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Λειτουργία με βέλτιστο συντελεστή τριβής. Παράμετροι σχεδίασης και τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων.

Παράμετροι Σχεδίασης		Αντικειμενικές Συναρτήσεις	
Βάθος τεχνητής τραχύτητας ( $h_d$ )	Μήκος λείου τμήματος στην έξοδο ( $l_{uo}$ )	Συντελεστής Τριβής ( $f$ )	Ικανότητα Παραλαβής Φορτίου ( $W$ ) [N]
0.695	0.364	0.00596461	33440

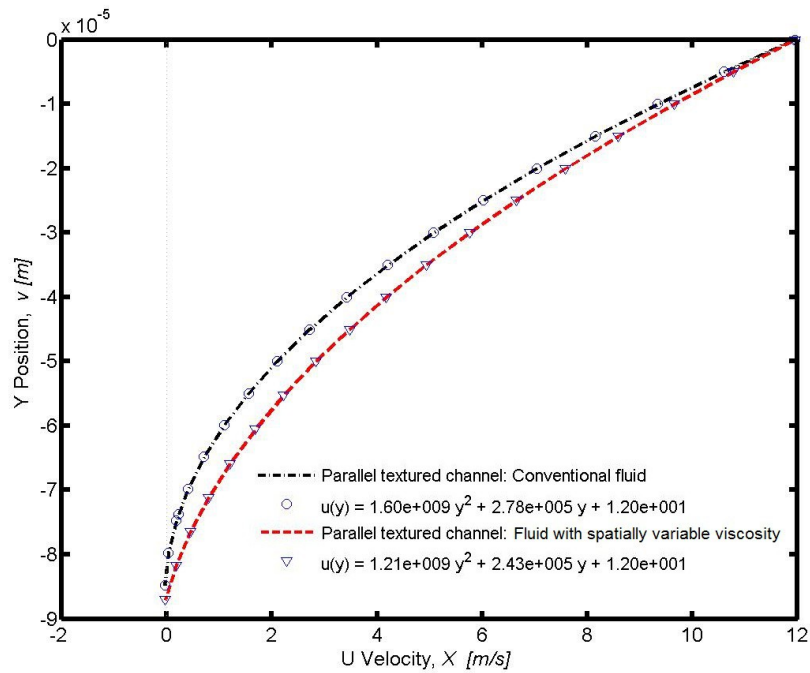
Πίνακας 12: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα σε τμήμα του στάτορα, και λιπαντικό με σταθερή τιμή του ιξώδους: Λειτουργία με βέλτιστο συντελεστή τριβής: Παράμετροι σχεδίασης και τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων.

Στα Σχήματα 41 και 43 παρουσιάζονται οι κατανομές διατμητικών τάσεων και πίεσης, αντίστοιχα, για την παραπάνω λύση με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες.

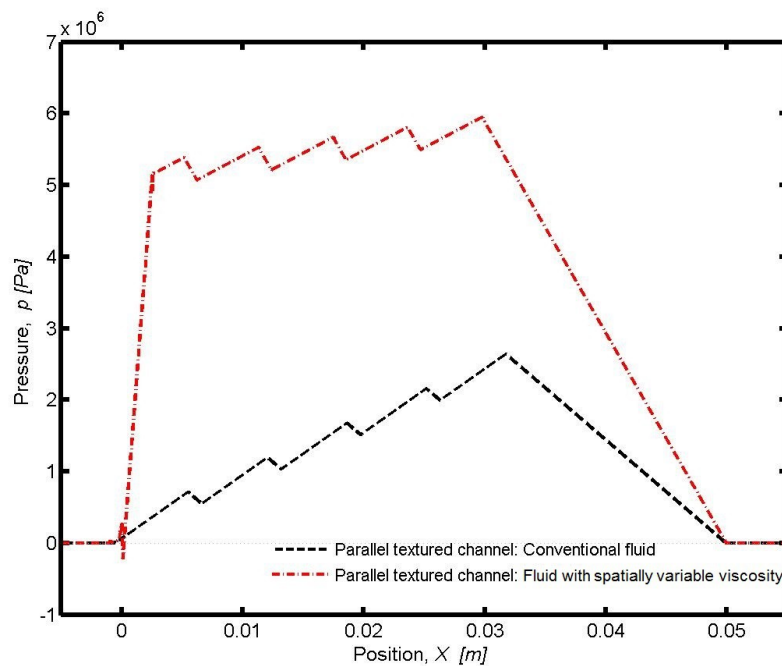


Σχήμα 41: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα σε τμήμα του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Κατανομή των διατμητικών τάσεων στον ρότορα. Οι τιμές των παραμέτρων σχεδίασης είναι αυτές του Πίνακα 11. Για λόγους πληρότητας παρουσιάζεται και η κατανομή των διατμητικών τάσεων για έδρανο με σταθερή τιμή του ιξώδους.

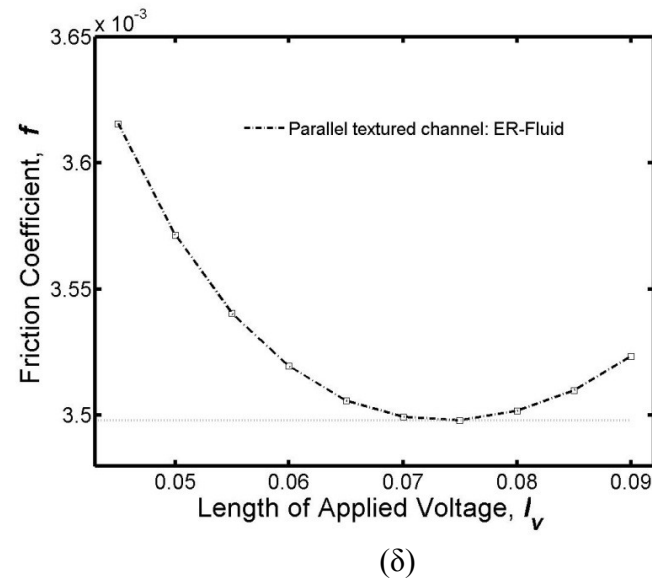
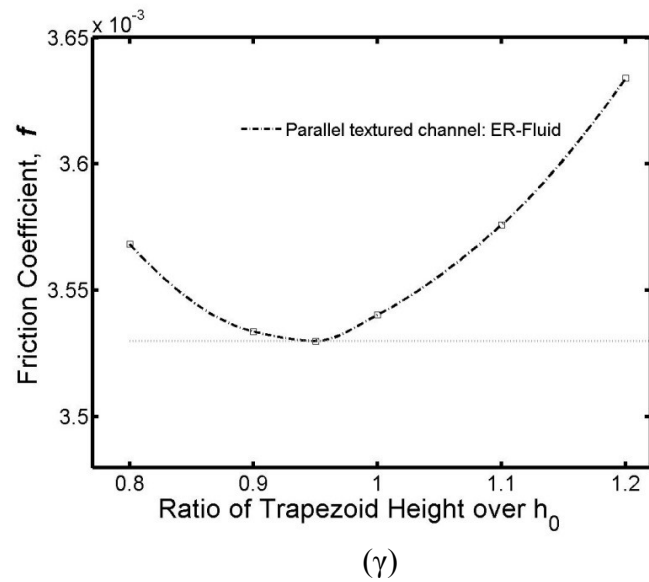
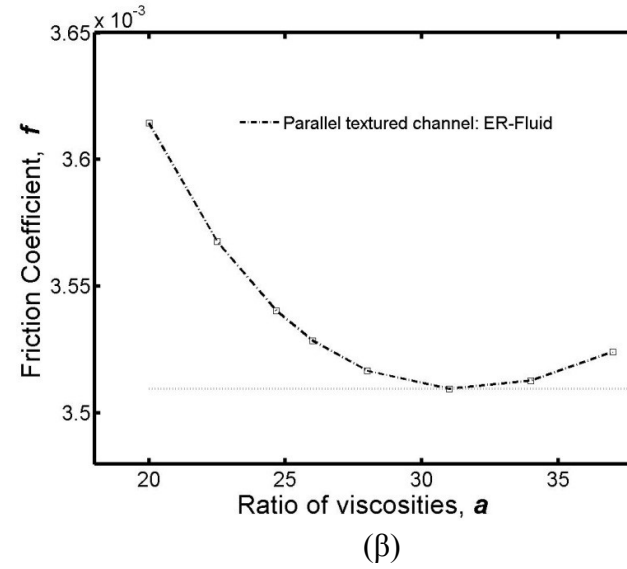
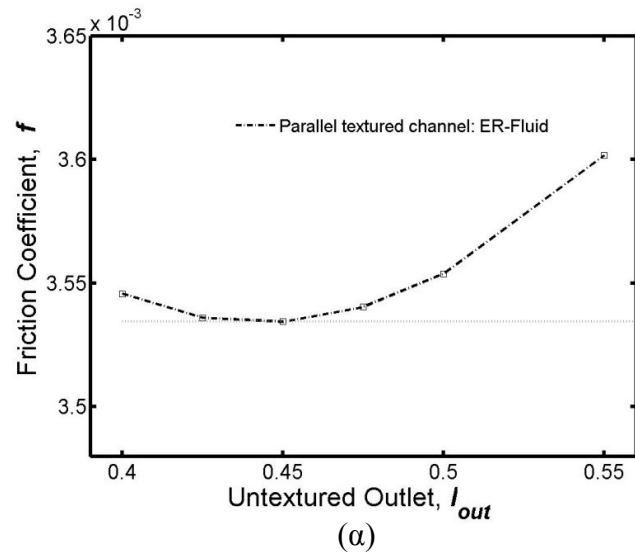
Στο Σχήμα 42 παρουσιάζεται το προφίλ της ταχύτητας στη διατομή  $x=0.03L$ , καθώς και η πολωνυμική προσέγγισή της. Τέλος, στο Σχήμα 44 παρουσιάζεται ανάλυση ευαισθησίας για όλες τις μεταβλητές σχεδίασης του προβλήματος. Διαπιστώνεται η δυνατότητα περαιτέρω μείωσης του συντελεστή τριβής για τιμές των μεταβλητών σχεδίασης  $a$  και  $l_v$  κατά τι μεγαλύτερες σε σχέση με αυτές του Πίνακα 11.



Σχήμα 42: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα σε τμήμα του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Προφίλ της ταχύτητας στη διατομή  $x=0.03L$  του καναλιού. Οι τιμές των παραμέτρων σχεδίασης είναι αυτές του Πίνακα 11. Στο σχήμα παρουσιάζεται και το αντίστοιχο προφίλ για σταθερή τιμή του ιξώδους.



Σχήμα 43: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα σε τμήμα του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Κατανομή της πίεσης στον ρότορα. Στο σχήμα παρουσιάζεται και η αντίστοιχη κατανομή για σταθερή τιμή του ιξώδους.



Σχήμα 44: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα σε τμήμα του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Ανάλυση ευαισθησίας (τιμές του συντελεστή τριβής) για μεταβολή καθεμιάς από τις τέσσερις μεταβλητές (α) μήκος λείου τμήματος στην έξοδο, (β) λόγος μεταβολής ιξώδους, (γ) βάθος τεχνητής τραχύτητας, (δ) μήκος τροποποιημένου ιξώδους.

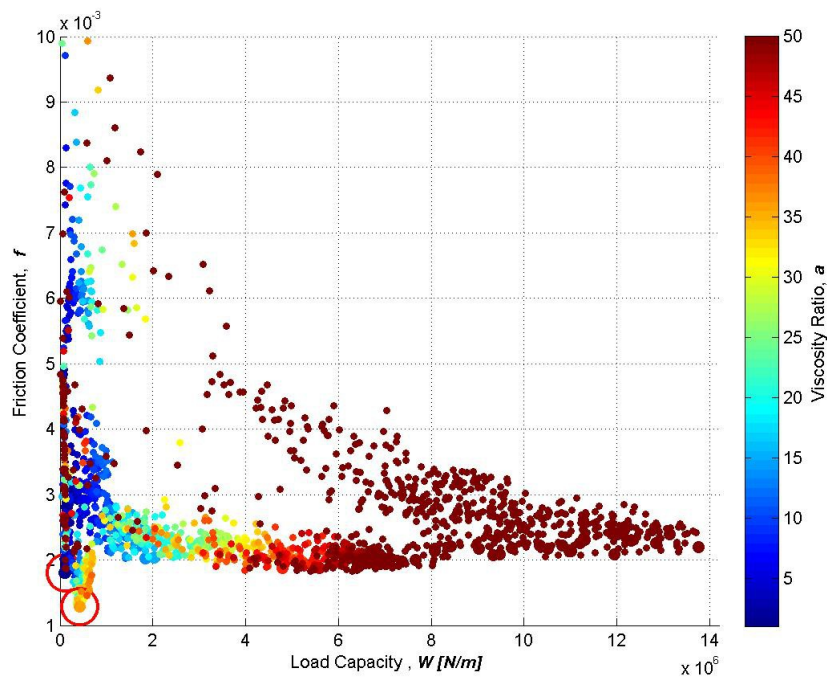
#### 4.3.5 Βελτιστοποίηση εδράνου με παράλληλες επιφάνειες, υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες

Στην περίπτωση εδράνου με λείες παράλληλες επιφάνειες και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες, οι παράμετροι σχεδίασης είναι οι ακόλουθες:

