



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**

**ΣΧΟΛΗ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

ΤΟΜΕΑΣ II: Σχεδιασμός, Ανάλυση και  
Ανάπτυξη Διεργασιών και Συστημάτων

**Εφαρμογή μαθηματικού προγραμματισμού στο πρόβλημα  
δρομολόγησης θαλάσσιων φορτίων**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**Κωνσταντίνου Σπηλιωτόπουλου**

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

ΓΙΩΡΓΟΣ ΜΑΥΡΩΤΑΣ

ΑΘΗΝΑ 2013

*Στους γονείς μου,  
Σάκη και Καίτη*

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στο πλαίσιο της ολοκλήρωσης των σπουδών μου στη Σχολή Χημικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου. Το αντικείμενο της εργασίας εντάσσεται στον κλάδο της επιχειρησιακής έρευνας και συγκεκριμένα στο τομέα του Πολυκριτηριακού Μαθηματικού Προγραμματισμού.

Θα ήθελα να εκφράσω από καρδιάς τις ευχαριστίες μου στον Επίκουρο Καθηγητή του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου Γιώργο Μαυρωτά για την διαρκή επίβλεψη και καθοδήγηση αλλά και στην άμεση ανταπόκριση στη κάθε απορία, σε όλη τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής.

*Κωνσταντίνος Σπηλιωτόπουλος*

*Αθήνα, Φεβρουάριος 2013*

## Περίληψη

Στη διπλωματική αυτή αναπτύσσεται ένα μαθηματικό μοντέλο που περιγράφει πρόβλημα δρομολόγησης θαλασσίων φορτίων και συγκεκριμένα φορτίων γαιάνθρακα για εταιρία παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος. Η διαδικασία περιλαμβάνει πέντε σημεία που χρειάζονται μελέτη (i) η διαθεσιμότητα, ποιότητα και τιμή από κάθε προμηθευτή, (ii) περιβαλλοντικοί περιορισμοί και το όριο αριθμού των προμηθευτών που μπορούν να προμηθεύσουν τη κάθε μονάδα παραγωγής, (iii) χρησιμοποίηση ή μη εγκαταστάσεων ανάμιξης, (iv) η μέγιστη χωρητικότητα από τα πλοία μεταφοράς, (v) ο παράγοντας κινδύνου θαλάσσιου δρομολογίου με χρήση εμπειρικών και ιστορικών στοιχείων. Η μοντελοποίηση και βελτιστοποίηση γίνεται με μικτό ακέραιο πολυκριτηριακό μαθηματικό προγραμματισμό και συγκεκριμένα με γλώσσα μοντελοποίησης GAMS. Η επίλυση του πολυκριτηριακού μοντέλου έγινε με τη μέθοδο AUGMECON ή αλλιώς augmented  $\epsilon$ -constraint method. Στα αποτελέσματα που παράγονται, δεν υπάρχει κάποια βέλτιστη λύση, η οποία να μεγιστοποιεί ή ελαχιστοποιεί μία συνάρτηση, αλλά ένα σύνολο λύσεων που αποτελούν το λεγόμενο σύνολο Pareto. Το σύνολο αυτό απεικονίζει το σύνολο των βέλτιστων λύσεων που δεν μπορούν να βελτιωθούν χωρίς να περιορίσουν την αποτελεσματικότητα σε μια τουλάχιστον από τις υπόλοιπες λύσεις.

## Abstract

This thesis develops a mathematical model that describes a routing and blending problem of marine loads and specific bulk coal loads for an electric utility company. The process involves five aspects that need consideration (i) availability, quality and price of each supplier, (ii) environmental constraints and the limit of the number of the suppliers who can supply each plant, (iii) use of blending facilities, (iv) the maximum capacity of the ships, (v) risk factor shipping service using empirical and historical evidence. A multicriteria mixed integer mathematical programming is used to model and optimize the procedure and specific using GAMS modeling language. Solving the multicriteria model was made with method AUGMECON or otherwise augmented  $\epsilon$ -constraint method. There isn't an optimal solution that maximizes or minimizes a function at the produced results, but all the solutions consist a set which

is called the Pareto front. This set represents the total optimal solutions that can not be improved without reducing the effectiveness in at least one of the remaining solutions.

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>1</b>	<b>ΕΙΣΑΓΩΓΗ</b> .....	<b>1</b>
1.1	Σκοπός και Αντικείμενο.....	1
1.2	Βιβλιογραφική επισκόπηση.....	1
1.3	Δομή διπλωματικής .....	3
<b>2</b>	<b>ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΟ ΜΕΡΟΣ</b> .....	<b>5</b>
2.1	Μαθηματικός προγραμματισμός .....	5
2.1.1	Μοντέλο Προγραμματισμού .....	6
2.1.2	Η διαδικασία μοντελοποίησης .....	7
2.1.3	Διατύπωση μοντέλων βελτιστοποίησης.....	9
2.2	Πολυκριτηριακός μαθηματικός προγραμματισμός .....	10
2.2.1	Ταξινόμηση των μεθόδων ΠΜΠ.....	12
2.2.2	Μέθοδοι παραγωγής ή μέθοδοι a posteriori.....	13
2.2.2.1	Η μέθοδος συντελεστών στάθμισης.....	14
2.2.2.2	Η μέθοδος ε-constraint.....	14
2.2.2.3	Λεξικογραφική Βελτιστοποίηση του Πίνακα Πληρωμών .....	15
2.2.2.4	Αποτελεσματικότητα των Λύσεων .....	19
2.2.2.5	Επιτάχυνση του Αλγόριθμου με Πρώιμη Έξοδο από τις Επαναλήψεις .....	21
2.2.2.6	Υλοποίηση .....	23
<b>3</b>	<b>ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ</b> .....	<b>25</b>
3.1	Εισαγωγή .....	25
3.2	Ανάλυση του προβλήματος.....	25
3.3	Δεδομένα προβλήματος.....	26
<b>4</b>	<b>ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ</b> .....	<b>33</b>
4.1	Εισαγωγή .....	33
4.2	Μεταβλητές απόφασης .....	33
4.3	Παράμετροι προβλήματος .....	33
4.4	Περιορισμοί .....	36
4.4.1	Περιορισμός προμήθειας.....	36
4.4.2	Περιορισμός ζήτησης.....	36
4.4.3	Περιορισμός στη περιεκτικότητα οξειδίου του θείου .....	37
4.4.4	Περιορισμός στο ενεργειακό περιεχόμενο.....	37
4.4.5	Περιορισμός στην περιεκτικότητα πτητικών ουσιών .....	37
4.4.6	Περιορισμός στη περιεκτικότητα τέφρας .....	38
4.4.7	Περιορισμός στη περιεκτικότητα οξειδίου του αζώτου.....	38
4.4.8	Περιορισμός ροής για τις επιτρεπόμενες προμήθειες .....	38
4.4.9	Περιορισμός ροής λόγω των ποιοτικών απαιτήσεων.....	39
4.4.10	Περιορισμός δυναμικότητας φορτοεκφόρτωσης φορτίων .....	39
4.4.11	Περιορισμοί στον αριθμό των συμβαλλόμενων πηγών .....	40
4.4.12	Λογικοί περιορισμοί στις μεταβλητές.....	40
4.5	Αντικειμενικές συναρτήσεις.....	40
<b>5</b>	<b>ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ</b> .....	<b>43</b>

5.1	Εισαγωγή .....	43
5.2	Επίλυση με μια αντικειμενική συνάρτηση.....	43
5.3	Επίλυση του πολυκριτηριακού μοντέλου.....	43
<b>6</b>	<b>ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ .....</b>	<b>51</b>
6.1	Εισαγωγή .....	51
6.2	Συμπεράσματα για τη μέθοδο .....	51
6.3	Συμπεράσματα για την εφαρμογή της μεθόδου στο πρόβλημα .....	52
	<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....</b>	<b>55</b>
	<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ.....</b>	<b>59</b>
	<b>Παράρτημα Α: Το μοντέλο σε GAMS .....</b>	<b>59</b>
	<b>Παράρτημα Β: Η Γλώσσα GAMS .....</b>	<b>77</b>
	Εισαγωγή στη γλώσσα GAMS.....	77
	Δομή ενός μοντέλου στο GAMS.....	78
	Σχόλια .....	81
	Σύνολα .....	81
	Εισαγωγή Δεδομένων.....	82
	Πίνακες .....	83
	Πίνακες Στοιχείου .....	83
	Παράμετροι.....	84
	Μεταβλητές .....	84
	Εξισώσεις.....	86
	Εκφράσεις με δείκτες .....	87
	Δήλωση Μοντέλου .....	88
	Χαρακτηριστικά Μοντέλου.....	89
	Ταξινόμηση των μοντέλων.....	90
	Δήλωση Επίλυσης .....	91
	Δήλωση για την Εμφάνιση Αποτελεσμάτων στο αρχείο εξόδου .....	92
	Δήλωση για υπολογισμούς σε βρόγχους .....	94
	Έξοδος στο GAMS.....	94
	Λίστα Εξισώσεων .....	97
	Λίστα Μεταβλητών .....	97
	Στατιστικά Μοντέλου .....	98
	Περίληψη Επίλυσης.....	98
	<b>Παράρτημα Γ: Πίνακες αποτελεσμάτων.....</b>	<b>101</b>

# 1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

## 1.1 Σκοπός και Αντικείμενο

Οι όλο και αυξανόμενες ανάγκες για ηλεκτρικό ρεύμα παγκοσμίως, καθιστούν το πρόβλημα της μεταφοράς γαιάνθρακα ως ένα από τα σημαντικότερα που αφορούν τις χώρες που βασίζονται στην χρήση του για παραγωγή ενέργειας. Ιδανικά οι μονάδες παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας βρίσκονται κοντά σε κοιτάσματα γαιάνθρακα. Αυτό όμως λίγες φορές είναι εφικτό και το πρόβλημα της μεταφοράς του είναι μεγάλης οικονομικής σημασίας. Η μεταφορά του γίνεται είτε χερσαία (με τραίνα) είτε θαλάσσια. Η διπλωματική έχει ως σκοπό την ανάπτυξη μαθηματικού μοντέλου που περιγράφει πρόβλημα δρομολόγησης θαλάσσιων φορτίων και συγκεκριμένα φορτίων γαιάνθρακα. Η μοντελοποίηση και βελτιστοποίηση γίνεται με Μαθηματικό Προγραμματισμό στη γλώσσα μοντελοποίησης GAMS. Χρησιμοποιείται ένα Πολυκριτηριακό Μικτού Ακέραιου Γραμμικό Μοντέλο Προγραμματισμού με σκοπό να παράγει λύσεις που θα αποτελούν ένα σύνολο Pareto. Η επίλυση του πολυκριτηριακού μοντέλου γίνεται με τη μέθοδο AUGMECON, μια μέθοδος που ανήκει στις a posteriori μεθόδους του Πολυκριτηριακού Μαθηματικού Προγραμματισμού, οι οποίες παρέχουν δεδομένα στον υπεύθυνο για την λήψη αποφάσεων σχετικά με όλο το πλαίσιο των βέλτιστων εναλλακτικών λύσεων (σύνολο Pareto) ενισχύοντας την τελική του απόφαση.

## 1.2 Βιβλιογραφική επισκόπηση

Οι θαλάσσιες μεταφορές είναι ο κύριος τρόπος μεταφοράς αγαθών για το διεθνές εμπόριο. Προγενέστερες εργασίες από τον Ronen (1983,1993) δείχνουν ότι μοντέλα βελτιστοποίησης για τις θαλάσσιες μεταφορές δεν έχουν ευρέως χρησιμοποιηθεί. Κατά την τελευταία δεκαετία, παρατηρείται μια αυξανόμενη ερευνητική δραστηριότητα σχετικά με διάφορες πτυχές των θαλασσιών μεταφορών στη βιβλιογραφία της επιχειρησιακής έρευνας. Σε γενικές γραμμές η βιβλιογραφία έχει δείξει μια αύξηση του αριθμού των εγγράφων για τον προγραμματισμό και δρομολόγηση πλοίων (Christiansen *et al.*, 2004). Το πρόβλημα που πραγματεύεται αυτή η διπλωματική δεν αφορά άμεσα τον προγραμματισμό και δρομολόγηση πλοίων. Εκτενής αναφορά για



αυτό το ζήτημα μπορεί κάποιος να ανατρέξει σε ερευνητικές μελέτες των Ronen (1986) Brown *et al.* (1987), Sherali *et al.* (1999), Christiansen και Fagerholt (2002). Λίγες μελέτες που ενσωματώνουν την απογραφή εμπορευμάτων μαζί με την δρομολόγηση πλοίων μπορούν να βρεθούν στους Christiansen και Nygreen (1998a, b), Christiansen (1999), και Ronen (2002). Επίσης προβλήματα της ναυτιλίας που να επικεντρώνονται σε όλη την αλυσίδα μεταφοράς έχουν μελετηθεί σε μικρό βαθμό από τους Christiansen *et al.*, 2004; Bilgen and Ozkarahan, 2004.

Σε αυτό το σημείο είναι κατάλληλο να γίνει αναφορά στη βιβλιογραφία, όπου οι θαλάσσιες μεταφορές είναι ένα σημαντικό ζήτημα στην βελτιστοποίηση της εφοδιαστικής αλυσίδας. Ο Mehrez (1995) κάνει αναφορά σε μοντελοποίηση και προτείνει λύση σε πρόβλημα μιας πραγματικής ναυτιλιακής που εμπλέκει τη μεταφορά χύμα προϊόντων από λιμάνι εξωτερικού σε λιμάνι μεταφόρτωσης στην ανατολική ακτή των ΗΠΑ και χερσαία στους πελάτες. Οι αποφάσεις που έπρεπε να ληφθούν περιλάμβαναν τον αριθμό και μέγεθος των πλοίων που έπρεπε να ναυλωθούν σε κάθε χρονική περίοδο κατά τη διάρκεια του προγραμματισμού, τον αριθμό και τοποθεσία των λιμανιών μεταφόρτωσης που θα χρησιμοποιούσαν, και τις ποσότητες προϊόντων που έπρεπε να μεταφερθούν από το λιμάνι στον πελάτη. Επιπρόσθετα στο πρόβλημα αυτό, το σύστημα που παρουσίασαν περιλάμβανε αποφάσεις αποθήκευσης, περίπλοκες δομές κοστολογίων και χερσαία μεταφορά.

Ο Tzeng, *et al.* (1996) μελέτησαν ένα μοντέλο ασαφούς πολυκριτηριακού πολλαπλών δεικτών πρόβλημα προγραμματισμού και μεταφοράς γαιάνθρακα. Το μοντέλο περιλάμβανε ανάλυση πολλαπλών πηγών, πολλαπλών προορισμών, πολλαπλών τύπων γαιάνθρακα, διαφορετικών τύπων πλοίων με μια αβεβαιότητα σε ζήτηση και παροχής πόρων. Ο αποτελεσματικός και διαδραστικός αλγόριθμος που προτείνεται, συνδυάζει μέθοδο μείωσης δεικτών και μια διαδραστική ασαφή πολυκριτηριακή τεχνική γραμμικού προγραμματισμού ώστε να αντιμετωπίσει ένα πολύπλοκο πρόβλημα που μπορεί να βρει εφαρμογή και σε άλλες βιομηχανίες. Τα αποτελέσματα που παράγονται αποδεικνύουν ότι το μοντέλο αυτό όχι μόνο μπορεί να ικανοποιήσει περισσότερες από τις πραγματικές ανάγκες του ολοκληρωμένου συστήματος, αλλά και να προσφέρει στον αποφασίζων περισσότερες πληροφορίες για την λήψη πιο ποιοτικών αποφάσεων.

Ο Shih (1997) παρουσίασε ένα μοντέλο μικτού αέριου προγραμματισμού για σχεδιασμό και προγραμματισμό εισαγωγών γαιάνθρακα από πολλαπλούς προμηθευτές για την εταιρία ηλεκτρισμού της Ταϊβάν. Το αντικείμενο ήταν να ελαχιστοποιηθεί το

κόστος περιλαμβάνοντας τα κόστη προμήθειας, μεταφοράς και αποθήκευσης. Το μοντέλο περιλαμβάνει περιορισμούς προμήθειας της εταιρίας, ζήτηση της μονάδας παραγωγής, δυναμικότητα εκφόρτωσης του λιμανιού, εξισώσεων ισοζυγίου απογραφής, απαιτήσεις ανάμιξης και αποθέματος ασφαλείας. Το μοντέλο στοχεύει να προσδιορίσει τον αριθμό και προγραμματισμό δρομολογίων του εισαγόμενου γαιάνθρακα.

Οι Liu και Sherali (2000) επεκτείνουν το πρόβλημα που μελέτησε ο Shih (1997) και περιλαμβάνουν την ανάμιξη του γαιάνθρακα όπως επίσης και περιβαλλοντικούς περιορισμούς στο μοντέλο μελέτης. Παρουσιάζουν ένα μοντέλο Μικτού Ακέραιου Προγραμματισμού δυαδικών μεταβλητών για να προσδιορίσουν τις βέλτιστες αποφάσεις για την ναύλωση και ανάμιξη που αφορούν τον γαιάνθρακα, από προμηθευτή του εξωτερικού σε κάθε μονάδα παραγωγής. Αναζητούν πιο αποδοτική διανομή και αποφάσεις κατανομής, καθώς λαμβάνουν υπόψη την παροχή πόρων, ποιότητα και τιμή από κάθε προμηθευτή του εξωτερικού, όπως επίσης και τη ζήτηση, ποιοτικές απαιτήσεις, δυναμικότητα παροχής πόρων και την παρουσία εγκαταστάσεων ανάμιξης σε κάθε μονάδα παραγωγής. Αναπτύσσουν μια διαδικασία λύσης που περιλαμβάνει ευρετικούς κανόνες σε συνδυασμό μέθοδο διακλάδωσης δεδομένων, ενώ ταυτόχρονα χρησιμοποιούν πραγματικά δεδομένα που έχουν συλλεχθεί από εταιρία παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος. Πρόσφατα στην βιβλιογραφία της εφοδιαστικής αλυσίδας, παρουσιάστηκαν διαφορετικά προβλήματα που περιλαμβάνουν αποφάσεις που αφορούν δρομολόγηση πλοίων και μελετήθηκαν από τους Persson και Gothe-Lundgren (2002), Gunnarsson *et al.* (2006), Higgins *et al.* (2006).

Από τις προαναφερθείσες μελέτες, τα μοντέλα που αναπτύχθηκαν από τους Liu και Sherali (2000) και του Tzeng *et al.* (1996) αποτελούν τη ραχοκοκαλιά του προβλήματος που μελετήθηκε σε αυτή τη διπλωματική.

### **1.3 Δομή διπλωματικής**

Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται εκτενής αναφορά στις έννοιες του Μαθηματικού Προγραμματισμού και του Πολυκριτηριακού Μαθηματικού Προγραμματισμού. Αναλύεται η έννοια του μοντέλου γίνεται μια πρώτη αναφορά στη μοντελοποίηση. Γίνεται επίσης μια ταξινόμηση των μεθόδων Πολυκριτηριακού Μαθηματικού Προγραμματισμού, ενώ αναλύεται η μέθοδος ε-constraint ή οποία είναι και η μέθοδος που χρησιμοποιείται για την επίλυση του πολυκριτηριακού μοντέλου της διπλωματικής.

Στο τρίτο κεφάλαιο αναλύεται το πρόβλημα δρομολόγησης και ανάμιξης γαιάνθρακα που θα μελετηθεί σε αυτή τη διπλωματική και παρουσιάζονται τα δεδομένα που έχουν εξαχθεί από την βιβλιογραφία. Στο επόμενο κεφάλαιο παρουσιάζεται η ανάπτυξη του μοντέλου που περιλαμβάνει την περιγραφή των μεταβλητών απόφασης, των εξισώσεων, των παραμέτρων και των περιορισμών. Στο πέμπτο κεφάλαιο γίνεται η επίλυση του μοντέλου με τη βοήθεια της γλώσσας προγραμματισμού GAMS, η γραφική απεικόνιση των συνόλων Pareto και η ανάλυση των αποτελεσμάτων. Τέλος στο έκτο και τελευταίο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα συμπεράσματα που αφορούν το μοντέλο και πως αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί να και να παράγει λύσεις που να έχουν χρήση στην πραγματικότητα.

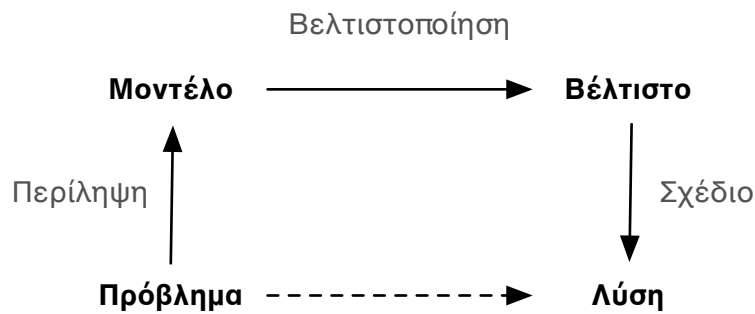
## 2 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

### 2.1 Μαθηματικός προγραμματισμός

Ο Μαθηματικός προγραμματισμός (ΜΠ) είναι η χρήση μαθηματικών μοντέλων και συγκεκριμένα μοντέλων βελτιστοποίησης, με σκοπό τη λήψη αποφάσεων. Ο όρος προγραμματισμός προϋπάρχει των ηλεκτρονικών υπολογιστών και σημαίνει “προγραμματισμός δραστηριοτήτων”. Ακόμη χρησιμοποιείται για παράδειγμα στα διυλιστήρια πετρελαίου, όπου ο υπεύθυνος προγραμματισμού προετοιμάζει λεπτομερή προγράμματα για το ποιες μονάδες επεξεργασίας θα λειτουργήσουν και ποια προϊόντα θα αναμιχθούν. Ως εκ τούτου, ο ΜΠ είναι η χρήση των μαθηματικών που βοηθούν αυτές τις δραστηριότητες.

Ο ΜΠ είναι μία από τις τεχνικές επιχειρησιακής έρευνας. Το χαρακτηριστικό του είναι η εύρεση βέλτιστης λύσης σε ένα μοντέλο από το λογισμικό βελτιστοποίησης. Ένα μοντέλο ΜΠ απαντά στο ερώτημα “ποιό είναι το καλύτερο;” αντί για “τι έγινε;” (στατιστική), “τι θα γινόταν αν;” (προσομοίωση), ή “τι θα συμβεί;” (πρόβλεψη).

Το να είναι τόσο φιλόδοξο όμως έχει και μειονεκτήματά. Ο ΜΠ είναι πιο περιοριστικός σε αυτό που αντιπροσωπεύει σε σχέση με τις άλλες τεχνικές. Ούτε θα πρέπει να εννοηθεί ότι βρίσκει την βέλτιστη λύση σε ένα πρόβλημα στο πραγματικό κόσμο. Βρίσκει την βέλτιστη λύση σε ένα πρόβλημα όπως αυτό έχει μοντελοποιηθεί. Αν το μοντέλο αυτό έχει διατυπωθεί σωστά, τότε η λύση που θα παραχθεί, θα μπορούσε να ερμηνευτεί ως μια καλή λύση σε ένα πρόβλημα στο πραγματικό κόσμο. Αν όμως όχι, μπορεί να προκαλέσει μεγαλύτερη σύγχυση στην κατανόηση του πραγματικού προβλήματος. Τα χαρακτηριστικά του ΜΠ παρουσιάζονται στο διάγραμμα παρακάτω.



Σχήμα 2.1: Τα χαρακτηριστικά ενός προβλήματος Μαθηματικού Προγραμματισμού

### 2.1.1 Μοντέλο Προγραμματισμού

Από τη στιγμή όμως που ο ΜΠ βασίζεται στη μοντελοποίηση, καλό είναι να οριστεί το τι είναι ένα μοντέλο. Γενικά, ένα μοντέλο είναι ένα πρωτότυπο κάτι πραγματικού. Ένα τέτοιο πρωτότυπο μπορεί να είναι συμπαγές ή θεωρητικό.

Ένα παράδειγμα ενός **συμπαγούς μοντέλου** είναι ένα αρκουδάκι κούκλα. Το αρκουδάκι είναι συμπαγές - μπορείς να το αγγίζεις και να παίζεις μαζί του, αλλά είναι και σε κλίμακα από μια αληθινή αρκούδα.

Για να απεικονίσουμε ένα θεωρητικό μοντέλο θα γίνει αναφορά στην εταιρία που παρασκευάζει τα αρκουδάκια. Η εταιρία αυτή παράγει μαύρα και καφέ αρκουδάκια σε τρία μεγέθη και οι ιδιοκτήτες εξετάζουν την παραγωγή του παιχνιδιού από την άποψη ενός θεωρητικού μοντέλου καθώς περιγράφουν τα πάντα που αφορούν τη διαδικασία παραγωγής του.

- Υλικά (ποιότητες, χρώματα, τιμές, προμηθευτές, διαθεσιμότητα)
- Τρία διαφορετικού μεγέθους πατρόν.
- Οδηγίες συναρμολόγησης για τα αρκουδάκια διαφορετικών μεγεθών.

Για την εύρεση του κόστους παραγωγής της κούκλας χρησιμοποιούνται μαθηματικές σχέσεις που περιγράφουν το κόστος του κάθε σταδίου ξεχωριστά. Αυτές οι σχέσεις αποτελούν ένα μαθηματικό μοντέλο το οποίο είναι **θεωρητικό μοντέλο**. Στην περιγραφή των σχέσεων υπάρχουν κάποιες μεταβλητές που είναι άγνωστες. Η διατύπωση και επίλυση του μοντέλου γίνεται ώστε να υπολογιστούν αυτές οι άγνωστες μεταβλητές.

Στην περίπτωση όπου οι κατασκευαστές καλούνται να επιλέξουν μεταξύ διαφορετικών

ποιοτήτων υλικού γεμίσματος διαφορετικού κόστους, το οποίο όμως επιδρά στην απαλότητα του τελικού προϊόντος. Τότε ένα **μοντέλο βελτιστοποίησης** με περιορισμούς μπορεί να διατυπωθεί, ώστε να αποφασιστεί η σχέση απαλότητας και κόστους από τους ιδιοκτήτες.

### *2.1.2 Η διαδικασία μοντελοποίησης*

Η διαδικασία για να διατυπωθεί ένα μοντέλο περιλαμβάνει διαφορετικές δραστηριότητες. Αν και αυτές οι δραστηριότητες μπορούν να περιγραφούν σε μια λίστα, πολλές από αυτές θα επαναληφθούν καθώς νέες πληροφορίες γίνονται διαθέσιμες κατά την εκτέλεση άλλων βημάτων, έτσι μια επαναληπτική προσέγγιση μπορεί να είναι συχνά απαραίτητη.

- Ορισμός του στόχου
- Συμβουλές από τη βιβλιογραφία και από άλλους ανθρώπους
- Διατύπωση μοντέλου και συλλογή δεδομένων
- Αρχικός έλεγχος
- Επικύρωση

Σε ένα σύνθετο πρόβλημα, η δομή και ο στόχος του μοντέλου μπορεί να μην είναι εμφανής. Έτσι το πρώτο βήμα πρέπει να είναι η εννοιολογική ανάλυση του προβλήματος και ο καθορισμός των πτυχών της πραγματικής περίπτωσης που πρέπει να ενσωματωθούν. Είναι πιθανό να υπάρχουν διαφορετικές απόψεις με το πρόβλημα και τις αιτίες του, και αυτά πρέπει να επιλυθούν, έτσι ώστε όλα τα ενδιαφερόμενα μέρη να συμφωνήσουν σχετικά με το στόχο του μοντέλου. Κατά μια έννοια, μπορούμε να πούμε ότι ο στόχος του μοντέλου είναι να στηρίξει μια απόφαση. Σε μια ευρύτερη έννοια, ένα μοντέλο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να προβλέψει τις συνέπειες των συγκεκριμένων αποφάσεων και να συγκρίνει έτσι εναλλακτικές λύσεις.

Όταν ο στόχος του μοντέλου έχει συμφωνηθεί, το επόμενο βήμα είναι να διερευνηθεί εάν ένα παρόμοιο μοντέλο έχει ήδη αναπτυχθεί. Υπάρχουν οφέλη από την ανασκόπηση της δουλειάς των άλλων. Μπορεί να υπάρξει βοήθεια να βρεθούν τα στοιχεία που χρειάζονται και να δοθούν συμβουλές για την τελική διαμόρφωση του μοντέλου.

Στις περισσότερες περιπτώσεις, η πιο δύσκολη διαδικασία είναι η συλλογή δεδομένων, η οποία είναι χρονοβόρα αλλά και επιρρεπής σε σφάλματα. Τα περισσότερα μοντέλα

που διατυπώθηκαν για ανάλυση προβλημάτων του πραγματικού κόσμου, απαιτούν πολλά δεδομένα. Σε ορισμένες περιπτώσεις τα δεδομένα είναι διαθέσιμα μέσω βάσεων δεδομένων. Σε άλλες περιπτώσεις όμως, τα δεδομένα μπορεί να μην είναι εύκολα διαθέσιμα και εάν αυτά βρεθούν είναι σπάνιο να είναι σε κατάλληλη μορφή για τον σκοπό αυτό. Σε αυτή την περίπτωση τα δεδομένα θα πρέπει να αντιγραφούν, να ελεγχθούν για λάθη και να διαμορφωθούν κατάλληλα. Κατά τη διάρκεια της φάσης προσαρμογής των δεδομένων, μπορεί να βρεθούν σφάλματα διαφορετικών τύπων. Παραδείγματα είναι τα λάθη προσέγγισης, τυπογραφικά λάθη και σφάλματα συνέπειας.

Συνήθως δεν είναι προφανές ποιος τύπος διατύπωσης μοντέλου είναι ο πλέον ενδεδειγμένος. Δεν υπάρχουν σαφείς κανόνες για να γίνει μια επιλογή. Όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, οι επιλογές άλλων εργασιών στην επιλογή μοντέλου σε παρόμοιες καταστάσεις μπορούν να δώσουν μια κατεύθυνση αλλά η τελική επιλογή θα γίνει από τον εκάστοτε αποφασίζων βασιζόμενος στη δικιά του εμπειρία και γνώση. Σε κάθε περίπτωση όμως, όταν κάποιος θέλει να μείνει μέσα στα πλαίσια των διαθέσιμων εργαλείων μοντελοποίησης, μπορεί να χρειαστεί να συμβιβαστεί.

Συνίσταται η αρχή να περιέχει ένα μικρό μοντέλο που να περιέχει μόνο τις βασικές σχέσεις. Θα πρέπει να γίνει επιβεβαίωση ότι αυτές οι σχέσεις έχουν διατυπωθεί σωστά πριν γίνει η προσθήκη πολυπλοκότητας.

