



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ**

Διπλωματική εργασία

**«ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΗΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΑΕΡΟΣΩΛΗΝΑ RANQUE-HILSCH
VORTEX»**

Κατσαγάνη Ελένη

Επιβλέπων: Ρογδάκης Εμμανουήλ, Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα 2013





Περιεχόμενα

Περιεχόμενα.....	3
Πρόλογος	7
Περίληψη	8
Abstract	9
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ^ο	11
1.1 Εισαγωγή.....	11
1.1.1 Σωλήνες vortex (vortex tube)	11
1.1.2 Ονομασία σωλήνων vortex	13
1.2 Ιστορική αναδρομή.....	14
1.3 Ο σωλήνας vortex σήμερα	15
1.3.1 Σωλήνες vortex εμπορίου	15
1.3.2 Πλεονεκτήματα χρήσης σωλήνων vortex	16
1.3.3 Εφαρμογές και χρήση των σωλήνων vortex	17
1.4 Τύποι των σωλήνων vortex	18
1.4.1 Σωλήνας τύπου counter-flow	18
1.4.2 Σωλήνας τύπου uni-flow.....	19
1.4.3 Σωλήνας vortex τύπου dividing.....	20
1.4.4 Σωλήνας vortex τύπου uncooled (adiabatic)- cooled (nonadiabatic)	21
1.4.5 Σωλήνες vortex τύπου dividing με επιπρόσθετο ρεύμα	22
1.4.6 Σωλήνας vortex τύπου triple-stream.....	23
1.4.7 Σωλήνας vortex τύπου self-evacuating.....	23
1.4.8 Σωλήνες vortex ejectors.....	24
1.5 Βασική περιγραφή του φαινομένου	25
1.5.1 Διαχωρισμός ενέργειας στο σωλήνα vortex	25
1.5.2 Ρευστοδυναμική του σωλήνα vortex	25
1.6 Θεωρητική ερευνά σωλήνων vortex	26
1.6.1 Μοντέλο αδιαβατικής συμπίεσης και εκτόνωσης.....	26
1.6.2 Επίδραση τριβής και τύρβης.....	26
1.6.3 Μοντέλο ακουστικών ρευμάτων.....	28
1.6.4 Μοντέλο δευτερεύουσας ροής.....	29
1.6.5 Μοντέλο μεταφοράς θερμότητας του Scheper	29
1.6.6 Μοντέλο βασισμένο στην συνεκτικότητα	29



1.7 Ορισμοί.....	30
1.7.1 Λόγος παροχών μαζών ψυχρού άκρου	30
1.7.2 Θερμοκρασιακή διαφορά ψυχρού και θερμού άκρου.....	30
1.7.3 Αδιαστατοποιημένη πτώση/αύξηση θερμοκρασίας.....	30
1.7.4 Διάμετρος στομίου ψυχρής εξόδου.....	31
1.7.5 Ισεντροπικός βαθμός απόδοσης.....	31
1.7.6 COP- Coefficient of performance	32
1.8 Κριτήρια κατασκευής των σωλήνων vortex	33
1.8.1 Παράμετροι γεωμετρίας.....	33
1.8.1.1 Μήκος σωλήνα	33
1.8.1.2 Διάμετρος σωλήνα.....	33
1.8.1.3 Διάμετρος των ακροφυσίων εισόδου.....	33
1.8.1.4 Είδος και αριθμός ακροφυσίων	34
1.8.1.5 Στόμιο ψυχρής εξόδου.....	35
1.8.1.6 Βαλβίδα ελέγχου θερμής εξόδου.....	35
1.8.2 Παράμετρος παροχής μάζας	36
1.8.3 Αρχικές συνθήκες	36
1.8.3.1 Πίεση εισόδου	36
1.8.3.2 Θερμοκρασία εισόδου	36
1.8.4 Εργαζόμενο μέσο	36
1.8.4.1 Είδος εργαζόμενου μέσου	36
1.8.4.2 Ιδιότητες εργαζόμενου μέσου.....	37
1.8.5 Άλλοι παράγοντες	37
1.8.5.1 Υλικό σωλήνα	37
1.8.5.2 Εσωτερική τραχύτητα.....	37
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ 1ου ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ	38
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 ^ο	45
2.1 <i>1^ο Μοντέλο</i> : Μοντέλο του Ahlborn	45
2.1.1 Όρια θερμοκρασιακού διαχωρισμού σε ένα σωλήνα vortex	45
2.1.1.1 Εξίσωση της ορμής.....	46
2.1.1.2 Ενεργειακό Ισοζύγιο για το Θερμό Άκρο.....	51
2.1.1.3 Ενεργειακό Ισοζύγιο για το Ψυχρό Άκρο.....	51
2.1.2 Θεωρία δευτερεύουσας ροής σε ένα σωλήνα vortex	52
2.1.3 Ο σωλήνας vortex ως ένας κλασσικός θερμοδυναμικός ψυκτικός κύκλος	53



2.1.3.1 Θεωρία της δευτερεύουσας ροής (secondary circulation).....	53
2.1.3.2 Χαρακτηριστικά που καθιστούν ένα σωλήνα vortex θερμοδυναμικό ψυκτικό κύκλο	55
2.1.4 Ρευστοδυναμική και θερμική μοντελοποίηση	57
2.1.5 Προβλεπόμενες θερμοκρασίες στο σωλήνα vortex	58
2.1.6 Εξωτερική προσέγγιση λειτουργίας του σωλήνα vortex	60
2.1.7 Εσωτερική προσέγγιση της λειτουργίας ενός σωλήνα vortex	61
2.2 2 ^ο Μοντέλο: Μοντέλο των Shamsoddini-Khorasami	63
2.2.1 Εισαγωγή	63
2.2.2 Νόμοι της θερμοδυναμικής.....	63
2.2.3 Διαμόρφωση θερμοδυναμικού αλγορίθμου.....	64
2.3 3 ^ο Μοντέλο: Μοντέλο Sachin U. Nimbalkar	67
2.3.1 Εισαγωγή	67
2.3.2 Θεωρητικό και πειραματικό υπόβαθρο	67
2.3.2.1 Αδιαστατοποίηση παραμέτρων ενεργειακού διαχωρισμού.....	68
2.3.2.2 Πτώση απόλυτης πίεσης μέσα στο σωλήνα vortex	69
2.3.2.3 Επίδραση του συντελεστή τριβής k της βαλβίδας ελέγχου	70
2.3.3 Παρατηρούμενες δομές ροής στο σωλήνα vortex	72
2.3.4 Αναλυτικό Μοντέλο.....	73
2.3.4.1 Θεωρητικό μοντέλο για τις πολλαπλές μορφές ροής	74
2.3.4.2 Κριτήρια για διαφορετικές μορφές ροής.....	77
2.3.4.3 Μετάβαση από τη T-ροή στη VT-ροή.....	77
2.3.4.4 Θέση αξονικού σημείου ανακοπής-Θεωρητικό μοντέλο	78
2.3.4.5 Μετάβαση από T-ροή σε VT-ροή και “vortex breakdown”	80
2.3.5 Θεωρητικό Μοντέλο	81
2.3.5.1 Εισαγωγή στη γενική λύση.....	81
2.3.5.2 Εσωτερική λύση	83
2.3.6 Μοντέλο του Hussain	86
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ 2 ^{ΟΥ} ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ	90
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3	91
3.1 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΣΩΛΗΝΑ VORTEX.....	91
3.1.1 Εισαγωγή	91
3.1.2 Διαμόρφωση μοντέλου για την προσομοίωση.....	94
3.1.3 Συσχετισμός με μοντέλο του Ahlborn	104



3.1.4 Σύγκριση μοντέλων με αποτελέσματα Cfd προσομοιώσεων	107
3.2 Αποτελέσματα σύγκρισης μοντέλων με δεδομένα Cfd προσομοιώσεων	109
3.2.1 Σχολιασμός	111
3.3 Αποτελέσματα προσομοίωσης και σύγκριση των μοντέλων	113
3.3.1 Σχολιασμός	130
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ 3 ^{ΟΥ} ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ	137
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4	139
4.1 Υπολογισμός και απεικόνιση πεδίων ροής	139
4.2 Χρήση αναλυτικού μοντέλου για τον υπολογισμό των γραμμών ροής	141
4.3 Αποτελέσματα απεικόνισης πεδίων ροής.....	145
4.3.1 Σχολιασμός	150
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ 4ΟΥ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ	152
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5	153
5.1 Συμπεράσματα.....	153



Πρόλογος

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία σχεδιάστηκε, εκπονήθηκε και ολοκληρώθηκε κατά το Ακαδημαϊκό Έτος 2012-2013 στο εργαστήριο Εφαρμοσμένης Θερμοδυναμικής Ε.Μ.Π. Σκοπός της εργασίας ήταν η προσομοίωση της συμπεριφοράς ενός σωλήνα vortex βάσει αλγεβρικών μοντέλων με χρήση του λογισμικού Mathcad.

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να εκφράσω ειλικρινείς ευχαριστίες στον κ. Εμμανουήλ Ρογδάκη και στον κ. Δημήτριο Τερτίπη για την άψογη συνεργασία και την ουσιαστική υποστήριξη σε όλα τα στάδια εκπόνησης της εργασίας.

Περίληψη

“Προσομοίωση της συμπεριφοράς αεροσωλήνα Ranque-Hilsch vortex”

Στην παρούσα διπλωματική μελετήθηκε η λειτουργία και η συμπεριφορά της ροής μέσα σε ένα σωλήνα vortex. Ο σωλήνας vortex αποτελεί εφεύρεση του Georges J. Ranque και η βελτίωσή του οφείλεται στον Rudolf Hilsch. Ο σωλήνας Ranque-Hilsch vortex είναι μία «έξυπνη» συσκευή η οποία διαχωρίζει τον εισερχόμενο αέρα σε δύο ρεύματα, ένα θερμό κι ένα ψυχρό (φαινόμενο ενεργειακού διαχωρισμού/διαχωρισμού θερμοκρασίας) κι έχει ευρεία εφαρμογή σε διάφορους τομείς της επιστήμης.

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής είναι η προσομοίωση της συμπεριφοράς του σωλήνα. Μελετήθηκαν εκτενώς τρία μοντέλα αλγεβρικών εξισώσεων εκ των οποίων τα δύο του B. Ahlborn και των Shamsoddini-Khorasami επικεντρώνονται στις θερμοφυσικές παραμέτρους που επηρεάζουν το φαινόμενο και βάση των οποίων μελετάται ο θερμοκρασιακός διαχωρισμός συναρτήσει των οριακών συνθηκών. Πραγματοποιήθηκε σύγκριση με αποτελέσματα Cfd προσομοιώσεων και σύγκριση μεταξύ τους. Το τρίτο μοντέλο του S. U. Nimbalkar σε συνδυασμό με του F. Hussain χρησιμοποιήθηκε για την απεικόνιση ρευστομηχανικών ιδιοτήτων της ροής μέσα στο σωλήνα vortex μεταβάλλοντας κάποιες παραμέτρους. Ως εργαζόμενο μέσο θεωρήθηκε ο αέρας και τύπος του σωλήνα θεωρήθηκε counter-flow.



Abstract

“Simulation of behavior of vortex air-tube Ranque-Hilsch”

The study of the operation and the behavior of flow inside the vortex tube is the subject of this diploma thesis. The vortex tube is an invention of Georges J. Ranque and Rudolf Hilsch is responsible for the improvement of tube. The Ranque-Hilsch vortex tube is a “smart” device that separates the incoming flow into two different streams: hot and cold, a phenomenon known as energy separation/ temperature splitting. This device is being applied in various fields of science.

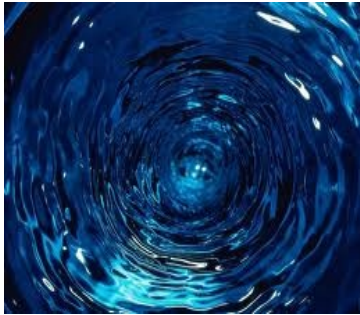
The purpose of the thesis is to simulate the behavior of vortex tube. Three models of algebraic equations were extensively studied. The first two, Ahlborn’s model and model of Shamsoddini-Khorasami focus on thermo-physical parameters that affect the operation of the tube. The temperature splitting was studied versus the boundary conditions. A comparison with Cfd simulation results and comparison between two models was carried out. The third model of S.U. Nimbalkar in conjunction with F. Hussain used in order to visualize the fluid-dynamic properties of flow inside the vortex tube by varying some important parameters. The working fluid that was considered is air and the type of tube is counter-flow.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο

1.1 Εισαγωγή

Vortex σημαίνει δίνη ή στρόβιλος και αποτελεί γνώριμο φυσικό φαινόμενο που το συναντάμε σε τυφώνες ή ανεμοθύελλες κ.α. (εικόνα 1.1).



Εικόνα 1.1: Δίνη(vortex)

Όταν παρατηρείται το φαινόμενο σε έναν άκαμπτο κυλινδρικό σωλήνα, παρουσιάζεται αξιοσημείωτη διαφορά θερμοκρασίας στα δυο του άκρα, όπου στο ένα μειώνεται πολύ ενώ στο άλλο αυξάνεται.

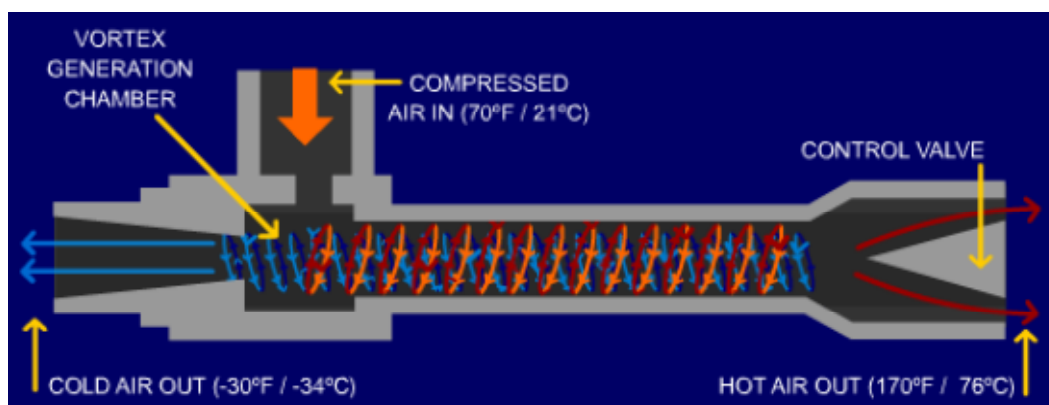
1.1.1 Σωλήνες vortex (vortex tube)

Ο σωλήνας vortex είναι μια έξυπνη συσκευή χωρίς κινούμενα μέρη που μετατρέπει την αρχικά ομοιογενή ροή ενός αερίου σε δύο ξεχωριστές ροές με διαφορετικές θερμοκρασίες. Ουσιαστικά χωρίζει ένα ρεύμα αέρα υψηλής πίεσης σε δύο ρεύματα χαμηλής πίεσης όπου το ένα έχει υψηλή και το άλλο σημαντικά χαμηλότερη απόλυτη θερμοκρασία. Το φαινόμενο αυτό αναφέρεται ως φαινόμενο διαχωρισμού θερμοκρασίας ή ενέργειας (temperature or energy separation effect). Ένας σωλήνας vortex αποτελείται από τα εξής μέρη [1]:

- Ένα η περισσότερα ακροφύσια εισόδου,
- Ένα θάλαμο προσυμπίεσης,
- Ένα στόμιο στην έξοδο ψυχρού ρεύματος,
- Μία βαλβίδα ελέγχου στην έξοδο θερμού ρεύματος,
- Ένα σωλήνα.

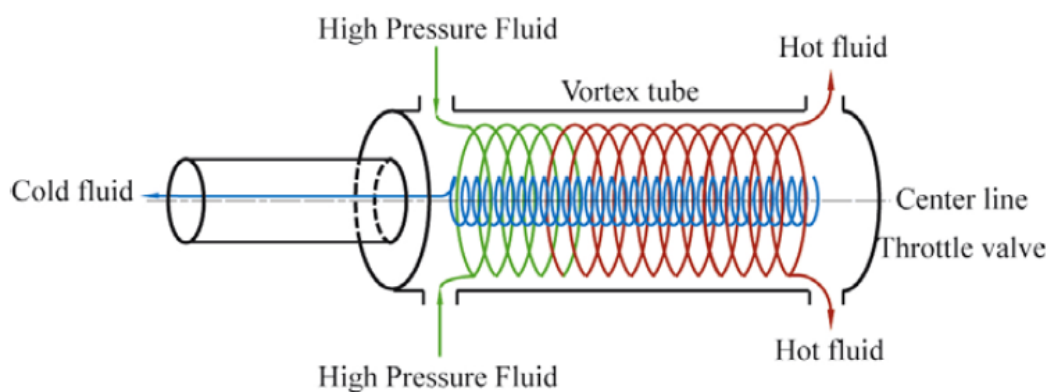
Ένα σχέδιο του σωλήνα φαίνεται στην εικόνα 1.2. Τα ακροφύσια εισόδου είναι εφαπτομενικά τοποθετημένα σε σχέση με τον κυρίως σωλήνα αναγκάζοντας το αέριο που

εισέρχεται να αποκτήσει στροβιλώδη κίνηση. Στη μία μεριά του σωλήνα επιτυγχάνεται περιορισμός της ροής με το στόμιο ψυχρής εξόδου, ενώ στο άλλο άκρο υπάρχει βαλβίδα ελέγχου που ρυθμίζει τη ροή. Ο αέρας που διαφεύγει από το ψυχρό άκρο είναι χαμηλότερης θερμοκρασίας από τον υπόλοιπο που εξέρχεται από το θερμό άκρο. Ο βαθμός ψύξης και θέρμανσης εξαρτάται από την παροχή μάζας που «δραπετεύει» από κάθε άκρο. Ανοίγοντας τη βαλβίδα μειώνεται η ποσότητα που αφήνει το κρύο άκρο. Το ποσοστό αερίου που οδηγείται στην ψυχρή έξοδο καλείται «λόγος παροχών μαζών ψυχρού άκρου» ενώ εκείνο της θερμής εξόδου, «λόγος παροχών μαζών θερμού άκρου» [2].

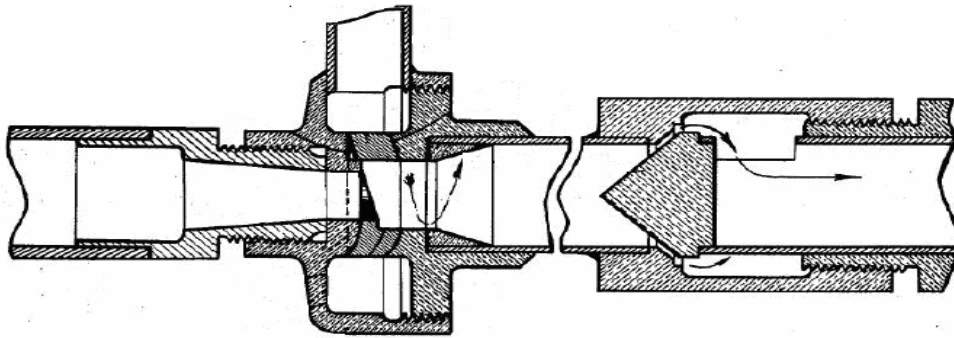


Εικόνα 1.2: Σχήμα σωλήνα vortex (Πηγή: Exair Corp. USA)

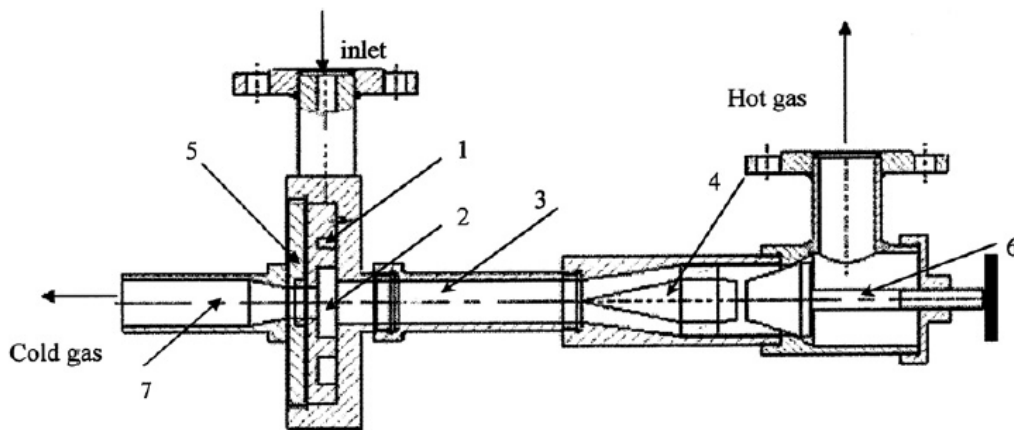
Παρατηρούμε το σωλήνα vortex στις παρακάτω εικόνες:



Εικόνα 1.3: Ροή μέσα στο σωλήνα vortex (τυπική λειτουργία), [4].



Εικόνα 1.4: Σωλήνας vortex σε τομή [3].



Εικόνα 1.5: (1) ακροφύσιο, (2) θάλαμος σωλήνα, (3) θερμό άκρο, (4) διαχύτης, (5) στόμιο, (6) βαλβίδα ελέγχου, (7) ψυχρό άκρο, [5].

1.1.2 Ονομασία σωλήνων vortex

Ο σωλήνας αυτός είναι γνωστός με διάφορα ονόματα τα πιο διαδεδομένα των οποίων είναι: vortex tube, Ranque vortex tube (πρώτος εφευρέτης), Hilsch vortex tube ή Ranque Hilsch vortex tube (ο Hilsch βελτίωσε την εμφάνιση των σωλήνων μετά τον Ranque), και Maxwell-Demon vortex tube (όπου μελέτησε την πορεία των μορίων θερμού αέρα μέσα σε σωλήνα). Η ονομασία που επικράτησε και χρησιμοποιείται στις περισσότερες βιβλιογραφίες είναι “RHVT”: Ranque Hilsch Vortex Tube ή απλά Vortex Tube [6,7,8].

1.2 Ιστορική αναδρομή

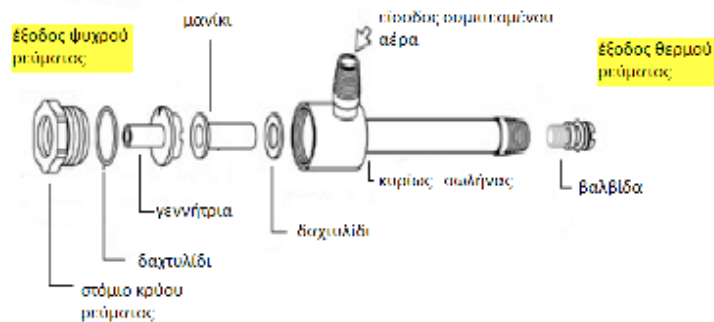
Τον 19^ο αιώνα ο Άγγλος φυσικός James Maxwell πρότεινε πως ένα σύστημα που θα παρέχει ζεστό και κρύο νερό από ένα ενιαίο σωλήνα θα μπορούσε να κατασκευαστεί εάν βρισκόταν ένας μηχανισμός, κάτι «δαιμονικό» (demon κατά τον Maxwell), που θα μπορούσε να ανοίγει και να κλείνει μια μικρή βαλβίδα, αναφερόμενος στα μόρια. Θα άνοιγε η βαλβίδα μόνο όταν ένα γρήγορο θερμό μόριο το προσέγγιζε και θα έκλεινε όταν πλησίαζαν μόρια αργής ψυχρής μάζας. Αυτή η φανταστική συσκευή θα μπορούσε να είναι η πηγή θερμών και ψυχρών ρευμάτων χρησιμοποιώντας θερμοκρασίες περιβάλλοντος αρχικά. Παρά τις υποθέσεις του Maxwell, θα ξαφνιαζόταν αν μάθαινε πως μέσα στον αιώνα η συσκευή αυτή θα γινόταν πραγματικότητα [9].

Το φαινόμενο του σωλήνα vortex παρατηρήθηκε αρχικά από τον γάλλο φυσικό και μεταλλουργό George Ranque το 1930 κατά τύχη ενώ πειραματιζόταν με μία αντλία που μοιάζει με τη σημερινή μορφή του σωλήνα. Ίδρυσε μια μικρή εταιρία ώστε να εκμεταλλευτεί το προϊόν αλλά σύντομα απέτυχε. Το 1933 στη Γαλλία παρουσίασε την εργασία σε σχέση με το σωλήνα, αντιμετωπίστηκε όμως με δυσπιστία και απάθεια [3,10]. Για πολλά χρόνια αργότερα δεν ασχολήθηκε κανένας με το σωλήνα vortex καθώς ήταν αναποτελεσματικό θερμοδυναμικά, ώσπου το μελέτησε ο Γερμανός μηχανικός Rudolph Hilsch έχοντας ως στόχο τη βελτίωση της αποτελεσματικότητας της λειτουργίας του και δημοσίευσε τα πορίσματα του στα μέσα του 1940 [11]. Το 1947 ο Hilsch εξέτασε συστηματικά την επιρροή της πίεσης εισόδου και των γεωμετρικών χαρακτηριστικών του σωλήνα vortex και παρουσίασε μια πιθανή εξήγηση για τη διαδικασία διαχωρισμού ενέργειας. Μετά τον δεύτερο παγκόσμιο πόλεμο, οι σωλήνες του Hilsch και οι αναφορές του βγήκαν στο φως και αργότερα μελετήθηκαν εκτεταμένα. Ένα ενδεικτικό παράδειγμα είναι του Westley [12] το 1954 ο οποίος δημοσίευσε μια περιληπτική έρευνα με τίτλο “A bibliography and survey of the vortex tube” η οποία περιείχε πάνω από 100 συνολικά αναφορές. Το 1951 ο Curley και McGree [13], το 1956 ο Kalvinskas [14], το 1964 ο Dobratz [15], το 1972 ο Nash [16], το 1979 ο Hellyar [17] συνεισέφεραν σημαντικά στη βιβλιογραφία του RHVT με τις εκτεταμένες αναφορές τους στο σωλήνα vortex και τις εφαρμογές του. Αξίζουν επίσης να σημειωθούν οι δουλειές των Gao [6], Fulton [18,19], Hartnett και Eckert [20], Martynovskii και Alekseev [21], Lay [22,23], Deissler και Perlmutter [24,25], Takahama και Takahama et al. [26-31], Sibulkin [32], Linderstrom-Lang [33-36], Borisenko et al. [37], Bruun [38], Raiskii και Tunkel [39], Soni [40], Soni και Thompson [41], Marshall [42], Kurosaka [43], Stephanet al. [44,45], Balmer [46], Nabhani [47], Ahlborn et al. [48-52], Gutsol [53], Gutsol και Bakken [54], Lewins και Bejan [55], Saidi και Yazdi [56], Cockerill [57], Khodorkov et al. [58], Poshernev και Khodorkov [59,60], Shannak [61], Singh et al. [62], Behera et al. [63], Aljuwayhel et al. [64], Skye et al. [65], Eiamsa-ard και Promvonge [66-68], Azarov [69-73].

1.3 Ο σωλήνας vortex σήμερα

1.3.1 Σωλήνες vortex εμπορίου

Στην εικόνα 1.6 βλέπουμε τα μέρη από τα οποία αποτελείται ο σωλήνας vortex όπως κατασκευάζεται σήμερα στις πλύστες κατασκευαστικές εταιρείες ενώ στις εικόνες 1.7 έως 1.10 μπορούμε να δούμε πως συναντάμε το σωλήνα vortex όπως κυκλοφορεί σήμερα στο εμπόριο.



Εικόνα 1.6: Τα μέρη και η συναρμολόγηση του σωλήνα vortex (exair company).



Εικόνα 1.7: Ο σωλήνας vortex σε διάφορες διαστάσεις όπως παρασκευάζεται από την εταιρία Newman Tools INC.



Εικόνα 1.8: Σωλήνας vortex με λάστιχο που ενσωματώνεται στην ψυχρή έξοδο για ψύξη σε εργαλειομηχανές CNC (Arizona Vortex Company).



Εικόνα 1.9: Σωλήνας vortex με ρυθμιζόμενη (κινητή) ενσωματωμένη σωλήνωση και μαγνητική βάση για γενική σημειακή ψύξη από ITW Vortec.



Εικόνα 1.10: Σωλήνας vortex με θάλαμο ελέγχου από EXAIR.

1.3.2 Πλεονεκτήματα χρήσης σωλήνων vortex

Ο σωλήνας vortex διαθέτει πολλά πλεονεκτήματα που τον καθιστούν εξαιρετικά σημαντικό σε βιομηχανικές εφαρμογές. Έχουν χρησιμοποιηθεί ευρέως σε περιπτώσεις όπου είναι απαραίτητος ο ασφαλής, συμπαγής και χαμηλού κόστους εξοπλισμός. Δεν αποτελείται από κινητά μέρη οπότε η κατασκευή του είναι εύκολη και συμπαγής, δεν απαιτεί κάποιο ψυκτικό μέσο, δεν παρουσιάζει αυξημένες ανάγκες συντήρησης, είναι μικρός σε μέγεθος, ελαφρύς, ανθεκτικός δε χρησιμοποιεί τοξικά εργαζόμενα μέσα και αποτελείται από ανοξείδωτο χάλυβα και η θερμοκρασία είναι ρυθμιζόμενη. Έχουν παρατηρηθεί τιμές ψυκτικής ισχύος στο εύρος 40-3000 W. Το σημαντικότερο είναι το γεγονός ότι πετυχαίνει θερμοκρασίες με εύρος από -50°C σε 130°C χωρίς να απαιτείται περαιτέρω χρόνος, με την προϋπόθεση όμως ότι είναι διαθέσιμος συμπιεσμένος αέρας, δηλαδή παρέχει στιγμιαίο ψυχρό αέρα [1,51].

Τα μειονεκτήματά του είναι ότι έχει χαμηλή θερμική αποδοτικότητα και υψηλή παραγωγή θορύβου.



1.3.3 Εφαρμογές και χρήση των σωλήνων vortex

Οι σωλήνες vortex χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές χαμηλής θερμοκρασίας όπως στην ψύξη τμημάτων των διαφόρων μηχανών, σε συγκολλήσεις, στην αφύγρανση δειγμάτων αερίου, στην ψύξη ηλεκτρικών ή ηλεκτρονικών πινάκων ελέγχου, περιβαλλοντικών θαλάμων, τροφίμων, ιδιοσυσκευών, βελόνων, συσκευών παραγωγής θερμότητας, θερμοστατών, καμερών CCTV, στον έλεγχο αισθητήρων θερμοκρασίας, στο διαχωρισμό μιγμάτων αερίων, στην κατασκευή χιονιού. Άλλες πρακτικές εφαρμογές είναι η γρήγορη εκκίνηση ατμοηλεκτρικής παραγωγής ενέργειας, η υγροποίηση του φυσικού αερίου, η ψύξη του εξοπλισμού ενός εργαστηρίου που ασχολείται με εκρηκτικές χημικές ουσίες, στον έλεγχο της θερμοκρασίας του αναπνευστικού εξοπλισμού κατάδυσης και επανδρωμένων υποβρυχίων, η ψύξη των πυροσβεστικών στολών κ.α.[74-85]. Επίσης έχει ευρεία εφαρμογή στη πυρηνική φυσική, στη χημική βιομηχανία και στην ιατρική. Στις μέρες μας, παράγονται σωλήνες vortex σε διάφορες εταιρίες για μεγάλο εύρος εφαρμογών [86,87].

1.4 Τύποι των σωλήνων vortex

Οι σωλήνες vortex ταξινομούνται σύμφωνα με τα κύρια τεχνολογικά και σχεδιαστικά τους χαρακτηριστικά: τη διαμόρφωση της ροής, τη μέθοδο παροχής θερμότητας και πως η μετατόπιση του αερίου χαμηλής πίεσης επιτυγχάνεται.

Στον παρακάτω πίνακα (Πίνακας 1.1) φαίνονται οι τύποι των σωλήνων.

<i>Μέθοδοι</i>	<i>Ταξινόμηση</i>
Χαρακτηριστικά ροής	❖ Uni-flow(parallel-flow) ❖ Counter-flow
Μέθοδος παροχής θερμότητας(ή αποβολής)	❖ Uncooled (αδιαβατικό) ❖ Cooled (Μη αδιαβατικό)
Πως οργανώνεται η αποβολή του αερίου χαμηλής πίεσης	❖ Dividing (διαιρούμενος) ❖ Self-evacuating (αυτό-εκκενωμένος) ❖ Vortex ejectors

Πίνακας 1.1 [57]

Ο σωλήνας vortex μπορεί να ταξινομηθεί σύμφωνα με τη ροή του και τη θέση της ψυχρής εξόδου σε δυο τύπους:

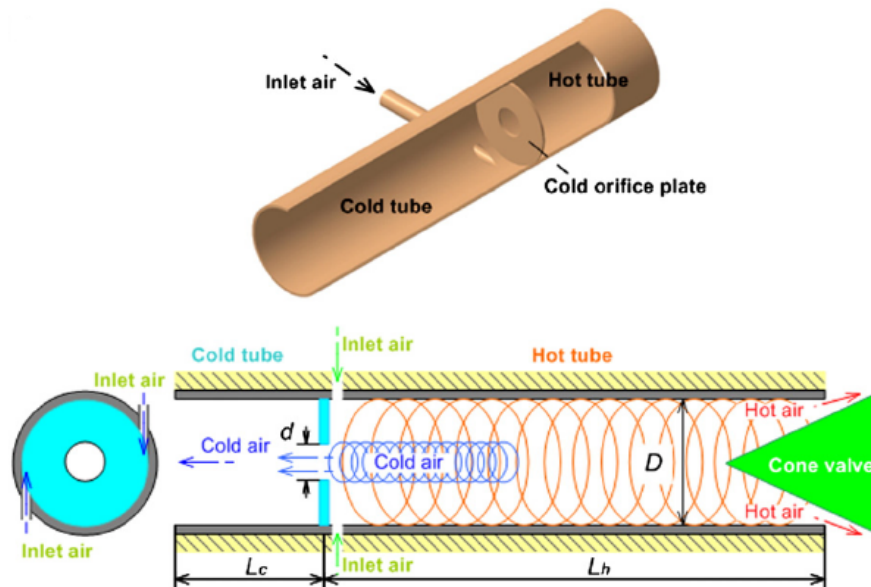
- ✓ Τύπος counter-flow (αντιροής)
- ✓ Τύπος parallel ή uni-flow (ομοροής)

1.4.1 Σωλήνας τύπου counter-flow

Ο συγκεκριμένος τύπος σωλήνων vortex (παρακάτω εικόνα 1.11) είναι πιο συνηθισμένος στη χρήση. Αποτελείται από ένα η περισσότερα ακροφύσια εισόδου και ένα κεντρικό στόμιο στην είσοδο, ένα σωλήνα και μια κωνική βαλβίδα. Συμπιεσμένο αέριο (π.χ. αέρας) εισέρχεται με υψηλή πίεση στο σωλήνα εφαπτομενικά διαμέσου του ενός η των περισσότερων ακροφυσίων εισόδου με υψηλή ταχύτητα. Το αέριο που εκτονώνεται μέσα στο σωλήνα δημιουργεί ταχέως περιστρεφόμενη δίνη. Το αέριο ρέει μέσω του σωλήνα αντί να διέρχεται από το κεντρικό στόμιο που βρίσκεται δίπλα στα ακροφύσια επειδή το ακροφύσιο είναι αρκετά μικρότερης διαμέτρου σε σχέση με το σωλήνα. Καθώς ο αέρας εκτονώνεται, η πίεση πέφτει απότομα σε μια τιμή ελαφρά μεγαλύτερη της ατμοσφαιρικής και η ταχύτητα του μπορεί να προσεγγίσει την ταχύτητα του ήχου. Η φυγοκεντρική δράση μπορεί να κρατήσει την περιορισμένη δίνη κοντά στην εσωτερική επιφάνεια του σωλήνα.

Η ποσότητα αέρα που φεύγει από την άλλη μεριά του σωλήνα μπορεί να ρυθμιστεί από μια βαλβίδα που ελέγχει τη ροή συνήθως σε σχήμα κώνου. Η ποσότητα που απελευθερώνεται είναι μεταξύ 30% και 70% του συνολικού αέρα στο σωλήνα. Το υπόλοιπο του αέρα επιστρέφει στο κέντρο του σωλήνα, όπου ρέει κατά μήκος του άξονα ως ρεύμα αντιροής (ανάστροφης ροής). Ο αέρας στο κέντρο ψυχραίνεται ενώ στα

τοιχώματα θερμαίνεται (φαινόμενο διαχωρισμού θερμοκρασίας, όπως προαναφέρθηκε). Τα αέριο που «δραπετεύει» από το στόμιο είναι ψυχρό ενώ το υπόλοιπο ζεστό διαφεύγει από την άλλη μεριά. Το αξιοσημείωτο χαρακτηριστικό του είναι η απουσία κινητών μερών και η απλότητα του [7].

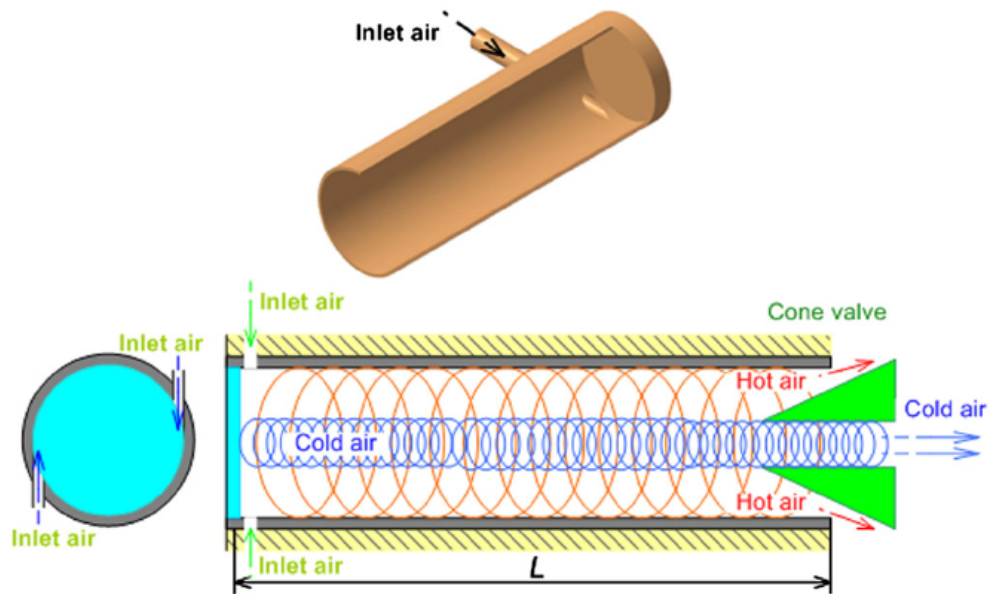


Εικόνα 1.11: counter-flow vortex tube [88].

1.4.2 Σωλήνας τύπου uni-flow

Ο τύπος αυτός σωλήνων vortex (φαίνεται παρακάτω, εικόνα 1.12) περιλαμβάνει μια είσοδο με ακροφύσια εισόδου, ένα σωλήνα και μια κωνική βαλβίδα με ένα κεντρικό στόμιο. Σε αντίθεση με τον πιο δημοφιλή τύπο σωλήνα, η έξοδος κρύου αέρα βρίσκεται ομοκεντρικά με τη δακτυλιοειδή έξοδο του ζεστού αέρα. Η λειτουργία του είναι παρόμοια με εκείνη του counter-flow. Οι θερμοκρασίες του αέρα που διακινούνται από τις δυο εξόδους μπορούν να διαφοροποιηθούν από 140°C έως 160°C , έχει δε μετρηθεί και διαφορά ως 230°C από τον Comassar [89]. Γενικά, το όριο χαμηλής θερμοκρασίας για το ψυχρό ρεύμα αέρα είναι -40°C , παρόλο που θερμοκρασίες στους -50°C έχουν παρατηρηθεί σε ερευνητικό εξοπλισμό. Το όριο υψηλής θερμοκρασίας είναι 190°C , αλλά θερμοκρασίες μεγαλύτερες των 225°C έχουν παρατηρηθεί από τον Bruno [78,79]. Χρησιμοποιείται για την ψύξη συσκευών για αεροπλάνα, αστροναυτικές στολές και σε ορυχεία κ.α. [7].

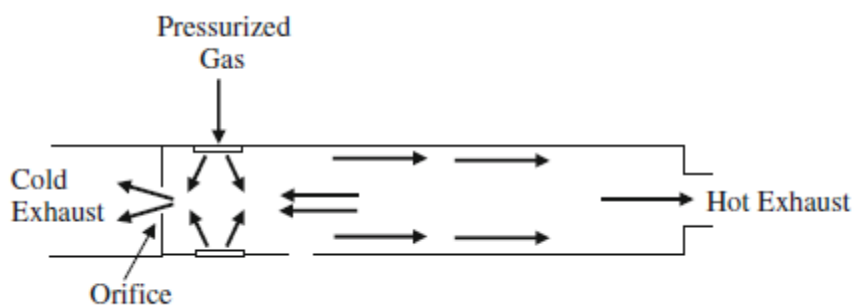
Από πειραματικές έρευνες βρέθηκε πως ο σωλήνας τύπου counter-flow είναι αποτελεσματικότερος, για το λόγο αυτό και προτιμάται.



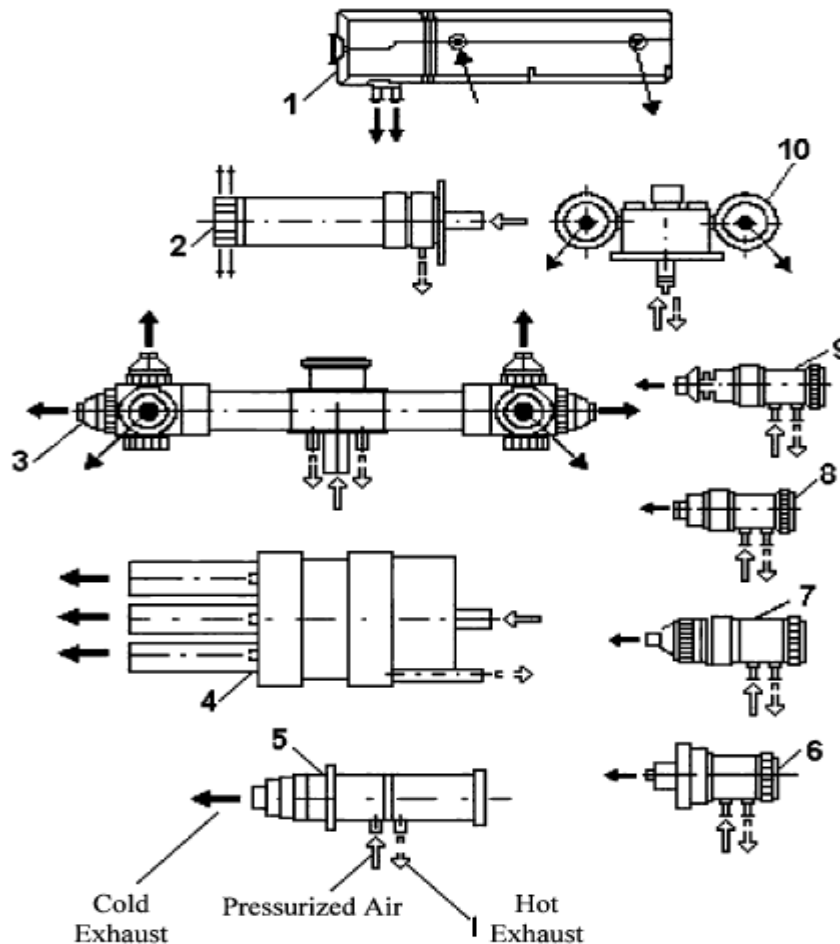
Εικόνα 1.12: uni-flow vortex tube [88].

1.4.3 Σωλήνας vortex τύπου dividing

Αποτελεί τον πιο γνωστό και διαδεδομένο τύπο RHVT (εικόνα 1.13). Έχει ψυχρή και θερμή ροή, διαθέτει πάνω από 10 σχέδια (εικόνα 1.14) και χρησιμοποιείται στη βιομηχανία σε διάφορες εφαρμογές [69-73].



Εικόνα 1.13: dividing vortex tube [1].



Εικόνα 1.14: Διάφορες μορφές σωλήνων vortex τύπου dividing [71].

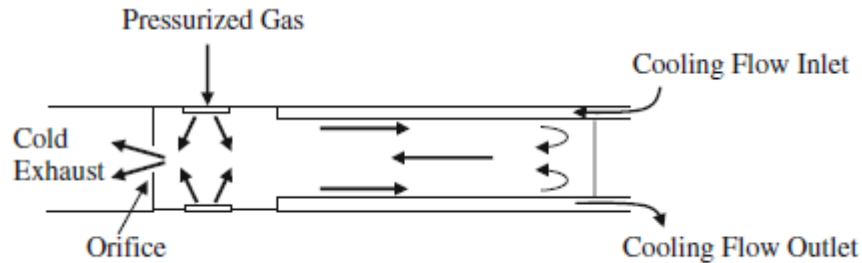
1.4.4 Σωλήνας vortex τύπου uncooled (adiabatic)- cooled (nonadiabatic)

Σωλήνας vortex τύπου uncooled (adiabatic)

Είναι οι σωλήνες οι οποίοι δεν επιτρέπουν μεταφορά θερμότητας στο περιβάλλον [1].

Σωλήνας vortex τύπου cooled (nonadiabatic) Αποτελούν τους σωλήνες όπου εκδηλώνεται μεταφορά θερμότητας από το θερμό ρευστό στο ψυχρό. Το συγκεκριμένο είδος σωλήνα (εικόνα 1.15) διαφέρει από τον τύπο dividing στο γεγονός ότι η θερμή έξοδος τους είναι κλειστή, όπου προσαρμόζεται με ένα εξωτερικό περίβλημα που τροφοδοτεί το σωλήνα με ψυχρό ρευστό. Όλη η ποσότητα αερίου που εισέρχεται από το ακροφύσιο εισόδου ψύχεται (20-30K) διαμέσου της οπής του διαφράγματος, παρόλα αυτά δεν προκαλούνται στο εσωτερικό του σωλήνα έντονα φαινόμενα ψύξης. Διαφοροποιείται από άλλους τύπους RHVT, αλλά με τη μέγιστη ψυκτική ισχύ που διαθέτει, χρησιμοποιείται

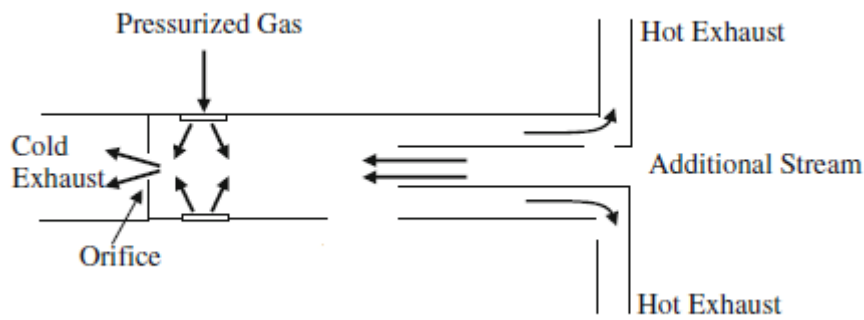
αποτελεσματικά σε υψηλότερο επίπεδο θερμοκρασιών μέσω ενός συνδυασμένου αναγεννητικού στραγγαλιστικού κύκλου [57].



Εικόνα 1.15: Cooled vortex tube [1].

1.4.5 Σωλήνες vortex τύπου dividing με επιπρόσθετο ρεύμα

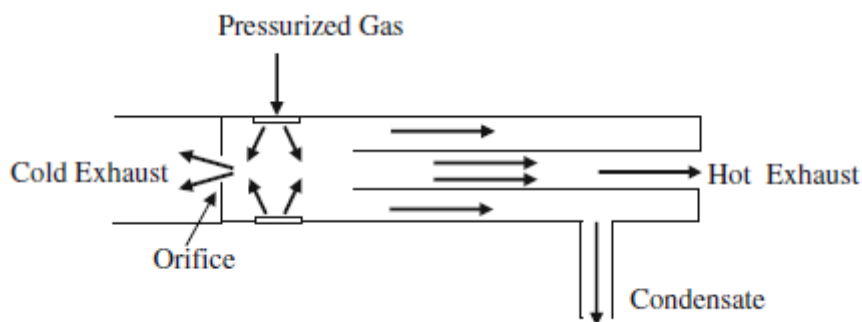
Το είδος αυτό του σωλήνα (εικόνα 1.16) διαθέτει στη θερμή έξοδο, στο κέντρο της βαλβίδας ελέγχου, ένα στόμιο που επιτρέπει την ανατροφοδότηση του σωλήνα vortex. Υπάρχουν, επίσης, σωλήνες που αποκαλούνται διπλού κυκλώματος σωλήνες vortex. Το πρώτο κύκλωμα αποτελείται από ένα περιφερειακό κύκλωμα δίνης με το εργαζόμενο μέσο να εισέρχεται στο σωλήνα διαμέσου των ακροφυσίων. Το δεύτερο κύκλωμα είναι ένα αξονικό κύκλωμα δίνης που συγκροτείται από επιπρόσθετο αέριο που εισέρχεται από το στόμιο στη θερμή έξοδο. Στο σωλήνα έχουμε την παραδοχή ότι $\gamma > 1$ (κλάσμα ψυχρής μάζας) εφόσον το επιπρόσθετο αέριο εισέρχεται από τη θερμό άκρο με χαμηλή πίεση και καλύπτει τη ζώνη χαμηλής πίεσης στον άξονα. Η συναλλαγή ενέργειας συμβαίνει μεταξύ της περιφερειακής δίνης και του ρευστού που βρίσκεται κοντά στον άξονα πετυχαίνοντας αρκετά ικανοποιητική ψύξη με αδιαβατικό βαθμό απόδοσης 0.36 σε πίεση εξόδου 0.4 MPa δηλαδή περίπου 30% υψηλότερα από αποτελέσματα που παρατηρήθηκαν σε άλλους τύπους. Η κατασκευή αυτή έχει ως πλεονέκτημα την αύξηση της ψυκτικής ισχύος του συστήματος [57,90].



Εικόνα 1.16: Dividing vortex tube με επιπρόσθετο ρεύμα [1].

1.4.6 Σωλήνας vortex τύπου triple-stream

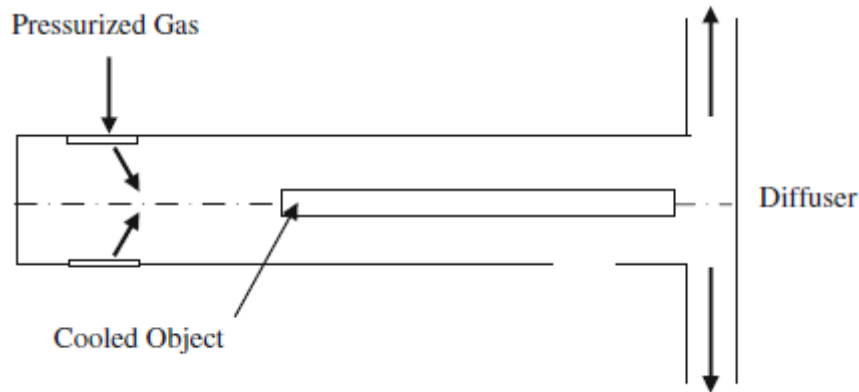
Σε αντίθεση με την προηγούμενη περίπτωση ο σωλήνας (εικόνα 1.17) διαθέτει ένα εσωτερικό κύλινδρο που σχηματίζεται με ένα δακτυλιοειδές κενό μέσω του οποίου γίνεται η τροφοδότηση με συμπυκνώμα που καταλήγει στην περιφέρεια του αρχικού σωλήνα. Η ποσότητα του συμπυκνώματος που χωρίζεται κατευθείαν φτάνει το 40-90% του συνολικού συμπυκνώματος του αερίου, καταδεικνύοντας έτσι την υψηλή αποδοτικότητα του σωλήνα στο διαχωρισμό [57].



Εικόνα 1.17: Triple-stream vortex tube [1].

1.4.7 Σωλήνας vortex τύπου self-evacuating

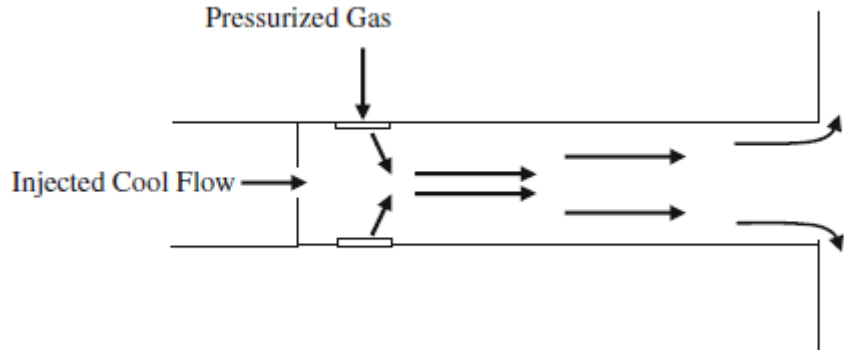
Το συγκεκριμένο είδος RHVT (εικόνα 1.18) χαρακτηρίζεται από την υψηλότερη ψύξη εξαιτίας της πτώσης πίεσης κατά μήκος του άξονα με την τοποθέτηση ενός, δυο ή και περισσότερων διαχυτών στη θερμή έξοδο. Δεν επιτρέπει τη έξοδο του ψυχρού αερίου στο περιβάλλον και προορίζεται κατά κύριο λόγο για ψύξη κυλινδρικών σωμάτων [57].



Εικόνα 1.18: Self-evacuating vortex tube [1].

1.4.8 Σωλήνες vortex ejectors

Ο τύπος αυτός του RHVT (εικόνα 1.19) με δεδομένη γεωμετρία και αεροδυναμικές συνθήκες μπορεί να παράξει και να συντηρήσει μια πίεση κάτω από την ατμοσφαιρική κατά μήκος του άξονα. Διαφέρουν από τις συσκευές έγχυσης του εμπορίου, διότι διαθέτουν ομαλότερα χαρακτηριστικά και διατηρούν επαρκή αποτελεσματικότητα για μεγάλο εύρος των αρχικών συνθηκών των παραμέτρων [57].



Εικόνα 1.19: Vortex ejector [1].

1.5 Βασική περιγραφή του φαινομένου

1.5.1 Διαχωρισμός ενέργειας στο σωλήνα vortex

Ο διαχωρισμός ενέργειας είναι η ανακατανομή της ολικής ενέργειας σε ένα ρευστό χωρίς εξωτερικό έργο ή θερμότητα, για το λόγο αυτό ένα μέρος του ρευστού έχει υψηλότερη και το υπόλοιπο χαμηλότερη ολική ενέργεια. Από την αρχική παρατήρηση του Ranque [3], πολλοί ερευνητές ισχυρίστηκαν πως ο διαχωρισμός ενέργειας μπορεί να παρατηρηθεί σε διάφορες καταστάσεις ροής όπως σε πίδακες, σε οριακό στρώμα ροής που περνά ένα κύλινδρο ή μια επίπεδη πλάκα. Παρόλα αυτά ο ακριβής μηχανισμός δεν έχει ακόμα εξηγηθεί εκτενώς.

1.5.2 Ρευστοδυναμική του σωλήνα vortex

Ο διαχωρισμός ενέργειας στον RHVT εξηγείται βάσει δύο φαινομένων. Πρώτον, στο σχηματισμό εξαναγκασμένης δίνης κοντά στην είσοδο του σωλήνα όπου είναι τοποθετημένα εφαιπτομενικά τα ακροφύσια εισόδου. Με τον τρόπο αυτό το αέριο που βρίσκεται στην περιφέρεια έχει μεγαλύτερη ταχύτητα από εκείνο που βρίσκεται κοντά στον άξονα, έτσι επιτυγχάνεται διαχωρισμός της κινητικής ενέργειας. Ταυτόχρονα, η ισχυρή ακτινική κλίση της πίεσης που προκαλείται από την εξαναγκασμένη δίνη επιτρέπει τυρβώδεις διακυμάνσεις κι έτσι μεταφέρεται ενέργεια ακτινικά από το κέντρο προς την περιφέρεια και επανενεργοποιείται ο μηχανισμός διαχωρισμού ενέργειας έως ότου η μεταβολή της πίεσης και της θερμικής ενέργειας εξισορροπηθούν.

Οι επιδράσεις των δύο διαδικασιών τροποποιούνται ανάλογα με την αξονική μετάδοση της ροής (από τον άξονα προς την περιφέρεια) και την συνεκτικότητα. Η αξονική μεταφορά επεκτείνει τη διαδικασία μετάδοσης θερμότητας κατά μήκος του σωλήνα, και είναι υπεύθυνη για τον ενεργειακό διαχωρισμό κατά τον άξονα. Η μετατροπή της κινητικής ενέργειας σε θερμική οφείλεται στην συνεκτικότητα του ρευστού.

Ο ενεργειακός διαχωρισμός διατηρείται όσο χρονικό διάστημα ο στροβιλισμός είναι αρκετά ισχυρός ώστε να υπάρχει ακτινική κλίση πίεσης που θα αντισταθμίσει της συνέπειες της τυρβώδους αγωγιμότητας. Όσο εξασθενίζει ο στροβιλισμός, για παράδειγμα, στο τέλος ενός σωλήνα τύπου uni-flow, τόσο ο ενεργειακός διαχωρισμός μειώνεται [2].

1.6 Θεωρητική ερευνά σωλήνων vortex

Θεωρητικές εργασίες έχουν λάβει χώρα ταυτόχρονα με πειράματα. Οι περισσότερες θεωρίες έχουν βασιστεί σε αποτελέσματα πειραμάτων και σε υπολογιστικές προσομοιώσεις. Ο Gutsol [52] και ο Leont'ev [91] δημοσίευσαν λεπτομερείς αναφορές σχετικά με τις θεωρίες του RHVT. Παρακάτω παρατίθεται περίληψη των συγκεκριμένων θεωριών.

1.6.1 Μοντέλο αδιαβατικής συμπίεσης και εκτόνωσης

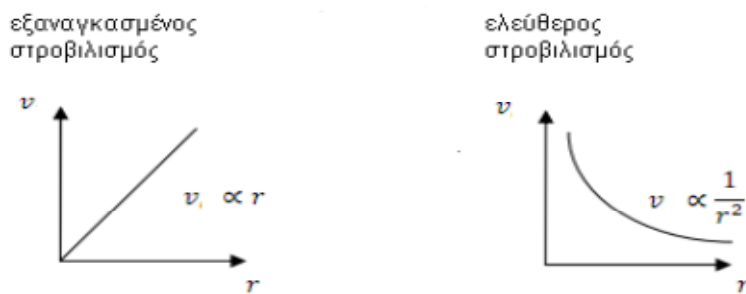
Η πρώτη εξήγηση δόθηκε από τον Ranque [9], ο οποίος υπέθεσε ότι ο διαχωρισμός ενέργειας συμβαίνει εξαιτίας της αδιαβατικής εκτόνωσης στην κεντρική περιοχή και η αδιαβατική συμπίεση στην περιφερειακή. Το 1947 ο Hilsch χρησιμοποίησε παρόμοια ιδέα για να εξηγήσει το φαινόμενο, αλλά εισήγαγε την παράμετρο της εσωτερικής τριβής μεταξύ των περιφερειακών και των εσωτερικών στρωμάτων αερίου. Χρησιμοποίησε το μοντέλο αυτό για να εξηγήσει τα πειραματικά του αποτελέσματα. Επειδή όμως η διεργασία του σωλήνα vortex δεν είναι πραγματικά αδιαβατική, το μοντέλο απορρίφθηκε στην πορεία (βλ. Fulton).

1.6.2 Επίδραση τριβής και τύρβης

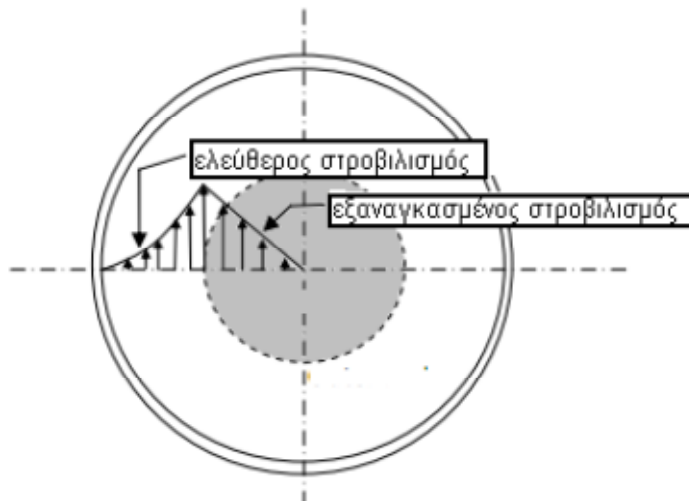
Ο Fulton [17] υπέθεσε ότι ο ενεργειακός διαχωρισμός επιτυγχάνεται εξαιτίας της ελεύθερης και εξαναγκασμένης στροβιλιζόμενης ροής που γεννάται μέσα στο σύστημα. Συγκεκριμένα για τις στροβιλιζόμενες ροές ισχύουν:

- Ο συμπιεσμένος αέρας που εισέρχεται από το στόμιο εισόδου εφαπτομενικά στον κυλινδρικό θάλαμο λόγω του σχεδιασμού του αρχίζει να στροβιλίζεται. Όταν φτάσει στο τέλος ένα μέρος του θα διαφύγει μέσω της βαλβίδας. Το υπόλοιπο επιστρέφει προς τα πίσω με ένα εσωτερικό στροβιλισμό στο κέντρο του σωλήνα και διαφεύγει από το ακροφύσιο στο άλλο άκρο του σωλήνα. Πρόκειται για δυο διαφορετικούς τύπους στροβιλιζόμενων ροών: την ελεύθερη και εξαναγκασμένη.
 - Στην *ελεύθερη στροβιλιζόμενη ροή* η γωνιακή ταχύτητα αυξάνει όσο πλησιάζουμε το κέντρο της δίνης, δηλαδή όσο πιο κοντά είναι ένα σωματίδιο στο κέντρο της δίνης τόσο πιο γρήγορα περιστρέφεται.
 - Σε μια *εξαναγκασμένη στροβιλιζόμενη ροή* όπου όσο πιο κοντά στο κέντρο της δίνης βρισκόμαστε, τόσο πιο μικρή είναι η ταχύτητα.
- Στον σωλήνα vortex το εξωτερικό (ζεστό), ρεύμα του αέρα είναι μια ελεύθερη στροβιλιζόμενη ροή ενώ το εσωτερικό (κρύο) ρεύμα του αέρα είναι εξαναγκασμένη. Η περιστροφική κίνηση της εξαναγκασμένης ροής ελέγχεται από την ελεύθερη ροή (θερμό ρεύμα αέρα). Το εσωτερικό ρεύμα αέρα ρέει μέσω του κοίλου πυρήνα της εξωτερικής ροής αέρα σε μια πιο αργή ταχύτητα από το

εξωτερικό ρεύμα αέρα. Δεδομένου ότι η ενέργεια είναι ανάλογη με το τετράγωνο της ταχύτητας, το κρύο ρεύμα αέρα χάνει ενέργεια υπό μορφή θερμότητας. Αυτό επιτρέπει στην ενέργεια να ρέει από το εσωτερικό ρεύμα αέρα προς το εξωτερικό ρεύμα αέρα με αποτέλεσμα το εξωτερικό ρεύμα όσο πλησιάζει στην βαλβίδα στο άκρο του σωλήνα να παίρνει όλο και περισσότερη θερμότητα ενώ το κρύο ρεύμα όσο πλησιάζει στο ακροφύσιο στο άλλο άκρο του σωλήνα να ψύχεται όλο και περισσότερο. Στην εικόνα βλέπουμε την σχέση της συνιστώσας της περιφερειακής ταχύτητας με την ακτίνα στον ελεύθερο και εξαναγκασμένο στροβιλισμό σύμφωνα με τον Rankine ενώ στην εικόνα μπορούμε να δούμε το προφίλ της ροής σε μια εγκάρσια τομή του σωλήνα.



Εικόνα 1.20: Σχέση ταχύτητας και ακτίνας στον ελεύθερο και εξαναγκασμένο στροβιλισμό.



Εικόνα 1.21: Το προφίλ της ταχύτητας σε μια εγκάρσια τομή του σωλήνα vortex.

Ο Lay [21] χρησιμοποίησε το ενδεχόμενο αυτό για την ανάλυση του σωλήνα vortex και πρότεινε με μαθηματικά μοντέλα πως η επίδραση της εσωτερικής τριβής και της τυρβώδους ροής είναι οι κύριοι λόγοι για τον ενεργειακό διαχωρισμό. Ο Kreith [92] και ο Alimov [93] συμφώνησαν με τη επιρροή της τριβής. Ο Reynolds [94-95] και ο Deissler [23-24] συμφώνησαν με τη θεωρία του Lay. Το 1951 ο Van Deemter [96] εκτέλεσε υπολογιστική προσομοίωση βασισμένη στην εξίσωση Bernoulli. Είχε παρόμοιες ιδέες με τον Fulton και υπολόγισε τα προφίλ θερμοκρασιών με τη βοήθεια του αριθμού

τυρβώδους ροής Prandtl (Σχέση 1.1). Υπήρξε αξιοσημείωτη ομοιότητα μεταξύ των μετρήσεων του μοντέλου του με εκείνο του Hilsch [10].

$$\frac{\Delta T_{c,\max}}{\Delta T_{is}} = 1 - \frac{1}{2Pr} \quad \{1.1\}$$

όπου ΔT_{is} υπολογίστηκε βάση παραδοχής ισεντροπικής μεταβολής τελείου αερίου (Σχέση 1.2)

$$\Delta T_{is} = T_{in} \cdot \left[1 - \left(\frac{p_c}{p_{in}} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} \right] \quad \{1.2\}$$

Οι Deissler, Reynolds, Sibulkin [97], και Lewellen [98] παρουσίασαν μαθηματική ανάλυση βασισμένη στις εξισώσεις των Navier Stokes. Όλοι συμπέραναν πως η μεταφορά θερμότητας μεταξύ των στρωμάτων αερίου με θερμοκρασία και πίεση που επηρεάζονται από την τύρβη και του έργου τυρβώδους διάτμησης είναι οι κύριοι λόγοι ενεργειακού διαχωρισμού. Τελικό συμπέρασμα ήταν πως ο διαχωρισμός συμβαίνει εξαιτίας της εσωτερικής τριβής και τύρβης που χαρακτηρίζεται από τον συντελεστή συνεκτικότητας.

Ο Gutsol συγκέντρωσε αρκετές ρώσικες έρευνες και πρότεινε ένα μοντέλο τύρβης με συναλλαγή μικρό-όγκων ποσοτήτων, εξήγησε πως εξαιτίας της στροβιλώδους κίνησης αμέσως μετά του στομίου εισόδου, τυρβώδης στροβιλώδης ροή υφίσταται μέσα στο σωλήνα στα διαφορετικά στρώματα αέρα. Μεταξύ των στρωμάτων αυτών ρευστού επιτυγχάνεται μεταφορά μάζας και συναλλαγή κινητικής ενέργειας. Η θεωρία αυτή είναι παρόμοια με εκείνη του Fulton αλλά περισσότερο μαθηματική.

Τα θεωρητικά μοντέλα τριβής και τύρβης δεν είναι ολοκληρωμένα. Οι σχέσεις που προτείνονται από τους συγγραφείς περιλαμβάνουν πολλές παραμέτρους τύρβης οι οποίες είναι δύσκολο να καθοριστούν και βασίζονται σε υποθέσεις. Άλλο μειονέκτημα αποτελεί το γεγονός ότι τα μοντέλα δε λαμβάνουν υπόψη τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά. Όλες αυτές οι δυσκολίες περιορίζουν τις εφαρμογές των συγκεκριμένων μοντέλων.

1.6.3 Μοντέλο ακουστικών ρευμάτων

Οι Kurosaka [42], Chu [99], και Kuroda [100] εξήγησαν το φαινόμενο με τη θεωρία των ακουστικών ρευμάτων. Επικέντρωσαν την ερευνά τους στις θεμελιώδεις συναρτήσεις τύρβης και κατέληξαν σε μια σχέση μεταξύ της συχνότητας ακουστικής αντήχησης και της συχνότητας εξαναγκασμένης στροβιλώδους ροής. Υπέθεσαν πως ο ενεργειακός διαχωρισμός συμβαίνει εξαιτίας της απόσβεσης του ακουστικού ρεύματος κατά μήκος του άξονα έως τη θερμή έξοδο. Οι συχνότητες που βρέθηκαν το 2005 από φασματική ανάλυση (C.M. Gao [6]) δειγμάτων ανεμόμετρου θερμού αγωγού υποδεικνύουν την ύπαρξη ακουστικών ρευμάτων.

1.6.4 Μοντέλο δευτερεύουσας ροής

Ο Ahlborn [49-51] πρότεινε το μοντέλο αυτό, το οποίο προσεγγίζει τα φαινόμενα εντός του σωλήνα ως ενοποιημένο θερμοδυναμικό κύκλο. Το εν λόγω μοντέλο θα αναλυθεί εκτενώς στο επόμενο κεφάλαιο.

1.6.5 Μοντέλο μεταφοράς θερμότητας του Scheper

Το 1951 ο Scheper [101] πρότεινε μια θεωρία μεταφοράς θερμότητας βασισμένος στην πειραματική του μελέτη. Η συγκεκριμένη θεωρία όμως είχε βασιστεί σε εμπειρικές υποθέσεις και συμπεράσματα για αυτό και απορρίφθηκε.

1.6.6 Μοντέλο βασισμένο στην συνεκτικότητα

Η συγκεκριμένη θεωρία κάνει λόγο για ομόκεντρα στρώματα μέσα στον σωλήνα τα οποία στροβιλίζονται με διαφορετικές γωνιακές ταχύτητες. Αυτές οι γωνιακές ταχύτητες των στρωμάτων αυξάνουν όσο πιο κοντά στο κέντρο βρίσκονται τα στρώματα (διατήρηση στροφορμής). Λόγω λοιπόν της αλληλεπίδρασης των στρωμάτων η ενέργεια από τα εσωτερικά στρώματα μεταφέρεται στα εξωτερικά. Ο Arbutof [102] ανέπτυξε μια δομή για οπτικοποίηση της ροής στο σωλήνα vortex σε μεγάλη κλίμακα, χρησιμοποιώντας την μέθοδο χρωματισμού του Hilbert [103], και κατέληξε στο συμπέρασμα ότι τέσσερις μηχανισμοί μπορεί να είναι υπεύθυνοι για τον διαχωρισμό ενέργειας:

- μικρής κλίμακας εσωτερικές δίνες μέσα στην κύρια δίνη
- διαφορά πίεσης ανάμεσα στα στρώματα
- μεταφορά θερμότητας μεταξύ του ρευστού και των τοιχωμάτων του σωλήνα
- θέρμανση του ρευστού λόγω της συνεκτικότητας και της κινητικής ενέργειας.

Το τελικό συμπέρασμα ήταν ότι ο διαχωρισμός ενέργειας γίνεται λόγω της θέρμανσης του ρευστού λόγω συνεκτικότητας, σε ένα λεπτό οριακό στρώμα κοντά στα τοιχώματα του σωλήνα και της ψύξης του στο κέντρο του σωλήνα λόγω χαμηλής πίεσης στην περιοχή του άξονα. Κάτι που αποδέχτηκε και ο Wu [104] σε σχετική μελέτη, ο οποίος συμπέρανε ότι η μεταφορά ενέργειας γίνεται λόγω της συνεκτικότητας του ρευστού στις διαφορετικές ακτίνες μέσα στο σωλήνα. Οι Lewins και Benjan [105] πρότειναν ότι οι διαφορετικές γωνιακές ταχύτητες στην ακτίνα του σωλήνα προκαλούν τριβές μεταξύ των στρωμάτων πράγμα το οποίο οδηγεί στην συναλλαγή έργου μεταξύ των διαδοχικών στρωμάτων από τα εσωτερικά της τα εξωτερικά υπό μορφή θερμότητας. Ο Trofimov το 2000 συμπέρανε ότι λόγω της στροφορμής μέσα στον σωλήνα επαληθεύεται αυτό που διατύπωσαν οι Lewins και Benjan.

1.7 Ορισμοί

Στην παρούσα παράγραφο παρουσιάζονται μερικοί σημαντικοί όροι που συναντώνται συχνά στην ανάλυση της λειτουργίας ενός σωλήνα vortex.

1.7.1 Λόγος παροχών μάζων ψυχρού άκρου

Ο λόγος παροχών μάζας ψυχρού άκρου αποτελεί τη σημαντικότερη παράμετρο όσον αφορά τη λειτουργία του σωλήνα και το διαχωρισμό θερμοκρασίας και ενέργειας. Η λειτουργία του RHVT αξιολογείται βάσει του λόγου αυτού, που εκφράζει το ποσοστό παροχής μάζας εισερχόμενου συμπιεσμένου αερίου που εξέρχεται από το ψυχρό άκρο, δηλαδή την ψυχρή παροχή μάζας προς την εισερχόμενη στο σωλήνα (σχέση 1.3) [1]:

$$y = \frac{m_c}{m_{in}} \quad \{1.3\}$$

όπου m_c είναι η παροχή μάζας που εξέρχεται από το ψυχρό άκρο και m_{in} είναι η ολική παροχή του συμπιεσμένου εργαζομένου μέσου που εισέρχεται στο σωλήνα vortex.

1.7.2 Θερμοκρασιακή διαφορά ψυχρού και θερμού άκρου

Κρύα διαφορά θερμοκρασίας ή διαφορετικά μείωση της θερμοκρασίας ορίζεται ως η διαφορά της θερμοκρασίας στην είσοδο (T_{in}) από εκείνη στην έξοδο κρύου ρεύματος (T_c) [1].

$$\Delta T_c = T_{in} - T_c \quad \{1.4\}$$

Αντίστοιχα για την έξοδο θερμού ρεύματος έχουμε:

$$\Delta T_h = T_h - T_{in} \quad \{1.5\}$$

1.7.3 Αδιαστατοποιημένη πτώση/αύξηση θερμοκρασίας

Ορίζεται ως το κλάσμα θερμοκρασιακής διαφοράς προς την θερμοκρασία εισόδου. Για την ψυχρή θερμοκρασιακή πτώση [1]:

$$\Delta T_c / T_{in} = (T_c - T_{in}) / T_{in} \quad \{1.6\}$$

Και για τη θερμή θερμοκρασιακή αύξηση:

$$\Delta T_h / T_{in} = (T_h - T_{in}) / T_{in} \quad \{1.7\}$$

1.7.4 Διάμετρος στομίου ψυχρής εξόδου

Το κλάσμα διαμέτρου στομίου ψυχρής εξόδου (β) ορίζεται ως το κλάσμα της διαμέτρου ψυχρής εξόδου προς τη διάμετρο του σωλήνα vortex [1]:

$$\beta = \frac{d_c}{D} \quad \{1.8\}$$

1.7.5 Ισεντροπικός βαθμός απόδοσης

Υποθέτοντας πως μέσα στο σωλήνα εκτελείται ισεντροπική εκτόνωση, ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης [6,56,57,106] είναι:

$$\eta_{is} = \frac{h_{in} - h_c}{h_{in} - h_s} \quad \{1.9\}$$

όπου h_{in} είναι η ενθαλπία στην είσοδο του σωλήνα, h_c η ενθαλπία στην έξοδο ψυχρού ρεύματος και h_s η ενθαλπία μετά από ιδανική ισεντροπική διεργασία. Για τέλειο αέριο, όπου η θερμοχωρητικότητα διατηρείται σταθερή, έχουμε:

$$\eta_{is} = \frac{T_{in} - T_c}{T_{in} - T_s} \quad \{1.10\}$$

δεδομένου ότι για ισεντροπική εκτόνωση ισχύει:

$$T_s = T_{in} \cdot \left(\frac{p_c}{p_{in}} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} \quad \{1.11\}$$

Συνδυάζοντας τις (1.10) και (1.11) προκύπτει:

$$\eta_{is} = \frac{T_{in} - T_c}{T_{in} \left(1 - \left(\frac{p_c}{p_{in}} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} \right)} \quad \{1.12\}$$

όπου η_{is} , p_{in} , p_c , γ είναι ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης, η πίεση εισόδου, η πίεση ψυχρής εξόδου και ο λόγος ειδικών θερμοτήτων.

1.7.6 COP- Coefficient of performance

COP είναι ο συντελεστής επίδοσης σε ένα κύκλο ψύξης (refrigeration cycle) και είναι ο όρος που αναφέρεται στο λόγο της θερμότητας που απομακρύνεται από το ψυχρό άκρο προς το έργο που παρέχεται για τη λειτουργία της συσκευής (σχέση 1.13) [107].

$$COP_{cr} = \frac{\dot{Q}_c}{W} \quad \{1.13\}$$

Η ψυκτική ισχύς \dot{Q}_c [6] μπορεί να υπολογιστεί ως εξής:

$$\dot{Q}_c = \dot{m}_c \cdot c_p \cdot (T_m - T_c) \quad \{1.14\}$$

Σε ένα συμβατό ψυκτικό σύστημα, υπάρχει ένας συμπιεστής που παρέχει έργο στο σύστημα. Στον RHVT όμως χρησιμοποιείται μία πηγή συμπιεσμένου αερίου, επομένως δεν είναι εύκολο να υπολογίσουμε το έργο. Αναλογικά το έργο χρησιμοποιείται για να συμπιέσει το αέριο από την πίεση εξόδου στην πίεση εισόδου με μια αντιστρεπτή ισοθερμοκρασιακή συμπίεση. Έτσι ο COP είναι:

$$COP_{cr} = \frac{T_{in} - T_c}{T_{in} \ln\left(\frac{P_{in}}{P_c}\right)} \cdot y \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma} \quad \{1.15\}$$

Ο COP για μία αντλία θερμότητας (Heat Pump) είναι το κλάσμα της ενέργειας που αποδίδεται για θέρμανση προς το έργο που παρέχεται [107]:

$$COP_{hp} = \frac{\dot{Q}_h}{W} \quad \{1.16\}$$

όπου:

$$\dot{Q}_h = \dot{m}_h \cdot c_p \cdot (T_h - T_{in}) \quad \{1.17\}$$

Το έργο είναι το ίδιο με τον ψύκτη, επομένως ο COP [6] είναι:

$$COP_{hp} = \frac{T_h - T_{in}}{T_{in} \ln\left(\frac{P_{in}}{P_c}\right)} \cdot (1 - y) \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma} \quad \{1.18\}$$

1.8 Κριτήρια κατασκευής των σωλήνων vortex

Πολλές μεταβλητές επηρεάζουν τη ροή και τη λειτουργία των RHVTs: γεωμετρικές παράμετροι, παροχή μάζας, αρχικές συνθήκες, ιδιότητες του αερίου, εσωτερικές παράμετροι ροής και άλλοι παράγοντες όπως το υλικό του σωλήνα κ.α. Παρακάτω παρατίθενται τα πιο σημαντικά κριτήρια:

1.8.1 Παράμετροι γεωμετρίας

1.8.1.1 Μήκος σωλήνα

Το μήκος του σωλήνα vortex πρέπει να είναι πολύ μεγαλύτερο από τη διάμετρό του. Οι Martynovskii και Alekseen [20] κατέληξαν στο γεγονός ότι αυξάνοντας το μήκος ενός βέλτιστα σχεδιασμένου σωλήνα αυξάνεται και η αποδοτικότητα του. Επίσης η βέλτιστη λειτουργία επιτυγχάνεται με μήκος σωλήνα $40 < L/D < 50$. Οι Linderstrom-Lang παρατήρησαν πως χρησιμοποιώντας σωλήνα μικρού μήκους ο θερμοκρασιακός διαχωρισμός είναι μικρός και ο διαχωρισμός του ρευστού μεγάλος, το αντίθετο συμβαίνει σε σωλήνες μεγάλου μήκους. Οι Saidi και Valipour [108] πρότειναν πως η βέλτιστη τιμή L/D κυμαίνεται από 20 έως 55.

Συμπέρασμα όλων των αναφορών είναι πως βέλτιστη τιμή L/D εξαρτάται από γεωμετρικές παραμέτρους και από την λειτουργία του σωλήνα. Το μέγεθος του ενεργειακού διαχωρισμού αυξάνεται όσο αυξάνεται το μήκος του σωλήνα σε μία κρίσιμη τιμή, περαιτέρω αύξηση δε βελτιώνει το διαχωρισμό. Λόγος $L/D > 45$ δεν επιφέρει βελτίωση [1].

1.8.1.2 Διάμετρος σωλήνα

Διαφορετικές διαμέτροι έχουν χρησιμοποιηθεί σε πειραματικές έρευνες από 4,4 mm έως 800 mm [7]. Οι σωλήνες vortex που χρησιμοποιούνται για υγροποίηση και διαχωρισμό του αερίου επιτρέπεται να διαθέτουν μεγαλύτερη διάμετρο. Γενικά, σωλήνες με μικρότερες διαμέτρους παρέχουν υψηλότερο διαχωρισμό θερμοκρασιών από αυτούς μεγαλύτερης διαμέτρου [63]. Ένας σωλήνας vortex με αρκετά μικρή διάμετρο οδηγεί σε χαμηλή διάχυση της κινητικής ενέργειας, γεγονός που συνεπάγεται χαμηλό θερμοκρασιακό διαχωρισμό. Ένας σωλήνας με μεγάλη διάμετρο έχει ως αποτέλεσμα μικρότερες περιφερειακές ταχύτητες τόσο στον πυρήνα όσο και στην περιφέρεια που προκαλεί χαμηλή διάχυση κινητικής ενέργεια και επομένως χαμηλό διαχωρισμό θερμοκρασίας [7].

1.8.1.3 Διάμετρος των ακροφυσίων εισόδου

Αυξάνοντας τη διάμετρο των ακροφυσίων αυξάνεται και η απόδοση. Ο Westley [109] βελτιστοποίησε πειραματικά τη διάμετρο του σωλήνα, διαπιστώνοντας ότι:

$$\frac{A_m}{A_{vt}} \cong 0.156 + 0.176 / \tau_p \quad \{1.19\}$$

όπου A_m είναι η διατομή εισόδου, A_{vt} η διατομή σωλήνα και ο λόγος πιέσεων δίνεται από τη σχέση:

$$\tau_p = \frac{P_{in}}{P_c} \quad \{1.20\}$$

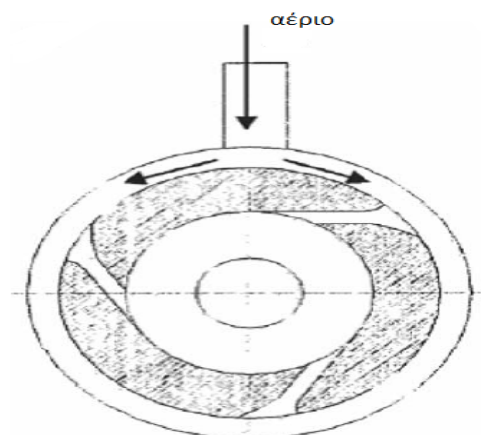
Οι Martynovskii και Alekseen έδειξαν πως η αδιαστατοποιημένη θερμοκρασιακή πτώση από την είσοδο στην ψυχρή έξοδο για $d_{in} / D_{vt} = 0.266$ αυξάνεται με το λόγο πίεσης έως ότου φτάσει μία ασυμπτωτική τιμή. Σύμφωνα με τον Takahama [25] για να υπάρξει μεγαλύτερος διαχωρισμός θερμοκρασιών θα πρέπει να ισχύει για τη γεωμετρία:

$$\begin{cases} \frac{d_{in}}{D_{vt}} \leq 0.2 \Rightarrow N \cdot \frac{d_n^2}{D^2} = 0.16 - 0.20 \\ d_c < D - 2 \cdot d_n \Rightarrow \frac{d_{c2}}{N} d_n^2 \leq 2.3 \end{cases} \quad \{1.21\}$$

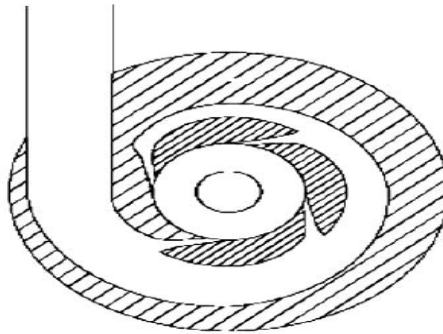
Λαμβάνοντας υπόψη όλες τις βιβλιογραφικές αναφορές η βέλτιστη διάμετρος είναι ίση με το 1/4 της διαμέτρου του σωλήνα vortex. [1].

1.8.1.4 Είδος και αριθμός ακροφυσίων

Για μέγιστη θερμοκρασιακή πτώση τα ακροφύσια εισόδου πρέπει να σχεδιάζονται με τέτοιο τρόπο ώστε να η ροή να εισέρχεται εφαπτομενικά στο σωλήνα. Για το λόγο αυτό πρέπει να τοποθετούνται όσο το δυνατόν πιο κοντά στο στόμιο εισόδου. Η αύξηση του αριθμού των ακροφυσίων εισόδου οδηγεί σε υψηλότερη θερμοκρασιακή διαφορά [1]. Τέλος βλέπουμε κάποιες εικόνες ακροφυσίων:



Εικόνα 1.22: Συμβατό ακροφύσιο [1].



Εικόνα 1.23: Προτεινόμενο ακροφύσιο από τον Wu [110].

1.8.1.5 Στόμιο ψυχρής εξόδου

Χρησιμοποιώντας μικρής διαμέτρου στόμιο $\left(0.2 \leq \frac{d_c}{D} \leq 0.4\right)$ παράγει υψηλότερη αντίθλιψη καθώς ένας μεγάλης διαμέτρου στόμιο $\left(0.6 \leq \frac{d_c}{D} \leq 0.9\right)$ επιτρέπει υψηλότερες περιφερειακές ταχύτητες έχοντας ως αποτέλεσμα χαμηλότερο ενεργειακό διαχωρισμό. Για βέλτιστα αποτελέσματα η αδιαστατοποιημένη διάμετρος στομίου πρέπει να είναι: $\left(0.4 \leq \frac{d_c}{D} \leq 0.6\right)$. Ομοαξονικά στόμια προκαλούν μεγαλύτερο θερμοκρασιακό διαχωρισμό [1].



Εικόνα 1.25: Δείγματα στομίων ψυχρής εξόδου [112].

1.8.1.6 Βαλβίδα ελέγχου θερμής εξόδου

Η βαλβίδα αποτελεί κρίσιμη παράμετρο για ένα σωλήνα vortex. Η βέλτιστη τιμή της γωνίας ϕ της κωνικής βαλβίδας είναι περίπου 50° [1].

1.8.2 Παράμετρος παροχής μάζας

Λόγος παροχών μαζών ψυχρού άκρου

Η θερμοκρασία στην έξοδο θερμού και ψυχρού ρεύματος μεταβάλλεται σημαντικά με το κλάσμα ψυχρής παροχής μάζας. Η θερμοκρασία του ψυχρού άκρου μειώνεται μέχρι ο λόγος να έχει τιμή 0.3, από εκεί κι έπειτα αυξάνεται με αύξηση του λόγου. Η θερμοκρασία του θερμού άκρου αυξάνεται με αύξηση του λόγου παροχών του ψυχρού άκρου για τιμές έως περίπου 0.8. Για υψηλότερες τιμές φτάνει τη μέγιστη τιμή της κι ύστερα μειώνεται έως την ελάχιστη. Μέγιστες θερμοκρασίες θερμού άκρου έχουμε για 0.80-0.82[1].

1.8.3 Αρχικές συνθήκες

1.8.3.1 Πίεση εισόδου

Η αύξηση της πίεσης εισόδου ενισχύει το φαινόμενο του διαχωρισμού θερμοκρασίας. Ο θερμοκρασιακός διαχωρισμός δεν εξαρτάται απλά από την απόλυτη πίεση εισόδου αλλά αποτελεί γραμμική συνάρτηση της κανονικοποιημένης πτώσης πίεσης μεταξύ της εισόδου και του ψυχρού άκρου. Η μέγιστη θερμοκρασιακή πτώση αυξάνει ελαφρά πέρα από την τιμή $p_{in} / p_c = 11$ ή 12 [1].

1.8.3.2 Θερμοκρασία εισόδου

Η θερμοκρασία εισόδου δεν επηρεάζει σημαντικά την λειτουργία του RHVT, συνήθως δίνεται η θερμοκρασία περιβάλλοντος 293K [1].

1.8.4 Εργαζόμενο μέσο

1.8.4.1 Είδος εργαζόμενου μέσου

Πολλά πειράματα πραγματοποιήθηκαν με χρήση αέρα, ήλιου και οξυγόνου και παρουσίασαν ομοιότητες. Επίσης δοκιμάστηκαν διοξείδιο του άνθρακα και άζωτο. Με χρήση καθαρών οξυγόνου, αζώτου ή διοξειδίου του άνθρακα επετεύχθησαν χαμηλότερες θερμοκρασίες στην έξοδο ψυχρού ρεύματος απ' ότι με χρήση αέρα. Το διοξείδιο του άνθρακα βρέθηκε να προκαλεί χαμηλότερες θερμοκρασίες και στα δυο άκρα συγκρινόμενο με τα άλλα ρευστά. Οι Aydin και Baki [111] παρατήρησαν πως το άζωτο παρέχει μεγαλύτερο θερμοκρασιακό διαχωρισμό σε σύγκριση με το οξυγόνο και τον αέρα, γεγονός που αποδίδεται στο μοριακό βάρος του αζώτου, που είναι αρκετά μικρότερο. Τέλος έχουν χρησιμοποιηθεί ως εργαζόμενα μέσα αέριοι υδρογονάνθρακες όπως μεθάνιο και προπάνιο, R-22, R-134 και R-144 (Ahlborn), ατμός που παρουσιάζουν παρόμοια συμπεριφορά με τον αέρα και το νερό, όπου αποδείχθηκε πως και σε



ασυμπίεστα ρευστά παρατηρούμε ενεργειακό διαχωρισμό. Στον πίνακα 1.2 συνοψίζονται θερμοκρασιακές πτώσεις για διάφορα αέρια.

Αέριο	Θερμοκρασιακή διαφορά	Αριθμός Prandtl	Heat capacity ratio
Αέρας	38.0	0.73	1.403
CH ₄	40.0		1.310
CO ₂	34.6	0.78	1.304
NH ₃	30.0	0.85	1.310

Πίνακας 1.2 [16,20].

1.8.4.2 Ιδιότητες εργαζόμενου μέσου

Η μέγιστη θερμοκρασιακή διαφορά είναι ανάλογη με τον αριθμό Prandtl. Ο λόγος ειδικών θερμοτήτων (γ) επηρεάζει τον ενεργειακό διαχωρισμό, αυξάνοντας τον μειώνεται η θερμοκρασία στο ψυχρό άκρο. Όμοιο αποτέλεσμα παρατηρείται αυξάνοντας και την υγρασία του αέρα καθώς και καλύτερη αποδοτικότητα [1].

1.8.5 Άλλοι παράγοντες

1.8.5.1 Υλικό σωλήνα

Χρησιμοποιώντας υλικά με λεία επιφάνεια και χαμηλή θερμική αγωγιμότητα επιτυγχάνεται καλύτερος θερμοκρασιακός διαχωρισμός. Σε σωλήνες vortex με μόνωση παρατηρούμε μείωση των ενεργειακών απωλειών και αύξηση του διαχωρισμού. Επίσης σημαντικό είναι να επιλέγεται ανθεκτικό υλικό, εξαιτίας των υψηλών αναπτυσσόμενων πιέσεων [1].

1.8.5.2 Εσωτερική τραχύτητα

Οποιοδήποτε τραχύ στοιχείο στο εσωτερικό του σωλήνα μειώνει την αποδοτικότητα του συστήματος. Για το λόγο αυτό προτιμούνται λείες επιφάνειες [1].



ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ 1ου ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

- [1] M. Yilmaz, M. Kaya, S. Karagoz, S. Erdogan, A review on design criteria for vortex tubes, 2008.
- [2] Sachin Uttamrao Nimbalkar, Michael R. Muller, Quantitative observations on multiple flow structures inside Ranque-Hilsch vortex tube, Rutgers University of New Jersey, 2009.
- [3] Ranque, G. L., Method and Apparatus for Obtaining from a Fluid under Pressure Two Currents of Fluids at Different Temperatures, U.S. Patent No. 1952281, 1934.
- [4] Tanvir Farouk, Bakhtier Farouk*, Large eddy simulations of the flow field and temperature separation in the Ranque-Hilsch vortex tube, 2006.
- [5] Y.T. Wu^{a,*}, Y. Ding^a, Y.B. Ji^a, C.F. Ma^a, M.C. Ge^b. Modification and experimental research on vortex tube, 2006.
- [6] Gao C , Experimental study on the Ranque-Hilsch vortex tube. PhD Thesis, Technische Universiteit Eindhoven, 2005.
- [7] Eiasma-ard S, Promvong P, Review of Ranque-Hilsch effects in vortex tubes. Renew Sustain Energy Rev. , 2007.
- [8] Stong, C. L., The "Hilsch" Vortex Tube, The Amateur Scientist, Heinemann Educational Books, Chapter IX, Section 4, 1962, pp. 514-519.
- [9] Ranque GJ ,Experiments on expansion in a vortex with simultaneous exhaust of hot air and cold air. J Phys Radium(Paris) 4:112-114, June. Also translated as General Electric Co., Schenectady Works Library 1947: T.F. 3294, 1933.
- [10] Hilsch R, The use of expansion of gases in a centrifugal field as a cooling process. Rev. Sci. Instrum. 18(2):108-113, 1947.
- [11] Westley R., A Bibliography and survey of the vortex tube. College of Aeronautics, Cranfield note, UK, 1954.
- [12] Curley W., McGree R. Jr., Bibliography of vortex tubes. Refrig. Eng. 59(2):191-193, 1951.
- [13] Kalvinskis L., Vortex tubes (an extension of Westley's bibliography). Jet Propulsion Laboratory, California Intit. of Technology Literature Search, 56, Part 2, 1956.
- [14] Dobratz BM, Vortex tubes: A bibliography. Lawrence Radiation Laboratory UCRL-7829, 1964.
- [15] Nash JM, The Ranque-Hilsch vortex tube and its application to spacecraft environmental control systems. Dev. Theor. Appl. Mech., p 6, 1976.
- [16] Hellyar KG, Gas liquefaction using a Ranque-Hilsch vortex tube: design criteria and bibliography, Report for the degree of Chemical Engineer, MIT, 1979.
- [17] Fulton CD Ranque's tube. J ASRE Refrig Eng 58:473-479, 1950.
- [18] Fulton CD Comments on the vortex tube. J ASRE Refrig. Eng. 59:984, 1951.
- [19] Hartnett JP, Eckert ERG , Experimental study of the velocity and temperature distribution in a high-velocity vortex type flow. Trans. ASME J Heat Transfer 79:751-758, 1957.



