



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
Τομέας Βιομηχανικής Διοίκησης & Επιχειρησιακής Έρευνας

Χρήση γενετικών αλγορίθμων για την επιλογή βέλτιστης στρατηγικής προγραμματισμού έργου: Εφαρμογή σε προβλήματα με περιορισμένους πόρους, πολλαπλούς τρόπους εκτέλεσης και στοχαστική διάρκεια των εργασιών.

Λαμπρίδης Βασίλειος
Επιβλέπων Καθηγητής: Κωνσταντίνος Κηρυττόπουλος

ΑΘΗΝΑ, 20/2/2013

Έχω διαβάσει και κατανοήσει τους κανόνες για τη λογοκλοπή και τον τρόπο σωστής αναφοράς των πηγών που περιέχονται στον Οδηγό συγγραφής Διπλωματικών εργασιών. Δηλώνω ότι, από όσα γνωρίζω, το περιεχόμενο της παρούσας Διπλωματικής εργασίας είναι προϊόν δικής μου δουλειάς και υπάρχουν αναφορές σε όλες τις πηγές που χρησιμοποίησα.

Ο δηλών, Βασίλειος Λαμπρίδης

Ευχαριστίες

Ευχαριστώ θερμά τον κ. Κωνσταντίνο Κηρυτόπουλο για το ιδιαίτερα ενδιαφέρον αντικείμενο που με εισήγαγε, την καθοδήγηση του σε σημαντικά ζητήματα της εργασίας, καθώς για και την φιλική συνεργασία που διατηρήσαμε.

Ευχαριστώ επίσης θερμά την κ. Έλενα Ρόκου για την έγκαιρη και φιλική υποστήριξη της σε όλα τα προβλήματα και απορίες που αντιμετώπισα, τόσο σχετικά με την θεωρία όσο και με την υλοποίηση. Η εκμάθηση της C# και η αντικειμενοστραφής υλοποίηση της εργασίας, μετά από παρότρυνση της, τυχαίνει να αποτελεί το πρώτο βήμα της στροφής μου στην επαγγελματική ενασχόληση με την ανάπτυξη λογισμικού, και την ευχαριστώ ξεχωριστά για αυτό.

Περιεχόμενα

1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	9
2	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ	11
2.1	ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΕΡΓΩΝ	11
2.2	ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΕΡΓΩΝ	11
2.3	ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΕΡΓΟΥ	14
2.3.1	<i>Περιορισμένοι πόροι</i>	14
2.3.2	<i>Πολλαπλοί τρόποι εκτέλεσης</i>	17
2.3.3	<i>Στοχαστική διάρκεια εργασίας</i>	19
2.4	ΕΥΡΕΤΙΚΕΣ ΚΑΙ ΜΕΤΑΕΥΡΕΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ	21
2.4.1	<i>Κανόνες προτεραιότητας</i>	22
2.4.2	<i>Γενετικοί αλγόριθμοι</i>	23
3	ΜΕΘΟΔΟΣ	29
4	ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΣΧΕΔΙΑΣΗ	30
4.1	ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ ΚΑΙ ΣΧΕΔΙΑΣΤΙΚΩΝ ΕΠΙΛΟΓΩΝ	31
4.2	ΑΝΑΛΥΣΗ ΖΗΤΟΥΜΕΝΩΝ ΚΑΙ ΚΑΤΑΓΡΑΦΗ ΟΝΤΟΤΗΤΩΝ	34
4.2.1	<i>Οντότητες για την περιγραφή ενός έργου</i>	36
4.2.2	<i>Οντότητες γενετικού αλγορίθμου</i>	37
4.3	ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΕ ΥΨΗΛΟ ΕΠΙΠΕΔΟ ΤΗΣ ΚΑΘΕ ΥΠΟΜΕΘΟΔΟΥ (ΕΙΣΟΔΟΣ-ΕΞΟΔΟΣ)	38
4.4	ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΗ ΡΟΗΣ ΕΚΤΕΛΕΣΗΣ	40
4.5	ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΣΕ ΕΡΓΟ ΠΕΝΤΕ ΕΡΓΑΣΙΩΝ	43
5	ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ	46
5.1	ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟΝ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΣΤΡΑΦΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟ	46
5.2	ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΗΣ ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗΣ ΤΗΣ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗΣ	48
5.2.1	<i>Αρχιτεκτονική Γενετικού Αλγορίθμου</i>	49
5.2.2	<i>Αρχιτεκτονική λειτουργιών προγραμματισμού έργου</i>	52
5.2.3	<i>Αρχιτεκτονική αναπαράστασης έργου</i>	54
5.3	ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΣΗΜΑΝΤΙΚΩΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ	55
5.3.1	<i>Υλοποίηση σειριακού ΣΠΧ</i>	55
5.3.2	<i>Υλοποίηση διασταύρωσης n σημείων</i>	58
6	ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	59
6.1	ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ ΚΑΛΥΤΕΡΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΓΕΝΕΤΙΚΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ	59
6.2	ΜΕΛΕΤΗ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΠΡΟΣΔΟΚΟΜΕΝΗΣ ΔΙΑΡΚΕΙΑΣ ΚΑΙ ΤΥΠΙΚΗΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ ΔΙΑΡΚΕΙΑΣ ΕΡΓΟΥ ΓΙΑ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΕΣ ΤΥΠΙΚΕΣ ΑΠΟΚΛΙΣΕΙΣ ΔΙΑΡΚΕΙΑΣ ΕΡΓΑΣΙΩΝ.	62
6.3	ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗΣ ΚΑΙ ΚΑΝΟΝΙΚΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΔΙΑΡΚΕΙΑΣ ΕΡΓΑΣΙΩΝ	65

7	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	68
8	ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ	68
9	ΑΡΚΤΙΚΟΛΕΞΑ	69
10	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	69
11	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ	71

Κατάλογος σχημάτων

6-1 Διάγραμμα ροής ενός ΓΑ.....	26
8-1 Διάγραμμα ροής Γενετικού Αλγορίθμου.....	35
8-2 : Διάγραμμα οντοτήτων (κλάσεων) με τις οποίες περιγράφεται ένα έργο..	36
8-3 Διάγραμμα κλάσεων με τις οποίες περιγράφεται ένα χρονοδιάγραμμα.....	37
8-4 Κλάση που περιγράφει τη στρατηγική εκτέλεσης.....	37
8-5 Διάγραμμα οντοτήτων γενετικού αλγορίθμου	38
Σχήμα 8-6 Διάγραμμα ροής συνάρτησης αξιολόγησης	41
8-7 Διάγραμμα ακολουθίας της συνάρτησης αξιολόγησης.....	42
8-8 Διάγραμμα ακολουθίας μίας γενιάς του ΓΑ.....	43
Σχήμα 8-9 Γράφος προτεραιοτήτων ενδεικτικού έργου.....	43
9-1 Διάγραμμα κλάσεων γενετικού αλγορίθμου	50
9-2 Διάγραμμα κλάσεων για τον προγραμματισμό έργου	53
9-3 Διάγραμμα κλάσεων έργου	55
9-4 Συσχέτιση του χρόνου εκτέλεσης σειριακού ΣΠΧ με τον πλήθος εργασιών	58
10-1 Μέση απόκλιση της προσδοκώμενης διάρκειας έργου από το ντετερμινιστικό βέλτιστο, για έργα με πολλαπλούς και μοναδικό τρόπο εκτέλεσης, συναρτήσει του συντελεστή τυπικής απόκλισης της διάρκειας εργασιών.	63
10-2 Μέση σχετική τυπική απόκλιση της διάρκειας έργου για έργα με πολλαπλούς και μοναδικό τρόπο εκτέλεσης, συναρτήσει του συντελεστή τυπικής απόκλισης της διάρκειας εργασιών.....	65
Σχήμα 10-3 Μέση απόκλιση της προσδοκώμενης διάρκειας έργου από το ντετερμινιστικό βέλτιστο, για έργα με ομοιόμορφη και κανονική κατανομή διάρκειας εργασιών, συναρτήσει του συντελεστή τυπικής απόκλισης της διάρκειας εργασιών.	66
Σχήμα 10-4 Μέση σχετική τυπική απόκλιση της διάρκειας έργου για έργα με ομοιόμορφη και κανονική κατανομή διάρκειας εργασιών, συναρτήσει του συντελεστή τυπικής απόκλισης της διάρκειας εργασιών.....	67

Κατάλογος πινάκων

Πίνακας 9-1 Δεδομένα εργασιών ενδεικτικού έργου	44
Πίνακας 10-1 Αντιστοίχιση συναρτήσεων σε διαπροσωπείες	51
Πίνακας 11-1 Εξαντλητική αναζήτηση στις παραμέτρους ΓΑ	60
Πίνακας 11-2 Παραμετρική διερεύνηση στον αριθμό προσομοιώσεων στρατηγικής.....	60
Πίνακας 11-3 Παραμετρική διερεύνηση για το μέγεθος πληθυσμού.....	61
Πίνακας 11-4 Παραμετρική διερεύνηση για την πιθανότητα μετάλλαξης εργασίας.....	61
Πίνακας 11-5 Παραμετρική διερεύνηση για την πιθανότητα μετάλλαξης τρόπου εκτέλεσης	61
Πίνακας 11-6 Μέση απόκλιση της προσδοκώμενης διάρκειας έργου από το ντετερμινιστικό βέλτιστο, για έργα με πολλαπλούς και μοναδικό τρόπο εκτέλεσης, καθώς αυξάνεται η τυπική απόκλιση της διάρκειας εργασιών.....	63
Πίνακας 11-7 Μέση σχετική τυπική απόκλιση της διάρκειας έργου για έργα με πολλαπλούς και μοναδικό τρόπο εκτέλεσης, καθώς αυξάνεται η τυπική απόκλιση της διάρκειας εργασιών.	64
Πίνακας 11-8 Μέση απόκλιση της προσδοκώμενης διάρκειας έργου από το ντετερμινιστικό βέλτιστο, για έργα με ομοιόμορφη και κανονική κατανομή διάρκειας εργασιών, καθώς αυξάνεται η τυπική απόκλιση της διάρκειας εργασιών.	66
Πίνακας 11-9 Μέση σχετική τυπική απόκλιση της διάρκειας έργου για έργα με ομοιόμορφη και κανονική κατανομή διάρκειας εργασιών, καθώς αυξάνεται η τυπική απόκλιση της διάρκειας εργασιών.	67
Πίνακας 16-1 Ενδεικτικά αποτελέσματα για πολλαπλούς τρόπους εκτέλεσης	72
Πίνακας 16-2 Ενδεικτικά αποτελέσματα για μοναδικό τρόπο εκτέλεσης	76
Πίνακας 16-3 Ενδεικτικά αποτελέσματα για ομοιόμορφη κατανομή	81
Πίνακας 16-4 Ενδεικτικά αποτελέσματα για κανονική κατανομή	85

Έποψη

Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η ανάπτυξη αλγορίθμων για την επιλογή βέλτιστης στρατηγικής προγραμματισμού έργου. Η εργασία εστιάζει στην περίπτωση του προγραμματισμού έργου με περιορισμένους πόρους, πολλαπλούς τρόπους εκτέλεσης κάθε εργασίας, και στοχαστική διάρκεια εκτέλεσης κάθε τρόπου. Η βελτιστοποίηση γίνεται με χρήση γενετικού αλγορίθμου. Στην εργασία χρησιμοποιούνται μέθοδοι που έχουν αναπτυχθεί για τη βελτιστοποίηση έργου με μοναδικό τρόπο εκτέλεσης εργασιών και στοχαστική διάρκεια καθώς και μέθοδοι για την βελτιστοποίηση έργου με πολλαπλούς τρόπους εκτέλεσης εργασιών και ντετερμινιστική διάρκεια οι οποίες συνδυάστηκαν κατάλληλα για την αντιμετώπιση του υπό μελέτη προβλήματος.

Πραγματοποιήθηκε βιβλιογραφική αναζήτηση για την βηματική κατανόηση και εμπάθυνση στα χαρακτηριστικά του προβλήματος και παράλληλα υλοποίηση των σχετικών αλγορίθμων του αντίστοιχου βήματος, με την εξής σειρά:

- 1) Προγραμματισμός έργου με περιορισμένους πόρους, μοναδικό τρόπο εκτέλεσης και ντετερμινιστική διάρκεια εργασιών, σχήματα παραγωγής χρονοδιαγραμμάτων και απλές ευρετικές μέθοδοι.
- 2) Γενετικοί αλγόριθμοι για τον προγραμματισμό έργου με περιορισμένους πόρους, μοναδικό τρόπο εκτέλεσης και ντετερμινιστική διάρκεια εργασιών.
- 3) Προγραμματισμός έργου με περιορισμένους πόρους, πολλαπλούς τρόπους εκτέλεσης και ντετερμινιστικές διάρκειες εργασιών, προσαρμογή των γενετικών αλγορίθμων σε πολλαπλούς τρόπους εκτέλεσης.
- 4) Προγραμματισμός έργου περιορισμένους πόρους, πολλαπλούς τρόπους εκτέλεσης και στοχαστικές διάρκειες εργασιών, στρατηγικές προγραμματισμού έργου.

Η στρατηγική που αναπτύσσεται για τον προγραμματισμό έργου με τα παραπάνω χαρακτηριστικά είναι λίστα με ζεύγη εργασιών – τρόπων εκτέλεσης. Οι εργασίες προγραμματίζονται με τη σειρά που βρίσκονται στη λίστα, με τον τρόπο εκτέλεσης που περιέχεται στο ζεύγος της αντίστοιχης εργασίας. Η γενετική κωδικοποίηση που χρησιμοποιείται στον γενετικό αλγόριθμο έχει την μορφή λίστας με ζεύγη εργασιών – τρόπων εκτέλεσης, και για την εξαγωγή της στρατηγικής χρησιμοποιείται διαδικασία αναδιάταξης της λίστας εργασιών – τρόπων εκτέλεσης. Ο γενετικός αλγόριθμος υλοποιεί τις λειτουργίες διασταύρωσης, μετάλλαξης και

επιλογής που παρουσιάζονται στη βιβλιογραφία για τον προγραμματισμό έργου με πολλαπλούς τρόπους εκτέλεσης εργασιών.

Η υπολογιστική διερεύνηση γίνεται στις συλλογές έργων της βιβλιοθήκης έργων PSPLIB για 30 εργασίες, με μοναδικό και πολλαπλούς τρόπους εκτέλεσης. Μελετάται η μεταβολή της προσδοκώμενης διάρκειας έργου και της τυπικής απόκλισης της διάρκειας έργου για διαφορετικές στατιστικές κατανομές διάρκειας εργασιών και για διαφορετικές τυπικές αποκλίσεις των κατανομών.

Παράλληλο αποτέλεσμα με την υπολογιστική διερεύνηση του προβλήματος είναι η ανάπτυξη μια βιβλιοθήκης λογισμικού για το προγραμματισμό έργου, δομημένης κατάλληλα, ώστε να μπορεί να εφαρμοστεί σε ένα εύρος προβλημάτων προγραμματισμού έργου. Η ανάπτυξη έγινε σε γλώσσα προγραμματισμού .NET C#.

1 Εισαγωγή

Στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας, εξετάζεται το πρόβλημα του προγραμματισμού έργου με περιορισμένους ανανεώσιμους και μη πόρους, πολλαπλούς τρόπους εκτέλεσης για κάθε εργασία και στοχαστική διάρκεια εκτέλεσης κάθε τρόπου εκτέλεσης.

Στόχος είναι η δημιουργία μίας στρατηγικής προγραμματισμού έργου για την παραπάνω περίπτωση έργων και η ανάπτυξη γενετικού αλγορίθμου για την επιλογή βέλτιστης στρατηγικής. Στην βιβλιογραφία υπάρχουν αρκετές εργασίες σχετικές με τον προγραμματισμό έργου με πολλαπλούς τρόπους εκτέλεσης για ντετερμινιστικές διάρκειες, όπως επίσης υπάρχει και ικανοποιητική μελέτη του προγραμματισμού έργου με στοχαστικές διάρκειες εργασιών και μοναδικό τρόπο εκτέλεσης. Ωστόσο, η βιβλιογραφία στον συνδυασμό των δύο προβλημάτων, που είναι το αντικείμενο της παρούσας εργασίας, είναι, ελλιπής. Έτσι γίνεται συνδυασμός και προσαρμογή μεθόδων που έχουν αναπτυχθεί για την αντιμετώπιση των δύο, ώστε να αντιμετωπιστεί το εξεταζόμενο πρόβλημα.

Τα ερωτήματα που η εργασία σκοπεύει να απαντήσει είναι τα παρακάτω. Η δυνατότητα επιλογής μεταξύ τρόπων εκτέλεσης προσδίδει μεγαλύτερη ευελιξία κατά τον προγραμματισμό ή την εκτέλεση του έργου. Κατ' αρχάς, εξετάζεται αν αυτή η ευελιξία οδηγεί σε μειωμένη ευαισθησία της διάρκειας του έργου συναρτήσει της αύξησης της αβεβαιότητας της διάρκειας των εργασιών για αυτό το σκοπό γίνεται σύγκριση με έργα με μοναδικό τρόπο εκτέλεσης. Κατά δεύτερον, η διάρκεια του κάθε

τρόπου εκτέλεσης δύναται να μοντελοποιηθεί με διαφορετικές κατανομές. Γίνεται σύγκριση της χρήσης ομοιόμορφης και κανονικής κατανομής, με σκοπό να εξεταστεί το πόσο έντονα επηρεάζει την διάρκεια έργου η χρήση διαφορετικών κατανομών με ίδια τυπική απόκλιση.

Τέλος, για την υλοποίηση της εφαρμογής ήταν απαραίτητη η δημιουργία και ο έλεγχος ορθής λειτουργίας μίας σειράς βασικών αλγορίθμων σχετικών με τον προγραμματισμό έργου και με τις λειτουργίες του γενετικού αλγορίθμου που βρίσκουν χρήση σε σειρά σχετικών προβλημάτων. Κρίθηκε χρήσιμο η υλοποίηση να γίνει με κατάλληλη αρχιτεκτονική που επιτρέπει τη χρήση της υλοποίησης και σε άλλα προβλήματα προγραμματισμού έργου.

Στη συνέχεια περιγράφονται επιγραμματικά τα κεφάλαια που απαρτίζουν την παρούσα Διπλωματική εργασία:

- Στο κεφάλαιο «Βιβλιογραφική επισκόπηση» παρουσιάζεται η υπάρχουσα έρευνα στο σχετικό με την εργασία αντικείμενο, οι συμβολισμοί και η μαθηματικοί μοντελοποίηση του προβλήματος, καθώς και οι σημαντικότεροι υπάρχοντες αλγόριθμοι
- Στο κεφάλαιο «Ανάλυση και σχεδίαση» γίνεται ανάλυση των απαιτήσεων του προβλήματος και παρουσίαση της δομής της υλοποίησης σε καθαρά αλγοριθμικό επίπεδο.
- Το κεφάλαιο «Υλοποίηση» εστιάζει στην προγραμματιστική υλοποίηση της δομής που παρουσιάστηκε, δηλαδή στην (αντικειμενοστραφή) αρχιτεκτονική της υλοποίησης και σε υπολογιστικά αποδοτικές υλοποιήσεις βασικών αλγορίθμων.
- Τέλος, στα κεφάλαια «Υπολογιστικά αποτελέσματα» και «Συμπεράσματα» παρουσιάζεται η υπολογιστική διερεύνηση σε εικονικά έργα με χρήση της υλοποίησης, καθώς και τα συμπεράσματα που αντλούνται.

2 Βιβλιογραφική επισκόπηση

2.1 Προγραμματισμός και Διοίκηση έργων

Στο σύγχρονο κόσμο, η πραγματοποίηση μίας σειράς εγχειρημάτων, σημαντικών για την κοινωνία και την οικονομία, εμφανίζει ιδιαίτερες προκλήσεις. Από την κατασκευή της γέφυρας Ρίου-Αντιρρίου που μειώνει το χρόνο και το κόστος μετακινήσεων στη περιοχή μέχρι τον υπόγειο επιταχυντή σωματιδίων του CERN που ωθεί συνολικά την πρόοδο της επιστήμης και της τεχνολογίας, η πρόοδος βασίζεται στην επιτυχή εκτέλεση νέων έργων, συχνά μεγάλης περιπλοκότητας.

Είναι προφανές ότι τέτοια έργα απαιτούν συντονισμό πολλών ατόμων, ορθή και έγκαιρη εκτέλεση ενός πλήθους εργασιών και τήρηση περιορισμών σε χρόνο, κεφάλαια, ανθρώπινο δυναμικό ή και άλλους πόρους. Συνεπώς υπάρχει η ανάγκη για οργάνωση, βελτίωση και συστηματική παρακολούθηση αυτών των διαδικασιών. Αυτή την ανάγκη καλείται να καλύψει ο επιστημονικός κλάδος της διοίκησης έργων. Διοίκηση έργων είναι εφαρμογή γνώσεων, ικανοτήτων και τεχνικών για την εκτέλεση ενός έργου αποτελεσματικά και αποδοτικά (Duncan 1996).

Ως σημαντικά οφέλη που προσφέρει η επιστήμη της διοίκησης έργων μπορούν να αναφερθούν τα εξής:

- Πρόβλεψη αναγκών σε χρηματικό κεφάλαιο, χρόνο, πρώτες ύλες, εξοπλισμό και ανθρώπινο δυναμικό για την εκτέλεση του έργου. Γίνεται έτσι δυνατή η εκ των προτέρων γνώση όλων των αναγκών, ώστε να αξιολογηθεί η δυνατότητα εκτέλεσης του έργου.
- Βελτιστοποίηση του τρόπου εκτέλεσης του έργου. Επιτυγχάνεται η καλύτερη αξιοποίηση των διαθέσιμων πόρων και η μείωση του χρόνου εκτέλεσης του έργου.
- Συστηματικός τρόπος παρακολούθησης της πορείας εκτέλεσης του έργου. Με την παροχή χρονοδιαγραμμάτων ή γενικότερα συγκεκριμένων στρατηγικών για την εκτέλεση ενός έργου γίνεται δυνατή η ποσοτική αξιολόγηση της εκτέλεσης του έργου και η έγκαιρη λήψη διορθωτικών μέτρων.

2.2 Προγραμματισμός έργων

Έργο είναι ένα προσωρινό εγχείρημα που στοχεύει στη δημιουργία ενός μοναδικού προϊόντος, υπηρεσίας ή αποτελέσματος. Προσωρινό σημαίνει ότι κάθε έργο έχει καθορισμένη αρχή και τέλος και κατά συνέπεια συγκεκριμένο πεδίο εφαρμογής και πόρους. Μοναδικό σημαίνει ότι δεν είναι μια επαναλαμβανόμενη

διαδικασία, αλλά ένα συγκεκριμένο σύνολο ενεργειών, σχεδιασμένων για να επιτύχουν ένα μοναδικό στόχο (Duncan 1996).

Κάθε έργο αποτελείται από ένα σύνολο εργασιών J , $J = \{1 \dots n\}$ πλήθους n . Σε αυτές προστίθεται μία μοναδική εικονική δραστηριότητα στην αρχή του έργου ($j = 0$) και μία μοναδική εικονική δραστηριότητα στο τέλος του ($j = n + 1$). Το σύνολο των εργασιών συμβολίζεται με J . Η εργασία στη βιβλιογραφία αναφέρεται και ως δραστηριότητα, με την ίδια ακριβώς σημασία.

Στη πλειοψηφία των έργων οι εργασίες αυτές δε μπορούν να εκτελεστούν με τυχαία σειρά, καθώς η εκκίνηση μίας εργασίας απαιτεί την ολοκλήρωση σε κάποιο βαθμό κάποιων άλλων εργασιών του έργου. Υπάρχουν, δηλαδή, περιορισμοί προτεραιοτήτων (Brucker et al. 1999). Η συνηθέστερη περίπτωση είναι η εκκίνηση μίας εργασίας να απαιτεί την πλήρη ολοκλήρωση κάποιων εργασιών, ωστόσο υπάρχουν και άλλοι τύπου συσχετίσεων μεταξύ των εργασιών. Η γενική περίπτωση των περιορισμών προτεραιοτήτων ονομάζεται γενικευμένοι περιορισμοί προτεραιοτήτων και εκφράζουν την μέγιστη και την ελάχιστη χρονική διαφορά που επιτρέπεται να έχουν οι χρόνοι έναρξης δύο εργασιών που συνδέονται με έναν γενικευμένο περιορισμό προτεραιοτήτων (De Reyck & Willy Herroelen 1998).

Για την έκφραση των περιορισμών προτεραιοτήτων σε ένα έργο, αυτό αντιπροσωπεύεται από έναν κατευθυνόμενο γράφο (δραστηριότητα-στον-κόμβο) $G = (V, E)$. Το σύνολο των κόμβων V περιέχει όλες τις εργασίες με και το σύνολο των ακμών E περιέχει όλους τους περιορισμούς προτεραιοτήτων. Κάθε ακμή του γράφου εκφράζει έναν περιορισμό προτεραιοτήτων, με τον κάθε τέτοιο περιορισμό να είναι της μορφής $i \rightarrow j$, $i, j \in V$. Κάθε τέτοιος περιορισμός δηλώνει πως για να ξεκινήσει η εργασία j θα πρέπει να τηρείται η σχέση που ορίζει ο περιορισμός αυτός ως προς την εργασία i (Brucker et al. 1999).

Η διάρκεια εκτέλεσης της εργασίας j είναι p_j (εκ του processing time). Όταν η διάρκεια μίας εργασίας είναι p_j , σημαίνει ότι απαιτεί p_j χρονικές μονάδες (ώρες, μέρες κλπ.) για να ολοκληρωθεί (Brucker et al. 1999). Εάν οι εργασίες μπορούν να εκτελεστούν τμηματικά (preemptive), η κάθε εργασία μπορεί να διακοπεί και να συνεχιστεί σε επόμενο χρόνο, ενώ αν δεν μπορούν (non-preemptive) η κάθε εργασία πρέπει να ολοκληρωθεί χωρίς διακοπή από τη στιγμή που ξεκινά (W Herroelen 1998). Στην παρούσα εργασία εξετάζεται η δεύτερη περίπτωση.

Για την μελέτη των περιορισμών προτεραιοτήτων είναι χρήσιμος ο ορισμός των (άμεσων) προαπαιτούμενων και (άμεσων) διάδοχων εργασιών μιας δεδομένης εργασίας. Για μία εργασία j το σύνολο των προαπαιτούμενων εργασιών είναι $pred(j) = \{i | (i, j) \in E\}$ και το σύνολο των διαδόχων εργασιών είναι $succ(j) = \{i | (j, i) \in E\}$ (De Reyck et al. 1999). Στην περίπτωση των μη γενικευμένων περιορισμών προτεραιοτήτων, προκύπτει ότι η έναρξη μία εργασίας απαιτεί την λήξη όλων των προαπαιτούμενων εργασιών

Ένα βασικό ζητούμενο στον προγραμματισμό έργου (ΠΕ) είναι ο ακριβής προσδιορισμός του τρόπου εκτέλεσης του έργου. Για τον σκοπό αυτό εισάγεται η έννοια του χρονοδιαγράμματος έργου. Ένα χρονοδιάγραμμα ορίζει τους χρόνους εκκίνησης (S_j) κάθε εργασίας, παρέχοντας έτσι όλη την απαραίτητη πληροφόρηση για την εκτέλεση του έργου. Οι χρόνοι λήξης των εργασιών (F_j) (ή, ισοδύναμα οι χρόνοι εκκίνησης) πρέπει βέβαια να τηρούν τους δοσμένους περιορισμούς, δηλαδή τους περιορισμούς προτεραιοτήτων και άλλους περιορισμούς που θα αναφερθούν στην συνέχεια της βιβλιογραφικής επισκόπησης.

Η διάρκεια έργου ορίζεται ως η χρονική διάρκεια από τον χρόνο έναρξης της πρώτης εργασίας μέχρι τον χρόνο λήξης της τελευταίας. Καθώς ο χρόνος έναρξης της πρώτης εργασίας ορίζεται να είναι μηδέν, η διάρκεια του έργου υπολογίζεται ως ο μέγιστος εκ των χρόνων λήξης των εργασιών του έργου.

Στην περίπτωση των μη γενικευμένων περιορισμών προτεραιοτήτων, στους οποίους εστιάζει η εργασία, η εκκίνηση μιας εργασίας απαιτεί την ολοκλήρωση όλων των προκατόχων της. Αυτό εκφράζεται με τον περιορισμό $F_i \leq S_j, j = 1 \dots J, i \in pred(j)$ (Arno Sprecher, Rainer Kolisch 1995).

Στο πρόβλημα του προγραμματισμού έργου (χωρίς περιορισμούς διαθεσιμότητας πόρων), η κυρίαρχη μέθοδος δημιουργίας χρονοδιαγραμμάτων είναι η μέθοδος του κρίσιμου δρόμου. Η μέθοδος αυτή εξασφαλίζει την εύρεση της μικρότερης δυνατής (βέλτιστης) διάρκειας έργου, τηρώντας τους περιορισμούς προτεραιοτήτων. Αξίζει να αναφερθεί ότι η μέθοδος αυτή έχει γραμμική υπολογιστική πολυπλοκότητα ($O(n)$), δηλαδή ο αριθμός των απαιτούμενων υπολογισμών, άρα και ο χρόνος εκτέλεσης σε έναν υπολογιστή, είναι ανάλογος του αριθμού εργασιών του έργου.

2.3 Περιπτώσεις προβλημάτων προγραμματισμού έργου

Ο κλάδος του ΠΕ καλείται να αντιμετωπίσει μία ποικιλία έργων με διαφορετικά χαρακτηριστικά και ανάγκες. Έτσι ανάλογα με τη φύση του προβλήματος προκύπτουν διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα.

2.3.1 Περιορισμένοι πόροι

Η μέθοδος του κρίσιμου δρόμου παρέχει την νωρίτερη δυνατή έναρξη κάθε εργασίας, τηρώντας τους περιορισμούς προτεραιότητας. Σύμφωνα με αυτούς τους χρόνους δύο ή και περισσότερες εργασίες μπορεί να εκτελούνται ταυτόχρονα για κάποια δεδομένη χρονική στιγμή. Στη πράξη όμως μπορεί να μην υπάρχουν οι απαραίτητοι πόροι (εργαζόμενοι, εξοπλισμός κλπ.) για την ταυτόχρονη εκτέλεση αυτών των εργασιών, με συνέπεια κάποιες από αυτές να πρέπει να ξεκινήσουν σε διαφορετική χρονική στιγμή, κατά την οποία θα υπάρχουν αρκετοί διαθέσιμοι πόροι για την εκτέλεση τους. Ο προγραμματισμός έργου υπό περιορισμένους πόρους μοντελοποιεί αυτή την περίπτωση. Σε αυτή την περίπτωση υπάρχουν δεδομένοι διαθέσιμοι πόροι για τη εκτέλεση του έργου και κάθε εργασία δεσμεύει μία ποσότητα από κάθε πόρο για όσο διάστημα εκτελείται. Μετά την εκτέλεση της εργασίας οι πόροι αυτοί είναι και πάλι διαθέσιμοι προς χρήση από άλλες εργασίες (ανανεώσιμοι πόροι).

Κάθε έργο έχει ένα σύνολο \mathcal{K}^ρ διαφορετικών πόρων, που χρησιμοποιούνται κατά την εκτέλεση του. Ο εκθέτης ρ δηλώνει ότι οι πόροι αυτοί είναι *ανανεώσιμοι*, με την έννοια ότι μετά την χρήση τους είναι και πάλι διαθέσιμοι, δεν καταναλώνονται. Για κάθε πόρο $k \in \mathcal{K}^\rho$ η ανά χρονική περίοδο διαθεσιμότητα είναι σταθερή και ίση με R_k^ρ . Μία εργασία j χρησιμοποιεί r_{jk} μονάδες του πόρου $k, k \in \mathcal{K}^\rho$ για κάθε χρονική περίοδο που εκτελείται. Οι ανάγκες σε πόρους θεωρούνται σταθερές καθ' όλη τη διάρκεια εκτέλεσής της εργασίας. (Brucker et al. 1999).

Το σύνολο των εργασιών που εκτελούνται ταυτόχρονα σε μία δεδομένη χρονική στιγμή είναι $A(t) = \{j \in J \mid S_j \leq t < F_j\}$. Ο περιορισμός σε πόρους εκφράζεται ως $\sum_{j \in A(t)} r_{jk} \leq R_k^\rho \quad k \in \mathcal{K}, t \geq 0$, και δηλώνει ότι το άθροισμα των αναγκών σε πόρο k των εργασιών που εκτελούνται ταυτόχρονα την χρονική στιγμή t δεν πρέπει να υπερβαίνει την διαθέσιμη ποσότητα του πόρου k . Ο περιορισμός αυτός πρέπει να ισχύει για κάθε χρονική στιγμή και κάθε (ανανεώσιμο) πόρο.

Ένα χρονοδιάγραμμα θα πρέπει προφανώς να τηρεί τους δύο περιορισμούς, προτεραιοτήτων και πόρων. Είναι χρήσιμο όμως τα χρονοδιαγράμματα που παράγονται να έχουν κάποιες πιο συγκεκριμένες ιδιότητες από την απλή τήρηση των περιορισμών. Ορίζεται στη βιβλιογραφία η έννοια του ενεργού χρονοδιαγράμματος (Arno Sprecher, Rainer Kolisch 1995). Το ενεργό χρονοδιάγραμμα έχει την εξής ιδιότητα: καμία από τις εργασίες δεν είναι δυνατόν να μετακινηθεί (μόνο αυτή) σε νωρίτερο χρόνο έναρξης από τον χρόνο έναρξης που ορίζει το χρονοδιάγραμμα χωρίς να παραβιάζεται κάποιος περιορισμός. Αυτό δε σημαίνει ότι το χρονοδιάγραμμα αυτό θα έχει τον μικρότερη δυνατή διάρκεια έργου, καθώς μία ταυτόχρονη χρονική μετακίνηση πολλαπλών εργασιών μπορεί να οδηγήσει σε μικρότερη διάρκεια έργου. Ωστόσο το χρονοδιάγραμμα με την μικρότερη δυνατή διάρκεια έργου είναι υποσύνολο των ενεργών χρονοδιαγραμμάτων (Sprecher & Kolisch 1995). Αυτό φανερώνει τη χρησιμότητα των ενεργών χρονοδιαγραμμάτων στην αναζήτηση χρονοδιαγράμματος με την μικρότερη δυνατή διάρκεια έργου.

Για την αντιμετώπιση του επιπλέον περιορισμού που τίθεται στο πρόβλημα χρειάστηκε η ανάπτυξη ενός αλγορίθμου δημιουργίας χρονοδιαγραμμάτων που τηρούν παράλληλα τους περιορισμούς προτεραιοτήτων και πόρων. Η μέθοδος αυτή ονομάζεται σχήμα παραγωγής χρονοδιαγραμμάτων (Schedule Generation Scheme) και στο εξής θα αναφέρεται ως ΣΠΧ. Αποδεικνύεται (Kolisch & Hartmann 1999) ότι το ΣΠΧ παράγει ενεργά χρονοδιαγράμματα.

Υπάρχουν δύο βασικές υλοποιήσεις του ΣΠΧ, το σειριακό και το παράλληλο. Και στις δύο περιπτώσεις ο χρονοπρογραμματισμός γίνεται βηματικά. Στο σειριακό ΣΠΧ σε κάθε βήμα επιλέγεται μία εργασία και αυτή προγραμματίζεται στον νωρίτερο δυνατό χρόνο. Στο παράλληλο ΣΠΧ, σε κάθε βήμα ορίζεται μία χρονική στιγμή και επιδιώκεται ο προγραμματισμός των περισσότερων δυνατών εργασιών σε εκείνη την χρονική στιγμή. Και στις δύο περιπτώσεις, ένας εξωτερικός αλγόριθμος καλείται να επιλέξει την επόμενη εργασία που θα προγραμματιστεί, μέσα από ένα σύνολο επιλέξιμων εργασιών, το οποίο σύνολο παράγει το ΣΠΧ. Αποδεικνύεται (Kolisch 1996) ότι τα χρονοδιαγράμματα που παράγονται από το παράλληλο ΣΠΧ μπορεί να μην περιέχουν βέλτιστα χρονοδιαγράμματα.

