



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ Μ.Κ. & Α.Ε.

Εργαστήριο Αυτομάτου Ελέγχου

Διπλωματική Εργασία

**Ανάπτυξη Αλγορίθμων Επεξεργασίας Εικόνας και Επεκτεταμένου Φίλτρου Kalman
(EKF) για Εντοπισμό Θέσης Ρομπότ Διαστημικού Εξομοιωτή**

Άρης Καλγρεάδης

Επιβλέπων Καθηγητής: Ε. Γ. Παπαδόπουλος

ΑΘΗΝΑ 2013

Περίληψη

Η παρούσα εργασία έγινε στα πλαίσια της ανάπτυξης ενός εξομοιωτή διαστημικού ρομπότ και διαπραγματεύεται την βελτίωση του προσδιορισμού θέσης και προσανατολισμού του ρομπότ. Ο στόχος αυτός επιτυγχάνεται με ανάπτυξη καινούργιων μεθόδων βαθμονόμησης και λειτουργίας των αισθητήρων του ρομπότ αλλά και με τη χρήση φίλτρων που συνδυάζουν πληροφορίες από πολλαπλούς αισθητήρες για την αφαίρεση του θορύβου των μετρήσεων.

Για τον προσδιορισμό της θέσης και του προσανατολισμού του ρομπότ χρησιμοποιούνται δύο συστήματα αισθητήρων, ένα ενσωματωμένο σύστημα οπτικών αισθητήρων και μία κάμερα που παρακολουθεί το ρομπότ από ψηλά. Οι οπτικοί αισθητήρες έχουν υψηλό ρυθμό δειγματοληψίας και παρέχουν πληροφορίες για την σχετική μετατόπιση και περιστροφή του ρομπότ αλλά υπόκεινται σε σφάλμα που αυξάνεται με τον χρόνο. Η κάμερα έχει μικρότερο ρυθμό δειγματοληψίας και παρέχει πληροφορίες για την απόλυτη θέση και προσανατολισμό του ρομπότ αλλά υπόκειται σε μεγάλους χρόνους επεξεργασίας εικόνας και σφάλματα λόγω παραμόρφωσης και μοντελοποίησης του φακού. Η ακρίβεια και των δύο συστημάτων αισθητήρων αξιολογείται ένα σύστημα καμερών Phase Space.

Για την βελτίωση του εντοπισμού του ρομπότ οι μετρήσεις από τα δύο συστήματα πρέπει να φιλτραριστούν και να συγχωνευτούν με ένα βέλτιστο τρόπο για να μειωθεί ο θόρυβος των αισθητήρων. Ιδιαίτερο πρόβλημα αποτελεί η μεγάλη χρονική καθυστέρηση των μετρήσεων της κάμερας λόγω του μεγάλου χρόνου επεξεργασίας της εικόνας από τον εξωτερικό υπολογιστή και της ασύρματης επικοινωνίας του υπολογιστή αυτού με το ρομπότ. Η καθυστέρηση αυτή δεν επιτρέπει την απευθείας συγχώνευση των μετρήσεων της κάμερας με τις μετρήσεις από τους οπτικούς αισθητήρες.

Για την εξέταση όλων των παραπάνω αρχικά αναπτύχθηκε μία μέθοδος για τον προσδιορισμό των παραμέτρων του μοντέλου παραμόρφωσης της κάμερας και του μοντέλου μετασχηματισμού συντεταγμένων από το επίπεδο της εικόνας στον πραγματικό κόσμο. Στην συνέχεια αναπτύχθηκε μία εφαρμογή με την ενσωμάτωση αυτών των μοντέλων για τον εντοπισμό του ρομπότ από τις εικόνες της κάμερας.

Στην συνέχεια αναπτύχθηκε ένα Διακριτό Επεκτεταμένο Φίλτρο Kalman για την συγχώνευση των μετρήσεων από την κάμερα και τους οπτικούς αισθητήρες χρησιμοποιώντας το κινηματικό μοντέλο του ρομπότ και μεθόδους συγχώνευσης δεδομένων κεντρικής αρχιτεκτονικής. Το πρόβλημα της ενσωμάτωσης της μέτρησης της κάμερας με την χρονική

καθυστέρηση αντιμετωπίστηκε χρησιμοποιώντας μία μέθοδο που επιτρέπει άμεση συγχώνευση της μέτρησης με τον υπολογισμό ενός διορθωτικού όρου στο διάστημα της χρονικής καθυστέρησης, ο οποίος προστίθεται στο διάνυσμα κατάστασης στο τέλος της περιόδου καθυστέρησης.

Τέλος για την μελέτη των μεθόδων αυτών δημιουργήθηκε ένα μοντέλο προσομοίωσης και για την επαλήθευση των θεωρητικών αποτελεσμάτων σχεδιάστηκαν πειράματα, τα αποτελέσματα των οποίων αναφέρονται αναλυτικά.

Abstract

The present study is part of the development of a space simulator robot and is negotiating the improvement of the localization techniques for estimating the pose of the robot. This goal is achieved with the development of new calibration and functionality methods for the sensors of the robot and the use of filters to fuse data from multiple sources to remove measurement noise.

In particular, to determine the position and attitude of the robots, the emulator uses two sensor systems, a system of on board optical sensors and an overhead camera. The optical sensors have a high sampling rate and provide relative localization data but are subject to drift over time. The overhead camera has a lower sampling rate and provides absolute localization data but is subject to image processing delays and image distortion errors. The obtained accuracy of both the relative and absolute sensors is evaluated using a PhaseSpace motion tracking system.

To improve localization and attitude estimation, the sensor feedback should be filtered and fused optimally, reducing measurement noise that degrades position estimation. An additional problem towards reducing the localization errors is the large time delay of the overhead camera measurements, caused by image processing of camera picture frames, the algorithmic analysis by the off-board computer, and the wireless transmission of the data to the robot. This delay does not permit direct fusion of camera position and attitude estimates to optical sensor estimates.

To put into test all the above initially a method was developed to estimate the parameters of the distortion model of the camera and the model that transforms the coordinates from the image plane to real world coordinates. Then a program was developed that applies those models to locate the robot from the camera images.

Moreover a Discrete Extended Kalman Filter (DEKF) was developed to fuse camera and optical sensor data using the kinematic model of the robot and centralized measurement fusion techniques. The problem of fusing two different kinds of data, one without delay and one with delay, is tackled based on a method which allows direct fusion of the delayed measurement after the calculation of a corrective term during the delay period which is added to the state vector at the end of the delay period.

Finally for the study of these methods a simulation model was developed and validated with experiments. The simulation and experimental results are presented and analysed.

Περιεχόμενα

Περίληψη	1
Abstract.....	3
Περιεχόμενα.....	5
Πίνακας Σχημάτων	7
1. Εισαγωγή.....	9
1.1 Σκοπός Εργασίας.....	9
1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση	11
1.3 Δομή Εργασίας.....	12
2. Στοιχεία θεωρίας	14
2.1 Μοντελοποίηση κάμερας	14
2.2 Γραμμική Παλινδρόμηση (Linear regression).....	18
2.3 Φίλτρο Kalman.....	19
2.4 Μη Γραμμικές Εφαρμογές του φίλτρου Kalman	25
2.5 Συγχώνευση Δεδομένων Πολλαπλών Αισθητήρων (Multisensor Data Fusion).....	30
2.6 Μετρήσεις με Χρονική Καθυστέρηση.....	37
3. Βαθμονόμηση και Λειτουργία Κάμερας	40
3.1 Εισαγωγή.....	40
3.2 Προσδιορισμός Παραμέτρων Παραμόρφωσης.....	41
3.3 Μετασχηματισμός Συντεταγμένων	49
3.4 Αλγόριθμος Αφαίρεσης Παραμόρφωσης και Μετατροπής Συνταγμένων.....	54
3.5 Εφαρμογή Επεξεργασίας Εικόνας για Υπολογισμού Θέσης.....	55
4. Σχεδιασμός Φίλτρου Kalman.....	59
4.1 Εισαγωγή.....	59
4.2 Εξισώσεις κίνησης και ανάλυση δυνάμεων ρομπότ	60

4.3	Υλοποίηση Discrete Extended Kalman Filter	65
4.4	Μοντέλο Simulink	74
5.	Αποτελέσματα προσομοιώσεων και πειραμάτων	89
5.1	Γενικά	89
5.2	Αποτελέσματα Εφαρμογής Επεξεργασίας Εικόνας	89
5.3	Αποτελέσματα Προσομοιώσεων	93
6.	Συμπεράσματα και μελλοντική εργασία	102
6.1	Συμπεράσματα.....	102
6.2	Μελλοντική Εργασία.....	103
	Βιβλιογραφία.....	104

Πίνακας Σχημάτων

Σχήμα 2-1. Συστήματα Συντεταγμένων Κάμερας.....	14
Σχήμα 2-2. (α) Βαρελοειδής Παραμόρφωση , (β) Μηνισκοειδής Παραμόρφωση.....	17
Σχήμα 2-3. Αλγόριθμος Διακριτού Φίλτρου Kalman.....	23
Σχήμα 2-4. Απεικόνιση Αλγορίθμου συγχώνευσης δεδομένων με κεντρική αρχιτεκτονική... ..	32
Σχήμα 2-5. Απεικόνιση Αλγορίθμου συγχώνευσης διανύσματος κατάστασης.	36
Σχήμα 2-6. Κατάσταση Συστήματος και Φίλτρου παρουσία καθυστερημένης μέτρησης.	38
Σχήμα 3-1. Πλέγμα για την βαθμονόμηση της κάμερας.....	41
Σχήμα 3-2. (α) Αναγνώριση Πλέγματος σε δυαδική μορφή (β) Απομόνωση καθέτων γραμμών (γ) Απομόνωση οριζοντίων γραμμών (δ) Προβολή παραβολών στην αρχική εικόνα.....	43
Σχήμα 3-3. Σχέση μεταξύ της σταθεράς c (Offset) και της καμπυλότητας α (curvature) για κάθε παραβολή.	45
Σχήμα 3-4. Συντελεστής Παραμόρφωσης κ για κάθε παραβολή.	47
Σχήμα 3-5. Απεικόνιση κόμβων πλέγματος μετά την αφαίρεση της παραμόρφωσης.....	48
Σχήμα 3-6. Απεικόνιση κόμβων πλέγματος μετά τον μετασχηματισμό στο παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων.....	52
Σχήμα 3-7. Απεικόνιση κόμβων πλέγματος μετά τον μετασχηματισμό συντεταγμένων με την μέθοδο διαχωρισμού σε 4 ζώνες.....	53
Σχήμα 3-8 Διάταξη LED στην επάνω πλάκα του ρομπότ.....	58
Σχήμα 4-1. Ανάλυση δυνάμεων προωθητήρων.....	61
Σχήμα 4-2. Συνολικό Μοντέλο Simulink.....	75
Σχήμα 4-3. Υποσύστημα Εξωτερικών δυνάμεων και ροπών.	76
Σχήμα 4-4. Υποσύστημα Ελεγκτή PD.....	77
Σχήμα 4-5. Υποσύστημα παραγωγής επιθυμητής τροχιάς και μετρήσεων αισθητήρων.....	81

Σχήμα 4-6. Υποσύστημα Extended Kalman Filter.	84
Σχήμα 5-1. Θέσεις LED και Υπολογισμός κέντρου ρομπότ - Κίνηση 1.	90
Σχήμα 5-2. Θέσεις LED και Υπολογισμός κέντρου ρομπότ - Κίνηση 2.	90
Σχήμα 5-3. Θέσεις LED και Υπολογισμός κέντρου ρομπότ - Κίνηση 3.	91
Σχήμα 5-4. Υπολογισμός Θέσης Κέντρου Στατικού Ρομπότ από κάμερα και Phase space.	92
Σχήμα 5-5. Επιθυμητή κίνηση και ταχύτητα στην πρώτη τροχιά.	96
Σχήμα 5-6. Μετρήσεις αισθητήρων με θόρυβο και σφάλμα.	96
Σχήμα 5-7. Σύγκριση επιθυμητής κι εκτιμώμενης τροχιάς.	97
Σχήμα 5-8. Σφάλματα Εκτίμησης και αισθητήρων.	97
Σχήμα 5-9. Επιθυμητή κίνηση και ταχύτητα στην δεύτερη τροχιά.	98
Σχήμα 5-10. Μετρήσεις αισθητήρων με θόρυβο και σφάλμα.	99
Σχήμα 5-11. Σύγκριση τροχιάς με την εκτιμώμενη.	99
Σχήμα 5-12. Σφάλματα Εκτίμησης και αισθητήρων.	100

1. Εισαγωγή

1.1 Σκοπός Εργασίας

Ο σκοπός της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας είναι η βελτίωση των μεθόδων προσδιορισμού θέσης και προσανατολισμού ενός εξομοιωτή διαστημικού ρομπότ. Ο διαστημικός εξομοιωτής έχει αναπτυχθεί στον Τομέα Μηχανολογικών Κατασκευών και Αυτομάτου Ελέγχου του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου στα πλαίσια της γενικότερης μελέτης θεμάτων όπως έλεγχος και εκτίμηση θέσης καθώς και στρατηγικές πρόσδεσης και συνεργασίας διαστημικών μηχανισμών.

Οι αναλυτικές περιγραφές του διαστημικού εξομοιωτή μπορούν να βρεθούν σε άλλες διπλωματικές εργασίες ([1], [2], [3]). Στην παρούσα εργασία θα γίνει μία σύντομη περιγραφή των βασικών στοιχείων του διαστημικού εξομοιωτή με έμφαση στα σημεία που αποτελούν σημαντικό μέρος της εργασίας.

Ο διαστημικός εξομοιωτής περιλαμβάνει μία τράπεζα γρανίτη με εξαιρετικά μικρή τραχύτητα, πάνω στην οποία κινείται το ρομπότ χωρίς τριβές χάρη σε φιλμ αερίου CO_2 . Το αέριο βρίσκεται σε ειδικές φιάλες πάνω στο ρομπότ και βγαίνει από αεροέδρανα γραφίτη (air bearings) που βρίσκονται την βάση του, επιτρέποντας του να μην έρχεται σε επαφή με την τράπεζα. Με αυτόν τον τρόπο εξομοιώνεται η κίνηση σε συνθήκες μηδενικής βαρύτητας σε δύο διαστάσεις.

Η λειτουργία του συστήματος ελέγχεται από έναν υπολογιστή PC104 που επικοινωνεί με όλα τα υποσυστήματα του ρομπότ αλλά και με εξωτερικά συστήματα μέσω ασύρματης επικοινωνίας. Διαθέτει έξι επενεργητές, τρία ζεύγη προωθητήρων αερίου, ένα σφόνδυλο αντίδρασης και δύο βραχίονες με δύο αρθρώσεις ο καθένας. Οι προωθητήρες τροφοδοτούνται από την φιάλη αερίου CO_2 . Η ενεργειακή αυτονομία του συστήματος επιτυγχάνεται με χρήση μπαταριών πολυμερούς λιθίου.

Ένα σημαντικό βήμα προς την συνολική αυτονομία του ρομπότ είναι η δυνατότητα του να μπορεί να βρει την θέση και τον προσανατολισμό του στο χώρο με μεγάλη ακρίβεια και ταχύτητα. Για το σκοπό αυτό το ρομπότ διαθέτει δύο συστήματα αισθητήρων, μία κάμερα και ένα σύστημα οπτικών αισθητήρων.

Οι οπτικοί αισθητήρες είναι όμοιοι με αυτούς που χρησιμοποιούνται σε ένα οπτικό ποντίκι για Η/Υ. Οι αισθητήρες του ρομπότ είναι τρεις και βρίσκονται τοποθετημένοι στην βάση του. Κατά την διάρκεια της λειτουργίας τους υπολογίζουν σχετική μετατόπιση και μετά από επεξεργασία από ένα ειδικό αλγόριθμο υπολογίζεται η θέση και ο προσανατολισμός του ρομπότ. Το σημαντικότερο τους μειονέκτημα είναι ότι το σφάλμα στην εκτίμηση της θέσης του ρομπότ είναι αθροιστικό και αν λειτουργούν μόνοι τους αυξάνεται συνεχώς με τον χρόνο.

Η κάμερα είναι τοποθετημένη επάνω από την τράπεζα και βρίσκει την απόλυτη θέση και προσανατολισμό του ρομπότ εντοπίζοντας τρία με πέντε LED τα οποία είναι τοποθετημένα σε συγκεκριμένο γεωμετρικό σχηματισμό στην επάνω πλάκα του ρομπότ. Οι εικόνες από την κάμερα στέλνονται για επεξεργασία σε έναν εξωτερικό υπολογιστή ο οποίος έχει μεγαλύτερη υπολογιστική ισχύ από το ενσωματωμένο PC104 και στη συνέχεια τα δεδομένα της θέσης στέλνονται μέσω ασύρματης επικοινωνίας TCP/IP στο PC104.

Λόγω των γεωμετρικών περιορισμών του χώρου ο φακός της κάμερας που επιλέχτηκε είναι ευρυγώνιος για να μπορεί να καλύπτει όλη την επιφάνεια εργασίας του ρομπότ. Το μειονέκτημα του φακού αυτού είναι ότι εισάγει μεγάλη παραμόρφωση στην εικόνα. Άλλο ένα σημαντικό μειονέκτημα είναι ο μεγάλος χρόνος επεξεργασίας της εικόνας και της ασύρματης επικοινωνίας που οδηγεί της μετρήσεις να γίνονται διαθέσιμες στο ρομπότ με χρονική καθυστέρηση.

Στην παρούσα μελέτη αναπτύσσεται μία μέθοδος για την βελτίωση της λειτουργίας της κάμερας αφαιρώντας την παραμόρφωση του φακού και προσδιορίζοντας την θέση του ρομπότ στο πραγματικό κόσμο με βάση την θέση του στην εικόνα της κάμερας. Επίσης για αφαίρεση του θορύβου των αισθητήρων αλλά και για την εξάλειψη των μειονεκτημάτων που έχει κάθε αισθητήρας ξεχωριστά αναπτύσσεται ένας αλγόριθμος που συνδυάζει το κινηματικό μοντέλο του ρομπότ μαζί με τις διαθέσιμες μετρήσεις με βέλτιστο τρόπο για τον υπολογισμό της καλύτερης δυνατής εκτίμησης της θέσης και του προσανατολισμού του ρομπότ.

1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Το πρώτο μέρος της παρούσας διπλωματικής εργασίας ασχολείται με την βαθμονόμηση της κάμερας, έτσι ώστε να μπορεί να προσδιοριστεί η θέση του ρομπότ με την μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια.

Οι πρώτες μέθοδοι βαθμονόμησης κάμερας βασίζονται στη χρήση ενός πλέγματος βαθμονόμησης με σημεία που οι 3-D συντεταγμένες τους είναι γνωστές. Τα σημεία αυτά ονομάζονται σημεία ελέγχου ("Control points") και μπορούν να εντοπιστούν εύκολα από αλγορίθμους επεξεργασίας εικόνας (π.χ. γωνίες, κουκκίδες). Μόλις προσδιοριστούν τα σημεία ελέγχου η μέθοδος βαθμονόμησης με βάση την θέση τους στην εικόνα υπολογίζει τις βέλτιστες τιμές των εξωγενών παραμέτρων (μεταφορά και περιστροφή) καθώς και τον ενδογενών παραμέτρων (αναλογία pixel, εστιακή απόσταση, κλπ.). Από τις πρωταρχικές και σημαντικές εργασίες που χρησιμοποιούν την μέθοδο αυτή είναι του R.Y. Tsai το 1987 [4] και του Z. Zhang το 2000 [5], πάνω στην οποία έχουν αναπτυχθεί πολλές open-source εφαρμογές βαθμονόμησης.

Οι παραπάνω μέθοδοι χρησιμοποιούν το μοντέλο της μικροσκοπικής οπής, το οποίο σε περιπτώσεις μεγάλης μη-γραμμικής παραμόρφωσης του φακού μπορεί να οδηγήσει σε αυξημένα σφάλματα βαθμονόμησης. Μία άλλη μέθοδος βαθμονόμησης που ασχολείται κυρίως με το μοντέλο της παραμόρφωσης είναι αυτή του D.C Brown το 1971 [6].

Άλλη κατηγορία αποτελούν οι μέθοδοι αυτοβαθμονόμησης που προσπαθούν να υπολογίσουν τις παραμέτρους της κάμερας χρησιμοποιώντας πολλαπλές προβολές της ίδιας σκηνής και αξιοποιώντας την ακαμψία της σκηνής. Μία από τις σημαντικότερες μελέτες αυτών των μεθόδων μπορεί να βρεθεί στο [7]. Επίσης βαθμονόμηση της κάμερας μπορεί επίσης να επιτευχθεί αξιοποιώντας το γεγονός ότι οι ευθείες γραμμές μέσα στην εικόνα πρέπει μετά τον τελικό μετασχηματισμό να είναι πράγματι ευθείες [8].

Τέλος οι παραπάνω μέθοδοι προϋποθέτουν τον εντοπισμό ενός αντικειμένου στον 3D χώρο και για αυτό χρειάζονται πολλαπλές εικόνες με διαφορετικούς προσανατολισμούς. Στην περίπτωση που χρειάζεται ένα απλουστευμένο μοντέλο μίας ή δύο ελεύθερων παραμέτρων, η βαθμονόμηση μπορεί να γίνει μόνο με μία εικόνα του πλέγματος βαθμονόμησης [9].

Το δεύτερο μέρος της διπλωματικής εργασίας ασχολείται με την συγχώνευση δεδομένων από πολλαπλούς αισθητήρες (multi sensor data fusion) με χρήση φίλτρου Kalman.

Το φίλτρο Kalman αναπτύχθηκε το 1960 ([10]) και χρησιμοποιήθηκε για το φιλτράρισμα και την πρόβλεψη γραμμικών συστημάτων με αβεβαιότητα λόγω θορύβου. Αργότερα το 1962-1966 επεκτάθηκε για την χρήση του σε μη γραμμικά συστήματα και έτσι δημιουργήθηκε το Εκτεταμένο Φίλτρο Kalman. Λόγω της καλής απόδοσης του σε πρακτικά προβλήματα και της ευκολίας εφαρμογής του έγινε πολύ γνωστό και χρησιμοποιήθηκε σε πολλά προβλήματα παρατήρησης οχημάτων και αεροσκαφών καθώς και σε εντοπισμό θέσης ρομποτικών μηχανισμών. Ο αναγνώστης μπορεί να διαβάσει πολλές πληροφορίες για τα φίλτρα Kalman στα [11], [12], [13].

Στον τομέα των αυτόνομων ρομποτικών οχημάτων το φίλτρο Kalman άρχισε να χρησιμοποιείται και για την εκτίμηση θέσης και ταχύτητας αξιοποιώντας πληροφορίες από πολλαπλούς αισθητήρες. Ανάλυση των βασικών μεθόδων τροποποιήσεις των εξισώσεων του φίλτρου Kalman για την επίτευξη της συγχώνευση δεδομένων μπορούν να βρεθούν στο [14], καθώς και σύγκριση και αξιολόγηση τους στο [15].

Βασικές εφαρμογές είναι η συγχώνευση δεδομένων από αισθητήρες που παρέχουν σχετικές πληροφορίες (οδομετρικοί αισθητήρες, INS) με δεδομένα από αισθητήρες που παρέχουν απόλυτη πληροφορία σε σχέση με το περιβάλλον (GPS, landmark recognition, εικόνες από κάμερες). Παραδείγματα πρακτικών εφαρμογών σε οχήματα και διαστημικά ρομπότ μπορούν να βρεθούν στην βιβλιογραφία [16], [17], [18].

1.3 Δομή Εργασίας

Η παρούσα Διπλωματική εργασία αποτελείται από έξι κεφάλαια.

Στο Κεφάλαιο αυτό έγινε μια εισαγωγική αναφορά στο θέμα της εργασίας, παρουσιάστηκε μια σύντομη ανασκόπηση σε εφαρμογές επεξεργασίας εικόνας και σε εφαρμογές εντοπισμού θέσης αυτόνομων ρομποτικών μηχανισμών. Επίσης έγινε μία σύντομη περιγραφή των συστημάτων του ρομποτικού εξομοιωτή και του τρόπου λειτουργίας τους.

Στο Κεφάλαιο 2 αναφέρονται θεωρητικές γνώσεις που είναι απαραίτητες για την κατανόηση της εργασίας. Αρχικά αναφέρεται η βασική θεωρία μοντελοποίησης κάμερας (εύρεση θέσης αντικειμένου στην εικόνα, παραμόρφωση φακού κάμερας) και στη συνέχεια γίνεται μία σύντομη αναφορά στη μέθοδο της γραμμικής παλινδρόμησης που θα αξιοποιηθεί στον αλγόριθμο επεξεργασίας εικόνας. Ακολουθεί η βασική θεωρία του απλού φίλτρου Kalman και η επέκτασή του για μη γραμμικά συστήματα. Μετά παρουσιάζονται διαφορετικές μέθοδοι

τροποποίησης του φίλτρου Kalman για να μπορεί να κάνει συγχώνευση δεδομένων από πολλαπλούς αισθητήρες και να ενσωματώνει μετρήσεις με χρονική καθυστέρηση.

Στο Κεφάλαιο 3 παρουσιάζεται ο τρόπος βαθμονόμησης και λειτουργίας της κάμερας. Συγκεκριμένα αναπτύσσεται μία μέθοδος για την υπολογισμό των παραμέτρων του μοντέλου που χρησιμοποιείται για την αφαίρεση της παραμόρφωσης που προκαλεί ο φακός της κάμερας. Στη συνέχεια χρησιμοποιείται η μέθοδος της γραμμικής παλινδρόμησης για τον προσδιορισμό του μετασχηματισμού συντεταγμένων από το επίπεδο της εικόνας στο παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων. Τέλος γίνεται μία παρουσίαση της εφαρμογής που εφαρμόζει όλα τα παραπάνω και υπολογίζει την θέση του ρομπότ με βάση τις εικόνες από την κάμερα

Στο Κεφάλαιο 4 εκφράζεται το κινηματικό μοντέλο του συστήματος και σχεδιάζεται το Extended Kalman Filter που κάνει τη συγχώνευση των μετρήσεων από τους οπτικούς αισθητήρες και των καθυστερημένων μετρήσεων από την κάμερα για να κάνει την βέλτιστη πρόβλεψη της θέσης και του προσανατολισμού του ρομπότ. Μετά αναλύεται το μοντέλο που δημιουργήθηκε στο Simulink (MATLAB) για την προσομοίωση και τον έλεγχο λειτουργίας του φίλτρου.

Στο Κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται και σχολιάζονται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων και τα πειραματικά αποτελέσματα.

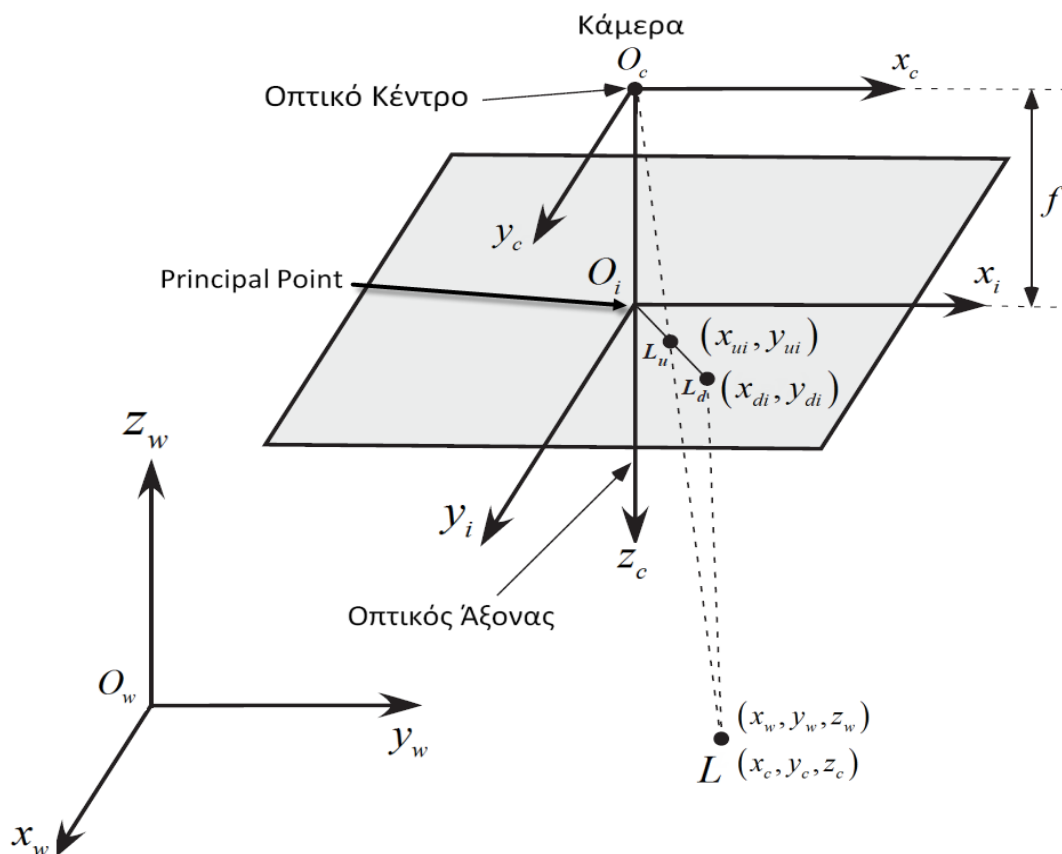
Στο Κεφάλαιο 6 περιγράφονται συνοπτικά τα συνολικά συμπεράσματα και προτείνονται σημεία για μελλοντική εργασία

2. Στοιχεία θεωρίας

2.1 Μοντελοποίηση κάμερας

2.1.1 Συστήματα Συντεταγμένων

Σύμφωνα με το μοντέλο της μικροσκοπικής οπής (pinhole came model) προσδιορίζεται η σχέση μεταξύ ενός τρισδιάστατου σημείου στο χώρο και της δισδιάστατης προβολής του στο επίπεδο της εικόνας. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 2-1 το σύστημα συντεταγμένων της κάμερας $O_c x_c y_c z_c$ τοποθετείται στο οπτικό κέντρο της κάμερας με τον άξονα z_c να ταυτίζεται με τον οπτικό άξονα. Η τομή του επιπέδου της εικόνας με τον οπτικό άξονα ονομάζεται principal point. Στο σημείο αυτό τοποθετείται το σύστημα συντεταγμένων της εικόνας $O_i x_i y_i$.



Σχήμα 2-1. Συστήματα Συντεταγμένων Κάμερας.

Αρχικά οι συντεταγμένες (x_w, y_w, z_w) ενός σημείου L στο παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων $O_w x_w y_w z_w$ πρέπει να μετασχηματιστούν στο σύστημα συντεταγμένων της κάμερας $O_c x_c y_c z_c$.

Αν το σημείο L εκφραστεί σε ομογενείς συντεταγμένες ο μετασχηματισμός αυτός περιγράφεται από την σχέση :

$$\begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & t \\ \mathbf{0}_3^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

όπου R ο 3×3 πίνακας περιστροφής :

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

t το διάνυσμα μετατόπισης :

$$t = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

και $\mathbf{0}_3^T = [0 \ 0 \ 0]$

Οι παράμετροι αυτοί ονομάζονται εξωγενείς παράμετροι της κάμερας (extrinsic parameters).

Στη συνέχεια πρέπει να βρεθεί η προβολή του σημείου από το σύστημα συντεταγμένων της κάμερας στο επίπεδο της εικόνας. Με χρήση του μοντέλου της μικροσκοπικής οπής προσδιορίζουμε αυτόν τον μετασχηματισμό ως :

$$\lambda \begin{bmatrix} x_{ui} \\ y_{ui} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & \tau & 0 & 0 \\ 0 & \eta f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Όπου :

f : η εστιακή απόσταση, δηλαδή απόσταση του επιπέδου της εικόνας και του οπτικού κέντρου

$\lambda = z_c$: ο ομογενής συντελεστής κλίμακας

η : συντελεστής που δηλώνει την αναλογία των pixel στην εικόνα. Στις περισσότερες σύγχρονες κάμερες τα pixel είναι τετράγωνα και ισχύει $\eta = 1$

τ : συντελεστής που δηλώνει την γωνιακή απόκλιση των pixel. Στις περισσότερες σύγχρονες κάμερες ισχύει $\tau = 0$

Οι παράμετροι αυτοί ονομάζονται εγγενείς παράμετροι της κάμερας (intrinsic parameters)

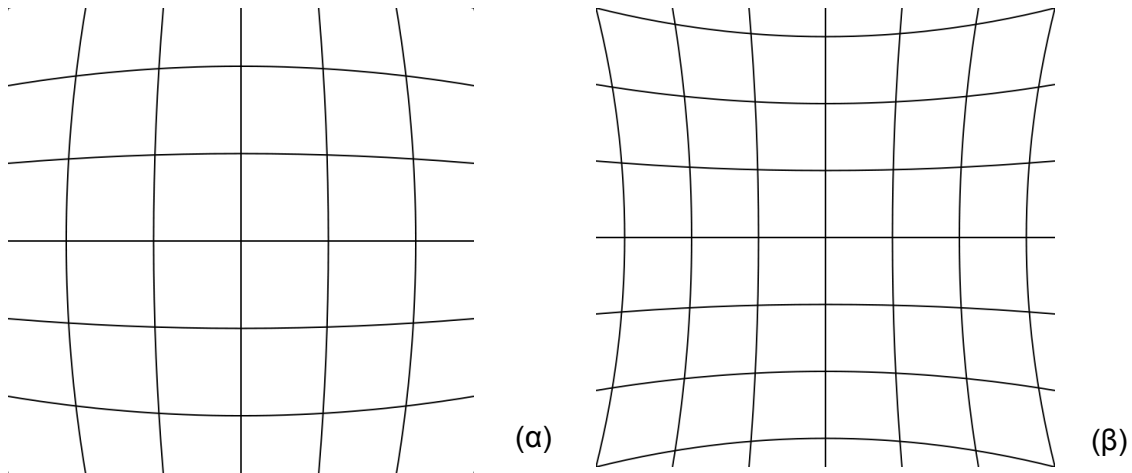
Σε πολλά από τα σημερινά συστήματα εικόνων, η αρχή του συστήματος συντεταγμένων της εικόνας ορίζεται στην πάνω αριστερά γωνία της. Σε αυτήν την περίπτωση πρέπει να γίνει μετατροπή του συστήματος συντεταγμένων έτσι ώστε η αρχή του να βρίσκεται στο principal point (o_{xi}, o_{yi}) . Έτσι η Εξίσωση (2.4) μετασχηματίζεται :

$$\lambda \begin{bmatrix} x_{ui} \\ y_{ui} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & \tau & o_{xi} & 0 \\ 0 & \eta f & o_{yi} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

2.1.2 Παραμόρφωση

Στους πραγματικούς φακούς της κάμερας εμφανίζεται συνήθως επίσης το φαινόμενο της μη γραμμικής παραμόρφωσης. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η προβολή του σημείου L που υπολογίστηκε να μην εμφανίζεται στο (x_{ui}, y_{ui}) αλλά λόγω της παραμόρφωσης εμφανίζεται σε ένα άλλο σημείο με συντεταγμένες (x_{di}, y_{di}) . Υπάρχουν δύο ειδών παραμορφώσεις που οφείλονται στον οπτικό φακό, η ακτινική και η εφαιπτομενική.

Η ακτινική παραμόρφωση είναι συμμετρική. Τα σημεία της ιδανική εικόνας υφίστανται παραμόρφωση κατά μήκος ακτινικών διευθύνσεων από το κέντρο της παραμόρφωσης (principal point), φαινόμενο που προκαλείται από το σχήμα του φακού. Η ακτινική παραμόρφωση έχει δύο εκφράσεις, της βαρεολοιδή (barrel distortion) και την μηνισκοειδή (pincushion distortion), οι οποίες παρουσιάζονται στο Σχήμα 2-2.



Σχήμα 2-2. (α) Βαρελοειδής Παραμόρφωση , (β) Μηνισκοειδής Παραμόρφωση.

Στην βαρελοειδή παραμόρφωση η μεγέθυνση της εικόνας μειώνεται με την αύξηση της απόστασης από τον οπτικό άξονα. Το οπτικό αποτέλεσμα είναι σαν η εικόνα να έχει τυλιχθεί γύρω από μία σφαίρα ή ένα βαρέλι. Οι ευρυγώνιοι φακοί, οι οποίοι λαμβάνουν ημισφαιρικές όψεις, χρησιμοποιούν αυτού του είδους την παραμόρφωση για να μπορούν να απεικονίσουν ένα απείρως ευρύ επίπεδο στην πεπερασμένη επιφάνεια της εικόνας.

Η εφαπτομενική παραμόρφωση είναι ένα ελάττωμα της εικόνας που οφείλεται σε σφάλματα στο κεντράρισμα, κυρίως από ανακριβή συναρμολόγηση του οπτικού φακού. Το αποτέλεσμα είναι η μετατόπιση σημείων της εικόνας κάθετα σε μία ακτίνα από το κέντρο του πεδίου σε εφαπτομενικές διευθύνσεις.

Στην δικιά μας εφαρμογή εμφανίζεται το φαινόμενο της βαρελοειδούς ακτινικής παραμόρφωσης, το οποίο μπορεί να διορθωθεί με χρήση του παρακάτω μοντέλου παραμόρφωσης :

$$\begin{aligned} x_{ui} &= x_{di} (1 + K_1 r^2 + K_2 r^4 + \dots) \\ y_{ui} &= y_{di} (1 + K_1 r^2 + K_2 r^4 + \dots) \end{aligned} \quad (2.6)$$

όπου :

$$r = \sqrt{x_{di}^2 + y_{di}^2} \quad (2.7)$$

και K_1, K_2, \dots οι σταθερές παραμόρφωσης.

Επισημαίνεται ότι τα σημεία (x_{ui}, y_{ui}) και (x_{di}, y_{di}) πρέπει να είναι στο σύστημα συντεταγμένων με αρχή το principal point (o_{xi}, o_{yi})

2.2 Γραμμική Παλινδρόμηση (Linear regression)

2.2.1 Γενικά

Η Γραμμική Παλινδρόμηση είναι μία μέθοδος που χρησιμοποιείται στη στατιστική για τη μοντελοποίηση της σχέσης μεταξύ μιας ανεξάρτητης μεταβλητής y και μίας ή παραπάνω εξαρτημένων μεταβλητών X . Στην περίπτωση που χρησιμοποιείται μόνο μία εξαρτημένη μεταβλητή η μέθοδος ονομάζεται «Simple regression» ενώ στην περίπτωση των πολλών εξαρτημένων μεταβλητών ονομάζεται «Multiple regression».