- [20] Martynovskii VS, Alekseev VP , Investigation of the vortex thermal separation effect for gases and vapors. *Sov. Phys-Tech Phys* 26(2):2233–2243,1957.
- [21] Lay JE ,An experimental and analytical study of vortex flow temperature separation by superposition of spiral and axial flows: Part I. *Trans ASME J Heat Transfer* 81(4):202–212,1959.
- [22] Lay JE, An experimental and analytical study of vortex flow temperature separation by superposition of spiral and axial flows: Part II. *Trans ASME J Heat Transfer* 81(4):213–222,1959.
- [23] Deissler RG, Perlmutter M., An analysis of the energy separation in laminar and turbulent compressible vortex flows. *Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute, Stanford University Press,1958.*
- [24] Deissler RG, Perlmutter M, Analysis of the flow and energy separation in a vortex tube. *Int. J Heat Mass Transfer* 1:173–191,1960.
- [25] Takahama H., Studies on vortex tubes. *Bull Jpn Soc Mech. Eng.* 8(31):433–440, 1965
- [26] Takahama H., Ikeda T, Kawamura H., *Japan Soc Mech. Eng.* 77:733–734,1973.
- [27] Takahama H., Soga N., Studies on vortex tubes 2nd report, Reynolds no. the effects of the cold air rate and partial admission of nozzle on the energy separation. *Bull Jpn Soc Mech. Eng.* 9(33):121–130,1966.
- [28] Takahama H., Kawamura M., Kato B., Yokosawa H., Performance characteristics of energy separation in a steam operated vortex tube. *Int J Eng Sci* 17:735–744,1979.
- [29] Takahama H., Yokosawa H. , Energy separation in vortex tubes with a divergent chamber. *Trans ASME J Heat Transfer* 103:196–203,1989.
- [30] Takahama H., Kawashima K., An experimental study of vortex tubes. *Bull JSME* 9(33):227–245,1966.
- [31] Sibulkin M., Unsteady, viscous, circular flow, Part III. Application to the Ranque–Hilsch vortex tube. *J Fluid Mech.* 12:269–293,1962
- [32] Linderstrom-Lang CU , Gas separation in the Ranque–Hilsch vortex tube. *Int J Heat Mass Transfer* 7:1195–1206,1964.
- [33] Linderstrom-Lang CU , Gas separation in the Ranque–Hilsch vortex tube model calculations based on flow data. *Riso report, Denmark, June,1966.*
- [34] Linderstrom-Lang CU , The three-dimensional distributions of tangential velocity and total-temperature in vortex tubes. *J Fluid Mech* 45:161–187,1971.
- [35] Linderstrom-Lang CU , Studies on transport of mass and energy in the vortex tube. The significance of the secondary flow and its interaction with the tangential velocity distribution. *Riso report, Denmark, September,1971.*
- [36] Borisenko AI, Safonov VA, Yakovlev AI , The effect of geometric parameters on the characteristics of a conical vortex cooling unit. *J Eng Phys Thermophys* 15(6):1158–1162,1968.



- [37] Bruun HH , Experimental investigation of the energy separation in vortex tubes. J Mech Eng Sci 11(6):567–582,1969.
- [38] Raiskii Yu D, Tunkel LE , Influence of vortex-tube saturation and length on the process of energetic gas separation. J Eng Phys 27(6):1578–1581,1974.
- [39] Soni Y., A parametric study of the Ranque–Hilsch tube. PhD Thesis, University of Idaho, 1973.
- [40] Soni Y, Thompson WJ ,Optimal design of the Ranque–Hilsch vortex tube. Trans ASME J Heat Transfer 94(2):316–317, 1975.
- [41] Marshall J., Effect of operating conditions, physical size and fluid characteristics on the gas separation performance of the Linderstrom–Lang vortex tube. Int J Heat Mass Transfer 20:227–231,1977.
- [42] Kurosaka M., Acoustic streaming in swirling flow and the Ranque–Hilsch (vortex tube) effect. J Fluid Mech 124:139–172, 1982.
- [43] Stephan K., Lin S., Durst M., Huang F., Seher D., An investigation of energy separation in a vortex tube. Int J Heat Mass Transfer 26:341–348,1983.
- [44] Stephan K., Lin S., Durst M., Huang F., Seher D., A similarity relation for energy separation in a vortex tube. Int J Heat Mass Transfer 27:911–920, 1984.
- [45] Balmer RT, Pressure driven Ranque Hilsch temperature separation in liquids. J Fluids Eng 110:161–164,1988.
- [46] Nabhani N., Hot-wire anemometry study of confined turbulent swirling flow. PhD Thesis, Bradford University,1989.
- [47] Ahlborn B, Keller JU, Staudt R, Treitz G, Rebhan E, Limits of temperature separation in a vortex tube. J Phys D Appl Phys 27:480–488,1994.
- [48] Ahlborn B., Camire J., Keller JU , Low-pressure vortex tubes. J Phys D Appl Phys 29:1469–1472,1996.
- [49] Ahlborn B., Groves S., Secondary flow in a vortex tube. Fluid Dyn Res 21(2):73–86,1997.
- [50] Ahlborn B., Keller JU, Rebhan E. The heat pump in a vortex tube. J Non-Equilib. Thermodyn. 23(2):159–165, 1998.
- [51] Ahlborn B, Gordon JM , The vortex tube as a classic thermodynamic refrigeration cycle. J Appl. Phys 88(6):3645–3653, 2000.
- [52] Gutsol AF , The Ranque effect. Phys Uspekhi 40(6):639–658,1997.
- [53] Gutsol AF, Bakken JA , A new vortex method of plasma insulation and explanation of the Ranque effect. J Phys. D Applied Physics 31:704–711,1998.
- [54] Lewins J, Bejan A., Vortex tube optimization theory. Energy J 24:931–943,1999.
- [55] Saidi MH, Yazdi MR , Exergy model of a vortex tube system with experimental results. Energy 24:625–632,1999.
- [56] Cockerill TT , Thermodynamics and fluid mechanics of a Ranque–Hilsch vortex tube. PhD Thesis, University of Cambridge,1998.



- [57] Khodorkov L, Poshernev NV, Zhidkov MA , The vortex tube-a universal device for heating, cooling, cleaning, and drying gases and separating gas mixtures. Chem Pet Eng 39(7–8):409–415,2003.
- [58] Poshernev NV, Khodorkov IL ,Experience from the operation of a conical vortex tube with natural gas. Chem Pet Eng 39(9–10):602–607,2003.
- [59] Poshernev NV, Khodorkov IL , Natural-gas tests on a conical vortex tube (CVT) with external cooling. Chem Pet Eng 40(3–4):212–217, 2004.
- [60] Shannak BA , Temperature separation and friction losses in vortex tube. Heat Mass Transfer 40:779–785, 2004.
- [61] Singh PK, Tathgir RG, Gangacharyulu D, Grewal GS , An experimental performance evaluation of vortex tube. IE(I) J-MC 84:149–153, 2004.
- [62] Behera U, Paul PJ, Kasthuriengan S, Karunanithi R, Ram SN, Dinesh K , CFD analysis and experimental investigations towards optimizing the parameters of Ranque–Hilsch vortex tube. Int J Heat Mass Transfer 48(10):1961–1973, 2005.
- [63] Aljuwayhel NF, Nellis GF, Klein SA, Parametric and internal study of the vortex tube using a CFD model. Int J Refrig 28(3):442–450, 2005.
- [64] Skye HM, Nellis GF, Klein SA , Comparison of CFD analysis to empirical data in a commercial vortex tube. Int J Refrig 29:71–80,2006.
- [65] Promvong P, Eiamsa-ard S., Experimental investigation of temperature separation in a vortex tube refrigerator with snail entrance. ASEAN J Sci Technol Dev 21(4):297–308,2004.
- [66] Promvong P, Eiamsa-ard S. Investigation on the vortex thermal separation in a vortex tube refrigerator. Sci Asia J 31(3):215–223, 2004.
- [67] Eiamsa-ard S, Promvong P., Numerical prediction of vortex flow and thermal separation in a subsonic vortex tube. J Zhejiang Univ SCI Int Appl Phys Eng J 7(8):1406–1415, 2006.
- [68] Eiamsa-ard S, Promvong P., Numerical investigation of the thermal separation in a Ranque–Hilsch vortex tube. Int J Heat Mass Transfer 50(5–6):821–832, 2007.
- [69] Azarov AI Industrial application of the range of vortex coolers. In: Proceedings of all-union conference “Application of the Vortex Effect in Engineering”. SGAI, Samara, pp 75–79,1993.
- [70] Azarov AI , Ways of improving commercial vortex tubes. Chem Pet Eng 40(7–8):411–416, 2004.
- [71] Azarov AI. Modular multi-chambers vortex tubes. Available at [<http://www.ecoteco.ru>].
- [72] Azarov AI , Multipurpose vortex air coolers: examination of the scales of industrial use. Vestn. MGTU 2000;Special Issue:93–9, 2000.
- [73] Azarov AI , Reducing the specific energy consumption for obtaining cold in vortex tubes. Mezhvuz. Sb. Nauch. Tr. Probl.E 'kon. Topli.-E' nerg. Resurs. Prompredpr. TE' S, pp 112–117, 2002.
- [74] <<http://arizonavortex.com/vortextubes.htm>>



- [75] <<http://newmantools.com/vortex.htm>>
- [76] <http://www.exair.com/vortextube/vt_page.htm>
- [77] Fin'ko VE. Cooling and condensation of a gas in a vortex flow. *Sov Phys: Tech Phys* 1983;28(9):1089.
- [78] Bruno TJ. Applications of the vortex tube in chemical analysis Part I: introductory principle. *Am Lab* 1993;25:15–20.
- [79] Bruno TJ. Applications of the vortex tube in chemical analysis. *Process control and quality 3*. Amsterdam: Elsevier Science Publishers BV; 1992. p. 195–207.
- [80] Baz A, Uhler D. A compressed gas powered heating system for underwater divers. *Ocean Eng* 1986;13(3):273–90.
- [81] Baz A, Gilheany J, Kalvitas A. Feasibility of vortex tube assisted environmental control of an underwater research habitat. *Ocean Eng* 1987;15(1):34–54.
- [82] Baz A, Johnston R, Uhler D. Dynamics of vortex tube assisted hyperbaric chambers. *Ocean Eng* 1986;13(4):387–408.
- [83] Riu K, Kim J, Choi IS. Experimental investigation on dust separation characteristics of a vortex tube. *Trans JSME Ser B: Therm Fluid Mech* 2004;47(1):29–36.
- [84] Martin RW, Zilm KW. Variable temperature system using vortex tube cooling and fiber optic temperature measurement for low temperature magic angle spinning NMR. *J Magn Reson* 2004;168(2): 202–9.
- [85] Colgate SA, Buchler JR. Coherent transport of angular momentum-the Ranque–Hilsch tube a paradigm, astrophysical turbulence and convection. *Ann NY Acad Sci* 2000;898:105–12.
- [86] Yilmaz M, Comakli O, Kaya M, Karsli S , Vortex tubes: 1 Technological development (in Turkish). *Eng Mach* 47(553):46–54, 2006.
- [87] Yilmaz M, Comakli O, Kaya M, Karsli S , Vortex tubes: 2 Energy separation mechanism and performance characteristics (in Turkish). *Eng Mach* 47(554):42–51, 2006.
- [88] S. Eiamsa-ard, K. Wongcharee, P. Promvong, Experimental investigation on energy separation in a counter-flow Ranque–Hilsch vortex tube: Effect of cooling a hot tube , 2009.
- [89] Comassar S. The vortex tube. *J Am Soc Naval Eng* 1951;63:99–108.
- [90] Piralishvili SA, Polyayev VM, Flow and thermodynamic characteristics of energy separation in a doublecircuit vortex tube-an experimental investigation. *Int J Exp Therm Fluid Sci* 12(4):399–410, 1996.
- [91] A.I. Leont' ev. Gas-dynamic methods of temperature stratification (a review). *Fluid Dynamics*. 37(4):512-529, 2002.
- [92] F. Kreith and D. Margolis. Heat transfer and friction in turbulent vortex flow. *Flow, Turbulence and Combustion*. 8(1):457-473, January 1959.
- [93] R.Z. Alimov. Flow friction and heat and mass transfer in a swirled flow. *Journal of Engineering, Physics and Thermophysics*. 10(4):251-257. April 1966.



- [94] A.J. Reynolds. On the dynamics of turbulently vertical flow. *Z. angew. Math. Phys.* 12:149-158, 1961.
- [95] A.J. Reynolds. Energy flow in a vortex tube. *Z. angew. Math. Phys.* 12:343-356, 1961.
- [96] J.J. van Deemter. On the theory of the Ranque-Hilsch cooling effect. *Appl. Sci. Res.* 3:174-196, 1951.
- [97] M. Sibulkin. Unsteady, viscous, circular flow part 2. The cylinder of finite radius. *J. Fluid Mech.* 12:148-158, 1961.
- [98] W.S. Lewellen. A solution for three-dimensional vortex flows with strong circulation. *J. Fluid Mech.* 14:420-432, 1962.
- [99] J.G. Chu. Acoustic streaming as a mechanism of the Ranque-Hilsch effect. PhD dissertation. University of Tennessee. Knoxville. Dec., 1982.
- [100] H. Kuroda. An experimental study of temperature separation in swirling flow. PhD dissertation. University of Tennessee. Knoxville. Dec. 1983.
- [101] G.W. Scheper. The vortex tube internal flow data and a heat transfer theory. *J. ASRE Refrigerating Eng.* 59:985-989, 1951.
- [102] V.A. Arbutov, Y.N. Dubnischchev, A.V. Lebedev, M. Kh. Pravdina, N.I. Yavorskii. Observation of large scale hydrodynamic structures in a vortex tube and the Ranque effect. *Tech. Phys. Lett.* 23(12):938-940, 1997.
- [103] D. Hilbert. Integer programming and combinatorial optimization (4th volume):253-254, 1997.
- [104] Q.H. Wu. The internal process analysis and the experimental investigation on the Ranque-Hilsch vortex tube. Master thesis, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, China, 1991.
- [105] Lewins J., Bejan A.. Vortex tube optimization theory. *Energy* 24:931-943, 1999.
- [106] Silverman MP, The vortex tube: a violation of the second law. *Eur. J. Phys.* 3:88-92, 1982.
- [107] Cengel YA, Boles MA, Thermodynamics: an engineering approach, 3rd edn. McGraw-Hill, New York, 1998.
- [108] Saidi MH, Valipour Ms, Experimental modeling of vortex tube refrigerator. *Appl. Therm. Eng.* 23:1981-1980, 2003.
- [109] Westley R., Optimum design of a vortex tube for achieving larger temperature drop ratios. Cranfield College Note 30, College of Aeronautics, 1955.
- [110] Yilmaz M., Kaya M., Karagoz S. Erdogan S., Vortex tube design II (in Turkish). *Machinery* 117:102-107, 2007.
- [111] Aydin O., Baki M., An experimental study on the design parameters of a counter flow vortex tube. *Energy J.* 31(14):2763-2772, 2006.
- [112] Ons Tlili El May, Ines Mokni, Hatem Mhiri & Philippe Bournot, CFD investigation of a vortex tube: Effect of the cold end orifice in the temperature separation mechanism, 2011.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο

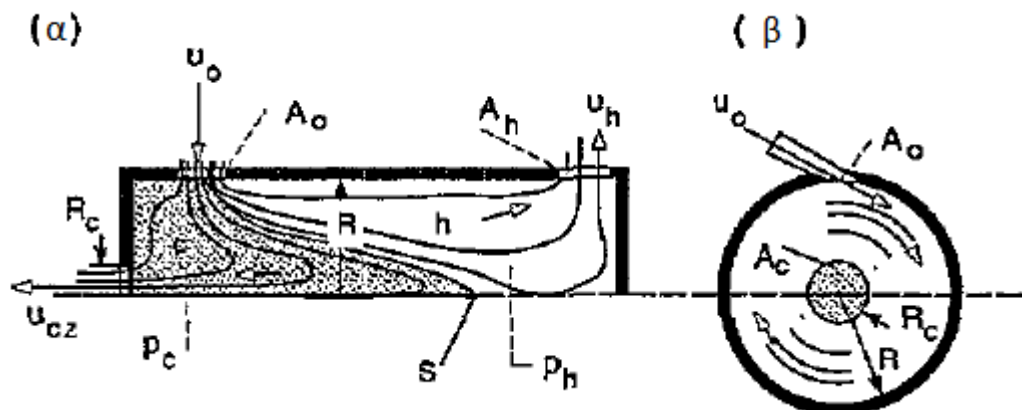
2.1 1^ο Μοντέλο: Μοντέλο του Ahlborn

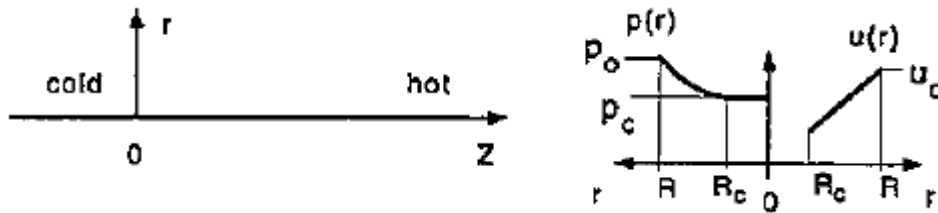
2.1.1 Όρια θερμοκρασιακού διαχωρισμού σε ένα σωλήνα vortex

Αρχικά, ο Ahlborn απέδωσε το φαινόμενο της ψύξης και θέρμανσης μέσα στο σωλήνα στη μετατροπή της κινητικής ενέργειας σε θερμότητα και αντίστροφα. Υπέθεσε, σε αντίθεση με προηγούμενα μοντέλα, πως η θέρμανση στο ένα μέρος και η ψύξη στο άλλο είναι δύο ξεχωριστές διαδικασίες. Σύνδεση των δύο κλάδων επιτυγχάνεται μέσω της πίεσης και περισσότερο μέσω της θερμικής αγωγιμότητας και της συνεκτικότητας. Εφάρμοσε τις εξισώσεις διατήρησης της ενέργειας για τους δύο κλάδους ξεχωριστά συμπεριλαμβάνοντας φυσικά την κινητική ενέργεια. Χρησιμοποίησε επιπλέον την εξίσωση της ορμής προκειμένου να συσχετίσει την ταχύτητα της ροής ακτινικά αλλά και αξονικά. Η «ψυχρή» και «θερμή» παροχή μάζας ελέγχονται από την εξίσωση διατήρησης της μάζας. Το πεδίο ροής (εικόνα 2.1.1) είναι ένα κυλινδρικό σύστημα (r, φ, z) πράγμα που οφείλεται στη διαμόρφωση του ακροφυσίου εισόδου. Για υψηλότερη διαφορά θερμοκρασίας το στόμιο ψυχρής εξόδου πρέπει να είναι τοποθετημένο κοντά στον άξονα ενώ το ζεστό μακρύτερα [1] $\left(\frac{z_h}{R} > 10\right)$. Οι ταχύτητες ροής στην είσοδο και τις δύο εξόδους είναι [2]:

$$\begin{aligned}
 u_o &= u_{or} + u_{o\varphi} + u_{oz} & \text{με} & & u_o^2 &= u_{or}^2 + u_{o\varphi}^2 \\
 u_h &= u_{hr} + u_{h\varphi} + u_{hz} & \text{και} & & u_c &= u_{cr} + u_{c\varphi} + u_{cz}
 \end{aligned}$$

{2.1.1}





Εικόνα 2.1.1: Δισδιάστατο μοντέλο. (α) Αξονική ροή (c:cold=ψυχρό μέρος, S:stagnation point=σημείο ανακοπής) (β) περιφερειακή ροή για $z=0$ με ακτινική διανομή της πίεσης και ταχύτητα u_ϕ για $r>R_c$ [2].

Στο διάγραμμα ροής $r-z$ (εικόνα 2.1.1-α, κάτω) παρατηρούμε το διαχωρισμό του ζεστού (hot) με το κρύο (cold) μέρος. Η διαίρεση του πεδίου ροής σε ένα ζεστό και ένα κρύο κλάδο φαίνεται από τις γραμμές ροής (εικόνα 2.1.1-α, πάνω). Ο στροβιλισμός της ροής φαίνεται στην εικόνα 2.1.1-β, πάνω. Η ροή στην είσοδο εισέρχεται εφαπτομενικά στο σωλήνα και προκαλεί δίνη. Η γραμμοσκιασμένη περιοχή ακτίνας R_c είναι το στόμιο από το οποίο εξέρχεται το ψυχρό μέρος. Μετρήσεις του Lay [3] έδειξαν πως για $z=0$ το ρευστό συμπεριφέρεται σαν ενιαίο στερεό σώμα για $r > R_c$ γεγονός που σημαίνει πως η ταχύτητα και η πίεση πρέπει να έχουν ήπια ακτινικά προφίλ. Η πίεση για $r=R$ υποτίθεται πως είναι ίση με την πίεση εισόδου και στην περιοχή $0 < r < R_c$ πρέπει να είναι σχεδόν ίση με p_c . Η εσωτερική περιοχή της ροής όπου $r < R_c$ δεν μπορεί να είναι καθαρά περιστροφική αφού υπάρχει κίνηση κατά την κατεύθυνση $-z$ για να διευκολύνεται η έξοδος κρύου ρεύματος.

Όλα τα πειράματα που έχουν πραγματοποιηθεί χαρακτηρίζονται από υψηλή ταχύτητα στην είσοδο και στην έξοδο κρύου ρεύματος και χαμηλή στην έξοδο θερμού ρεύματος, επομένως δέχεται την συνθήκη: $u_h^2 \ll u_o^2, u_c^2$.

2.1.1.1 Εξίσωση της ορμής

Το θερμό μέρος αέρα προερχόμενο από την είσοδο χάνει κινητική ενέργεια εξαιτίας της τριβής των τοιχωμάτων και της εσωτερικής διάχυσης και μετατρέπεται σε θερμότητα έχοντας ως αποτέλεσμα αυξημένη θερμοκρασία και μειωμένη ταχύτητα στην έξοδο του ζεστού ρεύματος. Ένας λόγος ακόμη που συμβαίνει αυτό είναι διότι η συγκεκριμένη έξοδος είναι κατά πολύ μεγαλύτερη από την είσοδο, αφού η u_o είναι περίπου 100 m/s ενώ η u_h μόλις λίγα m/s [2]:

$$u_h \ll u_o \quad \{2.1.2\alpha\}$$

Το κρύο ρεύμα εξέρχεται από το στόμιο με συνιστώσες ταχύτητας $u_{c\phi}$ και u_{cz} . Η u_{cz} μπορεί να υπολογιστεί ως συνάρτηση της αξονικής διαφοράς πίεσης $p_h - p_c$ (βλ.

παρακάτω). Λιγότερα γνωρίζουμε για την περιφερειακή ταχύτητα $u_{c\varphi}$. Μπορεί να αποκτηθεί όμως μία εκτίμηση από την διατήρηση της ορμής, η $u_{c\varphi}$ θα πρέπει να αυξάνεται καθώς ποσότητα αέρα μετακινείται από την είσοδο με ακτίνα R σε θέση με μικρότερη ακτίνα, όπου προφανώς θα έχουμε μικρότερη ακτινική συνιστώσα ταχύτητας. Παρόλα αυτά εξαιτίας δυνάμεων διάτμησης μεταξύ των μορίων του ρευστού που καθιστούν το ρευστό ως ένα ενιαίο περιστρεφόμενο σώμα η $u_{c\varphi}$ μειώνεται γραμμικά με την ακτίνα. Έτσι γίνεται η υπόθεση:

$$u_{c\varphi}^2 \approx u_0^2 \quad \{2.1.2\beta\}$$

Για να δοθεί εξήγηση της λειτουργίας του σωλήνα vortex αρχικά, χρησιμοποιήθηκε η εξίσωση συνέχειας κατά την αξονική θέση $z=0$ για κυλινδρικό αγωγό:

$$\rho u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \rho u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} - \rho \frac{u_\varphi^2}{r} + \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad \{2.1.3\}$$

Υποτίθεται πως η ακτινική συνιστώσα ταχύτητας είναι πολύ μικρή τότε:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho \frac{u_\varphi^2}{r} \quad \{2.1.3 \alpha\}$$

Η παραπάνω εξίσωση μπορεί να ολοκληρωθεί αν είναι γνωστό το προφίλ ταχυτήτων, εδώ υποτίθεται κατανομή ταχυτήτων κατά Rankine (μοντέλο vortex του Rankine¹):

$$u_\varphi(r) = u_0 \cdot r / R \quad \text{για} \quad \begin{cases} z \approx 0 \\ R_c \leq r \leq R \end{cases} \quad \{2.1.3 \beta\}$$

Αναμενόταν πως η $u_\varphi(r)$ για $r \leq R_c$ δεν ακολουθεί το μοντέλο του Rankine, διότι εδώ πρέπει να παίρνει μεγάλες τιμές. Τα μόρια ρευστού στην έξοδο τους από το ψυχρό άκρο έχουν υψηλή αξονική ταχύτητα.

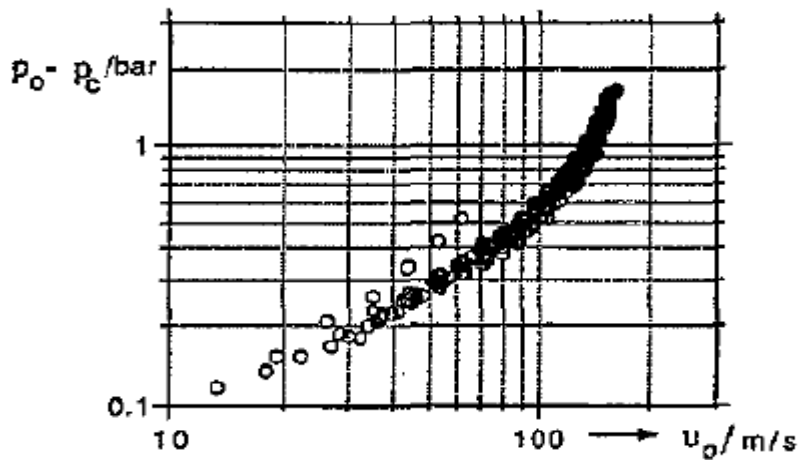
Το προφίλ ταχύτητας κατά Rankine οδηγεί σε μειωμένη πίεση κοντά στον άξονα. Ολοκλήρωση της σχέσης 2.1.3-α με τα προφίλ ταχυτήτων της 2.1.3-β δίνει τη διαφορά πίεσης μεταξύ της εισόδου $p(r=R) = p_0$ και της περιοχής κοντά στον άξονα, στο ψυχρό άκρο $p(r=R_c) = p_c$ [2]:

$$\Delta p_{0c} = p_0 - p_c = \frac{1}{2} \cdot \rho' \cdot u_0^2 \quad \{2.1.4\}$$

όπου:

$$\rho' = \frac{1}{\pi R^2} \cdot \int \rho 2\pi r dr \quad \{2.1.5\}$$

Με ρ' συμβολίζεται η μέση ανά περιοχή πυκνότητα που δίνει περισσότερο βάρος στην πυκνότητα σε μεγαλύτερες ακτίνες, οπότε θεωρείται η υπόθεση $\rho' = \rho_0$. Πειράματα επιβεβαιώνουν τη μοναδική σχέση μεταξύ της πτώσης πίεσης και την ταχύτητα στην είσοδο. Στην παρακάτω εικόνα παρατηρούμε την εξάρτηση αυτή.



Εικόνα 2.1.2: Διαφορά πίεσης σε συνάρτηση με την ταχύτητα [2].

Επομένως στο μοντέλο χρησιμοποιείται η προσεγγιστική σχέση:

$$\Delta p_{0c} = p_0 - p_c = \frac{1}{2} \cdot \rho_0 \cdot u_0^2 \quad \{2.1.6\}$$

Στη συνέχεια γίνεται αντικατάσταση της ταχύτητας από τον αριθμό Mach: $M = \frac{u}{a}$. Η

ταχύτητα του ήχου $a_0^2 = \frac{\gamma RT}{m}$, όπου m είναι η μάζα των μορίων, R η σταθερά των αερίων, T η θερμοκρασία και γ ο λόγος ειδικών θερμοτήτων. Επομένως τροποποιώντας τώρα κατάλληλα τη σχέση 2.1.6 προκύπτει:

$$\frac{p_c}{p_0} \approx 1 - \frac{\gamma}{2} M_0^2 \quad \{2.1.7\}$$

Με αυτό τον τρόπο ο αριθμός Mach μπορεί να δοθεί ως συνάρτηση της αδιαστατοποιημένης πτώσης πίεσης:

$$x = \frac{P_0 - P_c}{P_0} \quad \{2.1.8\}$$

Η θέρμανση και η ψύξη αυξάνονται με την αύξηση του x ή με τον αριθμό Mach. Αν το ακροφύσιο εισόδου ήταν διαμορφωμένο έτσι ώστε να είχαμε υπερηχητική ροή θα εμφανιζόταν σχηματισμός κρουστικών κυμάτων, πράγμα που δεν επιθυμείται, διότι πριν την είσοδο η ταχύτητα θα άγγιζε υποηχητικές τιμές με αποτέλεσμα μεγαλύτερη πίεση \hat{p}_0 και θερμοκρασία \hat{T}_0 . Τότε η λειτουργία μέσα στο σωλήνα θα χαρακτηριζόταν από πίεση \hat{p}_0 και από υποηχητικό αριθμό Mach για ταχύτητα ήχου σε θερμοκρασία \hat{T}_0 . Για το λόγο αυτό, καθορίζεται ένα ανώτατο όριο πτώσης πίεσης έτσι ώστε ο αριθμός Mach να μην υπερβαίνει τη μονάδα. Για παράδειγμα, χρησιμοποιώντας ως εργαζόμενο μέσο αέρα (για $\gamma=1.4$) και θεωρώντας $M_0 \leq 1$ παρουσιάζεται μέγιστο όριο $x_{max} = \frac{P_0 - P_c}{P_0} = 0.7$ ή

$\frac{P_c}{P_0} = 0.3$. Σε πολλά πειράματα με αρχική πίεση γύρω στην τιμή 0.39 MPa και πίεση

εξόδου ψυχρού άκρου 0.1 MPa, δεν παρατηρήθηκαν τιμές του x πάνω από 0.7, γεγονός που επιβεβαιώνει πως η ροή μέσα στο σωλήνα παραμένει υποηχητική. Θα έπρεπε να τονιστεί ο αριθμός Mach εξαρτάται από το λόγο ειδικών θερμοτήτων (γ) που χαρακτηρίζει θερμοδυναμικά το εργαζόμενο μέσο κι επίσης ο M_0 αποτελεί συνάρτηση της κανονικοποιημένης πτώσης πίεσης x και όχι των απόλυτων πιέσεων, γεγονός που σημαίνει πως όχι μόνο πρέπει να εφαρμόζεται υψηλή πίεση στην είσοδο αλλά και χαμηλή στην έξοδο κρύο ρεύματος [2].

Η κίνηση κατά τον άξονα z καθορίζεται από τη διαμόρφωση της πίεσης σε αυτή την κατεύθυνση. Για το θερμό ρεύμα σε μεγάλη ακτίνα χρησιμοποιούμε το πειραματικό αποτέλεσμα $M_h = \frac{u_h}{a_h} \ll M_0$, επιβεβαιώνοντας πως η συνεκτικότητα και η τριβή

αντιτίθενται στην αξονική πτώση πίεσης $p_0 - p_h$, διαφορετικά θα επιταχυνόταν το θερμό μέρος. Σε αντίθεση με την αργή κίνηση του θερμού μέρους σε μεγάλη ακτίνα, η αξονική ταχύτητα του ψυχρού μέρους είναι αρκετά υψηλή κατά την έξοδο κατά μήκος του άξονα. Εδώ γίνεται η υπόθεση πως η πτώση πίεσης στην αξονική κατεύθυνση $p_h - p_c$ επηρεάζεται από την ταχύτητα u_{cz} . Η κίνηση κατά τον άξονα z περιγράφεται από την εξίσωση Euler:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \cdot u_i \cdot u_k + \delta_{ik} \cdot p) = 0 \quad \{2.1.9\}$$

και με το θεώρημα του Gauss μετατρέπεται σε επιφανειακό ολοκλήρωμα χρησιμοποιώντας την επιφάνεια εξόδου του θερμού μέρους (εικόνα 2.1.1α). Η μέση

πίεση στην έξοδο επιφάνειας $A_c = \pi R_c^2$ είναι $p = p_c$ και η μέση πίεση στα δεξιά κοντά στο σημείο ανακοπής St (δηλαδή, το σημείο στο οποίο η ταχύτητα του ρευστού είναι 0) είναι $p = p_h$. Το αποτέλεσμα της ολοκλήρωσης είναι:

$$\rho_c \cdot u_{cz}^2 + p_c - p_h + (\bar{p}_l - \bar{p}_r) \cdot \frac{A_l}{A_c} = 0 \quad \{2.1.10\}$$

Όπου: $A_l = \pi \cdot R^2 - A_c$ και οι μέσες τιμές πιέσεων στο αριστερό και δεξί σύνορο της επιφάνειας εξόδου ψυχρού μέρους είναι:

$$\bar{p}_l = \frac{1}{A_l} \cdot \int_{A_l} p_l \cdot df_z \quad \text{και} \quad \bar{p}_r = \frac{1}{A_l} \int_{A_l} p_r \cdot df_z \quad \{2.1.11\}$$

Κάνοντας τώρα την υπόθεση πως: $\bar{p}_l - \bar{p}_r = \beta \cdot (p_c - p_h)$ με $\beta < 1$ έχουμε:

$$\rho_c \cdot u_{cz}^2 = (p_c - p_h) \cdot \left(1 + \beta \cdot \frac{A_l}{A_c} \right)$$

Η παραπάνω εξίσωση διαμορφώνεται ως εξής:

$$\frac{p_h}{p_c} = 1 + \gamma \cdot M_{cz}^2 \cdot \left(1 + \beta \cdot \frac{A_l}{A_c} \right) \quad \{2.1.12\}$$

όπου: $M_{cz}^2 = \left(\frac{u_{cz}}{a_{cz}} \right)^2$ και για αέρα με $m = 4.8 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$ και $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$, συνεπώς

$$M_{cz}^2 = \frac{u_{cz}^2 \cdot m}{T_c \cdot k} = 3.5 \cdot 10^{-3} \frac{\text{s}^2 \cdot \text{K}}{\text{m}^2} \cdot \frac{u_{cz}^2}{T_c}. \text{ Έτσι, η σχέση } \{2.1.12\} \text{ μπορεί να γραφεί}$$

$$\text{απλούστερα ως } \frac{p_h}{p_c} = 1 + 0.0035 \cdot \frac{u_{cz}^2}{T_c} \cdot \left(1 + \beta \cdot \frac{A_l}{A_c} \right).$$

Από πειραματικά δεδομένα λήφθηκε η εξής εμπειρική σχέση:

$$\frac{p_h}{p_c} = 1.06 + 3.5 \cdot 10^{-3} \frac{u_{cz}^2}{T_c}$$

οπότε συμπεραίνουμε πως $\beta \approx 0$ και με αυτόν τον τρόπο η σχέση γίνεται η εξίσωση Bernoulli για συμπιεστή μονοδιάστατη ροή:

$$\frac{p_h}{p_c} \approx 1 + \gamma \cdot M_{cz}^2 \quad \{2.1.13\}$$

Η παραπάνω εξίσωση επιβεβαιώνει την υπόθεση που κάναμε προηγουμένως, πως η αξονική ταχύτητα εξαρτάται από την πτώση πίεσης κατά τον άξονα [2].

2.1.1.2 Ενεργειακό Ισοζύγιο για το Θερμό Άκρο

Για το θερμό μέρος οι απώλειες θερμότητας q_h αποτελούν συνισταμένη από απώλειες προς το περιβάλλον q_{h0} και από απώλειες προς το κρύο μέρος q_{hc} , όπου η πρώτη μπορεί να απαλειφθεί εάν αναφερόμαστε σε καλά μονωμένο σωλήνα vortex. Χρησιμοποιώντας την προσεγγιστική σχέση 2.1.2α έχουμε την εξίσωση της ενέργειας ως εξής:

$$h_h = h_0 + \frac{1}{2} \cdot u_0^2 - q_h \quad \{2.1.14\}$$

που μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει της ταχύτητας του ήχου και του αριθμού Mach:

$a_h^2 \cdot \frac{1}{\gamma-1} = a_0^2 \cdot \left(\frac{1}{\gamma-1} + \frac{1}{2} \cdot M_0^2 \right) - q_h$. Παραλείποντας τον όρο των απωλειών θερμότητας η σχέση 2.1.14 γίνεται:

$$\frac{\Delta T_{h0}}{T_0} = T_h - T_0 \leq T_0 \cdot \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_0^2 \quad \{2.1.15\}$$

Η σχέση αυτή λειτουργεί ως απόδειξη της σημαντικότητας του αριθμού Mach για τη θέρμανση. Η κινητική ενέργεια που παράγεται στο εσωτερικό της δίνης παρέχει την ενέργεια για την θερμοκρασιακή αύξηση του θερμού μέρους δηλαδή η κινητική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική.

Για να ορίσουμε ένα ανώτατο όριο της θερμοκρασίας εξόδου θερμού άκρου ως συνάρτηση του x , χρησιμοποιούμε την παραπάνω σχέση 2.1.15 ως εξής:

$$\frac{T_h - T_0}{T_0} \leq \frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \frac{p_0 - p_c}{p_0} = \frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot x \quad \{2.1.16\}$$

Το όριο αυτό μειώνεται με τις θερμικές απώλειες q_h [2].

2.1.1.3 Ενεργειακό Ισοζύγιο για το Ψυχρό Άκρο

Η εξίσωση ενέργειας εδώ διαμορφώνεται ως εξής:

$$h_c + \frac{1}{2} \cdot (u_{c\varphi}^2 + u_{cz}^2) = h_0 + \frac{1}{2} \cdot u_0^2 - q_c \quad \{2.1.17\}$$

όπου ρ' (j_c είναι η παροχή μάζας στο ψυχρό άκρο) και $Q_{ch} = -Q_{hc}$. Από τις παραπάνω

σχέσεις μπορούμε να καθορίσουμε την T_c υποθέτοντας πως $q_c=0$ και από τις σχέσεις 25α-β έχουμε:

$$h_c + \frac{1}{2} \cdot (u_{cz}^2) \approx h_0 \quad \{2.1.18\}$$

Αντικαθιστώντας πως η αξονική ταχύτητα u_{cz} με την αξονική πτώση πίεσης, όπως αποδείχθηκε παραπάνω, βρίσκεται η θερμοκρασιακή πτώση του μέρους που εξέρχεται από το ψυχρό άκρο:

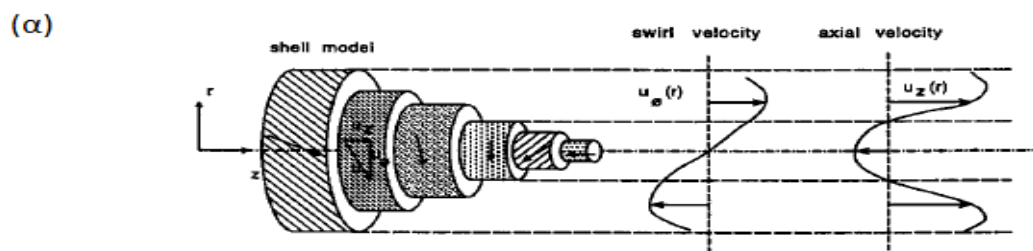
$$\frac{T_0 - T_c}{T_0} \approx \frac{\gamma - 1}{2\gamma} \cdot \frac{p_h - p_c}{p_c} \quad \{2.1.19\}$$

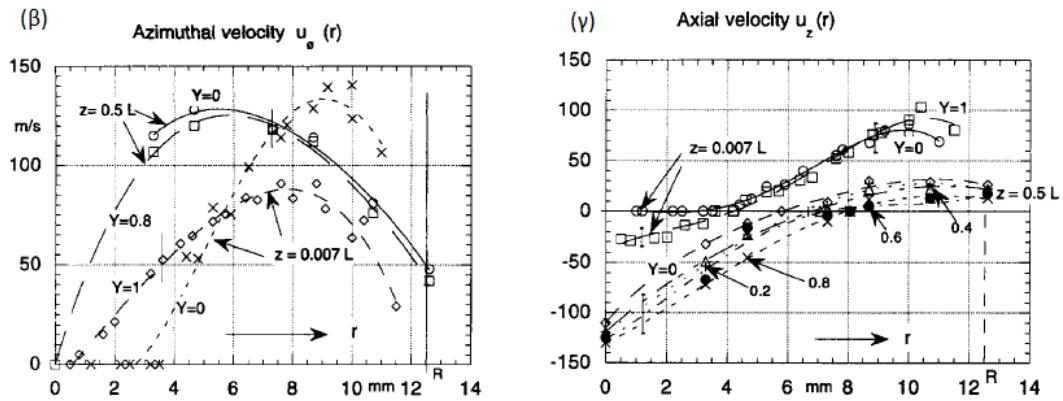
Η αξονική πτώση πίεσης προκαλεί επιτάχυνση του ψυχρού μέρους έχοντας ως αποτέλεσμα την αύξηση της κινητικής ενέργειας. Η αύξηση της κινητικής ενέργειας είναι συνυφασμένη με τη μείωση της ενθαλπίας, επομένως προκαλείται ψύξη [2].

2.1.2 Θεωρία δευτερεύουσας ροής σε ένα σωλήνα vortex

Το 1997, οι Ahlborn και Groves [4] χρησιμοποίησαν ένα σωλήνα pitot με σκοπό να παρατηρήσουν τη δευτερεύουσα ροή μέσα στο σωλήνα vortex. Από το μετρημένο πεδίο ταχυτήτων κατέληξαν στο γεγονός πως το ρευστό που επιστρέφει κατά την ανάστροφη ροή στο κέντρο είναι μεγαλύτερης ποσότητας από το κλάσμα ψυχρής παροχής μάζας που εξέρχεται από το ψυχρό άκρο. Για το λόγο αυτό θεώρησαν πως υπάρχει δευτερεύουσα ροή που περιέχεται στην πρωταρχική δίνη, η οποία μεταφέρει μόρια ρευστού από τον πυρήνα της ανάστροφης ροής προς τις εξωτερικές περιοχές.

Επίσης παρατήρησαν πως η θέση του αξονικού σημείου ανακοπής (stagnation point), δηλαδή του σημείου όπου η ταχύτητα είναι μηδέν και η αξονική ροή αλλάζει κατεύθυνση, εξαρτάται από το κλάσμα ψυχρής παροχής μάζας. Το συγκεκριμένο κλάσμα αποτελεί συνάρτηση του συντελεστή τριβής k της βαλβίδας ελέγχου σε σταθερή πίεση εισόδου. Για χαμηλές τιμές κλάσματος ψυχρής παροχής μάζας το σταθερό σημείο βρίσκεται κοντά στην περιοχή εισόδου του σωλήνα και κινείται προς τα κάτω καθώς αυξάνεται. Στην εικόνα φαίνονται τα ποσοτικά τους αποτελέσματα για την περιφερειακή και αξονική ταχύτητα για $0.007 \cdot L \leq z \leq 0.5 \cdot L$.





Εικόνα 2.1.3: (α) πεδίο ταχυτήτων για $y=0$ και $z=0.007L$, (β) περιφερειακή συνιστώσα ταχύτητας και (γ) αξονική συνιστώσα ταχύτητας για $z=0.007L$, $z=0.5L$ με διάφορα y [4].

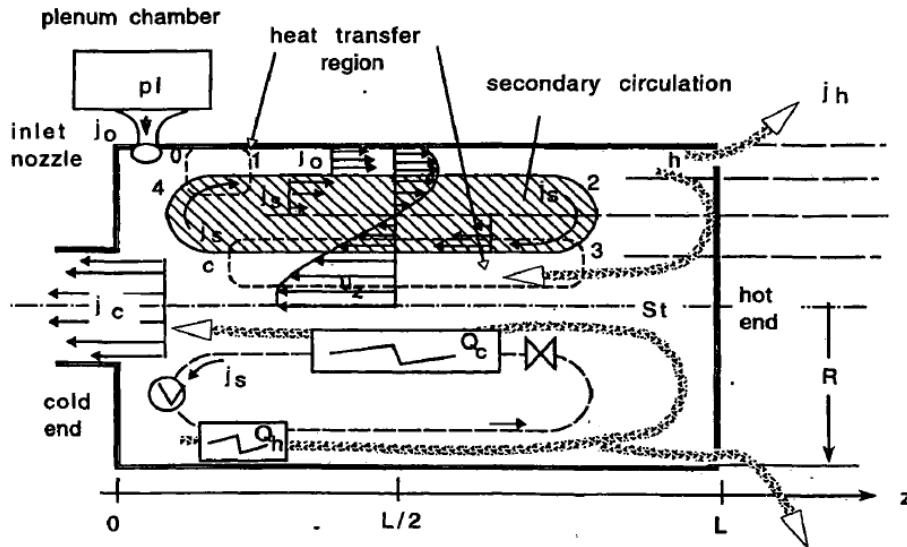
Παρατηρούμε πως για κλάσμα παροχής μάζας περίπου στο μηδέν και $z=0.007L$ έχουμε ροή τύπου elbow μέσα στο σωλήνα και το σημείο ανακοπής βρίσκεται κοντά στην είσοδο. Καθώς αυξάνεται το y περισσότερο μέρος του ρευστού αποκτά αρνητική αξονική ταχύτητα, που σημαίνει η ροή μετακινείται προς το ψυχρό άκρο και το αξονικό σταθερό σημείο βρίσκεται στην περιοχή για $z>0.5L$.

2.1.3 Ο σωλήνας vortex ως ένας κλασικός θερμοδυναμικός ψυκτικός κύκλος

2.1.3.1 Θεωρία της δευτερεύουσας ροής (secondary circulation)

Συμπιεσμένος αέρας εισέρχεται εφαπτομενικά από ένα προθάλαμο συμπίεσης (plenum chamber) με παροχή μάζας j_0 , θερμοκρασία T_{pl} και πίεση p_{pl} . Το αέριο εκτονώνεται στο σημείο O με πίεση $p_0 < p_{pl}$ και θερμοκρασία T_0 που είναι η μικρότερη στο σύστημα. Ο συμπιεσμένος αέρας λόγω του σχεδιασμού του θαλάμου αρχίζει να στροβιλιζείται. Έτσι δημιουργείται μία σύνθετη ροή όπου μέσα στη πρωτογενή δίνη, η ροή χωρίζεται σε 2 ρεύματα (2 τύποι στροβιλιζόμενων ροών), όπως φαίνεται στην εικόνα 2.1.4:

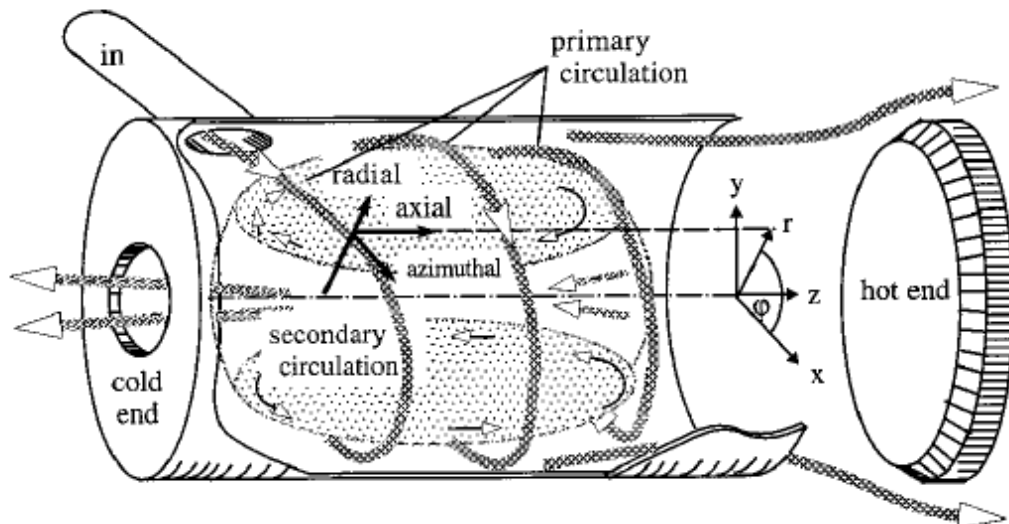
- 1) Σε ένα θερμό εξωτερικό (περιφερειακό) ρεύμα μέσα στο οποίο όσο πιο κοντά είναι ένα σωματίδιο στο κέντρο της δίνης τόσο πιο γρήγορα περιστρέφεται. Θερμό ρεύμα εξέρχεται από τη βαλβίδα της μιας μεριάς του σωλήνα με θερμοκρασία $T_h > T_{pl}$, πίεση $p_h < p_0$ και παροχή μάζας $j_h < j_0$. (ελεύθερη στροβιλιζόμενη ροή).
- 2) Σε ένα ψυχρό εσωτερικό ρεύμα μέσα στο οποίο όσο πιο κοντά είναι τα σωματίδια στο κέντρο τόσο πιο μικρή είναι η ταχύτητα. Το ψυχρό ρεύμα εξέρχεται αξονικά από το ακροφύσιο της άλλης μεριάς του σωλήνα με θερμοκρασία $T_c < T_{pl}$ πίεση $p_c < p_h$ και παροχή μάζας $j_c = j_0 - j_h$. (εξαναγκασμένη στροβιλιζόμενη ροή) [5].



Εικόνα 2.1.4: Σωλήνας vortex με περιοχή δευτερεύουσας ροής, προφίλ ταχυτήτων $u_z(r)$ για $z=L/2$, στο χαμηλότερο μέρος σχηματικό διάγραμμα μίας αντλίας θερμότητας [6].

Στην περιφέρεια η στροβιλιζόμενη ροή κατευθύνεται προς την έξοδο του θερμού ρεύματος. Η εσωτερική στροβιλιζόμενη ροή κατευθύνεται προς την έξοδο του ψυχρού ρεύματος.

Πειράματα των Ahlborn-Groves, Lay, Sibulkin, Bruun, Takahama –Yokosawa έδειξαν ένα πεπλεγμένο πεδίο ροής μέσα στο σωλήνα vortex στο οποίο το θερμό και ψυχρό ρεύμα περιέχονται στο πρωταρχικό κύκλωμα (με u_r , u_z , u_ϕ ακτινική, αξονική και περιφερειακή ταχύτητα αντίστοιχα, εικόνα 2.1.5) μέσα στο οποίο δημιουργείται μία δευτερεύουσα ροή με παροχή μάζας j_s .



Εικόνα 2.1.5: Ο σωλήνας vortex με τις αξονική, περιφερειακή και ακτινική συνιστώσες ταχύτητας [5].

Μετρήσεις των Ahlborn-Groves για $0.2 \leq y \leq 0.8$ έδωσαν $j_s \approx 0.5j_o$. Μόρια δευτερεύουσας ροής είναι γνωστά σε όλους μας από την καθημερινή ζωή. Ένα κλασικό παράδειγμα είναι η κίνηση του τσαγιού σε μια κούπα, όταν περιστρέφουμε το κουτάλι. Αυτό συμβαίνει επειδή το περιστρεφόμενο ρευστό επιβραδύνεται από την τριβή των τοιχωμάτων κι έτσι η φυγόκεντρη επιτάχυνση είναι μεγαλύτερη στην κορυφή από τον πυθμένα της κούπας. Παρομοίως η ταχύτητα είναι μεγαλύτερη στην είσοδο σε σχέση με την έξοδο θερμού ρεύματος.

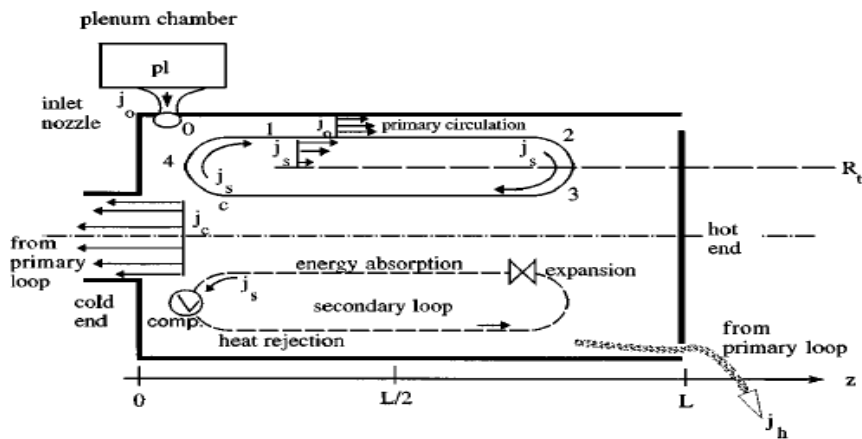
Βλέπουμε στην εικόνα 2.1.4 το προφίλ αξονικής ταχύτητας στο σημείο $z=L/2$, στις εξωτερικές περιοχές όπου $r>R_t$ το αέριο ρέει περί το θερμό άκρο σε ταχύτητες $u_z \approx 30\text{m/s}$, ενώ σε θέσεις όπου $r<R_t$ περί το κρύο άκρο. Σε αυτό τον πυρήνα αναστροφής ροής η ταχύτητα φτάνει τιμές $u_c \approx -100\text{m/s}$. Για $r=R_t$ ισχύει $u_z=0$, αυτό εξηγείται διότι στο σημείο αυτό η περιφερειακή ταχύτητα u_ϕ είναι κατά πολύ αυξημένη. Ποσότητα ρευστού «παγιδεύεται» σε αυτήν περιοχή και περιστρέφεται για αρκετό χρονικό διάστημα προτού «διαφύγει». Παρόμοιο σημείο και το σημείο ανακοπής (stagnation point: μηδενική ταχύτητα). Για ακτίνα $r<R_t$ η δευτερεύουσα ροή είναι μέρος της αναστροφής ροής κοντά στην έξοδο του κρύου άκρου. Για $r>R_t$ βρίσκεται κοντά στο αρχικό ρεύμα με j_o . Στο κυκλικό αυτό «μονοπάτι» η j_s ανταλλάσσει παροχή μάζας μεταξύ της εσωτερικής περιοχής χαμηλής πίεσης και της εξωτερικής περιοχής υψηλής πίεσης. Επίσης θερμότητα μεταφέρεται από το εσωτερικό μέρος στην περιφέρεια.

2.1.3.2 Χαρακτηριστικά που καθιστούν ένα σωλήνα vortex θερμοδυναμικό ψυκτικό κύκλο

Ο σωλήνας vortex διαθέτει χαρακτηριστικά ενός θερμοδυναμικού ψυκτικού κύκλου ή ισοδύναμα μιας αντλίας θερμότητας:

- ✓ Διαχωρισμός θερμοκρασίας(περιβάλλον χαμηλής και υψηλής θερμοκρασίας) εξαιτίας εισερχόμενου μηχανικού έργου.
- ✓ Μέσο που ψύχεται (δευτερεύουσα ροή) και μέσο που θερμαίνεται (κύρια ροή).
- ✓ Ένα εργαζόμενο μέσο που υπόκειται σε εκτόνωση, συμπίεση και συναλλαγή θερμότητας.

Προσπαθώντας να συσχετίσουμε το σωλήνα vortex με ένα θερμοδυναμικό κύκλο παρατηρούμε πως συναλλάσσεται ενέργεια μεταξύ της εσωτερικής περιοχής χαμηλής πίεσης και της εξωτερικής υψηλής πίεσης. Ο εσωτερικός κύκλος που λειτουργεί σαν ψυκτικό μέσο στο σύστημα, είναι κλειστός κύκλος ενώ ο εξωτερικός(περιφερειακός) είναι ανοιχτός κύκλος και το αέριο που εξέρχεται από αυτόν ανανεώνεται από το εισερχόμενο αέριο και τέλος, η δευτερεύουσα ροή υπόκειται σε 4 διεργασίες (εικόνα 2.1.6) που αντιστοιχούν σε ένα τυπικό μηχανικό ψύκτη [5].



Εικόνα 2.1.6: Απεικόνιση δευτερεύουσας ροής και σημείων θερμοδυναμικού κύκλου [5].

- (1) **Αποβολή θερμότητας (4 → 1)**: Κοντά στο ακροφύσιο εισόδου, σχετικά θερμό ρευστό της δευτερεύουσας ροής αποβάλλει θερμότητα στο ψυχρότερο της πρωταρχικής. Το σημείο 4 βρίσκεται στην διαδρομή της δευτερεύουσας ροής, κοντά στο σημείο 0 όπου γίνεται η εισαγωγή του ρευστού και ακολουθεί η αδιαβατική ψύξη του καθώς περνά από το ακροφύσιο εισόδου. Το σημείο 0 είναι το ψυχρότερο μέσα στο σωλήνα. Καθώς η περιφερειακή ταχύτητα σε αυτή την περιοχή είναι πολύ μεγαλύτερη από την ακτινική και την αξονική μέρια ρευστού δευτερεύουσας ροής και πρωταρχικής που εισέρχονται βρίσκονται για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα σε επαφή ανταλλάσσοντας θερμότητα.
- (2) **Αδιαβατική εκτόνωση (1 → 2 → 3)**: Το εργαζόμενο μέσο ακολουθώντας την περιφερειακή στροβιλιζόμενη ροή υψηλής πίεσης προς την έξοδο του ζεστού ρεύματος εβρισκόμενο στη θέση 1 επιβραδύνεται λόγω τριβών, όπου ανακατευθύνεται προς το εσωτερικό στο σημείο 2 για να ενωθεί με την ανάστροφη ροή στο σημείο 3. Με τη γωνιακή ταχύτητα στο σημείο αυτό να έχει μάλλον ακραία τιμή ενώ η πίεση στο 2 θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη από ότι στο 3. Για το λόγο αυτό το αέριο εκτονώνεται αδιαβατικά.
- (3) **Απορρόφηση ενέργειας (3 → c)**: Ο κλάδος αυτός χαρακτηρίζεται από ψύξη της πρωταρχικής ροής καθώς μεταφέρεται θερμότητα στη δευτερεύουσα. Από το σημείο 3 ποσότητα αερίου και στις δυο ροές επιταχύνεται στο πεδίο εσωτερικής πίεσης (μόνο το ψυχρό ρεύμα του πρωταρχικού κυκλώματος εξέρχεται). Εξαιτίας της περιφερειακής κίνησης, της μίξης των ροών και της συναλλαγής ορμής τους, η αξονική κίνηση του ψυχρού αερίου δυσχεραίνεται περισσότερο απ'ότι σε ένα κοινό σωλήνα. Η διαφορά πίεσης $P_h - P_c$ είναι μεγαλύτερη από την προβλεπόμενη από την εξ. Bernoulli. Το φαινόμενο αυτό δεν είναι αποτέλεσμα τριβής μεταξύ των τοιχωμάτων αλλά μεταφοράς ορμής στη δευτερεύουσα ροή. Και με τον τρόπο αυτό το ρευστό στην δευτερεύουσα ροή θερμαίνεται από τη συνεχή άντληση ενέργειας από την κύρια.

(4) **Αδιαβατική συμπίεση ($c \rightarrow 4$):** Η μηχανική ενέργεια που αποκτάται λόγω της αξονικής επιτάχυνσης εξωθεί τη δευτερεύουσα ροή ακτινικά προς τα έξω, όπου επανασυμπίεζεται καθώς φτάνει στο σημείο 4. Αυτή η συμπίεση είναι αδιαβατική. Η θερμοκρασία της δευτερεύουσας ροής ξεπερνά την T_0 , έτσι αποβολή θερμότητας έχουμε στον πρωτογενή κλάδο κατά τη μεταβολή $4 \rightarrow 1$.

Η εσωτερική περιοχή του σωλήνα vortex χαρακτηρίζεται από πεδίο θερμοκρασίας ανεξάρτητο του χρόνου κι επομένως η συνολική μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας κατά μήκος του κύκλου είναι μηδενική, όπως απαιτείται για κάθε εργαζόμενο μέσο σε ένα θερμοδυναμικό κύκλο, βάσει του 1^{ου} θερμοδυναμικού αξιώματος.

2.1.4 Ρευστοδυναμική και θερμική μοντελοποίηση

Για να εκτιμήσουμε αξιόπιστα τις θερμοκρασίες T_h και T_c θα πρέπει πρώτα να βρεθούν σχέσεις για τα προφίλ πιέσεων. Συγκεκριμένα πρέπει να υπολογίσουμε πως το κλάσμα πίεσης $\frac{P_{pl}}{P_c}$ μεταβάλλεται με την κανονικοποιημένη πτώση πίεσης $x = \frac{P_0 - P_c}{P_0}$ (βλ. εικόνα 2.1.6 για τους συμβολισμούς).

Ο σωλήνας vortex έχει τέσσερις ανεξάρτητες παραμέτρους: (α) το εργαζόμενο μέσο, (β) τη θερμοκρασία στον προθάλαμο T_{pl} , (γ) την πίεση στον προθάλαμο p_{pl} και (δ) η πίεση στο θερμό άκρο p_h . Η διαμόρφωση του ακροφυσίου στην είσοδο και η p_{pl} καθορίζουν την j_0 . Μία βαλβίδα στη θερμή έξοδο ελέγχει την p_h και με τον τρόπο αυτό καθορίζεται το κλάσμα ψυχρής παροχής μάζας $y = j_c / j_0$, κι επίσης την p_c .

Αέριο διέρχεται αδιαβατικά από τον προθάλαμο συμπίεσης διαμέσου των ακροφυσίων εισόδου, μειώνοντας τη θερμοκρασία του και αυξάνοντας την ταχύτητά του. Στο σημείο 0 οι T_o και p_o εξαρτώνται από την πτώση πίεσης $P_{pl} - P_o$. Εφαρμόζοντας την εξίσωση της ορμής στο ακροφύσιο εισόδου έχουμε:

$$M_o^2 = \left(\frac{u_o}{a} \right)^2 = \frac{m \cdot u_o^2}{R \cdot T_o \cdot \gamma} \approx \frac{P_{pl} - P_o}{p_o \cdot \gamma} \quad \{2.1.20\}$$

όπου R είναι η παγκόσμια σταθερά αερίου, m το μοριακό βάρος του αερίου και γ ο λόγος ειδικών θερμοτήτων. Και όπως αποδείξαμε προηγουμένως έχουμε τις σχέσεις 2.1.8 και 2.1.20 τις οποίες διαμορφώνουμε ως εξής:

$$M_o^2 = \left(\frac{u_o}{a_o} \right)^2 = 2 \cdot \frac{P_o - P_c}{P_o \cdot \gamma} = 2 \cdot \frac{x}{\gamma} \quad \{2.1.21\}$$

Το φαινόμενο του σωλήνα vortex αποτελεί συνάρτηση των P_c και P_{pl} . Απαλείφοντας από τις παραπάνω εξισώσεις τη P_o , το x εκφράζεται με βάση τις εύκολα υπολογίσιμες πιέσεις P_c και P_{pl} :

$$x = \frac{P_{pl} - P_c}{P_{pl} + 2 \cdot P_c} \quad \{2.1.22-\alpha\}$$

ή αλλιώς

$$\frac{P_{pl}}{P_c} = \frac{2x + 1}{1 - x} \quad \{2.1.22-\beta\}$$

Το κλάσμα ψυχρής μάζας y και ο λόγος $\frac{P_{pl}}{P_c}$ ελέγχουν τη συναλλαγή θερμότητας μέσα στο σωλήνα vortex.

Επειδή ο αριθμός Mach δεν πρέπει να υπερβαίνει τη μονάδα, όπως προείπαμε το x πρέπει να παραμένει μέσα στα όρια $0 \leq x \leq \frac{\gamma}{2}$. Έτσι, για παράδειγμα, για αέρα με $\gamma=1.4$

καθορίζεται ένα ανώτατο όριο με τιμή $x_{\max,air}=0.7$ που δε θα επιτρέπεται να υπερβεί. Κι επομένως προκύπτει και μέγιστο κλάσμα $\left. \frac{P_{pl}}{P_c} \right|_{\max,air} = 8.3$ [5].

2.1.5 Προβλεπόμενες θερμοκρασίες στο σωλήνα vortex

Το απλό μοντέλο του θερμοδυναμικού κύκλου που προτάθηκε από τον Ahlborn και τους συνεργάτες του προσφέρει τη δυνατότητα πρόβλεψης και των ενδιάμεσων θερμοκρασιών όπως παραδείγματος χάρη της T_1 στο σημείο 1 (βλέπε εικόνα 2.1.6). Θωρείται κίνηση αερίου στην περιφερειακή περιοχή προς τη θερμή έξοδο και εξαιτίας της τριβής των τοιχωμάτων, η ταχύτητα του αερίου μειώνεται καθώς εκείνο θερμαίνεται. Κοντά στη θερμή έξοδο του σωλήνα, η ταχύτητα του ρευστού διαφέρει πια αισθητά από την ταχύτητα εισόδου u_o . Με εφαρμογή ισοζυγίου ενέργειας προκύπτει [5,6]:

$$T_1 = \frac{T_h}{1 + \frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot x} \quad \{2.1.23\}$$

Κατά την (1) διεργασία μέρια ρευστού των ρευμάτων με παροχές μάζας j_c και j_o έχουν ολική ενέργεια $E_4 = C \cdot (j_o \cdot T_o + j_s \cdot T_4) \cdot \Delta t$ πριν τη συναλλαγή θερμότητας και ύστερα $E_1 = C \cdot (j_o + j_s) \cdot T_1 \cdot \Delta t$. Σύμφωνα όμως με την αρχή διατήρησης της ορμής

$$E_1 = E_4 \text{ ή } j_o (T_1 - T_o) = j_s (T_4 - T_1) \quad \{2.1.24\}$$

Παρομοίως κατά την (3) διεργασία :

$$j_o \cdot (T_h - T_c) = j_s \cdot (T_c - T_3) \quad \{2.1.25\}$$

Καθώς όμως το εργαζόμενο μέσο με παροχή j_s δεν μπορεί να θερμανθεί σε σταθερή κατάσταση, η θερμότητα που συναλλάσσεται στην διεργασία (1) θα είναι ίση με αυτή της (3) επομένως προκύπτει:

$$T_1 = T_o + y \cdot (T_h - T_c) = T_c - \varepsilon_o \cdot T_c + y \cdot (T_h - T_1 + \varepsilon_1 \cdot T_c) \quad \{2.1.26\}$$

Όπου έχουν ορισθεί οι θετικές ποσότητες ε_o και ε_1 από τις σχέσεις: $T_1 = T_c + \varepsilon_1 T_c$ και $T_o = T_c - \varepsilon_o T_c$. Η σχέση 2.1.26 εκφράζει την συναλλαγή θερμότητας των διαδικασιών (1) και (3) στις περιοχές χαμηλής και υψηλής πίεσης. Επίσης περιλαμβάνει τις επιδράσεις της (4) διεργασίας αφού θερμότητα δεν μπορεί να μεταφερθεί στο εσωτερικό ρεύμα αν η θερμοκρασία του εργαζόμενου μέσου δεν έχει αυξηθεί με αδιαβατική συμπίεση. Η (2) διεργασία περιγράφεται από την σχέση 2.1.26. Συνδυασμός των σχέσεων 2.1.23 και 2.1.26 δίνει το κλάσμα θερμοκρασιών [6]:

$$z = \frac{T_h}{T_c} = 1 + (1 + \varepsilon_1) \cdot \frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot x \cdot (1 + y) + \varepsilon_1 \cdot (y - \frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_1}) \quad \{2.1.27\}$$

Από πειραματικά αποτελέσματα επιβεβαιώνονται οι προσεγγίσεις $\varepsilon_1 \ll 1$ και $\varepsilon_o \ll 1$, συνεπώς έχουμε:

$$z = \frac{T_h}{T_c} = 1 + \frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot x \cdot (1 + y) \quad \{2.1.28\}$$

Σε πολλές εφαρμογές μας είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε την αύξηση και τη μείωση της θερμοκρασίας στο θερμό και ψυχρό ρεύμα. Μπορούμε να τις υπολογίσουμε ως εξής: Για ενεργειακούς λόγους οι θερμοκρασιακές διαφορές στο θερμό άκρο $\Delta T_h = T_h - T_{pl}$ και στο

ψυχρό $\Delta T_c = T_{pl} - T_c$ πρέπει να είναι ίσες για κλάσμα παροχής ψυχρής μάζας $y=0.5$. Η συνθήκη αυτή συνδυασμένη με τη σχέση δίνει:

$$\Delta T_h \approx T_{pl} \cdot \frac{B \cdot x}{1 + B \cdot x} \quad \{2.1.29\}$$

όπου $B = 3 \cdot \frac{\gamma - 1}{4\gamma}$. Στη συνέχεια προκύπτουν οι εξής σχέσεις:

- για το θερμό άκρο [5,6]:

$$T_h \approx T_{pl} \cdot \left\{ 1 + \frac{2B \cdot x \cdot y}{1 + B \cdot x} \right\} \quad \{2.1.30\}$$

- για το ψυχρό άκρο [5,6]:

$$T_c \approx T_{pl} \cdot \left(\frac{1 + \frac{2B \cdot x \cdot y}{1 + B \cdot x}}{1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot (1 + y) \cdot x} \right) \quad \{2.1.31\}$$

Επομένως χρησιμοποιώντας τις γνωστές τιμές των p_{pl} , p_c , y υπολογίζονται εύκολα οι θερμοκρασίες στα δύο άκρα ενός σωλήνα vortex. Ιδιαίτερη προσοχή απαιτείται κατά την πειραματική μέτρηση της θερμοκρασίας T_c , διότι η κινητική ενέργεια του ρευστού δεν είναι αμελητέα ποσότητα της ολικής του ενέργειας [5].

Για τον υπολογισμό της T_o , πραγματοποιείται ισοζύγιο ενέργειας μεταξύ των σημείων 4 με 1 και των 3 με c (βλέπε εικόνα 2.1.6) [5]:

$$j_o \cdot (T_1 - T_o) = j_c \cdot (T_h - T_c) \quad \{2.1.32\}$$

Η διαφορετικά με χρήση του κλάσματος y :

$$T_o = T_1 - y \cdot (T_h - T_c) \quad \{2.1.33\}$$

2.1.6 Εξωτερική προσέγγιση λειτουργίας του σωλήνα vortex

Η παρατήρηση της λειτουργίας ενός σωλήνα vortex από εξωτερική σκοπιά έχει προκαλέσει ενδιαφέρον στο εμπόριο, διότι εστιάζει στο θερμαινόμενο και ψυχόμενο ρευστό που εξέρχεται από τον σωλήνα σε αντίθεση με την εσωτερική προσέγγιση όπου δίνεται περισσότερη σημασία στο ψυκτικό μέσο και στη δευτερεύουσα ροή του.

Κατά την εξωτερική προσέγγιση, η θερμοκρασία αναφοράς για τη μεταφορά θερμότητας αποτελεί η T_{pl} κι επομένως η ψυκτική ισχύς είναι:

$$\dot{Q}_{cold} = j_o \cdot C_p \cdot y \cdot (T_{pl} - T_c) \quad \{2.1.34\}$$

Μειώνοντας το y (ανοίγοντας τη βαλβίδα θερμής εξόδου), μειώνεται επίσης και η T_c όπως και η T_h . Όσο ελαττώνεται η T_c και η παροχή μάζας, έχουμε μέγιστες τιμές \dot{Q}_{cold} ως συνάρτηση του y .

Το εισερχόμενο έργο αποτελεί τη μηχανική ενέργεια που απαιτείται για τη συμπίεση του αέρα στο θάλαμο προσυμπίεσης. Για πραγματικές τιμές των παραμέτρων αναμένεται ο COP να κυμαίνεται μεταξύ του εύρους 0.01-0.10 [4,5,7], από την εξωτερική σκοπιά, ενώ ο COP κοινών μηχανολογικών ψυκτών είναι περίπου 3. Η μεγάλη αυτή διαφορά οφείλεται στο γεγονός ότι μεγάλο μέρος κινητικής ενέργειας του αερίου μετατρέπεται σε θερμότητα μέσα στο σωλήνα vortex. Επίσης δεν υπάρχει καλή σύνδεση μεταξύ του έργου που προσφέρεται στην κύρια ροή και πώς αυτό μεταπίπτει στη δευτερεύουσα ροή.

2.1.7 Εσωτερική προσέγγιση της λειτουργίας ενός σωλήνα vortex

Κατά την παρατήρηση της λειτουργίας του σωλήνα από εσωτερική σκοπιά, πραγματοποιείται εστίαση στον ψυκτικό κύκλο με την κύρια ροή να παίζει το ρόλο του ψυκτικού μέσου. Σε αντίθεση με τους συνήθεις ψύκτες το εργαζόμενο μέσο του σωλήνα vortex εκτελεί ένα κύκλο κι όχι ξεχωριστούς για αποβολή θερμότητας και μεταφορά θερμότητας. Κατά τη εσωτερική προσέγγιση, το ενεργειακό ισοζύγιο δεν αναφέρεται στη T_{pl} , αλλά βασίζεται στις T_c και T_h . Επομένως για να αποδώσουμε σωστά τη ροή της ενέργειας μέσα στο σωλήνα προκύπτουν τα εξής ποσοστά αποβολής και μεταφοράς θερμότητας ή θερμικό και ψυκτικό φορτίο αντίστοιχα είναι:

$$\dot{Q}_{hot}' = j_o \cdot C_p \cdot (T_h - T_0) \quad \{2.1.35\}$$

$$\dot{Q}_{cold}' = j_o \cdot C_p \cdot y \cdot (T_h - T_c) \quad \{2.1.36\}$$

Η αρχή διατήρησης της ενέργειας απαιτεί:

$$\dot{W}' = \dot{Q}_{hot}' - \dot{Q}_{cold}' \quad \{2.1.37\}$$

Όπου το \dot{W}' αποτελεί το έργο που εισέρχεται στο δευτερεύων κλάδο της ροής της δίνης που δημιουργείται και δε θα πρέπει να συγχέεται με το εισερχόμενο μηχανικό έργο \dot{W} , που προαναφέρθηκε. Ο εσωτερικός συντελεστής λειτουργίας είναι:



$$COP' = \frac{\dot{Q}_{cold}'}{\dot{W}'} \quad \{2.1.38\}$$

Με χρήση τιμών των χαρακτηριστικών και παραμέτρων πραγματικών σωλήνων vortex, βρέθηκε πως ο COP' παίρνει τιμές που κυμαίνονται στο εύρος 0.1-1.7 [5,7]. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, δε λαμβάνονται υπόψη οι απώλειες που σχετίζονται με τη σύνδεση του έργου της εισερχόμενης ροής με τη δευτερεύουσα. Για το λόγο αυτό, οι τιμές του συντελεστή λειτουργίας που προκύπτουν κατά την εσωτερική προσέγγιση διαφέρουν από εκείνες της εξωτερικής.

Σκοπός

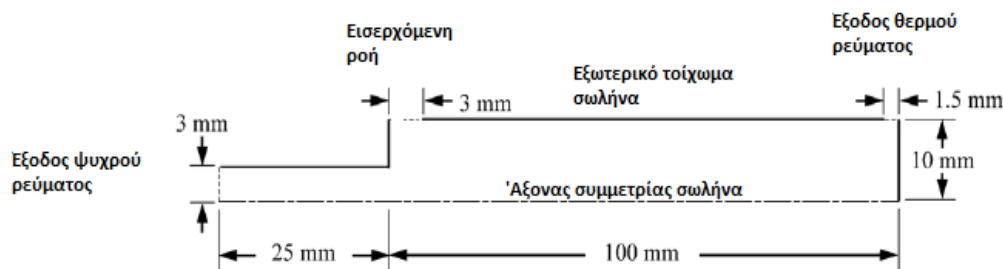
Σκοπός της παράθεσης του μοντέλου Ahlborn και των συνεργατών του είναι η χρήση του σε επόμενα κεφάλαια, θα χρησιμοποιηθεί για τον έλεγχο των θερμοδυναμικών χαρακτηριστικών που λαμβάνονται υπόψη κατά τη λειτουργία ενός σωλήνα vortex. Επίσης θα πραγματοποιηθεί σύγκριση του με διαφορετικά μοντέλα εξισώσεων που αφορούν το σωλήνα vortex ώστε να ελεγχθεί η εγκυρότητά του καθώς και σύγκριση με δεδομένα προσομοιώσεων.

2.2 2^ο Μοντέλο: Μοντέλο των Shamsoddini-Khorasami

2.2.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο θα αναλυθεί το μοντέλο των Shamsoddini-Khorasami το οποίο έχει διατυπωθεί στην έρευνα των παραπάνω με τίτλο “A new approach to study and optimize cooling performance of a Ranque-Hilsch vortex tube” το 2012 [8]. Στην παρούσα μελέτη, πραγματοποιήθηκαν προσομοιώσεις CFD ώστε να προκύψει μία ένας πίνακας τιμών, του οποίου τα δεδομένα θα χρησιμοποιηθούν για την μελέτη του σωλήνα vortex, καθώς και για την εύρεση παραμετρικής σχέσης για τις ταχύτητες εξόδου. Στη συνέχεια, παρουσιάστηκε ένα απλό θερμοδυναμικό μοντέλο βασισμένο στους νόμους της θερμοδυναμικής.

Μελετήθηκε ο μηχανισμός της ροής και της μεταφοράς θερμότητας σε ένα σωλήνα vortex μήκους 10cm και διαμέτρου 2cm, τα υπόλοιπα γεωμετρικά χαρακτηριστικά φαίνονται στην εικόνα 2.2.1.



Εικόνα 2.2.1: Σχηματικό διάγραμμα σωλήνα [9].

2.2.2 Νόμοι της θερμοδυναμικής

Από θερμοδυναμική σκοπιά, η αρχή διατήρησης της μάζας, ο πρώτος και δεύτερος νόμος της θερμοδυναμικής ενός σωλήνα vortex με αδιαβατικό τοίχωμα και τέλειο αέριο ως εργαζόμενο μέσο, προκύπτουν αντίστοιχα:

$$m_{in} = m_h + m_c \quad \{2.2.1\}$$

$$Q_{in} = Q_{out} \Rightarrow Q_{in} = Q_c + Q_h \Rightarrow m_{in} \cdot c_p \cdot T_{0in} = m_h \cdot c_p \cdot T_{0h} + m_c \cdot c_p \cdot T_{0c} \quad \{2.2.2\}$$

$$T_0 = T + \frac{v^2}{2 \cdot c_p} \quad \{2.2.3\}$$

$$\mu_c = \frac{m_c}{m_{in}} \quad \{2.2.4\}$$

$$S'_i + S_{in} - S_h - S_c = 0$$

$$\Rightarrow S'_i = -m_{in} \cdot s_{in} + m_h \cdot s_h + m_c \cdot s_c = m_{in} \cdot [(1 - \mu_c) \cdot (s_h - s_{in}) + \mu_c \cdot (s_{in} - s_c)] \quad \{2.2.5\}$$

$$\Rightarrow S'_i = m_{in} \cdot \left((1 - \mu_c) \cdot \left[c_p \cdot \ln\left(\frac{T_h}{T_{in}}\right) - R \cdot \ln\left(\frac{P_h}{P_{in}}\right) \right] + \mu_c \cdot \left[c_p \cdot \ln\left(\frac{T_c}{T_{in}}\right) - R \cdot \ln\left(\frac{P_c}{P_{in}}\right) \right] \right)$$

2.2.3 Διαμόρφωση θερμοδυναμικού αλγορίθμου

Σκοπός του προτεινόμενου αλγορίθμου είναι η μελέτη μερικών σημαντικών παραμέτρων της λειτουργίας ενός σωλήνα vortex χρησιμοποιώντας μία σειρά αποτελεσμάτων από CFD προσομοίωση.

Εάν οι οριακές συνθήκες στην είσοδο δίνονται, τότε οι μόνες άγνωστες παράμετροι θα είναι τα κλάσματα παροχής μάζας, οι στατικές και ολικές θερμοκρασίες, πιέσεις και πυκνότητες στις δύο εξόδους. Υποθέτοντας πως υπάρχουν βαλβίδες στις δύο εξόδους, τουλάχιστον μία όπως η πίεση η το κλάσμα ψυχρής μάζας μπορούν να θεωρηθούν γνωστά. Τα βήματα του αλγορίθμου για την εκτίμηση των άγνωστων παραμέτρων με χρήση των παραπάνω θερμοδυναμικών εξισώσεων είναι:

1. Δεδομένα εισόδου: $P_{in}, T_{oin}, T_{oh}, y$

Στην προτεινόμενη μέθοδο, τέσσερις παράμετροι είναι αρκετές για την ανάλυση της λειτουργίας του σωλήνα. Δύο παράμετροι για την είσοδο και μία για κάθε έξοδο. Θα μπορούσαμε να λάβουμε και διαφορετικές παραμέτρους όπως την πίεση σε μία έξοδο.

2. Υπολογισμός T_{oc} με χρήση του πρώτου νόμου της θερμοδυναμικής.

$$T_{oc} = \frac{1}{y} \cdot T_{oin} - \left(\frac{1}{y} - 1\right) \cdot T_{oh} \quad \{2.2.6\}$$

3. Για την πυκνότητα στην είσοδο ρ_{in} ακολουθείται η μέθοδος γραμμικής παρεμβολής για τις συνθήκες εισόδου πίεσης και θερμοκρασίες από τον πίνακα 2.2.1.

Ο πίνακας των αποτελεσμάτων προέκυψε από 33 CFD προσομοιώσεις για ποικίλες οριακές συνθήκες εισόδου. Τα αποτελέσματα κυμαίνονται από 130-300 kPa για την πίεση εισόδου, 135-280 kPa για πίεση στην θερμή έξοδο και 101.3-125 kPa για την πίεση στην ψυχρή έξοδο, σε διάφορες τιμές θερμοκρασιών.

4. Υπολογισμός ταχύτητας εισόδου και παροχής μάζας εισόδου με χρήση της εξίσωσης και της εξίσωσης τελείου αερίου.

$$V_{in} = \sqrt{2 \cdot c_p \cdot \left(T_{oin} - \frac{P_{in}}{\rho_{in} \cdot R}\right)} \quad \{2.2.7\}$$

$$m_{in} = \rho_{in} \cdot V_{in} \cdot A_{in} \quad \{2.2.8\}$$

5. Ορισμός παροχών μάζας στις δύο εξόδους ως εξής:

$$m_c = y \cdot m_{in}$$

$$m_c = \rho_c \cdot A_c \cdot V_{nc} \quad \{2.2.9\}$$

$$m_h = m_{in} - m_c$$

$$m_h = \rho_h \cdot A_h \cdot V_{nh} \quad \{2.2.10\}$$

Όπου A_c είναι η διατομή του στομίου ψυχρής εξόδου ίση με $\pi \cdot \frac{d_c^2}{4}$ και A_h η διατομή της περιοχής θερμής εξόδου ίση με $\pi \cdot d_h \cdot l_h$.

6. Υπολογισμός των εγκάρσιων συνιστωσών των ταχυτήτων στις δύο εξόδους:

$$V_{cn} = \frac{m_c}{\rho_c \cdot A_c} \quad \{2.2.9^a\}$$

$$V_{hn} = \frac{m_h}{\rho_h \cdot A_h} \quad \{2.2.10^a\}$$

Θα πρέπει σε αυτό το σημείο να αναφέρουμε πως η πυκνότητα στο θερμό άκρο εξαρτάται από την πίεση και τη θερμοκρασία εξόδου στο άκρο αυτό, οι τιμές των οποίων είναι άγνωστες και υπολογίζονται αντίστοιχα από τις σχέσεις {2.2.3} και {2.2.11}. Εάν χρησιμοποιήσουμε τον πίνακα 2.2.1 όπως στην περίπτωση της πυκνότητας εισόδου, θα υπάρξει λάθος. Για το λόγο αυτό αρχικά γίνεται υπόθεση της πίεσης εξόδου και με επαναληπτική διαδικασία διορθώνεται. Οι οριακές συνθήκες που δίνονται στον πίνακα 2.2.1 είναι χρήσιμες για τις αρχικές συνθήκες (initial value). Επομένως γραμμική παρεμβολή πραγματοποιείται μόνο για την εύρεση των πυκνοτήτων. Η εύρεση πίεσης και θερμοκρασίας φαίνεται στα παρακάτω βήματα.

$$P_h = \rho_h \cdot R \cdot T_h \Rightarrow P_h = \rho_h \cdot R \cdot \left(T_{0h} - \frac{V_h^2}{2 \cdot c_p} \right) \quad \{2.2.11\}$$

Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται και για την έξοδο ψυχρού ρεύματος.

7. Στο προηγούμενο βήμα, χρησιμοποιείται η απόλυτη ταχύτητα η οποία είναι άγνωστη, επομένως είναι απαραίτητη η εύρεση σχέσης που συνδέει την ταχύτητα με την κάθετη συνιστώσα. Από τα αποτελέσματα των CFD προσομοιώσεων για τον συγκεκριμένο τύπο σωλήνα προκύπτει ο λόγος των ταχυτήτων ως συνάρτηση του ψυχρού κλάσματος μάζας.

$$F_h = \frac{V_h}{V_{hn}} = 14.4395 \cdot y^5 + 51.6358 \cdot y^4 - 52.42 \cdot y^3 + 22.2167 \cdot y^2 + 1.0514 \cdot y + 2.2532 \quad \{2.2.12\}$$

Και για το ψυχρό άκρο:

$$F_c = \frac{V_c}{V_{cn}} = -0.2008 \cdot y^4 - 0.1033 \cdot y^3 + 0.9539 \cdot y^2 - 1.0338 \cdot y + 1.489 \quad \{2.2.13\}$$

8. Υπολογισμός στατικών θερμοκρασιών από την εξίσωση {2.2.3} .
9. Υπολογισμός παραγωγής εντροπίας στο σύστημα του σωλήνα με χρήση της εξίσωσης {2.2.5}.

Table 1 – Boundary conditions applied to CFD simulation to define the interpolation tables.

Case	Boundary conditions applied to CFD simulations				Results of density		
	$T_{0,m}$ (K)	P_c (kPa)	P_h (kPa)	P_{in} (kPa)	ρ_c (kg/m) ³	ρ_h (kg/m) ³	ρ_{in} (kg/m) ³
1	300.0	107.3	162.2	182.0	1.36	1.94	2.32
2	302.0	115.1	225.3	243.4	1.52	2.58	2.99
3	298.0	112.2	193.1	216.5	1.51	2.37	2.833
4	291.0	115.3	232.0	247.0	1.59	2.73	3.12
5	300.0	105.8	184.0	234.1	1.41	2.31	3.15
6	301.0	111.3	200.0	236.4	1.47	2.42	3.07
7	295.0	114.8	228.6	238.5	1.56	2.65	2.96
8	296.0	103.7	135.3	148.7	1.31	1.63	1.87
9	297.0	112.8	197.3	218.0	1.49	2.36	2.78
10	287.0	113.8	207.7	226.0	1.57	2.55	2.96
11	299.0	115.2	229.4	241.6	1.55	2.64	2.97
12	285.0	114.2	227.2	232.8	1.62	2.74	2.95
13	291.0	115.6	222.8	262.6	1.62	2.78	3.51
14	303.0	112.1	193.1	216.4	1.45	2.26	2.70
15	298.0	115.1	234.3	281.6	1.58	2.89	3.74
16	300.0	105.8	158.3	168.0	1.32	1.87	2.26
17	300.0	104.2	162.8	184.5	1.34	1.89	2.33
18	310.0	111.0	155.5	158.7	1.37	1.77	1.89
19	300.0	105.9	154.3	155.9	1.49	1.86	1.83
20	285.0	113.7	225.9	276.4	1.62	2.93	3.86
21	303.0	106.6	154.9	172.5	1.33	1.83	2.15
22	292.0	114.7	226.0	266.2	1.60	2.83	3.58
23	303.0	107.9	193.0	242.1	1.42	2.37	3.2
24	290.0	112.2	193.1	216.4	1.51	2.37	2.83
25	290.0	106.5	168.0	200.4	1.43	2.12	2.68
26	300.0	105.2	165.0	219.5	1.34	1.99	2.72
27	300.0	118.5	234.4	253.4	1.60	2.71	3.09
28	285.0	113.5	211.5	218.2	1.56	2.49	2.77
29	270.0	110.3	161.1	175.5	1.57	2.30	2.66
30	300.0	113.6	227.1	280.0	1.54	2.81	3.73
31	320.0	122.6	233.5	250.0	1.50	2.44	2.81
32	291.2	116.7	247.3	294.0	1.65	3.10	3.98
33	301.0	111.0	194.0	228.3	1.47	2.37	2.965

Πίνακας 2.2.1: Οριακές συνθήκες σε CFD προσομοίωση και αποτελέσματα πυκνοτήτων [8].

Σκοπός

Με τη μελέτη του συγκεκριμένου μοντέλου θα κατανοήσουμε περισσότερο τη λειτουργία του σωλήνα vortex. Θα πραγματοποιηθεί σύγκριση του αλγόριθμου καθώς και των CFD αποτελεσμάτων με το μοντέλο του Ahlborn ώστε να διαπιστωθούν τυχόν διαφορές.

2.3 3^ο Μοντέλο: Μοντέλο Sachin U. Nimbalkar

2.3.1 Εισαγωγή

Ο Sachin Uttamrao Nimbalkar στην ερευνά του “ Quantitative observations on multiple flow structures inside Ranque-Hilsch vortex tube” [10] υποστηρίζει πως το φαινόμενο του ενεργειακού διαχωρισμού που παρατηρείται μέσα στο σωλήνα vortex μπορεί να αποτελέσει μέθοδο για την ανάκτηση χαμένης ενέργειας από χαμηλής και υψηλής πίεσης πηγές[11]. Υπάρχουν βιομηχανικές εφαρμογές που στο τέλος της εκτέλεσής τους διαθέτουν περίσσεια μη χρησιμοποιούμενου συμπιεσμένου αερίου. Σε πολλά βιομηχανικά συστήματα, το μέγεθος περίσσειας ενέργειας μπορεί να είναι χαμηλότερο αλλά μπορεί να έχει υψηλές παροχές μάζας. Για το λόγο αυτό είναι σημαντικό ο σωλήνας vortex να παρέχει τον απαιτούμενο ενεργειακό διαχωρισμό ώστε να αξιοποιήσει τη χαμηλής πίεσης και υψηλής παροχής μάζας περίσσεια ενέργειας σε όχι μόνο εφαρμογές ψύξης αλλά και θέρμανσης. Περίσσεια ενέργειας παράγεται σε μία διαδικασία και στη συνέχεια αποβάλλεται στο περιβάλλον που όμως μπορεί να ξαναχρησιμοποιηθεί για χρήσιμους και οικονομικούς σκοπούς. Στη βιομηχανία την περίσσεια ενέργειας την παρατηρούμε υπό τη μορφή συμπιεσμένων καυσαερίων (και μη συμπτυκνωμένων αερίων), ατμού, συμπιεσμένων αερίων και ζεστού νερού.

Επίσης κατά τη διατριβή του ο S.U. Nimbalkar παρατήρησε πως για χαμηλές πιέσεις εισόδου(<10psig) οι σωλήνες vortex συμπεριφέρονται διαφορετικά εμφανίζοντας πολλαπλές δομές ροής (όπως ροή Venturi/Reverse, ροή Elbow, ροή σε σωλήνα T-ροή) και όχι την ανακυκλοφορία του ψυχρού ρεύματος και τον κιονοειδή τύπο ροής του θερμού ρεύματος (ή απλούστερα τύπο ροής vortex tube, VT-ροή).

2.3.2 Θεωρητικό και πειραματικό υπόβαθρο

Καθαρός, ξηρός αέρας από σύστημα συμπίεσης αέρα και μέσω μιας βαλβίδας πτώσης πίεσης που δίνει την επιθυμητή τιμή πίεσης εισέρχεται σε θάλαμο προσυμπίεσης. Στη συνέχεια η ροή επιταχύνεται στην είσοδο κι έπειτα εξαναγκάζεται σε δίνη με τη βοήθεια 8 ακροφυσίων εφαπτομενικά τοποθετημένων (κατά τη διάρκεια της ερευνάς του ο Nimbalkar [12,13] χρησιμοποίησε γεννήτρια με 8 ακροφύσια επειδή σε προηγούμενα πειράματά του παρατήρησε πως με 8 ακροφύσια προκαλείται βέλτιστος ενεργειακός διαχωρισμός). Το περιστρεφόμενο ρευστό εξέρχεται και από τις δύο πλευρές του σωλήνα. Η ροή από το θερμό άκρο περιορίζεται από τη βαλβίδα ελέγχου που δημιουργεί αντίθλιψη και επιτρέπει την έξοδο ρευστού που κινείται κοντά στο τοίχωμα. Η ροή στο ψυχρό άκρο περιορίζεται από ένα δίσκο με κυκλικό στόμιο στο κέντρο του, όπου εξέρχεται ρευστό ψυχρότερο εξαιτίας της αδιαβατικής εκτόνωσης που σχετίζεται με την τυρβώδη ροή μέσα στο σωλήνα vortex. Κατά τη διάρκεια όλων των πειραμάτων, οι θερμοκρασίες μετρήθηκαν με θέρμιστορ, η πίεση εισόδου ελεγχόταν με μία βελονοειδή βαλβίδα και διακυμάνσεις στο συμπιεσμένο αέρα καθορίζονταν από το προθάλαμο

συμπίεσης. Οι παροχές μάζας υπολογίζονταν από ροόμετρα. Όλα τα πειράματα πραγματοποιήθηκαν σε σχετικά χαμηλές πιέσεις εισόδου με χαμηλές παροχές μάζας. Οι πιέσεις πριν και μετά την βαλβίδα ελέγχου στην θερμή έξοδο μετρήθηκαν με μανόμετρα κι ένα σωλήνα τύπου pitot. Οι ενδείξεις βοήθησαν στο καθορισμό του συντελεστή τριβής της βαλβίδας ελέγχου, όπου θα αναφερθούμε παρακάτω.

2.3.2.1 Αδιαστατοποίηση παραμέτρων ενεργειακού διαχωρισμού

Προκειμένου να αξιολογήσουμε τις χαρακτηριστικές ιδιότητες του σωλήνα vortex είναι απαραίτητη η αδιαστατοποίηση γεωμετρικών και θερμό-φυσικών παραμέτρων. Οι προαναφερόμενες παράμετροι είναι: η πίεση εισόδου P_i , η διάμετρος του στομίου στην ψυχρή έξοδο d_c , η παροχή μάζας εισόδου m_i , η παροχή μάζας στο ψυχρό άκρο m_c και η πτώση πίεσης πριν και μετά τη βαλβίδα ελέγχου.

Ο διαχωρισμός της θερμοκρασίας (σχέση 2.3.3) καθορίζεται από τη διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ του θερμού και του ψυχρού άκρου (σχέση 2.3.1). Αποτελεί τη μέγιστη δυνατή διαφορά θερμοκρασίας σε ένα σωλήνα vortex. Εάν ο εισερχόμενος αέρας συμπιέζεται σε εξωτερική τοποθεσία τότε η θερμοκρασία δεν επηρεάζεται από την πίεση εισόδου. Για το λόγο αυτό θα ήταν άτοπο αν χρησιμοποιούσαμε την θερμοκρασία εισόδου για να υπολογίσουμε τις θερμοκρασίες. Εάν όμως η συμπίεση πραγματοποιείται εσωτερικά τότε η θερμοκρασία εισόδου θα μεταβαλλόταν με την πίεση εισόδου (εξαιτίας του έργου συμπίεσης) και θα ήταν απαραίτητο να τη χρησιμοποιήσουμε ώστε να υπολογίσουμε τον θερμοκρασιακό διαχωρισμό (temperature splitting effect), ο οποίος καθορίζεται ως εξής:

$$\text{Temperature_splitting_effect} = (T_h - T_c) \quad \{2.3.1\}$$

Χρησιμοποιούμε την ενέργεια εισόδου ώστε να αδιαστατοποιήσουμε τη διαφορά θερμοκρασίας. Η ενέργεια εισόδου είναι το έργο συμπίεσης που απαιτείται για τη ισηντροπική συμπίεση αερίου από την ατμοσφαιρική πίεση P_{atm} στην πίεση εισόδου P_i , και δίνεται παρακάτω:

$$CW = \frac{k}{k-1} \times R \times T_{atm} \times \left\{ \left(\frac{P_i}{P_{atm}} \right)^{\frac{(k-1)}{k}} - 1 \right\} J / kg \quad \{2.3.2\}$$

Όπου k είναι ο λόγος ειδικών θερμοτήτων για αέρα 1.4 και R η παγκόσμια σταθερά των αερίων

Έτσι έχουμε την αδιαστατοποιημένη εκδοχή του ενεργειακού διαχωρισμού (εικόνα 2.3.2):

$$\text{Energy} \cdot \text{splitting} \cdot \text{effect} = \frac{c_p(T_h - T_c)}{CW} \quad \{2.3.3\}$$

Ο βαθμός απόδοσης του ενεργειακού διαχωρισμού (σχέση 2.3.4) για το ψυχρό άκρο ορίζεται ως το κλάσμα του ενεργειακού διαχωρισμού προς το έργο ισεντροπικής συμπίεσης ανά μονάδα μάζας.

$$\text{Energy} \cdot \text{separation} \cdot \text{efficiency}(\text{coldend}) = \frac{c_p(T_i - T_c)}{CW} \quad \{2.3.4\}$$

Η εισερχόμενη παροχή μάζας είναι ήδη αδιαστατοποιημένη στη μορφή του κλάσματος ψυχρής μάζας $\left(\frac{m_c}{m_i}\right)$. Καθορίζοντας λοιπόν τον παραπάνω βαθμό απόδοσης και το

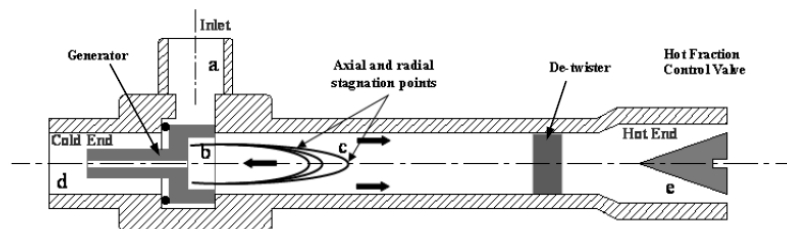
κλάσμα παροχής ψυχρής μάζας οι παράμετροι όπως η θερμοκρασία, η πίεση εισόδου και οι παροχές μάζας εισόδου κι εξόδου είναι αδιαστατοποιημένες. Ο βαθμός απόδοσης του ενεργειακού διαχωρισμού στο θερμό άκρο συμπεριφέρεται γραμμικά σε σχέση με το κλάσμα ψυχρής παροχής μάζας. Για υψηλότερες τιμές του κλάσματος (πάνω από 60%) και για μικρότερες διαμέτρους στομίου ψυχρού άκρου ο βαθμός απόδοσης τείνει ασυμπτωτικά μειούμενος [10].

