

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ



**ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΕΛΕΤΗΣ ΠΛΟΙΟΥ ΚΑΙ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΩΝ**

**«Μελέτη Εναλλακτικών Μεθόδων Αποτίμησης
Τιμής Ναυτιλιακών Παραγώγων»**

Διπλωματική Εργασία

Ντάνης Αλκιβιάδης

ΑΘΗΝΑ 2013

Ντάνης Αλκιβιάδης

**«Μελέτη Εναλλακτικών Μεθόδων Αποτίμησης
Τιμής Ναυτιλιακών Παραγώγων»**

ΑΘΗΝΑ 2013

Διπλωματική Εργασία

**Σχολή Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών
Τομέας Μελέτης Πλοίου και Θαλασσίων Μεταφορών**

Μέλη Τριμελούς Επιτροπής

Δημήτριος Β. Λυρίδης (Επιβλέπων Καθηγητής)

Χαρίλαος Ν. Ψαραύτης

Νικόλαος Π. Βεντικός

Πίνακας Περιεχομένων

Εισαγωγή – Περίληψη	6
1. Κεφάλαιο 1^ο : Χρηματιστηριακά & Ναυτιλιακά Παράγωγα.....	8
1.1. Εισαγωγή – Ιστορική Αναδρομή	8
1.1.1. Εισαγωγή.....	8
1.1.2. Ιστορική Αναδρομή.....	10
1.2. Χρηματιστηριακά Παράγωγα	12
1.2.1. Ορισμός.....	12
1.2.2. Σκοπός και Χρήση	12
1.2.3. Χρήστες Χρηματιστηριακών Παραγώγων.....	16
1.2.4. Τύποι Χρηματιστηριακών Παραγώγων	19
1.2.4.1. Προθεσμιακό Συμβόλαιο (Forward Agreements).....	20
1.2.4.2. Συμβόλαιο Μελλοντικής Εκπλήρωσης (Future Contracts).....	21
1.2.4.3. Συμβόλαιο Δικαιώματος (Option Contracts)	23
1.2.4.4. Συμβόλαιο Ανταλλαγής(Swap Contract)	23
1.3. Ναυτιλιακά Παράγωγα	26
1.3.1. Εισαγωγή.....	27
1.3.2. Κίνδυνοι στο χώρο της Ναυτιλίας	28
1.3.3. Τύποι Ναυτιλιακών Παραγώγων	29
1.3.3.1. Forward Contracts	29
1.3.3.2. Freight Forward Agreements(FFA'S).....	30
1.3.3.3. Freight Futures	31
1.3.3.4. Σύγκριση μεταξύ Forwards και Futures	32
1.3.3.5. Άλλοι Τύποι Ναυτιλιακών Παραγώγων.....	34
1.3.4. Δείκτες που συνδέονται με Ναυτιλιακά Παράγωγα	37
1.3.4.1. BDI.....	37
1.3.4.2. BPI.....	38
1.3.4.3. BCI	39

1.3.4.4. BHSI.....	41
1.3.4.5. BDTI.....	42
1.3.4.6. BCT	44
1.3.5. Συμμετέχοντες στην Αγορά Ναυτιλιακών Παραγώγων	46
1.3.5.1. Ναυλομεσίτες	46
1.3.5.1.1. Clarksons	46
1.3.5.1.2. SSY	47
1.3.5.1.3. FIS	48
1.3.5.2. Μονάδες Χρηματοδότησης (Financing Units).....	49
1.3.5.3. Χρηματιστήρια	49
1.3.5.3.1. IMAREX	49
1.3.5.3.2. Baltic Exchange.....	50
1.3.5.3.3. NYMEX	51
1.3.5.3.4. Singapore Exchange	51
1.3.5.4. Εταιρίες Εκκαθάρισης.....	52
1.3.5.4.1. Norwegian Futures and Options Clearing House.....	52
1.3.5.4.2. LCH.Clearnet.....	53
Παράρτημα 1 ^ο Κεφαλαίου.....	55

2. Κεφάλαιο 2^ο : Στοχαστικές Διαφορικές Εξισώσεις..... 67

2.1. Εισαγωγή.....	67
2.1.1. Σκοπός – Χρησιμότητα	67
2.1.2. Θεωρία Πιθανοτήτων	69
2.1.2.1. Χώροι Πιθανοτήτων	70
2.1.2.2. Τυχαίες Μεταβλητές	74
2.2. Στοχαστική Διαδικασία.....	76
2.3. Διακριτά Μοντέλα του Χρόνου	78
2.3.1. Κεφάλαια.....	78
2.3.2. Στρατηγικές.....	79
2.3.3. Αποδεκτές Στρατηγικές και Κερδοσκοπία.....	80
2.4. Martingales	81

2.5. Η Κίνηση Brownian.....	85
2.5.1. Γενικά.....	85
2.5.2. Κατασκευή.....	87
2.5.3. Markov Property.....	89
2.6. Στοχαστική Ολοκλήρωση.....	90
2.6.1. Γενικά.....	90
2.6.2. Ορισμός και ιδιότητες ενός Ito's ολοκληρώματος.....	93
2.7. Στοχαστικές Διαφορικές Εξισώσεις.....	95
2.7.1. Εισαγωγή.....	95
2.7.2. Ύπαρξη και Μοναδικότητα Λύσης.....	96
2.7.3. Ασθενής Λύση.....	98
2.7.4. Γραμμικές Εξισώσεις.....	99

3. Κεφάλαιο 3^ο : Εφαρμογή Στοχαστικών Διαφορικών Εξισώσεων

στα Χρηματοοικονομικά 102

3.1. Εισαγωγή.....	102
3.1.1. Αγορά, Χαρτοφυλάκιο και Κερδοσκοπία.....	102
3.2. Pricing.....	107
3.2.1. Μέθοδοι εκτίμησης Pricing.....	107
3.2.1.1. Κλειστής ή Αναλυτικής Μορφής.....	107
3.2.1.1.1. Black - Scholes 1973.....	107
3.2.1.1.2. Schwatz 1997.....	110
3.2.1.1.3. Black 1976.....	111
3.2.1.1.4. Schwartz and Smith 2000.....	112
3.2.1.1.5. Korn 2005.....	114
3.2.1.1.6. Turnbull and Wakeman Approximation.....	115
3.2.1.2. Εξομοίωση Monte Carlo.....	117
3.2.2. Εφαρμογές στα Ναυτιλιακά Παράγωγα.....	117

4. Κεφάλαιο 4^ο : Το φαινόμενο Lead-Lag..... 118

4.1. Εισαγωγή.....	118
4.2. Περιγραφή των δεδομένων	118
4.3. Τεχνική κινούμενου μέσου	119
4.3.1. Διαδρομή RT P2A.....	121
4.3.2. Διαδρομή PT P3A	123
4.4. Τεχνική διασυσχέτισης (cross-correlation function)	126
4.4.1. Συσχέτιση	126
4.4.2. Cross-Correlation	126
4.4.2.1. Διαδρομή RT P2A.....	128
4.4.2.2. Διαδρομή PT P3A	130
4.5. Συμπεράσματα	132

5. Κεφάλαιο 5^ο : Αποτίμηση τιμής ναυτιλιακών παραγώγων με τη βοήθεια Στοχαστικών Διαφορικών Εξισώσεων..... 133

5.1. Εισαγωγή.....	133
5.2. Αγορά – Δεδομένα	133
5.3. Μοντέλα.....	138
5.3.1. Black 1976	138
5.3.2. Schwartz 1997	138
5.3.3. Schwartz and Smith 2000.....	139
5.3.4. Korn 2005.....	140
5.3.5. Risk-neutral models	141
5.4. Εκτίμηση – αποτελέσματα – συμπεράσματα.....	143
5.4.1. Εκτίμηση	143
5.4.2. Αποτελέσματα.....	145
5.4.3. Συμπεράσματα	148
5.5. Προτάσεις για περαιτέρω μελέτη.....	148
Βιβλιογραφία.....	149

Εισαγωγή – Περίληψη

Στην παρούσα εργασία αναλύονται τα ναυτιλιακά παράγωγα και κάποιοι τρόποι κατά τους οποίους προσπαθούμε να εκτιμήσουμε την τιμή τους στο άμεσο μέλλον. Τα παράγωγα είναι χρηματιστηριακά προϊόντα τα οποία παρουσιάστηκαν εδώ και πολύ καιρό στα χρηματιστήρια με σκοπό την εξάλειψη του κινδύνου. Ως τεχνική αποφυγής του κινδύνου έχει αποδεχθεί αρκετά αποτελεσματική. Ως παράγωγο εννοείται η συμφωνία/συμβόλαιο μεταξύ δύο πλευρών στο οποίο καθορίζεται μια μελλοντική τιμή για την παροχή υπηρεσιών στο μέλλον. Το συμβόλαιο δεν εμπλέκεται με πραγματικό φορτίο ή κάποιο πραγματικό πλοίο. Δεν είναι παρά μόνο μια οικονομική συμφωνία. Οι συμμετέχοντες στην ναυτιλιακή αγορά επωφελούνται με την χρήση των ναυτιλιακών παραγώγων καθώς η εποχή μας χαρακτηρίζεται από μεγάλες μεταβολές στα επιτόκια, στις ισοτιμίες, στα αναλώσιμα στα καύσιμα, στα εμπορεύματα κ.α. . Συνεπώς, η τεχνική διαχείρισης εσόδων-εξόδων σταθεροποιεί τον ισολογισμό των εταιριών και για το λόγο αυτό τα παράγωγα είναι ευρέως διαδεδομένα στο χώρο της ναυτιλίας. Είναι εύκολο λοιπόν να κατανοήσουμε ότι η “πρόγνωση” των τιμών των ναυτιλιακών παραγώγων θα δημιουργούσε τεράστια οφέλη.

Η εργασία χωρίζεται ουσιαστικά σε δύο τμήματα, το πρώτο αποτελεί το θεωρητικό υπόβαθρο ώστε να μπορέσουμε να κατανοήσουμε εις βάθος τα ναυτιλιακά παράγωγα αλλά και τα μαθηματικά που τα χαρακτηρίζουν. Στο δεύτερο τμήμα υπεισέρχονται δύο διαφορετικές τεχνικές προεκτίμησης της τιμής των ναυτιλιακών παραγώγων, η 1^η τεχνική ονομαζόμενη “τεχνική διασυσχέτισης” μας δίνει κάποια συμπεράσματα ως προς την κατεύθυνση που θα κινηθούν οι τιμές των παραγώγων, δηλαδή εάν θα αυξηθούν ή εάν θα μειωθούν στο επόμενο διάστημα. Η 2^η τεχνική αποτελεί μια πιο αναλυτική μέθοδο μαθηματικών βασισμένη στις στοχαστικές διαφορικές εξισώσεις, κατά την οποία επιλέγουμε τα καταλληλότερα προτεινόμενα από τη βιβλιογραφία μοντέλα τα οποία περιγράφουν τα ναυτιλιακά παράγωγα, τα μοντελοποιούμε και παίρνουμε τις μελλοντικές τιμές.

Ειδικότερα, στο 1^ο κεφάλαιο, αναλύονται όλα τα είδη των χρηματιστηριακών παραγώγων αλλά και των ναυτιλιακών, ορίζεται ο σκοπός τους, η χρήση τους αλλά και οι συμμετέχοντες της αγοράς όπως είναι οι ναυλομεσίτες, τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα, τα χρηματιστήρια και οι εταιρίες εκκαθάρισης. Επίσης αναλύονται και οι δείκτες που συνδέονται με τα ναυτιλιακά παράγωγα, καθώς παίζουν πολύ μεγάλο ρόλο στην διαμόρφωση τους. Στο τέλος του κεφαλαίου παρατίθεται και το μοναδικό παράρτημα της εργασίας όπου παρουσιάζονται τα προϊόντα που προσφέρουν τα

διάφορα χρηματιστήρια, μεσιτικά γραφεία και εκκαθαριστικοί οίκοι που αναφέρθηκαν σε όλη την έκταση του κεφαλαίου.

Το 2^ο κεφάλαιο αποτελεί το απαραίτητο μαθηματικό υπόβαθρο για την υλοποίηση των μοντέλων που ακολουθούν τα ναυτιλιακά παράγωγα. Το κεφάλαιο ξεκινά με βασικούς ορισμούς από το χώρο των πιθανοτήτων και συνεχίζει με τις στοχαστικές διαδικασίες και την πιο βασική στοχαστική διαφορική εξίσωση την Κίνηση Brownian. Τέλος το κεφάλαιο κλείνει με την ολοκλήρωση και τις στοχαστικές διαφορικές εξισώσεις, οι οποίες θα αναλυθούν σε επόμενο κεφάλαιο. Το 3^ο κεφάλαιο αναφέρεται στην εφαρμογή των στοχαστικών διαφορικών εξισώσεων που είδαμε στο 2^ο κεφάλαιο. Εδώ αναλύεται ο σκοπός τους αλλά και οι διαφορετικές μορφές των μεθόδων εκτιμήσεων όπως π.χ. κλειστή μορφή, εξομοίωση Monte Carlo και μεθοδολογία δένδρου.

Στο 4^ο κεφάλαιο επιγράφεται το φαινόμενο lead-lag, με τον όρο αυτό εννοούμε ότι κάτι προπορεύεται και κάτι ακολουθεί. Στην περίπτωση μας προπορεύεται η αγορά των futures που έχει ως χρόνο ωρίμανσης(λήξη του συμβολαίου) τον ένα μήνα, και ακολουθεί η spot αγορά. Αν και όχι αναλυτικός τρόπος υπολογισμού των ναυτιλιακών παραγώγων είναι άκρως σημαντικός καθώς μας προϋποθέτει για την κίνηση της αγοράς. Όπως παρατηρείται η spot αγορά ακολουθεί αυτήν των futures με μία καθυστέρηση λίγων ημερών.

Στο τελευταίο και 5^ο κεφάλαιο, πραγματοποιείται ο αναλυτικός υπολογισμός των τιμών της αγοράς συμβολαίων, χρησιμοποιώντας τις στοχαστικές διαφορικές εξισώσεις. Αρχικά διαθέτουμε ένα δείγμα με ιστορικές τιμές δύο διαδρομών ναυτιλιακών παραγώγων. Η περίοδος αυτή καλύπτει περίπου πεντέμισι χρόνια. Το δείγμα μας χωρίζεται σε δύο μέρη ένα για την μοντελοποίηση των συμβολαίων(in-sample) και ένα για την αξιολόγηση τους(out-of sample). Έχουν επιλεγεί τέσσερα μοντέλα τα οποία είναι τα επικρατέστερα που προτείνονται από τη βιβλιογραφία. Και είναι τα εξής Black 1976, Schwartz 1997, Schwartz and Smith 2000 και Korn 2005. Τα αποτελέσματα αναλύονται και αξιολογούνται.

Κεφάλαιο 1^ο : Χρηματιστηριακά & Ναυτιλιακά Παράγωγα

1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ – ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

1.1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τα χρηματιστηριακά παράγωγα είναι χρηματιστηριακά προϊόντα τα οποία δημιουργήθηκαν με σκοπό την αποτελεσματική αντιμετώπιση του κινδύνου, που αντιμετωπίζουν οι σύγχρονες εταιρίες.

Κύρια λειτουργία της συγκεκριμένης στρατηγικής είναι να διευκολύνει τον καταμερισμό και την ανάπτυξη των οικονομικών πόρων, όσο αφορά το χώρο αλλά και το χρόνο, σε ένα αβέβαιο περιβάλλον. Η οικονομική δραστηριότητα των χρηματιστηριακών παραγώγων μπορεί να παρατηρηθεί σε τρεις διαστάσεις α) στο χρόνο, β) στον κίνδυνο και γ) στην πληροφορία. Οι οικονομικές αποφάσεις και δραστηριότητες υποδηλώνουν αμφιβολίες, καθώς οι μελλοντικές τιμές των καθοριστικών παραγόντων όπως οι τιμές συναλλάγματος, τα επιτόκια ή και η αξία των εμπορεύσιμων αγαθών μεταβάλλονται με σχετικά “άγνωστο” τρόπο. Συνεπώς με βάση τα παραπάνω καλλιεργείται ο κίνδυνος μίας πιθανής χρηματοοικονομικής απώλειας. Η αγορά κεφαλαίων και η χρηματαγορά παρέχουν μια μεγάλη γκάμα προϊόντων με στόχο, είτε την διαίρεση του ρίσκου (hedging), είτε τον προσδιορισμό του κινδύνου και στη συνέχεια στον καταμερισμό του ανάμεσα σε αυτούς που προσδοκούν να τον αποφύγουν και σε αυτούς που προσδοκούν να τον αναλάβουν.

Η προέλευση του όρου hedging δεν είναι σαφή, έχει παρατηρηθεί ότι παράγεται από την χρήση του hedge, ώστε να αποτελεί μία είδους προστασίας ή προστατευτικό όριο γύρω από μία περιουσία. Όσο αφορά τον επιχειρησιακό τομέα, ο όρος χρησιμοποιείται για να αποδώσει “την ανάγκη για ασφάλεια εναντίον μιας απώλειας εξ’ αιτίας μιας επένδυσης, επενδύοντας στην αντίθετη εξέλιξη”. Η στρατηγική του hedging, χρησιμοποιείται με τρόπο τέτοιο ώστε ο αγοραστής (buyer) ή ο πωλητής (seller) να είναι διασφαλισμένοι ενάντια σε δυσμενής μεταβολές τιμών

στο μέλλον. Πρωτίτερα, θα πρέπει να λαμβάνονται υπ' όψιν αρκετά ζητήματα, ώστε το hedge να είναι αποτελεσματικό : πιθανή έκθεση σε κίνδυνο, υπολογισμός της έκθεσης σε κίνδυνο, ποια είναι τα κατάλληλα όργανα για την αντιμετώπιση όπως επίσης και η συνεχής παρακολούθηση της διαδικασίας του hedging.

Τα χρηματιστηριακά παράγωγα είναι συμβόλαια, τα οποία φέρουν ένα κόστος αγοράς. Η τιμή τους εξαρτάται κυρίως από την αξία των υποκείμενων αγαθών, δηλαδή των διαπραγματεύσιμων προϊόντων και προφανώς και από άλλους παράγοντες, οι οποίοι θα αναφερθούν στη συνέχεια. Συνεπώς, θα μπορούσαμε να πούμε ότι ο όρος παράγωγο, αποδόθηκε καθώς η αξία του συμβολαίου παράγεται από την αξία του διαπραγματεύσιμου αγαθού. Τα υποκείμενα αγαθά/προϊόντα δεν είναι απαραίτητα εμπορεύματα αλλά μπορεί να είναι αξιόγραφα, χρεόγραφα, επιτόκια, μετοχές, δείκτες οργανωμένων δεικτών ή και επενδύσεις. Ως εκ τούτου, η αγορά των παραγώγων αποτελεί μια δευτερογενή αγορά η οποία βασίζεται στη πρωτογενή αγορά, δηλαδή την αγορά των υποκείμενων αγαθών.

Η αγορά των παραγώγων άθισε και γνώρισε την μεγαλύτερη ανάπτυξη τα τελευταία χρόνια. Έχει εδραιωθεί ως ο κύριος συντελεστής, ο οποίος συμβάλλει στην ισορροπία του χρηματοοικονομικού συστήματος και επίσης ως σημαντικός παράγοντας για την λειτουργικότητα της οικονομίας. Πέρα από τη σπουδαιότητα της αγοράς παραγώγων, ελάχιστοι εκτός της αγοράς είναι ενημερωμένοι για τη λειτουργία της και έχουν μια ολοκληρωμένη εικόνα για το μέγεθος, δομή και μέρος της αγοράς το οποίο καταλαμβάνει.

Πρόσφατα, η αγορά παραγώγων προσέλκυσε το ενδιαφέρον περισσότερων συμμετεχόντων ενόψει της οικονομικής κρίσης. Αν και, η οικονομική κρίση προήλθε κατά κύριο λόγο από τα κατασκευασμένα credit-linked securities, οι οποίες δεν είναι παράγωγα, ρυθμιστές (regulators) και διαχειριστές (policy makers), αρχίζουν να σκέφτονται την ενίσχυση των παραγώγων και άλλων χρηματοοικονομικών προϊόντων.

Εν τέλει, μέχρι στιγμής ένα από τα πιο σημαντικά γεγονότα στην οικονομία την τελευταία δεκαετία είναι η ραγδαία ανάπτυξη και επέκταση των χρηματιστηριακών παραγώγων. Τα προϊόντα αυτά ενισχύουν τη δυνατότητα να διαφοροποιηθεί το ρίσκο και να κατανεμηθεί σε επενδυτές οι οποίοι είναι πιο πρόθυμοι και ικανοί να το αποδεχτούν.

1.1.2 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

Η ιστορία των παραγώγων δεν είναι πρόσφατη και η εμφάνιση τους χρονολογείται πολλούς αιώνες πριν. Το πιο δημοφιλές παράδειγμα είναι αυτό του Θαλή του Μιλήσιου, το οποίο έχει καταγράψει ο Αριστοτέλης.

Σύμφωνα με την ιστορία, ο Θαλής ο Μιλήσιος ήταν φιλόσοφος ο οποίος ήταν γνωστός για την φτώχεια του. Ο Θαλής πρόβλεψε ότι η συγκομιδή ελιάς την επόμενη χρονιά θα ήταν εξαιρετικά καλή, αλλά καθώς φτωχός και δεν είχε αρκετούς οικονομικούς πόρους διαθέσιμους. Στη συνέχεια έδωσε όλες τις οικονομίες του για τη χρήση των ελαιοτριβείων της Χίου και της Μίλητου, την οποία έκλεισε με συμφωνία σε πολύ χαμηλή τιμή επειδή κανείς δεν γνώριζε εάν η σοδειά της ελιάς θα ήταν προσοδοφόρα. Όταν η εποχή της συγκομιδής έφτασε, η σοδειά αποδείχθηκε εξαιρετική.

Ουσιαστικά, ο Θαλής κατέβαλλε μια μικρή προκαταβολή εκ των προτέρων, ώστε να εξασφαλίσει τη λειτουργία των ελαιοτριβείων. Σε περίπτωση που η σοδειά ήταν καλή θα εξασκούσε το δικαίωμα του και θα είχε μεγάλο κέρδος, διαφορετικά δε θα το εξασκούσε. Με τους σημερινούς ορισμούς, ο Θαλής δημιούργησε το πρώτο call option.

Η πρώτη καταγραφή οργανωμένης συναλλαγής με συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης χρονολογείται στον 17^ο αιώνα στη Ιαπωνία. Όπου Ιάπωνες φεουδάρχες μετέφεραν το πλεόνασμα ρυζιού σε αποθήκες και στη συνέχεια μοίραζαν εισιτήρια. Τα εισιτήρια αντιπροσώπευαν την παραλαβή μιας ορισμένης ποσότητας ρυζιού σε μελλοντική ημερομηνία και συγκεκριμένη τιμή. Τα εισιτήρια εμπορίας ρυζιού δημιουργήθηκαν για να “κλειδώσει” η τιμή αγοραπωλησίας του προϊόντος και να μειωθεί ο κίνδυνος του αντιμετώπιζαν οι έμποροι ή οι φεουδάρχες.

Μερικά σημαντικά γεγονότα στην πρόσφατη ιστορία κατά την επέκταση της χρήσης των χρηματιστηριακών παραγώγων, είναι τα παρακάτω :

Χρονολογία	Χώρα / Πόλη	Γεγονός / Συμβάν
1600	Ολλανδία	Το εμπόριο της Τουλίπας έχει αυξηθεί και οι επιχειρηματίες χρησιμοποιούνε option contracts, ώστε να εγγυηθούνε τις τιμές. Σύντομα οι κερδοσκόποι θα συμμετάσχουν στην αγορά. Στη συνέχεια οι κερδοσκόποι παραλείπουν να καταβάλλουν τις δεσμεύσεις τους, με συνέπεια την κατάρρευση της Ολλανδικής οικονομίας.
1700	Λονδίνο	Τα συμβόλαια δικαιωμάτων (option contracts) κηρύσσονται παράνομα.
1934	Η.Π.Α	Επανάνομιμοποιούνται τα συμβόλαια δικαιωμάτων και ο ετήσιος όγκος ξεπερνά τα 300.000 συμβόλαια.
1973	Σικάγο	Το CBOT (Chicago Board Of Trade) ξεκινά τις συναλλαγές τυποποιημένων call options σε 16 χρηματιστήρια. Με όγκο συναλλαγών την πρώτη ημέρα 911 συμβόλαια.
1974	Σικάγο	Ο καθημερινός όγκο συναλλαγής συμβολαίων αυξάνεται δραματικά από 20.000 σε άνω των 200.000 συμβόλαια.

Η επέκταση της αγοράς, η αύξηση του όγκου των συναλλαγών και η ανάγκη για μείωση του ρίσκου έφεραν σαν αποτέλεσμα την ανάπτυξη τεχνικών για τον προσδιορισμό και επεξήγηση της κίνησης της αγοράς.

1.2 ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΑΚΑ ΠΑΡΑΓΩΓΑ

1.2.1 ΟΡΙΣΜΟΣ

Το παράγωγο είναι ένα χρηματιστηριακό προϊόν, το οποίο αντλεί την αξία του από ένα υποκείμενο αγαθό. Στην πιο γενική του μορφή, είναι ένα συμβόλαιο μεταξύ δύο πλευρών για την ανταλλαγή ενός πραγματικού αγαθού ή υπηρεσίας, το οποίο όμως έχει αξία. Κατά κανόνα, ο πωλητής του συμβολαίου λαμβάνει χρήματα με αντάλλαγμα τη συμφωνία για αγορά ή πώληση κάποιου αγαθού ή υπηρεσίας σε συγκεκριμένη μελλοντική ημερομηνία.

Τα πιο συνηθισμένα παράγωγα δεν έχουν αγοραία αξία και αποτελούν αντικείμενο διαπραγμάτευσης σε διάφορα χρηματιστήρια.

Για λόγους πληρότητας παραθέτονται στη συνέχεια ορισμοί¹ :

- Παράγωγο προϊόν θεωρείται μία διμερής σύμβαση της οποίας η αξία εξαρτάται από την αξία ενός υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου ή ενός δείκτη . Η τιμή του παραγώγου προϊόντος συνδέεται με την εξέλιξη της τιμής άλλων πρωτογενών προϊόντων [<http://www.naftemporiki.gr>, 2007]
- Τα παράγωγα προϊόντα είναι χρηματοοικονομικά εργαλεία των οποίων οι τιμές παράγονται εξ' ολοκλήρου από το υποκείμενο αγαθό επάνω στο οποίο είναι βασισμένα [<http://www.aspisbank.gr>, 2007]

1.2.2 ΣΚΟΠΟΣ ΚΑΙ ΧΡΗΣΗ

Η ανάπτυξη των χρηματιστηριακών παραγώγων οφείλεται κατά κύριο λόγο στην αύξηση της χρήσης των προϊόντων αυτών από κυβερνήσεις, τράπεζες, διεθνής εταιρίες αλλά και από ιδιωτικούς επενδυτές. Οι προαναφερόμενοι χρησιμοποιούν τα παράγωγα προκειμένου να παρέχουν καλύτερες τιμές συναλλάγματος, για τον καταμερισμό των χρηματοδοτήσεων, την βελτίωση της διαχείρισης του ρίσκου καθώς και για την αντιστάθμιση του κινδύνου των τιμών (price risk hedging).

¹ Οι ορισμοί προέρχονται από την Διπλωματική Εργασία της Σχίζας Αγγελικής 2007

Οι Fite και Pfeiderer (1995) έχουν προσδιορίσει τέσσερις χρήσεις των χρηματιστηριακών παραγώγων για τους εμπόρους/χρηματιστές :

- i. Παρέχουν τη δυνατότητα να τροποποιήσουν το ρίσκο ή κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου επενδύσεων (portfolio), διευκολύνοντας την αποδοτική κατανομή του σε επενδυτές που “δέχονται να το φέρουν”.
- ii. Τους δίνεται περιθώριο βελτίωσης της αναμενόμενης απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου, ανάλογα με την αποδοτικότητα διαμοιρασμού του κινδύνου μεταξύ άλλων επενδυτών.
- iii. Μείωση του κόστους συναλλαγών που σχετίζονται με τη διαχείριση του χαρτοφυλακίου.
- iv. Τέλος παρακάμπτουν τυχόν ρυθμιστικά εμπόδια.

Για να κατανοήσουμε τα παραπάνω, θα πρέπει να αναλογιστούμε την λειτουργία ενός καλά κατανοημένου χαρτοφυλακίου μετοχών. Η λειτουργία αυτή θα εξυπηρετούνταν καλύτερα από την αγορά μετοχών στο χρηματιστήριο. Ωστόσο, το κόστος των συναλλαγών και το κόστος παρακολούθησης του κινδύνου, περιόρισε τον αριθμό των εταιριών οι οποίες θα μπορούσαν να εντάσσονται σε ένα χαρτοφυλάκιο. Η ιδέα της συγκέντρωσης μεσαζόντων μείωσε σε μεγάλο βαθμό τα προαναφερθείσα κόστη. Εν συνεχεία, τα συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης (futures) δημιουργήθηκαν με βάση διάφορους χρηματιστηριακούς δείκτες. Αυτά τα συμβόλαια που συναλλάσσονται στα χρηματιστήρια μείωσαν περαιτέρω το ρίσκο, όπως επίσης προσφέρουν μεγαλύτερη ευελιξία για επιλογή μόχλευσης (leverage) και έλεγχο των κινδύνων.

Από τη μεριά της κοινωνίας δυο είναι τα οφέλη τα οποία προέρχονται από τη λειτουργία των παραγώγων :

- i. Αποδοτικός τρόπος διαχείρισης του ρίσκου.
- ii. Οι συναλλαγές χρηματιστηριακών παραγώγων μας παρέχουν πληροφορίες για τις τιμές των υποκείμενων αγαθών/εμπορευμάτων/υπηρεσιών.

Η έλξη προς τα χρηματιστηριακά αυτά προϊόντα προέρχεται από το μεγάλο βαθμό μόχλευσης (leverage) που προσφέρουν. Η μόχλευση είναι ένας οικονομικός όρος που αναφέρεται στον πολλαπλασιασμό που συμβαίνει όταν ένα μικρό χρηματικό ποσό χρησιμοποιείται για τον έλεγχο ενός αντικειμένου με πολύ μεγαλύτερη αξία. Για παράδειγμα η πιο κοινή μέθοδος μόχλευσης είναι η υποθήκη. Όπου, για ένα σχετικά μικρό χρηματικό ποσό και την παράδοση του υποθήκης της ιδιοκτησίας, ένα πρόσωπο αποκτά τον έλεγχο μιας ιδιοκτησίας, η οποία έχει πολύ μεγαλύτερη αξία από το χρηματικό ποσό που έχει ανταλλάξει.

Η τεχνική μόχλευσης των παραγώγων είναι όμοια με αυτή της υποθήκης, που παρουσιάστηκε στην παραπάνω παράγραφο. Για ένα μικρό αντίτιμο χρημάτων ο επενδυτής έχει τη δυνατότητα να ελέγχει μεγαλύτερης αξίας μετοχές της εταιρίας, γεγονός που δε θα ήταν δυνατό χωρίς τη χρήση παραγώγων. Προφανώς, υπάρχουν δύο εκδοχές με την αγορά παραγώγων:

- i. Ο επενδυτής να έχει εκτιμήσει σωστά, τότε θα υπάρξει μεγαλύτερο κέρδος από ότι θα υπήρχε εάν η επένδυση είχε γίνει μέσα από την εταιρία.
- ii. Ο επενδυτής να έχει εκτιμήσει λανθασμένα, το οποίο σημαίνει ότι οι απώλειες θα είναι πολλαπλάσιες.

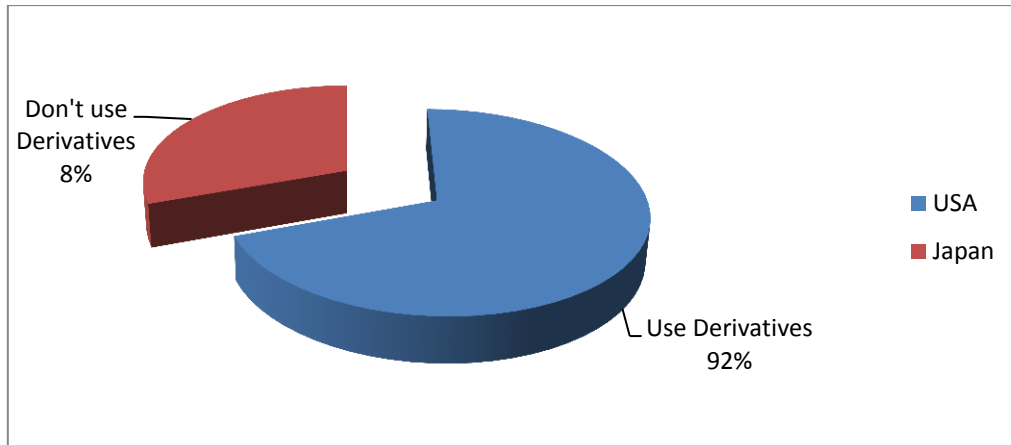
Στη συνέχεια παραθέτεται συγκεντρωτικός πίνακας με τις χρήσεις των χρηματιστηριακών παραγώγων.

Χρήσεις Συμβολαίων Παραγώγων

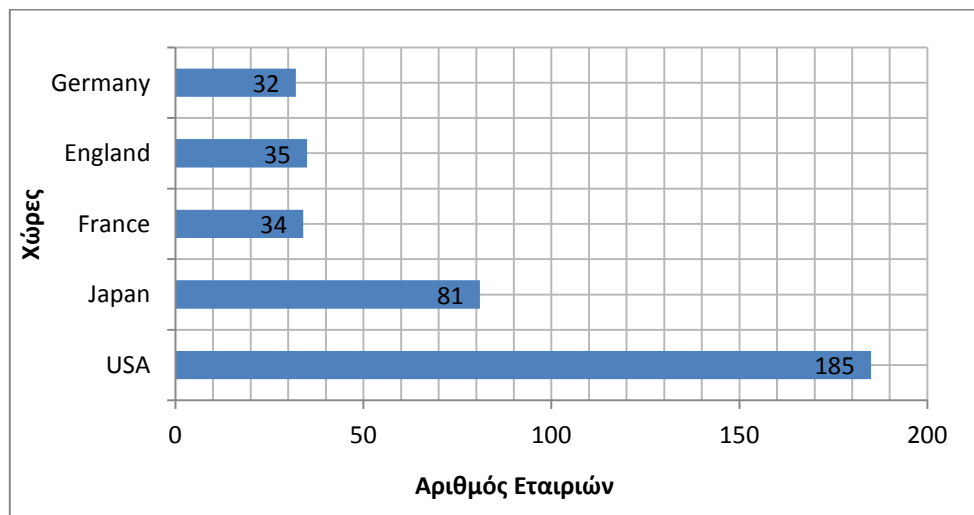
Αντιστάθμιση	Μείωση του κινδύνου της Spot αγοράς
Διαφάνεια των Αγορών	Μείωση του κόστους συναλλαγών, μείωση της διαφοράς προσφοράς-ζήτησης και προώθηση της ρευστότητας
Αποτελεσματικότητα των Αγορών	Λόγω ανταγωνιστικότητας και συσσώρευση της πληροφορίας, οι τιμές αντικατοπτρίζουν πιο αποδοτικά τις νέες πληροφορίες
Διαφοροποίηση	Καλύτερη κατανομή κεφαλαίων σε πολλαπλά αγαθά/εμπορεύματα
Τυποποίηση Συμβολαίων	Επιτρέπουν γρήγορη πραγματοποίηση της συναλλαγής
Μόχλευση	Απαιτεί μικρό κεφάλαιο στην υποκείμενη αγορά
Όγκος	Επιτρέπει στους επενδυτές να επωφεληθούν από το σύνολο των κινήσεων της αγοράς
Ρευστότητα	Προσελκύει νέους εμπόρους, συνεπώς κεφάλαια
Financial Engineering	Δυνατότητα δημιουργίας νέων οικονομικών προϊόντων
Αποτελεσματική κατανομή του κινδύνου	Μεταφορά ρίσκου από hedgers σε risk-takers
Προσδιορισμός των τιμών	Παράγουν περισσότερες πληροφορίες από ότι παρέχει η spot αγορά

Παρακάτω παρουσιάζονται κάποια στατιστικά στοιχεία, ώστε να τονιστεί η σημαντικότητα της ύπαρξης της αγοράς παραγώγων. Οι στατιστικές αυτές έρευνες προέρχονται από τον International Swaps and Derivatives Association (ISDA). Τα γραφήματα αναφέρονται στις 500 μεγαλύτερες εταιρίες του κόσμου.

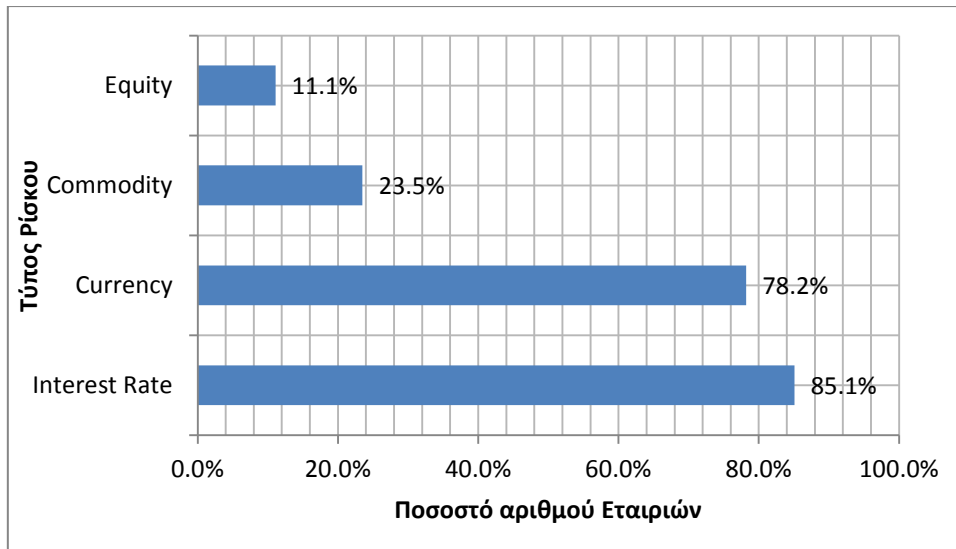
Χρήση Παραγώγων από Εταιρίες



Αριθμός Εταιριών που χρησιμοποιούν Παράγωγα ανά Χώρα



Ποσοστό εταιριών ανά τύπο ρίσκου



1.2.3 ΧΡΗΣΤΕΣ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΑΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΩΝ

Κατά κύριο λόγο, τα παράγωγα ή αλλιώς Δικαιώματα Προαίρεσης, αγοράζονται και πωλούνται από ένα μεγάλο αριθμό ατόμων, ιδρυμάτων ή και από διάφορους άλλους για ποικίλους σκοπούς. Οι χρήστες των προϊόντων αυτών καλούνται “παίκτες”. Οι παίκτες χωρίζονται σε κατηγορίες ανάλογα με το σκοπό που υπεισέρχονται στην αγορά. Συνήθως τα Δικαιώματα Προαίρεσης προσελκύουν τους παρακάτω τύπους εμπόρων/παικτών.

- i. Αντισταθμιστές (hedgers)
- ii. Κερδοσκόπους (speculators)
- iii. Κερδοσκόποι με αντιστάθμιση (arbitrageurs)

Αντισταθμιστές (Hedgers)

Η Αντιστάθμιση είναι μία θέση την οποία λαμβάνει ένα άτομο είτε χρηματιστήριο είτε στη αγορά παραγώγων με σκοπό την μείωση του ρίσκου. Το άτομο που παίρνει αυτή τη θέση ονομάζεται hedger. Ο hedger αποσκοπεί στην μείωση του κινδύνου που προκαλείται από την υψηλή μεταβλητότητα στις τιμές μετοχών, εμπορευμάτων, συνάλλαγμα, επιτόκια, δείκτες κτλ. Επιπλέον, η θέση που

παίρνει ο hedger, είναι αντίθετη με το ρίσκο που είναι εκτεθειμένος και η στρατηγική αυτή ονομάζεται Στρατηγική Αντιστάθμισης (Hedging Strategy).

Οι hedgers ενδιαφέρονται στην μείωση του κινδύνου μεταβολής των τιμών που αντιμετωπίζουν. Αυτό το επιτυγχάνουν είτε με μεταβίβαση του ρίσκου σε κάποιον άλλο hedger, ο οποίος έχει διαφορετική θέση στην αγορά, είτε μεταβιβάζοντας το σε κάποιον κερδοσκόπο (speculator), ο οποίος είναι πρόθυμος να το αναλάβει και να το διαπραγματευτεί.

Για παράδειγμα, ένας παραγωγός πετρελαίου ανησυχεί για τυχόν πτώση της τιμής του πετρελαίου στο μέλλον, καθώς θα έχει απώλεια στο μελλοντικό του εισόδημα. Αντιθέτως, από την πλευρά της ζήτησης ένα διυλιστήριο ανησυχεί για αύξηση τη τιμής του πετρελαίου, αυξάνοντας τα μελλοντικά της έξοδα. Στην φυσική αγορά οι δυο πλευρές έχουν αντίθετες θέσεις, καθώς και αντίθετες προσδοκίες σχετικά με τις μελλοντικές κινήσεις της τιμής του αργού πετρελαίου. Επομένως, ο παραγωγός πετρελαίου και το διυλιστήριο θα αποτελούν τους αντισυμβαλλόμενους σε ένα Δικαίωμα Προαίρεσης με Στρατηγική Αντιστάθμισης. Ο απώτερος στόχος των αντισυμβαλλόμενων στο συγκεκριμένο παράγωγο είναι η σταθεροποίηση του εισοδήματος ή των εξόδων για την καλύτερη δυνατή διαχείριση χρηματικών ροών. Οι αντισταθμιστές χαρακτηρίζονται ως risk-averse (απεχθάνονται το ρίσκο).

Κερδοσκόποι (Speculators)

Ως κερδοσκόπος μπορεί να χαρακτηριστεί ένας επενδυτής, που δέχεται να αναλάβει το ρίσκο, λαμβάνοντας της ανάλογη θέση στην αγορά παραγώγων με σκοπό να έχει κέρδος. Οι κερδοσκόποι προσπαθούν να προγνώσουν τις οικονομικές μεταβολές του μέλλοντος, ώστε να λάβουν τη θέση η οποία θα τους αποφέρει τα μεγαλύτερα κέρδη, εάν η πρόβλεψη τους είναι σωστή.

Η συμπεριφορά των speculators απέναντι στα παράγωγα, είναι όμοια με την συμπεριφορά σε κάθε επένδυση; και όπως κάθε επένδυση με διακυμάνσεις, η τιμή καθορίζεται από την προσφορά και τη ζήτηση. Για να εκπληρώσουν τους σκοπού τους οι κερδοσκόποι μπορεί να είναι αντισυμβαλλόμενοι είτε απέναντι σε αντισταθμιστή είτε απέναντι από έναν άλλο κερδοσκόπο. Το κίνητρο τους δε συμβαδίζει με αυτό των αντισταθμιστών, δηλαδή να αντισταθμίσουν μια θέση στην φυσική αγορά. Σε αντίθεση με τους hedgers, οι κερδοσκόποι δεν έχουν υπό την κατοχή τους το υποκείμενο αγαθό και συνεπώς οι πιθανότητες κέρδους βασίζονται μόνο στην αγορά παραγώγων και όχι σε συνδυασμό αγοράς παραγώγων με φυσική αγορά.

