



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ
ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**Μελέτη αλγορίθμων τμηματοποίησης εικόνας σε δεδομένα
μικροτομογραφίας οστών**

Σοφία Ι. Χαραλάμπους

Επιβλέπων: Ματσόπουλος Γεώργιος

Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

ΑΘΗΝΑ ΙΟΥΝΙΟΣ 2013



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ
ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Μελέτη αλγορίθμων τμηματοποίησης εικόνας σε δεδομένα μικροτομογραφίας οστών

Σοφία Ι. Χαραλάμπους

Επιβλέπων: Ματσόπουλος Γεώργιος

Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή επιτροπή

.....
Ματσόπουλος Γεώργιος

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Κουτσούρης Δημήτριος

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Ουζούνoglou Νικόλαος

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

ΑΘΗΝΑ ΙΟΥΝΙΟΣ 2013

.....

Σοφία Ι. Χαραλάμπους

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π

Copyright ©Σοφία Ι. Χαραλάμπους, 2013.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η μελέτη των μεθόδων τμηματοποίησης πάνω σε εικόνες οστών που λήφθηκαν πειραματικά με απώτερο σκοπό έρευνας την πρόβλεψη καταγμάτων σε οστά. Με τη χρήση δεικτών ομοιότητας αξιολογούνται οι διάφορες τεχνικές κατάτμησης στις εικόνες αυτές και διερευνάται η επίδραση των παραμέτρων των τεχνικών αυτών στο αποτέλεσμα της κατάτμησης. Μέσα από μετρήσεις δίνονται οι τιμές των παραμέτρων των τεχνικών αυτών που προσφέρουν τα καλύτερα αποτελέσματα κατάτμησης με βάση τους δείκτες ομοιότητας που μελετήθηκαν.

Οι εικόνες των οστών που χρησιμοποιήθηκαν λήφθηκαν από το micro-CT και η σύγκριση έγινε με κάποιες εικόνες Golden Standard που δόθηκαν. Οι δείκτες ομοιότητας που χρησιμοποιήθηκαν είναι οι Jaccard Index, Dice Index, RMSE και Percentage of GS Coverage . Συγκεκριμένα μελετήθηκαν οι τεχνικές Otsu Method, k-means Clustering και Level Set Active Contours. Στην μέθοδο Otsu εφαρμόστηκε η τεχνική αυτή σε όλες τις εικόνες και καταγράφηκαν τα αποτελέσματα των δεικτών. Στην μέθοδο k-means Clustering μελετήθηκε η παράμετρος k η οποία αποδίδει καλύτερα στις εικόνες των οστών. Τέλος για τα level sets μελετήθηκαν οι παράμετροι λ_1/λ_2 και ν και καταγράφηκαν τα αποτελέσματα τους.

Στην αρχή της εργασίας γίνεται μια αναφορά στον τομέα της επεξεργασίας της εικόνας και στην όραση υπολογιστών. Στη συνέχεια αναφέρονται αναλυτικά οι κυριότερες μέθοδοι κατάτμησης εικόνων που έχουν αναπτυχθεί. Έπειτα, το επόμενο κομμάτι επικεντρώνεται στις μεθόδους που μελετήθηκαν στην παρούσα εργασία και εξηγείται αναλυτικά το θεωρητικό τους υπόβαθρο. Στο τελευταίο κομμάτι παρουσιάζονται τα πειράματα που διενεργήθηκαν μαζί με τα αποτελέσματα τους.

Λέξεις κλειδιά: Επεξεργασία εικόνας, Όραση υπολογιστών, Κατάτμηση εικόνας, Μέθοδος Otsu, k-means Clustering, Level Set Active Contours.

ABSTRACT

The subject of this thesis is the study of segmentation techniques on images of bones which were obtained experimentally. The information in this paper could be later used in the research of predicting fractures in bones. This study evaluates using similarity indices several segmentation techniques and the effects of their parameters in the results. Based on these similarity indices, the values of the parameters which provide the best result in segmentation are given through various measures.

The images of the bones in the experiments were taken from micro-CT and the comparison was made with some Golden Standard images given. The similarity indices used are Jaccard Index, Dice Index, RMSE and Percentage of GS Coverage. The techniques presented are Otsu Method, k-means Clustering and Level Set Active Contours. In Otsu Method, the technique was applied to all images and the results of the indices were recorded. In k-means clustering the parameter k which gives the best results in images was found. Finally the results of the parameters λ_1/λ_2 and v were studied for the Level Set Method.

At the beginning of this thesis, there is a reference in the field of image processing and computer vision in general. Then, the main methods of image segmentation that have been developed are being described in detail. Afterwards, the next chapter focuses on the methods studied in this thesis and their theoretical background. The last part presents the experiments carried out and their results.

Keywords: Image Processing, Computer Vision, Image Segmentation, Otsu Method, k-means Clustering, Level Set Active Contours

Πίνακας Περιεχομένων:

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	11
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΕΙΚΟΝΑΣ.....	13
2.1 Στάδια της επεξεργασίας εικόνας.....	13
2.2 Είδη επεξεργασίας εικόνας.....	16
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΟΡΑΣΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ.....	21
3.1 Εισαγωγή στην όραση υπολογιστών.....	21
3.2 Ιεραρχία όρασης υπολογιστών.....	23
3.3 Λειτουργίες όρασης υπολογιστών.....	24
3.4 Εφαρμογές όρασης υπολογιστών.....	25
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΚΑΤΑΤΜΗΣΗ ΕΙΚΟΝΑΣ.....	27
4.1 Εισαγωγή.....	27
4.2 Σημαντικότερες τεχνικές κατάτμησης.....	29
4.2.1 Κατωφλίωση.....	29
4.2.2 Ανίχνευση ακμών.....	32
4.2.3 Τεχνικές βασισμένες σε περιοχές.....	36
4.2.4 Ενεργά Περιγράμματα.....	39
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΘΕΩΡΙΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ.....	45
5.1 Μέθοδος Otsu.....	45
5.2 Μέθοδος k-means Clustering.....	49

5.3 Μέθοδος Level Set Active Contours.....	53
5.3.1 Εισαγωγή.....	53
5.3.2 Βασικοί ορισμοί.....	55
5.3.3 Προσημασμένες Συναρτήσεις Απόστασης.....	57
5.3.4 Μέθοδος Level Set Active Contours.....	58
5.3.5 Κίνηση που περιλαμβάνει την μέση καμπυλότητα.....	59
5.3.6 Κίνηση κατά την κάθετη κατεύθυνση.....	60
5.3.7 Κατασκευή προσημασμένης Συνάρτησης Απόστασης.....	61
5.3.8 Κλασσική προσέγγιση γεωμετρικού μοντέλου.....	63
5.3.9 Ανάλυση μοντέλου Chan and Vese.....	65
5.4 Δείκτες σύγκρισης εικόνων στα πειράματα.....	69
5.5 Περιγραφή Δεδομένων Εικόνων.....	71
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ.....	73
6.1 Otsu Method.....	73
6.2 K-means Clustering.....	74
6.3 Level Set Method.....	75
6.4 Σύνοψη.....	80
ΕΠΙΛΟΓΟΣ.....	82
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	83

Πίνακας Εικόνων:

Εικόνα 1: Συμπίεση και αποσυμπίεση εικόνας..	15
Εικόνα 2: Επεξεργασία εικόνας με χρήση συνάρτησης γ	17
Εικόνα 3: Παράδειγμα ιστογράμματος εικόνας.....	17
Εικόνα 4: Επεξεργασία φωτεινότητας και αντίθεσης εικόνας.....	18
Εικόνα 5: Χρήση φίλτρων σε εικόνα με Salt and Pepper noise.....	19
Εικόνα 6: Χρήση φίλτρων σε εικόνα με Gaussian noise.....	20
Εικόνα 7: Αλληλεπίδραση όρασης υπολογιστών με άλλους τομείς.....	21
Εικόνα 8: Εφαρμογές όρασης υπολογιστών.....	26
Εικόνα 9: Παράδειγμα κατάτμησης εικόνας.....	27
Εικόνα 10: Παράδειγμα κατάτμησης εικόνας με κατωφλίωση.....	29
Εικόνα 11: Παράδειγμα κατάτμησης εικόνας με καθολική και προσαρμοστική κατωφλίωση.....	31
Εικόνα 12: Παράδειγμα κατάτμησης εικόνας με μετασχηματισμό Hough.....	35
Εικόνα 13: Επιλογή seeds σε μια εικόνα.....	37
Εικόνα 14: Παράδειγμα κατάτμησης εικόνας με region growing.....	37
Εικόνα 15: Παράδειγμα ενεργού περιγράμματος.....	39
Εικόνα 16: Παράδειγμα κατάτμησης εικόνας μέθοδο Otsu.....	48
Εικόνα 17: Παράδειγμα κατάτμησης εικόνας μέθοδο k-means Clustering.....	52
Εικόνα 18: Παράδειγμα (α) πειραματικής κλινικής εικόνας και (β) εικόνας Golden Standard.....	72

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η επεξεργασία εικόνας και η όραση υπολογιστών αποτελούν σήμερα ενεργά και συνεχώς μεταβαλλόμενα πεδία. Η χρησιμότητα τους στον ιατρικό τομέα είναι μεγάλη αφού μπορούν να συμβάλλουν στην έγκαιρη διάγνωση ασθενειών μέσα από εικόνες που λαμβάνονται από ιατρικά μηχανήματα. Η επεξεργασία εικόνας είναι μια διαδικασία που μπορεί να βελτιώσει την ποιότητα μιας εικόνας ή να εξάγει πληροφορία για τα χαρακτηριστικά της εικόνας. Η όραση υπολογιστών ασχολείται περισσότερο με την μοντελοποίηση και την αναπαραγωγή της ανθρώπινης όρασης με τη χρήση υπολογιστή. Για να πετύχει το σκοπό του χρησιμοποιεί αναγνώριση μοτίβων, αλγόριθμους αλλά και άλλες τεχνικές.

Συγκεκριμένα η διπλωματική αυτή αναφέρεται σε εικόνες οστών του ποδιού. Σκοπός της έρευνας είναι να δοκιμαστούν οι μηχανικές ιδιότητες των οστών αυτών έτσι ώστε μέσα από την μελέτη των παραμέτρων τους να μπορεί να γίνει πρόβλεψη κατάγματος. Οι εικόνες είναι από τον μικροτομογράφο micro-CT. Για την απόκτηση των εικόνων χρειάστηκε να ακολουθηθεί μια συγκεκριμένη διαδικασία. Η διπλωματική αυτή επικεντρώνεται στο κομμάτι της κατάτμησης των εικόνων και στο πως ανταποκρίνονται συγκεκριμένες τεχνικές κατάτμησης στις εικόνες αυτές.

Η κατάτμηση των εικόνων αποτελεί ένα μέρος της όρασης υπολογιστών. Κατάτμηση μιας εικόνας σημαίνει ο διαχωρισμός της σε διάφορα τμήματα, τα οποία έχουν κοινά χαρακτηριστικά μεταξύ τους. Αναπτύχθηκαν διάφορες μέθοδοι κατάτμησης που έχουν η καθεμία τη δική τους χρησιμότητα αφού σε μερικές εφαρμογές κάποια μέθοδος μπορεί να είναι αποτελεσματική ενώ κάποια άλλη όχι.

Η πιο απλή μέθοδος κατάτμησης είναι η κατωφλίωση η οποία γενικά εφαρμόζει ένα κατώφλι (δηλαδή μια τιμή έντασης της εικόνας και με βάση αυτή χωρίζει την εικόνα στα κομμάτια που είναι πάνω από την τιμή αυτή και στα κομμάτια που είναι κάτω από την τιμή αυτή. Μια άλλη κατηγορία μεθόδων κατάτμησης είναι οι αλγόριθμοι που βασίζονται στα όρια περιοχών και ανιχνεύουν ακμές όπως είναι ο τελεστής κλίσης, οι τελεστές δευτέρης τάξης παραγώγου και ο μετασχηματισμός του Hough. Ένα τρίτο

είδος κατάτμησης είναι οι μέθοδοι που είναι βασισμένες σε περιοχές οι οποίες τοποθετούν seeds σε κάποιες αρχικές περιοχές και τις επεκτείνουν ώσπου όλη η εικόνα να χωριστεί σε περιοχές. Τέλος υπάρχουν τα ενεργά περιγράμματα τα οποία είναι καμπύλες που εξελίσσονται και καταλήγουν να παίρνουν τη μορφή του αντικειμένου.

Εδώ μελετώνται οι μέθοδοι Otsu, k-means clustering και Level Set Active Contours πάνω στις εικόνες των οστών. Εφαρμόζεται η κάθε μια μέθοδος σε όλες τις εικόνες και μελετάται πως επιδρά η αλλαγή των παραμέτρων τους στην κατάτμηση. Η σύγκριση έγινε μεταξύ των εικόνων που εφαρμόστηκε πάνω τους η κατάτμηση και εικόνων προτύπων. Τα πειράματα εκτελέστηκαν στο πρόγραμμα Matlab. Έγινε καταγραφή συγκεκριμένων δεικτών ομοιότητας έτσι ώστε να μπορέσουν να αξιολογηθούν οι τεχνικές αυτές.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΕΙΚΟΝΑΣ

2.1 Στάδια της επεξεργασίας εικόνας

Σαν επεξεργασία εικόνας ορίζεται η μέθοδος που μετατρέπει μια εικόνα σε ψηφιακή μορφή και εκτελεί κάποιες λειτουργίες σε αυτή με σκοπό την απόκτηση μιας βελτιωμένης εικόνας ή την εξαγωγή πολύτιμων πληροφοριών από αυτή. Είναι ένα είδος επεξεργασίας σημάτων το οποίο δέχεται σαν είσοδο μια εικόνα και παράγει στην έξοδο είτε μια εικόνα είτε χαρακτηριστικά που σχετίζονται με την εικόνα αυτή.

Τα στάδια της επεξεργασίας εικόνας είναι τα εξής:

- Εισαγωγή της εικόνας με οπτικό σαρωτή ή με ψηφιακή φωτογραφία.
- Ανάλυση και διαμόρφωση της εικόνας που περιλαμβάνει συμπίεση δεδομένων, βελτίωση της εικόνας κλπ.
- Έξοδο που έχει σαν αποτέλεσμα μια τροποποιημένη εικόνα ή μια έκθεση που βασίζεται στην εικόνα.

Το κυριότερο όμως στάδιο της επεξεργασίας είναι η ανάλυση και η διαμόρφωση της εικόνας. Η ανάλυση εικόνας αφορά τον χειρισμό των δεδομένων της εικόνας για να καθοριστεί ακριβώς η πληροφορία που απαιτείται για την λύση κάποιου υπολογιστικού προβλήματος. Χωρίζεται κυρίως στα εξής στάδια:

- Ανάκτηση της εικόνας.
- Προεπεξεργασία- Ανάλυση της εικόνας με σκοπό τη βελτίωση της.
- Συμπίεση της εικόνας.
- Ανάλυση χαρακτηριστικών.

Πιο κάτω ακολουθούν αναλυτικά τα στάδια αυτά της ανάλυσης της εικόνας:

Ανάκτηση της εικόνας: Είναι η διαδικασία κατά την οποία λαμβάνεται μια εικόνα υποβαθμισμένης ποιότητας ή παραμορφωμένη και την επαναφέρει στην αρχική της εμφάνιση. Αυτό είναι ιδιαίτερα χρήσιμο στον τομέα της φωτογραφίας και των εκδόσεων.

Προεπεξεργασία- Βελτίωση της εικόνας:

Είναι η διαδικασία κατά την οποία λαμβάνεται μια εικόνα και βελτιώνεται οπτικά με τη χρήση οπτικών συστημάτων. Για την βελτίωση της εικόνας δεν υπάρχει κάποιος γενικός κανόνας αλλά κάθε φορά επιλέγεται μέθοδος κατάλληλη για το συγκεκριμένο πρόβλημα. Οι αλγόριθμοι προεπεξεργασίας επιτελούν μια αρχική επεξεργασία της εικόνας που διευκολύνει τα μετέπειτα στάδια. Περιλαμβάνουν λειτουργίες όπως:

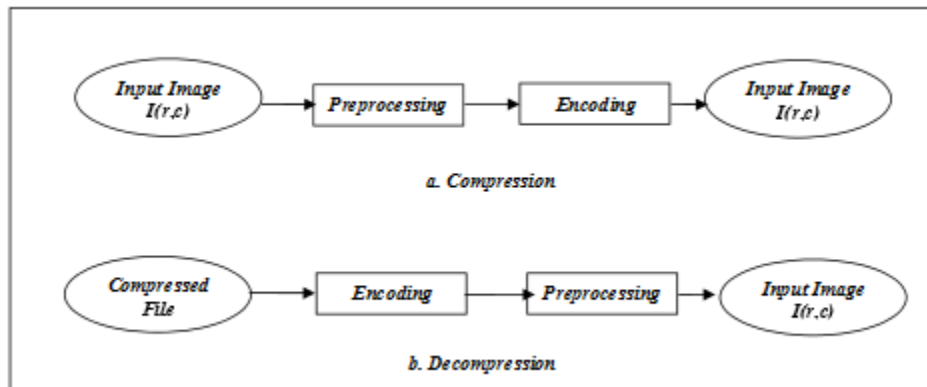
- Εξαγωγή των περιοχών ενδιαφέροντος (αποκοπή, zoom, μεγέθυνση, συρρίκνωση περιστροφή, κ.ο.κ).
- Εκτέλεση βασικών αλγεβρικών λειτουργιών στην εικόνα. Οι λειτουργίες αυτές μπορεί να είναι αριθμητικές (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός, διαίρεση) ή λογικές (AND, OR, NOT).
- Ενίσχυση συγκεκριμένων χαρακτηριστικών της εικόνας.
- Μείωση δεδομένων σε ανάλυση και φωτεινότητα.

Στην προεπεξεργασία οι λειτουργίες είναι απλές και οφθαλμοφανής όπως αφαίρεση αντικειμένων ή εξάλειψη άχρηστης πληροφορίας και θορύβου από την εικόνα.

Συμπίεση της εικόνας:

Είναι η διαδικασία κατά την οποία μειώνεται η τεράστια ποσότητα δεδομένων μιας εικόνας, εξαλείφοντας την πληροφορία που δεν είναι ορατή και αφήνοντας την χρήσιμη πληροφορία. Η μείωση των δεδομένων μπορεί να περιλαμβάνει είτε τη μείωση των δεδομένων σε τοπική περιοχή απευθείας ή το μετασχηματισμό πρώτα σε μια άλλη περιοχή που ονομάζεται περιοχή συχνοτήτων και έπειτα την εξαγωγή χαρακτηριστικών από εκεί για την ανάλυση της εικόνας.

Το κλειδί για μια πετυχημένη συμπίεση είναι η διατήρηση της απαραίτητης πληροφορίας. Συνεπώς πολύ σημαντική είναι η διάκριση μεταξύ δεδομένων και πληροφορίας. Σε μια ψηφιακή εικόνα δεδομένα ονομάζονται οι τιμές της φωτεινότητας των pixels ενώ πληροφορία είναι η ερμηνεία των δεδομένων. Σε μια ιατρική εικόνα η απαραίτητη πληροφορία μπορεί όμως να είναι η παραμικρή λεπτομέρεια της αρχικής εικόνας. Υπάρχουν δύο κύριοι τύποι των μεθόδων συμπίεσης της εικόνας: **Συμπίεση με απώλειες** και **συμπίεση χωρίς απώλειες**. Στη συμπίεση χωρίς απώλειες δεν χάνονται δεδομένα και η αρχική εικόνα μπορεί να ανακατασκευαστεί πλήρως από τα συμπιεσμένα δεδομένα. Αντίθετα, στην συμπίεση με απώλειες μπορεί να χαθούν κάποια δεδομένα και έτσι η αρχική εικόνα δεν μπορεί να ανακατασκευαστεί πλήρως. Το μοντέλο συμπίεσης αποτελείται από δύο μέρη: **το συμπιεστή** και **τον αποσυμπιεστή**. Στο στάδιο της συμπίεσης γίνεται προεπεξεργασία πριν την κωδικοποίηση ενώ στην αποσυμπίεση απαιτείται ξανά επεξεργασία για να εξαλειφθούν κάποια από τα ανεπιθύμητα χαρακτηριστικά.



Εικόνα 1: Συμπίεση και αποσυμπίεση εικόνας

Ανάλυση χαρακτηριστικών

Η ανάλυση χαρακτηριστικών αφορά την εξέταση και εκτίμηση των χαρακτηριστικών που εξάγονται από την διαδικασία μείωσης δεδομένων. Εδώ γίνεται ανάλυση συγκεκριμένων μεγεθών και περαιτέρω μελέτη των χαρακτηριστικών της εικόνας.

