

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1. Ανάλυση με Στατιστικές Μεθόδους

Η ανάλυση δεδομένων με χρήση στατιστικών μεθόδων αποτελεί σημαντική μέθοδο ανάλυσης. Τα τελευταία χρόνια γίνεται όλο και πιο εκτεταμένη χρήση τους προκειμένου να προσδιορίσουν καλύτερα τα ζητούμενα μεγέθη, συμπληρώνοντας ή επιβεβαιώνοντας μαθηματικές σχέσεις ή εμπειρικούς τύπους. Οι στατιστικές μέθοδοι έχουν μεγάλο πεδίο εφαρμογής και χρησιμοποιούνται κατά κόρον σε ερευνητικά προγράμματα.

Η ανάλυση γίνεται συνήθως με τη χρήση λογισμικού σε Η/Υ. Το λογισμικό πέραν του περιορισμού εμφάνισης σφάλματος κατά τους υπολογισμούς, της αξιοπιστίας και της εγκυρότητας που παρέχει, έχει τη δυνατότητα της επαναληπτικότητας, εξοικονομώντας έτσι χρόνο για την έρευνα.

1.2. Ορισμός του Προβλήματος

Η κοπή του πετρώματος σε ένα τεχνικό έργο αποτελεί κάθε άλλο παρά εύκολο ζήτημα για έναν μηχανικό. Υπάρχουν πολλοί παράγοντες που επηρεάζουν την κοπή όπως το είδος του πετρώματος, η κατάσταση και οι μηχανικές του ιδιότητες, η παρουσία ασυνεχειών, το είδος και η ποιότητα του εξοπλισμού κοπής κ.α. Το πρόβλημα κατανόησης των παραπάνω και η σωστή επιλογή κοπτικού μεταφράζονται -σε περίπτωση εσφαλμένης εκτίμησης- σε οικονομικές και χρονικές απώλειες κατά την υλοποίηση ενός έργου,.

Υπάρχουν πολλά παραδείγματα κατά το παρελθόν, όπου παρατηρήθηκαν αστοχίες, είτε λόγω ανεπαρκούς έρευνας στην περιοχή εκσκαφής, είτε επειδή ανγοήθηκαν μηχανικές παράμετροι μεγάλης σημασίας, είτε και λόγω κακής χρήσης του μηχανήματος εξόρυξης. Για αυτό το λόγο, προκύπτει η ανάγκη για αποσαφήνιση της συμπεριφοράς του πετρώματος που πρόκειται να εκσκαφεί. Ο βασικός τρόπος για να γίνει αυτό είναι η συστηματική μελέτη των μηχανικών του χαρακτηριστικών, έτσι ώστε να γίνει καλύτερα αντιληπτή η συμπεριφορά του και να βελτιωθούν οι υπάρχουσες μέθοδοι κοπής, ξεχωριστά για κάθε συγκεκριμένο τύπο πετρώματος.

1.3. Σκοπός της Διπλωματικής

Με βάση τα όσα προαναφέρθηκαν γίνεται κατανοητό ότι σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η στατιστική επεξεργασία δεδομένων από την κοπή πετρωμάτων με μηχανικά μέσα.

Συγκεκριμένα, σκοπός είναι αφενός η στατιστική ανάλυση καταγραφών της δύναμης κοπής διαφόρων πετρωμάτων σε εργαστηριακή διάταξη κοπής με κοπτικά συρόμενου τύπου και αφετέρου η διερεύνηση της συσχέτισης των χαρακτηριστικών της δύναμης κοπής με μηχανικά χαρακτηριστικά του πετρώματος, όπως είναι η αντοχή σε μονοαξονική θλίψη (UCS), η αντοχή σε εφελκυσμό (BTS) και διάφορα μέτρα της ψαθυρότητας.

1.4. Οργάνωση της Διπλωματικής

Το παρόν Κεφάλαιο 1 αποτελεί το εισαγωγικό κείμενο της διπλωματικής, με σκοπό ο αναγνώστης να έχει μια πρώτη ιδέα για το τι πρόκειται να συναντήσει αργότερα και να αντιληφθεί για ποιο λόγο έγινε η ανάλυση.

Στο Κεφάλαιο 2 γίνεται αναφορά σε σημαντικές θεωρίες κοπής, συγκεκριμένα του Merchant, του Evans και του Nishimatsu.

Το Κεφάλαιο 3 αναφέρεται στη θεωρία των χρονοσειρών, εξηγώντας διάφορους όρους και παραθέτοντας τρόπους στατιστικής ανάλυσης με τη χρήση τους.

Το Κεφάλαιο 4 αποτελεί το κύριο μέρος της διπλωματικής εργασίας, όπου παρουσιάζεται η στατιστική ανάλυση που πραγματοποιήθηκε.

Τέλος, στο Κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται τα τελικά συμπεράσματα της εργασίας.

1.5. Περιορισμοί της Διπλωματικής

Η παρούσα διπλωματική εργασία αναφέρεται σε συγκεκριμένους τύπους πετρωμάτων, 12 στον αριθμό, για τους οποίους έγινε η στατιστική ανάλυση. Συνεπώς, τα συμπεράσματα που αντλούνται περιορίζονται σε αυτά πετρώματα.

Ακόμη η συσχέτιση της δύναμης κοπής γίνεται μόνο με την αντοχή σε μονοαξονική θλίψη, την αντοχή σε εφελκυσμό και τέσσερα μέτρα της ψαθυρότητας. Άλλα μηχανικά χαρακτηριστικά των πετρωμάτων δεν μελετήθηκαν.

2. ΘΕΩΡΙΕΣ ΚΟΠΗΣ

2.1. Η θεωρία του Merchant

Η πρώτη ημιεμπειρική θεωρία κοπής με χρήση κοπτικού άκρου μορφής σφήνας που διατυπώθηκε ήταν αυτή του *Merchant (1944)*. Σε αυτή οι ιδιότητες του πετρώματος και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του κοπτικού άκρου συσχετίζονται άμεσα με τη δύναμη κοπής.

Οι υποθέσεις της θεωρίας είναι οι ακόλουθες:

- Το κριτήριο αστοχίας του πετρώματος δίνεται από την εξίσωση του Coulomb που εκφράζεται ως εξής:

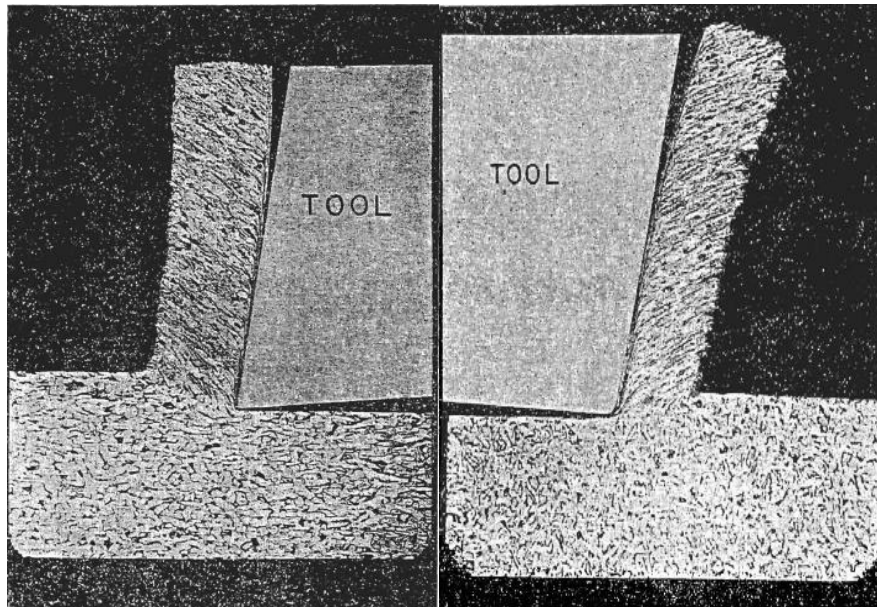
$$\tau = \tau_o - \sigma_n \cdot \tan k$$

όπου τ = διατμητική δύναμη

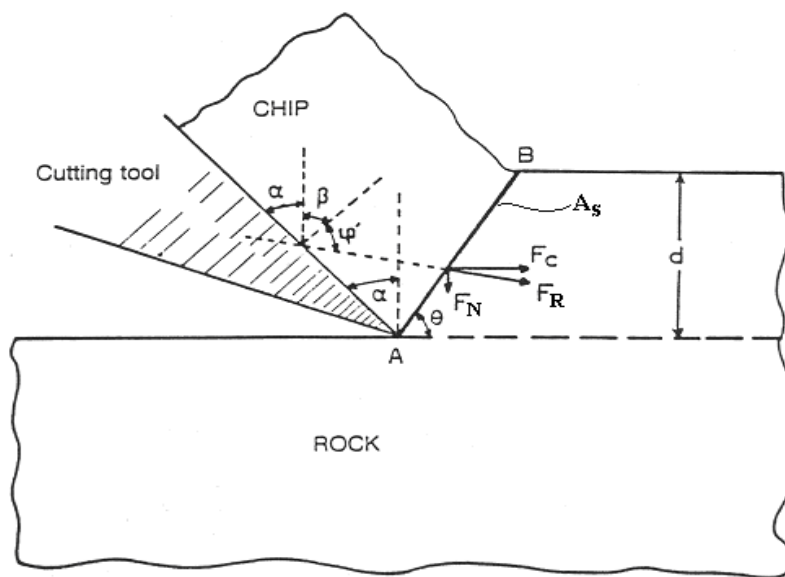
σ_n = ορθή δύναμη

k = γωνία εσωτερικής τριβής

- Το θραύσμα θεωρείται ενιαίος όγκος σε ισορροπία υπό τη δράση των δυνάμεων κοπής και της αντίστασης.
- Το βάθος κοπής είναι μικρό σε σχέση με το πλάτος του κοπτικού και παρατηρείται επίπεδη παραμόρφωση.
- Δεν λαμβάνεται υπόψη ο χρόνος.
- Το πέτρωμα αστοχεί σε διάτμηση.
- Η κατάσταση φόρτισης είναι σταθερή και ικανοποιεί το κριτήριο αστοχίας, που έχει τεθεί από την προηγούμενη σχέση, στο επίπεδο διάτμησης που δημιουργείται και διευρύνεται από την ακμή του κοπτικού άκρου έως και την επιφάνεια του δείγματος όπως φαίνεται στις εικόνες 1 και 2.



Εικόνα 1. Γεωμετρία ορθογωνικού κοπτικού με θετική εμπρόσθιας ελευθερίας γωνία (αριστερά) και με αρνητική εμπρόσθιας ελευθερίας γωνία (δεξιά) (Merchant 1944).



Εικόνα 2. Οι δυνάμεις κοπής στη θεωρία του Merchant (Merchant 1944).

- Από την εικόνα 2 προκύπτει :

$$F_N / F_C = \cot(\pi - \beta - \phi') = - \cot(\beta + \phi')$$

όπου β = συμπληρωματική γωνία της εμπρόσθιας γωνίας ελευθερίας του κοπτικού

- Από το επίπεδο αστοχίας προκύπτει :

$$F_C \cdot \cos\theta - F_N \cdot \sin\theta = C \cdot d / \sin\theta$$

- Αντικαθιστώντας στην παραπάνω σχέση προκύπτει :

$$F_C = C \cdot d \cdot \sin(\beta + \varphi') / \sin\theta \cdot \sin(\beta + \varphi' + \theta)$$

- Σε περίπτωση που $F_C = 0$ τότε :

$$\theta = \pi/2 - (\beta + \varphi')/2$$

- Με την γωνία θ γνωστή τότε :

$$F_{C(\min)} = 2 \cdot C \cdot d \cdot \tan((\beta + \varphi')/2)$$

Η θεωρία του Merchant αφορά κυρίως σε υλικά με μεγάλη συνοχή ωστόσο μπορεί να εφαρμοστεί και σε υλικά που έχουν συνοχή και εσωτερική γωνία τριβής φ , οπότε η συνολική δύναμη υπολογίζεται από τη σχέση :

$$F_C = 2 \cdot C \cdot d \cdot \sin(\beta + \varphi') / [\cos\varphi + \cos(\beta + \varphi')] \cdot [1 - \tan\varphi \cdot \tan((\beta + \varphi' + \varphi)/2)]$$

όπου

F_C = δύναμη κοπής

C = συνοχή πετρώματος

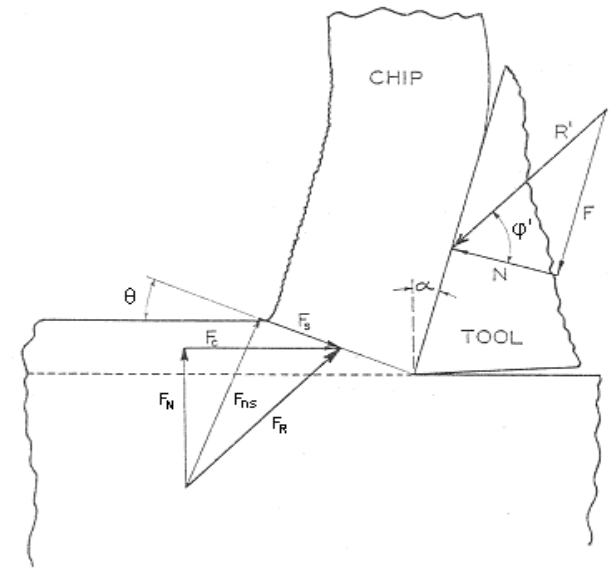
d = βάθος κοπής

β = γωνία οπίσθιας ελευθερίας

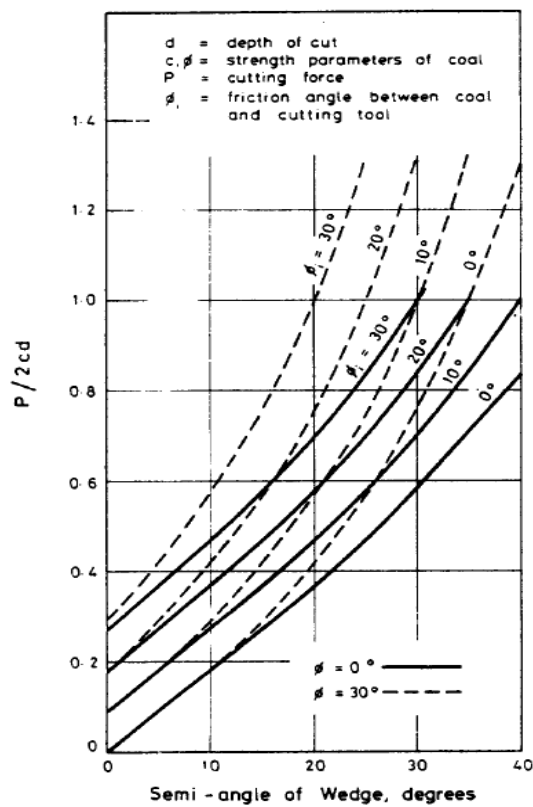
φ' = γωνία τριβής πετρώματος – κοπτικού

φ = γωνία εσωτερικής τριβής

Αρχικά η συγκεκριμένη θεωρία αναπτύχθηκε για την κοπή μετάλλων, ωστόσο μετέπειτα προσαρμόστηκε και για την κοπή πετρωμάτων.



Εικόνα 3. Επίδραση της ορθής τάσης στη διατμητική αντοχή του επιπέδου αστοχίας (Merchant 1944).



Διάγραμμα 1. Δύναμη κοπής σύμφωνα με την θεωρία του Merchant σε συνάρτηση με τη γωνία της σφήνας (Gotlieb and Moore 1981).

2.2. Η θεωρία του Evans

Η κύρια αδυναμία της θεωρίας του Merchant είναι ο υποτιθέμενος μηχανισμός αστοχίας του πετρώματος. Συνήθως, η όποια ένδειξη για αστοχία σε διάτμηση είναι περιορισμένη και δεν παρατηρείται πλαστική παραμόρφωση είτε στην επιφάνεια θραύσης είτε στα θραύσματα.

Ουσιαστικά ο Evans είναι εκείνος που ανέπτυξε την πρώτη θεωρία κοπής πετρωμάτων. Λαμβάνοντας υπόψη την ψαθυρή θραύση του άνθρακα, ο Evans παρουσίασε μια θεωρία για την κοπή του με τη χρήση κοπτικού άκρου τύπου σφήνας.

Οι βασικές παραδοχές της θεωρίας του είναι, όπως φαίνεται στην εικόνα 4:

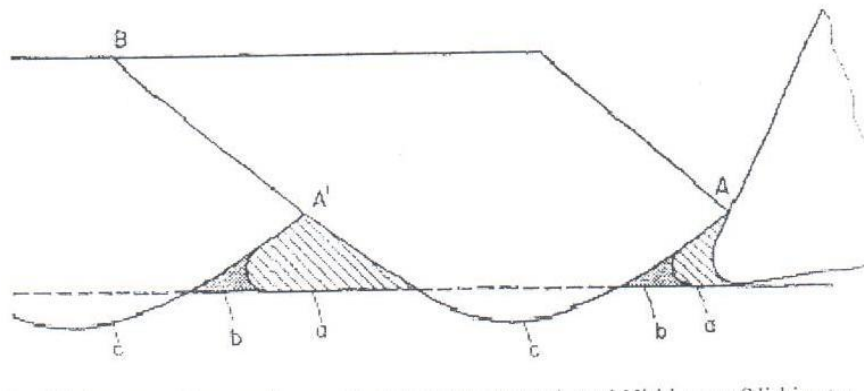
- Η εφαπτομένη του τόξου της ρωγμής, συμπίπτει με τη διχοτόμο της γωνίας της κοπτικής ακμής στην κορυφή της σφήνας A.
- Η ρωγμή σχηματίζεται και διευρύνεται όταν οι εφελκυστικές τάσεις στην κορυφή της σφήνας A υπερβούν την αντοχή του πετρώματος σε εφελκυσμό.
- Το άθροισμα των ροπών γύρω από το σημείο B των εφελκυστικών δυνάμεων που δρουν κάθετα στην ρωγμή, ισούται με τη ροπή της δύναμης R που δρα στην εμπρόσθια ακμή της σφήνας.
- Η ρωγμή που ξεκινά από την κορυφή της σφήνας A διευρύνεται σχηματίζοντας κυκλικό τόξο έως το σημείο B στην επιφάνεια του δοκιμίου.
- Δεν λαμβάνεται υπόψη η διείδυση της σφήνας

Τα κύρια συμπεράσματα της θεωρίας του Evans είναι:

- η αστοχία στα πετρώματα γίνεται σε εφελκυσμό.
- η θεωρία έρχεται σε συμφωνία με τα πειραματικά αποτελέσματα.

δύναμη κοπής παίρνει μεγάλες τιμές όσο βαθύτερη είναι η διείσδυση της κοπτικής ακμής.

- ✓ Όταν επιτευχθεί μια κρίσιμη τιμή του βάθους διείσδυσης και το εντατικό πεδίο επιτρέψει τη δημιουργία μιας μικροσκοπικής ρωγμής τότε αυτή επεκτείνεται και δημιουργεί ένα θραύσμα του πετρώματος. Αφού δημιουργηθεί το θραύσμα, συνθλίβει σε λεπτομερή θραύσματα ένα μικρό παραμένον εξόγκωμα του πετρώματος, το οποίο έχει απομείνει στο κατώτερο τμήμα του σημείου έναρξης σχηματισμού της ρωγμής (ζώνη Β). Η ζώνη αυτή ονομάζεται δευτερογενής ζώνη σύνθλιψης.
- ✓ Στη συνέχεια, το κοπτικό άκρο εισέρχεται σε μια ζώνη υπερεκσκαφής (ζώνη Γ), όπου δεν συναντά ιδιαίτερη αντίσταση από το πέτρωμα έως ότου συναντήσει ξανά την επόμενη επιφάνεια πετρώματος που σχηματίστηκε από την ρωγή της ζώνης Α.



Εικόνα 5. Αστοχία πετρώματος κατά την κοπή κατά Nishimatsu (1981).

Αναφορικά με την ασκούμενη τάση στο πέτρωμα λόγω των δυνάμεων κοπής, η κατάσταση της εξαρτάται από την γεωμετρία του κοπτικού εργαλείου.

Στη θεωρία του Nishimatsu, με βάση τα αποτελέσματα, παρατηρούνται γενικώς σημαντικές διακυμάνσεις όσον αφορά στις τιμές της δύναμης κοπής και την διαμόρφωση του σχήματος των θραυσμάτων.

Ορισμένες βασικές παραδοχές της θεωρίας του Nishimatsu είναι οι εξής:

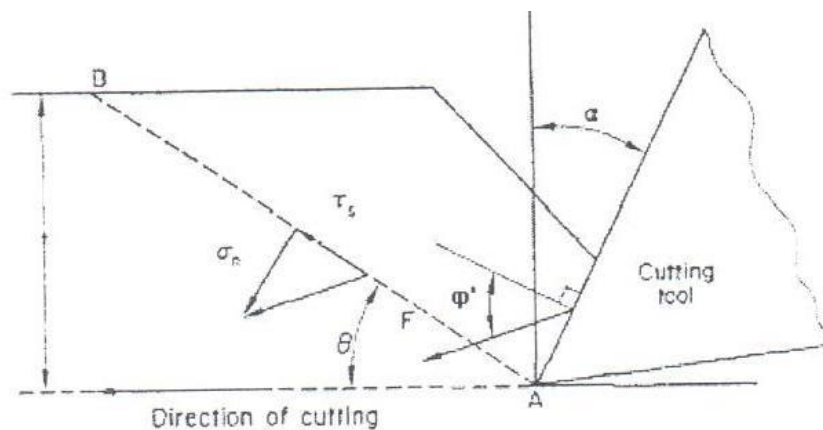
- Η θεωρία υπολογίζει τις στιγμιαίες μέγιστες δυνάμεις.

- Η ρωγή δημιουργείται και διευρύνεται προς την επιφάνεια σχηματίζοντας μια αυθαίρετη γραμμή όταν οι τάσεις που ασκούνται στην κορυφή της σφήνας A ικανοποιούν το κριτήριο αστοχίας του Coulomb.
- Η επιφάνεια αστοχίας που δημιουργείται είναι καμπύλη.
- Το βάθος κοπής είναι μικρό σε σχέση με το πλάτος ώστε να μπορεί να θεωρηθεί επίπεδη η παραμόρφωση.

Με βάση τις παραπάνω παραδοχές και σε ισορροπία τάσεων και δυνάμεων, η σχέση για τη δύναμη κοπής P είναι η εξής, όπως φαίνεται στην εικόνα 7:

$$P = F \cdot \cos(\varphi - \alpha) = -t \cdot B \cdot t_o \cdot \cos(\varphi - \alpha) / [(n+1) \cdot [\sin\theta \cdot \tan\kappa \cdot \sin(\theta - \alpha + \varphi) - \cos(\theta - \alpha + \varphi)]]$$

όπου με θ συμβολίζεται η γωνία μεταξύ της κατεύθυνσης κοπής και της γραμμής AB και φ είναι η φαινόμενη γωνία τριβής μεταξύ της εμπρόσθιας ακμής του κοπτικού και του υπό κοπή πετρώματος.



Εικόνα 6. Κατανομή δυνάμεων κοπής στη θεωρία του Nishimatsu για την κοπή πετρωμάτων (Nishimatsu 1981).

Το εντατικό πεδίο p δίνεται από την παρακάτω σχέση :

$$p = p_o \cdot (d/\sin\theta - \lambda)^n$$

όπου

λ = απόσταση τυχαίου σημείου πάνω στο AB

n = συντελεστής κατανομής τάσεων

Επίσης

$$p = - [(n+1) \cdot F] / W \cdot (d/\sin\theta)^{n+1} \cdot (d/\sin\theta - \lambda)^n$$

Και προκύπτει

$$F_C = [2/(n+1)] \cdot [W \cdot d \cdot c \cdot \cos\varphi \cdot \cos(\varphi' - \alpha) / (1 - \sin(\varphi + \varphi' - \alpha))]$$

Και από τη γεωμετρία

$$F_N = 2/(n+1) \cdot W \cdot d \cdot c \cdot \cos\varphi \cdot \sin(\varphi' - \alpha) / (1 - \sin(\varphi + \varphi' - \alpha))$$

Για τον συντελεστή κατανομής των τάσεων έχουν προσδιοριστεί εργαστηριακά οι εξής δύο σχέσεις:

- $n = 11,3 - 0,18\alpha$ Nishimatsu (1972)

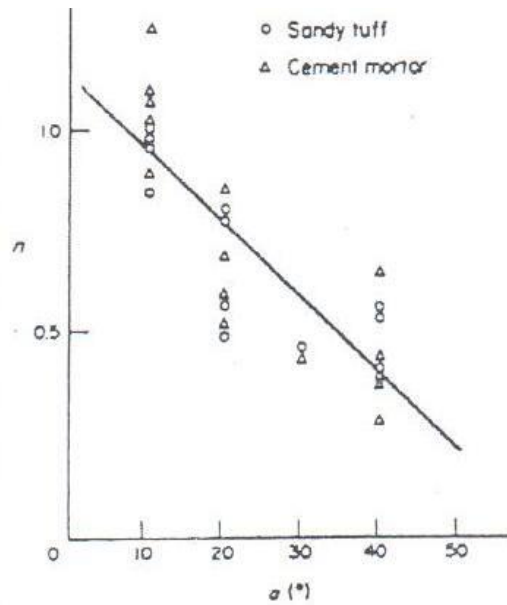
- $N = 12 - \alpha/5$ Roxborough (1973)

(α = γωνία οπίσθιας ελευθερίας)

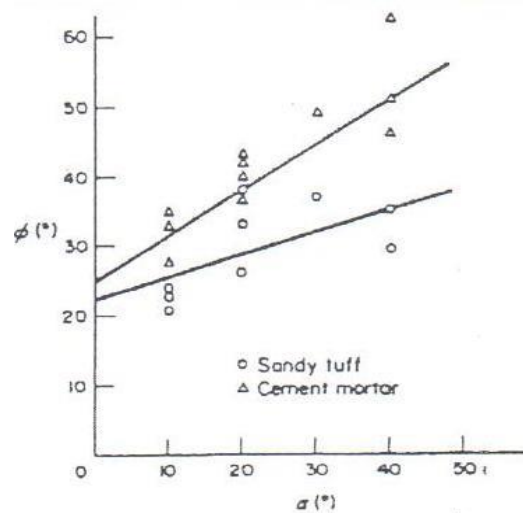
Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα είναι σαφές ότι η γωνία α εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τη φαινόμενη γωνία τριβής και τον συντελεστή κατανομής τάσεων, όσον αφορά σε κοπή πετρωμάτων με ορθογώνιο κοπτικό άκρο συρόμενου τύπου.

Ουσιαστικά η φαινόμενη γωνία τριβής σε αυτή θεωρία είναι η ίδια με τη γωνία τριβής στη θεωρία του Merchant. Ωστόσο, η φαινόμενη γωνία τριβής δεν είναι σταθερή, αλλά είναι συνάρτηση της εμπρόσθιας γωνίας κλίσης στη κοπή πετρωμάτων. Αυτό υποδηλώνει ότι η φαινόμενη γωνία τριβής στην κοπή των πετρωμάτων, είναι μια παράμετρος που ελέγχει την αναλογία ανάμεσα στη δύναμη κοπής και την κάθετη δύναμη.

Αυτή η αναλογία, εξαρτάται από διάφορους παράγοντες που σχετίζονται με την κατάσταση της επαφής μεταξύ των επιφανειών του κοπτικού άκρου και του πετρώματος.



Διάγραμμα 2. Η επίδραση της εμπρόσθιας γωνίας κλίσης στον παράγοντα κατανομής των τάσεων κατά Nishimatsu (1981).

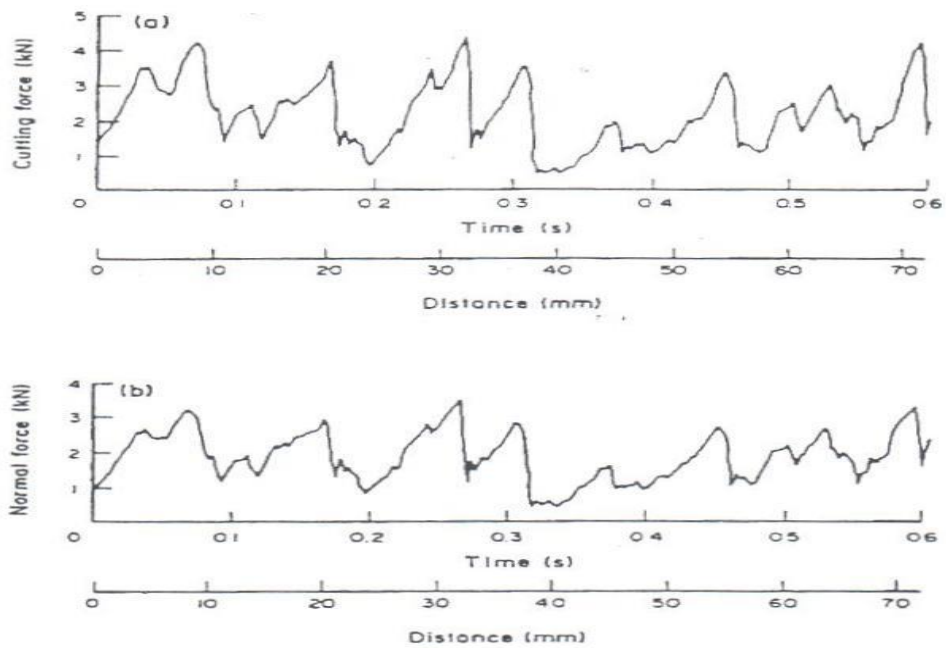


Διάγραμμα 3. Η φαινόμενη γωνία τριβής ως συνάρτηση της εμπρόσθιας γωνίας κλίσης του κοπτικού κατά Nishimatsu (1981).

Στις τιμές της δύναμης κοπής και της ορθής δύναμης παρατηρούνται σημαντικές μεταβολές κατά την κοπή.

Ανάλογα με το βάθος που διεισδύει το κοπτικό αυξάνεται και η δύναμη κοπής, μέχρι μια μέγιστη τιμή όπου και αρχίζει να σχηματίζεται ρωγμή.

