



ΣΧΟΛΗ
ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ &
ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΣΧΟΛΗ
ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ
ΠΥΡΗΝΙΚΗΣ
& ΣΩΜΑΤΙΔΙΑΚΗΣ
ΦΥΣΙΚΗΣ

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ
ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ
ΥΛΙΚΩΝ



ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΦΥΣΙΚΗ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ»

Μελέτη ανιχνευτή Micromegas TPC και τρισδιάστατη ανακατασκευή των τροχιών παρουσία Μαγνητικού πεδίου

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
ΤΟΥ

Βανδώρου Γεράσιμου

Επιβλέπων: Γεράλης Θεόδωρος
Ερευνητής Α', Ε.Κ.Ε.Φ.Ε ΔΗΜΟΚΡΙΤΟΣ

ΑΘΗΝΑ, ΙΟΥΝΙΟΣ 2013



ΣΧΟΛΗ
ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ &
ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΣΧΟΛΗ
ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ
ΠΥΡΗΝΙΚΗΣ
& ΣΩΜΑΤΙΔΙΑΚΗΣ
ΦΥΣΙΚΗΣ

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ
ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ
ΥΛΙΚΩΝ



Μελέτη ανιχνευτή Micromegas TPC και τρισδιάστατη ανακατασκευή των τροχιών παρουσία Μαγνητικού πεδίου

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
Μ.Δ.Ε. «Φυσική και Τεχνολογικές Εφαρμογές»

ΤΟΥ

Βανδώρου Δ. Γεράσιμου

Επιβλέπων: Γέραλης Θεόδωρος
Ερευνητής Α', Ε.Κ.Ε.Φ.Ε ΔΗΜΟΚΡΙΤΟΣ

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 18 / 6 / 2013

.....
Γέραλης Θεόδωρος
Ερευνητής Α'
Ε.Κ.Ε.Φ.Ε ΔΗΜΟΚΡΙΤΟΣ

.....
Αλεξόπουλος Θεόδωρος
Καθηγητής Ε.Μ.Π

.....
Τσιπολίτης Γεώργιος
Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π

.....

Βανδώρας Δ. Γεράσιμος

Διπλωματούχος Φυσικός, Τμήματος Φυσικής, Πανεπιστημίου Πατρών.

Διπλωματούχος Μ.Δ.Ε. «Φυσική & Τεχνολογικές Εφαρμογές», Σ.Ε.Μ.Φ.Ε.,

Ε.Μ.Π

© 2013, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Ευχαριστίες

Η ολοκλήρωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας σηματοδοτεί τη λήξη μιας προσπάθειας χρόνων. Νιώθω βαθιά δικαιωμένος για την επιλογή μου να ασχοληθώ με τη φυσική υψηλών ενεργειών καθώς τα κέρδη είναι πολλά σε μορφωτικό και σε προσωπικό επίπεδο. Πιστεύω ότι βελτιώθηκα πολύ ως φυσικός ενώ παράλληλα μου δόθηκαν πολλά κίνητρα για το μέλλον. Στη διαδρομή αυτή φυσικά δεν ήμουν μόνος. Πολλοί είναι εκείνοι που με στήριξαν και με πίστεψαν, γι' αυτό και οι γραμμές αυτής της σελίδας μου φαίνονται απελπιστικά λίγες. Θέλω, λοιπόν, να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου, Θεodorή Γέραλη, που με την απέραντη υπομονή του και τις καίριες παρεμβάσεις του με βοήθησε σε όλη αυτή την προσπάθεια παρά το βαρύ του πρόγραμμα. Δε θα μπορούσα να παραλείψω φυσικά τους φίλους-συναδέλφους Στέργιο, Γιώργο Κ., Γιώργο Ε., Στέλιο, Ζάχο και Έκτορα καθώς και τις φίλες-συναδέλφους Αθηνά, Ελένη και Βικτόρια που ήταν δίπλα μου όποτε τους χρειάστηκα. Πολλά, επίσης, χρωστάω στους γονείς μου που με αμέριστη αγάπη είναι δίπλα μου σε κάθε στροφή της ζωής μου. Κλείνοντας, θέλω να αφιερώσω την εργασία αυτή στην Ευτυχία μου, που είναι για μένα πηγή έμπνευσης, αισιοδοξίας και μου δίνει κίνητρο να γίνομαι κάθε μέρα καλύτερος.

Γεράσιμος

Περίληψη

Το περιεχόμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας μπορεί να χωριστεί σε δύο θεματικές ενότητες, τη μελέτη του ανιχνευτή Micromegas και την ανακατασκευή τροχιών παρουσία ή μη μαγνητικού πεδίου.

Για πληρέστερη προσέγγιση του πρώτου σκέλους, γίνεται αναφορά στην αλληλεπίδραση διαφόρων ακτινοβολιών με την ύλη καθώς και στις βασικές αρχές λειτουργίας των ανιχνευτών αερίου. Στη συνέχεια, παρατίθενται τα αποτελέσματα των μετρήσεων που έλαβαν χώρα στο εργαστήριο (Εργαστήριο Λήψης, Επεξεργασίας και Ανάλυσης δεδομένων-Ε.Λ.Ε.Α., Ινστιτούτο Πυρηνικής και Σωματιδιακής Φυσικής, Ε.Κ.Ε.Φ.Ε. Δημόκριτος) για τη μελέτη των ιδιοτήτων του ανιχνευτή Micromegas.

Η δεύτερη θεματική ενότητα προβλέπει την ανάπτυξη και την αναλυτική περιγραφή λογισμικών για την ανακατασκευή ευθείας (απουσία μαγνητικού πεδίου, Παράρτημα Α') και ελικοειδούς (παρουσία μαγνητικού πεδίου, Παράρτημα Β') τροχιάς στον τρισδιάστατο χώρο.

Abstract

This master thesis is divided in two sections; a study of the Micromegas detector and the trajectories reconstruction in the presence or not of a magnetic field.

In the first two chapters, there's a thorough theoretical approach including references on the interaction of different types of radiation with matter and on gaseous detectors basic concepts. Details of the study of the Micromegas detector are described in Chapter 3. This includes description of the set up and the measurement techniques which took place in the laboratory (Data Acquisition, Monitoring and Analysis Laboratory, Institute of Nuclear and Particle Physics I.N.P., N.C.S.R Democritos) along with the relevant results.

The second section is devoted to the development of algorithms for the reconstruction of straight line (in absence of a magnetic field) and helix (in presence of a magnetic field) trajectories in three dimensions.

The thesis will finish with a synopsis included conclusions and outlook. Additionally, in the appendixes can be found a detailed description of each algorithm (Appendix A': linear trajectories, Appendix B': helix trajectories).

Περιεχόμενα

Περιεχόμενα	x
1 Αλληλεπιδράσεις ακτινοβολιών και ύλης	1
1.1 Εισαγωγή	1
1.2 Αλληλεπίδραση βαρέων φορτισμένων σωματιδίων με την ύλη	3
1.3 Αλληλεπίδραση σωματιδίων-β με την ύλη	9
1.4 Αλληλεπίδραση φωτονιακών ακτινοβολιών με την ύλη	17
1.4.1 Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο	18
1.4.2 Φαινόμενο ή σκέδαση Compton	20
1.4.3 Δίδυμη γένεση ή υλοποίηση της ακτινοβολίας-γ	22
2 Ανιχνευτές με αέριο	26
2.1 Εισαγωγή	26
2.2 Ανιχνευτές Αερίου	29
2.2.1 Θάλαμοι ιονισμού	40
2.3 Η γέννηση του TPC	46
2.3.1 Περιορισμοί στη λειτουργία του TPC	47
2.3.2 TPC για προσδιορισμό τροχιάς σωματιδίων και ιόντων	53
2.3.3 TPC για ανίχνευση σπάνιων γεγονότων	57
2.3.4 Ανιχνευτής TPC σε μαγνητικό πεδίο	59
3 Ο ανιχνευτής Micromegas του εργαστηρίου και μελέτη των ιδιοτήτων του	64
3.1 Εισαγωγή	64
3.2 Πειραματική διάταξη	65
3.2.1 Ηλεκτρονικά	68
3.3 Λήψη και επεξεργασία πειραματικών δεδομένων	72
3.3.1 Υπολογισμός της ενίσχυσης (Gain) ως συνάρτηση της τάσης στο mesh	74

3.3.2	Υπολογισμός του συντελεστή Townsend σε συνάρτηση με το ηλεκτρικό πεδίο	76
3.3.3	Υπολογισμός της ενεργειακής διακριτικής ικανότητας του ανιχνευτή στα 5,9 keV	77
3.3.4	Υπολογισμός της διαφάνειας (Transparency) του πλέγματος του ανιχνευτή	79
4	Προσαρμογή πειραματικών σημείων με ευθεία και ελικοειδή τροχιά σε τρισδιάστατο χώρο	84
4.1	Εισαγωγή	84
4.2	Βασικές αρχές του πακέτου MINUIT	85
4.2.1	Η οργάνωση του MINUIT	85
4.3	Προσαρμογή ευθείας τροχιάς στον τρισδιάστατο χώρο . .	91
4.4	Προσαρμογή ελικοειδούς τροχιάς στον τρισδιάστατο χώρο	100
4.5	Συμπεράσματα	108
A'	Αλγόριθμος προσαρμογής πειραματικών σημείων σε ευθεία τροχιά	110
B'	Αλγόριθμος προσαρμογής πειραματικών σημείων σε ελικοειδή τροχιά	119
Γ'	Εξίσωση τροχιάς φορτισμένου σωματιδίου σε H/M πεδίο	131
	Κατάλογος σχημάτων	133
	Βιβλιογραφία	138

Κεφάλαιο 1

Αλληλεπιδράσεις ακτινοβολιών και ύλης

1.1 Εισαγωγή

Κατά τη διεξόδυση των διαφόρων ειδών πυρηνικών ακτινοβολιών στην ύλη παρατηρούνται φαινόμενα τα οποία είναι διαφορετικά για τα διάφορα είδη ακτινοβολιών. Η μελέτη των φαινομένων αυτών γίνεται συνήθως χωριστά για τις ακτινοβολίες που αποτελούνται από φορτισμένα σωματίδια, με κοινή ιδιότητα να ιονίζουν το μέσο μέσα από το οποίο διέρχονται, και χωριστά για τις *ηλεκτρικά ουδέτερες* ακτινοβολίες που δεν προκαλούν άμεσο ιονισμό.

Τα φαινόμενα που παρατηρούνται κατά τη διεξόδυση *φορτισμένων σωματιδίων* στην ύλη οφείλονται κυρίως στις δυνάμεις Coulomb που ασκούνται μεταξύ των ηλεκτροστατικών πεδίων των σωματιδίων της ακτινοβολίας και των πεδίων των περιφεριακών ηλεκτρονίων, ή των πυρήνων, των ατόμων της ύλης. Τα φαινόμενα αυτά διακρίνονται στις εξής κατηγορίες:

- α. Μη ελαστική σύγκρουση με τα περιφεριακά ηλεκτρόνια των ατόμων.
- β. Μη ελαστική σύγκρουση με τους πυρήνες των ατόμων.
- γ. Ελαστική σύγκρουση με τα περιφεριακά ηλεκτρόνια των ατόμων.
- δ. Ελαστική σύγκρουση με τους πυρήνες των ατόμων.

ε. Εκπομπή ακτινοβολίας Cherenkov.

Οι *φωτονικές ακτινοβολίες* (ακτίνες-γ και ακτίνες-X) είναι ηλεκτρομαγνητικής φύσεως ακτινοβολίες και αλληλεπιδρούν με την ύλη κατά ποικιλία μηχανισμών. Από τους μηχανισμούς αυτούς ενδιαφέρουν εκείνοι που εμφανίζονται πιο συχνά στην πράξη, και είναι γνωστοί ως:

α. φωτοηλεκτρικό φαινόμενο.

β. φαινόμενο ή σκέδαση Compton.

γ. φαινόμενο δίδυμης γένεσης.

Τα *ουδέτερα σωματίδια*, πιο συγκεκριμένα τα νετρόνια, επειδή δεν έχουν ηλεκτρικό φορτίο δεν υφίστανται δυνάμεις Coulomb όταν περνούν μέσα από τα ηλεκτρικά πεδία των πυρήνων ή των περιφερειακών ηλεκτρονίων των ατόμων της ύλης. Αλληλεπιδρούν με τους πυρήνες των ατόμων της ύλης μόνο όταν συγκρουστούν ή όταν περάσουν πολύ κοντά τους (σε ακτίνα περίπου 10^{-13}cm), έτσι ώστε να βρεθούν μέσα στην ακτίνα δράσης των πυρηνικών δυνάμεων. Τέτοιου τύπου μηχανισμοί πυρηνικών αντιδράσεων είναι:

α. Ελαστική σκέδαση νετρονίου-πυρήνα.

β. Μη ελαστική σκέδαση νετρονίου-πυρήνα.

γ. Απλή σύλληψη νετρονίου από πυρήνα και εκπομπή ακτινοβολίας-γ.

δ. Ενσωμάτωση νετρονίου και εκπομπή φορτισμένου σωματιδίου ή νετρονίου.

ε. Σχάση πυρήνα.

στ. Κατατεμαχισμός πυρήνα από νετρόνια πολύ μεγάλων ενεργειών.

1.2 Αλληλεπίδραση βαρέων φορτισμένων σωματιδίων με την ύλη

Στην κατηγορία των βαρέων φορτισμένων σωματιδίων ανήκουν τα πρωτόνια ($p, {}^1_1H$), τα δευτερόνια ($d, {}^2_1D, {}^2_1H$), τα τριτόνια ($t, {}^3_1T, {}^3_1H$) και τα σωματίδια-α ($\alpha, {}^4_2He$), δηλαδή όλα εκείνα τα φορτισμένα σωματίδια που έχουν μάζα M πολύ μεγαλύτερη της μάζας m_e των ηλεκτρονίων. Οι επιταχυντικές διατάξεις που κατασκευάστηκαν τα τελευταία χρόνια έδωσαν τη δυνατότητα να επεκταθούν οι έρευνες και στην περιοχή ταχυτήτων που είναι παραπλήσιες προς την ταχύτητα του φωτός στο κενό, δεδομένου ότι με αυτές μπορούν να παραχθούν μονοενεργειακές δέσμες π.χ., πρωτονίων ενέργειας της τάξεως των 300 eV.

Απόθεση ενέργειας κατά τη διέλευση των βαρέων φορτισμένων σωματιδίων μέσα από την ύλη

Όταν ένα σωματίδιο της εξεταζόμενης ομάδας μάζας $M \gg m_e$, φορτίου $z \cdot e$ και ταχύτητας v , διατρέξει μέσα σε απορροφητή διαδρομή μήκους dx , τότε η μείωση της κινητικής του ενέργειας, dE , κατά τις μη ελαστικές σκεδάσεις (διεγέρσεις, ιονισμοί) δίνεται από τη θεωρητική σχέση (τύπος *Bethe – Bloch*):

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi \cdot e^4 \cdot z^2}{m_e \cdot v^2} \cdot N \cdot Z \cdot \left[\ln\left(\frac{2m_e \cdot v^2}{I}\right) - \ln(1 - \beta^2) - \beta^2 \right] \quad (1.1)$$

όπου:

N : η πυκνότητα ατόμων του απορροφητή (άτομα / cm^3),

Z : ο ατομικός αριθμός του απορροφητή,

$\beta = \frac{v}{c}$: v η ταχύτητα του σωματιδίου και c η ταχύτητα του φωτός στο κενό,

I : η γεωμετρική μέση δυναμική ενέργεια διεγέρσεως και ιονισμού των ατόμων του απορροφητή.

Επειδή κατά το μηχανισμό αυτό συμμετέχουν δύο σωματίδια με μεγάλη διαφορά μαζών ηρεμίας, η απόκλιση τέτοιων βαρέων σωματιδίων από την αρχική τους πορεία είναι ασήμαντη, δηλαδή πρακτικά θεωρείται ότι διατηρούν την ευθύγραμμη πορεία τους κατά τη διόδό τους μέσα από την ύλη. Κατά το μηχανισμό αυτό, τα φορτισμένα σωματίδια αποδίδουν την ενέργειά τους σταδιακά στο υλικό μέσο μέσα από το οποίο διέρχονται και η κινητική ενέργειά τους αποδίδεται στο μέσο.

Επιπλέον, το μέγεθος $S = -\frac{dE}{dx}$ είναι γνωστό ως *ισχύς πέδησης* ενώ το πρόσημο «-» στο αριστερό μέλος της εξίσωσης δηλώνει ότι, αυξανόμενου του μήκους διεύθυνσης x στο μέσο, η ενέργεια E του σωματιδίου ελαττώνεται.

Η σχέση (1.1) δίνει τη *μείωση της ενέργειας ανά μονάδα μήκους διαδρομής*, κάτω όμως από ορισμένες προϋποθέσεις, οι πιο σημαντικές από τις οποίες είναι οι εξής:

α. το φορτίο $z \cdot e$ του σωματιδίου δεν μεταβάλλεται με σύλληψη ή απώλεια ηλεκτρονίου.

β. τα φαινόμενα σκεδάσεως με πυρήνες και εκπομπής ακτινοβολίας πέδησης, είναι ασήμαντα.

γ. Η ταχύτητα v των σωματιδίων της ακτινοβολίας είναι πολύ μεγαλύτερη από την τροχιακή ταχύτητα

$$v_K = \frac{c \cdot Z}{137} \quad (1.2)$$

των ηλεκτρονίων της τροχιάς K και επομένως μεγαλύτερη της τροχιακής ταχύτητας οποιουδήποτε περιφερειακού ηλεκτρονίου του ατόμου.

Για ταχύτητα v των σωματιδίων πολύ μικρότερη της ταχύτητας του φωτός στο κενό ($v \ll c$) μπορούμε να θεωρήσουμε ότι $\beta \simeq 0$. Έτσι, ο τύπος *Bethe – Bloch* γράφεται:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi \cdot e^4 \cdot z^2}{m_e \cdot v^2} \cdot N \cdot Z \cdot \ln\left(\frac{2m_e \cdot v^2}{I}\right) \quad (1.3)$$

Από την τελευταία σχέση (1.3) φαίνεται ότι η μείωση της ενέργειας ανά μονάδα μήκους διαδρομής (dE/dx) είναι αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας v του σωματιδίου ($\sim 1/v^2$) δεδομένου ότι ο παράγοντας $1/v^2$ μεταβάλλεται ταχύτερα από τον παράγοντα $\ln(2m_e \cdot v^2/I)$.

Επομένως, το μέγεθος dE/dx αυξάνει όταν ελαττώνεται η ταχύτητα v . Από φυσικής απόψεως, το συμπέρασμα αυτό ήταν κάτι που περιίμενε κανείς καθώς όσο αυξάνει η χρονική διάρκεια προσεγγίσεως ¹

¹Θεωρείται ότι η χρονική αυτή διάρκεια είναι μικρή συγκρινόμενη με την περίοδο περιφοράς του ηλεκτρονίου στην τροχιά του

του φορτισμένου σωματιδίου σε περιφεριακό ηλεκτρόνιο, τόσο αυξάνει και η πιθανότητα αλληλεπίδρασης (διεγέρσεις-ιονισμοί) με ταυτόχρονη απώλεια αντίστοιχου ποσού ενέργειας.

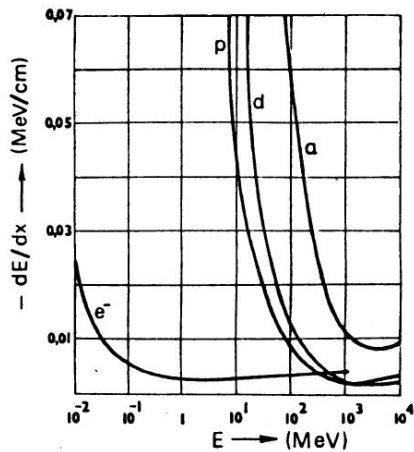
Τέλος, λαμβάνοντας υπόψη την κινητική ενέργεια του φορτισμένου σωματιδίου

$$E_K = \frac{1}{2} M \cdot v^2 \quad (1.4)$$

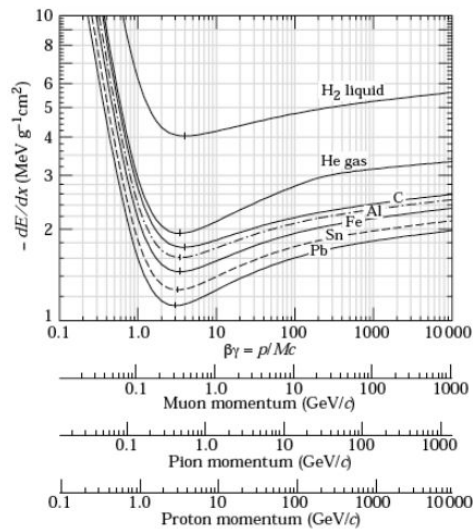
η ισχύς πεδίσσης γράφεται και ως εξής:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi \cdot M \cdot e^4 \cdot z^2}{m_e \cdot E_K} \cdot N \cdot Z \cdot \ln\left(\frac{4m_e \cdot E_K}{M \cdot I}\right) \quad (1.5)$$

Είναι προφανές ότι η ισχύς πέδηςσης dE/dx αυξάνει, αυξανομένης της μάζας M ή του φορτίου $z \cdot e$ του σωματιδίου. Για πολύ μεγάλες τιμές της ενέργειας E των σωματιδίων, οπότε ο λόγος $\beta = v/c$ δεν είναι αμελητέος, η ισχύς πέδηςσης, παρουσιάζει ελάχιστο πέρα από το οποίο αυξάνει με αργό ρυθμό, αυξανομένης παραπέρα της ενέργειάς τους (Σχήμα 1.1α').



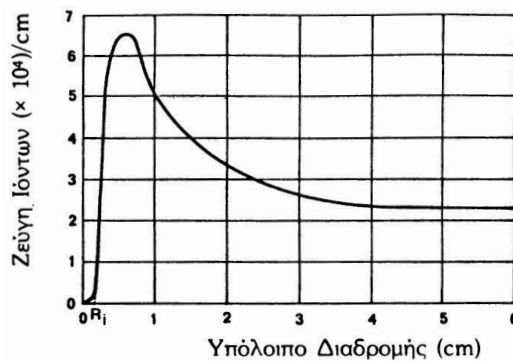
(α')



(β')

Σχήμα 1.1: (α') Μείωση ανά μονάδα μήκους διαδρομής, της ενέργειας διαφόρων σωματιδίων στον αέρα, συναρτήσει της ενέργειάς τους (β') Μείωση ανά μονάδα μήκους διαδρομής, της ενέργειας διαφόρων σωματιδίων στον αέρα, συναρτήσει της ορμής τους

Η εξασθένιση της ακτινοβολίας από φορτισμένα σωματίδια στα αέρια μπορεί να μελετηθεί πειραματικά, με μέτρηση του πλήθους των ζευγών ιόντων που παράγονται από τα φορτισμένα σωματίδια ανά μονάδα μήκους διαδρομής τους. Το μέγεθος αυτό είναι γνωστό ως ειδικός ιονισμός (I_o) και εξαρτάται τόσο από την ενέργεια και το είδος του σωματιδίου, όσο και από το είδος του αερίου. Γραφικές παραστάσεις του ειδικού ιονισμού συναρτήσει της εμβέλειας των σωματιδίων σε διάφορα είδη αερίων είναι γνωστές ως *καμπύλες Bragg* (Σχήμα 1.2).



Σχήμα 1.2: Καμπύλη Bragg για σωματίδια-α στον αέρα ($15^{\circ}C$, $760mmHg$)

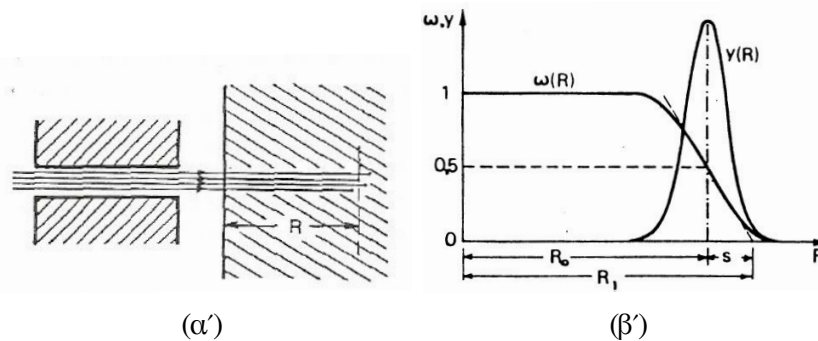
Παρατηρεί κανείς ότι, ο ειδικός ιονισμός αυξάνει βραδέως όταν μειώνεται η ενέργεια των σωματιδίων, ή, με άλλα λόγια, όταν αυξάνεται η διείσδυσή τους στο αέριο, φτάνει κάποια μέγιστη τιμή λίγο πριν το τέλος της διαδρομής και στη συνέχεια πέφτει απότομα στο μηδέν. Η μορφή της καμπύλης Bragg απεικονίζει τα αποτελέσματα παρατηρήσεως ενός μεγάλου πλήθους σωματιδίων της ακτινοβολίας, των οποίων οι εμβέλειες κυμαίνονται γύρω από μια μέση τιμή. Η προέκταση του τελικού μέρους της καμπύλης Bragg καθορίζει την κατεπέκταση εμβέλεια ιονισμού, R_i .

Εμβέλεια των σωματιδίων

Τα φορτισμένα σωματίδια της εξεταζόμενης ομάδας υφίστανται κατά τη διείσδυσή τους μέσα στην ύλη μείωση της ενέργειάς τους (λόγω των διεγέρσεων και των ιονισμών που προκαλούν), μέχρις ότου σταματήσουν τελικά. Κατά τη διείσδυσή τους αυτή, δεν αποκλίνουν πρακτικά από την αρχική τους πορεία, κινούνται δηλαδή με μεγάλη προσέγγιση ευθύγραμμα. Επίσης, μέσα στην ύλη ποικίλουν, τόσο το πλήθος των αλληλεπιδράσεων με το μέσο ανά μονάδα μήκους διαδρομής τους, όσο

και το ποσό της μείωσης ενέργειάς τους σε κάθε αλληλεπίδραση.

Το φαινόμενο αυτό της διακυμάνσεως του μήκους της διαδρομής μπορεί να μελετηθεί πειραματικά, αν χρησιμοποιήσουμε παράλληλη στενή δέσμη μονοενεργειακών σωματιδίων, η οποία θα πέφτει κάθετα πάνω σε πλάκα μεγάλου πάχους από ορισμένο υλικό (Σχήμα 1.3α'). Ο προσδιορισμός της ποσότητας $\omega(R)$ καθορίζει το ποσοστό των σωματιδίων, τα οποία εισέρχονται στο μέσο και πραγματοποιούν συνολική διαδρομή μεγαλύτερη ή ίση του R .



Σχήμα 1.3: (α') Διείσδυση R σωματιδίων-α μέσα στην ύλη (β') Ολοκληρωτική, $\omega(R)$ και διαφορική $Y(R)$, καμπύλη κατανομής εμβελειών σωματιδίων-α

Παρατηρούμε ότι η $\omega(R)$ μέχρι ορισμένη διαδρομή έχει σταθερή τιμή, ίση με τη μονάδα, και από κάποια τιμή της R και πέρα η $\omega(R)$ ελαττώνεται ταχύτητα τείνοντας προς το μηδέν. Στο σχήμα σημειώνεται και γραφική παράσταση της συνάρτησης:

$$Y(R) = -\frac{d\omega(R)}{dR} \quad (1.6)$$

Είναι φανερό ότι το ποσοστό από τα εισερχόμενα σωματίδια στο υπόψη μέσο, τα οποία πραγματοποιούν συνολική διαδρομή μέχρι να ακινητοποιηθούν, ή με άλλα λόγια εμβέλεια μήκους μεταξύ R και $R + dR$, είναι $Y(R) \cdot dR$. Δηλαδή, το μέγεθος $Y(R) \cdot dR$ παριστάνει την πιθανότητα, η εμβέλεια του υπόψη σωματιδίου να έχει τιμή μεταξύ R και $R + dR$, όταν το σωματίδιο εισέρχεται στο υπόψη μέσο με ορισμένη αρχική ενέργεια. Η καμπύλη $Y(R)$ είναι με πολύ καλή προσέγγιση κανονικής κατανομής (κατανομής Gauss) υπό την έννοια της στατιστικής. Το μέγιστο της $Y(R)$ εμφανίζεται για τη μέση τιμή της εμβελείας R_0

για την οποία είναι $\omega(R_0) = 0,5$. Η εμβέλεια R_1 που αντιστοιχεί στο σημείο που η εφαπτομένη της καμπύλης $\omega(R)$ στο σημείο με τετυπημένη R_0 , συναντά τον άξονα R , λέγεται κατ' επέκταση εμβέλεια (Σχήμα 1.3β').

Η διαφορά $S_R = R_1 - R_0$ είναι γνωστή ως *απόκλιση της εμβέλειας* (range straggling). Το μέγεθος αυτό για τα σωματίδια της εξεταζόμενης ομάδας, μεταβάλλεται αργά με την ενέργεια του σωματιδίου και εξαρτάται από τον τύπο του σωματιδίου και το υλικό στο οποίο διεισδύει. Πειραματικές τιμές της S_R δείχνουν ότι το μέγεθος αυτό κυμαίνεται από 1 – 5% της μέσης τιμής της εμβέλειας R_0 . Μπορεί να λεχθεί ότι η κατ'επέκταση εμβέλεια R_1 εκφράζει πρακτικά το μέσο πάχος του υπόψη υλικού, το οποίο μπορούν να διαπεράσουν τα σωματίδια του είδους και της ενέργειας στα οποία αναφέρεται η R_1 .

Για σωματίδια-α προκύπτει ότι η μέση εμβέλεια αυτών μέσα σε αέρα «κανονικών συνθηκών» ($15^\circ C, 760 mmHg$) και για αρχική ενέργεια αυτών μεταξύ 4 και 15 MeV , δίνεται από την ακόλουθη εμπειρική σχέση:

$$R_0(cm) = [0,005 \cdot E + 0,285] \cdot E^{3/2} \quad (1.7)$$

Η σχέση αυτή αποδίδει τα πειραματικά αποτελέσματα με ακρίβεια καλύτερη του 1% για $E : 4 MeV \leq E \leq 11 MeV$ και καλύτερη του 4% για $E : 11 MeV \leq E \leq 15 MeV$. Για ενέργειες των σωματιδίων-α μικρότερες των 4 MeV , η μέση εμβέλεια αυτών στον αέρα μεταβάλλεται, με καλή προσέγγιση, ανάλογα της $E^{3/4}$, ενώ για ενέργειες μεγαλύτερες των 15 MeV , ανάλογα της E^2 .

Για ορισμένο είδος σωματιδίων της εξεταζόμενης ομάδας και για ορισμένη ενέργεια αυτών, το μέγεθος:

$$\frac{\rho \cdot R_0(E)}{\sqrt{A}} \quad (1.8)$$

όπου:

ρ : η πυκνότητα του μέσου,

$R_0(E)$: η μέση εμβέλεια σε αυτό, και

A : το ατομικό του βάρους,

παραμένει κατά προσέγγιση σταθερό για τα διάφορα μέσα.

Έτσι, αν $R_{01}(E)$ και $R_{02}(E)$ είναι οι μέσες εμβέλειες των σωματιδίων ορισμένου είδους, της ίδιας αρχικής ενέργειας E , για δύο διαφορετικά

μέσα, τότε κατά προσέγγιση είναι:

$$\frac{R_{01}(E)}{R_{02}(E)} = \frac{\rho_2 \cdot \sqrt{A_1}}{\rho_1 \cdot \sqrt{A_2}} \quad (1.9)$$

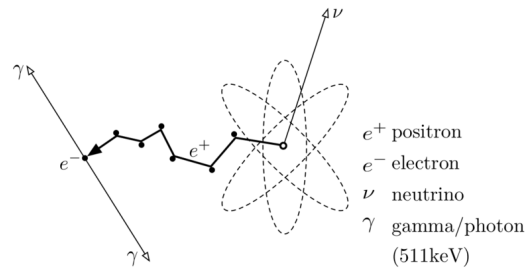
Στην περίπτωση χημικής ένωσης ή μείγματος από διάφορα στοιχεία, το αντίστοιχο ισοδύναμο ατομικό βάρος A_μ , υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\sqrt{A_\mu} = \frac{\sum_i n_i \cdot A_i}{\sum_i n_i \cdot \sqrt{A_i}} \quad (1.10)$$

όπου n_i παριστάνει το ποσοστό των ατόμων στη χημική ένωση ή το μείγμα, με ατομικό βάρος A_i .

1.3 Αλληλεπίδραση σωματιδίων-β με την ύλη

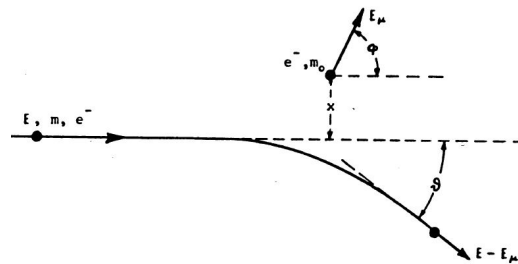
Ως σωματίδια-β χαρακτηρίζονται τα ηλεκτρόνια e^- και τα ποζιτρόνια e^+ , εμφανίζονται κατά τις β-ραδιενεργές διασπάσεις ή δημιουργούνται κατά την αλληλεπίδραση φωτονίων κατάλληλης ενέργειας με το πεδίο των πυρήνων των ατόμων της ύλης (δίδυμη γένεση). Οι αλληλεπιδράσεις ηλεκτρονίων ή ποζιτρονίων με την ύλη είναι δυνατό να μελετηθούν από κοινού, λόγω της ομοιότητας την οποία παρουσιάζουν. Η τελική τύχη όμως των σωματιδίων αυτών μέσα στην ύλη είναι διαφορετική. Όταν ένα ποζιτρόνιο χάσει όλη την κινητική του ενέργεια είναι πολύ πιθανό να συναντήσει ένα ηλεκτρόνιο, οπότε και παρατηρείται το φαινόμενο της εξαύλωσης κατά το οποίο τα δύο σωματίδια εξαφανίζονται και στη θέση τους εμφανίζονται δύο φωτόνια κατευθυνόμενα προς αντίθετες κατευθύνσεις. Αντιθέτως, τα ηλεκτρόνια επειδή δεν υπάρχει «πληθυσμός» ποζιτρονίων στην ύλη, όταν χάσουν την κινητική τους ενέργεια καταλήγουν να γίνουν ένα μέρος του «ηλεκτρονικού πληθυσμού» της ύλης.



Σχήμα 1.4: Φυσική συνέπεια της β^+ ραδιενεργούς διάσπασης είναι η εξαύλωση ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου

Απόθεση της ενέργειας των σωματιδίων-β κατά τη διέλευσή τους μέσα από την ύλη

Τα σωματίδια-β που διεισδύουν μέσα σε κάποιο υλικό μέσο χάνουν ενέργεια κυρίως λόγω των μη ελαστικών σκεδάσεων με τα περιφερειακά ηλεκτρόνια και με τους πυρήνες των ατόμων της ύλης. Κατά τις μη ελαστικές σκεδάσεις των σωματιδίων-β με τα περιφερειακά ηλεκτρόνια, παρατηρούνται φαινόμενα διεγέρσεων και ιονισμών, κατά τα οποία παρατηρείται αντίστοιχη απώλεια ενέργειάς τους (ανταλλαγή ενέργειας εξαιτίας της αλληλεπίδρασης των πεδίων Coulomb) και συγχρόνως απόκλιση από την αρχική τους πορεία.



Σχήμα 1.5: Σχηματικό διάγραμμα μη ελαστικής σύγκρουσης e^- κινητικής ενέργειας E , με πρακτικά ακίνητο, περιφερειακό ηλεκτρόνιο. E_μ είναι η ενέργεια που μεταβιβάζεται συνολικά (ενέργεια ιονισμού και κινητική ενέργεια του ελεύθερου e^-) από το ταχύ ηλεκτρόνιο στο περιφερειακό

Η μείωση της κινητικής ενέργειας των σωματιδίων-β ανά μονάδα μήκους διαδρομής της τεθλασμένης διαδρομής τους, λόγω διεγέρσεων και ιονισμών, για τιμές ενέργειας $E : 50 \text{ keV} < E < \text{μερικά MeV}$ δίνεται:

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_c = \frac{2\pi \cdot e^4}{m_0 \cdot v^2} \cdot N \cdot Z \left[\ln\left(\frac{m_0 v^2 E}{2I^2(1-\beta^2)}\right) - (2\sqrt{1-\beta^2} - 1 + \beta^2) \ln 2 + 1 - \beta^2 + \frac{1}{8}(1 - \sqrt{1-\beta^2})^2 \right] \quad (1.11)$$

όπου τα διάφορα σύμβολα έχουν την ίδια σημασία με αυτά της σχέσης *Bethe – Bloch* (1.1).

Πρακτικά βρίσκεται ότι, για ενέργεια σωματιδίων-β $E < 0,5 \text{ MeV}$ περίπου, η μείωση της κινητικής ενέργειας ανά μονάδα μήκους διαδρομής τους μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα προς το τετράγωνο της ταχύτητάς τους, είναι δηλαδή:

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_c \sim \frac{1}{v^2} \quad (1.12)$$

Γενικά, το μέγεθος $(dE/dx)_c$ εμφανίζει ελάχιστο γύρω από την τιμή $E = 1 \text{ MeV}$, ενώ για κινητική ενέργεια μεγαλύτερη των 3 MeV περίπου αυξάνει λογαριθμικά με αυτή.

Όταν ένα ηλεκτρόνιο με μεγάλη κινητική ενέργεια προκαλέσει ιονισμό ατόμου, το ηλεκτρόνιο που απελευθερώνεται είναι δυνατό να εμφανίζει αξιόλογη ενέργεια, ώστε κατά την πορεία του μέσα στην ύλη να μπορεί να προκαλέσει και αυτό ιονισμούς, τους οποίους χαρακτηρίζουμε ως *δευτερογενείς*, σε αντιδιαστολή προς τους ιονισμούς των αρχικών ηλεκτρονίων που χαρακτηρίζονται *πρωτογενείς*. Τα ηλεκτρόνια που προκαλούν τους δευτερογενείς ιονισμούς χαρακτηρίζονται ως *ακτίνες δέλτα* ή *σωματίδια δέλτα*. Τέλος, με τον όρο *ολικός ιονισμός* αναφερόμαστε στο σύνολο των ιονισμών, πρωτογενών και δευτερογενών.

Κατά τις μη ελαστικές σκεδάσεις των σωματιδίων-β με τους πυρήνες των ατόμων, τα σωματίδια χάνουν ενέργεια είτε (α) με εκπομπή ακτινοβολίας πέδησης (*Bremsstrahlung*) είτε (β) προκαλώντας διεγέρσεις των πυρήνων κοντά στους οποίους περνάνε. Σύμφωνα με την κλασική ηλεκτρομαγνητική θεωρία, όταν ένα ηλεκτρικό φορτίο επιταχύνεται, εκπέμπει ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία. Έτσι, αν ένα κινούμενο φορτισμένο σωματίδιο μεγάλης ταχύτητας και φορτίου $z \cdot e$, εξαναγκαστεί σε μεταβολή του διανύσματος της ταχύτητάς του από πυρήνα φορτίου $Z \cdot e$, τότε πραγματοποιούνται φαινόμενα εκπομπής ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας εις βάρος της κινητικής του ενέργειας. Στην περίπτωση

άλλων βαρύτερων φορτισμένων σωματιδίων (π.χ. ρ, α) το φαινόμενο εκπομπής ακτινοβολίας πέδησης είναι αμελητέο. Ο δεύτερος μηχανισμός απώλειας ενέργειας έχει πολύ μικρή πιθανότητα πραγματοποίησης γι' αυτό δεν εξετάζεται συνήθως.

Η ανα μονάδα μήκους διαδρομής μείωση της κινητικής ενέργειας των σωματιδίων-β, λόγω εκπομπής ακτινοβολίας πεδήσεως, εκφράζεται θεωρητικά ως:

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_r = N \cdot \sigma_0 \cdot Z^2 \cdot (E + m_0 c_0^2) \cdot \int_0^1 B\left(Z, \frac{h\nu}{E}\right) \cdot d\left(\frac{h\nu}{E}\right) \quad (1.13)$$

όπου:

Z, N : ο ατομικός αριθμός και η πυκνότητα ατόμων του μέσου, αντίστοιχα,

E : η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου σε MeV,

$m_0 c_0^2$: η ενέργεια που ισοδυναμεί προς τη μάζα ηρεμίας του ηλεκτρονίου ($\simeq 0,51 \text{ MeV}$),

$\sigma_0 = \frac{1}{137} \left(\frac{e^2}{m_0 c_0^2}\right)^2 = 0,58 \text{ (mbar/πυρήνα)}$,

$h\nu$: η ενέργεια των εκπεμπόμενων φωτονίων κυμαινόμενη μεταξύ 0 και $E \text{ MeV}$, και

$B\left(Z, \frac{h\nu}{E}\right)$: συντελεστής που εξαρτάται από τον ατομικό αριθμό Z και την κινητική ενέργεια E του σωματιδίου-β.

Συσχέτιση των απωλειών ενέργειας λόγω διεγέρσεων-ιονισμών και εκπομπής ακτινοβολίας πεδήσεως

Η ανά μονάδα μήκους διαδρομής απώλεια ενέργειας των σωματιδίων-β λόγω διεγέρσεων και ιονισμών για ενέργειες $E < 0,5 \text{ MeV}$, είναι ανάλογη του λόγου $1/v^2$ και επομένως, όσο μικρότερη είναι η ενέργειά τους, τόσο μεγαλύτερη είναι αυτή.

Στην περίπτωση όμως απώλειας κινητικής ενέργειας λόγω εκπομπής ακτινοβολίας πέδησης, η ανά μονάδα μήκους διαδρομής μείωση της ενέργειας είναι τόσο μεγαλύτερη, όσο μεγαλύτερη είναι η κινητική ενέργεια των σωματιδίων-β. Για πολύ μεγάλες τιμές κινητικής ενέργειας και συγκεκριμένα για $E \gg m_0 c_0^2$, οι απώλειες λόγω ακτινοβολίας πέδησης γίνονται συγκρίσιμες προς τις απώλειες λόγω διεγέρσεων και

ιονισμών.

Προσεγγιστικά προκύπτει ότι ο λόγος της ανά μονάδα μήκους διαδρομής μείωσης της κινητικής ενέργειας των ηλεκτρονίων λόγω εκπομπής ακτινοβολίας πέδησης και λόγω διεγέρσεων και ιονισμών για ταχύτητες $v \simeq c_0$ είναι:

$$\frac{(dE/dx)_r}{(dE/dx)_c} \simeq \frac{Z \cdot E(\text{MeV})}{700} \quad (1.14)$$

δεδομένου ότι: $m_0c_0^2 \simeq 0,51 \text{ MeV}$.

Επομένως, για ορισμένο μέσο, το φαινόμενο της εκπομπής ακτινοβολίας πέδησης συμβάλλει τόσο περισσότερο στη μείωση της ενέργειας του ηλεκτρονίου, όσο η ενέργεια του σωματιδίου είναι μεγαλύτερη.