Για να κατανοήσουμε την επίδραση της παροχής μάζας στη λειτουργία ενός σωλήνα vortex, καθορίζουμε το βαθμό απόδοσης ενεργειακού διαχωρισμού ροής ως εξής:

$$\eta_{efse} = cf \times \frac{c_p(T_i - T_c)}{CW} \quad \{2.3.5\}$$

όπου cf το κλάσμα παροχής ψυχρής μάζας.

2.3.2.2 Πτώση απόλυτης πίεσης μέσα στο σωλήνα vortex



Εικόνα 2.3.1: Χαρακτηρισμός πτώσεων πιέσεων μέσα στο σωλήνα [10].

Η πτώση πίεσης σε ένα σωλήνα vortex συζητήθηκε αρχικά από τους William J. Love [14], και A.Piralishvili [15]. Όπως βλέπουμε στην παραπάνω εικόνα 2.3.1 η πτώση της

απόλυτης πίεσης κατά μήκους του σωλήνα χαρακτηρίζεται από την πτώση πίεσης στην είσοδο (a), στη γεννήτρια (b), κατά τη ροή (c), στο στόμιο ψυχρού άκρου (d) και από την πτώση πίεσης πριν και μετά τη βαλβίδα ελέγχου (e). Η πτώση πίεσης κατά μήκος της γεννήτριας εξαρτάται από τη γεωμετρία της και τον αριθμό των ακροφυσίων που είναι τοποθετημένα. Η πτώση πίεσης της ροής σχετίζεται με την ελαχιστοποίηση του στροβιλισμού της ροής και τη μείωση της αξονικής ταχύτητας κατά μήκους του πυρήνα του σωλήνα vortex. Τέλος, η πτώση πίεσης στη βαλβίδα της θερμής εξόδου καθορίζει το κλάσμα ψυχρής παροχής μάζας και την θέση του σημείου ανακοπής (stagnation point) στον άξονα του σωλήνα, κάτι το οποίο θα μελετήσουμε σε παρακάτω υποκεφάλαιο [10].

2.3.2.3 Επίδραση του συντελεστή τριβής k της βαλβίδας ελέγχου

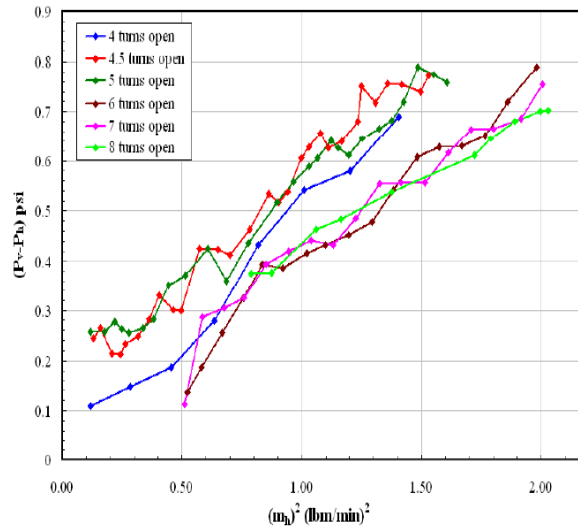
Βασισμένος σε πειραματικά δεδομένα, ο Nimbalkar [13] πρότεινε πως δύο κρίσιμες ανεξάρτητες παράμετροι επηρεάζουν τα χαρακτηριστικά του ενεργειακού διαχωρισμού σε ένα σωλήνα vortex με σταθερή γεωμετρία.

1. Η πίεση εισόδου P_i ,
2. Ο συντελεστής τριβής k της βαλβίδα ελέγχου του θερμού άκρου.

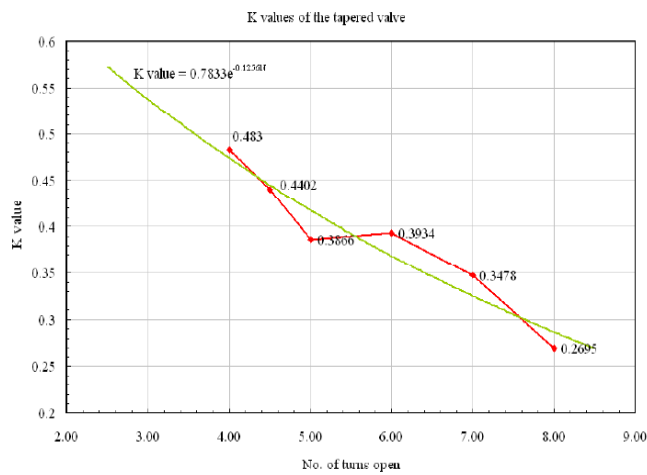
Η πίεση εισόδου μπορεί να υπολογιστεί εύκολα σε αντίθεση με το συντελεστή τριβής. Η βαλβίδα ελέγχει την παροχή μάζας που εξέρχεται από το θερμό άκρο. Εάν κλείσουμε τη βαλβίδα, για την ίδια πίεση εισόδου, η παροχή μάζας στη θερμή έξοδο μειώνεται και αν την ανοίξουμε αυξάνεται. Προκειμένου να υπολογίσουμε το συντελεστή τριβής k , είναι απαραίτητο να μετρήσουμε την πτώση πίεσης ΔP πριν και μετά τη βαλβίδα ελέγχου και την παροχή που εξέρχεται από το θερμό άκρο. Ο συντελεστής τριβής υπολογίζεται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$k = \frac{\Delta P}{\dot{m}_h^2} \quad \{ 2.3.6 \}$$

όπου $\Delta P = P_v - P_h$ με P_v η πίεση πριν τη βαλβίδα και P_h μετά, \dot{m}_h η παροχή μάζας στο θερμό άκρο. Όπως βλέπουμε στην εικόνα 2.3.2 πραγματοποιήθηκαν τεστ γυρίζοντας 4, 4.5, 5, 6, 7 και 8 φορές τη βαλβίδα, κατά περίπτωση. Για αυτές τις διαφορετικές θέσεις της βαλβίδας παρατηρήθηκαν η παροχή μάζας και η διαφορά πίεσης. Ύστερα υπολογίστηκε για κάθε φορά ο συντελεστής τριβής (εικόνα 2.3.3).



Εικόνα 2.3.2: Πτώσεις πίεσης και παροχές μάζας στο θερμό άκρο για διαφορετικές θέσεις της βαλβίδας [10].



Εικόνα 2.3.3: Συντελεστές τριβής για διαφορετικές θέσεις της βαλβίδας (διάφορα N:φορές περιστροφής της βαλβίδας)[10].

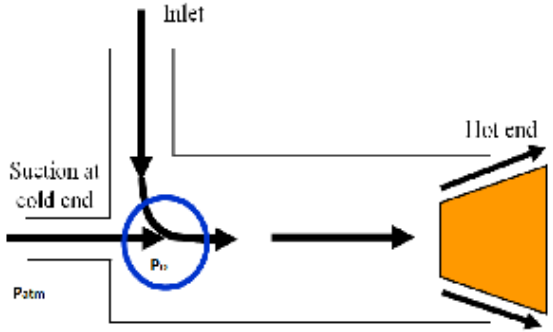
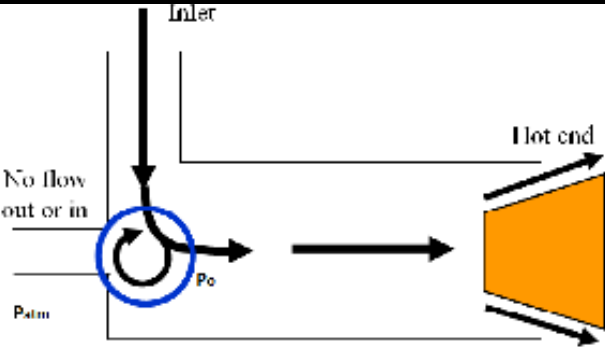
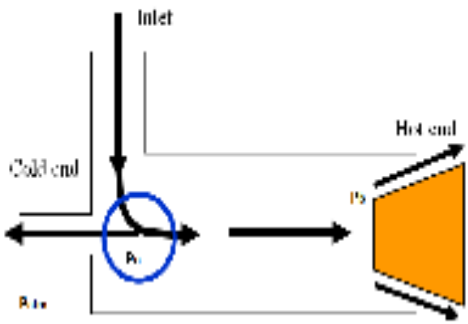
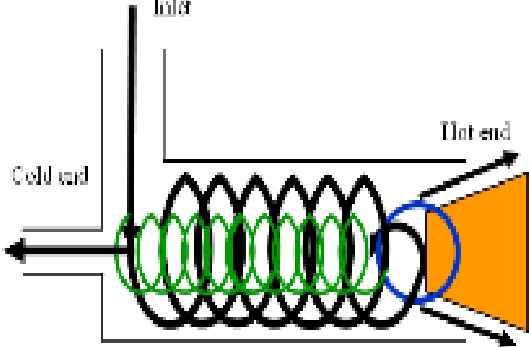
Από τα παραπάνω πειραματικά δεδομένα προέκυψε η παραμετρική σχέση [10]:

$$k = 0.7833 \cdot e^{-0.1256 \cdot N} \quad \{ 2.3.7 \}$$

όπου N είναι οι φορές που γυρίζουμε τη βαλβίδα.

2.3.3 Παρατηρούμενες δομές ροής στο σωλήνα vortex

Επειδή ήταν δύσκολη και χρονοβόρα η αλλαγή θέσης της βαλβίδας ελέγχου χωρίς την αποσυναρμολόγηση ολόκληρου του εξοπλισμού αντικαταστάθηκε με ένα κινούμενο τοίχο [10].

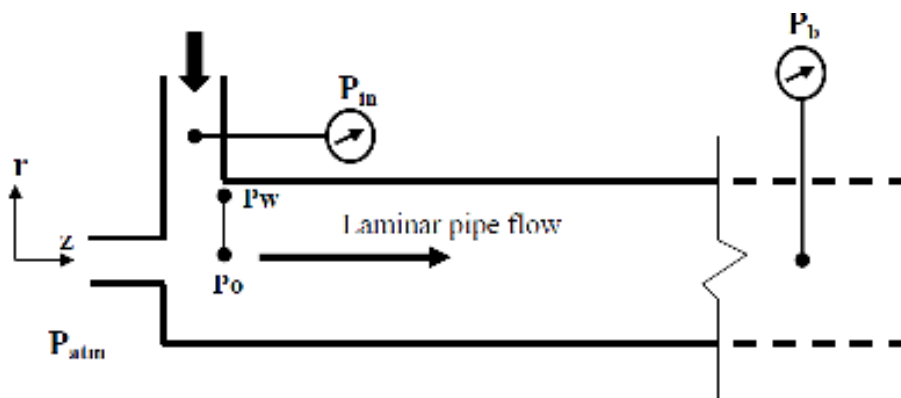
<p>1^η περίπτωση Ροή venturi/reverse (εικόνα 2.3.4)</p>	<p>2^η περίπτωση Ροή elbow (εικόνα 2.3.5)</p>
	
<p>Εάν η απόλυτη πίεση στην είσοδο του ακροφυσίου ψυχρής εξόδου P_o είναι μικρότερη από την ατμοσφαιρική P_{atm}, παρατηρείται φαινόμενο αναρρόφησης στο ψυχρό άκρο, εισέρχεται δηλαδή αέριο από το περιβάλλον κι έχουμε ροή venturi/reverse.</p>	<p>Εάν η απόλυτη πίεση στην είσοδο του στομίου ψυχρού άκρου P_o είναι ίση με την ατμοσφαιρική πίεση P_{atm}, δεν εισέρχεται ροή από το άκρο αυτό και παρατηρείται ροή τύπου elbow.</p>
<p>3^η περίπτωση Ροή σε σωλήνα (tube), T-ροή (εικόνα 2.3.6)</p>	<p>4^η περίπτωση Ροή σωλήνα vortex ή VT-ροή (εικόνα 2.3.7)</p>
	
<p>Εάν ισχύει $P_o > P_{atm}$ και η πίεση αντίθλιψης P_b δεν είναι επαρκής ώστε να δημιουργηθεί περιστρεφόμενη ροή μέσα στο σωλήνα, τότε παρατηρείται απλή κιονοειδής ροή τύπου T χωρίς να προκύπτει ενεργειακός διαχωρισμός.</p>	<p>Εάν ισχύει $P_o > P_{atm}$ και η πίεση αντίθλιψης P_b είναι επαρκής ώστε να δημιουργηθεί περιστρεφόμενη ροή μέσα στο σωλήνα, τότε παρατηρείται απλή ροή τύπου VT που έχει ως αποτέλεσμα ενεργειακό διαχωρισμό.</p>

Μεταβάλλοντας τις πιέσεις εισόδου P_i η πίεση αντίθλιψης P_b άλλαζε μετακινώντας τον τοίχο μακρύτερα ή πιο κοντά στη θερμή έξοδο. Με τον τρόπο αυτό, επιτεύχθηκε μετάβαση της ροής από κατάσταση reverse σε elbow, από elbow σε T-ροή, από T-ροή σε VT-ροή. Επίσης παρατηρήθηκαν τα εξής [10]:

- Το κλάσμα ψυχρής παροχής μάζας γίνεται θετικό ήταν η ροή μεταβαίνει από reverse ροή σε T-ροή.
- Στην περιοχή T-ροής, αν και το κλάσμα ψυχρής παροχής μάζας είναι θετικό, δεν παρατηρείται θερμοκρασιακή διαφορά που σημαίνει πως δεν προκαλείται ενεργειακός διαχωρισμός.
- Στη μεταβατική περιοχή σε VT-ροή ακόμα και αν το κλάσμα παροχής μάζας είναι αρκετά μεγάλο, το φαινόμενο του ενεργειακού διαχωρισμού θεωρείται μόνιμο.

2.3.4 Αναλυτικό Μοντέλο

Σε αυτό το υποκεφάλαιο θα συσχετίσουμε την πίεση αντίθλιψης P_b που ασκείται από τον κινούμενο τοίχο με την πίεση στην είσοδο του στομίου ψυχρής εξόδου P_o . Όπως βλέπουμε στην εικόνα 2.3.8 και όπως προείπαμε η κατάσταση της ροής εξαρτάται από την πίεση P_o .



Εικόνα 2.3.8: Υπόθεση στρωτής ροής και εξίσωσης Bernoulli [10].

με:

P_{in} = η πίεση εισόδου,

P_w = η πίεση κοντά στον τοίχο του σωλήνα vortex,

P_o = η πίεση στην είσοδο στομίου ψυχρού άκρου,

P_b = η πίεση πριν τη βαλβίδα ελέγχου θερμού άκρου, η αντίθλιψη,



P_m = η πίεση σε ενδιάμεσο σημείο του άξονα,

r_o = η ακτίνα του σωλήνα vortex.

2.3.4.1 Θεωρητικό μοντέλο για τις πολλαπλές μορφές ροής

Αρχικά χρησιμοποιούμε την εξίσωση της συνέχειας και εξισώσεις ορμής μέσα στο σωλήνα vortex.

Εξίσωση συνέχειας:

$$\frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r \cdot u)}{\partial r} \right) + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad \{2.3.8\}$$

Όπου,

U = συνιστώσα ακτινικής ταχύτητας,

V = συνιστώσα αξονικής ταχύτητας,

W = συνιστώσα περιφερειακής ταχύτητας.

Ακτινική εξίσωση της ορμής:

$$\rho \left(\frac{U \partial U}{\partial r} + \frac{W \partial U}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial r} + \rho \frac{V^2}{r} + \frac{\{ \text{τυρβη} \}}{\{ \text{διατμητική_τάση} \}} \quad \{2.3.9\}$$

Πραγματοποιούνται οι παρακάτω υποθέσεις:

1. Στην ακτινική κατεύθυνση η μεταβολή της ροής είναι μικρή όποτε θεωρείται πως $U = 0$ και $\frac{\partial U}{\partial z} = 0$.
2. Η διατμητική τάση του τοιχώματος (wall shear stress) θεωρείται αμελητέα.
3. Η στροβιλιζόμενη ροή σε κάθε αξονική θέση είναι εξαναγκασμένη (ή αστρόβιλη) με την εξαίρεση των κοντινών περιοχών στον τοίχο του σωλήνα.

Για το λόγο αυτό, $V \cong V_0(z) \left(\frac{r_o}{r} \right)$.

Και η εξίσωση ορμής διαμορφώνεται ως εξής:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho \left(\frac{V^2}{r} \right) \quad \{2.3.10\}$$



$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho \left(\frac{V_o^2(z) \cdot r_o^2}{r^3} \right) \quad \{2.3.11\}$$

Και ολοκληρώνοντας την σχέση από $r = 0$ έως $r = r_o$, προκύπτει:

$$(p_w - p_o) = s_1 \cdot \rho \cdot \left(\frac{V_o^2}{2} \right) \quad \{2.3.12\}$$

όπου $s_1 =$ σταθερό.

Εάν υποθέσουμε ότι η πτώση πίεσης είναι αμελητέα κατά μήκους του σωλήνα vortex, έχουμε:

$$(P_o + P_w) / 2 \cong P_b \quad \{2.3.13\}$$

Στις περιπτώσεις ροής reverse, elbow, T-ροή, θεωρούμε μέσα στο σωλήνα σχεδόν στρωτή ροή με χαμηλούς αριθμούς Reynolds. Για το λόγο αυτό η πτώση πίεσης κατά μήκους του σωλήνα vortex μπορεί να αποκτηθεί από την εξίσωση Bernoulli:

$$P_{in} - P_b = s_2 \cdot \rho \cdot \left(\frac{W^2}{2g_c} \right) \quad \{2.3.14\}$$

Με $s_2 =$ σταθερό.

Αφού στις παραπάνω περιορισμένες περιπτώσεις ροής η περιστρεφόμενη συνιστώσα ταχύτητας θεωρείται αμελητέα, υποθέτουμε πως $V_o = W$ και η σχέση γίνεται:

$$P_{in} - P_b = s_2 \cdot \rho \cdot \left(\frac{V_o^2}{2g_c} \right) \quad \{2.3.15\}$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις 2.3.12 και 2.3.14 και λύνοντας ως προς P_o , προκύπτει:

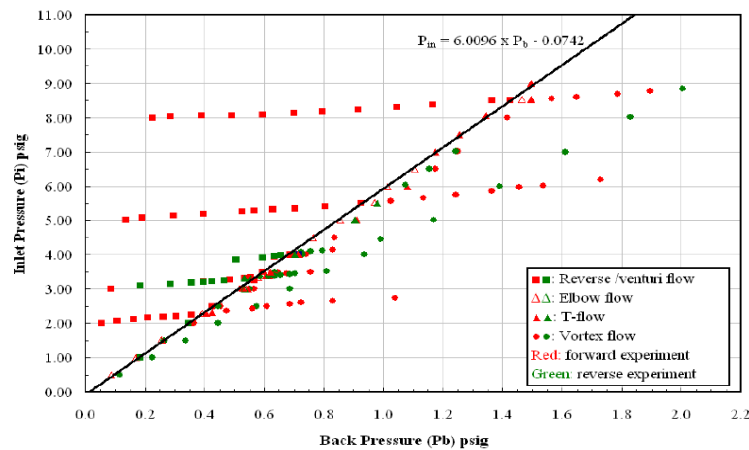
$$P_o \cong P_b - \frac{s_2 \cdot g_c}{2 \cdot s_1} \cdot (P_{in} - P_b) \quad \{2.3.16\}$$

Όπου $g_c = 386.4 \frac{inch}{s^2}$, s_1 και s_2 σταθερές που καθορίζονται από τα πειραματικά δεδομένα. Απλοποιώντας την εξίσωση 2.3.16, λαμβάνουμε μια σχέση μεταξύ της P_{in} και της P_b :

$$P_{in} \cong \left(\frac{2s_1}{s_2 g_c} + 1 \right) P_b - \left(\frac{2s_1}{s_2 g_c} \right) P_{atm} \quad \{2.3.17\}$$

Για να καθοριστούν οι s_1 και s_2 χρησιμοποιούμε πειραματικά δεδομένα. Στην εικόνα αποτυπώνονται οι πιέσεις εισόδου συναρτήσει της αντίθλιψης για τις πολλαπλές μορφές ροής. Από το διάγραμμα λαμβάνουμε με τη χάραξη γραμμής μεταξύ των αποτελεσμάτων την εξής παραμετρική σχέση:

$$P_{in} = 6.0096P_b - 0.0742 \quad \{2.3.18\}$$



Εικόνα 2.3.9: Πίεση εισόδου συναρτήσει της αντίθλιψης για διαφορετικές μορφές ροής [10].

Λύνοντας τις εξισώσεις ,έχουμε τιμές για τους συντελεστές:

$$s_1 = 67.515$$

$$s_2 = 0.06975$$

Και έχουμε:

$$P_o \cong P_b - 0.20(P_{in} - P_b) \quad \{2.3.19\}$$

Αν αφαιρέσουμε την P_{atm} και από τα δύο μέλη, προκύπτει:

$$P_o - P_{atm} \cong P_b - 0.20(P_{in} - P_b) - P_{atm} \quad \{2.3.20\}$$

2.3.4.2 Κριτήρια για διαφορετικές μορφές ροής

1^η περίπτωση: Ροή reverse

$$P_o - P_{atm} \cong P_b - 0.20(P_{in} - P_b) - P_{atm} < 0 \quad \{2.3.21\}$$

2^η περίπτωση: Ροή elbow

$$P_o - P_{atm} \cong P_b - 0.20(P_{in} - P_b) - P_{atm} = 0 \quad \{2.3.22\}$$

3^η και 4^η περίπτωση: T-ροή και VT-ροή

$$P_o - P_{atm} \cong P_b - 0.20(P_{in} - P_b) - P_{atm} > 0 \quad \{2.3.23\}$$

2.3.4.3 Μετάβαση από τη T-ροή στη VT-ροή

Είδαμε σε προηγούμενη υποενότητα πως πετυχαίνεται μετάβαση από ροή reverse σε ροή elbow όταν $P_o = P_{atm}$. Οι πολλαπλές μορφές ροής παρατηρούνται εφαρμόζοντας μια τεχνική καπνού. Εάν ο καπνός απορροφηθεί από το ψυχρό άκρο τότε έχουμε ροή reverse. Εάν απομακρύνεται από το ψυχρό άκρο έχουμε T-ροή ή VT-ροή. Εάν όμως δεν παρατηρείται ούτε απορρόφηση ούτε απομάκρυνση του καπνού τότε έχουμε ροή τύπου elbow.

Είναι προφανές πως αν η πίεση P_o γίνει μεγαλύτερη από την ατμοσφαιρική πίεση, αέρας ξεκινά να εξέρχεται από το ψυχρό άκρο. Σε πειράματα παρατηρήθηκε πως για $\frac{P_o - P_{atm}}{P_{in}} \leq 0.24$ προκύπτει έντονη ροή τύπου VT. Στην περιοχή μεταξύ $P_o - P_{atm} = 0$ και $\frac{P_o - P_{atm}}{P_{in}} \leq 0.024$ παρατηρείται ροή τύπου T ή ασθενής VT-ροή. Σε αυτή τη μεταβατική περιοχή, ακόμα και για μεγαλύτερες πιέσεις εισόδου (6-9 psig), ο σωλήνας vortex αποτυχαίνει να παράξει επαρκή ενεργειακό διαχωρισμό.

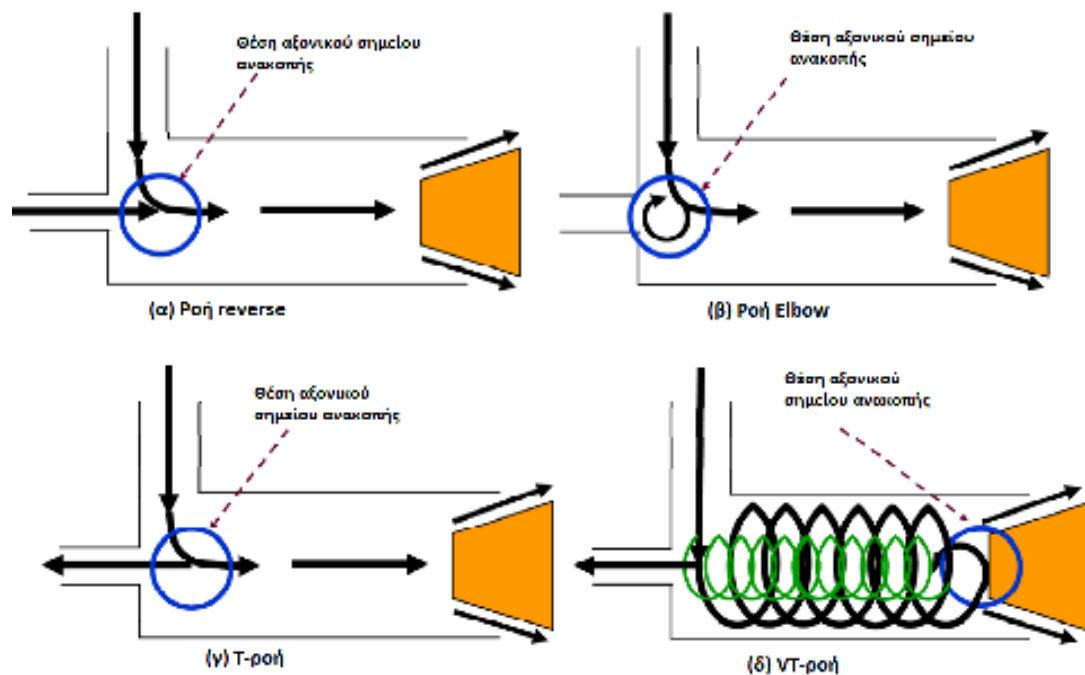
Το φαινόμενο αυτό της μετάβασης από τη T-ροή σε VT-ροή απαιτεί περισσότερη πειραματική και θεωρητική έρευνα. Οι παρακάτω προτάσεις αποτελούν ένα πρώτο βήμα στην εξήγηση του φαινομένου:

- Η μετάβαση από τη μία ροή στην άλλη επιτυγχάνεται με την επανατοποθέτηση του σημείου ανακοπής.
- Η αξονική διανομή της πίεσης μέσα στο σωλήνα vortex παίζει σημαντικό ρόλο στην θέση του σημείου ανακοπής.

- Οι συνιστώσες αξονικής και ακτινικής πίεσης του σωλήνα ελέγχονται από την πίεση εισόδου P_{in} και την πίεση P_b πριν τη βαλβίδα ελέγχου του θερμού άκρου.
- Πολλές έρευνες [16,17] έδειξαν πως η κατανομή της αξονικής και ακτινικής πίεσης μέσα στο σωλήνα vortex συνδέεται με το φαινόμενο του «vortex breakdown», που ορίζεται ως μια απότομη και δραστική αλλαγή της δομής της δίνης, που προκαλείται από τη μεταβολή της πίεσης εισόδου P_{in} ή της πίεσης P_b .

2.3.4.4 Θέση αξονικού σημείου ανακοπής-Θεωρητικό μοντέλο

Υποτέθηκε προηγουμένως πως η μετάβαση από ροή τύπου T σε VT-ροή επιτυγχάνεται με επανατοποθέτηση του αξονικού σημείου ανακοπής. Όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα, το σημείο ανακοπής βρίσκεται κοντά στην είσοδο του σωλήνα vortex όταν πρόκειται για ροή reverse, elbow και T [10].



Εικόνα 2.3.10: Πολλαπλές μορφές ροής και θέση αξονικών σημείων ανακοπής.

Στη μεταβατική περιοχή μεταξύ T-ροής και VT-ροής, το σημείο ανακοπής βρίσκεται μεταξύ της εισόδου και του θερμού άκρου. Όταν όμως έχουμε μόνο VT-ροή, το αξονικό σημείο ανακοπής βρίσκεται κοντά στην επιφάνεια της βαλβίδας ελέγχου ή του κινούμενου τοίχου.

Για να υποστηρίξουμε αυτό τον ισχυρισμό, αναπτύσσεται παρακάτω μια αναλυτική λύση που διέπεται από σημαντικά χαρακτηριστικά της στροβιλώδους ροής μέσα στο σωλήνα

vortex βασισμένη στη δουλειά του F. Hussain (η οποία θα αναφερθεί παρακάτω) [18], ο οποίος ανέπτυξε ένα νέο πακέτο λύσεων των εξισώσεων Navier Stokes και πρότεινε τρόπους πρόβλεψης και ελέγχου πολύπλοκων στροβιλωδών ροών. Ανέπτυξε μια λύση με πέντε παραμέτρους που περιγράφει πρότυπα ροής και μοντέλα κίνησης της ροής σε ένα κυλινδρικό σωλήνα, σε δίνη υδάτων, σε ανεμοστρόβιλο. Οι αναλυτικές του λύσεις επιτρέπουν την κατανόηση πως διαφορετικές παράμετροι επηρεάζουν τη ροή. Χρησιμοποιείται η γενική λύση του Hussain για την εξήγηση των πολλαπλών μορφών ροής μέσα στο σωλήνα vortex επειδή:

- Διαθέτει ολοκληρωμένη αλγεβρική και φυσική εξήγηση.
- Έχει τη δυνατότητα να περιγράψει μηχανισμούς σε στροβιλιζόμενες ροές όπως το “vortex breakdown”.

Χρησιμοποιώντας τις συναρτήσεις κατανομής πίεσης και ατμού από την έρευνα του Hussein, προκύπτει η ακόλουθη σχέση που δίνει την πτώση πίεση στο ψυχρό άκρο:

$$(P_o - P_{atm}) = \left\{ \sqrt{(P_{in} - P_{atm}) - c_1 \cdot z \cdot \{c_2 L^{5/2}\}} - c_1 z \right\} \quad \{2.3.24\}$$

Όπου c_1 είναι σταθερά ολοκλήρωσης και c_2 δίνεται από:

$$c_2 = \left\{ \frac{128\pi^2 \rho^3 \nu A_h r_o}{3K_h} \sqrt{\frac{g_c K_c}{c K_r \rho}} \right\} \quad \{2.3.25\}$$

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση 2.3.24, λαμβάνουμε μια σχέση για το λόγο παροχής ψυχρής μάζας:

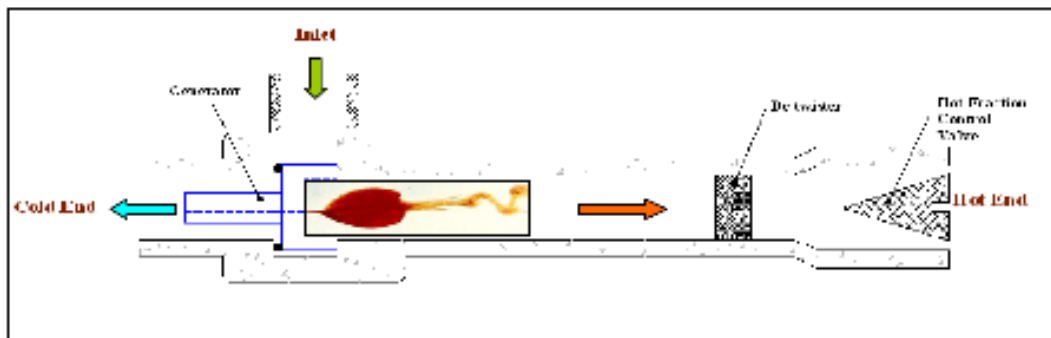
$$cf = \left[\frac{K_c}{K_{VT} (P_{in} - P_{atm})} \left\{ \sqrt{(P_{in} - P_{atm}) - c_1 z \cdot \{c_2 z^{5/2}\}} - c_1 z \right\} \right]^{1/2} \quad \{2.3.26\}$$

Παρατηρήσεις:

- Για σταθερή πίεση εισόδου, καθώς μετακινούμε το αξονικό σημείο ανακοπής προς το θερμό άκρο, αυξάνοντας το z στην εξίσωση, αυξάνεται η πτώση πίεσης πριν και μετά τη ψυχρή έξοδο, που σημαίνει πως ανάλογα με τη θέση του σημείου ανακοπής το κλάσμα ψυχρής παροχής μάζας μεταβάλλεται.
- Για ένα σταθερό αξονικό σημείο ανακοπής (z =σταθερό), απαιτείται μεγαλύτερη διαφορά πίεσης $P_o - P_{atm}$ ή απλά μεγαλύτερη πίεση P_b ώστε να επιτευχθεί εντονότερος ενεργειακός διαχωρισμός μέσα στο σωλήνα vortex.

2.3.4.5 Μετάβαση από T-ροή σε VT-ροή και “vortex breakdown”

Παλαιότερες έρευνες [16,17] έδειξαν πως η κατανομή της αξονικής και ακτινικής κλίσης πίεσης μέσα σε ένα σωλήνα επηρεάζονται από το φαινόμενο του “vortex breakdown”, δηλαδή την απότομη και δραστική μεταβολή της μορφής της δίνης, μεταβάλλοντας συνιστώσες αξονικής και περιφερειακής ταχύτητας. Όταν η κλίση πίεσης φτάσει στην κατώτατη τιμή της στον άξονα κατά μήκος του σωλήνα και ξεπεράσει την ορμή της ροής, τότε παρατηρείται vortex breakdown.



Εικόνα 2.3.11: Vortex breakdown σε σωλήνα vortex [10].

Η μετάβαση από ροή T σε VT-ροή μέσα στο σωλήνα vortex συνδέεται με το vortex breakdown [19]. Προκειμένου να κατανοήσουμε το φαινόμενο αυτό και την ύπαρξη του σε συμπιεστές στροβιλιζόμενες ροές μέσα σε σωλήνες, μελετήθηκαν έρευνες των τελευταίων 52 ετών. Τα βασικότερα στοιχεία συνοψίζονται παρακάτω:

- Vortex breakdown μπορεί να εμφανιστεί σε στροβιλιζόμενη ροή αέρα,
- Το φαινόμενο του vortex breakdown περιλαμβάνει μια απότομη μετάβαση από ομοιόμορφη κατάσταση στροβιλιζόμενης ροής (υπερκρίσιμη) σε τυρβώδη κατάσταση στροβιλώδους ροής (υποκρίσιμη).
- Όταν η ένταση της δίνης αυξάνεται, το φαινόμενο παρατηρείται κοντά στην είσοδο και το ψυχρό άκρο ενώ σε αντίθετη περίπτωση κοντά στο θερμό άκρο.
- Όταν η ροή επιβραδύνεται περιορίζοντας την έξοδο του ψυχρού άκρου, το φαινόμενο μεταφερόταν ραγδαία στο άλλο άκρο.

2.3.5 Θεωρητικό Μοντέλο

Σκοπός του κεφαλαίου αυτού είναι η ανάπτυξη αναλυτικών λύσεων για σημαντικά χαρακτηριστικά της στροβιλιζόμενης ροής μέσα στο σωλήνα vortex, οι οποίες λύσεις βασίζονται στην έρευνα του F. Hussain [18].

Όπως προαναφέρθηκε ο Hussain ανέπτυξε μια νέα τάξη αναλυτικών λύσεων των εξισώσεων Navier-Stokes με την οποία περιγράφονται οι πολύπλοκες στροβιλιζόμενες ροές. Ανέπτυξε λύσεις με πέντε παραμέτρους εξηγώντας πως οι διαφορετικές παράμετροι επηρεάζουν τη ροή.

Υπάρχουν πολλά χαρακτηριστικά των οποίων οι τιμές παίζουν βασικό ρόλο στην εξήγηση των δομών της ροής μέσα στο σωλήνα vortex, συμπεριλαμβανομένου του ακτινικού αριθμού Reynolds Re και του στροβιλιζόμενου αριθμού Reynolds Γ . Χρησιμοποιώντας αυτούς τους αριθμούς για την ακτινική και περιφερειακή ταχύτητα, βρίσκουμε πως τρεις ακόμα παράμετροι απαιτούνται για τον προσδιορισμό της αξονικής ταχύτητας και του κλάσματος ψυχρής παροχής μάζας σε μια αξονοσυμμετρική ροή μέσα στο σωλήνα vortex.

2.3.5.1 Εισαγωγή στη γενική λύση

Η γενικευμένη λύση της καταβόθρας είναι μοναδική κατά τον άξονα z κι επομένως είναι απαραίτητη μία εσωτερική λύση όπου θα συμπεριλαμβάνει ολόκληρο τον άξονα. Προκειμένου να συνδέσουμε την καταβόθρα, πρέπει να κατασκευαστεί μία λύση όπου θα περιγράφει μία ασθενή ροή και στις δύο κατευθύνσεις του άξονα z (αρνητική και θετική), κάτι που ονομάζουμε δίπολο. Χρησιμοποιώντας τη λύση που πρότεινε ο F.Hussain [18] για το πεδίο ταχυτήτων μέσα στο σωλήνα vortex προκύπτουν τα εξής:

$$v_r = Re \frac{V}{r} \quad \{2.3.27\}$$

$$v_\varphi = \Gamma \frac{V}{r} \quad \{2.3.28\}$$

$$v_z = \left[W_c + W_p \left(\frac{r}{r_o} \right)^2 + W_r \left(\frac{r}{r_o} \right)^{Re} \right] \frac{V}{r_o} \quad \{2.3.29\}$$

Οι παραπάνω εξισώσεις αποτελούν τη γενικευμένη λύση μίας καταβόθρας, η οποία ικανοποιεί τις εξισώσεις των Navier-Stokes και συμπεριλαμβάνουν πέντε αδιάστατες παραμέτρους: $Re, \Gamma, W_c, W_p, W_r$, όπου:



- Re είναι ο ακτινικός αριθμός Reynolds.
- Γ είναι ο αριθμός Reynolds κατά τον στροβιλισμό.
- W_c είναι παράμετρος που χαρακτηρίζει το ομοιόμορφο μέρος της αξονικής ροής.
- W_p είναι μια παράμετρος που καθορίζει τη ανομοιόμορφη διάτμηση της αξονικής ταχύτητας που επηρεάζεται από την κλίση της πίεσης κατά τον άξονα.
- W_r είναι παράμετρος που χαρακτηρίζει την ανομοιόμορφη διάτμηση της αξονικής ταχύτητας που επηρεάζεται από την ακτινική ροή.

Το αξονικό μέρος συμπεριλαμβάνει ένα παραβολικό κομμάτι (οι πρώτοι δύο όροι της εξίσωσης), οι οποίοι είναι παρόμοιοι με αυτούς της ροής σε σωλήνα και ανεξάρτητο από την συνιστώσα της καταβόθρας. Ο τελευταίος όρος στην εξίσωση εξαρτάται από τον αριθμό Re και διερμηνεύεται παρακάτω ως αποτέλεσμα ροής κοντά στον άξονα.

Είναι απαραίτητο να χρησιμοποιήσουμε τη ροϊκή συνάρτηση Stokes Ψ , ώστε να απεικονίσουμε τη μορφή της ροής μέσα στο σωλήνα. Σύμφωνα με την έρευνα του F.Hussain (1997) η αδιάστατη ροϊκή συνάρτηση είναι:

$$\psi = \frac{\Psi}{\nu \cdot r_o \cdot Re} \quad \{2.3.30\}$$

με τη μορφή:

$$\psi = a \left(\frac{r}{r_o} \right)^2 + b \left(\frac{r}{r_o} \right)^{Re+2} + c \left(\frac{r}{r_o} \right)^4 - \frac{z}{r_o} \quad \{2.3.31\}$$

όπου:

$$a = \frac{W_c}{2 Re} \quad \{2.3.32\}$$

$$b = \frac{W_r}{Re(Re+2)} \quad \{2.3.33\}$$

$$c = \frac{W_p}{4 Re} \quad \{2.3.34\}$$

Η πίεση p για τη συγκεκριμένη οικογένεια λύσεων διανέμεται ως εξής:

$$p = p_\infty - \frac{1}{2} \rho \left(\frac{\nu}{r} \right)^2 (Re^2 + \Gamma^2) + \rho \left(\frac{\nu}{r_o} \right)^2 P \frac{z}{r_o} \quad \{2.3.35\}$$

με

$$P = \frac{r_o^3}{\rho v^2} \frac{\partial p}{\partial z} \quad \{2.3.36\}$$

Σύμφωνα με την εξίσωση, η πίεση μειώνεται όσο $r \rightarrow 0$. Σε πρακτικές εφαρμογές επειδή $\Gamma^2 \gg \text{Re}^2$, η πτώση πίεσης κοντά στο άξονα αποτελεί κυρίως φαινόμενο στροβιλισμού. Η πίεση μειώνεται ή αυξάνεται, επίσης, στην αξονική κατεύθυνση ανάλογα με την P .

2.3.5.2 Εσωτερική λύση

Επειδή η παραπάνω λύση δεν είναι χρήσιμη σε πρακτικές εφαρμογές, θεωρείται εξωτερική λύση και συνδυάζεται με μία εσωτερική, αξιόπιστη για περιοχές όπου $r = 0$. Επομένως, η εσωτερική λύση θα πρέπει να εξασθενεί όσο αυξάνεται το r ώστε να πλησιάζει την εξωτερική λύση. Για το λόγο αυτό η v_z λαμβάνει μέγιστες τιμές κοντά στον άξονα. Η ακτίνα του πυρήνα της εσωτερικής περιοχής είναι σχετικά μικρή συγκρινόμενη με αυτή της εξωτερικής περιοχής. Επομένως, γίνεται η υπόθεση προσέγγισης οριακού στρώματος για την περιοχή κοντά στον άξονα. Οι εσωτερικές λύσεις είναι χωρίς στροβιλισμό, ασθενείς ή δυνατοί στροβιλισμοί. Στην περίπτωση ενός σωλήνα vortex θεωρούμε τύπο ροής ασθενή συνδυασμένο (ή διπολικό) στροβιλιζόμενο. Χρησιμοποιώντας τον όρο διπολικό εννοούμε πως η ροή λαμβάνεται υπόψη προς τις δύο κατευθύνσεις θετική κι αρνητική.

$$\psi = a \left(\frac{r}{r_o} \right)^2 - \frac{Br^2}{(zr_o) \left[1 + B \left(\frac{r}{z} \right)^2 \right]} + c \left(\frac{r}{r_o} \right)^4 \quad \{2.3.37\}$$

όπου:

$$B = \frac{3J}{64\pi\rho v^2} \quad \{2.3.38\}$$

που χαρακτηρίζει την ροή της ορμής J κατά τον άξονα που εξαρτάται από την πτώση της πίεσης.

Η παραπάνω λύση παραμένει μοναδική στην αρχή όπου $z=r=0$. Για να αποφευχθεί αυτό το γεγονός, πρέπει να συνδυαστεί η εξίσωση και μία ροή ανακοπής κοντά στο $z=r=0$. Διαφορίζοντας τη σχέση της ροϊκής συνάρτησης ως προς z και r , βρίσκουμε την αξονική και ακτινική ταχύτητα αντίστοιχα:

$$V_z = \frac{1}{r} \frac{d\psi}{dr} \quad \{2.3.39\}$$



$$V_r = -\frac{1}{r} \frac{d\psi}{dz} \quad \{2.3.40\}$$

όπου:

$$\Psi = (\nu \cdot r_0 \cdot \text{Re}) \cdot \psi \quad \{2.3.30\}$$

Όπως γνωρίζουμε, για το σημείο ανακοπής στον άξονα του σωλήνα vortex z με $r=0$, και οι δύο ταχύτητες, αξονική και ακτινική θα είναι μηδέν. Επομένως, η συνθήκη που ισχύει για ένα αξονικό σημείο ανακοπής είναι:

$$V_z|_{r=0} = V_r|_{r=0} = 0 \quad \{2.3.41\}$$

Εάν λύσουμε τις εξισώσεις τότε προκύπτουν δύο λύσεις:

$$\frac{z}{r_0} = -\frac{B}{a} = -\frac{3J}{32\pi\rho\nu^2} \cdot \frac{\text{Re}}{W_c} \quad \{2.3.42\}$$

$$\frac{z}{r_0} = 0 \quad \{2.3.43\}$$

όπου:

- ρ είναι η πυκνότητα του εργαζόμενου μέσου,
- ν είναι η κινηματική συνεκτικότητα του εργαζόμενου μέσου, και
- J είναι αξονική ροή της ορμής κατά τον άξονα.

$$J = \frac{[\dot{m}_i \cdot V_{zi} - \dot{m}_h \cdot V_{zh}]}{L} = \frac{[0 - \dot{m}_h \cdot V_{zh}]}{L} = -\frac{\dot{m}_h}{L} \cdot \frac{\dot{m}_h}{\rho A_h} = \frac{K_h (P_b - P_{atm})}{L \rho A_h} \quad \{2.3.44\}$$

όπου:

- K_h είναι ο συντελεστής τριβής της βαλβίδας θερμής εξόδου,
- P_b είναι η αντίθλιψη που καθορίζεται από την βαλβίδα ή το τοίχωμα,

Ο αριθμός Re ορίζεται ως εξής:

$$\text{Re} = \frac{\left[\frac{V_r|_{z=0} + V_r|_{z=L}}{2} \right] r_0}{\nu} = \frac{V_r|_{z=0} r_0}{2\nu} = \frac{\dot{m}_r|_{z=0}}{4\pi\rho r_0 L} = \frac{\sqrt{K_r (P_w - P_o)}}{4\pi\rho r_0 L} \quad \{2.3.45\}$$

όπου



- K_r είναι ο συντελεστής τριβής της ακτινικής ροής,
- P_w είναι η απόλυτη πίεση κοντά στο τοίχωμα του σωλήνα vortex,
- P_o είναι η απόλυτη πίεση στην είσοδο του ψυχρού στομίου.

Για το μέρος της ροής όπου έχουμε ομοιόμορφη αξονική ροή, εφαρμόζουμε εξίσωση Bernoulli ώστε να έχουμε:

$$W_c = \frac{r_o}{\nu} \sqrt{\frac{2g_c}{\rho} K_c (P_{in} - P_b)} \quad \{2.3.46\}$$

όπου K_c είναι συντελεστής τριβής του στομίου στην έξοδο ψυχρού ρεύματος.

Απλοποιώντας την εξίσωση, χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις έχουμε:

$$P_o - P_{atm} = \sqrt{\frac{(P_{in} - P_b)}{(P_b - P_o)}} \cdot \left\{ \frac{128\pi^2 \rho^3 L^3 \nu A_h r_o}{3K_h} \sqrt{\frac{g_c K_c}{K_r \rho}} \right\} - (P_b - P_o) \quad \{2.3.47\}$$

και

$$P = P_{atm} - \frac{1}{2} \left(\frac{\nu}{r} \right)^2 (\text{Re}^2 + \Gamma^2) + \rho \left(\frac{\nu}{r_o} \right)^2 \frac{P_z z}{r_o} \quad \{2.3.48\}$$

όπου $P_z = \frac{\partial P}{\partial z} \cdot \frac{r_o^3}{\rho \nu^2}$. Στη συνέχεια, λαμβάνεται:

$$P - P_{atm} + \frac{1}{2} \left(\frac{\nu}{r} \right)^2 (\text{Re}^2 + \Gamma^2) = c \cdot L \quad \{2.3.49\}$$

Διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις:

Περίπτωση 1^η: Εάν $z = r = 0, P = P_o$, τότε:

$$P_o - P_{atm} = \lim_{r \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{\nu}{r} \right)^2 (\text{Re}^2 + \Gamma^2) \right\} \quad \{2.3.50\}$$

Περίπτωση 2^η: Εάν $r = 0$ και $z = L, P = P_b$, τότε:

$$P_b - P_{atm} = c \cdot L + \lim_{r \rightarrow 0} \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{\nu}{r} \right)^2 (\text{Re}^2 + \Gamma^2) \right\} \quad \{2.3.51\}$$

Για το λόγο αυτό έχουμε:

$$P_b - P_o = c \cdot L \quad \{2.3.52\}$$

και,

$$P_b = P_{atm} + c \cdot L + \lim_{r \rightarrow 0} \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{v}{r} \right)^2 (Re^2 + \Gamma^2) \right\} \quad \{2.3.51\}$$

Και απλοποιώντας την εξίσωση με τις εξισώσεις, έχουμε:

$$(P_o - P_{atm}) = \left\{ \sqrt{(P_{in} - P_{atm}) - c \cdot L + \lim_{r \rightarrow 0} \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{v}{r} \right)^2 (Re^2 + \Gamma^2) \right\}} \cdot \left\{ \frac{128\pi^2 \rho^3 L^{5/2} \nu A_h r_o}{3K_h} \sqrt{\frac{g_c K_c}{cK_r \rho}} \right\} - c \cdot L \right\} \quad \{2.3.52\}$$

Για χαμηλές τιμές πίεσης εισόδου, αγνοούμε τις παραμέτρους ακτινικής κίνησης και στροβιλότητας από την παραπάνω εξίσωση, οπότε:

$$(P_o - P_{atm}) = \left\{ \sqrt{(P_{in} - P_{atm}) - c \cdot L} \cdot \left\{ \frac{128\pi^2 \rho^3 L^{5/2} \nu A_h r_o}{3K_h} \sqrt{\frac{g_c K_c}{cK_r \rho}} \right\} - c \cdot L \right\} \quad \{2.3.53\}$$

και απλούστερα:

$$(P_o - P_{atm}) = \left\{ \sqrt{(P_{in} - P_{atm}) - c_1 \cdot L} \cdot \left\{ c_2 L^{5/2} \right\} - c_1 \cdot L \right\} \quad \{2.3.53^a\}$$

όπου $c_1 = c$ και

$$c_2 = \frac{128\pi^2 \rho^3 L^{5/2} \nu A_h r_o}{3K_h} \sqrt{\frac{g_c K_c}{cK_r \rho}} \quad \{2.3.54\}$$

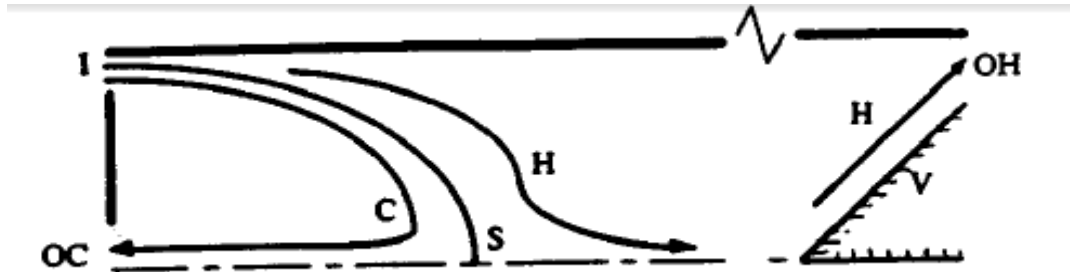
Αφού προέκυψε από τα παραπάνω η πτώση πίεσης κατά μήκους της εξόδου ψυχρού ρεύματος ($P_o - P_{atm}$) εύκολα υπολογίζεται το κλάσμα παροχής ψυχρής μάζας:

$$cf = \left[\frac{K_c}{K_{VT} (P_{in} - P_{atm})} \left\{ \sqrt{(P_{in} - P_{atm}) - c \cdot L} \cdot \left\{ \frac{128\pi^2 \rho^3 L^{5/2} \nu A_h r_o}{3K_h} \sqrt{\frac{g_c K_c}{cK_r \rho}} \right\} - c \cdot L \right\} \right]^{1/2} \quad \{2.3.55\}$$

2.3.6 Μοντέλο του Hussain

Προηγουμένως αναφέρθηκε η συνεισφορά του Falze Hussain [18] και των συνεργατών του στη μελέτη των ρευστομηχανικών φαινομένων μέσα σε ένα σωλήνα vortex. Γενικότερα ανέπτυξαν μία νέα τάξη αναλυτικών λύσεων των εξισώσεων Navier-Stokes και πρότειναν τρόπους πρόβλεψης κι ελέγχου περίπλοκων στροβιλιζόμενων ροών, συμπεριλαμβανομένης και της ροής του σωλήνα vortex.

Όπως ήδη γνωρίζουμε συμπιεσμένος αέρας εισέρχεται εφαπτομενικά στο σωλήνα vortex προκαλώντας έντονη στροβιλιζόμενη ροή, η οποία χωρίζεται σε δύο ρεύματα (1) το ψυχρό (cold) C που αλλάζει κατεύθυνση κοντά στο σημείο ανακοπής και εξέρχεται από ένα στόμιο εξόδου OC, και (2) το θερμό (hot) H, το οποίο κατευθύνεται προς άλλη διεύθυνση κυρίως περιφερειακή και αφήνει το σωλήνα από την έξοδο OH (εικόνα).



Εικόνα 2.3.12: Σχηματικό διάγραμμα της κίνησης του ρευστού στο σωλήνα vortex, I: η είσοδος, OC: έξοδος ψυχρού ρεύματος, OH: έξοδος θερμού ρεύματος [18].

Η ομάδα λύσεων που προτείνει ο Hussain είναι ικανή να μοντελοποιήσει και να απεικονίσει τα δύο αυτά ρεύματα C, H και τη διαχωριστική επιφάνεια S (παράμετρος στροβιλισμού) με κατάλληλη επιλογή τιμών των παραμέτρων. Στην εικόνα 2.3.13 απεικονίζονται οι γραμμές ροής των ρευμάτων C και H καθώς και της διαχωριστικής επιφάνειας S για $a=0.5$, $c=0$, $Re=-4$, $S=50$. Οι γραμμές ροές διαφέρουν για τιμές του $b=-0.25$ (C), 0 (S), 0.25 (H), όπου η παράμετρος b καθορίζει πότε η ροή είναι ανάστροφη, διαχωριστική ή μονής κατεύθυνσης.

$$v_r = Re \frac{V}{r}$$

$$v_\phi = \Gamma \frac{V}{r}$$

$$v_z = \left[W_c + W_p \left(\frac{r}{r_o} \right)^2 + W_r \left(\frac{r}{r_o} \right)^{Re} \right] \frac{V}{r_o}$$

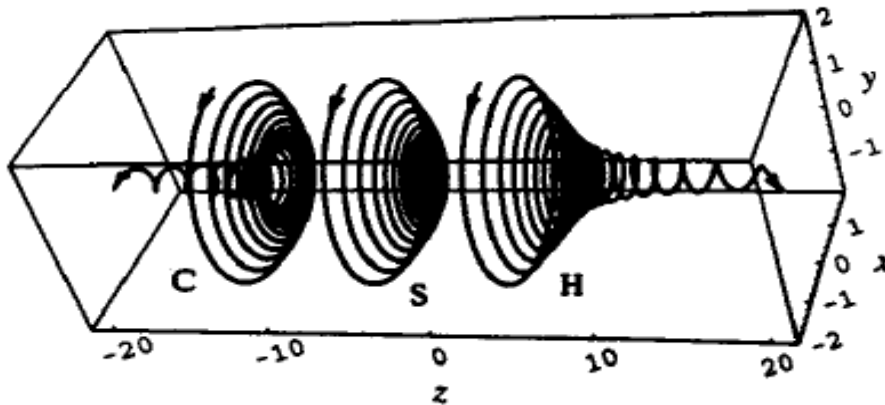
$$\frac{z}{r_o} = \frac{z}{r_o} + a \cdot \left(\frac{r}{r_o} \right)^2 + b \cdot \left(\frac{r}{r_o} \right)^{Re+2} + c \cdot \left(\frac{r}{r_o} \right)^4 \quad \{2.3.56\}$$

$$\varphi = \varphi_o + S \cdot \ln \left(\frac{r}{r_o} \right) \quad \{2.3.57\}$$

όπου

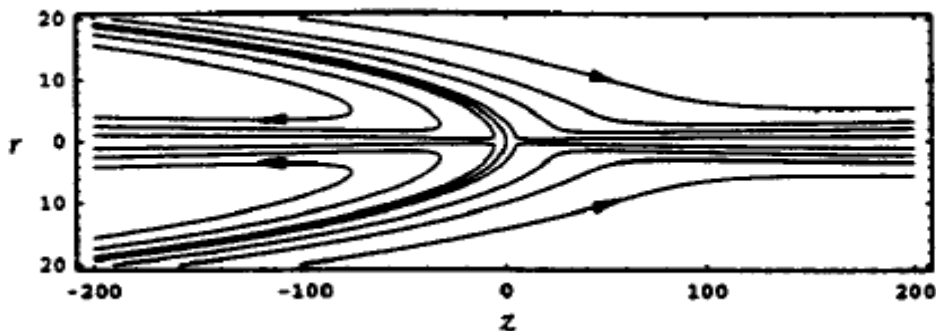
$$S = \frac{v_\phi}{v_r} = \frac{\Gamma}{Re} \quad \{2.3.58\}$$

Οι παράμετροι a , b , c δίνονται αντίστοιχα από τις {2.3.32}, {2.3.33}, {2.3.34}.



Εικόνα 2.3.13: Τρισδιάστατη απεικόνιση γραμμών ροής σωλήνα vortex [18].

Η οικογένεια λύσεων {2.3.37} παρέχει καλύτερη προσέγγιση της ροής και λαμβάνει υπόψη όλα τα ρεύματα ταυτόχρονα σε ένα και μοναδικό πεδίο ροής. Στην εικόνα 2.3.14 φαίνονται οι γραμμές ροής της περιστρεφόμενης ροής για τιμές συντελεστών $a=-0.5$ {2.3.32}, $B=1000$ {2.3.38}, $c=0$ {2.3.34}. Αριθμητικές τιμές λήφθηκαν με μοναδικό σκοπό την απόδειξη της ικανότητας της λύσης στην απεικόνιση μιας ροής με διακυμάνσεις σε διαφορετικές περιοχές. Εδώ λοιπόν έχουμε την απεικόνιση της ροής για σωλήνα vortex με ακτίνα 20mm και μήκος 400mm, για τις γραμμές ροής $\psi=-50, -25, -5, 0, 5, 25, 50$.



Εικόνα 2.3.14: Δισδιάστατη απεικόνιση ροής, ροϊκών γραμμών $\psi=-50,-25,-5,0,5,25,50$ [18].

Το μοντέλο του Hussain επικεντρώνεται σε δύο χαρακτηριστικά της ροής σε ένα σωλήνα vortex: (1) στη στροβιλιζόμενη ροή κατά μήκος του άξονα, (2) στην απότομη μείωση της πίεσης κατά μήκος των γραμμών ροής σύμφωνα με την {2.3.35}. Η πτώση της πίεσης οδηγεί σε αδιαβατική ψύξη του αέρα:

$$\frac{T}{T_\infty} = \left(\frac{p}{p_\infty}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad \{2.3.59\}$$

Τα χαρακτηριστικά (1) και (2) είναι η βάση άλλων δύο: (3) η διάχυση της στροβιλότητας έχει ως αποτέλεσμα κινητική ενέργεια να μεταφέρεται από τα σημεία κοντά στον άξονα



σε αυτά της περιφέρειας, και (4) διαχωρισμός της ροής κοντά στον άξονα και της περιφερειακής.

Σκοπός

Σκοπός της παράθεσης του συγκεκριμένου αναλυτικού μοντέλου είναι η χρήση του για την απεικόνιση πεδίων ροής με τη χρήση των εξισώσεων του Hussain και του μοντέλου βάσει των πειραμάτων του Nimbalkar.



ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ 2^{ΟΥ} ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

- [1] Hilsch R., Die Expansion von Gasen im Zentrifugalfeld als Kälte prozess, 1946.
- [2] Boye Ahlborn, J.U. Keller, R. Staudt, G.Treitz, E. Rebhan, Limits of temperature separation in a vortex tube, 1993.
- [3] Lay J. E., An experimental and analytical study of vortex flow temperature separation by superposition of spiral and axial flows. Trans ASME J.Heat Transfer 81202-12, 1959.
- [4] B. Ahlborn, St. Groves, secondary flow in a vortex tube, The University of British Columbia, 1997.
- [5] B. Ahlborn, Jeffrey M. Gordon, The vortex tube as a classic thermodynamic refrigeration cycle, 2000.
- [6] B. Ahlborn, J. U. Keller, E. Rebhan, The heat pump in a vortex tube, 1998.
- [7] Exair Corp., Exair Vortex Tubes, 1250 Century Circle N., Cincinnati, OH, 1998.
- [8] Rahim Shamsoddini, Ahmadreza Faghieh Khorasami, A new approach to study and optimize cooling performance of a Ranque-Hilsch vortex tube, 2012.
- [9] N.F. Aljuwayhel, G.F. Nellis, S.A. Klein, Parametric and internal study of the vortex tube using CFD model, 2005.
- [10] Sachin U. Nimbalkar, Dr. Michael Muller, Quantitative observations on multiple flow structures inside Ranque-Hilsch vortex tube, 2009.
- [11] Piotr A. Domanski: Theoretical evaluation of the vapor compression cycle with a liquid-line/ suction-line heat exchanger, economizer, and ejector, NISTIR 5606, March 1995.
- [12] Sachin U. Nimbalkar: Optimizing vortex tube performance, Dept. of Mechanical & Aerospace Engineering, Rutgers University, Master's dissertation, 2005.
- [13] S. Nimbalkar, M. Muller, An experimental investigation of the optimum geometry for the cold end orifice of a vortex tube, Applied Thermal Engineering, Volume 29, issues 2-3, pp. 509-514.
- [14] T.G. Kreutz, R.H. Williams: Production of Hydrogen and electricity from coal with CO₂ capture. 6th Greenhouse Gas Tech. Conf., Kyoto, Japan, September 2002.
- [15] Piralishili, Sh. A and Fuzeeva, A. A., Hydraulic characteristics of Ranque-Hilsch energy separators, High Temperature, Vol. 43, No. 6, 2005, pp-900-907.
- [16] Herrada M. A. and et. al, Vortex breakdown in compressible flows in pipes, Physics of fluids, Vo. 15, 2003, pp. 2208-2218.
- [17] B. Ahlborn, J.Camire, and J.U. Keller. Low-pressure vortex tubes. J. Phys. D: Appl.Phys., 29:1469–1472, 1996.
- [18] F. Hussain, et.al. Vortex sinks with axial flow: solutions and applications, Physics of fluids, Vol. 9, 1997, pp. 2941-2959.
- [19] Sarpkaya, T., On stationary and traveling vortex breakdowns, Journal of fluidmechanics, vol. 45, pp. 545-559.

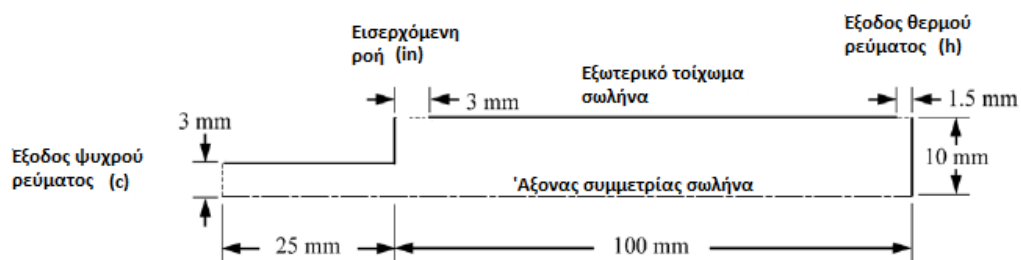
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

3.1 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΣΩΛΗΝΑ VORTEX

3.1.1 Εισαγωγή

Όπως γνωρίζουμε το φαινόμενο που παρατηρείται μέσα σε ένα σωλήνα vortex και συμβάλλει στο θερμοκρασιακό διαχωρισμό της ροής είναι αποτέλεσμα διαφόρων παραμέτρων γεωμετρικών και θερμοφυσικών. Σκοπός της παράθεσης του κεφαλαίου είναι η μελέτη κάποιων θερμοφυσικών παραμέτρων και η συμβολή τους στη λειτουργία του σωλήνα vortex. Για το λόγο αυτό θα αναφερθούμε σε δύο μοντέλα εξισώσεων των Shamsoddini-Khorasami [1] και του B. Ahlborn [2, 3, 4] τα οποία και θα συσχετίσουμε. Αρχικά θα γίνει αναφορά στις περιπτώσεις που ακολουθήθηκαν για την παραμετροποίηση των μεγεθών του φαινομένου. Το εργαζόμενο μέσο που εμείς θεωρούμε είναι ο αέρας οπότε μιλάμε για έναν αεροσωλήνα, η γεωμετρία του οποίου φαίνεται στην εικόνα 3.1. Δεχόμαστε ως οριακές συνθήκες τις:

- Πίεση εισόδου P_{in}
- Ολική θερμοκρασία εισόδου T_{0in}
- Λόγος παροχών μαζών ψυχρού άκρου γ_c
- Ολική θερμοκρασία εξόδου θερμού ρεύματος T_{0h} .

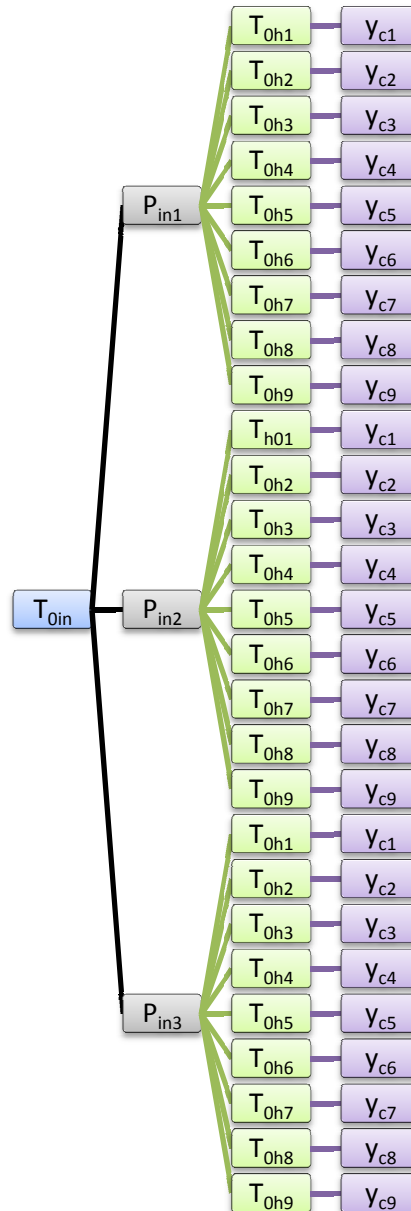


Εικόνα 3.1: Γεωμετρία σωλήνα vortex CFD προσομοιώσεων.

1^η Περίπτωση

Στην πρώτη περίπτωση θεωρούμε σταθερή την ολική θερμοκρασία εισόδου και για τρεις διαφορετικές τιμές πιέσεων εισόδου μελετάμε την επίδραση του λόγου παροχών μαζών στο ψυχρό άκρο και της ολικής θερμοκρασίας εξόδου του θερμού άκρου. Για τις δύο τελευταίες παραμέτρους λαμβάνουμε εννέα διαφορετικές τιμές, οι οποίες είναι ίδιες σε κάθε περίπτωση μεταβολής της πίεσης. Μετά το πέρας της διαδικασίας υπολογίζονται οι θερμοκρασίες στα δύο άκρα και μελετώνται συναρτήσει των δύο παραμέτρων. Στην

εικόνα 3.2 φαίνονται σχηματικά οι οριακές συνθήκες που λαμβάνονται υπόψη στην περίπτωση αυτή.

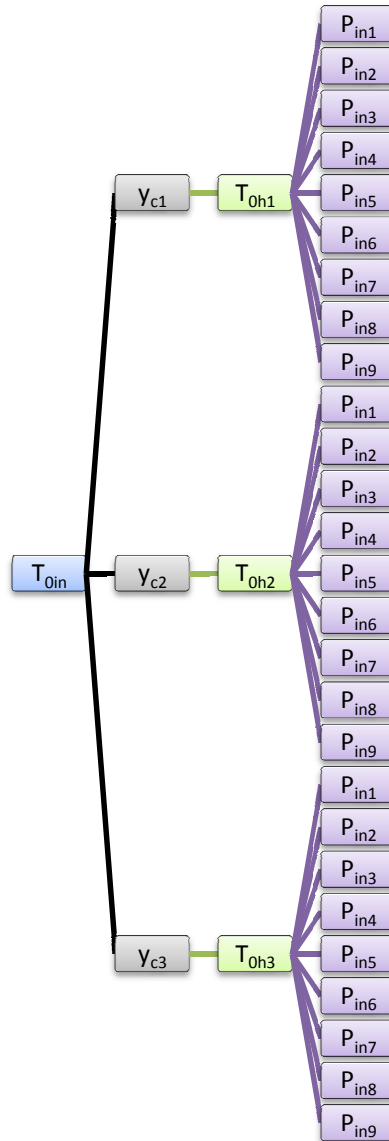


Εικόνα 3.2: Οριακές συνθήκες περίπτωσης 1.

2^η Περίπτωση

Στη δεύτερη περίπτωση θεωρούμε σταθερή την ολική θερμοκρασία εισόδου και για τρεις διαφορετικές τιμές του λόγου παροχής μάζας ψυχρού άκρου και της ολικής θερμοκρασίας εξόδου θερμού άκρου, μελετάται η επίδραση της πίεσης εισόδου, για την οποία λαμβάνουμε εννέα διαφορετικές τιμές. Στο τέλος της διαδικασίας υπολογίζονται οι

θερμοκρασίες στα δύο άκρα και μελετώνται συναρτήσει της πίεσης εισόδου. Στην εικόνα 3.3 φαίνονται σχηματικά οι οριακές συνθήκες που λαμβάνονται υπόψη στην περίπτωση αυτή.

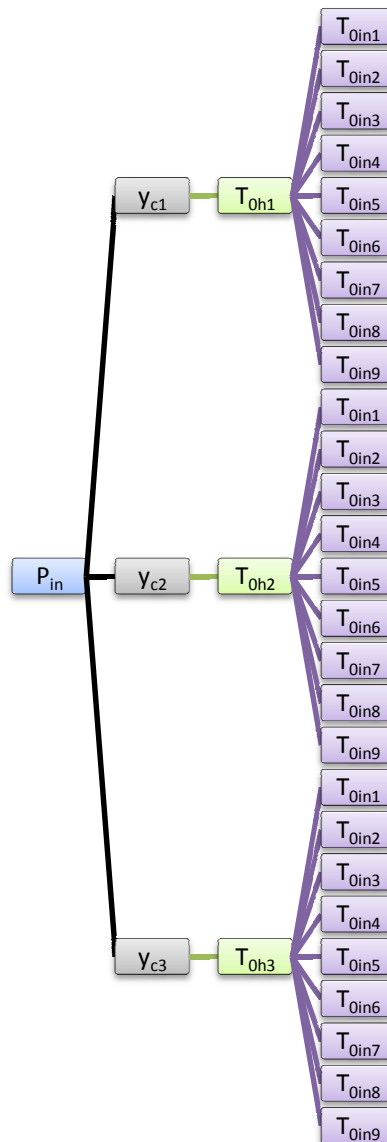


Εικόνα 3.3: Οριακές συνθήκες περίπτωσης 2.

3^η Περίπτωση

Στην τρίτη περίπτωση θεωρούμε σταθερή την πίεση εισόδου και για τρεις διαφορετικές τιμές του λόγου παροχών μαζών ψυχρού άκρου και της ολικής θερμοκρασίας εξόδου θερμού άκρου, μελετάμε την επίδραση της ολικής θερμοκρασίας εισόδου, για την οποία λαμβάνουμε εννέα διαφορετικές τιμές. Μετά το πέρας της διαδικασίας έχουμε τις θερμοκρασίες στα δύο άκρα που μελετώνται συναρτήσει της ολικής θερμοκρασίας

εισόδου. Στην εικόνα 3.4 φαίνονται σχηματικά οι οριακές συνθήκες που λαμβάνονται υπόψη στην περίπτωση αυτή.



Εικόνα 3.4: Οριακές συνθήκες περίπτωσης 3.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται η διαμόρφωση μοντέλου εξισώσεων για την προσομοίωση της λειτουργίας του αεροσωλήνα vortex.

3.1.2 Διαμόρφωση μοντέλου για την προσομοίωση

Στο παρόν υποκεφάλαιο θα παρουσιαστεί το μοντέλο εξισώσεων που ακολουθήθηκε για την προσομοίωση της λειτουργίας ενός σωλήνα vortex. Σκοπός της παρουσίασής του είναι η εξαγωγή των στατικών θερμοκρασιών στα δύο άκρα ώστε να μελετηθεί ο θερμοκρασιακός διαχωρισμός στο σωλήνα vortex.

Αρχικά χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο των Shamsoddini-Khorasami[1] που βασίζεται στους νόμους της θερμοδυναμικής (κεφάλαιο 2.2). Από τη θερμοδυναμική σκοπιά εφαρμόζοντας την εξίσωση της συνέχειας, τον πρώτο και το δεύτερο νόμο της θερμοδυναμικής για ένα σωλήνα με αδιαβατικό τοίχωμα και για τέλειο αέριο προκύπτουν τα εξής:

$$m_{in} = m_h + m_c \quad \{3.1\}$$

όπου m_{in} είναι η παροχή μάζας εισόδου, m_h είναι η παροχή μάζας εξόδου θερμού ρεύματος και m_c είναι η παροχή μάζας εξόδου ψυχρού ρεύματος. Επίσης ισχύει:

$$Q_{in} = Q_{out} \Rightarrow Q_{in} = Q_c + Q_h \Rightarrow m_{in} \cdot c_p \cdot T_{0in} = m_h \cdot c_p \cdot T_{0h} + m_c \cdot c_p \cdot T_{0c} \quad \{3.2\}$$

Όπου T_{0in} είναι η ολική θερμοκρασία εισόδου, T_{0h} είναι η ολική θερμοκρασία εξόδου θερμού ρεύματος, T_{0c} είναι η ολική θερμοκρασία εξόδου ψυχρού ρεύματος και c_p η ειδική θερμότητα υπό σταθερή πίεση για αέρα $\left(1.0045 \frac{kJ}{kg \cdot K}\right)$.

Την παρακάτω σχέση 3.3 την χρησιμοποιούμε για την ολική θερμοκρασία ξεχωριστά κάθε φορά για την είσοδο και τα δύο άκρα, όπου T θεωρείται η στατική θερμοκρασία σε κάθε σημείο και V η αντίστοιχη ταχύτητα.

$$T_0 = T + \frac{V^2}{2 \cdot c_p} \quad \{3.3\}$$

Οι σχέσεις 3.4, 3.5 δίνουν τους λόγους παροχών μαζών στις δύο εξόδους, ψυχρού και θερμού ρεύματος αντίστοιχα.

$$y_c = \frac{m_c}{m_{in}} \quad \{3.4\}$$

$$y_h = \frac{m_h}{m_{in}} \quad \{3.5\}$$

Εάν οι οριακές συνθήκες στην είσοδο είναι γνωστές (θερμοκρασία και πίεση) οι άγνωστες πλέον παράμετροι θα είναι οι λόγοι παροχών μαζών, οι πιέσεις, οι στατικές θερμοκρασίες και οι πυκνότητες στα άκρα. Θεωρώντας όμως στην έξοδο θερμού ρεύματος πως υπάρχει ελεγχόμενη βαλβίδα, υπάρχει επίσης η δυνατότητα να υποτεθεί η πίεση ή η ολική θερμοκρασία σε αυτό το άκρο. Για τη διαμόρφωση του μοντέλου χρησιμοποιήθηκαν κάποιες μετρήσεις από CFD προσομοιώσεις για τη γεωμετρία που φαίνεται στην εικόνα 3.1.

Ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία:

**1. Οριακές συνθήκες:** $P_{in}, T_{oin}, T_{oh}, \gamma_c$

Τέσσερις παράμετροι είναι αρκετοί σε αυτή τη μέθοδο για την ανάλυση της λειτουργίας του σωλήνα vortex. Επομένως θεωρούμε γνωστή την πίεση εισόδου, την ολική θερμοκρασία εισόδου, την ολική θερμοκρασία στην έξοδο θερμού ρεύματος από την οποία θα βρούμε την πίεση εξόδου θερμού ρεύματος και το λόγο παροχών μαζών (σχέση 3.4) που ρυθμίζονται από την βαλβίδα ελέγχου. Ως εργαζόμενο μέσο που χαρακτηρίζεται από τον αριθμό γ , θεωρούμε τον αέρα με $\gamma=1,4$.

2. Υπολογισμός για την είσοδο: $\rho_{in}, V_{in}, m_{in}, T_{in}$.

Για την εύρεση μίας παραμετρικής σχέσης για τον καθορισμό της πυκνότητας συναρτήσει της πίεσης χρησιμοποιήθηκαν πάλι οι CFD προσομοιώσεις των Shamsoddini-Khorasami [1]. Για την πίεση και πυκνότητα εισόδου έχουμε τον παρακάτω πίνακα 3.1:

Περίπτωση	Πίεση εισόδου P_{in}	Πυκνότητα εισόδου ρ_{in}
1	148,7	1,87
2	155,9	1,83
3	158,7	1,89
4	168	2,26
5	172,5	2,15
6	175,5	2,66
7	182	2,32
8	184,5	2,33
9	200,4	2,68
10	216,4	2,83
11	216,41	2,70
12	216,5	2,833
13	218	2,78
14	218,2	2,77
15	219,5	2,72
16	226	2,96
17	228,3	2,965
18	232,8	2,95
19	234,1	3,15
20	236,4	3,07
21	238,5	2,96
22	241,6	2,97
23	242,1	3,2
24	243,4	2,99
25	247	3,12
26	250	2,81
27	253,4	3,09
28	262,6	3,51
29	266,2	3,58



30	276,4	3,86
31	280	3,73
32	281,6	3,74
33	295	3,98

Πίνακας 3.1: Μετρήσεις CFD προσομοιώσεων [1].

Με βάση τα παραπάνω δεδομένα και με χρήση του λογισμικού mathcad προκύπτει παραμετρική σχέση μεταξύ των δύο μεγεθών, η οποία είναι η εξής:

$$\rho_{in}(P_{in}) = 0.847 + 4.04 \cdot 10^{-3} \cdot P_{in} + 2.02 \cdot 10^{-5} \cdot P_{in}^2 \quad \{3.6\}$$

Επομένως για κάποια τιμή της πίεσης εισόδου υπολογίζουμε την πυκνότητα στην είσοδο.

Για την ταχύτητα στην είσοδο διαμορφώνουμε την εξίσωση 3.3 με χρήση της καταστατικής εξίσωσης:

$$V_{in} = \sqrt{2 \cdot c_p \cdot \left(T_{0in} - \frac{P_{in}}{\rho_{in} \cdot R} \right)} \quad \{3.7\}$$

Με R: η σταθερά του αερίου (288.571 m²/K*s²).

Για την παροχή μάζας:

$$m_{in} = \rho_{in} \cdot V_{in} \cdot A_{in} \quad \{3.8\}$$

Και για τη στατική θερμοκρασία εισόδου:

$$T_{in} = T_{0in} - \frac{V_{in}^2}{2 \cdot c_p} \quad \{3.9\}$$

3. Υπολογισμός για το **θερμό άκρο**: $\rho_h, m_h, T_h, P_h, V_h$.

Για την παροχή μάζας στο θερμό άκρο έχουμε:

$$m_h = (1 - y_c) \cdot m_{in} \quad \{3.10\}$$

Για τον υπολογισμό της πυκνότητας στο θερμό άκρο απαιτείται η γνώση της πίεσης και της θερμοκρασίας. Για την εύρεση της πυκνότητας εξόδου θερμού άκρου με βάση την



πίεση χρησιμοποιήθηκαν αποτελέσματα των CFD προσομοιώσεων (πίνακας 3.2) των Shamsoddini-Khorasami[1] και προέκυψε παραμετρική σχέση μεταξύ τους με τη βοήθεια του λογισμικού mathcad:

$$\rho_h(P_h) = -0.52 + 0.018 \cdot P_h - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot P_h^2 \quad \{3.11\}$$

Αρχικά λαμβάνουμε μία αρχική τιμή της πίεσης η οποία στη συνέχεια διορθώνεται με επαναληπτική διαδικασία και τελικά μέσω του αλγορίθμου που θα περιγράψουμε παρακάτω υπολογίζονται οι παράμετροι των εξόδων.

Περίπτωση	Πίεση θερμού P_h	Πυκνότητα θερμού άκρου ρ_h
1	135,3	1,63
2	154,3	1,86
3	154,9	1,83
4	155,5	1,77
5	158,3	1,87
6	161,1	2,30
7	162,2	1,94
8	162,8	1,89
9	165	1,99
10	168	2,12
11	184	2,31
12	193	2,37
13	193,1	2,37
14	193,101	2,37
15	193,102	2,26
16	194	2,37
17	197,3	2,36
18	200	2,42
19	207,7	2,55
20	211,5	2,49
21	222,8	2,78
22	225,3	2,58
23	225,9	2,93
24	226	2,83
25	227,1	2,81
26	227,2	2,74
27	228,6	2,65
28	229,4	2,64
29	232	2,73
30	233,5	2,44
31	234,3	2,89
32	234,4	2,71
33	247,3	3,10

Πίνακας 3.2: Μετρήσεις CFD προσομοιώσεων [1].



Για την εγκάρσια ταχύτητα εξόδου του θερμού άκρου:

$$V_{hn} = \frac{m_h}{\rho_h \cdot A_h} \quad \{3.12\}$$

όπου $A_h = \pi \cdot d_h \cdot r$ είναι η διατομή εξόδου θερμού άκρου.

Για την ταχύτητα εξόδου θερμού άκρου χρησιμοποιούμε τη σχέση:

$$V_h = F_h \cdot V_{hn} \quad \{3.13\}$$

όπου F_h είναι ο λόγος των ταχυτήτων για το θερμό άκρο ως συνάρτηση του ψυχρού κλάσματος μάζας:

$$F_h = 14.4395 \cdot y_c^5 + 51.6358 \cdot y_c^4 - 52.42 \cdot y_c^3 + 22.2167 \cdot y_c^2 + 1.0514 \cdot y_c + 2.2532 \quad \{3.14\}$$

Για τη στατική θερμοκρασία εξόδου θερμού ρεύματος:

$$T_h = T_{0h} - \frac{V_h^2}{2 \cdot c_p} \quad \{3.15\}$$

Και τελικά υπολογίζουμε την πίεση:

$$P_h = R \cdot T_h \cdot \rho_h \quad \{3.16\}$$

η οποία συγκρίνεται με την πίεση που θεωρήσαμε αρχικά και βάση αυτής εκτιμάται η κατάλληλη τιμή μέχρι σύγκλισης της επαναληπτικής διαδικασίας.

4. Υπολογισμός για το *ψυχρό άκρο*: $\rho_c, m_c, P_c, T_c, T_{0c}, V_c$.

Για την παροχή μάζας που εξέρχεται από το ψυχρό άκρο:

$$m_c = y_c \cdot m_{in} \quad \{3.17\}$$

Για την ολική θερμοκρασία εξόδου ψυχρού ρεύματος λαμβάνουμε μία αρχική τιμή σύμφωνα με τη σχέση 3.2 που διαμορφώνεται ως εξής:

$$T_{0c} = \frac{1}{y_c} \cdot T_{0in} - \left(\frac{1}{y_c} - 1 \right) \cdot T_{0h} \quad \{3.18\}$$



Για την εύρεση της πυκνότητας εξόδου ψυχρού ρεύματος πραγματοποιείται η ίδια διαδικασία με το θερμό άκρο. Για την πίεση και πυκνότητα ψυχρού άκρου έχουμε τον παρακάτω πίνακα 3.3:

Περίπτωση	Πίεση ψυχρού άκρου P_c	Πυκνότητα ψυχρού άκρου ρ_c
1	103,7	1,31
2	104,2	1,34
3	105,2	1,34
4	105,8	1,32
5	105,801	1,41
6	105,9	1,49
7	106,5	1,43
8	106,6	1,33
9	107,3	1,36
10	107,9	1,42
11	110,3	1,57
12	111	1,47
13	111,01	1,37
14	111,3	1,47
15	112,1	1,45
16	112,2	1,51
17	112,201	1,51
18	112,8	1,49
19	113,5	1,56
20	113,6	1,54
21	113,7	1,62
22	113,8	1,57
23	114,2	1,62
24	114,7	1,60
25	114,8	1,56
26	115,1	1,58
27	115,101	1,52
28	115,2	1,55
29	115,3	1,59
30	115,6	1,62
31	116,7	1,65
32	118,5	1,60
33	122,6	1,50

Πίνακας 3.3: Μετρήσεις CFD προσομοιώσεων [1].

Με βάση τα παραπάνω δεδομένα και με χρήση του λογισμικού mathcad προκύπτει παραμετρική σχέση μεταξύ των δύο μεγεθών, η οποία είναι η εξής:

$$\rho_c(P_c) = -15.967 + 0.295 \cdot P_c - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot P_c^2 \quad \{3.19\}$$



Στη συνέχεια θεωρούμε κάποια αρχική τιμή της πίεσης ψυχρού άκρου και υπολογίζουμε την πυκνότητα στο ψυχρό άκρο. Κατ' αρχήν υπολογίζουμε την εγκάρσια συνιστώσα της ταχύτητας στο ψυχρό άκρο:

$$V_{cn} = \frac{m_c}{\rho_c \cdot A_c} \quad \{3.20\}$$

όπου $A_c = \pi \cdot r_c^2$ είναι η διατομή εξόδου θερμού άκρου, ενώ για την ταχύτητα εξόδου του ψυχρού άκρου χρησιμοποιούμε τη σχέση:

$$V_c = F_c \cdot V_{cn} \quad \{3.21\}$$

όπου F_c είναι ο λόγος των ταχυτήτων για το ψυχρό άκρο ως συνάρτηση του ψυχρού κλάσματος μάζας:

$$F_c = -0.2008 \cdot y_c^4 - 0.1033 \cdot y_c^3 + 0.9539 \cdot y_c^2 - 1.0338 \cdot y_c + 1.489 \quad \{3.22\}$$

Υπολογίζουμε μία αρχική τιμή της στατικής θερμοκρασίας εξόδου ψυχρού ρεύματος σύμφωνα με τη σχέση 3.3 η οποία διαμορφώνεται ως εξής:

$$T_c = T_{0c} - \frac{V_c^2}{2 \cdot c_p} \quad \{3.23\}$$

και τελικά υπολογίζουμε την πίεση:

$$P_c = R \cdot T_c \cdot \rho_c \quad \{3.24\}$$

η οποία συγκρίνεται με την πίεση που θεωρήσαμε αρχικά και βρίσκεται η κατάλληλη τιμή μέχρι σύγκλισης της επαναληπτικής διαδικασίας. Στη συνέχεια διορθώνεται η τιμή της στατικής και ολικής θερμοκρασίας στο ψυχρό άκρο ως εξής:

$$T_c = \frac{P_c}{\rho_c \cdot R} \quad \{3.25\}$$

$$T_{0c} = T_c + \frac{V_c^2}{2 \cdot c_p} \quad \{3.26\}$$

Τέλος θα γίνει εκτίμηση της ψυκτικής ισχύος με βάση τη σχέση:

$$Q_c = y_c \cdot m_{in} \cdot c_p (T_{0in} - T_{0c}) \quad \{3.27\}$$

και του συντελεστή λειτουργίας Coefficient of Performance COP:

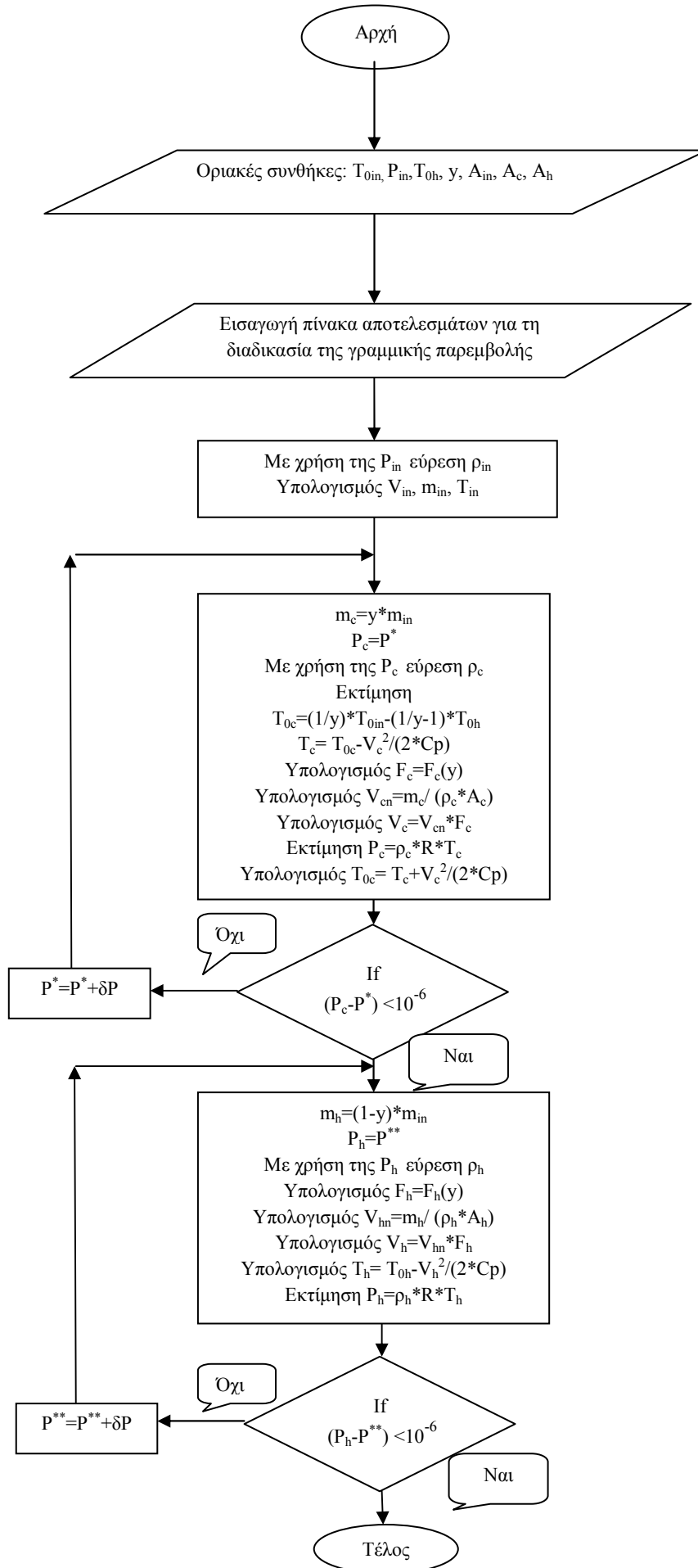


$$COP = \frac{(T_{0in} - T_{0c})}{T_{0in} \cdot \ln\left(\frac{P_{in}}{P_c}\right)} \cdot \gamma \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma} \quad \{3.28\}$$

Παρουσιάζεται σχηματικό διάγραμμα του αλγορίθμου που προτείνεται (εικόνα 3.5):

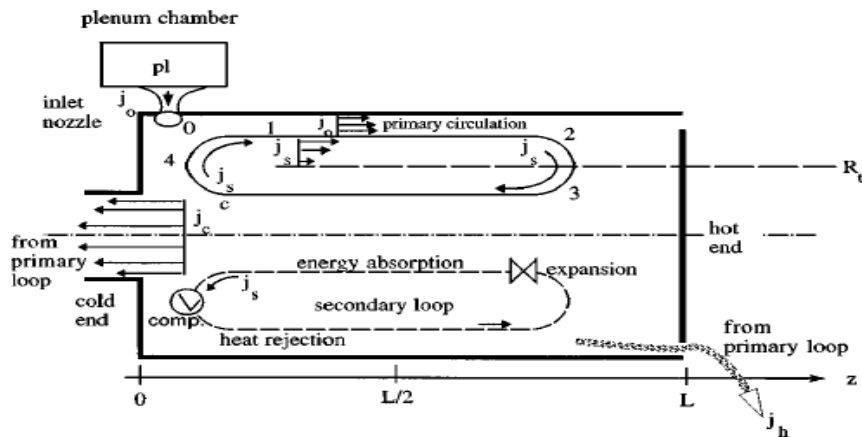


Εικόνα 3.5:



3.1.3 Συσχετισμός με μοντέλο του Ahlborn

Στο σημείο αυτό θα συσχετίσουμε το παραπάνω μοντέλο με το μοντέλο εξίσωσης του Ahlborn [2]. Όπως προείπαμε (κεφάλαιο 2.1[2,3,4]) κατά τον Ahlborn δημιουργείται δευτερεύουσα ροή μέσα στο σωλήνα vortex (εικόνα 3.6). Ο σωλήνας vortex διαθέτει τέσσερις ελεύθερες παραμέτρους (α) την πίεση εισόδου, (β) τη θερμοκρασία εισόδου, (γ) το εργαζόμενο μέσο (που εξαρτάται από το λόγο ειδικών θερμοτήτων γ) και από (δ) την πίεση εξόδου θερμού ρεύματος.



Εικόνα 3.6: Απεικόνιση δευτερεύουσας ροής και σημείων θερμοδυναμικού κύκλου [5].

Αέριο διέρχεται αδιαβατικά από τον προθάλαμο συμπίεσης διαμέσου των ακροφυσίων εισόδου. Στο σημείο 0 οι T_o και p_o εξαρτώνται από την πτώση πίεσης $p_{pl} - p_o$. Εφαρμόζοντας την εξίσωση της ορμής στο ακροφύσιο εισόδου έχουμε:

$$M_o^2 = \left(\frac{u_o}{a_o} \right)^2 = \frac{m \cdot u_o^2}{R \cdot T_o \cdot \gamma} \approx \frac{p_{pl} - p_o}{p_o \cdot \gamma} \quad \{3.29\}$$

Όπου R είναι η παγκόσμια σταθερά αερίου, m το μοριακό βάρος του αερίου, γ ο λόγος ειδικών θερμοτήτων. Και όπως αποδείξαμε προηγουμένως (κεφάλαιο 2.1):

$$\text{Με} \quad x = \frac{p_0 - p_c}{p_0} \quad \{3.30\}$$

$$M_o^2 = \left(\frac{u_o}{a_o} \right)^2 = 2 \cdot \frac{p_o - p_c}{p_o \cdot \gamma} = 2 \cdot \frac{x}{\gamma} \quad \{3.31\}$$

Το ποσοστό στροβιλισμού στη ροή εισόδου και η κατά τον άξονα επιτάχυνση του ψυχρού ρεύματος εξαρτάται από τις πιέσεις p_o και p_c . Επομένως το φαινόμενο μεταβολής της θερμοκρασίας στα δύο άκρα εξαρτάται από την ταχύτητα στην είσοδο, η οποία σχετίζεται με τις πιέσεις p_{pl} και p_o . Αυτό που συμπεραίνουμε είναι πως το φαινόμενο του σωλήνα

vortex αποτελεί συνάρτηση των p_c και p_{pl} . Απαλείφοντας από τις παραπάνω εξισώσεις τη p_o , το x εκφράζεται με βάση τις πιέσεις p_c και p_{pl} που διατίθενται από πειραματικούς υπολογισμούς ή προσομοιώσεις (είναι και ο λόγος που δεν μπορεί να γίνει ένα ανεξάρτητο αλγεβρικό μοντέλο):

$$x = \frac{P_{pl} - P_c}{P_{pl} + 2 \cdot P_c} \quad \{3.32\}$$

ή αλλιώς

$$p_{pl} / p_c = (2x + 1) / (1 - x) \quad \{3.33\}$$

Σημειώνεται ότι το κλάσμα ψυχρής μάζας y και ο λόγος $\frac{P_{pl}}{P_c}$ ελέγχουν τη συναλλαγή θερμότητας μέσα στο σωλήνα vortex.