Ο όρος κερδοσκόπος συνήθως παραπέμπει σε κάτι κακό. Παρά ταύτα, η ύπαρξη τους είναι ουσιώδης για την επιβίωση της αγοράς, δεδομένου ότι είναι πρόθυμοι να αναλάβουν κινδύνους. Με αποτέλεσμα την εισαγωγή κεφαλαίων στην αγορά και αυξάνοντας έτσι την ρευστότητα. Όσο αφορά την αγορά spot, οι

κερδοσκόποι επωφελούνται από τη μόχλευση, από το χαμηλό κόστος συναλλαγών και την ευκολία τοποθέτησης. Επιπλέον, η δράση τους τείνει να εξομαλύνει τις απότομες μεταβολές της αγοράς.

Hedging vs. Speculation

- Στην κερδοσκοπία, ο “παίκτης” έχει “γυμνή” θέση, δηλαδή δεν έχει κάποια αντιστάθμιση.
- Ο κερδοσκόπος είναι εκτεθειμένος σε μεγάλα ρίσκα όταν εισέρχεται στο εμπόριο με αναμενόμενα κέρδη.
- Η σχέση κινδύνου-κέρδους είναι συνδεδεμένη με τη μόχλευση.

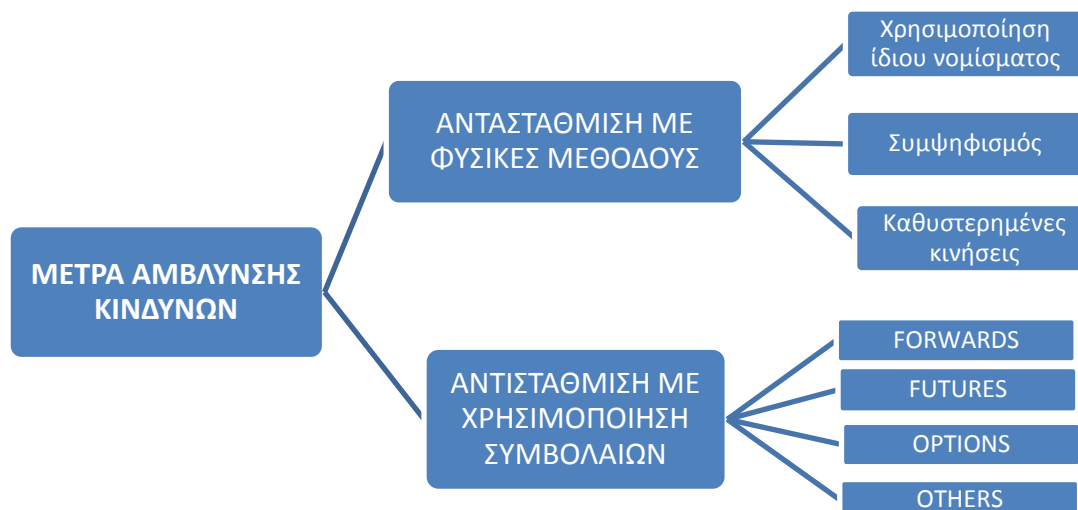
Κερδοσκόποι με αντιστάθμιση (arbitrageurs)

Οι Arbitrageurs είναι ευφυής επιχειρηματίες, οι οποίοι προσπαθούν να βγάλουν κέρδος στην αγορά παραγώγων. Η τεχνική που χρησιμοποιούν είναι ότι εισάγονται ταυτόχρονα σε δυο συναλλαγές, σε διαφορετικές αγορές και επωφελούνται από την διαφορά της τιμολόγησης (pricing). Η διαφορά στην τιμολόγηση συνήθως αποδίδεται στην αλόγιστη συμπεριφορά των κερδοσκόπων.

Από την παραπάνω παράγραφο καταλαβαίνουμε ότι οι arbitrageurs έχουν τον ίδιο στόχο με τους κερδοσκόπους, δηλαδή να αποκομίζουν κέρδη. Βέβαια, το κέρδος αυτό επιτυγχάνεται δίχως την δέσμευση κεφαλαίου ή επιπλέον ρίσκο. Πιο αναλυτικά, το πλεονέκτημα που τους δίνεται είναι από π.χ. από διαφορές τιμών μεταξύ των αγορών που αποδίδεται είτε σε ανισορροπίες μεταξύ προσφοράς και ζήτησης, είτε από χρονικές διαφορές. Τέλος, αυτές οι ευκαιρίες “εξαφανίζονται” πολύ γρήγορα, καθώς σπάνια πλέον συμβαίνουν και επιπλέον αποβάλλονται από την ίδια την αγορά.

Ο ρόλος που διαδραματίζουν είναι αρκετά σημαντικός για τη λειτουργία της κεφαλαιαγοράς, καθώς οι προσπάθειες τους για να εκμεταλλευτούν την ανεπάρκεια/αναποτελεσματικότητα των τιμών διατηρεί τα επίπεδα των τιμών σε συγκεκριμένα επίπεδα.

1.2.4 ΤΥΠΟΙ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΑΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΩΝ



Πριν αρχίσω να αναλύω τους τύπους των χρηματιστηριακών προϊόντων, κρίνω σκόπιμη την αναφορά στους όρους “θέση (position)” και στα επιμέρους :

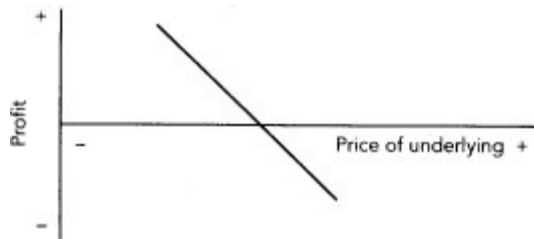
- Αρνητική θέση (Short position)
- Θετική θέση (Long position)

Θέση (Position)

Στον τομέα των χρηματοοικονομικών συναλλαγών, με τον όρο θέση εννοούμε τη δέσμευση ενός επενδυτή/εμπόρου να αγοράσει ή να πουλήσει μια συγκεκριμένη ποσότητα εμπορεύματος ή υπηρεσιών σε προκαθορισμένη τιμή.

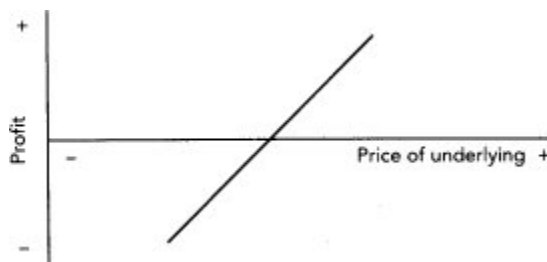
Αρνητική θέση (Short Position)

Μια αρνητική θέση πρακτικά σημαίνει ότι ο πωλητής αναμένει να επωφεληθεί από μια πτώση των τιμών. Η στρατηγική της θέσης είναι η πώληση των “αγαθών” και στη συνέχεια επαναγορά τους, λόγω βέβαια της υποτίμησης τους θα έχει κέρδος.



Θετική θέση (Long Position)

Μια θετική θέση σε ένα χρηματιστηριακό προϊόν σημαίνει ότι ο επενδυτής της θέσης αυτής κατέχει το προϊόν και σε περίπτωση ανόδου της τιμής του, θα επωφεληθεί.



1.2.4.1 ΠΡΟΘΕΣΜΙΑΚΟ ΣΥΜΒΟΛΑΙΟ (FORWARD AGREEMENTS)

Σε μια προθεσμιακή πράξη, δύο αντισυμβαλλόμενοι συμφωνούν στο να συνάψουν ένα συμβόλαιο κάποιου είδους ή αντικειμένου, σε ορισμένη μελλοντική στιγμή (ημερομηνία λήξης). Τη στιγμή που λαμβάνει χώρα η συμφωνία, δεν υπάρχει ανταλλαγή χρηματικού ποσού. Το συμβόλαιο προϋποθέτει την ποσότητα του συναλλασσόμενου προϊόντος που πρέπει να παραδοθεί στην ημερομηνία λήξης (maturity date). Η ονομαστική αξία του συμβολαίου είναι ίση με τις προθεσμιακή τιμή πολλαπλασιασμένη με την ποσότητα του προϊόντος.

Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα προθεσμιακού συμβολαίου είναι, μία συμφωνία που αφορά το διαχειριστή μιας εταιρίας A, η οποία εξάγει αγαθά από την Άπω Ανατολή στην Αμερική. Η συμφωνία είναι η αγορά σε χρονικό διάστημα τριών μηνών από τώρα Y100.000 από μία εταιρία B, με μια συναλλαγματική ισοτιμία του Y1 για κάθε US \$0.01. Ο διαχειριστής της εταιρίας A, που υπόσχεται την αγορά του συναλλάγματος κατέχει την θετική θέση (long position). Αντιθέτως, ο διαχειριστής της εταιρίας B κατέχει την αρνητική θέση (short position). Όπως καταλαβαίνουμε, το προθεσμιακό συμβόλαιο δουλεύει θετικά και για τις δυο εταιρίες, καθώς η λειτουργία

του δίνει τη δυνατότητα αντιστάθμισης έναντι του κινδύνου που δημιουργείται από την αστάθεια της συναλλαγματικής ισοτιμίας.

Εφόσον, οι δύο πλευρές συμφωνούν στην ανταλλαγή YEN με US DOLLARS σε τρεις μήνες από τώρα σε συγκεκριμένη ισοτιμία, τότε η λειτουργία του κέρδους και των δυο πλευρών θα είναι γραμμική. Κέρδος για την εταιρία Α σημαίνει απώλεια για την εταιρία Β.

Ένα επιπλέον χαρακτηριστικό των προθεσμιακών συμβολαίων, είναι η ευελιξία τους. Δηλαδή, δύο πλευρές έχουν τη δυνατότητα να δημιουργήσουν ένα συμβόλαιο μεταξύ τους, υπό την προϋπόθεση ότι και οι δυο πλευρές θα έχουν συμφέρον από τη συμφωνία. Παρόλα αυτά, δυο σημαντικά προβλήματα εμποδίζουν τη συγκεκριμένη χρήση.

Αρχικά, η εταιρία Α μπορεί να έχει δυσκολία στο να “βρει” τον κατάλληλο αντισυμβαλλόμενο. Ακόμα και να εντοπιστεί ο κατάλληλος αντισυμβαλλόμενος, μπορεί να είναι δύσκολη η πώληση του προθεσμιακού συμβολαίου πριν από την ημερομηνία λήξης του. Η έλλειψη της ρευστότητας προέρχεται κατά κύριο λόγο, από το γεγονός ότι τα προθεσμιακά συμβόλαια είναι φτιαγμένα ακριβώς πάνω στις ειδικές ανάγκες κάθε πλευράς.

Δεύτερον, ένα από τα αντισυμβαλλόμενα μέρη μπορεί να αποτύχει να παραδώσει το συμφωνηθέν ποσό στη λήξη του προθεσμιακού παραγώγου. Η χειρότερη περίπτωση βέβαια, είναι το ρίσκο αθέτησης. Όπου σε αυτήν την περίπτωση μια πλευρά μπορεί να πάει σε πτώχευση στην ημερομηνία λήξης του συμβολαίου.

1.2.4.2 ΣΥΜΒΟΛΑΙΟ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗΣ ΕΚΠΛΗΡΩΣΗΣ (FUTURES CONTRACT)

Τα συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης, βοηθάνε στην ανακούφιση των προβλημάτων της έλλειψης ρευστότητας και του κινδύνου αθέτησης (default-risk). Αυτός ο τύπος συμβολαίου είναι σε πολλές πτυχές παρόμοιος με το προθεσμιακό συμβόλαιο, αλλά είναι τυποποιημένο όσο αφορά την ποσότητα του αγαθού/υπηρεσίας ανά συμβόλαιο, την ημερομηνία λήξης και την ποιότητα του εμπορεύματος/υπηρεσίας.

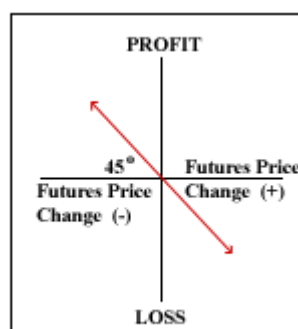
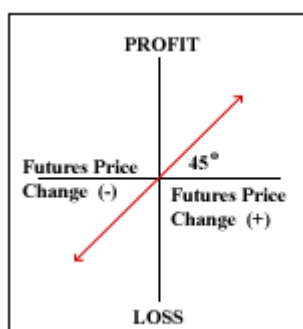
Τα συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης είναι διαπραγματεύσιμα αυστηρά μόνο μέσα από χρηματιστήρια. Και οι δυο αντισυμβαλλόμενες πλευρές, έρχονται σε επαφή με ένα κέντρο πληροφόρησης (clearing house). Η μεσολάβηση του clearing house, καθιστά την συναλλαγή απρόσωπη. Η τυποποίηση των συμβολαίων καθώς και η λειτουργία του clearing house, μειώνει την έκταση του προβλήματος της μείωσης

της ρευστότητας.(Σε επόμενο κεφάλαιο θα παρουσιαστεί ο ρόλος και η λειτουργία του clearing house.) Για να αντιμετωπιστεί ο κίνδυνος αθέτησης, ένα περιθώριο ασφάλισης (margin) καταβάλλεται στους λογαριασμούς του clearing house κάθε αντισυμβαλλόμενου. Το margin χρησιμοποιείται για την κάλυψη των απωλειών που δημιουργούνται σε περιπτώσεις αθέτησης.

Εν συντομία τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά² των futures είναι τα παρακάτω :

- Διαπραγματεύονται σε premium ή discount, αντιπροσωπεύοντας την τάση της αγοράς, την προσδοκία και άλλα στοιχεία όπως π.χ. μερίσματα, επιτόκια.
- Κάθε συμβόλαιο έχει πολλαπλασιαστή, όπου με την μεταβολή της τιμής του, δημιουργείται κέρδος ή ζημιά.
- Κλείσιμο θέσης γίνεται κάνοντας την αντίθετη κίνηση. Δηλαδή αν αρχικά έχουμε πουλήσει, αγοράζουμε για να κλείσουμε τη θέση μας. Ο επενδυτής καλείται να καταβάλει ως περιθώριο ασφάλισης (margin), ποσοστό επί της ονομαστικής αξίας του συμβολαίου.
- Η ημερήσια εκκαθάριση των futures γίνεται με τη μέθοδο mark-to-market, όπου κέρδη και ζημιές χρεοπιστώνονται καθημερινά στο λογαριασμό του επενδυτή.
- Το margin μπορεί να καλυφθεί και με μετοχές,
- Η εκκαθάριση και οι προμήθειες γίνονται μόνο με μετρητά

Οι παρακάτω χαρακτηριστικές, απεικονίζουν τις θέσεις που λαμβάνονται στην futures αγορά.



2

<http://www.forexpros.gr/education/%CE%91%CF%81%CF%87%CE%AC%CF%81%CE%B9%CE%BF%CE%B9/%CE%A3%CE%A5%CE%9C%CE%92%CE%9F%CE%9B%CE%91%CE%99%CE%91-%CE%9C%CE%95%CE%9B%CE%9B%CE%9F%CE%9D%CE%A4%CE%99%CE%9A%CE%97%CE%A3-%CE%95%CE%9A%CE%A0%CE%9B%CE%97%CE%A1%CE%A9%CE%A3%CE%97%CE%A3-%28futures%29-202>

1.2.4.3 ΣΥΜΒΟΛΑΙΟ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΟΣ (OPTIONS CONTRACTS)

Τα συμβόλαια δικαιώματος προαίρεσης περιλαμβάνουν δυο μεγάλες κατηγορίες, δικαιώματα αγοράς (call option) και δικαιώματα πώλησης (put option). Ένα δικαίωμα αγοράς δίνει στον ιδιοκτήτη του το δικαίωμα να αγοράσει κάποιο εμπόρευμα/υπηρεσία/περιουσιακό στοιχείο σε μια συγκεκριμένη τιμή. Ένα δικαίωμα πώλησης, δίνει το δικαίωμα στον κάτοχο του να πουλήσει κάποιο εμπόρευμα/υπηρεσία/περιουσιακό στοιχείο σε ορισμένη τιμή άσκησης. Η τιμή ενός συμβολαίου δικαιώματος ονομάζεται premium. Κύρια διαφορά μεταξύ των αμερικανικών και ευρωπαϊκών option, είναι ότι στο αμερικάνικο το συμβόλαιο μπορεί να ασκηθεί οποιαδήποτε στιγμή μέχρι την ημερομηνία λήξης, ενώ στο ευρωπαϊκό έχει την υποχρέωση (εάν τελικά εξασκηθεί) να ασκηθεί μόνο κατά την ημερομηνία λήξης.

Όμοια με τα προθεσμιακά συμβόλαια, τα συμβόλαια δικαιωμάτων αποτελούν αντικείμενο διαπραγμάτευσης ατομικά, εκτός χρηματιστηρίου. Συνεπώς διαθέτουν ένα βαθμό ευελιξίας και μοιράζονται και αυτά το πρόβλημα της ρευστότητας και τον κίνδυνο αθέτησης.

Για τους προαναφερόμενους λόγους, αναπτύχθηκαν options contracts τα οποία συναλλάσσονται στα χρηματιστήρια και τυποποιήθηκαν ως προς τις ημερομηνίες λήξης και η τιμές εξάσκησης. Επίσης οι αγοραστές και οι πωλητές έρχονται σε επαφή με το clearing house, μέσω του οποίου απαλείφεται ο κίνδυνος αθέτησης. Δεδομένου ότι ο ιδιοκτήτης του συμβολαίου έχει το δικαίωμα και όχι την υποχρέωση να ασκήσει το συμβόλαιο, είναι αρκετά πιθανή η μη άσκηση του, κατά την ημερομηνία λήξης. Η χειρότερη κατάσταση στην οποία μπορεί να βρεθεί κατά την ημερομηνία λήξης ένας από τους αντισυμβαλλόμενους, είναι μια απώλεια ίση με την προμίσση για την κατοχύρωση του συμβολαίου. Επομένως, η λειτουργία του κέρδους δεν είναι γραμμική.

1.2.4.4 ΣΥΜΒΟΛΑΙΟ ΑΝΤΑΛΛΑΓΗΣ (SWAP CONTRACTS)

Κατά το συμβόλαιο ανταλλαγής, δύο πλευρές συμφωνούν στην ανταλλαγή μιας σειράς πληρωμών σε καθορισμένα χρονικά διαστήματα για μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο. Στην βασική του μορφή, η συμφωνία χωρίζεται σε δυο κατηγορίες : την ανταλλαγή συναλλάγματος και την ανταλλαγή επιτοκίων. Η ανταλλαγή νομίσματος, συνεπάγεται την ανταλλαγή μιας σειράς χρηματικών ροών ενός νομίσματος με μια σειρά χρηματικών ροών ενός άλλου νομίσματος. Αντιθέτως, σε

μια ανταλλαγή επιτοκίων, ανταλλάσσονται μόνο οι πληρωμές των τόκων στο ίδιο νόμισμα.

Η ανάπτυξη των συμβολαίων ανταλλαγής, παρεμποδίζεται από τα γνωστά πλέον προβλήματα της ρευστότητας και της αθέτησης της συμφωνίας (default risk). Μερική λύση στα παραπάνω προβλήματα φέρουν οι μεγάλες εμπορικές τράπεζες, οι οποίες συνήθως λαμβάνουν το ρόλο του μεσολαβητή στις αγορές αυτές.

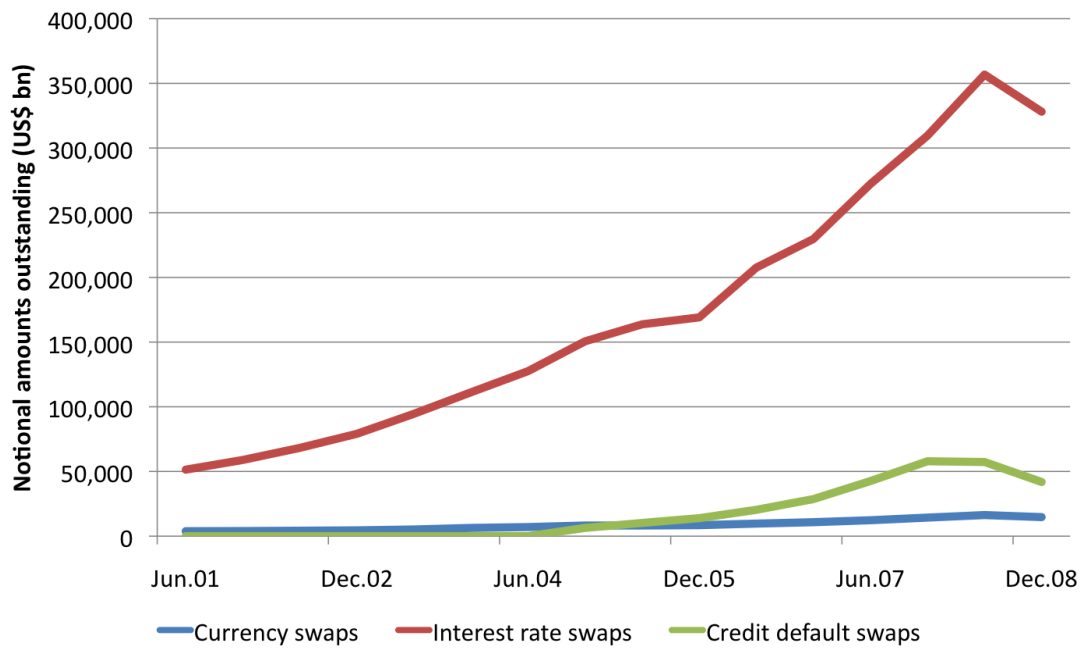
Τα swaps χρησιμοποιούνται από ένα ευρύ φάσμα εμπορικών τραπεζών, επενδυτικών τραπεζών, ασφαλιστικών εταιριών και διάφορων άλλων κυβερνητικών και επενδυτικών υπηρεσιών για να επιτύχουν κάποιον από τους παρακάτω σκοπούς :

- Για να εξασφαλίσουν χαμηλότερο κόστος χρηματοδότησης
- Για να αντισταθμίσουν τη θέση τους στη φυσική αγορά
- Για να επιτύχουν μεγαλύτερες επιδόσεις σε επενδύσεις
- Για κερδοσκοπικές τοποθετήσεις σε σχέση με τις μελλοντικές κινήσεις των επιτοκίων
- Για να δημιουργήσουν νέα είδη επενδύσεων που διαφορετικά θα ήταν αδύνατο.

Η πρώτη δημόσια συναλλαγή swap νομισμάτων, πραγματοποιήθηκε μεταξύ της Παγκόσμιας Τράπεζας και της εταιρίας IBM το 1981. Σήμερα, τα swaps είναι από τα πιο συχνά συναλλασσόμενα χρηματοοικονομικά συμβόλαια στον κόσμο. Ο συνολικός όγκος συναλλαγών επιτοκίων και νομισμάτων το 2009 ξεπέρασε τα 426,7 τρισεκατομμύρια δολάρια, σύμφωνα με τον ISDA. Παρακάτω παρατίθεται πίνακας που δείχνει την δραστηριότητα συναλλαγών νομισμάτων από το 2000-2006.

	Notional outstanding in USD trillion						
Currency	End 2000	End 2001	End 2002	End 2003	End 2004	End 2005	End 2006
Euro	16.6	20.9	31.5	44.7	59.3	81.4	112.1
US dollar	13.0	18.9	23.7	33.4	44.8	74.4	97.6
Japanese yen	11.1	10.1	12.8	17.4	21.5	25.6	38.0
Pound sterling	4.0	5.0	6.2	7.9	11.6	15.1	22.3
Swiss franc	1.1	1.2	1.5	2.0	2.7	3.3	3.5
Total	48.8	58.9	79.2	111.2	147.4	212.0	292.0

Εν συνεχεία, παρατίθεται ένα πιο αντιπροσωπευτικό γράφημα, το οποίο παρουσιάζει τα συνολικά συναλασσόμενα ποσά που χρησιμοποιήθηκαν για συμβόλαια ανταλλαγής.



1.3 ΝΑΥΤΙΛΙΑΚΑ ΠΑΡΑΓΩΓΑ

1.3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η βιομηχανία της ναυτιλίας καθίσταται εξαιρετικά σημαντική, καθώς χαρακτηρίζεται από μεγάλη αστάθεια των τιμών, εποχικότητα, ισχυρούς κύκλους και μεγάλα επενδυτικά κεφάλαια. Οι πλοιοκτήτες και ναυλωτές αντιμετωπίζουν τεράστιους κινδύνους, που προέρχονται κυρίως από τις διακυμάνσεις των επιπέδων των ναύλων, των καυσίμων, των επιτοκίων αλλά και των τιμών των πλοίων. Οι κίνδυνοι αυτοί επηρεάζουν άμεσα και ουσιαστικά την αλληλεπίδραση των εσόδων και εξόδων, δηλαδή έχουν άμεση επίπτωση στις χρηματοροές.

Οι σύγχρονες τεχνικές διαχείρισης κινδύνου περιλαμβάνουν την χρήση των παραγώγων (χρηματοοικονομικά προϊόντα), κάποια από τα οποία έχουν δημιουργηθεί με στόχο την προστασία ή αλλιώς αντιστάθμιση εναντίον στις δυσμενείς μεταβολές των τιμών. Με την χρήση παραγώγων, πλοιοκτήτες και ναυλωτές έχουν τη δυνατότητα να διασφαλίσουν τις μελλοντικές τους ταμειακές εισροές και συνεπώς να μειώσουν την πιθανότητα να συναντήσουν απρόβλεπτες συνθήκες.

Με την πάροδο του χρόνου, η κυκλικότητα είναι υπεύθυνη για τα κέρδη και τις απώλειες εκατομμυρίων. Από τα αρχαία χρόνια, η μεταφορά των αγαθών πραγματοποιούνταν δια θαλασσης από και προς όλες τις χώρες και σημεία του κόσμου. Η ναυτιλία ακόμα και σήμερα εξακολουθεί να αποτελεί ζωτικό παράγοντα του διεθνούς εμπορίου, ειδικά για προϊόντα που μεταφέρονται χύδην.

Τα ναυτιλιακά παράγωγα έχουν τη δυνατότητα να αντισταθμίσουν τον κίνδυνο της αστάθειας των ναύλων στη μεταφορά φορτίου ξηρού χύδην και φορτίου υγρού χύδην στη ναυτιλιακή βιομηχανία. Κατά τις δεκαετίες του 1970 και του 1980, τα παράγωγα τα οποία χρησιμοποιούνταν για εμπορεύματα, επεκτάθηκαν στις χρηματοπιστωτικές αγορές, όπου για υποκείμενα αγαθά χρησιμοποιήθηκαν δείκτες, μετοχές, συνάλλαγμα κ.α. Οι “παίκτες” εκείνης της εποχής, χρησιμοποιούσαν συμβόλαια ανταλλαγής συναλλάγματος, για να προστατευτούν ενάντια σε μεταβολές της ισοτιμίας ξένων νομισμάτων. Η έκθεση των πλοιοκτητών στον συναλλαγματικό κίνδυνο συνέβαινε διότι, τα έσοδα των πλοιοκτητών ήταν σε δολάρια, ενώ οι οφειλές τους π.χ. σε ναυπηγεία πραγματοποιούνταν σε τοπικό νόμισμα όπως π.χ. το Yen στην Ιαπωνία.

Τα παράγωγα στη ναυτιλία πλέον έχουν γίνει “μόδα”, καθώς αντιμετωπίζουν τους κινδύνους, αναγνωρίζουν την ολοένα αυξανόμενη πολυπλοκότητα του κλάδου και την ανάγκη για διαχείριση του ρίσκου ώστε οι εταιρίες να παραμένουν βιώσιμες και ανταγωνιστικές.

Τα πραγματικά οφέλη που προσφέρουν τα παράγωγα στη ναυτιλιακή βιομηχανία είναι πάρα πολλά. Μερικά από αυτά θα προσπαθήσω να αποδώσω όσο πιο περιληπτικά γίνεται στη συνέχεια.

A/A	Οφέλη
1	Η δημιουργία τους έχει κάνει τη διαχείριση κινδύνων φθηνότερη, πιο ευέλικτη και πιο προσβάσιμη από μέρη που εκτίθενται σε δυσμενείς κινήσεις ναύλων.
2	Είναι τα πιο αποτελεσματικά προϊόντα διαχείρισης ρίσκου. Ακόμα πιο αποτελεσματικά και από τη χρονοναύλωση, μια παραδοσιακή μέθοδο διαχείρισης κινδύνων.
3	Οι ναυλωτές είναι απαλλαγμένοι από τους λειτουργικούς κινδύνους που συνοδεύουν τις συμφωνίες χρονοναύλωσης.
4	Οι προμήθειες που καταβάλλονται στους μεσίτες είναι χαμηλότερες σε σύγκριση με τις προμήθειες για χρονοναύλωση.
5	Η δομή τους και ο απλός χαρακτήρας τους υποδηλώνουν, ότι είναι φθηνότερη και ευκολότερη η διαπραγμάτευση μέσω θέσεων στην αγορά παραγώγων πριν από το μήνα εκπλήρωσης, από την εμπορία στην φυσική αγορά όπου τα κόστη είναι μεγαλύτερα.
6	Δεν υπάρχει φυσική παράδοση εμπλεκόμενη με τα ναυτιλιακά παράγωγα. Απλά, οι συμφωνίες διακανονίζονται με χρηματικά ποσά.

Πέρα από τα παραπάνω οφέλη, που εκμεταλλεύονται οι πλοιοκτήτες και οι ναυλωτές, τα ναυτιλιακά παράγωγα είναι χρήσιμα και σε:

- Εμπόρους ενέργειας και αγαθών, δεδομένου ότι τους δίνουν τη δυνατότητα να εμπορευτούν και να αντισταθμίσουν την μεταφορά των προϊόντων τους.
- Χρηματοδοτικά ιδρύματα, τα οποία συμμετέχουν στην αγορά για ιδιωτικές συναλλαγές και για να προσφέρουν αντιστάθμιση στους πελάτες τους.
- Επιχειρήσεις ενέργειας/δυλιστήρια/ πετρελαϊκές εταιρίες, για διαχείριση των ταμειακών τους εισροών.

1.3.2. ΚΙΝΔΥΝΟΙ ΣΤΟ ΧΩΡΟ ΤΗΣ ΝΑΥΤΙΛΙΑΣ

Με το πέρασμα των χρόνων, η ναυτιλία έχει αποδείξει την σημαντικότητα της. Η διακύμανση της αγοράς, σε συνδυασμό με τα υψηλά κεφάλαια και χρηματοδοτήσεις, έκανε τους παράγοντες της αγοράς πιο επιφυλακτικούς απέναντι σε υποκείμενους κινδύνους. Οι πηγές των κινδύνων που αντιμετωπίζει η ναυτιλιακή βιομηχανία, χωρίζονται στις παρακάτω κατηγορίες :

- a. *Επιχειρησιακός κίνδυνος (business-risk)*, είναι ο κίνδυνος απώλειας, λόγω δυσμενών μεταβολών EBIT (Earnings Before Interest and Taxes), κατά συνέπεια, οι παράγοντες που επηρεάζουν το EBIT είναι ουσιαστικά οι πηγές του επιχειρηματικού κινδύνου. Δηλαδή, έξοδα ταξιδιού, έξοδα λειτουργίας, ναύλα, συναλλαγματικές ισοτιμίες.
- b. *Κίνδυνος ρευστότητας (liquidity-risk)*, είναι ο κίνδυνος που απορρέει από την αδυναμία της εταιρίας να πραγματοποιεί γρήγορα τις απαιτούμενες για την λειτουργία της συναλλαγές.
- c. *Κίνδυνος αθέτησης (default-risk)*, πρόκειται για τον κίνδυνο μιας εταιρίας να μην ολοκληρώσει τις υποχρεώσεις της.
- d. *Χρηματοοικονομικός κίνδυνος (financial-risk)*, ο οποίος πηγάζει από την στρατηγική επενδύσεων που ακολουθεί η κάθε εταιρία.
- e. *Πιστωτικός κίνδυνος (credit-risk)*, συνδέεται με την αξιοπιστία των αντισυμβαλλόμενων που πρόκειται να εκπληρώσουν το δικό τους μέρος της συμφωνίας.
- f. *Κίνδυνος της αγοράς (market-risk)*, αυτή η μορφή του κινδύνου πηγάζει από την μεταβλητότητα της τιμής των μετοχών λόγω αλλαγών στο χρηματιστήριο.
- g. *Πολιτικός κίνδυνος (political-risk)*, είναι ο κίνδυνος που αναφέρεται στις πολιτικές αποφάσεις ή πολιτικές αλλαγές που αλλοιώνουν το αναμενόμενο αποτέλεσμα μιας οικονομικής δράσης.
- h. *Τεχνικός και φυσικός κίνδυνος (technical and physical-risk)*, είναι ο κίνδυνος της τεχνικής ζημιάς ή απώλειας του πλοίου.

1.3.3. ΤΥΠΟΙ ΝΑΥΤΙΛΙΑΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΩΝ

1.3.3.1. ΠΡΟΘΕΣΜΙΑΚΑ ΣΥΜΒΟΛΑΙΑ (FORWARD CONTRACTS)

Όποτε και εάν εμπορεύονται προϊόντα, κάποιος μέσα στη διαδικασία που λαμβάνει χώρα μεταξύ του προμηθευτή και του πελάτη, θα πρέπει να διευθετήσει την μεταφορά. Η ευμεταβλησία που παρατηρείται στους ναύλους, στην πολύ ανταγωνιστή ελεύθερη ναυτιλιακή αγορά, δημιουργεί μια πηγή κινδύνου και για τον πλοιοκτήτη αλλά και για τον ναυλωτή.

Πρόκειται για προθεσμιακά συμβόλαια, τα οποία παραπέμπουν σε μια συμφωνία μεταξύ δυο αντισυμβαλλόμενων όσο αφορά την αγορά και πώληση ενός ορισμένου εμπορεύματος σε μια συγκεκριμένη μεταγενέστερη ημερομηνία και στην τιμή που συμφωνήθηκε σήμερα. Οι συνθήκες και όροι του συμβολαίου, δημιουργούνται εκτός χρηματιστηρίου, ώστε να καλύπτονται οι ανάγκες και των δυο πλευρών. Προκειμένου να ολοκληρωθεί η συμφωνία, όλοι οι αντισυμβαλλόμενοι θα πρέπει να τηρήσουν τους όρους του συμβολαίου.

Η έννοια του προθεσμιακού συμβολαίου αντιτίθεται στην λειτουργία της αγοράς spot, όπου η τιμή του εμπορεύματος προσδιορίζεται και η συναλλαγή πραγματοποιείται άμεσα. Ωστόσο, αναλόγως την κίνηση της αγοράς spot καθορίζεται εάν οι αντισυμβαλλόμενοι έκαναν κέρδος ή όχι. Με τη σύγκριση των τιμών του εμπορεύματος στην spot αγορά και της τιμής του εμπορεύματος που συμφωνήθηκε κατά την ημερομηνία παράδοσης, είναι δυνατόν να εξακριβωθεί το τελικό ποσό κέρδους ή απώλειας. Εάν, η διαφορά της άμεσης τιμής και τις προθεσμιακής τιμής είναι θετική, τότε η πλευρά που το αγόρασε έχει κέρδη, διαφορετικά έχει απώλεια. Επομένως, είναι αυτονόητο ότι κέρδη για μια εκ των αντισυμβαλλόμενων πλευρών συνεπάγεται απώλεια για την άλλη. Επιπλέον, όταν η μελλοντική τιμή του εμπορεύματος αυξηθεί, η αξία της συναλλαγής είναι θετική για τον αγοραστή (long position) και αρνητική για τον πωλητή (short position), αντίστοιχα όταν έχουμε μείωση των αναμενόμενων τιμών.

Πιο συχνά τα προθεσμιακά συμβόλαια περιλαμβάνουν συναλλαγές με χρυσό, ασήμι, σιτηρά, ναύλους, συναλλαγματικές ισοτιμίες, επιτόκια, κλπ. Οι βασικοί συμμετέχοντες είναι χρηματοπιστωτικά ιδρύματα, τράπεζες, χρηματομεσίτες και πολυεθνικές εταιρίες.

Η χρήση των συμβάσεων αυτών είναι παρόμοια με άλλων συμβολαίων παραγώγων. Χρησιμοποιούνται για αντιστάθμιση κινδύνων, κερδοσκοπία και

συνδυαστικά κερδοσκοπία με αντιστάθμιση, ανάλογα τη θέση του αντισυμβαλλόμενου στην φυσική αγορά.

1.3.3.2. FREIGHT FORWARD AGREEMENTS (FFAs)

Τα FFAs αναπτύχθηκαν με σκοπό τη διαχείριση των κινδύνων που αναδύονται από τη διακύμανση των τιμών των εμπορευμάτων, της αξίας του πλοίου, της αξίας εκποίησης του πλοίου, των επιτοκίων και των συναλλαγματικών ισοτιμιών. Το είδος του συγκεκριμένου συμβολαίου, δημιουργήθηκε για να εκπληρώνει τις ανάγκες και να προστατεύει από κινδύνους τους ναυλωτές και τους πλοιοκτήτες. Όπως και τα υπόλοιπα είδη συμβολαίων, έτσι και τα FFA είναι συναλλαγές μεταξύ ενός πωλητή και ενός αγοραστή. Οι συναλλαγές αφορούν είτε το ναύλο μεταφοράς μια συγκεκριμένης ποσότητας φορτίου είτε το ναύλο ενός ταξιδιού ενός πλοίου, ή ακόμα και ένα συνδυασμό φορτίων και διαδρομών στις αγορές ξηρού και υγρού χύδην.

Τα συμβόλαια που αναφέρονται στην αγορά ξηρού χύδην, βασίζονται στην χρονοναύλωση και καθορίζονται από τη διαφορά της τιμή που καθορίζεται από το συμβόλαιο και της τιμής spot του εκάστοτε ημερολογιακού μήνα. Το μέγεθος του συμβολαίου μιας μεμονωμένης διαδρομής, εξαρτάται από τον τύπο του πλοίου και το ταξίδι, αντιθέτως για χρονοναύλωση εξαρτάται μόνο από τον τύπο του πλοίου. Στην αγορά δεξαμενοπλοίων, τα FFA αναφέρονται σε μια συμφωνία μεταξύ των αντισυμβαλλόμενων, στην οποία ο ναύλος εκφραζόμενος σε μονάδες WS (World-Scale) διευθετείται για μια ορισμένη διαδρομή και χρονικό διάστημα. Τα δρομολόγια καθορίζονται και δημοσιεύονται από το Baltic Exchange και ταξινομούνται σε BDTI και BCTI.

Τα χρηματιστηριακά αυτά προϊόντα, συναλλάσσονται εκτός χρηματιστηρίων (Over The Counter- OTC) και είναι προσαρμοσμένα για να ανταποκρίνονται στις ανάγκες και απαιτήσεις των χρηστών τους (tailor-made). Κατά συνέπεια, η εξωχρηματιστηριακή αγορά παρέχει στους συμμετέχοντες την ευελιξία να αντιμετωπίζουν τις μεταβαλλόμενες ανάγκες και περιστάσεις τις αγορές δημιουργώντας νέες συμβάσεις/συμβόλαια ή αναπροσαρμογή των ήδη υπάρχουσών. Οι παράγοντες οι οποίοι διευκολύνουν τη λειτουργία της αγοράς είναι κυρίως οι χρηματομεσίτες, επενδυτικές τράπεζες και διάφοροι χρηματοπιστωτικοί οργανισμοί.

Στη ναυτιλιακή βιομηχανία, ο ναυλωτής λαμβάνει τη θέση ότι ο ναύλος σε μια συγκεκριμένη διαδρομή και μελλοντική ημερομηνία, θα είναι σε υψηλότερα επίπεδα από την τρέχουσα τιμή του και για να προστατευτεί αγοράζει στο συμβόλαιο FFA. Από την άλλη πλευρά, ο πλοιοκτήτης παίρνει την αντίθετη θέση και πουλάει το συμβόλαιο. Η συναλλαγή είναι νομισματική, συνεπώς δεν έχουμε φυσική παράδοση.

Η πληρωμή πραγματοποιείται σε συγκεκριμένη ημερομηνία, και για να ολοκληρωθεί λαμβάνονται υπόψη ναυλοδείκτες, όπως ο BDTI και ο BCTI.

Στην αγορά, υπάρχουν τριών ειδών FFAs και κατηγοριοποιούνται ως εξής :

1. Freight Futures, αποτελούν αντικείμενο διαπραγμάτευσης σε χρηματιστήρια, όπως το NYMEX και το IMAREX.
2. Freight Options, έχουν θεωρηθεί ανεπιτυχής και η χρήση τους είναι περιορισμένη. Πλέον είναι διαθέσιμα σε πολύ συγκεκριμένες διαδρομές.
3. Υβριδικά FFAs, πρόκειται για εξωχρηματιστηριακά συμβόλαια με κύριο πλεονέκτημα τον εκκαθάριση τους μέσω της LCH.Clearnet . Αν και αυτά τα συμβόλαια περιλαμβάνουν την ευελιξία των συμβολαίων μελλοντικής εκπλήρωσης, οι συμμετέχοντες έχουν την υποχρέωση να καταβάλλουν ένα περιθώριο ασφαλείας (margin), για την απαλοιφή του πιστωτικού κινδύνου.

1.3.3.3. ΣΥΜΒΟΛΑΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗΣ ΕΚΠΛΗΡΩΣΗΣ (FREIGHT FUTURES)

Δεν πρόκειται για κάτι διαφορετικό, αλλά είναι ένας τύπος συμβολαίου ο οποίος είναι προσαρμοσμένος στην ναυτιλιακή βιομηχανία και ονομάζεται freight futures.