- το αδιάστατο μήκος εφαρμογής υδροφοβικότητας,  $l_s$
- το αδιάστατο μήκος τροποποιημένου ιξώδους,  $l_v$
- ο λόγος μεταβολής του ιξώδους,  $\alpha$

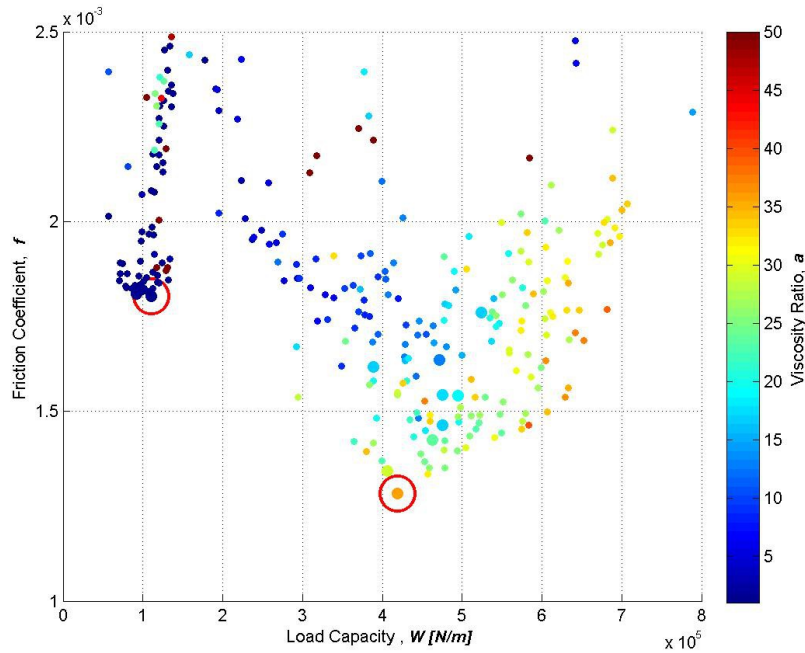
Εδώ, το μήκος ολίσθησης θεωρείται σταθερό και λαμβάνει την τιμή  $b^*=10$ . Οι στόχοι της βελτιστοποίησης είναι η ελαχιστοποίηση του συντελεστή τριβής, η μεγιστοποίηση της ικανότητας παραλαβής φορτίου και η ελαχιστοποίηση του λόγου μεταβολής του ιξώδους

Το μέτωπο Pareto για το παρόν πρόβλημα βελτιστοποίησης παρουσιάζεται στα Σχήματα 45 και 46. Η σχεδίαση που αντιστοιχεί στη βέλτιστη τιμή του συντελεστή τριβής έχει σημειωθεί στο Σχήμα 46.



Σχήμα 45: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Μέτωπο Pareto - Τα σημεία που απεικονίζονται ως μικροί κύκλοι αποτελούν το σύνολο των λύσεων που αξιολογήθηκαν. Τα σημεία που απεικονίζονται ως μεγάλοι κύκλοι είναι τα σημεία του μετώπου Pareto.





Σχήμα 46: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Μέτωπο Pareto - Εστίαση στην περιοχή όπου παρουσιάζονται οι ελάχιστες τιμές του συντελεστή τριβής.

Ο συνδυασμός των μεταβλητών σχεδίασης που οδήγησαν στη βέλτιστη τιμή του συντελεστή τριβής παρατίθεται στον Πίνακα 13. Στον πίνακα αυτόν έχει επίσης καταχωρηθεί και η επιτευχθείσα τιμή της ικανότητας παραλαβής φορτίου του εδράνου.

Παράμετροι Σχεδίασης			Αντικειμενικές Συναρτήσεις	
Λόγος Μεταβολής Ιξώδους (a)	Αδιάστατο Μήκος Τροποποιημένου Ιξώδους ( $l_v$ )	Αδιάστατο μήκος εφαρμογής υδροφοβικότητας ( $l_s$ )	Συντελεστής Τριβής (f)	Ικανότητα Παραλαβής Φορτίου (W) [N/m]
36	0.075	0.68	0.0012832	418800

Πίνακας 13: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Λειτουργία με βέλτιστο συντελεστή τριβής. Παράμετροι σχεδίασης και τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων.

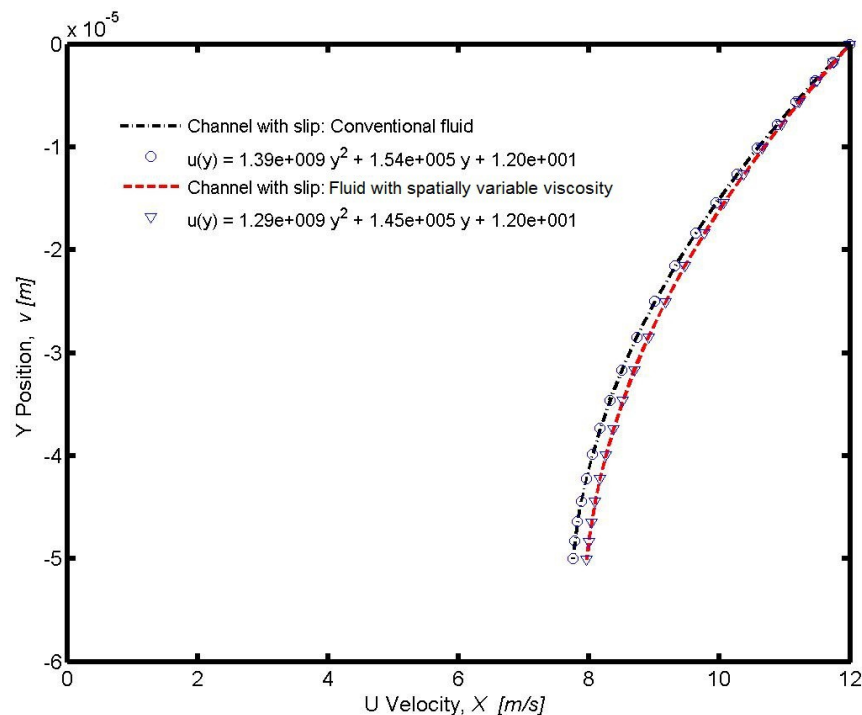
Είναι σκόπιμο οι τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων που προέκυψαν για βελτιστοποίηση με ηλεκτρορολογικό ρευστό να συγκριθούν με την περίπτωση εδράνου με παράλληλες επιφάνειες, υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του στάτορα, και σταθερό ιξώδες. Για την τελευταία περίπτωση, ο συνδυασμός των μεταβλητών σχεδίασης που αντιστοιχεί σε βέλτιστη λειτουργία (ελαχιστοποίηση του συντελεστή τριβής) παρατίθεται στον Πίνακα 14. Στον πίνακα αυτόν έχει επίσης καταχωρηθεί και η επιτευχθείσα

τιμή ικανότητας παραλαβής φορτίου του εδράνου. Από τους Πίνακες 13 και 14 προκύπτει ότι η χρήση ηλεκτρορολογικού ρευστού βελτιώνει αισθητά και τις δύο αντικειμενικές συναρτήσεις ( $f$ ,  $W$ ), με τη βελτίωση για την ικανότητα παραλαβής φορτίου να φτάνει το 280%.

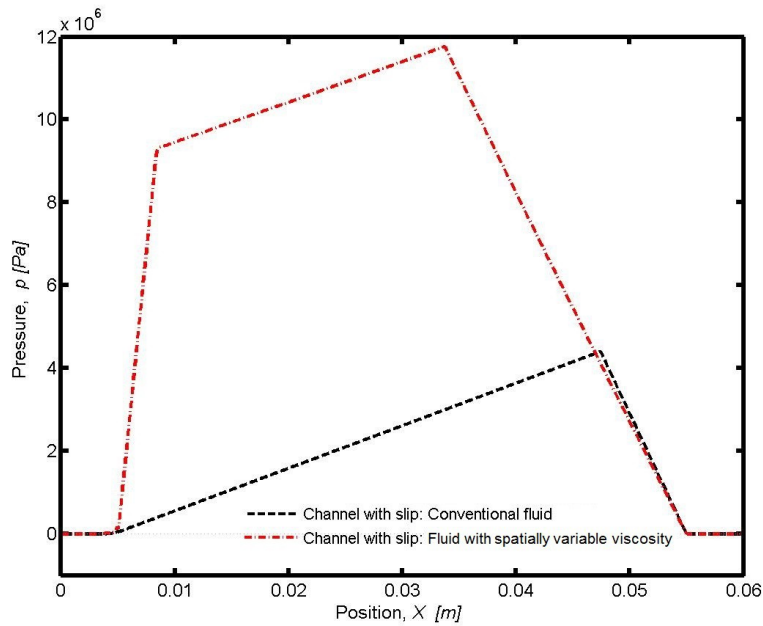
Παράμετροι Σχεδίασης	Αντικειμενικές Συναρτήσεις	
Αδιάστατο μήκος εφαρμογής υδροφοβικότητας ( $l_s$ )	Συντελεστής Τριβής ( $f$ )	Ικανότητα Παραλαβής Φορτίου ( $W$ ) [N/m]
0.85	0.0018023	110804

Πίνακας 14: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του στάτορα, και λιπαντικό και σταθερή τιμή του ιξώδους: Λειτουργία με βέλτιστο συντελεστή τριβής. Παράμετροι σχεδίασης και τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων.

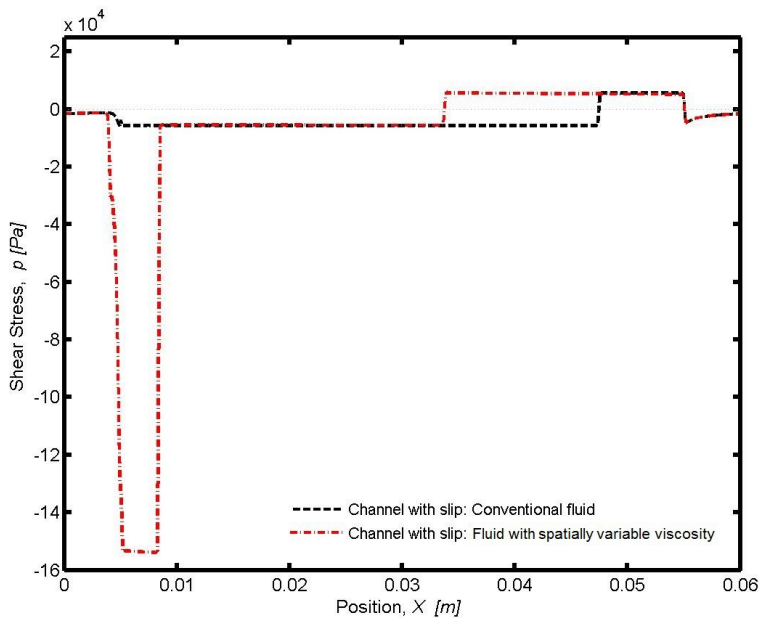
Στο Σχήμα 47 παρουσιάζεται το προφίλ της ταχύτητας στη χαρακτηριστική τομή στο 3% του μήκους του εδράνου, ενώ στα σχήματα 48 και 49 παρατίθενται οι κατανομές της πίεσης και της διατμητικής τάσης, αντίστοιχα, για το εν λόγω μοντέλο. Τέλος, στο Σχήμα 50 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα ανάλυσης ευαισθησίας (μεταβολή του συντελεστή τριβής για μεταβολή των παραμέτρων σχεδίασης περί αυτές του Πίνακα 13).



