



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

Ανάλυση Οικολογικών Υλικών
με Αριθμητικές Μεθόδους

Διπλωματική Εργασία

ΕΥΘΥΜΙΟΥ ΝΙΚΗ

Επιβλέπων: ΕΥΣΤΑΘΙΟΣ Ε. ΘΕΟΤΟΚΟΓΛΟΥ
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

ΑΘΗΝΑ
ΜΑΡΤΗΣ 2013

Περιεχόμενα

1 Σχετικά με το eco-core	5
2 Εισαγωγή στα Σύνθετα Υλικά και στα Πεπερασμένα Στοιχεία	7
2.1 Σύνθετα Υλικά	7
2.1.1 Πλεονεκτήματα Σύνθετων Υλικών	7
2.1.2 Κατηγορίες Σύνθετων Υλικών	8
2.2 Μηχανική Ανάλυση μιας sandwich δοκού	8
2.3 Πεπερασμένα Στοιχεία	12
2.3.1 Απλό ορθογωνικό στοιχείο	12
2.3.2 Ορθογωνικό στοιχείο οκτώ κόμβων	17
3 Δομή sandwich δοκιμών	19
3.1 Κατασκευή των sandwich υλικών	20
4 Θεωρητική Μελέτη και Πειραματικά αποτελέσματα	21
4.1 Δοκιμή διάτμησης βραχείας δοκού	21
4.1.1 Θεωρητική μελέτη	21
4.1.2 Πειραματικά αποτελέσματα	23
4.2 Δοκιμή κάμψης	26
4.2.1 Θεωρητική μελέτη	26
4.2.2 Πειραματικά αποτελέσματα	32
5 Αριθμητική ανάλυση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων	38
5.1 Πλέγματα πεπερασμένων στοιχείων	39
5.2 Ανάλυση του πειράματος διάτμησης με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων	47
5.2.1 Επιλογή αντιπροσωπευτικού δοκιμίου για το κάθε υλικό	47
5.2.2 Σύγκριση των τάσεων σε διάφορες τομές του δοκιμίου	49
5.2.3 Σύγκριση των τάσεων σε όλη την επιφάνεια των δοκιμών	61
5.2.4 Μετατόπιση των δοκιμών κατά τη διάτμηση	67
5.3 Ανάλυση του πειράματος κάμψης με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων	70
5.3.1 Σύγκριση των τάσεων σε διάφορες τομές του δοκιμίου	70
6 Επίλογος και προτάσεις για μελοντική εργασία	82
7 Αναφορές	83

Ευχαριστίες

Θέλω να ευχαριστήσω από καρδιάς τον καθηγητή μου κύριο Ε.Ε.Θεοτόκογλου που μου εμπιστεύτηκε αυτό το όμορφο θέμα και ήταν δίπλα μου διαρκώς, με ιδιαίτερη έγνοια και διάθεση, για να με βοηθήσει. Κάθε στιγμή που δίσταζα, μου έδινε ώθηση και φυσικά τα απαραίτητα επιστημονικά εφόδια για την εκπόνηση αυτής της εργασίας.

Είναι προσωπική ανάγκη να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για όσα έχει κάνει για μένα. Για τα ιδανικά με τα οποία με μεγάλωσε και για όλα τα εφόδια που μου έδωσε για να πραγματοποιήσω τις σπουδές μου. Μου έμαθε να μη λυγίζω στις δυσκολίες και να συνεχίζω να αγωνίζομαι, όπως έκανα και με την εργασία αυτή.

Τέλος, θεωρώ χρέος μου να αναφέρω το σημαντικό ρόλο του δάσκαλου και επιστήμονα Δημοσθένη Μπαρτζώκα, κατά τη διάρκεια των σπουδών μου. Μπορεί να έψυγε νωρίς από τη ζωή, όμως πρόλαβε να μας διδάξει την ολοκληρωμένη αντίληψή του για το ρόλο του επιστήμονα στην κοινωνία.

Εισαγωγή

Η διπλωματική εργασία έχει ως στόχο την αριθμητική μελέτη της συμπεριφοράς ενός sandwich υλικού με την ονομασία eco-core, κατά τη διάρκεια ενός πειράματος διάτμησης και ενός πειράματος κάμψης.

Τα πειραματικά δεδομένα στα οποία βασίστηκε η αριθμητική μελέτη, αντλήθηκαν κυρίως από το "Structural Performance of Eco-core Sandwich Panels" των Kunigal Shivakumar και Huanchun Chen.[1] Μιας και δεν υπήρχε η δυνατότητα να προμηθευτούμε το υλικό ή να το κατασκευάσουμε, επιπρόσθετα στοιχεία που ήταν απαραίτητα στην εξέλιξη της διπλωματικής, ανακτήθηκαν από άλλα άρθρα που αφορούν στο υλικό αυτό.[2-5] Η αριθμητική μελέτη πραγματοποιήθηκε με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Θεωρήθηκε σκόπιμο να γίνει η ίδια μελέτη για δύο ακόμη sandwich υλικά με διαφορετικό πυρήνα (balsa,pvc) έτσι ώστε να είναι εφικτή η σύγκριση και στη συνέχεια η εξαγωγή συμπερασμάτων για τη συμπεριφορά του eco-core υλικού.

Στο Κεφάλαιο 1 γίνεται μια εισαγωγή σχετικά με το eco-core υλικό μιας και δεν είναι ένα ευρέως γνωστό υλικό.

Στο Κεφάλαιο 2 αναφέρονται κάποια βασικά στοιχεία τόσο για τα σύνθετα υλικά όσο και για τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων.

Στο Κεφάλαιο 3 παρουσιάζεται η δομή των δοκιμών που υποβλήθηκαν σε δοκιμασίες διάτμησης και κάμψης, καθώς και ο τρόπος παρασκευής των sandwich υλικών.

Στο Κεφάλαιο 4 γίνεται η θεωρητική μελέτη σχετικά με τον τρόπο αστοχίας των δοκιμών κατά τις δύο δοκιμές. Ακόμα δίνονται τα πειραματικά δεδομένα και αποτελέσματα των δοκιμών.

Στο Κεφάλαιο 5 περιέχεται η αριθμητική ανάλυση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Αρχικά παρουσιάζεται μια σύγκριση διαφόρων πλεγμάτων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην ανάλυση, με σκοπό την επιλογή του βέλτιστου πλέγματος. Στη συνέχεια, εκθέτονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την αριθμητική μελέτη και τα συμπεράσματα που προέκυψαν από αυτά.

Στο Κεφάλαιο 6 εμφανίζονται συγκεντρωμένα τα συμπεράσματα της εργασίας και προτείνονται κάποια θέματα για μελλοντική έρευνα.

1 Σχετικά με το eco-core

Το eco-core είναι ένα ανθεκτικό υλικό στη φωτιά, μη τοξικό και με πολύ καλές μηχανικές ιδιότητες. Eco-core ονομάστηκε το σύνθετο υλικό που κατασκευάστηκε από το Κέντρο Έρευνας Σύνθετων Υλικών του Πανεπιστημίου της Νότιας Καρολίνας (North Carolina A & T State University) και ο πυρήνας του έχει ως πρώτη ύλη το απόβλητο προϊόν της καύσης άνθρακα των θερμοηλεκτρικών σταθμών. [3]

Η ιπτάμενη τέφρα (fly ash) είναι ένα παραπροϊόν της καύσης γαιανθράκων σε θερμοκρασία μεγαλύτερη των 1000°C . Η ιπτάμενη τέφρα συλλέγεται από τα φίλτρα καυσαερίων των θερμοηλεκτρικών σταθμών, σε μορφή που υποβάλλεται διάτρητο γυαλί ή κεραμικές φυσαλίδες. Μετά τη συλλογή και την κατάλληλη επεξεργασία της, διαχωρίζεται από βαρύτερες και άχρηστες ουσίες και αναμειγνύεται με κατάλληλη ρητίνη που έχει το ρόλο συνδετικού υλικού. Έτσι κατασκευάζεται ένας χαμηλού κόστους συντακτικός αφρός (syntactic foam) με χαμηλή αξία καύσης. Σε περίπτωση φωτιάς ο αφρός αυτός παράγει ελάχιστο ή καθόλου καπνό και δεν απελευθερώνει τοξικά αέρια. [3]

Το sandwich υλικό, που δημιουργήθηκε με επιφανειακά φύλλα από γυαλί/βινυλεστέρα και πυρήνα τον παραπάνω συντακτικό αφρό, μελετήθηκε και διαπιστώθηκε ότι οι μηχανικές του ιδιότητες σε διάτμηση, όλιψη και κάμψη είναι συγκριτικά καλές ή και καλύτερες από παρόμοια sandwich υλικά.

Τα υλικά με πυρήνα χρησιμοποιούνται ιδιαιτέρως στη βιομηχανία σύνθετων υλικών για την παραγωγή χαμηλού βάρους δύσκαμπτων υλικών. Η συνήθης χρήση των υλικών με πυρήνα είναι σε sandwich υλικά, τα οποία αποτελούνται από δύο όμοια επιφανειακά φύλλα, στην κορυφή και στη βάση, και στη μέση το υλικό του πυρήνα. Η ύπαρξη του πυρήνα προσφέρει αύξηση μίας τάξης μεγέθους της καμπτικής δυσκαμψίας (flexural stiffness) σε σύγκριση με τα πολύστρωτα σύνθετα υλικά χωρίς πυρήνα. Εναλλακτικά, για να πετύχουμε ίση καμπτική δυσκαμψία σε ένα πολύστρωτο υλικό χωρίς πυρήνα θα είχαμε πολύ μεγάλη αύξηση του βάρους του υλικού συνολικά. Τα επιφανειακά φύλλα είναι σχετικά λεπτά και είναι φτιαγμένα από υλικό μεγάλης αντοχής και δυσκαμψίας. Ο πυρήνας είναι συγκριτικά μεγαλύτερος και προσφέρει αρκετή αντοχή και δυσκαμψία σε διεύθυνση παράλληλη εκείνης των επιφανειακών φύλλων. Άλλωστε στις sandwich κατασκευές, τα επιφανειακά φύλλα φέρουν την ορθή τάση ενώ ο πυρήνας τη διατμητική τάση.

Οι εφαρμογές του eco-core είναι ακόμα πειραματικές καθώς δεν έχουν κλείσει ούτε 10 χρόνια από την κατασκευή του. Κρίνοντας όμως από τις ιδιότητές του, το eco-core θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί σε αρκετές θαλάσσιες εφαρμογές όπως στην κατασκευή ναρκαλιευτικών, παράκτιων προστατευτικών πλοίων κ.α. αλλά και στις επιγειες κατασκευές όπως κτίρια. Η υπεροχή του έγκειται στην εξαιρετική αντοχή του στη φωτιά, αντέχει έως 75kW/m^2 (αποτέλεσμα πειράματος σύμφωνα με τη μέθοδο ASTM E1354) [2] και στο γεγονός ότι δεν εκπέμπει τοξικά αέρια κατά την έκθεσή του στη φωτιά. Εκτός από τις πολύ καλές μηχανικές ιδιότητες, το eco-core είναι κατάλληλο για σχηματικά περίπλοκες κατασκευές, αφού ο συντακτικός αφρός του πυρήνα μπορεί

να μορφοποιηθεί κατά την έγχυσή του στο καλούπι.

Ο κίνδυνος εκδήλωσης πυρκαγιάς είναι ένα βασικό πρόβλημα που πρέπει να λαμβάνεται υπ' όψιν κατά την σχεδίαση τόσο των κινητών κατασκευών (μεταφορές ξηράς και θάλασσας) όσο και των ακίνητων κατασκευών (κτήρια και χερσαίες υποδομές). Τα τελευταία χρόνια, με την ευρεία χρήση πολυμερικών σύνθετων υλικών, ο κίνδυνος αυτός έχει αυξηθεί. Η εκδήλωση πυρκαγιάς ενώρα πτήσης ήταν η 5η πιο θανατηφόρα αιτία συντριβής αεροπλάνων, τη δεκαετία 1987-1996 [6]. Το Νοέμβρη του 2002 ένας νορβηγικός ναρκοσυλλέκτης κατασκευασμένος κατά κύριο λόγο από σύνθετα υλικά, βυθίστηκε λόγω φωτιάς που είχε ξεσπάσει στο προωθητικό του σύστημα. Το γεγονός αυτό υπενθύμισε πόσο ευάλωτα είναι στη φωτιά τα πλοία από σύνθετα υλικά. Όσον αφορά τις επίγειες κατασκευές, χαρακτηριστικό παράδειγμα των τελευταίων ετών ήταν το ξέσπασμα πυρκαγιάς στους δίδυμους πύργους και η κατάρρευσή τους, ύστερα από τη συντριβή των αεροπλάνων. Αυτά είναι μόνο μερικά από τα γεγονότα που υπογραμμίζουν την αναγκαιότητα χρήσης υλικών με εξαιρετική ανθεκτικότητα στη φωτιά.

2 Εισαγωγή στα Σύνθετα Υλικά και στα Πεπερασμένα Στοιχεία

2.1 Σύνθετα Υλικά

Σύνθετο υλικό ονομάζουμε ένα υλικό που έχει προκύψει από την ανάμειξη σε μακροσκοπική κλίμακα δύο ή περισσότερων υλικών και έχει δημιουργηθεί ένα νέο υλικό με τελικές ιδιότητες διαφορετικές από τις αντίστοιχες των υλικών που το αποτελούν.

Στις μέρες μας, η χρήση των σύνθετων υλικών έχει αυξηθεί δραματικά καθώς οι απαιτήσεις για ελαφρύτερες και ανθεκτικότερες κατασκευές, αυξάνονται διαρκώς και τα σύνθετα υλικά ικανοποιούν τις ανάγκες αυτές. Το 1950 ξεκίνησε η αντικατάσταση των μετάλλων με συνθετικά πολυμερή υλικά. Πολύ αργότερα το άλουμινιο και ο χάλυβας αντικαθίστανται από ινώδη σύνθετα υλικά ενισχυμένα με ίνες άνθρακα και aramid. Ιδιαίτερη εφαρμογή των σύνθετων υλικών παρατηρείται στις αεροδιαστηματικές και αεροπορικές βιομηχανίες, στη ναυπηγική καθώς και στις βιομηχανίες παραγωγής ειδών αυλητισμού. Παρ' όλα αυτά η κατασκευή και η χρήση των σύνθετων υλικών μόνο σύγχρονη δεν είναι ως ιδέα. Τα πρώτα ενισχυμένα πολυμερικά υλικά φαίνεται να έχουν χρησιμοποιηθεί από τους Βαβυλώνιους κατά την περίοδο 4000π.Χ.-2000π.Χ ενώ στην Αίγυπτο και τη Μεσοποταμία, γύρω στο 3000π.Χ. κατασκεύαζαν σχεδίες από καλάμια παπύρου εμβαπτισμένα με πίσσα. Τέλος, σημαντικό είναι να αναφερθούν και δύο φυσικά σύνθετα υλικά εξέχουσας σημασίας στην καθημερινότητα μας όπως το χαρτί και τα οστά.

2.1.1 Πλεονεκτήματα Σύνθετων Υλικών

Το μεγαλύτερο πλεονέκτημα των σύνθετων υλικών είναι ότι κατασκευάζονται έτσι ώστε να διατηρούν τις καλύτερες ιδιότητες των υλικών από τα οποία αποτελούνται αλλά και να εμφανίσουν νέες ιδιότητες τις οποίες δεν έχουν τα επιμέρους υλικά. Οι ιδιότητες αυτές που κάνουν τα σύνθετα υλικά να υπερέχουν έναντι των απλών υλικών είναι: οι άριστες μηχανικές ιδιότητες (μεγάλη αντοχή και δυσκαμψία), το μικρό βάρος, η ανάληψη φορτίου μετά την αστοχία, η διατήρηση βέλτιστων αεροδυναμικών επιφανειών και η απόσβεση σε ταλαντώσεις (χυρίως στα sandwich υλικά), η μείωση του αριθμού των τρημάτων της κατασκευής, η αντίσταση σε διάβρωση, η μεγάλη διάρκεια ζωής, η μικρή ευαισθησία σε εγκοπές, το χαμηλό κόστος και η αντοχή σε κρούσεις υψηλής ενέργειας.

2.1.2 Κατηγορίες Σύνθετων Υλικών

Παρ' ότι υπάρχουν διάφοροι τρόποι να ταξινομήσουμε τα σύνθετα υλικά με διάφορα κριτήρια, μπορούμε να διακρίνουμε τρεις κύριες κατηγορίες, όσον αφορά στη μορφή των υλικών που είναι μέσα στη μήτρα:

- Τα κοκκώδη σύνθετα υλικά (particulate composites) αποτελούνται από κόκκους ενός υλικού μέσα σε μήτρα ενός άλλου.
- Τα πολύστρωτα σύνθετα υλικά (laminated composites), στα οποία και η μήτρα και το έγκλεισμα έχουν την μορφή φύλλων. Στην κατηγορία αυτή μπορούμε να κατατάξουμε λοιπόν τα sandwich υλικά που θα μας απασχολήσουν.
- Τα ινώδη σύνθετα υλικά (fiber-reinforced composites) αποτελούνται από έγκλεισμα υπό μορφή ινών μέσα σε μία συνεχή μήτρα. [4]

2.2 Μηχανική Ανάλυση μιας sandwich δοκού

Για ένα πολύστρωτο υλικό, στο κύριο σύστημα της κάθε στρώσης ισχύει ο νόμος του Hooke:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_6 \end{bmatrix}_k \quad (1)$$

όπου η ακαμψία δίνεται από τους τύπους:

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{11}\nu_{21}} \\ Q_{12} &= \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{22} &= \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{66} &= G_{12} \end{aligned} \quad (2)$$

ή αντίστοιχα σε ένα τυχαίο σύστημα συντεταγμένων γράφεται:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{xy} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}_k \quad (3)$$

με Q_{ij} να δίνεται από τις παρακάτω σχέσεις, συναρτήσει των $m = \cos\theta$, $n = \sin\theta$ δηλαδή της γωνίας θ που σχηματίζουν οι άξονες x και y με το κύριο σύστημα της κάθε στρώσης:

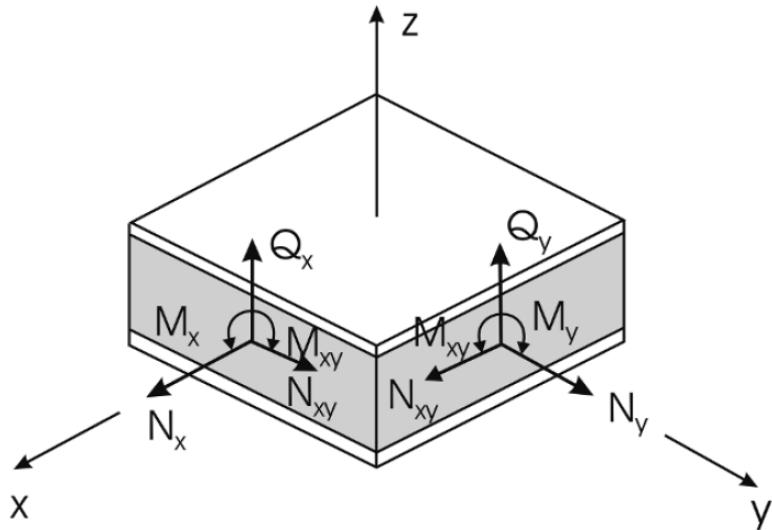
$$Q_{xx} = m^4 Q_{11} + 2m^2 n^2 (Q_{12} + 2Q_{66}) + n^4 Q_{22}$$

$$\begin{aligned}
Q_{xy} &= m^2 n^2 (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) + (m^4 + n^4) Q_{12} \\
Q_{yy} &= n^4 Q_{11} + 2m^2 n^2 (Q_{12} + 2Q_{66}) + m^4 Q_{22} \\
Q_{xs} &= m^3 n (Q_{11} - Q_{12}) + mn^3 (Q_{12} - Q_{22}) - 2mn(m^2 - n^2) Q_{66} \\
Q_{ys} &= mn^3 (Q_{11} - Q_{12}) + m^3 n (Q_{12} - Q_{22}) + 2mn(m^2 - n^2) Q_{66} \\
Q_{ss} &= m^2 n^2 (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) + (m^4 - n^4) Q_{66}
\end{aligned}$$

Οι δυνάμεις (N_x, N_y, N_{xy}) και οι ροπές (M_x, M_y, M_{xy}) που ασκούνται σε κάθε στρώση πάχους t δίνονται:

$$(N_x, N_y, N_{xy}) = \int_{-t/2}^{t/2} (\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}) dz \quad (4)$$

$$(M_x, M_y, M_{xy}) = \int_{-t/2}^{t/2} (\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}) z dz \quad (5)$$



Για ένα sandwich υλικό με επιφανειακά φύλλα ίσου πάχους (t_f) και πυρήνα πάχους (t_c), μετά την παραπάνω ολοκλήρωση, οι εξισώσεις απλοποιούνται σημαντικά και έτσι λαμβάνουμε σε μητρωϊκή μορφή τις δυνάμεις (N_x, N_y, N_{xy}) και τις ροπές (M_x, M_y, M_{xy}) που ασκούνται στο υλικό:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (7)$$

όπου $A_{ij} = 2Q_{ij}t_f$, $D_{ij} = (\frac{t_c+t_f}{2})^2 A_{ij}$ με $i, j = x, y, s$.

Για τις κατακόρυφες δυνάμεις Q_x, Q_y , υπολογίζοντας τα ολοκληρώματα:

$$(Q_x, Q_y) = \int_{-t_c/2}^{t_c/2} (\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}) z \, dz \quad (8)$$

για το πάχος t_c του πυρήνα, λαμβάνουμε τις σχέσεις:

$$Q_x = t_c G_{xz} (\psi_x + \frac{\partial w}{\partial x}) \quad (9)$$

$$Q_y = t_c G_{yz} (\psi_y + \frac{\partial w}{\partial y}) \quad (10)$$

εφόσον θεωρούμε πως τα επιφανειακά φύλλα είναι λεπτά συγχριτικά με τον πυρήνα $t_{face} \ll t_{core}$ και βρίσκονται σε κατάσταση επίπεδης έντασης ($\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$).

Για τις ροπές που εμφανίζονται κατά την κάμψη μιας δοκού έχουμε:

$$M_x = M/b \quad (11)$$

$$N_x = N_y = N_{xy} = M_y = M_{xy} = 0 \quad (12)$$

και συνεπώς από την εξίσωση (22) λαμβάνουμε: $M_x = D_{11}\kappa_x + D_{12}\kappa_y + D_{16}\kappa_{xy}$.

Θεωρώντας πως στα επιφανειακά φύλλα δεν παρουσιάζεται ζεύγος καμπτικών ροπών και πως η M_x δεν προκαλεί στρέψη στη δοκό, καταλήγουμε πως η καμπυλότητα της δοκού δίνεται:

$$\kappa_x = d_{11}M_x \quad (13)$$

με $d_{11} = \frac{D_{22}}{D_{11}D_{22}-D_{12}^2}$ ενώ γνωρίζουμε πως ισχύει

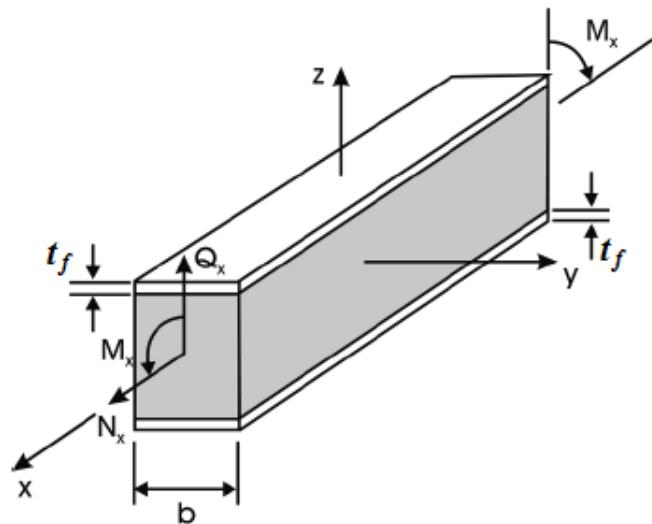
$$\kappa_x = \frac{d\psi_x}{dx} \quad (14)$$

Η ορθή τροπή ϵ_x και η διατυπική τροπή γ_{xz} υπολογίζονται από τους τύπους:

$$\epsilon_x = \epsilon_x^0 + z\kappa_x, \quad (15)$$

$$\gamma_{xz} = \psi_x + \frac{dw}{dx} \quad (16)$$

όπου w είναι η μετατόπιση στον άξονα z .



Η εγκάρσια διάτμηση δίνεται από την εξίσωση (24) ενώ τέλος συνυπολογίζοντας τη ροπή M_x παίρνουμε τη διαφορική εξίσωση της κάμψης:

$$\frac{d^2\psi_x}{dx^2} - \left(\psi_x + \frac{dw}{dx}\right)t_c G_{xz} d_{11} = 0 \quad (17)$$

2.3 Πεπερασμένα Στοιχεία

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι μια από τις αριθμητικές μεθόδους που χρησιμοποιείται στην υπολογιστική μηχανική για την προσομοίωση και την επίλυση διαφόρων φυσικών προβλημάτων, με ικανοποιητική ακρίβεια. Η μέθοδος ξεκινά να διαμορφώνεται στη δεκαετία του 1950 λόγω της ραγδαίας ανάπτυξης των αεροναυπηγικών κατασκευών. Βασίζεται στη μητρωική ανάλυση και συνεχίζει να εξελίσσεται μέχρι τις μέρες μας παράλληλα με την εξέλιξη των υπολογιστών. Η μαθηματική της θεμελίωση μπορεί να ήρθε ύστερα από την εφαρμογή της στη στατική και τη δυναμική ανάλυση των κατασκευών αλλά επέφερε τη δυνατότητα χρήσης της σε διαφορετικούς κλάδους της επιστήμης όπως στην εμβιομηχανική, στην κβαντομηχανική, στη μηχανική των ρευστών και στον ηλεκτρομαγνητισμό.

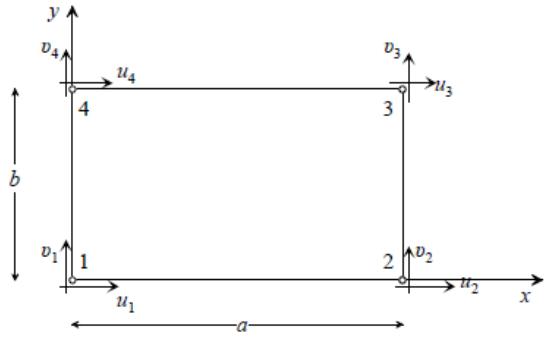
Σε κάθε πρόβλημα στατικής ανάλυσης μιας κατασκευής που αντιμετωπίζεται με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, αρχικά γίνεται η προσομοίωση της κατασκευής και η διακριτοποίηση της σε πεπερασμένο αριθμό στοιχείων που συνδέονται με πεπερασμένο αριθμό κόμβων. Επειδή στις συνεχείς κατασκευές που υπάρχουν στη φύση, δεν υπάρχουν φυσικοί διαχωρισμοί, γίνεται τεχνητός διαχωρισμός σε στοιχεία που συνδέονται κατά μήκος των πλευρών τους. Τα στοιχεία αυτά είναι συνήθως τετραγωνικά ή τριγωνικά και οι κόμβοι βρίσκονται στις πλευρές τους. Με τον τρόπο αυτό, επιτυγχάνουμε την μετατροπή του συνεχούς προβλήματος, που συνήθως απαιτεί πολύπλοκες διαφορικές εξισώσεις με κατάλληλες συνοριακές συνθήκες ή ισοδύναμα μια ολοκληρωτική εξίσωση με συνθήκη στασιμότητας για την επίλυσή του, σε ένα διαχριτό πρόβλημα που εύκολα επιφέρει μια ικανοποιητική προσεγγιστική λύση.

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι μία προσεγγιστική μέθοδος και έτσι τα αποτελέσματα που παίρνουμε από αυτή περιέχουν κάποιο σφάλμα. Για να ελαχιστοποιήσουμε λοιπόν το σφάλμα, επιλέγουμε να αυξήσουμε το πλήθος των στοιχείων, κυρίως σε σημεία όπου έχουμε ραγδαίες μεταβολές των τάσεων.

2.3.1 Απλό ορθογωνικό στοιχείο

Στη συγκεχριμένη διπλωματική εργασία η ανάλυση έχει πραγματοποιηθεί με οκτακομβικά τετραγωνικά στοιχεία. Παρ' όλα αυτά είναι σκόπιμο να παρουσιαστεί το απλό ορθογωνικό στοιχείο, του οποίου επέκταση είναι το στοιχείο που χρησιμοποιήθηκε.

Ένα απλό ορθογωνικό στοιχείο είναι ένα στοιχείο με 4 κόμβους όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.



Σχήμα 1: Απλό ορθογωνικό στοιχείο

Οι μετατοπίσεις κάθε κόμβου έχουν δύο συνιστώσες. Το στοιχείο έχει οκτώ βαθμούς ελευθερίας, 2 σε κάθε κόμβο και συνεπώς το πεδίο των μετατοπίσεων σε μητρώική μορφή, στο τοπικό σύστημα δίνεται ως εξής:

$$\delta(x, y) = \begin{Bmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & xy & y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x & xy & y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{Bmatrix} \quad (18)$$

Οι όροι a_i είναι οι γενικευμένες συντεταγμένες και ο αριθμός τους είναι ίσος με τον συνολικό αριθμό των κομβικών παραμέτρων του στοιχείου. Αντικαθιστώντας στην εξίσωση (1) όπου x, y τις συντεταγμένες των κόμβων και λύνοντας ως προς το διάνυσμα των γενικευμένων συντεταγμένων α προκύπτει:

$$\begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{a} & 0 & \frac{1}{a} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{ab} & 0 & -\frac{1}{ab} & 0 & \frac{1}{ab} & 0 & -\frac{1}{ab} & 0 \\ -\frac{1}{b} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{b} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{a} & 0 & \frac{1}{a} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{ab} & 0 & -\frac{1}{ab} & 0 & \frac{1}{ab} & 0 & -\frac{1}{ab} \\ 0 & -\frac{1}{b} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{b} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{Bmatrix} \quad (19)$$

Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (1) και (2) καθώς και τις αδιάστατες συντεταγμένες

$\xi = \frac{x}{a}$, $\eta = \frac{y}{b}$ θα προκύψουν οι οκτώ συνιστώσες των μετατοπίσεων του στοιχείου:

$$\delta(x, y) = \begin{Bmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_1(\xi, \eta) & \mathbf{N}_2(\xi, \eta) & \mathbf{N}_3(\xi, \eta) & \mathbf{N}_4(\xi, \eta) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{Bmatrix} \quad (20)$$

όπου

$$\mathbf{N}_i(\xi, \eta) = \nu_i(\xi, \eta) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, i = 1, 2, 3, 4 \quad (21)$$

Οι συναρτήσεις σχήματος ν_i εξαρτώνται από τη γεωμετρία του στοιχείου και από το πολυώνυμο παρεμβολής, και δίνονται στις εξισώσεις (5):

$$\begin{aligned} \nu_1(\xi, \eta) &= (1 - \xi)(1 - \eta) \\ \nu_2(\xi, \eta) &= \xi(1 - \eta) \\ \nu_3(\xi, \eta) &= \xi\eta \\ \nu_4(\xi, \eta) &= \eta(1 - \xi) \end{aligned} \quad (22)$$

ενώ το πολυώνυμο παρεμβολής δίνεται ακολούθως:

$$\begin{aligned} u(x, y) &= a_1 + a_2x + a_3xy + a_4y \\ v(x, y) &= a_5 + a_6x + a_7xy + a_8y \end{aligned} \quad (23)$$

Η εξίσωση (3) δίνει κατευθείαν τις μετατοπίσεις μέσα στο στοιχείο (*e*) συναρτήσει των μετατοπίσεων των κόμβων του στοιχείου. Επειδή δεν είναι πάντα δυνατή η αντιστροφή του μητρώου που προκύπτει από την εξίσωση (1), συνήθως εισάγουμε τις συναρτήσεις σχήματος κατευθείαν χωρίς τη χρήση των γενικευμένων συντεταγμένων. Παρατηρείται ότι οι μετατοπίσεις u και v μεταβάλλονται γραμμικά κατά μήκος των πλευρών του ορθογωνίου. Συνεπώς υπάρχει συμβιβαστότητα των κομβικών μετατοπίσεων των κοινών κορυφών δύο στοιχείων που εφάπτονται και άρα υπάρχει συμβιβαστότητα μετατοπίσεων και στην κοινή πλευρά τους. Οι μετατοπίσεις λοιπόν είναι συνεχείς στις κοινές πλευρές των στοιχείων.