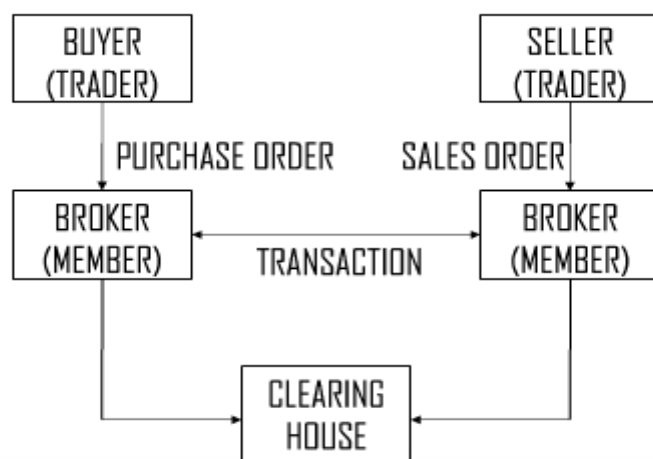
Όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενο κεφάλαιο, τα συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης, θεωρούνται συμβάσεις μεταξύ δυο αντισυμβαλλόμενων για την αγορά και πώληση ενός “προϊόντος” σε μια προσυμφωνημένη μελλοντική ημερομηνία και τιμή. Τα συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης, διαπραγματεύονται σε χρηματιστήρια. Τα μεγαλύτερα χρηματιστήρια στα οποία πραγματοποιούνται συναλλαγές futures είναι τα :

- Chicago Board of Trade (CBOT)
- Chicago Mercantile Exchange (CME)
- Tokyo Stock Exchange (TSE)
- London International Financial Futures and Options Exchange (LIFFE)
- European Derivatives Exchange (EUREX)

Οι ταμειακές ροές των συμβολαίων μελλοντικής εκπλήρωσης, είναι παρόμοιες με εκείνες των προθεσμιακών συμβολαίων, αλλά διαφοροποιείται η χρονική στιγμή της ταμειακής ροής εξαιτίας της ημερήσιας εκκαθάρισης που εφαρμόζεται σε αυτόν τον τύπο συμβολαίου.

Κύριοι συμμετέχοντες παραμένουν οι αντισταθμιστές και οι κερδοσκόποι. Οι πρώτοι τα χρησιμοποιούν με σκοπό την αντιστάθμιση του κινδύνου λόγω απρόσμενων μεταβολών, καθώς οι δεύτεροι σκοπεύουν να εισέλθουν στην αγορά για να πετύχουν κέρδη μέσω της πρόβλεψης των κινήσεων της αγοράς.

Η ροή πραγματοποίησης της “συναλλαγής” απεικονίζεται στο παρακάτω διάγραμμα. Όπου οι δυο αντισυμβαλλόμενοι δεν έρχονται σε επαφή μεταξύ τους, αλλά οι αντιπρόσωποι τους (brokers) αναλαμβάνουν να εκπληρώσουν τις επιθυμίες και να πραγματοποιήσουν την συναλλαγή. Ενδιάμεσα από τους μεσίτες, παρεμβάλλεται το clearing house, που όπως αναφέρθηκε παραπάνω εξουδετερώνει τον κίνδυνο αθέτησης των υποχρεώσεων κάθε αντισυμβαλλομένου.



1.3.3.4. ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕΤΑΞΥ FORWARDS ΚΑΙ FUTURES

Τα προθεσμιακά συμβόλαια και τα συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης είναι παρόμοια στη χρήση τους. Μολοταύτα, εάν τα συγκρίνουμε προσεκτικά θα παρατηρήσουμε διαφορές ζωτικής σημασίας. Η πιθανόν πιο σημαντική ανομοιότητα μεταξύ των δύο τύπων συμβολαίων, είναι η ημερήσια εκκαθάριση των συναλλαγών (marking to market) των συμβολαίων μελλοντικής εκπλήρωσης. Συνοπτικά, οι υπόλοιπες ευδιάκριτες διαφορές τους αναλύονται ως εξής :

- Στα συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης, οι προδιαγραφές των συναλλασσόμενων “προϊόντων”, το μέγεθος του συμβολαίου, η ημερομηνία παράδοσης και η τιμή είναι τυποποιημένα, ενώ στα forwards εξαρτώνται από την συναλλαγή, τις απαιτήσεις και τις ανάγκες των εκάστοτε αντισυμβαλλόμενων.
- Επιπλέον στα futures, η συναλλαγή παίρνει μέρος είτε στη φυσικά είτε εικονικά μέσα στο χρηματιστήριο, σε συγκεκριμένα ωράρια και οι συμμετέχοντες είναι προστατευμένοι απέναντι στο ρίσκο που προκύπτει από την άγνωστη πιστοληπτική ικανότητα του αντισυμβαλλόμενου, αντιθέτως στα forwards ο συμμετέχων είναι εκτεθειμένος στον κίνδυνο και μπορεί να διαπραγματευτεί 24 ώρες την εβδομάδα.
- Στα προθεσμιακά συμβόλαια, το μέγεθος του συμβολαίου έχει αντίκτυπο στην τιμή του, ενώ στα μελλοντικής εκπλήρωσης η τιμή του συμβολαίου είναι ανεξάρτητη του μεγέθους του.
- Τα futures, έχουν ημερήσια όρια τιμών, καθώς τα δεύτερα είναι απεριόριστα.
- Τα forwards, είναι όμως περιορισμένα ως προς την ρευστότητα, δεδομένου ότι είναι “ιδιωτικές” συμφωνίες και διαθέτουν προδιαγραφές που ορίζονται από τους ίδιους τους επενδυτές. Από την άλλη πλευρά, τα futures είναι διαθέσιμα σε χρηματιστήρια και χαρακτηρίζονται από υψηλή ρευστότητα, λόγω του μεγάλου αριθμού επενδυτών που συμμετέχουν στην αγορά.
- Τα futures, διακανονίζονται καθημερινά. Στο τέλος της ημέρας, τα κέρδη πιστώνονται σε εκείνους που επέλεξαν κερδοφόρες θέσεις και οι ζημιές χρεώνονται σε αυτούς που επέλεξαν μειονεκτική θέση. Ωστόσο, στα forwards πραγματοποιείται μια και μοναδική πληρωμή στην ημερομηνία λήξης του συμβολαίου.
- Στα futures, το clearing house διασφαλίζει την συναλλαγή και εξουδετερώνει τους κινδύνους, ενώ στα προθεσμιακά συμβόλαια οι συμμετέχοντες βασίζονται σε αμοιβαία εμπιστοσύνη.
- Όσο αφορά την παράδοση στις ημερομηνίες λήξης των συμβολαίων, στις προθεσμιακές συμβάσεις ένα μεγάλο ποσοστό συναλλάσσεται την ημέρα αυτή, ενώ στα άλλα το ποσοστό αυτό είναι περιορισμένο.
- Λαμβάνοντας υπόψη τη διαδικασία της παράδοσης, τα futures έχουν συγκεκριμένες τις ημερομηνίες παράδοσης αλλά και τις ημέρες παράδοσης, καθώς στα προθεσμιακά η ημερομηνίες και οι ημέρες είναι προσαρμοσμένες ανάλογα με τις ανάγκες των αντισυμβαλλόμενων.
- Πληροφορίες σχετικά με τους όρους και τις λεπτομέρειες των συμβάσεων είναι διαθέσιμες για το κοινό μόνο για τα futures, ενώ για

τα forwards οι πληροφορίες είναι περιορισμένες στους συμμετέχοντες και όχι στο ευρύ κοινό.

- Τέλος, τα προθεσμιακά συμβόλαια είναι αυτορυθμιζόμενα και δεν βρίσκονται υπό την επίβλεψη κάποιας υπηρεσίας, αντιθέτως τα συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης επιβλέπονται από ρυθμιστικά όργανα διακυβέρνησης.

1.3.3.5. ΆΛΛΟΙ ΤΥΠΟΙ ΝΑΥΤΙΛΙΑΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΩΝ

Πέρα από τους γνωστούς και διάσημους τύπους παραγώγων που αναφέρθηκαν παραπάνω, δημιουργήθηκαν και άλλοι διάφοροι τύποι για να καλύψουν τις ανάγκες συγκεκριμένων επιχειρηματιών όπως π.χ. ναυλωτές και πλοιοκτήτες. Στα σημαντικότερα από αυτά θα παρουσιαστεί μια σύντομη αναφορά.

Συμβόλαια Καυσίμων (Bunker Price Derivatives)

Τα συμβόλαια καυσίμων χρησιμοποιούνται ευρέως στην ναυτιλία για προφανή λόγους. Επίσης, θεωρούνται ως μια συνετή πρακτική καθώς, τα λειτουργικά έξοδα του πλοίου απαρτίζονται από επιμέρους ομάδες όπως το κόστος των καυσίμων, το κόστος επισκευής και συντήρησης, το κόστος των αποθεμάτων, λιπαντικών, ασφάλισης κ.α. . Ο βασικός παράγοντας, ο οποίος επηρεάζει τις τιμές των παραπάνω κατηγοριών και συνεπώς το συνολικό κόστος λειτουργίας, είναι το κόστος καυσίμων.

Οι τιμές των καυσίμων είναι σε μεγάλο βαθμό ευμετάβλητες και άμεσα συνδεδεμένες με την τιμή του αργού πετρελαίου. Επιτυγχάνοντας τον έλεγχο των τιμών καυσίμων, είναι δυνατόν να ελαχιστοποιηθεί η έκθεση στον κίνδυνο που προέρχεται από την αστάθεια των τιμών καυσίμων. Η αντιστάθμιση των τιμών καυσίμων είναι χρήσιμη για εκείνους, που συνδέονται άμεσα με τις δαπάνες ενός πλοίου, όπως για παράδειγμα οι πλοιοκτήτες και οι χειριστές των πλοίων.

Τα κατάλληλα μέσα για τη διαχείριση του κινδύνου των τιμών καυσίμων είναι τα Bunker Derivatives Contracts, τα οποία χωρίζονται στις παρακάτω κατηγορίες :

- Forward Bunker Agreement, τα οποία είναι εξωχρηματιστηριακά (OTC) προϊόντα και είναι η συμφωνία η οποία συνδέεται με την μελλοντική τιμή μιας συγκεκριμένης ποσότητας και ποιότητας καυσίμων.
- Energy Future Contracts, είναι συμβάσεις που σχετίζονται με τα καύσιμα πλοίων που χρησιμοποιούν ενεργειακά προϊόντα.

- Bunker Swap Agreement, αποτελεί μια συμφωνία ανταλλαγής, στην οποία περιλαμβάνει και την μεταβλητή τιμή των καυσίμων αλλά και μια καθορισμένη τιμή, για μια συγκεκριμένη περίοδο και όγκο ανά περίοδο. Ο συγκεκριμένος τύπος συμβολαίου συναλλάσσεται εξωχρηματιστηριακά.
- Bunker Option Contracts, είναι OTC συμβόλαια τα οποία επιτρέπουν την αγορά ή πώληση των καυσίμων σε προκαθορισμένη τιμή κατά τη διάρκεια ενός συγκεκριμένου χρονικού ορίου.

Συμβόλαια Αξίας Πλοίου (Vessel Value Derivatives)

Μια σημαντική πηγή ανησυχίας για τους πλοιοκτήτες και τις ναυτιλιακές εταιρίες, είναι η αστάθεια της αξίας του πλοίου τους. Η αστάθεια της αξίας του πλοίου μπορεί να είναι καταστροφική για τον ισολογισμό μιας εταιρίας, όπως και για την πιστοληπτική ικανότητα ενός πλοιοκτήτη. Ναυτιλιακές και πλοιοκτήτες επιχειρούν συνεχώς να αποκομίσουν κέρδη από συναλλαγές πλοίων. Σε μια διαρκή ασταθή αγορά, η πώληση και αγορά πλοίων είναι μια επικίνδυνη κίνηση. Όταν αυξάνονται οι τιμές των πλοίων, δημιουργείται κέρδος, ενώ αντίστοιχα όταν οι τιμές μειώνονται αναμένεται απώλεια.

Τα Vessel Value Derivatives, δημιουργήθηκαν από τη συνεργασία του Χρηματιστηρίου της Βαλτικής με τους Clarksons Securities Limited, με σκοπό την εκμετάλλευση των περιβόητων κύκλων της ναυτιλίας και να μειωθούν οι διακυμάνσεις της αγοράς. Με την ίδια λογική δημιουργήθηκαν στη συνέχεια τα συμβόλαια των μεταχειρισμένων πλοίων και τα συμβόλαια υπολειπόμενης αξίας (scrap value).

Προθεσμιακές Συμφωνίες Αγοράς και Πώλησης (Sales and Purchase Forward Agreements)

Τυπικά παραδείγματα των προϊόντων που αναφέρθηκαν παραπάνω είναι τα Sale and Purchase Forward Agreements (SPFA's) και τα Baltic Sale and Purchase Assessments (BSPA's), τα οποία είναι παρά εξελίξεις των FoSVAs και των BaSVAs αντίστοιχα, τα οποία δημιουργήθηκαν από το Χρηματιστήριο της Βαλτικής. Η αξία τους συνδέεται με το Baltic Ship Valuation Assessments (BaSVAs). Σύμφωνα με το Χρηματιστήριο της Βαλτικής, οι εκτιμήσεις τους βασίζονται σε ένα πλοίο 5-ετίας, ύστερα από ορισμένες διαδικασίες.

Τα SPFA's είναι ευέλικτες μορφές συμβολαίων και παραλλαγές τους μπορούν να δημιουργηθούν σύμφωνα με τις εκάστοτε απαιτήσεις. Συνεπώς, υπάρχει η δυνατότητα προσαρμογών σχετικά με τους όρους της συμφωνίας, όπως π.χ. για την ημερομηνία λήξης και η περίοδος διακανονισμού. Λόγω της έντασης των κεφαλαίων στον τομέα της ναυτιλίας, ο πιστωτικός κίνδυνος επιτείνεται.

Για την αντιμετώπιση και μετριασμό του κινδύνου, τα SPFA's χωρίζονται σε πολλές μονάδες και ως εκ τούτου ο κίνδυνος διασκορπίζεται. Με τον τρόπο αυτό, παρουσιάζονται τρία κύρια επιτεύγματα :

- Πρώτον, διευκολύνεται η είσοδος στην ναυτιλιακή αγορά.
- Δεύτερον, ο κίνδυνος και η έκθεση στο ρίσκο εξομαλύνεται.
- Τρίτον, είναι δυνατή η αντιστάθμιση παλαιών και διάφορων τύπων πλοίων.

Εφοπλιστές και ναυτιλιακές εταιρίες, μπορούν να λάβουν θέση στα SPFA συμβόλαια είτε με την πρόθεση της αντιστάθμισης, είτε με την πρόθεση της κερδοσκοπίας. Μια πιθανή επιλογή των πλοιοκτητών ίσως να είναι η θέση short, προκειμένου να αντισταθμίσουν τον κίνδυνο μιας επικείμενης μείωσης των τιμών στην φυσική αγορά. Ενώ μια ναυτιλιακή εταιρία θα μπορούσε να λάβει μια long ή short θέση ώστε να προσπαθήσει να εξισορροπήσει το χαρτοφυλάκιο της και να αποφύγει την είσοδο της στην φυσική αγορά.

Επιπλέον, τα προϊόντα αυτά προσφέρουν ευελιξία όσο αφορά τον όγκο των συμβάσεων, ημερομηνίες ωρίμανσης, δεν χρειάζεται να έχουν φυσική ιδιοκτησία των πλοίων, απλές και γρήγορες συναλλαγές και καθοδήγηση από μεσίτες παραγωγών. Εκτός από τα πλεονεκτήματα, τα συμβόλαια αυτά έχουν και μειονεκτήματα όπως χαμηλή ρευστότητα και χαμηλή αποδοτικότητα αντιστάθμισης.

Παράγωγα Τιμών Διάλυσης Πλοίων (Vessel Scrapping Price Derivatives)

Στην αγορά έχουν δημιουργηθεί ακόμα και χρηματοοικονομικά προϊόντα που αφορούν την αξία διάλυσης πλοίων. Για να συνειδητοποιήσουμε την αξία του συμβολαίου Διάλυσης Πλοίου, είναι απαραίτητη η κατανόηση του μηχανισμού της διάλυσης πλοίων. Η διάλυση πλοίου, είναι ένα είδος “απαλλαγής” του πλοίου και προσδιορίζει τον τερματισμό της χρήσης και των υπηρεσιών του σκάφους. Η βιομηχανία διάλυσης είναι κατά κύριο λόγο επικεντρωμένη στο βάρος του άφορτου πλοίου και στα υλικά τα οποία περιέχονται μέσα στο σκάφος όπως είναι η γάστρα, οι μηχανές και διάφορα ανταλλακτικά. Οι εγκαταστάσεις της εν λόγω βιομηχανίας δεν είναι απαιτητικές από πλευράς τεχνολογίας. Στην πραγματικότητα, ένα μικρό κεφάλαιο και μια ειδική παραλία είναι τα επαρκή στοιχεία για την ανέγερση μιας

συγκεκριμένης επιχείρησης. Η αποσυναρμολόγηση του πλοίου γίνεται με το χέρι. Τα κομμένα τμήματα και οι τομείς του πλοίου συλλέγονται, μεταφέρονται και πωλούνται στην κατασκευαστική βιομηχανία, ενώ ο προμηθευτής/”διαλυτής” και ο πλοιοκτήτης διαπραγματεύονται για την τιμή του κομμένου χάλυβα του πλοίου. Γενικά και σε αυτήν την αγορά ισχύει ο κανόνας της προσφοράς και ζήτησης.

Όσο αφορά το παράγωγο συμβόλαιο Διάλυσης Πλοίου, αυτά τα προϊόντα δημιουργήθηκαν για να αντισταθμίσουν την μεταβλητότητα των τιμών διάλυσης πλοίων, τα οποία είναι ευαίσθητα στις μεταβολές της προσφοράς και ζήτησης. Το Χρηματιστήριο της Βαλτικής, έθεσε σε εφαρμογή το Baltic Demolition Assessments (BDA’s) για την αντιμετώπιση των κινδύνων που προκύπτουν από την αγορά διαλύσεων πλοίων. Οι εκτιμήσεις αυτές εκδίδονται σε εβδομαδιαία βάση και συνδέονται με την πραγματική τιμή διάλυσης πλοίων. Παρατηρώντας την απόκλιση των τιμών, όπως αναφέρεται στα BDA’s τους τελευταίως μήνες/έτη, η ύπαρξη των συμβολαίων καθίσταται απαραίτητη και για τους δύο εμπλεκόμενους, πλοιοκτήτες και διαλυτές.

1.3.4. ΔΕΙΚΤΕΣ ΠΟΥ ΣΥΝΔΕΟΝΤΑΙ ΜΕ ΝΑΥΤΙΛΙΑΚΑ ΠΑΡΑΓΩΓΑ

1.3.4.1. BALTIC DRY INDEX (BDI)

Ο Baltic Dry Index (BDI), αντιπροσωπεύει το ρυθμό μεταβολής του κόστους για τη μεταφορά πρώτων υλών, όπως το σιτάρι, ο άνθρακας, το τσιμέντο και κυρίως ξηρά φορτία χύδην. Ο δείκτης αυτός δημιουργήθηκε από το Χρηματιστήριο της Βαλτικής με σκοπό την αντικατάσταση του Baltic Freight Index (BFI), για την αντικειμενική απεικόνιση των ναύλων για τη μεταφορά ξηρού φορτίου χύδην.

Πρόκειται για ένα περίπλοκο δείκτη, που υπολογίζεται ως ο μέσος όρος των τεσσάρων επιμέρους δεικτών που δημοσιεύει το Χρηματιστήριο της Βαλτικής, δηλαδή του Baltic Capesize Index (BCI), του Baltic Panamax Index (BPI), του Baltic Handysize Index (BHSI) και του Baltic Handy Index (BHI). Ως εκ τούτου, ο BDI θεωρείται ότι είναι ο σημαντικότερος όλων των άλλων δεικτών, καθώς παρουσιάζει μια πιο αντιπροσωπευτική εικόνα της κίνησης της spot αγοράς όσο αφορά την διακίνηση εμπορευμάτων ξηρού χύδην. Η εικόνα που προσφέρει αναφέρεται σε πραγματικούς χρόνους και επιπλέον ο δείκτης δημοσιεύεται σε καθημερινή βάση.



1.3.4.2. BALTIC PANAMAX INDEX (BPI)

Ο Baltic Panamax Index (BPI), δημιουργήθηκε τον Μάιο του 1998, με σκοπό την παρακολούθηση των ναύλων της αγοράς των πλοίων Panamax. Αυτός ο τύπος του δείκτη προϋποθέτει τυποποιημένα Panamax πλοία μεταφορικής ικανότητας 74.000 DWT, τα οποία εξυπηρετούν τέσσερις διαφορετικές διαδρομές/ταξίδια. Η ναύλωση ανά ταξίδι μετρείται σε “δολάρια ανά τόνο φορτίου” (\$/τόνο), ενώ η χρονοναύλωση σε “δολάρια ανά ημέρα” (\$/ημέρα). Επιπλέον, το τυποποιημένο σκάφος τηρεί τα ακόλουθα χαρακτηριστικά : έχει μέγιστη ηλικία τα 7 χρόνια, καθαρή χωρητικότητα περίπου 89.000 κυβικά πόδια, η ταχύτητα του είναι 14 κόμβοι και τα κύρια χαρακτηριστικά του βρίσκονται εντός ορισμένων ορίων.

Όσο αφορά τα δρομολόγια είναι καθορισμένα, ο BDI χρησιμοποιεί για τον υπολογισμό του τα εξής δρομολόγια:

- a. Από Skaw-Gibraltar υπερατλαντικό ταξίδι με επιστροφή.
- b. Ταξίδι στην Άπω Ανατολή, όπου το πλοίο θα ξεκινήσει από την Ευρώπη και θα παραδοθεί οπουδήποτε μεταξύ της Ταϊβάν και της Ιαπωνίας.
- c. Κυκλικό δρομολόγιο από την Ιαπωνία στην Νότια Κορέα.
- d. Τέλος ταξίδι με σημείο εκκίνησης μεταξύ Ιαπωνίας και Νότιας Κορέας και προορισμό το Skaw-Gibraltar.

Η διάρκεια των παραπάνω δρομολογίων εκτιμάται μεταξύ 35 και 65 μέρες.

Baltic Exchange Panamax Index

Route No.	Description	Size mt	Weighting
P1A_03	74000mt Transatlantic RV	74000	25%
P2A_03	74000mt SKAW-GIB/FAR EAST	74000	25%
P3A_03	74000mt Japan-SK/Pacific/RV	74000	25%
P4_03	74000mt FAR EAST/NOPAC-AU5T/5K-PASS	74000	25%
P1	55,000lt Lights US Gulf/ARA	55,000	0%
P1A	70,000 DWT Transatlantic RV	70,000	0%
P2	54,000lt HSS US Gulf/Japan	54,000	0%
P2A	70,000 DWT SKAW-GIB/FE	70,000	0%
P3	54,000lt HSS NOPAC/Japan	54,000	0%
P3A	70,000 DWT Japan-SK/NOPAC/RV	70,000	0%
P4	70,000 DWT FE/NOPAC/SKAW-p	70,000	0%



1.3.4.3. BALTIC CAPESIZE INDEX (BCI)

Ο Baltic Capesize Index, αντικατοπτρίζει τη μεταφορά φορτίου του κομματιού της αγοράς που μεταφέρεται με πλοία τύπου Capesize. Ομοίως με τους

άλλους δείκτες της αγοράς, ο BCI υπολογίζεται με τη βοήθεια μερικών αντιπροσωπευτικών δρομολογίων σε όλο τον κόσμο. Οι διαδρομές συμπληρώνονται από έξι ταξίδια-διαδρομές και τέσσερις διαδρομές χρονοναύλωσης. Όπως προηγουμένως, η ναύλωση ανά ταξίδι μετριέται σε “δολάρια ανά τόνο φορτίου” (\$/τόνο), ενώ η χρονοναύλωση σε “δολάρια ανά ημέρα” (\$/ημέρα).

Ειδικότερα, ο BCI εκφράζει τους στιγμιαίους ναύλους οι οποίοι προορίζονται κυρίως για τη μεταφορά σιδήρου και φορτίου άνθρακα. Με αυτό το σκεπτικό, υπάρχουν δυο είδη δρομολογίων ανάλογα με το μεταφερόμενο εμπόρευμα, αφενός οι διαδρομές του άνθρακα και αφετέρου οι διαδρομές του σιδήρου. Ωστόσο, όλα τα παραπάνω δρομολόγια έχουν μια κοινή βάση για τον υπολογισμό του δείκτη, ένα πρότυπο πλοίο “Baltic Capesize”. Με τον όρο “Baltic Capesize”, εννοείται ένα πλοίο 74.000 DWT, με ανώτατο όριο ηλικίας τα επτά έτη, χωρητικότητας 89.000 κυβικά πόδια και διάφορων άλλων προδιαγραφών.

Baltic Exchange Capesize Index

Route No.	Description	Size mt	Weighting
C2	160000lt Tubarao -Rotterdam	160,000	10%
C3	160000mt Tubarao - Qingdao	160,000	15%
C4	150000mt Richards Bay - Rotterdam	150,000	5%
C5	160000mt W Australia - Qingdao	160,000	15%
C7	150000mt Bolivar - Rotterdam	150,000	5%
C8_03	172000mt Gibraltar/Hamburg trans Atlantic RV	172000	10%
C9_03	172000mt Continent/Mediterranean trip Far East	172000	5%
C10_03	172000mt Pacific RV	172000	20%
C11_03	172000mt China/Japan trip Mediterranean/Cont	172000	15%
C1	120000mt Hamp Roads - Rotterdam	120,000	0%
C6	120000mt Newcastle - Rotterdam	120,000	0%
C8	Del. Gib - Hbg T/a r/v	161,000	0%
C9	Del. Cont - Med Trip F/E	161,000	0%
C10	Del. China - Japan F/E r/v	161,000	0%
C11	Del. China - Japan trip Cont - Med	161,000	0%
C12	150000mt Gladstone - Rotterdam	150,000	0%

1 yr | 2 yr | 3 yr

19/05/08 — 17/05/11



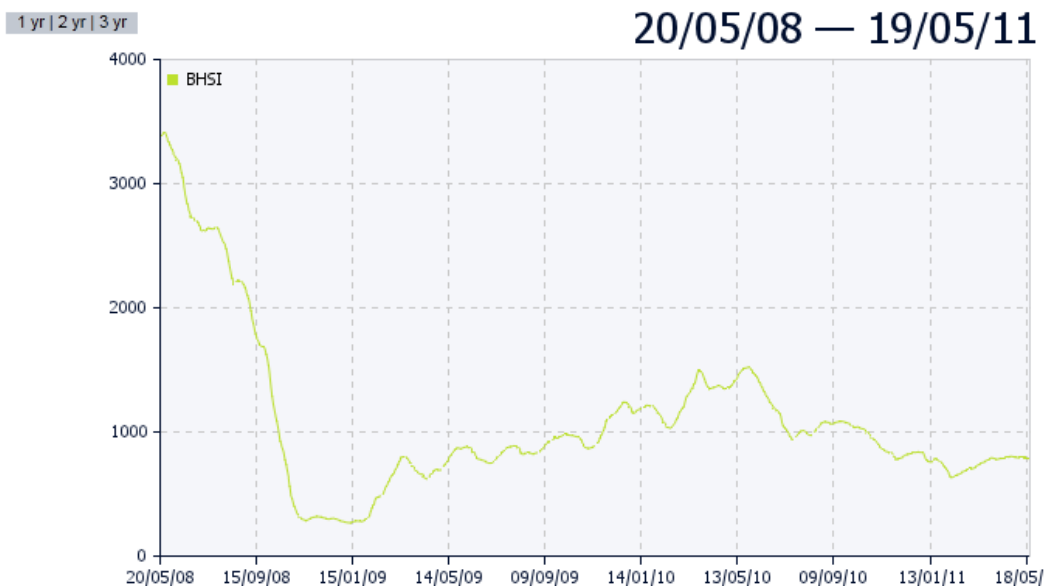
1.3.4.4. BALTIC HANDYSIZE INDEX (BHSI)

Ο Baltic Handysize Index (BHSI) πρωτοεμφανίστηκε τον Μάιο του 2006 για να αντιπροσωπεύσει την Handysize αγορά μεταφοράς φορτίου. Προκειμένου να είναι αξιόπιστος δείκτης ο BDTI, απαρτίζεται από έξι πρότυπες διαδρομές, που εξυπηρετούνται από ένα τυποποιημένο Handysize πλοίο. Κάθε διαδρομή έχει ξεχωριστή βαρύτητα στον υπολογισμό του δείκτη. Πιο αναλυτικά, το ταξίδι στο οποίο το πλοίο αναχωρεί ενδιάμεσα από Ιαπωνία - Νότια Κορέα και παραδίδεται στο Skaw-Gibraltar έχει βαρύτητα 25%, ενώ το ταξίδι από Skaw-Passero έως τον Αμερικανικό Κόλπο έχει μόλις 12,5%. Οι παραπάνω διαδρομές μπορούν να διαχωριστούν και με γεωγραφικά κριτήρια σε δύο μέρη. Το μέρος όπου τα πλοία διαθέτουν υπηρεσίες στον Ατλαντικό ωκεανό και το μέρος που λειτουργούν τα πλοία στον Ειρηνικό ωκεανό.

Ως σκάφος μεταφοράς, χρησιμοποιείται ένα τυποποιημένο Tess 52” Supramax. Το οποίο πληρεί προδιαγραφές όσο αφορά την μεταφορική ικανότητα, το βύθισμα, το μήκος, το πλάτος, την ακτίνα ενεργείας, την χωρητικότητα φορτίου, την ηλικία κ.α..

Baltic Exchange Handysize Index

Route No.	Description	Weighting
HS1	Skaw - Passero trip Recalada - Rio de Janeiro	12.5%
HS2	Skaw - Passero trip Boston ^ Galveston	12.5%
HS3	Recalada ^ Rio de Janeiro trip Skaw ^ Passero.	12.5%
HS4	US Gulf trip via US Gulf or NCSA to Skaw ^ Passero	12.5%
HS5	SE Asia trip via Australia to Singapore Japan	25%
HS6	S Korea ^ Japan via NOPAC to Singapore-Japan	25%



1.3.4.5.BALTIC TANKER DIRTY INDEX (BTDI)

Ο Baltic Dirty Tanker Index (BTDI) είναι ένας από τους δείκτες που δημοσιεύει το Χρηματιστήριο της Βαλτικής για δεξαμενόπλοια. Ο BTDI παρακολουθεί την εξέλιξη των ναύλων σε συγκεκριμένα δρομολόγια μεταφοράς φορτίων και εκφράζεται σε μονάδες World Scale (WS). Ο δείκτης προσαρμόζεται καθημερινά ώστε η ποσότητα του να αποδίδει το μέσο ναύλο διακίνησης φορτίου. Με τον όρο “dirty”, εννοούνται τα φορτία που αποτελούνται είτε από αργό πετρέλαιο, είτε από κατώτερης ποιότητας αποστάγματα παραγόμενα από τη διαδικασία διύλισης του πετρελαίου.

Ο δείκτης υπολογίζεται βασιζόμενος σε δεκαοκτώ βασικά δρομολόγια, στα οποία τα πλοία είναι διαμορφωμένα ανάλογα με τις ανάγκες των μεταφορών, τα δεξαμενόπλοια ποικίλουν από VLCC σε Aframax. Καθώς το μεταφερόμενο εμπόρευμα είναι το πετρέλαιο, η εξέλιξη του δείκτη δεν είναι μόνο συνάρτηση της προσφοράς και της ζήτησης, αλλά και τις ίδιες της τιμής του πετρελαίου.

Baltic Exchange Dirty Tanker Index

Route No.	Description	Size mt	Assessment
TD1	280000mt ME Gulf to US Gulf	280000	WS 36.18
TD2	260000mt ME Gulf to Singapore	260000	WS 50.09
TD3	260000mt ME Gulf to Japan	260000	WS 49.56
TD4	260000mt W Africa to US Gulf	260000	WS 57.00
TD5	130000mt W Africa to USAC	130000	WS 83.48
TD6	135000mt Black Sea / Med	135000	WS 88.02
TD7	80000mt North Sea to Cont	80000	WS 107.29
TD8	80000mt Kuwait-Singapore (Crude/DPP Heat 135F)	80000	WS 114.00
TD9	70000mt Caribs to US Gulf	70000	WS 99.79
TD10	50000mt Caribs to USAC - Double hull vessel	50000	WS 122.50
TD11	80000mt Cross Med	80000	WS 131.46
TD12	55000mt ARA to US Gulf	55000	WS 136.14
TD14	80000mt SE Asia to EC Australia	80000	WS 99.39
TD15	260000mt West Africa to China	260000	WS 50.47
TD16	30000mt Black Sea to Mediterranean	30000	WS 168.33
TD17	100000mt Baltic to UK-Cont	100000	WS 87.50
TD18	30000mt Baltic to UK-Cont	30000	WS 169.00
TD10	50000mt Caribs to USAC	50000	Not
VLCC-TCE	VLCC TCE (Uses: TD1 & TD3)	300000	-
Suezmax-TCE	SuezmaxTCE (Uses: TD5& TD6)	160000	-
Aframax-TCE	AframaxTCE (Uses: TD7, TD8, TD9, TD11, TD14&TD17)	105000	-

1 yr | 2 yr | 3 yr

20/05/08 — 19/05/11



1.3.4.6. BALTIC TANKER CLEAN INDEX (BCTI)

Ο Baltic Tanker Clean Index (BCTI), είναι ο δεύτερος δείκτης που εκδίδει το Χρηματιστήριο της Βαλτικής για να αντιπροσωπεύει την αγορά των μεταφορών με δεξαμενόπλοια. Οι διαδρομές που συνθέτουν τον BCTI παρατίθενται στη συνέχεια σε μορφή πίνακα.

Το μεταφερόμενο φορτίο θεωρείται ότι είναι καθαρό (“clean-cargo”). Ο όρος αυτός χρησιμοποιείται για να προσδιορίσουμε προϊόντα του πετρελαίου που είναι πιο “ελαφριά”, όπως η κηροζίνη, η ναφθαλίνη και άλλα. Για την μεταφορά αυτών των φορτίων, είναι υποχρεωτικό οι δεξαμενές των πλοίων να είναι επιστρωμένες. Τέλος ο BCTI εκφράζεται σε μονάδες WS και εκδίδεται σε καθημερινή βάση.

Baltic Exchange Tanker Clean Index

Route No.	Description	Size mt	Assessment
TC1	75000mt Middle East Gulf -Japan	75000	WS 124.38
TC2_37	37000mt Continent to USAC	37000	WS 175.83
TC3_38	38000mt Caribbean - USAC	38000	WS 162.08
TC5	55000mt Middle East to Japan	55000	WS 139.42
TC6	30000mt Algeria/Euromed	30000	WS 209.17
TC9	22000mt CPP/UNL m/distillate Baltic to UK/Cont.	22000	WS 208.21
TC8	65000mt CPP/UNL m/distillate AG to UK-Cont	65000	\$/mt 31.33
TC2	33000mt Continent to USAC	33000	Not
TC3	30000mt Caribbean - USAC	30000	Not
TC4	30000mt Singapore to Japan	30000	Not
TC7	30000 mt CPP Singapore to EC Australia	30000	Not
MR-TCE	MRTCE (Uses: TC2_37, TC3_38 &TC10)	47000	-

1 yr | 2 yr | 3 yr

20/05/08 — 19/05/11



1.3.5. ΣΥΜΜΕΤΕΧΟΝΤΕΣ ΣΤΗΝ ΑΓΟΡΑ ΝΑΥΤΙΛΙΑΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΩΝ

Πέρα από την ανάλυση που πραγματοποιήθηκε στο εδάφιο 1.2.3 η οποία είχε ως κριτήριο τον σκοπό χρήσης των παραγώγων, στο παρόν κεφάλαιο θα γίνει μια σύντομη αναφορά στους συμμετέχοντες της αγοράς. Ο διαχωρισμός θα γίνει σύμφωνα με την ιδιότητα του κάθε συμμετέχοντα στην αγορά δηλαδή σε :

1. Ναυλομεσίτες
2. Χρηματιστήρια
3. Εταιρίες εκκαθάρισης
4. Μονάδες Χρηματοδότησης

Η αναφορά θα γίνει στους πιο σημαντικούς και αντιπροσωπευτικούς “παίκτες” από τις παραπάνω κατηγορίες, όπως επίσης θα παρατεθούν και πίνακες με τα “προϊόντα” τα οποία προσφέρουν.

1.3.5.1. ΝΑΥΛΟΜΕΣΙΤΕΣ

1.3.5.1.1. Clarksons

Η Clarksons είναι μια ναυλομεσιτική εταιρία η οποία ιδρύθηκε το 1852. Έκτοτε, γνώρισαν ταχεία ανάπτυξη και επεκτάθηκαν σε όλο τον κόσμο παρέχοντας πληροφορίες οι οποίες αφορούνε κατά κύριο λόγο τη ναυτιλία. Μέσα από την ευρεία εξάπλωση των γραφείων, συντέλεσαν στην βελτίωση του θαλάσσιου εμπορίου. Όντας μεσίτες, οι Clarksons μεσολαβούν μεταξύ πλοιοκτητών και ναυλωτών για την εδραίωση μιας συμφωνίας, η οποία θα ευνοεί και τους δύο συμμετέχοντες.

Η εταιρία στοχεύει στην περαιτέρω επέκταση της και στην δημιουργία ενός χαρτοφυλακίου, τέτοιο ώστε να υπερέχουν στον κλάδο παροχής υπηρεσιών της ναυτιλίας. Οι Clarksons απαρτίζονται από ειδήμονες όχι μόνο στον ναυλομεσιτικό κλάδο, αλλά και στον τομέα των χρηματοπιστωτικών υπηρεσιών και της έρευνας. Εν κατακλείδι, η εταιρία παρέχει υπηρεσίες που αφορούν τα μεσιτικά, χρηματιστηριακά, την έρευνα και τις υπηρεσίες που σχετίζονται με τη ναυτιλία.

Services offered by Clarksons	Comments
Broking	<ul style="list-style-type: none"> • Containers • Deep sea • Dry cargo • Gas • LNG • Offshore • Petrochemical gas • Sale and purchase • Short sea • Specialized products
Financial	<ul style="list-style-type: none"> • Financial services • Forward freight broking • Fund management • Investment services
Support	<ul style="list-style-type: none"> • Operations • Port and agency services • Technical services
Financial	<ul style="list-style-type: none"> • Research services

1.3.5.1.2. Simpson Spence & Young (SSY)

Η εταιρία Simpson Spence & Young έχει καθιερωθεί ως μια από τις μεγαλύτερες ναυλομεσιτικές εταιρίες παγκοσμίως. Η εταιρία προσφέρει ζωτικής σημασίας και επιβεβαιωμένες πληροφορίες σχετικά με τις κινήσεις των αγορών, με τους επικείμενους κινδύνους, με τις νέες εξελίξεις, με περιστασιακές “ευκαιρίες” που προκύπτουν, με διαχείριση πλοίων και στόλων όπως επίσης και πληροφορίες για επεκτατικές πολιτικές.

Τα παραπάνω επιτυγχάνονται χάρη στο ικανό και έμπειρο προσωπικό, στα τεχνολογικά μέσα και το παγκόσμιο δίκτυο γραφείων της εταιρίας. Οι υπηρεσίες που παρέχει αναφέρονται σε μεταφορές ξηρού φορτίου, δεξαμενόπλοια, υγροποιημένο αέριο, χημικά φορτία, ενίσχυση των χαρτοφυλακίων ναυτιλιακών εταιριών, χρηματοδοτήσεις στη ναυτιλιακή αγορά, παράγωγα συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης κ.α. Η SSY καλύπτει επίσης και υπηρεσίες παροχής συμβουλών και έρευνας. Ειδικότερα, τα συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης απευθύνονται σε FFA’s για δεξαμενόπλοια και πλοία μεταφοράς ξηρού φορτίου.

Freight Futures	Comments
FFAs	<ul style="list-style-type: none"> • Tanker • Dry cargo

1.3.5.1.3. Freight Investors Services (FIS)

Η Freight Investors Services (FIS) ιδρύθηκε το 2002 και από τότε έχει συνεχή επέκταση σε παγκόσμιο επίπεδο, όχι μόνο σε αριθμό των γραφείων αλλά και σε αριθμό των συνεργατών που μετρά ανά τον κόσμο. Οι συνεργάτες της και το προσωπικό είναι έμπειροι και έχουν τη δυνατότητα να χρησιμοποιήσουν και να εκμεταλλευτούν κάθε κίνηση της αγοράς.

Η FIS παρέχει ολοκληρωμένες μεσιτικές υπηρεσίες, εξακριβωμένες πληροφορίες για την αγορά και λειτουργίες συναλλαγών. Η FIS δραστηριοποιείται στις Ηνωμένες Πολιτείες Αμερικής, στην Ελλάδα, στην Ιαπωνία και στην Σιγκαπούρη και εξειδικεύεται στην αγορά παραγωγών όπως και στην “φυσική” αγορά.

Τα προϊόντα που παρέχονται από την FIS είναι : a) Container Swaps, b) FFAs, c) Freight Options, και d) Physical. Τα Container Swaps χρησιμοποιούνται ως κύριο εργαλείο για την αντιστάθμιση των κινήσεων της αγοράς εμπορευματοκιβωτίων. Η FIS προσφέρει Capesize, Panamax, Handymax και Supramax FFA’s.

FIS PRODUCTS	Comments
Container Swaps	OTC cleared by LCH.Clearnet, settled Asian style
FFAs	<ul style="list-style-type: none"> • Capesize • Panamax • Supramax • Handysize
Freight Options	Asian style
Physical	Concerning physical cargo

1.3.5.2. ΜΟΝΑΔΕΣ ΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΗΣΗΣ (FINANCING UNITS)

Οι παράγοντες της αγοράς ολοένα και περισσότερο προσελκύονται από την αγορά των FFA. Μεταξύ αυτών υπάγονται και οι ναυτιλιακές τράπεζες. Για να αντισταθμίσουν τους κινδύνους τους, οι τράπεζες που σχετίζονται με τη ναυτιλία εισήλθαν στην αγορά FFA. Για παράδειγμα, η αρνητική επίπτωση της μείωσης των ναύλων, επηρεάζει τις τιμές των πλοίων, τα οποία είναι υποθηκευμένα έναντι των δανείων των πλοίων και επίσης αποτελούν την κύρια πηγή εσόδων των εφοπλιστών, ως εκ τούτου οι τράπεζες λαμβάνουν τις κατάλληλες θέσεις ώστε να αντισταθμίσουν τις αρνητικές αυτές εξελίξεις.

Προκειμένου να εγκρίνουν ένα δάνειο οι ναυτιλιακές τράπεζες, είναι πιθανό να ζητηθεί η χρήση ενός ναυτιλιακού παραγώγου, ώστε να μειωθεί ο κίνδυνος αθέτησης. Σχεδόν όλες οι επενδυτικές και ναυτιλιακές τράπεζες, πραγματοποιούν συναλλαγές μέσω FFAs. Τα χρησιμοποιούν επίσης και για λόγους κερδοσκοπίας, όπου οι τράπεζες “στοιχηματίζουν” στις κινήσεις τις αγορές.

1.3.5.3. ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΑ

1.3.5.3.1. International Maritime Exchange (IMAREX)

Το IMAREX είναι ένα νορβηγικό οργανωμένο χρηματιστήριο και η έδρα της βρίσκεται στο Όσλο. Απώτερος στόχος του IMAREX είναι να εδραιωθεί ως μια από τις μεγαλύτερες αγορές παραγώγων και εταιριών εκκαθάρισης στον κόσμο. Για την επίτευξη αυτού του στόχου, το IMAREX καταβάλλει σημαντική προσπάθεια ώστε να παραμείνει ανταγωνιστικό στον τομέα των θαλάσσιων μεταφορών και ενέργειας στην αγορά των παραγώγων.