Στις μέγιστες τιμές που παρατηρούνται θεωρείται ότι ξεκινά ο σχηματισμός της ρωγμής, από την οποία σχηματίζει το θραύσμα του πετρώματος.



Διάγραμμα 4. Παράδειγμα ανξομείωσης της δύναμης κοπής και της ορθής δύναμης κατά την κοπή

α) δύναμη κοπής και β) ορθή δύναμη

(Nishimatsu 1981).

3. ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΕΣ

3.1. Γενικά

Με τον όρο χρονοσειρά ορίζεται μια σειρά από παρατηρήσεις που λαμβάνονται σε ορισμένες χρονικές στιγμές ή περιόδους που ισαπέχουν μεταξύ τους.

Συμβολίζοντας με X_i τις n χρονικές στιγμές και με Y_i τις τιμές των αντίστοιχων παρατηρήσεων, προκύπτουν n ζεύγη της μορφής $M(X_i, Y_i)$ που είναι δυνατόνα παρασταθούν γραφικά σε κατάλληλο σύστημα αξόνων. Το χρονοδιάγραμμα που δημιουργείται αποτυπώνει τη διαχρονική εξέλιξη της τιμής της μεταβλητής ενδιαφέροντος.

Υπάρχουν τρεις βασικοί λόγοι για τη χρήση των χρονοσειρών :

- Για καλύτερη αντίληψη του μηχανισμού δημιουργίας των δεδομένων.
- Για καλύτερο έλεγχο.
- Για την πρόβλεψη μελλοντικών τιμών.

Χαρακτηριστική ιδιότητα μιας χρονοσειράς αποτελεί το γεγονός ότι τα δεδομένα δεν δημιουργούνται ανεξάρτητα και η διασπορά τους ποικίλει στο χρόνο.

Στατιστικές διαδικασίες που υποθέτουν ανεξάρτητες μεταξύ τους μετρήσεις δεν μπορούν να σχετιστούν με την ανάλυση χρονοσειρών.

Οι στατιστικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται, διαχωρίζονται σε αυτές που εξαρτώνται από το χρόνο και σε αυτές που εξαρτώνται από τη συχνότητα.

Τα τρία κυριότερα στοιχεία ανάλυσης είναι (Λέκκας χ.χ):

- Η πρόβλεψη των εξαρτημένων δεδομένων.
- Η περιγραφή.
- Η επεξήγηση.

3.1.1. Παράδειγμα Χρονοσειράς - Λευκός θόρυβος

Θεωρώντας διαδοχικά στοιχεία της χρονοσειράς ως τυχαίες μεταβλητές, η χρονοσειρά λέγεται ότι αποτελείται από ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές με ίδια κατανομή, όταν οι x_t, x_{t+1}, \dots, x_t τυχαίες μεταβλητές για $t > 1$ έχουν ίδια κατανομή και είναι μεταξύ τους ανεξάρτητες. Μια χρονοσειρά είναι εντελώς τυχαία όταν δεν περιέχει αυτοσυσχετίσεις (γραμμικές ή μη γραμμικές). Μια τέτοια χρονοσειρά

λέγεται και λευκός θόρυβος (white noise) και συμβολίζεται ως $WN(0, \sigma^2)$, με μέση τιμή 0 και διασπορά σ^2 . Σε περίπτωση που τα στοιχεία της χρονοσειράς λευκού θορύβου ακολουθούν κανονική (Γκαουσιανή) κατανομή, τότε η χρονοσειρά λέγεται Γκαουσιανός λευκός θόρυβος (Gaussian white noise).

3.1.2. Παράδειγμα Χρονοσειράς - Τυχαίος περίπατος

Ο τυχαίος περίπατος (random walk) είναι μια μη-στάσιμη χρονοσειρά, όπου το κάθε στοιχείο της προκύπτει από το προηγούμενο με την πρόσθεση μιας τυχαίας τιμής, δηλαδή η χρονοσειρά είναι τυχαίος περίπατος αν $x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t$, όπου ε_t είναι χρονοσειρά λευκού θορύβου, $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$. Το όνομα υποδηλώνει ακριβώς ότι η χρονοσειρά παράγεται από την κίνηση κάποιου πάνω σε μια ευθεία γραμμή (στο \mathbb{R}), που σε κάθε χρονική στιγμή κάνει ένα τυχαίο βήμα μπρος ή πίσω από το σημείο που βρίσκεται (x_{t-1}) στο επόμενο (x_t).

Οι φαινομενικές συσχετίσεις που φαίνονται από ένα διάγραμμα τυχαίου περιπάτου έχουν να κάνουν με το ότι το τυχαίο βήμα, για κάθε χρονική στιγμή, έχει γνωστό σημείο εκκίνησης. Αυτό δημιουργεί στοχαστικές τάσεις για αυτό και η χρονοσειρά του τυχαίου περιπάτου είναι μη-στάσιμη. Παίρνοντας τις πρώτες διαφορές προκύπτει η στάσιμη χρονοσειρά του λευκού θορύβου.

Δυσκολία έγκειται στην πρόβλεψη μελλοντικών τιμών της χρονοσειράς με βάση τις δεδομένες γνωστές τιμές, ή ακόμα και σε συνδυασμό με τις προηγούμενες τιμές μιας άλλης χρονοσειράς που εξελίσσεται παράλληλα με την πρώτη και έχει επίδραση στην πρώτη. Στις περιπτώσεις αυτές πρόκειται για πολυμεταβλητές χρονοσειρές. Το σύνολο των δυνατών καταστάσεων ονομάζεται χώρος καταστάσεων και συμβολίζεται με S , ένα υποσύνολο του \mathbb{R} ενώ το σύνολο τιμών του t ονομάζεται παραμετρικός χώρος, συμβολίζεται με T και μπορεί επίσης να είναι υποσύνολο του \mathbb{R} .

Μελετώντας τη δυναμική εξέλιξη της διαδικασίας που παράγει το μέγεθος που παρατηρείται, θεωρείται πως το μέγεθος κυμαίνεται στο χρόνο με σταθερό χρονικό βήμα, δηλαδή με σταθερό χρόνο δειγματοληψίας (sampling time). Ένα σύνολο τέτοιων παρατηρήσεων λέγεται χρονική σειρά ή χρονοσειρά (time series). Σε ορισμένες περιπτώσεις ενδέχεται ο χρόνος δειγματοληψίας να μην είναι σταθερός και τότε χρειάζεται ειδικότερη επεξεργασία της χρονοσειράς για να γίνει η ανάλυση.

Το πρόβλημα στην ανάλυση χρονοσειρών είναι η εκτίμηση του συστήματος που παράγει τη χρονοσειρά και η προσπάθεια για πρόβλεψη μελλοντικών τιμών της μεταβλητής. Το πρώτο βήμα για να επιτευχθεί αυτό είναι να θεωρηθεί ότι το μέγεθος που ενδιαφέρει μεταβάλλεται τυχαία, δηλαδή το σύστημα είναι λευκός θόρυβος.

3.1.3. Κυριότερα χαρακτηριστικά μιας Χρονοσειράς

Τα κυριότερα χαρακτηριστικά που μελετώνται, πριν γίνει η προσαρμογή με κάποιο μοντέλο στη χρονοσειρά, είναι :

Η **στασιμότητα** (stationarity). Αυτό σημαίνει ότι οι διακυμάνσεις των τιμών της χρονοσειράς δεν διαφοροποιούνται με το χρόνο. Μια μη στάσιμη χρονοσειρά μπορεί να έχει τάσεις (trends), δηλαδή (αργές) αλλαγές στη μέση τιμή της με το χρόνο. Μια μη στάσιμη χρονοσειρά μπορεί επίσης να παρουσιάζει **περιοδικότητα** (periodicity), που όταν αναφέρεται σε συγκεκριμένες περιόδους λέγεται και εποχικότητα (seasonality).

Η **αιτιοκρατία** (determinism) και η **στοχαστικότητα** (stochasticity). Σε όλες τις χρονοσειρές πραγματικών μεγεθών περιέχεται θόρυβος, επομένως όλες οι πραγματικές χρονοσειρές μπορούν να θεωρηθούν στοχαστικές. Το πιο σημαντικό ζήτημα στην ανάλυση πραγματικών χρονοσειρών είναι η διερεύνηση και ταύτιση ή εντοπισμός του αιτιοκρατικού μέρους του συστήματος που παράγει τη χρονοσειρά. Όταν αυτό είναι κρυμμένο μέσα στο θόρυβο ή γενικότερα δεν κυριαρχεί στην εξέλιξη της χρονοσειράς, τότε θεωρείται πως το σύστημα είναι στοχαστικό και αρκεί η στατιστική περιγραφή του συστήματος. Αν γίνει η υπόθεση ότι το σύστημα που παράγει τη χρονοσειρά είναι κυρίως αιτιοκρατικό με κάποιες στοχαστικές διαταραχές τότε χρησιμοποιούνται διαφορετικές προσεγγίσεις που είναι κατάλληλες για αιτιοκρατικά δυναμικά συστήματα.

Η **γραμμικότητα** (linearity) και η **μη γραμμικότητα** (nonlinearity). Οι δύο έννοιες σχετίζονται με την αιτιοκρατία και στοχαστικότητα αλλά μπορούν να θεωρηθούν σαν ανεξάρτητα από αυτές. Η γραμμικότητα του συστήματος σημαίνει πως ανάμεσα στις μεταβλητές του συστήματος παρατηρείται γραμμική αλληλεπίδραση, οι όροι θα ήταν γραμμικοί όσον αφορά τις μεταβλητές του συστήματος. Σε αντίθετη περίπτωση το σύστημα είναι μη γραμμικό. Για τη χρονοσειρά αυτό σημαίνει πως για ένα γραμμικό σύστημα η εξέλιξη της χρονοσειράς ορίζεται ως γραμμικός συνδυασμός των προηγούμενων παρατηρήσεων της

χρονοσειράς, ενώ για ένα μη γραμμικό σύστημα η εξέλιξη της χρονοσειράς ορίζεται με μεγαλύτερης τάξης ακρίβεια.

Επομένως ένα στοχαστικό σύστημα μπορεί να είναι γραμμικό ή μη γραμμικό και το ίδιο ισχύει για ένα αιτιοκρατικό σύστημα. Ένα αιτιοκρατικό γραμμικό σύστημα δεν παρουσιάζει ενδιαφέρον από την άποψη ότι τα γραμμικά αιτιοκρατικά δυναμικά συστήματα έχουν αρκετά απλές λύσεις. Στο σημείο αυτό ενδέχεται να παρουσιαστεί κάποια δυσκολία σχετικά με το αν το σύστημα είναι πολλών διαστάσεων, καθώς θα υπάρχει κάποια τυχαία διαταραχή και το πλήθος των παρατηρήσεων είναι σχετικά μικρό. Από την άλλη μεριά, υπάρχει δυσκολία στον εντοπισμό μη γραμμικότητας σε ένα στοχαστικό σύστημα αφού ο θόρυβος στο σύστημα δεν επιτρέπει τον εντοπισμό πολύπλοκων μη γραμμικών σχέσεων. Σε μια τέτοια περίπτωση θα πρέπει να έχει οριστεί μια συγκεκριμένη μη γραμμική μορφή. Έτσι, οι δύο κυρίαρχες κατηγορίες συστημάτων που χρησιμοποιούνται για στάσιμες χρονοσειρές είναι η **γραμμική στοχαστική διαδικασία** (linear stochastic process) και το **μη γραμμικό δυναμικό σύστημα** (πιθανώς χαοτικό).

Πολλές φορές όμως η τάση δε περιγράφεται ικανοποιητικά ως κάποια γνωστή συνάρτηση του χρόνου, αλλά είναι τυχαία και αναφέρεται ως στοχαστική τάση (stochastic trend). Σε αυτήν την περίπτωση για την απαλοιφή της τάσης είναι καλύτερα να ληφούν οι πρώτες διαφορές (first differences) $y_t = \nabla x_t = x_t - x_{t-1}$.

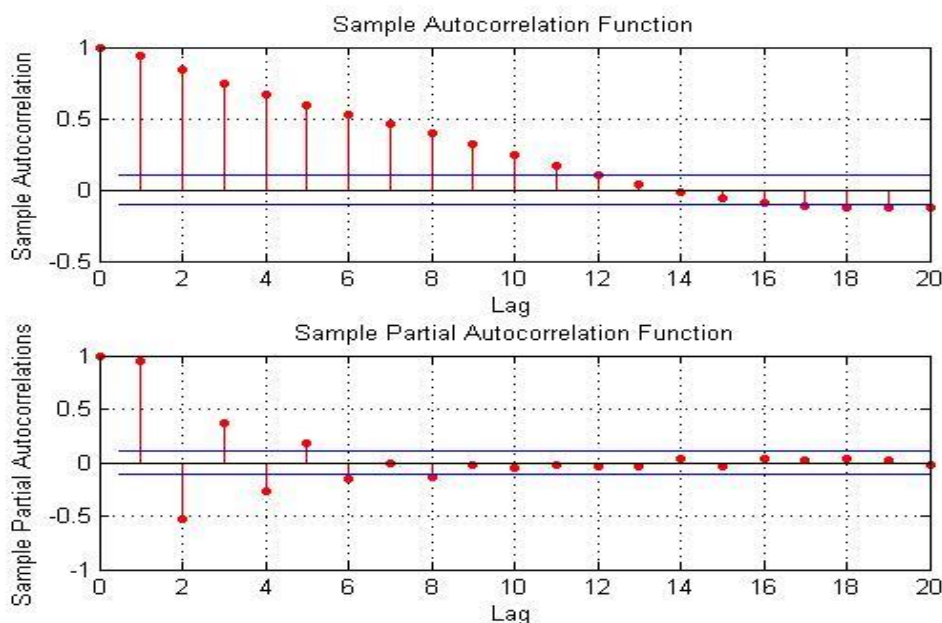
Όταν υπάρχει η δυνατότητα ταυτόχρονης παρατήρησης πολλών μεγεθών για το ίδιο σύστημα, προκύπτουν πολλαπλές ταυτόχρονες χρονοσειρές ή αλλιώς μια πολυδιάστατη χρονοσειρά (multivariate timeseries). Συνήθως όμως η μελέτη περιορίζεται σε μία μονοδιάστατη χρονοσειρά, δηλαδή οι τιμές προέρχονται από ένα μέγεθος.

3.1.4. Γραμμική Συσχέτιση

Στα βιβλία κλασικής ανάλυσης χρονοσειρών με τον όρο συνάρτηση αυτοσυσχέτισης ή απλά αυτοσυσχέτιση εννοείται η γραμμική αυτοσυσχέτιση (linear autocorrelation). Η αυτοσυσχέτιση ρ_τ για κάποια υστέρηση τ είναι ο συντελεστής συσχέτισης δύο στοιχείων της χρονοσειράς που απέχουν χρονικά τ βήματα.

Όταν η χρονοσειρά είναι στάσιμη, τότε οι ορισμοί της αυτοδιασποράς και της αυτοσυσχέτισης έχουν υπόσταση. Σε αντίθετη περίπτωση, δεν μπορεί η αυτοσυσχέτιση να οριστεί ως συνάρτηση της υστέρησης αλλά ορίζεται για κάθε χρονική στιγμή t . Αν υπολογιστεί η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης ως προς την

υστέρηση σε μια μη στάσιμη χρονοσειρά με τάσεις, παρατηρούνται υψηλές τιμές και στη συνέχεια φθίνουσα πορεία τη τάσης. Αυτό καταδεικνύει την ύπαρξη ισχυρών συσχετίσεων ανάμεσα σε κοντινά χρονικά σημεία (Κουγιουμτζής 2013).



Διάγραμμα 5. Παραδείγματα αυτοσυσχετίσεων για Λευκότεφο Ασβεστόλιθο

Ανάλυση Χρονοσειρών

Η ανάλυση χρονοσειρών (time series analysis) ασχολείται αποκλειστικά με τη διερεύνηση της διαχρονικής συμπεριφοράς των τιμών μιας μεταβλητής, οι παρατηρήσεις της οποίας προέρχονται από χρονοσειρά. Οι μέθοδοι ανάλυσης που μπορούν να εφαρμοστούν είναι:

- Μέθοδοι Εξομάλυνσης
- Διάσπαση Χρονοσειρών
- Ανάλυση ARIMA

3.2. Μέθοδοι Εξομάλυνσης

Οι μέθοδοι εξομάλυνσης (smoothing methods) είναι τεχνικές με τις οποίες προσδιορίζονται οι τιμές μιας μεταβλητής με βάση τον τρόπο εφαρμογής τους. Οι τεχνικές αυτές ονομάζονται μέθοδοι εξομάλυνσης, διότι η όλη διαδικασία σχετίζεται με την εξομάλυνση της διαχρονικής εξέλιξης των τιμών της μεταβλητής, με σκοπό να αναγνωριστεί καλύτερα ο τρόπος συμπεριφοράς της. Μερικές από τις μεθόδους εξομάλυνσης μπορούν να εφαρμοστούν και σε περιπτώσεις μικρού πλήθους παρατηρήσεων ενός μεγέθους. Οι μέθοδοι αυτές είναι:

- Η μέθοδος του απλού κινητού μέσου
- Η μέθοδος της απλής εκθετικής εξομάλυνσης
- Η μέθοδος του διπλού κινητού μέσου
- Η μέθοδος Brown
- Η μέθοδος Holt
- Η μέθοδος Winters

Εάν μία χρονοσειρά είναι στάσιμη, η κατάλληλη μέθοδος πρόβλεψης μελλοντικών τιμών είναι η μέθοδος του κινητού μέσου όρου. Στην περίπτωση που οι τελευταίες χρονικά παρατηρήσεις περιέχουν περισσότερες πληροφορίες από τις παλαιότερες χρησιμοποιείται η απλή εκθετική εξομάλυνση. Εάν η χρονοσειρά εμφανίζει κάποιο πρότυπο τάσης τότε χρησιμοποιείται η μέθοδος της διπλής εκθετικής εξομάλυνσης, η μέθοδος Brown ή η μέθοδος Holt. Αν η χρονοσειρά εμφανίζει περιοδικότητα τότε χρησιμοποιείται η μέθοδος Winters.

Με τις μεθόδους εξομάλυνσης προσδιορίζονται οι τιμές μιας μεταβλητής αποκλειστικά από τις διαθέσιμες παρατηρήσεις της και ανεξάρτητα από τη σχέση που μπορεί να έχει η μεταβλητή αυτή άλλες μεταβλητές. Κύριο χαρακτηριστικό της εφαρμογής αυτών των μεθόδων είναι η δυνατότητα που δίνεται, χωρίς μεγάλο υπολογιστικό βαθμό δυσκολίας, να διαμορφωθούν σχετικά γρήγορα συμπεράσματα για την συμπεριφορά μιας μεταβλητής, που προέρχονται από τη διαχρονική μελέτη του τρόπου δημιουργίας των τιμών της συγκεκριμένης μεταβλητής. Οι μέθοδοι αυτές εφαρμόζονται για μεταβλητές, τα δεδομένα των οποίων προέρχονται αποκλειστικά από χρονοσειρές, δηλαδή από παρατηρήσεις που έχουν καταγραφεί κατά τη διάρκεια ίσων διαδοχικών χρονικών περιόδων. Ορισμένες από αυτές τις μεθόδους μπορούν να χρησιμοποιηθούν ακόμα και για δείγματα παρατηρήσεων μικρού μεγέθους.

Η σύγκριση εναλλακτικών μεθόδων ανάλυσης, επιτυγχάνεται με τη βοήθεια των κριτηρίων αξιολόγησης μεθόδων προβλέψεων (MAD, MSE, RMSE, MAPE, MPE) και στη συνέχεια επιλέγεται η καλύτερη δυνατή μέθοδος.

3.2.1. Απλός Κινητός Μέσος

Η μέθοδος του απλού κινητού μέσου (simple moving average) είναι μία απλή μέθοδος που χρησιμοποιεί ως δεδομένο την τιμή του αριθμητικού μέσου όρου των m πλέον πρόσφατων παρατηρήσεων της χρονοσειράς. Αυτό συμβαίνει διότι οι πλέον πρόσφατες παρατηρήσεις της χρονοσειράς θεωρούνται πιο αντιπροσωπευτικές για την άντληση συμπερασμάτων σε σχέση με τις αρχικές. Ο μέσος όρος αυτός ονομάζεται κινητός, επειδή η τιμή του δεν είναι σταθερή, αλλά αναπροσαρμόζεται κάθε φορά που μια νέα παρατήρηση της χρονοσειράς γίνεται διαθέσιμη.

Η σχέση υπολογισμού του κινητού μέσου όρου είναι:

$$\hat{Y}_{t+1} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{j=1}^m Y_{t-j+1} = \frac{1}{m} \cdot (Y_t + Y_{t-1} + \dots + Y_{t-m+1}) = \hat{Y}_t + \frac{Y_t}{m} - \frac{Y_{t-m}}{m}$$

όπου Y_{t+1} είναι η πρόβλεψη για την περίοδο $(t+1)$ και m ο αριθμός των περιόδων που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της τιμής του μέσου όρου. Για $m=1$ το αποτέλεσμα της επόμενης περιόδου είναι ίση με την πραγματική τιμή της προηγούμενης περιόδου.

3.2.2. Απλή Εκθετική Εξομάλυνση

Το μειονέκτημα της μεθόδου του απλού κινητού μέσου είναι ότι για να γίνει ο υπολογισμός, δίνεται ίδια σημασία σε κάθε παρατήρηση, ανεξάρτητα από το πόσο κοντά ή μακριά βρίσκεται σε σχέση με την προβλεπόμενη περίοδο. Το μειονέκτημα αυτό δύναται να εξαλειφθεί με τη μέθοδο της απλής εκθετικής εξομάλυνσης (simple exponential smoothing), σύμφωνα με την οποία οι προβλέψεις δημιουργούνται με βάση κάποιο σταθμικό μέσο όρο, έτσι ώστε να δίνεται διαφορετική βαρύτητα σε κάθε παρατήρηση. Στη συγκεκριμένη μέθοδο δίνεται μεγαλύτερη βαρύτητα στις πιο πρόσφατες παρατηρήσεις.

Για να κατανοηθεί ο μηχανισμός λειτουργίας της μεθόδου θεωρείται ότι οι προβλέψεις της χρονοσειράς δημιουργούνται ως εξής:

$$\hat{Y}_{t+1} = aY_t + a(1-a)Y_{t-1} + a(1-a)^2Y_{t-2} + \dots$$

όπου η παράμετρος a ονομάζεται σταθερά εξομάλυνσης (smoothing constant) και λαμβάνει τιμές μεταξύ 0 και 1, δηλαδή:

$$0 \leq a \leq 1$$

Όσο πιο μεγάλη είναι η τιμή της παραμέτρου a , τόσο μεγαλύτερη βαρύτητα δίνεται στις πιο πρόσφατες παρατηρήσεις και μικρή έως μηδαμινή βαρύτητα στις πιο απομακρυσμένες.

Η σχέση αυτή είναι η μαθηματική έκφραση της μεθόδου της απλής εκθετικής εξομάλυνσης και ορίζεται για $t=2,3,\dots,n$ με αρχική συνθήκη $\hat{Y} = Y$.

Ειδικότερα, εφαρμόζοντας τη μέθοδο της απλής εκθετικής εξομάλυνσης στις παρατηρήσεις της χρονοσειράς για τιμές του a από το μηδέν μέχρι τη μονάδα επιλέγεται εκείνη η τιμή του a που ελαχιστοποιεί την τιμή του κριτηρίου MSE ή κάποιου άλλου κριτηρίου.

3.2.3. Διπλός Κινητός Μέσος

Η μέθοδος του διπλού κινητού μέσου (double moving average) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τιμές μιας χρονοσειράς, οι παρατηρήσεις της οποίας παρουσιάζουν ανοδική ή καθοδική πορεία που εκφράζεται από κάποια γραμμική τάση. Για τη διαμόρφωση των προβλέψεων με τη μέθοδο αυτή υπολογίζεται ένας δεύτερος κινητός μέσος από τον απλό κινητό μέσο, ενώ στη συνέχεια λαμβάνεται υπόψη και η γραμμική τάση των παρατηρήσεων της χρονοσειράς. Για το λόγο αυτό η μέθοδος ονομάζεται πολύ συχνά και μέθοδος γραμμικού κινητού μέσου (linear moving average).

Ο υπολογισμός του διπλού κινητού μέσου όρου ακολουθεί τα παρακάτω στάδια :

- 1) Υπολογισμός του απλού κινητού μέσου M_t :

$$M_{t+1} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{j=1}^m Y_{t-j+1}$$

- 2) Υπολογισμός του διπλού κινητού μέσου όρου, M'_t :

$$M'_{t+1} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{j=1}^m M_{t-j+1}$$

- 3) Υπολογισμός του a_t :

$$a_t = 2M_t - M_t'$$

- 4) Υπολογισμός του παράγοντα τάσης b_t :

$$b_t = \frac{2}{m-1}(M_t - M_t')$$

- 5) Υπολογισμός της μεταβλητής Y_{t+h} :

$$\hat{Y}_{t+h} = a_t + hb_t$$

όπου h είναι ένας ακέραιος θετικός αριθμός.

Η χρήση της μεθόδου προϋποθέτει την ύπαρξη μεγάλου αριθμού παρατηρήσεων, ιδιαίτερα όταν η τιμή του m είναι σχετικά μεγάλη. Όπως και στη μέθοδο του απλού κινητού μέσου, όταν η τιμή του m δεν είναι γνωστή, επιλέγεται η τιμή που ελαχιστοποιεί την τιμή κάποιου κριτηρίου.

3.2.4. Μέθοδος Brown (διπλή εκθετική εξομάλυνση)

Η μέθοδος της διπλής εκθετικής εξομάλυνσης (double exponential smoothing), η οποία ονομάζεται και μέθοδος Brown, είναι μια άλλη μέθοδος που χρησιμοποιείται σε χρονοσειρές, οι παρατηρήσεις των οποίων παρουσιάζουν τάση. Η βασική φιλοσοφία της μεθόδου μοιάζει με τη μέθοδο του διπλού κινητού μέσου, στο ότι η εξομάλυνση των παρατηρήσεων γίνεται δύο φορές και στη διαμόρφωση των προβλέψεων λαμβάνεται υπόψη και η τάση.

Τα στάδια υπολογισμού της διπλής εκθετικής εξομάλυνσης ακολουθούν τα παρακάτω στάδια:

- 1) Εξομάλυνση των αρχικών παρατηρήσεων της χρονοσειράς με τη μέθοδο της απλής εκθετικής εξομάλυνσης:

$$A_t = aY_t + (1-a)A_{t-1}$$

- 2) Εξομάλυνση των τιμών A_t της χρονοσειράς με τη μέθοδο της απλής εκθετικής εξομάλυνσης:

$$A'_t = aA_t + (1-a)A'_{t-1}$$

- 3) Υπολογισμός του a_t :

$$a_t = 2A_t - A'_t$$

- 4) Υπολογισμός του b_t :

$$b_t = \frac{a}{1-a}(A_t - A'_t)$$

5) Υπολογισμός της μεταβλητής Y_{t+h} :

$$\hat{Y}_{t+h} = a_t + hb_t$$

Σε αντίθεση με τη μέθοδο της απλής εκθετικής εξομάλυνσης, η μέθοδος αυτή μπορεί να εφαρμοστεί για περισσότερες από μία μελλοντικές περιόδους.

3.2.5. Μέθοδος Holt (εκθετική εξομάλυνση με προσαρμογή στην τάση)

Η εκθετική εξομάλυνση με προσαρμογή στην τάση (exponential smoothing adjusted for trend), γνωστή και ως μέθοδος Holt, χρησιμοποιείται κι αυτή στην περίπτωση εμφάνισης τάσης της χρονοσειράς. Η μέθοδος Holt αποτελείται από δύο παραμέτρους εξομάλυνσης, την παράμετρο a για την εξομάλυνση των τιμών της χρονοσειράς και την παράμετρο β για την εξομάλυνση της τάσης. Η μέθοδος υπολογισμού της συγκεκριμένης μεθόδου ακολουθεί τα παρακάτω στάδια:

1) Η εξομάλυνση των τιμών της χρονοσειράς:

$$A_t = aY_t + (1-a)(A_{t-1} + T_{t-1})$$

2) Η εξομάλυνση της τάσης:

$$T_t = \beta(A_t - A_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1}$$

3) Υπολογισμός της μεταβλητής Y_{t+h} :

$$\hat{Y}_{t+h} = A_t + hT_t$$

Με τη μέθοδο Holt οι τιμές της τάσης εξομαλύνονται απευθείας ενώ με την μέθοδο Brown η τάση προσδιορίζεται από τον παράγοντα b_t αφού προηγουμένως εξομαλυνθούν δύο φορές οι τιμές της χρονοσειράς. Αυτό σημαίνει ότι με τη μέθοδο Holt γίνεται καλύτερη εκτίμηση των τιμών της τάσης, αφού η μέθοδος Brown είναι ευαίσθητη στις τυχαίες διακυμάνσεις της χρονοσειράς. Έτσι, η μέθοδος Holt εφαρμόζεται συχνότερα στην πράξη (Μαργιά 2009).

3.3. Διάσπαση Χρονοσειρών

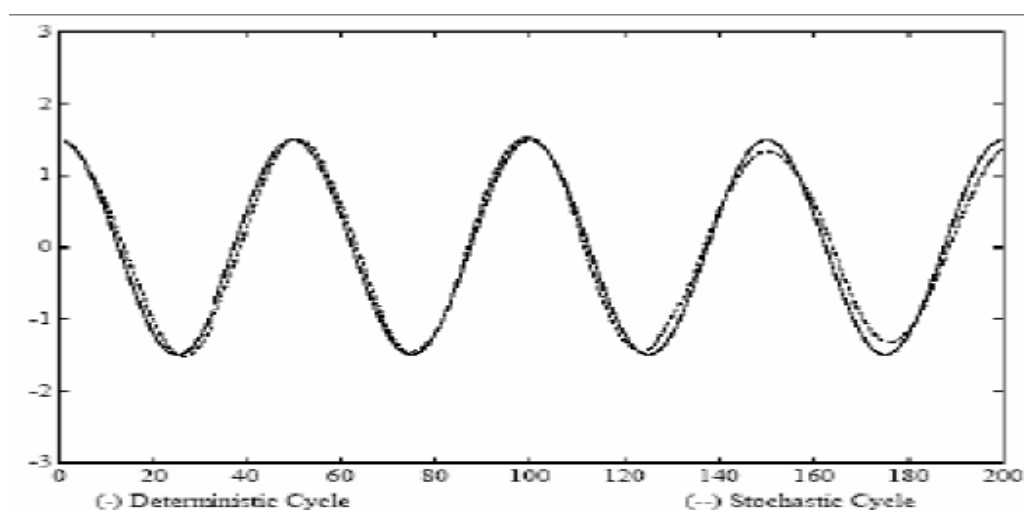
Πρακτικά οι χρονοσειρές παρουσιάζουν μία ή περισσότερες από τις παρακάτω συνιστώσες.