Γίνεται φανερό ότι για την αναζήτηση βέλτιστων χρονοδιαγραμμάτων χρειάζεται είτε συνεργασία του ΣΠΧ με έναν δεύτερο αλγόριθμο είτε να γίνει χρήση ευρετικών κανόνων για την επιλογή της προς προγραμματισμό εργασίας ανάμεσα στις επιλέξιμες εργασίες που προσφέρει το ΣΠΧ. Οι αλγόριθμοι αυτοί παρουσιάζονται στην ενότητα «*Ευρετικές και μεταευρετικές μέθοδοι*».

Οι Kolisch και Hartmann (1999) παρουσιάζουν τον αλγόριθμο του σειριακού και του παράλληλου ΣΠΧ και για λόγους ακριβείας προτιμάται η ακριβής μεταφορά/μετάφραση τους:

«Το σειριακό ΣΠΧ αποτελείται από $g = 1 \dots n$ βήματα, όπου σε κάθε ένα επιλέγεται μία δραστηριότητα και προγραμματίζεται στον συντομότερο χρόνο όπου τηρούνται οι περιορισμοί προτεραιοτήτων και πόρων. Το σύνολο S_g αποτελείται από τις δραστηριότητες που έχουν ήδη προγραμματιστεί και το σύνολο D_g αποτελείται από τις επιλέξιμες εργασίες. Σημειώνεται ότι η ένωση των συνόλων S_g και D_g δεν δίνει το σύνολο των εργασιών J διότι, στη γενική περίπτωση, υπάρχουν μη-επιλέξιμες εργασίες, δηλαδή εργασίες που δεν έχουν προγραμματιστεί και δεν μπορούν να προγραμματιστούν γιατί οι προκάτοχες εργασίες τους δεν έχουν προγραμματιστεί. Ορίζεται η ποσότητα $\tilde{R}_k(t) = R_k - \sum_{j \in A(t)} r_{jk}$ ως η διαθέσιμη ποσότητα του πόρου k τη χρονική στιγμή t και $\mathcal{F}_g = \{F_j \mid j \in S_g\}$ ως το σύνολο των χρόνων λήξης των προγραμματισμένων εργασιών. Το σύνολο D_g ορίζεται $D_g = \{j \in J \setminus S_g \mid \text{pred}(j) \subseteq S_g\}$. Τα βήματα εκτέλεσης του σειριακού ΣΠΧ είναι τα εξής:

Αρχικοποίηση: $F_0 = 0, S_0 = \{0\}$

Για $g = 1$ έως n εκτέλεση:

Υπολογισμός των $D_g, \mathcal{F}_g, \tilde{R}_k(t)$ ($k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{F}_g$)

Επιλογή μίας δραστηριότητας $j \in D_g$

$ES_j = \max_{h \in P_j} \{F_h\}$

$F_j = \min\{t \in [ES_j, \infty) \cap F_g \mid r_{jk} \leq \tilde{R}_k(\tau), k \in \mathcal{K}, \tau \in [t, t + p_j] \cap F_g\} + p_j$

$S_g = S_{g-1} \cup \{j\}$

$F_{n+1} = \max_{h \in P_{n+1}} \{F_h\}^1$ »

«Το παράλληλο ΣΠΧ έχει χρονικό βήμα. Για κάθε επανάληψη g υπάρχει ένα χρόνος t_g . Οι δραστηριότητες που έχουν προγραμματιστεί ανήκουν είτε στο σύνολο των ολοκληρωμένων εργασιών C_g είτε στο σύνολο των ενεργών εργασιών A_g . Το σύνολο των ολοκληρωμένων εργασιών αποτελείται από τις εργασίες που έχουν τελειώσει μέχρι την χρονική στιγμή t_g , δηλαδή $C_g = \{j \in J \mid F_j < t_g\}$. Το σύνολο των ενεργών δραστηριοτήτων αποτελείται από τις εργασίες που είναι ενεργές στον

¹ Πηγή: Kolisch, R., & Hartmann, S. (1999). *Heuristic Algorithms for Solving the Resource-Constrained Project Scheduling Problem : Classification and Computational Analysis*.

χρόνο t_g , δηλαδή $A_g = \{j \in J \mid F_j - p_j < t_g < F_j\}$. Το σύνολο των επιλέξιμων εργασιών αποτελείται από τις εργασίες που μπορούν να ξεκινήσουν την χρονική στιγμή t_g τηρώντας τους περιορισμούς προτεραιοτήτων και πόρων, δηλαδή $D_g = \{j \in J \setminus (C_g \cup A_g) \mid pred(j) \subseteq C_g \wedge r_{jk} \leq \tilde{R}_k(t_g), k \in \mathcal{K}\}$.

Τα βήματα εκτέλεσης του παράλληλου ΣΠΧ είναι τα εξής:

Αρχικοποίηση: $g = 0, t_g = 0, A_0 = \{0\}, C_0 = \{0\}$

Όσο $|C_g \cup A_g| < n$ εκτέλεση:

$$g = g + 1$$

$$t_g = \min_{j \in A_g} \{F_j\}$$

Υπολογισμός των $C_g, A_g, \tilde{R}_k(t_g), D_g$

Όσο $D_g \neq \emptyset$ εκτέλεση

Επιλογή μίας δραστηριότητας $j \in D_g$

$$F_j = t_g + p_j$$

Υπολογισμός των $A_g, \tilde{R}_k(t_g), D_g$

$$F_{n+1} = \max_{h \in P_{n+1}} \{F_h\}^2 \gg$$

2.3.2 Πολλαπλοί τρόποι εκτέλεσης

Συχνά μία εργασία μπορεί να εκτελεστεί με διαφορετικούς τρόπους, όπου κάθε τρόπος έχει άλλες ανάγκες σε πόρους και συνήθως και άλλη διάρκεια. Για παράδειγμα μια εκσκαφή μπορεί να γίνει από 10 εργάτες σε 7 μέρες ή από 2 εργάτες και 2 μηχανήματα σε 4 μέρες. Η δυνατότητα του προγραμματιστή του έργου να επιλέγει ανάμεσα σε διαφορετικούς τρόπους εκτέλεσης μια εργασίας του δίνει την ευελιξία να μειώσει για παράδειγμα τη διάρκεια των εργασιών του κρίσιμου δρόμου ή/και να κάνει καλύτερη κατανομή πόρων. Έτσι με την ίδια τεχνολογία και διαθέσιμους πόρους μπορεί μέσω μιας τέτοιας, πιο ευέλικτης, διαχείρισης να γίνει μείωση της διάρκειας ή/και του κόστους του έργου.

Στο πλαίσιο του προγραμματισμού έργου με πολλαπλούς τρόπους εκτέλεσης (TE) εργασιών, εμφανίζεται η έννοια των μη ανανεώσιμων πόρων. Σε αντίθεση με τους ανανεώσιμους πόρους, οι οποίοι δεσμεύονται κατά την εκτέλεση μία εργασίας και μετά γίνονται ξανά διαθέσιμοι για άλλες εργασίες, οι μη ανανεώσιμοι πόροι

² Πηγή: Kolisch, R., & Hartmann, S. (1999). *Heuristic Algorithms for Solving the Resource-Constrained Project Scheduling Problem : Classification and Computational Analysis*.

καταναλώνονται άπαξ από την εκάστοτε εργασία και δεν επιστρέφονται μετά το τέλος της, συνεπώς, οι μη ανανεώσιμοι πόροι βαίνουν φθίνοντες κατά την εκτέλεση του έργου. Για να τηρεί το έργο τους περιορισμούς μη ανανεώσιμων πόρων, θα πρέπει για το άθροισμα των αναγκών όλων των εργασιών σε έναν μη ανανεώσιμο πόρο να μην υπερβαίνει την (αρχική) διαθεσιμότητα του πόρου αυτού, περιορισμός που θα πρέπει να ικανοποιείται για κάθε μη ανανεώσιμο πόρο. Τέτοιοι πόροι μπορεί να είναι πρώτες ύλες, διαθέσιμο κεφάλαιο κλπ. Το σύνολο των μη ανανεώσιμων πόρων συμβολίζεται ως \mathcal{K}^v . Για κάθε μη ανανεώσιμο πόρο $k \in \mathcal{K}^v$ η συνολική διαθέσιμη ποσότητα είναι R_k^v (S Hartmann 2001).

Ο λόγος που δεν γίνεται εξέταση των μη ανανεώσιμων πόρων στον προγραμματισμό έργου με μοναδικούς TE εργασιών είναι ότι οι αθροιστικές ανάγκες σε μη ανανεώσιμους πόρους των εργασιών του έργου είναι συγκεκριμένες. Επομένως, δεν υπάρχει δυνατότητα λήψης αποφάσεων κατά τον προγραμματισμό του έργου που οδηγούν στην τήρηση ή μη των περιορισμών σε μη ανανεώσιμους πόρους. Αντίθετα, στην περίπτωση του προγραμματισμού έργου με πολλαπλούς TE η κάθε εργασία έχει TE με διαφορετικές ανάγκες σε μη ανανεώσιμους πόρους, και για τον προγραμματισμό του έργου θα επιλεγεί ένας εκ των TE για κάθε εργασία. Αυτό σημαίνει ότι η επιλογή των TE των εργασιών μπορεί να οδηγήσει στην τήρηση ή μη των περιορισμών σε μη ανανεώσιμους πόρους, άρα αποκτά έννοια η απαίτηση της τήρησης αυτών των περιορισμών κατά τον προγραμματισμό.

Δύο σημεία που πρέπει να εξεταστούν είναι η δυνατότητα εκτέλεσης και αποδοτικότητα του κάθε TE (S Hartmann 2001). Ένας TE θεωρείται μη εκτελέσιμος όταν οι απαιτήσεις του σε έναν ή παραπάνω ανανεώσιμους πόρους ξεπερνούν την διαθέσιμη ποσότητα του έργου για τον αντίστοιχο πόρο. Ένας TE θεωρείται μη αποδοτικός όταν υπάρχει άλλος TE με ίση ή μικρότερη διάρκεια και ταυτόχρονα ίσες ή μικρότερες απαιτήσεις για κάθε ανανεώσιμο και μη πόρο. Οι μη εκτελέσιμοι και ή μη αποδοτικοί πόροι μπορούν να διαγραφούν καθώς η βέλτιστη λύση δεν περιλαμβάνει τη χρήση τους, και η διαγραφή τους επιταχύνει την επίλυση.

Στην περίπτωση του προγραμματισμού έργου με πολλαπλούς TE, κάθε εργασία μπορεί να εκτελεστεί με έναν εκ των $\mathcal{M}_j = \{1 \dots M_j\}$ εναλλακτικών TE. Όταν μία δραστηριότητα αρχίσει να εκτελείται με ένα TE $m \in \mathcal{M}_j$, πρέπει να ολοκληρωθεί με τον TE m χωρίς διακοπή. Η εκτέλεση της εργασίας j με τον TE m απαιτεί χρονική διάρκεια p_{jm} και δεσμεύει r_{jmk}^ρ , $k \in \mathcal{K}^\rho$ μονάδες του ανανεώσιμου πόρου $r \in \mathcal{K}^\rho$, και καταναλώνει r_{jmk}^v , $k \in \mathcal{K}^v$ μονάδες πόρου $r \in \mathcal{K}^v$ (S Hartmann 2001).

Ο προγραμματισμός έργου με πολλαπλούς ΤΕ γίνεται με χρήση ΣΠΧ, προσαρμοσμένου όμως στην ανάγκη ανάθεσης ΤΕ για την κάθε εργασία. Δηλαδή, μαζί με την επιλογή εργασίας από τις επιλέξιμες γίνεται και επιλογή ΤΕ της εργασίας (Lova et al. 2009).

Αν ένα έργο έχει n εργασίες και κάθε εργασία έχει το ίδιο πλήθος ΤΕ M , τότε οι διαφορετικοί συνδυασμοί ΤΕ είναι n^M . Επομένως, η ύπαρξη πολλαπλών ΤΕ προσθέτει περιπλοκότητα στο πρόβλημα της εύρεσης βέλτιστης διάρκειας του έργου, καθώς αυξάνεται το πλήθος πιθανών λύσεων.

2.3.3 Στοχαστική διάρκεια εργασίας

Συχνά η διάρκεια εκτέλεσης μιας εργασίας ή ενός ΤΕ θεωρείται σταθερή και εκ των προτέρων γνωστή, στη πράξη όμως αυτό συχνά δεν ισχύει. Τυχαία, απρόβλεπτα και ανεξέλεγκτα γεγονότα (πχ. καιρικές συνθήκες) επηρεάζουν την πραγματική διάρκεια εκτέλεσης των εργασιών. Επίσης, συχνά υπάρχει αδυναμία πρόβλεψης του απαιτούμενου χρόνου εκτέλεσης μιας εργασίας (πχ. όταν δεν υπάρχει πρότερη εμπειρία σχετικά με την εκτέλεση της εργασίας). Αυτό σημαίνει πως στην προβλεπόμενη διάρκεια εμπεριέχεται ένα σφάλμα πρόβλεψης ή/και μια εγγενής αβεβαιότητα. Αποσκοπώντας στην ακριβέστερη μοντελοποίηση του πραγματικού κόσμου, εισάγεται η περίπτωση του προγραμματισμού έργου με στοχαστική διάρκεια εργασιών.

Σε αυτή την περίπτωση η διάρκεια των εργασιών αντιπροσωπεύεται από τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν κάποια στατιστική κατανομή. Συνεπώς όλες οι τυχαίες διάρκειες μαζί αποτελούν ένα διάνυσμα τυχαίων μεταβλητών d .

Στις προηγούμενες περιπτώσεις, ένα χρονοδιάγραμμα των εργασιών ήταν ικανό να παρέχει όλη την απαραίτητη πληροφορία για τον προγραμματισμό ενός έργου. Καθ' αυτή την έννοια είναι μια αποδεκτή μορφή λύσης στο πρόβλημα του προγραμματισμού έργου. Στην περίπτωση όμως του προγραμματισμού έργου με στοχαστική διάρκεια εργασιών, ένα χρονοδιάγραμμα δεν είναι αποδεκτή λύση, καθώς αυτό προκύπτει για κάποιες δεδομένες διάρκειες εργασιών. Δημιουργείται συνεπώς η ανάγκη προσδιορισμού μιας μορφής λύσης που να είναι ικανή να παρέχει την απαραίτητη πληροφορία για τον προγραμματισμό του έργου (Stork 2001).

Με δεδομένο ότι χρήσιμη πληροφορία (η διάρκεια εργασιών) γίνεται γνωστή σταδιακά κατά την εκτέλεση του έργου, θα πρέπει η λύση αυτή να μπορεί να αξιοποιεί δυναμικά αυτή την πληροφορία, ορίζοντας τον χρόνο έναρξης της κάθε

εργασίας κατάλληλα. Αυτή η μορφή λύσης αναφέρεται στη βιβλιογραφία, όπως, μεταξύ άλλων, από τους (Lgelmund & Radermacher 1983) ως στρατηγική προγραμματισμού (scheduling policy). Για δεδομένες διάρκειες εργασιών, οι χρόνοι έναρξης των εργασιών γίνονται ντετερμινιστικοί, δηλαδή ίδιοι σε κάθε εκτέλεση της ίδιας στρατηγικής. Με αυτή την έννοια η στρατηγική Π μπορεί να οριστεί ως συνάρτηση που αντιστοιχεί ένα δείγμα d από το τυχαίο διάνυσμα διαρκειών των εργασιών d σε ένα σύνολο χρόνων έναρξης αυτών $S^\Pi(d)$, $\Pi: \mathbb{R}_n^+ \rightarrow \mathbb{R}_n^+$. Η διάρκεια έργου για δεδομένη στρατηγική και διάρκειες εργασιών είναι η $C_{max}(S^\Pi(d))$ και ως $E(\Pi) = E(C_{max}(S^\Pi))$ συμβολίζεται η προσδοκώμενη διάρκεια έργου (Ballestín 2007).

Ο υπολογισμός της $E(\Pi)$ γίνεται με προσομοίωση. Λαμβάνεται ένα σύνολο δειγμάτων D πλήθους $nscen$ από το διάνυσμα τυχαίων διαρκειών d , με βάση τα οποία γίνεται η προσομοίωση, δηλαδή $E(\Pi) = [\sum_{i=1}^{nscen} C_{max}(S^\Pi(D_i))]/nscen$. Καθώς το πλήθος δειγμάτων τείνει στο άπειρο η προσομοιωμένη προσδοκώμενη διάρκεια έργου προσεγγίζει την πραγματική. Για την εύρεση της προσδοκώμενης διάρκειας έργου, προτείνεται (Ballestín et al. 2007) η χρήση της περιγραφικής δειγματοληψίας διαρκειών (Andradóttir et al. 1997) αντί της τυχαίας δειγματοληψίας, καθώς οδηγεί σε καλύτερη προσέγγιση της πραγματικής κατανομής στη διάρκεια του έργου.

Ο Stork (Stork 2001) διερεύνησε διάφορες μορφές στρατηγικών εκτέλεσης. Η πλέον αποτελεσματική είναι αυτής της λίστας εργασιών. Αυτή η στρατηγική δηλώνει την σειρά με την οποία πρέπει να προγραμματιστούν οι εργασίες στον νωρίτερο δυνατό χρόνο για την καθεμία. Οι χρόνοι λήψης αποφάσεων, δηλαδή οι χρόνοι στους οποίους αποφασίζεται η έναρξη κάθε εργασίας, είναι η αρχή του έργου και ο χρόνος λήξης κάθε εργασίας.

Παρότι η λύση που παρέχεται είναι μία στρατηγική προγραμματισμού, είναι χρήσιμη, για την προσομοίωση των στρατηγικών, η δημιουργία χρονοδιαγραμμάτων έχοντας δεδομένες τιμές για τις διάρκειες των εργασιών. Έτσι το ΣΠΧ προσαρμόζεται για να καλύψει αυτή την ανάγκη: Ο προγραμματισμός ενός έργου με στοχαστικές διάρκειες εργασιών είναι ουσιαστικά μία προσομοίωση της πραγματικής του εκτέλεσης. Σε αυτό το ΣΠΧ, όπως και στην πραγματικότητα, η διάρκεια μίας εργασίας δεν είναι γνωστή μέχρι την ολοκλήρωσή της. Συνεπώς, οι εργασίες που προγραμματίζονται έχοντας γνώση της διάρκειας μίας εργασίας δε μπορεί να ξεκινούν σε χρόνο μικρότερο από το τέλος αυτής της εργασίας, καθώς αυτή η πληροφορία δεν είναι γνωστή. Το προσαρμοσμένο ΣΠΧ ονομάζεται στοχαστικό ΣΠΧ

(Ballestín 2007), όπου προστίθεται ο περιορισμός $S_i \leq S_j$ όπου S_i ο χρόνος έναρξης της εργασίας i , και η εργασία i βρίσκεται πριν την εργασία j στην λίστα εργασιών. Ο αλγόριθμος παρουσιάζεται στην ενότητα «Ανάλυση σε υψηλό επίπεδο της κάθε υπομεθόδου (είσοδος-έξοδος)».

Λόγω αυτού του πρόσθετου περιορισμού, για το ίδιο δείγμα d , ένα χρονοδιάγραμμα που παράγεται με το στοχαστικό σειριακό ΣΠΧ θα έχει ίση ή μεγαλύτερη διάρκεια έργου από το (κοινό) σειριακό ΣΠΧ. Αυτό σημαίνει ότι η αναζήτηση βέλτιστης λύσης στο στοχαστικό πρόβλημα γίνεται δυσκολότερη. Ο Ballestín (Ballestín 2007) προτείνει μία αποτελεσματική μέθοδο για την αντιμετώπιση αυτού το προβλήματος, που βασίζεται αναδιάταξη των λιστών εργασιών. Ορίζει την έννοια του μέσου έργου, όπου κάθε εργασία λαμβάνει ως διάρκεια την μέση τιμή της τυχαίας μεταβλητής που εκφράζει την διάρκειά της. Έστω μία λίστα εργασιών που έχει προκύψει από μία ευρετική μέθοδο. Η αρχική αυτή λίστα εργασιών χρησιμοποιείται για τον προγραμματισμό του μέσου έργου με χρήση σειριακού ή παράλληλου ΣΠΧ, παράγοντας ένα χρονοδιάγραμμα. Στη συνέχεια η λίστα εργασιών αναδιατάσσεται κατά αύξοντα χρόνο έναρξης των εργασιών. Αποδεικνύεται ότι με αυτή την αναδιάταξη τόσο η αρχική όσο και η νέα λίστα εργασιών, όταν προγραμματιστούν λαμβάνοντας ως διάρκειες τη μέση διάρκεια εργασιών θα οδηγήσουν στο ίδιο χρονοδιάγραμμα είτε προγραμματιστούν με το σειριακό ΣΠΧ είτε με το στοχαστικό σειριακό ΣΠΧ. Η μέθοδος αυτή είναι ουσιαστικά μία συνάρτηση που λαμβάνει μία λίστα εργασιών και παράγει μια (διαφορετική) λίστα εργασιών.

2.4 Ευρετικές και μεταευρετικές μέθοδοι

Για την επίλυση των παραπάνω προβλημάτων έχει αναπτυχθεί μία σειρά αλγορίθμων, με στόχο την εύρεση βέλτιστης ή κοντινής στη βέλτιστη λύσης. Σημαντική είναι η αναφορά στην υπολογιστική πολυπλοκότητα του προβλήματος. Η γενική περίπτωση του προβλήματος προγραμματισμού έργου υπό περιορισμένους πόρους έχει μη-πολυωνυμική πολυπλοκότητα (NP-complete). Αυτό σημαίνει ότι, για την αναζήτηση ακριβούς λύσης στο πρόβλημα, ο απαιτούμενος αριθμός υπολογισμών είναι αυξάνεται εκθετικά με τον αριθμό εργασιών (Brucker et al. 1999).

Ευρετική ονομάζεται κάθε μη αλγοριθμική μέθοδος επίλυσης προβλημάτων, στην οποία η πορεία προς ένα τελικό αποδεκτό αποτέλεσμα στηρίζεται σε μια σειρά προσεγγιστικών αποτελεσμάτων. Αν και οι ευρετικές μέθοδοι δίνουν απλές και ικανοποιητικές λύσεις σε μερικά προβλήματα, τίποτα δεν εγγυάται ότι αυτές οι λύσεις

είναι οι καλύτερες δυνατές. Συνήθως δίνουν προσεγγίσεις των βέλτιστων λύσεων και κάποιες φορές προτιμούνται επειδή δίνουν αποδεκτές απαντήσεις σε μικρό χρόνο. Συνεπώς δεν μπορούν να αποτελέσουν κύριο εργαλείο βελτιστοποίησης. Οι αλγόριθμοι αυτοί είναι πολύ ταχύτεροι από τους ακριβείς αλγορίθμους, δεν παρέχουν όμως καμία εγγύηση ότι η λύση στην οποία καταλήγουν είναι το (ολικό) βέλτιστο του προβλήματος. Για πραγματικά προβλήματα, που έχουν έναν ικανό αριθμό εργασιών, η αναζήτηση ακριβούς λύσης είναι ιδιαίτερα χρονοβόρα. Έτσι ένα ιδιαίτερα μεγάλο μέρος της σχετικής βιβλιογραφίας ασχολείται με την ανάπτυξη ευρετικών μεθόδων (heuristic methods) επίλυσης αυτού του τύπου προβλημάτων.

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, το ΣΠΧ συνεργάζεται, για την παραγωγή χρονοδιαγραμμάτων, με έναν δεύτερο αλγόριθμο όπου επιλέγει την επόμενη εργασία που θα προγραμματιστεί. Οι περισσότερες ευρετικές και μεταευρετικές μέθοδοι χρησιμοποιούν το ΣΠΧ και παρέχουν τη λειτουργία αυτού του δεύτερου αλγορίθμου που θα αναφέρεται ως *αλγόριθμος επιλογής εργασίας*. Καθ' αυτή την έννοια, στόχος της ανάπτυξης ευρετικών και μεταευρετικών μεθόδων είναι η ανάπτυξη αποδοτικών αλγορίθμων επιλογής εργασίας, οι οποίοι όταν εφαρμοστούν στο ΣΠΧ θα αποδώσουν τα ποιοτικά χρονοδιαγράμματα.

Οι μέθοδοι αυτές έχουν ιδιαίτερη πρακτική χρησιμότητα καθώς είναι αυτές που, καθώς στην πλειοψηφία τους εκτελούνται σε πολυωνυμικό χρόνο, μπορούν να παρέχουν μία λύση σε εύλογο χρονικό διάστημα. Έτσι, χρησιμοποιούνται ευρέως σε πακέτα λογισμικού σχετικά με τον ΠΕ υπό περιορισμένους πόρους.

2.4.1 Κανόνες προτεραιότητας

Από τις πρώτες ευρετικές μεθόδους που αναπτύχθηκαν ήταν οι λεγόμενοι κανόνες προτεραιότητας. Είναι στατικοί αλγόριθμοι επιλογής εργασίας, με την έννοια ότι επιλέγουν πάντα την ίδια ακολουθία εργασιών και συνεπώς καταλήγουν να παράγουν το ίδιο χρονοδιάγραμμα. Αρκετοί χρησιμοποιούν δεδομένα που προκύπτουν από την ανάλυση του έργου με τη Μέθοδο του Κρίσιμου Δρόμου, εφαρμοσμένη στο έργο αγνοώντας τους περιορισμούς πόρων.

Είναι ταχύτατοι στην εκτέλεση τους διότι, όντας στατικοί με την παραπάνω έννοια, αρκεί μία εκτέλεση του ΣΠΧ για να παραχθεί το τελικό αποτέλεσμα. Ωστόσο, δεν είναι ικανοί να βρουν αρκετά ποιοτικές λύσεις, έτσι αναπτύχθηκαν για αυτό το σκοπό περισσότερο περίπλοκες μέθοδοι, που αναφέρονται ως μεταευρετικές μέθοδοι.

2.4.2 Γενετικοί αλγόριθμοι

Γύρω από το πρόβλημα του προγραμματισμού έργου με περιορισμένους πόρους έχει αναπτυχθεί μια ποικιλία μεταερευνητικών μεθόδων. Πολλές από αυτές προσαρμόζουν στο πρόβλημα δημοφιλείς βιομιμητικές μεθόδους βελτιστοποίησης, όπως οι γενετικοί αλγόριθμοι, η βελτιστοποίηση σμήνους σωματιδίων και η βελτιστοποίηση αποικίας μυρμηγκιών. Σε αυτή την εργασία θα μελετηθεί η χρήση των γενετικών αλγορίθμων για την βελτιστοποίηση προβλημάτων προγραμματισμού έργου υπό περιορισμένους πόρους.

Οι γενετικοί αλγόριθμοι, όπως φανερώνει το όνομά τους, βασίζονται στην μίμηση της εξελικτικής διαδικασίας των ειδών στη φύση. Η αναπαραγωγή μεταξύ δύο οργανισμών, καθώς και οι τυχαίες μεταλλάξεις στα γονίδια ενός οργανισμού δημιουργούν οργανισμούς διαφορετικές ακολουθίες DNA (γενότυπος), που οδηγούν συνήθως στη διαφοροποίηση των χαρακτηριστικών ενός οργανισμού (φαινότυπος) από τους άλλους του είδους του. Ωστόσο αυτοί οι μηχανισμοί δε θα μπορούσαν να έχουν οδηγήσει στην εξέλιξη όπως την γνωρίζουμε χωρίς τον μηχανισμό της φυσικής επιλογής: Τα βιολογικά χαρακτηριστικά οργανισμών γίνονται λιγότερο ή περισσότερο συνήθη σε έναν πληθυσμό, ανάλογα με την ικανότητα επιβίωσης και αναπαραγωγής των οργανισμών που τα διαθέτουν, συγκριτικά με τα άλλα άτομα του πληθυσμού (Goldberg & Holland 1988). Η θεωρία της εξέλιξης, ωστόσο, είναι ευρύτατη και οι αρχές αυτές, αν και βασικές, δεν εξηγούν το σύνολο του φαινομένου παρά βοηθούν στην εμφάνιση των αντιστοιχιών με τους γενετικούς αλγορίθμους.

Η ισχύς των αρχών της εξέλιξης έχουν οδηγήσει στην εφαρμογή τους σε μία σειρά τομέων. Ένας εξ' αυτών είναι ο χώρος της επιστήμης των υπολογιστών και συγκεκριμένα ο κλάδος της τεχνητής νοημοσύνης, στον οποίο και εντάσσονται οι Γενετικοί Αλγόριθμοι (ΓΑ). Οι ΓΑ είναι γενικής χρήσης αλγόριθμοι βελτιστοποίησης, με ιδιαίτερα επιτυχημένη εφαρμογή σε προβλήματα βελτιστοποίησης που εμφανίζουν πολλά τοπικά βέλτιστα, στα οποία άλλοι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης τείνουν να εγκλωβίζονται.

Οι ΓΑ εμφανίζουν παραλλαγές ως προς τον ακριβή τους αλγόριθμο, ωστόσο όλοι βασίζονται σε κοινούς μηχανισμούς, και μοιράζονται κοινές λειτουργίες. Κάθε ΓΑ διατηρεί ένα πληθυσμό ατόμων, δηλαδή ένα πληθυσμό υποψήφιας λύσεων. Οι πληροφορίες που είναι απαραίτητες για την παραγωγή της λύσης του ατόμου είναι η γενετική κωδικοποίηση του ατόμου (Hartmann 1998) Τηρώντας την αναλογία με την φυσική εξέλιξη, η γενετική κωδικοποίηση είναι ο γενότυπος και η λύση που παράγει

είναι ο φαινότυπος. Στην γενετική κωδικοποίηση εφαρμόζονται οι γενετικοί τελεστές, ένα επίσης σημαντικό χαρακτηριστικό των ΓΑ, που υπάρχει σε κάθε υλοποίηση τους. Αυτοί είναι οι τελεστές διασταύρωσης και μετάλλαξης (Sönke Hartmann 1998). Η ακριβής μορφή της γενετικής κωδικοποίησης και η ακριβής λειτουργία των γενετικών τελεστών είναι το πλέον σύνηθες σημείο διαφοροποίησης μεταξύ των ΓΑ.

Κάθε πιθανή λύση αξιολογείται από την συνάρτηση αξιολόγησης, η οποία είναι το μέρος του ΓΑ που έχει την πλέον άμεση σύνδεση με το πρόβλημα του οποίου αναζητείται λύση. Η συνάρτηση αυτή λαμβάνει την γενετική κωδικοποίηση ενός ατόμου, παράγει την λύση και επιστρέφει μία τιμή αξιολόγησης που αξιολογεί («βαθμολογεί») την λύση που παράχθηκε. Μέσω της συνάρτησης αξιολόγησης ορίζεται και ο στόχος της βελτιστοποίησης. Πχ. στο πρόβλημα του προγραμματισμού έργου είναι δυνατό αλλάζοντας μόνο τη συνάρτηση αξιολόγησης να αναζητείται η ελαχιστοποίηση της διάρκειας του έργου και, στη συνέχεια, αλλάζοντάς την να αναζητείται η μεγιστοποίηση της πιθανότητας τήρησης μίας προθεσμίας.

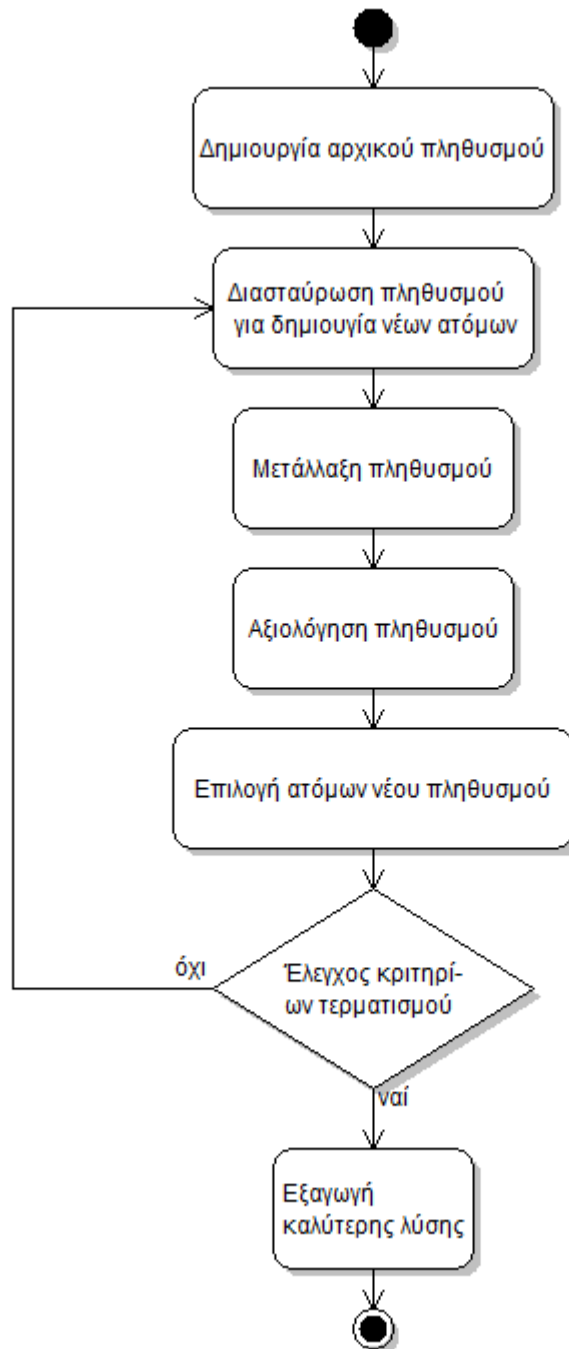
Ο τελεστής διασταύρωσης λαμβάνει έναν αριθμό γονέων (συνήθως δύο) και παράγει έναν αριθμό παιδιών (απογόνων), συνήθως ένα ή δύο. Υπάρχουν διαφορετικές μέθοδοι λειτουργίας τελεστή διασταύρωσης, ανάλογα και με την γενετική κωδικοποίηση του προβλήματος. Ο ρόλος του είναι η δημιουργία νέων λύσεων που διατηρούν όμως στοιχεία των παλαιών. Η ακριβής λειτουργία του τελεστή στη περίπτωση του προβλήματος προγραμματισμού έργου θα εξηγηθεί παρακάτω.

Ο τελεστής μετάλλαξης λαμβάνει ένα άτομο του πληθυσμού και τροποποιεί τμήματα της πληροφορίας που περιέχει με έναν τυχαίο τρόπο. Μπορεί να παράγει έτσι εντελώς νέες λύσεις, που δεν είχαν εμφανιστεί προηγουμένως κατά την εκτέλεση του ΓΑ. Η διασταύρωση μελών του πληθυσμού έχει την τάση να φέρνει ομοιογένεια στον πληθυσμό. Ένας βασικό ρόλος του τελεστή μετάλλαξης είναι να δρα αντίθετα, φέρνοντας ανομοιομορφία στον πληθυσμό, που δεν του επιτρέπει να εγκλωβιστεί σε τοπικά βέλτιστα. Επίσης μπορεί να δημιουργεί νέες λύσεις που δε μπορούν να προκύψουν με διασταύρωση των υπάρχουσών λύσεων του πληθυσμού.

Τέλος, μία ακόμα βασική λειτουργία ενός ΓΑ είναι η μέθοδος επιλογής του νέου πληθυσμού. Αυτός μιμείται τον μηχανισμό της φυσικής επιλογής και επιτρέπει στις καλύτερες λύσεις να επιβιώσουν στον επόμενο πληθυσμό και να γίνουν με τη σειρά τους γονείς, ενώ βοηθά στην απομάκρυνση μη-ποιοτικών λύσεων από τον πληθυσμό.

