ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΘΕΡΜΙΚΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

Η Μέθοδος της Διαφορικής Εξέλιξης στη Μονοκριτηριακή και Πολυκριτηριακή Αεροδυναμική Βελτιστοποίηση, σε Πολυεπεξεργαστικό Περιβάλλον

Διπλωματική Εργασία:
Καρβούνη Δημήτρη του Χρήστου

Επιβλέπων: Κ.Χ. Γιαννάκογλου
Αναπ.Καθηγητής ΕΜΠ

Οκτώβριος 2007

Πρόλογος

Η ολοκλήρωση της παρούσης διπλωματικής εργασίας δε θα είχε πραγματοποιηθεί δίχως την ουσιαστική και έμπρακτη στήριξη προς το πρόσωπο μου από τον καθηγητή μου Κ.Χ. Γιαννάκογλου. Εκτός του ότι εμπιστεύτηκε τις ικανότητες και δυνατότητες μου αναθέτοντας μου την παρούσα διπλωματική εργασία, ήταν παρών σε όλα τα στάδια της δουλειάς μου, παρακολουθώντας διακριτικά την πρόοδο της και πραγματοποιώντας καίριες παρεμβάσεις όποτε ο ίδιος το έκρινε απαραίτητο, σαν από μηχανής Θεός. Επιπλέον, θα ήθελα να εκφράσω τις πιο θερμές ευχαριστίες μου για την ιώβεια υπομονή που υπέδειξε στα λάθη απειρίας μου καθώς και στις καθυστερήσεις της εργασίας μου, που προκλήθηκαν από τις παράλληλες υποχρεώσεις μου. Ένα μεγάλο ευχαριστώ θέλω να εκφράσω σε δεύτερη φάση, προς τα μέλη του Εργαστηρίου Θερμικών Στροβιλομηχανών και συγκεκριμένα στις διδάκτορες Ασούτη Βαρβάρα και Γεωργοπούλου Χαρά για την ανεκτίμητη βοήθεια που μου πρόσφεραν στις δυσκολίες που αντιμετώπισα.

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΘΕΡΜΙΚΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

Η Μέθοδος της Διαφορικής Εξέλιξης στη Μονοκριτηριακή και Πολυκριτηριακή Αεροδυναμική Βελτιστοποίηση, σε Πολυεπεξεργαστικό Περιβάλλον

Διπλωματική Εργασία:
Καρβούνη Δημήτρη του Χρήστου

Επιβλέπων: Κ.Χ. Γιαννάκογλου
Αναπ.Καθηγητής ΕΜΠ

Οκτώβριος 2007

Περίληψη:

Η διπλωματική αυτή εργασία επικεντρώνεται στον αλγόριθμο Διαφορικής Εξέλιξης (ΔΕ), μία πληθυσμιακή στοχαστική μέθοδο βελτιστοποίησης. Η εργασία ξεκινά με τη βιβλιογραφική επισκόπηση των αλγορίθμων ΔΕ και συνεχίζεται με τον προγραμματισμό σε γλώσσα Fortran77 του σχετικού λογισμικού. Η μέθοδος, στη μορφή στην οποία κατέληξε η παρούσα εργασία, έχει αρκετά πρόσθετα στοιχεία συγκριτικά με τους "κλασικούς" αλγόριθμους ΔΕ, επεικτείνεται σε προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης και χρησιμοποιεί πολυεπεξεργασία. Οι νέες ουσιαστικές παρεμβάσεις που έγιναν βασίζονται ουσιαστικά σε μετεμφυτεύσεις στοιχείων του γενικευμένου Εξελικτικού Αλγορίθμου (περιοχή στην οποία το Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών του Ε.Μ.Π. έχει πολυετή εμπειρία). Με τις νέες τροποποιήσεις η μέθοδος έγινε ακόμα πιο γρήγορη και σταθερή στη συμπεριφορά της. Στα νέα στοιχεία της μεθόδου συγκαταλέγεται μία καινούργια τεχνική αποδοχής των απογόνων και ανανέωσης του πληθυσμού σε προβλήματα πολλών στόχων. Ο κώδικας προγραμματίστηκε για να δουλεύει και σε πολυεπεξεργαστικό περιβάλλον, κάνοντας χρήση των βιβλιοθηκών του PVM και της λογικής συντονιστή-εργάτη ώστε να επιτευχθεί ταυτόχρονη αξιολόγηση μελών του πληθυσμού από τους διαθέσιμους επεξεργαστές. Ο κώδικας πιστοποιήθηκε επιτυχώς σε μαθηματικά προβλήματα ενός και περισσοτέρων στόχων και εφαρμόστηκε με επιτυχία σε πραγματικά προβλήματα αεροδυναμικής σχεδίασης στις στροβιλομηχανές.

NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
DEPARTMENT OF MECHANICAL ENGINEERING
FLUIDS DEPARTMENT
LABORATORY OF THERMAL TURBOMACHINES

The Differential Evolution Method in Single and Multi Objective Aerodynamic Optimization using Parallel Processing

Diploma Thesis:
Dimitris C. Karvounis

Supervisor: K.C.Giannagoglou
Associate Professor NTUA

October 2007

Abstract:

This diploma thesis centers upon the Differential Evolution Algorithm (DE), which is a stochastic population based optimization method. We start with a conspectus of the algorithms found to the bibliography and we programmed in Fortran77 the corresponding software. The final product of the above effort was generalized for use in multi objective optimization problems, uses parallel processing and many additional characteristics that do not exist in the theory of the classical DE algorithms have been introduced. These new additions were based on implants from the generalized Evolution Algorithm (an area in which the lab of Thermal Turbomachines is highly experienced). With the use of these alterations, the method becomes faster and more robust. Among the various characteristics implanted, it is also proposed a new technique for the acceptance of the offspring in multi objective problems. The software was programmed in order to to operate also by using parallel processing, by making use of the P.V.M. libraries and the master-slave logic, evaluating by that way the cost function of many members of the population in the same time using all the available processors. The software was tested successfully on mathematical problems of single and multi objective optimization problems and was implemented on real aerodynamic design problems in turbomachines.

