

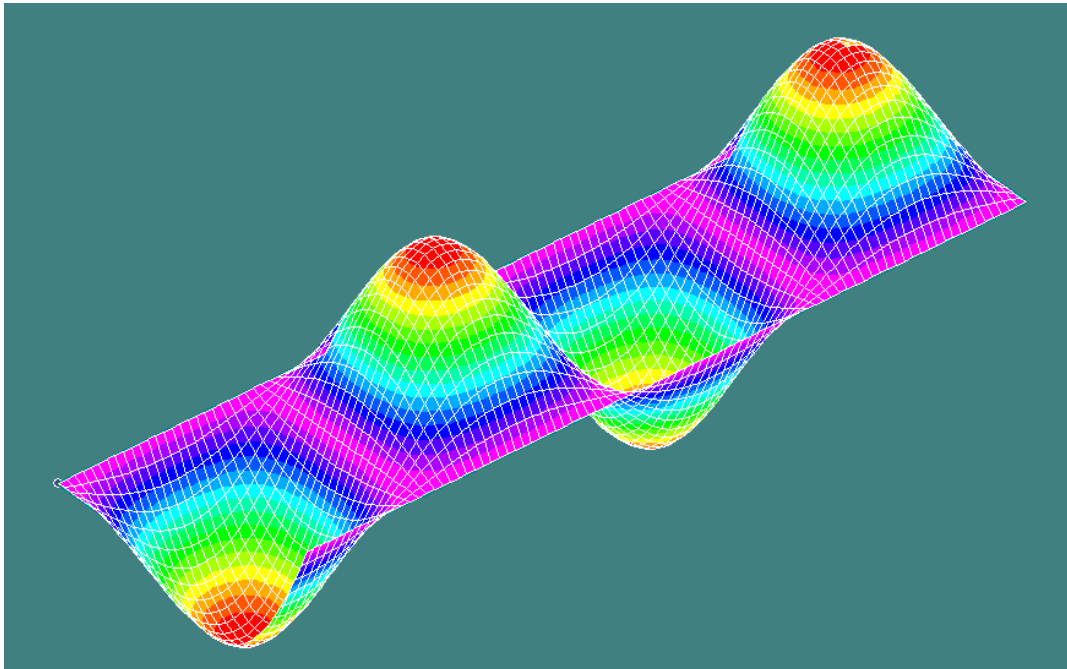


ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Πολιτικών Μηχανικών

Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών

Ενεργό Πλάτος Εσωτερικών Καμπύλων Χαλύβδινων Στοιχείων



ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Θεόδωρος Π. Κορωναίος

Επιβλέπων: Ιωάννης Ραυτογιάννης

Αθήνα, Μάρτιος 2013

ΕΜΚ ΔΕ 2013/57

Κορωναίος Θ.Π. (2013).
Ενεργό Πλάτος Εσωτερικών Καμπύλων Χαλύβδινων Στοιχείων
Διπλωματική Εργασία ΕΜΚ ΔΕ 2013/57
Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα.

Koronaivos T.P.(2013).
Effective Width of Internal Curved Steel Elements
Diploma Thesis ΕΜΚ ΔΕ 2013/57
Institute of Steel Structures, National Technical University of Athens, Greece

Περιεχόμενα

Περίληψη.....	1
Abstract.....	2
Ευχαριστίες.....	3
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 Δομικός Χάλυβας.....	6
1.1 Γενικά χαρακτηριστικά.....	6
1.2 Έλαση εν θερμώ.....	8
1.3 Έλαση εν ψυχρώ.....	10
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 Χαλύβδινες Διατομές Ψυχρής Έλασης.....	13
2.1 Γενικά.....	13
2.2 Χαρακτηριστικά συμπεριφοράς χαλύβδινων διατομών ψυχρής έλασης.....	13
2.2.1 Ευστάθεια μελών ψυχρής έλασης.....	14
2.3 Είδη χαλύβδινων διατομών ψυχρής έλασης.....	16
2.4 Πλεονεκτήματα χαλύβδινων διατομών ψυχρής έλασης.....	19
2.5 Υλικά χαλύβδινων διατομών ψυχρής έλασης.....	21
2.6 Εφαρμογές χαλύβδινων διατομών ψυχρής έλασης.....	22
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 Συμπεριφορά Διατομών Ψυχρής Έλασης.....	26
3.1 Γενικά.....	26
3.2 Προσομοίωση των τοιχωμάτων της διατομής ψυχρής έλασης.....	26
3.3 Τοπικός λυγισμός (κύρτωση).....	27
3.3.1 Μορφές λυγισμού σε διατομές ψυχρής διαμόρφωσης.....	27
3.3.2 Ελαστική κύρτωση λεπτών πλακών.....	30
3.3.3 Μεταλυγισμική συμπεριφορά πλακών.....	35
3.4 Γεωμετρικές ιδιότητες της ενεργού διατομής υποκείμενης σε τοπικό λυγισμό.....	47
3.4.1 Γενικά.....	47
3.4.2 Τοπικός λυγισμός επίπεδων πλακοειδών στοιχείων χωρίς ενισχύσεις.....	48

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 Ανάλυση Φορέων της Μελέτης σύμφωνα με τις Διατάξεις του Ευρωκώδικα.....	52
4.1 Γενικά.....	52
4.2 Προσδιορισμός του ενεργού πλάτους σύμφωνα με τις διατάξεις του Ευρωκώδικα.....	52
4.2.1 Επίπεδα ελάσματα.....	52
4.2.2 Καμπύλα ελάσματα.....	56
4.3 Συγκεντρωτικά αποτελέσματα αναλύσεων σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα.....	59
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 Προσομοίωση και Ανάλυση των φορέων της Μελέτης με χρήση Πεπερασμένων Στοιχείων.....	65
5.1 Γενικά.....	65
5.2 Περιγραφή προσομοίωσης φορέων με το πρόγραμμα MSC Nastran.....	66
5.2.1 Επίπεδα ελάσματα.....	66
5.2.2 Τροποποίηση παραμέτρων προσομοιωμάτων.....	83
5.2.3 Καμπύλα έλασματα.....	84
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 Επεξεργασία και Ανάλυση Αποτελεσμάτων – Συμπεράσματα.....	96
6.1 Γενικά.....	96
6.2 Υπολογισμός κρίσιμης τάσης κύρτωσης φορέων.....	96
6.2.1 Αποτελέσματα με βάση την ανάλυση με το Nastran.....	96
6.2.2 Αποτελέσματα με βάση τις διατάξεις του Ευρωκώδικα.....	100
6.2.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων σ_{crit} των δύο προσεγγίσεων.....	101
6.3 Υπολογισμός ενεργού πλάτους φορέων με βάση τα αποτελέσματα από το Nastran...108	
6.4 Σύγκριση αποτελεσμάτων των δύο μεθόδων.....	117
6.5 Συνολικά Συμπεράσματα.....	128
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	129

Ενεργό πλάτος εσωτερικών καμπύλων χαλύβδινων στοιχείων

Κορωναίος Θ.Π. (Επιβλέπων: Ραυτογιάννης Ι.)

Περίληψη

Οι λεπτότοιχες διατομές ψυχρής ελάσεως αποτελούν ένα σημαντικό και ολοένα αυξανόμενο κομμάτι των κατασκευών του μηχανικού. Το πεδίο χρήσης τους ποικίλει από απλές κατασκευές, εργοστασιακά κτήρια, γέφυρες και αποθήκες εμπορευμάτων μέχρι αεροσκάφη, αυτοκίνητα, τρένα και πλοία. Το μικρότερο βάρος συγκριτικά με άλλες διατομές, νέα πιο ανθεκτικά υλικά καθώς και η συνεχής βελτίωση και πρόοδος της κατασκευαστικής τεχνολογίας είναι μερικοί από τους παράγοντες οι οποίοι συντέλεσαν στην ευρεία χρήση των διατομών αυτών.

Στην παρούσα εργασία μελετάται η συμπεριφορά λεπτότοιχων ελασμάτων ψυχρής έλασης έναντι λυγισμού. Συγκεκριμένα εξετάζεται το ενεργό τους πλάτος και το πώς αυτό μεταβάλλεται συναρτήσει των διαστάσεών τους, της καμπυλότητάς τους, του πάχους τους και της ποιότητας του χάλυβα. Για τον σκοπό αυτό μελετήθηκαν 120 διαφορετικοί φορείς. Σε καθένα από αυτούς προσδιορίστηκε το ενεργό πλάτος καθώς και το κρίσιμο φορτίο λυγισμού με δύο μεθόδους : α) Με βάση τη μεθοδολογία και τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 και β) με ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων η οποία πραγματοποιήθηκε με το πρόγραμμα Nastran.

Στο πρώτο μέρος της εργασίας πραγματοποιείται μία γενικότερη παρουσίαση των διατομών ψυχρής έλασης καθώς και των σχέσεων που περιγράφουν τη συμπεριφορά τους.

Στο δεύτερο μέρος της εργασίας παρουσιάζονται οι υπολογισμοί και τα αποτελέσματα με βάση τις διατάξεις του Ευρωκώδικα και με βάση την ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία.

Τέλος, πραγματοποιείται επεξεργασία και ανάλυση όλων των αποτελεσμάτων με τη βοήθεια γραφημάτων και πινάκων. Τα τελικά συμπεράσματα που εξήχθησαν παρατίθενται στο έκτο κεφάλαιο της εργασίας.

NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
FACULTY OF CIVIL ENGINEERING
INSTITUTE OF STEEL STRUCTURES

DIPLOMA THESIS
EMK ΔΕ 2013/57

Effective Width of Internal Curved Steel Elements

Koronaïos T.P. (supervised by Raftoyiannis I.)

Abstract

Thin walled structures are an important and growing part of construction engineering. The range of their uses ranges from simple structures, factory buildings, bridges and warehouses to aircraft, automobiles, trains and ships. The light weight of these sections compared to others, new more durable materials and the continuous improvement and advancement of manufacturing technology are some of the factors which contributed to the widespread use of these sections.

In this diploma thesis we study the buckling behavior of thin-walled plates. Specifically, we calculate the effective width of these sections and examine how its value varies in relation to size of the sections, their curvature, thickness and the quality of the steel. For this purpose, we studied 120 different sections. In each of these cases we determined the effective width and the critical buckling load using two methods: a) Based on the methodology and the provisions of Eurocode 3 and b) with finite element analysis carried out with the program Nastran.

In the first part of the study, a general presentation of cold rolled sections is being made and also of the equations that describe their behavior.

In the second part of the study, we cite the calculations and the results based on the provisions of Eurocode and based on the finite element analysis.

Finally, we process and analyze the results using graphs and tables. The final conclusions drawn are presented in the sixth chapter of the thesis.

Ευχαριστίες

Το θέμα της διπλωματικής αυτής εργασίας μου υποδείχθηκε από τον καθηγητή μου Ιωάννη Ραυτογιάννη. Στο σημείο αυτό θέλω να του αποδώσω τις θερμότερες ευχαριστίες μου για τη συνεχή βοήθεια και καθοδήγησή του.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Δομικός Χάλυβας

1.1 Γενικά Χαρακτηριστικά

Ο δομικός χάλυβας είναι το βασικό υλικό από το οποίο κατασκευάζεται ο φέρων οργανισμός των χαλύβδινων κτιρίων και των υπόλοιπων δομικών έργων. Είναι κράμα με βασικό συστατικό τον σίδηρο (Fe) και διάφορα άλλα μεταλλικά και μη στοιχεία σε μικρή αναλογία. Τέτοια είναι ο άνθρακας (C), το Μαγγάνιο (Mn), το Πυρίτιο (Si), το Νικέλιο (Ni), ο Χαλκός (Cu), το Χρώμιο (Cr), το Μολυβδαίνιο (Mo), το Βανάδιο (V), το Ζιρκόνιο (Zr), το Θείο (S), ο Φώσφορος (P) κλπ.. Ορισμένα από τα παραπάνω είναι ανεπιθύμητα, επειδή επηρεάζουν δυσμενώς κάποια χαρακτηριστικά του χάλυβα. Η ποσοστιαία συμμετοχή των στοιχείων αυτών προσδιορίζει τις χαρακτηριστικές ιδιότητες του χάλυβα (αντοχή, συγκολλησιμότητα, ευαισθησία στην διάβρωση, ολκιμότητα κλπ), ενώ μικρή μεταβολή της αναλογίας αυτής οδηγεί στην δημιουργία άλλου είδους χάλυβα. Στους συνήθεις δομικούς χάλυβες η περιεκτικότητα σε άνθρακα κυμαίνεται μεταξύ 0,20% και 0,30%, ενώ η περιεκτικότητα πυριτίου και μαγγανίου αθροιστικά δεν υπερβαίνει το 1,5%. Επιπλέον η περιεκτικότητα για καθμία από τις προσμίξεις νικελίου, χρωμίου, χαλκού κ.λπ. είναι το πολύ 0,30%. Οι παραγόμενες ποιότητες χάλυβα χαρακτηρίζονται συνήθως με την ελάχιστη αντοχή σε εφελκυσμό ή την ελάχιστη τάση διαρροής, η οποία δίνεται σε KN/cm^2 ή N/mm^2 . Για παράδειγμα κατά το Ευρωπαϊκό Πρότυπο EN10025 ποιότητα S235 αντιστοιχεί σε χάλυβα με ελάχιστη τάση διαρροής 235 MPa.

Τα κυριότερα πλεονεκτήματα του χάλυβα, τα οποία του προσδίδουν το χαρακτηριστικό του πλέον ευέλικτου και ίσως του καλύτερου σήμερα δομικού υλικού, είναι τα εξής :

- Μεγάλη αντοχή ή μεγάλος λόγος αντοχής προς ίδιο βάρος. Αυτό οδηγεί σε λεπτές διατομές, μείωση των ιδίων βαρών του φέροντα οργανισμού, οικονομία χώρου και υλικού, ζεύξη μεγάλων ανοιγμάτων χωρίς ενδιάμεση υποστήλωση κλπ.
- Ομογένεια υλικού. Τα χαρακτηριστικά του είναι σταθερά σε κάθε σημείο της μάζας του υλικού, γεγονός που εξασφαλίζει την ακρίβεια των παραδοχών ανάλυσης και των ελέγχων αντοχής.
- Μονιμότητα. Τα χαρακτηριστικά του είναι αμετάβλητα στο χρόνο και εφόσον παρέχεται η κατάλληλη συντήρηση, εξασφαλίζεται απεριόριστη διάρκεια ζωής της κατασκευής.

- Ελαστικότητα. Ο χάλυβας συμπεριφέρεται ελαστικά μέχρι σχετικά υψηλές τάσεις, ενώ τα γεωμετρικά και αδρανειακά χαρακτηριστικά του προσδιορίζονται με μεγάλη ακρίβεια.
- Ολκιμότητα. Η ολκιμότητα είναι από τις πλέον σημαντικές ιδιότητες του χάλυβα και αποτελεί την ικανότητά του να υπόκειται σε μεγάλες πλαστικές (μόνιμες) παραμορφώσεις χωρίς να αστοχεί. Η ολκιμότητα του χάλυβα επιτρέπει την ανάπτυξη τοπικής διαρροής σε σημεία όπου εμφανίζεται συγκέντρωση υψηλών τάσεων υπό τα φορτία σχεδιασμού, με αποτέλεσμα την ανακατανομή της έντασης και την πρόληψη πρόωρης αστοχίας. Επιπλέον, εάν η κατασκευή υπερφορτισθεί, οι μεγάλες παραμορφώσεις λόγω της ολκιμότητας, είναι ορατές και μπορεί να οδηγήσουν στην πρόληψη της επερχόμενης αστοχίας.
- Ταχύτητα εκτέλεσης.
- Βιομηχανικό κατά το μεγαλύτερο μέρος του προϊόν με ελεγχόμενη ποιότητα.
- Το σχετικό μικρό βάρος των χαλύβδινων κατασκευών συνεπάγεται μικρότερες αδρανειακές σεισμικές δυνάμεις. Σε συνδυασμό με την ικανότητα ανάπτυξης σημαντικών πλαστικών παραμορφώσεων και απορρόφησης σημαντικής ενέργειας πριν την αστοχία, ο χάλυβας καθίσταται ιδανικό υλικό για αντισεισμικές κατασκευές.
- Ευχέρεια διάνοιξης οπών για τη διέλευση καναλιών κλιματισμού και άλλων ηλεκτρομηχανολογικών εγκαταστάσεων.
- Άλλα πλεονεκτήματα του χάλυβα είναι : η δυνατότητα επαναχρησιμοποίησής του (ως έχει ή μετά από ανάτξη), η ευκολία ενίσχυσης υπαρχουσών κατασκευών (με στόχο την αύξηση της φέρουσας ικανότητας), η ευκολία στην τυποποίηση και την προκατασκευή κλπ.

Στα μειονεκτήματα του χάλυβα συγκαταλέγονται :

- Η ευαισθησία σε υψηλές θερμοκρασίες (οι θερμοκρασίες που αναπτύσσονται σε περίπτωση πυρκαγιάς, προκαλούν έντονη απομείωση της αντοχής του χάλυβα) και η ανάγκη λήψης μέτρων πυροπροστασίας.
- Η ευαισθησία σε φαινόμενα αστάθειας η οποία οδηγεί σε αναγκαία αύξηση του υλικού που θα χρησιμοποιηθεί σε θλιβόμενα στοιχεία, για την αποτροπή του φαινομένου του λυγισμού.
- Η ευαισθησία έναντι κόπωσης (σε περίπτωση μεγάλου αριθμού κύκλων επαναλαμβανόμενης φόρτισης) κλπ.

Τα χαλυβουργεία παράγουν ημιτελή και τελικά προϊόντα χάλυβα. Τα ημιτελή προϊόντα χάλυβα είναι συνήθως δοκοί ορθογωνικής διατομής («μπιγιέτες») με ακμή περίπου 10 εκατοστών ή κυκλικής διατομής με διάμετρο περίπου 25 εκατοστών (κυλινδρικές «μπιγιέτες» ή «κορμοί») και μήκος μερικά μέτρων. Η παραγωγή των ημιτελών προϊόντων γίνεται στο μεγαλύτερο βαθμό με συνεχή

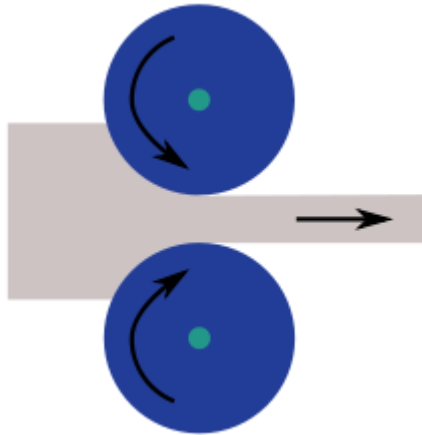
χύτευση σε μήτρες από χαλκό, που ψύχονται με νερό και με έλαση σε ειδικά ελάσματα.

1.2 Έλαση εν θερμώ

Η παραγωγή των τελικών προϊόντων χάλυβα περιλαμβάνει την έλαση εν θερμώ, την έλαση εν ψυχρώ και την παραγωγή σωλήνων. Η πιο συνήθης διαδικασία είναι η εν θερμώ έλαση, η οποία αφορά το 90% περίπου της συνολικής παραγωγής χάλυβα. Κατά την διαδικασία της έλασης, το υλικό περνά από μία σειρά περιστρεφόμενων ελάστρων, το μεταξύ των οποίων κενό και το σχήμα ποικίλλουν, ώστε να δώσουν στο τελικό προϊόν την επιθυμητή μορφή.

Η πρώτη ύλη της εν θερμώ έλασης είναι τα προηγουμένως αναφερθέντα ημιτελή προϊόντα (πλάκες ή ράβδοι ορθογωνικής ή τετραγωνικής μορφής). Πριν την εξέλαση, τα προϊόντα αυτά υφίστανται επαναθέρμανση στους $1200^{\circ} - 1300^{\circ} \text{C}$ επειδή στις υψηλές θερμοκρασίες γίνονται πιο εύπλαστα, λόγω μείωσης του ορίου διαρροής, και έτσι μειώνονται οι δυνάμεις των ελάστρων με τα οποία γίνονται οι μεγάλες παραμορφώσεις. Για την διαμόρφωση της τελικής διατομής απαιτείται ένας ορισμένος αριθμός «περασμάτων» του υλικού από τα έλαστρα, ο οποίος εξαρτάται από την μορφή του ημιτελούς και το μέγεθος του τελικού προϊόντος. Όπως είναι φυσικό, κατά τη διάρκεια της εξέλασης το υλικό κρυσταλλώνει και καθίσταται λιγότερο εύπλαστο. Για το λόγο αυτό ο αριθμός των περασμάτων δεν είναι απεριόριστος, μπορεί όμως να φτάσει ακόμα και μέχρι τα 70. Η συνήθης θερμοκρασία στα τελικά στάδια έλασης είναι περί τους $900^{\circ} - 1000^{\circ} \text{C}$.

Τα έλαστρα έχουν μορφή κυλινδρικού τυμπάνου με λεία επιφάνεια για την παραγωγή επίπεδων ελασμάτων, πλακών ή φύλλων και επιφάνεια με εγκοπές για την παραγωγή δοκών, γωνιακών, σιδηροτροχιών, πετασμάτων, πασσάλων κλπ. Η προώθηση του υλικού γίνεται με την περιστροφή των ελάστρων περί των άξονά τους. Με αλλαγή της φοράς περιστροφής, από δεξιόστροφη σε αριστερόστροφη και αντιθέτως, και μείωση της μεταξύ τους απόστασης, μπορεί το μέταλλο να περάσει και περισσότερες φορές από τα ίδια έλαστρα και να μειωθεί σταδιακά το πάχος του. Όμως, ο βαθμός μείωσης του πάχους πρέπει να ελέγχεται και δεν επιτρέπεται να είναι πολύ μεγάλος, ώστε να μην προκαλείται ρηγμάτωση ή θραύση του μετάλλου.



Σχήμα 1.1 Σχηματική αναπαράσταση της έλασης

Με την μείωση του πάχους αυξάνεται το μήκος και το πλάτος του ζεστού μετάλλου. Η αύξηση του πλάτους, εξαρτώμενη από το βαθμό μείωσης του πάχους, τη θερμοκρασία και τη διάμετρο του ελάστρου, πρέπει να ελέγχεται ώστε να δώσει τις σωστές διαστάσεις της διατομής. Αυτό γίνεται με τη βοήθεια πλευρικών ελάστρων, τα οποία δίνουν ένα επαρκές τελείωμα στη διατομή και εξασφαλίζουν τη συμμόρφωση με τις επιθυμητές διαστάσεις.

Εκτός της επίτευξης του προδιαγεγραμμένου σχήματος της διατομής, η εν θερμώ έλαση βελτιώνει και τις μηχανικές ιδιότητες του χάλυβα. Τα απαιτούμενα μηχανικά χαρακτηριστικά επιτυγχάνονται με σωστό έλεγχο της χημικής σύνθεσης του μετάλλου, τη θερμοκρασία του υλικού στα τελευταία στάδια εξέλασης και το βαθμό μείωσης του πάχους.



Σχήμα 1.2 Έλαση εν θερμώ



Σχήμα 1.3 Έλαση εν θερμώ

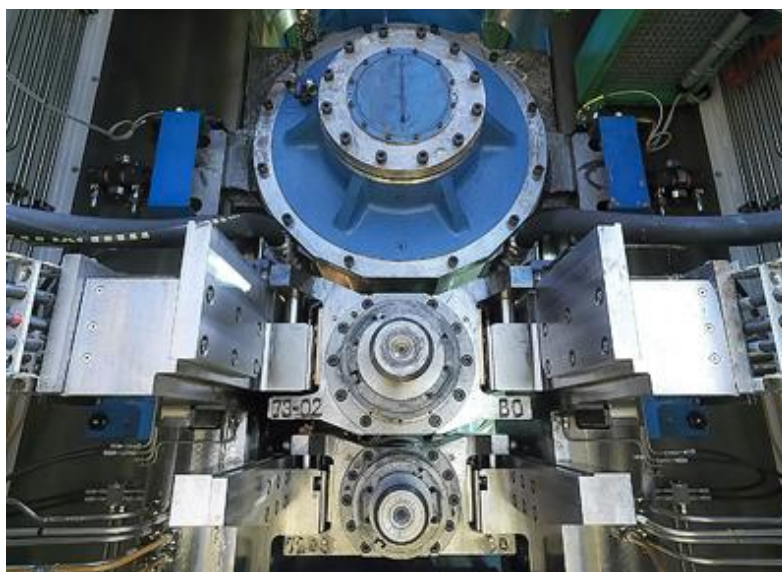
Υπάρχει μία πολύ μεγάλη ποικιλία τυποποιημένων διατομών που παράγονται μέσω θερμής έλασης, σε διάφορες διαστάσεις και πάχη, έτσι ώστε να είναι δυνατή η αντιμετώπιση των κατασκευαστικών και υπολογιστικών απαιτήσεων για μεγάλο εύρος κατασκευών. Τα κυριότερα προϊόντα θερμής έλασης είναι : Υψίκορμες δοκοί με κεκλιμένα πέλματα, πλατύπελμες δοκοί με παράλληλα πέλματα, ελαφρές πλατύπελμες δοκοί με παράλληλα πέλματα, βαριές πλατύπελμες δοκοί με παράλληλα πέλματα, υψίκορμες δοκοί με παράλληλα πέλματα, διατομές πι ή ου, γωνιακά ισοσκελή και ανισοσκελή, διατομές ζήτα, διατομές ταυ, πλάκες, ελάσματα, κυκλικές τετραγωνικές και ορθογωνικές ράβδοι. Εκτός αυτών, είναι δυνατή η κατασκευή σύνθετων ή πολυμελών διατομών, μέσω κοχλίωσης ή συγκόλλησης, με βάση τις προηγούμενες πρότυπες διατομές.

1.3 Έλαση εν ψυχρώ

Η συνηθέστερη τεχνική για διαμόρφωση λεπτότοιχων διατομών ή χαλυβδόφυλλων, πάχους μικρότερου από συνήθως 2 mm, είναι η έλαση εν ψυχρώ. Και στην περίπτωση αυτή ένα συνεχές χαλύβδινο φύλλο, προερχόμενο από ένα ρολό (coil), περνάει διαμέσου μίας σειράς ελάστρων και παίρνει σταδιακά την τελική μορφή μέσω πλαστικής παραμόρφωσης. Κάθε ζεύγος ελάστρων ονομάζεται βαθμίδα και προκαλεί μία συγκεκριμένη σταθερή παραμόρφωση. Όσο πιο σύνθετη είναι η μορφή της τελικής διατομής, τόσο περισσότερες βαθμίδες απαιτούνται. Σε κλειστές διατομές ψυχρής έλασης, τα έλαστρα σχηματίζουν καταρχήν μία κυκλική διατομή και τα απέναντι άκρα των ελασμάτων συγκολλούνται, προ της τελικής έλασης, σε μία τετραγωνική ή κυκλική διατομή.

Είναι προφανές ότι η εν ψυχρώ έλαση απαιτεί μικρό πάχος φύλλων, λόγω της ανάγκης περιορισμού των εφαρμοζόμενων δυνάμεων των ελάστρων και για την

αποφυγή ρηγμάτωσης του πλαστικώς παραμορφούμενου μετάλλου. Κατά την εν ψυχρώ κατεργασία οι κρύσταλλοι του χάλυβα παραμορφώνονται λόγω συμπίεσης με αποτέλεσμα να μεταβάλλονται τοπικά οι μηχανικές ιδιότητες των περιοχών όπου συμβαίνει η πλαστική παραμόρφωση. Η κατάσταση αυτή είναι γνωστή ως σκλήρωση. Κατά την σκλήρωση παρατηρείται αύξηση της σκληρότητας, της αντοχής και του ορίου ελαστικότητας, ενώ συγχρόνως μειώνεται η ολκιμότητα και η δυσθραυστότητα.



Σχήμα 1.4 Έλαστρο ψυχρής έλασης με 6 ράουλα

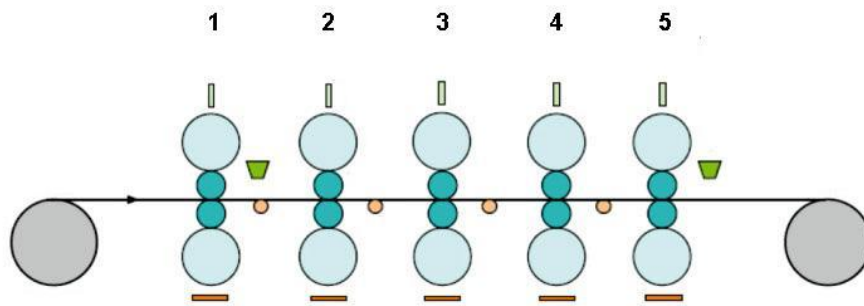
Ένας σημαντικός περιορισμός κατά τη ψυχρή διαμόρφωση είναι ο απαιτούμενος χρόνος αλλαγής των ελάστρων για παραγωγή διατομών διαφορετικού μεγέθους. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιούνται συχνά μεταθετά έλαστρα τα οποία επιτρέπουν την εύκολη αλλαγή για διαφορετικά μεγέθη.

Η έλαση εν ψυχρώ εφαρμόζεται κυρίως όταν απαιτείται η παραγωγή μεγάλων ποσοτήτων συγκεκριμένων μορφών διατομών. Η αρχική επένδυση σε εξοπλισμό κρίνεται μεγάλη, αλλά η εργατική συμμετοχή είναι μικρή.

Διατομές ψυχρής διαμόρφωσης μπορούν να παραχθούν και με δύο άλλες διαδικασίες, την αναδίπλωση και τη συμπίεση. Οι μέθοδοι αυτές δεν έχουν τόσο ευρεία εφαρμογή όσο η έλαση εν ψυχρώ. Είναι απλούστερες διαδικασίες και χρησιμοποιούνται για μικρότερες παραγωγές και διαφορετικές μορφές διατομών, όταν δεν δικαιολογείται το κόστος της αρχικής επένδυσης.



Σχήμα 1.5 Έλαστρο ψυχρής έλασης με 4 ράουλα αναστρεφόμενης κίνησης



Σχήμα 1.6 Σχηματική αναπαράσταση της έλασης εν ψυχρώ με βαθμίδες για μόρφωση απλών διατομών

Οι διατομές ψυχρής έλασης και τα χαρακτηριστικά τους στοιχεία θα μελετηθούν αναλυτικά στο επόμενο κεφάλαιο.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Χαλύβδινες διατομές ψυχρής έλασης

2.1 Γενικά

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένα, οι δυνατότητες εφαρμογής των χαλύβδινων διατομών ψυχρής έλασης ως φέροντα στοιχεία είναι πολύ μεγάλη και εκτείνεται από την αυτοκινητοβιομηχανία, στη ναυπηγική, την κατασκευή συρμών, την αεροναυπηγική, τη γεφυροποιία, τη βιομηχανία κλπ. Στα βιομηχανικά κράτη οι μεταλλικές κατασκευές από στοιχεία ψυχρής έλασης καταλαμβάνουν συνεχώς ολοένα και αυξανόμενο μερίδιο της αγοράς. Το γεγονός αυτό οφείλεται κυρίως στις τεχνολογικές εξελίξεις τόσο στην παραγωγή όσο και στην προστασία έναντι διάβρωσης. Οι παράγοντες αυτοί συμβάλλουν στην αύξηση της ανταγωνιστικότητας των προϊόντων αυτών καθώς και στη διεύρυνση του πεδίου εφαρμογής τους. Πρόσφατες μελέτες έδειξαν ότι η απώλεια πάχους της επιφανειακής στρώσης γαλβανισμένων στοιχείων είναι τόσο μικρή, ώστε να μπορεί να εγγυηθεί διάρκεια ζωής μεγαλύτερη από 60 χρόνια.

2.2 Χαρακτηριστικά συμπεριφοράς χαλύβδινων διατομών ψυχρής έλασης

Όσον αφορά την κατασκευαστική τους συμπεριφορά, συγκρινόμενες με τα συμβατικά μεταλλικά μέλη, οι λεπτότοιχες διατομές ψυχρής έλασης χαρακτηρίζονται κυρίως από : α) σταθερό πάχος, β) σχετικά μεγάλο λόγο πλάτους προς πάχος, γ) ποικιλία σχήματος διατομών. Το δεύτερο από τα παραπάνω χαρακτηριστικά έχει ως αποτέλεσμα την εμφάνιση φαινομένων τοπικού λυγισμού που επηρεάζουν αρνητικά την φέρουσα ικανότητα των διατομών. Επίσης στους υπολογισμούς πρέπει να ληφθούν υπόψη πιθανές κατασκευαστικές ατέλειες οι οποίες προκαλούνται κατά την διαδικασία της ψυχρής έλασης. Συνεπώς, η ανάλυση και ο σχεδιασμός στοιχείων από λεπτότοιχες διατομές ψυχρής έλασης καθίσταται πολύπλοκος εξαιτίας των φαινομένων που οφείλονται στα παραπάνω χαρακτηριστικά, κάτι που δεν συμβαίνει σε τέτοιο βαθμό σε άλλου είδους διατομές.

Η διαδικασία παραγωγής των χαλύβδινων διατομών ψυχρής έλασης παίζει σημαντικό ρόλο σε μερικές ιδιότητες, οι οποίες επηρεάζουν τον τοπικό λυγισμό. Συγκριτικά με το αρχικό υλικό, το υλικό που υφίσταται ψυχρή έλαση, παρουσιάζει αυξημένο όριο διαρροής και μερικές φορές αύξηση της εφελκυστικής αντοχής ιδιαίτερα στις γωνίες και αρκετά στα πέλματα ενώ μεταβάλλεται και το διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων του.

Η αύξηση του ορίου διαρροής οφείλεται στην κράτυνση και εξαρτάται από την ποιότητα του χάλυβα. Αντιθέτως, η αύξηση της εφελκυστικής αντοχής είναι συνάρτηση της γήρανσης και των μεταλλουργικών ιδιοτήτων του υλικού και συνδέεται με μείωση της ολκιμότητας. Οι διατάξεις των κανονισμών δίνουν σχέσεις για τον προσδιορισμό της αύξησης του ορίου διαρροής διατομών ψυχρής έλασης σε σχέση με το βασικό υλικό.

Οι διατομές θερμής έλασης επηρεάζονται από τις παραμένουσες τάσεις που δημιουργούνται κατά την ψύξη του υλικού. Οι τάσεις αυτές είναι κυρίως μεμβρανικές, εξαρτώνται από το σχήμα της διατομής και επηρεάζουν σημαντικά την αντοχή σε λυγισμό. Στις διατομές ψυχρής διαμόρφωσης οι παραμένουσες από την έλαση τάσεις είναι κυρίως καμπτικές και επηρεάζουν λιγότερο την αντοχή σε λυγισμό σε σχέση με τις διατομές θερμής έλασης. Από την άλλη πλευρά, κατά την ψυχρή έλαση, δημιουργούνται διαφορετικές παραμένουσες τάσεις έτσι ώστε η αντοχή να είναι διαφορετική όταν αλληλοεπηρεάζονται ο λυγισμός και η διαρροή.

Διαδικασία παραγωγής	Θερμή έλαση	Ψυχρή έλαση
Μεμβρανικές παραμένουσες τάσεις (σ_m)	Υψηλές	Χαμηλές
Καμπτικές παραμένουσες τάσεις (σ_{rf})	Χαμηλές	Υψηλές

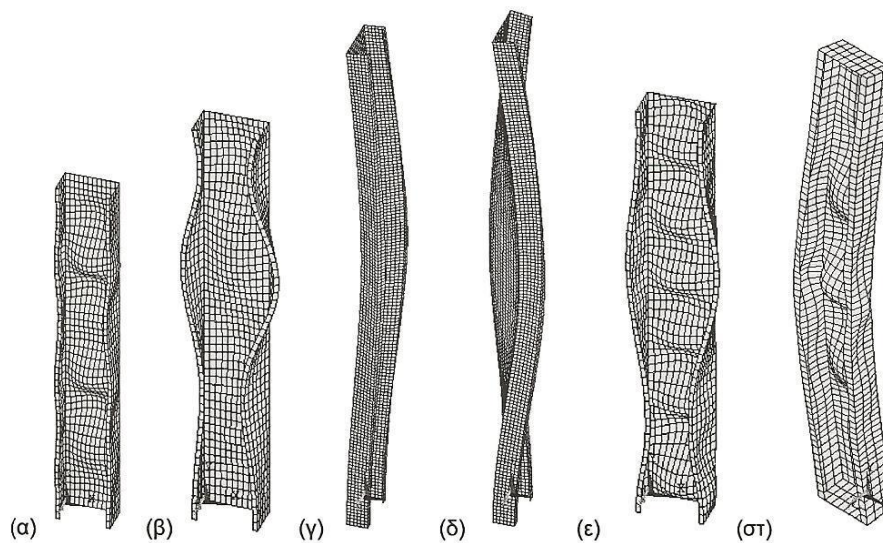
Πίνακας 2.1 Είδος και μέγεθος των παραμενουσών τάσεων

2.2.1 Ευστάθεια μελών ψυχρής έλασης

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω η χρήση λεπτότοιχων στοιχείων ψυχρής διαμόρφωσης συνδέεται με ειδικά προβλήματα σχεδιασμού σε σχέση με τις διατομές θερμής έλασης, τα οποία σχετίζονται κυρίως με την αυξημένη ευαισθησία τους έναντι φαινομένων αστάθειας. Για τον λόγο αυτό, η μελέτη και ο έλεγχος διέπονται από ειδικές πρόσθετες διατάξεις οι οποίες αποτελούν αντικείμενο ξεχωριστών κανονισμών και προδιαγραφών. Πολλές φορές τα φαινόμενα που λαμβάνουν χώρα είναι τόσο σύνθετα, ώστε ο σχεδιασμός να απαιτεί την εφαρμογή τόσο πειραματικών όσο και αναλυτικών μεθόδων.

Οι κυριότεροι παράγοντες οι οποίοι επηρεάζουν τη συμπεριφορά των λεπτότοιχων διατομών είναι ο τοπικός λυγισμός, ο καθολικός λυγισμός, ο λυγισμός με

στρέβλωση της διατομής και ο διατμητικός λυγισμός. Οι διατομές ψυχρής διαμόρφωσης είναι πολύ ευαίσθητες έναντι τοπικού λυγισμού (κύρτωσης), ο οποίος χαρακτηρίζεται από το σχετικά μικρό μήκος κύματος της σχετικής ιδιομορφής λυγισμού. Αντιθέτως, το μήκος κύματος στον καθολικό λυγισμό, στον οποίο περιλαμβάνεται τόσο ο καμπτικός όσο και ο στρεπτοκαμπτικός λυγισμός, είναι μεγάλο. Στον καθολικό λυγισμό οι διατομές μένουν απαραμόρφωτες, ως άκαμπτα διαφράγματα. Στον τοπικό λυγισμό με στρέβλωση της διατομής η αστάθεια προκαλείται λόγω σχετικής μετατόπισης των ακμών της και το μήκος κύματος έχει ενδιάμεση τιμή σε σχέση με τα μήκη κύματος στον τοπικό και τον καθολικό λυγισμό. Ο τοπικός λυγισμός με στρέβλωση της διατομής εμφανίζεται όλο και πιο συχνά, όσο συνθετότερη γίνεται η μορφή των διατομών. Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζονται οι διάφορες μορφές λυγισμού μιας διατομής U, όπως υπολογίστηκαν με ιδιομορφική ανάλυση με χρήση πεπερασμένων στοιχείων. Οι μορφές μπορεί να είναι απλές ή σύνθετες, με αλληλεπίδραση των διάφορων απλών ιδιομορφών. Στο κεφάλαιο 3 θα πραγματοποιηθεί εκτενέστερη ανάλυση του τοπικού λυγισμού στις λεπτότοιχες διατομές.



Σχήμα 2.1 Ιδιομορφές διατομής U με ακραίες ενισχύσεις υπό αξονική θλίψη. Απλές ιδιομορφές : α) τοπικός λυγισμός, β) τοπικός λυγισμός με στρέβλωση της διατομής, γ) καμπτικός λυγισμός περί τον ασθενή άξονα, δ) στρεπτοκαμπτικός λυγισμός, ε) αλληλεπίδραση τοπικού λυγισμού και λυγισμού με στρέβλωση της διατομής, στ) αλληλεπίδραση τοπικού λυγισμού και καμπτικού λυγισμού περί τον ασθενή άξονα

2.3 Είδη χαλύβδινων διατομών ψυχρής έλασης

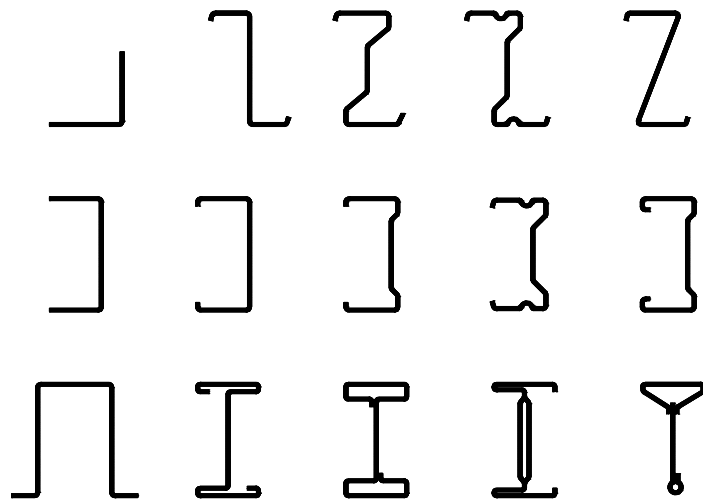
Τα δομικά στοιχεία και τα φύλλα ψυχρής έλασης είναι χαλύβδινα προϊόντα προερχόμενα από επίπεδα ελάσματα ή ρολά ψυχρής ή θερμής έλασης, με ή χωρίς επίστρωση. Τα μέλη ψυχρής έλασης και τα αυλακωτά φύλλα έχουν εντός επιτρεπόμενων αντοχών ένα σταθερό ονομαστικό πάχος σε όλο το μήκος τους και μπορεί να έχουν είτε ομοιόμορφη διατομή είτε απομειούμενη διατομή κατά μήκος τους. Οι διατομές μελών ψυχρής έλασης και αυλακωτών φύλλων αποτελούνται από έναν αριθμό επίπεδων στοιχείων τα οποία συνδέονται με καμπύλα στοιχεία. Υπάρχουν συμμετρικές, μη συμμετρικές, ορθογώνιες και κεκλιμένες διατομές, ελασμένες εν ψυχρώ. Οι λεπτότοιχες διατομές διαιρούνται σε δύο κύριες κατηγορίες, τις ανοικτές και τις κλειστές διατομές. Οι κλειστές διατομές μορφώνονται είτε εν ψυχρώ είτε με συγκόλληση. Οι ανοικτές διατομές χωρίζονται σε :

α) Ανοικτές διατομές από πρότυπα ελάσματα μορφωμένα εν θερμώ. Στην πρώτη αυτή κατηγορία περιλαμβάνονται διατομές I, IPB, IPN, οι οποίες σε ορισμένες περιπτώσεις καταπονήσεως μπορούν να ελεγχθούν ως λεπτότοιχες διατομές. Οι διατομές αυτές διαθέτουν ικανοποιητική αντοχή έναντι κάμψης και διάτμησης αλλά παρουσιάζουν σχετικά μειωμένη αντοχή σε στρέψη. Για αυτόν τον λόγο απαιτείται συνήθως ενίσχυση των διατομών αυτών.