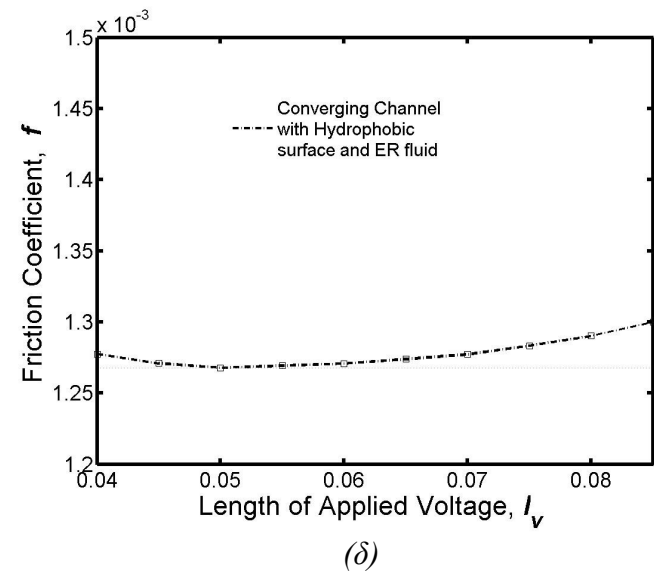
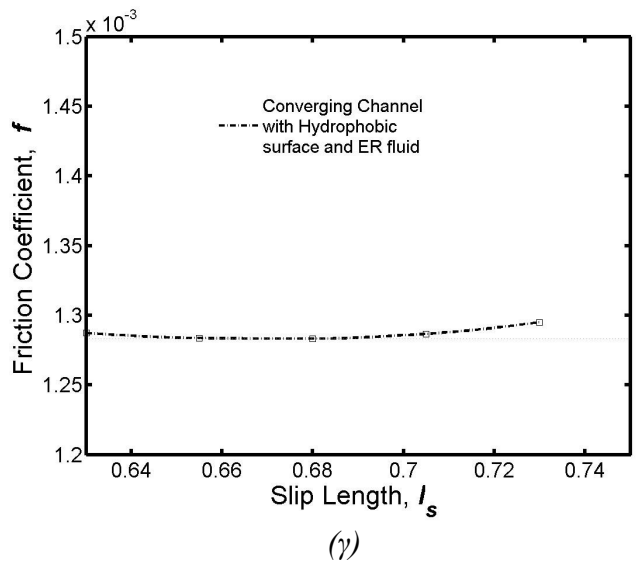
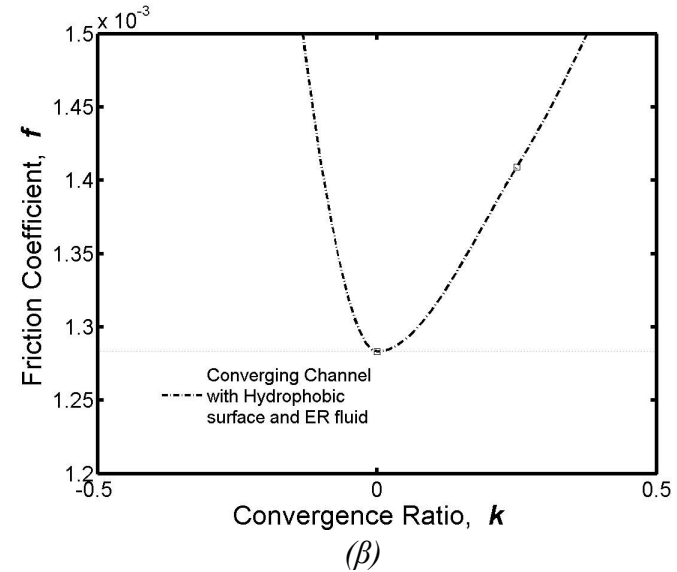
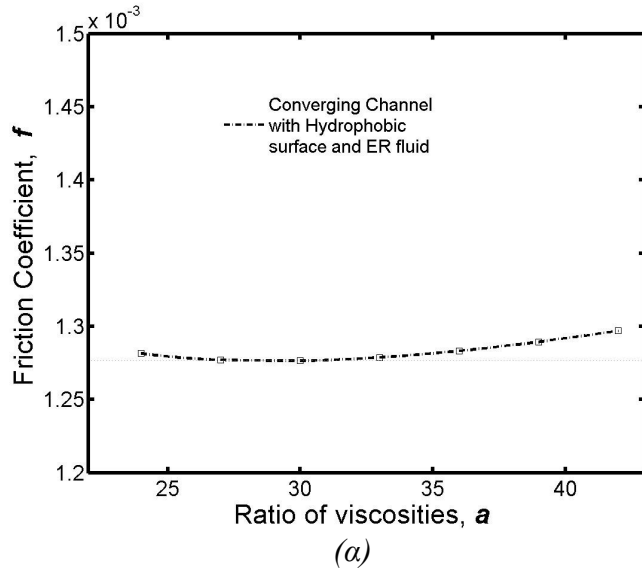
Σχήμα 47: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Προφίλ της ταχύτητας στη διατομή  $x=0.03L$  του καναλιού. Για λόγους πληρότητας παρουσιάζεται και το προφίλ της ταχύτητας για έδρανο χωρίς χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες.



Σχήμα 48: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Κατανομή της πίεσης στον ρότορα. Οι τιμές των παραμέτρων σχεδίασης είναι αυτές του Πίνακα 13. Στο σχήμα παρουσιάζεται και η αντίστοιχη κατανομή για σταθερή τιμή του ιξώδους.



Σχήμα 49: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες: Κατανομή των διατμητικών τάσεων στον ρότορα. Οι τιμές των παραμέτρων σχεδίασης είναι αυτές του Πίνακα 13. Στο σχήμα παρουσιάζεται και η αντίστοιχη κατανομή για σταθερή τιμή του ιξώδους.



Σχήμα 50: Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιζώδες: Ανάλυση ευαισθησίας (τιμές του συντελεστή τριβής) στο έδρανο με υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του στάτορα

#### 4.4 Επαλήθευση μοντέλου επίλυσης πεδίου ροής ηλεκτρορολογικού ρευστού με τη βιβλιογραφία

Στην προηγούμενη ενότητα παρουσιάστηκαν αποτελέσματα βελτιστοποίησης για έδρανα με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες. Καταδείχθηκε ότι είναι δυνατή η σημαντική μείωση του συντελεστή τριβής αν το λιπαντικό έχει σημαντικά μεγαλύτερο ιξώδες στην είσοδο του καναλιού, από το ιξώδες στο υπόλοιπο τμήμα του. Επομένως είναι σημαντικό να αναζητηθεί κάποιος μηχανισμός ώστε να μπορεί να επιτευχθεί ο χωρικός έλεγχος του ιξώδους.

Στην παρούσα ενότητα θα δείξουμε πως είναι δυνατόν να πετύχουμε αλλαγή στην τιμή του ιξώδους, μέσω της χρήσης ηλεκτρορολογικών ρευστών. Συγκεκριμένα θα γίνει μοντελοποίηση της ρεολογικής συμπεριφοράς ενός πραγματικού ηλεκτρορολογικού ρευστού. Για την επιβεβαίωση του μοντέλου θα γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων μας με αυτά που παρουσιάζονται στη διδακτορική διατριβή [2]. Μετά την επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων, μπορούμε να προχωρήσουμε στο αντίστοιχο πρόβλημα για ροή στο εσωτερικό ενός ωστικού εδράνου.

Για τις προσομοιώσεις της παρούσας ενότητας επιλέγεται το ηλεκτρορολογικό ρευστό Rheobay TP AI 3565, το οποίο παράγεται από την Bayer (Γερμανία). Το συγκεκριμένο λιπαντικό δεν εμπεριέχει νερό, ενώ απαρτίζεται από σιλικονούχο έλαιο με σωματίδια, κάποια πρόσθετα και γαλακτωματοποιητή. Για το συγκεκριμένο ρευστό θα γίνει χρήση μιας παραλλαγής του μοντέλου της εξίσωσης (65) που είχαμε εξαγάγει σε προηγούμενο κεφάλαιο. Το ρευστό παρουσιάζει νευτώνεια συμπεριφορά όταν δεν είναι εκτεθειμένο σε ηλεκτρικό πεδίο. Η ιδιότητα αυτή μεταφράζεται σε μηδενισμό των τιμών  $\beta_1$  και  $\beta_2$  της εξίσωσης (65). Για διευκόλυνση του αναγνώστη, θα πραγματοποιήσουμε μια αδιαστατοποίηση του μεγέθους του ηλεκτρικού πεδίου στο εσωτερικό του καναλιού. Η αδιάστατη τιμή του πεδίου, η οποία και θα παρουσιαστεί στα ακόλουθα διαγράμματα είναι ίση με

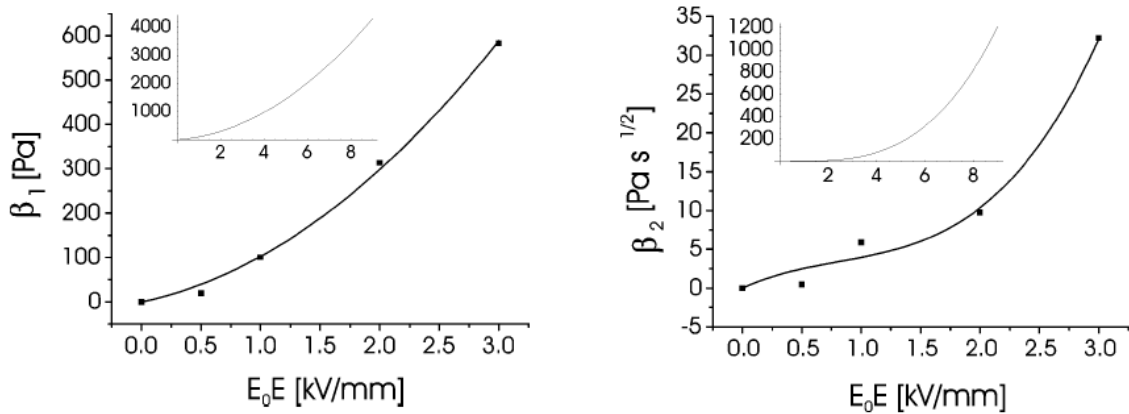
$$\tilde{E} = E_0 \cdot E = E_0 \cdot \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \quad (90)$$

όπου τα μεγέθη  $E_1, E_2$  είναι οι συνιστώσες του ηλεκτρικού πεδίου στις διευθύνσεις  $x$  και  $y$  αντίστοιχα, ενώ η τιμή του  $E_0$  είναι ίση με  $10^{-6}$  για τις ανάγκες των συγκεκριμένων επιλύσεων.

Μέσω πειραματικών μετρήσεων διατμητικών τάσεων ως συνάρτηση του ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης, προσδιορίστηκαν στην εργασία [2] οι τιμές των παραμέτρων  $\beta_1$  και  $\beta_2$  συναρτήσει του εφαρμοζόμενου ηλεκτρικού πεδίου. Οι τιμές αυτές παρατίθενται στον Πίνακα 15:

$ \tilde{E} $ [kV/mm]	0.0	0.5	1.0	2.0	3.0
$\beta_1$ [Pa]	0.0	19.3	100.32	312.94	582.81
$\beta_2$ [Pa·s <sup>1/2</sup> ]	0.0	0.44	5.84	9.7	32.21

Πίνακας 15: Τιμές των παραμέτρων  $\beta_1$  και  $\beta_2$  για διαφορετικές εντάσεις του ηλεκτρικού πεδίου, [2].



Σχήμα 51: Ηλεκτρορολογικό ρευστό Rheobay TP AI 3565: Παράμετροι  $\beta_1$  και  $\beta_2$  συναρτήσει της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου.

Αν οι συναρτήσεις αυτές εκτιμηθούν ως ανάπτυγμα Taylor και διατηρηθούν μόνο οι όροι έως δεύτερης τάξης για το  $\beta_1$  και έως τρίτης τάξης για το  $\beta_2$ , καταλήγουμε σε μια έκφραση συναρτήσει κάποιων σταθερών και της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου, ως ακολούθως:

$$\beta_1(\tilde{E}) = a_{11}(\tilde{E}) + a_{12}(\tilde{E})^2 \quad (91)$$

$$\beta_2(\tilde{E}) = a_{21}(\tilde{E}) + a_{22}(\tilde{E})^2 + a_{23}(\tilde{E})^3 \quad (92)$$

όπου οι σταθερές  $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, a_{23}$  είναι χαρακτηριστικές τιμές του ηλεκτρορολογικού ρευστού.

Οι τιμές των μεγεθών αυτών όπως υπολογίστηκαν στην εργασία [2] για το Rheobay TP AI 3565 παρατίθενται στον Πίνακα 16:

Για το $\beta_1$		Για το $\beta_2$	
$a_{11} [Pa \cdot mm / kV]$	55.322	$a_{21} [Pa \cdot mm / kV \cdot s^{0.5}]$	7.009
$a_{12} [Pa \cdot mm^2 / kV^2]$	46.946	$a_{22} [Pa \cdot mm^2 / kV^2 \cdot s^{0.5}]$	-5.22
		$a_{23} [Pa \cdot mm^2 / kV^2 \cdot s^{0.5}]$	2.149

Πίνακας 16: Ηλεκτρορολογικό ρευστό Rheobay TP AI 3565: Τιμές των παραμέτρων  $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, a_{23}$  [2].

Το συγκεκριμένο ηλεκτρορολογικό ρευστό που θα χρησιμοποιηθεί για την κατάσταση αναφοράς (χωρίς την επίδραση δηλαδή εξωτερικής διέγερσης) έχει φαινόμενο ιξώδες ίσο με  $\eta_0 = 0.037 [Pa \cdot s]$ .

Για την αριθμητική επίλυση του προβλήματος γίνεται χρήση του μοντέλου της Εξίσωσης (67). Συνεπώς, το γενικευμένο ιξώδες δύναται να εκφραστεί ως ένα πολυώνυμο τρίτου βαθμού ως προς  $\tilde{E}$ . Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (91) και (92) στη σχέση (67) για το γενικευμένο ιξώδες, και θέτοντας  $d = (\delta + |D^2|)^{1/2}$  παίρνουμε τη σχέση για το γενικευμένο ιξώδες που θα χρησιμοποιηθεί στη συνέχεια. Εδώ, η τιμή του  $\delta$  λαμβάνεται ίση με 0.002.

$$\tilde{\eta}_{gen} = 1 + n_{11} \frac{\tilde{E}}{d} + n_{12} \frac{\tilde{E}^2}{d} + n_{21} \frac{\tilde{E}}{d^{0.5}} + n_{22} \frac{\tilde{E}^2}{d^{0.5}} + n_{23} \frac{\tilde{E}^3}{d^{0.5}} \quad (93)$$

όπου οι τιμές των συντελεστών  $n_{11}, n_{12}, n_{21}, n_{22}, n_{23}$  δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$n_{11} = \frac{h a_{11} E_0}{u_0 \eta_0}, \quad n_{12} = \frac{h a_{12} E_0^2}{u_0 \eta_0} \quad (94)$$

$$n_{21} = \frac{\sqrt{h} a_{21} E_0}{\sqrt{u_0 \eta_0}}, \quad n_{22} = \frac{\sqrt{h} a_{22} E_0^2}{\sqrt{u_0 \eta_0}}, \quad n_{23} = \frac{\sqrt{h} a_{23} E_0^3}{\sqrt{u_0 \eta_0}} \quad (95)$$

Στις παραπάνω εκφράσεις υπεισέρχεται η χαρακτηριστική τιμή της χρησιμοποιούμενης γεωμετρίας,  $h$ , η οποία είναι ίση με το ήμισυ του ύψους του καναλιού ( $h = 2 \text{ mm}$ ). Έτσι, οι παραπάνω συντελεστές προκύπτουν αδιάστατοι, λαμβάνουν δε τις τιμές του Πίνακα 17.