Επειδή ο αριθμός Mach δεν πρέπει να υπερβαίνει τη μονάδα, όπως προείπαμε το x πρέπει να παραμένει μέσα στα όρια: $0 \leq x \leq \gamma/2$. Έτσι, για παράδειγμα, για αέρα με $\gamma=1.4$ καθορίζεται ένα ανώτατο όριο με τιμή $x_{\max, \text{air}}=0.7$ που δεν επιτρέπεται να υπερβούμε.

Προβλεπόμενες θερμοκρασίες εξόδου

$$\text{Θερμό άκρο: } T_h \approx T_{pl} \left\{ 1 + \frac{2B \cdot x \cdot y}{1 + B \cdot x} \right\} \quad \{3.34\}$$

$$\text{Ψυχρό άκρο: } T_c \approx T_{pl} \cdot \left(\frac{1 + \frac{2B \cdot x \cdot y}{1 + B \cdot x}}{1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot (1 + y) \cdot x} \right) \quad \{3.35\}$$

Χρησιμοποιώντας τις γνωστές τιμές των p_{pl} , p_c , y υπολογίζονται εύκολα οι θερμοκρασίες στα δύο άκρα ενός σωλήνα vortex. Αυτό που παρατηρούμε είναι πως χρήση του μοντέλου Ahlborn μπορεί να επιτευχθεί μόνο εάν γνωρίζουμε το λόγο πιέσεων x που εξαρτάται από την πίεση εισόδου και την πίεση εξόδου στο ψυχρό άκρο καθώς και το λόγο παροχής μάζας y , ώστε να υπολογιστούν οι θερμοκρασίες εξόδου και να αναλυθεί η θερμοκρασιακή μεταβολή σε ένα σωλήνα vortex. Από τις ελεύθερες παραμέτρους μπορούμε να ορίσουμε το εργαζόμενο μέσο (το οποίο έχει οριστεί ήδη ως αέρας), την πίεση εισόδου και τη θερμοκρασία εισόδου. Η πίεση εξόδου του θερμού ρεύματος καθορίζεται από την ελεγχόμενη βαλβίδα στο σημείο αυτό η οποία ορίζει και την παροχή μάζας που θα εξέλθει από το άκρο. Δεν υπάρχει κάποιος μηχανισμός εξισώσεων που με τη μεταβολή της θέσης της βαλβίδας θα μεταβάλλεται μονοσήμαντα η

πίεση και η παροχή μάζας στη συγκεκριμένη έξοδο (πληροφορία από πείραμα) κι επομένως ο λόγος παροχής μάζας. Επιπλέον η πίεση εξόδου ψυχρού ρεύματος που είναι απαραίτητη για την εύρεση των θερμοκρασιών είναι άγνωστη και δεν υπάρχει δυνατότητα να βρεθεί με τη χρήση του μοντέλου. Ο μόνος τρόπος να γίνει χρήση του μοντέλου Ahlborn είναι εάν γνωρίζουμε το λόγο πιέσεων και λόγο παροχής μαζών ψυχρού άκρου, τους οποίους θα εισάγουμε στις σχέσεις των προβλεπόμενων θερμοκρασιών και θα εξαχθούν τα αποτελέσματα.

Για το λόγο αυτό ήταν απαραίτητη η εύρεση πειραματικών αποτελεσμάτων ή προσομοίωσης. Με χρήση των αποτελεσμάτων μιας σειράς προσομοιώσεων CFD των Shamsoddini-Khorasami [1] μας παρέχονται οι απαραίτητες πληροφορίες για την χρήση του μοντέλου Ahlborn.

Έχοντας την πίεση στην είσοδο και την πίεση στο ψυχρό άκρο από τους υπολογισμούς του αλγορίθμου που προτάθηκε παραπάνω, προκύπτει και ο λόγος πίεσης:

$$x = \frac{P_0 - P_c}{P_0}$$

Ως p_o θεωρούμε την P_{in} των οριακών συνθηκών. Χρησιμοποιούμε την παραπάνω σχέση για το x διότι η πίεση εισόδου που δίνεται στις προσομοιώσεις είναι η πίεση ακριβώς στην αρχή του σωλήνα κι όχι η πίεση ενός θαλάμου προσυμπίεσης (p_{pl}) που έχει τοποθετηθεί για την συμπίεση του αέρα. Εφόσον έχουμε το λόγο πιέσεων και παροχών μαζών γνωστό μπορούμε πλέον να χρησιμοποιήσουμε τις σχέσεις για τις προβλεπόμενες θερμοκρασίες του μοντέλου Ahlborn, ο οποίος μιλά για στατικά μεγέθη. Ως θερμοκρασία T_{pl} θεωρούμε την στατική θερμοκρασία στην είσοδο η οποία είναι (σχέση 3.9):

$$T_{in} = T_{0in} - \frac{V_{in}^2}{2 \cdot c_p}$$

Στην πορεία πραγματοποιείται σύγκριση με των αποτελεσμάτων των στατικών θερμοκρασιών στα δύο άκρα μεταξύ των μοντέλων Shamsoddini-Khorasami[1]-Ahlborn[2].

Με βάση το μοντέλο του Ahlborn κι εφόσον έχουν βρεθεί οι θερμοκρασίες στα δύο άκρα, υπάρχει η δυνατότητα να υπολογιστούν οι θερμοκρασίες στο σημείο 0 και στο σημείο 1 του κύκλου (εικόνα 3.6), σύμφωνα με τις σχέσεις:

$$T_o = T_1 - \gamma \cdot (T_h - T_c) \quad \{3.36\}$$

$$T_1 = T_h / (1 + (\gamma - 1) \cdot x / \gamma) \quad \{3.37\}$$

Με βάση τις θερμοκρασίες που υπολογίστηκαν θα γίνει εκτίμηση και σύγκριση με το μοντέλο των Shamsoddini-Khorasami για την ψυκτική ισχύ και το συντελεστή λειτουργίας ως εξής:

$$\dot{Q}_{cahlborn} = \dot{m}_c \cdot c_p \cdot (T_{in} - T_c) \quad \{3.38\}$$

$$COP_{crahlborn} = \frac{T_{in} - T_c}{T_{in} \ln \left(\frac{P_{in}}{P_c} \right)} \cdot \gamma \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma} \quad \{3.39\}$$

Επίσης θα μελετηθεί η εξωτερική και εσωτερική προσέγγιση της λειτουργίας του σωλήνα vortex, όπως εκείνες προτείνονται από τον Ahlborn. Συγκεκριμένα θα χρησιμοποιηθούν οι σχέσεις 2.1.34 για την ψυκτική ισχύ, 2.1.35 και 2.1.36 για τα ποσοστά αποβολής και μεταφοράς θερμότητας, την 2.1.37 και 2.1.38 για το έργο που εισέρχεται στη δευτερεύουσα ροή και για τον συντελεστή λειτουργίας λαμβάνοντας υπόψη τον εσωτερικό ψυκτικό θερμοδυναμικό κύκλο αντίστοιχα.

Παρακάτω θα εισάγουμε τα αποτελέσματα των CFD προσομοιώσεων και στα δύο μοντέλα ώστε να μελετηθούν οι διαφορές των θερμοκρασιών στις δύο εξόδους με τις CFD μετρήσεις. Και στη συνέχεια θα ακολουθηθούν οι περιπτώσεις που αναφέρθηκαν στην αρχή του κεφαλαίου με χρήση του αλγόριθμου που προτείνεται και του μοντέλου Ahlborn, δίνοντας δικές μας τιμές ώστε να ανεξαρτητοποιηθεί το μοντέλο και να πραγματοποιηθεί η παραμετροποίηση.

3.1.4 Σύγκριση μοντέλων με αποτελέσματα Cfd προσομοιώσεων

Στο σημείο αυτό περιγράφεται η διαδικασία της σύγκρισης των αποτελεσμάτων των CFD προσομοιώσεων [1] με τον αλγόριθμο που προτείνει οι Shamsoddini-Khorasami[1] και με το μοντέλο του Ahlborn (*Παράρτημα A4*).

Για το λόγο αυτό θα εισάγουμε κάποιες ομάδες οριακών συνθηκών (πίνακας 3.4) και τα αποτελέσματα των Cfd προσομοιώσεων και εκείνα του αλγόριθμου (πίνακας 3.5):

Περίπτωση	Λόγος παροχών μάζας γ	Πίεση εισόδου P_i (kPa)	Ολική θερμοκρασία εισόδου T_{0in} (K)
1	0.175	221.3	288
2	0.272	203.3	272
3	0.43	243.3	303
4	0.83	233.5	303

Πίνακας 3.4: Ομάδες οριακών συνθηκών για τις προσομοιώσεις Cfd.



Περίπτωση	Μέθοδος	Πίεση εξόδου θερμού άκρου P_h (kPa)	Πίεση εξόδου ψυχρού άκρου P_c (kPa)	Στατική θερμοκρασία θερμού άκρου T_h (K)	Στατική θερμοκρασία ψυχρού άκρου T_c (K)	Ταχύτητα θερμού άκρου V_h	Ταχύτητα ψυχρού άκρου V_c	Εγκάρσια ταχύτητα θερμού άκρου V_{nh}	Εγκάρσια ταχύτητα ψυχρού άκρου V_{nc}
1	Cfd	186.64	109.16	274.5	255.22	13.597	6.81	4.66	5.12
	Shams-Khor	185.06	109.22	274.6	258.58	13.525	6.83	4.68	5.108
2	Cfd	179.97	109.4	277.4	246.9	13.529	9.34	3.94	7.26
	Shams-Khor	181.81	113.7	276.5	254.4	13.535	8.66	3.9	6.79
3	Cfd	224.59	115.20	300.9	263.89	20.138	22.052	4.3	18.4
	Shams-Khor	221.51	110.12	301.2	269.1	18.919	22.07	4.09	18.3
4	Cfd	227.02	114.25	311.2	263.22	29.57	52.59	1.65	46.59
	Shams-Khor	227.43	106.33	310.5	269.02	31.697	59.05	1.699	52.09

Πίνακας 3.5: Αποτελέσματα πιέσεων, στατικών θερμοκρασιών και ταχυτήτων Cfd και αλγόριθμου.

Για τα παραπάνω δεδομένα βρίσκουμε για κάθε μέθοδο και για κάθε μία περίπτωση τα εξής:

Είσοδος

Από γραμμική παρεμβολή την *πυκνότητα* στην είσοδο και από την 3.7 την *ταχύτητα* στην είσοδο. Στη συνέχεια υπολογίζουμε από την 3.8 την *παροχή μάζας* στην είσοδο και από την 3.10 την *στατική θερμοκρασία* στην είσοδο του σωλήνα.

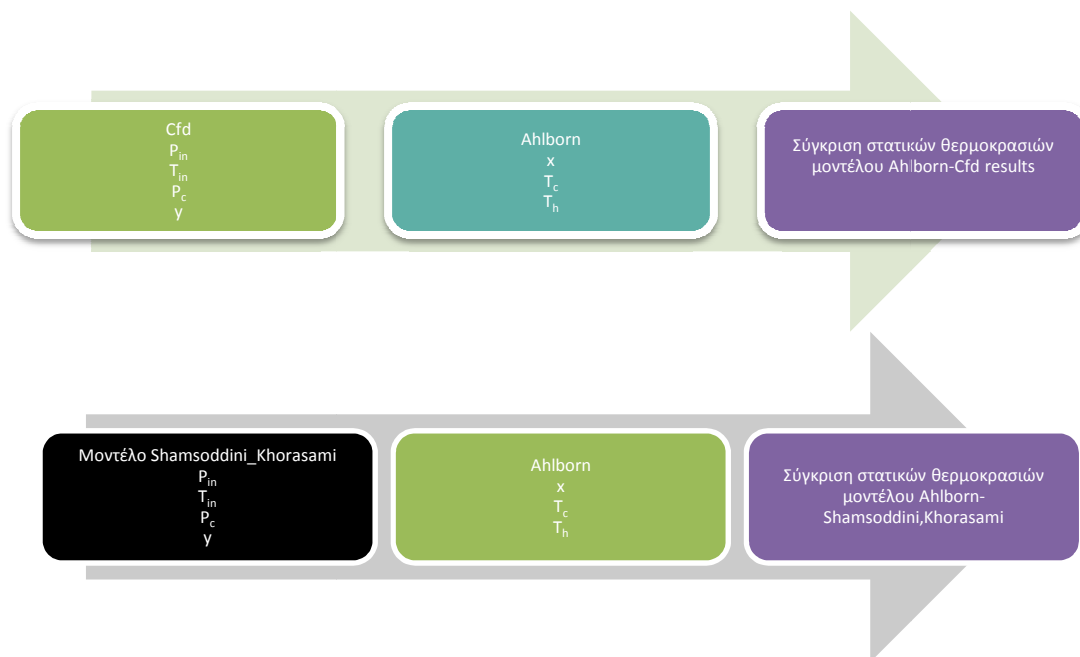
Θερμό άκρο

Από γραμμική παρεμβολή υπολογίζω την *πυκνότητα* στην έξοδο θερμού ρεύματος και από την 3.12 την *εγκάρσια συνιστώσα* της ταχύτητας εξόδου θερμού ρεύματος (αφού γνωρίζουμε την *παροχή μάζας* που εξέρχεται από το άκρο αυτό με βάση την 3.5). Από την 3.13 την *ταχύτητα εξόδου* θερμού ρεύματος με χρήση της 3.14 και στη συνέχεια βρίσκουμε την *ολική θερμοκρασία* εξόδου θερμού ρεύματος από την 3.15.

Ψυχρό άκρο

Από γραμμική παρεμβολή υπολογίζουμε την *πυκνότητα* εξόδου ψυχρού ρεύματος και την *παροχή μάζας* που εξέρχεται από το άκρο αυτό με βάση την 3.4. Την *εγκάρσια συνιστώσα* της ταχύτητα εξόδου ψυχρού άκρου την υπολογίζουμε από 3.20 και την *ταχύτητα εξόδου* από την 3.21 με χρήση της 3.22. Για την *ολική θερμοκρασία* χρησιμοποιούμε την 3.23.

Στη συνέχεια εφόσον έχουμε τις πιέσεις εξόδου ψυχρού άκρου καθώς και την πίεση εισόδου μπορούμε να κάνουμε χρήση του μοντέλου Ahlborn, υπολογίζοντας αρχικά το λόγο πιέσεων με βάση τη σχέση 3.30 για κάθε μέθοδο ξεχωριστά. Για την πρόβλεψη των θερμοκρασιών στα δύο άκρα χρησιμοποιούμε τις σχέσεις 3.34 και 3.35, με γ γνωστό και T_{pl} θεωρούμε την στατική θερμοκρασία εισόδου.



3.2 Αποτελέσματα σύγκρισης μοντέλων με δεδομένα Cfd προσομοιώσεων

Στον παρακάτω πίνακα 3.6 βλέπουμε τις στατικές θερμοκρασίες στα δύο άκρα της εκείνες βρέθηκαν από Cfd προσομοιώσεις, από τον αλγόριθμο που προτείνουν οι Shamsoddini Khorasami και από το μοντέλο του Ahlborn.

Περιπτωση	Μέθοδος	Πίεση εξόδου θερμού άκρου P_h (kPa)	Πίεση εξόδου ψυχρού άκρου P_c (kPa)	Στατική θερμοκρασία θερμού άκρου T_h (K)	Στατική θερμοκρασία ψυχρού άκρου T_c (K)	Μέγιστη διαφορά των $T_c\%$	Μέγιστη διαφορά των $T_h\%$
1	Cfd	186.64	109.16	274.5	255.22		
	Ahlborn-Cfd	186.64	109.16	287.5	245.701	3.87%	4.73%
	Shams-Khor	185.06	109.22	274.6	258.58		
2	Ahlborn	185.06	109.22	287.5	245.7	5.24%	4.7%
	Cfd	179.97	109.4	277.4	246.9		
	Ahlborn-Cfd	179.97	109.4	275.6	236.06	4.59%	0.65%
3	Shams-Khor	181.81	113.7	276.5	254.4		
	Ahlborn	181.81	113.7	275.09	237.16	7.27%	0.51%
	Cfd	224.59	115.20	300.9	263.89		
4	Ahlborn-Cfd	224.59	115.20	307.98	253.45	4.12%	2.35%
	Shams-Khor	221.51	110.12	301.2	269.1		
	Ahlborn	221.51	110.12	308.85	252.4	6.62%	2.4%
4	Cfd	227.02	114.25	311.2	263.22		
	Ahlborn-Cfd	227.02	114.25	311.04	245.5	7.22%	0.05%
	Shams-Khor	227.43	106.33	310.5	269.02		
	Ahlborn	227.43	106.33	313.65	244.13	10.2%	1%

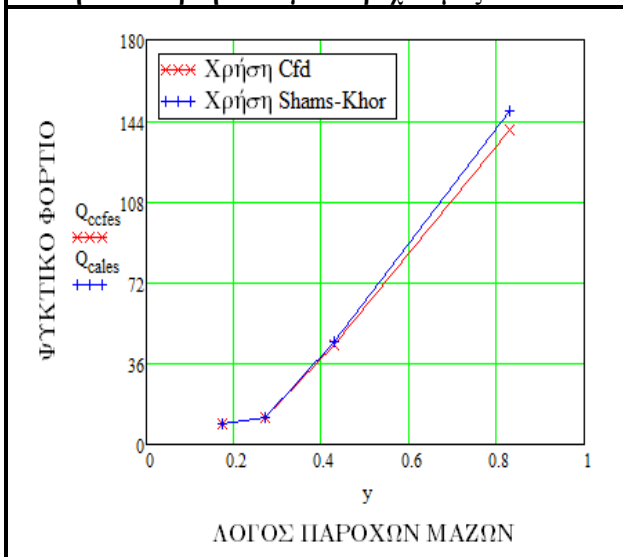
Πίνακας 3.6: Σύγκριση στατικών θερμοκρασιών εξόδων

Στον πίνακα 3.7 παρατηρούμε τη μεταβολή της ψυκτικής ισχύος με βάση τα δεδομένα του Cfd και της χρήσης των μοντέλων.

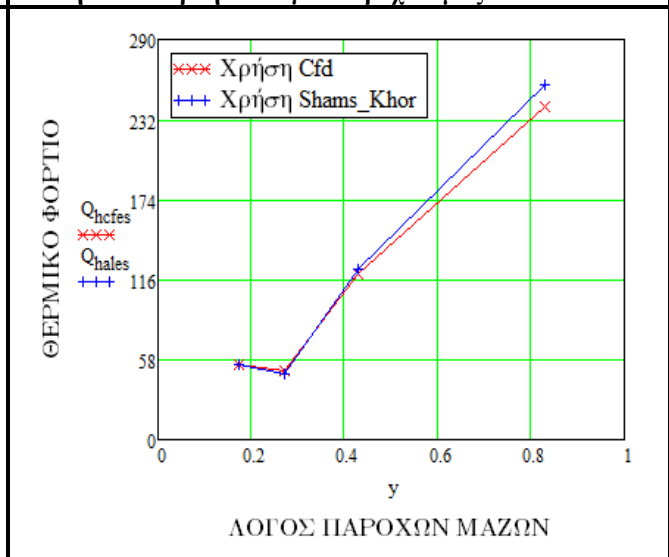
Περίπτωση	Μέθοδος	Ψυκτική ισχύς(W)	COP	Μέγιστη διαφορά ψυκτικής ισχύος%	Μέγιστη διαφορά COP%
1	Cfd	7.1	0.008		
	Ahlborn-Cfd	7	0.0082	1.5%	2.06%
	Shams-Khor	6.38	0.0072		
	Ahlborn	6.99	0.0082	9.7%	13.68%
2	Cfd	7.79	0.011		
	Ahlborn-Cfd	8.33	0.013	6.88%	10.6%
	Shams-Khor	5.46	0.0086		
	Ahlborn	7.99	0.013	46.2%	51.3%
3	Cfd	31.35	0.021		
	Ahlborn-Cfd	24.06	0.017	30.33%	21.8%
	Shams-Khor	27.15	0.017		
	Ahlborn	24.9	0.017	9%	1.92%
4	Cfd	81.83	0.042		
	Ahlborn-Cfd	46.43	0.027	76.2%	55.46%
	Shams-Khor	68.7	0.032		
	Ahlborn	49.34	0.026	39.3%	22.83%

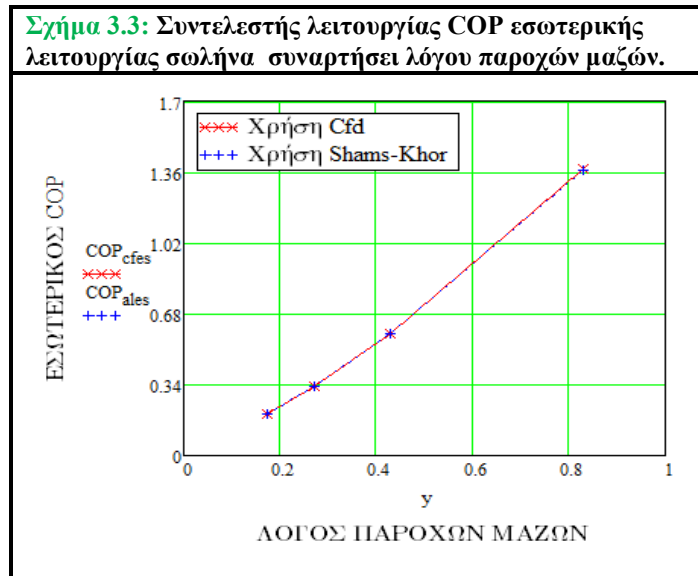
Πίνακας 3.7: Σύγκριση ψυκτικών ισχύων και συντελεστών COP.

Σχήμα 3.1: Ψυκτικό φορτίο εσωτερικής λειτουργίας σωλήνα συναρτήσει λόγου παροχών μαζών.



Σχήμα 3.2: Θερμικό φορτίο εσωτερικής λειτουργίας σωλήνα συναρτήσει λόγου παροχών μαζών.





3.2.1 Σχολιασμός

Στατικές θερμοκρασίες εξόδων

Στον πίνακα 3.5 έχουμε τη μεταβολή των στατικών θερμοκρασιών στα άκρα και τη διαφορά επί τοις % των αποτελεσμάτων του Cfd με τον Ahlborn και του μοντέλου Shamsoddini-Khorasami με τον Ahlborn. Γίνεται αντιληπτό το γεγονός πως οι προβλέψεις με βάση το μοντέλο του Ahlborn παρουσιάζουν μικρότερη διαφορά με τις προβλέψεις των προσομοιώσεων Cfd παρά με εκείνες του προτεινόμενου μοντέλου. Για την θερμοκρασία ψυχρού ρεύματος, τις προσεγγίσεις με τη μικρότερη απόκλιση την εντοπίζουμε στην πρώτη περίπτωση ενώ εκείνες με τη μεγαλύτερη στην τελευταία. Για τη θερμοκρασία του θερμού ρεύματος μικρότερη απόκλιση παρατηρούμε στη δεύτερη και τέταρτη περίπτωση ενώ την μεγαλύτερη στην πρώτη περίπτωση. Γενικότερα παρατηρούμε πως η πρόβλεψη των στατικών θερμοκρασιών του θερμού άκρου με βάση το μοντέλο του Ahlborn πλησιάζει περισσότερο τις αντίστοιχες τιμές του Cfd και των Shamsoddini-Khorasami από ότι η πρόβλεψη των θερμοκρασιών του ψυχρού άκρου, όπου παρατηρούνται μεγαλύτερες διαφορές. Ο λόγος της διαφοράς αυτής είναι το γεγονός πως το μοντέλο του Ahlborn στις προτεινόμενες σχέσεις για την πρόβλεψη των θερμοκρασιών δε λαμβάνει υπόψη την γεωμετρία του σωλήνα. Επομένως δημιουργείται σφάλμα στα αποτελέσματα, παρόλα αυτά η μεγαλύτερη απόκλιση είναι της τάξεως του 10.2%.

Ψυκτική ισχύς

Παρατηρούμε πως μεγαλύτερες τιμές ψυκτικής ισχύος εντοπίζονται με χρήση των θερμοκρασιών από Cfd προσομοιώσεις. Αυτό οφείλεται στο γεγονός πως έχουμε

μεγαλύτερη θερμοκρασιακή διαφορά από την είσοδο στο ψυχρό άκρο. Η μεγαλύτερη τιμή της ψυκτικής ισχύος παρατηρείται στην τέταρτη περίπτωση κάτι που είναι λογικό διότι έχουμε και τη μεγαλύτερη εξερχόμενη παροχή μάζας ψυχρού άκρου ($m_c=0.002$ kg/s).

Από πειραματικά δεδομένα [5] έχει υπολογιστεί για εξερχόμενη παροχή μάζας ψυχρού άκρου 0.003 kg/s πως η ψυκτική ισχύς είναι 86.4 W για θερμοκρασιακή διαφορά 27.2 K. Η τιμή αυτή βρίσκεται κοντά σε αυτή των Cfd αποτελεσμάτων (περίπτωση 4) από την οποία το μοντέλο του Ahlborn έχει τη μεγαλύτερη απόκλιση εφόσον και στις στατικές θερμοκρασίες ψυχρού άκρου παρατηρούνται οι μεγαλύτερες απώλειες. Η μικρότερη διαφορά παρατηρείται στην πρώτη και τρίτη περίπτωση. Γενικότερα παρατηρείται σε όλες τις περιπτώσεις ανοδική πορεία της ισχύος εκτός από τη δεύτερη περίπτωση του μοντέλου των Shamsoddini-Khorasami όπου έχει ληφθεί υπόψη σε μεγαλύτερο βαθμό η μικρή τιμή της θερμοκρασίας εισόδου αφού είναι μικρότερη η θερμοκρασιακή διαφορά εισόδου και ψυχρού άκρου.

COP

Για τον συντελεστή λειτουργίας COP παρατηρούνται στις ίδιες περιπτώσεις με την ψυκτική ισχύ οι μέγιστες κι ελάχιστες διαφορές. Γενικά ο COP λαμβάνει πολύ μικρές τιμές, μικρότερες από 0.1, σε σχέση με ένα τυπικό ψύκτη εμπορίου. Το γεγονός αυτό παρατηρείται και στον πίνακα 3.8, όπου όλες οι τιμές είναι μικρότερες από 0.1. Παρατηρείται επίσης πως όσο αυξάνεται ο λόγος παροχών μαζών αυξάνεται και ο COP.

Ψυκτικό και Θερμικό φορτίο κατά Ahlborn

Πραγματοποιήθηκε εκτίμηση του ψυκτικού και θερμικού φορτίου που διατυπώθηκε στο μοντέλο του Ahlborn ο οποίος θεωρείται τη δευτερεύουσα ροή μέσα στο σωλήνα ως ένα ψυκτικό θερμοδυναμικό κύκλο. Παρατηρούμε πως το ψυκτικό φορτίο δηλαδή η θερμότητα που μεταφέρεται αυξάνεται με την αύξηση του λόγου παροχών μαζών. Το θερμικό φορτίο, δηλαδή η θερμότητα που αποβάλλεται από την είσοδο έως την έξοδο του θερμού άκρου, έχει ανοδική πορεία εκτός από την περίπτωση δύο όπου παρατηρείται μια μικρή μείωση οποία οφείλεται στο γεγονός πως η θερμοκρασία εισόδου είναι μικρότερη σε αυτήν την περίπτωση.

COP εσωτερικής λειτουργίας κατά Ahlborn

Εδώ παρατηρείται πως ο COP αυξάνεται με την αύξηση του λόγου παροχών μαζών, κάτι που είναι λογικό αν λάβουμε υπόψη πως αυξάνεται και το ψυκτικό φορτίο από το οποίο εξαρτάται ο συντελεστής λειτουργίας.

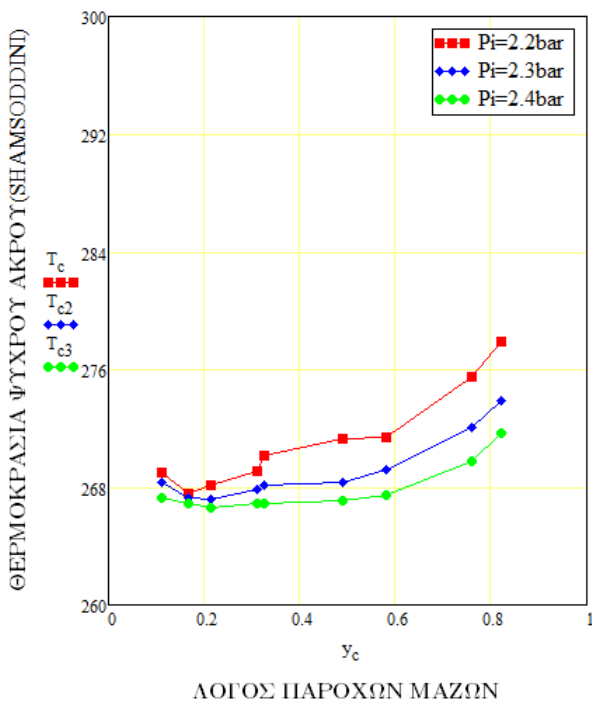
3.3 Αποτελέσματα προσομοίωσης και σύγκριση των μοντέλων

Στο συγκεκριμένο μέρος θα παραθέσουμε τα αποτελέσματα της προσομοίωσης που πραγματοποιήθηκε τα οποία και θα σχολιασθούν.

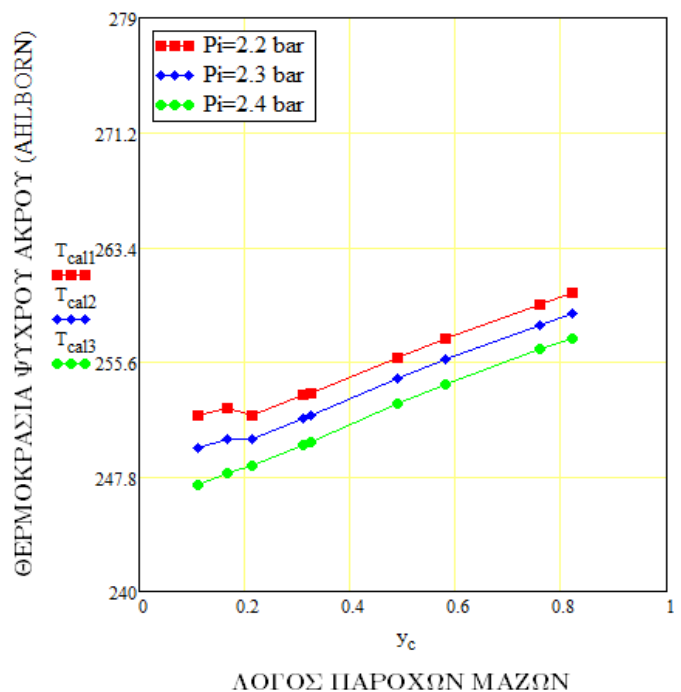
1^η Περίπτωση

Στην πρώτη περίπτωση για σταθερή την ολική θερμοκρασία εισόδου στους 300K και για πιέσεις εισόδου $P_i=220, 230, 240$ kPa μελετάμε την επίδραση στις 3 διαφορετικές περιπτώσεις του λόγου παροχών μαζών (*Παράρτημα Α1*).

Σχήμα 3.4: Στατική θερμοκρασία ψυχρού άκρου συναρτήσει λόγου παροχών μαζών με βάση το μοντέλο Shamsoddini-Khorasami.

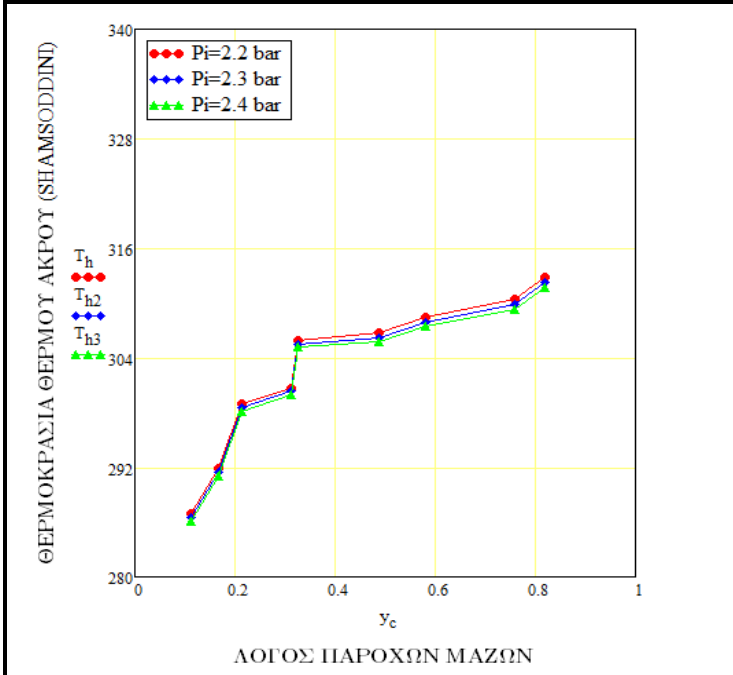


Σχήμα 3.5: Στατική θερμοκρασία ψυχρού άκρου συναρτήσει λόγου παροχών μαζών με βάση το μοντέλο Ahlborn.

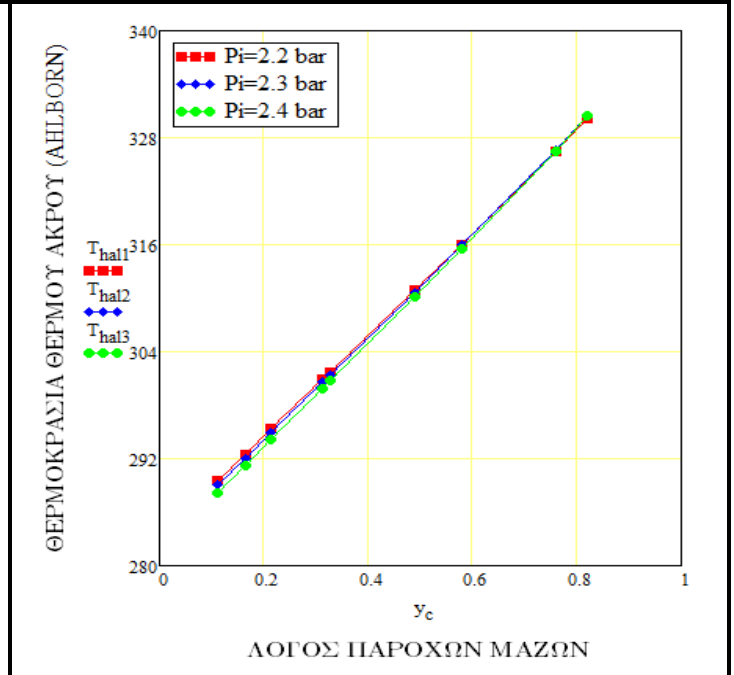




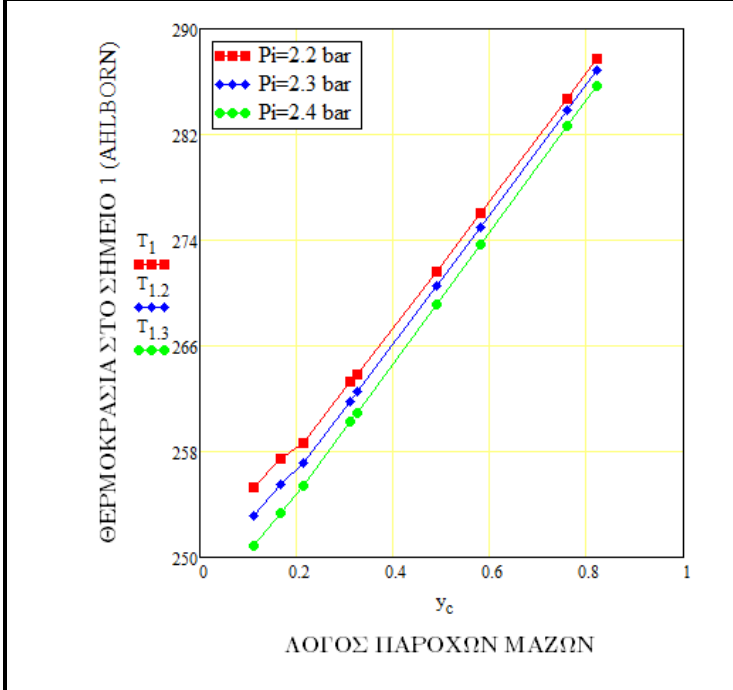
Σχήμα 3.6: Στατική θερμοκρασία θερμού άκρου συναρτήσει λόγου παροχών μαζών με βάση το μοντέλο Shamsoddini-Khorasami.



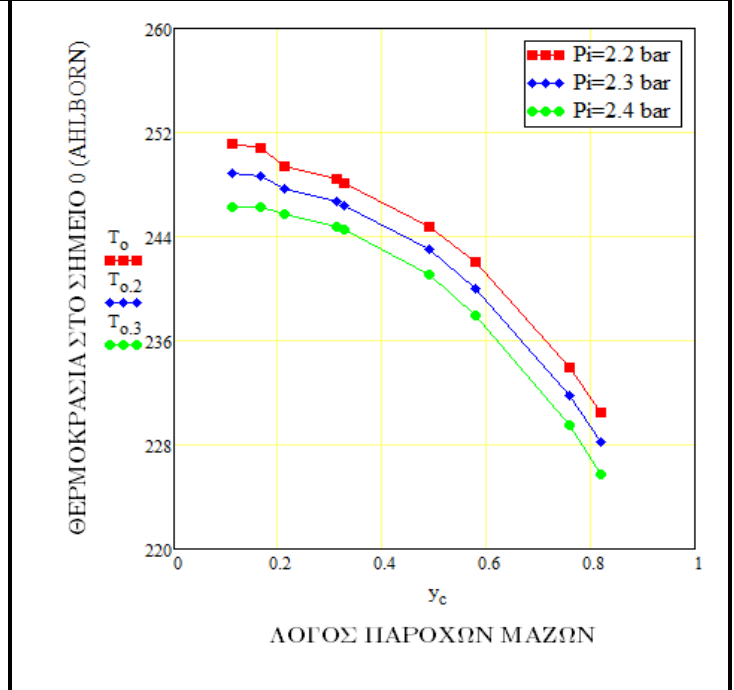
Σχήμα 3.7: Στατική θερμοκρασία θερμού άκρου συναρτήσει λόγου παροχών μαζών με βάση το μοντέλο Ahlborn.



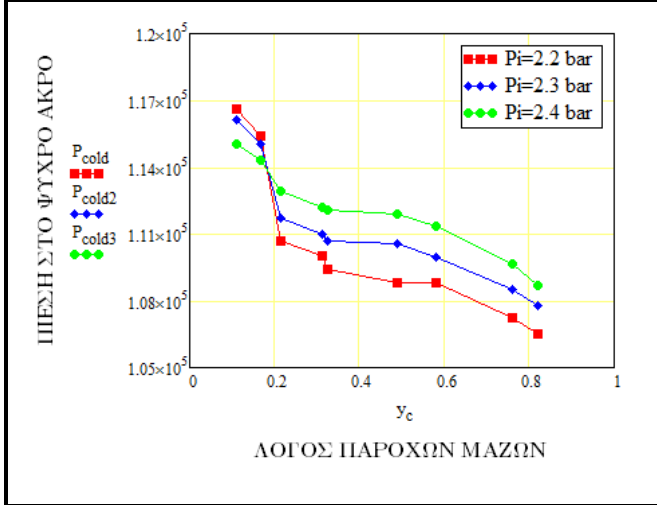
Σχήμα 3.8: Θερμοκρασία στο σημείο 1 συναρτήσει λόγου παροχών μαζών με βάση το μοντέλο Ahlborn.



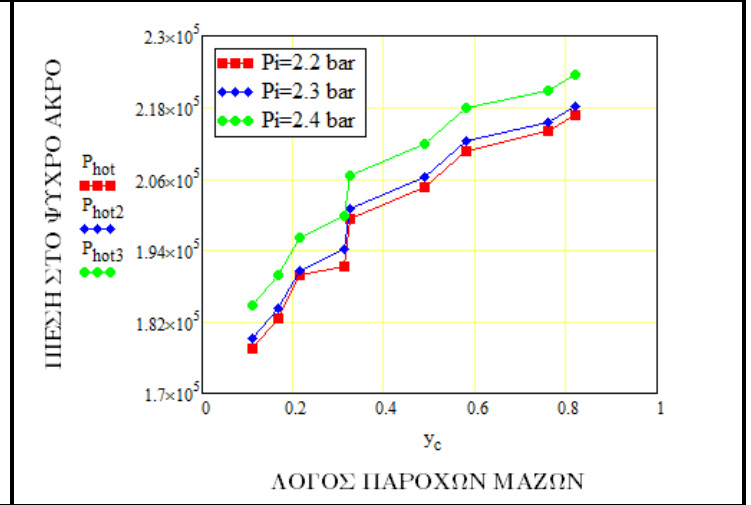
Σχήμα 3.9: Θερμοκρασία στο σημείο 0 συναρτήσει λόγου παροχών μαζών με βάση το μοντέλο Ahlborn.



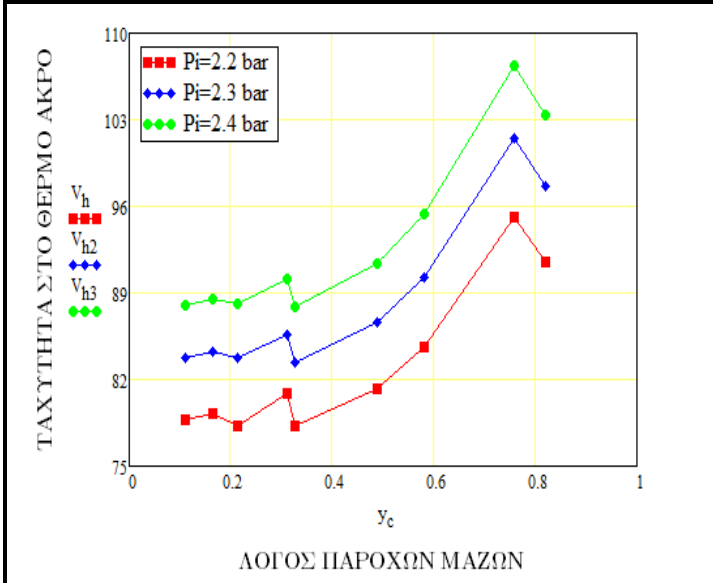
Σχήμα 3.10: Πίεση στο ψυχρό άκρο συναρτήσει λόγου παροχών μαζών με βάση το μοντέλο Shamsoddini-Khorasami.



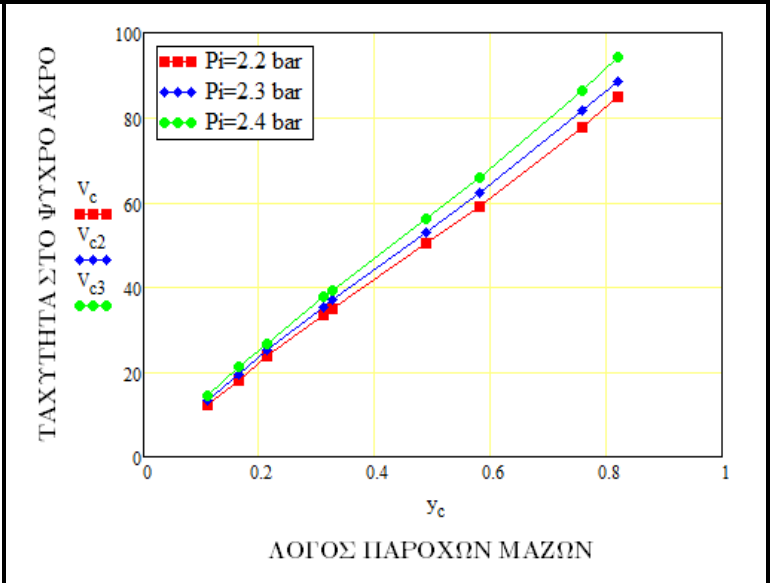
Σχήμα 3.10α: Πίεση στο θερμό άκρο συναρτήσει λόγου παροχών μαζών με βάση το μοντέλο Shamsoddini-Khorasami.



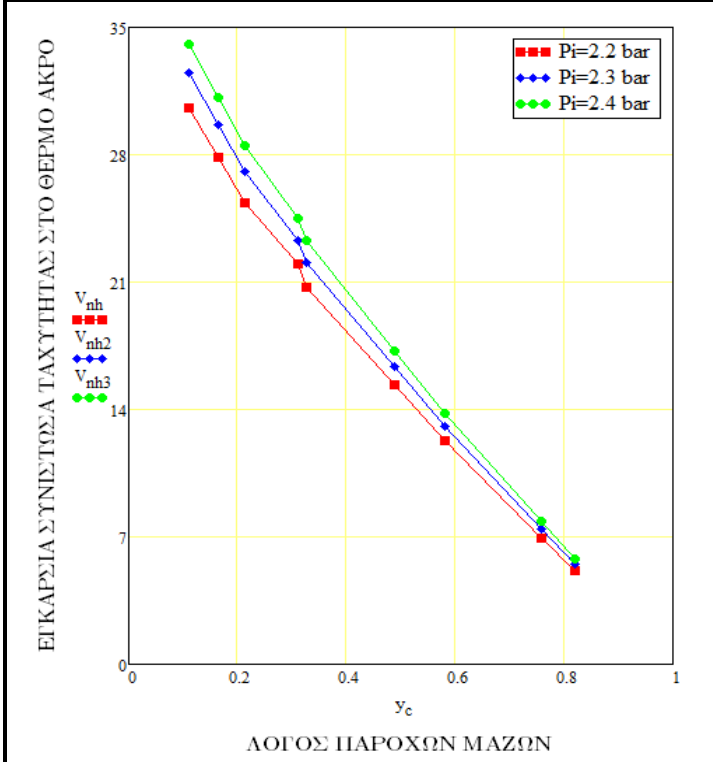
Σχήμα 3.11: Ταχύτητα εξόδου θερμού ρεύματος συναρτήσει λόγου παροχών μαζών με βάση το μοντέλο Shamsoddini-Khorasami.



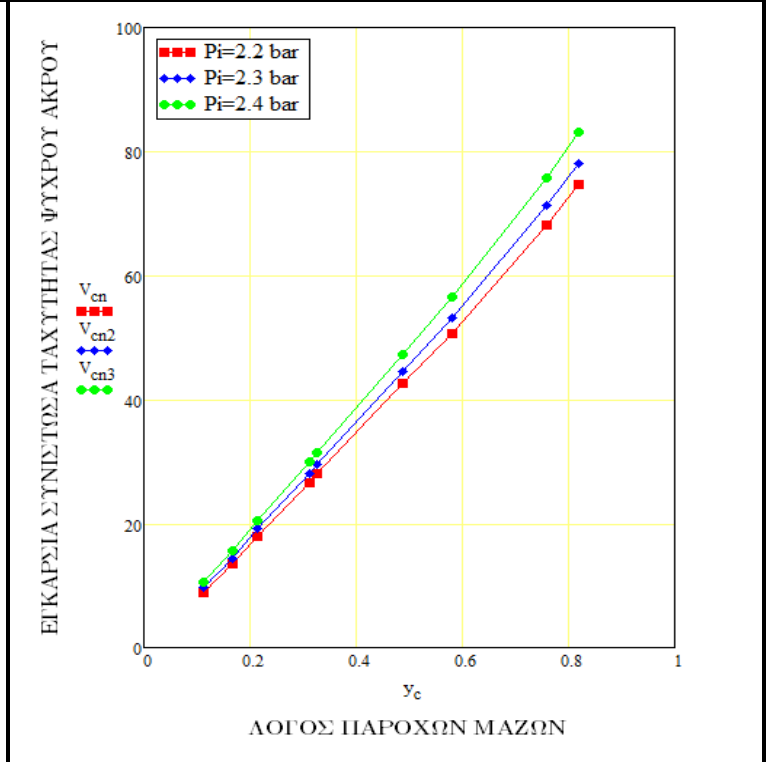
Σχήμα 3.12: Ταχύτητα εξόδου ψυχρού ρεύματος συναρτήσει λόγου παροχών μαζών με βάση το μοντέλο Shamsoddini-Khorasami.



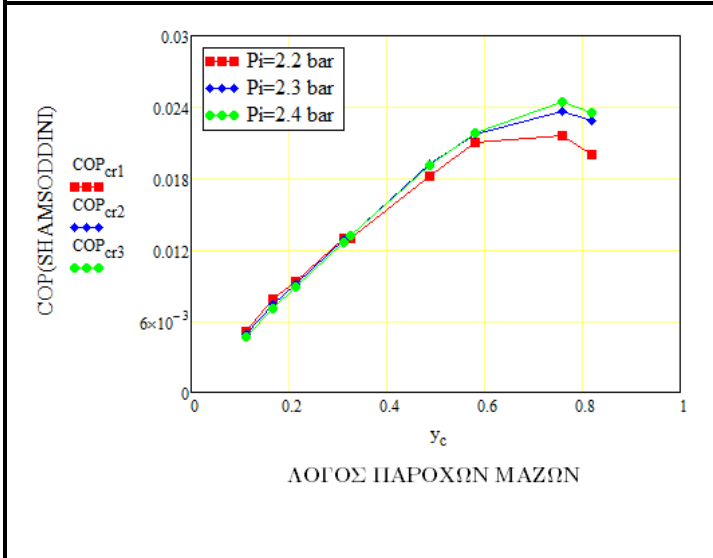
Σχήμα 3.13: Εγκάρσια συνιστώσα ταχύτητας εξόδου θερμού ρεύματος συναρτήσει λόγου παροχών μαζών με βάση το μοντέλο Shamsoddini-Khorasami.



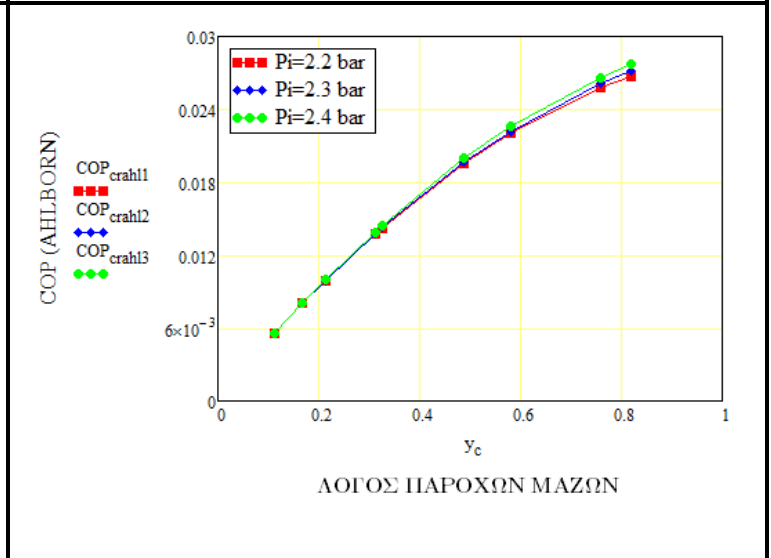
Σχήμα 3.14: Εγκάρσια συνιστώσα ταχύτητας εξόδου ψυχρού ρεύματος συναρτήσει λόγου παροχών μαζών με βάση το μοντέλο Shamsoddini-Khorasami.



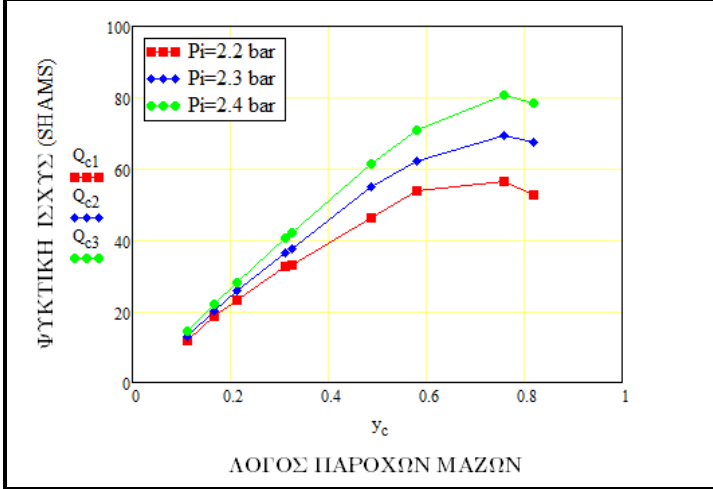
Σχήμα 3.15: Συντελεστής COP εξωτερικής λειτουργίας συναρτήσει λόγου παροχών μαζών με βάση το μοντέλο Shamsoddini-Khorasami.



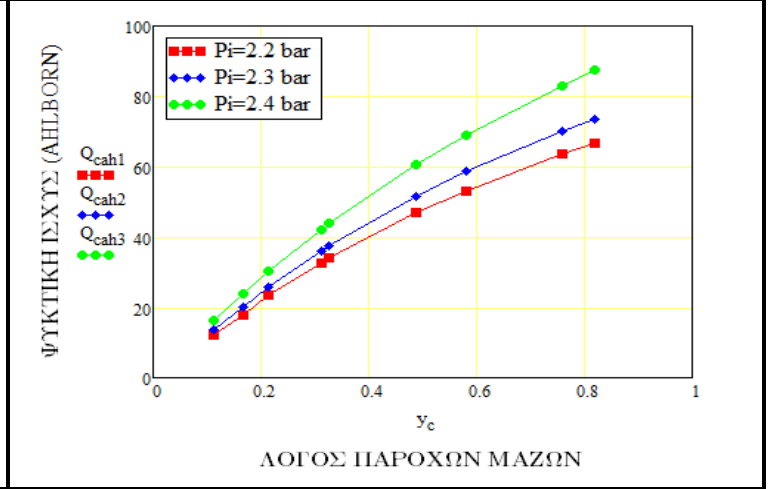
Σχήμα 3.16: Συντελεστής COP εξωτερικής λειτουργίας συναρτήσει λόγου παροχών μαζών με βάση το μοντέλο Ahlborn.



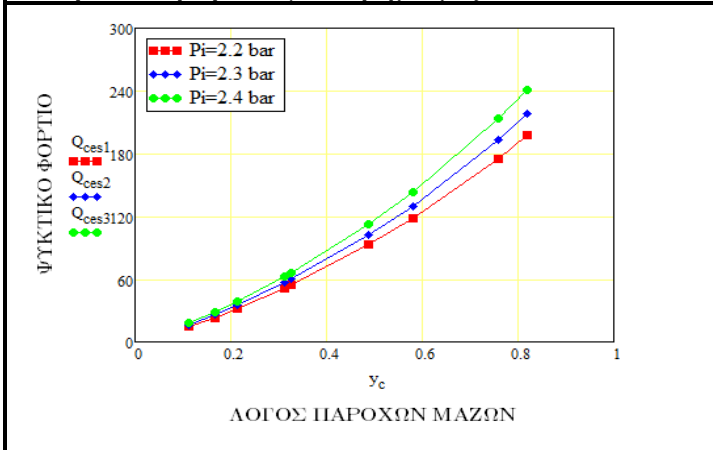
Σχήμα 3.17: Ψυκτική ισχύς συναρτήσει λόγου παροχών μαζών με βάση το μοντέλο Shamsoddini-Khorasami.



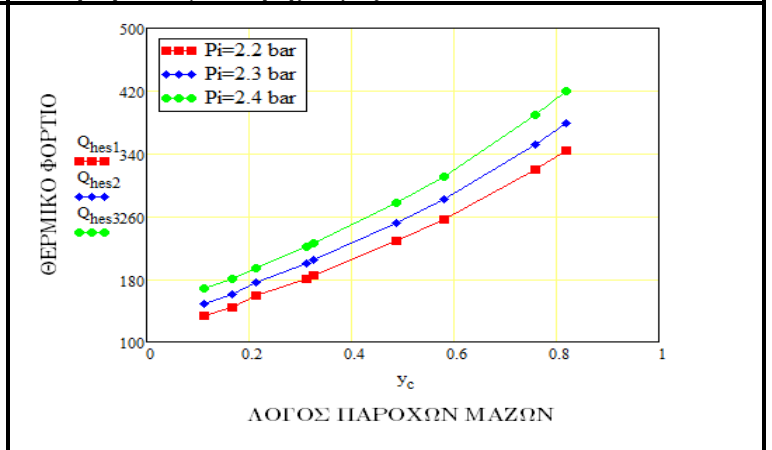
Σχήμα 3.18: Ψυκτική ισχύς συναρτήσει λόγου παροχών μαζών με βάση το μοντέλο Ahlborn.



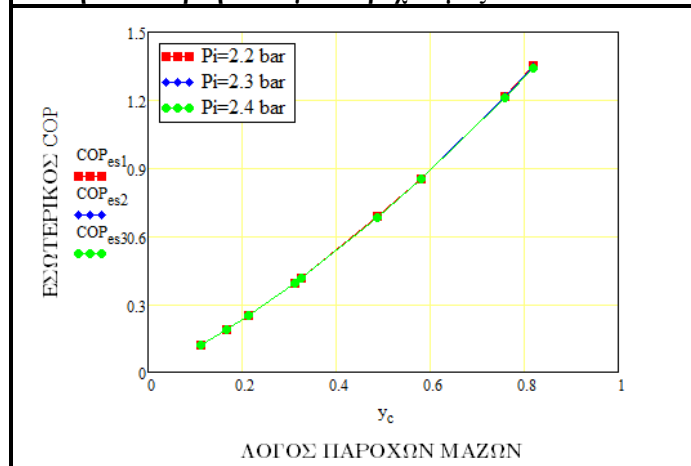
Σχήμα 3.19: Ψυκτικό φορτίο εσωτερικής λειτουργίας σωλήνα συναρτήσει λόγου παροχών μαζών.



Σχήμα 3.20: Θερμικό φορτίο εσωτερικής λειτουργίας σωλήνα συναρτήσει λόγου παροχών μαζών.



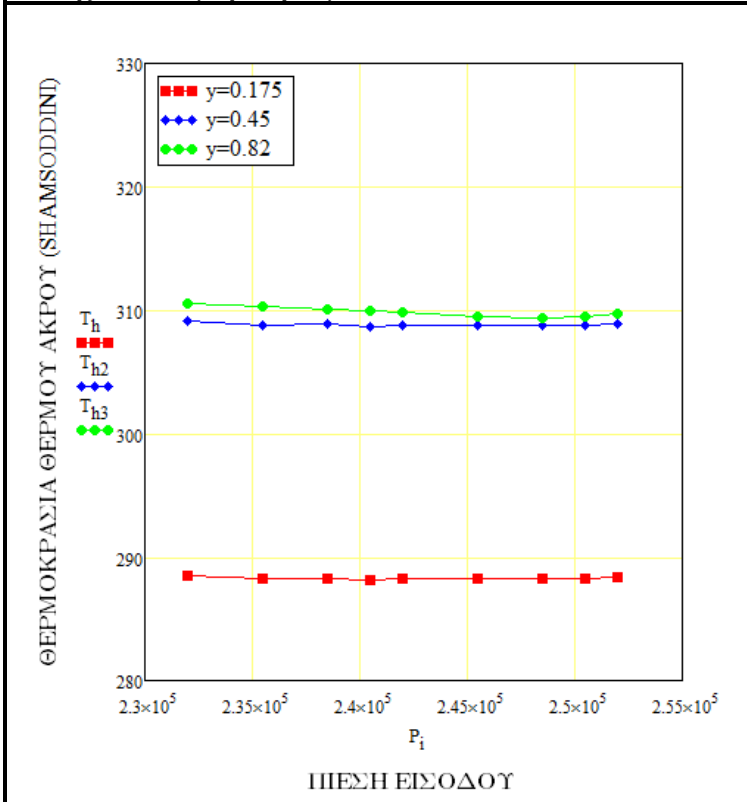
Σχήμα 3.21: Συντελεστής COP εσωτερικής λειτουργίας σωλήνα συναρτήσει λόγου παροχών μαζών.



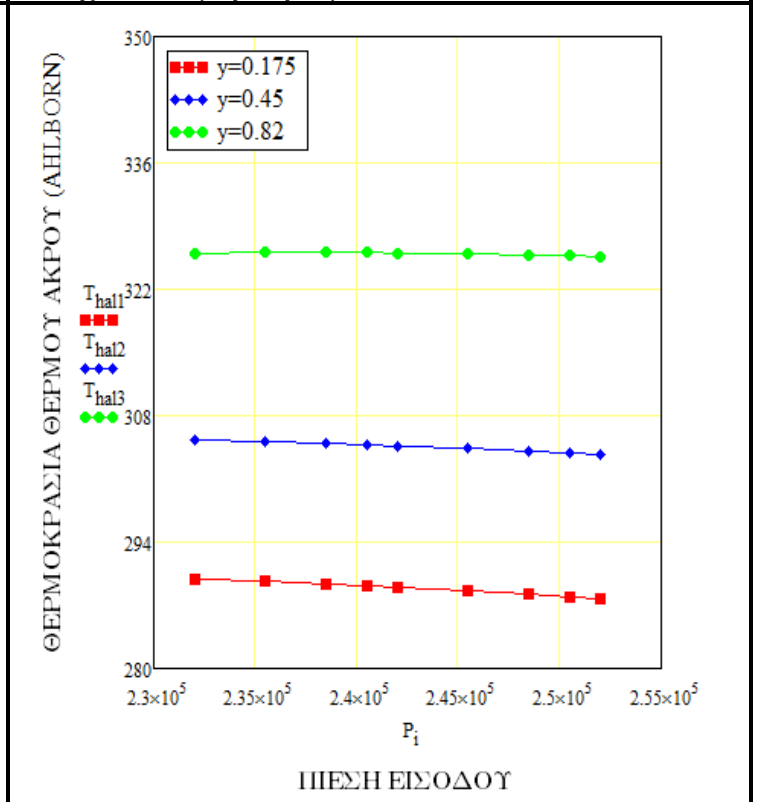
2^η Περίπτωση

Στη δεύτερη περίπτωση με σταθερή τη θερμοκρασία εισόδου στους 300K και για ζευγάρια οριακών συνθηκών λόγω παροχών μαζών-ολικής θερμοκρασίας θερμής εξόδου $\gamma_c=0.175, 0.45, 0.82$ και $T_{0h}=293, 314, 317$ K αντίστοιχα, μελετάμε την επίδραση της πίεσης εισόδου (*Παράρτημα A2*).

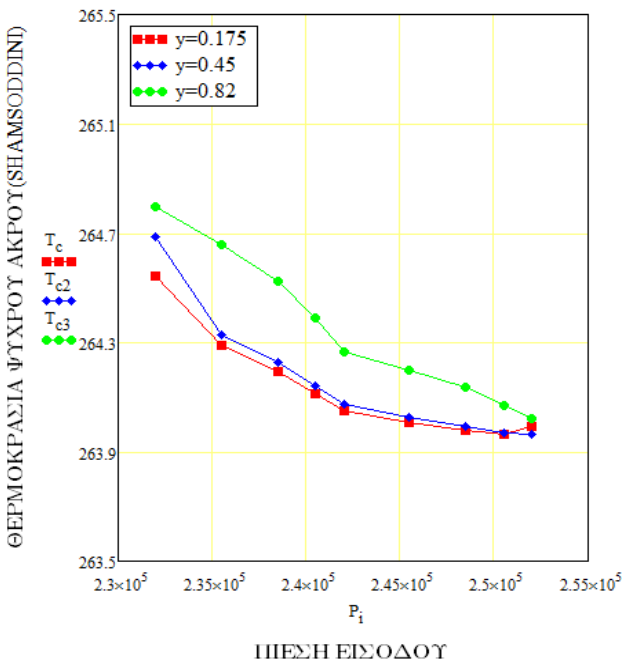
Σχήμα 3.22: Στατική θερμοκρασία θερμού άκρου συναρτήσει πίεσης εισόδου με βάση το μοντέλο Shamsoddini-Khorasami.



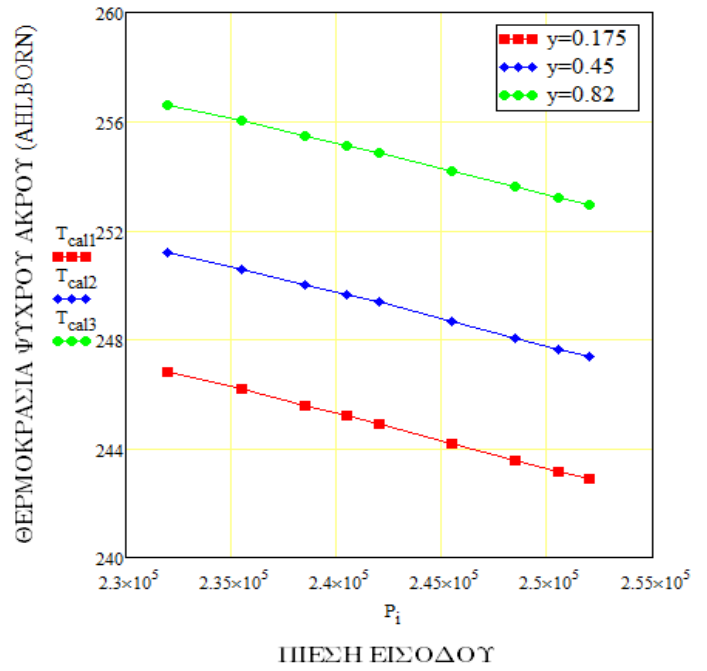
Σχήμα 3.23: Στατική θερμοκρασία θερμού άκρου συναρτήσει πίεσης εισόδου με βάση το μοντέλο Ahlborn.



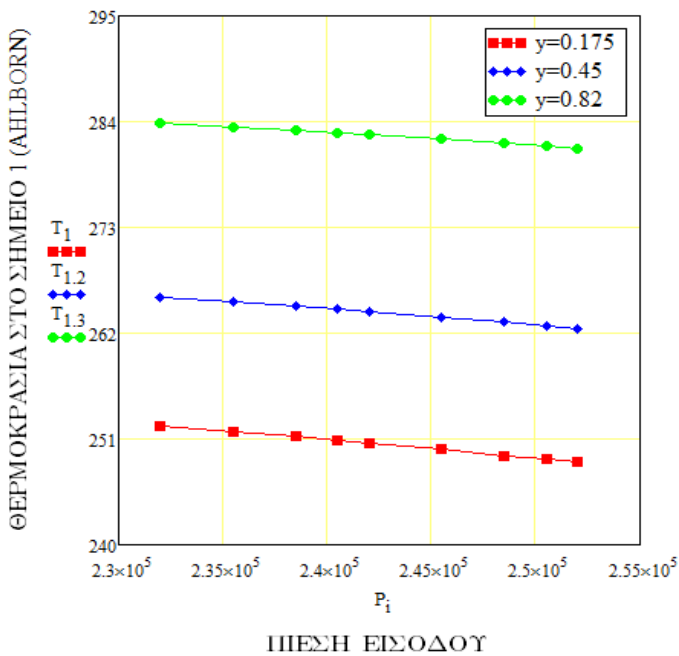
Σχήμα 3.24: Στατική θερμοκρασία ψυχρού άκρου συναρτήσει πίεσης εισόδου με βάση το μοντέλο Shamsoddini-Khorasami.



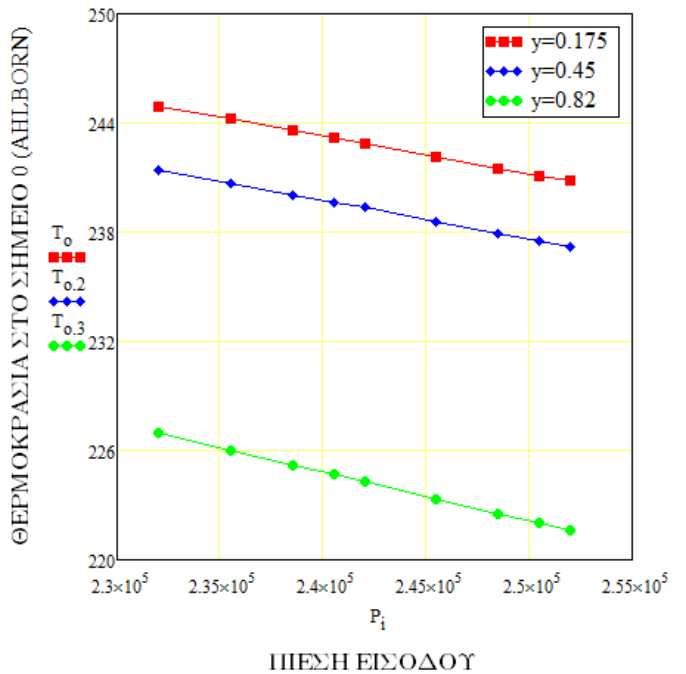
Σχήμα 3.25: Στατική θερμοκρασία ψυχρού άκρου συναρτήσει πίεσης εισόδου με βάση το μοντέλο Ahlborn.



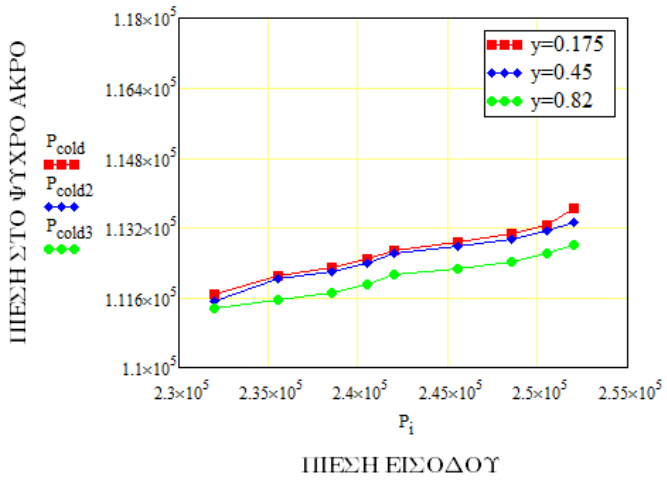
Σχήμα 3.26: Θερμοκρασία στο σημείο 1 συναρτήσει πίεσης εισόδου με βάση το μοντέλο Ahlborn.



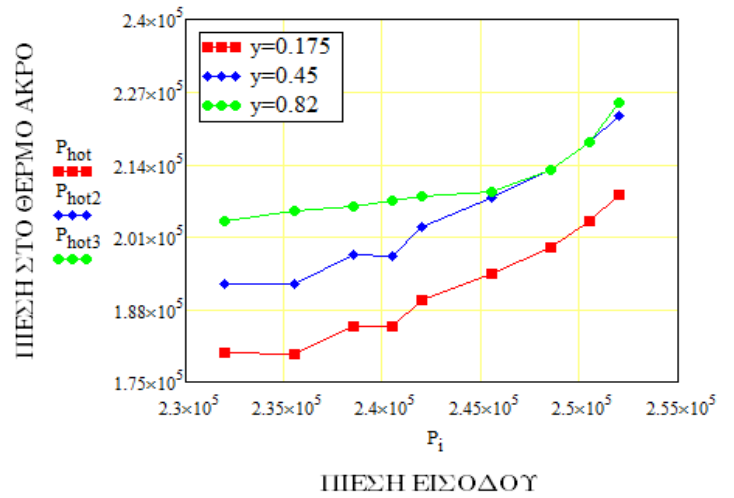
Σχήμα 3.27: Θερμοκρασία στο σημείο 0 συναρτήσει πίεσης εισόδου με βάση το μοντέλο Ahlborn.



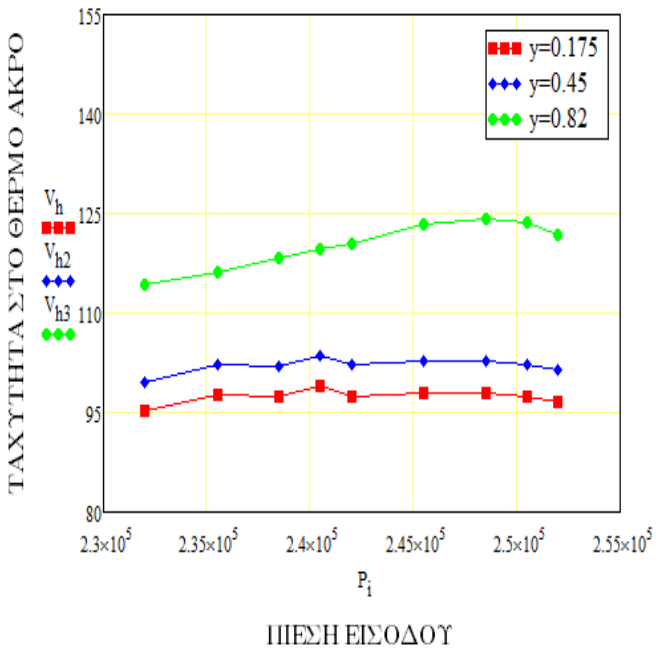
Σχήμα 3.28: Πίεση στο ψυχρό άκρο συναρτήσει πίεσης εισόδου με βάση το μοντέλο Shamsoddini-Khorasami.



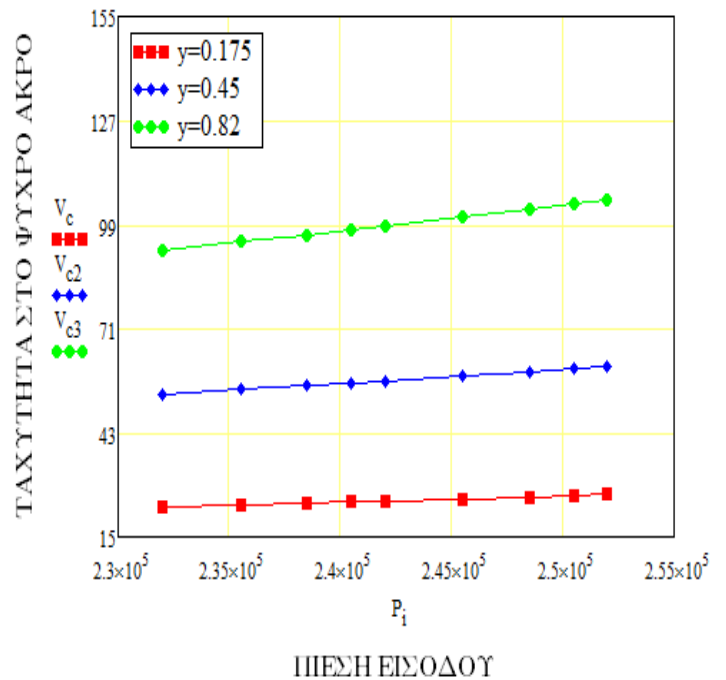
Σχήμα 3.29: Πίεση στο θερμό άκρο συναρτήσει πίεσης εισόδου με βάση το μοντέλο Shamsoddini-Khorasami.



Σχήμα 3.30: Ταχύτητα εξόδου θερμού ρεύματος συναρτήσει πίεσης εισόδου με βάση το μοντέλο Shamsoddini-Khorasami.

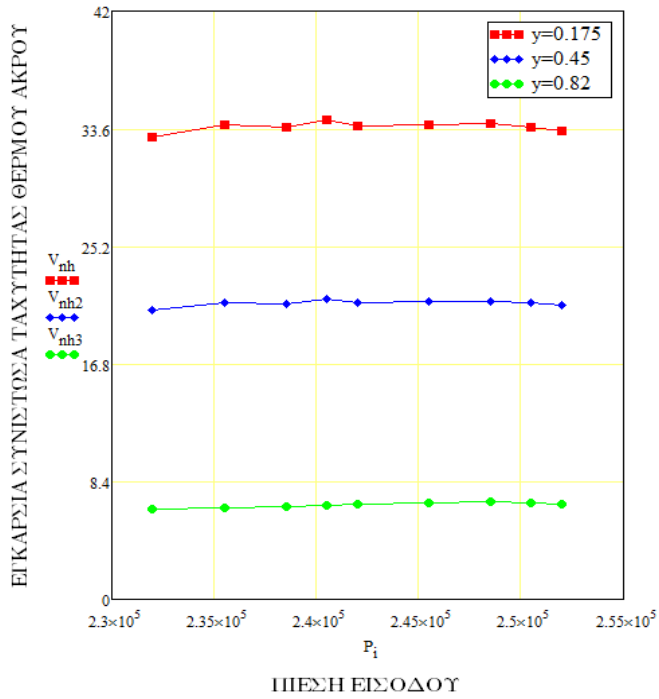


Σχήμα 3.31: Ταχύτητα εξόδου ψυχρού ρεύματος συναρτήσει πίεσης εισόδου με βάση το μοντέλο Shamsoddini-Khorasami.

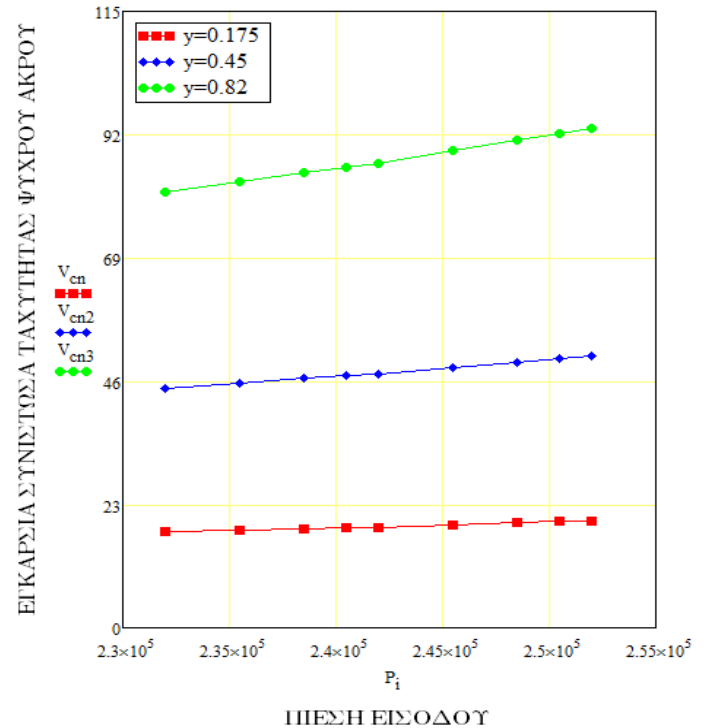




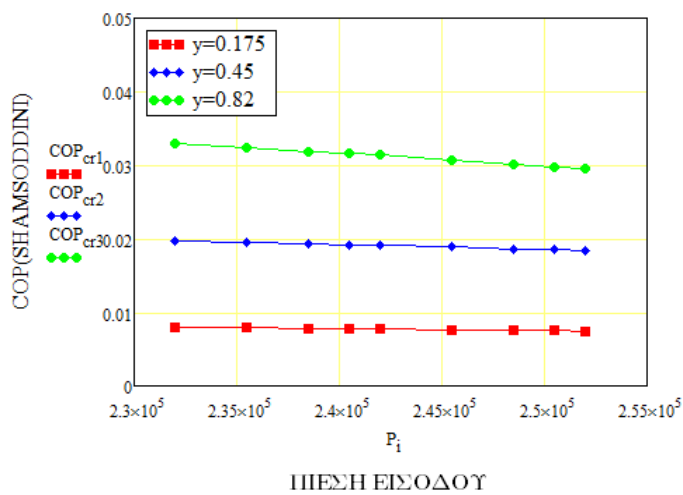
Σχήμα 3.32: Εγκάρσια συνιστώσα ταχύτητας εξόδου θερμού ρεύματος συναρτήσει πίεσης εισόδου με βάση το μοντέλο Shamsoddini-Khorasami.



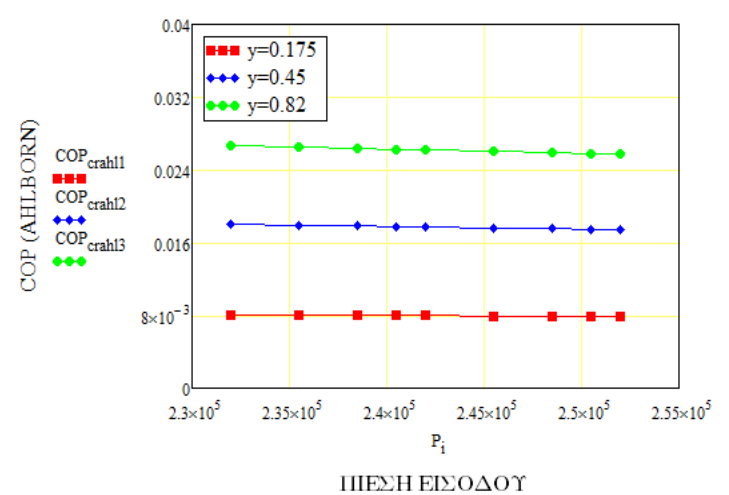
Σχήμα 3.33: Εγκάρσια συνιστώσα ταχύτητας εξόδου ψυχρού ρεύματος συναρτήσει πίεσης εισόδου με βάση το μοντέλο Shamsoddini-Khorasami.



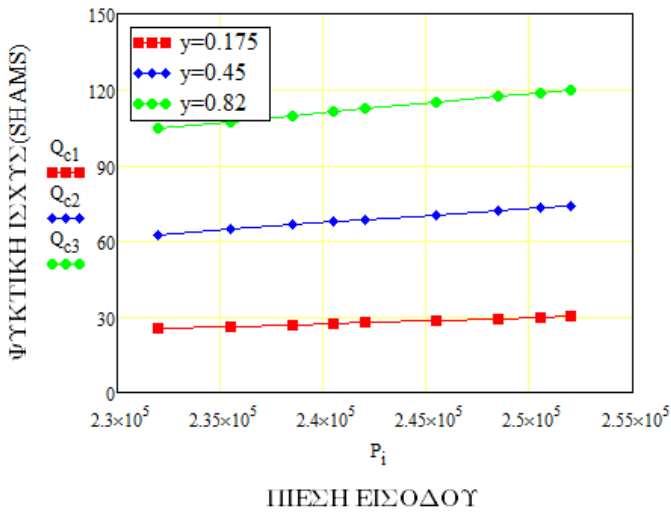
Σχήμα 3.34: Συντελεστής COP εξωτερικής λειτουργίας συναρτήσει πίεσης εισόδου με βάση το μοντέλο Shamsoddini-Khorasami.



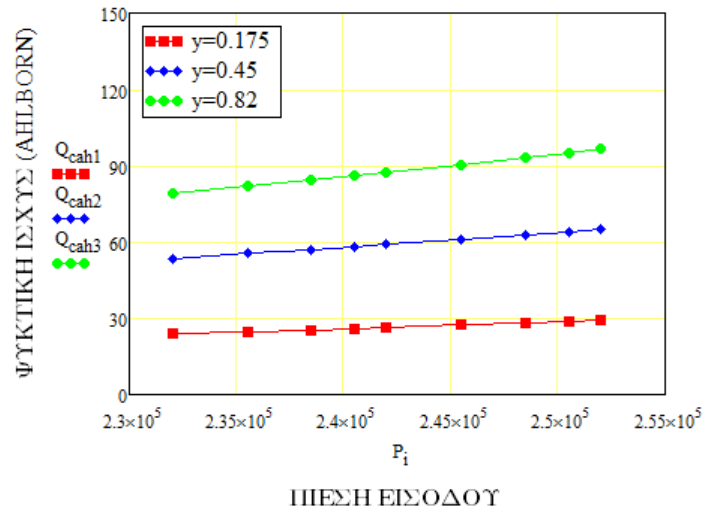
Σχήμα 3.35: Συντελεστής COP εξωτερικής λειτουργίας συναρτήσει πίεσης εισόδου με βάση το μοντέλο Ahlborn.



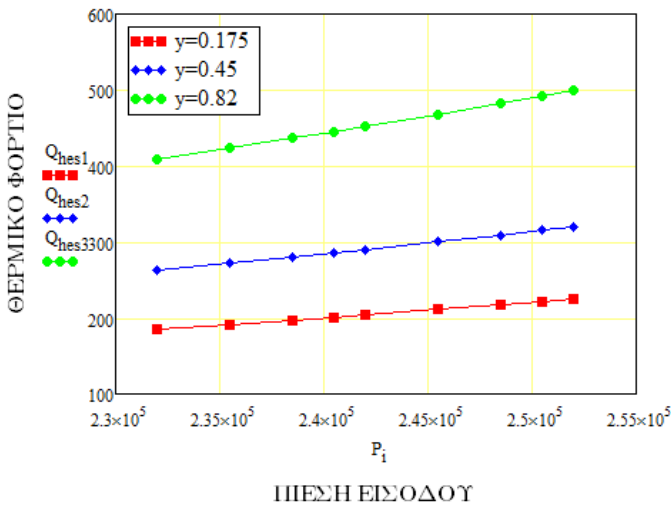
Σχήμα 3.36: Ψυκτική ισχύς συναρτήσει πίεσης εισόδου με βάση το μοντέλο Shamsoddini-Khorasami.



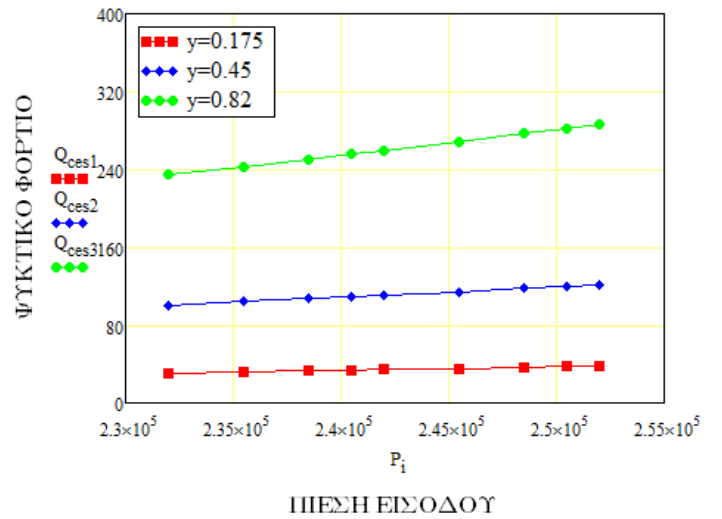
Σχήμα 3.37: Ψυκτική ισχύς συναρτήσει πίεσης εισόδου με βάση το μοντέλο Ahlborn.



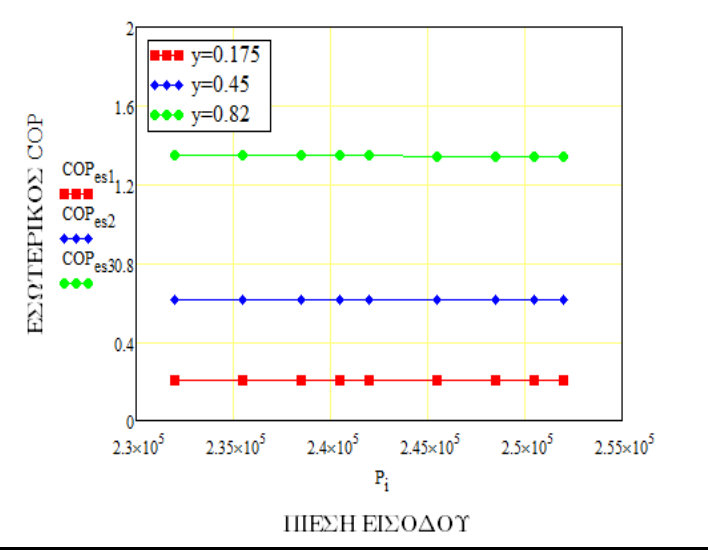
Σχήμα 3.38: Θερμικό φορτίο εσωτερικής λειτουργίας σωλήνα συναρτήσει πίεσης εισόδου.



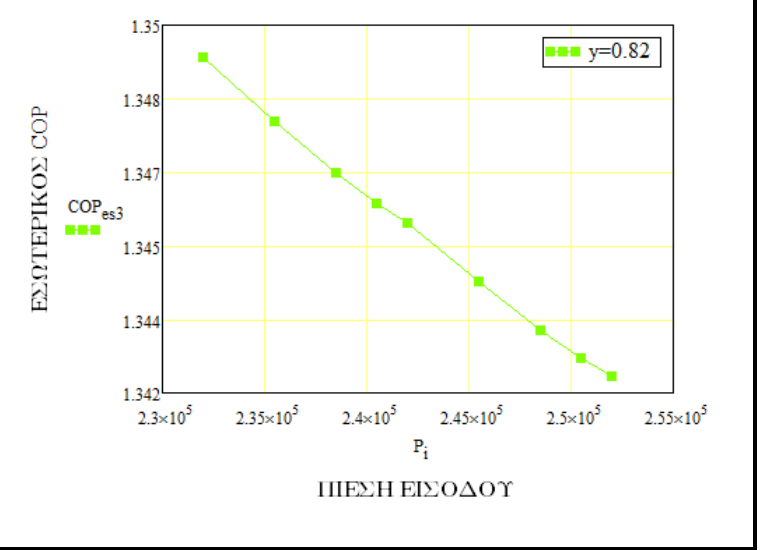
Σχήμα 3.39: Ψυκτικό φορτίο εσωτερικής λειτουργίας σωλήνα συναρτήσει πίεσης εισόδου.



Σχήμα 3.40: Συντελεστής COP εσωτερικής λειτουργίας σωλήνα συναρτήσει πίεσης εισόδου.



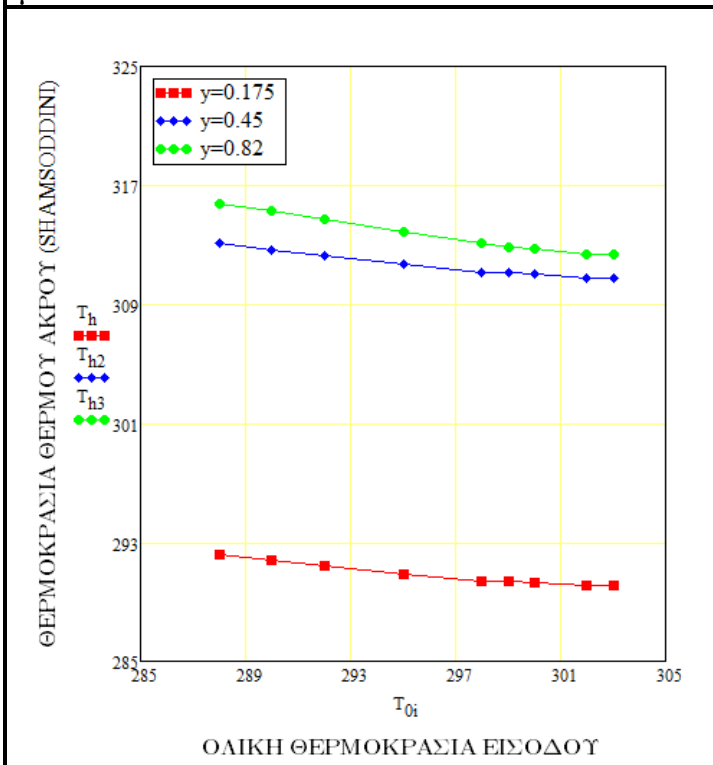
Σχήμα 3.40α: Συντελεστής COP εσωτερικής λειτουργίας σωλήνα συναρτήσει πίεσης εισόδου για $\gamma=0.82$.



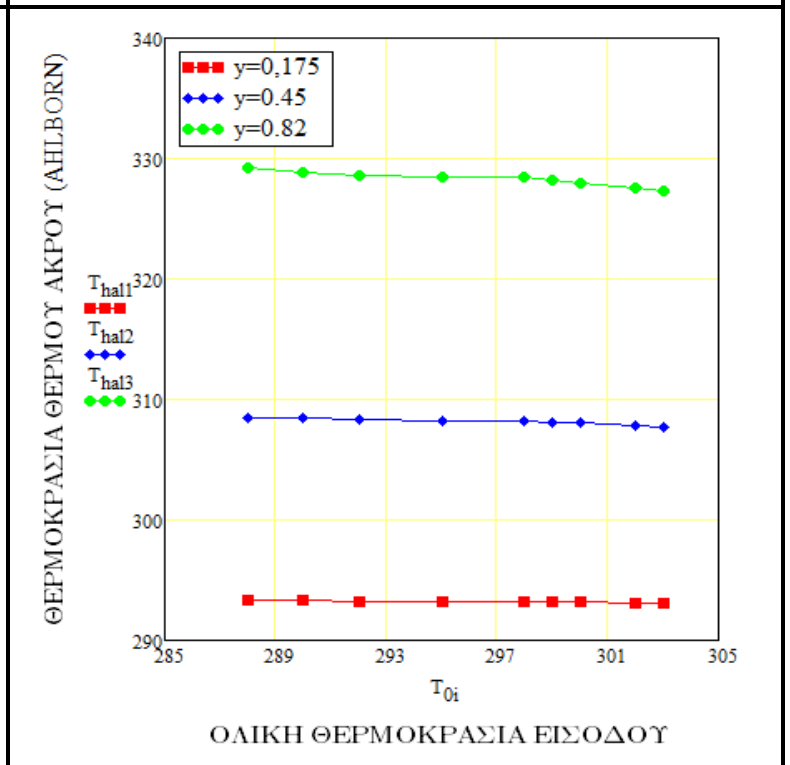
3^η Περίπτωση

Στην Τρίτη περίπτωση έχουμε μία σταθερή πίεση εισόδου ίση με 220 kPa και για ζευγάρια οριακών συνθηκών λόγω παροχών μαζών-ολικής θερμοκρασίας θερμής εξόδου $y_c=0.175, 0.45, 0.82$ και $T_{oh}=293, 314, 317$ K αντίστοιχα, μελετάμε την επίδραση της ολικής θερμοκρασίας εισόδου (*Παράρτημα Α3*).

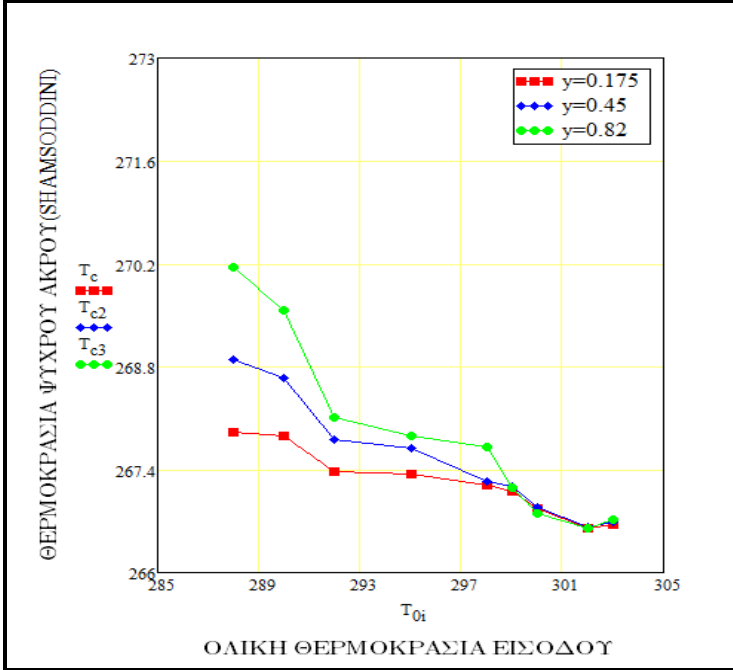
Σχήμα 3.41: Στατική θερμοκρασία θερμού άκρου συναρτήσει ολικής θερμοκρασίας εισόδου με βάση το μοντέλο Shamsoddini-Khorasami.