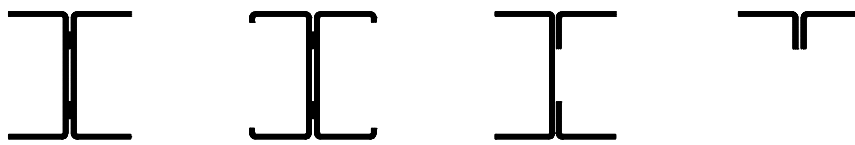
β) Ανοικτές διατομές από ελάσματα μορφωμένα εν ψυχρώ. Η παραγωγή τους γίνεται από ειδικές μηχανές εξελάσεως, εν ψυχρώ, μέσω μίας σειράς 6 έως 16 ελάστρων.

Τα ύψη των διατομών των φερόντων ραβδόμορφων στοιχείων κυμαίνονται συνήθως μεταξύ 50-70 mm και 350-400 mm, τα πάχη τους μεταξύ 1 και 6 mm. Τα επιφανειακά στοιχεία ψυχρής έλασης που συνθέτουν το κέλυφος της κατασκευής ή στοιχεία πλακών αποτελούνται από τραπεζοειδή ελάσματα ή κασέτες. Τα ύψη τους κυμαίνονται συνήθως μεταξύ 20 και 200 mm, τα πάχη τους μεταξύ 0,4 και 1,5 mm. Για την αύξηση της δυσκαμψίας των διατομών ψυχρής έλασης προβλέπονται ακραίες ή ενδιάμεσες ενισχύσεις.

Τυπικές μορφές διατομών για μέλη ψυχρής έλασης φαίνονται στα ακόλουθα σχήματα.



α) Απλές ανοικτές διατομές

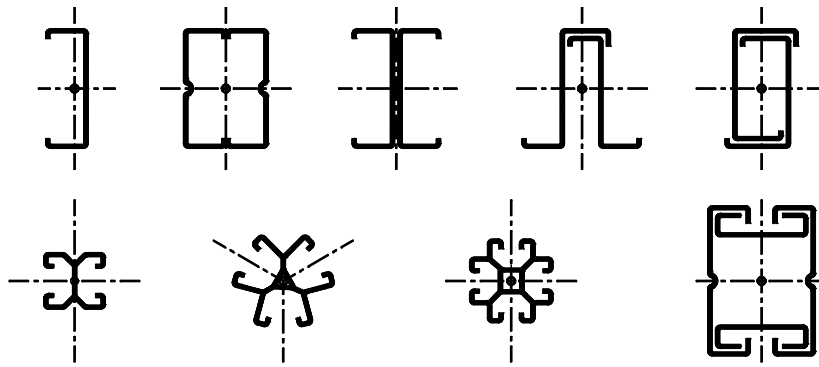


β) Ανοικτές σύνθετες διατομές

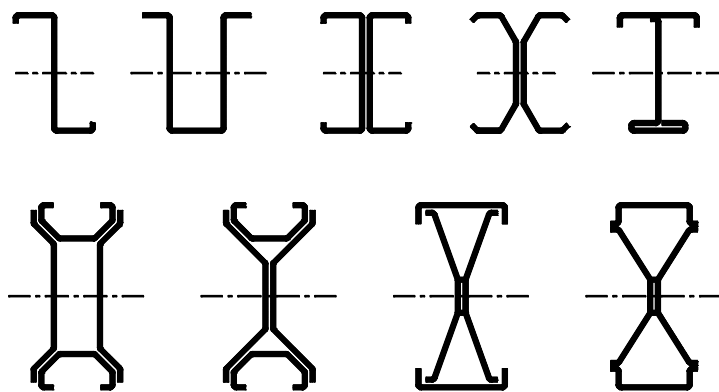


γ) Κλειστές σύνθετες διατομές

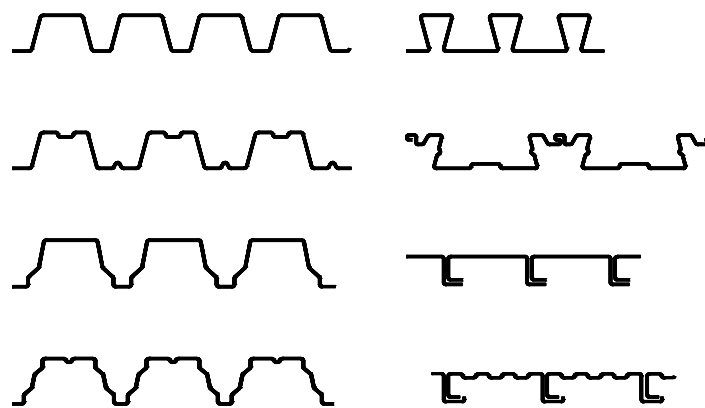
Σχήμα 1.6 Τυπικές μορφές διατομών για μέλη ψυχρής έλασης



α) Θλιβόμενα και εφελκούμενα μέλη



β) Δοκοί και άλλα μέλη τα οποία υπόκεινται σε κάμψη



γ) Αυλακωτά χαλυβδόφυλλα και κασέτες

Σχήμα 1.7 Παραδείγματα μελών και αυλακωτών φύλλων ψυχρής έλασης

2.4 Πλεονεκτήματα χαλύβδινων διατομών ψυχρής έλασης

Οι διατομές ψυχρής έλασης παρουσιάζουν έναν αξιοσημείωτο αριθμό πλεονεκτημάτων. Ειδικά για κτήρια ισχύουν τα παρακάτω πλεονεκτήματα αναφορικά με την κατασκευή και τη χρήση.

Πλεονεκτήματα κατά την κατασκευή

- Απλή μόρφωση σε ένα ευρύ φάσμα δομικών και αρχιτεκτονικών μορφών.
- Συγκρινόμενες με παχύτερα προϊόντα θερμής έλασης, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για μικρότερα φορτία και/ή μικρότερα ανοίγματα, με αποτέλεσμα την εξοικονόμηση υλικού.
- Τα φέροντα φύλλα δίνουν επιφάνειες κατάλληλες για τη στέγη, τις όψεις και τις πλάκες των ορόφων και μπορούν να μορφωθούν σε κλειστές κυψέλες από τις οποίες διέρχονται καλωδιώσεις, αγωγοί κλπ.
- Συνθετότερες μορφές διατομών μπορούν να παραχθούν οικονομικότερα μέσω της ψυχρής διαμόρφωσης, έτσι ώστε να επιτυγχάνονται καλύτεροι λόγοι φέρουσας ικανότητας προς βάρος.
- Τα φέροντα φύλλα παραλαμβάνουν δυνάμεις όχι μόνο κάθετα στο επίπεδό τους, αλλά και εντός του επιπέδου τους, λειτουργώντας ως διαφράγματα, αν ενωθούν κατάλληλα με τα στοιχεία που τα στηρίζουν.
- Η μόρφωσή τους μπορεί να γίνει με τρόπο τέτοιο ώστε να είναι δυνατή ευκολότερη συσκευασία και μεταφορά σε σχέση με άλλες διατομές.
- Μεγάλη αναλογία προκατασκευασμένων στοιχείων, υπό βιομηχανικές συνθήκες. Τα στοιχεία έχουν τις ακριβείς διαστάσεις και έχουν ήδη διανοιγμένες οπές.
- Απλή συναρμολόγηση στο εργοτάξιο. Τα στοιχεία μπορούν να ανυψωθούν σε ομάδες από ένα γερανό. Μεμονωμένα στοιχεία και επιμέρους πλαίσια μεταφέρονται στην ακριβή θέση με τα χέρια.
- Μεγάλη ταχύτητα κατασκευής και συνεπώς ταχεία απόδοση του επενδυμένου κεφαλαίου.
- Δυνατότητα επί τόπου πραγματοποίησης αλλαγών, με τη σύμφωνη γνώμη του μηχανικού.
- Η βέλτιστη χρήση του υλικού οδηγεί σε ανταγωνιστικές λύσεις με μικρότερο κόστος υλικών.
- Αποδοτικές μέθοδοι μελέτης και μόρφωσης των λεπτομερειών, με τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή.
- Απλή εφαρμογή της πυροπροστασίας. Κατάλληλες γυψοσανίδες δίνουν χρόνο πυραντίστασης μέχρι 120 λεπτά.
- Περιορισμός των εργοταξιακών ελέγχων στο ελάχιστο.
- “Ξηρή” δόμηση που επιτρέπει γρήγορη εγκατάσταση και λιγότερα μελλοντικά προβλήματα.

- Καλή σύνδεση μεταξύ κυρίων πλαισίων και άλλων στοιχείων, μέσω μηχανικών συνδέσεων ή συγκολλήσεων.
- Μικρή επιρροή των εργοταξιακών συνθηκών.
- Βέλτιστη σχέση αντοχής προς βάρος.

Πλεονεκτήματα κατά τη χρήση

- Δυνατότητα επίτευξης ελαφρών και αποτελεσματικών συστημάτων διαφορετικής μορφολογίας, π.χ. πλαίσια, δικτυώματα, τόξα κλπ.
- Επίτευξη μεγαλύτερων ανοιγμάτων σε σχέση με το ξύλο. Οι μεγαλύτεροι ελεύθεροι χώροι έχουν ως αποτέλεσμα τη μεγαλύτερη δυνατότητα υλοποίησης μελλοντικών αλλαγών στη χρήση των χώρων.
- Δύσκαμπτες κατασκευές με καλή συμπεριφορά υπό συνθήκες λειτουργίας, π.χ. μικρά βέλη, αποφυγή ταλαντώσεων.
- Ευκολία στερεώσεων μέσω διατιθέμενων ειδικών διατομών.
- Καμία συμβολή στο πυροθερμικό φορτίο.
- Καλή πυραντίσταση και ευκολία αντικατάστασης των υλικών πυροπροστασίας μετά από ενδεχόμενη πυρκαγιά.
- Καλή θερμομόνωση και αποφυγή υδρατμών, μέσω κατάλληλων κατασκευαστικών λεπτομερειών. Έτσι η εφαρμογή τους είναι μεγάλη τόσο σε περιοχές με ψυχρά κλίματα, όσο και με θερμά κλίματα.
- Μεγάλη περιβαλλοντική προστασία λόγω μεγάλου χρόνου χρήσης, επανάχρησης, ανακύκλωσης και περιορισμού των μπαζών στο ελάχιστο.

Αξίζει να σημειωθεί ότι η ελαφρά μεταλλική κατασκευή είναι σε ορισμένες περιπτώσεις η μόνη λύση. Για παράδειγμα διατομές ψυχρής έλασης χρησιμοποιούνται για την κατασκευή πρόσθετου ορόφου σε υπάρχον κτίριο χωρίς να επιβαρύνουν τη θεμελίωση. Επιπλέον η χρήση επικαλύψεων από μεταλλικά πετάσματα προσδίδει αντοχή και ευστάθεια στο όλο κτίριο και παραλαμβάνει πλευρικά φορτία ανέμου, σεισμού κλπ.

Σε σύγκριση με άλλα δομικά υλικά, όπως ξύλο και σκυρόδεμα, η χρήση στοιχείων ψυχρής διαμόρφωσης έχει ως αποτέλεσμα τις ακόλουθες ιδιότητες :

- Ελαφρότητα
- Υψηλή δυσκαμψία και αντοχή
- Δυνατότητα κάλυψης μεγάλων ανοιγμάτων, μέχρι 10 m
- Δυνατότητα προκατασκευής και μαζικής παραγωγής
- Γρήγορη και απλή συναρμολόγηση και εγκατάσταση
- Μείωση των καθυστερήσεων λόγω δυσμενών καιρικών συνθηκών
- Μεγαλύτερη ακρίβεια στη μόρφωση των κατασκευαστικών λεπτομερειών

- Αποφυγή ερπυσμού και συστολής ξήρανσης για ήπιες θερμοκρασίες
- Αποφυγή ικριωμάτων
- Απαλλαγή από τερμίτες και μούχλα
- Ενιαία ποιότητα
- Ευκολία και οικονομία κατά την μεταφορά και την μετακίνηση
- Ακαυστότητα
- Ανακύκλωση υλικού

Με το συνδυασμό των πλεονεκτημάτων που αναφέρθηκαν παραπάνω, μπορούν να επιτευχθούν πολύ οικονομικές λύσεις στις κατασκευές.

2.5 Υλικά χαλύβδινων διατομών ψυχρής έλασης

Οι χάλυβες που χρησιμοποιούνται για την παραγωγή γραμμικών και επιφανειακών στοιχείων ψυχρής έλασης πρέπει να είναι κατάλληλοι για να υποστούν την διαδικασία της ψυχρής διαμόρφωσης. Επιπλέον πρέπει να είναι κατάλληλοι για συγκόλληση και γαλβανισμό. Σχετικά με τις μηχανικές ιδιότητες, οι τάσεις διαρροής τις περισσότερες περιπτώσεις κυμαίνονται μεταξύ 250-550 MPa. Οι προβλεπόμενες από τους ευρωπαϊκούς και διεθνείς κανονισμούς ποιότητες χάλυβα δίνονται στον πίνακα 2.2, μαζί με τις τιμές του ορίου διαρροής και της εφελκυστικής αντοχής του μητρικού μετάλλου, οι οποίες χρησιμοποιούνται στους ελέγχους ως χαρακτηριστικές τιμές. Η χρήση άλλων χαλύβων είναι επιτρεπτή εάν ικανοποιούνται οι απαιτήσεις των κανονισμών αναφορικά με τη χημική σύνθεση και τις μηχανικές ιδιότητες. Για πάχη ελασμάτων μικρότερα από 3 mm προτιμάται η χρησιμοποίηση θερμογαλβανισμένου υλικού.

Τρόπος παραγωγής	Κανονισμός	Ποιότητα	f_{yb} [N/mm ²]	f_u [N/mm ²]
Πλατέα θερμής έλασης από κοινούς δομικούς χάλυβες	EN 10025	S 235	235	360
		S 275	275	430
		S 355	355	510
Πλατέα θερμής έλασης από συγκολλησίμους λεπτόκοκκους δομικούς χάλυβες	EN 10113 Μέρος 2 (εξομαλυσμένοι χάλυβες)	S 275 N	275	370
		S 355 N	355	470
		S 420 N	420	520
		S 460 N	460	550
	EN 10113 Μέρος 3 (θερμομηχανικώς επεξεργασμένοι χάλυβες)	S 275 N	275	360
		S 355 N	355	450
		S 420 N	420	500
		S 460 N	460	530

Πλατέα ψυχρής έλασης από κοινούς δομικούς χάλυβες	ISO 4997	CR 220	220	300
		CR 250	250	330
		CR 320	320	400
Έλασμα και ρόλλοι συνεχούς θερμογαλβανισμού από δομικούς χάλυβες	EN 10147	Fe E 220 G	220	300
		Fe E 250 G	250	330
		Fe E 280 G	280	360
		Fe E 320 G	320	390
		Fe E 350 G	350	420
Λεπτόκοκκοι δομικοί χάλυβες για ψυχρή παραμόρφωση	prEN 10149 Μέρος 2	S 315 MC	315	390
		S 355 MC	355	430
		S 420 MC	420	480
		S 460 MC	460	520
		S 500 MC	500	550
		S 550 MC	550	600
	prEN 10149 Μέρος 3	S 260 NC	260	370
		S 315 NC	315	430
		S 355 NC	355	470
		S 420 NC	420	530

Πίνακας 2.2 Ποιότητες χαλύβων και αντίστοιχες οριακές τάσεις του βασικού μετάλλου

2.6 Εφαρμογές χαλύβδινων διατομών ψυχρής έλασης

Οι λεπτότοιχες διατομές ψυχρής διαμόρφωσης χρησιμοποιούνται ευρέως στα διάφορα έργα πολιτικού μηχανικού. Οι συνήθεις εφαρμογές τους συνοψίζονται ως εξής :

- Τεγίδες και μηκίδες

Αποτελούν βασικό πεδίο εφαρμογής για στήριξη των επικαλύψεων, ιδιαίτερα οι διατομές Z που συνδέονται μεταξύ τους με υπερκάλυψη ώστε να δημιουργείται συνεχής δοκός.

- Κύριος φορέας

Χρησιμοποιούνται ως κύριος φορέας σε ελαφρά βιομηχανικά και αποθηκευτικά κτήρια και επίσης μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την κατασκευή παταριών.

- Διαχωριστικοί τοίχοι

Οι λεπτότοιχες διατομές ψυχρής διαμόρφωσης αποτελούν τη φέρουσα κατασκευή για λεπτούς, ανθεκτικούς τοίχους από γυψοσανίδες.

- Μεγάλα πετάσματα (πάνελ) για κτίρια κατοικίας

Τέτοια πάνελ, εκτεινόμενα σε ολόκληρο όροφο μεταφέρονται στο εργοτάξιο και συναρμολογούμενα συνθέτουν ένα κτίριο κατοικίας.

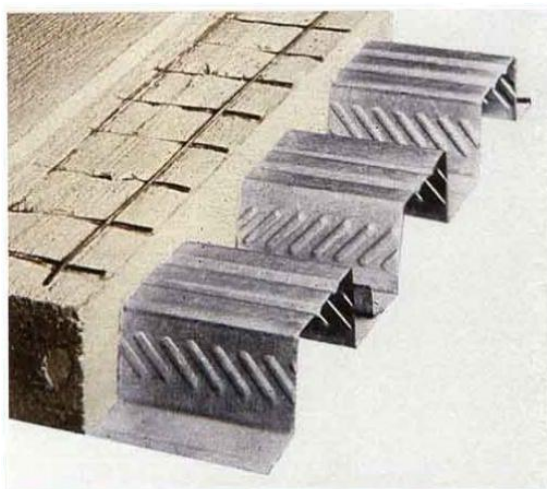


Σχήμα 2.1 Προκατασκευασμένα μεταλλικά πετάσματα (πάνελ) τοίχων

- Δοκοί πατωμάτων

Τα στοιχεία ψυχρής έλασης μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως κύριες ή δευτερεύουσες δοκοί πατωμάτων σε κατοικίες ή κτίρια γραφείων.

- Σύμμικτες πλάκες



Σχήμα 2.2 Χαλυβδόφυλλο σύμμικτης πλάκας

- Δικτυώματα

Η χρήση στοιχείων ψυχρής διαμόρφωσης στα δικτυώματα στέγης είναι μία εξαιρετικά ευέλικτη λύση. Επιτρέπει την κατασκευή αρχιτεκτονικά περίπλοκων αλλά και 100% μη εύφλεκτων συστημάτων στέγης.



Σχήμα 2.3 Δικτυώμα στέγης

- Πλαίσια με κοχλιωτούς κόμβους για βιομηχανικά κτήρια



Σχήμα 2.4 Πλαίσιο κτιρίου από στοιχεία ψυχρής διαμόρφωσης

- Κελυφωτές κατασκευές

Οι κατασκευές αυτές (πτυχωτές, κυλινδρικές, πυραμιδοειδείς) δεν διαθέτουν υποστυλώματα και δοκούς αλλά βασίζονται στη διατμητική λειτουργία του φατνώματος.

- Βιομηχανικά ράφια
- Χωροδικτυώματα
- Προκατασκευασμένα κτίρια

Οι μεταφερόμενες αυτές προκατασκευασμένες μονάδες μπορούν να στηθούν είτε μόνες τους, είτε συνδεόμενες μεταξύ τους για τη σύνθεση πολυώροφων κτιρίων.

- Γεωργικά σιλό
- Γεφυροποιία

Η γεφυροποιία είναι ένας από τους κυριότερους κλάδους χρησιμοποίησης των στοιχείων ψυχρής διαμόρφωσης. Οι λεπτότοιχες διατομές μπορεί να είναι ανοικτές ή κλειστές, μονοκυψελικές ή πολυκυψελικές και εφαρμόζονται σε κάθε είδος γεφυρών όπως γέφυρες πολλών ανοιγμάτων, καλωδιωτές, κρεμαστές κ.α.



Σχήμα 2.5 Δικτυωτή γέφυρα από στοιχεία ψυχρής διαμόρφωσης

- Γερανογέφυρες

Οι συνηθισμένες γερανογέφυρες αλλά και οι υπερμεγέθεις πυλώνες των ναυπηγείων και των λιμανιών κατασκευάζονται από λεπτότοιχες διατομές.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Συμπεριφορά διατομών ψυχρής έλασης

3.1 Γενικά

Η συμπεριφορά των μελών ψυχρής διαμόρφωσης επηρεάζεται από φαινόμενα καθολικής αστάθειας, τα οποία υποβιβάζουν την αντοχή τους. Κύριο χαρακτηριστικό των ασταθειών αυτών είναι το γεγονός ότι κατά τη διάρκεια της φόρτισης οι διατομές υπόκεινται σε παραμορφώσεις στερεού σώματος, ως διαφράγματα. Οι παραμορφώσεις αυτές διαχωρίζονται σε μετατοπίσεις γύρω από τους κύριους άξονες και σε στροφές. Οι καθολικές αυτές αστάθειες χαρακτηρίζονται από τον γενικό όρο «λυγισμός». Ανάλογα με το είδος των παραμορφώσεων διακρίνονται και τα διάφορα είδη λυγισμού.

Όπως έχει αναφερθεί και παραπάνω, το πολύ μικρό πάχος των τοιχωμάτων των δομικών στοιχείων ψυχρής διαμόρφωσης είναι η κύρια αιτία εμφάνισης προβλημάτων τοπικού λυγισμού για θλιπτική ή διατμητική καταπόνηση. Η αντιμετώπιση των προβλημάτων αυτών αποτελεί ένα από τα κυριότερα κριτήρια σχεδιασμού των λεπτότοιχων διατομών και όπως θα αναλυθεί παρακάτω αντιμετωπίζεται με την εισαγωγή της ενεργού διατομής. Παρά την εμφάνιση τοπικού λυγισμού όμως, οι λεπτές πλάκες, σε αντίθεση με ράβδους ή κελύφη, παρουσιάζουν σημαντική μεταλυγισμική αντοχή και είναι σε θέση να παραλάβουν πρόσθετη ένταση και μετά την κρίσιμη τάση λυγισμού. Το φαινόμενο αυτό θα εξετασθεί στο παρόν κεφάλαιο.

3.2 Προσομοίωση των τοιχωμάτων της διατομής ψυχρής έλασης

Μία τυχαία διατομή αποτελείται από μεμονωμένα πλακοειδή στοιχεία, τα οποία εδράζονται σε μία ή δύο πλευρές. Έτσι η συμπεριφορά της διατομής προσδιορίζεται από τη συμπεριφορά των μεμονωμένων αυτών στοιχείων. Για τον προσδιορισμό των ιδιοτήτων της ενεργού διατομής, η διατομή χωρίζεται στα επιμέρους στοιχεία, για τα οποία υπολογίζονται ξεχωριστά τα ενεργά πλάτη. Έπειτα η διατομή ανασυντίθεται από τα ενεργά τμήματα των επιμέρους στοιχείων.

Κατά τη διάσπαση της διατομής στα επιμέρους τμήματα πρέπει να προσδιοριστεί η μεταξύ τους αλληλεπίδραση. Αυτό γίνεται με τη χρήση ενός κατάλληλου προσομοιώματος για τη σύνδεση και την ενίσχυση, μέσω εισαγωγής κατάλληλων στροφικών και μεταφορικών ελατηρίων όπως φαίνεται στον πίνακα 3.1. Οι

σταθερές των ελατηρίων αυτών μπορούν να προσδιοριστούν πειραματικά ή υπολογιστικά.

Τύπος στοιχείου	Προσομοίωμα	Τύπος στοιχείου	Προσομοίωμα

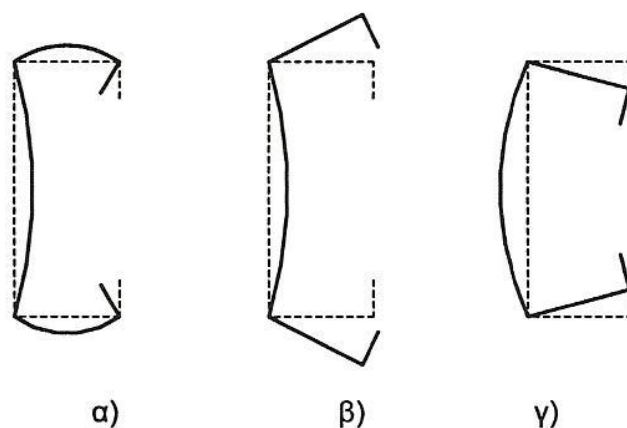
Πίνακας 3.1 Προσομοίωση των επιμέρους στοιχείων της διατομής

3.3 Τοπικός λυγισμός (κύρτωση)

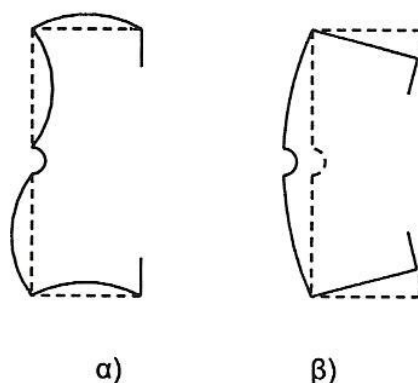
3.3.1 Μορφές λυγισμού σε διατομές ψυχρής διαμόρφωσης

Οι κυριότερες μορφές αστάθειας που αφορούν στις διατομές ψυχρής διαμόρφωσης είναι ο τοπικός λυγισμός και ο λυγισμός με στρέβλωση της διατομής. Οι μορφές αυτές αστοχίας μεταβάλλουν το σχήμα και μειώνουν την αντοχή των διατομών. Ο τοπικός λυγισμός (π.χ. ενός τοιχώματος) λαμβάνει χώρα όταν, ανάλογα με τον τρόπο στήριξης, η μία ή και οι δύο διαμήκεις πλευρές του στοιχείου παραμένουν ευθείες. Τα τοιχώματα της διατομής υπόκεινται σε πλακοειδείς παραμορφώσεις (κύρτωση), ενώ το γενικό σχήμα της διατομής παραμένει αμετάβλητο. Όπως φαίνεται και στα σχήματα 3.1α και 3.2α, στον τοπικό λυγισμό οι ακμές της διατομής παραμένουν απαραμόρφωτες. Τις ακμές αυτές αποτελούν οι ευθείες τομές των

επίπεδων στοιχείων της διατομής (πέλματα, κορμός, ενισχύσεις), αλλά και οι θέσεις των ενισχύσεων ενός τοιχώματος της διατομής.



Σχήμα 3.1 Παραμορφώσεις διατομής λόγω α) τοπικού λυγισμού και β),γ) λυγισμού με στρέβλωση της διατομής



Σχήμα 3.2 Παραμορφώσεις διατομής λόγω α) τοπικού λυγισμού και β) λυγισμού με στρέβλωση της διατομής

Εξαίρεση στον παραπάνω κανόνα αποτελούν οι εξωτερικές ακμές των διατομών (Σχήμα 3.1α). Αυτές μπορούν να παραμορφώνονται λόγω του γεγονότος ότι το στοιχείο στο οποίο ανήκουν εδράζεται σε μία μόνο πλευρά.

Σε αντίθεση με τον τοπικό λυγισμό, στο λυγισμό με στρέβλωση της διατομής οι ακμές παραμορφώνονται (Σχήματα 3.1 β και γ και 3.2 β), με αποτέλεσμα να προκαλείται στρέβλωση των τοιχωμάτων της διατομής. Σε πέλματα με ενδιάμεσες ενισχύσεις, ο λυγισμός αυτός χαρακτηρίζεται από παραμορφώσεις των ενισχύσεων εγκάρσια στο στοιχείο (Σχήμα 3.2 β). Αυτή η μορφή λυγισμού έχει μήκος ημικύματος περίπου ίσο ή μεγαλύτερο από τον τοπικό λυγισμό.

Τόσο ο τοπικός λυγισμός, όσο και ο λυγισμός με στρέβλωση της διατομής αλληλοεπηρεάζονται με τον καθολικό λυγισμό. Το μέγεθος αλληλεπίδρασης χαρακτηρίζεται ως μεσαίο ή ισχυρό και οδηγεί σε μείωση των θεωρητικών κρίσιμων φορτίων ως και 30% με 50%.

Ο τοπικός λυγισμός μπορεί να λάβει χώρα σε μικρά φορτία, ταυτόχρονα με τον λυγισμό με στρέβλωση της διατομής. Οι δύο μορφές του λυγισμού μπορούν να αλληλοεπηρεάζονται, η μεταλυγισμική τους όμως συμπεριφορά είναι ευσταθής. Για το λόγο αυτό οι αντίστοιχες αντοχές αντιμετωπίζονται ξεχωριστά, ανεξάρτητα από την ταυτόχρονη ή μη εμφάνιση των δύο ασταθειών.

Στον τοπικό λυγισμό, σε αντίθεση με τον καθολικό λυγισμό, το μήκος κύματος είναι μικρό και περίπου ίσο με το πλάτος του τοιχώματος της διατομής. Ως αποτέλεσμα, ο κίνδυνος εμφάνισης τοπικού λυγισμού δεν εξαρτάται από το μήκος της ράβδου αλλά από τα κατά πολύ μικρότερα πλάτη των τοιχωμάτων της. Συνεπώς, καθοριστικά μήκη λυγισμού είναι τα πλάτη των στοιχείων τα οποία ορίζονται ως αποστάσεις των αμετάθετων ακμών της διατομής.

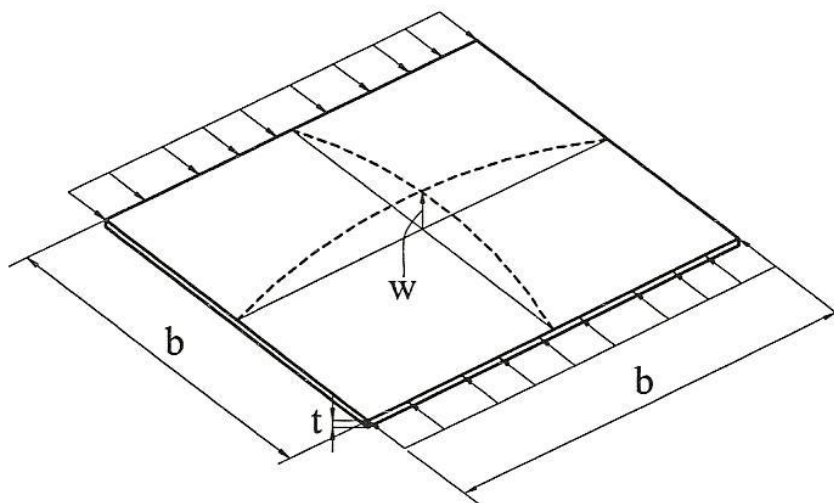
Ο λυγισμός με στρέβλωση της διατομής έχει μεσαίο μήκος κύματος. Το μήκος αυτό αντιπροσωπεύει περίπου το μήκος λυγισμού δοκών επί ελαστικών στηρίξεων. Έτσι, ο κίνδυνος εμφάνισης αυτής της μορφής του λυγισμού εξαρτάται από τις σχέσεις δυσκαμψιών μεταξύ στηριζόντων και στηριζόμενων στοιχείων.

Για την μείωση του κινδύνου εμφάνισης τοπικού λυγισμού, η διατομή μπορεί να ενισχυθεί με ακραίες ή ενδιάμεσες ενισχύσεις μορφής απλών ή διπλών αναδιπλώσεων. Στην περίπτωση αυτήν όμως, ενώ μειώνεται ο κίνδυνος τοπικού λυγισμού, αυξάνεται ο κίνδυνος εμφάνισης λυγισμού με στρέβλωση της διατομής. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο ότι η κάθε ενίσχυση προσθέτει έναν ενδιάμεσο κόμβο ο οποίος μπορεί με τη σειρά του να μετατοπισθεί, προσθέτοντας έτσι μία νέα πιθανή μορφή λυγισμού. Επομένως, ο λυγισμός με στρέβλωση της διατομής λαμβάνεται σοβαρά υπόψη στις διατομές νέας γενιάς με πολλές νευρώσεις.

Κάθε εμφανιζόμενη αστάθεια οδηγεί σε μείωση της αντοχής και περισσότερες της μίας αστάθειες επηρεάζονται μεταξύ τους. Η αλληλεπίδραση αυτή εξαρτάται κυρίως από τις σχέσεις των μηκών των κυμάτων των διαφόρων ιδιομορφών λυγισμού, και μέσω αυτής μπορεί να πραγματοποιηθεί σημαντική μείωση της φέρουσας ικανότητας της διατομής. Εάν τα μήκη κύματος δύο συνδυασμένων ιδιομορφών είναι της ίδιας τάξης μεγέθους (π.χ. καμπτικός και στρεπτοκαμπτικός λυγισμός), η αλληλεπίδραση είναι ασθενής μέχρι μέτρια. Εάν όμως οι διαφορές είναι μεγάλες, τότε η αλληλεπίδραση είναι μέτρια μέχρι ισχυρή. Η αναλυτική επίλυση προβλημάτων σύνθετων ασταθειών ράβδων είναι δυσχερής, λόγω της ανάγκης επίλυσης αλληλοεμπλεκόμενων μη γραμμικών διαφορικών εξισώσεων. Για τον λόγο αυτό, ο πρακτικός έλεγχος γίνεται με τη βοήθεια απλοποιημένων κανόνων.

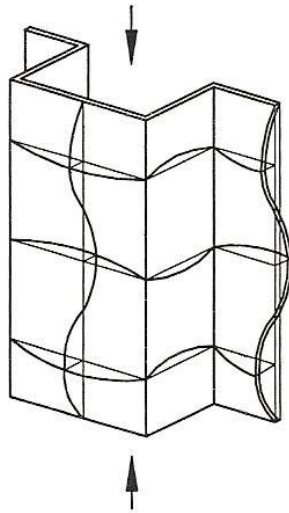
3.3.2 Ελαστική κύρτωση λεπτών πλακών

Στην ενότητα αυτή θα προσδιοριστεί αναλυτικά η κρίσιμη τάση κύρτωσης αξονικά θλιβόμενων πλακών. Για το σκοπό αυτό εξετάζεται μία τετραέριστη αρθρωτή ορθογωνική πλάκα (οριακές συνθήκες Navier). Η πλάκα αυτή υποβάλλεται σε ομοιόμορφη αξονική θλίψη και ως αποτέλεσμα κυρτώνεται σε μία καμπύλη επιφάνεια ως προς τις δύο διευθύνσεις (Σχήμα 3.3).

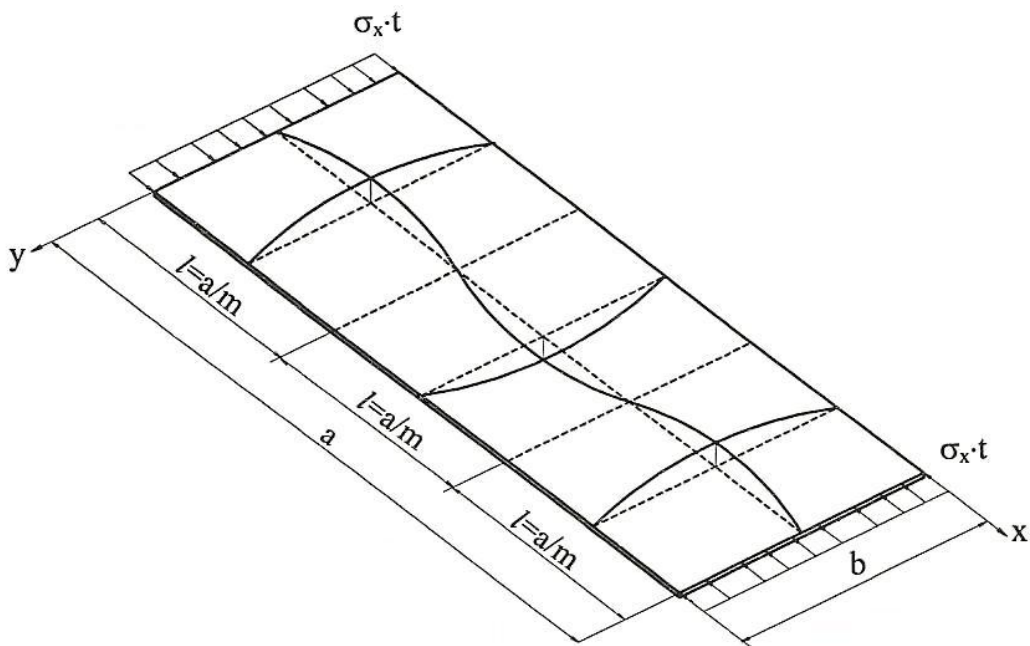


Σχήμα 3.3 Τετραγωνική τετραέριστη πλάκα εδραζόμενη αρθρωτά υπό αξονική θλίψη

Στις ορθογωνικές πλάκες, όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.4, το μήκος της διατομής είναι πολύ μεγαλύτερο από το πλάτος της. Ο λυγισμός στον οποίο υπόκεινται ονομάζεται «τοπικός» λυγισμός διότι τα μήκη των κυρτώσεων έχουν την ίδια τάξη μεγέθους με τις διαστάσεις της διατομής.



Σχήμα 3.4 Τοπικός λυγισμός διατομής ψυχρής διαμόρφωσης



Σχήμα 3.5 Ορθογωνική πλάκα εδραζόμενη κατά Navier υπό αξονική θλίψη

Οι εξισώσεις ισορροπίας για λεπτές ελαστικές πλάκες υπό ομοιόμορφη θλίψη, όπως αυτή του σχήματος 3.5, διατυπώθηκαν από τον Saint-Venant και γράφονται ως εξής:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{\sigma_x t}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (3.1)$$

όπου D η καμπτική δυσκαμψία της πλάκας :

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad (3.2)$$

και E = μέτρο ελαστικότητας, t = πάχος της πλάκας, ν = σταθερά του Poisson ίση με 0,3 για τον χάλυβα στην ελαστική περιοχή, w = βέλος κάθετα στην επιφάνεια και σ_x = αξονική θλιπτική τάση.

Αν m και n είναι ο αριθμός των ημιτονοειδών ημικυμάτων στις διευθύνσεις x και y , τα βέλη του σχήματος 3.5 μπορούν να εκφραστούν με διπλές σειρές Fourier :

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (3.3)$$

Η παραπάνω σχέση ικανοποιεί τις οριακές συνθήκες αφού για τις περιπτώσεις που $x = 0$ και a και $y = 0$ και b , τα υπολογιζόμενα βέλη είναι ίσα με 0 (a και b είναι το μήκος και το πλάτος της πλάκας αντίστοιχα). Η εξίσωση (3.3) ικανοποιεί επίσης τις οριακές συνθήκες σε ότι αφορά τις ακραίες ροπές, εφόσον κατά μήκος των πλευρών ισχύει ότι $\partial^2 w / \partial x^2 = 0$ και $\partial^2 w / \partial y^2 = 0$. Οι ακραίες ροπές κάμψης υπολογίζονται από τις παρακάτω σχέσεις :

$$M_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

$$M_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)$$

Από τη λύση της εξίσωσης (3.1) με χρήση της εξίσωσης (3.3), προκύπτει η παρακάτω σχέση :

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \left[\pi^4 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 - \frac{\sigma_x t m^2 \pi^2}{D a^2} \right] \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} = 0 \quad (3.4)$$

Η λύση της παραπάνω εξίσωσης προκύπτει με εξίσωση του A_{mn} ή της έκφρασης της αγκύλης με 0. Η πρώτη περίπτωση δίνει την τετριμμένη λύση, που σημαίνει ότι δε λαμβάνει χώρα κύρτωση. Η δεύτερη συνθήκη γράφεται :

$$\pi^4 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 - \frac{\sigma_x t m^2 \pi^2}{D a^2} = 0 \quad (3.5)$$

από την οποία προκύπτει η ελαστική κρίσιμη τάση κύρτωσης της πλάκας :

$$\sigma_{cr} = \sigma_x = \frac{D\pi^2}{tb^2} \left[m \left(\frac{w}{a} \right) + \frac{n^2}{m} \left(\frac{a}{b} \right) \right]^2 \quad (3.6)$$

Η ελάχιστη τιμή της παραπάνω εξίσωσης (3.6) προκύπτει για $n = 1$, πράγμα που αντιστοιχεί σε ένα ημικύμα κατά την y διεύθυνση. Η κρίσιμη τάση κύρτωσης σε αυτή την περίπτωση θα είναι ίση με :

$$\sigma_{cr} = \frac{k_\sigma D\pi^2}{tb^2} \quad (3.7)$$

όπου k_σ ο συντελεστής κύρτωσης της πλάκας, ο οποίος δίνεται από την ακόλουθη σχέση :

$$k_\sigma = \left[m \left(\frac{b}{a} \right) + \frac{1}{m} \left(\frac{a}{b} \right) \right]^2 \quad (3.8)$$

Αντικαθιστώντας την τιμή της καμπτικής δυσκαμψίας της D στην εξίσωση (3.7), προκύπτει η γενική εξίσωση της κρίσιμης τάσης κύρτωσης αξονικά θλιβόμενων ορθογωνικών πλακών :

$$\sigma_{cr} = \frac{k_\sigma \pi^2 E}{12(1-\nu^2)(b/t)^2} \quad (3.9)$$

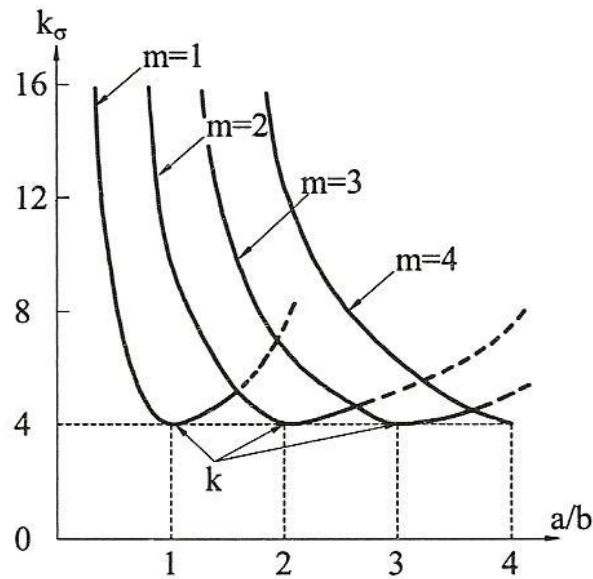
Οι καμπύλες του συντελεστή κύρτωσης k_σ της εξίσωσης (3.8), έχουν τη μορφή γιρλάντας και δίνονται στο σχήμα 3.6 ως συνάρτηση του λόγου πλευρών της πλάκας a/b .