Το πεδίο παραμορφώσεων ορίζεται ως εξής:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \mathbf{B}_1 \boldsymbol{\delta}^e \quad (24)$$

όπου,

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} -\frac{1-\eta}{a} & 0 & \frac{1-\eta}{a} & 0 & \frac{\eta}{a} & 0 & -\frac{\eta}{a} & 0 \\ 0 & -\frac{1-\xi}{b} & 0 & -\frac{\xi}{b} & 0 & \frac{\xi}{b} & 0 & \frac{1-\xi}{b} \\ -\frac{1-\xi}{b} & -\frac{1-\eta}{a} & \frac{\xi}{b} & \frac{1-\eta}{a} & \frac{\xi}{b} & \frac{\eta}{a} & \frac{1-\xi}{b} & -\frac{\eta}{a} \end{bmatrix} \quad (25)$$

Το πεδίο των τάσεων δίνεται από τη σχέση:

$$\tilde{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{DB}_1\boldsymbol{\delta}^e \quad (26)$$

όπου, \mathbf{D} είναι το μητρώο των ελαστικών σταθερών στην περίπτωση της επίπεδης εντατικής κατάστασης. Άρα το $\tilde{\sigma}$ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\tilde{\sigma} = \frac{E}{1-\nu^2} \times$$

$$\left[\begin{array}{cccccccc} -\frac{1-\eta}{a} & -\nu\frac{1-\xi}{b} & \frac{1-\eta}{a} & -\nu\frac{\xi}{b} & \frac{\eta}{a} & \nu\frac{\xi}{b} & -\frac{\eta}{a} & \nu\frac{1-\xi}{b} \\ -\nu\frac{1-\eta}{b} & -\frac{1-\xi}{a} & \nu\frac{1-\eta}{b} & -\frac{\xi}{a} & -\nu\frac{\eta}{b} & \frac{\xi}{a} & -\nu\frac{\eta}{b} & \frac{1-\xi}{a} \\ -\frac{(1-\nu)(1-\xi)}{2b} & -\frac{(1-\nu)(1-\eta)}{2a} & -\frac{(1-\nu)\xi}{2b} & \frac{(1-\nu)(1-\eta)}{2a} & \frac{(1-\nu)\xi}{2b} & \frac{(1-\nu)\eta}{2a} & \frac{(1-\nu)(1-\xi)}{2b} & -\frac{(1-\nu)\eta}{2a} \end{array} \right] \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{Bmatrix} \quad (27)$$

Το μητρώο ακαμψίας του στοιχείου στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\overline{\mathbf{k}^e} = \int_{V^e} B_1^T DB_1 dV = t \int_0^a \int_0^b B_1^T DB_1 dx dy \quad (28)$$

όπου t το πάχος του υλικού. Έτσι αν θέσουμε $c = \frac{a}{b}$ τελικά παίρνουμε την εξίσωση

Για να υπολογίσουμε το μητρώο ακαμψίας του στοιχείου στο καθολικό σύστημα συντεταγμένων, χρησιμοποιούμε το μητρώο στροφής \mathbf{a}_1 και την παραχάτω σχέση:

$$\mathbf{k}^e = \mathbf{a}_1^T \bar{\mathbf{k}}^e \mathbf{a}_1 \quad (30)$$

$$\mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix} T_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T_1 \end{bmatrix} \quad (31)$$

και

$$\mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} l_x & m_x & n_x \\ l_y & m_y & n_y \\ l_z & m_z & n_z \end{bmatrix} \quad (32)$$

όπου $(l_x, m_x, n_x), (l_y, m_y, n_y), (l_z, m_z, n_z)$ είναι τα διευθύνοντα συνημίτονα των αξόνων x, y, z του τοπικού συστήματος ως προς το καθολικό σύστημα συντεταγμένων X, Y, Z . [9]

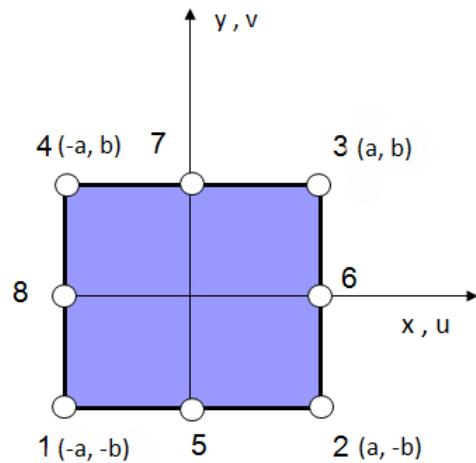
2.3.2 Ορθογωνικό στοιχείο οκτώ κόμβων

Το οκτακομβικό στοιχείο που, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, χρησιμοποιήθηκε στην εργασία, έχει τη μορφή του απλού ορθογωνικού στοιχείου αλλά έχει έναν επιπλέον κόμβο στο μέση κάθε πλευράς του. Ο κάθε κόμβος έχει δύο βαθμούς ελευθερίας και συνεπώς κάθε στοιχείο έχει 16 κομβικές παραμέτρους. Το δευτεροβάθμιο στοιχείο οκτώ κόμβων ανήκει στην οικογένεια στοιχείων serendipity. Το πολυώνυμο παρεμβολής δίνεται:

$$\begin{aligned} u &= a_1 + a_2x + a_3y + a_4x^2 + a_5xy + a_6y^2 + a_7x^2y + a_8xy^2 \\ v &= a_9 + a_{10}x + a_{11}y + a_{12}x^2 + a_{13}xy + a_{14}y^2 + a_{15}x^2y + a_{16}xy^2 \end{aligned} \quad (33)$$

ενώ οι συναρτήσεις σχήματος για την περίπτωση αυτή είναι:

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4}(1 - \frac{x}{a})(1 - \frac{y}{b})(-\frac{x}{a} - \frac{y}{b} - 1) \\ N_2 &= \frac{1}{4}(1 + \frac{x}{a})(1 - \frac{y}{b})(\frac{x}{a} - \frac{y}{b} - 1) \\ N_3 &= \frac{1}{4}(1 + \frac{x}{a})(1 + \frac{y}{b})(\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - 1) \\ N_4 &= \frac{1}{4}(1 - \frac{x}{a})(1 + \frac{y}{b})(-\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - 1) \\ N_5 &= \frac{1}{2}(1 + \frac{x}{a})(1 - \frac{x}{a})(1 - \frac{y}{b}) \\ N_6 &= \frac{1}{2}(1 + \frac{x}{a})(1 + \frac{y}{b})(1 - \frac{y}{b}) \\ N_7 &= \frac{1}{2}(1 + \frac{x}{a})(1 - \frac{x}{a})(1 + \frac{y}{b}) \\ N_8 &= \frac{1}{2}(1 - \frac{x}{a})(1 + \frac{y}{b})(1 - \frac{y}{b}) \end{aligned} \quad (34)$$



$\Sigma\chi$ μα 2: Οκταχομβικό Στοιχείο

Το μητρώο παραμορφώσεων δίνεται από τη σχέση:

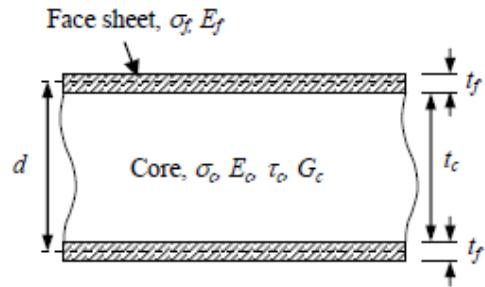
$$\begin{bmatrix} u_{,x} / v_{,y} / u_{,y} + v_{,x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{1,x} & 0 & N_{2,x} & 0 & \dots & N_{8,x} & 0 \\ 0 & N_{1,y} & 0 & N_{2,y} & \dots & 0 & N_{8,y} \\ N_{1,y} & N_{1,x} & N_{2,y} & N_{2,x} & \dots & N_{8,y} & N_{8,x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \dots \\ u_8 \\ v_8 \end{bmatrix} \quad (35)$$

ή αντίστοιχα

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}_1 \boldsymbol{\delta}^e \quad (36)$$

[13]

3 Δομή sandwich δοκιμών



Σχήμα 3: Δομή

Το δοκίμιο αποτελείται από ένα ελαφρύ υλικό στον πυρήνα, το οποίο καλύπτεται πάνω και κάτω από δύο επιφανειακά φύλλα. Στο Σχήμα 3 φαίνονται οι περιοχές του δοκιμίου. Ο συμβολισμός που χρησιμοποιείται στο σχήμα αλλά και παραχάτω, έχει ως εξής: t_c είναι το πάχος του πυρήνα, t_f είναι το πάχος του κάθε επιφανειακού φύλλου, και d είναι το πάχος του sandwich υλικού (που είναι η απόσταση μεταξύ των δύο κέντρων των επιφανειακών φύλλων $d = t_c + t_f$). Το πλάτος του δοκιμίου συμβολίζεται με b . Η αντοχή σε θλίψη, το μέτρο ελαστικότητας, η αντοχή σε διάτμηση και το μέτρο διάτμησης του πυρήνα δίνονται αντίστοιχα από τα παραχάτω σύμβολα $\sigma_c, E_c, \tau_c, G_c$. Η αντοχή σε θλίψη και το μέτρο ελαστικότητας των επιφανειακών φύλλων συμβολίζονται σ_f, E_f αντίστοιχα.

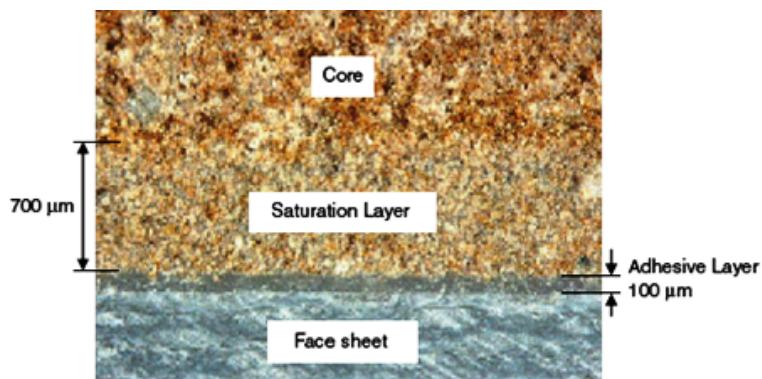
Τα επιφανειακά φύλλα που χρησιμοποιήθηκαν είναι FGI 1854 glass/ Derakane 510A-40 vinyl ester composite με πυκνότητα $1.23g/cm^3$. Τα υλικά που χρησιμοποιήθηκαν για τον πυρήνα είναι: Eco-Core με πυκνότητα $0.5g/cm^3$, Balsa SB100 με πυκνότητα $0.15g/cm^3$, αφρός PVC Divinycell H100 με πυκνότητα $0.1g/cm^3$. Στον παραχάτω πίνακα (Πίνακας 1) φαίνονται οι μηχανικές ιδιότητες των υλικών του πυρήνα και των επιφανειακών φύλλων.[1] Το πλάτος του πυρήνα και των φύλλων είναι 25.4 mm και 1.27 mm αντίστοιχα.

Υλικό	Εφελκυσμός		Θλίψη		Διάτμηση	
	Μέτρο Ελαστικότ. (GPa)	Αντοχή (MPa)	Μέτρο Ελαστικ. (GPa)	Αντοχή (MPa)	Μέτρο Ελαστικ. (GPa)	Αντοχή (MPa)
Επιφανειακά φύλλα	29.2	512.5	31.9	363.4	4.0	77.1
<i>Eco – core</i>	2.54	6.46	1.14	21.85	0.97	4.61
<i>Balsa</i>	3.5	13	3.92	12.67	0.16	2.94
<i>PVC</i>	0.13	3.5	0.135	2.0	0.035	1.6

Πίνακας 1

3.1 Κατασκευή των sandwich υλικών

Το κάθε επιφανειακό φύλλο της sandwich κατασκευής αποτελείται από μονής διεύθυνσης τρίφυλλα FGI 1854 glass/Derakane 510A-40 vinyl ester composite που κατασκευάστηκαν με την Vacuum Assisted Resin Transfer Media μέθοδο. Το πάχος του κάθε επιφανειακού φύλλου είναι 1.4mm. Ο πυρήνας συνδέθηκε με τα επιφανειακά φύλλα με εποξεική κόλλα Loctite Hysol E-90FL. Είναι μία ενισχυμένη κόλλα, μέσου ιξώδους, με όριο αντοχής σε εφελκυσμό 13MPa, όριο αντοχής σε διάτμηση 5.6MPa (lap shear strength) και επιμήκυνση 64%. Για τη σύνδεση των υλικών χρησιμοποιήθη-



Σχήμα 4: Μορφολογία σύνδεσης επιφανειακού φύλλου-πυρήνα

κε σάκος κενού (vacuum bag) και η πίεση που ασκήθηκε ήταν 0.068MPa. Το καθ' ένα από τα σύνθετα υλικά παρέμεινε μέσα στο σάκο κενού, σε θερμοκρασία δωματίου, για 8 ώρες ώστε να συγκολληθεί σωστά. Η μορφολογία της σύνδεσης του πυρήνα φαίνεται στο Σχήμα 4. Το κολλώδες στρώμα έχει πάχος περίπου 100μm. Επίσης παρατηρούμε ότι ένα στρώμα μικροφυσαλίδων πάχους περίπου 700μm έχει εμποτιστεί με την κόλλα. Τέλος, τα σύνθετα υλικά κόπηκαν σε δοκίμια για την πραγματοποίηση των δοκιμών διάτμησης και κάμψης.

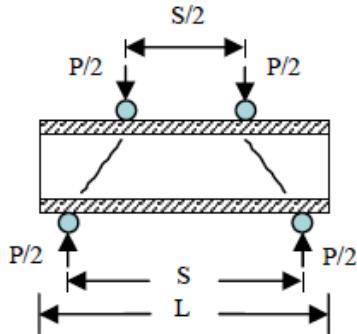
4 Θεωρητική Μελέτη και Πειραματικά αποτελέσματα

Για τη συγχριτική μελέτη των μηχανικών ιδιοτήτων των τριών sandwich υλικών, έγινε ένα πείραμα διάτμησης και ένα πείραμα κάμψης [1]. Στο καθένα από τα πειράματα, καταπονήθηκαν 9 δοκίμια συνολικά (3 με κάθε πυρήνα). Οι δοκιμές έγιναν σε μία μηχανή Instron 4202 με 10kip loadcell. Κατά τη διάρκεια των δοκιμών, το φορτίο που επιβλήθηκε στο δοκίμιο και η μετατόπιση του δοκιμίου καταγράφονταν διαρκώς από ένα σύστημα συλλογής δεδομένων. Οι αστοχίες των δοκιμών μαγνητοσκοπούνταν από φηφιακή κάμερα και σε κάποιες περιπτώσεις, από μια φωτογραφική μηχανή μεγάλης ταχύτητας.

4.1 Δοκιμή διάτμησης βραχείας δοκού

4.1.1 Θεωρητική μελέτη

Η δοκιμή διάτμησης των sandwich δοκιμών σχεδιάστηκε έτσι ώστε να μετρηθεί η αντοχή του υλικού του κάθε πυρήνα. Επιλέχτηκε να γίνει κάμψη τεσσάρων σημείων. Στο Σχήμα 5 αναπαριστάται το δοκίμιο που χρησιμοποιήθηκε για τη διάτμηση. L είναι

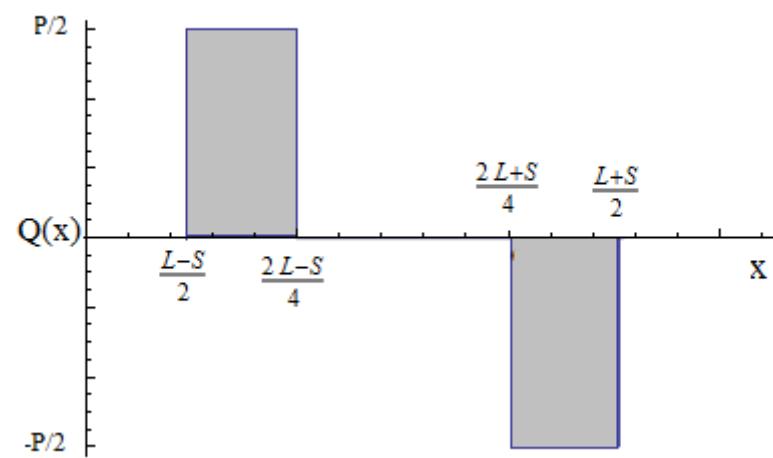
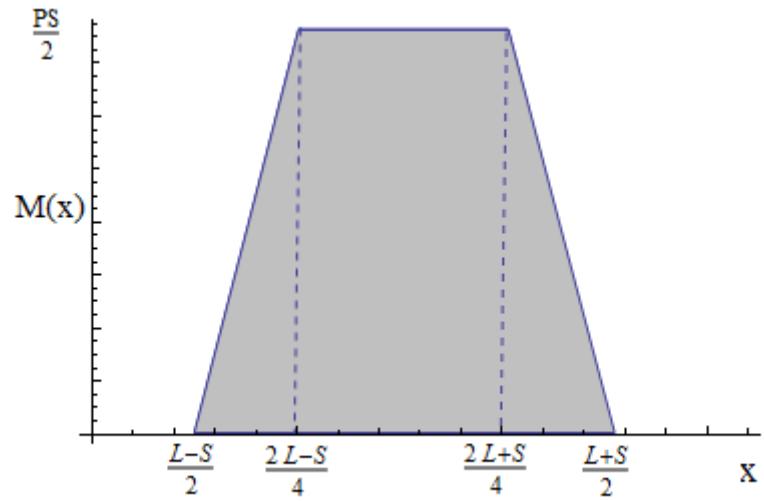


Σχήμα 5: Δοκιμή Διάτμησης

το μήκος του δοκιμίου, S είναι η απόσταση μεταξύ των δύο στηριγμάτων και $S/2$ είναι η απόσταση μεταξύ των φορτίων που εφαρμόζονται στο δοκίμιο. Η εκτίμηση του φορτίου αστοχίας P_f είναι συνάρτηση της διατμητικής αντοχής του πυρήνα αλλά και της γεωμετρίας του υλικού και δίνεται από τη σχέση:

$$P_f = 2\tau_c db \quad (37)$$

Η συνήθης αστοχία σ' αυτές τις δοκιμές είναι ρωγμή κλίσης $\pm 45^\circ$, όπως φαίνεται στο Σχήμα 5. Στο Σχήμα 6, παρουσιάζονται τα διαγράμματα καμπτικών ροπών $M(x)$ και τέμνοντα δυνάμεων $Q(x)$ που ασκούνται στη δοκό κατά τη δοκιμή διάτμησης.



Σχήμα 6: Διαγράμματα $M(x)$, $Q(x)$

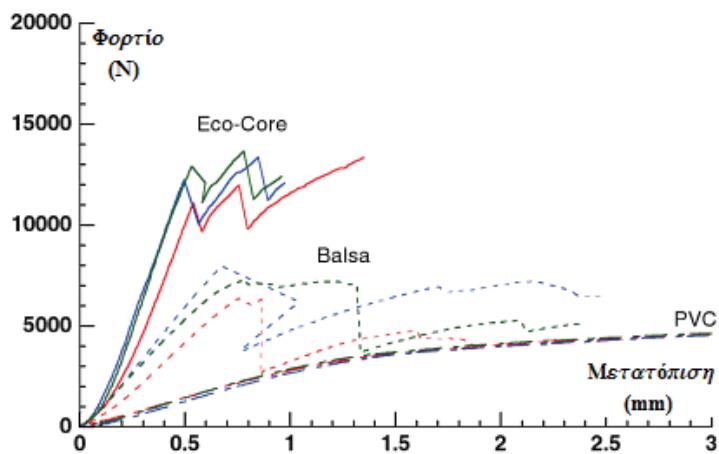
4.1.2 Πειραματικά αποτελέσματα

Η δοκιμή διάτμησης πραγματοποιήθηκε σύμφωνα με τους Αμερικάνικους κανονισμούς ASTM C393 – 00. Τα δοκίμια είχαν μήκος $152mm$, πλάτος $51mm$ και πάχος $28.2mm$. Εφαρμόστηκε φόρτιση τεσσάρων σημείων. Το διάκενο μεταξύ των στηριγμάτων ήταν $102mm$, ενώ το διάκενο μεταξύ των πάνω φορτίων ήταν $61mm$. Τα δοκίμια φορτίζονταν από την κεφαλή του εμβόλου με ταχύτητα $0.5mm/min$. Η δοκιμή επαναλήφθηκε σε εννέα δοκίμια. Αναλυτικά τα στοιχεία των δοκιμών καθώς και το φορτίο αστοχίας τους που προκύπτει από τη σχέση (37) φαίνονται στον Πίνακα 2.

Πυρήνας	S (mm)	b (mm)	t_c (mm)	t_f (mm)	S/d	Φορτίο Αστοχίας P_f (N)		
						Πείραμα	M.O. Πειράματος	Σχέση (37)
<i>Eco – core</i>	102	50.9	25.4	1.4	3.8	11,085	12,064	12,577
		50.6				12,206		12,503
		52.5				12,900		12,973
<i>Balsa</i>	102	50.3	25.4	1.4	3.8	6,348	7,203	7,926
		51.0				7,958		8,037
		51.0				7,304		8,037
<i>PVC</i>	102	50.9	25.4	1.4	3.8	5,209	5,286	-
		50.7				5,298		-
		51.0				5,298		-

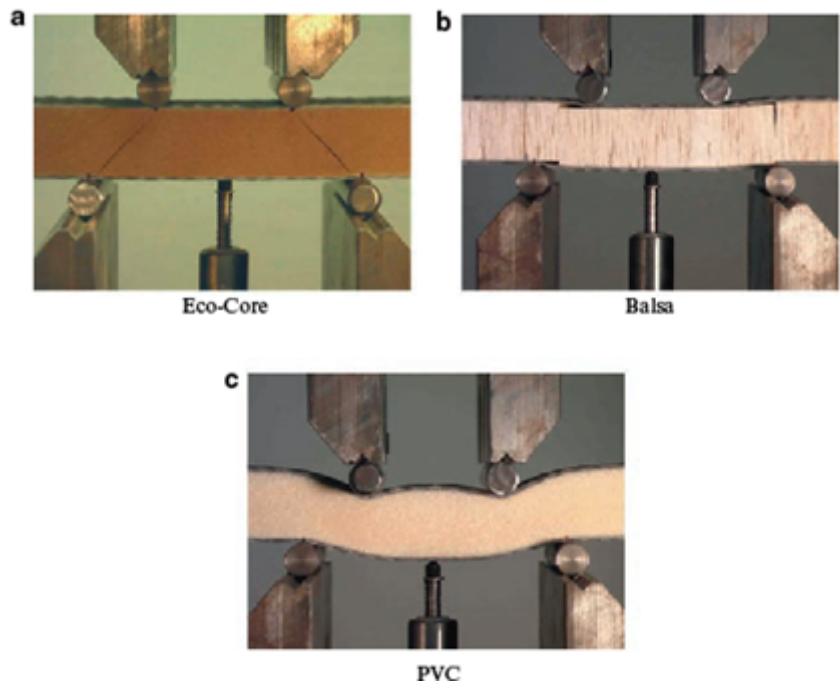
Πίνακας 2

Στο Σχήμα 7 φαίνεται η συμπεριφορά καθενός από τα εννέα δοκίμια κατά το πείραμα της διάτμησης. Για τα eco-core και τα Balsa δοκίμια παρατηρείται μια ξαφνική μείωση του φορτίου κατά την αστοχία τους, όπως συμβαίνει στα φαινυρά υλικά σε θραύση. Τα PVC δοκίμια υφίστανται διαρροή και μεγάλη τοπική παραμόρφωση μέχρι την τελική αστοχία. Το μέγιστο φορτίο πριν την πρώτη απότομη μείωση, θεωρείται ως το φορτίο αστοχίας του υλικού για τα δύο πρώτα υλικά. Για το PVC, η αστοχία παρατηρήθηκε με τη δημιουργία εσοχής (indentation) και έτσι το μέγιστο φορτίο δεν είναι συγχρίσιμο με το φορτίο αστοχίας σε διάτμηση, ενώ δεν υπάρχει εξίσωση που να εκτιμά στην περίπτωση αυτή, το φορτίο αστοχίας ενός δοκιμίου κατά τη διάτμηση τεσσάρων σημείων. Ο μέσος όρος του φορτίου αστοχίας που προέκυψε από την εξίσωση (37) για τα πειραματικά μας δεδομένα, ήταν $12684N$ για το Eco-core και $8000N$ για το Balsa. Οι τιμές αυτές είναι περίπου 5% και 12% μεγαλύτερες από το μέσο όρο που προέκυψε πειραματικά για το φορτίο θραύσης των eco-core,balsa δοκιμών αντίστοιχα. Η διαφορά όμως είναι στα πλαίσια της πειραματικής διασποράς.



Σχήμα 7: Διάγραμμα Φορτίου - Μετατόπισης

Στο Σχήμα 8 φαίνεται ο τρόπος αστοχίας των διαφόρων σύνθετων υλικών. Στο Eco-core δοκίμιο σχηματίστηκε μια 45° ρωγμή του πυρήνα, ανάμεσα στο σημείο φόρτισης στο πάνω μέρος του υλικού και στο σημείο στήριξης στο κάτω μέρος. Αμέσως μετά δημιουργήθηκε παρόμοια ρωγμή και στην άλλη πλευρά. Το Balsa δοκίμιο παρουσίασε κατακόρυφες ρωγμές στον πυρήνα. Το PVC εμφάνισε μία εσοχή.

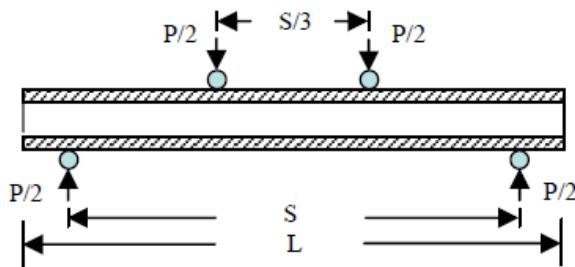


Σχήμα 8: Τρόποι αστοχίας κατά τη διάτυπη

4.2 Δοκιμή κάμψης

4.2.1 Θεωρητική μελέτη

Το Σχήμα 9 δείχνει το τεστ κάμψης τεσσάρων σημείων. Κατά τη δοκιμή κάμψης σε sandwich δοκίμια παρατηρείται αστοχία με τρεις τρόπους : διαρροή των επιφανειακών φύλλων (face yielding), διάτμηση του πυρήνα (core shear) ή εμφάνιση πτυχής (face wrinkling) στα επιφανειακά φύλλα. Η σειρά καταγραφής είναι τυχαία, όμως ο τρόπος



Σχήμα 9: Δοκιμή κάμψης

αστοχίας τους εξαρτάται από το λόγο S/d δηλαδή το λόγο της απόστασης των δύο στηριγμάτων προς την απόσταση των δύο κέντρων των επιφανειακών φύλλων, το λόγο πάχους των επιφανειακών φύλλων προς το πάχος του πυρήνα t_f/t_c και τις ιδιότητες των υλικών του δοκιμίου. Στο Σχήμα 10 φαίνονται οι τρόποι αστοχίας, ενώ με τις παρακάτω σχέσεις μπορούμε να υπολογίσουμε το φορτίο αστοχίας σε καθεμία από τις περιπτώσεις:

- **Διαρροή επιφανειακών φύλλων (face yielding)**

Όταν παρατηρείται η διαρροή στα επιφανειακά φύλλα, η τάση στο επιφανειακό φύλλο σ_f είναι μεγαλύτερη του ορίου διαρροής σε θλίψη. Το φορτίο αστοχίας μπορεί να υπολογιστεί:

$$P_f = \frac{12D_0\sigma_f b}{SdE_f} \quad (38)$$

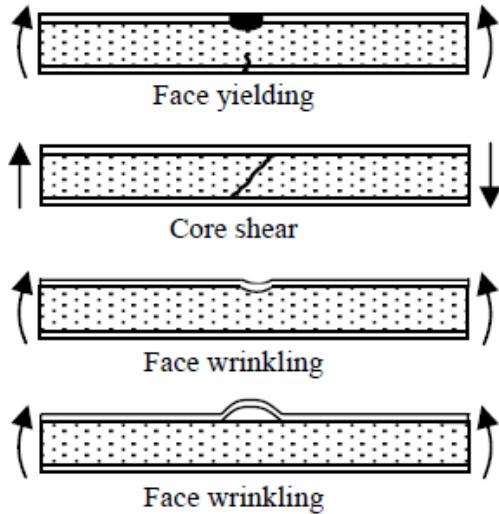
με

$$D_0 = E_f \frac{t_f d^2}{2}$$

- **Διάτμηση του πυρήνα (core shear)**

Το φορτίο αστοχίας για τη διάτμηση του πυρήνα υπολογίζεται από την σχέση:

$$P_f = 2\tau_c db \quad (37)$$



Σχήμα 10: Τρόποι αστοχίας κατά την κάμψη

- **Εμφάνιση πτυχής στα επιφανειακά φύλλα(face wrinkling)**

Όταν εμφανίζεται κάποια πτυχή στην επιφάνεια του δοκιμίου, η τάση στα επιφανειακά φύλλα σ_f είναι ίση ή μεγαλύτερη της οριακής αντοχής σε πτύχωση σ_{cr} του sandwich που δίνεται από τον τύπο:

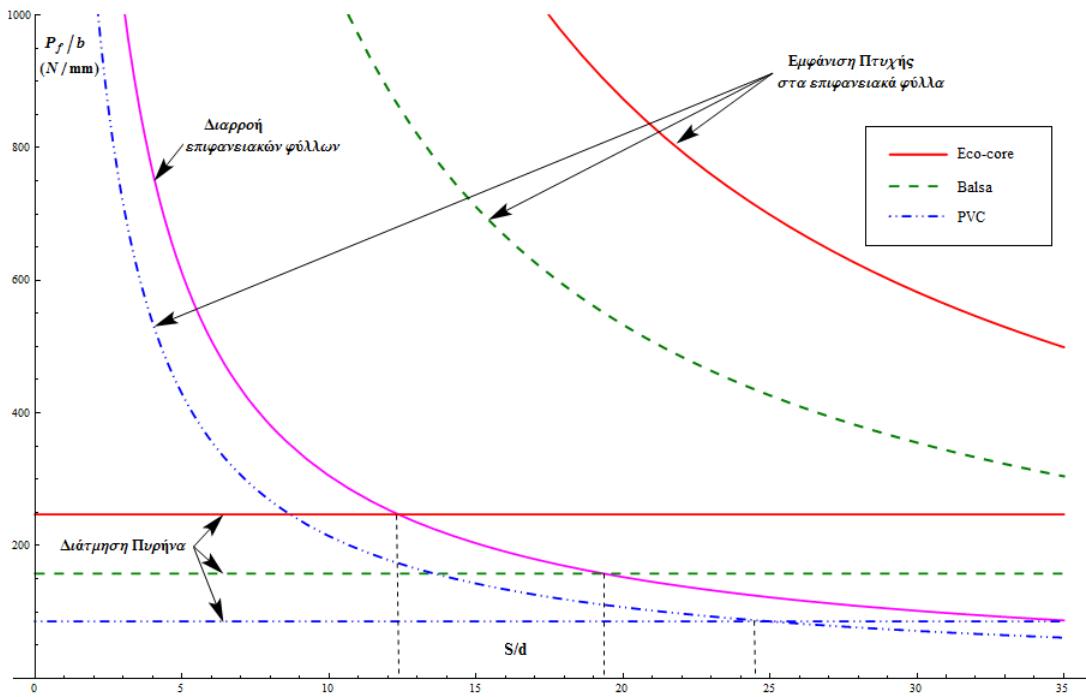
$$\sigma_{cr} = 0.5(E_f E_c G_c)^{1/3} \quad (39)$$

ενώ το αντίστοιχο φορτίο αστοχίας υπολογίζεται:

$$P_f = \frac{6D_0(E_f E_c G_c)^{1/3}}{SdE_f} b \quad (40)$$

Το φορτίο αστοχίας P_f για τους τρεις διαφορετικούς τρόπους αστοχίας υπολογίστηκε και για τα τρία διαφορετικά sandwich υλικά σύμφωνα με τις παραπάνω σχέσεις και δίνεται στο Σχήμα 11 ως συνάρτηση του λόγου S/d .

Στο Σχήμα 11 φαίνεται μόνο μια καμπύλη για τη διαφοροή των επιφανειακών φύλλων και για τα τρία υλικά, καθώς εξαρτάται αποκλειστικά από τις ιδιότητες των επιφανειακών φύλλων και όχι από αυτές του πυρήνα. Πτυχές στα επιφανειακά φύλλα του Eco-core και του Balsa δοκιμίου θα εμφανιστούν κατά την επιβολή μεγάλου φορτίου και με μεγάλη απόσταση μεταξύ των στηριγμάτων του δοκιμίου. Προτού όμως συμβεί αυτό, θα έχει παρουσιαστεί διαφοροή των επιφανειακών φύλλων. Συνεπώς, οι πιο πιθανοί τρόποι αστοχίας σε κάμψη τεσσάρων σημείων στο Eco-core και στο Balsa sandwich



Σχήμα 11: Τρόποι αστοχίας συναρτήσει του λόγου S/d

είναι η διάτμηση του πυρήνα (για $\frac{S}{d} \leq 12.4$ και $\frac{S}{d} \leq 19.4$ αντίστοιχα) και η διαρροή των επιφανειακών φύλλων (για μεγαλύτερες τιμές του λόγου $\frac{S}{d}$). Για το PVC sandwich το φορτίο αστοχίας που χρειάζεται για να παρατηρήσουμε διαρροή των επιφανειακών φύλλων είναι μεγαλύτερο από αυτό που χρειάζεται για να εμφανιστεί πτυχή στα επιφανειακά φύλλα. Επομένως οι πιο πιθανοί τρόποι αστοχίας του PVC sandwich δοκιμίου είναι η διάτμηση του πυρήνα για λόγο $\frac{S}{d} \leq 24.5$ και η εμφάνιση πτυχής στα επιφανειακά φύλλα για $\frac{S}{d} > 24.9$.