2.2 Είδη επεξεργασίας εικόνας:

Η επεξεργασία εικόνας χαρακτηρίζεται από δύο είδη ανάλογα με το αν λαμβάνει υπόψη τα γειτονικά pixel ή όχι όταν εφαρμόζεται σε ένα σημείο:

- Επεξεργασία σημείου
- Επεξεργασία με βάση την γειτνίαση (φιλτράρισμα)

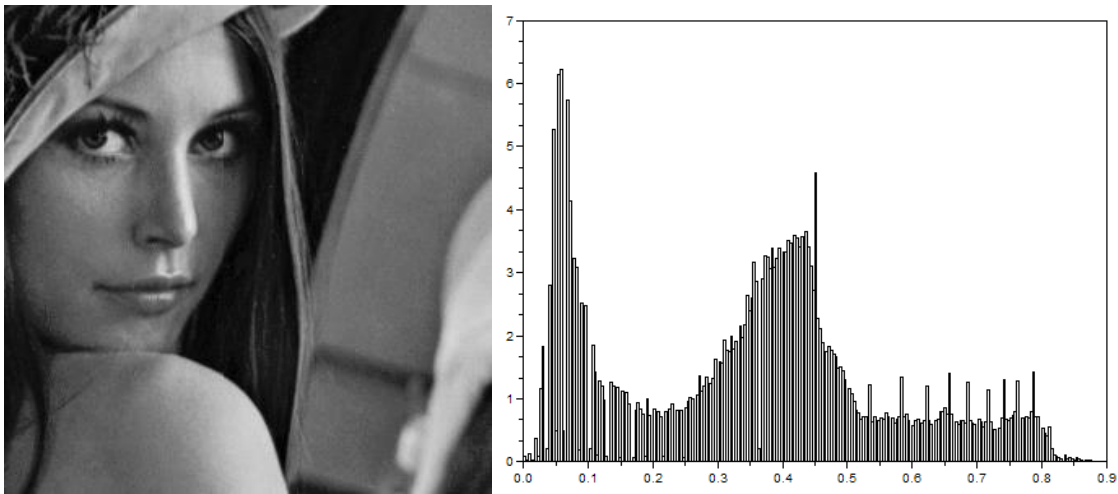
Επεξεργασία σημείου:

Η επεξεργασία σημείου περιλαμβάνει πολλά είδη συναρτήσεων και είναι σχετικά απλή. Το μειονέκτημα της είναι ότι δεν λαμβάνει καθόλου υπόψη την χωρική τοπικότητα. Πιο κάτω ακολουθούν μερικά από αυτά:

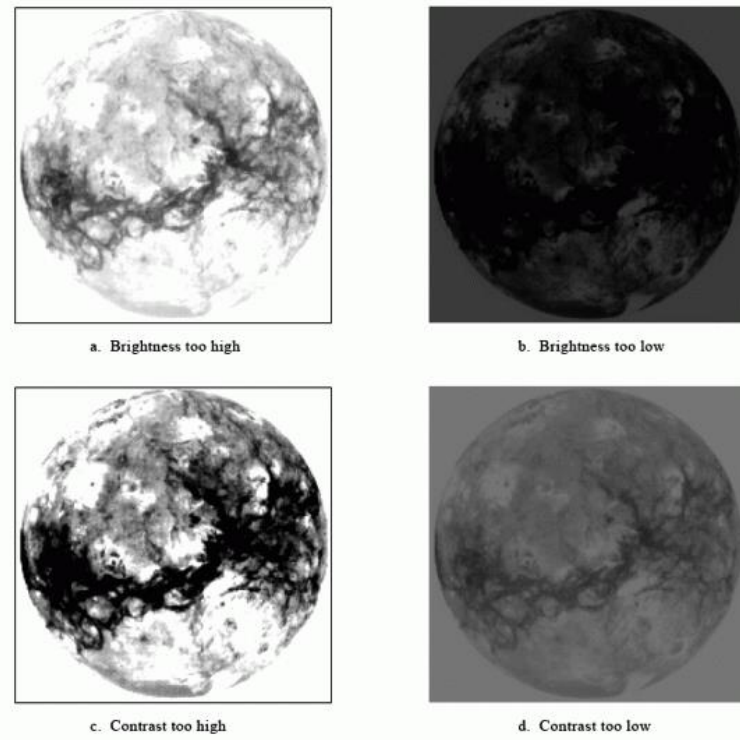
- Ο μετασχηματισμός κάθε pixel με βάση μια συνάρτηση μετασχηματισμού σε κάθε σημείο ξεχωριστά.
- Η διόρθωση εικόνας με την συνάρτηση γ που αποτρέπει τον κορεσμό της εικόνας όταν έχουμε υψηλή αντίθεση. Η αρχική εικόνα μετατρέπεται σε μια νέα εικόνα φωτεινότερη ή σκοτεινότερη ανάλογα με την τιμή της συνάρτησης γ .
- Η αύξηση ή μείωση της αντίθεσης και της φωτεινότητας.
- Η εφαρμογή κατώφλιου. Κατώφλι ονομάζουμε την κβαντοποίηση της εικόνας σε ένα ή δύο τιμές φωτεινότητας (0 και 1).
- Η ισοστάθμιση του ιστογράμματος. Ένα ιστόγραμμα είναι γράφημα που δείχνει την κατανομή των τιμών των pixels σε μια εικόνα. Με τον όρο ισοστάθμιση ιστογράμματος εννοούμε την μετατροπή του ιστογράμματος σε ομοιόμορφο, δηλαδή έτσι ώστε ο αριθμός των σημείων σε όλες τις στάθμες του να είναι ο ίδιος.



Εικόνα 2: Επεξεργασία εικόνας με χρήση συνάρτησης γ



Εικόνα 3: Παράδειγμα ιστογράμματος εικόνας

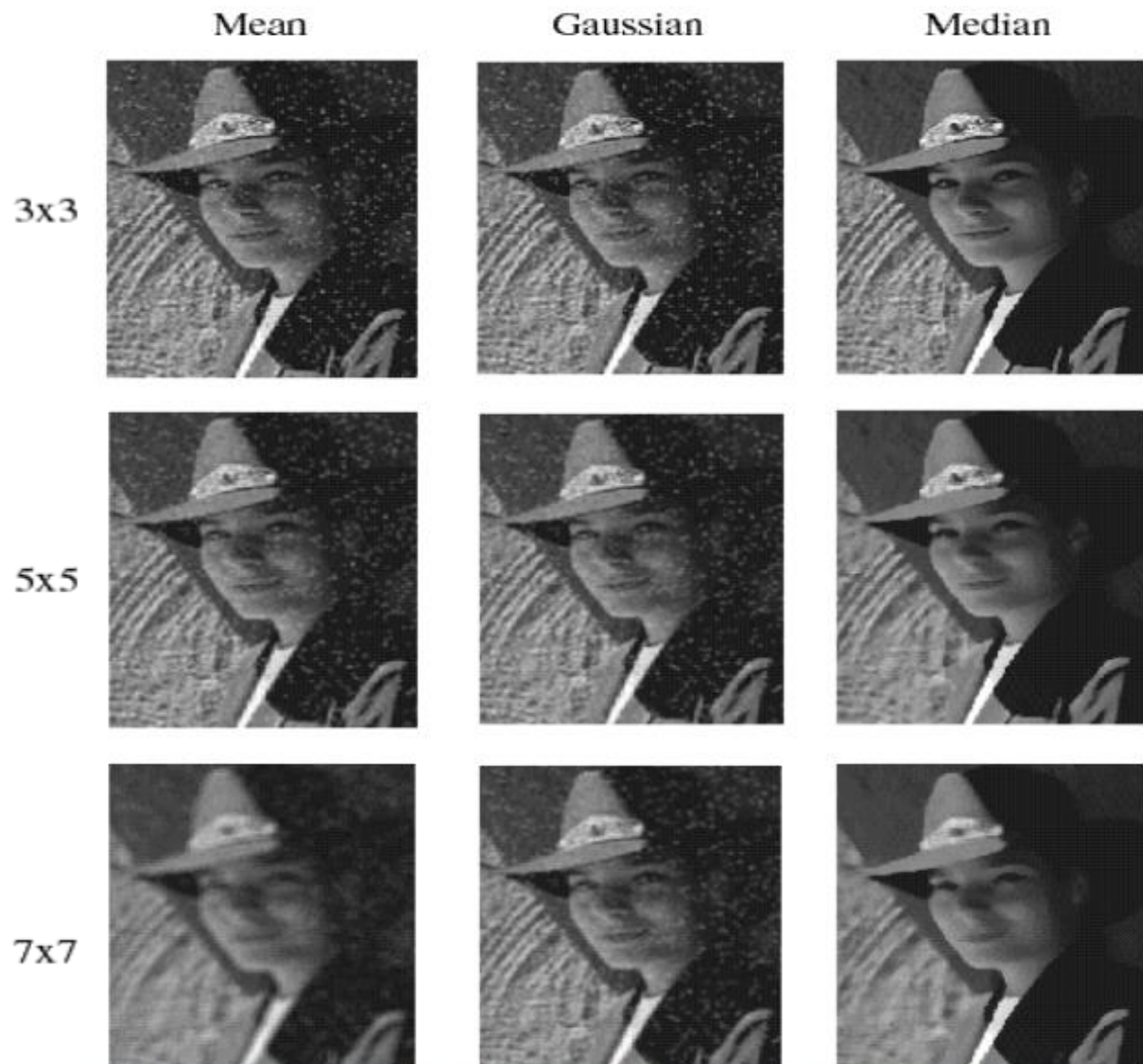


Εικόνα 4: Επεξεργασία φωτεινότητας και αντίθεσης εικόνας

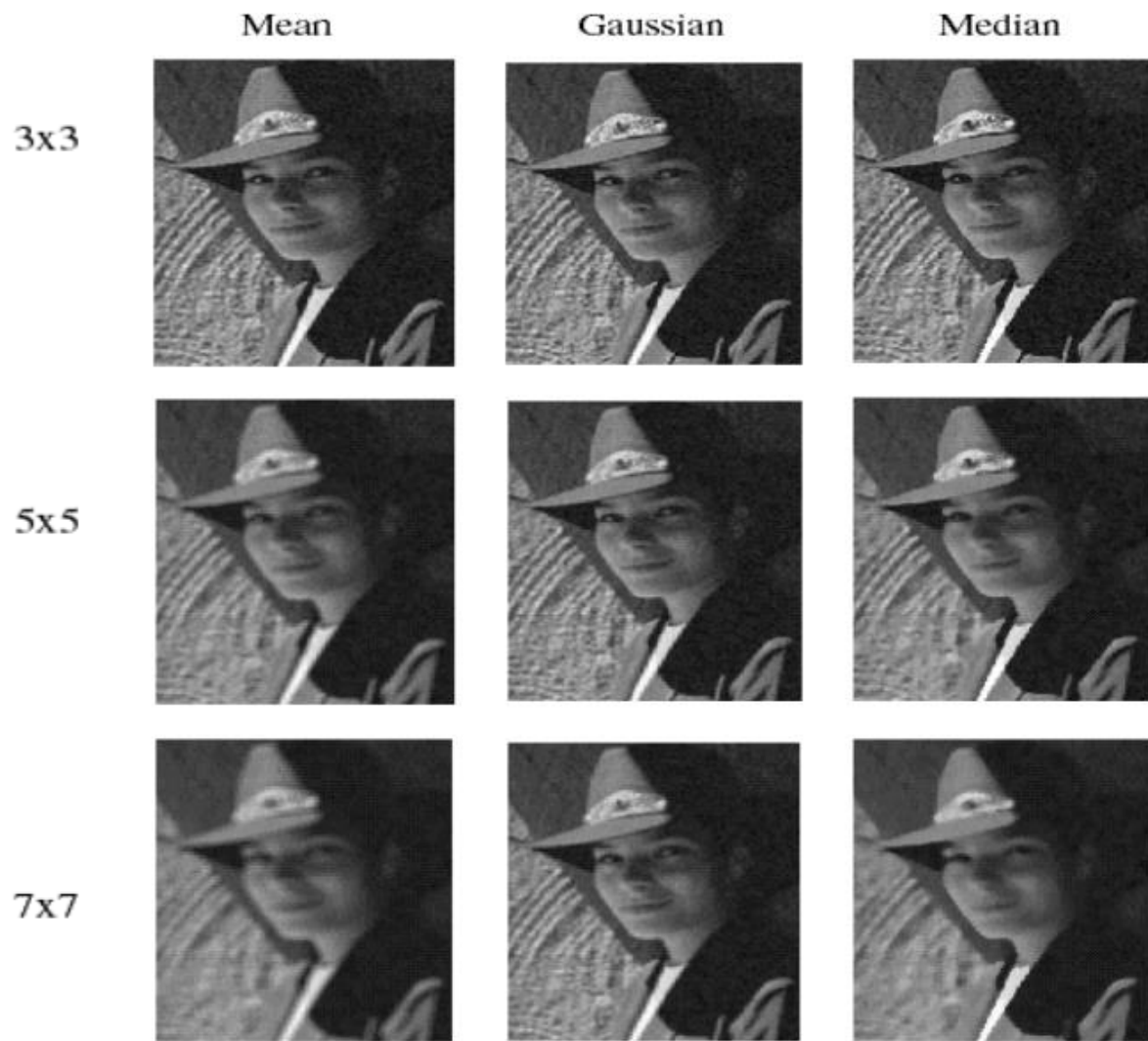
Επεξεργασία με βάση την γειτνίαση (φιλτράρισμα):

Σε αντίθεση με την επεξεργασία σημείου το φίλτρο λαμβάνει υπόψη την χωρική τοπικότητα. Το φιλτράρισμα είναι ιδιαίτερα χρήσιμο για την απαλλαγή από τον θόρυβο. Γενικά υπάρχουν γραμμικοί και μη γραμμικοί μετασχηματισμοί. Διάφορες τεχνικές της επεξεργασίας που λαμβάνει υπόψη και τα γειτονικά σημεία είναι οι εξής:

- Συνέλιξη και φίλτρα που προκύπτουν με τη χρήση αυτής, όπως η λειτουργία της θόλωσης και της όξυνσης της εικόνας.
- Ανίχνευση άκρων εικόνας με χρήση παραγώγων.
- Mean filtering.
- Gaussian filtering.
- Median filtering.



Εικόνα 5: Χρήση φίλτρων σε εικόνα με Salt and Pepper noise

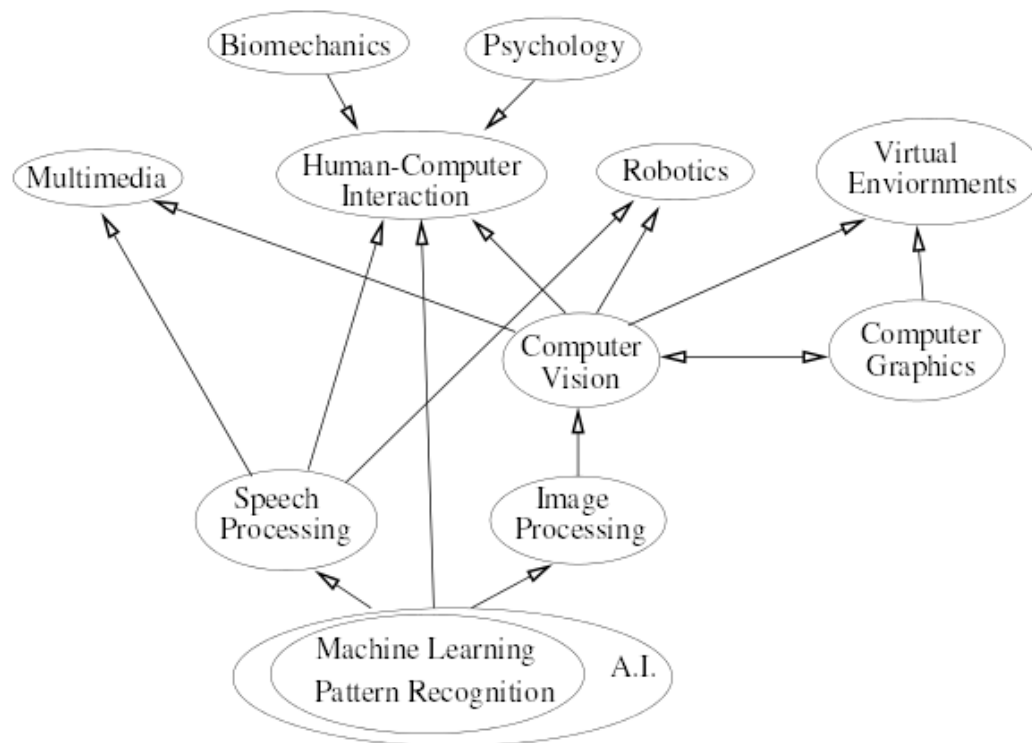


Εικόνα 6: Χρήση φίλτρων σε εικόνα με Gaussian noise

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΟΡΑΣΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

3.1 Εισαγωγή στην όραση υπολογιστών

Η όραση υπολογιστών ασχολείται με την μοντελοποίηση και την αναπαραγωγή της ανθρώπινης όρασης με τη χρήση λογισμικού και υλικού. Λόγω της πολυπλοκότητας της ανθρώπινης φύσης το πεδίο αυτό χρειάζεται γνώση από πολλούς τομείς όπως η επιστήμη των υπολογιστών, των ηλεκτρολόγων μηχανικών, των μαθηματικών, της φυσιολογίας και της βιολογίας για να προσομοιώσει την ανθρώπινη όραση. Για να πετύχει το σκοπό του χρησιμοποιεί αναγνώριση μοτίβων και άλλων τεχνικών επεξεργασίας εικόνας.



Εικόνα 7: Αλληλεπίδραση όρασης υπολογιστών με άλλους τομείς

Η όραση υπολογιστών παρόλη την ευρεία ανάπτυξη της σήμερα θεωρείται πολύ δύσκολη στην υλοποίηση. Αυτό γιατί περιλαμβάνει μέσα έννοιες όπως η ερμηνεία, η αντίληψη φωτός, χρώματος, υφής και κίνησης που δεν είναι εύκολο να μοντελοποιηθούν. Σκοπός της είναι να αναπαράγει τις δυνατότητες της ανθρώπινης όρασης μέσα από την ηλεκτρονική αντίληψη και κατανόηση μιας εικόνας. Σαν επιστημονικός κλάδος, η όραση υπολογιστών ασχολείται με την θεωρία πίσω από τα τεχνητά συστήματα που εξάγουν πληροφορίες από τις εικόνες.

3.2 Ιεραρχία όρασης υπολογιστών

Η όραση υπολογιστών χωρίζεται σε τρία ιεραρχικά επίπεδα:

- Χαμηλού επιπέδου όραση: επεξεργασία εικόνας για εξαγωγή χαρακτηριστικών (ακμές, γωνίες, οπτική ροή). Περιλαμβάνει διαδικασίες όπως ταίριασμα μεταξύ δυο εικόνων, οπτική ροή και ανάλυση κίνησης. Οι εικόνες μπορεί να είναι η ίδια σκηνή από διαφορετικές οπτικές γωνίες, ή μια κινούμενη εικόνα που λήφθηκε από μια κάμερα. Η οπτική ροή είναι ένα είδος παρατήρησης της κίνησης. Μετρά τις οπτικές μεταβολές στην εικόνα με βάση κάποιο μέγεθος.
- Μεσαίου επιπέδου όραση: αναγνώριση αντικειμένων και ερμηνεία 3-Δ σκηνών χρησιμοποιώντας χαρακτηριστικά που λαμβάνονται με όραση χαμηλού επιπέδου. Υπάρχουν δυο πτυχές της μεσαίου επιπέδου όρασης: ερμηνεία της γεωμετρίας και ερμηνεία της κίνησης. Αυτές οι δυο πτυχές είναι άμεσα συνδεδεμένες μεταξύ τους. Το γεωμετρικό μοντέλο αποσκοπεί στην αναπαράσταση 3-Δ μοντέλων για αντικείμενα και σκηνές. Το μοντέλο της κίνησης απαντά στο ερώτημα πως το αντικείμενο κινείται στο χώρο. Συνοδεύεται όμως από τον παράγοντα της αβεβαιότητας που ακολουθεί πάντα την κίνηση.
- Υψηλού επιπέδου όραση: ερμηνεία της πληροφορίας που παρέχεται από την μεσαίου επιπέδου όραση και συντονισμός των λειτουργιών που εκτελούνται από τη μεσαίου και χαμηλού επιπέδου όραση. Η ερμηνεία μπορεί να περιλαμβάνει εννοιολογική περιγραφή της σκηνής όπως δραστηριότητα, πρόθεση και συμπεριφορά. Για την αναγνώριση των αντικειμένων υπάρχουν δύο προσεγγίσεις. Η προσέγγιση που βασίζεται στη μοντελοποίηση και η προσέγγιση που βασίζεται στη γνώση. Η πιο υψηλού επιπέδου όραση αφορά την κατανόηση και ερμηνεία της εικόνας ή του βίντεο.