Μακροχρόνια τάση (T)

Η τιμή της μεταβλητής αυξάνεται ή ελατώνεται για μεγάλο χρονικό διάστημα.

Κυκλική Κύμανση (C)

Σε αυτήν την περίπτωση παρατηρούνται αυξομειώσεις της τιμής της μεταβλητής γύρω από μια γραμμή τάσης σε μια μακροχρόνια περίοδο. Ουσιαστικά τα σημεία της χρονοσειράς για μια σειρά χρονικών σημείων βρίσκονται κάτω από τη γραμμή τάσης και στη συνέχεια για μια άλλη σειρά χρονικών σημείων πάνω από τη γραμμή τάσης. Ο χρόνος δεν είναι σταθερός για να υπάρχει κυκλική αυξομείωση. Βασικά χαρακτηριστικά της κυκλικής κυμάνσεως είναι ότι η κυκλική κίνηση δεν ακολουθεί κανένα κανονικό μοντέλο.



Διάγραμμα 6. Παράδειγμα κυκλικής διακύμανσης (Λέκκας χ.χ)

Περιοδικές μεταβολές (S)

- Χρονοσειρές που παρουσιάζουν κάποια περιοδικότητα στις χαρακτηριστικές τους κυμάνσεις σε ορισμένα χρονικά διαστήματα.
- Ακολουθούν κανονικό μοντέλο και είναι χρήσιμες για προβλέψεις για το μέλλον

Ακανόνιστες μεταβολές (I)

- Οι μεταβολές που είναι άλλοτε μικρές, άλλοτε μεγάλες, θετικές ή αρνητικές χωρίς καμία κανονικότητα.
- Διακρίνονται σε συμπτωματικές και τυχαίες.

Σχέσεις μεταξύ των συνιστωσών

- Οι συνιστώσες είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους και μετριοούνται στις μονάδες μέτρησης του υπό μελέτη μεγέθους

$$Y = T + S + C + I$$

- Μόνο η τάση εκφράζεται στις μονάδες μέτρησης των αρχικών δεδομένων, καθώς οι υπόλοιπες συνιστώσες είναι δείκτες.

Ανάλυση Τάσης

Η μακροχρόνια τάση εκφράζει τη χρονοσειρά για μεγάλη χρονική περίοδο.

Οι λόγοι για τους οποίους γίνεται η μελέτη είναι (Λέκκας χ.χ):

- Πρόβλεψη των τιμών της μεταβλητής στο μέλλον
- Κατανόηση της μεταβλητής
- Απομάκρυνση της τάσης από τα αρχικά δεδομένα

Για τον προσδιορισμό των τάσεων υπάρχουν οι εξής μέθοδοι :

- Μέθοδος των των δύο μέσων σημείων
- Μέθοδος των κινητών μέσων
- Μέθοδος της ευθείας ελαχίστων τετραγώνων
- Μέθοδος της καμπύλης ελαχίστων τετραγώνων

3.4. Ανάλυση ARIMA

Τα μοντέλα πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης περιγράφονται από την εξίσωση:

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + \dots + b_pX_p + e$$

όπου Y η εξαρτημένη μεταβλητή και X_1, X_2, \dots, X_p οι ανεξάρτητες μεταβλητές.

Η παρακάτω εξίσωση είναι μία εξίσωση πολλαπλής παλινδρόμησης με τη διαφορά ότι οι ανεξάρτητες μεταβλητές είναι τιμές της χρονοσειράς σε προηγούμενες χρονικές περιόδους. Το παρακάτω υπόδειγμα ονομάζεται αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα

(autoregression model) και συμβολίζεται AR(q). Συνεπώς τα υποδείγματα AR εκφράζουν το Y_t σαν γραμμική συνάρτηση των πραγματικών τιμών του Y_t .

$$Y_t = b_0 + b_1 Y_{t-1} + b_2 Y_{t-2} + \dots + b_p Y_{t-p} + e_t$$

Η επόμενη εξίσωση είναι εξίσωση πολλαπλής παλινδρόμησης, με τη διαφορά ότι οι ανεξάρτητες μεταβλητές είναι τιμές των σφαλμάτων προηγούμενων χρονικών περιόδων. Το παρακάτω υπόδειγμα ονομάζεται υπόδειγμα κινητού μέσου όρου (moving average) και συμβολίζεται MA(p). Συνεπώς τα υποδείγματα MA εκφράζουν το Y_t σαν γραμμικό συνδυασμό παρελθόντων σφαλμάτων πρόβλεψης.

$$Y_t = b_0 + e_t - b_1 e_{t-1} - b_2 e_{t-2} - \dots - b_q e_{t-q}$$

Τα αυτοπαλίνδρομα υποδείγματα AR(q) μπορούν να συνδυαστούν αποτελεσματικά με τα υποδείγματα κινητού μέσου όρου MA(p) και να σχηματίσουν μια χρήσιμη ομάδα υποδειγμάτων χρονοσειρών τα οποία ονομάζονται αυτοπαλίνδρομα υποδείγματα κινητού μέσου όρου (autoregressive moving average models) και συμβολίζονται ARMA(q,p). Τα υποδείγματα αυτά έχουν χρήση μόνο για σταθερές χρονοσειρές. Παρόλα αυτά μπορούν να επεκταθούν και σε μη σταθερές (μη στάσιμες) χρονοσειρές με τη χρήση διαφορίσης. Σε αυτήν την περίπτωση ονομάζονται ολοκληρωμένα (integrated) αυτοπαλίνδρομα μοντέλα κινητού μέσου όρου (autoregressive integrated moving average models) και συμβολίζονται ως ARIMA(p,d,q) όπου p είναι η τάξη του αυτοπαλίνδρομου υποδείματος, d η τάξη της διαφορίσης για την επίτευξη σταθερότητας και q η τάξη του κινητού μέσου όρου υποδείματος.

Όσον αφορά τα προηγούμενα παραδείγματα χρονοσειράς που έχουν αναφερθεί, το μοντέλο λευκού θορύβου (white noise) εκφράζεται ως ARIMA(0,0,0) ενώ το μοντέλο τυχαίου περιπάτου ως ARIMA(0,1,0).

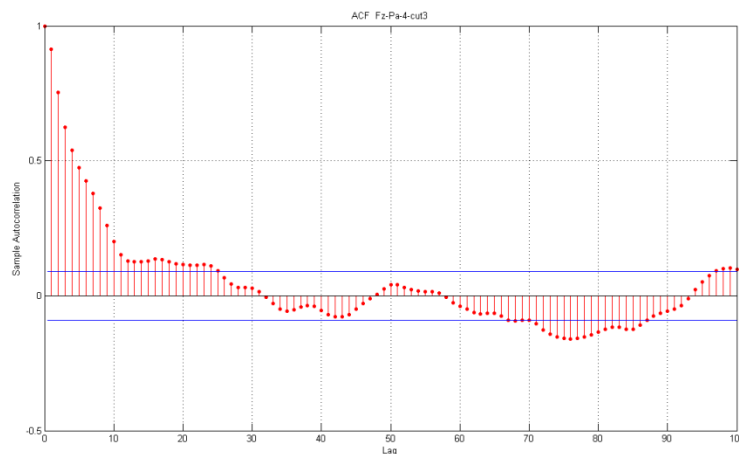
3.4.1. Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης (autocorrelation function ACF)

Ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης είναι ένας στατιστικός δείκτης ο οποίος χρησιμοποιείται στην ανάλυση χρονοσειρών για τον καθορισμό της τυχαιότητας, ή μη, της χρονοσειράς. Ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης r_k δείχνει τη συσχέτιση της χρονοσειράς με τον εαυτό της, για παρατηρήσεις που απέχουν μεταξύ τους k περιόδους και υπολογίζεται από την σχέση:

$$r_k = \frac{\sum_1^{n-k} (Y_t - \bar{Y}_t)(Y_{t-1} - \bar{Y}_{t-1})}{\sum_1^n (Y_t - \bar{Y})^2}$$

Ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης r_1 φανερώνει ουσιαστικά τον τρόπο με τον οποίο σχετίζονται διαδοχικές παρατηρήσεις της χρονοσειράς, ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης r_2 φανερώνει τον τρόπο με τον οποίο σχετίζονται παρατηρήσεις της χρονοσειράς που απέχουν δύο χρονικές περιόδους κ.ο.κ. Η γραφική παράσταση των συντελεστών αυτοσυσχέτισης για k καθυστερήσεις ονομάζεται συνάρτηση αυτοσυσχέτισης (autocorrelation function - ACF).

Τυχαία χρονοσειρά θεωρείται η χρονοσειρά για την οποία κάθε παρατήρηση είναι ανεξάρτητη από οποιαδήποτε άλλη παρατήρηση της χρονοσειράς. Σε μία τυχαία χρονοσειρά το 95% των συντελεστών αυτοσυσχέτισης βρίσκονται στο διάστημα που ορίζεται από τις τιμές $\pm 1,96/n^{0,5}$ όπου n είναι ο αριθμός των παρατηρήσεων της χρονοσειράς. Εάν υπάρχουν συντελεστές αυτοσυσχέτισης των οποίων οι τιμές βρίσκονται εκτός των παραπάνω ορίων (δηλαδή είναι στατιστικά διάφοροι του μηδενός) τότε υπάρχει συσχέτιση ανάμεσα σε παρατηρήσεις της χρονοσειράς και η χρονοσειρά δεν μπορεί να θεωρηθεί τυχαία.



Διάγραμμα 7. Αυτοσυσχέτιση της Δύναμης Κοπής Ασβεστολίθου Πρεβέζης

Ένα παράδειγμα τυχαίας χρονοσειράς είναι το μοντέλο λευκού θορύβου. Το μοντέλο λευκού θορύβου είναι θεμελιώδες μοντέλο και χρησιμοποιείται ευρύτατα στις τεχνικές ανάλυσης χρονοσειρών.

Μη σταθερή (μη στάσιμη) χρονοσειρά θεωρείται η χρονοσειρά η οποία εμφανίζει μεταβολή στα στατιστικά χαρακτηριστικά της όπως για παράδειγμα η μεταβολή στον μέσο. Για μία μη σταθερή χρονοσειρά οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης δεν παίρνουν την τιμή 0 για αρκετές από τις πρώτες χρονικές υστερήσεις και μόνο σταδιακά πέφτουν στο μηδέν. Η χρονοσειρά σε αυτήν την περίπτωση εμφανίζει κάποιο πρότυπο τάσης το οποίο πρέπει να εξαλειφθεί στη συνέχεια για την ολοκλήρωση της ανάλυσης της χρονοσειράς. Η εξάλειψη τάσης από τα δεδομένα της χρονοσειράς επιτυγχάνεται με τη χρήση διαφορίσης.

Οι σειρές διαφορών πρώτης τάξης προκύπτουν από τις διαφορές των διαδοχικών παρατηρήσεων της αρχικής χρονοσειράς:

$$Y'_t = Y_t - Y_{t-1}$$

Οι σειρές διαφορών πρώτης τάξης έχουν n-1 δεδομένα όταν οι παρατηρήσεις της χρονοσειράς είναι n. Εάν οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης των δεδομένων των πρώτων διαφορών εξακολουθούν να πλησιάζουν το μηδέν σταδιακά τότε δεν έχει επιτευχθεί σταθερή κατάσταση. Σε αυτήν την περίπτωση τα δεδομένα διαφορίζονται για δεύτερη φορά και έτσι προκύπτει η σειρά διαφορών δεύτερης τάξης :

$$Y''_t = Y'_t - Y'_{t-1} = (Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2}) = Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-2}$$

Οι σειρές διαφορών δεύτερης τάξης έχουν n-2 δεδομένα. Ένα παράδειγμα μη σταθερής χρονοσειράς είναι το μοντέλο τυχαίου περιπάτου. Το μοντέλο τυχαίου περιπάτου είναι θεμελιώδες μοντέλο επίσης και χρησιμοποιείται για μη σταθερές χρονοσειρές.

Μία χρονοσειρά η οποία παρουσιάζει ένα περιοδικό πρότυπο επαναλαμβάνει τον εαυτό της κατά τη διάρκεια μιας συγκεκριμένης περιόδου του χρόνου. Σε μια χρονοσειρά στην οποία εμφανίζεται περιοδικότητα, οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης συγκεκριμένων χρονικών υστερήσεων είναι διάφοροι του μηδενός. Όταν μία χρονοσειρά εμφανίζει κάποιο περιοδικό πρότυπο τότε πρέπει αυτό να εξαλειφθεί, με τη χρήση της μεθόδου των περιοδικών διαφορών. Επομένως για παράδειγμα, για μία χρονοσειρά η οποία εμφανίζει ένα μηνιαίο εποχικό πρότυπο η εποχιακή διαφορά δίνεται από τη σχέση:

$$Y'_t = Y_t - Y_{t-12}$$

3.4.2. Η συνάρτηση μερικών αυτοσυσχετίσεων (Partial autocorrelation function PACF)

Οι συντελεστές μερικής αυτοσυσχέτισης μετρούν τον βαθμό της σχέσης μεταξύ των Y_t και Y_{t-k} όταν έχουν αφαιρεθεί οι επιδράσεις όλων των άλλων χρονικών υστερήσεων $1, 2, 3, \dots, k-1$.

Ο συντελεστής μερικής αυτοσυσχέτισης τάξης k μπορεί να υπολογιστεί εφαρμόζοντας τη μέθοδο της πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης με εξαρτημένη μεταβλητή την Y_t και ανεξάρτητες μεταβλητές τις Y_{t-1}, \dots, Y_{t-k} :

$$Y_t = b_0 + b_1 Y_{t-1} + \dots + b_k Y_{t-k}$$

Ο συντελεστής a_k ισούται με τον συντελεστή b_k . Ο πρώτος συντελεστής μερικής αυτοσυσχέτισης a_1 είναι πάντα ίσος με τον πρώτο συντελεστή αυτοσυσχέτισης r_1 .

3.4.3. Ο Τελεστής Ολίσθησης B

Ο τελεστής ολίσθησης δεν έχει μαθηματική έννοια αλλά συμβάλει στο να διευκολύνει τη γραφή των διαφόρων τύπων μοντέλων. Ο τελεστής ολίσθησης ορίζεται ως $B^k Y_t = Y_{t-k}$, δηλαδή όταν μία παρατήρηση πολλαπλασιαστεί με τον τελεστή τότε αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την παρατήρηση πριν από k χρονικές στιγμές.

Ο τελεστής ολίσθησης B δεν δίνει καλά αποτελέσματα όταν εφαρμόζεται σε σταθερές ποσότητες. Με τον τελεστή περιγράφεται εύκολα η διαδικασία της διαφορίσης. Η διαφορίση πρώτης και δεύτερης τάξης δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$Y'_t = Y_t - Y_{t-1} = Y_t - B Y_t = (1 - B) Y_t$$

$$Y''_t = Y'_t - Y'_{t-1} = (Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2}) = Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-2} = (1 - 2B + B^2) Y_t = (1 - B)^2 Y_t$$

Για παράδειγμα, η εποχιακή διαφορίση πρώτης τάξης δεδομένων με μηνιαία εποχικότητα είναι:

$$Y'_t = Y_t - Y_{t-12} = Y_t - B^{12} Y_t = (1 - B^{12}) Y_t$$

και γενικότερα για εποχιακή διαφορίση πρώτης τάξης δεδομένων με εποχικότητα m

είναι:

$$Y'_t = Y_t - Y_{t-m} = Y_t - B^m Y_t = (1 - B^m) Y_t$$

3.4.4. Ανάλυση χρονοσειρών με τη μέθοδο ARIMA

Η ανάλυση χρονοσειρών με τη μέθοδο ARIMA περιλαμβάνει τέσσερα στάδια (Μαργιά 2009):

- 1) Ταυτοποίηση υποδείγματος
- 2) Εκτίμηση υποδείγματος
- 3) Διαγνωστικός έλεγχος υποδείγματος
- 4) Πρόβλεψη χρονοσειράς

Η ταυτοποίηση του υποδείγματος πραγματοποιείται εξετάζοντας τις αυτοσυσχετίσεις και τις μερικές αυτοσυσχετίσεις των ακατέργαστων δεδομένων. Μέσω της διαδικασίας αυτής ελέγχεται αν η χρονοσειρά είναι τυχαία, σταθερή, αν εμφανίζει κάποιο πρότυπο τάσης ή κάποιο εποχικό πρότυπο. Εάν η χρονοσειρά δεν είναι σταθερή τότε η χρονοσειρά διαφορίζεται μέχρι να αποκτήσει σταθερότητα και ακολούθως παράγονται νέα διαγράμματα αυτοσυσχετίσεων και μερικών αυτοσυσχετίσεων. Από τα διαγράμματα αυτά γίνεται σαφές το αν υπάρχει κάποιο πρότυπο τάσης ή κάποιο εποχικό πρότυπο. Μέσα από αυτή τη διαδικασία παράγεται ένα δοκιμαστικό υπόδειγμα ARIMA.

Η εκτίμηση του υποδείγματος περιλαμβάνει την εκτίμηση των παραμέτρων ϕ, θ που ορίζουν το υπόδειγμα ARIMA. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται όπου οι τελικές τιμές των εκτιμήσεων των παραμέτρων είναι ισημαντικά διαφορετικές από τις αρχικές τιμές της διαδικασίας εκτίμησης. Συνήθως παρατηρείται σύγκλιση σε μία τιμή για τις παραμέτρους μετά από σχετικά μικρό αριθμό επαναλήψεων.

Ο διαγνωστικός έλεγχος του υποδείγματος πραγματοποιείται για τον έλεγχο της καταλληλότητας του υποδείγματος. Για να ελεγχθεί η καταλληλότητα του υποδείγματος κατασκευάζεται το διάγραμμα των αυτοσυσχετίσεων των καταλοίπων (residuals) της χρονοσειράς. Εάν οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης δεν είναι στατιστικά σημαντικοί (βρίσκονται μέσα στα όρια) τότε το υπόδειγμα κρίνεται επαρκές.

4. ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΤΑΓΡΑΦΩΝ ΔΥΝΑΜΗΣ ΚΟΠΗΣ

4.1. Γενικά

Όπως προαναφέρθηκε, σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η συσχέτιση χαρακτηριστικών της δύναμης κοπής των πετρωμάτων με τα μηχανικά τους χαρακτηριστικά (αντοχή σε μονοαξονική θλίψη, αντοχή σε εφελκυσμό, ψαθυρότητα). Η υλοποίηση της περιλαμβάνει στατιστική επεξεργασία των υπαρχόντων δεδομένων, κυρίως μέσω του λογισμικού *Matlab*. Μέσω διαφόρων διαγραμμάτων δύναται να γίνει σύγκριση μεταξύ των διαφόρων τύπων πετρωμάτων και να εξαχθούν συμπεράσματα σχετικά με τη συμπεριφορά των πετρωμάτων κατά την κοπή.

Οι εργαστηριακές καταγραφές των δυνάμεων κοπής πετρωμάτων προέρχονται από τις ακόλουθες διπλωματικές εργασίες που έχουν εκπονηθεί στο Εργαστήριο Εξόρυξης Πετρωμάτων του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου:

- Αναγνώστου (2006). Προσδιορισμός του δείκτη ειδικής ενέργειας εκσκαφής ίζηματογενών πετρωμάτων.
- Δεμένεγας (2006). Εργαστηριακός προσδιορισμός της ειδικής ενέργειας εκσκαφής ασβεστολίθου της Αττικής.
- Κουλλαπής και Χρυσοστόμου (2007). Εκτίμηση της δύναμης κοπής ασβεστολίθου από τις μηχανικές ιδιότητές του.
- Κραββαρίτης (2009). Εργαστηριακός προσδιορισμός της ειδικής ενέργειας κοπής ασβεστολίθου στο λατομείο Κεραμίδας της ΧΑΛΥΨ Α.Ε.
- Πατσίδης (2009). Εργαστηριακός προσδιορισμός της ειδικής ενέργειας κοπής λατερίτη και ασβεστολίθου από το μεταλλείο Αγ.Ιωάννη της ΛΑΡΚΟ Α.Ε.
- Λάζαρος (2011). Εργαστηριακή διερεύνηση της εξόρυξης ασβεστολίθου περιοχής Πρεβέζης με μηχανικά μέσα.
- Βασιλόπουλος (2011). Εργαστηριακή διερεύνηση της εξόρυξης ασβεστολίθου περιοχής Τρίπολης με μηχανικά μέσα.
- Κουτρομάνος (2012). Εργαστηριακή διερεύνηση της εξόρυξης ασβεστολίθου περιοχής Καρδίτσας με μηχανικά μέσα.

- Πατσίδης (2012). Εργαστηριακή διερεύνηση της εξόρυξης ορθογνεύσιου Ικαρίας με μηχανικά μέσα.

Οι κοπές των παραπάνω πραγματοποιήθηκαν αντίστοιχα στα ακόλουθα πετρώματα:

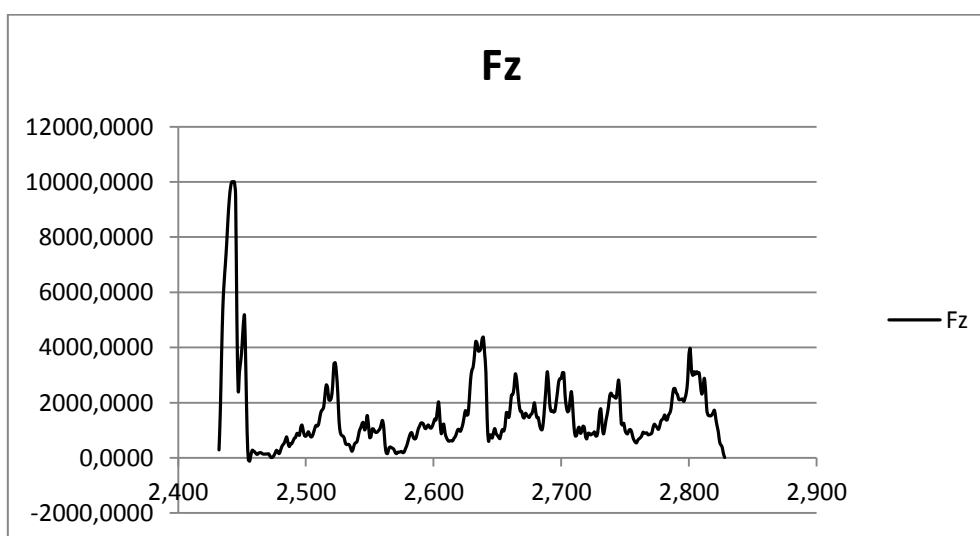
- Λευκότεφρος ασβεστόλιθος ζαχαρώδους υφής του Τριαδικού από τον ορεινό όγκο Λέμφι της Ελευσίνας (TITAN) (asv1)
- Ψαμμίτης με ενστρώσεις ασβεστιτικού υλικού, από τους παχυστρωματώδεις ψαμμίτες της ζώνης του φλύσχη της Πίνδου (psam)
- Συμπαγής ψαμμούχος στρωματώδης ιλυόλιθος σε επαφή με ψαμμούχο ασβεστόλιθο με ασβεστιτικές ενστρώσεις, από την ενότητα του πινδικού φλύσχη (ilio)
- Ερυθρότεφρος ασβεστόλιθος του ανώτερου Τριαδικού από τον ορεινό όγκο Λέμφι της Ελευσίνας (TITAN) (asv2)
- Ασβεστόλιθος Άνω Κρητιδικού - Μεταλλείο Αγ. Ιωάννη ΛΑΡΚΟ ΑΕ (asv3)
- Σιδηρονικελιούχος Λατερίτης - Μεταλλείο Αγ. Ιωάννη ΛΑΡΚΟ ΑΕ (lat)
- Ασβεστόλιθος - Λατομείο Μάνδρας ΧΑΛΥΨ (asv4)
- Νηρητικός ασβεστόλιθος Παλαιόκαινου - Λατομείο Καγιάννη Τρίπολη (asv5)
- Ασβεστόλιθος Ιουρασικού - Λατομεία Πρεβέζης (asv6)
- Ασβεστόλιθος κρυσταλλικός - Λατομείο Βούλας Τρίκαλα (asv7)
- Σχιστώδης Ορθογνεύσιος Δυτικής Ικαρίας (s-orth)
- Οφθαλμώδης Ορθογνεύσιος Δυτικής Ικαρίας (o-orth)



Εικόνα 7. Εργαστηριακή διάταξη κοπής πετρωμάτων

Η διάρκεια κοπής των παραπάνω δοκιμίων πετρώματος διάρκησε από 3 έως 5 δευτερόλεπτα, με συχνότητα 1000Hz. Συνεπώς προκύπτουν 3000-5000 τιμές της δύναμης κοπής για κάθε κοπή από τις **συνολικά 225**. Από τις τιμές αυτές απομονώθηκαν οι τιμές της καθαρής δύναμης κοπής (περίπου 500 τιμές/κοπή), οι οποίες είναι και αυτές που παρουσιάζουν ενδιαφέρον και μελετήθηκαν.

Αξίζει να σημειωθεί ότι αφαιρούνται όλες οι καταγραφές από το τμήμα της δύναμης κοπής που αφορά σε μεταβατικά φαινόμενα, δηλαδή τιμές που εμφανίζουν απότομη δυναμική μεταβολή στο διάγραμμα δύναμης(F_z)-χρόνου(t), όπως φαίνεται στο Διάγραμμα 9 περίπου στα 2,43ms.



Διάγραμμα 9. Παράδειγμα απότομης μεταβολής κατά την διάρκεια κοπής στα 2,43 ms

4.2. Στατιστική Επεξεργασία Δεδομένων

4.2.1. Διαγράμματα της Δύναμης Κοπής

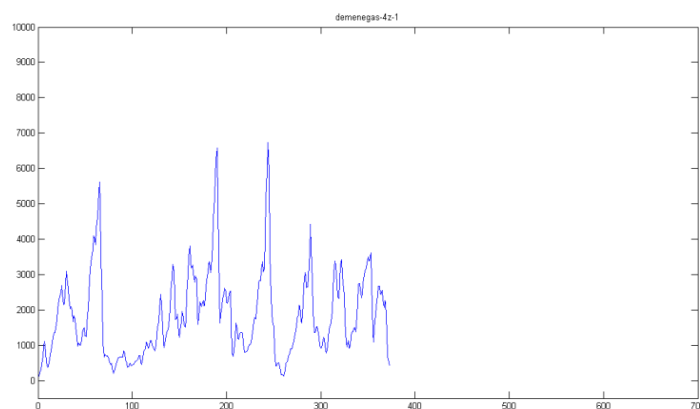
Μια πρώτη εικόνα για την δύναμη κοπής παρέχεται από τα διαγράμματα δύναμης-χρόνου. Πολύ σημαντικό σε αυτήν την περίπτωση είναι οι άξονες x και y να είναι ίδιοι για όλα τα δοκίμια έτσι ώστε να μπορεί να γίνει άμεσα σύγκριση μεταξύ τους. Έτσι λοιπόν τα όρια των αξόνων στα διαγράμματα είναι :

$$x : 0 - 700 \text{ ms}$$

$$y : -500 - 10000 \text{ N}$$

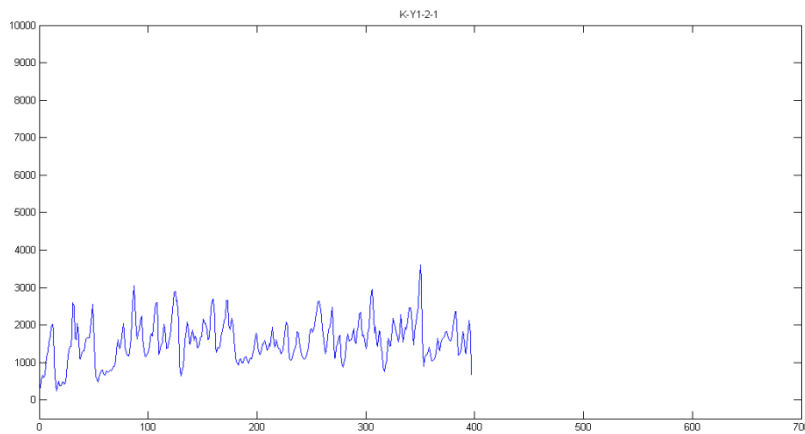
Τα 700ms είναι το μεγαλύτερο διάστημα που χρειάστηκε για να ολοκληρωθεί η κοπή, ενώ το 10000N είναι η μέγιστη τιμή, που μπορεί να μετρηθεί από το δυναμόμετρο. Οι ενδείξεις σταματούν στην τιμή 9999N.

Ένα σημαντικό στοιχείο που προκύπτει από τα διαγράμματα αυτά είναι η αναγνώριση ψαθυρής συμπεριφοράς του πετρώματος. Στις περιπτώσεις που εμφανίζεται διακύμανση χαμηλής συχνότητας, με σημαντικό εύρος τιμών της δύναμης κοπής, όπως φαίνεται στο Διάγραμμα 10, το πέτρωμα χαρακτηρίζεται ως ψαθυρό.