Η επικύρωση είναι μια διαδικασία ελέγχου του κατά πόσο τα αρχικά αποτελέσματα του μοντέλου συμφωνούν με παρόμοιες καταστάσεις. Πρόκειται για ένα σημαντικό τελικό βήμα πριν από την χρήση των αποτελεσμάτων του μοντέλου για τη στήριξη μιας απόφασης στο πραγματικό κόσμο. Δύο καταστάσεις μπορεί να συμβούν:

- Μια μεθοδολογία που ήδη υπάρχει με τον ίδιο σκοπό, όπως το νέο μοντέλο.
- Δεν υφίσταται μεθοδολογία.

Για να είναι αξιόπιστη, θα πρέπει να αποδειχθεί ότι τα αποτελέσματα του νέου μοντέλου είναι τουλάχιστο εξίσου καλά όσο και τα αποτελέσματα που παράγονται από μια υπάρχουσα μέθοδο. Δεδομένου ότι η “παλαιά μέθοδος” είναι γνωστό ότι είναι ακριβής (ή είναι γνωστές οι αδυναμίες της), μπορεί να γίνει σύγκριση της παλιάς και της νέας μεθόδου. Το νέο μοντέλο θα πρέπει τουλάχιστον να αναπαράγει τα παλιά αποτελέσματα και θα πρέπει να στοχεύει για καλύτερα αποτελέσματα. Στη δεύτερη περίπτωση, θα πρέπει να γίνει χρήση ιστορικών δεδομένων και να γίνει προσπάθεια να

αναπαραχθεί το παρελθόν. Ουσιαστικά, θα γίνει μια προσπάθεια να προβλεφθεί το τι είναι ήδη γνωστό.

### 2.1.3 Διατύπωση μοντέλων βελτιστοποίησης

Οι τρεις κύριες κατηγορίες μοντέλων βελτιστοποίησης είναι γνωστά ως γραμμικά, ακέραια και μη γραμμικά μοντέλα προγραμματισμού. Αυτοί οι τρεις τύποι έχουν πολλά κοινά. Μοιράζονται την ίδια γενική δομή βελτιστοποίησης με περιορισμούς. Ο Γραμμικός Προγραμματισμός (ΓΠ) είναι ο απλούστερος από τους τρεις. Όπως δηλώνει και το όνομα, ένα γραμμικό μοντέλο προγραμματισμού αποτελείται μόνο από γραμμικές εκφράσεις.

Ο ΓΠ αναπτύχθηκε στις αρχές της μαθηματικού προγραμματισμού εποχής και εξακολουθεί να είναι το πιο ευρέως χρησιμοποιούμενο είδος των μοντέλων βελτιστοποίησης με περιορισμούς. Αυτό οφείλεται στην ύπαρξη μιας εκτενούς θεωρίας, η διαθεσιμότητα των αποτελεσματικών μεθόδων λύσεων και τη δυνατότητα εφαρμογής σε πολλά πρακτικά μοντέλα.

Βασικά δομικά στοιχεία του ΓΠ είναι τα μοντέλα γραμμικών εξισώσεων και γραμμικών ανισοτήτων με έναν ή περισσότερους αγνώστους. Αυτά χρησιμοποιούνται σε μοντέλα ΓΠ για να περιγράψουν ένα μεγάλο αριθμό πρακτικών εφαρμογών. Ένα παράδειγμα μιας γραμμικής εξίσωσης είναι:

$$2x + 3y = 8$$

Αλλάζοντας το σημείο “=” με ένα “≥” ή “≤”, η εξίσωση γίνεται γραμμική ανισότητα:

$$2x + 3y \geq 8$$

Τα σημεία “≥” και “≤”, που δηλώνουν αυστηρές ανισότητες, δεν χρησιμοποιούνται σε μοντέλα ΓΠ. Οι άγνωστοι αναφέρονται ως **μεταβλητές**. Στο παραπάνω παράδειγμα οι μεταβλητές είναι οι  $x$  και  $y$ . Η λύση ενός μοντέλου ΓΠ αποτελείται από ένα σετ τιμών και μεταβλητών, που έχουν συνέπεια με τις γραμμικές ανισότητες ή/και εξισώσεις. Πιθανές λύσεις για την παραπάνω γραμμική εξίσωση είναι, μεταξύ άλλων:

$$(x,y) = (1,2) \text{ και } (4,0)$$



## 2.2 Πολυκριτηριακός μαθηματικός προγραμματισμός

Ο Πολυκριτηριακός Μαθηματικός Προγραμματισμός (ΠΚΜΠ) ή Μαθηματικός Προγραμματισμός με πολλαπλά κριτήρια (Multiple Objective Mathematical Programming) αποτελεί τον κλάδο εκείνο της λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια, που ασχολείται με τη δημιουργία και επίλυση μοντέλων μαθηματικού προγραμματισμού με περισσότερες από μία αντικειμενικές συναρτήσεις.

Ο Πολυκριτηριακός Γραμμικός Προγραμματισμός (ΠΚΓΠ) αποτελεί τον κλάδο του Πολυκριτηριακού Μαθηματικού Προγραμματισμού όπου οι σχέσεις του μοντέλου είναι γραμμικές συναρτήσεις των μεταβλητών απόφασης. Ο όρος ΠΚΓΠ ετυμολογικά παραπέμπει στην επέκταση του ΓΠ στο χώρο των πολλαπλών αντικειμενικών συναρτήσεων, αλλά ουσιαστικά πρόκειται για μια διαφορετική φιλοσοφία στον τρόπο προσέγγισης των υπό εξέταση προβλημάτων. Η επίλυση των προβλημάτων ΠΚΓΠ είναι αρκετά πιο πολύπλοκη σε σχέση με τα αντίστοιχα προβλήματα ΓΠ και εμπλέκουν άμεσα τον αποφασίζοντα στη διαδικασία εύρεσης της προτιμότερης λύσης. Το βασικότερο χαρακτηριστικό των προβλημάτων ΠΚΓΠ είναι ότι δεν υπάρχει μια αντικειμενικά βέλτιστη λύση η οποία προκύπτει από τη διαδικασία επίλυσης (όπως στο ΓΠ), αλλά ένα σύνολο υποψηφίων για αποδοχή λύσεων (ικανές λύσεις), οι οποίες υπολογίζονται και μεταξύ αυτών, καλείται ο αποφασίζων να επιλέξει την καλύτερη σύμφωνα με τις προτιμήσεις του (σχετικά «βέλτιστη» λύση).

**Ικανή λύση (efficient, non-dominated solution):** Μία λύση  $x^*$  προβλήματος ΠΚΓΠ λέγεται ικανή (ή κατά Pareto άριστη, ή αποτελεσματική) αν και μόνο αν  $x^* \in S$  και δεν υπάρχει άλλη λύση  $x \in S$  τέτοια ώστε  $c^i x \geq c^i x^*$  για κάθε  $i=1, 2, \dots, p$  και  $c^i x > c^i x^*$  για τουλάχιστον ένα  $i$ . Κάθε ικανή λύση αντιστοιχεί σε ένα μη βελτιώσιμο διάνυσμα στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων, με την έννοια ότι δεν μπορούμε να βελτιώσουμε την τιμή μίας αντικειμενικής συνάρτησης χωρίς να χειροτερέψουμε τουλάχιστον μία από τις άλλες. (όπου  $x$  το διάνυσμα  $(n \times 1)$  των μεταβλητών απόφασης,  $S$  το εφικτό χωρίο των περιορισμών και  $c^i$  το διάνυσμα γραμμής των συντελεστών της  $i$  αντικειμενικής συνάρτησης).

**Τελική ή σχετικά βέλτιστη λύση (final or best compromise solution):** Η ικανή εκείνη λύση που τελικά επιλέγει από το σύνολο των ικανών λύσεων ο αποφασίζων, λέγεται τελική ή σχετικά βέλτιστη λύση. Ο όρος «σχετικά» σημαίνει ακριβώς ότι

αποτελεί υποκειμενική επιλογή του αποφασίζοντα σε αντίθεση με τη βέλτιστη λύση σε ένα πρόβλημα ΓΠ που είναι αντικειμενικά προσδιοριζόμενη.

**Ιδεώδες σημείο (ideal point):** Ιδεώδες σημείο (ή ιδεώδες διάνυσμα, ideal vector) στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων  $R_p$ , ορίζεται το σημείο εκείνο που έχει ως συντεταγμένες τα άριστα των αντικειμενικών συναρτήσεων όπως αυτά προκύπτουν από τις μεμονωμένες αριστοποιήσεις. Συνήθως πρόκειται για σημείο που αντιστοιχεί σε μη εφικτή λύση (δεν υπάρχει εφικτή λύση που να αριστοποιεί συγχρόνως όλες τις αντικειμενικές συναρτήσεις). Συχνά αναφέρεται και ως σημείο ουτοπίας (utopia point). Το ιδεώδες σημείο χρησιμοποιείται συνήθως ως σημείο αναφοράς για να διερευνηθεί η προσέγγιση σε αυτό των ικανών λύσεων.

**Λεξικογραφική αριστοποίηση (lexicographic optimization):** Ο όρος αναφέρεται σε μια κατά στάδια αριστοποίηση προβλημάτων ΠΚΓΠ. Στο πρώτο στάδιο αριστοποιείται η πρώτη αντικειμενική συνάρτηση. Αν υπάρχουν εναλλακτικά άριστα αναζητείται μεταξύ αυτών αυτό που αριστοποιεί τη δεύτερη αντικειμενική συνάρτηση (δεύτερο στάδιο). Με σταθερή δηλαδή την άριστη τιμή της πρώτης αντικειμενικής συνάρτησης επιδιώκεται η αριστοποίηση της δεύτερης. Στη συνέχεια με σταθερές τις τιμές της πρώτης και της δεύτερης αντικειμενικής συνάρτησης επιδιώκεται η βελτιστοποίηση της τρίτης κ.ο.κ. μέχρι την τελευταία αντικειμενική συνάρτηση. Το αποτέλεσμα της λεξικογραφικής αριστοποίησης για κάποια αντικειμενική συνάρτηση είναι η λύση εκείνη που αριστοποιεί τη συγκεκριμένη αντικειμενική συνάρτηση και παρουσιάζει τις καλύτερες δυνατές τιμές για τις υπόλοιπες αντικειμενικές συναρτήσεις με κάποια σειρά προτεραιότητας. Πρέπει να σημειωθεί ότι αν δεν υπάρχουν εναλλακτικά άριστες λύσεις για μία αντικειμενική συνάρτηση τότε το αποτέλεσμα της λεξικογραφικής αριστοποίησης ταυτίζεται με αυτό της απλής αριστοποίησης.

**Πίνακας πληρωμών ή πίνακας τιμών (payoff table):** Είναι ο τετραγωνικός πίνακας που αποτελείται από τόσες γραμμές και στήλες όσες και οι αντικειμενικές συναρτήσεις του προβλήματος ΠΚΓΠ. Σε κάθε στήλη αριστοποιείται μεμονωμένα μια αντικειμενική συνάρτηση και οι τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων που προκύπτουν (τόσο αυτής που αριστοποιήθηκε όσο και των υπολοίπων) τοποθετούνται στις σειρές του πίνακα. Στη διαγώνιο του πίνακα τιμών μπορούμε να διαβάσουμε τις συντεταγμένες του ιδεώδους σημείου.

**Συντελεστής αντιστάθμισης (trade off):** Με τον όρο αντιστάθμιση κριτηρίων ορίζεται το κατά πόσο πρέπει να χειροτερεύσει ένα κριτήριο ώστε να βελτιωθεί κάποιο άλλο. Μεταξύ δύο ικανών λύσεων, ο συντελεστής αντιστάθμισης μας δείχνει πόσο πρέπει να θυσιάσουμε από ένα κριτήριο προκειμένου να κερδίσουμε σε κάποιο άλλο και να μεταβούμε από την μία ικανή λύση στην άλλη.

**Πρόβλημα min-max (min-max problem):** Στον ΠΚΓΠ με τον όρο min-max πρόβλημα εννοείται το πρόβλημα της ελαχιστοποίησης της μέγιστης απόκλισης από κάποιο σημείο - στόχο. Στον ΠΚΓΠ το σημείο - στόχος ανήκει στον χώρο των  $p$  διαστάσεων ( $R^p$ , όπου  $p$  ο αριθμός των αντικειμενικών συναρτήσεων). Η ελαχιστοποίηση της μέγιστης απόκλισης από το σημείο - στόχο, σημαίνει την εύρεση της εφικτής λύσης που αντιστοιχεί στο σημείο εκείνο του  $R^p$ , του οποίου η μεγαλύτερη απόκλιση (ως προς τις  $p$  διαστάσεις) από το σημείο - στόχο αποκτά την ελάχιστη τιμή της. Το σημείο - στόχος μπορεί να είναι το ιδεώδες σημείο του προβλήματος ΠΚΓΠ.

### 2.2.1 Ταξινόμηση των μεθόδων ΠΜΠ

Σύμφωνα με τους Hwang και Masud (1979) οι μέθοδοι επίλυσης προβλημάτων ΠΜΠ μπορούν να ταξινομηθούν σε τρεις κατηγορίες ανάλογα με το στάδιο στο οποίο ο αποφασίζων εμπλέκεται στη διαδικασία λήψης της απόφασης εκφράζοντας τις προτιμήσεις του: Οι μέθοδοι a priori, οι αλληλεπιδραστικές μέθοδοι και οι μέθοδοι παραγωγής ή μέθοδοι a posteriori. Στις a priori μεθόδους ο αποφασίζων εκφράζει τις προτιμήσεις του πριν από τη διαδικασία επίλυσης (π.χ. θέτοντας στόχους ή βάρη για τις αντικειμενικές συναρτήσεις). Κρίνοντας τις a priori μεθόδους είναι πολύ δύσκολο ο αποφασίζων να γνωρίζει εκ των προτέρων και να είναι σε θέση να προσδιορίσει ακριβώς (είτε με τη βοήθεια των στόχων ή των βαρών) τις προτιμήσεις του. Στις αλληλεπιδραστικές μεθόδους, οι φάσεις διαλόγου με τον αποφασίζων εναλλάσσονται με τις φάσεις υπολογισμού και τη διαδικασία που συνήθως συγκλίνει μετά από λίγες επαναλήψεις στην πιο προτιμώμενη λύση. Ο αποφασίζων οδηγεί σταδιακά την αναζήτηση με τις απαντήσεις του προς την πλέον προτιμώμενη λύση. Το μειονέκτημα είναι ότι δεν βλέπει ποτέ ολόκληρη την εικόνα (το σύνολο των αποτελεσματικών λύσεων) ή μία προσέγγιση αυτής. Ως εκ τούτου, η λύση που προτιμάται, είναι η «πλέον προτιμώμενη λύση» σε σχέση με ότι έχει δει και έχει συγκρίνει μέχρι τώρα. Στις a

posteriori μεθόδους (ή τις μεθόδους παραγωγής) οι αποδοτικές λύσεις του προβλήματος (όλες τους ή μια επαρκής αντιπροσώπευση) παράγονται και έπειτα ο αποφασίζων δραστηριοποιείται, προκειμένου να επιλέξει μεταξύ αυτών, την πλέον προτιμώμενη.

### 2.2.2 Μέθοδοι παραγωγής ή μέθοδοι a posteriori

Οι a posteriori μέθοδοι είναι οι λιγότερο δημοφιλείς εξαιτίας της υπολογιστικής προσπάθειας που απαιτείται (ο υπολογισμός των αποτελεσματικών λύσεων είναι συνήθως μια χρονοβόρα διαδικασία), καθώς και της έλλειψης ευρέως διαθέσιμου λογισμικού. Ωστόσο, έχουν κάποια σημαντικά πλεονεκτήματα. Η διαδικασία λύσης διαιρείται σε δύο φάσεις: Κατ' αρχάς, η παραγωγή των αποδοτικών λύσεων και στη συνέχεια η συμμετοχή του αποφασίζων γίνονται όταν όλες οι πληροφορίες είναι έτοιμες για επεξεργασία. Ως εκ τούτου, είναι ευνοϊκές, όποτε ο αποφασίζων είναι σπάνια διαθέσιμος και η αλληλεπίδραση μαζί του είναι δύσκολη, επειδή εμπλέκεται μόνο στο δεύτερο στάδιο, γνωρίζοντας όλες τις πιθανές εναλλακτικές (τις αποτελεσματικές λύσεις του ΠΜΠ). Εκτός αυτού, το γεγονός ότι καμία από τις πιθανές λύσεις δεν έχει μείνει άνευ επεξεργασίας, ενισχύει την εμπιστοσύνη του αποφασίζοντος σχετικά με την τελική του απόφαση.

Για το ειδικό είδος προβλημάτων ΠΜΠ (συνήθως γραμμικά προβλήματα) μικρού και μεσαίου μεγέθους, υπάρχουν επίσης μέθοδοι που παράγουν ολόκληρο το σύνολο αποτελεσματικών λύσεων (Steuer 1986, Μαυρωτάς 1998). Εδώ θα εστιάσουμε στη γενική περίπτωση, όπου τα σχετικά μεγάλα προβλήματα ΠΜΠ μπορούν να αντιμετωπιστούν. Γενικά, οι ευρύτετα χρησιμοποιούμενες a posteriori μέθοδοι είναι η μέθοδος **συντελεστών στάθμισης** (weighting method) και η **μέθοδος ε-constraint**. Η μέθοδος ε-constraint αποτελείται από δύο εκδοχές, τη συμβατική μέθοδο (convecon method) και την επαυξημένη μέθοδο (augmecon method). Αυτές οι μέθοδοι χρησιμοποιούνται για να παρέχουν ένα αντιπροσωπευτικό υποσύνολο του αποδοτικού συνόλου. Υποθέτουμε το παρακάτω πρόβλημα ΠΜΠ:

$$\max(f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_p(\mathbf{x}))$$

st

$$\mathbf{x} \in S$$

όπου  $\mathbf{x}$  το διάνυσμα των μεταβλητών απόφασης,  $f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_p(\mathbf{x})$  είναι οι  $p$

αντικειμενικές συναρτήσεις και  $S$  η περιοχή εφικτών λύσεων.

### 2.2.2.1 Η μέθοδος συντελεστών στάθμισης

Στην σταθμισμένη μέθοδο, βελτιστοποιείται το σταθμισμένο σύνολο των αντικειμενικών συναρτήσεων. Το πρόβλημα αναφέρεται ως εξής:

$$\begin{aligned} & \max(w_1 \times f_1(\mathbf{x}) + w_2 \times f_2(\mathbf{x}) + \dots + w_p \times f_p(\mathbf{x})) \\ & \text{st} \\ & \mathbf{x} \in S \end{aligned} \tag{1}$$

### 2.2.2.2 Η μέθοδος $\epsilon$ -constraint

Στην μέθοδο  $\epsilon$ -constraint βελτιστοποιείται μία από τις αντικειμενικές συναρτήσεις, χρησιμοποιώντας τις άλλες αντικειμενικές συναρτήσεις σαν περιορισμούς, ενσωματώνοντάς αυτές στο περιοριστικό μέρος του μοντέλου όπως φαίνεται παρακάτω:

$$\begin{aligned} & \max f_1(\mathbf{x}) \\ & \text{st} \\ & f_2(\mathbf{x}) \geq e_2 \\ & f_3(\mathbf{x}) \geq e_3 \\ & \dots \\ & f_p(\mathbf{x}) \geq e_p \\ & \mathbf{x} \in S \end{aligned} \tag{2}$$

Η μέθοδος που θα χρησιμοποιηθεί σε αυτή την διπλωματική εργασία είναι η επαυξημένη μέθοδος των περιορισμών, AUGMECON (Augmented  $\epsilon$ -constraint method). Για να γίνει πιο εύκολα κατανοητός ο τρόπος που λειτουργεί, θα παρουσιασθεί μέσω ενός παραδείγματος. Το παράδειγμα περιλαμβάνει δύο μεταβλητές απόφασης και δύο αντικειμενικές συναρτήσεις για να μπορεί να παρασταθεί γραφικά:

$$\max f_1 = x_1$$

$$\max f_2 = 3x_1 + 4x_2$$

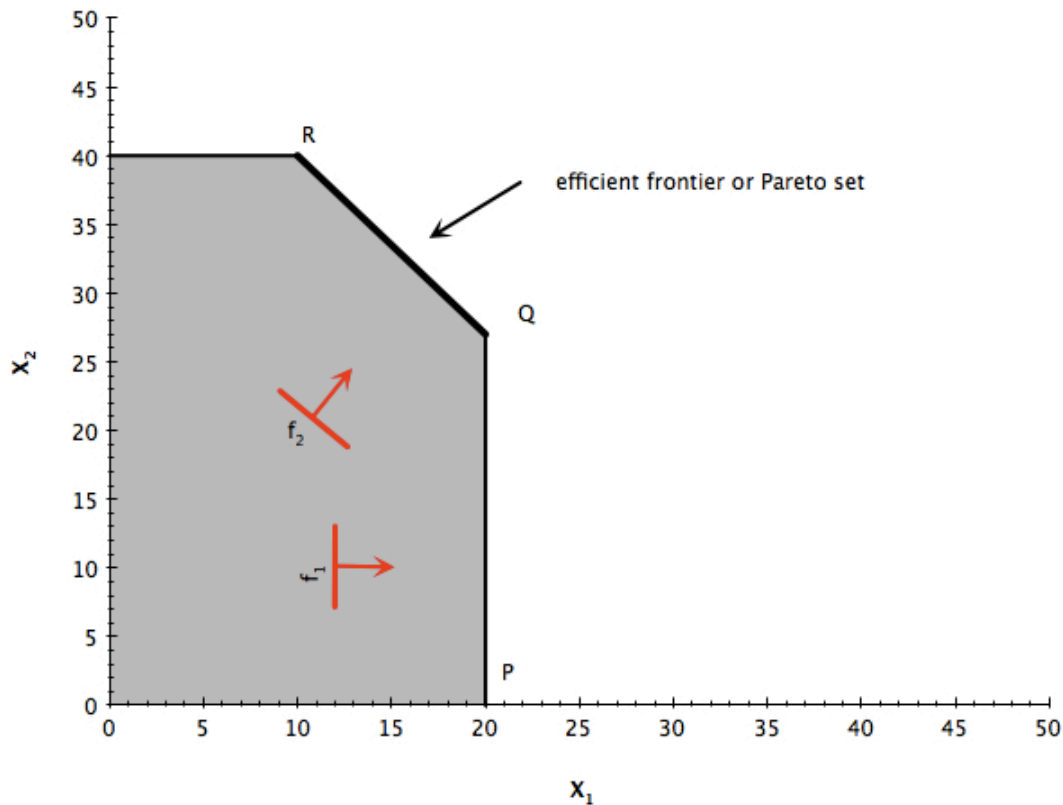
st

$$x_1 \leq 20$$

$$x_2 \leq 40$$

$$5x_1 + 4x_2 \leq 200$$

Το πεδίο εφικτών λύσεων και η κατεύθυνση των δύο αντικειμενικών συναρτήσεων φαίνονται στο Σχήμα 2.1. Το σύνολο των αποτελεσματικών και ικανών λύσεων (efficient frontier, Pareto set) για αυτό το πρόβλημα παρίσταται από την έντονη γραμμή (τμήμα RQ).



Σχήμα 2.1: Περιοχή εφικτών λύσεων και κατευθύνσεις των αντικειμενικών συναρτήσεων

### 2.2.2.3 Λεξικογραφική Βελτιστοποίηση του Πίνακα Πληρωμών

Για να μπορέσει να εφαρμοσθεί η μέθοδος των περιορισμών θα πρέπει να γνωρίζουμε το εύρος της κάθε αντικειμενικής συνάρτησης, τουλάχιστον για τις  $p-1$  αντικειμενικές

συναρτήσεις οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν ως περιορισμοί. Ο υπολογισμός του εύρους των αντικειμενικών συναρτήσεων στο σύνολο του εφικτού πεδίου τιμών δεν είναι κάτι τετριμμένο. Ενώ η καλύτερη τιμή είναι εύκολο να βρεθεί μέσα από ατομική βελτιστοποίηση η χειρότερη τιμή δεν είναι. Η πιο κοινή προσέγγιση είναι να υπολογισθούν τα εύρη από τον πίνακα πληρωμών (ο πίνακας με τα αποτελέσματα από την ανεξάρτητη βελτιστοποίηση των  $p$  αντικειμενικών συναρτήσεων). Η χειρότερη τιμή συνήθως προσεγγίζεται από το ελάχιστο της αντίστοιχης στήλης. Παρόλα αυτά, ακόμα και σε αυτή την περίπτωση, πρέπει να είμαστε σίγουροι ότι οι λύσεις της ανεξάρτητης βελτιστοποίησης είναι όντως κατά Pareto βέλτιστες (ή ικανές) λύσεις. Παρουσία εναλλακτικών βέλτιστων η λύση που παράγεται από ένα εμπορικό λογισμικό δεν είναι εγγυημένα μια κατά Pareto βέλτιστη λύση. Για να ξεπεράσουμε αυτή την ασάφεια, προτείνεται η λεξικογραφική βελτιστοποίηση για κάθε αντικειμενική συνάρτηση έτσι ώστε να κατασκευαστεί ο πίνακας πληρωμών με μόνο κατά Pareto βέλτιστες λύσεις.

Μια εναλλακτική απλή διαδικασία για να ξεπεραστεί η δυσκολία υπολογισμού των χειρίστων λύσεων των αντικειμενικών συναρτήσεων είναι να καθοριστούν κατώτατα όρια για τις αντικειμενικές συναρτήσεις (κατώτατα σε προβλήματα μεγιστοποίησης και ανώτατα σε επίπεδα ελαχιστοποίησης). Τα κατώτατα όρια παίζουν το ρόλο φραγμών στη βελτιστοποίηση. Λύσεις χειρότερες των ακραίων δεν είναι επιτρεπόμενες.

Στο παράδειγμα πρώτα υπολογίζουμε τον πίνακα πληρωμών υπολογίζοντας απλά τα βέλτιστα των αντικειμενικών συναρτήσεων. Ένα συμβατικό πρόγραμμα θα παράγει τον παρακάτω πίνακα πληρωμών (πίνακας 2.1).

**Πίνακας 2.1: Πίνακας πληρωμών που λαμβάνεται από συμβατική βελτιστοποίηση ΓΠ**

	$f_1$	$f_2$
<b>max <math>f_1</math></b>	20	60
<b>max <math>f_2</math></b>	8	184

Παρατηρώντας το *Σχήμα 2.1* βλέπουμε ότι η βέλτιστη λύση για την  $f_1$  που αντιστοιχεί στο σημείο P είναι μια κυριαρχούμενη λύση (dominated solution) εξαιτίας του εναλλακτικού βέλτιστου (σημείο Q). Παρόλα αυτά είναι σχεδόν σίγουρο ότι ένα

συμβατικό πρόγραμμα θα υπολογίσει πρώτα τη λύση του σημείου P και θα σταματήσει την αναζήτηση δίνοντας αυτή τη λύση σαν αποτέλεσμα. Για να αποφευχθεί αυτό γίνεται λεξικογραφική βελτιστοποίηση των αντικειμενικών συναρτήσεων, τα αποτελέσματα παρουσιάζονται παρακάτω.

**Πίνακας 2.2: Πίνακας πληρωμών που λαμβάνεται από τη λεξικογραφική βελτιστοποίηση των αντικειμενικών συναρτήσεων**

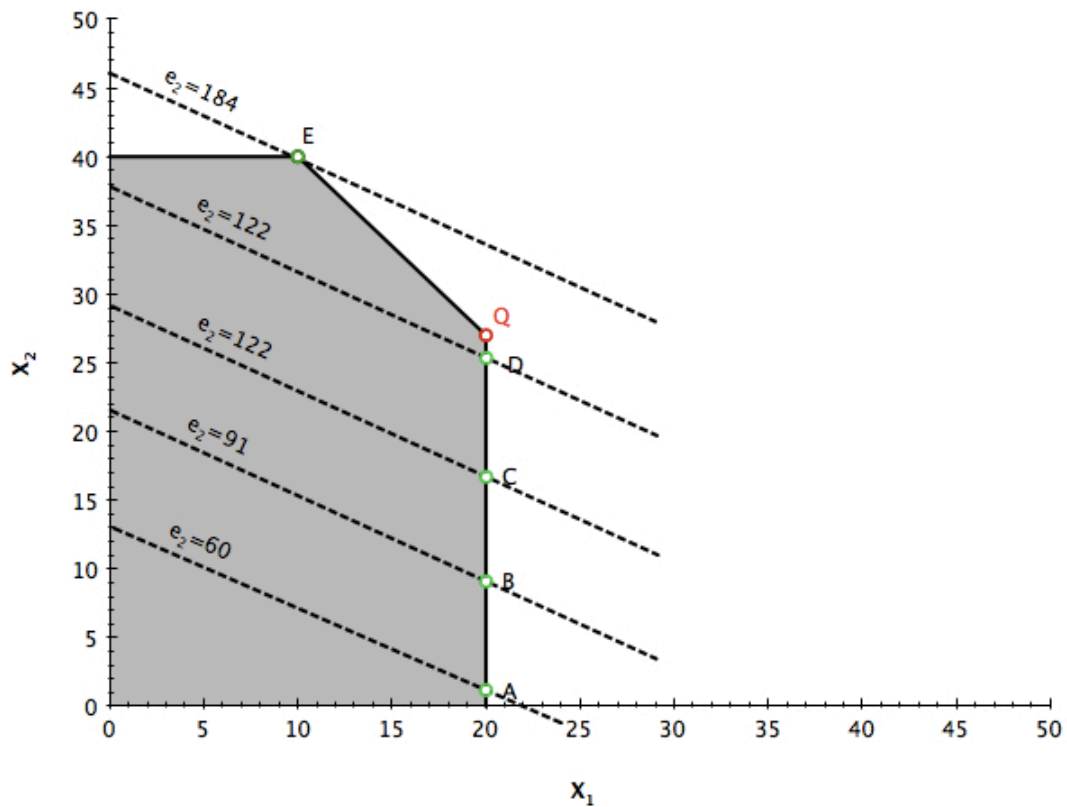
	$f_1$	$f_2$
$\max f_1$	20	160
$\max f_2$	8	184

Με την λεξικογραφική βελτιστοποίηση λαμβάνεται σαν λύση που μεγιστοποιεί την  $f_1$ , η λύση που αντιστοιχεί στο σημείο Q που είναι κατά Pareto βέλτιστη (non-dominated solution).