$n_{11}$	5.417	$n_{21}$	11.433
$n_{12}$	4.597	$n_{22}$	-8.515
		$n_{23}$	3.506

Πίνακας 17: Ηλεκτρορεολογικό ρευστό Rheobay TP AI 3565: Τιμές των παραμέτρων  $n_{11}, n_{12}, n_{21}, n_{22}, n_{23}$  [2]

Στο παρόν πρόβλημα, η τιμή του αριθμού Reynolds είναι:

$$Re = \frac{\rho h u_0}{\eta_0} = 7.849 \quad (96)$$

Όπου:  $\rho$ : πυκνότητα του ρευστού ( $\rho = 1041 [kg/m^3]$ )

$h$ : ήμισυ του ύψους του καναλιού ( $h = 2 mm$ )

$u_0$ : μέγιστη τιμή της ταχύτητας εισόδου του ρευστού στο κανάλι ( $u_0 = 0.3 [m/s]$ )

$\eta_0$ : τιμή αναφοράς του ιξώδους ( $\eta_0 = 0.037 [Pa \cdot s]$ )

Στη συνέχεια, μελετάται η επίδραση εφαρμογής ηλεκτρικού πεδίου στη δισδιάστατη ροή σε επίπεδο κανάλι (ροή ανάμεσα σε δύο παράλληλες ακίνητες πλάκες).

#### 4.4.1 Κατανομή ηλεκτρικού πεδίου

Κατά την επίλυση του προβλήματος, υπολογίζεται κατ' αρχάς ένταση του ηλεκτρικού πεδίου δεδομένης της φόρτισης των παραλλήλων πλακών εκατέρωθεν του καναλιού. Στο παρόν πρόβλημα, με βάση την εργασία αναφοράς, [2], επιλέχθηκε διαφορά δυναμικού μεταξύ των πλακών  $4 [kV]$  ( $\Delta V = 4000 Volt$ ). Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου, αγνοώντας τις επιδράσεις κοντά στα άκρα, προκύπτει:

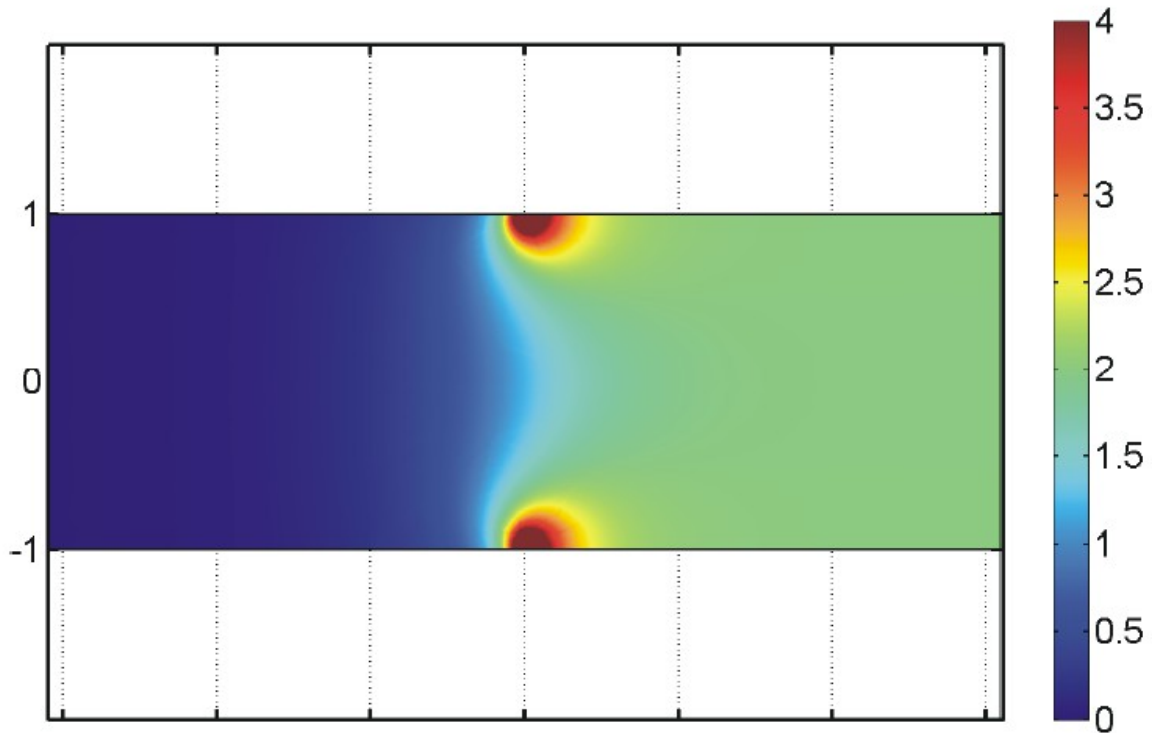
$$E = \frac{V}{d} = \frac{V}{2h} = 2 \cdot 10^6 [kV/mm] \quad (97)$$

Μετά την αδιαστατοποίηση, η αδιάστατη τιμή γίνεται ίση με  $\tilde{E} = 2$ .

Εδώ, θα εστιάσουμε στην περιοχή που το ρευστό εισέρχεται στο ηλεκτρικό πεδίο. Η αναπαράσταση του ηλεκτρικού πεδίου απεικονίζει μια περιοχή πολύ υψηλής έντασης στο σημείο αυτό.

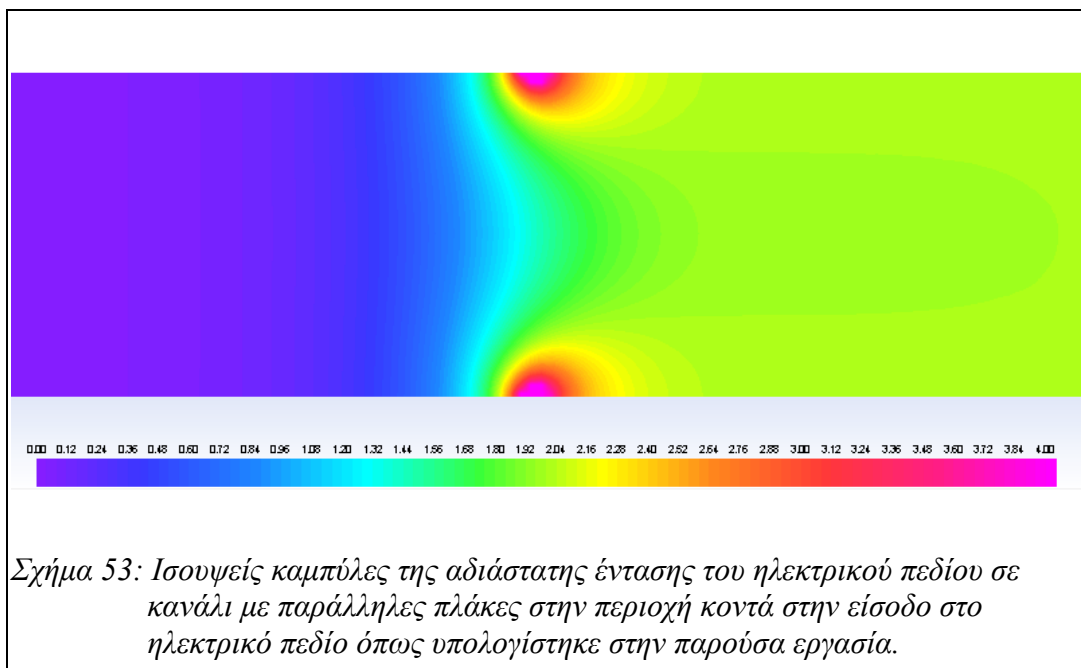
Στο Σχήμα 52 απεικονίζεται η χωρική κατανομή της αδιάστατης έντασης του ηλεκτρικού πεδίου, όπως υπολογίστηκε στην εργασία [2].





Σχήμα 52: Ισοψείς καμπύλες της αδιάστατης έντασης του ηλεκτρικού πεδίου σε κανάλι με παράλληλες πλάκες στην περιοχή κοντά στην είσοδο στο ηλεκτρικό πεδίο όπως υπολογίστηκε στην εργασία [2].

Το πεδίο αυτό υπολογίστηκε και στην παρούσα εργασία, καθώς είναι απαραίτητο για τον αριθμητικό προσδιορισμό της κατανομής του ιξώδους. Η αντίστοιχη χωρική κατανομή της αδιάστατης έντασης του ηλεκτρικού πεδίου παρουσιάζεται στο Σχήμα 53.

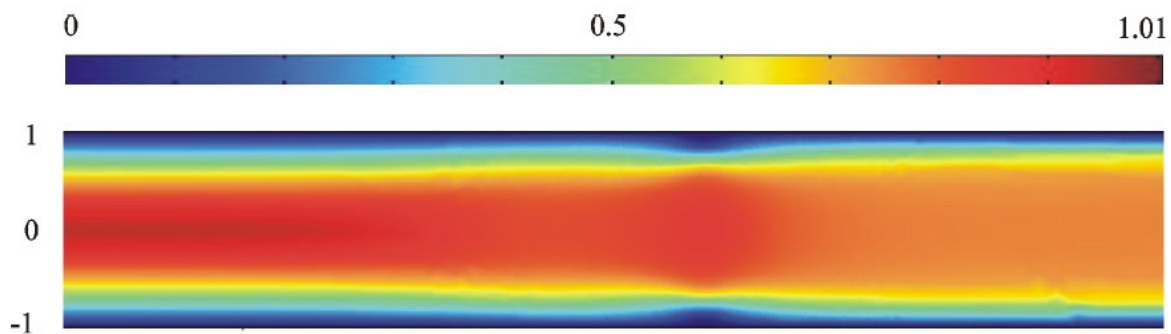


Σχήμα 53: Ισοψείς καμπύλες της αδιάστατης έντασης του ηλεκτρικού πεδίου σε κανάλι με παράλληλες πλάκες στην περιοχή κοντά στην είσοδο στο ηλεκτρικό πεδίο όπως υπολογίστηκε στην παρούσα εργασία.

#### 4.4.2 Ταχύτητα ροής

Στην περιοχή που δεν εφαρμόζεται ηλεκτρικό πεδίο (στο αριστερό ήμισυ του υπολογιστικού πεδίου), το ρευστό θα συμπεριφέρεται ως Νευτώνειο και κατά συνέπεια το προφίλ ταχύτητας θα είναι σταθερό, παραβολικό. Στην περιοχή όπου εφαρμόζεται το ηλεκτρικό πεδίο (στο δεξιό ήμισυ του υπολογιστικού πεδίου), το ρευστό θα συμπεριφερθεί ως μη Νευτώνειο (ρευστό Bingham), αποκτώντας μια τάση προς στερεοποίηση. Η πλήρης στερεοποίησή του όμως δεν είναι δυνατή, καθώς λόγω της διαρκούς κίνησής του αναπτύσσονται διατμητικές δυνάμεις ισχυρότερες της κρίσιμης τάσης, καθιστώντας το ρευστό στην περιοχή μακράν του μέσου του καναλιού. Αυτό που παρατηρείται στα ακόλουθα σχήματα είναι πως στην περιοχή πριν από την είσοδο στο ηλεκτρικό πεδίο, το προφίλ της ταχύτητας παρουσιάζει παραβολική κατανομή, ενώ μετά την είσοδό του στο πεδίο, η κατανομή του προφίλ ταχύτητας εμφανίζεται περισσότερο πεπλατυσμένη, αποκτώντας τη χαρακτηριστική μορφή της ροής ενός ρευστού Bingham. Στο κέντρο του καναλιού η ταχύτητα ροής παραμένει σχεδόν σταθερή, κάτι που σημαίνει πως έχουμε κίνησή του ως μια ενιαία, στερεή περίπου δομή. Μια δεύτερη παρατήρηση με βάση τα ακόλουθα διαγράμματα είναι πως στην περιοχή του άκρου του ηλεκτροδίου οι τιμές της ταχύτητας είναι εξαιρετικά μικρές. Το φαινόμενο αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι λόγω του πολύ ισχυρού πεδίου στο σημείο αυτό το ρευστό έχει σχεδόν στερεοποιηθεί.