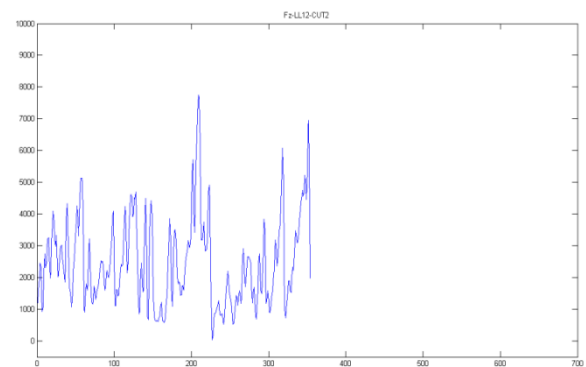
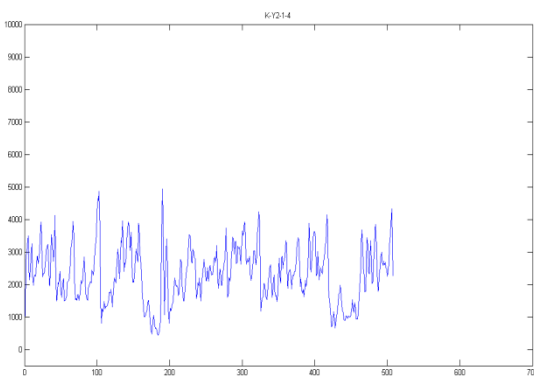
Διάγραμμα 9. Δύναμη κοπής Ασβεστολίθου (N) συναρτήσει του χρόνου (ms)
(Χαμηλή Διακύμανση – Μεγάλο Εύρος)

Στις περιπτώσεις όπου η διακύμανση των τιμών είναι πιο έντονη, με μεγαλύτερη συχνότητα, και σε μικρότερο εύρος τιμών, όπως φαίνεται στο Διάγραμμα 11, η συμπεριφορά είναι μη ψαθυρή - πλαστική.



Διάγραμμα 10. Δύναμη κοπής Λευκότεφρου Ασβεστολίθου (N)
(Υψηλή Διακύμανση – Μικρό Εύρος)

Υπάρχουν και περιπτώσεις που συναντάται μεγάλο εύρος τιμών σε πλαστικά πετρώματα, όπως φαίνεται στα Διαγράμματα 12 και 13.



Διαγράμματα 11. Δύναμη κοπής Ψαμμίτη - Διάγραμμα 12. Δύναμη κοπής Λατερίτη
(Υψηλή Διακύμανση – Μεγάλο Εύρος)

Συγκρίνοντας τις 2 περιπτώσεις ψαθυρότητας, παρατηρείται ότι τα ψαθυρά πετρώματα έχουν πιο διακριτούς κύκλους φόρτισης και μεγαλύτερο εύρος τιμών.

4.2.2. Περιγραφικά στατιστικά μεγέθη της δύναμης κοπής

Ενας απλός τρόπος εκτίμησης της συμπεριφοράς των τιμών της δύναμης κοπής F_z είναι ο υπολογισμός βασικών περιγραφικών στατιστικών μεγεθών της δύναμης όπως:

- Μέγιστη τιμή
- Μέσος όρος
- Ελάχιστη τιμή
- Εύρος – η διαφορά της ελάχιστης από την μέγιστη τιμή
- Τυπική απόκλιση
- Συντελεστής μεταβλητότητας – το πηλίκο της τυπικής απόκλισης προς τον μέσο όρο
- Αριθμός μετρήσεων – το πλήθος των τιμών της δύναμης κοπής για κάθε δοκίμιο

Παρακάτω παρατίθενται περιπτώσεις πετρωμάτων που παρουσιάζουν μεταξύ τους μεγάλες διαφορές στη μέγιστη τιμή, το εύρος και τη μεταβλητότητα.

K-Y3-3-2	
Μέγιστη τιμή (N)	8515
Μέσος όρος (N)	1990
Ελάχιστη τιμή (N)	139
Εύρος (N)	8376
Τυπική απόκλιση	994
Συντ.μεταβλητότητας	0,50
Αριθμός μετρήσεων	356

Πίνακας 1. Περιγραφικά Στατιστικά Μεγέθη της Δύναμης κοπής του Ιλλουλίθου

LA12-CUT4	
Μέγιστη τιμή (N)	4476
Μέσος όρος (N)	1093
Ελάχιστη τιμή (N)	121
Εύρος (N)	4355
Τυπική απόκλιση	857
Συντ.μεταβλητότητας	0,78
Αριθμός μετρήσεων	219

Πίνακας 2. Περιγραφικά Στατιστικά Μεγέθη της Δύναμης κοπής του Ασβεστολίθου

Τα ψαθυρά υλικά εμφανίζουν μεγαλύτερο εύρος τιμών, μεγαλύτερες μέγιστες τιμές και συνήθως μεγαλύτερο συντελεστή μεταβλητότητας.

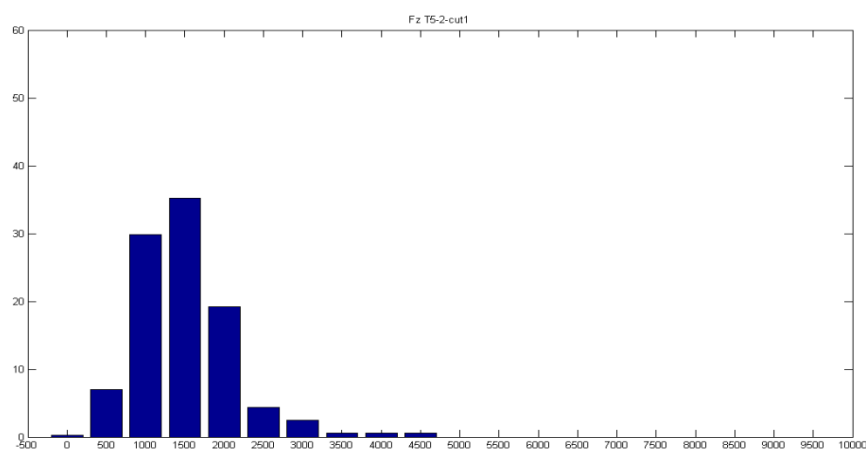
4.2.3. Ιστογράμματα Δύναμης Κοπής

Ενας άλλος τρόπος παρουσίασης των δεδομένων είναι το ιστόγραμμα, με το οποίο προσδιορίζεται πλήρως η κατανομή της δύναμης μέσα στον χρόνο κοπής.

Το ιστόγραμμα είναι γραφική απεικόνιση στατιστικών συχνοτήτων περιοχών τιμών ενός μεγέθους. Σχηματίζεται από παρακείμενα ορθογώνια. Η επιφάνεια κάθε ορθογωνίου είναι μέτρο της συχνότητας εμφάνισης της συγκεκριμένης περιοχής τιμών ενώ το ύψος του ισούται με το λόγο της συχνότητας προς το εύρος των τιμών που αντιπροσωπεύει το ορθογώνιο. Πρόκειται για τη συνηθέστερη επιλογή γραφικής παράστασης συνεχών μεταβλητών. Στα συνεχή δεδομένα, οι τιμές της μεταβλητής ομαδοποιούνται και οι ομάδες διατάσσονται στον οριζόντιο άξονα κατ' αύξουσα σειρά. Στη συνέχεια από κάθε ομάδα υψώνονται ορθογώνια το ύψος των οποίων αντιστοιχεί στη συχνότητα κάθε ομάδας.

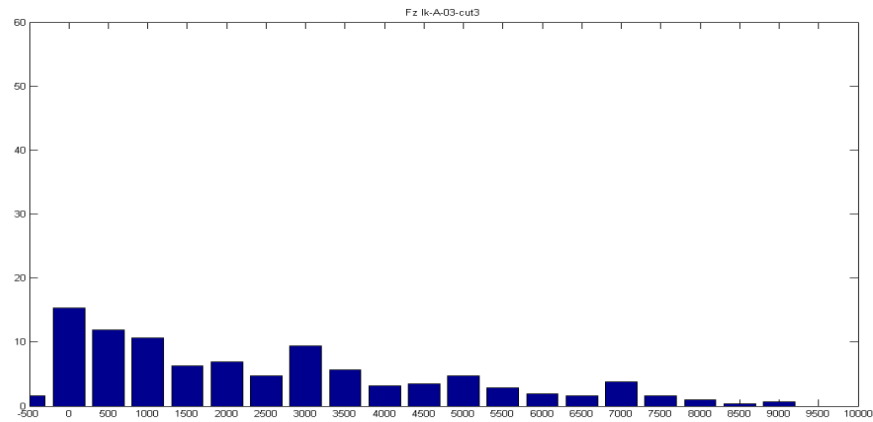
Και σε αυτήν την περίπτωση, οι άξονες θα πρέπει να είναι ομοιόμορφοι για ευκολότερη σύγκριση. Το εύρος στον άξονα των x είναι $-500 - 10000\text{N}$, ενώ στον y άξονα είναι από 0 έως 60% . Επίσης όλα τα ιστογράμματα είναι χωρισμένα σε 21 κλάσεις, δηλαδή κάθε ιστός του ιστογράμματος έχει εύρος 500N , για την καλύτερη αποτύπωση της κατανομής.

Η κατανομή στην πλειονότητα των περιπτώσεων ακολουθεί μορφή όμοια της λογαριθμικής κατανομής, με αρχική έντονη αύξηση και στη συνέχεια σταδιακή μείωση, όπως φαίνεται στο Διάγραμμα 14.



Διάγραμμα 13. Ιστόγραμμα κατανομής της δύναμης κοπής του Ασβεστολίθου

Σε σε άλλες περιπτώσεις υπάρχει πιο ομαλή κατανομή των δυνάμεων, όπως φαίνεται στο Διάγραμμα 15.

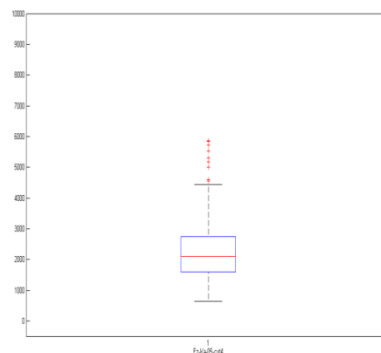


Διάγραμμα 14. Ομαλή κατανομή της δύναμης κοπής Σχιστώδη Ορθογενείου

4.2.4. Boxplots της Δύναμης Κοπής

Μια άλλη μέθοδος που χρησιμοποιείται για την απεικόνιση της κατανομής των τιμών ενός μεγέθους είναι το boxplot.

Το boxplot είναι ένας γρήγορος τρόπος εξέτασης ενός ή περισσότερων συνόλων δεδομένων γραφικά. Το boxplot είναι πιο περιληπτικό από ένα ιστόγραμμα αλλά έχει κάποια πλεονεκτήματα. Καταλαμβάνει λιγότερο χώρο και είναι συνεπώς ιδιαίτερα χρήσιμο για τη σύγκριση μεταξύ των κατανομών διαφόρων ομάδων ή συνόλων δεδομένων. Στο Διάγραμμα 16 φαίνεται ένα τυπικό boxplot.

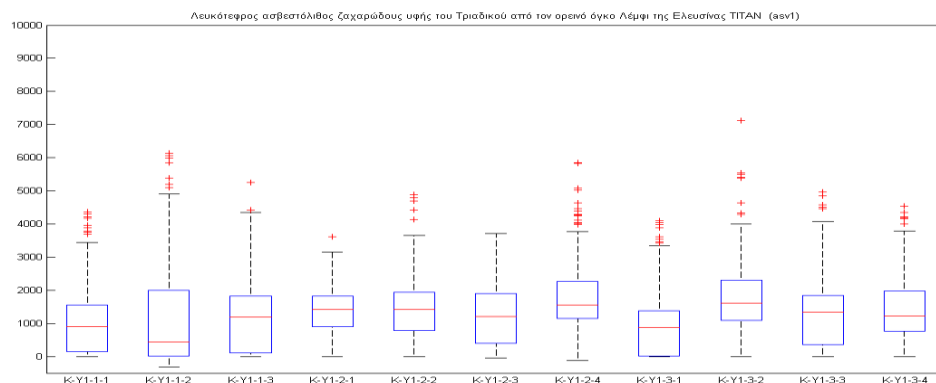


Διάγραμμα 15. Boxplot Ασβεστολίθου Καρδίτσας

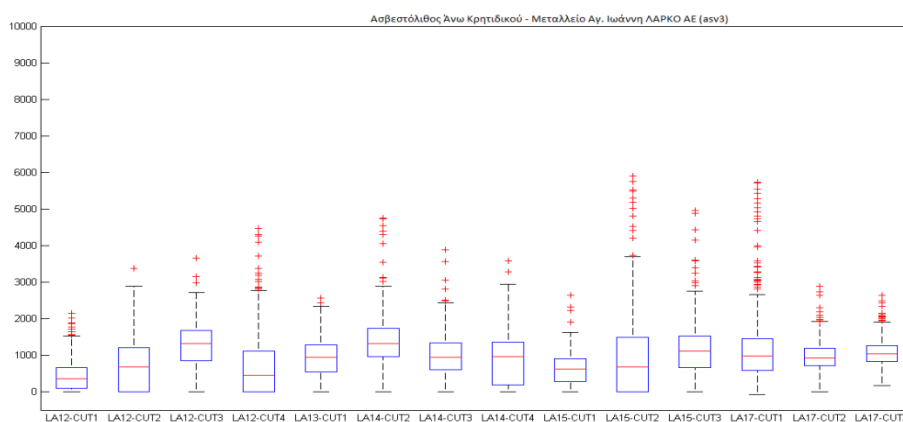
Οι τιμές που βρίσκονται εντός του κεντρικού τετραγώνου (κουτί - box) περιλαμβάνουν το 50% των τιμών, από το 25% έως το 75%. Η οριζόντια γραμμή μέσα σε αυτό υποδεικνύει τον μέσο όρο των τιμών. Η διακεκομμένη γραμμή κάτω από το κουτί μέχρι την οριζόντια γραμμή που την διακόπτει περιέχει τις τιμές από το 0% - 25%, ενώ αντίστοιχα η άνω διακεκομμένη γραμμή περιέχει τις τιμές 75-100%. Οι τιμές που υπάρχουν εκτός των ορίων αυτών χαρακτηρίζονται σαν outliers, δηλαδή μεμονωμένες τιμές που δεν μπορούν να ενταχθούν στην κατανομή.

Και σε αυτήν την περίπτωση τηρείται η ομοιομορφία των αξόνων, με τα όρια στον άξονα των y να είναι -500 – 10000.

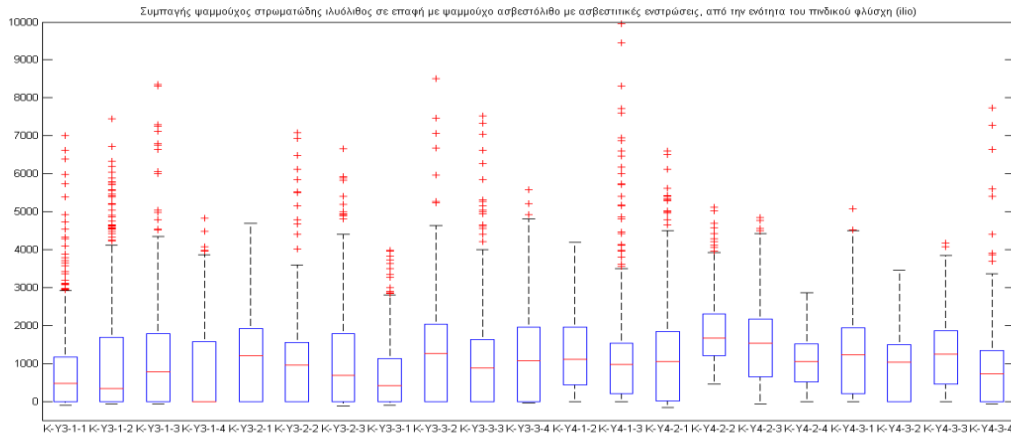
Για καλύτερη απεικόνιση και πιο άμεση σύγκριση των κατανομών κατασκευάστηκαν σύνθετα boxplots, που περιέχουν διαγράμματα πολλών κοπών. Έτσι ανάλογα με τον τύπο πετρώματος προκύπτουν τα παρακάτω boxplots.



Διάγραμμα 16. Boxplots της δύναμης κοπής Λευκίτεφρου Ασβεστολίθου (asv1)



Διάγραμμα 17. Boxplots της δύναμης κοπής Ασβεστολίθου Αγ.Ιωάννη (asv3)



Διάγραμμα 18. Boxplots της δύναμης κοπής Ιλιολίθου (ilio)

4.2.5. Προσαρμογή Κατανομής Weibull

Η κατανομή Weibull ορίζεται από δύο παραμέτρους και είναι ιδιαίτερα ευέλικτη για την προσαρμογή στις καταγραφές της δύναμης κοπής. Η παράμετρος a αναφέρεται στην κλίμακα της καμπύλης (scale), ενώ η παράμετρος b στην μορφή της (shape).

Τα a και b έχουν όμοια λειτουργία με τον μέσο όρο και την τυπική απόκλιση στην κανονική κατανομή αντίστοιχα. Όσο αυξάνει το a , τόσο ψηλότερη γίνεται η καμπύλη. Όταν το b αυξάνει τότε η καμπύλη γίνεται στενότερη.

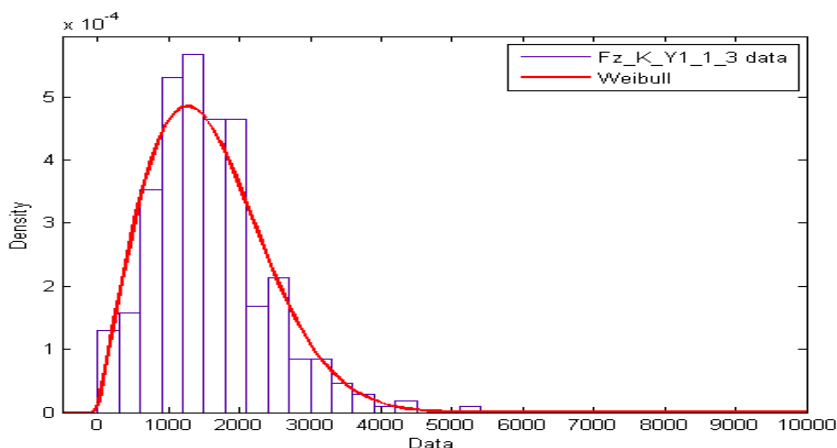
Η συνάρτηση της κατανομής είναι :

$$F(x) = 1 - e^{(-x/a)^b}$$

Στην περίπτωση που η κατανομή περιέχει αρνητικές τιμές, η κατανομή Weibull δεν βρίσκει εφαρμογή, διότι το πεδίο τιμών της είναι οι θετικοί πραγματικοί αριθμοί.

K-Y1-1-1	1511	1,5
K-Y1-1-2	-	-
K-Y1-1-3	1776	2
K-Y1-2-1	1759	3,1
K-Y1-2-2	1756	2,1
K-Y1-2-3	-	-

Πίνακας 3. Παράμετροι της κατανομής Weibull Λευκότεφρου Ασβεστολίθου



Διάγραμμα 19. Κατανομή Weibull Λευκότεφρου Ασβεστολίθου (οριζόντιος άξονας σε N)

4.3. Κανονικοποίηση Καταγραφών και Υπολοιπόμενες Τιμές (Residuals)

Εν συνεχεία, εξετάστηκε η αυτοσυσχέτιση (autocorrelationfunction – ACF) των τιμών της δύναμης κοπής. Ωστόσο τα αποτελέσματα από τις καταγραφές καθεαυτές δεν ήταν ικανοποιητικές για την εξαγωγή ασφαλούς συμπεράσματος. Για αυτό το λόγο οι καταγραφές της δύναμης κοπής κανονικοποιήθηκαν με αφαίρεση της μέσης τιμής και διαίρεση με την τυπική απόκλιση τους και χρησιμοποιήθηκαν στην ανάλυση οι προκύπτουσες υπολοιπόμενες κανονικοποιημένες τιμές (Normalised Residuals) :

$$r_i = (x_i - \mu) / s$$

όπου

r_i = η υπολοιπόμενη τιμή i

x_i = η τιμή i της δύναμης κοπής

$\mu = 0$ μέσος όρος των τιμών της δύναμης κοπής

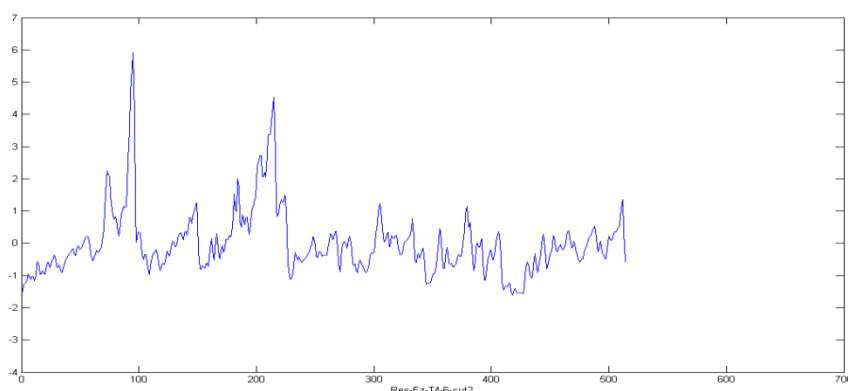
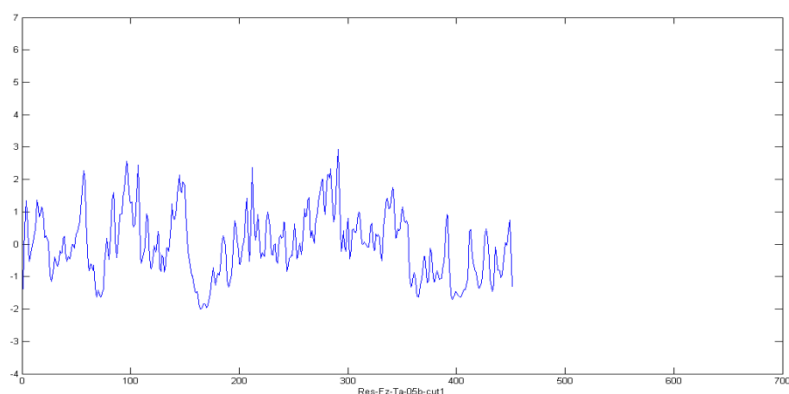
$s = \eta$ τυπική απόκλιση των τιμών της δύναμης κοπής

Αλλιώς

$$r = [Fz - \text{avg}(Fz)] / \text{std}(Fz)$$

Από τις υπολοιπούμενες τιμές προκύπτουν τα αντίστοιχα κανονικοποιημένα διαγράμματα της Fz . Οι άξονες θα πρέπει να είναι ομοιόμορφοι. Έτσι στον άξονα των x τα όρια είναι 0-700ms, ενώ στον y από -4 έως 7.

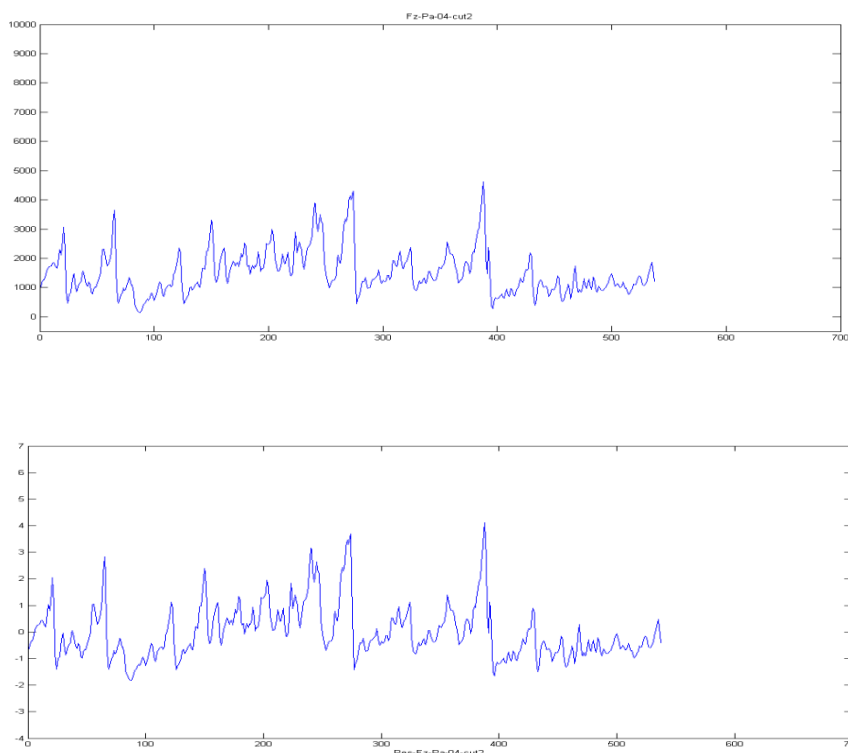
Όπως φαίνεται και στα παραδείγματα, οι διακυμάνσεις των δυνάμεων διαφέρουν, ακόμη και σε όμοια πετρώματα.



Διαγράμματα 20 , 21. Κανονικοποιημένα Διαγράμματα Δύναμης Κοπής συναρτήσει του χρόνου (ms)

α) Ασβεστολίθου Τρίπολης (πάνω) – β) Λευκότεφρου Ασβεστολίθου (κάτω)

Ακόμη θα πρέπει να σημειωθεί ότι ουσιαστικά η καμπύλη Δύναμης-Χρόνου έχει την ίδια μορφή στην περίπτωση των υπολοιπόμενων τιμών με αυτήν της αρχικής καταγραφής. Αυτό που αλλάζει είναι το μέγεθος και το εύρος του κατακόρυφου άξονα, κάτι που όπως αναφέρθηκε γίνεται για να επιτευχθεί άμεση σύγκριση των τιμών.



Διαγράμματα 22, 23. Ασβεστόλιθος Πρεβέζης.

Διάγραμμα F_z (N) (πάνω) – Διάγραμμα με υπολοιπόμενες τιμές της F_z (κάτω)

Γενικά, κατά την προσαρμογή των τάσεων σε δεδομένα, λαμβάνεται η απόφαση να χωριστεί η συνολική μεταβλητότητα των στοιχείων, που εκφράζονται ως διακύμανση, σε δύο μέρη: το ένα μέρος εξηγείται από την τάση, ενώ το άλλο μέρος αντικατοπτρίζεται στην διακύμανση της τάσης (Baecher and Christian 2003).

Με δεδομένη τη διαδικασία με την οποία έχει γίνει η προσαρμογή της τάσης, οι υπολοιπόμενες τιμές εξ ορισμού έχουν μηδενική μέση τιμή. Η υπόθεση που έγινε στην προσαρμογή αυτή είναι ότι οι αποκλίσεις των υπολοιπόμενων τιμών είναι εξίσου σημαντικές, χωρίς να έχει σημασία πότε συμβαίνουν. Πίσω από το στατιστικό μοντέλο για τον υπολογισμό των αβεβαιοτήτων στις παραμέτρους της τάσης, υπάρχει μια παρόμοια αλλά ισχυρότερη παραδοχή, ότι η διακύμανση των υπολοιπόμενων

τιμών είναι πιθανοτικά η ίδια, χωρίς να έχει σημασία η θέση τους στο χρόνο. Αυτό ονομάζεται ομοσκεδαστικότητα. Μια δεύτερη παραδοχή που έγινε στην προσαρμογή της τάσης, είναι ότι η διακύμανση των υπολοιπόμενων τιμών είναι ανεξάρτητη μεταξύ τους. Αυτό σημαίνει ότι η θέση των residuals δεν παρέχει καμία πληροφορία σχετικά με τη διακύμανση υπολοιπόμενων τιμών σε άλλες περιοχές, όπως για παράδειγμα, αυτά που είναι κοντά.

Η δομή που απομένει αφού αφαιρεθεί η τάση, συνήθως εκδηλώνεται σε συσχετίσεις μεταξύ των residuals. Δηλαδή, τα residuals εκτός της τάσης, δεν είναι στατιστικά ανεξάρτητα το ένα από το άλλο. Θετικά residuals τείνουν να συσσωματώνονται μαζί, όπως επίσης κάνουν και τα αρνητικά. Γνωρίζοντας ότι μια παρατήρηση στο σημείο x_i είναι πάνω από την τάση υποδηλώνει ότι η παρατήρηση σε ένα κοντινό σημείο x_j , με πιθανότητα μεγαλύτερη από 0,5 επίσης, να είναι πάνω από την τάση στην αντίστοιχη θέση. Το ίδιο ισχύει και αντιστρόφως, για μια παρατήρηση σε x_i που θα είναι κάτω από την τάση.

4.4. Αυτοσυσχέτιση (Autocorrelation – ACF)

Η εναπομείνουσα δομή της διακύμανσης των υπολοιπόμενων τιμών μπορεί να περιγραφεί με την αυτοσυσχέτιση, διότι αναφέρεται σε συσχετίσεις των τιμών της ίδιας μεταβλητής μεταξύ τους. Αυτός ο βαθμός της σύνδεσης μπορεί να μετρηθεί με ένα συντελεστή συσχέτισης, που λαμβάνεται ως συνάρτηση της απόστασης μεταξύ των τιμών (Baecher and Christian 2003).

Συσχέτιση είναι η ιδιότητα στην οποία, ορισμένες μεταβλητές σχετίζονται μεταξύ τους με οποιοδήποτε τρόπο (γραμμικά, εκθετικά κλπ). Η ισχύς αυτής της ένωσης μετράται με έναν συντελεστή συσχέτισης που κυμαίνεται μεταξύ -1 και 1.

Θεωρώντας ως συνάρτηση αυτοσυνδιακύμανσης (ACVF) :

$$\gamma_{\chi}(h) = \text{Cov}(X_{t+h}, X_t)$$

Τότε η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης ορίζεται ως :

$$\rho_{\chi}(h) = \gamma_{\chi}(h) / \gamma_{\chi}(0) = \text{Cor}(X_{t+h}, X_t)$$

Παραδείγματα αυτοσυσχέτισης είναι :

- IID Θόρυβος : $\gamma_{\chi}(t+h,t) = \sigma^2$, αν $h=0$

$$\gamma_h(t+h,t) = 0, \text{ αν } h \neq 0$$

- Λευκός θόρυβος : παρόμοιο μοντέλο με τον IID Θόρυβο
- Τυχαίος περίπατος : $\gamma_h(t+h,t) = t \cdot \sigma^2$

Όπως προαναφέρθηκε η αυτοσυσχέτιση δείχνει ουσιαστικά το κατά πόσο επηρεάζει μια τιμή τις επόμενες, κατά τη μεταβολή του χρόνου. Στην συγκεκριμένη περίπτωση ερευνάται το αν οι αρχικές δυνάμεις κοπής που αναπτύσσονται αλληλοσχετίζονται με τις επόμενες.