Γενικά, η λεξικογραφική βελτιστοποίηση μιας σειράς αντικειμενικών συναρτήσεων είναι να βελτιστοποιηθεί η πρώτη αντικειμενική συνάρτηση και μετά, μεταξύ των εναλλακτικών βέλτιστων να βελτιστοποιηθεί η δεύτερη και ούτω καθεξής. Πρακτικά, η διαδικασία της βελτιστοποίησης γίνεται ως εξής: βελτιστοποιείται η πρώτη αντικειμενική συνάρτηση (υψηλότερης προτεραιότητας),  $\max f_1 = z_1^*$ . Κατόπιν, βελτιστοποιείται η δεύτερη αντικειμενική συνάρτηση προσθέτοντας τον περιορισμό  $f_1 = z_1^*$  έτσι ώστε να κρατηθεί η βέλτιστη λύση της πρώτης βελτιστοποίησης. Υποθέτουμε ότι λαμβάνουμε  $\max f_2 = z_2^*$ . Ακολούθως, βελτιστοποιείται η τρίτη αντικειμενική συνάρτηση προσθέτοντας τους περιορισμούς  $f_1 = z_1^*$  και  $f_2 = z_2^*$  με σκοπό να κρατήσουμε τις προηγούμενες βέλτιστες λύσεις και ούτω καθεξής, μέχρι να τελειώσουμε με τις αντικειμενικές συναρτήσεις.

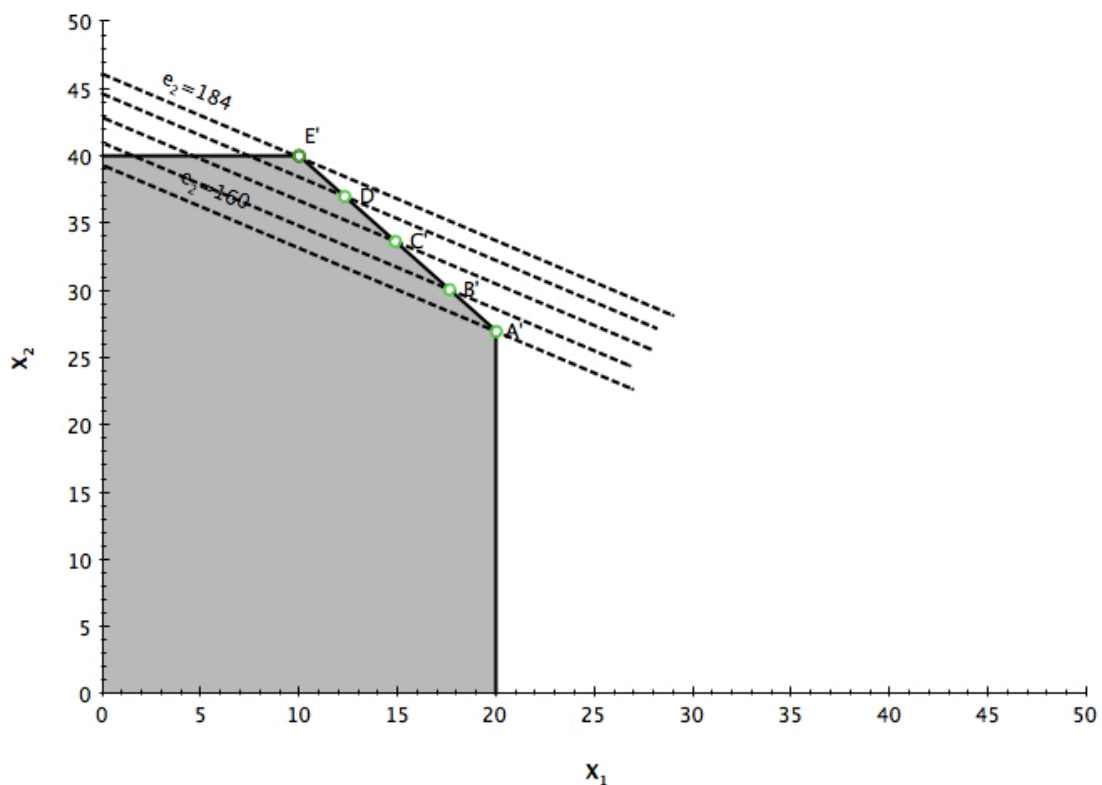
Μετά τον υπολογισμό του πίνακα πληρωμών χωρίζονται τα εύρη των αντικειμενικών συναρτήσεων σε τέσσερα διαστήματα και χρησιμοποιούμε πέντε grid points σαν τιμές της  $e_2$  στην μέθοδο των περιορισμών. Στην πρώτη περίπτωση εφαρμόζουμε το μοντέλο (2) της συμβατικής μεθόδου των περιορισμών. Τα αποτελέσματα φαίνονται παρακάτω (Σχήμα 2.2):





Σχήμα 2.2: Αποτελέσματα της συμβατικής μεθόδου  $\epsilon$ -constraint

Οι λύσεις που αντιστοιχούν στα σημεία A, B, C, D, E είναι τα αποτελέσματα της μεθόδου. Στην πραγματικότητα μόνο το σημείο E είναι ικανή λύση ενώ τα άλλα τέσσερα σημεία κυριαρχούνται από το σημείο Q (dominated solutions). Ωστόσο, εάν χρησιμοποιούσαμε τον πίνακα πληρωμών από την λεξικογραφική βελτιστοποίηση, τα αποτελέσματα της μεθόδου θα είχαν περισσότερο νόημα. Παρέχουν μια πιο ικανοποιητική αναπαράσταση του συνόλου των ικανών λύσεων (Σχήμα 2.3). Παρατηρούμε ότι τα σημεία A', B', C', D' και E' είναι όλα βέλτιστα σημεία και περιγράφουν ικανοποιητικά το σύνολο των ικανών λύσεων.



Σχήμα 2.3: Αποτελέσματα της μεθόδου  $\epsilon$ -constraint μετά από λεξικογραφική βελτιστοποίηση του πίνακα πληρωμών

#### 2.2.2.4 Αποτελεσματικότητα των Λύσεων

Το δεύτερο σημείο που χρίζει προσοχής είναι ότι η λύση του προβλήματος θα είναι κατά Pareto βέλτιστη μόνο όταν οι  $p-1$  αντικειμενικές συναρτήσεις που είναι περιορισμοί ικανοποιούνται ως ισότητες. Διαφορετικά, εάν υπάρχουν εναλλακτικά βέλτιστα η αποκτηθείσα λύση για το πρόβλημα δεν είναι Pareto βέλτιστη αλλά μια ασθενώς Pareto βέλτιστη λύση (weakly efficient solution). Με σκοπό να ξεπεραστεί αυτή η ασάφεια προτείνεται η μετατροπή των περιοριστικών αντικειμενικών συναρτήσεων σε ισότητες ενσωματώνοντας την κατάλληλη μεταβλητή απόκλισης. Ταυτόχρονα, αυτές οι μεταβλητές χρησιμοποιούνται σαν δεύτερος όρος (με χαμηλότερη προτεραιότητα) στην αντικειμενική συνάρτηση, αναγκάζοντας το πρόγραμμα να παράγει μόνο ικανές λύσεις. Το νέο πρόβλημα γίνεται:

$$\max (f_1(\mathbf{x}) + \epsilon \times (s_2 + s_3 + \dots + s_p))$$

st

$$f_2(\mathbf{x}) - s_2 = e_2$$

$$f_3(\mathbf{x}) - s_3 = e_3$$

...

$$f_p(\mathbf{x}) - s_p = e_p$$

$$\mathbf{x} \in S \text{ και } s_i \in \mathbb{R}^+$$

όπου  $\epsilon$ ps ένας μικρός αριθμός (συνήθως μεταξύ  $10^{-3}$  και  $10^{-6}$ ).

**Πρόταση:** Η παραπάνω διατύπωση της μεθόδου των περιορισμών παράγει μόνο ικανές λύσεις.

**Απόδειξη:** Υποθέτουμε ότι το πρόβλημα έχει εναλλακτικά βέλτιστα και ένα από αυτά ( $\mathbf{x}'$ ) κυριαρχεί την βέλτιστη λύση ( $\mathbf{x}$ ) που παρήγαγε το πρόβλημα. Αυτό σημαίνει ότι το διάνυσμα  $(z_1, e_2 + s_2, \dots, e_p + s_p)$  κυριαρχείται από το διάνυσμα  $(z_1, e_2 + s'_2, \dots, e_p + s'_p)$  ή αλλιώς:

$$e_2 + s_2 \leq e_2 + s'_2$$

$$e_3 + s_3 \leq e_3 + s'_3$$

...

$$e_p + s_p \leq e_p + s'_p$$

με τουλάχιστον αυστηρή ανισότητα. Προσθέτοντας τις παραπάνω σχέσεις και βασισμένοι στο γεγονός ότι ισχύει μια τουλάχιστον αυστηρά ανισότητα καταλήγουμε :

$$\sum_{i=2}^p s_i < \sum_{i=2}^p s'_i$$

Αλλά αυτό αντικρούει την αρχική υπόθεση ότι η βέλτιστη λύση του προβλήματος μεγιστοποιεί το άθροισμα των  $s_i$ . Επομένως, δεν υπάρχει λύση  $\mathbf{x}'$  η οποία κυριαρχεί της παραγόμενης λύσης  $\mathbf{x}$ , ή διαφορετικά η λύση  $\mathbf{x}$  του προβλήματος είναι ικανή λύση.

Για να αποφευχθούν προβλήματα λόγω διαφοράς κλίμακας μεταξύ των αντικειμενικών συναρτήσεων προτείνεται να αντικατασταθεί το  $s_i$  στον δεύτερο όρο της αντικειμενικής συνάρτησης από το  $s_i / r_i$  όπου το  $r_i$  είναι το εύρος της  $i$ -οστής αντικειμενικής συνάρτησης. Έτσι η αντικειμενική συνάρτηση της μεθόδου των περιορισμών γίνεται:

$$\max (f_1(\mathbf{x}) + \epsilon \text{ps} \times (s_2/r_2 + s_3/r_3 + \dots + s_p/r_p))$$

Η προτεινόμενη έκδοση της μεθόδου των περιορισμών που αντιστοιχεί στο μοντέλο (3) με την αντικειμενική συνάρτηση (6), θα ονομάζεται από εδώ και πέρα επαυξημένη μέθοδος περιορισμών (augmented ε-constraint method) ή μέθοδος AUGMECON.

#### 2.2.2.5 *Επιτάχυνση του Αλγόριθμου με Πρώιμη Έξοδο από τις Επαναλήψεις*

Μια επιπρόσθετη καινοτομία του αλγορίθμου είναι η πρώιμη έξοδος από τους βρόγχους όπου το πρόβλημα γίνεται ανέφικτο, κάτι που επιταχύνει τον αλγόριθμο σε περιπτώσεις πολλαπλών αντικειμενικών συναρτήσεων (περισσότερες από τρεις). Ο αλγόριθμος ξεκινά με την πιο χαλαρή έκδοση των περιοριστικών αντικειμενικών συναρτήσεων και σταδιακά περιορίζει τις ισότητες. Αυτό σημαίνει ότι για μεγιστοποίηση αντικειμενικών συναρτήσεων, ξεκινά από το ελάχιστο και σταδιακά αυξάνει το δεξί σκέλος (RHS) του αντίστοιχου περιορισμού. Σε αυτή τη διεργασία, όπου το πρόβλημα γίνεται ανέφικτο, σημαίνει ότι δεν χρειάζεται περαιτέρω περιορισμός της αντίστοιχης αντικειμενικής συνάρτησης, αφού θα καταλήξει σε ανέφικτες λύσεις. Επομένως, ο αλγόριθμος βγαίνει από τον ενδότερο βρόγχο και συνεχίζει με το επόμενο grid point της προηγούμενης αντικειμενικής συνάρτησης που αντιστοιχεί στον εξωτερικό βρόγχο.

Η επιτάχυνση του αλγορίθμου παρουσιάζεται με ένα γραφικό παράδειγμα. Υποθέτουμε το απλό πολυκριτηριακό πρόβλημα τριών αντικειμενικών συναρτήσεων:

$$\max z_1 = x_1$$

$$\max z_2 = x_2$$

$$\max z_3 = x_3$$

st

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 1$$

Το παραπάνω πρόβλημα μετατρέπεται στο αντίστοιχο των περιορισμών που είναι ένα παραμετρικό πρόβλημα των  $e_2$  και  $e_3$  το οποίο παρέχει τις κατά Pareto άριστες λύσεις διαφοροποιώντας τα  $e_2$  και  $e_3$ :

$$\max z_1 = x_1$$

st

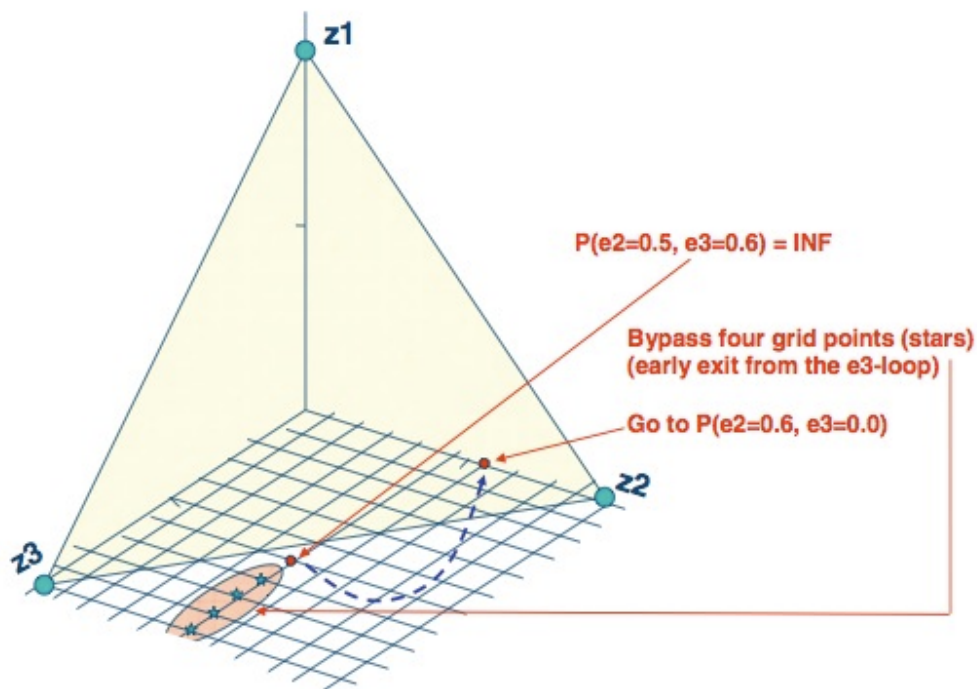
$$x_2 \geq e_2$$

$$x_3 \geq e_3$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 1$$

Στο Σχήμα 2.4 φαίνονται το πεδίο των εφικτών λύσεων και τα βήματα της μεθόδου των περιορισμών. Το εύρος της κάθε μίας από τις δύο αντικειμενικές συναρτήσεις χωρίζεται σε δέκα διαστήματα (11 grid points). Κατά την εξέλιξη της μεθόδου, όταν  $e_2 = 0.5$  και  $e_3 = 0.6$  το πρόβλημα γίνεται ανέφικτο. Σε αυτή την περίπτωση δεν χρειάζεται να γίνει έλεγχος για  $e_3 = 0.7$  και  $e_3 = 0.8$  και ούτω καθεξής. Έτσι ο αλγόριθμος βγαίνει από τον βρόγχο  $e_3$  και κατευθείαν πηγαίνει στον  $e_2 = 0.6$  και  $e_3 = 0$ .

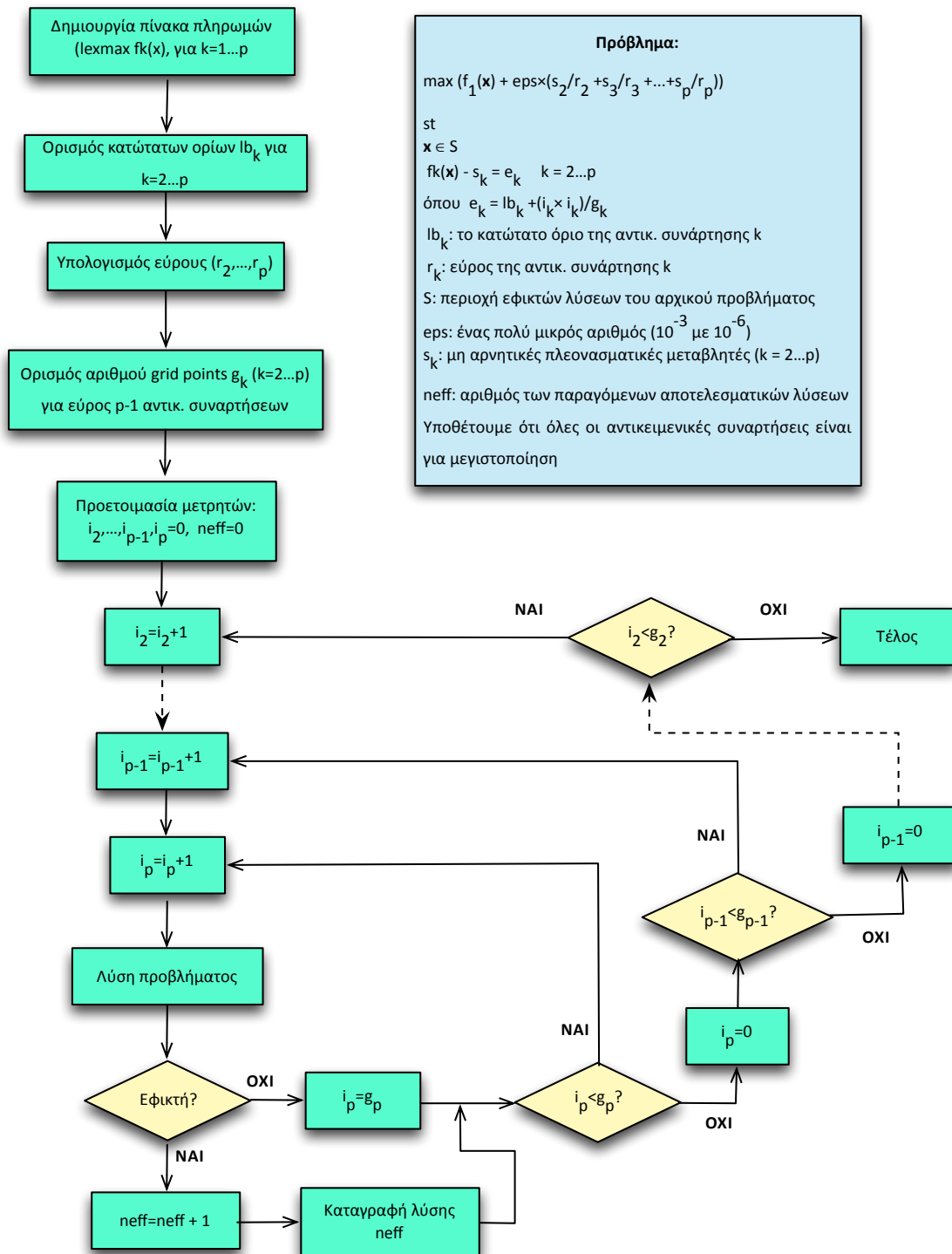
Η γρήγορη έξοδος εξοικονομεί υπολογιστικό χρόνο σε προβλήματα με περισσότερες από δυο με τρεις αντικειμενικές συναρτήσεις. Αυτή η τεχνική είναι ιδιαίτερα ωφέλιμη όταν υπάρχουν αρκετές αντικειμενικές συναρτήσεις στο πρόβλημα.



Σχήμα 2.4: Γραφική απεικόνιση του συνόλου Pareto και το χαρακτηριστικό της AUGMECON της πρώιμης εξόδου από τις επαναλήψεις

### 2.2.2.6 Υλοποίηση

Πρακτικά, η μέθοδος των περιορισμών εφαρμόζεται ως εξής: από τον πίνακα πληρωμών λαμβάνουμε το εύρος κάθε μιας από τις  $(p-1)$  αντικειμενικές συναρτήσεις οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν ως περιορισμοί. Κατόπιν χωρίζουμε το εύρος της  $i$ -οστής αντικειμενικής συνάρτησης σε  $q_i$  ίσα διαστήματα χρησιμοποιώντας  $(q_i-1)$  ενδιάμεσα ισαπέχοντα grid points. Έτσι έχουμε συνολικά  $(q_i+1)$  grid points που χρησιμοποιούνται για να διαφοροποιήσουν παραμετρικά το RHS ( $e_i$ ) της  $i$ -οστής αντικειμενικής συνάρτησης. Ο συνολικός αριθμός των τρεξιμάτων γίνεται  $(q_2+1) \times (q_3+1) \times \dots \times (q_p+1)$ . Μια επιθυμητή ιδιότητα της μεθόδου των περιορισμών είναι ότι μπορούμε να ελέγξουμε την πυκνότητα της αναπαράστασης του συνόλου των ικανών λύσεων με σωστή ανάθεση των τιμών στο  $q_i$ . Όσο πιο μεγάλος είναι ο αριθμός των grid points τόσο πιο πολλές είναι και οι ικανές λύσεις, με το κόστος όμως, του παραπάνω υπολογιστικού χρόνου. Το διάγραμμα ροής του αλγορίθμου παρουσιάζεται στο *Σχήμα 2.5*.



Σχήμα 2.5: Διάγραμμα ροής της μεθόδου AUGMECON

## **3 ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ**

### **3.1 Εισαγωγή**

Ο γαιάνθρακας είναι μια από τις πιο σημαντικές πηγές ενέργειας που χρησιμοποιείται στις μονάδες παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος στην Ταϊβάν. Λόγω της οικονομικής ανάπτυξης, η ζήτηση για ηλεκτρικού ρεύματος ολοένα και αυξάνεται και με σημαντικά μεγάλους ρυθμούς. Το ποσοστό που χρησιμοποιείται για παραγωγή ηλεκτρισμού, το οποίο παρέχει η Taiwan Power Company (TPC), από γαιάνθρακα μεγαλώνει. Η TPC προμηθεύεται τον γαιάνθρακα κυρίως από προμηθευτές του εξωτερικού και μάλιστα από υπερπόντιες χώρες. Το πρόβλημα του τι ποσότητα γαιάνθρακα θα μεταφερθεί από τον κάθε προμηθευτή στη κάθε μονάδα παραγωγής ενέργειας και ταυτόχρονα να ικανοποιούνται λειτουργικοί και περιβαλλοντικοί περιορισμοί είναι μια πολύπλοκη εργασία.

### **3.2 Ανάλυση του προβλήματος**

Από τη στιγμή που ο γαιάνθρακας δεν είναι ένα ομογενές υλικό, η ποιότητά του ποικίλλει και εξαρτάται από τη περιεκτικότητα των συστατικών του όπως οξείδιο του θείου, τέφρα, οξείδιο του αζώτου, υγρασία, πτητικές ουσίες όπως επίσης και σε ιδιότητες όπως το ενεργειακό περιεχόμενο και η αντοχή στη σύνθλιψη. Προκειμένου να επιτευχθεί αξιόπιστη λειτουργία του λέβητα στις μονάδες παραγωγής και ταυτόχρονα να ικανοποιούνται περιβαλλοντικοί περιορισμοί, η ανάμιξη διαφόρων ποσοτήτων και ποιοτήτων γαιάνθρακα, καθίσταται αναγκαία στα πλαίσια της διαδικασίας διανομής και αποθήκευσης. Η κάθε πιθανή διαδρομή όμως έχει και κάποιο βαθμό επικινδυνότητας και ρίσκου που μπορεί να καθυστερήσουν χρονικά μια διανομή και να αυξήσουν το κόστος της και οφείλεται στις καιρικές συνθήκες και καιρικά φαινόμενα που επικρατούν σε κάποια περιοχή, μεγάλη κυκλοφορία πλοίων, περιοχές που ανθεί η πειρατεία και άλλα έκτακτα περιστατικά.

Κατά τον σχεδιασμό της μεταφοράς και ανάμιξης του γαιάνθρακα πρέπει να ληφθούν υπ όψιν τα παρακάτω:



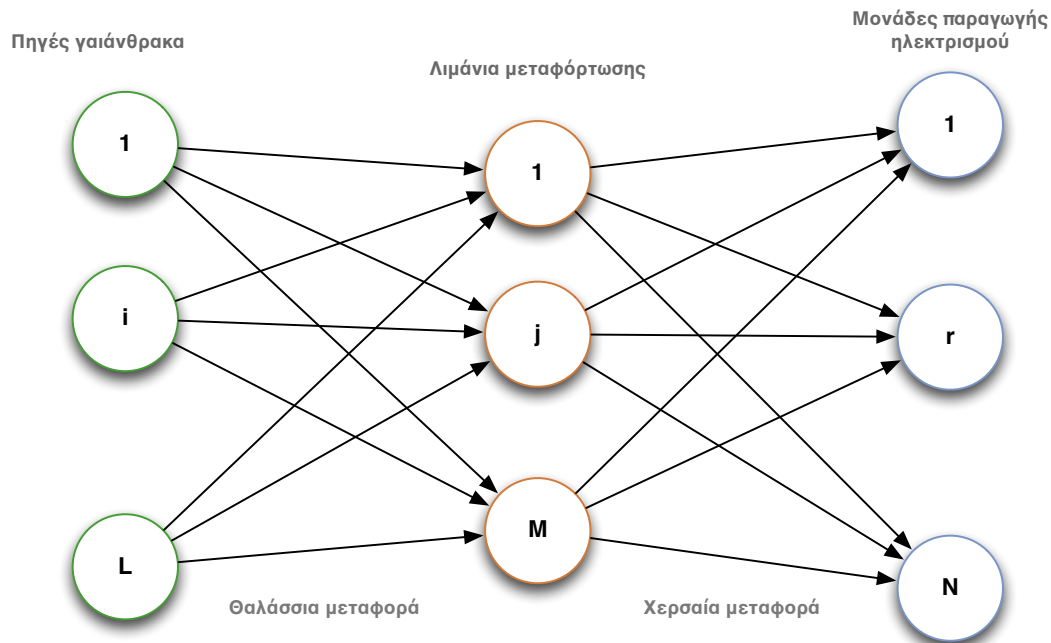
- η ποσότητα προσφοράς, ποιότητα και τιμή από κάθε συμβαλλόμενη πηγή γαιάνθρακα,
- η ζήτηση και οι ποιοτικές απαιτήσεις της κάθε μονάδας παραγωγής ηλεκτρισμού
- τα κόστη μεταφοράς και όλες οι πιθανές διαδρομές από τη συμβαλλόμενη πηγή στις μονάδες παραγωγής μέσω λιμανιών μεταφόρτωσης
- τη χωρητικότητα του κάθε πλοίου που χρησιμοποιείται για τη μεταφορά
- ο παράγοντας κινδύνου (ρίσκου) θαλάσσιου δρομολογίου με χρήση εμπειρικών και ιστορικών στοιχείων

Μια λύση για το πρόβλημα της ποιότητας του γαιάνθρακα και τον περιβαλλοντικών περιορισμών θα ήταν να γινόταν προμήθεια γαιάνθρακα υψηλής ποιότητας. Κάτι τέτοιο όμως είναι οικονομικά ασύμφορο και δεν εφαρμόζεται στην πράξη αφού η εξόρυξη τέτοιας ποιότητας γαιάνθρακα είναι εξαιρετικά μικρή και περιορισμένη και οικονομικά απρόσιτη. Συνήθως αυτό που γίνεται στην πράξη είναι η εγκατάσταση μονάδων ανάμιξης δίπλα στις μονάδες παραγωγής ηλεκτρισμού, οι οποίες αυτό που κάνουν είναι να αναμιγνύουν χαμηλής ποιότητας με υψηλότερης ποιότητας γαιάνθρακα, ώστε το τελικό μείγμα να τηρεί τις αρχικές προδιαγραφές. Έτσι το πρόβλημα της μεταφοράς του γαιάνθρακα από διάφορους συμβαλλόμενους προμηθευτές σε κάθε μονάδα παραγωγής μέσω εγκαταστάσεων ανάμιξης λαμβάνοντας υπ όψιν και παράγοντες κινδύνων κατά τη θαλάσσια μεταφορά, γίνεται αρκετά πολύπλοκη εργασία η οποία όμως έχει ιδιαίτερη σημασία σε όρους οικονομικούς και απόδοσης.

### **3.3 Δεδομένα προβλήματος**

Το πρόβλημα της δρομολόγησης και ανάμιξης μπορεί να μορφοποιηθεί ως ένα μοντέλο μεταφόρτωσης έχοντας κάποιους πρόσθετους περιορισμούς και μεταβλητές. Στο μοντέλο αυτό θα χρησιμοποιηθούν 13 συμβαλλόμενες πηγές γαιάνθρακα (5 από την Αυστραλία, 2 από την Ινδονησία, 1 από το Καναδά, 3 από τη Νότιο Αφρική και 2 από τις Η.Π.Α). Τα λιμάνια μεταφόρτωσης θα είναι τέσσερα, ενώ οι τελικοί δέκτες που είναι οι μονάδες παραγωγής ηλεκτρισμού είναι 12 εκ των οποίων οι 7 διαθέτουν και εγκαταστάσεις ανάμιξης. Σε αυτό το πρόβλημα η κάθε συμβαλλόμενη πηγή μπορεί να θεωρηθεί ως ένας κόμβος προμήθειας, η κάθε μονάδα παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος μπορεί να θεωρηθεί ως ένας κόμβος ζήτησης και το κάθε λιμάνι μεταφόρτωσης ως ένας

κόμβος μεταφόρτωσης. Οι ενώσεις μεταξύ των κόμβων αποτελούν τους δύο τύπους μεταφοράς. Η μία είναι η διεθνής (θαλάσσια) μεταφορά και η άλλη η εγχώρια (χερσαία) μεταφορά. Έτσι το πρόβλημα μπορεί να απεικονιστεί σαν δίκτυο που αποτελείται από κόμβους και ενώσεις όπως ακριβώς φαίνονται στο *σχήμα 3.1*.



**Σχήμα 3.1:** Το δίκτυο μεταφοράς γαιάνθρακα από την συμβαλλόμενη πηγή στη μονάδα παραγωγής ηλεκτρισμού

Η διανομή του γαιάνθρακα από κάθε συμβαλλόμενη πηγή πρέπει πρώτα να ικανοποιεί τα κατώτερα και ανώτερα όρια της ροής που θέτουν οι προμηθευτές, όπως επίσης και τη ποσότητα αλλά και τις ποιοτικές απαιτήσεις των μονάδων παραγωγής. Αν η μονάδα παραγωγής διαθέτει εγκαταστάσεις ανάμιξης, υιοθετούνται γραμμικοί περιορισμοί για την ανάμιξη των συστατικών του γαιάνθρακα όπως τα οξείδια του θείου, η τέφρα, το ενεργειακό περιεχόμενο, οι πτητικές ουσίες και τα οξείδια του αζώτου. Για τα μη πρόσθετα χαρακτηριστικά του γαιάνθρακα όπως ο δείκτης αντοχής στη σύνθλιψη και η περιεχόμενη υγρασία τα οποία δεν μπορούν να διαμορφωθούν με ανάμιξη, η μονάδα παραγωγής είναι εκείνη που θα επιτρέψει ή μη τη μεταφορά από τη συμβαλλόμενη πηγή. Αυτό θα γίνει μόνο αν τηρούνται οι προδιαγραφές. Παρόμοιοι περιορισμοί χρησιμοποιούνται για να παρουσιάσουν τις ποιοτικές απαιτήσεις των μονάδων παραγωγής που δεν διαθέτουν εγκατάσταση ανάμιξης.