3.3 Λειτουργίες όρασης υπολογιστών

Αξίζει μια ξεχωριστή αναφορά σε τυπικές λειτουργίες που επιτελεί η όραση υπολογιστών:

- Αναγνώριση: Διαπιστώνεται κατά πόσο ένα αντικείμενο βρίσκεται μέσα στην εικόνα, μπορεί να γίνει πιστοποίηση κάποιου στοιχείου ή ανίχνευση κάποιου αντικειμένου ή προσώπου.
- Ανάλυση κίνησης: Ανιχνεύεται και παρακολουθείται η κίνηση κάποιου αντικειμένου.
- Αναπαράσταση σκηνής.
- Αποκατάσταση εικόνας: Αφαίρεση θορύβου από την εικόνα.

Για να υλοποιήσει όλα τα πιο πάνω η όραση υπολογιστών χρησιμοποιεί συγκεκριμένες μεθόδους. Πιο κάτω ακολουθούν κάποιες τυπικές μέθοδοι της όρασης υπολογιστών:

- Εξαγωγή χαρακτηριστικού: διαδικασία κατά την οποία αποκτάται πληροφορία υψηλού επιπέδου όπως πληροφορία για το σχήμα ή το χρώμα.
- Αναγνώριση μοτίβων: η διαδικασία κατά την οποία αποκτάται υψηλού επιπέδου πληροφορία και αναγνωρίζονται αντικείμενα στην εικόνα.
- Ανίχνευση/κατάτμηση: Η επιλογή ενός συγκεκριμένου συνόλου σημείων ή τμηματοποίηση της εικόνας σε περιοχές που περιέχουν το αντικείμενο του ενδιαφέροντος.
- Υψηλού επιπέδου επεξεργασία: Διαδικασίες όπως επαλήθευση των υποθέσεων για το αντικείμενο, υπολογισμός παραμέτρων, αναγνώριση εικόνας.
- Λήψη αποφάσεων: Αποφάσεις για την εφαρμογή (π.χ. αν πέρασε ή όχι κάποιο τεστ).

3.4 Εφαρμογές όρασης υπολογιστών

Η όραση υπολογιστών έχει σήμερα πολλές εφαρμογές. Πιο κάτω αναφέρονται μερικές από αυτές:

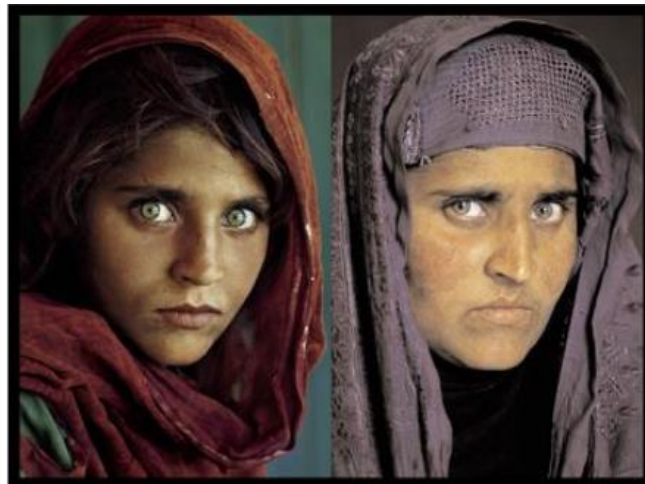
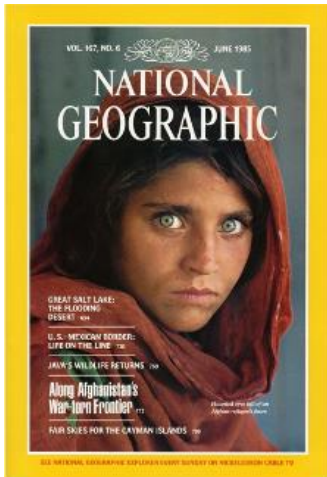
- Οπτική αναγνώριση χαρακτήρων.
- Επιθεώρηση μηχανών.
- Ιατρικές εικόνες.
- Τρισδιάστατα κτίρια.
- Αυτοματισμοί ασφάλειας.
- Παρακολούθηση.
- Αναγνώριση δακτυλικών αποτυπωμάτων και βιομετρικά μεγέθη.

Στην σημερινή εποχή η όραση υπολογιστών έχει αποκτήσει μεγάλες διαστάσεις τόσο στον ιατρικό τομέα όσο και στον τεχνολογικό τομέα γενικότερα. Η αυτοματοποίηση στην επεξεργασία των εικόνων γενικότερα αποτελεί ένα συνεχώς μεταβαλλόμενο και εξελισσόμενο πεδίο τα τελευταία χρόνια. Εκατοντάδες αλγόριθμοι έχουν γραφτεί για να βοηθήσουν στην αυτοματοποίηση της επεξεργασίας, στην κατάτμηση της εικόνας, στην ανίχνευση των ορίων, στις μεταβολές μεγεθών ανάμεσα σε δύο εικόνες αλλά και σε πολλά άλλα πεδία.

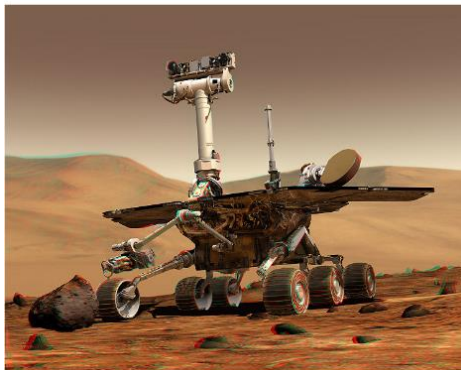
Face Detection



Biometrics



Robotics

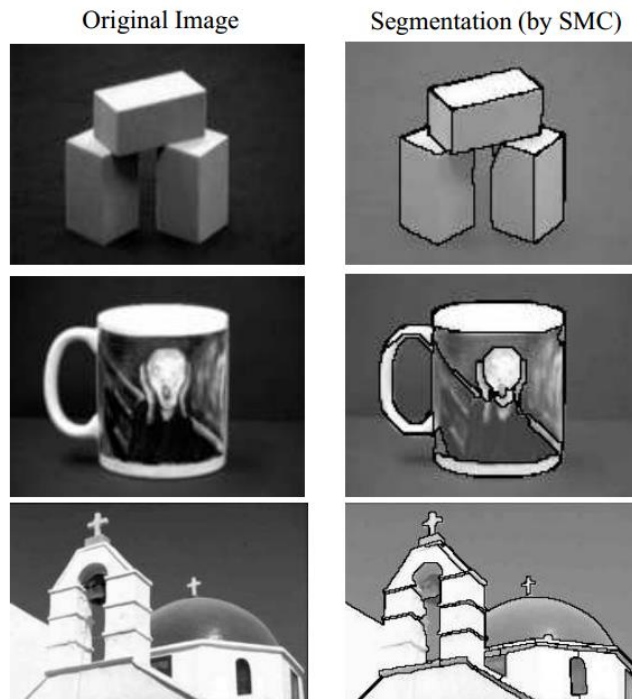


Εικόνα 8: Εφαρμογές όρασης υπολογιστών

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΚΑΤΑΤΜΗΣΗ ΕΙΚΟΝΑΣ

4.1 Εισαγωγή

Στην όραση υπολογιστών κατάτμηση εικόνας ονομάζεται η διαδικασία κατά την οποία η εικόνα χωρίζεται σε διάφορα τμήματα. Ο σκοπός της κατάτμησης της εικόνας είναι ο διαχωρισμός των pixels σε περιοχές που αντιστοιχούν σε μεμονωμένες επιφάνειες, αντικείμενα ή ακόμα και κομμάτια αντικειμένων. Η τμηματοποίηση της εικόνας, χρησιμοποιείται για τον εντοπισμό αντικειμένων και ορίων σε μια εικόνα όπως γραμμές, καμπύλες κλπ. Το αποτέλεσμα της κατάτμησης είναι ένα σύνολο από τμήματα που καλύπτουν την εικόνα ή ένα σύνολο από περιγράμματα που έχουν εξαχθεί από αυτήν. Τα pixels κάθε μιας περιοχής έχουν κάποιο χαρακτηριστικό ίδιο ή κάποια κοινή ιδιότητα. Οι γειτονικές περιοχές είναι αρκετά διαφορετικές ως προς το χαρακτηριστικό αυτό και αυτό είναι που τις διαχωρίζει σαν ξεχωριστές περιοχές.



Εικόνα 9: Παράδειγμα κατάτμησης εικόνας

Η κατάτμηση αποτελεί συχνά το πρώτο στάδιο της διαδικασίας ανάλυσης εικόνων και όταν είναι επιτυχημένη οδηγεί σχεδόν πάντα σε αποτελεσματική ανάλυση. Η αυτοματοποιημένη κατάτμηση εικόνων είναι ένα πολύ δύσκολο πρόβλημα αν δεν υπάρχει προηγούμενη γνώση για το περιεχόμενο της εικόνας. Υπάρχουν διάφορες τεχνικές κατάτμησης εικόνων που στηρίζονται στην αναγνώριση είτε των σημείων ασυνέχειας της εικόνας (απότομη αλλαγή στην ένταση) είτε της ομοιομορφίας ανάμεσα στις τιμές των pixels της εικόνας. Οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιούνται για την κατάτμηση μπορούν να χωριστούν σε τέσσερις δημοφιλείς προσεγγίσεις:

- Αλγόριθμοι κατωφλίωσης (threshold).
- Αλγόριθμοι εντοπισμού ορίων περιοχών (boundary-edge based segmentation).
- Αλγόριθμοι βασισμένοι σε επέκταση περιοχών (region based segmentation).
- Αλγόριθμοι που βασίζονται σε ενεργά περιγράμματα (active contours).

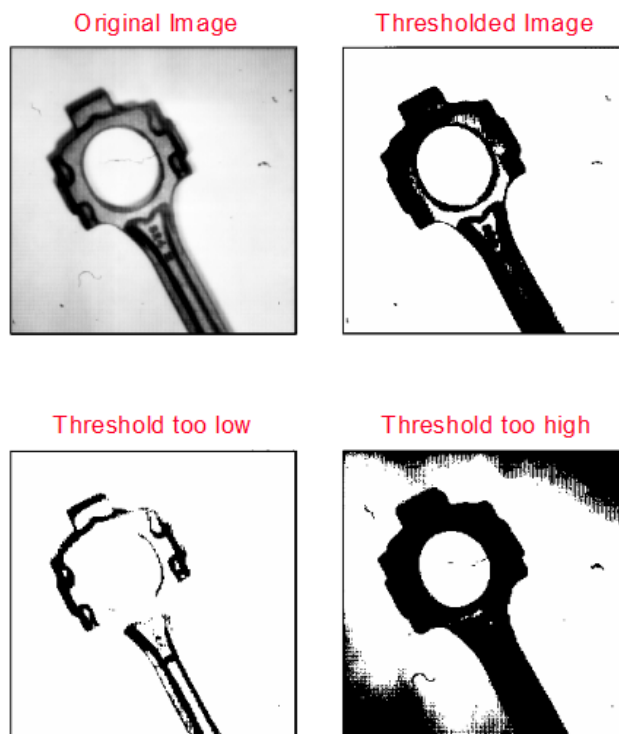
Μερικές εφαρμογές της κατάτμησης σήμερα:

- Ανάκτηση της εικόνας με βάση το περιεχόμενο.
- Όραση μηχανών.
- Ιατρικές εικόνες (Εντοπισμός όγκων και άλλων παθολογιών, μέτρηση όγκου ιστών, διάγνωση και μελέτη ανατομικών δομών).
- Ανίχνευση αντικειμένων (ανίχνευση πεζών, ανίχνευση προσώπων, εντοπισμός αντικειμένων σε εικόνες δορυφόρων).
- Λειτουργίες αναγνώρισης (αναγνώριση προσώπων, αποτυπωμάτων, ίριδας).
- Συστήματα ελέγχου κίνησης.
- Παρακολούθηση βίντεο.

4.2 Σημαντικότερες τεχνικές κατάτμησης

4.2.1 Κατωφλίωση:

Η τεχνική της κατωφλίωσης εφαρμόζεται κυρίως όταν οι τιμές της φωτεινότητας των pixels του αντικειμένου που μας ενδιαφέρει χαρακτηρίζονται από μια σχετική ομοιομορφία, και παράλληλα διαφέρουν αισθητά από τις τιμές των άλλων pixels της εικόνας. Κάθε αντικείμενο με σχετικά μεγάλο μέγεθος δημιουργεί μια κατανομή των pixels στο ιστόγραμμα της εικόνας γύρω από τη μέση τιμή φωτεινότητας του. Η κατωφλίωση μπορεί να διακριθεί σε καθολική και προσαρμοστική.



Εικόνα 10: Παράδειγμα κατάτμησης εικόνας με κατωφλίωση

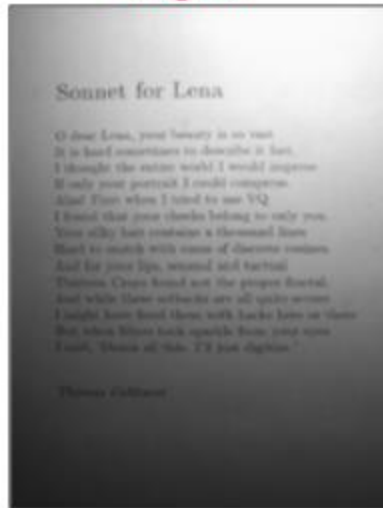
Καθολική κατωφλίωση ονομάζεται όταν εφαρμοστεί μια τιμή κατωφλίου T σε όλη την εικόνα. Αν το pixel έχει τιμή κάτω από το κατώφλι αντικαθίσταται με μηδέν αλλιώς με ένα. Το κατώφλι T εφαρμόζεται σε όλη την εικόνα κάτι που όμως έχει τα μειονεκτήματά του, αφού εφαρμόζεται δύσκολα σε εικόνες με περισσότερα του ενός αντικείμενα, επηρεάζεται πολύ από την αλλαγή στην φωτεινότητα ή από τον θόρυβο και δεν εγγυάται τη συνέχεια των τμημάτων. Μερικές δημοφιλείς συναρτήσεις της τοπικής κατωφλίωσης είναι:

- BinaryThreshold
- InverseBinaryThreshold
- Truncate Threshold
- ToZeroThreshold
- InverseToZeroThreshold

Στην προσαρμοστική κατωφλίωση το κατώφλι δεν είναι το ίδιο για όλη την εικόνα αλλά αλλάζει ανάλογα με την περιοχή και τα pixels. Το κατώφλι επιλέγεται ξεκινώντας με μία βασική τιμή και προσθέτει την τιμή της φωτεινότητας του αντίστοιχου pixel σε ένα θολό αντίγραφο της αρχικής εικόνας. Έτσι χρησιμοποιείται ένα χαμηλότερο όριο στις σκοτεινές περιοχές της εικόνας και ένα υψηλότερο όριο στις φωτεινές περιοχές της εικόνας. Με την προσαρμοστική κατωφλίωση βελτιώνεται κατά πολύ η απόδοση σε εικόνες με θόρυβο. Μερικές δημοφιλείς μέθοδοι της δυναμικής κατωφλίωσης είναι:

- Clustering
- Otsu Method
- Mixture Modeling
- Multispectral thresholding

Original



Global Threshold



Adaptive Threshold



Εικόνα 11: Παράδειγμα κατάτμησης εικόνας με καθολική και προσαρμοστική κατωφλίωση

4.2.2 Ανίχνευση ακμών

Στην επεξεργασία εικόνας σαν ακμές ορίζονται οι αλλαγές στην ένταση της εικόνας τοπικά. Οι ακμές καθορίζουν τα όρια μεταξύ δύο ομοιόμορφων περιοχών. Η δυσκολία όμως έγκειται στο γεγονός ότι στις εικόνες υπάρχει γενικά θόρυβος και είναι δύσκολη η εύρεση ακμών σε θορυβώδεις εικόνες. Υπάρχει γενικά ένα μεγάλο πλήθος τεχνικών ανίχνευσης ακμών. Κάθε μια είναι κατάλληλη για διαφορετικές εικόνες ανάλογα με το επίπεδο του θορύβου και το ρυθμό μεταβολής της φωτεινότητας.

Τελεστής κλίσης (gradient):

Σε μια συνεχή δυσδιάστατη συνάρτηση το διάνυσμα της κλίσης υπολογίζεται από τις μερικές παραγώγους του σήματος ως προς x και ως προς y . Ο υπολογισμός της κλίσης της εικόνας (πρώτης παραγώγου) και κατόπιν εφαρμογή κατωφλίωσης για επιλογή των μεγίστων της κλίσης είναι ο συνηθέστερος τρόπος για τον υπολογισμό ακμών. Το διάνυσμα κλίσης δείχνει το μέγιστο ρυθμό μεταβολής της έντασης $f(x,y)$:

$$\vec{\nabla}f = \frac{\partial f}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y} \vec{j}$$

Έχει κατεύθυνση:

$$\theta = \tan^{-1} \left\{ \frac{\frac{\partial f}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial y}} \right\}$$

Και μέτρο:

$$\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}$$

Υπολογισμός του τελεστή κλίσης ψηφιακά:

$$G_x = \Delta_x f(i, j) = f(i, j + 1) - f(i, j)$$

$$G_y = \Delta_y f(i, j) = f(i, j) - f(i + 1, j)$$

Τελεστές δεύτερης τάξης παραγώγου

Ο εντοπισμός των σημείων στα οποία αλλάζει πρόσημο η δεύτερη παράγωγος της εικόνας, δηλαδή στα σημεία που μηδενίζεται η πρώτη, μας δίνει επίσης σημεία ασυνέχειας τα οποία πιθανόν να ανήκουν σε ακμές.

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \vec{i} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \vec{j}$$

Υπολογισμός του τελεστή Laplace ψηφιακά:

$$\nabla^2 f(i, j) = f(i + 1, j) + f(i - 1, j) + f(i, j + 1) + f(i, j - 1) - 4f(i, j)$$

Πιο κάτω ακολουθεί η μάσκα Laplace

$$\nabla^2 f(i, j) \approx \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Η μέθοδος της δεύτερης παραγώγου έχει πιο καλά αποτελέσματα στη ανίχνευση ακμών αλλά είναι ταυτόχρονα και πιο ευαίσθητη στο θόρυβο. Αυτό υποδεικνύει την ανάγκη για καλό φιλτράρισμα της εικόνας και απαλλαγή από το θόρυβο. Αυτό οδήγησε σε μια νέα τεχνική τον τελεστή Laplacian of Gaussian (LoG), η οποία συνδυάζει το Gaussian φιλτράρισμα και την ανίχνευση ακμών Laplace.

Στη πράξη η LoG εφαρμόζεται σε ένα βήμα χρησιμοποιώντας το φίλτρο:

$$\nabla^2 G(r) = -\frac{1}{\pi\sigma^4} \left(1 - \frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \exp\left\{-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right\}$$

Η Gaussian μάσκα Laplace για το διακριτό υπολογισμό του LoG είναι:

0	0	-1	0	0
0	-1	-2	-1	0
-1	-2	16	-2	-1
0	-1	-2	-1	0
0	0	-1	0	0

Η παράμετρος σ ελέγχει το βαθμό της εξομάλυνσης των ακμών. Συνήθως είναι καλύτερο να χρησιμοποιείται μικρό σ , αλλά το καλύτερο είναι να δοκιμάζονται διάφορα φίλτρα με μεταβαλλόμενο σ ώστε να υπολογιστεί το ιδανικό για κάθε περίπτωση.

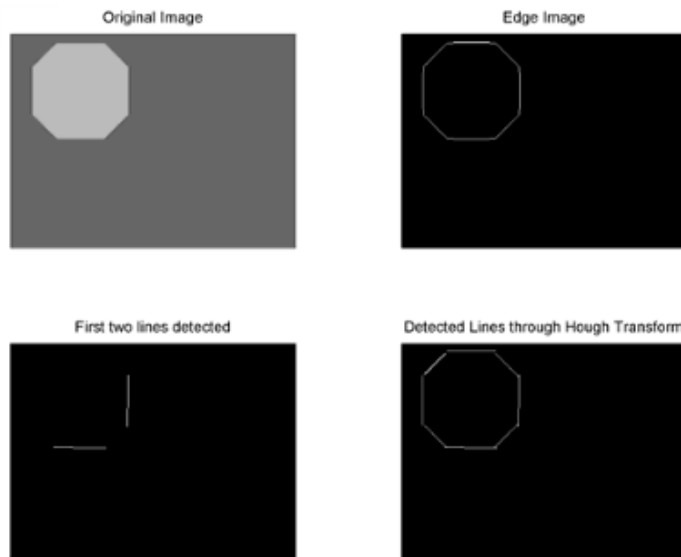
Μετασχηματισμός του Hough

Με βάση τα pixel των ακμών αναζητούνται αντικείμενα τα οποία περιγράφονται από κλειστές μαθηματικές σχέσεις (π.χ. γραμμές, κύκλοι, ελλείψεις). Ο συνδυασμός γραμμών μπορεί να προσεγγίσει πολλά άλλα σχήματα. Η ανίχνευση ακμών με τον μετασχηματισμό Hough είναι μια από τις πλέον διαδεδομένες τεχνικές για το σχηματισμό ορίων σε περιοχές και είναι ιδιαίτερα χρήσιμος σε περιπτώσεις όπου λείπουν κάποια σημεία ή η εικόνα δεν είναι τέλεια. Η εξίσωση της γραμμής στις πολικές συντεταγμένες δίνεται από τη σχέση:

$$x\cos\theta + y\sin\theta = \rho$$

όπου ρ και θ καθορίζουν μοναδικά μια γραμμή.