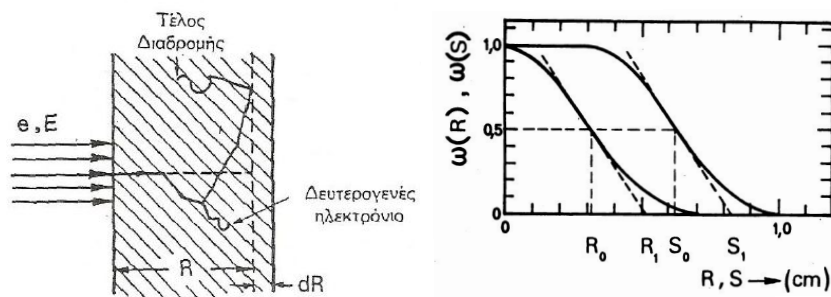
Εμβέλεια σωματιδίων-β

Η μορφή της διαδρομής των σωματιδίων-β μέσα στην ύλη είναι διαφορετική από εκείνη των σωματιδίων-α και των άλλων βαρέων σωματιδίων. Τα σωματίδια-α ακολουθούν «ευθύγραμμη πορεία» και πραγματοποιούν εμβέλεια ορισμένου μήκους. Τα σωματίδια-β λόγω της μικρής τους μάζας πραγματοποιούν κατά τις πολλαπλές τους σκεδάσεις με τα περιφερειακά ηλεκτρόνια και τους πυρήνες των ατόμων της ύλης, κατά τις οποίες αλλάζουν έντονα κατευθύνσεις κίνησης, *τεθλασμένη διαδρομή*. Η συνολική διαδρομή μονοενεργειακών σωματιδίων-β, μετρούμενη κατά μήκος της τεθλασμένης πορείας τους, παρουσιάζει διακύμανση μέχρι και 10 – 15%. Η μεγάλη αυτή διακύμανση οφείλεται στο γεγονός ότι, όταν ένα σωματίδιο-β σκεδάζεται, μπορεί να χάσει ένα πολύ μεγάλο μέρος της κινητικής του ενέργειας. Στην περίπτωση συγκρούσεώς του με το περιφερειακό ηλεκτρόνιο, είναι δυνατό το πρακτικά ακίνητο πριν από τη σύγκρουση περιφερειακό ηλεκτρόνιο να αποκτήσει μετά τη σύγκρουση κινητική ενέργεια μεγαλύτερη από αυτή που θα παρουσιάζει το σκεδαζόμενο ηλεκτρόνιο. Επειδή δεν είναι δυνατό να διακρίνει κανείς ποιο από τα δύο ηλεκτρόνια ήταν το αρχικό- αρχή δυσδιακριτικότητας- παρακολουθείται στην παραπέρα πορεία του μέσα στην ύλη εκείνο το ηλεκτρόνιο που έχει μεγαλύτερη κινητική ενέργεια. Ο ορισμός της εμβέλειας των σωματιδίων-β δεν είναι τόσο απλός όσο είναι για βαρύτερα σωματίδια καθώς:

α. Η πορεία των σωματιδίων-β μέσα στην ύλη δεν είναι ευθύγραμμη.

β. Τα σωματίδια-β που εκλύονται από τα β-ραδιενεργά ισότοπα δεν έχουν όλα την ίδια αρχική ταχύτητα.

Έστω παράλληλη δέσμη μονοενεργειακών ηλεκτρονίων προσπίπτει που προσπίπτει κάθετα πάνω σε πλάκα «απορροφητή». Η πορεία ενός συγκεκριμένου ηλεκτρονίου θα ήταν δυνατό να διαπεράσει μέγιστο πάχος απορροφητή R , ενώ για πάχος $R + dR$ θα παρέμενε μέσα στον απορροφητή τερματίζοντας έτσι τη διαδρομή του μέσα σε αυτόν. Το πάχος R ορίζεται ως η *εμβέλεια* του συγκεκριμένου αυτού ηλεκτρονίου. Αν όμως, αντί του ενός ηλεκτρονίου, παρακολουθήσει κανείς ένα πλήθος ηλεκτρονίων της δέσμης, διαπιστώνεται διακύμανση της εμβέλειας R των ηλεκτρονίων.



Σχήμα 1.6:

(α') Πορεία ηλεκτρονίου μέσα στην ύλη

(β') Κατανομή μήκους διαδρομής S και εμβέλειας R ηλεκτρονίων κινητικής ενέργειας $19,6 \text{ keV}$, σε οξυγόνο (0°C , 760 mmHg)

$R_0 = 0,32 \text{ cm} =$ μέση εμβέλεια

$R_1 = 0,52 \text{ cm} =$ κατ' επέκταση εμβέλεια

$S_0 = 0,64 \text{ cm} =$ μέσο μήκος διαδρομής

$S_1 = 0,82 \text{ cm} =$ κατ' επέκταση μήκος διαδρομής

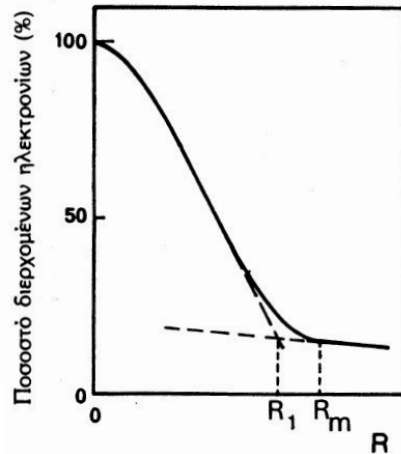
Είναι δυνατό, όπως και στα σωματίδια-α, να χαραχθεί καμπύλη $\omega(R)$, που δίνει το ποσοστό των ηλεκτρονίων της ίδιας αρχικής ενέργειας, τα οποία εισερχόμενα στον απορροφητή φθάνουν μέχρι «βάθους» μεγαλύτερου ή ίσου με το R , όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.6(β'). Στο σχήμα αυτό έχει χαραχθεί και η καμπύλη $\omega(S)$, που δίνει το ποσοστό των ηλεκτρονίων που πραγματοποιούν μήκος συνολικής (τεθλασμένης) διαδρομής μεγαλύτερο ή ίσο με το S . Η καμπύλης της $\omega(S)$, με καλή προσέγγιση, παρουσιάζει συμμετρία γύρω από το σημείο με

τεταγμένη $\omega(S) = 0,5$. Το γεγονός αυτό επιτρέπει τον ορισμό ενός μέσου μήκους διαδρομής, $\bar{S} = S_0$, των σωματιδίων-β, που είναι το μήκος εκείνο της διαδρομής που αντιστοιχεί σε $\omega(S) = 0,5$. Όμοια παρατήρηση ισχύει και για τη συνάρτηση $\omega(R)$, βάση της οποίας επιτρέπεται ο ορισμός της μέσης εμβέλειας των ηλεκτρονίων, $\bar{R} = R_0$.

Ένα άλλο μέγεθος που χρησιμοποιείται στη σχετική βιβλιογραφία είναι η κατ' επέκταση εμβέλεια R_1 , που ορίζεται όπως και για την ομάδα των βαρέων φορτισμένων σωματιδίων, ως η τεταγμένη του σημείου, όπου η εφαπτομένη της καμπύλης $\omega(R)$ στο σημείο με τεταγμένη $\omega = 0,5$ συναντά τον άξονα των εμβελειών. Ανάλογος είναι και ο ορισμός του κατ' επέκταση συνολικού μήκους διαδρομής S_1 .

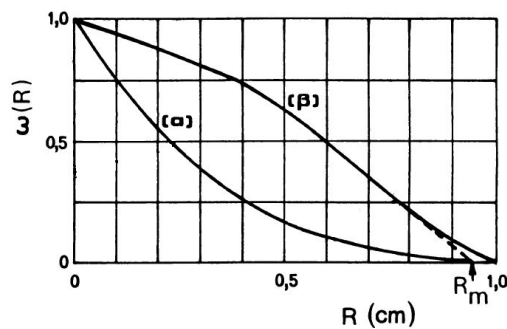
Η έντονη σκέδαση των ηλεκτρονίων μέσα στον απορροφητή διαπιστώνεται κατά τη σύγκριση των καμπυλών $\omega(R)$ και $\omega(S)$. Πράγματι, για την περίπτωση που αναφέρθηκε στο διάγραμμα του σχήματος 1.6(β'), βρίσκεται από τις καμπύλες αυτές, ότι μόλις το 3% των εισερχομένων ηλεκτρονίων πραγματοποιούν ευθύγραμμη διείσδυση μέχρι το μηδενισμό της ταχύτητάς τους, με μήκος ίσο προς το μέσο μήκος διαδρομής S_0 . Βρίσκεται ακόμη ότι η μέση εμβέλεια R_0 των ηλεκτρονίων είναι ίση προς το μισό (1/2) του μέσου μήκους διαδρομής S_0 ($R_0/S_0 = 0,32/0,64 = 0,5$).

Στο Σχήμα 1.7 δίνεται ένα χαρακτηριστικό «διάγραμμα απορροφήσεως» μονοενεργειακών ηλεκτρονίων. Η εμβέλεια R_m που αντιστοιχεί στο σημείο στο οποίο η καμπύλη «συναντά» το «ενεργειακό υπόστρωμα» είναι γνωστή ως *μέγιστη εμβέλεια*. Το μέγεθος αυτό παριστάνει, από φυσική άποψη, το ελάχιστο πάχος απορροφητή που προκαλεί πρακτικά πλήρη απορρόφηση ηλεκτρονίων. Το «ραδιενεργό υπόστρωμα» οφείλεται σε τυχόν υπάρχουσα ακτινοβολία-γ, σε ακτινοβολία πεδίσεως, σε γήινη ή και κοσμική ακτινοβολία.



Σχήμα 1.7: Χαρακτηριστικό διάγραμμα ποσοστού διερχομένων μονοενεργειακών ηλεκτρονίων από δεδομένου πάχους απορροφητή

Για ηλεκτρόνια συνεχούς ενεργειακού φάσματος, η καμπύλη $\omega(R)$, διαφέρει σημαντικά από εκείνη που προκύπτει για ηλεκτρόνια αρχικά μονοενεργειακά. Αυτό φαίνεται στο Σχήμα 1.8, όπου η καμπύλη $\omega(R)$ έχει χαραχθεί τόσο για ηλεκτρόνια συνεχούς ενεργειακού φάσματος, με μέγιστη ενέργεια E_{max} , όσο και για ηλεκτρόνια μονοενεργειακά, αρχικής ενέργειας $E_0 = E_{max}$.



Σχήμα 1.8: Χαρακτηριστικές καμπύλες κατανομής εμβέλειας R (α) ηλεκτρονίων συνεχούς φάσματος, μέγιστης ενέργειας E_{max} και (β) μονοενεργειακών ηλεκτρονίων, αρχικής ενέργειας $E_0 = E_{max}$

Όπως προκύπτει πειραματικά, η καμπύλη $\omega(R)$ για τα ηλεκτρόνια συνεχούς μονοενεργειακού φάσματος είναι, με καλή προσέγγιση, εκθετικής μορφής. Η χάραξη της καμπύλης αυτής δίνει, όπως αναφέρθηκε

ανωτέρω το ελάχιστο πάχος απορροφητή (R_m) που προκαλεί πρακτικά «πλήρη απορρόφηση» των ηλεκτρονίων. Ο τρόπος, όμως, αυτός πειραματικού προσδιορισμού του μεγέθους R_m παρουσιάζει δυσκολίες και δεν οδηγεί πάντα σε αξιόπιστο προσδιορισμό του μεγέθους αυτού. Έτσι, από υπάρχοντα πειραματικά δεδομένα έχει διαπιστωθεί ότι το πάχος R_m είναι μέσα στα πλαίσια των πειραματικών σφαλμάτων, ίσο προς την κατ' επέκταση εμβέλεια, στον ίδιο απορροφητή, μονοενεργειακών ηλεκτρονίων αρχικής ενέργειας E_0 ίσης προς την μέγιστη ενέργεια E_{max} ηλεκτρονίων συνεχούς ενεργειακού φάσματος.

Η εμβέλεια ηλεκτρονίων με συνεχές ενεργειακό φάσμα, σε ορισμένο απορροφητή, μπορεί να εκτιμηθεί από υπάρχοντα πειραματικά δεδομένα για την κατ' επέκταση εμβέλεια R_1 στον ίδιο απορροφητή, μονοενεργειακών ηλεκτρονίων με ενέργεια ίση προς τη μέγιστη ενέργεια των ηλεκτρονίων συνεχούς ενεργειακού φάσματος. Πάχος απορροφητή ίσο προς την κατ' αυτόν τον τρόπο προσδιοριζόμενη εμβέλεια είναι πρακτικά αδιαπέραστο από τα ηλεκτρόνια συνεχούς ενεργειακού φάσματος, για τα οποία έχει καθοριστεί.

1.4 Αλληλεπίδραση φωτονιακών ακτινοβολιών με την ύλη.

Ως φωτονιακές ακτινοβολίες χαρακτηρίζονται οι ακτίνες-X και οι ακτίνες-γ. Οι ακτίνες αυτές είναι ηλεκτρομαγνητικής φύσεως και διαφέρουν μεταξύ τους μόνο ως προς την προέλευση.

Ως ακτίνες-X χαρακτηρίζονται εκείνες που εκπέμπονται κατά αποδιεγέρσεις διεγερμένων ατόμων ή κατά τις επιβραδύνσεις ηλεκτρονίων μεγάλης ταχύτητας στα πεδία των πυρήνων.

Ως ακτίνες-γ χαρακτηρίζονται εκείνες που εκπέμπονται κατά τις αποδιεγέρσεις διεγερμένων πυρήνων ή που δημιουργούνται κατά το φαινόμενο της εξαύλωσης.

Οι ακτίνες X και γ αποτελούνται από φωτόνια ενέργειας:

$$E_\gamma = h \cdot \nu = \frac{h \cdot c_0}{\lambda} \quad (1.15)$$

και ομής:

$$p_\gamma = \frac{h \cdot \nu}{c_0} \quad (1.16)$$

όπου:

h : η σταθερά του Planck,

c_0 : η ταχύτητα του φωτός στο κενό, και

ν, λ : η συχνότητα και το μήκος κύματος που αναφέρονται στην κυματική υφή της ακτινοβολίας.

Οι φωτονιακές ακτινοβολίες αλληλεπιδρούν με την ύλη κατά ποικιλία μηχανισμών. Τα τρία πιο συχνά φαινόμενα, που παρατηρούνται στην περιοχή ενέργειας των φωτονίων από 0,01 έως 10 MeV, είναι τα:

- α. Το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο.
- β. Το φαινόμενο Compton.
- γ. Το φαινόμενο της δίδυμης γένεσης.

1.4.1 Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο.

Πρόκειται για το μηχανισμό αλληλεπίδρασης φωτονίων ενέργειας E_γ (συνήθως κάτω από 0,1 MeV), με ένα από τα «ισχυρά» συνδεδεμένα ηλεκτρόνια ατόμου, μέσου ή μεγάλου ατομικού αριθμού Z . Κατά το φαινόμενο αυτό απορροφάται ολόκληρη η ενέργεια E_γ του φωτονίου από το ηλεκτρόνιο, οπότε τούτο αποσπάται από το άτομο με κινητική ενέργεια² E_κ :

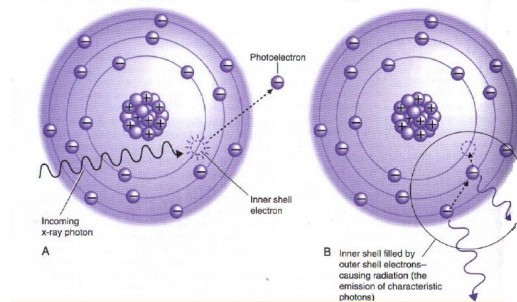
$$E_\kappa = E_\gamma - E_\sigma \quad (1.17)$$

όπου E_σ η ενέργεια σύνδεσης του εκπεμπόμενου ηλεκτρονίου, στο άτομο. Είναι αυτονόητο ότι η απόσπαση του ηλεκτρονίου είναι δυνατή αν $E_\gamma \geq E_\sigma$.

Αν ενέργεια του φωτονίου είναι μεγαλύτερη από την ενέργεια σύνδεσης ηλεκτρονίου φλοιού K σε ένα άτομο, τότε για το άτομο αυτό είναι δυνατή η απόσπαση ηλεκτρονίου από οποιοδήποτε φλοιό. Για

²Θεωρούμε «αμελητέα» σε προσέγγιση, την κινητική ενέργεια του ανακρουόμενου ιονισμένου ατόμου.

φωτόνια όμως τέτοιας ενέργειας, το εκπεμπόμενο ηλεκτρόνιο προέρχεται συνήθως από τον φλοιό K και σπανιότερα από τον φλοιό L.



Σχήμα 1.9: (A) Δημιουργία φωτοηλεκτρονίου (B) Συμπλήρωση κενής στοιβάδας από περιφερειακά ηλεκτρόνια με εκπομπή ενός ή περισσότερων φωτονίων ή ηλεκτρονίων Auger

Για ενέργεια φωτονίου μικρότερη από την ενέργεια σύνδεσης των ηλεκτρονίων του φλοιού K και μεγαλύτερη από την ενέργεια σύνδεσης των ηλεκτρονίων του φλοιού L του ατόμου είναι δυνατή η απόσπαση ηλεκτρονίου μόνο από το φλοιό L ή από τους φλοιούς ανώτερης τάξης (M, N, κ.λ.π.). Γενικά, όταν η ενέργεια του φωτονίου έχει τιμή παραπλήσια, αλλά πάντως μεγαλύτερη ή ίση, προς την ενέργεια σύνδεσης των ηλεκτρονίων ενός φλοιού, τότε ευνοείται ιδιαίτερα η απόσπαση ηλεκτρονίων από τον φλοιό αυτό.

Τέλος, όσο μεγαλύτερη είναι η ενέργεια ενός φωτονίου ως προς την ενέργεια σύνδεσης των ηλεκτρονίων του φλοιού K ενός ατόμου, τόσο ασθενέστερη είναι η πραγματοποίηση του φωτοηλεκτρικού φαινομένου, έτσι ώστε, για ορισμένο άτομο, από κάποια τιμή ενέργειας E_γ του φωτονίου και πάνω, το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο να έχει αμελητέα συμβολή στην εξασθένιση της ακτινοβολίας.

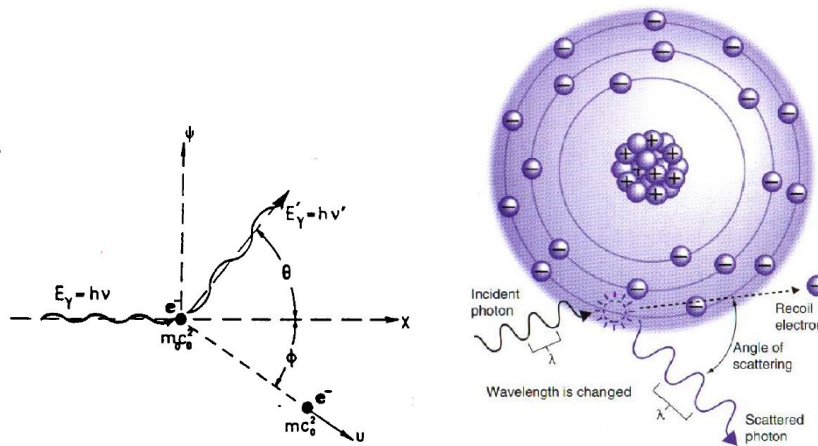
Για ορισμένη ενέργεια του φωτονίου, το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο πραγματοποιείται κατά προτίμηση με εκείνα τα ηλεκτρόνια του ατόμου τα οποία είναι ισχυρότερα συνδεδεμένα με τον πυρήνα του ατόμου αυτού. Ένα ηλεκτρόνιο που είναι «χαλαρά» συνδεδεμένο στο άτομο και επομένως η ενέργεια σύνδεσης με το άτομο είναι πολύ μικρότερη από του φωτονίου, εμφανίζεται για το φωτόνιο σαν *ελεύθερο ηλεκτρόνιο*. Η πραγματοποίηση φωτοηλεκτρικού φαινομένου με ένα τέτοιο ηλεκτρόνιο έχει μικρή πιθανότητα. Γι' αυτό ακριβώς το λόγο, επειδή σε

άτομα μικρού ατομικού αριθμού, ακόμα και τα ηλεκτρόνια του φλοιού K έχουν μικρή ενέργεια σύνδεσης, η συχνότητα πραγματοποίησης φωτοηλεκτρικού φαινομένου με αυτά είναι μικρότερη, συγκρινόμενη με των ατόμων μεγάλου ατομικού αριθμού.

Το κενό το οποίο δημιουργείται σε ένα φλοιό του ατόμου κατά το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο συμπληρώνεται κατά την ανακατάταξη των περιφερειακών ηλεκτρονίων με εκπομπή ενός ή περισσοτέρων φωτονίων (ακτίνες-X) ή ηλεκτρονίων Auger ή με συνδυασμό των δύο μηχανισμών. Τα ηλεκτρόνια Auger είναι περιφερειακά ηλεκτρόνια του ατόμου που ανήκουν σε φλοιό τάξεως μεγαλύτερης της τάξης του φλοιού στον οποίο υπάρχει το κενό και τα οποία, εφόσον η ενέργεια αποδιεγέρσεως του ατόμου είναι μεγαλύτερη από την ενέργεια ιονισμού τους, αποδεδεσμεύονται από το άτομο έχοντας κινητική ενέργεια το περίσσειμα της ενέργειας (εσωτερικό φωτοηλεκτρικό φαινόμενο). Έτσι, αντί να έχουμε αποδιέγερση του ατόμου με εκπομπή ακτινοβολίας-X, έχουμε αποδιέγερση με εκπομπή ηλεκτρονίου Auger.

1.4.2 Φαινόμενο ή σκέδαση Compton

Πρόκειται για το μηχανισμό αλληλεπίδρασης φωτονίου με ένα περιφερειακό ηλεκτρόνιο ατόμου, συνήθως με ένα από τα ασθενέστερα συνδεδεμένα στο άτομο, κατά τον οποίο το αρχικό φωτόνιο ενέργειας E_γ σκεδάζεται μη ελαστικά πάνω στο «ελεύθερο» ηλεκτρόνιο με μείωση της ενέργειάς του κατά την κινητική ενέργεια E_k την οποία αποκτά το ηλεκτρόνιο. Ο μηχανισμός αυτός αλληλεπίδρασης αρχίζει να παρατηρείται όταν η ενέργεια του φωτονίου $E_\gamma = h \cdot \nu$ αυξανόμενη πλησιάζει την τιμή των $0,51 \text{ MeV}$.



Σχήμα 1.10: Σκέδαση φωτονίου κατά το φαινόμενο Compton

Με τα παραπάνω διαγράμματα (Σχήμα 1.10) περιγράφεται το φαινόμενο ή σκέδαση Compton. Το φωτόνιο ενέργειας $E_\gamma = h \cdot \nu$ και ορμής μέτρου $h \cdot \nu / c_0$, σκεδάζεται επί του «ελεύθερου» ηλεκτρονίου, το οποίο θεωρούμε ότι βρίσκεται σε κατάσταση ηρεμίας πριν από την αλληλεπίδραση. Το σκεδαζόμενο φωτόνιο έχει ενέργεια $E'_\gamma = h \cdot \nu' < h \cdot \nu$, ορμή μέτρου $h \cdot \nu' / c_0$ και κινείται πάνω σε τροχιά η οποία σχηματίζει γωνία θ με την τροχιά του αρχικού φωτονίου. Το ηλεκτρόνιο μετά τη σκέδαση κινείται πάνω σε τροχιά η οποία σχηματίζει γωνία ϕ με την τροχιά του αρχικού φωτονίου. Το μέτρο της ορμής του ηλεκτρονίου είναι:

$$p = m \cdot v \quad (1.18)$$

όπου

$$m = m_0 \cdot (1 - v^2/c_0^2)^{-1/2} \quad (1.19)$$

η μάζα του, όταν κινείται με ταχύτητα v (m_0 είναι η μάζα ηρεμίας του ηλεκτρονίου), ενώ η κινητική του ενέργεια είναι:

$$E_{κ, e^-} = h \cdot \nu - h \cdot \nu' \quad (1.20)$$

Το φαινόμενο Compton μπορεί να μελετηθεί με τη βοήθεια των αρχών διατήρησης της ενέργειας και ορμής του συστήματος φωτονίου-ηλεκτρονίου. Έπειτα από απλές αλγεβρικές πράξεις προκύπτουν τα ακόλουθα ενδιαφέροντα συμπεράσματα:

α. Μετατόπιση του μήκους κύματος

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 \cdot c_0} (1 - \cos \theta) \quad (1.21)$$

Παρατηρούμε ότι η μέγιστη μετατόπιση μήκους κύματος προκύπτει για γωνία σκεδασης $\theta = 180^\circ$ (οπισθοσκέδαση).

β. Ενέργεια σκεδαζόμενου φωτονίου.

$$E'_\gamma = h \cdot \nu' = \frac{E_\gamma}{1 + \alpha \cdot (1 - \cos \theta)} \quad (1.22)$$

όπου

$$\alpha = \frac{h \cdot \nu}{m_0 \cdot c_0^2} \quad (1.23)$$

γ. Κινητική ενέργεια του σκεδαζόμενου ηλεκτρονίου.

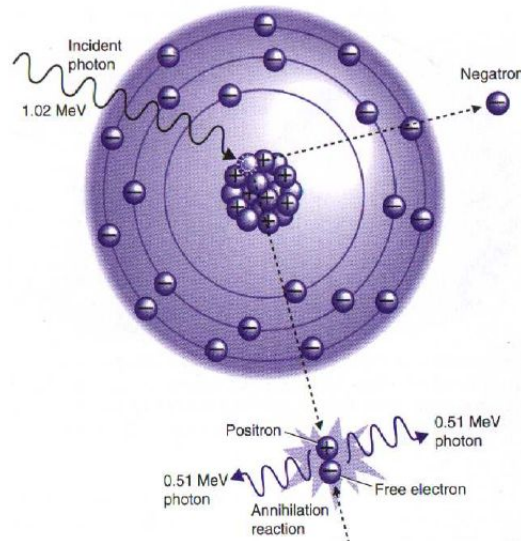
$$E_\kappa = E_\gamma \cdot \frac{\alpha \cdot (1 - \cos \theta)}{1 + \alpha \cdot (1 - \cos \theta)} \quad (1.24)$$

δ. Σχέση μεταξύ των γωνιών θ και ϕ .

$$\cot \phi = \frac{(1 - \cos \theta) \cdot (1 + \alpha)}{\sin \theta} \quad (1.25)$$

1.4.3 Δίδυμη γένεση ή υλοποίηση της ακτινοβολίας-γ

Πρόκειται για το μηχανισμό αλληλεπίδρασης φωτονίου ενέργειας E_γ μεγαλύτερης ή ίσης προς $2m_0c_0^2$ ($\sim 1,02MeV$) με το ηλεκτρικό πεδίο του πυρήνα, κατά τον οποίο εξαφανίζεται το φωτόνιο και στη θέση του εμφανίζονται δύο υλικά σωματίδια (Σχήμα 1.11), ένα ηλεκτρόνιο e^- και ένα ποσιτρόνιο e^+ .



Σχήμα 1.11: Δίδυμη γένεση

Η ολική ενέργεια του ζεύγους είναι ίση προς την ενέργεια του υλοποιημένου φωτονίου:

$$E_{\gamma} = h \cdot \nu = (m_0 c_0^2 + E_{\kappa, e^+}) + (m_0 c_0^2 + E_{\kappa, e^-}) \quad (1.26)$$

όπου:

$m_0 c_0^2$: η ενέργεια που αντιστοιχεί στη μάζα ηρεμίας του κάθε σωματιδίου, και

E_{κ, e^+} , E_{κ, e^-} : αντιστοίχως οι κινητικές ενέργειες του ποζιτρονίου και του ηλεκτρονίου αμέσως μετά τη γένεση.

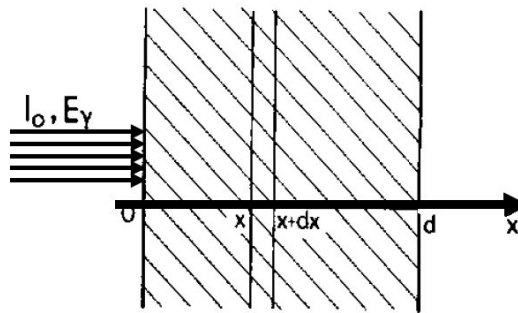
Στην εξίσωση (1.26) δε λαμβάνεται γεγονός ότι ένα μικρό ποσοστό ενέργειας μεταβιβάζεται στον πυρήνα, στη γειτονία του οποίου πραγματοποιείται το φαινόμενο της δίδυμης γένεσης (η παρουσία του πυρήνα είναι αναγκαία για τη διατήρηση της ορμής του συστήματος). Το ποσοστό αυτό της ενέργειας είναι αμελητέο συγκρινόμενο με τους υπόλοιπους όρους της εξίσωσης (1.26) και γι' αυτό παραλείπεται από την πράξη.

Τα προϊόντα της δίδυμης γένεσης μετά την εμφάνισή τους περιπλανώνται μέσα στην ύλη χάνοντας την κινητική τους ενέργεια. Το ηλεκτρόνιο καταλήγει να γίνει μέρος του ηλεκτρονιακού πληθυσμού του υλικού μέσου. Το ποζιτρόνιο, όταν αποδώσει την ενέργειά του στο μέσο, ενώνεται με ένα ηλεκτρόνιο και το υλικό σύστημα των δύο αυ-

τών σωματιδίων εξαφανίζεται (φαινόμενο εξαύλωσης), ενώ στη θέση του εμφανίζεται συνήθως ένα ζεύγος φωτονίων που το καθένα έχει ενέργεια $E_\gamma = h \cdot \nu = 0,51 \text{ MeV}$.

Εξασθένιση παράλληλης δέσμης μονοενεργειακών φωτονίων κατά τη διόδό τους μέσα στην ύλη

Καθένας από τους μηχανισμούς αλληλεπίδρασης φωτονίων και ύλης οδηγεί, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, σε εξαφάνιση του αρχικού φωτονίου. Το γεγονός αυτό επιτρέπει τη διατύπωση ενός απλού νόμου για την εξασθένιση παράλληλης δέσμης μονοενεργειακών φωτονίων που διέρχεται μέσα από επίπεδο απορροφητή (Σχήμα 1.12).



Σχήμα 1.12: Για τη διατύπωση του νόμου εξασθένισης παράλληλης δέσμης μονοενεργειακών ηλεκτρονίων

Θεωρούμε ότι η παράλληλη δέσμη μονοενεργειακών φωτονίων έντασης I_0 (φωτόνια / $cm^2 \cdot sec$) πέφτει κάθετα πάνω στην επιφάνεια $x = 0$ του απορροφητή. Αν $I(x)$ είναι η ένταση της δέσμης σε βάθος x , τότε η μεταβολή της έντασης για πιο πέρα διείσδυση της δέσμης κατά dx θα είναι:

$$-dI(x) = \mu \cdot I(x) \cdot dx \quad (1.27)$$

όπου ο συντελεστής αναλογίας μ λέγεται ολικός συντελεστής εξασθένισης και εξαρτάται από το υλικό του απορροφητή και την ενέργεια των φωτονίων της δέσμης. Η λύση της διαφορικής εξίσωσης (1.27), με αρχική συνθήκη ότι για $x = 0$ είναι $I(0) = I_0$, δίνει:

$$I(x) = I_0 \cdot e^{-\mu x} \quad (1.28)$$

Το μέγεθος:

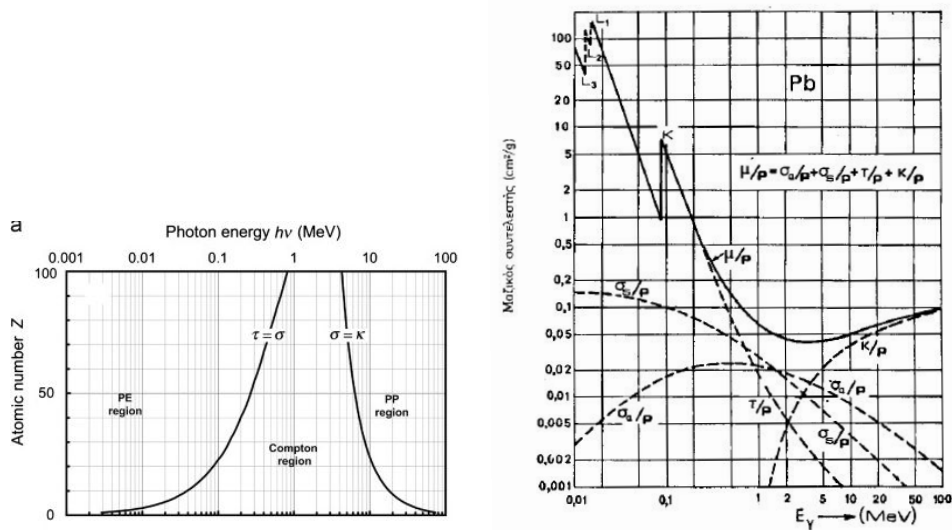
$$p(x) = \frac{I(x)}{I_0} = e^{-\mu x} \tag{1.29}$$

παριστάνει την πιθανότητα που έχει ένα φωτόνιο της δέσμης να διεισδύσει σε βάθος x .

Ο ολικός γραμμικός συντελεστής εξασθένισης μ , μπορεί να αναλυθεί σε τρεις συνιστώσες:

$$\mu = \tau + \sigma + \kappa \tag{1.30}$$

όπου οι τρεις αυτές συνιστώσες ή μερικοί γραμμικοί συντελεστές εξασθένισης τ , σ και κ αναφέρονται στους τρεις μηχανισμούς αλληλεπίδρασης δηλαδή το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο (τ), το φαινόμενο Compton (σ) και τη δίδυμη γένεση (κ).



Σχήμα 1.13: (α') Σχετική σημασία των διάφορων μηχανισμών εξασθένισης των φωτονιακών ακτινοβολιών (β') Μαζικός συντελεστής εξασθένισης για τον Μόλυβδο (Pb)

Κεφάλαιο 2

Ανιχνευτές με αέριο

2.1 Εισαγωγή

Ο όρος «ανίχνευση» χρησιμοποιείται για να δηλώσει όχι μόνο την παρουσία της πυρηνικής ακτινοβολίας, αλλά επίσης και μετρήσεις ποσοτικές της έντασης, της ενέργειας και των συναφών ιδιοτήτων της ακτινοβολίας. Ένα ανιχνευτικό σύστημα μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελείται από δύο κύρια μέρη, τον ανιχνευτή, μέσα στον οποίο γίνεται η αλληλεπίδραση της ακτινοβολίας με την ύλη και τη μετρητική συσκευή, που δέχεται το σήμα εξόδου του ανιχνευτή και εκτελεί τις απαραίτητες λειτουργίες για τη λήψη των τελικών μετρήσεων.

Τα διάφορα είδη ανιχνευτών μπορούν να χαρακτηριστούν:

α) Από τη φύση της αλληλεπίδρασης της ακτινοβολίας με τον ανιχνευτή.

Διάφοροι τύποι ανιχνευτών λειτουργούν με βάση τον άμεσο ιονισμό που προκαλείται σ' αυτούς από το πέραςμα φορτισμένων σωματίων (πρωτόνια, ηλεκτρόνια κ.λπ.), ή όταν πρόκειται για αφόρτιστα σωματίδια (νετρόνια, γ ακτίνες κ.λπ.) με βάση τον ιονισμό που προκαλούν τα δευτερογενώς δημιουργούμενα φορτισμένα σωματίδια μέσα στον ανιχνευτή. Στην κατηγορία αυτή υπάγονται οι ανιχνευτές:

- Θάλαμος ιονισμού (Ionization chamber)
- Αναλογικός αναριθμητής (Proportional counter)
- Αναριθμητής Geiger-Müller Counter
- Ανιχνευτής ημιαγωγού (Semiconductor radiation detector)

κ.ά.

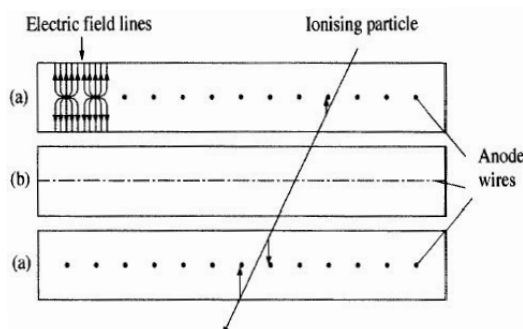
Άλλοι τύποι ανιχνευτών λειτουργούν με βάση κυρίως τη διέγερση των ατόμων τους. Το φαινόμενο αυτό σε συνδυασμό με ιονισμό προκαλεί φθορισμό και χαρακτηρίζει τους:

- Σπινθηριστές (Scintillation detectors).

β) Από το είδος της πληροφορίας που δίνουν, όπως:

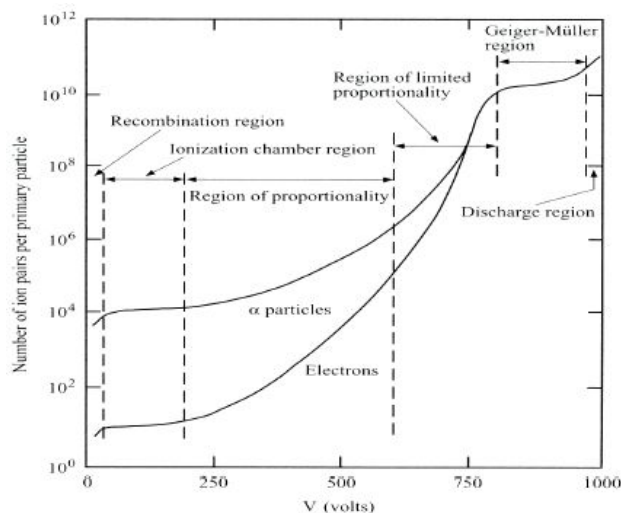
- ακριβής μέτρηση του χρόνου που έγινε το γεγονός,
 - ακριβής μέτρηση του τόπου που έγινε το γεγονός,
 - ακριβής μέτρηση της ενέργειας που εκλύεται στον ανιχνευτή,
- κ.ά.

Οι ανιχνευτές με αέριο αποτελούν μια μεγάλη κατηγορία ανιχνευτών και η χρήση τους είναι ευρέως διαδεδομένη στα πειράματα υψηλών ενεργειών. Η βασική αρχή λειτουργίας των ανιχνευτών αυτών στηρίζεται στην συλλογή των προϊόντων ιονισμού που παράγονται από την διέλευση της ακτινοβολίας στο αέριο του ανιχνευτή. Στην συνέχεια τα προϊόντα ιονισμού (ηλεκτρόνια και θετικά φορτισμένα ιόντα) συλλέγονται από την άνοδο και την κάθοδο δημιουργώντας έτσι έναν ηλεκτρικό παλμό. Σήμερα υπάρχουν ανιχνευτές αερίου με αρκετά σύνθετες πολυσυρματικές διατάξεις όπως στο σχήμα 2.1 όπου εκτός από τον ηλεκτρικό παλμό που είναι ανάλογος της ενέργειας του σωματιδίου παρέχεται η δυνατότητα ανακατασκευής της τροχιάς του σωματιδίου.



Σχήμα 2.1: Πολυσυρματικός ανιχνευτής αερίου. Σε αυτούς τους ανιχνευτές καταγράφεται όλη η πληροφορία της τροχιάς του διερχόμενου σωματιδίου

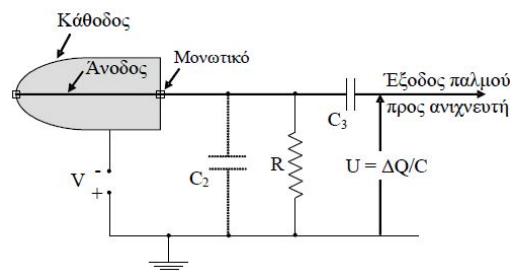
Για την περίπτωση των ανιχνευτών αερίου υπάρχουν διαφορετικές περιοχές λειτουργίας ανάλογα με την τάση που εφαρμόζεται μεταξύ της ανόδου και της καθόδου. Όπως φαίνεται στο σχήμα 2.2 για πολύ χαμηλές τάσεις υπάρχει ο κίνδυνος να μην έχουμε καθόλου ηλεκτρικό παλμό διότι τα ζεύγη ηλεκτρονίων και θετικών ιόντων επανασυνδέονται πριν ακόμα προσεγγίσουν την άνοδο και την κάθοδο. Αυξάνοντας την τάση το πεδίο γίνεται ισχυρότερο. Στην περιοχή αυτή το φορτίο που τελικά συλλέγεται από τα ηλεκτρόδια είναι ανάλογο του αριθμού των αρχικών ζευγών ηλεκτρονίων-ιόντων που δημιουργήθηκαν και επομένως ανάλογο της εναπόθεσης ενέργειας των σωματιδίων στο αέριο του ανιχνευτή. Αυξάνοντας επιπλέον την τάση μεταξύ ανόδου και καθόδου η αναλογία αυτή παύει να ισχύει μέχρι το τελικό σημείο κορεσμού για πολύ υψηλές τάσεις λειτουργίας όπου τα ηλεκτρόνια και τα ιόντα που τελικά καταλήγουν στα ηλεκτρόδια του ανιχνευτή έχουν πολλαπλασιαστεί τόσο πολύ, λόγω του ισχυρού πεδίου, ώστε πλέον δεν υπάρχει αναλογία με τον αρχικό αριθμό φορέων που δημιουργήθηκαν από την διέλευση της ακτινοβολίας. Αυτή είναι η περιοχή λειτουργίας των ανιχνευτών Geiger-Müller όπου η μόνη πληροφορία που παρέχεται είναι απλώς η καταμέτρηση των σωματιδίων. Έχει χαθεί δηλαδή η πληροφορία της ενέργειας των σωματιδίων. Σε περιπτώσεις όμως χρήσης ενός ανιχνευτή ως απαριθμητή ιονίζουσας ακτινοβολίας μπορεί απλώς η καταμέτρηση των γεγονότων ανά μονάδα χρόνου να είναι αρκετή.



Σχήμα 2.2: Οι διαφορετικές περιοχές λειτουργίας των ανιχνευτών αερίου ανάλογα με την τάση που εφαρμόζεται μεταξύ ανόδου και καθόδου

2.2 Ανιχνευτές Αερίου

Στην κατηγορία των ανιχνευτών αερίου υπάγονται οι τρεις παλαιότεροι τύποι ανιχνευτών: ο θάλαμος ιονισμού, ο αναλογικός απαριθμητής και ο απαριθμητής Geiger-Müller. Στους ανιχνευτές αυτούς ένα ηλεκτρικό πεδίο εφαρμόζεται στον όγκο ενός αερίου που περιέχεται μέσα σε ένα θάλαμο. Σχηματικό διάγραμμα ενός ανιχνευτή αερίου φαίνεται στο Σχήμα 2.3. Η εξωτερική τάση V εφαρμόζεται μεταξύ του τοιχώματος του θαλάμου (κάθοδος) και του κεντρικού σύρματος (άνοδος) μέσω μιας εξωτερικής αντίστασης R . Η ολική χωρητικότητα της ανόδου και του μετρητικού συστήματος είναι C_1 . Στον όγκο του αερίου που περιέχεται στο θάλαμο δημιουργείται ένα ηλεκτρικό πεδίο, λόγω της υψηλής τάσης V .



Σχήμα 2.3: Σχηματικό διάγραμμα ενός ανιχνευτή αερίου με το κύκλωμα εξόδου του

Ας υποθέσουμε πως ένα σωματίο περνά από το θάλαμο και δημιουργεί N_1 ζεύγη ιόντων σε μη ελαστικές συγκρούσεις με τα άτομα ή μόρια του αερίου. Αν το πεδίο στον όγκο του αερίου είναι μηδέν τα ιόντα επανασυνδέονται. Αν όμως υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο λόγω εφαρμογής της τάσης V , τα ιόντα οδεύουν προς τα αντίστοιχα ηλεκτρόδια κάτω από την επίδραση του ηλεκτρικού πεδίου (τα θετικά προς την κάθοδο και τα αρνητικά προς την άνοδο). Μετά την συλλογή όλων των φορτίων και με την προϋπόθεση ότι η σταθερά του χρόνου RC_2 είναι κατά πολύ μεγαλύτερη από το χρόνο συλλογής του φορτίου, θα έχουμε την εμφάνιση ενός φορτίου ΔQ στα άκρα του πυκνωτή C_2 . Το ανά σωματίο φορτίο ΔQ που δημιουργείται σαν συνάρτηση της τάσης V , δίνεται από την καμπύλη (1) στο Σχήμα 2.2. Για σωματίο που δημιουργεί μεγαλύτερο αριθμό ιόντων, N_2 , παίρνουμε την καμπύλη (2).

Οι καμπύλες αυτές μπορούν να διαιρεθούν σε 4 τμήματα:

Περιοχή επανασύνδεσης (I).

Στην περιοχή αυτή η τάση V είναι μικρή, με αποτέλεσμα το ηλεκτρικό πεδίο να είναι πολύ ασθενές για να μετακινήσει τα ιόντα μέχρι τα ηλεκτρόδια. Έτσι δημιουργείται ένας συναγωνισμός μεταξύ δύο φαινομένων, της εξαφάνισης των ζευγών ιόντων λόγω επανασύνδεσης και της μετακίνησης των ιόντων μέχρι τα ηλεκτρόδια κάτω από την επίδραση του πεδίου. Όσο αυξάνει το πεδίο, η ταχύτητα ολίσθησης των ιόντων αυξάνει, οπότε ο διαθέσιμος χρόνος για επανασύνδεση ελαττώνεται, με αποτέλεσμα όσο αυξάνει η τάση να αυξάνει το ποσοστό των αρχικά δημιουργούμενων φορτίων που συλλέγονται.