Κατά τη διάρκεια της θαλάσσιας μεταφοράς υπάρχουν δύο τύποι στόλων που χρησιμοποιούνται για να μεταφέρουν τον γαιάνθρακα. Περιλαμβάνουν τα πλοία τύπου Panamax με χωρητικότητα 65000 τόνων και πλοία τύπου Capesize με χωρητικότητα 110000 τόνων. Αν επιλεγθεί ένα λιμάνι μαζί με ένα πλοίο για τη μεταφορά του γαιάνθρακα τότε η μεταφερόμενη ποσότητα του γαιάνθρακα πρέπει να είναι μεγαλύτερη ή ίση με το παράγοντα ελάχιστης χρησιμοποιούμενης χωρητικότητας. Μια δυαδική μεταβλητή χρησιμοποιείται για να αναπτύξει τους περιορισμούς για την παραπάνω συνθήκη. Επίσης για να αποφευχθούν επιζήμια αποτελέσματα της ανάμιξης στη λειτουργία του λέβητα στις μονάδες παραγωγής, ο αριθμός των συμβαλλόμενων πηγών που χρησιμοποιούνται από κάθε μονάδα παραγωγής έχει κάποια μέγιστη τιμή σαν όριο. Γενικευμένοι περιορισμοί χρησιμοποιούνται για να αντιμετωπίσουν αυτή τη κατάσταση. Η πρώτη αντικειμενική συνάρτηση έχει σκοπό να ελαχιστοποιήσει το συνολικό κόστος, συμπεριλαμβανομένου του κόστους απόκτησης (FOB) του γαιάνθρακα, του κόστους θαλάσσιας μεταφοράς και του κόστους της χερσαίας μεταφοράς, ενώ η δεύτερη αντικειμενική συνάρτηση έχει σκοπό την ελαχιστοποίηση του ρίσκου μεταφοράς.

Η TPC κάθε χρόνο αγοράζει μεγάλες ποσότητες γαιάνθρακα από συμβαλλόμενες πηγές του εξωτερικού, μέσω διάφορων λιμανιών μεταφόρτωσης για τις μονάδες της παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος. Οι ποιοτικές απαιτήσεις για τον γαιάνθρακα της κάθε μονάδας παραγωγής φαίνονται στον *πίνακα 3.1*. Επτά τύποι συστατικών περιλαμβάνονται για να καθορίσουν τις ποιοτικές απαιτήσεις. Αυτοί είναι τα οξείδια θείου, το ενεργειακό περιεχόμενο, η τέφρα, οι πτητικές ουσίες, ο δείκτης αντοχής στη σύνθλιψη, η περιεχόμενη υγρασία και τα οξείδια του αζώτου. Επίσης στον ίδιο πίνακα αναγράφεται ο μέγιστος αριθμός των συμβαλλόμενων πηγών που μπορεί να χρησιμοποιήσει η κάθε μονάδα παραγωγής. Η TPC για να μπορέσει να αντεπεξέλθει στην ανάγκη να χρησιμοποιεί μίγματα διαφορετικών ποιοτήτων γαιάνθρακα ώστε να επιτυγχάνει τα ποιοτικά χαρακτηριστικά που επιθυμεί, έχει εγκαταστήσει σε μερικές μονάδες παραγωγής εγκαταστάσεις ανάμιξης. Οι μονάδες παραγωγής που έχουν και εγκαταστάσεις ανάμιξης είναι οι 4-7 και 9-12. Τα ποιοτικά χαρακτηριστικά του γαιάνθρακα από κάθε συμβαλλόμενη πηγή φαίνονται στον *πίνακα 3.2*.

**Πίνακας 3.1: Προδιαγραφές ποιότητας και όρια στον αριθμό των υπερπόντιων συμβαλλόμενων πηγών για κάθε μονάδα παραγωγής ενέργειας.**

Μονάδα Παραγωγής	Οξειδία του θείου (%)	Μέγιστη τέφρα (%)	Ενεργειακό Περιεχόμενο (kcal/kg)	Πτητικές ουσίες (%)	Δείκτης αντοχής στη σύνθλιψη	Υγρασία (%)	Οξειδία του αζώτου (%)	Μέγιστος αριθμός πηγών γαιάνθρακα
1	0.45-0.65	7.5	6.2-7	37.5-45	40-60	0-15	0-2	2
2	0.8-1.2	16.0	6.0-7	30-34	48-60	0-15	0-2	2
3	0.8-1.2	16.0	6.0-7	28-35	48-60	0-15	0-2	2
4	0.45-0.65	14.0	6.5-7	27-35	45-60	0-15	0-2	2
5	0.45-0.65	14.0	6.5-7	27-35	45-60	0-15	0-2	2
6	0.45-0.65	14.0	6.5-7	27-35	45-60	0-15	0-2	2
7	0.45-0.65	14.0	6.5-7	27-35	45-60	0-15	0-2	3
8	0.50-0.65	16.0	6.4-7	28-45	45-60	0-15	0-2	2
9	0.65-1.5	13.5	6.5-7	29-35	50-60	0-15	0-2	3
10	0.65-1.5	13.5	6.5-7	29-35	50-60	0-15	0-2	4
11	0.45-0.65	13.5	6.5-7	27-35	50-60	0-15	0-2	4
12	0.45-0.65	13.5	6.5-7	27-35	50-60	0-15	0-2	3

Το κόστος μεταφοράς από κάθε συμβαλλόμενη πηγή στο κάθε λιμάνι φαίνονται στον πίνακα 3.3 καθώς το κόστος της χερσαίας μεταφοράς φαίνεται στον πίνακα 3.4. Το εύρος της προσφοράς (σε 1000 tn/ year) για κάθε συμβαλλόμενη πηγή και η δυναμικότητα φορτοεκφόρτωσης για κάθε λιμάνι φαίνονται επίσης στον πίνακα 3.3. Η ποσότητα (σε 1000 tn/ year) που έχει ανάγκη η κάθε μονάδα παραγωγής δίνονται στον πίνακα 3.4. Τέλος το ρίσκο για τη θαλάσσια μεταφορά του φορτίου από τη κάθε συμβαλλόμενη πηγή γαιάνθρακα στο κάθε λιμάνι απεικονίζεται στον πίνακα 3.5. Αξίζει να σημειωθεί ότι οι τιμές αυτές έχουν παρθεί αυθαίρετα για τις ανάγκες της διπλωματικής με σκοπό την δημιουργία ενός διαγράμματος Pareto το οποίο απεικονίζει τη σχέση κόστους/ρίσκου και θα μπορούσε να είναι ένα ισχυρό εργαλείο στα χέρια του κάθε αποφασίζοντα.

**Πίνακας 3.2: Προδιαγραφές ποιότητας για τον γαιάνθρακα που παρέχεται από κάθε συμβαλλόμενη πηγή.**

Πηγή γαιάνθρακα	Οξείδια του θείου (%)	Τέφρα (%)	Ενεργειακό Περιεχόμενο (kcal/kg)	Πτητικές ουσίες (%)	Δείκτης αντοχής στη σύνθλιψη	Υγρασία (%)	Οξείδια του αζώτου (%)
1	1.11	12.37	6.9	33.41	58	9.88	0.27
2	0.97	15.20	6.7	33.45	54	8.85	0.23
3	0.50	8.91	7.0	42.22	49	10.43	1.12
4	0.63	15.00	6.7	26.76	50	9.86	0.25
5	0.50	14.48	6.7	32.10	55	8.53	0.33
6	0.53	13.49	6.7	25.79	52	7.26	0.20
7	0.70	12.04	6.7	29.49	49	8.45	0.46
8	0.58	4.51	6.6	40.85	46	12.30	0.34
9	0.63	8.91	6.9	41.60	48	10.50	1.08
10	0.45	15.00	6.7	26.91	50	10.00	0.24
11	0.57	14.50	6.8	30.74	50	9.96	0.10
12	0.58	4.51	6.6	40.85	46	12.30	0.34
13	0.53	13.49	6.7	25.79	52	7.26	0.20

**Πίνακας 3.3: Κόστος προμήθειας και μεταφοράς ανά μονάδα (USD \$) από την κάθε συμβαλλόμενη πηγή στο κάθε λιμάνι, εύρος προσφοράς συμβολαίου (1000 tn/year) για κάθε συμβαλλόμενη πηγή και δυναμικότητα φορτοεκφόρτωσης για κάθε λιμάνι (1000 tn)**

Πηγή γαιάνθρακα	Λιμάνι 1	Λιμάνι 2	Λιμάνι 3	Λιμάνι 4	Εύρος προσφοράς συμβολαίου (1000 tn/year)
1	78.8	68.8	82.4	82.4	800-1000
2	78.8	68.8	82.4	82.4	1790-2210
3	67.0	52.0	73.0	73.0	300-500
4	62.0	51.0	67.0	67.0	720-880
5	62.0	51.0	67.0	67.0	690-910
6	54.5	43.5	60.0	60.0	912-1764
7	54.5	43.5	60.0	60.0	760-1703
8	57.7	49.2	63.0	63.0	900-1100
9	59.0	48.0	65.0	65.0	0-2000
10	59.0	48.0	65.0	65.0	0-2000
11	59.0	48.0	65.0	65.0	0-2000
12	59.0	48.0	65.0	65.0	0-2000
13	59.0	48.0	65.0	65.0	0-2000
<b>Δυναμικότητα λιμανιού</b>	<b>65</b>	<b>110</b>	<b>65</b>	<b>65</b>	

**Πίνακας 3.4: Κόστος χερσαίας μεταφοράς ανά μονάδα (USD \$) από το κάθε λιμάνι σε κάθε μονάδα παραγωγής και η ζήτηση (1000 tn/year) για κάθε μονάδα παραγωγής.**

Λιμάνι	Μον. 1	Μον. 2	Μον. 3	Μον. 4	Μον. 5	Μον. 6	Μον. 7	Μον. 8	Μον. 9	Μον. 10	Μον. 11	Μον. 12
1	15.3	13.2	13.2	4.0	4.0	4.0	4.0	22.2	25.3	25.3	25.3	25.3
2	37.5	35.4	35.4	22.2	22.2	22.2	22.2	0.0	3.1	3.1	3.1	3.1
3	5.1	20.3	20.3	30.2	30.2	30.2	30.2	52.0	55.0	55.0	55.0	55.0
4	0.0	26.2	26.2	39.4	39.4	39.4	39.4	48.1	62.3	62.3	62.3	62.3
<b>Ζήτηση</b>	<b>473</b>	<b>800</b>	<b>710</b>	<b>1291</b>	<b>1291</b>	<b>1291</b>	<b>1291</b>	<b>1498</b>	<b>1283</b>	<b>1283</b>	<b>1407</b>	<b>1407</b>

**Πίνακας 3.5: Ρίσκο θαλάσσιας μεταφοράς από την κάθε συμβαλλόμενη πηγή γαιάνθρακα στο κάθε λιμάνι σε αυθαίρετες μονάδες**

Πηγή γαιάνθρακα	Λιμάνι 1	Λιμάνι 2	Λιμάνι 3	Λιμάνι 4
1	65.2	37.0	50.3	50.6
2	57.3	54.4	56.0	36.9
3	53.5	59.9	47.2	44.0
4	41.3	67.5	55.2	38.3
5	36.9	59.7	39.0	35.6
6	37.9	55.4	46.4	52.9
7	43.5	54.2	53.9	50.3
8	47.6	37.8	43.5	57.0
9	48.9	48.4	50.4	49.3
10	65.4	47.8	51.2	47.0
11	51.8	44.8	36.8	45.9
12	33.9	47.1	39.1	38.9
13	59.0	44.1	50.1	44.8



## 4 ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

### 4.1 Εισαγωγή

Για να γίνει η μοντελοποίηση του προβλήματος δρομολόγησης και ανάμιξης γαιάνθρακα θα πρέπει πρώτα να οριστούν οι μεταβλητές απόφασης και οι παράμετροι του προβλήματος. Επίσης ορίζονται οι περιορισμοί που καθορίζουν τις τιμές που παίρνουν οι μεταβλητές απόφασης και τέλος οι αντικειμενικές συναρτήσεις που στο συγκεκριμένο πρόβλημα επιθυμούμε την ελαχιστοποίησή τους.

### 4.2 Μεταβλητές απόφασης

Οι μεταβλητές απόφασης εκφράζουν ουσιαστικά τους αγνώστους του προβλήματος και είναι οι μεταβλητές που ελέγχει ο αποφασίζων, δηλαδή εκείνες των οποίων τις τιμές μπορεί να καθορίσει. Για τις ανάγκες μοντελοποίησης ορίζονται ως μεταβλητές απόφασης οι παρακάτω:

$x_{ijr}$  = η μεταφερόμενη ποσότητα από τη συμβαλλόμενη πηγή γαιάνθρακα ( $i$ ) στη μονάδα παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος ( $r$ ) μέσω λιμανιού μεταφόρτωσης ( $k$ ) (1000 tons / year).

$y_{ij}$  = δυαδική μεταβλητή που χρησιμοποιείται για να προσδιορίσει τους περιορισμούς δυναμικότητας φορτοεκφόρτωσης στο λιμάνι, όπου παίρνει τιμή 1 αν η πηγή ( $i$ ) έχει διαδρομή μέσω λιμανιού ( $j$ ) και τιμή 0 σε κάθε άλλη περίπτωση.

$w_{ir}$  = δυαδική μεταβλητή που χρησιμοποιείται για να περιορίσει τον αριθμό των συμβαλλόμενων πηγών γαιάνθρακα για μια συγκεκριμένη μονάδα παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος ( $r$ ), που παίρνει τιμή 1 αν η πηγή ( $i$ ) προμηθεύει την μονάδα και τιμή 0 αν δεν την προμηθεύει.

### 4.3 Παράμετροι προβλήματος

Οι παράμετροι είναι τα εξωγενώς οριζόμενα (εκτός του ελέγχου του αποφασίζοντα)



μεγέθη του προβλήματος. Πρόκειται ουσιαστικά για τους γνωστούς όρους του προβλήματος οι οποίοι έχουν σταθερή τιμή στη διαδικασία βελτιστοποίησης και ορίζονται παρακάτω:

**L** = ο αριθμός των υπερπόντιων συμβαλλόμενων πηγών γαιάνθρακα

**M** = ο αριθμός των λιμανιών μεταφόρτωσης

**N** = ο αριθμός των μονάδων παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος

**b<sub>r</sub>** = οι μονάδες παραγωγής ηλ. ρεύματος που διαθέτουν εγκατάσταση ανάμιξης

**p<sub>r</sub>** = οι μονάδες παραγωγής ηλ. ρεύματος που δεν διαθέτουν εγκατάσταση ανάμιξης

**k** = ο αριθμός των αντικειμενικών συναρτήσεων

**C<sub>ijr</sub>** = το ολικό κόστος μεταφοράς για φορτίο από την συμβαλλόμενη πηγή γαιάνθρακα (*i*) στη μονάδα παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος (*r*) μέσω λιμανιού μεταφόρτωσης (*j*) (σε \$/tn)

**Risk<sub>ij</sub>** = ο παράγοντας ρίσκου για τη μεταφορά φορτίου από την συμβαλλόμενη πηγή γαιάνθρακα (*i*) στο λιμάνι μεταφόρτωσης (*j*) (σε αυθαίρετες μονάδες)

**minS<sub>i</sub>** = το κατώτατο όριο της ποσότητας προσφοράς από τη συμβαλλόμενη πηγή γαιάνθρακα (*i*) (σε tn/year)

**maxS<sub>i</sub>** = το ανώτατο όριο της ποσότητας προσφοράς από τη συμβαλλόμενη πηγή γαιάνθρακα (*i*) (σε tn/year)

**T<sub>r</sub>** = η ποσότητα ζήτησης από τη μονάδα παραγωγής ηλ. ρεύματος (*r*) (σε tn/year)

**S<sub>i</sub>** = το ποσοστό οξειδίου του θείου που περιέχεται στο γαιάνθρακα από τη συμβαλλόμενη πηγή (*i*)

**SUL<sub>r</sub>** = το ελάχιστο ποσοστό απαίτησης σε οξείδιο του θείου για τη μονάδα παραγωγής ηλ. ρεύματος (*r*)

**SUU<sub>r</sub>** = το μέγιστο ποσοστό απαίτησης σε οξείδιο του θείου για τη μονάδα παραγωγής ηλ. ρεύματος (*r*)

**H<sub>i</sub>** = το ενεργειακό περιεχόμενο που περιέχεται στο γαιάνθρακα από τη συμβαλλόμενη

πηγή (*i*) (σε Kcal/tn)

$\mathbf{HL}_r$  = η ελάχιστη απαίτηση ενεργειακού περιεχομένου για τη μονάδα παραγωγής ηλ. ρεύματος (*r*) (σε Kcal/tn)

$\mathbf{HU}_r$  = η μέγιστη απαίτηση ενεργειακού περιεχομένου για τη μονάδα παραγωγής ηλ. ρεύματος (*r*) (σε Kcal/tn)

$\mathbf{V}_i$  = το ποσοστό πτητικών ουσιών στο γαιάνθρακα από τη συμβαλλόμενη πηγή (*i*)

$\mathbf{VL}_r$  = το ελάχιστο επιτρεπόμενο ποσοστό πτητικών ουσιών στο γαιάνθρακα για τη μονάδα παραγωγής ηλ. ρεύματος (*r*)

$\mathbf{VU}_r$  = το μέγιστο επιτρεπόμενο ποσοστό πτητικών ουσιών στο γαιάνθρακα για τη μονάδα παραγωγής ηλ. ρεύματος (*r*)

$\mathbf{A}_i$  = το ποσοστό της τέφρας που περιέχεται στο γαιάνθρακα από τη συμβαλλόμενη πηγή (*i*)

$\mathbf{AU}_r$  = το μέγιστο επιτρεπόμενο ποσοστό τέφρας στο γαιάνθρακα για τη μονάδα παραγωγής ηλ. ρεύματος (*r*)

$\mathbf{N}_i$  = ο ποσοστό οξειδίου του αζώτου που περιέχεται στο γαιάνθρακα από τη συμβαλλόμενη πηγή (*i*)

$\mathbf{NL}_r$  = το ελάχιστο ποσοστό απαίτησης σε οξείδιο του αζώτου για τη μονάδα παραγωγής ηλ. ρεύματος (*r*)

$\mathbf{NU}_r$  = το μέγιστο ποσοστό απαίτησης σε οξείδιο του αζώτου για τη μονάδα παραγωγής ηλ. ρεύματος (*r*)

$\mathbf{HGI}_i$  = ο δείκτης αντοχής στη σύνθλιψη του γαιάνθρακα από τη συμβαλλόμενη πηγή (*i*)

$\mathbf{minHGI}_r$  = ο ελάχιστος επιτρεπόμενος δείκτης αντοχής στη σύνθλιψη στο γαιάνθρακα για τη μονάδα παραγωγής ηλ. ρεύματος (*r*)

$\mathbf{maxHGI}_r$  = ο μέγιστος επιτρεπόμενος δείκτης αντοχής στη σύνθλιψη στο γαιάνθρακα για τη μονάδα παραγωγής ηλ. ρεύματος (*r*)

$\mathbf{H2O}_i$  = το ποσοστό της περιεχόμενης υγρασίας στο γαιάνθρακα από τη συμβαλλόμενη

πηγή ( $i$ )

$\min H_2O_r$  = το ελάχιστο επιτρεπόμενο ποσοστό περιεχόμενης υγρασίας στο γαιάνθρακα για τη μονάδα παραγωγής ηλ. ρεύματος ( $r$ )

$\max H_2O_r$  = το μέγιστο επιτρεπόμενο ποσοστό περιεχόμενης υγρασίας στο γαιάνθρακα για τη μονάδα παραγωγής ηλ. ρεύματος ( $r$ )

$SUP_r$  = ο μέγιστος αριθμός των συμβαλλόμενων πηγών γαιάνθρακα που μπορούν να προμηθεύουν τη μονάδα παραγωγής ηλ. ρεύματος ( $r$ )

$CAP_j$  = δυναμικότητα φορτοεκφόρτωσης για λιμάνι ( $j$ ) (σε tn)

#### 4.4 Περιορισμοί

Οι περιορισμοί είναι οι μαθηματικές σχέσεις που καθορίζουν τις τιμές που μπορούν να πάρουν οι μεταβλητές απόφασης στη διαδικασία της βελτιστοποίησης. Καθορίζουν δηλαδή το πεδίο ορισμού (εφικτό χωρίο) του προβλήματος. Οι περιορισμοί μπορεί να είναι ισότητες ή ανισότητες. Παρακάτω οι περιορισμοί που καθορίζουν τις μεταβλητές απόφασης του προβλήματος:

##### 4.4.1 Περιορισμός προμήθειας

Η κάθε συμβαλλόμενη πηγή επιβάλλει ένα κατώτατο όριο ως την ελάχιστη δυνατή παραγγελία που μπορεί να κάνει η κάθε μονάδα παραγωγής αλλά και ένα ανώτερο όριο που αφορά τη δυναμικότητα της κάθε πηγής ανά μονάδα χρόνου και έχει τη μορφή:

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{j=1}^M \sum_{r=1}^N x_{ijr} \geq \min S_i \\ \sum_{j=1}^M \sum_{r=1}^N x_{ijr} \leq \max S_i \end{array} \right\} \forall i = 1, \dots, L \quad (1)$$

##### 4.4.2 Περιορισμός ζήτησης

Η κάθε μονάδα παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος με βάση τον ετήσιο προγραμματισμό

έχει ανάγκη για συγκεκριμένη ποσότητα γαιάνθρακα που πρέπει να καλύπτεται από τη προσφορά των συμβαλλόμενων πηγών.

$$\sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M x_{ijr} \geq T_r \quad \forall r = 1, \dots, N \quad (2)$$

#### 4.4.3 Περιορισμός στη περιεκτικότητα οξειδίου του θείου

Ο περιορισμός επιβάλλει ότι η περιεκτικότητα σε οξείδιο του θείου στον γαιάνθρακα που προμηθεύεται η κάθε μονάδα παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος με εγκαταστάσεις ανάμιξης πρέπει να περιοριστεί εντός του ανώτατου και κατώτατου ορίου που επιβάλλουν οι περιβαλλοντικοί κανονισμοί. Ο περιορισμός αυτός έχει τη μορφή:

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M S_i \cdot x_{ijr} - SUL_r \cdot \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M x_{ijr} \geq 0 \\ \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M S_i \cdot x_{ijr} - SUU_r \cdot \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M x_{ijr} \leq 0 \end{array} \right\} \quad \forall r \in b \quad (3)$$

#### 4.4.4 Περιορισμός στο ενεργειακό περιεχόμενο

Ο περιορισμός επιβάλλει ότι το ενεργειακό περιεχόμενο του γαιάνθρακα που προμηθεύεται η κάθε μονάδα παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος με εγκαταστάσεις ανάμιξης πρέπει να περιοριστεί εντός του ανώτατου και κατώτατου ορίου που επιβάλλουν οι προδιαγραφές του λέβητα. Ο περιορισμός αυτός έχει τη μορφή:

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M H_i \cdot x_{ijr} - HL_r \cdot \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M x_{ijr} \geq 0 \\ \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M H_i \cdot x_{ijr} - HU_r \cdot \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M x_{ijr} \leq 0 \end{array} \right\} \quad \forall r \in b \quad (4)$$

#### 4.4.5 Περιορισμός στην περιεκτικότητα πτητικών ουσιών

Ο περιορισμός επιβάλλει ότι η περιεκτικότητα σε πτητικές ουσίες στον γαιάνθρακα που προμηθεύεται η κάθε μονάδα παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος με εγκαταστάσεις

ανάμιξης πρέπει να περιοριστεί εντός του ανώτατου και κατώτατου ορίου που επιβάλλουν οι περιβαλλοντικοί κανονισμοί. Ο περιορισμός αυτός έχει τη μορφή:

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M V_i \cdot x_{ijr} - VL_r \cdot \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M x_{ijr} \geq 0 \\ \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M V_i \cdot x_{ijr} - VU_r \cdot \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M x_{ijr} \leq 0 \end{array} \right\} \quad \forall r \in b \quad (5)$$

#### 4.4.6 Περιορισμός στη περιεκτικότητα τέφρας

Ο περιορισμός επιβάλλει ότι η περιεκτικότητα σε τέφρα στον γαιάνθρακα που προμηθεύεται η κάθε μονάδα παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος με εγκαταστάσεις ανάμιξης πρέπει να περιοριστεί κάτω του ανώτατου ορίου που επιβάλλουν οι περιβαλλοντικοί κανονισμοί. Ο περιορισμός αυτός έχει τη μορφή:

$$\sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M A_i \cdot x_{ijr} - AU_r \cdot \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M x_{ijr} \leq 0 \quad \forall r \in b \quad (6)$$

#### 4.4.7 Περιορισμός στη περιεκτικότητα οξειδίου του αζώτου

Ο περιορισμός επιβάλλει ότι η περιεκτικότητα σε οξείδιο του αζώτου στον γαιάνθρακα που προμηθεύεται η κάθε μονάδα παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος με εγκαταστάσεις ανάμιξης πρέπει να περιοριστεί εντός του ανώτατου και κατώτατου ορίου που επιβάλλουν οι περιβαλλοντικοί κανονισμοί. Ο περιορισμός αυτός έχει τη μορφή:

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M N_i \cdot x_{ijr} - NL_r \cdot \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M x_{ijr} \geq 0 \\ \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M N_i \cdot x_{ijr} - NU_r \cdot \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M x_{ijr} \leq 0 \end{array} \right\} \quad \forall r \in b \quad (7)$$

#### 4.4.8 Περιορισμός ροής για τις επιτρεπόμενες προμήθειες

Ο περιορισμός επιβάλλει ότι ο δείκτης αντοχής της σύνθλιψης και η περιεκτικότητα σε υγρασία στον γαιάνθρακα που προμηθεύει η κάθε συμβαλλόμενη πηγή πρέπει να

περιοριστεί εντός του ανώτατου και κατώτατου ορίου που επιβάλλουν οι επιχειρησιακές απαιτήσεις. Ο περιορισμός αυτός έχει τη μορφή:

$$x_{ijr} = 0 \quad \text{αν } HGI_i \notin [\min HGI_r, \max HGI_r], \\ \text{ή αν } H2O_i \notin [\min H2O_r, \max H2O_r] \\ \forall j=1, \dots, M \text{ και } \forall i=1, \dots, L, r=1, \dots, N \quad (8)$$

#### 4.4.9 Περιορισμός ροής λόγω των ποιοτικών απαιτήσεων

Για τις μονάδες παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος που δεν διαθέτουν εγκατάσταση ανάμιξης, ο περιορισμός αυτός επιβάλλει ότι το περιεχόμενο ποσοστό οξειδίου του θείου, το ενεργειακό περιεχόμενο, το ποσοστό πτητικών ουσιών, το ποσοστό της περιεχόμενης τέφρας, και το περιεχόμενο ποσοστό οξειδίου του αζώτου του γαιάνθρακα από τη κάθε συμβαλλόμενη πηγή θα πρέπει να περιορίζεται μέσα στα όρια του ανώτατου και κατώτατου ορίου που επιβάλλουν περιβαλλοντικοί κανονισμοί.

$$x_{ijr} = 0 \quad \text{αν } S_i \notin [SL_r, SU_r], \\ \text{ή αν } H_i \notin [HL_r, HU_r], \\ \text{ή αν } V_i \notin [VL_r, VU_r] \\ \text{ή αν } A_i > AU_r \\ \text{ή αν } N_i \notin [NL_r, NU_r] \\ \forall j=1, \dots, M \text{ και } \forall i=1, \dots, L, r \in p \quad (9)$$

#### 4.4.10 Περιορισμός δυναμικότητας φορτοεκφόρτωσης φορτίων

Το κάθε λιμάνι έχει μια δυναμικότητα στη ποσότητα των φορτίων που μπορεί να φορτωθούν ή να εκφορτωθούν για μια χρονική περίοδο. Ο περιορισμός αυτός φροντίζει ότι τα φορτία που δέχονται τα λιμάνια δεν ξεπερνούν τη δυναμικότητά τους.

$$\left. \begin{aligned} \sum_{r=1}^N x_{ijr} - \min \left\{ \max S_i, \max \left\{ \min S_i, CAP_j, \sum_r^N T_r \right\} \right\} \cdot y_{ij} &\leq 0 \\ \sum_{r=1}^N x_{ijr} - CAP_j \cdot y_{ij} &\geq 0 \end{aligned} \right\} \\ \forall i=1, \dots, L \text{ και } \forall j=1, \dots, M \quad (10)$$

#### 4.4.11 Περιορισμοί στον αριθμό των συμβαλλόμενων πηγών

Για να αποφευχθούν επιβλαβείς επιδράσεις της ανάμιξης του γαιάνθρακα στο λέβητα, ο αριθμός της συμβαλλόμενης πηγής που προμηθεύει κάποια συγκεκριμένη μονάδα παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος περιορίζεται από κάποια μέγιστη τιμή. Για αυτό το λόγο οι δύο παρακάτω περιορισμοί χρησιμοποιούνται για να περιορίσουν τον αριθμό των συμβαλλόμενων πηγών γαιάνθρακα που επιτρέπεται να προμηθεύσουν τη κάθε μονάδα παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος λόγω λειτουργικών απαιτήσεων.

$$\sum_{r=1}^N x_{ijr} - \min \left\{ \max S_i, \max \left\{ \min S_i, SUP_r \cdot \sum_{j=1}^M CAP_j \cdot T_r \right\} \right\} \cdot w_{ir} \leq 0$$

$$\forall i=1, \dots, L \text{ και } \forall r=1, \dots, N \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^L w_{ir} \leq SUP_r \quad \forall r=1, \dots, N \quad (12)$$

#### 4.4.12 Λογικοί περιορισμοί στις μεταβλητές

$$\left. \begin{array}{l} x_{ijr} \geq 0 \quad \forall i=1, \dots, L \quad j=1, \dots, M \quad r=1, \dots, N \\ y_{ij} = \text{binary} \quad \forall i=1, \dots, L \quad j=1, \dots, M \\ w_{ir} = \text{binary} \quad \forall i=1, \dots, L \quad r=1, \dots, N \end{array} \right\}$$

### 4.5 Αντικειμενικές συναρτήσεις

Η αντικειμενική συνάρτηση αποτελεί τη μαθηματική σχέση των μεταβλητών απόφασης που εκφράζει το κριτήριο βελτιστοποίησης. Επιδιώκεται είτε η ελαχιστοποίηση είτε η μεγιστοποίησή της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης. Στο συγκεκριμένο πρόβλημα Πολυκριτηριακού Μαθηματικού Προγραμματισμού υπάρχουν δύο αντικειμενικές συναρτήσεις οι οποίες ονομάζονται και κριτήρια απόφασης. Είναι η αντικειμενική συνάρτηση του συνολικού κόστους και η αντικειμενική συνάρτηση του ρίσκου.

$$q = \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M \sum_{r=1}^N C_{ijr} \cdot x_{ijr}$$

$$risk = \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M Rsk_{ij} \cdot y_{ij}$$

Η πρώτη αντικειμενική συνάρτηση σε αυτό το μοντέλο αντιπροσωπεύει το συνολικό κόστος που απαιτείται για την μεταφορά του γαιάνθρακα από όλες τις πιθανές συμβαλλόμενες πηγές γαιάνθρακα μέσω διαφόρων λιμανιών σε διαφορετικές μονάδες παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος. Το ολικό κόστος περιλαμβάνει το κόστος αγοράς του γαιάνθρακα, το κόστος της θαλάσσιας μεταφοράς και το κόστος της χερσαίας μεταφοράς. Η δεύτερη αντικειμενική συνάρτηση αντιπροσωπεύει το ρίσκο της θαλάσσιας μεταφοράς του γαιάνθρακα από όλες τις πιθανές συμβαλλόμενες πηγές γαιάνθρακα μέσω διαφόρων λιμανιών. Το ρίσκο αυτό περιλαμβάνει πιθανούς κινδύνους που μπορεί να συναντήσει το πλοίο στη διάρκεια του ταξιδιού και αφορά καιρικές συνθήκες και καιρικά φαινόμενα που μπορεί να επικρατούν σε κάποια περιοχή, μεγάλη κυκλοφορία και συνωστισμό πλοίων, περιπτώσεις πειρατείας και άλλα έκτακτα περιστατικά.