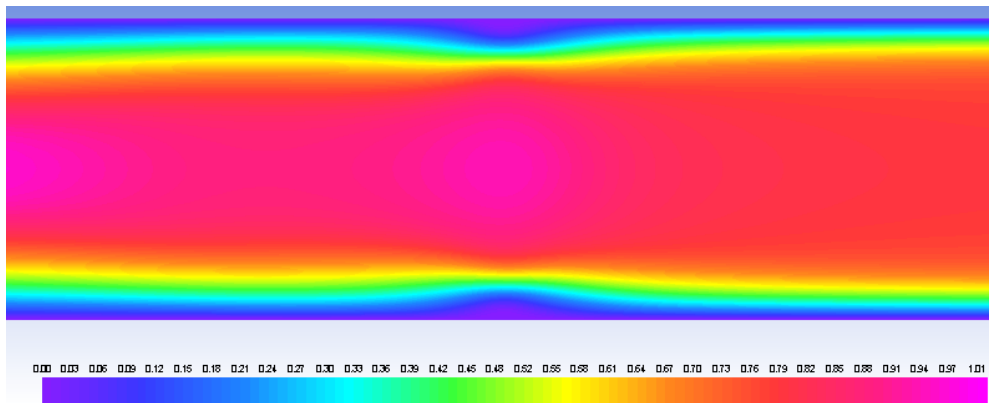
Στο Σχήμα 54 παρουσιάζεται το πεδίο ταχύτητας όπως υπολογίζεται από την εργασία [2]. Στο Σχήμα 55 παρουσιάζεται η αντίστοιχη κατανομή, όπως προέκυψε από υπολογισμούς της παρούσας εργασίας.



Σχήμα 54: Ισοϋψείς καμπύλες της ταχύτητα  $u$  σε ροή ηλεκτρορεολογικού ρευστού σε κανάλι με παράλληλες πλάκες στην περιοχή κοντά στην είσοδο στο ηλεκτρικό πεδίο, όπως υπολογίστηκε στην εργασία [2].

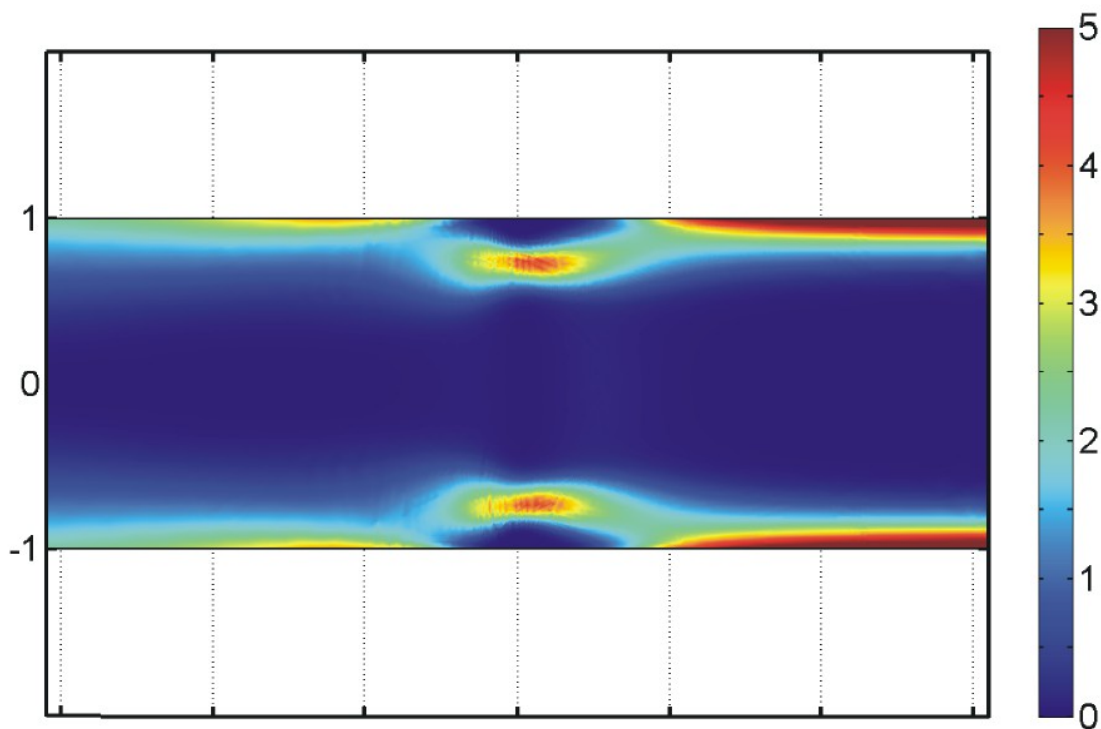
Και στις δύο περιπτώσεις, οι τιμές της ταχύτητας στο κανάλι είναι αδιάστατες. Η αδιαστατοποίηση έχει γίνει ως προς τη μέγιστη ταχύτητα εισόδου στο κανάλι ( $u_0=0.3 [m/s]$ ) ως

$$\tilde{u} = \frac{u}{u_0} \quad (98)$$



Σχήμα 55: Ισοϋψείς καμπύλες της ταχύτητα  $u$  σε ροή ηλεκτρορρολογικού ρευστού σε κανάλι με παράλληλες πλάκες στην περιοχή κοντά στην είσοδο στο ηλεκτρικό πεδίο, όπως υπολογίστηκε στην παρούσα εργασία.

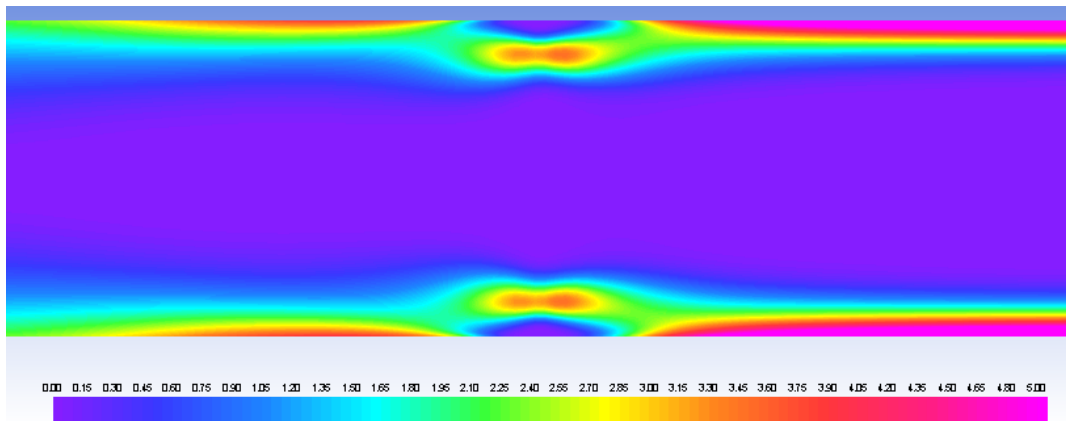
#### 4.4.3 Ρυθμός γωνιακής παραμόρφωσης



Σχήμα 56: Ισοϋψείς καμπύλες του αδιάστατου ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης ηλεκτρορρολογικού ρευστού σε κανάλι με παράλληλες πλάκες, στην περιοχή κοντά στην είσοδο στο ηλεκτρικό πεδίο, όπως υπολογίστηκε στην εργασία [2].

Η τιμή του ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης υπολογίζεται μέσω των τιμών των παραγώγων της ταχύτητας όπως παρουσιάστηκε μέσω της εξίσωσης (60). Στο Σχήμα 56 παρουσιάζεται ο αδιάστατος ρυθμός γωνιακής παραμόρφωσης στο κανάλι, όπως

υπολογίστηκε στην εργασία [2], ενώ στο Σχήμα 57 παρουσιάζονται τα αντίστοιχα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας. Τα αποτελέσματα των δύο εργασιών είναι σε πολύ καλή συμφωνία.



*Σχήμα 57: Ισοϋψείς καμπύλες του αδιάστατου ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης ηλεκτρορεολογικού ρευστού σε κανάλι με παράλληλες πλάκες, στην περιοχή κοντά στην είσοδο στο ηλεκτρικό πεδίο, όπως υπολογίστηκε στην παρούσα εργασία.*

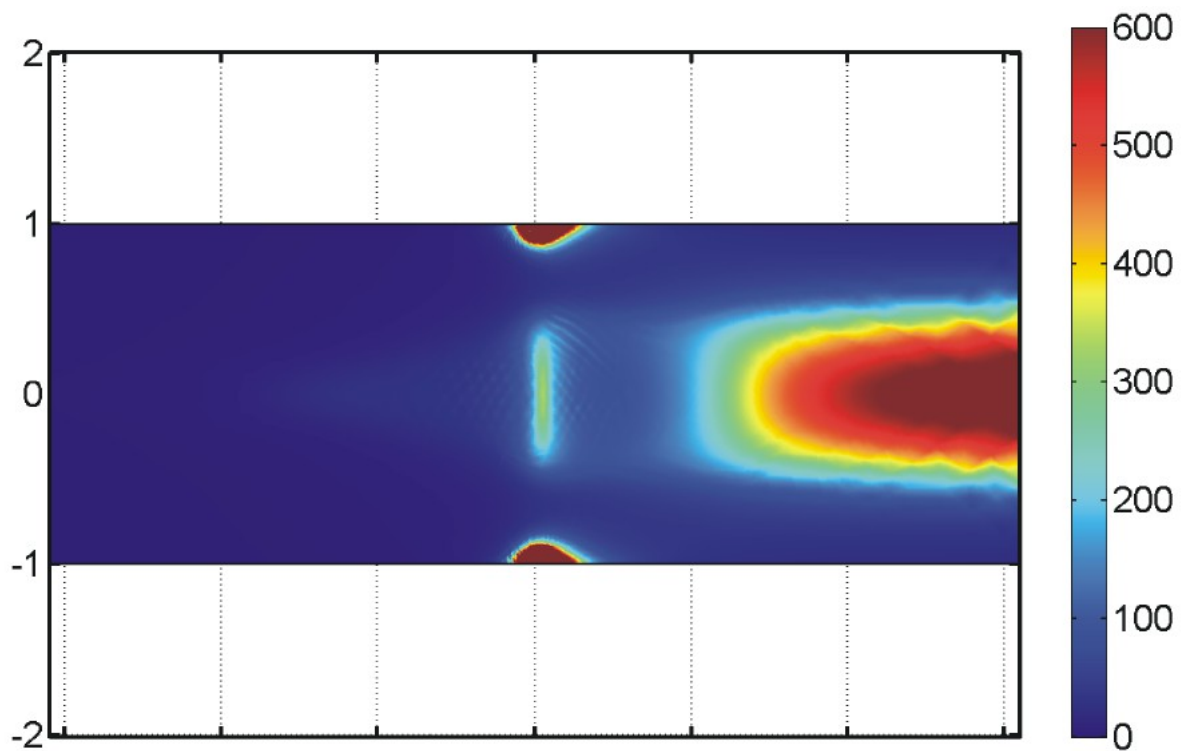
#### 4.4.4 Η τιμή του γενικευμένου ιξώδους

Η τιμή του γενικευμένου ιξώδους υπολογίζεται μέσω της σχέσης (93). Για το παρόν πρόβλημα ροής ηλεκτρορεολογικού ρευστού σε επίπεδο κανάλι, συγκρίνεται η χωρική κατανομή του γενικευμένου ιξώδους της εργασίας [2] με τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας (Σχήματα 58 και 59, αντίστοιχα).

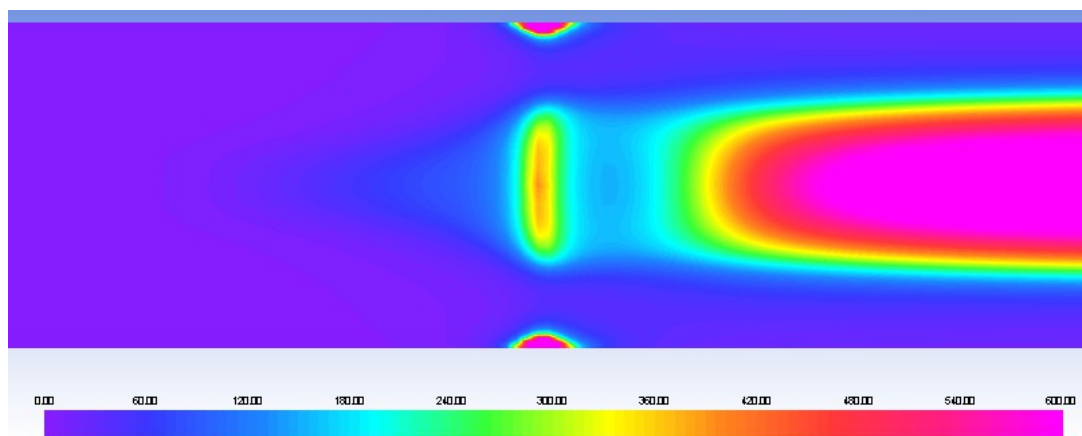
Αυτό που γίνεται αντιληπτό από την κατανομή του ιξώδους είναι πως η ουσιαστική αλλαγή επέρχεται ως μια νησίδα υψηλού ιξώδους στο κέντρο του καναλιού. Το γεγονός αυτό συνάδει με ροή ενός ρευστού Bingham. Οι υψηλές τιμές του ιξώδους στο μέσο του καναλιού αντιστοιχούν σε συμπεριφορά που ομοιάζει προς αυτήν στερεού.

Αντιστοίχως, παρατηρούμε πως κοντά στα τοιχώματα του καναλιού οι τιμές του επιτευχθέντος ιξώδους είναι σημαντικά χαμηλότερες. Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο, το κατά πόσο το σώμα θα συμπεριφερθεί ως ρευστό ή ως στερεό εξαρτάται από τους δεσμούς στη μικροδομή του.