Περιοχή ιονισμού ή κόρου (II).

Εδώ η επανασύνδεση είναι αμελητέα και συλλέγονται όλα τα αρχικά δημιουργούμενα φορτία N_1e ή N_2e , και το φορτίο στον πυκνωτή θα είναι:

$$\Delta Q_1 = N_1e\Delta Q_2 = N_2e \quad (2.1)$$

Η μεταβολή της τάσης στον πυκνωτή C_2 θα είναι ΔV_1 ή ΔV_2 :

$$\Delta V_1 = N_1e/C\Delta V_2 = N_2e/C \quad (2.2)$$

όπου C είναι το άθροισμα της χωρητικότητας των ηλεκτροδίων του θαλάμου C_1 και του πυκνωτή C_2 .

Αναλογική περιοχή (III).

Τα ηλεκτρόνια που δημιουργούνται από τον αρχικό ιονισμό επιταχύνονται αρκετά λόγω της υψηλής τάσης V , δημιουργούν πρόσθετο ιονισμό δια συγκρούσεων και έτσι αυξάνουν τα αρχικά φορτία. Στο αρχικό τμήμα της περιοχής III, ο πολλαπλασιαστικός παράγοντας εξαρτάται αρκετά από την ενέργεια του σωματίου (ή από τον αρχικό αριθμό των παραγομένων ιόντων), για δεδομένη τάση V . Δηλαδή σ' αυτή την περιοχή ο ανιχνευτής δίνει παλμούς διαφορετικού ύψους για σωματία διαφορετικής ενέργειας. Αυτή η αναλογία μεταξύ του ύψους παλμού και του αρχικού ιονισμού μας επιτρέπει να χρησιμοποιήσουμε τον ανιχνευτή για διαχωρισμό σωματίων με διαφορετικές ενέργειες, δηλαδή με διαφορετικές ιονιστικές ικανότητες. Όσο η τάση αυξάνεται η αναλογία καταστρέφεται και έτσι στο τελικό τμήμα της περιοχής III το ύψος

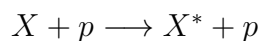
του παλμού είναι ανεξάρτητο της ενέργειας του σωματίου. Η περιοχή αυτή (III) που περιλαμβάνει πολλαπλασιασμό, ενώ ταυτόχρονα υπάρχει εξάρτηση του δημιουργούμενου παλμού (αριθμός συλλεγόμενων ιόντων) από την ενέργεια του σωματίου, λέγεται αναλογική περιοχή.

Περιοχή Geiger-Müller (IV).

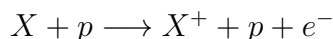
Στην περιοχή αυτή ο αριθμός των συλλεγομένων φορτίων είναι ανεξάρτητος από τον ιονισμό. Όλα τα σωματάρια, ανεξάρτητα από την ενέργειά τους, δίνουν το ίδιο ύψος παλμού. (Στην περιοχή αυτή ο καταμετρούμενος ρυθμός πολλών διερχομένων σωματίων είναι ανεξάρτητος από την τάση και δεν πρέπει να συγχέεται με το γνωστό οροπέδιο G-M, όπου ο αριθμός των συλλεγομένων ιόντων για κάθε διερχόμενο σωματάρια είναι ανεξάρτητος από την τάση). Αν η τάση αυξηθεί πάνω από αυτή την περιοχή IV θα δημιουργηθεί συνεχής ηλεκτρική εκκένωση λόγω του υψηλού πεδίου.

Διεγέρσεις και ιονισμοί αερίων

Η απώλεια ενέργειας ενός φορτισμένου σωματιδίου κατά τη διέλευσή του μέσα από την ύλη οφείλεται στους μηχανισμούς της **διέγερσης** και του **ιονισμού** κατά τις οποίες προκύπτουν ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο και ένα κατιόν. Η διέγερση ενός ατόμου X :



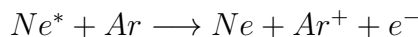
όπου p , το φορτισμένο σωματάρια και X^* το διεγερμένο άτομο, είναι μια αντίδραση κατά την οποία απαιτείται ένα συγκεκριμένο ποσό ενέργειας για να πραγματοποιηθεί (η τυπική απόκλιση για ευγενή αέρια, $\sigma \simeq 10^{-17} \text{cm}^2$). Εφόσον δεν υπάρχουν ελεύθερα ηλεκτρόνια και ιόντα τα διεγερμένα άτομα-μόρια ενδέχεται να συμμετέχουν σε περαιτέρω αντιδράσεις που μπορεί να προκαλέσουν ιονισμούς. Για τον ιονισμό ενός ατόμου X :



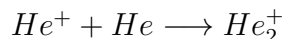
όπου p , το φορτισμένο σωματάρια, X^+ το παραγόμενο κατιόν και e^- το εκπεμπόμενο ηλεκτρόνιο, δεν απαιτείται συγκεκριμένη ποσότητα ενέργειας ώστε να πραγματοποιηθεί (η ενεργός διατομή είναι λίγο μεγαλύτερη από $\sigma \simeq 10^{-16} \text{cm}^2$). Η διαδικασία του ιονισμού έχει μεγάλο

ενεργειακό κατώφλι (threshold) και εφόσον η μετάδοση χαμηλότερων ενεργειών είναι πιο πιθανή υπερισχύει ο μηχανισμός των διεγέρσεων.

Ένας δεύτερος μηχανισμός ιονισμών στα αέρια είναι το φαινόμενο Penning. Το αέριο των ανιχνευτών είναι συνήθως μείγμα ενός αποσβετικού αερίου (π.χ. ισοβουτάνιο) και ενός ευγενούς αερίου (π.χ. αργό). Σύμφωνα με το φαινόμενο Penning τα διεγερμένα άτομα ή μόρια του ευγενούς αερίου μπορούν να ιονίσουν τα άτομα του αποσβέστη μέσω κρούσεων. Ανάλογο φαινόμενο παρατηρείται και μεταξύ ευγενών αερίων, π.χ. Ne , Ar , όπως φαίνεται στην παρακάτω αντίδραση:



Ένας τρίτος και πολύ σημαντικός μηχανισμός ο οποίος συμβαίνει στα ευγενή αέρια είναι ο σχηματισμός μοριακών ιόντων. Σε αυτή τη διαδικασία ένα αέριο με θετικά ιόντα (positive gas ion) αλληλεπιδρά με ένα ουδέτερο άτομο του ίδιου τύπου για τον σχηματισμό ενός μοριακού ιόντος. Το παράδειγμα που ακολουθεί αποτελεί μια χαρακτηριστική περίπτωση για την προαναφερθείσα διαδικασία.



Από τη στιγμή που η ύπαρξη αντιδράσεων ιονισμού είναι θέμα στατιστικής δύο πανομοιότυπα σωματίδια μπορούμε να πούμε ότι σε γενικές γραμμές δεν θα παράγουν τον ίδιο αριθμό ζευγών ηλεκτρονίων-ιόντων. Μία πιθανή ερώτηση θα μπορούσε να είναι: «Ποιος είναι ο μέσος αριθμός ζευγών ηλεκτρονίων-ιόντων που δημιουργούνται, από όλους τους μηχανισμούς, για δεδομένη απώλεια ενέργειας». Στο σημείο αυτό θα πρέπει να σημειώσουμε ότι αυτό το ποσό της ενέργειας που χάνεται δεν είναι ίδιο με το ποσό της ενέργειας που χάνεται από τη διανομή του στο δυναμικό ιονισμού από τη στιγμή που ένα μέρος της ενέργειας χάνεται από τη διέγερση. Στην περίπτωση των αερίων αυτός ο μέσος όρος υπολογίζεται να είναι ένα ζεύγος ηλεκτρονίων-ιόντων περίπου για κάθε $30eV$ ενέργειας που χάνεται. Αυτό σημαίνει ότι για ένα σωματίδιο $3keV$ θα δημιουργηθεί ένας μέσος όρος $3000/30 = 100$ ζεύγη ηλεκτρονίων-ιόντων. Αυτό όμως που μας προκαλεί έκπληξη είναι το γεγονός ότι ο μέσος όρος των ζευγών αυτών δεν εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τον τύπο του σωματιδίου ούτε από το είδος του αερίου. Η μέση ενέργεια, w , που απαιτείται για τη δημιουργία ενός ζεύγους ηλεκτρονίων-ιόντων είναι πολύ σημαντική και αυτό διότι καθορίζει την αποδοτικότητα (efficiency) και την ενεργειακή διακριτική

ικανότητα (energy resolution), του ανιχνευτή. Η ανάλυση για ένα σωματίδιο ενέργειας E δίνεται από τη σχέση:

$$R = 2.35 \sqrt{\frac{Fw}{E}} \quad (2.3)$$

όπου με F συμβολίζουμε τον παράγοντα Fano για το αέριο. Παρ' όλο που ο παράγοντας αυτός δεν είναι καλά καθορισμένος για τα περισσότερα αέρια, είναι ξεκάθαρο ότι έχει τιμή αρκετά μικρότερη της μονάδας. Παρ' όλο που ο αριθμός των ζευγών ηλεκτρονίων-ιόντων που δημιουργούνται είναι σημαντικός για την αποδοτικότητα και διακριτική ικανότητα της ενέργειας (energy resolution) του ανιχνευτή, είναι εξίσου σημαντικό ότι αυτά τα ζεύγη θα παραμένουν σε μία ελεύθερη κατάσταση προκειμένου να συλληφθούν. Δύο διαδικασίες παρεμποδίζουν αυτή τη λειτουργία, ο ανασυνδυασμός (recombination) και η σύνδεση των ηλεκτρονίων (electron attachment). Όταν δεν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο τα ζεύγη ηλεκτρονίων-ιόντων θα ανασυνδυάζονται υπό τη δύναμη της δικής τους ηλεκτρικής έλξης, εκπέμποντας ένα φωτόνιο. Η διαδικασία αυτή διαγραμματικά μπορεί να παρασταθεί ως εξής:



Στην περίπτωση των μοριακών ιόντων η παραπάνω αντίδραση γίνεται ως εξής:



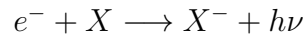
Σε γενικές γραμμές ο ρυθμός των ανασυνδυασμών εξαρτάται από τις συγκεντρώσεις των θετικών και αρνητικών ιόντων έτσι ώστε να ισχύει:

$$dn = b n^- n^+ dt$$

όπου με b συμβολίζουμε μια σταθερά η οποία εξαρτάται από τον τύπο του αερίου, n^+ και n^- είναι ο συμβολισμός για τις συγκεντρώσεις των θετικών και αρνητικών ιόντων αντίστοιχα. Εάν θέσουμε $n^+ = n^- = n$, τότε ολοκλήρωση θα μας δώσει το ακόλουθο αποτέλεσμα:

$$n = \frac{n_0}{1 + bn_0 t}$$

όπου n_0 είναι η αρχική συγκέντρωση τη χρονική στιγμή $t = 0$. Η σύνδεση των ηλεκτρονίων εμπεριέχει τη σύλληψη ελεύθερων ηλεκτρονίων από ηλεκτραρνητικά άτομα ώστε να σχηματιστούν αρνητικά ιόντα. Σχηματικά αυτό μπορεί να παρασταθεί με την ακόλουθη αντίδραση:



Αυτά είναι άτομα τα οποία έχουν μία σχεδόν πλήρη εξωτερική στοιβάδα έτσι ώστε η προσθήκη ενός επιπλέον ηλεκτρονίου να έχει ως αποτέλεσμα την απελευθέρωση ενέργειας. Το αρνητικό ιόν που σχηματίζεται θα είναι συνεπώς σταθερό. Η ενέργεια που απελευθερώνεται από αυτή τη σύλληψη είναι γνωστή ως ηλεκτρονική συγγένεια ή αλλιώς *electron affinity*, όπως είναι ο αντίστοιχος όρος στα αγγλικά. Όπως καταλαβαίνουμε, η παρουσία ηλεκτραρνητικών αερίων στον ανιχνευτή θα ελαττώσουν κατά πολύ την ικανότητα (*efficiency*) συγκέντρωσης των ζευγών ηλεκτρονίων-ιόντων, παγιδεύοντας τα ηλεκτρόνια πριν αυτά φτάσουν στα ηλεκτρόδια. Μερικά από τα πιο γνωστά ηλεκτραρνητικά αέρια είναι τα O_2 , H_2O , CO_2 , CCl_4 και SF_6 . Από την άλλη πλευρά τα ευγενή αέρια όπως He , Ne , Ar έχουν αρνητική ηλεκτροσυγγένεια.

Διάχυση-μεταφορά φορτίων απουσία ηλεκτρικού πεδίου

Η μεταφορά ηλεκτρικών φορτίων στα αέρια, όταν αυτά δε υπόκεινται στην επίδραση ηλεκτρικού πεδίου, περιγράφεται με τον όρο διάχυση. Χωρίς την επίδραση του ηλεκτρικού πεδίου, τα ηλεκτρόνια και τα ιόντα απελευθερώνονται διαχέοντας ομοιόμορφα ακτινοβολία από το σημείο της δημιουργίας τους. Σε αυτή τη διαδικασία, υφίστανται πολλαπλές συγκρούσεις με τα μόρια του αερίου και χάνοντας έτσι την ενέργειάς τους. Έτσι φτάνουν γρήγορα σε θερμοκή ισορροπία με το αέριο και τελικά ανασυνδυάζονται (*recombine*). Στις θερμικές ενέργειες οι ταχύτητες των φορτίων περιγράφονται από την κατανομή Maxwell η οποία μας δίνει μία μέση ταχύτητα:

$$v = \frac{8kT}{\pi m} \quad (2.4)$$

όπου k είναι η σταθερά του Boltzmann, T είναι η θερμοκρασία και m η μάζα του σωματιδίου. Όπως είναι προφανές, η μέση ταχύτητα των ηλεκτρονίων είναι πολύ μεγαλύτερη από αυτή των ιόντων εξαιτίας της πολύ μικρότερής τους μάζας. Σε θερμοκρασία δωματίου, η ταχύτητα του ηλεκτρονίου είναι της τάξεως του 10^6 cm/s, ενώ η ταχύτητα των θετικών ιόντων είναι δύο τάξεις μεγέθους μικρότερη, 10^4 cm/s. Από την

κινητική θεωρία, η γραμμική κατανομή των φορτίων μετά τη διάχυση, τη χρονική στιγμή t , έχει τη μορφή Gaussian κατανομής:

$$\frac{dN}{dx} = \frac{N_0}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right) \quad (2.5)$$

όπου με N_0 συμβολίζουμε τον συνολικό αριθμό των φορτίων, με x την απόσταση από το σημείο της δημιουργίας και με D τον συντελεστή διάχυσης. Η «διάχυση» rms (rms spread) κατά τον άξονα x είναι:

$$\sigma(x) = \sqrt{2Dt} \quad (2.6)$$

Κατ' αντιστοιχία, στις τρεις διαστάσεις, η σφαιρική «διάχυση» θα είναι:

$$\sigma(r) = \sqrt{6Dt} \quad (2.7)$$

όπου με r συμβολίζουμε την ακτινική απόσταση. Για παράδειγμα, η ακτινική «διάδοση» των ιόντων στον αέρα υπό φυσιολογικές συνθήκες, είναι περίπου 1 mm το δευτερόλεπτο. Ο συντελεστής διάχυσης ουσιαστικά είναι μια παράμετρος η οποία μπορεί να υπολογιστεί από την κινητική θεωρία και πιο συγκεκριμένα είναι:

$$D = \frac{1}{3} v \lambda \quad (2.8)$$

όπου με λ συμβολίζουμε τη μέση ελευθέρα διαδρομή (mean free path) του ηλεκτρονίου ή του ιόντος στο αέριο.

Για ένα κλασσικό ιδανικό αέριο η μέση ελευθέρα διαδρομή εξαρτάται από τη θερμοκρασία T , και την πίεση p , μέσω της σχέσης:

$$\lambda = \frac{kT}{\sqrt{2}\sigma_0 p} \quad (2.9)$$

όπου με σ_0 συμβολίζουμε τη συνολική ενεργό διατομή (cross section) για μια σύγκρουση με ένα μόριο του αερίου. Τότε αντικαθιστώντας τις σχέσεις (2.4) και (2.9) στην (2.8) προκύπτει η ακόλουθη σχέση όπου και είναι πια προφανής η εξάρτηση του συντελεστή D από τις διάφορες παραμέτρους του αερίου.

$$D = \frac{2}{3\sqrt{\pi} p \sigma_0} \sqrt{\frac{(kT)^3}{m}} \quad (2.10)$$

Ολίσθηση-μεταφορά φορτίων σε ηλεκτρικό πεδίο

Με την παρουσία ηλεκτρικού πεδίου, τα ηλεκτρόνια και τα ιόντα ελεύθερα από την ακτινοβολία επιταχύνονται από τις γραμμές του πεδίου προς την άνοδο και την κάθοδο αντιστοίχως. Αυτή η επιτάχυνση διακόπτεται από τις συγκρούσεις με τα μόρια του αερίου, τα οποία θέτουν όρια στη μέγιστη μέση ταχύτητα η οποία μπορεί να αποκτηθεί από το φορτίο κατά τη διεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου. Αυτή η μέση ταχύτητα που αποκτάται είναι γνωστή με τον όρο ταχύτητα ολίσθησης (drift velocity) του φορτίου και προκύπτει από την φυσιολογική τυχαία κίνηση. Συγκρινόμενη με τη θερμική ταχύτητα, η ταχύτητα ολίσθησης των ιόντων είναι μικρή. Παρ' όλα αυτά, στην περίπτωση των ηλεκτρονίων η ταχύτητα ολίσθησης μπορεί να είναι αρκετά μεγαλύτερη από τη στιγμή που τα ηλεκτρόνια είναι πολύ ελαφρύτερα από τα ιόντα.

Στην κινητική θεωρία, είναι πολύ χρήσιμο να καθορίσουμε την ευκινησία (mobility) ενός φορτίου. Έτσι, έχουμε τη σχέση:

$$\mu = \frac{u}{E} \quad (2.11)$$

όπου με u συμβολίζουμε την ταχύτητα ολίσθησης και με E τη ένταση του ηλεκτρικού πεδίου. Για θετικά ιόντα, η ταχύτητα ολίσθησης (drift velocity) εξαρτάται σε ένα βαθμό από το λόγο E/p , έως και σχετικά ισχυρά ηλεκτρικά πεδία.

Για σταθερή πίεση, αυτό σημαίνει ότι η ευκινησία μ είναι σταθερή. Για δεδομένο E , είναι εξίσου ξεκάθαρο ότι η ευκινησία μ μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα της πίεσης p .

Στην περίπτωση των ιδανικών αερίων, στα οποία τα κινούμενα φορτία παραμένουν σε θερμική ισορροπία, η ευκινησία μπορεί να αποδειχτεί ότι σχετίζεται με τη σταθερά διάχυσης μέσω της σχέσης:

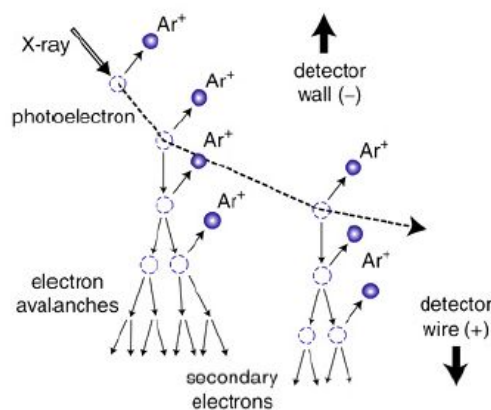
$$\frac{D}{\mu} = \frac{kT}{e} \quad (2.12)$$

Σε αντίθεση με τα θετικά ιόντα, η ευκινησία των ηλεκτρονίων είναι πολύ μεγαλύτερη και βρίσκεται ότι εξαρτάται από την ένταση E του ηλεκτρικού πεδίου. Ταχύτητες της τάξης μεγέθους 10^6 cm/s μπορούν σε γενικές γραμμές, να επιτευχθούν πριν τον κορεσμό. Σε αυτό το σημείο, τα ηλεκτρικά πεδία, είναι περίπου 1 kV/cm – atm.

Ενίσχυση του αερίου, συντελεστής Townsend

Η απολαβή ή ενίσχυση (Gain), επιτυγχάνεται όταν αυξηθεί το ηλεκτρικό πεδίο. Με την αύξηση στο ηλεκτρικό πεδίο, έχουμε και αύξηση στην ταχύτητα ολίσθησης των ηλεκτρονίων. Αυτό επηρεάζει το ρυθμό διάχυσης και στην περίπτωση που η μέση ενέργεια των ηλεκτρονίων ξεπερνά τις θερμικές ενέργειες και ο παράγοντας kT στη σχέση (2.12) αντικαθίσταται τότε από τη μέση ενέργεια. Τότε ακριβώς αυξάνεται η σταθερά διάχυσης D και επομένως προκαλεί ένα μεγαλύτερο άπλωμα του νέφους ηλεκτρονίων μέσω των σχέσεων (2.6) και (2.7). Αυτό έχει σημαντικές συνέπειες για ανιχνευτές όπως οι θάλαμοι ιονισμού, στους οποίους καθορίζεται η τροχιά μετρώντας το χρόνο ολίσθησης (drift time) των ηλεκτρονίων ιονισμού.

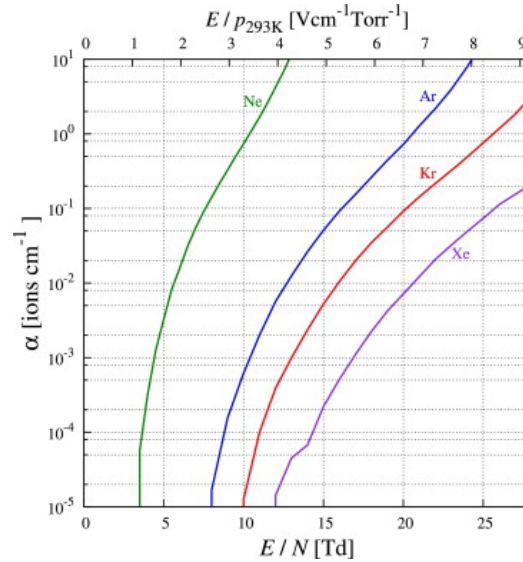
Στους ανιχνευτές αερίων συμβαίνει ο πολλαπλασιασμός όταν τα πρωταρχικά ηλεκτρόνια ιονισμού κερδίζουν αρκετή ενέργεια από το ηλεκτρικό πεδίο επιτάχυνσης, ώστε να ιονίσουν και αυτά με τη σειρά τους τα μόρια του αερίου. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα το σχηματισμό χιονοστιβάδας (avalanche) (Σχήμα 2.4). Εξαιτίας της μεγαλύτερης ευκινησίας των ηλεκτρονίων, η χιονοστιβάδα έχει τη μορφή μιας σταγόνας νερού με τα ηλεκτρόνια μαζεμένα κοντά στην «κεφαλή» της και τα πιο αργά ιόντα να στοιβάζονται στην «ουρά».



Σχήμα 2.4: Φαινόμενο «χιονοστιβάδας» ηλεκτρονίων κατά τον ιονισμό του αργού από ακτινοβολία X

Εάν συμβολίζουμε λ τη μέση ελευθέρα διαδρομή ενός ηλεκτρονίου για μία δευτερογενή σύγκρουση, τότε με $\alpha = 1/\lambda$ θα συμβολίζουμε

την πιθανότητα ιονισμού ανά μονάδα μήκους διαδρομής. Αυτό είναι περισσότερο γνωστό με τον όρο «first Townsend coefficient» (2.5) και αναπαριστά τη μέση ελεύθερη διαδρομή ανάμεσα σε δύο ιονισμούς.



Σχήμα 2.5: «first Townsend coefficient» συναρτήσεϊ του ηλεκτρικού πεδίου

Μία καλή προσέγγιση του συντελεστή αυτού δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{\alpha}{p} = A \cdot \exp\left(\frac{-Bp}{E}\right) \quad (2.13)$$

όπου E είναι το ηλεκτρικό πεδίο και A , B είναι παράμετροι που εξαρτώνται από το μείγμα αερίου. Στο Σχήμα 2.5 μπορεί κανείς να δει την θεωρητική καμπύλη για τους συντελεστές «first Townsend coefficient» συναρτήσεϊ του ηλεκτρικού πεδίου για διαφορετικά μείγματα αερίων, όπως αυτή έχει προκύψει από την προσομοίωση μέσω του προγράμματος Garfield.

Αν υπάρχουν n ηλεκτρόνια, τότε σε μια διαδρομή dx , θα δημιουργηθούν dn καινούρια ηλεκτρόνια, όπου ο αριθμός dn δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$dn = n\alpha dx \quad (2.14)$$

Ολοκληρώνοντας την προηγούμενη σχέση προκύπτει ο αριθμός των

ηλεκτρονίων που δημιουργούνται σε μια διαδρομή x , και πιο συγκεκριμένα θα είναι:

$$n = n_0 \exp(\alpha x) \quad (2.15)$$

όπου με n_0 συμβολίζουμε τον αρχικό αριθμό των ηλεκτρονίων. Τότε ο παράγοντας πολλαπλασιασμού θα είναι:

$$M = \frac{n}{n_0} = \exp(\alpha x) \quad (2.16)$$

Ο παράγοντας πολλαπλασιασμού ή αλλιώς gas gain είναι πρωταρχικής σημασία για την ανάπτυξη των ανιχνευτών αερίου. Πιο γενικά, στην περίπτωση ενός ανομοιόμορφου ηλεκτρικού πεδίου, η πιθανότητα ιονισμού α , θα είναι μια συνάρτηση του x , οπότε σε αυτή την περίπτωση, θα ισχύει:

$$M = \exp \left[\int_{r_1}^{r_2} \alpha(x) dx \right] \quad (2.17)$$

Ενώ η σχέση (2.17) μπορεί να αυξάνεται χωρίς κάποιο όριο, ο πολλαπλασιαστικός παράγοντας περιορίζεται περίπου στο $M < 10^8$ ή $\alpha x < 20$ μετά από το οποίο έρχεται η κατάρρευση. Αυτό το όριο είναι γνωστό ως Raether limit. Πιο συγκεκριμένα δευτερογενείς διαδικασίες όπως η εκπομπή ηλεκτρονίου με αποτέλεσμα την δημιουργία χιονοστιβάδας η οποία εξαπλώνεται σε όλο τον όγκο του αερίου καθώς επίσης και μετασχηματισμός φορτίου-χώρου (space-charge deformation) του ηλεκτρικού πεδίου (το οποίο αυξάνεται πάρα πολύ κοντά στη χιονοστιβάδα), έχουν ως αποτέλεσμα την κατάρρευση με εμφάνιση σπινθήρα (spark breakdown). Η στατιστική συνεισφορά της ενέργειας των ηλεκτρονίων και ως εκ τούτου του παράγοντα πολλαπλασιασμού M , σε γενικές γραμμές δεν επιτρέπει τη λειτουργία του ανιχνευτή σε παράγοντα πολλαπλασιασμού (Gas Gain) μεγαλύτερο από 10^6 εάν θέλουμε να αποφύγουμε την κατάρρευση. Αυξάνοντας το πάχος του χάσματος (gap), θα συναντήσουμε τη συνθήκη Raether σε χαμηλότερες τιμές αx . Με άλλα λόγια, για ένα δεδομένο πεδίο (field strength), αυξάνεται η πιθανότητα κατάρρευσης καθώς αυξάνεται το πάχος του χάσματος.

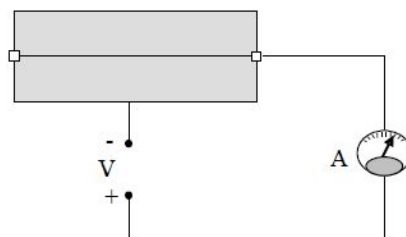
Το φαινόμενο της χιονοστιβάδας διέπεται από στατιστικές διαδικασίες, συνεπώς, το τελικό μέγεθος της χιονοστιβάδας που ξεκίνησε από ένα και μόνο ηλεκτρόνιο αυξομειώνεται. Η κατανομή του μεγέθους της χιονοστιβάδας, που ονομάζεται κατανομή κέρδους, έχει επιπτώσεις σε πολλές σημαντικές ιδιότητες ανιχνευτή. Μερικά παραδείγματα δίνονται παρακάτω.

Η απόδοση για την ανίχνευση της διέλευσης ενός σωματιδίου από το αέριο εν μέρει καθορίζεται από το επίπεδο του ηλεκτρονικού θορύβου και την κατανομή της ενίσχυσης. Μόνο τα σήματα των οποίων τα ύψη είναι σημαντικά υψηλότερα από το επίπεδο θορύβου εντοπίζονται. Αυτό έχει ιδιαίτερη σημασία όταν η κατάτμηση του readout είναι υψηλή, διότι το φορτίο που επάγεται σε μια μονάδα ανάγνωσης προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό ενός μόνο πρωτογενούς ηλεκτρονίου.

Η μέτρηση της απόθεσης ενέργειας μερικών keV στον ανιχνευτή εξαρτάται από τον πολλαπλασιασμό των πρωτογενών ηλεκτρονίων. Η ακρίβεια της μέτρησης ή αλλιώς ενεργειακή διακριτική ικανότητα (energy resolution) επηρεάζεται κυρίως από τις διακυμάνσεις του πρωτογενούς αριθμού των ηλεκτρονίων και των διακυμάνσεων της ενίσχυσης. Ως εκ τούτου, όσο μικρότερες είναι οι διακυμάνσεις αυτές, τόσο πιο ακριβής είναι η μέτρηση της απόθεσης της ενέργειας.

2.2.1 Θάλαμοι ιονισμού

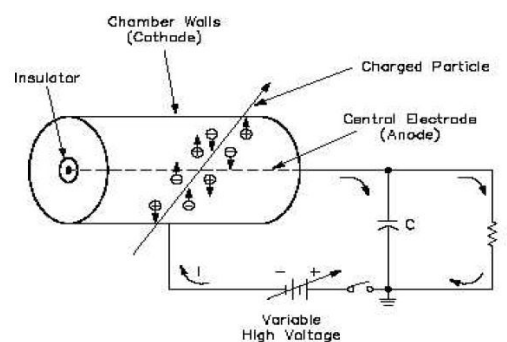
Ένας θάλαμος ιονισμού μπορεί να έχει διάφορες γεωμετρίες, αλλά το βασικό σχήμα πάνω στο οποίο στηρίζεται η κύρια λειτουργία του φαίνεται στο Σχήμα 2.6. Η εξωτερική τάση που εφαρμόζεται μεταξύ των δύο ηλεκτροδίων ρυθμίζεται κατάλληλα για λειτουργία στην περιοχή κόρου (Ionization chamber region, Σχήμα 2.2). Το αέριο που περιέχεται στο θάλαμο μπορεί να είναι είτε ατμοσφαιρικός αέρας χωρίς υγρασία και σε κανονική πίεση, είτε κάποιο αέριο. Το είδος του χρησιμοποιούμενου αερίου εξαρτάται από το είδος της ανιχνευόμενης ακτινοβολίας.



Σχήμα 2.6: Θάλαμος ιονισμού

Αναλογικός απαριθμητής

Είναι ανιχνευτής αερίου, του οποίου η λειτουργία περιορίζεται στην περιοχή που εμφανίζεται το φαινόμενο του πολλαπλασιασμού και όπου υπάρχει ισχυρή εξάρτηση αυτού από την ενέργεια του σωματίου που τον προκάλεσε (Σχήμα 2.2). Περιλαμβάνει ένα θάλαμο που περιέχει το αέριο, στο κέντρο του οποίου υπάρχει ένα σύρμα. Μια εξωτερική τάση V εφαρμόζεται μεταξύ του τοιχώματος του, που λειτουργεί ως κάθοδος και του σύρματος που είναι η άνοδος μέσω μιας εξωτερικής αντίστασης R . Στον όγκο του αερίου που περιέχεται στο θάλαμο δημιουργείται ένα ηλεκτρικό πεδίο, λόγω της υψηλής τάσης V . Ο αναλογικός απαριθμητής (Σχήμα 2.7) δεν παρουσιάζει μερικά από τα μειονεκτήματα των δύο προηγούμενων ανιχνευτών, θαλάμου ιονισμού και Geiger-Müller. Ακριβέστερα, ο θάλαμος ιονισμού ενώ παρουσιάζει αυστηρή αναλογία μεταξύ ύψους παλμού και ενέργειας σωματίου, δίνει παλμό πολύ μικρού ύψους. Αντίθετα ο αναλογικός απαριθμητής δίνει μεγάλο ύψος παλμού, γιατί ακριβώς δημιουργείται το φαινόμενο του πολλαπλασιασμού των φορτίων. Επίσης, ο Geiger-Müller δίνει πολύ μεγάλο ύψος παλμού αλλά με ύψος ανεξάρτητο από την αρχική ενέργεια του σωματίου. Αντίθετα, ο αναλογικός απαριθμητής διατηρεί στο ύψος του παλμού την πληροφορία της ενέργειας, πράγμα που μπορεί να είναι η κύρια επιδίωξη. Ο αναλογικός απαριθμητής μπορεί να χρησιμοποιηθεί κυρίως για ανίχνευση α -σωματίων και νετρονίων. Η περιοχή στην οποία παρουσιάζει υψηλές επιδόσεις (σε διακριτική ικανότητα ή σε απόδοση) στη φασματοσκοπία είναι από 250 eV μέχρι 100 keV .



Σχήμα 2.7: Αναλογικός απαριθμητής (Proportional Chamber)

Κάνοντας μια πιο βαθιά εσποπτεία στη διάταξη μπορούμε να θεωρήσουμε ότι το κεντρικό καλώδιο έχει αμελητέα ακτίνα ($r_\alpha \simeq 0$) σε σχέση με την ακτίνα του κυλινδρικού θαλάμου ($r_\beta = r$) και με κα-

τάλληλη εφαρμογή τάσης τα τοιχώματα παίζουν το ρόλο της καθόδου ενώ το κεντρικό καλώδιο συμπεριφέρεται ως άνοδος (γειωμένη). Έτσι, η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου συναρτήσει της ακτίνας είναι:

$$E(r) = \frac{CV_0}{2\pi\epsilon} \frac{1}{r} \quad (2.18)$$

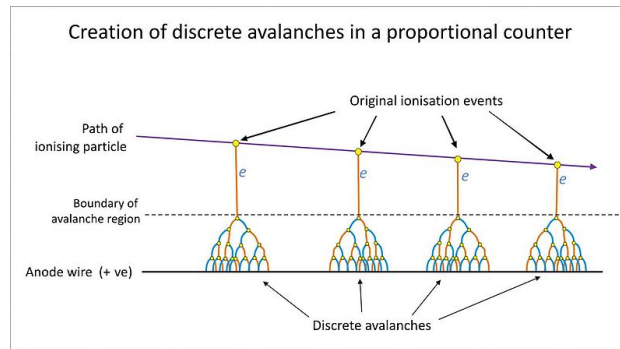
ένω το δυναμικό δίνεται από τον τύπο:

$$V(r) = -\frac{CV_0}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{r}{r_\alpha}\right) \quad (2.19)$$

όπου C η χωρητικότητα ανά μονάδα μήκους:

$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln(r_\beta/r_\alpha)} \quad (2.20)$$

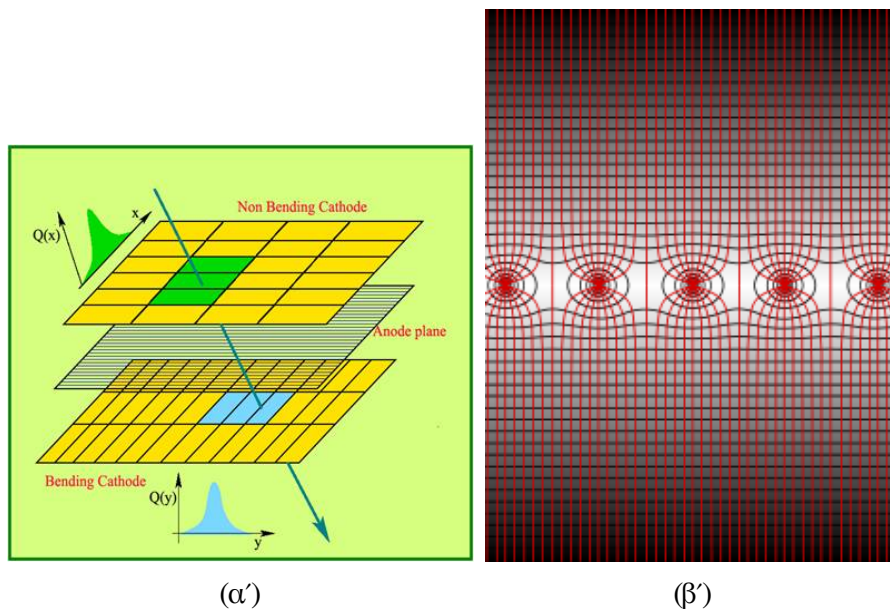
Με την παρουσία του ηλεκτρικού πεδίου τα ηλεκτρόνια ολισθαίνουν προς την άνοδο ενώ τα θετικά ιόντα κινούνται με πιο αργούς ρυθμούς (εξαιτίας της μεγαλύτερης μάζας τους) προς την κάθοδο. Παρατηρώντας της σχέση (2.18) διαπιστώνουμε ότι η ένταση του πεδίου μειώνεται όσο απομακρινόμαστε από την άνοδο ($E \sim 1/r$). Έτσι, πλησιέστερα στην άνοδο ευνοείται το φαινόμενο των πολλαπλών ιονισμών με αποτέλεσμα τη συγκέντρωση φορτίου γύρω από αυτή (Σχήμα 2.8). Η παραπάνω διαδικασία συλλογής φορτίου γίνεται σχετικά γρήγορα ($\sim 1ns$) ενώ το σήμα που λαμβάνουμε από τα ηλεκτρόδια είναι ανάλογο της ολίσθησης των ιόντων προς την κάθοδο.



Σχήμα 2.8: Δημιουργία χιονοστιβάδας στην περιοχή της ανόδου

Πολυκαναλικός Αναλογικός Απαριθμητής (MultiWire Proportional Chamber)

Ένα σημαντικό μειονέκτημα του αναλογικού απαριθμητή είναι η αδυναμία του στον προσδιορισμό της τροχιάς των σωματιδίων που διέρχονται μέσα από τον όγκο του. Τη λύση στο πρόβλημα αυτό ήρθε να δώσει ο G. Charpak το 1968 με την επινόηση του πολυκαναλικού αναλογικού απαριθμητή (MultiWire Proportional Chamber-MWPC). Ο MWPC αποτελείται από καλώδια τα οποία τοποθετούνται παράλληλα σε ίσες αποστάσεις d μεταξύ τους που λειτουργούν ως άνοδος (επιφάνεια xy). Σε ίσες αποστάσεις πάνω και κάτω ($z = \pm h$) από το σύστημα των καλωδίων βρίσκονται μεταλλικές πλάκες, που σύμφωνα με τη συνδεσμολογία λειτουργούν ως κάθοδοι, ενώ ο ενδιάμεσος χώρος συμπληρώνεται με κατάλληλο μείγμα αερίου. Η επιλογή του αερίου γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε να υπάρχει ελάχιστη εξάρτηση της ταχύτητας ολίσθησης από το ηλεκτρικό πεδίο στην περιοχή αυτή (Σχήμα 2.9α').



Σχήμα 2.9: (α') Εικόνα του MWPC (β') Δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου εντός του ανιχνευτή

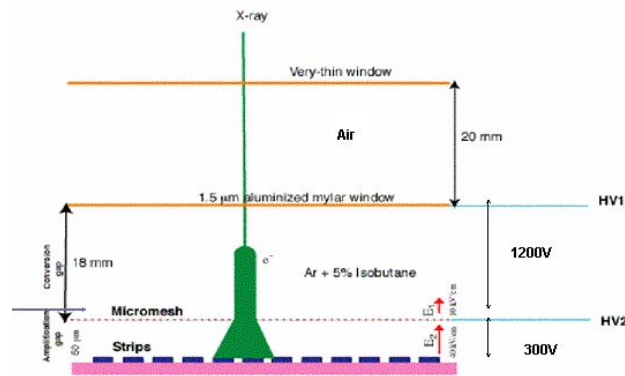
Εφαρμόζοντας σύμφωνα με τα παραπάνω κατάλληλη διαφορά δυναμικού δημιουργείται ομογενές ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό του ανιχνευτή του οποίου η ένταση είναι πιο ισχυρή κοντά στις ανόδους

(εξαιρέση αποτελεί η περιοχή ενδιάμεσα στις ανόδους, Σχήμα 2.9β'). Τα ηλεκτρόνια που προκύπτουν από τους ιονισμούς ολισθαίνουν κατά μήκος των δυναμικών γραμμών και κοντά στην εκάστοτε άνοδο προκαλούν πολλαπλούς ιονισμούς δημιουργώντας μια γενικευμένη «χιονοστιβάδα» φορτίων σε όλο τον ανιχνευτή. Έτσι, προκύπτει ένας αρνητικός παλμός και με χρήση ενισχυτών μπορούμε να συλλέξουμε το φορτίο εξάγοντας τα απαραίτητα συμπεράσματα. Τέλος, ο MWPC χαρακτηρίζεται από καλό ρυθμό απαρίθμησης και καλή ενεργειακή διακριτική ικανότητα (energy resolution) παρ'όλα αυτά υστερεί στον χωρικό προσδιορισμό (spatial resolution, βέλτιστη ακρίβεια $\sim 100\mu m$).

Ανιχνευτής MicroMeGaS.

Η τεχνολογία του ανιχνευτή αερίων Micromegas (**Micro Mesh Gaseous Structure**) αναπτύχθηκε από τους I. Γιοματάρη και G. Charpak, στα μέσα της δεκαετίας του 90, για εφαρμογή σε πειράματα σωματιδιακής φυσικής. Μια πιο πρόσφατη έκδοση του Micromegas σχεδιάστηκε για την ανίχνευση φωτονίων ενέργειας $1 - 10 keV$ (στην περιοχή των ακτίνων-X), για τις ανάγκες του πειράματος CAST, το οποίο ερευνά την ύπαρξη του σωματιδίου axion (CERN, the European Laboratory for Particle Research in Geneva).

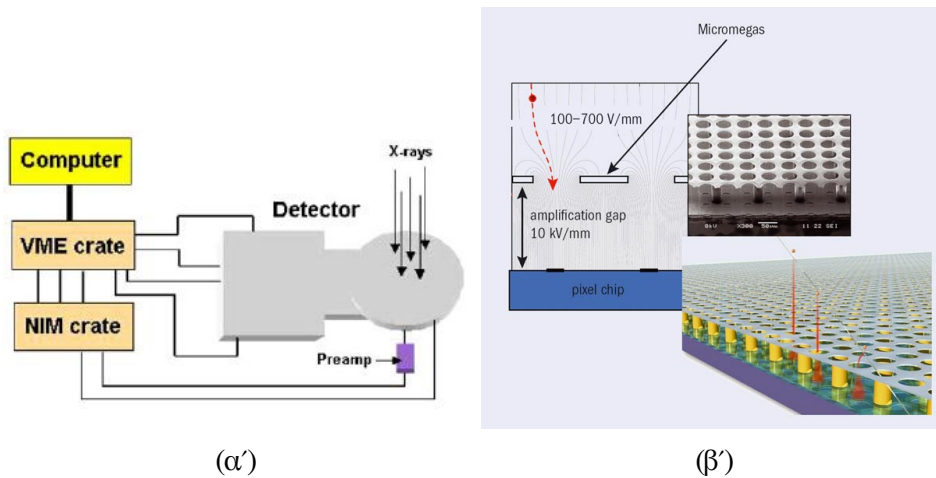
Η αρχή λειτουργίας του Micromegas που χρησιμοποιείται στο πείραμα του CAST φαίνεται στο Σχήμα 2.10. Οι ακτίνες-X εισέρχονται στον κύριο όγκο του ανιχνευτή, μέσω μιας αερόκενης ή γεμάτης αέριο ήλιο (He) ρυθμιστικής περιοχής. Ταυτόχρονα, ο κύριος όγκος τού, είναι συμπληρωμένος με αέριο μείγμα αργού-ισοβουτανίου (Ar 95% - $(CH_3)_3CH$ 5%). Τα βασικά μέρη του ανιχνευτή είναι ο χώρος μετατροπής (conversion gap) και η περιοχή ενίσχυσης (amplification gap). Στο χώρο μετατροπής, τα χαμηλής ενέργειας φωτόνια προκαλούν, εξαιτίας του φωτοηλεκτρικού φαινομένου, ιονισμούς και διεγέρσεις στα ηλεκτρόνια του αερίου μείγματος ξεκινώντας έτσι μια σειρά από αλληπάλληλες αλληλεπιδράσεις. Τα δευτερογεννή ηλεκτρόνια ολισθαίνουν προς την περιοχή ενίσχυσης, στην οποία κινούνται υπό μορφή «χιονοστιβάδας» και συλλέγονται από οριζόντιες και κάθετες λωρίδες (X-Y strips) που βρίσκονται στην άνοδο.