Το IMAREX συνεργάζεται με το Norwegian Futures and Options Clearing House (NOS). Το NOS προσφέρει υπηρεσίες εκκαθάρισης στα συμβόλαια τα οποία εκδίδει το IMAREX. Το 2001, το χρηματιστήριο δημιούργησε μια πλατφόρμα συναλλαγής και εκκαθάρισης ναυτιλιακών παραγώγων αρχικά για δεξαμενόπλοια και στη συνέχεια επεκτάθηκε και στην αγορά εμπορευμάτων ξηρού χύδην. Τα παράγωγα του χρηματιστηρίου έχουν ως υποκείμενα βασικούς δείκτες που εκδίδει κυρίως το Χρηματιστήριο της Βαλτικής.

IMAREX PRODUCTS	Comments
Future Contracts	Dry Bulk <ul style="list-style-type: none"> • Single routes • T/C baskets • Index products Tanker <ul style="list-style-type: none"> • Clean • Dirty Oil products <ul style="list-style-type: none"> • Fuel oil
Option Contracts	Dry Bulk <ul style="list-style-type: none"> • Single routes • T/C baskets • Index products Tanker <ul style="list-style-type: none"> • Clean • Dirty
FFAs	-

1.3.5.3.2. Χρηματιστήριο της Βαλτικής (Baltic Exchange)

Το Χρηματιστήριο της Βαλτικής είναι η μόνη οργάνωση η οποία παρέχει θαλάσσιες πληροφορίες. Οι παρεχόμενες πληροφορίες αναφέρονται στις διαπραγματεύσεις και διακανονισμούς της φυσικής αγοράς και των παραγώγων συμβολαίων. Το Baltic Exchange λειτουργείται από τα ίδια τα μέλη του και η οργάνωση δεν είναι εισαγμένη στο χρηματιστήριο. Επιπλέον, δεν επιτρέπεται σε κερδοσκόπους να συναλλάσσονται στο χρηματιστήριο. Το ίδιο το χρηματιστήριο δημοσιεύει καθημερινά δείκτες φορτίου σε διάφορες διαδρομές. Αν και υπάρχουν αρκετοί δείκτες, ο Baltic Dry Index θεωρείται ότι αντιπροσωπεύει αντικειμενικότερα την αγορά. Οι υπόλοιποι δείκτες είναι οι : Baltic Panamax Index (BPI), Baltic

Capesize Index (BCI), Baltic Supramax Index (BSI), Baltic Handysize Index (BHSI), Baltic Dirty Tanker Index (BDTI) και ο Baltic Clean Tanker Index (BCTI).

1.3.5.3.3. New York Mercantile Exchange (NYMEX)

Το New York Mercantile Exchange ή αλλιώς NYMEX είναι το μεγαλύτερο χρηματιστήριο προϊόντων και παραγώγων συμβολαίων. Αποτελείται από δύο ορόφους συναλλαγών. Στον πρώτο όροφο είναι το NYMEX και συναλλάσσονται υδρογονάνθρακες, ηλεκτρική ενέργεια, πλατίνα και παλλάδιο, ενώ στον δεύτερο όροφο βρίσκεται το COMEX και διαπραγματεύονται ο χρυσός, το ασήμι και το αλουμίνιο.

Το ίδιο το χρηματιστήριο λειτουργεί και ως clearing house, συνεπώς ο κίνδυνος αθέτησης δεν υφίσταται. Το τμήμα που έχει αναλάβει την λειτουργία της εκκαθάρισης ονομάζεται CME ClearPort. Επιπλέον, τα παράγωγα συμβόλαια του NYMEX έχουν ως υποκείμενο αγαθό τους δείκτες φορτίων που δημοσιεύονται από το Baltic Exchange. Το NYMEX πραγματοποιεί συναλλαγές μόνο με συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης και δικαιωμάτων.

Contracts on CME ClearPort	Comments
Futures	<ul style="list-style-type: none">• Routes or Time chartering• Wet or Dry cargo
Forwards	<ul style="list-style-type: none">• Routes or Time chartering• Wet or Dry cargo

1.3.5.3.4. Singapore Exchange (SGX)

Το Singapore Exchange (SGX) δημιουργήθηκε το 1999 και ήταν το πρώτο χρηματιστήριο στην περιοχή της Ασίας από τη μεριά του Ειρηνικού. Το SGX είναι μια εταιρία επενδύσεων, η οποία παρέχει υπηρεσίες διαπραγμάτευσης securities και derivatives. Είναι ένα από τα μεγαλύτερα χρηματιστήρια στην περιοχή Ασίας-Ειρηνικού, με τεράστια κεφάλαια αγοράς, τα οποία επί το πλείστον ανήκουν σε ξένες εταιρίες.

Το SGX συνεργάζεται με το Χρηματιστήριο της Βαλτικής, προκειμένου να διευθετήσει την εκκαθάριση των FFAs για ξηρό και υγρό φορτίο. Με αυτή τη

συνεργασία, το SGX υποβοηθείται στην ανάπτυξη του μηχανισμού εκκαθάρισης στο OTC FFAs για να ανταποκριθούν στις ανάγκες του κοινού συμμετοχής.

Η διαδικασία εκκαθάρισης διενεργείται από το SGX AsiaClear, όπου είναι και η μοναδική πλατφόρμα εκκαθάρισης της περιοχής. Προσφέρει υπηρεσίες εκκαθάρισης για συμβόλαια ναυτιλιακά, ενεργειακά και χρηματιστηριακά. Περιληπτικά, τα προϊόντα εκκαθάρισης αναφέρονται στον παρακάτω πίνακα, ενώ αναλυτικότερα επισυνάπτονται στο παράρτημα του κεφαλαίου.

SGX OTC CONTRACTS FOR CLEARING	COMMENTS
FFAs	Wet & Dry Bulk Time charter or voyage
Other Derivatives	<ul style="list-style-type: none">• Oil• Petrochemical• Bulk commodity
Container Derivatives	First Contract cleared in August 2010

1.3.5.4. ΕΤΑΙΡΙΕΣ ΕΚΚΑΘΑΡΙΣΗΣ

1.3.5.4.1. Norwegian Futures and Options Clearing House (NOS)

Το NOS ιδρύθηκε το 1987 και προσφέρει υπηρεσίες εκκαθάρισης για εμπορεύματα και την αγορά μεταφορών. Κατά την τελευταία δεκαετία, κατάφερε να εδραιώσει την εκκαθάριση ναυτιλιακών παραγώγων. Από το 2007 προσφέρει επίσης τις υπηρεσίες του στην αγορά θαλασσινών προϊόντων και στην συνδυασμένη αγορά ενέργειας της Γερμανίας και Νορβηγίας. Το 2008 το NOS βοήθησε τους συμμετέχοντες του, στην δύσκολη αυτή χρονιά, διακανονίζοντας τις συναλλαγές τους με το μικρότερο περιθώριο ασφαλείας (margin).

Τα δυο τελευταία χρόνια το NOS επεκτάθηκε προσφέροντας υπηρεσίες και σε περαιτέρω αγορές, όπως είναι η Swedish El-certificate και επιπλέον ανέπτυξε καινοτόμους τύπους χρηματιστηριακών παραγώγων.

Products on freight and oil products market	Comments
Future Contracts	Dry Bulk <ul style="list-style-type: none"> • Single routes • T/C baskets • Index products Tanker <ul style="list-style-type: none"> • Clean • Dirty Oil products <ul style="list-style-type: none"> • Fuel oil
Option Contracts	Dry Bulk <ul style="list-style-type: none"> • Single routes • T/C baskets • Index products Tanker <ul style="list-style-type: none"> • Clean • Dirty

1.3.5.4.2. LCH.Clearnet

Το LCH.Clearnet είναι ένας οίκος εκκαθάρισης, ο οποίος παρέχει εκκαθάριση προς διεθνή χρηματιστήρια και σε εξωχρηματιστηριακές αγορές. Προσφέρει υπηρεσίες εκκαθάρισης σε παράγωγα, εμπορεύματα, ενέργεια, επιτόκια κ.α. Ο πιστωτικός κίνδυνος που συνυπάρχει μεταξύ των αντισυμβαλλόμενων εξαγνίζεται, καθώς ο οίκος παρεμβάλλεται. Όπως σε όλες τις εκκαθαριστικές εταιρίες, έτσι και στην LCH.Clearnet τα μέλη είναι υποχρεωμένα να καταβάλουν το margin. Ουσιαστικά, το περιθώριο ασφαλείας είναι ένα νομοσχέδιο όπου όλα τα μέλη συμβάλλουν ώστε να απαλειφθεί ο κίνδυνος αθέτησης.

Ο οίκος δραστηριοποιείται για περισσότερα από 25 χρόνια, ως εκ τούτου έχει απόκτηση πολύτιμη εμπειρία και αξιοπιστία.

LCH.Clearnet contracts for clearing	Comments
FFA Swaps	Dry & Tanker Timecharter or Voyage/Trip
FFA Options	Dry Timecharter basket routes

Παράρτημα 1^ο Κεφαλαίου

Στο παρόν παράρτημα επισυνάπτονται τα προϊόντα που προσφέρουν τα διάφορα χρηματιστήρια, μεσιτικά γραφεία και εκκαθαριστικοί οίκοι που αναφέρθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο.

Singapore Exchange

SGX OTC CONTRACTS FOR CLEARING	Routes
FFAs	<ul style="list-style-type: none">• Wet<ul style="list-style-type: none">○ TD3 Tanker Dirty Route 3, Middle East Gulf to Japan (Ras Tanura Chiba), 260,000 MT○ TC4 Tanker Clean Route 4, Singapore to Japan (Singapore Chiba), 30,000 MT○ TC5 Tanker Clean Route 5, Middle East Gulf to Japan (Ras Tanura Yokahama), 55,000MT• Dry Bulk<ul style="list-style-type: none">○ C3 Capesize Route 3 Tubarao - Beilun/Baoshan, 150,000 MT○ C4 Capesize Route 4 Richards Bay-Rotterdam, 150,000 MT○ C5 Capesize Route 5 W Australia Beilun/Baoshan, 150,000 MT○ C7 Capesize Route 7 Bolivar - Rotterdam, 150,000 MT○ P2A Panamax Route 2A, Skaw/Gibraltar Far East, re-delivery Taiwan/Japan range, 60/65 days○ P3A Panamax Route 3A, Trans Pacific round either

	<p>Australia or Pacific, delivery and re-delivery Japan/South Korea range, 35/50 days</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ CTC Capesize Time Charter Basket ○ PTC Panamax Time Charter Basket ○ STC Supramax Time Charter Basket ○ HTC Handysize Time Charter Basket ○ Half-Day CTC Capesize Time Charter Basket ○ Half-Day PTC Panamax Time Charter Basket ○ Half-Day STC Supramax Time Charter Basket ○ Half-Day HTC Handysize Time Charter Basket
<p>Other Derivatives</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Oil <ul style="list-style-type: none"> ○ Dubai Crude Oil ○ Brent-Dubai Crude Oil Swaps Spread ○ Gasoil Swap FOB Singapore ○ Kerosene Swap FOB Singapore ○ Naphtha Swap FOB Singapore ○ Fuel Oil 180 cst Swap ○ Fuel Oil 380 cst Swap ○ Balance-of-Month Fuel Oil 180 cst Swap ○ Balance-of-Month Fuel Oil 380 cst Swap ○ Balance-of-Month Gasoil Swap FOB Singapore ○ Balance-of-Month Dubai Crude Oil Swap ○ Balance-of-Month Kerosene Swap ○ Mini Fuel Oil 180 cst Swap ○ Mini Fuel Oil 380 cst Swap ○ Visco Spread ○ Regrade Spread

	<ul style="list-style-type: none"> • Petrochemical <ul style="list-style-type: none"> ○ Benzene Swap FOB Korea • Bulk commodity <ul style="list-style-type: none"> ○ Iron Ore CFR China (62% Fe Fines) Swap
Container Derivatives	<ul style="list-style-type: none"> ○ Shanghai-Europe Container Swap ○ Shanghai-Mediterranean Container Swap ○ Shanghai-US West Coast Container Swap ○ Shanghai-US East Coast Container Swap

NYMEX

Contracts on CME ClearPort	Comments
Futures	<ul style="list-style-type: none"> • Route TD3, Arabian Gulf to Japan, 250,000 tons • Route TD5, West Africa to the U.S. Atlantic Coast, 130,000 tons • Route TD7, North Sea to European Continent, 80,000 tons • Route TC2, Rotterdam to the U.S. Atlantic Coast, 37,000 tons • Route TD9, Caribbean/U.S. Gulf, 70,000 tons • Route TD10, Caribbean/U.S. Gulf, 50,000 tons
Forwards	<ul style="list-style-type: none"> • TD3, Middle East – Japan, 260,000 tons • TD5, West Africa – US East Coast, 130,000 tons • TD7, North Sea – European Continent, 80,000 tons • TD9, Caribbean / US Gulf, 70,000 tons • TD10D, Caribbean – US East Coast, 50,000 tons • TC2, Continental Europe – US

	<p>East Coast, 37,000 tons</p> <ul style="list-style-type: none"> • TC4, Singapore – Japan, 40,000tons • TC6, Algeria – European Mediterranean Coast, 30,000 tons • TC1, Middle East – Japan, 75,000 tons
--	--

NOS

Products on freight and oil products market	Routes
<p>Future Contracts</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Tankers <ul style="list-style-type: none"> ○ TD 7, Aframax, North Sea - Continent, 80,000 mt ○ TD 9, Aframax, Caribs – USG, 70,000 mt ○ TD 5, Suezmax, West Africa - USAC, 130,000 mt ○ TD 3, VLCC, AG – East, 260,000 mt ○ TD8, Aframax, Kuwait – Singapore, 80,000 mt ○ TD17, Aframax, Baltic Sea – Continent, 100,000 mt ○ TD11, Aframax, Cross – Med, 80,000mt ○ TD16, MR, Black Sea – Mediterranean, 30,000mt ○ TC 4, MR, Singapore - Japan, 30,000 mt ○ TC 2, MR, Continent – USAC, 37,000 mt ○ TC 5, LR 1, AG – Japan, 55,000 mt ○ TC 6, MR, Algeria – Euromed, 30,000 mt ○ TC11, South Korea – Singapore, 40,000 mt

	<ul style="list-style-type: none"> ○ TD18, MR, Baltic Sea – Continent, 30,000mt ○ TC2USD, MR Continent-USAC, 37,000mt ○ TD3USD, VLCC AG-East, 260,000mt ○ TD3_TCE, VLCC AG-East, 260,000mt ● Dry Bulk <ul style="list-style-type: none"> ○ C4, Capesize, Richards Bay Rotterdam, 150,000 mt ○ C7, Capesize, Bolivar Rotterdam, 150,000 mt ○ C4 AVG: Capesize, Richards Bay Rotterdam, 150,000 mt ○ C7 AVG: Capesize, Bolivar Rotterdam, 150,000 mt ○ P2A, Panamax, T/C Skaw Gibraltar Far East ○ P3A, Panamax, T/C S.Korea Japan Pacific R/V ○ S7, Supramax, East Coast India China ○ P1A, Panamax, T/C, Transatlantic RV ○ CS 4 TC, Capesize, T/C Average ○ PM 4 TC, Panamax, T/C Average ○ HS 6 TC, Handysize, T/C Average ○ SM 6 TC, Supramax, T/C Average ● Oil Products <ul style="list-style-type: none"> ○ RDM35FO, Fuel Oil 3.5% FOB Barges Rotterdam ○ NWE10FO, Fuel Oil 1% FOB Cargoes NEW ○ SPO180FO, Fuel Oil 180 CST FOB Cargoes Singapore ○ SPO380FO, Fuel Oil 380 CST FOB Cargoes Singapore ○ USG30FO, Fuel Oil US
--	--

	<p>Gulf Coast No.6 3.0% Sulphur FOB</p>
<p>Option Contracts</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Tankers <ul style="list-style-type: none"> ○ TD 7, Aframax, North Sea - Continent, 80,000 mt ○ TD 9, Aframax, Caribs – USG, 70,000 mt ○ TD 5, Suezmax, West Africa - USAC, 130,000 mt ○ TD 3, VLCC, AG – East, 260,000 mt ○ TD8, Aframax, Kuwait – Singapore, 80,000 mt ○ TD17, Aframax, Baltic Sea – Continent, 100,000 mt ○ TD11, Aframax, Cross – Med, 80,000mt ○ TD16, MR, Black Sea – Mediterranean, 30,000mt ○ TC 4, MR, Singapore - Japan, 30,000 mt ○ TC 2, MR, Continent – USAC, 37,000 mt ○ TC 5, LR 1, AG – Japan, 55,000 mt ○ TC 6, MR, Algeria – Euromed, 30,000 mt ○ TC11, South Korea – Singapore, 40,000 mt ○ TD18, MR, Baltic Sea – Continent, 30,000mt ○ TC2USD, MR Continent-USAC, 37,000mt

	<ul style="list-style-type: none"> ○ TD3USD, VLCC AG-East, 260,000mt ○ TD3_TCE, VLCC AG-East, 260,000mt ● Dry Bulk <ul style="list-style-type: none"> ○ C4, Capesize, Richards Bay Rotterdam, 150,000 mt ○ C7, Capesize, Bolivar Rotterdam, 150,000 mt ○ C4 AVG: Capesize, Richards Bay Rotterdam, 150,000 mt ○ C7 AVG: Capesize, Bolivar Rotterdam, 150,000 mt ○ P2A, Panamax, T/C Skaw Gibraltar Far East ○ P3A, Panamax, T/C S.Korea Japan Pacific R/V ○ S7, Supramax, East Coast India China ○ P1A, Panamax, T/C, Transatlantic RV ○ CS 4 TC, Capesize, T/C Average ○ PM 4 TC, Panamax, T/C Average ○ HS 6 TC, Handysize, T/C Average ○ SM 6 TC, Supramax, T/C Average
--	---

LCH.Clearnet

LCH.Clearnet contracts for clearing	Routes
FFA Swaps	<ul style="list-style-type: none"> ● Dry Cargo <ul style="list-style-type: none"> ○ C4, C4E (Capesize Richards Bay – Rotterdam) ○ C7, C7E (Capesize Bolivar – Rotterdam)

	<ul style="list-style-type: none"> ○ C3E (Tubarao – Qingdao) ○ C5E (W Australia – Qingdao)P1A, P1E (Panamax Transatlantic RV) ○ P2A (Panamax Cont Trip Far East) ○ P3A (Panamax trans Pacific round voyage) ○ S7 (East coast India - China) ● Tanker <ul style="list-style-type: none"> ○ TD3 (260,000 mt ME Gulf – Japan) ○ TD5 (130,000 mt W Africa – USAC) ○ TD7 (80,000 mt North Sea – Cont) ○ TD11 (80,000 mt Cross Med) ○ TC2 (37,000 mt Continent – USAC) ○ TC4 (30,000 mt Singapore – Japan) ○ TC5 (55,000 mt ME – Japan) ○ TC6 (30,000 mt Algeria/Euromed) ○ TC2 (DC2) (37,000 mt Continent – USAC) ○ TD3 (DD3) (260,000 mt ME Gulf – Japan)
FFA Options	● Timechartering

IMAREX

IMAREX PRODUCTS	Routes
Future Contracts	<ul style="list-style-type: none"> ● Tankers <ul style="list-style-type: none"> ○ TD 7, Aframax, North Sea

	<ul style="list-style-type: none"> - Continent, 80,000 mt ○ TD 9, Aframax, Caribs – USG, 70,000 mt ○ TD 5, Suezmax, West Africa - USAC, 130,000 mt TD 3, VLCC, AG – East, 260,000 mt ○ TD8, Aframax, Kuwait – Singapore, 80,000 mt TD17, Aframax, Baltic Sea – Continent, 100,000 mt ○ TD11, Aframax, Cross – Med, 80,000mt ○ TD16, MR, Black Sea – Mediterranean, 30,000mt ○ TC 4, MR, Singapore - Japan, 30,000 mt ○ TC 2, MR, Continent – USAC, 37,000 mt ○ TC 5, LR 1, AG – Japan, 55,000 mt ○ TC 6, MR, Algeria – Euromed, 30,000 mt ○ TC11, South Korea – Singapore, 40,000 mt ○ TD18, MR, Baltic Sea – Continent, 30,000mt ○ TC2USD, MR Continent-USAC, 37,000mt ○ TD3USD, VLCC AG-East, 260,000mt ○ TD3_TCE, VLCC AG-East, 260,000mt ● Dry Bulk <ul style="list-style-type: none"> ○ C4, Capesize, Richards Bay Rotterdam, 150,000 mt ○ C7, Capesize, Bolivar Rotterdam, 150,000 mt ○ C4 AVG: Capesize, Richards Bay Rotterdam, 150,000 mt ○ C7 AVG: Capesize, Bolivar Rotterdam, 150,000 mt ○ P2A, Panamax, T/C Skaw Gibraltar Far East ○ P3A, Panamax, T/C S.Korea Japan Pacific R/V ○ S7, Supramax, East Coast India China ○ P1A, Panamax, T/C,
--	--

	<p>Transatlantic RV</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ CS 4 TC, Capesize, T/C Average ○ PM 4 TC, Panamax, T/C Average ○ HS 6 TC, Handysize, T/C Average ○ SM 6 TC, Supramax, T/C Average <ul style="list-style-type: none"> ● Oil Products <ul style="list-style-type: none"> ○ RDM35FO, Fuel Oil 3.5% FOB Barges Rotterdam ○ NWE10FO, Fuel Oil 1% FOB Cargoes NEW ○ SPO180FO, Fuel Oil 180 CST FOB Cargoes Singapore ○ SPO380FO, Fuel Oil 380 CST FOB Cargoes Singapore ○ USG30FO, Fuel Oil US Gulf Coast No.6 3.0% Sulphur FOB
<p>Option Contracts</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Tankers <ul style="list-style-type: none"> ○ TD 7, Aframax, North Sea - Continent, 80,000 mt ○ TD 9, Aframax, Caribs – USG, 70,000 mt ○ TD 5, Suezmax, West Africa - USAC, 130,000 mt ○ TD 3, VLCC, AG – East, 260,000 mt ○ TD8, Aframax, Kuwait – Singapore, 80,000 mt ○ TD17, Aframax, Baltic Sea – Continent, 100,000 mt ○ TD11, Aframax, Cross – Med, 80,000mt ○ TD16, MR, Black Sea – Mediterranean, 30,000mt ○ TC 4, MR, Singapore - Japan, 30,000 mt ○ TC 2, MR, Continent – USAC, 37,000 mt ○ TC 5, LR 1, AG – Japan, 55,000 mt ○ TC 6, MR, Algeria – Euromed, 30,000 mt ○ TC11, South Korea – Singapore, 40,000 mt

	<ul style="list-style-type: none"> ○ TD18, MR, Baltic Sea – Continent, 30,000mt ○ TC2USD, MR Continent-USAC, 37,000mt ○ TD3USD, VLCC AG-East, 260,000mt ○ TD3_TCE, VLCC AG-East, 260,000mt • Dry Bulk <ul style="list-style-type: none"> ○ C4, Capesize, Richards Bay Rotterdam, 150,000 mt ○ C7, Capesize, Bolivar Rotterdam, 150,000 mt ○ C4 AVG: Capesize, Richards Bay Rotterdam, 150,000 mt ○ C7 AVG: Capesize, Bolivar Rotterdam, 150,000 mt ○ P2A, Panamax, T/C Skaw Gibraltar Far East ○ P3A, Panamax, T/C S.Korea Japan Pacific R/V ○ S7, Supramax, East Coast India China ○ P1A, Panamax, T/C, Transatlantic RV ○ CS 4 TC, Capesize, T/C Average ○ PM 4 TC, Panamax, T/C Average ○ HS 6 TC, Handysize, T/C Average ○ SM 6 TC, Supramax, T/C Average
FFAs	-

FIS

FIS PRODUCTS	Routes
Container Swaps	<ul style="list-style-type: none"> • Far-East-US west coast (Contract Code: CEW) • Far-East -US east coast (Contract Code: CEE) • Far-East-Mediterranean (Contract Code: CNM) • Far-East -North Western

	Europe (Contract Code: CNW)
FFAs	<ul style="list-style-type: none"> • Richards Bay – Rotterdam • Bolivar - Rotterdam • Pacific round • Continent – Far East • US Gulf – Japan • Time charter
Freight Options	-
Physical	-

Κεφάλαιο 2^ο : Στοχαστικές Διαφορικές Εξισώσεις

2.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

2.1.1. ΣΚΟΠΟΣ – ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΑ

Η Στοχαστική Διαφορική Εξίσωση (Σ.Δ.Ε.) είναι μια εξίσωση στην οποία ένας ή περισσότεροι όροι είναι μια στοχαστική διαδικασία, με αποτέλεσμα η ίδια η λύση να είναι μια στοχαστική διαδικασία. Στην θεωρία πιθανοτήτων, με τον όρο στοχαστική διαδικασία, εννοούμε μία τυχαία διαδικασία ή αλλιώς ένα ντετερμινιστικό σύστημα. Η στοχαστική διαδικασία, δεν ασχολείται μόνο με μια εξέλιξη στο πλαίσιο του χρόνου(όπως συμβαίνει στις λύσεις συνηθισμένων διαφορικών εξισώσεων), αλλά ασχολείται με την αοριστία στην μελλοντική εξέλιξη (πάροδο του χρόνου), συνεπώς η στοχαστική διαδικασία περιγράφεται από μία κατανομή πιθανοτήτων. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι αν και η αρχική κατάσταση είναι γνωστή, υπάρχουν πολλές πιθανές εκβάσεις. Άλλες “διαδρομές” μπορεί να είναι περισσότερο πιθανές και άλλες λιγότερο.

Οι στοχαστικές διαφορικές εξισώσεις(Σ.Δ.Ε για συντομία) χρησιμοποιούνται για διάφορα μοντέλα, όπως η διακύμανση των τιμών των μετοχών ή η για την εκτίμηση των τιμών των παράγωγων συμβολαίων στην παρούσα περίπτωση. Συνήθως στις Σ.Δ.Ε. ενσωματώνεται και ο λευκός θόρυβος που θεωρείται να είναι η παράγωγος της κίνησης Brown.

Η χρήση των Σ.Δ.Ε. στην θεωρία πιθανοτήτων και στα μαθηματικά του κλάδου των οικονομικών είναι πλέον διαδεδομένη. Ο συμβολισμός και ο ορισμός τους καθιστούν πιο σαφή την έννοια του χρόνου. Μία τυπική εξίσωση είναι της μορφής :

$$dX(t) = \mu(X_t, t) + \sigma(X_t, t)dB_t$$

Όπου

- B : περιγράφει μια διαδικασία Wiener (κίνηση Brown, θα αναλυθεί στη συνέχεια).
- Ο όρος που περιλαμβάνει το σύμβολο μ ονομάζεται ντετερμινιστικός.
- Ο όρος που περιλαμβάνει το σύμβολο σ ονομάζεται στοχαστικός.

Αυτή η εξίσωση θα έπρεπε να ερμηνεύεται ως ένας ανεπίσημος τρόπος έκφρασης της ολοκληρωματικής εξίσωσης :

$$X_{t+s} - X_t = \int_t^{t+s} \mu(X_u, u) du + \int_t^{t+s} \sigma(X_u, u) dB_u$$

Για την καλύτερη κατανόηση της χρήσης των Στοχαστικών Διαφορικών Εξισώσεων, παρατίθεται ένα αντιπροσωπευτικό παράδειγμα.

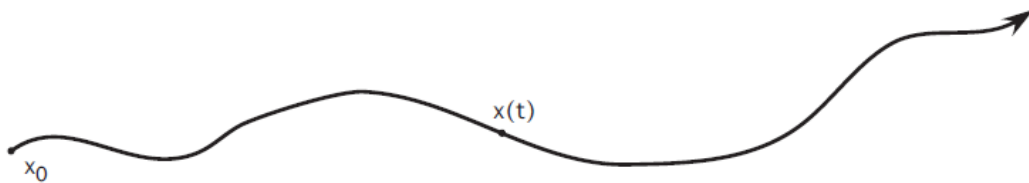
Παράδειγμα :

Έστω αρχικό σημείο $x_0 \in \mathbb{R}^n$, θεωρούμε την συνήθη διαφορική εξίσωση :

$$\begin{aligned} \square \\ x(t) &= b(x(t)) & (t > 0) \\ x(0) &= x_0 \end{aligned}$$

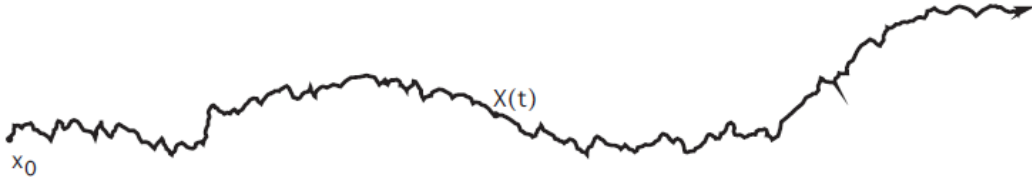
Όπου το $b : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ είναι ένα ομαλό διάνυσμα, και η λύση του είναι η τροχιά $x(\cdot) : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^n$.

Τροχιά της συνήθους διαφορικής εξίσωσης



Ωστόσο, σε πολλές εφαρμογές έχουν παρασταθεί μετά από πειραματικά αποτελέσματα οι τροχιές που μοντελοποιούνται από τις συνήθεις διαφορικές εξισώσεις και η μορφή τους διαφέρει από την προβλεπόμενη.

Τροχιά μετά από πειραματικά αποτελέσματα



Συνεπώς, θα πρέπει να βρεθεί ένα πιο αντιπροσωπευτικό και αξιόπιστο μοντέλο διαφορικών εξισώσεων, το οποίο θα έχει τη δυνατότητα να περιλαμβάνει στη λύση του την έννοια της πιθανότητας τυχαίων γεγονότων. Ένας συμβατικός τρόπος για να επιτευχθεί αυτό είναι :

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= b(X(t)) + B(X(t))\xi(t) \quad (t > 0) \\ X(0) &= x_0 \end{aligned}$$

Όπου :

- $B : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{M}^{n \times m}$
- $\xi(\cdot) := \mu$ -διάστατος “λευκός θόρυβος”

Η παραπάνω προσέγγιση μας παρουσιάζει τα εξής μαθηματικά προβλήματα :

- Ορισμός “λευκού θορύβου” $\xi(\cdot)$ με ακριβή τρόπο.
- Ορισμός της λύσης ως προς το $X(\cdot)$.
- Απόδειξη ότι η ανωτέρω διαφορική έχει λύση, μοναδικότητα της λύσης, ασυμπτωτική συμπεριφορά, εξάρτηση από άλλους παράγοντες.

2.1.2. ΘΕΩΡΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ

Τα αποτελέσματα ενός πειράματος ή ενός μέρους μιας διαδικασίας, είναι αβέβαια και εξαρτώνται από την “τύχη”. Η συλλογή όλων των στοιχειωδών ή ατομικών

αποτελεσμάτων καλείται χώρος δειγμάτων (sample space), και συμβολίζεται με το γράμμα Ω .

Στην περίπτωση όπου το πείραμα είναι το ρίξιμο των ζαριών, έχουμε ότι :

$$\Omega = \{(i, j) \mid 1 \leq i, j \leq 6\}$$

Όταν έχουμε πείραμα με κυμαινόμενα αποτελέσματα, τότε το Ω είναι το σύνολο των πραγματικών συναρτήσεων $\Omega=(0,\infty)$. Εάν, ένα γεγονός A είναι υποσύνολο του συνόλου Ω τότε αυτό γράφεται $A \subset \Omega$. Στο παράδειγμα με τα ζάρια θα μπορούσαμε να διαλέξουμε $A = \{(i,j) \mid i + j = 4\}$. Βέβαια δεν είναι κάθε υποσύνολο σημαντικό.

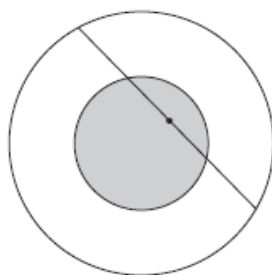
2.1.2.1. ΧΩΡΟΙ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ

Το παράδοξο του Bertrand.

Θεωρούμε ένα κύκλο με ακτίνα δύο εκατοστών στο επίπεδο, επίσης επιλέγουμε μία τυχαία χορδή από τον κύκλο. Ποια είναι η πιθανότητα της χορδής να τέμνει έναν άλλο ομόκεντρο κύκλο διαμέτρου ενός εκατοστού ;

Λύση 1^η :

Οποιαδήποτε χορδή (η οποία δεν διέρχεται από το κέντρο των κύκλων) χαρακτηρίζεται μοναδικά από το μέσο σημείο της.

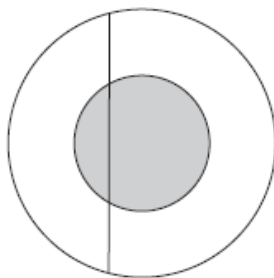


$$\text{Πιθανότητα τομής εσωτερικού κύκλου} = \frac{\text{Εμβαδόν εσωτερικού κύκλου}}{\text{Εμβαδόν εξωτερικού κύκλου}} = \frac{1}{4}$$

Λύση 2^η :

Με βάση τη συμμετρία ως προς περιστροφή, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η χορδή είναι κάθετη. Η διάμετρος του εξωτερικού κύκλου είναι τεσσάρα εκατοστά, ενώ του

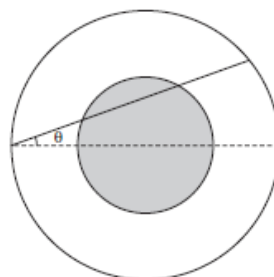
εσωτερικού δίο. Για να τέμνει η χορδή τον εσωτερικό κύκλο εάν εμπίπτει εντός της διαμέτρου των 2-εκατοστών.



$$\text{Πιθανότητα τομής εσωτερικού κύκλου} = \frac{2 \text{ εκατοστά διάμετρος}}{4 \text{ εκατοστά διάμετρος}} = \frac{1}{2}$$

Λύση 3^η :

Βάση της συμμετρίας, μπορούμε να υποθέσουμε ότι το ένα άκρο της χορδής είναι το σημείο αριστερά του εξωτερικού κύκλου. Η γωνία θ που σχηματίζεται μεταξύ της χορδής και του οριζόντιου άξονα είναι $\pm\pi/2$ και η χορδή τέμνει τον εσωτερικό κύκλο εάν η γωνία θ είναι $\pm\pi/6$.



$$\text{Πιθανότητα τομής εσωτερικού κύκλου} = \frac{\frac{2\pi}{6}}{\frac{2\pi}{2}} = \frac{1}{3}$$

Το κεφάλαιο ξεκίνησε με μερικά παραδείγματα, ώστε να κατανοήσουμε τη σημαντικότητα του ορισμού της έννοιας “τυχαίο”. Ο σωστός τρόπος για να επιτευχθεί ο ορισμός του τυχαίου, είναι αρχικά ο ακριβής ορισμός της μαθηματικής δομής του χώρου πιθανοτήτων.

Θα ορίσουμε ως χώρο πιθανότητας Ω , ένα μη κενό χώρο. Του οποίου τα υποσύνολα θα τα αποκαλούμε “γεγονότα”.

ΟΡΙΣΜΟΣ :

Μια σ -άλγεβρα είναι το σύνολο των U , τα οποία είναι υποσύνολα του Ω με τις παρακάτω ιδιότητες :

- $\emptyset, \Omega \in U$
- Εάν $A \in U$, τότε $A^C \in U$
- Εάν $A_1, A_2, \dots \in U$, τότε ,

$$\bigcup_{k=1}^{\infty} A_k, \bigcap_{k=1}^{\infty} A_k \in U$$

Όπου $A^C := \Omega - A$, ο A^C είναι ο συμπληρωματικός τους A .

ΟΡΙΣΜΟΣ :

Μια τριπλέτα (Ω, U, P) ονομάζεται χώρος πιθανοτήτων αρκεί το Ω να είναι οποιοδήποτε σύνολο, το U να είναι σ -άλγεβρα υποσυνόλων του Ω και το P να είναι ένα μέτρο πιθανότητας του Ω .

Έστω U είναι μία σ -άλγεβρα υποσυνόλων του Ω . Ονομάζουμε $P : U \rightarrow [0, 1]$ μέτρο πιθανότητας όταν :

- $P(\emptyset) = 0, P(\Omega) = 1$
- Εάν $A_1, A_2, \dots \in U$, τότε ,

$$P\left(\bigcup_{k=1}^{\infty} A_k\right) \leq \sum_{k=1}^{\infty} P(A_k)$$

- Εάν τα A_1, A_2, \dots είναι ασυνεχή σύνολα στο U , τότε,

$$P\left(\bigcup_{k=1}^{\infty} A_k\right) = \sum_{k=1}^{\infty} P(A_k)$$

Επομένως, αν $A, B \in U$, τότε

$$A \subseteq B \text{ και } P(A) \leq P(B)$$

ΟΝΟΜΑΤΟΛΟΓΙΑ :

- I. Ένα σύνολο $A \in \mathcal{U}$ καλείται *γεγονός*, τότε τα $\omega \in \Omega$ είναι δείγματα σημείων (sample points).
- II. $P(A)$ είναι η πιθανότητα του γεγονότος A .
- III. Μια έκβαση είναι αληθής, εκτός εάν έχει μηδενική πιθανότητα να συμβεί το γεγονός. Τότε η έκβαση χαρακτηρίζεται *σχεδόν σίγουρη*.

Παράδειγμα :

Υποθέτουμε ότι αντί να ορίσουμε ένα σταθερό σημείο $z \in \mathbb{R}^n$, ορίζουμε :

$$P(B) := \begin{cases} 1 & \text{if } z \in B \\ 0 & \text{if } z \notin B \end{cases}$$

Για τα σύνολα $B \in \mathcal{B}$. Στη συνέχεια $(\mathbb{R}^n, \mathcal{B}, P)$ είναι ένας χώρος πιθανοτήτων. Ονομάζουμε το P ως τη συγκεντρωμένη μάζα Dirac στο σημείο Z και $P = \delta_Z$.

Ο χώρος πιθανοτήτων είναι το κατάλληλο υπόβαθρο για τη μαθηματική θεωρία πιθανοτήτων. Αυτό σημαίνει ότι αρχικά πρέπει να επιλέξουμε το κατάλληλο (Ω, \mathcal{U}, P) όταν προσπαθούμε να επιλύσουμε ένα πρόβλημα. Γενικά υπάρχουν τρεις πιθανές λύσεις οι οποίες έχουν τρεις διαφορετικές ερμηνείες της έννοιας “τυχαίο” (όπως είδαμε και παραπάνω στο παράδοξο του Bertrand, δηλαδή σε διακριτά μοντέλα του (Ω, \mathcal{U}, P)).

Παράδειγμα:

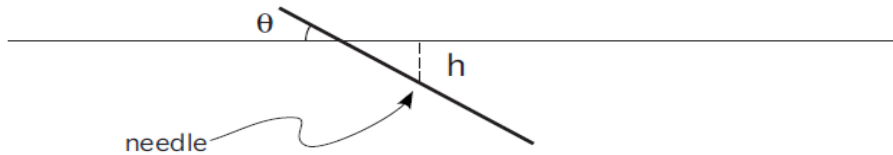
Το πρόβλημα της βελόνας του Buffon.

Το επίπεδο διέπεται από παράλληλες γραμμές δύο ίντσών. Στη συνέχεια μια βελόνα μήκους μίας ίντσας αφήνεται να πέσει τυχαία πάνω στο επίπεδο. Ποια είναι η πιθανότητα η βελόνα να τέμνει την μία από τις δύο παράλληλες γραμμές;

Το πρώτο θέμα που εξετάζουμε είναι ποιος είναι ο κατάλληλος χώρος πιθανοτήτων (Ω, \mathcal{U}, P) .

Έστω :

$$\left\{ \begin{array}{l} h = \text{απόσταση από το κέντρο της βελόνας έως την κοντινότερη γραμμή} \\ \theta = \text{γωνία} \left(\leq \frac{\pi}{2} \right) \text{ που σχηματίζει η βελόνα με τον οριζόντιο άξονα} \end{array} \right.$$



Τα παραπάνω καθορίζουν πλήρως την θέση της βελόνας. Οπότε στη συνέχεια έχουμε :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Omega = \underbrace{\left[0, \frac{\pi}{2}\right)}_{\text{τιμές του } \theta} \times \underbrace{[0,1]}_{\text{τιμές του } h}, U = \text{υποσύνολα Borel του } \Omega \\ P(B) = \frac{2 \times \text{εμβαδόν του } B}{\pi}, \text{ για κάθε } B \in U \end{array} \right.$$

Ορίζουμε ότι το A σημαίνει ότι η βελόνα τέμνει μία από τις οριζόντιες γραμμές.

Τώρα πρέπει να δούμε εάν θα συμβεί υπό την προϋπόθεση ότι $\frac{h}{\sin \theta} \leq \frac{1}{2}$. Συνεπώς,

$$A = \left\{ (\theta, h) \in \Omega \mid h \leq \frac{\sin \theta}{2} \right\}$$

$$P(A) = \frac{2(\text{εμβαδόν του } A)}{\pi} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2} \sin \theta d\theta = \frac{1}{\pi}$$

2.1.2.2. ΤΥΧΑΙΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ

Μπορούμε να σκεφτούμε το χώρο πιθανότητας σαν μια καθαρά μαθηματική κατασκευή, η οποία δεν είναι “άμεσα παρατηρήσιμη”. Επομένως ενδιαφερόμαστε να εισάγουμε απεικονίσεις X από τον Ω στο R^n , ώστε να μπορέσουμε να παρατηρούμε τις τιμές.

ΟΡΙΣΜΟΣ :

Έστω (Ω, U, P) ένας χώρος πιθανοτήτων. Η απεικόνιση :

$$X : \Omega \rightarrow R^n$$

Καλείται n -διάστατη τυχαία μεταβλητή εάν για κάθε $B \in \mathcal{B}$, έχουμε :

$$X^{-1}(B) \in U$$

Συνήθως το $X(\omega)$ γράφεται X . Αυτό προέκυψε ως αποτέλεσμα της συνήθειας στη θεωρία πιθανοτήτων να μην αναγράφεται η εξάρτηση των τυχαιών μεταβλητών σε κάποιο σημείο ω . Επίσης χρησιμοποιείται και ο όρος $P(X \in B)$ αντί για το $P(X^{-1}(B))$. Στην παρούσα εργασία, θα χρησιμοποιούνται κυρίως κεφαλαία γράμματα ώστε να ορίζουμε τις τυχαιές μεταβλητές. Τα έντονα κεφαλαία θα χρησιμοποιούνται για την διανυσματική απεικόνιση.

Παράδειγμα :

Έστω $A \in U$. Τότε η ενδεικτική συνάρτηση του A είναι :

$$x_A(\omega) := \begin{cases} 1 & \text{εάν } \omega \in A \\ 0 & \text{εάν } \omega \notin A \end{cases}$$

Παράδειγμα :

Γενικά, εάν $A_1, A_2, \dots, A_m \in U$, $\Omega = \bigcup_{i=1}^m A_i$ και a_1, a_2, \dots, a_m είναι πραγματικοί αριθμοί. Τότε :

$$X = \sum_{i=1}^m a_i x_{A_i}$$

Είναι μια τυχαία μεταβλητή και καλείται απλή συνάρτηση (simple function).