Πριν ξεκινήσει η εκτέλεση του ΓΑ πρέπει να παραχθεί ένας αρχικός πληθυσμός. Αυτός παράγεται είτε με γεννήτρια τυχαίων λύσεων είτε με κάποια ποιο «ευφυή» γεννήτρια λύσεων, που παράγει λύσεις καλύτερες μεν από τις καθαρά τυχαίες, διαφορετικές όμως μεταξύ τους. Είναι σημαντική προϋπόθεση η ανομοιομορφία του αρχικού πληθυσμού. Μετά την αξιολόγηση των λύσεων ο πληθυσμός χωρίζεται σε ζευγάρια γονέων, τυχαία ή με άλλο μηχανισμό που λαμβάνει υπ' όψιν και τα χαρακτηριστικά του υποψήφιου γονέα. Στη συνέχεια εφαρμόζεται ο τελεστής διασταύρωσης στα ζεύγη γονέων, και παράγονται νέα άτομα τα οποία προστίθενται στον αρχικό πληθυσμό. Συχνά ο τελεστής διασταύρωσης εφαρμόζεται με κάποια πιθανότητα. Αν δεν εφαρμοστεί τότε τα παιδιά είναι ταυτόσημα με τους γονείς. Σε κάποιες εφαρμογές τα παιδιά αντικαθιστούν τους γονείς, ενώ σε άλλες προστίθενται στον ίδιο πληθυσμό με αυτούς. Στη συνέχεια εφαρμόζεται ο τελεστής μετάλλαξης, είτε στο σύνολο του πληθυσμού είτε μόνο στα παιδιά, με κάποια δοσμένη πιθανότητα. Ο πληθυσμός αξιολογείται με χρήση της συνάρτησης αξιολόγησης. Αν τα κριτήρια τερματισμού ικανοποιηθούν, τότε ο ΓΑ τερματίζεται. Αν δεν ικανοποιούνται, τότε με τον μηχανισμό επιλογής παράγεται ο νέος πληθυσμός και η διαδικασία επαναλαμβάνεται, με την διασταύρωση του νέου πληθυσμού να είναι το επόμενο βήμα.

Έχοντας αναφέρει τις βασικές αρχές λειτουργίας ενός ΓΑ, ακολουθεί ένα διάγραμμα ροής των λειτουργιών του.



2-1 Διάγραμμα ροής ενός ΓΑ

2.4.2.1 Γενετικοί αλγόριθμοι στον προγραμματισμού έργου

Μετά την εποπτική αναφορά στις λειτουργίες ενός ΓΑ, ακολουθεί η βιβλιογραφική αναφορά στην χρήση ΓΑ στο πρόβλημα του προγραμματισμού έργου με περιορισμένους πόρους.

Μία σημαντική εργασία σε αυτό το θέμα δημοσιεύτηκε το 1998 από τον Hartmann (Hartmann 1998). Σε αυτή, δοκιμάζονται τρεις διαφορετικές γενετικές κωδικοποιήσεις: *λίστα δραστηριοτήτων*, *τιμές προτεραιότητας* και *κανόνες*

προτεραιότητας. Μεταξύ αυτών, η κωδικοποίηση της λίστας δραστηριοτήτων εμφανίζει τα καλύτερα αποτελέσματα και για αυτό το λόγο θα εξηγηθεί η μορφή και λειτουργία της, καθώς και οι λειτουργίες των τελεστών διασταύρωσης και μετάλλαξης γι αυτήν.

Η λίστα εργασιών είναι, όπως φανερώνει η ονομασία της, μία ακολουθία με όλες τις (μη εικονικές) εργασίες του έργου, όπου περιέχονται μία φορά η καθεμία $I = (j_1^I, \dots, j_j^I)$. Η λίστα εργασιών δηλώνει τη σειρά που πρέπει να προγραμματιστούν οι εργασίες του έργου, η καθεμία στον νωρίτερο δυνατό χρόνο. Πρακτικά η λίστα εργασιών παρέχει διαδοχικά τις εργασίες προς προγραμματισμό στο ΣΠΧ. Αυτό σημαίνει ότι η εργασία που παρέχεται κάθε στιγμή πρέπει να είναι επιλέξιμη. Συνεπώς, η ακολουθία αυτή δε μπορεί να περιέχει τις εργασίες σε οποιαδήποτε σειρά, αλλά πρέπει οι προκάτοχοι της κάθε εργασίας να βρίσκονται πριν την ίδια. Υπενθυμίζοντας ότι οι συσχετίσεις των εργασιών του έργου αντιπροσωπεύονται από ένα κατευθυνόμενο γράφο, ο περιορισμός αυτός στη μορφή της λίστας αναφέρεται στην θεωρία γράφων ως τοπολογική σειρά.

Στο πρόβλημα του ΠΕ με πολλαπλούς ΤΕ η γενετική κωδικοποίηση που προτείνεται, σαν επέκταση της λίστας εργασιών, είναι η λίστα εργασιών – τρόπων εκτέλεσης (ΛΕ-ΤΕ) (Peteghem & Vanhoucke 2010). Εμφανίζεται σαν δύο λίστες ακολουθώντας περισσότερο την προγραμματιστική τους υλοποίηση. Μπορεί, ωστόσο, να παριστάνεται και σαν μία λίστα που περιέχει ζεύγη εργασίας-ΤΕ.

Στην ίδια εργασία (Sönke Hartmann 1998) εξετάζονται οι τελεστές διασταύρωσης ενός σημείου, δύο σημείων και ομοιόμορφης διασταύρωσης για την λίστα εργασιών. Ο επικρατέστερος είναι αυτός της διασταύρωσης δύο σημείων. Η μέθοδος αυτή λαμβάνει δύο λίστες εργασιών (γονείς) και παράγει δύο νέες λίστες εργασιών (παιδιά). Η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται και σε άλλα προβλήματα όπου η γενετική κωδικοποίηση είναι σε μορφή λίστας. Η λογική είναι ότι οι δύο λίστες των γονέων κόβονται νοητά σε δύο σημεία, ίδια και στις δύο, και τα στοιχεία μεταξύ αυτών των δύο τομών ανταλλάσσονται μεταξύ των δύο γονέων. Ωστόσο, στην εφαρμογή της μεθόδου στις λίστες εργασιών πρέπει γίνει μια εξειδίκευση της για να τηρηθούν δύο περιορισμοί: Κάθε εργασία πρέπει να περιέχεται μόνο μία φορά, και η λίστα εργασιών πρέπει να είναι σε τοπολογική σειρά. Αποδεικνύεται (Sönke Hartmann 1998) ότι οι λίστες εργασιών που παράγονται από γονείς που είναι σε τοπολογική σειρά θα είναι και αυτές σε τοπολογική σειρά.

Ακολουθεί η εξήγηση της λειτουργίας της διασταύρωσης δύο σημείων, όπως αυτή παρουσιάζεται (Sönke Hartmann 1998). Αν J το πλήθος εργασιών, επιλέγονται δύο τυχαίοι αριθμοί q_1, q_2 με $1 \leq q_1 < q_2 \leq J$. Οι γονείς συμβολίζονται με M (μητέρα) και F (πατέρας) και τα παιδιά με D (κόρη) και S (γιός). Οι θέσεις $i = 1 \dots q_1$ της λίστας εργασιών για την κόρη δημιουργείται παίρνοντας τις εργασίες της λίστας εργασιών της Μητέρας που βρίσκονται στην ίδια θέση: $j_i^D = j_i^M$. Οι θέσεις $i = q_1 + 1 \dots q_2$ προκύπτουν από την λίστα εργασιών του πατέρα ως εξής: $j_i^D = j_k^F$ όπου k είναι ο μικρότερος κάθε φορά δείκτης για τον οποίο ισχύει ότι $j_k^F \notin \{j_1^D, \dots, j_{i-1}^D\}$. Δηλαδή κάθε φορά προστίθεται στη λίστα εργασιών της κόρης η πρώτη σε σειρά εργασία της λίστας εργασιών του πατέρα που δεν περιέχεται ήδη στη λίστα εργασιών της κόρης. Οι υπόλοιπες θέσεις, $i = q_2 + 1 \dots J$ λαμβάνονται από τη λίστα εργασιών της μητέρας: $j_i^D = j_k^M$ όπου k είναι ο μικρότερος κάθε φορά δείκτης για τον οποίο ισχύει ότι $j_k^M \notin \{j_1^D, \dots, j_{i-1}^D\}$. Η λίστα εργασιών του γιού δημιουργείται αντίστοιχα, λαμβάνοντας εργασίες, πρώτα από τον πατέρα, μετά από τη μητέρα και μετά από τον πατέρα, αντίστροφα με την κόρη. Αντίστοιχη διαδικασία ακολουθείται και στην διασταύρωση ενός σημείου, καθώς και τριών και άνω σημείων.

Στην περίπτωση του προβλήματος προγραμματισμού έργου με πολλαπλούς TE, όπου η γενετική κωδικοποίηση είναι ΛΕ-TE, ο TE της εργασίας κληροδοτείται στα παιδιά μαζί με την εργασία. Εδώ φαίνεται η χρησιμότητα της αναπαράστασης της ΛΕ-TE ως λίστα ζευγών εργασίας-TE, καθώς στη διασταύρωση μετακινούνται ζεύγη εργασιών-TE (Hartmann 2001).

Η λειτουργία του τελεστή μετάλλαξης λίστας εργασιών όπως παρουσιάζεται από τον Hartmann είναι αρκετά απλή: δύο εργασίες της υπό μετάλλαξης λίστας εργασιών αντιμετωπίζονται με δοσμένη πιθανότητα, αν η αντιμετάθεση αυτή διατηρεί την λίστα εργασιών σε τοπολογική σειρά. Ωστόσο η τυχαία αντιμετάθεση και μετέπειτα έλεγχος της λίστας εργασιών δεν είναι ιδιαίτερα υπολογιστικά αποδοτική λύση. Ο Nicogară (2009) προτείνει τρεις υπολογιστικά αποδοτικές μεθόδους μετάλλαξης σε λίστα εργασιών.

Στην περίπτωση του προβλήματος προγραμματισμού έργου με πολλαπλούς TE, όπου η γενετική κωδικοποίηση είναι ΛΕ-TE, κατά την μετάλλαξη, πέρα από την αντιμετάθεση εργασιών γίνεται και μετάλλαξη του TE της κάθε εργασίας, με διαφορετική πιθανότητα από αυτήν της αντιμετάθεσης (S Hartmann 2001). Ουσιαστικά μπορεί να θεωρηθεί σαν ένας δεύτερος τελεστής μετάλλαξης.

Στην περίπτωση του προβλήματος προγραμματισμού έργου με πολλαπλούς ΤΕ, όπου η γενετική κωδικοποίηση είναι ΛΕ-ΤΕ, υπάρχουν δύο διαδικασίες μετάλλαξης, με δύο διαφορετικές πιθανότητες να συμβεί η καθεμία. Η μετάλλαξη εργασιών είναι ίδια με αυτή στο πρόβλημα με μοναδικό ΤΕ, μόνο που σε αυτή την περίπτωση αντιμετωπίζονται ζεύγη εργασίας-ΤΕ, με τον ΤΕ να παραμένει ίδιος. Στη μετάλλαξη ΤΕ του ζεύγους εργασίας-ΤΕ, ο ΤΕ αλλάζει τυχαία σε έναν από τους διαθέσιμους ΤΕ της εργασίας.

Ως προς την μέθοδο επιλογής, ο Hartmann εξετάζει τέσσερις μεθόδους: κατάταξη, αναλογική κατάταξη, πρωτάθλημα δύο ατόμων και πρωτάθλημα τριών ατόμων. Αρχικά πρέπει να αναφερθεί ότι οι νέες λύσεις που προκύπτουν από τη διασταύρωση προστίθενται στον αρχικό πληθυσμό, διπλασιάζοντας έτσι το μέγεθός τους, διότι αυτό επηρεάζει την ακριβή υλοποίηση της μεθόδου επιλογής. Επικρατέστερη μέθοδος είναι η κατάταξη, στην οποία ο πληθυσμός ταξινομείται με βάση την τιμή που έχει λάβει από την συνάρτηση αξιολόγησης και στον νέο πληθυσμό παραμένουν οι P καλύτερες λύσεις, όπου P το επιθυμητό μέγεθος του πληθυσμού. Αυτό σημαίνει ότι στον πληθυσμό βρίσκονται πάντα οι P καλύτερες λύσεις που έχουν βρεθεί. Στη βιβλιογραφία (Sivaraj 2011) η μέθοδος αυτή ονομάζεται ντετερμινιστική κατάταξη, καθώς επιλέγονται ντετερμινιστικά οι καλύτερες λύσεις.

Μία σημαντική μέθοδος που έχει αναπτυχθεί στην βελτιστοποίηση ΠΕ με στοχαστική διάρκεια εργασιών με χρήση ΓΑ είναι ένας τρόπος παραγωγής στρατηγικών επίλυσης από την γενετική κωδικοποίηση ΛΕ-ΤΕ που προτείνει ο Ballestín (2007) και εξηγήθηκε παραπάνω, στην ενότητα *Στοχαστική διάρκεια εργασίας*. Η μέθοδος αυτή φέρει σημαντική μείωση της προσδοκώμενης διάρκειας έργου, έως και 46% (Ballestín 2007) για τον ίδιο χρόνο εκτέλεσης του ΓΑ.

3 Μέθοδος

Στην παρούσα εργασία μελετάται η περίπτωση του προβλήματος προγραμματισμού έργου με πολλαπλούς τρόπους εκτέλεσης και στοχαστική διάρκεια εργασιών υπό περιορισμένους πόρους, σταθερούς σε όλη τη διάρκεια του έργου. Βασικός στόχος είναι η ανάπτυξη στρατηγικής προγραμματισμού έργου που να αντιμετωπίζει αυτή την κατηγορία έργων, και η υλοποίηση ΓΑ για την επιλογή βέλτιστων στρατηγικών της μορφής που αναπτύχθηκε.

Το πρόβλημα ουσιαστικά αποτελείται από μία σειρά σχετικά διακριτών εννοιών. Για την καλύτερη κατανόηση και εμβάθυνση στο πρόβλημα, η βιβλιογραφική διερεύνηση όσο η υλοποίηση των αλγορίθμων έγιναν βηματικά και παράλληλα μεταξύ τους, με τα εξής βήματα:

1. Κατανόηση της έννοιας του έργου και των περιορισμών προτεραιότητας. Κατανόηση των περιορισμών πόρων και της επίδρασης τους στον προγραμματισμό έργου.
2. Ανάπτυξη δομής για την αναπαράσταση ενός έργου και μεθόδου εισαγωγής δεδομένων από έργα της βιβλιοθήκης έργων PSPLIB.
3. Μελέτη και υλοποίηση του (σειριακού) σχήματος παραγωγής χρονοδιαγραμμάτων. Εφαρμογή αυτού με χρήση κανόνων προτεραιότητας. Δοκιμές σε έργα της PSPLIB.
4. Μελέτη μεταερευτικών μεθόδων βελτιστοποίησης για έργα με μοναδικό τρόπο εκτέλεσης. Υλοποίηση πρώτου γενετικού αλγορίθμου.
5. Μελέτη της έννοιας των πολλαπλών τρόπων εκτέλεσης μιας εργασίας και της επίδρασης των μη ανανεώσιμων πόρων στο πρόβλημα. Τροποποίηση των παραπάνω αλγορίθμων ώστε να λειτουργούν για πολλαπλούς τρόπους εκτέλεσης.
6. Μελέτη της έννοιας της στοχαστικής διάρκειας εργασιών και των διαφορετικών στρατηγικών εκτέλεσης.
7. Μαζική αναδόμηση της υλοποίησης με αφορμή την ανάγκη χειρισμού της στοχαστικής διάρκειας, κατά την οποία δημιουργήθηκε η αρχιτεκτονική που παρουσιάζεται παρακάτω.
8. Δημιουργία της σχετικής υποδομής στη υλοποίηση για την χρήση των αλγορίθμων στα υπολογιστικά πειράματα, και εκτέλεση αυτών.

4 Ανάλυση και σχεδίαση

Η πλειοψηφία των επιμέρους αλγορίθμων που χρησιμοποιούνται έχουν περιγραφεί, ωστόσο η μεταξύ τους συνεργασία είναι ένα σημαντικό μέρος της εφαρμογής. Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται η πορεία ανάλυσης του προβλήματος, δηλαδή η αναγνώριση των οντοτήτων του προβλήματος και των μεταξύ τους συσχετίσεων, η ανάπτυξη του λογικού διαγράμματος της εφαρμογής και η καταγραφή των εισόδων και εξόδων των μεθόδων.

Η ανάλυση και σχεδίαση σε αυτή τη φάση γίνεται αγνοώντας της επιλογές εργαλείων (γλώσσα προγραμματισμού) και σκοπός είναι στο τέλος της ανάλυσης να

αναγνωριστούν οι ανάγκες και οι απαιτήσεις και να γίνει μία υψηλού επιπέδου σχεδίαση της εφαρμογής. Έχοντας καταλήξει σε αυτά μπορεί να γίνει η επιλογή εργαλείων και η υλοποίηση της λύσης χωρίς να χρειάζεται σημαντική περαιτέρω λήψη αποφάσεων σε ζητήματα που δεν σχετίζονται με τις ανάγκες της υλοποίησης.

Ακολουθούν συγκεντρωτικά οι βασικές επιλογές που ακολουθούνται κατά την υλοποίηση, με βάση τη βιβλιογραφική επισκόπηση που προηγήθηκε. Σαν γενετική κωδικοποίηση στον ΓΑ χρησιμοποιείται η *λίστα εργασιών –τρόπων εκτέλεσης*. Για την δημιουργία των στρατηγικών εκτέλεσης χρησιμοποιείται η *μέθοδος αναδιάταξης λίστας εργασιών* που προτείνει ο Balestin, προσαρμοσμένη στο πρόβλημα με πολλαπλούς ΤΕ όπως θα εξηγηθεί στη συνέχεια. Μέθοδος αυτή χρησιμοποιεί σειριακό ΣΠΧ, επιλογή που διατηρείται και στη παρούσα εργασία. Για την αξιολόγηση των λύσεων χρησιμοποιείται προσομοίωση με *περιγραφική δειγματοληψία*. Ο τελεστής διασταύρωσης που χρησιμοποιείται είναι η *διασταύρωση δύο σημείων*. Για την μετάλλαξη των ατόμων του ΓΑ χρησιμοποιούνται ο *τελεστής μετάλλαξης λίστας εργασιών* και ο *τελεστής μετάλλαξης ΤΕ* με διακριτές μεταξύ τους πιθανότητες μετάλλαξης. Η μέθοδος επιλογής που χρησιμοποιείται στον ΓΑ είναι η *κατάταξη*. Η μορφή της στρατηγικής εκτέλεσης έργου που χρησιμοποιείται εξηγείται παρακάτω.

Ο χρήστης του αλγορίθμου παρέχει όλα τα απαραίτητα στοιχεία που περιγράφουν το έργο, δηλαδή τους διαθέσιμους πόρους, τον γράφο εργασιών του έργου και τα απαραίτητα δεδομένα για κάθε μια εργασία του έργου. Αυτά είναι το πλήθος τρόπων εκτέλεσης που έχει η κάθε εργασία, οι ανάγκες σε πόρους και η κατανομή διάρκειας κάθε τέτοιου τρόπου εκτέλεσης. Ο χρήστης επίσης ορίζει τις απαραίτητες παραμέτρους του ΓΑ, όπως το μέγεθος του πληθυσμού και τον χρόνο εκτέλεσης. Έχοντας τα απαραίτητα δεδομένα, ο ΓΑ μπορεί να εκτελεστεί, και σαν αποτέλεσμα παρέχει την καλύτερη στρατηγική εκτέλεσης του δεδομένου έργου που βρέθηκε κατά την εκτέλεση του.

4.1 Παρουσίαση αλγορίθμων και σχεδιαστικών επιλογών

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζονται οι έννοιες και μέθοδοι που δεν υπάρχουν στη βιβλιογραφία και αναπτύχθηκαν για τις ανάγκες της εφαρμογής.

Για την εκτέλεση του προβλήματος προγραμματισμού έργου με πολλαπλούς τρόπους εκτέλεσης και στοχαστική διάρκεια εργασιών είναι απαραίτητος ο ορισμός μίας στρατηγικής εκτέλεσης του έργου. Η στρατηγική εκτέλεσης είναι σύνολο ακριβών εντολών για την εκτέλεση έργου. Όπως αναφέρθηκε στη μέθοδο, η μορφή

της στρατηγικής που επιλέγεται είναι η ΛΕ-ΤΕ. Η στρατηγική που αναπτύχθηκε στα πλαίσια αυτής της εργασίας είναι μία λίστα ζευγών εργασίας-ΤΕ, με μήκος όσο το πλήθος των μη-εικονικών εργασιών του έργου. Σε κάθε χρόνο απόφασης προγραμματίζεται η επόμενη εργασία της λίστας, με τον ΤΕ που ορίζεται στην λίστα. Οι χρόνοι αποφάσεων είναι αρχή του έργου και η λήξη κάθε εργασίας.

Την διαδικασία προγραμματισμού του έργου με εφαρμογή της στρατηγικής αυτής προσομοιώνει ο αλγόριθμος του στοχαστικού σειριακού ΣΠΧ πολλαπλών τρόπων εκτέλεσης (ΠΤΕ). Δεν υπάρχει ακριβής αλγοριθμική αναπαράσταση του στοχαστικού σειριακού ΣΠΧ, αντίστοιχη με αυτή των Kolisch και Hartmann για το σειριακό ΣΠΧ, οπότε ακολουθεί ο αλγόριθμος του στοχαστικού σειριακού ΣΠΧ.

Αρχικοποίηση: $F_0 = 0, S_g = \{0\}$

Για $g = 1$ *έως* n *εκτέλεση:*

Υπολογισμός των $D_g, \mathcal{F}_g, \tilde{R}_k(t)$ ($k \in K, t \in \mathcal{F}_g$)

Επιλογή μίας δραστηριότητας $j \in D_g$

$ES_j = \max\{\max_{h \in P_j} \{F_h\}, \max_{h \in S_g} \{F_h - p_h\}\}$

Ανάθεση τιμής στη διάρκεια p_j

$F_j = \min\{t \in [ES_j, \infty) \cap F_g \mid r_{jk} \leq \tilde{R}_k(t), k \in \mathcal{K}\} + p_j$

$S_g = S_{g-1} \cup \{j\}$

$F_{n+1} = \max_{h \in P_{n+1}} \{F_h\}$

Όπως φαίνεται, για την αναζήτηση του χρόνου εκκίνησης της εργασίας αρκεί να τηρείται ο περιορισμός πόρων κατά την χρονική στιγμή έναρξης. Αφού η έναρξη της εργασίας γίνεται μετά από κάθε άλλη έναρξη εργασίας σε αυτή τη φάση του προγραμματισμού του έργου, δεν υπάρχει άλλη εργασία που *αρχίζει* να δεσμεύει πόρους μετά την έναρξη της εργασίας. Έτσι, αν υπάρχουν αρκετοί πόροι για να ξεκινήσει η εργασία τότε αυτή μπορεί να εκτελεστεί μέχρι τέλους.

Ένα λεπτό σημείο είναι ότι η ανάθεση της διάρκειας της εργασίας γίνεται ταυτόχρονα με τον προγραμματισμό της, επιλογή που εκ πρώτης όψεως μπορεί να οδηγήσει σε λογικό σφάλμα. Έστω j η υπό προγραμματισμό εργασία και $j+i$ μία τυχαία επόμενη εργασία προς προγραμματισμό. Αν η $j+i$ πριν την λήξη της j , τότε σημαίνει ότι δεν χρησιμοποιήθηκε η γνώση του χρόνου λήξης της j για την ανάθεση χρόνου έναρξης στην $j+i$, οπότε δεν τελείται λογικό σφάλμα. Αν η $j+i$ ξεκινήσει στο τέλος ή μετά το τέλος της j , τότε η j έχει λήξει, φανερώνοντας της διάρκεια της.

Το στοχαστικό σειριακό ΣΠΧ-ΠΤΕ είναι μικρή μετατροπή του παραπάνω σειριακό ΣΠΧ:

$$\text{Αρχικοποίηση: } F_0 = 0, S_g = \{0\}$$

Για $g = 1$ έως n εκτέλεση:

$$\text{Υπολογισμός των } D_g, \mathcal{F}_g, \tilde{R}_k(t) \text{ (} k \in K, t \in \mathcal{F}_g \text{)}$$

Επιλογή μίας δραστηριότητας $j \in D_g$ και ΤΕ $m \in M_j$

$$ES_j = \max\{\max_{h \in P_j} \{F_h\}, \max_{h \in S_g} \{F_h - p_h\}\}$$

Ανάθεση τιμής στη διάρκεια p_j

$$F_j = \min\{t \in [ES_j, \infty) \cap F_g \mid r_{jkm} \leq \tilde{R}_k(t), k \in \mathcal{K}\} + p_j$$

$$S_g = S_{g-1} \cup \{j\}$$

$$F_{n+1} = \max_{h \in P_{n+1}} \{F_h\}$$

Ένας σημαντικός αλγόριθμος της εφαρμογής είναι η αναδιάταξη λίστας εργασιών που προτείνει ο Balestin (2007) και εξηγήθηκε στην ενότητα Στοχαστική διάρκεια εργασίας. Στην περίπτωση της εφαρμογής όπου χρησιμοποιείται ΛΕ-ΤΕ, κατά την αναδιάταξη της λίστας ο ΤΕ «ακολουθεί» την εργασία στην οποία αντιστοιχεί.

Στην περίπτωση που υπάρχουν περιορισμοί μη ανανεώσιμων πόρων, συχνά ένας συνδυασμός ΤΕ μπορεί να οδηγεί σε παραβίαση των περιορισμών αυτών. Έτσι εμφανίζεται η ανάγκη ανάπτυξης μίας μεθόδου που λαμβάνει τον ΤΕ για κάθε εργασία, θα ελέγχει αν ο συνδυασμός αυτός οδηγεί σε παραβίαση των περιορισμών σε μη ανανεώσιμους πόρους και, αν αυτό ισχύει, να επιδιώκει την επιλογή άλλων ΤΕ για κάποιες εργασίες, μέχρις ότου οι περιορισμοί μη ανανεώσιμων πόρων να ικανοποιηθούν.

Συχνά η προσπάθεια μείωσης της κατανάλωσης ενός μη ανανεώσιμου πόρου οδηγεί σε αύξηση της κατανάλωσης των υπολοίπων. Συνεπώς, η μέθοδος πρέπει να επιδιώκει την ταυτόχρονη μείωση της κατανάλωσης, για όσους πόρους ξεπερνούν την διαθέσιμη ποσότητα. Για αυτό το σκοπό δημιουργείται μία αντικειμενική συνάρτηση που πρέπει να ελαχιστοποιηθεί: Για κάθε μη ανανεώσιμο πόρο k υπολογίζεται το άθροισμα \tilde{R}_k^v των αναγκών όλων των ΤΕ σε αυτόν τον πόρο, $\tilde{R}_k^v = \sum_{j \in J} r_{jmk}^v$, $m = modes(j)$. Για κάθε πόρο, εφόσον οι ανάγκες ξεπερνούν τη διαθεσιμότητα, αθροίζεται το τετράγωνο της διαφοράς τους προς την διαθέσιμη ποσότητα:

$$F(\tilde{R}^v) = \sum_{k \in \mathcal{K}^v} \left[\frac{\max(0, \tilde{R}_k^v - R_k^v)}{R_k^v} \right]^2$$

Σε κάθε βήμα της μεθόδου επιλέγεται για κάθε εργασία ένας διαφορετικός ΤΕ από τον ήδη επιλεγμένο. Για κάθε ζεύγος παλαιού και νέου τρόπου υπολογίζονται ξεχωριστά οι ανάγκες σε κάθε ένα από τους πόρους \tilde{R}^v , εάν ο παλαιός ΤΕ αντικατασταθεί με τον νέο και στη συνέχεια η τιμή της συνάρτησης $F(\tilde{R}^v)$. Επιλέγεται το ζεύγος ΤΕ που οδηγεί στη μεγαλύτερη μείωση της συνάρτησης, και γίνεται η αντικατάσταση του παλαιού ΤΕ με τον νέο. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι η τιμή της συνάρτησης να γίνει μηδέν, οπότε και ικανοποιούνται οι περιορισμοί, ή να παρέλθει ένα αυθαίρετα ορισμένο πλήθος επαναλήψεων.

4.2 Ανάλυση ζητούμενων και καταγραφή οντοτήτων

Προτού αρχίσει η αναγνώριση των οντοτήτων του προβλήματος, είναι χρήσιμη η ακριβέστερη καταγραφή των ζητούμενων που πρέπει να ικανοποιεί η εφαρμογή.

Τα αρχικά ζητούμενα είναι τα εξής:

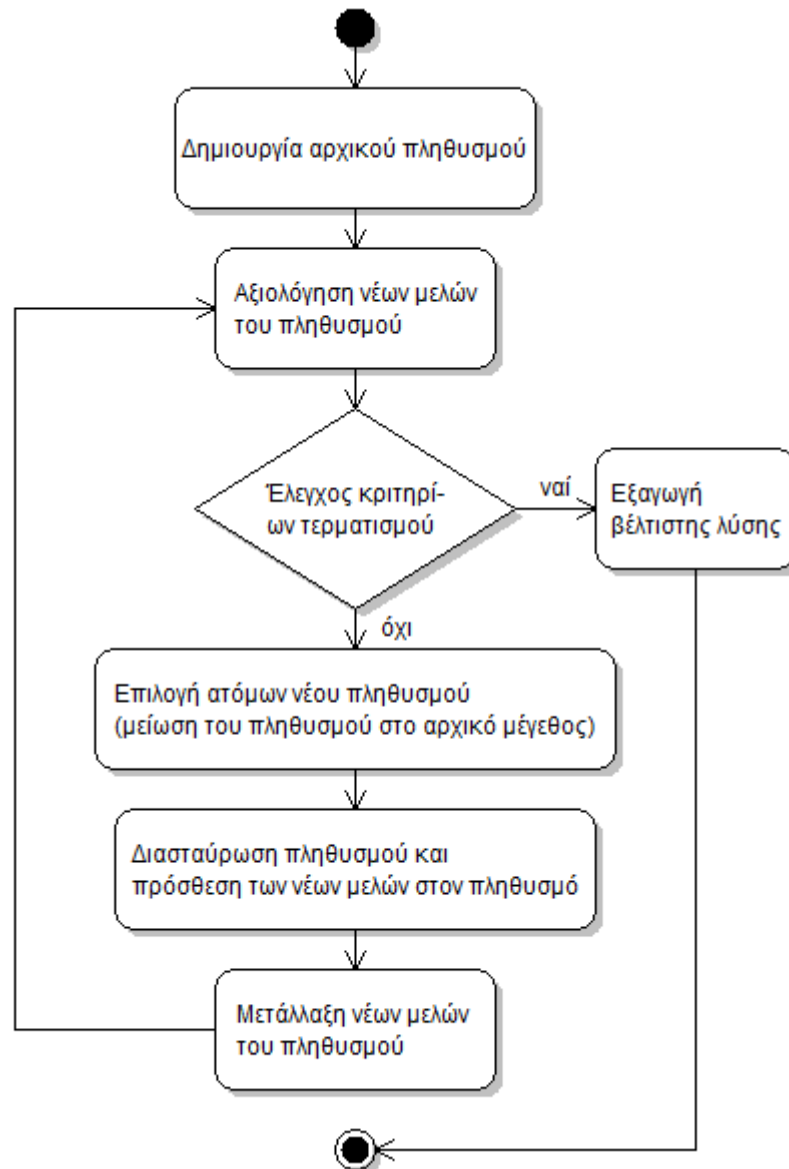
1. Εισαγωγή, επικύρωση και αποθήκευση όλων των απαραίτητων πληροφοριών για ένα έργο περιορισμένων πόρων, με πολλαπλούς τρόπους εκτέλεσης των εργασιών και στοχαστική διάρκεια των εργασιών.
2. Εισαγωγή παραμέτρων του ΓΑ και του κριτηρίου αξιολόγησης των στρατηγικών που παράγονται κατά την επίλυση.
3. Εύρεση μίας βέλτιστης στρατηγικής προγραμματισμού του έργου.

Φυσικά, αυτά δεν αρκούν για να προσδιοριστεί ο τρόπος αντιμετώπισης του προβλήματος. Η εξειδίκευση των ζητούμενων βασίζεται στην υπάρχουσα βιβλιογραφία και τους προηγούμενους αλγόριθμους και σχεδιαστικές επιλογές.

Το πρόβλημα στο πιο υψηλό επίπεδο μπορεί να χωριστεί σε δύο βασικές λειτουργικές ενότητες. Η μία είναι η ενότητα που περιέχει όλες τις λειτουργίες σχετικές με τον προγραμματισμό έργου (ΠΕ) και η άλλη είναι η ενότητα που περιέχει τις λειτουργίες που χρειάζονται για την λειτουργία του ΓΑ.

Για την ανάλυση των απαιτήσεων του ΓΑ είναι χρήσιμη η διαγραμματική παρουσίαση της λειτουργίας του ΓΑ. Η αρχικοποίηση του πληθυσμού δημιουργεί έναν πληθυσμό διπλάσια από το επιθυμητό μέγεθος, όπως ακριβώς συμβαίνει μετά

την διασταύρωση του πληθυσμού. Στην κλασική υλοποίηση του ΓΑ, η αρχικοποίηση παράγει έναν πληθυσμό λύσεων (n) και στη συνέχεια επιπλέον n λύσεις μέσω διασταύρωσης και μετάλλαξης. Καθώς για την αρχικοποίηση χρησιμοποιείται μία ευρετική μέθοδος, αναμένεται οι λύσεις που παράγει να είναι καλύτερες από την τυχαία διασταύρωση των πρώτων n λύσεων, χωρίς αυτό να επηρεάζει τον αριθμό αξιολογήσεων που γίνονται.



4-1 Διάγραμμα ροής Γενετικού Αλγορίθμου

Στη δημιουργία του αρχικού πληθυσμού, χρειάζεται μία μέθοδος να δημιουργήσει τυχαίες λύσεις, που θα αποτελέσουν τον αρχικό πληθυσμό. Απαραίτητο είναι να μπορούν τα άτομα του πληθυσμού να διαφέρουν μεταξύ τους, άρα η μέθοδος αυτή θα εμπεριέχει τυχαιότητα. Είναι χρήσιμο κατά την δημιουργία τους να χρησιμοποιηθεί κάποια γρήγορη ευρετική μέθοδος που να παρέχει λύσεις καλύτερες από μία γεννήτρια καθαρά τυχαία λύσεων.

Για την αξιολόγηση του πληθυσμού χρειάζεται μία συνάρτηση αξιολόγησης, η οποία λαμβάνει την γενετική κωδικοποίηση, παράγει την στρατηγική, κάνει μια προσομοίωση σε αυτή και επιστρέφει μια τιμή αξιολόγησης.

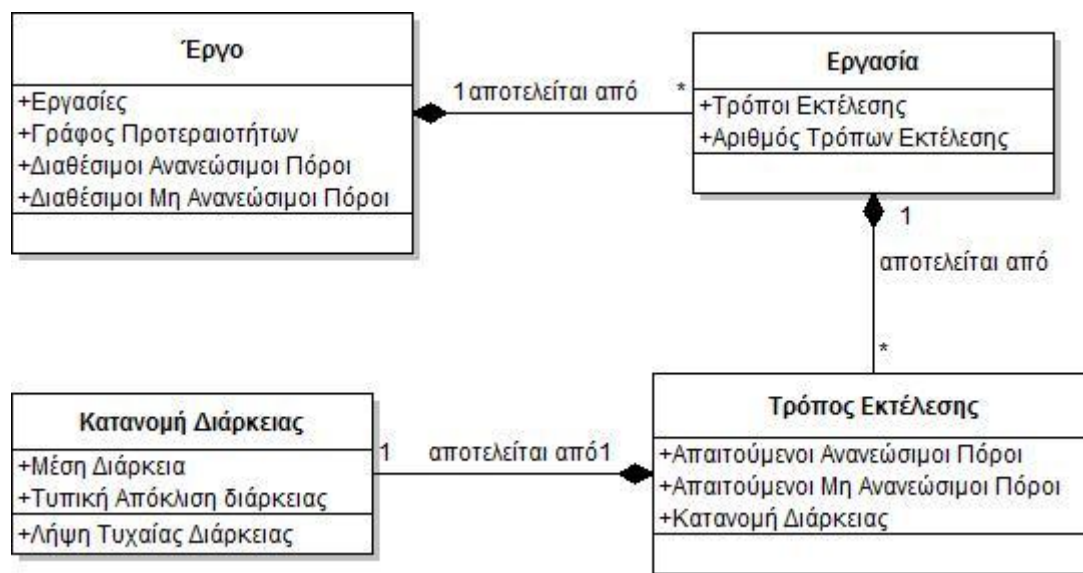
Για την επιλογή των νέων μελών χρειάζεται συνάρτηση που θα λαμβάνει έναν πληθυσμό διπλάσιο από το επιθυμητό και θα υποδιπλασιάζει το μέγεθος τους κρατώντας κατά το δυνατόν τις καλύτερες λύσεις.