Τπολογισμός καμπτικής δυσκαμψίας και φορτίου αστοχίας sandwich υλικού

Η ολική καμπτική δυσκαμψία EI ως προς τον κεντροβαρικό άξονα x , ενός sandwich υλικού υπολογίζεται ως εξής [8]:

$$EI = E_c I_c + 2E_f I_f \quad (41)$$

με ροπή αδράνειας του πυρήνα και του κάθε επιφανειακού φύλλου για ορθογωνική διατομή να υπολογίζεται:

$$I_c = \frac{bt_c^3}{12} \quad (42)$$

$$I_f = \frac{bt_f^3}{12} + \frac{bt_f d^2}{4} \quad (43)$$

ο δεύτερος όρος στο I_f προκύπτει από εφαρμογή του θεωρήματος μεταφοράς του άξονα κατά $\frac{d}{2}$. Συνεπώς η καμπτική δυσκαμψία ανά μονάδα πλάτους υπολογίζεται:

$$\begin{aligned} D_x &= \frac{E_x I}{b} = \frac{E_c^x t_c^3}{12} + 2E_f^x \left(\frac{t_f^3}{12} + \frac{t_f d^2}{4} \right) \\ &= \frac{E_c t_c^3}{12} + \frac{E_f t_f^3}{6} + \frac{E_f t_f d^2}{2} \\ &= E_f^x t_f d^2 \left[\frac{t_c^3}{12 t_f d^2} \left(\frac{E_c^x}{E_f^x} \right) + \frac{1}{6} \left(\frac{t_f}{d} \right)^2 + \frac{1}{2} \right] \end{aligned} \quad (44)$$

Ο πρώτος όρος μέσα στην παρένθεση, δίνει τη συνεισφορά του πυρήνα στην καμπτική δυσκαμψία. Η συνεισφορά είναι μικρή αφού ο λόγος $\frac{E_c}{E_f}$ είναι ιδιαίτερα μικρός. Στο συγκεκριμένο πείραμα, για όλα τα υλικά ισχύει: $\frac{E_c}{E_f} \leq 0.12$. Ο δεύτερος όρος εντός της παρένθεσης, επηρεάζει σημαντικά την καμπτική δυσκαμψία μόνο σε sandwich υλικά με επιφανειακά φύλλα μεγάλου πάχους. Για υλικά που ικανοποιούν την ανίσωση: $\frac{t_c}{t_f} \geq 5.35$ ο δεύτερος όρος της παραπάνω εξίσωσης, δεν συνεισφέρει στο αποτέλεσμα περισσότερο από 1%. Τα δοκίμια που χρησιμοποιήθηκαν έχουν $\frac{t_c}{t_f} = 18.14$. Ο τρίτος όρος είναι αυτός που καθορίζει την καμπτική δυσκαμψία. Συνεπώς οι ιδιότητες των επιφανειακών φύλλων E_f, t_f και η απόσταση των κέντρων των φύλλων αυτών είναι που κύρια καθορίζουν την καμπτική δυσκαμψία D . [8]

- Για το eco-core ισχύει:

$$D_{eco} = 29361.7 \cdot [0.11815 + 0.00046 + 0.5] = 29361.7 \cdot 0.61861 = 18163 Nm$$

- Για το balsa ισχύει:

$$D_{balsa} = 29361.7 \cdot [0.16296 + 0.00046 + 0.5] = 29361.7 \cdot 0.66342 = 19479 Nm$$

- Για το pvc ισχύει:

$$D_{pvc} = 29361.7 \cdot [0.00543 + 0.00046 + 0.5] = 29361.7 \cdot 0.50589 = 14854 Nm$$

Τπολογισμός του φορτίου αστοχίας

Με τη χρήση των παραπάνω τύπων παίρνουμε:

- Για το Eco-core:

$$\text{Διάτμηση του πυρήνα: } \frac{P_f}{b} = 247.1 N/mm$$

$$\text{Διαρροή επιφανειακών φύλλων: } \frac{P_f}{b} \cdot \frac{S}{d} = 3053 N/mm$$

$$\text{Εμφάνιση πτυχής στα επιφανειακά φύλλα: } \frac{P_f}{b} \cdot \frac{S}{d} = 17472 N/mm$$

με όριο αντοχής σε πτύχωση: $\sigma_{cr} = 2.08 GPa$

- Για το Balsa:

$$\text{Διάτμηση του πυρήνα: } \frac{P_f}{b} = 157.6 N/mm$$

$$\text{Διαρροή επιφανειακών φύλλων: } \frac{P_f}{b} \cdot \frac{S}{d} = 3053 N/mm$$

$$\text{Εμφάνιση πτυχής στα επιφανειακά φύλλα: } \frac{P_f}{b} \cdot \frac{S}{d} = 10660 N/mm$$

με όριο αντοχής σε πτύχωση: $\sigma_{cr} = 1.27 GPa$

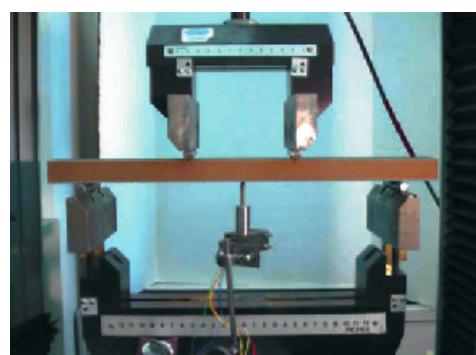
- Για το PVC:

$$\text{Διάτμηση του πυρήνα: } \frac{P_f}{b} = 85.76 N/mm$$

$$\text{Διαρροή επιφανειακών φύλλων: } \frac{P_f}{b} \cdot \frac{S}{d} = 3053 N/mm$$

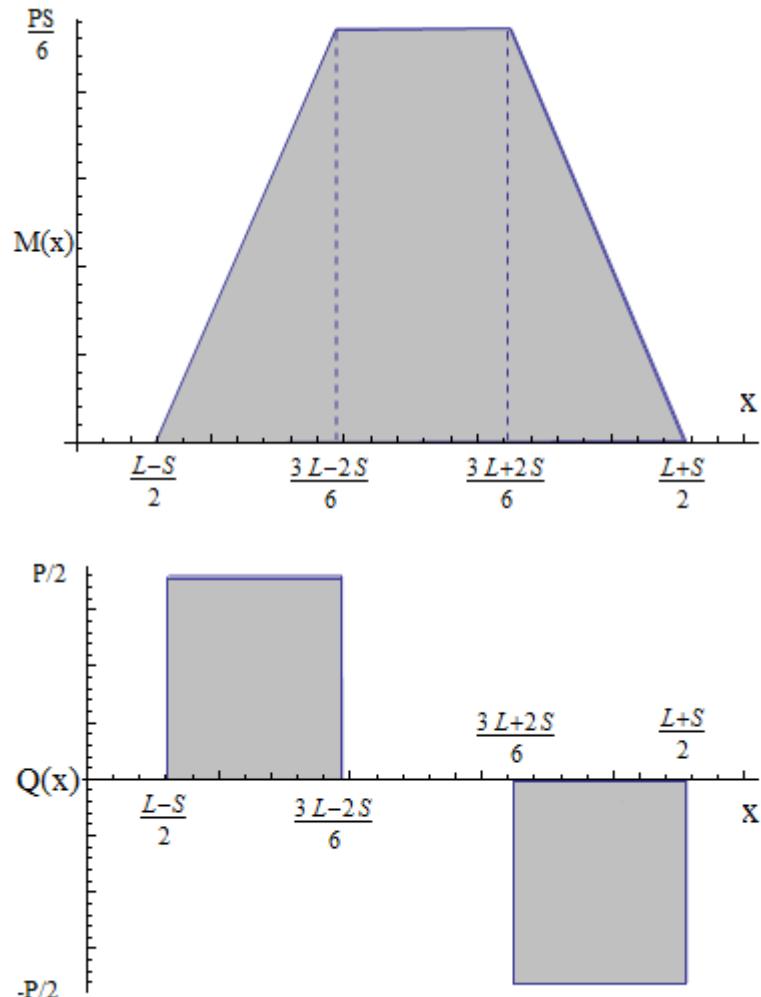
$$\text{Εμφάνιση πτυχής στα επιφανειακά φύλλα: } \frac{P_f}{b} \cdot \frac{S}{d} = 2143 N/mm$$

με όριο αντοχής σε πτύχωση: $\sigma_{cr} = 0.26 GPa$



Σχήμα 12: Δοκιμή κάμψης στο eco-core δοκίμιο

Στο Σχήμα 13, παρουσιάζονται τα διαγράμματα καμπτικών ροπών $M(x)$ και τέμνουσων δυνάμεων $Q(x)$ που ασκούνται στη δοκό κατά τη δοκιμή κάμψης.



Σχήμα 13: Διαγράμματα $M(x), Q(x)$

4.2.2 Πειραματικά αποτελέσματα

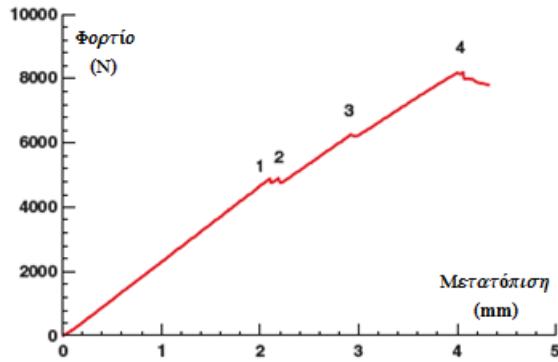
Η δοκιμή κάμψης τεσσάρων σημείων έγινε σύμφωνα με τους κανονισμούς *ASTM C393 – 00*. Τα δοκίμια ήταν μήκους $500mm$, πάχους $28.2mm$ και πλάτους $51mm$. Πραγματοποιήθηκαν εννέα δοκιμές (τρεις για κάθε υλικό) κατά τις οποίες το διάκενο μεταξύ των σημείων στήριξης ήταν $394mm$ ενώ το διάκενο μεταξύ των φορτίων που εφαρμόστηκαν ήταν $131mm$. Τα δοκίμια φορτίζονταν με cross-head ταχύτητα $1.27mm/min$. Η μετατόπιση και το φορτίο καταγράφονταν διαρκώς. Αναλυτικά τα στοιχεία των δοκιμών καθώς και το φορτίο αστοχίας τους φαίνονται στον Πίνακα 3.

Πυρήνας	S (mm)	b (mm)	t_c (mm)	t_f (mm)	S/d	Φορτίο Αστοχίας P_f (N)		
						Πείραμα	M.O. Πειράματος	Σχέση (45)
<i>Eco – core</i>	394	50.7	25.4	1.4	14.7	3,643	3,658	3,130
		51.0				3,452		3,153
		50.6				3,879		3,124
<i>Balsa</i>	394	49.3	25.4	1.4	14.7	5,476	4,963	4,553
		51.3				4,889		4,743
		51.1				4,524		4,723
<i>PVC</i>	394	51.1	25.4	1.4	14.7	2,985	3,065	(4,365)
		50.9				3,203		(4,348)
		50.7				3,007		(4,374)

Πίνακας 3

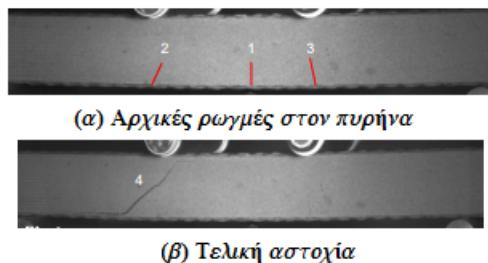
Στις δοκιμές κάμψης, ο λόγος της απόστασης μεταξύ των στηριγμάτων προς το λόγο της απόστασης των κέντρων του δοκιμίου (S/d) ήταν 14.7. Κανένα από τα eco-core δοκίμια δεν αστόχησε με κάποιο από τους πιθανούς τρόπους που φαίνονται στο Σχήμα 10. Η αστοχία παρουσιάστηκε υπό μορφή οριζόντιων ρωγμών στον πάτο του πυρήνα, ανάμεσα στην περιοχή που ορίζουν τα δύο σημεία φόρτισης. Ο τρόπος αυτός της αστοχίας υποδηματίζει αστοχία του πυρήνα σε εφελκυσμό. Στο Σχήμα 14 φαίνεται η γραφική παράσταση φορτίου-μετατόπισης του eco-core δοκιμίου. Κάθε μείωση φορτίου στη γραφική παράσταση, σχετίζεται με τη δημιουργία μιας ρωγμής. Ως φορτίο αστοχίας θεωρήθηκε το μεγαλύτερο φορτίο πριν την πρώτη μείωση του φορτίου, λόγω δημιουργίας ρωγμής.

Οι ρωγμές διακρίνονται στα Σχήματα 15(α,β) που τραβήχτηκαν από φωτογραφική μηχανή υψηλής ταχύτητας 8,000 φωτογραφίες/δευτερόλεπτο (Photorn Fastcam MC2). Οι ρωγμές είναι αριθμημένες σύμφωνα με τη σειρά εμφάνισης κατά την εκτέλεση της δοκιμής. Στο Σχήμα 15(β) διακρίνομε την τελική αστοχία, δηλαδή τη διατμητική ρωγμή και το διαχωρισμό πυρήνα-επιφανειακών φύλλων που εμφανίστηκε στη συνέχεια. Η εφελκυστική αστοχία του πυρήνα δεν είχε αναφερθεί, έως τώρα, ως τύπος αστοχίας



Σχήμα 14: Διάγραμμα φορτίου-μετατόπισης

σε sandwich δοκίμια. Εμφανίστηκε εφελκυστική αστοχία του πυρήνα επειδή το eco-core είναι σχετικά φαθυρό και είναι πιο ανθεκτικό στη ύληψη από ότι στον εφελκυσμό.

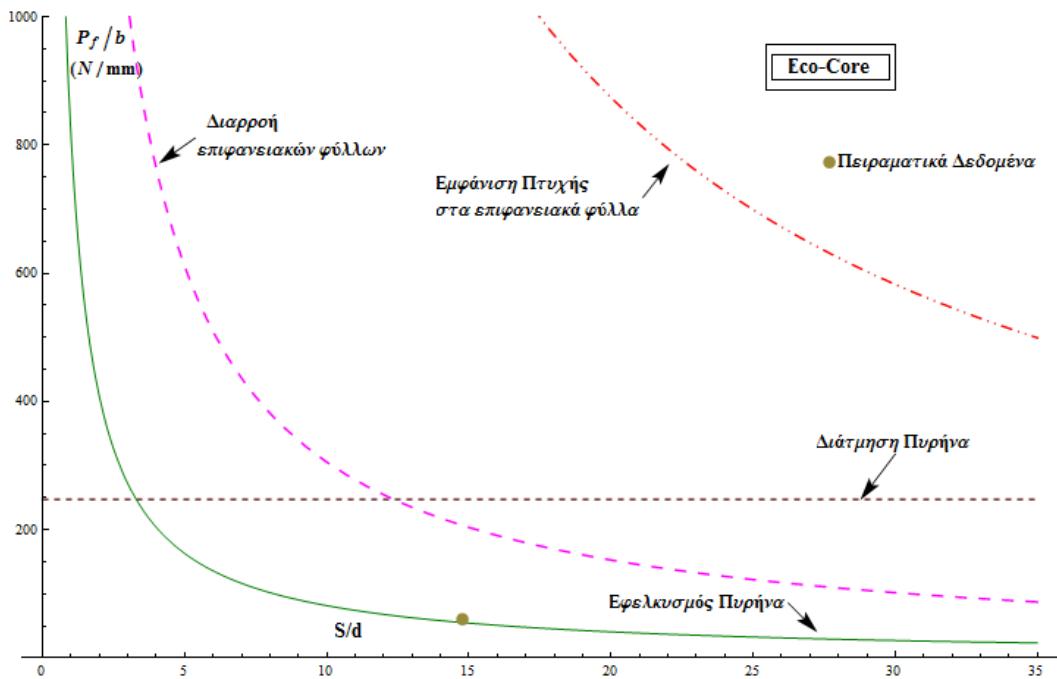


Σχήμα 15: Αστοχία eco-core κατά την κάμψη

Το εφελκυστικό φορτίο αστοχίας του πυρήνα μπορεί να υπολογιστεί από τη θεωρία για τις δοκούς, δηλαδή από την εξίσωση [1]:

$$P_f = \frac{12D\sigma_{ct}b}{St_c E_{ct}} \quad (45)$$

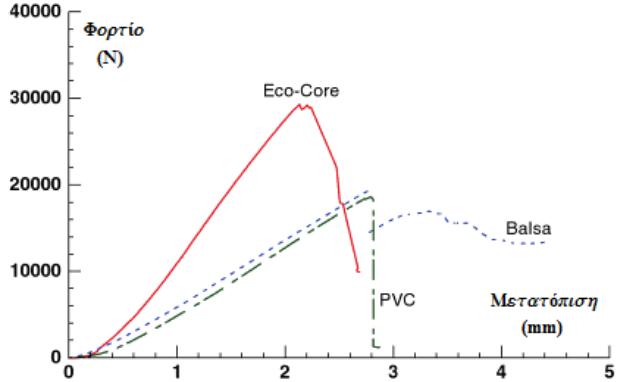
όπου σ_{ct} και E_{ct} είναι η αντοχή σε εφελκυσμό και το μέτρο ελαστικότητας, αντίστοιχα, του υλικού του πυρήνα. Στον Πίνακα 3, καταγράφονται οι τιμές που υπολογίστηκαν από τον αναλυτικό τύπο (45), για το φορτίο εφελκυστικής αστοχίας του κάθε δοκιμίου. Στο Σχήμα 16, παρουσιάζονται τα πειραματικά δεδομένα και τα εκτιμώμενα φορτία αστοχίας, συναρτήσει του λόγου S/d , για κάθε πιθανό τρόπο αστοχίας. Τα δεδομένα της δοκιμής συμφωνούν αρκετά με τα φορτία εφελκυστικής αστοχίας, όπως υπολογίστηκαν από την εξίσωση (45). Συνεπώς, η διάτμηση του πυρήνα είναι ο επικρατέστερος τύπος αστοχίας για τα eco-core και τα φαθυρά sandwich δοκίμια. Η αστοχία είναι εφελκυστική για $S/d > 4$ και διάτμηση του πυρήνα για $S/d \leq 4$.



Σχήμα 16: Διάγραμμα φορτίου αστοχίας - λόγου S/d για το eco-core

Η απόκριση των δοκιμών ως προς τη σχέση φορτίου-μετατόπισης για τα διάφορα δοκίμια (για λόγο $S/d = 14.7$) φαίνεται στο Σχήμα 17. Όμοια με τα δοκίμια του Eco-core, τα δοκίμια του Balsa αστοχούν με διάτμηση του πυρήνα για $S/d \leq 7.6$ και εφελκυσμό του πυρήνα, για $S/d > 7.6$ (Σχήμα 18). Το πειραματικό φορτίο αστοχίας ανά μονάδα πλάτους ήταν $98N/mm$ και συμφωνεί με το φορτίο αστοχίας ανά μονάδα πλάτους που προέκυψε $P_f/b = 92N/mm$ από την εξίσωση (45), για τον εφελκυσμό του πυρήνα.

Τα δοκίμια του PVC αστόχησαν εμφανίζοντας μια εσοχή τοπικά (indentation) στο επιφανειακό φύλλο κάτω από το σημείο φόρτισης, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 19(b). Το πειραματικό φορτίο αστοχίας ήταν μικρότερο από αυτό που προβλέφθηκε για τη διάτμηση του πυρήνα και την πτύχωση των επιφανειακών φύλλων. Για να αποφευχθεί αυτού του είδους η τοπική αστοχία, προτείνεται από τον κανονισμό *ASTM C393 (2000)* η τοποθέτηση στενών λωρίδων (narrow strips) στα σημεία εφαρμογής του φορτίου και στα σημεία στήριξης, ανάμεσα σ' αυτά και στο δοκίμιο. Στις δοκιμές κάμψης τριών σημείων έχει μελετηθεί η μοντελοποίηση της αστοχίας με εσοχή [1,10,11]. Μετρώντας την μετατόπιση των σημείων που βρίσκονται στην επιφάνεια του δοκιμίου πάνω από τα σημεία στήριξης, μπορεί να υπολογιστεί η απόκλιση στη συμπεριφορά του sandwich λόγω της δημιουργίας της εσοχής[8]. Εδώ όμως έχει επιλεγεί κάμψη τεσσάρων σημείων, καθώς κατά τη διάρκεια κάμψης τριών σημείων παρατηρήθηκε αστοχία

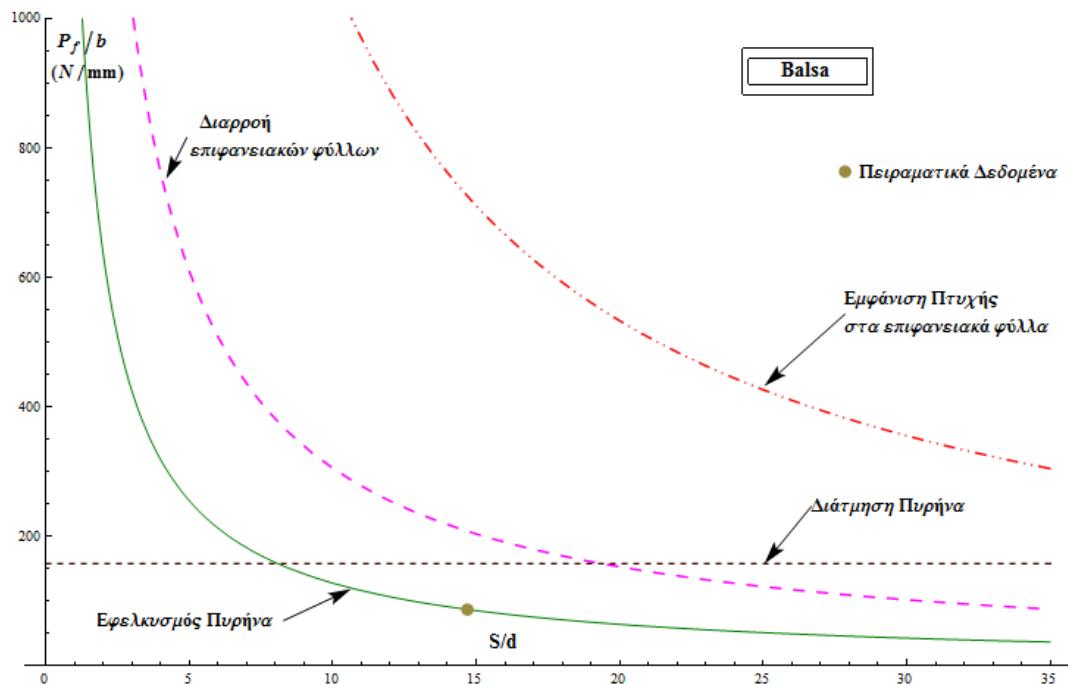


Σχήμα 17: Διάγραμμα φορτίου-μετατόπισης που προέκυψε πειραματικά

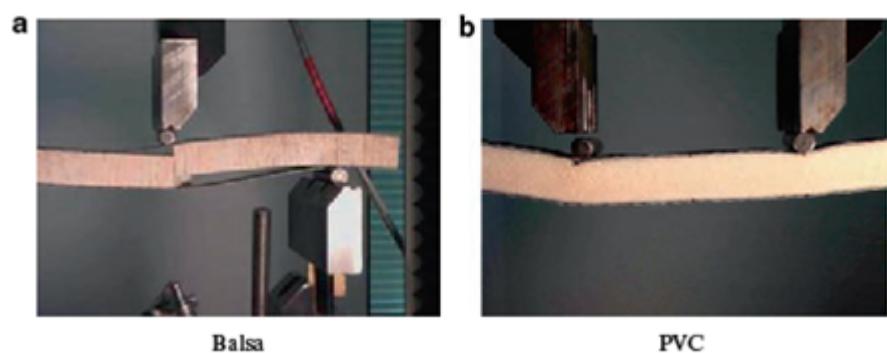
υπό φορτίο $3643N$ ενώ αναμενόταν αστοχία υπό φορτίο $8371N$ [12]. Μία απλοποιημένη εξίσωση που δίνει το φορτίο αστοχίας σε περίπτωση δημιουργίας εσοχής για τα ελαστικά-άκαμπτα πλαστικά υλικά έχει προταθεί από τον Soden [10] και δίνεται από τον τύπο:

$$P_{cr} = \frac{4}{3}bt_f\sqrt{\sigma_{ys}\sigma_c} \quad (46)$$

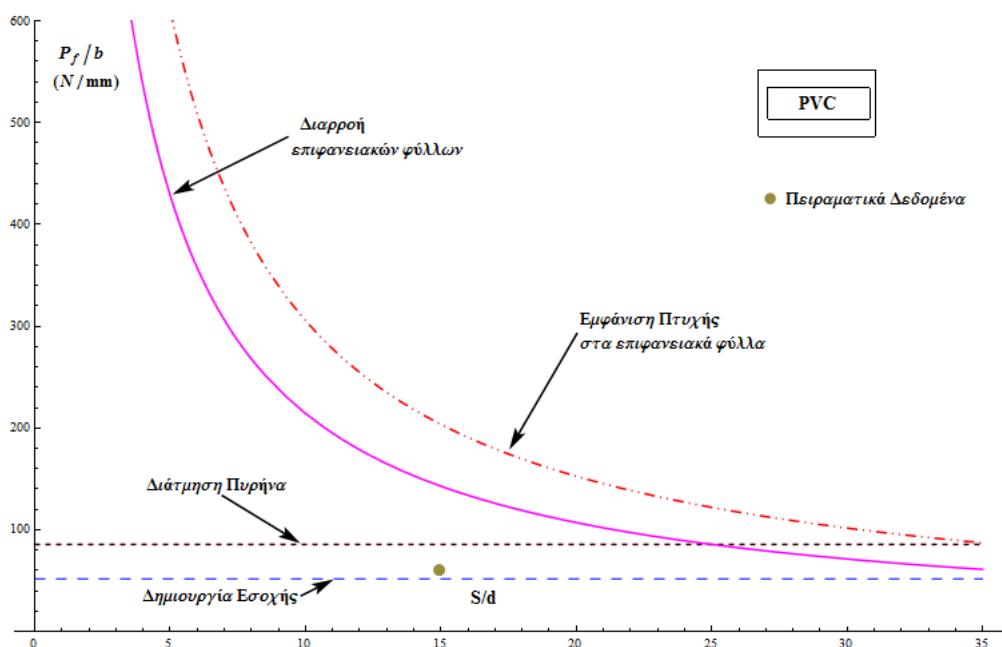
όπου σ_{ys} είναι το όριο διαρροής του πυρήνα (yield strength). Κάνοντας χρήση αυτού του τύπου, το εκτιμώμενο φορτίο αστοχίας για το PVC είναι $52N/mm$ και το πειραματικό αποτελέσματα είναι $60N/mm$. Η διαφορά που προκύπτει είναι στο 14% και μπορεί να σχετίζεται με τους περιορισμούς που μπαίνουν από το μοντέλο του Soden. Οι τρόποι αστοχίας του PVC sandwich δοκιμίου συναρτήσει του λόγου S/d και του φορτίου αστοχίας ανά μονάδα μήκους P_f/b φαίνεται στο Σχήμα 20.



Σχήμα 18: Διάγραμμα φορτίου αστοχίας - λόγου S/d για το balsa



Σχήμα 19: Αστοχία κατά την κάμψη

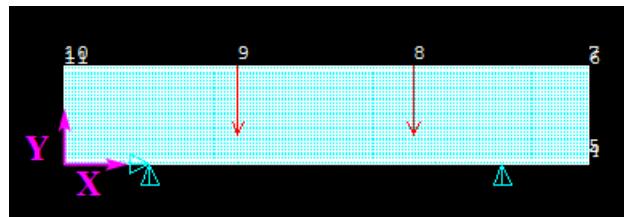


Σχήμα 20: Διάγραμμα φορτίου αστοχίας - λόγου S/d για το PVC

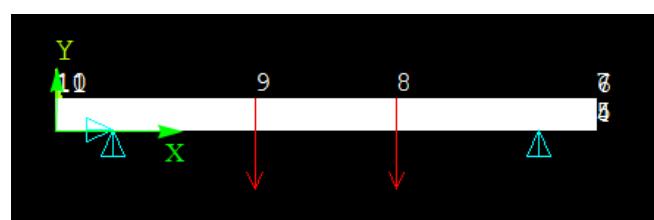
5 Αριθμητική ανάλυση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων

Κατά την αριθμητική ανάλυση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, έγινε δισδιάστατη μοντελοποίηση των πειραμάτων διάτμησης και κάμψης με χρήση του προγράμματος ANSYS. Χρησιμοποιήθηκε το οκτακομβικό στοιχείο PLANE82 το οποίο προσφέρει αρκετά ακριβή αποτελέσματα ακόμα και σε ακανόνιστα σχήματα, καθώς όταν αυτό είναι αναγκαίο, συνδυάζει τετραγωνικά και τριγωνικά στοιχεία κατά τη δημιουργία ενός πλέγματος. Το στοιχείο αυτό καθορίζεται από 8 κόμβους και έχει δύο βαθμούς ελευθερίας σε κάθε κόμβο, έναν στον άξονα x και έναν στον άξονα y (στην τριγωνική του μορφή, ταυτίζονται 3 κόμβοι). Παρουσιάζει πλαστικότητα, δυσκαμψία, μπορεί να διασταλεί και να υποστεί μεγάλη παραμόρφωση.

Η αρχή των αξόνων σε κάθε περίπτωση τέθηκε να βρίσκεται στο κάτω αριστερό άκρο του δοκιμίου, όπως φαίνεται στα Σχήματα 21,22. Προσδιορίστηκαν 12 κόμβοι αρχικά, οι οποίοι ορίζουν τα άκρα κάθε υλικού που αποτελεί το δοκίμιο, τα σημεία στήριξης, και τα σημεία εφαρμογής των δυνάμεων. Όλα τα δοκίμια στηρίζονται σε μία άρθρωση και σε μια κύλιση. Σε κάθε δοκίμιο εφαρμόστηκε η δύναμη που προκάλεσε την πειραματική αστοχία του και δεν έγινε βαθμιαία φόρτιση όπως συνέβη κατά τη διάρκεια των πειραμάτων. Το φορτίο μοιράστηκε σε δύο σημεία, στους κόμβους 8,9 όπως φαίνεται στα παρακάτω σχήματα. Οι διαστάσεις των δοκιμών καθώς και οι δυνάμεις που εφαρμόστηκαν σε αυτά φαίνονται στους Πίνακες 2,3. Θεωρήθηκε πως τα δοκίμια επικρατεί κατάσταση επίπεδης έντασης.



Σχήμα 21: Μοντέλο διάτμησης



Σχήμα 22: Μοντέλο κάμψης

5.1 Πλέγματα πεπερασμένων στοιχείων

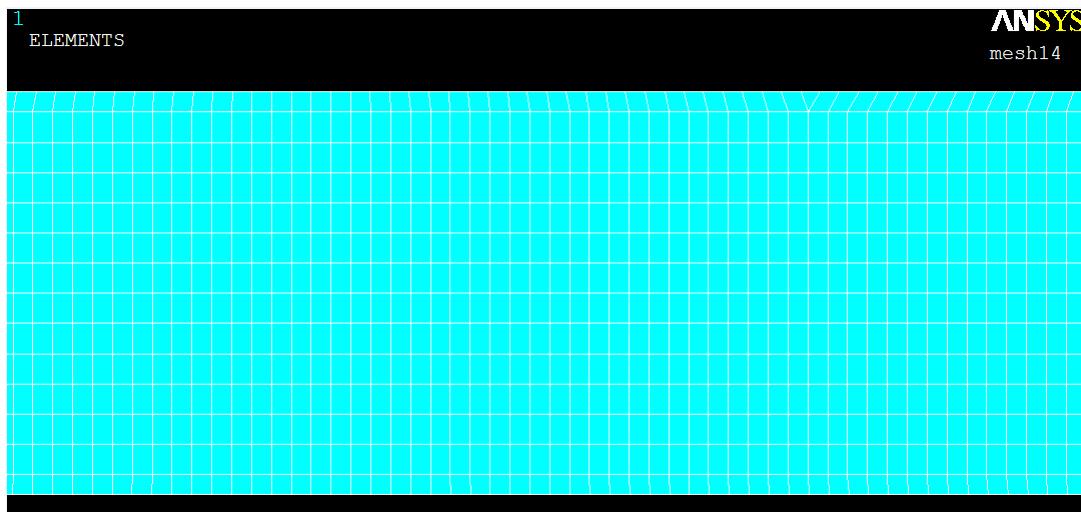
Για την σωστή διαχριτοποίηση των δοκιμών, εφαρμόστηκαν 4 διαφορετικά πλέγματα στη μελέτη του πειράματος διάτμησης του 1ου δοκιμίου eco-core. Στη συνέχεια, έγινε σύγκριση των αποτελεσμάτων σε διάφορες τομές με σκοπό να παρατηρήσουμε αν συγκλίνουν οι τιμές των τάσεων.