Για την εφαρμογή της μεθόδου τα δεδομένα μοντελοποιούνται με γραμμικές συναρτήσεις και οι άγνωστοι παράμετροι του μοντέλου εκτιμώνται από τα δεδομένα. Η κυριότερη χρήση της μεθόδου είναι η πρόβλεψη. Με βάση ένα σύνολο δεδομένων που έχει παρατηρηθεί και αποτελείται από τιμές των X και y κατασκευάζεται ένα γραμμικό μοντέλο πρόβλεψης το οποίο στη συνέχεια μπορεί να προβλέψει την τιμή του y για οποιοδήποτε X .

2.2.2 Μέθοδος

Στην γενική περίπτωση υπάρχει ένα σύνολο στατιστικών δεδομένων $\{y_i, x_{i1}, \dots, x_{ip}\}_{i=1}^n$ με την υπόθεση ότι η σχέση μεταξύ της ανεξάρτητης μεταβλητής y_i και του διανύσματος x_i είναι γραμμική. Η σχέση αυτή μοντελοποιείται με την παρακάτω συνάρτηση

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_p x_{ip} = \beta_0 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} \quad (2.8)$$

Και σε διανυσματική μορφή

$$\mathbf{y} = \mathbf{X} \cdot \boldsymbol{\beta} \quad (2.9)$$

Όπου

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1^T \\ x_2^T \\ \vdots \\ x_n^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & \dots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & \dots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \dots & x_{np} \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

Στο παραπάνω μοντέλο συμπεριλαμβάνεται και ένα σταθερός όρος $x_{i0} = 1$, ο οποίος είναι απαραίτητος σε πολλά προβλήματα που χρησιμοποιείται αυτή η μέθοδος.

Σημειώνεται ότι κάποιες από της μεταβλητές x_i μπορούν να είναι μη-γραμμικές συναρτήσεις άλλων μεταβλητών x_i του προβλήματος. Το μοντέλο παραμένει γραμμικό καθώς το διάνυσμα παραμέτρων β παραμένει γραμμικό.

Για την εκτίμηση του διανύσματος παραμέτρων β του μοντέλου έχουν αναπτυχθεί πολλές μέθοδοι που διαφέρουν σε υπολογιστικό κόστος, ευστάθεια και αποδοτικότητα. Η πιο κλασσική και απλή όσον αφορά τους υπολογισμούς μέθοδος είναι αυτή των ελαχίστων τετραγώνων.

Με βάση την μέθοδο αυτή το διάνυσμα παραμέτρων β υπολογίζεται από την ελαχιστοποίηση του συνολικού τετραγωνικού σφάλματος μεταξύ της πραγματικής τιμής της ανεξάρτητης μεταβλητής και της εκτιμώμενης τιμή της

$$E(\beta) = \frac{1}{2i} (\mathbf{X}\beta - \mathbf{y})^T (\mathbf{X}\beta - \mathbf{y}) \quad (2.11)$$

Όπου i το πλήθος του συνόλου στατιστικών δεδομένων που χρησιμοποιείται.

2.3 Φίλτρο Kalman

Το φίλτρο Kalman είναι ένας αλγόριθμος αναδρομικής επεξεργασίας δεδομένων που κάνει εκτίμηση της κατάστασης ενός γραμμικού δυναμικού συστήματος με παρουσία θορύβου.

Η κατάσταση ενός συστήματος (state) είναι ένα διάνυσμα x που αποτελείται από n μεταβλητές οι οποίες περιγράφουν κάποιες από τις ιδιότητες του συστήματος. Οι μεταβλητές αυτές ενδέχεται να περιέχουν θόρυβο και να μην είναι άμεσα παρατηρήσιμες γεγονός που κάνει την εκτίμηση της κατάστασης δύσκολη. Για να γίνει η εκτίμηση το φίλτρο Kalman χρησιμοποιεί τις μετρήσεις του συστήματος. Οι μετρήσεις συνδέονται με την κατάσταση και είναι και αυτές αλλοιωμένες από θόρυβο. Αν ο θόρυβος αυτός ακολουθεί κατανομή κατά Gauss το φίλτρο Kalman είναι στατιστικά βέλτιστο. Για να κάνει την τελική εκτίμηση της κατάστασης χρησιμοποιεί όλες τις διαθέσιμες μετρήσεις, την δυναμική του συστήματος και των αισθητήρων, το μέγεθος του θορύβου και όλα τα δεδομένα για την αρχική κατάσταση του συστήματος.

Οι εφαρμογές του καλύπτουν ένα πολύ ευρύ φάσμα. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον έλεγχο δυναμικών συστημάτων όπως αεροσκάφη, πλοία, ρομπότ και παραγωγικές μονάδες. Επίσης χρησιμοποιούνται και για την πρόβλεψη της εξέλιξης δυναμικών συστημάτων τα οποία είναι δύσκολο ή αδύνατο να ελεγχθούν όπως η πρόβλεψη τιμών προϊόντων στην αγορά και η πρόβλεψη του καιρού.

2.3.1 Λειτουργία Φίλτρου

Το φίλτρο Kalman στη γενική περίπτωση προσπαθεί να κάνει μία εκτίμηση της κατάστασης $x \in \mathcal{R}^n$ ενός συστήματος διακριτού χρόνου το οποίο μπορεί να περιγραφεί από μία γραμμική στοχαστική εξίσωση διαφορών και ένα γραμμικό μοντέλο μέτρησης $z \in \mathcal{R}^m$

Η εξίσωση του συστήματος είναι της μορφής

$$x_k = Ax_{k-1} + Bu_{k-1} + w_{k-1} \quad (2.12)$$

Και το μοντέλο της μέτρησης

$$z_k = Hx_k + v_k \quad (2.13)$$

Ο πίνακας A διαστάσεων $n \times n$ συσχετίζει την κατάσταση του συστήματος την προηγούμενη χρονική στιγμή $k-1$ με την παρούσα κατάσταση k , με την προϋπόθεση απουσίας εισόδου ελέγχου και θορύβου. Ο πίνακας B διαστάσεων $n \times 1$ συσχετίζει την εισόδο ελέγχου $u \in \mathcal{R}^1$ με την κατάσταση x . Ο πίνακας H διαστάσεων $m \times n$ συσχετίζει την κατάσταση με την μέτρηση z_k . Οι πίνακες A, H ενδέχεται να αλλάζουν σε κάθε χρονική περίοδο ή με κάθε καινούργια μέτρηση.

Οι τυχαίες μεταβλητές w_k και v_k αντιπροσωπεύουν τον θόρυβο του συστήματος και τον θόρυβο της μέτρησης αντιστοίχως. Οι μεταβλητές αυτές θεωρούνται ανεξάρτητες μεταξύ τους, λευκού θορύβου και ακολουθούν γκαουσιανή κατανομή με μηδενική μέση τιμή

$$\begin{aligned} p(w_k) &\sim N(0, Q_k) \\ p(v_k) &\sim N(0, R_k) \end{aligned} \quad (2.14)$$

Η κύρια διαγώνιος των πινάκων συνδιασποράς Q_k και R_k περιλαμβάνει την διασπορά των μεταβλητών κατάστασης και των μεταβλητών της μέτρησης αντίστοιχα. Τα στοιχεία που βρίσκονται εκτός της διαγωνίου είναι μηδενικά καθώς υποθέτουμε ότι οι θόρυβοι είναι ανεξάρτητοι μεταξύ τους.

Ορίζουμε $\hat{x}_k(-) \in \mathfrak{R}^n$ την «a priori» εκτίμηση του διανύσματος κατάστασης την χρονική στιγμή k . Η εκτίμηση αυτή αποτελεί την καλύτερη εκτίμηση που μπορεί να υπολογιστεί με βάση την κατάσταση του συστήματος πριν την στιγμή k . Ορίζουμε $\hat{x}_k(+) \in \mathfrak{R}^n$ την «a posteriori» εκτίμηση του διανύσματος κατάστασης την χρονική στιγμή k μετά την αφομοίωση της μέτρησης z_k . Ορίζουμε τα «a priori» και «a posteriori» σφάλματα εκτίμησης :

$$\begin{aligned} e_k(-) &= x_k - \hat{x}_k(-) \\ e_k(+) &= x_k - \hat{x}_k(+) \end{aligned} \quad (2.15)$$

Η «a priori» συνδιακύμανση του σφάλματος εκτίμησης είναι:

$$P_k(-) = E[e_k(-)e_k(-)^T] \quad (2.16)$$

Με αντικατάσταση των τιμών του σφάλματος με βάση το μοντέλο το συστήματος που περιγράφηκε παραπάνω η «a priori» συνδιακύμανση $P_k(-)$ υπολογίζεται

$$P_k(-) = AP_{k-1}(+)A^T + Q_{k-1} \quad (2.17)$$

Η «a posteriori» συνδιακύμανση του σφάλματος εκτίμησης είναι:

$$P_k(+) = E[e_k(+)e_k(+)^T] \quad (2.18)$$

Η σχέση υπολογισμού της θα αναλυθεί αργότερα.

Ο σκοπός είναι να βρεθεί μία εξίσωση που υπολογίζει την «a posteriori» εκτίμηση του διανύσματος κατάστασης $\hat{x}_k(+)$ με γραμμικό συνδυασμό της «a priori» εκτίμηση του διανύσματος κατάστασης $\hat{x}_k(-)$ και της μέτρησης z_k . Αποδεικνύεται ότι αυτή η σχέση είναι :

$$\hat{x}_k(+) = \hat{x}_k(-) + K(z_k - H\hat{x}_k(-)) \quad (2.19)$$

Η παράσταση $(z_k - H\hat{x}_k(-))$ ονομάζεται υπόλοιπο της μέτρησης (measurement residual). Το υπόλοιπο δείχνει την διαφορά μεταξύ της αναμενόμενης μέτρησης $H\hat{x}_k(-)$ και της πραγματικής μέτρησης z_k .

Ο πίνακας K είναι διαστάσεων $n \times m$ και ονομάζεται κέρδος Kalman. Επιλέγεται έτσι ώστε να ελαχιστοποιεί τους όρους της κύριας διαγωνίου του πίνακα της «a posteriori» συνδιακύμανση του σφάλματος εκτίμησης P_k . Οι όροι αυτοί αντιπροσωπεύουν την διακύμανση του σφάλματος εκτίμησης των μεταβλητών κατάστασης. Το κέρδος K μπορεί να εκφραστεί με την μορφή :

$$K_k = P_k(-)H^T (HP_k(-)H^T + R_k)^{-1} \quad (2.20)$$

Παρατηρώντας την Εξίσωση (2.20) βλέπουμε ότι όσο η συνδιακύμανση του σφάλματος μέτρησης R_k πλησιάζει το μηδέν, το κέρδος K υπολογίζεται περισσότερο με βάση το υπόλοιπο. Συγκεκριμένα

$$\lim_{R_k \rightarrow 0} K_k = H^{-1} \quad (2.21)$$

Πιο γενικά αυτό σημαίνει ότι εφόσον το R_k πλησιάζει το μηδέν, η πραγματική μέτρηση z_k θεωρείται πιο ακριβής, συνεπώς την εμπιστευόμαστε όλο και πιο πολύ ενώ την προβλεπόμενη μέτρηση $H\hat{x}_k(-)$ την εμπιστευόμαστε όλο και λιγότερο.

Στην αντίθετη περίπτωση όσο η «a priori» συνδιακύμανση του σφάλματος εκτίμησης $P_k(-)$ πλησιάζει το μηδέν, το κέρδος K υπολογίζεται λιγότερο με βάση το υπόλοιπο. Συγκεκριμένα

$$\lim_{P_k(-) \rightarrow 0} K_k = 0 \quad (2.22)$$

Σε αυτήν την περίπτωση όσο το $P_k(-)$ πλησιάζει το μηδέν η προβλεπόμενη μέτρηση $H\hat{x}_k(-)$ θεωρείται πιο ακριβής και την εμπιστευόμαστε όλο και πιο πολύ σε αντίθεση με την πραγματική μέτρηση z_k που θεωρείται αναξιόπιστη.

Μετά τον υπολογισμό του K_k είναι δυνατός ο προσδιορισμός του τελικού πίνακα συνδιακύμανσης $P_k(+)$.

$$P_k(+) = (I - K_k H) P_k(-) \quad (2.23)$$

Η εξίσωση αυτή αποτελεί την πιο απλή μορφή υπολογισμού του $P_k(+)$. Είναι δυνατόν να βρεθούν και πιο περίπλοκες μορφές για τον υπολογισμό του, οι οποίες σε συγκεκριμένες εφαρμογές στον πραγματικό κόσμο μπορούν να παράγουν καλύτερα αριθμητικά αποτελέσματα.

2.3.2 Αλγόριθμος Διακριτού Φίλτρου Kalman

Οι εξισώσεις του φίλτρου Kalman χωρίζονται σε δύο κατηγορίες: εξισώσεις ενημέρωσης χρόνου (time update) και εξισώσεις ενημέρωσης μέτρησης (measurement update). Οι εξισώσεις ενημέρωσης χρόνου είναι υπεύθυνες για την εμπρόσθια προβολή στον χρόνο της παρούσας εκτίμησης της κατάστασης και του σφάλματος συνδιακύμανσης έτσι ώστε να

υπολογιστούν οι «a priori» εκτιμήσεις για την επόμενη χρονική περίοδο. Οι εξισώσεις ενημέρωσης μέτρησης είναι υπεύθυνες για την ανάδραση, δηλαδή για την ενσωμάτωση της μέτρησης στην «a priori» εκτίμηση έτσι ώστε να υπολογιστεί η βελτιωμένη «a posteriori» εκτίμηση.

Αρχικά ορίζονται οι αρχικές συνθήκες του φίλτρου :

$$\begin{aligned} E\langle x_0 \rangle &= \hat{x}_0 \\ E\langle \tilde{x}_0 \tilde{x}_0^T \rangle &= P_0 \end{aligned} \quad (2.24)$$

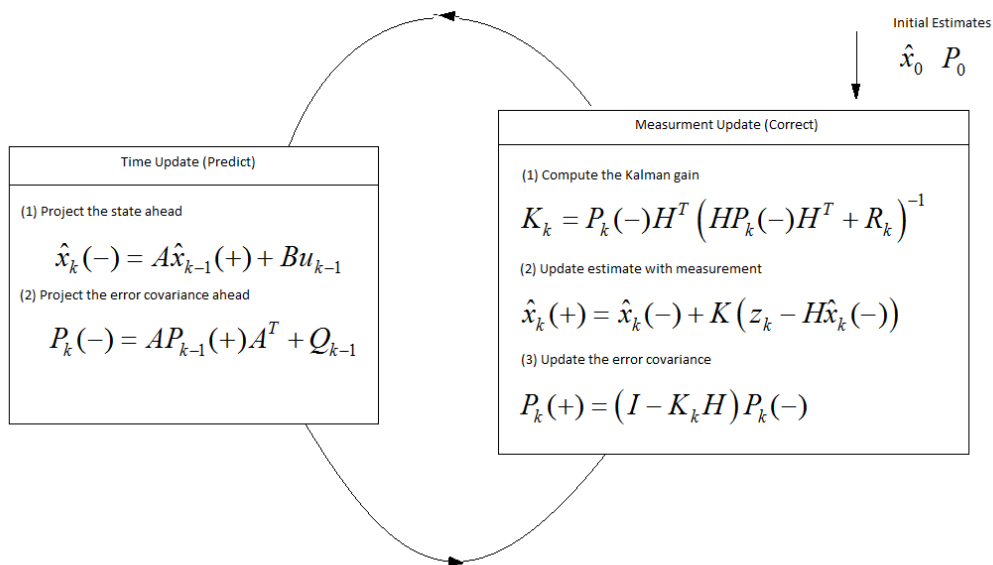
Οι εξισώσεις ενημέρωσης χρόνου :

$$\begin{aligned} \hat{x}_k(-) &= A\hat{x}_{k-1}(+) + Bu_{k-1} \\ P_k(-) &= AP_{k-1}(+)A^T + Q_{k-1} \end{aligned} \quad (2.25)$$

Οι εξισώσεις ενημέρωσης μέτρησης :

$$\begin{aligned} K_k &= P_k(-)H^T (HP_k(-)H^T + R_k)^{-1} \\ \hat{x}_k(+) &= \hat{x}_k(-) + K(z_k - H\hat{x}_k(-)) \\ P_k(+) &= (I - K_kH)P_k(-) \end{aligned} \quad (2.26)$$

Ο αλγόριθμος παρουσιάζεται σχηματικά στο Σχήμα 2-3.



Σχήμα 2-3. Αλγόριθμος Διακριτού Φίλτρου Kalman.

Μετά από κάθε υπολογισμό του πίνακα συνδιακύμανσης θα έπρεπε να ελέγχεται να είναι πάντα συμμετρικός και θετικά ορισμένος. Οι προϋποθέσεις αυτές μπορεί να μην ισχύουν στην περίπτωση που υπάρχει λάθος στον προγραμματισμό του αλγορίθμου, αριθμητικό σφάλμα στρογγυλοποίησης ή όχι καλά ορισμένο πρόβλημα. Μία λύση για αυτό το πρόβλημα, που προσθέτει όμως υπολογιστικό κόστος, είναι η χρήση μιας άλλης εξίσωσης για τον υπολογισμό του $P_k(+)$ που ονομάζεται «Joseph form»

$$P_k(+) = [I - K_k H] P_k(-) [I - K_k H]^T + K_k R_k K_k^T \quad (2.27)$$

Το $P_k(+)$ που υπολογίζεται από αυτήν την μορφή είναι σίγουρα συμμετρικός και θετικά ορισμένος πίνακας.

2.3.3 Παράμετροι Φίλτρου και Συντονισμός (Filter Tuning)

Σε πραγματικές εφαρμογές του φίλτρου, ο πίνακας συνδιακύμανσης του θορύβου της μέτρησης R_k μπορεί να υπολογιστεί πριν την εφαρμογή του φίλτρου. Ο πίνακας R_k είναι εύκολα πειραματικά μετρήσιμος καθώς είναι δυνατόν να παρθούν «off-line» μετρήσεις δειγματοληπτικά και να προσδιοριστεί η διακύμανση του θορύβου των μετρήσεων.

Από την άλλη μεριά ο πίνακας συνδιακύμανσης του θορύβου του συστήματος Q_k είναι πιο δύσκολο να προσδιοριστεί καθώς τις περισσότερες φορές δεν υπάρχει η δυνατότητα της άμεσης παρατήρησης των μεταβλητών του συστήματος υπό εκτίμηση. Στην περίπτωση που το μοντέλο που χρησιμοποιείται δεν είναι πολύ ακριβές, το φίλτρο μπορεί να παράγει ικανοποιητικά αποτελέσματα αν μέσω του Q_k εισάγουμε αρκετή αβεβαιότητα στο σύστημα, ελπίζοντας ότι οι μετρήσεις μας θα είναι υψηλής ακρίβειας.

Εκτός από τον προσδιορισμό των παραμέτρων αυτών με βάση κάποια λογικά κριτήρια, καλά αποτελέσματα μπορούν να προκύψουν από τον «συντονισμό» («tuning») των παραμέτρων Q_k και R_k . Η διαδικασία αυτή γίνεται συνήθως μέσω αναγνώρισης των παραμέτρων του συστήματος (system identification).

Τέλος σημειώνεται ότι σε πολλές περιπτώσεις οι πίνακες Q_k και R_k μπορεί να μην παραμένουν σταθεροί. Παραδείγματα αποτελεί ο εντοπισμός ενός κινούμενου στόχου όπου η δυναμική του μπορεί να αλλάζει όσο αυξάνει η ταχύτητα με την οποία κινείται. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να αλλάζει και η αβεβαιότητα του μαθηματικού μοντέλου συνεπώς τα στοιχεία του πίνακα Q_k πρέπει να μεταβάλλονται.

2.4 Μη Γραμμικές Εφαρμογές του φίλτρου Kalman

Στο Κεφάλαιο 2.3 περιγράφηκε το φίλτρο Kalman το οποίο λύνει το πρόβλημα της εκτίμησης της κατάστασης $x \in \mathcal{R}^n$ ενός συστήματος διακριτού χρόνου το οποίο περιγράφεται από γραμμικές στοχαστικές εξισώσεις διαφορών. Όμως μερικές από τις πιο επιτυχημένες εφαρμογές του φίλτρου ήταν σε περιπτώσεις συστημάτων με μη γραμμική δυναμική ή μη γραμμικά μοντέλα μέτρησης. Υπάρχουν δύο βασικοί τρόποι γραμμικοποίησης του προβλήματος. Ο πρώτος είναι γραμμικοποίηση γύρω από μία ονομαστική τροχιά (nominal trajectory) στο χώρο κατάστασης η οποία είναι ανεξάρτητη από τα δεδομένα των μετρήσεων. Το φίλτρο αυτό ονομάζεται linearized Kalman filter. Η άλλη μέθοδος είναι γραμμικοποίηση γύρω από μία τροχιά που ανανεώνεται συνεχώς με τις εκτιμήσεις των μεταβλητών κατάστασης με βάση τις μετρήσεις. Το φίλτρο αυτό ονομάζεται Extended Kalman filter.

2.4.1 Μη γραμμικό δυναμικό σύστημα

Το μη γραμμικό δυναμικό μοντέλο περιγράφεται από την εξίσωση :

$$x_k = f(x_{k-1}, u_{k-1}) + w_{k-1} \quad (2.28)$$

όπου $f(\cdot)$ η μη γραμμική εξίσωση του συστήματος που συνδέει την κατάσταση την προηγούμενη χρονική στιγμή με την τωρινή κατάσταση.

Το μη γραμμικό μοντέλο μέτρησης περιγράφεται από την εξίσωση :

$$z_k = h(x_k) + v_k \quad (2.29)$$

όπου $h(\cdot)$ η μη γραμμική εξίσωση μέτρησης που συνδέει την κατάσταση του συστήματος με τις μετρήσεις.

Οι τυχαίες μεταβλητές w_k και v_k , όπως και στο προηγούμενο κεφάλαιο, είναι ο θόρυβος του συστήματος και της μέτρησης αντιστοίχως και θεωρούνται ανεξάρτητες μεταξύ τους, λευκού θορύβου και ακολουθούν γκαουσιανή κατανομή με μηδενική μέση τιμή.

2.4.2 Γραμμικοποίηση γύρω από ονομαστική τροχιά

Για να εφαρμοστεί οποιαδήποτε τεχνική γραμμικοποίησης, πρέπει οι συναρτήσεις f, h να είναι δύο φορές συνεχώς παραγωγίσιμες.

Ως τροχιά ορίζουμε τη λύση ενός στοχαστικού συστήματος που περιλαμβάνει την ενημέρωση των τυχαίων μεταβλητών του. Η τροχιά σε ένα διακριτό σύστημα είναι μια ακολουθία διανυσμάτων της μορφής $\{x_k | k = 0, 1, 2, 3, \dots\}$. Ο όρος «ονομαστική» αναφέρεται στην περίπτωση όπου η τροχιά που παίρνουμε όταν οι τυχαίες μεταβλητές παίρνουν την αναμενόμενη τιμή του. Παράδειγμα αποτελεί η ακολουθία $\{x_k^{nom}\}$ η οποία προκύπτει από την λύση της εξίσωσης

$$x_k^{nom} = f(x_{k-1}^{nom}, u_{k-1}) \quad (2.30)$$

όπου έχουμε μηδενικό θόρυβο συστήματος και με x_0^{nom} ως αρχική συνθήκη.

Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής τότε το διάνυσμα κατάστασης x_k σε κάθε σημείο της τροχιάς θα διαφέρει ομαλά από το διάνυσμα κατάστασης x_{k-1} με μικρές μεταβολές (perturbations). Οι μεταβολές είναι αποτέλεσμα των «μη ονομαστικών» τιμών των τυχαίων μεταβλητών του συστήματος. Οι τυχαίες μεταβλητές είναι κατά κύριο λόγο οι αρχικές συνθήκες x_0 και ο θόρυβος του συστήματος w_k .

Αν η συνάρτηση f είναι απείρως συνεχώς παραγωγίσιμη τότε η επίδραση των διαταράξεων στην τροχιά μπορεί να μοντελοποιηθεί με ένα ανάπτυγμα Taylor γύρω από την ονομαστική τροχιά. Αν οι μεταβολές είναι αρκετά μικρές σε σχέση με τους μεγιστοβάθμιους όρους του αναπτύγματος τότε μπορούμε να έχουμε μία καλή προσέγγιση αγνοώντας όρους πάνω από κάποια τάξη.

Συμβολίζοντας τις μεταβολές από την ονομαστική τροχιά με δ προκύπτει :

$$\begin{aligned} \delta x_k &= x_k - x_k^{nom}, \\ \delta z_k &= z_k - h(x_k^{nom}) \end{aligned} \quad (2.31)$$

Το ανάπτυγμα Taylor της $f(x, u)$ στο $x = x_{k-1}^{nom}$ είναι :

$$\begin{aligned} x_k &= f(x_{k-1}, u_{k-1}) \\ &= f(x_{k-1}^{nom}, u_{k-1}) + \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{x=x_{k-1}^{nom}} \delta x_{k-1} + \text{higher order terms} \end{aligned} \quad (2.32)$$

Αγνοώντας τους μεγιστοβάθμιους όρους και αντικαθιστώντας την Εξίσωση (2.32) στην Εξίσωση του ορισμού των διαταράξεων (2.31) προκύπτει :

$$\begin{aligned}
\delta x_k &= f(x_{k-1}^{nom}, u_{k-1}) + \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{x=x_{k-1}^{nom}} \delta x_{k-1} + w_{k-1} - f(x_{k-1}^{nom}, u_{k-1}) \\
&= \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{x=x_{k-1}^{nom}} \delta x_{k-1} + w_{k-1} \\
&\approx A_k \delta x_{k-1} + w_{k-1}
\end{aligned} \tag{2.33}$$

Ο πίνακας A_k είναι διαστάσεων $n \times n$ και περιλαμβάνει τις μερικές παραγώγους της $f(x, u)$ ως προς το x υπολογισμένες στο σημείο x_{k-1}^{nom} γύρω από το οποίο γίνεται η γραμμικοποίηση.

$$A_k = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{x=x_{k-1}^{nom}} \tag{2.34}$$

Ο πίνακας αυτός ονομάζεται και Ιακοβιανή και είναι μεταβλητός, συνεπώς πρέπει να υπολογίζεται σε κάθε χρονικό βήμα.

Ομοίως με την παραπάνω περίπτωση, εάν η συνάρτηση h είναι επαρκώς παραγωγίσιμη μπορεί να εκφραστεί με ένα ανάπτυγμα Taylor ως εξής :

$$\begin{aligned}
\delta z_k &= \left. \frac{\partial h(x)}{\partial x} \right|_{x=x_k^{nom}} \delta x_k + v_k \\
&\approx H_k \delta x_k + v_k
\end{aligned} \tag{2.35}$$

Όπου H_k η Ιακοβιανή της $h(x)$ ως προς το x υπολογισμένη στο σημείο x_{k-1}^{nom}

$$H_k = \left. \frac{\partial h(x)}{\partial x} \right|_{x=x_k^{nom}} \tag{2.36}$$

2.4.3 Γραμμικοποίηση γύρω από εκτιμώμενη τροχιά

Το πρόβλημα της γραμμικοποίησης γύρω από μία ονομαστική τροχιά είναι ότι η απόκλιση μεταξύ της πραγματικής τροχιάς και της ονομαστικής τροχιάς αυξάνεται με τον χρόνο. Όσο αυτή η απόκλιση μεγαλώνει, οι μεγιστοβάθμιοι όροι του αναπτύγματος Taylor της τροχιάς μεγαλώνουν επίσης.

Για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος είναι δυνατή η αντικατάσταση της ονομαστικής τροχιάς με την εκτιμώμενη τροχιά, δηλαδή ο υπολογισμός του αναπτύγματος Taylor γύρω από την εκτιμώμενη τροχιά. Αν το πρόβλημα είναι επαρκώς παρατηρήσιμο τότε

η απόκλιση μεταξύ της εκτιμώμενης και της πραγματικής τροχιάς παραμένει μικρή και η γραμμικοποίηση δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Το μεγαλύτερο μειονέκτημα της μεθόδου είναι ότι σε εφαρμογές πραγματικού χρόνου αυξάνεται το υπολογιστικό κόστος. Αυτό συμβαίνει διότι στην περίπτωση της γραμμικοποίησης γύρω από ονομαστική τροχιά οι πίνακες A, H και το κέρδος K μπορούν να προ-υπολογιστούν offline, ενώ στην γραμμικοποίηση γύρω από εκτιμώμενη τροχιά πρέπει να υπολογίζονται σε πραγματικό χρόνο σε κάθε χρονικό βήμα.

Η μόνη τροποποίηση που πρέπει να γίνει στις εξισώσεις είναι η αντικατάσταση του x_{k-1}^{nom} με το \hat{x}_{k-1} και το x_k^{nom} με το \hat{x}_k στον υπολογισμό των Ιακοβιανών. Έτσι οι Ιακοβιανές υπολογίζονται από :

$$A_k(\hat{x}) = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_k(-)} \quad (2.37)$$

$$H_k(\hat{x}) = \left. \frac{\partial h(x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_k(-)} \quad (2.38)$$

2.4.4 Αλγόριθμος Linearized Kalman Filter (LKF)

Ο αλγόριθμος του LKF είναι πιο αποδοτικός σε εφαρμογές πραγματικού χρόνου αλλά είναι πιο επιρρεπής σε μη γραμμικά σφάλματα προσέγγισης. Το μεγάλο του πλεονέκτημα είναι η δυνατότητα προϋπολογισμού των πινάκων A, H και του κέρδος Kalman K .

Οι εξισώσεις υλοποίησης του αλγορίθμου παρουσιάζονται στις Εξισώσεις (2.39) και (2.40) χωρισμένες στις κατηγορίες εξισώσεων ενημέρωσης χρόνου και εξισώσεων ενημέρωσης μέτρησης.

Για αρχικές συνθήκες του LKF ορίζουμε την αρχική εκτίμηση των διαταράξεων $\widehat{\delta x}_0(+)$ και την αρχική αβεβαιότητα $P_0(+)$ την χρονική στιγμή 0. Στη γενική περίπτωση, το $\widehat{\delta x}_0(+)$ ορίζεται μηδέν.

Εξισώσεις ενημέρωσης χρόνου διακριτού linearized Kalman filter :

$$\widehat{\delta x}_k(-) = A_{k-1} \widehat{\delta x}_{k-1}(+), \quad A_{k-1} = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{x=x_{k-1}^{nom}} \quad (2.39)$$

$$P_k(-) = A_{k-1} P_{k-1}(+) A_{k-1}^T + Q_{k-1},$$

Εξισώσεις ενημέρωσης μέτρησης διακριτού linearized Kalman filter :

$$K_k = P_k(-)H_k^T \left(H_k P_k(-)H_k^T + R_k \right)^{-1}, \quad H_k = \left. \frac{\partial h(x)}{\partial x} \right|_{x=x_k^{nom}}$$

$$\widehat{\delta x}_k(+)=\widehat{\delta x}_k(-)+K_k\left(z_k-h\left(x_k^{nom}\right)-H_k\widehat{\delta x}_k(-)\right) \quad (2.40)$$

$$P_k(+)=\left(I-K_k H_k\right)P_k(-)$$

Ο υπολογισμός της εκτίμησης του διανύσματος κατάστασης, αντί της εκτίμησης του διανύσματος των διαταράξεων, γίνεται με χρήση των εξισώσεων

$$\begin{aligned} \widehat{x}_k(-) &= x_k^{nom} + \widehat{\delta x}_k(-) \\ \widehat{x}_k(+) &= x_k^{nom} + \widehat{\delta x}_k(+) \end{aligned} \quad (2.41)$$

2.4.5 Αλγόριθμος Extended Kalman Filter (EKF)

Όπως αναφέρθηκε το LKF έχει ένα πολύ σημαντικό μειονέκτημα. Χρησιμοποιεί την ονομαστική τροχιά η οποία δεν αλλάζει όταν η εκτίμηση των μεταβλητών κατάστασης δείχνει ότι υπάρχει μεγάλη διαφορά μεταξύ της ονομαστικής και της πραγματικής τιμής των μεταβλητών κατάστασης. Αν οι διαταράξεις όμως γραμμικοποιηθούν γύρω από την εκτιμώμενη τροχιά και όχι γύρω από την ονομαστική αποφεύγουμε την συνεχόμενη αύξηση του σφάλματος εκτίμησης των μεταβλητών κατάστασης. Σε αυτήν την ιδέα στηρίζεται το EKF.

Στην περίπτωση του EKF η εκτίμηση $\widehat{x}_{k-1}(+)$ χρησιμοποιείται αντί του x_{k-1}^{nom} στον υπολογισμό της τροχιάς την χρονική στιγμή k . Αυτό έχει ως αποτέλεσμα :

$$\widehat{\delta x}_{k-1}(+) = \widehat{x}_{k-1}(+) - x_{k-1}^{nom} = 0 \quad (2.42)$$

Με βάση την Εξίσωση (2.42) οι εξισώσεις μπορούν να διαμορφωθούν χωρίς τον υπολογισμό της εκτίμησης των μεταβολών αλλά με απευθείας υπολογισμό της εκτίμησης των μεταβλητών κατάστασης. Οι εξισώσεις υλοποίησης του αλγορίθμου παρουσιάζονται στις (2.43), (2.44)

Για αρχικές συνθήκες του EKF ορίζουμε την αρχική εκτίμηση του διανύσματος κατάστασης $\widehat{x}_0(+)$ και την αρχική αβεβαιότητα $P_0(+)$ την χρονική στιγμή 0.

Εξισώσεις ενημέρωσης χρόνου διακριτού Extended Kalman Filter :

$$\begin{aligned}\hat{x}_k(-) &= f(\hat{x}_{k-1}(+)) \\ P_k(-) &= A_{k-1}P_{k-1}(+)A_{k-1}^T + Q_{k-1}, \quad A_{k-1} = \left. \frac{\partial f(x,u)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_{k-1}(+)}\end{aligned}\quad (2.43)$$

Εξισώσεις ενημέρωσης μέτρησης διακριτού Extended Kalman Filter :

$$\begin{aligned}K_k &= P_k(-)H_k^T (H_k P_k(-)H_k^T + R_k)^{-1}, \quad H_k = \left. \frac{\partial h(x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_k(-)} \\ \hat{x}_k(+) &= \hat{x}_k(-) + K_k (z_k - h(\hat{x}_k(-))) \\ P_k(+) &= (I - K_k H_k) P_k(-)\end{aligned}\quad (2.44)$$

Παρατηρούμε το γεγονός ότι η βασική λειτουργία του EKF είναι ίδια με αυτή του γραμμικού διακριτού φίλτρου Kalman.

2.5 Συγχώνευση Δεδομένων Πολλαπλών Αισθητήρων (Multisensor Data Fusion)

2.5.1 Γενικά

Η συγχώνευση δεδομένων πολλαπλών αισθητήρων (Multisensor Data Fusion) είναι η διαδικασία του συνδυασμού μετρήσεων από διαφορετικούς αισθητήρες για να μας παρέχουν μια ευσταθή και ολοκληρωμένη περιγραφή ενός περιβάλλοντος ή μίας διεργασίας. Οι μέθοδοι συγχώνευσης δεδομένων είναι πολύ σημαντική στην ανάπτυξη αυτόνομων συστημάτων. Επιτρέπουν το συνδυασμό μετρήσεων και άλλων πληροφοριών παρέχοντας αξιόπιστη γνώση ενός συστήματος για να μπορεί να πάρει και να εκτελέσει αποφάσεις αυτόνομα.

Ο πιο σημαντικός τομέας εφαρμογής των μεθόδων συγχώνευσης δεδομένων είναι η εκτίμηση κατάστασης. Ένας εκτιμητής υπολογίζει την τιμή του διανύσματος κατάστασης με βάση μία σειρά παρατηρήσεων για το σύστημα. Σε πολλές εφαρμογές, όπως στην πλοήγηση ενός ρομποτικού συστήματος, οι παρατηρήσεις στις οποίες βασίζεται η εκτίμηση της κατάστασης προέρχονται από πολλούς αισθητήρες. Σκοπός του προβλήματος συγχώνευσης δεδομένων είναι ο κατάλληλος συνδυασμός των πληροφοριών από όλους τους αισθητήρες έτσι ώστε να επιτευχθεί η καλύτερη δυνατή εκτίμηση.

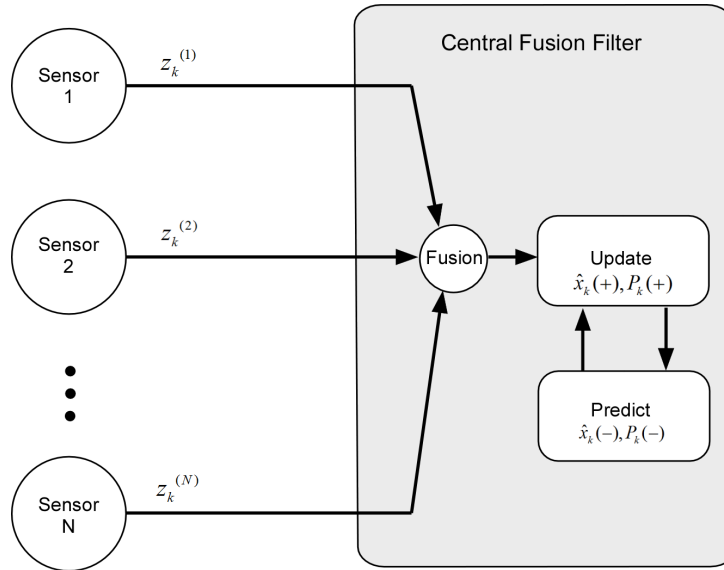
Το φίλτρο Kalman που περιγράφηκε στα Κεφάλαια 2.3 και 2.4 είναι ένας αλγόριθμος εκτίμησης, ο οποίος μπορεί να επεκταθεί για να περιλαμβάνει μεθόδους συγχώνευσης δεδομένων από πολλαπλούς αισθητήρες. Μία δυνατή προσέγγιση είναι ένα σύνολο αισθητήρων να θεωρηθεί ως ένας αισθητήρας με μεγαλύτερο και πιο περίπλοκο μοντέλο μέτρησης. Σε αυτή την περίπτωση ο αλγόριθμος του KF μπορεί να εφαρμοστεί χωρίς καμία αλλαγή στις εξισώσεις του. Το μειονέκτημα αυτής της προσέγγισης είναι ότι μπορεί να εφαρμοστεί μόνο για μικρό αριθμό αισθητήρων.