Για την διασταύρωση του πληθυσμού χρειάζεται μία συνάρτηση που λαμβάνει τον πληθυσμό και τον χωρίζει σε ζεύγη και μία συνάρτηση που λαμβάνει τα ζεύγη και εφαρμόζει κάποιον τελεστή διασταύρωσης, παράγοντας έτσι νέες λύσεις.

Για την μετάλλαξη του πληθυσμού χρειάζονται μία συνάρτηση για την μετάλλαξη των εργασιών και μία για την μετάλλαξη των ΤΕ.

4.2.1 Οντότητες για την περιγραφή ενός έργου

Ένα έργο έχει πολλές εργασίες, κάθε εργασία έχει έναν ή περισσότερους τρόπους εκτέλεσης και κάθε τρόπος εκτέλεσης έχει ανάγκες σε πόρους και μία κατανομή διάρκειας. Επίσης το έργο έχει διαθέσιμους πόρους. Οι οντότητες που προκύπτουν και οι μεταξύ τους σχέσεις φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα.



4-2 : Διάγραμμα οντοτήτων (κλάσεων) με τις οποίες περιγράφεται ένα έργο.

Μία ακόμα βασική οντότητα είναι το χρονοδιάγραμμα. Περιέχει κατ' ελάχιστο τους χρόνους έναρξης ή λήξης κάθε εργασίας. Από αυτό μπορούν να αντληθούν χρήσιμες πληροφορίες όπως η διάρκεια του έργου, η χρήση των πόρων σε κάθε χρονική στιγμή εκτέλεσης του και άλλα. Για την παραγωγή του χρειάζεται να

καθοριστούν η διάρκεια και οι ανάγκες σε πόρους της κάθε εργασίας και οι διαθέσιμοι πόροι για το έργο. Στην περίπτωση, όμως, που οι εργασίες έχουν μεταβλητή διάρκεια ή/και μεταβλητές ανάγκες σε πόρους, για την παραγωγή ενός χρονοδιαγράμματος πρέπει να οριστούν αυτά τα μεγέθη, τα οποία θα είναι διαφορετικά για διαφορετικά χρονοδιαγράμματα του ίδιου έργου. Επομένως είναι χρήσιμο το χρονοδιάγραμμα να μεταφέρει και αυτή την πληροφορία, πέρα από τους χρόνους έναρξης των εργασιών.

4-3 Διάγραμμα κλάσεων με τις οποίες περιγράφεται ένα χρονοδιάγραμμα.

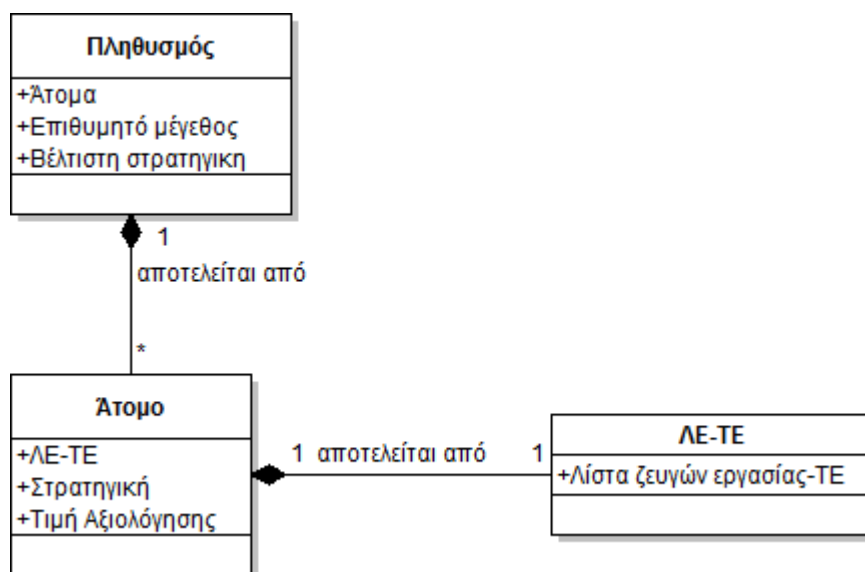
Η στρατηγική εκτέλεσης είναι ένα σύνολο ακριβών εντολών για την εκτέλεση έργου πολλαπλών ΤΕ και στοχαστικών διαρκειών. Όπως αναφέρθηκε, η μορφή της στρατηγικής που επιλέγεται είναι η ΛΕ-ΤΕ. Σε κάθε χρόνο απόφασης προγραμματίζεται η επόμενη εργασία της λίστας με τον ΤΕ που ορίζεται στην λίστα. Οι χρόνοι αποφάσεων είναι αρχή του έργου και η λήξη κάθε εργασίας. Η στρατηγική εκτέλεσης πάντα αξιολογείται από μια προσομοίωση που παράγει χρονοδιαγράμματα για τυχαίες διάρκειες εργασιών που προκύπτουν από τις κατανομές διάρκειας κάθε εργασίας. Είναι χρήσιμο η στρατηγική να περιέχει τα χρονοδιαγράμματα αυτά, εφόσον έχει αξιολογηθεί.

Στρατηγική Εκτέλεσης
+Λίστα Εργασιών- Τρόπων Εκτέλεσης
+Χρονοδιαγράμματα Προσομοίωσης

4-4 Κλάση που περιγράφει τη στρατηγική εκτέλεσης

4.2.2 Οντότητες γενετικού αλγορίθμου

Η βασικότερη οντότητα σχετική με την λειτουργία του ΓΑ είναι η γενετική κωδικοποίηση που είναι η ΛΕ-ΤΕ. Επόμενη οντότητα είναι το άτομο του πληθυσμού του ΓΑ, που αποτελείται κατ' ελάχιστον από τη ΛΕ-ΤΕ. Είναι χρήσιμο, όμως, πέρα από τη γενετική κωδικοποίηση να φέρει και την παραγόμενη λύση (στρατηγική), καθώς και την τιμή αξιολόγησης του, εφόσον έχει αξιολογηθεί. Τέλος, ο πληθυσμός του ΓΑ περιέχει τα άτομα του πληθυσμού, όπως επίσης και το επιθυμητό μέγεθος πληθυσμού.



4-5 Διάγραμμα οντοτήτων γενετικού αλγορίθμου

Στη παρούσα εφαρμογή η ΛΕ-ΤΕ και η Στρατηγική έχουν την ίδια δομή. Ωστόσο, στη γενική περίπτωση η γενετική κωδικοποίηση του ΓΑ μπορεί να έχει διαφορετική δομή από την παραγόμενη λύση. Αυτή η διαφορά διατηρείται για λόγους επεκτασιμότητας της εφαρμογής.

4.3 Ανάλυση σε υψηλό επίπεδο της κάθε υπομεθόδου (είσοδος-έξοδος)

Σε αυτή την ενότητα καταγράφονται οι βασικές μέθοδοι (συναρτήσεις) της εφαρμογής, τα δεδομένα που απαιτούν στην είσοδο τους και τα δεδομένα που παράγουν στην έξοδο τους. Αυτή η καταγραφή είναι χρήσιμη για να φανεί η ροή δεδομένων μέσα στην εφαρμογή.

Η πρώτη συνάρτηση είναι η εισαγωγή δεδομένων. Σε αυτή εισάγεται ο γράφος εργασιών και η λίστα με των εργασιών, με τη δομή που εξηγήθηκε παραπάνω, και το διαθέσιμο πλήθος για κάθε πόρο στο έργο. Σε αυτή γίνεται ο έλεγχος εγκυρότητας των δεδομένων και εξάγεται προς προγραμματισμό έργο. Στον έλεγχο εγκυρότητας περιλαμβάνεται ο έλεγχος ότι δεν υπάρχουν κύκλοι (ισχυρά συνδεδεμένα στοιχεία) στον γράφο εργασιών, ότι η λίστα εργασιών είναι σε τοπολογική σειρά, ότι όλες οι απαιτήσεις σε πόρους είναι θετικές και ότι η κατανομές διάρκειας δεν φτάνουν σε αρνητικές διάρκειες.

Η συνάρτηση αρχικοποίησης του πληθυσμού λαμβάνει το έργο, το ζητούμενο μέγεθος του πληθυσμού που πρέπει να παράγει και εξάγει έναν πληθυσμό από ΛΕ-

TE. Για την τυχαία παραγωγή μίας ΛΕ-TE επιλέγεται τυχαία ένας TE για κάθε εργασία. Με βάση τις διάρκειες αυτών, εφαρμόζεται η μέθοδος του κρίσιμου δρόμου, ώστε τα αποτελέσματα αυτής να χρησιμοποιηθούν στην μέθοδο τυχαίας μεροληπτικής δειγματοληψίας (random biased sampling). Με αυτή την μέθοδο δημιουργείται μία λίστα εργασιών που, μαζί με τους TE που επιλέχθηκαν αρχικά, αποτελεί την παραχθείσα ΛΕ-TE. Όπως φαίνεται στο διάγραμμα ροής του ΓΑ, μετά την αρχικοποίηση ακολουθεί η αξιολόγηση του πληθυσμού και η επιλογή νέου μελών, όπου γίνεται μείωση του μεγέθους του. Συνεπώς, η συνάρτηση αρχικοποίησης θα πρέπει να δημιουργήσει ένα πληθυσμό διπλάσιο σε μέγεθος από το ορισμένο μέγεθος του πληθυσμού.

Η συνάρτηση αξιολόγησης των λύσεων λαμβάνει μία γενετική κωδικοποίηση της μορφής ΛΕ-TE, το έργο και το πλήθος δειγματοληψίας για την προσομοίωση και εξάγει μία πραγματική τιμή που αξιολογεί (βαθμολογεί) την λύση που έλαβε. Καλεί την συνάρτηση παραγωγής στρατηγικής παρέχοντας την ΛΕ-TE και το έργο, λαμβάνοντας μία στρατηγική. Προσομοιώνει αυτή τη στρατηγική με χρήση του στοχαστικού ΣΠΧ-ΠΤΕ με τυχαίες διάρκειες για όσες φορές ορίζει το πλήθος δειγματοληψίας και εξάγει μία τιμή που αξιολογεί την ΛΕ-TE με βάση το αποτέλεσμα της προσομοίωσης. Αυτή η τιμή μπορεί να είναι πχ. η μέση διάρκεια του έργου.

Η συνάρτηση παραγωγής στρατηγικής λαμβάνει ως είσοδο μια ΛΕ-TE, το έργο και παράγει ως έξοδο μία στρατηγική. Αρχικά προγραμματίζει με χρήση του ΣΠΧ-ΠΤΕ λαμβάνοντας ως διάρκεια την μέση διάρκεια κάθε εργασίας. Στη συνέχεια ταξινομεί τις εργασίες μαζί με τον TE τους κατά αύξοντα χρόνο εκκίνησης, παράγοντας έτσι μία στρατηγική, την δίνει ως έξοδο. Στη γενική περίπτωση είναι η συνάρτηση που μετατρέπει την γενετική κωδικοποίηση του προβλήματος σε λύση.

Το ΣΠΧ-ΠΤΕ λαμβάνει το έργο, μία ΛΕ-TE, και τις διάρκειες των εργασιών και παράγει ένα χρονοδιάγραμμα. Η λειτουργία του εξηγήθηκε στη βιβλιογραφία. Για λόγους πληρότητας παρουσιάζεται και ο ακριβής του αλγόριθμος.

Το στοχαστικό ΣΠΧ-ΠΤΕ επίσης λαμβάνει το έργο, μία λίστα ΛΕ-TE, και ένα διάλυμα διαρκειών των εργασιών και παράγει ένα χρονοδιάγραμμα. Η διαφορά με του στοχαστικού σειριακού ΣΠΧ με το σειριακό ΣΠΧ εξηγήθηκε στη βιβλιογραφική επισκόπηση.

Η συνάρτηση ζευγαρώματος (coupling) του πληθυσμού λαμβάνει ως είσοδο τα άτομα του πληθυσμού πλήθους P με τις τιμές αξιολόγησης τους και παράγει ως

έξοδο $P/2$ ζεύγη γονέων. Το ζευγάρι μπορεί να γίνεται καθαρά τυχαία ή ευνοώντας τα άτομα με καλύτερες τιμές αξιολόγησης, τα οποία έτσι μπορεί να εμφανιστούν σε πάνω από ένα ζευγάρι. Σε αυτή την εφαρμογή γίνεται τυχαία, με κάθε μέλος να βρίσκεται σε ένα μόνο ζευγάρι.

Η συνάρτηση διασταύρωσης λαμβάνει ως είσοδο ένα ζεύγος γονέων και παράγει ως έξοδο δύο νέες λύσεις (παιδιά). Αυτό μπορεί να γίνει με οποιονδήποτε από τους τελεστές διασταύρωσης για τη δεδομένη γενετική κωδικοποίηση. Σε αυτή εφαρμογή γίνεται με τον τελεστή διασταύρωσης δύο σημείων. Στη γενική περίπτωση μπορεί να λαμβάνει και μία πιθανότητα εφαρμογής του τελεστή. Αν αυτός δεν εφαρμοστεί, τότε τα παιδιά που παρέχονται είναι πανομοιότητα με τους γονείς.

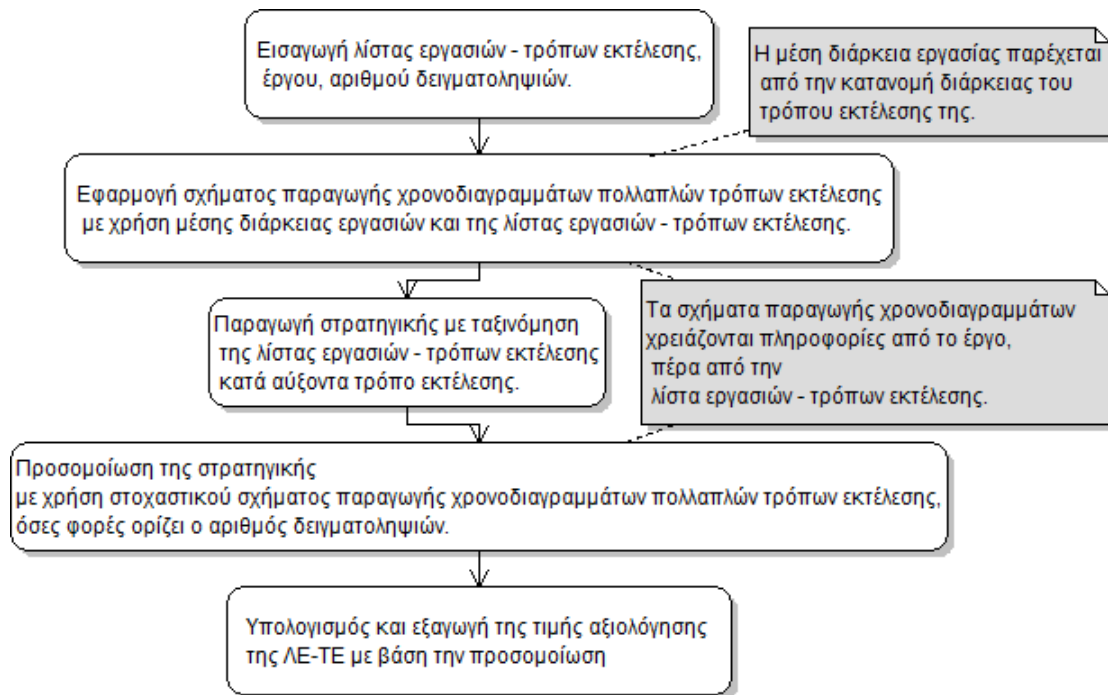
Η συνάρτηση μετάλλαξης εργασιών λαμβάνει ως είσοδο μία ΛΕ-ΤΕ και μία πιθανότητα, και ρόλος της είναι να εφαρμόσει τον τελεστή μετάλλαξης εργασιών με την δοσμένη πιθανότητα σε κάθε μία εργασία της λίστας. Ως έξοδο δίνει την (μεταλλαγμένη πλέον) ΛΕ-ΤΕ.

Η συνάρτηση μετάλλαξης ΤΕ λαμβάνει ως είσοδο μία ΛΕ-ΤΕ και μία πιθανότητα, και ρόλος της είναι να εφαρμόσει τον τελεστή μετάλλαξης ΤΕ με την δοσμένη πιθανότητα σε κάθε ένα ΤΕ της λίστας. Ως έξοδο δίνει την (μεταλλαγμένη πλέον) ΛΕ-ΤΕ.

Η συνάρτηση επιλογής λαμβάνει τα άτομα του (διπλασιασμένου σε μέγεθος) πληθυσμού και τις τιμές αξιολόγησης του κάθε ατόμου. Είτε διαδοχικά είτε συγκεντρωτικά αφαιρεί άτομα από τον πληθυσμό μέχρι να φτάσει στο αρχικό του μέγεθος.

4.4 Διαγραμματική παρουσίαση τη ροής εκτέλεσης

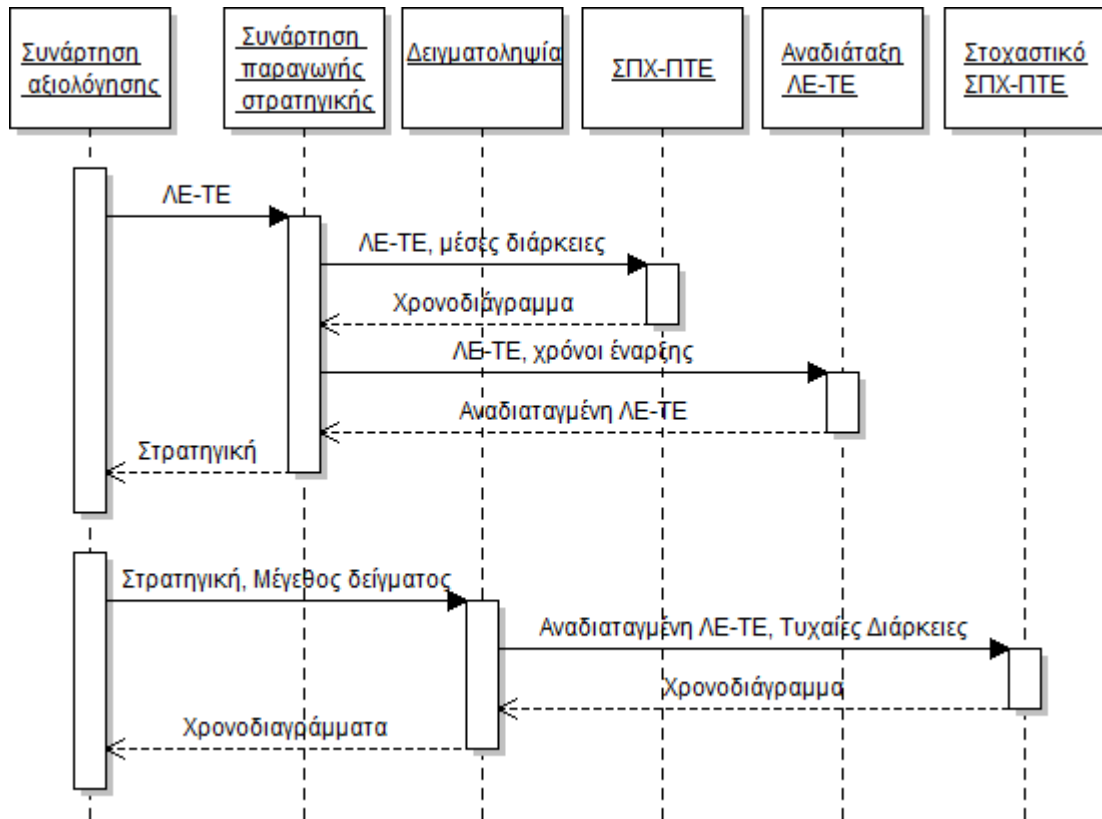
Καθώς η συνάρτηση αξιολόγησης περιέχει πολλές λειτουργίες θα παρασταθεί σε ξεχωριστό διάγραμμα. Παρουσιάζονται το διάγραμμα ροής και το διάγραμμα ακολουθίας της μεθόδου.



Σχήμα 4-6 Διάγραμμα ροής συνάρτησης αξιολόγησης

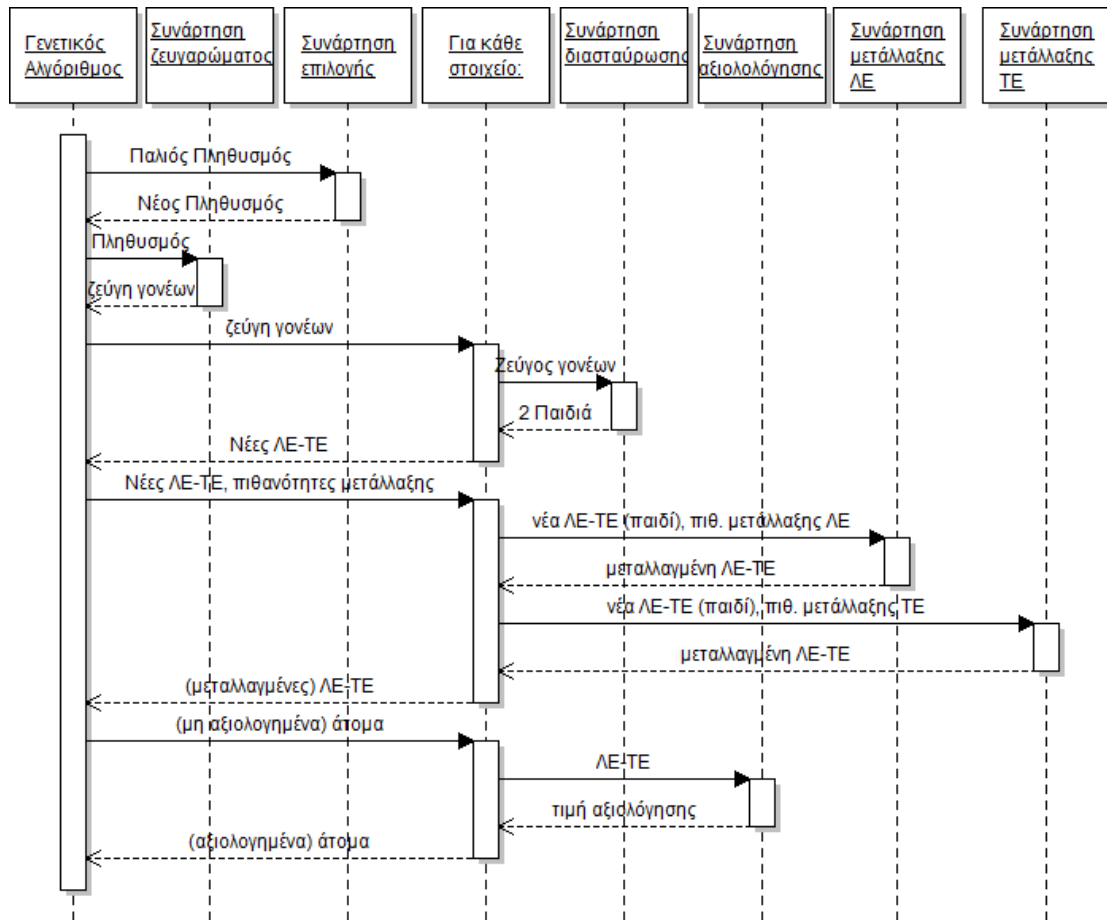
Όπως εξηγήθηκε παραπάνω, η συνάρτηση αξιολόγησης χρησιμοποιεί μία σειρά άλλων συναρτήσεων για την αξιολόγηση μίας ΛΕ-ΤΕ. Είναι διαφωτιστική η παρουσίαση του διαγράμματος ακολουθίας της συνάρτησης. Σε αυτά τα διαγράμματα κάθε τετράγωνο που βρίσκεται στην κορυφή μαζί με την κάθετη γραμμή που ξεκινά από αυτό αντιπροσωπεύει μία συνάρτηση. Κάθε ορθογώνιο πάνω στην γραμμή μία συνάρτησης αντιπροσωπεύει μία κλήση σε αυτή, και τα συνεχόμενα βέλη δηλώνουν την κλήση(/χρήση) μίας συνάρτησης από μία άλλη και το κείμενο σε αυτά δηλώνει το δεδομένα που παρέχονται στη συνάρτηση. Τα διακοπτόμενα βέλη δηλώνουν την επιστροφή δεδομένων μίας συνάρτησης στη συνάρτηση που την κάλεσε και το κείμενο σε αυτά δηλώνει τα δεδομένα που επιστρέφονται. Το διάγραμμα διαβάζεται από πάνω προς τα κάτω και δείχνει την σειρά εκτέλεσης.

Λόγω περιορισμού στο μέγεθος του διαγράμματος, χρησιμοποιούνται αρκτικόλεξα για το Σχήμα Παραγωγής Χρονοδιαγράμματος Πολλαπλών Τρόπων Εκτέλεσης (ΣΠΧ-ΠΤΕ) και για την Λίστα Εργασιών – Τρόπων Εκτέλεσης (ΛΕ-ΤΕ).



4-7 Διάγραμμα ακολουθίας της συνάρτησης αξιολόγησης

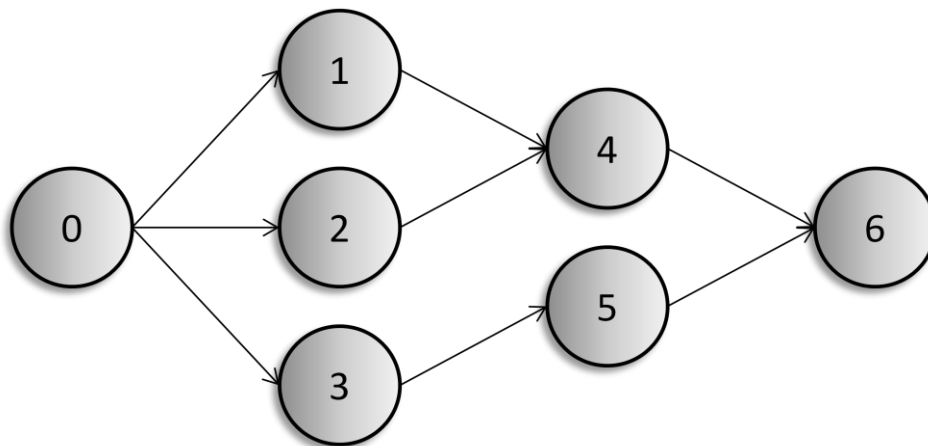
Μία εκτέλεση μίας πλήρους γενιάς του ΓΑ περιλαμβάνει την επιλογή νέου πληθυσμού, την διασταύρωση του πληθυσμού για παραγωγή νέων λύσεων, την μετάλλαξη των νέων λύσεων και την αξιολόγηση αυτών. Η ακολουθία των σχετικών με τον ΓΑ συναρτήσεων για την εκτέλεση μίας γενιάς του ΓΑ και τα δε παρουσιάζεται στο παρακάτω διάγραμμα ακολουθίας. Χρησιμοποιούνται τα ίδια αρκτικόλεξα με παραπάνω.



4-8 Διάγραμμα ακολουθίας μίας γενιάς του ΓΑ

4.5 Παράδειγμα εφαρμογής σε έργο πέντε εργασιών

Για την παρουσίαση κάποιων βασικών λειτουργιών από τις παραπάνω, δημιουργείται ένα εικονικό έργο με πέντε εργασίες και δύο τρόπους εκτέλεσης για κάθε εργασία. Η διάρκεια των εργασιών θεωρείται ότι μπορεί να έχει απόκλιση ± 1 χρονικές μονάδες. Τα δεδομένα του έργου είναι τα εξής:



Σχήμα 4-9 Γράφος προτεραιοτήτων ενδεικτικού έργου

Πίνακας 4-1 Δεδομένα εργασιών ενδεικτικού έργου

Εργασία	Τρόπος Εκτέλεσης	Πόρος Α	Πόρος Β	Μέση Διάρκεια
1	0	4	1	3
1	1	2	2	2
2	0	6	0	4
2	1	3	1	5
3	0	5	2	4
3	1	2	4	3
4	0	7	0	6
4	1	3	3	6
5	0	6	0	4
5	1	3	1	5

Παρουσιάζεται ένα παράδειγμα για την αναδιάταξη μίας λίστας εργασιών-τρόπων εκτέλεσης:

Λαμβάνεται η εξής τυχαία λίστα εργασιών-τρόπων εκτέλεσης, με την πρώτη σειρά να δηλώνει την εργασία και την δεύτερη να δηλώνει τον τρόπο εκτέλεσης αυτής:

Εργασία	3	5	1	2	4
ΤΕ	0	0	0	1	1

Με βάση αυτή την λίστα γίνεται προγραμματισμός του έργου με σειριακό ΣΠΧ, και προκύπτουν οι παρακάτω χρόνοι έναρξης και λήξης κάθε εργασίας, με την σειρά την οποία προγραμματίστηκαν:

Εργασία	3	5	1	2	4
Χρόνος έναρξης	0	4	0	3	8
Χρόνος λήξης	4	8	3	8	14

Για λόγους σύγκρισης γίνεται προγραμματισμός με χρήση του στοχαστικού σειριακού ΣΠΧ, όπου προκύπτουν οι εξής χρόνοι έναρξης και λήξης:

Εργασία	3	5	1	2	4
Χρόνος έναρξης	0	4	8	8	13
Χρόνος λήξης	4	8	11	13	19

Όπως φαίνεται, στη μία περίπτωση προκύπτει διάρκεια έργου ίση με 14 χρονική μονάδες ενώ στη δεύτερη ίση με 19. Αυτό συμβαίνει επειδή στο στοχαστικό

ΣΠΧ, δεν επιτρέπεται μία εργασία να ξεκινήσει σε χρόνο μικρότερο από τον χρόνο έναρξης μιας ήδη προγραμματισμένης εργασίας. Αυτό ακριβώς ο περιορισμός επηρεάζει τον χρόνο έναρξης της εργασίας υπ' αριθμόν 1.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται αναδιαταγμένη λίστα εργασιών-τρόπων εκτέλεσης. Η λίστα αναδιατάσσεται κατά αύξοντα χρόνο έναρξης των εργασιών που περιέχει, οπότε και προκύπτει η εξής νέα λίστα:

Εργασία	3	1	2	5	4
ΤΕ	0	0	1	0	1

Προγραμματίζοντας το έργο χρησιμοποιώντας την αναδιαταγμένη λίστα με στοχαστικό ΣΠΧ, προκύπτουν οι εξής χρόνοι έναρξης και λήξης:

Εργασία	3	1	2	5	4
Χρόνος έναρξης	0	0	3	4	8
Χρόνος λήξης	4	3	8	8	14

Όπως φαίνεται, οι χρόνοι αυτοί είναι ίδιοι με τους χρόνους που προέκυψαν από τον προγραμματισμό της μη αναδιατεταγμένης λίστας με χρήση του κοινού σειριακού ΣΠΧ. Οι τρόποι εκτέλεσης κάθε εργασίας κατά την αναδιάταξη δεν επηρεάζονται.

Η αναδιατεταγμένη λίστα αποτελεί ουσιαστικά την στρατηγική προγραμματισμού του στοχαστικού έργου. Με βάση αυτή, γίνονται 3 ενδεικτικές προσομοιώσεις του στοχαστικού έργου. Για κάθε εργασία λαμβάνονται τρεις τιμές με τυχαία σειρά από τις εξής: {*διάρκεια* - 1, *διάρκεια*, *διάρκεια* + 1}, όπου ως *διάρκεια* αναφέρεται η μέση διάρκεια του επιλεγμένου τρόπου εκτέλεσης της κάθε εργασίας. Έτσι προκύπτουν οι παρακάτω συνδυασμοί διάρκειών:

εργασία/προσομοίωση	1	2	3	4	5
1	3	6	5	7	4
2	4	4	3	5	5
3	2	5	4	6	3

Με χρήση αυτών των συνδυασμών χρόνων γίνεται προγραμματισμός του έργου με χρήση στοχαστικού ΣΠΧ, οπότε και προκύπτουν οι παρακάτω διάρκειες έργου:

προσομοίωση	Διάρκεια έργου
1	16
2	12
3	13

Από αυτές προκύπτει η προσδοκώμενη διάρκεια έργου ως ο μέσος όρος αυτών, που στην περίπτωση αυτή είναι 13,66. Αυτό το αποτέλεσμα είναι η τιμή αξιολόγησης της αρχικής λίστας εργασιών-τρόπων εκτέλεσης.

5 Υλοποίηση

Παράπλευρος στόχος της υλοποίησης ήταν η ανάπτυξη μίας βιβλιοθήκης βασικών αλγορίθμων πάνω στον ΠΕ και τους ΓΑ. Με βάση αυτόν τον στόχο, οι υλοποιήσεις του ΓΑ αλλά και των βοηθητικών αλγορίθμων όπως του ΣΠΧ έγιναν με τρόπο που να μπορούν χωρίς τροποποίηση να χρησιμοποιηθούν και σε άλλα προβλήματα προγραμματισμού έργου από το εξεταζόμενο σε αυτή την εργασία. Μία καλά δομημένη εφαρμογή στον ερευνητικό χώρο μπορεί να επιταχύνει σημαντικά την διαδικασία διερεύνησης και εξαγωγής αποτελεσμάτων, αφήνοντας τον ερευνητή να ασχοληθεί με το καθαυτό ερευνητικό αντικείμενο παρά με συνεχείς, χρονοβόρες προσαρμογές της υλοποίησης για τις ανάγκες της διερεύνησης του ζητήματος. Για την ικανοποίηση αυτών των στόχων επιλέγεται η χρήση της αντικειμενοστραφούς γλώσσας προγραμματισμού .NET C#.

Σε αυτό το κεφάλαιο αναλύεται η υλοποίηση των αλγορίθμων σε προγραμματιστικό επίπεδο και γίνεται παράλληλα μία συνοπτική αιτιολόγηση των σχεδιαστικών επιλογών ως προς την ικανοποίηση του παραπάνω στόχου.

5.1 Συνοπτική εισαγωγή στον αντικειμενοστραφή προγραμματισμό

Προτού αρχίσει η ανάλυση των επιμέρους τμημάτων της υλοποίησης κρίνεται σκόπιμη μία σύντομη εισαγωγή στην αντικειμενοστραφή σχεδίαση, βασισμένη σε παραδείγματα, με σκοπό ο αναγνώστης να παρακολουθήσει τη συνέχεια. Μία αναλυτική επεξήγηση ξεφεύγει από τους στόχους αυτής της εργασίας.

Ακολουθεί μία επεξήγηση κάποιων βασικών εννοιών των αντικειμενοστραφών γλωσσών:

- **Αντικείμενο**

Ένα αντικείμενο είναι μία νοητή οντότητα που περιέχει ιδιότητες και μεθόδους οι οποίες χρησιμοποιούν τα δεδομένα που περιέχει. Πχ. Το αντικείμενο της κλάσης «άνθρωπος» μπορεί να έχει ιδιότητες όπως «όνομα», «ηλικία και μεθόδους όπως «περπάτα», «μίλα».

- **Κλάση**

Κλάση είναι η «συνταγή» που ορίζει τη δομή ενός *αντικειμένου*. Δηλαδή η κλάση «άνθρωπος» ορίζει ότι όλα τα αντικείμενα της κλάσης «άνθρωπος» θα έχουν τις ιδιότητες και τις ίδιες λειτουργίες. Φυσικά διαφορετικά αντικείμενα που παράγονται από την κλάση «άνθρωπος» μπορούν να έχουν διαφορετικές τιμές σε αυτές τις ιδιότητες. Μέσα στη κλάση ορίζεται ο τρόπος που εκτελείται η λειτουργία.

- **Διαπροσωπεία (interface)**

Μια διασύνδεση ορίζει μία σειρά μεθόδων, χωρίς την υλοποίησή τους, παρά μόνο το όνομα τους, την είσοδο τους και την έξοδο τους. Κλάσεις που υλοποιούν τη διασύνδεση καλούνται υποχρεωτικά να υλοποιήσουν όλες τις μεθόδους που ορίζει η διασύνδεση. Πχ. Έστω μία διασύνδεση «κινούμενο», με μία μέθοδο «κινήσου». Οι κλάσεις «άνθρωπος» και «όχημα» για να υλοποιήσουν αυτή τη διασύνδεση οφείλουν να υλοποιήσουν τη μέθοδο «κινήσου». Οι δύο υλοποιήσεις θα είναι προφανώς διαφορετικές.