Η μαθηματική έκφραση υπολογισμού της ACF δίνεται από την σχέση

$$ACF = \frac{\sum_t (y_{t+1} - \hat{y}) \cdot (y_t - \hat{y})}{\sum_t (y_t - \hat{y})^2}$$

Το μέγεθος t αναφέρεται στην **υστέρηση (lag)**, και καθορίζει τον αριθμό των επαναλήψεων υπολογισμού της αυτοσυσχέτισης. Για παράδειγμα, σε μια ανάλυση που γίνεται μέχρι lag 4 θα ληφθούν οι εξής τιμές :

$$\text{Lag0} : \frac{\sum_t (y_1 - \hat{y}) \cdot (y_1 - \hat{y})}{\sum_t (y_1 - \hat{y})^2} = 1$$

$$\text{Lag1} : \frac{\sum_t (y_2 - \hat{y}) \cdot (y_1 - \hat{y})}{\sum_t (y_1 - \hat{y})^2}$$

$$\text{Lag2} : \frac{\sum_t (y_3 - \hat{y}) \cdot (y_1 - \hat{y})}{\sum_t (y_1 - \hat{y})^2}$$

$$\text{Lag3} : \frac{\sum_t (y_4 - \hat{y}) \cdot (y_1 - \hat{y})}{\sum_t (y_1 - \hat{y})^2}$$

$$\text{Lag4} : \frac{\sum_t (y_5 - \hat{y}) \cdot (y_1 - \hat{y})}{\sum_t (y_1 - \hat{y})^2}$$

Εκτός από την ACF, παρόμοια ανάλυση μπορεί να γίνει και με την PACF (Partial Autocorrelation Function), η οποία κάνει μερική αυτοσυσχέτιση των τιμών, επιλέγοντας ουσιαστικά να ασχοληθεί μόνο με τις κοντινές τιμές της κάθε τιμής και να εξάγει αποτέλεσμα.

Για την επιλογή του κατάλληλου lag, αυτό που ενδιαφέρει είναι η καθαρή αποτύπωση της περιοδικότητας των τιμών. Γι αυτό το λόγο δοκιμάστηκαν καμπύλες αυτοσυσχέτισης της δύναμης κοπής με lags :

20 - 40 - 50 - 80 - 100 – 120

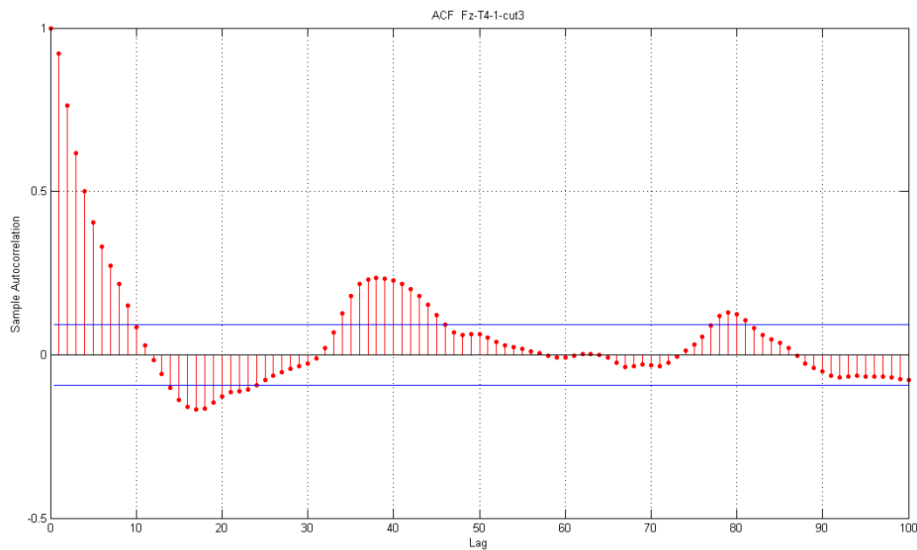
Τελικά επιλέχθηκε lag 100, καθώς πέραν της εμφανούς περιοδικότητας που περιέχει, συγκεντρώνει μεγάλο ποσοστό μετρήσεων εντός των ορίων (bounds). Το όριο αυτό προσδιορίζεται από από τη σχέση

$$bound = 1,96 / N^{1/2}$$

όπου N είναι το πλήθος τιμών της δύναμης κοπής.

Το «bound» αποτελεί διάνυσμα δύο στοιχείων που δείχνει κατά προσέγγιση το άνω και κάτω όριο εμπιστοσύνης, αν υποθεθεί ότι η σειρά είναι μια MA(p) διαδικασία. Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης υπολογίζει όρια μόνο για υστερήσεις άνω του p. Εντός των bounds υπάρχει περίπου το 95% των στοιχείων της ACF.

Στη συγκεκριμένη περίπτωση το ποσοστό αυτό κυμαίνεται από 85-90 % και είναι αρκετά ικανοποιητικό.

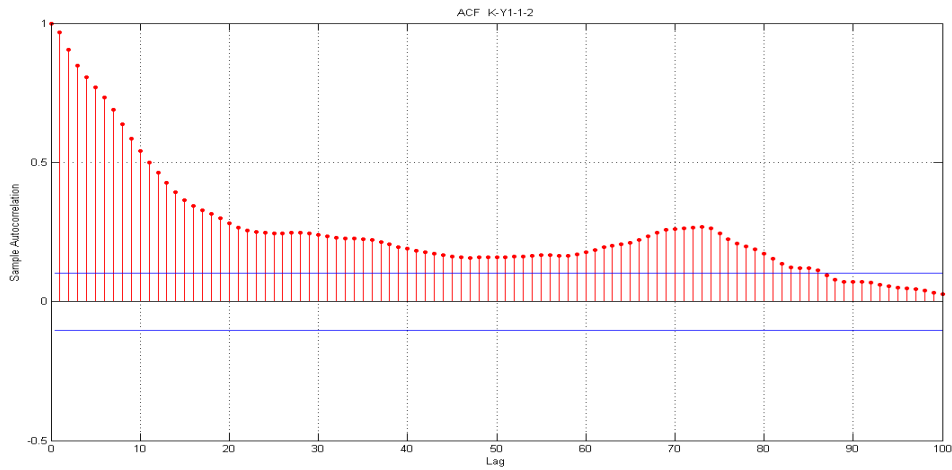


Διάγραμμα 24. ACF Λευκότεφρου Ασβεστολίθου με lag 100

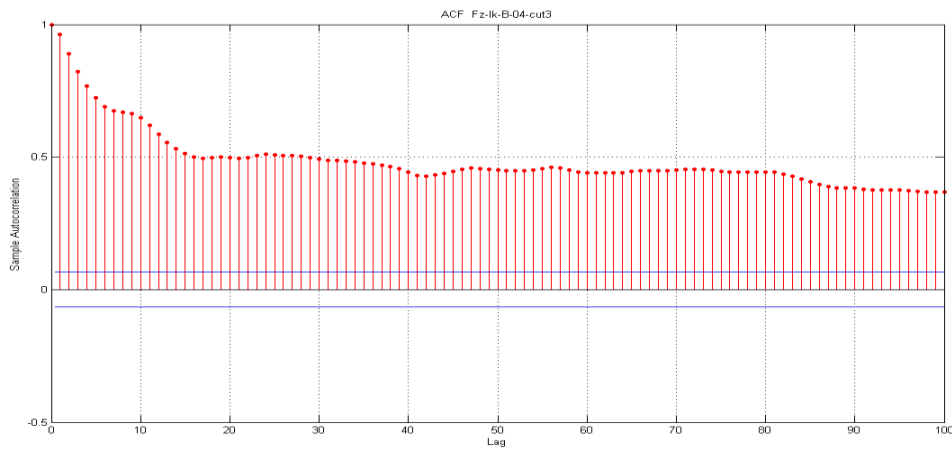
Στο παραπάνω παράδειγμα μπορεί εύκολα να γίνει αντιληπτή η περιοδικότητα της διακύμανσης των τιμών. Οι άξονες για όλα τα δοκίμια είναι ομοιόμορφοι με τον άξονα των x να παίρνει τιμές από 0 έως 100 και των y από -0,5 έως 1. Τα bounds είναι οι δύο οριζόντιες γραμμές γύρω από το 0.

Αξίζει να σημειωθεί ότι, όπως είναι φυσικό με βάση και τη σχέση υπολογισμού της ACF, για $\text{lag} = 0$ η $\text{ACF} = 1$. Όσον αφορά στο αρνητικό τμήμα του κατακόρυφου άξονα, η ACF μπορεί να πάρει την τιμή -1 , ωστόσο στις συγκεκριμένες περιπτώσεις δοκιμών δεν ξεπέρασε το $-0,5$.

Θα πρέπει να αναφερθεί ότι το $\text{lag}100$ παρόλο που είναι μεγάλο σαν αριθμός και επιτρέπει να γίνει αντιληπτή η περιοδικότητα, σε ορισμένες περιπτώσεις αυτό δεν πραγματοποιείται, ενώ σε άλλες δεν είναι καν προσδιορίσιμη.



Διάγραμμα 25. ACF Λευκότεφρου Ασβεστολίθου

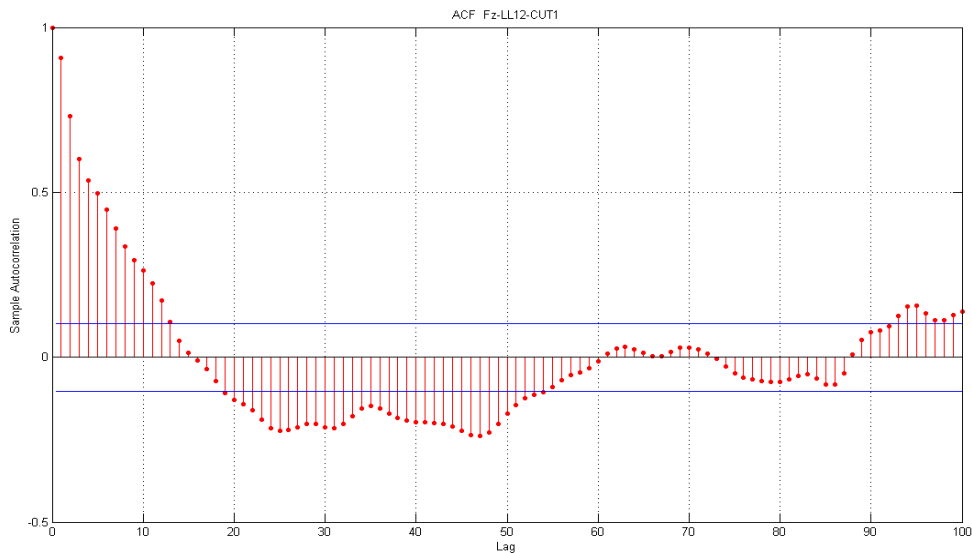


Διάγραμμα 26. ACF Ωολιθικού Ορθογενέσιου

Η μεταβλητότητα για μία τάση χαρακτηρίζεται από τη διασπορά και την αυτοσυσχέτιση. Μεγάλη διακύμανση συνεπάγεται ότι το απόλυτο μέγεθος των υπολοιπόμενων τιμών είναι μεγάλο.

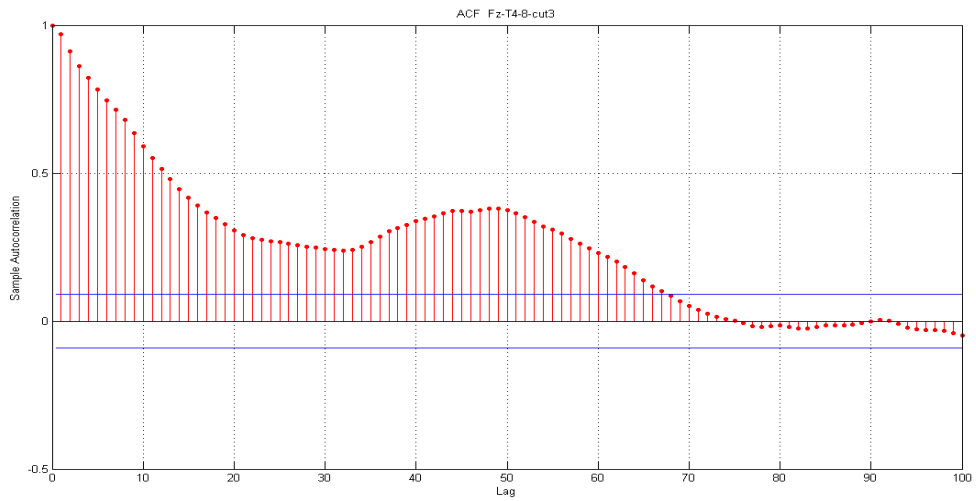
4.5. Συντελεστής Αυτοσυσχέτισης

Ο συντελεστής ρ είναι ουσιαστικά η υστέρηση που απαιτείται προκειμένου οι τιμές της ACF να βρεθούν εντός bounds. Στο παρακάτω παράδειγμα η τιμή του ρ είναι 13.

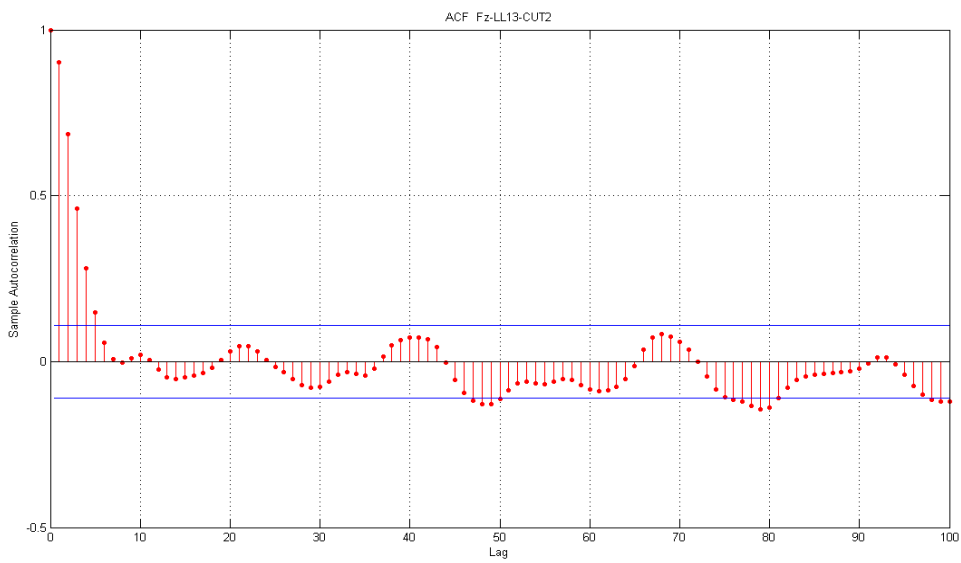


Διάγραμμα 27. ACF Λατερίτη

Παρόλο που στην πλειονότητα των περιπτώσεων το lag κυμαίνεται από 10 έως 15 υπάρχουν περιπτώσεις που παίρνει υψηλές τιμές, για παράδειγμα lag = 72 και άλλες με πολύ χαμηλές, για παράδειγμα lag = 5. Οι ελάχιστες περιπτώσεις δοκιμών στις οποίες το ρ δεν είναι ορατό, δεν λαμβάνονται υπόψη.



Διάγραμμα 28. ACF Λευκότεφρου Ασβεστολίθου

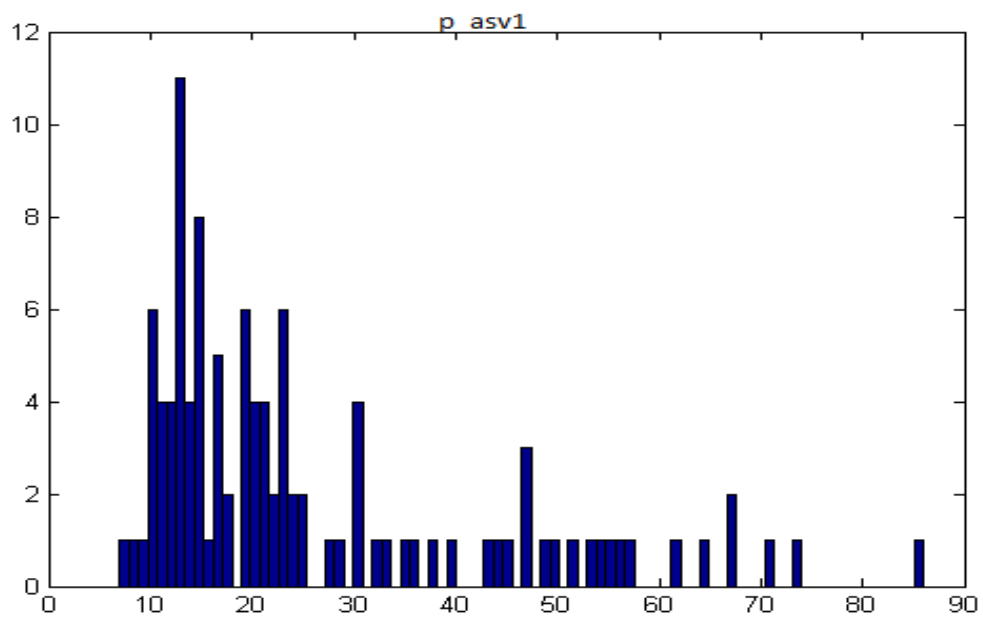


Διάγραμμα 29. ACF Λατερίτη

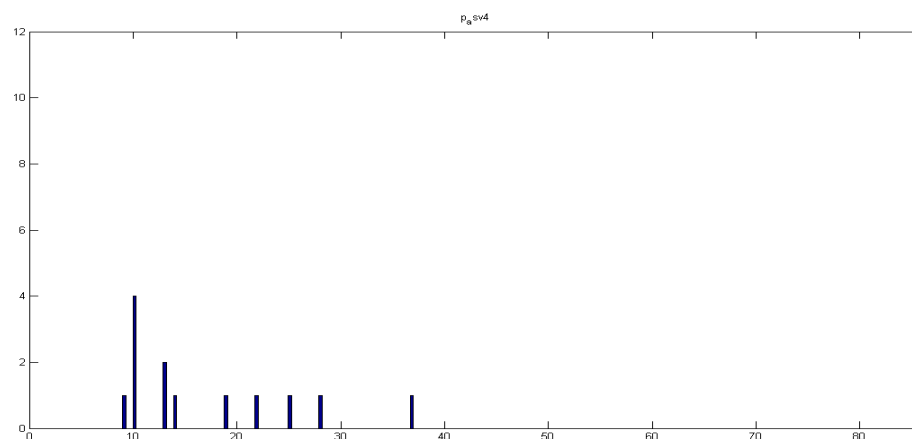
Κατανομή του συντελεστή ρ

Με βάση τα παραπάνω προκύπτουν συντελεστές ρ για κάθε είδος πετρώματος. Επειδή η ανάλυση γίνεται όμως με έναν συντελεστή, θα πρέπει μέσω της συνολικής συγκέντρωσης των τιμών του ρ να επιλεγεί μια τιμή του ρ .

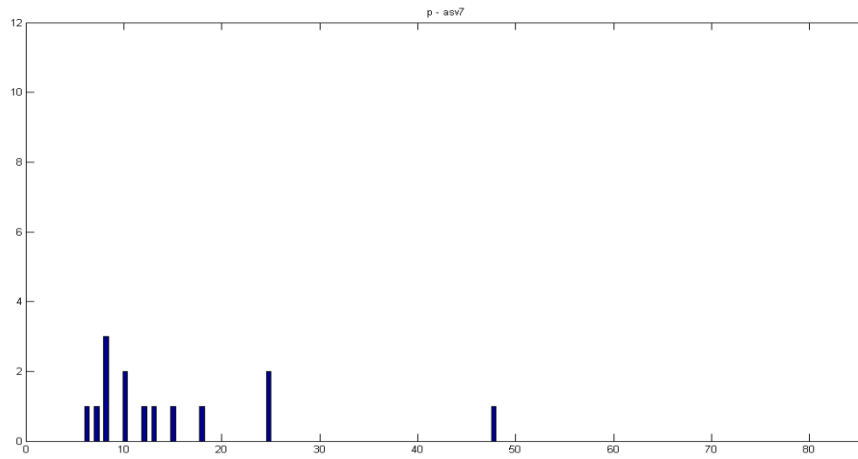
Αυτό μπορεί να επιτευχθεί μέσω ιστογραμμάτων, που δείχνουν την κατανομή του ρ για κάθε τύπο πετρώματος αλλά και συνολικά για όλες τις κοπές.



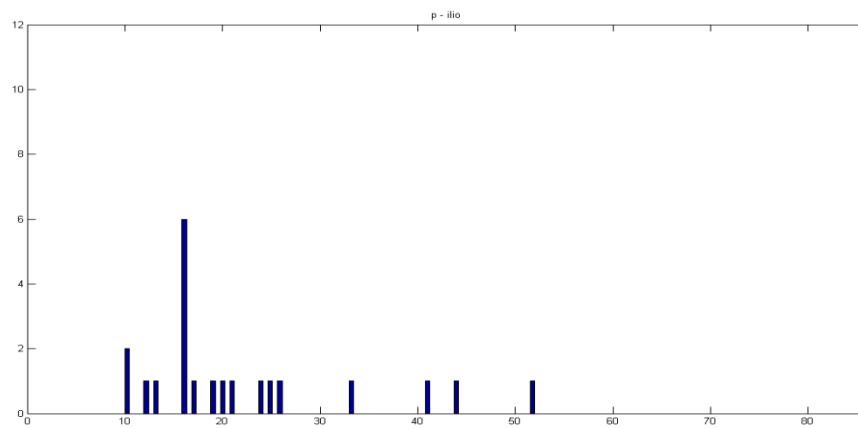
Διάγραμμα 30. Κατανομή του ρ για τον Λευκότεφο Ασβεστόλιθο (asv1)



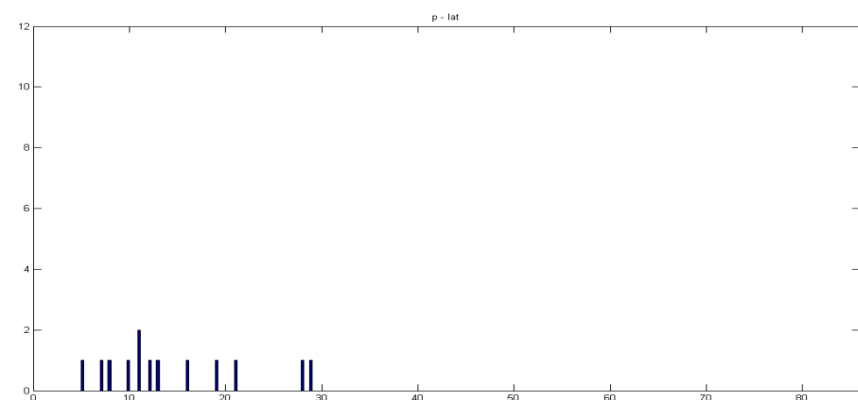
Διάγραμμα 31. Κατανομή του ρ για τον Ασβεστόλιθο Μάνδρας (asv4)



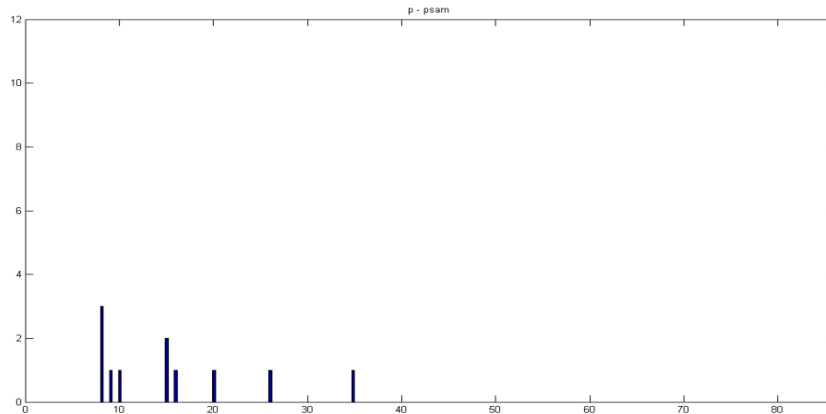
Διάγραμμα 32. Κατανομή του p για τον Ασβεστόλιθο Καρδίτσας (asv7)



Διάγραμμα 33. Κατανομή του p για τον Ιλυόλιθο (ilio)



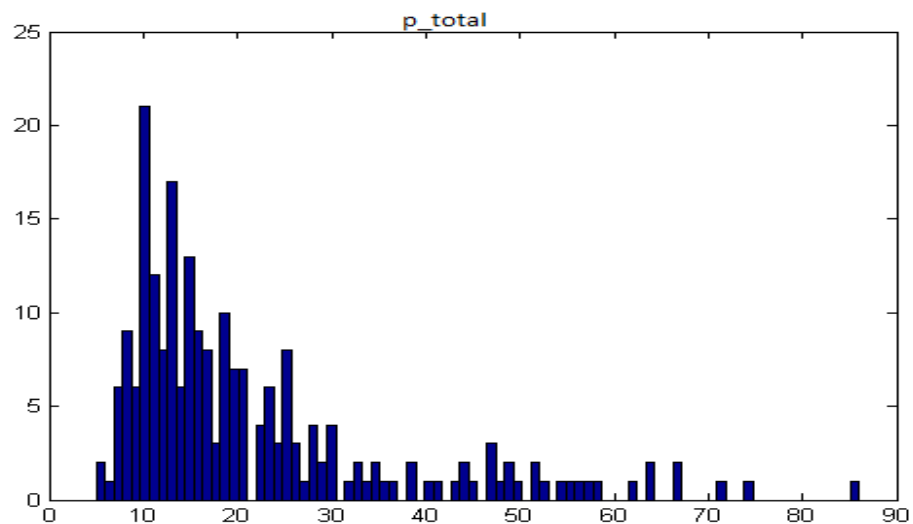
Διάγραμμα 34. Κατανομή του p για τον Λατερίτη (lat)



Διάγραμμα 35. Κατανομή του p για τον Ψαμμίτη (psam)

Παρατηρείται ότι σε όλες τις περιπτώσεις κατανομής του p ακολουθείται η λογαριθμοκανονική κατανομή. Το γεγονός αυτό ήταν αναμενόμενο, εφόσον έχει προηγηθεί στατιστική επεξεργασία, ωστόσο επιβεβαιώνει την ομοιομορφία των τιμών κοπής. Τα ιστογράμματα των υπόλοιπων πετρωμάτων περιέχουν λίγες τιμές, λαμβάνονται υπόψη μόνο στο σύνολο και παρατίθενται στο Παράρτημα.

Οι τιμές όλων των πετρωμάτων συγκεντρώνονται στο παρακάτω ιστόγραμμα από όπου και γίνεται η τελική επιλογή του συντελεστή p , με τον οποίο θα υπολογιστούν κινητοί μέσοι όροι.



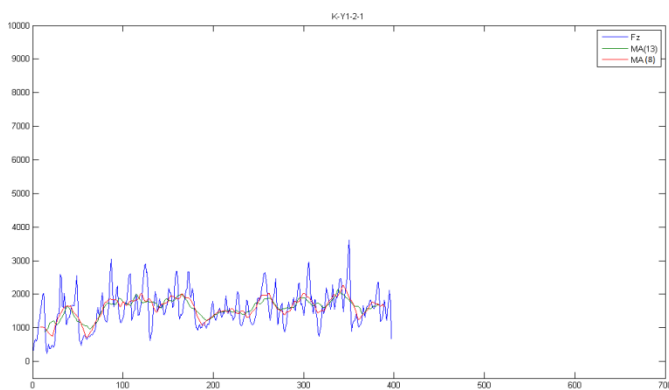
Διάγραμμα 36. Κατανομή του p για όλα τα πετρώματα

4.6. Κινητός Μέσος Όρος

Το μοντέλο MA εξαρτάται από την τιμή του συντελεστή p , του οποίου η ανάλυση έγινε στην προηγούμενη ενότητα. Από τα ιστογράμματα κατανομής και για να είναι αξιόπιστη η ανάλυση επιλέχθηκαν δύο MA(p):

- MA με $p=13$ (με βάση την κατανομή των p)
- MA με το p κάθε δοκιμίου ξεχωριστά

Για να είναι πιο άμεση η σύγκριση κατασκευάστηκαν διαγράμματα συναρτήσεων του χρόνου, που περιλαμβάνουν την F_z , το MA(13) και το MA(p).

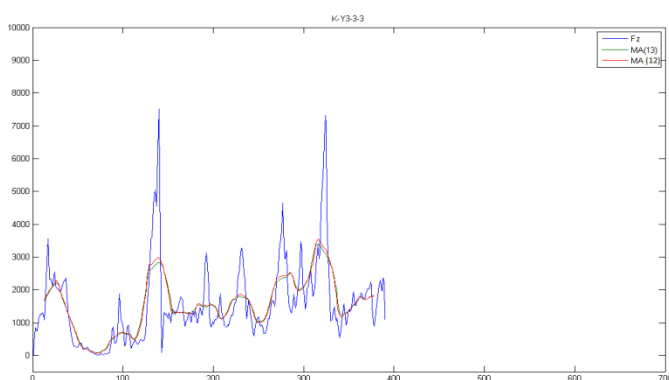


Διάγραμμα 37.

Καταγραφή Υψηλής Διακύμανσης

$F_z - MA(13) - MA(p)$

Λευκότερος Ασβεστόλιθος



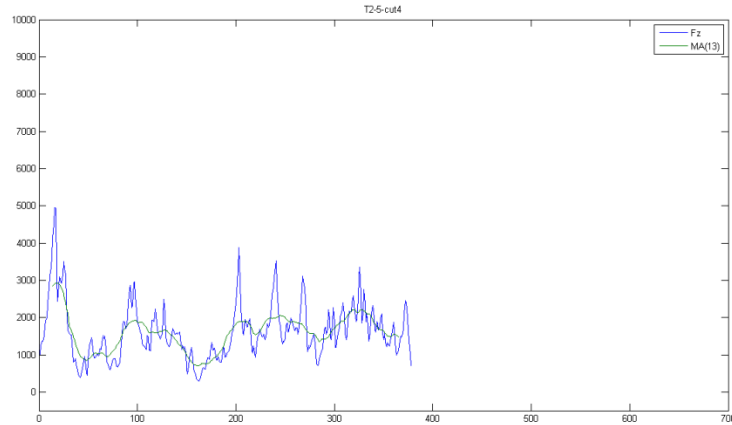
Διάγραμμα 38.