Μία δεύτερη προσέγγιση είναι να θεωρηθεί κάθε μέτρηση από κάθε αισθητήρα ως ένα ανεξάρτητο και ξεχωριστό γεγονός, η οποία προκύπτει σύμφωνα με ένα συγκεκριμένο μοντέλο μέτρησης. Στη συνέχεια οι μεμονωμένες μετρήσεις ενσωματώνονται στην εκτίμηση με σειριακό τρόπο. Το μειονέκτημα αυτής της προσέγγισης το αυξημένο υπολογιστικό κόστος. Κάθε φορά που πρέπει να ενσωματωθεί μία μέτρηση από έναν αισθητήρα πρέπει να υπολογίζονται ξανά ο πίνακας την συνδιακύμανσης, του κέρδους καθώς και η νέα εκτίμηση.

Μία τρίτη προσέγγιση είναι να βρεθούν εξισώσεις για την ενσωμάτωση πολλαπλών μετρήσεων, που αφορούν την ίδια χρονική στιγμή, σε μία κοινή μέτρηση με βάση το κριτήριο του ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος.

Όλες οι προσεγγίσεις που αναφέρθηκαν γίνεται να εφαρμοστούν σε συστήματα με κεντρική αρχιτεκτονική (centralized architecture - Σχήμα 2-4). Στα συστήματα αυτά όλες οι μετρήσεις από τους αισθητήρες στέλνονται σε μία κεντρική επεξεργαστική μονάδα όπου επεξεργάζονται, συγχωνεύονται και στην συνέχεια ενσωματώνονται στον αλγόριθμο εκτίμησης της κατάστασης. Η διαδικασία αυτή αναφέρεται στην βιβλιογραφία και ως συγχώνευση μέτρησης (measurement vector fusion).

Μία άλλη δυνατότητα είναι η διαμόρφωση του προβλήματος με πολλά τοπικά φίλτρα αισθητήρων, όπου το κάθε φίλτρο παράγει μία ξεχωριστή εκτίμηση της κατάστασης. Στην συνέχεια οι εκτιμήσεις στέλνονται σε έναν κεντρικό συγχωνευτή (central fuser), ο οποίος παράγει την τελική εκτίμηση. Η αρχιτεκτονική αυτή ονομάζεται καταμεμημένη (distributed). Η διαδικασία ονομάζεται συγχώνευση διανύσματος κατάστασης (state vector fusion) και ο αλγόριθμος υλοποίησης της είναι πιο περίπλοκος από αυτούς της συγχώνευσης μέτρησης. Παρακάτω παρουσιάζονται αναλυτικά όλοι οι τρόποι συγχώνευσης δεδομένων.



Σχήμα 2-4. Απεικόνιση Αλγορίθμου συγχώνευσης δεδομένων με κεντρική αρχιτεκτονική.

2.5.2 Μοντέλο Συστήματος

Όπως και στο απλό φίλτρο Kalman, το σύστημα εκφράζεται με την γνωστή γραμμική μορφή σε διακριτό χρόνο

$$x_k = A_k x_{k-1} + B_k u_{k-1} + w_{k-1} \quad (2.45)$$

όπου x το διάνυσμα κατάστασης, A_k ο πίνακας μετάβασης της κατάστασης, B_k ο πίνακας ελέγχου, u_k το διάνυσμα ελέγχου και w_k η τυχαία μεταβλητή που περιγράφει τον θόρυβο του συστήματος με $w_k \sim N(0, Q_k)$.

Οι μετρήσεις της κατάστασης του συστήματος θεωρείται ότι γίνονται συγχρονισμένα από ένα πλήθος διαφορετικών αισθητήρων σύμφωνα με γραμμικά μοντέλα μέτρησης της μορφής

$$z_k^{(s)} = H_k^{(s)} x_k + v_k^{(s)}, \quad s=1, \dots, S \quad (2.46)$$

όπου $z_k^{(s)}$ η μέτρηση την χρονική στιγμή k από τον αισθητήρα s σύμφωνα με τον μοντέλο μέτρησης του H_s με την παρουσία θορύβου $v_k^{(s)}$. Οι τυχαίες μεταβλητές $v_k^{(s)}$ που περιγράφουν τον θόρυβο σε κάθε αισθητήρα θεωρούνται ανεξάρτητες και ασυσχέτιστες μεταξύ τους με $v_k^{(s)} \sim N(0, R_k^{(s)})$.

2.5.3 Μέθοδος Επαυξημένης Μέτρησης (Augmented Observation Method)

Σύμφωνα με την μέθοδο της επαυξημένης μέτρησης όλες οι μετρήσεις και τα μοντέλα μέτρησης των αισθητήρων συνδυάζονται έτσι ώστε να προκύψει ένας «σύνθετος αισθητήρας» με ένα επαυξημένο μοντέλο μέτρησης και ένα επαυξημένο διάνυσμα μέτρησης.

Το επαυξημένο διάνυσμα μέτρησης ορίζεται ως :

$$z_k \triangleq [z_{k,1}^T, \dots, z_{k,S}^T]^T \quad (2.47)$$

Και το επαυξημένο διάνυσμα μέτρησης :

$$H_k \triangleq [H_{k,1}^T, \dots, H_{k,S}^T]^T \quad (2.48)$$

Με θόρυβο :

$$v_k \triangleq [v_{k,1}^T, \dots, v_{k,S}^T]^T \quad (2.49)$$

Ο πίνακας συνδιακύμανσης της μεταβλητής του θορύβου προκύπτει :

$$\begin{aligned} R_k &= E \{ v_k v_k^T \} \\ &= \text{diag} [R_{k,1}, \dots, R_{k,S}] \end{aligned} \quad (2.50)$$

Σύμφωνα με τις παραπάνω εξισώσεις το πρόβλημα μπορεί να ξαναγραφτεί σαν να υπήρχε μόνο ένας αισθητήρας με την κλασσική μορφή

$$z_k = H_k x_k + v_k \quad (2.51)$$

Στην συνέχεια μπορούν να εφαρμοστεί ο αλγόριθμος του φίλτρου Kalman που έχει περιγραφεί στο Κεφάλαιο 2.4.

Το μειονέκτημα αυτής της μεθόδου εμφανίζεται όταν ο αριθμός των αισθητήρων μεγαλώνει. Όσο αυτός ο αριθμός μεγαλώνει τόσο αυξάνονται και οι διαστάσεις των πινάκων H_k και R_k . Αυτό αποτελεί πρόβλημα επειδή για να υπολογιστεί το κέρδος Kalman σε κάθε χρονικό βήμα πρέπει να υπολογιστούν οι αναστροφές των πινάκων αυτών. Το υπολογιστικό κόστος της αναστροφής ενός πίνακα αυξάνεται αναλογικά με το τετράγωνο της διάστασης του.

2.5.4 Σειριακή Μέθοδος (Sequential Sensor Method)

Στην περίπτωση της σειριακής μεθόδου ο κάθε αισθητήρας αντιμετωπίζεται ως ανεξάρτητος. Όλες οι διαθέσιμες μετρήσεις από τους διαφορετικούς αισθητήρες μια χρονική στιγμή επεξεργάζονται και ενσωματώνονται στον αλγόριθμο εκτίμησης ξεχωριστά μία προς μία.

Για να γίνει εκτίμηση της κατάστασης την στιγμή k αρχικά πρέπει να εφαρμοστούν οι εξισώσεις ανανέωσης χρόνου. Οι εξισώσεις αυτές δεν εξαρτώνται από τις διαθέσιμες μετρήσεις συνεπώς μπορούν να εκτελεστούν ακριβώς όπως περιγράφονται στις εξισώσεις (2.25) για το KF η στις εξισώσεις (2.43) για το EKF αντίστοιχα.

Στην συνέχεια οι εξισώσεις ανανέωσης μέτρησης πρέπει να τροποποιηθούν για να μπορούν να ενσωματώσουν στην εκτίμηση τις διαφορετικές μετρήσεις από τους αισθητήρες. Θεωρώντας ότι κάθε αισθητήρας περιγράφεται από το μοντέλο της Εξίσωσης (2.46) την χρονική στιγμή k υπάρχουν διαθέσιμες μετρήσεις από ένα πλήθος αισθητήρων.

Με βάση το μοντέλο μέτρησης του s αισθητήρα ($H_k^{(s)}$ και πίνακας συνδιακύμανσης $R_k^{(s)}$) υπολογίζεται το κέρδος Kalman $K_k^{(s)}$ που αναφέρεται μόνο σε αυτόν τον αισθητήρα

$$K_k^{(s)} = P_k^{(s)}(-)H_k^{(s)T} \left(H_k^{(s)}P_k^{(s)}(-)H_k^{(s)T} + R_k^{(s)} \right)^{-1} \quad (2.52)$$

Στη συνέχεια υπολογίζεται η εκτίμηση της κατάστασης με βάση αυτήν την μέτρηση

$$\hat{x}_k^{(s)}(+)=\hat{x}_k^{(s)}(-)+K_k^{(s)}\left(z_k^{(s)}-h\left(\hat{x}_k^{(s)}(-)\right)\right) \quad (2.53)$$

και ο πίνακας συνδιακύμανσης

$$P_k^{(s)}(+)=\left(I-K_k^{(s)}H_k^{(s)}\right)P_k^{(s)}(-) \quad (2.54)$$

Στην περίπτωση που οι εξισώσεις εφαρμόζονται για τον πρώτο αισθητήρα ($s=1$) τα $\hat{x}_{k,1}(-)$ και $P_{k,1}(-)$ είναι αυτά που υπολογίζονται από τις εξισώσεις ανανέωσης χρόνου. Για κάθε μία από τις υπόλοιπες μετρήσεις που είναι διαθέσιμες την χρονική στιγμή k εφαρμόζουμε ξανά τις εξισώσεις (2.52), (2.53), (2.54) με σειριακό τρόπο για κάθε αισθητήρα, χωρίς δηλαδή να εκτελούνται οι εξισώσεις ανανέωσης χρόνου. Τα $\hat{x}_{k,s}(+)$ και $P_{k,s}(+)$ που προκύπτουν στο τέλος κάθε επανάληψης χρησιμοποιούνται στην επόμενη επανάληψη για τον αισθητήρα $s+1$:

$$\begin{aligned} \hat{x}_k^{(s+1)}(-) &= \hat{x}_k^{(s)}(+) \\ P_k^{(s+1)}(-) &= P_k^{(s)}(+) \end{aligned} \quad (2.55)$$

Όταν πλέον δεν υπάρχουν άλλες διαθέσιμες μετρήσεις προς επεξεργασία, η εκτίμηση της κατάστασης και του πίνακα συνδιακύμανσης της τελευταίας επανάληψης θεωρείται ως η καλύτερη εκτίμηση για την χρονική στιγμή k .

2.5.5 Μέθοδος σταθμισμένης μέτρησης

Σκοπός της μεθόδου είναι να υπολογιστεί μία μέτρηση η οποία θα προκύπτει σταθμίζοντας με κάποιο κριτήριο όλες τις διαθέσιμες μετρήσεις από τους αισθητήρες μία χρονική στιγμή k . Στην συνέχεια όπως και στη μέθοδο της επαυξημένης μέτρησης, θα υπάρχει μόνο μία σύνθετη μέτρηση και θα μπορούν να εφαρμοστούν χωρίς τροποποίηση οι εξισώσεις του KF. Η σημαντική διαφορά όμως με την μέθοδο της επαυξημένης μέτρησης είναι ότι σταθμίζοντας τις διαθέσιμες μετρήσεις δεν αυξάνονται οι διαστάσεις των πινάκων που πρέπει να υπολογιστούν.

Η στάθμιση των μετρήσεων μπορεί να γίνει με πολλούς τρόπους. Στην συγκεκριμένη εργασία θα γίνει με βάση τους πίνακες συνδιακύμανσης του θορύβου των αισθητήρων με τέτοιο τρόπο ώστε να ελαχιστοποιείται το μέσο τετραγωνικό σφάλμα.

Θεωρώντας ότι κάθε αισθητήρας περιγράφεται από τον μοντέλο της Εξίσωσης (2.46) και την χρονική στιγμή k υπάρχουν διαθέσιμες μετρήσεις από ένα πλήθος N αισθητήρων, με $0 \leq N \leq S$, οι εξισώσεις που μας δίνουν την σταθμισμένη σύνθετη μέτρηση είναι :

$$z_k = \left[\sum_{s=1}^N (R_k^{(s)})^{-1} \right]^{-1} \sum_{s=1}^N (R_k^{(s)})^{-1} z_k^{(s)} \quad (2.56)$$

Με σταθμισμένο σύνθετο μοντέλο μέτρησης

$$H_k = \left[\sum_{s=1}^N (R_k^{(s)})^{-1} \right]^{-1} \sum_{s=1}^N (R_k^{(s)})^{-1} H_k^{(s)} \quad (2.57)$$

Και σύνθετο πίνακα συνδιακύμανσης

$$R_k = \left[\sum_{s=1}^N (R_k^{(s)})^{-1} \right]^{-1} \quad (2.58)$$

Σύμφωνα με τις παραπάνω εξισώσεις το πρόβλημα μπορεί να ξαναγραφτεί σαν να υπήρχε μόνο ένας αισθητήρας με την κλασική μορφή

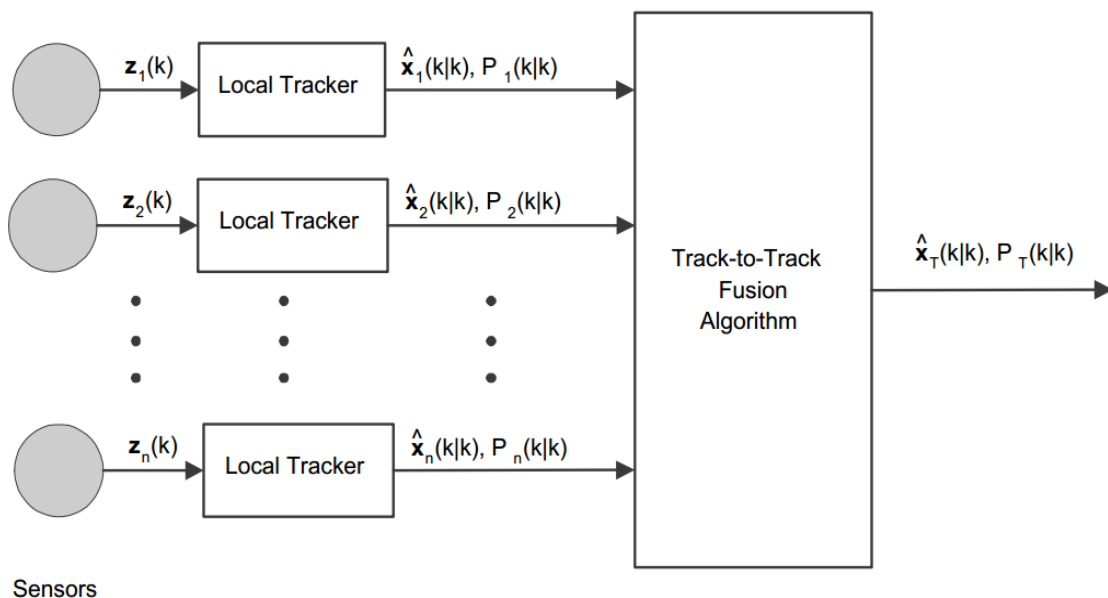
$$z_k = H_k x_k + v_k \quad (2.59)$$

και να εφαρμοστεί ο αλγόριθμος του φίλτρου Kalman όπως έχει περιγραφεί στην Ενότητα 2.3.1.

Το μειονέκτημα της μεθόδου αυτής είναι ότι δεν είναι εφαρμόσιμη σε περιπτώσεις όπου οι διαφορετικοί αισθητήρες έχουν πίνακες μέτρησης $H_{k,s}$ διαφορετικών διαστάσεων. Το πλεονέκτημα της είναι ότι η υπολογιστική περιπλοκότητα της μεθόδου αυτής αυξάνεται γραμμικά με την προσθήκη καινούργιων αισθητήρων, καθώς οι διαστάσεις των πινάκων που αναστρέφονται δεν αυξάνονται. Με κάθε πρόσθεση ενός αισθητήρα απλώς αναστρέφονται και προστίθενται πίνακες ίδιων διαστάσεων.

2.5.6 Συγχώνευση διανύσματος κατάστασης (State vector Fusion)

Όλες οι μέθοδοι συγχώνευσης δεδομένων που περιγράφηκαν μέχρι τώρα ακολουθούν την κεντρική αρχιτεκτονική στην οποία όλες οι διαθέσιμες μετρήσεις συλλέγονται και επεξεργάζονται σε ένα κεντρικό φίλτρο Kalman έτσι ώστε να προκύψει η εκτίμηση της κατάστασης. Στην συγχώνευση διανύσματος κατάστασης κάθε αισθητήρας παράγει μία εκτίμηση της κατάστασης με βάση ένα τοπικό φίλτρο Kalman. Όλες οι τοπικές εκτιμήσεις στέλνονται στον κεντρικό συγχωνευτή δεδομένων ο οποίος υπολογίζει την καθολική εκτίμηση. Μία τυπική αρχιτεκτονική σχεδιασμού ενός τέτοιου αλγορίθμου φαίνεται στο Σχήμα 2-5.



Σχήμα 2-5. Απεικόνιση Αλγορίθμου συγχώνευσης διανύσματος κατάστασης.

Η μέθοδος αυτή στη γενική περίπτωση έχει μικρότερο υπολογιστικό κόστος και κόστος επικοινωνίας από τις μεθόδους συγχώνευσης μέτρησης. Επίσης η απόδοση του μπορεί να βελτιωθεί από παράλληλη υλοποίηση και αλγορίθμους εντοπισμού σφάλματος αισθητήρα.

Στην παρούσα εργασία η μέθοδος αυτή αναφέρεται για λόγους πληρότητας και δεν θα αναλυθεί περαιτέρω. Ο αναγνώστης μπορεί να βρει περισσότερες πληροφορίες στα [14], [19].

2.6 Μετρήσεις με Χρονική Καθυστέρηση

2.6.1 Γενικά

Σε πολλά πραγματικά συστήματα ο χρόνος επεξεργασίας μίας μέτρησης ενός αισθητήρα και ο χρόνος επικοινωνίας των διαφορετικών υποσυστημάτων μπορεί να προκαλέσουν χρονική καθυστέρηση της μέτρησης. Η καθυστερημένη μέτρηση δεν μπορεί να αξιοποιηθεί από τους διαφορετικούς αλγόριθμους του φίλτρου Kalman που έχουν περιγραφεί μέχρι τώρα χωρίς κάποιες τροποποιήσεις.

Η αντιμετώπιση του προβλήματος εξαρτάται από το μέγεθος του διαστήματος της χρονικής καθυστέρησης. Έχουν αναπτυχθεί μέθοδοι για την περίπτωση όπου στο διάστημα της χρονικής καθυστέρησης δεν έχουν ενσωματωθεί στο φίλτρο άλλες μετρήσεις. Επίσης υπάρχουν μέθοδοι για την περίπτωση όπου η καθυστέρηση είναι για λίγες μόνο περιόδους δειγματοληψίας με χρήση επανυζημένου διανύσματος κατάστασης.

Σε εφαρμογές όπως τα αυτόνομα οχήματα υπάρχουν αισθητήρες που παρέχουν μετρήσεις χωρίς καθυστέρηση με γρήγορο ρυθμό όπως οι οδομετρικοί και αισθητήρες με μεγάλους χρόνους επεξεργασίας και συνεπώς μεγάλη καθυστέρηση όπως τα οπτικά συστήματα. Σε αυτά τα συστήματα το διάστημα καθυστέρησης είναι μεγάλο και μέσα σε αυτό το φίλτρο Kalman πρέπει να κάνει εκτιμήσεις με βάση της μετρήσεις που παίρνει «έγκαιρα» από τους γρήγορους αισθητήρες. Μία πρόταση είναι ο επαναυπολογισμός του φίλτρου, δηλαδή την στιγμή που έρχεται η καθυστερημένη μέτρηση να εκτελεστούν ξανά όλες οι επαναλήψεις του αλγορίθμου από την στιγμή που έγινε η μέτρηση μέχρι την στιγμή που ήρθε. Προφανώς η μέθοδος έχει ένα εξαιρετικά μεγάλο υπολογιστικό κόστος. Στην εργασία αυτή θα ακολουθεί η μέθοδος που περιγράφεται στα [20], [21] σύμφωνα με την οποία για να ενσωματωθεί η καθυστερημένη μέτρηση αρκεί να υπολογιστεί ένας διορθωτικός όρος και να προστεθεί στο διάνυσμα κατάστασης

2.6.2 Μοντέλο Συστήματος

Το σύστημα περιγράφεται στη γνωστή μορφή :

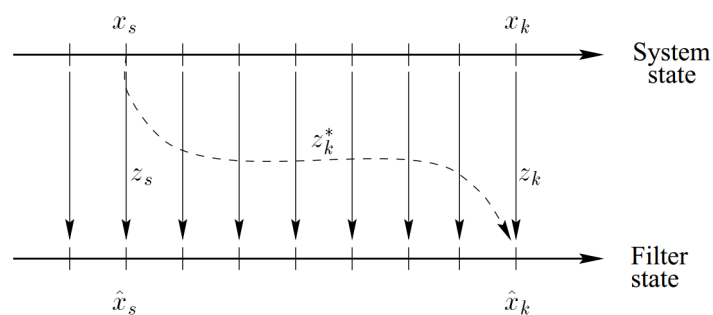
$$\begin{aligned} x_k &= A_{k-1}x_{k-1} + B_{k-1}u_{k-1} + w_{k-1} \\ z_k &= H_k x_k + v_k \end{aligned} \quad (2.60)$$

με $w_k \sim N(0, Q_k)$ και $v_k \sim N(0, R_k)$.

Αν στο σύστημα υπάρχει ένας αισθητήρας που δίνει μετρήσεις με καθυστέρηση N περιόδων δειγματοληψίας, θα έχει ένα διαφορετικό μοντέλο μέτρησης της μορφής :

$$z_k^* = H_s^* x_s + v_k^*, \quad v_k^* \sim N(0, R_k^*) \quad (2.61)$$

όπου s η χρονική στιγμή που έγινε η μέτρηση και k η χρονική στιγμή στην οποία είναι διαθέσιμη η μέτρηση. Ισχύει $s = k - N$. Η λειτουργία του συστήματος παρουσιάζεται στο Σχήμα 2-6.



Σχήμα 2-6. Κατάσταση Συστήματος και Φίλτρου παρουσία καθυστερημένης μέτρησης.

2.6.3 Ενσωμάτωση καθυστερημένης μέτρησης

Χρησιμοποιώντας τις κλασικές εξισώσεις του φίλτρου Kalman η μέτρηση z_k^* θα έπρεπε να ενσωματωθεί την χρονική στιγμή s , προκαλώντας μία διόρθωση στην εκτίμηση της κατάστασης και του πίνακα συνδιακύμανσης της κατάστασης. Στην περίπτωση που η μέτρηση z_k^* καθυστερήσει N περιόδους και ενσωματωθεί την χρονική στιγμή k , οι ανανεώσεις των εξισώσεων από την χρονική στιγμή s μέχρι την k πρέπει να λαμβάνουν υπόψη τους ότι σε αυτό το διάστημα η εκτίμηση της κατάστασης και του πίνακα συνδιακύμανσης της κατάστασης έχουν επηρεαστεί από αυτήν την καθυστέρηση.

Αν την χρονική στιγμή s ο πίνακας του μοντέλου της μέτρησης H_s^* και ο πίνακας συνδιακύμανσης του θορύβου R_s^* είναι γνωστά μπορεί να εφαρμοστεί η εξής μέθοδος. Την

χρονική στιγμή s εκτελούνται κανονικά οι εξισώσεις ανανέωσης μέτρησης παραλείποντας όμως την άγνωστη καθυστερημένη μέτρηση z_k^* . Στην συνέχεια, όταν η μέτρηση z_k^* γίνει διαθέσιμη την χρονική στιγμή k , η ενσωμάτωση της στο φίλτρο μπορεί να γίνει κανονικά με την προϋπόθεση ότι στο διάνυσμα εκτίμησης κατάστασης την χρονική στιγμή k προστίθεται η ποσότητα :

$$\delta \hat{x}_k = M_* K_s (z_k^* - H_s^* \hat{x}_s) \quad (2.62)$$

Αν η καθυστέρηση είναι μηδενική ο πίνακας M_* είναι μοναδιαίος. Για $N > 0$ το M_* υπολογίζεται από την σχέση :

$$M_* = \prod_{i=0}^{N-1} (I - K'_{k-i} \cdot H_{k-i}) \cdot \Phi_{k-i-1} \quad (2.63)$$

Το σύμβολο K'_{k-i} σημαίνει ότι τα κέρδη Kalman σε κάθε βήμα έχουν υπολογιστεί μετά από χρήση του πίνακα συνδιακύμανσης R_s^* της καθυστερημένης μέτρησης, στην εκτέλεση των εξισώσεων την χρονική στιγμή s . Το υπολογιστικό κόστος της μέθοδο αυτής είναι σχετικά μικρό διότι το M_* μπορεί να υπολογίζεται σταδιακά σε κάθε περίοδο δειγματοληψίας.

Σύμφωνα με την παραπάνω μέθοδο το φίλτρο δεν λειτουργεί βέλτιστα στο χρονικό διάστημα τις καθυστέρησης διότι η συνδιακύμανση του φίλτρου θα είναι λάθος σε αυτό το διάστημα. Μόλις προστεθεί η ποσότητα $\delta \hat{x}_k$ το φίλτρο γίνεται ξανά βέλτιστο.

Το πρόβλημα αυτό μπορεί να αποφευχθεί με μία απλή τροποποίηση που απαιτεί λίγο παραπάνω υπολογιστικό κόστος. Δημιουργείται ένα κεντρικό φίλτρο το οποίο λειτουργεί σύμφωνα με τις κλασσικές εξισώσεις του KF αγνοώντας τις καθυστερημένες μετρήσεις. Στο χρονικό διάστημα από s μέχρι k δημιουργείται ένα ακόμα φίλτρο, σε παράλληλη λειτουργία με το κεντρικό, το οποίο αξιοποιεί τις καθυστερημένες μετρήσεις χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (2.62), (2.63). Μέχρι την χρονική στιγμή k χρησιμοποιούνται οι εκτιμήσεις από το κεντρικό φίλτρο. Την χρονική στιγμή k όπου έρχεται η καθυστερημένη μέτρηση ενσωματώνεται στο παράλληλο φίλτρο το οποίο υπολογίζει την βέλτιστη εκτίμηση της κατάστασης.

Η μέθοδος αυτή εγγυάται βέλτιστη απόδοση του φίλτρου σε όλη την λειτουργία του αλλά στο χρονικό διάστημα της καθυστέρησης απαιτεί διπλάσιο υπολογιστικό κόστος.

3. Βαθμονόμηση και Λειτουργία Κάμερας

3.1 Εισαγωγή

Η κάμερα χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό της θέσης και του προσανατολισμού του ρομπότ. Εντοπίζει ανάλογα με την περίπτωση 3 με 5 LED τα οποία είναι τοποθετημένα στην επάνω πλάκα του ρομπότ. Με βάση την σταθερή γεωμετρία αυτών των LED ένας αλγόριθμος επεξεργασίας εικόνας υπολογίζει τη θέση και τον προσανατολισμό του ρομπότ.

Για να μπορεί η κάμερα να καλύπτει όλο το χώρο εργασίας του ρομπότ με τους συγκεκριμένους γεωμετρικούς περιορισμούς της κατασκευής ο φακός που επιλέχθηκε είναι ευρυγώνιος. Ο φακός αυτός εισάγει στην εικόνα μεγάλη παραμόρφωση και συνεπώς δεν υπάρχει γραμμική αντιστοιχία μεταξύ των συντεταγμένων της εικόνας και των πραγματικών. Συνεπώς πρέπει να αναπτυχθεί μια μέθοδος βαθμονόμησης για να αφαιρεθεί η παραμόρφωση σε πραγματικό χρόνο και να γίνεται η μετατροπή από τις συντεταγμένες στο επίπεδο της εικόνας σε συντεταγμένες στον πραγματικό κόσμο και στο παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων.

Επισημαίνεται ότι στην συγκεκριμένη εφαρμογή δεν ενδιαφέρει η ανακατασκευή της απαραμόρφωτης εικόνας, αλλά μόνο η μετατροπή των συντεταγμένων των pixels των LED στις απαραμόρφωτες συντεταγμένες και στην συνέχεια η μετατροπή τους σε συντεταγμένες θέσης σε *mm* στον πραγματικό κόσμο και στο παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων. Για την επίτευξη αυτού του στόχου σε αυτό το κεφάλαιο θα γίνει μία προσπάθεια προσδιορισμού του μη γραμμικού μοντέλου παραμόρφωσης. Στη συνέχεια θα απλοποιηθεί το μοντέλο της μικροσκοπικής οπής για την απλοποίηση του υπολογισμού των εξωγενών και ενδογενών παραμέτρων του της κάμερας.

Οι παραπάνω μέθοδοι θα αναπτυχθούν και θα δοκιμαστούν σε περιβάλλον MATLAB και στην συνέχεια για την τελική τους υλοποίηση θα αναπτυχθεί μία εφαρμογή σε γλώσσα προγραμματισμού C++.

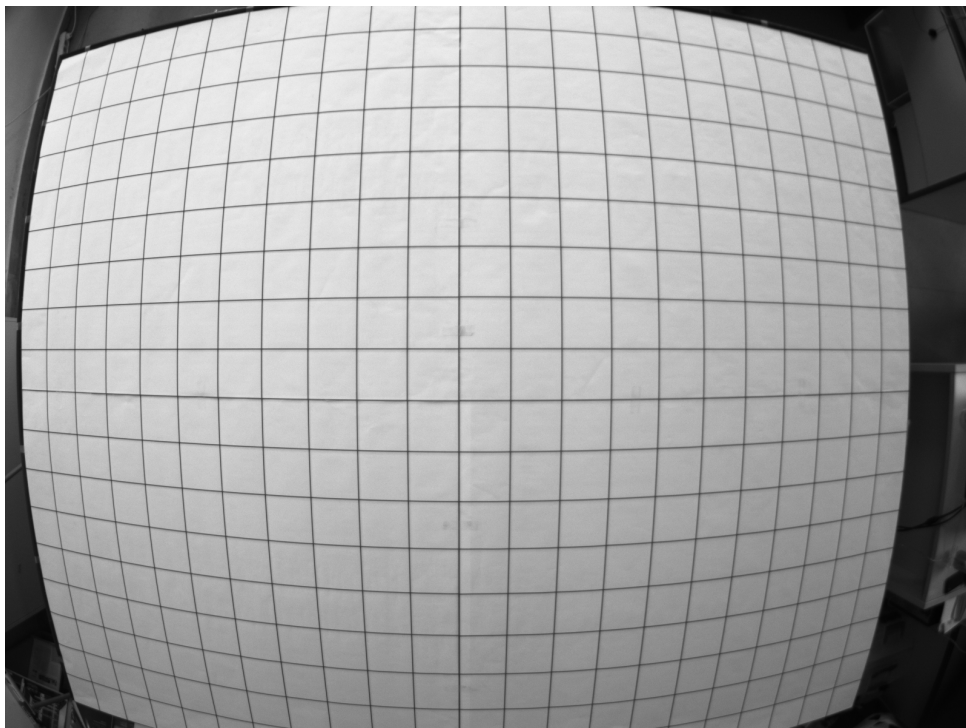
3.2 Προσδιορισμός Παραμέτρων Παραμόρφωσης

3.2.1 Περιγραφή

Σύμφωνα με την μέθοδο που προτείνεται στο [9] η βαθμονόμηση γίνεται με τις γραμμές ενός τετράγωνου πλέγματος το οποίο τοποθετείται στο ύψος κίνησης των LED του ρομπότ. Η κάθε γραμμή του πλέγματος αναγνωρίζεται και μοντελοποιείται με μία εξίσωση παραβολής. Ο τετραγωνικός όρος της παραβολής μας δίνει μία αίσθηση της καμπυλότητας. Το κέντρο της παραμόρφωσης προσδιορίζεται σύμφωνα με την αλλαγή της καμπυλότητας αυτής κατά μήκος της εικόνας με βάση την παρατήρηση ότι κάθε γραμμή που περνάει από το κέντρο της παραμόρφωσης πρέπει να είναι ευθεία. Το μοντέλο της παραμόρφωσης προσδιορίζεται αξιοποιώντας το γεγονός ότι οι παραβολές που ανιχνεύτηκαν θα έπρεπε να αντιστοιχούν σε ευθείες αν δεν υπήρχε η παραμόρφωση.

3.2.2 Αναγνώριση του πλέγματος

Για την βαθμονόμηση χρησιμοποιείται ένα τετράγωνο πλέγμα το οποίο είναι τοποθετημένο πάνω στο τραπέζι στο ύψος που κινούνται τα LED με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε η γραμμές του να είναι παράλληλες με τις πλευρές της εικόνας (Σχήμα 3-1)



Σχήμα 3-1. Πλέγμα για την βαθμονόμηση της κάμερας.

Σκοπός είναι η επεξεργασία της εικόνας έτσι ώστε να απομονωθούν οι κάθετες και οι οριζόντιες γραμμές του πλέγματος για να μπορούν να προσαρμοστούν σε αυτές παραβολές.

Αρχικά η εικόνα πρέπει να μετατραπεί από ασπρόμαυρη εικόνα σε εικόνα δυαδικής μορφής με τιμή 1 μόνο στα pixels της εικόνας όπου υπάρχουν γραμμές του πλέγματος. Η μετατροπή αυτή γίνεται με την μέθοδο του Adaptive Threshold με την οποία διαχωρίζεται το προσκήνιο από το παρασκήνιο ακόμα και σε περιπτώσεις μη ομοιόμορφου φωτισμού. Η υλοποίηση γίνεται με την υπορουτίνα της MATLAB «`adaptivethreshold.m`». Ο χρήστης πρέπει να ρυθμίζει το μέγεθος του τοπικού παραθύρου καθώς και την μέση τιμή της τοπικής φωτεινότητας.

Μετά από δοκιμές για την συγκεκριμένη φωτογραφία ορίζουμε :

Τοπικό Παράθυρο $ws = 25$

Τοπικό Threshold $C = 0.07$

Μετά από επεξεργασία της εικόνας που προκύπτει, σε κάποιο πρόγραμμα επεξεργασίας εικόνας, αφαιρείται ότι έχει μείνει από το παρασκήνιο έτσι ώστε να υπάρχει πλέον μόνο το πλέγμα σε δυαδική μορφή (Σχήμα 3-2 (α)).

Για την απομόνωση των οριζοντίων και των καθέτων γραμμών του πλέγματος χρησιμοποιείται η μορφολογική τεχνική της διαστολής (Image dilation). Η μέθοδος της διαστολής βασίζεται την σάρωση της εικόνας με ένα δομικό στοιχείο, προσθέτοντας pixel στα όρια του αντικειμένου δημιουργώντας στο τέλος μια καινούργια εικόνα ίδιο μεγέθους με την αρχική. Το περιεχόμενο της καινούργιας εικόνας εξαρτάται από το μέγεθος και το σχήμα του δομικού στοιχείου που χρησιμοποιήθηκε για την επεξεργασία της εικόνας. Περισσότερες πληροφορίες για την λειτουργία της μεθόδου μπορούν να βρεθούν στην βιβλιογραφία της Matlab.

Για την απομόνωση των οριζοντίων γραμμών χρησιμοποιήθηκε δομικό στοιχείο με σχήμα οριζόντιας ευθείας και μέγεθος πέντε pixel :

$$se1 = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1] \quad (3.1)$$

Για την απομόνωση των κάθετων γραμμών χρησιμοποιήθηκε δομικό στοιχείο με σχήμα κάθετης ευθείας και μέγεθος πέντε pixel :

$$se2 = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]^T \quad (3.2)$$

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στα Σχήμα 3-2 (β) & (γ).

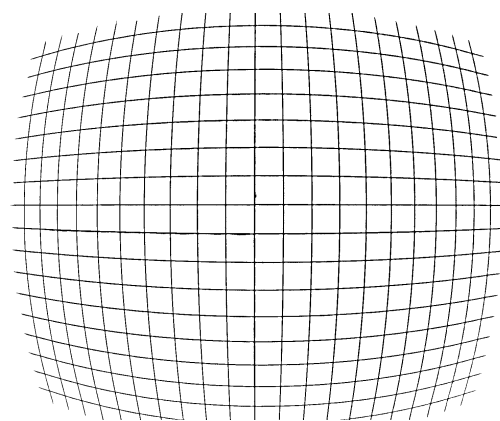
Τέλος ανιχνεύονται οι συντεταγμένες (x, y) όλων των pixel που ανήκουν σε κάθε μία από τις γραμμές που απομονώθηκαν και με αυτές ως σύνολο δεδομένων γίνεται μία πολυωνυμική παρεμβολή δευτέρου βαθμού.

Οι οριζόντιες γραμμές έχουν την μορφή :

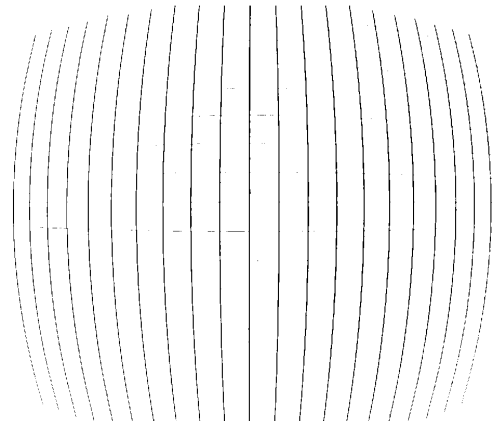
$$y = a_i x^2 + b_i x + c_i \quad (3.3)$$

και οι κάθετες γραμμές :

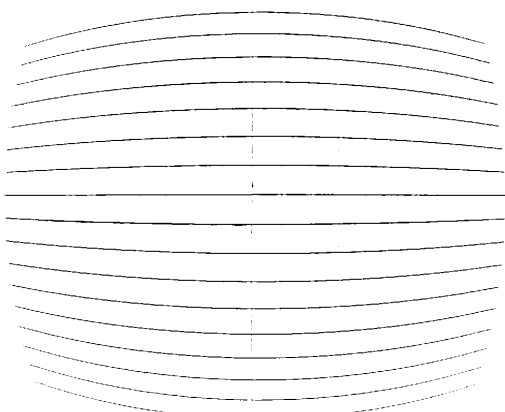
$$x = a_j y^2 + b_j y + c_j \quad (3.4)$$



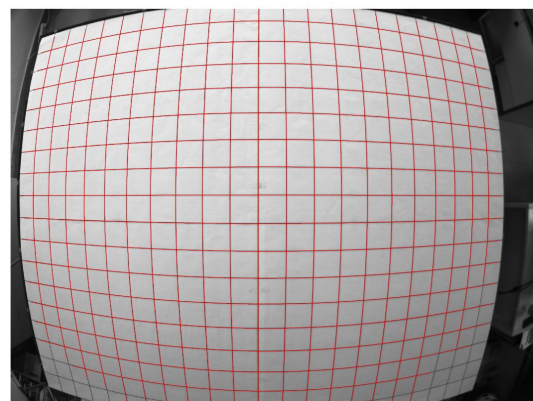
(α)



(β)



(γ)



(δ)

Σχήμα 3-2. (α) Αναγνώριση Πλέγματος σε δυαδική μορφή (β) Απομόνωση καθέτων γραμμών (γ) Απομόνωση οριζοντίων γραμμών (δ) Προβολή παραβολών στην αρχική εικόνα.