Για την εύρεση των γραμμών με το μετασχηματισμό Hough αρχικά βρίσκονται όλες οι δυνατές γραμμές που μπορεί να περνάνε από κάθε pixel μιας ακμής και ενημερώνονται τα αντίστοιχα πεδία ενός πίνακα (θ, ρ) . Στη συνέχεια βρίσκονται τα κελιά του πίνακα $(\zeta\acute{\epsilon}\upsilon\gamma\eta(\theta, \rho))$ που έχουν μέγιστη τιμή. Τα ζεύγη αυτά περιγράφουν τις γραμμές που υπάρχουν στην εικόνα. Ένα παράδειγμα της χρήσης του μετασχηματισμού Hough φαίνεται στην πιο κάτω εικόνα.



Εικόνα 12: Παράδειγμα κατάτμησης εικόνας με μετασχηματισμό Hough

4.2.3 Τεχνικές βασισμένες σε περιοχές:

Region Growing:

Μια άλλη τεχνική κατάτμησης της εικόνας είναι η τεχνική region-growing. Ο κύριος σκοπός της τεχνικής αυτής είναι ο χωρισμός της εικόνας R σε μικρότερες εικόνες R_i $i=1,2,\dots,N$ οι οποίες ικανοποιούν τις πιο κάτω συνθήκες:

(α) $\cup_{i=1}^n R_i = R$

(β) R_i είναι συνεκτική περιοχή για $i=1,2,\dots,N$

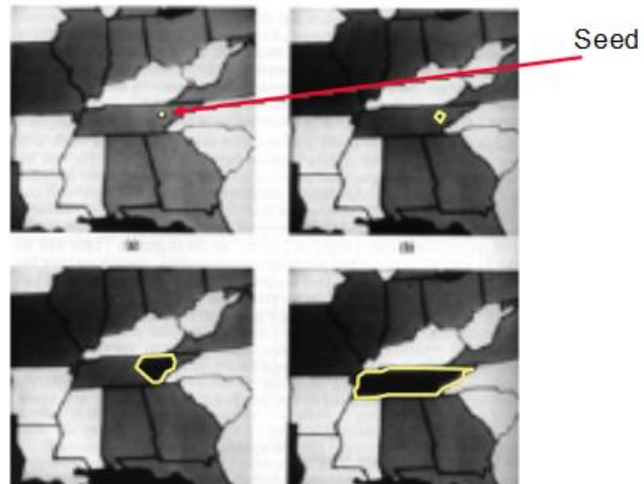
(γ) $R_i \cap R_j = \emptyset$ για $i \neq j$

(δ) $H(R_i) = \text{True}$ για $i=1,2,\dots,N$

(ε) $H(R_i \cup R_j) = \text{False}$ για κάθε γειτονική περιοχή R_i, R_j

Η συνάρτηση $H(R_i)$ είναι μια λογική συνάρτηση η οποία αποτελεί το κριτήριο ομοιογένειας το οποίο τέθηκε έτσι ώστε όσα pixels την ικανοποιούν να ανήκουν στην ίδια περιοχή και όσα όχι σε διαφορετικές περιοχές. Σαν κριτήριο της ομοιογένειας μπορεί να θεωρηθεί το επίπεδο γκρι, το χρώμα, η υφή, ή το σχήμα. Πιο κάτω εξηγείται αναλυτικά η διαδικασία που ακολουθείται.

Η ιδέα είναι ότι υπάρχει ένα σύνολο από μικρές περιοχές οι οποίες συγχωνεύονται επαναληπτικά σε μεγαλύτερες με βάση τους περιορισμούς ομοιότητας. Ξεκινώντας υπάρχει ένα σύνολο από σημεία τα οποία ονομάζονται seeds και τα οποία ικανοποιούν κάποιο κριτήριο ομοιογένειας. Η αρχική περιοχή αποτελείται από τα σημεία αυτά. Στη συνέχεια η περιοχή επεκτείνεται πέρα από τα σημεία αυτά, στα γειτονικά σημεία τα οποία πληρούν το κριτήριο ομοιογένειας. Όταν σταματήσει η ανάπτυξη μιας περιοχής επιλέγεται ένα νέο seed pixel το οποίο δεν ανήκει σε κάποια περιοχή, και επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία. Έτσι οι περιοχές επεκτείνονται συνεχώς μέχρι όλα τα pixels να ανήκουν σε κάποια περιοχή.



Εικόνα 13: Επιλογή seeds σε μια εικόνα



Εικόνα 14: Παράδειγμα κατάτμησης εικόνας με region growing

Πλεονεκτήματα region-growing:

- Έχει αρκετά καλή απόδοση στην κατάτμηση εικόνων με ξεκάθαρες ακμές.
- Είναι αρκετά απλή στην υλοποίηση.
- Καθορισμός του κριτηρίου ομοιότητας που θέλει ο καθένας.
- Ανταποκρίνεται καλά σε εικόνες με θόρυβο.
- Μπορούν να υπάρχουν πολλαπλά κριτήρια ομοιότητας ταυτόχρονα.

Μειονεκτήματα region-growing:

- Ο μη αποδοτικός υπολογιστικός χρόνος.
- Διαφορετικές επιλογές seeds μπορούν να οδηγήσουν σε διαφορετικά αποτελέσματα κατάτμησης. Δυσκολία στην επιλογή των αρχικών seeds.
- Προβληματικά αποτελέσματα όταν το σημείο seed είναι πάνω σε μια ακμή.
- Μπορεί να μην ξεχωρίσει την πραγματική εικόνα από τη σκιά.

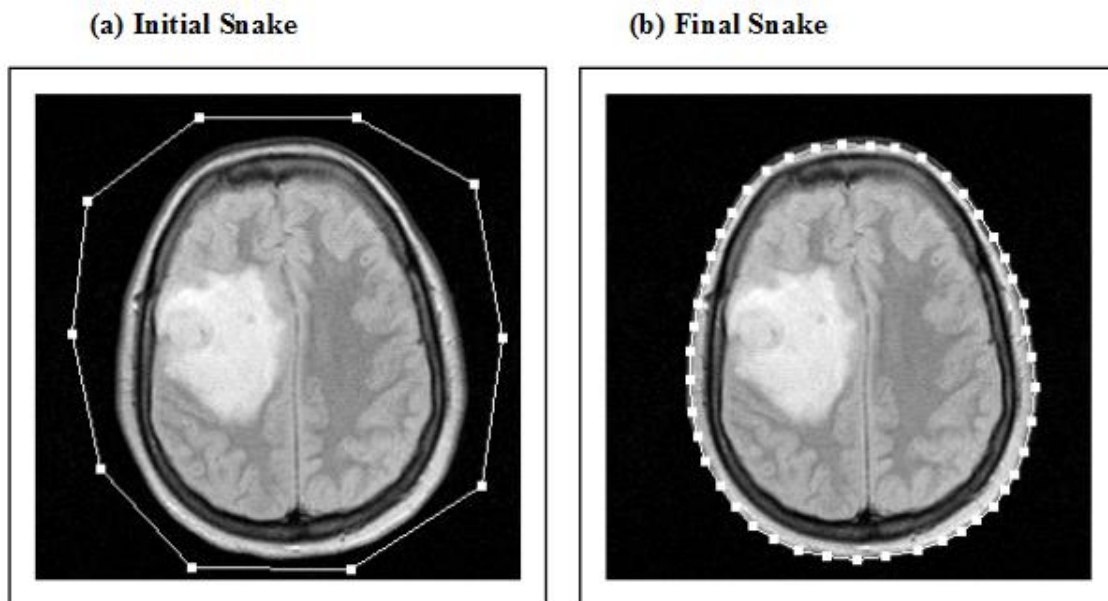
Διάφορες τακτικές έχουν αναπτυχθεί για να λύσουν τα προβλήματα αυτά. Μερικές από αυτές είναι:

- Λαμβάνονται υπόψη οι ομοιότητες των γειτονικών περιοχών.
- Απαγορεύεται μία μόνο περιοχή να κυριαρχεί στην εξέλιξη.
- Υπάρχουν πολλές περιοχές που να εξελίσσονται ταυτόχρονα.
- Χρήση παράλληλων υπολογιστών για να επιταχυνθεί η διαδικασία.

4.2.4 Ενεργά Περιγράμματα

Η ιδέα των ενεργών περιγραμμάτων παρουσιάστηκε για πρώτη φορά το 1987 στο άρθρο «Snakes: Active Contour Models» του Kass et al. Από τότε αποτελεί ενεργό πεδίο έρευνας στον τομέα της επεξεργασίας εικόνας. Έχουν αναπτυχθεί διάφορα μοντέλα, το καθένα από τα οποία έχει τα πλεονεκτήματά του και τη δική του χρησιμότητα ανάλογα με την περίπτωση.

Ένα ενεργό περίγραμμα είναι μια τμηματικά πολυωνυμική συνάρτηση που ελαχιστοποιεί την ενέργεια με σκοπό να ανιχνεύσει συγκεκριμένα χαρακτηριστικά της εικόνας. Μπορεί να είναι είτε μια καμπύλη είτε μια επιφάνεια που προσαρμόζεται δυναμικά στις ακμές και στα αντικείμενα στην εικόνα. Αποτελείται από ένα σύνολο από σημεία τα οποία είναι συνδεδεμένα μεταξύ τους. Απαιτείται η αρχικοποίηση ενός περιγράμματος κοντά στο αντικείμενο που θέλει να ανιχνεύσει. Από το αρχικό αυτό σημείο, το φίδι εξελίσσεται και καταλήγει να ευθυγραμμιστεί με το πιο κοντινό εξέχον χαρακτηριστικό της εικόνας.



Εικόνα 15: Παράδειγμα ενεργού περιγράμματος

Γενικά τα φίδια ψάχνουν ένα τοπικό ελάχιστο της ενέργειας που δημιουργείται από την επεξεργασία της εικόνας. Σε αντίθεση με τις άλλες τεχνικές κατάτμησης τα φίδια είναι πάντα ενεργά και ανταποκρίνονται στις οποιοσδήποτε αλλαγές της εικόνας. Τα περισσότερα φίδια δεν προσπαθούν να λύσουν ολόκληρο το πρόβλημα της εύρεσης των βασικών χαρακτηριστικών της εικόνας. Αντίθετα στηρίζονται σε μηχανισμούς για να τοποθετηθούν τα φίδια κοντά στη λύση. Υπάρχουν δύο είδη μοντέλων ενεργού περιγράμματος, τα παραμετρικά και τα γεωμετρικά. Το κεφάλαιο αυτό αναφέρεται στα παραμετρικά περιγράμματα που αποτελούν την βάση των ενεργών περιγραμμάτων. Τα γεωμετρικά περιγράμματα αναλύονται στο επόμενο κεφάλαιο αφού είναι μια από τις τεχνικές κατάτμησης που μελετήθηκαν στο πειραματικό μέρος.

Τα παραμετρικά ενεργά περιγράμματα συνθέτουν παραμετρικές καμπύλες στο χώρο της εικόνας και τους επιτρέπουν να κινούνται προς τα επιθυμητά χαρακτηριστικά κυρίως τα άκρα. Τα φίδια, όπως ονομάζονται, έχουν σαν αρχή την ελαχιστοποίηση της συνολικής ενέργειας της εικόνας. Η εύρεση των ορίων της εικόνας ταυτίζεται με την ελαχιστοποίηση της ενέργειας. Τα φίδια μετακινούνται υπό την επίδραση των εσωτερικών δυνάμεων που προέρχονται από την καμπύλη και των εξωτερικών δυνάμεων που υπολογίζονται από τα δεδομένα της εικόνας.

$$E_{snake} = E_{internal} + E_{external}$$

Οι εξωτερικές δυνάμεις καθοδηγούν το περίγραμμα στις επιθυμητές ακμές της εικόνας. Οι εσωτερικές δυνάμεις καθορίζουν την κάμψη και την ελαστικότητα του περιγράμματος. Η εσωτερική ενέργεια ελαχιστοποιείται όταν το περίγραμμα έχει το σχήμα του αντικειμένου που ανιχνεύει και η εξωτερική ενέργεια όταν το περίγραμμα βρίσκεται στα όρια του αντικειμένου. Σκοπός είναι η ελαχιστοποίηση της συνολικής ενέργειας:

$$E = \int \frac{1}{2} [\alpha(s) |x'(s)|^2 + \beta(s) |x''(s)|^2] + E_{ext}(x(s)) ds$$

Το περίγραμμα που ελαχιστοποιεί την συνολική αυτή ενέργεια ικανοποιεί την εξίσωση Euler:

$$a x''(s) + b x''''(s) - \nabla E_{ext} = 0$$

Εσωτερικές δυνάμεις:

Οι εσωτερικές δυνάμεις είναι το άθροισμα της ελαστικής δύναμης και της δύναμης κάμψης. Μαζί οι δυνάμεις συμβάλλουν στο να είναι ομαλό το περίγραμμα.

Η ελαστική ενέργεια αποθαρρύνει το τέντωμα της καμπύλης και συγκρατεί την καμπύλη. Υπολογίζεται ως εξής:

$$E_{elastic} = \frac{1}{2} \int a(s) |x'(s)|^2 ds$$

Η παράμετρος a ελέγχει το βαθμό ελαστικότητας της καμπύλης. Η ελαστική ενέργεια προκαλεί την συρρίκνωση του περιγράμματος.

Η ενέργειας κάμψης καθορίζει το πόσο κάμπτεται η καμπύλη. Υπολογίζεται ως εξής:

$$E_{bending} = \frac{1}{2} \int \beta(s) |x''(s)|^2 ds$$

Άρα η συνολική εσωτερική ενέργεια ορίζεται ως εξής:

$$E_{int} = E_{elastic} + E_{bending} = \frac{1}{2} \int a(s) |x'(s)|^2 + \beta(s) |x''(s)|^2 ds$$

Εξωτερικές δυνάμεις:

Η εξωτερικές δυνάμεις καθοδηγούν το φίδι στα όρια του αντικειμένου. Γενικά χωρίζονται σε δυο κλάσεις, σε στατικές και σε δυναμικές. Οι στατικές είναι αυτές που υπολογίζονται από τα δεδομένα της εικόνας και δεν αλλάζουν καθώς το φίδι εξελίσσεται και οι δυναμικές είναι αυτές που αλλάζουν καθώς το φίδι παραμορφώνεται. Η εξωτερική ενέργεια ισούται με:

$$E_{ext} = E_{image} + E_{con}$$

Ο όρος της δύναμης της εικόνας E_{image} αναφέρεται στο δυναμικό που δημιουργείται στην εικόνα και κατευθύνει το περίγραμμα προς τα επιθυμητά όρια. Αποτελείται από τους εξής παράγοντες:

$$E_{image} = w_{line} E_{line}(x(s)) + w_{edge} E_{edge}(x(s)) + w_{term} E_{term}(x(s))$$

Σαν ενέργεια E_{line} ονομάζεται η ένταση της εικόνας.

$$E_{line} = I(x, y)$$

Σαν ενέργεια E_{edge} ονομάζεται η ενέργεια που κάνει το περίγραμμα να προσελκύεται από τα μεγάλα δυναμικά της εικόνας.

$$E_{edge} = -|\nabla I(x, y)|^2$$

ή

$$E_{edge} = -|\nabla[G_{\sigma}(x, y) * I(x, y)]|^2$$

Όπου G_{σ} μια Gaussian συνάρτηση δύο διαστάσεων με τυπική απόκλιση σ . Με μεγάλο σ έχουμε αυξημένο εύρος κάλυψης αλλά ταυτόχρονα και θολά όρια.

Σαν ενέργεια E_{term} ορίζεται η συνάρτηση η οποία καθορίζει τον τερματισμό της κατάτμησης.

Έστω $C(x,y) = G_{\sigma}(x,y) * I(x,y)$ να είναι μια λίγο πιο ομαλή μορφή της εικόνας και $n = (\cos\theta, \sin\theta)$. Τότε

$$E_{term} = \frac{\partial \theta}{\partial n_{\perp}} = \frac{\partial^2 C / \partial^2 n_{\perp}}{\partial C / \partial n} = \frac{C_{yy}C_x^2 - 2C_{xy}C_xC_y + C_{xx}C_y^2}{(C_x^2 + C_y^2)^{3/2}}$$

Οι όροι w_{line} , w_{edge} , w_{term} είναι παράμετροι βάρη που καθορίζουν το μέτρο κάθε ενέργειας

Ο όρος E_{con} χρησιμοποιείται για να εισαχθούν από το χρήστη επιπρόσθετοι περιορισμοί όπως εκείνος επιθυμεί.

Παρόλα αυτά το μοντέλο του Kass παρουσιάζει κάποιες αδυναμίες:

- Περιορισμένο εύρος σύλληψης.
- Δεν υπάρχει εξωτερικό πεδίο στα σημεία μακριά από τα όρια των αντικειμένων.
- Εξάρτηση από το σημείο αρχικοποίησης για το αν θα πετύχει ή όχι η σύγκλιση.
- Δεν ανιχνεύει κοιλότητες.

Για να αντιμετωπιστούν οι αδυναμίες του παραδοσιακού φιδιού αναπτύχθηκαν διάφορες νέες εξωτερικές δυνάμεις. Μερικές από αυτές είναι:

- Distance Potential Force
- Balloon Force:
- Gradient Vector Flow

Πέρα όμως από τα παραμετρικά ενεργά περιγράμματα υπάρχουν και τα γεωμετρικά ενεργά περιγράμματα που αποτελούν την εξέλιξη τους. Τα γεωμετρικά ενεργά περιγράμματα έχουν σαν βάση τη θεωρία της εξέλιξης της καμπύλης και υλοποιούνται με τη χρήση της μεθόδου Level Set Active Contours. Με την μέθοδο αυτή η εξέλιξη της καμπύλης είναι ανεξάρτητη από την παραμετροποίηση της καμπύλης με αποτέλεσμα να είναι πολλές φορές πιο εύχρηστα και πιο αποδοτικά. Σκοπός είναι και πάλι η ελαχιστοποίηση μιας συνάρτησης ενέργειας. Τα γεωμετρικά ενεργά περιγράμματα έχουν αποδειχθεί ιδιαίτερα χρήσιμα στον τομέα του υπολογισμού εικόνων στην ιατρική (Medical Image Computing).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΘΕΩΡΙΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ

Στο προηγούμενο κεφάλαιο έγινε μια βιβλιογραφική ανασκόπηση των μεθόδων κατάτμησης εικόνων γενικά. Το κεφάλαιο αυτό επικεντρώνεται στις μεθόδους κατάτμησης οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν για την διεξαγωγή των πειραμάτων της διπλωματικής εργασίας, δηλαδή των μεθόδων Otsu, k-means clustering, Level Set Active Contours.

5.1 Μέθοδος Otsu

Με τη μέθοδο Otsu πραγματοποιείται μια κατωφλίωση της εικόνας βασισμένη στο ιστόγραμμα της εικόνας που δημιουργείται αυτόματα στον αλγόριθμο. Ο αλγόριθμος υποθέτει ότι η εικόνα έχει δύο κλάσεις από pixels (συστάδες) ή διτροπικό ιστόγραμμα (π.χ. προσκίνηιο και παρασκήνιο).

Η κατωφλίωση Otsu είναι μια επαναληπτική διαδικασία που για όλες τις πιθανές τιμές κατωφλίου υπολογίζει ένα μέτρο διακύμανσης για τα pixels κάθε πλευράς του κατωφλίου, για παράδειγμα για τα pixels του προσκηνίου και του παρασκήνιου. Καθώς προσαρμόζεται το κατώφλι, αυξάνεται η εξάπλωση της μιας συστάδας και μειώνεται η εξάπλωση της άλλης. Ο στόχος είναι η επιλογή του κατωφλίου που ελαχιστοποιεί τη συνδυασμένη εξάπλωση. Το βέλτιστο κατώφλι είναι αυτό που μεγιστοποιεί την μεταξύ τους διακύμανση (ή αντιστρόφως, ελαχιστοποιεί την διακύμανση εντός της συστάδας).