Καταγραφή Χαμηλής Διακύμανσης

$F_z - MA(13) - MA(p)$

Ίλυόλιθος

Στις περιπτώσεις που το $p=13$, τότε το MA(p) ταυτίζεται με το MA(13). Στις περιπτώσεις όπου το p δεν είχε προσδιοριστεί από τα πρώτα 100lag, επιλέγεται και πάλι μόνο το MA(13).



Διάγραμμα 39. $F_z - MA(13) - MA(p)$ Λευκότεφρου Ασβεστολίθου

Όπως μπορεί να παρατηρηθεί τα μοντέλα MA, έχουν επιφέρει μεγάλο βαθμό εξομάλυνσης της καμπύλης των τιμών F_z , αφού άλλωστε αυτός ήταν και ο λόγος εφαρμογής τους. Κατά αυτόν τον τρόπο μπορεί να γίνει η καταμέτρηση των κύκλων φόρτισης, προκειμένου να συσχετισθούν και αυτοί, ως μέγεθος, με τα μηχανικά χαρακτηριστικά των πετρωμάτων

4.7. Ψαθυρότητα

Ως ψαθυρά χαρακτηρίζονται τα υλικά που αστοχούν πριν παρουσιάσουν σημαντική παραμόρφωση.

Η ψαθυρότητα ενός υλικού σχετίζεται σε πολύ μεγάλο βαθμό με άλλα μηχανικά του χαρακτηριστικά (Yagiz 2008). Παρόλο που έχουν γίνει πολλές προσπάθειες τυποποίησης ενός μέτρου ψαθυρότητας, δεν έχει επιτευχθεί κάτι οριστικό. Δείκτες ψαθυρότητας που έχουν προταθεί είναι οι εξής:

$$\checkmark B_1 = \sigma_C / \sigma_t$$

$$\checkmark B_2 = (\sigma_C - \sigma_t) / (\sigma_C + \sigma_t)$$

$$\checkmark B_3 = (\sigma_c \cdot \sigma_t) / 2$$

$$\checkmark B_{ip} = 0,198 \cdot \sigma_C - 2,174 \cdot \sigma_t + 0,913 \cdot \rho - 3,807$$

όπου

σ_c = αντοχή σε μονοαξονική θλίψη και μετριέται σε MPa – UCS

σ_t = αντοχή σε εφελκυσμό και μετριέται σε MPa – Brazilian

ρ = η πυκνότητα του πετρώματος και μετριέται σε kN/m^3

Ο δείκτης B_{lp} είναι ίσως ο πιο πρακτικός διότι οι μονάδες μέτρησης είναι kN/mm και παρουσιάζει καλή συσχέτιση με εργαστηριακά δεδομένα.

Όπως έχει ειπωθεί, σκοπός της συγκεκριμένης διπλωματική εργασίας είναι και να γίνει συσχέτιση ανάμεσα στην ψαθυρότητα και την δύναμη κοπής. Για το λόγο αυτό γίνεται υπολογισμός και των τεσσάρων δεικτών ψαθυρότητας για τους 12 διαφορετικούς τύπους πετρωμάτων, στους οποίους εκτελέστηκαν οι 225 κοπές.

Ο παρακάτω πίνακας περιέχει τις τιμές των δεικτών Ψαθυρότητας με βάση τις παραπάνω σχέσεις.

Πέτρωμα	Πυκνότητα (kN/m^3)	UCS (MPa)	Brazilian (MPa)	B1	B2	B3	B_{lp}
asv1	25,50	45,8	8,4	5,431	0,689	193,123	10,207
psam	26,23	135,7	12,3	11,033	0,834	834,565	20,273
ilio	26,48	57,95	10,5	5,519	0,693	304,248	9,015
asv2	25,01	38	10	3,800	0,583	190,000	4,809
asv3	25,50	67	9,5	7,053	0,752	318,250	12,086
lat	34,32	40	12	3,333	0,538	240,000	9,363
asv4	25,99	80	11	7,273	0,758	440,000	11,847
asv5	26,09	105	7	15,000	0,875	367,500	25,582

asv6	26,09	83	7,7	10,779	0,830	319,550	19,704
asv7	26,38	90	7,5	12,000	0,846	337,500	21,794
s-orth	25,79	160	20	8,000	0,778	1600,000	7,941
o-orth	25,94	125	11,5	10,870	0,832	718,750	19,625

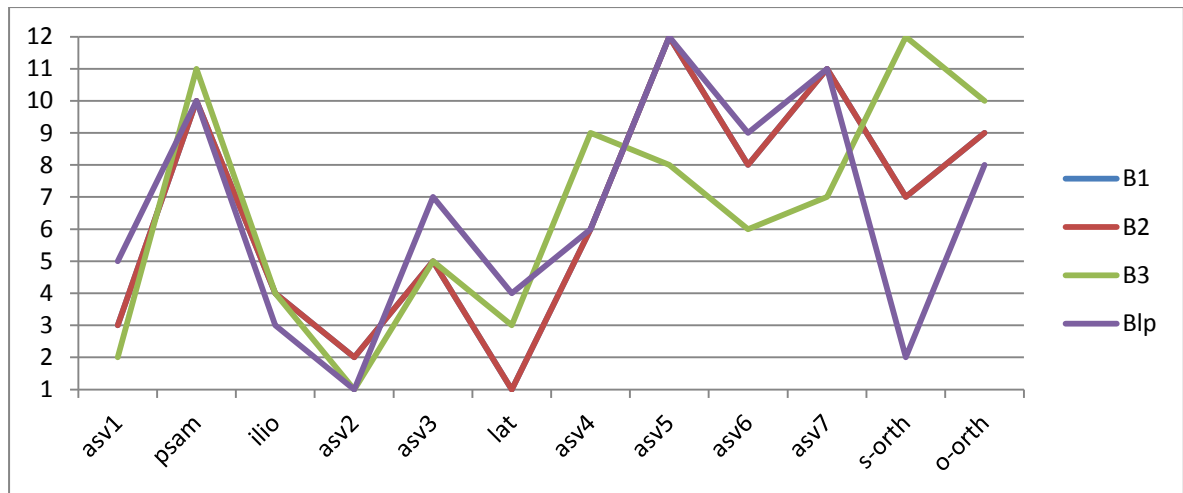
Πίνακας 4. Τιμές δεικτών Ψαθυρότητας

Όπως παρατηρείται, τα μεγέθη διαφέρουν σε κάθε δείκτη ψαθυρότητας. Παρόμοια μεγέθη δίνει μόνο ο B_1 με τον B_{lp} . Ο B_3 είναι εκείνος ο οποίος παρουσίασε τις περισσότερες διαφοροποιήσεις. Αυτό που έχει σημασία είναι το κατά πόσο συμπίπτει η σειρά για κάθε πέτρωμα και στους τέσσερις δείκτες ψαθυρότητας.

	B1	B2	B3	B_{lp}
1	asv5	asv5	s-orth	asv5
2	asv7	asv7	psam	asv7
3	psam	psam	o-orth	psam
4	o-orth	o-orth	asv4	o-rth
5	asv6	asv6	asv5	asv6
6	s-orth	s-orth	asv7	asv3
7	asv4	asv4	asv6	asv4
8	asv3	asv3	asv3	asv1
9	Ilio	Ilio	Ilio	lat
10	asv1	asv1	lat	Ilio
11	asv2	asv2	asv1	s-orth
12	lat	lat	asv2	asv2

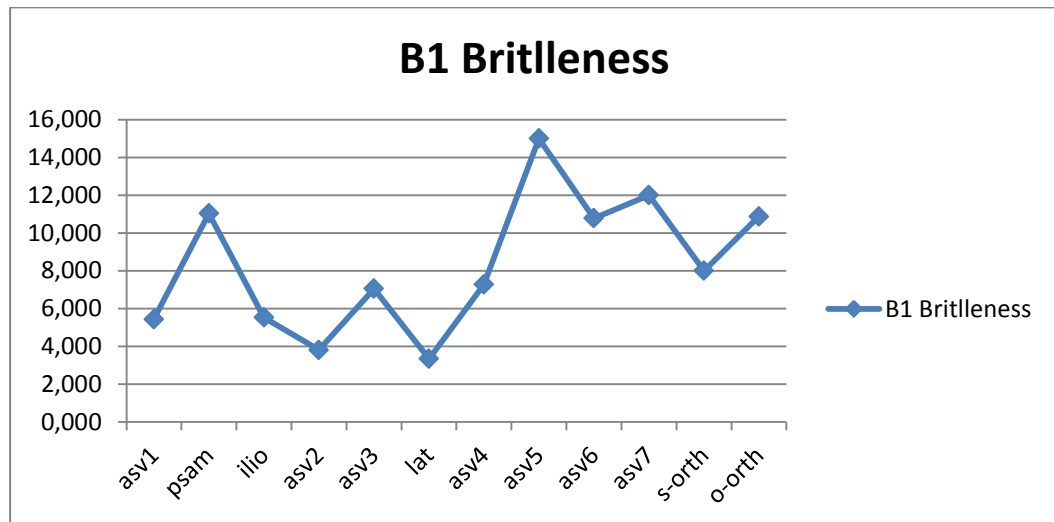
Πίνακας 5. Σειρά κατάταξης των πετρωμάτων βάσει της ψαθυρότητας

Με βάση τα παραπάνω προκύπτει και το παρακάτω διάγραμμα, όπου στον κατακόρυφο άξονα είναι η σειρά κατάταξης των πετρωμάτων.

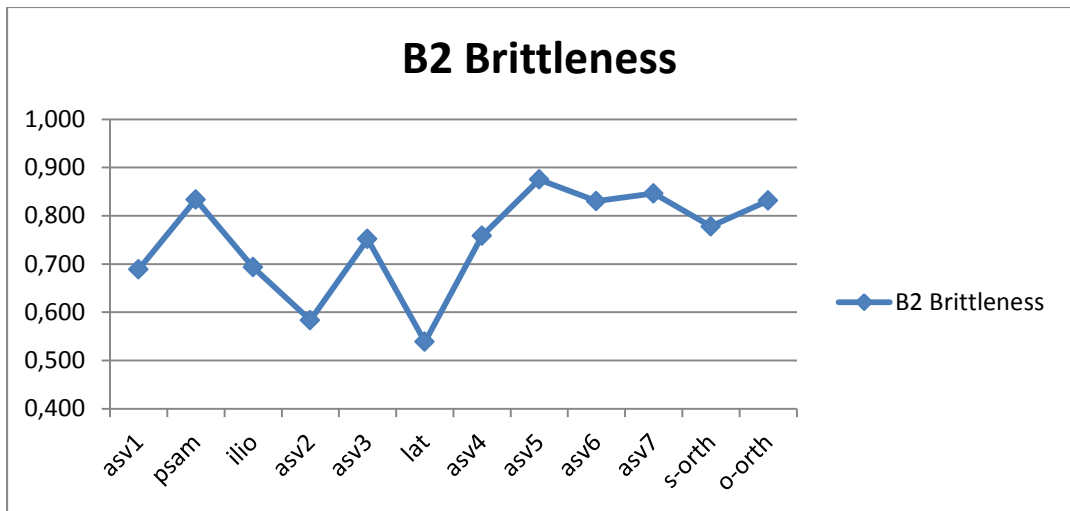


Διάγραμμα 40. Σειρά κατάταξης της ψαθυρότητας των πετρωμάτων

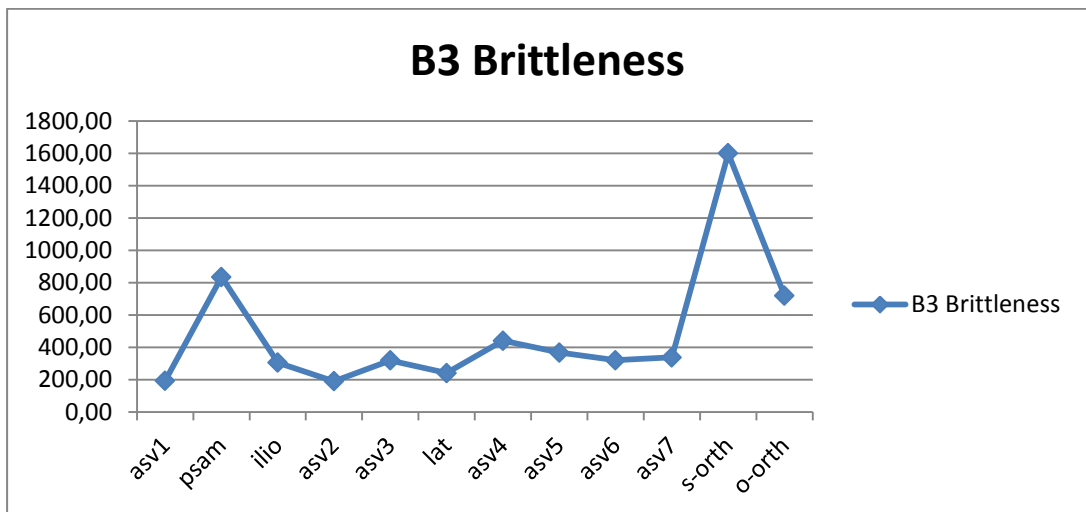
Παρατηρείται πλήρης ταύτιση της σειράς κατάταξης της ψαθυρότητας B_1 με την B_2 και σε μεγάλο βαθμό με την B_{1p} . Η B_3 ψαθυρότητα παρουσιάζει διαφορετική σειρά. Η επιμέρους σειρά κατάταξης φαίνεται στα παρακάτω διαγράμματα.



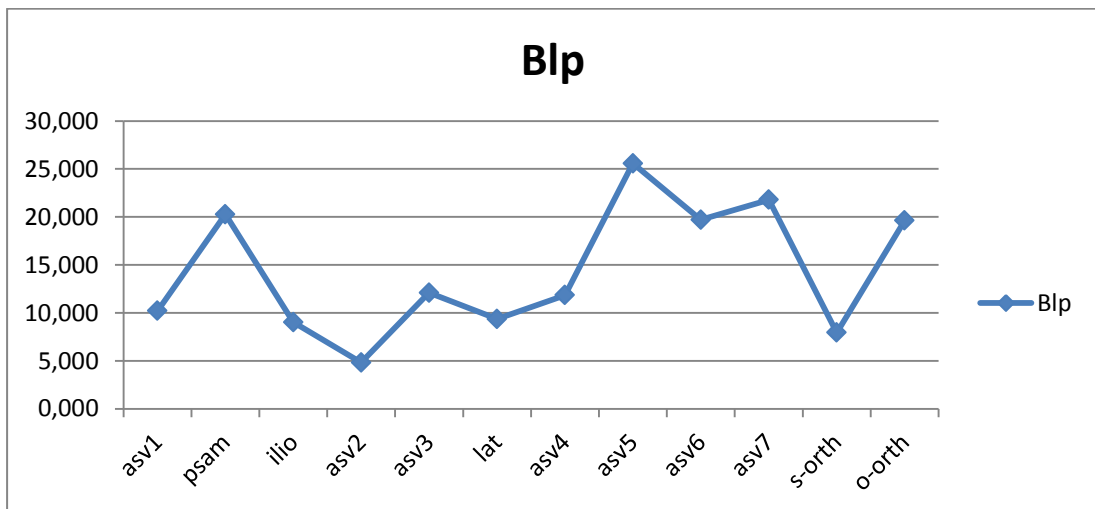
Διάγραμμα 41. Ψαθυρότητα B_1



Διάγραμμα 42. Ψαθυρότητα B_2



Διάγραμμα 43. Ψαθυρότητα B_3



Διάγραμμα 44. Ψαθυρότητα B_{lp}

Όπως παρατηρείται οι δείκτες ψαθυρότητας είναι διαφορετικής τάξης μεγέθους και δεν μπορεί να γίνει άμεση σύγκριση μεταξύ τους. Για αυτό το λόγο, κανονικοποιήθηκαν οι τιμές των δεικτών ψαθυρότητας. Δοκιμάστηκαν αρχικά ορισμένα μοντέλα που οδηγούν στην εξομάλυνση των τιμών όπως η Baseline Removal, με αφαίρεση α) του μέσου όρου από κάθε τιμή και β) με αφαίρεση της ελάχιστης τιμής από κάθε τιμή και χρήση των Residuals των μέτρων Ψαθυρότητας, αφαιρώντας από κάθε τιμή τον μέσο όρο και διαιρώντας στην συνέχεια με την τυπική απόκλιση, αλλά δεν προέκυψε ικανοποιητική κανονικοποίηση.

Τελικά η μέθοδος που επιλέχθηκε να χρησιμοποιηθεί είναι η Διανυσματική Κανονικοποίηση (*Vector Normalization*). Η μέθοδος ακολουθεί τα εξής βήματα :

- Έστω οι τιμές $y = [x_1, x_2, x_3 \dots x_n]$
- Η νόρμα του y θα είναι : $\|y\| = (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots x_n^2)^{0,5} = z$
- Στη συνέχεια οι τιμές που περιέχονται στον πίνακα y διαιρούνται με τον αριθμό z που έχει προκύψει : $\bar{y} = [x_1/z, x_2/z, x_3/z, \dots x_n/z]$
- Κατ' αυτόν τον τρόπο προκύπτει το εξής :

$$\|\bar{y}\| = ((x_1/z)^2 + (x_2/z)^2 + (x_3/z)^2 + \dots (x_n/z)^2) = 1$$

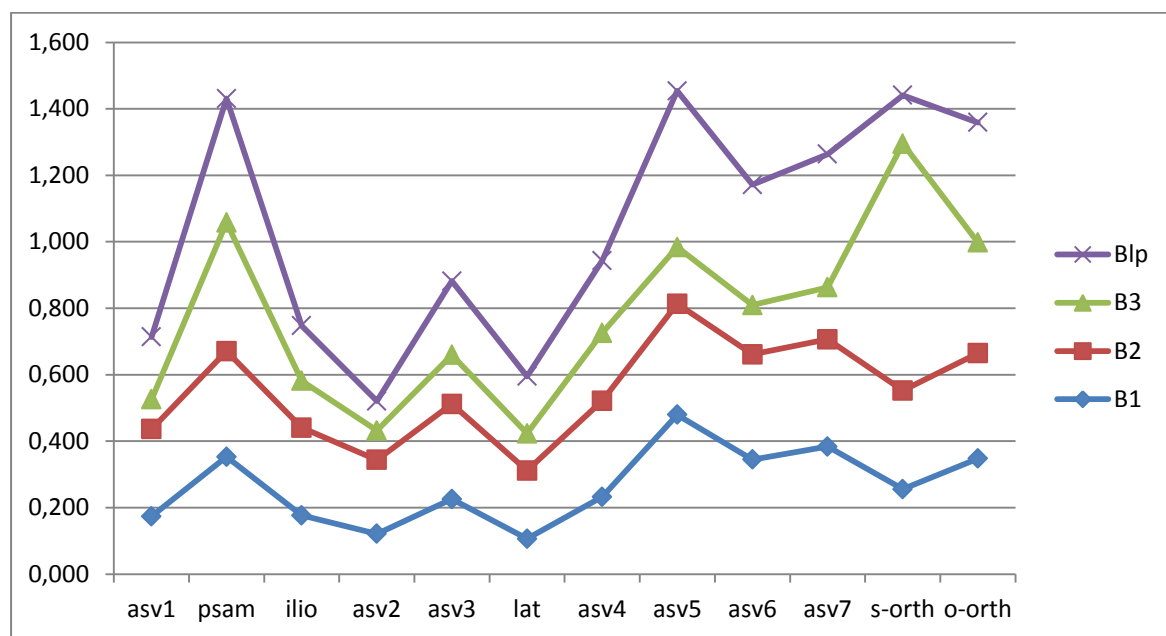
Εφαρμόζοντας τη μέθοδο στις τιμές των δεικτών ψαθυρότητας προκύπτει ο παρακάτω πίνακας:

B1	B2	B3	B4
0,174	0,263	0,09	0,188
0,353	0,318	0,39	0,373
0,177	0,264	0,14	0,166
0,122	0,222	0,09	0,088
0,226	0,286	0,15	0,222
0,107	0,205	0,11	0,172
0,233	0,289	0,20	0,218
0,480	0,333	0,17	0,470
0,345	0,316	0,15	0,362

0,384	0,322	0,16	0,401
0,256	0,296	0,74	0,146
0,348	0,317	0,33	0,361

Πίνακας 6. Κανονικοποιημένες τιμές ψαθυρότητας

Το παρακάτω διάγραμμα αποτυπώνει τα δεδομένα του πίνακα και διευκολύνει τη σύγκριση μεταξύ των τιμών των κανονικοποιημένων δεικτών ψαθυρότητας. Οι παραπάνω τιμές μπορούν να οπτικοποιηθούν όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα. Από ότι παρατηρείται υπάρχει σχεδόν πλήρης ταύτιση της τάσης των καμπυλών. Η ψαθυρότητα B₃ που παρουσίαζε την σημαντικότερη διαφοροποίηση σε σχέση με τις υπόλοιπες έχει εξομαλυνθεί σε μεγάλο βαθμό.



Διάγραμμα 45. Κανονικοποιημένες τιμές ψαθυρότητας

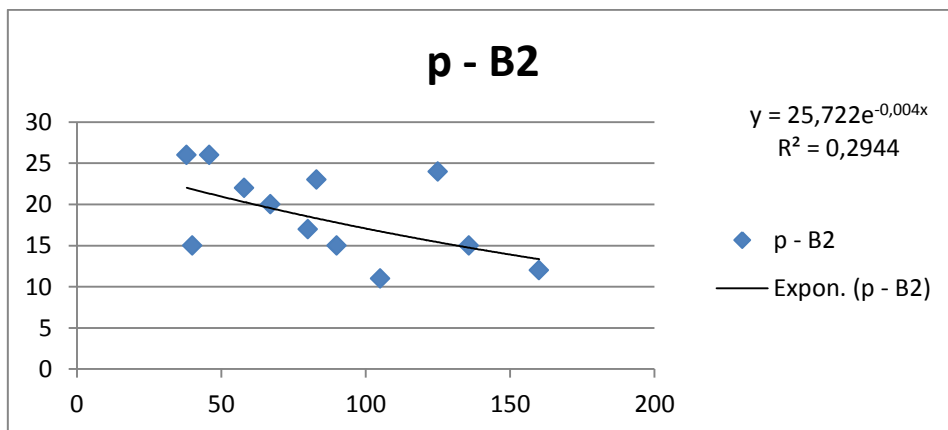
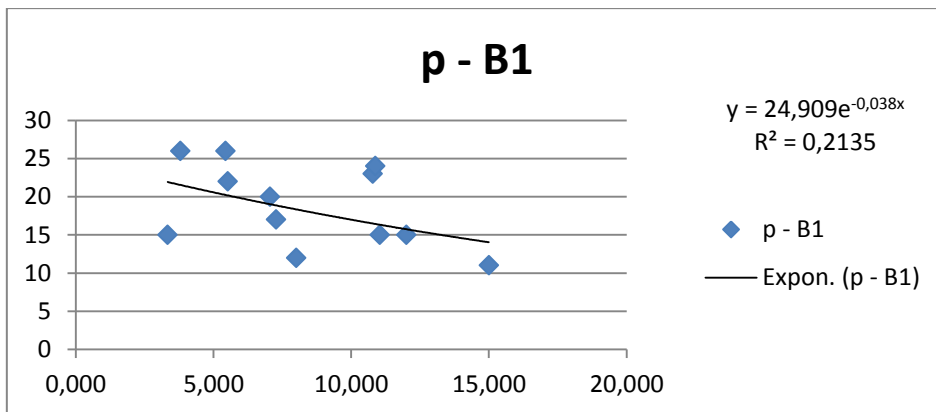
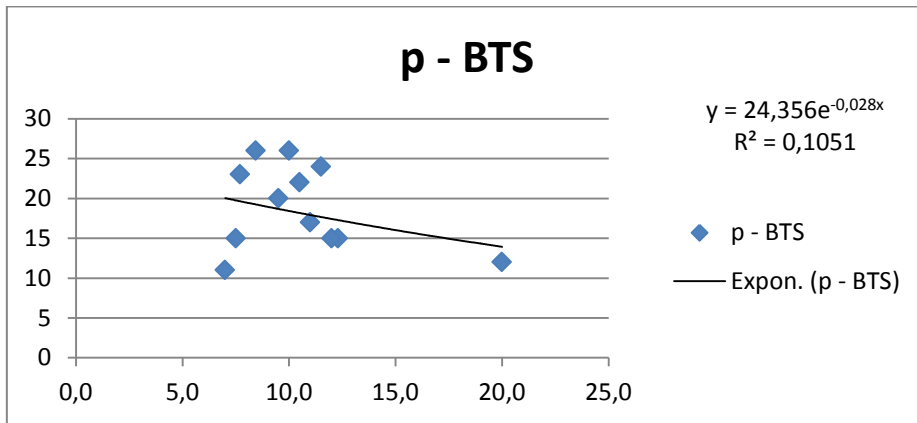
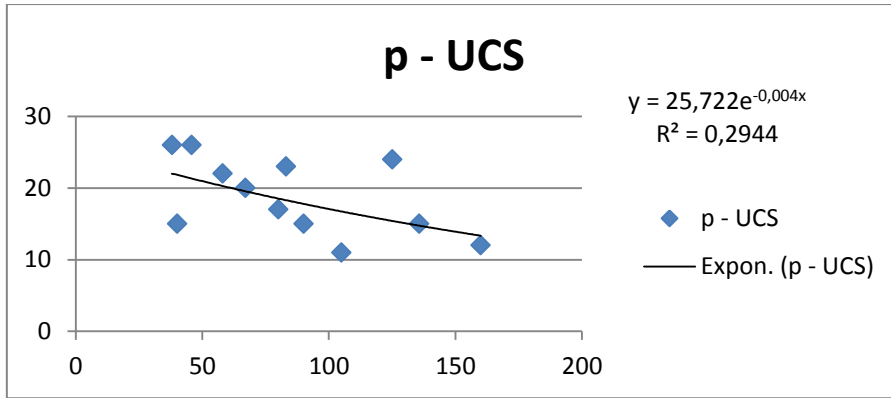
4.8. Συσχέτιση Ψαθυρότητας – Παραμέτρων Δύναμης Κοπής

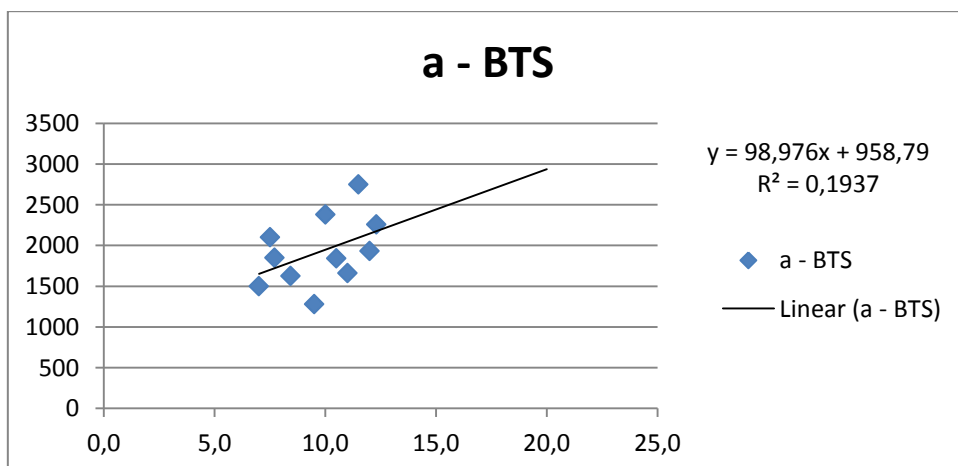
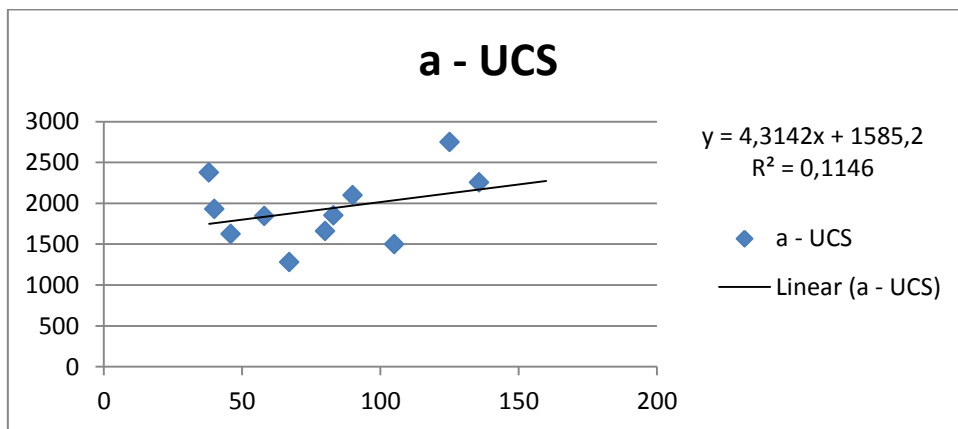
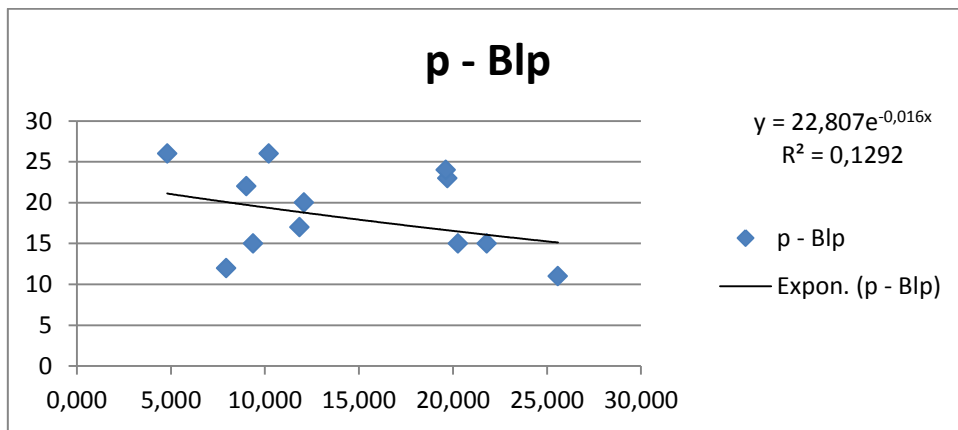
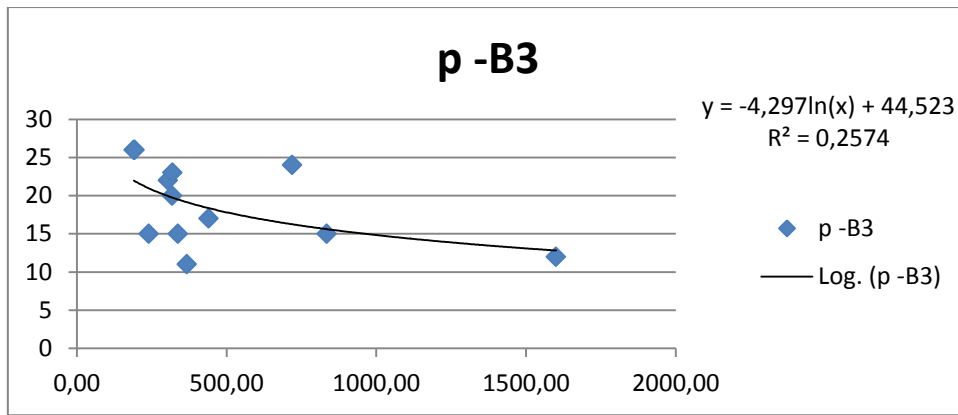
Όνομα	UCS	BTS	B ₁	B ₂	B ₃	B _{ip}	p	a (wbl)	b (wbl)	lc	lc MA(13)	lc MA(p)
asv1	45,8	8,4	5,431	0,689	193,12	10,207	26	1625	2,07	169	51	38
psam	135,7	12,3	11,033	0,834	834,56	20,273	15	2258	2,86	200	71	66
ilio	57,95	10,5	5,519	0,693	304,24	9,015	22	1844	2,12	173	52	39
asv2	38	10	3,800	0,583	190,00	4,809	26	2379	1,80	167	45	30
asv3	67	9,5	7,053	0,752	318,25	12,086	20	1281	2,14	174	60	46
lat	40	12	3,333	0,538	240,00	9,363	15	1931	2,02	169	56	50
asv4	80	11	7,273	0,758	440,00	11,847	17	1662	2,05	175	48	37
asv5	105	7	15,000	0,875	367,50	25,582	11	1500	2,93	175	60	64
asv6	83	7,7	10,779	0,830	319,55	19,704	23	1851	2,37	169	57	52
asv7	90	7,5	12,000	0,846	337,50	21,794	15	2101	3,40	186	69	59
s-orth	160	20	8,000	0,778	1600,00	7,941	12			149	52	56
o-orth	125	11,5	10,870	0,832	718,75	19,625	24	2748	1,90	181	63	33