Στο Σχήμα 3-2 (δ) παρουσιάζεται η προβολή των παραβολών πάνω στην αρχική εικόνα. Παρατηρείται ότι δεν υπάρχει απόκλιση των παραβολών από τις πραγματικές γραμμές του πλέγματος, γεγονός που υποδεικνύει ότι η μοντελοποίηση αυτή ταιριάζει απόλυτα στο πρόβλημα.

3.2.3 Κέντρο παραμόρφωσης

Αρχικά γίνεται η υπόθεση ότι το κέντρο της παραμόρφωσης ταυτίζεται με το γεωμετρικό κέντρο της εικόνας

$$(x_0, y_0) = (800, 600) \quad (3.5)$$

Κάθε παραβολή μετατοπίζεται έτσι ώστε το σημείο αυτό να είναι η αρχή των αξόνων. Για παράδειγμα η Εξίσωση (3.3) μετασχηματίζεται σε :

$$\begin{aligned} y' &= y - y_0 \\ &= a_i(x' + x_0)^2 + b_i(x' + x_0) + c_i - y_0 \\ &= a_i x'^2 + (2a_i x_0 + b_i)x' + (a_i x_0^2 + b_i x_0 + c_i - y_0) \\ &= a'_i x'^2 + b'_i x' + c'_i \end{aligned} \quad (3.6)$$

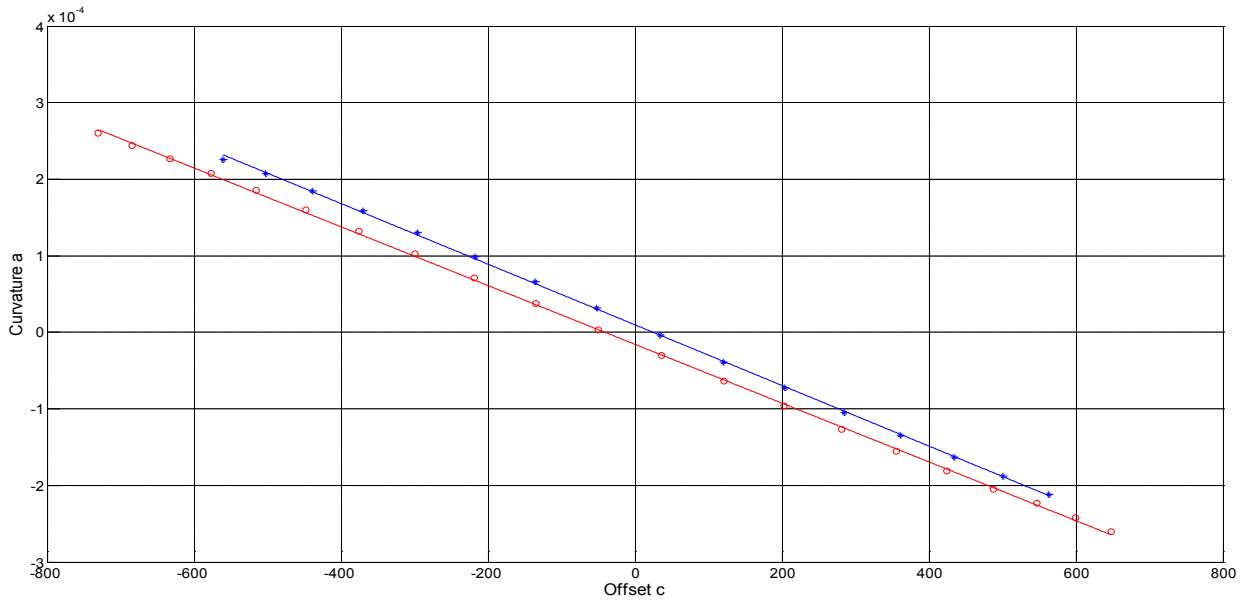
Ο λόγος για τον οποίον γίνεται η αλλαγή των αξόνων είναι ότι τα c_i χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση της θέσης των γραμμών του πλέγματος. Οι τιμές στα άκρα της εικόνας δεν είναι τόσο σημαντικές όσο στο κέντρο της. Έτσι με αυτήν την αλλαγή γίνεται μια καλύτερη εκτίμηση του κέντρου παραμόρφωσης.

Με την υπόθεση ότι υπάρχει μόνο ακτινική παραμόρφωση στην εικόνα, η γραμμή που περνάει από το κέντρο της παραμόρφωσης πρέπει να είναι ευθεία. Οι σταθερές a των παραβολών δείχνουν την καμπυλότητα και οι σταθερές c την απόσταση τους από το κέντρο της εικόνας. Η σχέση μεταξύ a και c για κάθε παραβολή παρουσιάζεται στο Σχήμα 3-3.

Κάνοντας γραμμική παρεμβολή στα δεδομένα και λύνοντας τις εξισώσεις που προκύπτουν για $a_i = 0$ και για $a_j = 0$ προκύπτουν αντίστοιχα οι μετατοπίσεις y_c και x_c έτσι ώστε η αρχή των αξόνων να αντιστοιχεί στο κέντρο της παραμόρφωσης.

Παρατηρείται ότι στην συγκεκριμένη περίπτωση :

$$(x_c \quad y_c) = (-40.48 \quad 25.17) \quad (3.7)$$



Σχήμα 3-3. Σχέση μεταξύ της σταθεράς c (Offset) και της καμπυλότητας a (curvature) για κάθε παραβολή.

Αυτό σημαίνει ότι το κέντρο παραμόρφωσης βρίσκεται σε σχέση με το αρχικό σύστημα συντεταγμένων στο

$$(x_0 \quad y_0) = (759.52 \quad 574.83) \quad (3.8).$$

Η αρχή των αξόνων μετατοπίζεται για να βρίσκεται στις συντεταγμένες του κέντρο παραμόρφωσης που μόλις υπολογίστηκε, επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία μετατόπισης των παραβολών, όπως περιγράφηκε προηγουμένως.

3.2.4 Αναλογία Pixel (Aspect Ratio)

Λόγω της κυκλικής συμμετρίας της ακτινικής παραμόρφωσης η κλίση των ευθειών στο Σχήμα 3-3 πρέπει να είναι ίδια. Αν υπάρχει κάποια διαφορά στην κλίση αυτή οφείλεται στην αναλογία των pixel.

Η αναλογία αυτή υπολογίζεται :

$$\eta = \sqrt{s_i/s_j} \quad (3.9)$$

όπου s_i η κλίση της ευθείας (c_i, a_i) και s_j η κλίση της ευθείας (c_j, a_j)

Τελικά προκύπτει :

$$\eta = 1.0157 \quad (3.10)$$

Για να διορθωθούν οι παραβολές έτσι ώστε η αναλογία των αξόνων να είναι ίδια πρέπει να πολλαπλασιαστεί ο άξονα x κατά την σταθερά η που υπολογίστηκε :

$$\begin{aligned} a_i &= a_i \eta^2 & a_j &= a_j / \eta \\ b_i &= b_i \eta & b_j &= b_j / \eta \\ c_j & & c_j &= c_j / \eta \end{aligned} \quad (3.11)$$

3.2.5 Ακτινική Παραμόρφωση

Για να εκτιμηθεί η ακτινική παραμόρφωση χρησιμοποιείται το απλοποιημένο μοντέλο

$$r_u = r_d(1 + \kappa r_d^2) \quad (3.12)$$

Όπου r_d και r_u η απόσταση ενός σημείου από το κέντρο παραμόρφωσης στην παραμορφωμένη και στην απαραμόρφωτη εικόνα αντίστοιχα και κ ο συντελεστής παραμόρφωσης. Με αντικατάσταση των εξισώσεων των παραβολών στο παραπάνω μοντέλο προκύπτει

$$\begin{aligned} y_u &= y_d(1 + \kappa(x^2 + y_d^2)) \\ &= (ax^2 + bx + c)(1 + \kappa(x^2 + (ax^2 + bx + c)^2)) \\ &= c(1 + \kappa c^2) + b(1 + 3\kappa c^2)x + (a + c\kappa(3ac + 3b^2 + 1))x^2 \\ &\quad + \text{higher order terms} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Στην εξίσωση αυτή έχει γίνει η υπόθεση ότι

$$x_u = x_d \quad (3.14)$$

και ότι η συνεισφορά των υψηλόβαθμων όρων του x είναι αμελητέα.

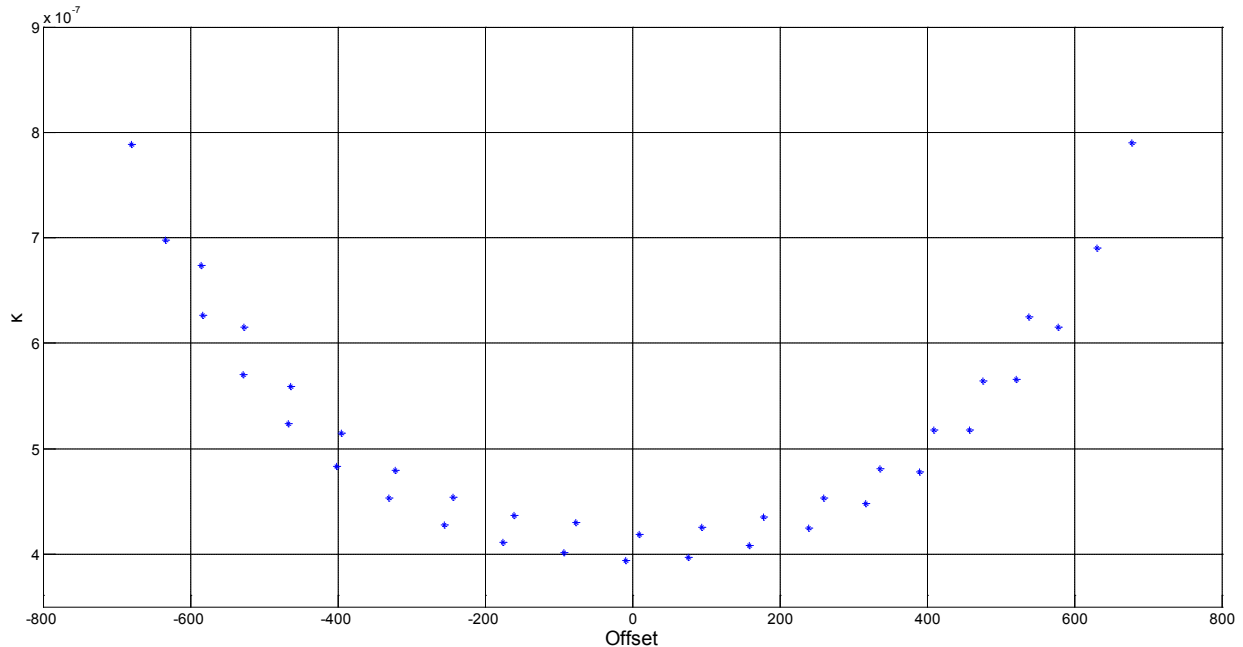
Η εξίσωση αυτή στην απαραμόρφωτη εικόνα πρέπει να είναι ευθεία γραμμή, συνεπώς ο τετραγωνικός της όρος πρέπει να είναι μηδέν.

$$a + c\kappa(3ac + 3b^2 + 1) = 0 \quad (3.15)$$

Άρα προκύπτει :

$$\kappa = \frac{-a}{c(3ac + 3b^2 + 1)} \quad (3.16)$$

Υπολογίζεται το κ για κάθε παραβολή. Όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα όλες οι τιμές που προκύπτουν είναι παρόμοιες με αυξητική τάση όσο απομακρυνόμαστε από το κέντρο παραμόρφωσης.



Σχήμα 3-4. Συντελεστής Παραμόρφωσης κ για κάθε παραβολή.

Τελικά επειδή πρέπει να επιλεγεί μία τιμή για το κ διαλέγεται ο μέσος όρος αυτών που υπολογίστηκαν για κάθε παραβολή.

$$\kappa = 5.171 \times 10^{-7} \quad (3.17)$$

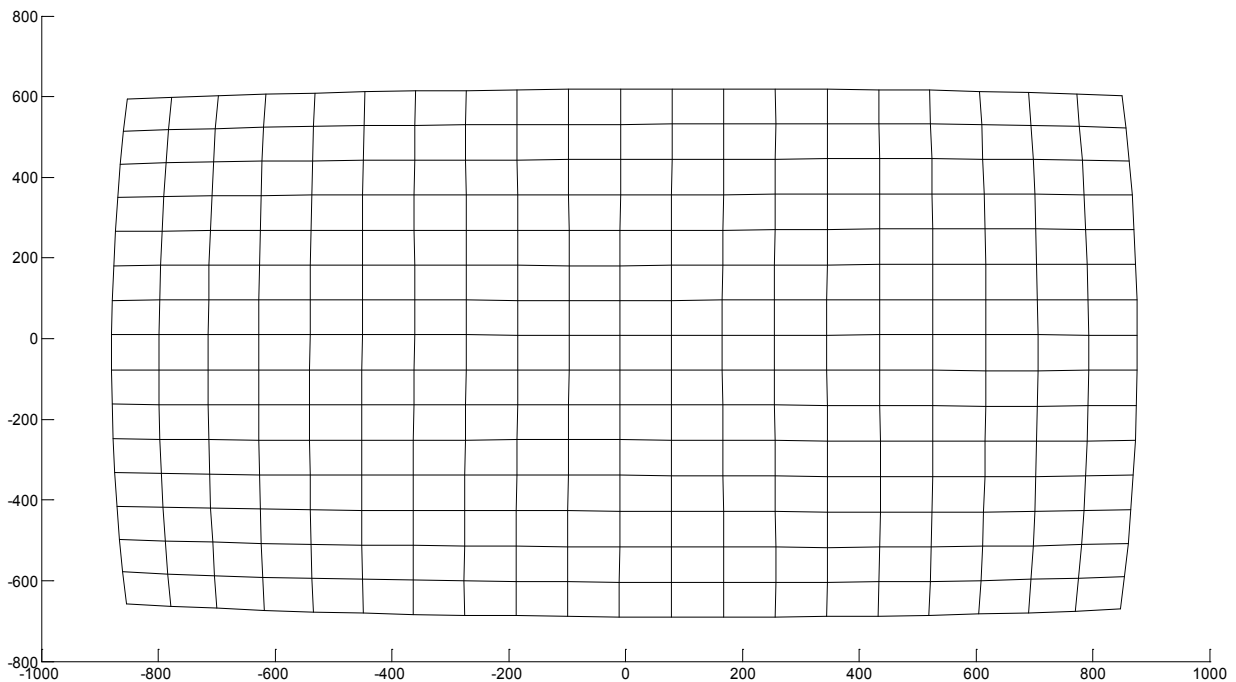
3.2.6 Αφαίρεση Ακτινικής Παραμόρφωσης

Για να αξιολογηθεί η παραπάνω μέθοδος, υπολογίζονται οι τομές των γραμμών του πλέγματος στην αρχική εικόνα, βρίσκοντας τις τομές των παραβολών από τις Εξισώσεις (3.3) και (3.4). Στην συνέχεια τα σημεία αυτά μετατοπίζονται ως προς το κέντρο της παραμόρφωσης και η συντεταγμένη x προσαρμόζεται σύμφωνα με την αναλογία των pixel που υπολογίστηκε. Τέλος για να διορθωθεί η ακτινική παραμόρφωση χρησιμοποιούνται οι εξισώσεις

$$\begin{aligned}
 x_u &= x_d \cdot (1 + \kappa \cdot r_d^2) \\
 y_u &= y_d \cdot (1 + \kappa \cdot r_d^2) \\
 r_d &= \sqrt{x_d^2 + y_d^2}
 \end{aligned}
 \tag{3.18}$$

όπου x_d και y_d οι συντεταγμένες των σημείων που προκύπτουν μετά την μετατόπιση και την προσαρμογή.

Το αποτέλεσμα της παραπάνω διαδικασίας απεικονίζεται στο Σχήμα 3-5.



Σχήμα 3-5. Απεικόνιση κόμβων πλέγματος μετά την αφαίρεση της παραμόρφωσης.

Το μεγαλύτερο μέρος της παραμόρφωσης σε σχέση με την αρχική εικόνα του πλέγματος έχει αφαιρεθεί. Η παραμόρφωση είναι πλέον εμφανής μόνο προς τα άκρα του πλέγματος. Ο σημαντικότερος λόγος για τον οποίο υπάρχει ακόμη κάποια παραμόρφωση είναι η αποκοπή των μεγιστοβάθμιων όρων στο μοντέλο παραμόρφωσης που χρησιμοποιήθηκε (Εξίσωση (3.12)). Οι όροι αυτοί, στο κέντρο της εικόνας όπου η παραμόρφωση είναι σχετικά μικρή, μπορούν να θεωρηθούν αμελητέοι, όμως η συνεισφορά τους μεγαλώνει όσο πλησιάζουμε προς τα άκρα της εικόνας.

3.3 Μετασχηματισμός Συντεταγμένων

3.3.1 Διαμόρφωση Μοντέλου Συστήματος

Μετά την αφαίρεση της παραμόρφωσης πρέπει να βρεθεί μια αντιστοιχία μεταξύ των πραγματικών συντεταγμένων και των συντεταγμένων της απαραμορφωτης εικόνας. Σύμφωνα με την θεωρία για να επιτευχθεί αυτό πρέπει να υπολογιστούν οι εγγενείς και οι εξωγενείς παράμετροι της κάμερας.

Με την παραπάνω μέθοδο υπολογίστηκε το σημείο (x_{ui}, y_{ui}) , που αντιστοιχεί στις απαραμόρφωτες συντεταγμένες στο επίπεδο της εικόνας. Με την αντίστροφη διαδικασία της προβολής ενός σημείου που περιγράφηκε στην Ενότητα 2.1.1 μετασχηματίζεται το σημείο (x_{ui}, y_{ui}) στο παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων με χρήση της σχέσης :

$$\begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{bmatrix} = t + \lambda R^{-1} K^{-1} \begin{bmatrix} x_{ui} \\ y_{ui} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Όπου :

$$K = \begin{bmatrix} f & \tau & 0 \\ 0 & \eta f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

R ο πίνακας περιστροφής και t το διάνυσμα μετατόπισης.

Στη Εξίσωση (3.20) μπορεί να αντικατασταθεί $\tau = 0$ θεωρώντας ότι δεν υπάρχει γωνιακή απόκλιση και $\eta = 1$ καθώς η αναλογία των pixel έχει ήδη διορθωθεί στην διαδικασία αφαίρεσης της παραμόρφωσης.

Επισημαίνουμε ότι η κάμερα είναι σε σταθερή θέση πάνω από το χώρο εργασίας του ρομπότ. Η κίνηση του ρομπότ που παρακολουθεί η κάμερα είναι σε διδιάστατο επίπεδο, συνεπώς το z_w των μετρήσεων θα είναι πάντα σταθερό. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το z_w να μπορεί να απαλειφθεί από την (3.19). Επίσης το παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων είναι και αυτό πάντα σταθερό.

Με τις παραπάνω παραδοχές, εφόσον δεν ενδιαφέρει ο προσδιορισμός της κάθε παραμέτρου ξεχωριστά αλλά ο προσδιορισμός του συνολικού μετασχηματισμού, μετατρέπουμε την (3.19) σε :

$$\begin{bmatrix} x_w \\ y_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x & b_x & c_x \\ a_y & b_y & c_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{ui} \\ y_{ui} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Όπου $a_x, b_x, c_x, a_y, b_y, c_y$ οι παράμετροι που πρέπει να προσδιοριστούν για τον μετασχηματισμό.

3.3.2 Εκτίμηση Παραμέτρων Μετασχηματισμού

Για τον υπολογισμό των παραμέτρων χρησιμοποιείται η μέθοδος της γραμμικής παλινδρόμησης πολλών μεταβλητών (multivariate linear regression). Ως εξαρτημένες μεταβλητές ορίζονται τα x_w, y_w και ως ανεξάρτητες μεταβλητές τα x_{ui}, y_{ui} . Το σύνολο των δεδομένων που χρησιμοποιείται είναι οι κόμβοι του πλέγματος. Τα σημεία στο απαραμόρφωτο σύστημα συντεταγμένων της εικόνας (x_{ui}, y_{ui}) έχουν υπολογιστεί στην Ενότητα 3.2.6 και τα σημεία στο παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων (x_w, y_w) είναι γνωστά από την γεωμετρία του πλέγματος.

Στη συνέχεια κατασκευάζεται το γραμμικό μοντέλο :

$$X = \begin{bmatrix} x_{ui}^{(i)} & y_{ui}^{(i)} & 1 \end{bmatrix} \quad \theta_x = \begin{bmatrix} a_x \\ b_x \\ c_x \end{bmatrix} \quad \theta_y = \begin{bmatrix} a_y \\ b_y \\ c_y \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} h_{\theta_x}(x) &= X\theta_x \\ h_{\theta_y}(x) &= X\theta_y \end{aligned} \quad (3.23)$$

Όπου X πίνακας διαστάσεων $n \times 3$ με n τον συνολικό αριθμό κόμβων του πλέγματος, θ_x, θ_y τα διανύσματα με τις σταθερές προς υπολογισμό και $h_{\theta_x}, h_{\theta_y}$ οι συναρτήσεις προβλέψεις των σημείων στο παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων.

Η αντικειμενική συνάρτηση ως προς την οποία θα γίνει η ελαχιστοποίηση περιγράφεται σε διανυσματική μορφή :

$$\begin{aligned} J(\theta_x) &= \frac{1}{2n} (X\theta_x - \vec{q}_x)^T (X\theta_x - \vec{q}_x) \\ J(\theta_y) &= \frac{1}{2n} (X\theta_y - \vec{q}_y)^T (X\theta_y - \vec{q}_y) \end{aligned} \quad (3.24)$$

Όπου \vec{q}_x, \vec{q}_y τα διανύσματα που περιλαμβάνουν όλες τις πραγματικές τιμές των x_w, y_w αντίστοιχα και n ο συνολικός αριθμός κόμβων του πλέγματος.

Τα παραπάνω πρόβλημα επιλύεται με χρήση Matlab με χρήση της «fminunc» η οποία στην γενική περίπτωση βρίσκει το ελάχιστο συνάρτησης πολλών μεταβλητών χωρίς περιορισμούς.

Για κάθε μία από τις δύο αντικειμενικές συναρτήσεις με αρχικές συνθήκες

$$\theta_{x_0} = \theta_{y_0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

υπολογίζονται τα διανύσματα θ_x, θ_y για τα οποία ελαχιστοποιούνται οι συναρτήσεις $J(\theta_x), J(\theta_y)$ αντίστοιχα.

Τελικά έχουμε :

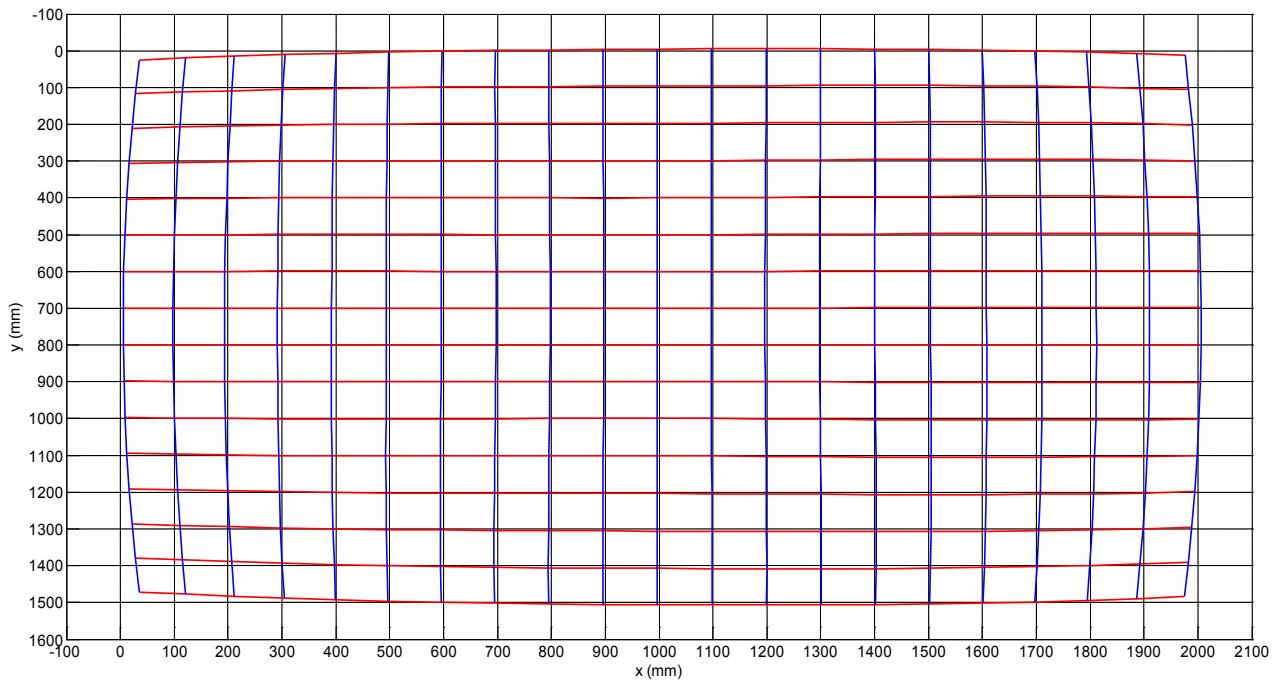
$$\begin{aligned} \theta_x &= \begin{bmatrix} 1.1393 \\ -0.0015 \\ 1007.46 \end{bmatrix} & J(\theta_x) &= 26.37 \\ \theta_y &= \begin{bmatrix} -9.02e-04 \\ -1.1553 \\ 709.98 \end{bmatrix} & J(\theta_y) &= 13.47 \end{aligned} \quad (3.26)$$

Η εκτέλεση του μετασχηματισμού με βάση τις τιμές που υπολογίστηκαν φαίνονται στο Σχήμα 3-6.

Οι διακεκομμένες γραμμές δείχνουν την πραγματική θέση των κόμβων σε αντίθεση με τις μπλε και κόκκινες γραμμές που δείχνουν την μετρούμενη θέση μετά από την εκτέλεση όλων των μετασχηματισμών. Το σφάλμα μεταξύ πραγματικών και μετρούμενων συντεταγμένων των κόμβων υπολογίζεται :

$$RMS_x = 7.26mm \text{ στον άξονα } x$$

$$RMS_y = 5.19mm \text{ στον άξονα } y$$



Σχήμα 3-6. Απεικόνιση κόμβων πλέγματος μετά τον μετασχηματισμό στο παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων.

Κύρια πηγή του σφάλματος είναι η παραμόρφωση προς τα άκρα της εικόνας που δεν έχει αφαιρεθεί. Μετά από ανάλυση του σφάλματος παρατηρείται ότι το σφάλμα αυξάνεται όσο αυξάνεται η ακτινική απόσταση από το κέντρο της εικόνας. Σημεία με μικρή ακτινική απόσταση παρουσιάζουν σφάλματα της τάξης των $0.1 - 2mm$, σημεία με λίγο μεγαλύτερη ακτινική απόσταση σφάλματα της τάξης των $2 - 4mm$ και όσο πλησιάζουμε προς τα άκρα της εικόνας φτάνει στα $8 - 20mm$.

Αναλύοντας της συμπεριφορά του σφάλματος ένας τρόπος που προτείνεται για την μείωση του είναι το σύνολο των δεδομένων να χωριστεί σε περιοχές σύμφωνα με την ακτινική απόσταση των σημείων από το κέντρο της εικόνας. Κάθε μία από αυτές τις περιοχές αποτελεί ένα καινούριο σύνολο δεδομένων. Στη συνέχεια εφαρμόζεται η μέθοδος της γραμμικής παλινδρόμησης σε κάθε σύνολο δεδομένων ξεχωριστά, υπολογίζοντας άλλες τιμές των παραμέτρων θ_x, θ_y για κάθε σύνολο.

Τελικά η εικόνα χωρίζεται σε τέσσερις περιοχές. Αν $r_{ui} = \sqrt{x_{ui}^2 + y_{ui}^2}$ η ακτινική απόσταση από το κέντρο της εικόνας :

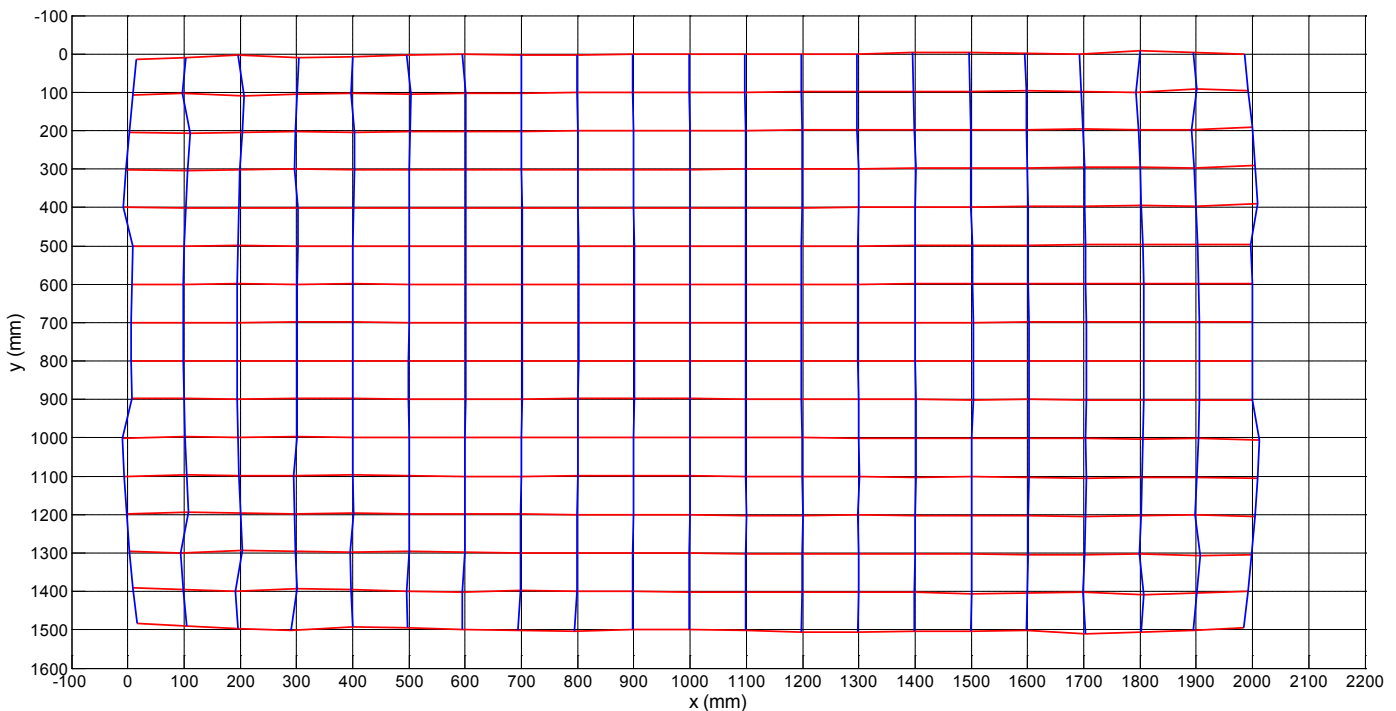
- 1^η Περιοχή : $0 < r_{ui} < 500$
- 2^η Περιοχή : $500 < r_{ui} < 700$
- 3^η Περιοχή : $700 < r_{ui} < 900$
- 4^η Περιοχή : $r_{ui} > 900$

Για κάθε περιοχή υπολογίζονται τα $\theta_x^{(i)}, \theta_y^{(i)}$ και εκτελείται ο μετασχηματισμός

$$\begin{aligned} x_w &= h_{\theta_x^{(i)}}(x) = X^{(i)}\theta_x^{(i)} \\ y_w &= h_{\theta_y^{(i)}}(x) = X^{(i)}\theta_y^{(i)} \end{aligned} \quad (3.27)$$

όπου (i) ο δείκτης της κάθε περιοχής.

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο Σχήμα 3-7.



Σχήμα 3-7. Απεικόνιση κόμβων πλέγματος μετά τον μετασχηματισμό συντεταγμένων με την μέθοδο διαχωρισμού σε 4 ζώνες.

Το σφάλμα μεταξύ πραγματικών και μετρούμενων συντεταγμένων των κόμβων υπολογίζεται :

$$RMS_x = 3.73mm \text{ στον άξονα } x$$

$$RMS_y = 3.23mm \text{ στον άξονα } y$$

το οποίο αποτελεί μεγάλη βελτίωση σε σχέση με την αρχική προσέγγιση της μίας περιοχής.

Τέλος διερευνήθηκε το ενδεχόμενο της αύξησης του αριθμού των περιοχών έτσι ώστε να βελτιωθεί ακόμα περισσότερο το σφάλμα. Το πρόβλημα που παρουσιάζεται όμως είναι ότι με την αύξηση του αριθμού των περιοχών μειώνεται το σύνολο των σημείων που έχουμε για το υπολογισμό της αντικειμενικής συνάρτησης. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η ακρίβεια των

παραμέτρων που υπολογίζει η διαδικασία της βελτιστοποίησης να παραμένει σταθερή ή ακόμα και να μειώνεται σε μερικές περιπτώσεις.

3.4 Αλγόριθμος Αφαίρεσης Παραμόρφωσης και Μετατροπής Συνταγμένων

Η ολική διαδικασία μετασχηματισμού από τις συντεταγμένες της παραμορφωμένης εικόνας σε συντεταγμένες στο παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων αναλύεται στα εξής βήματα :

1. Η κάμερα δίνει ένα σημείο με συντεταγμένες (x_{do}, y_{do}) σε σύστημα συντεταγμένων που έχει την αρχή του στην πάνω αριστερά γωνία της εικόνας

2. Μετατόπιση του σημείου σύμφωνα με την σχέση

$$(x_{di}, y_{di}) = (x_{do} - o_{xi}, y_{do} - o_{yi}) \quad (3.28)$$

Έτσι ώστε το σύστημα συντεταγμένων της εικόνας να είναι το principal point (o_{xi}, o_{yi})

3. Αφαίρεση της αναλογίας των pixel πολλαπλασιάζοντας τον άξονα x κατά η

$$x_{di} = \eta x_{di} \quad (3.29)$$

4. Αφαίρεση της παραμόρφωσης με την σχέση

$$\begin{aligned} x_{ui} &= x_{di} \cdot (1 + \kappa \cdot r_{di}^2) \\ y_{ui} &= y_{di} \cdot (1 + \kappa \cdot r_{di}^2) \\ r_{di} &= \sqrt{x_{di}^2 + y_{di}^2} \end{aligned} \quad (3.30)$$

5. Μετασχηματισμός στο παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων με την σχέση

$$\begin{aligned}
 x_w &= [x_{ui} \quad y_{ui} \quad 1] \begin{bmatrix} a_x^{(i)} \\ b_x^{(i)} \\ c_x^{(i)} \end{bmatrix} \\
 y_w &= [x_{ui} \quad y_{ui} \quad 1] \begin{bmatrix} a_y^{(i)} \\ b_y^{(i)} \\ c_y^{(i)} \end{bmatrix}
 \end{aligned}
 \tag{3.31}$$

Όπου (i) ο δείκτης της περιοχής που ανήκει το σημείο (x_{ui}, y_{ui}) με βάση την ακτινική του απόσταση.

3.5 Εφαρμογή Επεξεργασίας Εικόνας για Υπολογισμού Θέσης

Σε αυτήν την ενότητα θα παρουσιαστεί συνοπτικά η συνολική εφαρμογή της κάμερας που αναπτύχθηκε για την λήψη των εικόνων από την κάμερα, την αφαίρεση της παραμόρφωσης, τον εντοπισμό των LED και τέλος την εύρεση της θέσης και του προσανατολισμού του ρομπότ.

Σημειώνεται ότι η εφαρμογή είναι γραμμένη σε γλώσσα προγραμματισμού C++. Για την μείωση του υπολογιστικού φόρτου του PC-104 η επεξεργασία της εικόνας γίνεται σε ξεχωριστό υπολογιστή. Αφού ο αλγόριθμος υπολογίσει κάθε χρονική στιγμή την θέση και τον προσανατολισμό του ρομπότ ο υπολογιστής στέλνει με ασύρματη επικοινωνία τις τιμές αυτές στο PC-104.

Η λήψη της εικόνας γίνεται με τις συναρτήσεις που βρίσκονται στην βιβλιοθήκη κτήσης εικόνας της κάμερας mVBlueFox της εταιρίας Matrix Vision. Με βάση αυτές τις συναρτήσεις αναπτύχθηκε μία εφαρμογή για λειτουργία συνεχόμενης λήψης φωτογραφιών.

Μόλις μία εικόνα γίνει διαθέσιμη εφαρμόζεται σε αυτήν ο αλγόριθμος Halftoning, ο οποίος μετασχηματίζει την εικόνας κλίμακας του γκρι σε μία εικόνα που αποτελείται μόνο από 1 (μαύρο) και 0 (άσπρο). Σκοπός του αλγορίθμου αυτού είναι η μείωση της ποσότητας της πληροφορίας της εικόνας έτσι ώστε να διατηρηθεί μόνο η απαραίτητη, δηλαδή αυτή της ένδειξης των LED. Το μειονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι ότι στο χώρο εργασίας του ρομπότ πρέπει να υπάρχει σκοτάδι έτσι ώστε η μόνη πηγή φωτός μέσα στην εικόνα να είναι τα LED. Ιδιαίτερο πρόβλημα αποτελούν οι αντανάκλασεις από εξωτερικές πηγές φωτός αλλά και από τα ίδια τα LED πάνω στον σκελετό του ρομπότ.

Αναλυτικές πληροφορίες για την λειτουργία του αλγορίθμου λήψης εικόνας και του αλγορίθμου Half-toning μπορούν να βρεθούν στην μεταπτυχιακή εργασία του Ιωάννη Γ. Κοντολάτη [1], καθώς στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής δεν έχει γίνει καμία τροποποίηση σε αυτό το κομμάτι της εφαρμογής.