Περιεχόμενα:

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή 11

1.1 Γενικά 11

1.2 Δομή της Εργασίας 14

Κεφάλαιο 2

Ανάλυση του Αλγορίθμου Διαφορικής Εξέλιξης σε Προβλήματα ενός Στόχου.....15

2.1 Εισαγωγή.....15

2.1.1 Μαθηματική θεμελίωση της βελτιστοποίησης σε προβλήματα ενός στόχου.....15

2.1.2 Ανάπτυξη της Μεθόδου Διαφορικής Εξέλιξης.....15

2.2 Επισκόπηση και Ανάλυση της ΔΕ σε Προβλήματα Ενός Στόχου.....17

2.2.1 Κλασικός Αλγόριθμος ΔΕ σε προβλήματα ενός στόχου.....17

2.2.2 Τελεστής παραγωγής δοκιμαστικού διανύσματος-γονέα.....18

2.2.3 Τελεστής Διασταύρωσης.....24

2.3 Προσθήκες και παραλλαγές στην ήδη υπάρχουσα μέθοδο ΔΕ.....25

2.3.1 Προσθήκες στη μέθοδο.....25

2.3.2 Παραλλαγές που πραγματοποιήθηκαν στη μέθοδο.....27

2.4 Σύνοψη Μεθόδου ΔΕ σε προβλήματα ενός στόχου.....28

Κεφάλαιο 3

Περιγραφή της ΔΕ σε προβλήματα πολλών στόχων.....31

3.1 Εισαγωγή.....31

3.1.1 Μαθηματική θεμελίωση της βελτιστοποίησης σε προβλήματα πολλών στόχων.....31

3.1.2 Χρήση του μετώπου Pareto σε πληθυσμιακές στοχαστικές μεθόδου.....32

3.2 Επισκόπηση Αλγορίθμου ΔΕ πολλών στόχων.....33

3.2.1 Αλγόριθμος ΔΕ σε προβλήματα πολλών στόχων.....33

3.2.2 Τελεστής παραγωγής δοκιμαστικού διανύσματος-γονέα.....35

3.2.3 Αντι-Επιλεκτικότητα.....36

3.2.4 Κριτήριο Αποδοχής απογόνου στον πληθυσμό.....37
3.2.5 Τελεστής Αραίωσης του πληθυσμού των επίλεκτων λύσεων του προβλήματος.....39
3.3 Σύνοψη Μεθόδου ΔΕ σε προβλήματα πολλών στόχων.....40

Κεφάλαιο 4
Χρήση της ΔΕ σε Πολυεπεξεργαστικό Περιβάλλον.....41

4.1 Εισαγωγή.....41
4.2 Αλγόριθμος Διαφορικής Εξέλιξης σε Πολυεπεξεργαστικό Περιβάλλον.....42
4.2.1 Αλγόριθμος Διαφορικής Εξέλιξης σε προβλήματα ενός στόχου.....42
4.2.2 Παρουσίαση διαγράμματος ροής.....45
4.3 Σύνοψη.....47

Κεφάλαιο 5
Πιστοποίηση της Μεθόδου σε γνωστά Μαθηματικά Προβλήματα.....49

5.1 Μαθηματικά Προβλήματα Ενός Στόχου.....49
5.1.1 Συνάρτηση Rastrigin.....49
5.1.2 Συνάρτηση Ackley.....55
5.2 Μαθηματικά Προβλήματα Πολλών Στόχων.....60
5.2.1 ZDT1.....62
5.2.2 ZDT2.....68
5.2.3 ZDT3.....74
5.2.4 ZDT4.....80
5.2.5 ZDT6.....86
5.2.6 Σύνοψη.....91

Κεφάλαιο 6
Εφαρμογή της ΔΕ στο Σχεδιασμό Πτερύγωσης Στροβιλομηχανής.....93

6.1 Εισαγωγή.....93
6.2 Παρουσίαση του Προβλήματος.....94
6.3 Αποτελέσματα Εφαρμογής μεθόδου ΔΕ.....96
6.3.1 Πρώτη εφαρμογή.....96

6.3.2 Δεύτερη Εφαρμογή.....102
6.3.3 Τρίτη Εφαρμογή.....105
6.3.4 Σύνοψη και Συγκέντρωση αποτελεσμάτων.....107

Κεφάλαιο 7
Ανακεφαλαίωση – Συμπεράσματα.....109

Παράρτημα 113
Βιβλιογραφία:.....117

1. Εισαγωγή

1.1 Γενικά

Στο Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών (Ε.Θ.Σ.) του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου (Ε.Μ.Π.) γίνεται εκτενής χρήση μεθόδων βελτιστοποίησης στο σχεδιασμό αεροδυναμικών σωμάτων και συνιστωσών στροβιλομηχανών. Για τις ανάγκες αυτές έχουν γίνει σημαντικά βήματα προς την ανάπτυξη και δημιουργία μεθόδων που εντοπίζουν τις βέλτιστες αυτές γεωμετρίες μέσα σε εύλογο χρονικό διάστημα, με κύριο (αλλά όχι και μοναδικό) εκπρόσωπο των πληθυσμιακών στοχαστικών μεθόδων στην έως τώρα έρευνα του εργαστηρίου, τους Εξελικτικούς Αλγορίθμους (Evolutionary Algorithm).

Οι ΕΑ μελετήθηκαν στο Ε.Θ.Σ. εις βάθος, προγραμματίστηκαν για να εφαρμόζονται σε πολυεπεξεργαστικό περιβάλλον ώστε να εκμεταλλευθούν στο έπακρο τη συστοιχία παράλληλων επεξεργαστών (cluster) του εργαστηρίου (velos), και εφαρμόστηκαν για το σχεδιασμό αεροδυναμικών σωμάτων με μεγάλη επιτυχία [Giann99a], [Giann99b], [Giann99c], [Giann00]. Οι μέθοδοι των ΕΑ βελτιώθηκαν στο θεωρητικό τους σκέλος σε τέτοιο βαθμό που φάνηκε ότι πλησίαζαν τα όρια τους στρέφοντας την έρευνα σε νέες μορφές επιτάχυνσης της διαδικασίας σύγκλισης. Για το σκοπό αυτό εισήχθησαν μορφές τεχνητής νοημοσύνης, όπως τα μεταπρότυπα (Metamodel Assisted Evolutionary Algorithms – MAEA) ελαττώνοντας το πλήθος των υπολογισμών της συνάρτησης κόστους που απαιτούνταν και επομένως ελαττώνοντας το χρόνο που απαιτείται για την εύρεση της βέλτιστης λύσης σε προβλήματα ενός ή περισσοτέρων στόχων [Giann06a], [Giann06b], [Giann06c].

Τελευταίο βήμα προς την περαιτέρω βελτίωση των μεθόδων ΕΑ που χρησιμοποιεί το Ε.Θ.Σ. ήταν η ανάπτυξη και ο προγραμματισμός της μεθόδου των Ιεραρχικών Κατανεμημένων Εξελικτικών Αλγορίθμων (Hierarchical Distributed Evolutionary Algorithms - HDEA) [Giann07a], οδηγώντας τελικά στον Ιεραρχικό Κατανεμημένο Εξελικτικό Αλγόριθμο με υποβοήθηση από Μεταπρότυπα. (Hierarchical Distributed Metamodel Assisted Evolutionary Algorithms – HDMAEA) και ο οποίος εφαρμόστηκε με επιτυχία τόσο σε μαθηματικά προβλήματα όσο και σε πραγματικές μηχανολογικές εφαρμογές [Giann06d], [Giann07b]. Ο HDMEA, ειδικά όταν

συνδυάζεται με αιτιοκρατικές μεθόδους και συζυγείς τεχνικές, φαίνεται να αποτελεί ότι πιο σύγχρονο υπάρχει στις μεθόδους αεροδυναμικού κόστους για βιομηχανική χρήση, δηλαδή για βελτιστοποίηση και σχεδιασμό στοιχείων μηχανών εντός αποδεκτού υπολογιστικού χρόνου.