Ο συντελεστής κύρτωσης είναι ίσος με 4, εάν ο λόγος των πλευρών a/b είναι ακέραιος αριθμός ή για μεγάλες τιμές του a/b . Από το σχήμα 3.6 και την εξίσωση (3.8) προκύπτει ότι η μετάβαση από τον αριθμό ημικυμάτων m στον αριθμό $m+1$ προσδιορίζεται από την παρακάτω εξίσωση των συντελεστών κύρτωσης :

$$m \left(\frac{b}{a} \right) + \frac{1}{m} \left(\frac{a}{b} \right) = (m+1) \left(\frac{b}{a} \right) + \frac{1}{m+1} \left(\frac{a}{b} \right) \quad (3.10)$$

ή με βάση τον τύπο :

$$\frac{a}{b} = \sqrt{m(m+1)} \quad (3.11)$$



Σχήμα 3.6 Συντελεστής κύρτωσης k_σ αξονικά θλιβόμενων ορθογωνικών πλακών εδραζόμενων κατά Navier

Για μία μακριά πλάκα, όπως για παράδειγμα ένα τοίχωμα μίας λεπτότοιχης διατομής (Σχήμα 3.5) ισχύει ότι :

$$\frac{a}{b} = m \quad (3.12)$$

ή
$$l = \frac{a}{m} \approx b \quad (3.13)$$

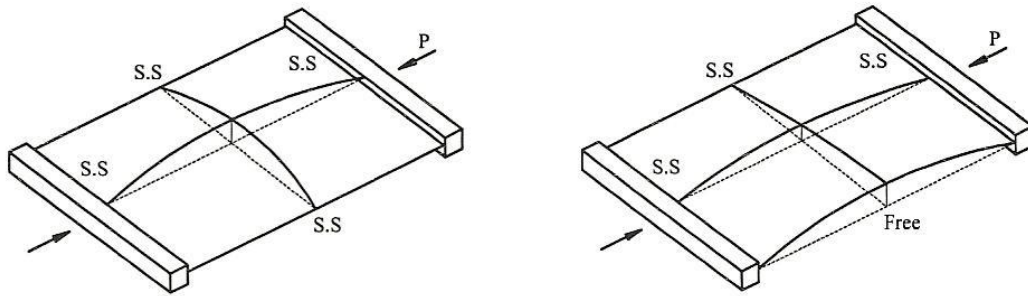
όπου l το μήκος του ημιτονοειδούς ημικύματος.

Όπως φαίνεται και από την παραπάνω εξίσωση (3.13), για μία μακριά πλάκα το μήκος ημικύματος είναι κατά προσέγγιση ίσο με το πλάτος της $l \approx b$ με αποτέλεσμα να σχηματίζονται τετραγωνικά κύματα (Σχήμα 3.5).

Η τιμή του συντελεστή κύρτωσης μακριών ορθογωνικών πλακών γενικότερα ποικίλλει ανάλογα με τις συνθήκες φόρτισης (θλίψη, κάμψη, διάτμηση) και τις συνθήκες στήριξης (αρθρωτή στήριξη, πάκτωση, ελεύθερο άκρο). Αξίζει να σημειωθεί ότι σε πραγματικές συνθήκες, τα διαμήκη άκρα των τοιχωμάτων των διατομών δεν στηρίζονται ούτε σε αρθρώσεις ούτε σε πακτώσεις. Αντίθετα, μέσω της αλληλεπίδρασης με τα γειτονικά τοιχώματα δημιουργείται μία ελαστική πάκτωση, η οποία προσομοιώνεται με ένα στροφικό ελατήριο. Έτσι ο συντελεστής κύρτωσης προκύπτει ως συνάρτηση του λόγου a/b , της σταθεράς C_θ του ελατηρίου, του πλάτους b και της καμπτικής δυσκαμψίας D της πλάκας.

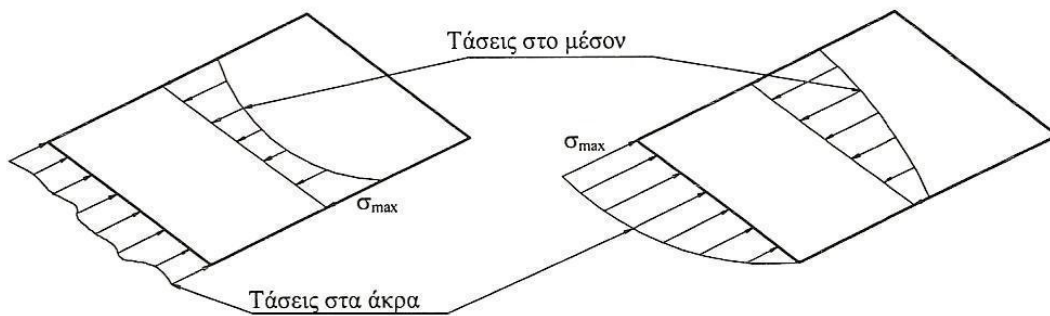
3.3.3 Μεταλυγισμική συμπεριφορά πλακών

Σε αντίθεση με το λυγισμό των ράβδων, η εμφάνιση τοπικού λυγισμού στις πλάκες (κύρτωση) δεν οδηγεί σε αστοχία. Εξαιτίας της παραμόρφωσης που υφίσταται η πλάκα (Σχήμα 3.7α), λαμβάνει χώρα ανακατανομή των μεμβρανικών διαμήκων τάσεων, οι οποίες πλέον δεν είναι ομοιόμορφες μετά την κύρτωση (Σχήμα 3.7β).



i) έδραση σε δύο διαμήκεις πλευρές ii) έδραση σε μία διαμήκη πλευρά

α) παραμορφώσεις



i) έδραση σε δύο διαμήκεις πλευρές ii) έδραση σε μία διαμήκη πλευρά

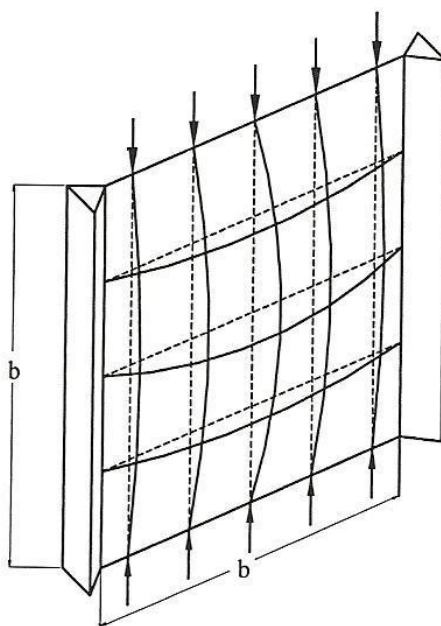
β) τάσεις

Σχήμα 3.7 Μεταλυγισμική συμπεριφορά πλακών

Ανεξάρτητα αν η πλάκα εδράζεται στη μία ή και στις δύο διαμήκεις πλευρές, υπάρχει η δυνατότητα επιπλέον αύξησης του φορτίου. Στην περίπτωση έδρασης και στις δύο διαμήκεις πλευρές, η δυσκαμψία μίας τετραγωνικής πλάκας μειώνεται στο 40,8% της αρχικής δυσκαμψίας. Στην άλλη περίπτωση η μείωση κυμαίνεται στο 44,4%. Στη μεταλυγισμική κατάσταση στην πλάκα που εδράζεται σε μία διαμήκη πλευρά, το σημείο εφαρμογής της θλιπτικής δύναμης, μετατοπίζεται προς τη διεύθυνση της στήριξης.

Για την κατανόηση του μηχανισμού της μεταλυγισμικής συμπεριφοράς μίας περιμετρικά εδραζόμενης τετραγωνικής πλάκας, χρησιμοποιείται το γραμμικό προσομοίωμα του σχήματος 3.8. Μία τέτοια πλάκα αποτελεί για παράδειγμα το τετραγωνικό τμήμα του πέλματος μιας πιλοειδούς διατομής, όπως αυτή του σχήματος 3.4.

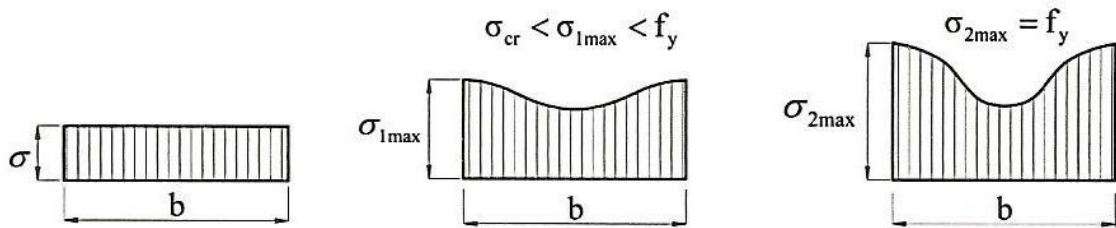
Εάν τα θλιβόμενα τμήματα ήταν υποστυλώματα, θα λύγιζαν ταυτόχρονα και ανεξάρτητα και θα αστοχούσαν στο ίδιο φορτίο. Οι εφελκούμενες ράβδοι όμως, αγκυρώνονται στις διαμήκεις πλευρές και εξασκούν μία μεμβρανική δράση με αποτέλεσμα να εμποδίζεται η αστοχία των θλιβόμενων τμημάτων. Ως εκ τούτου το γραμμικό προσομοίωμα δεν αστοχεί στην κρίσιμη τάση λυγισμού σ_{cr} . Σε αντίθεση με τα ανεξάρτητα υποστυλώματα, η πλάκα θα παρουσιάζει μικρότερες παραμορφώσεις και θα είναι ικανή να παραλάβει μεγαλύτερα φορτία. Η ιδιότητα αυτή ονομάζεται μεταλυγισμική αντοχή της πλάκας. Όπως φαίνεται στο σχήμα 3.8, τα μεσαία υποστυλώματα παραμορφώνονται περισσότερο και ανακατανέμουν την ένταση στα γειτονικά τους, ενώ τα ακραία συμμετέχουν στην παραλαβή της έντασης χωρίς σημαντικές παραμορφώσεις.



Σχήμα 3.8 Γραμμικό προσομοίωμα περιμετρικά εδραζόμενης θλιβόμενης πλάκας

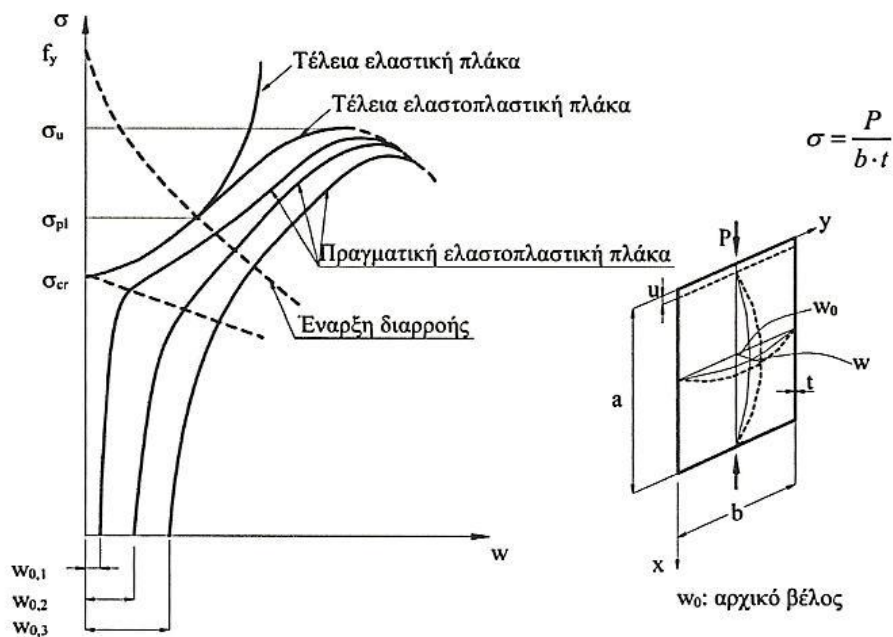
Με το παραπάνω προσομοίωμα γίνονται κατανοητές οι κατανομές των τάσεων του σχήματος 3.7β. Στην προλυγισμική περιοχή η κατανομή των τάσεων είναι ομοιόμορφη κατά πλάτος (Σχήμα 3.9α), ενώ στην μεταλυγισμική περιοχή ανομοιόμορφη (Σχήμα 3.9β). Το γεγονός αυτό οφείλεται στην ανακατανομή των τάσεων προς τις στηριζόμενες διαμήκεις πλευρές. Αυτό γίνεται μέχρι να επιτευχθεί

το όριο διαρροής το όριο διαρροής στα άκρα και να αστοχήσει η πλάκα (Σχήμα 3.9γ).

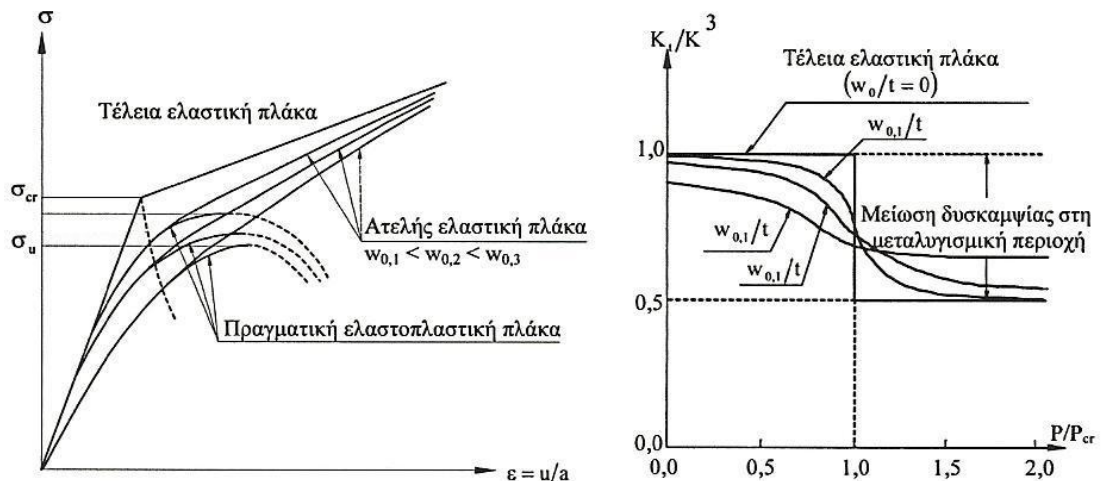


Σχήμα 3.9 Κατανομή τάσεων περιμετρικά εδραζόμενης θλιβόμενης πλάκας κατά την αύξηση του φορτίου α) προλυγισμική κατάσταση, β) μεταλυγισμική κατάσταση, γ) τελική κατάσταση

Στο παρακάτω σχήμα γίνεται μία σύγκριση της συμπεριφοράς των πλακών με ατέλειες και χωρίς.



α) Καμπύλες τάσεων – παραμορφώσεων



β) Καμπύλες τάσεων ανηγμένων παραμορφώσεων γ) Καμπύλες τάσεων - δυσκαμψιών

Σχήμα 3.10 Συμπεριφορά θλιβόμενων πλακών χωρίς ατέλειες

Από την παραπάνω καμπύλη τάσεων-παραμορφώσεων της τέλειας πλάκας στο σχήμα 3.10 εξάγονται αρκετά συμπεράσματα.

Στην προλυστική περιοχή, $\sigma < \sigma_{cr}$, η πλάκα έχει γραμμική συμπεριφορά και χαρακτηρίζεται από επίπεδη εντατική κατάσταση. Στην κρίσιμη τάση κύρτωσης, $\sigma = \sigma_{cr}$, η πλάκα χάνει απότομα ένα μέρος της δυσκαμψίας της και αρχίζει να παραμορφώνεται σε μεγάλο βαθμό (Σχήμα 3.10β). Η συμπεριφορά μπορεί να προσεγγισθεί με τη βοήθεια της θεωρίας μεγάλων παραμορφώσεων και εκφράζεται από την εφαπτομενική δυσκαμψία $K_T = \frac{dP}{dU}$ και όχι από την ελαστική δυσκαμψία

με θεωρία πρώτης τάξης $K = \frac{P}{U}$. Η συμπεριφορά στη μεταλυστική περιοχή

εξαρτάται από τον τρόπο έδρασης, την κατανομή των τάσεων στην εγκάρσια έννοια (ομοιόμορφη ή ανομοιόμορφη) και τις ιδιότητες του υλικού. Όσο η ένταση βρίσκεται ακόμα στην ελαστική περιοχή ($\sigma_{cr} < \sigma < f_y$) λόγω της μεμβρανικής δράσης, που προσομοιώνεται με τις εφελκυσόμενες ράβδους (Σχήμα 3.8), λαμβάνει χώρα μία ευσταθοποίηση και αναπτύσσεται ένα απόθεμα αντοχής. Στην κατάσταση αυτή η συμπεριφορά της πλάκας εκφράζεται από τις μη γραμμικές εξισώσεις ισορροπίας και συμβιβαστού, τις γνωστές εξισώσεις Karman-Marguerre. Η μεμβρανική δράση που αναφέρθηκε παραπάνω αποτελεί την εξήγηση της μη γραμμικής ελαστικής συμπεριφοράς στην περιοχή αυτή.

Με την έναρξη της διαρροής σε ένα σημείο, $\sigma = f_y$, η κλίση της καμπύλης αλλάζει και πλέον η πλάκα χαρακτηρίζεται από ελαστοπλαστική συμπεριφορά. Στην περιοχή $\sigma \leq f_y$ η καμπύλη αποφόρτισης είναι αναστρέψιμη. Το σημείο $\sigma = f_y$ ονομάζεται

σημείο αναστρεψιμότητας. Η κατανομή των τάσεων σε αυτή την εντατική κατάσταση φαίνεται στο σχήμα 3.9γ.

Στην περιοχή $\sigma > f_y$ η πλάκα χάνει γρήγορα τη δυσκαμψία της και προσεγγίζει την οριακή τάση σ_u . Για την περιγραφή της μείωσης της δυσκαμψίας δεν είναι δυνατή πλέον η χρησιμοποίηση του μέτρου ελαστικότητας E και χρησιμοποιείται το εφαπτομενικό μέτρο E_t ή το τέμνον μέτρο E_s . Το μετελαστικό απόθεμα αντοχής είναι λόγω του μικρού πάχους ασήμαντο για να γίνει εκμετάλλευσή του σε πρακτικές εφαρμογές. Για τον λόγο αυτόν το κριτήριο αστοχίας ορίζεται ως το φορτίο για το οποίο ισχύει $\sigma = f_y$ και γίνεται λόγος για την υπερκρίσιμη μεταλυγισμική συμπεριφορά των πλακών και όχι για τη μετελαστική συμπεριφορά τους.

Εξαιτίας τόσο των γεωμετρικών όσο και των δομικών ατελειών (π.χ. παραμενουσών τάσεων), η πραγματική συμπεριφορά της πλάκας εκφράζεται από μία συνεχή καμπύλη (Σχήμα 3.10). Όσο μεγαλύτερο είναι το αρχικό βέλος w_0 της γεωμετρικής ατέλειας τόσο ομαλότερη είναι η καμπύλη σ - w (Σχήμα 3.10α). Στην πραγματικότητα η οριακή τάση σ_u λαμβάνεται ίση με τη σ_{cr} επειδή λόγω των υπαρχουσών ατελειών, ο πειραματικός διαχωρισμός των σημείων σ_{cr} και f_y καθίσταται δυσχερής.

Η μεταλυγισμική συμπεριφορά των πλακών περιγράφεται από τη θεωρία των μεγάλων μετατοπίσεων. Στη βάση της θεωρίας αυτής, ο von Karman διατύπωσε το 1910 την παρακάτω διαφορική εξίσωση :

$$\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} = \frac{t}{D} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (3.14)$$

όπου F είναι η τασική συνάρτηση των τάσεων της μεσαίας επιφάνειας της πλάκας

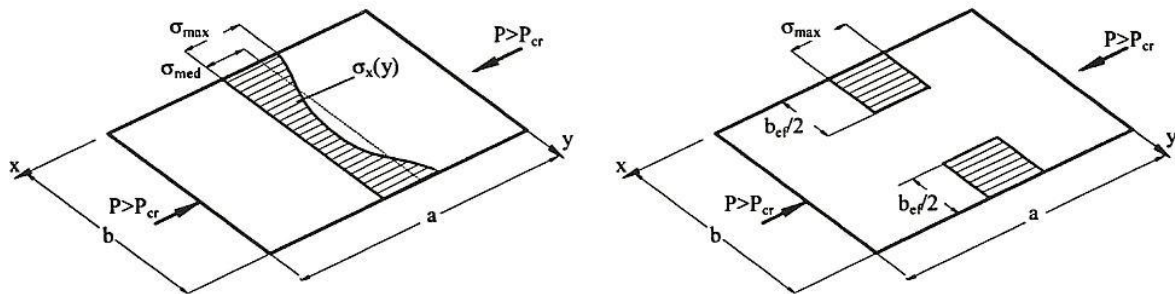
$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \quad (3.15\alpha)$$

$$\sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \quad (3.15\beta)$$

$$\tau_{xy} = \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \quad (3.15\gamma)$$

Η αναλυτική λύση της παραπάνω διαφορικής εξίσωσης είναι δυσχερής και μικρής σημασίας για τις πρακτικές εφαρμογές. Για το λόγο αυτό ο von Karman το 1932 ανέπτυξε το προσομοίωμα του ενεργού πλάτους. Σύμφωνα με αυτό το προσομοίωμα θεωρείται ότι αντί της ανομοιόμορφης κατανομής των τάσεων $\sigma_x(y)$ στο πλήρες πλάτος b , η εξασκούμενη δύναμη P κατανέμεται εντός του ενεργού

πλάτους b_{eff} στο οποίο η κατανομή των τάσεων είναι ομοιόμορφη και ίση με σ_{max} (Σχήμα 3.11).



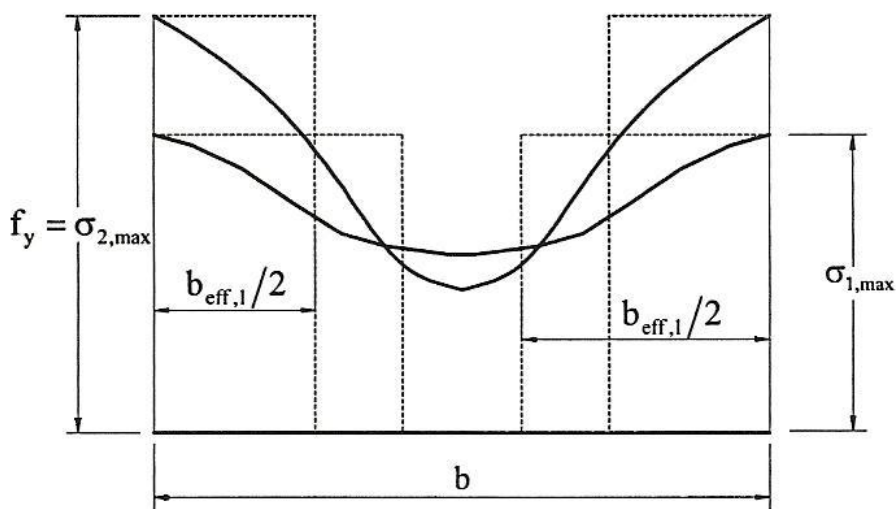
Σχήμα 3.11 Κατανομή τάσεων περιμετρικά εδραζόμενης πλάκας

α) πραγματική κατανομή τάσεων, β) κατανομή τάσεων στη βάση του ενεργού πλάτους

Το πλάτος b_{eff} προσδιορίζεται με τρόπο ώστε το εμβαδόν της ανομοιόμορφης κατανομής τάσεων να είναι ίσο με το άθροισμα των εμβαδών των δύο ορθογωνικών επιφανειών συνολικού πλάτους b_{eff} και ακραίων τάσεων σ_{max} . Έτσι η συνολική ασκούμενη δύναμη είναι ίση και στις δύο περιπτώσεις. Αναλυτικά :

$$P = \sigma_{med} b = \int_0^b \sigma_x(y) dy = \sigma_{max} b_{eff} \quad (3.16)$$

Το μέγεθος του ενεργού πλάτους b_{eff} μεταβάλλεται με την αύξηση των ακραίων τάσεων σ_{max} (Σχήμα 3.12). Το μικρότερο ενεργό πλάτος προκύπτει για $\sigma_{max} = f_y$ (Σχήμα 3.9γ).



Σχήμα 3.12 Μεταβολή ενεργού πλάτους σε συνάρτηση των ακραίων τάσεων σ_{max}

Στην οριακή κατάσταση κατά την οποία η μέγιστη θλιπτική τάση φτάνει το όριο διαρροής, μπορεί να θεωρηθεί ότι το ενεργό πλάτος b_{eff} είναι ίσο με συγκεκριμένο πλάτος της κυρτωμένης πλάκας. Η θεωρητική τιμή του ενεργού πλάτους προσδιορίζεται από την εξίσωση της κρίσιμης τάσης που αποδείχθηκε παραπάνω :

$$\sigma_{cr} = \sigma_{max} = f_y = \frac{k_\sigma \pi^2 E}{12(1-\nu^2)(b_{eff}/t)^2} \quad (3.17)$$

από την οποία προκύπτει :

$$b_{eff} = \frac{\sqrt{k_\sigma \pi^2}}{\sqrt{12(1-\nu^2)}} t \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (3.18)$$

ή

$$b_{eff} = Ct \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (3.19)$$

όπου

$$C = \sqrt{k_\sigma \pi^2 / 12(1-\nu^2)} \quad (3.20)$$

είναι μία σταθερά εξαρτώμενη από το συντελεστή κύρτωσης. Για κεντρικά θλιβόμενη πλάκα για την οποία ισχύουν $k_\sigma = 4$ και $\nu = 0,3$, είναι $C = 1,9$ και από την εξίσωση (3.19) προκύπτει ότι :

$$b_{eff} = 1,9t \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

(3.21)

Η παραπάνω εξίσωση διατυπώθηκε το 1932 από τον von Karman για πλάκα εδραζόμενη σε δύο διαμήκεις πλευρές. Με αντικατάσταση τις σχέσης (3.9) στην σχέση (3.17) προκύπτει :

$$\frac{b_{eff}}{b} = \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{f_y}} \quad (3.22)$$

Η ανηγμένη λυγηρότητα της πλάκας $\bar{\lambda}_p$ ορίζεται ως το μέγεθος :

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)f_y}{\pi^2 E k_\sigma}} = \frac{1,052 b}{\sqrt{k_\sigma} t} \sqrt{\frac{f_y}{E}} = \frac{b/t}{28,4\epsilon \sqrt{k_\sigma}} \quad (3.23)$$

όπου :

$$\varepsilon = \sqrt{235 / f_y}$$

Ο λόγος $\rho = b_{eff} / b$ του ενεργού πλάτους προς το πλήρες εκφράζει το μειωτικό συντελεστή κύρτωσης, οπότε ισχύει :

$$b_{eff} = \rho b \quad (3.24)$$

με

$$\rho = \frac{b_{eff}}{b} = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} \leq 1 \quad (3.25)$$

Η εξίσωση (3.24) αποτελεί μία άλλη έκφραση της αρχικής εξίσωσης Karman. Η εξίσωση (3.18) και επομένως η εξίσωση (3.22) δίνουν το ενεργό πλάτος στην οριακή κατάσταση (Σχήμα 3.9γ). Για μικρότερες εντατικές καταστάσεις για τις οποίες ισχύει $\sigma_{cr} < \sigma < f_y$, με σ να είναι η μέγιστη ακραία τάση (Σχήμα 3.9β), το ενεργό πλάτος δίνεται από την παρακάτω σχέση :

$$b_{eff} = Ct \sqrt{\frac{E}{\sigma}} \quad (3.26)$$

ή

$$\frac{b_{eff}}{b} = \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{\sigma}} \quad (3.27)$$

και η αντίστοιχη ανηγμένη λυγηρότητα της πλάκας από τον τύπο :

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\sigma}{\sigma_{cr}}} \quad (3.28\alpha)$$

Η εξίσωση (3.28α) γράφεται με χρήση του νόμου του υλικού $\sigma = \varepsilon \cdot E$, ως συνάρτηση των ανηγμένων παραμορφώσεων :

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\varepsilon \cdot E}{\sigma_{cr}}} \quad (3.28\beta)$$

Από τις παραπάνω εξισώσεις παρατηρείται ότι για αύξηση της έντασης, αυξάνει και η ανηγμένη λυγηρότητα. Η μέγιστη τιμή της στην ελαστική περιοχή προκύπτει κατά την έναρξη της διαρροής και δίνεται από την παρακάτω σχέση :

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} \quad (3.28\gamma)$$

Η εξίσωση (3.20) για το C, που για περιμετρικά στηριζόμενη πλάκα κατά Navier με $k_\sigma = 4$ δίνει την τιμή 1,9, επιβεβαιώθηκε πειραματικά μόνο για πολύ λυγηρές πλάκες με μεγάλη τιμή b/t. Έτσι το 1946 προτάθηκε από τον Winter η αντικατάσταση από την παρακάτω σχέση :

$$C = 1,9 \left[1 - 0,415 \left(\frac{t}{b} \right) \sqrt{\frac{E}{f_y}} \right] \quad (3.29)$$

Η παραπάνω έκφραση οδηγεί με αντικατάσταση $\max \sigma = f_y$ στη γνωστή και ευρέως εφαρμοζόμενη σχέση του ενεργού πλάτους :

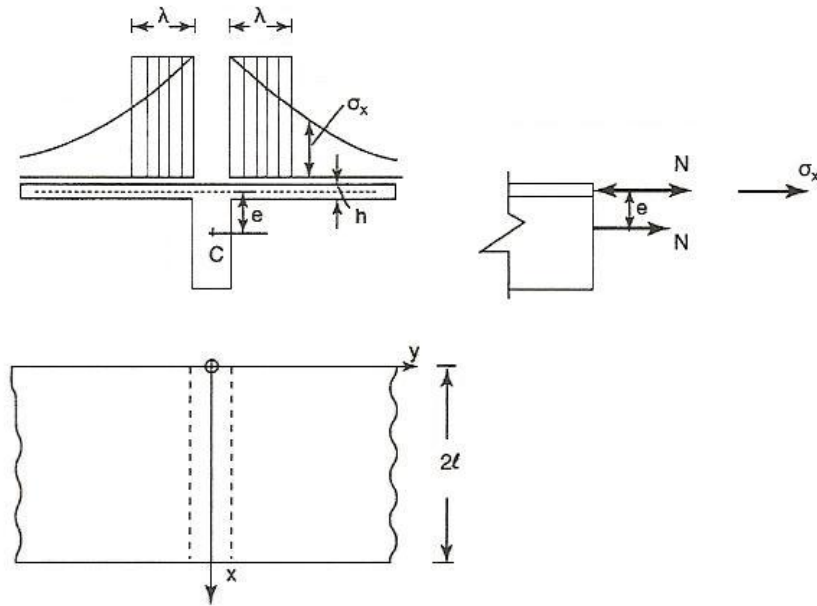
$$\rho = \frac{b_{eff}}{b} = \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{f_y}} \left(1 - 0,22 \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{f_y}} \right) \leq 1 \quad (3.30)$$

και στην παρακάτω σχέση της ανηγμένης λυγηρότητας της πλάκας $\bar{\lambda}_p$:

$$\rho = \frac{b_{eff}}{b} = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} \left(1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_p} \right) \quad (3.31)$$

Το ενεργό πλάτος εξαρτάται τόσο από το μέγεθος της ακραίας τάσης, όσο και από το λόγο b/t. Η πλάκα είναι πλήρως ενεργή, δηλαδή είναι $b = b_{eff}$, όταν ισχύει $\rho = 1$ και επομένως $\bar{\lambda}_p \leq 0,673$.

Για την περαιτέρω κατανόηση της έννοιας του ενεργού πλάτους αλλά και για την ανάδειξη της σημασίας της εισαγωγής του στους υπολογισμούς θα μελετηθεί η ακόλουθη περίπτωση. Θεωρείται απειρομήκης πλάκα όπως αυτή του σχήματος 3.13 με εδράσεις σε ίσες αποστάσεις. Όλα τα ανοίγματα της πλάκας φορτίζονται με τον ίδιο τρόπο και με ίσα φορτία, συμμετρικά ως προς τον Οχ. Το πλάτος της πλάκας θεωρείται απείρως μεγάλο, ενώ το πάχος της h πολύ μικρό συγκρινόμενο με αυτό της δοκού στηρίξεως.



Σχήμα 3.13 Απειρομήκης πλάκα ίσων ανοιγμάτων

Η τασική συνάρτηση η οποία ικανοποιεί τις συνοριακές συνθήκες και την εξίσωση της παραπάνω πλάκας είναι ίση με :

$$\Phi = \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_n \cdot e^{-\frac{n\pi y}{\ell}} + B_n \cdot \left(1 + \frac{n\pi y}{\ell} \right) \cdot e^{-\frac{n\pi y}{\ell}} \right] \cdot \cos \frac{n\pi y}{\ell} \quad (3.32)$$

Οι σταθερές A_n και B_n προσδιορίζονται από τη συνθήκη που ορίζει ότι η πραγματική διανομή της εντάσεως θα είναι αυτή που ελαχιστοποιεί την συνολικώς παραγόμενη ενέργεια παραμορφώσεως.

Οι αναπτυσσόμενες τάσεις είναι :

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \quad , \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \quad , \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \cdot \partial y} \quad (3.33)$$

Η ενέργεια παραμορφώσεως της πλάκας δίνεται από τον ακόλουθο τύπο :

$$\mathcal{E}_1 = 2 \cdot \frac{h}{2 \cdot E} \int_0^{\infty} \int_0^{2\ell} \left[\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - 2 \cdot \nu \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y + 2 \cdot (1 + \nu) \tau_{xy}^2 \right] \cdot dx \cdot dy \quad (3.34)$$

η οποία με χρήση των σχέσεων (3.32) και (3.33) παίρνει τη μορφή :

$$\mathcal{E}_1 = 2h \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 \pi^3}{\ell^2} \left(\frac{B_n^2}{E} + \frac{A_n B_n}{2G} + \frac{A_n^2}{2G} \right) \quad (3.35)$$

Η συνολική ροπή κάμψης που καλείται να παραλάβει η ενιαία διατομή της πλάκας και της δοκού μπορεί να παρασταθεί για τον εξεταζόμενο συμμετρικό φορέα, από τον παρακάτω τύπο :

$$M = M_0 + M_1 \cdot \cos \frac{\pi x}{\ell} + M_2 \cdot \cos \frac{2\pi x}{\ell} + \dots \quad (3.36)$$

Εάν N είναι η δύναμη που θλίβει την πλάκα και $M = M_w + M_f$ η συνολική ροπή που κατανέμεται στον κορμό (M_w) και στην πλάκα (M_f), προκύπτει ότι $M_f = N \cdot e$ και επομένως :

$$N = 2h \cdot \int_0^{\infty} \sigma_x dy = 0 \quad (3.37)$$

$$M_w = 2h \cdot e \cdot \int_0^{\infty} \sigma_x dy = M \quad (3.38)$$

Η ενέργεια των εξωτερικών δυνάμεων θα είναι :

$$\mathcal{E}_2 = \int_0^{2\ell} \frac{N^2}{2AE} dx + \int_0^{2\ell} \frac{M_w^2}{2EI} dx \quad (3.39)$$

Και το συνολικό έργο ίσο με :

$$\begin{aligned} \mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = & \frac{\pi}{2hE} \sum_{n=1}^{\infty} n \left[Y_n^2 + (1+\nu) X_n Y_n + (1+\nu) X_n^2 \right] + \\ & + \frac{\ell}{2AE} \sum_{n=1}^{\infty} X_n^2 + \frac{M_0^2 \ell}{EI} + \frac{\ell}{2EI} \sum_{n=1}^{\infty} (M_n - e X_n)^2 \end{aligned} \quad (3.40)$$

όπου τέθηκε :

$$X_n = 2h \cdot \frac{n\pi}{\ell} \cdot A_n \quad \text{και} \quad Y_n = 2h \frac{n\pi}{\ell} \cdot B_n$$

Πρέπει :

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial A_n} = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial B_n} = 0 \quad \text{και από τις σχέσεις αυτές υπολογίζονται τα } A_n \text{ και } B_n$$

Εάν $M = M_1 \cos \frac{\pi x}{\ell}$, προκύπτει ότι :

$$A_1 = \frac{\ell X_1}{2\pi h} \quad , \quad B_1 = -\frac{(1+\nu)\ell X_1}{2\pi h}$$

$$\Phi = \left[A_1 \cdot e^{-\frac{\pi y}{\ell}} + B_1 \left(1 + \frac{\pi y}{\ell} \right) \cdot e^{-\frac{\pi y}{\ell}} \right] \cdot \cos \frac{\pi x}{\ell}$$

και η κατανομή της τάσης σ_x , θα είναι αυτή του σχήματος 3.13. Στη συνέχεια θα προσδιοριστεί το πλάτος 2λ , το οποίο θα απαιτείτο σε μία δοκό μορφής T, ώστε για ομοιόμορφη κατανομή της τάσης σ_x να προέκυπτε η ίδια ροπή M_f . Το πλάτος αυτό 2λ είναι το ενεργό πλάτος της πλάκας. Εάν η τάση στο σημείο c είναι ίση με σ_c και η ομοιόμορφη τάση στο μέσο της πλάκας είναι ίση με σ_ℓ , τότε από την θεωρία κάμψεως προκύπτει ότι :

$$\sigma_\ell = \sigma_c - \frac{M_w \cdot e}{I} \quad ,$$

$$2\lambda \cdot h \cdot \sigma_\ell + \sigma_c \cdot A = 0 \quad ,$$

$$M_w = -\frac{I}{\ell} \left(1 + \frac{2\lambda h}{A} \right) \cdot \sigma_\ell \quad ,$$

$$M_f = -2\lambda h e \sigma_\ell$$

και τελικά προκύπτει :

$$2\lambda = \frac{4\ell}{\pi(3+2\nu-\nu^2)} \quad (3.41)$$

Για τον χάλυβα ο λόγος του Poisson είναι ίσος με $\nu = 0,3$ οπότε από τη σχέση (3.41) προκύπτει ότι $2\lambda = 0,181(2\ell)$. Δηλαδή για το υποτιθέμενο διάγραμμα ροπής $M = M_1 \cdot \cos(\pi x / \ell)$, το ενεργό πλάτος της πλάκας είναι περίπου το 18% του ανοίγματος 2ℓ αυτής. Με τον ίδιο τρόπο μπορούν να επιλυθούν διάφορες

περιπτώσεις φορέων για διάφορες φορτίσεις. Όμως η παραπάνω κοπιώδης μαθηματική επεξεργασία καταλήγει σε τύπους οι οποίοι είναι κατά κανόνα δυσεφάρμοστοι στην πράξη και η χρήση τους αδύνατη για τον μέσο μηχανικό. Ακόμα και για την απλή περίπτωση μίας πλάκας όπως αυτή που απεικονίζεται στο σχήμα 3.5, η κατανομή των τάσεων είναι μία τεταρτοβάθμια παραβολή και οι υπολογισμοί που χρειάζονται για την επίλυσή της είναι δυσχερείς.

Επομένως, και με βάση την παραπάνω προσέγγιση, γίνεται αντιληπτή η σημασία εισαγωγής του ενεργού πλάτους στους υπολογισμούς, όπως αυτό ορίστηκε από τους von Karman και Winter (Σχέση 3.31). Παρόλο τον ημιεμπειρικό χαρακτήρα της, η εξίσωση (3.31) οδηγεί σε πολύ ικανοποιητικά αποτελέσματα για πλάκες εδραζόμενες στις δύο πλευρές. Έτσι, η μέθοδος του ενεργού πλάτους, παρότι στερούμενη αυστηρής αναλυτικής απόδειξης, οδηγεί σε απλούς κανόνες σχεδιασμού και εφαρμόζεται στους περισσότερους κανονισμούς κατασκευών από λεπτότοιχα στοιχεία ψυχρής έλασης.

3.4 Γεωμετρικές ιδιότητες της ενεργού διατομής υποκείμενης σε τοπικό λυγισμό

3.4.1 Γενικά

Σύμφωνα με τον EN-1993-1.3, κατά την περιγραφή διατομών υποκείμενων σε τοπικό λυγισμό λαμβάνονται υπόψη τα εξής :

1. Η επιρροή του λυγισμού λαμβάνεται υπόψη τόσο κατά τον προσδιορισμό της αντοχής, όσο και της δυσκαμψίας.
2. Οι επιρροές του τοπικού λυγισμού λαμβάνονται υπόψη με εισαγωγή του ενεργού πλάτους των πλακοειδών στοιχείων.
3. Η πιθανή μετατόπιση του κέντρου βάρους της ενεργού διατομής ως προς την πλήρη λαμβάνεται υπόψη.
4. Κατά τον προσδιορισμό της αντοχής έναντι τοπικού λυγισμού το όριο διαρροής f_y πρέπει να λαμβάνεται ίσο με το όριο διαρροής του βασικού υλικού f_{yb} , όταν υπολογίζονται τα ενεργά πλάτη των θλιβόμενων στοιχείων.
5. Για ελέγχους στην οριακή κατάσταση λειτουργικότητας, το ενεργό πλάτος ενός θλιβόμενου στοιχείου πρέπει να βασίζεται στην θλιπτική τάση $\sigma_{com,Ed,ser}$ του στοιχείου, υπό τα φορτία λειτουργικότητας.

3.4.2 Τοπικός λυγισμός επίπεδων πλακοειδών στοιχείων χωρίς ενισχύσεις

Η κρίσιμη τάση λυγισμού σ_{cr} για την πλάκα του σχήματος 3.5, όπως αποδείχθηκε και παραπάνω στη σχέση (3.9), είναι ίση με :

$$\sigma_{cr} = \left(\frac{\pi t}{b_p} \right)^2 \cdot \frac{Ek_\sigma}{12(1-\nu^2)}$$

όπου b_p το θεωρητικό πλάτος, t το πάχος της, ν το μέτρο Poisson και k_σ ο αντίστοιχος συντελεστής κύρτωσης, ο οποίος υπολογίζεται από τους πίνακες 3.2 και 3.3, εξαρτώμενος από τη μορφή του διαγράμματος τάσεων. Το ενεργό πλάτος προσδιορίζεται από τους ίδιους πίνακες με τη βοήθεια του μειωτικού συντελεστή ρ , ο οποίος υπολογίζεται συναρτήσει της ανηγμένης λυγηρότητας $\bar{\lambda}_p$.

Ισχύει ότι :

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)f_y}{\pi^2 Ek_\sigma}} \cong \frac{1,052}{\sqrt{k_\sigma}} \frac{b}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E}} = \frac{b/t}{28,4\varepsilon\sqrt{k_\sigma}}$$

με $\varepsilon = \sqrt{23,5/f_{yb}}$ με f_{yb} σε KN/cm²

Ο μειωτικός συντελεστής ρ υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση :

- αν $\bar{\lambda}_p \leq 0,673$: $\rho = 1$ (3.42α)

- αν $\bar{\lambda}_p > 0,673$: $\rho = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} \cdot \left(1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_p} \right) \leq 1$ (3.42β)

Ο συντελεστής κύρτωσης k_σ και το ενεργό πλάτος των στοιχείων υπολογίζονται με τη βοήθεια των παρακάτω πινάκων (3.2 και 3.3).