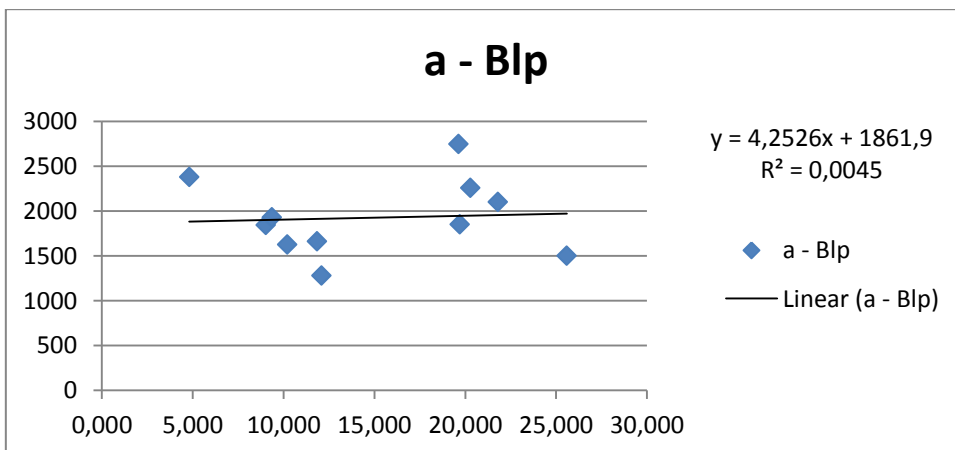
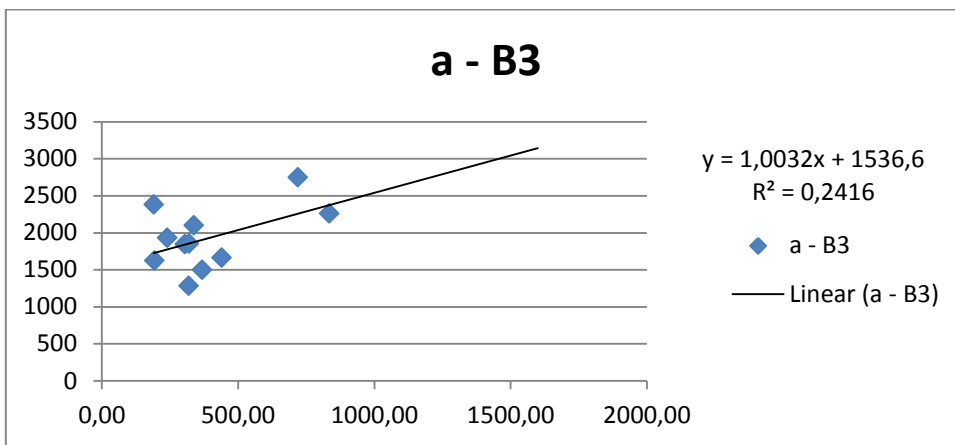
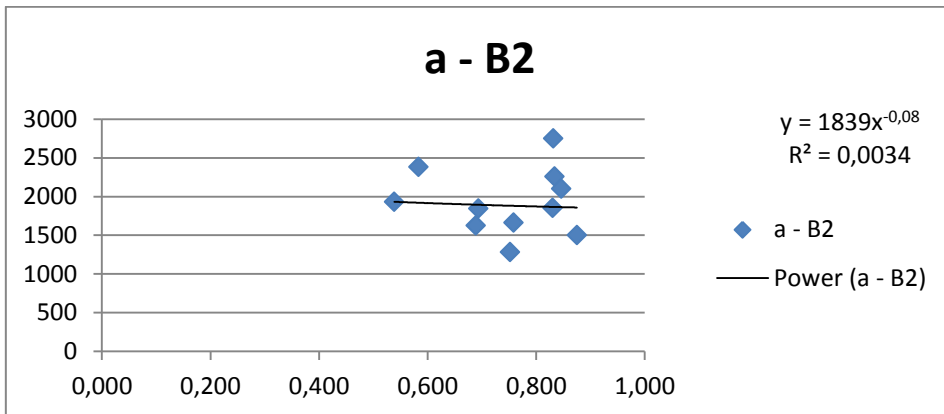
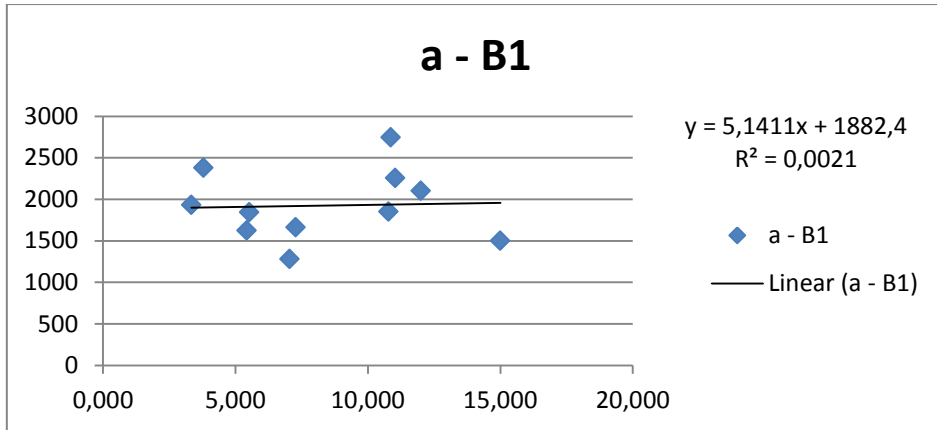
Πίνακας 7. Μηχανικών Ιδιοτήτων – Χαρακτηριστικών Παραμέτρων Δύναμης Κοπής

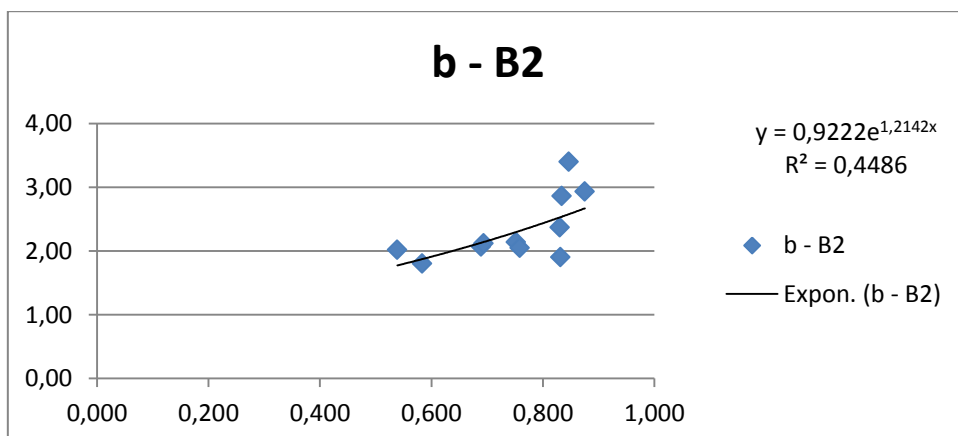
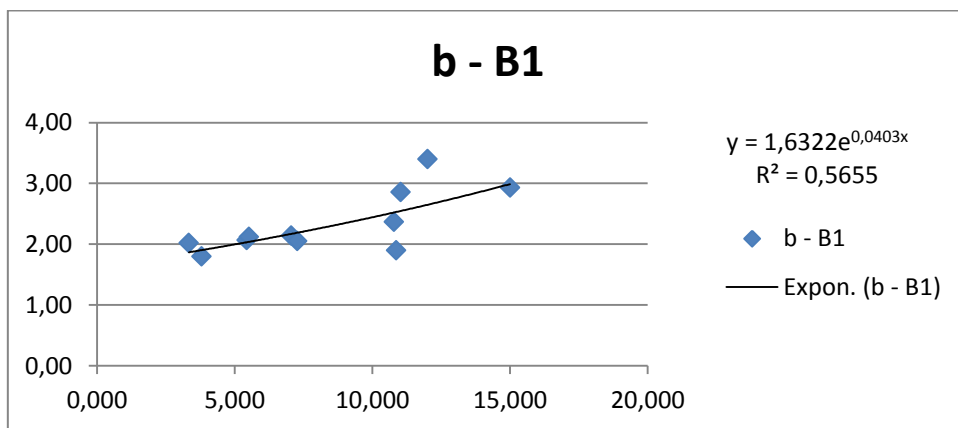
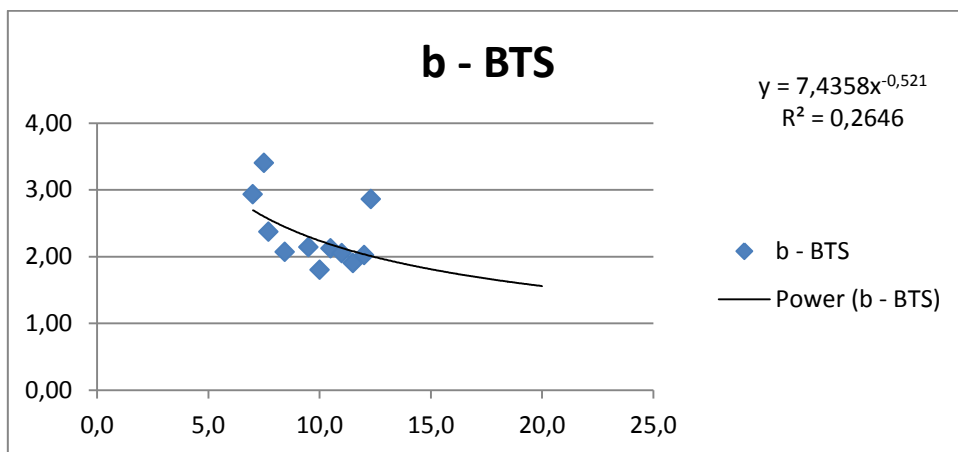
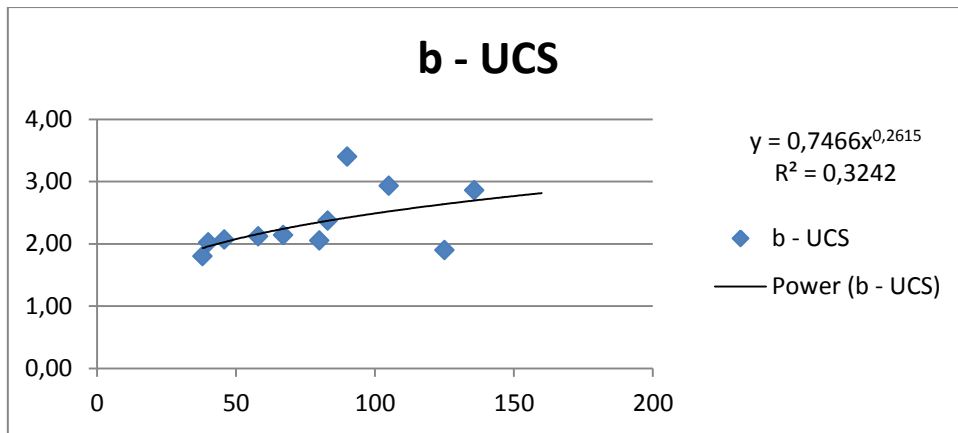
Όσον αφορά τα στοιχεία των στηλών p, a, b, lc, lcMA(13), lcMA(p) έχουν προκύψει από τους μέσους όρους των μετρούμενων αντίστοιχων μεγεθών, για κάθε κατηγορία πετρώματος. Στην περίπτωση του σχιστώδη ορθογενέσιου, όπως έχει ήδη αναφερθεί, δεν υπάρχουν συντελεστές a και b, επειδή η κατανομή περιλαμβάνει αρνητικές τιμές.

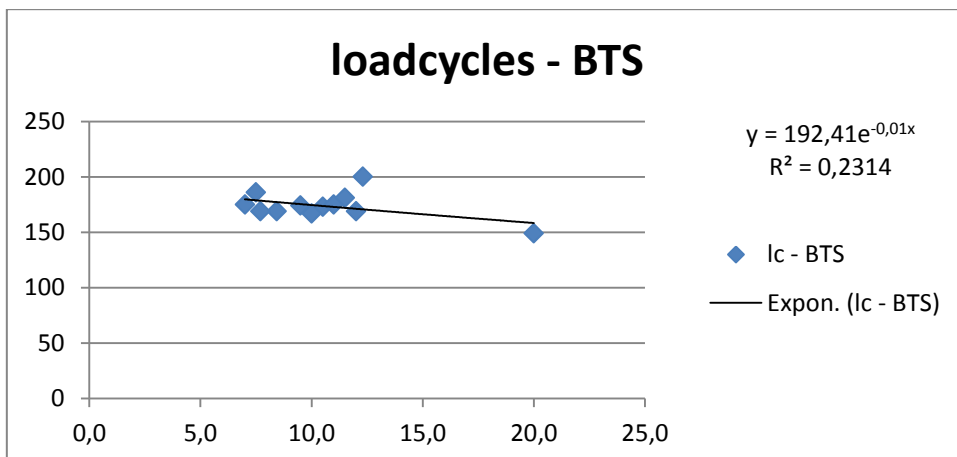
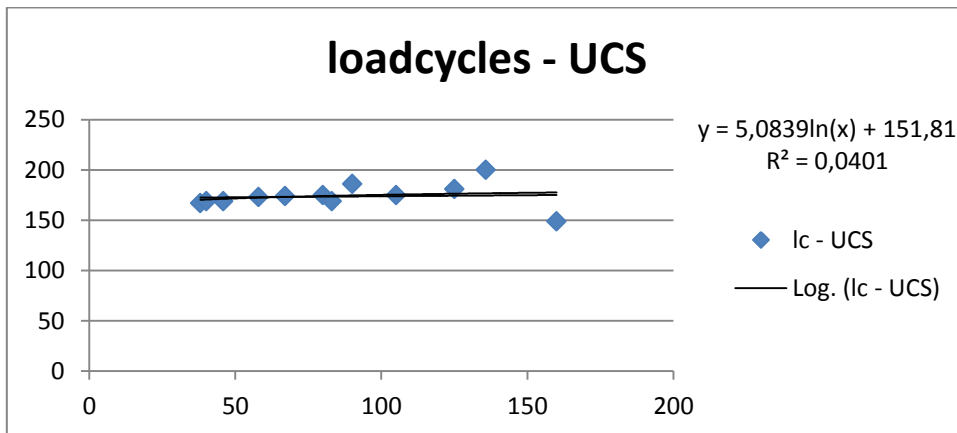
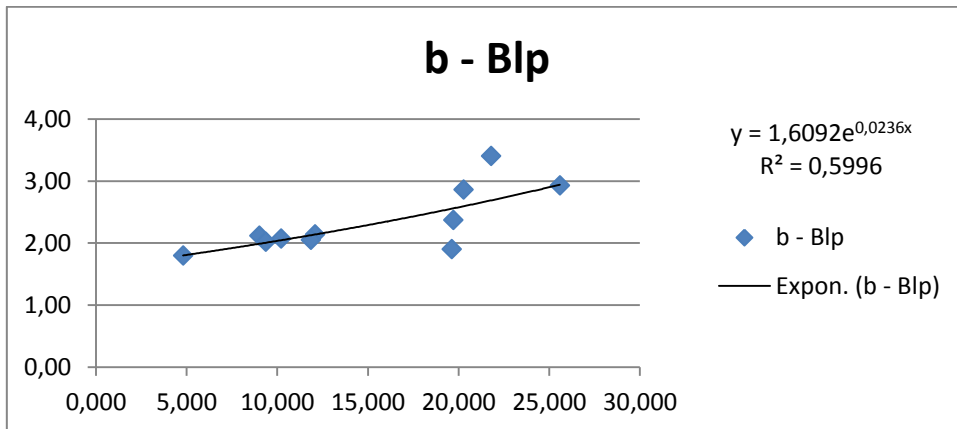
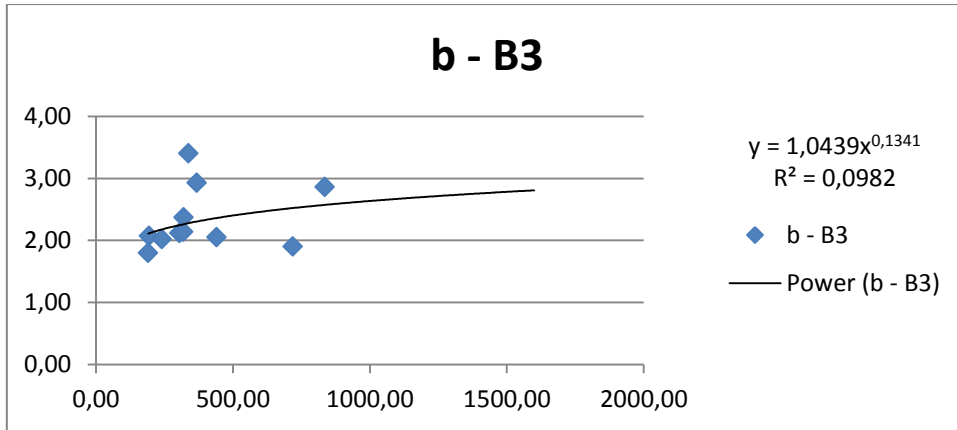
Από τα παραπάνω δεδομένα προκύπτουν τα ακόλουθα διαγράμματα συσχέτισης:

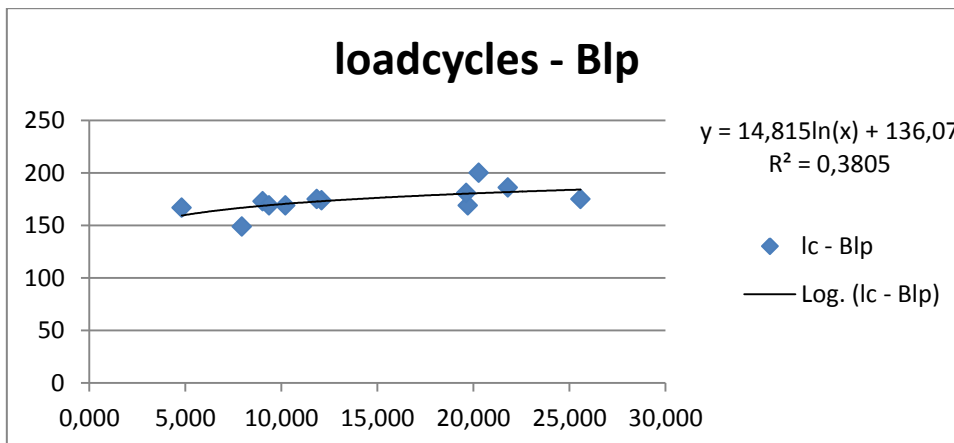
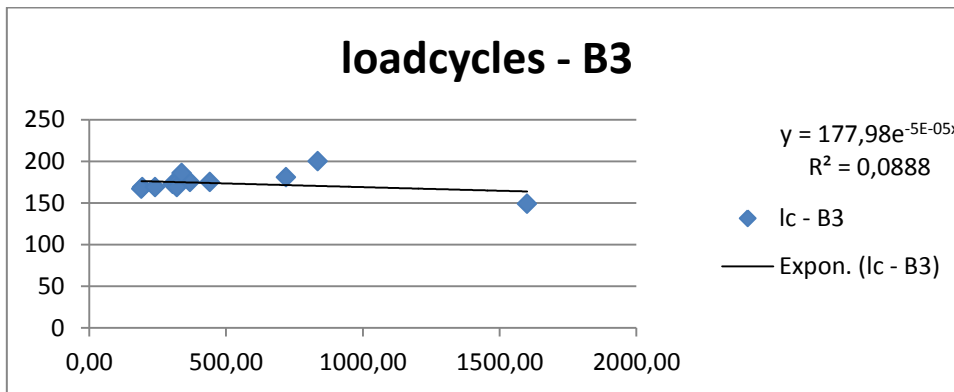
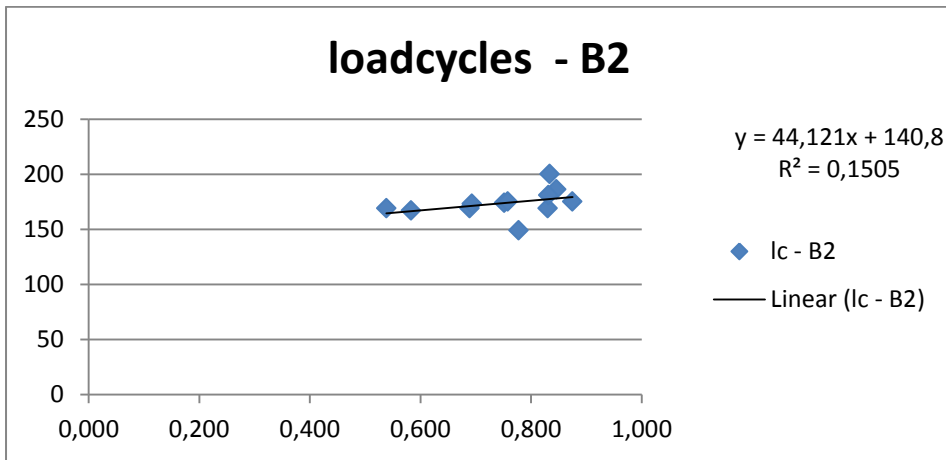
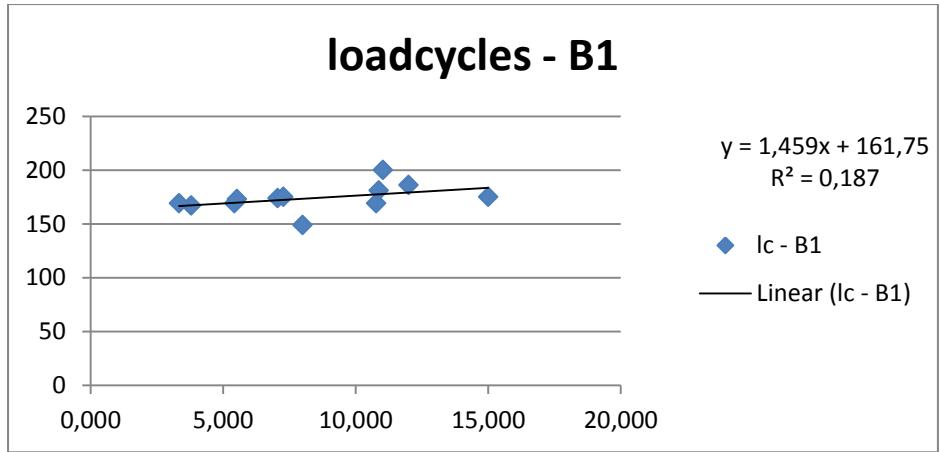


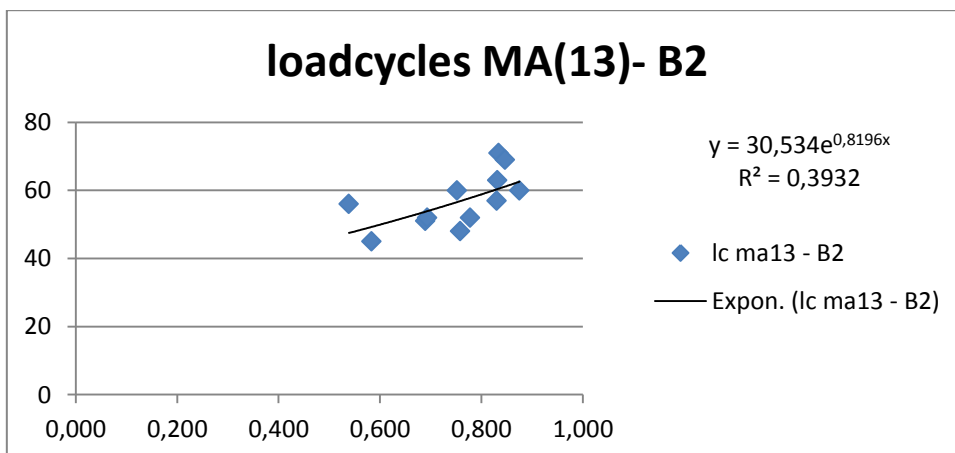
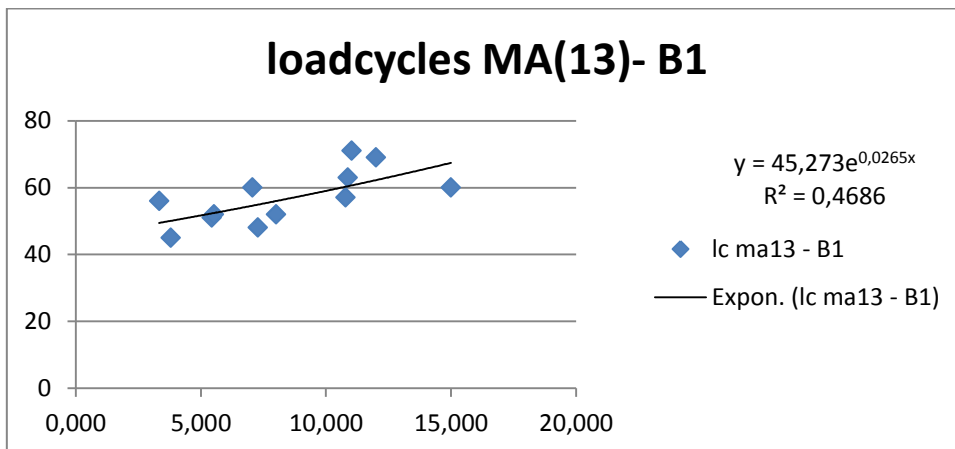
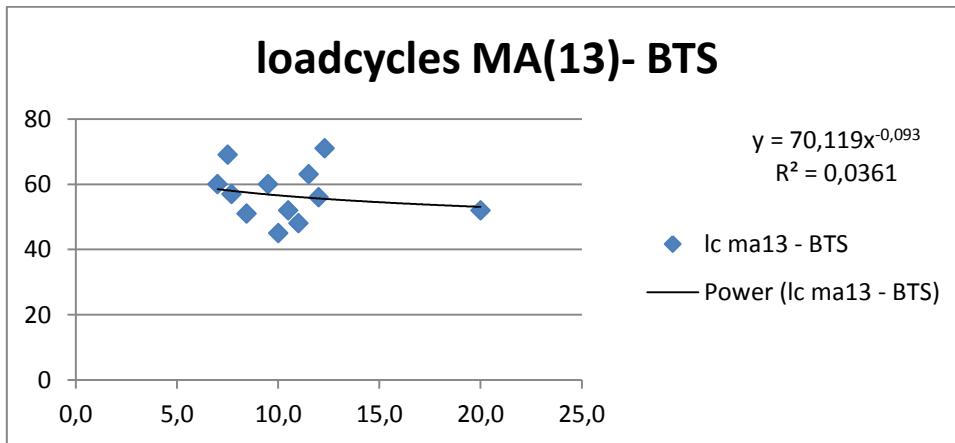
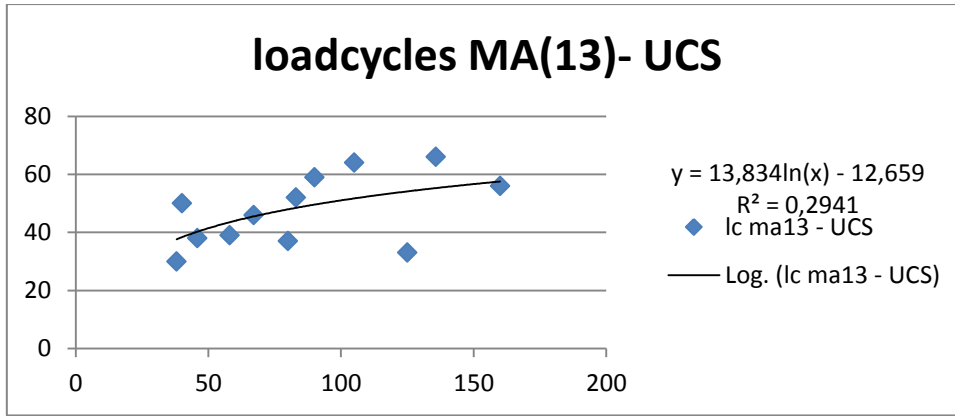