Έχοντας αναφέρει τα βασικά δομικά στοιχεία, είναι χρήσιμη αναφορά των βασικών ιδιοτήτων του αντικειμενοστραφούς προγραμματισμού:

- **Ενθυλάκωση (encapsulation)**

Η ιδέα πίσω από την ενθυλάκωση είναι ότι κάθε κλάση κρατά κρυφή ως προς άλλες κλάσεις, την υλοποίηση των μεθόδων της, φανερώνοντας μόνο την είσοδο και την έξοδο των μεθόδων. Έτσι η υλοποίηση μπορεί να αλλάξει χωρίς να επηρεάσει τις συνεργαζόμενες με αυτή κλάσεις. Πχ. οι κλάσεις που χρησιμοποιούν την κλάση «άνθρωπος» μπορούν να καλούν την μέθοδο «περπάτα», αδιαφορώντας για τις λεπτομέρειες της συνεργασίας των δύο ποδιών.

Επίσης, στην ίδια λογική, μέσω της ενθυλάκωσης αποτρέπεται η πρόσβαση σε εσωτερικά δεδομένα της κλάσης που δεν είναι επιθυμητό να

είναι προσβάσιμα εκτός της κλάσης, όπως η θέση κάθε ποδιού στην κλάση «άνθρωπος».

- **Κληρονομικότητα (inheritance)**

Επιτρέπει σε μία κλάση να «κληρονομήσει» μία άλλη κλάση, ώστε να εμπεριέχει όλες τις ιδιότητες και τις μεθόδους που περιέχει η κλάση που κληρονόμησε. Πχ. Η κλάση «υπάλληλος» μπορεί να κληρονομήσει την κλάση «άνθρωπος». Έτσι πχ. όλα τα αντικείμενα της κλάσης «υπάλληλος» έχουν τις ιδιότητες «ηλικία», «ύψος» της κλάσης «άνθρωπος». Σε αυτή την περίπτωση η κλάση «άνθρωπος» είναι η κλάση-γονέας και η κλάση «υπάλληλος» είναι η κλάση-παιδί. Στην περίπτωση που η κλάση γονέας δεν περιέχει υλοποιημένες μεθόδους αλλά την δομή μεθόδων τις οποίες καλείται να υλοποιήσει η κλάση-παιδί, η κλάση-γονέας καλείται αφηρημένη κλάση.

- **Πολυμορφισμός (polymorphism)**

Επιτρέπει τη διαχείριση αντικειμένων διαφορετικής κλάσης με έναν ομοιογενή τρόπο. Χρησιμοποιώντας το παράδειγμα στην εξήγηση της έννοιας της διασύνδεσης, έστω μία συλλογή από αντικείμενα διαφορετικών κλάσεων που υλοποιούν όλα την διασύνδεση «κινούμενο». Είναι δυνατό να κληθεί η μέθοδος «κινήσου» σε όλα τα αντικείμενα μαζί και γενικότερα να τα γίνει μια ομοιογενής διαχείριση των αντικειμένων ως μία συλλογή του τύπου «κινούμενο».

Αυτά τα βασικά χαρακτηριστικά διευκολύνουν σημαντικά τον σχεδιασμό αρχιτεκτονικών λογισμικού που με συγκεκριμένα πλεονεκτήματα, με κυριότερα τα παρακάτω:

- Ο διαχωρισμός των υπολειτουργιών, με κατά το δυνατόν μικρή μεταξύ τους εξάρτηση, ώστε να είναι εύκολη η μεταβολή και η επαναχρησιμοποίηση τους σε παρόμοια προβλήματα.
- Ευκολία στην προσθήκη λειτουργιών χωρίς τη μεταβολή υπάρχοντα κώδικα.
- Η ενθυλάκωση λειτουργιών βοηθά στην ανάλυση της εφαρμογής σε δύο επίπεδα, του «τι» κάνει και του «πως» το κάνει. Ο διαχωρισμός αυτών των δύο καθιστά σημαντικά ευκολότερη την κατανόηση περίπλοκων εφαρμογών.

5.2 Παρουσίαση της αρχιτεκτονικής της υλοποίησης

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζεται δομή (αρχιτεκτονική) των λειτουργιών της υλοποίησης. Παρουσιάζονται οι κλάσεις και διαπροσωπείες που αναπτύχθηκαν

καθώς και οι μεταξύ τους συσχετίσεις. Όπου αυτό είναι αναγκαίο αιτιολογούνται οι σχεδιαστικές επιλογές.

5.2.1 Αρχιτεκτονική Γενετικού Αλγορίθμου

Ο γενετικός αλγόριθμος αποτελείται από μία σειρά λειτουργιών, όπως διασταύρωση, μετάλλαξη και επιλογή, που η κάθε μία μπορεί να έχει διαφορετικές υλοποιήσεις. Έτσι, για κάθε μία λειτουργία δημιουργείται μία διαπροσωπεία την οποία καλούνται να υλοποιήσουν οι διαφορετικοί αλγόριθμοι που υλοποιούν αυτή την λειτουργία. Στην βιβλιογραφία των ΓΑ υπάρχουν αρκετοί διαφορετικοί αλγόριθμοι για την κάθε μία από αυτές τις λειτουργίες, γεγονός που αναδεικνύει την χρησιμότητα της παρακάτω αρχιτεκτονικής.

5-1 Διάγραμμα κλάσεων γενετικού αλγορίθμου

Οι Διαπροσωπείες που δημιουργήθηκαν αντιστοιχούν στις συναρτήσεις που εξηγήθηκαν στο κεφάλαιο *Ανάλυση σε υψηλό επίπεδο της κάθε υπομεθόδου (είσοδος-έξοδος)*. Κάθε διαπροσωπεία περιέχει μόνο μία συνάρτηση, με τις εισόδους

και την έξοδο της μορφής που εξηγήθηκε. Ακολουθεί σε μορφή πίνακα η αντιστοίχιση:

Πίνακας 5-1 Αντιστοίχιση συναρτήσεων σε διαπροσωπείες

συνάρτηση αρχικοποίησης πληθυσμού	IInitializationMethod
συνάρτηση αξιολόγησης	IFitnessFunction
συνάρτηση ζευγαρώματος	ICouplingFunction
συνάρτηση διασταύρωσης	ICrossoverMethod
συνάρτηση μετάλλαξης εργασιών	IMutationMethod
συνάρτηση μετάλλαξης TE	IMutationMethod
συνάρτηση επιλογής	ISelectionMethod

Ο γενετικός αλγόριθμος αντιστοιχεί στην αφηρημένη κλάση GeneticAlgorithm. Η κλάση αυτή θα μπορούσε να είναι και συμπαγής, δηλαδή με πλήρη υλοποίηση όλων των λειτουργιών, ωστόσο και σε αυτές μπορεί να υπάρχουν διαφοροποιήσεις. Για παράδειγμα, στην λειτουργία της μετάλλαξης στο πρόβλημα που εξετάζεται γίνονται δύο μεταλλάξεις. Έστω ότι ο γενετικός αλγόριθμος χρησιμοποιείται από μία άλλη ενότητα του προγράμματος, όπως μία γραφική διασύνδεση χρήστη, για την παρουσίαση χρήσιμων πληροφοριών και γραφημάτων κατά την εκτέλεση του ΓΑ. Με αυτόν τον τρόπο είναι δυνατό να γίνει εναλλαγή διαφορετικών υλοποιήσεων του ΓΑ χωρίς να απαιτείται μεταβολή κώδικα στην άλλη ενότητα.

Η διαπροσωπεία IChromosome εκφράζει την γενετική κωδικοποίηση. Διαφορετικές υλοποιήσεις της, που αντιστοιχούν σε διαφορετικές γενετικές κωδικοποιήσεις την υλοποιούν. Οι υλοποιήσεις της διαπροσωπείας θα περιέχουν περισσότερες πληροφορίες, σχετικές με την γενετική κωδικοποίηση που εκφράζουν. Ωστόσο, όλες έχουν μια τιμή αξιολόγησης, και λειτουργίες του ΓΑ που χρειάζεται να γνωρίζουν μόνο αυτή την πληροφορία μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε διαφορετικές περιπτώσεις γενετικής κωδικοποίησης.

Όλες οι διαπροσωπείες είναι *παραμετρικά πολυμορφικές*, χρησιμοποιούν δηλαδή *γενικότητες* (generics), έχοντας όλες μία παράμετρο με την ονομασία TChromo. Αυτός ο γενικός τύπος είναι του τύπου IChromosome, παραλείπεται δηλαδή στην ονομασία όλων των διαπροσωπειών και αφηρημένων κλάσεων με την παράμετρο TChromo το “*where TChromo : IChromosome*”. Με τον παραμετρικό πολυμορφισμό εξασφαλίζεται η ασφάλεια τύπων (type safety). Αυτό σημαίνει πως μια υλοποίηση μίας διαπροσωπείας, πχ. της IMutationMethod, η οποία λειτουργεί σε

μία συγκεκριμένη υλοποίηση της διαπροσωπείας IChromosome, δηλαδή μία συγκεκριμένη γενετική κωδικοποίηση, δεν θα της επιτραπεί να εφαρμοστεί σε μία άλλη υλοποίηση αυτής της διαπροσωπείας κατά την μεταγλώττιση του κώδικα. Αν αυτό επιτρεπόταν, θα προέκυπτε σφάλμα κατά την εκτέλεση από τον χρήστη.

Αντίστροφα, μία υλοποίηση μιας διαπροσωπείας που χρησιμοποιεί τον γενικότερο τύπο IChromosome, μπορεί να εφαρμοστεί σε όλες τις υλοποιήσεις της IChromosome, δηλαδή σε κάθε γενετική κωδικοποίηση. Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι οι υλοποιήσεις της διαπροσωπείας ISelectionMethod, καθώς για την επιλογή του νέου πληθυσμού αρκεί η γνώση της τιμής αξιολόγησης κάθε χρωμοσώματος.

Για κάθε μία διαπροσωπεία υπάρχουν μία οι περισσότερες κλάσεις που την υλοποιούν και εκφράζουν διαφορετικούς τρόπους εκτέλεσης τις ίδιες μεθόδους.

5.2.2 Αρχιτεκτονική λειτουργιών προγραμματισμού έργου

Όλα τα ΣΠΧ χρειάζεται να επιλέγουν εργασίες προς προγραμματισμό. Στην περίπτωση που η εργασία έχει πολλαπλούς TE χρειάζεται να επιλεγεί ένας TE εκ των διαθέσιμων της εργασίας. Στην περίπτωση που έχει στοχαστική διάρκεια πρέπει να καθοριστεί μία τιμή της διάρκειας της. Γίνεται σαφές, πως αν η διαδικασία επιλογής και καθορισμού των παραπάνω γίνεται μέσα στην κλάση που υλοποιεί το ΣΠΧ, η υλοποίηση του ΣΠΧ θα λειτουργεί μόνο για την συγκεκριμένη υποπερίπτωση του προβλήματος προγραμματισμού έργου με περιορισμένους πόρους. Για την αντιμετώπιση του παραπάνω προβλήματος αναπτύχθηκε η εξής αρχιτεκτονική.

5-2 Διάγραμμα κλάσεων για τον προγραμματισμό έργου

Για να εξασφαλιστεί η δυνατότητα γενικής χρήσης των ΣΠΧ δημιουργείται μία διαπροσωπεία όπου σκοπός της είναι να παρέχει στο ΣΠΧ την επόμενη εργασία προς προγραμματισμό, με καθορισμένες ανάγκες σε πόρους και διάρκεια, όταν το ΣΠΧ το απαιτεί. Η διαπροσωπεία αυτή ονομάζεται IJobSelector. Έχει μία μέθοδο, η οποία λαμβάνει τις ταυτότητες των επιλέξιμων εργασιών και επιστρέφει ένα αντικείμενο της κλάσης SelectedJobData με τις απαραίτητες πληροφορίες για την επιλεγμένη εργασία.

Στη βιβλιογραφία υπάρχουν διαφορετικές υλοποιήσεις του ΣΠΧ (σειριακό - παράλληλο, ντετερμινιστικό – στοχαστικό). Επομένως, δημιουργήθηκε μία διαπροσωπεία για το ΣΠΧ την οποία υλοποιούν τα διαφορετικά ΣΠΧ, που ονομάζεται ISGS. Έτσι, σε μία μέθοδο που χρησιμοποιείται ΣΠΧ, μπορεί εύκολα να γίνει εναλλαγή του τύπου ΣΠΧ που χρησιμοποιείται (πχ. από σειριακό σε παράλληλο

ΣΠΧ). Η διαπροσωπεία αυτή δέχεται μία κλάση που παρέχει ένα (κενό) χρονοδιάγραμμα και μία διαπροσωπεία ISGS που θα χρησιμοποιήσει κατά τον προγραμματισμό του έργου.

Επισημαίνεται ότι οι κλάσεις που υλοποιούν την αφηρημένη κλάση ScheduleFactory και την διαπροσωπεία IJobSelector χρειάζεται να γνωρίζουν δεδομένα του έργου, ωστόσο, λόγω της χρήσης αυτών, δεν υπάρχει άμεση εξάρτηση από τις κλάσεις σχετικές με το έργο, η οποίες, όπως εξηγείται στη συνέχεια, αλλάζουν ανάλογα με την κατηγορία του προβλήματος προγραμματισμού έργου. Έτσι οι υλοποιήσεις της διαπροσωπείας ISGS εφαρμόζονται σε κάθε κατηγορία προβλήματος προγραμματισμού έργου.

5.2.3 Αρχιτεκτονική αναπαράστασης έργου

Ένα έργο αποτελείται από ένα γράφο που εκφράζει τους περιορισμούς προτεραιοτήτων μεταξύ των εργασιών, μία λίστα με τις απαραίτητες πληροφορίες για την κάθε εργασία του έργου και τους διαθέσιμους πόρους για την εκτέλεση του έργου. Κάθε στοιχείο της λίστας εργασιών περιέχει έναν ή περισσότερους TE της εργασίας. Κάθε TE όμως περιέχει διαφορετικές πληροφορίες ανάλογα με το είδος του έργου που μελετάται. Μπορεί να έχει ντετερμινιστική ή στοχαστική διάρκεια εκτέλεσης, ντετερμινιστικές ή στοχαστικές ανάγκες σε πόρους, είναι δυνατό να εκτελείται σε τμήματα ή να πρέπει να εκτελεστεί συνεχόμενα. Έχοντας σαν ζητούμενο την ανάπτυξη μίας γενικής χρήσης αναπαράσταση ενός έργου, αυτά τα χαρακτηριστικά πρέπει να ληφθούν υπ' όψιν. Μία ακόμα διαφοροποίηση των έργων είναι η περίπτωση των γενικευμένων περιορισμών προτεραιοτήτων, οι οποίες δεν εξετάζονται στην παρούσα εργασία. Επιπλέον, οι διαθέσιμοι πόροι μπορεί να είναι συνάρτηση του χρόνου, εδώ όμως λαμβάνονται σταθεροί.

Στο μελετώμενο πρόβλημα όπου οι TE έχουν στοχαστική διάρκεια, η στατιστική κατανομή που θα εκφράζει την διάρκεια μπορεί να είναι διαφόρων τύπων. Για τον αλγόριθμο εύρεσης της βέλτιστης στρατηγικής, η ακριβής κατανομή είναι αδιάφορη και απαιτείται μόνο η δυνατότητα λήψης τιμών από αυτή την κατανομή. Συνεπώς για την αναπαράσταση των στατιστικών κατανομών δημιουργείται μία διαπροσωπεία, η οποία περιέχει τις ιδιότητες μέση τιμή, τυπική απόκλιση, και μία μέθοδο που λαμβάνει μία τιμή στο εύρος $[0,1]$ και επιστρέφει μία τιμή της κατανομής για αυτή την τιμή. Αυτή η μέθοδος καλείται να μετατρέπει μία ομοιόμορφη κατανομή εύρους $[0,1]$ στην εκάστοτε κατανομή που υλοποιεί την διαπροσωπεία. Η διαπροσωπεία αυτή ονομάζεται IDistribution.

5-3 Διάγραμμα κλάσεων έργου

5.3 Παρουσίαση σημαντικών αλγορίθμων

5.3.1 Υλοποίηση σειριακού ΣΠΧ

Κατά την εκτέλεση ενός ΓΑ (ή άλλης ευρετικής μεθόδου), συχνά το πλέον υπολογιστικά απαιτητικό μέρος του αλγορίθμου είναι η συνάρτηση αξιολόγησης. Αυτό ισχύει και στο παρόν πρόβλημα, όπως θα φανεί και στο κεφάλαιο των αποτελεσμάτων. Συνεπώς η αποδοτική υλοποίηση των διαφόρων ΣΠΧ είναι καθοριστική για τον ταχύτητα εκτέλεσης του ΓΑ.

Μεταφέρεται ο αλγόριθμος του σειριακού ΣΠΧ για εύκολη συσχέτιση:
Αρχικοποίηση: $F_0 = 0, S_g = \{0\}$

Για $g = 1$ *έως* n *εκτέλεση:*

Υπολογισμός των $D_g, \mathcal{F}_g, \tilde{R}_k(t)$ ($k \in K, t \in \mathcal{F}_g$)

Επιλογή μίας δραστηριότητας $j \in D_g$

$$ES_j = \max_{h \in P_j} \{F_h\}$$

$$F_j = \min\{t \in [ES_j, \infty) \cap F_g \mid r_{jk} \leq \tilde{R}_k(\tau), k \in K, \tau \in [t, t + p_j] \cap F_g\} + p_j$$

$$S_g = S_{g-1} \cup \{j\}$$

$$F_{n+1} = \max_{h \in P_{n+1}} \{F_h\}^3 \gg$$

Ένα σημαντικό σημείο του αλγορίθμου είναι ο υπολογισμός του $\tilde{R}_k(t)$, δηλαδή των διαθέσιμων πόρων στο έργο για κάθε χρονική στιγμή, στο εκάστοτε βήμα εκτέλεσης του αλγορίθμου. Για την αποθήκευση των τιμών αυτών επιλέγεται η δομή δεδομένων της ταξινομημένης λίστας, που περιέχει ζεύγη κλειδιού-τιμής. Στο κάθε ζεύγος, το κλειδί είναι η χρονική στιγμή και η τιμή ένας πίνακας με τους διαθέσιμους πόρους για την χρονική στιγμή. Σκοπός είναι να αποθηκεύονται σε αυτή τη λίστα οι χρόνοι λήξης των εργασιών κατά αύξουσα σειρά μαζί με τους διαθέσιμους πόρους οι οποίοι θα ανανεώνονται κατάλληλα.

Όταν χρειάζεται να βρεθούν οι διαθέσιμοι πόροι για μία χρονική στιγμή, τότε επιστρέφεται ο πίνακας πόρων που αντιστοιχεί στον πρώτο χρόνο που είναι μικρότερος από τον ζητούμενο χρόνο. Αν η λίστα έχει ως κλειδιά τις χρονικές στιγμές 1 και 3, τότε οι διαθέσιμοι πόροι για το διάστημα (1-3] δίνονται από τον πίνακα που αντιστοιχεί στην χρονική στιγμή ένα. Για το διάστημα (3, ∞), δίνονται από τον πίνακα πόρων που αντιστοιχεί στην χρονική στιγμή 3. Αυτό σημαίνει ότι η τελευταία χρονική στιγμή θα περιέχει πάντα τους αρχικούς διαθέσιμους πόρους του έργου.

Όταν προγραμματίζεται μία εργασία, δηλαδή επιλέγεται χρόνος έναρξης της, αυτός θα συμπίπτει με βεβαιότητα με τον χρόνο λήξης μία άλλης εργασίας ή την αρχή του έργου. Ο χρόνος λήξης της ωστόσο μπορεί να συμπίπτει ή να μην συμπίπτει με υπάρχοντα χρόνο λήξης. Επομένως αν ο χρόνος λήξης δεν υπάρχει, προστίθεται στην λίστα και σαν πόρους παίρνει τους διαθέσιμους πόρους του έργου για εκείνη τη χρονική στιγμή, δηλαδή τους πόρους της αμέσως προηγούμενης χρονικής στιγμής που υπάρχει στην λίστα.

Αφού προστεθεί ο νέος χρόνος λήξης τελευταίας προγραμματισμένης εργασίας, γίνεται η αφαίρεση πόρων από τους διαθέσιμους για το διάστημα που εκτελείται αυτή η εργασία. Αναλυτικότερα, ξεκινώντας από την χρονική στιγμή

³ Πηγή: Kolisch, R., & Hartmann, S. (1999). *Heuristic Algorithms for Solving the Resource-Constrained Project Scheduling Problem : Classification and Computational Analysis*.

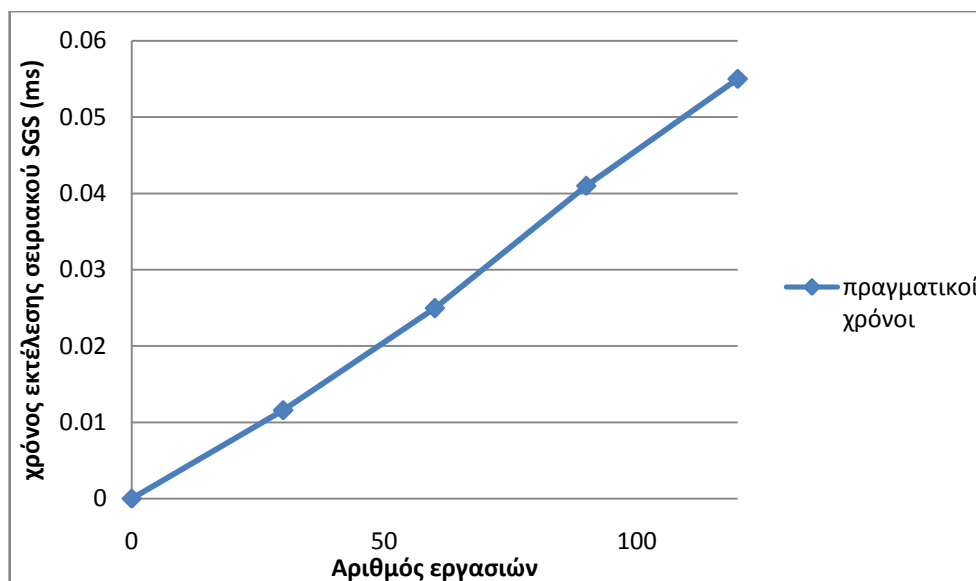
έναρξης της εργασίας και για όλες τις χρονικές στιγμές τις λίστες που είναι μικρότερες από τον χρόνο λήξης της εργασίας, αφαιρείται από τους πίνακες πόρων που αντιστοιχούν σε αυτές οι πόροι που απαιτεί η εργασία.

Το βασικό όφελος αυτής της δομής είναι ότι, καθώς η λίστα είναι ταξινομημένη, η αναζήτηση του δείκτη στη λίστα που αντιστοιχεί σε κάποιο χρόνο γίνεται γρήγορα, σε χρόνο τάξης $O(\log n)$, όπου n το μήκος της λίστας. Επίσης για την εύρεση εφικτού χρόνου εκτέλεσης μία εργασίας, πρέπει να βρεθεί ένα χρονικό διάστημα όπου υπάρχουν διαθέσιμοι πόροι. Κρατώντας μόνο τους χρόνους που υπάρχει μεταβολή στους διαθέσιμους πόρους, ελαχιστοποιούνται οι απαιτούμενες συγκρίσεις.

Ένα ακόμα σημαντικό σημείο στην εκτέλεση του σειριακού ΣΠΧ είναι ο υπολογισμός του D_g , δηλαδή του συνόλου των επιλέξιμων εργασιών. Μία αποδοτική υλοποίηση είναι η αποθήκευση των επιλέξιμων εργασιών σε δομή δεδομένων πίνακα κατακερματισμού (hash table). Όταν μία εργασία προγραμματίζεται αφαιρείται σε $O(1)$. Για την εύρεση των νέων επιλέξιμων εργασιών, σε κάθε εργασία κρατείται ο αριθμός των προγραμματισμένων προκατόχων και κάθε φορά που προγραμματίζεται μία εργασία ο αριθμός αυτός αυξάνεται κατά ένα στις διάδοχες εργασίες της. Όταν αυτός είναι ίσος με το πλήθος προαπαιτούμενων εργασιών η αντίστοιχη εργασία προστίθεται στο D_g , σε $O(1)$. Για μία πλήρη εκτέλεση του ΣΠΧ απαιτούνται υπολογισμοί τάξης $O(|E| + n)$ για τον υπολογισμό του D_g , με $|E|$ το πλήθος περιορισμών προτεραιότητας και n το πλήθος εργασιών.

Τέλος, για την εύρεση του ελάχιστου δυνατού χρόνου εκκίνησης (ή λήξης) της εργασίας δίνεται ο τύπος: $F_j = \min\{t \in [ES_j, \infty) \cap F_g \mid r_{jk} \leq \tilde{R}_k(\tau), k \in K, \tau \in [t, t + p_j] \cap F_g\} + p_j$. Παρότι η ύπαρξη δύο μεταβλητών (t, τ) μπορεί να ερμηνευτεί ως ανάγκη εμφωλευμένης επανάληψης, η εύρεση του ελάχιστου δυνατού χρόνου έναρξης της εργασίας μπορεί να γίνει σε μία σάρωση στις τιμές της προαναφερθείσας λίστας $t \in [ES_j, \max(F_g)] \cap F_g$.

Ακολουθεί διάγραμμα των χρόνων εκτέλεσης της παραπάνω υλοποίησης του σειριακού ΣΠΧ σε έργα της PSPLIB με πλήθος εργασιών 30, 60, 90 και 120. Είναι εμφανές πως, αν και η θεωρητική περιπλοκότητα του σειριακού ΣΠΧ είναι $O(n^2)$, η πραγματική συσχέτιση είναι σχεδόν γραμμική, και με μικρό χρόνο εκτέλεσης (0,055 ms για 120 εργασίες).



5-4 Συσχέτιση του χρόνου εκτέλεσης σειριακού ΣΠΧ με τον πλήθος εργασιών

5.3.2 Υλοποίηση διασταύρωσης η σημείων

Όλες οι μέθοδοι διασταύρωσης λίστας εργασιών, όπως περιγράφονται από τον Hartmann (Sönke Hartmann 1998), έχουν σαν κοινό χαρακτηριστικό το γεγονός ότι αναζητείται η πρώτη εργασία στην λίστα εργασιών του γονέα, η οποία δεν υπάρχει ήδη στη λίστα εργασιών του παιδιού. Η δομή δεδομένων που επιτρέπει γρήγορη αναζήτηση της ύπαρξης ή μη ενός στοιχείου είναι ο πίνακας κατακερματισμού. Έτσι, η εργασίες που προστίθενται στην λίστα εργασιών του καθενός από τα δύο παιδιά αποθηκεύονται σε δύο πίνακες κατακερματισμού, ένα για κάθε παιδί. Με αυτό τον τρόπο μπορεί να γίνει γρήγορη εύρεση του πρώτου στοιχείου της λίστας εργασιών του εκάστοτε γονιού που δεν υπάρχει στην λίστα εργασιών του εκάστοτε παιδιού. Επίσης για κάθε γονέα τηρούνται δύο μετρητές (ένας για κάθε παιδί), που δείχνουν την τελευταία θέση από την οποία ο γονέας έδωσε στοιχείο του στο αντίστοιχο παιδί. Είναι δεδομένο ότι όλα τα στοιχεία του γονέα περιέχονται ήδη στο αντίστοιχο παιδί, άρα η αναζήτησης του επόμενου στοιχείου ξεκινά από εκείνη τη θέση και μετά. Ενδεικτική είναι η συνάρτηση μορφή της συνάρτησης που εκτελεί την αναζήτηση:

```
int FindIndexOfFirstNotInSet(TPermut[] Parent, int startingIndex,
HashSet<TPermut> ChildSet)
```

Η μέθοδος που παράγει τα δύο παιδιά δέχεται ως ορίσματα τους δύο γονείς και τους δείκτες στους οποίες γίνεται «τομή» της λίστας των γονέων, δηλαδή εναλλαγή του συνδυασμού γονέων-παιδιών. Υπάρχουν δύο καταστάσεις: στη μια η μητέρα παρέχει στοιχεία στην κόρη και ο πατέρας στον γιό, και στην άλλη η μητέρα παρέχει στοιχεία στον γιό και ο πατέρας στη κόρη. Σε κάθε δείκτη που υποδεικνύει τομή γίνεται εναλλαγή μεταξύ των δύο καταστάσεων. Έτσι είναι εύκολο η ίδια μέθοδος

διασταύρωσης να υλοποιεί την διασταύρωση ενός, δύο και πολλαπλών σημείων, αλλάζοντας μόνο το πλήθος των δεικτών τομής.

6 Υπολογιστικά αποτελέσματα

Για την εξαγωγή συμπερασμάτων για το υπό μελέτη πρόβλημα γίνεται εφαρμογή στην βιβλιοθήκη εικονικών έργων PSPLIB. Χρησιμοποιούνται η κατηγορία έργων με 30 εργασίες και πολλαπλούς τρόπους εκτέλεσης (j30.mm) και η κατηγορία έργων με 30 εργασίες και μοναδικό τρόπο εκτέλεσης (j30.sm).

Τα έργα αυτά έχουν ντετερμινιστικές διάρκειες, επομένως για την παραγωγή στοχαστικών διαρκειών εξ αυτών θα πρέπει να επιλεγεί ένας τρόπος παραγωγής στατιστικής κατανομής εκ της ντετερμινιστικής διάρκειας. Ο τρόπος αυτός είναι κοινός για κάθε στατιστική κατανομή: ως μέσος όρος της κατανομής επιλέγεται η ντετερμινιστική διάρκεια και η τυπική απόκλιση υπολογίζεται ως $\sigma = \alpha * \sqrt{\text{ντετ. διάρκεια}}$, με τον συντελεστή α να παίρνει τιμές στο εύρος $(0, \frac{1}{\sqrt{3}})$. Το εύρος αυτό επιλέγεται ώστε να μη προκύπτουν αρνητικές τιμές στην ομοιόμορφη κατανομή, καθώς η κατανομή εκφράζει χρόνο.

Σε κάθε εκτέλεση του ΓΑ γίνονται 300 εκτελέσεις ΣΠΧ, στοχαστικού και μη. Για κάθε τελική στρατηγική προγραμματισμού έργου που παράγει η κάθε εκτέλεση του ΓΑ γίνεται 150 προσομοιώσεις της διάρκειας έργου για να προκύψει μία ακριβέστερη εκτίμηση της κατανομής της διάρκειας έργου. Οι προσομοιώσεις αυτές δεν προσμετρούνται στις εκτελέσεις ΣΠΧ του ΓΑ.

6.1 Αναζήτηση καλύτερων παραμέτρων γενετικού αλγορίθμου

Αρχικά γίνεται αναζήτηση των παραμέτρων του ΓΑ που οδηγούν στην μικρότερη προσδοκώμενη διάρκεια έργου. Οι παράμετροι αυτές είναι ο αριθμός προσομοιώσεων κατά την αξιολόγηση της στρατηγικής, το μέγεθος του πληθυσμού, η πιθανότητα μετάλλαξης εργασιών και η πιθανότητα μετάλλαξης τρόπου εκτέλεσης.

Γίνεται εξαντλητική αναζήτηση σε ένα έργο για ένα λογικό εύρος αυτών των παραμέτρων ώστε να προκύψουν κάποιες καλές πρώτες τιμές.

Πίνακας 6-1 Εξαντλητική αναζήτηση στις παραμέτρους ΓΑ

	Αρ. προσομ.	Μεγ. Πληθ.	Πιθ. Μετ. Εργ.	Πιθ. Μετ. ΤΕ
Ελάχιστο	1	30	0,02	0,00
Μέγιστο	3	40	0,15	0,08
Καλύτερο	1	34	0,06	0,02

Στη συνέχεια γίνεται διερεύνηση για κάθε μία παράμετρο διατηρώντας σταθερές τις υπόλοιπες. Ζητούμενο είναι η εύρεση των παραμέτρων που δίνουν την ελάχιστη σχετική απόκλιση της προσδοκώμενη διάρκειας έργου από την βέλτιστη ντετερμινιστική διάρκεια του ίδιου έργου, όπως αυτή δίνεται από την PSPLIB, για ένα σύνολο έργων. Προκύπτουν τα παρακάτω αποτελέσματα που φανερώνουν και την ισχύ της εξάρτησης του παραγόμενου αποτελέσματος από την κάθε μία παράμετρο.

Πίνακας 6-2 Παραμετρική διερεύνηση στον αριθμό προσομοιώσεων στρατηγικής

αριθμός προσομοιώσεων	
1	0,248
2	0,434
3	0,427

Παρατηρείται μία μεγάλη μεταβολή από την μία προσομοίωση στις δύο. Ο λόγος είναι ο εξής: Για μία προσομοίωση, η περιγραφική δειγματοληψία που χρησιμοποιείται για την επιλογή διαρκειών επιλέγει την μέση διάρκεια σε κάθε κατανομή. Ωστόσο για την αναδιάταξη της λίστας εργασιών παράγεται χρονοδιάγραμμα με τις ίδιες (μέσες) διάρκειες, επομένως μπορεί να χρησιμοποιηθεί η διάρκεια έργου για την αξιολόγηση της στρατηγικής, οπότε πραγματοποιείται μόνο μία εκτέλεση ΣΠΧ. Στις δύο προσομοιώσεις γίνεται μία εκτέλεση ΣΠΧ για την αναδιάταξη της λίστας εργασιών και δύο για την προσομοίωση της στρατηγικής, σύνολο 3.

Πίνακας 6-3 Παραμετρική διερεύνηση για το μέγεθος πληθυσμού

Μέγεθος πληθυσμού

32	0,268
34	0,277
36	0,276
38	0,290
40	0,287

Έχοντας ως κριτήριο τερματισμού του ΓΑ τον αριθμό εκτελέσεων ΣΠΧ, το μέγεθος του πληθυσμού ουσιαστικά ρυθμίζει τον αριθμό γενεών που θα εκτελεστούν.

Πίνακας 6-4 Παραμετρική διερεύνηση για την πιθανότητα μετάλλαξης εργασίας

πιθανότητα μετάλλαξης εργασίας	
0,04	0,270
0,05	0,265
0,06	0,267
0,07	0,267
0,08	0,266

Πίνακας 6-5 Παραμετρική διερεύνηση για την πιθανότητα μετάλλαξης τρόπου εκτέλεσης

πιθανότητα μετάλλαξης τρόπου εκτέλεσης	
0	0,267
0,01	0,268
0,02	0,267
0,03	0,264
0,04	0,267

Παρατηρείται πως η επίδραση της μεταβολής των δύο πιθανοτήτων μετάλλαξης στο αποτέλεσμα είναι αρκετά μικρή για το εύρος που μεταβολής τους.

Με βάση τις παραπάνω δοκιμές, προκύπτει ο συνδυασμός παραμέτρων με τα καλύτερα αποτελέσματα, και στη συνέχεια γίνεται χρήση αυτών των παραμέτρων κατά την εκτέλεση του ΓΑ.

6.2 Μελέτη μεταβολής προσδοκώμενης διάρκειας και τυπικής απόκλισης διάρκειας έργου για διαφορετικές τυπικές αποκλίσεις διάρκειας εργασιών.

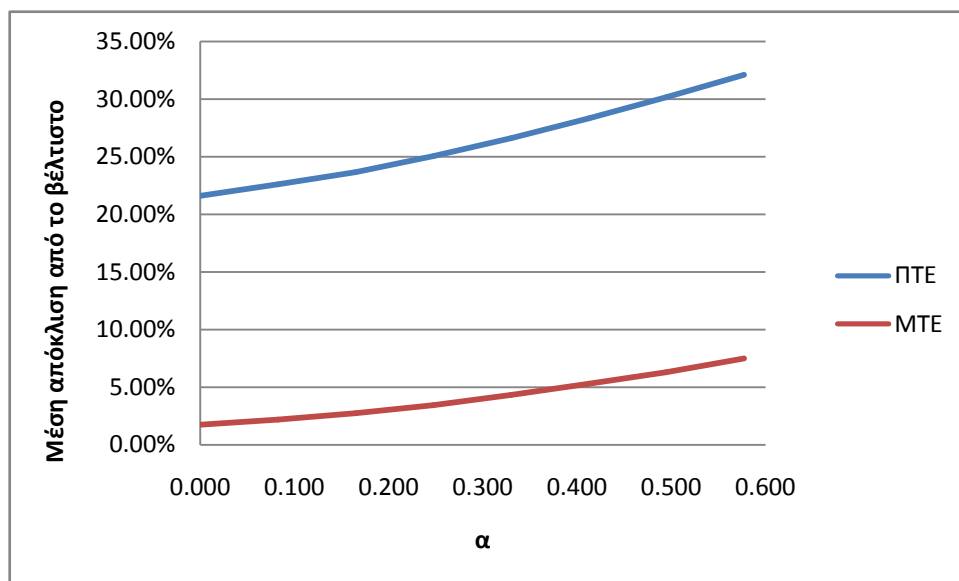
Πραγματοποιείται μελέτη της συμπεριφοράς της διάρκειας των έργων για μεταβαλλόμενη τυπική απόκλιση. Γίνεται σύγκριση μεταξύ των έργων με πολλαπλούς τρόπους εκτέλεσης (ΠΤΕ) με τα έργα με μοναδικό τρόπο εκτέλεσης (ΜΤΕ). Χρησιμοποιείται ομοιόμορφη κατανομή με $\sigma = \alpha * \sqrt{\text{ντετε. διάρκεια}}$ και τον συντελεστή α να μεταβάλλεται γραμμικά στο εύρος $(0, \frac{1}{\sqrt{3}})$. Για κάθε έργο γίνονται 25 διακριτές εκτελέσεις του ΓΑ.