## 5 ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

### 5.1 Εισαγωγή

Για την επίλυση του μοντέλου χρησιμοποιήθηκε ένας Η/Υ με Intel Core 2 Duo στα 2.2Ghz με 2Gb μνήμης RAM και με λειτουργικό Windows XP. Η επίλυση έγινε με το πρόγραμμα GAMS και με τη χρήση του solver IBM ILOG CPLEX.

### 5.2 Επίλυση με μια αντικειμενική συνάρτηση

Αρχικά έγινε μοντελοποίηση του προβλήματος με μία μόνο αντικειμενική συνάρτηση, αυτή του συνολικού κόστους, οπότε είχε τη μορφή ενός προβλήματος Μικτού Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού. Ο σκοπός ήταν η ελαχιστοποίηση της εξίσωσης του συνολικού κόστους. Ο Η/Υ χρειάστηκε μόνο 15 msec για την επίλυση του προβλήματος. Η αποκτηθείσα λύση παρουσιάζεται στον *πίνακα 5.2*, όπου αναφέρονται οι ποσότητες γαιάνθρακα που μεταφέρονται από τη κάθε συμβαλλόμενη πηγή στη κάθε μονάδα παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας μέσω λιμανιού μεταφόρτωσης. Προσθέτοντας τις ποσότητες στη κάθε στήλη παίρνουμε τη ζήτηση της κάθε μονάδας ενώ προσθέτοντας τις ποσότητες σε κάθε γραμμή παίρνουμε τη προσφορά της κάθε πηγής. Οι ποσότητες όπως και η ποιότητα του γαιάνθρακα ικανοποιούν όλες τις περιβαλλοντικές απαιτήσεις και τις προδιαγραφές του κάθε λέβητα. Το συνολικό κόστος της τελικής λύσης είναι **851.270.400 \$/year**. Για την οπτικοποίηση των αποτελεσμάτων χρησιμοποιήθηκε το παρακάτω δίκτυο μεταφοράς σε μορφή διαγράμματος (*σχήμα 5.2*) όπου αποτελείται από κόμβους που παριστάνουν τη κάθε πηγή γαιάνθρακα, το κάθε λιμάνι μεταφόρτωσης, τη κάθε μονάδα παραγωγής και από ενώσεις που παριστάνουν τη βέλτιστη διαδρομή.

### 5.3 Επίλυση του πολυκριτηριακού μοντέλου

Με τη προσθήκη και της δεύτερης αντικειμενικής συνάρτησης, αυτής του ρίσκου, το πρόβλημα μετατράπηκε σε πρόβλημα Πολυκριτηριακού Μαθητικού Προγραμματισμού

με σκοπό τη παραγωγή διαγράμματος Pareto. Αυτή τη φορά ο χρόνος για την επίλυση του προβλήματος ήταν αισθητά μεγαλύτερος στα 761,95 sec (12' 41'' 95). Στον πίνακα πληρωμών (πίνακας 5.1) αναγράφονται η μέγιστη τιμή κόστους της πρώτης αντικειμενικής συνάρτησης με το μικρότερο δυνατό ρίσκο και η ελάχιστη τιμή κόστους με το μεγαλύτερο δυνατό ρίσκο. Από τις έντεκα επαναλήψεις που έγιναν κατά την επίλυση της μεθόδου ε-constraint προέκυψαν τα παρακάτω αποτελέσματα (πίνακας 5.3) όπου προκύπτει η γραφική παράσταση του συνόλου Pareto (Σχήμα 5.1).

Την τελική απόφαση την έχει ο αποφασίζων. Μια απόφαση που θα μπορούσε να πάρει κάποιος είναι το σημείο 9, όπου το ρίσκο έχει μειωθεί κατά πολύ ενώ η αύξηση του κόστους είναι πολύ μικρή. Σε αυτή τη περίπτωση οι ποσότητες που διακινούνται φαίνονται στο πίνακα 5.5 και η οπτικοποίηση των αποτελεσμάτων στο σχήμα 5.3.

Αν υπήρχαν δεδομένα για το συνολικό κόστος της όλης διαδικασίας πριν της βελτιστοποίησης θα υπήρχε ένα μέτρο σύγκρισης για να διαπιστωθεί αν και κατά πόσο έχει βελτιωθεί η λύση του προβλήματος. Ακόμα όμως και χωρίς κάποιο συγκριτικό δεδομένο υπάρχει ένας πρόχειρος τρόπος να διαπιστωθεί αν υπάρχει βελτιστοποίηση. Η συνολική ζήτηση σε γαιάνθρακα από όλες τις μονάδες παραγωγής είναι **14.025.000 tons/year**. Αν αυτό το ποσό πολλαπλασιαστεί με το μέσο όρο του  $C_{ijr}$  του συνολικού κόστους προμήθειας και μεταφοράς προκύπτει το ποσό **1.225.083.750 \$/year**. Συγκρίνοντάς το με τη βελτιστοποιημένη λύση προκύπτει ότι υπάρχει βελτίωση της τάξης του 30,5% το οποίο είναι ένα πολύ σημαντικό ποσοστό ειδικά όταν υπολογίζουμε τόσο μεγάλα ποσά.

Πίνακας 5.1: Πίνακας πληρωμών - συνολικό κόστος και ρίσκο

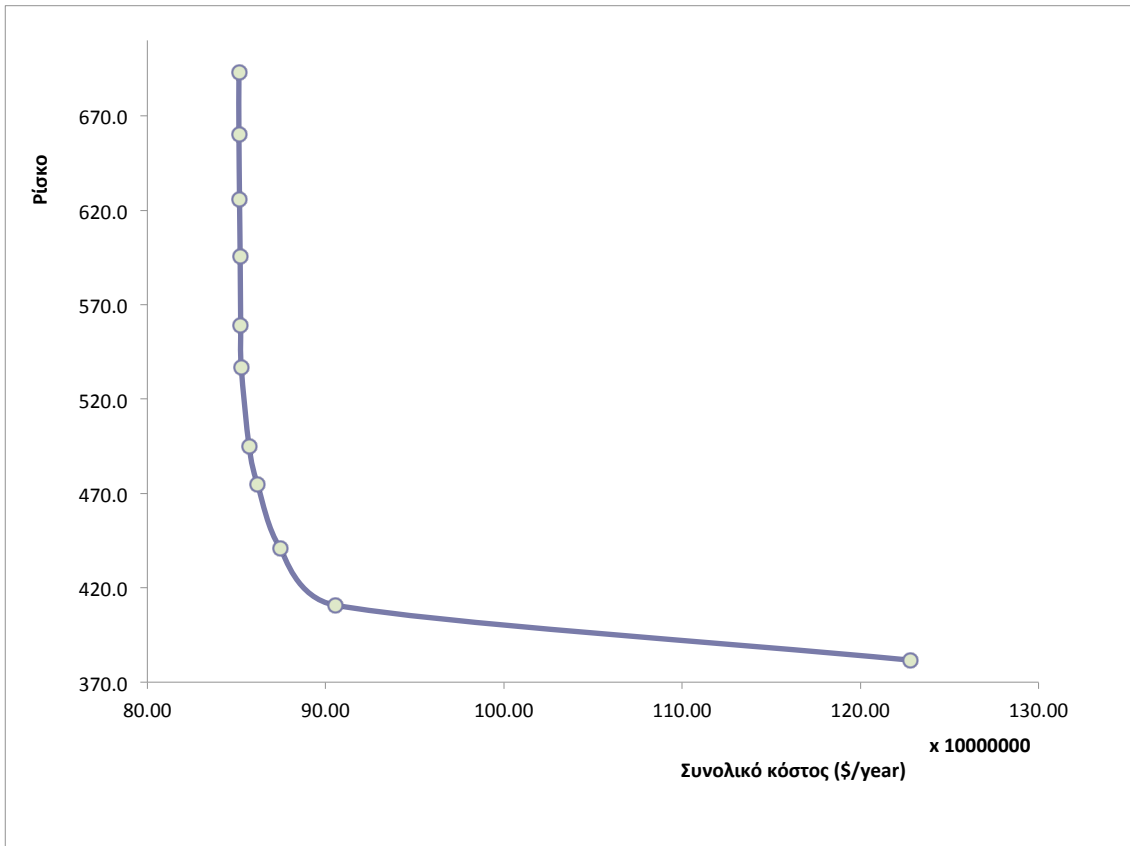
	$f_1$	$f_2$
<b>min <math>f_1</math></b>	851,270,400	693.0
<b>min <math>f_2</math></b>	1,227,677,400	381.7

**Πίνακας 5.2: Οι ποσότητες γαιάνθρακα (σε 1000 tn/year) που μεταφέρονται από τη κάθε συμβαλλόμενη πηγή στη κάθε μονάδα παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας μέσω λιμανιού μεταφόρτωσης - Περίπτωση μίας αντικειμενικής συνάρτησης**

Πηγή	Μον. 1	Μον. 2	Μον. 3	Μον. 4	Μον. 5	Μον. 6	Μον. 7	Μον. 8	Μον. 9	Μον. 10	Μον. 11	Μον. 12	Συνολική προσφορά
1		800											800
2			1393									397	1790
3											104	196	300
4				610					110				720
5							690						690
6							598	352				814	1764
7									564	1139			1703
8	473				123	501	3						1100
9				681					609	144			1434
10					1168	790							1958
11													0
12								1146					1146
13											1303		1303
<b>Συνολική ζήτηση</b>	<b>473</b>	<b>800</b>	<b>1393</b>	<b>1291</b>	<b>1291</b>	<b>1291</b>	<b>1291</b>	<b>1498</b>	<b>1283</b>	<b>1283</b>	<b>1407</b>	<b>1407</b>	

**Πίνακας 5.3: Τιμές συνολικού κόστους ρίσκου μετά από κάθε επανάληψη κατά την επίλυση του μοντέλου με τη μέθοδο AUGMECON**

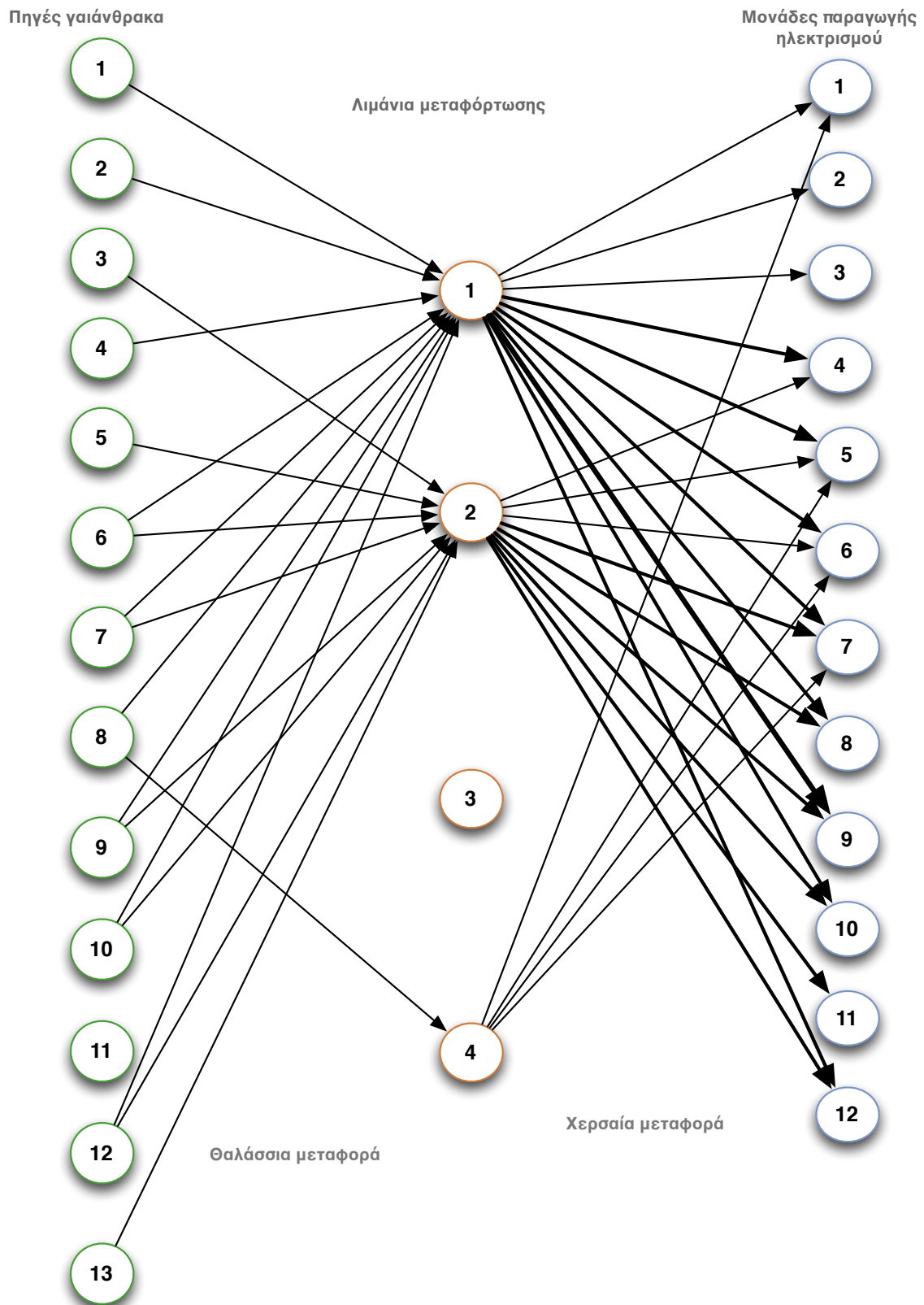
	Συνολικό κόστος (\$/year)	Ρίσκο
1	851,270,400.00	693.0
2	851,380,665.91	660.3
3	851,715,698.66	625.7
4	852,070,400.00	595.6
5	852,370,400.00	559.2
6	852,701,500.00	536.8
7	857,100,400.00	494.9
8	861,910,400.00	474.5
9	874,642,400.00	440.8
10	905,400,000.00	410.8
11	1,227,677,400.00	381.7



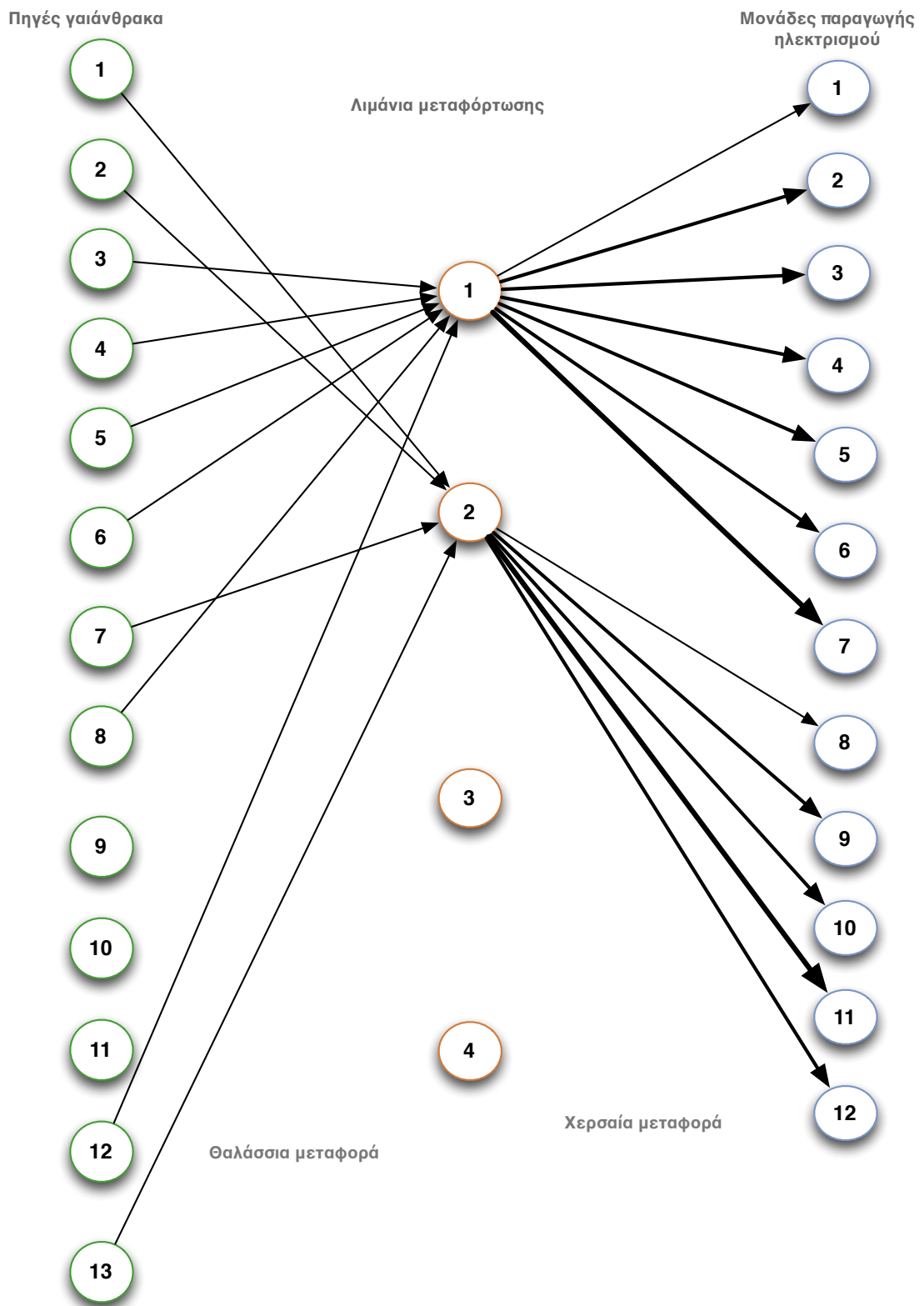
Σχήμα 5.1: Γραφική απεικόνιση του συνόλου Pareto των αντικειμενικών συναρτήσεων του συνολικού κόστους και του ρίσκου.

Πίνακας 5.4: Χαρακτηριστικά επίλυσης του αρχικού μονοκριτηριακού μοντέλου

Παράμετροι	Τιμές
Blocks of equations	17
Blocks of variables	4
Single equations	383
Single variables	833
Discrete variables	208
Non zero elements	8473
Execution time	0.031 seconds
Solver status	1 Normal Completion
Model status	8 Integer Solution
MIP Solution	918,726,843.02
Iterations	281
Nodes	0
Best possible solution	851,270,400.00
Absolute gap	67,456,443.02



**Σχήμα 5.2: Δίκτυο μεταφοράς γαιάνθρακα από τη κάθε συμβαλλόμενη πηγή στη κάθε μονάδα παραγωγής - Περίπτωση μίας αντικειμενικής συνάρτησης**



Σχήμα 5.3: Δίκτυο μεταφοράς γαιάνθρακα από τη κάθε συμβαλλόμενη πηγή στη κάθε μονάδα παραγωγής - Περίπτωση δύο αντικειμενικών συναρτήσεων (σημείο 9)

**Πίνακας 5.5: Οι ποσότητες γαιάνθρακα (σε 1000 tn/year) που μεταφέρονται από τη κάθε συμβαλλόμενη πηγή στη κάθε μονάδα παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας μέσω λιμανιού μεταφόρτωσης - Περίπτωση δύο αντικειμενικών συναρτήσεων (σημείο 9)**

Πηγή	Μον 1	Μον 2	Μον 3	Μον 4	Μον 5	Μον 6	Μον 7	Μον 8	Μον 9	Μον 10	Μον 11	Μον 12	Συνολική προσφορά
1									775		190		965
2								1498	508	71	133		2210
3		493											493
4			344			536							880
5					910								910
6				1187			577						1764
7										1212		491	1703
8						755	345						1100
9													0
10													0
11													0
12	473	307	366	104	381		369						2000
13											1084	916	2000
<b>Συνολική ζήτηση</b>	<b>473</b>	<b>800</b>	<b>710</b>	<b>1291</b>	<b>1291</b>	<b>1291</b>	<b>1291</b>	<b>1498</b>	<b>1283</b>	<b>1283</b>	<b>1407</b>	<b>1407</b>	





## **6 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ**

### **6.1 Εισαγωγή**

Ο σκοπός του προβλήματος δρομολόγησης θαλασσίων φορτίων γαιάνθρακα για εταιρία παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος είναι η εξασφάλιση αποδοτικών αποφάσεων που αφορούν τη προμήθεια, διανομή και κατανομή του γαιάνθρακα. Τα θέματα που εξετάζονται σε αυτό το πρόβλημα είναι η προμήθεια, ποιότητα και τιμή του γαιάνθρακα από κάθε συμβαλλόμενη πηγή, τη ζήτηση, τις ποιοτικές απαιτήσεις και το όριο στον αριθμό των προμηθευτών και την παρουσία εγκαταστάσεων ανάμιξης σε κάθε μονάδα παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος, όπως επίσης και οι περιβαλλοντικές και λειτουργικές απαιτήσεις. Τα συμπεράσματα που προκύπτουν χωρίζονται σε δύο κατηγορίες: τα συμπεράσματα που αφορούν τη μέθοδο και τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή της μέθοδο στο πρόβλημα.

### **6.2 Συμπεράσματα για τη μέθοδο**

Τα προβλήματα που καλείται να αντιμετωπίσει κάποιος στη σημερινή εποχή είναι πολύπλοκα και για να ληφθεί μια απόφαση χρειάζονται εργαλεία τα οποία μπορούν να δίνουν τις καλύτερες δυνατές λύσεις. Ένα τέτοιο εργαλείο είναι ο Πολυκριτηριακός Μαθηματικός Προγραμματισμός ο οποίος καλύπτει πολύ μεγαλύτερο αριθμό προβλημάτων σε σχέση με τον απλό Γραμμικό Προγραμματισμό.

Πολλαπλότητα κριτηρίων σημαίνει και πολλαπλότητα λύσεων. Έτσι ο ΠΜΠ παρουσιάζει όλες τις ικανές λύσεις και όχι τη βέλτιστη λύση του προβλήματος και αφήνει στον αποφασίζων, δίνοντάς του όμως όλες τις δυνατές πληροφορίες να πάρει εκείνος την απόφαση της βέλτιστης λύσης.

Η πολλαπλότητα λύσεων προσφέρει τη δυνατότητα σχεδιασμού διαγραμμάτων συνόλων Pareto. Τα διαγράμματα αυτά είναι σημαντικά εργαλεία στη λήψη αποφάσεων καθότι προσφέρουν το σύνολο των λύσεων και μια πιο ολοκληρωμένη εικόνα για τη ευκολότερη κατανόηση πολύπλοκων μοντέλων.

Η χρήση της γλώσσας προγραμματισμού GAMS δίνει την ευκαιρία στον αποφασίζων

να πειραματιστεί με διαφορετικά δεδομένα και να διαπιστώσει την ευαισθησία του μοντέλου και το κατά πόσο θα επηρεαστούν οι τελικές ικανές λύσεις, λόγω της ευκολίας στην χρήση και την ευελιξία. Μπορεί να δοκιμάσει διαφορετικά σενάρια όπως επίσης και να προσθέσει και περισσότερες αντικειμενικές συναρτήσεις προσαρμόζοντας το μοντέλο όσο πιο κοντά στην πραγματικότητα γίνεται.

Ο χρόνος επίλυσης του μοντέλου εξαρτάται κατά πρώτο λόγο από το μέγεθος αυτού και τον αριθμό των αντικειμενικών συναρτήσεων. Ενώ με τη μια αντικειμενική συνάρτηση ο χρόνος επίλυσης ήταν ταχύτερος, με τη προσθήκη της δεύτερης αντικειμενική συνάρτηση έγινε τουλάχιστο 200 φορές μεγαλύτερος. Επίσης ο χρόνος επίλυσης εξαρτάται από το πόσο “στενοί” περιορισμοί υπάρχουν αλλά και από τις τεχνικές επίλυσης που χρησιμοποιεί ο χρήστης.

Η χρήση της μεθόδου ε-constraint έχει αρκετά πλεονεκτήματα σε σχέση με άλλες μεθόδους. Ένα από αυτά σε σχέση με τις μεθόδους συντελεστών στάθμισης είναι ότι μεταβάλλει την αρχική περιοχή εφικτών λύσεων και είναι σε θέση να παράγει μη-ακραίες αποδοτικές λύσεις. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την αξιοποίηση κάθε επίλυσης ώστε να παράγει διαφορετικές αποτελεσματικές λύσεις που συνθέτουν ένα πιο πλούσιο αποτελεσματικό σύνολο. Επίσης είναι πολύ εύκολο να ελέγχεται ο αριθμός των παραγόμενων αποτελεσματικών λύσεων, απλά αλλάζοντας τον αριθμό των σημείων πλέγματος στο εύρος της κάθε αντικειμενικής συνάρτησης. Τέλος, ενώ σε άλλες μεθόδους ο έλεγχος της κλίμακας των αντικειμενικών συναρτήσεων είναι καθοριστικής σημασίας για τα παραγόμενα αποτελέσματα, δεν συμβαίνει το ίδιο και με τη μέθοδο ε-constraint αφού δεν είναι απαραίτητο κάτι τέτοιο.

### **6.3 Συμπεράσματα για την εφαρμογή της μεθόδου στο πρόβλημα**

Αρχικά διαπιστώνεται ότι με τις δύο αντικειμενικές συναρτήσεις το πρόβλημα έγινε πιο ρεαλιστικό, λαμβάνοντας υπ’ όψιν παράγοντες κινδύνου που δεν είχαν υπολογιστεί αρχικά. Είναι εμφανής η χρησιμότητα του ΠΜΠ τη λήψη αποφάσεων καθώς τα προβλήματα που καλούνται να αντιμετωπίσουν και να επιλύσουν αυτοί που παίρνουν τις αποφάσεις είναι όλο και πιο πολύπλοκα και με πολλές αντικειμενικές συναρτήσεις.

Από τη λύση του προβλήματος παρέχονται λεπτομερείς πληροφορίες που αφορούν το

προγραμματισμό των φορτίων, περιλαμβάνοντας τις ποσότητες που πρέπει να αποκτηθούν από κάθε πηγή, τη διαδρομή που θα ακολουθηθεί, το λιμάνι που θα γίνει η μεταφόρτωση μέχρι να φτάσει στον τελικό προορισμό και όλα αυτά τηρώντας τις περιβαλλοντικές και λειτουργικές απαιτήσεις της κάθε μονάδας παραγωγής.

Επειδή οι τιμές του ρίσκου των θαλάσσιων διαδρομών χρησιμοποιήθηκαν αυθαίρετα έγιναν αρκετές δοκιμές μέχρι την τελική κατάληξη σε αυτές που παρουσιάζονται στο *πίνακα 3.5*. Από αυτές τις δοκιμές διαπιστώθηκε ότι το μοντέλο διαθέτει ικανοποιητική ευαισθησία σε αλλαγές τιμών, αφού κάθε φορά υπήρχαν μεγάλες διαφοροποιήσεις στο εύρος των τιμών της αντικειμενικής συνάρτησης του ρίσκου, όπως επίσης και στις επιλογές του μοντέλου για τις διαδρομές που θα ακολουθούσε το κάθε φορτίο. Από τη στιγμή που δεν γινόντουσαν αλλαγές στις τιμές του κόστους  $C_{ijr}$ , δεν υπήρχε καμία αλλαγή στην βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του κόστους.

Στις παραγόμενες ικανές λύσεις του μοντέλου παρατηρείται ότι για μικρό κόστος, άρα και μεγάλο ρίσκο, επιλέγονται για μεταφόρτωση τα δύο πρώτα λιμάνια όπου στη συνέχεια διοχετεύουν το γαιάνθρακα σε όλες τις μονάδες παραγωγής. Όσο το κόστος ανεβαίνει και κατά συνέπεια το ρίσκο μικραίνει τόσο αρχίζει να γίνεται και χρήση των λιμανιών μεταφόρτωσης 3 και 4, ιδιαίτερα του τελευταίου, και τόσο μειώνεται η χρήση των δύο πρώτων.

Η χρήση του ΠΜΠ δίνει τη δυνατότητα στο να προστεθούν και άλλες αντικειμενικές συναρτήσεις και να γίνει ακόμα πιο πολύπλοκο το πρόβλημα με σκοπό να διερευνηθούν περισσότερες πτυχές του προβλήματος. Θα μπορούσε για παράδειγμα να ενσωματωθεί η χρονική διάσταση στο θέμα, η κατανάλωση των καυσίμων και κατά συνέπεια και οι εκπομπές αυτών, η αβεβαιότητα της τιμής των καυσίμων κ.α. Αυτό είναι κάτι που ο χρήστης εύκολα μπορεί να το προσαρμόσει στο μοντέλο ανάλογα με τις ανάγκες του προβλήματος.