Είναι σημαντικό να κατανοήσουμε ότι, σε όρους της θεωρίας πιθανοτήτων, η σ-άλγεβρα μπορεί να ερμηνευτεί σαν να “περιέχει όλες τις σχετικές πληροφορίες που αφορούν την τυχαία μεταβλητή X ”.

Συγκεκριμένα, εάν μία τυχαία μεταβλητή Y είναι συνάρτηση της μεταβλητής X , δηλαδή εάν :

$$Y = \Phi(X)$$

Για μια λογική συνάρτηση Φ , τότε η Y είναι $U(X)$ -μετρήσιμη.

Αντίστροφα, ας υποθέσουμε ότι $Y : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ είναι $U(X)$ -μετρήσιμη. Τότε υπάρχει μία συνάρτηση Φ τέτοια ώστε :

$$Y = \Phi(X)$$

Ως εκ τούτου, εάν η μεταβλητή Y είναι $U(X)$ -μετρήσιμη, τότε είναι και συνάρτηση του X . Συνεπώς, εάν γνωρίζουμε την $X(\omega)$, γνωρίζουμε επίσης και την

$$Y(\omega) = \Phi(X(\omega))$$

Παρόλο που δεν έχουμε κάποιο στοιχείο για να κατασκευάσουμε την Φ .

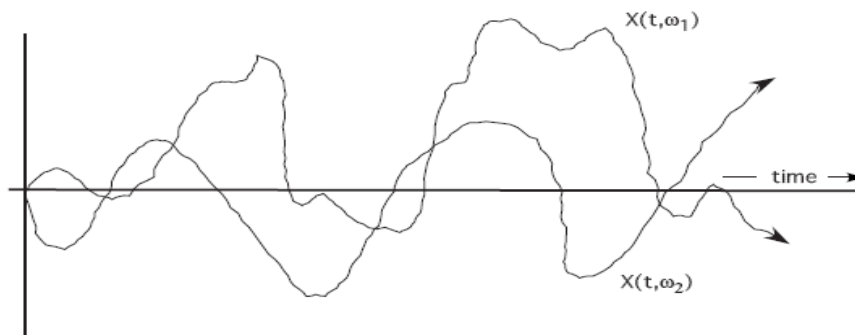
2.2. ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

ΟΡΙΣΜΟΣ :

- I. Ένα σύνολο $\{X(t) \mid t \geq 0\}$ τυχαίων μεταβλητών καλείται στοχαστική διαδικασία.
- II. Για κάθε σημείο $\omega \in \Omega$, η απεικόνιση $t \rightarrow X(t, \omega)$ ονομάζεται διαδρομή δείγματος (sample path).

Η γενική ιδέα είναι ότι εάν τρέξουμε ένα πείραμα και παρατηρούμε τις τυχαίες τιμές του X στο πέρασμα του χρόνου, ουσιαστικά θα παρατηρούμε την διαδρομή του δείγματος $\{X(t) \mid t \geq 0\}$ για κάποιο σταθερό $\omega \in \Omega$. Εάν επαναλάβουμε το πείραμα, θα παρατηρήσουμε μια διαφορετική διαδρομή του δείγματος.

Διαφορετικές διαδρομές δείγματος



Σε πολλές εφαρμογές (π.χ. ακανόνιστα φαινόμενα όπως η ροή του αίματος, επενδύσεις κεφαλαίων ή και οι κινήσεις των μορίων) συναντάμε οικογένειες τυχαίων μεταβλητών που εξαρτώνται από συνεχείς ή ασυνεχείς παραμέτρους όπως ο χρόνος και η θέση αντίστοιχα. Αναφερόμαστε στο :

$$\{ X(t,\omega), t \in I, \omega \in \Omega \}$$

Όπου :

- I: είναι ένα σύνολο συνεχών ή ασυνεχών παραμέτρων.
- X(t,ω): ανήκει στον R σαν μια στοχαστική διαδικασία (τυχαία διαδικασία ή στοχαστική τυχαία συνάρτηση).

Εάν το I είναι ένα ασυνεχές σύνολο, τότε είναι πιο “βολικό” να καλέσουμε την χρονοσειρά X(t,ω). Εάν η παράμετρος είναι ο χρόνος t, τότε χρησιμοποιούμε το I=[t₀,T], όπου t₀ είναι η αρχική στιγμή. Για μια σταθερή στιγμή του t∈I, το X(t,ω) είναι τυχαία μεταβλητή για κάθε σταθερή τιμή του ω∈Ω, δηλαδή για κάθε μία παρατήρηση. Οποιαδήποτε παρατήρηση της συνάρτησης αυτής ονομάζεται δείγμα συνάρτησης (sample function) της διαδικασίας.

Θεωρούμε τώρα μία πεπερασμένη τυχαία κατανομή πιθανοτήτων και ορίζουμε την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας εξαρτώμενη από το χρόνο ως εξής³ :

$$F_X(x,t) = \Pr(X(t) < x);$$

$$F_{X,Y}(x,t; y,s) = \Pr(X(t) < x, Y(s) < y);$$

$$F_{X_1, \dots, X_n}(x_1, t_1; \dots; x_n, t_n) = \Pr(X_1(t) < x_1, X_n(t) < x_n)$$

Όπου θα παραλείψουμε την εξάρτηση της διαδικασίας από την τυχαία μεταβλητή ω, ώστε να μην δημιουργηθούν προβλήματα σύγχυσης. Το σύστημα των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανοτήτων, ικανοποιεί τα δύο παρακάτω ζητήματα :

- I. Συμμετρία
- II. Συμβατότητα

³ Βλ. Jazwinski A., 1970, Stochastic processes and Filtering theory σελ.47-75

Γενικά θα περιμέναμε ότι οι στοχαστικές διαδικασίες οι οποίες περιέχουν υψηλό ποσοστό παρατυπιών, θα παρουσιάζουν στις ιδιότητες του δείγματος υψηλά ποσοστά αρρυθμιών. Ωστόσο, ο Kolmogorov παρουσιάζει ένα κριτήριο για τις συνεχείς συναρτήσεις δειγμάτων.

Το θεώρημα του Kolmogorov :

Μια διμετάβλητη κατανομή είναι απαραίτητο να δώσει πληροφορίες σχετικά με την πιθανότητα της συνάρτησης δείγματος. Εάν και μόνο εάν :

$$\langle |X_1(t_1) - X_2(t_2)|^a \rangle \leq c |t_1 - t_2|^{1+b}$$

$$a, b, c > 0$$

$$t_1, t_2 \in [t_0, T]$$

Τότε η στοχαστική διαδικασία $X(t)$, κατέχει σίγουρα συνέχεια. Ωστόσο, τα τελευταία δεν είναι πουθενά διαφορίσιμα, με αποτέλεσμα την παρουσία “αλμάτων” και ανωμαλιών υψηλότερης τάξης.

2.3. ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ

2.3.1. ΚΕΦΑΛΑΙΑ

Ένα διακριτό χρηματοοικονομικό μοντέλο του χρόνου είναι φτιαγμένο πάνω στον χώρο πιθανοτήτων (Ω, F, P) , μπορεί να ερμηνευτεί ως η πληροφορία η οποία είναι διαθέσιμη στο χρόνο n . Μερικές φορές καλείτε σ -άλγεβρα των γεγονότων έως την τιμή του χρόνου n . Με το σύμβολο “ \mathcal{N} ” θα αντιστοιχίσουμε την ωριμότητα των συμβολαίων δικαιωμάτων (options, Κεφάλαιο 1.2.4.3). Από εδώ και πέρα, υποθέτουμε ότι :

$$F_0 = \{\emptyset, \Omega\}$$

$$F_N = F = P(\Omega)$$

$$\forall \omega \in \Omega, P(\{\omega\}) > 0$$

Η αγορά συνίσταται από $(d+1)$ χρηματοοικονομικά στοιχεία, των οποίων οι τιμές κατά τη χρονική στιγμή n δίνονται από μη-αρνητικές τυχαίες μεταβλητές $S_n^0, S_n^1, S_n^2, \dots, S_n^d$ μετρήσιμες σε σχέση με το F_n .

Το διάνυσμα $S_n = (S_n^0, S_n^1, S_n^2, \dots, S_n^d)$ είναι το διάνυσμα των τιμών στο χρόνο n . Το πρώτο στοιχείο του διανύσματος είναι το ακίνδυνο του ενεργητικού και έχουμε $S_0^0 = 1$. Εάν η απόδοση του ακίνδυνου επενδυτικού κεφαλαίου είναι σταθερή σε μια χρονική περίοδο και ίση με r , θα έχουμε $S_n^0 = (1 + r)^n$.

Ο συντελεστής $\beta_n = \frac{1}{S_n^0}$, ερμηνεύεται ως ο συντελεστής έκπτωσης (από το χρόνο 0 έως τον χρόνο n): εάν ένα ποσό β_n επενδυθεί στο ακίνδυνο επενδυτικό κεφάλαιο, τότε την περίοδο n θα είναι διαθέσιμο ένα ποσό A . Τα επενδυτικά στοιχεία τα οποία καταχωρούνται από $i=1 \dots d$, καλούνται υψηλού κινδύνου.

2.3.2. ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ

Μια στρατηγική εμπορικών συναλλαγών ορίζεται ως μία στοχαστική διαδικασία.

$\Phi_n = (\Phi_n^0, \Phi_n^1, \Phi_n^2, \dots, \Phi_n^d)_{0 \leq n \leq N}$ στον \mathbb{R}^{d+1} , όπου το Φ_n^i δηλώνει τον αριθμό των μερισμάτων του στοιχείου i που βρίσκεται στο χαρτοφυλάκιο τη χρονική στιγμή n . Γενικά η Φ είναι προβλέψιμη :

$$\forall i \in \{0, 1, \dots, d\} \left\{ \begin{array}{l} \varphi_0^i \text{ είναι } F_0 - \text{μετρήσιμη} \\ \text{και για } n \geq 1 : \varphi_n^i \text{ είναι } F_{n-1} - \text{μετρήσιμη} \end{array} \right.$$

Η παραπάνω υπόθεση σημαίνει ότι οι θέσεις του χαρτοφυλακίου στο χρόνο n $(\Phi_n^0, \Phi_n^1, \Phi_n^2, \dots, \Phi_n^d)$ λαμβάνονται σε σχέση με τις διαθέσιμες πληροφορίες στο χρόνο $(n-1)$, και διατηρούνται έως ότου έρθει η στιγμή n , όπου θα έχουμε νέες διαθέσιμες πληροφορίες.

Η αξία του χαρτοφυλακίου τη στιγμή n , είναι :

$$V_n(\varphi) = \varphi_n S_n = \sum_{i=0}^d \varphi_n^i S_n^i$$

Η μειωμένη αξία είναι :

$$\tilde{V}_n(\varphi) = \beta_n(\varphi_n S_n) = \varphi_n \tilde{S}_n$$

Όπου :

- $\beta_n = \frac{1}{S_n^0}$
- $\tilde{S}_n = (1, \beta_n S_n^1, \dots, \beta_n S_n^d)$ είναι το διάνυσμα των μειωμένων τιμών

Μία στρατηγική ονομάζεται αυτό-χρηματοδοτούμενη (self-financing) όταν ικανοποιείται η παρακάτω σχέση για όλα τα $n \in \{0, 1, \dots, N-1\}$.

$$\varphi_n S_n = \varphi_{n+1} S_n$$

Η ερμηνεία είναι η εξής : την στιγμή n όταν οι νέες τιμές $S_n^0, S_n^1, S_n^2, \dots, S_n^d$ εισάγονται, ο επενδυτής αναπροσαρμόζει τις θέσεις του από Φ_n σε Φ_{n+1} δίχως αποφοράς ή κατανάλωσης πλούτου.

2.3.3. ΑΠΟΔΕΚΤΕΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ ΚΑΙ ΚΕΡΔΟΣΚΟΠΙΑ

Όσο αφορά τα σύμβολα του Φ_n^i :

- Εάν $\Phi_n^0 < 0$ τότε έχουμε δανειστεί το ποσό $|\Phi_n^0|$ στο ακίνδυνο επενδυτικό στοιχείο.
- Εάν $|\Phi_n^i| < 0$ για κάθε $i \geq 1$, τότε λέμε ότι είμαστε short στο επενδυτικό στοιχείο i .

Γενικότερα η πώληση με θέση short και ο δανεισμός επιτρέπεται, αλλά σε κάθε περίπτωση θα πρέπει η αξία του χαρτοφυλακίου να είναι θετική.

ΟΡΙΣΜΟΣ :

Μια στρατηγική Φ είναι επιτρεπτή εάν είναι self-financing και ισχύει ότι :

$$V_n(\Phi) \geq 0 \text{ για κάθε } n \in \{0, 1, \dots, N-1\}$$

Ο επενδυτής θα πρέπει να είναι σε θέση να εξοφλήσει όλα τα χρέη του (είτε σε riskless ή risky asset) ανά πάσα στιγμή.

ΟΡΙΣΜΟΣ :

Μια στρατηγική κερδοσκοπίας είναι αποδεκτή στρατηγική όταν έχει μηδενική αρχική αξία και μη μηδενική τελική αξία.

Τα περισσότερα μοντέλα αποκλείουν τις ευκαιρίες για αρμπιτράζ. Σκοπός της επόμενης ενότητας είναι να χαρακτηρίσουμε αυτά τα μοντέλα με την έννοια των martingales.

2.4. MARTINGALES

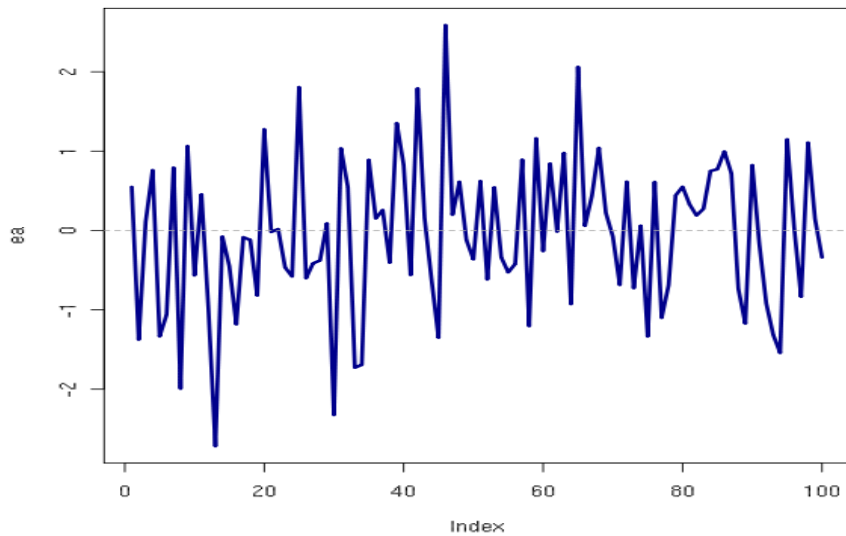
Αρχικά τα martingales αναφερόταν σε μία κατηγορία στρατηγικών οι οποίες χρησιμοποιούνταν για τα “τυχερά παιχνίδια” κατά τον 18^ο αιώνα στη Γαλλία.

Για παράδειγμα, στην ρίψη του κέρματος στο οποίο η μία πλευρά του νομίσματος(κορώνα) επιφέρει κέρδος, ενώ η άλλη(γράμματα) απώλεια. Η στρατηγική που είχε ο παίκτης ήταν ότι διπλασίαζε το ποντάρισμα κάθε φορά μετά από απώλεια, έτσι ώστε όταν θα κερδίσει θα καλύψει όλες τις προηγούμενες ζημιές και επιπλέον θα έχει ένα κέρδος ίσο με το αρχικό ποντάρισμα. Στη συνέχεια καθώς ο χρόνος αλλά και ο πλούτος του παίκτη προσεγγίζουν το άπειρο, η πιθανότητα τελικά να έρθει κορώνα και να έχει κέρδος πλησιάζει τη μονάδα, γεγονός που καθιστά την στρατηγική martingale να έχει σίγουρο κέρδος. Ωστόσο, η ραγδαία αύξηση των πονταρισμάτων είχε ως αποτέλεσμα την πτώχευση των συμμετεχόντων.

Η έννοια του martingale εισήχθη στη θεωρία πιθανοτήτων από τον Paul Pierre Lévy και ένα μεγάλο τμήμα ανάπτυξης της θεωρίας αυτής πραγματοποιήθηκε από τον Joseph Leo Doob. Το κίνητρο για την έρευνα και ανάπτυξη της θεωρίας αυτής, ήταν η απόδειξη ότι δεν υπάρχει επιτυχημένη στρατηγική για στοιχήματα.

Στη θεωρία πιθανοτήτων, το martingale είναι μια στοχαστική διαδικασία, δηλαδή μια σειρά από τυχαίες μεταβλητές, τέτοια ώστε η αναμενόμενη παρατήρηση σε μία μελλοντική στιγμή t , με δεδομένο όλο το σύνολο των παρατηρήσεων μέχρι την πρωτότερη στιγμή s , να ισούται με την τιμή του προγενέστερου χρόνου s .

Σειρά martingale σχεδιασμένη με τη βοήθεια λογισμικού



ΟΡΙΣΜΟΣ :

Μια ολοκληρώσιμη διαδικασία M είναι $(F.,P)$ -martingale εάν ισχύει:

$$E^P [M_t \mid F_s] = M_s$$

Όπου :

- $E^P [M_t \mid F_s]$ είναι η υπό όρους αναμενόμενη τιμή της M με δεδομένη την F_s .
- $0 \leq s < t < \infty$

Επίσης, λέμε ότι η F είναι P -martingale στην $F.$, ή απλά ότι είναι martingale, εφόσον η $F.$ και η πιθανότητα P ορίζονται σαφέστατα από τα περιεχόμενα.

Δεδομένου ότι η παραπάνω υπό όρους προσδοκία είναι μοναδική μόνο μέχρι το P και F , η εξίσωση θα πρέπει να διαβάζεται “η M_S είναι η περιορισμένη προσδοκία της M_t δεδομένης της F_s ”.

Ένα martingale στην F είναι άμεσα εξαρτημένο και προσαρμοσμένο στην F . Τα martingales σχηματίζουν μία κατηγορία ολοκλήρωσης συστημάτων, η οποία είναι συμπληρωματική με την κατηγορία πεπερασμένης διακύμανσης των διαδικασιών. Ο όρος martingale προέρχεται από τμήμα του λουριού του αλόγου, το οποίο εμποδίζει το ίδιο το άλογο να σηκώνει απότομα το κεφάλι του και να εκτρέπει τον αναβάτη, όπως είδαμε και παραπάνω, ο όρος χρησιμοποιούταν ευρέως στα παιχνίδια στοιχημάτων.

Η τάξη μεγέθους των L^0 -ολοκληρωμάτων είναι περίπου αμετάβλητη με τις αλλαγές των πιθανοτήτων, ωστόσο η τάξη των martingales δεν είναι. Είναι σπάνιο φαινόμενο μια διαδικασία που είναι martingale ως προς μια πιθανότητα, να είναι και martingale σχετικά με κάτι άλλο αντίστοιχο ή ισοδύναμο μέτρο. Για παράδειγμα, στο παιχνίδι με τα ζάρια εάν τα κανονικά και συνηθισμένα ζάρια αντικατασταθούν με “πειραγμένα”, τότε το παιχνίδι θα σταματήσει να είναι δίκαιο, το οποίο είναι και το αποτέλεσμα της αντικατάστασης των ζαριών.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ :

Παρουσιάζεται μια συνηθισμένη κατασκευή martingales. Έστω g μία τυχαία ολοκληρώσιμη μεταβλητή και :

$$M_t^g = E[g | F_t]$$

η περιορισμένη αναμενόμενη προσδοκία δεδομένης της F_t . Εν συνεχεία, η Mg είναι ένα ομοιόμορφο ολοκληρώσιμο martingale. Γενικά όλα τα ομοιόμορφα ολοκληρώσιμα martingales έχουν όμοια μορφή με την παραπάνω. Και είναι εύκολο να αποδείξουμε ότι η συλλογή τυχαίων μεταβλητών:

$$\{ E [g | G] : G \text{ είναι υπο-}\sigma\text{-άλγεβρα της } F_\infty \}$$

είναι ομοιόμορφα ολοκληρώσιμο.

Η ανάλυση των martingales διευκολύνεται με την εισαγωγή των παρακάτω εννοιών submartingale και supermartingale.

Μια ολοκληρώσιμη διαδικασία προσαρμοσμένη πάνω στην F ονομάζεται **submartingale** εάν :

$$E [Z_t | F_s] \geq Z_s$$

$$0 \leq s \leq t < \infty$$

Ομοίως, μια ολοκληρώσιμη διαδικασία προσαρμοσμένη πάνω στην F ονομάζεται **supermartingale** εάν :

$$E [Z_t | F_s] \leq Z_s$$

$$0 \leq s \leq t < \infty$$

Δεδομένου ότι η απόλυτη τιμή της συνάρτησης $|\cdot|$ είναι κυρτή, τότε προκύπτει άμεσα από την ανισότητα του Jensen ότι η απόλυτη τιμή ενός martingale M , είναι submartingale :

$$|M_s| = |E[M_t | F_s]| \leq E[|M_t| | F_s]$$

$$0 \leq s < t < \infty$$

ΠΡΟΤΑΣΗ :

Η προσαρμοσμένη διαδικασία ολοκλήρωσης M είναι ένα martingale (submartingale/supermartingale) στην F , εάν και μόνο εάν :

$$E \left[\int X dM \right] = 0$$

Αντίστοιχα για submartingale :

$$E \left[\int X dM \right] \geq 0$$

Και για supermartingale :

$$E \left[\int X dM \right] \leq 0$$

Για κάθε στοιχειώδη θετικό ολοκλήρωμα το οποίο μηδενίζεται στο $[[0]]$.

2.5. Η ΚΙΝΗΣΗ BROWNIAN

Το κεφάλαιο αυτό θα ξεκινήσει με μια ερώτηση : *γιατί θεωρούμε ότι τα μοντέλα που χρησιμοποιούμε είναι συνεχή μοντέλα του χρόνου;*

Το κίνητρο που μας ωθεί να χρησιμοποιήσουμε συνεχή μοντέλα του χρόνου είναι η φύση των διαδικασιών τις οποίες θέλουμε να μοντελοποιήσουμε. Πρακτικά, οι αλλαγές των τιμών στην αγορά είναι τόσο συχνές, που ένα μοντέλο ασυνέχειας του χρόνου δε θα είχε τη δυνατότητα να ακολουθεί τις κινήσεις της. Από την άλλη πλευρά, τα ασυνεχή μοντέλα του χρόνου δίνουν πιο σαφή αποτελέσματα, αν και μερικές φορές χρειάζονται πρόσθετες αριθμητικές μέθοδοι. Παρόλα αυτά, το μοντέλο το οποίο χρησιμοποιείται ευρέως είναι το συνεχές χρόνου Black – Scholes, το οποίο οδηγεί σε μία εξαιρετικά απλή φόρμουλα.

Σε προηγούμενο κεφάλαιο δώσαμε μερικούς ορισμούς, ώστε να κατανοήσουμε τα συνεχή μοντέλα του χρόνου. Στη συνέχεια του παρόντος κεφαλαίου θα ορίσουμε την κίνηση Brown, δεδομένου ότι αποτελεί τον πυρήνα του μοντέλου Black – Scholes, το οποίο παρουσιάζεται στα περισσότερα οικονομικά μοντέλα.

2.5.1. ΓΕΝΙΚΑ

Ένα ιδιαίτερα σημαντικό παράδειγμα στοχαστικής διαδικασίας είναι η Κίνηση Brownian. Η στοχαστική αυτή διαδικασία αποτελεί τον πυρήνα και την βάση των περισσότερων μοντέλων αντιπροσώπευσης είτε μετοχών, είτε συναλλάγματος είτε επιτοκίων.

ΟΡΙΣΜΟΣ :

Η κίνηση Brownian είναι μια στοχαστική διαδικασία $(X_t)_{t \geq 0}$ πραγματικής αξίας, με ανεξάρτητες και σταθερές προσauξήσεις. Με άλλα λόγια :

- *Συνέχεια* : η απεικόνιση $s \rightarrow X_s(\omega)$ είναι συνεχής

- *Ανεξάρτητες προσανζήσεις* : εάν $s \leq t$, τότε το $X_t - X_s$ είναι ανεξάρτητο απο το $F_s = \sigma(X_u, u \leq s)$
- *Σταθερές προσανζήσεις* : εάν $s \leq t$, τότε το $X_t - X_s$ και $X_{t-s} - X_0$ υπακούουν στον ίδιο νόμο πιθανοτήτων.

ΘΕΩΡΗΜΑ ⁴ :

Εάν $(X_t)_{t \geq 0}$ είναι μια κίνηση Brown, τότε το $X_t - X_s$ είναι μία κανονική τυχαία μεταβλητή, με μέση τιμή rt και διασπορά $\sigma^2 t$, όπου το σ και το t είναι σταθεροί πραγματικοί αριθμοί.

ΘΕΩΡΗΜΑ :

Εάν $(X_t)_{t \geq 0}$ είναι μια κίνηση Brown και εάν $0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n$, τότε το $(X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n})$ είναι ένα διάνυσμα Gauss.

ΟΡΙΣΜΟΣ :

Μια συνεχή στοχαστική διαδικασία πραγματικών τιμών είναι μία (F_t) - Κίνηση Brown, εάν ικανοποιούνται τα παρακάτω :

- Για κάθε $t \geq 0$, η X_t είναι F_t -μετρήσιμη
- Εάν $s \leq t$, $X_t - X_s$ είναι ανεξάρτητη από την σ -άλγεβρα F_s
- Εάν $s \leq t$, τα $X_t - X_s$ και $X_{t-s} - X_0$ υπακούουν στους ίδιους κανόνες.

⁴ Βλ. Hendersson et al, 2006, Stochastic Differential Equation in Science and Engineering, σελ. 28

2.5.2. ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ

Έστω Κίνηση Brown $W(\cdot)$, τότε για όλα τα $t > 0$ και $a \leq b$ τότε :

$$P(a \leq W(t) \leq b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi t}} \int_a^b e^{-\frac{x^2}{2t}} dx$$

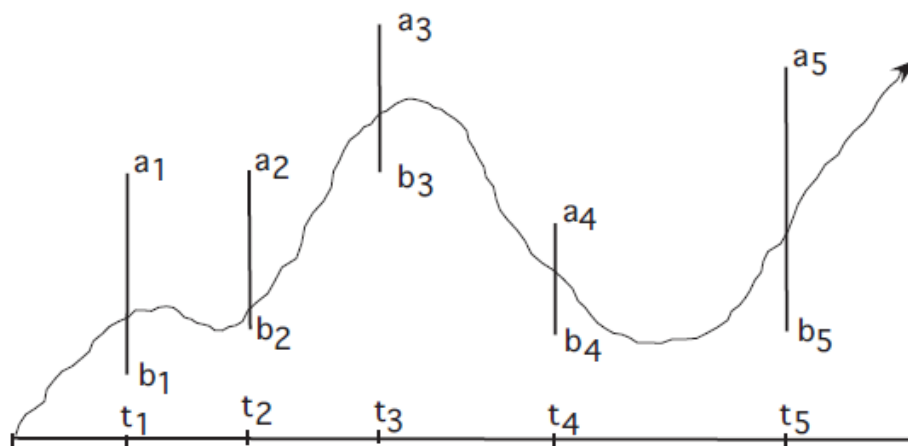
Εάν υποθέσουμε τις χρονικές στιγμές $0 < t_1 < \dots < t_n$ και τις πραγματικές τιμές

$a_i \leq b_i$, όπου $i=1, \dots, n$. Ποια είναι η συνδυασμένη πιθανότητα :

$$P(a_1 \leq W(t_1) \leq b_1, \dots, a_n \leq W(t_n) \leq b_n) ;$$

Μια διαφορετική και πιο περιεκτική για την παρούσα εργασία ερμηνεία του παραπάνω είναι :

Ποια είναι η πιθανότητα όπου μια τυχαία διαδρομή της Κίνηση Brown να παίρνει τιμές εντός των a_i και b_i την χρονική στιγμή t_i για κάθε $i=1, \dots, n$;



Θα μπορούσαμε να “μαντέψουμε” την απάντηση ως εξής, γνωρίζουμε ότι :

$$P(a_1 \leq W(t_1) \leq b_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi t_1}} \int_a^b e^{-\frac{x_1^2}{2t_1}} dx_1$$

Και δεδομένου ότι :

$$W(t_1)=x_1 , a_1 \leq x_1 \leq b_1$$

Η πιθανότητα όπου :

$$W(t_2)=x_2 , a_2 \leq x_2 \leq b_2$$

Θα είναι :

$$P(a_2 \leq W(t_2) \leq b_2) = \int_{a_2}^{b_2} \frac{1}{\sqrt{2\pi(t_2 - t_1)}} e^{-\frac{|x_2 - x_1|^2}{2(t_2 - t_1)}} dx_2$$

Οπότε έχουμε ότι :

$$P(a_1 \leq W(t_1) \leq b_1 , a_2 \leq W(t_2) \leq b_2) = \int_{a_1}^{b_1} \int_{a_2}^{b_2} g(x_1, t_1 | 0) g(x_2, t_2 - t_1 | x_1) dx_2 dx_1$$

Εν συνεχεία θεωρούμε ότι :

$$g(x, t | y) := \frac{1}{\sqrt{2\pi t}} e^{-\frac{(x-y)^2}{2t}}$$

Και προκύπτει ότι η γενική μορφή θα είναι :

$$P(a_1 \leq W(t_1) \leq b_1 , \dots \dots \dots , a_n \leq W(t_n) \leq b_n) = \int_{a_1}^{b_1} \dots \int_{a_n}^{b_n} g(x_1, t_1 | 0) g(x_2, t_2 - t_1 | x_1) \dots g(x_n, t_n - t_{n-1} | x_{n-1}) dx_n \dots dx_1$$

ΘΕΩΡΗΜΑ :

Έστω $W(\cdot)$ είναι μία μονοδιάστατη διαδικασία Wiener. Τότε για κάθε θετικό ακέραιο αριθμό, για κάθε χρονική στιγμή $0 = t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_n$ και για κάθε συνάρτηση $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, έχουμε ότι :

$$Ef(W(t_1), \dots, W(t_n)) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, \dots, x_n) g(x_1, t_1 | 0) g(x_2, t_2 - t_1 | x_1) \dots g(x_n, t_n - t_{n-1} | x_{n-1}) dx_n \dots dx_1$$

ΟΡΙΣΜΟΣ

Μια στοχαστική διαδικασία $W(\cdot) = (W^1(\cdot), \dots, W^n(\cdot))$ η οποία λαμβάνει τιμές στον χώρο \mathbb{R}^n είναι μια n -διάστατη διαδικασία Wiener (ή κίνηση Brown), υπό τις παρακάτω προϋποθέσεις :

1. για κάθε $k=1, \dots, n$ η $W^k(\cdot)$ είναι μια μονοδιάστατη διαδικασία Wiener
2. τα σύνολα σ-άλγεβρας $W^k := U(W^k(t) | t \geq 0)$ είναι ανεξάρτητα, $k=1, \dots, n$

Με βάση τα παραπάνω θα μπορούσαμε να δημιουργήσουμε ένα χώρο πιθανοτήτων στον οποίο θα υπάρχουν n μονοδιάστατες διαδικασίες Wiener, $W^k(\cdot)$ ($k=1, \dots, n$). Τότε $W(\cdot) := (W^1(\cdot), \dots, W^n(\cdot))$ είναι μια n -διάστατη κίνηση Brown.

2.5.3. MARKOV'S PROPERTY

Τα δείγματα της κίνησης Brown τα οποία έχουν εκθέτη μεγαλύτερο από $1/2$, δεν είναι πουθενά συνεχής κατά Holder και συνεπώς δεν είναι πουθενά διαφορίσιμα.

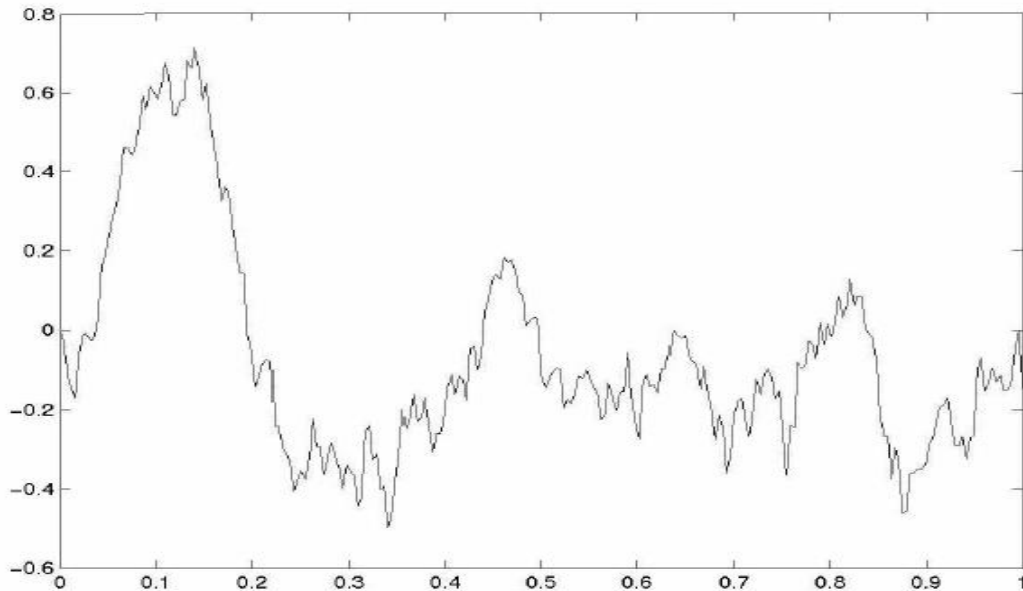
ΘΕΩΡΗΜΑ⁵

- i. Για κάθε $1/2 < \gamma \leq 1$ και σχεδόν για κάθε $\omega, t \rightarrow W(t, \omega)$ δεν είναι πουθενά συνεχής κατά Holder, με εκθέτη γ

⁵ Βλ. Ludwig Arnold, 1973, Stochastic Differential Equations- Theory & Applications, σελ.27

- ii. Ειδικότερα, για κάθε ω το δείγμα με $t \rightarrow W(t,\omega)$ δεν είναι πουθενά διαφορίσιμο και έχει άπειρες παραλλαγές σε κάθε διάστημα.

Δείγμα της κίνησης Brown



Ουσιαστικά η Markov's Property εξηγεί μερικώς την μη διαφορισιμότητα των δειγμάτων της κίνησης Brown, που είδαμε παραπάνω.

Εάν $W(s,\omega) = b$, τότε η μελλοντική συμπεριφορά της $W(t,\omega)$ εξαρτάται αποκλειστικά από το γεγονός αυτό και όχι από το πώς έφτασε η $W(t,\omega)$ το σημείο b , όπου $t \rightarrow s^-$.

2.6. ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ

2.6.1. ΓΕΝΙΚΑ

Για την επίλυση της διαφορικής εξίσωσης που έχει τη μορφή :

$$\begin{cases} dX = b(X, t)dt + B(X, t)dW \\ X(0) = X_0 \end{cases}$$

Η οποία μεταφράζεται σε :

$$X(t) = X_0 + \int_0^t b(X, s)ds + \int_0^t B(X, s)dW$$

Πριν προβούμε στην λύση του ολοκληρώματος θα πρέπει αρχικά να ορίσουμε το ολοκλήρωμα :

$$\int_0^T GdW$$

Μπορούμε σχετικά εύκολα να παρατηρήσουμε ότι $t \rightarrow W(t, \omega)$ έχει άπειρες παραλλαγές για σχεδόν κάθε ω , συνεπώς το παραπάνω ολοκλήρωμα δε μπορεί να θεωρηθεί ως απλό ολοκλήρωμα.

ΟΡΙΣΜΟΣ (Paley, Wiener and Zygmund)⁶

Υποθέτουμε $g: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ ότι είναι συνεχής και διαφορίσιμη με $g(0)=g(1)=0$.

Σημείωση : η g είναι κανονική συνάρτηση και όχι στοχαστική διαδικασία.

Τότε έχουμε :

$$\int_0^1 g dW := - \int_0^1 g' W dt$$

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

- i. $E \left(\int_0^1 g dW \right) = 0$
- ii. $E \left(\left(\int_0^1 g dW \right)^2 \right) = - \int_0^1 g^2 dt$

ΟΡΙΣΜΟΣ

i. Εάν $[0, T]$ είναι ένα διάστημα, και το P είναι ένα διάστημα που ανήκει στο $[0, T]$ είναι μία πεπερασμένη συλλογή σημείων στο $[0, T]$:

$$P := \{0 = t_0 < t_1 < \dots < t_m = T\}$$

⁶ Βλ. Jesper Carlsson et al ,2010, Stochastic Differential Equations Models and Numerics, σελ. 13

ii. Έστω το μέγεθος του P να είναι

$$|P| := \max_{0 \leq k \leq m-1} |t_{k+1} - t_k|$$

iii. Για σταθερό $0 \leq \lambda \leq 1$ και δεδομένο P, το σύνολο είναι :

$$t_k := (1 - \lambda)t_k + \lambda t_{k+1} \quad (k = 0, \dots, m-1)$$

Για ένα τέτοιο P και λ , ορίζουμε :

$$R = R(P, \lambda) := \sum_{k=0}^{m-1} W(t_k)(W(t_{k+1}) - W(t_k))$$

ΠΡΟΤΑΣΗ

Εάν το P^n υποδηλώνει μια διχοτόμηση του $[0, T]$ και το $0 \leq \lambda \leq 1$ είναι δεδομένο, ορίζουμε :

$$R_n := \sum_{k=0}^{m_n-1} W(t_k^n)(W(t_{k+1}^n) - W(t_k^n))$$

Τότε

$$\lim_{n \rightarrow \infty} R_n = \frac{W(T)^2}{2} + \left(\lambda - \frac{1}{2} \right) T$$

$$E \left(\left(R_n - \frac{W(T)^2}{2} - \left(\lambda - \frac{1}{2} \right) T \right)^2 \right) \rightarrow 0$$

Τελικά προκύπτει ότι ο ορισμός του Ito's ολοκληρώματος (τον οποίο θα αναλύσουμε στη συνέχεια), επέρχεται έπειτα από επιλογή του $\lambda=0$. Το οποίο είναι :

$$\int_0^T W dW = \frac{W^2(T)}{2} - \frac{T}{2}$$

Και γενικότερα :

$$\int_s^r W dW = \frac{W^2(r) - W^2(s)}{2} - \frac{(r-s)}{2} \quad \text{για κάθε } r \geq s \geq 0$$

2.6.2. ΟΡΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΕΝΟΣ ΙΤΟ'S ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΟΣ

Έστω ότι $W(\cdot)$ είναι μια μονοδιάστατη κίνηση Brown ορισμένη σε κάποιο χώρο πιθανοτήτων (Ω, U, P)

ΟΡΙΣΜΟΙ⁷

1. Η σ -άλγεβρα $\mathcal{W}(t) := U(W(s) | 0 \leq s \leq t)$ καλείται *ιστορικό* της κίνησης Brown έως και την χρονική στιγμή t .
2. Η σ -άλγεβρα $\mathcal{W}^+(t) := U(W(s) - W(t) | s \geq t)$ καλείται το *μέλλον* της κίνησης Brown πέρα από την χρονική στιγμή t .

ΟΡΙΣΜΟΣ

Μια οικογένεια $F(\cdot)$ σ -άλγεβρας $\subseteq U$ καλείται *μη προβλεπόμενη* όταν :

1. $F(t) \supseteq F(s) \quad 0 \leq s \leq t$
2. $F(t) \supseteq W(t) \quad t \geq 0$
3. $F(t)$ είναι ανεξάρτητη των $\mathcal{W}^+(t)$ για κάθε $t \geq 0$

ΟΡΙΣΜΟΣ

Έστω διαδικασία $G \in L^2(0, T)$ καλείται *βηματική διαδικασία* ένα υπάρχει η διχοτόμηση $P = \{0 = t_0 < t_1 < \dots < t_m = T\}$, τέτοια ώστε :

$$G(t) = G_k \quad \text{για } t_k \leq t \leq t_{k+1} \quad (k = 0, \dots, m-1)$$

Τότε κάθε G_k είναι μια $F(t_k)$ -μετρήσιμη τυχαία μεταβλητή, εφόσον η G είναι μη προβλεπόμενη.

⁷ Βλ. Steven Shreve, 1997, Stochastic Calculus and Finance, σελ. 159

ΟΡΙΣΜΟΣ

Έστω ότι η $G \in L^2(0,T)$ είναι μια βηματική διαδικασία όπως παραπάνω. Τότε :

$$\int_0^T G dW := \sum_{k=0}^{m-1} G_k (W(t_{k+1}) - W(t_k))$$

Είναι το Ito στοχαστικό ολοκλήρωμα της G στο διάστημα $(0,T)$.

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΟΥ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΟΥ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΟΣ ΙΤΟ

- i. $\int_0^T aG + bH dW = a \int_0^T G dW + b \int_0^T H dW$
- ii. $E \left(\int_0^T G dW \right) = 0$
- iii. $E \left(\left(\int_0^T G dW \right)^2 \right) = E \left(\int_0^T G^2 dt \right)$
- iv. $E \left(\int_0^T G dW \int_0^T H dW \right) = E \left(\int_0^T G H dt \right)$

Όπου τα a, b είναι σταθεροί όροι.

2.7. ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

2.7.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η στοχαστική διαφορική εξίσωση έχει μια γενική λύση ⁸:

$$X_t = C_t + \int_0^t F_\eta [X] dZ^n$$

Στα προηγούμενα κεφάλαια έγινε προσπάθεια κατανόησης και συλλογής εργαλείων για την επίλυση των ολοκληρωμάτων dZ^n . Εάν οποιοδήποτε ολοκλήρωμα είναι από δεξιά συνεχής διαδικασία, τέτοια θα είναι και η $F_n[X]$, αλλά δεν μπορούμε να το ολοκληρώσουμε. Συνεπώς για την επίλυση της στοχαστικής διαφορικής θεωρούμε ότι έχουμε συνέχεια από αριστερά.