Για κάθε έργο και κάθε στρατηγική που προκύπτει από μία εκτέλεση του ΓΑ, υπολογίζεται η προσδοκώμενη διάρκεια έργου και η τυπική απόκλιση της διάρκειας έργου. Βρίσκεται ο μέσος όρος αυτών, υπολογισμένος για τις 25 εκτελέσεις ΓΑ, καθώς και η μέση σχετική απόκλιση της προσδοκώμενης διάρκειας από την καλύτερη ευρεθείσα διάρκεια για το (ντετερμινιστικό) έργο, όπως αυτή παρέχεται από την PSPLIB. Ακολουθώς, για κάθε τιμή του συντελεστή α , βρίσκεται ο μέσος όρος της απόκλισης από το βέλτιστο και της μέσης τυπικής απόκλισης διάρκειας έργου επί του συνόλου των έργων. Προκύπτουν τα παρακάτω αποτελέσματα, σε μορφή πίνακα και γραφήματος:

Πίνακας 6-6 Μέση απόκλιση της προσδοκώμενης διάρκειας έργου από το ντετερμινιστικό βέλτιστο, για έργα με πολλαπλούς και μοναδικό τρόπο εκτέλεσης, καθώς αυξάνεται η τυπική απόκλιση της διάρκειας εργασιών.

α	Μέση σχετική απόκλιση από το βέλτιστο	
	ΠΤΕ	ΜΤΕ
0,000	21,59%	1,74%

0,082	22,60%	2,19%
0,165	23,67%	2,74%
0,247	25,04%	3,44%
0,330	26,59%	4,31%
0,412	28,31%	5,28%
0,495	30,15%	6,31%
0,577	32,09%	7,48%



6-1 Μέση απόκλιση της προσδοκώμενης διάρκειας έργου από το ντετερμινιστικό βέλτιστο, για έργα με πολλαπλούς και μοναδικό τρόπο εκτέλεσης, συναρτήσεϊ του συντελεστή τυπικής απόκλισης της διάρκειας εργασιών.

Όπως ήταν αναμενόμενο, σύμφωνα και με αποτελέσματα της βιβλιογραφίας σε άλλα έργα, η μέση διάρκεια έργου αυξάνεται καθώς αυξάνεται η αβεβαιότητα στην διάρκεια της κάθε εργασίας.

Υπάρχει εμφανής διαφορά μεταξύ της απόκλισης από το βέλτιστο στα έργα με πολλαπλούς τρόπους εκτέλεσης. Αυτό οφείλεται κυρίως στο γεγονός ότι στο πρόβλημα αυτό υπάρχει μεγαλύτερο πλήθος πιθανών λύσεων, επομένως απαιτούνται περισσότερες γενιές στον ΓΑ προκειμένου να συγκλίνει κοντά στο βέλτιστο.

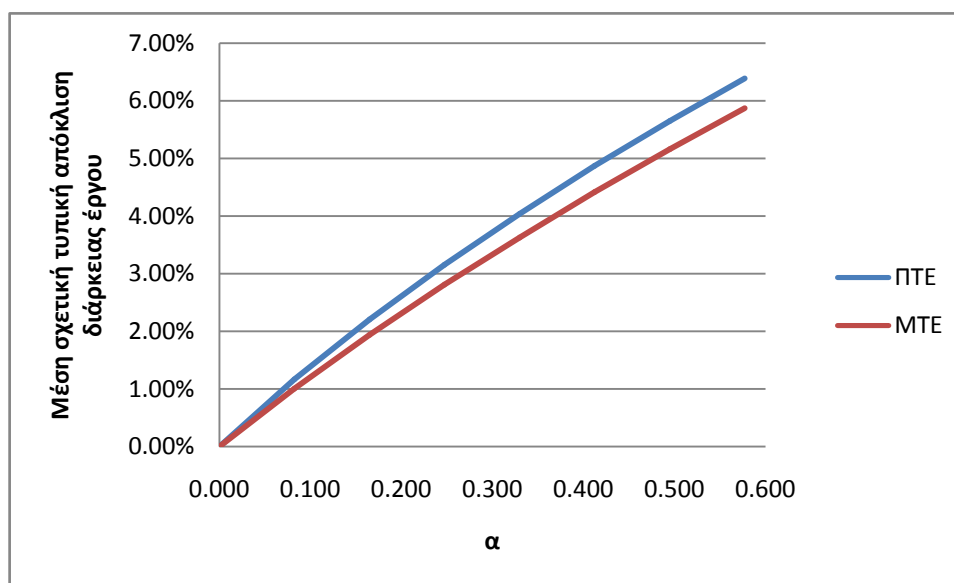
Η διαφορά μεταξύ της μέγιστης και της ελάχιστης τιμής των παραπάνω είναι 10.50% για τα έργα με πολλαπλούς τρόπους εκτέλεσης και 5.74% για τα έργα με μοναδικό τρόπο εκτέλεσης. Συνεπώς, η προσδοκώμενη σχετική διάρκεια στα πρώτα φαίνεται να παρουσιάζει μεγαλύτερη ευαισθησία στην αύξηση της αβεβαιότητας της

διάρκειας εργασιών. Ωστόσο, αυτό πιθανότατα οφείλεται στο γεγονός ότι ο ΓΑ δεν έχει μπορέσει να συγκλίνει σε λύση σε αυτά τα προβλήματα, όπως εξηγήθηκε.

Μετά την μελέτη τη συμπεριφοράς της προσδοκώμενης διάρκειας έργου, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που αφορούν την σχετική τυπική απόκλιση της διάρκειας έργου:

Πίνακας 6-7 Μέση σχετική τυπική απόκλιση της διάρκειας έργου για έργα με πολλαπλούς και μοναδικό τρόπο εκτέλεσης, καθώς αυξάνεται η τυπική απόκλιση της διάρκειας εργασιών.

α	ΠΤΕ	ΜΤΕ
0,000	0,00%	0,00%
0,082	1,16%	1,00%
0,165	2,20%	1,93%
0,247	3,15%	2,81%
0,330	4,03%	3,62%
0,412	4,87%	4,41%
0,495	5,65%	5,16%
0,577	6,39%	5,87%



6-2 Μέση σχετική τυπική απόκλιση της διάρκειας έργου για έργα με πολλαπλούς και μοναδικό τρόπο εκτέλεσης, συναρτήσεσι του συντελεστή τυπικής απόκλισης της διάρκειας εργασιών.

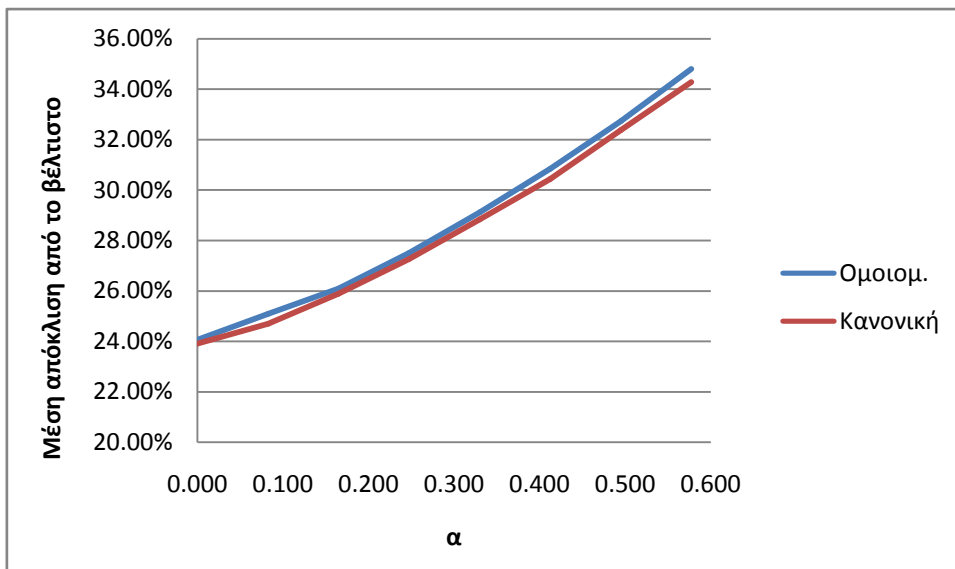
Όπως φαίνεται στα παραπάνω αποτελέσματα, καθώς αυξάνεται η αβεβαιότητα στην διάρκεια της κάθε εργασίας, αυξάνεται αναλογικά και η αβεβαιότητα στην διάρκεια του έργου. Επισημαίνεται ότι η διάρκεια του έργου εμφανίζει σαφώς μικρότερη σχετική τυπική απόκλιση από τις μεμονωμένες εργασίες. Ενδεικτικά, για $\alpha = 0,33$ η σχετική τυπική απόκλιση μία εργασίας με χρονική διάρκεια 6 μονάδες χρόνου είναι 14% ενώ η σχετική τυπική απόκλιση της συνολικής διάρκειας έργου είναι 4%.

6.3 Σύγκριση ομοιόμορφης και κανονικής κατανομής διάρκειας εργασιών

Σκοπός αυτής τη σύγκρισης είναι να μελετηθεί η επίδραση των δύο διαφορετικών κατανομών διάρκειας εργασιών στο έργο, και συγκεκριμένα στην προσδοκώμενη διάρκεια έργου και στην τυπική απόκλιση διάρκειας έργου. Η διαδικασία που ακολουθείται είναι πανομοιότυπη με την προηγούμενη δοκιμή, με την διαφορά ότι εφαρμόζεται μόνο στα έργα πολλαπλών τρόπων εκτέλεσης, που στην μία περίπτωση οι διάρκειες εργασιών ακολουθούν ομοιόμορφη κατανομή ενώ στην άλλη ακολουθούν κανονική. Γίνεται σύγκριση για διαφορετικές τυπικές αποκλίσεις μέσω της μεταβολής του συντελεστή της τυπικής απόκλισης όπως εξηγήθηκε παραπάνω. Προκύπτουν τα παρακάτω αποτελέσματα, σε μορφή πίνακα και γραφήματος:

Πίνακας 6-8 Μέση απόκλιση της προσδοκώμενης διάρκειας έργου από το ντετερμινιστικό βέλτιστο, για έργα με ομοιόμορφη και κανονική κατανομή διάρκειας εργασιών, καθώς αυξάνεται η τυπική απόκλιση της διάρκειας εργασιών.

α	Μέση σχετική απόκλιση από το βέλτιστο	
	Ομοιόμορφη	Κανονική
0,000	24,06%	23,90%
0,082	25,09%	24,69%
0,165	26,09%	25,89%
0,247	27,50%	27,26%
0,330	29,11%	28,83%
0,412	30,84%	30,43%
0,495	32,73%	32,37%
0,577	34,80%	34,28%

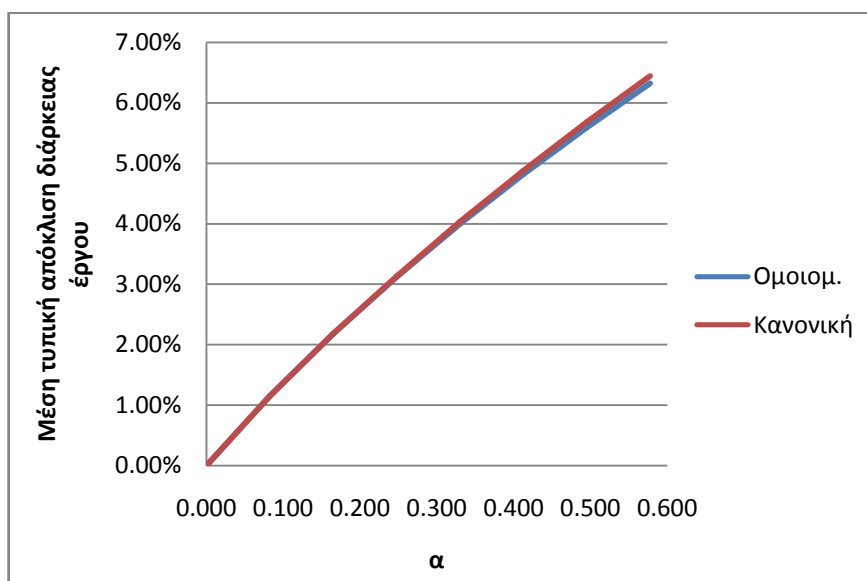


Σχήμα 6-3 Μέση απόκλιση της προσδοκώμενης διάρκειας έργου από το ντετερμινιστικό βέλτιστο, για έργα με ομοιόμορφη και κανονική κατανομή διάρκειας εργασιών, συναρτήσει του συντελεστή τυπικής απόκλισης της διάρκειας εργασιών.

Όπως γίνεται αντιληπτό, τα έργα με κανονική κατανομή εργασιών παρουσιάζουν σταθερά μικρότερη προσδοκώμενη διάρκεια έργου για την ίδια τυπική απόκλιση, ωστόσο αυτή η διαφορά μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα. Συμπεραίνεται ότι η επίδραση της τυπικής απόκλισης της διάρκειας των εργασιών στην προσδοκώμενη διάρκεια έργου είναι σαφώς μεγαλύτερη από την επίδραση που έχει η διαφορετική στατιστική κατανομή αυτών.

Πίνακας 6-9 Μέση σχετική τυπική απόκλιση της διάρκειας έργου για έργα με ομοιόμορφη και κανονική κατανομή διάρκειας εργασιών, καθώς αυξάνεται η τυπική απόκλιση της διάρκειας εργασιών.

α	Μέση σχετική τυπική απόκλιση διάρκειας έργου	
	Ομοιόμορφη	Κανονική
0,000	0,00%	0,00%
0,082	1,15%	1,15%
0,165	2,18%	2,18%
0,247	3,12%	3,13%
0,330	4,00%	4,03%
0,412	4,81%	4,87%
0,495	5,59%	5,68%
0,577	6,32%	6,44%



Σχήμα 6-4 Μέση σχετική τυπική απόκλιση της διάρκειας έργου για έργα με ομοιόμορφη και κανονική κατανομή διάρκειας εργασιών, συναρτήσεσι του συντελεστή τυπικής απόκλισης της διάρκειας εργασιών.

Και στην τυπική απόκλιση διάρκειας εργασιών, η επίδραση των διαφορετικών κατανομών διάρκειας εργασιών είναι αμελητέα, συγκρινόμενη με την επίδραση της τυπικής απόκλισης διάρκειας εργασιών.

7 Συμπεράσματα

Ένα βασικό ερώτημα που προκύπτει το εάν η ύπαρξη πολλών τρόπων εκτέλεσης για κάθε εργασία και, συνεπώς, η δυνατότητα επιλογής μεταξύ αυτών μπορεί να οδηγήσει σε μικρότερη ευαισθησία της προσδοκώμενης διάρκειας έργου στην στοχαστικότητα της διάρκειας των εργασιών. Η στρατηγική προγραμματισμού έργου που χρησιμοποιήθηκε επιλέγει στατικά τον τρόπο εκτέλεσης, δηλαδή δεν έχει την δυνατότητα κατάλληλης επιλογής τρόπου εκτέλεσης μιας εργασίας ανάλογα με την πορεία εκτέλεσης των υπολοίπων εργασιών. Όπως φάνηκε συγκρίνοντας την συμπεριφορά έργων με έναν και με πολλαπλούς τρόπους εκτέλεσης εργασιών, η χρήση τέτοιας στρατηγικής δεν οδηγεί σε μειωμένη ευαισθησία της προσδοκώμενης διάρκειας έργου στην αβεβαιότητα διάρκειας εργασιών των έργων με πολλαπλούς τρόπους εκτέλεσης εργασιών.

Επιπλέον, προέκυψε ότι υπάρχει πρακτικά γραμμική συσχέτιση μεταξύ της τυπικής απόκλισης της διάρκειας κάθε εργασίας και της προσδοκώμενης διάρκειας

έργου, όπως και μεταξύ της τυπικής απόκλισης κάθε εργασίας και της σχετικής τυπικής απόκλισης της διάρκειας έργου, όπως φαίνεται στα διαγράμματα 10-1, 10-2.

Ως προς την βελτιστοποίηση του προβλήματος με χρήση γενετικού αλγορίθμου, φάνηκε πως η χρήση της διάρκειας έργου που προκύπτει από την διαδικασία αναδιάταξης της λίστας εργασιών για την αξιολόγηση των παράγει αισθητά καλύτερα αποτελέσματα από την χρήση προσομοίωσης για τον ακριβέστερο υπολογισμό της αναμενόμενης διάρκειας του έργου, για το πλήθος εκτελέσεων ΣΠΧ στο οποίο έγινε η σύγκριση. Με αυτή την έννοια το πρόβλημα του προγραμματισμού έργου περιορισμένων πόρων με πολλαπλούς τρόπους εκτέλεσης για 30 εργασίες αντιμετωπίζεται αποτελεσματικά ως ντετερμινιστικό, ακόμα και αν στην πραγματικότητα η διάρκεια των εργασιών εμφανίζει μεγάλη τυπική απόκλιση.

8 Περαιτέρω έρευνα

Ο βασικός μελλοντικός στόχος που σχετίζεται άμεσα με την εργασία είναι η ανάπτυξη στρατηγικής προγραμματισμού έργου που να λαμβάνει υπ' όψιν την πορεία εκτέλεσης του έργου στους χρόνους λήψης αποφάσεων και να επιλέγει κατάλληλα τρόπο εκτέλεσης, που να οδηγεί σε μικρότερη προσδοκώμενη διάρκεια έργου σε σχέση με την στρατηγική που μελετήθηκε. Τέτοιες στρατηγικές έχουν αναπτυχθεί στο πρόβλημα του προγραμματισμού έργου με πολλαπλούς τρόπους εκτέλεσης και στοχαστική διάρκεια εργασιών (Godinho & Branco 2012), (Tereso 2006). Σε αυτή την περίπτωση υπάρχουν σαφέστερα κριτήρια αξιολόγησης των τρόπων εκτέλεσης, όπως το κόστος των πόρων που δεσμεύει ή/και καταναλώνει σε σχέση με την διάρκεια εκτέλεσης τους.

Στο πρόβλημα των περιορισμένων πόρων όμως, τα κριτήρια επιλογής είναι πιο ασαφή ή υπολογιστικά απαιτητικά, καθώς η σύγκριση των προς επιλογή τρόπων εκτέλεσης εξαρτάται από τους διαθέσιμους πόρους την στιγμή λήψης της απόφασης και κυριότερα με το αν η επιλογή πιο αργού τρόπου εκτέλεσης επιφέρει αύξηση της διάρκειας του έργου και πόση είναι αυτή. Για να βρεθεί αυτό, εκτός και αν προσεγγιστεί ευρετικά, απαιτεί τον προγραμματισμό του έργου από τη χρονική στιγμή λήψης απόφασης και μετά, ο οποίος, όμως, απαιτεί γνώση του τρόπου εκτέλεσης των επόμενων εργασιών.

Μια ακόμα ενδιαφέρουσα περιοχή μελέτης είναι η εφαρμογή στο πρόβλημα του προγραμματισμού έργων σύγχρονων παραλλαγών των γενετικών αλγορίθμων, όπως για παράδειγμα μεταβλητό μέγεθος πληθυσμού, ιεραρχικοί πληθυσμοί κ.α.,

καθώς και άλλων σχετικών εξελικτικών στρατηγικών όπως ενδεικτικά η εξελικτική στρατηγική προσαρμογής μήτρας συνδιακύμανσης (Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy).

9 Αρκτικόλεξα

ΤΕ	Τρόπος εκτέλεσης
ΓΑ	Γενετικός αλγόριθμος
ΣΠΧ	Σχήμα παραγωγής χρονοδιαγράμματος
ΣΠΧ-ΠΤΕ	Σχήμα παραγωγής χρονοδιαγράμματος πολλαπλών τρόπων εκτέλεσης
ΛΕ-ΤΕ	Λίστα εργασιών-τρόπων εκτέλεσης

10 Βιβλιογραφία

- Andradóttir, S. et al., 1997. Descriptive Sampling : An Improvement Over Latin Hypercube Sampling. In *Proceedings of the 1997 Winter Simulation Conference*. pp. 230–233.
- Arno Sprecher, Rainer Kolisch, A.D., 1995. Semi-active, active, and non-delay schedules for the resource-constrained project scheduling problem. *European Journal Of Operational Research*, (80), pp.94–102.
- Ballestin, F., Leus, R. & Ballestín, F., 2007. Resource-constrained project scheduling for timely project completion with stochastic activity durations. *Decision Sciences*, 18(July), pp.459–474.
- Ballestín, F., 2007. When it is worthwhile to work with the stochastic RCPSP? *Journal of Scheduling*, 10(3), pp.153–166.
- Brucker, P. et al., 1999. Resource-constrained project scheduling: Notation, classification, models, and methods. *European Journal of Operational Research*, 112(1), pp.3–41.
- Duncan, W., 1996. *A guide to the project management body of knowledge*,
- Godinho, P. & Branco, F.G., 2012. Adaptive policies for multi-mode project scheduling under uncertainty. *European Journal of Operational Research*, 216(3), pp.553–562.
- Goldberg, D. & Holland, J., 1988. Genetic Algorithms and Machine Learning. *Machine Learning*, 3(2-3), pp.95–99.
- Hartmann, S, 2001. Project scheduling with multiple modes: a genetic algorithm. *Annals of Operations Research*, 102, pp.111–135.

- Hartmann, Sönke, 1998. A competitive genetic algorithm for resource • constrained project scheduling. *Naval Research Logistics (NRL)*, 45, pp.733–750.
- Herroelen, W, 1998. Resource-constrained project scheduling: a survey of recent developments. *Computers & Operations Research*, 25(4), pp.279–302.
- Kolisch, R., 1996. Serial and parallel resource-constrained project scheduling methods revisited: Theory and computation. *European Journal of Operational Research*, 90(2), pp.320–333.
- Kolisch, R. & Hartmann, Sonke, 1999. Heuristic Algorithms for Solving the Resource-Constrained Project Scheduling Problem : Classification and Computational Analysis. *Project scheduling: Recent models, algorithms and applications*, (1), pp.147–178.
- Lgelmund, G. & Radermacher, F., 1983. Algorithmic approaches to preselective strategies for stochastic scheduling problems. *Networks*, 13, pp.29–48.
- Lova, A. et al., 2009. An efficient hybrid genetic algorithm for scheduling projects with resource constraints and multiple execution modes. *International Journal of Production Economics*, 117(2), pp.302–316.
- Nicoară, S., 2009. Efficient Implementations of Some Genetic Mutation Operators for the Permutation Encoding in Scheduling. , LXI(2), pp.67–74.
- Peteghem, V. Van & Vanhoucke, M., 2010. A genetic algorithm for the preemptive and non-preemptive multi-mode resource-constrained project scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 201(2), pp.409–418.
- De Reyck, B. & Herroelen, willy, 1998. A branch-and-bound procedure for the resource-constrained project scheduling problem with generalized precedence relations. *European Journal of Operational Research*, 111(1), pp.152–174.
- De Reyck, B., Herroelen, Willy & Reyck, B. De, 1999. The multi-mode resource-constrained project scheduling problem with generalized precedence relations. *European Journal of Operational Research*, 119(2), pp.538–556.
- Sivaraj, R., 2011. A REVIEW OF SELECTION METHODS IN GENETIC ALGORITHM. *International Journal of Engineering Science and Technology (IJEST)*, 3(5), pp.3792–3797.
- Stork, F., 2001. *Stochastic resource-constrained project scheduling*. Available at: <http://opus.kobv.de/tuberlin/volltexte/2001/300/> [Accessed February 1, 2013].
- Tereso, A., 2006. Adaptive resource allocation to stochastic multimodal projects: a distributed platform implementation in Java. *Control and Cybernetics*, 35(3), pp. 662-686.

11 Παραρτήματα

Στο παράρτημα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από τις εκτελέσεις του ΓΑ από την επεξεργασία των οποίων προέκυψαν τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν. Έγιναν 2 πειράματα, και για κάθε πείραμα συγκρίθηκαν 2 περιπτώσεις. Για κάθε μία από αυτές παρήχθησαν αποτελέσματα για 8 διαφορετικές τυπικές αποκλίσεις, και για κάθε τέτοια έγιναν 25 διακριτές εκτελέσεις ΓΑ, για κάθε ένα από τα 550. Συνεπώς, έγιναν 440.000 εκτελέσεις του ΓΑ. Για κάθε εκτέλεση ΓΑ αποθηκεύεται η προσδοκώμενη διάρκεια έργου και η τυπική απόκλιση της διάρκειας έργου, επομένως οι αριθμοί που θα πρέπει να παρουσιαστούν είναι οι διπλάσιοι.

Λόγω του όγκου δεδομένων γίνεται επιλεκτική παρουσίαση μέρους των αποτελεσμάτων, με το σύνολο τους να υπάρχει σε αρχείο στην ηλεκτρονική μορφή της εργασίας. Παρουσιάζονται αποτελέσματα για τέσσερις διαφορετικές τυπικές αποκλίσεις εργασιών (4 τιμές του συντελεστή α), για 50 έργα και 4 διαφορετικές εκτέλεσης ΓΑ για κάθε έργο.

Για την σύγκριση έργων με πολλαπλούς και με μοναδικό τρόπο εκτέλεσης εργασιών:

Πίνακας 11-1 Ενδεικτικά αποτελέσματα για πολλαπλούς τρόπους εκτέλεσης

Έργο	$\alpha=0,082$		$\alpha=0,247$		$\alpha=0,412$		$\alpha=0,577$	
	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.
j3010_1.mm	29,38	0,368	33,29	1,022	33	1,848	33,78	2,734
j3010_1.mm	32,17	0,431	32,02	1,112	35,03	1,799	36,91	2,003
j3010_1.mm	32,38	0,375	30,07	1,032	33,47	1,607	33,63	2,191
j3010_1.mm	31,48	0,358	32,67	1,222	33,39	1,852	38,45	2,504
j3011_10.mm	41,44	0,47	45,18	1,486	40,58	2,069	46,82	3,42
j3011_10.mm	39,16	0,479	40,19	1,269	47,06	2,342	47,62	3,261
j3011_10.mm	41,11	0,523	42,48	1,438	45,44	2,332	44,17	3,014
j3011_10.mm	39,39	0,431	43,91	1,365	45,61	2,131	42,2	3,212
j3012_2.mm	32,61	0,393	34,97	1,044	40,43	1,958	43,52	2,479
j3012_2.mm	37	0,524	39,95	1,281	34,74	1,809	38,15	2,67
j3012_2.mm	34,29	0,416	37,45	1,087	36,74	1,974	40,99	2,932
j3012_2.mm	35	0,505	40,17	1,31	38,51	1,693	38,55	2,217
j3013_3.mm	52,95	0,591	58,56	1,702	57,73	2,291	56,06	3,473
j3013_3.mm	56,38	0,51	60,1	1,557	60,62	2,759	57,14	3,716
j3013_3.mm	55,05	0,517	55,44	1,688	54,6	2,279	61,27	3,672
j3013_3.mm	51,98	0,548	58,25	1,636	55,65	2,494	54,97	3,326
j3014_4.mm	43,21	0,474	41,36	1,248	41,41	1,86	46,7	2,973

έργο	α=0,082		α=0,247		α=0,412		α=0,577	
	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.
j3014_4.mm	40,01	0,527	43,4	1,232	42,37	1,861	44,96	2,955
j3014_4.mm	43,37	0,52	46	1,511	44,19	1,908	42,94	2,597
j3014_4.mm	43,86	0,493	44,51	1,254	43,74	1,848	49,52	3,117
j3015_5.mm	31,48	0,395	33,63	1,209	33,48	1,577	32,69	2,09
j3015_5.mm	33,53	0,37	31,82	1,192	34,46	1,719	38,18	2,522
j3015_5.mm	31,47	0,389	32,43	0,985	32,54	1,725	34,17	2,137
j3015_5.mm	30,43	0,338	35,78	1,123	33,01	1,854	36,03	2,402
j3016_6.mm	39,41	0,442	35,27	1,204	35,98	2,003	38,3	2,679
j3016_6.mm	37,01	0,498	36,46	1,204	38,47	2,043	39,59	2,343
j3016_6.mm	35,57	0,397	38,4	1,163	38,65	2,015	35,53	2,287
j3016_6.mm	33,02	0,486	36,81	1,264	37,7	1,903	39,89	2,432
j3017_7.mm	42,35	0,466	44,28	1,417	44,08	2,162	45,69	3,107
j3017_7.mm	40,2	0,468	41,67	1,291	39,53	2,04	49,62	2,905
j3017_7.mm	43,3	0,52	41,72	1,365	44,26	1,965	42,84	2,678
j3017_7.mm	43,24	0,479	41,82	1,374	43,23	2,379	43,42	2,684
j3018_8.mm	31,5	0,389	29,84	0,991	30,96	1,673	29,13	2,545
j3018_8.mm	26,28	0,359	28,67	0,929	29,77	1,84	31,43	2,284
j3018_8.mm	29,16	0,424	26,69	1,154	30,21	1,693	32,3	2,276
j3018_8.mm	30,12	0,463	33,12	1,154	29,2	1,501	30,04	2,432
j3019_9.mm	31,23	0,431	31,16	1,155	35,24	1,841	33,56	2,345
j3019_9.mm	29,48	0,347	27,22	1,042	32,93	1,849	31,99	2,402
j3019_9.mm	30,12	0,422	32,04	1,088	32,78	1,683	33,24	2,027
j3019_9.mm	30,3	0,397	29,31	1,234	37,46	2,092	30	1,798
j3021_1.mm	57,27	0,6	62,38	1,689	56,88	2,543	58,81	3,47
j3021_1.mm	53,41	0,571	56,15	1,735	58,25	2,73	59,15	3,893
j3021_1.mm	56,53	0,491	54,88	1,507	66,39	2,85	67,57	3,922
j3021_1.mm	62	0,686	60,35	1,657	60,13	2,719	55,48	3,159
j3022_10.mm	33,35	0,373	34,16	1,274	34,47	1,699	35,81	2,391
j3022_10.mm	31,35	0,373	34,16	1,08	39,14	1,819	35,01	2,565
j3022_10.mm	30,17	0,335	34,88	1,073	34,94	1,903	33,96	2,322
j3022_10.mm	33,05	0,45	36,6	1,016	32,93	1,782	34,26	2,44
j3023_2.mm	34,12	0,496	35,42	0,994	35,6	2,133	36,4	2,379
j3023_2.mm	34,39	0,382	35,49	1,203	38,44	1,945	36,33	2,714
j3023_2.mm	34,52	0,409	34,66	1,277	36,09	1,944	38,9	2,648
j3023_2.mm	35,25	0,473	34,02	1,121	36,79	1,991	38,07	2,607
j3024_3.mm	33,01	0,417	32,26	1,056	28,09	1,586	28,83	1,943
j3024_3.mm	29,01	0,436	27,77	0,943	29,67	1,67	29,86	1,821
j3024_3.mm	30,24	0,429	33,49	0,998	31,59	1,565	31,35	2,421
j3024_3.mm	25,3	0,369	28,26	1,022	31,31	1,485	31,67	2,036
j3025_4.mm	40,3	0,417	41,66	1,388	44,02	2,197	44,44	2,905
j3025_4.mm	41,01	0,521	36,69	1,369	41,82	2,055	44,69	2,791
j3025_4.mm	38,2	0,502	45,92	1,459	38,48	1,816	43,33	2,702
j3025_4.mm	44,39	0,458	40,41	1,245	43,1	2,164	45,11	2,941
j3026_5.mm	34,28	0,421	31,89	1,175	29,22	1,642	30,65	2,243
j3026_5.mm	27,16	0,367	34,1	1,187	29,99	1,495	31,48	2,313
j3026_5.mm	34,33	0,403	33,45	1,134	31,58	1,751	35,62	2,395

έργο	α=0,082		α=0,247		α=0,412		α=0,577	
	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.
j3026_5.mm	33,26	0,45	26,11	1,019	32,03	1,895	29,63	2,394
j3027_6.mm	32,33	0,368	35,56	1,227	35,33	1,821	33,62	2,098
j3027_6.mm	33,27	0,436	32,78	0,858	36,54	1,634	33,93	2,112
j3027_6.mm	32,02	0,47	33,23	0,977	33,76	1,726	35,26	2,277
j3027_6.mm	31,25	0,443	33,42	1,032	34,01	1,719	38,39	2,29
j3028_7.mm	42,3	0,532	43,99	1,46	45,97	2,614	44,53	3,085
j3028_7.mm	42,56	0,411	43,03	1,429	40,39	2,086	44,48	3,168
j3028_7.mm	43,2	0,481	39,91	1,454	43,98	2,198	44,67	3,472
j3028_7.mm	43,4	0,503	41,68	1,55	42,46	2,275	44,93	3,345
j3029_8.mm	62,51	0,588	71,99	1,792	63,63	2,74	67,12	4,28
j3029_8.mm	66,04	0,609	65,2	1,92	69,25	2,971	70,77	3,594
j3029_8.mm	63,53	0,598	66,07	1,887	68,38	2,936	71,25	4,17
j3029_8.mm	70,15	0,649	68,12	1,66	64,85	2,907	68,27	3,365
j3030_9.mm	39,15	0,496	40,85	1,274	43,16	1,934	42,32	2,629
j3030_9.mm	39,17	0,508	40,49	1,221	39,18	1,805	44,14	2,829
j3030_9.mm	38,31	0,445	39,74	1,292	40,69	1,951	39,08	2,761
j3030_9.mm	39,42	0,428	39,16	1,117	37,8	1,945	42,05	2,561
j3032_1.mm	35,14	0,442	36,26	1,226	35,7	1,559	37,06	2,177
j3032_1.mm	35,87	0,41	34,77	1,168	33,35	1,515	36,13	2,678
j3032_1.mm	35,69	0,329	32,54	1,237	33,42	1,642	37,6	2,267
j3032_1.mm	37,18	0,463	34,77	1,197	35,48	1,986	36,01	2,468
j3033_10.mm	48,01	0,528	46,32	1,349	49,18	2,103	48,45	2,504
j3033_10.mm	48,5	0,479	48,14	1,342	50,26	2,358	48,68	2,819
j3033_10.mm	45,05	0,534	47,25	1,218	47,92	2,151	48,21	2,298
j3033_10.mm	48,04	0,511	49,24	1,487	48,89	2,054	50,04	2,577
j3034_2.mm	40,2	0,504	33,6	1,034	38,91	1,674	41,63	2,57
j3034_2.mm	37,36	0,411	35,08	1,092	40,59	1,842	40,04	2,239
j3034_2.mm	36,14	0,435	38,94	1,231	38,23	1,656	43,18	2,533
j3034_2.mm	39,26	0,464	37,94	1,129	36,21	1,657	38,78	2,042
j3035_3.mm	42,22	0,446	43,32	1,173	46,49	2,146	46,84	2,509
j3035_3.mm	45,19	0,481	41,48	1,158	41,88	1,958	46,92	2,626
j3035_3.mm	43,39	0,428	43,88	1,267	45,67	1,953	45,46	2,896
j3035_3.mm	42,34	0,477	40,24	1,114	42,76	1,788	46,02	3,086
j3037_4.mm	71,03	0,665	67,21	1,699	67,76	2,774	68,99	3,569
j3037_4.mm	68,42	0,575	69,42	1,763	67,75	2,76	67,23	3,595
j3037_4.mm	68,36	0,565	67,01	1,734	69,48	2,594	71,22	4,368
j3037_4.mm	67,53	0,545	74,22	1,827	69,44	2,487	68,24	3,978
j3038_5.mm	57,58	0,492	55,83	1,284	57,22	2,183	56,22	2,985
j3038_5.mm	57,52	0,492	52,65	1,497	56,88	2,359	56,57	3,159
j3038_5.mm	55,37	0,518	56,25	1,438	57,67	2,198	59,46	3,162
j3038_5.mm	55,25	0,613	58,48	1,555	56,08	2,375	60,19	3,442
j3039_6.mm	42,63	0,473	44,61	1,194	44,12	2,102	44,65	2,682
j3039_6.mm	42,33	0,451	42,79	1,263	43,4	1,885	44,65	2,759
j3039_6.mm	43,51	0,442	43,56	1,225	44,18	1,807	45,2	2,597
j3039_6.mm	43,59	0,373	43,71	1,099	45,01	2,025	45,81	2,792
j3040_7.mm	55,12	0,514	50,77	1,496	53,84	2,351	52,44	3,378