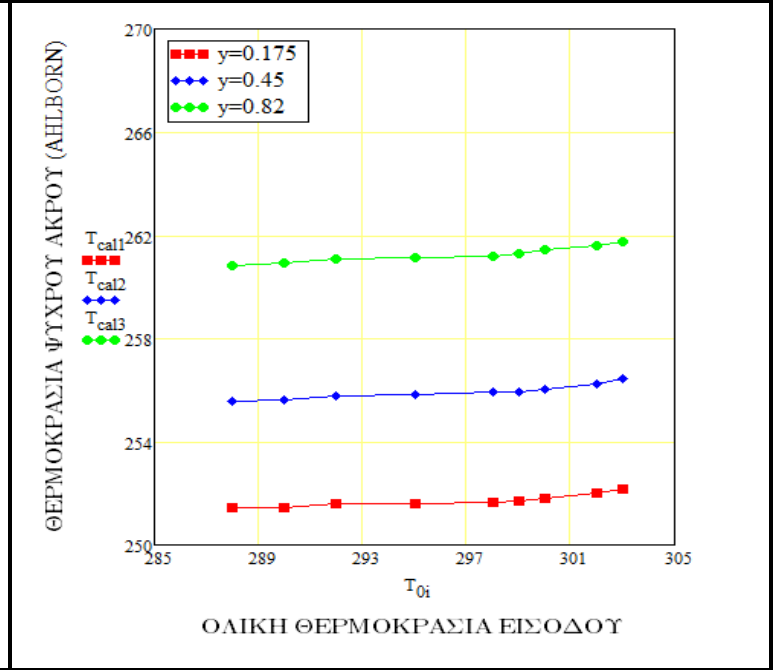
Σχήμα 3.42: Στατική θερμοκρασία θερμού άκρου συναρτήσει ολικής θερμοκρασίας εισόδου με βάση το μοντέλο Ahlborn.



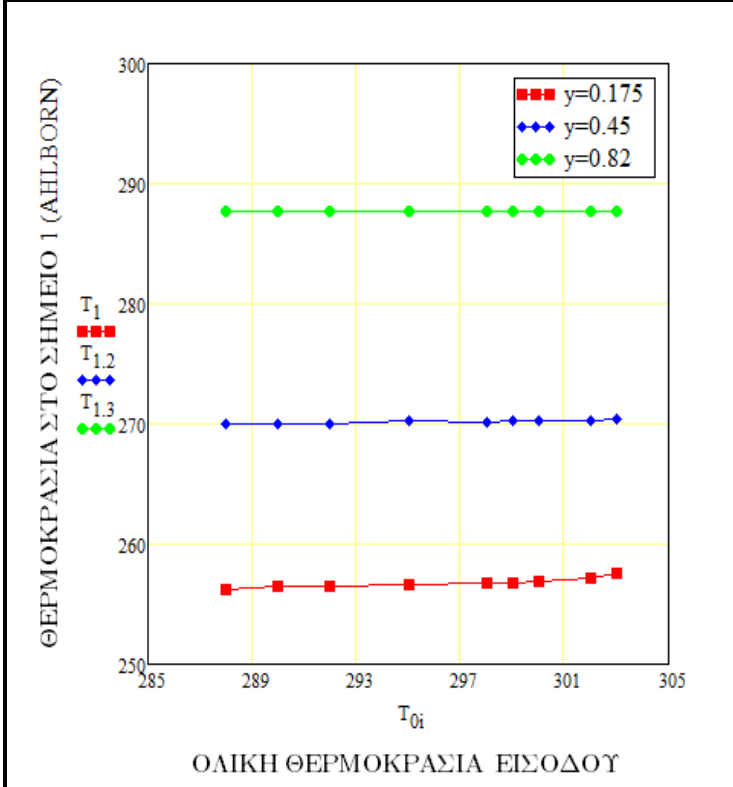
Σχήμα 3.43: Στατική θερμοκρασία ψυχρού άκρου συναρτήσει ολικής θερμοκρασίας εισόδου με βάση το μοντέλο Shamsoddini-Khorasami.



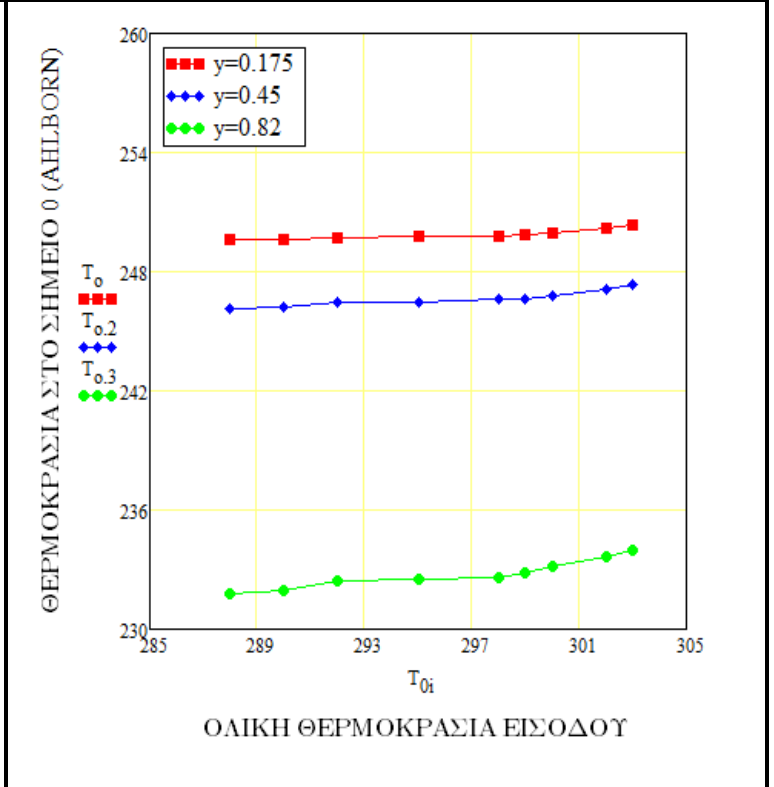
Σχήμα 3.44: Στατική θερμοκρασία ψυχρού άκρου συναρτήσει ολικής θερμοκρασίας εισόδου με βάση το μοντέλο Ahlborn.



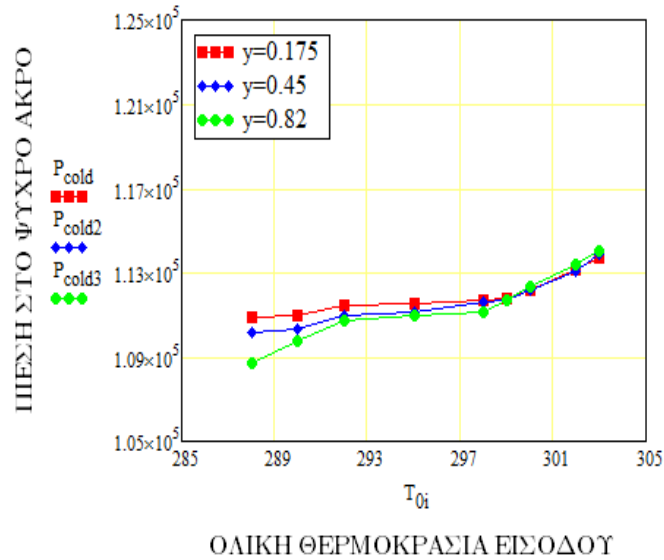
Σχήμα 3.45: Θερμοκρασία στο σημείο 1 συναρτήσει ολικής θερμοκρασίας εισόδου με βάση το μοντέλο Ahlborn.



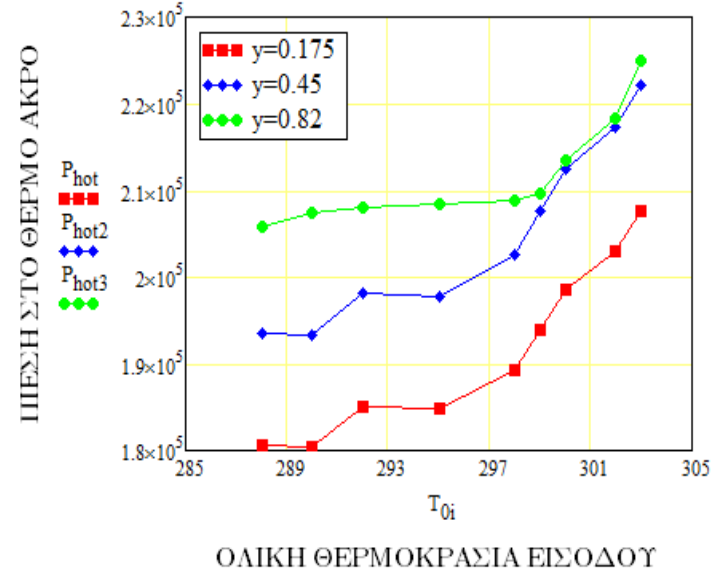
Σχήμα 3.46: Θερμοκρασία στο σημείο 0 συναρτήσει ολικής θερμοκρασίας εισόδου με βάση το μοντέλο Ahlborn.



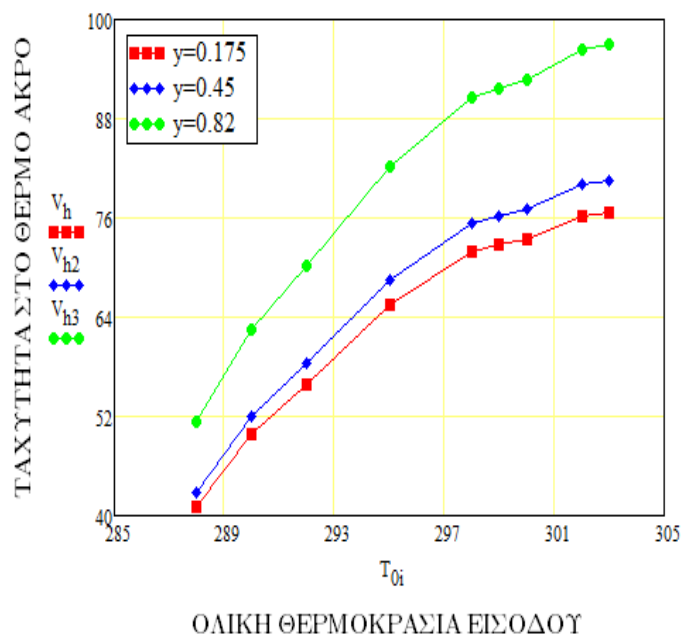
Σχήμα 3.47: Πίεση στο ψυχρό άκρο συναρτήσει ολικής θερμοκρασίας εισόδου με βάση το μοντέλο Shamsoddini-Khorasami.



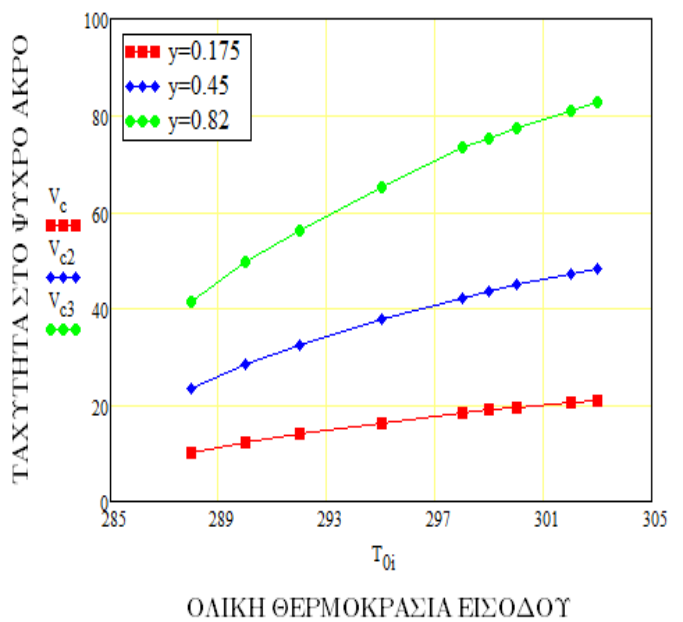
Σχήμα 3.48: Πίεση στο θερμό άκρο συναρτήσει ολικής θερμοκρασίας εισόδου με βάση το μοντέλο Shamsoddini-Khorasami.



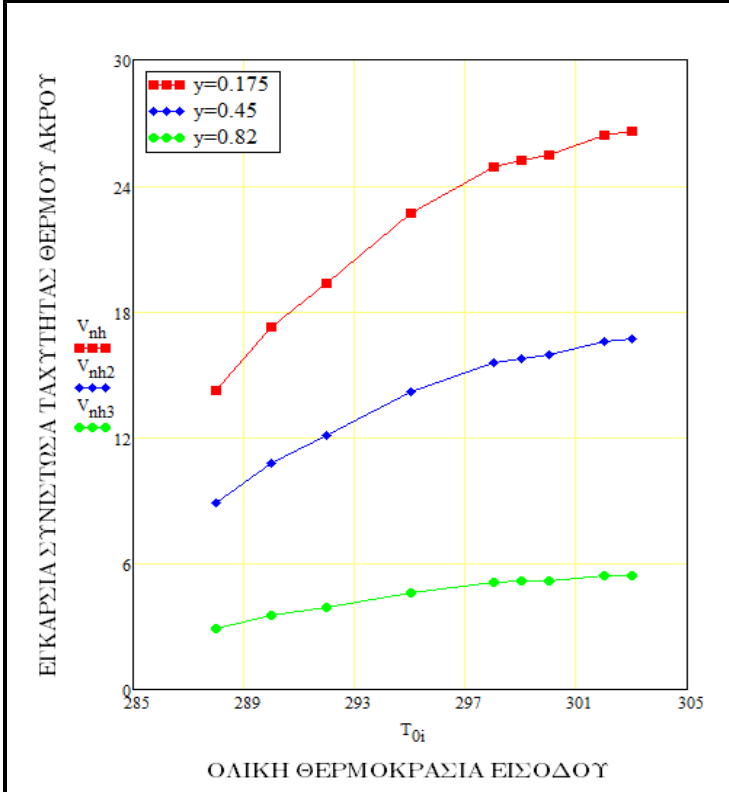
Σχήμα 3.49: Ταχύτητα εξόδου θερμού ρεύματος συναρτήσει ολικής θερμοκρασίας εισόδου με βάση το μοντέλο Shamsoddini-Khorasami.



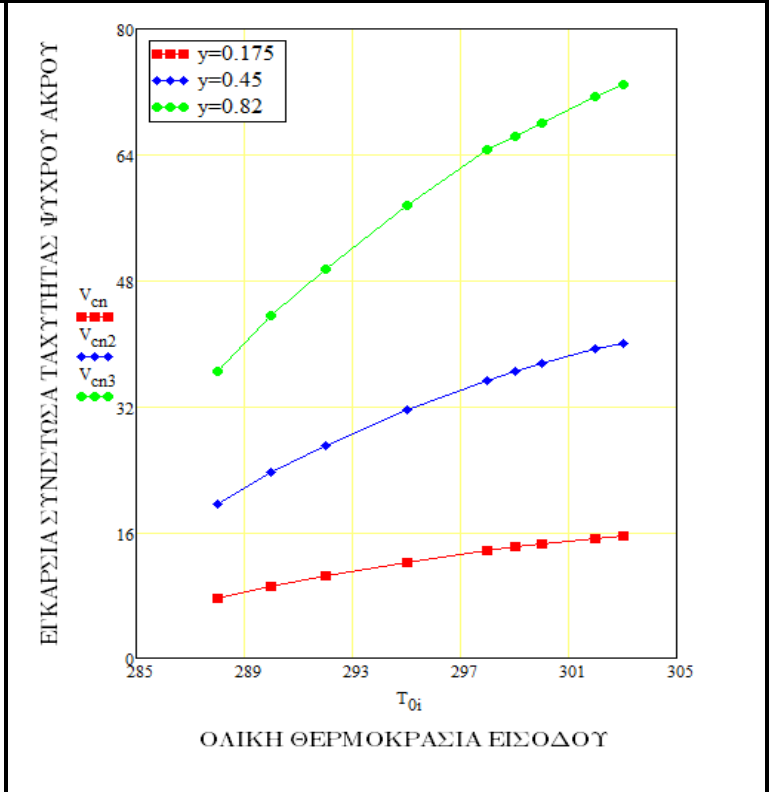
Σχήμα 3.50: Ταχύτητα εξόδου ψυχρού ρεύματος συναρτήσει ολικής θερμοκρασίας εισόδου με βάση το μοντέλο Shamsoddini-Khorasami.



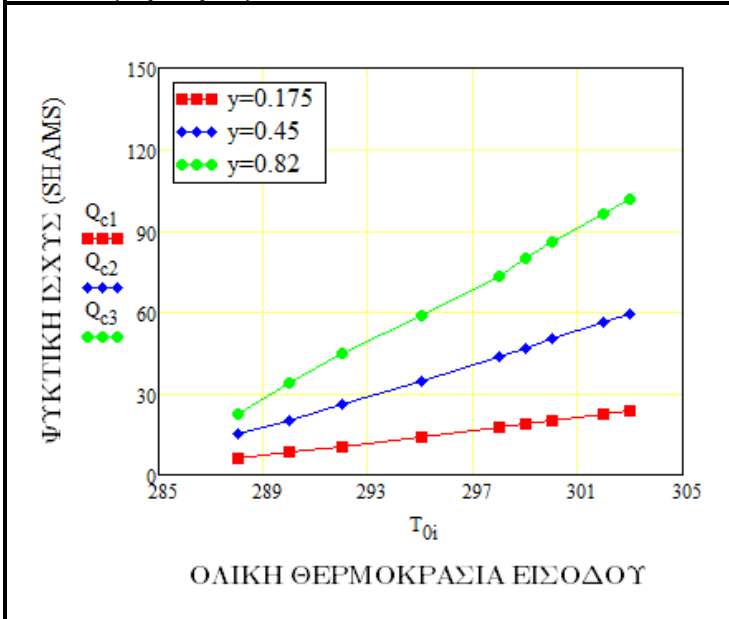
Σχήμα 3.51: Εγκάρσια συνιστώσα ταχύτητας εξόδου θερμού ρευστού συναρτήσει ολικής θερμοκρασίας εισόδου με βάση το μοντέλο Shamsoddini-Khorasami.



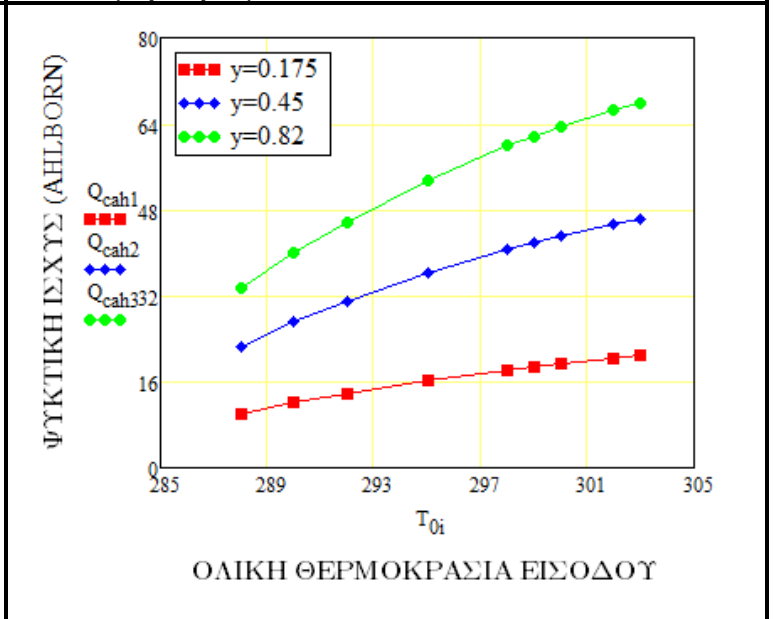
Σχήμα 3.52: Εγκάρσια συνιστώσα ταχύτητας εξόδου ψυχρού ρευστού συναρτήσει ολικής θερμοκρασίας εισόδου με βάση το μοντέλο Shamsoddini-Khorasami.



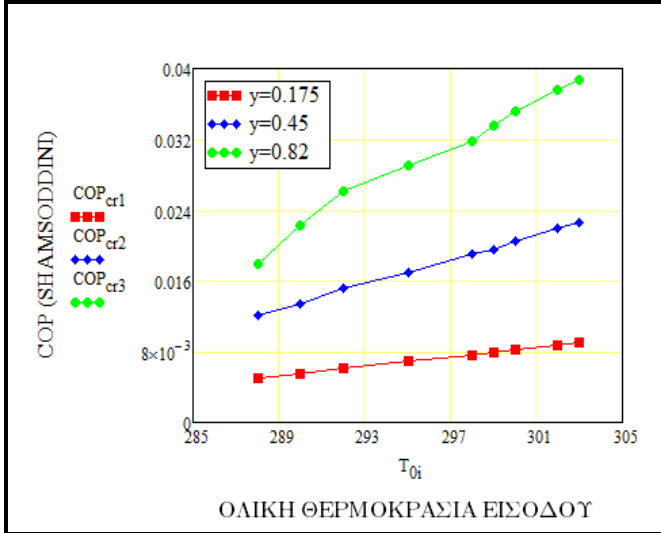
Σχήμα 3.53: Ψυκτική ισχύς συναρτήσει ολικής θερμοκρασίας εισόδου με βάση το μοντέλο Shamsoddini-Khorasami.



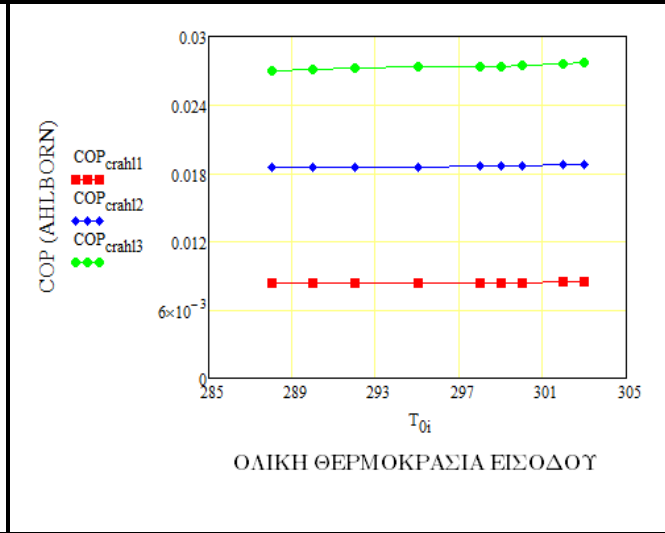
Σχήμα 3.54: Ψυκτική ισχύς συναρτήσει ολικής θερμοκρασίας εισόδου με βάση το μοντέλο Ahlborn.



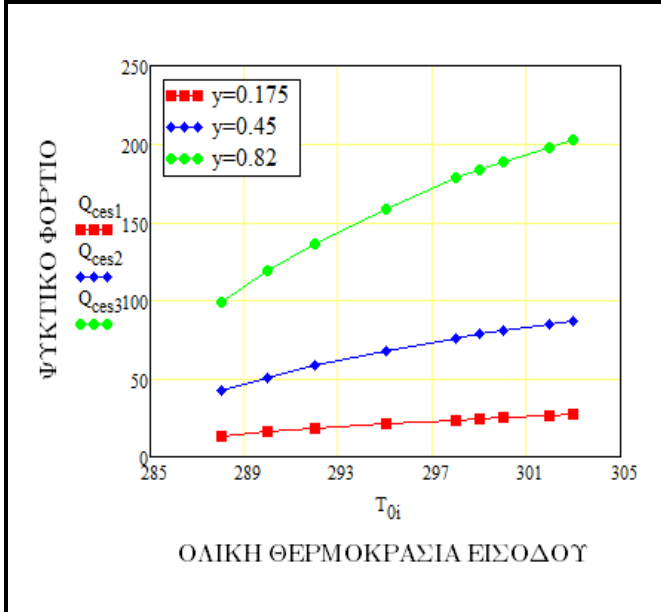
Σχήμα 3.55: Συντελεστής COP εξωτερικής λειτουργίας σωλήνα συναρτήσει ολικής θερμοκρασίας εισόδου με βάση το μοντέλο Shamsoddini-Khorasami.



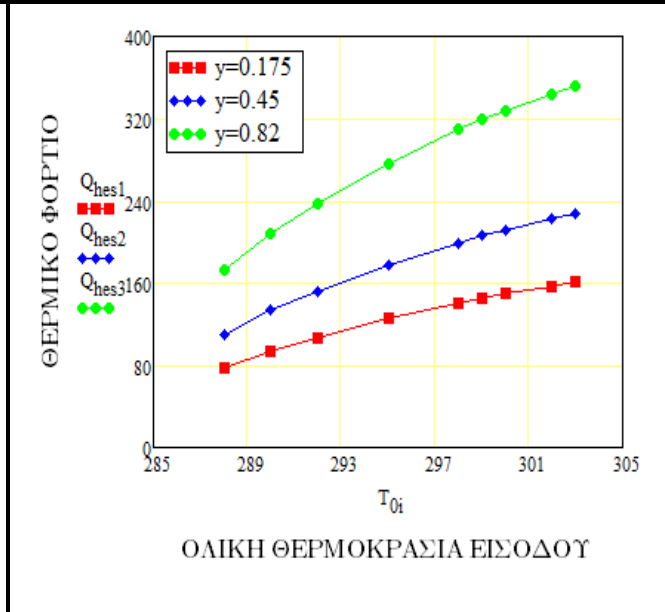
Σχήμα 3.56: Συντελεστής COP εξωτερικής λειτουργίας σωλήνα συναρτήσει ολικής θερμοκρασίας εισόδου με βάση το μοντέλο Ahlborn.



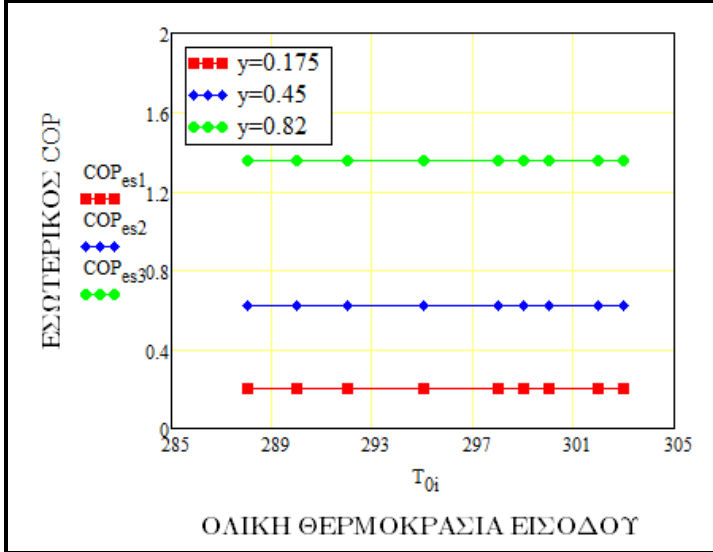
Σχήμα 3.57: Ψυκτικό φορτίο εσωτερικής λειτουργίας σωλήνα συναρτήσει ολικής θερμοκρασίας εισόδου.



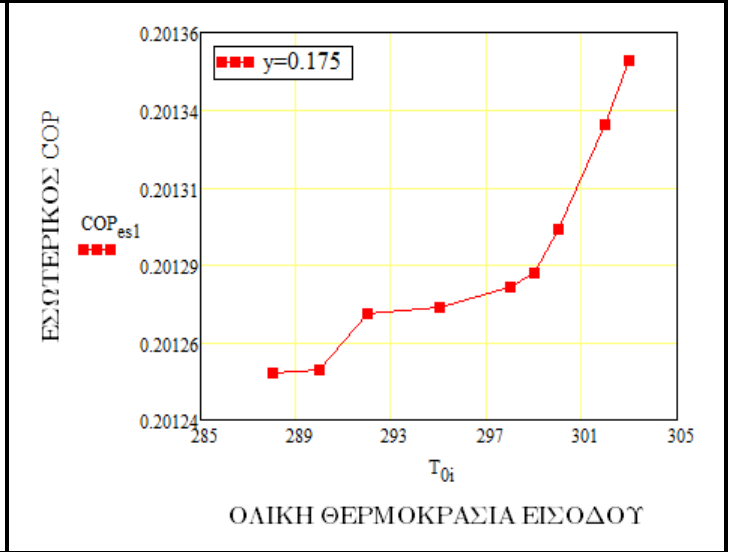
Σχήμα 3.58: Θερμικό φορτίο εσωτερικής λειτουργίας σωλήνα συναρτήσει ολικής θερμοκρασίας εισόδου.



Σχήμα 3.59: : Συντελεστής COP εσωτερικής λειτουργίας σωλήνα συναρτήσει ολικής θερμοκρασίας εισόδου.



Σχήμα 3.59α: : Συντελεστής COP εσωτερικής λειτουργίας σωλήνα συναρτήσει ολικής θερμοκρασίας εισόδου.



3.3.1 Σχολιασμός

Στατική θερμοκρασία ψυχρού άκρου

Στην **1^η περίπτωση** μελετάμε βάσει του λόγου παροχών μαζών. Ελάχιστες τιμές θερμοκρασιών και με βάση το μοντέλο των Shamsoddini-Khorasami για όλες τις πιέσεις εισόδου παρατηρείται για λόγο παροχών μαζών 0.213-0.326. Για μεγαλύτερες τιμές αυξάνεται η θερμοκρασία εξόδου ψυχρού άκρου. Αυτό το φαινόμενο παρατηρείται και σε πειραματικές μετρήσεις [6]. Στο μοντέλο του Ahlborn βλέπουμε αύξηση της θερμοκρασίας με το λόγο παροχών μαζών και δεν παρατηρείται το ίδιο φαινόμενο. Στα σχήματα 3.4-3.5 με αύξηση της πίεσης μειώνεται η θερμοκρασία εξόδου γεγονός που παρατηρείται και σε πειράματα [7]. Η μεγαλύτερη απόκλιση μεταξύ των δύο μοντέλων παρατηρείται για $y_c=0.82$ και πίεση 2.4 bar με 8.09% και η μικρότερη για $y_c=0.517$ και πίεση 2.4 bar με 5.17%.

Στην **2^η περίπτωση** παρατηρούμε πως η θερμοκρασία μειώνεται συναρτήσει της πίεσης εισόδου (σχήμα 3.24, 3.25) και συναρτήσει του λόγου παροχών όπως επιβεβαιώνεται και παραπάνω και από πειραματικές μετρήσεις [7]. Στο σχήμα 3.24 παρατηρούμε στο πρώτο σημείο πως η θερμοκρασία για $y_c=0.45$ ξεπερνά εκείνη για $y_c=0.82$, κάτι που είναι πιθανό λάθος της επαναληπτικής διαδικασίας. Στο σχήμα 3.25 παρατηρούνται μεγαλύτερες διαφορές για μεταβολή του λόγου παροχής. Η μεγαλύτερη απόκλιση των δύο μοντέλων βρίσκεται για $y_c=0.175$ και πίεση 2.52 bar με 8.7% και η μικρότερη για $y_c=0.82$ και πίεση 2.32 bar με 5.35%. Μεγαλύτερες διαφορές εντοπίζονται στα τελευταία σημεία και μικρότερες στο πρώτο.

Στη **3^η περίπτωση** παρατηρούμε πως με τη χρήση του μοντέλου του Ahlborn η θερμοκρασία αυξάνεται σε μικρό βαθμό συναρτήσει της ολικής θερμοκρασίας εισόδου (σχήμα 3.44). Στη μέθοδο αυτή χρησιμοποιούμε τον λόγο των πιέσεων ο οποίος μειώνεται εφόσον η πίεση εισόδου είναι σταθερή και η πίεση εξόδου του θερμού άκρου αυξάνεται και επειδή η στατική θερμοκρασία εισόδου παραμένει σταθερή η θερμοκρασία είναι συνάρτηση του x . Με χρήση του μοντέλου των Shamsoddini-Khorasami παρατηρείται μείωση της θερμοκρασίας με αύξηση της θερμοκρασίας εισόδου. Εάν μελετήσουμε τον πίνακα 3.7 των Cfd αποτελεσμάτων βλέπουμε πως οι θερμοκρασίες του ψυχρού άκρου έχουν την ίδια συμπεριφορά με αυτές του Ahlborn, παρ' όλα αυτά οι τιμές του Ahlborn απέχουν περισσότερο. Επίσης επαληθεύεται και η συμπεριφορά τους σε σχέση με το λόγο παροχών μαζών. Η μεγαλύτερη απόκλιση μεταξύ των μοντέλων είναι για $y=0.175$ και $T_{0in}=288K$ με 6.55% και η μικρότερη για $y=0.83$ και $T_{0in}=288K$ με 1.9%.

Στατική θερμοκρασία θερμού άκρου

Στην **1^η περίπτωση** μελετάμε βάση του λόγου παροχών μαζών (σχήματα 3.6,3.7). Είναι προφανές πως με αύξηση του λόγου παροχών μαζών έχουμε και αύξηση της θερμοκρασίας εξόδου ψυχρού άκρου. Το φαινόμενο αυτό παρατηρείται και σε πειραματικές μετρήσεις [2,8]. Επίσης με αύξηση της πίεσης φαίνεται και στα δύο μοντέλα πως μειώνεται η θερμοκρασία. Μέγιστες θερμοκρασίες παρατηρούνται για λόγους παροχών 0.82. Η μεγαλύτερη απόκλιση μεταξύ των δύο μοντέλων παρατηρείται για $y_c=0.82$ και πίεση 2.4 bar με 6% και η μικρότερη για $y_c=0.311$ και πίεση 2.2 bar με 0.04%.

Γενικότερα βλέπουμε πως οι θερμοκρασίες εξόδου θερμού άκρου βρίσκονται σε καλύτερη συμφωνία μεταξύ των δύο μοντέλων καθώς παρατηρούνται μικρές αποκλίσεις σε αντίθεση με τη θερμοκρασία εξόδου ψυχρού άκρου. Όπως προαναφέραμε ο λόγος της διαφοράς αυτής οφείλεται στο γεγονός πως το μοντέλο του Ahlborn στις προτεινόμενες σχέσεις για την πρόβλεψη των θερμοκρασιών δε λαμβάνει υπόψη την γεωμετρία του σωλήνα.

Στην **2^η περίπτωση** παρατηρείται μικρή μείωση της θερμοκρασίας συναρτήσει της πίεσης εισόδου και μεγαλύτερη συναρτήσει του λόγου παροχών (σχήμα 3.23). Το ίδιο φαινόμενο εντοπίστηκε και στην παραπάνω περίπτωση. Στο σχήμα 3.22 υπάρχει διακύμανση των τιμών της θερμοκρασίας χωρίς να φαίνεται καθαρή μείωση. Στην περίπτωση αυτή λαμβάνεται υπόψη για τον υπολογισμό της θερμοκρασίας η ολική θερμοκρασία στην έξοδο στο άκρο αυτό η οποία παραμένει σταθερή ως οριακή συνθήκη. Για το λόγο αυτό δεν παρατηρούνται μεγάλες διαφορές στις 2 πρώτες περιπτώσεις ($y_c=0.175$ και $y_c=0.45$). Η μεγαλύτερη απόκλιση μεταξύ των δύο μοντέλων παρατηρείται για $y_c=0.45$ και πίεση 2.445 bar με 5.32% και η μικρότερη για $y_c=0.175$ και πίεση 2.485 bar με 0.048%.

Στην **3^η περίπτωση** παρατηρείται και στα δύο μοντέλα μείωση της θερμοκρασίας με αύξηση της ολικής θερμοκρασίας εισόδου (σχήματα 3.41,3.42). Εάν μελετήσουμε τον πίνακα των προσομοιώσεων για $y_c=0.175$ με $T_{oi}=288K$ και πίεση 221kPa η θερμοκρασία είναι 274.5K, ενώ στα μοντέλα υπολογίζεται 293.3K (Ahlborn) και 292.2K (Shams-Khor), οι οποίες απέχουν αρκετά. Βέβαια λαμβάνονται υπόψη κι άλλες παράμετροι όπως αυτή της πίεσης και της πυκνότητας που επηρεάζουν αυτή τη διαφοροποίηση. Επιπλέον επαληθεύεται και η συμπεριφορά τους σε σχέση με το λόγο παροχών μαζών. Η μεγαλύτερη απόκλιση των δύο μοντέλων είναι για $y_c=0.82$ και θερμοκρασία εισόδου 298K με 4.96% και η μικρότερη για $y_c=0.45$ και θερμοκρασία εισόδου 299 K με 0.47%.



Θερμοκρασίες στο σημείο 0 και 1 του θερμοδυναμικού κύκλου

Στην **1^η περίπτωση** οι θερμοκρασίες στο σημείο 1 φαίνεται να έχουν αύξουσα πορεία σε σχέση με το λόγο παροχών μαζών ενώ στο σημείο 0 φθίνουσα (σχήματα 3.8,3.9). Η θερμοκρασία στο σημείο 1 εξαρτάται από το λόγο παροχών μαζών όπως βλέπουμε από το ενεργειακό ισοζύγιο στο κεφάλαιο 2 (2.1.26). Αυξάνοντας το λόγο αυξάνεται η θερμοκρασία στο θερμό άκρο επομένως η θερμοκρασία στο σημείο 1 έχει ανοδική πορεία. Ενώ σύμφωνα με το ίδιο ισοζύγιο εξηγείται η συμπεριφορά της T_0 . Επίσης παρατηρούμε πως η T_0 λαμβάνει τις μικρότερες τιμές στο σύστημα κάτι που είχε προαναφερθεί από τον Ahlborn[2]. Με αύξηση της πίεσης έχουμε μείωση των θερμοκρασιών. Αυτό συμβαίνει διότι αυξάνοντας την πίεση υπό σταθερή ολική θερμοκρασία αυξάνεται η ταχύτητα εισόδου και η παροχή μάζας έχοντας ως αποτέλεσμα την μείωση της στατικής θερμοκρασίας εισόδου (για τον Ahlborn T_{p1}) η οποία επιδρά άμεσα με τις θερμοκρασίες στα σημεία 0 και 1.

Στην **2^η περίπτωση** παρατηρούμε τα ίδια ακριβώς με την παραπάνω περίπτωση (σχήματα 3.26,3.27).

Στην **3^η περίπτωση** οι θερμοκρασίες στα σημεία 1 και 0 αυξάνονται σε μικρό βαθμό από την θερμοκρασία εισόδου κάτι που είναι λογικό εφόσον βρίσκονται στην κοντά είσοδο και επηρεάζονται άμεσα από την θερμοκρασία εισόδου. Επίσης επαληθεύεται και η συμπεριφορά τους σε σχέση με το λόγο παροχών μαζών (σχήματα 3.45, 3.46).

Γενικότερα παρατηρήθηκε πως η θερμοκρασία στο σημείο 0 λάμβανε τις μικρότερες τιμές στο σύστημα ,γεγονός που επαληθεύεται από τον Ahlborn.

Πιέσεις στις δύο εξόδους

Στην **1^η περίπτωση** η πίεση εξόδου θερμού άκρου έχει αύξουσα πορεία. Αυξάνοντας την πίεση στο θερμό άκρο (μετακίνηση της βαλβίδας προς τα μέσα) μειώνεται και η εξερχόμενη παροχή μάζας (σχήμα 3.10^a). Στο ψυχρό άκρο (σχήμα 3.10) έχουμε μείωση της πίεσης συναρτήσει του λόγου, γεγονός που καθορίζεται κυρίως από την επαναληπτική διαδικασία που ακολουθήθηκε και από τις αρχικές τιμές που δόθηκαν. Η τιμή της πίεσης είναι αποτέλεσμα διαφόρων παραμέτρων, όπως η θερμοκρασία η πίεση και η πυκνότητα.

Στη **2^η περίπτωση** η πίεση στο θερμό άκρο αυξάνεται συναρτήσει της πίεσης εισόδου και του λόγου παροχών μαζών το οποίο το παρατηρήσαμε και στην προηγούμενη περίπτωση (σχήμα 3.29). Η πίεση στο ψυχρό άκρο αυξάνεται σε μικρό βαθμό συναρτήσει της πίεσης εισόδου (σχήμα 3.28).

Στην **3^η περίπτωση** οι πιέσεις αυξάνονται συναρτήσει της ολικής θερμοκρασίας εισόδου και επαληθεύεται και η συμπεριφορά τους σε σχέση με το λόγο παροχών μαζών (σχήματα 3.47, 3.48).

Ταχύτητες και εγκάρσιες συνιστώσες ταχυτήτων στις δύο εξόδους

Στην **1^η περίπτωση** είναι προφανές από τα σχήματα 3.11, 3.12 πως με την αύξηση του λόγου παροχών μαζών αυξάνεται η ταχύτητα στο θερμό άκρο μέχρι ενός σημείου. Στο τελευταίο σημείο παρατηρούμε μία μικρή πτώση που οφείλεται στην παραμετρική σχέση που έχει δοθεί από το μοντέλο F_h . Στο ψυχρό άκρο επίσης αυξάνεται, φαινόμενο που έχει παρατηρηθεί και στις Cfd προσομοιώσεις. Το ίδιο παρατηρείται και στις εγκάρσιες συνιστώσες των ταχυτήτων. Για το θερμό άκρο έχουμε μείωση των εγκάρσιων συνιστωσών. Με αύξηση του λόγου παροχών μαζών μειώνεται η εξερχόμενη παροχή μάζας και με αύξηση της πίεσης στο άκρο αυτό παρατηρείται μείωση της εγκάρσιας συνιστώσας της ταχύτητας. Οι τιμές που λαμβάνει η συνιστώσα αυτή είναι μικρότερες από την ταχύτητα εισόδου κάτι που επιβεβαιώνεται κι από τις θεωρίες του Ahlborn [4]. Στο ψυχρό άκρο αυξάνεται η εξερχόμενη παροχή μάζας με την αύξηση του λόγου παροχών επομένως αυξάνεται και η τιμή της εγκάρσιας συνιστώσας με μείωση της πίεσης. Επίσης με αύξηση της πίεσης αυξάνεται και η εισερχόμενη παροχή μάζας επομένως και οι παροχές που εξέρχονται από τα δύο άκρα. Για το λόγο αυτό παρατηρούμε μεγαλύτερες ταχύτητες σε μεγαλύτερες πιέσεις.

Στην **2^η περίπτωση** για το θερμό άκρο παρατηρούμε πως η ταχύτητα αυξάνεται ώσπου εμφανίζει κάπου μέγιστη τιμή κι έπειτα μειώνεται, κάτι που οφείλεται στη διακύμανση της θερμοκρασίας του θερμού άκρου. Σε αντίθεση με την προηγούμενη περίπτωση εδώ όσο αυξάνεται ο λόγος παροχών μαζών αυξάνεται η ταχύτητα. Αυτό οφείλεται στο γεγονός των οριακών συνθηκών που έχουμε θέσει για την ολική θερμοκρασία στο θερμό άκρο κι επίσης σε κάθε περίπτωση αυξάνεται η ποσότητα της παροχής που εξέρχεται από το θερμό άκρο αφού έχουμε αύξηση της πίεσης χωρίς να αλλάζει το ποσοστό των παροχών γ_c . Η εγκάρσια συνιστώσα της ταχύτητας στο θερμό άκρο παρουσιάζει ίδια συμπεριφορά με την 1^η περίπτωση. Για το ψυχρό άκρο παρατηρούμε τα ίδια φαινόμενα με την 1^η περίπτωση (σχήματα 3.30-3.33).

Στην **3^η περίπτωση** για το θερμό άκρο παρατηρούμε πως η ταχύτητα αυξάνεται με την αύξηση της ολικής θερμοκρασίας εισόδου, κι αυτό διότι αυξάνεται η εισερχόμενη παροχή μάζας επίσης αυξάνεται και η εγκάρσια συνιστώσα της ταχύτητας. Όπως και σε προηγούμενες περιπτώσεις φαίνεται πως η εγκάρσια συνιστώσα μειώνεται με την αύξηση του λόγου παροχών, αφού μειώνεται η εξερχόμενη παροχή από το θερμό άκρο, ενώ η ταχύτητα αυξάνεται γεγονός που οφείλεται στη μεγάλη αύξηση του συντελεστή F_h που χρησιμοποιείται. Στο ψυχρό άκρο βλέπουμε αύξηση της ταχύτητας και της εγκάρσιας συνιστώσας συναρτήσει της ολικής θερμοκρασίας εισόδου κι αυτό διότι αυξάνεται η

παροχής μάζας στην είσοδο και ο συντελεστής F_c δεν παρουσιάζει μεγάλες διαφορές. Όσον αφορά το λόγο παροχών μαζών παρατηρούμε τα ίδια φαινόμενα με τις προηγούμενες περιπτώσεις (σχήματα 3.49-3.52).

COP

Στην **1^η περίπτωση** παρατηρούμε αύξηση του συντελεστή COP σε συνάρτηση με τον λόγο παροχών μαζών. Στο σημείο όπου $y_c=0.82$ (σχήμα 3.15) βλέπουμε μείωση του COP διότι μειώνεται η διαφορά των ολικών θερμοκρασιών εισόδου-εξόδου ενώ η ολική θερμοκρασία εισόδου παραμένει σταθερή. Κάτι τέτοιο δεν παρατηρείται στο σχήμα 3.16 (Ahlborn) εφόσον λαμβάνουμε υπόψη τις στατικές θερμοκρασίες όπου μεταβάλλονται οι διαφορές ομοιόμορφα. Επίσης παρατηρούμε στο σχήμα 3.16 πως έχουμε μικρή μείωση του συντελεστή με μείωση της πίεσης εισόδου κάτι που είναι λογικό διότι με αύξηση της πίεσης αυξάνεται το έργο που εισέρχεται στο σωλήνα. Στο σχήμα 3.15 παρατηρείται μείωση με την αύξηση της πίεσης αλλά μικρότερης τάξεως. Ελάχιστα μεγαλύτερες και πιο λογικές τιμές του συντελεστή έχουμε με χρήση του μοντέλου του Ahlborn. Γενικότερα οι τιμές κυμαίνονται σε επίπεδα υπό του 0.1.

Στη **2^η περίπτωση** παρατηρούμε παρόμοια φαινόμενα με την 1^η περίπτωση. Οι τιμές των συντελεστών μεταξύ των δύο μοντέλων βρίσκονται αρκετά κοντά με τις μεγαλύτερες τιμές να τις λαμβάνει το μοντέλο των Shamsoddini-Khorasami (σχήμα 3.34). Έχοντας ως ένα μέτρο σύγκρισης τον πίνακα 3.8 όπου στην τελευταία περίπτωση με $y_c=0.83$ και $P_i=233\text{kPa}$ προκύπτει $\text{COP}=0.042$, την τιμή αυτή για $y_c=0.82$ και $P_i=232\text{kPa}$ πλησιάζει περισσότερο το μοντέλο των Shamsoddini-Khorasami με 0.033. Επομένως μπορούμε να πούμε ότι λαμβάνουμε καλύτερη εκτίμηση από το μοντέλο αυτό.

Στην **3^η περίπτωση** φαίνεται αύξηση του COP με βάση την ολική θερμοκρασία εξόδου κι αυτό εξαιτίας της αυξανόμενης παροχής μάζας που εισέρχεται στο σωλήνα. Επίσης παρατηρούνται μεγαλύτερες τιμές από την δεύτερη περίπτωση διότι κρατάμε σταθερή την πίεση στους 220kPa (σχήματα 3.55,3.56). Από τον πίνακα 3.8 με $y_c=0.175$ και $P_i=221.3\text{kPa}$ και $T_{0i}=288\text{K}$ όπου προκύπτει $\text{COP}=0.008$ παρατηρούμε πως για $y_c=0.175$ και $P_i=220\text{kPa}$ και $T_{0i}=288\text{K}$ πλησιάζει περισσότερο το μοντέλο του Ahlborn με 0.0083.

Ψυκτική Ισχύς

Στην **1^η περίπτωση** παρατηρούμε αύξηση της ψυκτικής ισχύος σε συνάρτηση με τον λόγο παροχής μάζας κάτι που είναι λογικό εφόσον μεγαλώνει η ποσότητα παροχής που εξέρχεται από το ψυχρό άκρο. Στο σχήμα 3.17 παρατηρείται μείωση για $y_c=0.82$ εξαιτίας της μείωσης της θερμοκρασιακής διαφοράς και της ολικής θερμοκρασίας εισόδου που παραμένει σταθερή. Επίσης η παροχή μάζας που εξέρχεται από το ψυχρό άκρο στην

τελευταία περίπτωση έχει μικρή αύξηση σε σχέση με τις προηγούμενες φορές. Σύμφωνα με το μοντέλο του Ahlborn στο σχήμα 3.18 βλέπουμε μια συνεχόμενη αύξηση, ενώ στο σημείο όπου $y_c=0.82$ η ισχύς μεταβάλλεται ελάχιστα. Γενικότερα μεγαλύτερες τιμές παρατηρούνται στο μοντέλο του Ahlborn.

Στην **2^η περίπτωση** παρατηρούμε τις ίδιες αλλαγές με την πρώτη περίπτωση (σχήματα 3.36, 3.37). Με το μοντέλο των Shamsoddini-Khorasami προκύπτουν μεγαλύτερες τιμές ψυκτικής ισχύος. Εάν μελετήσουμε την τελευταία περίπτωση από τον πίνακα 3.8 με $y_c=0.83$ και $P_i=233\text{kPa}$ όπου προκύπτει $Q_c=81.83\text{ W}$ παρατηρούμε πως για $y_c=0.82$ και $P_i=232\text{kPa}$ πλησιάζει περισσότερο το μοντέλο του Ahlborn με 78.96W . Επομένως μπορούμε να πούμε ότι λαμβάνουμε καλύτερη εκτίμηση από το μοντέλο αυτό.

Στην **3^η περίπτωση** φαίνεται αύξηση με την αύξηση της ολικής θερμοκρασίας εισόδου κάτι που ήταν αναμενόμενο διότι αυξάνεται και η παροχή μάζας στην είσοδο και στο σύστημα γενικότερα (σχήματα 3.53, 3.54). Η ίδια συμπεριφορά παρατηρείται και στα δύο μοντέλα λαμβάνοντας μεγαλύτερες τιμές εκείνο των Shamsoddini-Khorasami. Εάν μελετήσουμε την τελευταία περίπτωση από τον πίνακα 3.8 με $y_c=0.175$ και $P_i=221.3\text{kPa}$ και $T_{0i}=288\text{K}$ όπου προκύπτει $Q_c=7.1\text{ W}$ παρατηρούμε πως για $y_c=0.175$ και $P_i=220\text{kPa}$ και $T_{0i}=288\text{K}$ πλησιάζει περισσότερο το μοντέλο του Shamsoddini-Khorasami με 6.189W .

Θερμικό και ψυκτικό φορτίο

Στην **1^η περίπτωση** παρατηρούμε πως οι τιμές του θερμικού και ψυκτικού φορτίου αυξάνονται με την αύξηση του λόγου παροχών μαζών (σχήματα 3.19, 3.20). Για το θερμικό φορτίο δικαιολογείται διότι έχουμε αύξηση της θερμοκρασίας εξόδου του θερμού άκρου και για το ψυκτικό διότι αυξάνεται η εξερχόμενη μάζα από το ψυχρό άκρο. Επίσης παρατηρείται αύξηση και των δύο με αύξηση της πίεσης κάτι που δικαιολογείται διότι αυξάνεται και η εισερχόμενη παροχή μάζας στο σωλήνα.

Στη **2^η περίπτωση** παρατηρούνται τα ίδια φαινόμενα με την πρώτη περίπτωση. Βλέπουμε πως με αύξηση του λόγου παροχών μαζών σε 0.82 αυξάνονται σημαντικά τα μεγέθη (σχήματα 3.38, 3.39).

Στη **3^η περίπτωση** βλέπουμε πως αυξάνονται τα φορτία διότι αυξάνεται και η παροχή μάζας που εισέρχεται στο σωλήνα. Επίσης επαληθεύεται και η συμπεριφορά τους σε σχέση με το λόγο παροχών μαζών (σχήματα 3.57, 3.58).

COP εσωτερικής λειτουργίας

Στην **1^η περίπτωση** παρατηρούμε αύξηση του συντελεστή COP (σχήμα 3.21) συναρτήσει του λόγου παροχών μαζών αφού αυξάνεται η εξερχόμενη παροχή από το ψυχρό άκρο. Επίσης παρατηρείται μια ελαφρά μείωση που φαίνεται ελάχιστα με την αύξηση της πίεσης κι αυτό διότι αυξάνεται το έργο που εισέρχεται στη δευτερεύουσα ροή. Οι τιμές κυμαίνονται από 0.122-1.35 και βρίσκονται μέσα στο όριο που προέβλεψε ο Ahlborn 0.10-1.7[2].

Στην **2^η περίπτωση** παρατηρείται μείωση με την αύξηση της πίεσης εισόδου (σχήμα 3.40^α). Επίσης μεγάλη αύξηση παρουσιάζεται για $y_c=0.82$ όπου ο COP φτάνει τιμές 1.349 που βρίσκεται μέσα στα όρια (σχήμα 3.40).

Στην **3^η περίπτωση** φαίνεται αύξηση του COP εσωτερικής λειτουργίας σε μικρό βαθμό εξαιτίας της αύξησης της παροχής μάζας που εισέρχεται (σχήμα 3.59^α). Επίσης παρατηρούμε μικρότερες τιμές σε σχέση με τη 2^η περίπτωση κι αυτό διότι η πίεση παραμένει σταθερή στα 220kPa οπότε και η εισερχόμενη παροχή μάζας θα κυμαίνεται σε χαμηλότερα επίπεδα(σχήμα 3.59).



ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ 3^{ΟΥ} ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

- [1] Rahim Shamsoddini, Ahmadreza Faghieh Khorasami, A new approach to study and optimize cooling performance of a Ranque-Hilsch vortex tube, 2012.
- [2] B. Ahlborn, Jeffrey M. Gordon, The vortex tube as a classic thermodynamic refrigeration cycle, 2000.
- [3] B. Ahlborn, J. U. Keller, E. Rebhan, The heat pump in a vortex tube, 1998.
- [4] Boye Ahlborn, J.U. Keller, R. Staudt, G.Treitz, E. Rebhan, Limits of temperature separation in a vortex tube, 1993.
- [5] N.F. Aljuwayhel, G.F. Nellis, S.A. Klein, Parametric and internal study of the vortex tube using a CFD model, 2004.
- [6] Mohammad Sadegh Valipour, Nima Niazi, Experimental modeling of a curved Ranque Hilsch vortex tube refrigerator.
- [7] M.H. Siadi, M.S. Valipour, Experimental modeling of vortex tube refrigerator, 2003.
- [8] S.Eiasma, Experimental investigation of energy separation in a counter-flow Ranque–Hilsch vortex tube with multiple inlet snail entries, 2010.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

4.1 Υπολογισμός και απεικόνιση πεδίων ροής

Σκοπός του παρόντος κεφαλαίου είναι η εκτίμηση των πεδίων ροής και των πεδίων ταχυτήτων σε ένα αεροσωλήνα vortex. Ο S. Nimbalkar στην εργασία του [1] την οποία αναλύσαμε εκτενώς στο κεφάλαιο 2.3 μίλησε για διάφορες μορφές ροής μέσα στο σωλήνα. Ανέπτυξε ένα θεωρητικό μοντέλο εξισώσεων βασισμένο στην ερεύνα του Hussain [2], ο οποίος με τη σειρά του ανέπτυξε νέες αναλυτικές λύσεις των εξισώσεων Navier-Stokes με τις οποίες περιγράφονται οι πολύπλοκες στροβιλιζόμενες ροές. Απέδωσε λύσεις με πέντε παραμέτρους εξηγώντας πώς οι διαφορετικές παράμετροι επηρεάζουν τη ροή. Συγκεκριμένα για το σωλήνα vortex χρησιμοποίησε ένα δίπολο δημιουργώντας μία ροή επάλληλου πεδίου για την οποία λαμβάνονται υπόψη και οι δύο κατευθύνσεις θετική κι αρνητική και περιγράφεται με την ροική συνάρτηση:

$$\psi = a \left(\frac{r}{0.1r_o} \right)^2 - \frac{Br^2}{(0.1zr_o) \left[1 + B \left(\frac{r}{z} \right)^2 \right]} + c \left(\frac{r}{0.1r_o} \right)^4 \quad \{4.1\}$$

όπου r_o είναι ακτίνα σωλήνα vortex και:

$$B = \frac{3J}{64\pi\rho\nu^2} \quad \{4.2\}$$

που χαρακτηρίζει την ροή της ορμής J κατά τον άξονα και εξαρτάται από την πτώση της πίεσης,

$$a = \frac{W_c}{2\text{Re}} \quad \{4.3\}$$

όπου W_c είναι μια παράμετρος που χαρακτηρίζει το ομοιόμορφο μέρος της αξονικής ροής,

$$c = \frac{W_p}{4\text{Re}} \quad \{4.4\}$$

όπου W_p είναι μια παράμετρος που καθορίζει τη ανομοιόμορφη διάτμηση της αξονικής ταχύτητας που επηρεάζεται από την κλίση της πίεσης κατά τον άξονα και Re είναι, κατά τα γνωστά, ο ακτινικός αριθμός Reynolds.

Στην ερευνά του για την απεικόνιση του πεδίου, ο S. Nimbalkar έδωσε στους συντελεστές τις τιμές $\begin{cases} B = 1000 \\ a = -0.5 \\ c = 0 \end{cases}$. Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα αυτά απεικονίσαμε το

πεδίο για $r_0 = 20\text{mm}$ και μήκος $L = 400\text{mm}$. Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις:

$$V_z = \frac{1}{r} \frac{d\Psi}{dr} \quad \{4.5\}$$

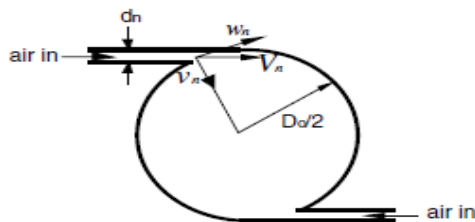
$$V_r = -\frac{1}{r} \frac{d\Psi}{dz} \quad \{4.6\}$$

όπου

$$\Psi = (\nu \cdot r_0 \cdot \text{Re}) \cdot \psi \quad \{4.7\}$$

Για τον ακτινικό αριθμό Reynolds ακολουθείται η εξής διαδικασία:

- Θεωρώ κάποια παροχή εισόδου m_{in} και για τις διαστάσεις αυτές μία διατομή εισόδου A_n . Το μοντέλο της ροικής συνάρτησης προϋποθέτει 2 εισόδους. Εφόσον η κλίση εισόδου είναι κατά κύριο λόγο εφαπτομενική λαμβάνουμε ότι υπάρχει μία ελάχιστη κλίση εισόδου της τάξης 0.1%.



- Βρίσκουμε τη γωνία:

$$\theta = \arctan\left(\frac{1}{1000}\right) \quad \{4.8\}$$

- βάσει αυτής βρίσκουμε την ακτινική ταχύτητα στην είσοδο:

$$V_{r0} = \frac{m_{in} \cdot \sin\theta}{\rho \cdot A_n} \quad \{4.9\}$$

- ο ακτινικός αριθμός Reynolds προκύπτει:

$$\text{Re} = \frac{V_{r0} \cdot r_0}{2\nu} \quad \{4.10\}$$

Για κάθε σημείο της ροϊκής γραμμής επομένως έχουμε την ακτινική και αξονική ταχύτητα.

4.2 Χρήση αναλυτικού μοντέλου για τον υπολογισμό των γραμμών ροής

Με χρήση του θεωρητικού μοντέλου που ανέπτυξε ο Nimbalkar μπορούμε να απεικονίσουμε τα πεδία ροής και στη συνέχεια να εκτιμήσουμε τα πεδία ταχυτήτων για το σωλήνα vortex με τη γεωμετρία που χρησιμοποίησε στα πειράματά του ($L=0.254\text{m}$, $r=0.01\text{m}$) λαμβάνοντας υπόψη την πίεση εισόδου, την παροχή μάζας εισόδου και το λόγο παροχών μαζών του ψυχρού άκρου. Ακολουθούμε την εξής διαδικασία:

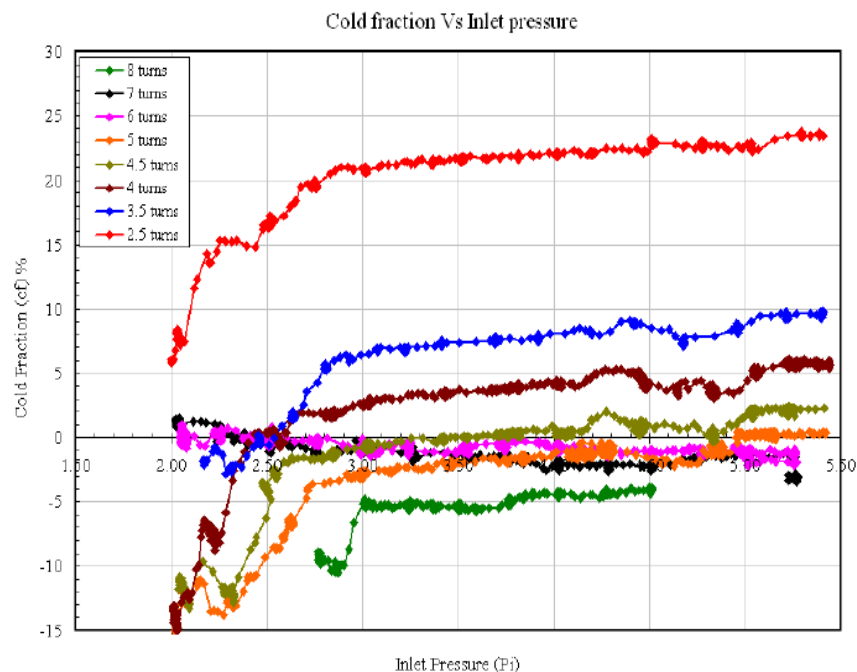
Αρχικά επιλέγουμε:

N : φορές περιστροφής της ελεγχόμενης βαλβίδας

P_{in} : πίεση εισόδου

m_{in} : παροχή μάζας εισόδου

Για τον λόγο παροχών μαζών γ_c χρησιμοποιούμε τα παρακάτω διαγράμματα (εικόνα 4.1) που μας δείχνουν το λόγο παροχών μάζας ψυχρού άκρου συναρτήσει της πίεσης εισόδου για διάφορες φορές περιστροφής της βαλβίδας ελέγχου οι οποίες εκφράζονται με τον αριθμό N :



Εικόνα 4.1: Πίεση εισόδου συναρτήσει λόγου παροχής μάζας ψυχρού άκρου.

Για φορές περιστροφής της βαλβίδας ελέγχου $N=2.5, 3.5, 4$ παρατηρούμε πως υπάρχει μεγαλύτερος ενεργειακός διαχωρισμός, καθώς για περισσότερες φορές περιστροφής έχουμε και αρνητικό ποσοστό παροχών μαζών στο ψυχρό άκρο.



- Για $N=2.5$ φορές περιστροφής επιλέξαμε κάποια δεδομένα από το διάγραμμα και καταλήξαμε στην παρακάτω παραμετρική σχέση:

$$y_c(P_i) = -0.498 + 9.462 \cdot 10^{-3} \cdot P_i - 3.004 \cdot 10^{-5} \cdot P_i^2 \quad \{4.11\}$$

- Για $N=3.5$ φορές περιστροφής επιλέξαμε κάποια δεδομένα από το διάγραμμα και καταλήξαμε στην παρακάτω παραμετρική σχέση:

$$y_c(P_i) = -9.751 \cdot 10^{-3} - 2.938 \cdot 10^{-4} \cdot P_i + 7.52 \cdot 10^{-6} \cdot P_i^2 \quad \{4.12\}$$

- Για $N=4$ φορές περιστροφής επιλέξαμε κάποια δεδομένα από το διάγραμμα και καταλήξαμε στην παρακάτω παραμετρική σχέση:

$$y_c(P_i) = 0.725 - 0.012 \cdot P_i + 4.958 \cdot 10^{-5} \cdot P_i^2 \quad \{4.13\}$$

οπότε λαμβάνοντας κάθε φορά διαφορετικό αριθμό φορών περιστροφής ανάμεσα σε αυτούς τους τρεις και για μία πίεση εισόδου βρίσκουμε τον λόγο παροχών μαζών.

Στη συνέχεια υπολογίζουμε την παροχή μάζας που εξέρχεται από το θερμό άκρο:

$$m_h = (1 - y_c) \cdot m_{in} \quad \{4.14\}$$

Από τις φορές περιστροφής N μπορούμε να υπολογίσουμε από την παραμετρική σχέση που εξήγαγε ο Nimbalkar για τον συντελεστή τριβής της βαλβίδας του θερμού άκρου:

$$k = 0.7833e^{-0.1256N} \quad \{4.15\}$$

Κι επίσης επειδή για τον ίδιο συντελεστή έχουμε:

$$k = \frac{\Delta P}{\dot{m}_h^2} \quad \{4.16\}$$

Όπου ΔP η διαφορά πίεσης πριν και μετά τη βαλβίδα. Την διαφορά αυτή των πιέσεων την χρησιμοποιούμε για την εύρεση του συντελεστή B της ροικής συνάρτησης.

$$\Delta P = P_b - P_{atm} \quad \{4.17\}$$

Από το θεωρητικό μοντέλο που ανέπτυξε ο Nimbalkar ορίζονται οι συντελεστές a και B , που χρησιμοποιούνται στη ροική συνάρτηση, συναρτήσει των πιέσεων:

$$a = \frac{W_c}{2 Re}$$

με:

$$W_c = \frac{r_o}{\nu} \sqrt{\frac{2g_c}{\rho} K_c (P_{in} - P_b)} \quad \{4.18\}$$

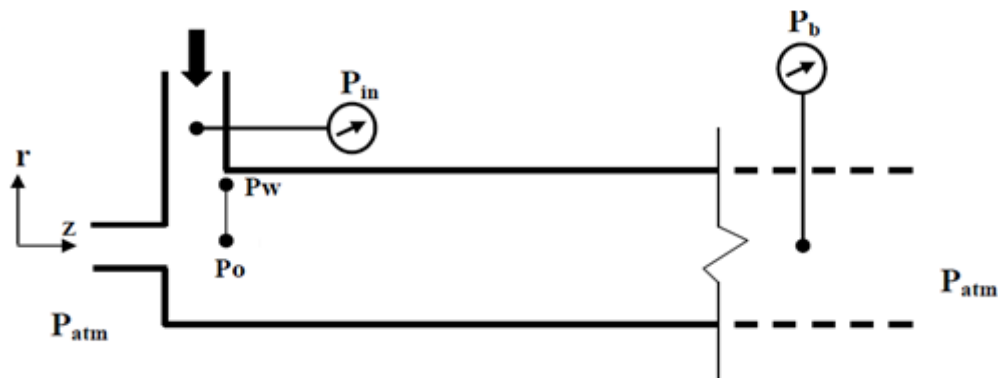
Και $B = \frac{3J}{64\pi\rho\nu^2}$ με :

$$J = \frac{K_h (P_b - P_{atm})}{L\rho A_h} = \frac{\dot{m}_h}{L} \cdot \frac{\dot{m}_h}{\rho A_h} \quad \{4.19\}$$

όπου K_h είναι ο συντελεστής τριβής βαλβίδας ελέγχου και K_c είναι ο συντελεστής τριβής στομίου εξόδου ψυχρού ρεύματος. Ο αριθμός Reynolds δίνεται από τη σχέση:

$$Re = \frac{\sqrt{K_r (P_w - P_o)}}{4\pi r_o L} \quad \{4.20\}$$

όπου K_r είναι ο συντελεστής τριβής της ακτινικής ροής και L είναι μήκος του σωλήνα vortex



Εικόνα 4.2: Απεικόνιση σωλήνα vortex και πιέσεων.

Τις διαφορές πιέσεων τις λαμβάνουμε από το αναλυτικό μοντέλο που ανέπτυξε ο Nimbalkar με τη βοήθεια από τους πειραματικούς υπολογισμούς. Αναφέρουμε κατευθείαν τις σχέσεις εφόσον η απόδειξη τους έχει δοθεί στο κεφάλαιο 2.3.

Ως πίεση P_b θεωρούμε εκείνη την πίεση πριν την βαλβίδα ελέγχου του θερμού άκρου την οποία υπολογίζουμε ως εξής:



$$P_b \cong \frac{P_{in} + \left(\frac{2s_1}{s_2 g_c}\right) P_{atm}}{\left(\frac{2s_1}{s_2 g_c} + 1\right)} \quad \{4.21\}$$

όπου $s_1 = 67.515$ και $s_2 = 0.06975$, λαμβανόμενα από πειραματικές μετρήσεις, και $g_c = 386.4 \frac{inch}{s^2}$. Ως πίεση P_o θεωρούμε την πίεση πριν το ψυχρό άκρο:

$$P_o \cong P_b - \frac{s_2 g_c}{2s_1} (P_{in} - P_b) \quad \{4.22\}$$

ενώ ως πίεση P_w θεωρούμε την πίεση κοντά στο τοίχωμα του σωλήνα:

$$P_w \cong 2 \cdot P_b - P_o \quad \{4.23\}$$

Όπως απέδειξε ο Nimbalkar από τις πειραματικές μετρήσεις για να υπάρξει στροβιλιζόμενη ροή μέσα σε ένα σωλήνα θα πρέπει να ισχύει:

$$P_o - P_{atm} > 0 \quad \{4.24\}$$

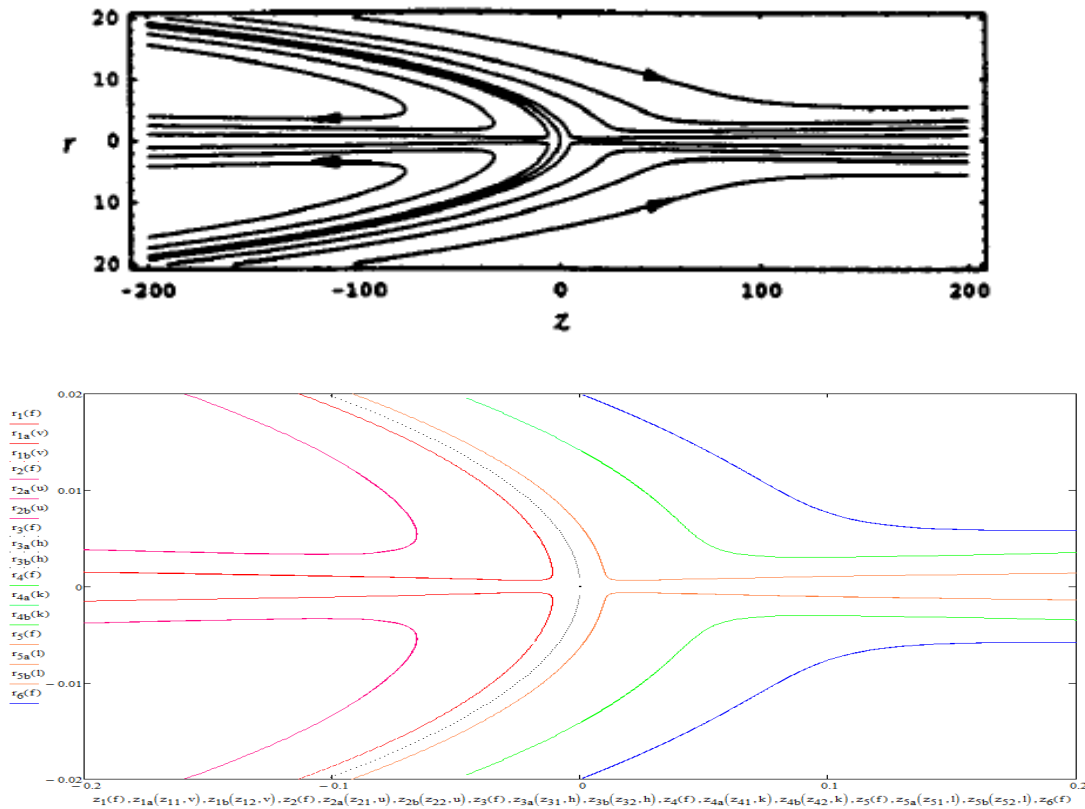
Επομένως, για την πίεση εισόδου που εισάγουμε κι έπειτα με τον υπολογισμό των υπόλοιπων πιέσεων, ελέγχουμε το κριτήριο αυτό.

Για τους συντελεστές τριβής που αναφέρονται στους αριθμούς a , B και αριθμού Re λαμβάνουμε προσεγγιστικές τιμές ώστε οι παραπάνω αριθμοί να λαμβάνουν τιμές που βρίσκονται κοντά με αυτές που προτείνει ο Hussain στο μοντέλο του. Έτσι πετυχαίνουμε την καλύτερη απεικόνιση του πεδίου.

Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις 4.5, 4.6 βρίσκω τα πεδία ταχυτήτων για τις ροϊκές γραμμές που έχω απεικονίσει.

4.3 Αποτελέσματα απεικόνισης πεδίων ροής

Στο παρόν υποκεφάλαιο θα παρουσιαστούν τα πεδία ροής όπως εκείνα βρέθηκαν με βάση το μοντέλο του Hussain. Αρχικά συγκρίνεται το δικό μας πεδίο για τις ίδιες διαστάσεις που χρησιμοποίησε ο F. Hussain [2] (*Παράρτημα Α5*).



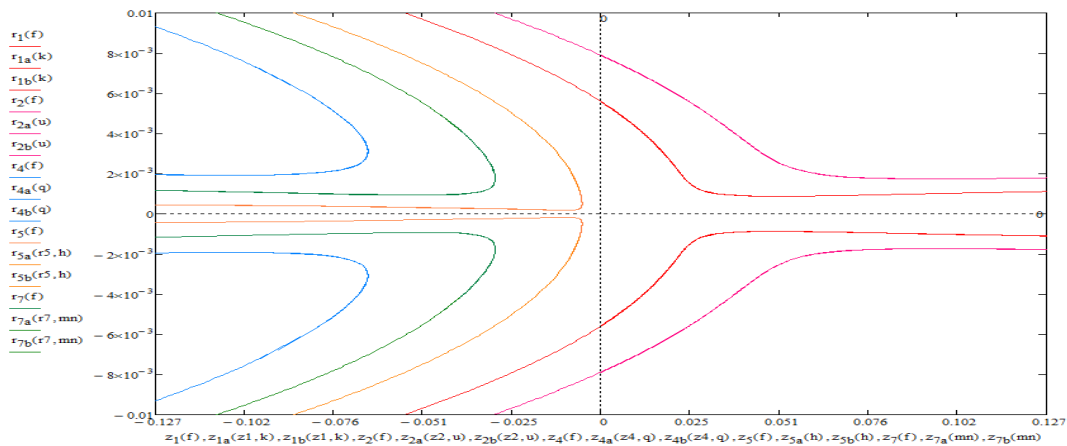
Εικόνα 4.3: Σύγκριση πεδίου Hussain με δική μας μοντελοποίηση για ροϊκές γραμμές $\Psi = -50, -25, -5, 0, 5, 25$ με ακτίνα $r_0 = 20\text{mm}$ και μήκος $L = 400\text{mm}$.

Παρακάτω εφαρμόζεται το θεωρητικό μοντέλο που προτάθηκε από τον S. Nimbalkar [2] σε συνδυασμό με το αναλυτικό μοντέλο του με βάση τις πειραματικές του μετρήσεις. Για τις 3 περιπτώσεις φορών περιστροφής που προαναφέρθηκαν και μεταβάλλοντας κάποιες οριακές συνθήκες όπως την πίεση εισόδου και την παροχή μάζας εισόδου έχουμε:

- Φορές περιστροφής της βαλβίδας: $N=2.5$
- Πίεση εισόδου: $P_{in}=140$ kPa
- Παροχή μάζας: $m_{in}=0.011$ kg/sec.

Με λόγο παροχών μαζών ψυχρού άκρου: $\gamma_c = 0.238$

Εξερχόμενη παροχή μάζας θερμού άκρου: $m_h=0.00864$ kg/sec και $a=0.804$,
 $B=3052$, $c=0$, $P_o-P_{atm}=0.386$ bar. **Παράρτημα Α6.**

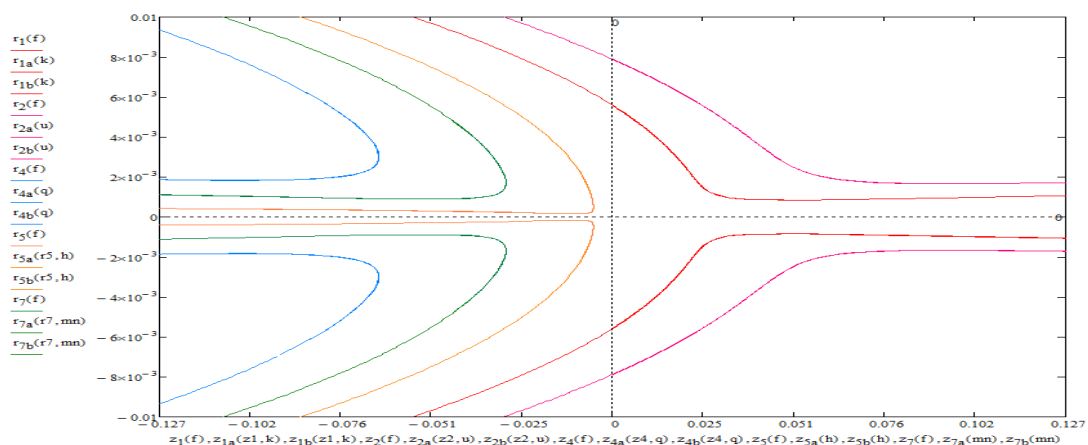


Εικόνα 4.4: Πεδίο ροής για ροϊκές γραμμές $\Psi=-25,-5,5,25,50$ με ακτίνα $r_o=10$ mm και μήκος $L=254$ mm.

- Φορές περιστροφής της βαλβίδας: $N=2.5$
- Πίεση εισόδου: $P_{in}=120$ kPa
- Παροχή μάζας: $m_{in}=0.011$ kg/sec.

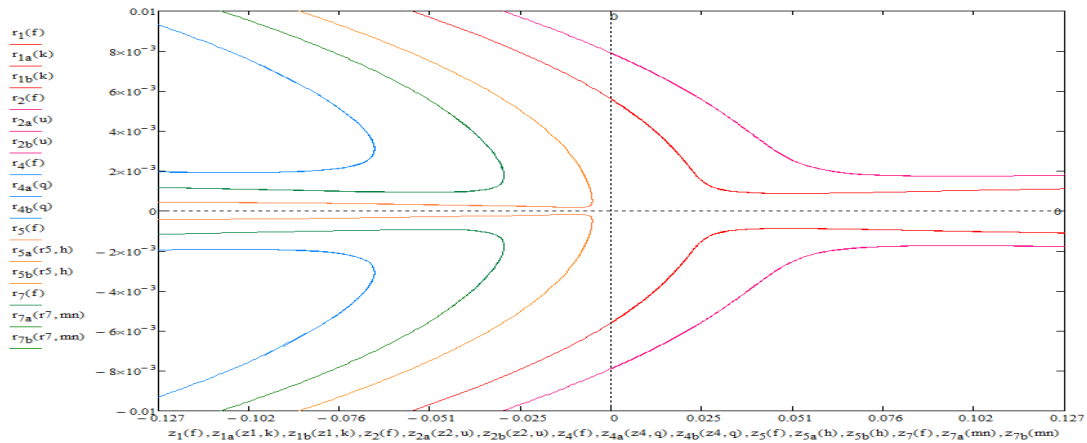
Με λόγο παροχών μαζών ψυχρού άκρου: $\gamma_c=0.205$

Εξερχόμενη παροχή μάζας θερμού άκρου: $m_h=0.009012$ kg/sec και $a=0.804$,
 $B=3322$, $c=0$, $P_o-P_{atm}=0.186$ bar. **Παράρτημα Α6.**



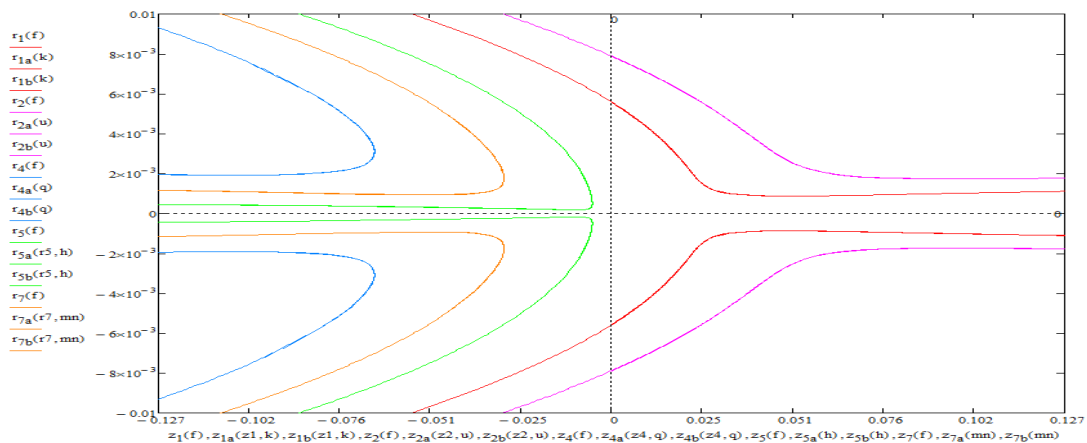
Εικόνα 4.5: Πεδίο ροής για ροϊκές γραμμές $\Psi=-25,-5,5,25,50$ με ακτίνα $r_o=10$ mm και μήκος $L=254$ mm.

- Φορές περιστροφής της βαλβίδας: $N=2.5$
- Πίεση εισόδου: $P_{in}=140$ kPa
- Παροχή μάζας: $m_{in}=0.083$ kg/sec
 Με λόγο παροχών μαζών ψυχρού άκρου: $y_c=0.238$
 Εξερχόμενη παροχή μάζας θερμού άκρου: $m_h=0.0634$ kg/sec και $a=0.804$,
 $B=3052$, $c=0$, $P_o-P_{atm}=0.386$ bar. **Παράρτημα Α6.**



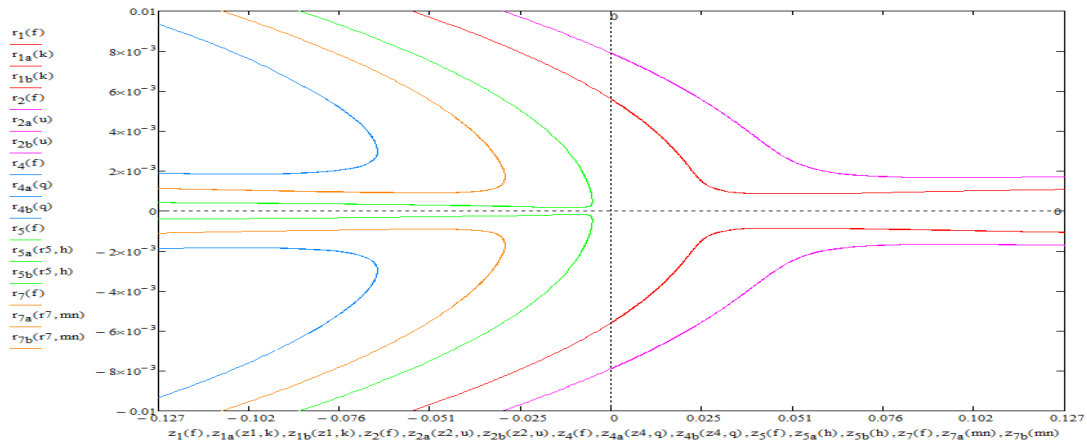
Εικόνα 4.6: Πεδίο ροής για ροϊκές γραμμές $\Psi=-25,-5,5,25,50$ με ακτίνα $r_0=10$ mm και μήκος $L=254$ mm.

- Φορές περιστροφής της βαλβίδας: $N=3.5$
- Πίεση εισόδου: $P_{in}=140$ kPa
- Παροχή μάζας: $m_{in}=0.011$ kg/sec.
 Με λόγο παροχών μαζών ψυχρού άκρου: $y_c=0.097$
 Εξερχόμενη παροχή μάζας θερμού άκρου: $m_h=0.0102$ kg/sec και $a=0.804$,
 $B=3055$, $c=0$, $P_o-P_{atm}=0.386$ bar. **Παράρτημα Α7.**



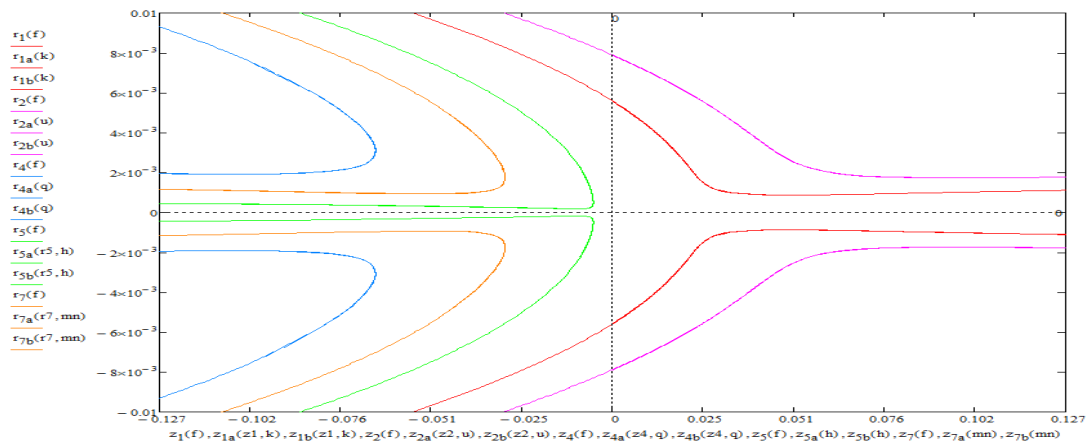
Εικόνα 4.7: Πεδίο ροής για ροϊκές γραμμές $\Psi=-25,-5,5,25,50$ με ακτίνα $r_0=10$ mm και μήκος $L=254$ mm.

- Φορές περιστροφής της βαλβίδας: $N=3.5$
- Πίεση εισόδου: $P_{in}=120$ kPa
- Παροχή μάζας: $m_{in}=0.011$ kg/sec.
 Με λόγο παροχών μαζών ψυχρού άκρου: $y_c=0.063$
 Εξερχόμενη παροχή μάζας θερμού άκρου: $m_h=0.0106$ kg/sec και $a=0.804$,
 $B=3284$, $c=0$, $P_o-P_{atm}=0.186$ bar. *Παράρτημα A7.*



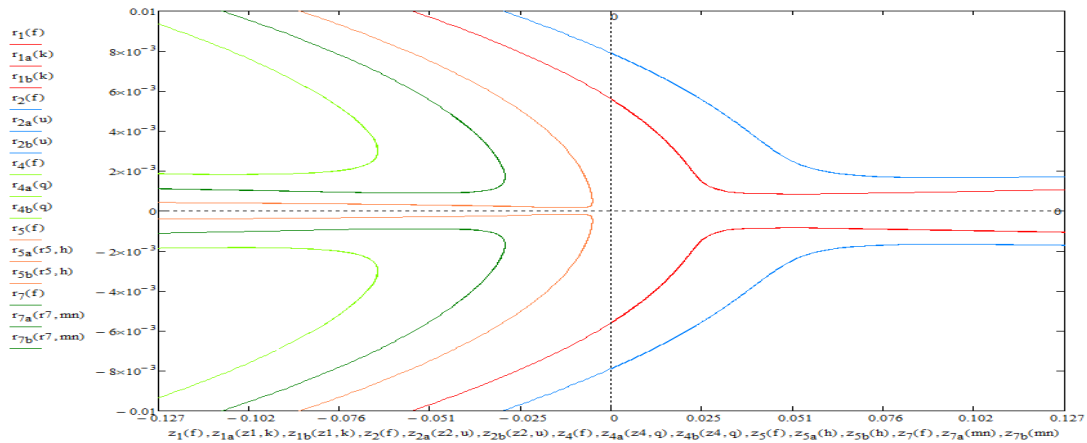
Εικόνα 4.8: Πεδίο ροής για ροϊκές γραμμές $\Psi=-25,-5,5,25,50$ με ακτίνα $r_0=10$ mm και μήκος $L=254$ mm.

- Φορές περιστροφής της βαλβίδας: $N=3.5$
- Πίεση εισόδου: $P_{in}=140$ kPa
- Παροχή μάζας: $m_{in}=0.083$ kg/sec.
 Με λόγο παροχών μαζών ψυχρού άκρου: $y_c=0.097$
 Εξερχόμενη παροχή μάζας θερμού άκρου: $m_h=0.075$ kg/sec και $a=0.804$,
 $B=3055$, $c=0$, $P_o-P_{atm}=0.386$ bar. *Παράρτημα A7.*



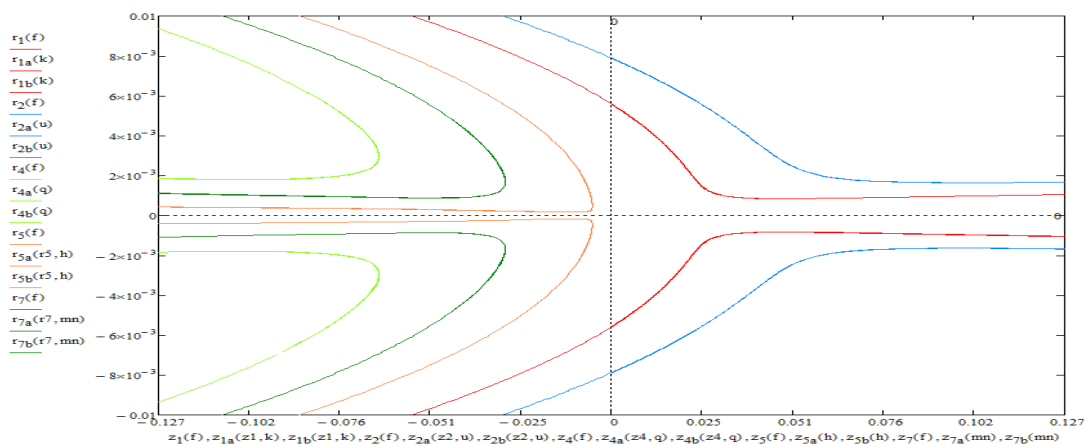
Εικόνα 4.9: Πεδίο ροής για ροϊκές γραμμές $\Psi=-25,-5,5,25,50$ με ακτίνα $r_0=10$ mm και μήκος $L=254$ mm.

- Φορές περιστροφής της βαλβίδας: $N=4$
- Πίεση εισόδου: $P_{in}=140$ kPa
- Παροχή μάζας: $m_{in}=0.011$ kg/sec.
 Με λόγο παροχών μαζών ψυχρού άκρου: $y_c=0.017$
 Εξερχόμενη παροχή μάζας θερμού άκρου: $m_h=0.01115$ kg/sec και $a=0.804$,
 $B=3324$, $c=0$, $P_o-P_{atm}=0.386$ bar. **Παράρτημα Α8.**



Εικόνα 4.10: Πεδίο ροής για ροϊκές γραμμές $\Psi=-25,-5,5,25,50$ με ακτίνα $r_0=10$ mm και μήκος $L=254$ mm.

- Φορές περιστροφής της βαλβίδας: $N=4$
- Πίεση εισόδου: $P_{in}=130$ kPa
- Παροχή μάζας: $m_{in}=0.011$ kg/sec.
 Με λόγο παροχών μαζών ψυχρού άκρου: $y_c=0.0029$
 Εξερχόμενη παροχή μάζας θερμού άκρου: $m_h=0.0113$ kg/sec και $a=0.804$,
 $B=3419$, $c=0$, $P_o-P_{atm}=0.286$ bar. **Παράρτημα Α8.**

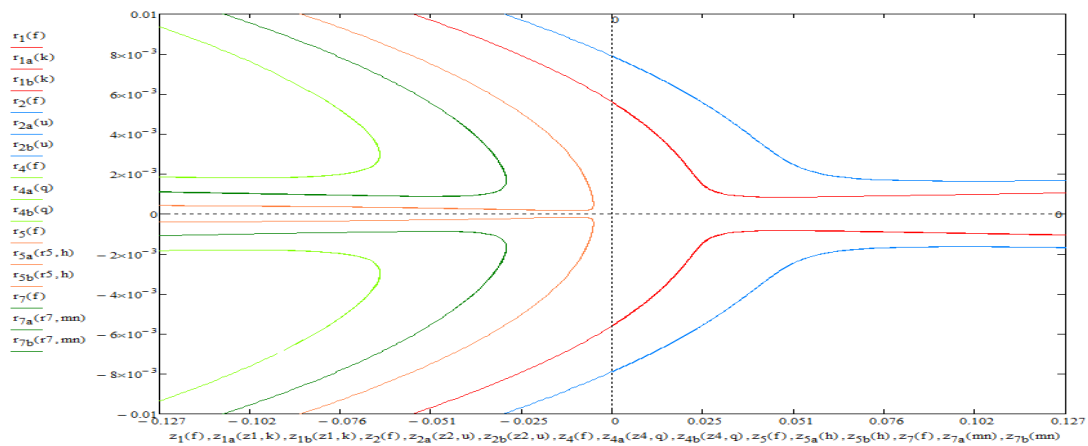


Εικόνα 4.11: Πεδίο ροής για ροϊκές γραμμές $\Psi=-25,-5,5,25,50$ με ακτίνα $r_0=10$ mm και μήκος $L=254$ mm.

- Φορές περιστροφής της βαλβίδας: $N=4$
- Πίεση εισόδου: $P_{in}=140$ kPa
- Παροχή μάζας: $m_{in}=0.083$ kg/sec.

Με λόγο παροχών μαζών ψυχρού άκρου: $y_c=0.017$

Εξερχόμενη παροχή μάζας θερμού άκρου: $m_h=0.0818$ kg/sec και $a=0.804$,
 $B=3324$, $c=0$, $P_o-P_{atm}=0.386$ bar. **Παράρτημα Α8.**



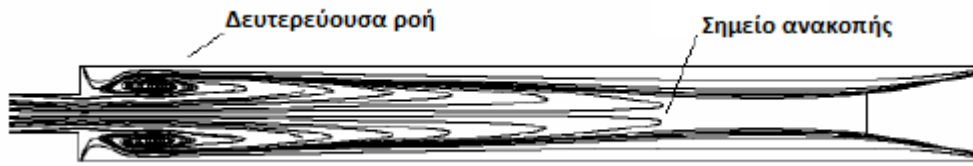
Εικόνα 4.12: Πεδίο ροής για ροϊκές γραμμές $\Psi=-25,-5,5,25,50$ με ακτίνα $r_o=10$ mm και μήκος $L=254$ mm.

4.3.1 Σχολιασμός

Όπως παρατηρούμε στην εικόνα 4.3 η απεικόνιση του πεδίου έχει πετύχει για τις ροϊκές γραμμές που είχε προτείνει ο Hussain. Στην παραμετροποίηση που έγινε παρακάτω η μορφή των γραμμών ροής είναι ικανοποιητική αλλά με την αλλαγή των παραμέτρων δεν παρατηρήθηκε αλλαγή στην όψη των πεδίων παρά μόνο μία ελάχιστη μετατόπιση των ροϊκών γραμμών και των ζευγαριών των σημείων r, z που βρέθηκαν κάθε φορά. Όσον αφορά του συντελεστές της ροϊκής συνάρτησης φαίνεται πως ο συντελεστής B μεταβάλλεται μόνο όταν μεταβάλλεται η πίεση για συγκεκριμένες φορές περιστροφής, ενώ ο a παραμένει σταθερός. Επομένως με τη μεταβολή της πίεσης και των φορών περιστροφής καθώς κι επίσης της παροχής μάζας που εξέρχεται από το θερμό άκρο αλλάζουν και τα ζευγάρια των σημείων r, z των ροϊκών γραμμών. Με αλλαγή της εισερχόμενης παροχής μάζας δεν παρατηρήθηκε κάποια αλλαγή.

Με τον συγκεκριμένο τρόπο απεικόνισης φαίνεται πως ο αέρας στο σωλήνα εισέρχεται από δύο εισόδους και εξέρχεται από τα δύο άκρα, από το θερμό (δεξιά) και από το ψυχρό (αριστερά). Απεικονίζεται επίσης μία σημαντική ιδιότητα της ροής στο σωλήνα, εκείνη της ανάστροφης (δευτερεύουσας) ροής κοντά στο ψυχρό άκρο. Επίσης φαίνεται κάθε φορά το σημείο ανακοπής για το οποίο έχει γίνει λόγος σε έρευνες. Κάτι άλλο που παρατηρείται είναι πως η διαφορά πίεσης P_o-P_{atm} είναι σε κάθε περίπτωση μεγαλύτερη του μηδενός. Γεγονός που σημαίνει, κατά τον Nimbalkar, πως δημιουργείται ροή VT(vortex). Σε Cfd προσομοιώσεις έχει απεικονιστεί το πεδίο ροής, παρακάτω

παρατίθενται μία από αυτές ώστε να ελέγξουμε κατά πόσο πλησιάζει η λύση που προτείναμε.