Η υλοποίηση των παραπάνω μεθόδων οδήγησε στον προγραμματισμό ενός πλήρους λογισμικού βελτιστοποίησης γενικής χρήσεως, υπό την ονομασία EASY. Ο EASY είναι εύκολος στη χρήση και επιτρέπει στον χρήστη να εκμεταλλευθεί την προαναφερθείσα τεχνογνωσία του Ε.Θ.Σ. στα προβλήματα που ο ίδιος επιθυμεί.

Η ανάγκη για ακόμα ταχύτερη εύρεση βέλτιστων λύσεων, έστρεψε την έρευνα στη μελέτη πληθυσμιακών στοχαστικών μεθόδων διαφορετικών των ΕΑ που θα μπορούσαν να την αντικαταστήσουν μελλοντικά. Μία από τις μεθόδους που προτάθηκαν και έχει επιδείξει ενθαρρυντική συμπεριφορά στις έως τώρα εφαρμογές της είναι η μέθοδος της Διαφορικής Εξέλιξης (Differential Evolution – DE).

Η ΔΕ είναι μία πληθυσμιακή στοχαστική μέθοδος που προτάθηκε το 1995 [Storn95] με μεγάλα περιθώρια εξέλιξης και που έχει επιδείξει ως τώρα αξιοπρόσεκτη συμπεριφορά τόσο σε μαθηματικά προβλήματα όσο και σε μηχανολογικές εφαρμογές παρουσιάζοντας, τις περισσότερες φορές ταχύτερη εύρεση βέλτιστης λύσης, από ότι οι κλασσικοί ΕΑ στις ίδιες εφαρμογές.

Σε αντίθεση με τους ΕΑ, η μέθοδος ΔΕ χρησιμοποιεί αποκλειστικά πραγματική κωδικοποίηση των ελεύθερων μεταβλητών, όπου ο χρήστης ορίζει μόνο τα όρια μέσα στα οποία θα λαμβάνουν τιμές οι μεταβλητές, όπως ακριβώς γίνεται και στους ΕΑ. Κάθε απόγονος συνδυάζει χαρακτηριστικά μελών του τρέχοντος πληθυσμού στα οποία προστίθεται ένα ποσοστό της διαφοράς δύο τυχαίων μελών του πληθυσμού.

Στις πρώτες γενιές του αλγορίθμου, οι διαφορές ανάμεσα στα μέλη του πληθυσμού είναι μεγάλες με αποτέλεσμα το ποσοστό της διαφοράς τους που προστίθεται για την δημιουργία του απογόνου να προκαλεί μεγάλη και τυχαία διασπορά των απογόνων επιτρέποντας στη μέθοδο να σαρώνει τον χώρο των πιθανών λύσεων, εντοπίζοντας αρκετά ακρότατα της αντικειμενικής συνάρτησης κόστους που επιθυμείται η ελαχιστοποίηση της.

Με το πέρασμα των γενεών, τα μέλη του πληθυσμού συγκεντρώνονται σε συγκεκριμένες περιοχές κοντά σε τοπικά ακρότατα, με αποτέλεσμα την ελαχιστοποίηση των διαφορών ανάμεσα στα μέλη του πληθυσμού. Πλέον ο συγκερασμός των χαρακτηριστικών των γονέων έχει πρωτεύοντα ρόλο στη δημιουργία του απογόνου (και όχι η διαφορά μεταξύ δύο τυχαίων μελών του πληθυσμού). Με αυτό τον τρόπο σαρώνονται πλέον, σχεδόν αποκλειστικά, οι περιοχές γύρω από αυτά τα τοπικά ακρότατα, με αποτέλεσμα την περαιτέρω πτώση της αντικειμενικής συνάρτησης κόστους έως ότου εντοπιστούν οι τιμές των ακρότατων. Ο τρόπος επιλογής των νέων μελών του πληθυσμού, επίσης διασφαλίζει την μη αύξηση της μέσης τιμής των συναρτήσεων κόστους του εκάστοτε πληθυσμού με το πέρασμα των γενεών.

Για τους σκοπούς της παρούσης διπλωματικής εργασίας, προγραμματίσθηκε σε γλώσσα Fortran ο βασικός αλγόριθμος ΔΕ μαζί με τις προτάσεις για περαιτέρω βελτίωση του που εντοπίστηκαν στη βιβλιογραφία. Η μέθοδος επεκτάθηκε για πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση, κάνοντας χρήση του μετώπου Pareto, τροποποιώντας κατάλληλα τις διάφορες συνιστώσες της μεθόδου ώστε να διατηρήσει στο πολυκριτηριακό περιβάλλον τα πλεονεκτήματα που παρουσιάζει και στη μονοκριτηριακή. Επιπλέον χάρη στην εμπειρία του εργαστηρίου από την ευρεία χρήση των ΕΑ εισήχθησαν στοιχεία των γενικευμένων ΕΑ που έκαναν τη μέθοδο ακόμα πιο γρήγορη και σταθερή στη συμπεριφορά της, υιοθετώντας παράλληλα μια νέα μέθοδο αποδοχής των απογόνων σε προβλήματα πολλών στόχων. Ο κώδικας προγραμματίστηκε για να δουλεύει και σε πολυεπεξεργαστικό περιβάλλον, κάνοντας χρήση των βιβλιοθηκών του PVM, έτσι ώστε να μπορεί να πραγματοποιήσει μεγάλο πλήθος αξιολογήσεων σε όσο το δυνατόν λιγότερο χρόνο. Ο κώδικας πιστοποιήθηκε επιτυχώς σε μαθηματικά προβλήματα ενός και περισσοτέρων στόχων και εφαρμόστηκε σε πραγματικά μηχανολογικά προβλήματα με επιτυχία.

Με την ολοκλήρωση αυτής της πτυχιακής εργασίας, ανοίγουν και άλλοι (νέοι) δρόμοι έρευνας για το Ε.Θ.Σ. αφού η μέθοδος της Διαφορικής Εξέλιξης βρίσκεται ακόμα στα πρώτα της βήματα. Πολλές από τις βελτιώσεις των ΕΑ μπορούν να εισαχθούν και στη μέθοδο ΔΕ μειώνοντας σημαντικά το χρόνο που απαιτείται για τη σύγκλιση της διαδικασίας. Συγκεκριμένα, μέθοδοι τεχνητής νοημοσύνης όπως η χρήση των

μεταπροτύπων και των νευρωνικών δικτύων θα μπορούσαν να δώσουν μία επιπλέον ώθηση στη γρήγορη σύγκλιση της μεθόδου.