Άρα έχουμε :

$$X_t = C_t + \int_0^t F_\eta [X]_{s-} dZ_s^n$$

Η ομοίως :

$$X = C + F_n [X]_{\cdot-*} Z_n = C + F[X]_{\cdot-*} Z$$

Ο όρος $F[X]_{\cdot}$ υποδηλώνει την εξ-αριστερών συνέχεια του μητρώου :

$$F[X] = (F_n[X])_{n=1\dots d} = (F_n^\nu[X])_{n=1\dots d}^{\nu=1\dots n}$$

Πρώτες υποθέσεις αναφορικά με τα δεδομένα και τον ορισμό της λύσης :

⁸ Βλ. Timothy Sauer, Numerical solution of Stochastic Differential Equations in Finance, σελ.2-4

- i. Τα Z_1, \dots, Z_d είναι L^0 ολοκληρωτές. Στη συνέχεια μπορούμε και θα θεωρήσουμε ότι $Z_0^n = 0$.
- ii. Οι συντελεστές F_n είναι τυχαία διανύσματα χώρου. Αυτό σημαίνει ότι καθένα από αυτά συνεργάζονται με κάθε n -διάνυσμα των διαδικασιών $X \in D^n$ ενός άλλου n -διανύσματος $F_n[X] \in D^n$.
- iii. $C \in D^n$, με άλλα λόγια το C είναι ένα n -διάνυσμα με προσαρμοσμένες εκ δεξιών συνέχειας διαδικασιών με αριστερά όρια. Θα αναφερόμαστε στο C σαν την αρχική κατάσταση, παρότι ότι δε χρειαζόμαστε να είναι σταθερή στο χρόνο.
- iv. Το X επιλύει την στοχαστική διαφορική εξίσωση, ολοκληρώνοντας στο $[0, T]$ εάν η σταματημένη διαδικασία X^T ανήκει στο D^n και :

$$X^T = C^T + F[X]_{\cdot,*} Z^T$$

Η ομοίως

$$X^T = {}^0C^T + {}^0F[X]_{\cdot,*} Z^T$$

Επίσης λέμε ότι το X , επιλύει την εξίσωση έως τον χρόνο T και ότι το X είναι μία δυνατή λύση στο $[0, T]$.

2.7.2. ΥΠΑΡΞΗ ΚΑΙ ΜΟΝΑΔΙΚΟΤΗΤΑ ΛΥΣΗΣ

Για να επιλύσουμε την κλασσική παραπάνω στοχαστική διαφορική εξίσωση, πρέπει να θεωρήσουμε μια απεικόνιση U του χώρου D^n ο οποίος είναι προσαρμοσμένος στο χώρο R^n . Η απεικόνιση είναι της μορφής⁹ :

$$U[X] \equiv C + F[X]_{\cdot,*} Z$$

Το πρόβλημα ισοδυναμεί με την αναζήτηση ενός συγκεκριμένου σημείο της απεικόνισης U . Η επίλυση προκύπτει με την χρήση και τη δημιουργία νόρμας(νόρμες), επονομαζόμενες οι νόρμες του Πικάρντ (Picard norms).

Picard Norms

Οι νόρμες Πικάρντ συμβολίζονται :

⁹ Βλ. Ludwig Arnold, 1973, Stochastic Differential Equations- Theory & Applications, σελ.100

$$\| \cdot \|_{p,M} \quad \| \cdot \|_{p,M}^*$$

Και χρησιμοποιούνται στα διανύσματα :

$$X = (X^1, \dots, X^n) \in D^n$$

Lipschitz Conditions

Για να επιλυθεί η παραπάνω στοχαστική διαφορική εξίσωση απαιτούνται οι νόρμες του Picard και οι συνθήκες του Lipschitz.

- Ισχυρή συνθήκη του Lipschitz : έστω ότι υπάρχει σταθερό $L < \infty$ τέτοιο ώστε για κάθε X, Y να ισχύει

$$\left| (F[Y] - F[X]) \right|_{\infty p} \leq L \cdot |Y - X|_p$$

- Συνθήκη του Lipschitz με μέσο-p :

$$\left\| (F[Y] - F[X]) \right\|_{T-\infty p} \leq L \cdot \left\| (Y - X)^* \right\|_{T-p} \Big\|_{L^p}$$

Υπαρξη και Μοναδικότητα της Λύσης

Σε αυτό το σημείο, οι νόρμες του Picard και οι συνθήκες του Lipschitz συνεργάζονται για να βρεθεί η λύση στην απεικόνιση U . Για λόγους απλότητας θα παραληφθεί η διαδικασία απόδειξης και θα παραταθούν μόνο οι προτάσεις και τα θεωρήματα.

ΠΡΟΤΑΣΗ

Υποθέτουμε ότι ο Z είναι ένας τοπικός L^q -ολοκληρωτής για κάποιο $q \geq 2$ και ότι η F ικανοποιεί τις συνθήκες Lipschitz και την νόρμα του Picard για κάποιο $p \in [2, q]$ και κάποιο $M \geq M_{p,L}$. Εάν

$${}^0C \equiv C + F[0] \cdot Z \quad \text{ανήκει στο } G_{p,M}^{*n}$$

Τότε το $G_{p,M}^{*n}$ περιέχει μία και μόνο μία ισχυρή λύση X της στοχαστικής διαφορικής εξίσωσης.

ΘΕΩΡΗΜΑ

Υπό τις προϋποθέσεις του 2.8.1 και την ισχυρή συνθήκη του Lipschitz υπάρχει μια μοναδική ισχυρή λύση X της στοχαστικής διαφορικής εξίσωσης :

$$X = C + F_n[X] \cdot Z_n$$

2.7.3. ΑΣΘΕΝΗΣ ΛΥΣΗ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Έστω W είναι μία κλασσική διαδικασία Wiener με τη φυσική απεικόνιση της $F[W]$, εν συνεχεία θεωρούμε την στοχαστική διαφορική εξίσωση:

$$X = \text{sign}X * W$$

Όπου ο συντελεστής sign ορίζεται ως εξής :

$$\text{sign}x \equiv \begin{cases} 1 & \text{για } x \geq 0 \\ -1 & \text{για } x < 0 \end{cases}$$

Προφανώς, η παραπάνω διαφορική είναι πολύ πιο απλής μορφής από τις διαφορικές που μελετούσαμε σε προηγούμενα κεφάλαια. Θεωρούμε ότι έστω X μια λύση της παραπάνω διαφορικής. Τότε η X θα είναι μια συνεχής martingale διαδικασία με τετραγωνική λειτουργία $[X,X]_t = \Lambda_t = t$ και $X_0=0$, δηλαδή είναι μια κανονική διαδικασία Wiener. Άρα έχουμε ότι :

$$|X|^2 = X^2 = 2X * X + \Lambda = 2X \text{sign}X * W + \Lambda$$

Και επίσης :

$$\frac{1}{|X| + \varepsilon} * |X|^2 = \frac{2|X|}{|X| + \varepsilon} * W + \frac{1}{|X| + \varepsilon} * \Lambda \quad \varepsilon > 0$$

Οπότε :

$$W = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{|X|}{|X| + \varepsilon} * W = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{|X| + \varepsilon} * (|X|^2 - \Lambda) / 2$$

Και η παραπάνω είναι προσαρμοσμένη στην απεικόνιση που δημιουργείται από την $X| : F_1[X] \subseteq F_1[W] \subseteq F_1[|X|]$. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα ότι η X είναι μια διαδικασία Wiener προσαρμοσμένη στην απεικόνιση που παράγεται από την απόλυτη τιμή $|X|$, το οποίο δεν είναι λογικό. Δηλαδή μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η αρχική μας διαφορική δεν έχει ισχυρή λύση.

ΟΡΙΣΜΟΣ

Μια ασθενής λύση Ξ' της διαφορικής $X = C + F_n[X]_{-*} Z_n$ είναι ένας φιλτραρισμένος χώρος πιθανοτήτων $(\Omega', F.', P')$ σε συνδυασμό με τις προσαρμοσμένες στην $F.'$ διαδικασίες C', Z', X' , τέτοιος ώστε να ισχύει ότι το (C', Z') στον D^{n+d} να είναι όμοιο με το (C, Z) και τέτοιο ώστε να ικανοποιεί το :

$$X' = C' + f[Z', X']_{-*} Z'$$

2.7.4. ΓΡΑΜΜΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

ΟΡΙΣΜΟΣ

Μια στοχαστική διαφορική εξίσωση της μορφής:

$$dX = b(X, t)dt + B(X, t)dW$$

ονομάζεται γραμμική εάν οι συντελεστές b και B έχουν την μορφή :

$$b(x, t) := c(t) + D(t)x$$

Για $c : [0, T] \rightarrow R^n$, $D : [0, T] \rightarrow M^{n \times n}$

$$B(x, t) := E(t) + F(t)x$$

Για $E : [0, T] \rightarrow M^{n \times n}$, $F : [0, T] \rightarrow L(R^n, M^{n \times m})$

ΟΡΙΣΜΟΣ

Μια στοχαστική διαφορική εξίσωση ονομάζεται *ομογενής*, εάν $c=E=0$ για κάθε $0 \leq t \leq T$. Επίσης καλείται γραμμική από μια πιο αυστηρή άποψη εάν $F=0$.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τετριμμένες λύσεις ορισμένων διαφορικών εξισώσεων.

1^ο Παράδειγμα

Για την διαφορική :

$$\begin{cases} dX = (c(t) + DX) dt + E(t)dW \\ X(0) = X_0 \end{cases}$$

Έχουμε :

$$X(t) = e^{Dt} X_0 + \int_0^t e^{D(t-s)} (c(s)ds + E(s)dW)$$

Όπου $e^{Dt} := \sum_{k=0}^{\infty} \frac{D^k t^k}{k!}$

Η γενική μορφή της λύσης της εξίσωσης είναι :

$$X(t) = \Phi(t) \left(X_0 + \int_0^t \Phi(s)^{-1} (c(s)ds + E(s)dW) \right)$$

Και $\Phi(\cdot)$ είναι η βασική/θεμελιώδης μήτρα του μη αυτόνομου συστήματος της συνήθους διαφορικής εξίσωσης :

$$\frac{d\Phi}{dt} = D(t)\Phi, \quad \Phi(0) = I$$

2° Παράδειγμα

Για την διαφορική :

$$\begin{cases} dX = (c(t) + d(t)X)dt + \sum_{l=1}^m (e^l(t) + f^l(t)X) dW^l \\ X(0) = X_0 \end{cases}$$

Η λύση είναι :

$$X(t) = \Phi(t) \left(X_0 + \int_0^t \Phi(s)^{-1} \left(c(s) - \sum_{l=1}^m e^l(s) f^l(s) \right) ds \right) + \int_0^t \sum_{l=1}^m \Phi(s)^{-1} e^l(s) dW^l$$

Όπου

$$\Phi(t) := \exp \left(\int_0^t d - \sum_{l=1}^m \frac{(f^l)^2}{2} ds + \int_0^t \sum_{l=1}^m f^l dW^l \right)$$

Κεφάλαιο 3^ο : Εφαρμογή Στοχαστικών Διαφορικών Εξισώσεων στα Χρηματοοικονομικά

3.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τα ναυτιλιακά αλλά και γενικότερα τα χρηματιστηριακά παράγωγα γίνονται ολοένα και περισσότερο διάσημα, καθώς χρησιμοποιούνται και για μετρίαση του ρίσκου αλλά και για κερδοσκοπία. Για το λόγο αυτό, η αποτίμηση τους αποτελεί μείζον κεφάλαιο για τους συμμετέχοντες στην ναυτιλιακή αγορά.

Οπότε στο κεφάλαιο αυτό θα επικεντρωθούμε στην περιγραφή του τρόπου συγχώνευσης της θεωρίας των προηγούμενων κεφαλαίων, ώστε να δημιουργηθούν τα κατάλληλα μοντέλα προεκτίμησης τιμής χρηματιστηριακών προϊόντων. Στη συνέχεια θα εξετάσουμε αυτά τα μοντέλα και θα αποφασίσουμε ποια είναι τα καταλληλότερα, δηλαδή ποια από αυτά θα προσομοιώνουν αποδοτικότερα τις κινήσεις της πραγματικής αγοράς.

3.1.1. ΑΓΟΡΑ, ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟ ΚΑΙ ΚΕΡΔΟΣΚΟΠΙΑ

ΟΡΙΣΜΟΣ

A) Η αγορά θεωρούμε ότι είναι μία προσαρμοσμένη διαδικασία η οποία περιγράφεται ως εξής :

$$dX_0(t) = \rho(t, \omega) X_0(t) dt$$

$$X_0(0) = 1$$

Και

$$dX_i(t) = \mu_i(t, \omega) dt + \sum_{j=1}^m \sigma_{ij}(t, \omega) dB_j(t)$$

$$= \mu_i(t, \omega) dt + \sigma_i(t, \omega) dB(t)$$

$$X_i(0) = 1$$

Όπου :

- σ_i είναι ο αριθμός σειράς i της μήτρας $n \times m$ [σ_{ij}]

B) Η αγορά $\{X(t)\}_{t \in [0, T]}$ για την οποία ισχύει $X_0(t) \equiv 1$ ονομάζεται κανονικοποιημένη.

Γ) Ένα χαρτοφυλάκιο στην αγορά $\{X(t)\}_{t \in [0, T]}$ είναι μια $(n+1)$ -διαστατή, (t, ω) -μετρήσιμη και $F_t^{(m)}$ προσαρμοσμένη στοχαστική διαδικασία.

$$\theta(t, \omega) = (\theta_0(t, \omega), \theta_1(t, \omega), \dots, \theta_n(t, \omega))$$

$$0 \leq t \leq T$$

Δ) Η αξία του χαρτοφυλακίου $\theta(t)$, την χρονική στιγμή t θα είναι :

$$V(t, \omega) = V^\theta(t, \omega) = \theta(t) \cdot X(t) = \sum_{i=0}^n \theta_i(t) \cdot X_i(t)$$

Ε) Το χαρτοφυλάκιο $\theta(t)$ καλείται αυτοχρηματοδοτούμενο όταν :

$$\int_0^T \left\{ \left| \theta_0(s) \rho(s) X_0(s) + \theta_i(s) \mu_i(s) \right| + \sum_{j=1}^m \left[\sum_{i=1}^n \theta_i(s) \sigma_{ij}(s) \right]^2 \right\} ds < \infty$$

Και

$$dV(t) = \theta(t) \cdot dX(t)$$

Θεωρούμε το $X_i(t) = X_i(t, \omega)$ ως την αξία του προϊόντος i την χρονική στιγμή t . Τα προϊόντα/υπηρεσίες που αριθμούνται από $1, \dots, n$ καλούνται ριψοκίνδυνα (risky) λόγω της παρουσίας ευμετάβλητων ορών. Ενώ το προϊόν/υπηρεσία με αριθμό σειράς 0 , καλείται ασφαλές λόγω της απουσίας του ευμετάβλητου όρου. Για παράδειγμα τα

ριψοκίνδυνα προϊόντα θα μπορούσαν να είναι μετοχές, ενώ τα ασφαλή να είναι τραπεζικές επενδύσεις.

Επίσης, υπάρχει η δυνατότητα να κανονικοποιήσουμε την αγορά ορίζοντας :

$$\bar{X}_i(t) = X_0(t)^{-1} X_i(t) \quad , \quad 1 \leq i \leq n$$

Και το

$$\bar{X}(t) = (1, \bar{X}_1(t), \dots, \bar{X}_n(t))$$

Καλείται ως η κανονικοποίηση της $X(t)$.

Με άλλα λόγια η κανονικοποίηση αντιστοιχεί στην σχέση μεταξύ της ασφαλής επένδυσης $X_0(t)$ και της αξίας του προϊόντος της αγοράς.

Οι όροι $\theta_0(t, \omega), \dots, \theta_n(t, \omega)$ αντιπροσωπεύουν το σύνολο των μονάδων κάθε ενός security από $1, \dots, n$ τις οποίες κατέχει ένας επενδυτής.

Ουσιαστικά το $\Theta(t)$ είναι η συνολική αξία των επενδύσεων που κατέχει ένας επενδυτής τη χρονική στιγμή t .

ΟΡΙΣΜΟΣ

Ένα χαρτοφυλάκιο $\theta(t)$ το οποίο είναι και αυτοχρηματοδοτούμενο, δηλαδή ικανοποιεί την σχέση :

$$\int_0^T \left\{ \left| \theta_0(s) \rho(s) X_0(s) + \theta_i(s) \mu_i(s) \right| + \sum_{j=1}^m \left[\sum_{i=1}^n \theta_i(s) \sigma_{ij}(s) \right]^2 \right\} ds < \infty$$

Χαρακτηρίζεται αποδεκτό εάν η αντίστοιχη τιμή της διαδικασίας $V^\theta(t)$ είναι συνάρτηση των (t, ω) , δηλαδή $V^\theta(t, \omega)$, και υπάρχει ένα $K=K(\theta)$ τέτοιο ώστε :

$$V^\theta(t, \omega) \geq -K$$

ΟΡΙΣΜΟΣ

Ένα αποδεκτό χαρτοφυλάκιο $\theta(t)$ καλείται κερδοσκοπικό (arbitrage) εάν η αντίστοιχη τιμή της διαδικασίας $V^\theta(t)$ ικανοποιεί :

- $V^\theta(0)=0$
- $V^\theta(T) \geq 0$
- $P[V^\theta(T) > 0] > 0$

Με πιο απλά λόγια, ένα χαρτοφυλάκιο $\theta(t)$ καλείται κερδοσκοπικό εάν αποδίδει αύξηση στην τιμή από τον χρόνο $t=0$ μέχρι το χρόνο $t=T$. Συνεπώς, το χαρτοφυλάκιο θα παράγει κέρδος, δίχως την παρουσία του ρίσκου για απώλεια χρημάτων.

Η ύπαρξη κερδοσκοπίας σε μία αγορά, είναι σημάδι έλλειψης ισορροπίας. Καμία αγορά δεν έχει τη δυνατότητα μακροπρόθεσμης επιβίωσης εάν περιέχει κερδοσκοπία, επομένως είναι σημαντική η αναγνώριση της στην αγορά.

Στη συνέχεια θα εξετάσουμε την πιθανή ύπαρξη ενός κερδοσκοπικού χαρτοφυλακίου σε μία αγορά.

ΘΕΩΡΗΜΑ

Έστω ότι υπάρχει μια διαδικασία $u(t, \omega) \in V^m(0, T)$, τέτοια ώστε

$$\bar{X}(t) = (X_1(t), \dots, X_n(t))$$

$$\sigma(t, \omega)u(t, \omega) = \mu(t, \omega) - \rho(t, \omega)\bar{X}(t, \omega)$$

$$E \left[\exp \left(\frac{1}{2} \int_0^T u^2(t, \omega) dt \right) \right] < \infty$$

Τότε η αγορά $\{X(t)\}_{t \in [0, T]}$ δεν διαθέτει κερδοσκοπία.

Αντιστρόφως :

Εάν μια αγορά δεν διαθέτει κερδοσκοπία, τότε υπάρχει μια $F_t^{(m)}$ προσαρμοσμένη και μετρήσιμη διαδικασία $u(t, \omega)$ τέτοια ώστε να ισχύει :

$$\sigma(t, \omega)u(t, \omega) = \mu(t, \omega) - \rho(t, \omega)\bar{X}(t, \omega)$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ :

Ας θεωρήσουμε την διαδικασία $X(t)$ για την οποία ισχύει :

- $dX_0(t) = 0$
- $dX_1(t) = 2dt + dB_1(t)$
- $dX_2(t) = -dt + dB_1(t) + dB_2(t)$

Σε αυτήν την περίπτωση έχουμε :

$$\mu = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Το μ είναι οι συντελεστές των όρων dt και σ οι συντελεστές των όρων $dB_i(t)$.

Το σύστημα $\sigma u = \mu$ έχει μοναδική λύση :

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Και σύμφωνα με το παραπάνω θεώρημα, συμπεραίνουμε ότι το $X(t)$ δεν έχει αρμπιτράζ.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ :

Ας θεωρήσουμε την διαδικασία $Y(t)$ για την οποία ισχύει :

- $dY_0(t) = 0$
- $dY_1(t) = 2dt + dB_1(t) + dB_2(t)$
- $dY_2(t) = -dt - dB_1(t) + dB_2(t)$

Το σύστημα των εξισώσεων $\sigma u = \mu$ παίρνει τη μορφή :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Το οποίο δεν έχει λύση. Άρα σύμφωνα με το παραπάνω θεώρημα, στην αγορά υπάρχει κερδοσκοπία. Εάν προχωρήσουμε ένα βήμα παραπέρα, επιλέγουμε ότι :

$$\theta(t) = (\theta_0, 1, 1)$$

έχουμε ότι :

$$\begin{aligned} V^\theta(T) &= V^\theta(0) + \int_0^T 2dt + dB_1(t) + dB_2(t) - dt - dB_1(t) + dB_2(t) \\ &= V^\theta(0) + T \end{aligned}$$

Ειδικότερα εάν επιλέξουμε το θ_0 να είναι σταθερή ποσότητα, τέτοια ώστε:

$$V^\theta(0) = \theta_0 Y_0(0) + Y_1(0) + Y_2(0) = 0$$

Τότε το θ θα είναι κερδοσκοπικό.

3.2. PRICING

3.2.1. ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ PRICING

Στη διάθεση μας υπάρχουν αρκετοί μέθοδοι προεκτίμησης της τιμής των παραγώγων. Μορφές εκτίμησης κλειστής ή ανοιχτής μορφής, μεθοδολογία δέντρου και η εξομοίωση Monte Carlo.

3.2.1.1. ΚΛΕΙΣΤΗΣ Ή ΑΝΑΛΥΤΙΚΗΣ ΜΟΡΦΗΣ

3.2.1.1.1. BLACK - SCHOLES 1973

Το πιο διάσημο και ευρέως προσαρμοζόμενο μοντέλο είναι το βασικό Black-Scholes αποτίμησης option, το οποίο αναπτύχθηκε από τους Fischer Black και Myron Scholes κατά το 1960 για αποτίμηση μετοχών, στη συνέχεια όμως το 1970 προσαρμόστηκε στις ανάγκες των futures.

Οι παράμετροι που χρησιμοποιεί το μοντέλο είναι οι εξής πέντε :

- ο χρόνος μέχρι την “ωρίμανση” του συμβολαίου (time to maturity)
- η τιμή στην αγορά των υποκείμενων μετοχών ή συμβολαίων (market price)
- η τιμή άσκησης του option (exercise of the option)
- (carrying charges)
- η μεταβλητότητα του υποκείμενου αγαθού

Οι Black και Scholes υπέθεσαν ότι το υποκείμενο αγαθό S , ακολουθεί την παρακάτω στοχαστική διαφορική εξίσωση :

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz$$

Όπου :

- dS : αποτελεί μία αύξηση της εξέλιξης της τιμής του S , στο απειροελάχιστο διάστημα dt
- μ, σ : αποτελούν την μετατόπιση και την μεταβλητότητα του S
- dZ : είναι η αβεβαιότητα του μοντέλου, επίσης αποτελεί την αύξηση μιας τυχαίας μεταβλητής σε χρονικό διάστημα dt

Η γενική παραπάνω εξίσωση δείχνει ότι, οι ποσοστιαίες μεταβολές στην αξία του υποκειμενικού περιουσιακού στοιχείου είναι ασυσχέτιστες, τυχαίες και ανεξάρτητες από την συμπεριφορά των τιμών των υποκείμενων αγαθών στο παρελθόν. Εξαιτίας της συμπεριφοράς της υποκείμενης μεταβλητής, η ανέλιξη αυτή ονομάζεται και Γεωμετρική Κίνηση Brown.

Εάν υποθέσουμε ότι κάποιο υποκείμενο αγαθό ακολουθεί την παραπάνω εξίσωση, τότε έχουμε τη δυνατότητα να κατασκευάσουμε ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο να αποτελείται από μια θέση short σε ένα call option C και μία ορισμένη ποσότητα του υποκείμενου αγαθού S , το οποίο είναι χαρακτηρισμένο ως riskless. Σε αυτήν την περίπτωση έχει αποδειχθεί ότι το παράγωγο συμβόλαιο θα πρέπει να ικανοποιεί και την ακόλουθη μερική διαφορική εξίσωση.

$$\frac{\theta C}{\theta t} + rS \frac{\theta C}{\theta S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\theta^2 C}{\theta t^2} = rC$$

Προκειμένου να εκτιμηθεί η αξία ενός παραγώγου, η παραπάνω μερική διαφορική εξίσωση θα πρέπει να επιλυθεί με χρήση των καταλλήλων οριακών συνθηκών. Οι οποίες και αναφέρονται στην εξόφληση κατά τη λήξη του συμβολαίου :

- Για ευρωπαϊκά calls, $C_T = \max(S_T - X, 0)$
- Για ευρωπαϊκά puts, $P_T = \max(X - S_T, 0)$

Συνεπώς, το μοντέλο τροποποιείται ώστε να υπολογιστούν οι τιμές των C και P .

$$C = SN(d_1) - Xe^{-rT} N(d_2)$$

$$P = e^{-rT} [XN(-d_2) - F_0N(-d_1)]$$

$N(d_1)$: είναι η αθροιστική κανονική κατανομή μέτρησης του εμβαδού κάτω από την καμπύλη που βρίσκεται στα αριστερά του d_1 . Το d_1 και το d_2 δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις.

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

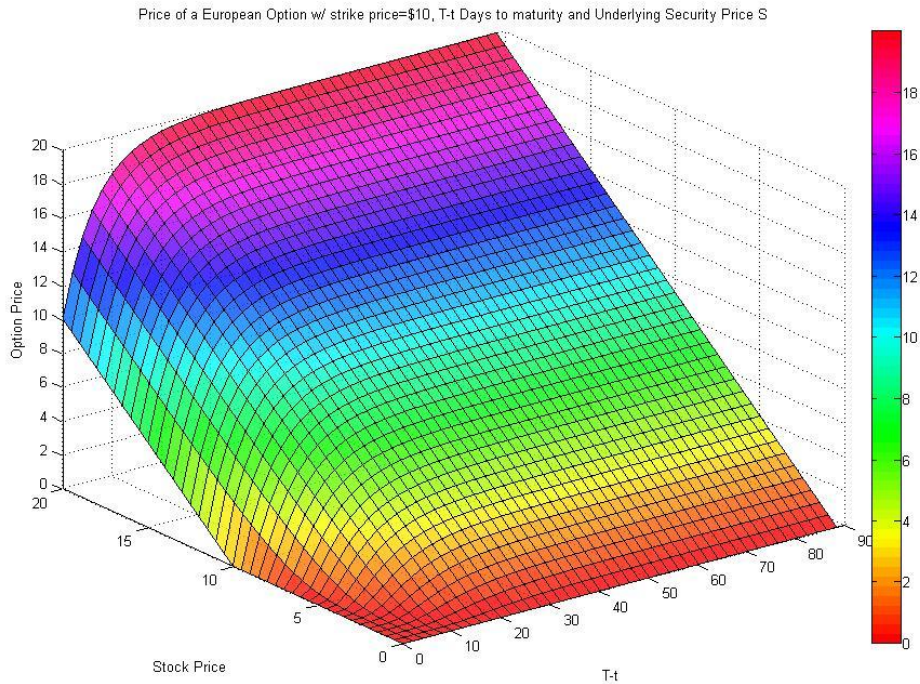
Όπου :

- S : είναι το υποκείμενο αγαθό
- X : είναι η τιμή εξάσκησης του option
- r : είναι το risk-free rate
- σ : είναι η ετήσια μεταβλητότητα του υποκείμενου αγαθού
- T : είναι ο χρόνος έως την “ωρίμανση”, ως ποσοστό 1 έτους

Εύκολα παρατηρείται ότι εάν $S \geq X$ και όσο πλησιάζουμε την ημερομηνία λήξης του συμβολαίου, το T τείνει στο 0, το οποίο σημαίνει ότι και το d_1 και το d_2 τείνουν στο άπειρο. Συνεπώς τα $N(d_1), N(d_2)$ πλησιάζουν τη μονάδα και αντιστρόφως τα $N(-d_1), N(-d_2)$ πλησιάζουν το μηδέν. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι η αξία του call option γίνεται $S-X$, ενώ του put option 0.

Στην αντίθετη περίπτωση, όπου το T τείνει στο 0 και $S < X$, τότε το d_1 και το d_2 τείνουν στο μείον άπειρο. Συνεπώς τα $N(d_1), N(d_2)$ πλησιάζουν το 0 και αντιστρόφως τα $N(-d_1), N(-d_2)$ πλησιάζουν τη μονάδα. Δηλαδή, η αξία του call option μηδενίζεται, ενώ του put option γίνεται $X-S$.

Αυτές οι δύο συνθήκες είναι αναγκαίες για την παραγωγή του μοντέλου Black-Scholes.



3.2.1.1.2. SCHWARTZ 1997

Ο Schwarz ανέπτυξε ένα μοντέλο με ένα παράγοντα. Αρχικά υπέθεσε ότι η φυσική αγορά (spot) ακολουθεί την παρακάτω στοχαστική διαδικασία:

$$ds = \kappa(\mu - \ln S)Sdt + \sigma Sdz$$

Καθορίζοντας ότι $X = \ln S$ και εφαρμόζοντας το λήμμα του Ito, η λογαριθμική τιμή μπορεί να χαρακτηριστεί από την στοχαστική διαδικασία :

$$dX = \kappa(a - X)dt + \sigma dz$$

$$a = \mu - \frac{\sigma^2}{2\kappa}$$

Το μέγεθος της ταχύτητας προσαρμογής $\kappa > 0$, υπολογίζει τον βαθμό της μέσης επιστροφής του μακροπρόθεσμου όρου της μέσης λογαριθμικής τιμής a . Ο δεύτερος όρος στην εξίσωση του dX χαρακτηρίζει την μεταβλητότητα της διαδικασίας, με το dz να είναι μια αύξηση στην κίνηση Brownian.

Σε αυτό το μοντέλο, το υποκείμενο αγαθό δεν είναι ένα περιουσιακό στοιχείο με την κλασσική έννοια και η spot-price ή αλλιώς η λογαριθμική τιμή της spot-price, παίζει

το ρόλο της μιας υποκείμενης μεταβλητής πάνω στην οποία υπάρχει η δυνατότητα να γραφούν διάφορες απαιτήσεις. Η τελική μορφή της παραπάνω διαδικασίας είναι η εξής :

$$dX = k(a^* - X)dt + \sigma dz^*$$

Όπου :

- $a^* = a - \lambda$, λ είναι η τιμή του ρίσκου της αγοράς
- dz είναι η αύξηση της κίνησης Brownian

3.2.1.1.3. BLACK 1976

Το Black 1976 (Black 76) αποτελεί μία επέκταση του μοντέλου Black-Scholes. Το μοντέλο είναι ικανό να αποδώσει την αξία ενός European option, το οποίο είναι γραμμένο πάνω σε ένα συμβόλαιο futures ή forward που συμβολίζεται με F_0 και “ωριμάζει” την χρονική στιγμή s , όπου $s > T$.

Σε αυτήν την περίπτωση το υποκείμενο αγαθό είναι το forward συμβόλαιο, που είναι επίσης και το χρησιμοποιούμενο συμβόλαιο για την αντιστάθμιση της θέσης short του option.

Υποθέτοντας ότι το ποσοστό του υποκείμενου συμβολαίου forward κατανέμεται λογαριθμικά, οι αξίες των call και put options υπολογίζονται με βάση τους τύπους :

$$C = e^{-rT} [XN(d_1) - F_0N(d_2)]$$

$$P = e^{-rT} [F_0N(-d_2) - XN(-d_1)]$$

Όπου :

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{F_0}{X}\right) + \frac{\sigma^2}{2} T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{F_0}{X}\right) - \frac{\sigma^2}{2} T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Και σ είναι η διασπορά του συμβολαίου futures. Η “ωρίμανση” των συμβολαίων option T θα πρέπει να είναι ίση ή μικρότερη από αυτή των συμβολαίων futures. Στην περίπτωση όπου και τα δύο “ωριμάζουν” την ίδια χρονική στιγμή, τότε το option το οποίο βασίζεται σε συμβόλαιο futures, συμπίπτει με το option που βασίζεται στην spot αγορά. Το μοντέλο του Black τροποποιείται ως εξής :

$$C = e^{-rT} [S e^{rT} N(d_1) - X N(d_2)] = C = S N(d_1) - X e^{-rT} N(d_2)$$

3.2.1.1.4. SCHWARZ & SMITH 2000

Οι Schwartz και Smith ανέπτυξαν ένα μοντέλο που αποτελείται από δύο παράγοντες όσο αφορά τις τιμές των εμπορευμάτων, το οποίο επιστρέφει το μέσο όρο των βραχυπρόθεσμων τιμών καθώς και την αβεβαιότητα που αφορά το αντίστοιχο επίπεδο επιστροφής των βραχυπρόθεσμων αυτών τιμών.

Το μοντέλο “τρέχει” χρονοσειρές, των οποίων οι τιμές μοντελοποιούνται σαν μία κίνηση Brown, αντικατοπτρίζοντας τις προσδοκώμενες τιμές να μεταβάλλονται ανάλογα με τις κινήσεις των μεταβλητών που τους περιβάλλουν.

Από οικονομικής άποψης, το μοντέλο του Schwarz και Smith μπορεί να θεωρηθεί ως στοχαστικά βολικό μοντέλο. Ειδικότερα, αποδείχτηκε ότι τα αποτελέσματα τους που αφορούν τους βραχυπρόθεσμους και μακροπρόθεσμους όρους, ταυτίζονται με αυτούς του μοντέλου Gibson και Schwarz 1990.

Θα ξεκινήσουμε παράγοντας το μοντέλο σε ένα φυσικό μέτρο πιθανότητα P και στη συνέχεια θα το ανάγουμε σε ένα μέτρο πιθανότητας \bar{P} χωρίς κίνδυνο (risk-neutral).

Θεωρούμε ένα χώρο πιθανοτήτων (Ω, F, P) , όπου στο Ω ανήκουν όλα τα πιθανά αποτελέσματα της χρηματοοικονομικής μεταβλητής. Η F είναι σ -άλγεβρα, δηλαδή η συλλογή όλων των υποσυνόλων του Ω , των οποίων η πιθανότητα είναι καθορισμένη.

$$dX_t = -kX_t dt + \sigma dW_t^X$$

Η παραπάνω εξίσωση περιγράφει την βραχυπρόθεσμη απόκλιση των τιμών, η οποία επανέρχεται στο μηδέν. Ο συντελεστής k περιγράφει το πότε οι βραχυπρόθεσμοι όροι αναμένεται να εξαφανιστούν, ενώ το σ είναι η παράμετρος της τυπικής απόκλισης της ανέλιξης των βραχυπρόθεσμων όρων.

$$dY_t = \mu dt + \eta dW_t^Y$$

Η εξίσωση της Y_t , περιγράφει το ισοδύναμο επίπεδο των τιμών εάν προσομοιωθούν με μία κίνηση Brown, που περιλαμβάνει την παράμετρο ολίσθησης μ και την παράμετρο μεταβλητότητας η .

$$S_t = \exp(X_t + Y_t)$$

Τελικά το S_t διαμορφώνει και συνδυάζει τα δυναμικά της ανέλιξης. Σκοπός είναι να διατηρήσουμε το μοντέλο όσο πιο απλό γίνεται και για το λόγο αυτό δεν θα εισαγάγουμε εποχιακές μεταβλητές αν και αυτό θα ήταν δυνατό εισάγοντας συνεχής χρονικές μεταβλητές.

Για να βρούμε τη λύση της ανέλιξης X_t , χρησιμοποιώντας το $f(x,t) = e^{kt} X$ ολοκληρώνουμε και τις δύο μεριές της εξίσωσης. Άρα έχουμε :

$$d(e^{kt} X_t) = ke^{kt} X_t dt + e^{kt} [-kX_t dt + \sigma dW_t^X]$$

Ολοκληρώνοντας από t έως T και από τις δύο μεριές έχουμε :

$$e^{kT} X_T - e^{kt} X_t = \sigma \int_t^T e^{ks} dW_s^X$$

$$e^{kT} X_T = e^{kt} X_t + \sigma \int_t^T e^{ks} dW_s^X$$

$$X_T = e^{-k(T-t)} X_t + \sigma e^{kT} \int_t^T e^{-ks} dW_s^X$$

Και :

$$E[X_T] = e^{-k(T-t)} X_t$$

$$Var[X_T] = (1 - e^{-2k(T-t)}) \frac{\sigma^2}{2k}$$

Να σημειώσουμε ότι το ολοκλήρωμα $\int_t^T e^{ks} dW_s^X$ έχει μηδενική μέση τιμή και διασπορά ίση με $\int_0^t e^{2ks} ds$.

Για την ανέλιξη Y_t , έχουμε ότι :

$$Y_T = Y_t + \mu(T-t) + \eta \int_t^T dW_t^Y$$

$$E[Y_T] = Y_t + \mu(T-t)$$

$$Var[Y_T] = \eta^2 (T-t)$$

Υποθέτοντας ότι οι δύο ανελιξίες είναι άμεσα συσχετιζόμενες, έχουμε τη δυνατότητα υπολογισμού της συνδιακύμανσης :

$$COV[X_t, Y_t] = E[(X_t - E(X_t))(Y_t - E(Y_t))]$$

$$COV[X_t, Y_t] = (1 - e^{-k(T-t)}) \frac{\sigma \eta \rho}{k}$$

3.2.1.1.5. KORN 2005

Η βάση του μοντέλου αποτίμησης είναι ο καθορισμός της διαδικασίας των τιμών των “εμπορευμάτων”. Γενικά, οι τιμές καθορίζονται από πολλούς παράγοντες συνήθως και अपαρατήρητους. Το πρώτο στοιχείο είναι το επίπεδο των τιμών που μακροπρόθεσμα καθορίζεται από την προσφορά και τη ζήτηση.

Οι αποκλίσεις από αυτό το επίπεδο “ισορροπίας” οι οποίες προέρχονται από περιστασιακές διαταραχές στην προσφορά και τη ζήτηση προσδιορίζονται από το δεύτερο στοιχείο.

Οι μεταβατικές αποκλίσεις από το επίπεδο ισορροπίας περιγράφονται από την παρακάτω εξίσωση όπου $\kappa > 0$, είναι η παράμετρος της μέσης επαναφοράς, σ_χ είναι η τυπική απόκλιση και z_χ η διαδικασία Wiener.

$$d\chi_t = -\kappa\chi_t dt + \sigma_\chi dz_\chi$$

Ένας συνδυασμός των μακροπρόθεσμων με τις βραχυπρόθεσμες αποκλίσεις έχει παρατεθεί στην παραπάνω εξίσωση και οδηγεί στην ακόλουθο ορισμό της λογαριθμικής τιμής της φυσικής αγοράς.

$$\ln S_t = \chi_t + \Theta$$

Τελικά ο Korn χρησιμοποιώντας την διαδικασία Ornstein-Uhlenbeck και το μοντέλο του Schwartz καταλήγει στις παρακάτω εξισώσεις :

$$d\xi = \kappa_\xi(\alpha^* - \xi)dt + \sigma_\xi dz_{\xi}$$

$$d\chi = -(\kappa_\chi \lambda - \lambda_\chi)dt + \sigma_\chi dz_\chi$$

3.2.1.1.6. TURNBULL AND WAKEMAN APPROXIMATION

Ουσιαστικά, η μέθοδος αυτή αποτελεί ακόμα μια επέκταση του μοντέλου του Black76 και συνεπώς του Black-Scholes. Οι Turnbull και Wakeman προσάρμοσαν τον μέσο όρο και την διασπορά της υποκείμενης ανέλιξης, ώστε να ακολουθεί τον αριθμητικό μέσο κάθε χρονική στιγμή. Εν συνεχεία εισάγονται στην μοντέλο του Black σαν δεδομένα, ο πλέον προσαρμοσμένος μέσος b_A και η προσαρμοσμένη διασπορά σ_A .

$$C \approx Se^{(ba-r)T} N(d_1) - Xe^{-rT} N(d_2)$$

$$P \approx Xe^{-rT} N(-d_2) - Se^{(ba-r)T} N(-d_1)$$

Ενώ ο η διασπορά και ο προσαρμοσμένος μέσος είναι ίσα με:

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{\ln(M_2)}{T} - 2b_A}$$

$$b_A = \frac{\ln(M_1)}{T}$$

Όπου το M_1 και το M_2 είναι η πρώτη και η δεύτερη παρατήρηση του αριθμητικού μέσου, υπό ουδέτερο ρίσκο (risk-neutrality). Στην περίπτωση όπου το κόστος εφαρμογής του είναι μηδενικό, δηλαδή όπως στα ναυτιλιακά παράγωγα, τα

όποια είναι συμβόλαια option γραμμένα πάνω σε forwards, το υποκείμενο αγαθό θα είναι το FFA rate, έτσι ώστε το μοντέλο να είναι παρόμοιο με το Black 76 και τα M_1 και M_2 θα υπολογίζονται με τους κάτωθι τύπους :

$$M_1 = 1$$

$$M_2 = \frac{2e^{\sigma^2 T} - 2e^{\sigma^2 t_1} [1 + \sigma^2 (T - t_1)]}{\sigma^4 (T - t_1)^2}$$

Όπου :

- T : είναι ο χρόνος που απομένει έως την ωρίμανση του option
- t_1 : είναι ο χρόνος από την έναρξη της περιόδου του μέσου όρου
- σ_A : είναι η διασπορά του μέσου όρου του futures σ_A

Εάν το option διανύει την περίοδο μέσου όρου, τότε η τιμή άσκησης πρέπει να αντικατασταθεί με \bar{X} και η αξία του option θα πρέπει να πολλαπλασιαστεί με T/T_2 , όπου :

$$\bar{X} = \frac{T_2}{T} X - \frac{\tau}{T} S_A$$

Όπου :

- T_2 : είναι το χρονικό διάστημα της περιόδου του μέσου όρου
- $\tau = T_2 - T_A$
- S_A : είναι η μέση τιμή του ενεργητικού μέχρι την παρούσα χρονική στιγμή

Στην περίπτωση όπου το $\tau > 0$ και $\frac{T_2}{T} X - \frac{\tau}{T} S_A < 0$ τότε το call option σίγουρα θα ασκηθεί και θα ισούται με την αναμενόμενη μέση τιμή του συμβολαίου κατά την ημερομηνία λήξης μείων την τιμή άσκησης. Αντιθέτως, το put option σε αυτήν την περίπτωση θα έχει μηδενική αξία.

3.2.1.2. MONTE CARLO

Η μέθοδος του Monte Carlo, εξομοιώνει την τυχαία κίνηση των τιμών διαφόρων των υποκειμενικών περιουσιακών στοιχείων και παρέχει μια λύση βασισμένη σε πιθανότητες που αφορά το πρόβλημα της αποτίμησης των παραγώγων συμβολαίων τύπου option. Καθώς η πλειοψηφία των προβλημάτων αποτίμησης παραγώγων μπορούν να ταυτιστούν, ως η προσδοκία δίχως κίνδυνου της εξόφλησης της διαδικασίας, η εξομοίωση του Monte Carlo αποτελεί ένα χρήσιμο, άμεσο αριθμητικό εργαλείο για την αποτίμηση των συμβολαίων.

Όταν έχουμε να αντιμετωπίσουμε το πρόβλημα της αποτίμησης ενός νέου συμβολαίου με πολύπλοκες διαδικασίες εξόφλησης, τότε οι συμμετέχοντες στην αγορά μπορούν να βασιστούν στο μοντέλο του Monte Carlo για την εκτίμηση της τιμής του παραγώγου, ωστόσο εάν οι αναλυτικές ιδιότητες του παραγώγου είναι πιο λεπτομερής, διατίθενται διαφορετικά πιο αποδοτικά και αξιόπιστα μοντέλα.