Το πρώτο πλέγμα είχε 14 διαμερίσεις στη διάσταση του πάχους, το δεύτερο 36 διαμερίσεις, το τρίτο 54 διαμερίσεις και το τέταρτο 82 διαμερίσεις στη διάσταση του πάχους.

1ο πλέγμα : Κάθε sandwich δοκίμιο αποτελείται από 14 στοιχεία στη διάσταση του πάχους του. Κάθε επιφανειακό φύλλο έχει μόνο 1 στοιχείο στη διάσταση αυτή. Τα τετραγωνικά στοιχεία του πυρήνα έχουν μήκος $2.12mm$, ενώ αυτά των επιφανειακών φύλλων έχουν μήκος $1.4mm$. Κατά την διαχριτοποίηση του κάθε δοκιμίου δημιουργήθηκαν:

220 στοιχεία και 1102 κόμβοι στα επιφανειακά φύλλα

1308 στοιχεία και 3729 κόμβοι στο εσωτερικό υλικό

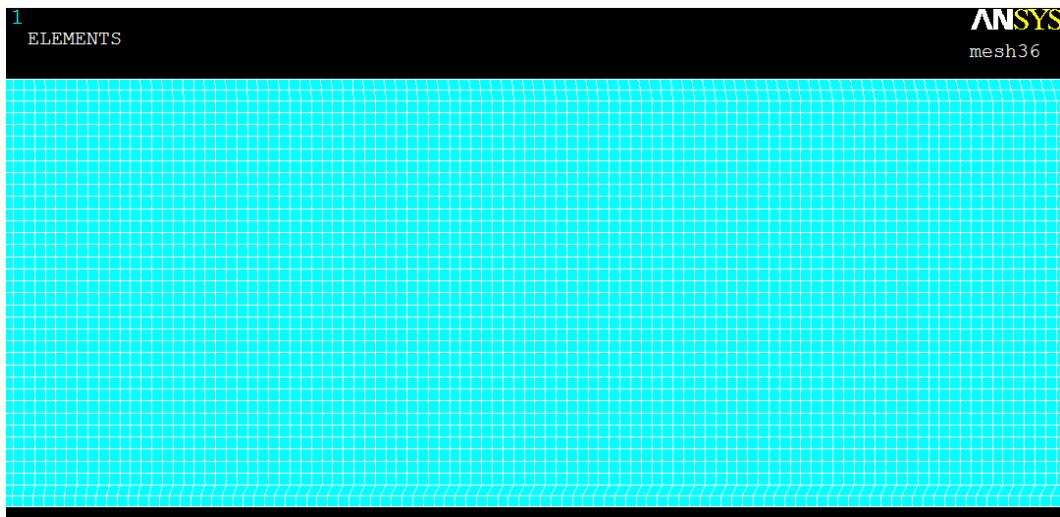


Σχήμα 23: Πλέγμα mesh14

2ο πλέγμα : Κάθε sandwich δοκίμιο αποτελείται από 36 στοιχεία στη διάσταση του πάχους του. Κάθε επιφανειακό φύλλο έχει 2 στοιχεία στη διάσταση αυτή. Τα τετραγωνικά στοιχεία του πυρήνα έχουν μήκος $0.795mm$, ενώ αυτά των επιφανειακών φύλλων έχουν μήκος $0.7mm$. Κατά την διαχριτοποίηση του κάθε δοκιμίου δημιουργήθηκαν:

867 στοιχεία και 3475 κόμβοι στα επιφανειακά φύλλα

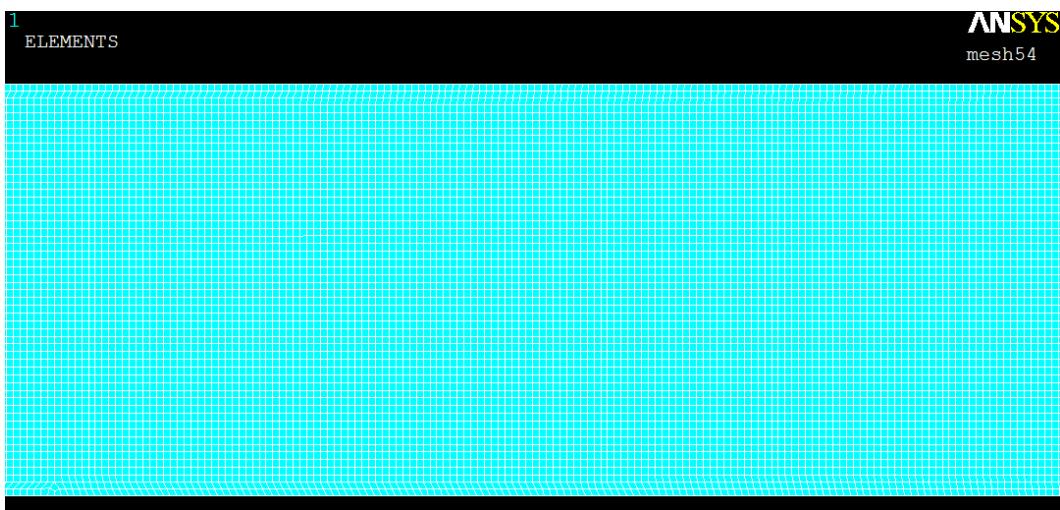
6912 στοιχεία και 20367 κόμβοι στο εσωτερικό υλικό



Σχήμα 24: Πλέγμα mesh36

3ο πλέγμα : Κάθε sandwich δοκίμιο αποτελείται από 54 στοιχεία στη διάσταση του πάχους του. Κάθε επιφανειακό φύλλο έχει 3 στοιχεία στη διάσταση αυτή. Τα τετραγωνικά στοιχεία του πυρήνα έχουν μήκος $0.53mm$, ενώ αυτά των επιφανειακών φύλλων έχουν μήκος $0.47mm$. Κατά την διακριτοποίηση του κάθε δοκιμίου δημιουργήθηκαν:

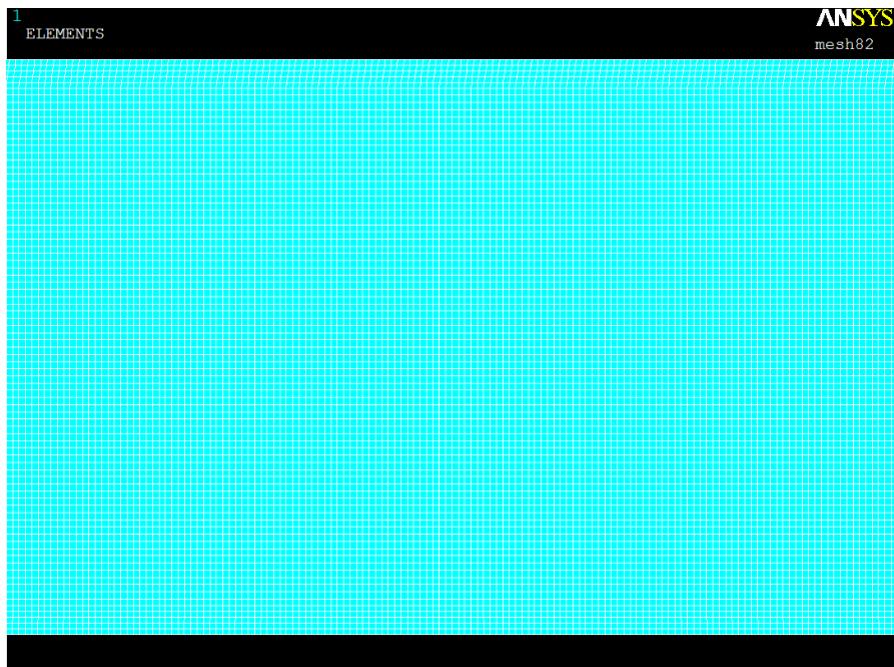
1949 στοιχεία και 7159 κόμβοι στα επιφανειακά φύλλα
15552 στοιχεία και 46103 κόμβοι στο εσωτερικό υλικό.



Σχήμα 25: Πλέγμα mesh54

4ο πλέγμα : Κάθε sandwich δοκίμιο αποτελείται από 82 στοιχεία στη διάσταση του πάχους του. Κάθε επιφανειακό φύλλο έχει 5 στοιχεία στη διάσταση αυτή. Τα τετραγωνικά στοιχεία του πυρήνα έχουν μήκος $0.353mm$, ενώ αυτά των επιφανειακών φύλλων έχουν μήκος $0.313mm$. Κατά την διαχριτοποίηση του κάθε δοκιμίου δημιουργήθηκαν:

4863 στοιχεία και 16555 κόμβοι στα επιφανειακά φύλλα
34992 στοιχεία και 104147 κόμβοι στο εσωτερικό υλικό.



Σχήμα 26: Πλέγμα mesh82

Τα αποτελέσματα των τάσεων $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}$ σε κάθε οριζόντια διατομή, καθώς και οι επί τοις εκατό διαφορές που προκύπτουν κατά τη σύγκριση των διαφόρων πλεγμάτων (mesh) φαίνονται στους παρακάτω πίνακες. Δίνονται και οι αντίστοιχοι συμβολισμοί: $m14 = mesh14$, $m36 = mesh36$, $m54 = mesh54$, $m82 = mesh82$

Σύγκριση τάσεων για διαφορετικής πυκνότητας πλεγματοποίησης στην οριζόντια τομή $y = 7.75\text{mm}$ από την κάτω επιφάνεια του δοκιμίου

x(cm)	Sx mesh14	Sx mesh36	Sx mesh54	Sx mesh82	% m36-m14	% m54-m36	% m54-m14	% m82-m54
0.00	3.37	0.53	0.24	0.11	-538.834	-117.305	-1288.216	-119.781
1.00	-308.44	-326.12	-303.34	-303.15	5.421	-7.510	-1.681	-0.063
2.06	661.96	557.32	649.28	648.79	-18.776	14.163	-1.953	-0.076
3.00	843.34	781.75	842.23	842.02	-7.878	7.181	-0.132	-0.025
4.13	1351.50	1396.00	1357.70	1357.90	3.188	-2.821	0.457	0.015
5.25	2686.20	2695.90	2686.80	2686.80	0.360	-0.339	0.022	0.000
6.38	2658.50	2665.50	2660.00	2660.00	0.263	-0.207	0.056	0.000
7.32	2622.10	2623.60	2623.70	2623.80	0.057	0.004	0.061	0.004
8.44	2629.00	2630.60	2630.70	2630.80	0.061	0.004	0.065	0.004
9.57	2752.10	2752.60	2752.70	2752.70	0.018	0.004	0.022	0.000
10.70	1951.20	1953.90	1954.10	1954.30	0.138	0.010	0.148	0.010
11.82	389.07	403.78	404.87	405.34	3.643	0.269	3.902	0.116
12.95	1492.90	1445.10	1442.40	1441.30	-3.308	-0.187	-3.501	-0.076
14.07	-397.74	-390.71	-390.10	-389.83	-1.799	-0.156	-1.958	-0.069
15.20	3.37	0.53	0.24	0.11	-538.834	-117.305	-1288.216	-119.781

Πίνακας 4: Τάση σ_{xx} (kPa)

x(cm)	Sy mesh14	Sy mesh36	Sy mesh54	Sy mesh82	% m36-m14	% m54-m36	% m54-m14	% m82-m54
0.00	576.14	577.15	577.30	577.38	0.175	0.026	0.201	0.014
1.00	-120.63	-165.26	-124.74	-124.88	27.006	-32.484	3.295	0.112
2.06	-4350.20	-4137.20	-4331.90	-4331.40	-5.148	4.495	-0.422	-0.012
3.00	-3865.50	-3679.00	-3859.30	-3859.10	-5.069	4.672	-0.161	-0.005
4.13	-862.20	-875.22	-866.98	-867.16	1.488	-0.950	0.551	0.021
5.25	-1221.50	-1212.90	-1222.40	-1222.40	-0.709	0.777	0.074	0.000
6.38	-321.33	-357.39	-322.41	-322.45	10.090	-10.850	0.335	0.012
7.32	65.92	64.74	64.63	64.58	-1.815	-0.173	-1.991	-0.076
8.44	-96.62	-97.83	-97.94	-97.99	1.242	0.112	1.353	0.050
9.57	-980.58	-981.07	-981.13	-981.15	0.050	0.006	0.056	0.002
10.70	-1067.30	-1069.60	-1069.80	-1069.90	0.215	0.019	0.234	0.009
11.82	-1678.30	-1689.60	-1690.30	-1690.70	0.669	0.041	0.710	0.024
12.95	-5890.90	-5859.30	-5857.30	-5856.40	-0.539	-0.034	-0.574	-0.015
14.07	-307.35	-313.06	-313.54	-313.75	1.824	0.153	1.974	0.067
15.20	576.14	577.15	577.30	577.38	0.175	0.026	0.201	0.014

Πίνακας 5: Τάση σ_{yy} (kPa)

x(cm)	Sxy mesh14	Sxy mesh36	Sxy mesh54	Sxy mesh82	% m36-m14	% m54-m36	% m54-m14	% m82-m54
0.00	-3.34	-0.55	-0.25	-0.11	-506.712	-123.660	-1256.975	-124.192
1.00	-86.35	-64.83	-84.46	-84.40	-33.196	23.242	-2.238	-0.069
2.06	618.43	647.77	596.13	595.20	4.529	-8.663	-3.741	-0.156
3.00	-5222.90	-5216.10	-5191.20	-5189.90	-0.130	-0.480	-0.611	-0.025
4.13	-3813.50	-3772.40	-3807.50	-3807.30	-1.089	0.922	-0.158	-0.005
5.25	-1570.80	-1519.40	-1569.40	-1569.30	-3.383	3.186	-0.089	-0.006
6.38	-81.18	-105.79	-82.58	-82.63	23.262	-28.109	1.692	0.059
7.32	27.71	27.34	27.30	27.29	-1.342	-0.128	-1.472	-0.059
8.44	-26.20	-25.09	-25.00	-24.96	-4.423	-0.376	-4.816	-0.168
9.57	848.41	848.32	848.33	848.34	-0.011	0.001	-0.009	0.001
10.70	3182.40	3178.50	3178.20	3178.00	-0.123	-0.009	-0.132	-0.006
11.82	4966.30	4948.10	4946.40	4945.60	-0.368	-0.034	-0.402	-0.016
12.95	190.70	194.27	195.61	196.25	1.838	0.685	2.510	0.326
14.07	-12.72	-13.36	-13.38	-13.38	4.849	0.105	4.948	0.030
15.20	3.34	0.55	0.25	0.11	-506.712	-123.660	-1256.975	-124.192

Πίνακας 6: Τάση σ_{xy} (kPa)

Σύγχριση τάσεων για διαφορετικής πυκνότητας πλεγματοποίησης στην οριζόντια τομή $y = 20.45mm$ από την κάτω επιφάνεια του δοχείου

x (cm)	Sx mesh14	Sx mesh36	Sx mesh54	Sx mesh82	% m36-m14	% m54-m36	% m54-m14	% m82-m54
0.0	1.07	0.16	0.07	0.03	-575.425	-117.591	-1369.66	-120.280
0.9	-64.31	-65.83	-63.81	-63.79	2.309	-3.177	-0.79	-0.030
2.1	-63.46	-59.41	-63.33	-63.33	-6.821	6.196	-0.20	-0.008
3.0	-832.76	-864.72	-830.15	-830.05	3.696	-4.164	-0.31	-0.012
4.1	-2464.60	-2459.60	-2449.30	-2448.80	-0.203	-0.421	-0.62	-0.020
5.3	-1236.80	-1378.60	-1290.60	-1291.90	10.286	-6.819	4.17	0.101
6.4	-3430.10	-3432.40	-3420.20	-3419.90	0.067	-0.357	-0.29	-0.009
7.3	-3193.50	-3191.00	-3190.70	-3190.60	-0.078	-0.009	-0.09	-0.003
8.4	-3311.30	-3306.40	-3305.90	-3305.70	-0.148	-0.015	-0.16	-0.006
9.6	-2780.60	-2788.60	-2788.70	-2788.70	0.287	0.004	0.29	0.000
10.7	-2133.60	-2143.50	-2143.80	-2143.90	0.462	0.014	0.48	0.005
11.8	-1431.40	-1426.10	-1425.60	-1425.40	-0.372	-0.035	-0.41	-0.014
12.9	-116.83	-116.63	-116.61	-116.61	-0.171	-0.017	-0.19	0.000
14.1	-69.50	-68.99	-68.94	-68.92	-0.735	-0.070	-0.81	-0.032
15.2	1.07	0.16	0.07	0.03	-575.425	-117.591	-1369.66	-120.280

Πίνακας 7: Τάση σ_{xx} (kPa)

x (cm)	Sy mesh14	Sy mesh36	Sy mesh54	Sy mesh82	% m36-m14	% m54-m36	% m54-m14	% m82-m54
0.0	421.95	422.23	422.27	422.30	0.066	0.009	0.076	0.007
0.9	-190.89	-224.51	-191.21	-191.23	14.975	-17.415	0.167	0.010
2.1	-1139.20	-1123.20	-1139.50	-1139.50	-1.425	1.430	0.026	0.000
3.0	-1112.40	-1099.90	-1114.80	-1114.90	-1.136	1.337	0.215	0.009
4.1	-1521.70	-1609.00	-1532.70	-1533.00	5.426	-4.978	0.718	0.020
5.3	-6150.70	-5962.30	-6117.30	-6116.30	-3.160	2.534	-0.546	-0.016
6.4	-310.43	-382.08	-318.47	-318.73	18.753	-19.974	2.525	0.082
7.3	133.41	131.29	131.09	131.01	-1.615	-0.153	-1.770	-0.061
8.4	-5.77	-9.89	-10.24	-10.40	41.616	3.475	43.645	1.528
9.6	-3147.40	-3136.10	-3135.80	-3135.80	-0.360	-0.010	-0.370	0.000
10.7	-3521.60	-3508.30	-3507.80	-3507.70	-0.379	-0.014	-0.393	-0.003
11.8	-888.15	-892.52	-892.91	-893.08	0.490	0.044	0.533	0.019
12.9	-1244.00	-1244.50	-1244.50	-1244.50	0.040	0.000	0.040	0.000
14.1	-329.62	-329.92	-329.96	-329.97	0.091	0.012	0.103	0.003
15.2	421.95	422.23	422.27	422.30	0.066	0.009	0.076	0.007

Πίνακας 8: Τάση σ_{yy} (kPa)

x (cm)	Sxy mesh14	Sxy mesh36	Sxy mesh54	Sxy mesh82	% m36-m14	% m54-m36	% m54-m14	% m82-m54
0.0	3.21	0.52	0.23	0.10	-523.209	-123.178	-1290.867	-123.836
0.9	124.61	108.49	122.06	121.97	-14.859	11.117	-2.089	-0.074
2.1	-1041.30	-996.33	-1041.10	-1041.10	-4.514	4.300	-0.019	0.000
3.0	-3074.20	-3116.00	-3070.20	-3070.10	1.341	-1.492	-0.130	-0.003
4.1	-4880.70	-4898.20	-4859.70	-4859.00	0.357	-0.792	-0.432	-0.014
5.3	-437.44	-275.71	-439.65	-440.20	-58.659	37.289	0.503	0.125
6.4	158.61	191.66	157.61	157.55	17.244	-21.604	-0.634	-0.038
7.3	-25.11	-24.63	-24.59	-24.58	-1.924	-0.155	-2.082	-0.069
8.4	3.13	2.16	2.10	2.07	-44.947	-2.809	-49.018	-1.260
9.6	-859.88	-836.87	-834.89	-833.99	-2.750	-0.237	-2.993	-0.108
10.7	5233.40	5205.50	5202.70	5201.50	-0.536	-0.054	-0.590	-0.023
11.8	3727.80	3722.80	3722.40	3722.10	-0.134	-0.011	-0.145	-0.008
12.9	1426.30	1425.40	1425.30	1425.30	-0.063	-0.007	-0.070	0.000
14.1	-55.63	-53.43	-53.23	-53.14	-4.131	-0.368	-4.514	-0.164
15.2	-3.21	-0.52	-0.23	-0.10	-523.209	-123.178	-1290.867	-123.836

Πίνακας 9: Τάση σ_{xy} (kPa)

Σύγκριση τάσεων για διαφορετικής πυκνότητας πλεγματοποίησης στην οριζόντια τομή $y = 24.5\text{mm}$ από την κάτω επιφάνεια του δοκιμίου

x (cm)	Sx mesh14	Sx mesh36	Sx mesh54	Sx mesh82	% m36-m14	% m54-m36	% m54-m14	% m82-m54
0.00	-0.53	0.27	0.07	0.05	297.169	-256.675	803.250	-46.946
1.00	-6.37	-13.60	-5.66	-5.63	53.136	-140.246	-12.590	-0.527
2.06	-261.65	-241.44	-259.47	-259.39	-8.371	6.949	-0.840	-0.031
3.00	-1210.00	-1229.10	-1206.50	-1206.30	1.554	-1.873	-0.290	-0.017
4.13	-3804.30	-3794.70	-3763.60	-3762.10	-0.253	-0.826	-1.081	-0.040
5.25	-2702.00	-3434.50	-3371.20	-3376.60	21.328	-1.878	19.850	0.160
6.38	-5036.90	-4983.60	-5028.40	-5028.00	-1.070	0.891	-0.169	-0.008
7.32	-4777.90	-4682.10	-4776.80	-4776.80	-2.046	1.982	-0.023	0.000
8.44	-4862.40	-4772.50	-4859.30	-4859.20	-1.884	1.786	-0.064	-0.002
9.57	-5988.20	-5668.60	-5867.00	-5863.80	-5.638	3.382	-2.066	-0.055
10.70	-4983.90	-4651.50	-4837.20	-4833.90	-7.146	3.839	-3.033	-0.068
11.82	-1857.50	-1839.80	-1852.20	-1851.90	-0.962	0.669	-0.286	-0.016
12.95	-377.60	-366.26	-375.29	-375.20	-3.096	2.406	-0.616	-0.024
14.07	-20.69	-24.35	-19.60	-19.56	15.049	-24.230	-5.535	-0.210
15.20	-0.53	0.27	0.07	0.05	297.272	-256.487	803.250	-46.946

Πίνακας 10: Τάση σ_{xx} (kPa)

x (cm)	Sy mesh14	Sy mesh36	Sy mesh54	Sy mesh82	% m36-m14	% m54-m36	% m54-m14	% m82-m54
0.00	133.2	154.41	133.8	133.7	13.710	-15.447	0.381	-0.037
1.00	-70.1	-92.40	-70.7	-70.7	24.120	-30.700	0.825	0.034
2.06	-406.2	-443.06	-408.0	-408.1	8.326	-8.588	0.453	0.017
3.00	-381.1	-417.61	-384.1	-384.2	8.750	-8.719	0.794	0.029
4.13	-464.3	-622.54	-501.9	-503.1	25.412	-24.032	7.487	0.239
5.25	-10655.0	-9109.50	-10008.0	-10003.0	-16.966	8.978	-6.465	-0.050
6.38	-28.3	-69.35	-36.6	-36.9	59.225	-89.628	22.680	0.881
7.32	70.3	74.99	69.3	69.3	6.305	-8.147	-1.328	-0.055
8.44	40.6	38.31	37.8	37.6	-5.888	-1.470	-7.445	-0.308
9.57	-2007.1	-2234.30	-2085.1	-2087.5	10.169	-7.156	3.741	0.115
10.70	-2406.6	-2646.90	-2488.4	-2490.8	9.079	-6.370	3.287	0.096
11.82	-285.3	-322.28	-290.0	-290.2	11.484	-11.135	1.628	0.065
12.95	-439.2	-485.51	-441.2	-441.3	9.536	-10.041	0.453	0.018
14.07	-123.7	-137.01	-124.5	-124.6	9.744	-10.039	0.683	0.032
15.20	133.2	154.41	133.8	133.7	13.710	-15.447	0.381	-0.037

Πίνακας 11: Τάση σ_{yy} (kPa)

x (cm)	S_{xy} mesh14	S_{xy} mesh36	S_{xy} mesh54	S_{xy} mesh82	% m36-m14	% m54-m36	% m54-m14	% m82-m54
0.00	4.38	0.85	0.54	0.23	-416.344	-57.076	-711.055	-137.483
1.00	148.63	130.13	145.70	145.60	-14.217	10.686	-2.011	-0.069
2.06	-882.74	-860.30	-882.83	-882.83	-2.608	2.552	0.010	0.000
3.00	-2437.70	-2511.70	-2435.80	-2435.80	2.946	-3.116	-0.078	0.000
4.13	-4098.00	-4258.50	-4103.90	-4103.90	3.769	-3.767	0.144	0.000
5.25	3020.00	2760.00	2922.90	2915.70	-9.420	5.573	-3.322	-0.247
6.38	-85.01	-30.52	-75.10	-74.78	-178.542	59.360	-13.199	-0.423
7.32	-64.32	-61.60	-63.08	-63.03	-4.427	2.351	-1.972	-0.075
8.44	148.02	135.98	143.21	143.03	-8.854	5.049	-3.359	-0.126
9.57	-1926.90	-1860.50	-1867.20	-1865.20	-3.569	0.359	-3.197	-0.107
10.70	5947.90	5876.30	5849.80	5847.00	-1.218	-0.453	-1.677	-0.048
11.82	2943.40	2993.70	2942.50	2942.50	1.680	-1.740	-0.031	0.000
12.95	1185.10	1203.10	1184.60	1184.60	1.496	-1.562	-0.042	0.000
14.07	-78.53	-73.66	-75.76	-75.66	-6.609	2.774	-3.651	-0.132
15.20	-4.38	-0.85	-0.54	-0.23	-416.399	-57.060	-711.055	-137.483

Πίνακας 12: Τάση σ_{xy} (kPa)

Από τους παραπάνω πίνακες παρατηρούμε σύγκλιση τιμών για το πλέγμα των 54 διαμερίσεων στη διάσταση του πλάτους και για αυτό των 82 διαμερίσεων. Μόνο για τις τιμές στα σύνορα δεν υπάρχει σύγκλιση στις τάσεις σ_{xx} , σ_{xy} . Όμως το πάχος των επιφανειακών φύλλων είναι μικρό, και έτσι παρουσιάζεται μεγάλη ιδιομορφία σε αυτά. Συνεπώς οι αποκλίσεις στα σύνορα δεν λαμβάνονται υπ' όψιν. Συγκρίνοντας τις τάσεις στα πλέγματα 14, 36 και 54 διαμερίσεων, παρατηρούμε σύγκλιση τιμών κατά διαστήματα. Στην 1η τομή, που απέχει περισσότερο από τα σημεία εφαρμογής των δυνάμεων, παρατηρείται μεγαλύτερη σύγκλιση απ' ότι στις άλλες τομές. Μάλιστα οι τιμές των σ_{xx} συγκλίνουν για κάθε πλέγμα στα σημεία που βρίσκονται ανάμεσα στα σημεία στήριξης του δοκιμίου. Ενώ σύγκλιση παρατηρείται στην τάση σ_{yy} για $x > 7$ και για τα $mesh36 - mesh54$.

Έτσι επιλέχτηκε η χρήση του πλέγματος $mesh54$ για την ανάλυση των υλικών με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, αφού δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα με έναν όχι και τόσο μεγάλο όγκο αποτελεσμάτων.

Αφού έγινε η αντίστοιχη σύγκριση στο πείραμα της κάμψης, ανάμεσα στα πλέγματα $mesh14$, $mesh36$, $mesh54$, $mesh82$ παρατηρήθηκε παρόμοια σύγκλιση. Έτσι επιλέχθηκε και για το πείραμα της κάμψης, η διακριτοποίηση του δοκιμίου με 54 στοιχεία στη διάσταση του πάχους του. Η σύγκριση αυτή δεν προσέφερε νέα στοιχεία και έτσι δεν παρουσιάζεται εδώ.

5.2 Ανάλυση του πειράματος διάτμησης με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων

5.2.1 Επιλογή αντιπροσωπευτικού δοκιμίου για το κάθε υλικό

Για το πείραμα της διάτμησης, υπήρχαν δεδομένα για 3 δοκίμια από κάθε υλικό (Eco-core, Balsa, PVC). Έτσι λοιπόν επιλέχτηκε πρώτα να γίνει μια σύγκριση της συμπεριφοράς των δοκιμών σε διάτμηση μεταξύ των δοκιμών του ίδιου υλικού και στη συνέχεια να επιλεγεί ένα δοκίμιο από κάθε υλικό για τη σύγκριση μεταξύ των 3 διαφορετικών sandwich υλικών. Τα δοκίμια φορτίστηκαν με το πειραματικό φορτίο αστοχίας τους, όπως αυτό παρουσιάζεται στον Πίνακα 2. Παρακάτω παρατίθενται τα αποτελέσματα των τάσεων της σύγκρισης των 3 δοκιμών με κύριο υλικό το eco-core για 3 οριζόντιες τομές. Οι διαστάσεις των δοκιμών καθώς και το μέτρο των δυνάμεων με τις οποίες φορτίστηκαν δίνονται στον Πίνακα 2.

x (cm)	Sx eco1	Sy eco1	Sxy eco1	Sx eco2	Sy eco2	Sxy eco2	Sx eco3	Sy eco3	Sxy eco3
0.0	2014	-15841	-958	2218	-17443	-1055	2273	-17873	-1081
0.8	39625	23988	-340710	43632	26414	-375170	44708	27065	-384420
1.6	-435180	-70804	83603	-479190	-77964	92058	-491000	-79885	94327
2.4	2395800	-17340000	5097900	2638100	-19094000	5613400	2703100	-19565000	5751800
3.2	572440	-443300	-4349800	630330	-488130	-4789700	645870	-500160	-4907800
4.0	3230800	-86733	-2838300	3557500	-95504	-3125300	3645200	-97858	-3202300
4.8	4568500	-178510	-1894300	5030500	-196560	-2085800	5154500	-201400	-2137200
5.6	5301400	-155210	-735760	5837600	-170900	-810160	5981400	-175120	-830130
6.4	5568100	-48434	-66070	6131200	-53332	-72752	6282400	-54646	-74545
7.2	5620300	12516	39346	6188700	13782	43325	6341200	14121	44393
8.0	5619700	11014	-42528	6188000	12128	-46829	6340500	12427	-47983
8.8	5568100	-48434	66070	6131200	-53332	72752	6282400	-54646	74545
9.6	5301400	-155210	735760	5837600	-170900	810160	5981400	-175120	830130
10.4	4568500	-178510	1894300	5030500	-196560	2085800	5154500	-201400	2137200
11.2	3230800	-86734	2838300	3557500	-95505	3125300	3645200	-97859	3202300
12.0	572500	-443300	4349900	630400	-488130	4789700	645940	-500160	4907800
12.8	2392200	-17336000	-5095700	2634100	-19090000	-5611000	2699000	-19560000	-5749300
13.6	-435180	-70803	-83606	-479190	-77963	-92061	-491000	-79885	-94330
14.4	39624	23988	340710	43631	26414	375170	44706	27065	384420
15.2	2010	-15842	950	2213	-17444	1046	2268	-17874	1072

Πίνακας 13: Τάσεις (Pa) στην οριζόντια τομή $y = 1.93mm$ από την κάτω επιφάνεια

x (cm)	Sx eco1	Sy eco1	Sxy eco1	Sx eco2	Sy eco2	Sxy eco2	Sx eco3	Sy eco3	Sxy eco3
0.0	73	422270	231	80	464980	254	82	476440	260
0.8	-55513	-95914	151120	-61127	-105610	166400	-62633	-108220	170500
1.6	-51742	-738580	-315840	-56975	-813280	-347780	-58379	-833320	-356350
2.4	-186750	-1288000	-1736100	-205630	-1418200	-1911700	-210700	-1453200	-1958800
3.2	-1117700	-995620	-3415400	-1230700	-1096300	-3760800	-1261000	-1123300	-3853500
4.0	-2342600	-1175400	-4634900	-2579500	-1294300	-5103600	-2643100	-1326200	-5229400
4.8	-1276000	-5741400	-4368500	-1405000	-6322000	-4810300	-1439700	-6477800	-4928800
5.6	-2635900	-3492700	808960	-2902500	-3845900	890770	-2974000	-3940700	912720
6.4	-3420200	-318470	157610	-3766100	-350680	173540	-3858900	-359320	177820
7.2	-3202100	120530	-30044	-3525900	132720	-33083	-3612800	135990	-33898
8.0	-3209000	113830	31882	-3533500	125340	35107	-3620600	128430	35972
8.8	-3420200	-318470	-157610	-3766100	-350670	-173540	-3858900	-359320	-177820
9.6	-2635900	-3492700	-808960	-2902500	-3845900	-890760	-2974000	-3940700	-912720
10.4	-1276000	-5741400	4368500	-1405000	-6322000	4810200	-1439700	-6477800	4928800
11.2	-2342600	-1175400	4634900	-2579500	-1294300	5103600	-2643100	-1326200	5229400
12.0	-1117700	-995620	3415400	-1230700	-1096300	3760800	-1261000	-1123300	3853500
12.8	-186750	-1288000	1736100	-205630	-1418200	1911700	-210700	-1453200	1958800
13.6	-51742	-738580	315840	-56975	-813280	347780	-58379	-833320	356350
14.4	-55513	-95914	-151120	-61126	-105610	-166400	-62633	-108220	-170500
15.2	73	422270	-231	80	464980	-254	82	476440	-260

Πίνακας 14: Τάσεις (Pa) στην οριζόντια τομή $y = 20.45mm$ από την κάτω επιφάνεια

x (cm)	Sx eco1	Sy eco1	Sxy eco1	Sx eco2	Sy eco2	Sxy eco2	Sx eco3	Sy eco3	Sxy eco3
0.0	1357	-11455	616	1494	-12613	679	1531	-12924	695
0.8	34062	-11926	180240	37507	-13132	198460	38431	-13455	203360
1.6	-69127	-115830	-232440	-76118	-127550	-255950	-77994	-130690	-262260
2.4	-527870	-193860	-1283500	-581260	-213460	-1413300	-595580	-218720	-1448100
3.2	-1557900	-136310	-2432300	-1715400	-150090	-2678200	-1757700	-153790	-2744200
4.0	-3339000	-58173	-3269700	-3676600	-64056	-3600400	-3767300	-65635	-3689100
4.8	-6344000	-7555300	-8735700	-6985600	-8319300	-9619200	-7157800	-8524400	-9856300
5.6	-6992000	-1347800	1976900	-7699100	-1484100	2176900	-7888900	-1520700	2230500
6.4	-5447500	18416	-167200	-5998300	20279	-184110	-6146200	20779	-188650
7.2	-5340200	32827	-89891	-5880300	36146	-98981	-6025200	37037	-101420
8.0	-5340800	32482	100360	-5880900	35767	110510	-6025900	36648	113240
8.8	-5447500	18417	167200	-5998300	20280	184110	-6146200	20779	188650
9.6	-6992100	-1347800	-1977100	-7699200	-1484000	-2177100	-7889000	-1520600	-2230700
10.4	-6342100	-7556100	8735500	-6983400	-8320300	9618900	-7155500	-8525400	9856000
11.2	-3339000	-58176	3269700	-3676600	-64060	3600400	-3767200	-65639	3689100
12.0	-1557900	-136310	2432300	-1715400	-150090	2678200	-1757700	-153790	2744200
12.8	-527880	-193860	1283500	-581260	-213460	1413300	-595580	-218720	1448100
13.6	-69127	-115830	232440	-76118	-127550	255950	-77994	-130690	262260
14.4	34062	-11926	-180240	37507	-13132	-198460	38431	-13455	-203360
15.2	1357	-11455	-616	1494	-12613	-679	1531	-12924	-695

Πίνακας 15: Τάσεις (Pa) την οριζόντια τομή $y = 26.27mm$ από την κάτω επιφάνεια

Το δοκίμιο eco-core 2 παρουσιάζει τη μέση συμπεριφορά και συνεπώς αυτό επιλέγεται για την σύγκριση μεταξύ των sandwich δοκιμών με διαφορετικό πυρήνα. Με τον ίδιο τρόπο επιλέχθηκε το 3ο δοκίμιο με Balsa πυρήνα και το 3ο δοκίμιο με PVC πυρήνα, σύμφωνα με τη σειρά που καταγράφονται στον Πίνακα 2.