1.2 Δομή της Εργασίας

Στο 2^{ο} κεφάλαιο γίνεται η ιστορική αναδρομή της δημιουργίας και ανάπτυξης της μεθόδου Διαφορικής Εξέλιξης για τα προβλήματα ενός στόχου. Αναπτύσσεται το θεωρητικό υπόβαθρο της μεθόδου, παρουσιάζεται ο αλγόριθμος της μεθόδου και γίνεται εκτενής αναφορά στις προσθήκες που πραγματοποιήθηκαν στα πλαίσια της παρούσης διπλωματικής εργασίας.

Στο 3^{ο} κεφάλαιο παρουσιάζονται η προσπάθεια που πραγματοποιήθηκε για την εφαρμογή της μεθόδου σε πολυκριτηριακά προβλήματα και αναπτύσσεται ο αλγόριθμος της μεθόδου καθώς και ο τρόπος σύγκρισης των μελών του πληθυσμού που αποφασίστηκε.

Στο 4^{ο} κεφάλαιο γίνεται μια εισαγωγή στα παράλληλα υπολογιστικά συστήματα επικεντρώνοντας στο πρωτόκολλο του PVM και παρουσιάζεται ο τρόπος με τον οποίο προγραμματίσθηκε ο αλγόριθμος ώστε να λειτουργεί σε πολυεπεξεργαστικό περιβάλλον.

Στο 5^{ο} κεφάλαιο, ο αλγόριθμος εφαρμόζεται σε γνωστά μαθηματικά προβλήματα ενός και δύο στόχων. Επίσης, σχολιάζεται και αναλύεται η συμπεριφορά του σε αυτά τα προβλήματα.

Στο 6^{ο} κεφάλαιο, ο αλγόριθμος εφαρμόζεται σε πραγματικό μηχανολογικό πρόβλημα. Συγκεκριμένα στην εύρεση της γεωμετρίας πτερύγωσης στροβιλομηχανής που επιτυγχάνει το μικρότερο συντελεστή απωλειών ολικής πίεσης ω.

Στο 7^{ο} κεφάλαιο γίνεται μία συνόψιση των κυριοτέρων σημείων με τα οποία ασχολήθηκε η παρούσα διπλωματική καθώς και τα συμπεράσματα στα οποία κατέληξε.

2. Ανάλυση του Αλγορίθμου Διαφορικής Εξέλιξης σε Προβλήματα ενός Στόχου

2.1 Εισαγωγή

2.1.1 Μαθηματική Θεμελίωση της Βελτιστοποίησης σε Προβλήματα Ενός Στόχου

Σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης σκοπός είναι η εύρεση της λύσης του προβλήματος $\min_{X} F(\vec{X})$, όπου η υποψήφια λύση X είναι ένα $n \times 1$ διάνυσμα, n το πλήθος των μεταβλητών παραμέτρων που ορίζουν μία υποψήφια λύση και F η αντικειμενική συνάρτηση κόστους της οποίας το καθολικό ή τοπικό ελάχιστο αναζητούμε.

Με βάση το θεώρημα αναγκαίων συνθηκών δεύτερης τάξης για το ελάχιστο, έχουμε ότι οι αναγκαίες συνθήκες ώστε το διάνυσμα $\vec{X^*} \in \mathbf{R}^N$ να αποτελεί τοπικό ελάχιστο της F, για την οποία η $\nabla^2 F$ είναι συνεχής στη γειτονιά του $\vec{X^*}$, είναι να ισχύει $\nabla F\left(\vec{X^*}\right) = 0$ και συγχρόνως το $\nabla^2 F\left(\vec{X^*}\right)$ να είναι θετικά ημι-ορισμένο μητρώο.

Επιπλέον, σύμφωνα με το θεώρημα ικανών συνθηκών δεύτερης τάξης για το ελάχιστο , έχουμε ότι αν το $\nabla F\left(\vec{X^*}\right)$ είναι συνεχές στη γειτονιά του σημείου $\vec{X^*}$, ισχύει $\nabla F\left(\vec{X^*}\right) = 0$ και συγχρόνως το $\nabla^2 F\left(\vec{X^*}\right)$ είναι θετικά ορισμένο, τότε το $\vec{X^*}$ είναι αυστηρά τοπικό ελάχιστο της F. Υπενθυμίζουμε ότι ένα μητρώο B ονομάζεται θετικά ορισμένο (positive definite) αν $\vec{p}^T B \vec{p} > 0$ και θετικά ημι-ορισμένο αν $\vec{p}^T B \vec{p} \geq 0$ για κάθε $\vec{p}$, αντίστοιχα, [Giann05].

2.1.2 Ανάπτυξη της Μεθόδου Διαφορικής Εξέλιξης

Όπως γίνεται κατανοητό, από την παραπάνω ανάλυση του προβλήματος ενός στόχου, η εύρεση της λύσης $\vec{X^*}$ που θα είναι τοπικό ακρότατο και θα ελαχιστοποιεί την συνάρτηση κόστους με αναλυτικό τρόπο απαιτεί την εύρεση και επίλυση της

εξίσωσης $\nabla F\left(\overrightarrow{X^*}\right)=0$. Κάτι τέτοιο όμως δεν είναι δυνατό σε πλήθος μαθηματικών προβλημάτων που απασχολούν τον μηχανολόγο.

Η ταχεία ανάπτυξη της υπολογιστικής ισχύος και το προσιτό κόστος μεγάλων και γρήγορων υπολογιστών συνετέλεσαν στην ευρεία αποδοχή και χρήση στοχαστικών μεθόδων βελτιστοποίησης που επεξεργάζονται πληθυσμούς λύσεων. Η ευκολία προγραμματισμού τους και το ενδιαφέρον μη μαθηματικό του υπόβαθρο, που τους επιτρέπει την εύρεση του τοπικού ακρότατου δίχως την ανάγκη υπολογισμού της $\nabla F\left(\overrightarrow{X^*}\right)=0$, έκαναν τις στοχαστικές μεθόδους ένα από τα πιο χρήσιμα εργαλεία για εφαρμογές όπως ο αντίστροφος σχεδιασμός στοιχείων μηχανών που θα ικανοποιούν συγκεκριμένα κριτήρια που επιθυμεί ο σχεδιαστής τους.

Η μέθοδος Διαφορικής εξέλιξης (Differential Evolution –ΔΕ) είναι μια από τις στοχαστικές μεθόδους που αναδείχθηκε τα τελευταία χρόνια και έχει αποδείξει κατά το παρελθόν την ικανότητα της στην γρήγορη προσέγγιση της βέλτιστης λύσης σε πλήθος μηχανολογικών προβλημάτων ενός στόχου. Προτάθηκε το 1995 από τους Reiner Storn και Kenneth Price [Strorn95], όπου αφού πρότειναν τη βασική δομή του αλγορίθμου της ΔΕ, τον συνέκριναν με άλλες γνωστές στοχαστικές μεθόδου βελτιστοποίησης, συγκεκριμένα με τη μέθοδο προσομοιούμενης ανόπτησης και με τη μέθοδο Simplex, σε μαθηματικά προβλήματα ενός στόχου, πιστοποιώντας έτσι την ανωτερότητα της μεθόδου. αφού επιτύγχανε πιο γρήγορη σύγκλιση.