Εικόνα 4.16: Προβλεπόμενο πεδίο ροής κατά μήκος του κεντρικού άξονα για $y_c=0.4$, $P_i=2$ bar, $L/D=10$.

Παρατηρούμε πως στο δισδιάστατο πεδίο στην παραπάνω εικόνα απεικονίζεται η δευτερεύουσα ροή και το σημείο ανακοπής όπως προτείνεται και από το μοντέλο του Hussain. Συμπεραίνουμε τελικά πως η λύση του Hussain αποδίδει δύο βασικά χαρακτηριστικά της ροής μέσα σε ένα σωλήνα vortex αλλά δεν μπορούμε να συμπεράνουμε κάτι περισσότερο για τη μεταβολή του πεδίου μεταβάλλοντας τις παραμέτρους.

Για τα πεδία ταχυτήτων στο σωλήνα vortex μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι εξισώσεις 4.5, 4.6. Για παράδειγμα, για τη ροική γραμμή $\Psi=-25(r^2, z^2)$ για το πεδίο στην εικόνα 4.4 παραγωγίζοντας τις 4.5, 4.6 έχουμε:

Ακτινική Ταχύτητα:

$$V_r = -\frac{1}{r} \left[-0.00001844 \cdot \left(\frac{2.21e10 \cdot r^4}{z^4 \cdot \left(\frac{3324.35}{z^2} + 1 \right)^2} - \frac{3.052e6 \cdot r^2}{z^2 \cdot \left(\frac{3052 \cdot r^2}{z^2} + 1 \right)} \right) \right] \quad \{4.25\}$$

Αξονική Ταχύτητα

$$V_z = \frac{1}{r} \left[-0.00001844 \cdot \left(1.608e6 \cdot r - \frac{1.8629e10 \cdot r^3}{z^3 \cdot \left(\frac{3052 \cdot r^2}{z^2} + 1 \right)^2} + \frac{6.104e6 \cdot r}{z \cdot \left(\frac{3052 \cdot r^2}{z^2} + 1 \right)} \right) \right] \quad \{4.26\}$$

Αντικαθιστώντας τα σημεία r, z που βρέθηκαν της συγκεκριμένης ροικής συνάρτησης μπορούν να δοθούν οι ταχύτητες σε κάθε σημείο. Επίσης μπορεί να βρεθεί και η συνισταμένη των δύο ταχυτήτων:

$$U = \sqrt{V_r^2 + V_z^2} \quad \{4.27\}$$

Στο τέλος του παραρτήματος δίνεται ένας κώδικας για την απεικόνιση του πεδίου ταχυτήτων υπό μορφή διανυσμάτων. Εμείς απλά παρουσιάζουμε έναν τρόπο σε κώδικα mathcad (*Παράρτημα A9*).



ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ 4ΟΥ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

- [1] Sachin U. Nimbalkar, Dr. Michael Muller, Quantitative observations on multiple flow structures inside Ranque-Hilsch vortex tube, 2009.
- [2] F. Hussain, et.al. Vortex sinks with axial flow: solutions and applications, Physics of fluids, Vol. 9, 1997, pp. 2941-2959.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

5.1 Συμπεράσματα

Διαπιστώθηκε πως τα δύο μοντέλα των εξισώσεων για τη μελέτη των θερμοφυσικών παραμέτρων προσεγγίζουν με μικρή διαφορά αλλά όχι αμελητέα τα αποτελέσματα των Cfd προσομοιώσεων. Η προσομοίωση της συμπεριφοράς του αεροσωλήνα vortex που πραγματοποιήθηκε μας δείχνει πως αν και αλγεβρικά μοντέλα περιγράφουν ικανοποιητικά την συμπεριφορά των θερμοφυσικών συνιστωσών του φαινομένου του σωλήνα vortex. Παρ' όλα αυτά υπάρχουν αποκλίσεις από τυχόν πραγματικές τιμές γεγονός που οφείλεται στις προσεγγίσεις που έχουν οριστεί από του συγγραφείς. Επίσης στο μοντέλο του Ahlborn δεν εμπεριέχονται στις εξισώσεις πληροφορίες για τις γεωμετρικές παραμέτρους του αεροσωλήνα, περιγράφοντας όμως ικανοποιητικά τη συμπεριφορά των υπόλοιπων παραμέτρων. Επιπροσθέτως σφάλματα προκαλούνται από τη θεώρηση των παραμετρικών σχέσεων για την εύρεση των πυκνοτήτων και των ταχυτήτων οι τιμές των οποίων λαμβάνονται υπόψη για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων. Μπορούμε να εξάγουμε τα εξής συμπεράσματα για τη βασική λειτουργία του σωλήνα vortex, τη θέρμανση και τη ψύξη, συναρτήσει των οριακών συνθηκών:

- Με αύξηση του λόγου παροχών μαζών παρατηρείται αύξηση των θερμοκρασιών, βέλτιστη θερμοκρασιακή διαφορά για το ψυχρό άκρο παρατηρείται για μικρές τιμές του y , όπου οι τιμές της θερμοκρασίας είναι οι ελάχιστες ενώ βέλτιστη θερμοκρασιακή διαφορά για το θερμό άκρο έχουμε για τις μεγαλύτερες τιμές του y .
- Με αύξηση της πίεσης βελτιστοποιείται η λειτουργία της ψύξης στο σωλήνα καθώς μειώνεται η θερμοκρασία στο ψυχρό άκρο πετυχαίνοντας μικρές τιμές. Αντίθετα στο θερμό άκρο παρατηρείται μικρή μείωση της θερμοκρασίας.
- Με αύξηση της ολικής θερμοκρασίας εισόδου παρατηρείται μείωση της θερμοκρασίας θερμού άκρου επομένως προτιμώνται μικρότερες θερμοκρασίες εισόδου για την επίτευξη καλύτερης θέρμανσης. Για το ψυχρό άκρο δεν μπορούμε να λάβουμε κάποιο συμπέρασμα διότι τα μοντέλα των εξισώσεων δε συμφωνούν, γεγονός που αποδίδεται στη πιθανότητα σφαλμάτων που προαναφέρθηκε.

Τέλος, συμπεραίνουμε πως η λύση του Hussain με χρήση του αναλυτικού μοντέλου των εξισώσεων του Nimbalkar αποδίδει δύο βασικά χαρακτηριστικά της ροής, το φαινόμενο της αναστροφής, της δευτερεύουσας ροής και την απεικόνιση του σημείου ανακοπής μέσα σε ένα σωλήνα vortex αλλά δεν μπορούμε να συμπεράνουμε κάτι περισσότερο για τη μεταβολή του πεδίου μεταβάλλοντας τις παραμέτρους.



ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α1

Πίνακες CFD προσομοιώσεων:

Πίεση εισόδου
κατά αύξουσα
σειρά:

$P_{in} :=$ (148.7)
155.9
158.7
168
172.5
175.5
182
184.5
200.4
216.4
216.41
216.5
218
218.2
219.5
226
228.3
232.8
234.1
236.4
238.5
241.6
242.1
243.4
247
250
253.4
262.6
266.2
276.4
280
281.6
(295)

Πυκνότητα
εισόδου:

$\rho_{in} :=$ (1.87)
1.83
1.89
2.26
2.15
2.66
2.32
2.33
2.68
2.83
2.70
2.833
2.78
2.77
2.72
2.96
2.965
2.95
3.15
3.07
2.96
2.97
3.2
2.99
3.12
2.81
3.09
3.51
3.58
3.86
3.73
3.74
(3.98)

Πίεση θερμού
άκρου κατά αύξουσα
σειρά:

$P_{ha} :=$ (135.3)
154.3
154.9
155.5
158.3
161.1
162.2
162.8
165
168
184
193
193.1
193.101
193.102
194
197.3
200
207.7
211.5
222.8
225.3
225.9
226
227.1
227.2
228.6
229.4
232
233.5
234.3
234.4
(247.3)

Πυκνότητα θερμού
άκρου:

$\rho_{ha} :=$ (1.63)
1.86
1.83
1.77
1.87
2.30
1.94
1.89
1.99
2.12
2.31
2.37
2.37
2.37
2.26
2.37
2.36
2.42
2.55
2.49
2.78
2.58
2.93
2.83
2.81
2.74
2.65
2.64
2.73
2.44
2.89
2.71
(3.10)

Πίεση ψυχρού
άκρου κατά αύξουσα
θέση:

$P_{ca} :=$ (103.7)
104.2
105.2
105.8
105.801
105.9
106.5
106.6
107.3
107.9
110.3
111
111.01
111.3
112.1
112.2
112.201
112.8
113.5
113.6
113.7
113.8
114.2
114.7
114.8
115.1
115.101
115.2
115.3
115.6
116.7
118.5
(122.6)

Πυκνότητα ψυχρού
άκρου:

$\rho_{ca} :=$ (1.31)
1.34
1.34
1.32
1.41
1.49
1.43
1.33
1.36
1.42
1.57
1.47
1.37
1.47
1.45
1.51
1.51
1.49
1.56
1.54
1.62
1.57
1.62
1.60
1.56
1.58
1.52
1.55
1.59
1.62
1.65
1.60
(1.50)

Γεωμετρικά χαρακτηριστικά:

Μήκος σωλήνα:

$$L_1 := 100\text{mm}$$

Ακτίνα σωλήνα:

$$r := 10\text{mm}$$

Ακτίνα διατομής εισόδου:

$$r_{in} := 0.15\text{cm}$$

Ακτίνα διατομής ψυχρού στομίου:

$$r_c := 0.3\text{cm}$$

πλάτος θερμής εξόδου:

$$d_h := 1.5\text{mm}$$

Διατομή εισόδου:

$$A_{in} := \pi \cdot (r_{in})^2 = 7.069 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

Διατομή εξόδου ψυχρού στομίου:

$$A_c := \pi \cdot (r_c)^2 = 2.827 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

Διατομή θερμής εξόδου:

$$A_h := \pi \cdot d_h \cdot r = 4.712 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

Χαρακτηριστικά αερίου:

Λόγος ειδικών θερμοτήτων:

$$\gamma := 1.4$$

Ειδική θερμότητα υπό σταθερή πίεση:

$$C_p := 1000 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Σταθερά αέρα:

$$R := C_p \cdot \frac{(\gamma - 1)}{\gamma} = 285.714 \frac{\text{m}^2}{\text{K} \cdot \text{s}^2}$$

Πρώτη Περίπτωση (Διαγράμματα 3.4-3.21)

Οριακές συνθήκες

$$i := 0..8$$

Έχουμε τις σταθερές παραμέτρους και εννέα διαφορετικές τιμές για την πίεση εξόδου θερμού άκρου:

Ολική θερμοκρασία εισόδου:

$$T_{0i} := 300 \text{ K}$$

Πίεση εισόδου:

$$P_{ii} := 220$$

Ολική θερμοκρασία θερμής εξόδου:

Ψυχρό κλάσμα μάζας:

$$T_{0h} := \begin{pmatrix} 290 \\ 295 \\ 302 \\ 304 \\ 309 \\ 310 \\ 312 \\ 315 \\ 317 \end{pmatrix} \text{ K} \quad y := \begin{pmatrix} 0.111 \\ 0.1658 \\ 0.213 \\ 0.311 \\ 0.326 \\ 0.4886 \\ 0.58 \\ 0.759 \\ 0.82 \end{pmatrix}$$

Πυκνότητα εισόδου:

Σύμφωνα με τους πίνακες προσομοίωσης βρίσκω μία παραμετρική σχέση ανάμεσα στην πυκνότητα εισόδου και την πίεση εισόδου:

$$k := 2$$

$$z := \text{regress}(P_{in}, \rho_{in}, k)$$

$$\text{fit}(x) := \text{interp}(z, P_{in}, \rho_{in}, x)$$

$$\text{coeffs} := \text{submatrix}(z, 3, \text{length}(z) - 1, 0, 0)$$

$$\text{coeffs}^T = \begin{pmatrix} 0.847 & 4.04 \times 10^{-3} & 2.202 \times 10^{-5} \end{pmatrix}$$

$$\rho_{in}(x) := 0.847 + 4.04 \cdot 10^{-3} \cdot x + 2.02 \cdot 10^{-5} \cdot x^2$$

$$\rho_{in}(P_{ii}) = 2.713$$

$$\rho_i := \rho_{in}(P_{ii}) \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Πίεση εισόδου με μονάδες μέτρησης:

$$P_i := P_{ii} \cdot \text{kPa}$$

ΕΙΣΟΔΟΣ

Ταχύτητα:

$$V_{in} := \sqrt{2 \cdot C_p \cdot \left(T_{0i} - \frac{P_i}{\rho_i \cdot R} \right)}$$

$$V_{in} = 180.175 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Στατική θερμοκρασία:

$$T_{in} := T_{0i} - \frac{(V_{in})^2}{2 \cdot C_p}$$

$$T_{in} = 283.768 \text{ K}$$

Παροχή μάζας:

$$m_{in} := \rho_i \cdot V_{in} \cdot A_{in}$$

$$m_{in} = 3.456 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

ΘΕΡΜΟ ΑΚΡΟ

Πυκνότητα εξόδου θερμού ρεύματος:

Σύμφωνα με τους πίνακες προσομοίωσης βρίσκω μία παραμετρική σχέση ανάμεσα στην πυκνότητα και την πίεση εξόδου θερμού ρεύματος:

$$h := 2$$

$$z_2 := \text{regress}(P_{ha}, \rho_{ha}, h)$$

$$\text{fit1}(n) := \text{interp}(z_2, P_{ha}, \rho_{ha}, n)$$

$$\text{coeffs}_2 := \text{submatrix}(z_2, 3, \text{length}(z_2) - 1, 0, 0)$$

$$\text{coeffs}_2^T = \begin{pmatrix} -0.52 & 0.018 & -1.714 \times 10^{-5} \end{pmatrix}$$

$$\rho_{hot1}(\text{Phot}) := -0.52 + 0.018 \cdot \text{Phot} - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot \text{Phot}^2$$

Αρχική τιμή πίεσης εξόδου:

$$P_{hot} := \begin{pmatrix} 180 \\ 182 \\ 185 \\ 185.5 \\ 190 \\ 195 \\ 200 \\ 202 \\ 203 \end{pmatrix} \cdot \text{kPa}$$

```

P_hot_i :=
  eps ← 10-6·kPa
  P_i ← P_hot_i
  x_i ←  $\frac{P_i}{\text{kPa}}$ 
  ρh_i ←  $\left[-0.52 + 0.018 \cdot x_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (x_i)^2\right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ 
  m_h_i ← (1 - y_i) · m_in
  V_hn_i ←  $\frac{m_{h_i}}{\rho_{h_i} \cdot A_h}$ 
  V_h_i ←  $\left[14.4395 \cdot (y_i)^5 + 51.6358 \cdot (y_i)^4 - 52.42 \cdot (y_i)^3 + 22.2167 \cdot (y_i)^2 + 1.0514 \cdot y_i + 2.2532\right] \cdot V_{hn_i}$ 
  T_h_i ← T_0h_i -  $\frac{(V_{h_i})^2}{2 \cdot C_p}$ 
  Ph_i ← T_h_i · R · ρh_i
  Pnew_i ← Ph_i
  while Ph_i - P_i > eps
    P_i ← Pnew_i
    Pnew_i ← Ph_i
  Pnew_i

```

$$\begin{aligned}
\rho_{\text{hot}_i} &:= \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\
P_i &\leftarrow P_{\text{hot}_i} \\
x_i &\leftarrow \frac{P_{\text{hot}_i}}{\text{kPa}} \\
\rho_{h_i} &\leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot x_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (x_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
m_{h_i} &\leftarrow (1 - y_i) \cdot m_{\text{in}} \\
V_{\text{hn}_i} &\leftarrow \frac{m_{h_i}}{\rho_{h_i} \cdot A_h} \\
V_{h_i} &\leftarrow \left[14.4395 \cdot (y_i)^5 + 51.6358 \cdot (y_i)^4 - 52.42 \cdot (y_i)^3 + 22.2167 \cdot (y_i)^2 + 1.0514 \cdot y_i + 2.2532 \right] \cdot V_{\text{hn}_i} \\
T_{h_i} &\leftarrow T_{0h_i} - \frac{(V_{h_i})^2}{2 \cdot C_p} \\
Ph_i &\leftarrow T_{h_i} \cdot R \cdot \rho_{h_i} \\
P_{\text{new}_i} &\leftarrow Ph_i \\
l_i &\leftarrow \frac{Ph_i}{\text{kPa}} \\
\rho_{\text{new}_i} &\leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot l_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (l_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
\text{while } Ph_i - P_i &> \text{eps} \\
\quad P_i &\leftarrow P_{\text{new}_i} \\
\quad P_{\text{new}_i} &\leftarrow Ph_i \\
\quad \rho_{h_i} &\leftarrow \rho_{\text{new}_i} \\
\quad \rho_{\text{new}_i} &\leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot l_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (l_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
\rho_{\text{new}_i} &
\end{aligned}$$

$$\rho_{\text{hot}}^T = (2.135 \ 2.194 \ 2.279 \ 2.297 \ 2.386 \ 2.446 \ 2.512 \ 2.547 \ 2.575) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$P_{\text{hot}}^T = (177.491 \ 182.468 \ 189.801 \ 191.41 \ 199.219 \ 204.687 \ 210.749 \ 214.029 \ 216.611) \cdot \text{kPa}$$

$$y_{c_i} := y_i$$

Κλάσμα παροχής μάζας:

$$y_{h_i} := 1 - y_{c_i}$$

Παροχή μάζας:

$$m_{h_i} := y_{h_i} \cdot m_{\text{in}}$$

Παραμετρική σχέση για παροχή μάζας:

$$F_h := 14.4395 \cdot y_c^5 + 51.6358 \cdot y_c^4 - 52.42 \cdot y_c^3 + 22.2167 \cdot y_c^2 + 1.0514 \cdot y_c + 2.2532$$

$$F_h^T = (2.58 \ 2.84 \ 3.091 \ 3.677 \ 3.777 \ 5.301 \ 6.9 \ 13.703 \ 17.85)$$

Εγκάρσια συνιστώσα ταχύτητας:

Ταχύτητα :

$$V_{nh_i} := \frac{m_{h_i}}{\rho_{hot_i} \cdot A_h} \quad V_{h_i} := V_{nh_i} \cdot F_{h_i}$$

$$V_{nh}^T = (30.538 \quad 27.887 \quad 25.325 \quad 21.993 \quad 20.719 \quad 15.331 \quad 12.26 \quad 6.938 \quad 5.127) \frac{m}{s}$$

$$V_h^T = (78.789 \quad 79.202 \quad 78.284 \quad 80.876 \quad 78.26 \quad 81.272 \quad 84.598 \quad 95.072 \quad 91.514) \frac{m}{s}$$

Στατική θερμοκρασία:

$$T_{h_i} := T_{0h_i} - \frac{(V_{h_i})^2}{2 \cdot C_p}$$

$$T_h^T = (286.896 \quad 291.863 \quad 298.936 \quad 300.73 \quad 305.938 \quad 306.697 \quad 308.422 \quad 310.481 \quad 312.813) K$$

ΨΥΧΡΟ ΑΚΡΟ

Παροχή μάζας:

Αρχική τιμή Ολικής θερμοκρασίας:

$$m_{c_i} := y_{c_i} \cdot m_{in}$$

$$T_{0cold_i} := \frac{1}{y_{c_i}} T_{0i} - \left(\frac{1}{y_{c_i}} - 1 \right) \cdot T_{0h_i}$$

$$T_{0cold}^T = (380.09 \quad 325.157 \quad 292.61 \quad 291.138 \quad 281.393 \quad 289.533 \quad 291.31 \quad 295.237 \quad 296.268) K$$

Παραμετρική σχέση για παροχή μάζας:

$$F_c := -0.2008 \cdot y_c^4 - 0.1033 \cdot y_c^3 + 0.9539 \cdot y_c^2 - 1.0338 \cdot y_c + 1.489$$

$$F_c^T = (1.386 \quad 1.343 \quad 1.311 \quad 1.255 \quad 1.248 \quad 1.188 \quad 1.167 \quad 1.142 \quad 1.135)$$

Αρχική τιμή για πίεση:

$$P_{c1} := \begin{pmatrix} 99.6 \\ 103.6 \\ 106 \\ 106 \\ 107.3 \\ 105.9 \\ 105.7 \\ 104.8 \\ 104.5 \end{pmatrix} \cdot kPa$$

Πυκνότητα εξόδου ψυχρού ρεύματος:

Σύμφωνα με τους πίνακες προσομοίωσης βρίσκω μία παραμετρική σχέση ανάμεσα στην πυκνότητα και την πίεση εξόδου ψυχρού ρεύματος:

$$z_3 := \text{regress}(P_{ca}, \rho_{ca}, h)$$

$$\text{fit2}(n) := \text{interp}(z_3, P_{ca}, \rho_{ca}, n)$$

$$\text{coeffs}_3 := \text{submatrix}(z_3, 3, \text{length}(z_3) - 1, 0, 0)$$

$$\text{coeffs}_3^T = (-15.967 \quad 0.295 \quad -1.244 \times 10^{-3})$$

$$\rho_{cold1}(P_c) := -15.967 + 0.295 \cdot P_c - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot P_c^2$$

Στο σημείο αυτό εφαρμόζουμε ένα μικρό κώδικα για την εύρεση της πίεσης και της

πυκνότητα:

$$\begin{aligned} P_{\text{cold}_i} &:= \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\ P_i &\leftarrow P_{c1_i} \\ x_i &\leftarrow \frac{P_{c1_i}}{\text{kPa}} \\ \rho_{c_i} &\leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot x_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (x_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ V_{\text{cn}_i} &\leftarrow \frac{m_{c_i}}{\rho_{c_i} \cdot A_c} \\ V_{c_i} &\leftarrow F_{c_i} \cdot V_{\text{cn}_i} \\ T_{c_i} &\leftarrow T_{0\text{cold}_i} - \frac{(V_{c_i})^2}{2 \cdot C_p} \\ P_{c_i} &\leftarrow T_{c_i} \cdot R \cdot \rho_{c_i} \\ P_{\text{new}_i} &\leftarrow P_{c_i} \\ l_i &\leftarrow \frac{P_{c_i}}{\text{kPa}} \\ \rho_{\text{new}_i} &\leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ \text{while } P_{c_i} - P_i &> \text{eps} \\ &\left| \begin{aligned} P_i &\leftarrow P_{\text{new}_i} \\ P_{\text{new}_i} &\leftarrow P_{c_i} \\ \rho_{c_i} &\leftarrow \rho_{\text{new}_i} \\ \rho_{\text{new}_i} &\leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \end{aligned} \right. \\ P_{\text{new}_i} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\rho_{\text{cold}_i} &:= \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\
P_i &\leftarrow P_{c1_i} \\
x_i &\leftarrow \frac{P_{c1_i}}{\text{kPa}} \\
\rho_{c_i} &\leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot x_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (x_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
V_{\text{cn}_i} &\leftarrow \frac{m_{c_i}}{\rho_{c_i} \cdot A_c} \\
V_{c_i} &\leftarrow F_{c_i} \cdot V_{\text{cn}_i} \\
T_{c_i} &\leftarrow T_{0\text{cold}_i} - \frac{(V_{c_i})^2}{2 \cdot C_p} \\
P_{c_i} &\leftarrow T_{c_i} \cdot R \cdot \rho_{c_i} \\
P_{\text{new}_i} &\leftarrow P_{c_i} \\
l_i &\leftarrow \frac{P_{c_i}}{\text{kPa}} \\
\rho_{\text{new}_i} &\leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
\text{while } P_{c_i} - P_i &> \text{eps} \\
&\left| \begin{aligned}
P_i &\leftarrow P_{\text{new}_i} \\
P_{\text{new}_i} &\leftarrow P_{c_i} \\
\rho_{c_i} &\leftarrow \rho_{\text{new}_i} \\
\rho_{\text{new}_i} &\leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}
\end{aligned} \right. \\
\rho_{\text{new}_i} &
\end{aligned}$$

Πίεση:

$$P_{\text{cold}}^T = (116.621 \ 115.41 \ 110.683 \ 110.006 \ 109.401 \ 108.84 \ 108.783 \ 107.24 \ 106.537) \cdot \text{kPa}$$

Πυκνότητα:

$$\rho_{\text{cold}}^T = (1.517 \ 1.51 \ 1.445 \ 1.431 \ 1.417 \ 1.404 \ 1.403 \ 1.362 \ 1.342) \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Εγκάρσια συνιστώσα ταχύτητας

Ταχύτητα:

$$V_{\text{cn}_i} := \frac{m_{c_i}}{\rho_{\text{cold}_i} \cdot A_c}$$

$$V_{c_i} := F_{c_i} \cdot V_{\text{cn}_i}$$

$$V_{\text{cn}}^T = (8.942 \ 13.425 \ 18.022 \ 26.568 \ 28.112 \ 42.529 \ 50.535 \ 68.098 \ 74.691) \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_c^T = (12.392 \ 18.032 \ 23.621 \ 33.337 \ 35.07 \ 50.53 \ 58.995 \ 77.773 \ 84.77) \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Στατική θερμοκρασία:

Ολική θερμοκρασία:

$$T_{c_i} := \frac{P_{cold_i}}{\rho_{cold_i} \cdot R} \quad T_{0c_i} := T_{c_i} + \frac{(V_{c_i})^2}{2 \cdot C_p}$$

$$T_c^T = (269.027 \quad 267.59 \quad 268.168 \quad 269.108 \quad 270.148 \quad 271.287 \quad 271.413 \quad 275.523 \quad 277.883) \text{ K}$$

$$T_{0c}^T = (269.103 \quad 267.753 \quad 268.447 \quad 269.664 \quad 270.763 \quad 272.564 \quad 273.153 \quad 278.548 \quad 281.476) \text{ K}$$

Μοντέλο Aihborn

Λόγος πιέσεων:

$$x_{1_i} := \frac{P_i - P_{cold_i}}{P_i}$$

$$x_1^T = (0.47 \quad 0.475 \quad 0.497 \quad 0.5 \quad 0.503 \quad 0.505 \quad 0.506 \quad 0.513 \quad 0.516)$$

$$B := 3 \cdot \frac{(\gamma - 1)}{4 \cdot \gamma} = 0.214$$

Θερμοκρασία στο ψυχρό άκρο:

Θερμοκρασία στο θερμό άκρο:

$$T_{call_i} := T_{in} \cdot \frac{\left(1 + \frac{2 \cdot B \cdot x_{1_i} \cdot y_{c_i}}{1 + B \cdot x_{1_i}}\right)}{1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot (1 + y_{c_i}) \cdot x_{1_i}}$$

$$T_{hall_i} := T_{in} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot B \cdot x_{1_i} \cdot y_{c_i}}{1 + B \cdot x_{1_i}}\right)$$

$$T_{call}^T = (251.95 \quad 252.487 \quad 252.004 \quad 253.394 \quad 253.483 \quad 255.872 \quad 257.237 \quad 259.542 \quad 260.279) \text{ K}$$

$$T_{hall}^T = (289.531 \quad 292.468 \quad 295.401 \quad 300.849 \quad 301.761 \quad 310.859 \quad 315.942 \quad 326.397 \quad 330.082) \text{ K}$$

Θερμοκρασία στο σημείο 1:

Θερμοκρασία στο σημείο 0:

$$T_{1_i} := \frac{T_{hall_i}}{1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot x_{1_i}}$$

$$T_{0_i} := T_{1_i} - y_{c_i} \cdot (T_{hall_i} - T_{call_i})$$

$$T_1^T = (255.261 \quad 257.493 \quad 258.677 \quad 263.244 \quad 263.862 \quad 271.644 \quad 276.067 \quad 284.705 \quad 287.69) \text{ K}$$

$$T_0^T = (251.089 \quad 250.864 \quad 249.433 \quad 248.486 \quad 248.123 \quad 244.777 \quad 242.019 \quad 233.961 \quad 230.451) \text{ K}$$

Εσωτερική Λειτουργία σωλήνα κατά Aihborn

Θερμικό φορτίο

Ψυκτικό φορτίο

$$Q_{hes1_i} := m_{in} \cdot C_p \cdot (T_{hall_i} - T_{0_i})$$

$$Q_{ces1_i} := m_{in} \cdot C_p \cdot y_{c_i} \cdot (T_{hall_i} - T_{call_i})$$

$$Q_{hes1}^T = (132.851 \quad 143.778 \quad 158.858 \quad 180.957 \quad 185.366 \quad 228.37 \quad 255.467 \quad 319.444 \quad 344.307) \cdot W$$

$$Q_{ces1}^T = (14.416 \quad 22.909 \quad 31.945 \quad 51.003 \quad 54.391 \quad 92.847 \quad 117.667 \quad 175.361 \quad 197.807) \cdot W$$

$$W_{1_i} := Q_{hes1_i} - Q_{ces1_i}$$

$$COP_{es1_i} := \frac{Q_{ces1_i}}{W_{1_i}}$$

$$W_1^T = (118.435 \ 120.87 \ 126.914 \ 129.954 \ 130.975 \ 135.523 \ 137.8 \ 144.083 \ 146.501) \text{ W}$$

$$\text{COP}_{\text{es1}}^T = (0.122 \ 0.19 \ 0.252 \ 0.392 \ 0.415 \ 0.685 \ 0.854 \ 1.217 \ 1.35)$$

Εξωτερική Λειτουργία σωλήνα

$$Q_{\text{cah1}_i} := y_{c_i} \cdot m_{\text{in}} \cdot C_p \cdot (T_{\text{in}} - T_{\text{cal1}_i}) \qquad Q_{c1_i} := y_{c_i} \cdot m_{\text{in}} \cdot C_p \cdot (T_{0i} - T_{0c_i})$$

$$Q_{\text{cah1}}^T = (12.205 \ 17.924 \ 23.382 \ 32.645 \ 34.12 \ 47.103 \ 53.179 \ 63.546 \ 66.564) \text{ W}$$

$$Q_{c1}^T = (11.852 \ 18.477 \ 23.226 \ 32.604 \ 32.939 \ 46.326 \ 53.811 \ 56.269 \ 52.493) \text{ W}$$

$$\text{COP}_{\text{crah1}_i} := \frac{(T_{\text{in}} - T_{\text{cal1}_i})}{T_{\text{in}} \cdot \ln\left(\frac{P_i}{P_{\text{cold}_i}}\right)} \cdot y_{c_i} \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma} \qquad \text{COP}_{\text{cr1}_i} := \frac{(T_{0i} - T_{0c_i})}{T_{0i} \cdot \ln\left(\frac{P_i}{P_{\text{cold}_i}}\right)} \cdot y_{c_i} \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

$$\text{COP}_{\text{crah1}}^T = (5.6027 \times 10^{-3} \ 8.0946 \times 10^{-3} \ 9.9166 \times 10^{-3} \ 0.0137 \ 0.0142 \ 0.0195 \ 0.022 \ 0.0258 \ 0.0267)$$

$$\text{COP}_{\text{cr1}}^T = (5.1461 \times 10^{-3} \ 7.893 \times 10^{-3} \ 9.3176 \times 10^{-3} \ 0.013 \ 0.013 \ 0.0181 \ 0.0211 \ 0.0216 \ 0.0199)$$

Βρίσκουμε την μέγιστη επί τις εκατό διαφορά των αποτελεσμάτων των θερμοκρασιών θερμού και ψυχρού άκρου:

$$\frac{|(T_{\text{hal1}_i} - T_h)_i|}{\min(T_{\text{hal1}_i}, T_h)_i} \cdot 100 = \frac{|(T_{\text{cal1}_i} - T_c)_i|}{\min(T_{\text{cal1}_i}, T_c)_i} \cdot 100 =$$

0.919
0.207
1.197
0.04
1.384
1.357
2.438
5.126
5.521

6.778
5.982
6.414
6.202
6.574
6.025
5.511
6.158
6.764

Μεταβάλλουμε την πίεση εισόδου

Πίεση εισόδου:

$$P_{i2} := 230$$

Πυκνότητα εισόδου:

$$\rho_{\text{in2}}(x) := 0.847 + 4.04 \cdot 10^{-3} \cdot x + 2.02 \cdot 10^{-5} \cdot x^2$$

$$\rho_{\text{in2}}(P_{i2}) = 2.845$$

$$\rho_{i2} := \rho_{\text{in2}}(P_{i2}) \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Πίεση εισόδου με μονάδες μέτρησης:

$$P_{i2} := P_{i2} \cdot \text{kPa}$$

$$W_1^T = (118.435 \ 120.87 \ 126.914 \ 129.954 \ 130.975 \ 135.523 \ 137.8 \ 144.083 \ 146.501) \text{ W}$$

$$\text{COP}_{\text{es1}}^T = (0.122 \ 0.19 \ 0.252 \ 0.392 \ 0.415 \ 0.685 \ 0.854 \ 1.217 \ 1.35)$$

Εξωτερική Λειτουργία σωλήνα

$$Q_{\text{cah1}_i} := y_{c_i} \cdot m_{\text{in}} \cdot C_p \cdot (T_{\text{in}} - T_{\text{cal1}_i}) \qquad Q_{c1_i} := y_{c_i} \cdot m_{\text{in}} \cdot C_p \cdot (T_{0i} - T_{0c_i})$$

$$Q_{\text{cah1}}^T = (12.205 \ 17.924 \ 23.382 \ 32.645 \ 34.12 \ 47.103 \ 53.179 \ 63.546 \ 66.564) \text{ W}$$

$$Q_{c1}^T = (11.852 \ 18.477 \ 23.226 \ 32.604 \ 32.939 \ 46.326 \ 53.811 \ 56.269 \ 52.493) \text{ W}$$

$$\text{COP}_{\text{crah1}_i} := \frac{(T_{\text{in}} - T_{\text{cal1}_i})}{T_{\text{in}} \cdot \ln\left(\frac{P_i}{P_{\text{cold}_i}}\right)} \cdot y_{c_i} \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma} \qquad \text{COP}_{\text{cr1}_i} := \frac{(T_{0i} - T_{0c_i})}{T_{0i} \cdot \ln\left(\frac{P_i}{P_{\text{cold}_i}}\right)} \cdot y_{c_i} \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

$$\text{COP}_{\text{crah1}}^T = (5.6027 \times 10^{-3} \ 8.0946 \times 10^{-3} \ 9.9166 \times 10^{-3} \ 0.0137 \ 0.0142 \ 0.0195 \ 0.022 \ 0.0258 \ 0.0267)$$

$$\text{COP}_{\text{cr1}}^T = (5.1461 \times 10^{-3} \ 7.893 \times 10^{-3} \ 9.3176 \times 10^{-3} \ 0.013 \ 0.013 \ 0.0181 \ 0.0211 \ 0.0216 \ 0.0199)$$

Βρίσκουμε την μέγιστη επί τις εκατό διαφορά των αποτελεσμάτων των θερμοκρασιών θερμού και ψυχρού άκρου:

$$\frac{|(T_{\text{hal1}_i} - T_h)_i|}{\min(T_{\text{hal1}_i}, T_h)_i} \cdot 100 = \frac{|(T_{\text{cal1}_i} - T_c)_i|}{\min(T_{\text{cal1}_i}, T_c)_i} \cdot 100 =$$

0.919
0.207
1.197
0.04
1.384
1.357
2.438
5.126
5.521

6.778
5.982
6.414
6.202
6.574
6.025
5.511
6.158
6.764

Μεταβάλλουμε την πίεση εισόδου

Πίεση εισόδου:

$$P_{i2} := 230$$

Πυκνότητα εισόδου:

$$\rho_{\text{in2}}(x) := 0.847 + 4.04 \cdot 10^{-3} \cdot x + 2.02 \cdot 10^{-5} \cdot x^2$$

$$\rho_{\text{in2}}(P_{i2}) = 2.845$$

$$\rho_{i2} := \rho_{\text{in2}}(P_{i2}) \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Πίεση εισόδου με μονάδες μέτρησης:

$$P_{i2} := P_{i2} \cdot \text{kPa}$$

ΕΙΣΟΔΟΣ

Ταχύτητα:

$$V_{in2} := \sqrt{2 \cdot C_p \cdot \left(T_{0i} - \frac{P_{i2}}{\rho_{i2} \cdot R} \right)}$$

$$V_{in2} = 184.53 \frac{m}{s}$$

Στατική θερμοκρασία:

$$T_{in2} := T_{0i} - \frac{(V_{in2})^2}{2 \cdot C_p}$$

$$T_{in2} = 282.974 \text{ K}$$

Παροχή μάζας:

$$m_{in2} := \rho_{i2} \cdot V_{in2} \cdot A_{in}$$

$$m_{in2} = 3.711 \times 10^{-3} \frac{kg}{s}$$

ΘΕΡΜΟ ΑΚΡΟ

Κλάσμα παροχής μάζας:

$$y_{h2_i} := 1 - y_{c_i}$$

Παροχή μάζας:

$$m_{h2_i} := y_{h2_i} \cdot m_{in2}$$

$$P_{hot2} := \begin{pmatrix} 182 \\ 184 \\ 186 \\ 188.5 \\ 192 \\ 197 \\ 202 \\ 204 \\ 205 \end{pmatrix} \cdot \text{kPa}$$

$$\begin{aligned}
 P_{hot2_i} &:= \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\
 P_i &\leftarrow P_{hot2_i} \\
 x_i &\leftarrow \frac{P_i}{\text{kPa}} \\
 \rho_{h2_i} &\leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot x_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (x_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
 m_{h2_i} &\leftarrow (1 - y_i) \cdot m_{in2} \\
 V_{hn2_i} &\leftarrow \frac{m_{h2_i}}{\rho_{h2_i} \cdot A_h} \\
 V_{h2_i} &\leftarrow \left[14.4395 \cdot (y_i)^5 + 51.6358 \cdot (y_i)^4 - 52.42 \cdot (y_i)^3 + 22.2167 \cdot (y_i)^2 + 1.0514 \cdot y_i + 2.2532 \right] \cdot V_{hn2_i} \\
 T_{h2_i} &\leftarrow T_{0h_i} - \frac{(V_{h2_i})^2}{2 \cdot C_p} \\
 Ph_{2_i} &\leftarrow T_{h2_i} \cdot R \cdot \rho_{h2_i} \\
 P_{new_i} &\leftarrow Ph_{2_i} \\
 \text{while } Ph_{2_i} - P_i &> \text{eps} \\
 &\left| \begin{aligned} P_i &\leftarrow P_{new_i} \\ P_{new_i} &\leftarrow Ph_{2_i} \end{aligned} \right. \\
 &P_{new_i}
 \end{aligned}$$

$$P_{hot2}^T = (179.183 \ 184.167 \ 190.505 \ 194.131 \ 200.932 \ 206.343 \ 212.346 \ 215.522 \ 218.139) \cdot \text{kPa}$$

Πυκνότητα εξόδου θερμού ρεύματος:

$$\begin{aligned}
\rho_{\text{hot}2_i} &:= \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\
P_i &\leftarrow P_{\text{hot}2_i} \\
x_i &\leftarrow \frac{P_{\text{hot}2_i}}{\text{kPa}} \\
\rho_{h2_i} &\leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot x_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (x_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
m_{h2_i} &\leftarrow (1 - y_i) \cdot m_{\text{in}2} \\
V_{\text{hn}2_i} &\leftarrow \frac{m_{h2_i}}{\rho_{h2_i} \cdot A_h} \\
V_{h2_i} &\leftarrow \left[14.4395 \cdot (y_i)^5 + 51.6358 \cdot (y_i)^4 - 52.42 \cdot (y_i)^3 + 22.2167 \cdot (y_i)^2 + 1.0514 \cdot y_i + 2.2532 \right] \cdot V_{\text{hn}2_i} \\
T_{h2_i} &\leftarrow T_{0h_i} - \frac{(V_{h2_i})^2}{2 \cdot C_p} \\
Ph_{2_i} &\leftarrow T_{h2_i} \cdot R \cdot \rho_{h2_i} \\
P_{\text{new}_i} &\leftarrow Ph_{2_i} \\
l_i &\leftarrow \frac{Ph_{2_i}}{\text{kPa}} \\
\rho_{\text{new}_i} &\leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot l_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (l_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
\text{while } Ph_{2_i} - P_i &> \text{eps} \\
\left. \begin{aligned}
P_i &\leftarrow P_{\text{new}_i} \\
P_{\text{new}_i} &\leftarrow Ph_{2_i} \\
\rho_{h_i} &\leftarrow \rho_{\text{new}_i} \\
\rho_{\text{new}_i} &\leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot l_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (l_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}
\end{aligned} \right\} \\
\rho_{\text{new}_i} &
\end{aligned}$$

$$\rho_{\text{hot}2}^T = (2.155 \ 2.214 \ 2.287 \ 2.328 \ 2.405 \ 2.464 \ 2.529 \ 2.563 \ 2.591) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Εγκάρσια συνιστώσα ταχύτητας:

Ταχύτητα :

Στατική θερμοκρασία:

$$V_{\text{nh}2_i} := \frac{m_{h2_i}}{\rho_{\text{hot}2_i} \cdot A_h}$$

$$V_{h2_i} := V_{\text{nh}2_i} \cdot F_{h_i}$$

$$T_{h2_i} := T_{0h_i} - \frac{(V_{h2_i})^2}{2 \cdot C_p}$$

$$V_{h2}^T = (83.808 \ 84.277 \ 83.758 \ 85.682 \ 83.363 \ 86.622 \ 90.218 \ 101.448 \ 97.649) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T_{h2}^T = (286.488 \ 291.449 \ 298.492 \ 300.329 \ 305.525 \ 306.248 \ 307.93 \ 309.854 \ 312.232) \text{K}$$

$$V_{\text{nh}2}^T = (32.483 \ 29.673 \ 27.096 \ 23.301 \ 22.069 \ 16.34 \ 13.075 \ 7.403 \ 5.47) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ΨΥΧΡΟ ΑΚΡΟ

Παροχή μάζας:

Αρχική τιμή Ολικής θερμοκρασίας:

$$m_{c2_i} := y_{c_i} \cdot m_{in2}$$

$$T_{0cold2_i} := \frac{1}{y_{c_i}} T_{0i} - \left(\frac{1}{y_{c_i}} - 1 \right) \cdot T_{0h_i}$$

$$T_{0cold2}^T = (380.09 \quad 325.157 \quad 292.61 \quad 291.138 \quad 281.393 \quad 289.533 \quad 291.31 \quad 295.237 \quad 296.268) \text{ K}$$

Αρχική τιμή για πίεση:

$$P_{c2} := \begin{pmatrix} 99.5 \\ 103.5 \\ 106.4 \\ 106.4 \\ 107.9 \\ 106.6 \\ 106.2 \\ 105.3 \\ 105 \end{pmatrix} \cdot \text{kPa}$$

$$P_{cold2_i} := \begin{array}{l} \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\ P_i \leftarrow P_{c2_i} \\ x_i \leftarrow \frac{P_{c2_i}}{\text{kPa}} \\ \rho_{c_i} \leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot x_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (x_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ V_{cn2_i} \leftarrow \frac{m_{c2_i}}{\rho_{c_i} \cdot A_c} \\ V_{c2_i} \leftarrow F_{c_i} \cdot V_{cn2_i} \\ T_{c2_i} \leftarrow T_{0cold2_i} - \frac{(V_{c2_i})^2}{2 \cdot C_p} \\ P_{c_i} \leftarrow T_{c2_i} \cdot R \cdot \rho_{c_i} \\ P_{new_i} \leftarrow P_{c_i} \\ l_i \leftarrow \frac{P_{c_i}}{\text{kPa}} \\ \rho_{cnew_i} \leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ \text{while } P_{c_i} - P_i > \text{eps} \\ \begin{array}{l} P_i \leftarrow P_{new_i} \\ P_{new_i} \leftarrow P_{c_i} \\ \rho_{c_i} \leftarrow \rho_{cnew_i} \\ \rho_{cnew_i} \leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ P_{new_i} \end{array} \end{array}$$

$$\begin{aligned}
\rho_{\text{cold}2_i} &:= \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\
P_i &\leftarrow P_{c2_i} \\
x_i &\leftarrow \frac{P_{c2_i}}{\text{kPa}} \\
\rho_{c_i} &\leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot x_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (x_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
V_{\text{cn}2_i} &\leftarrow \frac{m_{c2_i}}{\rho_{c_i} \cdot A_c} \\
V_{c2_i} &\leftarrow F_{c_i} \cdot V_{\text{cn}2_i} \\
T_{c2_i} &\leftarrow T_{0\text{cold}2_i} - \frac{(V_{c2_i})^2}{2 \cdot C_p} \\
P_{c_i} &\leftarrow T_{c2_i} \cdot R \cdot \rho_{c_i} \\
P_{\text{new}_i} &\leftarrow P_{c_i} \\
l_i &\leftarrow \frac{P_{c_i}}{\text{kPa}} \\
\rho_{\text{new}_i} &\leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
\text{while } P_{c_i} - P_i &> \text{eps} \\
\left| \begin{aligned} P_i &\leftarrow P_{\text{new}_i} \\ P_{\text{new}_i} &\leftarrow P_{c_i} \\ \rho_{c_i} &\leftarrow \rho_{\text{new}_i} \\ \rho_{\text{new}_i} &\leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \end{aligned} \right. \\
\rho_{\text{new}_i} &
\end{aligned}$$

Πίεση:

$$P_{\text{cold}2}^T = (116.1 \ 115.05 \ 111.694 \ 110.995 \ 110.682 \ 110.542 \ 109.986 \ 108.487 \ 107.793) \cdot \text{kPa}$$

Πυκνότητα:

$$\rho_{\text{cold}2}^T = (1.514 \ 1.507 \ 1.463 \ 1.451 \ 1.445 \ 1.442 \ 1.43 \ 1.395 \ 1.377) \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Εγκάρσια συνιστώσα ταχύτητας

$$V_{\text{cn}2_i} := \frac{m_{c2_i}}{\rho_{\text{cold}2_i} \cdot A_c}$$

Ταχύτητα:

$$V_{c2_i} := F_{c_i} \cdot V_{\text{cn}2_i}$$

$$V_{\text{cn}2}^T = (9.619 \ 14.443 \ 19.105 \ 28.137 \ 29.617 \ 44.474 \ 53.218 \ 71.379 \ 78.123) \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_{c2}^T = (13.331 \ 19.4 \ 25.04 \ 35.305 \ 36.947 \ 52.841 \ 62.127 \ 81.519 \ 88.665) \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Στατική θερμοκρασία:

Ολική θερμοκρασία:

$$T_{c2_i} := \frac{P_{cold2_i}}{\rho_{cold2_i} \cdot R} \quad T_{0c2_i} := T_{c2_i} + \frac{(V_{c2_i})^2}{2 \cdot C_p}$$

$$T_{c2}^T = (268.331 \ 267.284 \ 267.183 \ 267.811 \ 268.17 \ 268.346 \ 269.14 \ 272.094 \ 273.886) \text{K}$$

$$T_{0c2}^T = (268.419 \ 267.473 \ 267.497 \ 268.435 \ 268.852 \ 269.742 \ 271.07 \ 275.417 \ 277.817) \text{K}$$

Μοντέλο Ahlborn

Λόγος πιέσεων:

$$x_{2_i} := \frac{P_{i2} - P_{cold2_i}}{P_{i2}}$$

$$x_2^T = (0.495 \ 0.5 \ 0.514 \ 0.517 \ 0.519 \ 0.519 \ 0.522 \ 0.528 \ 0.531)$$

Θερμοκρασία στο ψυχρό άκρο:

Θερμοκρασία στο θερμό άκρο:

$$T_{cal2_i} := T_{in2} \cdot \frac{\left(1 + \frac{2 \cdot B \cdot x_{2_i} \cdot y_{c_i}}{1 + B \cdot x_{2_i}}\right)}{1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot (1 + y_{c_i}) \cdot x_{2_i}}$$

$$T_{hal2_i} := T_{in2} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot B \cdot x_{2_i} \cdot y_{c_i}}{1 + B \cdot x_{2_i}}\right)$$

$$T_{cal2}^T = (249.743 \ 250.372 \ 250.319 \ 251.75 \ 251.92 \ 254.458 \ 255.744 \ 258.123 \ 258.884) \text{K}$$

$$T_{hal2}^T = (289.001 \ 292.052 \ 294.942 \ 300.542 \ 301.433 \ 310.668 \ 315.986 \ 326.659 \ 330.412) \text{K}$$

Θερμοκρασία στο σημείο 1:

Θερμοκρασία στο σημείο 0:

$$T_{1,2_i} := \frac{T_{hal2_i}}{1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot x_{2_i}}$$

$$T_{o,2_i} := T_{1,2_i} - y_{c_i} \cdot (T_{hal2_i} - T_{cal2_i})$$

$$T_{1,2}^T = (253.179 \ 255.559 \ 257.151 \ 261.834 \ 262.521 \ 270.524 \ 274.989 \ 283.818 \ 286.863) \text{K}$$

$$T_{o,2}^T = (248.821 \ 248.649 \ 247.646 \ 246.66 \ 246.38 \ 243.059 \ 240.049 \ 231.798 \ 228.21) \text{K}$$

Εσωτερική Λειτουργία σωλήνα κατά Ahlborn

$$Q_{hes2_i} := m_{in2} \cdot C_p \cdot (T_{hal2_i} - T_{o,2_i})$$

$$Q_{ces2_i} := m_{in2} \cdot C_p \cdot y_{c_i} \cdot (T_{hal2_i} - T_{cal2_i})$$

$$Q_{hes2}^T = (149.094 \ 161.052 \ 175.5 \ 199.934 \ 204.279 \ 250.871 \ 281.775 \ 351.993 \ 379.231) \cdot \text{W}$$

$$Q_{ces2}^T = (16.17 \ 25.642 \ 35.269 \ 56.305 \ 59.894 \ 101.91 \ 129.651 \ 193.023 \ 217.639) \text{W}$$

$$W_{2_i} := Q_{hes2_i} - Q_{ces2_i}$$

$$\text{COP}_{es2_i} := \frac{Q_{ces2_i}}{W_{2_i}}$$

$$W_2^T = (132.924 \ 135.41 \ 140.231 \ 143.629 \ 144.385 \ 148.961 \ 152.125 \ 158.97 \ 161.593) \text{W}$$

$$\text{COP}_{es2}^T = (0.122 \ 0.189 \ 0.252 \ 0.392 \ 0.415 \ 0.684 \ 0.852 \ 1.214 \ 1.347)$$

Εξωτερική Λειτουργία σωλήνα

$$Q_{cah2_i} := y_{c_i} \cdot m_{in2} \cdot C_p \cdot (T_{in2} - T_{cal2_i}) \quad Q_{c2_i} := y_{c_i} \cdot m_{in2} \cdot C_p \cdot (T_{0i} - T_{0c2_i})$$

$$Q_{cah2}^T = (13.687 \ 20.058 \ 25.81 \ 36.033 \ 37.566 \ 51.701 \ 58.604 \ 69.991 \ 73.3) \text{ W}$$

$$Q_{c2}^T = (13.007 \ 20.012 \ 25.689 \ 36.427 \ 37.679 \ 54.859 \ 62.262 \ 69.235 \ 67.497) \text{ W}$$

$$COP_{crah2_i} := \frac{(T_{in} - T_{cal2_i})}{T_{in} \cdot \ln\left(\frac{P_{i2}}{P_{cold2_i}}\right)} \cdot y_{c_i} \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma} \quad COP_{cr2_i} := \frac{(T_{0i} - T_{0c2_i})}{T_{0i} \cdot \ln\left(\frac{P_{i2}}{P_{cold2_i}}\right)} \cdot y_{c_i} \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

$$COP_{crah2}^T = (5.5626 \times 10^{-3} \ 8.0482 \times 10^{-3} \ 9.9315 \times 10^{-3} \ 0.0138 \ 0.0143 \ 0.0197 \ 0.0222 \ 0.0261 \ 0.0271)$$

$$COP_{cr2}^T = (4.8835 \times 10^{-3} \ 7.4147 \times 10^{-3} \ 9.1283 \times 10^{-3} \ 0.0128 \ 0.0132 \ 0.0192 \ 0.0217 \ 0.0236 \ 0.0229)$$

Βρίσκουμε την μέγιστη επί τις εκατό διαφορά των αποτελεσμάτων των θερμοκρασιών θερμού και του ψυχρού άκρου:

$$\frac{|(T_{hal2_i} - T_{h2})_i|}{\min(T_{hal2_i}, T_{h2_i})} \cdot 100 = \frac{|(T_{cal2_i} - T_{c2})_i|}{\min(T_{cal2_i}, T_{c2_i})} \cdot 100 =$$

0.877	7.443
0.207	6.755
1.204	6.737
0.071	6.38
1.358	6.45
1.443	5.458
2.616	5.238
5.424	5.413
5.822	5.795

Πίεση εισόδου:

$$P_{ii3} := 240$$

Πυκνότητα εισόδου:

$$\rho_{in3}(x) := 0.847 + 4.04 \cdot 10^{-3} \cdot x + 2.02 \cdot 10^{-5} \cdot x^2$$

$$\rho_{in3}(P_{ii3}) = 2.98$$

$$\rho_{i3} := \rho_{in3}(P_{ii3}) \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Πίεση εισόδου με μονάδες μέτρησης:

$$P_{i3} := P_{ii3} \cdot \text{kPa}$$

ΕΙΣΟΔΟΣ

Ταχύτητα:

$$V_{in3} := \sqrt{2 \cdot C_p \cdot \left(T_{0i} - \frac{P_{i3}}{\rho_{i3} \cdot R}\right)}$$

$$V_{in3} = 190.432 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Στατική θερμοκρασία:

$$T_{in3} := T_{0i} - \frac{(V_{in3})^2}{2 \cdot C_p}$$

$$T_{in3} = 281.868 \text{ K}$$

Παροχή μάζας:

$$m_{in3} := \rho_{i3} \cdot V_{in3} \cdot A_{in}$$

$$m_{in3} = 4.011 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

ΘΕΡΜΟ ΑΚΡΟ

Κλάσμα παροχής μάζας:

$$y_{h3_i} := 1 - y_{c_i}$$

Παροχή μάζας:

$$m_{h3_i} := y_{h3_i} \cdot m_{in3}$$

$$P_{hot3} := \begin{pmatrix} 188 \\ 190 \\ 192 \\ 194.5 \\ 198 \\ 203 \\ 208 \\ 210 \\ 211 \end{pmatrix} \cdot \text{kPa}$$

$$\begin{array}{l} P_{hot3_i} := \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\ P_i \leftarrow P_{hot3_i} \\ x_i \leftarrow \frac{P_i}{\text{kPa}} \\ \rho_{h3_i} \leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot x_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (x_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ m_{h3_i} \leftarrow (1 - y_i) \cdot m_{in3} \\ V_{hn3_i} \leftarrow \frac{m_{h3_i}}{\rho_{h3_i} \cdot A_h} \\ V_{h3_i} \leftarrow \left[14.4395 \cdot (y_i)^5 + 51.6358 \cdot (y_i)^4 - 52.42 \cdot (y_i)^3 + 22.2167 \cdot (y_i)^2 + 1.0514 \cdot y_i + 2.2532 \right] \cdot V_{hn3_i} \\ T_{h3_i} \leftarrow T_{0h_i} - \frac{(V_{h3_i})^2}{2 \cdot C_p} \\ Ph3_i \leftarrow T_{h3_i} \cdot R \cdot \rho_{h3_i} \\ P_{new_i} \leftarrow Ph3_i \\ \text{while } Ph3_i - P_i > \text{eps} \\ \quad \left| \begin{array}{l} P_i \leftarrow P_{new_i} \\ P_{new_i} \leftarrow Ph3_i \end{array} \right. \\ P_{new_i} \end{array}$$

$$P_{hot3}^T = (184.697 \ 189.729 \ 196.156 \ 199.753 \ 206.589 \ 211.889 \ 217.791 \ 220.863 \ 223.53) \cdot \text{kPa}$$

$$\begin{aligned}
\rho_{\text{hot}3_i} &:= \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\
P_i &\leftarrow P_{\text{hot}3_i} \\
x_i &\leftarrow \frac{P_{\text{hot}3_i}}{\text{kPa}} \\
\rho_{\text{h}3_i} &\leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot x_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (x_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
m_{\text{h}3_i} &\leftarrow (1 - y_i) \cdot m_{\text{in}3} \\
V_{\text{nh}3_i} &\leftarrow \frac{m_{\text{h}3_i}}{\rho_{\text{h}3_i} \cdot A_h} \\
V_{\text{h}3_i} &\leftarrow \left[14.4395 \cdot (y_i)^5 + 51.6358 \cdot (y_i)^4 - 52.42 \cdot (y_i)^3 + 22.2167 \cdot (y_i)^2 + 1.0514 \cdot y_i + 2.2532 \right] \cdot V_{\text{nh}3_i} \\
T_{\text{h}3_i} &\leftarrow T_{0\text{h}_i} - \frac{(V_{\text{h}3_i})^2}{2 \cdot C_p} \\
P_{\text{h}3_i} &\leftarrow T_{\text{h}3_i} \cdot R \cdot \rho_{\text{h}3_i} \\
P_{\text{new}_i} &\leftarrow P_{\text{h}3_i} \\
l_i &\leftarrow \frac{P_{\text{h}3_i}}{\text{kPa}} \\
\rho_{\text{new}_i} &\leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot l_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (l_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
\text{while } P_{\text{h}3_i} - P_i &> \text{eps} \\
&\left| \begin{aligned}
P_i &\leftarrow P_{\text{new}_i} \\
P_{\text{new}_i} &\leftarrow P_{\text{h}3_i} \\
\rho_i &\leftarrow \rho_{\text{new}_i} \\
\rho_{\text{new}_i} &\leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot l_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (l_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
\rho_{\text{new}_i} &
\end{aligned} \right. \\
\rho_{\text{hot}3}^T &= (2.22 \ 2.278 \ 2.351 \ 2.392 \ 2.467 \ 2.524 \ 2.587 \ 2.619 \ 2.647) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}
\end{aligned}$$

Εγκάρσια συνιστώσα ταχύτητας:

Ταχύτητα :

Στατική θερμοκρασία:

$$V_{\text{nh}3_i} := \frac{m_{\text{h}3_i}}{\rho_{\text{hot}3_i} \cdot A_h}$$

$$V_{\text{h}3_i} := V_{\text{nh}3_i} \cdot F_{\text{h}_i}$$

$$T_{\text{h}3_i} := T_{0\text{h}_i} - \frac{(V_{\text{h}3_i})^2}{2 \cdot C_p}$$

$$V_{\text{nh}3}^T = (34.091 \ 31.171 \ 28.492 \ 24.524 \ 23.256 \ 17.245 \ 13.819 \ 7.832 \ 5.788) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_{\text{h}3}^T = (87.957 \ 88.532 \ 88.074 \ 90.18 \ 87.846 \ 91.417 \ 95.352 \ 107.322 \ 103.325) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T_{\text{h}3}^T = (286.132 \ 291.081 \ 298.121 \ 299.934 \ 305.142 \ 305.821 \ 307.454 \ 309.241 \ 311.662) \text{K}$$

ΨΥΧΡΟ ΑΚΡΟ

Παροχή μάζας:

Αρχική τιμή Ολικής θερμοκρασίας:

$$m_{\text{c}3_i} := y_{\text{c}_i} \cdot m_{\text{in}3}$$

$$T_{0\text{cold}3_i} := \frac{1}{y_{\text{c}_i}} T_{0i} - \left(\frac{1}{y_{\text{c}_i}} - 1 \right) \cdot T_{0\text{h}_i}$$

$$T_{0\text{cold}3}^T = (380.09 \ 325.157 \ 292.61 \ 291.138 \ 281.393 \ 289.533 \ 291.31 \ 295.237 \ 296.268) \text{K}$$

Αρχική τιμή για πίεση:

$$P_{c3} := \begin{pmatrix} 99.3 \\ 103.3 \\ 106.9 \\ 106.9 \\ 108.6 \\ 107.2 \\ 106.8 \\ 105.8 \\ 105.4 \end{pmatrix} \cdot \text{kPa}$$

Στο σημείο αυτό εφαρμόζουμε ένα μικρό κώδικα για την εύρεση της πίεσης και της πυκνότητας:

$$\begin{array}{l}
 P_{\text{cold}3_i} := \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\
 P_i \leftarrow P_{c3_i} \\
 x_i \leftarrow \frac{P_{c3_i}}{\text{kPa}} \\
 \rho_{c_i} \leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot x_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (x_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
 V_{\text{cn}3_i} \leftarrow \frac{m_{c3_i}}{\rho_{c_i} \cdot A_c} \\
 V_{c3_i} \leftarrow F_{c_i} \cdot V_{\text{cn}3_i} \\
 T_{c3_i} \leftarrow T_{0\text{cold}3_i} - \frac{(V_{c3_i})^2}{2 \cdot C_p} \\
 P_{c_i} \leftarrow T_{c3_i} \cdot R \cdot \rho_{c_i} \\
 P_{\text{new}_i} \leftarrow P_{c_i} \\
 l_i \leftarrow \frac{P_{c_i}}{\text{kPa}} \\
 \rho_{\text{cnew}_i} \leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
 \text{while } P_{c_i} - P_i > \text{eps} \\
 \begin{array}{l}
 P_i \leftarrow P_{\text{new}_i} \\
 P_{\text{new}_i} \leftarrow P_{c_i} \\
 \rho_{c_i} \leftarrow \rho_{\text{cnew}_i} \\
 \rho_{\text{cnew}_i} \leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
 P_{\text{new}_i}
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
\rho_{\text{cold}3_i} &:= \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\
P_i &\leftarrow P_{c3_i} \\
x_i &\leftarrow \frac{P_{c3_i}}{\text{kPa}} \\
\rho_{c_i} &\leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot x_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (x_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
V_{\text{cn}3_i} &\leftarrow \frac{m_{c3_i}}{\rho_{c_i} \cdot A_c} \\
V_{c3_i} &\leftarrow F_{c_i} \cdot V_{\text{cn}3_i} \\
T_{c3_i} &\leftarrow T_{0\text{cold}3_i} - \frac{(V_{c3_i})^2}{2 \cdot C_p} \\
P_{c_i} &\leftarrow T_{c3_i} \cdot R \cdot \rho_{c_i} \\
P_{\text{new}_i} &\leftarrow P_{c_i} \\
l_i &\leftarrow \frac{P_{c_i}}{\text{kPa}} \\
\rho_{\text{new}_i} &\leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
\text{while } P_{c_i} - P_i > \text{eps} \\
& \left| \begin{aligned}
P_i &\leftarrow P_{\text{new}_i} \\
P_{\text{new}_i} &\leftarrow P_{c_i} \\
\rho_{c_i} &\leftarrow \rho_{\text{new}_i} \\
\rho_{\text{new}_i} &\leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}
\end{aligned} \right. \\
\rho_{\text{new}_i} &
\end{aligned}$$

Πίεση:

$$P_{\text{cold}3}^T = (115.054 \ 114.331 \ 112.912 \ 112.185 \ 112.081 \ 111.888 \ 111.356 \ 109.634 \ 108.661) \cdot \text{kPa}$$

Πυκνότητα:

$$\rho_{\text{cold}3}^T = (1.507 \ 1.5 \ 1.482 \ 1.471 \ 1.47 \ 1.466 \ 1.457 \ 1.423 \ 1.4) \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Εγκάρσια συνιστώσα ταχύτητας

$$V_{\text{cn}3_i} := \frac{m_{c3_i}}{\rho_{\text{cold}3_i} \cdot A_c}$$

Ταχύτητα:

$$V_{c3_i} := F_{c_i} \cdot V_{\text{cn}3_i}$$

$$V_{\text{cn}3}^T = (10.453 \ 15.686 \ 20.389 \ 29.991 \ 31.473 \ 47.273 \ 56.47 \ 75.695 \ 83.11) \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_{c3}^T = (14.486 \ 21.07 \ 26.724 \ 37.632 \ 39.263 \ 56.166 \ 65.924 \ 86.448 \ 94.325) \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Στατική θερμοκρασία:

$$T_{c3_i} := \frac{P_{\text{cold}3_i}}{\rho_{\text{cold}3_i} \cdot R}$$

Ολική θερμοκρασία:

$$T_{0c3_i} := T_{c3_i} + \frac{(V_{c3_i})^2}{2 \cdot C_p}$$

$$T_{c3}^T = (267.288 \ 266.843 \ 266.637 \ 266.881 \ 266.936 \ 267.051 \ 267.459 \ 269.726 \ 271.687) \text{K}$$

$$T_{0c3}^T = (267.393 \ 267.065 \ 266.994 \ 267.589 \ 267.706 \ 268.628 \ 269.631 \ 273.462 \ 276.136) \text{K}$$

Μοντέλο Ahlborn

Λόγος πιέσεων:

$$x_{3i} := \frac{P_{i3} - P_{cold3i}}{P_{i3}}$$

$$x_3^T = (0.521 \ 0.524 \ 0.53 \ 0.533 \ 0.533 \ 0.534 \ 0.536 \ 0.543 \ 0.547)$$

Θερμοκρασία στο ψυχρό άκρο:

Θερμοκρασία στο θερμό άκρο:

$$T_{cal3i} := T_{in3} \cdot \frac{\left(1 + \frac{2 \cdot B \cdot x_{3i} \cdot y_{c_i}}{1 + B \cdot x_{3i}}\right)}{1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot (1 + y_{c_i}) \cdot x_{3i}}$$

$$T_{hal3i} := T_{in3} \left(1 + \frac{2 \cdot B \cdot x_{3i} \cdot y_{c_i}}{1 + B \cdot x_{3i}}\right)$$

$$T_{cal3}^T = (247.283 \ 248.037 \ 248.5 \ 249.963 \ 250.186 \ 252.756 \ 254.075 \ 256.466 \ 257.197) \text{K}$$

$$T_{hal3}^T = (288.148 \ 291.297 \ 294.105 \ 299.826 \ 300.706 \ 310.14 \ 315.554 \ 326.479 \ 330.386) \text{K}$$

Θερμοκρασία στο σημείο 1:

Θερμοκρασία στο σημείο 0:

$$T_{1.3i} := \frac{T_{hal3i}}{1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot x_{3i}}$$

$$T_{0.3i} := T_{1.3i} - y_{c_i} \cdot (T_{hal3i} - T_{cal3i})$$

$$T_{1.3}^T = (250.837 \ 253.389 \ 255.455 \ 260.229 \ 260.965 \ 269.099 \ 273.646 \ 282.618 \ 285.713) \text{K}$$

$$T_{0.3}^T = (246.301 \ 246.216 \ 245.741 \ 244.722 \ 244.496 \ 241.061 \ 237.988 \ 229.477 \ 225.698) \text{K}$$

Εσωτερική Λειτουργία σωλήνα κατά Ahlborn

$$Q_{hes3i} := m_{in3} \cdot C_p \cdot (T_{hal3i} - T_{0.3i}) \quad Q_{ces3i} := m_{in3} \cdot C_p \cdot y_{c_i} \cdot (T_{hal3i} - T_{cal3i})$$

$$Q_{hes3}^T = (167.868 \ 180.842 \ 194.008 \ 221.05 \ 225.487 \ 277.112 \ 311.157 \ 389.122 \ 419.958) \cdot W$$

$$Q_{ces3}^T = (18.196 \ 28.773 \ 38.967 \ 62.208 \ 66.067 \ 112.474 \ 143.042 \ 213.171 \ 240.752) \cdot W$$

$$W_{3i} := Q_{hes3i} - Q_{ces3i} \quad COP_{es3i} := \frac{Q_{ces3i}}{W_{3i}}$$

$$W_3^T = (149.672 \ 152.069 \ 155.041 \ 158.842 \ 159.42 \ 164.638 \ 168.115 \ 175.951 \ 179.205) \cdot W$$

$$COP_{es3}^T = (0.122 \ 0.189 \ 0.251 \ 0.392 \ 0.414 \ 0.683 \ 0.851 \ 1.212 \ 1.343)$$

Εξωτερική Λειτουργία σωλήνα

$$Q_{cah3i} := y_{c_i} \cdot m_{in3} \cdot C_p \cdot (T_{in} - T_{cal3i}) \quad Q_{c3i} := y_{c_i} \cdot m_{in3} \cdot C_p \cdot (T_{0i} - T_{0c3i})$$

$$Q_{cah3}^T = (16.246 \ 23.765 \ 30.135 \ 42.175 \ 43.917 \ 60.784 \ 69.087 \ 83.129 \ 87.406) \cdot W$$

$$Q_{c3}^T = (14.519 \ 21.905 \ 28.202 \ 40.435 \ 42.232 \ 61.489 \ 70.657 \ 80.8 \ 78.5) \cdot W$$

$$\text{COP}_{\text{crah}3_i} := \frac{(T_{\text{in}} - T_{\text{cal}3_i})}{T_{\text{in}} \cdot \ln\left(\frac{P_{i3}}{P_{\text{cold}3_i}}\right)} \cdot y_{c_i} \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma} \qquad \text{COP}_{\text{cr}3_i} := \frac{(T_{0i} - T_{0c3_i})}{T_{0i} \cdot \ln\left(\frac{P_{i3}}{P_{\text{cold}3_i}}\right)} \cdot y_{c_i} \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

$$\text{COP}_{\text{crah}3}^T = (5.546 \times 10^{-3} \quad 8.0439 \times 10^{-3} \quad 0.01 \quad 0.0139 \quad 0.0145 \quad 0.02 \quad 0.0226 \quad 0.0266 \quad 0.0277)$$

$$\text{COP}_{\text{cr}3}^T = (4.6884 \times 10^{-3} \quad 7.0132 \times 10^{-3} \quad 8.8796 \times 10^{-3} \quad 0.0126 \quad 0.0132 \quad 0.0191 \quad 0.0218 \quad 0.0245 \quad 0.0235)$$

Βρίσκουμε την μέγιστη επί τις εκατό διαφορά των αποτελεσμάτων των θερμοκρασιών θερμού και του ψυχρού άκρου:

$$\frac{|(T_{\text{hal}3_i} - T_{\text{h}3})_i|}{\min(T_{\text{hal}3_i}, T_{\text{h}3_i})} \cdot 100 =$$

0.705
0.074
1.366
0.036
1.475
1.412
2.635
5.574
6.008

$$\frac{|(T_{\text{cal}3_i} - T_{\text{c}3})_i|}{\min(T_{\text{cal}3_i}, T_{\text{c}3_i})} \cdot 100 =$$

8.09
7.582
7.299
6.768
6.695
5.655
5.268
5.17
5.634

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α2

Δεύτερη Περίπτωση (Διαγράμματα 3.22-3.40α)

Οριακές συνθήκες

$$i := 0..8$$

Έχουμε τις σταθερές παραμέτρους και εννέα διαφορετικές τιμές για την πίεση εξόδου θερμού άκρου:

Ολική θερμοκρασία εισόδου:

$$T_{0i} := 300\text{K}$$

Ολική θερμοκρασία
θερμής εξόδου:

$$T_{0h} := 293\text{K}$$

Ψυχρό κλάσμα μάζας:

$$y_c := 0.175$$

Πίεση εισόδου:

$$P_i := \begin{pmatrix} 232 \\ 235.5 \\ 238.5 \\ 240.5 \\ 242 \\ 245.5 \\ 248.5 \\ 250.5 \\ 252 \end{pmatrix}$$

Πυκνότητα εισόδου:

$$\rho_{in}(x) := 0.847 + 4.04 \cdot 10^{-3} \cdot x + 2.02 \cdot 10^{-5} \cdot x^2$$

$$\rho_{in}(P_i)^T = (2.872 \ 2.919 \ 2.96 \ 2.987 \ 3.008 \ 3.056 \ 3.098 \ 3.127 \ 3.148)$$

$$\rho_i := \rho_{in}(P_i) \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$P_i := P_i \cdot \text{kPa}$$

ΕΙΣΟΔΟΣ

Ταχύτητα:

$$V_{in} := \sqrt{2 \cdot C_p \cdot \left(T_{0i} - \frac{P_i}{\rho_i \cdot R} \right)}$$

Στατική θερμοκρασία:

$$T_{in} := T_{0i} - \frac{(V_{in})^2}{2 \cdot C_p}$$

Παροχή μάζας:

$$m_{in_i} := \rho_i \cdot V_{in_i} \cdot A_{in}$$

$$V_{in}^T = (201.114 \ 202.971 \ 204.685 \ 205.888 \ 206.818 \ 209.081 \ 211.115 \ 212.515 \ 213.587) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T_{in}^T = (279.977 \ 279.605 \ 279.259 \ 279.015 \ 278.825 \ 278.359 \ 277.936 \ 277.642 \ 277.416) \text{K}$$

ΘΕΡΜΟ ΑΚΡΟ

Πυκνότητα εξόδου θερμού ρεύματος:

$$\rho_{hot1}(\text{Phot}) := -0.52 + 0.018 \cdot \text{Phot} - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot \text{Phot}^2$$

Παραμετρική σχέση για παροχή μάζας:

$$F_h := 14.4395 \cdot y_c^5 + 51.6358 \cdot y_c^4 - 52.42 \cdot y_c^3 + 22.2167 \cdot y_c^2 + 1.0514 \cdot y_c + 2.2532 = 2.887$$

```

P_hot_i :=
  eps ← 10-6·kPa
  P_i ← P_hot_i
  x_i ←  $\frac{P_i}{\text{kPa}}$ 
  ρh_i ←  $\left[-0.52 + 0.018 \cdot x_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (x_i)^2\right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ 
  m_h_i ← (1 - y_c) · m_in_i
  V_hn_i ←  $\frac{m_{h_i}}{\rho_{h_i} \cdot A_h}$ 
  V_h_i ← F_h · V_hn_i
  T_h_i ← T_0h -  $\frac{(V_{h_i})^2}{2 \cdot C_p}$ 
  Ph_i ← T_h_i · R · ρh_i
  Pnew_i ← Ph_i
  while Ph_i - P_i > eps
    P_i ← Pnew_i
    Pnew_i ← Ph_i
  Pnew_i

```

```

P_hot :=
  (180
  180
  185
  185
  190
  195
  200
  205
  210) · kPa

```

$P_{\text{hot}}^T = (180.215 \ 180.068 \ 184.98 \ 184.888 \ 189.789 \ 194.517 \ 199.191 \ 203.838 \ 208.435) \cdot \text{kPa}$

$$\begin{aligned}
\rho_{\text{hot}_i} &:= \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\
P_i &\leftarrow P_{\text{hot}_i} \\
x_i &\leftarrow \frac{P_{\text{hot}_i}}{\text{kPa}} \\
\rho_{h_i} &\leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot x_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (x_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
m_{h_i} &\leftarrow (1 - y_c) \cdot m_{\text{in}_i} \\
V_{\text{nh}_i} &\leftarrow \frac{m_{h_i}}{\rho_{h_i} \cdot A_h} \\
V_{h_i} &\leftarrow F_h \cdot V_{\text{nh}_i} \\
T_{h_i} &\leftarrow T_{0h} - \frac{(V_{h_i})^2}{2 \cdot C_p} \\
P_{h_i} &\leftarrow T_{h_i} \cdot R \cdot \rho_{h_i} \\
P_{\text{new}_i} &\leftarrow P_{h_i} \\
l_i &\leftarrow \frac{P_{h_i}}{\text{kPa}} \\
\rho_{\text{new}_i} &\leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot l_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (l_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
\text{while } P_{h_i} - P_i &> \text{eps} \\
\left| \begin{aligned}
P_i &\leftarrow P_{\text{new}_i} \\
P_{\text{new}_i} &\leftarrow P_{h_i} \\
\rho_{h_i} &\leftarrow \rho_{\text{new}_i} \\
\rho_{\text{new}_i} &\leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot l_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (l_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}
\end{aligned} \right. \\
\rho_{\text{new}_i}
\end{aligned}$$

$$\rho_{\text{hot}}^T = (2.167 \ 2.165 \ 2.223 \ 2.222 \ 2.279 \ 2.333 \ 2.385 \ 2.437 \ 2.487) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Κλάσμα παροχής μάζας:

Παροχή μάζας:

Εγκάρσια συνιστώσα ταχύτητας:

$$y_h := 1 - y_c$$

$$m_{h_i} := y_h \cdot m_{\text{in}_i}$$

$$V_{\text{nh}_i} := \frac{m_{h_i}}{\rho_{\text{hot}_i} \cdot A_h}$$

$$V_{\text{nh}}^T = (32.976 \ 33.855 \ 33.72 \ 34.249 \ 33.78 \ 33.898 \ 33.934 \ 33.741 \ 33.453) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ταχύτητα :

Στατική θερμοκρασία:

$$V_{h_i} := V_{\text{nh}_i} \cdot F_h$$

$$T_{h_i} := T_{0h} - \frac{(V_{h_i})^2}{2 \cdot C_p}$$

$$V_h^T = (95.217 \ 97.753 \ 97.365 \ 98.893 \ 97.537 \ 97.879 \ 97.983 \ 97.426 \ 96.592) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T_h^T = (288.512 \ 288.269 \ 288.307 \ 288.159 \ 288.29 \ 288.257 \ 288.247 \ 288.301 \ 288.381) \text{K}$$

ΨΥΧΡΟ ΑΚΡΟ

Παροχή μάζας:

Αρχική τιμή Ολικής θερμοκρασίας:

$$m_{c_i} := y_c \cdot m_{in_i} \quad T_{0cold_i} := \frac{1}{y_c} T_{0i} - \left(\frac{1}{y_c} - 1 \right) \cdot T_{0h}$$

$$T_{0cold}^T = (333 \ 333 \ 333 \ 333 \ 333 \ 333 \ 333 \ 333 \ 333) \text{ K}$$

Παραμετρική σχέση για παροχή μάζας:

$$F_c := -0.2008 \cdot y_c^4 - 0.1033 \cdot y_c^3 + 0.9539 \cdot y_c^2 - 1.0338 \cdot y_c + 1.489 = 1.337$$

Αρχική τιμή για πίεση:

$$P_{c1} := \begin{pmatrix} 101.6 \\ 101.7 \\ 101.75 \\ 101.8 \\ 101.85 \\ 101.9 \\ 101.95 \\ 102 \\ 102.1 \end{pmatrix} \cdot \text{kPa}$$

Πυκνότητα εξόδου ψυχρού ρεύματος:

$$\rho_{cold1}(P_c) := -15.967 + 0.295 \cdot P_c - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot P_c^2$$

Στο σημείο αυτό εφαρμόζουμε ένα μικρό κώδικα για την εύρεση της πίεσης και της πυκνότητας:

$$\begin{array}{l} P_{cold_i} := \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\ P_i \leftarrow P_{c1_i} \\ x_i \leftarrow \frac{P_{c1_i}}{\text{kPa}} \\ \rho_{c_i} \leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot x_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (x_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ V_{cn_i} \leftarrow \frac{m_{c_i}}{\rho_{c_i} \cdot A_c} \\ V_{c_i} \leftarrow F_c \cdot V_{cn_i} \\ T_{c_i} \leftarrow T_{0cold_i} - \frac{(V_{c_i})^2}{2 \cdot C_p} \\ P_{c_i} \leftarrow T_{c_i} \cdot R \cdot \rho_{c_i} \\ P_{new_i} \leftarrow P_{c_i} \\ l_i \leftarrow \frac{P_{c_i}}{\text{kPa}} \\ \rho_{cnew_i} \leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ \text{while } P_{c_i} - P_i > \text{eps} \\ \quad \left| \begin{array}{l} P_i \leftarrow P_{new_i} \\ P_{new_i} \leftarrow P_{c_i} \end{array} \right. \end{array}$$

$$\left| \begin{array}{l} \rho_{c_i} \leftarrow \rho_{c_{new_i}} \\ \rho_{c_{new_i}} \leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ P_{new_i} \end{array} \right.$$

$$\rho_{cold_i} := \left| \begin{array}{l} \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\ P_i \leftarrow P_{c_i} \\ x_i \leftarrow \frac{P_{c_i}}{\text{kPa}} \\ \rho_{c_i} \leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot x_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (x_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ V_{cn_i} \leftarrow \frac{m_{c_i}}{\rho_{c_i} \cdot A_c} \\ V_{c_i} \leftarrow F_c \cdot V_{cn_i} \\ T_{c_i} \leftarrow T_{0cold_i} - \frac{(V_{c_i})^2}{2 \cdot C_p} \\ P_{c_i} \leftarrow T_{c_i} \cdot R \cdot \rho_{c_i} \\ P_{new_i} \leftarrow P_{c_i} \\ l_i \leftarrow \frac{P_{c_i}}{\text{kPa}} \\ \rho_{c_{new_i}} \leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ \text{while } P_{c_i} - P_i > \text{eps} \\ \left| \begin{array}{l} P_i \leftarrow P_{new_i} \\ P_{new_i} \leftarrow P_{c_i} \\ \rho_{c_i} \leftarrow \rho_{c_{new_i}} \\ \rho_{c_{new_i}} \leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \end{array} \right. \\ \rho_{c_{new_i}} \end{array} \right.$$

Πίεση:

$$P_{cold}^T = (111.688 \quad 112.086 \quad 112.281 \quad 112.477 \quad 112.674 \quad 112.865 \quad 113.056 \quad 113.249 \quad 113.641) \cdot \text{kPa}$$

Πυκνότητα:

$$\rho_{cold}^T = (1.46305 \quad 1.46966 \quad 1.47276 \quad 1.47578 \quad 1.47872 \quad 1.48147 \quad 1.48414 \quad 1.48674 \quad 1.49173) \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Εγκάρσια συνιστώσα ταχύτητας

Ταχύτητα:

Στατική θερμοκρασία:

$$V_{cn_i} := \frac{m_{c_i}}{\rho_{cold_i} \cdot A_c} \quad V_{c_i} := F_c \cdot V_{cn_i} \quad T_{c_i} := \frac{P_{cold_i}}{\rho_{cold_i} \cdot R}$$

$$V_{cn}^T = (17.269 \ 17.635 \ 17.995 \ 18.231 \ 18.404 \ 18.871 \ 19.282 \ 19.552 \ 19.719) \frac{m}{s}$$

$$V_c^T = (23.081 \ 23.571 \ 24.052 \ 24.367 \ 24.598 \ 25.222 \ 25.771 \ 26.133 \ 26.355) \frac{m}{s}$$

$$T_c^T = (264.543 \ 264.29 \ 264.193 \ 264.113 \ 264.05 \ 264.005 \ 263.977 \ 263.965 \ 263.992) K$$

Ολική θερμοκρασία:

$$T_{0c_i} := T_{c_i} + \frac{(V_{c_i})^2}{2 \cdot C_p}$$

$$T_{0c}^T = (264.806 \ 264.565 \ 264.479 \ 264.407 \ 264.349 \ 264.32 \ 264.306 \ 264.303 \ 264.335) K$$

Μοντέλο Ahlborn

Λόγος πιέσεων:

$$x_{1_i} := \frac{P_{i_i} - P_{cold_i}}{P_{i_i}}$$

$$x_1^T = (0.519 \ 0.524 \ 0.529 \ 0.532 \ 0.534 \ 0.54 \ 0.545 \ 0.548 \ 0.549)$$

$$B := 3 \cdot \frac{(\gamma - 1)}{4 \cdot \gamma} = 0.214$$

Θερμοκρασία στο ψυχρό άκρο:

$$T_{call_i} := T_{in_i} \cdot \frac{\left(1 + \frac{2 \cdot B \cdot x_{1_i} \cdot y_c}{1 + B \cdot x_{1_i}}\right)}{1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot (1 + y_c) \cdot x_{1_i}}$$

Θερμοκρασία στο θερμό άκρο:

$$T_{hall_i} := T_{in_i} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot B \cdot x_{1_i} \cdot y_c}{1 + B \cdot x_{1_i}}\right)$$

$$T_{call}^T = (246.809 \ 246.175 \ 245.583 \ 245.196 \ 244.913 \ 244.18 \ 243.545 \ 243.131 \ 242.871) K$$

$$T_{hall}^T = (289.777 \ 289.485 \ 289.215 \ 289.014 \ 288.852 \ 288.468 \ 288.109 \ 287.853 \ 287.637) K$$

Θερμοκρασία στο σημείο 1:

$$T_{1_i} := \frac{T_{hall_i}}{1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot x_{1_i}}$$

Θερμοκρασία στο σημείο 0:

$$T_{0_i} := T_{1_i} - y_c \cdot (T_{hall_i} - T_{call_i})$$

$$T_1^T = (252.382 \ 251.786 \ 251.228 \ 250.86 \ 250.59 \ 249.894 \ 249.288 \ 248.89 \ 248.634) K$$

$$T_0^T = (244.863 \ 244.207 \ 243.592 \ 243.192 \ 242.901 \ 242.143 \ 241.49 \ 241.064 \ 240.8) K$$

Εσωτερική Λειτουργία σωλήνα κατά Ahlborn

$$Q_{hes1_i} := m_{in_i} \cdot C_p \cdot (T_{hall_i} - T_{0_i})$$

$$Q_{ces1_i} := m_{in_i} \cdot C_p \cdot y_c \cdot (T_{hall_i} - T_{call_i})$$

$$Q_{\text{hes}1}^T = (185.179 \ 191.502 \ 197.31 \ 201.183 \ 204.066 \ 211.335 \ 217.706 \ 221.949 \ 224.821) \cdot W$$

$$Q_{\text{ces}1}^T = (31.002 \ 32.056 \ 33.023 \ 33.667 \ 34.148 \ 35.358 \ 36.418 \ 37.125 \ 37.604) \cdot W$$

$$W_{1_i} := Q_{\text{hes}1_i} - Q_{\text{ces}1_i} \qquad \text{COP}_{\text{es}1_i} := \frac{Q_{\text{ces}1_i}}{W_{1_i}}$$

$$W_1^T = (154.177 \ 159.447 \ 164.287 \ 167.515 \ 169.918 \ 175.977 \ 181.287 \ 184.824 \ 187.217) \cdot W$$

$$\text{COP}_{\text{es}1}^T = (0.20108 \ 0.20104 \ 0.201 \ 0.20098 \ 0.20097 \ 0.20092 \ 0.20089 \ 0.20087 \ 0.20086)$$

Εξωτερική Λειτουργία σωλήνα

$$Q_{\text{cah}1_i} := y_c \cdot m_{\text{in}_i} \cdot C_p \cdot (T_{\text{in}_i} - T_{\text{cal}1_i}) \qquad Q_{\text{c}1_i} := y_c \cdot m_{\text{in}_i} \cdot C_p \cdot (T_{0i} - T_{0c_i})$$

$$Q_{\text{cah}1}^T = (23.931 \ 24.743 \ 25.488 \ 25.985 \ 26.355 \ 27.287 \ 28.105 \ 28.649 \ 29.018) \cdot W$$

$$Q_{\text{c}1}^T = (25.393 \ 26.227 \ 26.883 \ 27.348 \ 27.706 \ 28.485 \ 29.17 \ 29.633 \ 29.958) \cdot W$$

$$\text{COP}_{\text{crah}1_i} := \frac{(T_{\text{in}_i} - T_{\text{cal}1_i})}{T_{\text{in}_i} \cdot \ln\left(\frac{P_{i_i}}{P_{\text{cold}_i}}\right)} \cdot y_c \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma} \qquad \text{COP}_{\text{cr}1_i} := \frac{(T_{0i} - T_{0c_i})}{T_{0i} \cdot \ln\left(\frac{P_{i_i}}{P_{\text{cold}_i}}\right)} \cdot y_c \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

Βρίσκουμε την μέγιστη επί τις εκατό διαφορά των αποτελεσμάτων των θερμοκρασιών θερμού και ψυχρού άκρου:

$$\frac{|(T_{\text{hall}_i} - T_h)_i|}{\min(T_{\text{hall}_i}, T_h)} \cdot 100 =$$

0.439
0.422
0.315
0.297
0.195
0.073
0.048
0.156
0.259

$$\frac{|(T_{\text{cal}1_i} - T_c)_i|}{\min(T_{\text{cal}1_i}, T_c)} \cdot 100 =$$

7.185
7.358
7.578
7.715
7.814
8.119
8.389
8.569
8.696

Μεταβάλλουμε την πίεση εξόδου θερμού ρεύματος

Ολική θερμοκρασία
θερμής εξόδου:

$$T_{0h2} := 314\text{K}$$

Ψυχρό κλάσμα μάζας:

$$y_{c2} := 0.45$$

Η διακύμανση της πίεσης εισόδου παραμένει σταθερή:

Πίεση εισόδου:

$$P_{i2} := \begin{pmatrix} 232 \\ 235.5 \\ 238.5 \\ 240.5 \\ 242 \\ 245.5 \\ 248.5 \\ 250.5 \\ 252 \end{pmatrix}$$

Πυκνότητα εισόδου:

$$\rho_{in2}(x) := 0.847 + 4.04 \cdot 10^{-3} \cdot x + 2.02 \cdot 10^{-5} \cdot x^2$$

$$\rho_{in2}(P_{i2}) = \begin{pmatrix} 2.872 \\ 2.919 \\ 2.96 \\ 2.987 \\ 3.008 \\ 3.056 \\ 3.098 \\ 3.127 \\ 3.148 \end{pmatrix}$$

$$\rho_{i2} := \rho_{in2}(P_{i2}) \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Πίεση εισόδου με μονάδες μέτρησης:

$$P_{i2} := P_{i2} \cdot \text{kPa}$$

ΕΙΣΟΔΟΣ

Ταχύτητα:

$$V_{in2} := \sqrt{2 \cdot C_p \cdot \left(T_{0i} - \frac{P_{i2}}{\rho_{i2} \cdot R} \right)}$$

Στατική θερμοκρασία:

$$T_{in2} := T_{0i} - \frac{(V_{in2})^2}{2 \cdot C_p}$$

Παροχή μάζας:

$$m_{in2_i} := \rho_{i2_i} \cdot V_{in2_i} \cdot A_{in}$$

$$V_{in2}^T = (201.114 \quad 202.971 \quad 204.685 \quad 205.888 \quad 206.818 \quad 209.081 \quad 211.115 \quad 212.515 \quad 213.587) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T_{in2}^T = (279.977 \quad 279.605 \quad 279.259 \quad 279.015 \quad 278.825 \quad 278.359 \quad 277.936 \quad 277.642 \quad 277.416) \text{K}$$

ΘΕΡΜΟ ΑΚΡΟ

Πυκνότητα εξόδου θερμού ρεύματος:

$$\rho_{hot2a}(\text{Phot}) := -0.52 + 0.018 \cdot \text{Phot} - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot \text{Phot}^2$$

Παραμετρική σχέση για παροχή μάζας:

$$F_{h2} := 14.4395 \cdot y_{c2}^5 + 51.6358 \cdot y_{c2}^4 - 52.42 \cdot y_{c2}^3 + 22.2167 \cdot y_{c2}^2 + 1.0514 \cdot y_{c2} + 2.2532 = 4.832$$

$$P_{hot2} := \begin{pmatrix} 180 \\ 180 \\ 185 \\ 185 \\ 190 \\ 195 \\ 200 \\ 205 \\ 210 \end{pmatrix} \cdot \text{kPa}$$

```

P_hot2_i :=
| eps ← 10-6 · kPa
| P_i ← P_hot2_i
|   P_i
| x_i ← ———
|   kPa
| ρh2_i ← [ -0.52 + 0.018 · x_i - 1.714 · 10-5 · (x_i)2 ]  $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ 
| m_h2_i ← (1 - y_c2) · m_in2_i
|   m_h2_i
| V_hn2_i ← ———
|   ρh2_i · A_h
| V_h2_i ← F_h2 · V_hn2_i
|   (V_h2_i)2
| T_h2_i ← T_0h2 - ———
|   2 · C_p
| Ph_i ← T_h2_i · R · ρh2_i
| Pnew_i ← Ph_i
| while Ph_i - P_i > eps
|   | P_i ← Pnew_i
|   | Pnew_i ← Ph_i
| Pnew_i

```

$$P_{hot2}^T = (192.645 \ 192.462 \ 197.717 \ 197.602 \ 202.856 \ 207.907 \ 212.903 \ 217.878 \ 222.804) \cdot \text{kPa}$$

$$\begin{aligned}
\rho_{\text{hot}2_i} &:= \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\
P_i &\leftarrow P_{\text{hot}2_i} \\
x_i &\leftarrow \frac{P_i}{\text{kPa}} \\
\rho_{h2_i} &\leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot x_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (x_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
m_{h2_i} &\leftarrow (1 - y_{c2}) \cdot m_{in2_i} \\
V_{hn2_i} &\leftarrow \frac{m_{h2_i}}{\rho_{h2_i} \cdot A_h} \\
V_{h2_i} &\leftarrow F_{h2} \cdot V_{hn2_i} \\
T_{h2_i} &\leftarrow T_{0h2} - \frac{(V_{h2_i})^2}{2 \cdot C_p} \\
P_{h_i} &\leftarrow T_{h2_i} \cdot R \cdot \rho_{h2_i} \\
P_{new_i} &\leftarrow P_{h_i} \\
l_i &\leftarrow \frac{P_{h_i}}{\text{kPa}} \\
\rho_{hnew_i} &\leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot l_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (l_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
\text{while } P_{h_i} - P_i &> \text{eps} \\
&\left| \begin{aligned}
P_i &\leftarrow P_{new_i} \\
P_{new_i} &\leftarrow P_{h_i} \\
\rho_{h_i} &\leftarrow \rho_{hnew_i} \\
\rho_{hnew_i} &\leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot l_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (l_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}
\end{aligned} \right. \\
&\rho_{hnew_i} \\
\rho_{\text{hot}2}^T &= (2.312 \ 2.309 \ 2.369 \ 2.368 \ 2.426 \ 2.481 \ 2.535 \ 2.588 \ 2.64) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}
\end{aligned}$$

Κλάσμα παροχής μάζας:

Παροχή μάζας:

Εγκάρσια συνιστώσα ταχύτητας:

$$y_{h2} := 1 - y_{c2}$$

$$m_{h2_i} := y_{h2} \cdot m_{in2_i}$$

$$V_{nh2_i} := \frac{m_{h2_i}}{\rho_{\text{hot}2_i} \cdot A_h}$$

$$V_{nh2}^T = (20.612 \ 21.163 \ 21.097 \ 21.43 \ 21.153 \ 21.245 \ 21.285 \ 21.18 \ 21.014) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ταχύτητα :

Στατική θερμοκρασία:

$$V_{h2_i} := V_{nh2_i} \cdot F_{h2}$$

$$T_{h2_i} := T_{0h2} - \frac{(V_{h2_i})^2}{2 \cdot C_p}$$

$$V_{h2}^T = (99.601 \ 102.265 \ 101.948 \ 103.554 \ 102.216 \ 102.662 \ 102.853 \ 102.347 \ 101.544) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T_{h2}^T = (309.089 \ 308.823 \ 308.855 \ 308.691 \ 308.828 \ 308.782 \ 308.763 \ 308.814 \ 308.895) \text{K}$$

ΨΥΧΡΟ ΑΚΡΟ

Παροχή μάζας:

Αρχική τιμή Ολικής θερμοκρασίας:

$$m_{c2_i} := y_{c2} \cdot m_{in2_i} \quad T_{0cold2_i} := \frac{1}{y_{c2}} T_{0i} - \left(\frac{1}{y_{c2}} - 1 \right) \cdot T_{0h2}$$

$$T_{0cold2}^T = (282.889 \ 282.889 \ 282.889 \ 282.889 \ 282.889 \ 282.889 \ 282.889 \ 282.889 \ 282.889 \ 282.889) K$$

Παραμετρική σχέση για παροχή μάζας:

$$F_{c2} := -0.2008 \cdot y_{c2}^4 - 0.1033 \cdot y_{c2}^3 + 0.9539 \cdot y_{c2}^2 - 1.0338 \cdot y_{c2} + 1.489 = 1.199$$

Αρχική τιμή για πίεση:

Πικνότητα εφδου ψυχρού ρεύματος:

$$P_{c2} := \begin{pmatrix} 107.65 \\ 107.9 \\ 108 \\ 108.1 \\ 108.2 \\ 108.3 \\ 108.4 \\ 108.5 \\ 108.6 \end{pmatrix} \cdot \text{kPa}$$

$$\rho_{cold}(Pc) := -15.967 + 0.295 \cdot Pc - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot Pc^2$$

$$\begin{aligned} P_{cold2_i} &:= \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\ P_i &\leftarrow P_{c2_i} \\ x_i &\leftarrow \frac{P_{c2_i}}{\text{kPa}} \\ \rho_{c2_i} &\leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot x_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (x_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ V_{cn2_i} &\leftarrow \frac{m_{c2_i}}{\rho_{c2_i} \cdot A_c} \\ V_{c2_i} &\leftarrow F_{c2} \cdot V_{cn2_i} \\ T_{c2_i} &\leftarrow T_{0cold2_i} - \frac{(V_{c2_i})^2}{2 \cdot C_p} \\ Pc2_i &\leftarrow T_{c2_i} \cdot R \cdot \rho_{c2_i} \\ P_{new_i} &\leftarrow Pc2_i \\ l_i &\leftarrow \frac{Pc2_i}{\text{kPa}} \\ \rho_{cnew_i} &\leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ \text{while } Pc2_i - P_i &> \text{eps} \\ &\left| \begin{aligned} P_i &\leftarrow P_{new_i} \\ P_{new_i} &\leftarrow Pc2_i \\ \rho_{c2_i} &\leftarrow \rho_{cnew_i} \\ \rho_{cnew_i} &\leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \end{aligned} \right. \\ &P_{new_i} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\rho_{\text{cold}2_i} &:= \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\
P_i &\leftarrow P_{c2_i} \\
x_i &\leftarrow \frac{P_{c2_i}}{\text{kPa}} \\
\rho_{c2_i} &\leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot x_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (x_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
V_{\text{cn}2_i} &\leftarrow \frac{m_{c2_i}}{\rho_{c2_i} \cdot A_c} \\
V_{c2_i} &\leftarrow F_{c2} \cdot V_{\text{cn}2_i} \\
T_{c2_i} &\leftarrow T_{0\text{cold}2_i} - \frac{(V_{c2_i})^2}{2 \cdot C_p} \\
P_{c2_i} &\leftarrow T_{c2_i} \cdot R \cdot \rho_{c2_i} \\
P_{\text{new}_i} &\leftarrow P_{c2_i} \\
l_i &\leftarrow \frac{P_{c2_i}}{\text{kPa}} \\
\rho_{\text{new}_i} &\leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
\text{while } P_{c2_i} - P_i &> \text{eps} \\
\quad P_i &\leftarrow P_{\text{new}_i} \\
\quad P_{\text{new}_i} &\leftarrow P_{c2_i} \\
\quad \rho_{c_i} &\leftarrow \rho_{\text{new}_i} \\
\quad \rho_{\text{new}_i} &\leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
\rho_{\text{new}_i} &
\end{aligned}$$

$$P_{\text{cold}2}^T = (111.503 \quad 112.021 \quad 112.208 \quad 112.402 \quad 112.598 \quad 112.769 \quad 112.942 \quad 113.123 \quad 113.309) \cdot \text{kPa}$$

$$\rho_{\text{cold}2}^T = (1.459831 \quad 1.468609 \quad 1.471609 \quad 1.474631 \quad 1.477599 \quad 1.480102 \quad 1.482554 \quad 1.485055 \quad 1.487523) \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Εγκάρσια συνιστώσα ταχύτητας

Ταχύτητα:

Στατική θερμοκρασία:

$$V_{\text{cn}2_i} := \frac{m_{c2_i}}{\rho_{\text{cold}2_i} \cdot A_c}$$

$$V_{c2_i} := F_{c2} \cdot V_{\text{cn}2_i}$$

$$T_{c2_i} := \frac{P_{\text{cold}2_i}}{\rho_{\text{cold}2_i} \cdot R}$$

$$V_{\text{cn}2}^T = (44.505 \quad 45.381 \quad 46.31 \quad 46.917 \quad 47.36 \quad 48.57 \quad 49.635 \quad 50.335 \quad 50.849) \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_{c2}^T = (53.375 \quad 54.425 \quad 55.54 \quad 56.268 \quad 56.8 \quad 58.25 \quad 59.528 \quad 60.367 \quad 60.983) \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T_{c2}^T = (264.685 \quad 264.326 \quad 264.227 \quad 264.142 \quad 264.072 \quad 264.026 \quad 263.992 \quad 263.971 \quad 263.965) \text{ K}$$

Ολική θερμοκρασία:

$$T_{0c2_i} := T_{c2_i} + \frac{(V_{c2_i})^2}{2 \cdot C_p}$$

$$T_{0c2}^T = (266.096 \quad 265.793 \quad 265.754 \quad 265.709 \quad 265.669 \quad 265.705 \quad 265.746 \quad 265.775 \quad 265.806) \text{ K}$$

Μοντέλο Ahlborn

Λόγος πιέσεων:

$$x_{2i} := \frac{P_{i_i} - P_{cold2i}}{P_{i_i}}$$

$$x_2^T = (0.519 \quad 0.524 \quad 0.53 \quad 0.533 \quad 0.535 \quad 0.541 \quad 0.546 \quad 0.548 \quad 0.55)$$

Θερμοκρασία στο ψυχρό άκρο:

Θερμοκρασία στο θερμό άκρο:

$$T_{cal2i} := T_{in2i} \cdot \frac{\left(1 + \frac{2 \cdot B \cdot x_{2i} \cdot y_{c2}}{1 + B \cdot x_{2i}}\right)}{1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot (1 + y_{c2}) \cdot x_{1i}}$$

$$T_{hal2i} := T_{in2i} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot B \cdot x_{2i} \cdot y_{c2}}{1 + B \cdot x_{2i}}\right)$$

$$T_{cal2}^T = (251.236 \quad 250.613 \quad 250.049 \quad 249.678 \quad 249.405 \quad 248.704 \quad 248.095 \quad 247.695 \quad 247.466) \text{ K}$$

$$T_{hal2}^T = (305.213 \quad 305.023 \quad 304.872 \quad 304.74 \quad 304.622 \quad 304.37 \quad 304.116 \quad 303.919 \quad 303.755) \text{ K}$$

Θερμοκρασία στο σημείο 1:

Θερμοκρασία στο σημείο 0:

$$T_{1,2i} := \frac{T_{hal2i}}{1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot x_{2i}}$$

$$T_{o,2i} := T_{1,2i} - y_{c2} \cdot (T_{hal2i} - T_{cal2i})$$

$$T_{1,2}^T = (265.773 \quad 265.282 \quad 264.808 \quad 264.49 \quad 264.251 \quad 263.644 \quad 263.108 \quad 262.749 \quad 262.481) \text{ K}$$

$$T_{o,2}^T = (241.484 \quad 240.798 \quad 240.138 \quad 239.712 \quad 239.403 \quad 238.594 \quad 237.899 \quad 237.448 \quad 237.151) \text{ K}$$

Εσωτερική Λειτουργία σωλήνα κατά Ahlborn

$$Q_{hes2i} := m_{in2i} \cdot C_p \cdot (T_{hal2i} - T_{o,2i}) \quad Q_{ces2i} := m_{in2i} \cdot C_p \cdot y_{c2} \cdot (T_{hal2i} - T_{cal2i})$$

$$Q_{hes2}^T = (262.751 \quad 271.636 \quad 279.963 \quad 285.509 \quad 289.633 \quad 300.072 \quad 309.223 \quad 315.313 \quad 319.703) \cdot W$$

$$Q_{ces2}^T = (100.144 \quad 103.555 \quad 106.695 \quad 108.788 \quad 110.347 \quad 114.278 \quad 117.724 \quad 120.019 \quad 121.585) \cdot W$$

$$W_{2i} := Q_{hes2i} - Q_{ces2i} \quad COP_{es2i} := \frac{Q_{ces2i}}{W_{2i}}$$

$$W_2^T = (162.607 \quad 168.082 \quad 173.268 \quad 176.72 \quad 179.286 \quad 185.794 \quad 191.499 \quad 195.295 \quad 198.117) \cdot W$$

$$COP_{es2}^T = (0.61586 \quad 0.6161 \quad 0.61578 \quad 0.6156 \quad 0.61548 \quad 0.61508 \quad 0.61475 \quad 0.61455 \quad 0.6137)$$

Εξωτερική Λειτουργία σωλήνα

$$Q_{cah2i} := y_{c2} \cdot m_{in2i} \cdot C_p \cdot (T_{in2i} - T_{cal2i}) \quad Q_{c2i} := y_{c2} \cdot m_{in2i} \cdot C_p \cdot (T_{0i} - T_{0c2i})$$

$$Q_{cah2}^T = (53.323 \quad 55.178 \quad 56.848 \quad 57.963 \quad 58.793 \quad 60.88 \quad 62.709 \quad 63.927 \quad 64.693) \cdot W$$

$$Q_{c2}^T = (62.904 \quad 65.104 \quad 66.648 \quad 67.75 \quad 68.607 \quad 70.404 \quad 71.981 \quad 73.058 \quad 73.859) \cdot W$$

$$COP_{crah2i} := \frac{(T_{in2i} - T_{cal2i})}{T_{in2i} \cdot \ln\left(\frac{P_{i_i}}{P_{cold2i}}\right)} \cdot y_{c2} \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma} \quad COP_{cr2i} := \frac{(T_{0i} - T_{0c2i})}{T_{0i} \cdot \ln\left(\frac{P_{i_i}}{P_{cold2i}}\right)} \cdot y_{c2} \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

Βρίσκουμε την μέγιστη επί τις εκατό διαφορά των αποτελεσμάτων των θερμοκρασιών θερμού άκρου:

$$\frac{|(T_{hal2_i} - T_{h2})_i|}{\min(T_{hal2_i}, T_{h2_i})} \cdot 100 = \frac{|(T_{cal2_i} - T_{c2})_i|}{\min(T_{cal2_i}, T_{c2_i})} \cdot 100 =$$

1.27
1.246
1.306
1.297
1.38
1.45
1.528
1.611
1.692

5.353
5.472
5.67
5.793
5.881
6.161
6.408
6.571
6.667

Μεταβάλλουμε την πίεση εξόδου θερμού ρεύματος

Ολική θερμοκρασία θερμής εξόδου:

Ψυχρό κλάσμα μάζας:

$$T_{0h3} := 317K$$

$$y_{c3} := 0.82$$

Η διακύμανση της πίεσης εισόδου παραμένει σταθερή:

Πίεση εισόδου:

$$P_{i3} := \begin{pmatrix} 232 \\ 235.5 \\ 238.5 \\ 240.5 \\ 242 \\ 245.5 \\ 248.5 \\ 250.5 \\ 252 \end{pmatrix}$$

Πυκνότητα εισόδου:

Σύμφωνα με τους πίνακες προσομοίωσης βρίσκω μία παραμετρική σχέση ανάμεσα στην πυκνότητα εισόδου και την πίεση εισόδου:

$$\rho_{in3}(x) := 0.847 + 4.04 \cdot 10^{-3} \cdot x + 2.02 \cdot 10^{-5} \cdot x^2$$

$$\rho_{in3}(P_{i3})^T = (2.872 \ 2.919 \ 2.96 \ 2.987 \ 3.008 \ 3.056 \ 3.098 \ 3.127 \ 3.148)$$

$$\rho_{i3} := \rho_{in3}(P_{i3}) \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Πίεση εισόδου με μονάδες μέτρησης:

$$P_{i3} := P_{i3} \cdot \text{kPa}$$

ΕΙΣΟΔΟΣ

Ταχύτητα:

$$V_{in3} := \sqrt{2 \cdot C_p \cdot \left(T_{0i} - \frac{P_{i3}}{\rho_{i3} \cdot R} \right)}$$

Στατική θερμοκρασία:

$$T_{in3} := T_{0i} - \frac{(V_{in3})^2}{2 \cdot C_p}$$

Παροχή μάζας:

$$m_{in3_i} := \rho_{i3_i} \cdot V_{in3_i} \cdot A_{in}$$

$$V_{in3}^T = (201.114 \ 202.971 \ 204.685 \ 205.888 \ 206.818 \ 209.081 \ 211.115 \ 212.515 \ 213.587) \frac{m}{c}$$

$$T_{in3}^T = (279.977 \ 279.605 \ 279.259 \ 279.015 \ 278.825 \ 278.359 \ 277.936 \ 277.642 \ 277.416) K$$

ΘΕΡΜΟ ΑΚΡΟ

Πυκνότητα εξόδου θερμού ρεύματος:

$$\rho_{hot3a}(Phot) := -0.52 + 0.018 \cdot Phot - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot Phot^2$$

Παραμετρική σχέση για παροχή μάζας:

$$F_{h3} := 14.4395 \cdot y_{c3}^5 + 51.6358 \cdot y_{c3}^4 - 52.42 \cdot y_{c3}^3 + 22.2167 \cdot y_{c3}^2 + 1.0514 \cdot y_{c3} + 2.2532 = 17.85$$

$$P_{hot3} := \begin{pmatrix} 190 \\ 192 \\ 193 \\ 194 \\ 195 \\ 196 \\ 200 \\ 205 \\ 212 \end{pmatrix} \cdot \text{kPa}$$

$$P_{hot3_i} := \begin{array}{l} \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\ P_i \leftarrow P_{hot3_i} \\ x_i \leftarrow \frac{P_i}{\text{kPa}} \\ \rho_{h3_i} \leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot x_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (x_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ m_{h3_i} \leftarrow (1 - y_{c3}) \cdot m_{in3_i} \\ V_{hn3_i} \leftarrow \frac{m_{h3_i}}{\rho_{h3_i} \cdot A_h} \\ V_{h3_i} \leftarrow F_{h3} \cdot V_{hn3_i} \\ T_{h3_i} \leftarrow T_{0h3} - \frac{(V_{h3_i})^2}{2 \cdot C_p} \\ Ph_i \leftarrow T_{h3_i} \cdot R \cdot \rho_{h3_i} \\ P_{new_i} \leftarrow Ph_i \\ \text{while } Ph_i - P_i > \text{eps} \\ \quad \left| \begin{array}{l} P_i \leftarrow P_{new_i} \\ P_{new_i} \leftarrow Ph_i \end{array} \right. \\ P_{new_i} \end{array}$$

$$P_{hot3}^T = (203.831 \ 205.723 \ 206.561 \ 207.467 \ 208.405 \ 209.163 \ 213.103 \ 218.111 \ 225.101) \cdot \text{kPa}$$

$$\rho_{\text{hot3}_i} := \begin{array}{l} \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\ P_i \leftarrow P_{\text{hot3}_i} \\ x_i \leftarrow \frac{P_i}{\text{kPa}} \\ \rho_{\text{h3}_i} \leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot x_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (x_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ m_{\text{h3}_i} \leftarrow (1 - y_{\text{c3}}) \cdot m_{\text{in3}_i} \\ V_{\text{nh3}_i} \leftarrow \frac{m_{\text{h3}_i}}{\rho_{\text{h3}_i} \cdot A_{\text{h}}} \\ V_{\text{h3}_i} \leftarrow F_{\text{h3}} \cdot V_{\text{nh3}_i} \\ T_{\text{h3}_i} \leftarrow T_{0\text{h3}} - \frac{(V_{\text{h3}_i})^2}{2 \cdot C_p} \\ P_{\text{h}_i} \leftarrow T_{\text{h3}_i} \cdot R \cdot \rho_{\text{h3}_i} \\ P_{\text{new}_i} \leftarrow P_{\text{h}_i} \\ l_i \leftarrow \frac{P_{\text{h}_i}}{\text{kPa}} \\ \rho_{\text{hnew}_i} \leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot l_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (l_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ \text{while } P_{\text{h}_i} - P_i > \text{eps} \\ \left| \begin{array}{l} P_i \leftarrow P_{\text{new}_i} \\ P_{\text{new}_i} \leftarrow P_{\text{h}_i} \\ \rho_{\text{h}_i} \leftarrow \rho_{\text{hnew}_i} \\ \rho_{\text{hnew}_i} \leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot l_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (l_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \end{array} \right. \\ \rho_{\text{hnew}_i} \end{array}$$

$$\rho_{\text{hot3}}^T = (2.437 \ 2.458 \ 2.467 \ 2.477 \ 2.487 \ 2.495 \ 2.537 \ 2.591 \ 2.663) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Κλάσμα παροχής μάζας:

Παροχή μάζας:

Εγκάρσια συνιστώσα ταχύτητας:

$$y_{\text{h3}} := 1 - y_{\text{c3}}$$

$$m_{\text{h3}_i} := y_{\text{h3}} \cdot m_{\text{in3}_i}$$

$$V_{\text{nh3}_i} := \frac{m_{\text{h3}_i}}{\rho_{\text{hot3}_i} \cdot A_{\text{h}}}$$

$$V_{\text{nh3}}^T = (6.399 \ 6.508 \ 6.631 \ 6.704 \ 6.754 \ 6.915 \ 6.96 \ 6.925 \ 6.816) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ταχύτητα :

Στατική θερμοκρασία:

$$V_{\text{h3}_i} := V_{\text{nh3}_i} \cdot F_{\text{h3}}$$

$$T_{\text{h3}_i} := T_{0\text{h3}} - \frac{(V_{\text{h3}_i})^2}{2 \cdot C_p}$$

$$V_{\text{h}}^T = (95.217 \ 97.753 \ 97.365 \ 98.893 \ 97.537 \ 97.879 \ 97.983 \ 97.426 \ 96.592) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T_{\text{h3}}^T = (310.542 \ 310.318 \ 310.065 \ 309.91 \ 309.806 \ 309.458 \ 309.359 \ 309.436 \ 309.672) \text{K}$$

ΨΥΧΡΟ ΑΚΡΟ

Παροχή μάζας:

Αρχική τιμή Ολικής θερμοκρασίας:

$$m_{c3_i} := y_{c3} \cdot m_{in3_i} \quad T_{0cold3_i} := \frac{1}{y_{c3}} T_{0i} - \left(\frac{1}{y_{c3}} - 1 \right) \cdot T_{0h3}$$

$$T_{0cold3}^T = (296.268 \ 296.268 \ 296.268 \ 296.268 \ 296.268 \ 296.268 \ 296.268 \ 296.268 \ 296.268 \ 296.268) \text{ K}$$

Παραμετρική σχέση για παροχή μάζας:

$$F_{c3} := -0.2008 \cdot y_{c3}^4 - 0.1033 \cdot y_{c3}^3 + 0.9539 \cdot y_{c3}^2 - 1.0338 \cdot y_{c3} + 1.489 = 1.135$$

Αρχική τιμή για πίεση:

$$P_{c3} := \begin{pmatrix} 106 \\ 106.1 \\ 106.2 \\ 106.3 \\ 106.4 \\ 106.5 \\ 106.6 \\ 106.7 \\ 106.8 \end{pmatrix} \cdot \text{kPa}$$

Πικνότητα εξόδου ψυχρού ρεύματος:

$$\rho_{cold.3}(Pc) := -15.967 + 0.295 \cdot Pc - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot Pc^2$$

$$P_{cold3_i} := \begin{array}{l} \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\ P_i \leftarrow P_{c3_i} \\ x_i \leftarrow \frac{P_{c3_i}}{\text{kPa}} \\ \rho_{c_i} \leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot x_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (x_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ V_{cn3_i} \leftarrow \frac{m_{c3_i}}{\rho_{c_i} \cdot A_c} \\ V_{c3_i} \leftarrow F_{c3} \cdot V_{cn3_i} \\ T_{c3_i} \leftarrow T_{0cold3_i} - \frac{(V_{c3_i})^2}{2 \cdot C_p} \\ P_{c_i} \leftarrow T_{c3_i} \cdot R \cdot \rho_{c_i} \\ P_{new_i} \leftarrow P_{c_i} \\ l_i \leftarrow \frac{P_{c_i}}{\text{kPa}} \\ \rho_{cnew_i} \leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ \text{while } P_{c_i} - P_i > \text{eps} \\ \begin{array}{l} P_i \leftarrow P_{new_i} \\ P_{new_i} \leftarrow P_{c_i} \\ \rho_{c_i} \leftarrow \rho_{cnew_i} \\ \rho_{cnew_i} \leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ P_{new_i} \end{array} \end{array}$$

Πίεση:

$$P_{\text{cold3}}^T = (111.37 \ 111.539 \ 111.715 \ 111.917 \ 112.131 \ 112.271 \ 112.419 \ 112.6 \ 112.797) \cdot \text{kPa}$$

$$\rho_{\text{cold3}_i} := \begin{cases} \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\ P_i \leftarrow P_{c3_i} \\ x_i \leftarrow \frac{P_{c3_i}}{\text{kPa}} \\ \rho_{c_i} \leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot x_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (x_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ V_{\text{cn3}_i} \leftarrow \frac{m_{c3_i}}{\rho_{c_i} \cdot A_c} \\ V_{c3_i} \leftarrow F_{c3} \cdot V_{\text{cn3}_i} \\ T_{c3_i} \leftarrow T_{0\text{cold3}_i} - \frac{(V_{c3_i})^2}{2 \cdot C_p} \\ P_{c_i} \leftarrow T_{c3_i} \cdot R \cdot \rho_{c_i} \\ P_{\text{new}_i} \leftarrow P_{c_i} \\ l_i \leftarrow \frac{P_{c_i}}{\text{kPa}} \\ \rho_{\text{cnew}_i} \leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ \text{while } P_{c_i} - P_i > \text{eps} \\ \quad \left| \begin{array}{l} P_i \leftarrow P_{\text{new}_i} \\ P_{\text{new}_i} \leftarrow P_{c_i} \\ \rho_{c_i} \leftarrow \rho_{\text{cnew}_i} \\ \rho_{\text{cnew}_i} \leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \end{array} \right. \\ \rho_{\text{cnew}_i} \end{cases}$$

Πυκνότητα:

$$\rho_{\text{cold3}}^T = (1.45747 \ 1.46047 \ 1.46351 \ 1.4669 \ 1.47039 \ 1.4726 \ 1.4749 \ 1.47762 \ 1.48049) \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Εγκάρσια συνιστώσα ταχύτητας

$$V_{\text{cn3}_i} := \frac{m_{c3_i}}{\rho_{\text{cold3}_i} \cdot A_c}$$

Ταχύτητα:

$$V_{c3_i} := F_{c3} \cdot V_{\text{cn3}_i}$$

Στατική θερμοκρασία:

$$T_{c3_i} := \frac{P_{\text{cold3}_i}}{\rho_{\text{cold3}_i} \cdot R}$$

$$V_{\text{cn3}}^T = (81.228 \ 83.155 \ 84.854 \ 85.944 \ 86.724 \ 88.956 \ 90.916 \ 92.183 \ 93.097) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_{c3}^T = (92.19 \ 94.376 \ 96.305 \ 97.542 \ 98.427 \ 100.961 \ 103.184 \ 104.622 \ 105.66) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T_{c3}^T = (264.798 \ 264.656 \ 264.523 \ 264.388 \ 264.266 \ 264.198 \ 264.135 \ 264.071 \ 264.019) \text{K}$$

Ολική θερμοκρασία:

$$T_{0c3_i} := T_{c3_i} + \frac{(V_{c3_i})^2}{2 \cdot C_p}$$

$$T_{0c3}^T = (269.005 \quad 269.065 \quad 269.115 \quad 269.099 \quad 269.062 \quad 269.244 \quad 269.405 \quad 269.49 \quad 269.546) \text{ K}$$

Μοντέλο Ahlborn

Λόγος πιέσεων:

$$x_{3_i} := \frac{P_{i3_i} - P_{cold3_i}}{P_{i3_i}}$$

$$x_{3_i}^T = (0.52 \quad 0.526 \quad 0.532 \quad 0.535 \quad 0.537 \quad 0.543 \quad 0.548 \quad 0.55 \quad 0.552)$$

Θερμοκρασία στο ψυχρό άκρο:

Θερμοκρασία στο θερμό άκρο:

$$T_{cal3_i} := T_{in3_i} \cdot \frac{\left(1 + \frac{2 \cdot B \cdot x_{3_i} \cdot y_{c3}}{1 + B \cdot x_{3_i}}\right)}{1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot (1 + y_{c3}) \cdot x_{3_i}}$$

$$T_{hal3_i} := T_{in3_i} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot B \cdot x_{3_i} \cdot y_{c3}}{1 + B \cdot x_{3_i}}\right)$$

$$T_{cal3}^T = (256.623 \quad 256.011 \quad 255.474 \quad 255.122 \quad 254.864 \quad 254.186 \quad 253.594 \quad 253.205 \quad 252.92) \text{ K}$$

$$T_{hal3}^T = (326.008 \quad 326.085 \quad 326.095 \quad 326.051 \quad 325.986 \quad 325.916 \quad 325.806 \quad 325.688 \quad 325.57) \text{ K}$$

Θερμοκρασία στο σημείο 1:

Θερμοκρασία στο σημείο 0:

$$T_{1.3_i} := \frac{T_{hal3_i}}{1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot x_{3_i}}$$

$$T_{0.3_i} := T_{1.3_i} - y_{c3} \cdot (T_{hal3_i} - T_{cal3_i})$$

$$T_{1.3}^T = (283.841 \quad 283.455 \quad 283.097 \quad 282.844 \quad 282.648 \quad 282.165 \quad 281.727 \quad 281.424 \quad 281.191) \text{ K}$$

$$T_{0.3}^T = (226.945 \quad 225.995 \quad 225.188 \quad 224.683 \quad 224.328 \quad 223.347 \quad 222.513 \quad 221.988 \quad 221.618) \text{ K}$$

Εσωτερική Λειτουργία σωλήνα κατά Ahlborn

$$Q_{hes3_i} := m_{in3_i} \cdot C_p \cdot (T_{hal3_i} - T_{0.3_i})$$

$$Q_{ces3_i} := m_{in3_i} \cdot C_p \cdot y_{c3} \cdot (T_{hal3_i} - T_{cal3_i})$$

$$Q_{hes3}^T = (408.431 \quad 423.32 \quad 436.402 \quad 445.059 \quad 451.453 \quad 467.928 \quad 482.361 \quad 491.913 \quad 498.976) \cdot \text{W}$$

$$Q_{ces3}^T = (234.578 \quad 243.023 \quad 250.444 \quad 255.36 \quad 258.993 \quad 268.335 \quad 276.52 \quad 281.941 \quad 285.953) \text{ W}$$

$$W_{3_i} := Q_{hes3_i} - Q_{ces3_i}$$

$$\text{COP}_{es3_i} := \frac{Q_{ces3_i}}{W_{3_i}}$$

$$W_3^T = (173.853 \quad 180.297 \quad 185.958 \quad 189.699 \quad 192.46 \quad 199.593 \quad 205.841 \quad 209.972 \quad 213.023) \text{ W}$$

$$\text{COP}_{es3}^T = (1.34929 \quad 1.34791 \quad 1.34678 \quad 1.34613 \quad 1.3457 \quad 1.34441 \quad 1.34337 \quad 1.34276 \quad 1.34236)$$

Εξωτερική Λειτουργία σωλήνα

$$Q_{cah3_i} := y_{c3} \cdot m_{in3_i} \cdot C_p \cdot (T_{in3_i} - T_{cal3_i})$$

$$Q_{c3_i} := y_{c3} \cdot m_{in3_i} \cdot C_p \cdot (T_{0i} - T_{0c3_i})$$

$$Q_{\text{cah}3}^T = (78.956 \ 81.828 \ 84.35 \ 86.02 \ 87.253 \ 90.43 \ 93.213 \ 95.055 \ 96.417) \text{ W}$$

$$Q_{\text{c}3}^T = (104.788 \ 107.285 \ 109.531 \ 111.253 \ 112.663 \ 115.056 \ 117.155 \ 118.677 \ 119.867) \text{ W}$$

$$\text{COP}_{\text{crah}3_i} := \frac{(T_{\text{in}3_i} - T_{\text{cal}3_i})}{T_{\text{in}3_i} \cdot \ln\left(\frac{P_{i3_i}}{P_{\text{cold}3_i}}\right)} \cdot y_{\text{c}3} \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

$$\text{COP}_{\text{cr}3_i} := \frac{(T_{0i} - T_{0\text{c}3_i})}{T_{0i} \cdot \ln\left(\frac{P_{i3_i}}{P_{\text{cold}3_i}}\right)} \cdot y_{\text{c}3} \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

Βρίσκουμε την μείωση επί τις εκατό διαφορά των αποτελεσμάτων των θερμοκρασιών θερμού άκρου:

$$\frac{|(T_{\text{hal}3_i} - T_{\text{h}3})_i|}{\min(T_{\text{hal}3_i}, T_{\text{h}3})} \cdot 100 =$$

4.98
5.081
5.17
5.208
5.223
5.318
5.316
5.252
5.134

$$\frac{|(T_{\text{cal}3_i} - T_{\text{c}3})_i|}{\min(T_{\text{cal}3_i}, T_{\text{c}3_i})} \cdot 100 =$$

3.186
3.377
3.542
3.632
3.689
3.939
4.157
4.291
4.389

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α3

Τρίτη περίπτωση (Διαγράμματα 3.41-3.59α)

Οριακές συνθήκες

$$i := 0..8$$

Έχουμε τις σταθερές παραμέτρους και εννέα διαφορετικές τιμές για την πίεση εξόδου θερμού άκρου:

Πίεση εισόδου:

Ολική θερμοκρασία
θερμής εξόδου:

Ψυχρό κλάσμα μάζας:

$$P_{ii} := 220$$

$$T_{0h} := 293\text{K}$$

$$y_c := 0.175$$

Ολική θερμοκρασία εισόδου:

$$T_{0i} := \begin{pmatrix} 288 \\ 290 \\ 292 \\ 295 \\ 298 \\ 299 \\ 300 \\ 302 \\ 303 \end{pmatrix} \text{K}$$

Πυκνότητα εισόδου:

Σύμφωνα με τους πίνακες προσομοίωσης βρίσκω μία παραμετρική σχέση ανάμεσα στην πυκνότητα εισόδου και την πίεση εισόδου:

$$\rho_{in}(x) := 0.847 + 4.04 \cdot 10^{-3} \cdot x + 2.02 \cdot 10^{-5} \cdot x^2$$

$$\rho_{in}(P_{ii}) = 2.713$$

$$\rho_i := \rho_{in}(P_{ii}) \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$P_i := P_{ii} \cdot \text{kPa}$$

ΕΙΣΟΔΟΣ

Ταχύτητα:

Στατική θερμοκρασία:

Παροχή μάζας:

$$V_{in} := \sqrt{2 \cdot C_p \cdot \left(T_{0i} - \frac{P_i}{\rho_i \cdot R} \right)}$$

$$T_{in_i} := T_{0i} - \frac{(V_{in_i})^2}{2 \cdot C_p}$$

$$m_{in_i} := \rho_i \cdot V_{in_i} \cdot A_{in}$$

$$V_{in}^T = (91.995 \quad 111.638 \quad 128.309 \quad 149.877 \quad 168.71 \quad 174.537 \quad 180.175 \quad 190.953 \quad 196.12) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T_{in}^T = (283.768 \quad 283.768 \quad 283.768 \quad 283.768 \quad 283.768 \quad 283.768 \quad 283.768 \quad 283.768 \quad 283.768) \text{K}$$

ΘΕΡΜΟ ΑΚΡΟ

Πυκνότητα εξόδου θερμού ρεύματος:

Σύμφωνα με τους πίνακες προσομοίωσης βρίσκω μία παραμετρική σχέση ανάμεσα στην πυκνότητα και την πίεση εξόδου θερμού ρεύματος:

$$\rho_{\text{hot1}}(\text{Phot}) := -0.52 + 0.018 \cdot \text{Phot} - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot \text{Phot}^2$$

Παραμετρική σχέση για παροχή μάζας:

$$F_h := 14.4395 \cdot y_c^5 + 51.6358 \cdot y_c^4 - 52.42 \cdot y_c^3 + 22.2167 \cdot y_c^2 + 1.0514 \cdot y_c + 2.2532 = 2.887$$

$$P_{\text{hot}} := \begin{pmatrix} 180 \\ 180 \\ 185 \\ 185 \\ 190 \\ 195 \\ 200 \\ 205 \\ 210 \end{pmatrix} \cdot \text{kPa}$$

$$P_{\text{hot}_i} := \begin{cases} \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\ P_i \leftarrow P_{\text{hot}_i} \\ x_i \leftarrow \frac{P_i}{\text{kPa}} \\ \rho_{h_i} \leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot x_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (x_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ m_{h_i} \leftarrow (1 - y_c) \cdot m_{\text{in}_i} \\ V_{\text{hn}_i} \leftarrow \frac{m_{h_i}}{\rho_{h_i} \cdot A_h} \\ V_{h_i} \leftarrow F_h \cdot V_{\text{hn}_i} \\ T_{h_i} \leftarrow T_{0h} - \frac{(V_{h_i})^2}{2 \cdot C_p} \\ Ph_i \leftarrow T_{h_i} \cdot R \cdot \rho_{h_i} \\ P_{\text{new}_i} \leftarrow Ph_i \\ \text{while } Ph_i - P_i > \text{eps} \\ \quad \left| \begin{array}{l} P_i \leftarrow P_{\text{new}_i} \\ P_{\text{new}_i} \leftarrow Ph_i \end{array} \right. \\ P_{\text{new}_i} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
\rho_{\text{hot}_i} &:= \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\
P_i &\leftarrow P_{\text{hot}_i} \\
x_i &\leftarrow \frac{P_{\text{hot}_i}}{\text{kPa}} \\
\rho_{h_i} &\leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot x_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (x_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
m_{h_i} &\leftarrow (1 - y_c) \cdot m_{\text{in}_i} \\
V_{\text{nh}_i} &\leftarrow \frac{m_{h_i}}{\rho_{h_i} \cdot A_h} \\
V_{h_i} &\leftarrow F_h \cdot V_{\text{nh}_i} \\
T_{h_i} &\leftarrow T_{0h} - \frac{(V_{h_i})^2}{2 \cdot C_p} \\
P_{h_i} &\leftarrow T_{h_i} \cdot R \cdot \rho_{h_i} \\
P_{\text{new}_i} &\leftarrow P_{h_i} \\
l_i &\leftarrow \frac{P_{h_i}}{\text{kPa}} \\
\rho_{\text{new}_i} &\leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot l_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (l_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
\text{while } P_{h_i} - P_i &> \text{eps} \\
\quad P_i &\leftarrow P_{\text{new}_i} \\
\quad P_{\text{new}_i} &\leftarrow P_{h_i} \\
\quad \rho_{h_i} &\leftarrow \rho_{\text{new}_i} \\
\quad \rho_{\text{new}_i} &\leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot l_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (l_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
\rho_{\text{new}_i} &
\end{aligned}$$

$$P_{\text{hot}}^T = (180.688 \ 180.44 \ 185.135 \ 184.772 \ 189.297 \ 193.995 \ 198.625 \ 203.075 \ 207.568) \cdot \text{kPa}$$

$$\rho_{\text{hot}}^T = (2.173 \ 2.17 \ 2.225 \ 2.221 \ 2.273 \ 2.327 \ 2.379 \ 2.429 \ 2.478) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Κλάσμα παροχής μάζας:

Παροχή μάζας:

Εγκάρσια συνιστώσα ταχύτητας:

$$y_h := 1 - y_c$$

$$m_{h_i} := y_h \cdot m_{\text{in}_i}$$

$$V_{\text{nh}_i} := \frac{m_{h_i}}{\rho_{\text{hot}_i} \cdot A_h}$$

$$V_{\text{nh}}^T = (14.217 \ 17.276 \ 19.365 \ 22.663 \ 24.922 \ 25.188 \ 25.431 \ 26.403 \ 26.579) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ταχύτητα :

Στατική θερμοκρασία:

$$V_{h_i} := V_{\text{nh}_i} \cdot F_h$$

$$T_{h_i} := T_{0h} - \frac{(V_{h_i})^2}{2 \cdot C_p}$$

$$V_h^T = (41.052 \ 49.884 \ 55.914 \ 65.437 \ 71.961 \ 72.728 \ 73.431 \ 76.238 \ 76.745) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T_h^T = (292.157 \ 291.756 \ 291.437 \ 290.859 \ 290.411 \ 290.355 \ 290.304 \ 290.094 \ 290.055) \text{K}$$

ΨΥΧΡΟ ΑΚΡΟ

Παροχή μάζας:

$$m_{c_i} := y_c \cdot m_{in_i}$$

Αρχική τιμή Ολικής θερμοκρασίας:

$$T_{0cold_i} := \frac{1}{y_c} T_{0i} - \left(\frac{1}{y_c} - 1 \right) \cdot T_{0h}$$

$$T_{0cold}^T = (264.429 \ 275.857 \ 287.286 \ 304.429 \ 321.571 \ 327.286 \ 333 \ 344.429 \ 350.143) \text{K}$$

Παραμετρική σχέση για παροχή μάζας:

$$F_c := -0.2008 \cdot y_c^4 - 0.1033 \cdot y_c^3 + 0.9539 \cdot y_c^2 - 1.0338 \cdot y_c + 1.489 = 1.337$$

Αρχική τιμή για πίεση:

$$P_{c1} := \begin{pmatrix} 112 \\ 109 \\ 107.1 \\ 104.7 \\ 102.9 \\ 102.4 \\ 102 \\ 101.3 \\ 101 \end{pmatrix} \cdot \text{kPa}$$

Πυκνότητα εξόδου ψυχρού ρεύματος:

$$\rho_{cold1}(P_c) := -15.967 + 0.295 \cdot P_c - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot P_c^2$$

Στο σημείο αυτό εφαρμόζουμε ένα μικρό κώδικα για την εύρεση της πίεσης και της πυκνότητας:


```

P_cold_i :=
| eps ← 10-6 · kPa
| P_i ← P_c1_i
| x_i ←  $\frac{P_{c1_i}}{\text{kPa}}$ 
| ρc_i ←  $\left[-15.967 + 0.295 \cdot x_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (x_i)^2\right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ 
| V_cn_i ←  $\frac{m_{c_i}}{\rho_{c_i} \cdot A_c}$ 
| V_c_i ← F_c \cdot V_cn_i
| T_c_i ← T_0cold_i -  $\frac{(V_{c_i})^2}{2 \cdot C_p}$ 
| P_c_i ← T_c_i \cdot R \cdot \rho_{c_i}
| Pnew_i ← P_c_i
| l_i ←  $\frac{P_{c_i}}{\text{kPa}}$ 
| ρcnew_i ←  $\left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2\right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ 
while P_c_i - P_i > eps
| P_i ← Pnew_i
| Pnew_i ← P_c_i
| ρc_i ← ρcnew_i
| ρcnew_i ←  $\left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2\right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ 
Pnew_i

```

$$\begin{aligned}
\rho_{\text{cold}_i} &:= \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\
P_i &\leftarrow P_{c1_i} \\
x_i &\leftarrow \frac{P_{c1_i}}{\text{kPa}} \\
\rho_{c_i} &\leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot x_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (x_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
V_{\text{cn}_i} &\leftarrow \frac{m_{c_i}}{\rho_{c_i} \cdot A_c} \\
V_{c_i} &\leftarrow F_c \cdot V_{\text{cn}_i} \\
T_{c_i} &\leftarrow T_{0\text{cold}_i} - \frac{(V_{c_i})^2}{2 \cdot C_p} \\
P_{c_i} &\leftarrow T_{c_i} \cdot R \cdot \rho_{c_i} \\
P_{\text{new}_i} &\leftarrow P_{c_i} \\
l_i &\leftarrow \frac{P_{c_i}}{\text{kPa}} \\
\rho_{\text{new}_i} &\leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
\text{while } P_{c_i} - P_i &> \text{eps} \\
&\left| \begin{aligned}
P_i &\leftarrow P_{\text{new}_i} \\
P_{\text{new}_i} &\leftarrow P_{c_i} \\
\rho_{c_i} &\leftarrow \rho_{\text{new}_i} \\
\rho_{\text{new}_i} &\leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}
\end{aligned} \right. \\
\rho_{\text{new}_i} &
\end{aligned}$$

$$P_{\text{cold}}^T = (110.908 \ 110.944 \ 111.449 \ 111.502 \ 111.687 \ 111.813 \ 112.21 \ 113.15 \ 113.72) \cdot \text{kPa}$$

$$\rho_{\text{cold}}^T = (1.449 \ 1.45 \ 1.459 \ 1.46 \ 1.463 \ 1.465 \ 1.472 \ 1.485 \ 1.493) \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Εγκάρσια συνιστώσα ταχύτητας

Ταχύτητα:

Στατική θερμοκρασία:

$$V_{\text{cn}_i} := \frac{m_{c_i}}{\rho_{\text{cold}_i} \cdot A_c}$$

$$V_{c_i} := F_c \cdot V_{\text{cn}_i}$$

$$T_{c_i} := \frac{P_{\text{cold}_i}}{\rho_{\text{cold}_i} \cdot R}$$

$$V_{\text{cn}}^T = (7.537 \ 9.142 \ 10.441 \ 12.188 \ 13.69 \ 14.142 \ 14.534 \ 15.261 \ 15.597) \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_c^T = (10.074 \ 12.219 \ 13.955 \ 16.29 \ 18.297 \ 18.901 \ 19.426 \ 20.397 \ 20.847) \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T_c^T = (267.906 \ 267.866 \ 267.377 \ 267.333 \ 267.189 \ 267.1 \ 266.869 \ 266.609 \ 266.645) \text{K}$$

Ολική θερμοκρασία:

$$T_{0c_i} := T_{c_i} + \frac{(V_{c_i})^2}{2 \cdot C_p}$$

$$T_{0c}^T = (267.957 \ 267.941 \ 267.475 \ 267.465 \ 267.357 \ 267.278 \ 267.057 \ 266.817 \ 266.863) \text{K}$$

Μοντέλο Ahlborn

Λόγος πιέσεων:

$$x_{1i} := \frac{P_i - P_{\text{cold}i}}{P_i}$$

$$x_1^T = (0.496 \ 0.496 \ 0.493 \ 0.493 \ 0.492 \ 0.492 \ 0.49 \ 0.486 \ 0.483)$$

$$B := 3 \cdot \frac{(\gamma - 1)}{4 \cdot \gamma} = 0.214$$

Θερμοκρασία στο ψυχρό άκρο:

Θερμοκρασία στο θερμό άκρο:

$$T_{\text{call}i} := T_{\text{in}i} \cdot \frac{\left(1 + \frac{2 \cdot B \cdot x_{1i} \cdot y_c}{1 + B \cdot x_{1i}}\right)}{1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot (1 + y_c) \cdot x_{1i}}$$

$$T_{\text{hall}i} := T_{\text{in}i} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot B \cdot x_{1i} \cdot y_c}{1 + B \cdot x_{1i}}\right)$$

$$T_{\text{call}}^T = (251.449 \ 251.459 \ 251.59 \ 251.604 \ 251.653 \ 251.686 \ 251.79 \ 252.036 \ 252.186) \text{K}$$

$$T_{\text{hall}}^T = (293.308 \ 293.305 \ 293.265 \ 293.261 \ 293.247 \ 293.237 \ 293.205 \ 293.131 \ 293.085) \text{K}$$

Θερμοκρασία στο σημείο 1:

Θερμοκρασία στο σημείο 0:

$$T_{1i} := \frac{T_{\text{hall}i}}{1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot x_{1i}}$$

$$T_{0i} := T_{1i} - y_c \cdot (T_{\text{hall}i} - T_{\text{call}i})$$

$$T_1^T = (256.91 \ 256.918 \ 257.03 \ 257.042 \ 257.084 \ 257.112 \ 257.2 \ 257.411 \ 257.539) \text{K}$$

$$T_0^T = (249.584 \ 249.595 \ 249.737 \ 249.752 \ 249.805 \ 249.84 \ 249.953 \ 250.219 \ 250.381) \text{K}$$

Εσωτερική Λειτουργία σωλήνα κατά Ahlborn

$$Q_{\text{hes}1i} := m_{\text{in}i} \cdot C_p \cdot (T_{\text{hall}i} - T_{0i})$$

$$Q_{\text{ces}1i} := m_{\text{in}i} \cdot C_p \cdot y_c \cdot (T_{\text{hall}i} - T_{\text{call}i})$$

$$Q_{\text{hes}1}^T = (77.151 \ 93.596 \ 107.124 \ 125.075 \ 140.576 \ 145.277 \ 149.474 \ 157.167 \ 160.639) \cdot \text{W}$$

$$Q_{\text{ces}1}^T = (12.926 \ 15.681 \ 17.949 \ 20.956 \ 23.554 \ 24.342 \ 25.047 \ 26.34 \ 26.924) \cdot \text{W}$$

$$W_{1i} := Q_{\text{hes}1i} - Q_{\text{ces}1i}$$

$$\text{COP}_{\text{es}1i} := \frac{Q_{\text{ces}1i}}{W_{1i}}$$

$$W_1^T = (64.225 \ 77.916 \ 89.175 \ 104.119 \ 117.022 \ 120.935 \ 124.427 \ 130.827 \ 133.716) \cdot \text{W}$$

$$\text{COP}_{\text{es}1}^T = (0.201254 \ 0.201256 \ 0.201273 \ 0.201275 \ 0.201281 \ 0.201286 \ 0.201299 \ 0.201332 \ 0.201351)$$

Εξωτερική Λειτουργία σωλήνα

$$Q_{\text{cah}1i} := y_c \cdot m_{\text{in}i} \cdot C_p \cdot (T_{\text{in}i} - T_{\text{call}i})$$

$$Q_{\text{c}1i} := y_c \cdot m_{\text{in}i} \cdot C_p \cdot (T_{0i} - T_{0c_i})$$

$$Q_{\text{cah}1}^T = (9.98 \ 12.107 \ 13.858 \ 16.181 \ 18.187 \ 18.796 \ 19.34 \ 20.339 \ 20.791) \cdot \text{W}$$

$$Q_{c1}^T = (6.189 \ 8.266 \ 10.562 \ 13.852 \ 17.353 \ 18.584 \ 19.923 \ 22.55 \ 23.789) W$$

$$COP_{crah1i} := \frac{(T_{in_i} - T_{cal1i})}{T_{in_i} \cdot \ln\left(\frac{P_i}{P_{cold_i}}\right)} \cdot y_{c_i}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$COP_{cr1i} := \frac{(T_{0i_i} - T_{0c_i})}{T_{0i_i} \cdot \ln\left(\frac{P_i}{P_{cold_i}}\right)} \cdot y_{c_i}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Βρίσκουμε την μέγιστη επί τις εκατό διαφορά των αποτελεσμάτων των θερμοκρασιών θερμού άκρου:

$$\frac{|(T_{hal1i} - T_h)_i|}{\min(T_{hal1i}, T_h)} \cdot 100 =$$

$$\frac{|(T_{cal1i} - T_c)_i|}{\min(T_{cal1i}, T_c)} \cdot 100 =$$

0.394
0.531
0.627
0.826
0.976
0.992
0.999
1.047
1.045

6.545
6.525
6.275
6.251
6.174
6.124
5.989
5.782
5.734

Η διακύμανση της ολικής θερμοκρασίας εισόδου παραμένει σταθερή:

Πίεση εισόδου:

Ολική θερμοκρασία
θερμής εξόδου:

Ψυχρό κλάσμα μάζας:

$$P_{ii2} := 220$$

$$T_{0h2} := 314K$$

$$y_{c2} := 0.45$$

Πυκνότητα εισόδου:

$$\rho_{in2}(x) := 0.847 + 4.04 \cdot 10^{-3} \cdot x + 2.02 \cdot 10^{-5} \cdot x^2$$

$$\rho_{in2}(P_{ii2}) = 2.713$$

$$\rho_{i2} := \rho_{in2}(P_{ii2}) \cdot \frac{kg}{m^3}$$

$$P_{i2} := P_{ii2} \cdot kPa$$

ΕΙΣΟΔΟΣ

Ταχύτητα:

Στατική θερμοκρασία:

Παροχή μάζας:

$$V_{in2} := \sqrt{2 \cdot C_p \cdot \left(T_{0i} - \frac{P_{i2}}{\rho_{i2} \cdot R}\right)}$$

$$T_{in2_i} := T_{0i_i} - \frac{(V_{in2_i})^2}{2 \cdot C_p}$$

$$m_{in2_i} := \rho_{i2} \cdot V_{in2_i} \cdot A_{in}$$

$$V_{in2}^T = (91.995 \ 111.638 \ 128.309 \ 149.877 \ 168.71 \ 174.537 \ 180.175 \ 190.953 \ 196.12) \frac{m}{s}$$

$$T_{in2}^T = (283.768 \ 283.768 \ 283.768 \ 283.768 \ 283.768 \ 283.768 \ 283.768 \ 283.768 \ 283.768) K$$

ΘΕΡΜΟ ΑΚΡΟ

Πυκνότητα εξόδου θερμού ρεύματος:

Σύμφωνα με τους πίνακες προσομοίωσης βρίσκω μία παραμετρική σχέση ανάμεσα στην πυκνότητα και την πίεση εξόδου θερμού ρεύματος:

$$\rho_{hota}(Phot) := -0.52 + 0.018 \cdot Phot - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot Phot^2$$

Παραμετρική σχέση για παροχή μάζας:

$$F_{h2} := 14.4395 \cdot y_{c2}^5 + 51.6358 \cdot y_{c2}^4 - 52.42 \cdot y_{c2}^3 + 22.2167 \cdot y_{c2}^2 + 1.0514 \cdot y_{c2} + 2.2532 = 4.832$$

$$P_{hot2} := \begin{pmatrix} 180 \\ 180 \\ 185 \\ 185 \\ 190 \\ 195 \\ 200 \\ 205 \\ 210 \end{pmatrix} \cdot \text{kPa}$$

$$P_{hot2_1} := \begin{array}{l} \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\ P_i \leftarrow P_{hot2_i} \\ x_i \leftarrow \frac{P_i}{\text{kPa}} \\ \rho_{h2_i} \leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot x_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (x_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ m_{h2_i} \leftarrow (1 - y_{c2}) \cdot m_{in2_i} \\ V_{hn2_i} \leftarrow \frac{m_{h2_i}}{\rho_{h2_i} \cdot A_h} \\ V_{h2_i} \leftarrow F_{h2} \cdot V_{hn2_i} \\ T_{h2_i} \leftarrow T_{0h2} - \frac{(V_{h2_i})^2}{2 \cdot C_p} \\ Ph_i \leftarrow T_{h2_i} \cdot R \cdot \rho_{h2_i} \\ P_{new_i} \leftarrow Ph_i \\ \text{while } Ph_i - P_i > \text{eps} \\ \quad \left| \begin{array}{l} P_i \leftarrow P_{new_i} \\ P_{new_i} \leftarrow Ph_i \end{array} \right. \\ P_{new_i} \end{array}$$

$$P_{hot2}^T = (193.548 \ 193.239 \ 198.231 \ 197.78 \ 202.575 \ 207.597 \ 212.545 \ 217.284 \ 222.088) \cdot \text{kPa}$$

$$\begin{aligned}
\rho_{\text{hot}2_i} &:= \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\
P_i &\leftarrow P_{\text{hot}2_i} \\
x_i &\leftarrow \frac{P_i}{\text{kPa}} \\
\rho_{h2_i} &\leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot x_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (x_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
m_{h2_i} &\leftarrow (1 - y_{c2}) \cdot m_{in2_i} \\
V_{nh2_i} &\leftarrow \frac{m_{h2_i}}{\rho_{h2_i} \cdot A_h} \\
V_{h2_i} &\leftarrow F_{h2} \cdot V_{nh2_i} \\
T_{h2_i} &\leftarrow T_{0h2} - \frac{(V_{h2_i})^2}{2 \cdot C_p} \\
P_{h_i} &\leftarrow T_{h2_i} \cdot R \cdot \rho_{h2_i} \\
P_{new_i} &\leftarrow P_{h_i} \\
l_i &\leftarrow \frac{P_{h_i}}{\text{kPa}} \\
\rho_{hnew_i} &\leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot l_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (l_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
\text{while } P_{h_i} - P_i &> \text{eps} \\
&\left| \begin{aligned}
P_i &\leftarrow P_{new_i} \\
P_{new_i} &\leftarrow P_{h_i} \\
\rho_{h_i} &\leftarrow \rho_{hnew_i} \\
\rho_{hnew_i} &\leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot l_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (l_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}
\end{aligned} \right. \\
&\rho_{hnew_i}
\end{aligned}$$

$$\rho_{\text{hot}2}^T = (2.322 \quad 2.318 \quad 2.375 \quad 2.37 \quad 2.423 \quad 2.478 \quad 2.532 \quad 2.582 \quad 2.632) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Κλάσμα παροχής μάζας:

Παροχή μάζας:

Εγκάρσια συνιστώσα ταχύτητας:

$$y_{h2} := 1 - y_{c2} \qquad m_{h2_i} := y_{h2} \cdot m_{in2_i} \qquad V_{nh2_i} := \frac{m_{h2_i}}{\rho_{\text{hot}2_i} \cdot A_h}$$

$$V_{nh2}^T = (8.87 \quad 10.78 \quad 12.096 \quad 14.159 \quad 15.587 \quad 15.767 \quad 15.933 \quad 16.557 \quad 16.68) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ταχύτητα:

Στατική θερμοκρασία:

$$V_{h2_i} := V_{nh2_i} \cdot F_{h2} \qquad T_{h2_i} := T_{0h2} - \frac{(V_{h2_i})^2}{2 \cdot C_p}$$

$$V_{h2}^T = (42.862 \quad 52.093 \quad 58.451 \quad 68.422 \quad 75.322 \quad 76.192 \quad 76.992 \quad 80.006 \quad 80.601) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T_{h2}^T = (313.081 \quad 312.643 \quad 312.292 \quad 311.659 \quad 311.163 \quad 311.097 \quad 311.036 \quad 310.8 \quad 310.752) \text{K}$$

ΨΥΧΡΟ ΑΚΡΟ

Παροχή μάζας:

$$m_{c2_i} := y_{c2} \cdot m_{in2_i}$$

Αρχική τιμή Ολικής θερμοκρασίας:

$$T_{0cold2_i} := \frac{1}{y_{c2}} T_{0i_i} - \left(\frac{1}{y_{c2}} - 1 \right) \cdot T_{0h2}$$

$$T_{0cold2}^T = (256.222 \quad 260.667 \quad 265.111 \quad 271.778 \quad 278.444 \quad 280.667 \quad 282.889 \quad 287.333 \quad 289.556) \text{ K}$$

Παραμετρική σχέση για παροχή μάζας:

$$F_{c2} := -0.2008 \cdot y_{c2}^4 - 0.1033 \cdot y_{c2}^3 + 0.9539 \cdot y_{c2}^2 - 1.0338 \cdot y_{c2} + 1.489 = 1.199$$

Αρχική τιμή για πίεση:

$$P_{c2} := \begin{pmatrix} 115 \\ 113 \\ 112 \\ 110.2 \\ 109 \\ 108.6 \\ 108.4 \\ 108 \\ 108 \end{pmatrix} \cdot \text{kPa}$$

$$P_{cold2_i} := \begin{array}{l} \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\ P_i \leftarrow P_{c2_i} \\ x_i \leftarrow \frac{P_{c2_i}}{\text{kPa}} \\ \rho_{c_i} \leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot x_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (x_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ V_{cn2_i} \leftarrow \frac{m_{c2_i}}{\rho_{c_i} \cdot A_c} \\ V_{c2_i} \leftarrow F_{c2} \cdot V_{cn2_i} \\ T_{c2_i} \leftarrow T_{0cold2_i} - \frac{(V_{c2_i})^2}{2 \cdot C_p} \\ P_{c_i} \leftarrow T_{c2_i} \cdot R \cdot \rho_{c_i} \\ P_{new_i} \leftarrow P_{c_i} \\ l_i \leftarrow \frac{P_{c_i}}{\text{kPa}} \\ \rho_{cnew_i} \leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ \text{while } P_{c_i} - P_i > \text{eps} \\ \quad \left| \begin{array}{l} P_i \leftarrow P_{new_i} \\ P_{new_i} \leftarrow P_{c_i} \\ \rho_{c_i} \leftarrow \rho_{cnew_i} \\ \rho_{cnew_i} \leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \end{array} \right. \\ P_{new_i} \end{array}$$

$$\begin{aligned}
\rho_{\text{cold}2_i} &:= \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\
P_i &\leftarrow P_{c2_i} \\
x_i &\leftarrow \frac{P_{c2_i}}{\text{kPa}} \\
\rho_{c_i} &\leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot x_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (x_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
V_{\text{cn}2_i} &\leftarrow \frac{m_{c2_i}}{\rho_{c_i} \cdot A_c} \\
V_{c2_i} &\leftarrow F_{c2} \cdot V_{\text{cn}2_i} \\
T_{c2_i} &\leftarrow T_{0\text{cold}2_i} - \frac{(V_{c2_i})^2}{2 \cdot C_p} \\
P_{c_i} &\leftarrow T_{c2_i} \cdot R \cdot \rho_{c_i} \\
P_{\text{new}_i} &\leftarrow P_{c_i} \\
l_i &\leftarrow \frac{P_{c_i}}{\text{kPa}} \\
\rho_{\text{new}_i} &\leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
\text{while } P_{c_i} - P_i &> \text{eps} \\
\left| \begin{aligned} P_i &\leftarrow P_{\text{new}_i} \\ P_{\text{new}_i} &\leftarrow P_{c_i} \\ \rho_{c_i} &\leftarrow \rho_{\text{new}_i} \\ \rho_{\text{new}_i} &\leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \end{aligned} \right. \\
\rho_{\text{new}_i} &
\end{aligned}$$

$$P_{\text{cold}2}^T = (110.148 \ 110.314 \ 111 \ 111.115 \ 111.63 \ 111.714 \ 112.168 \ 113.032 \ 113.882) \cdot \text{kPa}$$

$$\rho_{\text{cold}2}^T = (1.434 \ 1.437 \ 1.451 \ 1.453 \ 1.462 \ 1.463 \ 1.471 \ 1.484 \ 1.495) \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Εγκάρσια συνιστώσα ταχύτητας

Ταχύτητα:

Στατική θερμοκρασία:

$$V_{\text{cn}2_i} := \frac{m_{c2_i}}{\rho_{\text{cold}2_i} \cdot A_c}$$

$$V_{c2_i} := F_{c2} \cdot V_{\text{cn}2_i}$$

$$T_{c2_i} := \frac{P_{\text{cold}2_i}}{\rho_{\text{cold}2_i} \cdot R}$$

$$V_{\text{cn}2}^T = (19.587 \ 23.713 \ 27 \ 31.492 \ 35.226 \ 36.406 \ 37.391 \ 39.285 \ 40.056) \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_{c2}^T = (23.491 \ 28.439 \ 32.381 \ 37.769 \ 42.246 \ 43.662 \ 44.843 \ 47.115 \ 48.04) \frac{m}{s}$$

$$T_{c2}^T = (268.891 \ 268.651 \ 267.806 \ 267.687 \ 267.232 \ 267.169 \ 266.89 \ 266.62 \ 266.682) K$$

Ολική θερμοκρασία:

$$T_{0c2i} := T_{c2i} + \frac{(V_{c2i})^2}{2 \cdot C_p}$$

$$T_{0c2}^T = (269.167 \ 269.056 \ 268.33 \ 268.401 \ 268.124 \ 268.122 \ 267.895 \ 267.73 \ 267.836) K$$

Μοντέλο Aihborn

Λόγος πιέσεων:

$$x_{2i} := \frac{P_{i2} - P_{cold2i}}{P_{i2}}$$

$$x_2^T = (0.499 \ 0.499 \ 0.495 \ 0.495 \ 0.493 \ 0.492 \ 0.49 \ 0.486 \ 0.482)$$

Θερμοκρασία στο ψυχρό άκρο:

Θερμοκρασία στο θερμό άκρο:

$$T_{cal2i} := T_{in2i} \cdot \frac{\left(1 + \frac{2 \cdot B \cdot x_{2i} \cdot y_{c2}}{1 + B \cdot x_{2i}}\right)}{1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot (1 + y_{c2}) \cdot x_{2i}}$$

$$T_{hal2i} := T_{in2i} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot B \cdot x_{2i} \cdot y_{c2}}{1 + B \cdot x_{2i}}\right)$$

$$T_{cal2}^T = (255.583 \ 255.621 \ 255.78 \ 255.806 \ 255.925 \ 255.945 \ 256.05 \ 256.25 \ 256.447) K$$

$$T_{hal2}^T = (308.454 \ 308.42 \ 308.281 \ 308.257 \ 308.152 \ 308.135 \ 308.043 \ 307.867 \ 307.693) K$$

Θερμοκρασία στο σημείο 1:

Θερμοκρασία στο σημείο 0:

$$T_{1.2i} := \frac{T_{hal2i}}{1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot x_{2i}}$$

$$T_{o.2i} := T_{1.2i} - y_{c2} \cdot (T_{hal2i} - T_{cal2i})$$

$$T_{1.2}^T = (269.942 \ 269.964 \ 270.053 \ 270.067 \ 270.134 \ 270.145 \ 270.203 \ 270.315 \ 270.425) K$$

$$T_{o.2}^T = (246.151 \ 246.204 \ 246.427 \ 246.464 \ 246.631 \ 246.659 \ 246.806 \ 247.087 \ 247.364) K$$

Εσωτερική Λειτουργία σωλήνα κατά Aihborn

$$Q_{hes2i} := m_{in2i} \cdot C_p \cdot (T_{hal2i} - T_{o.2i})$$

$$Q_{ces2i} := m_{in2i} \cdot C_p \cdot y_{c2} \cdot (T_{hal2i} - T_{cal2i})$$

$$Q_{hes2}^T = (109.934 \ 133.22 \ 152.223 \ 177.638 \ 199.078 \ 205.805 \ 211.624 \ 222.611 \ 226.94) \cdot W$$

$$Q_{ces2}^T = (41.981 \ 50.875 \ 58.143 \ 67.852 \ 76.052 \ 78.624 \ 80.856 \ 85.074 \ 86.748) W$$

$$W_{2i} := Q_{hes2i} - Q_{ces2i}$$

$$COP_{es2i} := \frac{Q_{ces2i}}{W_{2i}}$$

$$W_2^T = (67.953 \ 82.345 \ 94.08 \ 109.785 \ 123.026 \ 127.181 \ 130.768 \ 137.537 \ 140.193) W$$

$$\text{COP}_{\text{es2}}^T = (0.61779 \quad 0.617834 \quad 0.618014 \quad 0.618044 \quad 0.618179 \quad 0.618201 \quad 0.618321 \quad 0.618549 \quad 0.618774)$$

Εξωτερική Λειτουργία σωλήνα

$$Q_{\text{cah2}_i} := y_{\text{c2}} \cdot m_{\text{in2}_i} \cdot C_p \cdot (T_{\text{in2}_i} - T_{\text{cal2}_i}) \quad Q_{\text{c2}_i} := y_{\text{c2}} \cdot m_{\text{in2}_i} \cdot C_p \cdot (T_{0i_i} - T_{0\text{c2}_i})$$

$$Q_{\text{cah2}}^T = (22.38 \quad 27.122 \quad 30.997 \quad 36.173 \quad 40.545 \quad 41.916 \quad 43.107 \quad 45.356 \quad 46.249) \text{ W}$$

$$Q_{\text{c2}}^T = (14.954 \quad 20.181 \quad 26.214 \quad 34.409 \quad 43.505 \quad 46.516 \quad 49.927 \quad 56.483 \quad 59.525) \text{ W}$$

$$\text{COP}_{\text{crah2}_i} := \frac{(T_{\text{in2}_i} - T_{\text{cal2}_i})}{T_{\text{in2}_i} \cdot \ln\left(\frac{P_{i2}}{P_{\text{cold2}_i}}\right)} \cdot y_{\text{c2}} \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma} \quad \text{COP}_{\text{cr2}_i} := \frac{(T_{0i_i} - T_{0\text{c2}_i})}{T_{0i_i} \cdot \ln\left(\frac{P_{i2}}{P_{\text{cold2}_i}}\right)} \cdot y_{\text{c2}} \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

Βρίσκουμε την μέγιστη επί τις εκατό διαφορά των αποτελεσμάτων των θερμοκρασιών θερμού άκρου:

$$\frac{|(T_{\text{hal2}_i} - T_{h2})_i|}{\min(T_{\text{hal2}_i}, T_{h2}_i)} \cdot 100 = \quad \frac{|(T_{\text{cal2}_i} - T_{\text{c2}})_i|}{\min(T_{\text{cal2}_i}, T_{\text{c2}_i})} \cdot 100 =$$

1.5
1.369
1.301
1.104
0.977
0.961
0.972
0.953
0.994

5.207
5.097
4.702
4.645
4.418
4.386
4.234
4.047
3.991

Η διακύμανση της ολικής θερμοκρασίας εισόδου παραμένει σταθερή:

Πίεση εισόδου:

$$P_{i3} := 220$$

Ολική θερμοκρασία
θερμής εξόδου:

$$T_{0h3} := 317\text{K}$$

Ψυχρό κλάσμα μάζας:

$$y_{\text{c3}} := 0.82$$

Πυκνότητα εισόδου:

$$\rho_{\text{in3}}(x) := 0.847 + 4.04 \cdot 10^{-3} \cdot x + 2.02 \cdot 10^{-5} \cdot x^2$$

$$\rho_{\text{in3}}(P_{i3}) = 2.713$$

$$\rho_{i3} := \rho_{\text{in3}}(P_{i3}) \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$P_{i3} := P_{i3} \cdot \text{kPa}$$

ΕΙΣΟΔΟΣ

Ταχύτητα:

$$V_{\text{in3}} := \sqrt{2 \cdot C_p \cdot \left(T_{0i} - \frac{P_{i3}}{\rho_{i3} \cdot R} \right)}$$

Στατική θερμοκρασία:

$$T_{\text{in3}_i} := T_{0i_i} - \frac{(V_{\text{in3}_i})^2}{2 \cdot C_p}$$

Παροχή μάζας:

$$m_{\text{in3}_i} := \rho_{i3} \cdot V_{\text{in3}_i} \cdot A_{\text{in}}$$

$$V_{in3}^T = (91.995 \ 111.638 \ 128.309 \ 149.877 \ 168.71 \ 174.537 \ 180.175 \ 190.953 \ 196.12) \frac{m}{s}$$

$$T_{in3}^T = (283.768 \ 283.768 \ 283.768 \ 283.768 \ 283.768 \ 283.768 \ 283.768 \ 283.768 \ 283.768 \ 283.768) K$$

ΘΕΡΜΟ ΑΚΡΟ

Παραμετρική σχέση για παροχή μάζας:

$$F_{h3} := 14.4395 \cdot y_{c3}^5 + 51.6358 \cdot y_{c3}^4 - 52.42 \cdot y_{c3}^3 + 22.2167 \cdot y_{c3}^2 + 1.0514 \cdot y_{c3} + 2.2532 = 17.85$$

$$P_{hot3} := \begin{pmatrix} 190 \\ 192 \\ 193 \\ 194 \\ 195 \\ 196 \\ 200 \\ 205 \\ 212 \end{pmatrix} \cdot kPa$$

$$P_{hot3_i} := \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot kPa$$

$$P_i \leftarrow P_{hot3_i}$$

$$x_i \leftarrow \frac{P_i}{kPa}$$

$$\rho_{h3_i} \leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot x_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (x_i)^2 \right] \frac{kg}{m^3}$$

$$m_{h3_i} \leftarrow (1 - y_{c3}) \cdot m_{in3_i}$$

$$V_{hn3_i} \leftarrow \frac{m_{h3_i}}{\rho_{h3_i} \cdot A_h}$$

$$V_{h3_i} \leftarrow F_{h3} \cdot V_{hn3_i}$$

$$T_{h3_i} \leftarrow T_{0h3} - \frac{(V_{h3_i})^2}{2 \cdot C_p}$$

$$Ph_i \leftarrow T_{h3_i} \cdot R \cdot \rho_{h3_i}$$

$$P_{new_i} \leftarrow Ph_i$$

while $Ph_i - P_i > \text{eps}$

$$P_i \leftarrow P_{new_i}$$

$$P_{new_i} \leftarrow Ph_i$$

$$P_{new_i}$$

$$\begin{aligned}
\rho_{\text{hot}3_i} &:= \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\
P_i &\leftarrow P_{\text{hot}3_i} \\
x_i &\leftarrow \frac{P_i}{\text{kPa}} \\
\rho_{\text{h}3_i} &\leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot x_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (x_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
m_{\text{h}3_i} &\leftarrow (1 - y_{\text{c}3}) \cdot m_{\text{in}3_i} \\
V_{\text{nh}3_i} &\leftarrow \frac{m_{\text{h}3_i}}{\rho_{\text{h}3_i} \cdot A_{\text{h}}} \\
V_{\text{h}3_i} &\leftarrow F_{\text{h}3} \cdot V_{\text{nh}3_i} \\
T_{\text{h}3_i} &\leftarrow T_{0\text{h}3} - \frac{(V_{\text{h}3_i})^2}{2 \cdot C_p} \\
P_{\text{h}3_i} &\leftarrow T_{\text{h}3_i} \cdot R \cdot \rho_{\text{h}3_i} \\
P_{\text{new}_i} &\leftarrow P_{\text{h}3_i} \\
l_i &\leftarrow \frac{P_{\text{h}3_i}}{\text{kPa}} \\
\rho_{\text{new}_i} &\leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot l_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (l_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
\text{while } P_{\text{h}3_i} - P_i &> \text{eps} \\
\begin{aligned}
&P_i \leftarrow P_{\text{new}_i} \\
&P_{\text{new}_i} \leftarrow P_{\text{h}3_i} \\
&\rho_{\text{h}3_i} \leftarrow \rho_{\text{new}_i} \\
&\rho_{\text{new}_i} \leftarrow \left[-0.52 + 0.018 \cdot l_i - 1.714 \cdot 10^{-5} \cdot (l_i)^2 \right] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}
\end{aligned} \\
\rho_{\text{new}_i} &
\end{aligned}$$

$$P_{\text{hot}3}^T = (205.709 \ 207.369 \ 207.986 \ 208.394 \ 208.805 \ 209.634 \ 213.552 \ 218.235 \ 225.032) \cdot \text{kPa}$$

$$\rho_{\text{hot}3}^T = (2.457 \ 2.476 \ 2.482 \ 2.487 \ 2.491 \ 2.5 \ 2.542 \ 2.592 \ 2.663) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Κλάσμα παροχής μάζας:

Παροχή μάζας:

Εγκάρσια συνιστώσα ταχύτητας:

$$y_{\text{h}3} := 1 - y_{\text{c}3}$$

$$m_{\text{h}3_i} := y_{\text{h}3} \cdot m_{\text{in}3_i}$$

$$V_{\text{nh}3_i} := \frac{m_{\text{h}3_i}}{\rho_{\text{hot}3_i} \cdot A_{\text{h}}}$$

$$V_{\text{nh}3}^T = (2.743 \ 3.304 \ 3.787 \ 4.416 \ 4.962 \ 5.115 \ 5.192 \ 5.398 \ 5.396) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ταχύτητα:

Στατική θερμοκρασία:

$$V_{\text{h}3_i} := V_{\text{nh}3_i} \cdot F_{\text{h}3}$$

$$T_{\text{h}3_i} := T_{0\text{h}3} - \frac{(V_{\text{h}3_i})^2}{2 \cdot C_p}$$

$$V_{\text{h}3}^T = (48.956 \ 58.975 \ 67.598 \ 78.82 \ 88.566 \ 91.295 \ 92.684 \ 96.347 \ 96.326) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T_{\text{h}3}^T = (315.802 \ 315.261 \ 314.715 \ 313.894 \ 313.078 \ 312.833 \ 312.705 \ 312.359 \ 312.361) \text{K}$$

ΨΥΧΡΟ ΑΚΡΟ

Παροχή μάζας:

$$m_{c3_i} := y_{c3} \cdot m_{in3_i}$$

Αρχική τιμή Ολικής θερμοκρασίας:

$$T_{0cold3_i} := \frac{1}{y_{c3}} T_{0i_i} - \left(\frac{1}{y_{c3}} - 1 \right) \cdot T_{0h3}$$

$$T_{0cold3}^T = (281.634 \ 284.073 \ 286.512 \ 290.171 \ 293.829 \ 295.049 \ 296.268 \ 298.707 \ 299.927) \text{ K}$$

Παραμετρική σχέση για παροχή μάζας:

$$F_{c3} := -0.2008 \cdot y_{c3}^4 - 0.1033 \cdot y_{c3}^3 + 0.9539 \cdot y_{c3}^2 - 1.0338 \cdot y_{c3} + 1.489 = 1.135$$

Αρχική τιμή για πίεση:

$$P_{c3} := \begin{pmatrix} 107 \\ 107.1 \\ 107.2 \\ 106.8 \\ 106.4 \\ 106.5 \\ 106.6 \\ 106.7 \\ 106.8 \end{pmatrix} \cdot \text{kPa}$$

$$P_{cold3_i} := \begin{array}{l} \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\ P_i \leftarrow P_{c3_i} \\ x_i \leftarrow \frac{P_{c3_i}}{\text{kPa}} \\ \rho_{c_i} \leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot x_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (x_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ V_{cn3_i} \leftarrow \frac{m_{c3_i}}{\rho_{c_i} \cdot A_c} \\ V_{c3_i} \leftarrow F_{c3} \cdot V_{cn3_i} \\ T_{c3_i} \leftarrow T_{0cold3_i} - \frac{(V_{c3_i})^2}{2 \cdot C_p} \\ P_{c_i} \leftarrow T_{c3_i} \cdot R \cdot \rho_{c_i} \\ P_{new_i} \leftarrow P_{c_i} \\ l_i \leftarrow \frac{P_{c_i}}{\text{kPa}} \\ \rho_{cnew_i} \leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ \text{while } P_{c_i} - P_i > \text{eps} \\ \left| \begin{array}{l} P_i \leftarrow P_{new_i} \\ P_{new_i} \leftarrow P_{c_i} \\ \rho_{c_i} \leftarrow \rho_{cnew_i} \\ \rho_{cnew_i} \leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \end{array} \right. \\ P_{new_i} \end{array}$$

$$\rho_{\text{cold}3_i} := \begin{array}{l} \text{eps} \leftarrow 10^{-6} \cdot \text{kPa} \\ P_i \leftarrow P_{c3_i} \\ x_i \leftarrow \frac{P_{c3_i}}{\text{kPa}} \\ \rho_{c_i} \leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot x_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (x_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ V_{\text{cn}3_i} \leftarrow \frac{m_{c3_i}}{\rho_{c_i} \cdot A_c} \\ V_{c3_i} \leftarrow F_{c3} \cdot V_{\text{cn}3_i} \\ T_{c3_i} \leftarrow T_{0\text{cold}3_i} - \frac{(V_{c3_i})^2}{2 \cdot C_p} \\ P_{c_i} \leftarrow T_{c3_i} \cdot R \cdot \rho_{c_i} \\ P_{\text{new}_i} \leftarrow P_{c_i} \\ l_i \leftarrow \frac{P_{c_i}}{\text{kPa}} \\ \rho_{\text{cnew}_i} \leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ \text{while } P_{c_i} - P_i > \text{eps} \\ \left| \begin{array}{l} P_i \leftarrow P_{\text{new}_i} \\ P_{\text{new}_i} \leftarrow P_{c_i} \\ \rho_{c_i} \leftarrow \rho_{\text{cnew}_i} \\ \rho_{\text{cnew}_i} \leftarrow \left[-15.967 + 0.295 \cdot l_i - 1.244 \cdot 10^{-3} \cdot (l_i)^2 \right] \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ \rho_{\text{cnew}_i} \end{array} \right. \\ P_{\text{cold}3}^T = (108.713 \ 109.723 \ 110.736 \ 110.945 \ 111.092 \ 111.73 \ 112.369 \ 113.392 \ 114.032) \cdot \text{kPa} \\ \rho_{\text{cold}3}^T = (1.401 \ 1.425 \ 1.446 \ 1.45 \ 1.452 \ 1.464 \ 1.474 \ 1.489 \ 1.496) \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \end{array}$$

Εγκάρσια συνιστώσα ταχύτητας

Ταχύτητα:

Στατική θερμοκρασία:

$$V_{\text{cn}3_i} := \frac{m_{c3_i}}{\rho_{\text{cold}3_i} \cdot A_c}$$

$$V_{c3_i} := F_{c3} \cdot V_{\text{cn}3_i}$$

$$T_{c3_i} := \frac{P_{\text{cold}3_i}}{\rho_{\text{cold}3_i} \cdot R}$$

$$V_{\text{cn}3}^T = (36.524 \ 43.591 \ 49.372 \ 57.512 \ 64.615 \ 66.328 \ 67.99 \ 71.356 \ 72.907) \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_{c3}^T = (41.453 \ 49.474 \ 56.035 \ 65.272 \ 73.335 \ 75.278 \ 77.164 \ 80.985 \ 82.746) \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T_{c3}^T = (271.569 \ 269.571 \ 268.104 \ 267.865 \ 267.71 \ 267.158 \ 266.797 \ 266.607 \ 266.726) \text{ K}$$

Ολική θερμοκρασία:

$$T_{0c3_i} := T_{c3_i} + \frac{(V_{c3_i})^2}{2 \cdot C_p}$$

$$T_{0c3}^T = (272.428 \ 270.795 \ 269.674 \ 269.995 \ 270.399 \ 269.991 \ 269.774 \ 269.886 \ 270.149) \text{ K}$$

Μοντέλο Ahlborn

Λόγος πιέσεων:

$$x_{3i} := \frac{P_{i3} - P_{\text{cold}3i}}{P_{i3}}$$

$$x_3^T = (0.506 \ 0.501 \ 0.497 \ 0.496 \ 0.495 \ 0.492 \ 0.489 \ 0.485 \ 0.482)$$

Θερμοκρασία στο ψυχρό άκρο:

Θερμοκρασία στο θερμό άκρο:

$$T_{\text{cal}3i} := T_{\text{in}3i} \cdot \frac{\left(1 + \frac{2 \cdot B \cdot x_{3i} \cdot y_{c3}}{1 + B \cdot x_{3i}}\right)}{1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot (1 + y_{c3}) \cdot x_{3i}}$$

$$T_{\text{hal}3i} := T_{\text{in}3i} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot B \cdot x_{3i} \cdot y_{c3}}{1 + B \cdot x_{3i}}\right)$$

$$T_{\text{cal}3}^T = (260.704 \ 260.902 \ 261.101 \ 261.142 \ 261.171 \ 261.296 \ 261.422 \ 261.623 \ 261.749) \text{K}$$

$$T_{\text{hal}3}^T = (329.281 \ 328.908 \ 328.533 \ 328.455 \ 328.401 \ 328.164 \ 327.927 \ 327.547 \ 327.309) \text{K}$$

Θερμοκρασία στο σημείο 1:

Θερμοκρασία στο σημείο 0:

$$T_{1.3i} := \frac{T_{\text{hal}3i}}{1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot x_{3i}}$$

$$T_{o.3i} := T_{1.3i} - y_{c3} \cdot (T_{\text{hal}3i} - T_{\text{cal}3i})$$

$$T_{1.3}^T = (287.7 \ 287.704 \ 287.707 \ 287.708 \ 287.708 \ 287.71 \ 287.711 \ 287.713 \ 287.714) \text{K}$$

$$T_{o.3}^T = (231.467 \ 231.939 \ 232.413 \ 232.51 \ 232.579 \ 232.878 \ 233.176 \ 233.655 \ 233.954) \text{K}$$

Εσωτερική Λειτουργία σωλήνα κατά Ahlborn

$$Q_{\text{hes}3i} := m_{\text{in}3i} \cdot C_p \cdot (T_{\text{hal}3i} - T_{o.3i})$$

$$Q_{\text{ces}3i} := m_{\text{in}3i} \cdot C_p \cdot y_{c3} \cdot (T_{\text{hal}3i} - T_{\text{cal}3i})$$

$$Q_{\text{hes}3}^T = (172.593 \ 207.636 \ 236.554 \ 275.814 \ 310.073 \ 318.992 \ 327.446 \ 343.887 \ 351.169) \cdot W$$

$$Q_{\text{ces}3}^T = (99.223 \ 119.407 \ 136.08 \ 158.675 \ 178.393 \ 183.561 \ 188.464 \ 197.991 \ 202.225) \cdot W$$

$$W_{3i} := Q_{\text{hes}3i} - Q_{\text{ces}3i}$$

$$\text{COP}_{\text{es}3i} := \frac{Q_{\text{ces}3i}}{W_{3i}}$$

$$W_3^T = (73.37 \ 88.229 \ 100.474 \ 117.138 \ 131.68 \ 135.431 \ 138.982 \ 145.896 \ 148.944) \cdot W$$

$$\text{COP}_{\text{es}3}^T = (1.352365 \ 1.353374 \ 1.354389 \ 1.354599 \ 1.354746 \ 1.355389 \ 1.356033 \ 1.357068 \ 1.357718)$$

Εξωτερική Λειτουργία σωλήνα

$$Q_{\text{cah}3i} := y_{c3} \cdot m_{\text{in}3i} \cdot C_p \cdot (T_{\text{in}3i} - T_{\text{cal}3i})$$

$$Q_{c3i} := y_{c3} \cdot m_{\text{in}3i} \cdot C_p \cdot (T_{0i} - T_{0c3i})$$

$$Q_{\text{cah}3}^T = (33.371 \ 40.149 \ 45.744 \ 53.337 \ 59.962 \ 61.689 \ 63.327 \ 66.51 \ 67.921) \cdot W$$

$$Q_{c3}^T = (22.53 \ 33.722 \ 45.055 \ 58.942 \ 73.238 \ 79.633 \ 85.655 \ 96.448 \ 101.33) \cdot W$$

$$\text{COP}_{\text{crah}3_i} := \frac{(T_{\text{in}3_i} - T_{\text{cal}3_i})}{T_{\text{in}3_i} \cdot \ln\left(\frac{P_{i3}}{P_{\text{cold}3_i}}\right)} \cdot \gamma_{c3} \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

$$\text{COP}_{\text{cr}3_i} := \frac{(T_{0i_i} - T_{0c3_i})}{T_{0i_i} \cdot \ln\left(\frac{P_{i3}}{P_{\text{cold}3_i}}\right)} \cdot \gamma_{c3} \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

Βρίσκουμε την μέγιστη επί τις εκατό διαφορά των αποτελεσμάτων των θερμοκρασιών θερμού άκρου:

$$\frac{|(T_{\text{hal}3_i} - T_{\text{h}3})_i|}{\min(T_{\text{hal}3_i}, T_{\text{h}3}_i)} \cdot 100 =$$

4.268
4.329
4.391
4.639
4.894
4.901
4.868
4.862
4.786

$$\frac{|(T_{\text{cal}3_i} - T_{c3})_i|}{\min(T_{\text{cal}3_i}, T_{c3}_i)} \cdot 100 =$$

4.168
3.323
2.682
2.575
2.504
2.243
2.056
1.905
1.901

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α4

Σύγκριση (Πίνακες 3.6,3.7 , Διαγράμματα 3.1-3.3)

ORIGIN = 1

i := 1..4

Οριακές συνθήκες

Για 4 συγκεκριμένες ομοόμοιες οριακών συνθηκών πραγματοποιούμε γραμμική παρεμβολή από τους παραπάνω πίνακες:

ΕΙΣΟΔΟΣ

Ολική θερμοκρασία εισόδου:

$$T_{0i} := \begin{pmatrix} 288 \\ 272 \\ 303 \\ 303 \end{pmatrix} \text{K}$$

Πίεση εισόδου:

$$P_i := \begin{pmatrix} 221.3 \\ 203.3 \\ 243.3 \\ 233.5 \end{pmatrix} \text{kPa}$$

Ψυχρό κλάσμα μάζας:

$$y := \begin{pmatrix} 0.175 \\ 0.27 \\ 0.43 \\ 0.83 \end{pmatrix}$$

Με γραμμική παρεμβολή βρίσκουμε τις πυκνότητα στην είσοδο:

$$\rho_{i_i} := \text{linterp}(P_{in}, \rho_{in}, P_{i_i})$$

$$\rho_i^T = (2.786 \quad 2.707 \quad 3.006 \quad 3.058) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Ταχύτητα:

$$V_{in_i} := \sqrt{2 \cdot C_p \cdot \left(T_{0i} - \frac{P_{i_i}}{\rho_{i_i} \cdot R} \right)}$$

Στατική θερμοκρασία:

$$T_{in} := T_{0i} - \frac{V_{in}^2}{2 \cdot C_p}$$

Παροχή μάζας:

$$m_{in_i} := \rho_{i_i} \cdot V_{in_i} \cdot A_{in}$$

$$V_{in}^T = (141.64 \quad 135.371 \quad 198.651 \quad 267.295) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T_{in}^T = (277.969 \quad 262.837 \quad 283.269 \quad 267.277) \text{K}$$

$$m_{in}^T = (1.24 \times 10^{-3} \quad 1.151 \times 10^{-3} \quad 1.876 \times 10^{-3} \quad 2.568 \times 10^{-3}) \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Αποτελέσματα CFD

ΨΥΧΡΟ ΑΚΡΟ

Πίεση:

$$P_{ccf_i} := \begin{pmatrix} 109.16 \\ 109.4 \\ 115.2 \\ 114.25 \end{pmatrix} \text{kPa}$$

Στατική θερμοκρασία

$$T_{ccf_i} := \begin{pmatrix} 255.22 \\ 246.9 \\ 263.89 \\ 263.22 \end{pmatrix} \text{K}$$

ΘΕΡΜΟ ΑΚΡΟ

Πίεση:

$$P_{hcf_i} := \begin{pmatrix} 186.64 \\ 179.97 \\ 224.59 \\ 227.02 \end{pmatrix} \text{kPa}$$

Στατική θερμοκρασία:

$$T_{hcf_i} := \begin{pmatrix} 274.5 \\ 277.4 \\ 300.9 \\ 311.2 \end{pmatrix} \text{K}$$

Με γραμμική παρεμβολή βρίσκουμε τις πυκνότητες στα 2 άκρα:

$$\rho_{ccf_i} := \text{linterp}(P_{ca}, \rho_{ca}, P_{ccf_i})$$

$$\rho_{ccf}^T = (1.499 \quad 1.514 \quad 1.55 \quad 1.618) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho_{hcf_i} := \text{linterp}(P_{ha}, \rho_{ha}, P_{hcf_i})$$

$$\rho_{hcf}^T = (2.328 \quad 2.262 \quad 2.637 \quad 2.811) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$F_{ccf} := \begin{pmatrix} 1.33 \\ 1.286 \\ 1.198 \\ 1.129 \end{pmatrix}$$

$$F_{hcf} := \begin{pmatrix} 2.916 \\ 3.432 \\ 4.68 \\ 17.95 \end{pmatrix}$$

$$m_{ccf_i} := y_i \cdot m_{in_i}$$

$$m_{hcf_i} := m_{in_i} - m_{ccf_i}$$

$$V_{nccf_i} := \frac{m_{ccf_i}}{A_c \cdot \rho_{ccf_i}}$$

$$V_{nhcf_i} := \frac{m_{hcf_i}}{A_h \cdot \rho_{hcf_i}}$$

$$V_{ccf_i} := F_{ccf_i} \cdot V_{nccf_i}$$

$$V_{hcf_i} := F_{hcf_i} \cdot V_{nhcf_i}$$

$$T_{0ccf} := T_{ccf} + \frac{V_{ccf}^2}{2 \cdot C_p}$$

$$T_{0hcf} := T_{hcf} + \frac{V_{hcf}^2}{2 \cdot C_p}$$

$$m_{ccf}^T = (2.17 \times 10^{-4} \quad 3.109 \times 10^{-4} \quad 8.067 \times 10^{-4} \quad 2.131 \times 10^{-3}) \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$m_{hcf}^T = (1.023 \times 10^{-3} \quad 8.405 \times 10^{-4} \quad 1.069 \times 10^{-3} \quad 4.365 \times 10^{-4}) \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$V_{nccf}^T = (5.12 \quad 7.263 \quad 18.408 \quad 46.585) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_{nhcf}^T = (4.663 \quad 3.942 \quad 4.303 \quad 1.647) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_{ccf}^T = (6.81 \quad 9.34 \quad 22.052 \quad 52.594) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_{hcf}^T = (13.597 \quad 13.529 \quad 20.138 \quad 29.57) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T_{0ccf}^T = (255.243 \quad 246.944 \quad 264.133 \quad 264.603) \text{K}$$

$$T_{0hcf}^T = (274.592 \quad 277.492 \quad 301.103 \quad 311.637) \text{K}$$

Αποτελέσματα Algorithm

ΨΥΧΡΟ ΑΚΡΟ

Πίεση:

$$P_{cal} := \begin{pmatrix} 109.22 \\ 113.7 \\ 110.12 \\ 106.33 \end{pmatrix} \text{kPa}$$

Στατική θερμοκρασία

$$T_{cal} := \begin{pmatrix} 258.58 \\ 254.4 \\ 269.1 \\ 269.02 \end{pmatrix} \text{K}$$

Με γραμμική παρεμβολή βρίσκουμε τις πυκνότητες στα 2 άκρα:

$$\rho_{cal_i} := \text{linterp}(P_{ca}, \rho_{ca}, P_{cal_i})$$

ΘΕΡΜΟ ΑΚΡΟ

Πίεση:

$$P_{hal} := \begin{pmatrix} 185.06 \\ 181.81 \\ 222.51 \\ 227.43 \end{pmatrix} \text{kPa}$$

Στατική θερμοκρασία:

$$T_{hal} := \begin{pmatrix} 274.6 \\ 276.5 \\ 301.2 \\ 310.5 \end{pmatrix} \text{K}$$

$$\rho_{hal_i} := \text{linterp}(P_{ha}, \rho_{ha}, P_{hal_i})$$

$$\rho_{\text{cal}}^T = (1.502 \ 1.62 \ 1.559 \ 1.447) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho_{\text{hal}}^T = (2.317 \ 2.284 \ 2.773 \ 2.725) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$F_{\text{cal}} := -0.2008 \cdot y^4 - 0.1033 \cdot y^3 + 0.9539 \cdot y^2 - 1.0338 \cdot y + 1.489$$

$$F_{\text{hal}} := 14.4395 \cdot y^5 + 51.6358 \cdot y^4 - 52.42 \cdot y^3 + 22.2167 \cdot y^2 + 1.0514 \cdot y + 2.2532$$

$$m_{\text{cal}_i} := y_i \cdot m_{\text{in}_i}$$

$$m_{\text{hal}_i} := m_{\text{in}_i} - m_{\text{cal}_i}$$

$$V_{\text{ncal}_i} := \frac{(m_{\text{cal}})_i}{A_c \cdot \rho_{\text{cal}_i}}$$

$$V_{\text{nhal}_i} := \frac{m_{\text{hal}_i}}{A_h \cdot \rho_{\text{hal}_i}}$$

$$V_{\text{cal}_i} := F_{\text{cal}_i} \cdot (V_{\text{ncal}})_i$$

$$V_{\text{hal}_i} := F_{\text{hal}_i} \cdot V_{\text{nhal}_i}$$

$$T_{0\text{cal}} := T_{\text{cal}} + \frac{(V_{\text{cal}})^2}{2 \cdot C_p}$$

$$T_{0\text{hal}} := T_{\text{hal}} + \frac{(V_{\text{hal}})^2}{2 \cdot C_p}$$

$$m_{\text{cal}}^T = (2.17 \times 10^{-4} \ 3.109 \times 10^{-4} \ 8.067 \times 10^{-4} \ 2.131 \times 10^{-3}) \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$m_{\text{hal}}^T = (1.023 \times 10^{-3} \ 8.405 \times 10^{-4} \ 1.069 \times 10^{-3} \ 4.365 \times 10^{-4}) \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$V_{\text{ncal}}^T = (5.108 \ 6.787 \ 18.304 \ 52.09) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_{\text{nhal}}^T = (4.684 \ 3.904 \ 4.092 \ 1.699) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_{\text{cal}}^T = (6.827 \ 8.662 \ 22.071 \ 59.055) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_{\text{hal}}^T = (13.525 \ 13.353 \ 18.919 \ 31.697) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T_{0\text{cal}}^T = (258.603 \ 254.438 \ 269.344 \ 270.764) \text{K}$$

$$T_{0\text{hal}}^T = (274.691 \ 276.589 \ 301.379 \ 311.002) \text{K}$$

Μοντέλο Ahlborn_CFD

Εισάγουμε δεδομένα CFD στο μοντέλο του Ahlborn, ώστε να γίνει σύγκριση αποτελεσμάτων.

Λόγος πιέσεων:

$$x_{1\text{cf}} := \frac{P_i - P_{\text{ccf}}}{P_i}$$

$$x_{1\text{cf}}^T = (0.507 \ 0.462 \ 0.527 \ 0.511)$$

$$B := 3 \cdot \frac{(\gamma - 1)}{4 \cdot \gamma} = 0.214$$

Θερμοκρασία στο ψυχρό άκρο:

Θερμοκρασία στο θερμό άκρο:

$$T_{c1cf_i} := T_{in_i} \cdot \frac{\left(1 + \frac{2 \cdot B \cdot x_{1cf_i} \cdot y_i}{1 + B \cdot x_{1cf_i}}\right)}{1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot (1 + y_i) \cdot x_{1cf_i}}$$

$$Th_{1cf_i} := T_{in_i} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot B \cdot x_{1cf_i} \cdot y_i}{1 + B \cdot x_{1cf_i}}\right)$$

$$T_{c1cf}^T = (245.701 \quad 236.058 \quad 253.447 \quad 245.49) \text{ K}$$

$$Th_{1cf}^T = (287.498 \quad 275.62 \quad 307.967 \quad 311.042) \text{ K}$$

Θερμοκρασία στο σημείο 1:

$$T_{1cf_i} := \frac{Th_{1cf_i}}{1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot x_{1cf_i}}$$

Θερμοκρασία στο σημείο 0:

$$T_{ocf_i} := T_{1cf_i} - y_i \cdot (Th_{1cf_i} - T_{c1cf_i})$$

$$T_{1cf}^T = (251.138 \quad 243.488 \quad 267.697 \quad 271.435) \text{ K}$$

$$T_{ocf}^T = (243.824 \quad 232.806 \quad 244.253 \quad 217.027) \text{ K}$$

Εσωτερική Λειτουργία σωλήνα κατά Ahlborn

Θερμικό φορτίο

$$Q_{hcfes_i} := m_{in_i} \cdot C_p \cdot (Th_{1cf_i} - T_{ocf_i})$$

Ψυκτικό φορτίο

$$Q_{ccfes_i} := m_{in_i} \cdot C_p \cdot y_i \cdot (Th_{1cf_i} - T_{c1cf_i})$$

$$Q_{hcfes}^T = (54.153 \quad 49.292 \quad 119.533 \quad 241.397) \cdot W$$

$$Q_{ccfes}^T = (9.069 \quad 12.298 \quad 43.983 \quad 139.701) \cdot W$$

Εργό δευτερεύουσας ροής

Εσωτερικός COP

$$W_{cf_i} := Q_{hcfes_i} - Q_{ccfes_i}$$

$$COP_{cfes_i} := \frac{Q_{ccfes_i}}{W_{cf_i}}$$

$$W_{cf}^T = (45.083 \quad 36.994 \quad 75.55 \quad 101.696) \text{ W}$$

$$COP_{cfes}^T = (0.201 \quad 0.332 \quad 0.582 \quad 1.374)$$

Μοντέλο Ahlborn_ALG

Εισάγουμε δεδομένα του αλγόριθμου στο μοντέλο του Ahlborn, ώστε να γίνει σύγκριση αποτελεσμάτων.