Η διακύμανση εντός της κλάσης ορίζεται σαν:

$$\sigma_w^2(t) = q_1(t) \sigma_1^2(t) + q_2(t) \sigma_2^2(t)$$

Όπου οι πιθανότητες της κλάσης υπολογίζονται σαν:

$$q_1(t) = \sum_{i=1}^t P(i)$$

$$q_2(t) = \sum_{i=t+1}^I P(i)$$

Οι μέσες τιμές των κλάσεων ορίζονται σαν:

$$\mu_1(t) = \sum_{i=1}^t \frac{iP(i)}{q_1(t)}$$

$$\mu_2(t) = \sum_{i=t+1}^I \frac{iP(i)}{q_1(t)}$$

Οι ανεξάρτητες διακυμάνσεις των κλάσεων ορίζονται σαν:

$$\sigma_1^2(t) = \sum_{i=1}^t [i - \mu_1(t)]^2 \frac{P(i)}{q_1(t)}$$

$$\sigma_2^2(t) = \sum_{i=t+1}^I [i - \mu_2(t)]^2 \frac{P(i)}{q_2(t)}$$

Συνεπώς για όλες τις τιμές του t επιλέγεται η τιμή που ελαχιστοποιεί το $\sigma_w^2(t)$. Η μέθοδος αυτή είναι αρκετά αργή. Χρησιμοποιώντας τη σχέση ανάμεσα στην εντός της τάξης διακύμανσης και ανάμεσα στην διακύμανση των τάξεων υπάρχει μια επαναληπτική σχέση που επιτρέπει ένα πιο γρήγορο υπολογισμό.

Η ολική διακύμανση δεν εξαρτάται από το κατώφλι. Για ένα δεδομένο κατώφλι η ολική διακύμανση είναι το άθροισμα της διακύμανσης εντός της κλάσης και της διακύμανσης μεταξύ των κλάσεων. Η διακύμανση μεταξύ των κλάσεων είναι το άθροισμα των τετραγώνων των βαρών των αποστάσεων ανάμεσα στις μέσες τιμές των κλάσεων και το ολικό μέσο.

Η ολική διακύμανση ισούται με:

$$\sigma^2 = \sigma_w^2(t) + q_1(t) [1 - q_1(t)][\mu_1(t) - \mu_2(t)]^2$$

Ο πρώτος όρος είναι η διακύμανση μέσα στην κλάση $\sigma_w^2(t)$ και ο δεύτερος όρος η διακύμανση ανάμεσα στις κλάσεις $\sigma_B^2(t)$. Αφού το άθροισμα είναι σταθερό και ανεξάρτητο του t , το αποτέλεσμα της αλλαγής του κατωφλίου είναι κυρίως για να αλλάξει την συνεισφορά του κάθε όρου στην συνολική διακύμανση. Συνεπώς η ελαχιστοποίηση της διακύμανσης εντός της κλάσης ισούται με την μεγιστοποίηση της διακύμανσης ανάμεσα στις κλάσεις.

Έτσι μπορούν να υπολογιστούν οι ποσότητες στο $\sigma_B^2(t)$ αναδρομικά με τον πιο κάτω αλγόριθμο:

1. Αρχικοποίηση:

$$q_1(1) = P(1); \quad \mu_1(0) = 0$$

2. Αναδρομικά:

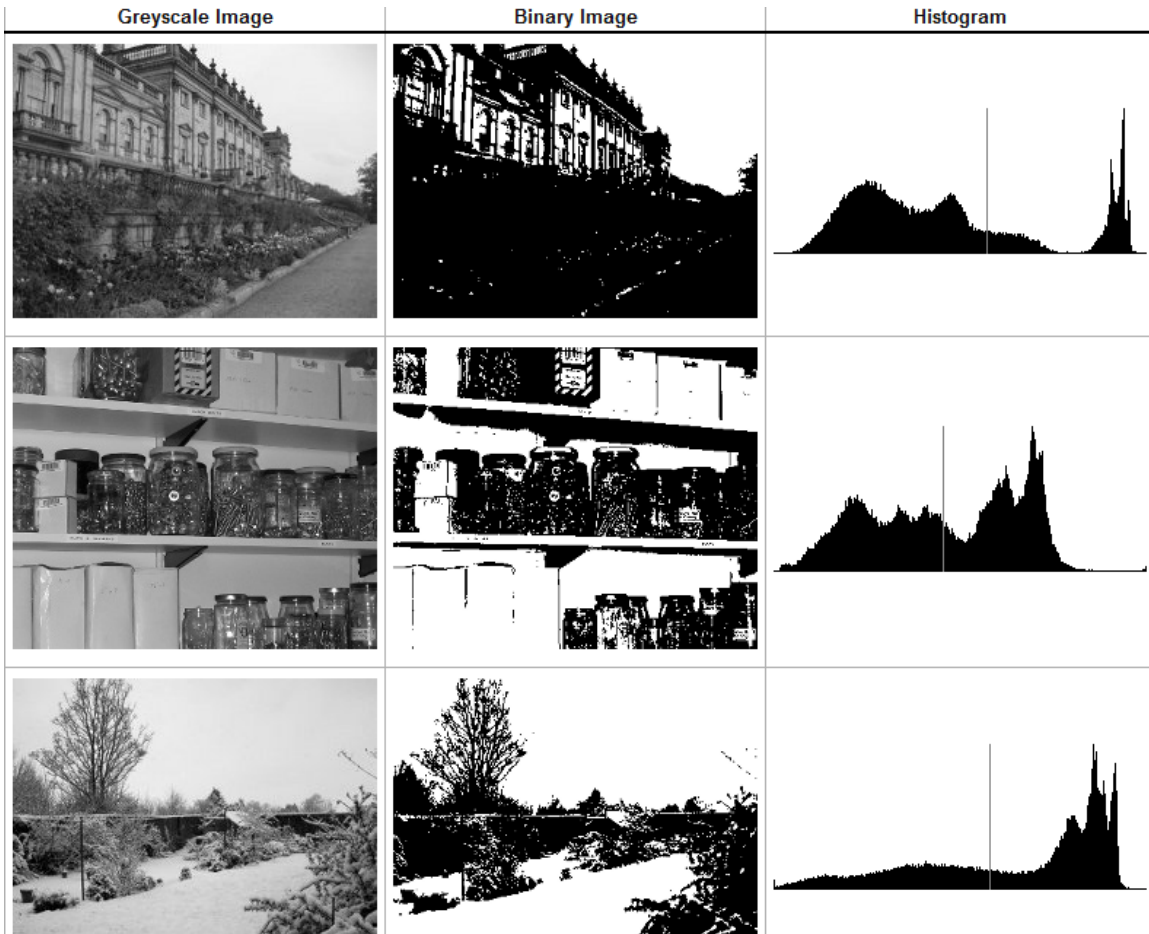
$$q_1(t + 1) = q_1(t) + P(t + 1)$$

$$\mu_1(t + 1) = \frac{q_1(t)\mu_1(t) + (t + 1)P(t + 1)}{q_1(t + 1)}$$

$$\mu_2(t + 1) = \frac{\mu - q_1(t + 1)\mu_1(t + 1)}{1 - q_1(t + 1)}$$

3. Υπολογισμός $\sigma_B^2(t)$

4. Το επιθυμητό κατώφλι αντιστοιχεί στο μέγιστο $\sigma_B^2(t)$



Εικόνα 16: Παράδειγμα κατάτμησης εικόνας μέθοδο Otsu

5.2 Μέθοδος k-means Clustering

Η μέθοδος k-means clustering είναι μια μέθοδος ανάλυσης συστάδων που έχει σαν σκοπό την διαίρεση όλων των pixels σε k συστάδες όπου το κάθε pixel βρίσκεται στην συστάδα με την κοντινότερη μέση τιμή. Ιδανικά οι συστάδες δεν επικαλύπτονται. Ο όρος k-means χρησιμοποιήθηκε πρώτα από τον James MacQueen. Το πρόβλημα k-means είναι υπολογιστικά δύσκολο, ανήκει στην κλάση NP-hard όμως υπάρχουν πολλοί προσεγγιστικοί αλγόριθμοι που χρησιμοποιούνται συχνά και συγκλίνουν γρήγορα σε ένα τοπικό βέλτιστο.

Η γενική ιδέα είναι να καθοριστούν k «κέντρα», ένα για κάθε συστάδα. Αυτά τα «κέντρα» πρέπει να τοποθετηθούν με έξυπνο τρόπο αφού διαφορετικές τοποθεσίες προκαλούν διαφορετικά αποτελέσματα. Η καλύτερη επιλογή είναι να τοποθετηθούν όσο πιο μακριά γίνεται μεταξύ τους. Μετά κάθε σημείο συσχετίζεται με το κοντινότερο του «κέντρο». Όταν όλα τα σημεία ανήκουν σε κάποιο «κέντρο» προκύπτει μια πρώτη ομαδοποίηση. Στη συνέχεια επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία υπολογίζοντας νέα «κέντρα» και ενώνοντας ξανά όλα τα σημεία με αυτά τα νέα κέντρα. Έτσι προκύπτει μια επαναληπτική διαδικασία κατά την οποία τα k κέντρα μετακινούνται σταδιακά. Η επανάληψη σταματά όταν τα κέντρα σταματήσουν να μετακινούνται. Ο αλγόριθμος αυτός στοχεύει στην ελαχιστοποίηση μιας αντικειμενικής συνάρτησης:

$$J = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n \|x_i^{(j)} - c_j\|^2$$

Όπου $\|x_i^{(j)} - c_j\|^2$ είναι ένα μέτρο απόστασης μεταξύ του σημείου $x_i^{(j)}$ και του κέντρου της συστάδας c_j

Αλγόριθμος:

1. Τοποθέτηση k σημείων («κέντρων») στο χώρο που αντιστοιχούν τα αντικείμενα που θα ομαδοποιηθούν.
2. Ανάθεση κάθε αντικειμένου στη συστάδα με το κοντινότερο «κέντρο».
3. Όταν όλα τα αντικείμενα ομαδοποιηθούν υπολογίζονται ξανά οι θέσεις των k «κέντρων».
4. Επανάληψη των βημάτων 2 και 3 του αλγόριθμου μέχρι τα κέντρα να μην μετακινούνται άλλο.

Παρόλο που ο αλγόριθμος αυτός τερματίζει πάντα, δεν μπορεί να αποδειχθεί ότι βρίσκει τη βέλτιστη διαμόρφωση σύμφωνα με την ολική αντικειμενική συνάρτηση. Επίσης ο αλγόριθμος είναι ιδιαίτερα ευαίσθητος στην αρχικοποίηση των «κέντρων» των συστάδων.

Μπορούν να χρησιμοποιηθούν και άλλες συνθήκες τερματισμού του αλγόριθμου:

- Ένας προκαθορισμένος αριθμός επαναλήψεων. Αυτή η συνθήκη παρόλο που περιορίζει το χρόνο εκτέλεσης σε κάποιες περιπτώσεις η ποιότητα της ομαδοποίησης είναι χαμηλή λόγω ανεπαρκούς αριθμού επαναλήψεων.
- Η ανάθεση των σημείων στις συστάδες δεν αλλάζει ανάμεσα στις επαναλήψεις. Αυτή η συνθήκη παράγει αρκετά καλή ομαδοποίηση εκτός από κάποιες περιπτώσεις με κακό τοπικό ελάχιστο αλλά μπορεί να έχει πολύ μεγάλο χρόνο εκτέλεσης.
- Η αντικειμενική συνάρτηση πέφτει πιο κάτω από ένα κατώφλι. Το κριτήριο αυτό εξασφαλίζει ότι η ομαδοποίηση έχει την επιθυμητή ποιότητα. Στην πράξη πρέπει να περιορίζεται και από ένα αριθμό επαναλήψεων για να εξασφαλίζεται ο τερματισμός.
- Η μείωση της αντικειμενικής συνάρτησης πέσει πιο κάτω από ένα κατώφλι Θ . Αυτό δείχνει ότι βρίσκεται κοντά σε σύγκλιση. Όμως και πάλι πρέπει να περιοριστεί με ένα αριθμό επαναλήψεων ώστε να αποφεύγονται οι τεράστιοι χρόνοι εκτελέσεων.

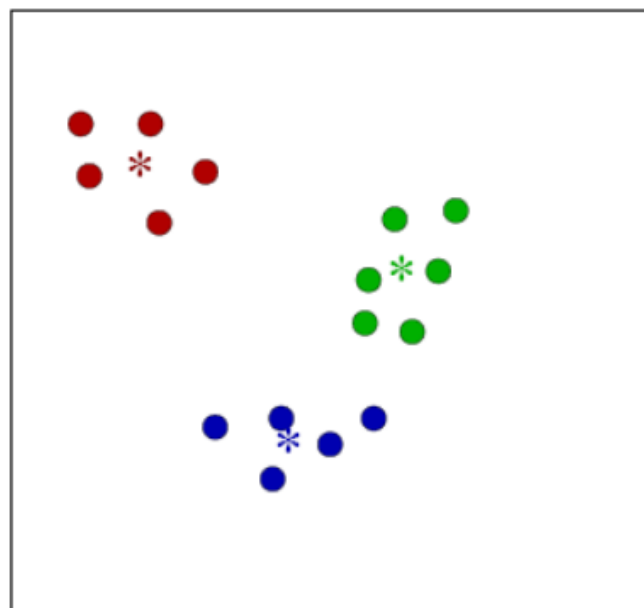
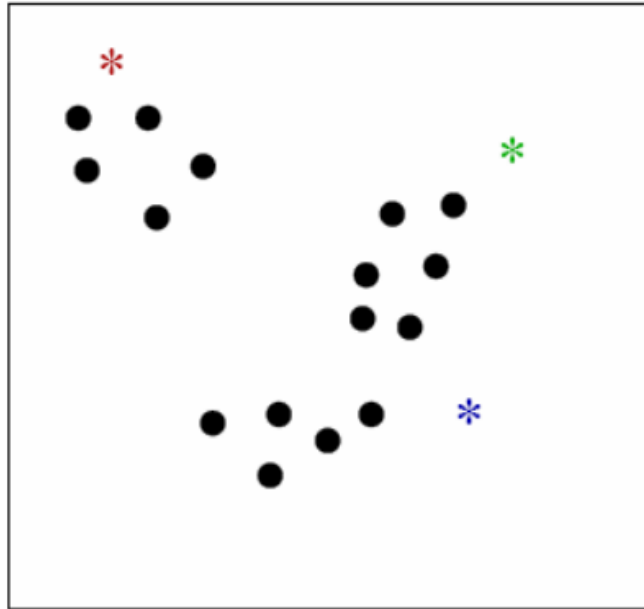
Η μέθοδος του k-means clustering παρουσιάζει κάποιους περιορισμούς. Οι περιορισμοί αυτοί είναι ότι:

- Αντιμετωπίζει προβλήματα όταν οι συστάδες διαφέρουν ως προς το μέγεθος, τις πυκνότητες και τα μη σφαιρικά σχήματα.
- Αντιμετωπίζει προβλήματα με τα εσφαλμένα σημεία.
- Αντιμετωπίζει προβλήματα με τις άδειες συστάδες.

Για να λυθούν οι περιορισμοί αυτοί υπάρχουν αλγόριθμοι για την επιλογή των αρχικών αυτών «κέντρων» που:

1. Αφαιρούν εσφαλμένα σημεία που απέχουν αρκετά από τα υπόλοιπα δεδομένα και από το σύνολο των «κέντρων».
2. Δοκιμάζουν διάφορα αρχικά σημεία και επιλέγουν την ομαδοποίηση με το μικρότερο κόστος.
3. Επιλέγουν τα «κέντρα» με τη χρήση κάποιου άλλου αλγόριθμου.

Υπάρχουν διάφορες παραλλαγές του αλγόριθμου k-means όπως Fuzzy C-Means Clustering και ο αλγόριθμος Expectation-Maximization που αποτελεί μια γενικότητα του αλγόριθμου k-means clustering. (harmonic k-means)



Εικόνα 17: Παράδειγμα κατάτμησης εικόνας μέθοδο k-means Clustering

5.3 Μέθοδος Level Set Active Contours

5.3.1 Εισαγωγή:

Τα γεωμετρικά ενεργά περιγράμματα βασίζονται στη θεωρία της εξέλιξης της καμπύλης. Η πιο συνηθισμένη υλοποίηση τους είναι με την χρήση της μεθόδου Level Set Active Contours. Στα level sets χρησιμοποιείται η έννοια της έμμεσης συνάρτησης. Μια άμεση αναπαράσταση της διασύνδεσης είναι να γράψει κάποιος ακριβώς τα σημεία τα οποία ανήκουν στο όριο. Εναλλακτικά μια έμμεση αναπαράσταση της διασύνδεσης ορίζει το όριο σαν το isocontour μιας συνάρτησης. Για παράδειγμα το μηδενικό isocontour της συνάρτησης $\varphi(x) = x^2 - 1$ είναι όλα τα σημεία που ικανοποιούν το $\varphi(x) = 0$. Αν και το μηδενικό isocontour δεν έχει κάποια ιδιαίτερη σημασία συνηθίζεται να χρησιμοποιείται για την αναπαράσταση του ορίου.

Αντίστοιχα στις δύο διαστάσεις το όριο αποτελεί μια κλειστή καμπύλη (π.χ. ένας κύκλος) και υπάρχει ξεκάθαρα η εσωτερική και η εξωτερική περιοχή. Η άμεση αναπαράσταση καθορίζει όλα τα σημεία της καμπύλης. Για να το πετύχει αυτό ως συνήθως παραμετροποιεί την καμπύλη ως προς μια παράμετρο s , και μετά την διακριτοποιεί σε ένα πεπερασμένο σύνολο από σημεία. Στην έμμεση αναπαράσταση διακριτοποιείται μια οριοθετημένη περιοχή $D \subset R^2$. Εδώ φαίνεται ένα μειονέκτημα της έμμεσης αναπαράστασης αφού αντιμετωπίζει μια περιοχή δυο διαστάσεων σε αντίθεση με την άμεση αναπαράσταση που αντιμετωπίζει ένα διάστημα μιας διάστασης. Για να αντιμετωπιστεί αυτό το μειονέκτημα της έμμεσης αναπαράστασης τοποθετούνται όλα τα σημεία του \vec{x} πολύ κοντά στο όριο και έτσι ενδιαφέρουν μόνο αυτά αφού τα υπόλοιπα σημεία δεν είναι σημαντικά.

Τόσο η άμεση όσο και η έμμεση αναπαράσταση δεν λένε την ακριβή τοποθεσία του ορίου. Αντίθετα δίνουν πληροφορίες για την τοποθεσία των δειγμάτων. Συνήθως για τον καθορισμό των σημείων που δεν παρουσιάζονται στη διακριτοποίηση, χρησιμοποιείται η μέθοδος της παρεμβολής. Κατά τη χρήση της παρεμβολής στην έμμεση συνάρτηση είναι σημαντικό η συνάρτηση να είναι ομαλή και καλά αναλυμένη. Μια καλή επιλογή τέτοιας συνάρτησης είναι η προσημασμένη συνάρτηση απόστασης.

Με την άμεση αναπαράσταση είναι δύσκολο να καθορισθεί κατά πόσο ένα σημείο είναι μέσα ή έξω από τη διασύνδεση. Αντίθετα στην έμμεση αναπαράσταση καθορίζεται εύκολα με το πρόσημο της συνάρτησης. Το πρόσημο της έμμεσης συνάρτησης $\varphi(x)$ μας δίνει σε ποια πλευρά του ορίου βρίσκεται ένα σημείο:

- Αν $\varphi(\bar{x}_0) < 0$ το σημείο x_0 βρίσκεται έξω από το όριο.
- Αν $\varphi(\bar{x}_0) > 0$ το σημείο x_0 βρίσκεται μέσα από το όριο.
- Αν $\varphi(\bar{x}_0) = 0$ το σημείο x_0 βρίσκεται πάνω στο όριο.

5.3.2 Βασικοί ορισμοί:

Μοναδιαίο διάνυσμα:

Το μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα στα σημεία του ορίου ορίζεται ως εξής:

$$\vec{N} = \frac{\nabla\varphi}{|\nabla\varphi|}$$

Καμπυλότητα:

Η μέση καμπυλότητα του ορίου ορίζεται σαν η απόκλιση της κάθετου $\vec{N} = (n_1, n_2, n_3)$:

$$\kappa = \nabla \cdot \vec{N} = \frac{\partial n_1}{\partial x} + \frac{\partial n_2}{\partial y} + \frac{\partial n_3}{\partial z}$$

Αν $\kappa > 0$ η περιοχή είναι κυρτή, αν $\kappa < 0$ η περιοχή είναι κοίλη και αν $\kappa = 0$ είναι επίπεδο.

Αντικαθιστώντας την εξίσωση του \vec{N} μέσα στην καμπυλότητα η εξίσωση παίρνει την εξής μορφή:

$$\begin{aligned} \kappa = & (\varphi_x^2 \varphi_{yy} - 2 \varphi_x \varphi_y \varphi_{xy} + \varphi_y^2 \varphi_{xx} + \varphi_x^2 \varphi_{zz} - 2 \varphi_x \varphi_z \varphi_{xz} + \varphi_z^2 \varphi_{xx} \\ & + \varphi_y^2 \varphi_{zz} - 2 \varphi_y \varphi_z \varphi_{yz} + \varphi_z^2 \varphi_{yy}) / |\nabla\varphi|^3 \end{aligned}$$

Όταν η συνάρτηση φ περιέχει θόρυβο, το κάθετο διάνυσμα \vec{N} θα περιέχει περισσότερο θόρυβο και η καμπυλότητα ακόμα περισσότερο.