Έκτοτε, η μέθοδος δοκιμάστηκε με επιτυχία σε αρκετά μηχανολογικά προβλήματα και μέσα από τη σύγκριση της με τις υπόλοιπες πληθυσμιακές στοχαστικές μεθόδους βελτιστοποίησης αναδείχθηκε ως ένα από τα ισχυρότερα εργαλεία για τη βελτιστοποίηση προβλημάτων ενός στόχου. Εφαρμόστηκε για τον αντίστροφο σχεδιασμό επαγωγικών κινητήρων που κινούν αντλίες και αποδείχθηκε η υπεροχή της στο αντίστοιχο πρόβλημα σε σχέση με άλλες μεθόδους. Οι κυριότερες εξ αυτών ήταν η μέθοδος της απότομης καθόδου (Steepest Decent local search), της προσομοιούμενης ανόπτησης, των κλασικών ΕΑ και των καθοδηγούμενων από τη διασπορά ΕΑ, [HYF03]. Επιπλέον εφαρμόστηκε η μέθοδος σε προβλήματα βελτιστοποίησης για την παροχή ισχύος σε ηλεκτροκινούμενα μέσα μαζικών

μεταφορών και συγκρίθηκε εκ νέου με μεθόδους ΕΑ και συγκεκριμένα με μεθόδους Γενετικής Εξέλιξης (Genetic Algorithms –ΓΑ) όπου με τη ΔΕ εντοπίστηκε στον ίδιο χρόνο καλύτερη λύση από ότι με τις διάφορες παραλλαγές των ΓΑ που χρησιμοποιήθηκαν, [Chang03].

Στη συνέχεια, βελτιώσεις επί της μεθόδου προτάθηκαν, οι οποίες επιτάχυναν σημαντικά τη σύγκλιση της μεθόδου και εφαρμόστηκαν με επιτυχία οι βελτιώσεις αυτές, τόσο σε γνωστά μαθηματικά προβλήματα, όσο και σε προβλήματα αεροδυναμικής που έκαναν χρήση νευρωνικών δικτύων, [HYF03].

Η νέα βελτιωμένη μέθοδος ΔΕ, εφαρμόστηκε για την εύρεση της βέλτιστης διαδρομής σε μη επανδρωμένα εναέρια οχήματα (Unmanned Aerial Vehicles –UAVs) κάνοντας χρήση RBF νευρωνικών δικτύων (Radial Basis Functions Artificial Neural Network – RBF-ANN), ελαττώνοντας τον απαραίτητο χρόνο για τη σύγκλιση της μεθόδου ακόμα περισσότερο [Nik05].

2.2 Επισκόπηση και Ανάλυση της ΔΕ σε Προβλήματα Ενός Στόχου

2.2.1 Κλασικός Αλγόριθμος ΔΕ σε Προβλήματα Ενός Στόχου

Έστω NP το μέγεθος του πληθυσμού και $\vec{X}_{i,G}$, με i=0,1,2,…,NP-1 μία υποψήφια λύση αυτού του πληθυσμού για τη γενιά G. Ο χρήστης ορίζει με βάση τη μορφή του προβλήματος τον αριθμό n των μεταβλητών παραμέτρων, καθώς και το μέγεθος του πληθυσμού.

Για την πρώτη γενιά (G=0) επιλέγεται με τυχαίο τρόπο πληθυσμός NP λύσεων, πραγματοποιείται υπολογισμός των τιμών της συνάρτησης κόστους $F(\vec{X}_{i,0})$ για κάθε i=0,1,…,NP-1 και εντοπίζεται η υποψήφια λύση του πληθυσμού με τη μικρότερη συνάρτηση κόστους.

Από εδώ και πέρα ξεκινά η εξελικτική διαδικασία του αλγόριθμου για κάθε γενιά του πληθυσμού και η οποία με τη σειρά της αποτελείται από μια εσωτερική επαναληπτική διαδικασία που πραγματοποιείται για κάθε μέλος της τρέχουσας γενιάς. Υπενθυμίζοντας ότι το πρόβλημα είναι ενός στόχου, ακολουθείται βήμα προς βήμα η παρακάτω διαδικασία.

Βήμα 1: Τίθεται G=1.

Βήμα 2: Τίθεται i=0.

Βήμα 3: Με διαδικασία που θα αναλύσουμε αναλυτικότερα παρακάτω, παράγεται το "δοκιμαστικό διάνυσμα-γονέας" $\vec{V}_i$ και το οποίο διασταυρώνεται με το διάνυσμα $\vec{X}_{i,G}$ (τονίζεται το γεγονός ότι το διάνυσμα $\vec{X}_{i,G}$ είναι μέλος του πληθυσμού της G γενιάς, ενώ το $\vec{V}_i$ δεν ανήκει στον τρέχοντα πληθυσμό), παράγοντας έτσι την υποψήφια λύση $\vec{U}_i$.

Βήμα 4: Αξιολογείται η υποψήφια λύση $\vec{U}_i$ με υπολογισμό της τιμής της συνάρτησης κόστους $F(\vec{U}_i)$. Αν $F(\vec{U}_i) < F(\vec{X}_{i,G})$, τότε η υποψήφια λύση $\vec{U}_i$ παίρνει τη θέση της λύσης $X_{i,G}$ στον πληθυσμό, αλλιώς η λύση $\vec{U}_i$ απορρίπτεται και η λύση $\vec{X}_{i,G}$ διατηρεί τη θέση της στον πληθυσμό.

Βήμα 5: Αυξάνεται η τιμή της παραμέτρου i κατά 1 (δηλαδή i←i+1) και επαναλαμβάνεται η διαδικασία από το βήμα 3 έως το βήμα 5 για όλα τα μέλη του πληθυσμού, δηλαδή μέχρι να πάρει το i την τιμή i=NP, όπου και συνεχίζει ο αλγόριθμος πηγαίνοντας στο βήμα 6.

Βήμα 6: Εντοπίζεται η υποψήφια λύση με τη μικρότερη τιμή της συνάρτησης κόστους για το πρόβλημα βελτιστοποίησης και εφαρμόζεται το κριτήριο σύγκλισης. Εάν δε θεωρηθεί ότι η μέθοδος παρουσιάζει σύγκλίση, προχωράει ο αλγόριθμος στην επόμενη γενιά, θέτοντας G←G+1 και επαναλαμβάνονται τα βήματα 2 έως 6, μέχρι να ικανοποιηθεί το κριτήριο σύγκλισης της μεθόδου.