Συμπερασματικά, η σύγκριση των τριών υλικών για το πείραμα της διάτμησης έγινε για τα sandwich δοκίμια με τα παρακάτω στοιχεία: μήκος $L = 153mm$, πάχος $t = 28.2mm$, διάκενο μεταξύ των στηριγμάτων $S = 102mm$, διάκενο μεταξύ των σημείων φόρτισης $S/2 = 61mm$

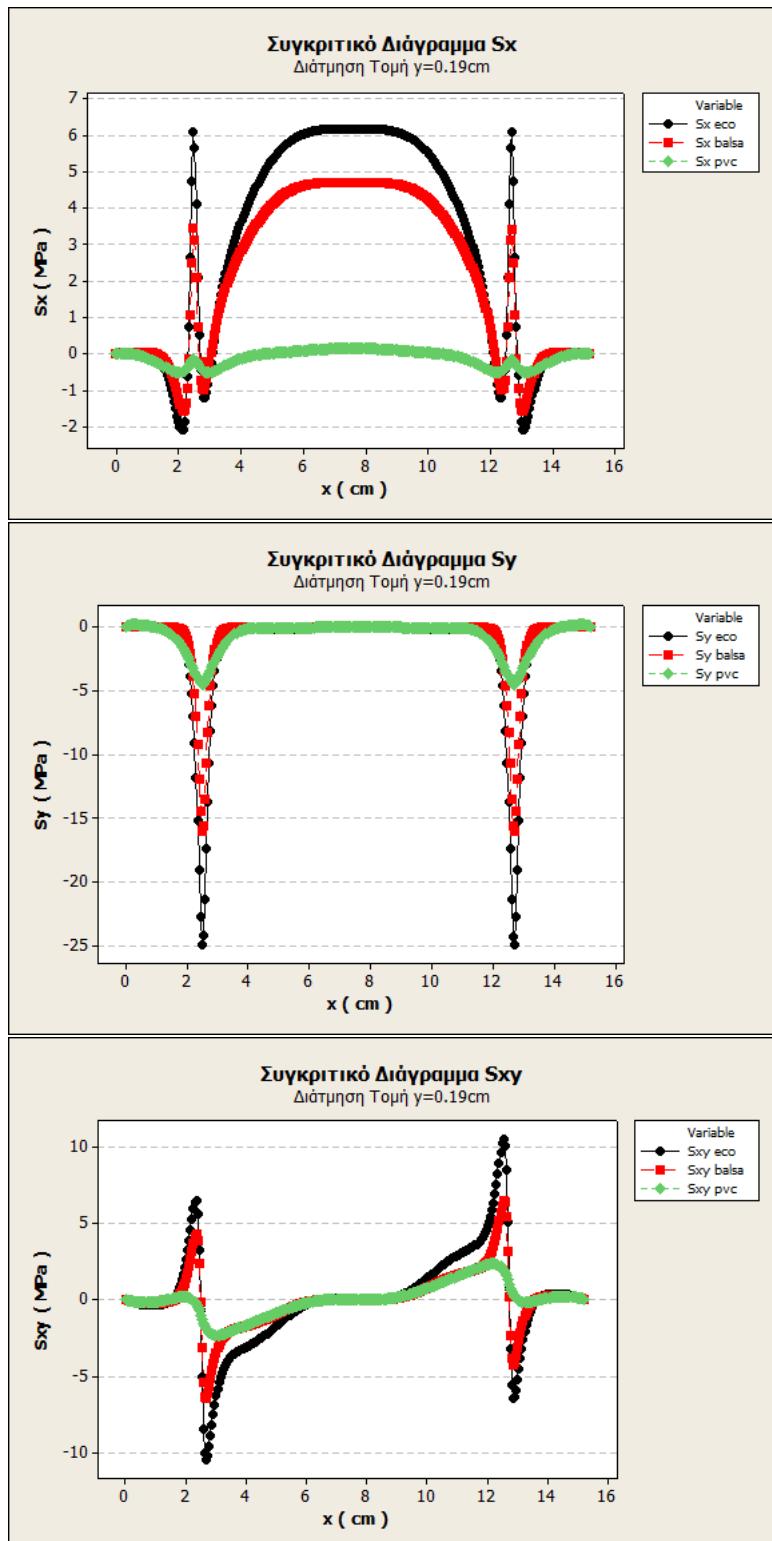
Eco-core: πλάτος $b = 50.6mm$ και φορτίο $F = 12206N$

Balsa: πλάτος $b = 51mm$ και φορτίο $F = 7304N$

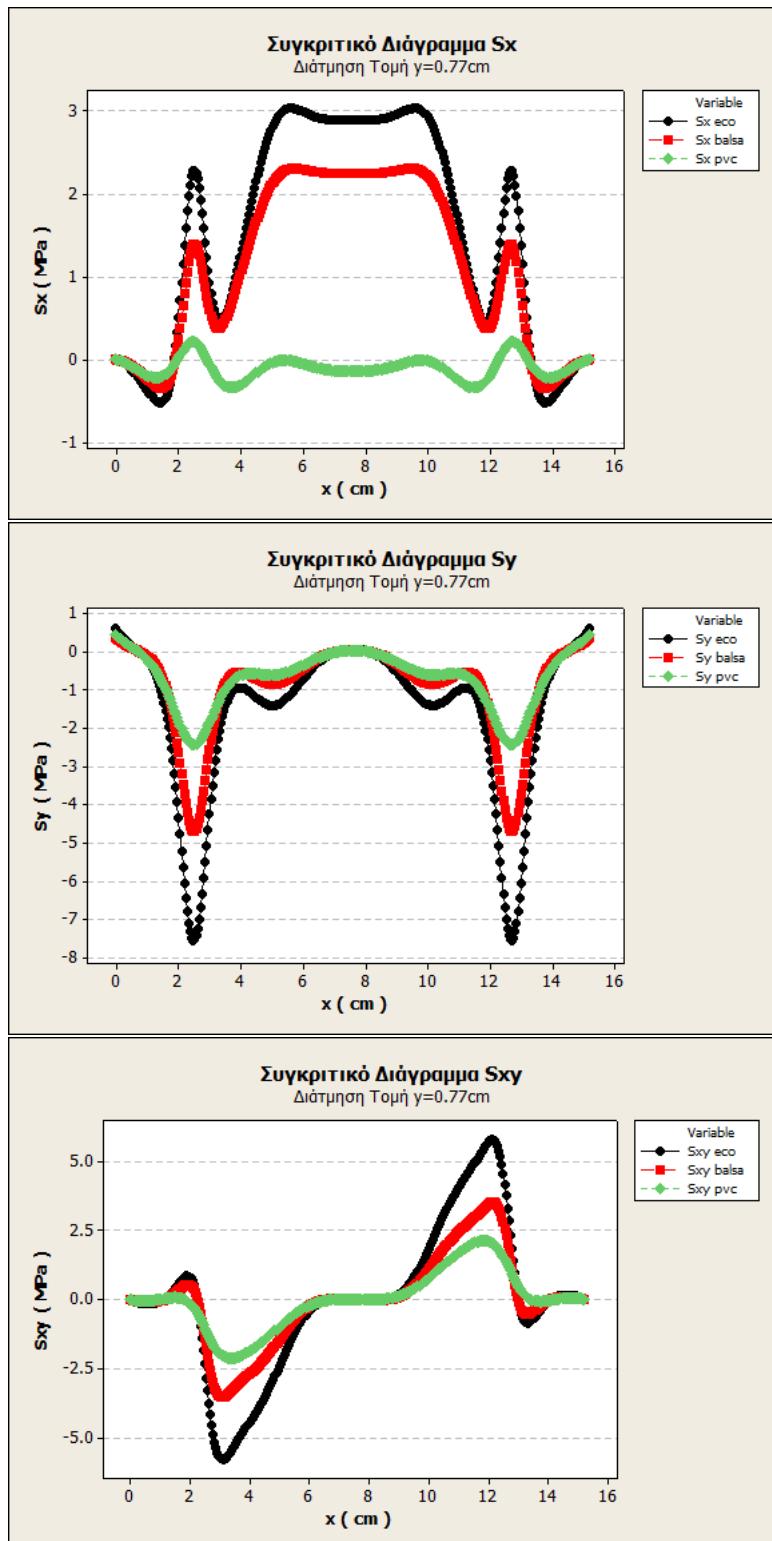
PVC: πλάτος $b = 51mm$ και φορτίο $F = 5298N$

5.2.2 Σύγκριση των τάσεων σε διάφορες τομές του δοκιμίου

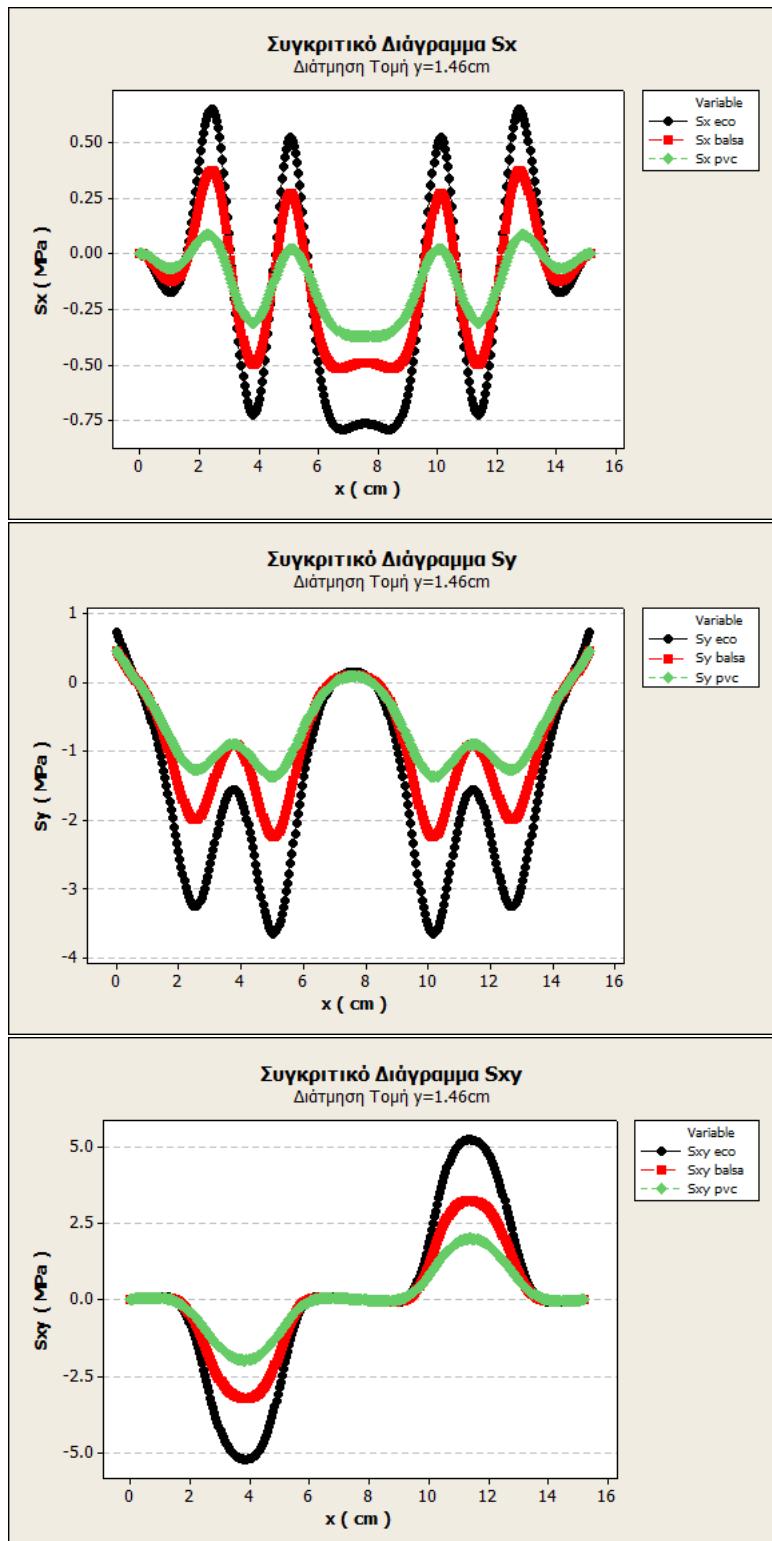
Παρακάτω παρατίθενται οι γραφικές παραστάσεις που προέκυψαν κατά τη σύγκριση των τάσεων σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{xy} για διάφορες τομές των δοκιμών.



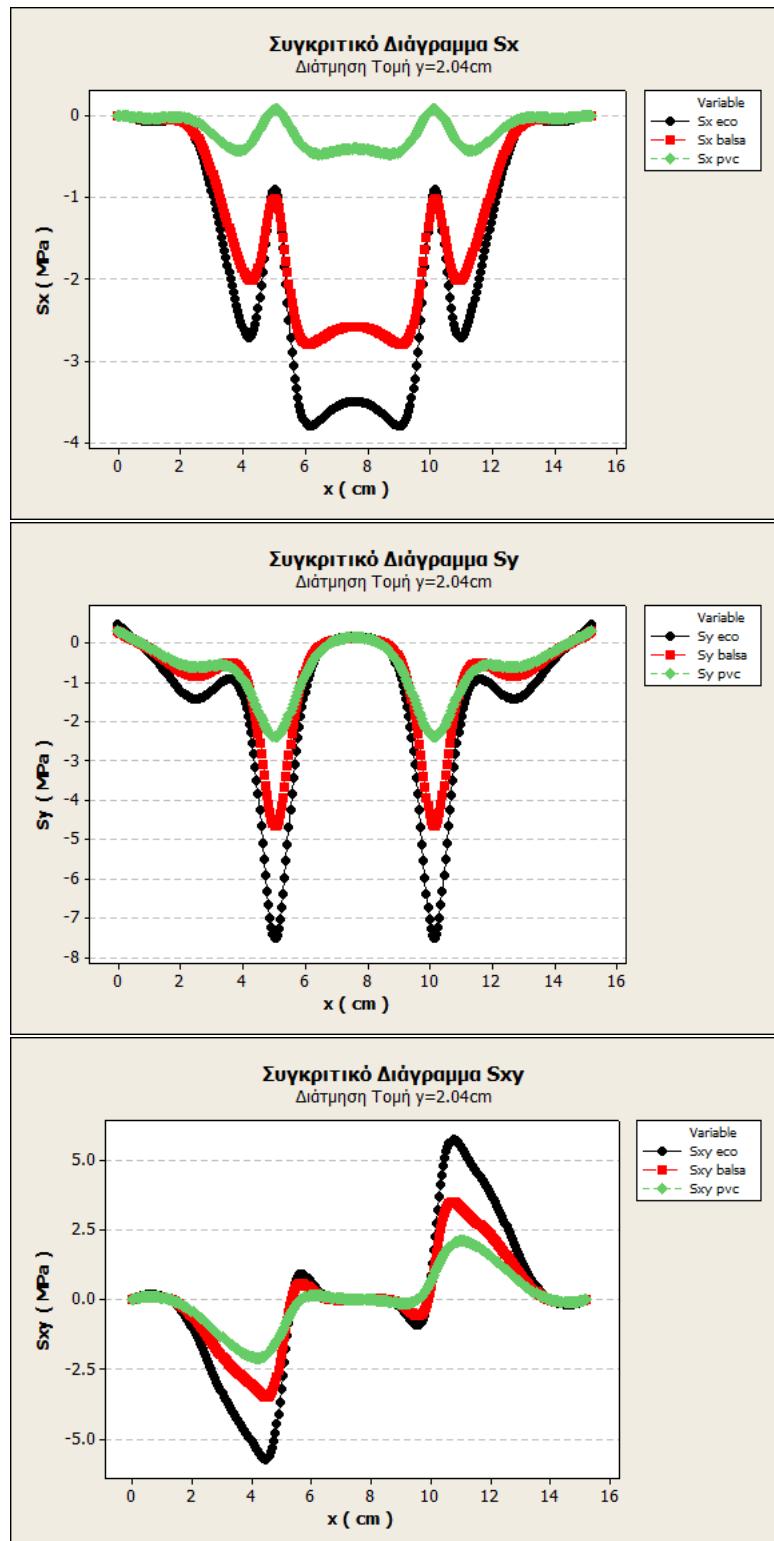
Σχήμα 27: Διαγράμματα τάσεων για τον πυρήνα, τομή $y = 0.19\text{cm}$



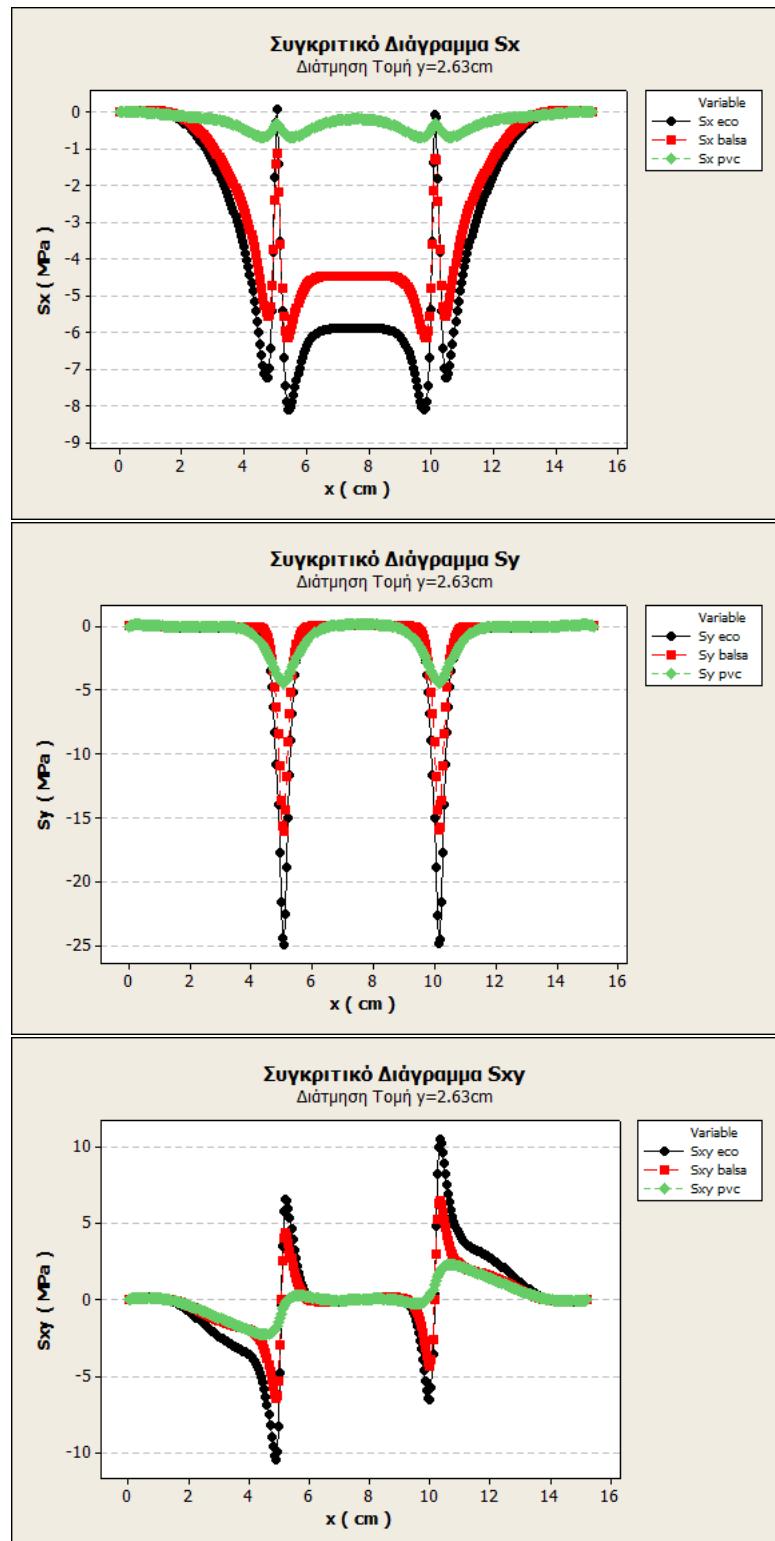
Σχήμα 28: Διαγράμματα τάσεων για τον πυρήνα, τομή $y = 0.77\text{cm}$



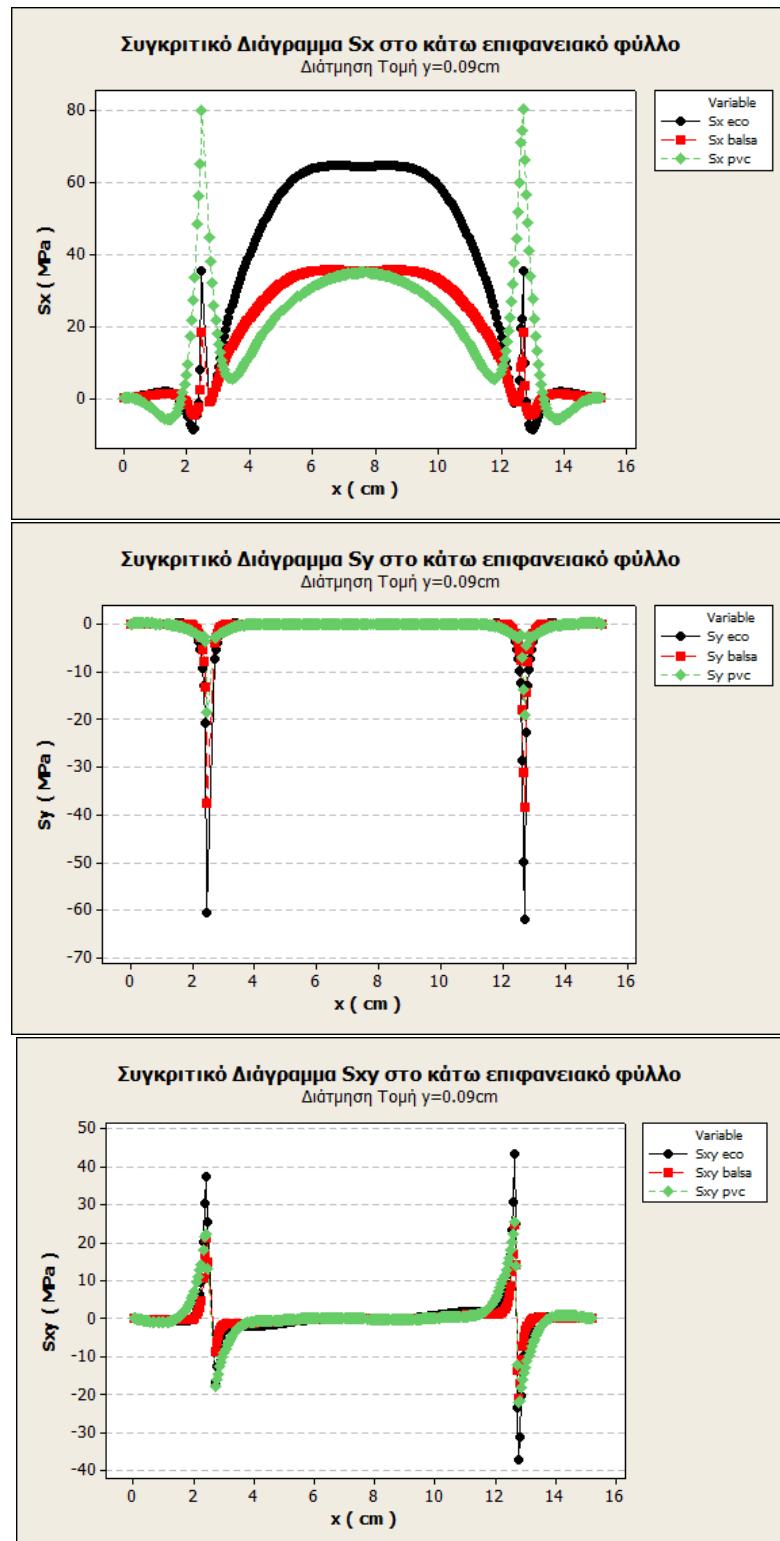
Σχήμα 29: Διαγράμματα τάσεων για τον πυρήνα, τομή $y = 1.46\text{cm}$



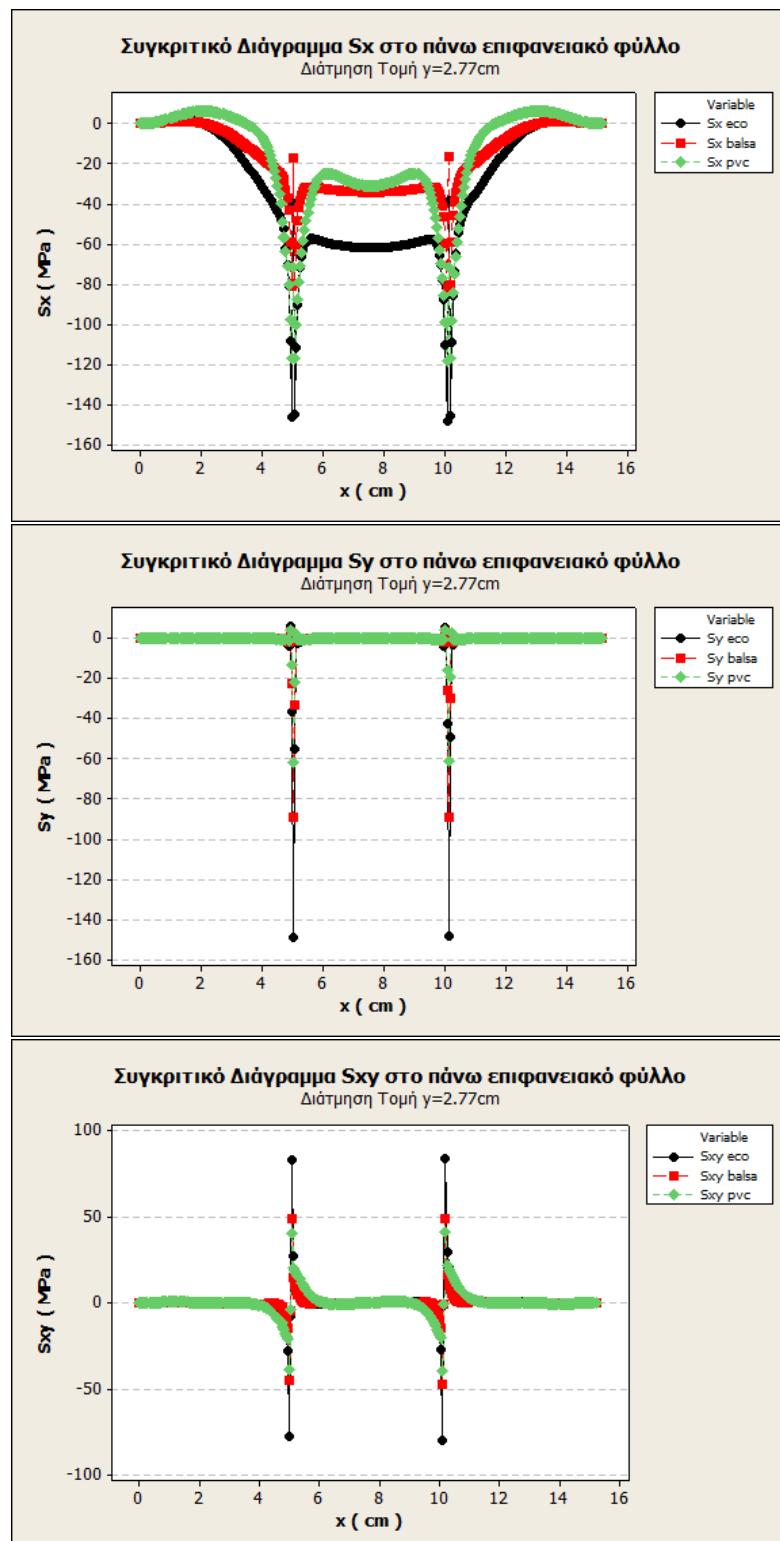
Σχήμα 30: Διαγράμματα τάσεων για τον πυρήνα, τομή $y = 2.04\text{cm}$



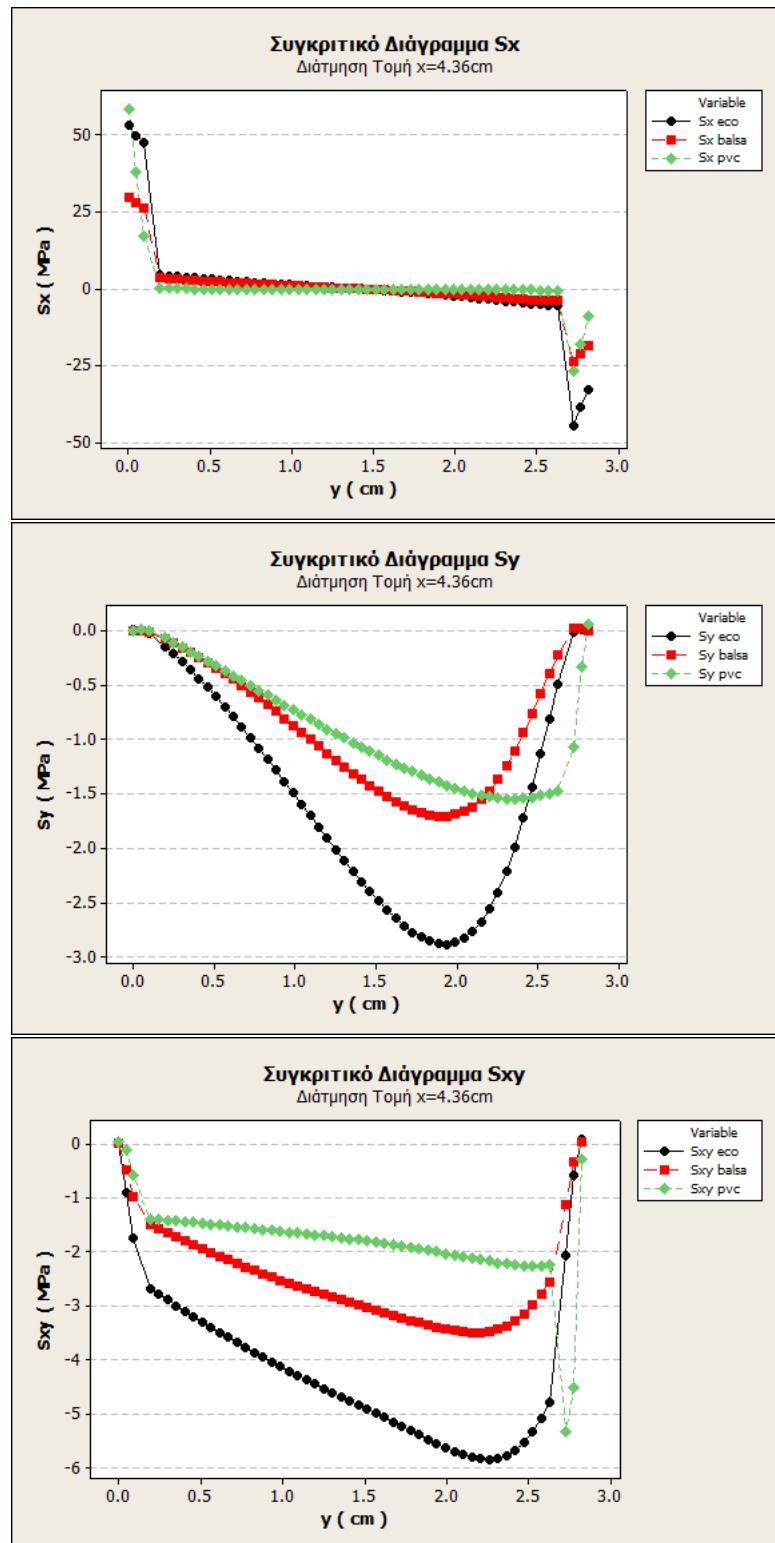
Σχήμα 31: Διαγράμματα τάσεων των πυρήνα, τομή $y = 2.63\text{cm}$



Σχήμα 32: Διαγράμματα τάσεων για το κάτω επιφανειακό φύλλο, τομή $y = 0.09\text{cm}$



Σχήμα 33: Διαγράμματα τάσεων για το πάνω επιφανειακό φύλλο, τομή 2.77cm



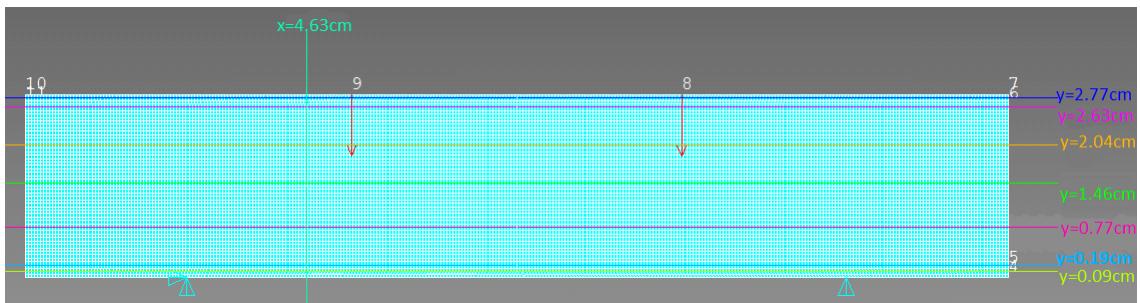
Σχήμα 34: Διαγράμματα τάσεων για την κατακόρυφη τομή $x = 4.36\text{cm}$

Μελετώντας τα παραπάνω διαγράμματα, μπορούν να εξαχθούν τα εξής συμπεράσματα:

Η γενική αντίληψη που δημιουργείται είναι πως οι τάσεις και στα τρία sandwich υλικά μεταβάλλονται με τον ίδιο τρόπο κατά την μεταβολή του x . Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι τα δοκίμια έχουν την ίδια δομή, στηρίζονται στα ίδια σημεία και δέχονται φορτίσεις με τον ίδιο ακριβώς τρόπο. Παρ'οτι ο ρυθμός μεταβολής των τάσεων αλλάζει από υλικό σε υλικό, παρατηρούμε αύξηση (ή μείωση) των τάσεων στα ίδια διαστήματα του x και για τα τρία υλικά. π.χ. στην τομή $y = 1.04\text{cm}$ παρατηρούμε πως η τάση μειώνεται στα διαστήματα $2.4 < x < 3.8$, $5.2 < x < 6.6$, ενώ αυξάνεται στο διάστημα $11.4 < x < 12.8$ και στα τρία υλικά.