Σχήμα 2.10: Αρχή λειτουργίας ανιχνευτή αερίων Micromegas

Η δυνατότητα επαύξησης του φορτίου στην περιοχή αυτή, είναι και η καινοτομία στον ανιχνευτή Micromegas. Το φαινόμενο αυτό οφείλεται στην ύπαρξη ενός μεταλλικού πλέγματος (micromesh), το οποίο βρίσκεται σε απόσταση $50 \mu m$ από την άνοδο και διαθέτει οπές διαμέτρου $25 \mu m$. Τα δευτερογενή ηλεκτρόνια διέρχονται μέσα από το πλέγμα και επιταχύνονται εξαιτίας του ισχυρού ηλεκτρικού πεδίου προς την άνοδο. Στερεώνοντας το πλέγμα, με τη βοήθεια στηλών συγκράτησης (pillars, Σχήμα 2.11β'), σε μια τόσο μικρή ($50 \mu m$) απόσταση από την άνοδο επιτυγχάνουμε τη δημιουργία ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου και την ενίσχυση του σήματος κατά περίπου 10^4 φορές.

Το ηλεκτρονικό νέφος που προκύπτει εξαιτίας του φωτοηλεκτρικού φαινομένου, κατανέμεται στα $3/6$ περίπου των X-Y strips. Το βαρύκεντρο των X-Y διαστάσεων του νέφους, μας δίνει τις συντεταγμένες θέσης του, με ακρίβεια $70 \mu m$. Το φορτίο που συλλέγεται στα X-Y strips, εντοπίζεται με τη βοήθεια καρτών ανάγνωσης (readout cards) βασισμένων στην τεχνολογία του Gassiplex chip (ASIC).



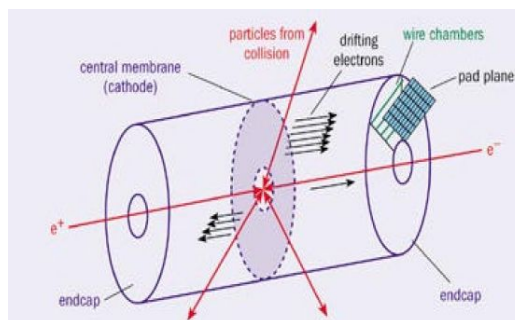
Σχήμα 2.11: (α') Σύστημα απόκτησης δεδομένων (Data acquisition) (β') Στήλες συγκράτησης (pillars)

Με τη βοήθεια ενός προενισχυτή λαμβάνουμε το σήμα σκανδαλισμού του ανιχνευτή καθώς, επίσης, παρέχουμε την υψηλή τάση στο πλέγμα (micromesh-grid). Το σύστημα απόκτησης δεδομένων βασίζεται στην τεχνολογία VME with National Instruments interface to PC και το λογισμικό LabView (2.11α'). Οι κάρτες ανάγνωσης επεξεργάζονται με τη χρήση CAEN sequencers και CRAM modules. Η καταγραφή ενός γεγονότος γίνεται με τη βοήθεια 400 περίπου καναλιών και με ταχύτητα επεξεργασίας $150 - 200 \text{ Hz}$.

2.3 Η γέννηση του TPC

Μια μεγάλη στιγμή για τη σωματιδιακή φυσική ήταν η ανακάλυψη των multi-wire proportional chambers (MPWC, George Charpak, 1968) που αντικατέστησαν τους σπινθηριστές (spark chambers) η χρήση των οποίων γινόταν για τον προσδιορισμό των τροχιών αλλά και σε πειράματα επιτάχυνσης σωματιδίων. Τα πλεονεκτήματα της νέας αυτής εφεύρεσης ήταν η ταχύτητα, ο ακριβέστερος προσδιορισμός της θέσης σε συνάρτηση με το χρόνο, η δυνατότητα να καλύπτει μεγάλες περιοχές, το μικρό κόστος κατασκευής, όπως και η συνεισφορά στην ταυτοποίηση του σωματιδίου από τη μέτρηση απώλειας της ενέργειας (dE/dx). Σύντομα η ανακάλυψη αυτή θα έβρισκε εφαρμογή σε διάφορα επιστημονικά πεδία όπως οι ακτίνες-X, η πυρηνική ιατρική, η κρυσταλλογραφία κλπ.

Μια δεύτερη ανακάλυψη στην προσπάθεια προσδιορισμού της τροχιάς των σωματιδίων ήταν ο Time-Projection Chamber (TPC, David Nygren, 1974) (2.12). Η βασική ιδέα ήταν να αντικαταστήσει τη συνδεσμολογία καλωδίων-πλακών του πολυκαναλικού αναλογικού αριθμητή (the pile up of MWPC planes) αέριας χωρητικότητας 1 cm , με διάταξη που θα διέθετε περισσότερο όγκο για αέριο στον οποίο θα εφαρμοζόταν ομογενές ηλεκτρικό πεδίο (Η.Π.). Τα ηλεκτρόνια που θα παράγονταν από τα ιονισμένα σωματίδια θα ολίσθαιναν, κατά μήκος των δυναμικών γραμμών του Η.Π., προς μια επιφάνεια MWPC στην οποία θα γινόταν και ο προσδιορισμός των (x, y) συντεταγμένων θέσης. Η τρίτη διάσταση (z) θα βρισκόταν από το χρόνο ολίσθησης μέχρι την άνοδο. Εξαιτίας των σκεδάσεων με το αέριο μείγμα και για γνωστή τιμή έντασης του Η.Π., η ταχύτητα ολίσθησης θεωρείται πρακτικά σταθερή (μερικά $\text{cm}/\mu\text{s}$). Έτσι, ο TPC είναι ανιχνευτής με δυνατότητα τρισδιάστατης απεικόνισης της τροχιάς μεγάλου εύρους σωματιδίων. Παράλληλα, ο μέγας όγκος ολίσθησης των ιονισμένων σωματιδίων μέσα στο αέριο βοηθά στην ταυτοποίηση των σωματιδίων αν λάβουμε υπόψη μας τις απώλειες ενέργειας (dE/dx) που προκύπτουν.



Σχήμα 2.12: Ο TPC όπως προτάθηκε από τον David Nygren το 1974

2.3.1 Περιορισμοί στη λειτουργία του TPC

Αρκετοί είναι οι περιορισμοί που έπρεπε να ληφθούν υπόψη κατά την κατασκευή και τη λειτουργία του TPC. Από τη στιγμή που ο κύριος στόχος του ανιχνευτή είναι ο προσδιορισμός της τροχιάς, αυτή θα πρέπει να γίνεται με τη μέγιστη χωρική ανάλυση. Η ποιότητα της ανάλυσης εξαρτάται άμεσα από την παραγωγή και τη διάχυση των ηλεκτρονίων. Ως εκ τούτου, θα πρέπει να ληφθούν σοβαρά υπόψη χαρακτηριστικά του αερίου όπως η ταχύτητα ολίσθησης, η ηλεκτραρνητικότητα και η

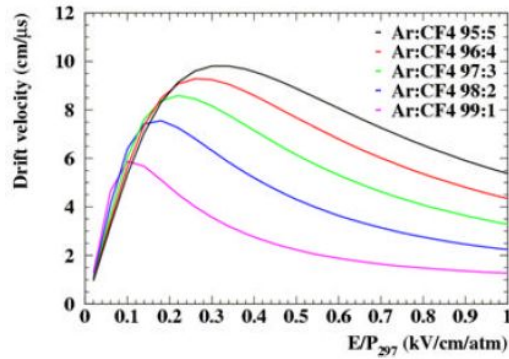
διάχυση των φορτίων. Επίσης, η επιλογή του μείγματος πρέπει να ενδείκνυται για ιονισμούς και πολλαπλασιασμούς (multiplications) κοντά στην άνοδο ενώ, τέλος, τα ηλεκτρόνια δε θα πρέπει να υποβάλλονται σε έντονες διαταραχές εξαιτίας του Η.Π. στο εσωτερικό του TPC.

Απόψεις για τη σύσταση του αερίου

Το επιλεγόμενο μείγμα αποτελείται από αραιό αέριο, με δυνατότητα χαμηλών ιονισμών, και πρόσμιξη με αέριο ικανό να απορροφήσει τις υπεριώδεις ακτινοβολίες που παράγονται κατά το σχηματισμό της «χιονοστιβάδας» (avalanche) φορτίων. Για ποιοτικότερη χωρική ανάλυση (spatial resolution) και ακριβέστερη ταυτοποίηση των σωματιδίων (dE/dx) απαραίτητη είναι η δημιουργία όσο περισσότερων πρωτογενών ηλεκτρονίων είναι δυνατό. Έτσι, οδηγούμαστε στην επιλογή ενός πυκνού ή ενός ευγενούς αερίου σε υψηλή πίεση. Εξαιτίας, όμως, των πολλαπλών σκεδάσεων, των φαινομένων διάχυσης καθώς και ορισμένων κατασκευαστικών περιορισμών στην συμπίεση του αερίου που παρατηρούνται, επιλέχθηκε ως αέριο μείγμα το Αργό (Ar^{18}) με μικρές προσμίξεις απορροφητικού (quencher) αερίου σε συνθήκες ατμοσφαιρικής πίεσης (με μικρή στεγανοποίηση προς αποφυγή εισροών-εκροών).

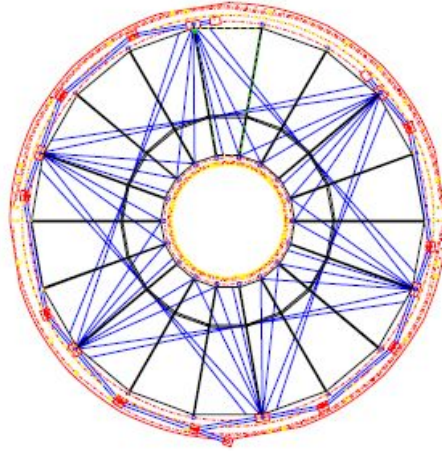
Ταχύτητα ολίσθησης ηλεκτρονίου

Τα πλεονεκτήματα της επιλογής ενός αραιού αερίου (πχ. ευγενές) ως κύριο συστατικό του μείγματος είναι ότι αυξάνεται πολύ η ταχύτητα ολίσθησης των ηλεκτρονίων με μικρή προσθήκη % απορροφητικής ένωσης (CH_4 , C_2F_6 , CO_2 , κλπ), εξαιτίας των ανελαστικών σκεδάσεων με τα μόριά της. Πιο συγκεκριμένα, προσμίξεις με Αργό (Ar^{18}) εμφανίζουν μέγιστες ταχύτητες ολίσθησης για τα ηλεκτρόνια με παρουσία σχετικά ασθενούς Η.Π. (για μείγμα $Ar - CF_4$, $v_{dMAX} = 8 - 10 \text{ cm}/\mu\text{s}$ σε $E = 200 - 300 \text{ V}/\text{cm}$, 2.13).



Σχήμα 2.13: Ταχύτητα ολίσθησης σε συνάρτηση με το ηλεκτρικό πεδίο για διάφορα μείγματα $Ar - CF_4$

Για τον προσδιορισμό της z συντεταγμένης (άξονας ολίσθησης) απαραίτητη είναι η ακριβής γνώση της ταχύτητας ολίσθησης των ηλεκτρονίων v_e . Γνωρίζοντας την ταχύτητα ολίσθησης με ακρίβεια 10^{-4} , για μήκος ολίσθησης 1 m , προκύπτει το z με ακρίβεια 1 mm . Όμως, οι μικρές διακυμάνσεις στην πίεση, τη θερμοκρασία ή τη σύσταση της αέριας πρόσμιξης είναι δυνατό να επηρεάσουν την ταχύτητα των ηλεκτρονίων. Έτσι, είναι ζωτικής σημασίας η συστηματική παρακολούθηση της ταχύτητας ολίσθησης κατά τη συλλογή των δεδομένων του TPC. Στους περισσότερους ανιχνευτές TPC, σύγχρονα laser ή UV ίνες (Σχήμα 2.14) παρακολουθούν τις διακυμάνσεις της ταχύτητας ολίσθησης ελέγχοντας, παράλληλα, τη σύσταση του αερίου μείγματος, την πίεση (κυρίως ατμοσφαιρική) και τη θερμοκρασία. Με σκοπό να κρατήσουμε σταθερή τη θερμοκρασία (0.1 K) στον TPC του ALICE για τον επιταχυντή LHC, οι αντιστάτες του Η.Π. είναι υδρόψυκτοι ενώ ο κύριος όγκος του TPC προστατεύεται από θερμικές επιφάνειες με ανακυκλώσιμο CO_2 στο εσωτερικό τους.



Σχήμα 2.14: Έλεγχος ταχύτητας ολίσθησης με τη βοήθεια των Laser στον TPC του Alice-CERN.

Εξάρτηση ολίσθησης και διάχυσης από την αέρια πρόσμιξη

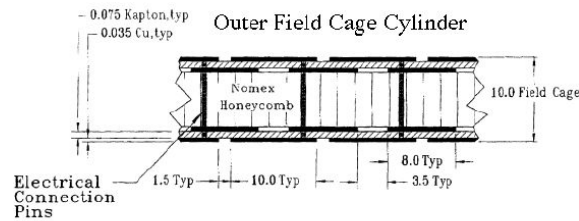
Η χωρική ανάλυση μιας τροχιάς εξαρτάται από τα ηλεκτρόνια και από τη διάχυσή τους μέσα στο αέριο μείγμα. Τα ιονισμένα πρέπει να ολισθαίνουν μέχρι την άνοδο χωρίς απώλειες κατά μήκος της διαδρομής. Επιβεβλημένη θεωρείται η απουσία ηλεκτραρνητικών μορίων (πχ. O_2, H_2O) στα οποία υπάρχει πιθανότητα να προσκολληθούν τα ηλεκτρόνια δημιουργώντας έτσι ανιόντα.

Για μεγάλες διαδρομές ολίσθησης και εξαιτίας των πολλαπλών ανελαστικών σκεδάσεων, προκύπτει ευρεία διάχυση των ηλεκτρονίων αλλοιώντας την ποιότητα της χωρικής ανάλυσης. Τυπικές τιμές για την οριζόντια και εγκάρσια μέση ταχύτητα ($v_x, v_{y,rms} \sim 8 - 10 \text{ cm}/\mu\text{s}$), παρουσία ασθενούς Η.Π., προκαλούν μέση διάχυση rms $3 - 8 \text{ cm}$ για τροχιές μήκους 200 cm . Έτσι, στους ανιχνευτές TPC εφαρμόζεται οριζοντίο μαγνητικό πεδίο (Μ.Π.) B_x για τον υπολογισμό του φορτίου και της ορμής των σωματιδίων. Η ύπαρξη του Μ.Π. ($1 - 3 \text{ T}$) αναγκάζει τα ηλεκτρόνια να κινηθούν ελικοειδώς μεταξύ δύο διαδοχικών σκεδάσεων. Κατ' αυτόν το τρόπο μειώνεται η εγκάρσια διάχυση κατά ένα παράγοντα $v(1 + \omega^2 t^2)$, όπου ω η γωνιακή συχνότητα κύκλοτρον ($\omega = \frac{eB}{m}$) και t ο μέσος χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών σκεδάσεων. Προκύπτει, επίσης, ότι $\omega t \approx (\frac{v_e}{E}) \times B$ όπου v_e η ταχύτητα ολίσθησης των ηλεκτρονίων και E το Η.Π.. Για μείγματα $Ar - CH_4, Ar - CF_4$ ο λόγος $\frac{v_e}{E} \sim 4 - 5 \text{ T}^{-1}$

οδηγεί σε τιμές της ποσότητας $\omega t \sim 16 - 20$, για Μ.Π. 4 T. Μειώνεται, έτσι, η μέση εγκάρσια διάχυση ενός ηλεκτρονίου στη τάξη του mm για μήκος ολίσθησης 2 m, αυξάνοντας παράλληλα τον προσδιορισμό της θέσης με ακρίβεια ίδιας κλίμακας.

Αλλοιώσεις στο Η.Π.

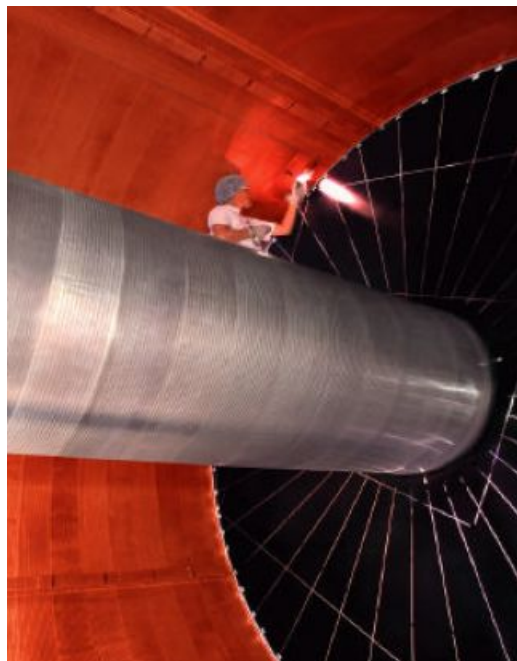
Για τη βέλτιστη δυνατή ολίσθηση (επιτάχυνση) των ηλεκτρονίων προς την άνοδο, απαραίτητη είναι η παρουσία Η.Π. εντός του TPC. Η δημιουργία του πεδίου αυτού επιτυγχάνεται μέσω δύο παράλληλων λωρίδων (strips), οι οποίες προσαρμίζονται στις δύο πλευρές ενός φύλλου από υλικό karton¹, έχουν μικρές διαστάσεις (πάχος μερικά mm) και συνδέονται μέσω ρυθμισμένων αντιστατών. Τα εν λόγω strips αποτελούν κομμάτι της καθόδου στην οποία εφαρμόζεται υψηλό αρνητικό δυναμικό (δεκάδες kV για TPC μεγάλων διαστάσεων) ενώ η άνοδος είναι γειωμένη. Ορισμένες φορές προστίθεται ένα επιπλέον φύλλο karton με χάλκινα strips σε μια προσπάθεια βελτίωσης της ομοιογένειας του Η.Π. (Σχήμα 2.15). Σε αρκετές περιπτώσεις, όπως για παράδειγμα σε TPC σχεδιασμένων για επιταχυντές, το πρόβλημα του ομογενούς Η.Π. είναι αρκετά πολύπλοκο καθώς τα εσωτερικά και τα εξωτερικά πεδία πρέπει να είναι απόλυτα ευθυγραμμισμένα (Σχήμα 2.16). Για παράδειγμα, στον ανιχνευτή TPC του ALICE, η αντοχή των αντιστατών είναι $\pm 2.5 \times 10^{-5}$ προς αποφυγή αλλοιώσεων του Η.Π..



Σχήμα 2.15: Διάταξη εσωτερικού του STAR-TPC, RHIC (Brookhaven)

¹Kapton is a polyimide film which can remain stable in a wide range of temperatures, from -273 to $+400$ °C ($-459 - 752$ °F / $0 - 673$ K). Kapton is used in, among other things, flexible printed circuits (flexible electronics) and thermal micrometeoroid garments, the outside layer of space suits. The chemical name for Kapton K and HN is poly(4,4'-oxydiphenylene-pyromellitimide).

Το πρόβλημα, σε πολλές περιπτώσεις, ενισχύεται όταν στην όλη διάταξη εφαρμόζεται και μαγνητικό πεδίο. Το μαγνητικό και το ηλεκτρικό πεδίο πρέπει να είναι απόλυτα ευθυγραμμισμένα, με μικρή εγκάρσια (ακτινική) συνιστώσα του Μ.Π. $B_r (B_r/B_z < 10^{-3})$ προς αποφυγή δημιουργίας $E \times B$ δύναμης η οποία επιρρεάζει την τροχιά των ηλεκτρονίων προς την άνοδο.



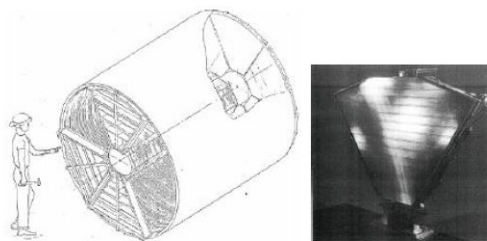
Σχήμα 2.16: Εντός του STAR-TPC, RHIC (Brookhaven)

Τέλος, εγγενή εσωτερικά Η.Π. μπορεί να προκύψουν κατά τη δημιουργία ιόντων εντός του TPC. Σε περιπτώσεις πυκνής τροχιάς ή περιβάλλοντος υψηλού υποβάθρου, πλήθος ιόντων δημιουργούνται κατά τη διαδικασία του πολλαπλασιασμού με ενίσχυση (Gain) $\approx 10^4$. Για τους MWPC, πολλά ιόντα δε συλλέγονται από την κάθοδο καθώς σκεδάζονται (feed back) εντός του TPC. Εξαιτίας της μικρής κινητικότητάς τους ($1\text{cm}^2/Vs$), τα ιόντα ολισθαίνουν προς την κάθοδο υψηλής τάσης πολύ αργά προκαλώντας αλλοιώσεις στις τροχιές των ηλεκτρονίων. Το φαινόμενο αυτό ξεπερνάται τοποθετώντας μια νέα επιφάνεια εναλλακτικού χαμηλού δυναμικού με σκοπό τη δημιουργία ενός αντίρροπου Η.Π. ώστε τα αρνητικά καλώδια (putting a wire plane with an alternative low voltage set on two consecutive wires) να συλλέγουν τα (θετικά) ιόντα σε ποσοστό 99.9%. Στην περίπτωση του MPGD (Micro-

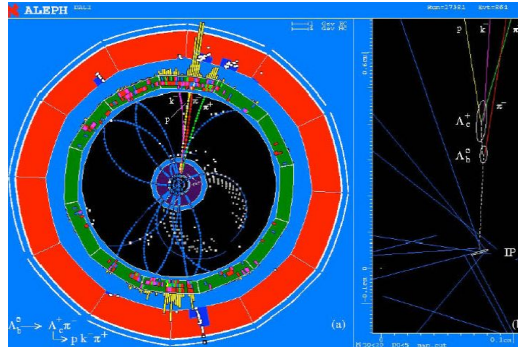
Pattern Gas Detector), το παραπάνω πρόβλημα είναι λιγότερο σημαντικό καθώς μεγάλη ποσότητα κατιόντων καταστέλλεται εξαιτίας της ίδιας της συσκευής.

2.3.2 TPC για προσδιορισμό τροχιάς σωματιδίων και ιόντων

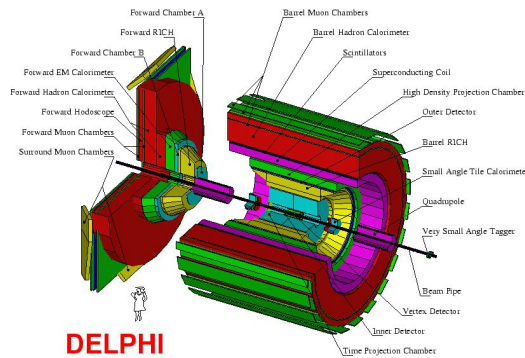
Μετά την υλοποίηση του TPC (David Nygren, 1974) ακολούθησαν δύο διαφορετικά πειράματα την ίδια χρονική περίοδο, ο PEP4 TPC (Σχήμα 2.17) για σκεδάσεις e^+e^- (Berkeley, SLAC National Accelerator Laboratory) και το Καναδικό TPC για πείραμα σταθερού στόχου για τη μελέτη σπάνιων διασπάσεων στο TRIUMF. Η πρωτοτυπία του PEP4 TPC ήταν η υψηλή πίεση στο εσωτερικό του (8.5 bars) με βασικό πλεονέκτημα τους πολλούς ιονισμούς από τα σωματίδια και ως εκ τούτου ακριβέστερος προσδιορισμός του παράγοντα dE/dx (ταυτοποίηση σωματιδίων). Παρ' όλα ταύτα, η ιδέα αυτή δεν προχώρησε εξαιτίας των πολλαπλών σκεδάσεων των σωματιδίων με τα τοιχώματα του ανιχνευτή και με τα μόρια του αερίου μείγματος. Ακολουθώντας τις βασικές λειτουργίες του PEP4 TPC (κεντρική επιφάνεια καθόδου με το σημείο σύγκρουσης, κλασικό σύστημα ανάγνωσης με αναλογικά καλώδια και κάποιες εκατοντάδες χιλιάδες pads), δύο νέοι ανιχνευτές TPC, οι ALEPH (Σχήμα 2.18) και DELPHI (Σχήμα 2.19), επετέλεσαν τη δεκαετία του 80 για τον προσδιορισμό τροχιάς στον υπό κατασκευή τότε επιταχυντή e^+e^- LEP στο CERN.



Σχήμα 2.17: Ο PEP-TPC, SLAC

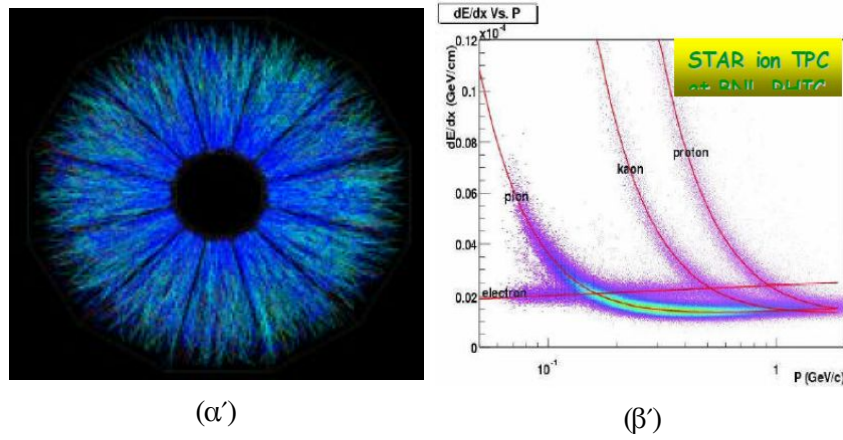


Σχήμα 2.18: Απεικόνιση γεγονότος (event) στον ALEPH

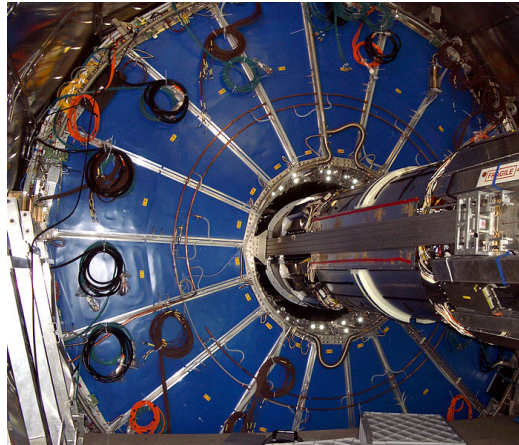


Σχήμα 2.19: DELPHI-TPC, CERN

Παράλληλα, πολλά πειράματα ιόντων κατασκευάστηκαν για προσδιορισμό τροχιών: EOS-Bevalac, NA35-36 και NA49-CERN για πειράματα σε σταθερό στόχο και πιο πρόσφατα TPC μεγάλων διαστάσεων σε επιταχυντές όπως οι STAR-RHIC (Brookhaven, 2000) και ALICE-LHC (CERN) (Σχήμα 2.20). Στους TPC νέας γενιάς προστέθηκαν δύο πρωτοτυπίες, πλήρες σύστημα οργάνων της ανόδου μπροστά από τα αναλογικά καλώδια (pads «partout») οδηγώντας σε χιλιάδες κανάλια, και εφαρμογή σύγχρονων ηλεκτρονικών στα δύο πλαϊνά επίπεδα, παρέχοντας έτσι έξυπνο σύστημα ψύξης. Στο Σχήμα 2.21α' φαίνεται η σύγκρουση βαρέων ιόντων Au-Au που πραγματοποιήθηκε στον STAR TPC ενώ στο Σχήμα 2.21β' απεικονίζεται η ικανότητα προσδιορισμού των σωματιδίων μέσω της ποσότητας dE/dx του STAR TPC.



Σχήμα 2.21: (α') Σκέδαση $Au - Au$ στον STAR-TPC (β') Ταυτοποίηση dE/dx σωματιδίων



Σχήμα 2.20: ALICE-TPC, CERN.

Ο TPC είναι ο βασικός υποψήφιος ανιχνευτής τροχιάς για τον υπό μελέτη επιταχυντή e^+e^- ILC (International Linear Collider). Οι δυσκολίες προκύπτουν στην εγκάρσια ανάλυση της θέσης. Για μήκος ολίσθησης 2 m 200 σημείων περιμένουμε ασάφεια $100\ \mu\text{m}$, ενώ στους μέχρι τώρα TPC η ασάφεια φτάνει τις μερικές εκατοντάδες. Με τη βοήθεια ισχυρού Μ.Π. ($3 - 5\text{ T}$) προβλέπεται μείωση της εγκάρσιας διάχυσης και βελτίωση της χωρικής ανάλυσης. Παρ' όλα ταύτα, η επίδραση του $E \times B$ φαινομένου κυρίως στους MWPC είναι σημαντική σε συνδυασμό με το γεγονός ότι είναι ανέφικτος ο σχεδιασμός ενός μεγάλου MWPC με αποστάσεις καλωδίων μικρότερες των $1 - 2\text{ mm}$. Γι' αυτό το λόγο προβλέπεται η αντικατάστασή του από διατάξεις τύπου MPGD (Micro-

Pattern Gas Detector) όπως ο GEM (Gaseous Electron Multiplier) και ο Micromegas (MICRO-Mesh Gaseous detector).

Ο GEM αποτελείται από δύο χάλκινα φύλλα τα οποία διαχωρίζονται από υλικό καρτον πάχους $50 \mu m$ με μικρές οπές διαμέτρου $60 \mu m$ σε απόσταση $140 \mu m$. Προκύπτει, έτσι, ένας πολλαπλασιασμός φορτίου εφαρμόζοντας παράλληλα μεγάλη διαφορά δυναμικού μεταξύ των άκρων της συσκευής. Γενικώς, δύο με τρεις ανιχνευτές GEM απαιτούνται για να προκύψει σημαντική ενίσχυση. Στον Micromegas προσαρμόζεται μεταλλικό πλέγμα σε απόσταση $50 \mu m$ από την άνοδο δημιουργώντας έτσι μια «χιονοστιβάδα» φορτίων αν εφαρμόσουμε υψηλή τάση (μερικές εκατοντάδες V) σε αυτή την μικρή περιοχή.

Εξαιτίας των μικρών τους διαστάσεων οι παραπάνω διατάξεις παρουσιάζουν τα εξής πλεονεκτήματα: ασήμαντα $E \times B$ φαινόμενα, ταχύτητα σήματα, εύκολη εφαρμογή και μικρή ανάδρομη ροή ιόντων (backflow). Πολλά πειράματα έλαβαν χώρα με σκοπό την εξαγωγή συμπερασμάτων ως προς τις προσμίξεις των αερίων, την ταχύτητα ολίσθησης των ηλεκτρονίων, την ενίσχυση σήματος, τη συμπεριφορά σε μαγνητικό πεδίο, την ανάδρομη ροή ιόντων (feedback), τη γύραση των ανιχνευτών και φυσικά τη χωρική ανάλυση. Παρατηρήθηκε εγκάρσια ανάλυση $50 \mu m$ για μηδενικό μήκος ολίσθησης, με κοσμική ακτινοβολία και δέσμες σωματιδίων, με προβλεπόμενη ανάλυση μικρότερη των $100 \mu m$ για ολίσθηση $2 m$.

Στην πορεία, με σκοπό την βιομηχανική κατασκευή ανιχνευτών Micromegas, προστέθηκε στη διάταξη πλέγμα (mesh), δημιουργώντας γιγαντιαίες ανιχνευτικές διατάξεις συμπεριλαμβανομένου του mesh και της ανόδου. Μια ενδιαφέρουσα ανακάλυψη είναι η χρήση τεχνολογίας pixel στους ανιχνευτές τύπου MPGD, μέσω της οποίας είναι δυνατή η εξατομικευμένη ανίχνευση των ιονισμένων ηλεκτρονίων σε μια μορφή «electronic bubble chamber». Αξίζει, τέλος, να αναφερθούμε στους TPC που τα φωτόνια της ακτινοβολίας Cerenkov μετατρέπονται σε ηλεκτρόνια, ολισθαίνουν προς την άνοδο MPWC (CRID Cerenkov Imaging Device, πείραμα SLD στα SLAC και RICH, Ring Imaging CHerenkov, πείραμα DELPHI) και μετά τον πολλαπλασιασμό τους είναι δυνατός ο προσδιορισμός του σωματιδίου που προκάλεσε τους ιονισμούς μέσω της ορμής του.

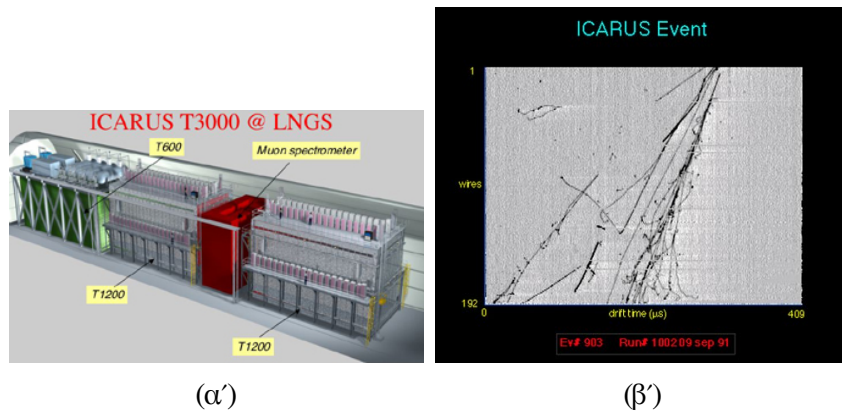
2.3.3 TPC για ανίχνευση σπάνιων γεγονότων

Για πειράματα ανίχνευσης νετρίνων, σκοτεινής ύλης, δίδυμης γένεσης, WIMPs (Weakly Interacting Massive Particles) κλπ, απαιτούνται μεγάλες διατάξεις με πυκνά υλικά με σκοπό τη δημιουργία μεγαλύτερης πιθανότητας αλληλεπιδράσεων. Έτσι, η τεχνολογία TPC πληρεί τις προϋποθέσεις για τέτοιου είδους πειράματα. Τα χαρακτηριστικά τέτοιων TPC διαφέρουν από εκείνα που προβλέπονται για ανίχνευση τροχιάς σε πειράματα σωματιδιακής φυσικής, δηλαδή απαιτούνται:

- μεγάλες διατάξεις με πυκνά υλικά (συμπιεσμένα αέρια, υγρά),
- απλούστερη κατασκευή και σχεδιασμός, με μια απλή άνοδο και απουσία μαγνητικού πεδίου,
- σιωπηλός TPC (very low occupancy, no need for a gating system for ions),
- υπόγεια εγκατάσταση από μη ενεργά υλικά.

TPC με υγρό αργό Ar^{18}

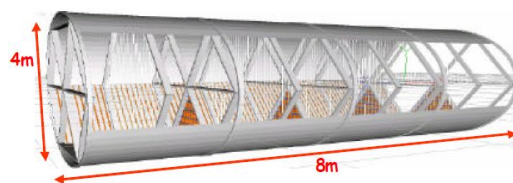
Στο πείραμα ICARUS (σπήραγα Gran Sasso) η ανίχνευση νετρίνων γίνεται παρουσία υγρού Αργού Ar^{18} αντί κάποιου αερίου μείγματος. Τα πλεονεκτήματα της παραπάνω επιλογής είναι ότι το Αργό είναι φθινό και όχι ηλεκτραρνητικό με αποτέλεσμα τα ηλεκτρόνια να ολισθαίνουν για μεγάλες αποστάσεις ιονίζοντας παράλληλα τα ηλεκτρόνια του υγρού (60000 cm^{-1} για MIP σε υγρό Αργό και ανάλογη ποσότητα φωτονίων από σπινθηρισμούς). Στο Σχήμα 2.22(α') φαίνεται ένας μεγάλος ανιχνευτής TPC, γεμισμένος με 300T υγρού Ar^{18} ενώ στο Σχήμα 2.22(β'), παρατηρούμε ένα τυπικό γεγονός σκέδασης νετρίνων.



Σχήμα 2.22: (α') ICARUS-TPC, σύρραγα Gran Sasso (β') Απεικόνιση γεγονότος (event) στον ICARUS-TPC

TPC ανιόντων

Στους ανιχνευτές TPC τα ηλεκτρόνια μπορούν να ολισθαίνουν για μεγάλες αποστάσεις εμφανίζοντας παράλληλα μεγάλη διάχυση, εκτός εάν εφαρμοστεί ισχυρό Μ.Π. που δεν είναι πάντοτε εφικτό. Αντιθέτως, τα ιόντα ολισθαίνουν με λιγότερη ευκολία, εξαιτίας της μεγάλης τους μάζας, εμφανίζοντας μικρή διάχυση. Η ιδέα του B. Martoff ήταν η συμπλήρωση του TPC με αέριο μείγμα μεγάλης περιεκτικότητας σε ηλεκτραρνητικά μόρια. Έτσι, τα ηλεκτρόνια που παράγονται από τους ιονισμούς προσκολούν στα μόρια δημιουργώντας ανιόντα τα οποία ολισθαίνουν αργά προς την άνοδο με πολύ μικρή διάχυση. Η παραπάνω ιδέα έχει επιτυχώς εφαρμοστεί με χρήση CS_2 ως ηλεκτραρνητικά μόρια σε πειράματα για γεγονότα χαμηλών ενεργειών όπως τα WIMPs, axions κλπ.



Σχήμα 2.23: Υπό μελέτη ανιχνευτής-TPC ανιόντων

2.3.4 Ανιχνευτής TPC σε μαγνητικό πεδίο

Οι ανιχνευτές TPC (Time Projection Chamber) χρησιμοποιούνται σε σύγχρονους επιταχυντές, καθώς θεωρούνται από τους καταλληλότερους για τον προσδιορισμό της τροχιάς φορτισμένων σωματιδίων σε H/M πεδίο. Χαρακτηριστική είναι η ικανότητα εγκάρσιας ανάλυσης ($\pm 100 \mu m$) σε 200 σημεία μιας τροχιάς 2 m, εντός μαγνητικού πεδίου έντασης 4 T. Η ακρίβεια αυτή δε θα μπορούσε να επιτευχθεί με την παραδοσιακή μορφή των αναλογικών καλωδίων της καθόδου εξαιτίας του εγγενούς τους H/M πεδίου ($\mathbf{E} \times \mathbf{B}$) και της ποικιλομορφίας των φαινομένων για τις διάφορες γωνίες των τροχιών.

Για τη βελτίωση της ανάγνωσης των αποτελεσμάτων αναπτύχθηκε η τεχνολογία των MPGD (Micro-Pattern Gas Detectors) ανιχνευτών όπως ο Micromegas και ο GEM (Gas Electron Multiplier). Τα ελάχιστα υλικά κατασκευής, η δυσκολία δημιουργίας θετικών ιόντων στο χώρο ολίσθησης αλλά και η μικρή εγκάρσια διάχυση των φορτίων εντός ισχυρού μαγνητικού πεδίου, καθιστούν τους MPGD ανιχνευτές καταλληλότερους έναντι των παραδοσιακών στην ανάγνωση του σήματος.

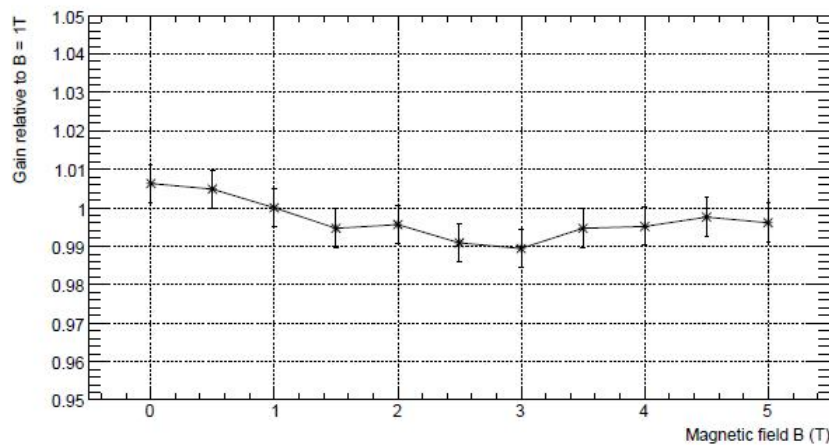
Αρχικά, ο προσδιορισμός της διασποράς των φορτίων γινόταν με τη χρήση λωρίδων (pads), σχετικά μεγάλου πλάτους ($2 \text{ mm} \times 6 \text{ mm}$), στην περιοχή της ανόδου. Στην πορεία, αντικαταστάθηκαν από υψηλής αντοχής ελασματοποιημένα φύλλα (films) τοποθετώντας ενδιάμεσα μονωτικό υλικό. Έτσι, επιτυγχάνεται ο προσδιορισμός της θέσης (x, y) του νέφους φορτίων σε συνάρτηση με το χρόνο. Μπορούμε, επίσης, να προσθέσουμε πλατιές λωρίδες ανίχνευσης στην ελασματοποιημένη επιφάνεια, για τον ποιοτικότερο υπολογισμό του κέντρου κατανομής των φορτίων στην άνοδο.

Σε πειράματα με κοσμική ακτινοβολία και απουσία μαγνητικού πεδίου, που έλαβαν χώρα στο KEK (The High Energy Accelerator Research Organization-Japan), επαληθεύτηκαν οι προσδοκίες της ποιότητας των παραπάνω διατάξεων ανάγνωσης σήματος με ακρίβεια της τάξης των $50 \mu m$. Τέλος, διαπιστώθηκε ότι η ποιότητα της ανάλυσης των αποτελεσμάτων είναι ανεξάρτητη των διαστάσεων των pads.

Τεστ του Micromegas-TPC με κοσμική ακτινοβολία 4 εβδομάδων, σε Μαγνητικό Πεδίο έντασης 5 T, DESY

Στο συγκεκριμένο πείραμα, για την ανάγνωση των αποτελεσμάτων, χρησιμοποιήθηκε ανιχνευτής Micromegas διαστάσεων $10 \times 10 \text{ cm}^2$ με κενό $50 \mu\text{m}$. Η περιοχή ανάγνωσης αποτελείται από 128 pads σε 9 στήλες. Οι 7 κεντρικές στήλες αποτελούμενες από 126 pads, διαστάσεων $2 \text{ mm} \times 6 \text{ mm}$, χρησιμοποιήθηκαν για την εύρεση των τροχιών. Οι δύο εξωτερικές στήλες, αποτελούμενες από 1 pad διαστάσεων $36 \text{ mm} \times 6 \text{ mm}$, χρησιμοποιούνται για τον σκανδαλισμό (triggering). Η επιφάνεια ανάγνωσης επικαλύπτεται από ανθεκτικό κράμα Al-Si (Cermet) πάχους $25 \mu\text{m}$ με μονωτικό κολλητικό πάχους $50 \mu\text{m}$. Το μέγιστο μήκος ολίσθησης για τον ανιχνευτή TPC είναι $15,7 \text{ cm}$.

Η σταθερότητα της ενίσχυσης (Gain), σε συνάρτηση του μαγνητικού πεδίου, μετρήθηκε αρχικά χρησιμοποιώντας ως πηγή ακτίνων X ^{55}Fe 5.9 keV . Ενδεικτικά, για τον ανιχνευτή Micromegas η ενίσχυση παρέμενε σταθερή ($\sim 0.5\%$) για μαγνητικό πεδίο έντασης 0-5 T (Σχήμα 2.24).



Σχήμα 2.24: Σταθερότητα του gain, σε μαγνητικό πεδίο έντασης 0 – 5T, για τον TPC-Micromegas, σε αέρια πρόσμειξη $Ar : iC_4H_{10}/95 : 5$

Στα πειράματα με κοσμική ακτινοβολία, τα σήματα των pads αναγνώστηκαν με τη βοήθεια ενσύρματων προενισχυτών τύπου ALEPH ενώ η ψηφιοποίηση του σήματος έγινε απουσία ενισχυτή χρησιμοποιώντας 200 Hz 8bit FADCs. Για παλμούς μικρής διασποράς και διάρκειας μερικών ns, αρκεί η χρήση $25 - 40 \text{ MHz}$ FADCs.