2.2.2 Τελεστής Παραγωγής Δοκιμαστικού Διανύσματος-Γονέα

Για τη δημιουργία του δοκιμαστικού διανύσματος γονέα, προτάθηκαν από τους Storn και Price τα εξής δύο σχήματα:

Πρώτο Σχήμα ΔΕ

Με τυχαίο τρόπο επιλέγονται 3 μέλη του πληθυσμού, διαφορετικά μεταξύ τους και διαφορετικά από το μέλος του πληθυσμού με το οποίο θα διασταυρωθεί το δοκιμαστικό διάνυσμα. Από αυτά τα 3 διανύσματα, σχηματίζεται το δοκιμαστικό διάνυσμα:

$$\boxed{\vec{V}_i = \vec{X}_{r_1,G} + F \cdot (\vec{X}_{r_2,G} - \vec{X}_{r_3,G})},$$

με $r_1, r_2, r_3 \in [0, NP-1]$, ακέραιοι και διάφοροι μεταξύ τους, με F>0.

Οι ακέραιοι r_1, r_2 και r_3 έχουν επιλεχθεί με τυχαίο τρόπο, είναι διάφοροι μεταξύ τους και διάφοροι της τιμής i, δηλαδή του μέλος του πληθυσμού με το οποίο θα διασταυρωθεί το δοκιμαστικό μας διάνυσμα. Ο συντελεστής F, ορίζεται από τον χρήστη και έχει σταθερή τιμή διάφορη του μηδενός. Συνηθίζεται, το διάνυσμα $\vec{X}_{r_1,G}$ να ονομάζεται διάνυσμα δότης, καθότι σε αυτό προστίθεται η διαφορά των άλλων δύο διανυσμάτων-λύσεων.

Με βάση αυτό το σχήμα, το 2003 οι Fan, Lampinen και Dulikravitch πρότειναν κάποιες εναλλακτικές μεθόδους για την επιλογή του διανύσματος-δότη, οι οποίες βελτίωσαν σημαντικά την ταχύτητα σύγκλισης της διαδικασίας. Πρότειναν έναν πιο γενικό τύπο δημιουργίας του δοκιμαστικού διανύσματος, όπου το διάνυσμα δότης είναι ένας γραμμικός συνδυασμός των τριών διανυσμάτων που έχουν ήδη επιλεγεί και πάνω σε αυτό τον τύπο πρότειναν μερικούς διαφορετικούς τρόπους παραγωγής του διανύσματος δότη. Συγκεκριμένα πρότειναν να ισχύει:

$$\boxed{\vec{V}_i = \vec{X}_{donor} + F \cdot (\vec{X}_{r_2,G} - \vec{X}_{r_3,G})}, \text{ όπου } \boxed{X_{donor} = \sum_{j=1}^{3} \mu_j \vec{X}_{r_j,G}}$$

όπου οι συντελεστές $\mu_j \geq 0$ και ισχύει $\sum_{j=1}^{3} \mu_j = 1$.

Προφανώς, η αρχική πρόταση των Storn και Price ισχύει για $\mu_1=1$ και $\mu_2=\mu_3=0$. Συνηθίζεται ο συμβολισμός της ως:

$$\boxed{\vec{X}_{donor} = \vec{X}_{donor\,0} = \vec{X}_{r_1,G}}$$

Επιπλέον προτάθηκαν από τους Fan, Lampinen και Dulikravitch οι εξής εναλλακτικές για την επιλογή του διανύσματος δότη:

Α) Το διάνυσμα δότης να είναι ο μέσος αριθμητικός μέσος των 3 διανυσμάτων. Δηλαδή να ισχύει:

$$\boxed{\vec{X}_{donor} = \vec{X}_{donor1} = \frac{1}{3}\sum_{j=1}^{3}\vec{X}_{r_j,G}}$$

Β) Το διάνυσμα δότης να επιλέγεται με κατανομή κατά Gauss, δηλαδή να ισχύει:

$$\boxed{\vec{X}_{donor} = \vec{X}_{donor2} = \sum_{j=1}^{3}\left(\frac{\lambda_j}{\sum_{k=1}^{3}\lambda_k}\right)\vec{X}_{r_j,G}}$$

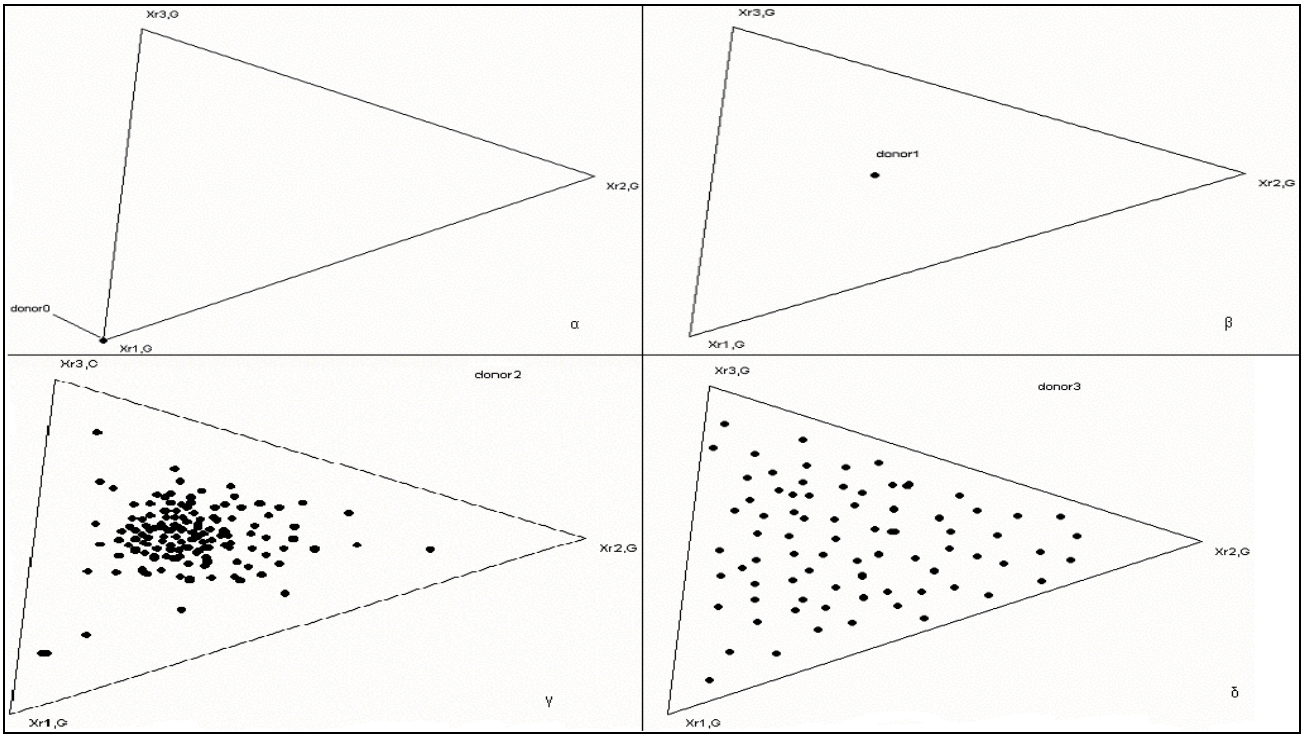
όπου οι τιμές των λ_j είναι μεν τυχαίες, αλλά υπακούουν σε κατανομή Gauss, με μέση τιμή c=0.5 και τυπική απόκλιση σ=0.2 .