Το κύριο πλεονέκτημα της εξομοίωσης Monte Carlo είναι ότι έχει τη δυνατότητα προσαρμογής/ενσωμάτωσης νέων και πολύπλοκων λειτουργιών. Επίσης, το υπολογιστικό κόστος αυξάνει γραμμικά, ανάλογα με τον αριθμό των δηλωμένων μεταβλητών, έτσι η μέθοδος καθίσταται πιο ανταγωνιστική σε επίπεδο πολλών μεταβλητών.

Το κύριο μειονέκτημα της Monte Carlo, είναι ότι απαιτεί μεγάλο αριθμό προσομοιώσεων ώστε να επιτευχθεί η επιθυμητή ακρίβεια, καθώς το τυπικό σφάλμα είναι αντιστρόφως ανάλογο με την τετραγωνική ρίζα των αριθμών των προσομοιώσεων. Για την μείωση της τυπικής απόκλισης της εκτίμησης, χρησιμοποιούνται διάφορες τεχνικές.

3.2.2. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΑ ΝΑΥΤΙΛΙΑΚΑ ΠΑΡΑΓΩΓΑ

Εκτός από τα μοντέλα που παρουσιάστηκαν στην προηγούμενη ενότητα, έχουν αναπτυχθεί μοντέλα προσαρμοσμένα στην ναυτιλιακή αγορά. Όπως είναι για παράδειγμα το μοντέλο του Tvedt 1998, το οποίο παράγει μία φόρμουλα για την αποτίμηση των freight options, τα οποία βασίζονται σε συμβόλαια BIFFEX, και αναπτύσσει ένα τροποποιημένο μοντέλο Black 76, λαμβάνοντας υπ' όψιν τις στατιστικές ιδιότητες της ναυτιλιακής αγοράς. Ωστόσο, το μοντέλο του Tvedt έχει τη δυνατότητα εφαρμογής μόνο πάνω σε συμβόλαιο option ευρωπαϊκού τύπου και συνεπώς δε μπορεί να εφαρμοστεί σε συμβόλαιο option γραμμένα πάνω σε Forward Freight Agreements.

Κεφάλαιο 4^ο : Το φαινόμενο Lead-Lag

4.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο πιο απλός τρόπος για να “προβλέψουμε” το πώς θα μεταβληθεί η αγορά σε άμεσο διάστημα, είναι μέσω του λεγόμενου lead-lag. Στο παρόν κεφάλαιο θα αναλύσουμε τη σχέση μεταξύ της φυσικής αγοράς και της αγοράς των συμβολαίων παραγώγων. Ο κύριος στόχος είναι να βρούμε εάν η μία αγορά ακολουθεί την άλλη μετά από κάποιο διάστημα (lead-lag), έτσι ώστε οι συμμετέχοντες να επωφεληθούν από μια τέτοια πρόβλεψη.

Στη συνέχεια του παρόντος κεφαλαίου θα αναλύσουμε τη σύνδεση μεταξύ των δύο αγορών με δύο μεθόδους, την τεχνική του κινούμενου μέσου (moving average technique) και την διασυσχέτιση (cross-correlation).

4.2. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Στη διάθεση μας έχουμε ιστορικές τιμές της αγοράς και της φυσικής αγοράς, με σκοπό την εξέταση της σχέσης των δύο αγορών. Οι δυο αγορές αποτελούνται από τις ημερήσιες τιμές κλεισίματος. Το ιστορικό δείγμα φτάνει τις 1293 παρατηρήσεις ξεκινώντας από τις 02/04/2002 και φτάνει ως τις 28/09/2007. Οι διαδρομές που αναλύονται είναι οι δύο παρακάτω :

<u>Route</u>	<u>Vessel</u>	<u>Description</u>	<u>Trading Unit</u>	<u>Price Quotation</u>	<u>Settlement Index</u>
P2A	Panamax	Basis a Baltic panamax 74,000 mt dwt not over 7 years of age, 89,000 cbm grain, max loa 225m, draft 13.95m, 14.0 knots on 32mts fuel oil laden, 28mts fuel oil ballast and no diesel at sea, basis delivery Skaw-Gibraltar range, for a trip to the Far East, redelivery Taiwan-Japan range, duration 60/65 days. Loading 15-20 days ahead in the loading area. Cargo basis grain, ore, coal, or similar.	Day	USD/DAY	BALTIC
P3A	Panamax	Basis a Baltic panamax 74,000 mt dwt not over 7 years of age, 89,000 cbm grain, max loa 225m, draft 13.95m, 14.0 knots on 32mts fuel oil laden, 28mts fuel oil ballast and no diesel at sea, for a trans Pacific round of 35/50 days either via Australia or Pacific (but not including short rounds such as Vostochny/Japan), delivery and redelivery Japan/South Korea range. Loading 15-20 days ahead in the loading area. Cargo basis grain, ore, coal or similar. 3.75 per cent total commission.	Day	USD/DAY	BALTIC

4.3. ΤΕΧΝΙΚΗ ΚΙΝΟΥΜΕΝΟΥ ΜΕΣΟΥ

Την συγκεκριμένη τεχνική τη χρησιμοποιούμε για αναλύσουμε ένα σύνολο δεδομένων, δημιουργώντας μια νέα σειρά η οποία αποτελείται από υποσύνολα των μέσων της αρχικής σειράς. Η δημιουργία της νέας σειράς έχει ως εξής, αρχικά ορίζουμε το μέγεθος του υποσυνόλων των μέσων (π.χ. 3), το 1^ο στοιχείο λαμβάνεται ως ο μέσος όρος του 1^{ου} υποσυνόλου, το 2^ο στοιχείο λαμβάνεται εάν στο πρώτο υποσύνολο παραλείψουμε το 1^ο στοιχείο και συμπεριλάβουμε το αμέσως επόμενο. Ουσιαστικά, μετατοπίζοντας το υποσύνολο συνεχώς κατά ένα στοιχείο προς τα εμπρός δημιουργούμε τη νέα σειρά, η οποία και αποτελείται από τους μέσους της αρχικής.

Αντί να παραθέτουμε τα μη επεξεργασμένα δεδομένα τα οποία και περιέχουν ένα σημαντικό ποσοστό μεταβλητότητας/αστάθειας, επιλέγουμε να παραθέσουμε τους υπολογισμούς με τη βοήθεια της τεχνικής του κινούμενου μέσου. Κύρια χρήση του είναι να εξομαλύνει τις βραχυπρόθεσμες διακυμάνσεις, αναδεικνύοντας την μακροπρόθεσμη συμπεριφορά της χρονοσειράς/σήματος.

Η τεχνική του κινούμενου μέσου μπορεί να υπολογιστεί για κάθε χρονοσειρά. Για μία ακολουθία $\{a_i\}_{i=1}^N$, όπου n η μέρα, ο κινούμενος μέσος σχηματίζεται από την ακολουθία $\{s_i\}_{i=1}^{N-n+1}$, το s_i ορίζεται από το a_i λαμβάνοντας τους μέσους όρους από την ακολουθία :

$$s_i = \frac{1}{n} \sum_{j=i}^{i+n-1} a_j$$

Στην περίπτωση μας ο μέσος όρος θα ληφθεί ανά 3 ημέρες, συνεπώς ο κινούμενος μέσος θα είναι :

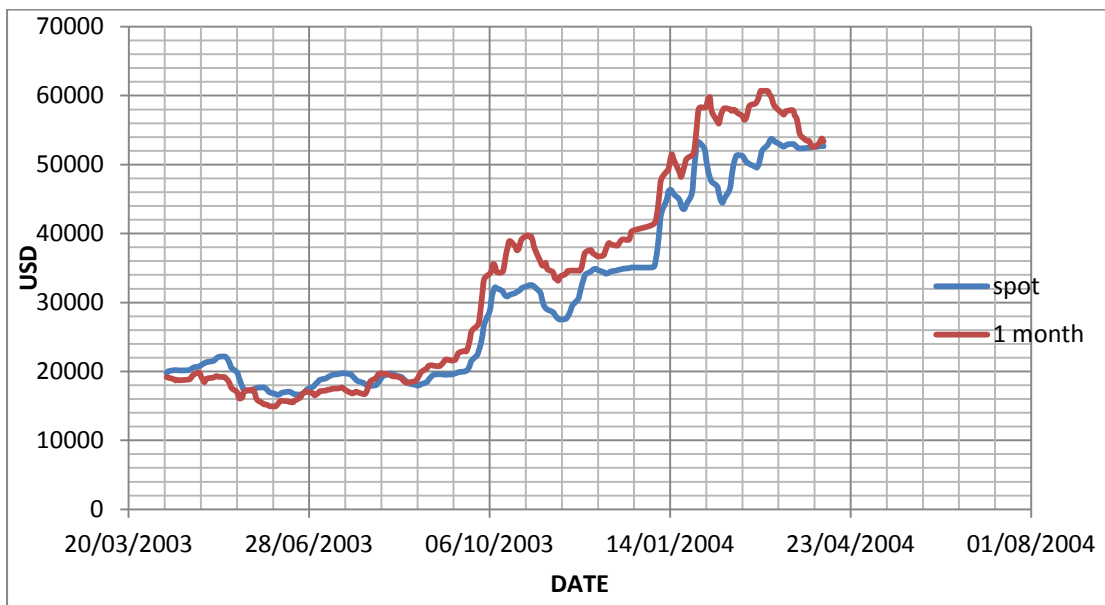
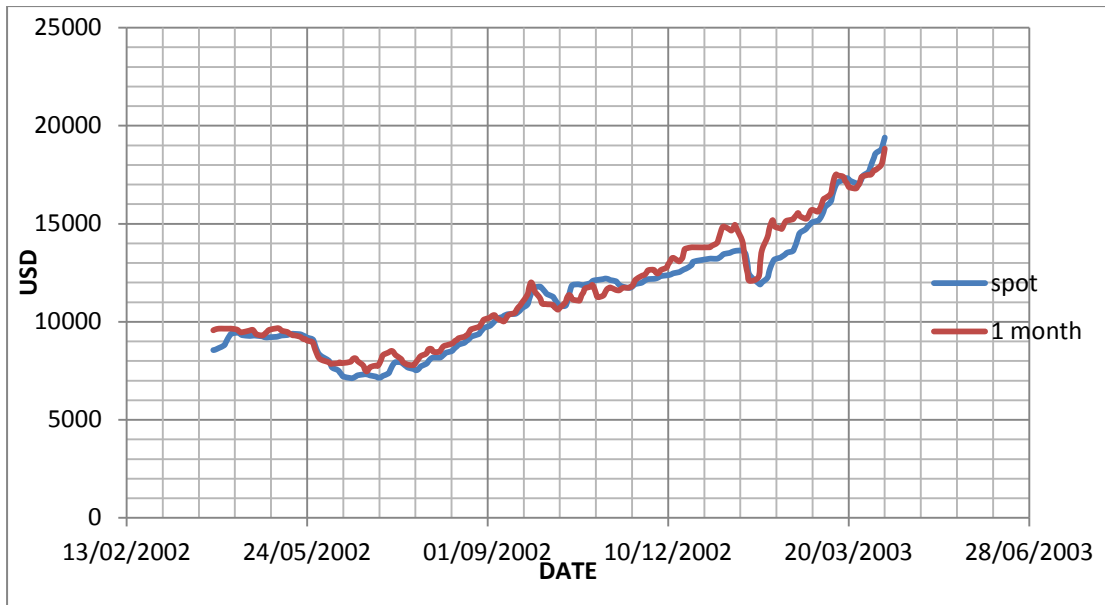
$$s_3 = \frac{1}{3} (a_1 + a_2 + a_3, a_2 + a_3 + a_4, \dots, a_{n-2} + a_{n-1} + a_n)$$

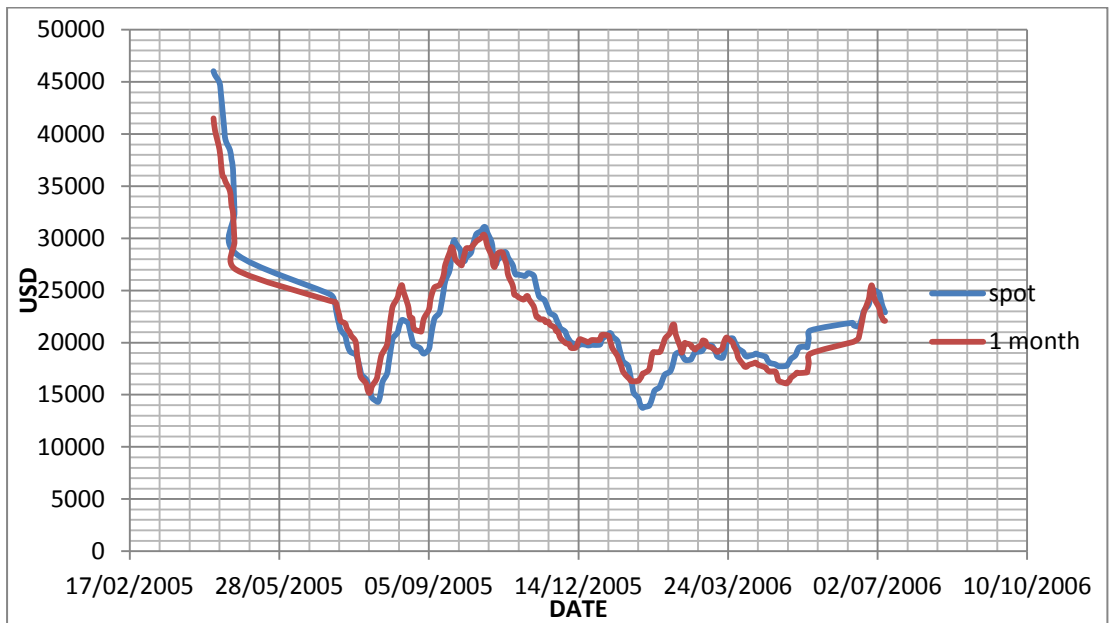
Ο μέσος όρος θα υπολογιστεί ανά τρεις ημέρες καθώς αναμένεται η σχέση lead-lag μεταξύ των δύο αγορών να είναι μερικές μέρες. Λόγω του μεγάλου αριθμού παρατηρήσεων (1333 παρατηρήσεις), η χρονοσειρά θα χωριστεί σε 5 ισόποσα τμήματα με σκοπό την ευκολότερη παρατήρηση των διαγραμμάτων.

Θα εξετάσουμε κάθε διαδρομή χωριστά με στόχο την βαθύτερη ανάλυση των δεδομένων. Τα δεδομένα μας αναφέρονται σε διαδρομές πλοίων ξηρού φορτίου, συνεπώς και οι υπολογισμοί θα αναφέρονται μόνο στην αγορά ξηρού φορτίου.

Παρακάτω παρατίθενται τα διαγράμματα των κινούμενων μέσων της φυσικής αγοράς και της αγοράς των futures. Παρατηρώντας προσεκτικά τα διαγράμματα είναι φανερό η σχέση μεταξύ των αγορών, αλλά δεν θα πρέπει να αναμένουμε υποχρεωτικά ότι η μία αγορά θα έχει ίδιες τιμές με την άλλη, αυτό που περιμένουμε είναι η κατεύθυνση της μιας αγοράς να ακολουθεί την άλλη δηλαδή όταν παρατηρείται άνοδος στην μια να υπάρχει άνοδος και στη άλλη, ομοίως και στην περίπτωση όπου έχουμε πτώση.

4.3.1. ΔΙΑΔΡΟΜΗ RT-P2A

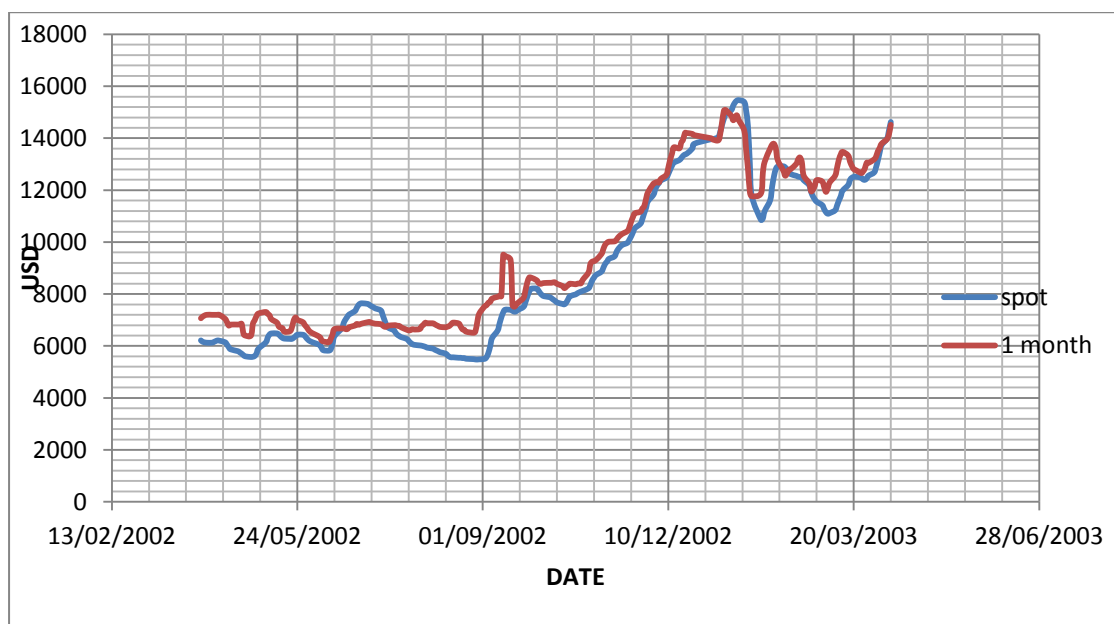


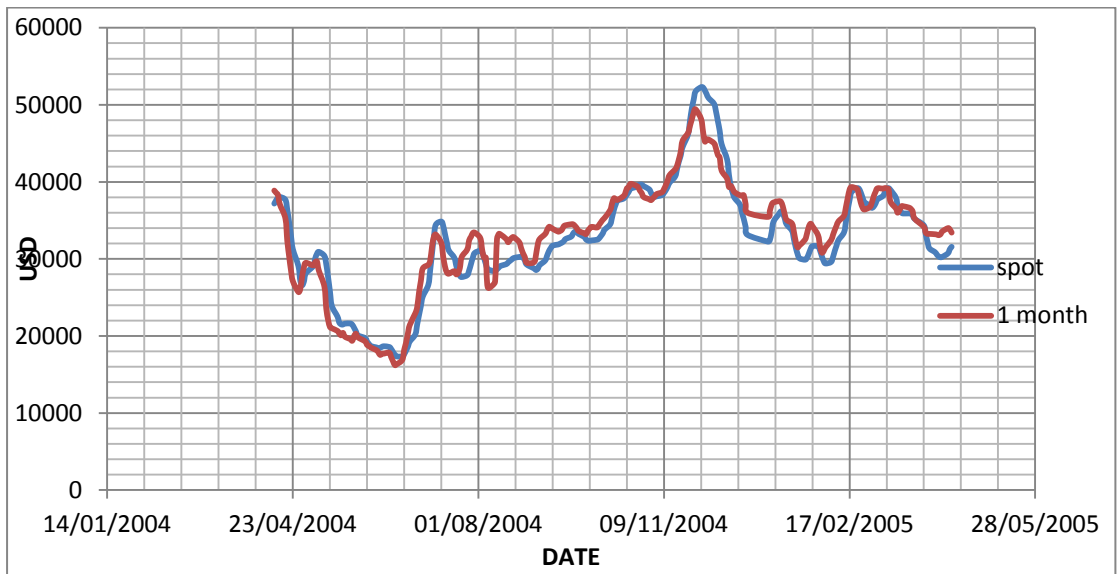
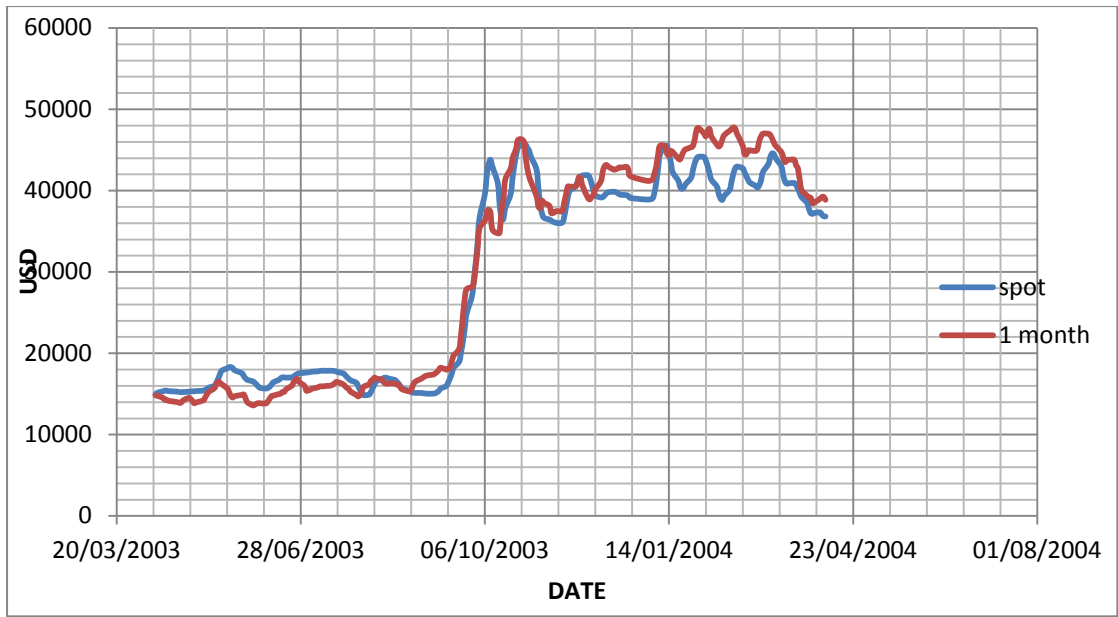


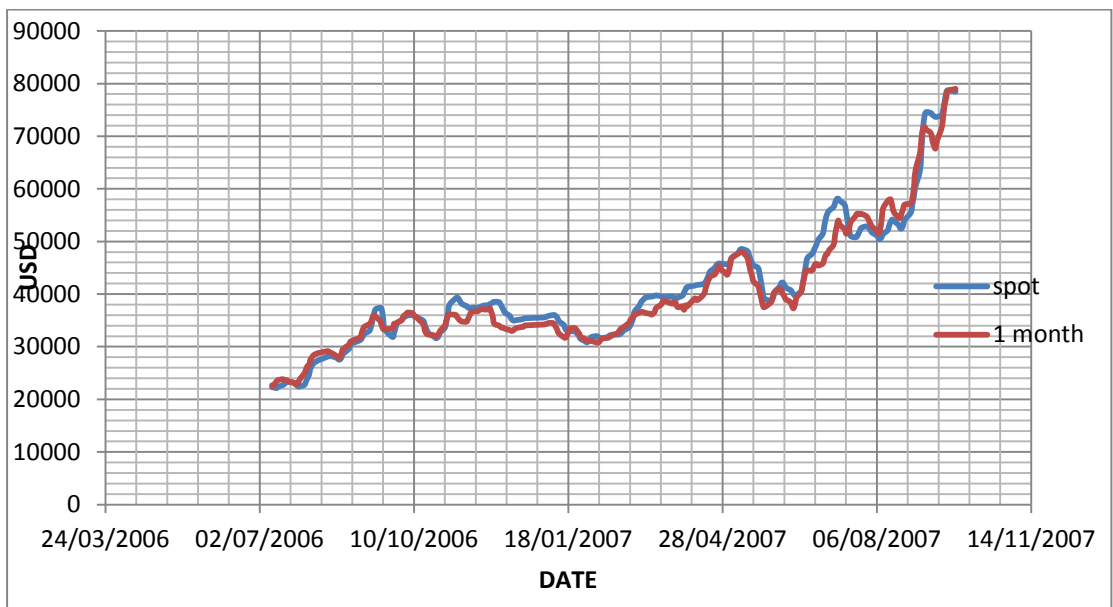
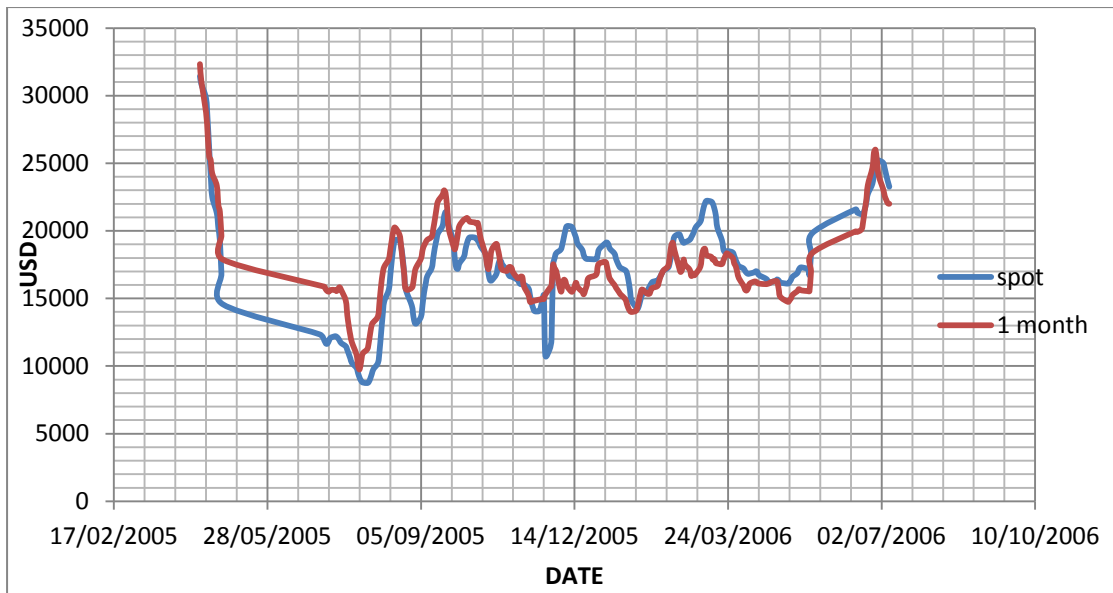


Γενικά μπορούμε εύκολα να συμπεράνουμε ότι οι δύο αγορές συσχετίζονται σε μεγάλο βαθμό. Από τα παραπάνω γραφήματα έχουμε τη δυνατότητα να παρατηρήσουμε ότι πέρα από το ότι, οι δύο αγορές είναι άμεσα συνυφασμένες μεταξύ τους και βρίσκονται στα ίδια επίπεδα τιμών, η φυσική αγορά σε πολλές περιπτώσεις ακολουθεί την εξέλιξη της αγοράς των συμβολαίων μετά από έναν αριθμό ημερών.

4.3.2. ΔΙΑΔΡΟΜΗ RT-P3A







Επίσης και σε αυτήν την διαδρομή το επίπεδο των τιμών της φυσικής αγοράς και της αγοράς των συμβολαίων βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο, αν και οι διακυμάνσεις είναι εντονότερες. Σε πολλές περιπτώσεις η φυσική αγορά ακολουθεί αυτή των συμβολαίων.

4.4. ΤΕΧΝΙΚΗ ΔΙΑΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ (CROSS-CORRELATION FUNCTION)

4.4.1. ΣΥΣΧΕΤΙΣΗ

Στη θεωρία πιθανοτήτων και την στατιστική, η συσχέτιση δηλώνει την δύναμη και την κατεύθυνση μιας γραμμικής σχέσης μεταξύ δύο μεταβλητών. Ένας από τους πολλούς συντελεστές συσχέτισης που χρησιμοποιείται είναι ο παρακάτω :

$$r = \frac{Cov(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

Ο συντελεστής r είναι αδιάστατος συνεπώς δεν εξαρτάται από ποια μεταβλητή έχει οριστεί ως X και ποια ως Y . Οι τιμές που λαμβάνει βρίσκονται στο πεδίο από -1 έως 1 , $-1 \leq r \leq 1$. Μία θετική τιμή του r σηματοδοτεί την θετική γραμμική σχέση μεταξύ των μεταβλητών, ενώ μια αρνητική τιμή την αρνητική γραμμική σχέση. Σε περίπτωση που το $r=1$, δηλώνει ότι οι δύο μεταβλητές είναι τέλεια συσχετισμένες μεταξύ τους. Αντιθέτως, όταν $r=-1$, είναι απολύτως αντίστροφες. Τέλος όταν $r=0$ δεν υπάρχει συσχέτιση μεταξύ των μεταβλητών.

4.4.2. CROSS-CORRELATION

Η διασυσχέτιση είναι μία συνάρτηση/λειτουργία επεξεργασίας σήματος η οποία χρησιμοποιείται για να μετρήσει την ομοιότητα μεταξύ δύο σημάτων. Η CCF (Cross-Correlation Function) παρέχει μία στατιστική σύγκριση δυο ακολουθιών ως μια συνάρτηση χρονικής μετατόπισης μεταξύ τους. Η διασυσχέτιση μας χρησιμεύει όταν υπάρχουν διαφορές στο χρόνο μεταξύ των ακολουθιών.

Στην περίπτωση μας θα υπολογίσουμε την CCF της χρονοσειράς της φυσικής αγοράς και της αγοράς των συμβολαίων, με στόχο να εξετάσουμε την σχέση μεταξύ των δυο αγορών για διαφορετικές χρονικές μετατοπίσεις. Για παράδειγμα, οι δύο αγορές θα μπορούσαν να έχουν μικρότερη συσχέτιση για μηδενική χρονική μετατόπιση αλλά να έχουν μεγαλύτερη εάν η φυσική αγορά να έχει μια χρονική υστέρηση μερικών ημερών. Στη συνέχεια παρατίθεται η μαθηματική φόρμουλα :

$$r_{XY}(k) = \frac{C_{XY}(k)}{S_X S_Y}$$

$$C_{XY}(k) = \begin{cases} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-k} (x_t - \bar{x})(y_{t+k} - \bar{y}), & k = 0, 1, 2, \dots \\ \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n+k} (x_{t-k} - \bar{x})(y_t - \bar{y}), & k = 0, -1, -2, \dots \end{cases}$$

$$S_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2}$$

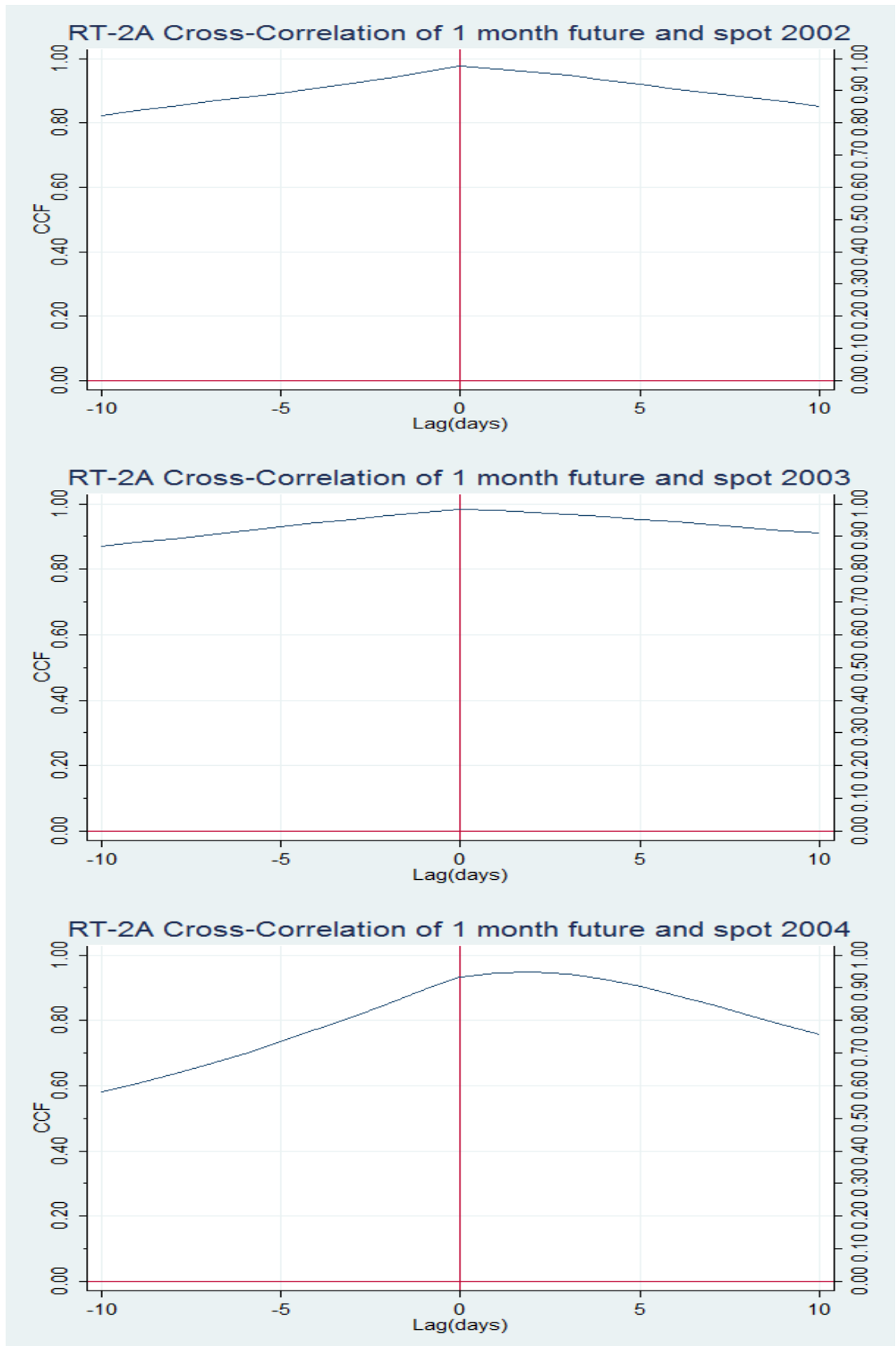
$$S_Y = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2}$$

Όπου :

- $r_{XY}(k)$ είναι η CCF της υστέρησης k ,
- $C_{XY}(k)$ είναι η συνδιακύμανση των μεταβλητών σαν συνάρτηση του k
- S_Y και S_X είναι οι τυπικές αποκλίσεις των μεταβλητών, τις οποίες αν διαιρέσουμε την συνδιακύμανση με αυτές θα λάβουμε το συντελεστή συσχέτισης.

Η μεθοδολογία που θα ακολουθήσουμε προκειμένου να έχουμε επιθυμητά αποτελέσματα είναι η εξής: δε θα υπολογίσουμε μόνο την CCF των 2 χρονοσειρών για κάθε διαδρομή. Η CCF θα υπολογιστεί ετησίως. Εξαιτίας των υψηλών διακυμάνσεων των αγορών και επειδή δεν διατηρούν μια συγκεκριμένη πορεία για μερικές μέρες, μερικά τμήματα των ακολουθιών θα “παραμεληθούν” για το κομμάτι των υπολογισμών. Στη συνέχεια παρατίθενται τα γραφήματα των 2 διαδρομών ετησίως.

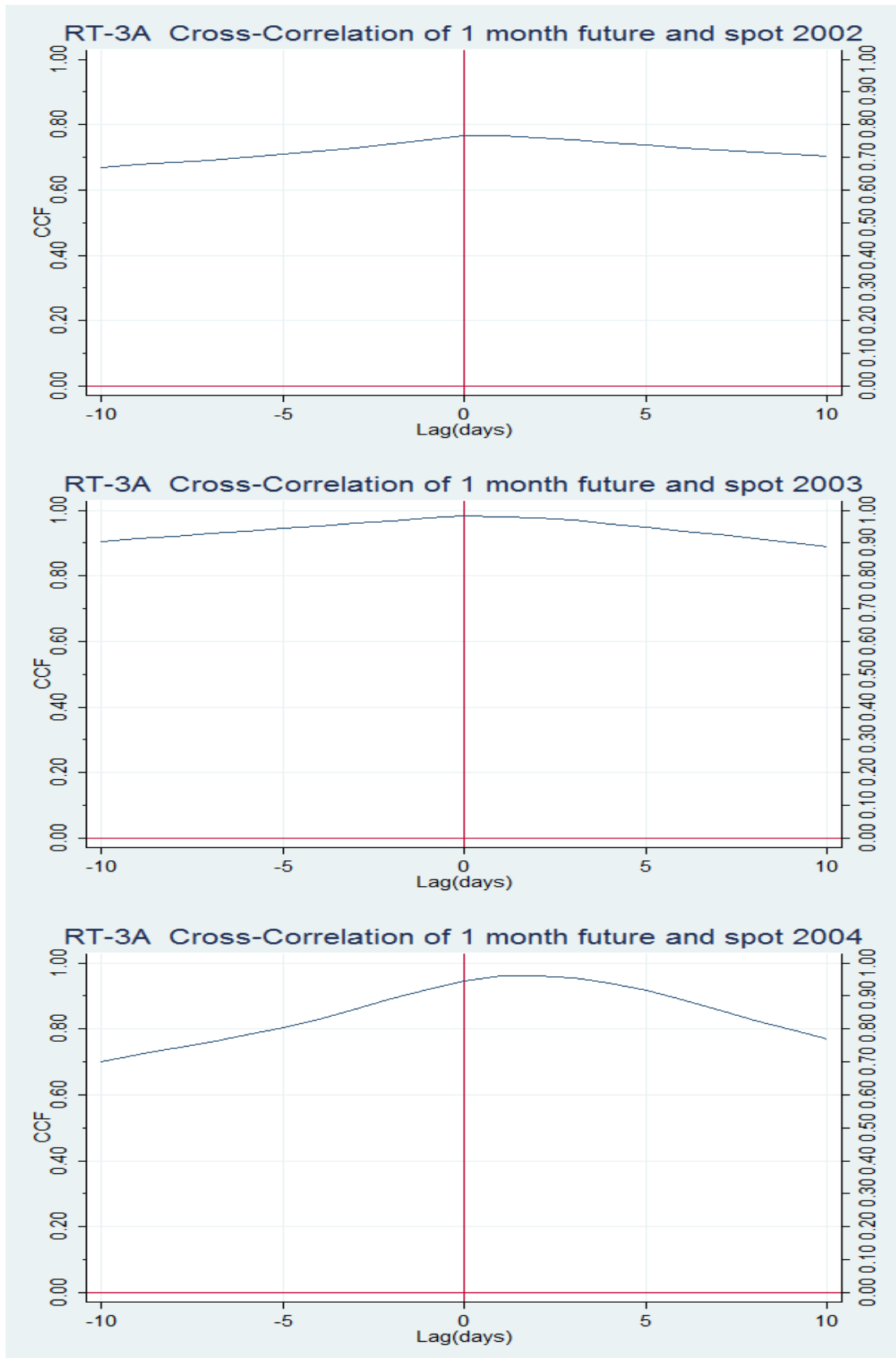
4.4.2.1. ΔΙΑΔΡΟΜΗ RT-P2A

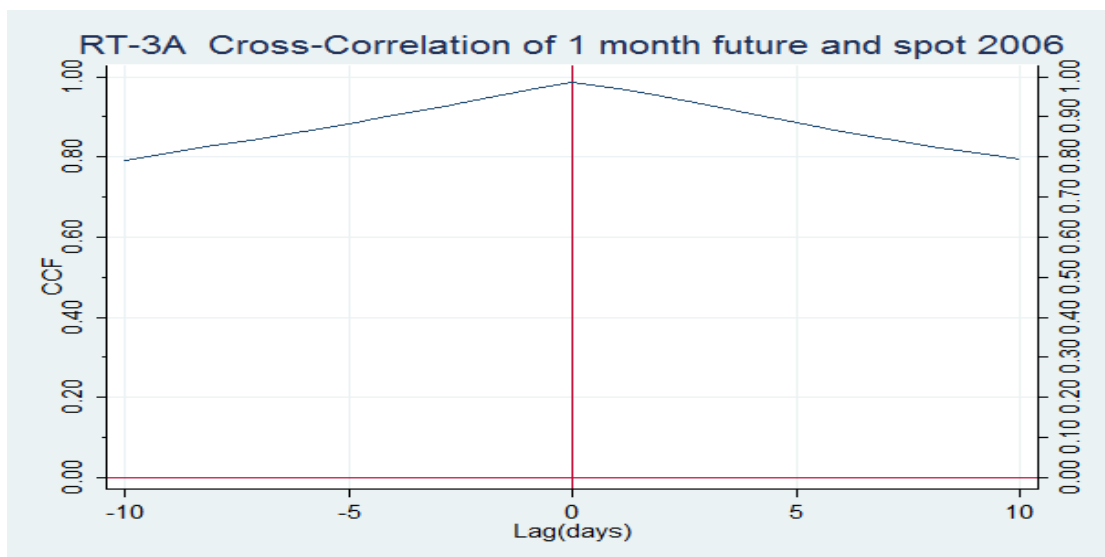
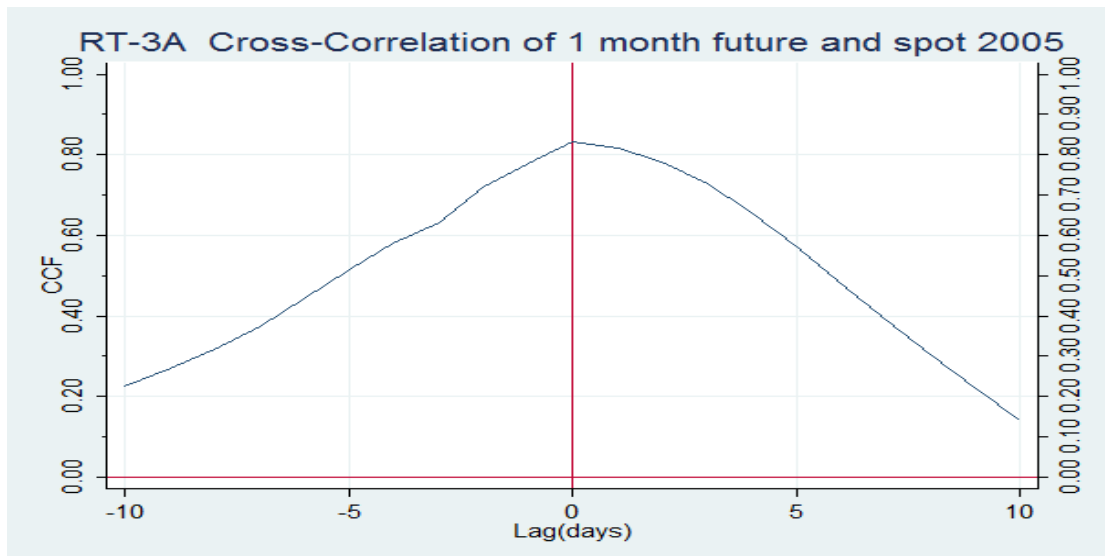




Αυτό το οποίο κυρίως παρατηρούμε κυρίως σε όλες τις περιπτώσεις των παραπάνω διαγραμμάτων, είναι ότι για μηδενική χρονική υστέρηση η συσχέτιση είναι η μέγιστη που φτάνει τα επίπεδα άνω του 0.9 . Το παραπάνω μας υποδεικνύει την ισχυρή γραμμική σχέση μεταξύ των δύο αγορών. Μια άλλη πολύ σημαντική παρατήρηση είναι ότι η cross-correlation δεν είναι απόλυτα συμμετρική για θετικές και αρνητικές υστερήσεις χρόνου, παρόλα αυτά για αρνητικές υστερήσεις, δηλαδή η αγορά συμβολαίων να ακολουθεί την φυσική αγορά, η συσχέτιση βρίσκεται σε υψηλά επίπεδα ενώ για θετικές υστερήσεις η συσχέτιση είναι ακόμα μεγαλύτερη.