Για τα πειράματα στους ανιχνευτές επελέγησαν δύο μίγματα αερίων, αρχικά το $Ar : iC_4H_{10}/95 : 5$ και δευτερευόντως το αέριο T2K ($Ar : CF_4 : iC_4H_{10}/95 : 3 : 2$) που είναι και βασικός υποψήφιος για τον TPC του ILC. Στο αέριο T2K παρατηρήθηκε υψηλή ταχύτητα ολίσθησης ηλεκτρονίων ($73 \mu m/ns$) παρουσία ηλεκτρικού πεδίου έντασης $200 V/cm$, σχετικά μικρή οριζόντια διασπορά ($D_L \simeq 248 \mu m/\sqrt{cm}$) και μεγάλο $\omega\tau \sim 20$ στα 5, το οποίο μειώνει την εγκάρσια διασπορά στα $D_{Tr} \simeq 19 \mu m/\sqrt{cm}$.

Ανάλυση αποτελεσμάτων για κοσμική ακτινοβολία σε μαγνητικό πεδίο

Τα πειράματα με κοσμική ακτινοβολία χρησιμοποιήθηκαν αφενός για τη βαθμονόμηση των ανιχνευτών, αφετέρου για ανάλυση των αποτελεσμάτων. Μέσω της βαθμονόμησης ελέγχθηκε η ανταπόκριση των διατάξεων ανάγνωσης (pad response function-PRF) και παράλληλα έγιναν και οι κατάλληλες διορθώσεις στα συστηματικά σφάλματα θέσης (bias). Το σφάλμα bias είναι χαρακτηριστικό για κάθε σημείο της επιφάνειας ανάγνωσης της ανόδου. Τα σφάλματα που οφείλονται σε εγγενή χαρακτηριστικά του ανιχνευτή και δεν μεταβάλλονται με το χρόνο μπορούν με ασφάλεια να ληφθούν υπόψιν (αρχικές τιμές $\pm 100 \mu m$, έπειτα από επεξεργασία $\pm 20 \mu m$).

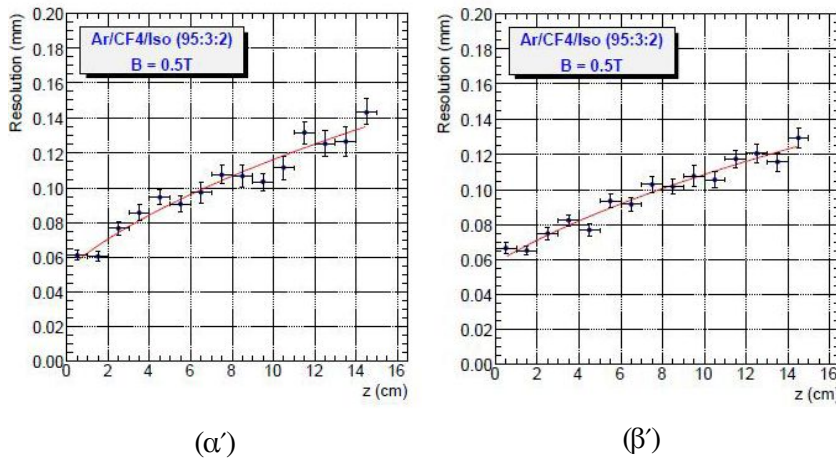
Η δυσκολία των pads να ανιχνεύουν τροχιές μεγάλου εύρους γωνιών, περιορίζεται από την περικοπή υψηλών ορμών που έχει τη δυνατότητα να κάνει ο ανιχνευτής. Πιο συγκεκριμένα, περικοπές γίνονται για ορμές $p_T < 2 GeV/c$ στα 5 και $p_T < 0.3 GeV/c$ στα 0.5. Τα παραπάνω πειράματα έγιναν για τροχιές υπό γωνίες $|\phi| < 5^\circ$.

Ανάλυση στα 0.5 T συναρτήσει της ενίσχυσης του αερίου

Το resolution προκύπτει από το γεωμετρικό μέσο της τυπικής απόκλισης των υπολοίπων που προέκυψαν από τις προσαρμογές (fit) των τροχιών (Σχήμα 2.25α', 2.25β'). Η ανάλυση αυτή γίνεται με δύο τρόπους, λαμβάνοντας υπόψιν ή όχι the row των pads των οποίων η ανάλυση έχει προκαθοριστεί. Η εξάρτηση του resolution από τη z διάσταση δίνεται:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_0^2 + \frac{D_{Tr}^2 z}{N_{eff}}} \quad (2.21)$$

όπου σ_0 το resolution για μηδενική απόσταση ολίσθησης και D_{Tr} η εγκάρσια σταθερή διάχυση. Ως N_{eff} θεωρούμε τον ενεργό αριθμό των ηλεκτρονίων κατά μήκος των pads και δίνεται από τον τύπο $N_{eff} = 1/[\sqrt{1/N}]^2$, όπου N ο αριθμός των ηλεκτρονίων που ακολουθούν την κατανομή Landau και συμπεριλαμβάνουν τις επιπτώσεις από τις διακυμάνσεις της ενισχυσης (Gain).



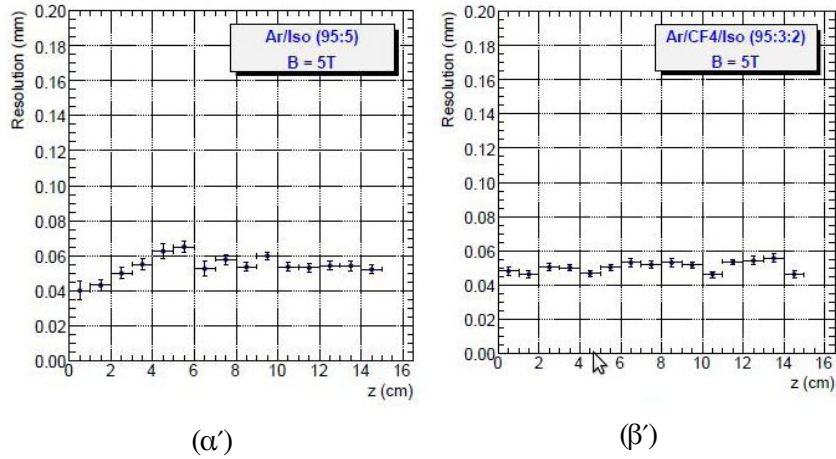
Σχήμα 2.25: Εγκάρσια ανάλυση ως συνάρτηση του μήκους ολίσθησης, για pads διαστάσεων $2 \text{ mm} \times 6 \text{ mm}$, σε πρόσμιξη αερίου $Ar : CF_4 : iC_4H_{10}/95 : 3 : 2$, παρουσία μαγνητικού πεδίου έντασης 0.5, για gains: (α') 4700 και (β') 2300. Στην εικόνα φαίνεται και το fit πάνω στις τιμές για τη διάχυση στο αέριο του TPC λαμβάνοντας και την εξ.2.21

Για $gain \simeq 4700$, το resolution για μηδενικό μήκος ολίσθησης σ_0 ήταν περίπου $50 \mu\text{m}$ με $N_{eff} = 25.2 \pm 2.1$. Χαμηλότερες τιμές του gain, χωρίς να αλλιώνεται η ποιότητα του resolution, θα ήταν επιθυμητές καθώς μειώνει τις προϋποθέσεις δημιουργίας θετικών ιόντων στο χώρο ολίσθησης. Έτσι, για $gain \simeq 2300$ στα 0.5 προέκυψε το ίδιο σ_0 αλλά με $N_{eff} = 28.8 \pm 2.2$ (μέση τιμή των δύο μετρήσεων 26.8 ± 1.5). Παρατηρούμε ότι το resolution δεν επηρεάζεται από τις τιμές του gain.

Ανάλυση στα 5 T συναρτήσει των προσμείξεων του αερίου

Όπως φαίνεται και (Σχήμα 2.26α'), (Σχήμα 2.26β') η διάχυση των φορτίων είναι αμελητέα για μήκος ολίσθησης στον TPC 15.7 cm . Το resolution παρέμενε αμετάβλητο σε σχέση με το z με τιμή $\sigma(z)_{[B=5T]} \simeq$

σ_0 .



Σχήμα 2.26: Εγκάρσια ανάλυση σε συνάρτηση με το μήκος ολίσθησης $z(cm)$, για pads διαστάσεων $2\text{ mm} \times 6\text{ mm}$, παρουσία μαγνητικού πεδίου έντασης 5 , για προσμίξεις δύο αερίων: (α') $Ar : iC_4H_{10}/95 : 5$ και (β') $Ar : CF_4 : iC_4H_{10}/95 : 3 : 2$

Κεφάλαιο 3

Ο ανιχνευτής Micromegas του εργαστηρίου και μελέτη των ιδιοτήτων του

3.1 Εισαγωγή

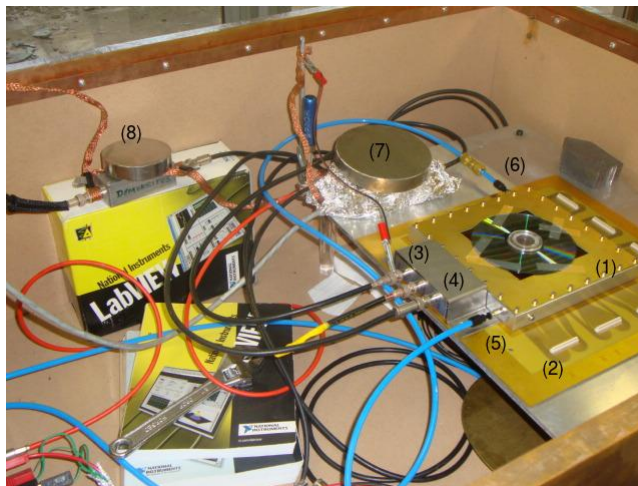
Η πειραματική επαλήθευση της θεωρίας των προηγούμενων κεφαλαίων γίνεται με τη βοήθεια του ανιχνευτή MICROMEGAS. Το εργαστήριο βρίσκεται στο Ινστιτούτο Πυρηνικής Φυσικής του Εθνικού Κέντρου Έρευνας Φυσικών Επιστημών «Δημόκριτος» και τα πείραμα διεξήχθησε υπό την επίβλεψη του ερευνητή Θ. Γέραλη και την πολύτιμη υποστήριξη της Κουρκουμέλη-Χαραλαμπίδη Αθηνάς.

Όταν ένα σωματίδιο ή φωτόνιο εισχωρήσει στο θάλαμο του ανιχνευτή έχουμε απελευθέρωση ηλεκτρονίων από τα μόρια του αερίου σύμφωνα με τους μηχανισμούς που αναφέρθηκαν στο 1^ο κεφάλαιο. Αυτά τα πρωταρχικά ηλεκτρόνια ιονίζουν με τη σειρά τους και άλλα μόρια του αερίου μείγματος (το μείγμα αερίου στο εργαστήριο αποτελείται από αργό 95% και μικρό ποσοστό ισοβουτανίου 5%). Η παραπάνω διαδικασία συμβαίνει στην περιοχή απογύμνωσης (conversion gap) όπου το ηλεκτρικό πεδίο τάξεως $0,5-1 \text{ kV/cm}$ ωθεί τα ηλεκτρόνια προς το πλέγμα (mesh). Το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται ανάμεσα στο mesh και τα strips (amplification gap) είναι της τάξης των $25-30 \text{ kV/cm}$ και ο λόγος της έντασης των πεδίων των δύο περιοχών είναι μεγαλύτερος του 5 με αποτέλεσμα να περνούν σχεδόν όλα τα ηλεκτρόνια από την περιοχή απογύμνωσης στην περιοχή ενίσχυσης. Εκεί αρχίζει η χιονοστιβάδα πολλαπλασιασμού των ηλεκτρονίων και αυτά,

λόγω του πεδίου, συλλέγονται στα strips. Το φορτίο κατανέμεται σε 3 μέχρι 6 strips ακολουθώντας Γκαουσιανή κατανομή. Η ποσότητα του φορτίου που συλλέγεται είναι ανάλογη της αρχικής ενέργειας του σωματιδίου ή φωτονίου που ήταν υπεύθυνο για τον πρώτο ιονισμό μορίου του αργού. Έτσι λαμβάνοντας υπόψη όλες τις παραμέτρους (γεωμετρία, ηλεκτρικό πεδίο, είδος αερίου) υπολογίζουμε την ενέργεια του αρχικού σωματιδίου.

3.2 Πειραματική διάταξη

Στις εικόνες που ακολουθούν φαίνονται τα κύρια μέρη του ανιχνευτή Micromegas που χρησιμοποιήθηκε στο εργαστήριο με σκοπό να μελετηθούν οι βασικές του ιδιότητες για σταθερή αναλογία μείγματος αργού 95%-ισοβουτανίου 5%.



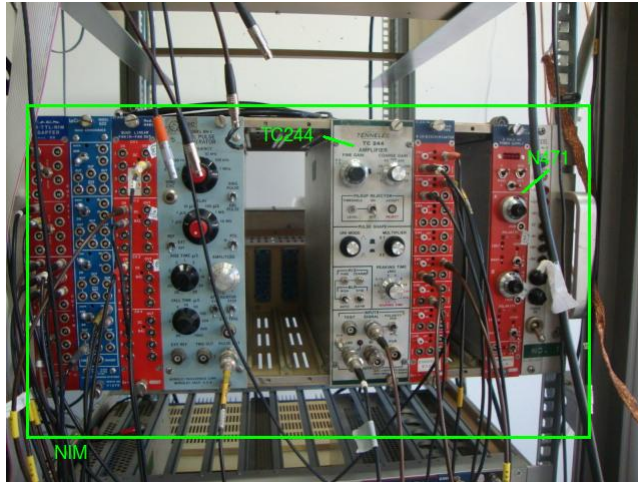
Σχήμα 3.1: Ο ανιχνευτής micromegas του εργαστηρίου

Ο ανιχνευτής micromegas του εργαστηρίου (Σχήμα 3.1, (1)) αποτελείται από ένα αλουμινένιο πλαίσιο στο οποίο υπάρχουν οπές που χρησιμεύουν για την είσοδο (5) και έξοδο (6) του αερίου και για εφαρμογή τάσης στα ηλεκτρόδια drift (4) και mesh (3). Ο θάλαμος του ανιχνευτή κλείνει αεροστεγώς με μια διαφανή πλαστική επιφάνεια κολλημένη στο αλουμίνιο που επιτρέπει τη διόδο ακτίνων-X χαμηλής ενέργειας (μερικών keV). Επιπλέον η οπτική επαφή με το εσωτερικό του θαλάμου επιτρέπει να ελέγχουμε την κατάσταση στο εσωτερικό του. Είναι σημαντικό να κυκλοφορεί ελεύθερα το αέριο για να έχουμε συνεχώς

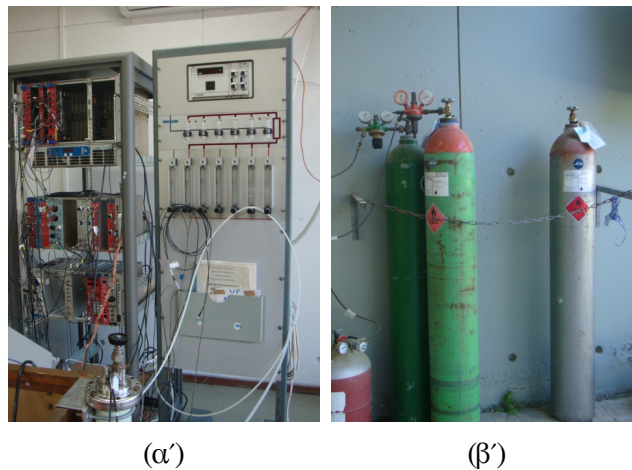
ανανέωση και πίεση ίση με την ατμοσφαιρική. Στο σημείο (2) του Σχήματος 3.1 βλέπουμε τους κονέκτορες για την πληροφορία των strips, των οποίων όμως δεν έγινε η χρήση. Το ηλεκτρόδιο για την τάση στο mesh χρησιμοποιείται για την ανάγνωση του σήματος και είναι συνδεδεμένο με τον preamplifier (7). Το κόκκινο καλώδιο του preamplifier είναι της υψηλής τάσης (high voltage) ενώ το γκρι της τροφοδοσίας. Τέλος, στο σημείο (8) του Σχήματος 3.1 φαίνεται το φίλτρο που χρησιμοποιείται για το «κόψιμο» των υψηλών συχνοτήτων στο drift άρα και τη μείωση του θορύβου στο σήμα που λαμβάνουμε από τον ανιχνευτή.

Πιο συγκεκριμένα η περιοχή ενίσχυσης (amplification gap) έχει πάχος $128 \mu m$ και η περιοχή μετατροπής (conversion gap) $5 mm$. Σε αυτόν τον ανιχνευτή παίρνουμε χωρικές πληροφορίες μόνο ως προς τον ένα άξονα. Δηλαδή τα strips έχουν μορφή λωρίδων και όλα μαζί αριθμούν 96 strips. Το μήκος κάθε λωρίδας ή strip είναι $100 mm$. Ένα άλλο μέγεθος που μας ενδιαφέρει είναι το pitch. Το pitch είναι η απόσταση που περιλαμβάνει το άθροισμα του πάχους ενός strip και το κενό ανάμεσα από δύο strip. Εδώ το pitch ισούται με $250 \mu m$. Τα 96 strips (μαζί με το κενό ενδιάμεσα) καλύπτουν επιφάνεια $2,4 cm \times 10 cm$ που ονομάζουμε και ενεργή περιοχή του ανιχνευτή. Το πεδίο που δημιουργείται στην περιοχή μετατροπής είναι της τάξης των $0,5 - 1 kV/cm$ ενώ στην περιοχή ενίσχυσης $30 - 50 kV/cm$.

Τα βασικά μέρη της διάταξης είναι φυσικά οι φιάλες των αερίων (εικόνα 3.3β'), η μονάδα ανάμειξης αερίων η οποία χρησιμοποιήθηκε μόνο ως παροχέας (εικόνα 3.3α'), ένας προενισχυτής (EGG Ortec 142IH), μια μονάδα παροχής τάσης (N471A), μια μονάδα ενίσχυσης (TC244), ένας πολυκαναλικός αναλυτής και τέλος ένας Ηλεκτρονικός Υπολογιστής.



Σχήμα 3.2: Η μονάδα NIM του εργαστηρίου



Σχήμα 3.3: (α') Μονάδα ανάμειξης αερίου (β') Οι φιάλες του αερίου μείγματος Αργού-Ισοβουτανίου

Αρχίζοντας θα πρέπει να περιγράψουμε την μονάδα NIM του εργαστηρίου (3.2). Αυτή η μονάδα είναι από τις πρώτες σταθερές αξίες στη πυρηνική φυσική και φυσική των υψηλών ενεργειών. Στην ουσία πρόκειται για ένα «κουτί» το οποίο έχει συγκεκριμένο μέγεθος και παρέχει καθορισμένες τάσεις. Έχει θήκες (bins) στις οποίες ο ερευνητής συνδέει τη κατάλληλη μονάδα που χρειάζεται και να την τροφοδοτήσει με τάση. Η μονάδα αυτή έχει με τη σειρά της καθορισμένο μέγεθος ($3,43\text{cm} \times 22,225\text{cm}$) που μπορεί να αντιστοιχεί σε πάχος ενός ή και περισσότερων bins (ώστε να εφαρμόζει ακριβώς στα bins) και μπορεί

να είναι οποιαδήποτε ηλεκτρονική μονάδα, όπως απαριθμητές, ενισχυτές και διευκρινιστές. Πλέον, οι standard τάσεις που παρέχει η NIM είναι $-12V$, $+12V$, $-24V$, $+24V$ ενώ δεν αποκλείεται να συναντήσει κανείς παροχές των $-6V$, $+6V$. Για τη διεξαγωγή ενός πειράματος συγκεντρώνονται τα κατάλληλα ηλεκτρονικά και συνδέονται κατάλληλα στην NIM. Μετά το πείραμα οι μονάδες των ηλεκτρονικών μπορούν να αποσυνδεθούν και να μεταφερθούν σε άλλη μονάδα NIM για διαφορετική χρήση ή να αποθηκευτούν. Τα πλεονεκτήματα της NIM είναι πολλά (ευελιξία, ανταλλαγή οργάνων, εύκολη αναβάθμιση, κόστος κ.α.) και μέχρι σήμερα χρησιμοποιείται σε όλα τα ερευνητικά εργαστήρια. Στο εργαστήριο στη μονάδα NIM είναι εγκατεστημένα εκτός από τα χρήσιμα για το πείραμα ηλεκτρονικά CAEN N471A FOLD HV Power Supply και Amplifier TC244 και άλλες μονάδες που χρησιμεύουν στην ανάγνωση του σήματος από τα strips. Αυτές είναι οι CAEN N89 NIM \leftrightarrow TTL NIM Adapter (μετατροπέας NIM \leftrightarrow TTL), CAEN N401 Quad Linear FANIN/FANOUT, Le Croy 428F Linear FANIN/FANOUT, CAEN Quad N145 Linear Scaler and Preset Counter-Timer (απαριθμητής) και CAEN N96 discriminator (διευκρινιστής).

3.2.1 Ηλεκτρονικά

Ο προενισχυτής EGG Ortec & 142 IH

Ένας προενισχυτής είναι μια ηλεκτρονική συσκευή που προηγείται ενός ενισχυτή για κάνει μια πρώτη διαμόρφωση του σήματος πριν αυτό περάσει στον ενισχυτή ή σε κάποια άλλη συσκευή. Ο προενισχυτής συνήθως εφαρμόζει τρεις σημαντικές λειτουργίες.

- Μετατρέπει το φορτίο (αρχική μορφή σήματος) σε παλμό τάσης,
- Κάνει μια πρώτη ενίσχυση του σήματος,
- Διαμορφώνει τον παλμό.

Ο παλμός-έξοδος του προενισχυτή έχει πλάτος ανάλογο του ολικού φορτίου που δίνει σαν έξοδο ο ανιχνευτής. Ο EGG & Ortec 142 IH συνεισφέρει ελάχιστα στον θόρυβο και έχει γρήγορη απόκριση, ενώ είναι μικρός σε μέγεθος και μπορεί να λειτουργήσει σε συνθήκες κενού. Στον παρακάτω πίνακα (3.5) αναφέρονται τα βασικά χαρακτηριστικά του.

NOISE	Increases with increasing input capacitance
RISE TIME	<20ns at 0pF and <50ns at 100pF
SENSITIVITY	Nominal, measured through either output 45mV/MeV Si.
ENERGY RANGE	0-100MeV Si.
POWER REQUIRED	+24V, 30mA; -24V, 10mA; +12V, 15mA; -12V, 15mA.
INPUTS	INPUT: Accepts input signal from a detector and extends operating bias to the detector. BIAS: Accepts the bias voltage for the detector from a bias supply. TEST: Accepts input voltage pulses from a pulse generator for instrument and system check and calibration; $R_{in} = 93\Omega$.
OUTPUTS	E AND T, the output polarity is opposite from the input pulse polarity.

Σχήμα 3.4: Οι κύριες ιδιότητες του προενισχυτή EG & G Ortec 142 IH

Ο ενισχυτής Tennelec Amplifier TC244

Ο Tennelec Amplifier TC244 είναι ένας ενισχυτής και τον χρησιμοποιούμε για ενίσχυση του σήματος από το mesh. Ο χρήστης μπορεί να ρυθμίσει το coarse και το fine gain και να πάρει ως έξοδο το σήμα σε μονοπολική ή διπολική ημι-Γκαουσιανή μορφή. Μετά από χρήση του συγκεκριμένου module και δοκιμές με την έξοδο του σήματος παρατηρήθηκε ότι είναι προτιμότερο το σήμα από το mesh να περάσει στον MCA σε μονοπολική μορφή. Το σήμα σε διπολική μορφή είχε ως αποτέλεσμα περισσότερο θόρυβο και χειρότερη κατανομή. Η μόνη διαφορά ήταν ότι έπρεπε να γυρίσουμε τον διακόπτη πολικότητας στο negative γιατί ο MCA δέχεται σήμα μόνο θετικής πολικότητας.

Ο πολυκαναλικός αναλυτής Amptek Pocket MCA 8000A

Από τα πιο χρήσιμα εργαλεία συλλογής δεδομένων για την πυρηνική φυσική, τη φασματοσκοπία και τη φυσική υψηλών ενεργειών είναι

ένας πολυκαναλικός αναλυτής (Σχήμα 3.5). Στην ουσία ένας MCA ταξινομεί τους παλμούς που δέχεται από τους ανιχνευτές ανάλογα το πλάτος τους (δηλαδή την ενέργεια) και τους τοποθετεί στο κατάλληλο κανάλι. Το κάθε κανάλι αντιστοιχεί σε μια ποσότητα ενέργειας και όταν ο MCA διαβάσει παλμό αυτής της ενέργειας αυξάνει κατά ένα τον αριθμό των παλμών που έχει δεχτεί για το συγκεκριμένο κανάλι. Η βαθμονόμηση της ενέργειας (Energy Calibration) γίνεται χρησιμοποιώντας συνήθως πηγές ακτινοβολίας που εκπέμπουν φωτόνια γνωστής ενέργειας. Ο MCA 8000A παρέχει την δυνατότητα επιλογής μεταξύ 512 και 1024 καναλιών που αντιστοιχούν σε ενέργεια 0–5 V ή 0–10 V. Το λογισμικό για την απεικόνιση των φασμάτων ονομάζεται Amptek ADMCA και επιτρέπει εύκολη ανάγνωση και αποθήκευση των δεδομένων (Σχήμα 3.6).



Σχήμα 3.5: Ο πολυκαναλικός αναλυτής Amptek Pocket MCA 8000A

PULSE-HEIGHT DIGITIZER	Successive-approximation ADC with two stage input analog pipeline and sliding-scale linearization. Software selectable resolution: 16k, 8k, 4k, 2k, 1k, 0.5k, 0.25k channels. The sliding scale linearization technique reduces the ADC range by 1/32.
PULSE PROCESSING TIMES	Minimum pulse peaking time is 250 ns. Acquisition time of the analog pipeline $\leq 2\mu\text{s}$. ADC conversion time $\leq 5\mu\text{s}$.
GAIN STABILITY	Gain $< \pm 10 \text{ ppm}/^\circ\text{C}$, zero drift $< \pm 3 \text{ ppm}/^\circ\text{C}$.
LOW LEVEL DISCRIMINATOR	Software selectable threshold, in increments of one channel, up to half of full range. Threshold accuracy $< \pm 0.5\%$ of full range.
MAXIMUM COUNTS PER CHANNEL	$4,29 \times 10^9$ counts (4bytes).
OPERATING TEMPERATURE	0-70°C.
POWER SOURCES	Two AA batteries or 9V (200mA) AC adapter (included) 3.5mm \times 1.3mm Female Barrel; Center positive. When operating on external power via the adapter, there is no drain or recharging of the internal batteries.
INPUT	The analog input accepts positive unipolar or bipolar semigaussian type pulses of shaping time constants $\geq 100\text{ns}$ (peaking time $\geq 250\text{ns}$). See examples below. The dynamic range is 0-5V ($Z_{in} = 200k\Omega$) or 0-10V ($Z_{in} = 2k\Omega$), selectable by the Input Range Switch. The input has overload protection up to $\pm 15\text{V}$. The DC level of the input signal must be set to zero. The minimum input signal for the specified nonlinearity is 15mV.

Σχήμα 3.6: Οι κύριες ιδιότητες του Amptec Pocket MCA 8000A

CAEN N471A FOLD HV Power Supply

Η μονάδα CAEN N471A FOLD HV Power Supply είναι ένας παροχέας υψηλής τάσης δύο καναλιών και έχει μήκος όσο ένα bin της NIM. Είναι αρκετά εύχρηστος και ήταν ο κατάλληλος για την περίπτωση μας, αφού έπρεπε να τροφοδοτήσουμε με τάση τα drift και mesh ηλεκτρόδια του MICROMEGAS. Η υψηλή τάση που παρέχει εκτείνεται από $\pm 50 \text{ V} - \pm 8 \text{ kV}$ που είναι παραπάνω από αρκετό για τον ανιχνευτή, που τον λειτουργούσαμε σε μέγιστη τάση -600 V για το mesh και -800 V για το drift. Η πολικότητα αλλάζει ανάλογα τις ανάγκες του χρήστη. Το ρεύμα σαν έξοδος όταν είναι μέγιστο φτάνει τα $8 \mu\text{A}$ (Σχήμα 3.7).

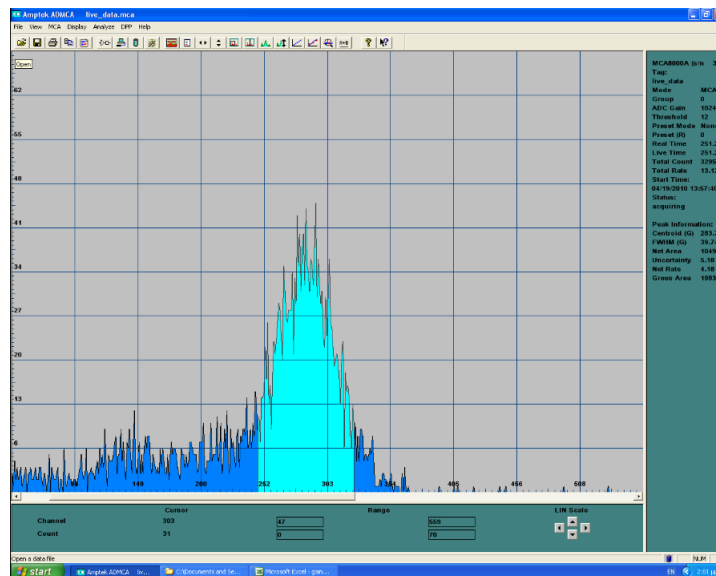
Technical Specifications Table	
Number of channels	2
HV range	± 50 V to ± 8 kV
Maximum output current	8 μ A
Polarity	positive or negative selectable by the User
HV Set Resolution	± 1 V
HV Mon resolution	± 1 V
I Set resolution	± 1 nA
I Monitor resolution	± 1 nA
Vmon accuracy	0.5% ± 8 V
Imon accuracy	2% ± 10 nA
Vmax accuracy	1% ± 8 V ($V_{max} > 1000$ V)
HV Ripple	60 mVpp at full load
RAMP-UP	Fixed (200 V/s)
RAMP-DOWN	Fixed (200 V/s)
Humidity range	10% to 80%
Operating temperature	0 to 45 °C
HV Out ttemp. Coeff.	max 0.005% / °C
HV Long term stability	± 2 V

Σχήμα 3.7: Οι κύριες ιδιότητες του CAEN N471A FOLD HV Power Supply

3.3 Λήψη και επεξεργασία πειραματικών δεδομένων

Η λήψη των δεδομένων, για τη μελέτη των ιδιοτήτων του ανιχνευτή Micromegas, έγινε με χρήση μιας ραδιενεργής πηγής σιδήρου (Fe-55) ενέργειας φωτονίων (ακτίνες-X) στα 5.9 keV. Με την τοποθέτηση της πηγής κοντά στο παράθυρο του θαλαμου του ανιχνευτή, τα φωτόνια που εκπέμπει η πηγή σιδήρου, εισέρχονται στο κυρίως μέρος του ανιχνευτή (conversion gap, amplification gap) όπου με την διαδικασία που έχουμε περιγράψει το σήμα επάγεται γι' αυτό και είναι πολύ γρήγορο. Αντίθετα, τα ιόντα συλλέγονται αρκετά αργότερα (παίρνουμε σήμα στα strips λόγω των ηλεκτρονίων και στο mesh λόγω των θετικών ιόντων). Το φορτίο που λαμβάνουμε είναι ανάλογο της ενέργειας του

αρχικού φωτονίου που ιόνισε το αέριο. Όμως επειδή το σήμα λόγω των ηλεκτρονίων είναι πάρα πολύ γρήγορο, είναι πιο εύκολο να επεξεργαστούμε το σήμα λόγω των θετικών ιόντων. Το σήμα αυτό, μετά απο την απαραίτητη ενίσχυση, εισέρχεται στον πολυκαναλικό αναλυτή. Με τη βοήθεια του λογισμικού ADMCA μπορούμε να πάρουμε το ενεργειακό φάσμα της ραδιενεργής πηγής σιδήρου (Σχήμα 3.8) και να εξάγουμε χρήσιμα συμπεράσματα για διάφορα μεγέθη (π.χ. Υπολογισμός της ενίσχυσης ως συνάρτηση της τάσης στο mesh, του συντελεστή Townsend συναρτήσει του ηλεκτρικού πεδίου, της ενεργειακής διακριτικής ικανότητας του ανιχνευτή Micromegas, της διαφάνειας (Transparency) του ανιχνευτή Micromegas).



Σχήμα 3.8: Ενεργειακό φάσμα σιδήρου (Fe-55) όπως απεικονίζεται στο λογισμικό ADMCA

Κορυφή διαφυγής του Αργού (Argon escape peak)

Παρατηρώντας το ενεργειακό φάσμα διαπιστώνουμε την ύπαρξη δύο κορυφών. Η μία αντιστοιχεί σε φωτόνια ενέργειας 5.9 keV του σιδήρου ενώ η μικρότερη κορυφή είναι η κορυφή διαφυγής του αργού ή Argon escape peak. Τα φωτόνια από την πηγή σιδήρου αλληλεπιδρούν με τα άτομα του αργού μέσω φωτοηλεκτρικού φαινομένου. Σε αυτή τη περιοχή αλληλεπίδρασης, το αρχικό φωτόνιο, εξαφανίζεται και το αποβαλλόμενο ηλεκτρόνιο (συνήθως της K-στοιβάδας) αποδίδει

τοπικά την επιπλέον ενέργεια (πέραν της ενέργειας σύνδεσης της Κ-στοιβάδας). Καθώς το φωτοηλεκτρόνιο κινείται μέσα στο αέριο, χάνει την ενέργειά του δημιουργώντας περαιτέρω ιονισμούς. Από την άλλη πλευρά, η κενή θέση στην Κ-στοιβάδα, του αρχικά διεγερμένου ατόμου του αργού, συμπληρώνεται από ηλεκτρόνια εξώτερων στοιβάδων εκπέμποντας είτε απευθείας ακτίνες-Χ ενέργειας ίσης με την ενεργειακή διαφορά των σταθμών, είτε ηλεκτρόνια Auger. Στην περίπτωση που τα φωτοηλεκτρόνια απορροφηθούν πλήρως από τον ενεργό όγκο του ανιχνευτή, τότε όλη η ενέργεια του αρχικού φωτονίου των ακτίνων-Χ μετατρέπεται σε συλλεγόμενο φορτίο. Τότε ο παλμός που προκύπτει εμφανίζεται στο προβλεπόμενο ύψος παλμού των 5.9 keV . Σε μερικές περιπτώσεις όμως, δεν απορροφάται όλη η ενέργεια του αρχικού φωτονίου. Έτσι, υπάρχει μια μεγάλη πιθανότητα η εκπεμπόμενη ακτίνα-Χ της Κ-στοιβάδας από το διεγερμένο άτομο του αργού, να διαφύγει από τον «ενεργό όγκο» του ανιχνευτή. Αυτό θα έχει σαν συνέπεια η εναποτιθέμενη ενέργεια στον ανιχνευτή να είναι η ενέργεια του αρχικού φωτονίου του σιδήρου μείον την ενέργεια της ακτίνας-Χ στην Κ-στοιβάδα του αργού (2.96 keV). Αυτό το γεγονός θα αποδίδει μια κορυφή με ύψος παλμού $5.9 \text{ keV} - 2.96 \text{ keV} \simeq 3 \text{ keV}$. Η επιστημονική ορολογία της κορυφής αυτής είναι *Argon escape peak*.

3.3.1 Υπολογισμός της ενίσχυσης (Gain) ως συνάρτηση της τάσης στο mesh

Ο υπολογισμός της ενίσχυσης του σήματος (Gain) προκύπτει από το λόγο του αριθμού των τελικών ηλεκτρονίων n προς τον αριθμό των ηλεκτρονίων του πρωτογενή ιονισμού n_{prim} σχέση (3.1).

$$G = \frac{n}{n_{prim}} \quad (3.1)$$

Ο αριθμός των πρωταρχικών ηλεκτρονίων που δημιουργούνται από ένα φωτόνιο ενέργειας 5.9 keV , με το δυναμικό ιονισμού του αργού να βρίσκεται στα 26.2 eV , είναι:

$$n_{prim} = \frac{5,9 \text{ keV}}{26,2 \text{ eV}} = \frac{5900 \text{ eV}}{26,2 \text{ eV}} \simeq 225e^- \quad (3.2)$$

Για υπολογίσουμε τον αριθμό των τελικών ηλεκτρονίων θα πρέπει να λάβουμε υπ' όψη και την ενίσχυση που οφείλεται στον ενισχυτή και τον προενισχυτή αλλά και τις παραμέτρους του πολυκαναλικού ενισχυτή. Η ευαισθησία του προενισχυτή EG & G Ortec 142 IH είναι

45 mV ανά MeV Si. Άρα αν λαβουμε υπ' όψη ότι για να δημιουργηθεί ένα ζεύγος ηλεκτρονίου-ιόντος στο πυρίτιο χρειάζονται 3.62 eV:

$$(sensitivity) = \frac{45mV}{MeV \times Si} = \frac{45mV}{\frac{10^6 eV}{3,62eV}} = \frac{45mV}{276243} \quad (3.3)$$

Ο πολυκαναλικός αναλυτής (MCA), ήταν ρυθμισμένος έτσι ώστε κάθε ένα από τα 1024 κανάλια του, να αντιστοιχεί σε 5 V. Άρα η ενίσχυση λόγω του ενισχυτή θα είναι:

$$(Amplification) = (centroid) \cdot \frac{5V}{1024} \quad (3.4)$$

Η ενίσχυση λόγω του προενισχυτή δίνεται από:

$$(PreAmplification) = \frac{(Aplification)}{(CoarseGain) \cdot (FineGain)} \quad (3.5)$$

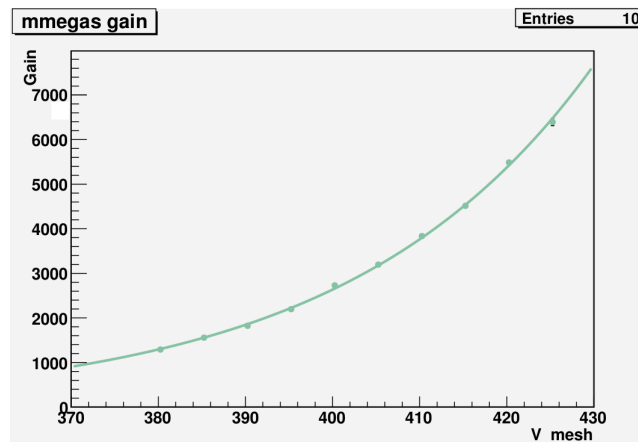
όπου $(CoarseGain) \cdot (FineGain) = 10$ για τη σταθερή αναλογία αερίου μείγματος αργό 95%-ισοβουτάνιο 5% που χρησιμοποιήθηκε στο εργαστήριο. Όμως, για τον αριθμό των δευτερογενών ηλεκτρονίων ισχύει:

$$n = \frac{(PreAmplification)}{(sensitivity)} \quad (3.6)$$

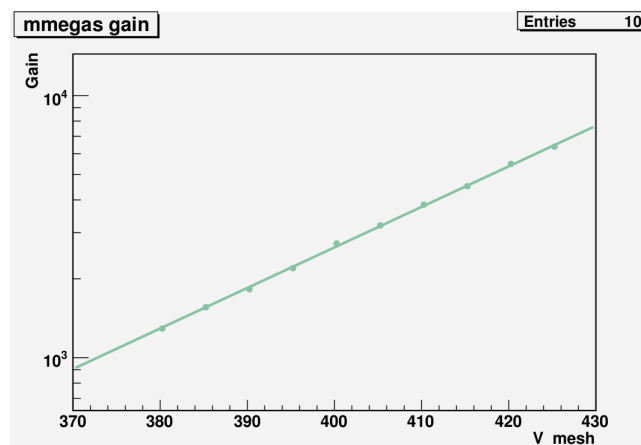
Έτσι, αντικαθιστώντας στη σχέση (3.1) τις σχέσεις (3.6) και (3.2) προκύπτει ότι το Gain ισούται με:

$$G = \frac{n}{n_{prim}} = \frac{\frac{(PreAmplification)}{(sensitivity)}}{225} \stackrel{3.5}{=} \frac{10}{225 \cdot \frac{45mV}{276243}} \stackrel{3.4}{=} \stackrel{3.4}{=} 13,32 \cdot (centroid) \quad (3.7)$$

Με την παραπάνω σχέση μπορούμε, ανάλογα με τις ρυθμίσεις που επιλέγουμε στον ενισχυτή και το (centroid) που είναι το κανάλι που βρίσκεται η κορυφή των 5.9 keV, να υπολογίσουμε το Gain για την τάση που εφαρμόζουμε κάθε φορά στο mesh (Σχήμα 3.9, Σχήμα 3.10). Να σημειωθεί ότι επειδή έχουμε να κάνουμε με στατιστικής φύσεως διαδικασίες, στην ουσία δεν έχουμε μια ενεργειακή κορυφή σε ένα συγκεκριμένο κανάλι, αλλά μια κατανομή της ενέργειας που εκτείνεται σε ένα αριθμό καναλιών, όπως άλλωστε φαίνεται και απο το ενεργειακό φάσμα που λαμβάνουμε απο το ADMCA. Έτσι το (centroid) είναι το κέντρο της κορυφής.



Σχήμα 3.9: Καμπύλη του Gain σε συνάρτηση με την τάση στο mesh για αέριο μείγμα αργό-ισοβουτάνιο, σε γραμμική κλίμακα του κατακόρυφου άξονα

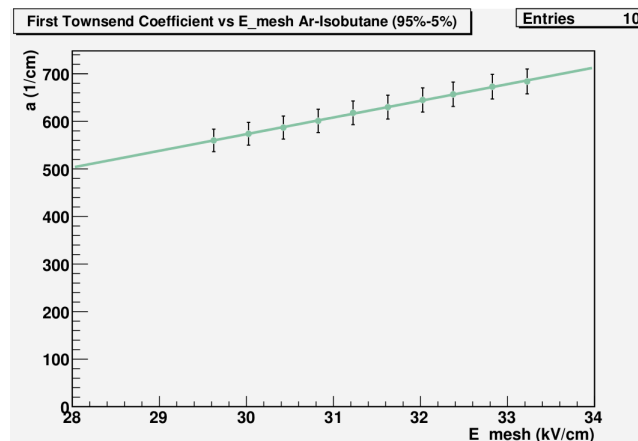


Σχήμα 3.10: Καμπύλη του Gain σε συνάρτηση με την τάση στο mesh για αέριο μείγμα αργό-ισοβουτάνιο, σε λογαριθμική κλίμακα του κατακόρυφου άξονα

3.3.2 Υπολογισμός του συντελεστή Townsend σε συνάρτηση με το ηλεκτρικό πεδίο

Στην προηγούμενη παράγραφο ασχοληθήκαμε με τον υπολογισμό της ενίσχυσης (Gain) εξαιτίας της τάσης στο mesh. Γνωρίζοντας το Gain μπορούμε να υπολογίσουμε και τον συντελεστή Townsend με τη βοήθεια της σχέσης $G = e^{\alpha x}$ όπου x είναι γνωστή απόσταση και είναι

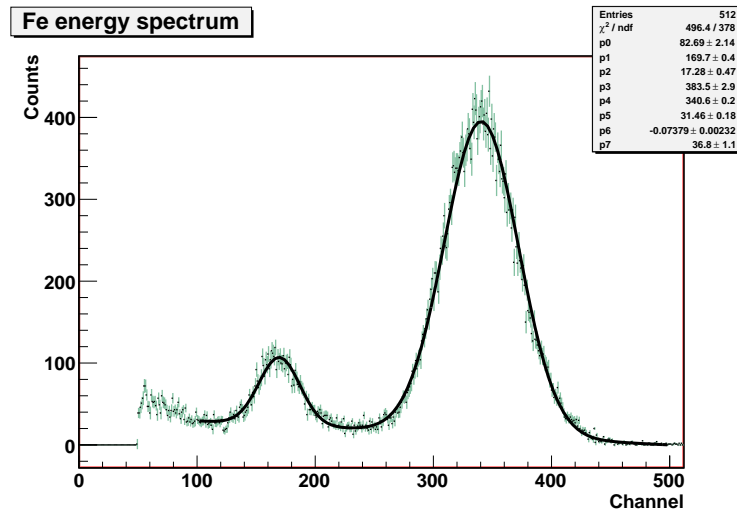
ίση με τις διαστάσεις του amplification gap $d = 128 \mu\text{m}$. Το ηλεκτρικό πεδίο δίνεται από τη σχέση $E = \frac{V}{d}$, όπου V είναι η τάση του mesh ($V = V_{\text{mesh}} - V_{\text{strips}} = V_{\text{mesh}}$), γιατί τα strips είναι γειωμένα. Κατ' αυτό τον τρόπο προκύπτει και το διάγραμμα του συντελεστή Townsend a ($1/\text{cm}$) σε συνάρτηση με το ηλεκτρικό πεδίο E (kV/cm) (Σχήμα 3.11).