Στην συνέχεια από την εικόνα σε δυαδική πλέον μορφή πρέπει να αναγνωρισθεί ποιά pixel ανήκουν σε ποιό LED και να απορριφθούν τα pixel που ανήκουν σε αντανάκλασεις. Αρχικά σαρώνεται όλη η εικόνα και αποθηκεύονται οι συντεταγμένες των λευκών pixel. Στην συνέχεια κάθε pixel κατηγοριοποιείται ανάλογα με την ακτινική του απόσταση από τα υπόλοιπα.

Από πειράματα παρατηρήθηκε ότι ένα LED αποτελείται από 80 μέχρι και 200 pixel. Η μεγάλη διαφοροποίηση οφείλεται στην παραμόρφωση και στην απόσταση από το κέντρο της εικόνας. Όσο ένα LED απομακρύνεται από το κέντρο της εικόνας η φωτεινότητα του, όπως την αντιλαμβάνεται η κάμερα, μειώνεται και συνεπώς μειώνεται και ο αριθμός των pixel. Με την υπόθεση ότι κάθε LED εμφανίζεται στην εικόνα ως ένας κύκλος η διάμετρος αυτού του κύκλου κυμαίνεται περίπου από 10 μέχρι 25 pixel.

Για να βρεθεί το σύνολο των pixel που απαρτίζουν ένα LED αρχικά διαλέγεται ένα λευκό pixel από τον πίνακα με τις συντεταγμένες των λευκών pixel και κατηγοριοποιείται ως μέρος του LED. Στη συνέχεια επιλέγεται ένα άλλο λευκό pixel και συγκρίνεται η ακτινική του απόσταση από το προηγούμενο. Εάν η απόσταση αυτή είναι μικρότερη ή ίση από τα 25 pixel που είναι η τιμή της διαμέτρου ενός LED τότε αυτό κατηγοριοποιείται ως μέρος του LED. Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται μέχρι να βρεθούν όλα τα pixel που ανήκουν σε αυτό το LED, δηλαδή που έχουν όλα μεταξύ τους ακτινική απόσταση μικρότερη από 25 pixel.

Η παραπάνω διαδικασία επαναλαμβάνεται άλλες 3 φορές έτσι ώστε να κατηγοριοποιηθούν όλα τα pixel σε κάποιο LED. Στην περίπτωση που βρεθεί μία ομάδα pixel, όπου ο συνολικός τους αριθμός είναι μικρότερος από 30 (ενδεικτικό όριο) απορρίπτεται καθώς δεν αντιπροσωπεύουν κάποιο LED αλλά μία αντανάκλαση. Τα pixel αυτά διαγράφονται και η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να βρεθεί μία ομάδα pixel με αριθμό μεγαλύτερο του ορίου.

Στο σημείο αυτό έχουν βρεθεί όλες οι συντεταγμένες των pixel των LED (x_{do}, y_{do}) στο σύστημα συντεταγμένων της παραμορφωμένης εικόνας. Στην συνέχεια σε αυτό το σετ συντεταγμένων εφαρμόζεται ο αλγόριθμος που αναπτύχθηκε στο Κεφ. 3.4. και προκύπτουν τελικά οι συντεταγμένες όλων των pixel των LED (x_w, y_w) εκφρασμένες σε *mm* στο παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων.

Με την υπόθεση που αναφέρθηκε προηγουμένως ότι κάθε LED εμφανίζεται στην εικόνα ως ένας κύκλος υπολογίζεται το κέντρο του κύκλου αυτού. Για τον υπολογισμό χρησιμοποιείται από το σύνολο των pixel που ανήκουν σε ένα LED αυτά που έχουν την μικρότερη συντεταγμένη κατά x και y και ομοίως για την μεγαλύτερη συντεταγμένη. Οι συντεταγμένες του κέντρου προκύπτουν από την σχέση :

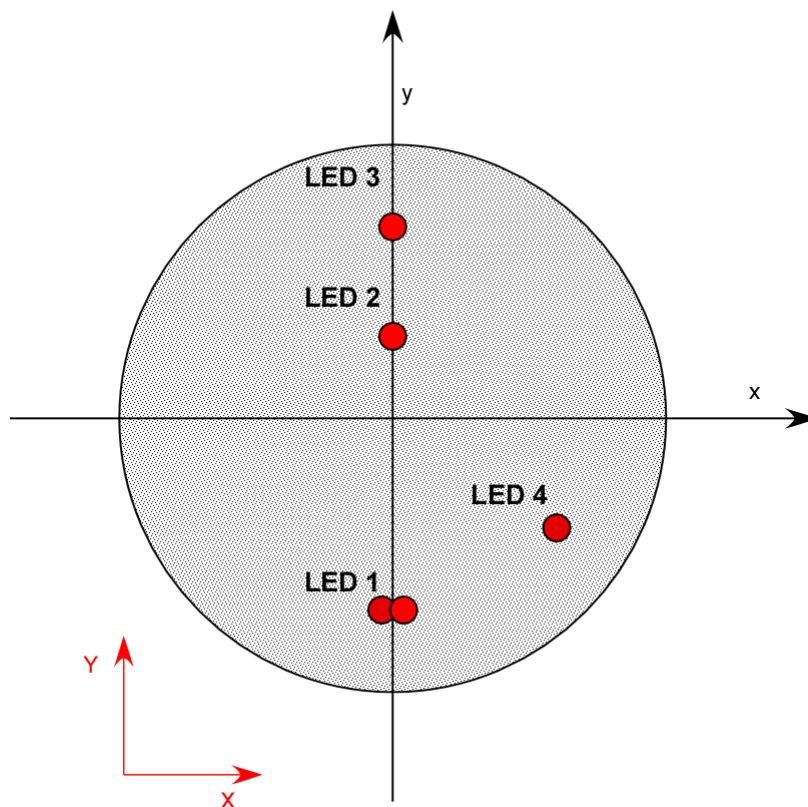
$$\begin{aligned} x_{w,LED} &= \frac{x_{w,pixel\ min} + x_{w,pixel\ max}}{2} \\ y_{w,LED} &= \frac{y_{w,pixel\ min} + y_{w,pixel\ max}}{2} \end{aligned} \quad (3.32)$$

Μετά τον υπολογισμό των συντεταγμένων των κέντρων όλων των LED πρέπει να βρεθεί η αντιστοιχία τους με τον πραγματικό κόσμο. Για να επιτευχθεί αυτό διαμορφώθηκε η πραγματική γεωμετρία των LED έτσι ώστε να παρέχει έναν μοναδικό τρόπο αναγνώρισης τους. Η γεωμετρία και η αρίθμηση των LED παρουσιάζεται στο Σχήμα 3-8.

Επισημαίνεται ότι το πρώτο LED αποτελείται ουσιαστικά από δύο ενωμένα LED. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα μία από τις τέσσερις φωτεινές πηγές που ανιχνεύει ο αλγόριθμος να έχει πάντα σχεδόν διπλάσιο αριθμό λευκών pixel από τα υπόλοιπα. Με βάση αυτήν την παρατήρηση ο αλγόριθμος πάντα μπορεί να καταλάβει ποιο από τα τέσσερα LED που έχει ανιχνεύσει είναι ο αριθμός 1.

Με δεδομένο το LED με τον αριθμό 1 υπολογίζονται οι ακτινικές αποστάσεις αυτού από τα υπόλοιπα τρία. Αυτό με την μικρότερη απόσταση είναι ο αριθμός 4, το μεσαίο είναι ο αριθμός 2 και η μεγαλύτερη απόσταση είναι ο αριθμός 3.

Έχοντας γνώση των συντεταγμένων του κάθε LED καθώς και την πραγματική τους γεωμετρία μπορεί να γίνει ο υπολογισμός της θέσης και του προσανατολισμού του κέντρου του ρομπότ.



Σχήμα 3-8 Διάταξη LED στην επάνω πλάκα του ρομπότ

Τέλος οι συντεταγμένες του ρομπότ στέλνονται μέσω TCP/IP στο PC-104 για να αξιοποιηθούν από τον αλγόριθμο εκτίμησης θέσης που θα αναπτυχθεί στο επόμενο κεφάλαιο.

4. Σχεδιασμός Φίλτρου Kalman

4.1 Εισαγωγή

Η αυτονομία του ρομπότ βασίζεται στην σωστή αξιοποίηση της πληροφορίας που δίνουν οι αισθητήρες του για να μπορεί να βρει την θέση του στο χώρο σύμφωνα με ένα σύστημα συντεταγμένων. Η ακρίβεια της υπολογιζόμενης θέσης εξαρτάται από την ακρίβεια και την αξιοπιστία των αισθητήρων καθώς και των αλγορίθμων επεξεργασίας των μετρήσεων.

Στο ρομπότ υπάρχουν τρία διαφορετικά συστήματα που μπορούν να του δώσουν πληροφορίες για την θέση και την ταχύτητα του :

- Το θεωρητικό μοντέλο κίνησης
- Το σύστημα των οπτικών αισθητήρων
- Το σύστημα της κάμερας

Επισημαίνεται ότι οι κάμερες Phase Space δεν περιλαμβάνονται στα παραπάνω καθώς αποτελούν εξωτερικό σύστημα που χρησιμοποιείται για την βαθμονόμηση και την αξιολόγηση των υπόλοιπων συστημάτων του ρομπότ.

Το θεωρητικό μοντέλο κίνησης, με βάση τις δυνάμεις και τις ροπές που ασκούνται από τους προωθητήρες και το σφόνδυλο αντίδρασης , υπολογίζει τις επιταχύνσεις a_x, a_y καθώς και την γωνιακή επιτάχυνση $\ddot{\theta}$. Στη συνέχεια με ολοκλήρωση υπολογίζονται η θέση, η στροφή και οι αντίστοιχες ταχύτητες του ρομπότ. Το σημαντικότερο μειονέκτημα αυτού του συστήματος είναι τα σφάλματα μοντελοποίησης και τα σφάλματα λόγω ολοκλήρωσης. Σφάλματα στο προσδιορισμό παραμέτρων όπως μάζα, ροπή αδράνειας ή στην ανάλυση των δυνάμεων μπορούν να οδηγήσουν το μοντέλο να αποκλίνει σημαντικά από την πραγματικότητα. Στα σφάλματα αυτά εντάσσονται επίσης και παράμετροι που δεν έχουν μοντελοποιηθεί αλλά εμφανίζονται και επηρεάζουν το πραγματικό σύστημα.

Το σύστημα των οπτικών αισθητήρων δίνει πληροφορίες για την σχετική μετατόπιση και περιστροφή του ρομπότ. Οι κυριότερες πηγές σφάλματος είναι ο θόρυβος των μετρήσεων και οι εξωτερικές πηγές που επηρεάζουν την κίνηση του συστήματος αλλά δεν είναι παρατηρήσιμες από τους αισθητήρες. Λόγω των παραπάνω δημιουργείται σφάλμα στον

προσδιορισμό της θέσης και του προσανατολισμού του ρομπότ το οποίο αυξάνεται συνεχώς με τον χρόνο.

Τέλος το σύστημα της κάμερας δίνει πληροφορίες για την απόλυτη θέση και τον απόλυτο προσανατολισμό του ρομπότ. Αυτό σημαίνει ότι, σε αντίθεση με τα προηγούμενα δύο, οι μετρήσεις θέσης και προσανατολισμού που παρέχει η κάμερα σε μία χρονική στιγμή δεν εξαρτώνται από τις προηγούμενες θέσεις και ταχύτητες του ρομπότ. Τα σφάλματα που εμφανίζονται οφείλονται σε θόρυβο των μετρήσεων και σφάλματα του αλγορίθμου επεξεργασίας της εικόνας. Σημαντική διαφορά με τα υπόλοιπα συστήματα είναι ότι τα σφάλματα αυτά δεν αυξάνονται με το χρόνο. Επίσης σημαντικά μειονεκτήματα της κάμερας είναι ο μεγάλος χρόνος δειγματοληψίας και η καθυστέρηση στην λήψη της μέτρησης εξαιτίας του μικρού ρυθμού λήψης φωτογραφιών της κάμερας και του μεγάλου χρόνου επεξεργασίας της εικόνας.

Για την βέλτιστη αξιοποίηση και επεξεργασία όλων των διαθέσιμων πληροφοριών για τον προσδιορισμό της θέσης και του προσανατολισμού του ρομπότ θα σχεδιαστεί ένα διακριτό Extended Kalman Filter (EKF). Το EKF συνδυάζει όλες τις διαθέσιμες μετρήσεις από τους αισθητήρες με το κινηματικό μοντέλο προσπαθώντας να αφαιρέσει όλα τα σφάλματα που έχει το κάθε σύστημα ξεχωριστά.

4.2 Εξισώσεις κίνησης και ανάλυση δυνάμεων ρομπότ

Οι εξισώσεις κίνησης του ρομπότ επιτρέπουν τη δημιουργία της τροχιάς κίνησης του. Οι επενεργητές του συστήματος εφαρμόζουν δυνάμεις και ροπές οι οποίες προκαλούν την μεταφορική και περιστροφική κίνηση του ρομπότ.

Εφόσον το σύστημα που εξετάζεται κινείται σε δύο διαστάσεις το διάνυσμα, δυνάμεων και ροπών \mathbf{F} περιλαμβάνει τις δυνάμεις F_x και F_y καθώς και την ροπή M_z

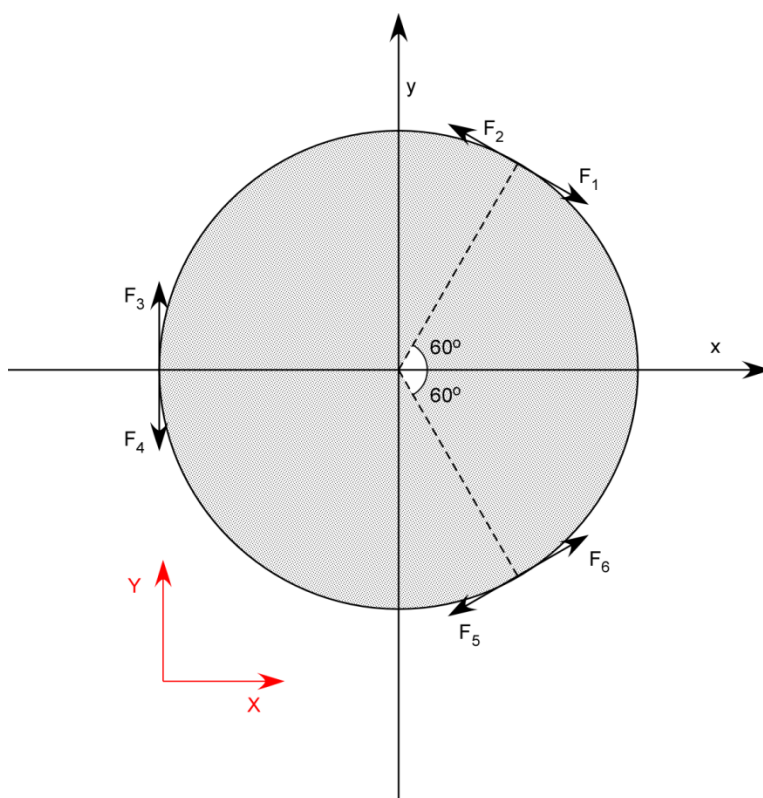
$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_x & F_y & M_z \end{bmatrix}^T \quad (4.1)$$

Οι δυνάμεις F_x και F_y είναι απαραίτητες για την μεταφορική κίνηση του ρομπότ κατά X, Y και προκύπτουν από τις δυνάμεις των έξι προωθητήρων. Η ροπή M_z είναι απαραίτητη για την περιστροφή του ρομπότ γύρω από τον κατακόρυφο άξονα Z και προκύπτει από τον συνδυασμό των δυνάμεων των προωθητήρων και της ροπής από τον σφόνδυλο αντίδρασης.

Στην συνέχεια παρουσιάζονται οι βασικές εξισώσεις που περιγράφουν την ανάλυση των δυνάμεων και των ροπών που προκύπτουν από τους επενεργητές καθώς και τον υπολογισμό θέσης, ταχύτητας και επιτάχυνσης του συστήματος υπό την επίδραση αυτών των δυνάμεων και ροπών. Στην ανάλυση της στροφής της βάσης του ρομπότ δεν θα ληφθεί υπόψη η επίδραση των βραχιόνων, έτσι ώστε να προκύψει ένα απλοποιημένο μοντέλο κίνησης.

Σημειώνεται ότι θα παρουσιαστεί το μοντέλο κίνησης σε μορφή για να μπορεί να αξιοποιηθεί από το φίλτρο Kalman που θα σχεδιαστεί στην συνέχεια. Για περισσότερες πληροφορίες για την δυναμική και τον τρόπο λειτουργίας του ρομπότ ο αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει στην διπλωματική εργασία της Θάλειας Γ. Φλέσσα [3].

Στο Σχήμα 4-1 η βάση του ρομπότ βρίσκεται στην αρχική θέση. Το σωματόδετο σύστημα συντεταγμένων x, y είναι τοποθετημένο στο κέντρο της κυκλικής πλάκας του ρομπότ και δεν έχει στραφεί ως προς το χωρόδετο σύστημα συντεταγμένων X, Y .



Σχήμα 4-1. Ανάλυση δυνάμεων προωθητήρων.

Τα τρία ζεύγη προωθητήρων που διαθέτει το ρομπότ είναι τοποθετημένα υπό γωνία 120° μεταξύ τους. Κάθε προωθητήρας αποδίδει μία δύναμη F_i με $i = 1, \dots, 6$ όπου εφαρμόζεται στο σημείο που είναι τοποθετημένος, είναι κάθετη στην ακτίνα R της βάσης, έχει την διεύθυνση του προωθητικού αερίου και φορά αντίθετη από την κατεύθυνση του αερίου. Η ροπή του σφονδύλου αντίδρασης είναι T και αποδίδεται από τον κινητήρα του σφονδύλου. Η ακτίνα της βάσης είναι $R = 0.15m$.

Οι εξισώσεις κίνησης του ρομπότ είναι :

$$\begin{aligned} M \cdot a_x &= F_x \\ M \cdot a_y &= F_y \\ J \cdot \ddot{\theta} &= M_z \end{aligned} \quad (4.2)$$

Όπου M η μάζα του ρομπότ η οποία είναι ίση με $M = 15kg$ και J η ροπή αδράνειας του ρομπότ η οποία υπολογίζεται $J = \frac{1}{2}MR^2 = 0.1687kg \cdot m^2$

Οι δυνάμεις F_1, F_2 του πρώτου ζεύγους προωθητήρων 1,2 σχηματίζουν γωνία $\theta_1 = 60^\circ$ με τον άξονα x . Μετά από ανάλυση των δυνάμεων αυτών στους άξονες x, y προκύπτει :

$$\begin{aligned} F_{1x} &= -F_1 \cos(60^\circ) \\ F_{1y} &= F_1 \sin(60^\circ) \\ F_{2x} &= -F_2 \sin(60^\circ) \\ F_{2y} &= F_2 \cos(60^\circ) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Οι δυνάμεις F_3, F_4 του δεύτερου ζεύγους προωθητήρων 3,4 σχηματίζουν γωνία $\theta_2 = 180^\circ$ με τον άξονα x . Η ανάλυση των δυνάμεων δίνει :

$$\begin{aligned} F_{3x} &= 0 \\ F_{3y} &= F_3 \\ F_{4x} &= 0 \\ F_{4y} &= -F_4 \end{aligned} \quad (4.4)$$

Οι δυνάμεις F_5, F_6 του τρίτου ζεύγους προωθητήρων 5,6 σχηματίζουν γωνία $\theta_3 = -60^\circ$ με τον άξονα x . Η ανάλυση των δυνάμεων δίνει :

$$\begin{aligned}
F_{5x} &= F_5 \sin(60^\circ) \\
F_{5y} &= F_5 \cos(60^\circ) \\
F_{6x} &= -F_6 \sin(60^\circ) \\
F_{6y} &= -F_6 \cos(60^\circ)
\end{aligned}
\tag{4.5}$$

Για τις ροπές των προωθητήρων ισχύει :

$$\begin{aligned}
M_1 &= -RF_1 \\
M_2 &= RF_2 \\
M_3 &= -RF_3 \\
M_4 &= RF_4 \\
M_5 &= RF_5 \\
M_6 &= -RF_6
\end{aligned}
\tag{4.6}$$

Με βάση τις Εξισώσεις (4.3), (4.4), (4.5), (4.6) μπορούν να υπολογιστούν οι συνολικές δυνάμεις και ροπές που ασκούνται στο σύστημα ως :

$$\begin{aligned}
F_x &= \sum_{i=1}^6 F_{ix} = F_1 \sin(60^\circ) - F_2 \sin(60^\circ) + F_5 \sin(60^\circ) - F_6 \sin(60^\circ) \\
F_y &= \sum_{i=1}^6 F_{iy} = -F_1 \cos(60^\circ) + F_2 \cos(60^\circ) + F_3 - F_4 + F_5 \cos(60^\circ) - F_6 \cos(60^\circ) \tag{4.7} \\
M_z &= \sum_{i=1}^6 M_i + T = -RF_1 + RF_2 - RF_3 + RF_4 + RF_5 - RF_6 + T
\end{aligned}$$

όπου T η ροπή από τον σφόνδυλο αντίδρασης.

Το σύστημα Εξισώσεων (4.7) μπορεί να γραφεί σε μορφή πίνακα :

$$\mathbf{F} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{u}
\tag{4.8}$$

Όπου

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \sin(60^\circ) & -\sin(60^\circ) & 0 & 0 & \sin(60^\circ) & -\sin(60^\circ) & 0 \\ -\cos(60^\circ) & \cos(60^\circ) & 1 & -1 & \cos(60^\circ) & -\cos(60^\circ) & 0 \\ -R & R & -R & R & R & -R & 1 \end{bmatrix}
\tag{4.9}$$

Το διάνυσμα \mathbf{u} αποτελείται από τις δυνάμεις των προωθητήρων και την ροπή του σφονδύλου αντίδρασης

$$\mathbf{u} = [F_1 \quad F_2 \quad F_3 \quad F_4 \quad F_5 \quad F_6 \quad T]^T \quad (4.10)$$

Το διάνυσμα \mathbf{F} αποτελείται από τις δυνάμεις F_x, F_y και την ροπή M_z

$$\mathbf{F} = [F_x \quad F_y \quad M_z]^T \quad (4.11)$$

Οι δυνάμεις των προωθητήρων είναι πάντα μη αρνητικές. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα σε κάθε ζεύγος προωθητήρων να ενεργοποιείται μόνο ένα από τους δύο προωθητήρες κάθε φορά που πρέπει να ενεργοποιηθούν για να παράγουν κάποιες επιθυμητές δυνάμεις και ροπές. Με αυτήν την παρατήρηση το σύστημα (4.8) μπορεί να απλοποιηθεί ορίζοντας τις δυνάμεις που παράγουν οι προωθητήρες ως ζεύγη :

$$\begin{aligned} F_a &= F_1 - F_2 \\ F_b &= F_3 - F_4 \\ F_c &= F_5 - F_6 \end{aligned} \quad (4.12)$$

Όπου ισχύει :

$$\begin{aligned} F_a > 0 &: F_1 = F_a, F_2 = 0 \\ F_a < 0 &: F_1 = 0, F_2 = |F_a| \\ F_b > 0 &: F_3 = F_b, F_4 = 0 \\ F_b < 0 &: F_3 = 0, F_4 = |F_b| \\ F_c > 0 &: F_5 = F_c, F_6 = 0 \\ F_c < 0 &: F_5 = 0, F_6 = |F_c| \end{aligned} \quad (4.13)$$

Το σύστημα Εξισώσεων (4.7) μπορεί να τροποποιηθεί ως εξής :

$$\begin{aligned} F_x &= F_a \sin(60^\circ) + F_c \sin(60^\circ) \\ F_y &= -F_a \cos(60^\circ) + F_b + F_c \cos(60^\circ) \\ M_z &= -RF_a - RF_b + RF_c + T \end{aligned} \quad (4.14)$$

Και σε μητρική γραφή :

$$\mathbf{F} = \mathbf{A}' \cdot \mathbf{u}' \quad (4.15)$$

Όπου :

$$\mathbf{A}' = \begin{bmatrix} \sin(60^\circ) & 0 & \sin(60^\circ) & 0 \\ -\cos(60^\circ) & 1 & \cos(60^\circ) & 0 \\ -R & -R & R & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}' = \begin{bmatrix} F_a \\ F_b \\ F_c \\ T \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Στην περίπτωση που το ρομπότ στραφεί κατά γωνία θ ως προς το χωρόδετο σύστημα συντεταγμένων X, Y οι συνισταμένες δυνάμεις F_x, F_y που υπολογίστηκαν παραπάνω πρέπει να περιστραφούν αντιστοίχως. Συνεπώς το σύστημα (4.15) μετασχηματίζεται ως εξής :

$$\mathbf{F} = \mathbf{R}(\theta) \cdot \mathbf{A}' \cdot \mathbf{u}' \quad (4.17)$$

Όπου $\mathbf{R}(\theta)$ ο πίνακας περιστροφής από το σωματόδετο στο χωρόδετο σύστημα συντεταγμένων

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Σημειώνεται ότι λόγω της παρουσίας του πίνακα περιστροφής $\mathbf{R}(\theta)$ το μοντέλο του συστήματος γίνεται μη γραμμικό. Οι τελικές εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση του ρομπότ στην γενική περίπτωση είναι :

$$\begin{bmatrix} M \cdot a_x \\ M \cdot a_y \\ J \cdot \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin(60^\circ) & 0 & \sin(60^\circ) & 0 \\ -\cos(60^\circ) & 1 & \cos(60^\circ) & 0 \\ -R & -R & R & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_a \\ F_b \\ F_c \\ T \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

4.3 Υλοποίηση Discrete Extended Kalman Filter

4.3.1 Γενικά

Όπως αναφέρθηκε στο Κεφ. 4.2, οι εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση του ρομπότ είναι μη γραμμικές. Εξαιτίας της μη γραμμικότητας του συστήματος θα σχεδιαστεί ένα Discrete Extended Kalman Filter στο οποίο το μοντέλο του συστήματος στο χώρο κατάστασης θα προέρχεται από τις κινηματικές εξισώσεις του ρομπότ και το μοντέλο μέτρησης θα προέρχεται από την συγχώνευση των δεδομένων των οπτικών αισθητήρων και της κάμερας.

Επίσης στο σχεδιασμό του φίλτρου προβλέπεται η καθυστέρηση στην λήψη των μετρήσεων από την κάμερα λόγω μεγάλου χρόνου επεξεργασίας της εικόνας.

4.3.2 Μη Γραμμικές Εξισώσεις στον Χώρο Κατάστασης

Ως μεταβλητές κατάστασης επιλέγονται οι γραμμικές μετατοπίσεις και ταχύτητες στον x και στον y άξονα καθώς και η γωνιακή μετατόπιση και η γωνιακή ταχύτητα. Το διάνυσμα κατάστασης του συστήματος ορίζεται :

$$\mathbf{x} = [x, y, \theta, v_x, v_y, \omega_\theta]^T \quad (4.20)$$

Τροποποιώντας τις κινηματικές Εξισώσεις (4.19) το σύστημα μπορεί να γραφεί στο χώρο κατάστασης σε συνεχή χρόνο με την μορφή

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = f(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \quad (4.21)$$

όπου $\mathbf{x}(t)$ το διάνυσμα κατάστασης και $\mathbf{u}(t)$ το διάνυσμα εισόδου των επενεργητών που έχει οριστεί ως $\mathbf{u}(t) = [F_a \quad F_b \quad F_c \quad T]$. Τελικά προκύπτει :

$$\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \\ v_x \\ v_y \\ \omega_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega_\theta \\ \frac{(\cos(60^\circ)\sin(\theta) + \sin(60^\circ)\cos(\theta))}{M} F_a - \frac{\sin(\theta)}{M} F_b + \frac{(\sin(60^\circ)\cos(\theta) - \cos(60^\circ)\sin(\theta))}{M} F_c \\ \frac{(\sin(60^\circ)\sin(\theta) - \cos(60^\circ)\cos(\theta))}{M} F_a + \frac{\cos(\theta)}{M} F_b + \frac{(\sin(60^\circ)\sin(\theta) + \cos(60^\circ)\cos(\theta))}{M} F_c \\ -\frac{R}{J} F_a - \frac{R}{J} F_b + \frac{R}{J} F_c + \frac{T}{J} \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Το ΕΚΦ που σχεδιάζεται θα λειτουργεί σε διακριτό χρόνο, συνεπώς το παραπάνω σύστημα πρέπει επίσης να μετατραπεί σε σύστημα διακριτού χρόνου. Για την διακριτοποίηση θα χρησιμοποιηθεί η μέθοδος της πίσω διαφορίσης (Backward Differentiation method) σύμφωνα με την οποία οι παράγωγοι των μεγεθών που εξετάζονται θα εκφραστούν ως εξής :

$$\dot{\mathbf{x}}(t_k) \approx \frac{\mathbf{x}(t_k) - \mathbf{x}(t_{k-1})}{T_s} \quad (4.23)$$

όπου T_s ο χρόνος δειγματοληψίας του συστήματος. Η προσέγγιση αυτή στην συγκεκριμένη περίπτωση που μελετάται θεωρείται αρκετά ακριβής καθώς ο χρόνος δειγματοληψίας θα είναι μικρός.

Το σύστημα μετασχηματίζεται στην μορφή διακριτού χρόνου :

$$\mathbf{x}_k = f_{k-1}(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}) \quad (4.24)$$

όπου ο δείκτης k υποδεικνύει το τρέχον χρονικό βήμα. Το διάνυσμα κατάστασης σε διακριτό χρόνο είναι :

$$\mathbf{x}_k = [x_k \quad y_k \quad \theta_k \quad v_{x,k} \quad v_{y,k} \quad \omega_{\theta,k}] \quad (4.25)$$

και το διάνυσμα εισόδου

$$\mathbf{u}_k = [F_{a,k} \quad F_{b,k} \quad F_{c,k} \quad T_k] \quad (4.26)$$

Η τελική μορφή του συστήματος σε διακριτό χρόνο είναι :

$$\begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ \theta_k \\ v_{x,k} \\ v_{y,k} \\ \omega_{\theta,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{k-1} + T_s v_{x,k-1} \\ y_{k-1} + T_s v_{y,k-1} \\ \theta_{k-1} + T_s \omega_{\theta,k-1} \\ v_{x,k-1} + T_s \left(\frac{(\cos(60^\circ)\sin(\theta_{k-1}) + \sin(60^\circ)\cos(\theta_{k-1}))}{M} F_{a,k} - \frac{\sin(\theta_{k-1})}{M} F_{b,k} + \frac{(\sin(60^\circ)\cos(\theta_{k-1}) - \cos(60^\circ)\sin(\theta_{k-1}))}{M} F_{c,k} \right) \\ v_{y,k-1} + T_s \left(\frac{(\sin(60^\circ)\sin(\theta_{k-1}) - \cos(60^\circ)\cos(\theta_{k-1}))}{M} F_{a,k} + \frac{\cos(\theta_{k-1})}{M} F_{b,k} + \frac{(\sin(60^\circ)\sin(\theta_{k-1}) + \cos(60^\circ)\cos(\theta_{k-1}))}{M} F_{c,k} \right) \\ \omega_{\theta,k-1} + T_s \left(-\frac{R}{J} F_{a,k} - \frac{R}{J} F_{b,k} + \frac{R}{J} F_{c,k} + \frac{T_k}{J} \right) \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Στο σύστημα υποθέτουμε επίσης ότι υπάρχει θόρυβος, ο οποίος εκφράζεται από την τυχαία μεταβλητή w_k . Το σύστημα παίρνει την μορφή :

$$\mathbf{x}_k = f_{k-1}(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}) + w_k \quad (4.28)$$

Η τυχαία μεταβλητή w_k θεωρείται μεταβλητή λευκού θορύβου και ακολουθεί γκαουσιανή κατανομή με μηδενική μέση τιμή και πίνακα συνδιακύμανσης Q_k

$$w_k \sim N(0, Q_k) \quad (4.29)$$

4.3.3 Αισθητήρες και μοντέλο μέτρησης

Οι μετρήσεις που είναι διαθέσιμες γίνονται από

- το σύστημα των οπτικών αισθητήρων
- την overhead κάμερα

Και τα δύο συστήματα αισθητήρων μετά από επεξεργασία των μετρήσεων από ειδικούς αλγορίθμους υπολογίζουν την θέση του ρομπότ στους άξονες x, y και τον προσανατολισμό του εκφρασμένο από την γωνία στροφής θ . Συνεπώς το διάνυσμα που περιέχει τις διαθέσιμες μετρήσεις ορίζεται ως :

$$\mathbf{z}_k = [x_k \quad y_k \quad \theta_k] \quad (4.30)$$

Το μοντέλο μέτρησης που συνδέει τις μετρήσεις των αισθητήρων με τις μεταβλητές κατάστασης είναι γραμμικό και εκφράζεται από :

$$\mathbf{z}_k^{(i)} = H\mathbf{x}_k + v_k^{(i)} \quad (4.31)$$

Όπου \mathbf{x}_k το διάνυσμα των μεταβλητών κατάστασης,

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Και $v_k^{(i)}$ τυχαία μεταβλητή λευκού θορύβου που ακολουθεί γκαουσιανή κατανομή με μηδενική μέση τιμή και πίνακα συνδιακύμανσης $R_k^{(i)}$.

$$v_k^{(i)} \sim N(0, R_k^{(i)}) \quad (4.33)$$

Ο δείκτης (i) δηλώνει το σύστημα του αισθητήρα στο οποίο αναφέρεται (κάμερα ή οπτικοί αισθητήρες).

4.3.4 Εξισώσεις ενημέρωσης χρόνου (Time update equations)

Σύμφωνα με την θεωρία του EKF διαμορφώνουμε τις εξισώσεις του φίλτρου.

Αρχικά υπολογίζεται η αρχική πρόβλεψη της κατάστασης του συστήματος $\hat{\mathbf{x}}_k(-)$ την χρονική στιγμή k με βάση το μοντέλο του συστήματος και την πρόβλεψη της κατάστασης του $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}(+)$ την προηγούμενη χρονική, ως εξής

$$\hat{\mathbf{x}}_k(-) = f_{k-1}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}(+), \mathbf{u}_{k-1}) \quad (4.34)$$

Ο πίνακας συνδιακύμανσης αυτής της πρόβλεψης $P_k(-)$ υπολογίζεται

$$P_k(-) = A_{k-1}P_{k-1}(+)A_{k-1}^T + Q_{k-1} \quad (4.35)$$

Όπου A_{k-1} είναι η Ιακωβιανή της $f(\cdot)$, που προκύπτει από την γραμμικοποίηση της γύρω από την τελική εκτίμηση της κατάστασης $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}(+)$ την προηγούμενη χρονική $k-1$

$$A_{k-1} = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{x=\hat{\mathbf{x}}_{k-1}(+)} \quad (4.36)$$

$$A_{k-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & T_s & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & T_s & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & T_s \\ 0 & 0 & Expr1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Expr2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

Όπου :

$$Expr1 = T_s \left(\frac{\cos(60^\circ)\cos(\hat{\theta}_{k-1}(+)) - \sin(60^\circ)\sin(\hat{\theta}_{k-1}(+))}{M} F_a - \frac{\cos(\hat{\theta}_{k-1}(+))}{M} F_b - \frac{(\sin(60^\circ)\sin(\hat{\theta}_{k-1}(+)) + \cos(60^\circ)\cos(\hat{\theta}_{k-1}(+)))}{M} F_c \right) \quad (4.38)$$

$$Expr2 = T_s \left(\frac{(\sin(60^\circ)\cos(\hat{\theta}_{k-1}(+)) + \cos(60^\circ)\sin(\hat{\theta}_{k-1}(+)))}{M} F_a - \frac{\sin(\hat{\theta}_{k-1}(+))}{M} F_b - \frac{(\sin(60^\circ)\cos(\hat{\theta}_{k-1}(+)) - \cos(60^\circ)\sin(\hat{\theta}_{k-1}(+)))}{M} F_c \right)$$

4.3.5 Εξισώσεις ενημέρωσης μέτρησης (Measurement update equations)

Αρχικά πρέπει να αναφερθεί πως θα διαχειρίζεται το φίλτρο τις μετρήσεις από τους διαφορετικούς αισθητήρες που έρχονται σε διαφορετικές χρονικές στιγμές. Η συχνότητα δειγματοληψίας των οπτικών αισθητήρων μπορεί να φτάσει μέχρι και $1000Hz$ αλλά κατά την λειτουργία εξαιτίας των αλγορίθμων επεξεργασίας των δεδομένων μειώνεται στα $125Hz$.

Η συχνότητα δειγματοληψίας της κάμερας μπορεί να φτάσει μέχρι και $8Hz$ αλλά κατά την λειτουργία εξαιτίας πάλι των αλγορίθμων επεξεργασίας της εικόνας μειώνεται στα $3 - 4Hz$.

Ορίζοντας την συχνότητα λειτουργίας του φίλτρου ίση με αυτήν των οπτικών αισθητήρων, δηλαδή την μεγαλύτερη συχνότητα που εμφανίζεται στο σύστημα μπορούμε να διακρίνουμε δύο περιπτώσεις λειτουργίας.

- Μία χρονική στιγμή k έχουμε διαθέσιμη μέτρηση μόνο από τους οπτικούς αισθητήρες
- Μία άλλη χρονική στιγμή k' έχουμε διαθέσιμες μετρήσεις και από τους οπτικούς αισθητήρες και από την κάμερα

Στην πρώτη περίπτωση εφαρμόζονται οι κλασσικές εξισώσεις του EKF όπως αναπτύχθηκαν στο Κεφ. 2.4.5. Υποθέτουμε ότι έχουμε μία μέτρηση από τους οπτικούς αισθητήρες την χρονική στιγμή k που συμβολίζεται με $z_k^{(o)}$ και περιγράφεται από το μοντέλο της Εξίσωσης (4.31). Ο θόρυβος της μέτρησης αυτής περιγράφεται από την τυχαία μεταβλητή $v_k^{(o)}$ με πίνακα συνδιακύμανσης $R_k^{(o)}$.

Το κέρδος Kalman υπολογίζεται από την σχέση :

$$K_k = P_k(-)H^T (HP_k(-)H^T + R_k^{(o)})^{-1} \quad (4.39)$$

Η τελική πρόβλεψη της κατάστασης :

$$\hat{x}_k(+) = \hat{x}_k(-) + K_k(z_k^{(o)} - H\hat{x}_k(-)) \quad (4.40)$$

Και ο τελικός πίνακας συνδιακύμανσης αυτής της πρόβλεψης :

$$P_k(+) = (I - K_k H)P_k(-) \quad (4.41)$$

Η πρόβλεψη του διανύσματος κατάστασης $\hat{x}_k(+)$ και ο πίνακας $P_k(+)$ είναι αυτά που χρησιμοποιούνται ως αρχικές συνθήκες στην επόμενη επανάληψη του αλγορίθμου την χρονική στιγμή $k+1$.