Συναρτήσεις Heaviside και Dirac:

Η συνάρτηση μιας διάστασης Heaviside χρησιμοποιείται για την αντιμετώπιση των χαρακτηριστικών συναρτήσεων και τον υπολογισμό της έμμεσης συνάρτησης. Ορίζεται σαν:

$$H(\varphi) = \begin{cases} 0, & \varphi \leq 0 \\ 1, & \varphi > 0 \end{cases}$$

Η συνάρτηση Dirac στη μια διάσταση ορίζεται ως εξής:

$$\delta(\varphi) = H'(\varphi)$$

Για τον υπολογισμό των εξισώσεων στην πιο κάτω μέθοδο όμως χρησιμοποιούνται προσεγγίσεις των συναρτήσεων $H(\varphi)$, $\delta(\varphi)$:

$$H_\varepsilon(\varphi) = \begin{cases} 0, & \varphi < -\varepsilon \\ \frac{1}{2} + \frac{\varphi}{2\varepsilon} + \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{\pi\varphi}{\varepsilon}\right), & -\varepsilon \leq \varphi \leq \varepsilon \\ 1, & \varphi > \varepsilon \end{cases}$$

$$\delta_\varepsilon(\varphi) = \begin{cases} 0, & \varphi < -\varepsilon \\ \frac{1}{2\varepsilon} + \frac{1}{2\varepsilon} \cos\left(\frac{\pi\varphi}{\varepsilon}\right), & -\varepsilon \leq \varphi \leq \varepsilon \\ 0, & \varphi > \varepsilon \end{cases}$$

5.3.3 Προσημασμένες Συναρτήσεις Απόστασης:

Η έμμεση συνάρτηση που αναφέρθηκε πιο πάνω μπορεί να είναι μια προσημασμένη συνάρτηση απόστασης. Η συνάρτηση αυτή είναι θετική εξωτερικά, αρνητική εσωτερικά και μηδενική πάνω στα όρια. Επιπλέον ικανοποιεί μια ακόμα συνθήκη:

$$|\nabla\varphi(\vec{x})| = 1$$

Η συνθήκη αυτή ισχύει εκτός από την περίπτωση όπου τα σημεία ισαπέχουν από τουλάχιστον δύο σημεία του ορίου. Οι προσημασμένες συναρτήσεις απόστασης είναι μονότονες κατά μήκος του ορίου και μπορεί να βρεθεί η παράγωγος τους εκεί. Αυτές είναι η κατάλληλη επιλογή έμμεσης συνάρτησης αφού το γεγονός ότι $|\nabla\varphi| = 1$ παντού εκτός από κάποια ανώμαλα σημεία απλοποιεί τις προηγούμενες εξισώσεις. Έτσι με τον τρόπο αυτό ισχύουν οι εξής απλοποιήσεις:

$$\vec{N} = \nabla\varphi$$

$$\kappa = \Delta\varphi \quad \text{όπου } \Delta\varphi = \varphi_{xx} + \varphi_{yy} + \varphi_{zz}$$

Παρόλα αυτά χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή στα σημεία που παρουσιάζουν ανωμαλίες $|\nabla\varphi| \neq 1$, όπου οι πιο πάνω εξισώσεις δεν είναι ακριβείς. Όμως γενικά αποτελούν μια καλή προσέγγιση και ευκολύνουν ιδιαίτερα τις πράξεις.

5.3.4 Μέθοδος Level Set Active Contours

Η μέθοδος Level Set Active Contours προσθέτει δυναμική στις έμμεσες συναρτήσεις. Έστω ότι η ταχύτητα του κάθε σημείου \vec{x} που ανήκει στο όριο, στην έμμεση συνάρτηση δίνεται από την $F(\vec{x})$:

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = F(\vec{x})$$

Η πιο πάνω σχέση ονομάζεται Lagrangian μορφή της εξίσωσης. Στα level sets όπως αναφέρθηκε πιο πάνω υπάρχει μια έμμεση προσημασμένη συνάρτηση $\varphi(\vec{x})$ που αντιπροσωπεύει την καμπύλη. Συνεπώς η κλειστή καμπύλη C εκφράζεται μέσα από μια συνάρτηση Lipschitz φ ως εξής:

$$C = \{(x, y) | \varphi(x, y) = 0\}$$

Η εξέλιξη της καμπύλης τη χρονική στιγμή t δίνεται από το μηδενικό level set της συνάρτησης $\varphi(t, x, y)$. Η εξίσωση που ικανοποιούν τα level sets είναι η εξής:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = F |\nabla \varphi|, \quad \varphi(0, x, y) = \varphi_0(x, y)$$

Όπου το σύνολο $\{(x, y) | \varphi_0(x, y) = 0\}$ είναι η αρχική καμπύλη. Αυτή η εξίσωση είναι Eulerian μορφής και καθορίζει την κίνηση του ορίου της καμπύλης. Είναι γνωστή σαν εξίσωση level set. Πολλές φορές η ταχύτητα F καθορίζεται όχι μόνο πάνω στο όριο, αλλά σε ένα εύρος πλάτους $\varepsilon > 0$ γύρω από το όριο έτσι ώστε να αποφεύγονται τα σφάλματα. Για να είναι σωστά τα αποτελέσματα πρέπει το ε να είναι αρκετά μεγαλύτερο από το πλάτος του πλέγματος Δx έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθεί η διακύμανση της ταχύτητας.

5.3.5 Κίνηση που περιλαμβάνει την μέση καμπυλότητα:

Μια ειδική περίπτωση είναι όταν η κίνηση του ορίου γίνεται με βάση ένα αυτοδημιούργητο πεδίο ταχύτητας F που εξαρτάται απευθείας από τη συνάρτηση φ των level sets. Συγκεκριμένα εξαρτάται από τη μέση καμπυλότητα $\vec{F} = -b \kappa \vec{N}$ όπου b μια σταθερά και κ η μέση καμπυλότητα. Όταν $b > 0$ το όριο κινείται προς την κατεύθυνση των κοιλότητων έτσι ώστε οι κύκλοι να συρρικνώνονται σε ένα συγκεκριμένο σημείο και να εξαφανίζονται τελικά. Στην εξίσωση των level sets κυριαρχούν μόνο οι κάθετες συνιστώσες της ταχύτητας αφού οι οριζόντιες εξαφανίζονται. Άρα η εξίσωση των level sets παίρνει την εξής μορφή:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = b \kappa |\nabla \varphi|$$

Όταν η φ είναι μια προσημασμένη συνάρτηση απόστασης η εξίσωση αυτή ισοδυναμεί με την εξίσωση της θερμότητας:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = b \Delta \varphi$$

Όπου φ είναι η θερμοκρασία και b η θερμική αγωγιμότητα. Η εξίσωση αυτή ονομάζεται παραβολική. Έτσι όσο η φ είναι μια προσημασμένη συνάρτηση απόστασης, οι δύο εξισώσεις είναι ισοδύναμες και έχουν τα ίδια αποτελέσματα. Ιδιαίτερα σημαντικό όμως είναι ότι ακόμα και αν η φ^n είναι προσημασμένη συνάρτηση απόστασης, η φ^{n+1} δεν θα είναι απαραίτητα και αυτή προσημασμένη συνάρτηση απόστασης όταν λυθεί το γραμμικό σύστημα. Για το λόγο αυτό χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή όταν χρησιμοποιούνται οι απλοποιήσεις $\vec{N} = \nabla \varphi$ και $\kappa = \Delta \varphi$, η φ να είναι σίγουρα προσημασμένη συνάρτηση απόστασης.

5.3.6 Κίνηση κατά την κάθετη κατεύθυνση:

Στην ενότητα αυτή μελετάται η κίνηση του ορίου υπό την επίδραση ενός εσωτερικού πεδίου ταχύτητας για σταθερή κίνηση κατά την κάθετη κατεύθυνση. Το πεδίο ορίζεται σαν $\vec{F} = \alpha \vec{N}$ ή $F_n = \alpha$ όπου α είναι μια σταθερά. Η εξίσωση level set παίρνει την εξής μορφή:

$$\varphi_t + \alpha |\nabla \varphi| = 0$$

Όταν $\alpha > 0$ η διασύνδεση κινείται κατά την κάθετη κατεύθυνση και όταν $\alpha < 0$ με κατεύθυνση αντίθετη της κάθετης. Όταν $\alpha = 0$ η φ είναι σταθερή. Η εξίσωση αυτή είναι υπερβολική εξίσωση.

Αν η φ είναι προσημασμένη συνάρτηση απόστασης η εξίσωση απλοποιείται στην εξής μορφή:

$$\varphi_t = -\alpha$$

Η φ αυξάνεται και μειώνεται ανάλογα με το πρόσημο του α . Στην περίπτωση αυτή αν η συνάρτηση αρχικά είναι προσημασμένη συνάρτηση απόστασης παραμένει έτσι σε όλη τη διάρκεια.

Πρόσθεση όρου που εξαρτάται από την καμπυλότητα:

Η κάθετη κίνηση του ορίου μπορεί να εξαρτάται και από την καμπυλότητα. Τότε η εξίσωση level set είναι η εξής:

$$\varphi_t + \alpha |\nabla \varphi| = b \kappa |\nabla \varphi|$$

Η εξίσωση αυτή περιλαμβάνει παραβολικό όρο ($b \kappa |\nabla \varphi|$) και υπερβολικό όρο $\alpha |\nabla \varphi|$.

Πρόσθεση εξωτερικού πεδίου ταχύτητας:

Μια πιο γενική εξίσωση περιλαμβάνει εκτός από τα πιο πάνω και ένα όρο της ταχύτητας:

$$\varphi_t + \vec{F} \cdot \nabla \varphi + \alpha |\nabla \varphi| = b \kappa |\nabla \varphi|$$

5.3.7 Κατασκευή προσημασμένης Συνάρτησης Απόστασης:

Όπως αναφέρθηκε και πιο πάνω αν η φ επιλεγεί σαν προσημασμένη συνάρτηση απόστασης μπορούν να γίνουν αρκετές απλοποιήσεις στις εξισώσεις. Υπάρχουν διάφορες τεχνικές για την κατασκευή τέτοιων συναρτήσεων. Οι τεχνικές αυτές εφαρμόζονται για την αρχικοποίηση του φ στα αρχικά δεδομένα αλλά και για την επαναρχικοποίηση του περιοδικά έτσι ώστε να διατηρείται η φ σαν προσημασμένη συνάρτηση. Ανάλογα με την περίπτωση και το πόσο ευαίσθητη είναι η κάθε εφαρμογή αποφασίζεται πόσο συχνή και πόσο ακριβής πρέπει να είναι η επαναρχικοποίηση της συνάρτησης. Η συνάρτηση φ όμως, καθώς εξελίσσεται μπορεί να παρουσιάσει θόρυβο και απότομες κλίσεις κάτι που είναι ανεπιθύμητο. Έτσι, γενικά είναι καλό να επαναρχικοποιείται συστηματικά έτσι ώστε να παραμείνει ομαλή και να υπολογίζονται οι μερικές παράγωγοι της με ακρίβεια.

Αφού το μηδενικό isocontour είναι αυτό που έχει σημασία μια ευθεία προσέγγιση θα ήταν να χρησιμοποιηθεί ένας αλγόριθμος για να εντοπιστεί και να διακριτοποιηθεί το isocontour $\varphi=0$ και μετά να μετρηθούν οι αποστάσεις από αυτό άμεσα. Όμως η μέθοδος αυτή είναι αργή. Έτσι για να βελτιωθεί ο χρόνος απόδοσης, περιορίζεται η κίνηση του ορίου και η επαναρχικοποίηση σε ένα μικρό εύρος γύρω στο μηδενικό isocontour.

Μια μέθοδος επαναρχικοποίησης της συνάρτησης είναι η εξίσωση επαναρχικοποίησης των Sussman, Smereka, Osher:

$$\varphi_t + S(\varphi_0)(|\nabla\varphi| - 1) = 0$$

Όπου $S(\varphi_0)$ είναι μια συνάρτηση πρόσημου που παίρνει τις τιμές 1 στο Ω^+ , -1 στο Ω^- και 0 στο όριο. Η εξίσωση αυτή δουλεύει αρκετά καλά όταν φ είναι ομαλή και τα αρχικά δεδομένα είναι ισορροπημένα γύρω από το όριο. Σε διαφορετική περίπτωση όμως, μπορεί το όριο να κινηθεί λανθασμένα. Υπήρξαν διάφορες τροποποιήσεις αυτής της εξίσωσης στη διάρκεια του χρόνου, αφού αποτελεί ακόμα και σήμερα ένα ενεργό τομέα.

Εκτός όμως από την εξίσωση αυτή και τις παραλλαγές της, μια από τις πιο διαδεδομένες μεθόδους επαναρχικοποίησης της συνάρτησης είναι η μέθοδος Fast Marching. Στην μέθοδο αυτή κάθε σημείο ανανεώνεται όταν διαπεραστεί από το μηδενικό isocontour. Αρχικά όλα τα σημεία που γειτονεύουν με το όριο αρχικοποιούνται με τις ακριβείς τιμές της συνάρτησης απόστασης. Ξεκινώντας με αυτό, το εύρος προεκτείνεται προς τα έξω ανανεώνοντας κάθε σημείο με την κατάλληλη τιμή της συνάρτησης απόστασης. Καθώς επεκτείνεται προς τα έξω ανανεώνονται τα πρώτα σημεία που διαπερνά το isocontour, δηλαδή τα σημεία με τον μικρότερο προβλεπόμενο χρόνο διασταύρωσης ή με την μικρότερη τιμή απόστασης. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται με τα υπόλοιπα σημεία μέχρι όλα τα σημεία να προστεθούν στο εύρος. Το πιο χρονοβόρο σημείο στον αλγόριθμό είναι η εύρεση των σημείων με την μικρότερη προβλεπόμενη τιμή. Αυτό όμως μπορεί να επιταχυνθεί με τη χρήση δυαδικών δέντρων, τα οποία έχουν αρκετά γρήγορους χρόνους αναζήτησης, εισαγωγής και διαγραφής στοιχείων.

5.3.8 Κλασσική προσέγγιση γεωμετρικού μοντέλου:

Ένα τυπικό παράδειγμα στα ενεργά περιγράμματα είναι όταν $F = \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \varphi(x,y)}{|\nabla \varphi(x,y)|} \right)$. Το γεωμετρικό αυτό μοντέλο που βασίζεται στη μέση καμπυλότητα δίνεται ως εξής:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = g(|\nabla u_0|) \nabla \varphi \left(\operatorname{div} \left(\frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|} \right) + v \right)$$

in $(0, \infty) \times \mathbb{R}^2$

$$\varphi(0, x, y) = \varphi_0(x, y) \text{ in } \mathbb{R}^2$$

Όπου

$g(|\nabla u_0|)$: συνάρτηση ακμών

$v \geq 0$: σταθερά

φ_0 : αρχική συνάρτηση level set

Στην περίπτωση αυτή η καμπύλη μετακινείται κατά την κάθετη κατεύθυνση με ταχύτητα $g(|\nabla u_0|) (\operatorname{curv}(\varphi)(x, y) + \mu)$ και σταματά στο επιθυμητό όρια όπου ο όρος g εξαφανίζεται. Η σταθερά v είναι ένας διορθωτικός όρος ώστε η ποσότητα $\left(\operatorname{div} \left(\frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|} \right) + v \right)$ να είναι πάντα θετική. Μπορεί να θεωρηθεί σαν μια δύναμη που σπρώχνει την καμπύλη προς το αντικείμενο όταν η καμπυλότητα γίνει μηδενική ή αρνητική. Επιπλέον αυξάνει την ταχύτητα σύγκλισης.

Το πρόβλημα με την κλασσική αυτή προσέγγιση του γεωμετρικού μοντέλου ενεργών περιγραμμάτων είναι ότι μπορούν να ανιχνεύσουν μόνο αντικείμενα με άκρες καθορισμένες από την κλίση (gradient) επειδή εξαρτώνται από την συνάρτηση ακμών g και το δυναμικό $|\nabla u_0|$. Λόγω του ότι η συνάρτηση τερματισμού g δεν είναι πρακτικά ποτέ μηδέν στις άκρες έτσι η καμπύλη μπορεί να προσπεράσει τα όρια του αντικειμένου. Μια λύση στο πρόβλημα αυτό είναι να μελετηθεί ένα μοντέλο ενεργών περιγραμμάτων που δεν εξαρτάται από το δυναμικό της εικόνας και που δεν έχει μια συνάρτηση ακμών

για τον τερματισμό της διαδικασίας. Η συνάρτηση τερματισμού στον αλγόριθμο αυτό βασίζεται στη συνάρτηση των Mumford-Shah. Με τον τρόπο αυτό το μοντέλο μπορεί να ανιχνεύει περιγράμματα με ή χωρίς δυναμικό. Έτσι μπορεί να ανιχνευτούν αντικείμενα με ελαφριά ή ακόμα και ασυνεχή όρια. Επίσης τα εσωτερικά περιγράμματα ανιχνεύονται αυτόματα και η αρχική καμπύλη μπορεί να βρίσκεται οπουδήποτε. Στην επόμενη ενότητα ακολουθεί η ανάλυση του μοντέλου που μελετήθηκε πειραματικά.

5.3.9 Ανάλυση μοντέλου Chan and Vese:

Έστω C η καμπύλη η οποία εξελίσσεται στο Ω , ένα ανοιχτό σύνολο ω έτσι ώστε $\omega \subset \Omega$ και $C = \partial\omega$. Συνεπώς $\text{inside}(C)$ δηλώνει την περιοχή ω και $\text{outside}(C)$ την περιοχή $\Omega \setminus \bar{\omega}$. Σκοπός της μεθόδου είναι η ελαχιστοποίηση της ενέργειας :

$$E(c_1, c_2, C) = \mu \text{Length}(C) + \nu \text{Area}(\text{inside}(C)) + \lambda_1 \int_{\text{inside}(C)} u_0(x, y) - c_1^2 dx dy \\ + \lambda_2 \int_{\text{outside}(C)} u_0(x, y) - c_2^2 dx dy$$

Όπου $\mu \geq 0, \nu \geq 0, \lambda_1, \lambda_2 > 0$ είναι παράμετροι που καθορίζονται.

Η συνάρτηση των Mumford-Shah είναι η εξής:

$$F^{MS}(u, C) = \mu \text{Length}(C) + \lambda \int_{\Omega} |u_0(x, y) - u(x, y)|^2 dx dy + \int_{\Omega \setminus C} |\nabla u(x, y)|^2 dx dy$$

Μια ανηγμένη μορφή του προβλήματος είναι ο περιορισμός της F^{MS} σε τμηματικά σταθερές συναρτήσεις δηλαδή $u = \text{constant } c_i$ σε κάθε συνεκτική συνιστώσα R_i του $\Omega \setminus C$. Έτσι $c_i = \text{average}(u_0)$ σε κάθε συνεκτική συνιστώσα του R_i . Αυτή η ανηγμένη περίπτωση ονομάζεται πρόβλημα ελάχιστης διαμέρισης. Το μοντέλο που μελετάται εδώ (με $\nu = 0$ και $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$) είναι μια ειδική περίπτωση του προβλήματος ελάχιστης διαμέρισης στο οποίο η συνάρτηση u παίρνει μόνο δύο τιμές:

$$u = \begin{cases} \text{average}(u_0) & \text{inside } C \\ \text{average}(u_0) & \text{outside } C \end{cases}$$

και το C αντιπροσωπεύει το φίδι ή το ενεργό περίγραμμα.

Η εξίσωση της ενέργειας σε μορφή level sets μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$\begin{aligned}
 E(c_1, c_2, \varphi) &= \mu \int_{\Omega} \delta(\varphi(x, y)) \nabla \varphi(x, y) dx dy \\
 &\quad + \nu \int_{\Omega} H(\varphi(x, y)) dx dy \\
 &\quad + \lambda_1 \int_{\Omega} |u_0(x, y) - c_1|^2 H(\varphi(x, y)) dx dy \\
 &\quad + \lambda_2 \int_{\Omega} |u_0(x, y) - c_2|^2 (1 - H(\varphi(x, y))) dx dy
 \end{aligned}$$

Το u χρησιμοποιώντας την μορφή level sets μπορεί να γραφτεί σαν:

$$u(x, y) = c_1 H(\varphi(x, y)) + c_2 (1 - H(\varphi(x, y))), \quad (x, y) \in \bar{\Omega}$$

Οι σταθερές c_1, c_2 μπορούν να εκφραστούν σαν σταθερές συναρτήσεις του φ

$$c_1(\varphi) = \frac{\int_{\Omega} u_0(x, y) H(\varphi(x, y)) dx dy}{\int_{\Omega} H(\varphi(x, y)) dx dy}$$

$$c_2(\varphi) = \frac{\int_{\Omega} u_0(x, y) (1 - H(\varphi(x, y))) dx dy}{\int_{\Omega} (1 - H(\varphi(x, y))) dx dy}$$

Παραμετροποιώντας την εξίσωση με βάση το χρόνο γίνεται:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \delta_\varepsilon(\varphi) \left[\mu \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|} \right) - v - \lambda_1 (u_0 - c_1)^2 + \lambda_2 (u_0 - c_2)^2 \right] = 0 \quad \text{in } (0, \infty) \times \Omega,$$

$$\varphi(0, x, y) = \varphi_0(x, y) \text{ in } \Omega, \quad \frac{\delta_\varepsilon(\varphi)}{\nabla \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial \vec{n}} = 0 \text{ on } \partial \Omega$$

Όπου δ_ε κανονικοποιημένη συνάρτηση Dirac.