		$\psi = +1:$ $b_{eff} = \rho b_p$ $b_{e1} = 0,5b_{eff}$ $b_{e2} = 0,5b_{eff}$				
		$+1 > \psi \geq 0:$ $b_{eff} = \rho b_p$ $b_{e1} = \frac{2b_{eff}}{5-\psi}$ $b_{e2} = b_{eff} - b_{e1}$				
		$0 > \psi \geq -1:$ $b_{eff} = \rho b_c$ $b_{e1} = 0,4b_{eff}$ $b_{e2} = 0,6b_{eff}$				
		$\psi < -1:$ $b_{eff} = \rho b_c$ $b_{e1} = 0,4b_{eff}$ $b_{e2} = 0,6b_{eff}$				
$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	+1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1	$-1 > \psi > -3$
Συντελεστής κύρτωσης k_σ	4,0	$\frac{8,2}{1,05+\psi}$	7,81	$7,81 - 6,29\psi + 9,78\psi^2$	23,9	$5,98(1-\psi)^2$
Εναλλακτικά, για $+1 > \psi > -1:$		$k_\sigma = \frac{16}{[(1+\psi)^2 + 0,112(1+\psi)^2]^{0,5} + (1+\psi)}$				

Πίνακας 3.2 Συντελεστές κύρτωσης για πλάκες εδραζόμενες σε δύο διαμήκεις πλευρές

		$+1 > \psi \geq 0:$ $b_{eff} = \rho b_p$			
		$\psi < 0:$ $b_{eff} = \rho b_c$			
$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	+1	0	-1	$+1 \geq \psi \geq -1$	
Συντελεστής κύρτωσης k_σ	0,43	0,57	0,85	$0,57 - 0,21\psi + 0,07\psi^2$	
		$+1 > \psi \geq 0:$ $b_{eff} = \rho b_p$			
		$\psi < 0:$ $b_{eff} = \rho b_c$			
$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	+1	$+1 \geq \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1
Συντελεστής κύρτωσης k_σ	0,43	$\frac{0,578}{\psi - 0,34}$	1,70	$1,70 - 5\psi + 17,1\psi^2$	23,8

Πίνακας 3.3 Συντελεστές κύρτωσης για πλάκες εδραζόμενες σε δύο διαμήκεις πλευρές

Εάν σ_{\max} είναι η μεγαλύτερη θλιπτική τάση υπό την επίδραση των φορτίων λειτουργίας, διακρίνονται οι ακόλουθες περιπτώσεις :

α) Εάν $\sigma_{\max} = \frac{f_y}{\gamma_{M_1}}$, (μέγιστη θλιπτική τάση ίση με το όριο διαρροής διά τον συντελεστή ασφαλείας) τότε εφαρμόζονται οι τύποι (3.23) και (3.42) και από τους πίνακες 3.2 και 3.3 προσδιορίζονται τα ενεργά πλάτη.

β) Εάν $\sigma_{\max} < \frac{f_y}{\gamma_{M_1}}$, τότε στη θέση του σ_{cr} εισέρχεται το σ_{\max} και ο όρος $\bar{\lambda}_p$ που χρησιμοποιείται στους παραπάνω τύπους γίνεται :

$$\bar{\lambda}_{p,\max} = \bar{\lambda}_p \sqrt{\frac{\sigma_{\max}}{f_y}} \sqrt{\gamma_{M_1}} \quad (3.43)$$

γ) Εάν αναπτύσσεται η σ_{op} ,τότε στην οριακή κατάσταση λειτουργικότητας θα χρησιμοποιηθεί η σχέση :

$$\bar{\lambda}_{op} = \bar{\lambda}_p \sqrt{\frac{\sigma_{op}}{f_y}} \quad (3.44)$$

Η πορεία υπολογισμού είναι η παρακάτω :

1. Χρησιμοποιώντας την πλήρη διατομή του επίπεδου μέλους, προσδιορίζονται οι τάσεις των άκρων σ_1 και σ_2 .
2. Από την τιμή του λόγου $\psi = \sigma_2 / \sigma_1$ και τους πίνακες 3.2 και 3.3 υπολογίζεται ο συντελεστής κύρτωσης k_σ .
3. Από την σχέση (3.23) υπολογίζεται η ανηγμένη λυγηρότητα $\bar{\lambda}_p$.
4. Ανάλογα με την τιμή της μέγιστης θλιπτικής τάσης υπολογίζεται το $\bar{\lambda}_p$ από τους τύπους (3.43) και (3.44).
5. Από την σχέση (3.42) υπολογίζεται ο συντελεστής ρ και ακολούθως το b_{eff} .
6. Επαναλαμβάνεται ο υπολογισμός με το b_{eff} στη θέση του b_p .
7. Με το τελικό b_{eff} και τα $\bar{\lambda}_p$ και t ελέγχεται το έλασμα έναντι τοπικού λυγισμού, με την βοήθεια των καμπυλών λυγισμού από τον πίνακα 5.5.2 του EC 3.1.1.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Ανάλυση φορέων της μελέτης σύμφωνα με τις διατάξεις του Ευρωκώδικα

4.1 Γενικά

Με βάση τις διατάξεις του Ευρωκώδικα που παρουσιάστηκαν αναλυτικά στο προηγούμενο κεφάλαιο, θα υπολογιστεί το ενεργό πλάτος μίας σειράς από εσωτερικά χαλύβδινα ελάσματα ψυχρής διαμόρφωσης. Συγκεκριμένα, στην παρούσα μελέτη θα αναλυθούν χαλύβδινα ελάσματα από χάλυβα ποιότητας S235, S275 και S355, πάχους $t=0,5\text{mm}$, $t=1\text{mm}$, $t=1,5\text{mm}$ και $t=2\text{mm}$, διαστάσεων $50\times 200\text{mm}$ και $100\times 200\text{mm}$, επίπεδα και με καμπυλότητα $R=1b, 2b, 5b$ και $10b$, όπου b το πλάτος του λεπτότοιχου ελάσματος.

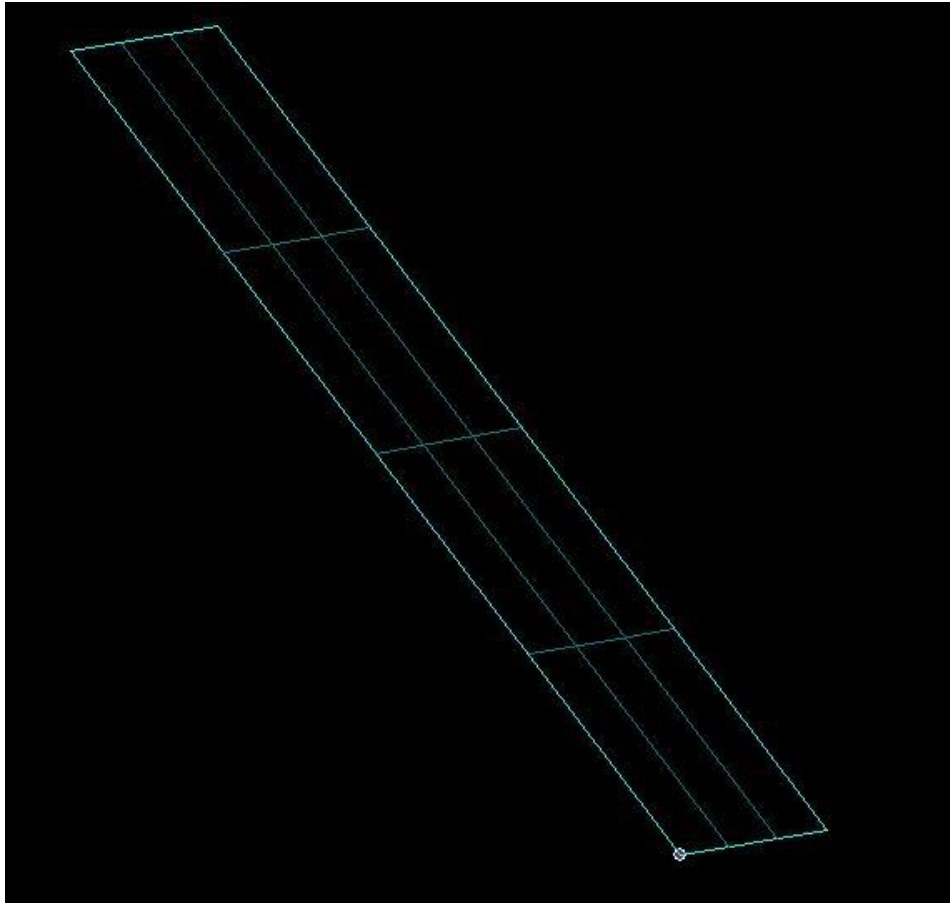
Η διαδικασία υπολογισμού παρατίθεται αναλυτικά για τρία επίπεδα ελάσματα και για δύο καμπύλα. Για τις υπόλοιπες διατομές το ενεργό πλάτος υπολογίστηκε με διαδικασία όμοια με αυτήν που παρουσιάστηκε. Τα συνολικά αποτελέσματα των αναλύσεων παρατίθενται αναλυτικά στο τέλος του παρόντος κεφαλαίου.

Στόχος της μελέτης είναι να γίνουν αναλύσεις για τα παραπάνω ελάσματα σύμφωνα με τις διατάξεις του Ευρωκώδικα και με τη χρήση πεπερασμένων στοιχείων μέσω του προγράμματος Nastran, όπως αυτή παρουσιάζεται λεπτομερώς στο επόμενο κεφάλαιο. Έτσι καθίσταται δυνατή μία σύγκριση αφενός της επιρροής των συνδυασμών ποιότητας χάλυβα, πάχους, διαστάσεων και καμπυλότητας των ελασμάτων και αφετέρου των αποτελεσμάτων των δύο μεθόδων μεταξύ τους. Από τις συγκρίσεις αυτές εξάγονται χρήσιμα συμπεράσματα.

4.2 Προσδιορισμός του ενεργού πλάτους σύμφωνα με τις διατάξεις του Ευρωκώδικα

4.2.1 Επίπεδα ελάσματα

Αρχικά θα προσδιοριστεί το ενεργό πλάτος ενός επίπεδου ορθογωνικού χαλύβδινου ελάσματος διαστάσεων $50\times 200\text{mm}$, πάχους $t=0,5\text{mm}$. Η ποιότητα του χάλυβα είναι S235. Ένα τέτοιο χαλύβδινο έλασμα απεικονίζεται στο σχήμα 4.1 με χρήση του προγράμματος Nastran.



Σχήμα 4.1 Επίπεδο χαλύβδινο έλασμα διαστάσεων 50x200mm

Το έλασμα αποτελεί ένα διπλά στηριζόμενο στοιχείο υπό ομοιόμορφη θλίψη. Για $\sigma_1 = \sigma_2$ και θεωρώντας θλίψη με θετικό πρόσημο προκύπτει από τον πίνακα 3.2 ότι :

$$\psi = \sigma_1 / \sigma_2 = 1$$

και επομένως ο συντελεστής κύρτωσης είναι ίσος με $k_\sigma = 4$

Η λυγηρότητα $\bar{\lambda}_p$ για τον υπολογισμό στην κατάσταση οριακής αντοχής (μέγιστη αντοχή μέλους σε θλίψη) είναι ίση με :

$$\bar{\lambda}_p = 1,052 \cdot \frac{b_p}{t} \cdot \sqrt{\frac{f_{yb}}{E \cdot k_\sigma}} = 1,052 \cdot \frac{50}{0,5} \cdot \sqrt{\frac{235}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 4}} = 1,760 > 0,673$$

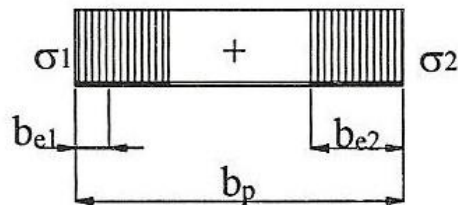
Επομένως ο μειωτικός συντελεστής ρ είναι ίσος με :

$$\rho = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} \cdot \left(1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_p} \right) = \frac{1}{1,76} \cdot \left(1 - \frac{0,22}{1,76} \right) = 0,4972$$

Άρα το συνολικό ενεργό πλάτος του θλιβόμενου στοιχείου είναι ίσο με :

$$b_{eff} = \rho \cdot b_p = 0,4972 \cdot 50 = 24,86mm$$

$$b_{eff1} = b_{eff2} = 0,5 \cdot b_{eff} = 0,5 \cdot 24,86 = 12,43mm$$



Σχήμα 4.2 Ενεργό πλάτος ελάσματος

Στη συνέχεια θα προσδιοριστεί το ενεργό πλάτος ενός επίπεδου χαλύβδινου ελάσματος ιδίων διαστάσεων αλλά πάχους $t=1,5mm$ και ποιότητας χάλυβα S355. Η απεικόνιση και αυτού του ελάσματος είναι το σχήμα 4.1. Η διαδικασία υπολογισμών που ακολουθείται είναι όμοια με αυτήν που παρουσιάστηκε παραπάνω, με την μόνη τροποποίηση ότι διαφοροποιούνται κάποιες παράμετροι. Και σε αυτή την περίπτωση το έλασμα αποτελεί ένα διπλά στηριζόμενο στοιχείο υπό ομοιόμορφη θλίψη. Για $\sigma_1=\sigma_2$ και θεωρώντας θλίψη με θετικό πρόσημο προκύπτει από τον πίνακα 3.2 ότι :

$$\psi = \sigma_1 / \sigma_2 = 1$$

και επομένως ο συντελεστής κύρτωσης είναι ίσος με $k_\sigma = 4$

Η λυγηρότητα $\bar{\lambda}_p$ για τον υπολογισμό στην κατάσταση οριακής αντοχής (μέγιστη αντοχή μέλους σε θλίψη) είναι ίση με :

$$\bar{\lambda}_p = 1,052 \cdot \frac{b_p}{t} \cdot \sqrt{\frac{f_{yb}}{E \cdot k_\sigma}} = 1,052 \cdot \frac{50}{1,5} \cdot \sqrt{\frac{355}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 4}} = 0,721 > 0,673$$

Επομένως ο μειωτικός συντελεστής ρ είναι ίσος με :

$$\rho = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} \cdot \left(1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_p} \right) = \frac{1}{0,721} \cdot \left(1 - \frac{0,22}{0,721} \right) = 0,9638$$

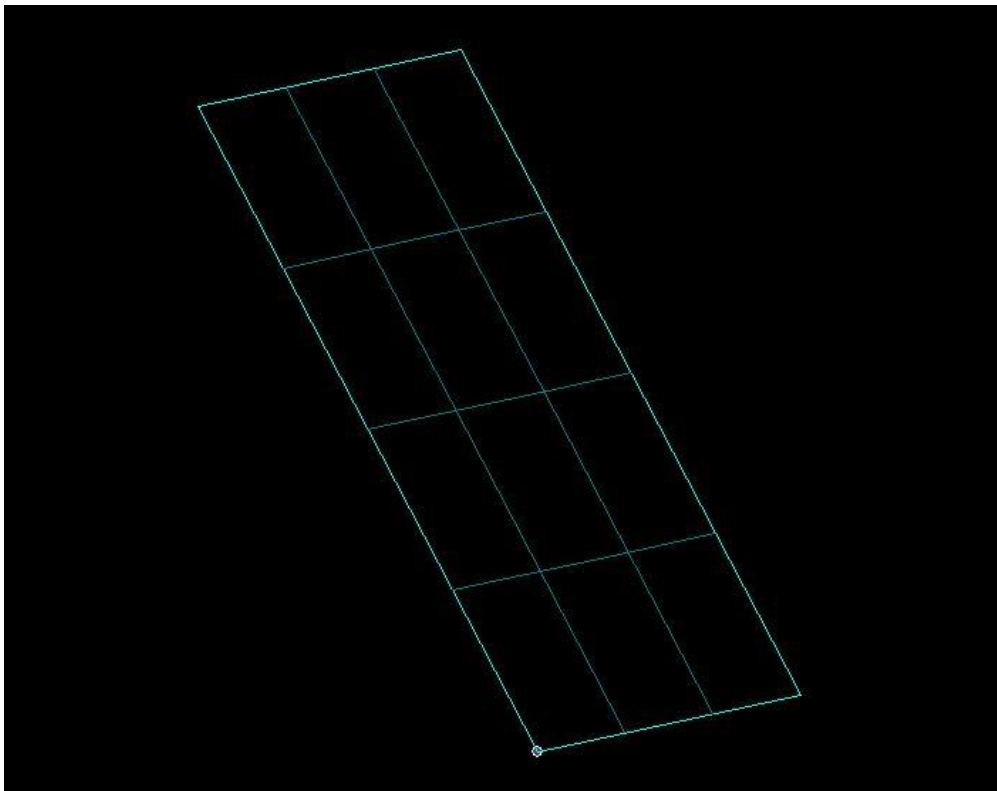
Άρα το συνολικό ενεργό πλάτος του θλιβόμενου στοιχείου είναι ίσο με :

$$b_{eff} = \rho \cdot b_p = 0,9638 \cdot 50 = 48,19mm$$

$$b_{eff1} = b_{eff2} = 0,5 \cdot b_{eff} = 0,5 \cdot 48,19 = 24,095mm$$

Το ενεργό πλάτος του ελάσματος απεικονίζεται στο σχήμα 4.2.

Τελευταίο στην κατηγορία των επίπεδων ελασμάτων θα εξεταστεί ένα χαλύβδινο έλασμα διαστάσεων 100x200mm, πάχους $t=0,5mm$ και ποιότητας χάλυβα S235. Ένα τέτοιο χαλύβδινο έλασμα απεικονίζεται στο σχήμα 4.3 με χρήση του προγράμματος Nastran.



Σχήμα 4.3 Επίπεδο χαλύβδινο έλασμα διαστάσεων 100x200mm

Το έλασμα αποτελεί ένα διπλά στηριζόμενο στοιχείο υπό ομοιόμορφη θλίψη. Για $\sigma_1 = \sigma_2$ και θεωρώντας θλίψη με θετικό πρόσημο προκύπτει από τον πίνακα 3.2 ότι :

$$\psi = \sigma_1 / \sigma_2 = 1$$

και επομένως ο συντελεστής κύρτωσης είναι ίσος με $k_\sigma = 4$

Η λυγηρότητα $\bar{\lambda}_p$ για τον υπολογισμό στην κατάσταση οριακής αντοχής (μέγιστη αντοχή μέλους σε θλίψη) είναι ίση με :

$$\bar{\lambda}_p = 1,052 \cdot \frac{b_p}{t} \cdot \sqrt{\frac{f_{yb}}{E \cdot k_\sigma}} = 1,052 \cdot \frac{100}{0,5} \cdot \sqrt{\frac{235}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 4}} = 3,519 > 0,673$$

Επομένως ο μειωτικός συντελεστής ρ είναι ίσος με :

$$\rho = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} \cdot \left(1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_p} \right) = \frac{1}{3,519} \cdot \left(1 - \frac{0,22}{3,519} \right) = 0,2664$$

Άρα το συνολικό ενεργό πλάτος του θλιβόμενου στοιχείου είναι ίσο με :

$$b_{eff} = \rho \cdot b_p = 0,2664 \cdot 100 = 26,64mm$$

$$b_{eff1} = b_{eff2} = 0,5 \cdot b_{eff} = 0,5 \cdot 26,64 = 13,32mm$$

4.2.2 Καμπύλα ελάσματα

Στην ενότητα αυτή θα αναλυθούν καμπύλα χαλύβδινα ελάσματα. Κατά τους υπολογισμούς του ενεργού πλάτους η καμπυλότητα των ελασμάτων θα θεωρηθεί για λόγους ευκολίας αμελητέα και τα στοιχεία θα αντιμετωπιστούν ως επίπεδα. Με τη θεώρηση αυτή, αφενός είναι δυνατή η προσεγγιστική εφαρμογή των διατάξεων του Ευρωκώδικα που ισχύουν για επίπεδα ελάσματα και αφετέρου δεν γίνεται χρήση της θεωρίας κελυφών που θα απαιτούσε δυσχερέστερους υπολογισμούς.

Στους υπολογισμούς η καμπυλότητα των ελασμάτων θα ληφθεί υπόψη μόνο με τη χρησιμοποίηση ενός αυξημένου κατά μικρό βαθμό πλάτους των στοιχείων. Το αυξημένο αυτό πλάτος υπολογίστηκε με τη χρήση του προγράμματος Autocad, ξεχωριστά σε κάθε περίπτωση, ανάλογα με την καμπυλότητα του ελάσματος. Τα άκρα των στοιχείων παρέμειναν στην ίδια απόσταση (50mm και 100mm) και καμπυλώθηκε το εσωτερικό τους τμήμα με αποτέλεσμα την αύξηση του μήκους του. Τα πλάτη των καμπύλων ελασμάτων παρουσιάζονται αναλυτικά στους παρακάτω πίνακες. Στον πίνακα 4.1 παρουσιάζονται τα πλάτη των καμπύλων ελασμάτων που προήλθαν από επίπεδο έλασμα διαστάσεων 50x200mm και στον πίνακα 4.2 τα πλάτη των καμπύλων ελασμάτων που προήλθαν από επίπεδο έλασμα διαστάσεων 100x200mm.

Το κατά πόσο η παραπάνω προσέγγιση είναι εφικτή και οδηγεί σε αποδεκτά και μη λανθασμένα αποτελέσματα θα αναλυθεί σε επόμενο κεφάλαιο.

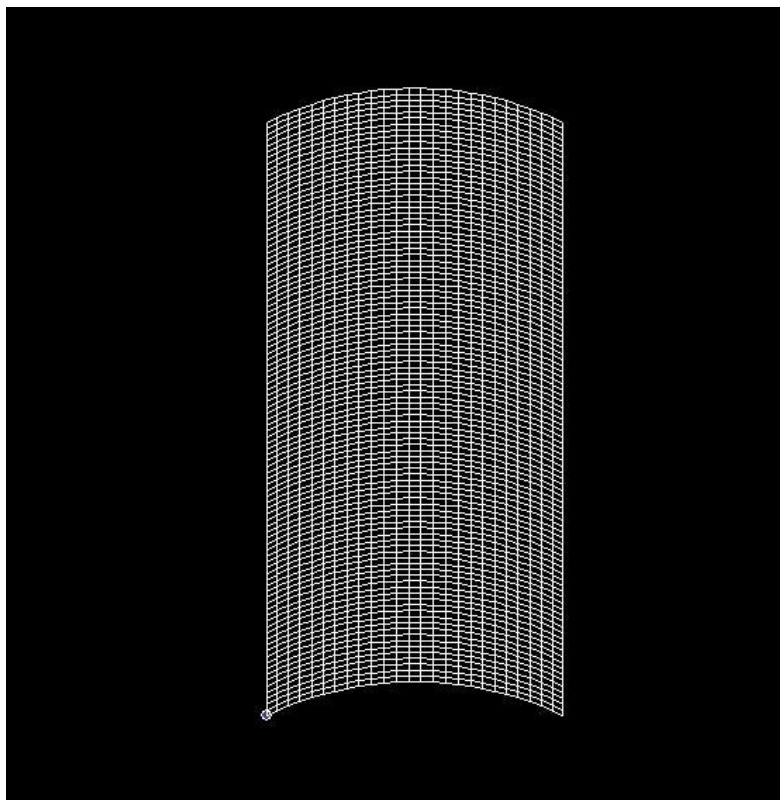
Καμπυλότητα	Πλάτος Ελάσματος
$r = 10b$	50,02
$r = 5b$	50,08
$r = 2b$	50,54
$r = 1b$	52,36

Πίνακας 4.1 Πλάτη καμπύλων ελασμάτων

Καμπυλότητα	Πλάτος Ελάσματος
$r = 10b$	100,04
$r = 5b$	100,17
$r = 2b$	101,07
$r = 1b$	104,72

Πίνακας 4.2 Πλάτη καμπύλων ελασμάτων

Αρχικά θα προσδιορισθεί το ενεργό πλάτος ενός καμπύλου χαλύβδινου ελάσματος διαστάσεων 52,36x200 mm, πάχους $t=0,5\text{mm}$. Η ποιότητα του χάλυβα είναι S235. Ένα τέτοιο χαλύβδινο έλασμα απεικονίζεται προοπτικά στο σχήμα 4.4 με χρήση του προγράμματος Nastran.



Σχήμα 4.4 Καμπύλο χαλύβδινο έλασμα διαστάσεων 52,36x200mm

Το έλασμα αποτελεί ένα διπλά στηριζόμενο στοιχείο υπό ομοιόμορφη θλίψη. Για $\sigma_1 = \sigma_2$ και θεωρώντας θλίψη με θετικό πρόσημο προκύπτει από τον πίνακα 3.2 ότι :

$$\psi = \sigma_1 / \sigma_2 = 1$$

και επομένως ο συντελεστής κύρτωσης είναι ίσος με $k_\sigma = 4$

Η λυγηρότητα $\bar{\lambda}_p$ για τον υπολογισμό στην κατάσταση οριακής αντοχής (μέγιστη αντοχή μέλους σε θλίψη) είναι ίση με :

$$\bar{\lambda}_p = 1,052 \cdot \frac{b_p}{t} \cdot \sqrt{\frac{f_{yb}}{E \cdot k_\sigma}} = 1,052 \cdot \frac{52,36}{0,5} \cdot \sqrt{\frac{235}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 4}} = 1,843 > 0,673$$

Επομένως ο μειωτικός συντελεστής ρ είναι ίσος με :

$$\rho = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} \cdot \left(1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_p} \right) = \frac{1}{1,843} \cdot \left(1 - \frac{0,22}{1,843} \right) = 0,4778$$

Άρα το συνολικό ενεργό πλάτος του θλιβόμενου στοιχείου είναι ίσο με :

$$b_{eff} = \rho \cdot b_p = 0,4778 \cdot 52,36 = 25,02 \text{ mm}$$

$$b_{eff1} = b_{eff2} = 0,5 \cdot b_{eff} = 0,5 \cdot 25,02 = 12,51 \text{ mm}$$

Τελευταίο στην κατηγορία των καμπύλων ελασμάτων θα εξεταστεί ένα χαλύβδινο έλασμα διαστάσεων 104,72x200mm, πάχους $t=1,5\text{mm}$ και ποιότητας χάλυβα S355. Το έλασμα αποτελεί ένα διπλά στηριζόμενο στοιχείο υπό ομοιόμορφη θλίψη. Για $\sigma_1 = \sigma_2$ και θεωρώντας θλίψη με θετικό πρόσημο προκύπτει από τον πίνακα 3.2 ότι :

$$\psi = \sigma_1 / \sigma_2 = 1$$

και επομένως ο συντελεστής κύρτωσης είναι ίσος με $k_\sigma = 4$

Η λυγηρότητα $\bar{\lambda}_p$ για τον υπολογισμό στην κατάσταση οριακής αντοχής (μέγιστη αντοχή μέλους σε θλίψη) είναι ίση με :

$$\bar{\lambda}_p = 1,052 \cdot \frac{b_p}{t} \cdot \sqrt{\frac{f_{yb}}{E \cdot k_\sigma}} = 1,052 \cdot \frac{104,72}{1,5} \cdot \sqrt{\frac{355}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 4}} = 1,510 > 0,673$$

Επομένως ο μειωτικός συντελεστής ρ είναι ίσος με :

$$\rho = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} \cdot \left(1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_p} \right) = \frac{1}{1,510} \cdot \left(1 - \frac{0,22}{1,510} \right) = 0,5658$$

Άρα το συνολικό ενεργό πλάτος του θλιβόμενου στοιχείου είναι ίσο με :

$$b_{eff} = \rho \cdot b_p = 0,5658 \cdot 104,72 = 59,25mm$$

$$b_{eff1} = b_{eff2} = 0,5 \cdot b_p = 0,5 \cdot 59,25 = 29,63mm$$

4.3 Συγκεντρωτικά αποτελέσματα αναλύσεων σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα

Στους παρακάτω πίνακες περιέχονται τα αποτελέσματα των αναλύσεων για τον υπολογισμό του ενεργού πλάτους, σύμφωνα με τις προδιαγραφές του Ευρωκώδικα 3, για όλα τα ελάσματα που μελετήθηκαν.

- Ελάσματα διαστάσεων 50x200mm

α) Ποιότητα χάλυβα S235

Πάχος t mm	Καμπυλότητα	Πλάτος	Λυγηρότητα	ρ	b_{eff}
0,5	Μηδενική	50	1,760	0,4973	24,86
	r = 10b	50,02	1,760	0,4971	24,86
	r = 5b	50,08	1,762	0,4966	24,87
	r = 2b	50,54	1,779	0,4927	24,90
	r = 1b	52,36	1,843	0,4779	25,02
1,0	Μηδενική	50	0,880	0,8524	42,62
	r = 10b	50,02	0,880	0,8522	42,63
	r = 5b	50,08	0,881	0,8515	42,64
	r = 2b	50,54	0,889	0,8463	42,77
	r = 1b	52,36	0,921	0,8262	43,26
1,5	Μηδενική	50	0,587	1	50,00
	r = 10b	50,02	0,587	1	50,02
	r = 5b	50,08	0,587	1	50,08
	r = 2b	50,54	0,593	1	50,54
	r = 1b	52,36	0,614	1	52,36
2,0	Μηδενική	50	0,440	1	50
	r = 10b	50,02	0,440	1	50,02
	r = 5b	50,08	0,441	1	50,08
	r = 2b	50,54	0,445	1	50,54
	r = 1b	52,36	0,461	1	52,36

Πίνακας 4.3 Ενεργό Πλάτος για χάλυβα S235

β) Ποιότητα χάλυβα S275

Πάχος t mm	Καμπυλότητα	Πλάτος	Λυγηρότητα	ρ	b_{eff}
0,5	Μηδενική	50	1,903	0,4646	23,23
	r = 10b	50,02	1,904	0,4645	23,23
	r = 5b	50,08	1,906	0,4640	23,24
	r = 2b	50,54	1,924	0,4603	23,26
	r = 1b	52,36	1,993	0,4463	23,37
1,0	Μηδενική	50	0,952	0,8078	40,39
	r = 10b	50,02	0,952	0,8076	40,40
	r = 5b	50,08	0,953	0,8069	40,41
	r = 2b	50,54	0,962	0,8018	40,52
	r = 1b	52,36	0,997	0,7819	40,94
1,5	Μηδενική	50	0,634	1	50,00
	r = 10b	50,02	0,635	1	50,02
	r = 5b	50,08	0,635	1	50,08
	r = 2b	50,54	0,641	1	50,54
	r = 1b	52,36	0,664	1	52,36
2,0	Μηδενική	50	0,476	1	50
	r = 10b	50,02	0,476	1	50,02
	r = 5b	50,08	0,477	1	50,08
	r = 2b	50,54	0,481	1	50,54
	r = 1b	52,36	0,498	1	52,36

Πίνακας 4.4 Ενεργό Πλάτος για χάλυβα S275

γ) Ποιότητα χάλυβα S355

Πάχος t mm	Καμπυλότητα	Πλάτος	Λυγηρότητα	ρ	b_{eff}
0,5	Μηδενική	50	2,163	0,4154	20,77
	r = 10b	50,02	2,164	0,4152	20,77
	r = 5b	50,08	2,166	0,4148	20,77
	r = 2b	50,54	2,186	0,4114	20,79
	r = 1b	52,36	2,265	0,3987	20,87
1,0	Μηδενική	50	1,081	0,7366	36,83
	r = 10b	50,02	1,082	0,7364	36,84
	r = 5b	50,08	1,083	0,7358	36,85
	r = 2b	50,54	1,093	0,7308	36,93
	r = 1b	52,36	1,132	0,7115	37,26
1,5	Μηδενική	50	0,721	0,9638	48,19
	r = 10b	50,02	0,721	0,9636	48,20
	r = 5b	50,08	0,722	0,9630	48,23
	r = 2b	50,54	0,729	0,9580	48,42
	r = 1b	52,36	0,755	0,9386	49,15
2,0	Μηδενική	50	0,541	1	50
	r = 10b	50,02	0,541	1	50,02
	r = 5b	50,08	0,542	1	50,08
	r = 2b	50,54	0,547	1	50,54
	r = 1b	52,36	0,566	1	52,36

Πίνακας 4.5 Ενεργό Πλάτος για χάλυβα S355

- Ελάσματα διαστάσεων 100x200mm

α) Ποιότητα χάλυβα S235

Πάχος t mm	Καμπυλότητα	Πλάτος	Λυγηρότητα	ρ	b_{eff}
0,5	Μηδενική	100	3,519	0,2664	26,64
	r = 10b	100,04	3,521	0,2663	26,64
	r = 5b	100,17	3,525	0,2660	26,64
	r = 2b	101,07	3,557	0,2638	26,66
	r = 1b	104,72	3,685	0,2552	26,72
1,0	Μηδενική	100	1,760	0,4973	49,73
	r = 10b	100,04	1,760	0,4971	49,73
	r = 5b	100,17	1,763	0,4965	49,74
	r = 2b	101,07	1,778	0,4927	49,80
	r = 1b	104,72	1,843	0,4779	50,05
1,5	Μηδενική	100	1,173	0,6926	69,26
	r = 10b	100,04	1,174	0,6924	69,27
	r = 5b	100,17	1,175	0,6917	69,29
	r = 2b	101,07	1,186	0,6869	69,43
	r = 1b	104,72	1,228	0,6683	69,98
2,0	Μηδενική	100	0,880	0,8524	85,24
	r = 10b	100,04	0,880	0,8522	85,25
	r = 5b	100,17	0,881	0,8514	85,29
	r = 2b	101,07	0,889	0,8464	85,54
	r = 1b	104,72	0,921	0,8262	86,52

Πίνακας 4.6 Ενεργό Πλάτος για χάλυβα S235

β) Ποιότητα χάλυβα S275

Πάχος t mm	Καμπυλότητα	Πλάτος	Λυγηρότητα	ρ	b_{eff}
0,5	Μηδενική	100	3,807	0,2475	24,75
	r = 10b	100,04	3,808	0,2474	24,75
	r = 5b	100,17	3,813	0,2471	24,75
	r = 2b	101,07	3,848	0,2450	24,77
	r = 1b	104,72	3,987	0,2370	24,82
1,0	Μηδενική	100	1,903	0,4646	46,46
	r = 10b	100,04	1,904	0,4645	46,47
	r = 5b	100,17	1,907	0,4640	46,47
	r = 2b	101,07	1,924	0,4604	46,53
	r = 1b	104,72	1,993	0,4463	46,74
1,5	Μηδενική	100	1,269	0,6514	65,14
	r = 10b	100,04	1,269	0,6512	65,15
	r = 5b	100,17	1,271	0,6505	65,17
	r = 2b	101,07	1,283	0,6460	65,29
	r = 1b	104,72	1,329	0,6279	65,76
2,0	Μηδενική	100	0,952	0,8078	80,78
	r = 10b	100,04	0,952	0,8076	80,79
	r = 5b	100,17	0,953	0,8069	80,83
	r = 2b	101,07	0,962	0,8018	81,04
	r = 1b	104,72	0,997	0,7819	81,88

Πίνακας 4.7 Ενεργό Πλάτος για χάλυβα S275

γ) Ποιότητα χάλυβα S355

Πάχος t mm	Καμπυλότητα	Πλάτος	Λυγηρότητα	ρ	b_{eff}
0,5	Μηδενική	100	4,325	0,2194	21,94
	r = 10b	100,04	4,327	0,2194	21,94
	r = 5b	100,17	4,333	0,2191	21,95
	r = 2b	101,07	4,372	0,2172	21,96
	r = 1b	104,72	4,529	0,2101	22,00
1,0	Μηδενική	100	2,163	0,4154	41,54
	r = 10b	100,04	2,164	0,4152	41,54
	r = 5b	100,17	2,166	0,4147	41,54
	r = 2b	101,07	2,186	0,4114	41,59
	r = 1b	104,72	2,265	0,3987	41,75
1,5	Μηδενική	100	1,442	0,5878	58,78
	r = 10b	100,04	1,442	0,5876	58,78
	r = 5b	100,17	1,444	0,5869	58,79
	r = 2b	101,07	1,457	0,5826	58,89
	r = 1b	104,72	1,510	0,5658	59,25
2,0	Μηδενική	100	1,081	0,7366	73,66
	r = 10b	100,04	1,082	0,7364	73,67
	r = 5b	100,17	1,083	0,7357	73,70
	r = 2b	101,07	1,093	0,7308	73,86
	r = 1b	104,72	1,132	0,7115	74,51

Πίνακας 4.8 Ενεργό Πλάτος για χάλυβα S355

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Προσομοίωση και ανάλυση των φορέων της μελέτης με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

5.1 Γενικά

Στο παρόν κεφάλαιο όπως αναφέρθηκε και παραπάνω θα αναλυθούν χαλύβδινα ελάσματα από χάλυβα ποιότητας S235, S275 και S355, πάχους $t=0,5\text{mm}$, $t=1\text{mm}$, $t=1,5\text{mm}$ και $t=2\text{mm}$, διαστάσεων $50\times 200\text{mm}$ και $100\times 200\text{mm}$, επίπεδα και με καμπυλότητα $R=1b, 2b, 5b$ και $10b$, όπου b το πλάτος του λεπτότοιχου ελάσματος. Η προσομοίωση και η ανάλυση θα γίνουν με χρήση του προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων MSC Nastran έκδοσης 4.5 για Windows. Το MSC Nastran για Windows είναι ένα πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων που επιτρέπει στο μηχανικό την προσομοίωση της συμπεριφοράς μίας κατασκευής, ανεξάρτητα από το είδος ή την πολυπλοκότητά της. Στην ανάλυση των φορέων με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων ο φορέας διακριτοποιείται ή υποδιαιρείται σε έναν αριθμό στοιχείων που συνδέονται μεταξύ τους με κόμβους. Το Nastran είναι ικανό να δημιουργήσει το δίκτυο των στοιχείων κατά την προεπεξεργασία του φορέα αλλά και να βοηθήσει τον μελετητή στην επεξεργασία των αποτελεσμάτων της ανάλυσης.

Η διαδικασία μόρφωσης και ανάλυσης των φορέων που ακολουθείται μέσω Nastran παρατίθεται συνοπτικά παρακάτω και θα παρουσιαστεί αναλυτικά στις επόμενες ενότητες του κεφαλαίου για ένα επίπεδο έλασμα και ένα καμπύλο. Για τις υπόλοιπες διατομές της μελέτης η διαδικασία είναι όμοια με αυτήν που παρουσιάστηκε. Συνοπτικά :

Βήμα 1^ο : Δημιουργία της γεωμετρίας του φορέα

Βήμα 2^ο : Καθορισμός ιδιοτήτων υλικών

Βήμα 3^ο : Καθορισμός ιδιοτήτων του φορέα (πάχος, υλικό)

Βήμα 4^ο : Δημιουργία του δικτύου πεπερασμένων στοιχείων από κόμβους και στοιχεία (mesh generation)

Βήμα 5^ο : Επιβολή συνοριακών συνθηκών

Βήμα 6^ο : Επιβολή φορτίων

Βήμα 7^ο : Ανάλυση φορέα

5.2 Περιγραφή προσομοίωσης φορέων με το πρόγραμμα MSC Nastran

5.2.1 Επίπεδα ελάσματα

Στην ενότητα αυτή θα περιγραφεί η πορεία μόρφωσης και ανάλυσης μέσω Nastran ενός επίπεδου ορθογωνικού χαλύβδινου ελάσματος διαστάσεων 50x200 mm, πάχους $t=0,5\text{mm}$. Η ποιότητα του χάλυβα είναι S235. Το φορτίο που φέρει το έλασμα είναι κατανεμημένο και ίσο με 1kN/m . Στο μοντέλο προσομοίωσης στο Nastran το κατανεμημένο αυτό φορτίο αντιστοιχεί σε συγκεντρωμένα κατακόρυφα φορτία στους 26 κόμβους της πάνω οριζόντιας πλευράς. Συγκεκριμένα καθένας από τους δύο εξωτερικούς αυτούς κόμβους φέρει $0,001\text{kN}$ ενώ οι 24 εσωτερικοί φέρουν $0,002\text{kN}$. Το σύστημα συντεταγμένων στο Nastran θεωρεί οριζόντιο άξονα τον X, κατακόρυφο άξονα τον Y και άξονα κάθετο στο επίπεδο των X και Y τον Z. Το έλασμα έχει τέτοιες συντοιακές συνθήκες έτσι ώστε οι κόμβοι της κάτω πλευράς να δεσμεύονται έναντι μετακίνησης κατά Y και κατά Z, οι κόμβοι της δεξιάς και της πάνω πλευράς να δεσμεύονται έναντι μετακίνησης κατά Z και οι κόμβοι της αριστερής πλευράς να δεσμεύονται έναντι μετακίνησης κατά X και κατά Z. Οι υπόλοιποι κόμβοι του ελάσματος είναι ελεύθεροι να μετακινηθούν και να στραφούν.

Ξεκινάμε το MSC Nastran και στο παράθυρο διαλόγου που εμφανίζεται επιλέγουμε την εντολή **New Model**. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι παρόλο που το παράθυρο του προγράμματος ονομάζεται **Untitled-MSC.Nastran for Windows**, εργαζόμαστε στο πρόγραμμα **FEMAP**, όπως άλλωστε μας πληροφορεί και η γραμμή κατάστασης στο κάτω μέρος του παραθύρου. Για να απενεργοποιήσουμε τον χάρακα που εμφανίζεται στη μέση του χώρου εργασίας για λόγους οπτικής διευκόλυνσης, επιλέγουμε **View-Options** (ή πατάμε το πλήκτρο F6) και εμφανίζεται το παράθυρο διαλόγου View Options (Σχήμα 5.1). Στο μενού **Category** επιλέγουμε **Tools and View Style** και στο μενού **Options** διαλέγουμε το **Workplane and Rulers**. Στη συνέχεια σβήνουμε το (v) από το **Draw Entity** και πατάμε OK.

Βήμα 1^ο : Δημιουργία της γεωμετρίας του φορέα

Επιλέγουμε **Geometry-Surface-Corners**. Στο παράθυρο διαλόγου που εμφανίζεται ζητούνται οι συντεταγμένες της πρώτης από τις τέσσερις γωνίες της επιφάνειας που θέλουμε να δημιουργήσουμε (Σχήμα 5.2). Αφού συμπληρώσουμε τις συντεταγμένες για την πρώτη γωνία, πατάμε το πλήκτρο OK και εμφανίζεται εκ νέου το ίδιο παράθυρο διαλόγου για τη συμπλήρωση των συντεταγμένων της δεύτερης γωνίας. Αφού συμπληρωθούν οι συντεταγμένες και για τις τέσσερις γωνίες της επιφάνειας πατάμε το πλήκτρο Cancel και στη συνέχεια Ctrl+A για να κεντράρουμε το σχέδιο.



Σχήμα 5.1 Παράθυρο ρυθμίσεως πληροφοριών που αναγράφονται στο σχέδιο



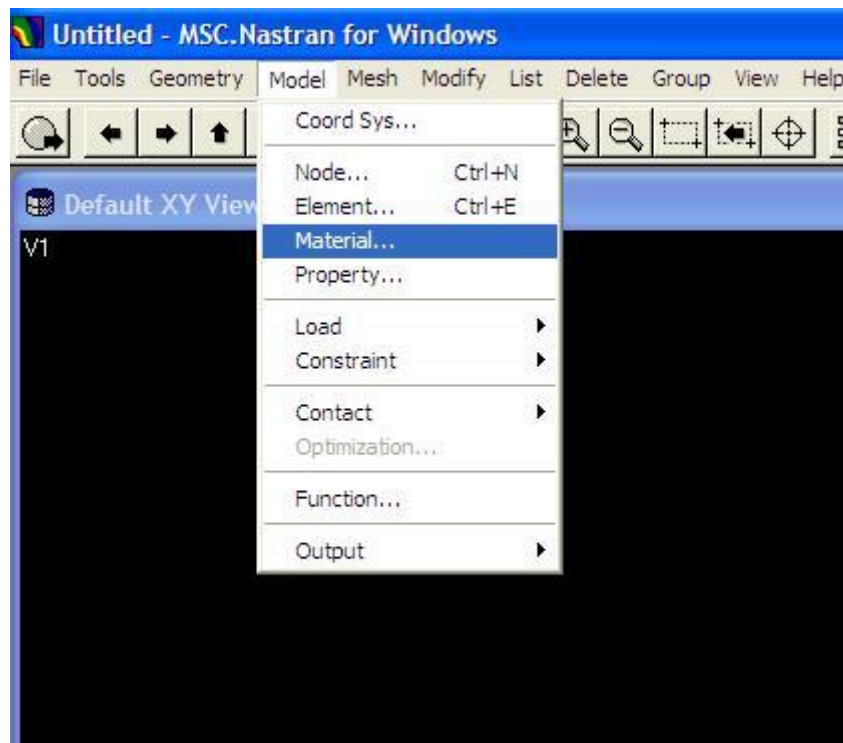
Σχήμα 5.2 Παράθυρο εισαγωγής συντεταγμένων γωνιών επιφάνειας

Ένα σημαντικό στοιχείο που πρέπει να θυμάται ο μελετητής σε ολόκληρη τη διάρκεια της κατασκευής και προσομοίωσης του μοντέλου στο Nastran είναι ότι το πρόγραμμα δεν διαθέτει σύστημα μονάδων αλλά δέχεται ως δεδομένα καθαρούς αριθμούς. Επομένως είναι στην ευχέρεια του μελετητή να επιλέξει τις μονάδες των μεγεθών που θα χρησιμοποιήσει ως δεδομένα. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την ανάλυση είναι καθαροί αριθμοί και για να είναι σωστά θα πρέπει να υπάρχει συμβατότητα όλων των μονάδων. Στην ανάλυση που πραγματοποιήθηκε στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκαν ως μονάδες μήκους τα mm, ως μονάδες δύναμης τα kN και συνεπώς ως μονάδες τάσεως τα GPa.