Με την εφαρμογή ηλεκτρικού πεδίου βοηθούμε το ρευστό να ισχυροποιήσει τους υπάρχοντες δεσμούς, αποκτώντας τάση προς στερεοποίηση. Κατά τη φάση αυτή, υπάρχει πάντα ενδεχόμενο να σπάσουν οι δεσμοί υπό την επιβολή διατμητικών τάσεων μεγαλύτερων κάποιας κρίσιμης τιμής, και να λάβει χώρα σχετική μετακίνηση. Έτσι, στα σημεία κοντά στα τοιχώματα όπου οι τιμές των τάσεων και του ρυθμού της γωνιακής παραμόρφωσης είναι σημαντικές, οι τιμές του γενικευμένου ιξώδους είναι πολύ μικρότερες. Κοντά στο άκρο των ηλεκτροδίων, η τιμή του ηλεκτρικού πεδίου είναι τόσο ισχυρή, ώστε να αυξάνεται το ιξώδες του ρευστού σε βαθμό στερεοποίησής του.



Σχήμα 58: Ισοϋψείς καμπύλες του γενικευμένου ιζώδους ηλεκτρορεολογικού ρευστού σε κανάλι με παράλληλες πλάκες, στην περιοχή κοντά στην είσοδο στο ηλεκτρικό πεδίο, όπως υπολογίστηκε στην εργασία [2].



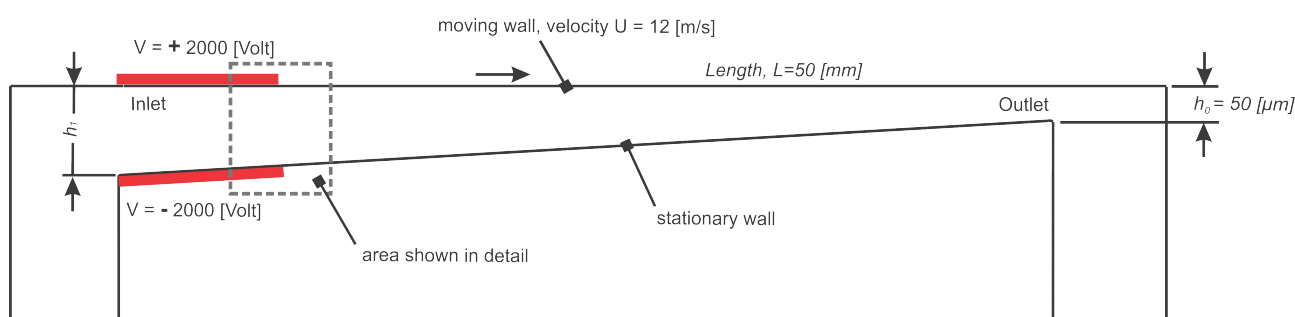
Σχήμα 59: Απεικόνιση του γενικευμένου ιζώδους ηλεκτρορεολογικού ρευστού σε κανάλι με παράλληλες πλάκες, στην περιοχή κοντά στην είσοδο στο ηλεκτρικό πεδίο, όπως υπολογίστηκε στην παρούσα εργασία.

## 4.5 Προσομοίωση ωστικού εδράνου λιπαινόμενων με ηλεκτρορολογικό ρευστό

Σκοπός της παρούσας ενότητας είναι η διερεύνηση της δυνατότητας χρήσης ηλεκτρορολογικού ρευστού σε ωστικά έδρανα, ώστε να επιτευχθεί η επιθυμητή κατανομή του ιξώδους του ρευστού, η οποία προσδιορίστηκε μέσω της επίλυσης του προβλήματος βελτιστοποίησης της ενότητας 4.3.

Λόγω των μεγάλων απαιτήσεων του προβλήματος σε υπολογιστική ισχύ, για την επίλυση του προβλήματος επιλέχθηκε να θεωρηθεί μόνο το πρόβλημα του εδράνου αναφοράς, δηλαδή του εδράνου με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες.

Οι παράμετροι σχεδίασης του προβλήματος επιλέχθηκαν ώστε να αντιστοιχούν στη σχεδίαση που αποτυπώθηκε ως βέλτιστη κατά τη θεώρηση βηματικά μεταβλητού ιξώδους κατά μήκος του εδράνου (ενότητα 4.3.3).

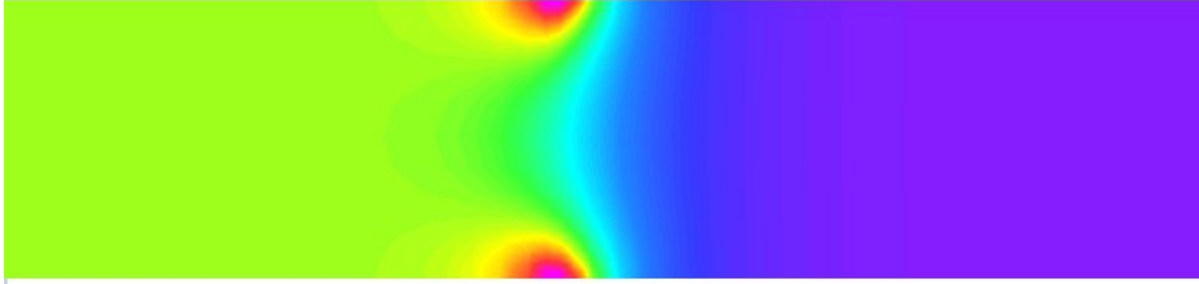


Σχήμα 60: Ωστικό έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες το οποίο λιπαίνεται με ηλεκτρορολογικό ρευστό: Παράμετροι σχεδίασης και χαρακτηριστικά επιβαλλόμενου πεδίου.  $k=1.53$ ,  $\Delta V=4000 [V]$ .

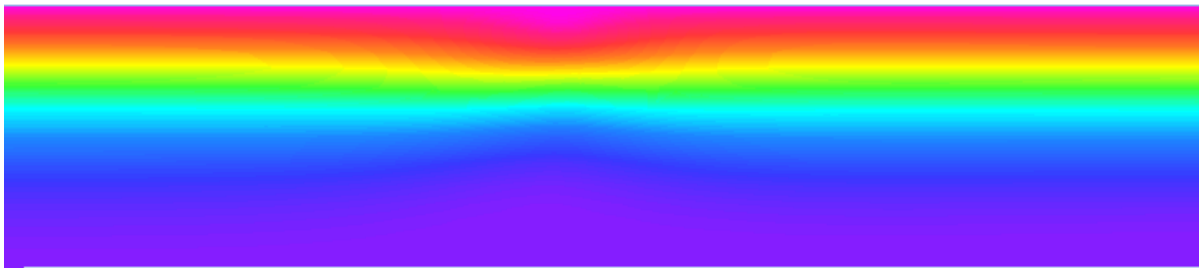
Στα Σχήματα 61 - 64 παρατίθενται τα πεδία των διαφόρων μεγεθών (ηλεκτρικό πεδίο, ταχύτητα, ρυθμός γωνιακής παραμόρφωσης, ιξώδες). Το ενδιαφέρον μας εστιάζεται στην περιοχή εξόδου του λιπαντικού από το επιβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο. Στο Σχήμα 60 απεικονίζεται η θεωρούμενη διάταξη προς επίλυση. Στα σχήματα αυτά, λόγω της μεγάλης εστίασης δεν είναι εμφανής η πολύ μικρή κλίση που παρουσιάζει το έδρανο. Λόγω του μικρού μήκους της περιοχής στην οποία επιβάλλεται το ηλεκτρικό φορτίο, μπορεί να υποτεθεί πως οι δύο επιφάνειες είναι σχεδόν παράλληλες. Η θεώρηση αυτή θα βοηθήσει στη συνέχεια κατά τον προσδιορισμό της δύναμης έλξης μεταξύ των πλακών.

Το πρόβλημα που περιγράφεται στην παρούσα ενότητα διαφέρει από εκείνο της Ενότητας 4.4 ως προς το ότι η κινητήρια δύναμη του συστήματος δεν είναι κάποια επιβαλλόμενη πίεση στην είσοδο του καναλιού, αλλά η κινούμενη επιφάνεια του ρότορα. Επακόλουθο αυτής της διαφοροποίησης είναι τα μεγέθη ενδιαφέροντος να παρουσιάζουν σημαντικά διαφορετική κατανομή σε σχέση με τα αντίστοιχα της παραγράφου 4.4.

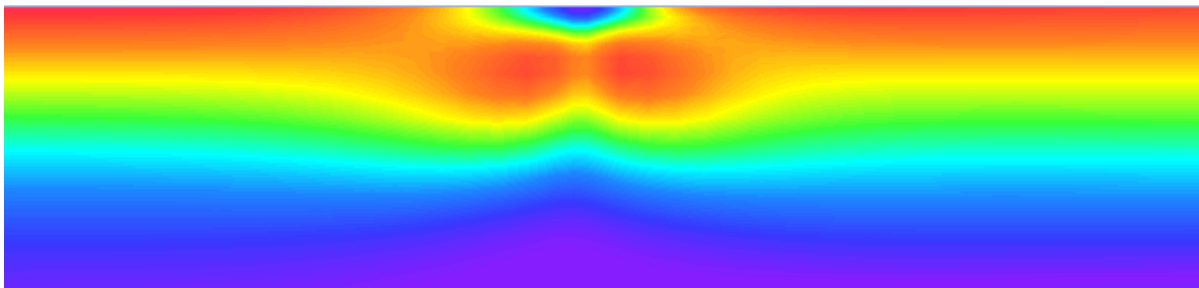
Η ταχύτητα στο σύνορο με την άνω επιφάνεια έχει τιμή ίση με την ταχύτητα κίνησης του ρότορα, και στο κατώτερο σημείο μηδενική τιμή (λόγω της συνθήκης μη ολίσθησης). Στο σημείο εξόδου από το ηλεκτρικό πεδίο, η μέγιστη ταχύτητα του ρευστού παρουσιάζει μια διαφοροποίηση, η οποία οφείλεται στην πολύ μεγάλη τιμή του ιξώδους κοντά στο άκρο της φορτισμένης πλάκας (ομοιάζει με στερεά μορφή προσκολλημένη στην πλάκα, κινούμενη με την ταχύτητά της).



Σχήμα 61: Ωστικό έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες το οποίο λιπαίνεται με ηλεκτρορεολογικό ρευστό: Επιβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο.



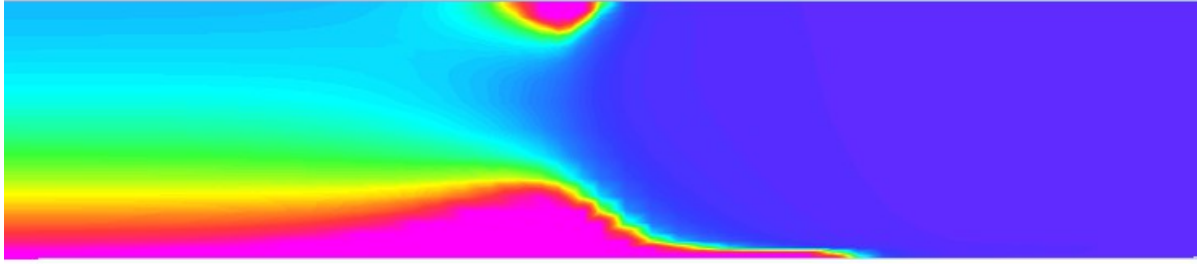
Σχήμα 62: Ωστικό έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες το οποίο λιπαίνεται με ηλεκτρορεολογικό ρευστό: Ισοϋψείς καμπύλες της ταχύτητα  $u$ .



Σχήμα 63: Ωστικό έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες το οποίο λιπαίνεται με ηλεκτρορεολογικό ρευστό: Ισοϋψείς καμπύλες του ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης.

Ο ρυθμός γωνιακής παραμόρφωσης του ρευστού είναι πολύ μεγάλος κοντά στην κινούμενη πλάκα. Κοντά στο άκρο του ηλεκτροδίου, η τιμή του τείνει στο μηδέν, γεγονός το οποίο επαληθεύει τα όσα ειπώθηκαν περί στερεοποίησης του ρευστού σε πολύ μεγάλες τιμές της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου.