Σχήμα 3.11: Ο συντελεστής Townsend a ($1/\text{cm}$) σε συνάρτηση με το ηλεκτρικό πεδίο E (kV/cm)

3.3.3 Υπολογισμός της ενεργειακής διακριτικής ικανότητας του ανιχνευτή στα $5,9 \text{ keV}$

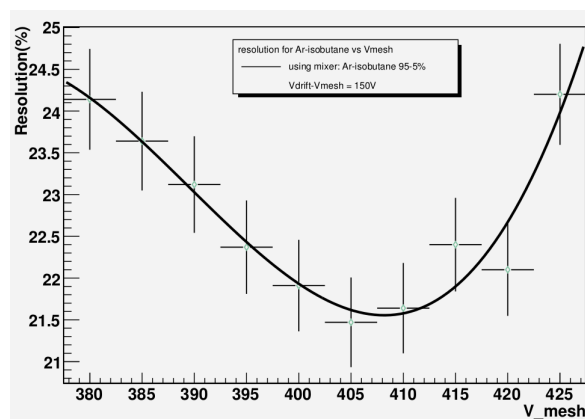
Για τον υπολογισμό της ενεργειακής διακριτικής ικανότητας (energy resolution) χρησιμοποιήσαμε τα φάσματα που πήραμε με την πηγή σιδήρου ($5,9 \text{ keV}$). Με τη βοήθεια του ROOT, αφού δημιουργήσαμε το ιστόγραμμα κάθε φάσματος, στη συνέχεια κάναμε προσαρμογή (fit) δυο γκαουσιανών κατανομών και μιας γραμμικής συνάρτησης στις κατανομές της ενέργειας, γύρω από τις γνωστές ενεργειακές κορυφές του σιδήρου και του argon escape ($2,9 \text{ keV}$). Έτσι μετά το fitting προέκυψε η γραφική παράσταση (3.12):



Σχήμα 3.12: Το αποτέλεσμα του fit των δύο γκαουσιανών κατανομών και της γραμμικής συνάρτησης στο ενεργειακό φάσμα

Το ROOT με το fit υπολογίζει και τις παραμέτρους των δύο γκαουσιανών (ύψος, θέση και σ του παλμού). Εδώ μας ενδιαφέρουν οι παράμετροι της δεύτερης ενεργειακά κορυφής που αντιστοιχεί σ' αυτή του σιδήρου. Ο υπολογισμός της energy resolution γίνεται με τη βοήθεια του τύπου:

$$R = \frac{\text{Full Width Half Maximum}}{\text{Peak Position}} = 2,36 \frac{\sigma}{\mu} = 2,36 \frac{p_5}{p_4} \quad (3.8)$$



Σχήμα 3.13: Η ενεργειακή διακριτική ικανότητα σε συνάρτηση με την τάση στο mesh

3.3.4 Υπολογισμός της διαφάνειας (Transparency) του πλέγματος του ανιχνευτή

Το ολικό φορτίο που συλλέγεται στα strips, δίνεται από τη σχέση 3.9:

$$Q = e \cdot n_{prim} \cdot G \propto E \quad (3.9)$$

όπου:

e , το φορτίο του ηλεκτρονίου,

n_{prim} , τα πρωταρχικά ηλεκτρόνια και

$G = \frac{1}{n_{prim}} \sum A_i = \bar{A}$, η μέση ενίσχυση και $\sum A_i$ η ενίσχυση για το κάθε φορτίο ξεχωριστά.

Προκύπτει, έτσι, η διακύμανση του φορτίου σε συνάρτηση των παραπάνω μεγεθών (3.10).

$$\left(\frac{\sigma_Q}{Q}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_{n_{prim}}}{n_{prim}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_G}{G}\right)^2 \quad (3.10)$$

Για την διακύμανση της ενίσχυσης ισχύει ότι:

$$\sigma_G^2 = \frac{1}{n_{prim}^2} \sum_{i=1}^{n_{prim}} \sigma_A^2 = \frac{1}{n_{prim}} \left(\frac{1}{n_{prim}} \sum_{i=1}^{n_{prim}} \sigma_A^2 \right) = \frac{1}{n_{prim}} \sigma_A^2 \quad (3.11)$$

Από (2.21) και (3.11) προκύπτει:

$$\left(\frac{\sigma_Q}{Q}\right)^2 = \underbrace{\left(\frac{\sigma_{n_{prim}}}{n_{prim}}\right)^2}_{(A)} + \underbrace{\frac{1}{n_{prim}} \left(\frac{\sigma_A}{\bar{A}}\right)^2}_{(B)} \quad (3.12)$$

Αν για το (A) της (3.12) γνωρίζουμε ότι $\sigma_{n_{prim}}^2 = F \cdot n_{prim}$, όπου F ο παράγοντας Fano, τότε προκύπτει:

$$\left(\frac{\sigma_{n_{prim}}}{n_{prim}}\right)^2 = \frac{F}{n_{prim}} \quad (3.13)$$

Η ενίσχυση A ακολουθεί την κατανομή Polya για υψηλές ενέργειες που υπάρχει εξάρτηση από την προέλευση του σωματιδίου και εκφράζεται από τη σχέση:

$$P(A) = \left(\frac{A(1+\theta)}{\bar{A}} \right)^\theta \cdot e^{-\frac{A(1+\theta)}{\bar{A}}} \quad (3.14)$$

όπου θ το κλάσμα των ηλεκτρονίων με ενέργεια μεγαλύτερη της ενέργειας ιονισμού. Αν θέσουμε $b = (1+\theta)^{-1}$, από (B) της (3.12) και (3.14) προκύπτει ότι:

$$\left(\frac{\sigma_A}{\bar{A}} \right)^2 = \frac{1}{\bar{A}} + b \stackrel{\bar{A} \gg b}{\approx} b \quad (3.15)$$

Από τις σχέσεις (3.12), (3.13) και (3.15), καταλήγουμε στη σχέση:

$$\left(\frac{\sigma_Q}{Q} \right)^2 = \frac{F}{n_{prim}} + \frac{b}{n_{prim}} \Rightarrow \frac{\sigma_Q}{Q} = \left(\frac{F+b}{n_{prim}} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (3.16)$$

Υποθέτοντας ότι για τάση ολίσθησης $V_{drift} = 500 V$ ($V_{mesh} = 425 V =$ σταθερή) ο ανιχνευτής παρουσιάζει βέλτιστη ενεργειακή διακριτική ικανότητα και κατά συνέπεια όλα τα πρωταρχικά ηλεκτρόνια διέρχονται στην περιοχή ενίσχυσης, προκύπτει από την (3.16) ότι $F+b \simeq 1, 53$. Γνωρίζοντας την τιμή για το άθροισμα $F+b$ μπορούμε να υπολογίσουμε, μέσω της (3.16), τον αριθμό n των ηλεκτρονίων για κάθε τιμή των σ_Q, Q .

Το ποσοστό των πρωταρχικών ηλεκτρονίων που εισέρχονται στο χώρο ενίσχυσης (amplification gap) ορίζεται ως διαφάνεια (transparency) του ανιχνευτή.

$$\begin{aligned} Transparency &= \frac{\text{number of } e^- \text{ inserting into the amplification gap}}{\text{total number of } e^- \text{ produced}} = \\ &= \frac{n}{n_{prim}} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Με τη διαφάνεια (Transparency) μπορούμε να εξετάσουμε αν τα πρωταρχικά ηλεκτρόνια οδηγούνται «σωστά» έτσι ώστε να φτάσουν στο amplification gap και στη συνέχεια να υποστούν τον τελικό πολλαπλασιασμό. Με την αύξηση, για παράδειγμα, του ηλεκτρικού πεδίου στην περιοχή ολίσθησης E_{drift} παρατηρείται στρεύλωση των δυναμικών γραμμών του ηλεκτρικού πεδίου με αποτέλεσμα τα e^- να μη διέρχονται από τις σπές του mesh και να καταλήγουν πάνω σε αυτό.

Για τον υπολογισμό της διαφάνειας (Transparency) υπολογίζουμε την

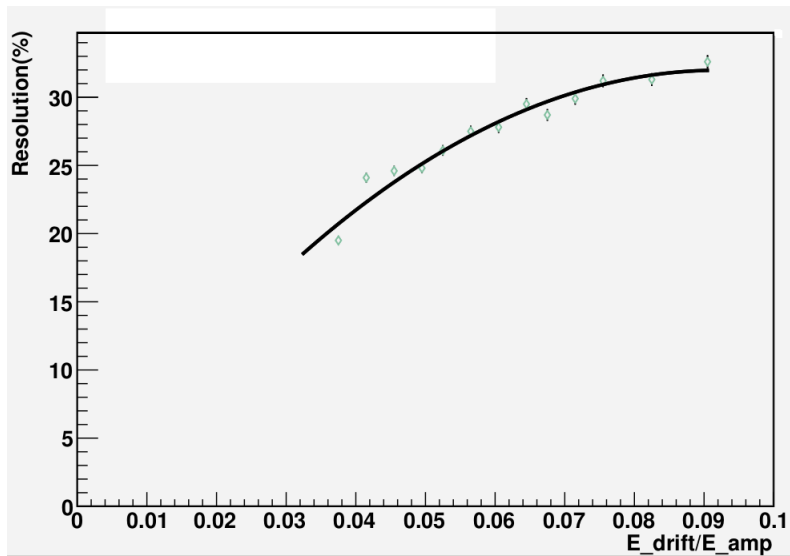
ενίσχυση (Gain) σε συνάρτηση με το κλάσμα $\frac{E_{drift}}{E_{amplification}}$, όπου:

$$E_{drift} = \frac{V_{drift} - V_{mesh}}{d_{conversion\ gap}} \quad (3.18)$$

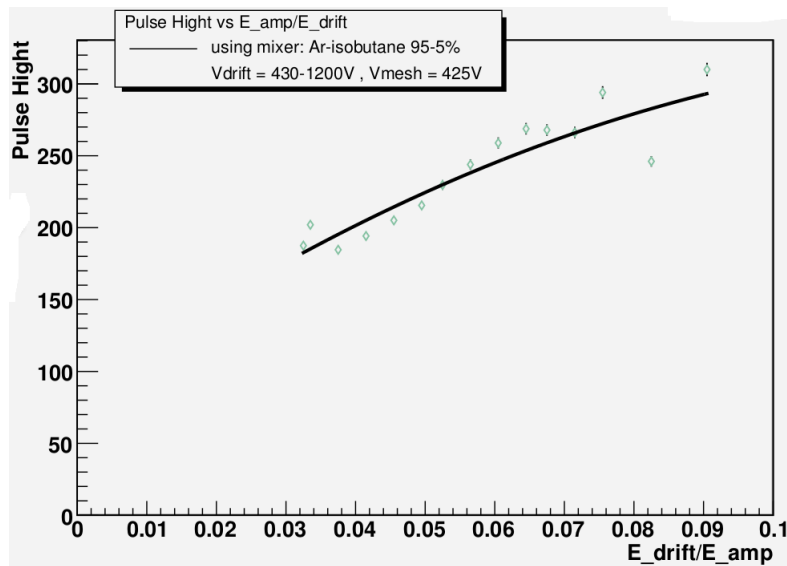
και

$$E_{amplification} = \frac{V_{mesh} - V_{strips}}{d_{amplification}} \quad (3.19)$$

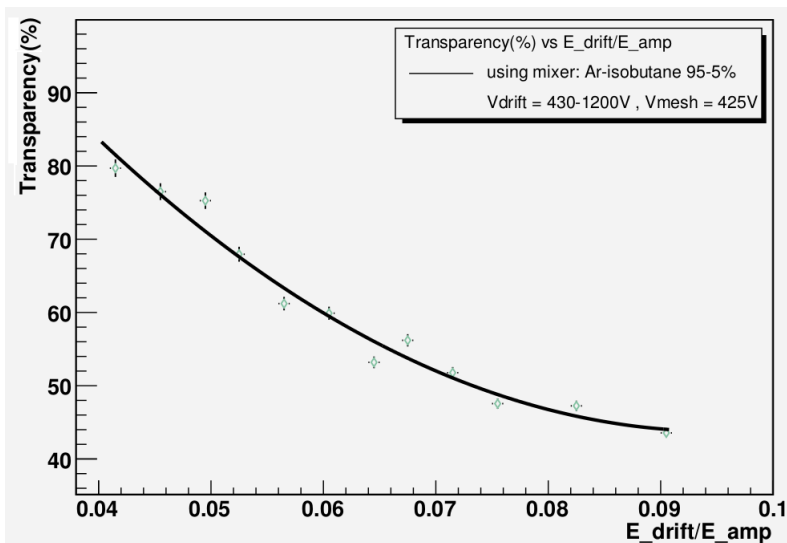
Στα Σχήματα 3.13), 3.14) παρατηρούμε μεταβολές στις τιμές του Resolution. Μια εξήγηση που μπορεί να δοθεί είναι ότι κατά τη διάρκεια του πειράματος ο αριθμός των πρωταρχικών ηλεκτρονίων μπορεί να μεταβάλλεται ενώ παράλληλα το κάθε ηλεκτρόνιο δεν προκαλεί ίδιους ιονισμούς με τα υπόλοιπα. Επίσης, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, με την αύξηση του ηλεκτρικού πεδίου στην περιοχή ολίσθησης τα ηλεκτρόνια που προέρχονται από ιονισμό μπορεί να καταλήξουν πάνω στο πλέγμα με αποτέλεσμα την απώλεια στην ενέργειά τους.



Σχήμα 3.14: Η ενεργειακή διακριτική ικανότητα (%) σε συνάρτηση με το λόγο $\frac{E_{drift}}{E_{amplification}}$



Σχήμα 3.15: Το ύψος του παλμού σε συνάρτηση με το λόγο $\frac{E_{drift}}{E_{amplification}}$



Σχήμα 3.16: Η διαφάνεια του ανιχνευτή (%) σε συνάρτηση με το λόγο $\frac{E_{drift}}{E_{amplification}}$

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.13, η βέλτιστη ενεργειακή διακριτική ικανότητα του ανιχνευτή προκύπτει για τάση στο πλέγμα $V_{mesh} \simeq 405$ V. Επομένως, για τη συγκεκριμένη τάση αναμένεται και η μεγαλύτερη διαφάνεια του ανιχνευτή ($\sim 100\%$). Όμως, για τον υπολογισμό

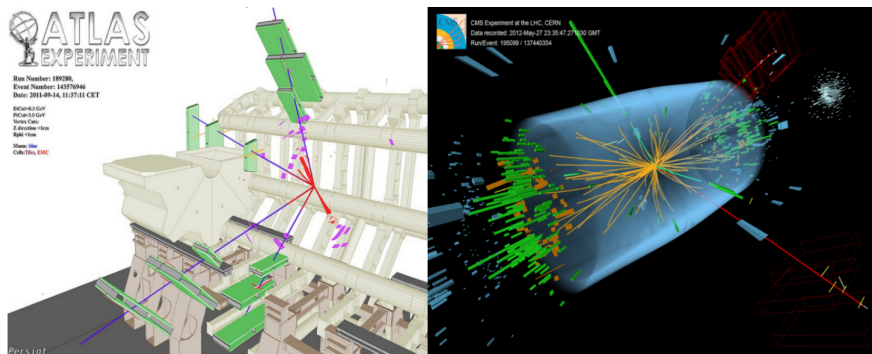
της διαφάνειας η σταθερή τάση του πλέγματος κατά τη διάρκεια των μετρήσεων ήταν $V_{mesh} = 425 \text{ V}$. Έτσι, στο Σχήμα 3.16, παρατηρούμε ότι η βέλτιστη διαφάνεια του ανιχνευτή είναι περίπου $\sim 80\%$ η οποία χειροτερεύει όσο μεγαλώνει ο λόγος $\frac{E_{drift}}{E_{amplification}}$.

Κεφάλαιο 4

Προσαρμογή πειραματικών σημείων με ευθεία και ελικοειδή τροχιά σε τρισδιάστατο χώρο

4.1 Εισαγωγή

Το κύριο αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η δημιουργία (προσομοίωση) τρισδιάστατης ιδανικής τροχιάς ενός φορτισμένου σωματιδίου εντός του ανιχνευτή, γύρω από την οποία θα προσαρμοστεί η πειραματική τροχιά του σωματιδίου. Η παραπάνω ανάλυση έγινε με χρήση της γλώσσας προγραμματισμού C++ ενώ τα αποτελέσματα επεξεργάστηκαν με το πρόγραμμα ανάλυσης δεδομένων του CERN, ROOT. Αρχικά, θα ασχοληθούμε με τη περίπτωση η τροχιά του φορτισμένου σωματιδίου να είναι ευθεία κατά τη διεύθυνσή του μέσα από τον ανιχνευτή ενώ μετ' έπειτα θα γίνει αναφορά στην ελικοειδή κίνησή του εντός του ανιχνευτή. Οι αποκλίσεις της θεωρητικής εικόνας από την πειραματική ελαχιστοποιήθηκαν με τη χρήση του πακέτου MINUIT.



Σχήμα 4.1: Αναπαράσταση των τροχιών φορτισμένων σωματιδίων στα πειράματα ATLAS και CMS του CERN

4.2 Βασικές αρχές του πακέτου MINUIT

4.2.1 Η οργάνωση του MINUIT

Το πακέτο MINUIT ενεργεί σε μια συνάρτηση C++ πολλών παραμέτρων στην οποία δίνεται το όνομα FCN. Η ονομασία της και ο προσδιορισμός της γίνεται από το χρήστη του προγράμματος. Η τιμή της FCN εξαρτάται από μία ή περισσότερες παραμέτρους των οποίων οι τιμές προκύπτουν ανάλογα με τη λειτουργία που καλείται να εκτελέσει το MINUIT (συνήθως εύρεση ελαχίστου). Ένα απλό παράδειγμα είναι η προσαρμογή (fit) μιας πολυωνμικής συνάρτησης σε ένα σύνολο σημείων. Η συνάρτηση FCN μπορεί να υπολογίσει το χ^2 μεταξύ της πολυωνμικής συνάρτησης και των σημείων. Οι παράμετροι της FCN που προκύπτουν, αποτελούν τους συντελεστές της πολυωνμικής. Με τις εντολές του MINUIT, ο χρήστης είναι δυνατό να δώσει τις κατάλληλες παραμέτρους στην FCN, ώστε οι συντελεστές της πολυωνμικής να εξασφαλίζουν το βέλτιστο fit με τα σημεία (ελάχιστη τιμή του χ^2). Επίσης, είναι δυνατό να προστεθεί ένα πακέτο εντολών στο MINUIT με το είδος της ανάλυσης που θέλουμε να πραγματοποιήσουμε. Οι εντολές αυτές μπορεί να δοθούν με τους ακόλουθους τρόπους:

- Ως αρχείο πληροφοριών (data file), αναφορικά με τις παραδοσιακές «data cards» για παρτίδες επεξεργασίας (batch processing),
- μέσω πλκτρολόγησης κατά το χρόνο εκτέλεσης σε ένα τερματικό (terminal), για διαδραστική λειτουργία,

- κωδικοποιημένες σε C++ στο καλούμενο πρόγραμμα, το οποίο επιτρέπει επαναλήψεις (looping), υπό όρους εκτέλεση, καθώς και όλες τις άλλες δυνατότητες της C++, δεν είναι όμως διαδραστικό, δεδομένου ότι πρέπει να καταρτίζεται πριν από την εκτέλεση. Αυτή είναι γνωστή και ως «slave mode» λειτουργία του MINUIT.

Είναι, τέλος, δυνατό να συνδυαστούν κάποιες από τις παραπάνω μορφές. Για παράδειγμα, το fit γίνεται αρχικά μέσω ενός data file και οι τελικές εντολές γίνονται διαδραστικά μέσω τερματικού (terminal).

Εσωτερικές και εξωτερικές παράμετροι (internal and external parameters)

Οι παράμετροι της συνάρτησης FCN που μπορεί να εισάγει ο χρήστης έχουν τις ακόλουθες μορφές:

- Freely Variable: μπορούν να λάβουν κάθε τιμή,
- Variable with limits: λαμβάνουν κάθε τιμή μεταξύ συγκεκριμένων ορίων που προσδιορίζει ο χρήστης,
- Fixed: λαμβάνουν προκαθορισμένες τιμές ανάλογα με την περίπτωση,
- Constant: έχουν μια σταθερή τιμή,
- Undefined: δεν προσδιορίζονται από το χρήστη.

Ο χρήστης της συνάρτησης έχει πάντα πρόσβαση σε όλες τις προσδιορισμένες (defined parameters) παραμέτρους, αποκαλούμενες και ως «εξωτερικές» (external). Παράλληλα οι εγγενείς ρουτίνες ελαχιστοποίησης του MINUIT επιλέγουν παραμέτρους χωρίς προκαθορισμένα όρια. Έτσι, έχουν πρόσβαση στις λεγόμενες «εσωτερικές» (internal) παραμέτρους, των οποίων η λίστα προκύπτει από αυτή των «εξωτερικών» μέσω του ακόλουθου μετασχηματισμού:

- παραβλέπονται όλες οι παράμετροι που δεν είναι μεταβλητές (μεταβαλλόμενες;),
- μετασχηματίζονται όλες οι μεταβλητές (μεταβαλλόμενες;) παράμετροι με όρια, με τέτοιο τρόπο, ώστε η νέα παράμετρος να μεταβάλλεται χωρίς όρια. Επειδή ο εν λόγω μετασχηματισμός δεν είναι γραμμικός,

συνίσταται η αποφυγή παραμέτρων με όρια όταν αυτά δε χρειάζονται.

Μετασχηματισμός παραμέτρων με όρια

Ο μετασχηματισμός των παραμέτρων με όρια που χρησιμοποιεί το MINUIT είναι ο ακόλουθος:

$$P_{int} = \arcsin \left(2 \cdot \frac{2P_{ext} - \alpha}{b - \alpha} - 1 \right) \quad (4.1)$$

$$P_{ext} = \alpha + \frac{b - \alpha}{2} (\sin P_{int} + 1) \quad (4.2)$$

έτσι, ώστε, η εσωτερική τιμή της παραμέτρου P_{int} μπορεί να πάρει κάθε τιμή, ενώ η εξωτερική τιμή της παραμέτρου P_{ext} μπορεί να πάρει τιμές μεταξύ του α (κατώτατη τιμή) και του b (ανώτατη τιμή). Μιας και ο μετασχηματισμός είναι υποχρεωτικά μη-γραμμικός, μετατρέπει ένα απλό γραμμικό πρόβλημα σε ένα πολύπλοκο μη-γραμμικό, γι' αυτό είναι προτιμότερο να παραλείπονται τα όρια όπου αυτά δε χρειάζονται. Επιπλέον, η διαδικασία του μετασχηματισμού απαιτεί κάποιο χρόνο, καθυστερώντας έτσι τους υπολογισμούς επιφέροντας παράλληλα αριθμητικά σφάλματα στις τιμές της FCN. Οι επιπτώσεις της μη-γραμμικότητας και της στρογγυλοποίησης των αριθμών γίνονται πιο σημαντικές όταν οι «εξωτερικές» τιμές είναι πλησίον στις τιμές των ορίων (απόσταση από το κοντινότερο όριο προς την απόσταση μεταξύ των ορίων). Αν, για παράδειγμα, χρησιμοποιηθούν όρια σε μια παράμετρο από 0 έως 10^{10} , τότε οι τιμές 0.0 και 1.0 θα είναι δυσδιάκριτες ως προς την ακρίβεια για τις περισσότερες μηχανές.

Ο μετασχηματισμός επηρεάζει, επίσης, τον πίνακα σφαλμάτων των παραμέτρων. Έτσι, το MINUIT μετασχηματίζει τον πίνακα των σφαλμάτων (και τα «παραβολικά» σφάλματα των παραμέτρων) όταν υπάρχουν όρια στις παραμέτρους. Επομένως, ο μετασχηματισμός είναι απλά μια γραμμική προσέγγιση και δεν εξασφαλίζει ουσιαστικά αποτελέσματα εάν μια ή παράπανω παράμετροι είναι κοντά στα όρια, για τα οποία ισχύει $\partial P_{ext} / \partial P_{int} \approx 0$. Καταλήγουμε, λοιπόν, στο συμπέρασμα ότι:

- Τα όρια στις μεταβαλλόμενες παραμέτρους πρέπει να χρησιμοποιούνται μόνο όταν είναι άκρως απαραίτητα προσαποφυγή αφύσικων αποτελεσμάτων.

- Εφόσον καταλήξουμε σε ένα ικανοποιητικό ελάχιστο παρά τη χρήση ορίων, σκόπιμο είναι να διαγραφούν τα όρια ώστε να γίνει ανάλυση των σφαλμάτων χωρίς αυτά.

Η στρατηγική του MINUIT

Σε πολλά σημεία της ανάλυσης μιας συνάρτησης, το MINUIT επιλέγει για λόγους ταχύτητας, όπου αυτό είναι ευφικτό, να εξάγει τα αποτελέσματα με τους λιγότερους δυνατούς υπολογισμούς με διαφαινόμενο το ρίσκο της ελλειπούς ακρίβειας αυτών. Για να είναι δυνατή η παρέμβαση του χρήστη στις αποφάσεις του MINUIT, υπάρχει η εσωτερική παράμετρος *ISTRAT* η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί μέσω της εντολής *SET STRategy*. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, αυτή η παράμετρος μπορεί να λάβει τρεις ακεραίες τιμές (0, 1, 2) με προκαθορισμένη (default) την τιμή 1. Η τιμή 0 υποδεικνύει στο MINUIT να καλέσει όσο γίνεται λιγότερο τις συναρτήσεις. Η παραπάνω επιλογή ενδείκνυται όταν υπάρχουν πολλές παράμετροι ή η συνάρτηση απαιτεί χρονοβόρους υπολογισμούς ή ο χρήστης δεν προσδοκά σε απόλυτα ακριβείς τιμές στα σφάλματα των παραμέτρων. Η επιλογή της τιμής 2 γίνεται όταν απαιτείται σχολαστική κλίση των συναρτήσεων για την εξαγωγή αποτελεσμάτων μεγάλης ακρίβειας. Επίσης, χρησιμοποιείται σε περιπτώσεις σύντομων ως προς την επεξεργασία συναρτήσεων ή όταν ο προσδιορισμός των παραμετρικών σφαλμάτων είναι επιτακτικός.

Σφάλματα παραμέτρων

Η χρήση του MINUIT γίνεται για τον προσδιορισμό των καταλληλότερων παραμέτρων, αυτών δηλαδή που ελαχιστοποιούν τη δοθείσα συνάρτηση FCN. Η κατανομή της συνάρτησης γύρω από την περιοχή του ελαχίστου μας πληροφορεί για το σφάλμα που υπεισέρχεται στις τιμές των παραμέτρων. Μια σημαντική δυνατότητα του MINUIT είναι ότι παρέχει σημαντικά εργαλεία για την ανάλυση των παραμετρικών σφαλμάτων.

Κανονικοποίηση της FCN και προσδιορισμός σφάλματος (FCN Normalization and the ERROR definition)

Όποια μέθοδος και αν χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό των παραμετρικών σφαλμάτων, αυτά θα εξαρτώνται από τη συνολική κανονικοποίηση της FCN. Αν η τιμή της FCN πολλαπλασιάζεται συνολικά

με μια σταθερά β , τότε τα σφάλματα θα μειώνονται κατά ένα παράγοντα $\sqrt{\beta}$ (επιπρόσθετες σταθερές δεν επιρραεύουν τα σφάλματα των παραμέτρων). Με την εντολή *SET ERRordef* ο χρήστης μπορεί να διαπιστώσει πόσο αλλάζουν οι τιμές της συνάρτησης FCN αν μεταβληθεί μια παράμετρος κατά ένα σφάλμα. Εφόσον η FCN αντιστοιχεί στη συνάρτηση χ^2 , το *ERRordef* παίρνει την τιμή 1 όταν ο χρήστης επιθυμεί συνηθισμένη τυπική απόκλιση 1σ . Στην περίπτωση που η FCN είναι μια negative-log-likelihood συνάρτηση, το *ERRordef* παίρνει την τιμή 0.5 για τυπική απόκλιση 1σ . Αν, όμως, η FCN παριστάνει την χ^2 και η επιθυμητή τυπική απόκλιση είναι 2σ , τότε το *ERRordef* παίρνει την τιμή 4 κ.ο.κ. Αξίζει να σημειωθεί ότι αν το MINUIT χρησιμοποιείται για προσαρμογή σε πειραματικά δεδομένα, τότε τα σφάλματα των παραμέτρων επιβαρύνονται από την αβεβαιότητα των δεδομένων. Ως εκ τούτου, είναι αδύνατος ο προσδιορισμός του σφάλματος των παραμέτρων αν δεν είναι γνωστό το σφάλμα των πειραματικών δεδομένων. Στην περίπτωση που η προσαρμογή γίνεται με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, ο τύπος της FCN ορίζεται όπως το χ^2 :

$$\chi^2(\alpha) = \sum_{i=1}^n \frac{(f(x_i, \alpha) - e_i)^2}{\sigma_i^2} \quad (4.3)$$

όπου α το διάνυσμα των ελεύθερων παραμέτρων στις οποίες έγινε η προσαρμογή και σ_i τα σφάλματα των εκάστοτε μετρήσεων e_i . Αν τα σφάλματα δεν είναι γνωστά, τότε δεν προκύπτουν ασφαλή συμπεράσματα για τα σφάλματα των παραμέτρων της προσαρμογής. Επίσης, αν οι τιμές των σ_i εξαρτώνται από ένα παράγοντα β , τότε και τα σφάλματα των παραμέτρων που προκύπτουν από τη προσαρμογή είναι συναρτήσει του παράγοντα αυτού.

Πίνακας σφαλμάτων (The Error Matrix)

Οι επεξεργαστές του MINUIT, *MIGRAD* και *HESSE*, είναι υπεύθυνοι για τη δημιουργία ενός πίνακα σφαλμάτων που, από μαθηματικής απόψεως, είναι ο αντίστροφος πίνακας της δεύτερης παραγωγής της FCN. Μετασχηματίζεται, αν αυτό κρίνεται απαραίτητο, σε external coordinate space [*] και πολλαπλασιάζεται με την τετραγωνική ρίζα του *ERRORDEF*. Επιπλέον, οι τιμές του πίνακα σφαλμάτων του MINUIT, προκύπτουν λαμβάνοντας υπόψη όλους τους γραμμικούς συσχετισμούς των παραμέτρων (δηλαδή από τον πίνακα σφαλμάτων, σφάλματα δύο τυπικών αποκλίσεων είναι πάντα διπλάσια του σφάλματος μιας τυπικής απόκλισης). Οι τιμές των σφαλμάτων αλγεβρικά

είναι ίσες με την τετραγωνική ρίζα των διαγώνιων στοιχείων του πίνακα (οι εντολές *SHOw COVariance* και *SHOw COReLations* δίνουν τη δυνατότητα στο χρήστη να γνωρίζει τα μη διαγώνια στοιχεία του πίνακα). Με την εντολή *SHOw EIGenvalues* το MINUIT υπολογίζει και τυπώνει τις ιδιοτιμές του πίνακα, οι τιμές των οποίων είναι θετικές για απόλυτες τιμές του πίνακα σφαλμάτων. Ο συσχετισμός μεταξύ των σφαλμάτων της κάθε παραμέτρου γίνεται ως εξής: Έστω μια γνωστή (*FIXed*) παράμετρος N , το MINUIT αντιστρέφει τον πίνακα σφαλμάτων, αφαιρεί τις σειρές και τις στήλες που σχετίζονται με την παράμετρο N και αντιστρέφει ξανά το αποτέλεσμα. Με τη διαδικασία αυτή τα σφάλματα των υπόλοιπων παραμέτρων γίνονται μικρότερα μιας και ο συντελεστής του σφάλματος της παραμέτρου N έχει αφαιρεθεί. Τέλος, η παραπάνω διαδικασία δεν είναι αντιστρέψιμη καθώς το MINUIT δεν αναγνωρίζει τον αρχικό πίνακα. Έτσι, σε περίπτωση επανεμφάνισης της παραμέτρου N (*RELeased*) ο πίνακας σφαλμάτων θεωρείται άγνωστος και επαναλαμβάνεται η διαδικασία από την αρχή.

Υπολογισμός σφαλμάτων με χρήση της εντολής *MINOS* (**MINOS Errors**)

Η εντολή *MINOS* του MINUIT είναι η πλέον κατάλληλη για τον υπολογισμό των παραμετρικών σφαλμάτων λαμβάνοντας υπόψη όλους τους συσχετισμούς και τις μη-γραμμικές σχέσεις των παραμέτρων. Τα σφάλματα που προκύπτουν δεν παρουσιάζουν συμμετρίες και ο υπολογισμός τους απαιτεί αρκετό χρόνο στην περίπτωση πολλών «ελεύθερων» παραμέτρων ή μη-γραμμικών προβλημάτων. Οι εντολές *MINOS* και *MIGRAD* είναι άρρηκτα συνδεδεμένες μιας και για την εκκίνηση της *MINOS* προαπαιτείται η εύρεση ενός καλού ελαχίστου και ο υπολογισμός του πίνακα σφαλμάτων. Τα σφάλματα της εντολής *MINOS* για μια δοθείσα παράμετρο ορίζονται ως η αλλαγή της παραμέτρου που αύξησε την F' κατά ένα παράγοντα UP^2 . Ο αλγόριθμος για την εύρεση των θετικών και αρνητικών σφαλμάτων του *MINOS* για μια παράμετρο N συνίσταται από τις διαφορετικές παραμέτρους N . Για κάθε ελαχιστοποίηση της FCN κάνοντας χρήση όλων των $NPAR - 1$ παραμέτρων προκύπτουν δύο τιμές για την παράμετρο N για τις οποίες η ελάχιστη τιμή της FCN δίνεται από τη σχέση $FMIN + UP^3$. Για την επιτάχυνση της διαδικασίας, η εντολή *MINOS* χρησιμοποιεί τον πίνακα σφαλμάτων για την πρόβλεψη των τιμών όλων των παραμέτρων της

¹όπου F' η ελάχιστη τιμή της FCN με βάση όλες τις «ελεύθερες» παραμέτρους

²όπου UP η τιμή της *ERRordef* που ορίστηκε από το χρήστη (default = 1)

³όπου $FMIN$ η ελάχιστη τιμή της FCN με βάση όλες τις $NPAR$ παραμέτρους

κάθε ελαχιστοποίησης. Σε περίπτωση που το πρόβλημα είναι σχεδόν γραμμικό, τα αποτελέσματα της εντολής είναι αρκετά ακριβή απαιτώντας αρκετές επαναλήψεις. Επιπλέον, για τα μη-γραμμικά προβλήματα (i.e., FCN is far from a quadratic function of its parameters), η χρήση της *MINOS* είναι η καταλληλότερη για τον προσδιορισμό των παραμετρικών σφαλμάτων.

4.3 Προσαρμογή ευθείας τροχιάς στον τρισδιάστατο χώρο

Η κίνηση ενός φορτισμένου σωματιδίου εντός του ανιχνευτή, απουσία μαγνητικού πεδίου, αναμένεται να είναι ευθύγραμμη. Πρώτο βήμα στην κατασκευή της ευθείας τροχιάς είναι να ορίσουμε την παραμετρική εξίσωση που περιγράφει την ευθεία. Έστω, λοιπόν, ένα σημείο \mathbf{r} της ευθείας με συντεταγμένες $\mathbf{r} = (x, y, z)$ όπου:

$$x = x_0 + x_1 \cdot t \quad (4.4)$$

$$y = y_0 + y_1 \cdot t \quad (4.5)$$

$$z = z_0 + z_1 \cdot t \quad (4.6)$$

Για τις έξι παραπάνω παραμέτρους x_0, x_1, y_0, y_1, z_0 και z_1 θέτουμε $z_0 = 0$ για την περίπτωση που η ευθεία δεν είναι παράλληλη στο επίπεδο $x - y$ και $z_1 = 1$. Έτσι, για την (4.6), προκύπτει ότι $z = t$ δηλαδή ο άξονας z' εκφράζει τη χρονική εξάρτηση της παραμετρικής εξίσωσης.

Στη συνέχεια ορίζουμε τη συνάρτηση που περιγράφει την απόσταση ενός σημείου $\mathbf{r}' = (x', y', z')$ από την ευθεία. Θεωρούμε το διάνυσμα $\mathbf{r}_p = (x' - x, y' - y, z' - z) = (r_x, r_y, r_z)$ και τα σημεία της ευθείας

$$\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0, 0) \text{ για } t = 0,$$

$$\mathbf{r}_1 = (x_0 + x_1, y_0 + y_1, 1) \text{ για } t = 1,$$

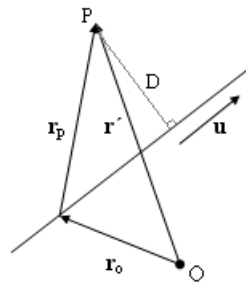
όπου σ_x, σ_y και σ_z τα σφάλματα με $\sigma_x = \sigma_y = 50\mu m$ και $\sigma_z = 80\mu m$.

Αν \mathbf{u} διάνυσμα παράλληλο στην ευθεία, τέτοιο ώστε $\mathbf{u} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0$, τότε το τετράγωνο της απόστασης D^2 του σημείου \mathbf{r} από την ευθεία ισούται με το εξωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων \mathbf{r}_p και \mathbf{u} (Σχῆμα 4.2),

δηλαδή:

$$D^2 = \mathbf{r}_p \times \mathbf{u} \quad (4.7)$$

στη τιμή της οποίας εμπεριέχονται οι τιμές των σφαλμάτων σ_x , σ_y , σ_z καθώς η ελάχιστη τιμή της 4.8, που υπολογίζει το πακέτο MINUIT, εκφράζεται σε μονάδες τυπικής απόκλισης (χ^2).



Σχήμα 4.2: Σχηματική αναπαράσταση απόστασης σημείου-ευθείας

Επόμενο βήμα είναι να δημιουργήσουμε ένα τρισδιάστατο ιστόγραμμα με τη βοήθεια της κλάσης TGraph2D, το οποίο παριστάνει τον εσωτερικό χώρο του ανιχνευτή. Στη συνέχεια, παράγουμε 72 σημεία στον τρισδιάστατο χώρο δίνοντας κατάλληλες τιμές στις παραμέτρους της ευθείας ώστε αυτή να μπορεί να παρασταθεί εντός των ορίων του ανιχνευτή. Πιο συγκεκριμένα:

$$\begin{aligned} x_0 &= 10 \\ x_1 &= 15 \\ y_0 &= 10 \\ y_1 &= 15 \end{aligned}$$

ενώ για το χρόνο θεωρούμε τυχαίους αριθμούς από 0 έως $2,5 \mu\text{sec}$. Προκύπτουν, έτσι, $N = 72$ σημεία με συντεταγμένες (x, y, z) των οποίων μεταβάλλουμε τις τιμές έτσι ώστε να ακολουθούν την κανονική κατανομή με αντίστοιχα σφάλματα $\sigma_x = \sigma_y = 50 \mu\text{m}$ και $\sigma_z = 80 \mu\text{m}$ οι οποίες αντιστοιχούν σε ρεαλιστικές τιμές ακρίβειας του ανιχνευτή.

Έχοντας ορίσει πλέον 72 πειραματικά, γενικεύουμε την εξίσωση με την οποία υπολογίζαμε την απόσταση σημείου-ευθείας (4.7) για κάθε ένα από τα 72 σημεία. Η γενίκευση αυτή εκφράζεται από τη σχέση (4.8):

$$D_{tot}^2 = \sum_{i=0}^N \mathbf{r}_p \times \mathbf{u} \quad (4.8)$$

τις τιμές της οποίας θα ελαχιστοποιήσουμε κάνοντας χρήση του πακέτου MINUIT, η χρήση του οποίου γίνεται για τον προσδιορισμό των καταλληλότερων παραμέτρων, αυτών δηλαδή που ελαχιστοποιούν τη δοθείσα συνάρτηση.

Σκοπός είναι να προσαρμόσουμε πάνω στη θεωρητική ευθεία, τα σημεία της οποίας δημιουργήσαμε προηγουμένως, όσο καλύτερα γίνεται την ευθεία που θα διέρχεται από τα σημεία των οποίων η απόσταση δίνεται από τη σχέση (4.8). Ορίζουμε τη συνάρτηση *TVirtualFitter* μέσω της οποίας ενημερώνουμε το πρόγραμμα για τον αριθμό των παραμέτρων ($N_{par} = 4$) των οποίων θέλουμε να προσδιορίσουμε την ελάχιστη τιμή. Με τη συνάρτηση *SetObjectFit()* θέτουμε τα 72 πειραματικά σημεία ως το αντικείμενο για προσαρμογή ενώ μέσω της συνάρτησης *SetFCN()* υποβάλλουμε τη σχέση (4.8) σε ελαχιστοποίηση.

Στη συνέχεια με τη βοήθεια της συνάρτησης *SetParameter()* δίνουμε τυχαίους αριθμούς στις αρχικές τιμές και τα σφάλματα των παραμέτρων. Μέσω της συνάρτησης *ExecuteCommand()* καλούμε την εντολή *MIGRAD* η οποία αποτελεί την καταλληλότερη επιλογή για την εύρεση των παραμέτρων. Οι βέλτιστες τιμές για τις παραμέτρους και τα αντίστοιχα σφάλματα, προκύπτουν έπειτα από διαδικασία που απαιτεί έως και 1000 επαναλήψεις ενώ μέσω των συναρτήσεων *GetStats()* και *PrintResults()* δημιουργούμε και τυπώνουμε πίνακα με τα αποτελέσματα των υπολογισμών. Παρακάτω παρατίθενται ενδεικτικά δύο εικόνες από τους πίνακες που προέκυπτan κατά τη διάρκεια της παραπάνω διαδικασίας. Αρχικά, (Σχημα 4.3), παρατηρούμε πολύ μεγάλες τιμές της προς ελαχιστοποίηση συνάρτησης (FCN= σχέση 4.8) και μεγάλη απόκλιση των παραμέτρων από τις θεωρητικές.

```

*****
** 1 **SET PRINT          3
*****
PARAMETER DEFINITIONS:
  NO.  NAME      VALUE      STEP SIZE  LIMITS
  1  x0      1.00000e+00  1.00000e-02  no limits
  2  Ax      1.00000e+00  1.00000e-02  no limits
  3  y0      1.00000e+00  1.00000e-02  no limits
  4  Ay      1.00000e+00  1.00000e-02  no limits
*****
** 2 **MIGRAD          1000      0.001
*****
FIRST CALL TO USER FUNCTION AT NEW START POINT, WITH IFLAG=4.
Total sum2 = 1.06877e+08
START MIGRAD MINIMIZATION. STRATEGY 1. CONVERGENCE WHEN EDM .LT. 1.00e-06
FCN=1.06877e+08 FROM MIGRAD STATUS=INITIATE 16 CALLS 17 TOTAL
EDM= unknown STRATEGY= 1 NO ERROR MATRIX
EXT PARAMETER      CURRENT GUESS      STEP      FIRST
NO.  NAME      VALUE      ERROR      SIZE      DERIVATIVE
  1  x0      1.00000e+00  1.00000e-02  1.00000e-02  -1.24440e+06
  2  Ax      1.00000e+00  1.00000e-02  1.00000e-02  -1.10758e+08
  3  y0      1.00000e+00  1.00000e-02  1.00000e-02  -8.63787e+05
  4  Ay      1.00000e+00  1.00000e-02  1.00000e-02  -7.68712e+07
NO ERROR MATRIX
FCN=1.2141e+07 FROM MIGRAD STATUS=PROGRESS 34 CALLS 35 TOTAL
EDM=3.59308e+07 STRATEGY= 1 NO ERROR MATRIX
EXT PARAMETER      CURRENT GUESS      STEP      FIRST
NO.  NAME      VALUE      ERROR      SIZE      DERIVATIVE
  1  x0      7.90114e+01  1.00000e-02  7.80114e+01  5.29121e+05
  2  Ax      1.79219e+00  1.00000e-02  7.92188e-01  1.82814e+06
  3  y0      6.18436e+01  1.00000e-02  6.08436e+01  -6.33526e+05
  4  Ay      1.70139e+00  1.00000e-02  7.01391e-01  -1.06868e+07
RELATIVE CHANGE IN COV. MATRIX= 60.1 per cent
FCN=6.28476e+06 FROM MIGRAD STATUS=PROGRESS 44 CALLS 45 TOTAL
EDM=445383 STRATEGY= 1 NO ERROR MATRIX
EXT PARAMETER      CURRENT GUESS      STEP      FIRST
NO.  NAME      VALUE      ERROR      SIZE      DERIVATIVE
  1  x0      7.43010e+01  1.00000e-02  -4.71044e+00  -5.14075e+04
  2  Ax      1.82441e+00  1.00000e-02  3.22254e-02  -3.67384e+06
  3  y0      7.56015e+01  1.00000e-02  1.37579e+01  7.40868e+03
  4  Ay      1.75690e+00  1.00000e-02  5.55062e-02  -4.00456e+06
RELATIVE CHANGE IN COV. MATRIX= 34.0 per cent

```

Σχήμα 4.3: Τα αποτελέσματα των πρώτων υπολογισμών για την FCN και τις τιμές των παραμέτρων με χρήση του λογισμικού ROOT

Κατά την εξέλιξη της διαδικασίας παρατηρήθηκε σταδιακή μείωση της τιμής της FCN και οι τιμές των παραμέτρων ολοένα προσέγγιζαν τις θεωρητικές τιμές. Έπειτα από 367 επαναλήψεις (Σχήμα 4.4) και με τις τιμές των παραμέτρων να είναι κατά πολύ καλή προσέγγιση ίσες με τις θεωρητικές, προέκυψε η ελάχιστη τιμή της FCN.