Ο χρόνος επίλυσης ήταν αρκετά σύντομος για ένα πρόβλημα με δύο αντικειμενικές συναρτήσεις. Εάν αυξηθεί ο αριθμός όμως των αντικειμενικών συναρτήσεων ο χρόνος μπορεί να αυξηθεί τόσο πολύ που να μην είναι δυνατή η χρήση του προγράμματος για εμπορική χρήση. Για αυτό μπορεί να γίνει χρήση ευρεστικών τεχνικών, στοχαστικών μοντέλων ή καλύτερη δόμηση του μοντέλου ώστε να μειωθεί ο χρόνος επίλυσης σε λογικά επίπεδα.

Με βάση ένα πρόχειρο υπολογισμό για να διαπιστωθεί αν υπάρχει βελτιστοποίηση, διαπιστώνεται ότι με τη χρήση του μοντέλου υπάρχει μείωση κόστους της τάξης του 30,5% το οποίο είναι ένα πολύ σημαντικό ποσοστό ειδικά όταν υπολογίζουμε τόσο μεγάλα ποσά.

## BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Bilgen B, Ozkarahan I. A mixed-integer linear programming model for bulk grain blending and shipping, *International Journal of Production Economics* 2007; 107; 555-571.
- Bilgen B, Ozkarahan I. Strategic, tactical and operational production and distribution models: A review, *International Journal of Technology Management* 2004; 28; 151-171.
- Bisschop J. AIMMS – Optimization Modeling. Paragon Decision Technology; 2011.
- Brown G.G, Graves G.W, Ronen D. Scheduling Ocean Transportation of Crude Oil, *Management Science* 1987; 33; 335-346.
- Christiansen M, Fagerholt K, Ronen D. Ship routing and scheduling: Status and perspectives, *Transportation Science* 2004; 38; 1–18.
- Christiansen M, Fagerholt K. Robust ship scheduling with multiple time windows, *Naval Research Logistics* 2002; 49; 611-625.
- Christiansen M. Decomposition of a combined inventory and time constrained ship routing problem, *Transportation Science* 1999; 33; 3-16.
- Christiansen M, Nygreen B. A method for solving ship routing problems with inventory constraints, *Annals of Operations Research* 1998; 81; 357-378.
- Christiansen M, Nygreen B. Modeling path flows for a combined ship routing and inventory management problem, *Annals of Operations Research* 1998; 82; 391-412.
- Crist P. Security in maritime transport: Risk factors and economic impact. Maritime Transport Committee: Paris; 2003.
- Gothe-Lundgren M, Lundgren JT, Persson AA. An optimization model for refinery production scheduling, *International Journal of Production Economics* 2002; 78; 255-270.
- Gunnarsson H, Ronnqvist M, Carlsson D. A combined terminal location and ship routing problem, *Journal of Operational Research Society* 2006; 57; 928-938.
- Higgins A, Beashel G, Harrison A. Scheduling of brand production and shipping with in a sugar supply chain, *Journal of Operational Research Society* 2006; 57; 490-498.

- Hillier F.S., Lieberman G.J. Introduction to Operation Research, 7<sup>th</sup> Edition. McGraw Hill: New York; 2001.
- Liu C-M, Sherali H.D. A coal shipping and blending problem for an electric utility company, The International Journal of Management Science 2000; 28; 433-444.
- Mavrotas G. Effective implementation of the  $\epsilon$ -constraint method in Multi-Objective Mathematical Programming problems, Applied Mathematics and Computation 2009; 213; 455-465.
- McCarl B.A. McCarl GAMS User Guide. GAMS Development Corporation: Texas; 2008.
- Mehrez A, Hung MS, Ahn BH. An industrial ocean-cargo shipping problem, Decision Sciences 1995; 26; 395-423.
- Nygreen B, Christiansen M, Haugen K, Bjorkvoll T, Kristiansen O. Modeling Norwegian petroleum production and transportation, Annals of Operations Research 1998; 82; 251-267.
- Ronen D. Cargo ships routing and scheduling: Survey of models and problems, European Journal of Operational Research 1983; 12; 119-126.
- Ronen D. Ship scheduling: The last decade, European Journal of Operational Research 1993; 71; 325-333.
- Ronen D. Short-term scheduling of vessels for shipping bulk or semi-bulk commodities originating in a single area, Operations Research 1986; 34; 164-173.
- Ronen D. Marine inventory routing: Shipments planning, Journal of Operational Research Society 2002; 53; 108-114.
- Rosenthal R.E. GAMS – A User's Guide. GAMS Development Corporation: Washington DC; 2008.
- Sherali HD, Al-Yakoob SM, Hassan MM. Fleet management models and algorithms for an oil tanker routing and scheduling problem, IIE Transactions 1999; 31; 395-406.
- Shih L-H. Planning of fuel coal imports using a mixed integer programming method, International Journal of Production Economics 1997; 51; 243-249.
- Taha H.A. Operations Research: An Introduction, 8<sup>th</sup> Edition. Pearson Pentice Hall: New Jersey; 2007.

Tzeng G-H, Teodorovic D, Hwang M-J. Fuzzy bacteria multi-index transportation problem for coal allocation planning of Taipower, European Journal of Operational Research 1996; 95; 62-72.

Μαυρωτάς Γ. Πολυκριτηριακός Προγραμματισμός σε Συνθήκες Αβεβαιότητας: Ανάπτυξη Συστήματος Υποστήριξης Αποφάσεων και Εφαρμογή στον Ενεργειακό Σχεδιασμό. Διδακτορική Διατριβή: ΕΜΠ; Αθήνα; 2000.

Σίσκος Γ. Γραμμικός Προγραμματισμός. Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών: Αθήνα; 1998

<http://www.eudoxus.com/>

<http://www.gams.com>





# ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

## Παράρτημα Α: Το μοντέλο σε GAMS

Στο Παράρτημα Α γίνεται η παρουσίαση του κώδικα, σε γλώσσα μοντελοποίησης GAMS, του προβλήματος δρομολόγησης θαλάσσιων φορτίων.

```
$ontext
```

```
    A COAL SHIPPING AND BLENDING PROBLEM FOR AN ELECTRIC UTILITY  
    COMPANY
```

```
$offtext
```

```
$eolcom //
```

### Sets

```
i      number of overseas contract coal sources /1*13/  
j      number of transient seaports           /1*4/  
r      number of power plants                 /1*12/  
b(r)  power plants that are installed with a blending facility  
/4,5,6,7,9,10,11,12/  
p(r)  power plants that are not installed with a blending facility  
/1,2,3,8/  
k      objective functions /1*2/  
;
```

### Parameters

```
C(i,j,r)  total unit shipping cost for shipment from contract coal  
source i to power plant r through transient seaport j (dollars per  
ton)  
Rsk(i,j)  total unit shipping cost for shipment from contract coal  
source i to power plant r through transient seaport j including risk  
factor (dollars per ton)  
minS(i)   lower limit of supply quantity from contract coal source i  
(1000 tons per year)  
          /  1   800  
            2  1790  
            3   300  
            4   720  
            5   690  
            6   912  
            7   760  
            8   900  
            9    0
```

	10	0
	11	0
	12	0
	13	0 /
maxS(i)	upper limit of supply quantity from contract coal source i (1000 tons per year)	
	/	1 1000
		2 2210
		3 500
		4 880
		5 910
		6 1764
		7 1703
		8 1100
		9 2000
		10 2000
		11 2000
		12 2000
		13 2000 /
T(r)	demand quantity for power plant r (1000 tons per year)	
	/	1 473
		2 800
		3 710
		4 1291
		5 1291
		6 1291
		7 1291
		8 1498
		9 1283
		10 1283
		11 1407
		12 1407 /
S(i)	percentage of sulfur oxide content in coal from contract coal source i (%)	
	/	1 1.11
		2 0.97
		3 0.50
		4 0.63
		5 0.50
		6 0.53
		7 0.70
		8 0.58
		9 0.63
		10 0.45
		11 0.57
		12 0.58
		13 0.53 /
SUL(r)	minimal sulfur oxide requirement in percentage for power plant r (%)	
	/	1 0.45

2 0.80  
 3 0.80  
 4 0.45  
 5 0.45  
 6 0.45  
 7 0.45  
 8 0.50  
 9 0.65  
 10 0.65  
 11 0.45  
 12 0.45 /

SUU(r) maximal sulfur oxide requirement in percentage for power  
 plant r (%)

/ 1 0.65  
 2 1.20  
 3 1.20  
 4 0.65  
 5 0.65  
 6 0.65  
 7 0.65  
 8 0.65  
 9 1.50  
 10 1.50  
 11 0.65  
 12 0.65 /

H(i) calorific value for coal from contract coal source i (kcal  
 per ton of coal)

/ 1 6900  
 2 6700  
 3 7000  
 4 6700  
 5 6700  
 6 6700  
 7 6700  
 8 6600  
 9 6900  
 10 6700  
 11 6800  
 12 6600  
 13 6700 /

HL(r) minimal calorific value requirement in coal for power plant  
 r (kcal per ton of coal)

/ 1 6200  
 2 6000  
 3 6000  
 4 6500  
 5 6500  
 6 6500  
 7 6500  
 8 6400

	9	6500
	10	6500
	11	6500
	12	6500 /
HU(r)		maximal calorific value permitted in coal for power plant r (kcal per ton of coal)
	/ 1	7000
	2	7000
	3	7000
	4	7000
	5	7000
	6	7000
	7	7000
	8	7000
	9	7000
	10	7000
	11	7000
	12	7000 /
V(i)		percentage volatile matter in coal from contract source i (%)
	/ 1	33.41
	2	33.45
	3	42.22
	4	26.76
	5	32.10
	6	25.79
	7	29.49
	8	40.85
	9	41.60
	10	26.91
	11	30.74
	12	40.85
	13	25.79 /
VL(r)		percentage minimal volatile matter permitted in coal for power plant r (%)
	/ 1	37.5
	2	30.0
	3	28.0
	4	27.0
	5	27.0
	6	27.0
	7	27.0
	8	28.0
	9	29.0
	10	29.0
	11	27.0
	12	27.0 /
VU(r)		percentage maximal volatile matter permitted in coal for power plant r (%)
	/ 1	45.0
	2	34.0

	3	35.0	
	4	35.0	
	5	35.0	
	6	35.0	
	7	35.0	
	8	45.0	
	9	35.0	
	10	35.0	
	11	35.0	
	12	35.0	/
A(i)		percentage ash content in coal from contract source i (%)	
	/	1	12.37
		2	15.20
		3	8.91
		4	15.00
		5	14.48
		6	13.49
		7	12.04
		8	4.51
		9	8.91
		10	15.00
		11	14.50
		12	4.51
		13	13.49
			/
AU(r)		percentage maximal ash content permitted in coal for power plant r (%)	
	/	1	7.5
		2	16.0
		3	16.0
		4	14.0
		5	14.0
		6	14.0
		7	14.0
		8	16.0
		9	13.5
		10	13.5
		11	13.5
		12	13.5
			/
N(i)		percentage nitrous oxide content in coal from contract source i (%)	
	/	1	0.27
		2	0.23
		3	1.12
		4	0.25
		5	0.33
		6	0.20
		7	0.46
		8	0.34
		9	1.08
		10	0.24

```

11 0.10
12 0.34
13 0.20 /
NL(r)    percentage minimal nitrous oxide permitted in coal for
power plant r (%)
/ 1 0
2 0
3 0
4 0
5 0
6 0
7 0
8 0
9 0
10 0
11 0
12 0 /
NU(r)    percentage maximal nitrous oxide permitted in coal for
power plant r (%)
/ 1 2
2 2
3 2
4 2
5 2
6 2
7 2
8 2
9 2
10 2
11 2
12 2 /
HGI(i)   grindability index of coal from contract source i
/ 1 58
2 54
3 49
4 50
5 55
6 52
7 49
8 46
9 48
10 50
11 50
12 46
13 52 /
minHGI(r) minimal grindability permitted in coal for power plant r
/ 1 40
2 48
3 48
4 45

```

```

5 45
6 45
7 45
8 45
9 50
10 50
11 50
12 50 /
maxHGI(r) maximal grindability permitted in coal for power plant r
/ 1 60
2 60
3 60
4 60
5 60
6 60
7 60
8 60
9 60
10 60
11 60
12 60 /
H2O(i) percentage moisture content in coal from contract source i
(%)
/ 1 9.88
2 8.85
3 10.43
4 9.86
5 8.53
6 7.26
7 8.45
8 12.30
9 10.50
10 10.00
11 9.96
12 12.30
13 7.26 /
minH2O(r) percentage minimal moisture content permitted in coal for
power plant r (%)
/ 1 0
2 0
3 0
4 0
5 0
6 0
7 0
8 0
9 0
10 0
11 0
12 0 /

```



maxH2O(r) percentage maximal moisture content permitted in coal for power plant r (%)

```

/ 1 15
   2 15
   3 15
   4 15
   5 15
   6 15
   7 15
   8 15
   9 15
  10 15
  11 15
  12 15 /

```

SUP(r) maximal number of contract coal sources that can supply power plant r

```

/ 1 2
   2 2
   3 2
   4 2
   5 2
   6 2
   7 3
   8 2
   9 3
  10 4
  11 4
  12 3 /

```

CAP(j) shipload capacity utilization threshold for seaport j (1000 tons)

```

/ 1 65
   2 110
   3 65
   4 65 /

```

;

**Table C(i,j,r)** total unit shipping cost for shipment from contract coal source i to power plant r through transient seaport j (dollars per ton)

	1	2	3	4	5	6	7	8
9		10	11	12				
1.1	94.1	92.0	92.0	82.8	82.8	82.8	82.8	101.0
104.1	104.1	104.1	104.1					
1.2	106.3	104.2	104.2	91.0	91.0	91.0	91.0	68.8
71.9	71.9	71.9	71.9					
1.3	87.5	102.7	102.7	112.6	112.6	112.6	112.6	134.4
137.4	137.4	137.4	137.4					
1.4	82.4	108.6	108.6	121.8	121.8	121.8	121.8	130.5
144.7	144.7	144.7	144.7					
2.1	94.1	92.0	92.0	82.8	82.8	82.8	82.8	101.0
104.1	104.1	104.1	104.1					
2.2	106.3	104.2	104.2	91.0	91.0	91.0	91.0	68.8

71.9	71.9	71.9	71.9					
2.3	87.5	102.7	102.7	112.6	112.6	112.6	112.6	134.4
137.4	137.4	137.4	137.4					
2.4	82.4	108.6	108.6	121.8	121.8	121.8	121.8	130.5
144.7	144.7	144.7	144.7					
3.1	82.3	80.2	80.2	71.0	71.0	71.0	71.0	89.2
92.3	92.3	92.3	92.3					
3.2	89.5	87.4	87.4	74.2	74.2	74.2	74.2	52.0
55.1	55.1	55.1	55.1					
3.3	78.1	93.3	93.3	103.2	103.2	103.2	103.2	125.0
128.0	128.0	128.0	128.0					
3.4	73.0	99.2	99.2	112.4	112.4	112.4	112.4	121.1
135.3	135.3	135.3	135.3					
4.1	77.3	75.2	75.2	66.0	66.0	66.0	66.0	84.2
87.3	87.3	87.3	87.3					
4.2	88.5	86.4	86.4	73.2	73.2	73.2	73.2	51.0
54.1	54.1	54.1	54.1					
4.3	72.1	87.3	87.3	97.2	97.2	97.2	97.2	119.0
122.0	122.0	122.0	122.0					
4.4	67.0	93.2	93.2	106.4	106.4	106.4	106.4	115.1
129.3	129.3	129.3	129.3					
5.1	77.3	75.2	75.2	66.0	66.0	66.0	66.0	84.2
87.3	87.3	87.3	87.3					
5.2	88.5	86.4	86.4	73.2	73.2	73.2	73.2	51.0
54.1	54.1	54.1	54.1					
5.3	72.1	87.3	87.3	97.2	97.2	97.2	97.2	119.0
122.0	122.0	122.0	122.0					
5.4	67.0	93.2	93.2	106.4	106.4	106.4	106.4	115.1
129.3	129.3	129.3	129.3					
6.1	69.8	67.7	67.7	58.5	58.5	58.5	58.5	76.7
79.8	79.8	79.8	79.8					
6.2	81.0	78.9	78.9	65.7	65.7	65.7	65.7	43.5
46.6	46.6	46.6	46.6					
6.3	65.1	80.3	80.3	90.2	90.2	90.2	90.2	112.0
115.0	115.0	115.0	115.0					
6.4	60.0	86.2	86.2	99.4	99.4	99.4	99.4	108.1
122.3	122.3	122.3	122.3					
7.1	69.8	67.7	67.7	58.5	58.5	58.5	58.5	76.7
79.8	79.8	79.8	79.8					
7.2	81.0	78.9	78.9	65.7	65.7	65.7	65.7	43.5
46.6	46.6	46.6	46.6					
7.3	65.1	80.3	80.3	90.2	90.2	90.2	90.2	112.0
115.0	115.0	115.0	115.0					
7.4	60.0	86.2	86.2	99.4	99.4	99.4	99.4	108.1
122.3	122.3	122.3	122.3					
8.1	73.0	70.9	70.9	61.7	61.7	61.7	61.7	79.9
83.0	83.0	83.0	83.0					
8.2	86.7	84.6	84.6	71.4	71.4	71.4	71.4	49.2
52.3	52.3	52.3	52.3					
8.3	68.1	83.3	83.3	93.2	93.2	93.2	93.2	115.0
118.0	118.0	118.0	118.0					
8.4	63.0	89.2	89.2	102.4	102.4	102.4	102.4	111.1
125.3	125.3	125.3	125.3					
9.1	74.3	72.2	72.2	63.0	63.0	63.0	63.0	81.2
84.3	84.3	84.3	84.3					

9.2	85.5	83.4	83.4	70.2	70.2	70.2	70.2	48.0
51.1	51.1	51.1	51.1					
9.3	70.1	85.3	85.3	95.2	95.2	95.2	95.2	117.0
120.0	120.0	120.0	120.0					
9.4	65.0	91.2	91.2	104.4	104.4	104.4	104.4	113.1
127.3	127.3	127.3	127.3					
10.1	74.3	72.2	72.2	63.0	63.0	63.0	63.0	81.2
84.3	84.3	84.3	84.3					
10.2	85.5	83.4	83.4	70.2	70.2	70.2	70.2	48.0
51.1	51.1	51.1	51.1					
10.3	70.1	85.3	85.3	95.2	95.2	95.2	95.2	117.0
120.0	120.0	120.0	120.0					
10.4	65.0	91.2	91.2	104.4	104.4	104.4	104.4	113.1
127.3	127.3	127.3	127.3					
11.1	74.3	72.2	72.2	63.0	63.0	63.0	63.0	81.2
84.3	84.3	84.3	84.3					
11.2	85.5	83.4	83.4	70.2	70.2	70.2	70.2	48.0
51.1	51.1	51.1	51.1					
11.3	70.1	85.3	85.3	95.2	95.2	95.2	95.2	117.0
120.0	120.0	120.0	120.0					
11.4	65.0	91.2	91.2	104.4	104.4	104.4	104.4	113.1
127.3	127.3	127.3	127.3					
12.1	74.3	72.2	72.2	63.0	63.0	63.0	63.0	81.2
84.3	84.3	84.3	84.3					
12.2	85.5	83.4	83.4	70.2	70.2	70.2	70.2	48.0
51.1	51.1	51.1	51.1					
12.3	70.1	85.3	85.3	95.2	95.2	95.2	95.2	117.0
120.0	120.0	120.0	120.0					
12.4	65.0	91.2	91.2	104.4	104.4	104.4	104.4	113.1
127.3	127.3	127.3	127.3					
13.1	74.3	72.2	72.2	63.0	63.0	63.0	63.0	81.2
84.3	84.3	84.3	84.3					
13.2	85.5	83.4	83.4	70.2	70.2	70.2	70.2	48.0
51.1	51.1	51.1	51.1					
13.3	70.1	85.3	85.3	95.2	95.2	95.2	95.2	117.0
120.0	120.0	120.0	120.0					
13.4	65.0	91.2	91.2	104.4	104.4	104.4	104.4	113.1
127.3	127.3	127.3	127.3					

;

**Table** Rsk(i,j) risk factor for shipment from contract coal source i to power plant r (arbitrary units)

	1	2	3	4
1	65.2	37.0	50.3	50.6
2	57.3	54.4	56.0	36.9
3	53.5	59.9	47.2	44.0
4	41.3	67.5	55.2	38.3
5	36.9	59.7	39.0	35.6
6	37.9	55.4	46.4	52.9
7	43.5	54.2	53.9	50.3
8	47.6	37.8	43.5	57.0
9	48.9	48.4	50.4	49.3
10	65.4	47.8	51.2	47.0
11	51.8	44.8	36.8	45.9

```

12      33.9      47.1      39.1      38.9
13      59.0      44.1      50.1      44.8
;

```

### Variable

```

q      total shipping and blending cost (1000$ per year)
risk   total risk (arbitrary units)
z(k)   objective function values
;

```

### Positive Variable

```

x(i,j,r) the shipping quantity from contract coal source i to power
plant r through transient seaport j (1000 tons per year)
;

```

### Binary Variables

```

y(i,j)  the shipload capacity constraints
*it takes on a value of 1 if source i ships through seaport j, and 0
otherwise
w(i,r)  the number of contract coal sources for a particular power
plant r
*it takes on a value of 1 if source i supplies plant r and 0 otherwise
;

```

### Equations

```

cost      define cost objective function
risk_eq   define risk objective function
constr1(i) supply restrictions for each contract coal source
constr2(i) supply restrictions for each contract coal source
constr3(r) demand restrictions for each power plant
constr4(b) sulfur oxide content restrictions for each power plant
constr5(b) sulfur oxide content restrictions for each power plant
constr6(b) calorific value restrictions for each power plant
constr7(b) calorific value restrictions for each power plant
constr8(b) volatile matter restrictions for each power plant
constr9(b) volatile matter restrictions for each power plant
constr10(b) ash content restrictions for each power plant
constr11(b) nitrous oxide content restrictions for each power plant
constr12(b) nitrous oxide content restrictions for each power plant
constr13(i,j) shipload utilization restrictions for each seaport
constr14(i,j) shipload utilization restrictions for each seaport
constr15(i,r) maximal number of different contract coal sources
that are permitted to supply each power plant no1
constr16(r)  maximal number of different contract coal sources
that are permitted to supply each power plant no2
obj1      objective function 1

```

```

obj2          objective function 2
;

cost .. q =e= sum((i,j,r),C(i,j,r)*x(i,j,r));
risk_eq .. risk =e= sum((i,j),Rsk(i,j)*y(i,j));

constr1(i) .. sum((j,r),x(i,j,r)) =g= minS(i);
constr2(i) .. sum((j,r),x(i,j,r)) =l= maxS(i);

constr3(r) .. sum((i,j),x(i,j,r)) =g= T(r);

constr4(b) .. sum((i,j),S(i)*x(i,j,b)) - SUL(b)*(sum((i,j),x(i,j,b)))
=g= 0;
constr5(b) .. sum((i,j),S(i)*x(i,j,b)) - SUU(b)*(sum((i,j),x(i,j,b)))
=l= 0;

constr6(b) .. sum((i,j),H(i)*x(i,j,b)) - HL(b)*(sum((i,j),x(i,j,b)))
=g= 0;
constr7(b) .. sum((i,j),H(i)*x(i,j,b)) - HU(b)*(sum((i,j),x(i,j,b)))
=l= 0;

constr8(b) .. sum((i,j),V(i)*x(i,j,b)) - VL(b)*(sum((i,j),x(i,j,b)))
=g= 0;
constr9(b) .. sum((i,j),V(i)*x(i,j,b)) - VU(b)*(sum((i,j),x(i,j,b)))
=l= 0;

constr10(b) .. sum((i,j),A(i)*x(i,j,b)) - AU(b)*(sum((i,j),x(i,j,b)))
=l= 0;

constr11(b) .. sum((i,j),N(i)*x(i,j,b)) - NL(b)*(sum((i,j),x(i,j,b)))
=g= 0;
constr12(b) .. sum((i,j),N(i)*x(i,j,b)) - NU(b)*(sum((i,j),x(i,j,b)))
=l= 0;

constr13(i,j) .. sum((r),x(i,j,r)) -
min(maxS(i),max(minS(i),CAP(j),sum((r),T(r))))*y(i,j) =l= 0;
constr14(i,j) .. sum((r),x(i,j,r)) - CAP(j)*y(i,j) =g= 0;

constr15(i,r) ..sum((j),x(i,j,r)) -
min(maxS(i),max(minS(i),SUP(r)*sum((j),CAP(j)),T(r)))*w(i,r) =l= 0 ;
constr16(r) .. sum((i),w(i,r)) =l= SUP(r);

obj1.. z('1')=e=q ;
obj2.. z('2')=e=risk ;

*grindability index and moisture content flow restrictions on
deliveries permitted from each source to each power plant
loop(i,
    loop(j,
        loop(r,
            if ((HGI(i)>maxHGI(r)) and (HGI(i)<minHGI(r)),
x.fx(i,j,r)= 0 ;));

```

```

                                if ((H2O(i)>maxH2O(r)) and (H2O(i)<minH2O(r)),
x.fx(i,j,r)= 0 ;;
                                )
                                )
);

```

*\*flow restrictions due to quality requirements for power plants that do not have a blending facility*

```

loop(i,
      loop(j,
          loop(p,
              if ((S(i)<SUL(p) and S(i)>SUU(p)),
x.fx(i,j,p)=0 ;;
              if ((H(i)<HL(p) and H(i)>HU(p)), x.fx(i,j,p)=0
););
              if ((V(i)<VL(p) and V(i)>VU(p)), x.fx(i,j,p)=0
););
              if ((N(i)<NL(p) and N(i)>NU(p)), x.fx(i,j,p)=0
););
              if ((A(i)>AU(p)), x.fx(i,j,p)=0 ;;)
              )
          )
      );

```

```

model blendandship "a blending and shipping model" /all/ ;

```

```

*-----
$STitle eps-constraint method

```

```

Set k1(k) the first element of k, kml(k) all but the first elements of
k;

```

```

k1(k)$ord(k)=1) = yes; kml(k)=yes; kml(k1) = no;

```

```

Set kk(k) active objective function in constraint allobj

```

#### Parameter

```

rhs(k) right hand side of the constrained obj functions in eps-
constraint

```

```

maxobj(k) maximum value from the payoff table

```

```

minobj(k) minimum value from the payoff table

```

```

Parameter dir(k) direction of the objective functions

```

```

/ 1 -1
  2 -1 /

```

```

;

```

#### Scalar

```

iter total number of iterations

```

```

infeas total number of infeasibilities

```

```

elapsed_time elapsed time for payoff and e-sonstraint

```

```

start start time

```

```

finish finish time

```

## Variables

a\_objval    auxiliary variable for the objective function  
obj            auxiliary variable during the construction of the  
payoff table

## Positive Variables

sl(k)        slack or surplus variables for the eps-constraints

## Equations

con\_obj(k)    constrained objective functions  
augm\_obj      augmented objective function to avoid weakly efficient  
solutions  
allobj        all the objective functions in one expression  
;

con\_obj(km1)..    z(km1) - dir(km1)\*sl(km1) =e= rhs(km1)  
;

*\* We optimize the first objective function and put the others as  
constraints*

*\* the second term is for avoiding weakly efficient points*  
augm\_obj..

sum(k1,dir(k1)\*z(k1))+1e-3\*sum(km1,sl(km1)/(maxobj(km1)-  
minobj(km1)+0.001)) =e= a\_objval;

allobj..    sum(kk, dir(kk)\*z(kk)) =e= obj;

**Model** mod\_payoff    / blendandship, allobj / ;

**Model** mod\_epsmethod / blendandship, con\_obj, augm\_obj / ;

## Parameter

payoff(k,k)    payoff tables entries;

**Alias**(k,kp);

**File** fx    / c:\gams\blendandship\_results.txt /;

**File** vx    / c:\gams\blendandship\_front.txt /;

**option** optcr=0.000;

start=jnow;

*\* Generate payoff table applying lexicographic optimization*

**loop**(kp,

kk(kp)=**yes**;

**repeat**

**solve** mod\_payoff using mip maximizing obj;

  payoff(kp,kk) = z.l(kk);

  z.fx(kk) = z.l(kk); // freeze the value of the last objective  
  optimized

  kk(k++1) = kk(k);    // cycle through the objective functions

**until** kk(kp); kk(kp) = **no**;

```

* release the fixed values of the objective functions for the new
iteration
  z.up(k) = inf; z.lo(k) = -inf;
);

if (mod_payoff.modelstat<>1 and mod_payoff.modelstat<>8, abort 'no
optimal solution for mod_payoff');

PUT fx 'PAYOFF TABLE' /;
loop (kp,
      loop(k, put payoff(kp,k):12:2);
      put /;
    );
put fx /;

*display payoff;
minobj(k)=smin(kp,payoff(kp,k));
maxobj(k)=smax(kp,payoff(kp,k));

*$set fname h.%scrext.dat%
$if not set gridpoints $set gridpoints 10
Set g grid points /g0*g%gridpoints%/
    grid(k,g) grid

Parameter
  gridrhs(k,g) rhs of eps-constraint at grid point
  maxg(k) maximum point in grid for objective
  posg(k) grid position of objective
  firstOffMax, lastZero some counters
  numk(k) ordinal value of k starting with 1
  numg(g) ordinal value of g starting with 0
  step(k) step of grid points in objective functions
  jump(k) jumps in the grid points' traversing
;

lastZero=1; loop(kml, numk(kml)=lastZero; lastZero=lastZero+1);
numg(g) = ord(g)-1;

grid(kml,g) = yes; // Here we could define different grid intervals
for different objectives
maxg(kml) = smax(grid(kml,g), numg(g));
step(kml)=(maxobj(kml)- minobj(kml))/maxg(kml);
gridrhs(grid(kml,g))$(dir(kml)=-1) = maxobj(kml) -
numg(g)/maxg(kml)*(maxobj(kml)- minobj(kml));
gridrhs(grid(kml,g))$(dir(kml)=1) = minobj(kml) +
numg(g)/maxg(kml)*(maxobj(kml)- minobj(kml));
*display gridrhs;

PUT fx ' Grid points' / ;
loop (g,
      loop(kml, put gridrhs(kml,g):12:2);

```



```

        put /;
    );
put fx /;
put fx 'Pareto front with efficient solutions'/;

* Walk the grid points and take shortcuts if the model becomes
infeasible
posg(km1) = 0;
iter=0;
infeas=0;

repeat
    rhs(km1) = sum(grid(km1,g)$(numg(g)=posg(km1)), gridrhs(km1,g));
    solve mod_epsmethod maximizing a_objval using mip;
    iter=iter+1;
    if (mod_epsmethod.modelstat<>1 and mod_epsmethod.modelstat<>8, //
not optimal is in this case infeasible
        infeas=infeas+1;
        put fx iter:5:0, 'infeasible'/;
        lastZero = 0; loop(km1$(posg(km1)>0 and lastZero=0),
lastZero=numk(km1));
        posg(km1)$(numk(km1)<=lastZero) = maxg(km1); // skip all solves
for more demanding values of rhs(km1)
    else
        put fx iter:5:0, ' ';
        loop(k, put fx z.l(k):12:2); put /;
        put vx iter:5:0, ' ';
        loop(k, put vx z.l(k):12:2); put /;

put fx "Total cost: ", q.l:10:0 ;
put fx "Total risk: ", risk.l:10:0 ;
put /;
put /;

put "y - table"/;
loop(i,
    loop(j,
        put y.l(i,j):8:0 ;);
        put /;);
put /;

put "w - table"/;
loop(i,
    loop(r,
        put w.l(i,r):8:0 ;);
        put /;);
put /;

```

```

put "x - table"/;
loop(i,
    loop(r,
        put sum((j),x.l(i,j,r)):8:0 );
        put /;);
put /;
*$offtext

    jump(km1)=1;
* find last objective function in the sequence with slack less than
step
lastZero = 0; loop(km1$(floor(sl.L(km1)/step(km1))=0 and
lastZero=0), lastZero=numk(km1));
    jump(km1$(numk(km1)<=lastZero)=1+floor(sl.L(km1)/step(km1)));
    loop(km1$(jump(km1)>1),put 'jump' /);
);

* Proceed forward in the grid
firstOffMax = 0;
    loop(km1$(posg(km1)<maxg(km1) and firstOffMax=0),
posg(km1)=posg(km1)+jump(km1); firstOffMax=numk(km1));
    posg(km1$(numk(km1)<firstOffMax) = 0;
until sum(km1$(posg(km1)=maxg(km1)),1)=card(km1) and firstOffMax=0;

finish=jnow;
elapsed_time=(finish-start)*86400;

put fx /;
put fx 'Infeasibilities = ', infeas:5:0 /;
put fx 'Elapsed time: ',elapsed_time:7:2, ' seconds' / ;

putclose fx; // close the point file
putclose vx; // close the point file

```



## Παράρτημα Β: Η Γλώσσα GAMS

### *Εισαγωγή στη γλώσσα GAMS*

Το Γενικό Αλγεβρικό Σύστημα Μοντέλου GAMS (General Algebraic Modeling System) σχεδιάζεται για την ανάλυση γραμμικών, μη γραμμικών εφαρμογών αλλά και μικτών προβλημάτων βελτιστοποίησης ακέραιων αριθμών. Το σύστημα είναι ιδιαίτερα χρήσιμο για μεγάλα και πολυσύνθετα προβλήματα, ενώ επιτρέπει στο χρήστη να επικεντρωθεί στο πρόβλημα του μοντέλου με το να καταστήσει την οργάνωσή του απλή. Ο χρήστης μπορεί να αλλάξει τη διατύπωση γρήγορα και εύκολα μετατρέποντας ένα γραμμικό πρόβλημα σε μη γραμμικό χωρίς μεγάλη δυσκολία. Η γλώσσα, που χρησιμοποιεί το GAMS, είναι τυπικά παρόμοια με τις συνήθως χρησιμοποιημένες γλώσσες προγραμματισμού, καθιστώντας την οικία σε οποιονδήποτε, που έχει κάποια επαφή με τον προγραμματισμό.