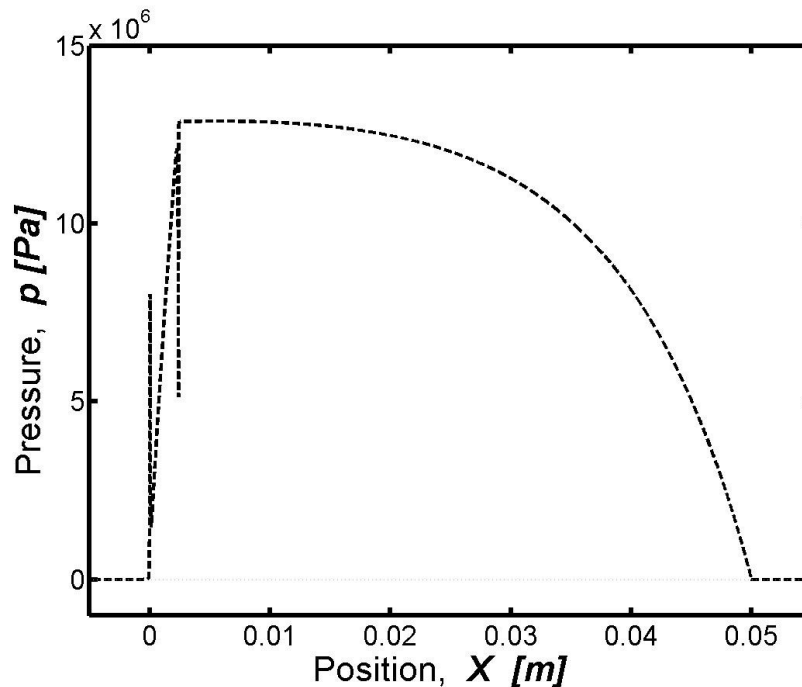




Σχήμα 64: Ωστικό έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες το οποίο λιπαίνεται με ηλεκτρορεολογικό ρευστό: Ισοϋψείς καμπύλες του γενικευμένου ιξώδους.

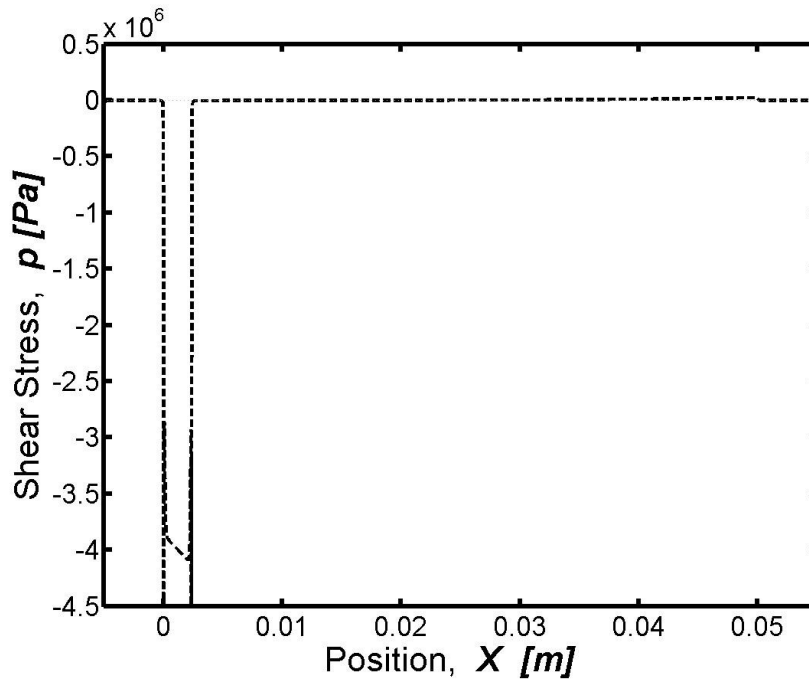
Όπως έχει αναφερθεί, η τιμή του ιξώδους στο κανάλι είναι ανάλογη της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου, και αντιστρόφως ανάλογη του ρυθμού γωνιακής παραμόρφωσης. Για το παρόν πρόβλημα, η κατανομή του ιξώδους παρουσιάζεται στο Σχήμα 64. Στο σχήμα αυτό, παρατηρούμε πως η κατανομή του ιξώδους δεν είναι ομοιογενής στην περιοχή επιβολής του ηλεκτρικού πεδίου. Ο ρυθμός γωνιακής παραμόρφωσης είναι πολύ μεγάλος κοντά στην κινούμενη επιφάνεια, συνεπώς στο σημείο αυτό παρατηρούνται οι μικρότερες τιμές του ιξώδους. Κοντά στο άκρο των ηλεκτροδίων, λόγω υψηλής έντασης του πεδίου, παρουσιάζονται δύο ζώνες εξαιρετικά υψηλού ιξώδους.

Η απόκλιση της πραγματικής κατανομής του ιξώδους από τη διακριτή που παρουσιάστηκε στην ενότητα 4.3.3, οδηγεί σε διαφοροποιήσεις της τιμής του συντελεστή τριβής της διάταξης.



Σχήμα 65: Ωστικό έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες το οποίο λιπαίνεται με ηλεκτρορεολογικό ρευστό: Χωρική κατανομή της πίεσης στο ρότορα.





Σχήμα 66: Ωστικό έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες το οποίο λιπαίνεται με ηλεκτρορεολογικό ρευστό: Χωρική κατανομή των διατμητικών τάσεων στο ρότορα.

Στα Σχήματα 65 και 66 παρουσιάζεται η χωρική κατανομή της πίεσης και της διατμητικής τάσης στο ρότορα του εδράνου. Η μορφή των καμπυλών των σχημάτων 65 και 66 είναι ποιοτικά ίδια με εκείνη των σχημάτων της ενότητας 4.3.3. Εντούτοις, η τιμή των βασικών παραμέτρων απόδοσης (συντελεστής τριβής, ικανότητα παραλαβής φορτίου) δεν είναι τόσο ευνοϊκή όσο στην περίπτωση της βηματικής αλλαγής του ιξώδους (βλ. Πίνακα 18).

Διαφορά δυναμικού [V]	Μέση τιμή του ιξώδους στην περιοχή του ηλεκτρικού πεδίου [Pa s]	Ισοδύναμος λόγος μεταβολής ιξώδους	Ικανότητα παραλαβής φορτίου [N/m]	Ανθιστάμενη δύναμη [N/m]	Συντελεστής τριβής
600	1.958	52.92	131400	534	0.00407 47

Πίνακας 18: Ωστικό έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες το οποίο λιπαίνεται με ηλεκτρορεολογικό ρευστό: Χαρακτηριστικά μεγέθη λειτουργίας.

Η βελτιστοποίηση του εδράνου στην πραγματική περίπτωση της λίπανσης με πραγματικό ηλεκτρορεολογικό ρευστό χρήζει περαιτέρω μελέτης προκειμένου να εντοπιστεί ο συνδυασμός των μεταβλητών σχεδίασης ο οποίος οδηγεί στη βέλτιστη τιμή του συντελεστή τριβής. Προκειμένου να είναι όσο το δυνατόν ρεαλιστικότερα τα αποτελέσματα, είναι σκόπιμο να εισαχθεί η έννοια ενός ισοδύναμου συνολικού συντελεστή τριβής. Το μέγεθος αυτό θα λαμβάνει υπόψη όλες τις παράπλευρες συνέπειες που προκύπτουν λόγω της επιβολής του ηλεκτρικού πεδίου στο σύστημα. Στην προκειμένη περίπτωση πρέπει να ληφθούν υπόψη:

- οι ελκτικές δυνάμεις μεταξύ των πλακών λόγω της αντίθετης φόρτισής τους, οι οποίες θα πρέπει να αφαιρεθούν από την τιμή της ικανότητας παραλαβής φορτίου
- η απαιτούμενη ενέργεια προκειμένου να διατηρείται σταθερή η ένταση του ηλεκτροστατικού πεδίου.

Για απλούστευση των υπολογισμών θεωρούμε πως οι πλάκες είναι σχεδόν παράλληλες, καθώς η μεταξύ τους κλίση είναι πολύ μικρή. Η δύναμη έλξης ανά τρέχον μέτρο πλάτους του εδράνου μπορεί να υπολογιστεί με χρήση της εξίσωσης 99.

$$\frac{F_{electric}}{B} = \frac{1}{2} \varepsilon \left[ \frac{V}{h} \right]^2 L_v \quad (99)$$

όπου:  $\varepsilon$ : η ηλεκτρική διαπερατότητα του λιπαντικού, η οποία δίνεται για το Rheobay TP AI 3565 ίση με  $1.4 \cdot 10^{-9} [As/(Vm)]$

$V$ : η διαφορά δυναμικού μεταξύ των πλακών, στην προκειμένη περίπτωση ίση με 600 [V]

$h$ : η απόσταση μεταξύ των πλακών, στην προκειμένη περίπτωση λαμβάνεται ίση με την απόσταση στην είσοδο του καναλιού καθώς το μήκος επιβολής είναι πολύ κοντά στο σημείο αυτό, 0.000127 [m]

$L_v$ : το μήκος των φορτισμένων πλακών, στο παρόν πρόβλημα είναι ίσο με το 10% του μήκους του καναλιού

Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω, το μέτρο της ελκτικής δύναμης μεταξύ των πλακών προκύπτει ίσο με:  $F_{electric} = 7.8 [N/m]$

Όσον αφορά στην απαιτούμενη ενέργεια για τη διατήρηση του πεδίου, θα υποθέσουμε πως η διαρροή φορτίου μεταξύ των πλακών είναι πάρα πολύ μικρή. Ως αποτέλεσμα, προκύπτει πως η απαίτηση ενέργειας είναι σχεδόν μηδενική και συνεπώς μπορεί να αμεληθεί.

Κατά συνέπεια, μπορεί να υπολογιστεί ο συνολικός συντελεστής τριβής του συστήματος:

$$f_{total} = \frac{F}{W - F_{electric}} = \frac{534}{131400 - 7.8} = 0.0040641 \quad (100)$$

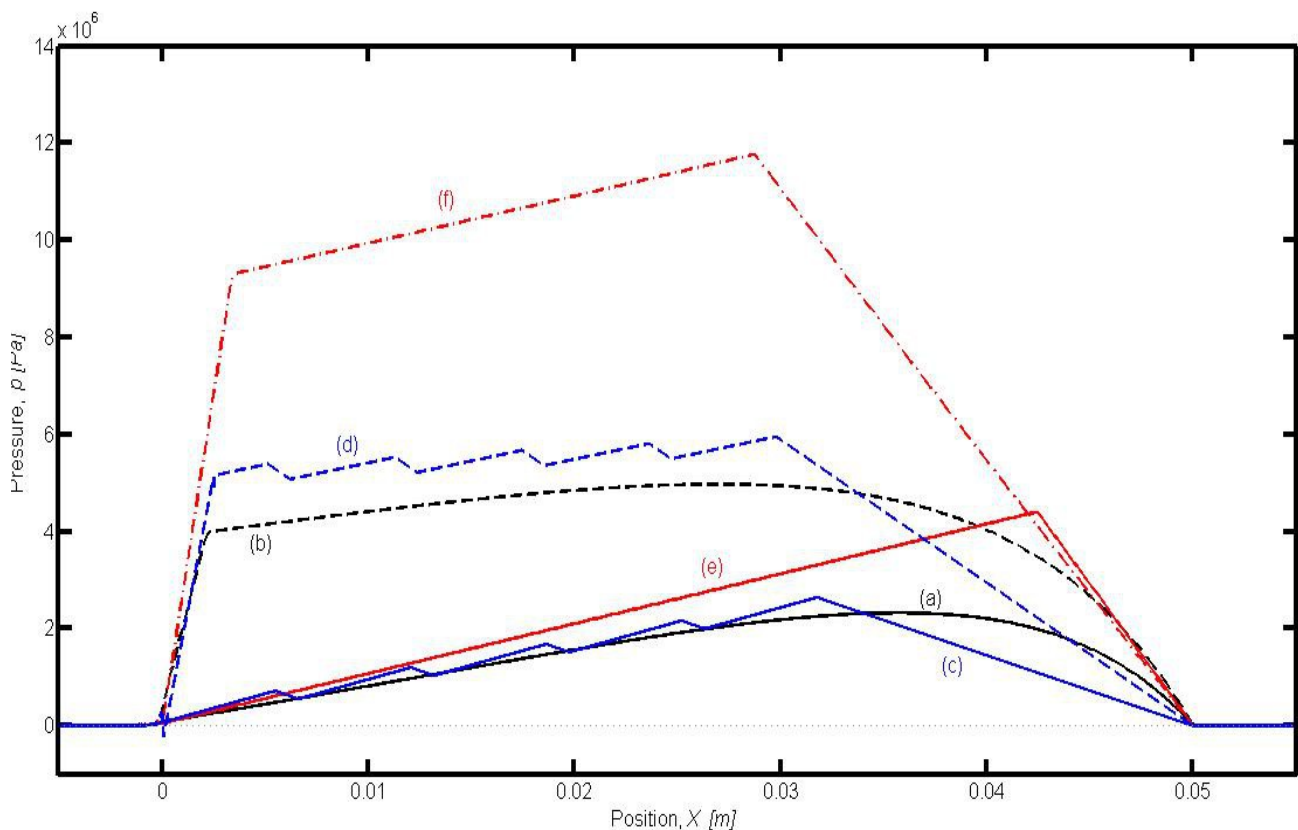
Το μέγεθος αυτό είναι μικρότερο από το αντίστοιχο του εδράνου χωρίς την επίδραση του μεταβλητού ιξώδους κατά 8.25%.