Στην δεύτερη περίπτωση υποθέτουμε ότι έχουμε τη χρονική στιγμή k' μία μέτρηση από τους οπτικούς αισθητήρες που συμβολίζεται με $z_{k'}^{(o)}$ και μία μέτρηση από την κάμερα που συμβολίζεται με $z_{k'}^{(c)}$. Και οι δύο μετρήσεις περιγράφονται από το μοντέλο της Εξίσωσης (4.31). Ο θόρυβος της μέτρησης των οπτικών αισθητήρων περιγράφεται από την τυχαία μεταβλητή $v_{k'}^{(o)}$ με πίνακα συνδιακύμανσης $R_{k'}^{(o)}$ ενώ της κάμερας από την τυχαία μεταβλητή

$\nu_{k'}^{(c)}$ με πίνακα συνδιακύμανσης $R_{k'}^{(c)}$. Στην συγκεκριμένη περίπτωση στις εξισώσεις του EKF πρέπει να ενσωματωθούν τεχνικές μεθόδων συγχώνευσης δεδομένων. Στην συνέχεια θα αναπτυχθούν δύο διαφορετικές μέθοδοι συγχώνευσης δεδομένων, οι οποίες θα αξιολογηθούν αργότερα πειραματικά.

Αρχικά εφαρμόζουμε την σειριακή μέθοδο που περιγράφεται αναλυτικά στην Ενότητα 2.5.4. Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή ο κάθε αισθητήρας αντιμετωπίζεται ως ανεξάρτητος. Οι διαθέσιμες μετρήσεις από τους οπτικούς αισθητήρες και από την κάμερα επεξεργάζονται και ενσωματώνονται στον αλγόριθμο εκτίμησης ξεχωριστά μία προς μία.

Επιλέγοντας αυθαίρετα πρώτα την μέτρηση από τους οπτικούς αισθητήρες $z_{k'}^{(o)}$ υπολογίζεται το κέρδος Kalman μόνο για αυτό τον αισθητήρα, η πρόβλεψη της κατάστασης με βάση αυτήν την μέτρηση και ο πίνακας συνδιακύμανσης της :

$$K_{k'}^{(o)} = P_{k'}^{(o)}(-)H^T \left(HP_{k'}^{(o)}(-)H^T + R_{k'}^{(o)} \right)^{-1}$$

$$\widehat{x}_{k'}^{(o)}(+)=\widehat{x}_{k'}^{(o)}(-)+K_{k'}^{(o)}\left(z_{k'}^{(o)}-H\widehat{x}_{k'}^{(o)}(-)\right) \quad (4.42)$$

$$P_{k'}^{(o)}(+)=\left(I-K_{k'}^{(o)}H\right)P_{k'}^{(o)}(-)$$

Στην συνέχεια επιλέγουμε την μέτρηση από την κάμερα $z_{k'}^{(c)}$ και ξαναεκτελούμε τις παραπάνω εξισώσεις ορίζοντας

$$\widehat{x}_{k'}^{(c)}(-)=\widehat{x}_{k'}^{(o)}(+)$$

$$P_{k'}^{(c)}(-)=P_{k'}^{(o)}(+)$$
(4.43)

Οπότε υπολογίζουμε τα :

$$K_{k'}^{(c)} = P_{k'}^{(c)}(-)H^T \left(HP_{k'}^{(c)}(-)H^T + R_{k'}^{(c)} \right)^{-1}$$

$$\widehat{x}_{k'}^{(c)}(+)=\widehat{x}_{k'}^{(c)}(-)+K_{k'}^{(c)}\left(z_{k'}^{(c)}-H\widehat{x}_{k'}^{(c)}(-)\right) \quad (4.44)$$

$$P_{k'}^{(c)}(+)=\left(I-K_{k'}^{(c)}H\right)P_{k'}^{(c)}(-)$$

Ως τελική πρόβλεψη και τελικό πίνακα συνδιακύμανσης της χρονικής στιγμής k' ορίζονται αυτά που υπολογίστηκαν στην τελευταία σειριακή εφαρμογή των εξισώσεων, δηλαδή στην συγκεκριμένη περίπτωση :

$$\begin{aligned}\widehat{x}_{k'}(+)&= \widehat{x}_{k'}^{(c)}(+)\end{aligned}$$

$$P_{k'}(+)= P_{k'}^{(c)}(+)$$
(4.45)

Σημειώνεται ότι η επιλογή της σειράς που θα επεξεργαστούν οι διαθέσιμες μετρήσεις μπορεί να είναι οποιαδήποτε.

Η δεύτερη μέθοδος συγχώνευσης δεδομένων είναι αυτή της σταθμισμένης μέτρησης που περιγράφεται αναλυτικά στην Ενότητα 2.5.5. Σκοπός της μεθόδου είναι να υπολογιστεί ένα ενιαίο μοντέλο μέτρησης το οποίο θα προκύπτει σταθμίζοντας με κάποιο κριτήριο όλες τις διαθέσιμες μετρήσεις από τους αισθητήρες.

Το ενιαίο μοντέλο μέτρησης προκύπτει από τις εξισώσεις :

$$R_{k'} = \left[R_{k'}^{(c)-1} + R_{k'}^{(o)-1} \right]^{-1}$$

$$H_{k'} = R_{k'} \cdot \left[R_{k'}^{(c)-1} H + R_{k'}^{(o)-1} H \right]$$
(4.46)

$$z_{k'} = R_{k'} \cdot \left[R_{k'}^{(c)-1} z_{k'}^{(c)} + R_{k'}^{(o)-1} z_{k'}^{(o)} \right]$$

Στην συνέχεια με βάση το νέο μοντέλο μέτρησης που υπολογίστηκε μπορούν να εφαρμοστούν οι εξισώσεις ανανέωσης μέτρησης του EKF στην κλασική τους μορφή :

$$K_{k'} = P_{k'}(-) H_{k'}^T \left(H_{k'} P_{k'}(-) H_{k'}^T + R_{k'} \right)^{-1}$$

$$\widehat{x}_{k'}(+)= \widehat{x}_{k'}(-) + K_{k'} \left(z_{k'} - H_{k'} \widehat{x}_{k'}(-) \right)$$
(4.47)

$$P_{k'}(+)= \left(I - K_{k'} H_{k'} \right) P_{k'}(-)$$

Στην παραπάνω ανάλυση έχουμε υποθέσει ότι οι μετρήσεις γίνονται άμεσα διαθέσιμες για αξιοποίηση από το φίλτρο Kalman. Όμως όπως είχε αναφερθεί αρχικά οι μετρήσεις που έρχονται από την κάμερα έχουν κάποια χρονική καθυστέρηση. Το πρόβλημα αυτό αντιμετωπίζεται στην συνέχεια.

4.3.6 Μετρήσεις με χρονική καθυστέρηση

Η μέτρηση της θέσης και του προσανατολισμού από την κάμερα γίνεται μετά από επεξεργασία της εικόνας από ειδικούς αλγορίθμους. Ο χρόνος της επεξεργασίας καθώς και ο χρόνος αποστολής των δεδομένων μέσω ασύρματης επικοινωνίας από το σύστημα της κάμερα στο ρομπότ προκαλεί σημαντική χρονική καθυστέρηση της μέτρησης.

Η χρονική καθυστέρηση αναφέρεται στο διάστημα μεταξύ της χρονικής στιγμής που τραβήχτηκε η φωτογραφία και της χρονικής στιγμής που η μέτρηση είναι διαθέσιμη για αξιοποίηση από το φίλτρο και εκτιμάται γύρω στα 0.3s . Μέσα σε αυτό το χρονικό διάστημα εκτελούνται πολλές επαναλήψεις του φίλτρου καθώς αυτό λειτουργεί με την συχνότητα των οπτικών αισθητήρων. Για να μπορεί να αξιοποιηθεί η καθυστερημένη μέτρηση το φίλτρο που έχει σχεδιαστεί μέχρι τώρα θα τροποποιηθεί με βάση την μέθοδο που αναπτύχθηκε στο Κεφ. 2.6.

Αρχικά υποθέτουμε ότι έχουμε μία μέτρηση από την κάμερα η οποία έγινε την χρονική στιγμή s αλλά εξαιτίας της χρονικής καθυστέρησης είναι διαθέσιμη την χρονική στιγμή k την οποία την συμβολίζουμε με $z_k^{(c)*}$. Επίσης θεωρούμε πρώτον ότι η περίοδος της χρονικής καθυστέρησης $N = k - s$ είναι γνωστή και σταθερή και δεύτερον ότι ο πίνακας συνδιακύμανσης του σφάλματος της μέτρησης $z_k^{(c)*}$ είναι γνωστός την χρονική στιγμή s και συμβολίζεται με $R_s^{(c)*}$.

Την χρονική στιγμή s δημιουργούμε ένα παράλληλο φίλτρο το οποίο λειτουργεί όμοια με αυτό που έχει σχεδιαστεί μέχρι τώρα. Το κύριο φίλτρο λαμβάνει μετρήσεις μόνο από τους οπτικούς αισθητήρες και εκτελεί τις εξισώσεις του EKF για την περίπτωση που έχουμε μέτρηση μόνο από έναν αισθητήρα.

Στο παράλληλο φίλτρο την χρονική στιγμή s παρόλο που η μέτρηση $z_k^{(c)*}$ δεν είναι γνωστή χρησιμοποιούνται οι εξισώσεις συγχώνευσης δεδομένων για τον υπολογισμό του κέρδους Kalman και του πίνακα συνδιακύμανσης. Με αυτόν τον τρόπο την χρονική στιγμή k όπου γίνεται διαθέσιμη η μέτρηση $z_k^{(c)*}$ μπορεί να συγχωνευτεί στο παράλληλο φίλτρο κανονικά με τις εξισώσεις (4.40) ή (4.46),(4.47). Στη συνέχεια, στην εκτίμηση κατάστασης την χρονική στιγμή k πρέπει να προστεθεί η ποσότητα :

$$\delta \hat{x}_k = M_* K_s \left(z_k^{(c)*} - H \hat{x}_s \right) \quad (4.48)$$

Αν η καθυστέρηση είναι μηδενική ο πίνακας M_* είναι μοναδιαίος. Για $N > 0$ το M_* υπολογίζεται από την σχέση :

$$M_* = \prod_{i=0}^{N-1} (I - K'_{k-i} \cdot H_{k-i}) \cdot \Phi_{k-i-1} \quad (4.49)$$

Το σύμβολο K'_{k-i} σημαίνει ότι τα κέρδη Kalman σε κάθε βήμα στο παράλληλο φίλτρο έχουν υπολογιστεί μετά από χρήση του πίνακα συνδιακύμανσης $R_s^{(c)*}$ της καθυστερημένης μέτρησης, στην εκτέλεση των εξισώσεων την χρονική στιγμή s .

Όλες τις χρονικές στιγμές εκτός από την χρονική στιγμή k το κανονικό φίλτρο υπολογίζει τις σωστές εκτιμήσεις της κατάστασης και του πίνακα συνδιακύμανσης του σφάλματος, ενώ την χρονική στιγμή k οι σωστές εκτιμήσεις βρίσκονται στο παράλληλο φίλτρο. Η μέθοδος αυτή εγγυάται βέλτιστη απόδοση του φίλτρου σε όλη την διάρκεια λειτουργίας του.

4.4 Μοντέλο Simulink

4.4.1 Συνολικό Μοντέλο

Για την μελέτη του αλγορίθμου που αναπτύχθηκε στις προηγούμενες ενότητες δημιουργήθηκε μοντέλο στο Simulink / Matlab R2012b. Το μοντέλο αποτελείται από ένα αρχείο Simulink με όνομα :

- “EKF_simulationmodel_Final.mdl”

Σημειώνεται ότι για την δημιουργία του μοντέλου δεν χρησιμοποιήθηκαν άλλα εξωτερικά αρχεία Matlab. Ο προγραμματισμός έγινε με χρήση των “Matlab Function block” του Simulink τα οποία επιτρέπουν την απευθείας εισαγωγή κώδικα στο μοντέλο. Κύριο χαρακτηριστικό τους είναι η παραγωγή κώδικα C για κάθε block που συμπεριλαμβάνεται στο μοντέλο. Αυτό επιτρέπει την εύκολη αυτόματη μετατροπή ολόκληρου του μοντέλου σε εκτελέσιμο πρόγραμμα γραμμένο σε γλώσσα προγραμματισμού C.

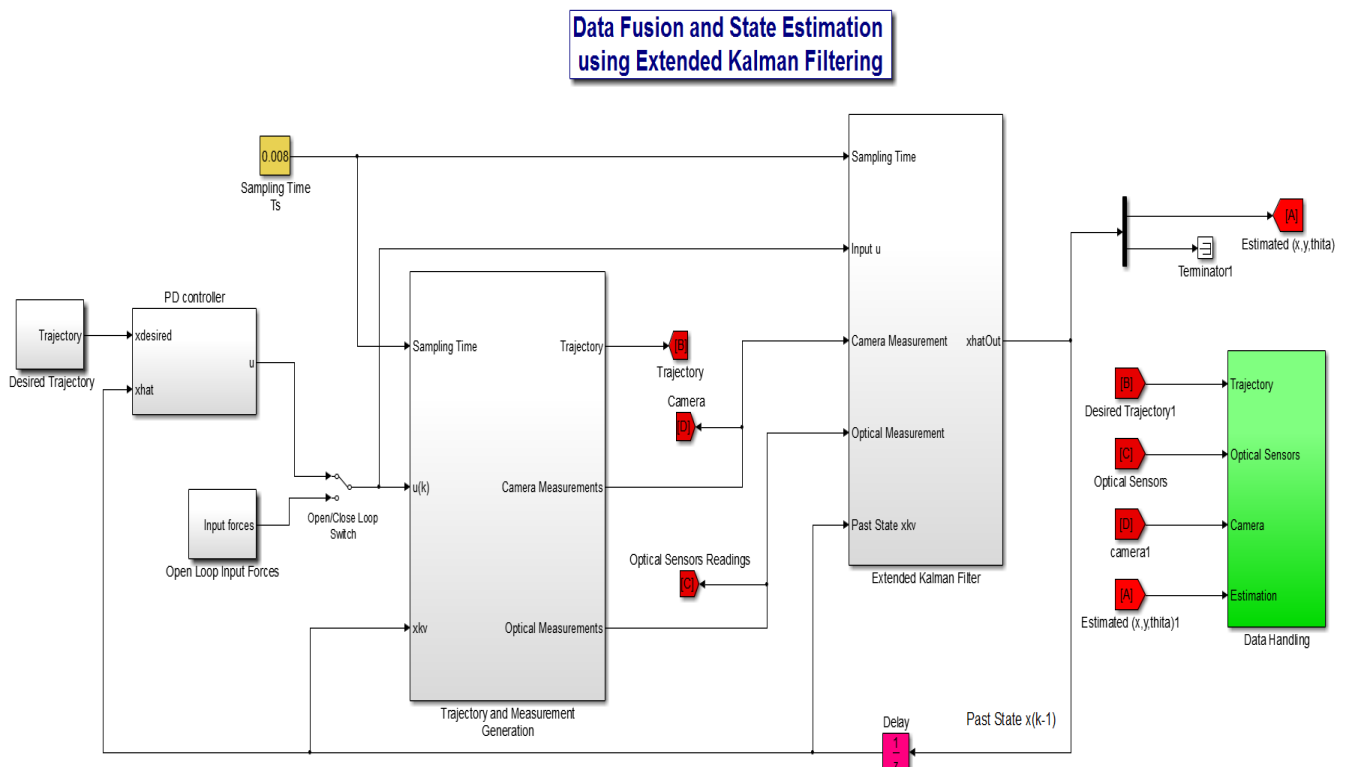
Για να εκτελεστεί η προσομοίωση και να τρέξει το μοντέλο πρέπει να υπάρχει στον υπολογιστή εγκατεστημένος ένας από τους C compiler που υποστηρίζει η Matlab για αυτόματη παραγωγή κώδικα. Μετά την εγκατάσταση του πρέπει να οριστεί ως default compiler μέσα στο περιβάλλον της Matlab. Αυτό γίνεται με την εντολή “**mex -setup**” στο command window της Matlab.

Το μοντέλο είναι αποκλειστικά σε διακριτό χρόνο και δεν περιλαμβάνει συστήματα και εξισώσεις σε συνεχή χρόνο. Για αυτό το λόγο στις παραμέτρους του μοντέλου επιλέχθηκε τύπος επιλύτη “Fixed Step” με επιλύτη “Discrete (no continuous states)”. Ο χρόνος δειγματοληψίας, όπως έχει αναφερθεί και στο Κεφάλαιο 4.3, ρυθμίζεται ίσως με τον χρόνο

δειγματοληψίας των οπτικών αισθητήρων. Με αυτόν τον τρόπο διασφαλίζεται ότι θα υπάρχει εκτίμηση του διανύσματος κατάστασης κάθε φορά που υπάρχει διαθέσιμη μέτρηση από τους οπτικούς αισθητήρες.

Το συνολικό μοντέλο φαίνεται στο Σχήμα 4-2 και περιλαμβάνει έξι υποσυστήματα :

- Υποσύστημα υπολογισμού τροχιάς και προσομοίωσης μετρήσεων αισθητήρων
- Υποσύστημα Extended Kalman Filter
- Υποσύστημα υπολογισμού επιθυμητής τροχιάς και υποσύστημα PD controller για προσομοιώσεις κλειστού βρόχου
- Υποσύστημα υπολογισμού διανύσματος εισόδου u_k για προσομοιώσεις ανοιχτού βρόχου
- Υποσύστημα επεξεργασίας δεδομένων



Σχήμα 4-2. Συνολικό Μοντέλο Simulink.

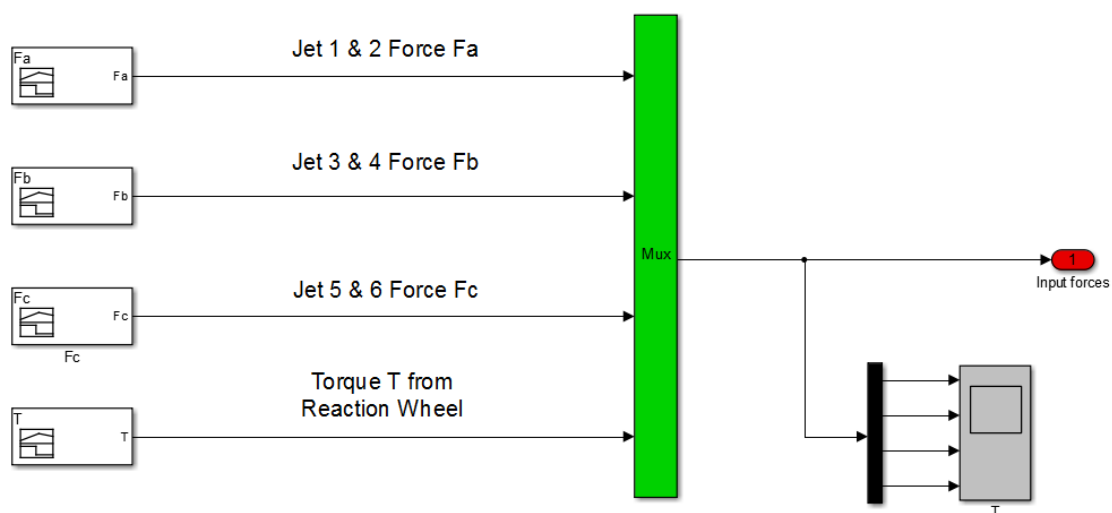
Στο μοντέλο υπάρχει η επιλογή να γίνουν προσομοιώσεις είτε ανοιχτού βρόχου είτε κλειστού βρόχου. Στην πρώτη περίπτωση το διάνυσμα εισόδου \mathbf{u}_k , που περιλαμβάνει τις δυνάμεις των προωθητήρων και την ροπή του σφονδύλου αντίδρασης, καθορίζεται από την αρχή ενώ στην δεύτερη περίπτωση υπολογίζεται στο υποσύστημα του PD controller συγκρίνοντας την επιθυμητή τροχιά με την εκτιμώμενη τροχιά για να προκύψει το σφάλμα.

Στο επόμενο υποσύστημα υπολογίζεται η τροχιά του ρομπότ με βάση το μοντέλο του συστήματος και προσομοιώνονται οι μετρήσεις των αισθητήρων με την προσθήκη θορύβου στην υπολογιζόμενη τροχιά.

Τέλος με βάση τον διάνυσμα εισόδου \mathbf{u}_k , την εκτίμηση του διανύσματος κατάστασης την προηγούμενη χρονική στιγμή και τις προσομοιωμένες μετρήσεις των αισθητήρων υπολογίζεται στο υποσύστημα του EKF η εκτίμηση του διανύσματος κατάστασης την επόμενη χρονική στιγμή. Στο μοντέλο υπάρχει και ένα ακόμα υποσύστημα για την επεξεργασία των αποτελεσμάτων.

4.4.2 Υποσύστημα διανύσματος εισόδου \mathbf{u}_k

Το υποσύστημα αυτό χρησιμοποιείται στην περίπτωση προσομοιώσεων ανοιχτού βρόχου. Με χρήση του «Signal Builder» κατασκευάζεται το σήμα εισόδου $\mathbf{u}_k = [F_{a,k} \ F_{b,k} \ F_{c,k} \ T_k]^T$ για όλη την διάρκεια της προσομοίωσης (Σχήμα 4-3)

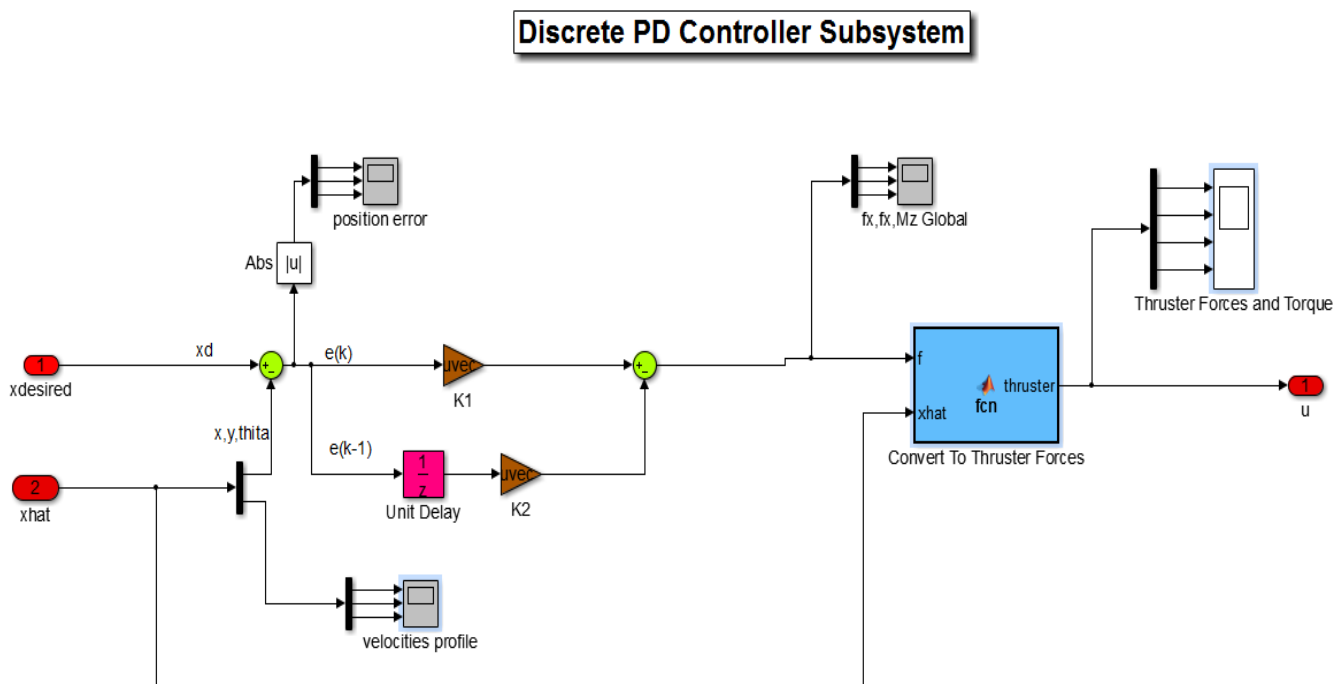


Σχήμα 4-3. Υποσύστημα Εξωτερικών δυνάμεων και ροπών.

4.4.3 Υποσύστημα επιθυμητής τροχιάς και PD Controller

Στο πλαίσιο της μελέτης της συμπεριφοράς του φίλτρου που αναπτύχθηκε στο μοντέλο προστέθηκε και ένας απλός ελεγκτής τύπου PD για την προσομοίωση του συστήματος σε λειτουργία κλειστού βρόχου.

Αρχικά ορίζεται η επιθυμητή τροχιά και στην συνέχεια συγκρίνεται με την εκτιμώμενη τροχιά για να προκύψει το σφάλμα και να γίνει ο έλεγχος. Το υποσύστημα του PD controller φαίνεται στο Σχήμα 4-4



Σχήμα 4-4. Υποσύστημα Ελεγκτή PD.

Ο σχεδιασμός του ελεγκτή τύπου PD θα γίνει με βάση το απλοποιημένο δυναμικό μοντέλο του ρομπότ. Οι εξισώσεις που το περιγράφουν, αγνοώντας την δυναμική των βραχιόνων είναι :

$$\begin{aligned}
 M \cdot a_x &= M \cdot \ddot{x} = F_x \\
 M \cdot a_y &= M \cdot \ddot{y} = F_y \\
 J \cdot \ddot{\theta} &= M_z
 \end{aligned}
 \tag{4.50}$$

Η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος εκτελώντας τον μετασχηματισμό Laplace είναι της μορφής :

$$\begin{aligned}
P_x(s) &= \frac{X(s)}{F_x(s)} = \frac{1}{Ms^2} \\
P_y(s) &= \frac{Y(s)}{F_y(s)} = \frac{1}{Ms^2} \\
P_\theta(s) &= \frac{\Theta(s)}{M_z(s)} = \frac{1}{Js^2}
\end{aligned}
\tag{4.51}$$

Η συνάρτηση μεταφοράς του ελεγκτή PD είναι της μορφής :

$$C(s) = K_p + K_s \cdot s \tag{4.52}$$

Από τις Εξισώσεις (4.51),(4.52) υπολογίζεται η εξίσωση μεταφοράς κλειστού βρόχου ως εξής :

$$G(s) = \frac{PC}{1+PC} = \frac{K_d s + K_p}{As^2 + K_d s + K_p} \tag{4.53}$$

Όπου $A = M$ or J ανάλογα με το αν αναφέρεται στην συνάρτηση μεταφοράς των μεταβλητών θέσης x, y ή της μεταβλητής της γωνίας προσανατολισμού θ .

Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του συστήματος είναι :

$$s^2 + \frac{K_d}{A}s + \frac{K_p}{A} \tag{4.54}$$

Με την υπόθεση ότι το επιθυμητό χαρακτηριστικό πολυώνυμο είναι της μορφής :

$$s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2 \tag{4.55}$$

Τα κέρδη ελέγχου υπολογίζονται από τις σχέσεις :

$$\begin{aligned}
K_p &= \omega_0^2 A \\
K_d &= 2\zeta\omega_0 A
\end{aligned}
\tag{4.56}$$

Με την επιλογή του συντελεστή απόσβεσης ζ και της ιδιοσυχνότητας ω_0 οι πόλοι του συστήματος μπορούν να τοποθετηθούν έτσι ώστε να επιτευχθεί η επιθυμητή απόκριση του συστήματος.

Στην συγκεκριμένη εφαρμογή θα επιλεχθεί $\zeta = 1$ για αποφυγή ταλαντώσεων. Ο χρόνος αποκατάστασης για $\zeta = 1$ υπολογίζεται από την σχέση

$$\tau_s = \frac{6}{\omega_0} \quad (4.57)$$

Για χρόνο αποκατάστασης $\tau_s = 1 \text{ s}$ προκύπτει

$$\omega_0 = 6 \text{ rad/s} \quad (4.58)$$

Με δεδομένες τις παραμέτρους του συστήματος:

$$\begin{aligned} M &= 15 \text{ kg} \\ J &= 0.16875 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\ \zeta &= 1 \\ \omega_0 &= 6 \text{ rad/s} \end{aligned} \quad (4.59)$$

υπολογίζονται και τα κέρδη ελέγχου με βάση την (4.56)

$$\begin{aligned} K_{px} &= K_{py} = 540 \\ K_{dx} &= K_{dy} = 180 \\ K_{p\theta} &= 6.075 \\ K_{d\theta} &= 2.025 \end{aligned} \quad (4.60)$$

Για την υλοποίηση του ελεγκτή PD στο μοντέλο Simulink πρέπει να διαμορφωθεί στην διακριτή του μορφή. Η εξίσωση διακριτού χρόνου προκύπτει μετά την εφαρμογή του μετασχηματισμού Z στην κλασσική εξίσωση του ελεγκτή PD.

$$\frac{U(z)}{E(z)} = K_p + K_d(1 - z^{-1}) \quad (4.61)$$

Μετασχηματίζοντας την παραπάνω εξίσωση προκύπτει :

$$U(z) = \left[(K_p + K_d) - K_d z^{-1} \right] E(z) \quad (4.62)$$

Η οποία μπορεί να μετασχηματιστεί εύκολα σε εξίσωση διαφορών ως εξής :

$$u_k = (K_p + K_d)e_k - K_d e_{k-1} \quad (4.63)$$

Επισημαίνεται ότι το σφάλμα ορίζεται ως η διαφορά της θέσης και προσανατολισμού της επιθυμητής τροχιάς από την εκτίμηση της θέσης και προσανατολισμού που προκύπτει από τον φίλτρο Kalman

$$e_k = \begin{bmatrix} x_{k,desired} \\ y_{k,desired} \\ \theta_{k,desired} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{x}_k \\ \hat{y}_k \\ \hat{\theta}_k \end{bmatrix} \quad (4.64)$$

Το διάνυσμα εισόδου u_k που υπολογίζεται είναι το διάνυσμα των δυνάμεων και ροπών

$$u_k = \mathbf{F}_k = \begin{bmatrix} F_{x,k} & F_{y,k} & M_{z,k} \end{bmatrix}^T \quad (4.65)$$

Τέλος το διάνυσμα αυτό πρέπει να μετασχηματιστεί στην μορφή

$$\mathbf{u}_k = \begin{bmatrix} F_{a,k} & F_{b,k} & F_{c,k} & T_k \end{bmatrix}^T \quad (4.66)$$

Έτσι ώστε να υπολογιστούν οι δυνάμεις που πρέπει να ασκηθούν από το κάθε ζεύγος προωθητήρων και η ροπή του σφονδύλου αντίδρασης την χρονική στιγμή k . Ο μετασχηματισμός αυτός γίνεται με την αντιστροφή της Εξίσωσης (4.19).

Οι δυνάμεις και οι ροπές που προκύπτουν πρέπει να ελεγχθούν ότι τηρούν τους περιορισμούς της μέγιστης δύναμης που μπορούν να δώσουν οι προωθητήρες και της μέγιστης ροπής που μπορεί να δώσει ο σφόνδυλος αντίδρασης.

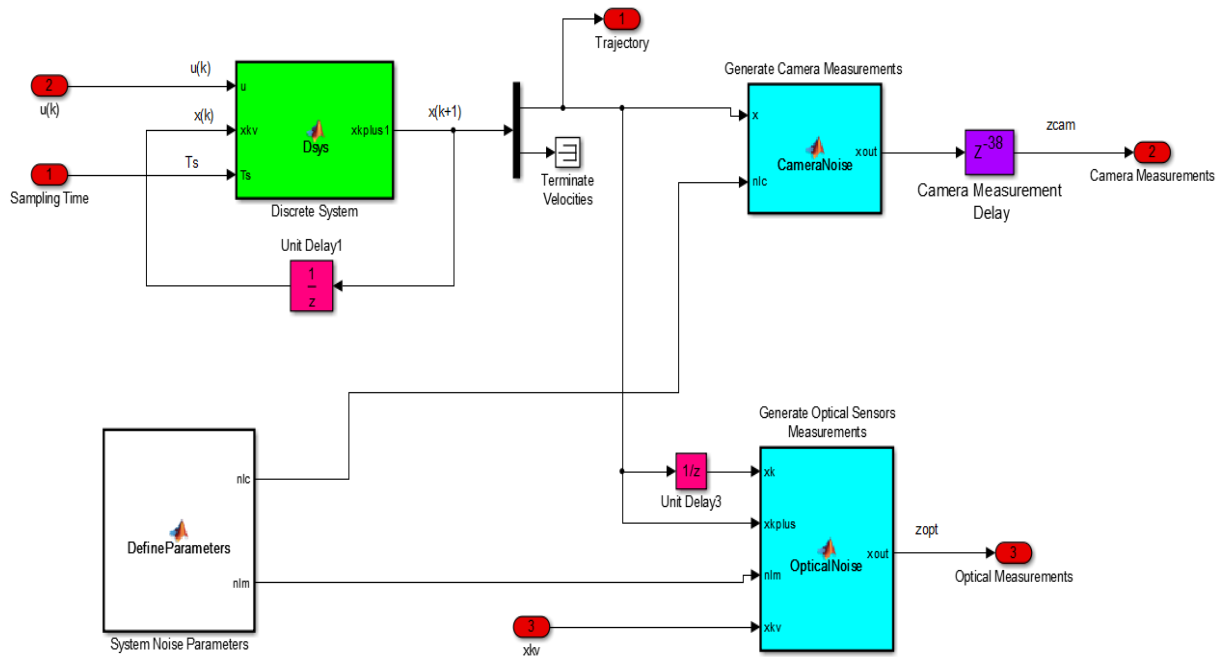
Οι υπολογισμοί που αναφέρθηκαν παραπάνω γίνονται στο Embedded Matlab block του υποσυστήματος PD controller με όνομα «Convert to Thruster Forces». Αναλυτικές πληροφορίες για τους περιορισμούς και την διαμόρφωση των εξισώσεων μπορούν να βρεθούν στο [3].

4.4.4 Υποσύστημα υπολογισμού τροχιάς και προσομοίωσης μετρήσεων αισθητήρων

Το σύστημα παρουσιάζεται στο Σχήμα 4-5. Είσοδοι του συστήματος είναι η μεταβλητή του χρόνου δειγματοληψίας T_s , το διάνυσμα εισόδου \mathbf{u}_k και η εκτίμηση του διανύσματος κατάστασης της προηγούμενη χρονική στιγμή. Η μεταβλητή του χρόνου δειγματοληψίας πρέπει να οριστεί ίδια με τον χρόνο δειγματοληψίας του συνολικού μοντέλου που έχει οριστεί στις ρυθμίσεις του επιλύτη.

Για τον υπολογισμό της τροχιάς, του το διάνυσμα εισόδου \mathbf{u}_k και εισάγεται στο “Matlab Function block” “Dsys” όπου υπολογίζεται κάθε χρονική στιγμή το επιθυμητό διάνυσμα κατάστασης $\mathbf{x}_{k,desired}$ χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις του συστήματος όπως διαμορφώθηκαν στην διακριτή τους μορφή στην Εξ. (4.27).

Trajectory and Measurement Generation



Σχήμα 4-5. Υποσύστημα παραγωγής επιθυμητής τροχιάς και μετρήσεων αισθητήρων.

Η προσομοίωση των μετρήσεων των αισθητήρων γίνεται με την προσθήκη λευκού θορύβου, μηδενικής μέσης τιμής στην υπολογιζόμενη τροχιά.

Η κάμερα είναι απόλυτος αισθητήρας και παρέχει κάθε περίοδο δειγματοληψίας μέτρηση θέσης και προσανατολισμού μετά από επεξεργασία της εικόνας με βάση την εφαρμογή που διαμορφώθηκε στο Κεφάλαιο 3.5. Τα σφάλματα που προκύπτουν όπως έχει αναφερθεί σε προηγούμενα κεφάλαια οφείλονται στην εναπομένονσα παραμόρφωση, σε σφάλματα μοντελοποίησης στον μετασχηματισμό συντεταγμένων και σε γενικότερα σφάλματα στην αναγνώριση της θέσης των LED.

Για την μοντελοποίηση του σφάλματος και την προσομοίωση των μετρήσεων της κάμερας προστίθεται στην υπολογιζόμενη τροχιά (x_k, y_k, θ_k) μία τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί γκαουσιανή κατανομή με μηδενική μέση τιμή :

$$z_k^{(c)} = \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ \theta_k \end{bmatrix} + v_k^{(c)} \quad (4.67)$$

Η τυπική απόκλιση της τυχαίας μεταβλητής $v_k^{(e)}$ προκύπτει από πειραματικά δεδομένα. Περισσότερες πληροφορίες για την εύρεση της τυπικής απόκλισης θα παρουσιαστούν στο Κεφάλαιο 5.

Σημειώνεται ότι μετά την προσθήκη της τυχαίας μεταβλητής χρησιμοποιείται ένα block καθυστέρησης σήματος για να προσομοιαστεί η καθυστέρηση που προκύπτει από την επεξεργασία της εικόνας και την ασύρματη επικοινωνία με το ρομπότ.

Οι οπτικοί αισθητήρες είναι σχετικοί αισθητήρες και παρέχουν κάθε περίοδο δειγματοληψίας την μετατόπιση και την αλλαγή προσανατολισμού σε σχέση με την προηγούμενη χρονική στιγμή. Ο θόρυβος της κάθε μέτρησης που εμφανίζεται λόγω σφαλμάτων θεωρείται λευκός, ακολουθεί κανονική κατανομή και είναι ανεξάρτητος από την προηγούμενη μέτρηση. Η θέση και ο προσανατολισμός του ρομπότ σε μία χρονική στιγμή προκύπτει από την άθροιση των μετατοπίσεων που καταγράψαν οι αισθητήρες τις προηγούμενες χρονικές στιγμές. Αυτό προκαλεί το σφάλμα να αθροίζεται και να αυξάνεται συνεχώς με τον χρόνο.

Στο συγκεκριμένο μοντέλο για την προσομοίωση των μετρήσεων των οπτικών αισθητήρων, υπολογίζονται τα ιδανικά $(dx_k, dy_k, d\theta_k)$ και σε αυτά προστίθεται μία τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί κανονική κατανομή με μηδενική μέση τιμή. Η τελική μέτρηση προκύπτει προσθέτοντας αυτήν την ποσότητα στην εκτίμηση θέσης της προηγούμενης χρονικής στιγμής.

$$z_k^{(o)} = \begin{bmatrix} \hat{x}_{k-1}(+) \\ \hat{y}_{k-1}(+) \\ \hat{\theta}_{k-1}(+) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dx_k \\ dy_k \\ d\theta_k \end{bmatrix} + v_k^{(o)} \quad (4.68)$$

Η τυπική απόκλιση της τυχαίας μεταβλητής $v_k^{(o)}$ προκύπτει από πειραματικά δεδομένα. Περισσότερες πληροφορίες για την εύρεση της τυπικής απόκλισης θα παρουσιαστούν στο Κεφάλαιο 5.