Επιπλέον, λόγω της πολυπλοκότητας της διαδικασίας εισαγωγής των εντολών και της πιθανότητας λάθους, συνίσταται στον μελετητή μετά από έναν αριθμό βημάτων για τη δημιουργία του προσομοιώματος, να διασφαλίζει την εργασία που έχει κάνει με την επιλογή από το μενού **File** της εντολής **Save**.

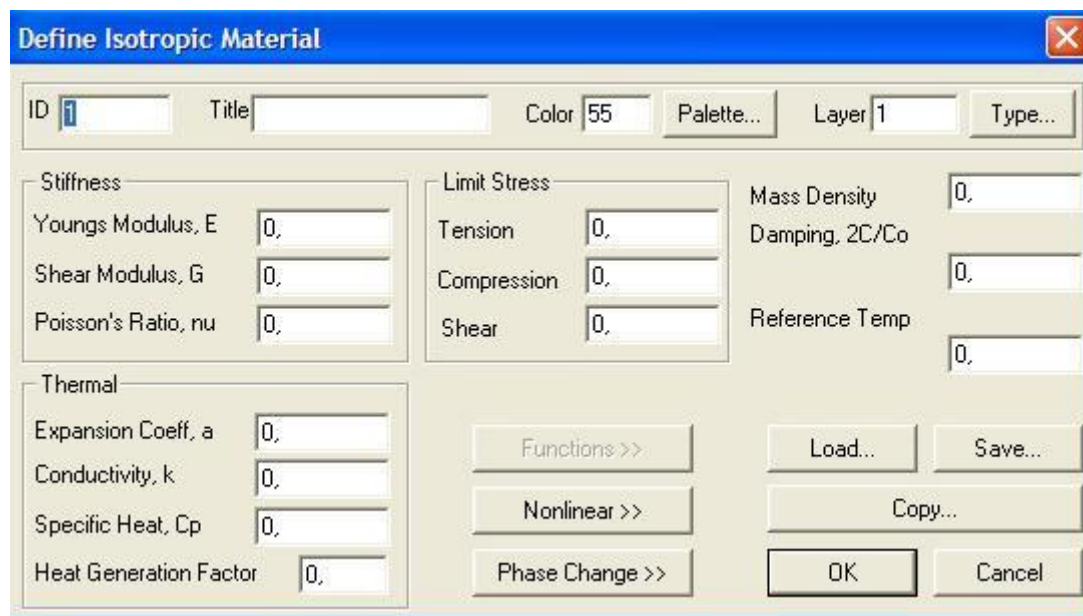
Βήμα 2^ο : Καθορισμός ιδιοτήτων υλικών

Το επόμενο βήμα είναι ο ορισμός των ιδιοτήτων του υλικού των ελασμάτων. Επιλέγουμε από το μενού **Model** την εντολή **Material**.



Σχήμα 5.3 Εισαγωγή ιδιοτήτων υλικών

Στην οθόνη εμφανίζεται ένα παράθυρο διαλόγου με τίτλο **Define Isotropic Material** (Σχήμα 5.3), διότι ο προεπιλεγμένος τύπος υλικού είναι το ιστροπικό, δηλαδή το υλικό που έχει ίδιες ιδιότητες σε όλες τις διευθύνσεις.



Σχήμα 5.4 Παράθυρο εισαγωγής ιδιοτήτων υλικού στοιχείων

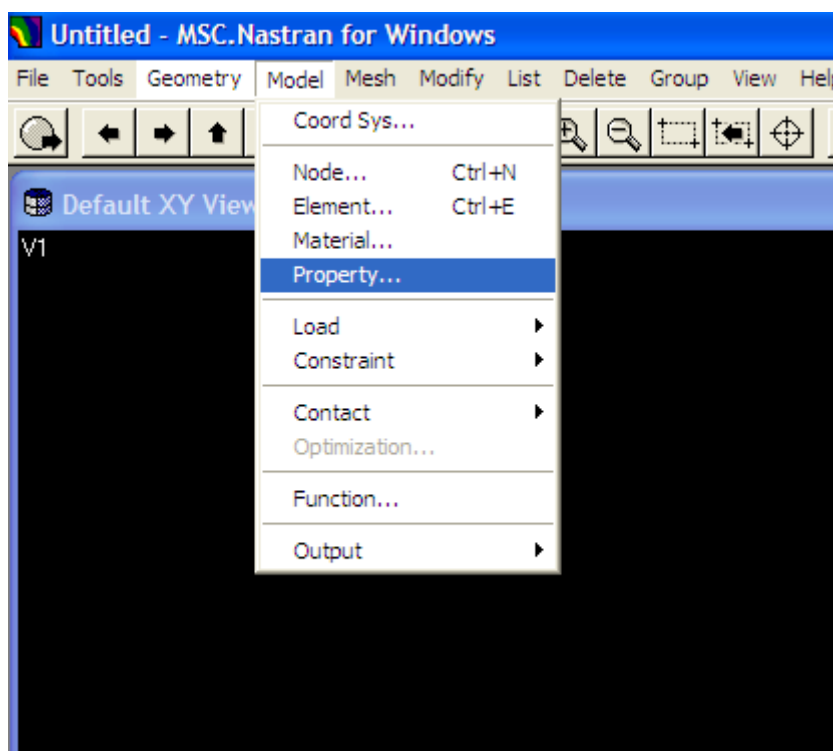
Με το πλήκτρο **Load** μπορούμε να επιλέξουμε ένα υλικό από τα ήδη υπάρχοντα στην βιβλιοθήκη του προγράμματος. Από το παράθυρο **Select From Library** επιλέγουμε όποιο υλικό επιθυμούμε, πατάμε OK και οι τιμές των ιδιοτήτων συμπληρώνονται αυτόματα. Στην περίπτωση που θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε ένα υλικό που δεν υπάρχει στην παραπάνω βιβλιοθήκη, μπορούμε να ορίσουμε εμείς τις τιμές των ιδιοτήτων του. Στην παρούσα εργασία ορίζουμε και χρησιμοποιούμε τον χάλυβα με μέτρο ελαστικότητας $E=210\text{GPa}$, μέτρο διατμήσεως $G=80\text{GPa}$ και λόγο Poisson $\nu=0,3$. Εάν το μέτρο διατμήσεως δεν καθοριστεί, το πρόγραμμα το υπολογίζει αυτόματα με βάση τη σχέση $G = \frac{E}{2(\nu+1)}$. Τα υπόλοιπα

χαρακτηριστικά τα αφήνουμε κενά διότι η τιμή τους δεν παίζει ρόλο στην ανάλυση γραμμικού λυγισμού που θα κάνουμε. Στο σημείο αυτό αξίζει να σημειωθεί ότι δεν θα συμπληρώσουμε ούτε τις τιμές των οριακών τάσεων αντοχής του χάλυβα (Tension, Compression και Shear). Το Nastran υπολογίζει το κρίσιμο φορτίο λυγισμού, το οποίο δεν εξαρτάται από την ποιότητα του χάλυβα. Συνεπώς, τα αποτελέσματα της ανάλυσης των ελασμάτων τα οποία διαφέρουν μόνο ως προς την ποιότητα του χάλυβα είναι κοινά. Στη θέση **Title** εισάγουμε την ονομασία του υλικού και επιλέγουμε **Save** προκειμένου να είναι δυνατή η μελλοντική χρήση του

συγκεκριμένου υλικού από τη βιβλιοθήκη του προγράμματος. Εδώ χρησιμοποιούμε το όνομα «καλυbas». Τέλος, πατάμε Cancel και η διαδικασία καθορισμού των ιδιοτήτων του υλικού έχει ολοκληρωθεί.

Βήμα 3^ο : Καθορισμός ιδιοτήτων φορέα

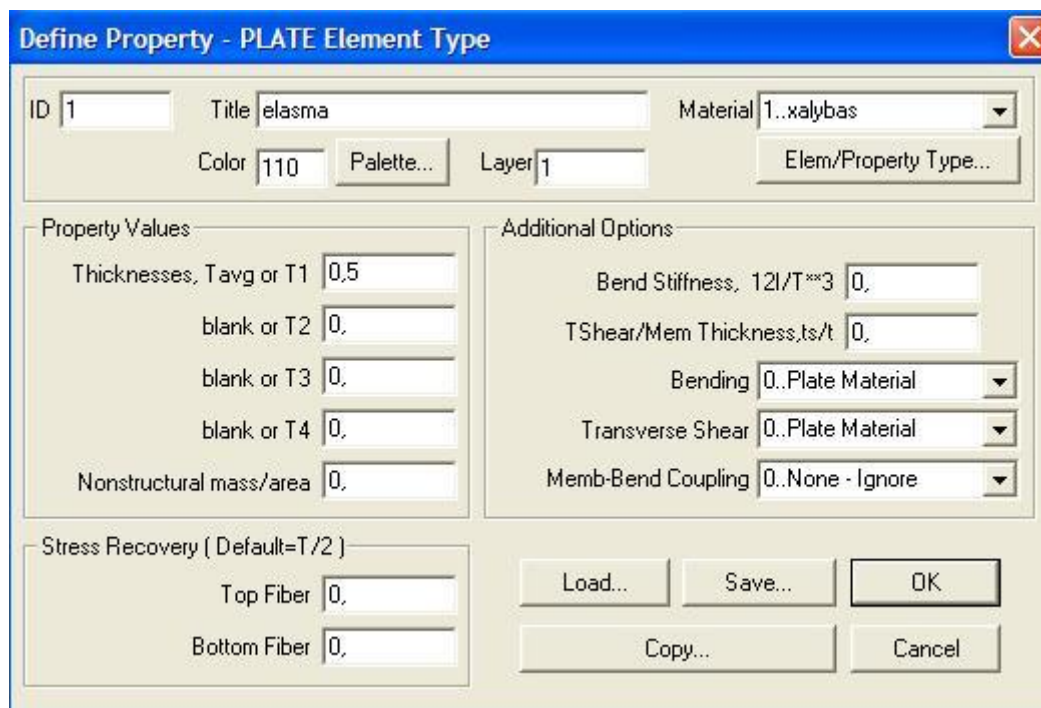
Στο βήμα αυτό καθορίζονται οι ιδιότητες του φορέα και το είδος των πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιούνται για την προσομοίωση. Από το μενού **Model** επιλέγουμε την εντολή **Property** και εμφανίζεται το παράθυρο διαλόγου με τίτλο **Define Property – PLATE Element Type** (Σχήμα 5.6)



Σχήμα 5.5 Εισαγωγή ιδιοτήτων φορέα

Πατάμε το βελάκι στη θέση **Material** και επιλέγουμε το υλικό με το όνομα που ορίσαμε στο προηγούμενο βήμα. Ο τύπος των πεπερασμένων στοιχείων καθορίζεται από την εντολή **Elem/Property Type** με την ενεργοποίηση της οποίας εμφανίζεται η βιβλιοθήκη των ειδών πεπερασμένων στοιχείων που διαθέτει το Nastran. Για την παρούσα μελέτη θα χρησιμοποιήσουμε το στοιχείο πλάκας (**plate**) που είναι ήδη προεπιλεγμένο από το πρόγραμμα. Στη συνέχεια για να ορίσουμε το πάχος του ελάσματος, εισάγουμε την τιμή 0,5 (η οποία αντιστοιχεί σε πάχος 0,5mm) στη θέση **Thicknesses, Tavg or T**. Τέλος, εισάγουμε τον τίτλο «elasma», πατάμε OK

και στη συνέχεια Cancel. Όλα τα χαρακτηριστικά που δόθηκαν στον φορέα αποθηκεύτηκαν στη μνήμη του υπολογιστή και η διαδικασία του βήματος αυτού έχει ολοκληρωθεί.



Σχήμα 5.6 Παράθυρο εισαγωγής ιδιοτήτων φορέα

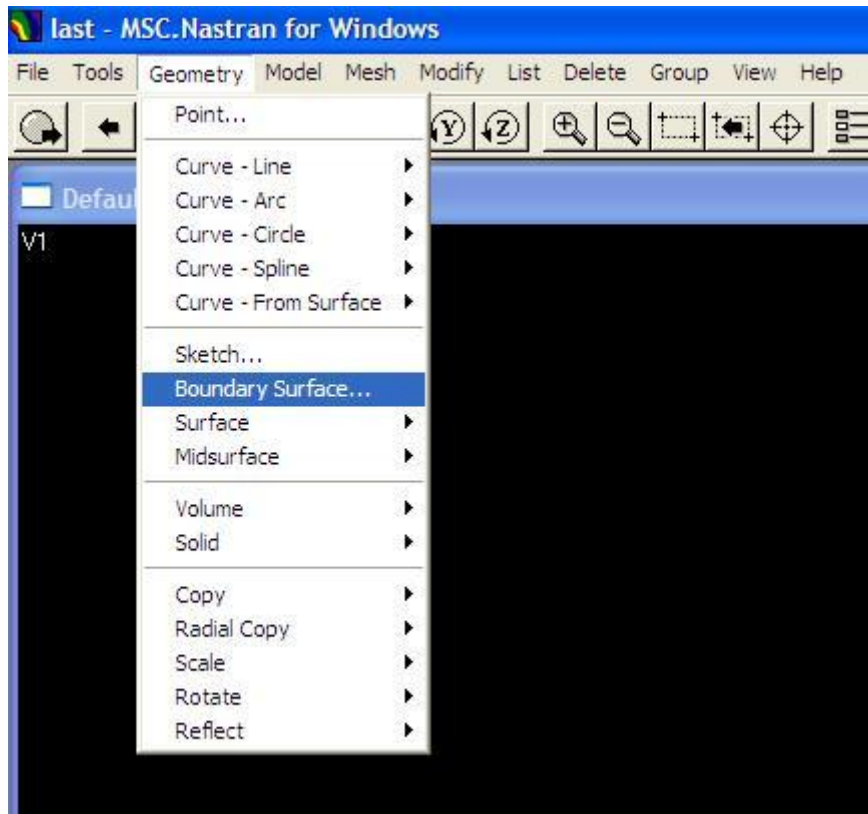
Βήμα 4^ο : Δημιουργία δικτύου πεπερασμένων στοιχείων (mesh generation)

Στο βήμα αυτό θα δημιουργηθεί το δίκτυο πεπερασμένων στοιχείων. Επιλέγουμε από το μενού **Mesh** την εντολή **Mesh Control** και στην συνέχεια την εντολή **Default Size** και εμφανίζεται το παράθυρο διαλόγου **Default Mesh Size** (Σχήμα 5.7).



Σχήμα 5.7 Παράθυρο ορισμού μεγέθους πεπερασμένων στοιχείων

Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 5.7 στο πεδίο **Size** εισάγουμε την τιμή 2 και πατάμε OK. Στην συνέχεια για να ορίσουμε τα όρια του δικτύου επιλέγουμε από το μενού **Geometry** την εντολή **Boundary Surface** και εμφανίζεται το παράθυρο διαλόγου με τίτλο **Entity Selection – Select Curve(s) on Closed Boundary** (Σχήμα 5.9).



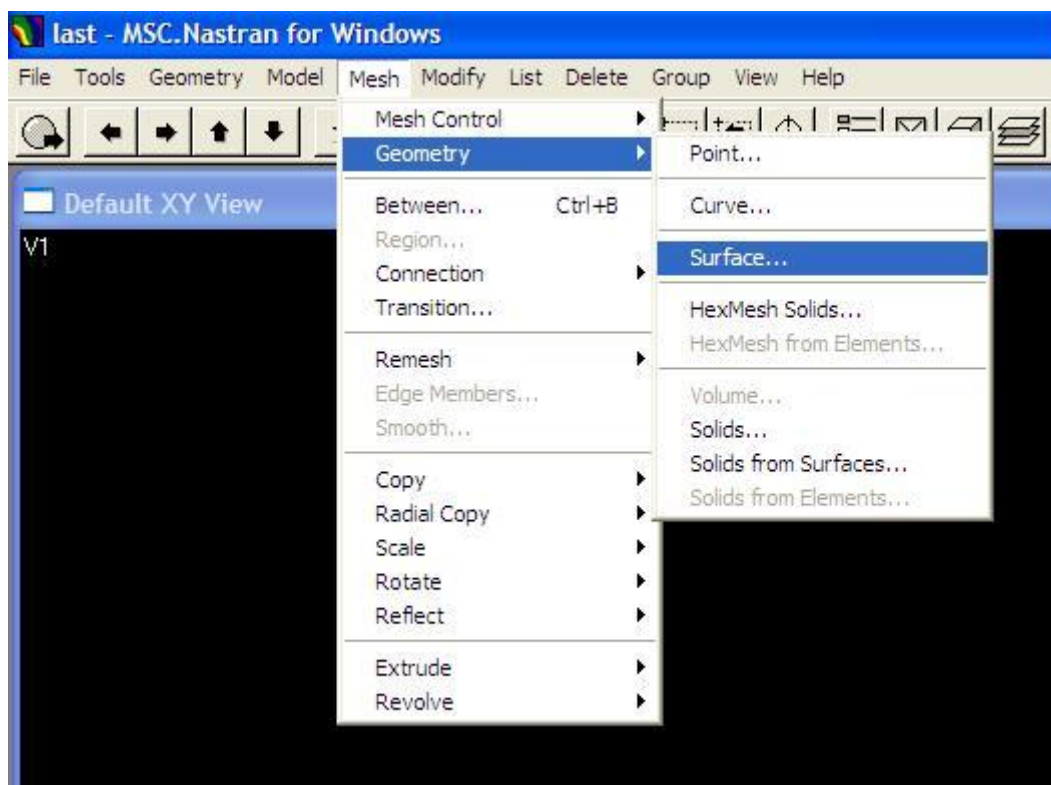
Σχήμα 5.8 Εισαγωγή ορίων επιφάνειας δικτύου



Σχήμα 5.9 Παράθυρο εισαγωγής ορίων επιφάνειας δικτύου

Για να επιλέξουμε ως όρια της επιφάνειας του δικτύου και τις τέσσερις επιφάνειες του φορέα, επιλέγουμε την εντολή **Select All**, πατάμε OK και μετά Cancel. Παρατηρούμε ότι τα σύνορα του δικτύου έχουν πλέον πιο έντονο χρώμα. Στην συνέχεια, από το μενού **Mesh** επιλέγουμε **Geometry** και μετά **Surface** και

εμφανίζεται το παράθυρο διαλόγου με τίτλο **Entity Selection – Select Surfaces to Mesh** (Σχήμα 5.11).



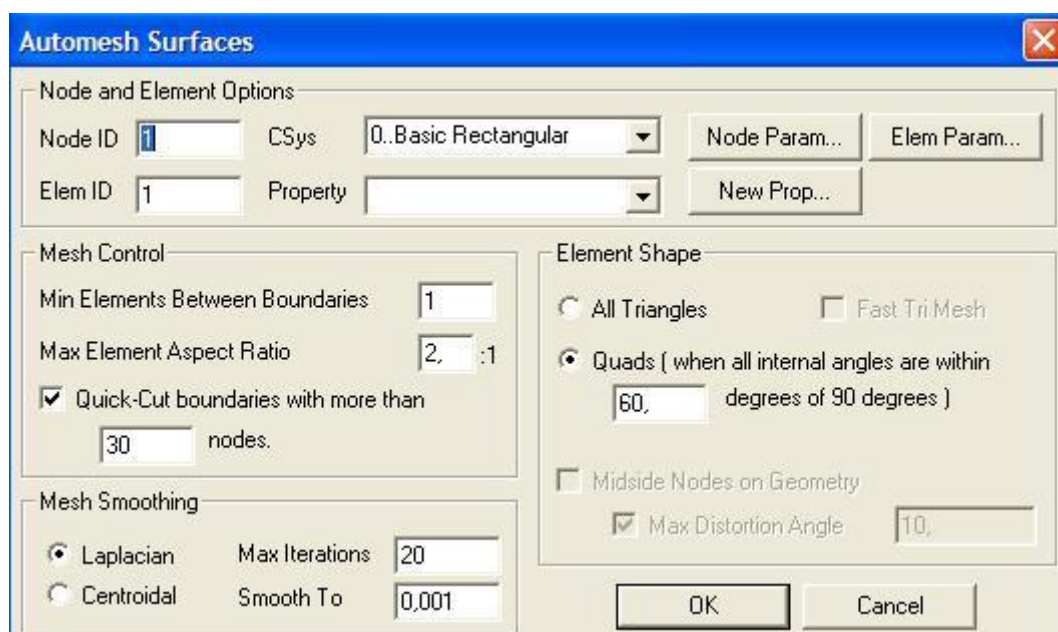
Σχήμα 5.10 Επιλογή επιφάνειας δικτύου



Σχήμα 5.11 Παράθυρο επιλογής επιφάνειας δικτύου

Επιλέγουμε με το ποντίκι από το γενικότερο παράθυρο του προγράμματος την επιφάνεια που ορίσαμε παραπάνω , πατάμε OK και εμφανίζεται το παράθυρο διαλόγου με τίτλο **Automesh Surfaces** (Σχήμα 5.12). Στο πεδίο **Property** επιλέγουμε την τιμή **1.elasma** που αντιστοιχεί στον φορέα με ιδιότητες που ορίσαμε παραπάνω και έπειτα πατάμε OK. Οι υπόλοιπες εντολές δεν αφορούν την ανάλυσή μας. Με την επιλογή της εντολής OK σχηματίζεται το δίκτυο των τετρακομβικών πεπερασμένων στοιχείων το οποίο αποτελείται από 2626 κόμβους και 2500 στοιχεία. Για να δούμε την αρίθμηση των κόμβων πατάμε το πλήκτρο F6 και στο παράθυρο διαλόγου **View**

Options που εμφανίζεται στην επιλογή Category **επιλέγουμε Labels, Entities and Color**, στην ομάδα **Options** επιλέγουμε **Node**, και στην ομάδα **Label Mode** επιλέγουμε **1.ID**. Στην συνέχεια πατάμε OK και το δίκτυο των κόμβων του φορέα είναι πλέον αριθμημένο.

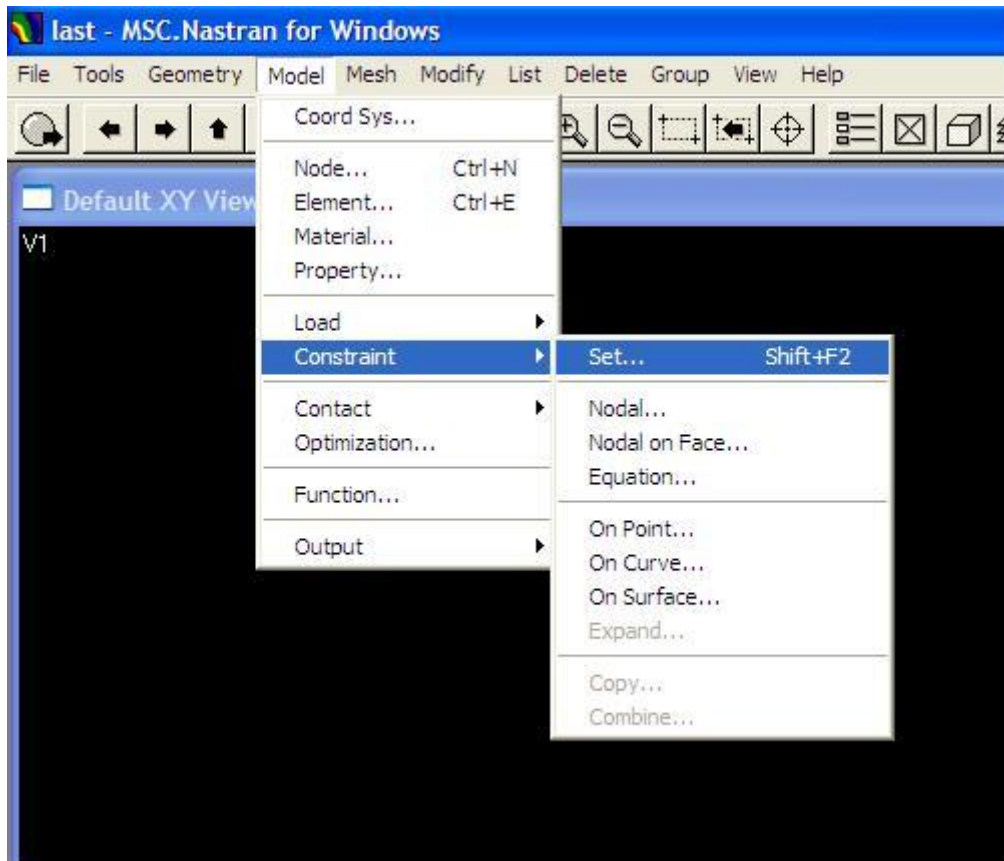


Σχήμα 5.12 Παράθυρο επιλογής παραμέτρων δικτύου

Βήμα 5^ο : Επιβολή συνοριακών συνθηκών

Με τον όρο συνοριακές συνθήκες εννοούμε τις δεσμεύσεις των βαθμών ελευθερίας του κάθε κόμβου. Εάν δεν επιβάλουμε δεσμεύσεις σε κάποιον κόμβο αυτό αυτομάτως συνεπάγεται από το πρόγραμμα ότι ο συγκεκριμένος κόμβος είναι ελεύθερος να μετακινηθεί και να στραφεί ως προς οποιονδήποτε βαθμό ελευθερίας. Η διαδικασία του βήματος αυτού είναι η εξής. Από το μενού **Model** επιλέγουμε την εντολή **Constraint** και από το νέο μενού που εμφανίζεται επιλέγουμε την εντολή **Set** και εμφανίζεται το παράθυρο διαλόγου **Create or Activate Constraint Set** (Σχήμα 5.14). Στο πεδίο **Title** ορίζουμε το όνομα του συνόλου των δεσμεύσεων που θα χρησιμοποιήσουμε. Στη συγκεκριμένη περίπτωση χρησιμοποιούμε την ονομασία «Desmeuseis» και πατάμε OK. Με τον τρόπο αυτό έχουμε ορίσει απλά το όνομα του συνόλου των δεσμεύσεων του φορέα χωρίς όμως να έχουμε ορίσει τις δεσμεύσεις. Για να το κάνουμε αυτό επιλέγουμε και πάλι από το μενού **Model** την εντολή **Constraint** και στη συνέχεια την εντολή **Nodal** η οποία μας επιτρέπει να ορίσουμε τις δεσμεύσεις κάθε κόμβου χωριστά ή μίας ομάδας κόμβων μαζί. Εμφανίζεται το παράθυρο διαλόγου που φαίνεται στο σχήμα 5.15 με

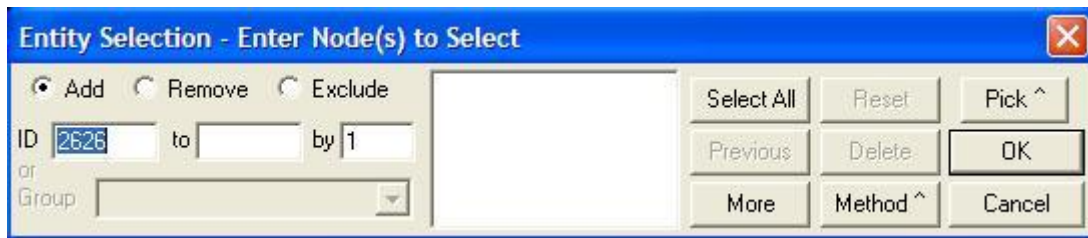
τίτλο **Entity Selection – Enter Node(s) to Select**. Στο σημείο αυτό πρέπει να σημειωθεί ότι ο μελετητής καλό είναι να θυμάται την αρίθμηση των κόμβων οι οποίοι θα δεσμευτούν έτσι ώστε να διευκολυνθεί σημαντικά στη διαδικασία αυτή.



Σχήμα 5.13 Επιλογή ονομασίας συνόλου δεσμεύσεων του φορέα

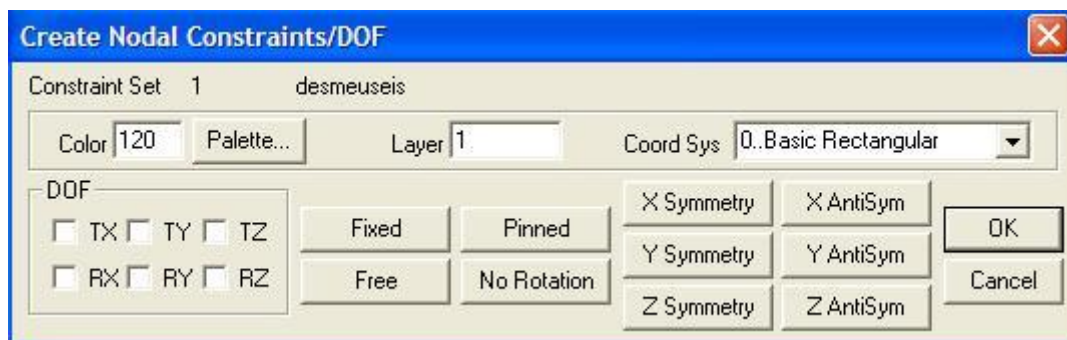


Σχήμα 5.14 Παράθυρο επιλογής ονομασίας συνόλου δεσμεύσεων



Σχήμα 5.15 Παράθυρο επιλογής κόμβων για δεσμεύσεις

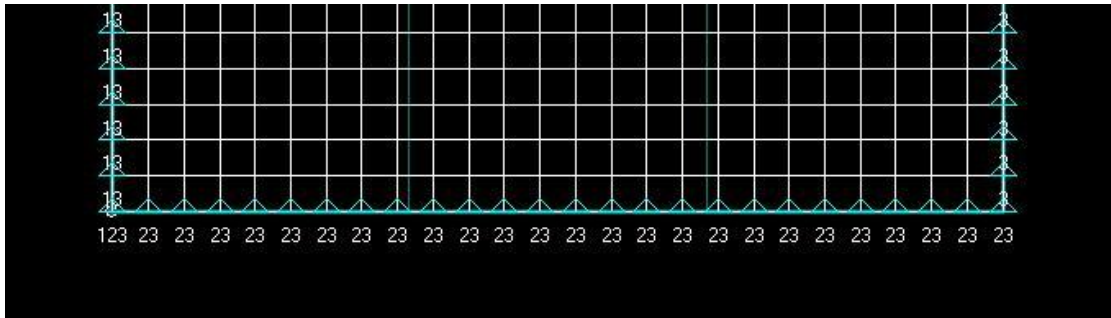
Για την συγκεκριμένη μελέτη στο παράθυρο διαλόγου του σχήματος 5.15 στο πεδίο **ID** εισάγουμε τον αριθμό κόμβου 1 και στο πεδίο **to** τον αριθμό 1 και πατάμε OK. Ουσιαστικά με τη διαδικασία αυτή έχουμε επιλέξει τον κόμβο #1 του δικτύου. Υπάρχουν και αρκετοί άλλοι τρόποι επιλογής κόμβων αλλά εμείς χρησιμοποιούμε αυτή τη μέθοδο χάριν απλότητας. Με την εντολή OK εμφανίζεται ένα νέο παράθυρο διαλόγου (Σχήμα 5.16) με τίτλο **Create Nodal Constraints/DOF**.



Σχήμα 5.16 Παράθυρο επιλογής δεσμεύσεων κόμβων

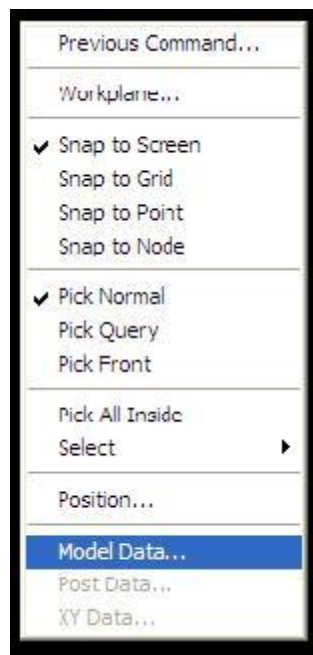
Στο κάτω αριστερά υποπλαίσιο του παραθύρου διαλόγου του σχήματος 5.16 με την ονομασία **DOF** (Degrees of Freedom- βαθμοί ελευθερίας) υπάρχουν έξι μικρά χωρία τα οποία αντιπροσωπεύουν τις μετατοπίσεις και τις στροφές ως προς τους τρεις άξονες X, Y και Z. Για τον κόμβο #1 που επιλέξαμε παραπάνω επιλέγουμε τη δέσμευση ως προς TX, TY και TZ και στη συνέχεια πατάμε OK. Το παράθυρο διαλόγου του σχήματος 5.15 εμφανίζεται εκ νέου. Θα επιλέξουμε τους κόμβους 2-26 οι οποίοι αντιστοιχούν στην κάτω οριζόντια πλευρά του φορέα. Στο πεδίο **ID** εισάγουμε την τιμή 2, στο πεδίο **to** την τιμή 26 και πατάμε OK. Εμφανίζεται ξανά το παράθυρο διαλόγου του σχήματος 5.16 και επιλέγουμε δέσμευση ως προς TY και TZ και στη συνέχεια OK. Το παράθυρο διαλόγου του σχήματος 5.15 εμφανίζεται εκ νέου και επιλέγουμε **ID** 27 και **to** 150 που αντιστοιχούν στους κόμβους της δεξιάς και της πάνω εξωτερικής πλευράς και ύστερα OK. Δεσμεύουμε μόνο ως προς TZ ώστε να επιτραπεί η μετατόπιση ως προς τις άλλες δύο διευθύνσεις. Τέλος,

επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία με **ID** 151 και **to** 250, πατάμε OK, στο παράθυρο διαλόγου του σχήματος 5.16 επιλέγουμε δέσμευση ως προς TX και TZ, πατάμε OK και ύστερα Cancel. Στο σημείο αυτό έχει ολοκληρωθεί η διαδικασία καθορισμού των δεσμεύσεων του φορέα και αυτές φαίνονται ως τρίγωνα στην οθόνη του προγράμματος (Σχήμα 5.17). Οι αριθμοί που αναγράφονται δίπλα σε κάθε τρίγωνο αντιστοιχούν στους δεσμευμένους βαθμούς ελευθερίας του συγκεκριμένου κόμβου. Τα νούμερα 1 έως 3 αντιστοιχούν στις μετατοπίσεις κατά X,Y και Z αντίστοιχα.



Σχήμα 5.17 Δεσμευμένοι κόμβοι φορέα

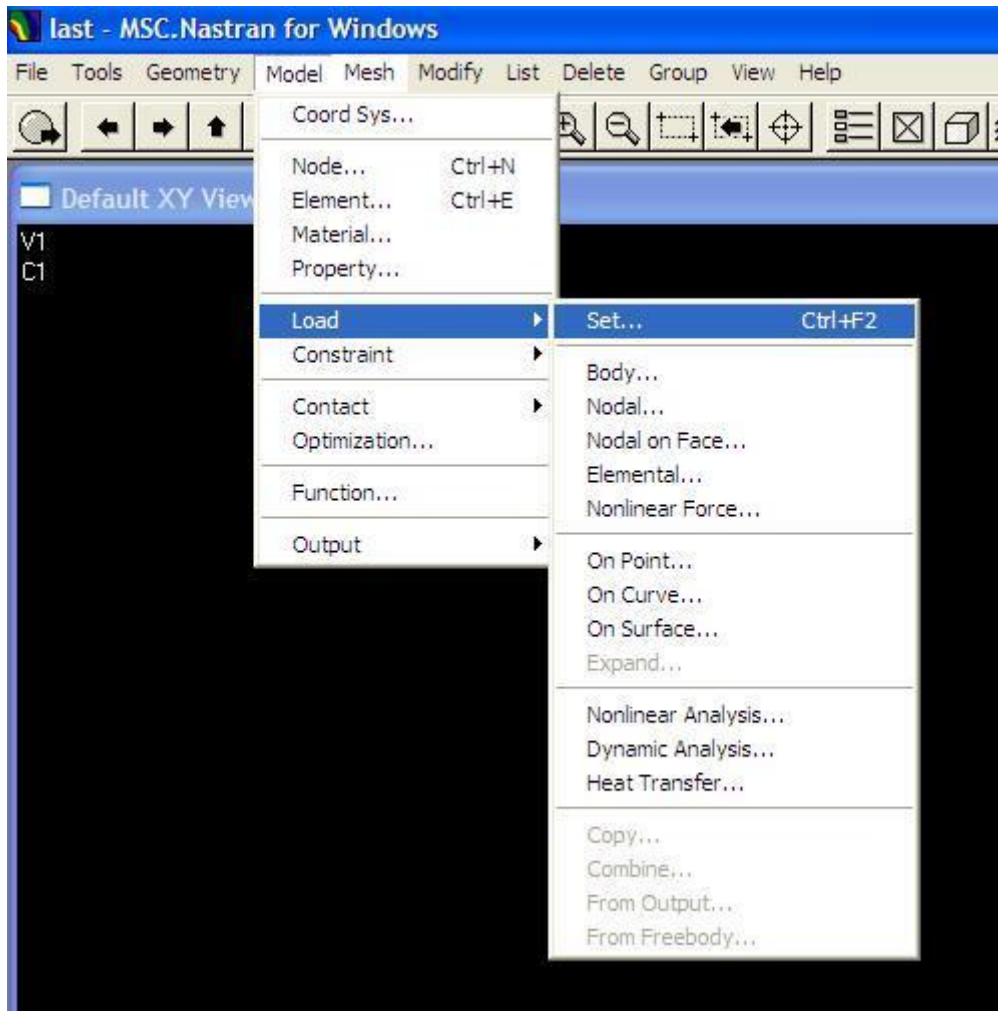
Εάν δεν φαίνονται τα τρίγωνα των στηρίξεων, τοποθετούμε το ποντίκι σε ένα τυχαίο σημείο σχεδίασης στην οθόνη του προγράμματος και πατάμε το δεξί πλήκτρο. Από το μενού που εμφανίζεται (Σχήμα 5.18) επιλέγουμε την εντολή **Model Data** και εμφανίζεται το παράθυρο με τίτλο **Select Model Data for View**. Στο υποπλαίσιο **Constraint/DOF Set** επιλέγουμε **Active** και έπειτα OK.



Σχήμα 5.18

Βήμα 6^ο : Επιβολή φορτίων

Από το μενού **Model** επιλέγουμε την εντολή **Load** και στη συνέχεια την εντολή **Set**. Στο παράθυρο διαλόγου που εμφανίζεται με τίτλο **Create or Activate Load Set** (Σχήμα 5.20) ορίζουμε την ονομασία της φόρτισης που θα επιβάλουμε στον φορέα (εδώ «fortiseis») και πατάμε OK.

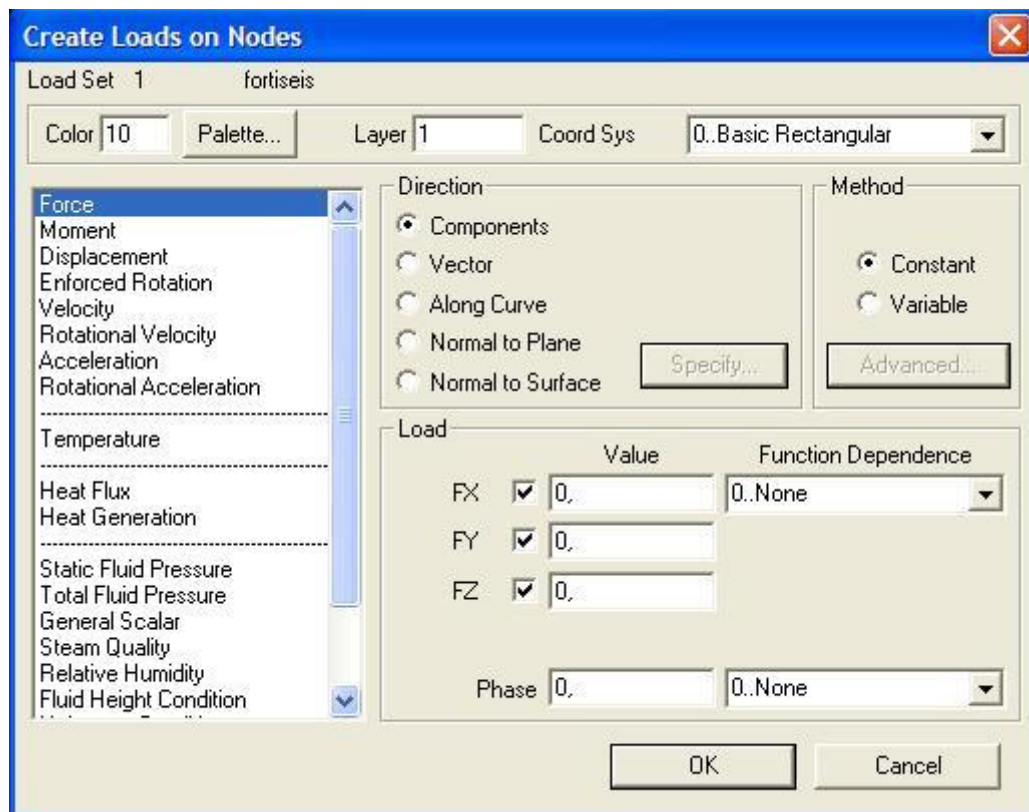


Σχήμα 5.19 Επιλογή ονομασίας φόρτισης του φορέα



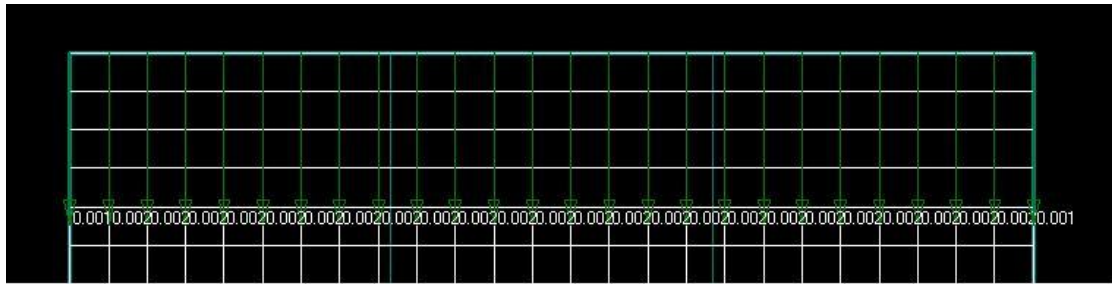
Σχήμα 5.20 Παράθυρο ονομασίας φόρτισης του φορέα

Στη συνέχεια για να ορίσουμε τα επικόμβια φορτία, από το μενού **Model** επιλέγουμε την εντολή **Load**, στη συνέχεια την εντολή **Nodal** και εμφανίζεται το παράθυρο διαλόγου με τίτλο **Entity Selection – Enter Node(s) to Select** όπως αυτό του σχήματος 5.15. Στα πεδία **ID** και **to** εισάγουμε τον αριθμό κόμβου 126 και πατάμε OK. Εμφανίζεται το παράθυρο διαλόγου του σχήματος 5.21 με τίτλο **Create Loads on Nodes**. Από τη λίστα των φορτίσεων φροντίζουμε να είναι επιλεγμένη η επιλογή **Force**, στο πεδίο FY ορίζουμε την τιμή -0.001 και πατάμε OK.