Η πιο πάνω εξίσωση όταν διακριτοποιηθεί και γραμμικοποιηθεί παίρνει την εξής μορφή:

$$\begin{aligned} \frac{\varphi_{i,j}^{n+1} - \varphi_{i,j}^n}{\Delta t} = & \delta_h(\varphi_{i,j}^n) \left[\frac{\mu}{h^2} \Delta_x^- \left(\frac{\Delta_+^x \varphi_{i,j}^{n+1}}{\sqrt{\frac{(\Delta_+^x \varphi_{i,j}^n)^2}{(h^2)} + \frac{(\varphi_{i,j+1}^n - \varphi_{i,j-1}^n)^2}{(2h)^2}}} \right) \right. \\ & \left. + \frac{\mu}{h^2} \Delta_y^- \left(\frac{\Delta_+^y \varphi_{i,j}^{n+1}}{\sqrt{\frac{(\Delta_+^y \varphi_{i,j}^n)^2}{(h^2)} + \frac{(\varphi_{i+1,j}^n - \varphi_{i-1,j}^n)^2}{(2h)^2}}} \right) \right] \\ & - v - \lambda_1 (u_{0,i,j} - c_1(\varphi^n))^2 + \lambda_2 (u_{0,i,j} - c_2(\varphi^n))^2 \end{aligned}$$

Τα βήματα που ακολουθούνται στον αλγόριθμο είναι τα εξής:

1. Αρχικοποίηση φ^0 σαν φ_0 , $n=0$.
2. Υπολογισμός $c_1(\varphi^n)$, $c_2(\varphi^n)$ από τις εξισώσεις.
3. Επίλυση της μερικής διαφορικής εξίσωσης του φ έτσι ώστε να υπολογιστεί το φ^{n+1}
4. Επαναρχικοποίηση της φ τοπικά σαν συνάρτηση προσημασμένης απόστασης της καμπύλης (βήμα προαιρετικό).
5. Έλεγχος αν η λύση είναι ευσταθής. Αν όχι $n=n+1$ και επανάληψη.

5.4 Δείκτες σύγκρισης εικόνων στα πειράματα

Στο πειραματικό κομμάτι χρησιμοποιήθηκαν 4 δείκτες ομοιότητας για την σύγκριση των εικόνων που ανιχνεύθηκαν και των εικόνων πρότυπα. Οι τέσσερις αυτοί δείκτες αποτελούν ένα καλό μέτρο σύγκρισης των εικόνων, έτσι ώστε να μπορεί να αξιολογηθεί η αποτελεσματικότητα κάθε μεθόδου που μελετήθηκε. Πιο κάτω αναλύονται ξεχωριστά ο καθένας από αυτούς τους δείκτες:

Jaccard Index

Ο δείκτης Jaccard ο οποίος είναι γνωστός και σαν συντελεστής ομοιότητας Jaccard, επινοήθηκε από τον Paul Jaccard. Είναι ένα στατιστικό στοιχείο που χρησιμοποιείται για τη σύγκριση της ομοιότητας και της ποικιλομορφίας του συνόλου δειγμάτων. Ορίζεται σαν το μέγεθος της τομής των δειγμάτων προς το μέγεθος της ένωσης των δειγμάτων:

$$J(A, B) = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|}$$

Sørensen-Dice Index

Ο συντελεστής Dice ο οποίος είναι γνωστός και σαν δείκτης Sørensen αναπτύχθηκε από τους Thorvald Sørensen and Lee Raymond Dice. Είναι ένα στατιστικό στοιχείο που χρησιμοποιείται για τη σύγκριση της ομοιότητας δύο δειγμάτων. Ορίζεται ως εξής:

$$s = \frac{2 |X \cap Y|}{|X| + |Y|}$$

Root-Mean-Square Error (RMSE)

Είναι ένα μέτρο σύγκρισης ανάμεσα στην προβλεπόμενη τιμή και στην πραγματική τιμή. Έστω η διαφορά $\hat{y}_i - y_i$, όπου y_i η πραγματική τιμή της i -οστής παρατήρησης και \hat{y}_i η προβλεπόμενη τιμή. Το RMSE είναι ένα μέτρο εξάπλωσης των τιμών του y γύρω από την προβλεπόμενη τιμή y .

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2}{n}}$$

Percentage of GS Coverage

Είναι ένα μέτρο ομοιότητας ανάμεσα στις κλινικές εικόνες (C) και στις εικόνες Golden Standard (GS). Συγκεκριμένα εκφράζει τον αριθμό pixels της τομής των δύο εικόνων προς τον αριθμό των pixels της εικόνας Golden Standard:

$$Percentage\ of\ GS\ Coverage = \frac{C \cap GS}{GS}$$

5.5 Περιγραφή Δεδομένων Εικόνων

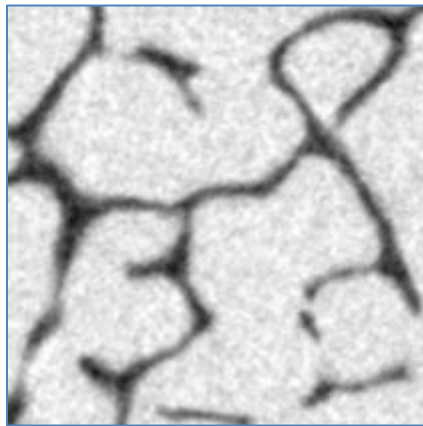
Οι εικόνες που χρησιμοποιήθηκαν στο πειραματικό μέρος είναι εικόνες οστών του ποδιού που λήφθηκαν από τον σύστημα micro-CT. Για τη συλλογή των δεδομένων αυτών απαιτήθηκε να ακολουθηθεί συγκεκριμένη διαδικασία. Με το micro-CT μπορούν να μελετηθούν οι αλλαγές στο σπογγώδη ιστό των κοκάλων. Για να αναπτυχθεί ακριβής μέθοδος πρόβλεψης της μηχανικής συμπεριφοράς του σπογγώδη ιστού απαιτείται καθορισμός των δομικών παραμέτρων του, έτσι υπάρχει η ανάγκη μελέτης του οστού.

Αρχικά αποκόπηκαν τα σπογγώδη δείγματα οστών και φυλάχθηκαν σε ένα διάλυμα αιθανόλης 70% για τουλάχιστον τέσσερις εβδομάδες προτού γίνει οποιαδήποτε εξέταση, προκειμένου να αποφευχθεί η μετάδοση μολυσματικών ασθενειών. Αυτό αποδείχθηκε ότι δεν επηρεάζει τις ελαστικές ιδιότητες του σπογγώδους οστού. Έπειτα εξήχθη ένα κυλινδρικό δείγμα από την κύρια περιοχή συμπίεσης κάθε οστού. Εντοπίστηκε εσωτερικά και εξωτερικά η MTD (main trabecular direction) μέσα από το micro-CT. Λόγω της γεωμετρίας του micro-CT αποκτήθηκαν εικόνες X-ray μεγέθους 20 x 20mm μέσα σε μερικά δευτερόλεπτα. Στη συνέχεια πάνω σε ένα ορθογώνιο επίπεδο ως προς την MTD αποκόπηκαν τα συγκεκριμένα κομμάτια του οστού που μελετήθηκαν. Και τα δύο άκρα των δειγμάτων ήταν ενσωματωμένα σε ακρυλική ρητίνη σε βάθος 3mm. Αυτό επέτρεψε την ευθυγράμμιση κατά την απόκτηση των εικόνων του micro-CT αργότερα.

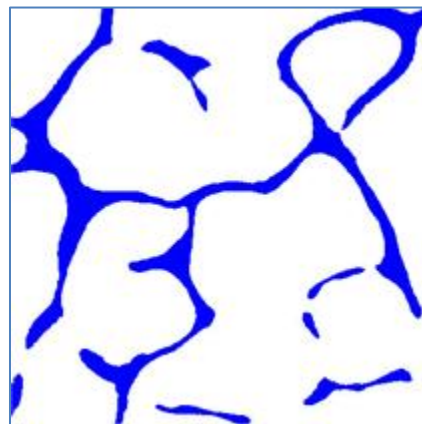
Κάθε κυλινδρικό δείγμα οστού μελετήθηκε στο micro-CT. Κάθε δείγμα τοποθετήθηκε κάθετα σε κύλινδρο από πολυαιθυλένιο μέσα σε διάλυμα Ringer. Στη συνέχεια το δείγμα τοποθετήθηκε στο micro-CT και αποκτήθηκαν εικόνες. Η συσκευή λειτούργησε υπό τάση 50kVp, ρεύμα 200μΑ και ένα φίλτρο πάχους 1mm για την μείωση της σκλήρυνσης των ακτινών. Άλλα χαρακτηριστικά της σάρωσης ήταν η περιστροφή 185°, οπτικό πεδίο παρατήρησης 20mm x 20mm και ένα ισοτροπικό μέγεθος pixel 19.5μm. Στη συνέχεια από τις εικόνες που αποκτήθηκαν κατασκευάστηκαν με τη χρήση αλγορίθμου τομές με απόσταση 1 pixel. Κάθε τομή αποθηκεύτηκε σε μια εικόνα. Έπειτα χρησιμοποιήθηκε ένα ολικό κατάφλι για να γίνει η εικόνα δυαδική και ακολούθως να γίνουν οι δομικές μετρήσεις.

Στη συνέχεια διενεργήθηκε ο μηχανικός έλεγχος των οστών αυτών. Όλα τα δείγματα υποβλήθηκαν σε έλεγχο συμπίεσης. Κάθε δείγμα τοποθετήθηκε πάνω στη μηχανή για να εξασφαλιστεί η ευθυγράμμιση. Η ελεύθερη άκρη του δείγματος είχε μήκος 20mm. Πριν την μηχανική εξέταση το δείγμα βυθίστηκε σε διάλυμα Ringer για μια επιπλέον ώρα. Κάθε δείγμα συμπίεστηκε με φορτίο μέχρι να σπάσει, με ρυθμό καταπόνησης 0.01 s^{-1} . Με τη χρήση του micro-CT λήφθηκαν εικόνες-τομές μετά την μηχανική συμπίεση. Έτσι μπόρεσε να γίνει η σύγκριση των οστών πριν και μετά τη συμπίεση και η διερεύνηση των περιοχών που έσπασαν.

Η διπλωματική αυτή ασχολείται με το κομμάτι της κατάτμησης των εικόνων αυτών. Μελετά την αποτελεσματικότητα των μεθόδων Otsu, k-means clustering, level set στις κλινικές αυτές εικόνες. Στο πειραματικό κομμάτι γίνεται σύγκριση των εικόνων αυτών με την εκάστοτε μέθοδο, σε σχέση με τις Golden Standard εικόνες που δόθηκαν.



(α)



(β)

Εικόνα 18: Παράδειγμα (α) πειραματικής κλινικής εικόνας και (β) εικόνας golden standard

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

6.1 Otsu Method

Στην ενότητα αυτή μελετήθηκε η μέθοδος Otsu. Η συνάρτηση αυτή εφαρμόστηκε σε όλες τις πιο κάτω εικόνες. Στον πίνακα παρουσιάζονται οι τιμές των δεικτών ομοιότητας των εικόνων που προκύπτουν από τη σύγκριση των κλινικών εικόνων και των εικόνων Golden Standard:

Εικόνα	Percentage of GS Coverage	Jaccard Index	Dice Index	RMSE
Bn_353_ROI_208_pix_0375	0.9742	0.9100	0.9529	0.2846
Bn_356_090_ROI_208_pix_0413	0.9661	0.8826	0.9377	0.3224
Bn_508_ROI_208_pix_0492	0.9478	0.8547	0.9216	0.2864
Bn_523_ROI_208_pix_0237	0.9505	0.8516	0.9198	0.3273
Bn_584_090_ROI_208_pix_0421	0.9179	0.8158	0.8985	0.3968
Bn_639_ROI_208_pix_0436	0.9300	0.8249	0.9040	0.4028
Bn_639_ROI_208_pix_0486	0.9902	0.9330	0.9653	0.2443
Bn_640_ROI_208_pix_0470	0.9693	0.8985	0.9465	0.2956
Bn_640bis_ROI_208_pix_0440	0.9695	0.9113	0.9536	0.2837
Bn_651_090_ROI_208_pix_0464	0.9870	0.9396	0.9688	0.2209
Bn_651bis_ROI_208_pix_0442	0.9654	0.8782	0.9351	0.3221
Bn_655_ROI_208_pix_0457	0.9541	0.8729	0.9322	0.3360
Bn_707_ROI_208_pix_0429	0.9769	0.9227	0.9598	0.2635
Bn_924_ROI_208_pix_0431	0.9687	0.9069	0.9512	0.2889
Bn_925_ROI_208_pix_0436	0.9160	0.8382	0.9120	0.3778
Bn_960_ROI_208_pix_0456	0.9507	0.8466	0.9169	0.3749
Bn_987_ROI_208_pix_0445	0.9591	0.8818	0.9372	0.2895

Πίνακας 1: Δείκτες ομοιότητας των εικόνων με χρήση της Otsu Method

Συνοψίζοντας όλες τις εικόνες οι μέσες τιμές των δεικτών ομοιότητας είναι:

Percentage of GS Coverage	Jaccard Index	Dice Index	RMSE
0.958435	0.880547	0.936065	0.312794

6.2 K-means Clustering

Στην ενότητα αυτή μελετήθηκε η μέθοδος k-means clustering. Αρχικά απαιτήθηκε διερεύνηση για το ποιο k έδινε τα βέλτιστα αποτελέσματα σε κάθε εικόνα. Μετά από την εκτέλεση πολλαπλών πειραμάτων, φαίνονται στον πιο κάτω πίνακα οι βέλτιστες τιμές των δεικτών ομοιότητας για κάθε εικόνα σε σχέση με την αντίστοιχη Golden Standard και το αντίστοιχο k που πετυχαίνει το αποτέλεσμα αυτό:

Εικόνα	k	Percentage of GS Coverage	Jaccard Index	Dice Index	RMSE
Bn_353_ROI_208_pix_0375	2	0.9742	0.9100	0.9529	0.2846
Bn_356_090_ROI_208_pix_0413	2	0.9674	0.8811	0.9368	0.3243
Bn_508_ROI_208_pix_0492	2	0.9496	0.8536	0.9210	0.2871
Bn_523_ROI_208_pix_0237	2	0.9535	0.8487	0.9181	0.3300
Bn_584_090_ROI_208_pix_0421	2	0.9173	0.8164	0.8989	0.3963
Bn_639_ROI_208_pix_0436	2	0.9293	0.8253	0.9043	0.4024
Bn_639_ROI_208_pix_0486	2	0.9895	0.9349	0.9663	0.2409
Bn_640_ROI_208_pix_0470	2	0.9688	0.8996	0.9471	0.2941
Bn_640bis_ROI_208_pix_0440	2	0.9690	0.9116	0.9538	0.2832
Bn_651_090_ROI_208_pix_0464	2	0.9865	0.9402	0.9692	0.2198
Bn_651bis_ROI_208_pix_0442	2	0.9654	0.8782	0.9351	0.3221
Bn_655_ROI_208_pix_0457	2	0.9541	0.8729	0.9322	0.3360
Bn_707_ROI_208_pix_0429	2	0.9765	0.9235	0.9602	0.2622
Bn_924_ROI_208_pix_0431	2	0.9687	0.9069	0.9512	0.2889
Bn_925_ROI_208_pix_0436	2	0.9153	0.8385	0.9122	0.3775
Bn_960_ROI_208_pix_0456	3	0.9226	0.8724	0.9319	0.3473
Bn_987_ROI_208_pix_0445	2	0.9567	0.8839	0.9384	0.2873

Πίνακας 2: Βέλτιστοι δείκτες ομοιότητας των εικόνων με χρήση της k-means Clustering

Συνοψίζοντας όλες τις εικόνες τα βέλτιστα αποτελέσματα είναι για **k=2**, με τις πιο κάτω μέσες τιμές των δεικτών σύγκρισης:

k	Percentage of GS Coverage	Jaccard Index	Dice Index	RMSE
2	0.958863	0.882831	0.937356	0.308544

6.3 Level Set Method

Στην ενότητα αυτή μελετήθηκε το η μέθοδος Level Set Active Contours και συγκεκριμένα η εξίσωση των Chan and Vese. Μέσα από πειράματα αποδείχθηκε ότι οι παράμετροι μ και dt δεν παίζουν ουσιαστικό ρόλο στα αποτελέσματα της κατάτμησης αφού η μεταβολή των τιμών τους δεν επηρεάζει σημαντικά την εικόνα. Έτσι χρησιμοποιήθηκαν οι προτεινόμενες τιμές από τη θεωρία $\mu=0.2$ και $dt=0.5$. Αντίθετα οι παράμετροι λ_1/λ_2 και ν διερευνήθηκαν εκτενώς.

Παράμετρος λ_1/λ_2

Στον πιο κάτω πίνακα φαίνεται οι τιμές του λ_1/λ_2 που είχαν τα καλύτερα αποτελέσματα σε κάθε εικόνα μαζί με τις αντίστοιχες τιμές των δεικτών ομοιότητας:

Εικόνα	λ_1/λ_2	Percentage of GS Coverage	Jaccard Index	Dice Index	RMSE
Bn_353_ROI_208_pix_0375	0.99	0.9238	0.9050	0.9501	0.2919
Bn_356_090_ROI_208_pix_0413	0.98	0.9011	0.8771	0.9345	0.3292
Bn_508_ROI_208_pix_0492	0.7	0.9098	0.8564	0.9226	0.2865
Bn_523_ROI_208_pix_0237	0.93	0.8866	0.8476	0.9175	0.3316
Bn_584_090_ROI_208_pix_0421	0.99	0.8762	0.8144	0.8977	0.3977
Bn_639_ROI_208_pix_0436	0.95	0.8723	0.8210	0.9017	0.4066
Bn_639_ROI_208_pix_0486	0.95	0.9332	0.9263	0.9618	0.2559
Bn_640_ROI_208_pix_0470	1	0.9168	0.8941	0.9441	0.3014
Bn_640bis_ROI_208_pix_0440	1	0.9320	0.9080	0.9518	0.2884
Bn_651_090_ROI_208_pix_0464	1.02	0.9478	0.9379	0.9680	0.2236
Bn_651bis_ROI_208_pix_0442	1.08	0.9014	0.8742	0.9329	0.3271
Bn_655_ROI_208_pix_0457	0.98	0.9020	0.8681	0.9294	0.3414
Bn_707_ROI_208_pix_0429	1.05	0.9366	0.9187	0.9577	0.2698
Bn_924_ROI_208_pix_0431	0.98	0.9268	0.9029	0.9490	0.2944
Bn_925_ROI_208_pix_0436	0.95	0.9006	0.8366	0.9111	0.3784
Bn_960_ROI_208_pix_0456	1.01	0.8752	0.8397	0.9129	0.3825
Bn_987_ROI_208_pix_0445	1.05	0.9243	0.8840	0.9384	0.2877

Πίνακας 3: Βέλτιστοι δείκτες ομοιότητας των εικόνων με χρήση των Level Sets κατά την διερεύνηση της παραμέτρου λ_1/λ_2

Λαμβάνοντας υπόψη όλες τις εικόνες τα βέλτιστα αποτελέσματα είναι όταν $\lambda_1/\lambda_2=0.98$. Τα αποτελέσματα αυτά φαίνονται στον πιο κάτω πίνακα:

Εικόνα	λ_1/λ_2	Percentage of GS Coverage	Jaccard Index	Dice Index	RMSE
Bn_353_ROI_208_pix_0375	0.98	0.9238	0.9049	0.9501	0.2919
Bn_356_090_ROI_208_pix_0413	0.98	0.9011	0.8771	0.9345	0.3292
Bn_508_ROI_208_pix_0492	0.98	0.8774	0.8444	0.9156	0.2949
Bn_523_ROI_208_pix_0237	0.98	0.8727	0.8419	0.9141	0.3363
Bn_584_090_ROI_208_pix_0421	0.98	0.8761	0.8144	0.8977	0.3977
Bn_639_ROI_208_pix_0436	0.98	0.871	0.8201	0.9012	0.4074
Bn_639_ROI_208_pix_0486	0.98	0.9321	0.9255	0.9613	0.2573
Bn_640_ROI_208_pix_0470	0.98	0.9162	0.8937	0.9439	0.3019
Bn_640bis_ROI_208_pix_0440	0.98	0.931	0.9076	0.9515	0.289
Bn_651_090_ROI_208_pix_0464	0.98	0.9454	0.9363	0.9671	0.2265
Bn_651bis_ROI_208_pix_0442	0.98	0.8956	0.8702	0.9306	0.3319
Bn_655_ROI_208_pix_0457	0.98	0.902	0.8681	0.9294	0.3414
Bn_707_ROI_208_pix_0429	0.98	0.9343	0.9175	0.957	0.2716
Bn_924_ROI_208_pix_0431	0.98	0.9268	0.9029	0.949	0.2944
Bn_925_ROI_208_pix_0436	0.98	0.8998	0.8355	0.9104	0.3797
Bn_960_ROI_208_pix_0456	0.98	0.872	0.8373	0.9115	0.3852
Bn_987_ROI_208_pix_0445	0.98	0.9183	0.8813	0.9369	0.2905