Ο ρυθμός μεταβολής των τάσεων για τα τρία υλικά είναι πολύ διαφορετικός. Αυτό είναι αναμενόμενο καθώς το eco-core έχει μεγαλύτερο όριο αντοχής σε θλίψη και διάτμηση από τα άλλα δύο υλικά και μεγαλύτερο όριο αντοχής σε εφελκυσμό από το pvc. Έτσι, όπως προκύπτει από τα διαγράμματα, το eco-core αναπτύσσει μεγαλύτερες, κατά απόλυτη τιμή, τάσεις κατά το πείραμα διάτμησης.

Επιπρόσθετα, σε όλα τα διαγράμματα των τάσεων σ_{xx} , σ_{yy} παρατηρείται συμμετρία ως προς το $x = 7.6\text{cm}$. Αυτό είναι αποτέλεσμα της συμμετρίας που έχουμε στο δοκίμιο ως προς έναν νοητό άξονα $x = 76\text{mm}$, και αφορά στην εφαρμογή των δυνάμεων και στα σημεία στήριξης. Κάποιες ελάχιστες διαφοροποιήσεις οφείλονται στο γεγονός ότι κατά την μοντελοποίηση, το δοκίμιο στηρίχθηκε σε μία άρθρωση και μία κύλιση. Στις καμπύλες των διαγραμμάτων σ_{xy} παρατηρείται αντίσυμμετρικότητα με κέντρο το σημείο $x = 76\text{mm}$, όπως είναι αναμενόμενο για τις τάσεις σ_{xy} .



Σχήμα 35: Τομές στο πείραμα της διάτμησης

Στην τομή $y=0.19\text{cm}$ (Σχήμα 27), την πιο κοντινή τομή του πυρήνα στη διεπιφάνεια πυρήνα-επιφανειακών φύλλων, παρατηρείται πως οι τάσεις σ_{xx} των υλικών δεν ξεπερνούν τα όρια αντοχής. Στο eco-core η μέγιστη τάση είναι μόλις 4% μικρότερη από το όριο αντοχής του υλικού σε εφελκυσμό ενώ στα άλλα υλικά είναι αρκετά μικρότερη από το αντίστοιχο όριό τους. Αντίθετα, οι τάσεις σ_{yy} που αναπτύσσονται στα υλικά ξεπερνούν κατά πολύ την αντοχή τους σε θλίψη, περίπου 3MPa για το eco-core, 3.5MPa για το balsa και 2.5MPa για pvc κατά απόλυτη τιμή. Είναι σημαντικό να

σημειώσουμε πως η αύξηση αυτή για το pvc είναι εξαιρετικά μεγάλη καθώς είναι της τάξης του 125% σε σχέση με την αντοχή του. Όσον αφορά στις τάσεις σ_{xy} , το eco-core και το balsa εμφανίζουν τάση αυξημένη κατά 120% σε σχέση με την αντοχή τους σε διάτμηση, πράγμα το οποίο επιφέρει και τη διάτμηση του πυρήνα. Και το sandwich δοκίμιο με πυρήνα το pvc εμφανίζει τάση μεγαλύτερη κατά 45% από αυτή που αντέχει σε διάτμηση. Τέλος, είναι σημαντικό να αναφερθεί πως οι ακραίες αυτές τιμές των τάσεων εμφανίζονται σε ύφεσεις που βρίσκονται λίγο παραπάνω από τα σημεία στήριξης των δοκιμών. Για τις τάσεις σ_{xx} , εμφανίζονται μεγάλες εφελκυστικές τάσεις για το μέσο διάστημα του δοκιμίου, ανάμεσα στις δύο στηρίξεις.

Στην τομή y=0.77cm (Σχήμα 28), η οποία βρίσκεται περίπου στο 1/4 του πάχους του sandwich υλικού οι τιμές των τάσεων είναι μικρότερες κατά απόλυτη τιμή από ότι συνέβαινε στην προηγούμενη τομή. Για τα δοκίμια των balsa, eco-core οι τάσεις σ_{xx}, σ_{yy} είναι μικρότερες από τις αντίστοιχες τιμές αντοχής του σε θλίψη και εφελκυσμό. Για το pvc, η τάση σ_{yy} είναι μεγαλύτερη κατά 19%, σε απόλυτη τιμή, από την αντοχή σε θλίψη του υλικού αυτού. Οι διατμητικές τάσεις σ_{xy} και των τριών υλικών είναι μεγαλύτερες από τις επιτρεπόμενες, γεγονός που επιβεβαίωνει την αστοχία των υλικών. Μάλιστα τα σημεία στα οποία παρουσιάζονται οι ακραίες τιμές βρίσκονται περίπου στο $x = 3cm$ και $x = 12cm$, δηλαδή λίγο πιο μέσα από τα σημεία στήριξης, πράγμα που συνάδει με τη διαπίστωση των ρωγμών κατά τη διάρκεια του πειράματος.

Στην τομή y=1.46cm (Σχήμα 29), λίγο παραπάνω από το μέσο του πάχους του δοκιμίου, οι τάσεις σ_{xx}, σ_{yy} και για τα τρία υλικά είναι σε καλά επίπεδα συγχριτικά με τα όρια αντοχής τους. Η μέγιστη τάση σ_{xy} που εμφανίζεται στο eco-core είναι $5.19MPa$, στο balsa $3.21MPa$ και στο pvc $1.96MPa$. Και στην τομή αυτή επισημαίνεται η αστοχία των υλικών.

Για την τομή y=2.04cm (Σχήμα 30) εμφανίζεται παρόμοια εντατική κατάσταση για τις τάσεις σ_{xy} με αυτή στην τομή $y = 0.77cm$ αλλά τα σημεία στα οποία εμφανίζονται οι μέγιστες τιμές είναι πολύ κοντά στα σημεία εφαρμογής των δυνάμεων. Για τις τάσεις σ_{yy} παρατηρείται αστοχία του pvc δοκιμίου μόνο. ενώ για τις ορθές τάσεις σ_{xx} δεν παρατηρούμε καμία αστοχία.

Στην τομή y=2.63cm (Σχήμα 31), την τελευταία τομή που βρίσκεται εντός του πυρήνα και πλησίον της διεπιφάνειας άνω επιφανειακού φύλλου-πυρήνα, παρατηρούμε μεγάλες θλιπτικές τάσεις γύρω από την περιοχή που εφαρμόζονται οι δυνάμεις. Στο διάγραμμα σ_{xx} φαίνονται δύο σημεία για τα οποία ισχύει ότι $\sigma_{xx} \approx 0$. Το αποτέλεσμα αυτό δεν είναι αξιόπιστο καθώς τα σημεία αυτά είναι τα σημεία εφαρμογής των δυνάμεων. Οι διατμητικές τάσεις σ_{xy} για όλα τα υλικά έχουν ζεπεράσει το όριο αντοχής (για το balsa και το eco-core είναι 93% και 109% αντίστοιχα). Σε μία ακόμα τομή, ισχύει για το pvc: $\sigma_{yymax} > 1.35MPa$.

Για τις τάσεις στο κάτω επιφανειακό φύλλο(Σχήμα 32), παρατηρούμε πως δεν ξεπερνούν τα όρια αντοχής των φύλλων σε εφελκυσμό, διάτμηση και θλίψη. Επιπλέον, πρέπει να επισημάνουμε τις μεγάλες τάσεις σ_{xx} που εμφανίζονται στο pvc δοκίμιο και παρότι δεν ξεπερνούν τις επιτρεπτές τιμές, είναι πιθανό να σχετίζονται με

την εμφάνιση της εσοχής στο δοκίμιο.

Στο πάνω επιφανειακό φύλλο (Σχήμα 33), τα διαγράμματα δείχνουν πως ως επί το πλείστον, οι τάσεις στην τομή $y = 2.77\text{cm}$ είναι μηδενικές. Τάσεις εμφανίζονται σε μια περιορισμένη περιοχή γύρω από τα σημεία φόρτισης. Η μόνη τιμή τάσης που ξεπερνά τα όρια του επιφανειακού υλικού, είναι η διατμητική τάση στο eco-core δοκίμιο. Όπως φαίνεται καθαρά στο διάγραμμα, υπάρχουν 4 χόμβοι που δίνουν τιμές $\sigma_{xx} = \pm 82\text{MPa}$ ενώ η αντοχή του επιφανειακού υλικού σε διάτμηση είναι 77.1MPa . Αν και η απόκλιση από την τιμή αυτή είναι περίπου 9%, θα πρέπει να το θεωρήσουμε ως σφάλμα καθώς πειραματικά το υλικό δεν αστόχησε στο επιφανειακό φύλλο άλλα στον πυρήνα. Η τιμή αυτή επιβεβαιώνει τη θεωρία ότι πρέπει να παίρνουμε αποτελέσματα για στοιχεία που βρίσκονται 3-4 θέσεις μακρύτερα από τις θέσεις επιβολής δυνάμεων. Εδώ θεωρήθηκε σκόπιμο να παρουσιαστεί το αποτέλεσμα όπως δίνεται από το ANSYS και στη συνέχεια να απορριφθεί.

Από τα διαγράμματα των τάσεων της **κατακόρυφης τομής x=4.36cm** (Σχήμα 34) μπορούμε να συμπεράνουμε τα εξής: Στο σ_{xx} διάγραμμα φαίνεται ζεκάθαρα πως τα επιφανειακά φύλλα φέρουν την ορθή τάση ανεξάρτητα από το υλικό του πυρήνα. Από το σ_{yy} διάγραμμα διακρίνουμε πως αναπτύσσονται μεγαλύτερες ορθές τάσεις στον άξονα y/y στα μεσαία διαστήματα του δοκιμίου και προς τα πάνω. Τέλος, στο διάγραμμα σ_{xy} αξίζει να παρατηρήσουμε τις ακραίες τιμές των διατμητικών τάσεων σ_{xy} στο pvc που μαρτυρούν τη δημιουργία εσοχής.

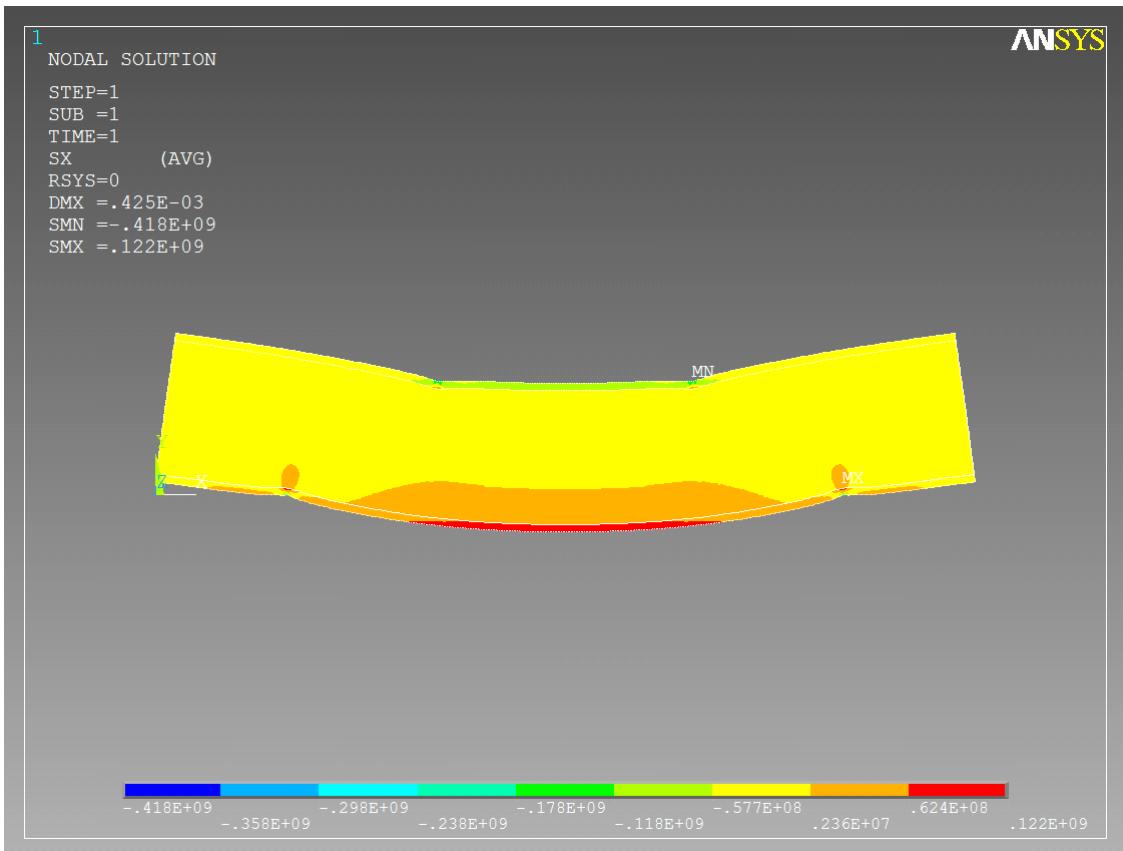
Στον Πίνακα 16 φαίνονται οι μέγιστες τάσεις (MPa) κατά απόλυτη τιμή που συναντώνται σε κάθε τομή.

Τομή σε (cm)	eco – core			balsa			PVC		
	S_x	S_y	S_{xy}	S_x	S_y	S_{xy}	S_x	S_y	S_{xy}
$y = 0.19$	6.19	24.93	10.46	4.71	16.05	6.47	0.52	4.50	2.33
$y = 0.77$	3.03	7.33	5.71	2.30	4.55	3.47	0.31	2.38	2.09
$y = 1.46$	0.78	3.42	5.19	0.50	2.08	3.21	0.37	1.33	1.97
$y = 2.04$	3.80	7.52	5.74	2.80	4.68	3.50	0.47	2.39	2.10
$y = 2.63$	7.70	8.32	9.62	5.63	4.73	5.70	0.69	3.43	2.09
$y = 0.09$	64.44	64.91	43.63	35.54	38.40	24.82	79.98	19.16	25.66
$y = 2.77$	148.35	149.03	83.67	82.00	89.52	49.05	118.30	61.88	41.31

Πίνακας 16

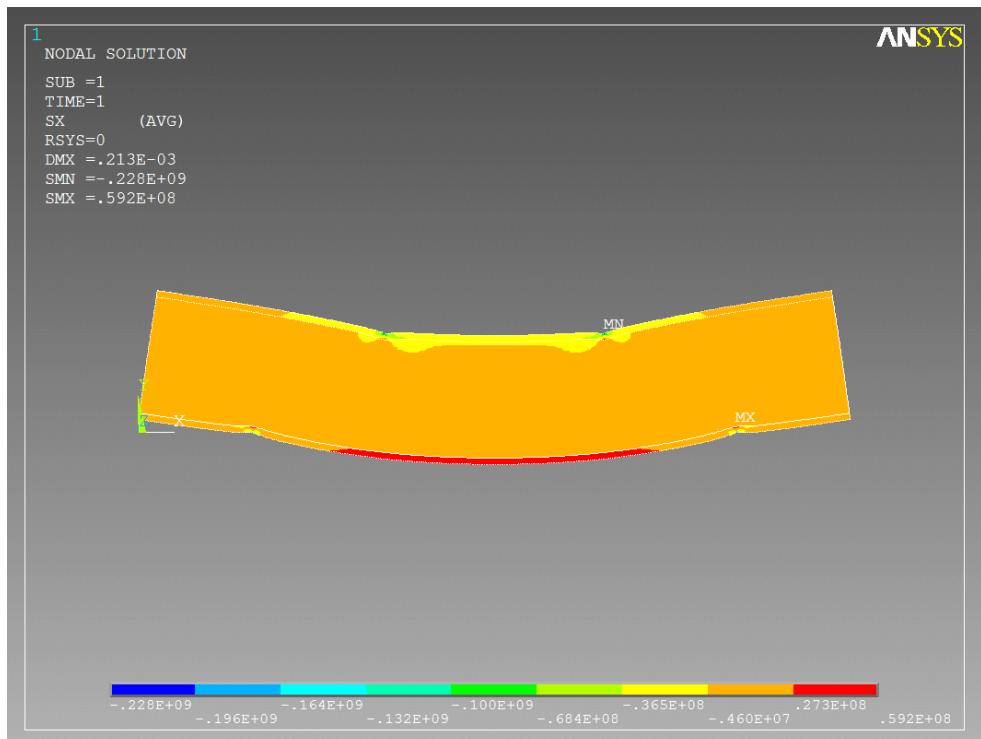
5.2.3 Σύγκριση των τάσεων σε όλη την επιφάνεια των δοκιμών

Παρακάτω παρατίθενται οι εντατικές καταστάσεις στο σύνολο της επιφάνειας του κάθε δοκιμίου, όπως προέκυψαν από τα contour plotstou προγράμματος ANSYS.

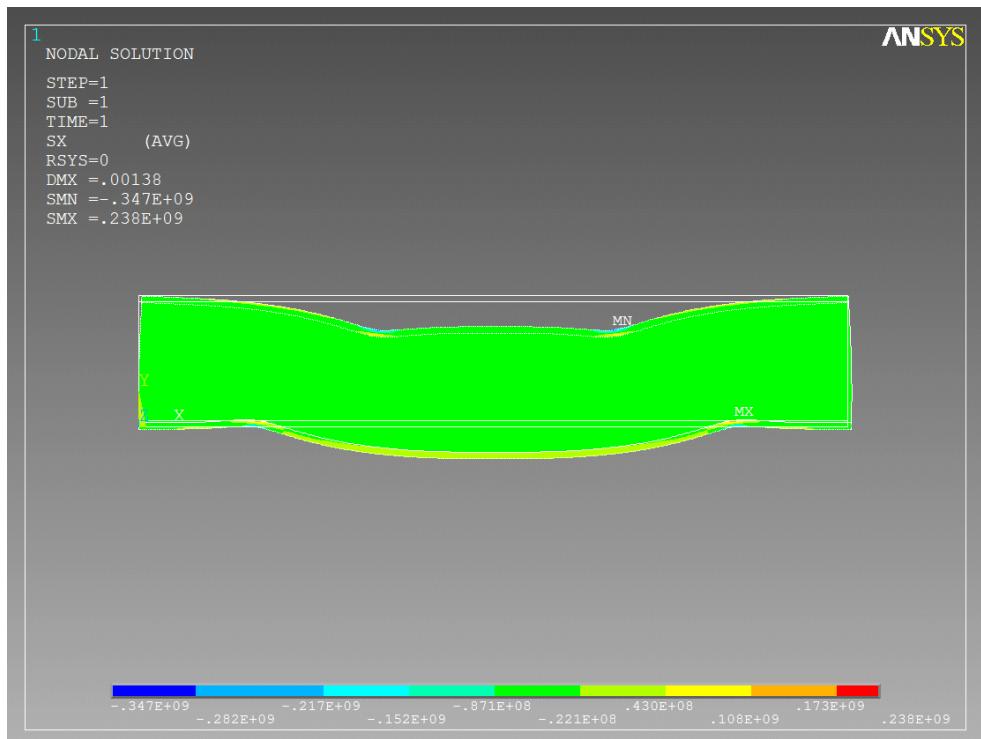


Σχήμα 36: (α)eco – core σ_{xx}

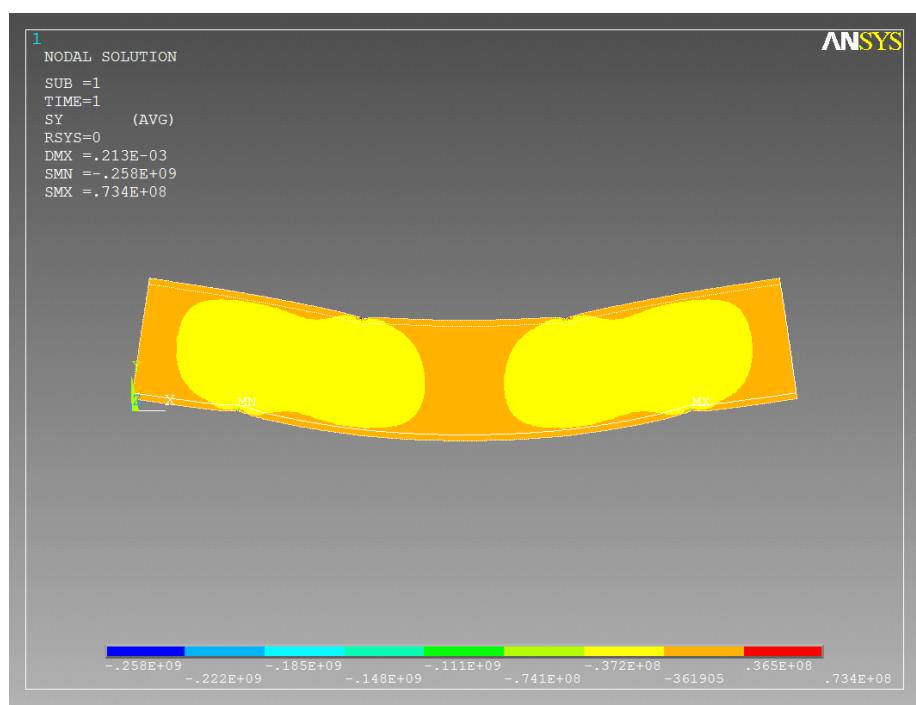
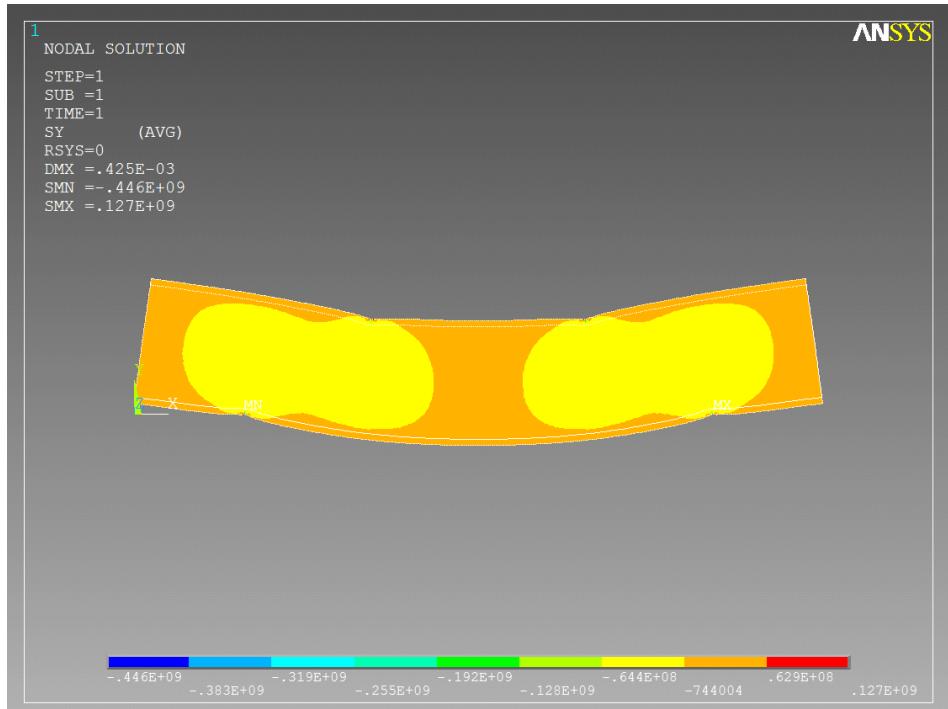
Παρατηρώντας τα διαγράμματα σ_{xx} των τριών υλικών, επιβεβαιώνεται ότι τα επιφανειακά φύλα φέρουν την ορθή τάση, ανεξαρτήτως του υλικού του πυρήνα. Στο eco-core η τάση σ_{xx} είναι μεγαλύτερη στο πάνω επιφανειακό φύλλο από ότι στο κάτω επιφανειακό φύλλο. Στον πυρήνα του παρατηρείται συγκέντρωση τάσεων γύρω από τα σημεία στήριξης καθώς και σε ένα κομμάτι του πυρήνα που βρίσκεται κοντά στο κάτω σύνορο του και ανάμεσα στα σημεία στήριξης. Αντίθετα στον πυρήνα του balsa η συγκέντρωση των τάσεων παρουσιάζεται σε ένα πιο στενό κομμάτι του πυρήνα, το οποίο βρίσκεται όμως κοντά στο πάνω σύνορο του πυρήνα. Στον πυρήνα του pvc, οι τάσεις που αναπτύσσονται είναι μικρές. Γι' αυτό παρατηρούμε ένα ομοιόμορφο χρώμα σε όλη την επιφάνεια του πυρήνα. Μόνο σε μία περιοχή του κάτω επιφανειακού φύλλου αναπτύσσονται μεγαλύτερες τάσεις.