Σχήμα 5.21 Παράθυρο ορισμού επικόμβιων δυνάμεων

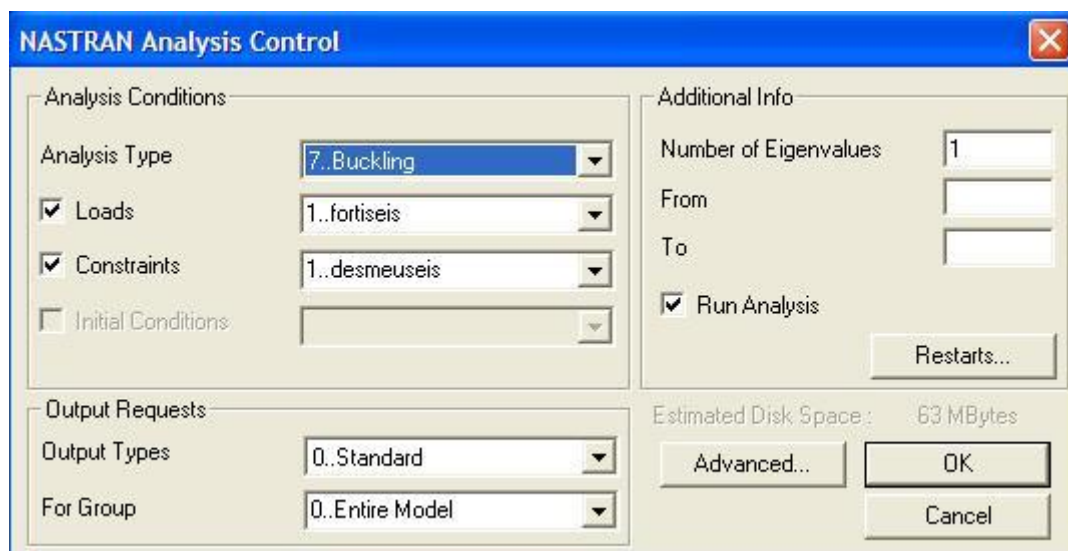
Το παράθυρο διαλόγου του σχήματος 5.15 εμφανίζεται εκ νέου. Στο πεδίο ID εισάγουμε την τιμή 127, στο πεδίο to την τιμή 150, πατάμε OK και εμφανίζεται το παράθυρο διαλόγου του σχήματος 5.21. Στο πεδίο FY εισάγουμε την τιμή -0.002 και πατάμε OK. Επαναλαμβάνουμε την διαδικασία μία τελευταία φορά. Στα πεδία ID και to εισάγουμε την τιμή 151 και πατάμε OK. Στο πεδίο FY εισάγουμε την τιμή -0.001, πατάμε OK και ύστερα Cancel. Στο σημείο αυτό έχει ολοκληρωθεί η διαδικασία ορισμού των φορτίσεων του φορέα τα οποία αναπαρίστανται ως βέλη στην οθόνη του προγράμματος (Σχήμα 5.22).



Σχήμα 5.22 Επικόμβιες φορτίσεις φορέα

Βήμα 7^ο : Ανάλυση του φορέα

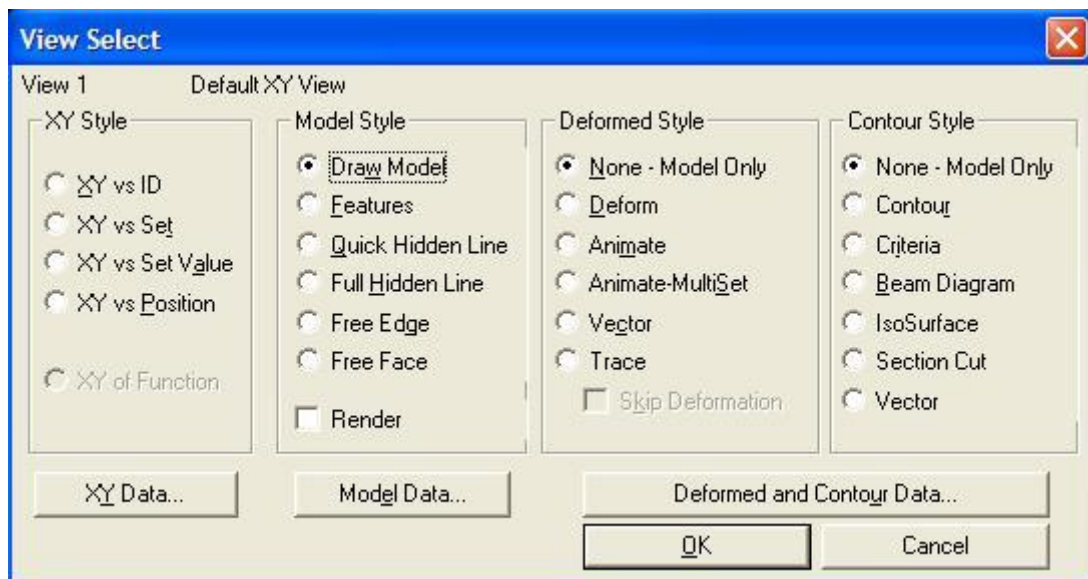
Από το μενού **File** επιλέγουμε την εντολή **Analyze** και εμφανίζεται το παράθυρο διαλόγου με τίτλο **NASTRAN Analysis Control** (Σχήμα 5.23).



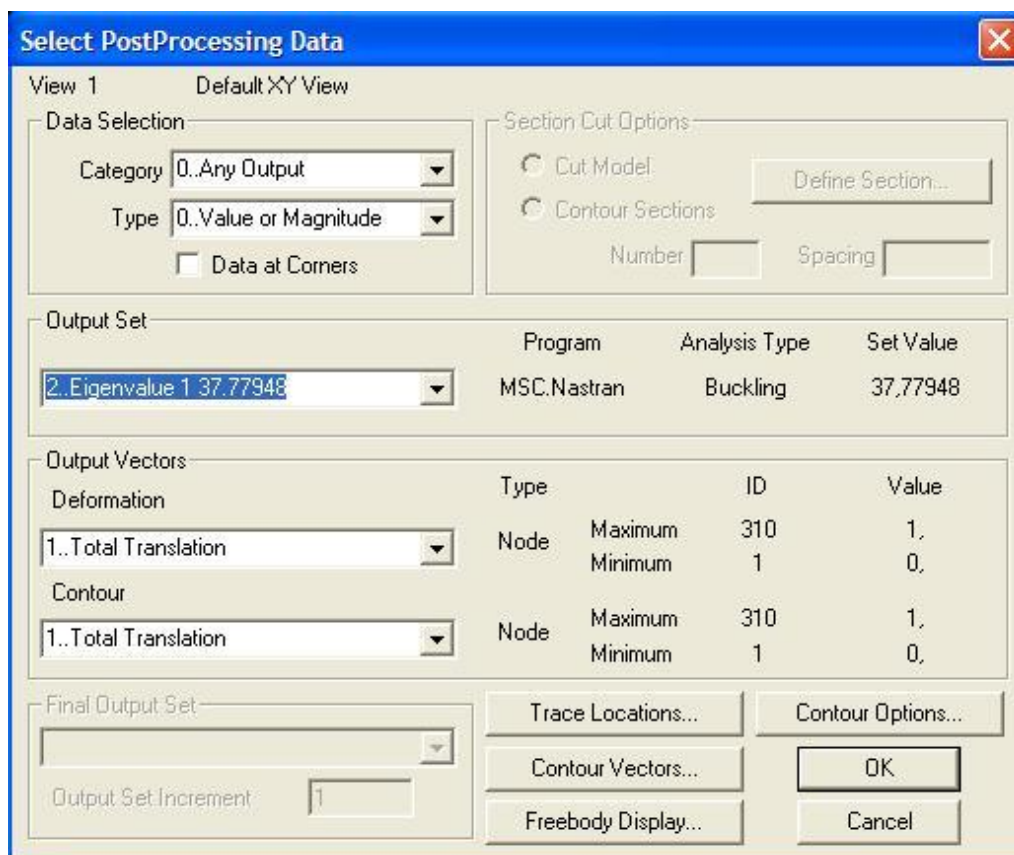
Σχήμα 5.23 Παράθυρο επιλογής παραμέτρων ανάλυσης

Για να πραγματοποιηθεί γραμμική ανάλυση λυγισμού, στο πεδίο **Analysis Type** επιλέγουμε **7.Buckling**, στο πεδίο **Loads** επιλέγουμε τις φορτίσεις που ορίσαμε σε προηγούμενο βήμα, στο πεδίο **Constraints** επιλέγουμε την ονομασία των συνριακών συνθηκών που ορίσαμε σε προηγούμενο βήμα. Στο υποπλαίσιο **Output Requests** ορίζουμε στο πεδίο **Output Types** την επιλογή **All**. Στο πεδίο **Number of Eigen values** τοποθετούμε τον αριθμό 3 ώστε το πρόγραμμα να υπολογίσει τις τρεις πρώτες ιδιομορφές λυγισμού του φορέα. Πατάμε OK για να αρχίσει η ανάλυση του φορέα. Μετά την ολοκλήρωση της ανάλυσης είναι δυνατόν να παρουσιαστούν

γραφικά τα αποτελέσματα στην οθόνη του προγράμματος. Πατώντας το πλήκτρο F5 εμφανίζεται το παράθυρο διαλόγου με τίτλο **View Select** (Σχήμα 5.24).

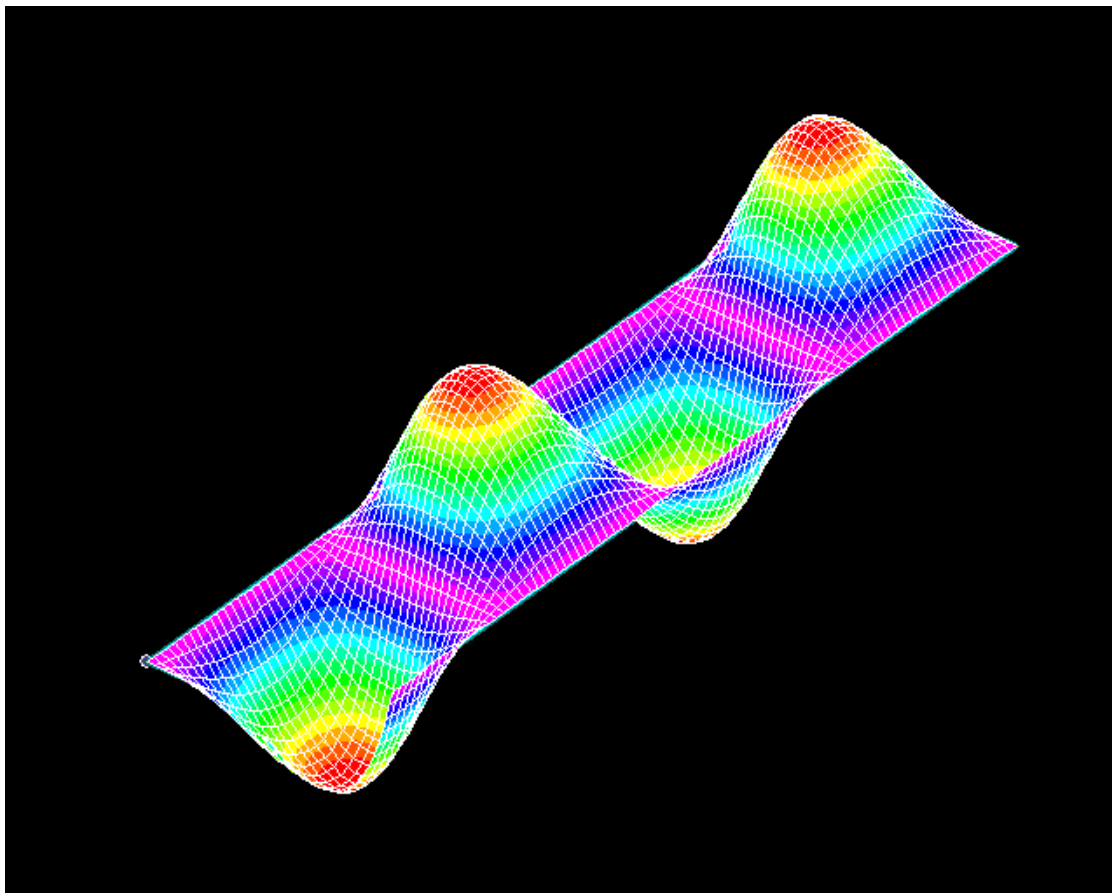


Σχήμα 5.24 Παράθυρο επιλογής τρόπου παρουσίασης αποτελεσμάτων



Σχήμα 5.25 Παράθυρο επιλογής αποτελεσμάτων προς παρουσίαση

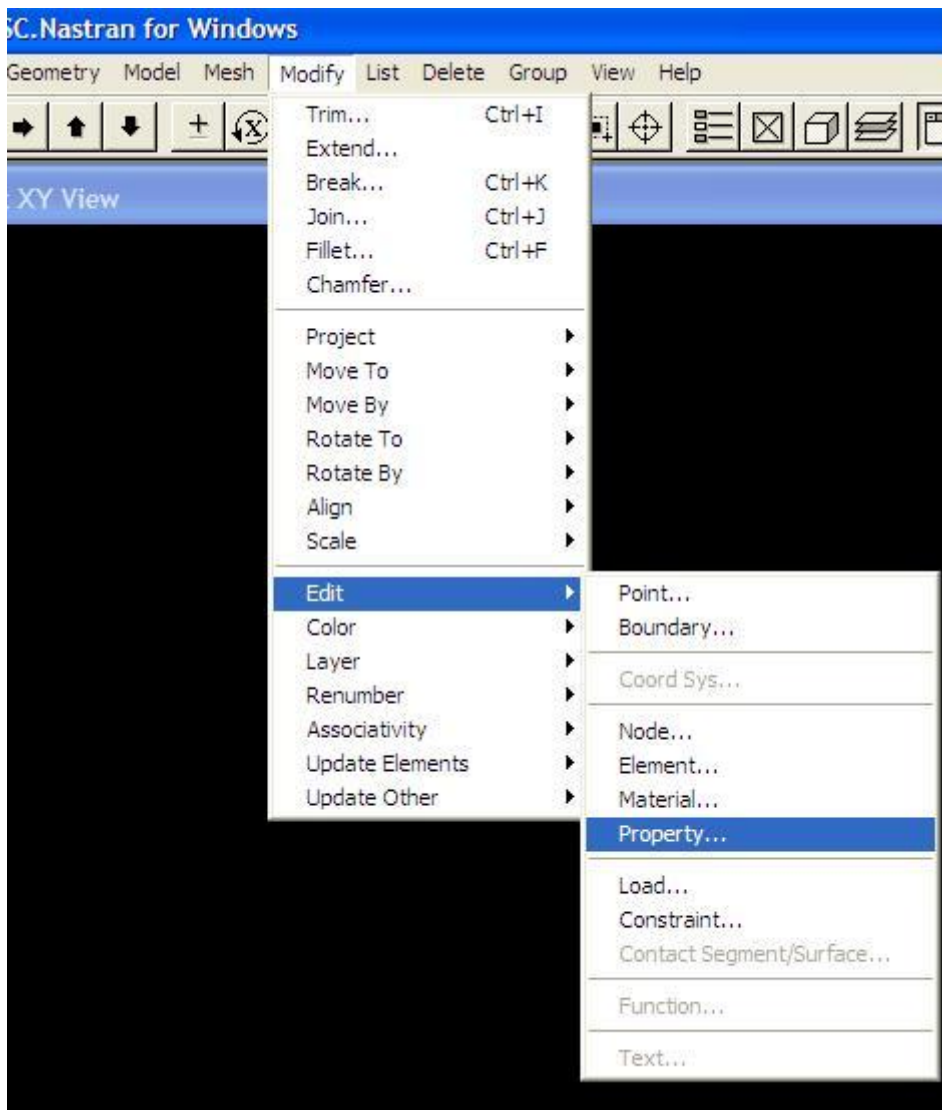
Στο πλαίσιο **Deformed Style** επιλέγουμε την επιλογή **Deform** ώστε να φανούν σχηματικά οι παραμορφώσεις που υφίσταται ο φορέας. Στο πλαίσιο **Contour Style** επιλέγουμε **Contour** ώστε οι διαφορετικές τιμές παραμόρφωσης του φορέα να έχουν και διαφορετικό χρώμα. Στη συνέχεια επιλέγουμε την εντολή **Deformed and Contour Data** και εμφανίζεται το παράθυρο διαλόγου με τίτλο **Select PostProcessing Data** (Σχήμα 5.25). Στο πεδίο **Output Set** επιλέγουμε την πρώτη ιδιοτιμή δηλαδή την ιδιοτιμή με τη μικρότερη τιμή και στα πεδία **Deformation** και **Contour** την τιμή **1.. Total Translation**. Πατάμε OK και στη συνέχεια πάλι OK και εμφανίζεται στην οθόνη η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του φορέα.



Σχήμα 5.26 Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού φορέα

5.2.2 Τροποποίηση παραμέτρων προσομοιωμάτων

Παραπάνω παρουσιάστηκε η διαδικασία προσομοίωσης και ανάλυσης ενός επίπεδου ελάσματος διαστάσεων 50x20mm και πάχους $t=0,5\text{mm}$. Προκειμένου να προσομοιώσουμε ελάσματα διαφορετικού πάχους, είναι δυνατόν από το αρχικό έλασμα να αλλάξουμε την παράμετρο του πάχους μέσα από το πρόγραμμα χωρίς έτσι να χρειάζεται να κατασκευάσουμε εκ νέου το προσομοίωμα. Ανοίγουμε το αρχείο στο οποίο έχουμε αποθηκεύσει το αρχικό επίπεδο έλασμα και από το μενού **Modify** επιλέγουμε την εντολή **Edit** και στη συνέχεια την εντολή **Property**.



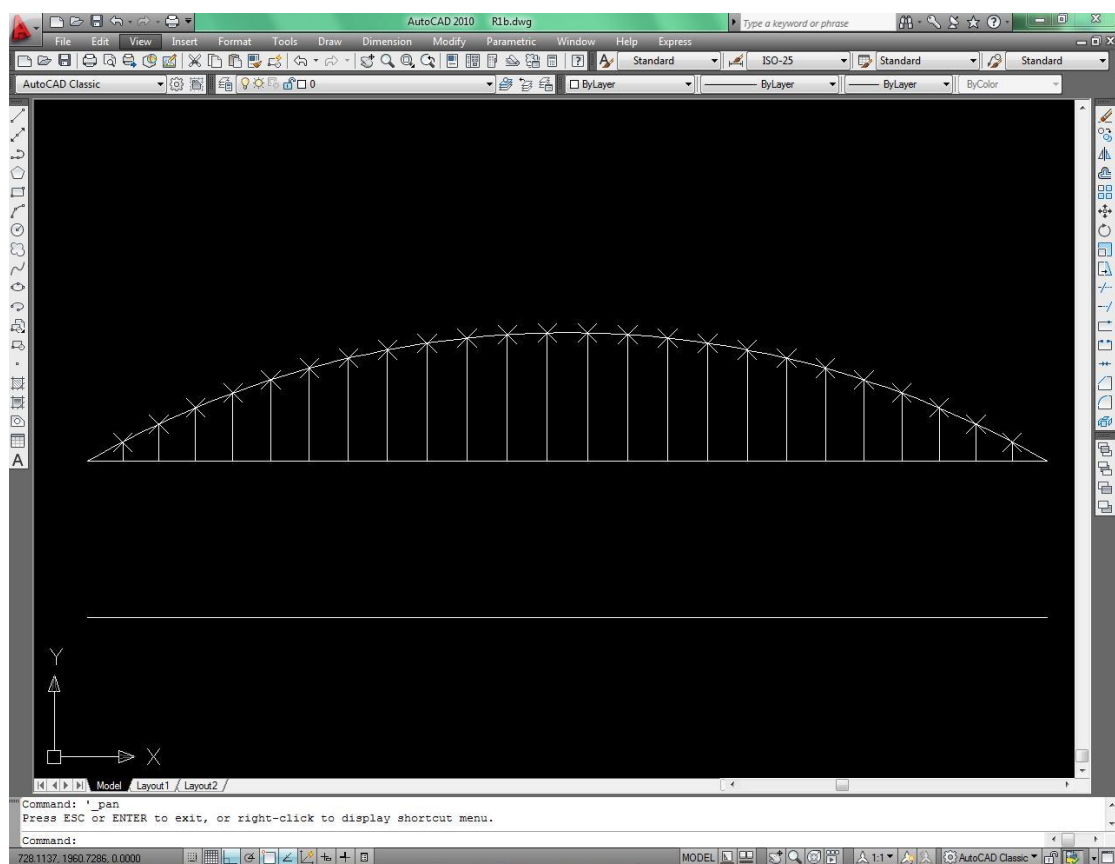
Σχήμα 5.27 Τροποποίηση παραμέτρων φορέα

Εμφανίζεται το παράθυρο διαλόγου με τίτλο **Entity Selection – Select Property(s) to Edit**. Στα πεδία **ID** και **to** εισάγουμε τον αριθμό 1, πατάμε OK και εμφανίζεται το

παράθυρο διαλόγου του σχήματος 5.6. Στο πεδίο **Thicknesses, Tavg or T1** που έχει την τιμή 0,5 εισάγουμε τη νέα τιμή πάχους του φορέα σε mm και πατάμε OK. Ο φορέας πλέον έχει την νέα τιμή πάχους ενώ όλες οι υπόλοιπες παράμετροι (συννοριακές συνθήκες, φορτίσεις κλπ) έχουν παραμείνει όμοιες με αυτές του αρχικού προσομοιώματος. Από το μενού **File** επιλέγουμε την εντολή **Save As** για την αποθήκευση του προσομοιώματος με νέο όνομα αρχείου ώστε να μην χαθεί το αρχικό και στη συνέχεια πραγματοποιούμε την ανάλυση λυγισμού όπως αυτή παρουσιάστηκε στην προηγούμενη ενότητα.

5.2.3 Καμπύλα ελάσματα

Η διαδικασία κατασκευής των προσομοιωμάτων για καμπύλα χαλύβδινα ελάσματα είναι ιδιαίτερα κοπώδης και χρονοβόρα. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο ότι για λόγους ακριβείας ο μελετητής πρέπει να ορίσει τις συντεταγμένες για κάθε κόμβο ξεχωριστά χωρίς να μπορεί να δημιουργήσει με χρήση εντολών μία επιφάνεια όπως έγινε παραπάνω. Ενδεικτικά αναφέρουμε ότι ο φορέας διαστάσεων 50x200mm αποτελείται από 2626 κόμβους.



Σχήμα 5.28 Χρήση Autocad για εύρεση συντεταγμένων κόμβων

Για τον υπολογισμό των συντεταγμένων των κόμβων των καμπύλων ελασμάτων διαστάσεων 50x200mm έγινε χρήση του προγράμματος Autocad (Σχήμα 5.28). Από ένα ευθύγραμμο τμήμα μήκους 50mm ορίσαμε μία καμπύλη με καμπυλότητα $r = 10 \cdot 50$ (η ίδια διαδικασία επαναλήφθηκε και για τις υπόλοιπες 3 τιμές καμπυλότητας που εξετάστηκαν στην παρούσα εργασία). Η καμπύλη αυτή χωρίστηκε σε 25 ίσα τμήματα από τα οποία φέραμε κάθετες προς το αρχικό ευθύγραμμο τμήμα ώστε να βρούμε τις συντεταγμένες των σημείων τομής. Οι συντεταγμένες αυτές αποτελούν τις νέες συντεταγμένες X των κόμβων του καμπύλου φορέα. Το μήκος των καθέτων ευθειών που αναφέρθηκαν παραπάνω αποτελεί τις συντεταγμένες ως προς Z των κόμβων του καμπύλου φορέα. Η ίδια διαδικασία επαναλήφθηκε για κάθε καμπυλότητα ξεχωριστά τόσο για τους φορείς διαστάσεων 50x200mm όσο και για τους φορείς διαστάσεων 100x200mm. Πίνακες με τα αποτελέσματα των υπολογισμών παρατίθενται στο τέλος της παρούσας ενότητας.

Έχοντας υπολογίσει τις συντεταγμένες των κόμβων, πρέπει να τις εισάγουμε στο Nastran. Θα χρησιμοποιήσουμε ως σημείο αναφοράς το επίπεδο έλασμα 50x200mm. Στο φάκελο που αποθηκεύσαμε το αρχείο μέσω του Nastran έχει δημιουργηθεί ένα ομώνυμο αρχείο με την κατάληξη **.dat**. Το αρχείο αυτό εμπεριέχει σε μορφή κειμένου όλα τα στοιχεία του αρχικού προσομοιώματος καθώς επίσης και τις αρχικές συντεταγμένες των κόμβων του, τις οποίες πρέπει να τροποποιήσουμε. Η τροποποίηση γίνεται με τη βοήθεια του **text editor wted** ο οποίος είναι πολύ πιο εύχρηστος από το απλό Notepad των Windows. Μετά την ολοκλήρωση της τροποποίησης αποθηκεύουμε το αρχείο **.dat** με νέο όνομα για να μην χαθεί το αρχικό. Από το παράθυρο **Open Model File** του Nastran επιλέγουμε την τοποθεσία του φακέλου που βρίσκεται το νέο **.dat** αρχείο, στο πεδίο **Files of type** επιλέγουμε **Nastran** και πατάμε **Open**. Στην οθόνη εμφανίζεται ο καμπύλος φορέας ο οποίος έχει διατηρήσει όλες τις υπόλοιπες παραμέτρους του αρχικού επιπέδου φορέα (πάχος, συντοριακές συνθήκες, φορτία) και είναι έτοιμος για ανάλυση όπως αυτή παρουσιάστηκε σε παραπάνω ενότητα.

Στη συνέχεια παρατίθενται οι πίνακες με τις συντεταγμένες όλων των κόμβων των καμπύλων φορέων όπως αυτές υπολογίστηκαν από το Autocad.

- Ελάσματα αρχικών διαστάσεων 50x200mm

Καμπυλότητα $r = 1*b = 50$			
Κόμβοι	X	Y	Z
1	0,0000	0	0
2	1,8352	0	1,0089
3	3,7110	0	1,9401
4	5,6242	0	2,7919
5	7,5714	0	3,5628
6	9,5492	0	4,2516
7	11,5541	0	4,8569
8	13,5825	0	5,3777
9	15,6310	0	5,8131
10	17,6959	0	6,1623
11	19,7736	0	6,4248
12	21,8605	0	6,6001
13	23,9529	0	6,6878
14	26,0471	0	6,6878
15	28,1395	0	6,6001
16	30,2264	0	6,4248
17	32,3041	0	6,1623
18	34,3690	0	5,8131
19	36,4175	0	5,3777
20	38,4459	0	4,8569
21	40,4508	0	4,2516
22	42,4286	0	3,5628
23	44,3758	0	2,7919
24	46,2890	0	1,9401
25	48,1445	0	1,0089
26	50,0000	0	0

Πίνακας 5.1 Συντεταγμένες κόμβων καμπύλου ελάσματος με $r = 1b$

Καμπυλότητα $r = 2*b = 100$			
Κόμβοι	X	Y	Z
1	0,0000	0	0
2	1,9622	0	0,4855
3	3,9338	0	0,9313
4	5,9140	0	1,3372
5	7,9020	0	1,7029
6	9,8970	0	2,0284
7	11,8982	0	2,3134
8	13,9048	0	2,558
9	15,9159	0	2,762
10	17,9307	0	2,9252
11	19,9484	0	3,0477
12	21,9682	0	3,1294
13	23,9892	0	3,1703
14	26,0106	0	3,1703
15	28,0316	0	3,1294
16	30,0514	0	3,0477
17	32,0691	0	2,9252
18	34,0839	0	2,762
19	36,0950	0	2,558
20	38,1016	0	2,3134
21	40,1028	0	2,0284
22	42,0978	0	1,7029
23	44,0858	0	1,3372
24	46,0660	0	0,9313
25	48,0376	0	0,4855
26	49,9998	0	0

Πίνακας 5.2 Συντεταγμένες κόμβων καμπύλου ελάσματος με $r = 2b$

Καμπυλότητα $r = 5 \cdot b = 250$			
Κόμβοι	X	Y	Z
1	0,0000	0	0
2	1,9941	0	0,1923
3	3,9897	0	0,3687
4	5,9866	0	0,5291
5	7,9847	0	0,6734
6	9,9839	0	0,8018
7	11,9841	0	0,9141
8	13,9851	0	1,0104
9	15,9868	0	1,0906
10	17,9891	0	1,1548
11	19,9919	0	1,203
12	21,9950	0	1,2351
13	23,9983	0	1,2511
14	26,0016	0	1,2511
15	28,0049	0	1,2351
16	30,0080	0	1,203
17	32,0108	0	1,1548
18	34,0131	0	1,0906
19	36,0148	0	1,0104
20	38,0158	0	0,9141
21	40,0160	0	0,8018
22	42,0152	0	0,6734
23	44,0133	0	0,5291
24	46,0102	0	0,3687
25	48,0050	0	0,1923
26	49,9998	0	0

Πίνακας 5.3 Συντεταγμένες κόμβων καμπύλου ελάσματος με $r = 5b$

Καμπυλότητα $r = 10 \cdot b = 500$			
Κόμβοι	X	Y	Z
1	0,0000	0	0
2	1,9985	0	0,096
3	3,9974	0	0,1841
4	5,9966	0	0,2641
5	7,9961	0	0,3362
6	9,9959	0	0,4002
7	11,9959	0	0,4563
8	13,9962	0	0,5043
9	15,9966	0	0,5443
10	17,9972	0	0,5764
11	19,9979	0	0,6004
12	21,9987	0	0,6164
13	23,9995	0	0,6244
14	26,0003	0	0,6244
15	28,0011	0	0,6164
16	30,0019	0	0,6004
17	32,0026	0	0,5764
18	34,0032	0	0,5443
19	36,0036	0	0,5043
20	38,0039	0	0,4563
21	40,0039	0	0,4002
22	42,0037	0	0,3362
23	44,0032	0	0,2641
24	46,0024	0	0,1841
25	48,0013	0	0,096
26	49,9998	0	0

Πίνακας 5.4 Συντεταγμένες κόμβων καμπύλου ελάσματος με $r = 10b$

- Ελάσματα αρχικών διαστάσεων 100x200mm

Καμπυλότητα $r = 1*b = 100$			
Κόμβοι	X	Y	Z
1	0,0000	0	0
2	1,8246	0	1,0281
3	3,6704	0	2,0178
4	5,5365	0	2,9686
5	7,4221	0	3,8802
6	9,3264	0	4,752
7	11,2485	0	5,5838
8	13,1876	0	6,3751
9	15,1429	0	7,1257
10	17,1134	0	7,8351
11	19,0984	0	8,5031
12	21,0969	0	9,1294
13	23,1081	0	9,7137
14	25,1311	0	10,2558
15	27,1650	0	10,7553
16	29,2089	0	11,2122
17	31,2619	0	11,6262
18	33,3232	0	11,9971
19	35,3918	0	12,3247
20	37,4668	0	12,6089
21	39,5473	0	12,8496
22	41,6324	0	13,0467
23	43,7211	0	13,2001
24	45,8126	0	13,3097
25	47,9059	0	13,3755
26	50,0001	0	13,3975
27	52,0943	0	13,3755
28	54,1876	0	13,3097
29	56,2791	0	13,2001
30	58,3678	0	13,0467
31	60,4529	0	12,8496
32	62,5334	0	12,6089
33	64,6084	0	12,3247
34	66,6770	0	11,9971
35	68,7383	0	11,6262
36	70,7913	0	11,2122
37	72,8352	0	10,7553

38	74,8691	0	10,2558
39	76,8921	0	9,7137
40	78,9033	0	9,1294
41	80,9018	0	8,5031
42	82,8868	0	7,8351
43	84,8573	0	7,1257
44	86,8126	0	6,3751
45	88,7517	0	5,5838
46	90,6738	0	4,752
47	92,5781	0	3,8802
48	94,4637	0	2,9686
49	96,3298	0	2,0178
50	98,1650	0	1,0281
51	100,0002	0	

Πίνακας 5.5 Συντεταγμένες κόμβων καμπύλου ελάσματος με $r = 1b$

Καμπυλότητα $r = 2*b = 200$			
Κόμβοι	X	Y	Z
1	0,0000	0	0
2	1,9598	0	0,4955
3	3,9245	0	0,9711
4	5,8939	0	1,4268
5	7,8678	0	1,8627
6	9,8460	0	2,2785
7	11,8283	0	2,6743
8	13,8145	0	3,0501
9	15,8044	0	3,4058
10	17,7978	0	3,7413
11	19,7945	0	4,0567
12	21,7943	0	4,3519
13	23,7969	0	4,6269
14	25,8022	0	4,8816
15	27,8100	0	5,116
16	29,8201	0	5,3301
17	31,8322	0	5,5239
18	33,8462	0	5,6974
19	35,8618	0	5,8505
20	37,8789	0	5,9832

21	39,8972	0	6,0955
22	41,9165	0	6,1874
23	43,9367	0	6,2589
24	45,9575	0	6,31
25	47,9787	0	6,3406
26	50,0001	0	6,3508
27	52,0215	0	6,3406
28	54,0427	0	6,31
29	56,0635	0	6,2589
30	58,0837	0	6,1874
31	60,1030	0	6,0955
32	62,1213	0	5,9832
33	64,1384	0	5,8505
34	66,1540	0	5,6974
35	68,1680	0	5,5239
36	70,1801	0	5,3301
37	72,1902	0	5,116
38	74,1980	0	4,8816
39	76,2033	0	4,6269
40	78,2059	0	4,3519
41	80,2057	0	4,0567
42	82,2024	0	3,7413
43	84,1958	0	3,4058
44	86,1857	0	3,0501
45	88,1719	0	2,6743
46	90,1542	0	2,2785
47	92,1324	0	1,8627
48	94,1063	0	1,4268
49	96,0757	0	0,9711
50	98,0404	0	0,4955
51	100,0002	0	

Πίνακας 5.6 Συντεταγμένες κόμβων καμπύλου ελάσματος με $r = 2b$

Καμπυλότητα $r = 5*b = 500$			
Κόμβοι	X	Y	Z
1	0,0000	0	0
2	1,9937	0	0,1963
3	3,9882	0	0,3847
4	5,9834	0	0,5651
5	7,9793	0	0,7374
6	9,9759	0	0,9018
7	11,9731	0	1,0581
8	13,9709	0	1,2065
9	15,9693	0	1,3469
10	17,9683	0	1,4792
11	19,9678	0	1,6035
12	21,9678	0	1,7199
13	23,9682	0	1,8282
14	25,9690	0	1,9285
15	27,9702	0	2,0207
16	29,9718	0	2,105
17	31,9737	0	2,1812
18	33,9759	0	2,2494
19	35,9783	0	2,3096
20	37,9810	0	2,3618
21	39,9839	0	2,4059
22	41,9869	0	2,4421
23	43,9901	0	2,4702
24	45,9933	0	2,4902
25	47,9966	0	2,5023
26	49,9999	0	2,5063
27	52,0032	0	2,5023
28	54,0065	0	2,4902
29	56,0097	0	2,4702
30	58,0129	0	2,4421
31	60,0159	0	2,4059
32	62,0188	0	2,3618
33	64,0215	0	2,3096
34	66,0239	0	2,2494
35	68,0261	0	2,1812
36	70,0280	0	2,105
37	72,0296	0	2,0207
38	74,0308	0	1,9285
39	76,0316	0	1,8282

40	78,0320	0	1,7199
41	80,0320	0	1,6035
42	82,0315	0	1,4792
43	84,0305	0	1,3469
44	86,0289	0	1,2065
45	88,0267	0	1,0581
46	90,0239	0	0,9018
47	92,0205	0	0,7374
48	94,0164	0	0,5651
49	96,0116	0	0,3847
50	98,0061	0	0,1963
51	99,9998	0	

Πίνακας 5.7 Συντεταγμένες κόμβων καμπύλου ελάσματος με $r = 5b$

Καμπυλότητα $r = 10*b = 1000$			
Κόμβοι	X	Y	Z
1	0,0000	0	0
2	1,9984	0	0,098
3	3,9970	0	0,1921
4	5,9958	0	0,2821
5	7,9948	0	0,3682
6	9,9940	0	0,4502
7	11,9933	0	0,5283
8	13,9928	0	0,6023
9	15,9924	0	0,6724
10	17,9921	0	0,7384
11	19,9920	0	0,8004
12	21,9920	0	0,8585
13	23,9921	0	0,9125
14	25,9923	0	0,9626
15	27,9926	0	1,0086
16	29,9930	0	1,0506
17	31,9935	0	1,0887
18	33,9940	0	1,1227
19	35,9946	0	1,1527
20	37,9953	0	1,1787
21	39,9960	0	1,2007
22	41,9968	0	1,2188

23	43,9976	0	1,2328
24	45,9984	0	1,2428
25	47,9992	0	1,2488
26	50,0000	0	1,2508
27	52,0008	0	1,2488
28	54,0016	0	1,2428
29	56,0024	0	1,2328
30	58,0032	0	1,2188
31	60,0040	0	1,2007
32	62,0047	0	1,1787
33	64,0054	0	1,1527
34	66,0060	0	1,1227
35	68,0065	0	1,0887
36	70,0070	0	1,0506
37	72,0074	0	1,0086
38	74,0077	0	0,9626
39	76,0079	0	0,9125
40	78,0080	0	0,8585
41	80,0080	0	0,8004
42	82,0079	0	0,7384
43	84,0076	0	0,6724
44	86,0072	0	0,6023
45	88,0067	0	0,5283
46	90,0060	0	0,4502
47	92,0052	0	0,3682
48	94,0042	0	0,2821
49	96,0030	0	0,1921
50	98,0016	0	0,098
51	100,0000	0	

Πίνακας 5.8 Συντεταγμένες κόμβων καμπύλου ελάσματος με $r = 10b$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

Επεξεργασία και Ανάλυση αποτελεσμάτων - Συμπεράσματα

6.1 Γενικά

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω στόχος της μελέτης είναι με τις αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν για όλα τα ελάσματα σύμφωνα με τις διατάξεις του Ευρωκώδικα και με τη χρήση πεπερασμένων στοιχείων, να γίνει μία σύγκριση αφενός της επιρροής των συνδυασμών ποιότητας χάλυβα, πάχους, διαστάσεων και καμπυλότητας των ελασμάτων και αφετέρου των αποτελεσμάτων των δύο μεθόδων μεταξύ τους για να προσδιοριστεί ο βαθμός σύγκλισής τους.

Για να υπολογιστεί το ενεργό πλάτος των φορέων με βάση τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την ανάλυση με το Nastran θα χρειαστεί να γίνει πρώτα ο υπολογισμός της κρίσιμης τάσης λυγισμού του κάθε φορέα. Η κρίσιμη αυτή τάση κύρτωσης υπολογίστηκε και με βάση τις διατάξεις του Ευρωκώδικα για κάθε φορέα ξεχωριστά προκειμένου να πραγματοποιηθεί μία πρώτη σύγκριση των αποτελεσμάτων των δύο μεθόδων και για να εξακριβωθεί εάν έγινε σωστά η προσομοίωση των ελασμάτων με πεπερασμένα στοιχεία.

6.2 Υπολογισμός κρίσιμης τάσης κύρτωσης φορέων

6.2.1 Αποτελέσματα με βάση την ανάλυση με το Nastran

Από τη γραμμική ανάλυση λυγισμού που πραγματοποιήθηκε με το Nastran προκύπτουν οι ιδιοτιμές του κάθε φορέα. Οι ιδιοτιμές είναι ουσιαστικά συντελεστές οι οποίοι πολλαπλασιαζόμενοι με το ολικό επιβαλλόμενο φορτίο, δίνουν το κρίσιμο φορτίο λυγισμού P_{crit} του φορέα όπως φαίνεται στον παρακάτω τύπο :

$$P_{crit} = \lambda_i \cdot P_{ολ}$$

Συνήθως, τον μελετητή ενδιαφέρει μόνο το μικρότερο φορτίο λυγισμού, αφού ο φορέας θα αστοχήσει προτού φτάσει στη στάθμη των μεγαλύτερων φορτίων λυγισμού. Παρόλα αυτά στην ανάλυση που έγινε ζητήθηκε από το Nastran ο υπολογισμός των τριών πρώτων ιδιοτιμών κάθε φορέα και από αυτές χρησιμοποιήθηκε η μικρότερη για τον υπολογισμό του P_{crit} . Στη συνέχεια το κρίσιμο φορτίο P_{crit} διαιρείται με το πάχος του φορέα t και το πλάτος του b και έτσι προκύπτει η κρίσιμη τάση λυγισμού σ_{crit} .

Η διαδικασία του παραπάνω υπολογισμού παρουσιάζεται ενδεικτικά για το επίπεδο έλασμα διαστάσεων 50x200mm, πάχους $t=0,5\text{mm}$. Από την ανάλυση με το Nastran προκύπτει ότι η πρώτη ιδιοτιμή είναι ίση με $\lambda_1=37,78$. Το ολικό επιβαλλόμενο φορτίο ισούται με το άθροισμα όλων των επικόμβιων συγκεντρωμένων φορτίων δηλαδή :

$$P_{ολ} = 24 \cdot 0,002 + 2 \cdot 0,001 = 0,05\text{kN}$$

Συνεπώς το κρίσιμο φορτίο λυγισμού P_{crit} είναι ίσο με :

$$P_{crit} = 37,78 \cdot 0,05 = 1,89\text{kN}$$

και επομένως η κρίσιμη τάση λυγισμού του στοιχείου σε MPa είναι :

$$\sigma_{crit} = P_{crit} / (b \cdot t) = 1,89 \cdot 1000 / (50 \cdot 0,5) = 75,56\text{MPa}$$

Στη συνέχεια παρατίθενται πίνακες με τους υπολογισμούς της κρίσιμης τάσης σ_{crit} για όλα τα ελάσματα που εξετάστηκαν στην παρούσα εργασία. Στον πίνακα 6.1 υπολογίζεται η κρίσιμη τάση για τα ελάσματα με διαστάσεις 50x200mm για όλες τις τιμές πάχους και καμπυλοτήτων και αντίστοιχα στον πίνακα 6.2 η κρίσιμη τάση για τα ελάσματα με διαστάσεις 100x200mm.