έργο	α=0,082		α=0,247		α=0,412		α=0,577	
	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.
j3040_7.mm	49,18	0,563	51,79	1,456	55,35	2,783	55,13	3,189
j3040_7.mm	55	0,617	55,28	1,563	56,75	2,734	58,17	3,182
j3040_7.mm	53,51	0,527	53,95	1,603	55,62	2,598	56,71	3,853
j3041_8.mm	39,24	0,481	38,2	1,093	41,72	2,21	43,75	2,32
j3041_8.mm	38,55	0,396	44,05	1,258	39,21	1,719	44,33	2,99
j3041_8.mm	37	0,487	41,8	1,215	41,49	1,901	41,24	2,651
j3041_8.mm	39,03	0,491	41,37	1,194	38,99	1,856	44,49	2,559
j3042_9.mm	35,43	0,393	37,11	1,238	37,21	1,974	40,88	2,696
j3042_9.mm	34,46	0,348	34,21	1,226	37,64	1,856	39,94	2,675
j3042_9.mm	37,43	0,44	36,66	1,1	40,18	1,829	38,09	2,648
j3042_9.mm	36,29	0,416	33,67	1,21	36,08	1,969	37,82	2,345
j3044_1.mm	44,36	0,495	48,3	1,523	45,67	2,4	48,85	3,418
j3044_1.mm	46,64	0,42	46,17	1,567	48,33	2,43	47,25	3,119
j3044_1.mm	44,24	0,46	46,81	1,531	48,92	2,298	46,78	2,825
j3044_1.mm	47,44	0,515	48,85	1,452	48,08	2,566	48,37	3,215
j3045_10.mm	50,94	0,47	51,53	1,396	55,95	2,496	56,3	2,988
j3045_10.mm	51,53	0,523	53,93	1,484	55,43	2,266	55,8	3,201
j3045_10.mm	51,46	0,509	52,54	1,437	57,28	2,361	54,95	3,156
j3045_10.mm	53,24	0,513	53,9	1,6	53,14	2,233	57,95	2,94
j3046_2.mm	51,4	0,532	50,55	1,463	51,15	2,294	51,9	2,744
j3046_2.mm	49,17	0,586	50,41	1,665	52	2,025	53,85	3,482
j3046_2.mm	50,55	0,557	49,27	1,297	53,44	2,318	53,87	3,162
j3046_2.mm	50,36	0,53	51,67	1,365	52,01	2,264	55,67	3,007
j3047_3.mm	34,4	0,419	35,22	1,03	37,36	1,853	37,2	2,351
j3047_3.mm	36,41	0,386	36,76	1,224	37,46	1,972	37,05	2,368
j3047_3.mm	37,25	0,424	38,63	1,203	35,77	2,032	37,94	2,354
j3047_3.mm	34,34	0,431	37,33	1,281	38,31	1,948	39,44	2,305
j3048_4.mm	28,48	0,349	27,9	0,935	28,88	1,395	33,14	1,909
j3048_4.mm	30,16	0,412	27,02	0,914	29,29	1,743	33,97	2,171
j3048_4.mm	29,13	0,38	29,21	1,034	29,85	1,532	30,32	1,746
j3048_4.mm	27,4	0,319	27,66	0,993	29,46	1,597	30,92	1,833
j3049_5.mm	45,26	0,507	45,44	1,469	44,49	2,23	45,57	2,987
j3049_5.mm	46	0,586	45,02	1,359	48,94	2,322	48,66	3,573
j3049_5.mm	42,35	0,495	46,5	1,2	48,14	2,436	47,36	3,413
j3049_5.mm	44,39	0,51	47,78	1,534	48,83	1,91	47,17	3,303
j3050_6.mm	41,31	0,465	39,6	1,378	46,33	2,405	45,31	2,702
j3050_6.mm	43,1	0,528	42,46	1,391	40,4	2,098	44,38	2,711
j3050_6.mm	43,36	0,473	44,19	1,366	42,26	1,966	45,89	2,735
j3050_6.mm	39,43	0,42	40,49	1,316	43,43	2,015	42,97	3,205
j3051_7.mm	27,37	0,362	27,5	0,918	28,46	1,569	31,57	2,231
j3051_7.mm	28,41	0,328	30,21	1,194	30,59	1,929	32,87	2,213
j3051_7.mm	27,37	0,361	31,2	0,992	28,88	1,371	29,41	2,053
j3051_7.mm	27,36	0,355	27,22	0,872	29,26	1,557	30,09	2,333
j3052_8.mm	32,22	0,4	31,55	1,052	28,19	1,77	34,54	2,556
j3052_8.mm	31,5	0,333	27,77	1,033	30,16	1,691	32,26	2,149
j3052_8.mm	28,01	0,424	29,01	1,05	29,04	1,502	30,21	2,229

έργο	α=0,082		α=0,247		α=0,412		α=0,577	
	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.
j3052_8.mm	26,19	0,335	29,79	1,262	32,64	1,952	30,7	2,202
j3053_9.mm	55,33	0,555	56,01	1,579	53,7	2,244	62,63	3,376
j3053_9.mm	57,19	0,654	57,92	1,47	56,58	2,395	64,89	3,228
j3053_9.mm	55,13	0,564	57,94	1,392	59,16	2,833	60,39	3,706
j3053_9.mm	58,65	0,497	62,34	1,508	61,37	2,485	61,86	3,729
j3055_1.mm	33,3	0,377	32,77	1,104	34,68	1,692	34,13	1,974
j3055_1.mm	33,21	0,427	34,87	1,241	35,44	1,866	38,84	2,282
j3055_1.mm	35,33	0,439	33,01	1,201	35,47	1,682	36,41	2,213
j3055_1.mm	34,15	0,439	34,32	1,134	36,64	1,852	36,03	2,674
j3056_10.mm	40,03	0,489	39,98	1,316	40,49	2,187	42,71	3,184
j3056_10.mm	39,19	0,488	42,62	1,311	42,34	2,124	42,12	3,115
j3056_10.mm	40,01	0,498	39,96	1,503	40,77	2,287	43,23	3,082
j3056_10.mm	40,35	0,442	41,43	1,225	40,69	2,294	41,18	3,235
j3057_2.mm	47,32	0,476	46,46	1,564	50,16	2,398	50,73	3,023
j3057_2.mm	48,15	0,526	48,25	1,301	46,27	2,122	51,39	3,552
j3057_2.mm	45,21	0,533	45,8	1,4	46,96	2,093	48,43	3,086
j3057_2.mm	47,29	0,502	48,28	1,373	47,7	2,165	52,27	3,201
j3058_3.mm	43,36	0,525	42,92	1,566	39,91	2,285	40,58	3,168
j3058_3.mm	42,19	0,454	43,97	1,643	40,68	2,046	41,79	2,836
j3058_3.mm	42,01	0,534	37,26	1,434	39,94	1,826	47,39	3,277
j3058_3.mm	39,23	0,502	42,28	1,267	39,55	2,121	40,62	2,879
j3059_4.mm	30,27	0,353	30,37	0,997	28,75	1,462	31,42	2,527
j3059_4.mm	28,38	0,387	28,45	1,075	30,16	1,727	31,35	2,073
j3059_4.mm	30,3	0,377	30,13	1,064	28,73	1,512	29,62	1,716
j3059_4.mm	27,42	0,327	30,98	1,222	29,65	1,534	34,13	2,355
j3060_5.mm	34,33	0,419	35,54	1,264	37,25	1,972	36,88	2,567
j3060_5.mm	35,19	0,486	35,33	1,107	36,31	1,868	37,14	2,686
j3060_5.mm	34,21	0,452	34,71	1,314	35,64	1,944	37,02	3,066
j3060_5.mm	36,11	0,501	35,55	1,415	35,91	1,758	37,22	2,833
j3061_6.mm	45,45	0,488	49,16	1,318	50,83	2,234	54,87	2,985
j3061_6.mm	46,34	0,558	49,08	1,449	48,31	2,197	50,63	3,408
j3061_6.mm	49,4	0,429	48,69	1,352	47,38	2,416	50,33	2,857
j3061_6.mm	48,13	0,459	46,54	1,497	51,28	2,168	48,95	3,078
j3062_7.mm	39,46	0,371	40,01	1,379	38,34	2,004	40,76	2,41
j3062_7.mm	38,45	0,399	36,08	1,232	41,6	1,98	39,89	2,797
j3062_7.mm	39,5	0,4	39,6	1,018	39,35	1,953	40,76	2,846
j3062_7.mm	37,28	0,451	37,6	1,245	41,73	1,904	41,1	2,431
j3063_8.mm	34,85	0,507	38,92	1,278	38,57	2,075	42,59	2,748
j3063_8.mm	37,02	0,479	37,22	1,06	40,18	2,102	37,99	2,477
j3063_8.mm	36,37	0,391	38,8	1,157	39,19	1,801	40,51	2,472
j3063_8.mm	37,38	0,43	37,43	1,374	39,3	2,071	38,84	2,409
j3064_9.mm	34,64	0,388	34,71	0,982	35,23	1,71	37,69	2,038
j3064_9.mm	33,51	0,376	35,38	1,064	37,99	1,763	36,07	2,278
j3064_9.mm	33,59	0,356	34,53	0,951	36,23	1,781	37,58	2,096
j3064_9.mm	36,28	0,472	36,66	1,033	37,41	1,76	37,52	2,217
j309_8.mm	35,28	0,416	37,37	1,225	37,72	2,044	41,22	2,489

έργο	α=0,082		α=0,247		α=0,412		α=0,577	
	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.
j309_8.mm	34,4	0,361	37,01	1,25	38,5	1,746	37,27	2,417
j309_8.mm	35,07	0,495	33,37	1,174	33,16	1,894	38,58	2,451
j309_8.mm	34,02	0,466	35,52	1,319	36,52	1,919	36,22	2,435

Πίνακας 11-2 Ενδεικτικά αποτελέσματα για μοναδικό τρόπο εκτέλεσης

έργο	α=0,082		α=0,247		α=0,412		α=0,577	
	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.
j3010_1.sm	43,47	0,485	44,49	1,269	46,03	1,827	49,26	2,576
j3010_1.sm	43,2	0,506	45,63	1,245	46,68	2,146	46,05	2,561
j3010_1.sm	44,6	0,437	44	1,216	46,21	1,828	47,09	2,439
j3010_1.sm	44,15	0,545	45,09	1,247	45,7	2,013	47,8	2,713
j3011_10.sm	38,25	0,426	39,25	1,209	40,89	1,671	40,84	2,589
j3011_10.sm	38,25	0,446	39,22	1,211	40,16	1,65	41,3	2,549
j3011_10.sm	38,23	0,496	38,86	1,197	40,72	1,787	40,95	2,585
j3011_10.sm	40,05	0,497	39,1	1,157	40,47	1,872	41,37	2,689
j3012_2.sm	46,69	0,448	47,9	1,341	49,69	1,987	51,56	2,851
j3012_2.sm	46,58	0,433	47,8	1,271	49,71	2,086	51,36	3,098
j3012_2.sm	46,46	0,496	48,21	1,294	49,57	2,049	50,94	2,766
j3012_2.sm	46,7	0,429	48,07	1,359	49,22	2,058	50,64	2,732
j3013_3.sm	80,35	0,722	83,07	2,061	85,11	3,298	83,03	4,467
j3013_3.sm	79,7	0,615	82,14	1,918	85,29	3,123	85,02	4,254
j3013_3.sm	79,58	0,651	83,27	2,025	86,09	2,971	85,6	4,191
j3013_3.sm	79,71	0,668	81,18	2,207	86,18	3,127	87,04	3,872
j3014_4.sm	53,37	0,531	55,17	1,618	56,37	2,515	55,7	3,183
j3014_4.sm	52,49	0,478	55,1	1,436	56,88	2,289	57,33	3,38
j3014_4.sm	53,16	0,604	54,07	1,537	55,88	2,361	56,11	3,607
j3014_4.sm	54,14	0,613	53,77	1,283	56,19	2,457	55,92	3,06
j3015_5.sm	63,35	0,569	63,37	1,421	66,49	2,648	66,86	3,05
j3015_5.sm	62,55	0,494	64,4	1,447	65,85	2,405	62,87	2,958
j3015_5.sm	60,3	0,568	63,79	1,535	65,01	2,617	66,07	3,212
j3015_5.sm	62,51	0,564	63,96	1,461	65,3	2,394	67,39	3,067
j3016_6.sm	51,15	0,546	51,34	1,891	52,11	2,708	52,54	3,707
j3016_6.sm	51,24	0,571	51,64	1,643	51,73	2,62	52,38	3,793
j3016_6.sm	51,08	0,551	51,77	1,628	51,76	2,9	52,23	3,625
j3016_6.sm	51,32	0,556	51,58	1,588	51,83	2,448	53,05	3,739
j3017_7.sm	57,07	0,539	57,66	1,535	59,02	2,747	60,15	3,265
j3017_7.sm	57,07	0,578	57,79	1,39	58,83	2,541	60,05	3,461
j3017_7.sm	57,06	0,59	57,7	1,628	58,85	2,475	60,14	3,121
j3017_7.sm	57,06	0,557	57,81	1,523	58,79	2,375	60,04	3,795
j3018_8.sm	52,01	0,645	52,41	1,683	53,19	2,655	54,41	3,315
j3018_8.sm	52,03	0,561	52,39	1,786	53,5	2,324	54,55	3,521
j3018_8.sm	52,02	0,567	52,43	1,685	53,41	2,451	53,98	3,695
j3018_8.sm	52,03	0,515	52,37	1,453	53,06	2,652	54,6	3,193
j3019_9.sm	38,44	0,39	39,95	1,296	40,45	1,913	42,06	2,59

έργο	α=0,082		α=0,247		α=0,412		α=0,577	
	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.
j3019_9.sm	39,4	0,448	39,43	1,085	40,58	1,938	41,94	2,659
j3019_9.sm	38,44	0,453	39,5	1,083	41,98	1,925	41,95	2,665
j3019_9.sm	38,5	0,395	39,38	1,329	40,87	1,883	41,97	2,391
j3020_1.sm	57,14	0,621	57,69	1,719	58,63	2,715	59,91	3,732
j3020_1.sm	57,13	0,63	57,58	1,654	58,45	2,915	59,85	3,858
j3020_1.sm	57,02	0,643	57,59	1,516	58,52	2,985	59,85	3,929
j3020_1.sm	57,01	0,613	57,61	1,685	58,62	2,916	59,53	3,663
j3021_10.sm	73	0,736	72,21	1,802	75,37	2,708	78,06	4,458
j3021_10.sm	71,55	0,67	75,63	1,905	76,77	2,914	77,24	4,309
j3021_10.sm	74,26	0,756	73,24	1,9	76,78	2,736	72,65	3,845
j3021_10.sm	73,27	0,709	73,65	1,981	75,83	2,77	77,76	4,315
j3022_2.sm	45,2	0,577	46,14	1,322	47,68	2,253	48,77	2,932
j3022_2.sm	45,2	0,454	45,95	1,505	47,17	2,059	48,85	2,972
j3022_2.sm	45,2	0,498	46,23	1,479	47,55	2,341	49,06	2,8
j3022_2.sm	45,2	0,494	46,15	1,347	47,48	1,943	48,65	2,866
j3023_3.sm	46,3	0,448	46,35	1,406	47,71	2,277	49,03	3,026
j3023_3.sm	46,21	0,509	46,29	1,391	47,48	2,386	48,81	2,867
j3023_3.sm	46,19	0,577	46,79	1,413	47,66	1,987	47,81	2,952
j3023_3.sm	46,18	0,502	46,51	1,495	46,98	2,414	49,06	3,066
j3024_4.sm	53,11	0,618	53,32	1,87	54,97	2,91	54,48	3,815
j3024_4.sm	53,11	0,556	54,07	1,567	54,83	2,746	54,33	3,556
j3024_4.sm	53,11	0,63	53,4	1,852	54,01	2,689	55,56	3,829
j3024_4.sm	53,37	0,605	53,35	1,711	53,81	2,722	55,55	3,934
j3025_5.sm	73,41	0,628	74,11	1,847	76,67	3,174	75,8	4,387
j3025_5.sm	73,29	0,636	74,98	1,928	76,75	2,897	75,81	4,076
j3025_5.sm	73,31	0,642	75,83	2,197	76,21	2,856	75,96	4,344
j3025_5.sm	74,21	0,735	75	1,87	74,53	2,835	76,6	3,963
j3026_6.sm	54,07	0,512	55,46	1,415	57,27	2,474	57,87	3,339
j3026_6.sm	56,35	0,584	54,95	1,488	57,24	2,578	57,93	2,867
j3026_6.sm	54,59	0,476	56,78	1,414	57,54	2,432	58,12	2,902
j3026_6.sm	54,5	0,495	55,3	1,487	57,21	2,358	58,93	3,758
j3027_7.sm	49,19	0,595	51,31	1,347	51,46	2,252	53,9	2,895
j3027_7.sm	51,28	0,507	51,26	1,414	52,8	2,239	54,7	3,128
j3027_7.sm	49,39	0,463	50,55	1,225	51,33	2,023	52,08	2,817
j3027_7.sm	50,25	0,5	51,91	1,312	52,44	1,94	55,02	3,264
j3028_8.sm	53,07	0,601	53,42	1,615	54,13	2,332	55,72	3,281
j3028_8.sm	53,01	0,544	53,45	1,611	54,44	2,544	55,73	3,33
j3028_8.sm	53,01	0,549	53,46	1,632	54,31	2,499	55,27	3,198
j3028_8.sm	53	0,625	53,5	1,484	54,47	2,42	55,84	3,472
j3029_9.sm	105,1	0,855	105,03	2,215	108,25	3,928	106,93	5,782
j3029_9.sm	102,44	0,782	103,71	2,37	108,07	4	109,02	5,564
j3029_9.sm	104,19	0,824	105,24	2,229	107,82	4,1	108,43	5,684
j3029_9.sm	104,33	0,805	105,29	2,503	105,93	3,494	106,95	4,954
j3030_1.sm	48,62	0,467	49,89	1,174	50,94	2,153	51,6	3,121
j3030_1.sm	48,64	0,401	50,05	1,326	50,97	2,219	52,18	3,242
j3030_1.sm	49,25	0,522	50,26	1,553	51,2	2,097	51,76	3,372

έργο	α=0,082		α=0,247		α=0,412		α=0,577	
	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.
j3030_1.sm	49,08	0,546	49,06	1,301	51,49	2,033	52,33	2,998
j3031_10.sm	56,45	0,496	58	1,545	58,65	2,388	60,1	3,211
j3031_10.sm	56,44	0,525	57,3	1,464	59,08	2,098	60,91	3,155
j3031_10.sm	56,43	0,525	58,5	1,508	59,28	2,614	60,6	3,177
j3031_10.sm	56,55	0,439	57,57	1,504	58,88	2,096	60,33	3,106
j3032_2.sm	60,01	0,621	61,04	1,574	61,74	2,79	63,83	3,607
j3032_2.sm	60,03	0,549	60,73	1,666	62,2	2,421	63,43	3,725
j3032_2.sm	60,03	0,568	61,09	1,524	62,04	2,691	63,46	3,547
j3032_2.sm	60,07	0,6	60,62	1,827	62,29	2,497	63,36	3,717
j3033_3.sm	56	0,66	56,49	1,623	57,55	2,403	58,31	3,204
j3033_3.sm	55,13	0,564	56,22	1,547	57,79	2,499	59,1	3,783
j3033_3.sm	56,3	0,584	55,69	1,7	57,67	2,54	59,09	3,6
j3033_3.sm	55,19	0,603	55,93	1,548	57,78	2,486	59,45	3,441
j3034_4.sm	67	0,68	67,19	1,877	68,24	2,863	69,08	4,29
j3034_4.sm	67	0,68	67,14	1,984	68,04	3,169	68,79	4,283
j3034_4.sm	67	0,689	67,11	2,057	67,56	3,538	68,4	4,284
j3034_4.sm	67	0,648	67,3	1,878	67,82	3,257	68,39	4,524
j3035_5.sm	60,23	0,632	60,47	1,885	61,51	2,612	62,7	4,222
j3035_5.sm	60	0,62	60,81	1,709	61,89	3,086	62,29	3,79
j3035_5.sm	60	0,632	60,34	1,809	61,43	2,659	62,62	3,804
j3035_5.sm	60,19	0,597	60,81	1,846	61,47	2,689	62,2	4,092
j3036_6.sm	46,17	0,552	46,61	1,461	47,57	2,262	48,8	3,114
j3036_6.sm	46,17	0,561	46,64	1,434	47,49	2,227	48,93	3,2
j3036_6.sm	46,16	0,481	46,69	1,358	47,61	2,224	48,97	2,942
j3036_6.sm	46,16	0,509	46,61	1,442	47,53	2,3	48,89	2,824
j3037_7.sm	92,26	0,81	95,43	2,036	93,76	3,716	97,75	5,575
j3037_7.sm	92,3	0,714	93,01	2,113	96,05	4,156	97,77	5,217
j3037_7.sm	92,28	0,7	95,31	2,389	94,18	3,906	97,88	4,683
j3037_7.sm	92,25	0,845	93,24	2,082	94,39	3,49	95,11	5,192
j3038_8.sm	62,03	0,598	62,22	1,588	63,98	2,991	64,53	3,752
j3038_8.sm	63,02	0,62	62,26	1,625	63,71	2,315	64,4	3,836
j3038_8.sm	62,02	0,56	63,61	1,946	63,72	2,366	65,65	3,331
j3038_8.sm	63,25	0,641	62,33	1,663	64,95	2,381	66,54	3,413
j3039_9.sm	64,34	0,605	65,2	1,794	66,95	2,879	67,29	3,825
j3039_9.sm	64,34	0,617	64,95	1,756	66,04	2,636	67,36	3,92
j3039_9.sm	64,36	0,547	65,41	1,73	66,1	2,629	67,9	3,797
j3039_9.sm	64,36	0,617	66	1,753	66,05	2,689	67,43	3,689
j3040_1.sm	51,31	0,526	51,78	1,526	51,8	2,61	53	3,018
j3040_1.sm	51	0,598	51,16	1,702	52,66	2,486	54,13	2,997
j3040_1.sm	51	0,58	51,17	1,514	52,94	2,395	53,52	3,043
j3040_1.sm	51	0,624	52,01	1,448	52,88	2,27	54,72	3,074
j3041_10.sm	106,25	0,868	106,18	2,517	103,61	3,852	106,18	5,872
j3041_10.sm	101,58	0,74	100,88	2,443	102,64	3,598	104,79	5,136
j3041_10.sm	102,31	0,85	100,85	2,435	102,36	3,79	104,96	5,361
j3041_10.sm	105,15	0,914	103,16	2,237	104,45	3,994	106,17	5,321
j3042_2.sm	52,05	0,492	53,75	1,553	53,47	2,206	54,94	2,685

έργο	α=0,082		α=0,247		α=0,412		α=0,577	
	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.
j3042_2.sm	52,18	0,501	54,25	1,395	54,16	2,412	56,34	2,948
j3042_2.sm	51,74	0,45	51,92	1,41	54,27	2,525	55,07	2,711
j3042_2.sm	51,27	0,563	52,66	1,389	53,07	2,096	55,45	2,973
j3043_3.sm	60,18	0,586	59,97	1,645	59,55	2,431	62,64	3,446
j3043_3.sm	59,26	0,532	59,61	1,579	62,01	2,614	62,2	3,334
j3043_3.sm	58,26	0,546	59,7	1,519	60,2	2,526	61,89	3,6
j3043_3.sm	58,09	0,543	59,48	1,606	60,66	2,622	61,42	2,984
j3044_4.sm	57,31	0,53	58,52	1,479	60	2,28	61,62	3,208
j3044_4.sm	57,45	0,489	58,57	1,457	59,65	2,287	61,67	3,719
j3044_4.sm	57,48	0,548	58,54	1,425	59,83	2,415	61,69	3,391
j3044_4.sm	57,48	0,504	58,53	1,436	59,92	2,496	61,58	3,43
j3045_5.sm	90,25	0,746	90,44	2,174	93,38	3,56	92,65	4,752
j3045_5.sm	90,16	0,77	89,81	2,106	91,45	3,515	92,79	5,138
j3045_5.sm	90,04	0,734	90,47	2,161	91,09	3,995	92,17	5,011
j3045_5.sm	89,09	0,775	91,06	2,381	91,67	3,385	93,22	4,86
j3046_6.sm	60,69	0,526	61,93	1,477	62,13	2,238	64,4	3,413
j3046_6.sm	60,67	0,508	61,74	1,52	62,53	2,361	63,45	3,489
j3046_6.sm	60,6	0,497	60,9	1,344	62	2,276	63,75	3,422
j3046_6.sm	59,53	0,518	61,84	1,529	63,2	2,533	64,38	3,412
j3047_7.sm	68,16	0,647	67,83	1,654	69,09	2,858	68,44	3,555
j3047_7.sm	66,52	0,574	67,78	1,633	69,32	2,724	70,71	3,595
j3047_7.sm	67,44	0,547	67,32	1,664	70,39	2,757	69,46	3,369
j3047_7.sm	66,6	0,477	67,38	1,665	67,62	2,43	69,58	3,708
j3048_8.sm	44,4	0,474	44,91	1,129	45,8	2,135	46,91	3,124
j3048_8.sm	44,04	0,513	44,92	1,34	45,66	2,312	47,08	2,772
j3048_8.sm	44,42	0,474	44,58	1,284	45,82	2,081	46,98	3,05
j3048_8.sm	44,18	0,473	44,97	1,376	46,08	2,075	47,38	3,034
j304_9.sm	38,38	0,465	39,29	1,185	40,48	1,919	42,02	2,51
j304_9.sm	38,37	0,424	39,36	1,18	40,41	1,843	41,98	2,777
j304_9.sm	38,38	0,46	39,41	1,129	40,5	1,828	42,14	2,769
j304_9.sm	38,39	0,438	39,33	1,26	40,73	1,804	42,13	2,516
j306_1.sm	60,4	0,563	61,68	1,562	62,01	2,644	65,14	3,65
j306_1.sm	62,21	0,605	62,67	1,642	63,31	2,449	62,62	3,505
j306_1.sm	59,51	0,515	62,14	1,526	63,28	2,759	63,71	3,447
j306_1.sm	61,39	0,584	60,95	1,882	61,97	2,598	66,14	3,895
j307_10.sm	49,5	0,56	50,24	1,518	51,17	2,2	51,77	3,434
j307_10.sm	49,52	0,516	50,35	1,385	51,8	2,29	52,44	3,278
j307_10.sm	49,4	0,54	50,39	1,609	51,41	2,296	52,95	2,93
j307_10.sm	49,5	0,513	50,26	1,595	51,65	2,409	52,44	3,063
j308_2.sm	51,04	0,554	51,82	1,455	52,77	2,494	54,48	3,263
j308_2.sm	51,02	0,577	51,95	1,64	52,67	2,505	54,26	3,402
j308_2.sm	51,15	0,585	51,69	1,61	52,77	2,448	53,87	3,195
j308_2.sm	51,03	0,593	51,63	1,542	52,57	2,31	54,15	3,453
j309_3.sm	76,46	0,648	76,64	1,666	76,12	3,11	78,2	3,748
j309_3.sm	77,27	0,687	77,65	2,014	82,43	3,334	78,73	4,25
j309_3.sm	75,6	0,609	75,96	1,84	78,97	3,292	76,45	3,975

έργο	α=0,082		α=0,247		α=0,412		α=0,577	
	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.
j309_3.sm	74,13	0,675	77,15	1,778	76,43	3,048	81,18	4,256
j3059_4.mm	30,27	0,353	30,37	0,997	28,75	1,462	31,42	2,527
j3059_4.mm	28,38	0,387	28,45	1,075	30,16	1,727	31,35	2,073
j3059_4.mm	30,3	0,377	30,13	1,064	28,73	1,512	29,62	1,716
j3059_4.mm	27,42	0,327	30,98	1,222	29,65	1,534	34,13	2,355
j3060_5.mm	34,33	0,419	35,54	1,264	37,25	1,972	36,88	2,567
j3060_5.mm	35,19	0,486	35,33	1,107	36,31	1,868	37,14	2,686
j3060_5.mm	34,21	0,452	34,71	1,314	35,64	1,944	37,02	3,066
j3060_5.mm	36,11	0,501	35,55	1,415	35,91	1,758	37,22	2,833
j3061_6.mm	45,45	0,488	49,16	1,318	50,83	2,234	54,87	2,985
j3061_6.mm	46,34	0,558	49,08	1,449	48,31	2,197	50,63	3,408
j3061_6.mm	49,4	0,429	48,69	1,352	47,38	2,416	50,33	2,857
j3061_6.mm	48,13	0,459	46,54	1,497	51,28	2,168	48,95	3,078
j3062_7.mm	39,46	0,371	40,01	1,379	38,34	2,004	40,76	2,41
j3062_7.mm	38,45	0,399	36,08	1,232	41,6	1,98	39,89	2,797
j3062_7.mm	39,5	0,4	39,6	1,018	39,35	1,953	40,76	2,846
j3062_7.mm	37,28	0,451	37,6	1,245	41,73	1,904	41,1	2,431
j3063_8.mm	34,85	0,507	38,92	1,278	38,57	2,075	42,59	2,748
j3063_8.mm	37,02	0,479	37,22	1,06	40,18	2,102	37,99	2,477
j3063_8.mm	36,37	0,391	38,8	1,157	39,19	1,801	40,51	2,472
j3063_8.mm	37,38	0,43	37,43	1,374	39,3	2,071	38,84	2,409
j3064_9.mm	34,64	0,388	34,71	0,982	35,23	1,71	37,69	2,038
j3064_9.mm	33,51	0,376	35,38	1,064	37,99	1,763	36,07	2,278
j3064_9.mm	33,59	0,356	34,53	0,951	36,23	1,781	37,58	2,096
j3064_9.mm	36,28	0,472	36,66	1,033	37,41	1,76	37,52	2,217
j309_8.mm	35,28	0,416	37,37	1,225	37,72	2,044	41,22	2,489
j309_8.mm	34,4	0,361	37,01	1,25	38,5	1,746	37,27	2,417
j309_8.mm	35,07	0,495	33,37	1,174	33,16	1,894	38,58	2,451
j309_8.mm	34,02	0,466	35,52	1,319	36,52	1,919	36,22	2,435

Ακολουθούν τα ενδεικτικά αποτελέσματα για την δεύτερη υπολογιστική διερεύνηση που έγινε, με χρήση διαφορετικών κατανομών διάρκειας.