Στο υποσύστημα υπάρχει ακόμα ένα Matlab Function block με όνομα System Noise Parameters για εύκολη ρύθμιση και αλλαγή του μεγέθους του θορύβου των αισθητήρων. Αυτό επιτυγχάνεται με αυξομείωση της τυπικής απόκλισης του σφάλματος για την κάμερα και τους οπτικούς αισθητήρες.

4.4.5 Υποσύστημα Extended Kalman Filter

Το υποσύστημα του Extended Kalman Filter υλοποιεί ουσιαστικά των αλγόριθμο εκτίμησης θέσης και συγχώνευσης δεδομένων που αναπτύχθηκε στο Κεφ. 4.3. Είσοδοι του συστήματος είναι :

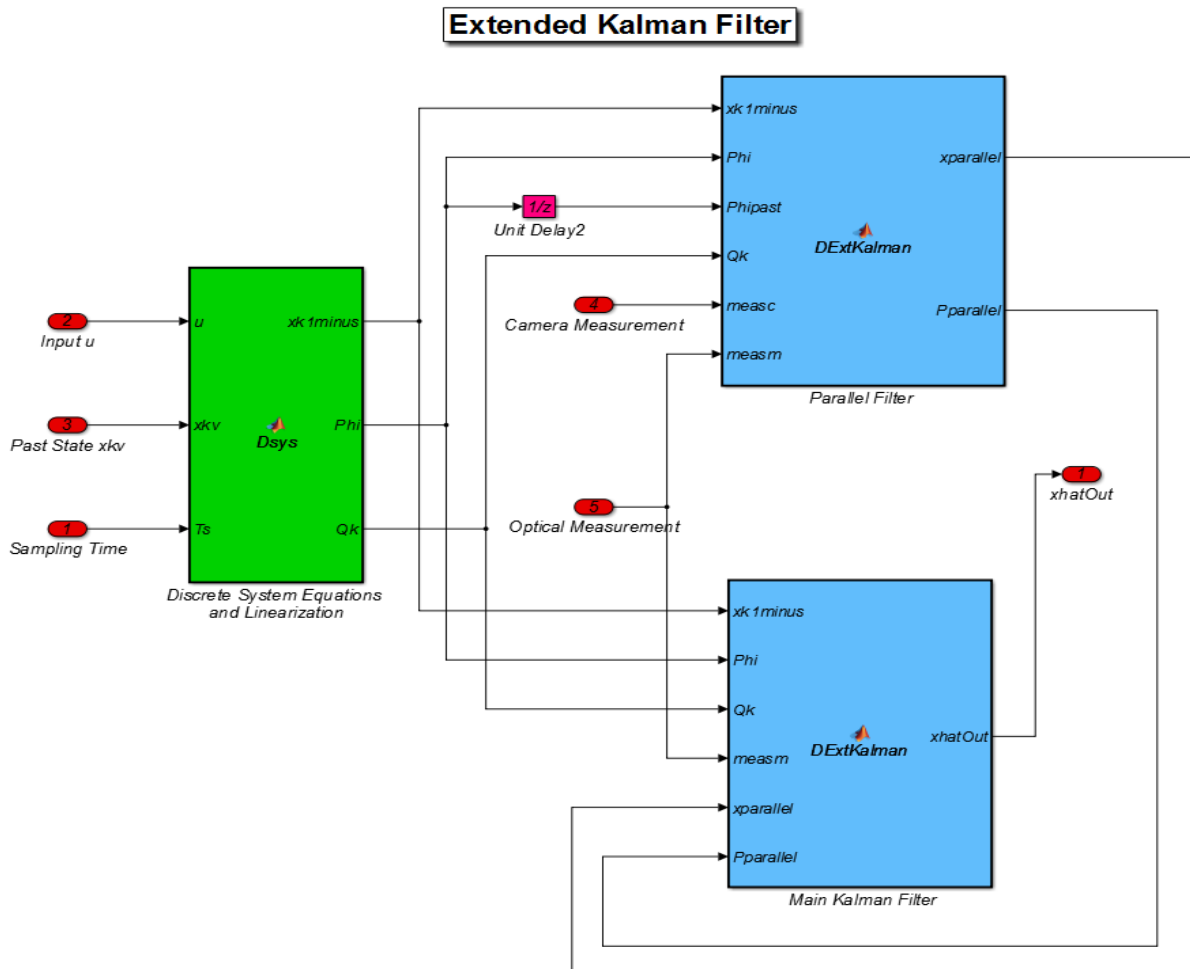
- Η μεταβλητή που καθορίζει τον χρόνο δειγματοληψίας T_s
- Το διάνυσμα ελέγχου $\mathbf{u}_k = [F_{a,k} \quad F_{b,k} \quad F_{c,k} \quad T_k]^T$, όπως υπολογίστηκε από τον ελεγκτή PD για την χρονική στιγμή k
- Η εκτίμηση του διανύσματος κατάστασης $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}(+)$ της προηγούμενης χρονικής στιγμής $k-1$
- Η μέτρηση των οπτικών αισθητήρων $z_k^{(o)}$ που αναφέρεται στην χρονική στιγμή k
- Η μέτρηση της κάμερας $z_k^{(c)*}$ που είναι διαθέσιμη την χρονική στιγμή k αλλά εξαιτίας της χρονικής καθυστέρησης αναφέρεται σε μία χρονική στιγμή s στο παρελθόν.

Έξοδος του συστήματος είναι η εκτίμηση του διανύσματος κατάστασης $\hat{\mathbf{x}}_k(+)$ που αναφέρεται στην χρονική στιγμή k . Το σύστημα παρουσιάζεται στο Σχήμα 4-6.

Στο Matlab Function block με όνομα “Discrete System Equations and Linearization” με βάση το διάνυσμα εισόδου \mathbf{u}_k και την εκτίμηση του διανύσματος κατάστασης $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}(+)$ της προηγούμενης χρονικής στιγμής $k-1$ υπολογίζονται :

- Η αρχική πρόβλεψη της κατάστασης του συστήματος $\hat{\mathbf{x}}_k(-) = f_{k-1}(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1})$ την χρονική στιγμή k με βάση την Εξ. (4.27)
- Η Ιακωβιανή A_{k-1} της $f(\cdot)$, που προκύπτει από την γραμμικοποίηση της γύρω από την τελική εκτίμηση της κατάστασης $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}(+)$ την προηγούμενη χρονική $k-1$ με βάση τις Εξ. (4.36), (4.37) και (4.38)
- Ο πίνακα συνδιακύμανσης Q_k

Τα μεγέθη που υπολογίστηκαν παραπάνω χρησιμοποιούνται στην συνέχεια στο κεντρικό φίλτρο Kalman (Main Kalman Filter) και στο παράλληλο (Parallel Filter).



Σχήμα 4-6. Υποσύστημα Extended Kalman Filter.

Main Kalman Filter

Το κεντρικό φίλτρο λαμβάνει μετρήσεις μόνο από τους οπτικούς αισθητήρες και εκτελεί τις εξισώσεις του EKF για την περίπτωση που υπάρχει διαθέσιμη μέτρηση μόνο από έναν αισθητήρα.

Την πρώτη φορά που τρέχει ο κώδικα ορίζονται οι εξής μεταβλητές

- Η αρχική αβεβαιότητα $P_0(+)$ την χρονική στιγμή 0
- Ο πίνακα συνδιακύμανσης $R_k^{(o)}$ των οπτικών αισθητήρων ο οποίος παραμένει σταθερός για όλη την διάρκεια της προσομοίωσης και ο υπολογισμός του βασίζεται σε πειραματικές παρατηρήσεις.

Στην συνέχεια ορίζεται ένας μετρητής για να προσομοιώσει την ένδειξη ύπαρξης ή όχι μέτρησης από την κάμερα.

Στην περίπτωση που δεν υπάρχει διαθέσιμη μέτρηση από την κάμερα εκτελούνται οι εξής υπολογισμοί :

1. Υπολογισμός της συνδιακύμανσης της πρόβλεψης $\hat{\mathbf{x}}_k(-)$

$$P_k(-) = A_{k-1}P_{k-1}(+)A_{k-1}^T + Q_{k-1} \quad (4.69)$$

2. Υπολογισμός του κέρδους Kalman :

$$K_k = P_k(-)H^T \left(HP_k(-)H^T + R_k^{(o)} \right)^{-1} \quad (4.70)$$

3. Υπολογισμός της τελικής πρόβλεψη της κατάστασης :

$$\hat{\mathbf{x}}_k(+) = \hat{\mathbf{x}}_k(-) + K_k \left(z_k^{(o)} - H\hat{\mathbf{x}}_k(-) \right) \quad (4.71)$$

4. Υπολογισμός του τελικού πίνακα συνδιακύμανσης αυτής της πρόβλεψης :

$$P_k(+) = (I - K_k H) P_k(-) \quad (4.72)$$

Στην περίπτωση που υπάρχει διαθέσιμη μέτρηση από την κάμερα ως τελική πρόβλεψη της κατάστασης και του πίνακα συνδιακύμανσης ορίζονται αυτά που υπολογίστηκαν από το παράλληλο φίλτρο

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_k(+) &= \hat{\mathbf{x}}_k(+)_parallel \\ P_k(+) &= P_k(+)_parallel \end{aligned} \quad (4.73)$$

Παράλληλο Φίλτρο

Το παράλληλο φίλτρο λαμβάνει μετρήσεις από τους οπτικούς αισθητήρες και από την κάμερα και εκτελεί τις εξισώσεις του EKF με συγχώνευση δεδομένων και καθυστερημένη μέτρηση.

Σύμφωνα με όσο αναφέρθηκαν στο Κεφ. 4.3.6 το παράλληλο φίλτρο πρέπει να λειτουργεί την περίοδο της χρονικής καθυστέρησης. Στην συγκεκριμένη περίπτωση όμως η χρονική καθυστέρηση είναι τόσο μεγάλη που ταυτίζεται με τον χρόνο δειγματοληψίας της κάμερας. Αυτό σημαίνει ότι η χρονική στιγμή s που θα έπρεπε να είναι διαθέσιμη η πιο πρόσφατη μέτρηση της κάμερας ταυτίζεται με την χρονική στιγμή που γίνεται διαθέσιμη η προηγούμενη μέτρηση της κάμερας. Σύμφωνα με αυτήν την παρατήρηση το παράλληλο φίλτρο λειτουργεί κάθε χρονική στιγμή.

Ομοίως με το κεντρικό φίλτρο την πρώτη φορά που τρέχει ο κώδικας ορίζονται οι εξής μεταβλητές

- Η αρχική αβεβαιότητα $P_0(+)$ την χρονική στιγμή 0
- Ο πίνακα συνδιακύμανσης $R_k^{(o)}$ των οπτικών αισθητήρων και ο πίνακας συνδιακύμανσης $R_k^{(c)}$ της κάμερας, οι οποίοι παραμένουν σταθεροί για όλη την διάρκεια της προσομοίωσης και ο υπολογισμός τους βασίζεται σε πειραματικές παρατηρήσεις.
- Ένας μετρητής για να προσομοιώσει την ένδειξη ύπαρξης ή όχι μέτρησης από την κάμερα.
- Οι αρχικές συνθήκες των μεταβλητών που χρησιμοποιούνται για την ενσωμάτωση μετρήσεων με χρονική καθυστέρηση x_s , K_s και M_* .

Σε αυτό το φίλτρο διακρίνονται δύο περιπτώσεις λειτουργίας.

Η πρώτη περίπτωση αναφέρεται στην χρονική στιγμή στην οποία έγινε η πιο πρόσφατη μέτρηση της κάμερας και ταυτοχρόνως γίνεται διαθέσιμη η προηγούμενη καθυστερημένη μέτρηση. Σε αυτήν την χρονική στιγμή ανανεώνουμε τις εξισώσεις και με χρήση του πίνακα συνδιακύμανσης $R_k^{(c)}$ της κάμερας αλλά και με χρήση της καθυστερημένης μέτρησης $z_{k'}^{(c)}$.

Αναλυτικότερα εκτελούνται οι παρακάτω εξισώσεις :

1. Υπολογισμός της συνδιακύμανσης της πρόβλεψης $\hat{x}_k(-)$

$$P_k(-) = A_{k-1}P_{k-1}(+)A_{k-1}^T + Q_{k-1} \quad (4.74)$$

2. Υπολογισμός του ενιαίου μοντέλου μέτρησης

$$R_{k'} = [R_{k'}^{(c)-1} + R_{k'}^{(o)-1}]^{-1}$$

$$H_{k'} = R_{k'} \cdot [R_{k'}^{(c)-1}H + R_{k'}^{(o)-1}H] \quad (4.75)$$

$$z_{k'} = R_{k'} \cdot [R_{k'}^{(c)-1}z_{k'}^{(c)} + R_{k'}^{(o)-1}z_{k'}^{(o)}]$$

3. Υπολογισμός του όρου που πρέπει να προστεθεί για την ενσωμάτωση της μέτρησης με χρονική καθυστέρηση

$$\delta \hat{x}_k = M_* K_s \left(z_k^{(c)*} - H \hat{x}_s \right) \quad (4.76)$$

4. Υπολογισμός του κέρδους Kalman, της τελική πρόβλεψη της κατάστασης και του τελικού πίνακας συνδιακύμανσης:

$$K_{k'} = P_{k'}(-) H_{k'}^T \left(H_{k'} P_{k'}(-) H_{k'}^T + R_{k'} \right)^{-1}$$

$$\hat{x}_{k'}(+)=\hat{x}_{k'}(-)+K_{k'}\left(z_{k'}-H_{k'}\hat{x}_{k'}(-)\right)+\delta \hat{x}_k \quad (4.77)$$

$$P_{k'}(+)=\left(I-K_{k'} H_{k'}\right) P_{k'}(-)$$

5. Αποθηκεύονται η εκτίμηση της κατάστασης και το κέρδος Kalman αυτής χρονικής στιγμής για χρήση την επόμενη φορά που θα γίνει διαθέσιμη μία μέτρηση από την κάμερα για τον υπολογισμό του $\delta \hat{x}_k$.

$$K_s = K_{k'}$$

$$\hat{x}_s = \hat{x}_{k'}(+)$$
(4.78)

6. Τέλος το M_* επαναφέρεται στην αρχική του τιμή για να ξανά υπολογιστεί στο επόμενο χρονικό διάστημα.

$$M_* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.79)$$

Η δεύτερη περίπτωση αναφέρεται στο χρονικό διάστημα μεταξύ των διαδοχικών μετρήσεων από την κάμερα. Σε αυτό το διάστημα συνεχίζουν να εκτελούνται οι εξισώσεις (4.69)-(4.72) ομοίως με το κεντρικό φίλτρο. Η μόνη διαφορά είναι σε κάθε χρονική στιγμή υπολογίζεται η μεταβλητή :

$$M_* = M_* \left(I - K'_k \cdot H_k \right) \cdot \Phi_{k-1} \quad (4.80)$$

Με αυτόν τον τρόπο υπολογισμό στο τέλος προκύπτει το τελικό M_*

$$M_* = \prod_{i=0}^{N-1} \left(I - K'_{k-i} \cdot H_{k-i} \right) \cdot \Phi_{k-i-1} \quad (4.81)$$

Έχοντας μοιράσει το κόστος υπολογισμού του σε κάθε χρονική περίοδο.

Ο διαχωρισμός μεταξύ των περιπτώσεων γίνεται με την χρήση του μετρητή. Εφόσον η περίοδος της χρονικής καθυστέρησης καθώς και το βήμα του μοντέλου στο Simulink είναι σταθερά μπορεί να υπολογιστεί ακριβώς κάθε πόσες επαναλήψεις γίνεται διαθέσιμη μία μέτρηση της κάμερας.

Σημειώνεται ότι στην παραπάνω περιγραφή λειτουργία του φίλτρου Kalman περιγράφηκαν οι εξισώσεις με βάση την μέθοδο της σταθμισμένης μέτρησης. Για την εφαρμογή της σειριακής μεθόδου η δομή του μοντέλου παραμένει ίδια αλλάζοντας μόνο κάποιες εξισώσεις με βάση την περιγραφή της Ενότητας 4.3.5.

4.4.6 Αποτελέσματα Προσομοιώσεων

Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων για διάφορες κινήσεις του ρομπότ και για διαφορετικές τιμές των παραμέτρων του (π.χ. επίπεδα θορύβου) θα παρουσιαστούν στο επόμενο κεφάλαιο.

5. Αποτελέσματα προσομοιώσεων και πειραμάτων

5.1 Γενικά

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστούν τα πειραματικά αποτελέσματα της εφαρμογής επεξεργασίας εικόνας για τον υπολογισμό της θέσης του ρομπότ που αναπτύχθηκε στο Κεφ. 3 καθώς και τα αποτελέσματα προσομοιώσεων του μοντέλου Simulink που υλοποιεί τον αλγόριθμο του φίλτρου Kalman που αναπτύχθηκε στο Κεφ. 4.

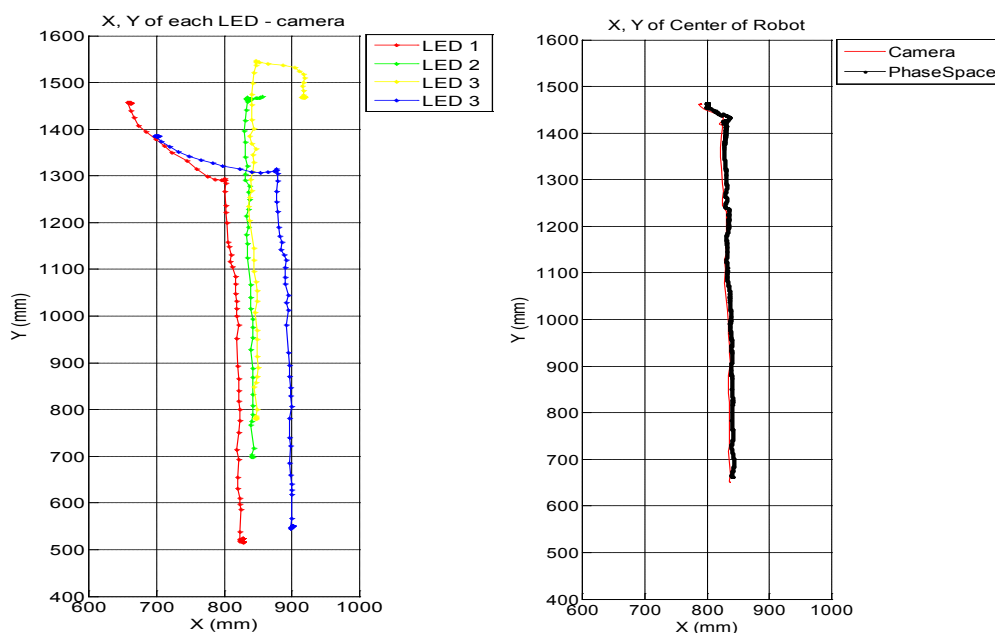
5.2 Αποτελέσματα Εφαρμογής Επεξεργασίας Εικόνας

Για τον αρχικό έλεγχο της λειτουργίας της εφαρμογής επεξεργασίας εικόνας το ρομπότ τοποθετείται πάνω στην τράπεζα και εκτελεί τυχαίες κινήσεις που αποτελούνται από μεταφορικές καθώς και περιστροφικές κινήσεις. Οι κινήσεις αυτές σε αυτό το στάδιο δεν γίνονται με την χρήση των επενεργητών του ρομπότ αλλά με χειροκίνητη καθοδήγησή του, καθώς σκοπός του πειράματος είναι η μελέτη της απόκρισης της εφαρμογής σε περίπλοκες κινήσεις.

Κατά την διάρκεια της κίνησης καταγράφονται οι θέσεις όλων των LED σε κάθε χρονική στιγμή και η υπολογιζόμενη θέση και προσανατολισμός του κέντρο του ρομπότ. Για αξιολόγηση των αποτελεσμάτων παράλληλα καταγράφονται οι μετρήσεις θέσεις του ρομπότ από το σύστημα καμερών Phase Space.

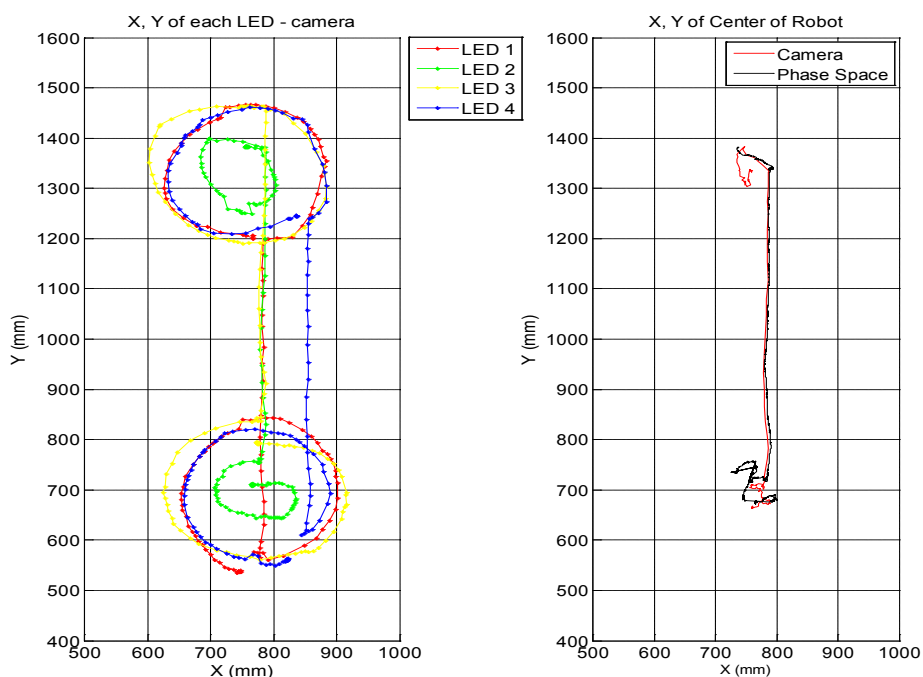
Στα πειράματα αυτά δόθηκε ιδιαίτερη σημασία στη διερεύνηση της ικανότητα του αλγορίθμου να μπορεί να αναγνωρίζει και να κατηγοριοποιεί σωστά τα LED κάθε χρονική στιγμή χωρίς να κάνει ποτέ σφάλμα. Τέτοιοι αυστηροί περιορισμοί τέθηκαν επειδή ένα λάθος αναγνώρισης και κατηγοριοποίησης ενός LED θα προκαλούσε λανθασμένη αναγνώριση της διάταξης των LED και συνεπώς πολύ μεγάλο σφάλμα στον τελικό υπολογισμό της θέσης και προσανατολισμού του ρομπότ.

Η πρώτη κίνηση είναι μία ευθύγραμμη κίνηση κατά τον άξονα Y με περιστροφή του ρομπότ κατά 90^0 δεξιόστροφα στο τέλος της μεταφορικής κίνησης.



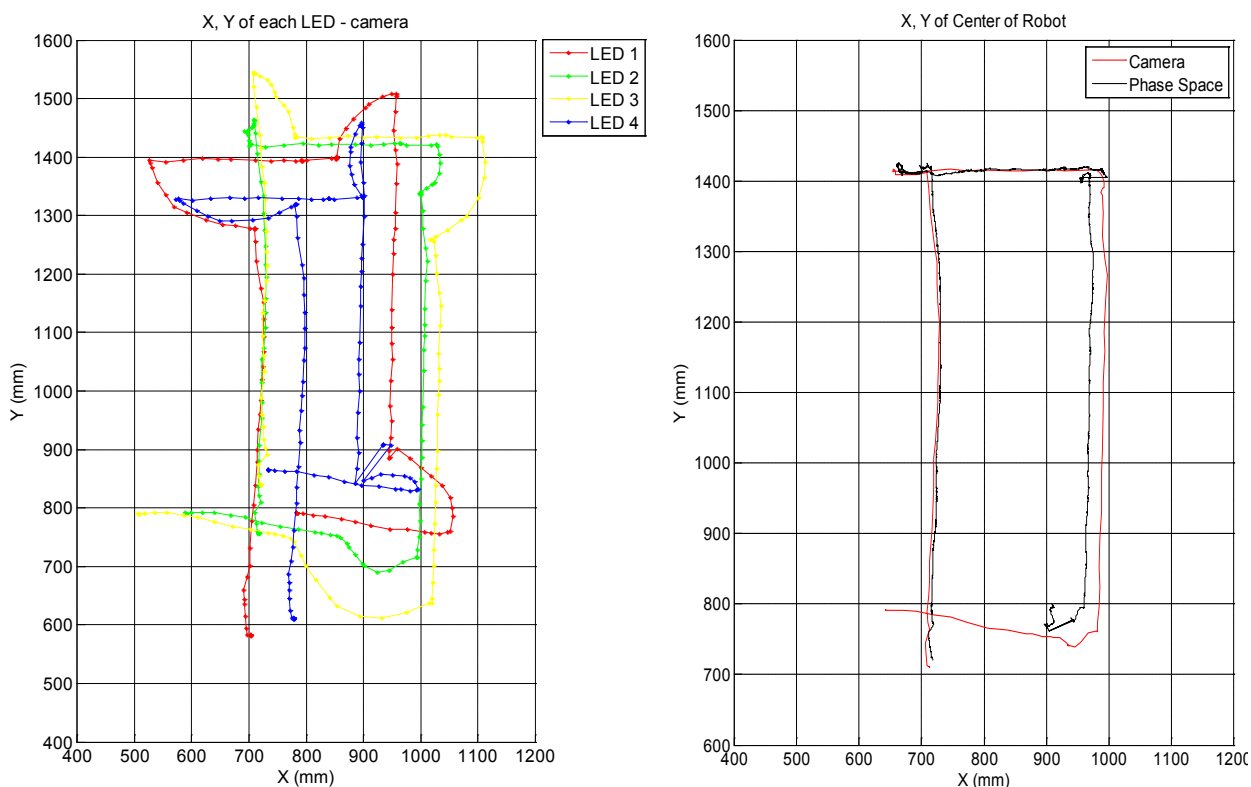
Σχήμα 5-1. Θέσεις LED και Υπολογισμός κέντρου ρομπότ - Κίνηση 1.

Η δεύτερη κίνηση αποτελείται από μία περιστροφή του ρομπότ 360^0 δεξιόστροφα στη συνέχεια μία ευθύγραμμη κίνηση κατά τον άξονα Y και τέλος μία περιστροφή 360^0 αριστερόστροφα.



Σχήμα 5-2. Θέσεις LED και Υπολογισμός κέντρου ρομπότ - Κίνηση 2.

Η τελευταία κίνηση είναι ένα τετράγωνο. Το ρομπότ αρχικά κάνει μια ευθύγραμμη κίνηση κατά τον άξονα Y , μία δεξιόστροφη περιστροφή κατά 90^0 , μια ευθύγραμμη κίνηση κατά τον άξονα X , μία δεξιόστροφη περιστροφή κατά 90^0 , μια ευθύγραμμη κίνηση κατά τον άξονα $-Y$, μία δεξιόστροφη περιστροφή κατά 90^0 και ολοκληρώνει το τετράγωνο με μία ευθύγραμμη κίνηση κατά τον άξονα $-X$.



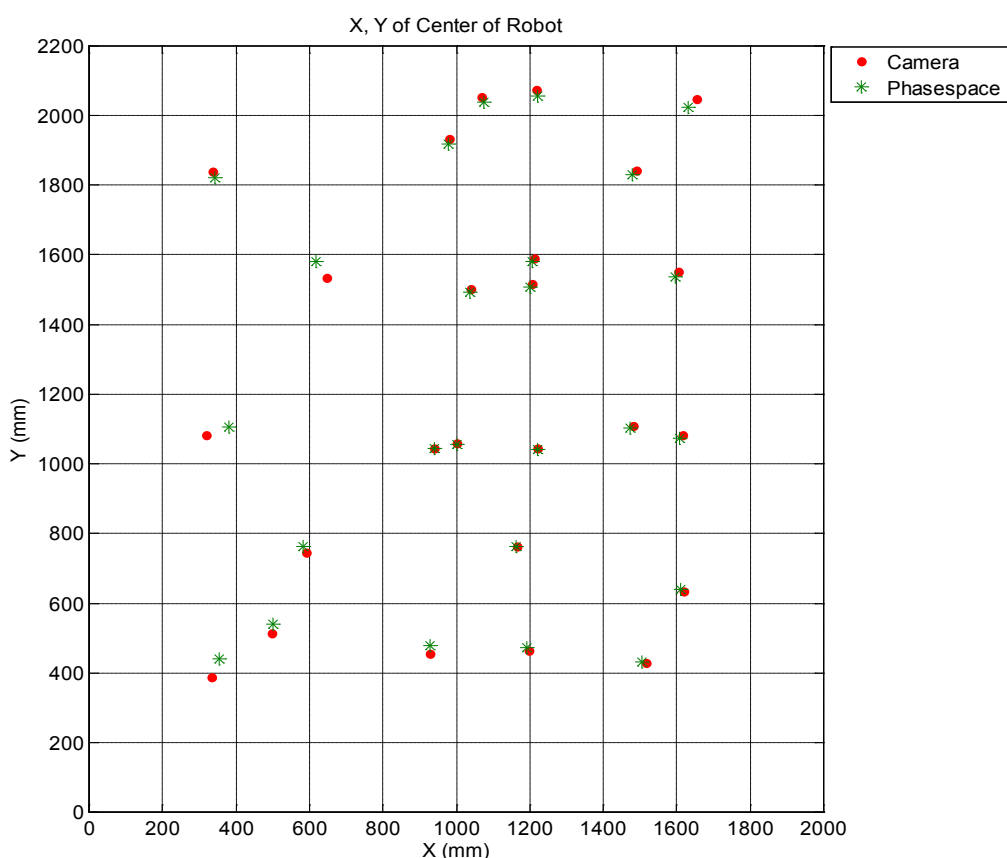
Σχήμα 5-3. Θέσεις LED και Υπολογισμός κέντρου ρομπότ - Κίνηση 3.

Επισημαίνεται ότι η αρίθμηση των LED στα παραπάνω σχήματα είναι σύμφωνα με αυτή που παρουσιάζεται στο Σχήμα 3-8.

Τα πειράματα αυτά αποδεικνύουν ότι ο αλγόριθμος μπορεί να αναγνωρίσει και να κατηγοριοποιήσει σωστά κάθε LED και στη συνέχεια να υπολογίσει την θέση του κέντρου του ρομπότ χωρίς να κάνει πότε σφάλματα που θα προκαλούσαν ασυνέχειες στον υπολογισμό της θέσης. Επίσης παρατηρείται ότι η τροχιά του κέντρου που ανιχνεύτηκε από την κάμερα είναι πολύ κοντά με αυτήν που ανιχνεύτηκε από την Phase Space. Οι διαφορές που υπάρχουν οφείλονται κυρίως σε σφάλματα εξαιτίας της μη ταύτισης των διαφορετικών συστημάτων συντεταγμένων των δύο μετρητικών διατάξεων.

Η παραπάνω διαδικασία έδωσε περισσότερο μία ποιοτική αίσθηση για την σωστή λειτουργία του αλγορίθμου. Στη συνέχεια σχεδιάζεται ένα πείραμα για να υπολογιστεί αριθμητικά το σφάλμα εντοπισμού θέσης του κέντρου του ρομπότ.

Το ρομπότ αφήνεται ακίνητο σε 25 διαφορετικά σημεία του χώρο εργασίας του. Σε κάθε σημείο υπολογίζεται η θέση του κέντρου του ρομπότ για κάποιο χρονικό διάστημα τόσο από την κάμερα όσο και από την Phase Space. Στην συνέχεια για κάθε θέση υπολογίζεται ο μέσος όρος και η τυπική απόκλιση των μετρήσεων από την κάμερα, καθώς και η διαφορά των μετρήσεων αυτών από αυτές της Phase Space. Τα αποτελέσματα αυτής της διαδικασίας παρουσιάζονται σχηματικά στο Σχήμα 5-4.



Σχήμα 5-4. Υπολογισμός Θέσης Κέντρου Στατικού Ρομπότ από κάμερα και Phase space.

Η τυπική απόκλιση του σφάλματος προκύπτει ως ο μέσος όρος της τυπικής απόκλισης που υπολογίστηκε σε κάθε θέση. Έτσι προκύπτει :

$$\begin{aligned}\sigma_{cam,x} &= 0.8mm \\ \sigma_{cam,y} &= 1.0mm\end{aligned}\tag{5.1}$$

Η τυπική απόκλιση που υπολογίστηκε είναι πιο μικρή από την πραγματική καθώς δεν συμπεριλαμβάνει τα σφάλματα που προκύπτουν από την εναπομένουσα παραμόρφωση. Για αυτό το λόγο αν υπολογιστεί η μέση τιμή της διαφοράς της θέσης που υπολόγισε η κάμερα με την θέση που υπολόγισε η Phase Space σε κάθε θέση προκύπτει :

$$\begin{aligned}avg(e_x) &= 10mm \\ avg(e_y) &= 14mm\end{aligned}\tag{5.2}$$

Τιμές που δεν προβλέπονται από την τυπική απόκλιση που υπολογίστηκε στην (5.1). Παρατηρείται ότι το σφάλμα είναι ιδιαίτερα μικρό στο κέντρο του τραπεζιού και αυξάνεται όσο το ρομπότ πλησιάζει προς τις άκρες του τραπεζιού. Η παρατήρηση αυτή επιβεβαιώνει ότι η πηγή του σφάλματος είναι η παραμόρφωση που δεν έχει αφαιρεθεί σε τόσο μεγάλο βαθμό στα άκρα του τραπεζιού. Επίσης όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως ένα ποσοστό του σφάλματος είναι εξαιτίας της μη ταύτισης των διαφορετικών συστημάτων συντεταγμένων των δύο μετρητικών διατάξεων.

5.3 Αποτελέσματα Προσομοιώσεων

5.3.1 Ρύθμιση Παραμέτρων Μοντέλου

Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων για διάφορες κινήσεις του ρομπότ με βάση το μοντέλο Simulink που παρουσιάστηκε στο Κεφ. 4.4. Πριν την εκτέλεση των προσομοιώσεων όμως πρέπει να οριστούν οι βασικές παράμετροι του μοντέλου.

Ο χρόνος δειγματοληψίας του διακριτού επιλύτη του μοντέλου ορίζεται ίσος με τον χρόνο δειγματοληψίας του πραγματικού συστήματος των οπτικών αισθητήρων. Ο χρόνος αυτός ορίζεται και σαν μεταβλητή T_s μέσα στο μοντέλο και αντιστοιχεί σε

$$T_s = 0.08s\tag{5.3}$$

Ο χρόνος δειγματοληψίας της κάμερας ταυτίζεται με τον χρόνο της χρονικής καθυστέρησης και ορίζεται ίσος με τους χρόνους που έχουν παρατηρηθεί από το πραγματικό σύστημα της κάμερας.

$$T_{cam} = T_{delay} = 0.304s \quad (5.4)$$

Για υπολογιστική ευκολία στρογγυλοποιείται έτσι ώστε να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του χρόνου δειγματοληψίας του μοντέλου T_s . Έτσι η χρονική καθυστέρηση ορίζεται ως :

$$delay = \frac{T_{delay}}{T_s} = 38 \text{ Time Steps} \quad (5.5)$$

Ο θόρυβος που προστίθεται στις μετρήσεις της κάμερας είναι λευκός θόρυβος με μηδενική μέση τιμή και τυπική απόκλιση που προκύπτει από τις παρατηρήσεις τις απόκρισης της εφαρμογής επεξεργασίας εικόνας που έγιναν στο Κεφ. 5.2.

$$\sigma_{v_k^{(c)}} = \begin{bmatrix} \sigma_{x_k} \\ \sigma_{y_k} \\ \sigma_{\theta_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.005m \\ 0.005m \\ 0.0349rad \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Ο θόρυβος που προστίθεται στις μετρήσεις των οπτικών αισθητήρων είναι λευκός θόρυβος με μηδενική μέση τιμή και τυπική απόκλιση που προκύπτει από πειραματικές παρατηρήσεις που έγιναν στα πλαίσια της Μεταπτυχιακής Εργασίας [2].

$$\sigma_{v_k^{(c)}} = \begin{bmatrix} \sigma_{x_k} \\ \sigma_{y_k} \\ \sigma_{\theta_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.001m \\ 0.001m \\ 0.0175rad \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Για την λειτουργία του φίλτρου Kalman ορίζεται ο πίνακας συνδιακύμανσης του θορύβου του συστήματος :

$$Q_k = \begin{bmatrix} 0.001^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.001^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.00175^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.001^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.001^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.00175^2 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

και οι πίνακες συνδιακύμανσης των μετρήσεων των οπτικών αισθητήρων των μετρήσεων της κάμερας :

$$R_k^{(c)} = \begin{bmatrix} 0.005^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0.005^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0349^2 \end{bmatrix}$$

$$R_k^{(o)} = \begin{bmatrix} 0.001^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0.001^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0175^2 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

Η σωστή ρύθμιση των πινάκων (5.8), (5.9) είναι πολύ σημαντική καθώς εκφράζουν πρακτικά πόσο το φίλτρο εμπιστεύεται το κινηματικό μοντέλο και τις μετρήσεις από τα συστήματα αισθητήρων και καθορίζουν την βαρύτητα της κάθε μέτρησης όταν αυτή συγχωνεύεται στο φίλτρο.

Στην περίπτωση των προσομοιώσεων έχουν οριστεί έτσι ώστε να αφαιρείται με βέλτιστο τρόπο ο θόρυβος που εισάγεται στο σύστημα. Όταν ο αλγόριθμος εφαρμοστεί στο πραγματικό ρομπότ ενδέχεται να χρειάζεται να επαναπροσδιοριστούν καθώς τα επίπεδα θορύβου του πραγματικού συστήματος μπορεί να είναι διαφορετικά από αυτά των προσομοιώσεων.

5.3.2 Πρώτη Τροχιά – Κίνηση Ανοιχτού Βρόχου

Η τροχιά που σχεδιάστηκε περιλαμβάνει μετατόπιση και στους δύο άξονες καθώς και συνεχόμενη περιστροφή. Η συνολική διάρκεια της κίνησης είναι $20s$. Για να επιτευχθεί η επιθυμητή τροχιά τα ζεύγη προωθητήρων 1&2 και 5&6 ασκούν δύναμη $0.4N$ από $0-2s$ και $-0.4N$ από $18-20s$, ενώ το ζεύγος προωθητήρων 3&4 ασκεί δύναμη $0.2N$ από $4-8s$ και $-0.2N$ από $12-16s$.