Πίνακας 4: Δείκτες ομοιότητας των εικόνων με χρήση των Level Sets για $\lambda_1/\lambda_2=0.98$

Συνοψίζοντας όλες τις εικόνες οι μέσες τιμές των δεικτών σύγκρισης για $\lambda_1/\lambda_2=0.98$ φαίνονται πιο κάτω:

λ_1/λ_2	Percentage of GS Coverage	Jaccard Index	Dice Index	RMSE
0.98	0.905624	0.875218	0.933047	0.319224

Παράμετρος ν

Στον πιο κάτω πίνακα φαίνονται οι τιμές του ν που είχαν τα καλύτερα αποτελέσματα σε κάθε εικόνα μαζί με τις αντίστοιχες τιμές των δεικτών ομοιότητας:

Εικόνα	ν	Percentage of GS Coverage	Jaccard Index	Dice Index	RMSE
Bn_353_ROI_208_pix_0375	0	0.9213	0.9035	0.9493	0.2940
Bn_356_090_ROI_208_pix_0413	15	0.8993	0.8765	0.9342	0.3298
Bn_508_ROI_208_pix_0492	80	0.8740	0.8432	0.9149	0.2957
Bn_523_ROI_208_pix_0237	0	0.8710	0.8409	0.9136	0.3372
Bn_584_090_ROI_208_pix_0421	0	0.8717	0.8126	0.8966	0.3991
Bn_639_ROI_208_pix_0436	10	0.8710	0.8201	0.9012	0.4075
Bn_639_ROI_208_pix_0486	0	0.9312	0.9247	0.9609	0.2587
Bn_640_ROI_208_pix_0470	195	0.9272	0.8994	0.9470	0.2946
Bn_640bis_ROI_208_pix_0440	195	0.9452	0.9142	0.9552	0.2795
Bn_651_090_ROI_208_pix_0464	195	0.9536	0.9413	0.9697	0.2178
Bn_651bis_ROI_208_pix_0442	195	0.9036	0.8752	0.9335	0.3259
Bn_655_ROI_208_pix_0457	0	0.8987	0.8658	0.9281	0.3443
Bn_707_ROI_208_pix_0429	195	0.9386	0.9201	0.9584	0.2676
Bn_924_ROI_208_pix_0431	0	0.9258	0.9022	0.9486	0.2955
Bn_925_ROI_208_pix_0436	20	0.8996	0.8356	0.9105	0.3796
Bn_960_ROI_208_pix_0456	195	0.8877	0.8477	0.9176	0.3738
Bn_987_ROI_208_pix_0445	195	0.9294	0.8855	0.9393	0.2863

Πίνακας 5: Βέλτιστοι δείκτες ομοιότητας των εικόνων με χρήση των Level Sets κατά την διερεύνηση της παραμέτρου ν

Λαμβάνοντας υπόψη όλες τις εικόνες τα βέλτιστα αποτελέσματα είναι όταν $v=10$. Τα αποτελέσματα αυτά φαίνονται στον πιο κάτω πίνακα:

Εικόνα	v	Percentage of GS Coverage	Jaccard Index	Dice Index	RMSE
Bn_353_ROI_208_pix_0375	10	0.9209	0.9033	0.9492	0.2943
Bn_356_090_ROI_208_pix_0413	10	0.8992	0.8764	0.9341	0.3299
Bn_508_ROI_208_pix_0492	10	0.8748	0.8431	0.9149	0.2959
Bn_523_ROI_208_pix_0237	10	0.8708	0.8408	0.9135	0.3373
Bn_584_090_ROI_208_pix_0421	10	0.8716	0.8126	0.8966	0.399
Bn_639_ROI_208_pix_0436	10	0.871	0.8201	0.9012	0.4075
Bn_639_ROI_208_pix_0486	10	0.9309	0.9245	0.9608	0.259
Bn_640_ROI_208_pix_0470	10	0.9182	0.8948	0.9445	0.3005
Bn_640bis_ROI_208_pix_0440	10	0.9361	0.9101	0.9529	0.2854
Bn_651_090_ROI_208_pix_0464	10	0.9467	0.9372	0.9676	0.2249
Bn_651bis_ROI_208_pix_0442	10	0.8973	0.8715	0.9314	0.3303
Bn_655_ROI_208_pix_0457	10	0.8987	0.8657	0.928	0.3444
Bn_707_ROI_208_pix_0429	10	0.9344	0.9175	0.957	0.2716
Bn_924_ROI_208_pix_0431	10	0.9255	0.902	0.9485	0.2958
Bn_925_ROI_208_pix_0436	10	0.8994	0.8356	0.9105	0.3795
Bn_960_ROI_208_pix_0456	10	0.8752	0.8397	0.9128	0.3826
Bn_987_ROI_208_pix_0445	10	0.9209	0.8826	0.9376	0.2891

Πίνακας 6: Δείκτες ομοιότητας των εικόνων με χρήση των Level Sets για $v=10$

Συνοψίζοντας όλες τις εικόνες οι μέσες τιμές των δεικτών σύγκρισης για $v=10$ φαίνονται πιο κάτω:

v	Percentage of GS Coverage	Jaccard Index	Dice Index	RMSE
10	0.905388	0.875147	0.933006	0.319235

Τέλος τα αποτελέσματα με τα βέλτιστα συνολικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πιο κάτω πίνακα (οι παράμετροι έχουν τις τιμές $\mu=0.2$, $\lambda_1/\lambda_2=0.98$, $v=10$, $dt=0.5$):

Εικόνα	Percentage of GS Coverage	Jaccard Index	Dice Index	RMSE
Bn_353_ROI_208_pix_0375	0.9238	0.9050	0.9501	0.2918
Bn_356_090_ROI_208_pix_0413	0.9030	0.8784	0.9353	0.3275
Bn_508_ROI_208_pix_0492	0.8770	0.8443	0.9156	0.2949
Bn_523_ROI_208_pix_0237	0.8724	0.8418	0.9141	0.3364
Bn_584_090_ROI_208_pix_0421	0.8762	0.8144	0.8977	0.3977
Bn_639_ROI_208_pix_0436	0.8710	0.8201	0.9012	0.4074
Bn_639_ROI_208_pix_0486	0.9318	0.9252	0.9612	0.2578
Bn_640_ROI_208_pix_0470	0.9162	0.8938	0.9439	0.3019
Bn_640bis_ROI_208_pix_0440	0.9317	0.9078	0.9517	0.2887
Bn_651_090_ROI_208_pix_0464	0.9456	0.9364	0.9672	0.2263
Bn_651bis_ROI_208_pix_0442	0.8959	0.8705	0.9307	0.3316
Bn_655_ROI_208_pix_0457	0.9023	0.8683	0.9295	0.3412
Bn_707_ROI_208_pix_0429	0.9342	0.9176	0.9570	0.2716
Bn_924_ROI_208_pix_0431	0.9267	0.9028	0.9489	0.2946
Bn_925_ROI_208_pix_0436	0.9002	0.8358	0.9106	0.3794
Bn_960_ROI_208_pix_0456	0.8726	0.8377	0.9117	0.3848
Bn_987_ROI_208_pix_0445	0.9187	0.8815	0.9370	0.2904

Συνοψίζοντας όλες τις εικόνες οι μέσες τιμές των δεικτών σύγκρισης για τις βέλτιστες τιμές είναι:

Percentage of GS Coverage	Jaccard Index	Dice Index	RMSE
0.905841	0.875376	0.933141	0.319059

6.4 Σύνοψη

Μέσα από την εκτέλεση των πιο πάνω πειραμάτων φαίνεται ότι και οι τρεις μέθοδοι έχουν αρκετά καλά αποτελέσματα στην κατάτμηση των εικόνων των οστών. Σύμφωνα με τα πιο πάνω φαίνεται ότι οι μέθοδοι Otsu και k-means Clustering έχουν λίγο καλύτερα αποτελέσματα και οι δείκτες ομοιότητας τους είναι αρκετά παρόμοιοι. Τα level sets έχουν και αυτά καλά αποτελέσματα αλλά όχι τόσο όσο οι άλλες μέθοδοι.

Αναλυτικά τα πειράματα στην μέθοδο Otsu ήταν ξεκάθαρα και φάνηκε να λειτουργούν αρκετά καλά. Στην k-means clustering παρατηρήθηκε ότι λόγω του ότι στη συνάρτηση που χρησιμοποιήθηκε κάθε φορά τα seeds αρχικοποιούνταν σε άλλη θέση οι τιμές των παραμέτρων διάφεραν σε κάθε εκτέλεση. Έτσι χρειάστηκε να ληφθεί μέσος όρος 1000 εκτελέσεων για πιο ακριβή αποτελέσματα. Όμως ήταν ξεκάθαρο ότι για $k=2$ η κατάτμηση ήταν καλύτερη. Παρόλα αυτά και οι τιμές $k=3,4,7$ φάνηκε να λειτουργούν σχετικά καλά.

Η μέθοδος Level Set Active Contours χρειάστηκε λίγο περισσότερη μελέτη. Στην μέθοδο αυτή σύμφωνα με την εξίσωση των Chan and Vese υπάρχουν 4 παράμετροι που επηρεάζουν τα αποτελέσματα. Η παράμετρος μ ελέγχει ουσιαστικά τη σημασία του μήκους της καμπύλης. Σε περιπτώσεις μεγάλου θορύβου ή όταν πρέπει να αγνοηθούν κάποια μικρά κενά το μ χρειάζεται να έχει σχετικά μεγάλη τιμή. Στην περίπτωση των εικόνων αυτών δεν υπάρχει μεγάλος θόρυβος και οι εικόνες έχουν αρκετά μικρά αντικείμενα. Συνεπώς δεν χρειάζεται μεγάλη τιμή για καλύτερα αποτελέσματα και έτσι παρατηρείται μια «αναισθησία» στην αλλαγή της τιμής του αφού δεν βελτιώνει ουσιαστικά την κατάτμηση των εικόνων. Για το λόγο αυτό, η τιμή του μ που χρησιμοποιήθηκε είναι η προτεινόμενη και από τη θεωρία $\mu=0.2$.

Η παράμετρος dt αποτελεί το συντελεστή δύναμης που ασκείται στην καμπύλη. Ο συντελεστής αυτός βρέθηκε να έχει τα καλύτερα αποτελέσματα με την προτεινόμενη τιμή από τη θεωρία $dt=0.5$. Αυτό είναι αναμενόμενο αφού όταν η τιμή του dt είναι αρκετά μεγάλη τότε υπάρχει ο κίνδυνος η εξέλιξη της καμπύλης να καταστραφεί και τελικά να μην έχει νόημα το αποτέλεσμα αφού το σφάλμα θα διαδοθεί. Συνεπώς η καλύτερη επιλογή για σίγουρη σύγκλιση και ακριβή αποτελέσματα είναι $dt=0.5$

Η παράμετρος λ_1 αντιπροσωπεύει την διακύμανση του γκρι επιπέδου της εικόνας στο προσκήνιο. Δηλαδή είναι ενδεικτικό του πόσο ομοιόμορφη είναι η περιοχή εντός της καμπύλης σε pixels. Αντίστοιχα η παράμετρος λ_2 αντιπροσωπεύει την ίδια διακύμανση αλλά για το παρασκήνιο δηλαδή το εξωτερικό της καμπύλης. Ουσιαστικά είναι δύο παράμετροι της ρύθμισης των δυνάμεων που ασκούνται προς τα μέσα και προς τα έξω στην καμπύλη. Η αναλογία λ_1/λ_2 σύμφωνα με τη θεωρία πρέπει να είναι ίση με 1, δηλαδή ουσιαστικά η εσωτερική και η εξωτερική δύναμη να είναι ίσες. Αν σε μια εικόνα υπάρχει μεγαλύτερη διακύμανση σε μια από της δύο περιοχές (προσκήνιο ή παρασκήνιο) τότε θα πρέπει η αναλογία αυτή να μην είναι ίση με 1. Στις εικόνες των πειραμάτων όμως, η διακύμανση εντός και εκτός της καμπύλης είναι ίδια αφού τα βέλτιστα αποτελέσματα λήφθηκαν όταν $\lambda_1/\lambda_2=0.98$. Οι εσωτερικές και οι εξωτερικές δυνάμεις της καμπύλης είναι λογικό να είναι ίσες, αφού τόσο το προσκήνιο όσο και το παρασκήνιο είναι ομοιόμορφες περιοχές και έχουν την ίδια σημασία. Στα πειράματα φάνηκε ότι οι τιμές γύρω από το 1 ($0.98-1$) είχαν σχεδόν τα ίδια αποτελέσματα στους δείκτες. Η διαφορά στα αποτελέσματα ήταν στο τρίτο δεκαδικό ψηφίο.

Η παράμετρος ν είναι μια σταθερά δύναμης που ασκείται στην καμπύλη. Σύμφωνα με τη θεωρία των Chan and Vese η προτεινόμενη τιμή είναι 0. Η παράμετρος αυτή ελέγχει τη σημασία του εμβადού της καμπύλης. Ουσιαστικά οι μεγάλες τιμές του ν δείχνουν την ανάγκη να μετακινηθεί η καμπύλη με αυξημένη ταχύτητα. Στα πειράματα που διενεργήθηκαν σαν τιμή με τα βέλτιστα αποτελέσματα βρέθηκε το $\nu=10$ κάτι που είναι αρκετά κοντά στην προτεινόμενη τιμή. Αυτό δείχνει ότι δεν απαιτείται να ασκηθεί μια επιπλέον δύναμη στην καμπύλη και να αυξάνει την ταχύτητα με την οποία κινείται. Για να πετύχει τα βέλτιστα αποτελέσματα χρειάζεται να έχει μικρή ή ακόμα και μηδενική τιμή στις εικόνες των πειραμάτων. Και πάλι η διαφορά στα αποτελέσματα για τις τιμές 0-20 είναι στο τρίτο δεκαδικό ψηφίο άρα οι τιμές αυτές λειτουργούν ικανοποιητικά.

ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Το θέμα της διπλωματικής αυτής ήταν η μελέτη τεχνικών κατάτμησης των εικόνων. Αφού έγινε μια ανασκόπηση των κυριότερων τεχνικών κατάτμησης που υπάρχουν σήμερα γενικότερα, επικεντρώθηκε σε 3 τεχνικές: Otsu method, k-means Clustering, Level Set Active Contours. Οι τεχνικές αυτές εφαρμόστηκαν πάνω σε κλινικές εικόνες οστών και στη συνέχεια έγινε σύγκριση των εικόνων αυτών με κάποιες εικόνες Golden Standard.

Τα αποτελέσματα των τεχνικών αυτών στις εικόνες που εφαρμόστηκαν ήταν πολύ ενθαρρυντικά. Συγκεκριμένα βρέθηκαν οι τιμές των παραμέτρων που έδιναν τα καλύτερα αποτελέσματα στις εικόνες για κάθε μέθοδο που χρησιμοποιήθηκε. Με τη χρήση των τιμών αυτών η κατάτμηση των εικόνων ήταν αρκετά επιτυχημένη αφού η σύγκριση των εικόνων με βάση τους δείκτες ομοιότητας που χρησιμοποιήθηκαν, έδειξε ότι οι εικόνες αυτές ήταν αρκετά παρόμοιες με τις εικόνες Golden Standard.

Στο πλαίσιο της εργασίας αυτής διεξήχθη ένας μεγάλος αριθμός πειραμάτων για κάθε τεχνική ξεχωριστά. Μέσα από τα πειράματα αυτά επαληθεύτηκαν και οι θεωρητικές τιμές των τεχνικών αυτών αφού φάνηκε ότι οι προτεινόμενες τιμές από τη θεωρία έδιναν και στην πραγματικότητα τα καλύτερα αποτελέσματα πειραματικά. Συνεπώς υπήρχε μια συμφωνία ανάμεσα σε θεωρία και πράξη.

Συνοψίζοντας όλα τα πιο πάνω, η εργασία αυτή αποτελεί μια καλή βάση για τις τεχνικές κατάτμησης και το πως αυτές αποδίδουν σε εικόνες οστών. Μπορεί να αποτελέσει μια αρχή για περαιτέρω μελέτη μελλοντικά άλλων μεθόδων κατάτμησης που ήδη υπάρχουν ή ακόμα και εφαρμογή των ίδιων τεχνικών που μελετήθηκαν σε διαφορετικές εικόνες. Συνεπώς παρόλο που είναι φανερό ότι υπάρχουν πολλά περιθώρια για περαιτέρω μελέτη στο θέμα της κατάτμησης των εικόνων, η εργασία αυτή μπορεί να αξιοποιηθεί σαν ένα θεμέλιο για τη συνέχεια.

BIBΛIOΓPAΦIA

- [1] <http://www.engineersgarage.com/articles/image-processing-tutorial-applications>
- [2] http://www.csd.uwo.ca/courses/CS4487a/Lectures/lec03_image_proc.pdf
- [3] http://www.zmb.uzh.ch/resources/download/image_processing.pdf
- [4] <http://www.cs.ucla.edu/~soatto/vision/courses/268/jana-fip.pdf>
- [5] <http://www.uotechnology.edu.iq/dep-cs/mypdf/subjects/4sw/4ip.pdf>
- [6] http://www.ecse.rpi.edu/Homepages/qji/CV/3dvision_intro.pdf
- [7] <http://users.eecs.northwestern.edu/~yingwu/teaching/EECS432/Notes/intro.pdf>
- [8] <http://sse.tongji.edu.cn/linzhang/ComputerVision/Introduction%20to%20Computer%20Vision.pdf>
- [9] <http://www2.cs.ucy.ac.cy/~nicolast/courses/teds150/lectures/IP10.pdf>
- [10] http://www.icsd.aegean.gr/lecturers/kavallieratou/vision_files/5imageSegmentation.pdf
- [11] http://people.csail.mit.edu/seth/pubs/taskforce/paragraph3_5_0_0_3.html
- [12] <http://www.cs.toronto.edu/~jepson/csc2503/segmentation.pdf>
- [13] <http://imagebeat.com/thresh.html>
- [14] <http://weblog.benjaminsommer.com/blog/2012/05/19/introduction-to-image-thresholding/>
- [15] <http://www.intelligence.tuc.gr/~petrakis/courses/computervision/edgedetection.pdf>
- [16] http://cs.haifa.ac.il/hagit/courses/ip/Lectures/Ip12_Segmentationx4.pdf
- [17] http://vplab.iitm.ac.in/courses/CV_DIP/PDF/lect-Segmen.pdf
- [18] http://homepages.inf.ed.ac.uk/rbf/CVonline/LOCAL_COPIES/MORSE/region.pdf

- [19] <http://www.computing.edu.au/~jim/thesis/ivins02.pdf>
- [20] <http://www.classes.soe.ucsc.edu/ee264/Winter02/amyn.ppt>
- [21] <http://en.wikipedia.org/>
- [22] <http://www.labbookpages.co.uk/software/imgProc/otsuThreshold.html>
- [23] www.cs.ualberta.ca/~nray1/CMPUT617/Threshold/otsu.ppt
- [24] http://home.deib.polimi.it/matteucc/Clustering/tutorial_html/kmeans.html
- [25] <http://nlp.stanford.edu/IR-book/html/htmledition/k-means-1.html>
- [26] <http://www.cs.uvm.edu/~xwu/kdd/Slides/Kmeans-ICDM06.pdf>
- [26] <http://cermics.enpc.fr/~paragios>
- [27] M. Kass, A. Witkin, and D. Terzopoulos, "Snakes: Active contour models ", *Int. J. Comput. Vis.*, vol. 1, 1987.
- [28] Scott T. Acton and Nilanjan Ray, "Biomedical Image Analysis: Tracking", 2005
- [29] Tony F. Chan and Luminita A. Vese, "Active Contours Without Edges ", *IEEE Transactions On Image Processing*, Vol. 10, No. 2, February 2001
- [30] Ohman, C., Baleani, M., Perilli, E., Dall'ara, E., Tassani, S., Baruffaldi, F., et al., "Mechanical testing of cancellous bone from the femoral head: experimental errors due to off-axis measurement". *J. Biomech.* 2426–2433, 2007
- [31] S. Tassani, P. A. Asvestas, G. K. Matsopoulos, and F. Baruffaldi, "Automatic identification of trabecular bone fracture," Chalkidiki, Greece, 2010,
- [32] S. Tassani, Fragiskos Demenegas and G. K. Matsopoulos, "Local Analysis of Trabecular Bone Fracture," Athens, Greece