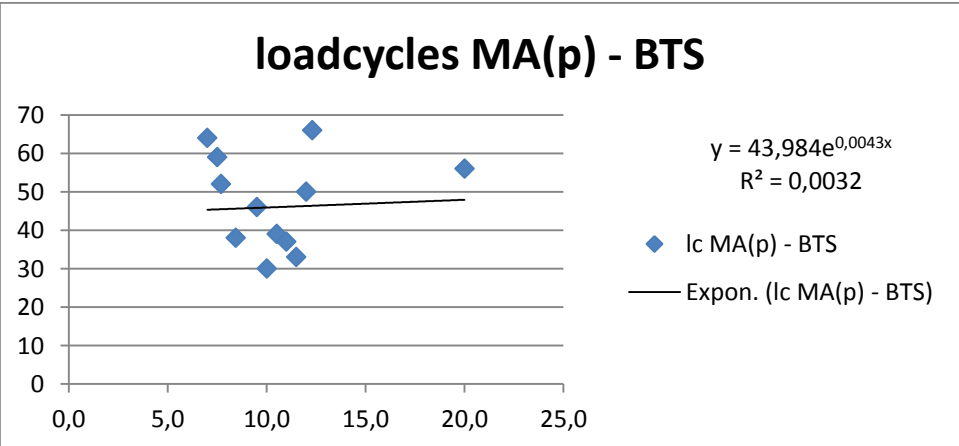
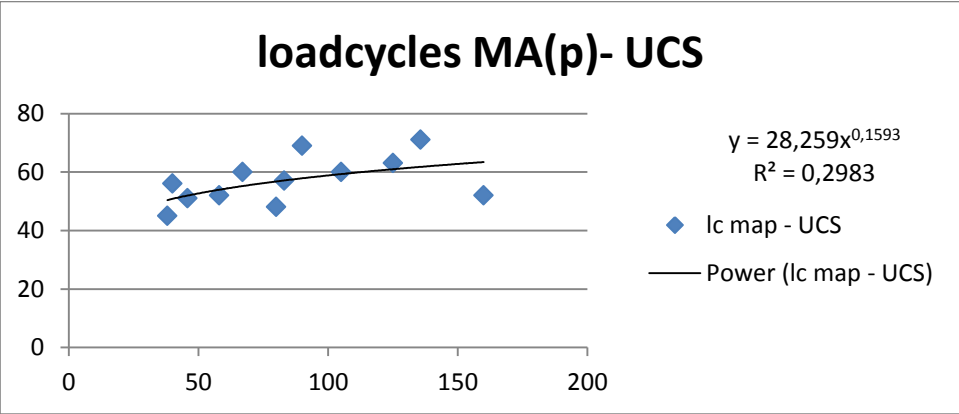
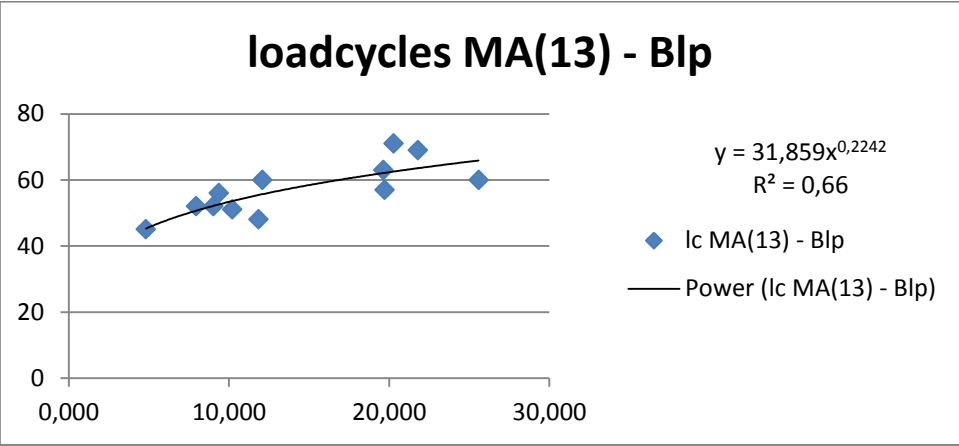
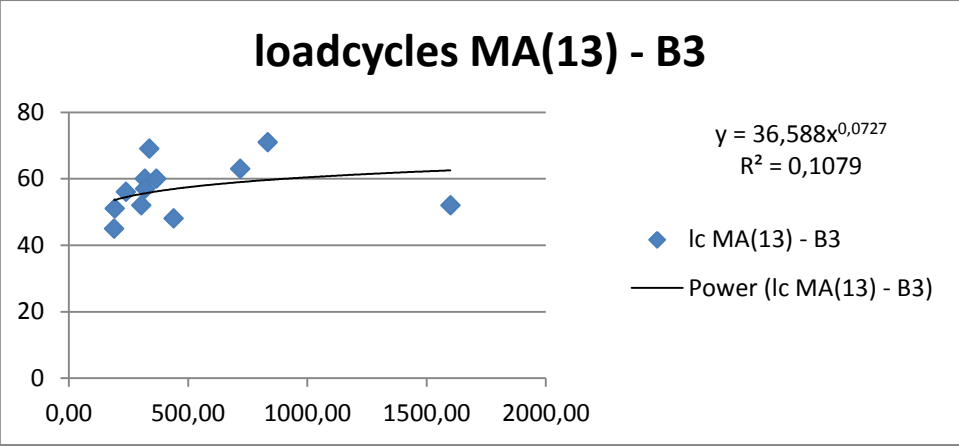


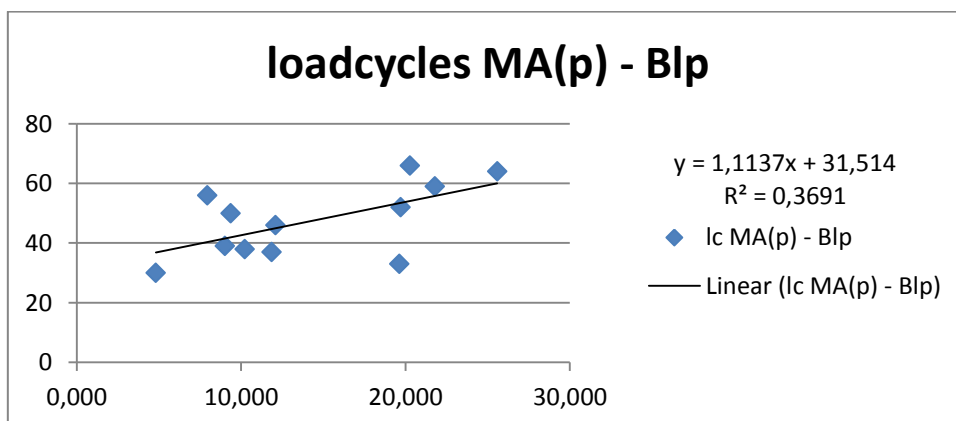
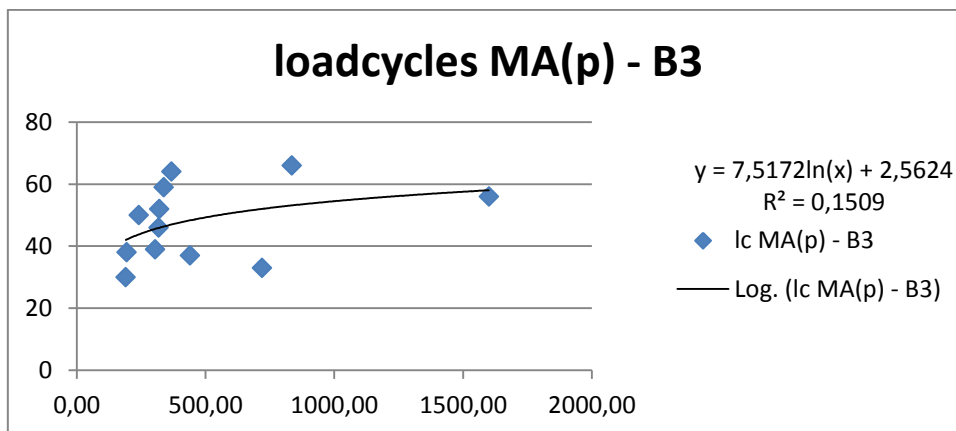
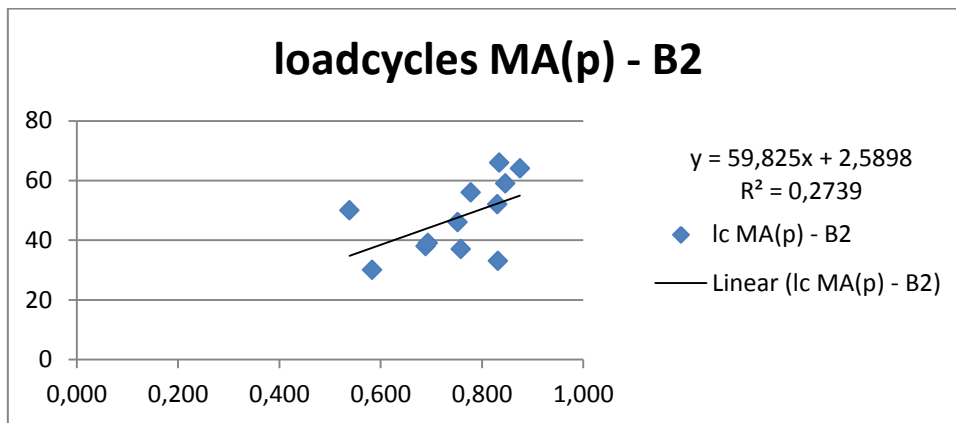
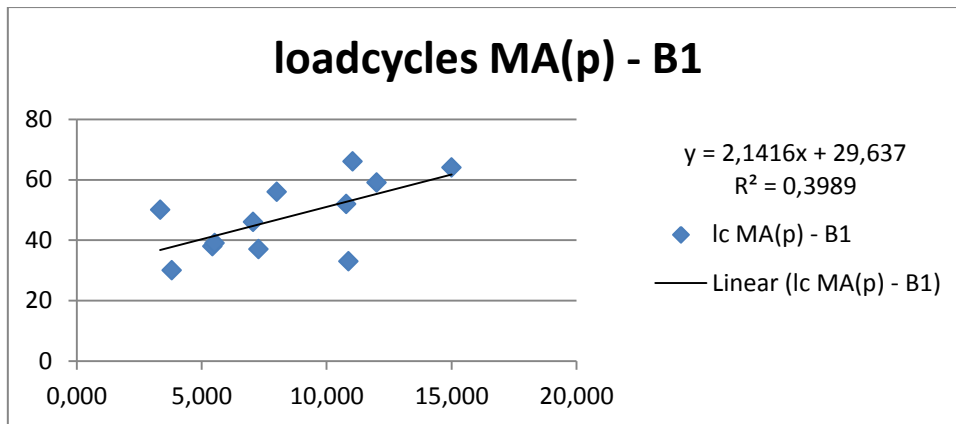












Διαγράμματα 46 -81. Συσχέτιση μεγεθών ανάλυσης

Το R^2 είναι η μεταβλητή που αντικατοπτρίζει τον βαθμό συσχέτισης των δύο μεταβλητών κάθε διαγράμματος. Όσο μεγαλύτερο είναι, τόσο μεγαλύτερη είναι η συσχέτιση. Για το λόγο αυτό σε κάθε περίπτωση δοκιμάστηκαν τα παρακάτω μοντέλα :

- ❖ Γραμμικό (linear)
- ❖ Εκθετικό (exponential)
- ❖ Λογαριθμικό (logarithmic)
- ❖ Πολυωνμικό (power)

Από αυτά, κρατήθηκαν οι περιπτώσεις που παρουσίαζαν το μεγαλύτερο R^2 και παρουσιάζονται παρακάτω με φθίνουσα σειρά.

a/a	Συσχετιζόμενα Μεγέθη	Τύπος Συσχέτισης	Σχέση	R^2
1	lc MA(13) – B_{1p}	Power	$lc = 31,859 * B_{1p}^{0,2242}$	0,660
2	b - B_{1p}	Exponential	$b = 1,6092^{-0,02364 * B_{1p}}$	0,600
3	b - B_1	Exponential	$b = 1,6322r^{0,0403 * B_1}$	0,566
4	lc MA(13) – B_1	Exponential	$lc = 45,273e^{0,0265 * B_1}$	0,468
5	b - B_2	Exponential	$b = 0,9222e^{-1,2142 * B_2}$	0,449
6	lc MA(p) – B_1	Linear	$lc = 2,1416B_1 + 29,637$	0,399
7	lc MA(13) – B_2	Exponential	$lc = 30,534e^{0,8196 * B_2}$	0,393
8	lc - B_{1p}	Logarithmic	$lc = 14,815 \ln(B_{1p}) + 136,07$	0,381
9	lc MA(p) – B_{1p}	Linear	$lc = 1,1137 * B_{1p} + 31,514$	0,369
10	b - UCS	Power	$b = 0,7466e^{-0,2615 * UCS}$	0,324
11	lc MA(p) – UCS	Power	$lc = 28,259 * UCS^{0,1593}$	0,298
12	p - UCS	Exponential	$p = 25,722e^{-0,004 * UCS}$	0,294
13	p - B_2	Exponential	$b = 25,722e^{-0,004 * B_2}$	0,294
14	lc MA(13) - UCS	Logarithmic	$lc = 13,834(UCS) - 12,659$	0,294
15	lc MA(p) – B_2	Linear	$lc = 59,82B_2 + 2,5898$	0,274
16	b - BTS	Power	$b = 7,4358 * BTS^{-0,08}$	0,265
17	p – B_3	Logarithmic	$p = -4,297 \ln(B_3) + 44,523$	0,257
18	a – B_3	Linear	$a = 1,0032 * B_3 + 1536,6$	0,242
19	lc – BTS	Exponential	$lc = 192,41e-0,01 * BTS$	0,231
20	p - B_1	Exponential	$p = 24,909e^{-0,038 * B_1}$	0,213
21	lc MA(p)– B_3	Logarithmic	$lc = 7,5172 \ln(B_3) + 2,5624$	0,151
22	p - B_{1p}	Exponential	$p = 22,807e^{-0,016 * B_{1p}}$	0,129
23	a - BTS	Linear	$a = 98,976 * BTS + 958,79$	0,194
24	lc – B_1	Linear	$lc = 1,459 * B_1 + 161,75$	0,187
25	lc – B_2	Linear	$lc = 44,21 * B_2 + 140,8$	0,151
26	a - UCS	Linear	$a = 4,3142 * UCS + 1585,2$	0,115

27	lc MA(13) - B ₃	Power	lc = 36,588B ₃ ^{0,0727}	0,108
28	p - BTS	Exponential	p = 24,356e ^{-0,028*BTS}	0,105
29	b - B ₃	Power	b = 1,0439*(B ₃) ^{0,1341}	0,098
30	lc - B3	Exponential	lc = 177,98e-5E-05*B3	0,089
31	a - B _{lp}	Linear	a = 4,2526*B _{lp} + 1861,9	0,005
32	lc - UCS	Logarithmic	lc = 5,0838ln(UCS) + 151,81	0,040
33	lc MA(13) - BTS	Power	lc = 70,119*BTS ^{-0,093}	0,036
34	a - B ₂	Power	a = 1839*(B ₂) ^{-0,08}	0,003
35	lc MA(p) - BTS	Exponential	lc = 43,984e ^{0,0043*BTS}	0,003
36	a - B ₁	Linear	a = 5,1411*B ₁ + 188,4	0,002

Πίνακας 8. Φθίνουσα σειρά συσχέτισης μεγεθών

Παρατηρείται ότι η υψηλότερη τιμή του R² είναι 0,66. Αυτό μεταφράζεται στο ότι το 66% των τιμών της μεταβλητής που περιέχονται στην καμπύλη περιγράφονται από το μοντέλο. Το υπόλοιπο 34% συσχετίζεται με άλλον τρόπο ή καθόλου. Στις περιπτώσεις που η συσχέτιση είναι 0,2% και 0,05% η συσχέτιση είναι αμελητέα και ουσιαστικά απορρίπτεται η υπόθεση ύπαρξης συσχέτισης.

Από τα παραπάνω μεγέθη, η παράμετρος b της κατανομής Weibull εμφανίζει καλύτερα αποτελέσματα, με καλά ποσοστά συσχέτισης, γύρω στο 40% μ.ο, καθώς επίσης και ο αριθμός των κύκλων φόρτισης με χρήση του μοντέλου MA(13).

Αυτό σημαίνει ότι η μέθοδος δεν μπορεί να εξασφαλίσει την επιθυμητή εγκυρότητα και αξιοπιστία για να εφαρμοσθεί σε πιο ευρύ βαθμό., ωστόσο το 66% συσχέτισης των κύκλων φόρτισης και το 60% της μεταβλητής b με τον δείκτη ψαθυρότητας B_{lp} είναι σημαντικά αποτελέσματα.

5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Με βάση την ανάλυση που έχει προηγηθεί προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα:

- Όπως είναι γνωστό, παρατηρώντας τα διαγράμματα της δύναμης κοπής πετρωμάτων, μπορεί να γίνει αντιληπτό το κατά πόσο αυτά είναι ψαθυρά ή όχι. Όσο πιο ψαθυρό είναι ένα πέτρωμα τόσο μεγαλύτερες είναι οι αυξομειώσεις της καμπύλης. Ένα ψαθυρό υλικό παρουσιάζει μεγαλύτερες μέγιστες τιμές και μικρότερες ελάχιστες τιμές από ένα λιγότερο ψαθυρό. Κάνοντας σύγκριση των διαγραμμάτων ανάμεσα σε ένα ψαθυρό και σε ένα μη ψαθυρό υλικό είναι φανερό η διαφοροποίηση τους και ως προς το πόσο ευδιάκριτοι είναι οι κύκλοι φόρτισης. Όσο πιο ψαθυρό είναι το πέτρωμα, οι αυξομειώσεις της τιμής της δύναμης κοπής έχουν μικρότερη συχνότητα και επομένως τόσο πιο ευδιάκριτοι είναι οι κύκλοι φόρτισης-αστοχίας.
- Από τα στατιστικά στοιχεία των κοπών μπορούν επίσης να γίνουν ορισμένες επισημάνσεις. Τα πιο ψαθυρά υλικά εμφανίζουν μεγαλύτερες μέγιστες τιμές, μικρότερες ελάχιστες τιμές και κατά συνέπεια αρκετά μεγαλύτερο εύρος τιμών. Ακόμη, η μέση δύναμη κοπής είναι μεγαλύτερη στα ψαθυρά πετρώματα. Η τυπική απόκλιση δεν ακολουθεί κάποιον κανόνα, παρολαυτά, τα λιγότερο ψαθυρά έχουν οριακά μικρότερη τυπική απόκλιση. Ο συντελεστής μεταβλητότητας εξαρτάται από την τυπική απόκλιση και τον μέσο όρο. Και τα δυο μεγέθη είναι μεγαλύτερα στην περίπτωση των ψαθυρών, οπότε η ισορροπία θα ήταν αναμενόμενη, αφού πρόκειται για λόγο των τιμών, ωστόσο τα πιο ψαθυρά υλικά παρουσιάζουν μεγαλύτερη μεταβλητότητα.
- Στα ιστογράμματα εμφανίζεται σχεδόν σε όλες τις περιπτώσεις η λογαριθμοκανονική κατανομή. Εξαιρέση αποτελούν πολύ ψαθυρά πετρώματα όπως ο σχιστώδης και ο ωολιθικός ορθογενεύσιος, όπου η κατανομή της δύναμης ήταν ομαλά κατανεμημένη.
- Για τη χρήση της κατανομής Weibull στην στατιστική ανάλυση, μπορεί να σχολιαστεί το ότι δεν εφαρμόζεται με επιτυχία στα πετρώματα που περιέχουν και αρνητικές τιμές δύναμης κοπής (κυρίως τα πιο ψαθυρά).

- Προκειμένου να μεταβληθεί η κλίμακα των τιμών της F_z , έτσι ώστε να μπορεί να γίνει καλύτερη σύγκριση, χρησιμοποιήθηκαν υπολοιπόμενες τιμές (residuals) της δύναμης κοπής. Με αυτόν τον τρόπο τα σημεία πάνω στην καμπύλη έγιναν πιο διακριτά, όπως φαίνεται και στα διαγράμματα. Τα διαγράμματα της F_z με τα αντίστοιχα των residuals είναι πανομοιότυπα ως προς την μορφή, και διαφέρουν μόνο στην κλίμακα των τιμών.
- Εστιάζοντας στην κατανομή του συντελεστή αυτοσυσχέτισης r παρατηρείται ότι το 35% των τιμών βρίσκεται μεταξύ των τιμών 10 και 15. Συμπερασματικά, η επιλογή του r πρέπει να γίνεται από το διάστημα τιμών που παρουσιάζουν τη μεγαλύτερη συχνότητα (επελέγει η τιμή 13) και όχι από την μέση τιμή του (ήταν 22). Επίσης θα πρέπει να αναφερθεί ότι η συνολική κατανομή του συντελεστή, αλλά και η κατανομή μεμονωμένα σε κάθε είδος πετρώματος, ακολουθεί την λογαριθμοκανονική κατανομή.
- Η εφαρμογή του Κινητού Μέσου Ορου απέδωσε τα ανεμενόμενα αποτελέσματα, εξομαλύνοντας την καμπύλη και κάνοντας πιο διακριτούς τους κύκλους φόρτισης.
- Όσον αφορά στην ψαθυρότητα, οι τέσσερις δείκτες που χρησιμοποιήθηκαν παρουσίασαν ορισμένες διαφοροποιήσεις. Οι δείκτες B_1 και B_2 έδωσαν παρόμοια αποτελέσματα, ενώ κοντά τους ήταν και οι τιμές του B_{ip} . Ο δείκτης B_3 απέκλινε σημαντικά από τους υπόλοιπους. Για το λόγο αυτό η χρήση της Διανυσματικής Κανονικοποίησης (Vector Normalization) που εφαρμόστηκε κρίνεται επιτυχής, αφού περιόρισε τις έντονες αποκλίσεις μεταξύ των μέτρων.

Τα σημαντικότερα συμπεράσματα προκύπτουν από την τελική συσχέτιση των μηχανικών χαρακτηριστικών των πετρωμάτων με τις παραμέτρους της δύναμης κοπής τους :

- Η καλύτερη συσχέτιση που προκύπτει είναι ανάμεσα στον αριθμό κύκλων φόρτισης με εφαρμογή του μοντέλου MA(13) και στον δείκτη ψαθυρότητας B_{ip} και είναι της τάξεως του 66%. Πολύ καλά αποτελέσματα προκύπτουν και από την συσχέτιση της παραμέτρου b με τον B_{ip} και τον B_1 με τιμές 60% και 56,6% αντίστοιχα.

- Αξιολογώντας τις παραμέτρους της δύναμης κοπής η παράμετρος b της κατανομής Weibull παρουσιάζει τη μεγαλύτερη συσχέτιση (38,4% μ.ο). Αντίστοιχα αποτελέσματα προκύπτουν και από τον αριθμό των κύκλων φόρτισης με $p=13$ (36% μ.ο). Το μοντέλο MA(p) παρουσίασε συντελεστή συσχέτισης 25% μ.ο, ενώ ο αριθμός των αρχικών κύκλων φόρτισης 18% μ.ο. Ο συντελεστής p 22% μ.ο και η μεταβλητή a παρουσίασε τη χειρότερη συσχέτιση 9% μ.ο. Η πολύ μεγάλη διαφορά στον βαθμό συσχέτισης των δύο παραμέτρων της Weibull, καθιστά την κατανομή ακατάλληλη για αυτήν την στατιστική ανάλυση. Προτείνεται η διερεύνηση της προσαρμογής άλλων κατανομών και ιδιαίτερα της λογαριθμοκανονικής.
- Από τα μηχανικά χαρακτηριστικά ο δείκτης ψαθυρότητας B_{1p} σε κάθε περίπτωση παρουσίασε την καλύτερη συσχέτιση. Συγκρίνοντας τον με τους άλλους τρεις δείκτες, ο B_{1p} εξαρτάται από τρεις παραμέτρους (UCS, BTS, πυκνότητα), ενώ οι άλλοι από δύο (UCS, BTS). Η σχέση υπολογισμού του B_{1p} έχει προκύψει μέσα από στατιστική ανάλυση και αποτελεί ημιεμπειρική μέθοδο, εξασφαλίζοντας πολύ μεγαλύτερη αξιοπιστία σε σχέση με μια απλή μαθηματική συσχέτιση της μονοαξονικής με αυτήν του εφελκυσμού. Ικανοποιητική συσχέτιση απέδωσαν και οι άλλοι δείκτες ψαθυρότητας, κυρίως ο B_1 . Η αντοχή σε θλίψη δίνει μέτρια αποτελέσματα, και τα χειρότερα δίνονται από την αντοχή σε εφελκυσμό με τον μεγαλύτερο συντελεστή συσχέτισης να φτάνει στο 23%.
- Από τα μοντέλα που εφαρμόστηκαν με βάση το μεγαλύτερο βαθμό συσχέτισης (R^2), το εκθετικό είναι το συχνότερο και αυτό που δίνει τα καλύτερα αποτελέσματα.

Βιβλιογραφία

Baecher GB and Christian JT (2003). Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering.

Brockwell PJ and Davis RA (1996). Introduction to Time Series and Forecasting. Springer Text Statistics.

Copur H. (1999). Theoretical and Experimental Studies of Rock Cutting with Drag Bits toward the Development of a Performance Prediction Model for Roadheaders

Evans I (1964). The Force Required to Cut Coal with Blunt Wedges. Int. J. Rock. Mech. Mining. Sci Vol. 2. pp. 1-12.

Evans I (1984). Basics of the Point-Attack Pick Int. J. Rock. Mech. Mining. Sci Vol. 232. No. 5.

Gotlieb L and Moore PJ (1981). Vibratory Cutting of Brown Coal, Technical Note, Int. J. Rock. Mech. Min. Sci & Geomech Abstr. Vol. 18. pp. 335 to 338.

Matlab Simulink Tutorial

Merchant E (1944). Basic Mechanics of the Metal-Cutting Process.

Nishimatsu Y (1981). The Mechanics of Rock Cutting. Int. J. Rock. Mech. Min. Sci Vol. 9. pp. 261-270.

Overman E (2012). A Matlab Tutorial. Department of Mathematics, the Ohio State University

Potts ELJ and Shuttleworth P (1957). A Study of the Ploughability of Coal with Special Reference to the effects of Blade Shape, Direction of Planing to the Cleat, Planing Speed and the Influence of Water Infusion.

Yagiz S (2008). Assessement of Brittleness using Rock Strength and Density with Punch Penetration Test. Tunnelling and Underground Space Technology 24 66-74.

Αναγνώστου (2006). Προσδιορισμός του δείκτη ειδικής ενέργειας εκσκαφής ιζηματογενών πετρωμάτων. Διπλωματική εργασία. ΕΜΠ.

Βασιλόπουλος (2011). Εργαστηριακή διερεύνηση της εξόρυξης ασβεστολίθου περιοχής Τρίπολης με μηχανικά μέσα. Διπλωματική εργασία. ΕΜΠ.

Δεμένεγας (2006). Εργαστηριακός προσδιορισμός της ειδικής ενέργειας εκσκαφής ασβεστολίθου της Αττικής. Διπλωματική εργασία. ΕΜΠ.

Κοκολάκης ΓΕ. Σημειώσεις ανάλυσης Χρονοσειρών.

Κουγιουμτζής Δ. (2013) Ανάλυση δεδομένων.

(<http://users.auth.gr/dkugiu/Teach/DataAnalysis>).

Κουλλαπής και Χρυσοστόμου (2007). Εκτίμηση της δύναμης κοπής ασβεστολίθου από τις μηχανικές ιδιότητές του. Διπλωματική εργασία. ΕΜΠ.

Κουτρομάνος (2012). Εργαστηριακή διερεύνηση της εξόρυξης ασβεστολίθου περιοχής Καρδίτσας με μηχανικά μέσα. Διπλωματική εργασία. ΕΜΠ.

Κραββαρίτης (2009). Εργαστηριακός προσδιορισμός της ειδικής ενέργειας κοπής ασβεστολίθου στο λατομείο Κεραμίδας της ΧΑΛΥΨ Α.Ε. Διπλωματική εργασία. ΕΜΠ.

Λάζαρος (2011). Εργαστηριακή διερεύνηση της εξόρυξης ασβεστολίθου περιοχής Πρεβέζης με μηχανικά μέσα. Διπλωματική εργασία. ΕΜΠ

Λέκκας (χ.χ). Forecasting and simulation. Time series. Σημειώσεις. Πανεπιστήμιο Αιγαίου.

Μαργιά Γ (2009). Ανάλυση και Πρόβλεψη Χρονοσειρών. Διπλωματική Εργασία.

Πατσίδης (2009). Εργαστηριακός προσδιορισμός της ειδικής ενέργειας κοπής λατερίτη και ασβεστολίθου από το μεταλλείο του Αγ.Ιωάννη της ΛΑΡΚΟ Α.Ε. Διπλωματική εργασία. ΕΜΠ.

Πατσίδης (2012). Εργαστηριακή διερεύνηση της εξόρυξης ορθογενέσιου Ικαρίας με μηχανικά μέσα. Διπλωματική εργασία. ΕΜΠ.