## 4.6 Συγκεντρωτικά αποτελέσματα

Στο πλαίσιο της παρούσας ενότητας εξετάστηκε η επίδραση της χωρικής μεταβολής του ιξώδους του λιπαντικού στον συντελεστή τριβής ενός εδράνου ώσης. Συγκεκριμένα, μελετήθηκαν τρεις διαφορετικές διατάξεις:

- έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες
- παράλληλο έδρανο με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα σε τμήμα της επιφάνειας του στάτορα
- έδρανο με υδροφοβικές ιδιότητες σε τμήμα της επιφάνειας του στάτορα

Για κάθε μία από τις ανωτέρω διατάξεις έγινε υπολογισμός των χαρακτηριστικών λειτουργίας για τις περιπτώσεις λίπανσης με ρευστό σταθερού και χωρικά μεταβαλλόμενου ιξώδους. Στην περίπτωση χωρικά μεταβαλλόμενου ιξώδους παρατηρήθηκαν διαφοροποιήσεις της κατανομή τόσο των διατμητικών τάσεων όσο και των πιέσεων κατά μήκος του καναλιού. Το μέγεθος της επίδρασης γίνεται κατανοητό με χρήση του Σχήματος 67 στο οποίο παρουσιάζονται τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα για την κατανομή της πίεσης για όλες τις περιπτώσεις που εξετάστηκαν.



Σχήμα 67: Χωρική κατανομή πίεσης στο ρότορα για: a) έδρανο με λείες, συγκλίνουσες επιφάνειες, b) έδρανο με λείες, συγκλίνουσες επιφάνειες και χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες, c) παράλληλο έδρανο με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα, d) παράλληλο έδρανο με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα και χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες, e) λείο έδρανο με υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του στάτορα, f) λείο έδρανο με υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του στάτορα και χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες.

Σε όλες τις περιπτώσεις με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες παρατηρήθηκε σημαντική μείωση του συντελεστή τριβής. Συνοπτικά, τα αποτελέσματα για όλες τις περιπτώσεις που εξετάστηκαν παρουσιάζονται στον Πίνακα 19.

Μοντέλο	Συμβατικό λιπαντικό			Λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες			$\frac{W_{ERF}}{W_{simple}}$	$\frac{F_{ERF}}{F_{simple}}$	$\Delta(f)\%$
	$W$ [N/m]	$F$ [N/m]	$f$ [-]	$W$ [N/m]	$F$ [N/m]	$f$ [-]			
Έδρανο με λείες συγκλίνουσες επιφάνειες και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες	72140	320	0.00443	220278	618.6	0.00305	2.81	1.93	-31.1
Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, με τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα σε τμήμα του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες	33440	198	0.00596	118220	418	0.00354	3.54	2.096	-40.6
Έδρανο με παράλληλες επιφάνειες, υδροφοβικότητα σε τμήμα της επιφάνειας του στάτορα, και λιπαντικό με χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες	110800	200	0.001802	418800	538	0.00128	3.78	2.7	-28.8

Πίνακας 19: Συγκεντρωτικός πίνακας των αποτελεσμάτων των τριών προβλημάτων βελτιστοποίησης της παρούσας ενότητας.

Με μια προσεκτικότερη ανάγνωση του Πίνακα 19 μπορούν να προσδιοριστούν οι λόγοι για τους οποίους η επιβολή του μεταβαλλόμενου ιξώδους οδηγεί σε μείωση του συντελεστή τριβής.

Όπως αναφέρθηκε νωρίτερα, ο συντελεστής τριβής ορίζεται ως το πηλίκο της δύναμης τριβής προς την ικανότητα παραλαβής φορτίου ( $f = F/W$ ). Από τον πίνακα 19 προκύπτει πως σε κάθε περίπτωση η επιβολή χωρικά μεταβαλλόμενου ιξώδους οδηγεί σε ταυτόχρονη αύξηση και των δύο μεγεθών. Καθίσταται σαφές, πως, και στα τρία μοντέλα, η αύξηση της ικανότητας παραλαβής φορτίου είναι αναλογικά μεγαλύτερη από την αύξηση της ανθιστάμενης δύναμης τριβής. Το αποτέλεσμα είναι ο παρατηρούμενος μειωμένος συντελεστής τριβής.

Γενικά, η τιμή των  $W$  και  $F$  προκύπτει ως το ολοκλήρωμα των κατανομών της πίεσης και των διατμητικών τάσεων αντίστοιχα.

Ο λόγος για τον οποίον η κατανομή των πιέσεων τροποποιείται διαφορετικά από την κατανομή των διατμητικών τάσεων μπορεί να εξηγηθεί με βάση το απλό μαθηματικό μοντέλο που αναπτύχθηκε στο κεφάλαιο 2.2.1, μέσω της εξίσωσης Reynolds.

Γενικά, η συμπεριφορά του πεδίου πίεσης περιγράφεται από τη σχέση 13:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

Αν επιπλέον υποθεθεί βηματική αλλαγή του ιξώδους, τότε, πριν και μετά την αλλαγή, η τιμή του ιξώδους είναι σταθερή. Έτσι δύναται να βγει εκτός της παραγωγίσισης σχηματίζοντας τη σχέση:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (101)$$

Αντίστοιχα η συμπεριφορά του πεδίου των διατμητικών τάσεων δίνεται από τη σχέση 12:

$$\tau_y = \eta \frac{\partial u}{\partial y}$$

Είναι εμφανές πως η συμπεριφορά των δύο μεγεθών δεν έχει την ίδια εξάρτηση από την τιμή του ιξώδους. Βηματική αλλαγή στην τιμή του ιξώδους θα επιφέρει σύμφωνα με τη σχέση (12) ασυνέχεια στην **τιμή** των διατμητικών τάσεων. Αντιστοίχως, βηματική αλλαγή στην τιμή του ιξώδους θα επιφέρει σύμφωνα με τη σχέση (101) ασυνέχεια στην **παραγωγή** της πίεσης. Έτσι, όπως φαίνεται και στα αποτελέσματα όλων των μοντέλων που επιλύθηκαν, μετά το διάστημα επιβολής του αυξημένου ιξώδους οι διατμητικές τάσεις επιστρέφουν ακαριαία στην τιμή των τάσεων του αντίστοιχου μοντέλου χωρίς μεταβαλλόμενο ιξώδες, ενώ η κατανομή της πίεσης αλλάζει μεν κλίση, αλλά διατηρεί τη συνέχειά της και εκτονώνεται σταδιακά έως την έξοδο από το κανάλι. Επομένως, διατηρούνται τοπικά μεγάλες τιμές της πίεσης στην περιοχή της αλλαγής του ιξώδους, με αποτέλεσμα την αύξηση του ολοκληρώματος της κατανομής της πίεσης, δηλαδή την αύξηση της δυνατότητας παραλαβής φορτίου.

## **Κεφάλαιο 5: Συμπεράσματα – Προτάσεις για Μελλοντική Εργασία**

### **5.1 Συμπεράσματα**

Στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας, πραγματοποιήθηκε ανάλυση και μοντελοποίηση της συμπεριφοράς ηλεκτρορολογικών ρευστών, για χρήση τους ως λιπαντικό μέσο σε ωστικά έδρανα υδροδυναμικής λίπανσης. Κατ' αρχάς, αναλύθηκε η δυνατότητα της βελτιστοποίησης των τριβολογικών χαρακτηριστικών ωστικών εδράνων τα οποία τροφοδοτούνται με λιπαντικό χαρακτηριζόμενο από χωρικά μεταβαλλόμενο ιξώδες. Συγκεκριμένα, στα μελετούμενα έδρανα, το λιπαντικό μέσο θεωρήθηκε ότι έχει διαφορετικό ιξώδες σε δύο διακριτές περιοχές του. Για τον σκοπό αυτόν, διατυπώθηκαν και επιλύθηκαν τρία προβλήματα βελτιστοποίησης των χαρακτηριστικών λειτουργίας ωστικών εδράνων. Συγκεκριμένα, επιλέχθηκαν απλά έδρανα με συγκλίνουσες πλευρές και λείες επιφάνειες, καθώς και έδρανα τμήμα του πέλματος των οποίων είχε τεχνητή επιφανειακή τραχύτητα ή υδροφοβικές ιδιότητες. Ο προσδιορισμός των χαρακτηριστικών λειτουργίας των εδράνων έγινε με χρήση των λογισμικών υπολογιστικής ρευστοδυναμικής ANSYS FLUENT και ANSYS CFX. Προς επαλήθευση των βέλτιστων λύσεων που υπολογίστηκαν, πραγματοποιήθηκε ανάλυση ευαισθησίας γύρω από τη βέλτιστη τιμή, και αξιολόγηση των αποτελεσμάτων. Τέλος, για την περίπτωση απλού ωστικού εδράνου με συγκλίνουσες πλευρές, μελετήθηκε η συμπεριφορά του κατά τη λίπανση με ηλεκτρορολογικό ρευστό. Για τον σκοπό αυτόν αναπτύχθηκε κατάλληλο μοντέλο ηλεκτρορολογικού ρευστού, και τα αποτελέσματα επαληθεύθηκαν συγκρινόμενα με δημοσιευμένα αποτελέσματα. Η χωρική μεταβολή του ιξώδους, στην περίπτωση αυτή, έγινε με κατάλληλη επιβολή ηλεκτρικού πεδίου σε τμήμα του εδράνου.

Το βασικότερο αποτέλεσμα της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η υπολογισθείσα σημαντική βελτίωση του συντελεστή τριβής σε όλα τα προβλήματα τα οποία μελετήθηκαν. Η μέγιστη μείωση του συντελεστή τριβής παρατηρήθηκε για έδρανο με υδροφοβικότητα σε τμήμα του πέλματος και ρευστό με χωρικά μεταβλητό ιξώδες. Στην περίπτωση αυτή, η μείωση ήταν **71%** σε σύγκριση με το συμβατικό έδρανο με λεία κεκλιμένη επιφάνεια. Ο βέλτιστος λόγος τιμών του ιξώδους κυμαίνεται μεταξύ 25-35. Για τη γεωμετρία του εδράνου αναφοράς της παρούσας εργασίας, η αύξηση του ιξώδους μπορεί να επιτευχθεί με επιβολή τάσης στο εύρος 230-270 V. Κύρια αιτία της βελτιωμένης συμπεριφοράς αποτελεί η μεγαλύτερη αύξηση της ικανότητας παραλαβής φορτίου, σε σχέση με την αναλογικά μικρότερη αύξηση της συνολικής δύναμης τριβής.

### **5.2 Προτάσεις για Μελλοντική Εργασία**

Πιθανή συνέχιση της παρούσας διπλωματικής εργασίας θα μπορούσε να αποτελέσει η πειραματική μελέτη της λειτουργίας εδράνου με ηλεκτρορολογικό ρευστό, με ανάπτυξη κατάλληλης πειραματικής διάταξης. Για τον σκοπό αυτόν, θα πρέπει να επιλεγθούν κατάλληλοι τρόποι εφαρμογής του ηλεκτρικού πεδίου σε μια πραγματική διάταξη ωστικού εδράνου.

Στην παρούσα εργασία, λόγω των υψηλών απαιτήσεων σε υπολογιστική ισχύ, δεν ήταν εφικτή η χρήση του μοντέλου με τη ρεαλιστική απόκριση ενός ηλεκτρορολογικού ρευστού στους υπολογισμούς βελτιστοποίησης. Έτσι, θα ήταν χρήσιμη η βελτιστοποίηση με χρήση του περισσότερο ρεαλιστικού μοντέλου, και η σύγκριση των αποτελεσμάτων με τα παρόντα αποτελέσματα.

Τέλος, δεδομένων των δυνατοτήτων αλλαγής του ιξώδους που μελετήθηκαν στην παρούσα εργασία, θα πρέπει να διερευνηθεί η χρήση του με στόχο να ελεγχθούν τα δυναμικά χαρακτηριστικά ενός ωστικού εδράνου (συντελεστές ακαμψίας και απόσβεσης) κατά τη λειτουργία του. Συγκεκριμένα, με κατάλληλη τροποποίηση της τιμής του ιξώδους σε ορισμένες χρονικές στιγμές θα ήταν πιθανώς εφικτή η μείωση ανεπιθύμητων ταλαντώσεων, ή ο περιορισμός της φθοράς κατά την εκκίνηση και τη διακοπή της λειτουργίας της διάταξης.

Σημειώνεται επίσης ότι η παρούσα εργασία αφορά σε προσομοίωση στις δύο διαστάσεις, και ισόθερμη ροή. Θα είχε ενδιαφέρον η επέκτασή της στο πλαίσιο της μελέτης της πλήρους (τριδιάστατης) γεωμετρίας του εδράνου, με συνυπολογισμό της μεταφοράς θερμότητας (θέρμανση του λιπαντικού και μείωση του ιξώδους αυτού).

## **Βιβλιογραφία**

1. Stachowiak, G.W., Batchelor, A.W. (2005). "Engineering Tribology", Butterworth and Heinemann.
2. Ursescu, A. (2005), "Channel flow of electrorheological fluids under an inhomogeneous electric field, Ph.D. Thesis, Technical University of Darmstadt.
3. Dadouche, A., Fillon, M., Dmochowski, W. (2006). "Performance of a Hydrodynamic Fixed Geometry Thrust Bearing: Comparison between Experimental Data and Numerical Results". Tribology Transactions, 49, 419–426.
4. Papadopoulos, C. I., Nikolakopoulos, P. G., Kaiktsis, L. (2011). "Evolutionary Optimization of Micro- Thrust Bearings with Periodic Partial Trapezoidal Surface Texturing". Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 133, 012301, pp. 1-10.
5. Pantelis, G., Nikolakopoulos, P.G, Papadopoulos, C.I., Kaiktsis, L. (2011). Minimization of Wear Rate in Thrust Bearings with Partial Liquid Slip, 2nd International Conference of Engineering Against Fracture, June 22-24, Mykonos, Greece.