Πίνακας 6.1 Κρίσιμη τάση λυγισμού ελασμάτων με διαστάσεις 50x200mm	Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	Ιδιοτιμές	P crit = λ*Ρολ (kN)	σ crit = Pcrit/(b*t) (Mpa)	
	0,5	R1b		52,36	354,94	17,75	677,89
		R2b		50,54	178,63	8,93	353,45
		R5b		50,08	84,65	4,23	169,03
		R10b		50,02	57,11	2,86	114,17
		επίπεδος		50	37,78	1,89	75,56
	Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	Ιδιοτιμές	P crit = λ*Ρολ (kN)	σ crit = Pcrit/(b*t) (Mpa)	
	1	R1b		52,36	1453,00	72,65	1387,51
		R2b		50,54	790,28	39,51	781,84
		R5b		50,08	453,72	22,69	453,00
		R10b		50,02	353,50	17,67	353,36
		επίπεδος		50	300,42	15,02	300,42
	Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	Ιδιοτιμές	P crit = λ*Ρολ (kN)	σ crit = Pcrit/(b*t) (Mpa)	
	1,5	R1b		52,36	3365,41	168,27	2142,48
		R2b		50,54	1992,88	99,64	1314,39
		R5b		50,08	1288,79	64,44	857,82
		R10b		50,02	1087,98	54,40	725,03
		επίπεδος		50	1005,86	50,29	670,57
	Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	Ιδιοτιμές	P crit = λ*Ρολ (kN)	σ crit = Pcrit/(b*t) (Mpa)	
	2	R1b		52,36	6190,77	309,54	2955,87
R2b			50,54	3937,59	196,88	1947,76	
R5b			50,08	2769,86	138,49	1382,72	
R10b			50,02	2467,53	123,38	1233,27	
επίπεδος			50	2361,68	118,08	1180,84	

Πίνακας 6.2 Κρίσιμη τάση λυγισμού ελασμάτων με διαστάσεις 100x200mm	Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	Ιδιοτιμές	P crit = λ*Ρολ (kN)	σ crit = Pcrit/(b*t) (Mpa)	
	0,5	R1b		104,72	170,08	17,01	324,82
		R2b		101,07	83,19	8,32	164,61
		R5b		100,17	35,81	3,58	71,49
		R10b		100,04	21,40	2,14	42,79
		επίπεδος		100,00	9,47	0,95	18,93
	Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	Ιδιοτιμές	P crit = λ*Ρολ (kN)	σ crit = Pcrit/(b*t) (Mpa)	
	1	R1b		104,72	685,70	68,57	654,79
		R2b		101,07	348,71	34,87	345,01
		R5b		100,17	170,81	17,08	170,53
		R10b		100,04	111,63	11,16	111,59
		επίπεδος		100,00	75,50	7,55	75,50
	Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	Ιδιοτιμές	P crit = λ*Ρολ (kN)	σ crit = Pcrit/(b*t) (Mpa)	
	1,5	R1b		104,72	1567,97	156,80	998,20
		R2b		101,07	832,73	83,27	549,26
		R5b		100,17	443,52	44,35	295,19
		R10b		100,04	313,32	31,33	208,79
		επίπεδος		100,00	253,86	25,39	169,24
	Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	Ιδιοτιμές	P crit = λ*Ρολ (kN)	σ crit = Pcrit/(b*t) (Mpa)	
	2	R1b		104,72	2842,08	284,21	1356,99
		R2b		101,07	1580,23	158,02	781,73
		R5b		100,17	885,09	88,51	441,81
		R10b		100,04	680,38	68,04	340,05
		επίπεδος		100,00	599,14	59,91	299,57

6.2.2 Αποτελέσματα με βάση τις διατάξεις του Ευρωκώδικα

Όπως αποδείχθηκε και στο κεφάλαιο 3, σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα, η κρίσιμη τάση λυγισμού για τα ορθογωνικά χαλύβδινα ελάσματα δίνεται από τη σχέση 3.9 και συγκεκριμένα είναι ίση με :

$$\sigma_{crit} = \left(\frac{\pi \cdot t}{b_p} \right)^2 \cdot \frac{E \cdot K_{\sigma}}{12 \cdot (1 - \nu^2)}$$

όπου b_p το θεωρητικό πλάτος, t το πάχος, E το μέτρο ελαστικότητας ίσο με 210 GPa, K_{σ} ο συντελεστής κύρτωσης και ν ο λόγος του Poisson. Προκειμένου να πραγματοποιηθεί η σύγκριση των δύο μεθόδων θα εφαρμόσουμε την παραπάνω σχέση για όλα τα εξεταζόμενα ελάσματα. Τα αποτελέσματα παρατίθενται στους πίνακες 6.3 και 6.4 για ελάσματα διαστάσεων 50x200mm και 100x200mm αντίστοιχα.

Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ_{crit} (Mpa)
0,5	R1b	52,36	69,23
	R2b	50,54	74,31
	R5b	50,08	75,68
	R10b	50,02	75,86
	επίπεδος	50	75,92
Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ_{crit} (Mpa)
1	R1b	52,36	276,92
	R2b	50,54	297,23
	R5b	50,08	302,71
	R10b	50,02	303,44
	επίπεδος	50	303,68
Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ_{crit} (Mpa)
1,5	R1b	52,36	623,07
	R2b	50,54	668,76
	R5b	50,08	681,10
	R10b	50,02	682,73
	επίπεδος	50	683,28
Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ_{crit} (Mpa)
2	R1b	52,36	1107,69
	R2b	50,54	1188,90
	R5b	50,08	1210,84
	R10b	50,02	1213,75
	επίπεδος	50	1214,72

Πίνακας 6.3 Κρίσιμη τάση λυγισμού ελασμάτων με διαστάσεις 50x200mm

Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ_{crit} (Mpa)
0,5	R1b	104,72	17,31
	R2b	101,07	18,58
	R5b	100,17	18,92
	R10b	100,04	18,96
	επίπεδος	100,00	18,98
Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ_{crit} (Mpa)
1	R1b	104,72	69,23
	R2b	101,07	74,32
	R5b	100,17	75,67
	R10b	100,04	75,86
	επίπεδος	100,00	75,92
Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ_{crit} (Mpa)
1,5	R1b	104,72	155,77
	R2b	101,07	167,22
	R5b	100,17	170,25
	R10b	100,04	170,68
	επίπεδος	100,00	170,82
Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ_{crit} (Mpa)
2	R1b	104,72	276,92
	R2b	101,07	297,27
	R5b	100,17	302,67
	R10b	100,04	303,43
	επίπεδος	100,00	303,68

Πίνακας 6.4 Κρίσιμη τάση λυγισμού ελασμάτων με διαστάσεις 100x200mm

6.2.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων σ_{crit} των δύο προσεγγίσεων

Προκειμένου να είναι ευκολότερη η γενική εποπτεία όλων των υπολογισμών και η σύγκριση των δύο μεθόδων, τα συνολικά αποτελέσματα παρατίθενται σε κοινούς πίνακες (Πίνακας 6.5 και 6.6) και παρουσιάζονται διαγραμματικά.

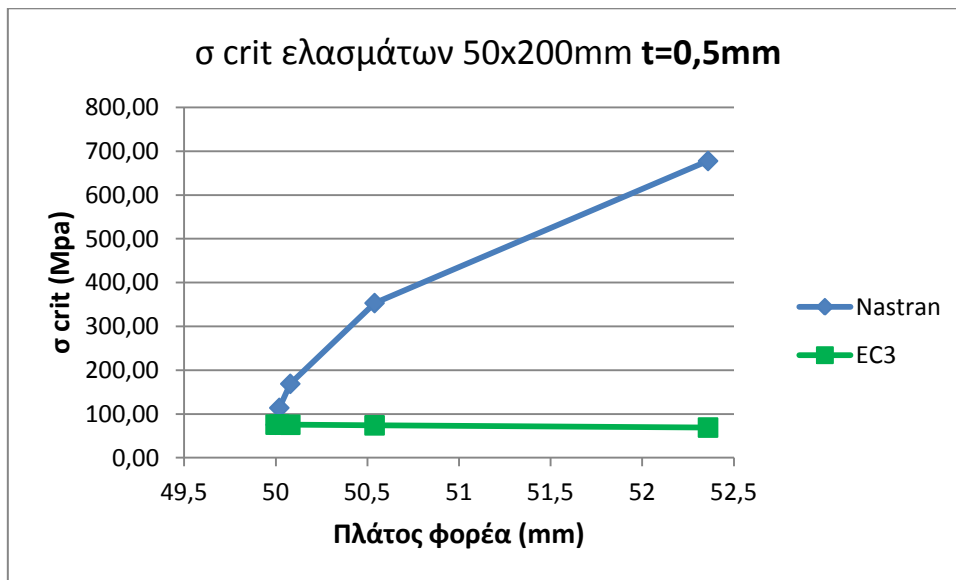
			Κρίσιμη τάση κύρτωσης (MPa)	
Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit από Nastran	σ crit από EC3
0,5	R1b	52,36	677,89	69,23
	R2b	50,54	353,45	74,31
	R5b	50,08	169,03	75,68
	R10b	50,02	114,17	75,86
	επίπεδος	50	75,56	75,92
Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit από Nastran	σ crit από EC3
1	R1b	52,36	1387,51	276,92
	R2b	50,54	781,84	297,23
	R5b	50,08	453,00	302,71
	R10b	50,02	353,36	303,44
	επίπεδος	50	300,42	303,68
Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit από Nastran	σ crit από EC3
1,5	R1b	52,36	2142,48	623,07
	R2b	50,54	1314,39	668,76
	R5b	50,08	857,82	681,10
	R10b	50,02	725,03	682,73
	επίπεδος	50	670,57	683,28
Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit από Nastran	σ crit από EC3
2	R1b	52,36	2955,87	1107,69
	R2b	50,54	1947,76	1188,90
	R5b	50,08	1382,72	1210,84
	R10b	50,02	1233,27	1213,75
	επίπεδος	50	1180,84	1214,72

Πίνακας 6.5 Σύγκριση αποτελεσμάτων για ελάσματα διαστάσεων 50x200mm

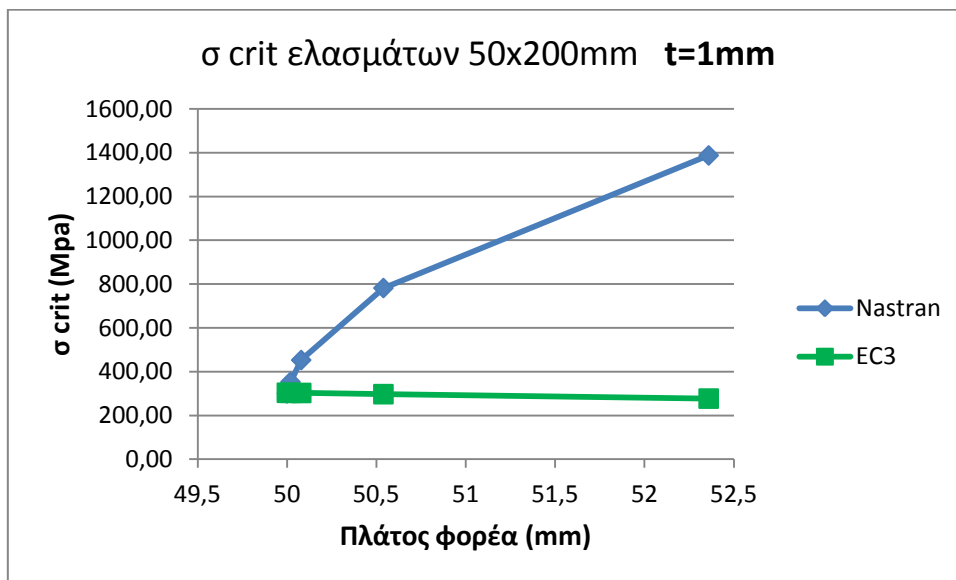
			Κρίσιμη τάση κύρτωσης (MPa)	
Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit από Nastran	σ crit από EC3
0,5	R1b	104,72	324,82	17,31
	R2b	101,07	164,61	18,58
	R5b	100,17	71,49	18,92
	R10b	100,04	42,79	18,96
	επίπεδος	100,00	18,93	18,98
Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit από Nastran	σ crit από EC3
1	R1b	104,72	654,79	69,23
	R2b	101,07	345,01	74,32
	R5b	100,17	170,53	75,67
	R10b	100,04	111,59	75,86
	επίπεδος	100,00	75,50	75,92
Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit από Nastran	σ crit από EC3
1,5	R1b	104,72	998,20	155,77
	R2b	101,07	549,26	167,22
	R5b	100,17	295,19	170,25
	R10b	100,04	208,79	170,68
	επίπεδος	100,00	169,24	170,82
Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit από Nastran	σ crit από EC3
2	R1b	104,72	1356,99	276,92
	R2b	101,07	781,73	297,27
	R5b	100,17	441,81	302,67
	R10b	100,04	340,05	303,43
	επίπεδος	100,00	299,57	303,68

Πίνακας 6.6 Σύγκριση αποτελεσμάτων για ελάσματα διαστάσεων 100x200mm

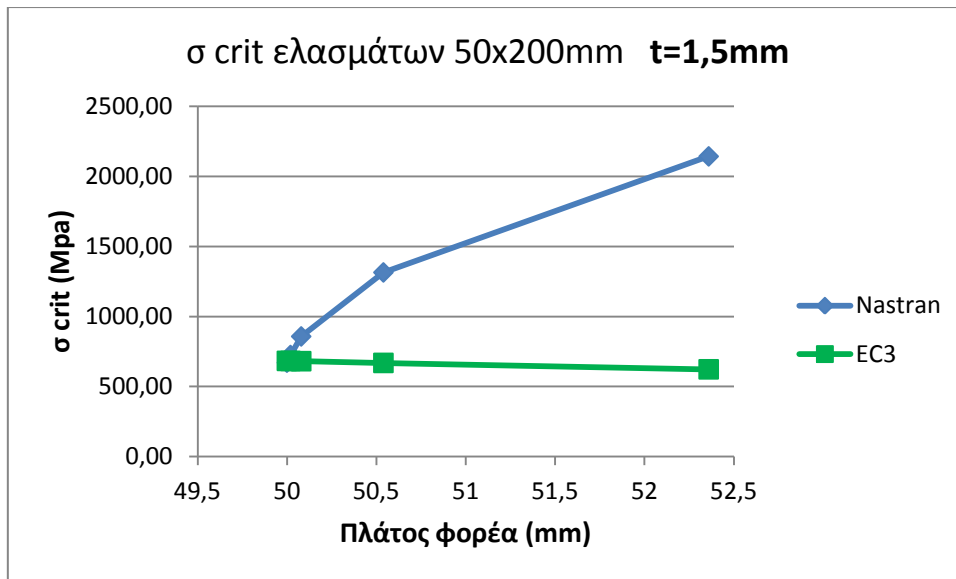
- Διαγράμματα ελασμάτων 50x200mm :



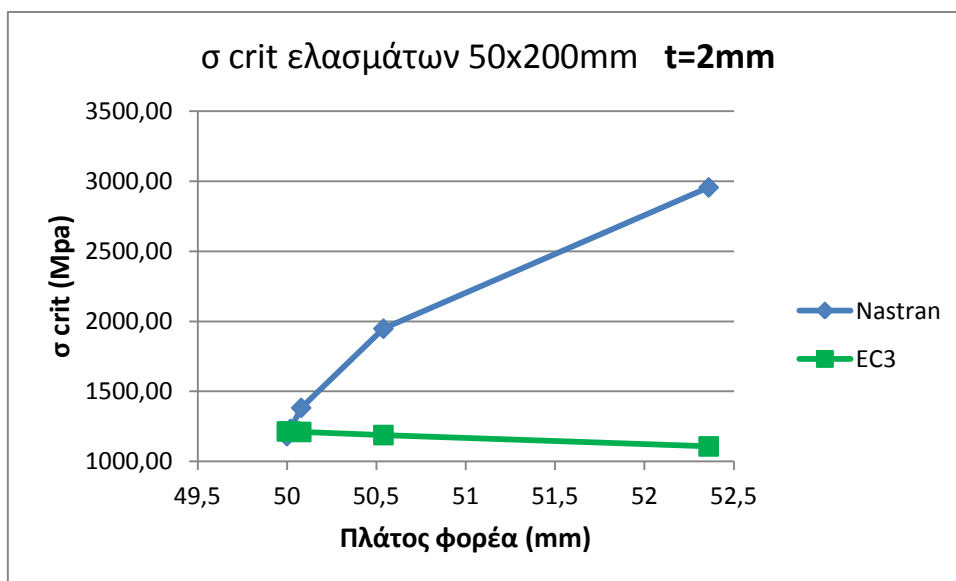
Σχήμα 6.1 Σύγκριση αποτελεσμάτων για ελάσματα διαστάσεων 50x200mm, t=0,5mm



Σχήμα 6.2 Σύγκριση αποτελεσμάτων για ελάσματα διαστάσεων 50x200mm, t=1mm

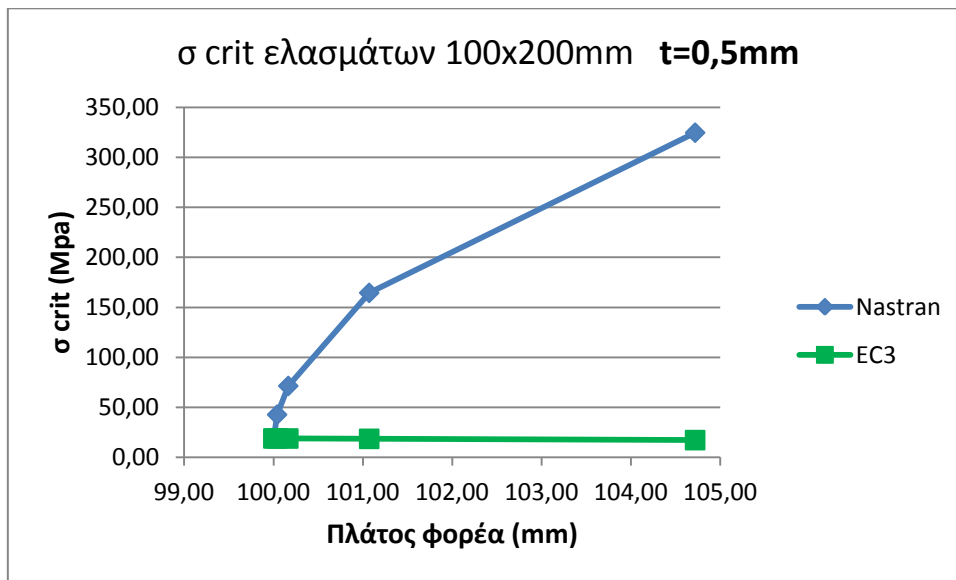


Σχήμα 6.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων για ελάσματα διαστάσεων 50x200mm, t=1,5mm

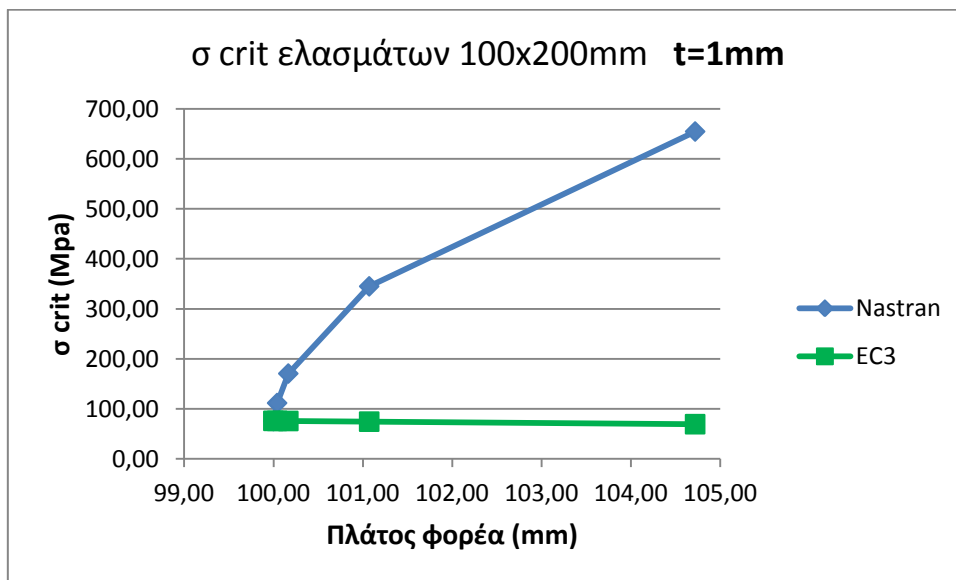


Σχήμα 6.4 Σύγκριση αποτελεσμάτων για ελάσματα διαστάσεων 50x200mm, t=2mm

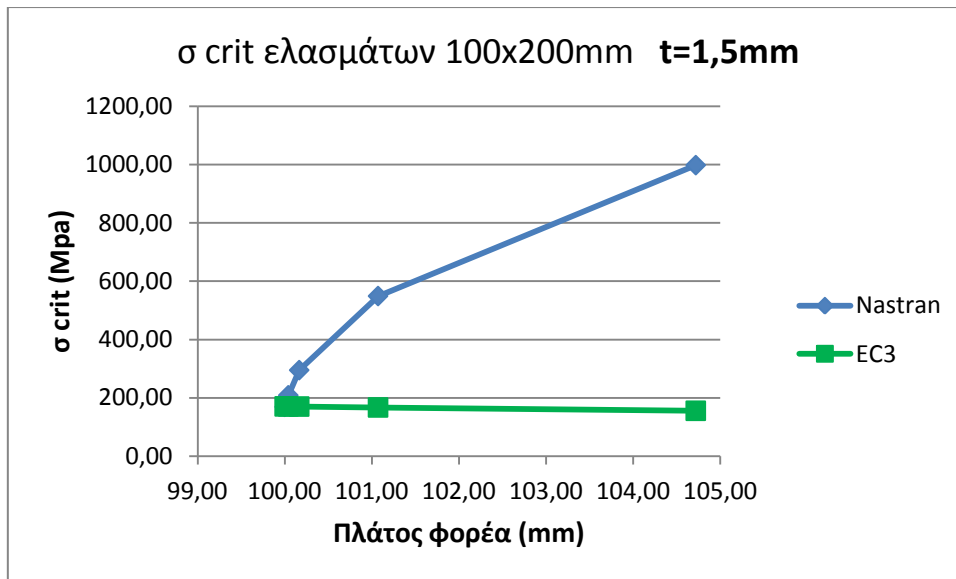
- Διαγράμματα ελασμάτων 100x200mm :



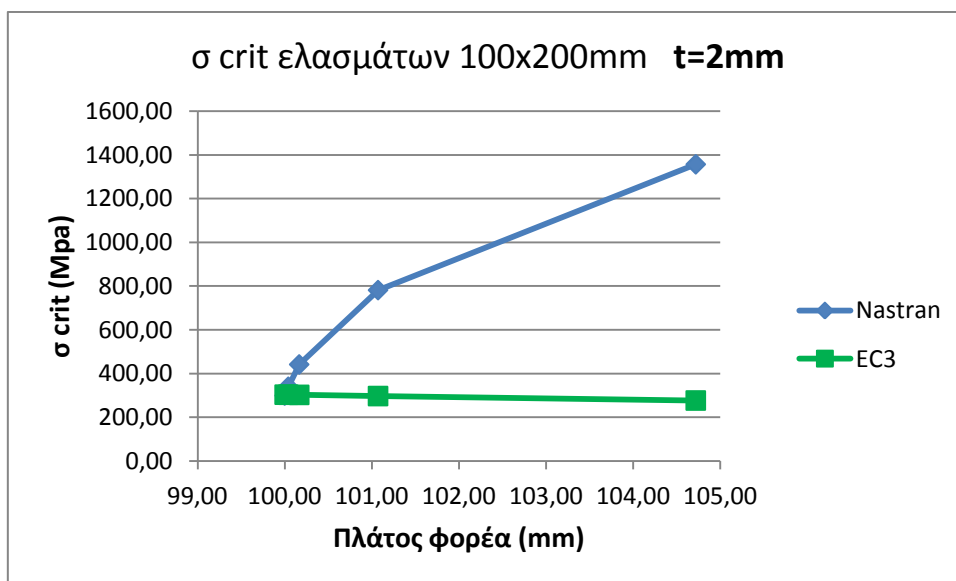
Σχήμα 6.5 Σύγκριση αποτελεσμάτων για ελάσματα διαστάσεων 100x200mm, t=0,5mm



Σχήμα 6.6 Σύγκριση αποτελεσμάτων για ελάσματα διαστάσεων 100x200mm, t=1mm



Σχήμα 6.7 Σύγκριση αποτελεσμάτων για ελάσματα διαστάσεων 100x200mm, t=1,5mm



Σχήμα 6.8 Σύγκριση αποτελεσμάτων για ελάσματα διαστάσεων 100x200mm, t=2mm

Από τα παραπάνω αποτελέσματα μπορούμε να εξάγουμε ορισμένα χρήσιμα συμπεράσματα.

- Και με τις δύο μεθόδους ανάλυσης παρατηρείται ότι για έναν αριθμό ελασμάτων, η κρίσιμη τάση κύρτωσης είναι μεγαλύτερη του ορίου διαρροής (ανάλογα κάθε φορά την εξεταζόμενη ποιότητα χάλυβα). Αυτό συνεπάγεται ότι

τα συγκεκριμένα ελάσματα θα διαρρεύσουν πολύ πιο πριν αστοχήσουν από λυγισμό και επομένως ο υπολογισμός του ενεργού πλάτους δεν έχει νόημα.

- Από τους υπολογισμούς στο Nastran παρατηρείται επίσης ότι η κρίσιμη τάση λυγισμού σ_{crit} των ελασμάτων αυξάνεται με την αύξηση της καμπυλότητάς τους. Αυτό είναι λογικό και αναμενόμενο διότι η αύξηση της καμπυλότητας ενός φορέα συνεπάγεται και αυξημένη αντοχή έναντι λυγισμού. Αυτό όμως δεν παρατηρείται με τους υπολογισμούς σύμφωνα με τις διατάξεις του Ευρωκώδικα. Σε αυτούς, αύξηση της καμπυλότητας οδηγεί σε μείωση της κρίσιμης τάσης λυγισμού. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο ότι στην προσέγγιση που έγινε με τον Ευρωκώδικα η καμπυλότητα μεταφράστηκε μόνο ως μία μικρή αύξηση του πλάτους του φορέα, το οποίο είναι αντιστρόφως ανάλογο της κρίσιμης τάσης λυγισμού.
- Επιπλέον, παρατηρούμε ότι για τα επίπεδα ελάσματα η απόκλιση των αποτελεσμάτων της κρίσιμης τάσης λυγισμού με το Nastran και τον Ευρωκώδικα είναι μηδενική για τα $t = 0,5$ mm και κυμαίνεται έως 2% για πάχος ελασμάτων $t = 2$ mm. Για τα καμπύλα ελάσματα οι τιμές δεν συγκλίνουν. Το γεγονός αυτό οφείλεται στην εφαρμογή των διατάξεων του Ευρωκώδικα η οποία έγινε προσεγγιστικά όπως αναφέρθηκε και παραπάνω.

Η ταύτιση των τιμών της σ_{crit} για τα επίπεδα ελάσματα οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η προσομοίωση των φορέων με πεπερασμένα στοιχεία στο Nastran έγινε με σωστό τρόπο και οδηγεί σε αποδεκτά αποτελέσματα.

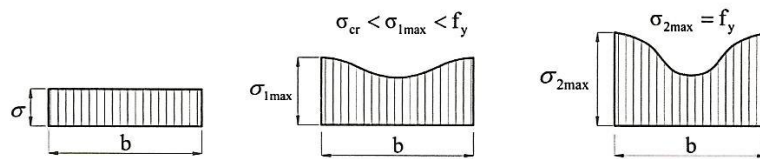
6.3 Υπολογισμός ενεργού πλάτους φορέων με βάση τα αποτελέσματα από το Nastran

Αφού υπολογίστηκε η κρίσιμη τάση λυγισμού του κάθε φορέα, σειρά έχει ο υπολογισμός του ενεργού πλάτους.

Λόγω της μεμβρανικής δράσης, η οποία παρουσιάστηκε αναλυτικά στο τρίτο κεφάλαιο, οι λεπτότοιχες διατομές δεν αστοχούν στην κρίσιμη τάση κύρτωσης, αλλά είναι ικανές να παραλάβουν μεγαλύτερη φόρτιση. Στην προλυγισμική περιοχή η κατανομή των διαμήκων τάσεων είναι ομοιόμορφη κατά πλάτος, ενώ στη μεταλυγισμική περιοχή ανομοιόμορφη λόγω της ανακατανομής των τάσεων προς τις στηριζόμενες διαμήκεις πλευρές. Αυτό γίνεται μέχρι να επιτευχθεί το όριο διαρροής στα άκρα και να αστοχήσει η διατομή. Η ανακατανομή των τάσεων φαίνεται στο σχήμα 6.9.

Η διαδικασία υπολογισμού του ενεργού πλάτους στηρίχθηκε στην παραπάνω θεώρηση. Ο φορέας αφού φτάσει στην κρίσιμη τάση λυγισμού δεν αστοχεί. Η σ_{crit} ασκείται σε ένα τμήμα που αντιστοιχεί στο κέντρο του πλάτους b της διατομής ενώ

η τάση στα δύο ακραία τμήματα αυξάνεται μέχρι να επιτευχθεί το όριο διαρροής f_y στις στηρίξεις.



Σχήμα 6.9 Κατανομή διαμήκων τάσεων στη προλυγισμική, μεταλυγισμική και τελική κατάσταση

Από τη θεωρία ελαστικότητας δεχόμαστε ότι η αύξηση αυτή των ακραίων τάσεων ακολουθεί συνημιτονοειδή τροχιά σύμφωνα με τον τύπο :

$$\sigma = \sigma_o \cdot \cos\left(\frac{2\pi x}{b}\right)$$

Επομένως το συνολικό εμβαδόν του διαγράμματος των διαμήκων τάσεων της διατομής είναι ίσο με το άθροισμα τριών τμημάτων. Το ένα τμήμα είναι ορθογωνικό με την οριζόντια πλευρά ίση με το πλάτος b της διατομής και την κατακόρυφη πλευρά ίση με την κρίσιμη τάση λυγισμού σ_{crit} . Τα άλλα δύο τμήματα είναι καμπύλα, ίσα μεταξύ τους και αντιστοιχούν στις τάσεις στα άκρα της διατομής. Τα καμπύλα αυτά τμήματα ξεκινούν από την τιμή $b/4$ του πλάτους της διατομής και η κορυφή τους είναι ίση με σ_o . Έτσι προκύπτει ότι :

$$\sigma_{crit} + \sigma_o = f_y$$

Με βάση το προσομοίωμα του von Karman, το ενεργό πλάτος θα προκύψει από τη διαίρεση του συνολικού εμβαδού του διαγράμματος των διαμήκων τάσεων με το όριο διαρροής f_y :

$$b_{eff} = S_{o\lambda} / f_y$$

Η διαδικασία του παραπάνω υπολογισμού παρουσιάζεται ενδεικτικά για το επίπεδο έλασμα διαστάσεων $50 \times 200 \text{ mm}$, πάχους $t=0,5 \text{ mm}$, χάλυβα S355. Από τους υπολογισμούς με το Nastran προκύπτει ότι η κρίσιμη τάση λυγισμού είναι ίση με $\sigma_{crit} = 75,56 \text{ Mpa}$. Επομένως $\sigma_o = f_y - \sigma_{crit} = 279,44 \text{ Mpa}$. Το εμβαδόν του ορθογωνικού τμήματος του διαγράμματος των διαμήκων τάσεων είναι ίσο με $S = 75,56 \times 50 = 3778$. Το εμβαδόν των καμπύλων τμημάτων θα υπολογιστεί από το παρακάτω ορισμένο ολοκλήρωμα :

$$\int_0^{b/4} \sigma_o \cdot \cos\left(\frac{2\pi x}{b}\right) dx = \left| \sigma_o \cdot \frac{b}{2\pi} \cdot \sin\left(\frac{2\pi x}{b}\right) \right|_0^{b/4} = \sigma_o \cdot \frac{b}{2\pi}$$

Επομένως το συνολικό εμβαδόν της επιφάνειας των καμπύλων τμημάτων είναι ίσο με :

$$S = 2 \cdot \sigma_o \cdot \frac{b}{2\pi} = 279,44 \cdot \frac{50}{\pi} = 4447,43$$

Το συνολικό εμβαδό του διαγράμματος των διαμήκων τάσεων είναι ίσο με $S = 4447.43 + 3778 = 8225.43$. Έτσι το ενεργό πλάτος της διατομής θα προκύψει ίσο με :

$$b_{eff} = S_{\sigma} / f_y = 8225,43 / 355 = 23,17mm$$

Στη συνέχεια παρατίθενται πίνακες με τους υπολογισμούς του ενεργού πλάτους όλων των ελασμάτων που εξετάστηκαν στην παρούσα εργασία.

Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit (Mpa)	S ορθογ.	σ ο για S355	S ολοκλ.	S ολικό	b eff S355
0,5	R1b	52,36	677,89	35494,07	-322,89	-5381,43	30112,64	84,82
	R2b	50,54	353,45	17863,40	1,55	24,92	17888,32	50,39
	R5b	50,08	169,03	8464,95	185,97	2964,56	11429,51	32,20
	R10b	50,02	114,17	5710,92	240,83	3834,42	9545,34	26,89
	επίπεδος	50	75,56	3777,95	279,44	4447,44	8225,39	23,17
Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit (Mpa)	S ορθογ.	σ ο για S355	S ολοκλ.	S ολικό	b eff S355
1	R1b	52,36	1387,51	72649,80	-1032,51	-17208,47	55441,33	156,17
	R2b	50,54	781,84	39514,14	-426,84	-6866,72	32647,42	91,96
	R5b	50,08	453,00	22686,24	-98,00	-1562,21	21124,02	59,50
	R10b	50,02	353,36	17674,89	1,64	26,17	17701,05	49,86
	επίπεδος	50	300,42	15021,02	54,58	868,66	15889,68	44,76
Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit (Mpa)	S ορθογ.	σ ο για S355	S ολοκλ.	S ολικό	b eff S355
1,5	R1b	52,36	2142,48	112180,47	-1787,48	-29791,47	82389,00	232,08
	R2b	50,54	1314,39	66429,20	-959,39	-15434,05	50995,15	143,65
	R5b	50,08	857,82	42959,70	-502,82	-8015,46	34944,24	98,43
	R10b	50,02	725,03	36265,83	-370,03	-5891,51	30374,32	85,56
	επίπεδος	50	670,57	33528,57	-315,57	-5022,47	28506,09	80,30
Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit (Mpa)	S ορθογ.	σ ο για S355	S ολοκλ.	S ολικό	b eff S355
2	R1b	52,36	2955,87	154769,18	-2600,87	-43347,88	111421,30	313,86
	R2b	50,54	1947,76	98439,85	-1592,76	-25623,36	72816,49	205,12
	R5b	50,08	1382,72	69246,50	-1027,72	-16382,81	52863,69	148,91
	R10b	50,02	1233,27	61688,35	-878,27	-13983,75	47704,60	134,38
	επίπεδος	50	1180,84	59042,03	-825,84	-13143,66	45898,37	129,29

Πίνακας 6.7 Υπολογισμός ενεργού πλάτους ελασμάτων 50x200mm , χάλυβας S355

Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit (Mpa)	S ορθογ.	σ ο για S275	S ολοκλ.	S ολικό	b eff S275
0,5	R1b	52,36	677,89	35494,07	-402,89	-6714,77	28779,30	104,65
	R2b	50,54	353,45	17863,40	-78,45	-1262,07	16601,33	60,37
	R5b	50,08	169,03	8464,95	105,97	1689,29	10154,24	36,92
	R10b	50,02	114,17	5710,92	160,83	2560,67	8271,59	30,08
	επίπεδος	50	75,56	3777,95	199,44	3174,20	6952,15	25,28
Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit (Mpa)	S ορθογ.	σ ο για S275	S ολοκλ.	S ολικό	b eff S275
1	R1b	52,36	1387,51	72649,80	-1112,51	-18541,81	54107,99	196,76
	R2b	50,54	781,84	39514,14	-506,84	-8153,71	31360,43	114,04
	R5b	50,08	453,00	22686,24	-178,00	-2837,49	19848,75	72,18
	R10b	50,02	353,36	17674,89	-78,36	-1247,58	16427,31	59,74
	επίπεδος	50	300,42	15021,02	-25,42	-404,58	14616,44	53,15
Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit (Mpa)	S ορθογ.	σ ο για S275	S ολοκλ.	S ολικό	b eff S275
1,5	R1b	52,36	2142,48	112180,47	-1867,48	-31124,81	81055,66	294,75
	R2b	50,54	1314,39	66429,20	-1039,39	-16721,04	49708,16	180,76
	R5b	50,08	857,82	42959,70	-582,82	-9290,73	33668,97	122,43
	R10b	50,02	725,03	36265,83	-450,03	-7165,26	29100,57	105,82
	επίπεδος	50	670,57	33528,57	-395,57	-6295,71	27232,85	99,03
Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit (Mpa)	S ορθογ.	σ ο για S275	S ολοκλ.	S ολικό	b eff S275
2	R1b	52,36	2955,87	154769,18	-2680,87	-44681,21	110087,96	400,32
	R2b	50,54	1947,76	98439,85	-1672,76	-26910,35	71529,50	260,11
	R5b	50,08	1382,72	69246,50	-1107,72	-17658,08	51588,42	187,59
	R10b	50,02	1233,27	61688,35	-958,27	-15257,50	46430,85	168,84
	επίπεδος	50	1180,84	59042,03	-905,84	-14416,90	44625,13	162,27

Πίνακας 6.8 Υπολογισμός ενεργού πλάτους ελασμάτων 50x200mm , χάλυβας S275

Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit (Mpa)	S ορθογ.	σ ο για S235	S ολοκλ.	S ολικό	b eff S235
0,5	R1b	52,36	677,89	35494,07	-442,89	-7381,44	28112,63	119,63
	R2b	50,54	353,45	17863,40	-118,45	-1905,56	15957,84	67,91
	R5b	50,08	169,03	8464,95	65,97	1051,65	9516,60	40,50
	R10b	50,02	114,17	5710,92	120,83	1923,80	7634,71	32,49
	επίπεδος	50	75,56	3777,95	159,44	2537,58	6315,53	26,87
Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit (Mpa)	S ορθογ.	σ ο για S235	S ολοκλ.	S ολικό	b eff S235
1	R1b	52,36	1387,51	72649,80	-1152,51	-19208,47	53441,33	227,41
	R2b	50,54	781,84	39514,14	-546,84	-8797,21	30716,93	130,71
	R5b	50,08	453,00	22686,24	-218,00	-3475,13	19211,11	81,75
	R10b	50,02	353,36	17674,89	-118,36	-1884,45	15790,43	67,19
	επίπεδος	50	300,42	15021,02	-65,42	-1041,20	13979,82	59,49
Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit (Mpa)	S ορθογ.	σ ο για S235	S ολοκλ.	S ολικό	b eff S235
1,5	R1b	52,36	2142,48	112180,47	-1907,48	-31791,48	80388,99	342,08
	R2b	50,54	1314,39	66429,20	-1079,39	-17364,54	49064,66	208,79
	R5b	50,08	857,82	42959,70	-622,82	-9928,37	33031,33	140,56
	R10b	50,02	725,03	36265,83	-490,03	-7802,14	28463,70	121,12
	επίπεδος	50	670,57	33528,57	-435,57	-6932,33	26596,23	113,18
Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit (Mpa)	S ορθογ.	σ ο για S235	S ολοκλ.	S ολικό	b eff S235
2	R1b	52,36	2955,87	154769,18	-2720,87	-45347,88	109421,29	465,62
	R2b	50,54	1947,76	98439,85	-1712,76	-27553,84	70886,01	301,64
	R5b	50,08	1382,72	69246,50	-1147,72	-18295,72	50950,78	216,81
	R10b	50,02	1233,27	61688,35	-998,27	-15894,37	45793,98	194,87
	επίπεδος	50	1180,84	59042,03	-945,84	-15053,52	43988,51	187,19

Πίνακας 6.9 Υπολογισμός ενεργού πλάτους ελασμάτων 50x200mm , χάλυβας S235

Πάχος mm	Καμυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit (Mpa)	S ορθογ.	σ ο για S355	S ολοκλ.	S ολικό	b eff S355
0,5	R1b	104,72	324,82	34015,06	30,18	1006,01	35021,07	98,65
	R2b	101,07	164,61	16637,31	190,39	6125,34	22762,65	64,12
	R5b	100,17	71,49	7161,01	283,51	9039,45	16200,46	45,64
	R10b	100,04	42,79	4280,50	312,21	9942,20	14222,70	40,06
	επίπεδος	100,00	18,93	1893,27	336,07	10697,35	12590,63	35,47
Πάχος mm	Καμυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit (Mpa)	S ορθογ.	σ ο για S355	S ολοκλ.	S ολικό	b eff S355
1	R1b	104,72	654,79	68569,71	-299,79	-9993,08	58576,63	165,00
	R2b	101,07	345,01	34871,35	9,99	321,26	35192,61	99,13
	R5b	100,17	170,53	17081,21	184,47	5881,75	22962,96	64,68
	R10b	100,04	111,59	11163,46	243,41	7751,28	18914,74	53,28
	επίπεδος	100,00	75,50	7550,44	279,50	8896,62	16447,06	46,33
Πάχος mm	Καμυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit (Mpa)	S ορθογ.	σ ο για S355	S ολοκλ.	S ολικό	b eff S355
1,5	R1b	104,72	998,20	104531,20	-643,20	-21439,98	83091,22	234,06
	R2b	101,07	549,26	55515,15	-194,26	-6249,86	49265,29	138,78
	R5b	100,17	295,19	29568,14	59,81	1907,04	31475,18	88,66
	R10b	100,04	208,79	20887,69	146,21	4655,97	25543,66	71,95
	επίπεδος	100,00	169,24	16924,09	185,76	5912,90	22836,98	64,33
Πάχος mm	Καμυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit (Mpa)	S ορθογ.	σ ο για S355	S ολοκλ.	S ολικό	b eff S355
2	R1b	104,72	1356,99	142104,05	-1001,99	-33399,79	108704,26	306,21
	R2b	101,07	781,73	79011,30	-426,73	-13728,92	65282,38	183,89
	R5b	100,17	441,81	44254,57	-86,81	-2767,79	41486,77	116,86
	R10b	100,04	340,05	34018,75	14,95	476,22	34494,97	97,17
	επίπεδος	100,00	299,57	29956,86	55,43	1764,44	31721,30	89,36

Πίνακας 6.10 Υπολογισμός ενεργού πλάτους ελασμάτων 100x200mm , χάλυβας S355

Πάχος mm	Καμυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit (Mpa)	S ορθογ.	σ ο για S275	S ολοκλ.	S ολικό	b eff S275
0,5	R1b	104,72	324,82	34015,06	-49,82	-1660,66	32354,40	117,65
	R2b	101,07	164,61	16637,31	110,39	3551,56	20188,86	73,41
	R5b	100,17	71,49	7161,01	203,51	6488,72	13649,73	49,64
	R10b	100,04	42,79	4280,50	232,21	7394,65	11675,16	42,46
	επίπεδος	100,00	18,93	1893,27	256,07	8150,87	10044,15	36,52
Πάχος mm	Καμυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit (Mpa)	S ορθογ.	σ ο για S275	S ολοκλ.	S ολικό	b eff S275
1	R1b	104,72	654,79	68569,71	-379,79	-12659,75	55909,96	203,31
	R2b	101,07	345,01	34871,35	-70,01	-2252,52	32618,83	118,61
	R5b	100,17	170,53	17081,21	104,47	3331,02	20412,23	74,23
	R10b	100,04	111,59	11163,46	163,41	5203,74	16367,20	59,52
	επίπεδος	100,00	75,50	7550,44	199,50	6350,14	13900,58	50,55
Πάχος mm	Καμυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit (Mpa)	S ορθογ.	σ ο για S275	S ολοκλ.	S ολικό	b eff S275
1,5	R1b	104,72	998,20	104531,20	-723,20	-24106,64	80424,56	292,45
	R2b	101,07	549,26	55515,15	-274,26	-8823,64	46691,50	169,79
	R5b	100,17	295,19	29568,14	-20,19	-643,69	28924,45	105,18
	R10b	100,04	208,79	20887,69	66,21	2108,42	22996,11	83,62
	επίπεδος	100,00	169,24	16924,09	105,76	3366,42	20290,50	73,78
Πάχος mm	Καμυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit (Mpa)	S ορθογ.	σ ο για S275	S ολοκλ.	S ολικό	b eff S275
2	R1b	104,72	1356,99	142104,05	-1081,99	-36066,45	106037,60	385,59
	R2b	101,07	781,73	79011,30	-506,73	-16302,70	62708,60	228,03
	R5b	100,17	441,81	44254,57	-166,81	-5318,53	38936,04	141,59
	R10b	100,04	340,05	34018,75	-65,05	-2071,32	31947,43	116,17
	επίπεδος	100,00	299,57	29956,86	-24,57	-782,04	29174,82	106,09

Πίνακας 6.11 Υπολογισμός ενεργού πλάτους ελασμάτων 100x200mm , χάλυβας S275

Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit (Mpa)	S ορθογ.	σ ο για S235	S ολοκλ.	S ολικό	b eff S235
0,5	R1b	104,72	324,82	34015,06	-89,82	-2993,99	31021,07	132,00
	R2b	101,07	164,61	16637,31	70,39	2264,67	18901,97	80,43
	R5b	100,17	71,49	7161,01	163,51	5213,35	12374,37	52,66
	R10b	100,04	42,79	4280,50	192,21	6120,88	10401,38	44,26
	επίπεδος	100,00	18,93	1893,27	216,07	6877,63	8770,91	37,32
Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit (Mpa)	S ορθογ.	σ ο για S235	S ολοκλ.	S ολικό	b eff S235
1	R1b	104,72	654,79	68569,71	-419,79	-13993,08	54576,63	232,24
	R2b	101,07	345,01	34871,35	-110,01	-3539,41	31331,94	133,33
	R5b	100,17	170,53	17081,21	64,47	2055,66	19136,87	81,43
	R10b	100,04	111,59	11163,46	123,41	3929,97	15093,43	64,23
	επίπεδος	100,00	75,50	7550,44	159,50	5076,90	12627,34	53,73
Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit (Mpa)	S ορθογ.	σ ο για S235	S ολοκλ.	S ολικό	b eff S235
1,5	R1b	104,72	998,20	104531,20	-763,20	-25439,98	79091,22	336,56
	R2b	101,07	549,26	55515,15	-314,26	-10110,53	45404,61	193,21
	R5b	100,17	295,19	29568,14	-60,19	-1919,06	27649,08	117,66
	R10b	100,04	208,79	20887,69	26,21	834,65	21722,34	92,44
	επίπεδος	100,00	169,24	16924,09	65,76	2093,18	19017,26	80,92
Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	σ crit (Mpa)	S ορθογ.	σ ο για S235	S ολοκλ.	S ολικό	b eff S235
2	R1b	104,72	1356,99	142104,05	-1121,99	-37399,79	104704,26	445,55
	R2b	101,07	781,73	79011,30	-546,73	-17589,59	61421,71	261,37
	R5b	100,17	441,81	44254,57	-206,81	-6593,89	37660,67	160,26
	R10b	100,04	340,05	34018,75	-105,05	-3345,10	30673,65	130,53
	επίπεδος	100,00	299,57	29956,86	-64,57	-2055,28	27901,58	118,73

Πίνακας 6.12 Υπολογισμός ενεργού πλάτους ελασμάτων 100x200mm , χάλυβας S235

Από τα παραπάνω αποτελέσματα μπορούμε να εξάγουμε ορισμένα χρήσιμα συμπεράσματα.