Χρησιμοποιώντας το GAMS, τα στοιχεία εισάγονται μόνο μια φορά με τη γνωστή μορφή καταλόγων και πινάκων. Όλοι οι περιορισμοί του προβλήματος εισάγονται σε μια δήλωση και το GAMS παράγει αυτόματα περιορισμό για κάθε εξίσωση και αφήνει το χρήστη να κάνει τις εξαιρέσεις σε περιπτώσεις όπου η γενικότητα δεν επιδιώκεται.

Ο σχεδιασμός στο GAMS έχει ενσωματώσει τις έννοιες, που προέρχονται από τη θεωρία βάσεων δεδομένων και το μαθηματικό προγραμματισμό και προσπαθεί να συγχωνεύσει αυτές τις ιδέες να ανταποκριθούν στις ανάγκες των σχεδιασμών των μοντέλων. Η σχετική θεωρία βάσεων δεδομένων παρέχει ένα δομημένο πλαίσιο για τις γενικές ικανότητες οργάνωσης και μετασχηματισμού των στοιχείων του μοντέλου και σε συνδυασμό με το μαθηματικό προγραμματισμό που προσφέρει ποικίλες μεθόδους βοηθούν στην επίλυση δύσκολων προβλημάτων. (Rosenthal 2008).

Ο κώδικας GAMS είναι σχεδιασμένος ώστε να:

- Παρέχει μια αλγεβρικά βασισμένη και υψηλού επιπέδου γλώσσα για την παρουσίαση μεγάλων και πολύπλοκων μοντέλων,
- Επιτρέπει αλλαγές στο μοντέλο σχεδιασμού με απλότητα και ασφάλεια,
- Δηλώνονται σαφώς οι αλγεβρικών σχέσεις,
- Παρέχει ένα περιβάλλον, όπου ο χρήστης να μπορεί να αναπτύξει το μοντέλο

του με ένα μικρό σύνολο δεδομένων και στη συνέχεια την επέκτασή του σε ένα ευρύτερο και ορθό πλαίσιο,

- Επιτρέπει τη χρήση περισσότερων μεταβλητών, εξισώσεων, ονόματα δεικτών, σχολίων και ορισμών δεδομένων, τα οποία συνοδεύονται από υπολογισμούς δημιουργώντας ένα τεκμηριωμένο και αυτόνομο αρχείο,
- Ενημερώνεται με τις νεότερες και αποτελεσματικότερες εκδόσεις επιλυτών,
- Αυτοματοποιεί τη μοντελοποίηση με τους υπολογισμούς δεδομένων, την ορθή διόρθωση των δηλώσεων, τον έλεγχο των λαθών, την διασύνδεση με επιλυτές και την αποθήκευση λύσεων,
- Επιτρέπει τη φορητότητα του μοντέλου σε διαφορετικούς υπολογιστές,
- Μετατρέπει εύκολα το μοντέλο από γραμμικό σε μη γραμμικό,
- Διευκολύνει την εισαγωγή και εξαγωγή δεδομένων από και προς διαφορετικά πακέτα υπολογιστών,
- Επιτρέπει τη χρήση από άτομα ή ομάδες διαφορετικής εμπειρίας,
- Παρέχει πρότυπα μοντέλα, τα οποία βοηθούν το χρήστη, μέσω βιβλιοθήκης πληροφοριών. (Mc Carl 2008).

### ***Δομή ενός μοντέλου στο GAMS***

Στις επόμενες παραγράφους εξηγούνται τα βασικά συστατικά που αποτελούν τη δομή οποιουδήποτε μοντέλου του GAMS, τα οποία παρουσιάζονται συνοπτικά στον *πίνακα 1*.

Πίνακας 1. Τα βασικά συστατικά του συστήματος GAMS [Πηγή: Rosenthal 2008]

---

**Inputs (Είσοδος Δεδομένων):**

---

- **Sets – (Σύνολα)**
    - **Declaration - (Δήλωση τους)**
    - **Assignment of members - (Καθορισμός των μελών τους)**
  - **Data (Parameters, Tables, Scalars) – Δεδομένα (Παράμετροι, Πίνακες, Πίνακες στοιχείων)**
    - **Declaration - (Δήλωση τους)**
    - **Assignment of values - (Καθορισμός των τιμών τους)**
  - **Variables - (Μεταβλητές)**
    - **Declaration - (Δήλωση τους)**
    - **Assignment of type - (Καθορισμός του τύπου τους)**
  - **Assignment of bounds and/or initial values (optional) - (Καθορισμός των ορίων ή των αρχικών τιμών)**
  - **Equations – (Εξισώσεις)**
    - **Declaration - (Δήλωση τους)**
    - **Definition - (Ορισμός τους)**
  - **Model and Solve statements – (Δήλωση Μοντέλου και Επίλυσης)**
  - **Display statement (optional) – (προαιρετική Εμφάνιση δήλωσης)**
- 

**Outputs (Εξοδος Αποτελεσμάτων):**

---

- **Echo Print – (Αποτύπωση προγράμματος)**
  - **Symbol Reference Maps – (Χάρτες Αναφοράς Συμβόλων)**
  - **Equation Listings – (Λίστα Εξισώσεων)**
  - **Status Reports – (Αναφορά Κατάστασης)**
  - **Results – (Αποτελέσματα)**
- 

Σε αυτό το σημείο, είναι απαραίτητο να επισημανθούν κάποιες απαραίτητες παρατηρήσεις που αποτελούν και απαραίτους κανόνες του προγράμματος GAMS:

- Ένα μοντέλο στο GAMS είναι μια συλλογή των δηλώσεων στη γλώσσα GAMS. Κάθε οντότητα (εξαρτημένη ή ανεξάρτητη, μεταβλητή ή σταθερή) στο μοντέλο

δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί αν δεν έχει δηλωθεί προηγουμένως.

- Οι οντότητες στο GAMS μπορούν να δηλωθούν σχεδόν με οποιοδήποτε τρόπο επιθυμεί ο χρήστης. Έτσι, επιτρέπονται οι δηλώσεις σε πολλαπλές γραμμές, οι κενές γραμμές μεταξύ των δηλώσεων όπως και οι πολλαπλές δηλώσεις ανά γραμμή.
- Η ολοκλήρωση κάθε δήλωσης πρέπει να συνοδεύεται με το σύμβολο ελληνικού ερωτηματικού «;» ('semicolon'). Ο μεταγλωττιστής ('compiler') GAMS δεν διακρίνει κεφαλαία και πεζά γράμματα, έτσι είναι και τα δύο είδη αποδεκτά.
- Τα επεξηγηματικά σχόλια είναι χρήσιμα για την τεκμηρίωση των μαθηματικών μοντέλων. Είναι καλύτερο να ενσωματώνονται μέσα στο ίδιο το μοντέλο παρά να παρουσιάζονται ξεχωριστά. Υπάρχουν δύο τρόποι να παρεμβληθεί η επεξήγηση μέσα σε μια εφαρμογή του GAMS. Καταρχήν, οποιαδήποτε γραμμή που αρχίζει με έναν αστερίσκο (\*) στη πρώτη στήλη λαμβάνεται ως γραμμή σχολίου από το μεταγλωττιστή GAMS. Δεύτερον, ίσως το σημαντικότερο, τα σχόλια μπορούν να παρεμβληθούν μετά από τις δηλώσεις των οντοτήτων του GAMS.
- Η δημιουργία οντοτήτων στο GAMS περιλαμβάνει δύο βήματα: μια δήλωση ('declaration') και μια ανάθεση ή καθορισμός ('assignment'). Η δήλωση περιλαμβάνει την ύπαρξη της οντότητας στο πρόγραμμα δίνοντας ένα όνομα. Η ανάθεση ή καθορισμός δίνει μια συγκεκριμένη τιμή ή μια μορφή. Στην περίπτωση των εξισώσεων, πρέπει να γίνεται δήλωση και ανάθεση σε ξεχωριστές δηλώσεις στο GAMS. Για όλες τις άλλες οντότητες του GAMS, ωστόσο, υπάρχει η επιλογή των δηλώσεων και αναθέσεων στην ίδια δήλωση ή χωριστά
- Τα ονόματα που δίνονται στις οντότητες του μοντέλου πρέπει να αρχίζουν με γράμμα και μπορούν να ακολουθηθούν μέχρι 31 οποιοδήποτε χαρακτήρες ή ψηφία.
- Όλες οι γραμμές δεν είναι μέρος της γλώσσας GAMS. Δύο ειδικά σύμβολα, ο αστερίσκος «\*» και το σύμβολο δολαρίου «\$» μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην πρώτη θέση σε μια γραμμή για να δείξει μια μη-γλωσσική γραμμή.

## Σχόλια

Ένα σχόλιο ('comment') είναι ένα επεξηγηματικό κείμενο, που δεν υποβάλλεται σε επεξεργασία και δεν διατηρείται από τον υπολογιστή. Υπάρχουν τρεις τρόποι να συμπεριληφθούν τα σχόλια σε ένα πρόγραμμα GAMS, η επιλογή μεταξύ των οποίων είναι ένα θέμα μεμονωμένης προτίμησης ή χρησιμότητας.

Ο πρώτος, αναφέρθηκε ήδη παραπάνω, πρόκειται να αρχίσει μια γραμμή με έναν αστερίσκο "\*" στην πρώτη θέση χαρακτήρα. Οι υπόλοιποι χαρακτήρες στη γραμμή αγνοούνται αλλά τυπώνονται στο αρχείο output.

Δεύτερον, τα σχόλια μπορούν να παρεμβληθούν μετά από τις δηλώσεις των οντοτήτων του GAMS

Ο τρίτος τρόπος πρόκειται να χρησιμοποιήσει τους ειδικούς οριοθέτες ('blocks'), που αναγκάζουν το GAMS να αγνοήσει ένα ολόκληρο τμήμα του προγράμματος. Το σύμβολο δολαρίου '\$' πρέπει να είναι στην πρώτη θέση. Η αρχή ενός σχολίου πρέπει να ξεκινάει στην πρώτη γραμμή με τη φράση '\$ontext' και να καταλήγει με τη φράση '\$offtext'. (Rosenthal 2008).

## Σύνολα

Τα Σύνολα ('SETS') είναι θεμελιώδεις δομικές μονάδες για οποιοδήποτε μοντέλο του GAMS και του επιτρέπουν να δηλωθεί και να διαβάζεται εύκολα και λειτουργικά. Το σύνολο S που περιλαμβάνει τα στοιχεία a, b και c γράφεται με μαθηματική αναπαράσταση  $S = \{ a, b, c \}$ . Στο GAMS, λόγω των περιορισμών των χαρακτήρων, το ίδιο σύνολο γράφεται: `set S / a, b, c /`. Η δήλωση του συνόλου αρχίζει με τη λέξη κλειδί `set` (ή `sets`), όπου S το όνομα του συνόλου, και τα μέλη ή στοιχεία του είναι τα a, b, c.

Γενικά, η σύνταξη στο GAMS για τα απλά σύνολα είναι η ακόλουθη:

```
SET   Set Name   Optional Explanatory Text
        /first Set Element Name   Optional Explanatory Text
        second Set Element Name   Optional Explanatory Text
        ...
        /;
```



Το Όνομα Συνόλου ('Set Name') είναι το εσωτερικό όνομα του συνόλου (επίσης αποκαλούμενου αναγνωριστής) στο GAMS, που πρέπει να αρχίζει με ένα γράμμα που ακολουθείται από περισσότερα γράμματα ή ψηφία. Μπορεί μόνο να περιέχει τους αλφαριθμητικούς χαρακτήρες, και μπορεί να είναι μέχρι 31 χαρακτήρες. Το συνοδευτικό κείμενο χρησιμοποιείται για να περιγράψει το σύνολο ή το στοιχείο που προηγείται.

Το Όνομα κάθε Συνόλου Στοιχείου ('Set Element Name') μπορεί να είναι μέχρι 10 χαρακτήρες. Όπως και στις δηλώσεις έτσι και εδώ ισχύουν τα ίδια σχετικά με τα συνοδευτικά κείμενα (είτε μέσα σε απόστροφους είτε χωρίς). Κάθε στοιχείο σε ένα σύνολο πρέπει να χωριστεί από τα άλλα στοιχεία με ένα κόμμα ή με ένα τέλος γραμμής. Αντίθετα, κάθε στοιχείο χωρίζεται από οποιοδήποτε σχετικό κείμενο με κενό.

Το Επεξηγηματικό Κείμενο ('Explanatory Text') δεν πρέπει να υπερβαίνει τους 254 χαρακτήρες και πρέπει για κάθε στοιχείο που περιγράφει να βρίσκεται στην ίδια γραμμή. Το κείμενο μπορεί να περιέχει ειδικούς χαρακτήρες όπως κάθετους, κόμματα ή ελληνικά ερωτηματικά με την προϋπόθεση ότι βρίσκεται μέσα σε απόστροφους.

Ο αστερίσκος «\*» παίζει έναν ειδικό ρόλο στους ορισμούς συνόλων. Χρησιμοποιείται για την αποφυγή επίπονης δακτυλογράφησης μιας ακολουθίας στοιχείων ενός συνόλου. Παραδείγματος χάριν, για να γράψουμε δέκα χρονολογίες στη σειρά από το 1991 έως το 2000 μπορούμε να γράψουμε: `set t "time" /1991 * 2000 /;`, όπου μέσα το σύνολο περιλαμβάνει τα δέκα στοιχεία το 1991, 1992... , 2000. Ο αριθμός αριστερά από το αστερίσκο πρέπει να είναι μικρότερος από τον αριθμό στα δεξιά.

Οποιοσδήποτε μη αριθμητικές διαφορές ή άλλες ασυνέπειες προκαλούν λάθη, ενώ είναι εφικτό δύο ή και παραπάνω σύνολα να δηλωθούν από κοινού.

### ***Εισαγωγή Δεδομένων***

Ένα από τα κλασικά πρότυπα σχεδιασμού της γλώσσας GAMS είναι η χρήση δεδομένων στη πιο βασική μορφή, η οποία μπορεί να είναι Πίνακας - Στοιχείο, Παράμετροι και Πίνακες δύο ή περισσότερων διαστάσεων. Με βάση αυτό το κριτήριο, τρεις τύποι στοιχείων εισάγονται σε αυτή τη παράγραφο:

## Πίνακες

Τα στοιχεία μπορούν να δηλωθούν και να αρχικοποιηθούν στο GAMS χρησιμοποιώντας μια δήλωση Πίνακα ('Table'). Για δύο ή περισσότερες διαστάσεις προτιμώνται οι πίνακες από τις παραμέτρους για την εισαγωγή δεδομένων.

Γενικά, η σύνταξη για μια δήλωση πίνακα είναι:

<b>Table</b>	Table Name (Set i, Set j ... )	Optional Explanatory Text
	set_j_element_1	set_j_element_2
set_i_element_1	value_11	value_12
set_i_element_2	value_21	value_22;

Το Όνομα του Πίνακα ('Table Name') είναι το εσωτερικό όνομα του πίνακα (επίσης αποκαλούμενο και ως αναγνωριστής) στο GAMS. Οι ετικέτες σειρών προέρχονται από το σύνολο i, και οι ετικέτες των στηλών από το σύνολο j.

## Πίνακες Στοιχείου

Η δήλωση του Πίνακα Στοιχείου ('Scalars') χρησιμοποιείται για να δηλώσει και να εισάγει τις αρχικές συνθήκες σε μια παράμετρο του GAMS με μηδενική διάσταση. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει ακριβώς ένας αριθμός που συνδέεται με την παράμετρο.

Γενικά, η σύνταξη στο GAMS για μια δήλωση πίνακα στοιχείο είναι:

<b>Scalars</b>	
Scalar 1 Name	Optional Explanatory Text / Numerical Value /
Scalar 2 Name	Optional Explanatory Text / Numerical Value /
...	;

Το Όνομα του Πίνακα Στοιχείου ('Scalar Name') είναι το εσωτερικό όνομα του πίνακα στοιχείου (επίσης αποκαλούμενο αναγνωριστής – 'identifier'). Το Συνοδευτικό Κείμενο περιγράφει το στοιχείο και ακολουθεί η Τιμή του ('Numerical Value').

## **Παράμετροι**

Γενικά, η σύνταξη στο GAMS για μια δήλωση Παραμέτρου ('Parameter') είναι:

### **Parameters**

```
Parameter Name (set dependency) Optional Explanatory Text  
/ First Set Element Name Associated Value,  
  Second Set Element Name Associated Value,  
.../;
```

Το Όνομα της Παραμέτρου ('Parameter Name') είναι το εσωτερικό όνομα της παραμέτρου (επίσης αποκαλούμενο ως αναγνωριστής). Η αρχικοποίηση μιας παραμέτρου απαιτεί έναν κατάλογο στοιχείων ('data element'), κάθε ένα από τα οποία αποτελείται από μια ετικέτα και μια τιμή. Οι κάθετοι '/' πρέπει να χρησιμοποιηθούν στην αρχή και στο τέλος του καταλόγου, και τα κόμματα πρέπει να χωρίζουν τα στοιχεία που εισήχθησαν σε μια γραμμή. Το σύμβολο '=' ή το 'κενό' μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να χωρίσει τις ετικέτες από τις αντίστοιχες τιμές τους.

## **Μεταβλητές**

Ο όρος Μεταβλητές ('Variables') αναφέρεται στις ενδογενείς μεταβλητές σύμφωνα με τους οικονομολόγους και στις μεταβλητές απόφασης σύμφωνα με συμβούλους επιχειρήσεων. Είναι οι οντότητες, των οποίων οι τιμές είναι γενικά άγνωστες μέχρι να λυθεί το μοντέλο. Μια σημαντική διαφορά μεταξύ των δηλώσεων μεταβλητής και παραμέτρου είναι ότι στη δήλωση μεταβλητής δεν μπορούν να δηλωθούν αρχικές τιμές. Έτσι, τα πολύ μεγάλα μοντέλα μπορούν να κατασκευαστούν χρησιμοποιώντας έναν μικρό αριθμό μεταβλητών. Είναι σημαντικό ότι οι δηλώσεις μεταβλητών περιλαμβάνουν ένα επεξηγηματικό κείμενο το οποίο είναι όσο το δυνατόν περιγραφικότερο για να σχολιάσει την λύση.

Γενικά, η σύνταξη στο GAMS για μια δήλωση Μεταβλητών είναι:

<b>Variable type</b>	
First Variable Name (set dependency)	Optional Explanatory Text
Second Variable Name (set dependency)	Optional Explanatory Text
...;	

Ο τύπος των μεταβλητών ('Variable type') είναι ο προαιρετικός μεταβλητός τύπος που εξηγείται λεπτομερώς παρακάτω. Το όνομα των μεταβλητών ('Variable name') είναι το εσωτερικό όνομα της μεταβλητής (επίσης αποκαλούμενη και αναγνωριστής) στο GAMS.

#### Υπάρχουν πέντε βασικοί τύποι μεταβλητών:

- **Free:** Ελεύθερες, δεν έχουν κανένα περιορισμό στην τιμή τους, από  $-\infty$  έως  $+\infty$
- **Positive:** Θετικές τιμές δέχονται μόνο, από 0 έως  $+\infty$
- **Negative:** Αρνητικές τιμές δέχονται μόνο, από  $-\infty$  έως 0
- **Binary:** Δυαδικές τιμές δέχονται, 0 ή 1
- **Integer:** Ακέραιες τιμές δέχονται μόνο, από 0 έως 100

Τα όρια είναι πολύ σημαντικά και αν επιβάλλεται να αλλαχθούν πρέπει να γίνει με τέτοιο τρόπο ώστε να αποφεύγονται π.χ. διαιρέσεις με το μηδέν γιατί το GAMS θα βγάλει λάθος. Ο τύπος προεπιλογής είναι ελεύθερος, που σημαίνει ότι εάν ο τύπος της μεταβλητής δεν διευκρινίζεται, αυτό δεν θα έχει όρια καθόλου. Οι πιο συχνά χρησιμοποιημένοι τύποι είναι οι ελεύθεροι και οι θετικοί για τις περιγραφές των μεταβλητών για τις οποίες οι αρνητικές τιμές είναι χωρίς νόημα, όπως οι χωρητικότητες, οι ποσότητες και οι τιμές πώλησης. Ο πιο δημοφιλής τρόπος δήλωσης των μεταβλητών είναι η απαρίθμηση κατά ομάδες ανάλογα με τον τύπο.

Ένα πρόσθετο σύνολο λέξεων κλειδιών μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να διευκρινίσει τις διάφορες ιδιότητες των μεταβλητών. Μια μεταβλητή στο GAMS, έχει επτά προθέματα:

- **.lo:** Το χαμηλότερο όριο της μεταβλητής.
- **.up:** Το υψηλότερο όριο της μεταβλητής.
- **.fx:** Η σταθερή τιμή της μεταβλητής, η οποία έχει άνω και κάτω όριο το ίδιο. Μία μεταβλητή σταθερής τιμής μπορεί να πάρει αργότερα περισσότερες τιμές, αν επαναπροσδιοριστούν τα όριά της.
- **.l:** Το επίπεδο δραστηριότητας για τη μεταβλητή. Είναι ισοδύναμο με την τρέχουσα αξία της μεταβλητής. Λαμβάνει τις νέες τιμές όταν λύνεται ένα μοντέλο.
- **.m:** Η οριακή τιμή της μεταβλητής. Λαμβάνει τις νέες τιμές όταν λύνεται ένα μοντέλο.
- **.scale:** Ο κλιμακωτός παράγοντας της μεταβλητής σε μη γραμμικό προγραμματισμό.
- **.prior:** Η διακλαδισμένη τιμή προτεραιότητας μιας μεταβλητής χρησιμοποιείται σε προγραμματιστικά μοντέλα με μικτούς ακέραιους αριθμούς.

## ***Εξισώσεις***

Με τον όρο Εξισώσεις ('Equations'), το GAMS εννοεί τις συμβολικές αλγεβρικές σχέσεις που θα χρησιμοποιηθούν για να παράγουν τους περιορισμούς στο μοντέλο. Όπως με τις μεταβλητές, μια εξίσωση στο GAMS θα συνδέσει αυθαίρετα πολλούς περιορισμούς, ανάλογα με την ιδιότητα των καθορισμένων συνόλων.

Γενικά, η σύνταξη στο GAMS για μια δήλωση Εξισώσεων είναι:

<b>Equations</b>	
First Equation Name (set dependency)	Optional Explanatory Text
Second Equation Name (set dependency)	Optional Explanatory Text
...	;

Το όνομα των Εξισώσεων ('Equation name') είναι το εσωτερικό όνομα της εξίσωσης στο GAMS και ακολουθείται από το επεξηγηματικό κείμενο καταλήγοντας με το

ελληνικό ερωτηματικό σύμβολο.

Όσον αφορά τον Ορισμό των Τύπων των Εξισώσεων, αυτός γίνεται αφότου έχει δηλωθεί από πριν το όνομα της κάθε εξίσωσης και εν συνεχεία ορίζεται ο τύπος της εξίσωσης ως εξής:

Equation Name (set dependency)	\$Optional Logical Condition..	
Left Equation Terms	Equation type	Right Equation Terms;

Δηλώνεται εκ νέου το όνομα της Εξίσωσης ακολουθούμενο πάντα από δύο τελείες ".." πριν την έναρξη της άλγεβρας. Το Αριστερό μέλος της εξίσωσης ('Left Term') αποτελεί τον αλγεβρικό τύπο της, ενώ το Δεξιό ('Right Term') αποτελεί την τελική τιμή, την οποία επιζητείται να λάβει ο αλγεβρικός τύπος.

Το Είδος της Εξίσωσης ('Equation Type') αναφέρεται στο σύμβολο μεταξύ των δύο εκφράσεων που διαμορφώνουν την εξίσωση, και μπορεί να είναι κάποιος από τους ακόλουθους τύπους:

- **=E=** ('Equality'): το αριστερό μέρος πρέπει να είναι ίσο με το δεξί,
- **=G=** ('Greater or equal'): το αριστερό μέρος πρέπει να είναι μεγαλύτερο ή ίσο από το δεξί,
- **=L=** ('Lower or equal'): το αριστερό μέρος πρέπει να είναι μικρότερο ή ίσο από το δεξί,
- **=N=** καμία σχέση δεν επιβάλλεται μεταξύ αριστερού και δεξιού μέρους. Αυτός ο τύπος εξίσωσης χρησιμοποιείται σπάνια.

### ***Εκφράσεις με δείκτες***

Το GAMS παρέχει τις ακόλουθες τρεις διαδικασίες με δείκτες ('Indexed Operations'):

- **sum**: Άθροισμα με χρήση δεικτών ελέγχου
- **smiin**: Ελάχιστη τιμή με χρήση δεικτών ελέγχου
- **smax**: Μέγιστη τιμή με χρήση δεικτών ελέγχου

Αυτές οι τρεις διαδικασίες εκτελούνται σε έναν ή περισσότερους δείκτες ελέγχου. Η σύνταξη στο GAMS για αυτές τις διαδικασίες είναι,

Indexed Operations	((Controlling Indices), Expression)
--------------------	-------------------------------------

- Η πιο κοινή από όλες τις τέσσερις διαδικασίες είναι το ‘**SUM**’ (‘summation-άθροισμα’), το οποίο χρησιμοποιείται για να υπολογίσει το άθροισμα για μια περιοχή ενός συνόλου. Το πεδίο του ελέγχου είναι το ζευγάρι των παρενθέσεων ( ) που αρχίζει αμέσως μετά από sum και στο οποίο περιέχονται οι Δείκτες Ελέγχου (‘Controlling Indices’) με τις αντίστοιχες εκφράσεις των μεταβλητών.
- Για παράδειγμα, το πιο απλό μαθηματικό άθροισμα  $\sum_i x_{ij}$ , εκφράζεται στο GAMS ως: sum(i, x(i,j)).
- Ενώ, ένα πιο πολύπλοκο μαθηματικό άθροισμα  $\sum_{ij} c_{ij} x_{ij}$ , εκφράζεται στο GAMS ως: sum((i,j), c(i,j)\*x(i,j)).
- Οι εκφράσεις ‘**smin**’ και ‘**smax**’ αποτελούν διαδικασίες, που χρησιμοποιούνται για να υπολογιστούν οι μικρότερες και μεγαλύτερες τιμές αντίστοιχα σε μια περιοχή του συνόλου. Οι δείκτες ‘smin’ και ‘smax’ διευκρινίζονται με τον ίδιο τρόπο όπως στο δείκτη για το sum.
- Ο συμβολισμός ‘**card**’ χρησιμοποιείται για να υπολογίσει τον αριθμό των στοιχείων ενός συνόλου.
- Για παράδειγμα στο σύνολο, που εκφράζεται από τη δήλωση των χρονικών ετών μεταξύ 1985 και 1995: set t time periods / 1985\*1995 /
- Τότε με τη χρήση της έκφρασης ‘card(t)’, θα ληφθεί σαν αποτέλεσμα ο αριθμός 11, που ισοδυναμεί με τα έτη, που περιέχονται στο χρονικό διάστημα 1985 έως 1995. (Mc Carl, 2008).

### **Δήλωση Μοντέλου**

Η Δήλωση Μοντέλου (‘Model Statement’) χρησιμοποιείται για να οργανώσει τις εξισώσεις σε ομάδες και να τις ονομάσει έτσι ώστε αυτές να μπορούν να επιλυθούν. Γενικά η σύνταξη στο GAMS για ένα μοντέλο απλής δήλωσης είναι:

<b>Model</b>	Model Name	Optional Explanatory Text / Model Contents
/;		

Το Όνομα του Μοντέλου ('Model Name') είναι η εσωτερική ονομασία στο μοντέλο του GAMS, που πρέπει να ξεκινά με γράμμα και μπορεί να περιέχει μέχρι 10 αλφαριθμητικούς χαρακτήρες στο μήκος. Το κείμενο επεξήγησης χρησιμοποιείται για να περιγράψει το σύνολο ή το στοιχείο που προηγείται από αυτό και δε πρέπει να ξεπερνά τους 80 χαρακτήρες και όλοι να περιλαμβάνονται στην ίδια γραμμή.