Γ) Το διάνυσμα δότης να έχει ίσες πιθανότητες να είναι ο οποιοσδήποτε γραμμικός συνδυασμός των τριών διανυσμάτων, δηλαδή να ισχύει:

$$\boxed{\vec{X}_{donor} = \vec{X}_{donor3} = \sum_{j=1}^{3}\left(\frac{\lambda_j}{\sum_{k=1}^{3}\lambda_k}\right)\vec{X}_{r_j,G}}$$

όπου τα λ_j παίρνουν οποιαδήποτε τυχαία τιμή στο διάστημα [0,1].

Τα τρία διανύσματα που έχουν επιλεχθεί ορίζουν ένα τριγωνικό υπερεπίπεδο. Στο σχήμα 2.1 που ακολουθεί έχει σχεδιασθεί η τριγωνική αυτή επιφάνεια σε πρόβλημα 2 ελεύθερων μεταβλητών (N=2) και έχουν σημειωθεί στο επίπεδο αυτό, οι συντεταγμένες των διανυσμάτων δότη που προκύπτουν με βάση τη θεωρία που προηγήθηκε. Στο 2.1 (α) δίνεται το $\vec{X}_{donor0}$, στο 2.1 (β) το $\vec{X}_{donor1}$, και στα 2.1 (γ) και 2.1 (δ) δίνεται ενδεικτική κατανομή στο χώρο των πιθανών διανυσμάτων δότη $\vec{X}_{donor2}$ και $\vec{X}_{donor3}$ αντίστοιχα.

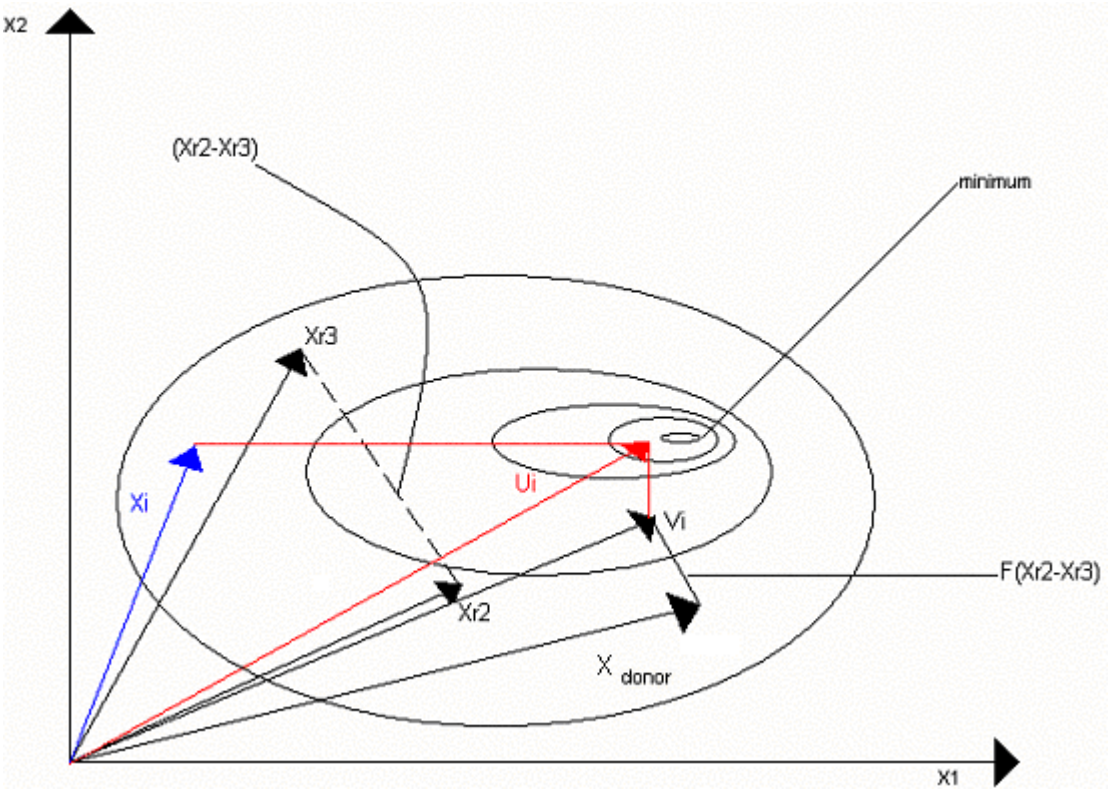


Σχήμα 2.1: Γραφική απεικόνιση στο επίπεδο των λύσεων, για N=2 ελεύθερες μεταβλητές, των γονέων και του διανύσματος δότη που προκύπτει εξ αυτών με βάση τις προτεινόμενες μεθόδους σχηματισμού του διανύσματος δότη. Στα (α) και (β) δίνεται η επακριβής θέση των διανυσμάτων δότη $\vec{X}_{\text{donor0}}$ και $\vec{X}_{\text{donor1}}$ αντίστοιχα, για τα συγκεκριμένα μέλη του πληθυσμού, ενώ στα (γ) και (δ) δίνεται μία τυπική κατανομή των διανυσμάτων δότη $\vec{X}_{\text{donor2}}$ και $\vec{X}_{\text{donor3}}$ αντίστοιχα, για τα συγκεκριμένα μέλη του πληθυσμού

Με τους παραπάνω τρόπους επιλογής του διανύσματος δότη, ο δότης που συμμετέχει στη δημιουργία του δοκιμαστικού-διανύσματος συνθέτει την πληροφορία που περιέχεται στα τρία μέλη του πληθυσμού που έχουν επιλεχθεί και όχι μόνο από το ένα. Να τονιστεί ότι η πρόταση για το σχηματισμό του $\vec{X}_{\text{donor3}}$ είναι αυτή που επιτυγχάνει τη ταχύτερη σύγκλιση από όλες μειώνοντας ταυτόχρονα τον κίνδυνο εγκλωβισμού σε τοπικά ακρότατα, κυρίως λόγω της αυξημένης στοχαστικότητας της [HYF03].

Στο σχήμα 2.2 αναπαριστάται η διαδικασία δημιουργίας απογόνου με βάση το πρώτο σχήμα ΔΕ που αναπτύχθηκε, σε πρόβλημα ενός στόχου (έχουν χαραχθεί οι καμπύλες ίσου-F στο χώρο). Το διάνυσμα $\vec{X}_{\text{donor}}$ μπορεί όπως αναλύθηκε προηγουμένως, είτε

να ανήκει στον πληθυσμό είτε να είναι ένας γραμμικός συνδυασμός των τριών λύσεων που επιλέχθηκαν. Στο $\vec{X}_{donor}$ προσθέτουμε το ποσοστό που έχει προεπιλεγεί της διαφοράς $\vec{X}_{r_2,G}$-$\vec{X}_{r_3,G}$ και το διάνυσμα $\vec{V}_i$ που προκύπτει διασταυρώνεται με τον γονέα $\vec{X}_{i,G}$ (ο τελεστής διασταύρωσης αναλύεται παρακάτω) και έτσι σχηματίζεται ο απόγονος $\vec{U}_{i,G}$.