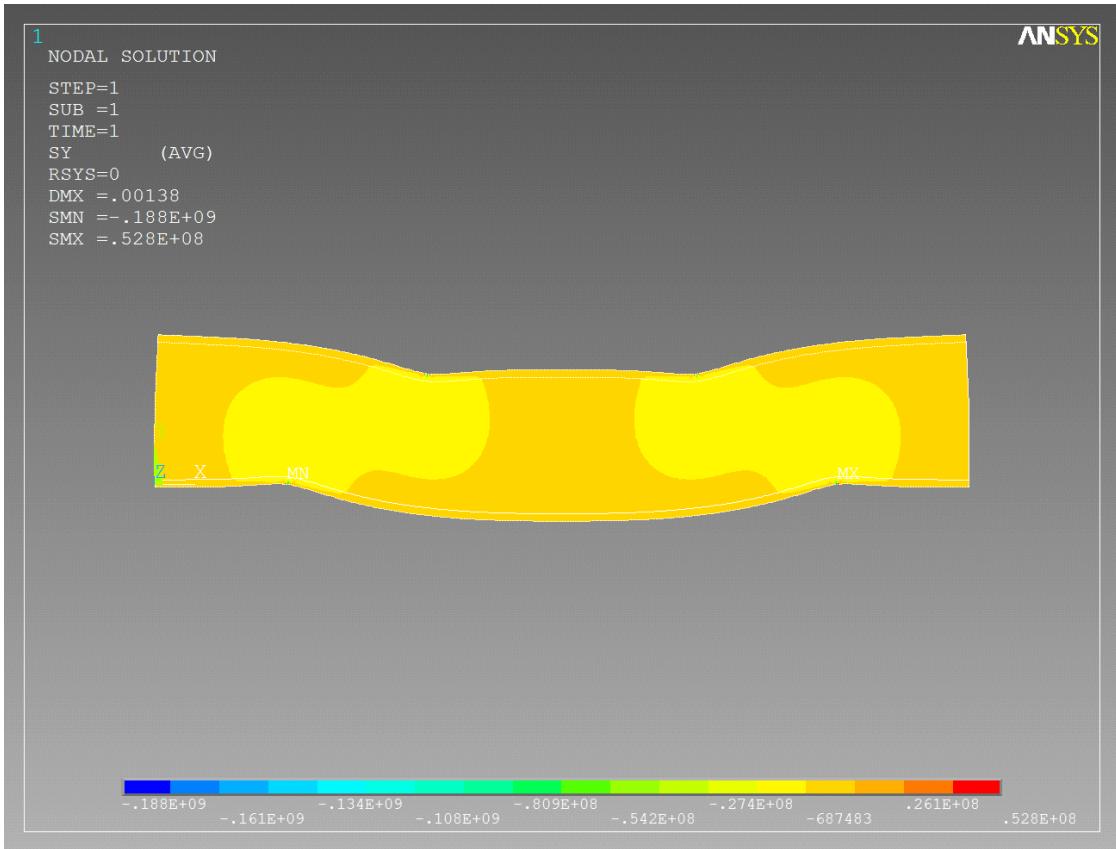


$\Sigma\chi\eta\mu\alpha 36:(\beta)$ balsa σ_{xx}



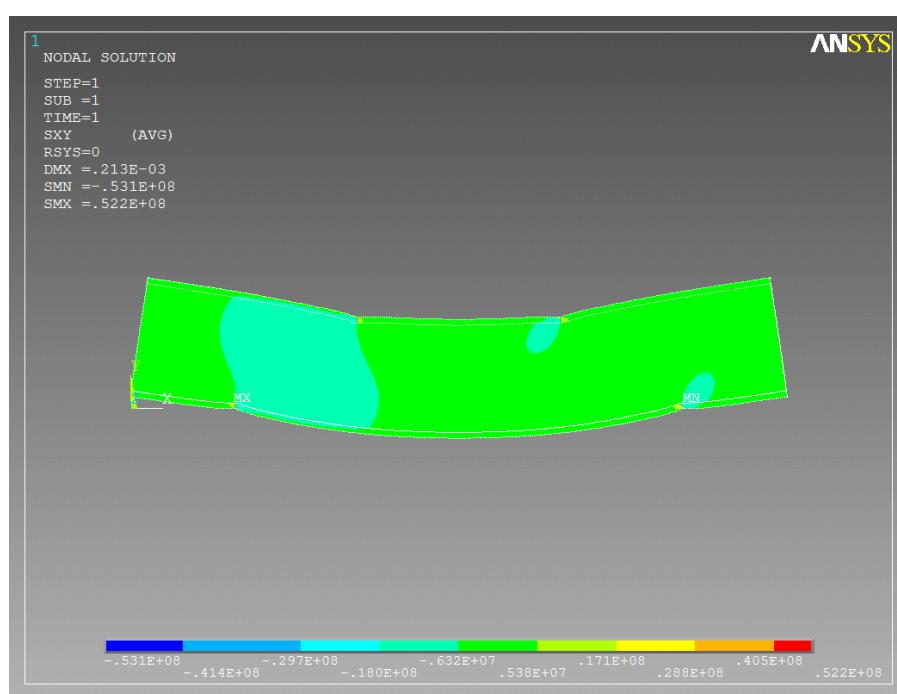
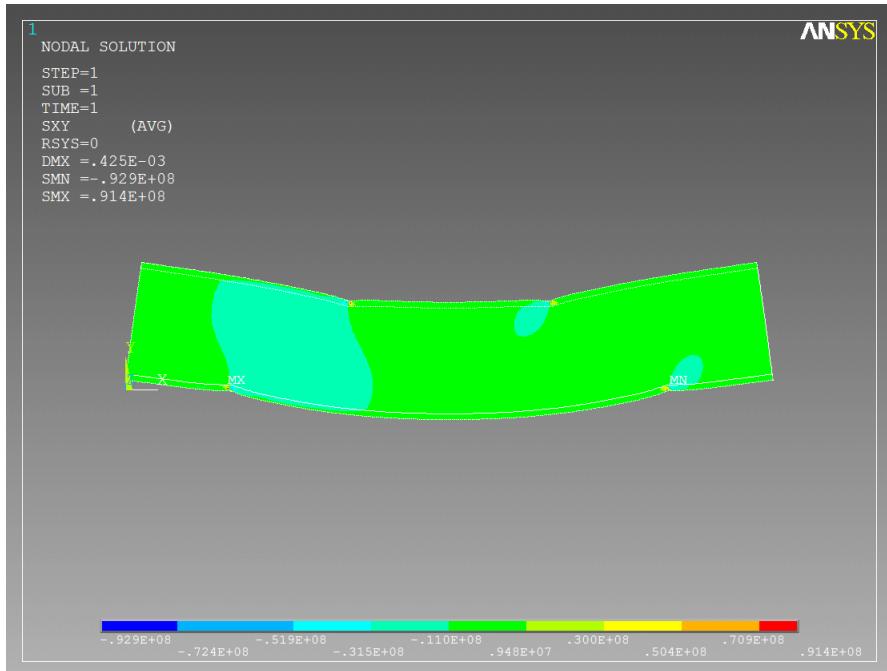
$\Sigma\chi\eta\mu\alpha 36:(\gamma)$ pvc σ_{xx}



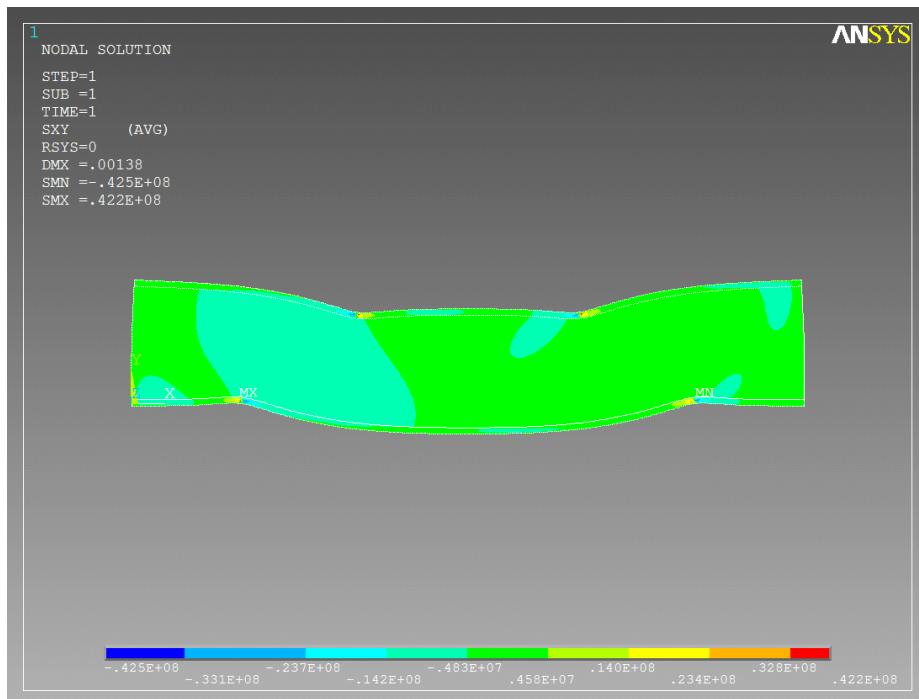


Σχήμα 37: (γ) pvc σ_{yy}

Στα διαγράμματα σ_{yy} παρατηρούμε μια ανάλογη εντατική κατάσταση στα eco-core και balsa, δοκίμια με $\sigma_{yyeco} \approx 2\sigma_{yybalsa}$. Επιπρόσθετα, η περιοχή που εμφανίζονται οι (κατά μέτρο) μεγάλες τάσεις είναι μεγαλύτερη στο balsa δοκίμιο απ' ότι στο eco-core.. Σημαντική διαφορά παρουσιάζεται στο pvc δοκίμιο. Η περιοχή στην οποία έχουμε μεγάλη συγκέντρωση τάσεων έχει διαφορετικό σχήμα από τα άλλα δοκίμια. Οι τάσεις σ_{yy} συσχετίζονται με το διαφορετικό τρόπο παραμόρφωσης του pvc .



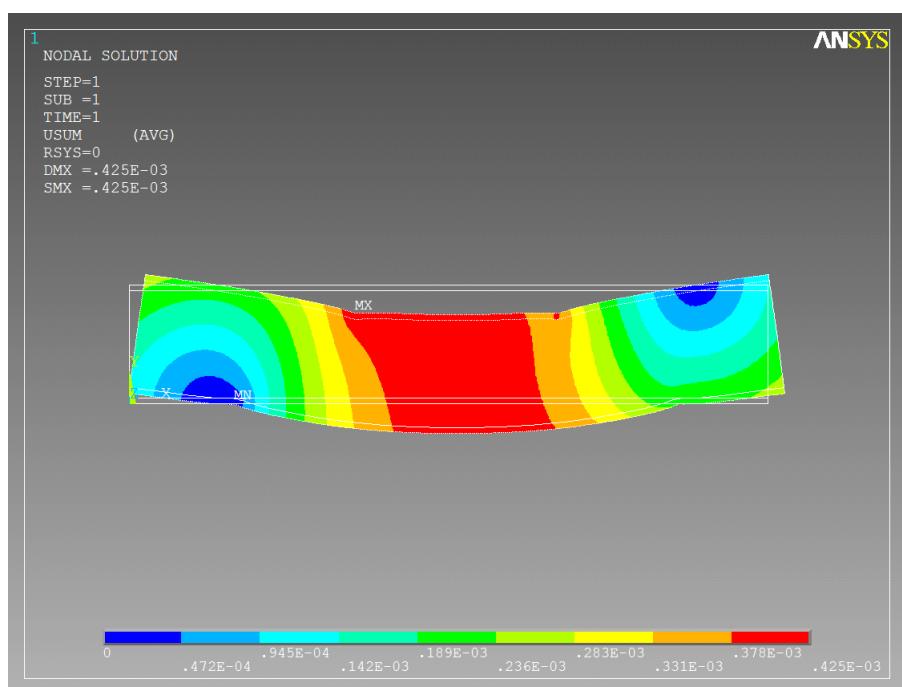
Σχετικά με τις διατμητικές τάσεις σ_{xy} , τα διαγράμματα παρουσιάζουν σε κάθε δοκίμιο μια περιοχή μεγάλης συγκέντρωσης τάσεων. Παρόμοιες περιοχές αλλά μικρότερες σε έκταση βρίσκονται γύρω από τα σημεία στήριξης. Επειδή τα χρώματα αντιπροσωπεύουν μεγάλο εύρος τιμών της τάσης σ_{xy} , δεν φαίνεται στο διάγραμμα η αντισυμμετρικότητα που είδαμε στα συγκριτικά διαγράμματα των τομών. Είναι όμως σημαντικό να παρατηρήσουμε πως το pvc δοκίμιο αναπτύσσει και άλλες περιοχές μεγάλης συγκέντρωσης τάσεων σ_{xy} σε διάφορα σημεία.



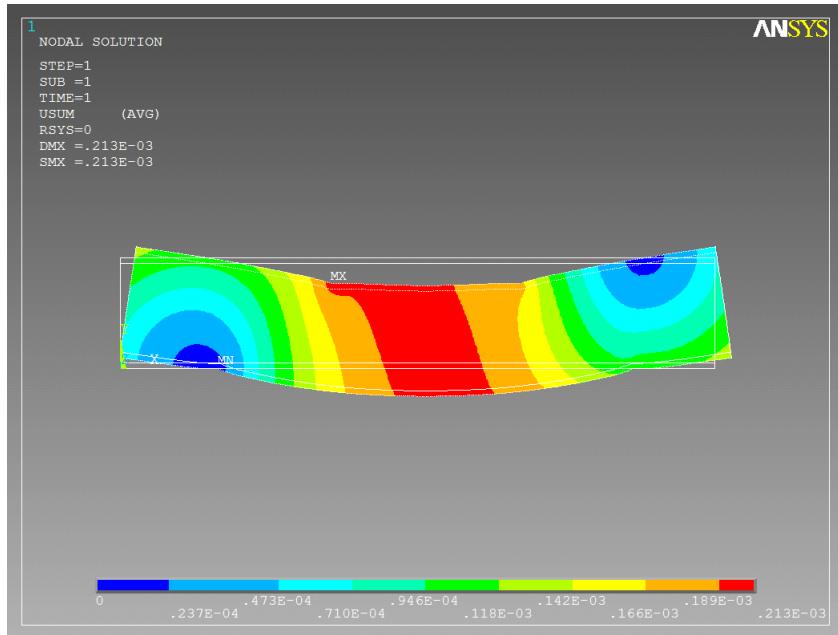
Σχήμα 38: (γ) pvc σ_{xy}

5.2.4 Μετατόπιση των δοκιμών κατά τη διάτμηση

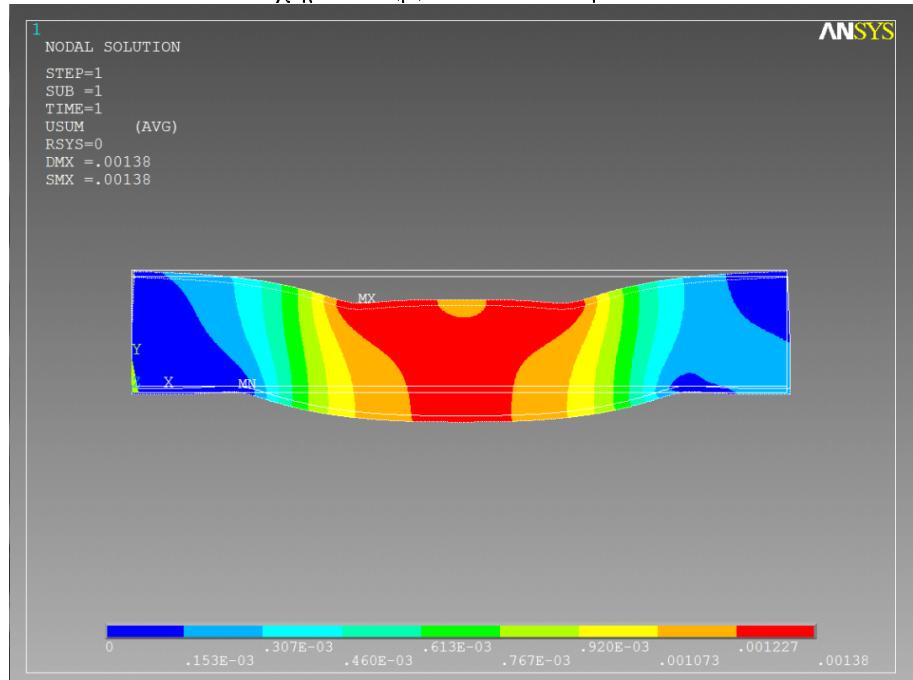
Η μετατόπιση του κόμβου που βρίσκεται στο μέσο του δοκιμίου και στην κάτω επιφάνεια είναι: $0.425mm$ για το eco-core, $0.213mm$ για το balsa, $1.38mm$ για το pvc. Τα πειραματικά αποτελέσματα φαίνονται στο Σχήμα 7 και είναι περίπου $0.5mm$ για το eco-core και $0.7mm$ για το balsa. Η απόκλιση για το eco-core είναι μεγάλη (15%) ενώ για το balsa η εκτίμηση είναι εντελώς λανθασμένη. Και στα δύο, σημαντικό ρόλο έχει παίξει ότι δεν μοντελοποιήθηκαν οι ρωγμές που δημιουργήθηκαν. Επειδή στο balsa οι ρωγμές ήταν καταχόρυφες, είναι πιθανόν να επιρρεάζει περισσότερο τη μετατόπιση του δοκιμίου. Όσον αφορά στο pvc, επειδή αστόχησε εμφανίζοντας εσοχή, δεν είναι συγκρίσιμη η μετατόπισή του. Παρ' όλα αυτά αξίζει να σημειώσουμε πως η σχέση φορτίου-μετατόπισης για το pvc παύει να είναι γραμμική όταν η μετατόπιση γίνει περίπου $1.4mm$. Τα παρακάτω διαγράμματα δείχνουν τη μετατόπιση των δοκιμών που προέκυψε από το διανυσματικό άθροισμα $\vec{u}_x + \vec{u}_y$:



Σχήμα 39: Μετατόπιση eco – core



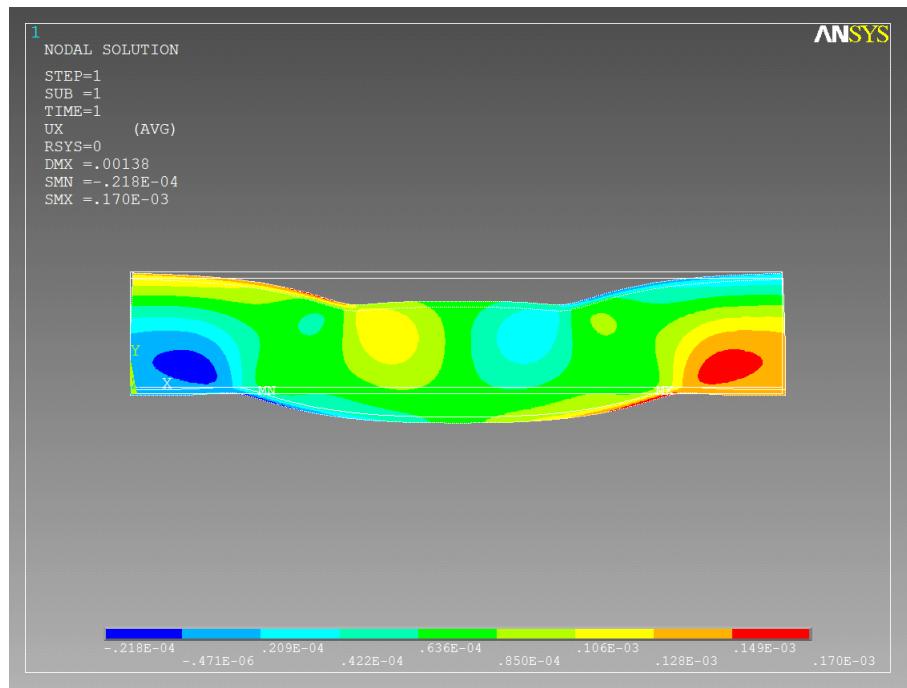
Σχήμα 39:(β) Μετατόπιση *balsa*



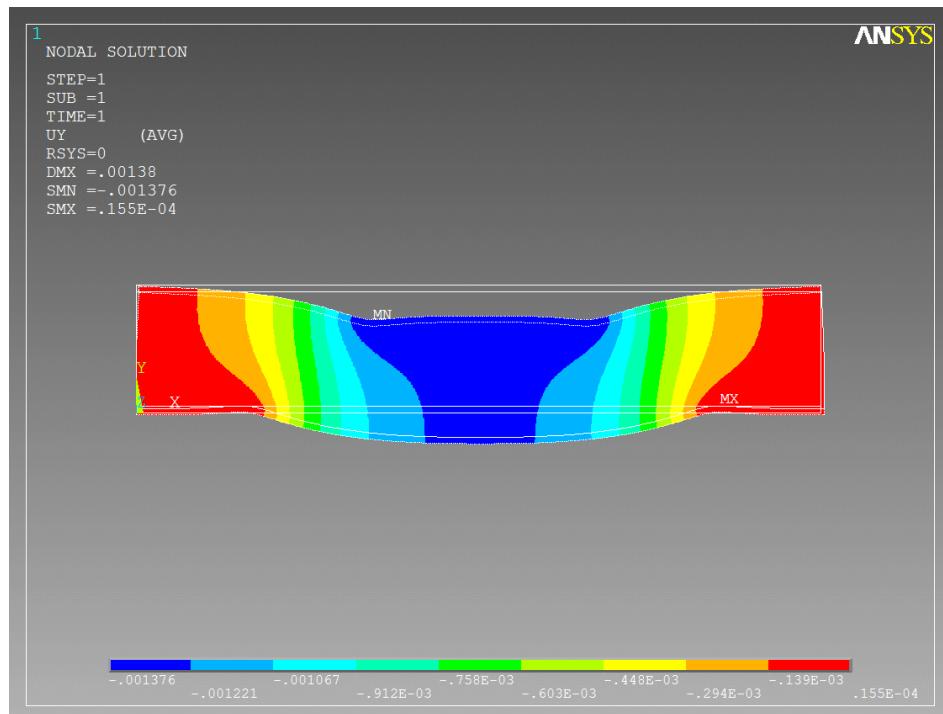
Σχήμα 39:(γ) Μετατόπιση *pvc*

Είναι εμφανής η δημιουργία εσοχής στο *pvc*.

Αξίζει να παρουσιάσουμε ξεχωριστά τις μετατοπίσεις στον άξονα *x* και *y* για το *pvc*:



$\Sigma\chi\nu\alpha 39:(\delta)$ Μετατόπιση u_x



$\Sigma\chi\nu\alpha 39:(\varepsilon)$ Μετατόπιση u_y

5.3 Ανάλυση του πειράματος κάμψης με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων

Για το πείραμα της κάμψης, υπήρχαν δεδομένα για 3 δοκίμια από το κάθε υλικό με μήκος $0.5m$. Έστερα από τη μεταξύ τους σύγκριση, απορρίφθηκαν τα δοκίμια που δίνουν τις ακραίες τιμές και επιλέχτηκε ένα δοκίμιο από το κάθε υλικό (Eco-core, Balsa, PVC), το οποίο δίνει μια μέση τιμή της συμπεριφοράς και των τριών. Αναλυτικά, η σύγκριση των τριών υλικών για το πείραμα της κάμψης έγινε για τα sandwich δοκίμια με τα παρακάτω στοιχεία: μήκος $L = 500mm$, πάχος $t = 28.2mm$, διάκενο μεταξύ των στηριγμάτων $S = 394mm$, διάκενο μεταξύ των σημείων φόρτισης $S/2 = 131.3mm$

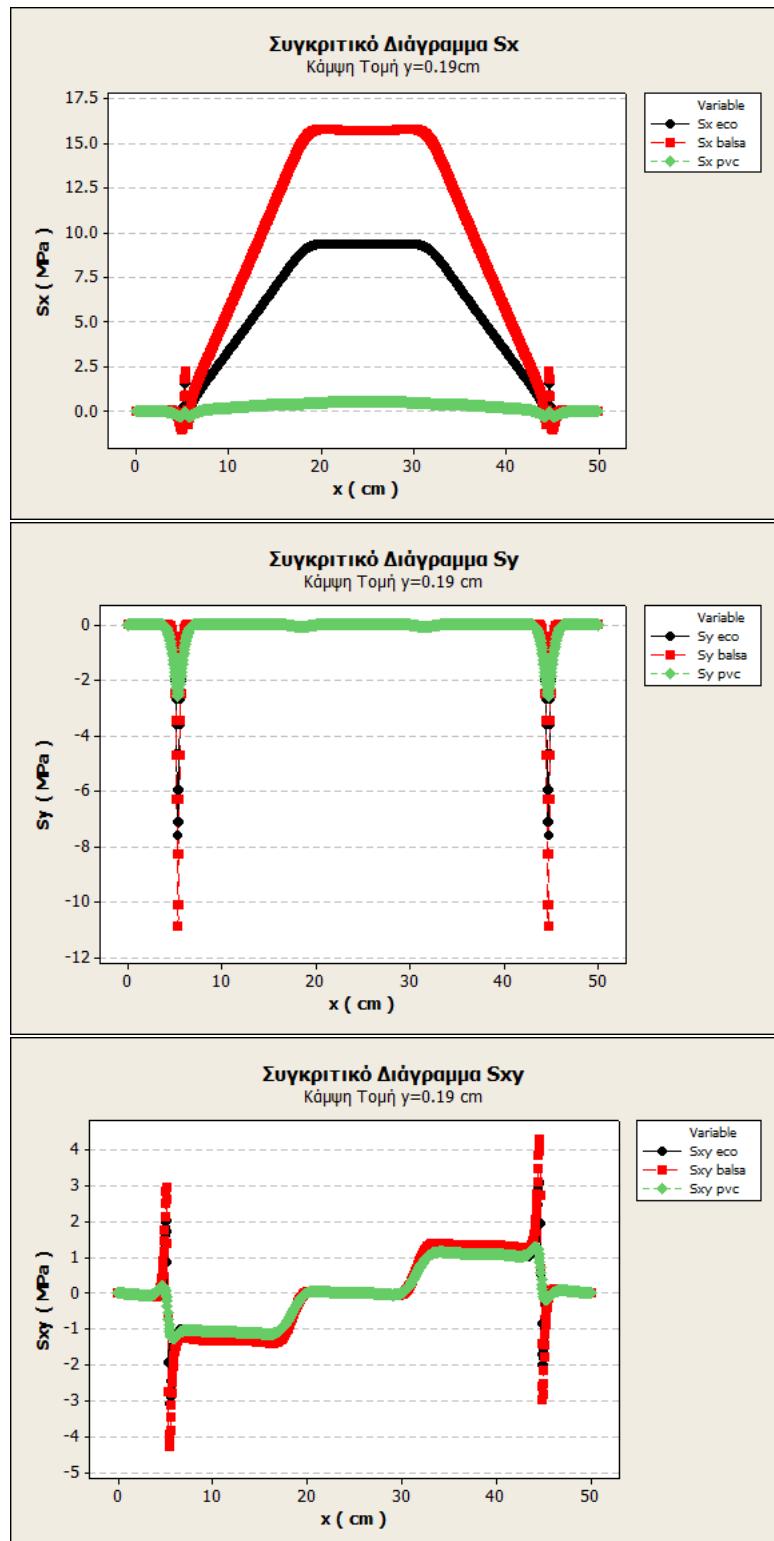
Eco-core: πλάτος $b = 50.7mm$ και φορτίο $F = 3643N$

Balsa: πλάτος $b = 51.3mm$ και φορτίο $F = 4889N$

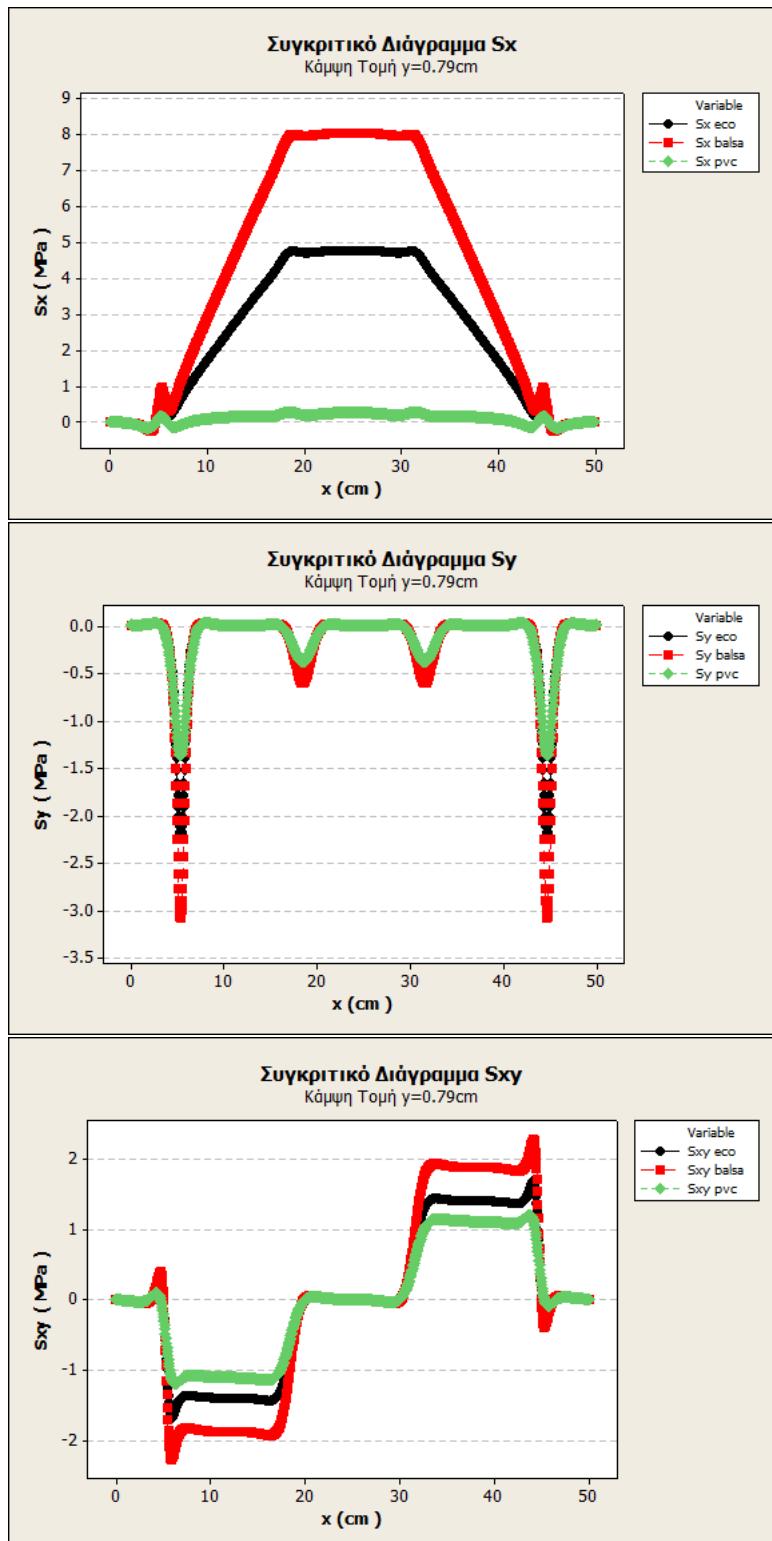
PVC: πλάτος $b = 50.7mm$ και φορτίο $F = 3007N$

5.3.1 Σύγκριση των τάσεων σε διάφορες τομές του δοκιμίου

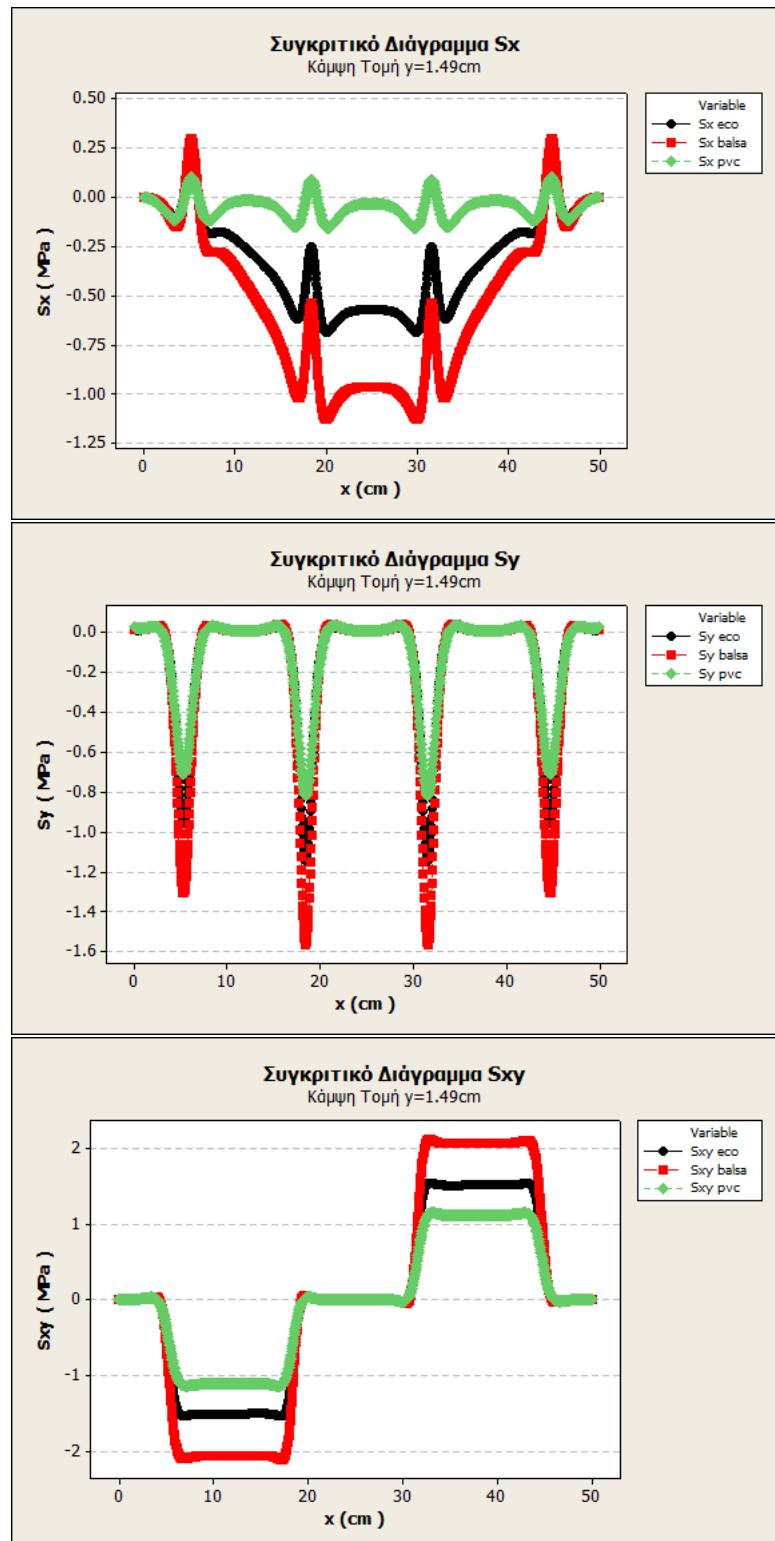
Στη συνέχεια εμφανίζονται τα αποτελέσματα των τάσεων σε διάφορες τομές των sandwich υλικών συναρτήσει της απόστασης από τη θέση $x = 0$ για τις οριζόντιες τομές και από τη θέση $y = 0$ για την κατακόρυφη τομή. Έτσι μπορεί εύκολα να προκύψει η μεταξύ τους σύγκριση.