Η αρχική θέση του ρομπότ ορίζεται στην αρχή των αξόνων με προσανατολισμό ως προς το παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων 45^0 και μηδενική αρχική ταχύτητα. Το αρχικό διάνυσμα κατάστασης ορίζεται ως :

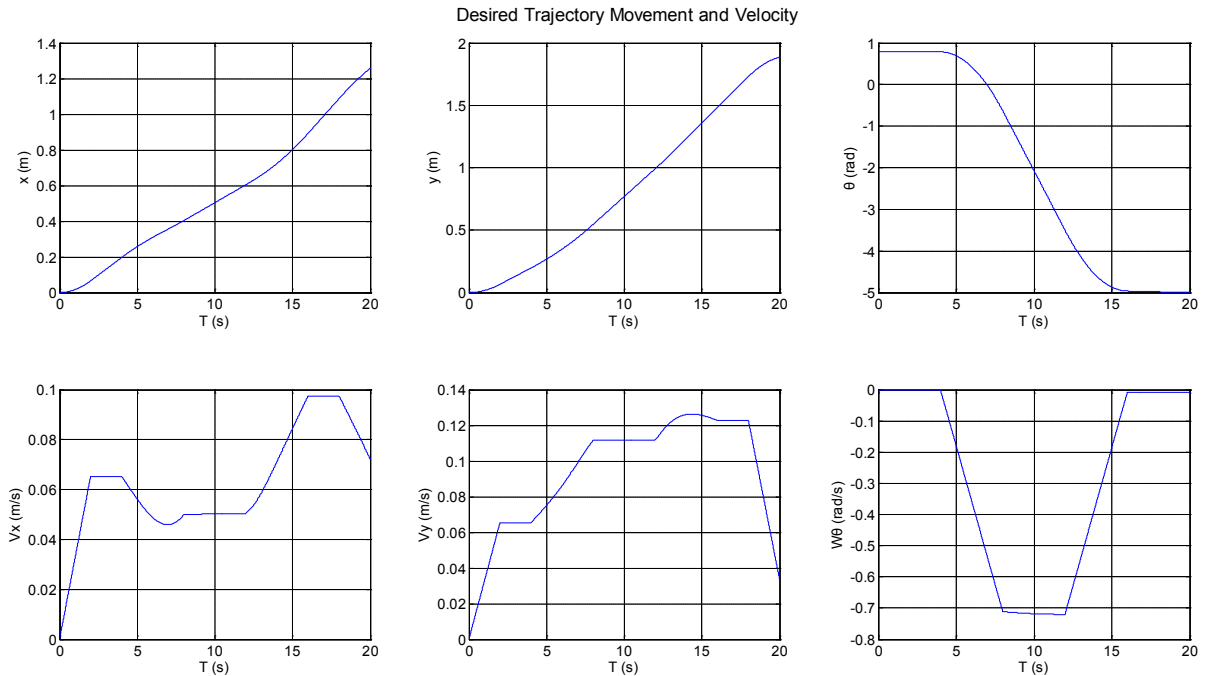
$$\mathbf{x}_0 = [0 \ 0 \ 0.7854 \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (5.10)$$

Και ο αρχικός πίνακας συνδιακύμανσης του ορίζεται :

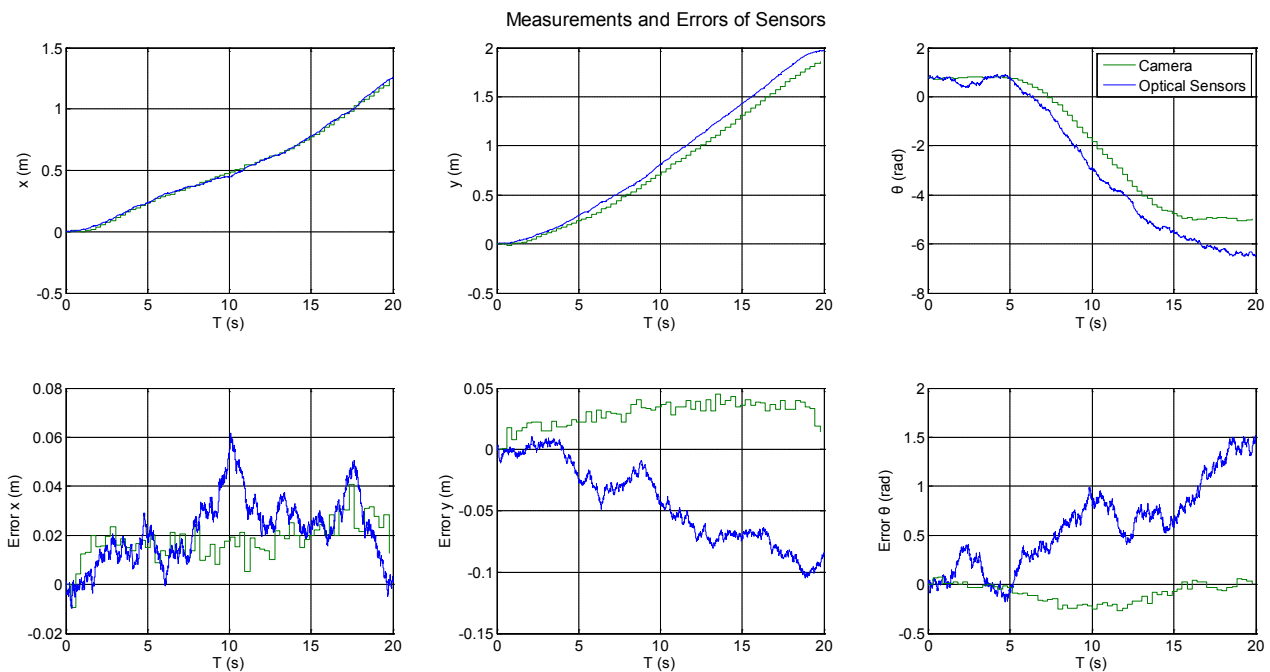
$$P_0 = 0.5 \cdot I \quad (5.11)$$

Όπου I μοναδιαίος πίνακας διαστάσεων 6×6

Το προφίλ της μετατόπισης και της ταχύτητας παρουσιάζεται στο Σχήμα 5-5, οι μετρήσεις των οπτικών αισθητήρων, της κάμερας καθώς και τα σφάλματα τους από την επιθυμητή τροχιά στο Σχήμα 5-6.

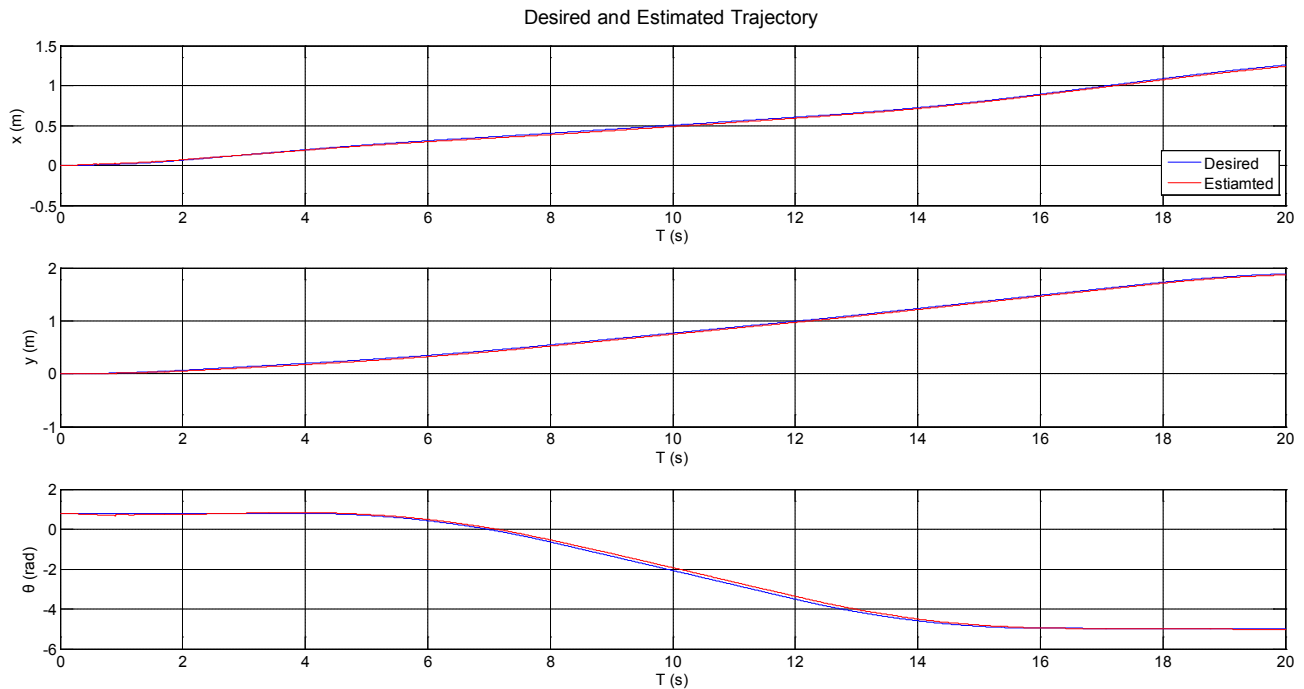


Σχήμα 5-5. Επιθυμητή κίνηση και ταχύτητα στην πρώτη τροχιά.

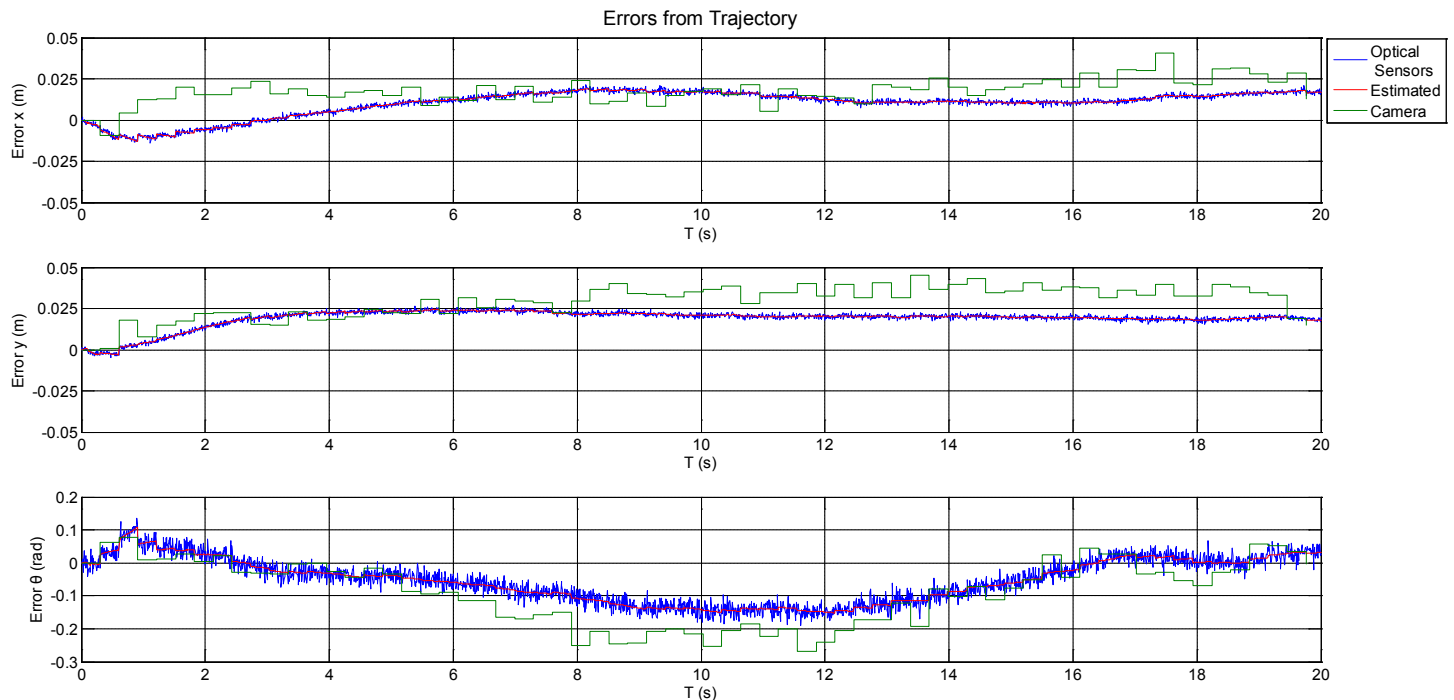


Σχήμα 5-6. Μετρήσεις αισθητήρων με θόρυβο και σφάλμα.

Σημειώνεται ότι οι μετρήσεις τις κάμερας παρουσιάζονται μαζί με την χρονική καθυστέρηση και οι μετρήσεις των οπτικών αισθητήρων υπολογίζονται με άθροιση όλων των μετρούμενων μετατοπίσεων. Τα παραπάνω δεδομένα επεξεργάζονται από το φίλτρο Kalman και έτσι προκύπτει η εκτίμηση της θέσης στο Σχήμα 5-7. και η απόλυτη τιμή του σφάλματος της εκτίμησης και των αισθητήρων σε σχέση με την επιθυμητή τροχιά στο Σχήμα 5-8.



Σχήμα 5-7. Σύγκριση επιθυμητής κι εκτιμώμενης τροχιάς.

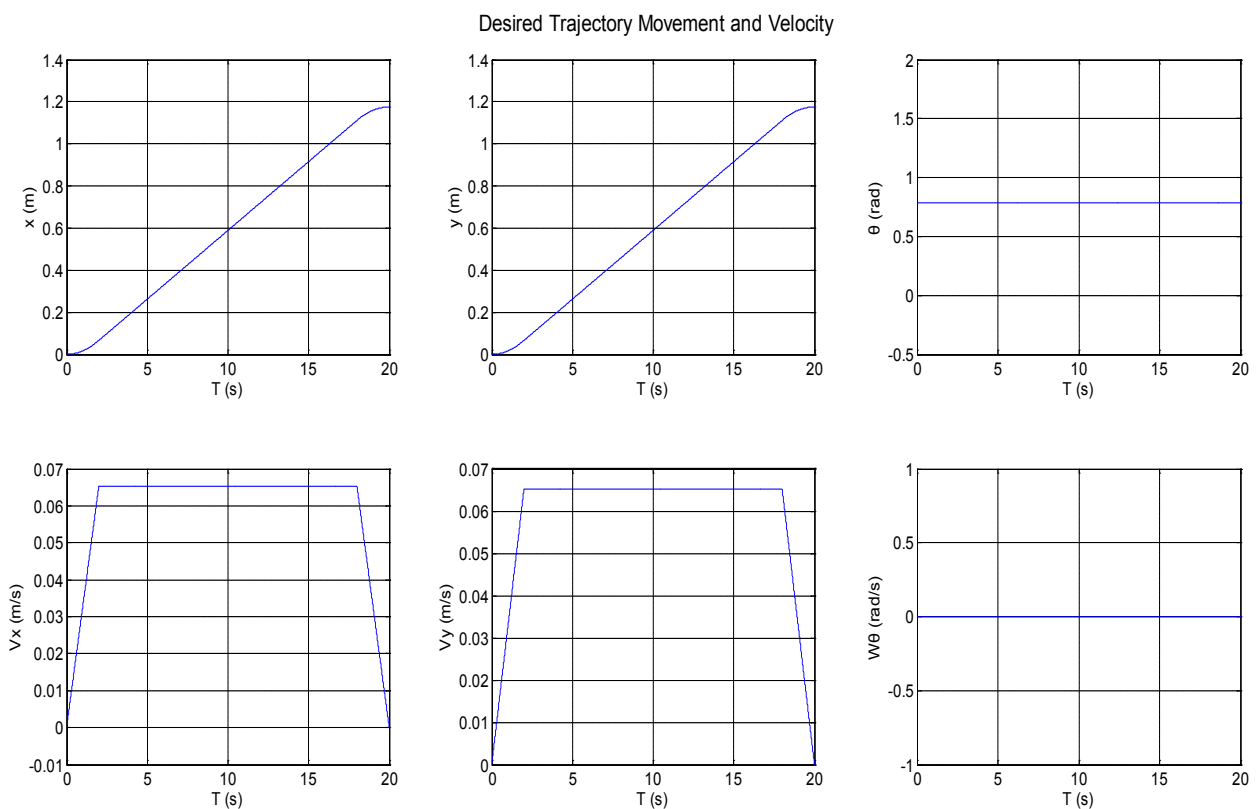


Σχήμα 5-8. Σφάλματα Εκτίμησης και αισθητήρων.

5.3.3 Δεύτερη Τροχιά – Κίνηση Κλειστού Βρόχου

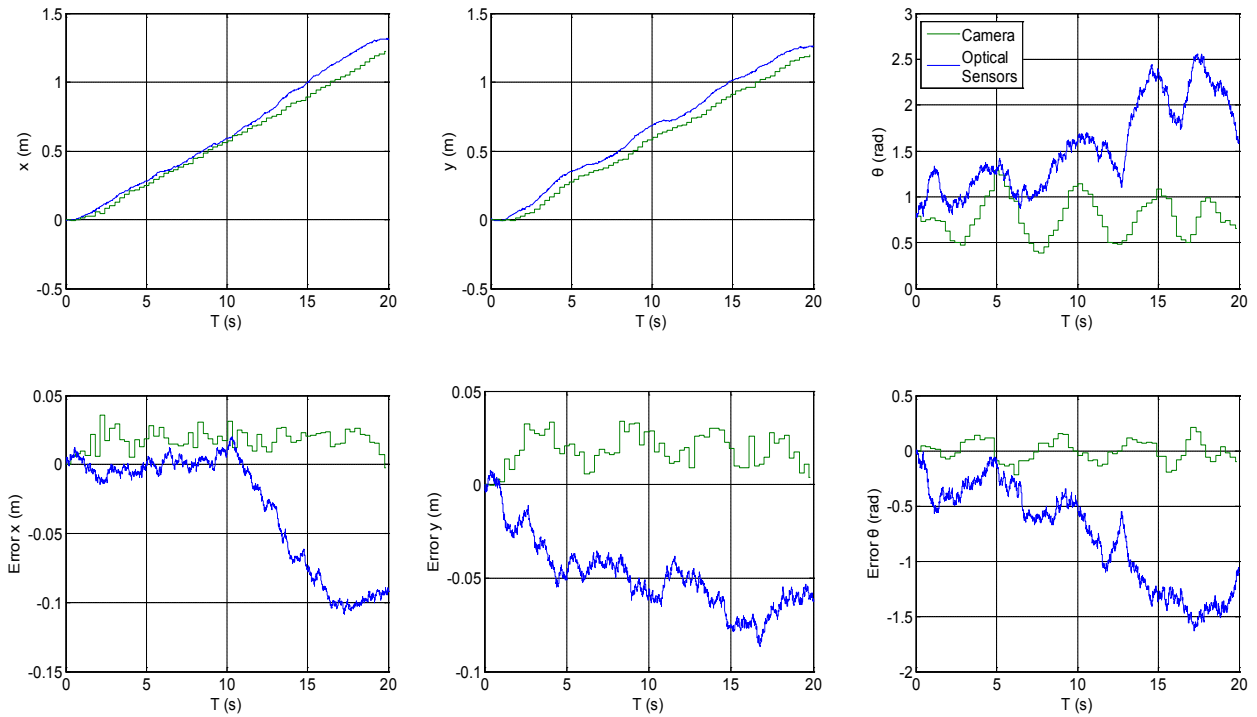
Στο δεύτερο πείραμα σχεδιάζεται μία πιο απλή επιθυμητή τροχιά που περιλαμβάνει μετατόπιση και στους δύο άξονες χωρίς περιστροφή και τίθεται σε λειτουργία ο ελεγκτής PD για προσομοίωση λειτουργίας κλειστού βρόχου. Η αρχική θέση του ρομπότ, ο αρχικός πίνακας συνδιακύμανσης και η συνολική διάρκεια της κίνησης παραμένουν ίδια με αυτά που ορίστηκαν στην πρώτη τροχιά.

Το προφίλ της μετατόπισης και της ταχύτητας παρουσιάζεται στο Σχήμα 5-9, οι μετρήσεις των οπτικών αισθητήρων, της κάμερας καθώς και τα σφάλματα τους από την επιθυμητή τροχιά στο Σχήμα 5-10, η εκτίμηση της θέσης στο Σχήμα 5-11. και η απόλυτη τιμή του σφάλματος της εκτίμησης και των αισθητήρων σε σχέση με την επιθυμητή τροχιά στο Σχήμα 5-12.



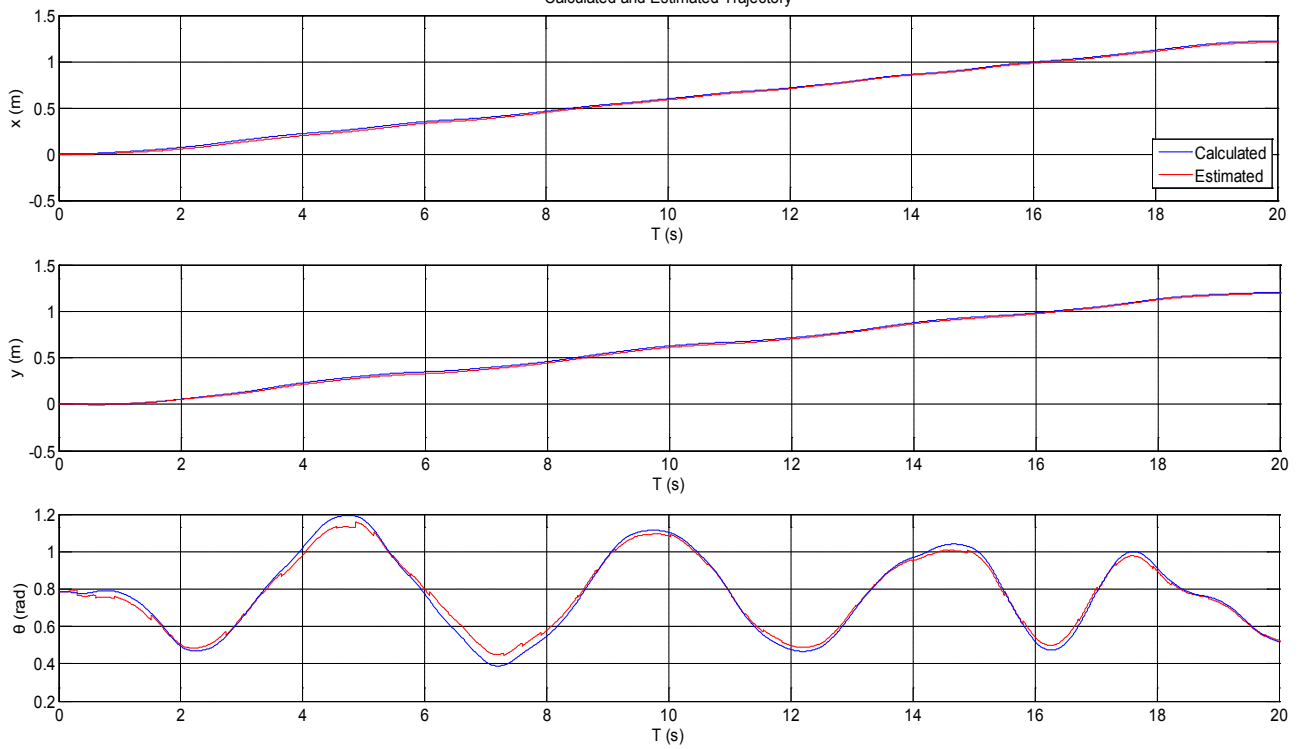
Σχήμα 5-9. Επιθυμητή κίνηση και ταχύτητα στην δεύτερη τροχιά.

Measurements and Errors of Sensors

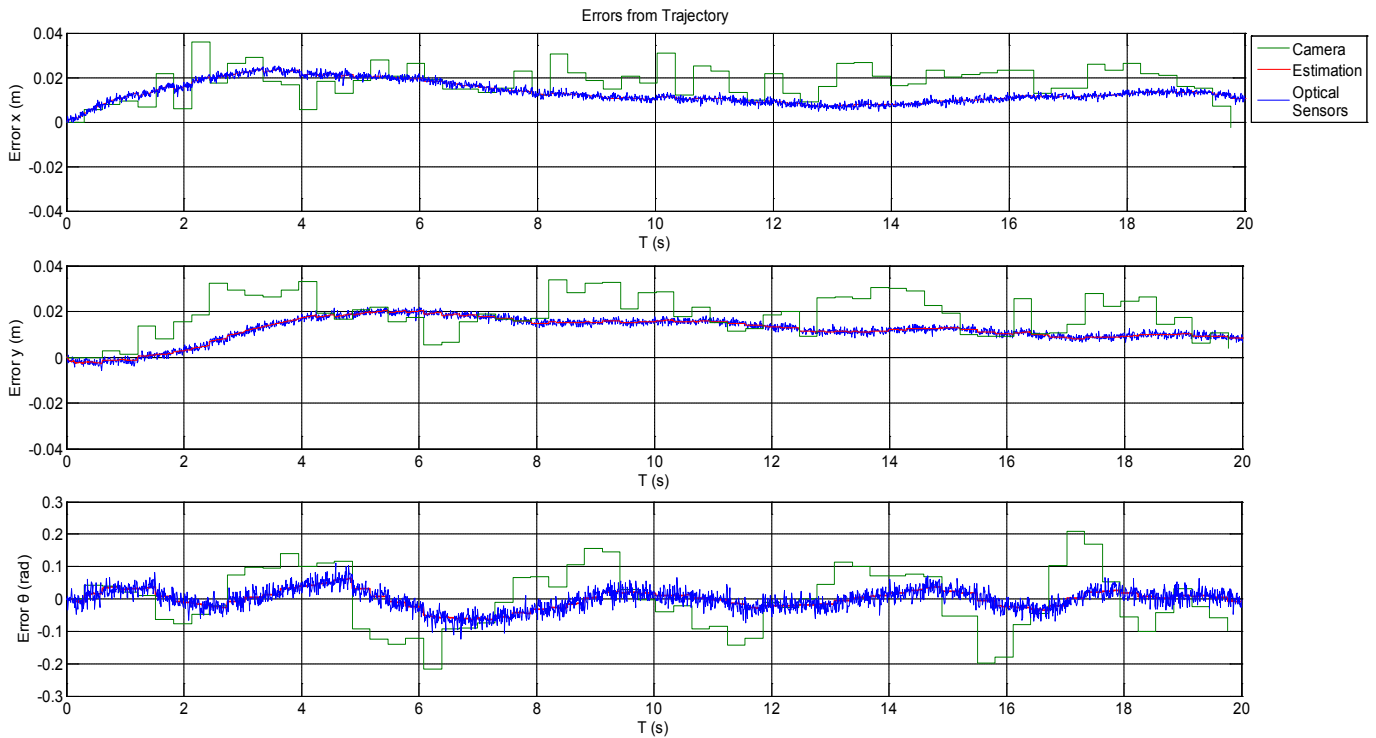


Σχήμα 5-10. Μετρήσεις αισθητήρων με θόρυβο και σφάλμα.

Calculated and Estimated Trajectory



Σχήμα 5-11. Σύγκριση τροχιάς με την εκτιμώμενη.



Σχήμα 5-12. Σφάλματα Εκτίμησης και αισθητήρων.

5.3.4 Συμπεράσματα

Στις τροχιές που μελετήθηκαν, το τελικό σφάλμα στην εκτίμηση θέσης είναι μικρότερο από αυτό του κάθε αισθητήρα ξεχωριστά και στις δύο περιπτώσεις λειτουργίας, χωρίς ή με έλεγχο. Αυτό αποτελεί ένδειξη ότι το φίλτρο λειτουργεί και παράγει ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Κατά την διάρκεια λειτουργίας του φίλτρου το πρόβλημα του συνεχούς αυξανόμενου σφάλματος των οπτικών αισθητήρων (drift) αντιμετωπίστηκε με την άθροιση της υπολογιζόμενης μετατόπισης κάθε χρονική στιγμή στην εκτίμηση θέσης της προηγούμενης χρονικής στιγμής. Εξαιτίας της συγχώνευσης των δεδομένων σε συνδυασμό με τον τρόπο που υπολογίζονται οι μετρήσεις των οπτικών αισθητήρων το «drift» μηδενίζεται κάθε φορά που υπάρχει διαθέσιμη μέτρηση από την κάμερα.

Παρατηρείται ότι κατά την λειτουργία του φίλτρου, οι καθυστερημένες μετρήσεις από την κάμερα συγχωνεύονται επιτυχώς με τις μετρήσεις από τους οπτικούς αισθητήρες, ο θόρυβος αφαιρείται και τελικά προκύπτει μία πορεία όπου το σφάλμα δεν παρουσιάζει απότομες μεταβολές και αστάθεια. Από τα Σχήμα 5-8 και Σχήμα 5-12. μπορούμε επίσης να

συμπεράνουμε ότι υπάρχει ακόμα ένα συστηματικό σφάλμα που οφείλεται στην χρονική καθυστέρηση των μετρήσεων της κάμερας που δεν αφαιρείται πλήρως ειδικά όταν η ταχύτητα του ρομπότ αυξάνεται.

6. Συμπεράσματα και μελλοντική εργασία

6.1 Συμπεράσματα

Στα πλαίσια της παρούσας διπλωματική εργασίας αναπτύχθηκαν και εμπλουτίστηκαν μέθοδοι για την βελτίωση του εντοπισμού της θέσης και του προσανατολισμού του ρομπότ διαστημικού εξομοιωτή.

Αρχικά αναπτύχθηκε μία μέθοδος βαθμονόμησης της κάμερας για τον υπολογισμό της θέσης και του προσανατολισμού του ρομπότ από εικόνες της. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιεί μία εικόνα ενός πλέγματος και μετά από επεξεργασία της προσδιορίζονται οι παράμετροι του μοντέλου παραμόρφωσης του φακού της κάμερας και υπολογίζονται οι εγγενείς και οι εξωγενείς παράμετροι της κάμερας. Βασικά πλεονεκτήματα της είναι η απλότητα εφαρμογής της, στην περίπτωση που πρέπει να ξανά γίνει βαθμονόμηση στο μέλλον, και η καλή ακρίβεια σε σχέση και με το υπολογιστικό κόστος.

Με βάση τις παραμέτρους που προσδιορίστηκαν αναπτύχθηκε μία εφαρμογή για να λαμβάνει εικόνες από την κάμερα και να κάνει την επεξεργασία της εικόνας για τον τελικό υπολογισμό της θέσης του ρομπότ σε πραγματικό χρόνο. Τα πειραματικά αποτελέσματα έδειξαν ότι η αναγνώριση της θέσης και του σχήματος των LED στην εικόνα μπορεί να επιτευχθεί κάθε χρονική στιγμή χωρίς σφάλμα. Ο τελικός υπολογισμός της θέσης και του προσανατολισμού του κέντρου του ρομπότ στο παγκόσμιο σύστημα συντεταγμένων γίνεται με μεγάλη ακρίβεια με εξαίρεση τα άκρα της τράπεζας όπου η παραμόρφωση δεν έχει αφαιρεθεί τελείως.

Για την αξιοποίηση όλων των διαθέσιμων δεδομένων για την θέση του ρομπότ σχεδιάστηκε ένα Επεκτεταμένο Φίλτρο Kalman διακριτού χρόνου το οποίο στην συνέχεια υλοποιήθηκε με ένα μοντέλο Simulink. Ρυθμίζοντας τις διάφορες παραμέτρους του μοντέλου (επιθυμητή τροχιά, επίπεδα θορύβου κλπ.) μελετήθηκε η συμπεριφορά του φίλτρου και αποδείχθηκε ότι τα δεδομένα από τους διαφορετικούς αισθητήρες μπορούν να συνδυαστούν με τρόπο τέτοιο ώστε το σφάλμα στην εύρεση της θέσης και του προσανατολισμού του ρομπότ να μειωθεί σημαντικά.

6.2 Μελλοντική Εργασία

Στο τομέα της βαθμονόμησης της κάμερας η μελλοντική εργασία πρέπει να επικεντρωθεί στην βελτίωση της μεθόδου αφαίρεσης της παραμόρφωσης που υπάρχει σε ένα βαθμό στα άκρα της εικόνας. Αυτό μπορεί να πραγματοποιηθεί με χρήση πιο περίπλοκων μοντέλων παραμόρφωσης υψηλότερου βαθμού και με χρήση μη γραμμικών μεθόδων βελτιστοποίησης για την βελτίωση των τιμών των παραμέτρων του μοντέλου.

Η εφαρμογή επεξεργασίας εικόνας λειτουργεί και παρέχει ικανοποιητικά αποτελέσματα όμως το υπολογιστικό κόστος είναι αρκετά μεγάλο προκαλώντας χρονική καθυστέρηση των μετρήσεων. Θα ήταν χρήσιμο να εξεταστεί και να αναθεωρηθεί ο κώδικας της εφαρμογής έτσι ώστε να γίνει προγραμματιστικά πιο αποδοτικός.

Όσον αφορά το φίλτρο Kalman που σχεδιάστηκε, πρέπει στο μέλλον να δοκιμαστεί σε συνθήκες πραγματικής λειτουργίας για την σύγκριση των πειραματικών και θεωρητικών αποτελεσμάτων. Κάποια προτεινόμενα βήματα προς αυτήν την κατεύθυνση είναι ο ακριβέστερος προσδιορισμός του μοντέλου σφάλματος των αισθητήρων, εφαρμογή του αλγορίθμου στο περιβάλλον της MATLAB με χρήση όμως πραγματικών δεδομένων μετρήσεων και τέλος δημιουργία μίας εφαρμογής που θα υλοποιεί το φίλτρο Kalman και θα κάνει εκτίμηση της θέσης του ρομπότ “online” κατά την διάρκεια της κίνησης του.

Η τελειοποίηση των παραπάνω μεθόδων θα συμβάλει στην ολική αυτονομία του επίπεδου διαστημικού εξομοιωτή και θα επιτρέψει την χρήση του σε διάφορα πειράματα όπως η συνεργασία και αλληλεπίδραση με άλλα ρομπότ και αντικείμενα και η μελέτη στρατηγικών πρόσδεσης σε συνθήκες διαστήματος.

Βιβλιογραφία

- [1] Κοντολάτης Γ. Ι., "Ανάδραση Θέσης για την Οπτική Οδήγηση Εξομοιωτή Διαστημικού Ρομπότ," Διπλωματική Εργασία, ΔΠΜΣ Συστήματα Αυτοματισμού, ΕΜΠ, Αθήνα, 2008.
- [2] Παρασκευάς Ι.Σ., "Ανάπτυξη συστήματος οπτικών αισθητήρων για εντοπισμό θέσης ρομπότ σε επίπεδη κίνηση," Διπλωματική Εργασία, ΔΠΜΣ Συστήματα Αυτοματισμού, ΕΜΠ, Αθήνα, 2007.
- [3] Φλέσσα Γ. Θ., "Μοντελοποίηση, Έλεγχος και Προγραμματισμός Ρομπότ Επίπεδου Διαστημικού Εξομοιωτή," Διπλωματική Εργασία, ΔΠΜΣ Συστήματα Αυτοματισμού, ΕΜΠ, Αθήνα, 2009.
- [4] R. Y. Tsai, "A Versatile Camera Calibration Techniaue for High-Accuracy 3D Machine Vision Metrology Using Off-the-Shelf TV Cameras and Lenses," *Robotics and Automation*, pp. 323-344, Aug. 1987.
- [5] Z. Y. Zhang, "A flexible new technique for camera calibration," *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions*, pp. 1330-1334, Nov. 2000.
- [6] Duane C. Brown, "Close range camera calibration," *Photogrammetric engineering*, no. 37.8, pp. 855-866, 1971.
- [7] Faugeras, Olivier, Q. T. Luong, and Steven Maybank, "Camera self-calibration: Theory and experiments," *In: Computer Vision—ECCV'92. Springer Berlin/Heidelberg*, pp. 321-334, 1992.
- [8] Devernay, Frederic, and Olivier Faugeras, "Straight lines have to be straight," *Machine Vision and Applications*, no. 13.1, pp. 14-24, 2001.
- [9] Donald G. Bailey, "A new approach to lens distortion correction," in *Proceedings Image and Vision Computing New Zealand*, 2002, pp. 59-64.
- [10] R.E. Kalman, "A New Approach to Linear Filtering and Prediction," *Journal of basic Engineering*, no. 82.1, pp. 35-45, 1960.
- [11] Brown, R. G. and P. Y. C. Hwang, *Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering.*: Second Edition, John Wiley & Sons, Inc., 1992.
- [12] A. Gelb, *Applied Optimal Estimation*. USA: MIT Press, Cambridge, MA, 1974.
- [13] Grewal M.S. and Andrews A. P., *Kalman Filtering Theory and Practice Using MATLAB.*: Jon Wiley & Sons, 2008.

- [14] H Durrant-Whyte, *Multi Sensor Data Fusion*.: Springer Handbook of Robotics, 2001.
- [15] Gan, Qiang, and Chris J. Harris, "Comparison of Two Measurement Fusion Methods for Kalman-Filter-Based Multisensor Data Fusion," in *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions* , 2001, pp. 273-279.
- [16] Cooper, Simon, and Hugh Durrant-Whyte, "A frequency response method for multi-sensor high-speed navigation systems," in *In: Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems, IEEE International Conference on MFI'94*, 1994, pp. 1-8.
- [17] Fuke, Yasutaka, and Eric Krotkov, "Dead reckoning for a lunar rover on uneven terrain," in *Robotics and Automation, 1996. Proceedings., 1996 IEEE International Conference on. Vol. 1*, 1996.
- [18] Roumeliotis, Stergios I., and George A. Bekey, "An extended kalman filter for frequent local and infrequent global sensor data fusion," in *Proc. of the SPIE (Sensor Fusion and Decentralized Control in Autonomous Robotic Systems. Vol. 22*, vol. 22, Pittsburgh, PA, USA, 1997.
- [19] Yaakov, and Leon Campo Bar-Shalom, "The Effect of the Common Process Noise on the Two-Sensor Fused-Track Covariance," *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol. AES-22, no. 6, pp. 803- 805, 1986.
- [20] Harold L. Alexander, "State estimation for distributed systems with sensing delay," *SPIE: Data Structures and Target Classification*, no. 1470, pp. 103-111, 1991.
- [21] Larsen, T. D., Andersen, N. A., Ravn, O., & Poulsen, N. K., "Incorporation of time delayed measurements in a discrete-time Kalman filter," in *Decision and Control, 1998. Proceedings of the 37th IEEE Conference*, vol. 4, 1998, pp. 3972-3977.
- [22] Papoulis A. and Pillai S. U, *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*.: 4th Edition, McGraw-Hill.
- [23] Bishop C.M., *Pattern Recognition and Machine Learning*.: Springer, 2006.
- [24] Παπαδόπουλος Ε. και Κυριακόπουλος Κ., "Συστήματα Ευφυούς Ελέγχου & Ρομποτική," ΕΜΠ, 2004.