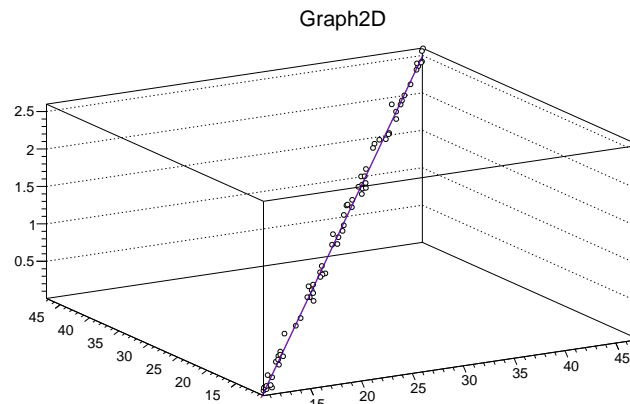
```

RELATIVE CHANGE IN COV. MATRIX= 3.7 per cent
MIGRAD MINIMIZATION HAS CONVERGED.
MIGRAD WILL VERIFY CONVERGENCE AND ERROR MATRIX.
START COVARIANCE MATRIX CALCULATION.
EIGENVALUES OF SECOND-DERIVATIVE MATRIX:
  2.4863e-04  4.0060e-03  2.3228e-01  3.7635e+00
COVARIANCE MATRIX CALCULATED SUCCESSFULLY
FCN=534.828 FROM MIGRAD STATUS=CONVERGED 366 CALLS 367 TOTAL
EDM=8.16267e-09 STRATEGY= 1 ERROR MATRIX ACCURATE
EXT PARAMETER          STEP          FIRST
NO.  NAME      VALUE      ERROR      SIZE      DERIVATIVE
  1  x0      1.02517e+01  2.55237e-01  8.82220e-05  -1.19209e-02
  2  Ax      1.49547e+01  4.26613e-02  1.47492e-05  -9.41050e-02
  3  y0      1.02608e+01  2.55284e-01  8.82382e-05  1.19883e-02
  4  Ay      1.49517e+01  4.26692e-02  1.47519e-05  9.42777e-02
EXTERNAL ERROR MATRIX.  NDIM= 25  NPAR= 4  ERR DEF=1
  6.515e-02 -9.616e-03  6.502e-02 -9.597e-03
 -9.616e-03  1.820e-03 -9.597e-03  1.816e-03
  6.502e-02 -9.597e-03  6.517e-02 -9.620e-03
 -9.597e-03  1.816e-03 -9.620e-03  1.821e-03
PARAMETER CORRELATION COEFFICIENTS
NO.  GLOBAL  1  2  3  4
  1  0.99953  1.000 -0.883  0.998 -0.881
  2  0.99953  -0.883  1.000 -0.881  0.998
  3  0.99953  0.998 -0.881  1.000 -0.883
  4  0.99953 -0.881  0.998 -0.883  1.000
FCN=534.828 FROM MIGRAD STATUS=CONVERGED 366 CALLS 367 TOTAL
EDM=8.16267e-09 STRATEGY= 1 ERROR MATRIX ACCURATE
EXT PARAMETER          PHYSICAL LIMITS
NO.  NAME      VALUE      ERROR      NEGATIVE      POSITIVE
  1  x0      1.02517e+01  2.55237e-01
  2  Ax      1.49547e+01  4.26613e-02
  3  y0      1.02608e+01  2.55284e-01
  4  Ay      1.49517e+01  4.26692e-02
Info in <TCanvas::MakeDefCanvas>: created default TCanvas with name c1
root [1]

```

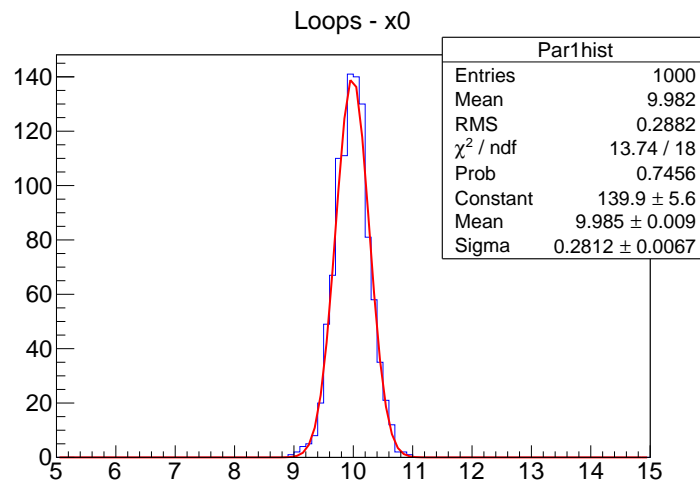
Σχήμα 4.4: Τα τελικά αποτελέσματα των υπολογισμών για την FCN και τις τιμές των παραμέτρων με χρήση του λογισμικού ROOT

Μετά τη λήξη της παραπάνω διαδικασίας, δημιουργήσαμε δύο ευθείες οι οποίες διέρχονται η μια από τα θεωρητικά και η δεύτερη από τα τυχαία σημεία. Εκτελώντας το πρόγραμμα για 1000 επαναλήψεις τα αποτελέσματα της προσαρμογής (fit) των δύο ευθειών είναι άκρως ικανοποιητικά μιας και όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.5 οι τροχιές των δύο ευθειών συμπίπτουν.

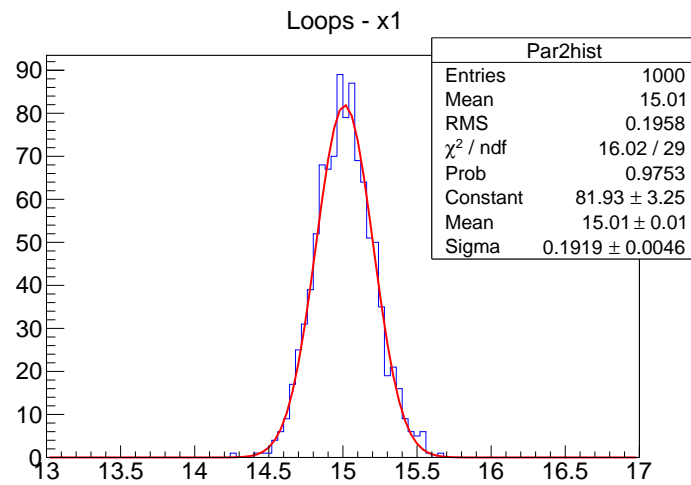
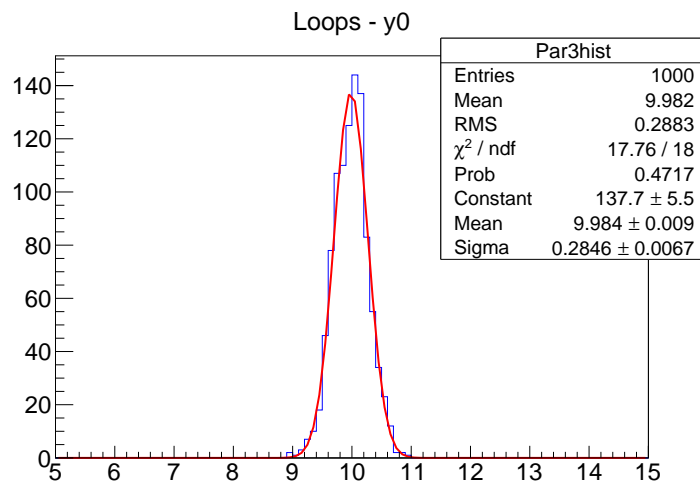


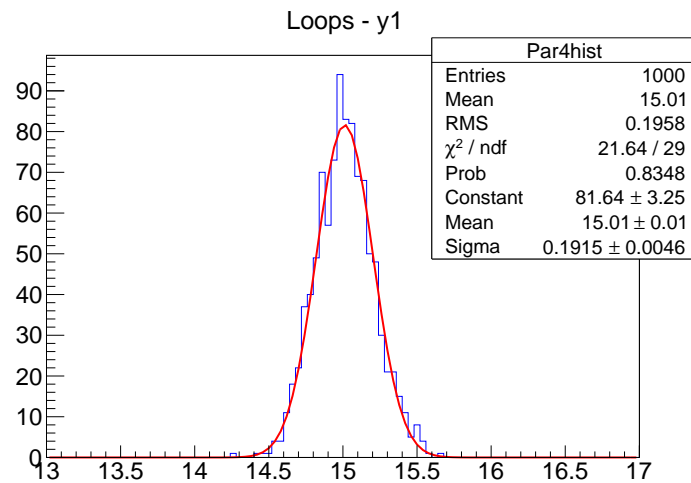
Σχήμα 4.5: Προσαρμογή θεωρητικής και πειραματικής ευθείας τροχιάς στον τρισδιάστατο χώρο, μετά από χρήση του λογισμικού ROOT

Για τις παραπάνω 1000 επαναλήψεις δημιουργήσαμε τέσσερα ιστογράμματα στα οποία απεικονίζονται οι τιμές των παραμέτρων για την κάθε επανάληψη (Σχ. 4.6, 4.7, 4.8 και 4.9). Παρατηρούμε ότι οι περισσότερες τιμές των παραμέτρων βρίσκονται γύρω από την αντίστοιχη μέση θεωρητική τιμή ενώ ελάχιστες αποκλίνουν από αυτή.



Σχήμα 4.6: Κατανομή της παραμέτρου x_0 μετά από 1000 επαναλήψεις

Σχήμα 4.7: Κατανομή της παραμέτρου x_1 μετά από 1000 επαναλήψειςΣχήμα 4.8: Κατανομή της παραμέτρου y_0 μετά από 1000 επαναλήψεις

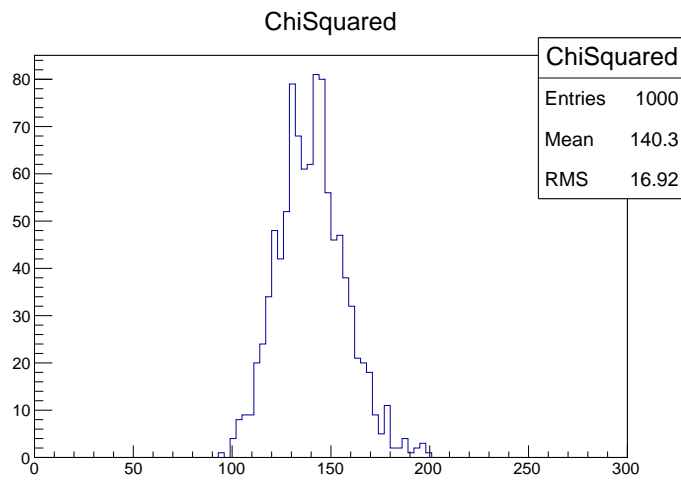
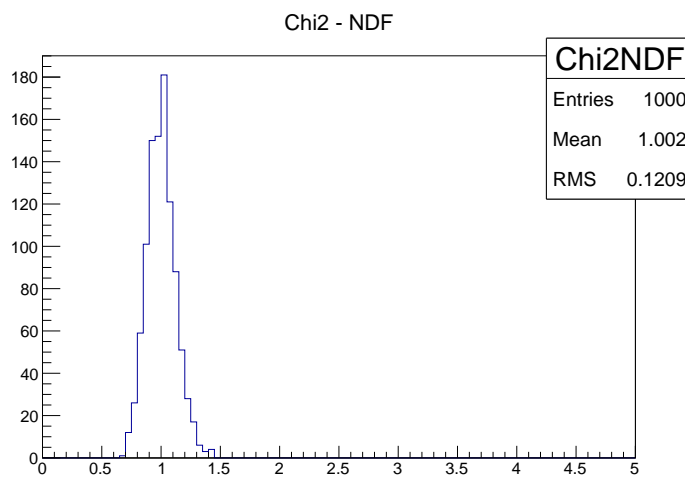


Σχήμα 4.9: Κατανομή της παραμέτρου y_1 μετά από 1000 επαναλήψεις

Η ποσότητα χ^2 , της οποίας υπολογίσαμε την ελάχιστη τιμή με το πακέτο MINUIT, εκφράζει το τετράγωνο της απόστασης σε μονάδες σφάλματος. Από τις σχέσεις 4.4, 4.5 και 4.6 παρατηρούμε ότι, αν $z = t$, οι συντεταγμένες κάθε σημείου εξαρτώνται από δύο μεταβλητές. Για τις 4 παραμέτρους (N_{par}) της γραμμικής προσαρμογής, οι βαθμοί ελευθερίας NDF και των 72 σημείων ($N = bins$) ορίζονται ως:

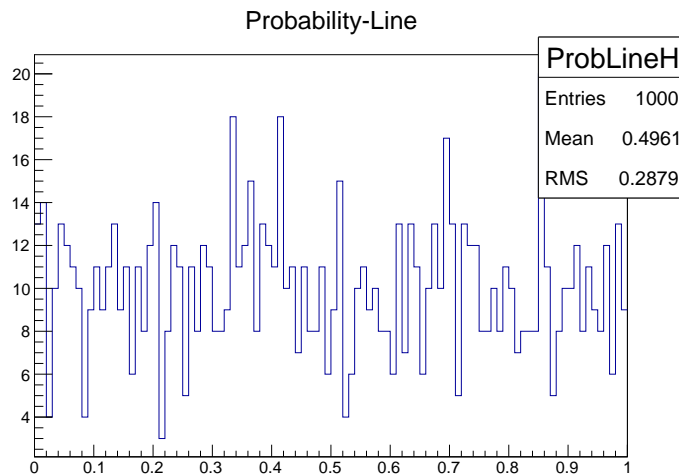
$$NDF = 2 \cdot bins - N_{par} \quad (4.9)$$

Τα ιστογράμματα 4.10, 4.11 που ακολουθούν απεικονίζουν τα χ^2 και χ^2/NDF για τα 1000 γεγονότα. Οι ποσότητες χ^2 και NDF είναι αριθμητικά παραπλήσιες γι' αυτό αναμένεται ο λόγος τους να είναι περίπου ίσος με 1. Ο παραπάνω ισχυρισμός επαληθεύεται και απ' το ιστόγραμμα 4.11.

Σχήμα 4.10: Το χ^2 για τα 1000 γεγονόταΣχήμα 4.11: Ο λόγος χ^2/NDF για τα 1000 γεγονότα

Στο παρακάτω ιστόγραμμα (Σχήμα 4.12) απεικονίζεται η πιθανότητα να έχει πετύχει η προσαρμογή των δύο τροχιών. Από τα αποτελέσματα της συνάρτησης *GetStats*() επιλέγουμε την *AMIN* η οποία αποτελεί τη βέλτιστη τιμή του χ^2 . Διαιρώντας με τους βαθμούς ελευθερίας *NDF*, προκύπτει ο τύπος για τον υπολογισμό της πιθανότητας η προσαρμογή να είναι επιτυχημένη (4.10).

$$Prob_{fit} = \frac{\mathcal{E}_{\chi^2}}{NDF} \quad (4.10)$$



Σχήμα 4.12: Πιθανότητα επιτυχίας της προσαρμογής των δύο τροχιών μετά από 1000 επαναλήψεις

4.4 Προσαρμογή ελικοειδούς τροχιάς στον τρισδιάστατο χώρο

Στον τρισδιάστατο χώρο του ανιχνευτή Micromegas σε μεγάλα πειράματα όπως τα ATLAS και CMS του CERN εφαρμόζονται ισχυρά ηλεκτρομαγνητικά πεδία. Όταν εισέρχεται στον όγκο του ανιχνευτή ένα φορτισμένο σωματίδιο εφαρμόζονται σε αυτό ηλεκτροστατικές δυνάμεις (λόγω του ηλεκτρικού πεδίου \mathbf{E}) καθώς και δυνάμεις Lorentz (λόγω του μαγνητικού πεδίου \mathbf{B}). Όταν τα δύο αυτά πεδία είναι κάθετα μεταξύ τους ($\mathbf{E} \perp \mathbf{B}$) τότε η δύναμη Lorentz λειτουργεί ως κεντρομόλος και αναγκάζει το φορτισμένο σωματίδιο να κινηθεί ελικοειδώς εντός του κυρίου όγκου του ανιχνευτή.

Η διαδικασία κατασκευής ελικοειδούς τροχιάς είναι παρόμοια με αυτή που ακολουθήσαμε για τη δημιουργία της ευθείας. Κάθε σημείο πάνω στην τροχιά μιας έλικας στον τρισδιάστατο χώρο εκφράζεται από τις χρονοεξαρτούμενες συντεταγμένες $(x(t), y(t), z(t))$ όπου:

$$x(t) = -\frac{v_{\perp}}{\omega} \cos(\omega t + \theta_0) + X_0 \quad (4.11)$$

$$y(t) = \frac{v_{\perp}}{\omega} \sin(\omega t + \theta_0) + Y_0 \quad (4.12)$$

$$z(t) = v_{\parallel} t + Z_0 \quad (4.13)$$

με αρχικές συνθήκες $x = X_0$, $y = Y_0$, $z = Z_0$ όταν $t = 0$, θ_0 η αρχική γωνία, $\omega = \frac{qB}{m}$ η συχνότητα cyclotron και $\rho = \frac{v_{\perp}}{\omega}$ η σταθερή ακτίνα (ακτίνα Larmor) της ελικοειδούς κίνησης του φορτισμένου σωματιδίου (η απόδειξη των παραπάνω τύπων βρίσκεται στο παράρτημα).

Το επόμενο βήμα είναι να ορίσουμε τη συνάρτηση που εκφράζει την ελάχιστη απόσταση ενός σημείου $\mathbf{r}_p(x_p, y_p, z_p)$ από την έλικα. Από τη σχέση Γ.12 παρατηρούμε τη γραμμική εξάρτηση των z , t . Επομένως, λύνοντας ως προς το t και για $Z_0 = 0$, μπορούμε να εκφράσουμε τα σημεία της έλικας σε συνάρτηση της μεταβλητής z ,

$$\mathbf{r}(x(z), y(z), z) \quad (4.14)$$

Αν

$$D^2[\mathbf{r}_p, \mathbf{r}] = (x_p - x(z))^2 + (y_p - y(z))^2 + (z_p - z)^2 \quad (4.15)$$

η σχέση με την οποία περιγράφεται το τετράγωνο της απόστασης ενός τυχαίου σημείου (εκτός της έλικας) από ένα σημείο της έλικας, τότε η ελάχιστη τιμή της σχέσης (4.15) προκύπτει όταν

$$\frac{\partial D^2[\mathbf{r}_p, \mathbf{r}]}{\partial z} = 0 \quad (4.16)$$

Το αποτέλεσμα της παραγωγίσης της σχέσης (4.16) καταλήγει σε μια υπερβατική εξίσωση της μορφής

$$(X_0 - x_p) \cdot \sin\left(\frac{\omega z}{v_{\parallel}}\right) + (Y_0 - y_p) \cdot \cos\left(\frac{\omega z}{v_{\parallel}}\right) + \frac{v_{\parallel}}{v_{\perp}} \cdot (z - z_p) = 0 \quad (4.17)$$

η λύση της οποίας δεν είναι απλή υπόθεση.

Έτσι, η απάντηση στο παραπάνω ζήτημα μπορεί να δοθεί προσεγγιστικά. Αν $\mathbf{r}' = \mathbf{r}_p - \mathbf{r} = (x(z) - x_p, y(z) - y_p, z - z_p)$ το διάνυσμα θέσης ενός σημείου της έλικας και $\sigma_x = \sigma_y = 100\mu m$, $\sigma_z = 150\mu m$ το σφάλμα της κάθε συντεταγμένης, τότε η διάδοση σφάλματος γίνεται σύμφωνα

με τη σχέση (4.18)

$$\sigma_{r'} = \sqrt{\left(\frac{\partial r}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial r}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial r}{\partial z}\right)^2 \sigma_z^2} \quad (4.18)$$

ενώ από (4.14) και (4.18) προκύπτει ότι το τετράγωνο του σφάλματος για το \mathbf{r}' είναι

$$\sigma_{r'}^2 = \frac{(x(z) - x_p)^2 \cdot \sigma_x^2 + (y(z) - y_p)^2 \cdot \sigma_y^2 + (z - z_p)^2 \cdot \sigma_z^2}{(x(z) - x_p)^2 + (y(z) - y_p)^2 + (z - z_p)^2} \quad (4.19)$$

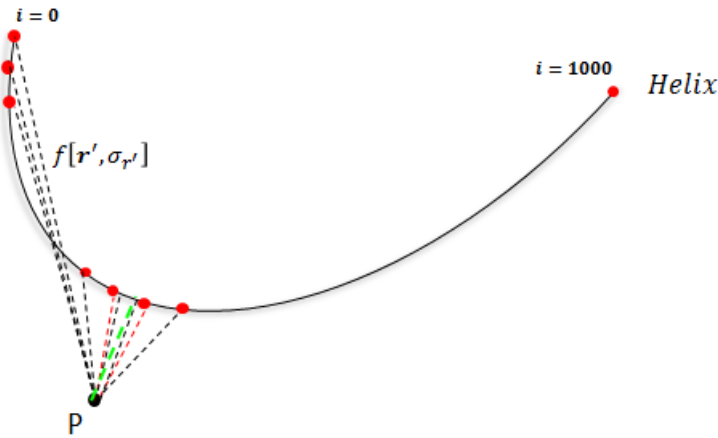
Τέλος, το τετράγωνο της απόστασης των \mathbf{r}_p , \mathbf{r} σε συνάρτηση με το τετράγωνο του σφάλματος προκύπτει από συνδυασμό των σχέσεων (4.15), (4.19) και ισούται με:

$$f[\mathbf{r}', \sigma_{r'}] = \frac{D^2[\mathbf{r}']}{\sigma_{r'}^2} \quad (4.20)$$

Για να βρούμε την ελάχιστη τιμή της σχέσης (4.20) βασιζόμαστε στον παρακάτω συλλογισμό. Χωρίζουμε την έλικα σε 1000 σημεία (για $i = 0 \rightarrow 1000$) και διαγράφουμε πάνω σε αυτή βήμα $St = 25 \mu m$. Έτσι, οι συντεταγμένες του κάθε σημείου δίνονται από τη σχέση (4.21):

$$\mathbf{r}(St \cdot i) = (x(St \cdot i), y(St \cdot i), z(St \cdot i)) \quad (4.21)$$

Υπολογίζουμε την απόσταση ενός σημείου \mathbf{r}_p από τα $\mathbf{r}(St \cdot i)$ μέσω της σχέσης (4.20). Τα αποτελέσματα των παραπάνω υπολογισμών παρουσιάζουν φθίνουσα πορεία μέχρι μία ελάχιστη τιμή και μετέπειτα αυξάνουν σταδιακά. Εξαιτίας, όμως, των σχετικά λίγων υπολογισμών (1000) δεν μπορούμε να θεωρήσουμε την ελάχιστη αυτή τιμή αντιπροσωπευτική. Έτσι, επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία για το διάστημα μεταξύ του προηγούμενου και του αμέσως επόμενου, απ'την ελάχιστη τιμή, σημείου. Με αυτό το τρόπο προσεγγίζουμε με μεγάλη ακρίβεια το τετράγωνο της ελάχιστης απόστασης ενός σημείου από την έλικα (Σχήμα 4.13).



Σχήμα 4.13: Σχηματική αναπαράσταση απόστασης σημείου-έλικας

Όπως και στην περίπτωση της ευθείας τροχιάς, δημιουργούμε με τη βοήθεια της κλάσης TGraph2D μια τρισδιάστατη απεικόνιση του ανιχνευτή και δίνουμε τιμές στις παραμέτρους της θεωρητικής έλικας:

$$\begin{aligned} X_0 &= 2,5 \\ Y_0 &= 2,5 \\ \rho &= 1,5 \\ \omega &= 1,5 \\ \theta_0 &= 0 \\ v_{\parallel} &= 1,5 \end{aligned}$$

Δίνοντας στο χρόνο τυχαίους αριθμούς από 0 έως $2,5\mu\text{sec}$ (χρόνος ολίσθησης για ανιχνευτή με μήκος ολίσθησης περίπου 10 cm) δημιουργούμε $N = 72$ σημεία της έλικας με συντεταγμένες (x, y, z) των οποίων μεταβάλλουμε τις τιμές έτσι ώστε να ακολουθούν την κανονική κατανομή με σφάλματα $\sigma_x = \sigma_y = 100\mu\text{m}$ και $\sigma_z = 150\mu\text{m}$ αντίστοιχα.

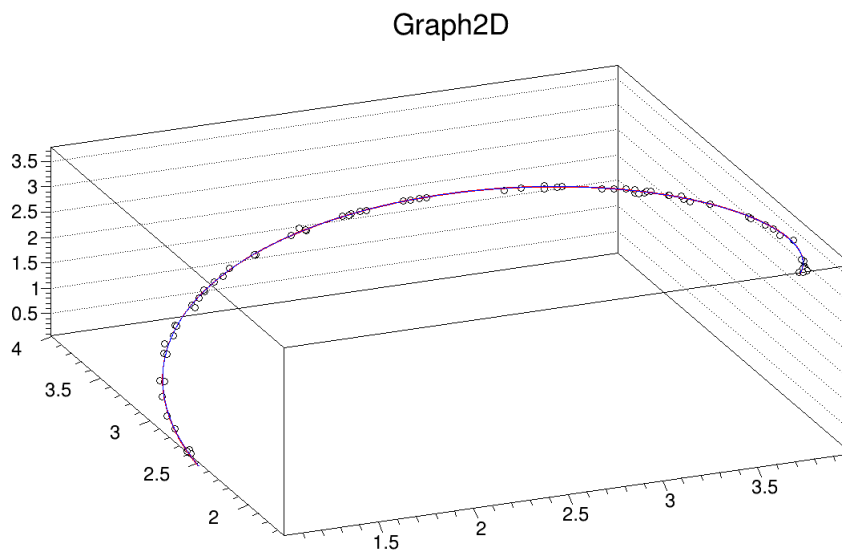
Γενικεύουμε την εξίσωση με την οποία υπολογίζαμε την απόσταση σημείου-έλικας (4.20) για κάθε ένα από τα 72 σημεία. Η γενίκευση αυτή εκφράζεται από τη σχέση (4.22):

$$f[\mathbf{r}', \sigma_{r'}]_{tot} = \sum_{i=0}^N \frac{D^2[\mathbf{r}']}{\sigma_{r'}^2} \quad (4.22)$$

Για να προσαρμόσουμε πάνω στη θεωρητική έλικα όσο καλύτερα γίνεται την έλικα που θα διέρχεται από τα σημεία των οποίων η

απόσταση δίνεται από τη σχέση (4.22) ορίζουμε μέσω της συνάρτησης *TVirtualFitter* τον αριθμό των παραμέτρων ($N_{par} = 6$) των οποίων θέλουμε να προσδιορίσουμε την ελάχιστη τιμή. Με τη συνάρτηση *SetObjectFit()* θέτουμε τα 72 σημεία της έλικας ως το αντικείμενο για προσαρμογή ενώ μέσω της συνάρτησης *SetFCN()* υποβάλλουμε τη σχέση (4.22) σε ελαχιστοποίηση. Δίνουμε τυχαίους αριθμούς στις αρχικές τιμές και τα σφάλματα των παραμέτρων, με τη βοήθεια της συνάρτησης *SetParameter()*, και στη συνέχεια καλούμε την εντολή *MIGRAD* μέσω της συνάρτησης *ExecuteCommand()*. Τα αποτελέσματα των υπολογισμών τοποθετήθηκαν σε πίνακα καλώντας τη συνάρτηση *GetStats()* και τυπώθηκαν μέσω της συνάρτησης *PrintResults()*.

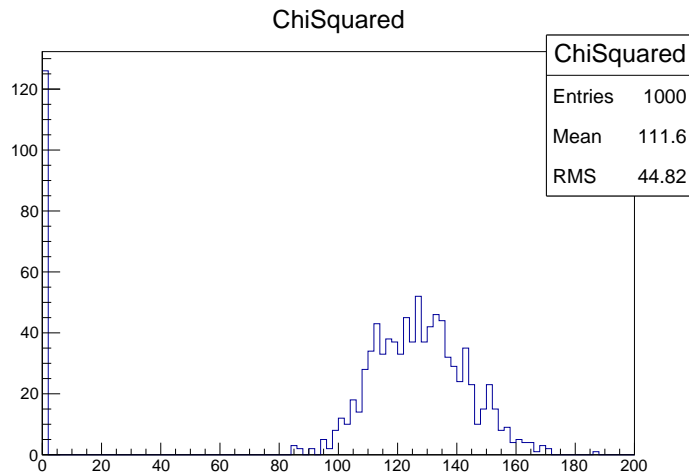
Για να προκύψει καλή στατιστική στις μετρήσεις (καλές τιμές για τις παραμέτρους και τα αντίστοιχα σφάλματα) απαιτούνται πολλές επαναλήψεις. Επαναλαμβάνοντας, λοιπόν, τα παραπάνω για 1000 φορές παίρνουμε ως αποτέλεσμα της προσαρμογής την εικόνα του σχήματος 4.14.



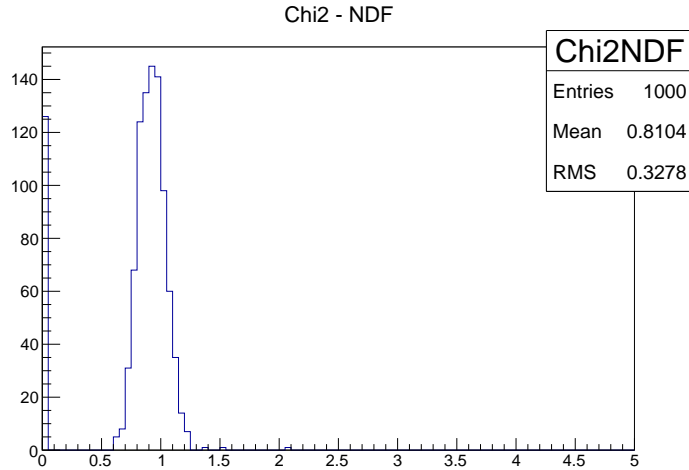
Σχήμα 4.14: Προσαρμογή θεωρητικής και πειραματικής ελικοειδούς τροχιάς στον τρισδιάστατο χώρο, μετά από χρήση του λογισμικού ROOT

Από τα αποτελέσματα της συνάρτησης *GetStats()* επιλέγουμε την *AMIN* η οποία αποτελεί τη βέλτιστη τιμή του χ^2 (Σχήμα 4.15) ενώ η τιμή του κλάσματος χ^2/NDF είναι γύρω από τη μονάδα αποτέλεσμα

που θεωρείται αναμενόμενο (Σχήμα 4.16).

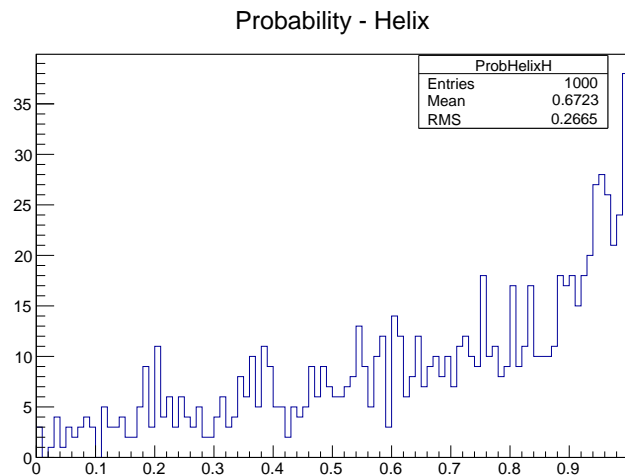


Σχήμα 4.15: Το χ^2 μετά από 1000 επαναλήψεις



Σχήμα 4.16: Ο λόγος χ^2/NDF μετά από 1000 επαναλήψεις

Κάνοντας χρήση των σχέσεων 4.9 και 4.10 υπολογίζουμε την πιθανότητα η προσαρμογή των δύο τροχιών να είναι επιτυχημένη. Για $bins = 72$ και $N_{par} = 6$ προκύπτει το ιστόγραμμα (Σχήμα 4.17).

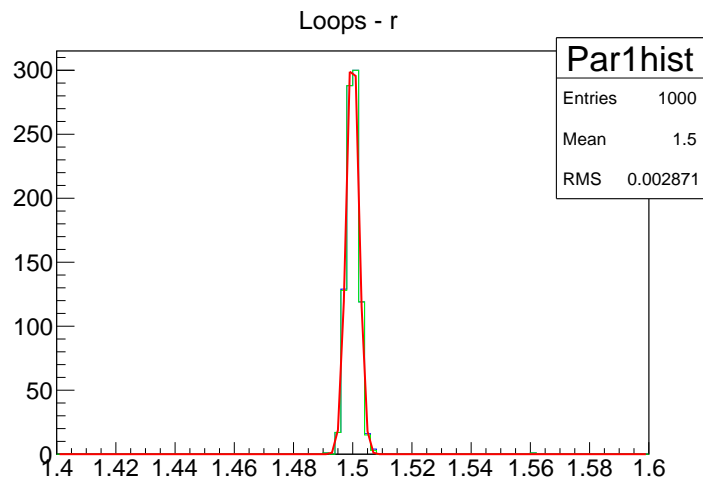


Σχήμα 4.17: Πιθανότητα επιτυχίας της προσαρμογής των δύο τροχιών μετά από 1000 επαναλήψεις

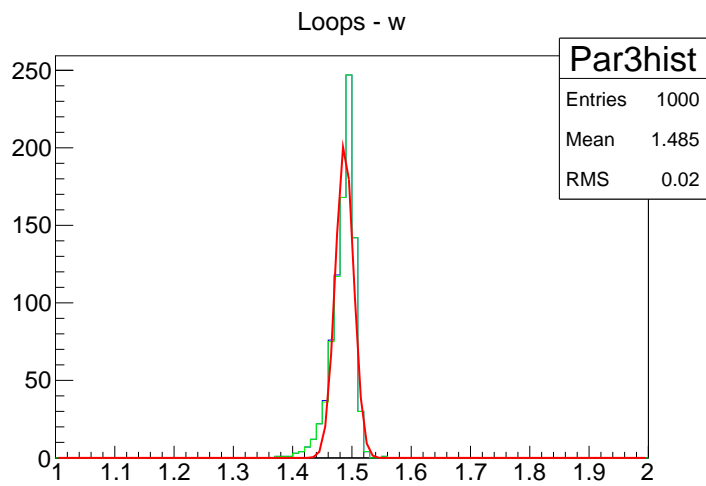
Στα σχήματα 4.15 και 4.16 παρατηρούμε ότι σε ~ 120 από τα 1000 events αποτυγχάνει η προσαρμογή, δηλαδή η πιθανότητα βέλτιστης προσαρμογής είναι

$$\mathcal{E}_{fit}^{Helix} \cong \frac{1000 - 120}{1000} \cong 90 \pm 3\% \quad (4.23)$$

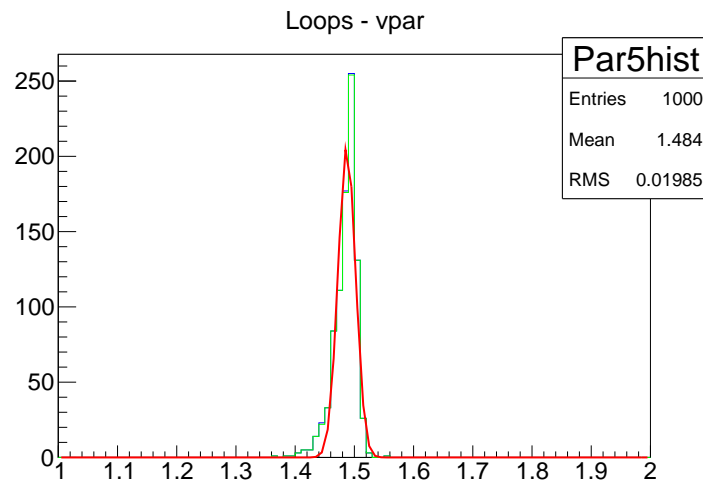
Στα επόμενα διαγράμματα φαίνεται η κατανομή για τρεις από τις παραμέτρους, που έγινε η προσαρμογή, γύρω από τη θεωρητική τους τιμή, αφαιρώντας αυτές των οποίων η πιθανότητα είναι μικρότερη από 2%.



Σχήμα 4.18: Κατανομή της ακτίνας Larmor μετά από 1000 επαναλήψεις



Σχήμα 4.19: Κατανομή της συχνότητας Cyclotron μετά από 1000 επαναλήψεις



Σχήμα 4.20: Κατανομή παράλληλης συνιστώσας της ταχύτητας μετά από 1000 επαναλήψεις

4.5 Συμπεράσματα

Η ιδιαιτερότητα ενός ανιχνευτή TPC-Micromegas είναι η δυνατότητα προσδιορισμού της τρισδιάστατης τροχιάς των διερχομένων σωματιδίων. Τα σωματίδια διαγράφουν ευθεία τροχιά όταν απουσιάζει το μαγνητικό πεδίο, ενώ με εφαρμογή μαγνητικού πεδίου παράλληλα στο υπάρχον ηλεκτρικό πεδίο τα σωματίδια κινούνται ελικοειδώς. Για την ανακατασκευή των τροχιών θεωρήσαμε την εικονική διέλευση ενός σωματιδίου από τον TPC-Micromegas που κατασκευάστηκε για το πρόγραμμα Fidias σε συνεργασία των ερευνητικών ομάδων του Ινστιτούτου Πυρηνικής και Σωματιδιακής Φυσικής-Ε.Κ.Ε.Φ.Ε. Δημόκριτος και του Πανεπιστημίου Saclay. Αφού ορίσαμε τις εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση των σωματιδίων, δημιουργήσαμε μια ιδανική τροχιά δίνοντας τιμές στις παραμέτρους που αντιστοιχούν στις ρεαλιστικές διαστάσεις του ανιχνευτή. Εξαιτίας των 72 strips του ανιχνευτή λαμβάνουμε πληροφορία από 72 σημεία τα οποία εκφράζουν τις συντεταγμένες θέσης του διερχομένου σωματιδίου (πειραματικά σημεία). Με χρήση του πακέτου MINUIT βρήκαμε τις βέλτιστες τιμές των παραμέτρων, ώστε η απόσταση των πειραματικών σημείων να είναι ελάχιστη από την ιδανική τροχιά. Επαναλάβαμε την παραπάνω διαδικασία για 1000 φορές και διαπιστώσαμε ότι οι τιμές των παραμέτρων που προέκυψαν από το MINUIT κατανέμονται κανονικά γύρω από τη θεωρητική τους τιμή. Το MINUIT υπολογίζει την ελάχιστη τιμή των συναρτήσεων (στην προ-

κειμένη περίπτωση απόσταση πειραματικού σημείου-ιδανικής τροχιάς) σε μονάδες σφάλματος, γι' αυτό και δημιουργήσαμε τα ιστογράμματα χ^2 και χ^2/NDF σε συνάρτηση των 1000 γεγονότων. Επίσης, υπολογίσαμε την πιθανότητα η προσαρμογή θεωρητικής και πειραματικής τροχιάς να είναι βέλτιστη. Απ' τα διαγράμματα συμπεραίνουμε ότι το αποτέλεσμα στην περίπτωση της ευθείας τροχιάς είναι εξαιρετικό (ομοιόμορφα κατανεμημένη πιθανότητα), ενώ στην περίπτωση της ελικοειδούς τροχιάς η προσαρμογή παρουσιάζει επιτυχία κατά ποσοστό $90 \pm 3\%$. Τέλος, οι αλγόριθμοι που δημιουργήσαμε για τα παραπάνω είναι διαθέσιμοι και για προσαρμογή με πραγματικά δεδομένα.

Παράρτημα Α΄

Αλγόριθμος προσαρμογής πειραματικών σημείων σε ευθεία τροχιά

```
//Fitting of a TGraph2D with a 3D straight line
//
// run this macro by doing:
//
// root>.x line3Dfit.C+
#include <TMath.h>
#include <TGraph2D.h>
#include <TRandom2.h>
#include <TStyle.h>
#include <TCanvas.h>
#include <TF2.h>
#include <TH1.h>
#include <TVirtualFitter.h>
#include <TPolyLine3D.h>
#include <TGraph2DErrors.h>
#include <Math/Vector3D.h>

using namespace ROOT::Math;

// define the parameteric line equation
void line(double t, double *p, double &x, double &y, double &z) {
// a parameteric line is define from 6 parameters but 4 are independent
// x0,y0,z0,x1,y1,z1 which are the coordinates of two points on
the line
```

```

// can choose z0 = 0 if line not parallel to x-y plane and z1 = 1;
    x = p[0] + p[1]*t;
    y = p[2] + p[3]*t;
    z = t;
}

// calculate distance line-point
double distance2(double rx, double ry, double rz, double *p) {
// distance line point is  $D = | (xp-x0) \text{ cross } ux |$ 
// where ux is direction of line and x0 is a point
// in the line (like t = 0)

    double ex = 0.05;
    double ey = 0.05; //double ey = 0.05
    double ez = 0.08;
    XYZVector xp(rx/ex, ry/ey, rz/ez);
    XYZVector x0(p[0]/ex, p[2]/ey, 0./ez ); // t=0, x0 = r0

    XYZVector x1((p[0] + p[1])/ex, (p[2] + p[3])/ey, 1./ez );// t=1
    XYZVector u = (x1-x0).Unit();
    double d2 = ((xp-x0).Cross(u)) .Mag2();
    return d2;
}
bool first = true;

// function to be minimized
void SumDistance2(int &, double *, double & sum, double * par, int ) {

TGraph2D * gr = dynamic_cast<TGraph2D*>
((TVirtualFitter::GetFitter())->GetObjectFit() );

    assert(gr != 0);
    double * x = gr->GetX();
    double * y = gr->GetY();
    double * z = gr->GetZ();
    int npoints = gr->GetN();
    sum = 0;
    for (int i = 0; i < npoints; ++i) {
        double d = distance2(x[i], y[i], z[i] , par);
        // shows the distance of all points from the line.