- Το ενεργό πλάτος των φορέων αυξάνεται με την αύξηση της καμπυλότητάς τους. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο ότι η αύξηση της καμπυλότητας συνεπάγεται αύξηση της αντοχής της διατομής έναντι λυγισμού όπως αποδείχθηκε παραπάνω. Συνεπώς θα χρειαστεί μεγαλύτερο ενεργό πλάτος για την ανάληψη του αυξημένου φορτίου.
- Το ενεργό πλάτος των φορέων αυξάνεται με την μείωση του ορίου διαρροής. Όπως έχει δειχθεί και στο Σχήμα 3.12 του τρίτου κεφαλαίου, το μικρότερο ενεργό πλάτος αντιστοιχεί στο μεγαλύτερο f_y .
- Σε ορισμένα ελάσματα το ενεργό πλάτος b_{eff} προκύπτει από τους υπολογισμούς μεγαλύτερο του πλάτους της διατομής b_p . Αυτό είναι λογικό και οφείλεται στο ότι για τις περιπτώσεις αυτές η κρίσιμη τάση λυγισμού είναι μεγαλύτερη της τάσεως διαρροής και επομένως το έλασμα διαρρέει προτού αστοχήσει από λυγισμό.

6.4 Σύγκριση αποτελεσμάτων των δύο μεθόδων

Προκειμένου να είναι ευκολότερη η γενική εποπτεία όλων των υπολογισμών και η σύγκριση των δύο μεθόδων, τα συνολικά αποτελέσματα του ενεργού πλάτους παρατίθενται σε κοινούς πίνακες και παρουσιάζονται διαγραμματικά για όλα τα ελάσματα που αστοχούν πρώτα από πλευρικό λυγισμό και όχι από διαρροή.

Οι πίνακες χωρίζονται σε δύο ομάδες και καθεμία ομάδα σε 3 υποομάδες :

- Πίνακες ελασμάτων διαστάσεων 50x200mm
 - Ποιότητα χάλυβα S355 (πίνακας 6.13)
 - Ποιότητα χάλυβα S275 (πίνακας 6.14)
 - Ποιότητα χάλυβα S235 (πίνακας 6.15)
- Πίνακες ελασμάτων διαστάσεων 100x200mm
 - Ποιότητα χάλυβα S355 (πίνακας 6.16)
 - Ποιότητα χάλυβα S275 (πίνακας 6.17)
 - Ποιότητα χάλυβα S235 (πίνακας 6.18)

S355	Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	b eff από Nastran	b eff από EC3	
	0,5	R2b		50,54	50,39	20,79
		R5b		50,08	32,20	20,77
		R10b		50,02	26,89	20,77
		επίπεδος		50	23,17	20,77
	Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	b eff από Nastran	b eff από EC3	
	1	R10b		50,02	49,86	36,84
επίπεδος			50	44,76	36,83	

Πίνακας 6.13 Σύγκριση ενεργού πλάτους , χάλυβας S355 , 50x200mm

S275	Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	b eff από Nastran	b eff από EC3	
	0,5	R5b		50,08	36,92	23,24
		R10b		50,02	30,08	23,23
		επίπεδος		50	25,28	23,23

Πίνακας 6.14 Σύγκριση ενεργού πλάτους , χάλυβας S275 , 50x200mm

S235	Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	b eff από Nastran	b eff από EC3	
	0,5	R5b		50,08	40,50	24,87
		R10b		50,02	32,49	24,86
		επίπεδος		50	26,87	24,86

Πίνακας 6.15 Σύγκριση ενεργού πλάτους , χάλυβας S235 , 50x200mm

S355	Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	b eff από Nastran	b eff από EC3
	0,5	R1b	104,72	98,65	22,00
		R2b	101,07	64,12	21,96
		R5b	100,17	45,64	21,95
		R10b	100,04	40,06	21,94
		επίπεδος	100,00	35,47	21,94
	Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	b eff από Nastran	b eff από EC3
	1	R2b	101,07	99,13	41,59
		R5b	100,17	64,68	41,54
		R10b	100,04	53,28	41,54
		επίπεδος	100,00	46,33	41,54
	Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	b eff από Nastran	b eff από EC3
	1,5	R5b	100,17	88,66	58,79
		R10b	100,04	71,95	58,78
		επίπεδος	100,00	64,33	58,78
	Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	b eff από Nastran	b eff από EC3
2	R10b	100,04	97,17	73,67	
	επίπεδος	100,00	89,36	73,66	

Πίνακας 6.16 Σύγκριση ενεργού πλάτους , χάλυβας S355 , 100x200mm

S275	Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	b eff από Nastran	b eff από EC3
	0,5	R2b	101,07	73,41	24,77
		R5b	100,17	49,64	24,75
		R10b	100,04	42,46	24,75
		επίπεδος	100,00	36,52	24,75
	Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	b eff από Nastran	b eff από EC3
	1	R5b	100,17	74,23	46,47
		R10b	100,04	59,52	46,47
		επίπεδος	100,00	50,55	46,46
	Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	b eff από Nastran	b eff από EC3
1,5	R10b	100,04	83,62	65,15	
	επίπεδος	100,00	73,78	65,14	

Πίνακας 6.17 Σύγκριση ενεργού πλάτους , χάλυβας S275 , 100x200mm

S235	Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	b eff από Nastran	b eff από EC3
	0,5	R2b	101,07	80,43	26,66
		R5b	100,17	52,66	26,64
		R10b	100,04	44,26	26,64
		επίπεδος	100,00	37,32	26,64
	Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	b eff από Nastran	b eff από EC3
	1	R5b	100,17	81,43	49,74
		R10b	100,04	64,23	49,73
		επίπεδος	100,00	53,73	49,73
	Πάχος mm	Καμπυλότητα	Πλάτος φορέα mm	b eff από Nastran	b eff από EC3
	1,5	R10b	100,04	92,44	69,27
		επίπεδος	100,00	80,92	69,26

Πίνακας 6.18 Σύγκριση ενεργού πλάτους , χάλυβα S235 , 100x200mm

Τα παραπάνω δεδομένα παρουσιάζονται παρακάτω σε μορφή διαγραμμάτων. Τα διαγράμματα χωρίζονται σε δύο ομάδες και αυτές σε υποομάδες.

- Διαγράμματα ελασμάτων 50x200mm

Ποιότητα χάλυβα S355 : Ελάσματα πάχους 0,5 mm , Ελάσματα πάχους 1mm

Ποιότητα χάλυβα S275 : Ελάσματα πάχους 0,5mm

Ποιότητα χάλυβα S235 : Ελάσματα πάχους 0,5mm

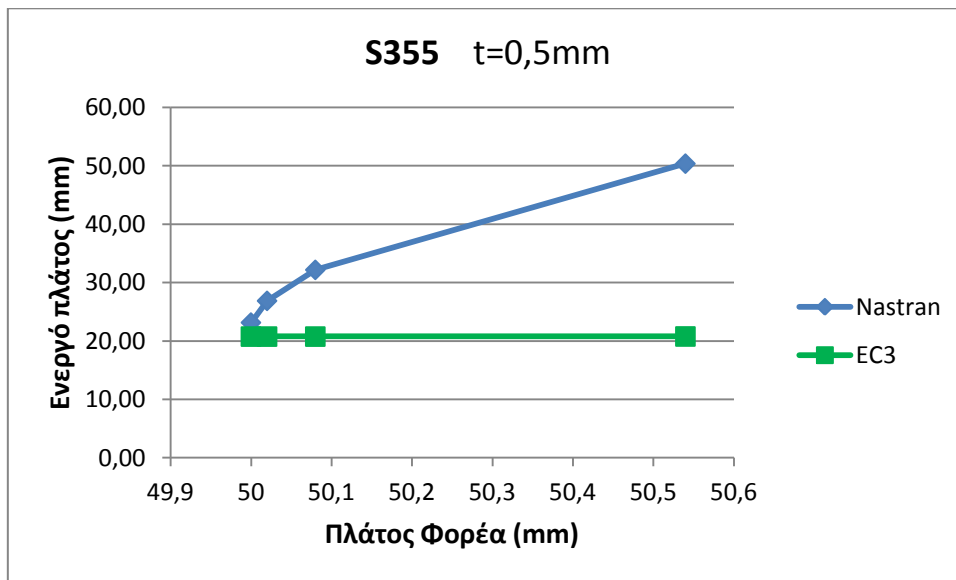
- Διαγράμματα ελασμάτων 100x200mm

Ποιότητα χάλυβα S355 : Ελάσματα πάχους 0,5 mm , Ελάσματα πάχους 1mm,
Ελάσματα πάχους 1,5mm , Ελάσματα πάχους 2mm

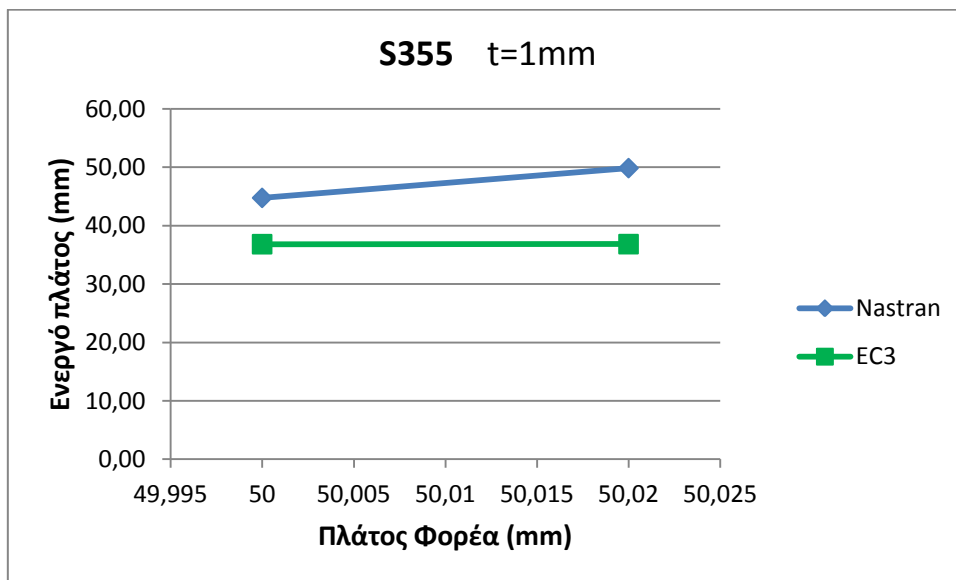
Ποιότητα χάλυβα S275 : Ελάσματα πάχους 0,5mm , Ελάσματα πάχους 1mm,
Ελάσματα πάχους 1,5mm

Ποιότητα χάλυβα S235 : Ελάσματα πάχους 0,5mm , Ελάσματα πάχους 1mm,
Ελάσματα πάχους 1,5mm

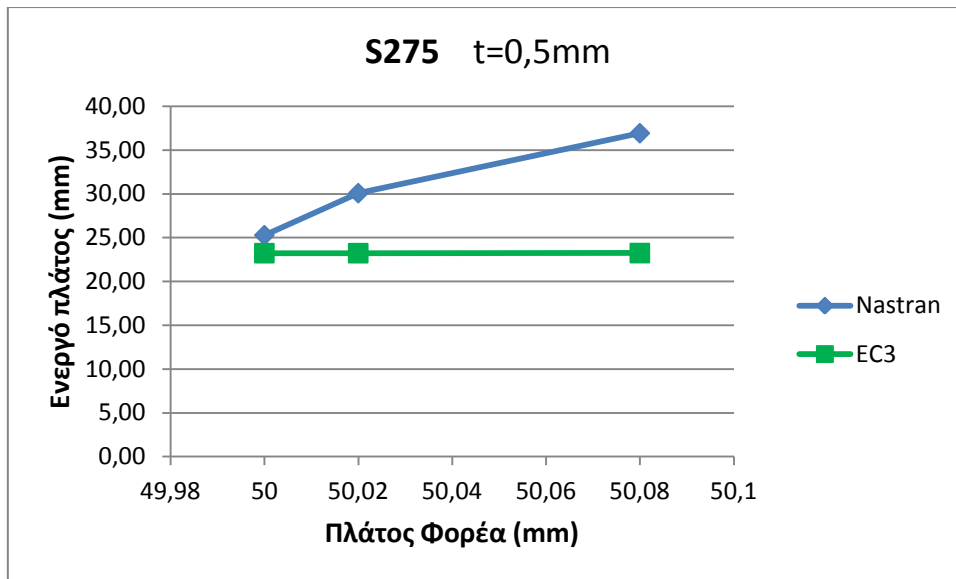
- Διαγράμματα ελασμάτων 50x200mm



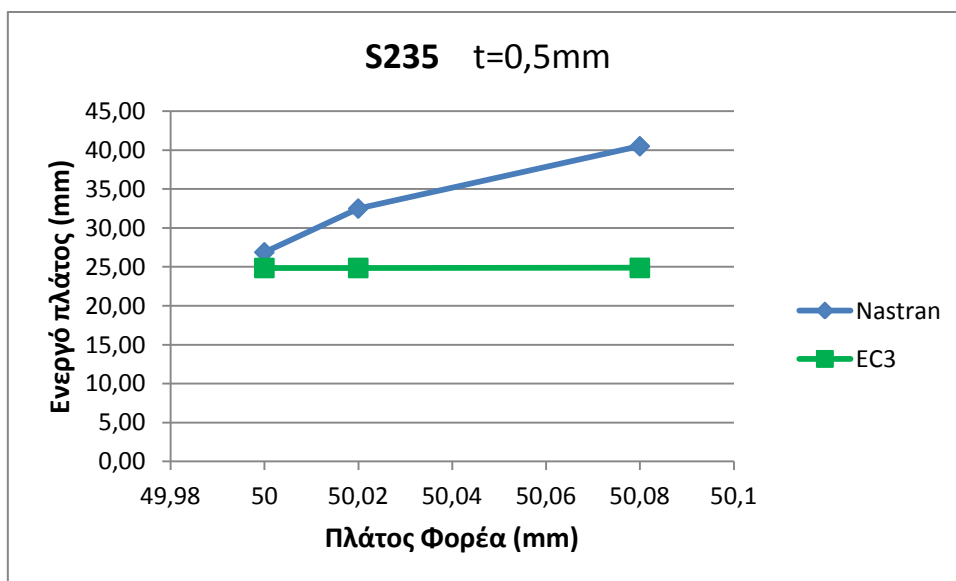
Σχήμα 6.10 Σύγκριση αποτελεσμάτων για ελάσματα διαστάσεων 50x200mm, t=0,5mm



Σχήμα 6.11 Σύγκριση αποτελεσμάτων για ελάσματα διαστάσεων 50x200mm, t=1mm

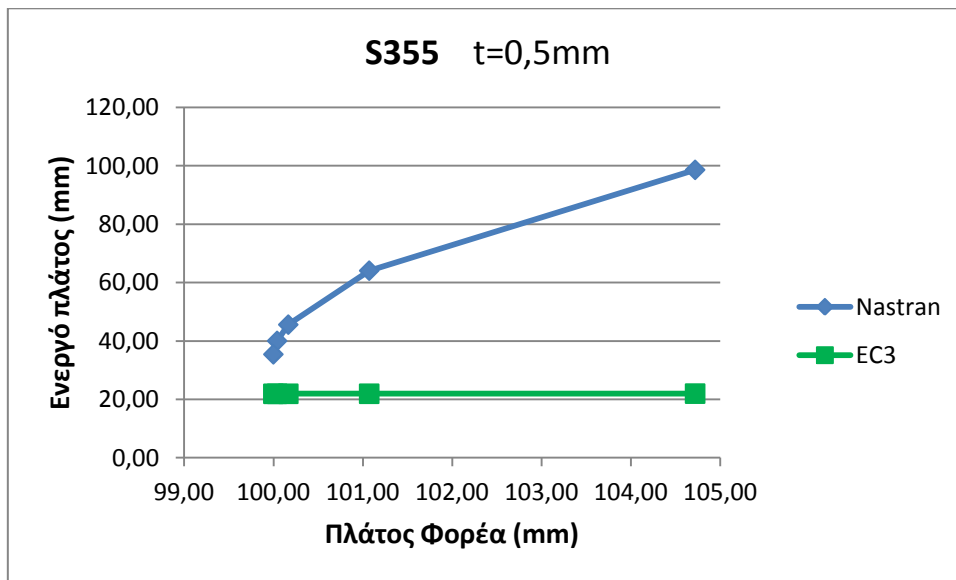


Σχήμα 6.12 Σύγκριση αποτελεσμάτων για ελάσματα διαστάσεων 50x200mm, t=0,5mm

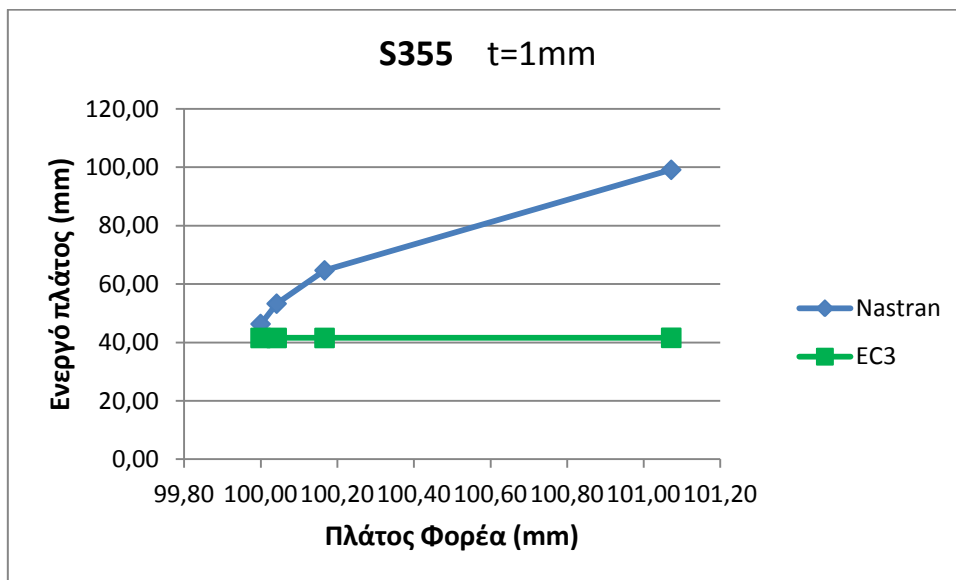


Σχήμα 6.13 Σύγκριση αποτελεσμάτων για ελάσματα διαστάσεων 50x200mm, t=0,5mm

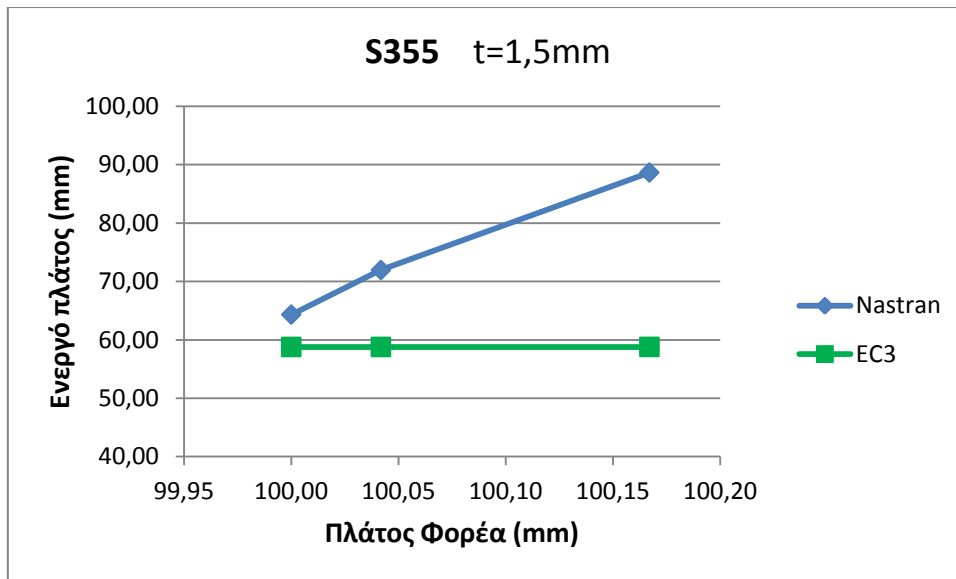
- Διαγράμματα ελασμάτων 100x200mm



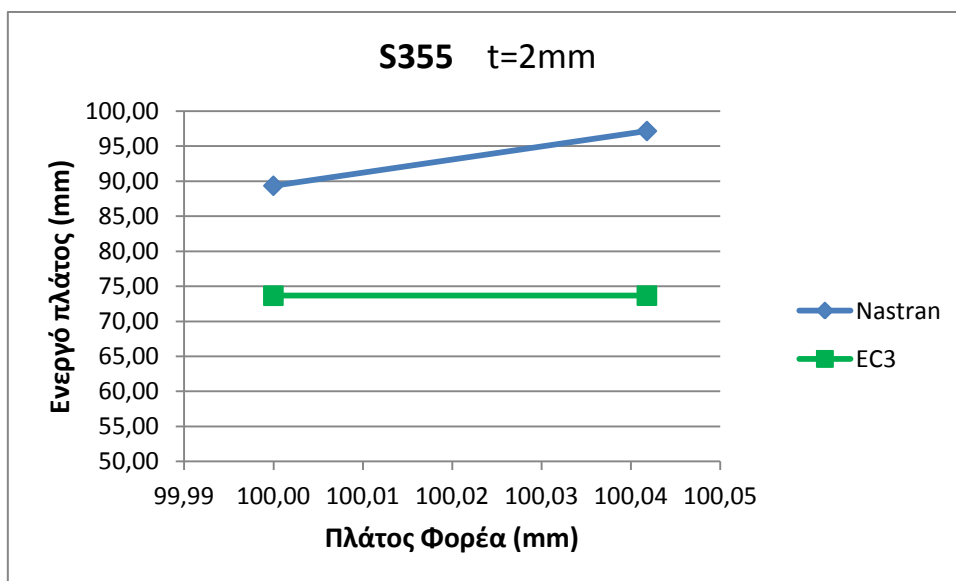
Σχήμα 6.14 Σύγκριση αποτελεσμάτων για ελάσματα διαστάσεων 100x200mm, t=0,5mm



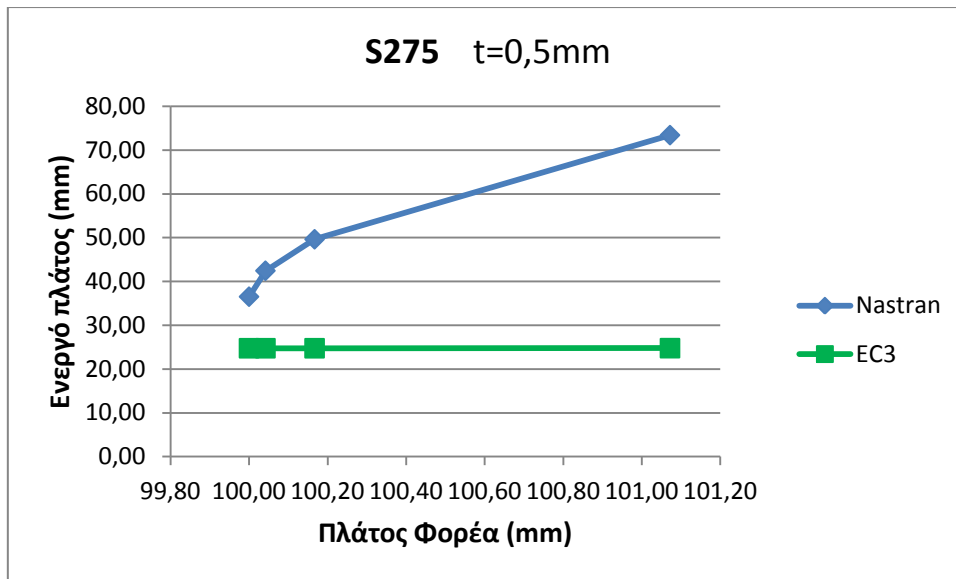
Σχήμα 6.15 Σύγκριση αποτελεσμάτων για ελάσματα διαστάσεων 100x200mm, t=1mm



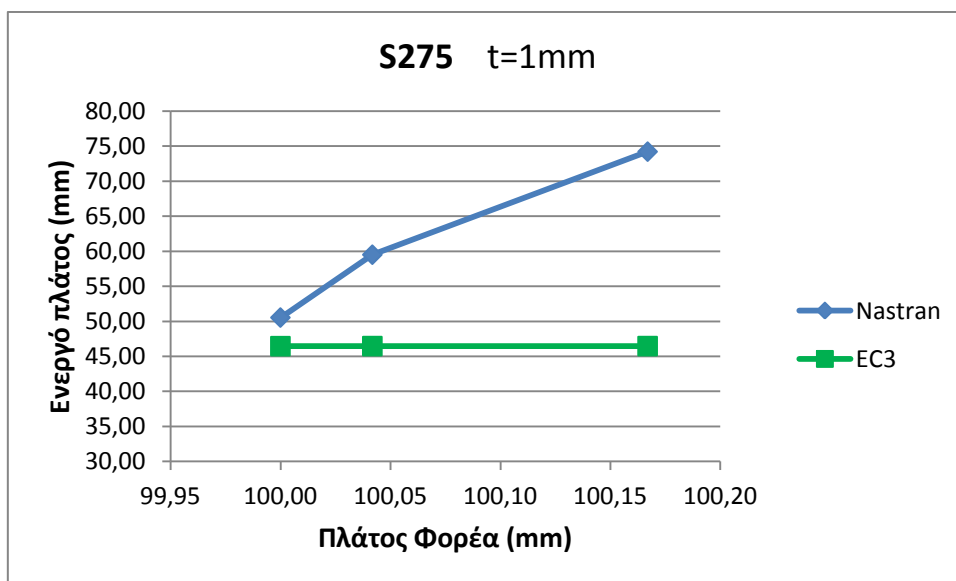
Σχήμα 6.16 Σύγκριση αποτελεσμάτων για ελάσματα διαστάσεων 100x200mm, t=1,5mm



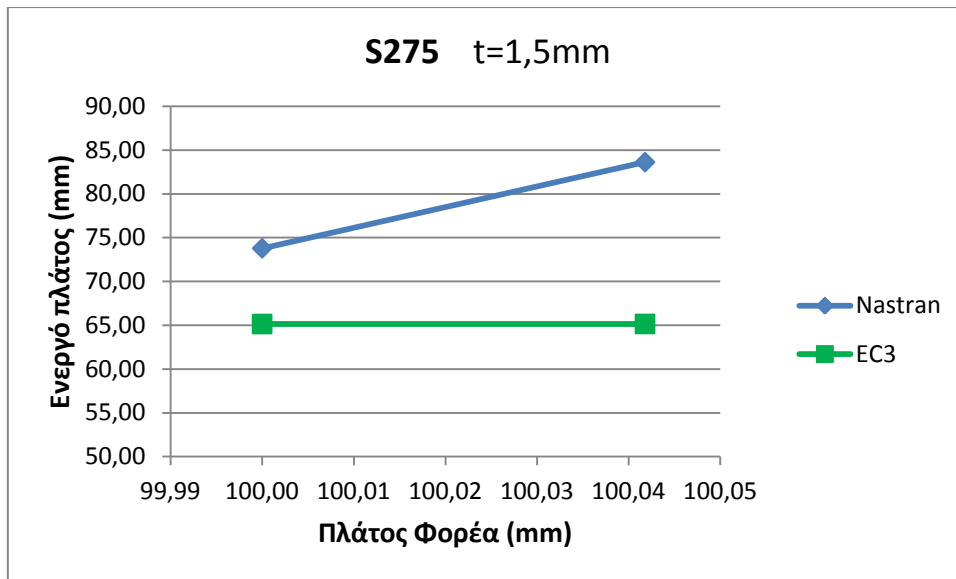
Σχήμα 6.17 Σύγκριση αποτελεσμάτων για ελάσματα διαστάσεων 100x200mm, t=2mm



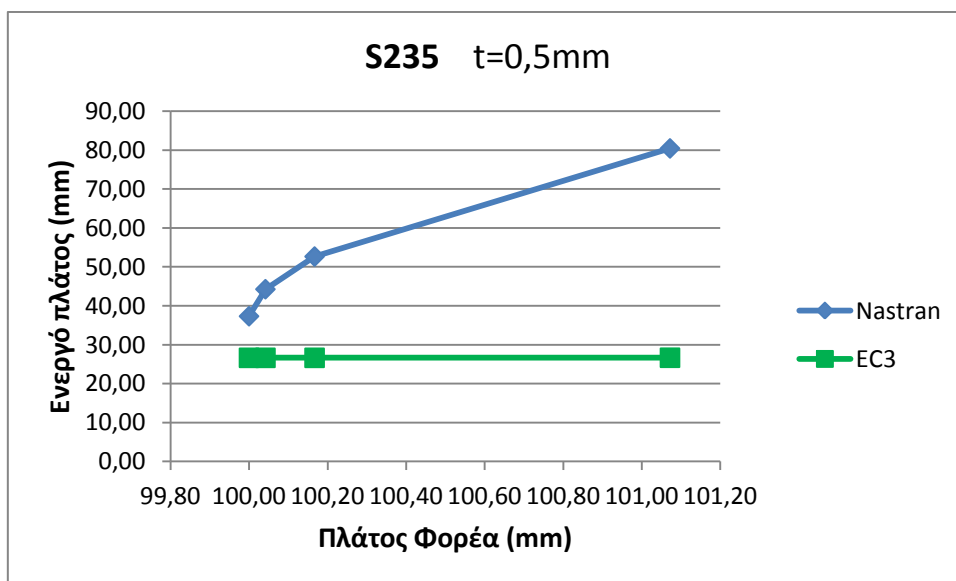
Σχήμα 6.18 Σύγκριση αποτελεσμάτων για ελάσματα διαστάσεων 100x200mm, t=0,5mm



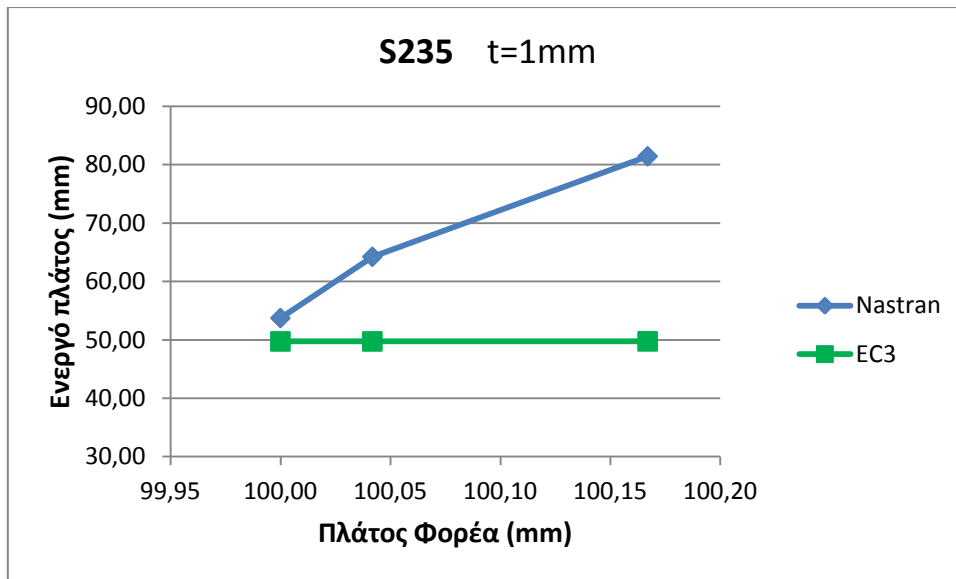
Σχήμα 6.19 Σύγκριση αποτελεσμάτων για ελάσματα διαστάσεων 100x200mm, t=1mm



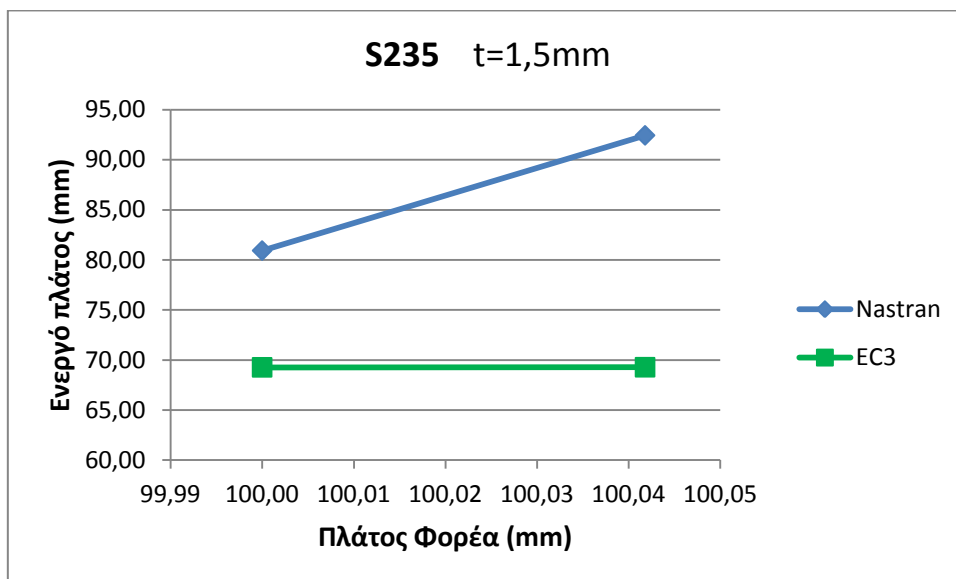
Σχήμα 6.20 Σύγκριση αποτελεσμάτων για ελάσματα διαστάσεων 100x200mm, t=1,5mm



Σχήμα 6.21 Σύγκριση αποτελεσμάτων για ελάσματα διαστάσεων 100x200mm, t=0,5mm



Σχήμα 6.22 Σύγκριση αποτελεσμάτων για ελάσματα διαστάσεων 100x200mm, t=1mm



Σχήμα 6.23 Σύγκριση αποτελεσμάτων για ελάσματα διαστάσεων 100x200mm, t=1,5mm

6.5 Συνολικά Συμπεράσματα

Από την ανάλυση των αποτελεσμάτων των δύο μεθόδων που χρησιμοποιήθηκαν και τη μεταξύ τους σύγκριση μπορούν να εξαχθούν αρκετά συμπεράσματα.

Αρχικά και στις δύο μεθόδους παρατηρείται ότι το ενεργό πλάτος των φορέων αυξάνεται με την αύξηση της καμπυλότητάς τους. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο ότι η αύξηση της καμπυλότητας συνεπάγεται αύξηση της αντοχής της διατομής έναντι λυγισμού όπως αποδείχθηκε παραπάνω. Συνεπώς θα χρειαστεί μεγαλύτερο ενεργό πλάτος για την ανάληψη του αυξημένου φορτίου.

Επιπλέον τόσο στην ανάλυση με βάση τις διατάξεις του Ευρωκώδικα, όσο και την ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία παρατηρείται ότι το μέγεθος του ενεργού πλάτους μεταβάλλεται με την αύξηση του ορίου διαρροής f_y . Το μικρότερο ενεργό πλάτος εμφανίζεται για το μεγαλύτερο όριο διαρροής του χάλυβα ποιότητας S355.

Το ενεργό πλάτος των φορέων είναι επίσης ανάλογο του πάχους τους. Αύξηση του πάχους των ελασμάτων οδηγεί σε αύξηση του ενεργού πλάτους, γεγονός που αποδεικνύεται και από τις δύο προσεγγίσεις.

Οι δύο μέθοδοι ανάλυσης παρουσιάζουν ικανοποιητική σύγκλιση στα αποτελέσματα του ενεργού πλάτους για την περίπτωση των επίπεδων ελασμάτων. Το ποσοστό σύγκλισης κυμαίνεται από 62% έως 93% ανάλογα με τις διαστάσεις, το πάχος και την ποιότητα του χάλυβα. Ο βαθμός σύγκλισης θα μπορούσε να είναι ακόμα μεγαλύτερος εάν για την προσομοίωση είχαμε χρησιμοποιήσει πιο λεπτομερειακά μη γραμμικά μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων.

Αντίθετα, τα αποτελέσματα των δύο μεθόδων για το ενεργό πλάτος καμπύλων ελασμάτων παρουσιάζουν μεγάλες αποκλίσεις. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο ότι οι διατάξεις του Ευρωκώδικα αφορούν επίπεδα ελάσματα. Στην προσέγγιση που έγινε με τις διατάξεις του Ευρωκώδικα στην παρούσα μελέτη η καμπυλότητα μεταφράστηκε μόνο ως μία μικρή αύξηση του πλάτους και δεν λήφθηκε υπόψη η καμπυλωμένη γεωμετρία των φορέων. Συνεπώς συμπεραίνουμε ότι η παραπάνω προσέγγιση δεν οδηγεί σε αποδεκτά αποτελέσματα και προκειμένου να επιτευχθεί σύγκλιση των υπολογισμών απαιτείται η εφαρμογή της θεωρίας κελυφών.

Τέλος, λόγω της αρκετά μεγάλης σύγκλισης των αποτελεσμάτων για επίπεδα ελάσματα και με δεδομένο ότι στους υπολογισμούς με τη χρήση πεπερασμένων στοιχείων εμπεριέχεται ο παράγοντας της καμπυλότητας των φορέων, μπορούμε να πούμε ότι η μέθοδος με την προσομοίωση στο Nastran που παρουσιάστηκε στην παρούσα εργασία μπορεί να εφαρμοστεί για τον υπολογισμό του ενεργού πλάτους και να οδηγήσει σε αποδεκτά αποτελέσματα τόσο για επίπεδα όσο και για καμπύλα λεπτότοιχα ελάσματα.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Κουνάδης Α.Ν., “Σιδηρές Κατασκευές – Συμπεριφορά και Ανάλυσις”, Τόμος Ι, εκδόσεις Συμεών, Αθήνα 2007.
2. Κουνάδης Α.Ν., “Σιδηρές Κατασκευές – Συμπεριφορά και Ανάλυσις”, Τόμος ΙΙ, εκδόσεις Συμεών, Αθήνα 1999.
3. “Διατομές σιδηροδοκών”, 16^η έκδοση, εκδόσεις Γρηγ. Φούντας.
4. Μιχάλτσος Γ.Θ., “Ελαφρές Μεταλλικές Κατασκευές – Μέθοδοι Υπολογισμού”, εκδόσεις Συμεών, Αθήνα 2008.
5. Μιχάλτσος Γ.Θ., “Ελαφρές Μεταλλικές Κατασκευές – Θεωρία και Εφαρμογές”, εκδόσεις Συμεών, Αθήνα 2009.
6. Βάγιας Ι., Ερμόπουλος Ι., Ιωαννίδης Γ., “Σχεδιασμός Δομικών Έργων από Χάλυβα”, εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα 2005.
7. Βάγιας Ι., “Σιδηρές Κατασκευές – Ανάλυση και Διαστασιολόγηση”, εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα 2006.
8. Βάγιας Ι., Dubina Dab, “Σιδηρές Κατασκευές από Λεπτότοιχες Διατομές Ψυχρής Διαμόρφωσης”, εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα 2004.
9. A.Ghersi, R.Landolfo, F.M.Mazzolani, “Design of Metallic Cold-Formed Thin-Walled Members”, Spon Press London 2001.
10. Wei-Wen Yu, “Cold-formed Steel Structures – Design Analysis Construction”, McGraw-Hill 1973.
11. N.S.Trahair, “The Behaviour and Design of Steel Structures”, Chapman and Hall, London 1977.
12. Παπαδρακάκης Μ., Γκισάκης Α., “Επίτομο Εγχειρίδιο MSC Nastran for Windows v4.5”, Αθήνα 2004.
13. Robert M. Jones, “Buckling of Bars, Plates and Shells”, Bull Ridge Publishing, 2006.
14. Thomas Andrew Hopkins, “Optimization of Stiffener Placement for Thin Plate Buckling”, Massachusetts Institute of Technology, June 2007.
15. EN 1993-1-3, Ευρωκώδικας 3 : “Σχεδιασμός κατασκευών από χάλυβα. Μέρος 1-3: Γενικοί κανόνες. Πρόσθετοι κανόνες για μέλη και φύλλα ψυχρής έλασης”