4.4.2.2. ΔΙΑΔΡΟΜΗ RT-P3A





Ομοίως στην περίπτωση αυτής της διαδρομής, η συσχέτιση είναι αρκετά συμμετρική ως προς τον άξονα y , το οποίο σημαίνει ότι η συσχέτιση για αρνητική και θετική χρονική μετατόπιση είναι ίση. Αν και φαίνεται παράδοξο δεν είναι, ουσιαστικά δηλώνει ότι εάν μετατοπίσουμε χρονικά την μία από τις δύο χρονοσειρές, είτε προς θετικό ή αρνητικό χρόνο, τότε θα ισχύει και πάλι η γραμμική σχέση μεταξύ τους.

Από τα παραπάνω γραφήματα διακρίνουμε ότι οι τιμές συσχέτισης αν και υψηλές βρίσκονται σε χαμηλότερα επίπεδα από ότι της προηγούμενης διαδρομής, ειδικότερα την χρονιά 2002 η μέγιστη τιμή φτάνει το 0.68, μια τιμή φανερά και αισθητά μειωμένη σε σύγκριση με τις άλλες χρονιές όπου η μέγιστη τιμή κυμαίνεται από 0,82-0,97.

4.5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης μας έδωσε μια πολύ καλή άποψη για την γραμμική συμπεριφορά μεταξύ των δύο αγορών, όταν δημιουργούμε χρονική μετατόπιση της μίας σε σχέση με την άλλη. Τα αποτελέσματα στις δύο διαδρομές είναι αρκετά ενθαρρυντικά, αλλά δύσκολα θα βγάζαμε ένα απολύτως σαφές συμπέρασμα. Αν και γενικά τα επίπεδα της συσχέτισης είναι υψηλά.

Επίσης σημαντική παρατήρηση είναι ότι δεν είναι τα γραφήματα απολύτως συμμετρικά ως προς τον άξονα y , αλλά συχνά λαμβάνει μεγαλύτερες τιμές για θετική χρονική υστέρηση μερικών ημερών όπως παραδείγματος χάριν το RT-2a του 2004 και το RT-3A της ίδιας χρονιάς. Αυτό σημαίνει ότι εάν αυξήσουμε τη χρονική υστέρηση κατά μερικές μέρες τότε θα έχουμε την μέγιστη συσχέτιση μεταξύ των αγορών.

Σαν γενική αρχή θα μπορούσαμε να πούμε ότι η αγορά των συμβολαίων παρέχει αξιόπιστα “προγνωστικά” των διαδρομών που αναλύσαμε για την φυσική αγορά.

Κεφάλαιο 5^ο : Αποτίμηση τιμής ναυτιλιακών παραγώγων με τη βοήθεια Στοχαστικών Διαφορικών Εξισώσεων

5.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο παρόν κεφάλαιο θα μελετήσουμε κατά πόσο αποδοτική είναι η μέθοδος εκτίμησης τιμής των ναυτιλιακών παραγώγων με βάση της στοχαστικές διαφορικές εξισώσεις. Θα μελετήσουμε τέσσερα μοντέλα προσομοίωσης που αφορούν διαδρομές πλοίων που μεταφέρουν φορτίο χύδην. Ο σκοπός της αποτίμησης τιμής είναι η μείωση ή αντιστάθμιση του κινδύνου, μία πλευρά που μπορεί να θεωρηθεί και πιο σημαντική από την ίδια την εκτίμηση της τιμής.

Θα επικεντρωθούμε στα τέσσερα μοντέλα συνεχούς χρόνου τα οποία και αναλύονται χωριστά. Στη συνέχεια θα προσαρμοστούν στην αγορά, δηλαδή θα υπολογιστούν οι παράμετροι τους και θα αξιολογηθούν σύμφωνα με τις επιδόσεις τους. Τελικά καταλήγουμε στο ισχυρότερο μοντέλο προσομοίωσης της συγκεκριμένης αγοράς μεταφοράς ξηρού χύδην.

5.2. ΑΓΟΡΑ – ΔΕΔΟΜΕΝΑ

Οι περισσότεροι άνθρωποι έχουν την εντύπωση ότι οι αγορές των αγαθών(commodity markets) είναι περίπλοκες και δύσκολες για να κατανοηθούν. Στην πραγματικότητα δεν είναι. Υπάρχουν βασικά στοιχεία που πρέπει κανείς να γνωρίζει, τα οποία βοηθούν και στην κατανόηση των προθεσμιακών αγορών(futures market) και τη λειτουργία τους.

Μια αγορά συμβολαίων, δεν είναι τίποτα παραπάνω από μία δημόσια αγορά στην οποία τα εμπορεύματα είναι συμβάσεις στις οποίες αναφέρεται ή ορίζεται η

πώληση ή αγορά ενός προϊόντος σε προσυμφωνημένη τιμή σε καθορισμένο χρόνο. Οι αγορές πραγματοποιούνται μέσω ενός μεσίτη που είναι και μέλος ενός χρηματιστηρίου και γίνονται σύμφωνα με τις προϋποθέσεις του τυποποιημένου συμβολαίου μελλοντικής εκπλήρωσης.

Η κύρια διαφορά μεταξύ μιας αγοράς συμβολαίων μελλοντικής εκπλήρωσης και μιας αγοράς όπου γίνονται πραγματικές αγοραπωλησίες προϊόντων, είναι ότι η αγορά συμβολαίων μελλοντικής εκπλήρωσης αφορά μόνο τυποποιημένες συμφωνίες. Αυτές οι συμφωνίες πιο επίσημα καλούνται futures contracts, προβλέπουν την παράδοση μιας συγκεκριμένης ποσότητας προϊόντος σε προσημασμένη ημερομηνία αλλά δεν προϋποθέτει την κατοχή ή ιδιοκτησία του προς πώληση αγαθού.

Με άλλα λόγια μπορεί κανείς να αγοράσει ή να πουλήσει προϊόντα σε μία αγορά συμβολαίων μελλοντικής εκπλήρωσης ανεξάρτητα αν κατέχει ή δεν κατέχει το εμπλεκόμενο προϊόν. Όταν κάποιος εμπλέκεται στην αγορά των συμβολαίων μελλοντικής εκπλήρωσης, δεν χρειάζεται να ανησυχεί για την φυσική παράδοση ή παραλαβή του εμπορεύματος.

Οι διαδρομές που θα μας απασχολήσουν, ανήκουν στην αγορά μεταφοράς ξηρού χύδην. Συνολικά το 38% όλου εμπορεύματος που μεταφέρεται με πλοία είναι της μορφής ξηρού χύδην. Τα πλοία που μεταφέρουν το συγκεκριμένο εμπόρευμα χωρίζονται σε κατηγορίες ανάλογα με το μέγεθος που μπορούν να μεταφέρουν. Οι κύριες κατηγορίες είναι Handysize, Handymax, Panamax και Capesize. Οι δύο πρώτες κατηγορίες πλοίων επειδή μεταφέρουν μικρότερες ποσότητες εμπορεύματος δεν καταλαμβάνουν μεγάλο μερίδιο της αγοράς και για το λόγο αυτό δεν είναι μεγάλης σημασίας. Σε αντίθεση, τα Panamax μεταφέρουν περίπου 70,000 dwt και είναι τα μεγαλύτερα πλοία που μπορούν να περάσουν από την διώρυγα του Παναμά.

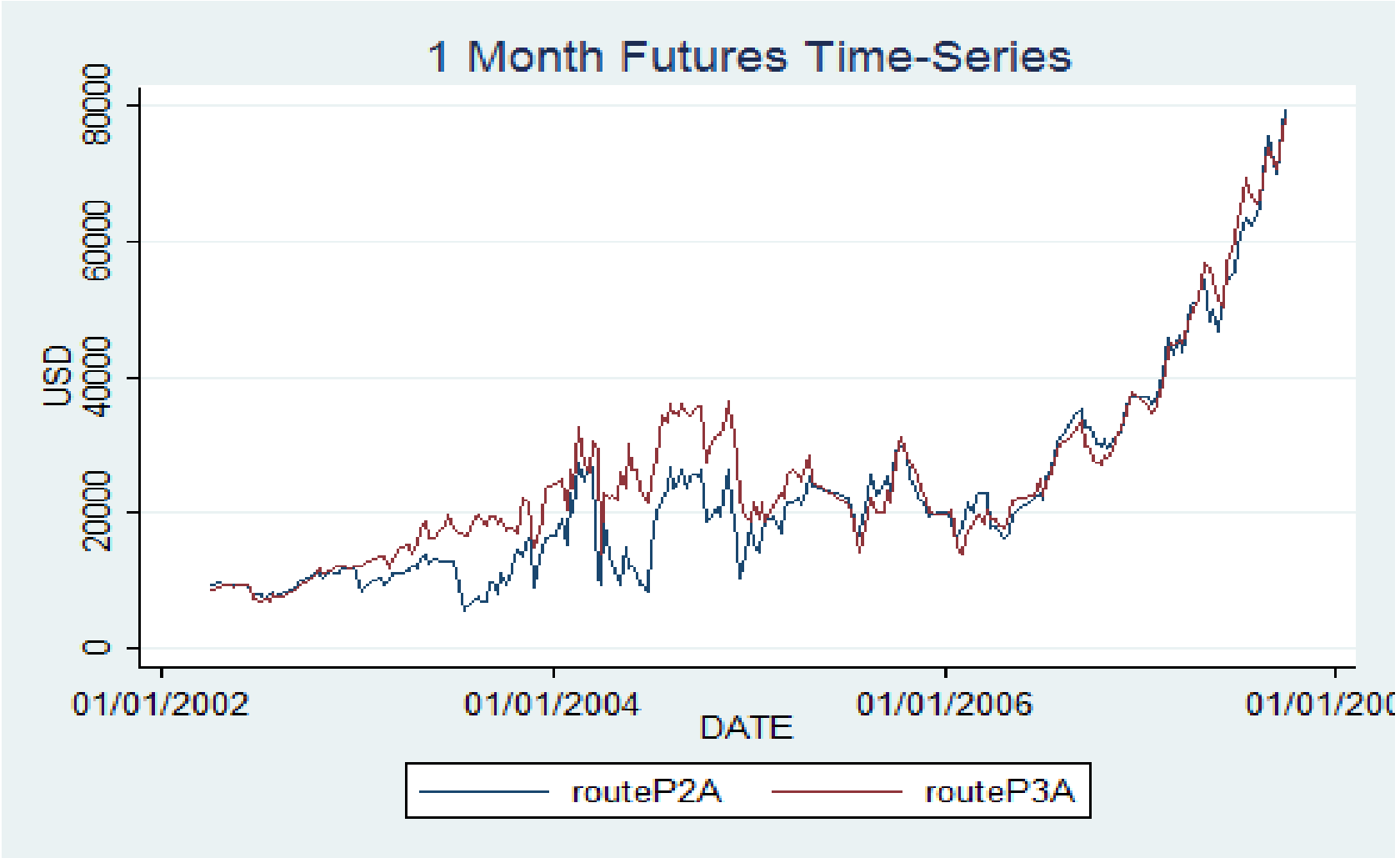
Τα ξηρά χύδην εμπορεύματα χωρίζονται σε δύο κατηγορίες μείζονος και ελάσσονος. Η κατηγορία μείζονος αποτελεί τα δύο τρίτα του συνολικού τομέα ξηρού χύδην και περιλαμβάνει σιδηρομεταλλεύματα, άνθρακα και σιτηρά. Εξαιτίας του μεγάλου ρόλου τους μεταφέρονται σε μεγάλες ποσότητες και συνεπώς με μεγαλύτερα πλοία. Η ελάσσονος κατηγορία περιλαμβάνει χάλυβα, παράγωγα του χάλυβα, λιπάσματα, τσιμέντο κ.α. .

Οι κύριοι μέθοδοι ναυλώσεων πλοίων είναι τρεις. Στη ναύλωση bareboat ο ιδιοκτήτης του πλοίου το “νοικιάζει” και λαμβάνει το μηνιαίο εισόδημα του, σε αυτήν τη μέθοδο ο πλοιοκτήτης δεν έχει καμία άλλη υπευθυνότητα π.χ. για πλήρωμα ή εφοδιασμό. Στη μέθοδο της χρονοναύλωσης, οι πλοιοκτήτες διοικούν τα πλοία μόνοι τους υπό τις οδηγίες των ναυλωτών και δεν έχουν ευθύνες για εμπορική διαχείριση τους. Στην ναύλωση ανά ταξίδι (voyage charter) ο ναυλωτής πληρώνει τον πλοιοκτήτη μία χρέωση ανά μεταφερόμενο τόνο ώστε να μεταφερθεί το εμπόρευμα από ένα σημείο σε ένα άλλο, επίσης ο πλοιοκτήτης είναι υπεύθυνος για ότι αφορά την μεταφορά του εμπορεύματος.

Το χρηματιστήριο της Βαλτικής (Baltic Exchange) παρέχει καθημερινά πληροφορίες σχετικά με την ναυτιλιακή αγορά. Παρακολουθεί τις διεθνείς ναυτιλιακές δραστηριότητες και τις διακυμάνσεις στις τιμές των ναύλων. Στη συνέχεια εκδίδει καθημερινά τις τιμές των ναύλων καθώς και δείκτες τους οποίους χρησιμοποιούν οι συμμετέχοντες της αγοράς. Το χρηματιστήριο εκδίδει καθημερινά δείκτες οι οποίοι υπολογίζονται ως η μέση τιμή σημαντικών δρομολογίων με συγκεκριμένα πλοία και μεταφερόμενους τόνους. Περισσότερα αναφέρονται στο 1^ο κεφάλαιο.

Στη συνέχεια παρατίθεται διάγραμμα με τις δύο διαδρομές των συμβολαίων futures των οποίων η ημερομηνία ωρίμανσης είναι ένας μήνας. Οι λεπτομέρειες των διαδρομών φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Route	Vessel	Description	Trading Unit	Price Quotation	Settlement Index
P2A	Panamax	Basis a Baltic panamax 74,000 mt dwt not over 7 years of age, 89,000 cbm grain, max loa 225m, draft 13.95m, 14.0 knots on 32mts fuel oil laden,28mts fuel oil ballast and no diesel at sea, basis delivery Skaw-Gibraltar range, for a trip to the Far East, redelivery Taiwan-Japan range, duration 60/65 days. Loading 15-20 days ahead in the loading area. Cargo basis grain, ore, coal, or similar.	Day	USD/DAY	BALTIC
P3A	Panamax	Basis a Baltic panamax 74,000 mt dwt not over 7 years of age, 89,000 cbm grain, max loa 225m, draft 13.95m, 14.0 knots on 32mts fuel oil laden,28mts fuel oil ballast and no diesel at sea,for a trans Pacific round of 35/50 days either via Australia or Pacific (but not including short rounds such as Vostochny/Japan), delivery and redelivery Japan/South Korea range. Loading 15-20 days ahead in the loading area. Cargo basis grain, ore, coal or similar. 3.75 per cent total commission.	Day	USD/DAY	BALTIC



Τα δεδομένα της χρονοσειράς είναι καταγεγραμμένα ημερησίως. Το διάστημα του δείγματος καλύπτει περίπου πεντέμιση χρόνια, ξεκινώντας από 02/04/2002 και τελειώνοντας 28/09/2007. Η χρονοσειρά αριθμεί 1293 παρατηρήσεις για κάθε μία από τις δύο διαδρομές. Τα καταγεγραμμένα στοιχεία αφορούν την φυσική αγορά και συμβόλαια futures τα οποίων η ημερομηνία ωρίμανσης είναι ένας μήνας μετά την εκάστοτε ημερομηνία.

Στον παρακάτω πίνακα συνοψίζονται ορισμένα στατιστικά στοιχεία λογαριθμικών αποδόσεων των συμβολαίων μελλοντικής εκπλήρωσης με χρόνο ωρίμανσης τον ένα μήνα. Τα συμβόλαια παρουσιάζουν θετική μέση απόδοση κατά τη διάρκεια της περιόδου του δείγματος. Η απόδοση της τυπικής απόκλισης δεν θεωρείται υψηλή.

	μ	σ
P2A	0,1780	0,2491
P3A	0,2037	0,5563

Από μια απλή παρατήρηση της χρονοσειράς είναι δυνατή η χαρακτηρηση ότι τα προθεσμιακά συμβόλαια δεν είναι μία στάσιμη διαδικασία. Με τον όρο στάσιμη διαδικασία εννοείται ότι μια στοχαστική διαδικασία της οποίας η κατανομή των πιθανοτήτων δεν αλλάζει στο χρόνο και επίσης δεν αλλάζουν παράμετροι όπως η μέση τιμή και η διακύμανση.

Το σχήμα που απεικονίζει την χρονοσειρά δείχνει σαφέστατα ότι τα συμβόλαια των 2 διαδρομών κινούνται μαζί. Για να ποσοτικοποιήσουμε το κατά πόσο κινούνται μαζί, θα υπολογίσουμε τον πίνακα συσχέτισεως των λογαριθμικών αποδόσεων των δύο διαδρομών.

	P2A	P3A
P2A	-	0,9026
P3A	0,9026	-

5.3. MONTELA

Τα μοντέλα που επιλέχθηκαν από την βιβλιογραφία είναι 4, τα δύο αποτελούνται από ένα στοχαστικό συντελεστή και τα υπόλοιπα δύο από δύο στοχαστικούς συντελεστές. Αποτελέσματα ανά καιρούς εμφανίζουν στοιχεία βελτίωσης της αποτίμησης των συμβολαίων μελλοντικής εκπλήρωσης όταν χρησιμοποιούνται δύο στοχαστικοί συντελεστές. Στο παρών κεφάλαιο θα χρησιμοποιηθούν και οι δύο μέθοδοι.

5.3.1. BLACK 1976

Ένα από τα μοντέλα που προτείνεται από την βιβλιογραφία ενός στοχαστικού παράγοντα είναι αυτό του Black 1976. Ο Black υποθέτει ότι η λογαριθμική τιμή της spot αγοράς ακολουθεί την αριθμητική κίνηση Brownian.

$$d\xi = \alpha dt + \sigma_{\xi} dz_{\xi}$$

Όπου :

- S, είναι η spot price
- $\xi = \ln(S)$
- z_{ξ} , είναι η κίνηση Brownian
- α , drift
- σ_{ξ} , μεταβλητότητα

5.3.2. SCHWARTZ 1997

Το δεύτερο μοντέλο ενός στοχαστικού παράγοντα είναι αυτό του Schwartz 1997. Σε αντίθεση με τον Black ο Schwartz αναγνώρισε ότι πολλές τιμές προϊόντων δείχνουν σημάδια μέσης επαναφοράς. Έτσι πρότεινε το παρακάτω μοντέλο.

$$d\xi = \kappa_{\xi} (a - \xi) dt + \sigma_{\xi} dz_{\xi}$$

Όπου :

- S , είναι η spot price
- $\xi = \ln(S)$
- z_{ξ} , είναι η κίνηση Brownian
- α , είναι ο παράγοντας που διέπει την μακροχρόνια ισορροπία
- σ_{ξ} , μεταβλητότητα
- κ_{ξ} , εκφράζει την ταχύτητα επαναφοράς στη μέση τιμή

5.3.3. SCHWARTZ AND SMITH 2000

Το μοντέλο του Schwartz and Smith είναι το ένα από τα δύο μοντέλα που αποτελούνται από δύο στοχαστικούς παράγοντες, το πλεονέκτημα τους είναι ότι ενισχύουν την εμπειρική εκτίμηση. Η τιμή του συμβολαίου στη φυσική αγορά γράφεται ως το άθροισμα των δύο στοχαστικών παραγόντων :

$$\ln(S) = \xi + \chi$$

Ο πρώτος στοχαστικός παράγοντας ξ , αντιπροσωπεύει την μακροχρόνια ισορροπία της λογαριθμικής τιμής του εκάστοτε εμπορεύματος (στην περίπτωση μας του συμβολαίου) και ακολουθεί την κίνηση Brownian.

$$d\xi = \alpha dt + \sigma_{\xi} dz_{\xi}$$

Όπου :

- z_{ξ} , είναι κίνηση Brownian
- α , είναι ο παράγοντας που διέπει την μακροχρόνια ισορροπία
- σ_{ξ} , μεταβλητότητα

Ο δεύτερος στοχαστικός παράγοντας χ , χρησιμοποιείται για να συλλάβει τις βραχυπρόθεσμες αποκλίσεις από το επίπεδο ισορροπίας. Ως εκ τούτου ο παράγοντας χ δεν υπερέχει από τον παράγοντα ξ . Χαρακτηρίζεται από την παρακάτω :

$$d\chi = -\kappa_{\chi}\chi dt + \sigma_{\chi}dz_{\chi}$$

Όπου :

- z_{χ} , είναι η κίνηση Brownian
- σ_{χ} , μεταβλητότητα
- κ_{χ} , ο ρυθμός με τον οποίο οι βραχυπρόθεσμες αποκλίσεις θα μηδενιστούν

Οι κινήσεις Brownian z_{ξ} και z_{χ} συσχετίζονται μεταξύ τους με συντελεστή συσχέτισης ρ .

5.3.4. KORN 2005

Το δεύτερο μοντέλο δύο στοχαστικών παραγόντων είναι αυτό που πρότεινε ο Korn και διαφέρει από αυτό που πρότεινε ο Schwartz and Smith, διότι υπέθεσε ότι η spot price των συμβολαίων ακολουθεί μία στάσιμη διαδικασία. Για το λόγο αυτό διαμόρφωσε το μοντέλο τους ως εξής :

$$\ln(S) = \xi + \chi$$

$$d\xi = \kappa_{\xi}(a - \xi)dt + \sigma_{\xi}dz_{\xi}$$

$$d\chi = -\kappa_{\chi}\chi dt + \sigma_{\chi}dz_{\chi}$$

Όπου :

- z_{χ} , είναι η κίνηση Brownian
- σ_{χ} , μεταβλητότητα
- κ_{χ} , ο ρυθμός με τον οποίο οι βραχυπρόθεσμες αποκλίσεις θα μηδενιστούν
- κ_{ξ} , εκφράζει την ταχύτητα επαναφοράς στη μέση τιμή
- z_{ξ} , είναι κίνηση Brownian
- a , είναι ο παράγοντας που διέπει την μακροχρόνια ισορροπία
- σ_{ξ} , μεταβλητότητα

Αυτό που κατάφερε είναι να πετύχει ότι η λογαριθμική τιμή της φυσικής αγοράς να αποτελείται από δύο διαδικασίες οι οποίες τείνουν προς την μέση τιμή.

5.3.5. RISK-NEUTRAL MODELS

Σύμφωνα με την βιβλιογραφία η μη κερδοσκοπική τιμή των συμβολαίων μελλοντικής εκπλήρωσης με χρόνο ωρίμανσης T , δίνεται ως η risk-neutral τιμή της φυσικής αγοράς σε χρόνο T . συνεπώς, τα παραπάνω μοντέλα πρέπει να ξαναγραφούν υπό το νέο risk-neutral μέτρο, με σκοπό να παράγουμε την τελική μορφή των μοντέλων αποτίμησης. Τα οποία δίνονται παρακάτω:

- BLACK 1976

$$d\xi = a^* dt + \sigma_\xi dz_\xi^*$$

- SCHWARTZ 1997

$$d\xi = \kappa_\xi (a^* - \xi) dt + \sigma_\xi dz_\xi^*$$

- SCHWARTZ AND SMITH 2000

$$d\xi = a^* dt + \sigma_\xi dz_\xi^*$$

$$d\chi = (-\kappa_\chi \chi - \lambda_\chi) dt + \sigma_\chi dz_\chi^*$$

- KORN 2005

$$d\xi = \kappa_\xi (a^* - \xi) dt + \sigma_\xi dz_\xi^*$$

$$d\chi = (-\kappa_\chi \chi - \lambda_\chi) dt + \sigma_\chi dz_\chi^*$$

Όπου :

- λ_χ , είναι η τιμή του κινδύνου της αγοράς (market price risk) της μεταβλητής χ
- λ_ξ , είναι η τιμή του κινδύνου της αγοράς (market price risk) της μεταβλητής ξ
- $\alpha^* = \alpha - \lambda_\xi$,
- z_ξ και z_χ , είναι δύο συσχετισμένες κινήσεις Brownian

Οι risk-neutral εκδόσεις των μοντέλων μας, μας επιτρέπουν να λάβουμε τις μη κερδοσκοπικές τιμές των συμβολαίων μελλοντικής εκπλήρωσης με τον παρακάτω γενικό τύπο :

$$F(T) = e^{E^Q[\ln(S_T)] + \frac{1}{2} \text{Var}^Q[\ln(S_T)]}$$

Συνεπώς προκύπτουν οι παρακάτω τα ακριβή μοντέλα αποτίμησης των futures.

- **BLACK 1976**

$$F(T) = e^{\xi_0 + \alpha^* T + \frac{\sigma_\xi^2}{2} T}$$

- **SCHWARTZ 1997**

$$F(T) = e^{e^{-\kappa_\xi T} \xi_0 + \alpha^* (1 - e^{-\kappa_\xi T}) + \frac{\sigma_\xi^2}{4\kappa_\xi} (1 - e^{-2\kappa_\xi T})}$$

- **SCHWARTZ AND SMITH 2000**

$$F(T) = e^{e^{-\kappa_\xi T} \chi_0 + \xi_0 + \alpha^* T - (1 - e^{-\kappa_\chi T}) \frac{\lambda_\chi}{\kappa_\chi} + A(T)}$$

$$A(T) = \frac{\sigma_\chi^2}{4\kappa_\chi} (1 - e^{-2\kappa_\chi T}) + \frac{1}{2} \sigma_\xi^2 T + (1 - e^{-\kappa_\chi T}) \frac{\sigma_\xi \sigma_\chi \rho}{\kappa_\chi}$$

- **KORN 2005**

$$F(T) = e^{e^{-\kappa_{\xi}T} \xi_0 + e^{-\kappa_{\chi}T} \chi_0 + \alpha * (1 - e^{-\kappa_{\xi}T}) - (1 - e^{-\kappa_{\chi}T}) \frac{\lambda_{\chi}}{\kappa_{\chi}} + A(T)}$$

$$A(T) = \frac{\sigma_{\xi}^2}{4\kappa_{\xi}} (1 - e^{-2\kappa_{\xi}T}) + \frac{\sigma_{\chi}^2}{4\kappa_{\chi}} (1 - e^{-2\kappa_{\chi}T}) + (1 - e^{-(\kappa_{\chi} + \kappa_{\xi})T}) \frac{\sigma_{\xi} \sigma_{\chi} \rho}{\kappa_{\xi} + \kappa_{\chi}}$$

5.4. ΕΚΤΙΜΗΣΗ – ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

5.4.1. ΕΚΤΙΜΗΣΗ

Προκειμένου να υπολογίσουμε την απόδοση των τεσσάρων παραπάνω μοντέλων που καταλήξαμε, θα χωρίσουμε τα δεδομένα μας σε δύο τμήματα. Τα δεδομένα μας αποτελούνται από καθημερινές τιμές συμβολαίων σε βάθος πεντέμιση χρόνων πιο συγκεκριμένα το δείγμα ξεκινά από 02/04/2002 και τελειώνει στις 28/09/2007. Το πρώτο τμήμα περιλαμβάνει τα 4 πρώτα χρόνια και το δεύτερο το υπόλοιπο δηλαδή άλλον ενάμιση χρόνο. Ο λόγος που έγινε αυτή η διαίρεση του δείγματος είναι διότι στο 1^ο τμήμα θα υπολογίσουμε τα μοντέλα (παραμέτρους των μοντέλων) μας και θα πραγματοποιήσουμε την ανάλυση εντός γνωστού δείγματος (γνωστού για τους υπολογισμούς) ή αλλιώς in-sample analyses. Και το 2^ο θα χρησιμοποιηθεί για την συγκριτική ανάλυση ως προς τις τιμές που θα ανακόψουν ή αλλιώς out-of sample analysis.

Υπολογίσαμε και τα τέσσερα μοντέλα χρησιμοποιώντας το Kalman filter βασισμένο στη μέγιστη πιθανότητα. Εφόσον όλες οι μεταβλητές είναι κανονικά κατανοημένες η μέθοδος αυτή είναι η κατάλληλη για τα μοντέλα που έχουμε επιλέξει. Οι δύο παρακάτω πίνακες συνοψίζουν όλες τις παραμέτρους των μοντέλων για την κάθε διαδρομή.

<u>ROUTE P2A</u>				
<i>PARAMETERS/ MODELS</i>	<i>BLACK 1976</i>	<i>SCHWARTZ 1997</i>	<i>SCHWARTZ AND SMITH 2000</i>	<i>KORN 2005</i>
κ_{ξ}	-	0.1701	3.0194	0.4592
κ_{χ}	-	-	-	-0.2231
A	-	-	0.0514	3.1712
α^*	0.2002	-5.5219	-0.3116	1.9211
λ_{χ}	-	-	0.3630	1.2501
σ_{ξ}	0.5102	0.9501	0.5850	1.6668
σ_{χ}	-	-	0.7338	1.2528
P	-	-	-0.5109	0.0909
ξ_0	9.1617	9.2198	9.4332	10.2012
χ_0	-	-	0.1009	0.2611
<i>LL</i>	3321	3357	3381	1523

<u>ROUTE P3A</u>				
<i>PARAMETERS/ MODELS</i>	<i>BLACK 1976</i>	<i>SCHWARTZ 1997</i>	<i>SCHWARTZ AND SMITH 2000</i>	<i>KORN 2005</i>
κ_{ξ}	-	0.1255	3.1166	0.5112
κ_{χ}	-	-	-	-0.2250
A	-	-	0.0320	2.8499
α^*	0.1992	-4.8710	-0.2752	1.6254
λ_{χ}	-	-	0.3072	1.2245
σ_{ξ}	0.5299	1.2029	0.5527	1.3332
σ_{χ}	-	-	0.6906	1.2971
P	-	-	-0.5581	0.0553
ξ_0	9.1234	9.2809	9.5337	9.4000
χ_0	-	-	0.1431	0.5509
<i>LL</i>	3384	3377	3410	1552

Εκ πρώτης όψεως μπορούμε να κρίνουμε κατά πόσο ή ποίο είναι το πιο κατάλληλο μοντέλο από το log-likelihood(LL). Στην στατιστική το LL παίζει σπουδαίο ρόλο στην συμπερασματολογία, ειδικά όταν υπολογίζονται παράμετροι από ένα σύνολο στατιστικών στοιχείων. Το LL μας δίνει ένα στοιχείο, το κατά πόσο πιθανές είναι οι τιμές που υπολογίστηκαν για ένα σύνολο δεδομένων μεγιστοποιώντας την «συνάρτηση πιθανότητας»(likelihood function).

Όπως και παρατηρούμε στον παραπάνω πίνακα, το μοντέλο του Korn 2005 αποτελεί την χειρότερη προσαρμογή των παραμέτρων στα δεδομένα μας, στη συνέχεια στο άλλο μοντέλο με δύο στοχαστικούς παράγοντες του Schwartz and Smith 2000 τα αποτελέσματα βελτιώνονται δραματικά. Στα μοντέλα με ένα στοχαστικό παράγοντα, τα αποτελέσματα βρίσκονται στα ίδια περίπου επίπεδα, η διαφορά μεταξύ του Black 1976 και του Schwartz 1997 είναι μικρή οπότε θα μπορούσαμε να πούμε ότι συμπεριφέρονται το ίδιο.

5.4.2. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Αρχικά θα συγκρίνουμε την ακρίβεια των υπολογισμών για τις δύο διαδρομές εντός του δείγματος που χρησιμοποιήθηκε για τους υπολογισμούς(in sample pricing accuracy). Οι παρακάτω πίνακες μας δίνουν την ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος(Root Mean Square Error ή RMSE) και την σχετική ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (Relative Root Mean Square Error ή RRMSE) για τις δύο διαδρομές. Λόγω των διαφορών στο επίπεδο των τιμών λαμβάνεται υπόψιν και το RRMSE, αυτό θα ήταν πιο χρήσιμο βέβαια εάν υπήρχαν περισσότερες διαδρομές προς ανάλυση και το επίπεδο των τιμών διέφερε κατά πολύ, όμως για λόγους πληρότητας συμπεριλαμβάνεται στην παρούσα εργασία.

IN SAMPLE ANALYSES

<u>ROUTE P2A</u>				
<i>PARAMETERS/ MODELS</i>	<i>BLACK 1976</i>	<i>SCHWARTZ 1997</i>	<i>SCHWARTZ AND SMITH 2000</i>	<i>KORN 2005</i>
<i>RMSE</i>	0.1342	0.1471	0.1281	0.4887
<i>RRMSE</i>	1.40%	1.53%	1.34%	5.10%

Στην διαδρομή P2A τα καλύτερα αποτελέσματα έδωσε το μοντέλο του Schwartz and Smith 2000 με 1.34% ενώ ακολουθεί αυτό του Black 1976 με 1.40%. Τα υπόλοιπα δύο μοντέλα, αυτό του Schwartz 1997 με ένα στοχαστικό παράγοντα έδωσαν αποτελέσματα παρόμοια με αυτά του Black ενώ του Korn 2005 δεν ακολουθεί την πορεία της αγοράς και μας δίνει τεράστια περιθώρια σφαλμάτων.

<u>ROUTE P3A</u>				
<i>PARAMETERS/ MODELS</i>	<i>BLACK 1976</i>	<i>SCHWARTZ 1997</i>	<i>SCHWARTZ AND SMITH 2000</i>	<i>KORN 2005</i>
<i>RMSE</i>	0.1451	0.1535	0.1420	0.8978
<i>RRMSE</i>	1.51%	1.60%	1.48%	9.36%

Ομοίως στην διαδρομή P2A τα καλύτερα αποτελέσματα προήλθαν από τα μοντέλα του Schwartz and Smith 2000 με 1.48% και στη συνέχεια του Black 1976 με 1.51%. Την 3^η καλύτερη πρόβλεψη έδωσε το μοντέλο του Schwartz με 1.60% και τελευταίο του Korn 2000 με 9.36%.

Γενικώς παρατηρούμε ότι στην ανάλυση in-sample καταλήγουμε σε δύο συμπεράσματα. Το πρώτο είναι ότι τα μοντέλα του Schwartz and Smith 2000 και του Black 1976 δίνουν τα καλύτερα αποτελέσματα. Και δεύτερον ότι τα μοντέλα με ένα στοχαστικό παράγοντα συμπεριφέρονται το ίδιο.

Τώρα θα υπολογίσουμε τον ίδιο πίνακα για την out-of sample analysis. Κρατώντας σταθερές όλες τις παραμέτρους που υπολογίσαμε εντός του δείγματος, θα εκτιμήσουμε τις τιμές των συμβολαίων μελλοντικής εκπλήρωσης για το διάστημα του τελευταίου ενάμιση χρόνου του ολικού δείγματος μας. Τα αποτελέσματα RMSE και RRMSE παρατίθενται παρακάτω.

OUT OF SAMPLE ANALYSIS

<u>ROUTE P2A</u>				
<i>PARAMETERS/ MODELS</i>	<i>BLACK 1976</i>	<i>SCHWARTZ 1997</i>	<i>SCHWARTZ AND SMITH 2000</i>	<i>KORN 2005</i>
<i>RMSE</i>	0.1370	0.1388	0.0698	0.9408
<i>RRMSE</i>	1.43%	1.39%	0.73%	9.81%

<u>ROUTE P3A</u>				
<i>PARAMETERS/ MODELS</i>	<i>BLACK 1976</i>	<i>SCHWARTZ 1997</i>	<i>SCHWARTZ AND SMITH 2000</i>	<i>KORN 2005</i>
<i>RMSE</i>	0.1380	0.1026	0.1491	0.9801
<i>RRMSE</i>	1.44%	1.07%	1.56%	10.22%

Το πρώτο που παρατηρούμε είναι ότι τιμές των σφαλμάτων είναι συγκρίσιμες από αυτές που υπολογίσθηκαν στο in-sample και σε μερικές περιπτώσεις και βελτιωμένες. Αν και οι τιμές των σφαλμάτων αναμενόταν να κρατήσουν την ίδια σειρά με την σειρά των in-sample, κάτι τέτοιο δε συνέβη.

Αναλυτικότερα στο Route P2A το αποδοτικότερο μοντέλο είναι του Schwartz and Smith 2000 με 0.73% συνεχίζοντας είναι του Schwartz 1997 με 1.39%, τρίτο είναι του Black 1976 με 1.43% και τελευταίο του Korn 2000 με 9.81%. Αντιθέτως στο Route P3A το καλύτερο μοντέλο είναι του Schwartz 1997 με 1.07% ακολουθεί του Black 1976 με 1.44% ενώ το μοντέλο του Schwartz and Smith 2000 βρίσκεται στην τρίτη θέση με 1.56% και τελευταίο είναι του Korn 2005 με 10.22%

Συγκρίνοντας κατά πόσο ακριβή είναι τα μοντέλα, ερχόμαστε στο συμπέρασμα ότι τα μοντέλα που χρησιμοποιούνε δύο στοχαστικούς παράγοντες αν και λιγότερο ακριβή όταν χρησιμοποιήθηκαν εκτός του δείγματος των υπολογισμών, είναι σαφώς καλύτερα από αυτά με ένα στοχαστικό παράγοντα.

5.4.3. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στο παρόν κεφάλαιο μελετήσαμε ποιοτικά την αποτίμηση τιμής σε συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης ή αλλιώς futures, τα οποία συναλλάσσονται στο IMAREX (International Maritime Exchange). Εφόσον επιλέξαμε τέσσερα από τα προτεινόμενα μοντέλα από τη βιβλιογραφία, τα υλοποιήσαμε και τα συγκρίναμε σύμφωνα με την ακρίβεια των αποτελεσμάτων τους. Καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι τα μοντέλα που περιείχαν περισσότερους στοχαστικούς παράγοντες δεν συμπεριφέρονται αναγκαστικά καλύτερα. Καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι το μοντέλο του Korn δεν ενδύκνεται για την αποτίμηση τιμής στα ναυτιλιακά παράγωγα καθώς παρήγαγε τα χειρότερα αποτελέσματα, όσο για τα υπόλοιπα τρία δεν φέρουν μεγάλες διαφορές μεταξύ τους, συνεπώς και τα τρία μπορούν να θεωρηθούν κατάλληλα.

5.5. ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΜΕΛΕΤΗ

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι να βρεθεί ένα κατάλληλο εργαλείο ώστε να καταστεί δυνατή η αποτίμηση των τιμών ναυτιλιακών παραγώγων. Ο απώτερος στόχος της αποτίμησης της τιμής των παραγώγων για τους συμμετέχοντες της αγοράς, είναι η ισορροπία του ισολογισμού εσόδων και εξόδων.

Προτείνεται μία νέα μελέτη κατά την οποία θα χρησιμοποιηθούν άλλα μοντέλα από την βιβλιογραφία. Τα νέα μοντέλα θα μπορούν να διαθέτουν όπως και στην παρούσα μελέτη ένα ή δύο στοχαστικούς παράγοντες ή θα μπορούσε να διερευνηθεί και ακόμη το πώς συμπεριφέρονται μοντέλα με ακόμη ένα πρόσθετο παράγοντα, δηλαδή συνολικά τρεις.

Επίσης προτείνεται διεξαγωγή μελέτης της αντιστάθμισης του κινδύνου από τις μεγάλες αλλαγές στις τιμές τις αγοράς. Τέτοιου είδους μελέτης θα ήταν εξαιρετικής σημασίας για τους συμμετέχοντες στην ναυτιλιακή αγορά.

Μία εναλλακτική είναι να ελεγχθεί εάν τέτοιου είδους μοντέλα μπορούν να χαρακτηρίσουν και άλλες αγορές και σε άλλους οικονομικούς τομείς.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ΕΛΛΗΝΟΓΛΩΣΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

BONTIKAKΗΣ, *Χρηματοοικονομικά Παράγωγα (Σημειώσεις)*

ΔΗΜΗΤΡΟΠΟΥΛΟΣ, Ι., 1999, *Τα Παράγωγα στο Ελληνικό Χρηματιστήριο*

ΠΑΠΟΥΛΙΑΣ, Γ., 1998, *Παράγωγα (Derivatives)*

ΞΕΝΟΓΛΩΣΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ALIZADEH, A.H. & NOMIKOS, N., 2009, *Shipping Derivatives and Risk Management*

ARNOLD, L., 1974, *Stochastic Differential Equations: Theory and Applications*

BAZ, J. & CHACKO, G., 2004, *Financial Derivatives Pricing, Applications and Mathematics*

BROADIE, M. & JAIN, A., 2008, *Pricing and Hedging Volatility Derivatives (paper)*

CARLSSON, J. & MOON, K. & SZEPESSY, A. & TEMPONE, R. & ZOURARIS, G., 2010, *Stochastic Differential Equations : Models and Numerics (paper)*

CARVALHO, A.D., 2010, *Calibration of the Schwartz – Smith Model for Commodity Prices (paper)*

DEUTSCHE BOERSE GROUP, 2009, *The Global Derivatives Market*

FREIGHT METRICS, 2003, *Risk Management in Shipping (presentation)*

GEMAN, H., 2008, *Risk Management in Commodity Markets*

HENDERSON, D. & PLASCHKO, P., 2006, *Stochastic Differential Equations in Science and Engineering*

JAZWINSKI, A., 1970, *Stochastic Processes and Filtering Theory*

KAVUSSANOS, G. & VISVIKIS, H. , 2005, *Executive Program in Shipping Derivatives and Risk Management (paper)*

KAVUSSANOS, M. & NOMIKOS, N., *Price Discovery, Causality and Forecasting in the Freight Futures Market (paper)*

KAVUSSANOS, M. & VISVIKIS, I., 2006, *Derivatives and Risk Management in Shipping*

KWOK, Y.K., 2008, *Mathematical Models of Financial Derivatives*

LAMBERTON, D. & LAPEYRE, B., 1996, *Introduction to Stochastic Calculus Applied to Finance*

OKSENDAL, B., 2000, *Stochastic Differential Equations*

PENG, S., KAROUI, N. & QUEEN, M., 1997, *Backward Stochastic Differential Equations in Finance*

PROKOPCZUK, M., 2010, *Pricing and Hedging in the Freight Futures Market (paper)*

SAUER, T., 2004, *Numerical Solution of Stochastic Differential Equations in Finance (paper)*

SCHOFIELD, N.C., 2007, *Commodity Derivatives Markets and Applications*

SCHWARTZ, E., 1996, *The Stochastic Behavior of Commodity Prices (paper)*

SHREVE, S., 1996, *Stochastic Calculus and Finance*

ΔΙΑΔΙΚΤΥΑΚΕΣ ΠΗΓΕΣ

www.lchclearnet.com

www.nymex.com

www.derivatives.gr

www.clarksons.com

www.navigate.ru

www.isda.org

www.mathworks.com