Λόγος πίεσης:

$$x_{1al} := \frac{P_i - P_{cal}}{P_i}$$

$$x_{1al}^T = (0.506 \quad 0.441 \quad 0.547 \quad 0.545)$$

Θερμοκρασία στο ψυχρό άκρο:

Θερμοκρασία στο θερμό άκρο:

$$T_{c1al_i} := T_{in_i} \cdot \frac{\left[1 + \frac{2 \cdot B \cdot (x_{1al})_i \cdot y_i}{1 + B \cdot x_{1al_i}}\right]}{1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot (1 + y_i) \cdot x_{1al_i}}$$

$$Th_{1al_i} := T_{in_i} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot B \cdot x_{1al_i} \cdot y_i}{1 + B \cdot x_{1al_i}}\right)$$

$$T_{c1al}^T = (245.716 \quad 237.158 \quad 252.396 \quad 244.127) \text{ K}$$

$$Th_{1al}^T = (287.494 \quad 275.085 \quad 308.844 \quad 313.645) K$$

Θερμοκρασία στο σημείο 1:

Θερμοκρασία στο σημείο 0:

$$T_{1al_i} := \frac{Th_{1al_i}}{1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot x_{1al_i}}$$

$$T_{oal_i} := T_{1al_i} - y_i \cdot (Th_{1al_i} - Tc_{1al_i})$$

$$T_{1al}^T = (251.151 \quad 244.32 \quad 267.074 \quad 271.411) K$$

$$T_{oal}^T = (243.84 \quad 234.079 \quad 242.802 \quad 213.712) K$$

Εσωτερική Λειτουργία σωλήνα κατά Ahlborn

$$Q_{hales_i} := m_{in_i} \cdot C_p \cdot (Th_{1al_i} - T_{oal_i})$$

$$Q_{cales_i} := m_{in_i} \cdot C_p \cdot y_i \cdot (Th_{1al_i} - Tc_{1al_i})$$

$$Q_{hales}^T = (54.126 \quad 47.21 \quad 123.901 \quad 256.593) \cdot W$$

$$Q_{cales}^T = (9.065 \quad 11.79 \quad 45.537 \quad 148.153) W$$

$$W_{al_i} := Q_{hales_i} - Q_{cales_i}$$

$$COP_{ales_i} := \frac{Q_{cales_i}}{W_{al_i}}$$

$$W_{al}^T = (45.061 \quad 35.421 \quad 78.363 \quad 108.441) W$$

$$COP_{ales}^T = (0.201 \quad 0.333 \quad 0.581 \quad 1.366)$$

Ψυκτική ισχύς με χρήση
θερμοκρασιών μοντέλου
Ahlborn:

$$Q_{c1cf_i} := y_i \cdot m_{in_i} \cdot C_p \cdot (T_{in_i} - Tc_{1cf_i})$$

$$Q_{c1cf}^T = (7.002 \quad 8.325 \quad 24.058 \quad 46.431) W$$

Ψυκτική ισχύς με χρήση
θερμοκρασιών μοντέλου
Ahlborn:

$$Q_{c1al_i} := y_i \cdot m_{in_i} \cdot C_p \cdot (T_{in_i} - Tc_{1al_i})$$

$$Q_{c1al}^T = (6.998 \quad 7.982 \quad 24.905 \quad 49.335) W$$

COP με χρήση
θερμοκρασιών μοντέλου
Ahlborn:

$$COP_{cr1cf_i} := \frac{(T_{in_i} - Tc_{1cf_i})}{T_{in_i} \cdot \ln\left(\frac{P_{i_i}}{P_{ccf_i}}\right)} \cdot y_i \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

$$COP_{cr1cf}^T = (8.213 \times 10^{-3} \quad 0.013 \quad 0.017 \quad 0.027)$$

COP με χρήση
θερμοκρασιών μοντέλου
Ahlborn:

Ψυκτική ισχύς με χρήση
θερμοκρασιών μοντέλου
Shamsoddini CFD:

$$Q_{ccf_i} := y_i \cdot m_{in_i} \cdot C_p \cdot (T_{0i} - T_{0ccf_i})$$

$$Q_{ccf}^T = (7.108 \quad 7.789 \quad 31.354 \quad 81.829) W$$

Ψυκτική ισχύς με χρήση
θερμοκρασιών αλγόριθμου
Shamsoddini:

$$Q_{cal_i} := y_i \cdot m_{in_i} \cdot C_p \cdot (T_{0i} - T_{0cal_i})$$

$$Q_{cal}^T = (6.379 \quad 5.459 \quad 27.151 \quad 68.7) W$$

COP με χρήση
θερμοκρασιών μοντέλου
Shamsoddini CFD:

$$COP_{crf_i} := \frac{(T_{0i} - T_{0ccf_i})}{T_{0i} \cdot \ln\left(\frac{P_{i_i}}{P_{ccf_i}}\right)} \cdot y_i \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

$$COP_{crf}^T = (8.047 \times 10^{-3} \quad 0.011 \quad 0.021 \quad 0.042)$$

COP με χρήση
θερμοκρασιών αλγόριθμου
Shamsoddini:

$$\text{COP}_{\text{cr1al}_i} := \frac{(T_{\text{in}_i} - T_{\text{c1al}_i})}{T_{\text{in}_i} \cdot \ln\left(\frac{P_{i_i}}{P_{\text{cal}_i}}\right)} \cdot y_i \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

$$\text{COP}_{\text{cral}_i} := \frac{(T_{0i_i} - T_{0\text{cal}_i})}{T_{0i_i} \cdot \ln\left(\frac{P_{i_i}}{P_{\text{cal}_i}}\right)} \cdot y_i \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

$$\text{COP}_{\text{cr1al}}^T = (8.216 \times 10^{-3} \quad 0.013 \quad 0.017 \quad 0.026)$$

$$\text{COP}_{\text{cral}}^T = (7.227 \times 10^{-3} \quad 8.571 \times 10^{-3} \quad 0.017 \quad 0.032)$$

Μέγιστη διαφορά επί τις εκατό:

$$\frac{|T_{\text{ccf}_i} - T_{\text{c1cf}_i}|}{\min(T_{\text{ccf}_i}, T_{\text{c1cf}_i})} \cdot 100 = \frac{|T_{\text{hcf}_i} - T_{\text{h1cf}_i}|}{\min(T_{\text{hcf}_i}, T_{\text{h1cf}_i})} \cdot 100 = \frac{|T_{\text{cal}_i} - T_{\text{c1al}_i}|}{\min(T_{\text{cal}_i}, T_{\text{c1al}_i})} \cdot 100 = \frac{|T_{\text{hal}_i} - T_{\text{h1al}_i}|}{\min(T_{\text{hal}_i}, T_{\text{h1al}_i})} \cdot 100 =$$

3.874
4.593
4.12
7.222

4.735
0.646
2.349
0.051

5.235
7.27
6.618
10.197

4.696
0.514
2.538
1.013

$$\frac{|T_{\text{ccf}_i} - T_{\text{cal}_i}|}{\min(T_{\text{ccf}_i}, T_{\text{cal}_i})} \cdot 100 = \frac{|T_{\text{hcf}_i} - T_{\text{hal}_i}|}{\min(T_{\text{hcf}_i}, T_{\text{hal}_i})} \cdot 100 = \frac{|Q_{\text{c1al}_i} - Q_{\text{cal}_i}|}{\min(Q_{\text{c1al}_i}, Q_{\text{cal}_i})} \cdot 100 =$$

1.317
3.038
1.974
2.203

0.036
0.325
0.1
0.225

9.718
46.215
9.017
39.252

$$\frac{|Q_{\text{c1cf}_i} - Q_{\text{ccf}_i}|}{\min(Q_{\text{c1cf}_i}, Q_{\text{ccf}_i})} \cdot 100 = \frac{|\text{COP}_{\text{cr1al}_i} - \text{COP}_{\text{cral}_i}|}{\min(\text{COP}_{\text{cr1al}_i}, \text{COP}_{\text{cral}_i})} \cdot 100 = \frac{|\text{COP}_{\text{cr1cf}_i} - \text{COP}_{\text{crcf}_i}|}{\min(\text{COP}_{\text{cr1cf}_i}, \text{COP}_{\text{crcf}_i})} \cdot 100 =$$

1.513
6.878
30.329
76.239

13.677
51.312
1.918
22.834

2.064
10.604
21.842
55.46

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α5

ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΠΕΔΙΟΥ ΡΟΗΣ-HUSSAIN

Εικόνα 4.3

<u>Ακτίνα σωλήνα:</u>	<u>Αρχική τιμή ακτίνας</u>	<u>Γωνία</u>
$r_0 := 20\text{mm}$	$R := 0.001\text{mm}$	$f := 0.017, 0.02 \dots 2\pi$

<u>Συντεταγμένες:</u>	
	$z(R, f) := R \cdot \cos(f \cdot \text{rad})$
	$r(R, f) := R \cdot \sin(f \cdot \text{rad})$

<u>Συντελεστές ροικής συνάρτησης:</u>	
	$a := -0.5$
	$B := 1000$
	$c := 0$

Απεικονίζουμε το πεδίο ροής για κάθε γραμμής ροής:

Γραμμή ροής: O(R, f) := 5

$$\Psi_1(R, f) := \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_0} \right)^2 \cdot a - \frac{B \cdot (r(R, f))^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_0} \right)^4$$

$$R_1(f) := \text{root}(O(R, f) - \Psi_1(R, f), R)$$

$$r_1(f) := R_1(f) \cdot \sin(f \cdot \text{rad})$$

$$z_1(f) := R_1(f) \cdot \cos(f \cdot \text{rad})$$

$$v := 1, 1.01 \dots 3.5$$

$$r_{1a}(v) := 6 \cdot v \text{ mm}$$

$$z_{11} := 10\text{mm}$$

$$\Psi_{1a}(z_{11}, v) := \left(\frac{r_{1a}(v)}{0.1 \cdot r_0} \right)^2 \cdot a - \frac{B \cdot (r_{1a}(v))^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z_{11}) \left[1 + B \left(\frac{r_{1a}(v)}{z_{11}} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_{1a}(v)}{0.1 \cdot r_0} \right)^4$$

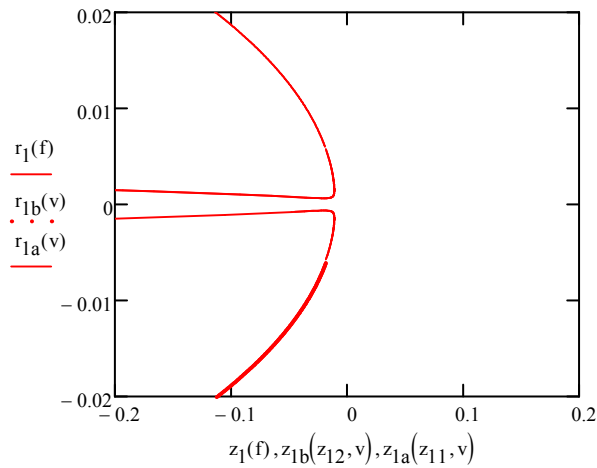
$$z_{1a}(z_{11}, v) := \text{root}(O(R, f) - \Psi_{1a}(z_{11}, v), z_{11})$$

$$r_{1b}(v) := -6 \cdot v \text{ mm}$$

$$z_{12} := -10\text{mm}$$

$$\Psi_{1b}(z_{12}, v) := \left(\frac{r_{1b}(v)}{0.1 \cdot r_0} \right)^2 \cdot a - \frac{B \cdot (r_{1b}(v))^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z_{12}) \left[1 + B \left(\frac{r_{1b}(v)}{z_{12}} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_{1b}(v)}{0.1 \cdot r_0} \right)^4$$

$$z_{1b}(z_{12}, v) := \text{root}(O(R, f) - \Psi_{1b}(z_{12}, v), z_{12})$$



Γραμμή ροής:

$P(R, f) := 25$

$$R_2(f) := \text{root}(P(R, f) - \Psi_1(R, f), R)$$

$$r_2(f) := R_2(f) \cdot \sin(f \cdot \text{rad})$$

$$z_2(f) := R_2(f) \cdot \cos(f \cdot \text{rad})$$

$$u := 1.5, 1.75 .. 20$$

$$r_{2a}(u) := u \cdot \text{mm}$$

$$z_{21} := 10 \text{mm}$$

$$\Psi_{2a}(z_{21}, u) := \left(\frac{r_{2a}(u)}{0.1 \cdot r_0} \right)^2 \cdot a - \frac{B \cdot (r_{2a}(u))^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z_{21}) \left[1 + B \left(\frac{r_{2a}(u)}{z_{21}} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_{2a}(u)}{0.1 \cdot r_0} \right)^4$$

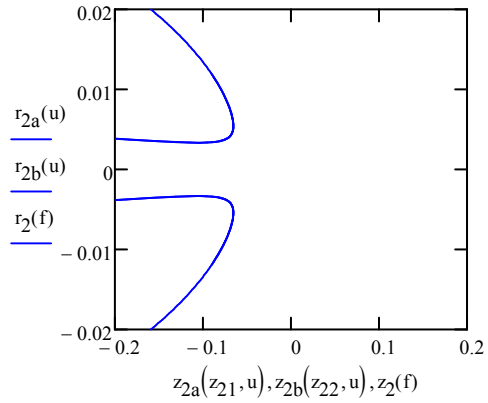
$$z_{2a}(z_{21}, u) := \text{root}(P(R, f) - \Psi_{2a}(z_{21}, u), z_{21})$$

$$r_{2b}(u) := -u \cdot \text{mm}$$

$$z_{22} := -2 \text{mm}$$

$$\Psi_{2b}(z_{22}, u) := \left(\frac{r_{2b}(u)}{0.1 \cdot r_0} \right)^2 \cdot a - \frac{B \cdot (r_{2b}(u))^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z_{22}) \left[1 + B \left(\frac{r_{2b}(u)}{z_{22}} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_{2b}(u)}{0.1 \cdot r_0} \right)^4$$

$$z_{2b}(z_{22}, u) := \text{root}(P(R, f) - \Psi_{2b}(z_{22}, u), z_{22})$$



Γραμμή ροής:

$$Q(R, f) := 0$$

$$R_3(f) := \text{root}(Q(R, f) - \Psi_1(R, f), R)$$

$$r_3(f) := R_3(f) \cdot \sin(f \cdot \text{rad})$$

$$z_3(f) := R_3(f) \cdot \cos(f \cdot \text{rad})$$

$$h := 1, 1.2 \dots 20$$

$$r_{3a}(h) := h \cdot \text{mm}$$

$$z_{31} := 1 \cdot \text{mm}$$

$$\Psi_{3a}(z_{31}, h) := \left(\frac{r_{3a}(h)}{0.1 \cdot \text{ro}} \right)^2 \cdot a - \frac{B \cdot (r_{3a}(h))^2}{(0.1 \cdot \text{ro} \cdot z_{31}) \left[1 + B \left(\frac{r_{3a}(h)}{z_{31}} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_{3a}(h)}{0.1 \cdot \text{ro}} \right)^4$$

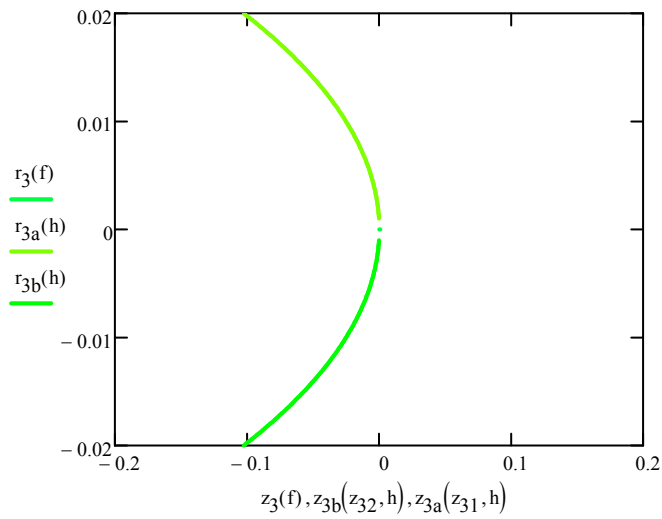
$$z_{3a}(z_{31}, h) := \text{root}(Q(R, f) - \Psi_{3a}(z_{31}, h), z_{31})$$

$$r_{3b}(h) := -h \cdot \text{mm}$$

$$z_{32} := -10 \cdot \text{mm}$$

$$\Psi_{3b}(z_{32}, h) := \left(\frac{r_{3b}(h)}{0.1 \cdot \text{ro}} \right)^2 \cdot a - \frac{B \cdot (r_{3b}(h))^2}{(0.1 \cdot \text{ro} \cdot z_{32}) \left[1 + B \left(\frac{r_{3b}(h)}{z_{32}} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_{3b}(h)}{0.1 \cdot \text{ro}} \right)^4$$

$$z_{3b}(z_{32}, h) := \text{root}(Q(R, f) - \Psi_{3b}(z_{32}, h), z_{32})$$



Γραμμή ροής:

$$G1(R, f) := -25$$

$$\Psi_4(R, f) := \begin{cases} \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot ro} \right)^2 \cdot a - \frac{B \cdot (r(R, f))^2}{(0.1 \cdot ro \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot ro} \right)^4 & \text{if } 0.017 \leq f < 1.53 \\ \left[\left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot ro} \right)^2 \cdot a - \frac{B \cdot (r(R, f))^2}{(0.1 \cdot ro \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot ro} \right)^4 \right] & \text{if } 1.62 < f \leq \pi \end{cases}$$

$$R_4(f) := \text{root}(G1(R, f) - \Psi_4(R, f), R)$$

$$r_4(f) := R_4(f) \cdot \sin(f)$$

$$z_4(f) := R_4(f) \cdot \cos(f)$$

$$k := 1, 1.01 \dots 1.4$$

$$r_{4a}(k) := 14k \cdot \text{mm}$$

$$z_{41} := 10 \cdot \text{mm}$$

$$\Psi_{4a}(z_{41}, k) := \left(\frac{r_{4a}(k)}{0.1 \cdot ro} \right)^2 \cdot a - \frac{B \cdot (r_{4a}(k))^2}{(0.1 \cdot ro \cdot z_{41}) \left[1 + B \left(\frac{r_{4a}(k)}{z_{41}} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_{4a}(k)}{0.1 \cdot ro} \right)^4$$

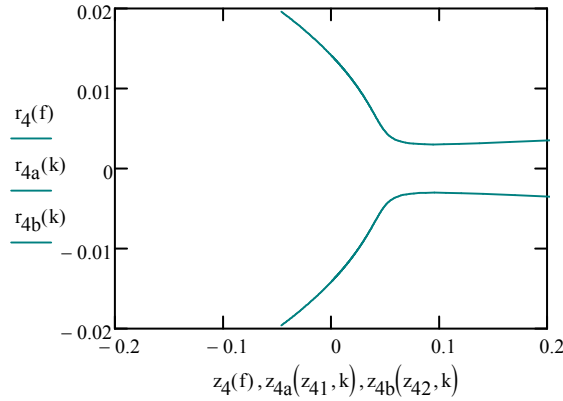
$$z_{4a}(z_{41}, k) := \text{root}(G1(R, f) - \Psi_{4a}(z_{41}, k), z_{41})$$

$$r_{4b}(k) := -14k \cdot \text{mm}$$

$$z_{42} := -10 \cdot \text{mm}$$

$$\Psi_{4b}(z_{42}, k) := \left(\frac{r_{4b}(k)}{0.1 \cdot ro} \right)^2 \cdot a - \frac{B \cdot (r_{4b}(k))^2}{(0.1 \cdot ro \cdot z_{42}) \left[1 + B \left(\frac{r_{4b}(k)}{z_{42}} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_{4b}(k)}{0.1 \cdot ro} \right)^4$$

$$z_{4b}(z_{42}, k) := \text{root}(G1(R, f) - \Psi_{4b}(z_{42}, k), z_{42})$$



Γραμμή ροής:

L1(R, f) := -5

$$\Psi_5(R, f) := \begin{cases} \left[\left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot ro} \right)^2 \cdot a - \frac{B \cdot (r(R, f))^2}{(0.1 \cdot ro \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot ro} \right)^4 \right] & \text{if } 0.017 < f < 1.41 \\ \left[\left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot ro} \right)^2 \cdot a - \frac{B \cdot (r(R, f))^2}{(0.1 \cdot ro \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot ro} \right)^4 \right] & \text{if } 1.73 < f < 4.548 \\ \left[\left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot ro} \right)^2 \cdot a - \frac{B \cdot (r(R, f))^2}{(0.1 \cdot ro \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot ro} \right)^4 \right] & \text{if } 4.876 < f < 2\pi \end{cases}$$

$$R_5(f) := \text{root}(L1(R, f) - \Psi_5(R, f), R)$$

$$r_5(f) := R_5(f) \cdot \sin(f \cdot \text{rad})$$

$$z_5(f) := R_5(f) \cdot \cos(f \cdot \text{rad})$$

$$l := 1, 1.01 \dots 3.5$$

$$r_{5a}(l) := 6 \cdot l \cdot \text{mm}$$

$$z_{51} := 10 \cdot \text{mm}$$

$$\Psi_{5a}(z_{51}, l) := \left(\frac{r_{5a}(l)}{0.1 \cdot ro} \right)^2 \cdot a - \frac{B \cdot (r_{5a}(l))^2}{(0.1 \cdot ro \cdot z_{51}) \left[1 + B \left(\frac{r_{5a}(l)}{z_{51}} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_{5a}(l)}{0.1 \cdot ro} \right)^4$$

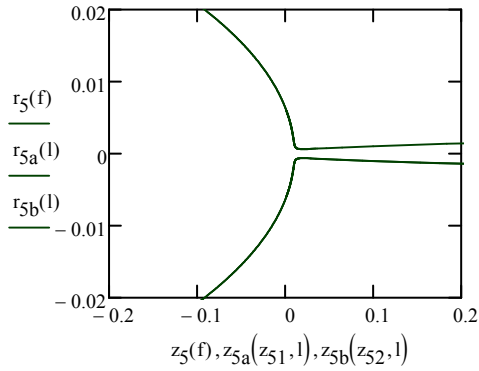
$$z_{5a}(z_{51}, l) := \text{root}(L1(R, f) - \Psi_{5a}(z_{51}, l), z_{51})$$

$$r_{5b}(l) := -6 \cdot l \cdot \text{mm}$$

$$z_{52} := -10 \cdot \text{mm}$$

$$\Psi_{5b}(z_{52}, l) := \left(\frac{r_{5b}(l)}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot a - \frac{B \cdot (r_{5b}(l))^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z_{52}) \left[1 + B \left(\frac{r_{5b}(l)}{z_{52}} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_{5b}(l)}{0.1 \cdot r_o} \right)^4$$

$$z_{5b}(z_{52}, l) := \text{root}(L1(R, f) - \Psi_{5b}(z_{52}, l), z_{52})$$



Γραμμή ροής:

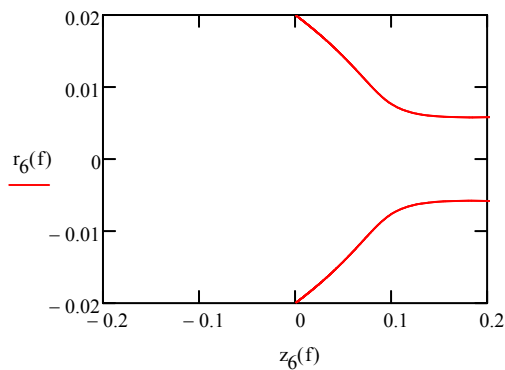
$$N1(R, f) := -50$$

$$\Psi_6(R, f) := \begin{cases} \left[\left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot a - \frac{B \cdot (r(R, f))^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^4 \right] & \text{if } 0.017 \leq f < 1.521 \\ \left[\left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot a - \frac{B \cdot (r(R, f))^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^4 \right] & \text{if } 1.62 < f < 4.663 \\ \left[\left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot a - \frac{B \cdot (r(R, f))^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^4 \right] & \text{if } 4.762 < f < 2\pi \end{cases}$$

$$R_6(f) := \text{root}(N1(R, f) - \Psi_6(R, f), R)$$

$$r_6(f) := R_6(f) \cdot \sin(f \cdot \text{rad})$$

$$z_6(f) := R_6(f) \cdot \cos(f \cdot \text{rad})$$



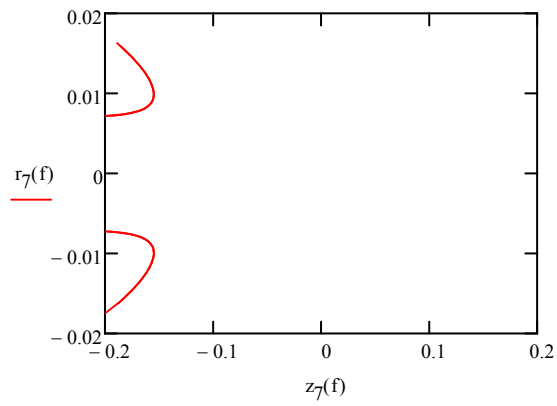
Γραμμή ροής:

$K_2(R, f) := 50$

$R_\gamma(f) := \text{root}(K_2(R, f) - \Psi_1(R, f), R)$

$r_\gamma(f) := R_\gamma(f) \cdot \sin(f \cdot \text{rad})$

$z_\gamma(f) := (R_\gamma(f)) \cdot \cos(f \cdot \text{rad})$



ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α6

Διαγράμματα 4.4-4.6

ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΕΔΙΩΝ ΡΟΗΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΑΝΑΛΥΤΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ NIMBALKAR

Γεωμετρία Σωλήνα:

Ακτίνα σωλήνα: $r_o := 10\text{mm}$

Διατομή σωλήνα: $A_v := \pi \cdot \frac{r_o^2}{4} = 7.854 \times 10^{-5} \text{m}^2$

Ακτίνα ψυχρού στομίου: $r_c := \frac{\left(\frac{3}{8}\text{in}\right)}{2} = 4.762 \times 10^{-3} \cdot \text{m}$

Μήκος σωλήνα: $L := 10\text{in}$ $L = 0.254 \cdot \text{m}$

Ακτίνα θερμής εξόδου: $r_h := 1.5\text{mm}$

Διατομή θερμής εξόδου: $A_h := \pi \cdot r_h \cdot r_o = 47.124 \cdot \text{mm}^2$

Φορές περιστροφής βαλβίδας:

Για δάφορα **N (φορές περιστροφής της βαλβίδας)**, με σταθερή την πίεση εισόδου μεταβάλλεται το κλάσμα παροχής μάζας.

Από το διάγραμμα της **εικόνας 4.1 του κεφαλαίου 4** με τα πειραματικά αποτελέσματα, εξάγουμε κάποιες τιμές για την εύρεση παραμετρικής σχέσης μεταξύ πίεσης εισόδου και κλάσματος παροχής μάζας για 2.5, 3.5, 4 φορές περιστροφής της βαλβίδας:

Για φορές περιστροφής: **N=2.5**

Πίεση εισόδου(σε kPa): Κλάσμα παροχής μάζας

$$P_{i_diag} := \begin{pmatrix} 123.326 \\ 126.774 \\ 130.221 \\ 133.669 \\ 137.116 \\ 140.563 \end{pmatrix} \quad Y_{2.5} := \begin{pmatrix} 0.21 \\ 0.22 \\ 0.225 \\ 0.23 \\ 0.23 \\ 0.24 \end{pmatrix}$$

Βρίσκουμε την παραμετρική σχέση μεταξύ της πίεσης εισόδου και του λόγου παροχών μαζών για φορές περιστροφής 2.5:

$h := 2$

$z_{2.5} := \text{regress}(P_{i_diag}, Y_{2.5}, h)$

$\text{fit}(n) := \text{interp}(z_{2.5}, P_{i_diag}, Y_{2.5}, n)$
 $\text{coeffs}_{2.5} := \text{submatrix}(z_{2.5}, 3, \text{length}(z_{2.5}) - 1, 0, 0)$

$\text{coeffs}_{2.5}^T = (-0.498 \quad 9.462 \times 10^{-3} \quad -3.004 \times 10^{-5})$

$y_{2.5}(P_{i_diag}) := -0.498 + 9.462 \times 10^{-3} \cdot P_{i_diag} - 3.004 \times 10^{-5} \cdot P_{i_diag}^2$

Παροχή μάζας εισόδου: Και η πίεση εισόδου είναι: Παροχή μάζας στο θερμό άκρο:

$m_{in} := 1.5 \frac{\text{lb}}{\text{min}}$

$P_i := 120$

$m_h := m_{in} - m_{in} \cdot y_{2.5}(P_i) = 9.016691 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$

$$m_{in} = 0.011 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \quad \gamma_{2.5}(p_i) = 0.205 \quad \rho := 1.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$p_{i2.5} := p_i \cdot \text{kPa}$$

Συντελεστές που προέκυψαν από πειράματα:

$$s1 := 67.515 \quad s2 := 0.06975 \frac{\text{min}^2}{\text{in}}$$

$$s1 = 67.515 \quad s2 = 9.886 \times 10^3 \frac{\text{s}^2}{\text{m}}$$

Συνεκτικότητα αέρα:

$$\nu := \frac{18.27 \cdot 10^{-6} \text{Pa} \cdot \text{s}}{\rho} = 1.522 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Συντελεστής τριβής βαλβίδας θερμού άκρου:

$$K(N) := 0.7833 \cdot e^{-0.1256 \cdot N} \frac{(\text{psi})}{\left(\frac{\text{lb}}{\text{min}}\right)^2}$$

$$K(2.5) = 690.319 \cdot \frac{\text{bar}}{\left(\frac{\text{kg}}{\text{s}}\right)^2}$$

Πίεση πριν τη βαλβίδα:

$$P_b := \frac{p_{i2.5} + 1 \text{atm} \cdot \left(2 \cdot \frac{\text{s1}}{\text{s}^2 \cdot \text{g}}\right)}{2 \cdot \frac{\text{s1}}{\text{g} \cdot \text{s}^2} + 1}$$

$$P_b = 1.2 \cdot \text{bar}$$

Διαφορά πίεσης πριν και μετά τη βαλβίδα:

$$DP := (m_h)^2 \cdot K(2.5)$$

$$DP = 0.056 \cdot \text{bar}$$

Πίεση στην ψυχρή έξοδο:

$$P_o := P_b - 0.2 \cdot (p_{i2.5} - P_b)$$

$$P_o = 1.199688 \cdot \text{bar}$$

$$DP_{2.5} := (m_{in} - m_{in} \cdot \gamma_{2.5})^2 \cdot K(2.5)$$

$$DP_{2.5}^T = (5.54 \times 10^3 \quad 5.401 \times 10^3 \quad 5.332 \times 10^3 \quad 5.263 \times 10^3 \quad 5.263 \times 10^3 \quad 5.127 \times 10^3) \text{Pa}$$

$$\text{mean}(DP_{2.5}) = 0.053 \cdot \text{bar}$$

Πίεση τοιχώματος:

$$P_w := 2 \cdot P_b - P_o$$

$$P_w = 1.2 \cdot \text{bar}$$

Συντελεστής τριβής ακτινικής ροής:

$$K_r := 100000 \cdot \left(\frac{1}{\text{bar}} \cdot \frac{\text{kg}^2}{\text{m}^2}\right)$$

Αριθμός Re:

$$Re := \frac{\sqrt{(P_w - P_o) \cdot K_r}}{4 \cdot \pi \cdot \rho \cdot r_o \cdot L}$$

$$Re = 84.155$$

Συντελεστής τριβής ψυχρού στομίου:

$$K_c := 0.0001 \cdot \frac{\text{s}^2}{\text{m}}$$

Συντελεστής ροϊκής συνάρτησης:

$$a := \frac{r_o \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{\text{g}}{\rho} \cdot (p_{i2.5} - P_b) \cdot K_c}}{2 \cdot Re}$$

Συντελεστής τριβής βαλβίδας:

$$a = 0.804067$$

Για την εύρεση μιας τιμής του συντελεστή τριβής της βαλβίδας χρησιμοποιώ την εξίσωση του B, θέτοντας το B=1000 και μια λογική τιμή διαφοράς πίεσης πριν και μετά τη βαλβίδα και τοποθετώντας τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του πεδίου ροής του Husssain:

$$Kh := \frac{1000 \cdot 64 \cdot 400 \text{mm} \cdot \left(1.2 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{mm}^3}\right)^2 \cdot \pi^2 \cdot \left[20 \text{mm} \cdot 1.5 \text{mm} \cdot \left(15.225 \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{s}}\right)^2\right]}{3 \cdot \text{mean}(DP_{2.5})} = 1.585 \times 10^{-13} \text{m}^2 \cdot \text{kg}$$

$$B(\text{Kh}) := \frac{\text{Kh} \cdot (\text{DP})}{L \cdot \rho \cdot A_h} \cdot 3$$

$$B(\text{Kh}) := \frac{64 \cdot \pi \cdot \rho \cdot \nu^2}{L \cdot \rho \cdot A_h} \cdot 3$$

$$B(\text{Kh}) = 3.322 \times 10^3$$

$$B := B(\text{Kh}) = 3.322 \times 10^3$$

$$c := 0$$

$$R := 0.001 \text{ mm}$$

$$f := 0.017, 0.02 \dots 2\pi$$

$$z(R, f) := R \cdot \cos(f \cdot \text{rad})$$

$$r(R, f) := R \cdot \sin(f \cdot \text{rad})$$

ροική συνάρτηση:

$$\Psi(R, f) := - \left[\left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot a \right] - \frac{B \cdot r(R, f)^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^4$$

$$O(R, f) := -25$$

$$\Psi_1(R, f) := \begin{cases} \left[\left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot a \right] - \frac{B \cdot r(R, f)^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^4 & \text{if } 0.017 \leq f < 1.561 \\ \left[\left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot a \right] - \frac{B \cdot r(R, f)^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^4 & \text{if } 1.583 < f < 4.71 \\ \left[\left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot a \right] - \frac{B \cdot r(R, f)^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^4 & \text{if } 4.718 < f \leq 2\pi \end{cases}$$

$$R_1(f) := \text{root}(O(R, f) - \Psi_1(R, f), R)$$

$$z_1(f) := R_1(f) \cdot \cos(f)$$

$$r_1(f) := R_1(f) \cdot \sin(f)$$

$$k := 1 \cdot 10^{-3}, 1.2 \cdot 10^{-3} \dots 0.01$$

$$r_{1a}(k) := k \cdot m$$

$$z_1 := 0.001 \text{ m}$$

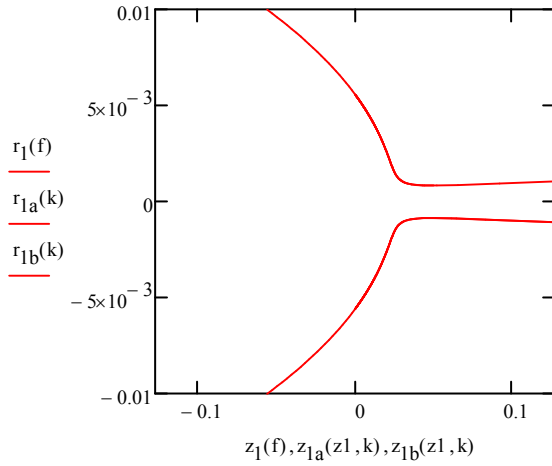
$$\Psi_{1a}(z_1, k) := \left(\frac{r_{1a}(k)}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_{1a}(k))^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z_1) \left[1 + B \left(\frac{r_{1a}(k)}{z_1} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_{1a}(k)}{0.1 \cdot r_o} \right)^4$$

$$z_{1a}(z_1, k) := \text{root}(O(R, f) - \Psi_{1a}(z_1, k), z_1)$$

$$r_{1b}(k) := -k \cdot m$$

$$\Psi_{1b}(z_1, k) := \left(\frac{r_{1b}(k)}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_{1b}(k))^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z_1) \left[1 + B \left(\frac{r_{1b}(k)}{z_1} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_{1b}(k)}{0.1 \cdot r_o} \right)^4$$

$$z_{1b}(z_1, k) := \text{root}(O(R, f) - \Psi_{1b}(z_1, k), z_1)$$



$$K2(R, f) := -50$$

$$\Psi_2(R, f) := \begin{cases} \left[\left[\left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot a \right] - \frac{B \cdot r(R, f)^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^4 \right] & \text{if } 0.017 \leq f < 1.566 \\ \left[\left[\left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot a \right] - \frac{B \cdot r(R, f)^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^4 \right] & \text{if } 1.575 < f < 4.711 \\ \left[\left[\left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot a \right] - \frac{B \cdot r(R, f)^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^4 \right] & \text{if } 4.715 < f \leq 2\pi \end{cases}$$

$$R_2(f) := \text{root}(K2(R, f) - \Psi_2(R, f), R)$$

$$r_2(f) := R_2(f) \cdot \sin(f)$$

$$z_2(f) := R_2(f) \cdot \cos(f)$$

$$u := 0.0078, 0.00785 .. 0.01$$

$$r_{2a}(u) := u \cdot m$$

$$z_2 := 0.001m$$

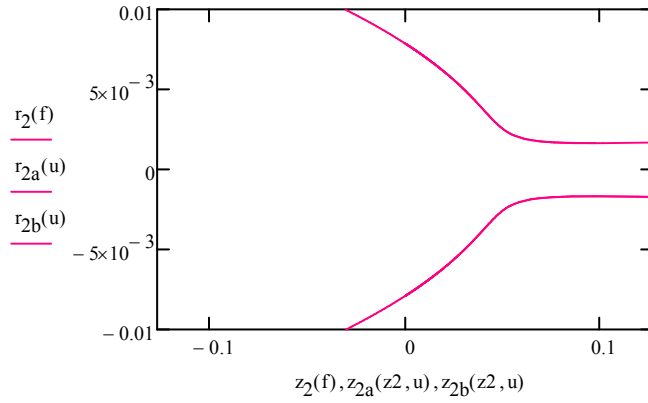
$$\Psi_{2a}(z_2, u) := \left(\frac{r_{2a}(u)}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_{2a}(u))^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z_2) \left[1 + B \left(\frac{r_{2a}(u)}{z_2} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_{2a}(u)}{0.1 \cdot r_o} \right)^4$$

$$z_{2a}(z_2, u) := \text{root}(K2(R, f) - \Psi_{2a}(z_2, u), z_2)$$

$$r_{2b}(u) := -u \cdot m$$

$$\Psi_{2b}(z_2, u) := \left(\frac{r_{2b}(u)}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_{2b}(u))^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z_2) \left[1 + B \left(\frac{r_{2b}(u)}{z_2} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_{2b}(u)}{0.1 \cdot r_o} \right)^4$$

$$z_{2b}(z_2, u) := \text{root}(K_2(R, f) - \Psi_{2b}(z_2, u), z_2)$$



$$G_1(R, f) := -5$$

$$\Psi_3(R, f) := \begin{cases} \left[- \left[\left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot a \right] - \frac{B \cdot r(R, f)^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^4 \right] & \text{if } 0.017 \leq f < 1.56 \\ \left[- \left[\left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot a \right] - \frac{B \cdot r(R, f)^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^4 \right] & \text{if } 1.587 < f < 4.71 \\ \left[- \left[\left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot a \right] - \frac{B \cdot r(R, f)^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^4 \right] & \text{if } 4.725 < f \leq 2\pi \end{cases}$$

$$R_3(f) := \text{root}(G_1(R, f) - \Psi_3(R, f), R)$$

$$z_3(f) := R_3(f) \cdot \cos(f)$$

$$r_3(f) := R_3(f) \cdot \sin(f)$$

$$h := -0.127, -0.126 \dots 0$$

$$r_3 := 10\text{m}$$

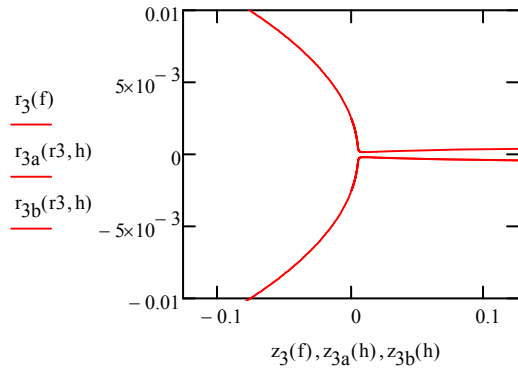
$$z_{3a}(h) := h \cdot m$$

$$\Psi_{3a}(r_3, h) := \left(\frac{r_3}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_3)^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z_{3a}(h)) \left[1 + B \left(\frac{r_3}{z_{3a}(h)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_3}{0.1 \cdot r_o} \right)^4$$

$$r_{3a}(r_3, h) := \text{root}(G_1(R, f) - \Psi_{3a}(r_3, h), r_3)$$

$$z_{3b}(h) := h \cdot m$$

$$r_{3b}(r_3, h) := -\text{root}(G1(R, f) - \Psi_{3a}(r_3, h), r_3)$$



$$H1(R, f) := 50$$

$$R_4(f) := \text{root}(H1(r, f) - \Psi(R, f, R))$$

$$z_4(f) := R_4(f) \cdot \cos(f)$$

$$r_4(f) := R_4(f) \cdot \sin(f)$$

$$q := 0.007, 0.0071 .. 0.01$$

$$r_{4a}(q) := q \cdot m$$

$$z_4 := 0.001 m$$

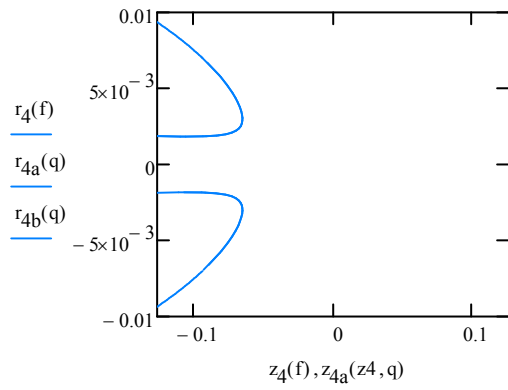
$$\Psi_{4a}(z_4, q) := \left(\frac{r_{4a}(q)}{0.1 \cdot r_0} \right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_{4a}(q))^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z_4) \left[1 + B \left(\frac{r_{4a}(q)}{z_4} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_{4a}(q)}{0.1 \cdot r_0} \right)^4$$

$$z_{4a}(z_4, q) := \text{root}(H1(R, f) - \Psi_{4a}(z_4, q), z_4)$$

$$r_{4b}(q) := -q \cdot m$$

$$\Psi_{4b}(z_4, q) := \left(\frac{r_{4b}(q)}{0.1 \cdot r_0} \right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_{4b}(q))^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z_4) \left[1 + B \left(\frac{r_{4b}(q)}{z_4} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_{4b}(q)}{0.1 \cdot r_0} \right)^4$$

$$z_{4b}(z_4, q) := \text{root}(H1(R, f) - \Psi_{4b}(z_4, q), z_4)$$



$C1(R, f) := 5$

$$R_5(f) := \text{root}(C1(R, f) - \Psi(R, f), R)$$

$$z_5(f) := R_5(f) \cdot \cos(f)$$

$$r_5(f) := R_5(f) \cdot \sin(f)$$

$$z_{5a}(h) := h \cdot m \quad r_5 := 1m$$

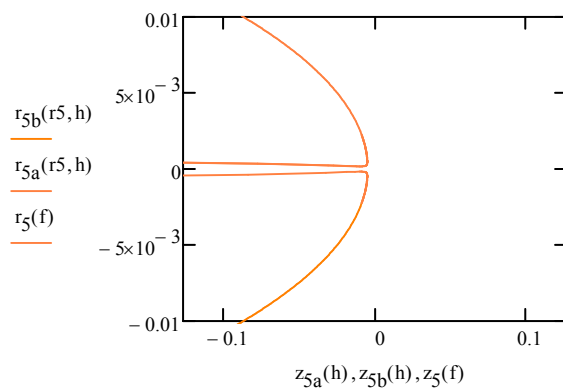
$$\Psi_{5a}(r_5, h) := \left(\frac{r_5}{0.1 \cdot r_0} \right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_5)^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z_{5a}(h)) \left[1 + B \left(\frac{r_5}{z_{5a}(h)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_5}{0.1 \cdot r_0} \right)^4$$

$$r_{5a}(r_5, h) := \text{root}(C1(R, f) - \Psi_{5a}(r_5, h), r_5)$$

$$z_{5b}(h) := h \cdot m$$

$$\Psi_{5b}(r_5, h) := \left(\frac{r_5}{0.1 \cdot r_0} \right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_5)^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z_{5b}(h)) \left[1 + B \left(\frac{r_5}{z_{5b}(h)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_5}{0.1 \cdot r_0} \right)^4$$

$$r_{5b}(r_5, h) := -\text{root}(C1(R, f) - \Psi_{5b}(r_5, h), r_5)$$



$$T1(R, f) := 0$$

$$R_6(f) := \text{root}(T1(R, f) - \Psi(R, f), R)$$

$$z_6(f) := R_6(f) \cdot \cos(f)$$

$$r_6(f) := R_6(f) \cdot \sin(f)$$

$$z_{6a}(h) := h \cdot m$$

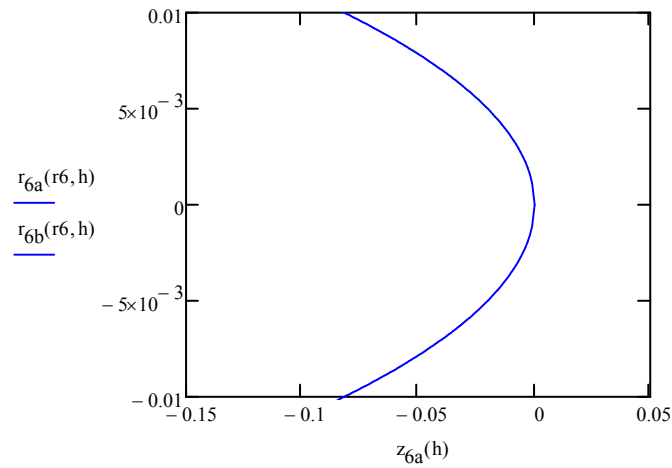
$$r_6 := 10m$$

$$\Psi_{6a}(r_6, h) := \left(\frac{r_6}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_6)^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z_{6a}(h)) \left[1 + B \left(\frac{r_6}{z_{6a}(h)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_6}{0.1 \cdot r_o} \right)^4$$

$$r_{6a}(r_6, h) := \text{root}(T1(R, f) - \Psi_{6a}(r_6, h), r_6)$$

$$z_{6b}(h) := h \cdot m$$

$$r_{6b}(r_6, h) := -\text{root}(T1(R, f) - \Psi_{6a}(r_6, h), r_6)$$



$$U(R, f) := 25$$

$$R_7(f) := \text{root}(U(r, f) - \Psi(R, f), R)$$

$$z_7(f) := R_7(f) \cdot \cos(f)$$

$$r_7(f) := R_7(f) \cdot \sin(f)$$

$$mn := -0.127, -0.126 \dots -0.04$$

$$z_{7a}(mn) := mn \cdot m$$

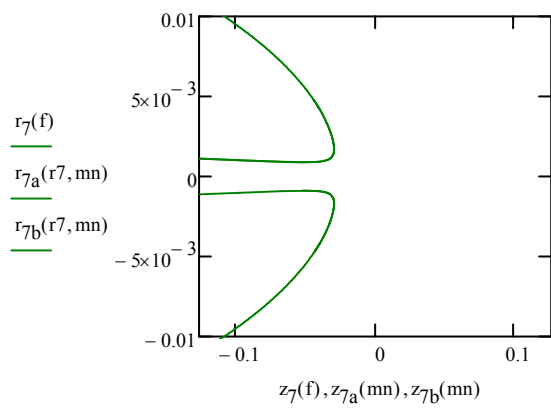
$$r_7 := 10m$$

$$\Psi_{7a}(r_7, mn) := \left(\frac{r_7}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_7)^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z_{7a}(mn)) \left[1 + B \left(\frac{r_7}{z_{7a}(mn)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_7}{0.1 \cdot r_o} \right)^4$$

$$r_{7a}(r_7, mn) := \text{root}(U(R, f) - \Psi_{7a}(r_7, mn), r_7)$$

$$z_{7b}(mn) := mn \cdot m$$

$$r_{7b}(r_7, mn) := -\text{root}(U(R, f) - \Psi_{7a}(r_7, mn), r_7)$$



ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α7

Για φορές περιστροφής

N=3.5 (Διαγράμματα 4.7-4.9)

Πίεση εισόδου(σε kPa):

Κλάσμα παροχής μάζας

$$P_{i_diag} := \begin{pmatrix} 123.326 \\ 126.774 \\ 130.221 \\ 133.669 \\ 137.116 \\ 140.563 \end{pmatrix} \quad Y_{3.5} := \begin{pmatrix} 0.067 \\ 0.075 \\ 0.082 \\ 0.085 \\ 0.087 \\ 0.1 \end{pmatrix}$$

Βρίσκουμε την παραμετρική σχέση μεταξύ της πίεσης εισόδου και του λόγου παροχών μαζών για φορές περιστροφής 3.5:

$$h := 2$$

$$z_{3.5} := \text{regress}(P_{i_diag}, Y_{3.5}, h)$$

$$\text{fit}(n) := \text{interp}(z_{3.5}, P_{i_diag}, Y_{3.5}, n)$$

$$\text{coeffs}_{3.5} := \text{submatrix}(z_{3.5}, 3, \text{length}(z_{3.5}) - 1, 0, 0)$$

$$\text{coeffs}_{3.5}^T = \begin{pmatrix} -9.751 \times 10^{-3} & -2.938 \times 10^{-4} & 7.52 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

$$y_{3.5}(P_{i_diag}) := -\left(9.751 \times 10^{-3}\right) - \left(2.938 \times 10^{-4}\right) \cdot P_{i_diag} + 7.52 \times 10^{-6} \cdot P_{i_diag}^2$$

Παροχή μάζας εισόδου:

$$m_{in} := 1.5 \frac{\text{lb}}{\text{min}}$$

$$m_{in} = 0.011 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Αρχικά θεωρούμε πως περιστρέφουμε τη βαλβίδα κατὰ **3.5 φορές**:

Και η πίεση εισόδου είναι:

Παροχή μάζας στο θερμό άκρο:

$$P_i := 140$$

$$m_h := m_{in} - m_{in} \cdot y_{3.5}(P_i) = 0.010245 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$y_{3.5}(P_i) = 0.097$$

Πυκνότητα:

$$P_{i3.5} := P_i \cdot \text{kPa}$$

$$\rho := 1.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Συντελεστές που προέκυψαν από πειράματα:

Συνεκτικότητα αέρα:

$$s1 := 67.515$$

$$s1 = 67.515$$

$$\nu := \frac{18.27 \cdot 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s}}{\rho} = 1.522 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$s2 := 0.06975 \frac{\text{min}^2}{\text{in}}$$

$$s2 = 9.886 \times 10^3 \frac{\text{s}^2}{\text{m}}$$

Συντελεστής τριβής βαλβίδας:

Πίεση πριν τη βαλβίδα:

$$K(N) := 0.7833 \cdot e^{-0.1256 \cdot N \frac{(\text{psi})}{\left(\frac{\text{lb}}{\text{min}}\right)^2}}$$

$$P_b := \frac{P_{i3.5} + 1 \text{ atm} \cdot \left(2 \cdot \frac{\text{s1}}{\text{s}^2 \cdot \text{g}}\right)}{2 \cdot \frac{\text{s1}}{\text{g} \cdot \text{s}^2} + 1}$$

$$K(3.5) = 608.839 \cdot \frac{\text{bar}}{\left(\frac{\text{kg}}{\text{s}}\right)^2}$$

$$P_b = 1.399 \cdot \text{bar}$$

Διαφορά πίεσης πριν και μετά τη βαλβίδα:

$$DP := (m_h)^2 \cdot K(3.5)$$

$$DP = 0.064 \cdot \text{bar}$$

$$DP_{3.5} := (m_{in} - m_{in} \cdot Y_{3.5})^2 \cdot K(3.5)$$

$$DP_{3.5}^T = (6.815 \times 10^3 \quad 6.699 \times 10^3 \quad 6.598 \times 10^3 \quad 6.555 \times 10^3 \quad 6.526 \times 10^3 \quad 6.342 \times 10^3) \text{ Pa}$$

$$\text{mean}(DP_{3.5}) = 0.066 \cdot \text{bar}$$

Πίεση στην ψυχρή έξοδο:

$$P_o := P_b - 0.2 \cdot (p_{i3.5} - P_b)$$

$$P_o = 1.399354 \cdot \text{bar}$$

Πίεση τοιχώματος:

$$P_w := 2 \cdot P_b - P_o$$

$$P_w = 1.4 \cdot \text{bar}$$

Συντελεστής τριβής ακτινικής ροής:

$$K_r := 100000 \cdot \left(\frac{1}{\text{bar}} \cdot \frac{\text{kg}^2}{\text{m}^2} \right)$$

Αριθμός Re:

$$Re := \frac{\sqrt{(P_w - P_o) \cdot K_r}}{4 \cdot \pi \cdot \rho \cdot r_o \cdot L}$$

$$Re = 121.106$$

Συντελεστής τριβής ψυχρού στομίου:

$$K_c := 0.0001 \cdot \frac{\text{s}^2}{\text{m}}$$

Συντελεστής ροικής συνάρτησης:

$$a := \frac{\frac{r_o}{\nu} \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{\text{g}}{\rho} \cdot (p_{i3.5} - P_b) \cdot K_c}}{2 \cdot Re}$$

$$a = 0.804067$$

Συντελεστής τριβής βαλβίδας:

$$Kh := \frac{1000 \cdot 64 \cdot 400 \text{ mm} \cdot \left(1.2 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{mm}^3} \right)^2 \cdot \pi^2 \cdot \left[20 \text{ mm} \cdot 1.5 \text{ mm} \cdot \left(15.225 \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{s}} \right)^2 \right]}{3 \cdot \text{mean}(DP_{3.5})} = 1.28 \times 10^{-13} \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

Συντελεστής B:

$$B(Kh) := \frac{\frac{Kh \cdot (DP)}{L \cdot \rho \cdot A_h} \cdot 3}{64 \cdot \pi \cdot \rho \cdot \nu^2}$$

$$B(Kh) = 3.055 \times 10^3$$

$$B := B(Kh) = 3.055 \times 10^3$$

$$c := 0$$

$$R := 0.001 \text{ mm}$$

$$f := 0.017, 0.02 \dots 2\pi$$

$$z(R, f) := R \cdot \cos(f \cdot \text{rad})$$

$$r(R, f) := R \cdot \sin(f \cdot \text{rad})$$

ροική συνάρτηση:

$$\Psi(R, f) := - \left[\left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot a \right] - \frac{B \cdot r(R, f)^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^4$$

$$O(R, f) := -25$$

$$\Psi_1(R, f) := \begin{cases} \left[- \left[\left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot a \right] - \frac{B \cdot r(R, f)^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^4 \right] & \text{if } 0.017 \leq f < 1.561 \\ \left[- \left[\left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot a \right] - \frac{B \cdot r(R, f)^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^4 \right] & \text{if } 1.583 < f < 4.71 \\ \left[- \left[\left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot a \right] - \frac{B \cdot r(R, f)^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^4 \right] & \text{if } 4.718 < f \leq 2\pi \end{cases}$$

$$R_1(f) := \text{root}(O(R, f) - \Psi_1(R, f), R)$$

$$z_1(f) := R_1(f) \cdot \cos(f)$$

$$r_1(f) := R_1(f) \cdot \sin(f)$$

$$k := 1 \cdot 10^{-3}, 1.2 \cdot 10^{-3} \dots 0.01$$

$$r_{1a}(k) := k \cdot m$$

$$z_1 := 0.001 \text{ m}$$

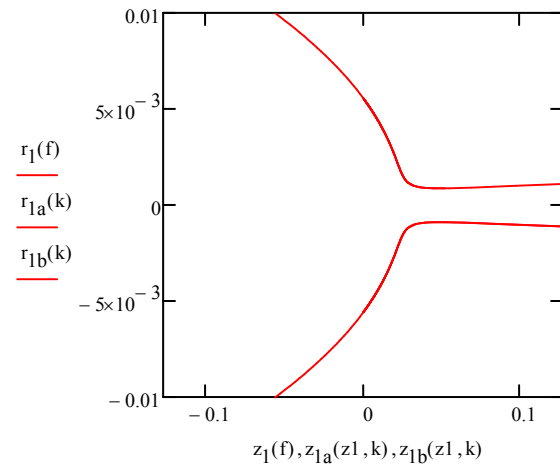
$$\Psi_{1a}(z_1, k) := \left(\frac{r_{1a}(k)}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_{1a}(k))^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z_1) \left[1 + B \left(\frac{r_{1a}(k)}{z_1} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_{1a}(k)}{0.1 \cdot r_o} \right)^4$$

$$z_{1a}(z_1, k) := \text{root}(O(R, f) - \Psi_{1a}(z_1, k), z_1)$$

$$r_{1b}(k) := -k \cdot m$$

$$\Psi_{1b}(z_1, k) := \left(\frac{r_{1b}(k)}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_{1b}(k))^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z_1) \left[1 + B \left(\frac{r_{1b}(k)}{z_1} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_{1b}(k)}{0.1 \cdot r_o} \right)^4$$

$$z_{1b}(z_1, k) := \text{root}(O(R, f) - \Psi_{1b}(z_1, k), z_1)$$



$$K2(R, f) := -50$$

$$\Psi_2(R, f) := \begin{cases} \left[-\left[\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_0} \right]^2 \cdot a - \frac{B \cdot r(R, f)^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_0} \right)^4 \right] & \text{if } 0.017 \leq f < 1.566 \\ \left[-\left[\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_0} \right]^2 \cdot a - \frac{B \cdot r(R, f)^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_0} \right)^4 \right] & \text{if } 1.575 < f < 4.711 \\ \left[-\left[\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_0} \right]^2 \cdot a - \frac{B \cdot r(R, f)^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_0} \right)^4 \right] & \text{if } 4.715 < f \leq 2\pi \end{cases}$$

$$R_2(f) := \text{root}(K2(R, f) - \Psi_2(R, f), R)$$

$$r_2(f) := R_2(f) \cdot \sin(f)$$

$$z_2(f) := R_2(f) \cdot \cos(f)$$

$$u := 0.0078, 0.00785 \dots 0.01$$

$$r_{2a}(u) := u \cdot m$$

$$z_2 := 0.001m$$

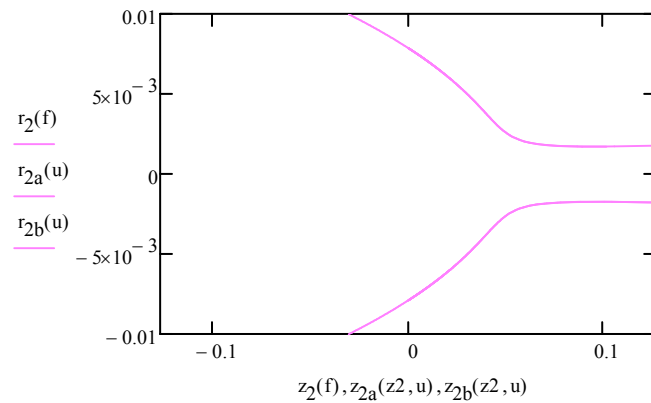
$$\Psi_{2a}(z_2, u) := \left(\frac{r_{2a}(u)}{0.1 \cdot r_0} \right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_{2a}(u))^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z_2) \left[1 + B \left(\frac{r_{2a}(u)}{z_2} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_{2a}(u)}{0.1 \cdot r_0} \right)^4$$

$$z_{2a}(z_2, u) := \text{root}(K2(R, f) - \Psi_{2a}(z_2, u), z_2)$$

$$r_{2b}(u) := -u \cdot m$$

$$\Psi_{2b}(z_2, u) := \left(\frac{r_{2b}(u)}{0.1 \cdot r_0} \right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_{2b}(u))^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z_2) \left[1 + B \left(\frac{r_{2b}(u)}{z_2} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_{2b}(u)}{0.1 \cdot r_0} \right)^4$$

$$z_{2b}(z_2, u) := \text{root}(K2(R, f) - \Psi_{2b}(z_2, u), z_2)$$



$G1(R, f) := -5$

$$\Psi_3(R, f) := \begin{cases} \left[-\left[\frac{r(R, f)^2}{0.1 \cdot r_0} \right] \cdot a - \frac{B \cdot r(R, f)^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_0} \right)^4 \right] & \text{if } 0.017 \leq f < 1.56 \\ \left[-\left[\frac{r(R, f)^2}{0.1 \cdot r_0} \right] \cdot a - \frac{B \cdot r(R, f)^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_0} \right)^4 \right] & \text{if } 1.587 < f < 4.71 \\ \left[-\left[\frac{r(R, f)^2}{0.1 \cdot r_0} \right] \cdot a - \frac{B \cdot r(R, f)^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_0} \right)^4 \right] & \text{if } 4.725 < f \leq 2\pi \end{cases}$$

$$R_3(f) := \text{root}(G1(R, f) - \Psi_3(R, f), R)$$

$$z_3(f) := R_3(f) \cdot \cos(f)$$

$$r_3(f) := R_3(f) \cdot \sin(f)$$

$$h := -0.127, -0.126..0$$

$$r_3 := 10\text{m}$$

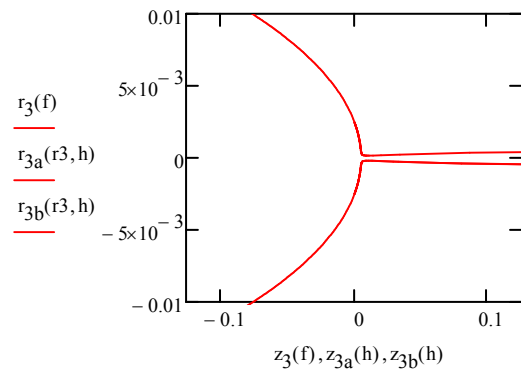
$$z_{3a}(h) := h - m$$

$$\Psi_{3a}(r_3, h) := \left(\frac{r_3}{0.1 \cdot r_0} \right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_3)^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z_{3a}(h)) \left[1 + B \left(\frac{r_3}{z_{3a}(h)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_3}{0.1 \cdot r_0} \right)^4$$

$$r_{3a}(r_3, h) := \text{root}(G1(R, f) - \Psi_{3a}(r_3, h), r_3)$$

$$z_{3b}(h) := h - m$$

$$r_{3b}(r_3, h) := -\text{root}(G1(R, f) - \Psi_{3a}(r_3, h), r_3)$$



$H1(R, f) := 50$

$$R_4(f) := \text{root}(H1(r, f) - \Psi(R, f), R)$$

$$z_4(f) := R_4(f) \cdot \cos(f)$$

$$r_4(f) := R_4(f) \cdot \sin(f)$$

$$q := 0.007, 0.0071..0.01$$

$$r_{4a}(q) := q \cdot m$$

$$z_4 := 0.001\text{m}$$

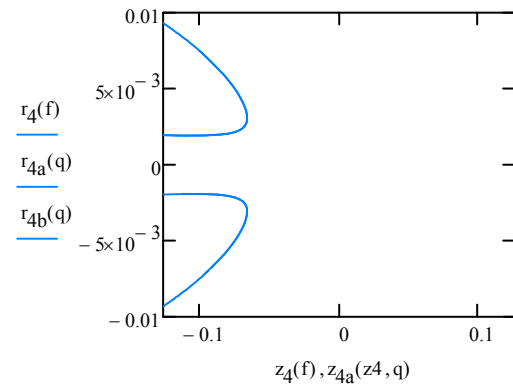
$$\Psi_{4a}(z4, q) := \left(\frac{r_{4a}(q)}{0.1 \cdot r_o}\right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_{4a}(q))^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z4) \left[1 + B \left(\frac{r_{4a}(q)}{z4}\right)^2\right]} + c \cdot \left(\frac{r_{4a}(q)}{0.1 \cdot r_o}\right)^4$$

$$z_{4a}(z4, q) := \text{root}(H1(R, f) - \Psi_{4a}(z4, q), z4)$$

$$r_{4b}(q) := -q \cdot m$$

$$\Psi_{4b}(z4, q) := \left(\frac{r_{4b}(q)}{0.1 \cdot r_o}\right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_{4b}(q))^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z4) \left[1 + B \left(\frac{r_{4b}(q)}{z4}\right)^2\right]} + c \cdot \left(\frac{r_{4b}(q)}{0.1 \cdot r_o}\right)^4$$

$$z_{4b}(z4, q) := \text{root}(H1(R, f) - \Psi_{4b}(z4, q), z4)$$



$$C1(R, f) := 5$$

$$R_5(f) := \text{root}(C1(R, f) - \Psi(R, f), R)$$

$$z_5(f) := R_5(f) \cdot \cos(f)$$

$$r_5(f) := R_5(f) \cdot \sin(f)$$

$$z_{5a}(h) := h \cdot m \quad r_5 := 1m$$

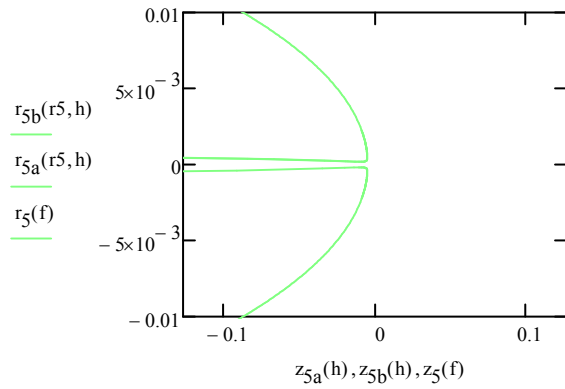
$$\Psi_{5a}(r5, h) := \left(\frac{r_5}{0.1 \cdot r_o}\right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_5)^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z_{5a}(h)) \left[1 + B \left(\frac{r_5}{z_{5a}(h)}\right)^2\right]} + c \cdot \left(\frac{r_5}{0.1 \cdot r_o}\right)^4$$

$$r_{5a}(r5, h) := \text{root}(C1(R, f) - \Psi_{5a}(r5, h), r5)$$

$$z_{5b}(h) := h \cdot m$$

$$\Psi_{5b}(r5, h) := \left(\frac{r_5}{0.1 \cdot r_o}\right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_5)^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z_{5b}(h)) \left[1 + B \left(\frac{r_5}{z_{5b}(h)}\right)^2\right]} + c \cdot \left(\frac{r_5}{0.1 \cdot r_o}\right)^4$$

$$r_{5b}(r5, h) := -\text{root}(C1(R, f) - \Psi_{5b}(r5, h), r5)$$



$$T1(R, f) := 0$$

$$R_6(f) := \text{root}(T1(R, f) - \Psi(R, f), R)$$

$$z_6(f) := R_6(f) \cdot \cos(f)$$

$$r_6(f) := R_6(f) \cdot \sin(f)$$

$$z_{6a}(h) := h \cdot m$$

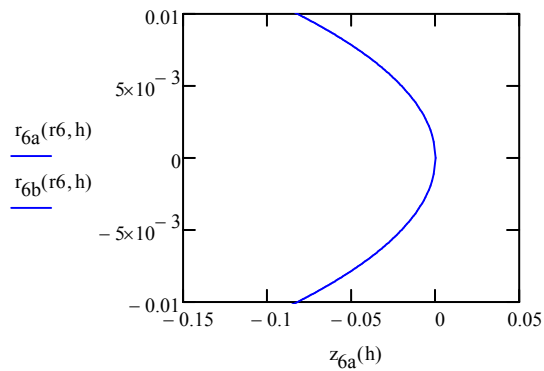
$$r_6 := 10m$$

$$\Psi_{6a}(r_6, h) := \left(\frac{r_6}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_6)^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z_{6a}(h)) \left[1 + B \left(\frac{r_6}{z_{6a}(h)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_6}{0.1 \cdot r_o} \right)^4$$

$$r_{6a}(r_6, h) := \text{root}(T1(R, f) - \Psi_{6a}(r_6, h), r_6)$$

$$z_{6b}(h) := h \cdot m$$

$$r_{6b}(r_6, h) := -\text{root}(T1(R, f) - \Psi_{6a}(r_6, h), r_6)$$



$$U(R, f) := 25$$

$$R_7(f) := \text{root}(U(r, f) - \Psi(R, f), R)$$

$$z_7(f) := R_7(f) \cdot \cos(f)$$

$$r_7(f) := R_7(f) \cdot \sin(f)$$

$$mn := -0.127, -0.126 \dots -0.04$$

$$z_{7a}(mn) := mn \cdot m$$

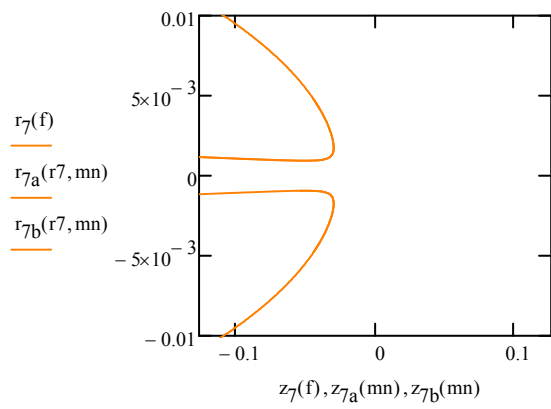
$$r_7 := 10m$$

$$\Psi_{7a}(r7, mn) := \left(\frac{r7}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r7)^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z_{7a}(mn)) \left[1 + B \left(\frac{r7}{z_{7a}(mn)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r7}{0.1 \cdot r_o} \right)^4$$

$$r_{7a}(r7, mn) := \text{root}(U(R, f) - \Psi_{7a}(r7, mn), r7)$$

$$z_{7b}(mn) := mn \cdot m$$

$$r_{7b}(r7, mn) := -\text{root}(U(R, f) - \Psi_{7a}(r7, mn), r7)$$



ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α8

Για φορές περιστροφής:

N=4

Διαγράμματα 4.10-4.12

Πίεση εισόδου(σε kPa):

Κλάσμα παροχής μάζας

$$P_{i_diag} := \begin{pmatrix} 123.326 \\ 126.774 \\ 130.221 \\ 133.669 \\ 137.116 \\ 140.563 \end{pmatrix} \quad Y_4 := \begin{pmatrix} 0.03 \\ 0.04 \\ 0.042 \\ 0.041 \\ 0.045 \\ 0.06 \end{pmatrix}$$

Βρίσκουμε την παραμετρική σχέση μεταξύ της πίεσης εισόδου και του λόγου παροχών μαζών για φορές περιστροφής 4:

$$h := 2$$

$$v_4 := \text{regress}(P_{i_diag}, Y_4, h)$$

$$\text{fit}(n) := \text{interp}(v_4, P_{i_diag}, Y_4, n)$$

$$\text{coeffs}_4 := \text{submatrix}(v_4, 3, \text{length}(v_4) - 1, 0, 0)$$

$$\text{coeffs}_4^T = \begin{pmatrix} 0.725 & -0.012 & 4.958 \times 10^{-5} \end{pmatrix}$$

$$y_4(P_{i_diag}) := 0.725 - 0.012 \cdot P_{i_diag} + 4.958 \times 10^{-5} \cdot P_{i_diag}^2$$

Τώρα λαμβάνουμε **μία** σταθερή πίεση εισόδου:

Και η πίεση εισόδου είναι:

Παροχή μάζας εισόδου:

Παροχή μάζας στο θερμό άκρο:

$$P_i := 140$$

$$m_{in} := 1.5 \frac{\text{lb}}{\text{min}}$$

$$m_h := m_{in} - m_{in} \cdot y_4(P_i) = 0.01115 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$y_4(P_i) = 0.017$$

$$m_{in} = 0.011 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$\rho := 1.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$P_{i4} := P_i \cdot \text{kPa}$$

Συντελεστές που προέκυψαν από πειράματα:

Συνεκτικότητα αέρα:

$$s1 := 67.515 \quad s2 := 0.06975 \frac{\text{min}^2}{\text{in}}$$

$$\nu := \frac{18.27 \cdot 10^{-6} \text{Pa} \cdot \text{s}}{\rho} = 1.522 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$s1 = 67.515 \quad s2 = 9.886 \times 10^3 \frac{\text{s}^2}{\text{m}}$$

Συντελεστής τριβής βαλβίδας θερμού άκρου:

Πίεση πριν τη βαλβίδα:

$$K(N) := 0.7833 \cdot e^{-0.1256 \cdot N} \frac{(\text{psi})}{\left(\frac{\text{lb}}{\text{min}}\right)^2}$$

$$P_b := \frac{P_{i4} + 1 \text{atm} \cdot \left(2 \cdot \frac{\text{s1}}{\text{s}^2 \cdot \text{g}}\right)}{2 \cdot \frac{\text{s1}}{\text{g} \cdot \text{s}^2} + 1}$$

$$K(4) = 571.78 \cdot \frac{\text{bar}}{\left(\frac{\text{kg}}{\text{s}}\right)^2}$$

$$P_b = 1.399 \cdot \text{bar}$$

Διαφορά πίεσης πριν και μετά τη βαλβίδα:

$$DP := (m_h)^2 \cdot K(4)$$

$$DP = 0.071 \cdot \text{bar}$$

$$DP_4 := (m_{in} - m_{in} \cdot Y_4)^2 \cdot K(4)$$

$$DP_4^T = (6.918 \times 10^3 \quad 6.776 \times 10^3 \quad 6.748 \times 10^3 \quad 6.762 \times 10^3 \quad 6.706 \times 10^3 \quad 6.497 \times 10^3) \text{ Pa}$$

$$\text{mean}(DP_4) = 0.067 \cdot \text{bar}$$

Πίεση στην ψυχρή έξοδο:

$$P_o := P_b - 0.2 \cdot (p_{i4} - P_b)$$

$$P_o = 1.399354 \cdot \text{bar}$$

Πίεση τοιχώματος:

$$P_w := 2 \cdot P_b - P_o$$

$$P_w = 1.39957 \cdot \text{bar}$$

Συντελεστής τριβής ακτινικής ροής:

$$K_r := 100000 \cdot \left(\frac{1}{\text{bar}} \cdot \frac{\text{kg}^2}{\text{m}^2} \right)$$

Αριθμός Re:

$$Re := \frac{\sqrt{(P_w - P_o) \cdot K_r}}{4 \cdot \pi \cdot \rho \cdot r_o \cdot L}$$

$$Re = 121.106204$$

Συντελεστής τριβής ψυχρού στομίου:

$$K_c := 0.0001 \cdot \frac{\text{s}^2}{\text{m}}$$

Συντελεστής ροϊκής συνάρτησης:

$$a := \frac{\frac{r_o}{\nu} \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{\text{g}}{\rho} \cdot (p_{i4} - P_b) \cdot K_c}}{2 \cdot Re}$$

$$a = 0.804067$$

Συντελεστής τριβής βαλβίδας:

Για την εύρεση μιας τιμής του συντελεστή τριβής της βαλβίδας χρησιμοποιώ την εξίσωση του B. Θέτοντας το B=1000 και μια λογική τιμή διαφοράς πίεσης πριν και μετά τη βαλβίδα και τοποθετώντας τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του πεδίου ροής του Hussain:

$$Kh := \frac{1000 \cdot 64 \cdot 400 \text{ mm} \cdot \left(1.2 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{mm}^3} \right)^2 \cdot \pi^2 \cdot \left[20 \text{ mm} \cdot 1.5 \text{ mm} \cdot \left(15.225 \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{s}} \right)^2 \right]}{3 \cdot \text{mean}(DP_4)} = 1.252 \times 10^{-13} \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

$$B(Kh) := \frac{\frac{Kh \cdot (DP)}{L \cdot \rho \cdot A_h} \cdot 3}{64 \cdot \pi \cdot \rho \cdot \nu^2}$$

$$B(Kh) = 3.32435 \times 10^3$$

$$B := B(Kh) = 3.324 \times 10^3$$

$$c := 0$$

$$R := 0.001 \text{ mm}$$

$$f := 0.017, 0.02 \dots 2\pi$$

$$z(R, f) := R \cdot \cos(f \cdot \text{rad})$$

$$r(R, f) := R \cdot \sin(f \cdot \text{rad})$$

ροϊκή συνάρτηση:

$$\Psi(R, f) := - \left[\left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot a \right] - \frac{B \cdot r(R, f)^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^4$$

$$O(R, f) := -25$$

$$\Psi_1(R, f) := \begin{cases} \left[-\left[\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right]^2 \cdot a - \frac{B \cdot r(R, f)^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^4 \right] & \text{if } 0.017 \leq f < 1.561 \\ \left[-\left[\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right]^2 \cdot a - \frac{B \cdot r(R, f)^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^4 \right] & \text{if } 1.583 < f < 4.71 \\ \left[-\left[\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right]^2 \cdot a - \frac{B \cdot r(R, f)^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_o} \right)^4 \right] & \text{if } 4.718 < f \leq 2\pi \end{cases}$$

$$R_1(f) := \text{root}(O(R, f) - \Psi_1(R, f), R)$$

$$z_1(f) := R_1(f) \cdot \cos(f)$$

$$r_1(f) := R_1(f) \cdot \sin(f)$$

$$k := 1 \cdot 10^{-3}, 1.2 \cdot 10^{-3} \dots 0.01$$

$$r_{1a}(k) := k \cdot m$$

$$z_1 := 0.001m$$

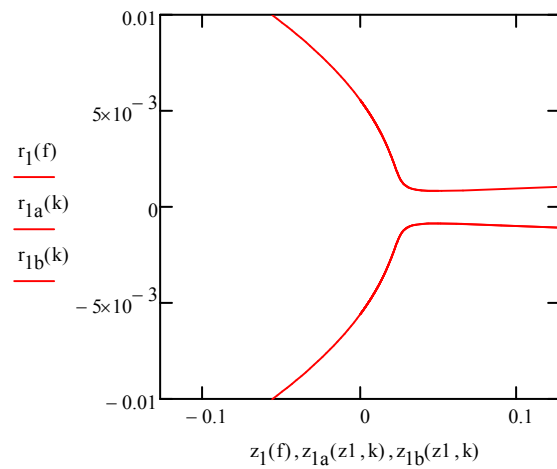
$$\Psi_{1a}(z_1, k) := \left(\frac{r_{1a}(k)}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_{1a}(k))^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z_1) \left[1 + B \left(\frac{r_{1a}(k)}{z_1} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_{1a}(k)}{0.1 \cdot r_o} \right)^4$$

$$z_{1a}(z_1, k) := \text{root}(O(R, f) - \Psi_{1a}(z_1, k), z_1)$$

$$r_{1b}(k) := -k \cdot m$$

$$\Psi_{1b}(z_1, k) := \left(\frac{r_{1b}(k)}{0.1 \cdot r_o} \right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_{1b}(k))^2}{(0.1 \cdot r_o \cdot z_1) \left[1 + B \left(\frac{r_{1b}(k)}{z_1} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_{1b}(k)}{0.1 \cdot r_o} \right)^4$$

$$z_{1b}(z_1, k) := \text{root}(O(R, f) - \Psi_{1b}(z_1, k), z_1)$$



$$K2(R, f) := -50$$

$$\Psi_2(R, f) := \begin{cases} \left[\left[\left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_0} \right)^2 \cdot a \right] - \frac{B \cdot r(R, f)^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_0} \right)^4 \right] & \text{if } 0.017 \leq f < 1.566 \\ \left[\left[\left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_0} \right)^2 \cdot a \right] - \frac{B \cdot r(R, f)^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_0} \right)^4 \right] & \text{if } 1.575 < f < 4.711 \\ \left[\left[\left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_0} \right)^2 \cdot a \right] - \frac{B \cdot r(R, f)^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_0} \right)^4 \right] & \text{if } 4.715 < f \leq 2\pi \end{cases}$$

$$R_2(f) := \text{root}(K2(R, f) - \Psi_2(R, f), R)$$

$$r_2(f) := R_2(f) \cdot \sin(f)$$

$$z_2(f) := R_2(f) \cdot \cos(f)$$

$$u := 0.0078, 0.00785 .. 0.01$$

$$r_{2a}(u) := u \cdot m$$

$$z_2 := 0.001m$$

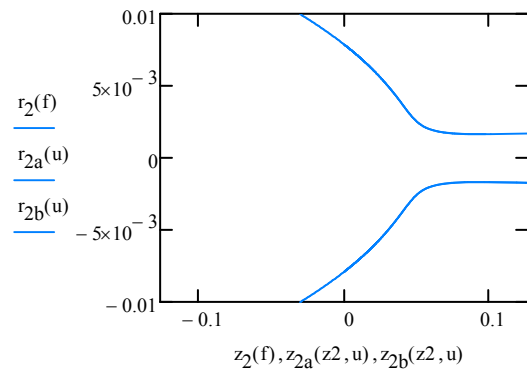
$$\Psi_{2a}(z_2, u) := \left(\frac{r_{2a}(u)}{0.1 \cdot r_0} \right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_{2a}(u))^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z_2) \left[1 + B \left(\frac{r_{2a}(u)}{z_2} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_{2a}(u)}{0.1 \cdot r_0} \right)^4$$

$$z_{2a}(z_2, u) := \text{root}(K2(R, f) - \Psi_{2a}(z_2, u), z_2)$$

$$r_{2b}(u) := -u \cdot m$$

$$\Psi_{2b}(z_2, u) := \left(\frac{r_{2b}(u)}{0.1 \cdot r_0} \right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_{2b}(u))^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z_2) \left[1 + B \left(\frac{r_{2b}(u)}{z_2} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_{2b}(u)}{0.1 \cdot r_0} \right)^4$$

$$z_{2b}(z_2, u) := \text{root}(K2(R, f) - \Psi_{2b}(z_2, u), z_2)$$



G1(R, f) := -5

$$\Psi_3(R, f) := \begin{cases} \left[-\left[\left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_0} \right)^2 \cdot a \right] - \frac{B \cdot r(R, f)^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_0} \right)^4 \right] & \text{if } 0.017 \leq f < 1.56 \\ \left[-\left[\left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_0} \right)^2 \cdot a \right] - \frac{B \cdot r(R, f)^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_0} \right)^4 \right] & \text{if } 1.587 < f < 4.71 \\ \left[-\left[\left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_0} \right)^2 \cdot a \right] - \frac{B \cdot r(R, f)^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z(R, f)) \left[1 + B \left(\frac{r(R, f)}{z(R, f)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r(R, f)}{0.1 \cdot r_0} \right)^4 \right] & \text{if } 4.725 < f \leq 2\pi \end{cases}$$

$$R_3(f) := \text{root}(G1(R, f) - \Psi_3(R, f), R)$$

$$z_3(f) := R_3(f) \cdot \cos(f)$$

$$r_3(f) := R_3(f) \cdot \sin(f)$$

$$h := -0.127, -0.126..0$$

$$r_3 := 10\text{m}$$

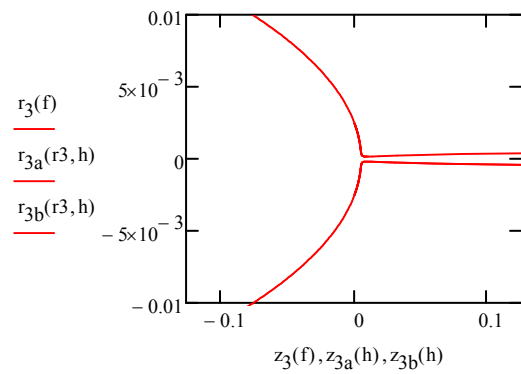
$$z_{3a}(h) := h \cdot \text{m}$$

$$\Psi_{3a}(r_3, h) := \left(\frac{r_3}{0.1 \cdot r_0} \right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_3)^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z_{3a}(h)) \left[1 + B \left(\frac{r_3}{z_{3a}(h)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_3}{0.1 \cdot r_0} \right)^4$$

$$r_{3a}(r_3, h) := \text{root}(G1(R, f) - \Psi_{3a}(r_3, h), r_3)$$

$$z_{3b}(h) := h \cdot \text{m}$$

$$r_{3b}(r_3, h) := -\text{root}(G1(R, f) - \Psi_{3a}(r_3, h), r_3)$$



H1(R, f) := 50

$$R_4(f) := \text{root}(H1(r, f) - \Psi(R, f), R)$$

$$z_4(f) := R_4(f) \cdot \cos(f)$$

$$r_4(f) := R_4(f) \cdot \sin(f)$$

$$q := 0.007, 0.0071 .. 0.01$$

$$r_{4a}(q) := q \cdot m$$

$$z_4 := 0.001 m$$

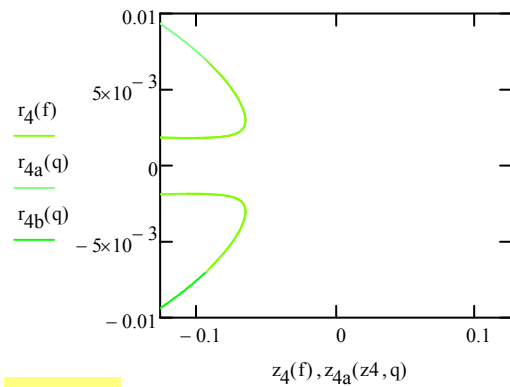
$$\Psi_{4a}(z_4, q) := \left(\frac{r_{4a}(q)}{0.1 \cdot r_0} \right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_{4a}(q))^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z_4) \left[1 + B \left(\frac{r_{4a}(q)}{z_4} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_{4a}(q)}{0.1 \cdot r_0} \right)^4$$

$$z_{4a}(z_4, q) := \text{root}(H1(R, f) - \Psi_{4a}(z_4, q), z_4)$$

$$r_{4b}(q) := -q \cdot m$$

$$\Psi_{4b}(z_4, q) := \left(\frac{r_{4b}(q)}{0.1 \cdot r_0} \right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_{4b}(q))^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z_4) \left[1 + B \left(\frac{r_{4b}(q)}{z_4} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_{4b}(q)}{0.1 \cdot r_0} \right)^4$$

$$z_{4b}(z_4, q) := \text{root}(H1(R, f) - \Psi_{4b}(z_4, q), z_4)$$



$$C1(R, f) := 5$$

$$R_5(f) := \text{root}(C1(R, f) - \Psi(R, f), R)$$

$$z_5(f) := R_5(f) \cdot \cos(f)$$

$$r_5(f) := R_5(f) \cdot \sin(f)$$

$$z_{5a}(h) := h \cdot m$$

$$r_5 := 1 m$$

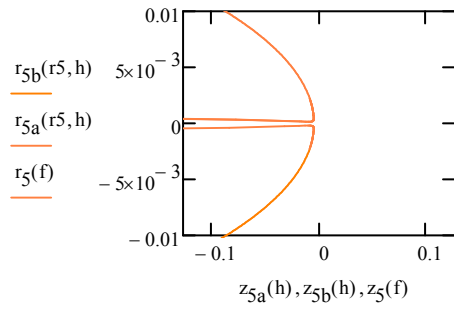
$$\Psi_{5a}(r_5, h) := \left(\frac{r_5}{0.1 \cdot r_0} \right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_5)^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z_{5a}(h)) \left[1 + B \left(\frac{r_5}{z_{5a}(h)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_5}{0.1 \cdot r_0} \right)^4$$

$$r_{5a}(r_5, h) := \text{root}(C1(R, f) - \Psi_{5a}(r_5, h), r_5)$$

$$z_{5b}(h) := h \cdot m$$

$$\Psi_{5b}(r_5, h) := \left(\frac{r_5}{0.1 \cdot r_0} \right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_5)^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z_{5b}(h)) \left[1 + B \left(\frac{r_5}{z_{5b}(h)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_5}{0.1 \cdot r_0} \right)^4$$

$$r_{5b}(r5, h) := -\text{root}(C1(R, f) - \Psi_{5b}(r5, h), r5)$$



$$T1(R, f) := 0$$

$$R_6(f) := \text{root}(T1(R, f) - \Psi(R, f), R)$$

$$z_6(f) := R_6(f) \cdot \cos(f)$$

$$r_6(f) := R_6(f) \cdot \sin(f)$$

$$z_{6a}(h) := h \cdot m$$

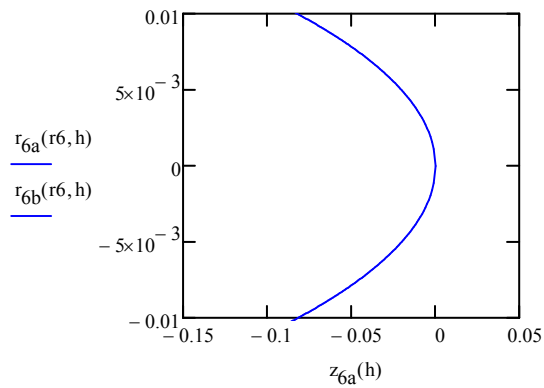
$$r_6 := 10m$$

$$\Psi_{6a}(r_6, h) := \left(\frac{r_6}{0.1 \cdot r_0} \right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r_6)^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z_{6a}(h)) \left[1 + B \left(\frac{r_6}{z_{6a}(h)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r_6}{0.1 \cdot r_0} \right)^4$$

$$r_{6a}(r_6, h) := \text{root}(T1(R, f) - \Psi_{6a}(r_6, h), r_6)$$

$$z_{6b}(h) := h \cdot m$$

$$r_{6b}(r_6, h) := -\text{root}(T1(R, f) - \Psi_{6a}(r_6, h), r_6)$$



$$U(R, f) := 25$$

$$R_7(f) := \text{root}(U(r, f) - \Psi(R, f), R)$$

$$z_7(f) := R_7(f) \cdot \cos(f)$$

$$r_7(f) := R_7(f) \cdot \sin(f)$$

$$mn := -0.127, -0.126 \dots -0.04$$

$$z_{7a}(mn) := mn \cdot m$$

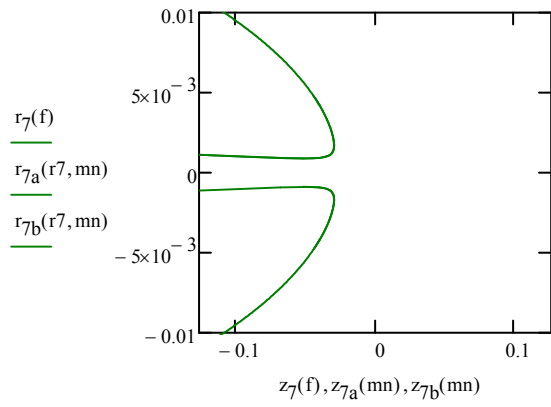
$$r_7 := 10m$$

$$\Psi_{7a}(r7, mn) := \left(\frac{r7}{0.1 \cdot r_0} \right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r7)^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z_{7a}(mn)) \left[1 + B \left(\frac{r7}{z_{7a}(mn)} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r7}{0.1 \cdot r_0} \right)^4$$

$$r_{7a}(r7, mn) := \text{root}(U(R, f) - \Psi_{7a}(r7, mn), r7)$$

$$z_{7b}(mn) := mn \cdot m$$

$$r_{7b}(r7, mn) := -\text{root}(U(R, f) - \Psi_{7a}(r7, mn), r7)$$



ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α9

Τρόπος παρουσίασης ταχυτήτων σε μορφή διανυσμάτων:

$$N=2.5$$

$$\Psi=-25$$

$$P=140$$

$$m=0.011$$

$$\Psi_{2.5}(r, z) := \left(\frac{r}{0.1 \cdot r_0} \right)^2 \cdot (-a) - \frac{B \cdot (r)^2}{(0.1 \cdot r_0 \cdot z) \left[1 + B \left(\frac{r}{z} \right)^2 \right]} + c \cdot \left(\frac{r}{0.1 \cdot r_0} \right)^4$$

$$\psi_{2.5}(r, z) := \Psi_{2.5}(r, z) \cdot (\nu \cdot \text{Re}1 \cdot r_0)$$

Ακτινική ταχύτητα

$$V_r(r, z) := \frac{d}{dz} \psi_{2.5}(r, z)$$

$$V_{r,2.5}(r, z) := \frac{-1}{r} \cdot \left[-0.00001844 \cdot \left[\frac{1.8629408e10 \cdot r^4}{z^4 \cdot \left(\frac{3052.0 \cdot r^2}{z^2} + 1 \right)^2} - \frac{3.052e6 \cdot r^2}{z^2 \cdot \left(\frac{3052.0 \cdot r^2}{z^2} + 1 \right)} \right] \right]$$

Αξονική ταχύτητα

$$V_z(r, z) := \frac{d}{dr} \psi_{2.5}(r, z)$$

$$V_{z,2.5}(r, z) := \frac{1}{r} \cdot \left[-0.00001844 \cdot \left[1.608134e6 \cdot r + \frac{6.104e6 \cdot r}{z \cdot \left(\frac{3052.0 \cdot r^2}{z^2} + 1 \right)} - \frac{1.8629408e10 \cdot r^3}{z^3 \cdot \left(\frac{3052.0 \cdot r^2}{z^2} + 1 \right)^2} \right] \right]$$

r1 :=

... \r1.txt

z1 :=

... \z1.txt

r1 =

	0
0	-5.558 · 10 ⁻³
1	-5.545 · 10 ⁻³
2	-5.533 · 10 ⁻³
3	-5.521 · 10 ⁻³
4	-5.508 · 10 ⁻³
5	-5.496 · 10 ⁻³
6	-5.483 · 10 ⁻³
7	-5.471 · 10 ⁻³
8	-5.458 · 10 ⁻³
9	-5.446 · 10 ⁻³
10	-5.433 · 10 ⁻³
11	-5.42 · 10 ⁻³
12	-5.407 · 10 ⁻³
13	-5.394 · 10 ⁻³
14	-5.381 · 10 ⁻³
15	...

z1 =

	0
0	1.624 · 10 ⁻⁴
1	2.731 · 10 ⁻⁴
2	3.835 · 10 ⁻⁴
3	4.938 · 10 ⁻⁴
4	6.039 · 10 ⁻⁴
5	7.141 · 10 ⁻⁴
6	8.243 · 10 ⁻⁴
7	9.346 · 10 ⁻⁴
8	1.045 · 10 ⁻³
9	1.156 · 10 ⁻³
10	1.267 · 10 ⁻³
11	1.379 · 10 ⁻³
12	1.492 · 10 ⁻³
13	1.605 · 10 ⁻³
14	1.719 · 10 ⁻³
15	...

Συνάρτηση για σχηματισμό βέλους

```

Arrow(V_start, V_end) :=
  xs ← Re(V_start)
  ys ← Im(V_start)
  xe ← Re(V_end)
  ye ← Im(V_end)
  r ← 0.1 · |V_end - V_start|
  θ ← arg(V_end - V_start + 10-10)
  δθ ← 10deg
  x1 ← xe - r · cos(θ + δθ)
  y1 ← ye - r · sin(θ + δθ)
  x2 ← xe - r · cos(θ - δθ)
  y2 ← ye - r · sin(θ - δθ)
  x ← (xs xe x1 NaN x2 xe)T
  y ← (ys ye y1 NaN y2 ye)T
  (
    x
    y
  )

```

r, z mesh

```

j := 0..398
r_j := r1_j
z_j := z1_j

```

Διάνυσμα ακτινικής ταχύτητας ως συνάρτηση των r, z

Ως παράδειγμα χρησιμοποιώ την ακτινική ταχύτητα. Καθορίζω τον άξονα των r ως μιγαδικό για την απεικόνιση στο διάγραμμα.

$$v_j := \begin{bmatrix} -1 \\ (ir1)_j \end{bmatrix} \cdot -0.00001844 \cdot \left[\frac{1.8629408e10 \cdot [(ir1)_j]^4}{(z1_j)^4 \cdot \left[\frac{3052.0 \cdot [(ir1)_j]^2}{(z1_j)^2} + 1 \right]^2} - \frac{3.052e6 \cdot [(ir1)_j]^2}{(z1_j)^2 \cdot \left[\frac{3052.0 \cdot [(ir1)_j]^2}{(z1_j)^2} + 1 \right]} \right]$$

Οι ταχύτητες λαμβάνουν διάφορες τιμές. Μερικές από αυτές κατακλύζουν τις υπόλοιπες. Για το λόγο αυτό δεν τις χρησιμοποιούμε, ακολουθείται ο εξής κώδικας:

```

(
  v
  r
  z
) :=
  t ← 5
  c ← 0
  for i ∈ j
    if |v_i| < t
      p ← p + 1
      vv_p ← v_i
      rr_p ← r_i
      zz_p ← z_i
  (
    vv
    rr
    zz
  )

```


Καθορίζουμε την κλίμακα της ταχύτητας ώστε να είναι ίση με την κλίμακα του r (ρυθμίζεται κάθε φορά):

$$v := \frac{v}{1000}$$

$$m1 := 1..last(v)$$

Αρχικό σημείο διανύσματος:

$$V_{start_{m1}} := i_{r_{m1}} + z_{m1}$$

x,y συνιστώσες των βελών για την απεικόνιση των διανυσμάτων

$$A_{m1} := \text{Arrow}(V_{start_{m1}}, v_{m1} + V_{start_{m1}})$$

Εξάγωγή x και y συνιστωσών

$$X_{m1} := (A_{m1})_0 \quad Y_{m1} := (A_{m1})_1$$

Μετατροπή σε πραγματικούς για την χάραξη των διανυσμάτων (κάθε διάνυσμα χωρίζεται από NaN)

$$X := \begin{cases} x \leftarrow \text{NaN} \\ \text{for } u \in m1 \\ x \leftarrow \text{stack}(x, X_u, \text{NaN}) \end{cases}$$

$$Y := \begin{cases} y \leftarrow \text{NaN} \\ \text{for } u \in m1 \\ y \leftarrow \text{stack}(y, Y_u, \text{NaN}) \end{cases}$$