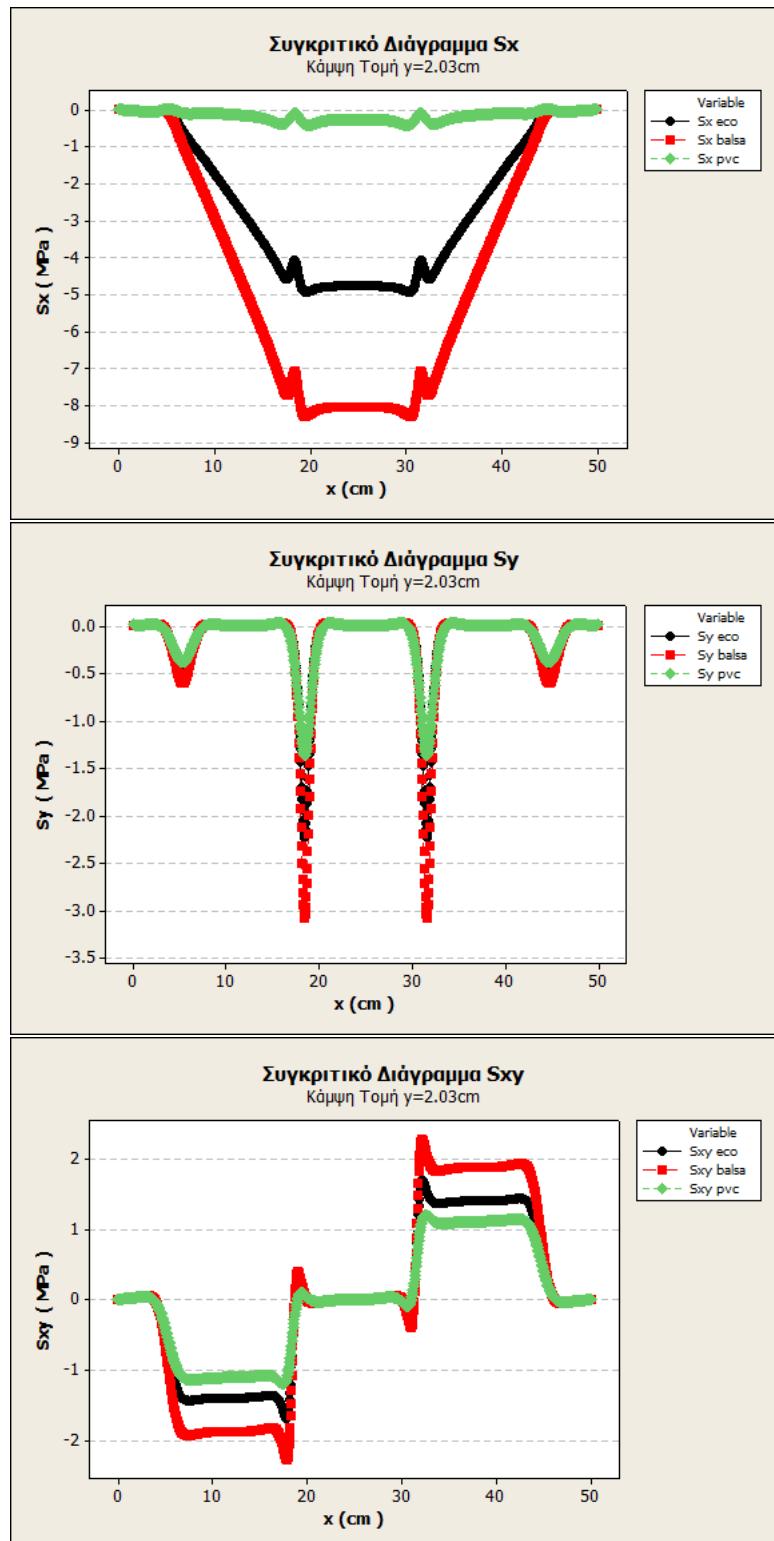
Σχήμα 40: Διαγράμματα τάσεων για τον πυρήνα, τομή $y = 0.19\text{cm}$



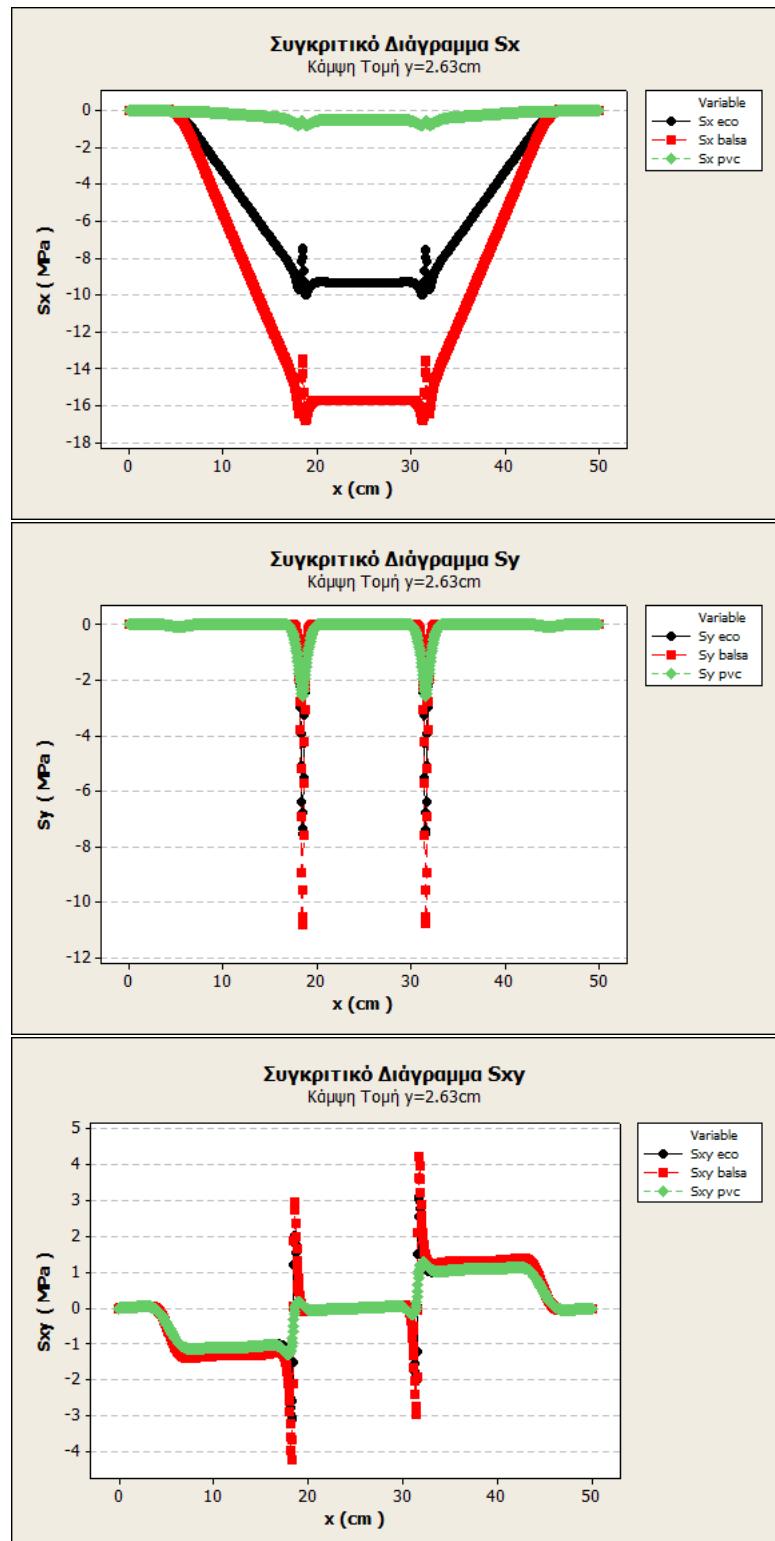
Σχήμα 41: Διαγράμματα τάσεων για τον πυρήνα, τομή $y = 0.79\text{cm}$



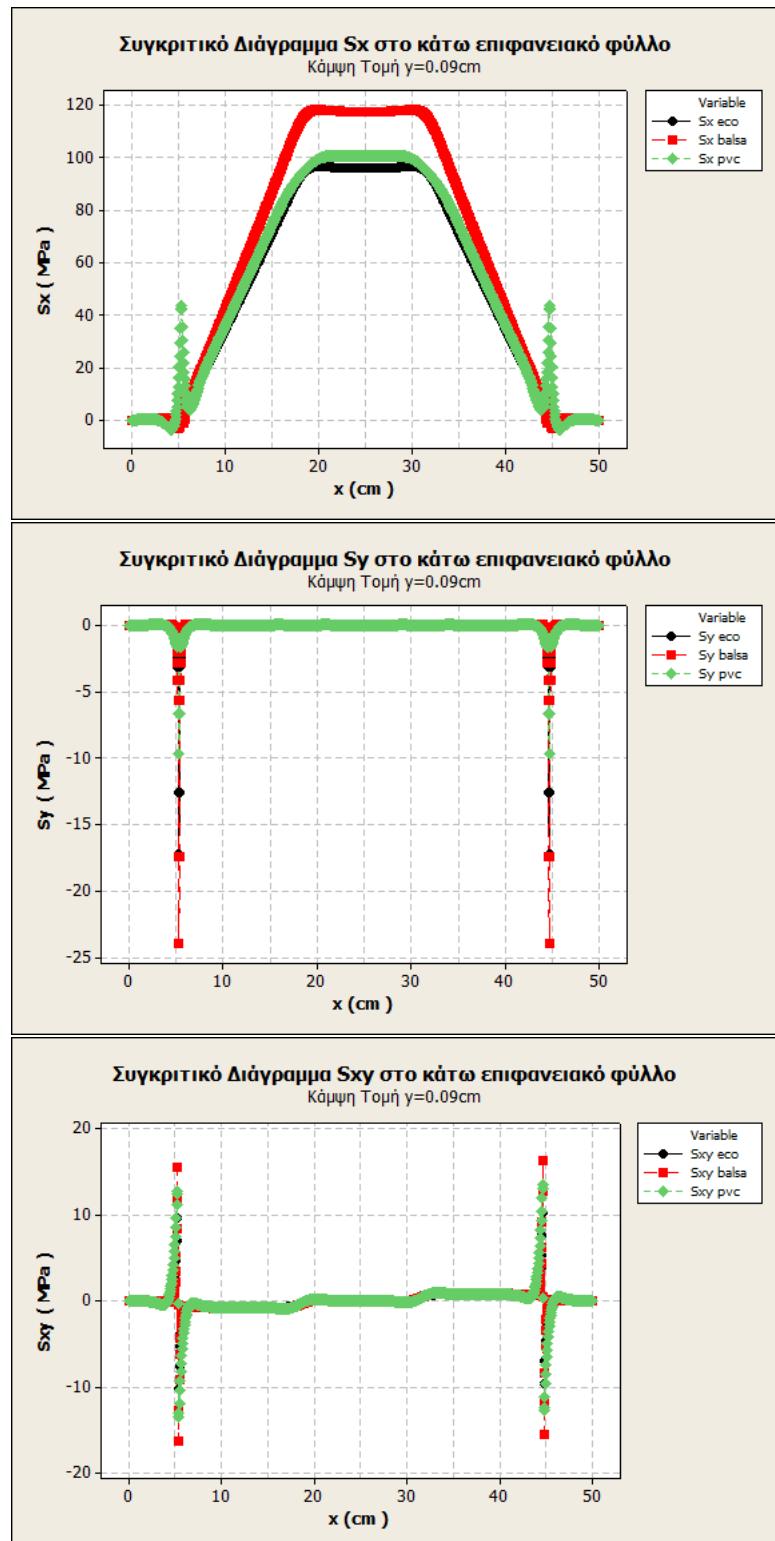
Σχήμα 42: Διαγράμματα τάσεων για τον πυρήνα, τομή $y = 1.49\text{cm}$



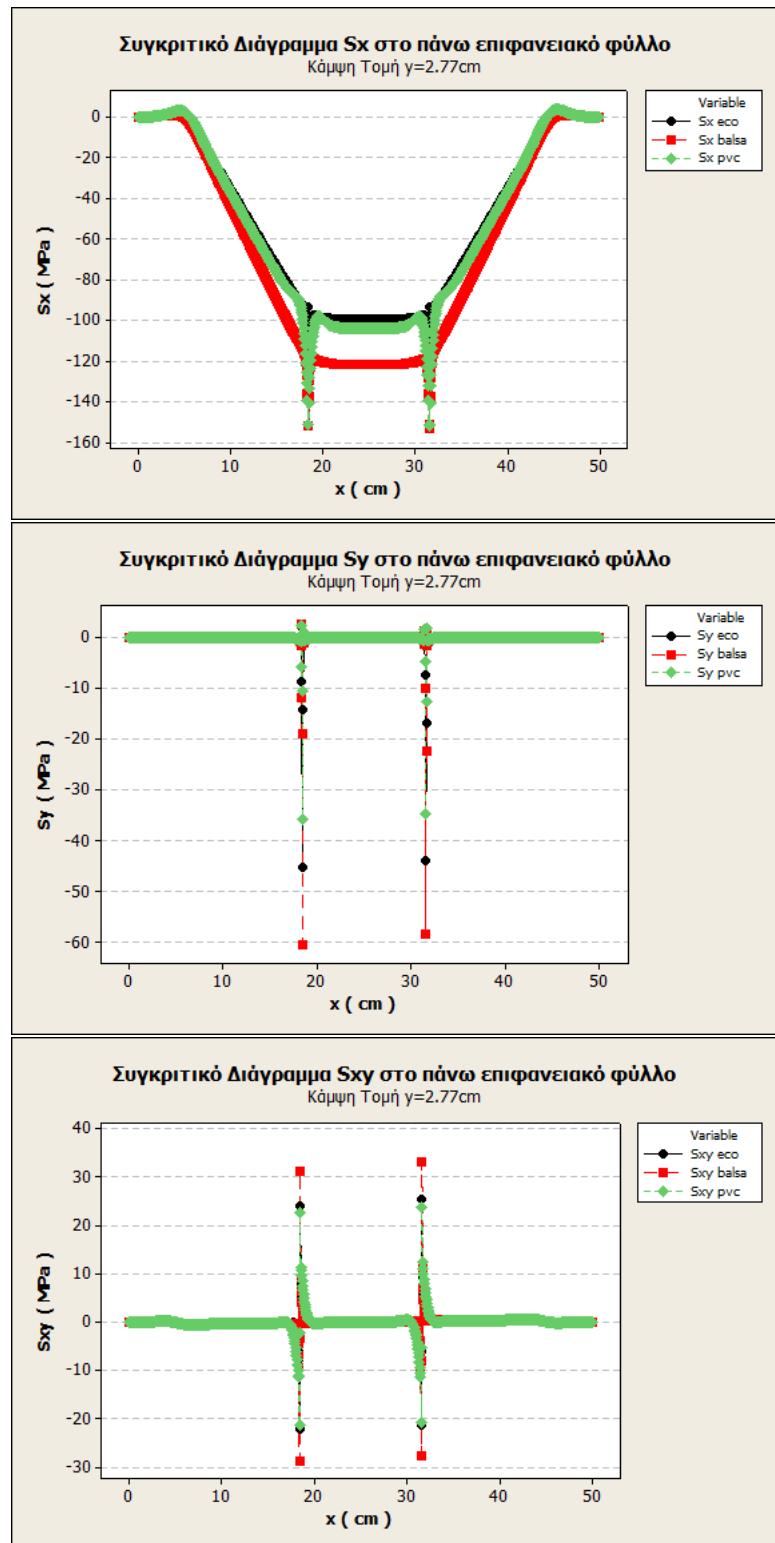
Σχήμα 43: Διαγράμματα τάσεων για τον πυρήνα, τομή $y = 2.03\text{cm}$



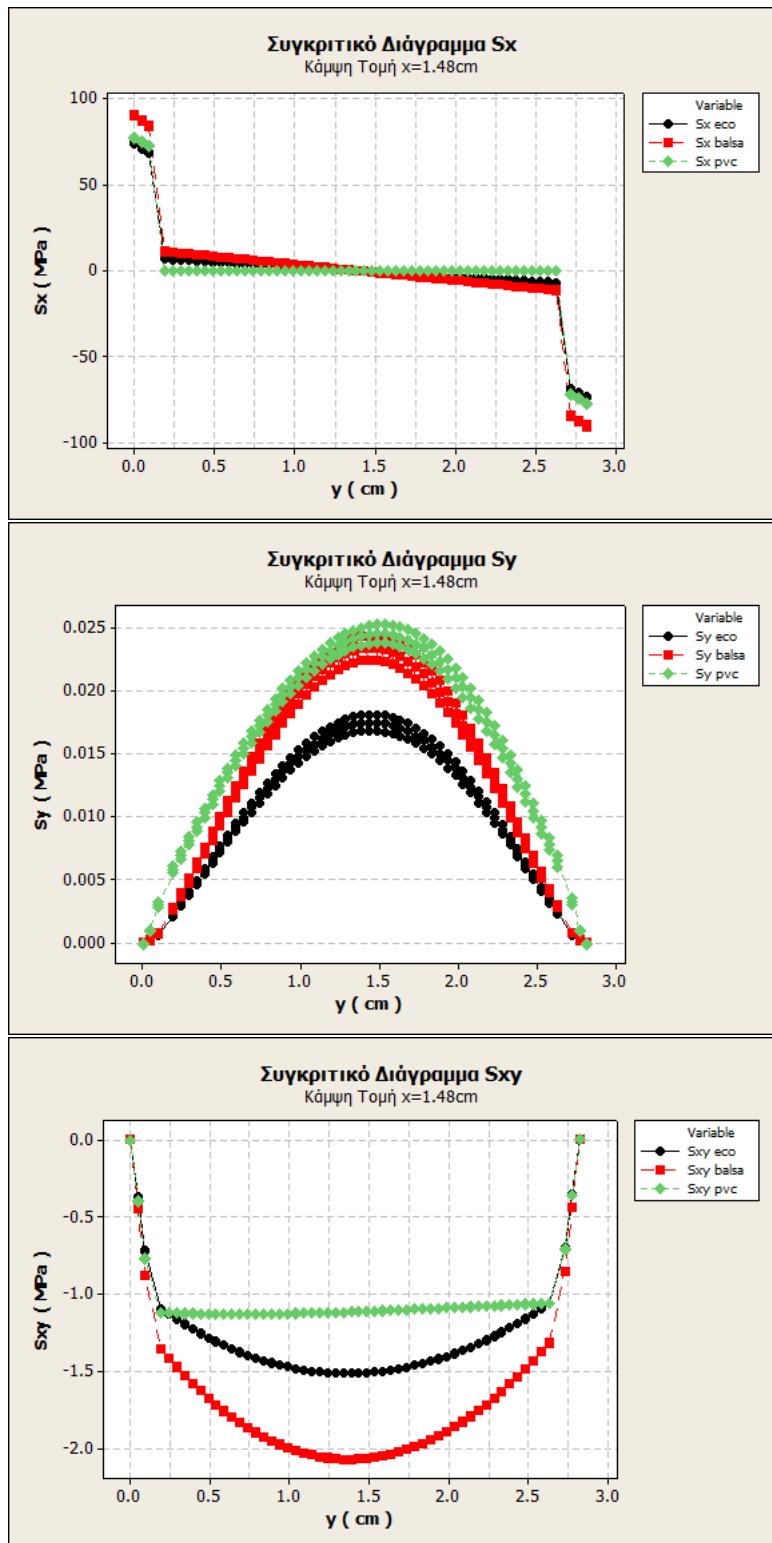
Σχήμα 44: Διαγράμματα τάσεων για τον πυρήνα, τομή $y = 2.63\text{cm}$



Σχήμα 45: Διαγράμματα τάσεων για το κάτω επιφανειακό φύλλο, τομή $y = 0.09\text{cm}$



Σχήμα 46: Διαγράμματα τάσεων για το πάνω επιφανειακό φύλλο, τομή $y = 2.77\text{cm}$



Σχήμα 47: Διαγράμματα τάσεων για την κατακόρυφη τομή $x = 1.48\text{cm}$

Μελετώντας τα παραπάνω διαγράμματα, μπορούν να εξαχθούν τα εξής συμπεράσματα:

Στο πείραμα της κάμψης, όπως συνέβη και στο πείραμα της διάτμησης, τα sandwich δοκίμια που περιέχουν τα υλικά eco-core, balsa φαίνεται να διατηρούν μια αναλογία στην ανάπτυξη των τάσεων στις διάφορες τομές του. Όπως είναι αναμενόμενο από τον Πίνακα 1, το balsa έχει μεγαλύτερη αντοχή σε εφελκυσμό απ' ότι το eco-core. Παρ' ότι λοιπόν το eco-core μπορεί να χαρακτηριστεί ως φαθυρό υλικό, παρατηρούμε τη μεγάλη απόκλιση στις τάσεις που αναπτύσσονται στο PVC (το οποίο είναι επίσης φαθυρό) σε σχέση με αυτές που αναπτύσσονται στο eco-core. Στο πείραμα της κάμψης, αυτή η διαπίστωση γίνεται πιο εύκολα απ' ότι στο πείραμα της διάτμησης αφού παρατηρούνται μεγαλύτερες εφελκυστικές τάσεις.

Στα διαγράμματα σ_{xx} , σ_{yy} εμφανίζεται συμμετρία στις οριζόντιες τομές των υλικών. Αντισυμμετρικότητα χαρακτηρίζει τα διαγράμματα σ_{xy} .

Στην τομή y=0.19cm (Σχήμα 40), την πιο κοντινή τομή του πυρήνα στην κάτω διεπιφάνεια του με τα επιφανειακά φύλλα, παρατηρούμε πως οι τάσεις σ_{xx} των eco-core και balsa δοκιμών είναι πολύ μεγαλύτερες από το όριο αντοχής τους σε εφελκυσμό. Σε αντίθεση με τα παραπάνω, το pvc δεν ανέπτυξε τάσεις σ_{xx} μεγαλύτερες του αντίστοιχου ορίου του. Στα διαγράμματα σ_{yy} , παρατηρούμε πως οι τάσεις είναι πολύ μικρές σε όλη την επιφάνεια των υλικών και αυξάνονται κατά απόλυτη τιμή στα σημεία των στηρίζεων λόγω της ιδιομορφίας του πεδίου που δημιουργείται. Για τα διαγράμματα σ_{xy} , μόνο το eco-core ξεπερνά λίγο το όριο αντοχής σε διάτμηση.

Στην τομή y=0.79cm (Σχήμα 41), όλες οι τάσεις είναι μειωμένες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με αυτές που παρατηρήθηκαν στην προηγούμενη τομή και δεν παρατηρείτε πουθενά τάση μεγαλύτερη του ορίου. Στο διάγραμμα της τάσης σ_{yy} παρατηρούμε αύξηση της υλιπτικής τάσης στα σημεία που βρίσκονται κάτω από τα σημεία φόρτισης.

Στην τομή y=1.49cm (Σχήμα 42), η οποία βρίσκεται σχεδόν στο μέσο του δοκιμίου, παρατηρούμε πως οι ορθές τάσεις στα σημεία φόρτισης του δοκιμίου παρουσιάζουν σημαντικές μεταβολές. Μάλιστα η μέγιστη υλιπτική τάση κατά απόλυτη τιμή, εμφανίζεται στα σημεία αυτά. Οι εφελκυστικές τάσεις σ' αυτή την τομή έχουν μειωθεί πάρα πολύ και τείνουν να μηδενιστούν. Δεν παρατηρείται πουθενά η τάση να ξεπερνά το όριο αντοχής του εκάστοτε υλικού.

Κατά μήκος της οριζόντιας τομής **y=2.03cm** (Σχήμα 43), παρουσιάζονται μόνο υλιπτικές τάσεις και όχι εφελκυστικές, όπως άλλωστε γνωρίσουμε και από τη θεωρία για την κάμψη δοκών. Οι τάσεις στην τομή αυτή αρχίζουν να αυξάνονται κατά απόλυτη τιμή κοντά στα σημεία εφαρμογής των δυνάμεων ενώ και εδώ δεν παρατηρείται κάποια υπέρβαση του ορίου αντοχής των υλικών.

Στην τομή y=2.63cm (Σχήμα 44), την τελευταία τομή που βρίσκεται εντός του πυρήνα και κάτω από την διεπιφάνεια επιφανειακού φύλλου-πυρήνα, εμφανίζονται τάσεις σ_{xx} , σ_{xy} στο balsa δοκίμιο, μεγαλύτερες από τα αντίστοιχα όριά του. Αυτό δεν

συμβαίνει στο eco-core δοκίμιο. Υπέρβαση του ορίου αντοχής της ορθής τάσης σ_{yy} παρατηρούμε στο pvc.

Στις τομές κατά μήκος των δύο επιφανειακών φύλλων (Σχήματα 45,46) εμφανίζονται τάσεις μικρότερες του ορίου αντοχής τους. Στην τομή του κάτω επιφανειακού φύλλου, οι εφελκυστικές τάσεις είναι μεγαλύτερες στο διάστημα ανάμεσα στις δύο στηρίξεις, ενώ στο pvc εμφανίζεται και μια τοπική αύξηση της εφελκυστικής τάσης στα σημεία στήριξης του δοκιμίου. Όσον αφορά στις ψηλιπτικές τάσεις και τις διατμητικές, είναι ιδιαίτερα μικρές σε όλο το μήκος της τομής εκτός των σημείων στήριξης. Στην τομή του πάνω επιφανειακού φύλλου επικρατεί παρόμοια εντατική κατάσταση για τις τάσεις σ_{yy} και σ_{xy} , μόνο που τα μέγιστα εμφανίζονται στα σημεία εφαρμογής των δυνάμεων. Όμοια, στο διάγραμμα $\sigma_{xx} - x$, παρουσιάζονται μεγάλες ψηλιπτικές τάσεις στην περιοχή ανάμεσα στα σημεία φόρτισης των δοκιμών αλλά και στα σημεία αυτά.

Κατά μήκος της κατακόρυφης τομής $x=1.48\text{cm}$ (Σχήμα 47), παρατηρείται πως τα επιφανειακά φύλλα φέρουν την τάση σ_{xx} . Αντίθετα, τα επιφανεικά φύλλα παρουσιάζουν μικρές τάσεις σ_{yy}, σ_{xy} . Η εφελκυστική τάση σ_{yy} αυξάνεται όσο αυξάνεται το πάχος του δοκιμίου μέχρι το σημείο $x = 14.01\text{mm}$, όπου βρίσκεται δηλαδή το μέσο του. Πάνω από το μέσο αυτό, η εφελκυστική τάση αρχίζει να μειώνεται. Παρόμοια συμπεριφορά έχουμε κηραι για τις διατμητικές τάσεις των δύο υλικών.

Συμπερασματικά, στο eco-core δοκίμιο παρατηρήθηκε υπέρβαση του ορίου αντοχής σε εφελκυσμό (σ_{xx}) μόνο στην τομή που βρίσκεται κοντά στο κάτω επιφανειακό φύλλο. Στην ίδια τομή εμφανίζεται και υπέρβαση της επιτρεπόμενης διατμητικής τάσης σ_{xy} . Τα αποτελέσματα αυτά συνάδουν με τα πειραματικά αποτελέσματα, στα οποία διαπιστώθηκαν 3 μικρές ρωγμές στην διεπιφάνεια πυρήνα-φύλλων και ρωγμή στον πυρήνα. Στο balsa δοκίμιο, σημειώθηκε τάση σ_{xx} μεγαλύτερη του ορίου σε εφελκυσμό στην τομή του πυρήνα που βρίσκεται πιο κοντά στο κάτω επιφανειακό φύλλο. Επίσης σημειώθηκε τάση μεγαλύτερη του όριου σε ψηλήψη (σ_{xx}) και σε διάτμηση (σ_{xy}), στην κοντινότερη τομή του πυρήνα στο πάνω επιφανειακό φύλλο. Σχετικά με το pvc δοκίμιο, εμφανίστηκε υπέρβαση του ορίου αντοχής σε ψηλήψη (σ_{yy}) στην τομή του πυρήνα που βρίσκεται πιο κοντά στο πάνω επιφανειακό φύλλο.

Στον Πίνακα 17 παρουσιάζονται οι μέγιστες τάσεις (MPa) κατά απόλυτη τιμή που συναντώνται σε κάθε τομή.

Τομή $\sigma \varepsilon$ (cm)	<i>eco – core</i>			<i>balsa</i>			<i>PVC</i>		
	S_x	S_y	S_{xy}	S_x	S_y	S_{xy}	S_x	S_y	S_{xy}
$y = 0.19$	9.37	7.60	3.09	15.82	10.89	4.29	0.50	2.59	1.28
$y = 0.79$	4.77	2.23	1.68	8.04	3.08	2.27	0.28	1.36	1.20
$y = 1.49$	0.69	0.88	1.53	1.13	1.19	2.09	0.15	0.67	1.14
$y = 2.03$	4.907	0.428	1.588	8.227	0.562	2.122	0.421	0.527	1.20
$y = 2.63$	9.99	7.56	3.10	16.85	10.82	4.25	0.80	2.59	1.28
$y = 0.09$	96.56	17.28	12.85	118.24	23.95	16.38	100.68	9.66	13.47
$y = 2.77$	124.99	45.31	25.56	153.15	60.43	33.30	152.11	35.85	23.83

Πίνακας 17

6 Επίλογος και προτάσεις για μελοντική εργασία

Το eco-core και παρασκευάστηκε έντρο Έρευνας Σύνθετων Υλικών του Πανεπιστημίου της Νότιας Καρολίνας (North Carolina A & T State University) είναι ένα οικολογικό υλικό που δεν έχει ακόμα χρησιμοποιηθεί στην παραγωγή προϊόντων αλλά αξίζει προσοχής και μελέτης. Το eco-core είναι ένα sandwich ελαφρύ υλικό, ανθεκτικό υλικό στη φωτιά, μη τοξικό και με πολύ καλές μηχανικές ιδιότητες. Παρά το γεγονός ότι μπορεί να χαρακτηριστεί ως φαθυρό υλικό αφού έχει μικρότερη αντοχή σε εφελκυσμό απ' ότι σε θλίψη, στη sandwich κατασκευή που μελετήθηκε, παρουσιάζει αντοχή συγκρίσιμη με αυτή όλκιμων υλικών σε sandwich κατασκευές και όχι φαθυρών. Αυτό δίνει το πλεονέκτημα στο eco-core να αστοχεί παρουσιάζοντας ρωγμές στον πυρήνα και στη διεπιφάνεια πυρήνα και επιφανειακών φύλλων και όχι παρουσιάζοντας αστοχία υπό μορφή εσοχής.

Το eco-core είναι ένα οικολογικό υλικό αφού έχει ως πρώτη ύλη το απόβλητο προϊόν της καύσης γαιάνθρακα από τους θερμοηλεκτρικούς σταθμούς. Το υλικό αυτό του δίνει την εξαιρετική ιδιότητα να αντέχει στη φωτιά και να μην παράγει τοξικά αέρια κατά την καύση του.

Τα πειράματα σχετικά με την αντοχή του eco-core eco-core σε διάτμηση, κάμψη και θλίψη στη διάσταση του μήκους του έχουν πραγματοποιηθεί. Η διπλωματική εργασία αυτή συνετέλεσε στην αριθμητική μελέτη των τάσεων του υλικού κατά το πείραμα της κάμψης και της διάτμησης. Η μελέτη σχετικά με το eco-core υλικό μπορεί να συνεχιστεί ώστε να συμβάλλει στη διαπίστωση των ιδιοτήτων, του σχετικά νέου υλικού και κυρίως στη μελέτη για την αξιοποίηση του στην παραγωγή και στην ικανοποίηση των λαϊκών αναγκών.

Μερικές προτάσεις για περαιτέρω μελέτη:

- * Δημιουργία τρισδιάστατου μοντέλου με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων για τα πειράματα κάμψης και διάτμησης με μοντελοποίηση των ρωγμών. Μελέτη των πειραμάτων σε κατάσταση επίπεδης παραμόρφωσης.
- * Αριθμητική μελέτη για την ερμηνεία της αστοχίας του eco-core κατά την κάμψη 3 σημείων.
- * Ανάλυση με αριθμητικές μεθόδους συγκεκριμένης αεροναυπηγικής κατασκευής από eco-core.
- * Ανάλυση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων του πειράματος αντοχής του eco-core στη φωτιά. Ανάλυση του πειράματος λυγισμού sandwich δοκιμίου με μοντελοποίηση των διαφόρων μορφών αστοχίας.

7 Αναφορές

- [1] I.M.Daniel, E.E.Gdoutos, Y.D.S.Rajapakse, "Major Accomplishments in Composite Materials and Sandwich Structures", Springer 2010
- [2] R.Panduranga, K.N.Shivakumar, L.Russel, "Energy Absorption of Eco-core -A Syntactic Foam"
- [3] K.N.Shivakumar, S.D.Argade, R.L.Sadler, M.M.Sharpe, L.Dunn, G. Swaminathan and U.Sorathia, "Processing and Properties of a Lightweight Fire Resistant Core Material for Sandwich Structures", Journal of Advanced Materials, Vol.38 No. 1, 2006
- [4] K.N.Shivakumar, M.M.Sharpe, U.Sorathia, "Modification of eco-core to enhance toughness and fire resistance", SAMPE 2005, Long Beach, CA
- [5] R.Sadler, K.N.Shivakumar, M.M.Sharpe, "A comparison of mechanical and fire properties of eco-core with a competitive commercial material", SAMPE 2007
- [6] A.P.Mouritz, A.G.Gibson, "Fire properties of polymer composite materials", Springer 2006
- [7] Γ.Παπανικολάου, Δ.Μουζάκης, "Σύνθετα Υλικά", Κλειδάριθμος 2007
- [8] L. A. Carlsson, G. A. Kardomateas, "Structural and Failure Mechanics of Sandwich Composites", Springer 2011
- [9] E.E.Θεοτόκογλου, Γ.I.Τσαμασφύρος, "Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων", Συμμετρία 2005
- [10] Soden PD "Indentation of composite sandwich beams" J Strain Anal 31:353-360 (1996)
- [11] Steeves CA, Fleck NA "Collapse mechanism of sandwich beams with composite faces and a foam core, loading in three point-bending. Part I: Analytical models and minimum weight design. Int J Mech Sci 46:561-583 (2004)
- [12] K.N.Shivakumar, Huanchun Chen, Chris Ibeh, "Failure modes and strength of glass/vinyl ester face sheet-eco-core sandwich panel" 8th International Conference on sandwich structures (2008)
- [13] Μ. Παπαδρακάκης, "Ανάλυση φορέων με τη μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων", Παπασωτηρίου 2001