Πίνακας 11-3 Ενδεικτικά αποτελέσματα για ομοιόμορφη κατανομή

έργο	α=0,082		α=0,247		α=0,412		α=0,577	
	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.
j3010_1.mm	29	0,445	32,11	1,161	32,55	1,71	34,84	2,209
j3010_1.mm	32,4	0,375	32,25	1,042	32,84	1,69	33,97	2,231
j3010_1.mm	31,37	0,364	34,71	1,122	32,92	1,646	35,87	2,223
j3010_1.mm	34,18	0,463	33,9	1,271	31,14	1,657	33,72	2,409
j3011_10.mm	44,1	0,58	45,35	1,387	46,53	2,056	44,57	3,181
j3011_10.mm	38,28	0,435	48,24	1,562	44,64	2,341	45,3	3,248
j3011_10.mm	46,21	0,491	45,66	1,36	42,29	2,303	45,02	2,94

έργο	α=0,082		α=0,247		α=0,412		α=0,577	
	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.
j3011_10.mm	46,35	0,526	44,08	1,451	51,1	2,309	47,17	3,342
j3012_2.mm	35,31	0,422	33,97	1,32	38,43	1,775	38,8	2,402
j3012_2.mm	39,37	0,461	39,77	1,203	36,97	1,916	39,37	2,321
j3012_2.mm	38,18	0,47	35,32	1,213	36,5	1,914	41,87	2,811
j3012_2.mm	35,12	0,482	37,22	1,271	37,71	2,061	40,73	2,227
j3013_3.mm	54,58	0,491	59,23	1,496	56,83	2,417	60,13	3,486
j3013_3.mm	55,14	0,634	53,03	1,36	60,23	2,291	59,63	3,758
j3013_3.mm	57,25	0,627	55,55	1,523	57,47	2,494	59,77	4,058
j3013_3.mm	57,29	0,566	56,81	1,436	57,93	2,462	58,25	3,133
j3014_4.mm	43,23	0,437	43,88	1,335	46,83	1,86	49,31	2,587
j3014_4.mm	45,38	0,48	43,63	1,342	48,69	2,266	45,81	3,024
j3014_4.mm	44,4	0,443	44,87	1,285	42,94	2,05	47,05	2,7
j3014_4.mm	42,53	0,443	44,76	1,364	45,99	1,985	48,69	3
j3015_5.mm	32,42	0,363	34,67	1,023	34,13	1,881	33,29	2,101
j3015_5.mm	34,64	0,334	36,69	1,12	35,89	1,545	35,87	2,37
j3015_5.mm	33,38	0,407	34,98	1,095	35,5	1,682	36,68	2,198
j3015_5.mm	33,6	0,382	34,89	1,124	36,54	1,62	34,81	2,667
j3016_6.mm	36,26	0,444	36,62	1,201	35,74	1,999	36,77	2,568
j3016_6.mm	35,51	0,424	37,26	1,412	35,36	1,924	40,94	2,345
j3016_6.mm	32,13	0,443	35,95	1,168	38,35	1,697	36,83	2,542
j3016_6.mm	36,27	0,44	32,81	1,243	36,18	1,802	40,85	2,451
j3017_7.mm	43,45	0,427	42,81	1,208	43,28	2,249	45,66	2,928
j3017_7.mm	41,49	0,452	42,47	1,366	41,87	2,132	44,8	2,928
j3017_7.mm	45,19	0,5	42,31	1,311	44,02	2,39	42,43	3,084
j3017_7.mm	41,49	0,438	43,77	1,361	46,19	2,159	42,49	3,284
j3018_8.mm	27,14	0,393	27,41	1,018	32,69	1,804	30,08	2,074
j3018_8.mm	26,28	0,36	28,46	0,936	29,87	1,647	31,53	1,961
j3018_8.mm	28,5	0,351	27,97	0,995	27,96	1,649	31,83	1,981
j3018_8.mm	27,38	0,342	29,34	1,167	27,51	1,647	31,09	2,041
j3019_9.mm	33,01	0,42	33,57	1,239	32,89	1,704	33,55	2,295
j3019_9.mm	31,25	0,391	34,65	1,221	33,89	1,825	37,59	2,456
j3019_9.mm	31,23	0,404	31,43	1,043	33,4	1,911	35,03	2,694
j3019_9.mm	33,54	0,386	30,43	1,024	31,66	1,651	32,86	2,397
j3021_1.mm	59,09	0,692	58,13	1,677	58,59	2,796	53,49	3,455
j3021_1.mm	58,5	0,556	55,95	1,498	57,97	2,758	60,85	3,849
j3021_1.mm	53,01	0,564	59,59	1,697	55,42	2,555	53,93	3,444
j3021_1.mm	53,55	0,504	53,26	1,638	55,75	2,531	57,59	3,521
j3022_10.mm	32,62	0,359	30,96	0,927	33,19	1,635	35,92	2,403
j3022_10.mm	32,98	0,411	34,44	1,071	35,76	1,831	37,88	2,684
j3022_10.mm	32,29	0,408	34,91	1,131	34,61	1,556	38,61	2,67
j3022_10.mm	33,63	0,371	32,35	1,079	33,24	1,653	36,06	2,71
j3023_2.mm	33,38	0,428	35,85	1,272	35,89	2,145	38,33	2,578
j3023_2.mm	34,35	0,407	36,16	1,253	36,47	2,374	36,4	2,707
j3023_2.mm	36,43	0,389	36,44	1,12	36,83	2,023	37,68	2,632
j3023_2.mm	34,22	0,438	35,52	1,12	37,01	1,897	38,39	2,563
j3024_3.mm	30,02	0,415	27,96	0,934	33,33	1,626	32,95	2,209

έργο	α=0,082		α=0,247		α=0,412		α=0,577	
	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.
j3024_3.mm	30,43	0,333	34,25	1,135	30,03	1,677	31,45	2,095
j3024_3.mm	27,03	0,409	28,92	0,989	31,62	1,452	34,24	2,186
j3024_3.mm	29,18	0,424	29,07	1,048	29,9	1,677	28,58	1,861
j3025_4.mm	43,12	0,532	40,28	1,408	42,96	2,238	43,86	2,835
j3025_4.mm	38,11	0,476	45,2	1,48	46,01	2,453	41,38	2,855
j3025_4.mm	44,23	0,507	43,6	1,383	40,76	1,961	45,57	2,988
j3025_4.mm	41,38	0,444	42,85	1,288	45,19	2,205	48,57	2,877
j3026_5.mm	30,37	0,372	31,1	1,195	32,34	1,887	26,06	1,964
j3026_5.mm	31	0,41	32,79	1,114	33,23	1,87	33,55	2,464
j3026_5.mm	33,4	0,381	34,07	1,203	31,92	1,793	32,18	2,171
j3026_5.mm	29,42	0,385	32,62	1,152	30,21	1,618	32,17	2,519
j3027_6.mm	31,45	0,334	33,95	1,14	34,74	1,576	36,44	2,194
j3027_6.mm	33,41	0,416	31,37	1,095	34,86	1,825	34,7	2,272
j3027_6.mm	34,4	0,403	33,18	1,104	32,19	1,636	35,59	2,314
j3027_6.mm	33,28	0,433	34,65	1,115	33,73	1,556	37,12	2,465
j3028_7.mm	43,07	0,499	42,88	1,339	43,71	2,364	43,27	3,392
j3028_7.mm	43,3	0,511	42,72	1,442	44,01	2,335	43,13	3,019
j3028_7.mm	42,23	0,541	45,03	1,368	42,21	2,244	41,16	3,255
j3028_7.mm	43,1	0,545	43,52	1,637	44,32	2,339	42,17	3,192
j3029_8.mm	65,44	0,598	67,03	1,574	70	2,871	66,69	3,686
j3029_8.mm	69,26	0,608	67,8	1,637	70,36	2,877	68,41	4,137
j3029_8.mm	68,1	0,66	65,12	1,909	69,29	3,001	71,2	4,117
j3029_8.mm	64,5	0,614	66,19	1,786	71,44	3,002	67,8	4,347
j3030_9.mm	40,31	0,479	38,51	1,228	43,44	2,09	40,55	2,827
j3030_9.mm	38,19	0,486	39,34	1,143	40,45	2,171	41,45	2,698
j3030_9.mm	37,54	0,393	38,34	1,192	40,59	1,961	42,28	2,819
j3030_9.mm	38,37	0,424	36,66	1,178	40,48	1,973	43,07	2,66
j3032_1.mm	35,05	0,467	34,33	1,055	36,35	1,9	37,07	2,498
j3032_1.mm	34,01	0,446	37,31	1,057	35,88	1,697	37,13	2,321
j3032_1.mm	34,21	0,456	34,37	1,059	36,5	1,68	37,43	2,23
j3032_1.mm	36,04	0,468	35,47	1,22	34,66	1,805	38,01	2,267
j3033_10.mm	48,35	0,518	49,23	1,245	50	2,095	55,14	3,179
j3033_10.mm	51,34	0,533	47,87	1,299	50,97	2,103	53,74	2,903
j3033_10.mm	47,49	0,474	50,53	1,637	54	2,348	52,39	3,17
j3033_10.mm	49,35	0,52	49,53	1,329	49,36	2,006	53,79	2,791
j3034_2.mm	39,34	0,401	39,99	1,116	41,43	2,012	43,55	2,867
j3034_2.mm	40,02	0,479	41,68	1,447	43,46	1,926	43,26	2,447
j3034_2.mm	39,35	0,426	38,87	1,199	38,82	1,632	42,87	2,322
j3034_2.mm	38,4	0,437	38,9	1,121	41,47	1,801	42,42	2,463
j3035_3.mm	43,15	0,483	45,45	1,345	45,84	2,254	48,25	2,825
j3035_3.mm	44,01	0,549	46,73	1,323	45,89	1,967	48,56	2,909
j3035_3.mm	45,22	0,522	44,34	1,423	47,29	1,982	47,69	2,963
j3035_3.mm	44,22	0,533	44,99	1,244	49,36	2,163	48,51	2,84
j3037_4.mm	65,89	0,474	70,21	1,797	69,68	2,921	74,65	3,694
j3037_4.mm	68,75	0,566	71,34	1,652	72,91	2,701	77,45	3,82
j3037_4.mm	75,67	0,654	69,01	1,752	71,22	2,898	73,78	3,702

έργο	α=0,082		α=0,247		α=0,412		α=0,577	
	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.
j3037_4.mm	70,66	0,515	73,33	1,879	73,97	2,681	70,95	3,947
j3038_5.mm	56,61	0,493	58,38	1,468	60,86	2,321	61,32	3,189
j3038_5.mm	56,26	0,543	57,46	1,614	59,38	2,542	61,18	3,486
j3038_5.mm	59,23	0,606	58,96	1,406	61,82	2,675	60,48	3,063
j3038_5.mm	59,26	0,572	61,54	1,594	58,53	2,373	62,37	3,192
j3039_6.mm	43,2	0,493	45,64	1,301	48,25	2,148	45,38	2,696
j3039_6.mm	46,93	0,512	44,17	1,398	45,76	1,97	46,84	2,676
j3039_6.mm	43,17	0,514	43,18	1,285	44,43	1,893	47,52	2,661
j3039_6.mm	43,39	0,473	44,48	1,221	44,42	1,925	48,86	2,786
j3040_7.mm	55,62	0,547	56,03	1,556	58,56	2,311	59,68	3,248
j3040_7.mm	57,06	0,527	58,79	1,472	57,46	2,462	59,54	3,736
j3040_7.mm	57,51	0,544	56,22	1,609	57,81	2,866	59,82	3,63
j3040_7.mm	57,26	0,593	54,45	1,466	59,14	2,725	61,58	3,537
j3041_8.mm	40,4	0,444	42,15	1,239	39,86	2,049	46,02	2,925
j3041_8.mm	43,26	0,487	43,49	1,466	45,89	2,13	43,58	2,994
j3041_8.mm	39,42	0,43	42,92	1,159	45,71	2,081	44,37	2,63
j3041_8.mm	43,28	0,469	45,8	1,547	44,56	1,798	42,36	2,733
j3042_9.mm	38,63	0,4	37,53	1,329	37,01	1,871	38,42	2,649
j3042_9.mm	38,01	0,488	37,71	1,127	40,15	1,953	41,36	2,582
j3042_9.mm	38,28	0,465	39,94	1,282	40,93	1,897	39,55	2,541
j3042_9.mm	36,58	0,385	39,76	1,145	38,2	1,71	41,19	2,918
j3044_1.mm	45,39	0,49	49,32	1,48	47,43	2,154	49,71	3,163
j3044_1.mm	43,57	0,436	50,18	1,539	48,09	2,234	49,42	3,101
j3044_1.mm	46,36	0,502	46,43	1,388	49,85	2,481	51,01	3,175
j3044_1.mm	45,4	0,457	47,46	1,443	47,74	2,154	48,99	2,827
j3045_10.mm	57,23	0,575	55,06	1,39	59,41	2,521	59,57	3,274
j3045_10.mm	56,43	0,514	57,52	1,512	57,66	2,574	59,41	3,047
j3045_10.mm	55,22	0,529	56,53	1,618	55,75	2,395	57,4	2,788
j3045_10.mm	56,3	0,56	54,71	1,461	59,5	2,254	59,99	3,545
j3046_2.mm	52,43	0,512	48,28	1,319	54,28	2,262	55,72	3,159
j3046_2.mm	49,12	0,534	50,9	1,589	53,94	2,013	53,46	3,298
j3046_2.mm	52,18	0,61	53,34	1,531	55,28	2,531	55,4	3,109
j3046_2.mm	51,39	0,514	50,2	1,385	54,49	2,47	52,49	3,263
j3047_3.mm	33,51	0,345	39,04	1,104	38,31	1,73	42,13	2,687
j3047_3.mm	38,44	0,413	40,18	1,205	39,95	1,8	40,65	2,59
j3047_3.mm	34,33	0,383	39,32	1,211	39,13	1,725	41,14	2,486
j3047_3.mm	38,54	0,369	39,25	1,166	38,21	1,722	40,67	2,477
j3048_4.mm	30,02	0,43	29,41	0,86	31,51	1,496	32,09	2,083
j3048_4.mm	31,69	0,334	31,58	1,057	32,47	1,655	32,19	1,837
j3048_4.mm	30,46	0,341	31,97	1,041	31,19	1,517	33,35	2,188
j3048_4.mm	30,33	0,352	30,01	1,019	30,74	1,352	32,15	1,996
j3049_5.mm	48,36	0,508	47,05	1,344	45,29	2,272	47,45	3,194
j3049_5.mm	47,2	0,527	49,33	1,484	53,29	2,549	47,61	2,981
j3049_5.mm	48,42	0,497	43,83	1,304	45,2	1,83	49,26	3,17
j3049_5.mm	48,01	0,553	48,36	1,407	47,71	2,26	48,73	3,555
j3050_6.mm	39,1	0,528	42,18	1,465	42,78	1,848	47,38	2,754

έργο	α=0,082		α=0,247		α=0,412		α=0,577	
	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.
j3050_6.mm	41,37	0,463	40,21	1,256	44,99	1,995	46,57	2,978
j3050_6.mm	41,01	0,506	42,91	1,365	41,04	1,939	45,75	2,727
j3050_6.mm	40,17	0,475	43,47	1,325	41,39	1,956	45,37	2,81
j3051_7.mm	30,17	0,429	30,49	1,045	30,76	1,915	33,43	2,255
j3051_7.mm	29,38	0,34	28,32	0,886	31,34	1,462	31,41	2,387
j3051_7.mm	30,37	0,421	30,95	1,133	30,39	1,6	32,45	2,002
j3051_7.mm	26,22	0,353	28,73	1,178	29,45	1,788	32,69	2,523
j3052_8.mm	28,29	0,387	30,68	1,129	29,9	1,724	33,68	2,256
j3052_8.mm	30,12	0,405	29,88	1,014	32,06	1,542	35,22	2,354
j3052_8.mm	27,13	0,42	32,52	1,066	32,6	1,685	31,75	2,33
j3052_8.mm	29,33	0,389	29,79	1,15	30,56	1,685	34,79	2,431
j3053_9.mm	57,21	0,592	54,69	1,508	59,36	2,658	62,1	3,547
j3053_9.mm	58,16	0,583	57,26	1,548	57,86	2,384	59,85	3,783
j3053_9.mm	59,61	0,496	58,06	1,459	59,42	2,522	62,97	3,609
j3053_9.mm	57,48	0,526	55,43	1,654	59,83	2,622	57,13	3,342
j3055_1.mm	32,46	0,383	36,48	1,108	35,41	1,814	38,44	2,48
j3055_1.mm	34,45	0,354	36,32	1,19	33,92	1,612	39,9	2,394
j3055_1.mm	33,68	0,377	36,86	1,303	37,03	1,932	33,04	2,356
j3055_1.mm	34,45	0,334	34,15	1,167	35,42	1,944	36,57	2,531
j3056_10.mm	39,31	0,445	41	1,436	40,76	2,263	42,93	2,877
j3056_10.mm	40,42	0,418	40,08	1,254	41,85	2,06	43,37	2,782
j3056_10.mm	39,36	0,505	42,08	1,293	42,4	2,008	41,95	2,824
j3056_10.mm	39,31	0,471	40,16	1,331	42,33	2,155	43,08	2,774
j3057_2.mm	50,41	0,492	49,27	1,53	54,82	2,379	49,21	3,017
j3057_2.mm	49,4	0,548	48,16	1,474	49,6	1,956	51,73	3
j3057_2.mm	48,15	0,576	48,41	1,314	50,99	2,37	52,74	3,007
j3057_2.mm	46,37	0,497	50,21	1,599	47,95	2,277	48,7	3,238
j3058_3.mm	43,31	0,484	39,98	1,205	41,28	2,3	45,66	2,95
j3058_3.mm	39,23	0,481	38,31	1,339	40,72	2,127	43,46	2,673
j3058_3.mm	40,26	0,475	40,7	1,269	41,04	2,018	43,18	2,623
j3058_3.mm	42	0,567	44,63	1,453	42,82	1,744	46,71	3,175
j3059_4.mm	29,44	0,365	31,7	0,983	28,86	1,653	27,74	2,2
j3059_4.mm	28,01	0,441	30,22	0,923	29,34	1,48	33,23	2,405
j3059_4.mm	29,11	0,445	30,58	1,033	30,46	1,726	30,35	1,974
j3059_4.mm	29,23	0,414	28,88	1,062	31,49	1,611	32,63	1,877
j3060_5.mm	34,3	0,404	35,33	1,374	34,78	2,209	36,86	2,56
j3060_5.mm	35,14	0,472	35,18	1,259	36,2	2,248	36,56	2,678
j3060_5.mm	35,29	0,397	35,65	1,237	38,88	2,035	38,29	2,762
j3060_5.mm	35,15	0,482	36,24	1,173	36,67	1,976	37,62	2,395
j3061_6.mm	50,01	0,519	47,73	1,418	48,02	2,194	53	2,834
j3061_6.mm	48,37	0,49	48,36	1,334	50,92	2,448	49,39	2,965
j3061_6.mm	45,54	0,474	46,17	1,446	49,61	2,194	47,9	2,858
j3061_6.mm	50,55	0,52	47,98	1,507	47,67	2,179	50,9	3,021
j3062_7.mm	41,42	0,386	40,37	1,305	38,39	1,886	41,29	2,431
j3062_7.mm	39,54	0,405	39,58	1,102	39,46	1,826	38,95	2,215
j3062_7.mm	39,44	0,428	40,25	1,031	38,97	1,846	38,34	2,573

έργο	α=0,082		α=0,247		α=0,412		α=0,577	
	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.
j3062_7.mm	37,41	0,386	42,26	1,269	37,47	1,596	40,15	2,479
j3063_8.mm	36,1	0,469	36,11	1,127	37,82	2,002	37,85	2,68
j3063_8.mm	37,27	0,431	36,7	1,339	39,7	1,781	40,83	2,575
j3063_8.mm	37,05	0,486	37,46	1,213	40,94	1,858	40,1	2,523
j3063_8.mm	39,27	0,477	35,97	1,277	37,68	1,976	39,82	2,489
j3064_9.mm	34,57	0,344	34,39	1,057	36,73	1,743	39,47	2,393
j3064_9.mm	34,43	0,407	33,68	0,993	37,91	1,553	36,79	2,335
j3064_9.mm	33,23	0,466	34,51	0,959	36,52	1,778	37,16	2,176
j3064_9.mm	32,5	0,34	34,7	1,029	37,79	1,7	37,17	2,343
j309_8.mm	35,2	0,441	34,85	1,236	37,48	1,903	40,05	2,646
j309_8.mm	35,32	0,388	36,38	1,085	33,99	1,813	38,64	2,772
j309_8.mm	36,61	0,386	38,78	1,405	38,96	1,928	39,25	2,504
j309_8.mm	36	0,482	35,45	1,197	38,02	2,014	42,11	2,597

Πίνακας 11-4 Ενδεικτικά αποτελέσματα για κανονική κατανομή

έργο	α=0,082		α=0,247		α=0,412		α=0,577	
	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.
j3010_1.mm	30,01	0,418	31,64	1,18	34,6	1,785	32,6	2,464
j3010_1.mm	31,26	0,443	31,1	1,074	36,08	1,776	36,99	2,409
j3010_1.mm	33,31	0,389	34,42	1,057	33,54	1,755	35,25	2,391
j3010_1.mm	33,28	0,438	33,12	1,077	34,77	1,961	32,81	2,174
j3011_10.mm	44,22	0,49	43,89	1,417	43,88	2,369	51,26	3,044
j3011_10.mm	45,29	0,496	44,7	1,564	43,52	2,336	49,89	3,294
j3011_10.mm	48,27	0,544	45,13	1,264	44,38	2,116	45,25	2,885
j3011_10.mm	45,19	0,482	43,24	1,364	47,82	2,385	47,88	3,049
j3012_2.mm	38,13	0,509	37,09	1,21	36,74	2,027	41,01	2,7
j3012_2.mm	34,01	0,436	38,17	1,196	38,36	1,875	39,02	2,589
j3012_2.mm	37,44	0,432	37,1	1,3	37,89	1,773	40,35	2,851
j3012_2.mm	37,19	0,455	39,55	1,269	35,91	1,854	37,73	2,517
j3013_3.mm	53,31	0,449	59,64	1,534	60,01	2,864	62,87	3,681
j3013_3.mm	54,81	0,521	57,38	1,719	61,38	2,311	58,41	3,42
j3013_3.mm	56,14	0,553	59,55	1,59	55,09	2,437	60,21	3,264
j3013_3.mm	53	0,64	56	1,491	56,17	2,242	60,52	3,6
j3014_4.mm	44,47	0,439	46,33	1,276	46,1	1,987	47,12	3,148
j3014_4.mm	45,47	0,444	46,89	1,374	46,25	1,846	46,67	2,972
j3014_4.mm	44,06	0,542	47,53	1,254	41,19	1,923	47,98	2,788
j3014_4.mm	42,04	0,488	45,1	1,3	47,5	2,007	46,35	2,721
j3015_5.mm	34,47	0,381	34,04	1,008	33,37	1,562	35,91	2,259
j3015_5.mm	33,54	0,353	35,22	1,258	37,68	1,86	37,01	2,297
j3015_5.mm	30,54	0,371	35,8	1,202	34,3	1,919	35,75	2,547
j3015_5.mm	32,43	0,397	35,24	1,109	34,85	1,866	35,44	2,547
j3016_6.mm	37,23	0,448	35,16	1,122	37,21	1,891	39,07	2,665
j3016_6.mm	35,2	0,452	37,82	1,148	39,33	1,848	35,89	2,314

έργο	α=0,082		α=0,247		α=0,412		α=0,577	
	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.
j3016_6.mm	36,41	0,441	34,81	1,14	37,37	1,91	39,99	3,023
j3016_6.mm	35,32	0,464	37,46	1,213	36,33	1,954	37,89	2,638
j3017_7.mm	42,29	0,475	41,07	1,321	41,92	2,073	46,99	3,299
j3017_7.mm	42,34	0,474	43,94	1,282	42,82	2,142	45,84	2,969
j3017_7.mm	41,39	0,529	46,25	1,566	40,48	2,271	42,79	2,741
j3017_7.mm	42,42	0,455	44,48	1,575	47,49	2,278	44,87	2,983
j3018_8.mm	27,27	0,379	29,98	1,063	26,49	1,66	31,69	2,373
j3018_8.mm	31,47	0,381	28,4	0,984	28,03	1,449	30,3	2,532
j3018_8.mm	31,4	0,383	30,6	0,967	31,07	1,723	31,85	2,662
j3018_8.mm	29,1	0,442	29,49	0,969	29,26	1,572	29,35	2,274
j3019_9.mm	30,23	0,431	35,41	1,28	28,3	1,773	33,23	2,256
j3019_9.mm	29,42	0,379	28,41	1,151	33,23	1,759	33,78	2,458
j3019_9.mm	31,07	0,478	29,67	0,996	34,15	1,678	33,72	2,288
j3019_9.mm	27,5	0,314	28,95	1,065	30,33	1,566	32,89	2,229
j3021_1.mm	59,42	0,539	61,08	1,766	61,9	2,755	58,73	3,669
j3021_1.mm	56,05	0,565	58,27	1,416	57,88	2,347	62,75	3,545
j3021_1.mm	51,08	0,521	51,25	1,515	57,39	2,818	63,64	3,906
j3021_1.mm	60,22	0,607	61,41	1,523	57,63	2,492	64,75	4,123
j3022_10.mm	35,14	0,431	34,07	1,123	34,28	1,871	33,32	2,327
j3022_10.mm	32,25	0,416	32,66	1,096	37,74	2,099	35,63	2,43
j3022_10.mm	34,43	0,399	31,7	1,007	31,41	1,684	33,49	2,587
j3022_10.mm	33,5	0,374	33,25	1,152	35,5	1,795	39,41	2,51
j3023_2.mm	36,56	0,446	35,14	1,13	35,15	1,923	36,9	2,804
j3023_2.mm	34,17	0,438	36,62	1,107	35,24	2,225	42,33	2,681
j3023_2.mm	34,18	0,458	34,22	1,073	37,59	2,071	38,86	2,831
j3023_2.mm	34,11	0,43	35,4	1,135	36,27	1,945	36,5	2,584
j3024_3.mm	25,24	0,358	29,75	0,971	34,37	1,872	34,29	2,321
j3024_3.mm	30,44	0,352	26,89	1,01	29,83	1,533	31,75	2,367
j3024_3.mm	31,12	0,455	29,53	1,012	30,05	1,852	34,59	2,255
j3024_3.mm	28,3	0,363	30,9	1,145	33,9	1,588	33,03	2,169
j3025_4.mm	38,11	0,509	43,76	1,272	42,1	2,187	42,3	3,143
j3025_4.mm	43,39	0,453	44,61	1,493	41,09	2,076	44,33	2,998
j3025_4.mm	42,27	0,503	43,53	1,227	44,56	2,137	44,68	2,829
j3025_4.mm	40,35	0,424	35,85	1,203	45,11	2,222	44,56	3,141
j3026_5.mm	32,3	0,437	28,84	1,182	31,61	1,813	35,71	2,376
j3026_5.mm	30,37	0,415	31,03	1,015	31,79	1,655	29,57	2,301
j3026_5.mm	33,11	0,449	28,79	1,157	31,8	1,641	32,73	2,445
j3026_5.mm	32,55	0,36	30,15	1,199	31,25	1,727	32,62	2,56
j3027_6.mm	33,03	0,45	34,3	1,067	33,86	1,698	34,09	2,337
j3027_6.mm	30,31	0,39	31,48	1,035	37,56	1,669	37,15	2,35
j3027_6.mm	33,25	0,439	31,2	0,968	33,07	1,632	36,6	2,286
j3027_6.mm	31,34	0,377	30,57	1,033	32,26	1,685	34,55	2,434
j3028_7.mm	42,1	0,517	42,41	1,306	43,54	2,326	45,19	3,183
j3028_7.mm	41,47	0,427	43,98	1,501	42,34	2,319	46,17	2,939
j3028_7.mm	41,41	0,495	44,12	1,466	44,89	2,412	43,58	3,394
j3028_7.mm	40,37	0,474	42,75	1,521	43,76	2,53	43,01	3,131

έργο	α=0,082		α=0,247		α=0,412		α=0,577	
	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.
j3029_8.mm	65,04	0,603	67,78	1,95	72,01	2,771	72,37	3,783
j3029_8.mm	64,18	0,593	67,75	1,869	69,32	2,803	69,82	4,339
j3029_8.mm	65,58	0,611	66,35	1,756	68,75	3,287	68,88	3,686
j3029_8.mm	65,33	0,665	66,71	1,744	69,7	2,854	69,61	3,589
j3030_9.mm	40	0,524	42,24	1,211	42,91	2,021	42,32	2,694
j3030_9.mm	38	0,557	41,2	1,31	42,05	2,012	43,3	2,71
j3030_9.mm	36,15	0,421	42,2	1,247	40,04	1,85	42,05	2,913
j3030_9.mm	38,27	0,478	38,07	1,352	41,38	1,844	41,08	2,74
j3032_1.mm	34,13	0,471	32,69	1,1	37,7	1,767	35,97	2,347
j3032_1.mm	33,43	0,401	35,44	1,151	35,48	2,005	38,03	2,651
j3032_1.mm	31,04	0,422	33,28	1,029	35,4	1,903	36,96	2,253
j3032_1.mm	34,39	0,392	35,45	1,38	35,46	1,817	37,17	2,276
j3033_10.mm	49,6	0,437	51,18	1,569	54,16	2,125	53,06	3,008
j3033_10.mm	50,19	0,533	53,37	1,462	48,69	2,078	53,85	3,234
j3033_10.mm	48,43	0,519	47,93	1,56	48,43	2,366	53,49	3,179
j3033_10.mm	51,24	0,555	52,08	1,479	53,06	2,339	50,16	2,938
j3034_2.mm	38,22	0,452	38,59	1,094	42,58	2,04	47,65	2,753
j3034_2.mm	37,48	0,398	41,54	1,181	41,29	1,901	43,27	2,598
j3034_2.mm	37,49	0,442	39,22	1,179	41,18	1,979	40,64	2,34
j3034_2.mm	39,01	0,512	38,44	1,269	42,67	2,001	41,09	2,583
j3035_3.mm	45,47	0,416	47,18	1,312	44,82	2,028	46,44	2,77
j3035_3.mm	45,25	0,46	45,49	1,322	47,64	2,222	48,19	2,766
j3035_3.mm	44,34	0,499	43,91	1,163	45,58	2,029	46,65	2,788
j3035_3.mm	43,44	0,403	45,59	1,214	47,39	2,036	46,79	2,818
j3037_4.mm	68,29	0,622	70,4	1,681	69,98	2,734	73,25	3,86
j3037_4.mm	69,3	0,602	71,64	1,715	71,06	2,697	77,64	3,844
j3037_4.mm	69,57	0,582	75,33	1,614	71,76	2,735	74,92	4,028
j3037_4.mm	71,46	0,647	69,38	1,731	75,23	2,832	77,49	4,037
j3038_5.mm	56,34	0,55	58,87	1,392	61,37	2,757	59,25	3,153
j3038_5.mm	57,25	0,509	58,04	1,602	63,02	2,254	61,66	3,348
j3038_5.mm	60	0,648	60,62	1,714	58,95	2,346	59,5	3,312
j3038_5.mm	54,46	0,513	58,21	1,713	61,25	2,528	62,86	3,281
j3039_6.mm	45,36	0,459	43,33	1,281	43,72	1,996	46,21	2,843
j3039_6.mm	43,31	0,531	45,03	1,429	47,03	1,899	49,31	2,974
j3039_6.mm	44,64	0,472	43,42	1,293	44,67	2,205	47,22	3
j3039_6.mm	42,96	0,42	43,56	1,292	45,63	1,904	47,61	2,658
j3040_7.mm	57,63	0,513	59,28	1,67	58,47	2,621	60,37	3,475
j3040_7.mm	56,23	0,603	59,94	1,617	62,52	2,418	61,81	3,352
j3040_7.mm	56,52	0,557	57,99	1,583	59,88	2,942	61,42	3,628
j3040_7.mm	59,3	0,545	57,18	1,552	58,96	2,558	60,59	4,059
j3041_8.mm	43,12	0,517	41,41	1,386	42,98	1,85	42,97	2,584
j3041_8.mm	41,02	0,506	42,43	1,161	43,84	2,35	45,74	2,705
j3041_8.mm	42,16	0,545	42,96	1,247	43,87	2,109	45,11	2,6
j3041_8.mm	41,42	0,476	44,77	1,387	44,46	2,128	44,85	2,7
j3042_9.mm	36,48	0,392	37,6	1,14	38,24	2,022	42,14	2,764
j3042_9.mm	39,28	0,482	38,49	1,251	41,42	1,808	42,87	2,694

έργο	α=0,082		α=0,247		α=0,412		α=0,577	
	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.
j3042_9.mm	36,2	0,433	38,98	1,187	41,01	1,93	42,39	2,484
j3042_9.mm	36,43	0,421	38,31	1,294	39,6	1,896	41,08	2,621
j3044_1.mm	44,37	0,476	47,46	1,388	47,87	2,453	50,74	3,32
j3044_1.mm	44,34	0,49	48,1	1,364	49,32	2,481	49,34	3,314
j3044_1.mm	52,4	0,536	45,69	1,404	48,52	2,465	48,17	3,146
j3044_1.mm	45,35	0,429	50,14	1,457	50,52	2,416	50,47	3,284
j3045_10.mm	53,47	0,466	60,63	1,601	59,59	2,185	58,96	3,256
j3045_10.mm	58,51	0,504	57,63	1,591	55,51	2,382	57,14	3,02
j3045_10.mm	56,26	0,571	54,97	1,433	58,01	2,728	59,25	3,267
j3045_10.mm	53,78	0,528	53,8	1,396	57,42	2,486	58,59	2,814
j3046_2.mm	52,26	0,564	50,22	1,483	53,78	2,429	55,55	3,054
j3046_2.mm	49,4	0,475	55,13	1,433	52,48	2,572	54,9	3,123
j3046_2.mm	50,5	0,526	54,24	1,554	54,61	2,327	54,35	2,958
j3046_2.mm	52,32	0,565	52,88	1,474	53,44	2,265	57,32	3,697
j3047_3.mm	36,34	0,395	38,11	1,229	37,67	1,702	40,9	2,839
j3047_3.mm	38,14	0,492	37,71	1,161	39,51	1,776	41,13	2,622
j3047_3.mm	39,55	0,399	37,83	1,146	41,26	2,044	42,36	2,565
j3047_3.mm	38,39	0,418	35,24	1,152	41,06	1,723	41,03	2,333
j3048_4.mm	28,66	0,272	31,61	0,996	31,04	1,528	32,9	2,359
j3048_4.mm	27,46	0,323	29,58	0,97	30,49	1,577	33,04	2,266
j3048_4.mm	29,49	0,321	30,05	1,015	30,76	1,488	32,71	2,165
j3048_4.mm	29,04	0,379	31,49	0,924	32,14	1,797	34,9	2,258
j3049_5.mm	43,38	0,496	48,78	1,342	48,28	2,229	47,15	2,938
j3049_5.mm	44,42	0,475	46,33	1,332	45,96	2,289	44,95	2,761
j3049_5.mm	45,34	0,49	46,7	1,489	46,26	2,273	47,77	3,006
j3049_5.mm	45	0,532	45,5	1,587	46,01	2,304	51,94	3,041
j3050_6.mm	41,42	0,498	42,16	1,214	42,57	2,117	45,63	2,833
j3050_6.mm	44,01	0,535	42,43	1,193	42,59	2,117	44,47	2,587
j3050_6.mm	41,28	0,498	41,8	1,411	43,65	2,228	44,79	3,178
j3050_6.mm	38,04	0,467	43,16	1,526	46,08	2,253	45,64	3,196
j3051_7.mm	29,28	0,366	28,48	0,884	32,86	1,561	35	2,538
j3051_7.mm	27,27	0,357	27,25	0,919	29,74	1,499	32,28	2,423
j3051_7.mm	28,24	0,406	31,17	1,022	34,99	1,903	31,1	2,087
j3051_7.mm	30,08	0,435	31,53	1,127	29,8	1,573	31,43	2,331
j3052_8.mm	29,27	0,389	31,89	1,087	30,86	1,622	36,5	2,322
j3052_8.mm	32,35	0,419	31,72	1,111	33,78	1,905	31,72	2,191
j3052_8.mm	30,28	0,402	31,18	0,979	32,15	1,782	34,15	2,717
j3052_8.mm	28,3	0,353	31,39	1,192	31,27	1,617	31,28	2,16
j3053_9.mm	61,38	0,629	59,75	1,745	62,23	2,569	58,56	3,144
j3053_9.mm	58,23	0,557	55,88	1,708	61,63	2,748	58,48	3,124
j3053_9.mm	55,04	0,545	56,23	1,453	58,28	2,481	59,39	3,532
j3053_9.mm	57,55	0,573	58,91	1,567	64,11	2,739	63,04	3,606
j3055_1.mm	34,02	0,431	35,75	1,122	37,48	1,858	38,3	2,361
j3055_1.mm	32,09	0,457	36,57	1,235	36,68	1,827	34,93	2,39
j3055_1.mm	34,04	0,428	35,25	1,102	37,99	2,232	37,21	2,599
j3055_1.mm	34,37	0,404	36,13	1,243	36,3	1,984	39,04	2,734

έργο	α=0,082		α=0,247		α=0,412		α=0,577	
	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.	Πρόσδ. διάρκεια	σ διάρκ.
j3056_10.mm	39,35	0,501	39,26	1,461	41,41	2,217	42,35	2,974
j3056_10.mm	42,23	0,475	41,8	1,39	41,8	2,088	43,36	3,021
j3056_10.mm	39,24	0,469	41,59	1,475	41,99	2,093	43,36	2,791
j3056_10.mm	40,19	0,487	41,14	1,39	41,76	2,222	43,01	3,048
j3057_2.mm	46,36	0,495	45,06	1,341	47,04	2,088	54,05	2,956
j3057_2.mm	45,16	0,464	46,96	1,632	45,21	2,491	50,34	3,195
j3057_2.mm	49,02	0,519	45,34	1,314	51,21	2,646	53,78	3,255
j3057_2.mm	47,04	0,524	46,25	1,422	49,62	2,224	49,64	3,001
j3058_3.mm	44,28	0,481	36,59	1,345	39,19	2,104	44,84	2,541
j3058_3.mm	44,17	0,526	38,92	1,352	41,15	2,028	45,22	3,16
j3058_3.mm	42,15	0,54	39,72	1,58	41,72	1,953	40,62	2,88
j3058_3.mm	39,58	0,417	39,77	1,482	44,42	2,068	42,81	2,789
j3059_4.mm	30,35	0,415	27,7	1,157	29,51	1,812	31,02	2,187
j3059_4.mm	29,01	0,413	30,21	1,087	29,93	1,726	30,88	2,292
j3059_4.mm	29,44	0,346	28,5	1,043	31,82	1,818	32,99	2,351
j3059_4.mm	28	0,442	28,93	0,912	29,2	1,635	31,75	2,32
j3060_5.mm	35,38	0,396	35,04	1,251	34,6	2,205	36,69	2,611
j3060_5.mm	36,17	0,486	36,05	1,247	36,35	1,861	36,43	2,655
j3060_5.mm	36,25	0,447	35,78	1,305	35,57	2,077	38,56	2,539
j3060_5.mm	36,39	0,451	35,51	1,447	36,42	2,086	36,96	2,705
j3061_6.mm	43,53	0,492	48,5	1,565	52,46	2,142	50,34	2,858
j3061_6.mm	47,81	0,428	49,6	1,494	47,87	2,174	54,34	2,905
j3061_6.mm	47,6	0,45	46,78	1,272	47,65	2,46	52,51	3,25
j3061_6.mm	48,58	0,485	46,83	1,36	50,94	2,512	51,12	3,2
j3062_7.mm	36,59	0,382	40,25	1,256	42,14	1,999	38,2	2,382
j3062_7.mm	36,54	0,386	37,73	1,209	39,24	1,713	41,58	2,889
j3062_7.mm	35,33	0,351	37,68	1,103	38,81	2,171	37,33	2,156
j3062_7.mm	37,15	0,46	37,89	1,181	39,89	1,655	39,09	2,451
j3063_8.mm	38,34	0,463	37,69	1,24	40,03	1,858	39,7	2,793
j3063_8.mm	33,14	0,457	36,16	1,179	40,25	1,817	38,79	2,514
j3063_8.mm	40,01	0,49	39,37	1,269	37,52	2,175	41,01	2,602
j3063_8.mm	34,15	0,397	35,75	1,125	38,12	2,065	41	2,605
j3064_9.mm	32,31	0,422	34,02	1,083	35,24	1,644	37,41	2,468
j3064_9.mm	33,18	0,435	35,3	1,122	35,69	1,808	38,46	2,418
j3064_9.mm	33,52	0,398	34,03	1,057	36,09	1,708	36,1	2,355
j3064_9.mm	37,2	0,412	36,1	1,054	35,5	1,694	36,36	2,304
j309_8.mm	37,53	0,434	35,87	1,201	39,65	1,924	39,8	2,429
j309_8.mm	34,4	0,424	36,73	1,183	39,11	1,961	38,56	2,589
j309_8.mm	34,38	0,401	34,28	1,361	39,68	1,965	36,27	2,723
j309_8.mm	37,4	0,432	36,25	1,137	40	1,972	36,57	2,463