```

```
        sum += d;
#ifdef DEBUG
        if (first) std::cout << "point " << i << "\t"
            << x[i] << "\t"
            << y[i] << "\t"
            << z[i] << "\t"
            << std::sqrt(d) << std::endl;
#endif
    }
    if (first)
        std::cout << "Total sum2 = " << sum << std::endl;
    first = false;
}

void line3Dfit()
{
    TCanvas *MyCline = new TCanvas("MyCline","Show All
Hists",1);
    MyCline->Divide(1,0);
    TCanvas *MyCline1 = new TCanvas("MyCline1","Show All
Hists",1);
    MyCline1->Divide(1,0);
    TCanvas *MyCline2 = new TCanvas("MyCline2","Show All
Hists",1);
    MyCline2->Divide(1,0);
    TCanvas *MyCline3 = new TCanvas("MyCline3","Show All
Hists",1);
    MyCline3->Divide(1,0);
    TCanvas *MyCline4 = new TCanvas("MyCline4","Show All
Hists",1);
    MyCline4->Divide(1,0);
    TCanvas *MyCline5 = new TCanvas("MyCline5","Show All
Hists",1);
    MyCline5->Divide(1,0);
    TCanvas *MyCline6 = new TCanvas("MyCline6","Show All
Hists",1);
    MyCline6->Divide(1,0);
    TCanvas *MyCline7 = new TCanvas("MyCline7","Show All
Hists",1);
    MyCline7->Divide(1,0);
}
```

```
TH1D* Par1hist = new TH1D("Par1hist", "k loops - x0", 100,
5., 15.);
TH1D* Par2hist = new TH1D("Par2hist", "k loops - x1", 100,
13., 17.);
TH1D* Par3hist = new TH1D("Par3hist", "k loops - y0", 100,
5., 15.);
    TH1D* Par4hist = new TH1D("Par4hist", "k loops - y1", 100,
        13., 17.);
    TH1F* ChiSquared = new TH1F("ChiSquared", "ChiSquared", 100,
        0., 300.);
    TH1F* Chi2NDF = new TH1F("Chi2NDF", "Chi2 - NDF", 100, 0.,
        5.);
    TH1F* ProbLineH = new TH1F("ProbLineH", "Probability-Line",
        100, 0., 1.);

for (double k=0; k<1000; k++)
{

cout << "Processing Event num = " << k << endl;

gStyle->SetOptStat(1);
gStyle->SetOptFit(1112);

Int_t nd = 72;

TGraph2D * gr = new TGraph2D();

// Fill the 2D graph
double p0[4] = {10,15,10,15}; //1,3

// generate graph with the 3d points
for (Int_t N=0; N<nd; N++) {

    double x,y,z = 0;
    // Generate a random number
    double t = gRandom->Uniform(0,2.5);
    line(t,p0,x,y,z);
    cout<< "t, x, y, z = "
    << t << " " << x << " " << y << " " << z << endl;
    double errx = 0.05;
    double erry = 0.05;
```

```

        double errz = 0.08;
        //double erry = 0.05;
        //double errz = 0.08;
// do a gaussian smearing around the points in all coordinates
    x += gRandom->Gaus(0,errx);
    y += gRandom->Gaus(0,erry);
    z += gRandom->Gaus(0,errz);
    gr->SetPoint(N,x,y,z); // Set x, y and z values for point number N.

}

// fit the graph now
TVirtualFitter *min = TVirtualFitter::Fitter(0,4);

min->SetObjectFit(gr);
// Tell the minimizer about the function to be minimized.
min->SetFCN(SumDistance2);

Double_t arglist[10];
arglist[0] = 3;
min->ExecuteCommand("SET PRINT",arglist,1);

double pStart[4] = {1,1,1,1};
min->SetParameter(0,"x0",pStart[0],0.01,0,0);
min->SetParameter(1,"Ax",pStart[1],0.01,0,0);
min->SetParameter(2,"y0",pStart[2],0.01,0,0);
min->SetParameter(3,"Ay",pStart[3],0.01,0,0);

arglist[0] = 1000; // number of function calls
arglist[1] = 0.001; // tolerance
min->ExecuteCommand("MIGRAD",arglist,2);

//if (minos) min->ExecuteCommand("MINOS",arglist,0);
int nvpar,nparx;
double amin,edm, errdef, NDF;
min->GetStats(amin,edm,errdef,nvpar,nparx);
min->PrintResults(1,amin);
MyCline->cd(1);
gr->Draw("p0");

//cout << "amin = " << amin << endl;

```

```
NDF = 2 * nd - 4;
cout << "NDF = " << NDF << endl;

ChiSquared-> Fill(amin);
Chi2NDF-> Fill(amin / (NDF));
Double_t ProbLine = TMath::Prob(amin , NDF);
ProbLineH-> Fill(ProbLine);

// get fit parameters
double parFit[4];
for (int i = 0; i <4; ++i)
    parFit[i] = min->GetParameter(i); // Get the best fit values.

    Par1hist-> Fill(parFit[0]);
    Par2hist-> Fill(parFit[1]);
    Par3hist-> Fill(parFit[2]);
    Par4hist-> Fill(parFit[3]);

// draw the fitted line
int n = 1000;
double t0 = 0;
double dt = 2.5;
TPolyLine3D *l = new TPolyLine3D(n);
for (int i = 0; i <n; ++i) {
    double t = t0+ dt*i/n;
    double x,y,z = 0;
    double ex = 0.05;
    double ey = 0.05;
    double ez = 0.2;

// do a gaussian smearing around the points in all coordinates
    x += gRandom->Gaus(0,ex);
    y += gRandom->Gaus(0,ey);
    z += gRandom->Gaus(0,ez);
    line(t,parFit,x,y,z);
    l->SetPoint(i,x,y,z);
}
l->SetLineColor(kRed);
l->Draw("same");

// draw original line
```



```
TPolyLine3D *l0 = new TPolyLine3D(n);
for (int i = 0; i <n;++i) {
    double t = t0+ dt*i/n;
    double x,y,z = 0;
    double ex = 0.05;
    double ey = 0.05;
    double ez = 0.2;

    // do a gaussian smearing around the points in all coordinates
    x += gRandom->Gaus(0,ex);
    y += gRandom->Gaus(0,ey);
    z += gRandom->Gaus(0,ez);

    line(t,p0,x,y,z);
    l0->SetPoint(i,x,y,z);
}
l0->SetLineColor(kBlue);
l0->Draw("same");
}

MyCline1->cd(1);
Par1hist->SetTitle("Loops - x0");
Par1hist->SetLineColor(kBlue);
Par1hist->GetXaxis()->SetTitle("x0");
Par1hist->GetXaxis()->SetTitleOffset(2.0);
Par1hist->GetXaxis()->SetTitleSize(0.05);
Par1hist->GetXaxis()->SetLabelSize(0.05);
Par1hist->GetXaxis()->CenterTitle();
Par1hist->GetYaxis()->SetTitle("Loops");
Par1hist->GetYaxis()->SetTitleOffset(2.0);
Par1hist->GetYaxis()->SetTitleSize(0.05);
Par1hist->GetYaxis()->SetLabelSize(0.05);
Par1hist->GetYaxis()->CenterTitle();
Par1hist-> Draw();
Par1hist-> Fit("gaus");

MyCline2->cd(1);
Par2hist->SetTitle("Loops - x1");
Par2hist->SetLineColor(kBlue);
Par2hist->GetXaxis()->SetTitle("x1");
Par2hist->GetXaxis()->SetTitleOffset(2.0);
```

```
Par2hist->GetXaxis()->SetTitleSize(0.05);
Par2hist->GetXaxis()->SetLabelSize(0.05);
Par2hist->GetXaxis()->CenterTitle();
Par2hist->GetYaxis()->SetTitle("Loops");
Par2hist->GetYaxis()->SetTitleOffset(2.0);
Par2hist->GetYaxis()->SetTitleSize(0.05);
Par2hist->GetYaxis()->SetLabelSize(0.05);
Par2hist->GetYaxis()->CenterTitle();
Par2hist-> Draw();
Par2hist-> Fit("gaus");
```

```
MyCline3->cd(1);
Par3hist->SetTitle("Loops - y0");
Par3hist->SetLineColor(kBlue);
Par3hist->GetXaxis()->SetTitle("y0");
Par3hist->GetXaxis()->SetTitleOffset(2.0);
Par3hist->GetXaxis()->SetTitleSize(0.05);
Par3hist->GetXaxis()->SetLabelSize(0.05);
Par3hist->GetXaxis()->CenterTitle();
Par3hist->GetYaxis()->SetTitle("Loops");
Par3hist->GetYaxis()->SetTitleOffset(2.0);
Par3hist->GetYaxis()->SetTitleSize(0.05);
Par3hist->GetYaxis()->SetLabelSize(0.05);
Par3hist->GetYaxis()->CenterTitle();
Par3hist-> Draw();
Par3hist-> Fit("gaus");
```

```
MyCline4->cd(1);
Par4hist->SetTitle("Loops - y1");
Par4hist->SetLineColor(kBlue);
Par4hist->GetXaxis()->SetTitle("y1");
Par4hist->GetXaxis()->SetTitleOffset(2.0);
Par4hist->GetXaxis()->SetTitleSize(0.05);
Par4hist->GetXaxis()->SetLabelSize(0.05);
Par4hist->GetXaxis()->CenterTitle();
Par4hist->GetYaxis()->SetTitle("Loops");
Par4hist->GetYaxis()->SetTitleOffset(2.0);
Par4hist->GetYaxis()->SetTitleSize(0.05);
Par4hist->GetYaxis()->SetLabelSize(0.05);
Par4hist->GetYaxis()->CenterTitle();
Par4hist-> Draw();
```

```
Par4hist-> Fit("gaus");

MyCline5->cd(1);
ChiSquared-> Draw();
MyCline6->cd(1);
Chi2NDF-> Draw();
MyCline7->cd(1);
ProbLineH->Draw();

}

int main() {
    line3Dfit();
}
```

Παράρτημα Β΄

Αλγόριθμος προσαρμογής πειραματικών σημείων σε ελικοειδή τροχιά

```
//Fitting of a TGraph2D with a 3D helix
//
// run this macro by doing:
//
// root>.x spiral3Dfit.C+

#include <iostream>
#include <stdio.h>
#include <fcntl.h>
#include <TMath.h>
#include <TRandom2.h>
#include <TPolyLine3D.h>
#include <Math/Vector3D.h>

// Elements of plots.
#include "TCanvas.h"
#include "TFrame.h"
#include "TFile.h"
#include "TStyle.h"
#include "TColor.h"
#include "TGaxis.h"
#include "TPaveText.h"
#include "TLegend.h"
#include <TVirtualFitter.h>
```

```

// Type of plots supported.
#include "TH1D.h"
#include "TH1.h"
#include "TH2D.h"
#include "TF1.h"
#include "TGraph.h"
#include <TGraph2D.h>
using namespace ROOT::Math;
using namespace std;

// define the parameteric helix equation
void spire(double t, double *p, double &x, double &y, double &z) {
    // a parameteric helix is define from 6 parameters
    // but 4 are independent
    // x0,y0,z0,x1,y1,z1 which are the coordinates of
    // two points on the helix
    // can choose z0 = 0 if spire not parallel to x-y plane
    // and z1 = 1;
        x = p[0] - p[1] * TMath::Cos(p[3]*t+p[4]);
        y = p[2] + p[1] * TMath::Sin(p[3]*t+p[4]);
        z = p[5] *t;
}

// calculate distance helix-point
double distance2(double rx, double ry, double rz, double *p) {
    // distance helix point is  $D = | (xp-x_0) \text{ cross } ux |$ 
    // where ux is direction of helix and x0 is a point
    // in the helix (like t = 0)
    double ex = 0.01; // ex = errx
    double ey = 0.01; // ey = erry
    double ez = 0.015; // ez = errz
    double a, b, c, d, sr;

    XYZVector rp (rx, ry, rz);

    double St = 0.0025, FSt, ST; // St = step
    double Dspmin = 10000000;
    // Dspmin = Minimum distance between helix - point.
    double DspminPrev;
    double r_min, sr_min;

```

```

    bool found_min = false;

    for (int i=0; i<1000; i++)
    {
        XYZVector r (p[0] - p[1] * TMath::Cos(p[3]*St*i+p[4]),
                    p[2] + p[1] * TMath::Sin(p[3]*St*i+p[4]), p[5]*St*i);

        a = ex*ex * (p[0] - p[1] * TMath::Cos(p[3]*St*i+p[4]) - rx)
            *(p[0] - p[1] * TMath::Cos(p[3]*St*i+p[4]) - rx);

        b = ey*ey * (p[2] + p[1] * TMath::Sin(p[3]*St*i+p[4]) - ry)
            *(p[2] + p[1] * TMath::Sin(p[3]*St*i+p[4]) - ry);

        c = ez*ez * (p[5]*St*i - rz)*(p[5]*St*i - rz);

        d = (p[0] - p[1] * TMath::Cos(p[3]*St*i+p[4]) - rx)
            *(p[0] - p[1] * TMath::Cos(p[3]*St*i+p[4]) - rx)
            +(p[2] + p[1] * TMath::Sin(p[3]*St*i+p[4]) - ry)
            *(p[2] + p[1] * TMath::Sin(p[3]*St*i+p[4]) - ry)
            +(p[5]*St*i - rz)
            *(p[5]*St*i - rz);

        sr = sqrt((a + b + c) / d);

        double d2 = ((rp-r) / sr).Mag2();
        // .Mag2()-> magnitude squared

        if(d2<Dspmin)
        {
            sr_min = sr;
            DspminPrev = Dspmin;
            Dspmin = d2;
            //if (d2 > Dspmin) break;
        }
        else if (d2>Dspmin)
        {
            found_min = true;
            FSt = 0.002 * St;
            Dspmin = DspminPrev;

            for (int j=0; j<25; j++)

```

```

        {
            ST = St*(i-1)+FSt*j;
            XYZVector r (p[0] - p[1] * TMath::Cos(p[3]*ST+p[4]),
                p[2] + p[1] * TMath::Sin(p[3]*ST+p[4]), p[5]*ST);

            a = ex*ex * (p[0] - p[1] * TMath::Cos(p[3]*ST+p[4]) - rx)
                *(p[0] - p[1] * TMath::Cos(p[3]*ST+p[4]) - rx);

            b = ey*ey * (p[2] + p[1] * TMath::Sin(p[3]*ST+p[4]) - ry)
                *(p[2] + p[1] * TMath::Sin(p[3]*ST+p[4]) - ry);

            c = ez*ez * (p[5]*ST - rz)*(p[5]*ST - rz);

            d = (p[0] - p[1] * TMath::Cos(p[3]*ST+p[4]) - rx)
                *(p[0] - p[1] * TMath::Cos(p[3]*ST+p[4]) - rx)
                +(p[2] + p[1] * TMath::Sin(p[3]*ST+p[4]) - ry)
                *(p[2] + p[1] * TMath::Sin(p[3]*ST+p[4]) - ry)
                +(p[5]*ST - rz)
                *(p[5]*ST - rz);

            sr = sqrt((a + b + c) / d);

            d2 = ((rp-r) / sr).Mag2();

                if(d2<Dspmin)
                    {
                        sr_min = sr;
                        Dspmin = d2;
                    }
            }
            if (found_min) break;
        }
        return Dspmin;
    }
    bool first = true;

    // function to be minimized

void SumDistance2(int &, double *, double & sum, double * par , int)

```

```

{
    // the TGraph must be a global variable
    TGraph2D * gr = dynamic_cast<TGraph2D*>
    ((TVirtualFitter::GetFitter())->GetObjectFit());

    assert(gr != 0);
    double * x = gr->GetX();
    double * y = gr->GetY();
    double * z = gr->GetZ();
    int npoints = gr->GetN();
    double d;
    sum = 0;
    for (int i = 0; i < npoints; ++i) {
        d = distance2(x[i], y[i], z[i], par);
        // shows the distance of all points from the helix.
        sum += d;
#ifdef DEBUG
        if (first) std::cout << "point " << i << "\t"
            << x[i] << "\t"
            << y[i] << "\t"
            << z[i] << "\t"
            << std::sqrt(d) << std::endl;
#endif
    }
    if (first)
        std::cout << "Total sum2 = " << sum << std::endl;
    first = false;
}

void spiral3Dfit()
{
    TCanvas *MyC = new TCanvas("MyC", "Show Helix Fit", 1);
    MyC->Divide(1, 0);

    TCanvas *MyC1 = new TCanvas("MyC1", "Show Par1hist", 1);
    MyC1->Divide(1, 0);

    TCanvas *MyC2 = new TCanvas("MyC2", "Show Par3hist", 1);
    MyC2->Divide(1, 0);
}

```

```
TCanvas *MyC3 = new TCanvas("MyC3", "Show Par5hist", 1);
MyC3->Divide(1, 0);

TCanvas *MyC4 = new TCanvas("MyC4", "Show ChiSquared", 1);
MyC4->Divide(1, 0);

TCanvas *MyC5 = new TCanvas("MyC5", "Show Chi2 - NDF", 1);
MyC5->Divide(1, 0);

TCanvas *MyC6 = new TCanvas("MyC6", "Show Probability - Helix", 1);
MyC6->Divide(1, 0);

TH1D* Par1hist = new TH1D("Par1hist",
    "k loops - r", 100, 1.4, 1.6);
TH1D* Par1histcut = new TH1D("Par1histcut",
    "k loops - r", 100, 1.4, 1.6);

TH1D* Par3hist = new TH1D("Par3hist",
    "k loops - w", 100, 1., 2.);
TH1D* Par3histcut = new TH1D("Par3histcut",
    "k loops - w", 100, 1., 2.);

TH1D* Par5hist = new TH1D("Par5hist",
    "k loops - vpar", 100, 1., 2.);
TH1D* Par5histcut = new TH1D("Par5histcut",
    "k loops - vpar", 100, 1., 2.);

TH1F* ChiSquared = new TH1F("ChiSquared",
    "ChiSquared", 100, 0., 200.);
TH1F* Chi2NDF = new TH1F("Chi2NDF",
    "Chi2 - NDF", 100, 0., 5.);
TH1F* ProbHelixH = new TH1F("ProbHelixH",
    "Probability - Helix", 100, 0., 1.);

    double errx;
    double erry;
    double errz;

for (double k=0; k<1000; k++)
    {
```

```
cout << "Processing Event num = " << k << endl;
  gStyle->SetOptStat(1);
  gStyle->SetOptFit(1112);

  Int_t nd = 72;

  TGraph2D * gr = new TGraph2D();

  // Fill the 2D graph
  double p0[6] = {2.5, 1.5, 2.5, 1.5, 0., 1.5};

  // generate graph with the 3d points
  for (Int_t N=0; N<nd; N++) {

    double x,y,z = 0;
    // Generate a random number
    double t = gRandom->Uniform(0,2.5);
    spire(t,p0,x,y,z);

    errx = 0.01;
    erry = 0.01;
    errz = 0.015;

    // do a gaussian smearing around the points in all coordinates
    x += gRandom->Gaus(0,errx);
    y += gRandom->Gaus(0,erry);
    z += gRandom->Gaus(0,errz);
    gr->SetPoint(N,x,y,z);
    // Set x, y and z values for point number N.
  }
  // fit the graph now

  TVirtualFitter *min = TVirtualFitter::Fitter(0,6);

  min->SetObjectFit(gr);
  // Tell the minimizer about the function to be minimized.
  min->SetFCN(SumDistance2);

  Double_t arglist[10];
  arglist[0] = 3;
  min->ExecuteCommand("SET PRINT",arglist,1);
```

```

double pStart[6] = {2.5,2.0,2.5,1.,0.,2.};
min->SetParameter(0,"x0",pStart[0],0.1,0,0);
min->SetParameter(1,"r",pStart[1],0.5,0,0);
min->SetParameter(2,"y0",pStart[2],0.1,0,0);
min->SetParameter(3,"w",pStart[3],0.5,0,0); // w = qB/mc.
min->SetParameter(4,"theta0",pStart[4],0.5,0,0);
min->SetParameter(5,"vpar",pStart[5],0.5,0,0); // vpar = vz.

arglist[0] = 500;
arglist[1] = 0.01; // tolerance
min->ExecuteCommand("MIGRAD",arglist,2);

int nvpar,nparx;
double amin,edm, errdef, NDF;
min->GetStats(amin,edm,errdef,nvpar,nparx);
min->PrintResults(1,amin);
MyC->cd(1);
if(k==0){gr->Draw("p0");}

NDF = 2 * nd - 6;

ChiSquared-> Fill(amin);
Chi2NDF-> Fill (amin / NDF);
Double_t ProbHelix = TMath::Prob(amin, NDF);
cout << "Probability of a good fit of Helix = " <<
ProbHelix << endl;
cout << "amin = " << amin << endl;
ProbHelixH->Fill(ProbHelix);

// get fit parameters
double parFit[6];
for (int i = 0; i <6; ++i)
{
    parFit[i] = min->GetParameter(i); // Get the best fit values.
    cout << "Fit parameters = " << parFit[i] << endl;
}

Par1hist-> Fill(parFit[1]);
Par3hist-> Fill(parFit[3]);
Par5hist-> Fill(parFit[5]);

```

```
        if (ProbHelix > 0.02){
            Par1histcut-> Fill(parFit[1]);
            Par3histcut-> Fill(parFit[3]);
            Par5histcut-> Fill(parFit[5]);
        }
        // draw the fitted line
int n = 1000;
double t, t0 = 0.;
double dt = 2.5;
double x,y,z = 0;

TPolyLine3D *l = new TPolyLine3D(n);

for (int i = 0; i <n;++i) {

    t = t0+ dt*i/n;

    x=0; y=0; z = 0;
    spire(t,parFit,x,y,z);
    l->SetPoint(i,x,y,z);
}

l->SetLineColor(kRed);
MyC->cd(1);
l->Draw();

// draw original line
TPolyLine3D *l0 = new TPolyLine3D(n);
for (int i = 0; i <n;++i) {
    double t = t0+ dt*i/n;
    double x,y,z = 0;
    double ex = 0.01;
    double ey = 0.01;
    double ez = 0.015;

    // do a gaussian smearing around the points in all coordinates
    x += gRandom->Gaus(0,ex);
    y += gRandom->Gaus(0,ey);
    z += gRandom->Gaus(0,ez);

    spire(t,p0,x,y,z);
```

```
        l0->SetPoint(i, x, y, z);
    }
    l0->SetLineColor(kBlue);
    l0->Draw("same");

}

MyC1->cd(1);
Par1hist->SetTitle("Loops - r");
Par1hist->SetLineColor(kBlue);
Par1hist->GetXaxis()->SetTitle("r");
Par1hist->GetXaxis()->SetTitleOffset(2.0);
Par1hist->GetXaxis()->SetTitleSize(0.05);
Par1hist->GetXaxis()->SetLabelSize(0.05);
Par1hist->GetXaxis()->CenterTitle();
Par1hist->GetYaxis()->SetTitle("Loops");
Par1hist->GetYaxis()->SetTitleOffset(2.0);
Par1hist->GetYaxis()->SetTitleSize(0.05);
Par1hist->GetYaxis()->SetLabelSize(0.05);
Par1hist->GetYaxis()->CenterTitle();

Par1histcut->SetTitle("Loops - r");
Par1histcut->SetLineColor(kGreen);
Par1histcut->GetXaxis()->SetTitle("r");
Par1histcut->GetXaxis()->SetTitleOffset(2.0);
Par1histcut->GetXaxis()->SetTitleSize(0.05);
Par1histcut->GetXaxis()->SetLabelSize(0.05);
Par1histcut->GetXaxis()->CenterTitle();
Par1histcut->GetYaxis()->SetTitle("Loops");
Par1histcut->GetYaxis()->SetTitleOffset(2.0);
Par1histcut->GetYaxis()->SetTitleSize(0.05);
Par1histcut->GetYaxis()->SetLabelSize(0.05);
Par1histcut->GetYaxis()->CenterTitle();
Par1histcut->Fit("gaus");
Par1hist-> Draw();
Par1histcut-> Draw("same");

MyC2->cd(1);
Par3hist->SetTitle("Loops - w");
Par3hist->SetLineColor(kBlue);
Par3hist->GetXaxis()->SetTitle("w");
```

```
Par3hist->GetXaxis()->SetTitleOffset(2.0);
Par3hist->GetXaxis()->SetTitleSize(0.05);
Par3hist->GetXaxis()->SetLabelSize(0.05);
Par3hist->GetXaxis()->CenterTitle();
Par3hist->GetYaxis()->SetTitle("Loops");
Par3hist->GetYaxis()->SetTitleOffset(2.0);
Par3hist->GetYaxis()->SetTitleSize(0.05);
Par3hist->GetYaxis()->SetLabelSize(0.05);
Par3hist->GetYaxis()->CenterTitle();

Par3histcut->SetTitle("Loops - w");
Par3histcut->SetLineColor(kGreen);
Par3histcut->GetXaxis()->SetTitle("w");
Par3histcut->GetXaxis()->SetTitleOffset(2.0);
Par3histcut->GetXaxis()->SetTitleSize(0.05);
Par3histcut->GetXaxis()->SetLabelSize(0.05);
Par3histcut->GetXaxis()->CenterTitle();
Par3histcut->GetYaxis()->SetTitle("Loops");
Par3histcut->GetYaxis()->SetTitleOffset(2.0);
Par3histcut->GetYaxis()->SetTitleSize(0.05);
Par3histcut->GetYaxis()->SetLabelSize(0.05);
Par3histcut->GetYaxis()->CenterTitle();
Par3histcut-> Fit("gaus");
Par3hist-> Draw();
Par3histcut-> Draw("same");

MyC3->cd(1);
Par5hist->SetTitle("Loops - vpar");
Par5hist->SetLineColor(kBlue);
Par5hist->GetXaxis()->SetTitle("vpar");
Par5hist->GetXaxis()->SetTitleOffset(2.0);
Par5hist->GetXaxis()->SetTitleSize(0.05);
Par5hist->GetXaxis()->SetLabelSize(0.05);
Par5hist->GetXaxis()->CenterTitle();
Par5hist->GetYaxis()->SetTitle("Loops");
Par5hist->GetYaxis()->SetTitleOffset(2.0);
Par5hist->GetYaxis()->SetTitleSize(0.05);
Par5hist->GetYaxis()->SetLabelSize(0.05);
Par5hist->GetYaxis()->CenterTitle();

Par5histcut->SetTitle("Loops - vpar");
```

```
Par5histcut->SetLineColor(kGreen);
Par5histcut->GetXaxis()->SetTitle("vpar");
Par5histcut->GetXaxis()->SetTitleOffset(2.0);
Par5histcut->GetXaxis()->SetTitleSize(0.05);
Par5histcut->GetXaxis()->SetLabelSize(0.05);
Par5histcut->GetXaxis()->CenterTitle();
Par5histcut->GetYaxis()->SetTitle("Loops");
Par5histcut->GetYaxis()->SetTitleOffset(2.0);
Par5histcut->GetYaxis()->SetTitleSize(0.05);
Par5histcut->GetYaxis()->SetLabelSize(0.05);
Par5histcut->GetYaxis()->CenterTitle();
Par5histcut-> Fit("gaus");
Par5hist-> Draw();
Par5histcut-> Draw("same");

MyC4->cd(1);
ChiSquared-> Draw();
MyC5->cd(1);
Chi2NDF-> Draw();
MyC6->cd(1);
ProbHelixH->Draw();

}

int main() {
    void spiral3Dfit();
}
```

Παράρτημα Γ'

Εξίσωση τροχιάς φορτισμένου σωματιδίου σε Η/Μ πεδίο

Έστω φορτισμένο σωματίδιο μάζας m και φορτίου q , κινούμενο στο Η/Μ πεδίο ($\mathbf{E} \parallel \mathbf{B}$) του ανιχνευτή. Η δύναμη Lorentz που θα ασκείται σε αυτό είναι της μορφής:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \stackrel{\mathbf{E}=0}{=} q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (\Gamma.1)$$

όπου \mathbf{v} η στιγμιαία ταχύτητα του σωματιδίου. Ως εκ τούτου, σύμφωνα με το 2^ο νόμο του Νεύτωνα, η εξίσωση κίνησης του σωματιδίου, γράφεται

$$(\Gamma.1) \Rightarrow m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = q \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix} = q(v_y B \mathbf{i} - v_x B \mathbf{j}) \Rightarrow \quad (\Gamma.2)$$

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{q}{m}(v_y B \mathbf{i} - v_x B \mathbf{j}) = \frac{qB}{m}(v_y \mathbf{i} - v_x \mathbf{j}) \quad (\Gamma.3)$$

Θέτοντας στη (Γ.3) $\omega = \frac{qB}{m}$ (συχνότητα cyclotron), προκύπτει ότι:

$$\frac{dv_x}{dt} = \omega v_y, \quad \frac{dv_y}{dt} = -\omega v_x, \quad \frac{dv_z}{dt} = 0 \quad (\Gamma.4)$$

Για $\mathbf{B} = B\mathbf{k}$, προκύπτει ότι $v_z = v_{\parallel}$ =σταθερό και $\mathbf{v} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_{\parallel} \mathbf{k}$. Για τον υπολογισμό των ταχυτήτων v_x, v_y θα χρησιμοποιήσουμε την κάθετη συνιστώσα της ταχύτητας, για την οποία ισχύει:

$$v_{\perp} = v_x + i v_y \Rightarrow \frac{dv_{\perp}}{dt} = \frac{dv_x}{dt} + i \frac{dv_y}{dt} = \omega v_y - i \omega v_x = \omega(v_y - i v_x) =$$

$$\frac{i \cdot \omega(v_y - i v_x)}{i} = \frac{\omega}{i}(v_x + i v_y) = -i \omega v_{\perp} \quad (\Gamma.5)$$

Ολοκληρώνοντας τη (Γ.5), αποδεικνύεται ότι:

$$v_{\perp} = \exp^{-i\omega t} v_{\perp 0} = \cos(-\omega t)v_{\perp 0} + i \sin(-\omega t)v_{\perp 0} = \cos(\omega t)v_{\perp 0} - i \sin(\omega t)v_{\perp 0} \quad (\Gamma.6)$$

Δηλαδή οι εικόνες των ταχυτήτων v_x, v_y, v_z είναι οι ακόλουθες:

$$v_x(t) = v_{\perp} \sin(\omega t + \theta_0) \quad (\Gamma.7)$$

$$v_y(t) = v_{\perp} \cos(\omega t + \theta_0) \quad (\Gamma.8)$$

$$v_z(t) = 0 \quad (\Gamma.9)$$

όπου θ_0 σταθερά ολοκλήρωσης. Τέλος, ολοκληρώνοντας τις (Γ.7),(Γ.8),(Γ.9) καταλήγουμε στις εξισώσεις κίνησης φορτισμένου σωματιδίου σε Η/Μ πεδίο:

$$x(t) = -\frac{v_{\perp}}{\omega} \cos(\omega t + \theta_0) + X_0 \quad (\Gamma.10)$$

$$y(t) = \frac{v_{\perp}}{\omega} \sin(\omega t + \theta_0) + Y_0 \quad (\Gamma.11)$$

$$z(t) = v_{\parallel} t + Z_0 \quad (\Gamma.12)$$

με αρχικές συνθήκες $x = X_0, y = Y_0, z = Z_0$ όταν $t = 0$ και $\rho = \frac{v_{\perp}}{\omega}$ η σταθερή ακτίνα (ακτίνα Larmor) της ελικοειδούς κίνησης του φορτισμένου σωματιδίου.

Κατάλογος σχημάτων

1.1	(α') Μείωση ανά μονάδα μήκους διαδρομής, της ενέργειας διαφόρων σωματιδίων στον αέρα, συναρτήσει της ενέργειάς τους (β') Μείωση ανά μονάδα μήκους διαδρομής, της ενέργειας διαφόρων σωματιδίων στον αέρα, συναρτήσει της ορμής τους	5
1.2	Καμπύλη Bragg για σωματίδια-α στον αέρα ($15^{\circ}C, 760mmHg$)	6
1.3	(α') Διείσδυση R σωματιδίων-α μέσα στην ύλη (β') Ολοκληρωτική, $\omega(R)$ και διαφορική $Y(R)$, καμπύλη κατανομής εμβελιών σωματιδίων-α	7
1.4	Φυσική συνέπεια της β^+ ραδιενεργούς διάσπασης είναι η εξαύλωση ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου	10
1.5	Σχηματικό διάγραμμα μη ελαστικής σύγκρουσης e^- κινητικής ενέργειας E , με πρακτικά ακίνητο, περιφερειακό ηλεκτρόνιο. E_{μ} είναι η ενέργεια που μεταβιβάζεται συνολικά (ενέργεια ιονισμού και κινητική ενέργεια του ελεύθερου e^-) από το ταχύ ηλεκτρόνιο στο περιφερειακό . . .	10
1.6	(α') Πορεία ηλεκτρονίου μέσα στην ύλη (β') Κατανομή μήκους διαδρομής S και εμβέλειας R ηλεκτρονίων κινητικής ενέργειας $19,6 keV$, σε οξυγόνο ($0^{\circ}C, 760 mmHg$) $R_0 = 0,32 cm =$ μέση εμβέλεια $R_1 = 0,52 cm =$ κατ' επέκταση εμβέλεια $S_0 = 0,64 cm =$ μέσο μήκος διαδρομής $S_1 = 0,82 cm =$ κατ' επέκταση μήκος διαδρομής	14
1.7	Χαρακτηριστικό διάγραμμα ποσοστού διερχομένων μονοενεργειακών ηλεκτρονίων από δεδομένου πάχους απορροφητή	16
1.8	Χαρακτηριστικές καμπύλες κατανομής εμβέλειας R (α) ηλεκτρονίων συνεχούς φάσματος, μέγιστης ενέργειας E_{max} και (β) μονοενεργειακών ηλεκτρονίων, αρχικής ενέργειας $E_0 = E_{max}$	16

1.9	(A) Δημιουργία φωτοπλεκτρονίου (B) Συμπλήρωση κενής στοιβάδας από περιφερειακά ηλεκτρόνια με εκπομπή ενός ή περισσότερων φωτονίων ή πλεκτρονίων Auger	19
1.10	Σκέδαση φωτονίου κατά το φαινόμενο Compton	21
1.11	Δίδυμη γένεση	23
1.12	Για τη διατύπωση του νόμου εξασθένησης παράλληλης δέσμης μονοενεργειακών ηλεκτρονίων	24
1.13	(α') Σχετική σημασία των διάφορων μηχανισμών εξασθένησης των φωτονιακών ακτινοβολιών (β') Μαζικός συντελεστής εξασθένησης για τον Μόλυβδο (Pb)	25
2.1	Πολυσυρματικός ανιχνευτής αερίου. Σε αυτούς τους ανιχνευτές καταγράφεται όλη η πληροφορία της τροχιάς του διερχόμενου σωματιδίου	27
2.2	Οι διαφορετικές περιοχές λειτουργίας των ανιχνευτών αερίου ανάλογα με την τάση που εφαρμόζεται μεταξύ ανόδου και καθόδου	28
2.3	Σχηματικό διάγραμμα ενός ανιχνευτή αερίου με το κύκλωμα εξόδου του	29
2.4	Φαινόμενο «χιονοστιβάδας» ηλεκτρονίων κατά τον ιονισμό του αργού από ακτινοβολία X	37
2.5	«first Townsend coefficient» συναρτήσε του ηλεκτρικού πεδίου	38
2.6	Θάλαμος ιονισμού	40
2.7	Αναλογικός αναριθμητής (Proportional Chamber)	41
2.8	Δημιουργία χιονοστιβάδας στην περιοχή της ανόδου	42
2.9	(α') Εικόνα του MWPC (β') Δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου εντός του ανιχνευτή	43
2.10	Αρχή λειτουργίας ανιχνευτή αερίων Micromegas	45
2.11	(α') Σύστημα απόκτησης δεδομένων (Data acquisition) (β') Στήλες συγκράτησης (pillars)	46
2.12	Ο TPC όπως προτάθηκε από τον David Nygren το 1974	47
2.13	Ταχύτητα ολίσθησης σε συνάρτηση με το ηλεκτρικό πεδίο για διάφορα μείγματα $Ar - CF_4$	49
2.14	Έλεγχος ταχύτητας ολίσθησης με τη βοήθεια των Laser στον TPC του Alice-CERN	50
2.15	Διάταξη εσωτερικού του STAR-TPC, RHIC (Brookhaven)	51
2.16	Εντός του STAR-TPC, RHIC (Brookhaven)	52
2.17	Ο PEP-TPC, SLAC	53
2.18	Απεικόνιση γεγονότος (event) στον ALEPH	54
2.19	DELPHI-TPC, CERN	54

2.21 (α') Σκέδαση $Au - Au$ στον STAR-TPC (β') Ταυτοποίηση dE/dx σωματιδίων	55
2.20 ALICE-TPC, CERN.	55
2.22 (α') ICARUS-TPC, σήραγγα Gran Sasso (β') Απεικόνιση γεγονότος (event) στον ICARUS-TPC	58
2.23 Υπό μελέτη ανιχνευτής-TPC ανιόντων	58
2.24 Σταθερότητα του gain, σε μαγνητικό πεδίο έντασης $0 - 5T$, για τον TPC-Micromegas, σε αέρια πρόσμιξη $Ar : iC_4H_{10}/95 : 5$	60
2.25 Εγκάρσια ανάλυση ως συνάρτηση του μήκους ολίσθησης, για pads διαστάσεων $2\text{ mm} \times 6\text{ mm}$, σε πρόσμιξη αερίου $Ar : CF_4 : iC_4H_{10}/95 : 3 : 2$, παρουσία μαγνητικού πεδίου έντασης 0.5 , για gains: (α') 4700 και (β') 2300. Στην εικόνα φαίνεται και το fit πάνω στις τιμές για τη διάχυση στο αέριο του TPC λαμβάνοντας και την εξ.2.21	62
2.26 Εγκάρσια ανάλυση σε συνάρτηση με το μήκος ολίσθησης $z(\text{cm})$, για pads διαστάσεων $2\text{ mm} \times 6\text{ mm}$, παρουσία μαγνητικού πεδίου έντασης 5 , για προσμίξεις δύο αερίων: (α') $Ar : iC_4H_{10}/95 : 5$ και (β') $Ar : CF_4 : iC_4H_{10}/95 : 3 : 2$	63
3.1 Ο ανιχνευτής micromegas του εργαστηρίου	65
3.2 Η μονάδα NIM του εργαστηρίου	67
3.3 (α') Μονάδα ανάμειξης αερίου (β') Οι φιάλες του αερίου μείγματος Αργού-Ισοβουτανίου	67
3.4 Οι κύριες ιδιότητες του προενισχυτή EG & G Ortec 142 IH	69
3.5 Ο πολυκαναλικός αναλυτής Amptek Pocket MCA 8000A	70
3.6 Οι κύριες ιδιότητες του Amptek Pocket MCA 8000A	71
3.7 Οι κύριες ιδιότητες του CAEN N471A FOLD HV Power Supply	72
3.8 Ενεργειακό φάσμα σιδήρου (Fe-55) όπως απεικονίζεται στο λογισμικό ADMCA	73
3.9 Καμπύλη του Gain σε συνάρτηση με την τάση στο mesh για αέριο μείγμα αργό-ισοβουτάνιο, σε γραμμική κλίμακα του κατακόρυφου άξονα	76
3.10 Καμπύλη του Gain σε συνάρτηση με την τάση στο mesh για αέριο μείγμα αργό-ισοβουτάνιο, σε λογαριθμική κλίμακα του κατακόρυφου άξονα	76
3.11 Ο συντελεστής Townsend α ($1/\text{cm}$) σε συνάρτηση με το ηλεκτρικό πεδίο E (kV/cm)	77
3.12 Το αποτέλεσμα του fit των δύο γκαουσιανών κατανομών και της γραμμικής συνάρτησης στο ενεργειακό φάσμα	78

3.13	Η ενεργειακή διακριτική ικανότητα σε συνάρτηση με την τάση στο mesh	78
3.14	Η ενεργειακή διακριτική ικανότητα (%) σε συνάρτηση με το λόγο $\frac{E_{drift}}{E_{amplification}}$	81
3.15	Το ύψος του παλμού σε συνάρτηση με το λόγο $\frac{E_{drift}}{E_{amplification}}$	82
3.16	Η διαφάνεια του ανιχνευτή (%) σε συνάρτηση με το λόγο $\frac{E_{drift}}{E_{amplification}}$	82
4.1	Αναπαράσταση των τροχιών φορτισμένων σωματιδίων στα πειράματα ATLAS και CMS του CERN	85
4.2	Σχηματική αναπαράσταση απόστασης σημείου-ευθείας	92
4.3	Τα αποτελέσματα των πρώτων υπολογισμών για την FCN και τις τιμές των παραμέτρων με χρήση του λογισμικού ROOT	94
4.4	Τα τελικά αποτελέσματα των υπολογισμών για την FCN και τις τιμές των παραμέτρων με χρήση του λογισμικού ROOT	95
4.5	Προσαρμογή θεωρητικής και πειραματικής ευθείας τροχιάς στον τρισδιάστατο χώρο, μετά από χρήση του λογισμικού ROOT	96
4.6	Κατανομή της παραμέτρου x_0 μετά από 1000 επαναλήψεις	96
4.7	Κατανομή της παραμέτρου x_1 μετά από 1000 επαναλήψεις	97
4.8	Κατανομή της παραμέτρου y_0 μετά από 1000 επαναλήψεις	97
4.9	Κατανομή της παραμέτρου y_1 μετά από 1000 επαναλήψεις	98
4.10	Το χ^2 για τα 1000 γεγονότα	99
4.11	Ο λόγος χ^2/NDF για τα 1000 γεγονότα	99
4.12	Πιθανότητα επιτυχίας της προσαρμογής των δύο τροχιών μετά από 1000 επαναλήψεις	100
4.13	Σχηματική αναπαράσταση απόστασης σημείου-έλικας	103
4.14	Προσαρμογή θεωρητικής και πειραματικής ελικοειδούς τροχιάς στον τρισδιάστατο χώρο, μετά από χρήση του λογισμικού ROOT	104
4.15	Το χ^2 μετά από 1000 επαναλήψεις	105
4.16	Ο λόγος χ^2/NDF μετά από 1000 επαναλήψεις	105
4.17	Πιθανότητα επιτυχίας της προσαρμογής των δύο τροχιών μετά από 1000 επαναλήψεις	106
4.18	Κατανομή της ακτίνας Larmor μετά από 1000 επαναλήψεις	107

4.19 Κατανομή της συχνότητας Cyclotron μετά από 1000 επαναλήψεις	107
4.20 Κατανομή παράλληλης συνιστώσας της ταχύτητας μετά από 1000 επαναλήψεις	108

Βιβλιογραφία

- [1] W. R. Leo, *Techniques for nuclear and particle physics experiments: a how-to approach*, Springer-Verlag, Berlin, 1994.
- [2] F. Sauli, *Principles of operation of multiwire proportional and drift chambers*, CERN 7709, Geneva 1977
- [3] G.K. Fanourakis, T. Geralis, K. Kousouris, K. Zachariadou, I. Giomataris, N. Giokaris, G. Loudos, M. Lebessi, E. Stiliaris, *The use of the Micromegas technology for a new imaging system*
- [4] M. Dixit, D. Atti, A. Bellerive, K. Boudjemline, P. Colas, P. Giganon, I. Giomataris, V. Lepeltier, S. Liu, J.-P. Martin, K. Sachs, Y. Shin, S. Turnbull *Micromegas TPC studies at high magnetic fields using the charge dispersion signal*
- [5] Vincent Lepeltier, *Review on TPC's*, LAL, Univ Paris-Sud et CNRS/IN2P3, Orsay
- [6] Sourabh Lahiri, *Charged particle in a magnetic field*
- [7] Fabio Sauli, *GASEOUS DETECTORS FUNDAMENTS*, TERA Foundation and CERN
- [8] MINUIT Tutorial, *Function Minimization*, Reprinted from the Proceedings of the 1972 CERN Computing and Data Processing School, Pertisau, Austria, 10-24 September, 1972 (CERN 72-21)
- [9] Particle Physics Major Option, Passage of Particles Through Matter, William Frass, Dr. Roman Walczak, Michaelmas 2009
- [10] Δ. Λεωνίδου, *Αλληλεπιδράσεις ακτινοβολιών & ύλης - Δοσμετρία - Θωράκιση*, Αθήνα, 1984

-
- [11] *Μελέτη ανιχνευτή Micromegas σε δέσμη νετρονίων και με διαφορετικά αέρια*, Πτυχιακή εργασία, Τσιγαρίδας Στέργιος, ΕΜΠ Οκτώβριος 2010
- [12] *ΜΕΛΕΤΗ ΤΟΥ ΑΝΙΧΝΕΥΤΗ MICROMEGAS ΚΑΙ MICROMEGAS ΩΣ TPC*, Πτυχιακή εργασία, Καρνέσης Νικόλαος, ΕΜΠ Ιούνιος 2010