Τα Περιεχόμενα του Μοντέλου ('Model Contents') μπορούν να περιλαμβάνουν όλες τις δηλωμένες εξισώσεις, οπότε αρκεί ο συμβολισμός '**all**' για να εφαρμοστεί το μοντέλο σε όλες τις εξισώσεις. Σε διαφορετική περίπτωση, πρέπει να οριστούν οι ονομασίες των συγκεκριμένων εξισώσεων, που πρόκειται να μοντελοποιηθούν.

### ***Χαρακτηριστικά Μοντέλου***

Σε κάθε μοντέλο είναι δυνατό να δηλωθούν από το χρήστη κάποια χαρακτηριστικά για το μοντέλο με τη μορφή αριθμητικών τιμών. Τα χαρακτηριστικά αυτά μπορούν να δώσουν πληροφορίες για τα αποτελέσματα που θα δώσει ο επιλυτής, είτε για κάποιες επιλογές που θα χρησιμοποιηθούν κατά τη διαδικασία επίλυσης. Υπάρχει ένας αρκετά αξιόλογος αριθμός χαρακτηριστικών που μπορούν να εισαχθούν. Παρακάτω θα γίνει μια μικρή αναφορά μόνο σε όσα από αυτά χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα μελέτη:

- Με την επιλογή '**iterlim**' (iteration limit) εννοείται το όριο των επαναλήψεων, που μπορούν να πραγματοποιηθούν για την επίλυση του μοντέλου.
- Με την επιλογή '**optcr**' (max relative MIP optimality gap) εννοείται το μέγιστο σχετικό διάστημα απόκλισης της βέλτιστης λύσης σε σχέση με τη θεωρητικώς εκτιμώμενη τιμή βέλτιστης λύσης, οπότε μόλις ο επιλυτής εντοπίσει την πλησιέστερη λύση στο σημείο αυτό τερματίζεται η επίλυση στο Μικτό Ακέραιο Προγραμματισμό. Η τιμή προεπιλογής είναι το 0.1 (10%), αλλά όσο μικρότερη τιμή λάβει, τόσο ακριβέστερο αποτέλεσμα θα δώσει η επίλυση.
- Με την επιλογή '**bratio**' ('basis acceptance test') ρυθμίζεται το ελάχιστο ποσοστό στοιχείων που οφείλει να εντοπίσει ο επιλυτής στο GAMS από τη βάση δεδομένων. Δηλαδή με τιμή προεπιλογής το 0.25 (25%), σε μοντέλο 1000 εξισώσεων, τότε το



GAMS δεν θα προτείνει κάποια βάση πληροφοριών αν δεν έχει εντοπίσει πρώτα το 25%, δηλαδή 250 στοιχεία να συμπεριλάβει. Όσο πιο κοντά στο 1 επιλεχτεί η τιμή του 'bratio' τόσο πιο δύσκολα θα εντοπιστεί βάση πληροφοριών, ενώ όσο πιο κοντά στο 0 τότε τόσο πιο πολλές πληροφορίες θα επιλεχθούν από το GAMS. (Mc Carl, 2008)

### **Ταξινόμηση των μοντέλων**

Με το GAMS μπορούν να λυθούν διάφοροι τύποι προβλημάτων. Οι τύποι αυτοί παρουσιάζονται στο πίνακα 2. Σημαντικό είναι να υπάρχει ξεκάθαρη γνώση για τον τύπο του προβλήματος προτού επιχειρηθεί η λύση. Το GAMS έχει τη δυνατότητα να ελέγχει το μοντέλο στην επιλογή του τύπου του προβλήματος που σκέφτεται να χρησιμοποιήσει ο χρήστης και εμφανίζει επεξηγηματικά μηνύματα εάν ανακαλύπτει κακό συνδυασμό στην εφαρμογή των τύπων (π.χ., όταν ένα γραμμικό μοντέλο περιέχει μη γραμμικούς όρους). Αυτό συμβαίνει επειδή μερικά προβλήματα μπορούν να λυθούν με περισσότερους από έναν τρόπους, και ο χρήστης πρέπει να επιλέξει ποιο τρόπο θέλει να χρησιμοποιήσει.

**Πίνακας 2. Τύποι προβλημάτων που επιλύονται μέσω του GAMS**

---

	<b>Linear Programming - Γραμμικός Προγραμματισμός.</b>
<b>LP</b>	Δεν περιλαμβάνει μη γραμμικούς όρους ή διακριτές (δυναδικές ή ακέραιες) μεταβλητές το μοντέλο.
	<b>Non-Linear Programming - Μη Γραμμικός Προγραμματισμός.</b>
<b>NLP</b>	Περιλαμβάνει μη γραμμικούς όρους, που περιέχουν μόνο τις ομαλές συναρτήσεις του μοντέλου, αλλά χωρίς διακριτές μεταβλητές.
	<b>Discontinuous Non-Linear Programming – Ασυνεχής Μη Γραμμικός Προγραμματισμός.</b>
<b>DNLP</b>	Μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι μη-ομαλοί μη-γραμμικοί όροι, όχι όμως οι διακριτές μεταβλητές.
	<b>Mixed Integer Programming – Μικτός Ακέραιος Προγραμματισμός</b>
<b>MIP</b>	Περιλαμβάνει διακριτές μεταβλητές, όχι όμως μη-γραμμικούς όρους.

	<b>Relaxed Mixed Integer Programming - Χαλαρός Μικτός Ακέραιος Προγραμματισμός.</b>
<b>RMIP</b>	Περιέχουν δυαδικές και ακέραιες μεταβλητές υπό τον όρο να παίρνουν τιμές μεταξύ των ορίων τους.
	<b>Mixed Integer Nonlinear Programming - Μικτός Ακέραιος Μη Γραμμικός Προγραμματισμός.</b>
<b>MINLP</b>	Περιέχουν μη-ομαλούς μη-γραμμικούς όρους και διακριτές μεταβλητές.
	<b>Relaxed Mixed Integer Nonlinear Programming - Χαλαρός Μικτός Ακέραιος Μη Γραμμικός Προγραμματισμός.</b>
<b>RMINLP</b>	Σε σχέση με το MINLP, περιέχει δυαδικές και ακέραιες υπό περιορισμούς.
	<b>Mathematical Programs with Equilibrium Constraints - Μαθηματικά Προγράμματα με Περιορισμούς Ισοροπίας.</b>
<b>MPEC</b>	
<b>MCP</b>	<b>Mixed Complementarily Problem - Μικτό Πρόβλημα Συμπληρωματικότητας.</b>
<b>CNS</b>	<b>Constrained Nonlinear System - Μη γραμμικό σύστημα με περιορισμούς.</b>

---

### *Δήλωση Επίλυσης*

Ύστερα από τη δήλωση του μοντέλου, το επόμενο βήμα είναι η επίλυση του χρησιμοποιώντας τη Δήλωση Επίλυσης ('Solve Statement'). Όταν το GAMS δει αυτή την εντολή ψάχνει τον κατάλληλο Επιλυτή ('Solver') από τη βιβλιοθήκη του, ώστε να βρει τον τύπο που ταιριάζει στην εφαρμογή. Είναι σημαντικό να διευκρινιστεί ότι το GAMS από μόνο του δε μπορεί να λύσει το κάθε πρόβλημα, αλλά περνά το πρόβλημα σε ένα από τους επιλυτές. Με λίγα λόγια το GAMS παίζει το ρόλο του μεσολαβητή στο πρόβλημα.

Γενικά η σύνταξη στο GAMS για ένα μοντέλο απλής δήλωσης είναι:

```
Solve Model Name Using Model Type Maximizing or Minimizing
Equation Name;
```

Το Όνομα του Μοντέλου καθορίζεται από την πρότυπη δήλωση, το οποίο και επιλύεται Χρησιμοποιώντας ('Using') έναν από τους Τύπους του Μοντέλου ('Model Type'), που

περιγράφονται στο πίνακα 2, Μεγιστοποιώντας ή Ελαχιστοποιώντας την Αντικειμενική Συνάρτηση.

### ***Δήλωση για την Εμφάνιση Αποτελεσμάτων στο αρχείο εξόδου***

Το GAMS επιτρέπει να εμφανιστούν όλες οι πληροφορίες του κώδικα του προβλήματος σε ένα αρχείο κειμένου, δηλαδή σε μορφή “.txt”. Επιπλέον δημιουργείται και το αρχείο της μορφής ‘model\_name.OUT’. Για την επίδειξη περαιτέρω πληροφοριών χρησιμοποιείται η εντολή Εμφάνισης (‘Display’). Ωστόσο, υπάρχει η δυνατότητα να δημιουργηθούν επιπλέον αρχεία εξόδου με τη παρακάτω πλήρη σύνταξη:

```
FILE    Local File Identifier / External File Location /;  
PUT    Local File Identifier;  
PUT    ‘Item(s)’;
```

- ‘**FILE**’ είναι η εντολή, που χρησιμοποιείται για τη δήλωση αρχείων. ‘External File Location’ είναι το Όνομα του Εξωτερικού Αρχείου, όπου θα αποθηκευτούν τα αποτελέσματα,
- ‘**PUT**’ είναι η εντολή, που χρησιμοποιείται για να ενεργοποιήσει το εξωτερικό αρχείο. Με το συμβολισμό ‘Local File Identifier’, εντοπίζεται το μέρος (εσωτερικό όνομα), που χρησιμοποιείται από το GAMS και όπου το αρχείο εξόδου θα οδηγηθεί. ‘Item(s)’ είναι το όνομα κάθε οντότητας, η οποία θα εισαχθεί στο αρχείο εξόδου, όπως επεξηγηματικά κείμενα, ετικέτες, παράμετροι, τιμές μεταβλητών ή εξισώσεων και οι οποίες αναγράφονται με κόκκινο χρωματισμό γραμμάτων.
- Με την εντολή ‘**PUT**’, μπορούν επίσης να δοθούν οι αριθμητικές τιμές στις οντότητες, που θα εισαχθούν στο αρχείο εξόδου, σύμφωνα με την σύνταξη:

```
PUT    item 1: width: decimals, item 2: width: decimals, .../;
```

- Σύμφωνα με την παραπάνω σύνταξη, δηλώνεται αρχικά το όνομα της οντότητας.

- Στη συνέχεια, μετά το σύμβολο της άνω-κάτω τελείας (:), δηλώνεται το μέγιστο μάκρος ('width') του πεδίου, όπου μπορούν να αναγραφούν οι αριθμητικοί χαρακτήρες της τιμής της οντότητας μαζί με τα ενδεχόμενα κενά διαστήματα διαχωρισμού.
- Τέλος, μετά το σύμβολο της άνω-κάτω τελείας (:), δηλώνεται ο αριθμός των δεκαδικών ψηφίων ('decimals'), τα οποία θα μπορεί να λάβει η οντότητα. Στην περίπτωση που η τιμή αυτή οριστεί μηδέν (0), προφανώς η τιμή της οντότητας θα είναι ακέραιος αριθμός.

Για παράδειγμα, με την εντολή: `put CAPCHP.L:9:2, CAPABS.L:5:0 /;` στο αρχείο εξόδου στην αρχή κάποιας γραμμής θα αναγραφούν οι τιμές των δύο μεταβλητών ως εξής:

- ✓ Οι 9 πρώτοι χαρακτήρες (μαζί με τα ενδεχόμενα κενά) θα δοθούν στην αριθμητική τιμή της οντότητας CAPCHP.L, εκ των οποίων οι δύο χαρακτήρες θα είναι δεκαδικά ψηφία, ενώ ένας χαρακτήρας θα είναι το σύμβολο του διαχωρισμού των δεκαδικών ψηφίων.
- ✓ Στη συνέχεια οι επόμενοι 5 χαρακτήρες της γραμμής (μαζί με τα κενά) θα δοθούν στην αριθμητική τιμή της οντότητας CAPABS.L, η οποία είναι ακέραιος αριθμός με μηδενικά δεκαδικά ψηφία.

Η εντολή 'Put close' χρησιμοποιείται για να ορίσει το κλείσιμο ενός αρχείου, και αναφέρεται στο τέλος της εκτέλεσης του προγράμματος GAMS. Η σύνταξη της είναι η ακόλουθη:

<code>Put close</code>	<code>Local File Identifier</code>
------------------------	------------------------------------

### *Δήλωση για υπολογισμούς σε βρόγχους*

Το GAMS μπορεί να πραγματοποιήσει μια σειρά υπολογισμών και να ληφθούν αποτελέσματα, τα οποία θα εμφανιστούν στο αρχείο εξόδου σε μορφή πίνακα στοιχείων. Με τη χρήση της εντολής ‘**LOOP**’ (‘βρόγχος’), καθίσταται δυνατή η εκτέλεση μιας σειράς υπολογισμών για τα στοιχεία ενός συνόλου. Η σύνταξη της εντολής στο GAMS είναι η ακόλουθη:

```
Loop    ((sets_to_vary),  
          Statements to execute  
          );
```

Με την εντολή αυτή καθορίζονται τα σύνολα των στοιχείων (‘sets to vary’) και με βάση τους δείκτες (‘indices’) τους, θα γίνουν οι επαναλαμβανόμενοι υπολογισμοί βασιζόμενοι στην εντολή (‘statement to execute’) που ακολουθεί στην επόμενη γραμμή.

Η Γενική σύνταξη μιας δήλωσης βρόγχου ‘for’ είναι η εξής:

```
for    (scalar name = startvalue to endvalue,  
          statements;  
          );
```

Όπου:

- ‘scalarname’ είναι το όνομα της παραμέτρου, της οποίας η τιμή θα αλλάζει συνεχώς με σταθερό βήμα,
- ‘startvalue’ είναι η αρχική τιμή που θα λάβει η παράμετρος,
- ‘endvalue’ είναι η τελική της τιμή και όπου θα σταματήσουν οι υπολογισμοί,
- ‘statements’ είναι οι δηλώσεις στις οποίες εμπεριέχεται η εκάστοτε τιμή της παραμέτρου.

### *Έξοδος στο GAMS*

Η Έξοδος (‘Output’) στο GAMS περιέχει πολλές επιλογές για τον έλεγχο και την κατανόηση ενός μοντέλου. Η έξοδος από μια εφαρμογή του GAMS παράγεται σε ένα

αρχείο το οποίο μπορεί να διαβαστεί χρησιμοποιώντας οποιοδήποτε συντάκτη κειμένων. Η έξοδος, που δημιουργείται κατά τη διάρκεια του αρχικού ελέγχου του προγράμματος, καλείται σύνταξη ('Compilation'). Περιέχει τα εξής μέρη:

- **Αποτύπωση του προγράμματος**

Η Αποτύπωση ('Echo Print') του προγράμματος εισάγεται στο πρώτο μέρος του αρχείου εξόδου και ουσιαστικά αποτελεί ένα αντίγραφο του αρχείου εισόδου, όπου απαριθμούνται οι γραμμές του αρχείου εισόδου, τοποθετώντας στην αρχή κάθε γραμμής το αντίστοιχο νούμερο της. Οι αριθμοί γραμμών αναφέρονται πάντα στο φυσικό αριθμό των γραμμών στο αρχείο εισαγωγής.

- **Αναφορά σφαλμάτων**

Η αποτελεσματική ανίχνευση και αποκατάσταση των σφαλμάτων ('Error Report') αποτελούν σημαντικά μέρη οποιουδήποτε συστήματος διαμόρφωσης. Η εμπειρία δείχνει ότι στις περισσότερες εντολές σύνταξης κατά τη διάρκεια των αρχικών σταδίων ανάπτυξης του μοντέλου ανιχνεύονται τα περισσότερα λάθη. Πολλά από τα χαρακτηριστικά λάθη που γίνονται με τις συμβατικές γλώσσες προγραμματισμού συνδέονται με έννοιες που δεν υπάρχουν στο GAMS και δημιουργούν προβλήματα στο χρόνο εκτέλεσης και είναι δύσκολο να εντοπιστούν. Στο GAMS, τα λάθη επισημαίνονται πολύ νωρίς και αναφέρονται με τρόπο κατανοητό προς στο χρήστη συμπεριλαμβανομένων σαφών προτάσεων για το πώς να διορθώσει το πρόβλημα, και να βρει τη προέλευση του λάθους.

Όλα τα λάθη σημειώνονται με τέσσερις αστερίσκους «\*\*\*\*» στην αρχή κάθε γραμμής στη λίστα εξόδου. Μετά την ανίχνευση του λάθους, πρέπει να γίνει η διόρθωση του και στην συνέχεια να γίνει η επανάληψη για την επίλυση του μοντέλου. Δεν μπορεί να λυθεί ένα μοντέλο ή να αποθηκευτεί ένα αρχείο εάν τα λάθη που έχουν ανιχνευθεί δεν έχουν λυθεί. Τα λάθη ομαδοποιούνται σε τρεις φάσεις στο GAMS: στη σύνταξη, εκτέλεση και επίλυση του μοντέλου. Στο τέλος, από την αποτύπωση του προγράμματος, ένας κατάλογος με αριθμημένα όλα τα λάθη που υπάρχουν, μαζί με μια περιγραφή της πιθανής αιτίας κάθε λάθους, θα τυπωθούν στο αρχείο εξόδου.

- **Χάρτης αναφοράς συμβόλων**

Ο Χάρτης Αναφοράς Συμβόλων ('Symbol Reference Map') απαριθμεί όλες τις εντολές δηλώσεων (σύνολα, παράμετροι, πίνακες, μεταβλητές, εξισώσεις, μοντέλα, αρχεία εξόδου κλπ) σε αλφαβητική σειρά, τα ομαδοποιεί ανάλογα με τον τύπο τους, απεικονίζει τον αριθμό της γραμμής όπου εμφανίζονται και κατηγοριοποιεί την κάθε τους εμφάνιση.

Ο χάρτης αυτός είναι μια χρήσιμη παράμετρος του προγράμματος με πρακτική σημασία για εκείνους τους χρήστες, που εξετάζουν ένα μοντέλο που είναι φτιαγμένο από άλλον και θέλει να κάνει αλλαγές σε αυτό. Ο χάρτης αναφοράς συμβόλων μπορεί να εισαχθεί με την είσοδο μιας γραμμής που περιέχει το σύμβολο '\$onsymxref' στην αρχή του προγράμματος.

Στον επόμενο πίνακα 3 παρουσιάζονται οι τύποι των συμβόλων με την κωδικοποιημένη τους μορφή, ενώ στον πίνακα 4 επεξηγείται το είδος της δήλωσης για το κάθε σύμβολο:

**Πίνακας 3. Τύποι συμβόλων, που εισάγονται στο χάρτη αναφοράς συμβόλων [Πηγή: Mc Carl, 2008]**

<b>Συνομογραφία συμβόλων στον χάρτη αναφοράς</b>	<b>Τύποι συμβόλων στο GAMS</b>
EQU	Equation (εξίσωση)
MODEL	Model (μοντέλο)
FILE	Put file (δήλωση αρχείου)
PARAM	Parameter (παράμετρος, πίνακας, πίνακας στοιχείο)
SET	Set (σύνολο)
VAR	Variable (μεταβλητή)

#### Πίνακας 4. Είδος δήλωσης του κάθε συμβόλου στο χάρτη αναφοράς συμβόλων

[Πηγή: Mc Carl, 2008]

<b>DECLARED</b>	Δηλώνεται για πρώτη φορά κάποιο στοιχείο
<b>DEFINED</b>	Ορίζεται η εξίσωση, όπου περιέχεται κάποιο στοιχείο
<b>ASSIGNED</b>	Το στοιχείο εμφανίζεται στο αριστερό μέρος μιας δήλωσης
<b>IMPL - ASN</b>	Μία εξίσωση ή μεταβλητή θα ενημερωθεί ως αποτέλεσμα μιας δήλωσης επίλυσης
<b>CONTROL</b>	Ένα σύνολο χρησιμοποιείται ως δείκτης καθοδήγησης σε μια εντολή ανάθεσης, εξίσωση, βρόχο ή άλλη λειτουργία (sum, smax, smin).
<b>REF</b>	Το σύμβολο χρησιμοποιείται στο δεξί μέρος μιας εντολής ανάθεσης (εμφάνιση – εξίσωσης – δήλωση μοντέλου ή επίλυσης)

### *Λίστα Εξισώσεων*

Η Λίστα Εξισώσεων ('Equation Listing') παρέχει εξαιρετική χρησιμότητα στο πρόγραμμα. Παρουσιάζει με τρόπο αναλυτικό όλες τις εξισώσεις οι οποίες έχουν δηλωθεί στο αρχείο εισαγωγής. Συνήθως αναγράφονται σε μορφή μπλοκ, δηλαδή, σε κάθε μπλοκ αναγράφονται οι εξισώσεις υπολογισμού μιας συγκεκριμένης οντότητας για κάθε χρονική στιγμή ή κάθε διαφορετικό διάστημα. Όλοι οι όροι που εξαρτώνται από τις μεταβλητές οι οποίες περιέχονται στην εκάστοτε εξίσωση πηγαίνουν στο αριστερό μέρος ('Left Hand Side' – LHS), και οι σταθεροί όροι στο δεξί μέρος ('Right Hand Side' – RHS) της κάθε εξίσωσης.

Συνήθως, οι πρώτες τρεις εξισώσεις παρουσιάζονται σε κάθε μπλοκ. Αν είναι παραπάνω από τρεις, τότε παραλείπονται οι υπόλοιπες και απλώς επισημαίνεται ο ακριβής αριθμός τους. Υπάρχει, φυσικά, η δυνατότητα ο χρήστης να ορίσει τον ελάχιστο αριθμό αναγραφής εξισώσεων για κάθε μπλοκ με χρήση της εντολής: Option limrow = r ; (με r, τον ελάχιστο επιθυμητό αριθμό εξισώσεων μπλοκ).

### *Λίστα Μεταβλητών*

Το επόμενο τμήμα του αρχείου λίστας είναι η Λίστα Μεταβλητών ('Column Listing'). Παρουσιάζει την αριθμητική τιμή των συντελεστών της κάθε μεταβλητής που εμφανίζεται σε κάθε περιορισμό-εξίσωση και ταξινομούνται κατά στήλη μπροστά από το όνομα της εξίσωσης όπου η εκάστοτε μεταβλητή εμφανίζεται. Σε κάθε μπλοκ



μεταβλητών αναγράφονται οι τρεις πρώτες καταχωρήσεις για κάθε μεταβλητή, μαζί με τα όρια και τα επίπεδα τιμών. Υπάρχει, φυσικά, η δυνατότητα ο χρήστης να ορίσει τον ελάχιστο αριθμό αναγραφής στηλών για κάθε μπλοκ μεταβλητών με χρήση της εντολής: `Option limcol = c ;` (με c, τον ελάχιστο επιθυμητό αριθμό εξισώσεων μπλοκ). Επίσης αναγράφεται και το εύρος τιμών τις οποίες μπορεί να λάβει η κάθε μεταβλητή οι οποίες μπορεί να κυμαίνονται από απείρως αρνητικό ('- Minus Infinity'), μηδέν (0), γύρω από το μηδέν ('eps') έως και απείρως θετικό ('+ Plus Infinity') ή να είναι απροσδιόριστες ('Undefined'), μη διαθέσιμες ('Not Available') κλπ.

### **Στατιστικά Μοντέλου**

Τα Στατιστικά του Μοντέλου ('Model Statistics') παρέχουν πληροφορίες για το μέγεθος και τη γραμμικότητα του μοντέλου. Στην παρούσα μελέτη, υπολογίζεται ο συνολικός αριθμός των μπλοκ των εξισώσεων και μεταβλητών, ο αντίστοιχος αριθμός των μονών εξισώσεων και μεταβλητών, ο αριθμός των μη μηδενικών στοιχείων και τέλος ο αριθμός των διακριτών μεταβλητών:

<b>MODEL STATISTICS</b>			
BLOCKS OF EQUATIONS	48	SINGLE EQUATIONS	5321
BLOCKS OF VARIABLES	40	SINGLE VARIABLES	5567
NON ZERO ELEMENTS	18898	DISCRETE VARIABLES	881

### **Περίληψη Επίλυσης**

Το GAMS παρουσιάζει μια σύντομη Περίληψη της Επίλυσης ('Solve Summary'), όπου αναγράφονται:

- το Όνομα του Μοντέλου και των Μεταβλητών Απόφασης,
- το Είδος και την Κατεύθυνση της Επίλυσης,
- το Όνομα της Επίλυσης και τον αριθμό της γραμμής όπου ξεκινά η επίλυση,
- η Βέλτιστη τιμή της Αντικειμενικής Συνάρτησης,
- ο Πραγματικός Χρόνος Επίλυσης και ο Μέγιστος Επιτρεπτός Χρόνος Επίλυσης ο οποίος ορίζεται συνήθως στα 1.000 δευτερόλεπτα,

- ο Πραγματικός Αριθμός Επαναλήψεων Επίλυσης και ο Μέγιστος Επιτρεπτός Αριθμός Επαναλήψεων ο οποίος ορίζεται συνήθως σε 1.000 επαναλήψεις,
- η Κατάσταση της Επίλυσης ('Solver Status'), δηλαδή αν η επίλυση ολοκληρώθηκε κανονικά ('normal completion'), αν οι επαναλήψεις διακόπηκαν (iteration interrupted) , αν ο χρόνος επίλυσης τελείωσε, αν ο επιλυτής δεν είναι ικανός να βρει λύσεις ('non capable'), αν η επίλυση διεκόπη από το χρήστη κλπ,
- η Κατάσταση του Μοντέλου ('Model Status'), δηλαδή αν οι τιμές που προέκυψαν είναι βέλτιστες ('optimal'), τοπικά βέλτιστες, απεριόριστες ('unbounded'), ακατόρθωτες ('infeasible'), τοπικά ακατόρθωτες, ενδιάμεσα ακατόρθωτες, ακέραιες, ενδιάμεσα μη ακέραιες, άγνωστες λόγω κάποιου λάθους ('unknown'), καμία λύση δεν προέκυψε ('non optimized'), είναι μοναδική κλπ. (Mc Carl, 2008)



## Παράρτημα Γ: Πίνακες αποτελεσμάτων

Σε αυτό το παράρτημα θα παρουσιαστούν πίνακες αποτελεσμάτων του μοντέλου που επιλύθηκε που παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον και αναδεικνύουν το πως μεταβάλλονται οι ποσότητες και οι διαδρομές των φορτίων γαιάνθρακα με τη μεταβολή του ρίσκου.

**Πίνακας Γ.1: Οι ποσότητες γαιάνθρακα (σε 1000 tn/year) που μεταφέρονται από τη κάθε συμβαλλόμενη πηγή στη κάθε μονάδα παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας μέσω λιμανιού μεταφόρτωσης - Περίπτωση δύο αντικειμενικών συναρτήσεων (σημείο 1)**

Πηγή	Μον 1	Μον 2	Μον 3	Μον 4	Μον 5	Μον 6	Μον 7	Μον 8	Μον 9	Μον 10	Μον 11	Μον 12	Συνολική προσφορά
1		536			264								800
2		264	710			352	464						1790
3									91		209		300
4								64	656				720
5											201	489	690
6										173	997	594	1764
7									536	843		324	1703
8	473			495			132						1100
9													0
10				796			695						1491
11								1434		267			1701
12													0
13					1027	939							1966
Συνολική ζήτηση	473	800	710	1291	1291	1291	1291	1498	1283	1283	1407	1407	

**Πίνακας Γ.2: Οι ποσότητες γαιάνθρακα (σε 1000 tn/year) που μεταφέρονται από τη κάθε συμβαλλόμενη πηγή στη κάθε μονάδα παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας μέσω λιμανιού μεταφόρτωσης - Περίπτωση δύο αντικειμενικών συναρτήσεων (σημείο 5)**

Πηγή	Μον 1	Μον 2	Μον 3	Μον 4	Μον 5	Μον 6	Μον 7	Μον 8	Μον 9	Μον 10	Μον 11	Μον 12	Συνολική προσφορά
1									800				800
2		772	710			308							1790
3												375	375
4					720								720
5		28					662						690
6				664		983	117						1764
7										699	1004		1703
8	473			627									1100
9								1416		584			2000
10								82	483		403	1032	2000
11													0
12					571		512						1083
13													0
<b>Συνολική ζήτηση</b>	<b>473</b>	<b>800</b>	<b>710</b>	<b>1291</b>	<b>1291</b>	<b>1291</b>	<b>1291</b>	<b>1498</b>	<b>1283</b>	<b>1283</b>	<b>1407</b>	<b>1407</b>	

**Πίνακας Γ.3: Οι ποσότητες γαιάνθρακα (σε 1000 tn/year) που μεταφέρονται από τη κάθε συμβαλλόμενη πηγή στη κάθε μονάδα παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας μέσω λιμανιού μεταφόρτωσης - Περίπτωση δύο αντικειμενικών συναρτήσεων (σημείο 9)**

Πηγή	Μον 1	Μον 2	Μον 3	Μον 4	Μον 5	Μον 6	Μον 7	Μον 8	Μον 9	Μον 10	Μον 11	Μον 12	Συνολική προσφορά
1									775		190		965
2								1498	508	71	133		2210
3		493											493
4			344			536							880
5					910								910
6				1187			577						1764
7										1212		491	1703
8						755	345						1100
9													0
10													0
11													0
12	473	307	366	104	381		369						2000
13											1084	916	2000
<b>Συνολική ζήτηση</b>	<b>473</b>	<b>800</b>	<b>710</b>	<b>1291</b>	<b>1291</b>	<b>1291</b>	<b>1291</b>	<b>1498</b>	<b>1283</b>	<b>1283</b>	<b>1407</b>	<b>1407</b>	

**Πίνακας Γ.4: Οι ποσότητες γαιάνθρακα (σε 1000 tn/year) που μεταφέρονται από τη κάθε συμβαλλόμενη πηγή στη κάθε μονάδα παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας μέσω λιμανιού μεταφόρτωσης - Περίπτωση δύο αντικειμενικών συναρτήσεων (σημείο 11)**

Πηγή	Μον 1	Μον 2	Μον 3	Μον 4	Μον 5	Μον 6	Μον 7	Μον 8	Μον 9	Μον 10	Μον 11	Μον 12	Συνολική προσφορά
1										1000			1000
2		300	710		352			806					2168
3		500											500
4						880							880
5							218	692					910
6					939					34	245	547	1765
7									780		923		1703
8											239	860	1099
9													0
10													0
11				1226			774						2000
12				65		411	299		503	249			1527
13	473												473
<b>Συνολική ζήτηση</b>	<b>473</b>	<b>800</b>	<b>710</b>	<b>1291</b>	<b>1291</b>	<b>1291</b>	<b>1292</b>	<b>1498</b>	<b>1283</b>	<b>1283</b>	<b>1407</b>	<b>1407</b>	