Σχήμα 2.2: Παράδειγμα δημιουργίας δοκιμαστικού διανύσματος, σύμφωνα με το πρώτο σχήμα ΔΕ, σε πρόβλημα με N=2 ελεύθερες μεταβλητές

Δεύτερο Σχήμα ΔΕ

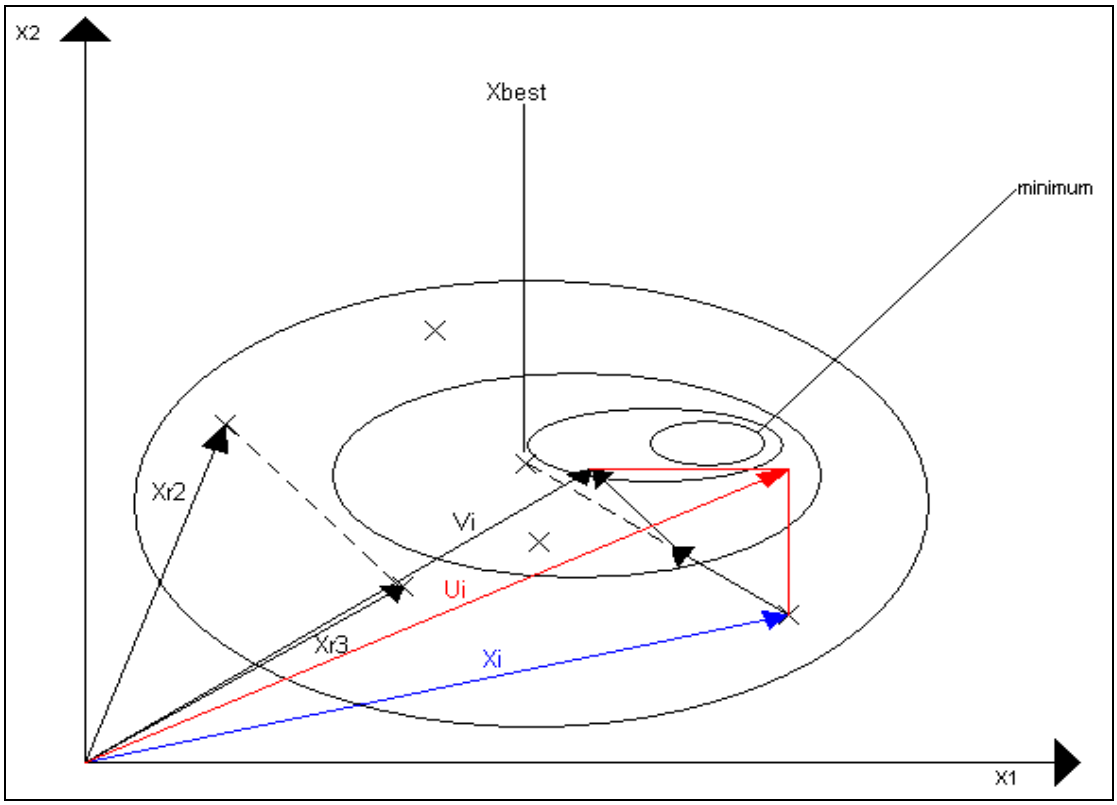
Στο δεύτερο σχήμα, κατά τη διαδικασία δημιουργίας του δοκιμαστικού διανύσματος συμμετέχουν 2 τυχαία μέλη του πληθυσμού, το μέλος i του πληθυσμού που θα διασταυρωθεί με το δοκιμαστικό διάνυσμα και το μέλος του πληθυσμού για το οποίο έχουμε υπολογίσει έως τώρα τη μικρότερη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Απαραίτητη προϋπόθεση είναι τα 2 μέλη του πληθυσμού που επιλέγονται με τυχαίο τρόπο να είναι διάφορα μεταξύ τους και να μην είναι κάποιο από αυτά το μέλος i του πληθυσμού. Συγκεκριμένα, έχουμε:

$$\boxed{\vec{V}_i = \vec{X}_{i,G} + \lambda \cdot \left(\vec{X}_{best,G} - \vec{X}_{i,G}\right) + F \cdot (\vec{X}_{r_2,G} - \vec{X}_{r_3,G})}$$

όπου, $i, r_2, r_3 \in \mathbf{Z}, r_2 \neq r_3 \neq i$, $i, r_2, r_3 \in [0, NP-1]$, λ>0 και F>0.

Ο συντελεστής λ επίσης ορίζεται εκ των προτέρων από το χρήστη και πρέπει να είναι πάντα μεγαλύτερος του μηδενός, όπως και ο συντελεστής F που έχει ήδη αναφερθεί από τη θεωρία του πρώτου σχήματος.

Στο σχήμα 2.3 αναπαριστάται η διαδικασία δημιουργίας απογόνου με βάση το δεύτερο σχήμα διαφορικής εξέλιξης που αναπτύχθηκε, σε πρόβλημα ενός στόχου (έχουν επίσης χαραχθεί οι καμπύλες ίσου-F στο χώρο). Αυτή τη φορά, προστίθεται στο διάνυσμα $\vec{X}_{i,G}$ το ποσοστό που έχει προεπιλεχθεί της διαφοράς $\vec{X}_{r_2,G} - \vec{X}_{r_3,G}$ και το ποσοστό που επίσης έχουμε προαποφασιστεί της διαφοράς $\vec{X}_{best,G} - \vec{X}_{i,G}$. Το διάνυσμα $\vec{V}_i$ που προκύπτει διασταυρώνεται με το γονέα $\vec{X}_{i,G}$ (ο τελεστής διασταύρωσης αναλύεται παρακάτω) και έτσι σχηματίζεται ο απόγονος $\vec{U}_{i,G}$.



Σχήμα 2.3: Παράδειγμα δημιουργίας διανύσματος απογόνου σύμφωνα με το δεύτερο σχήμα ΔΕ, για πρόβλημα N=2 ελεύθερων μεταβλητών

Να σημειωθεί ότι ανεξάρτητα της μεθόδου που επιλέγεται για τη δημιουργία του δοκιμαστικού διανύσματος, πρέπει πάντα να γίνεται έλεγχος ότι οι τιμές των ελεύθερων μεταβλητών που προκύπτουν βρίσκονται εντός των ορίων που έχει θέσει ο χρήστης. Σε περίπτωση που υπερβαίνουν κάποιο όριο, μπορούμε είτε τίθεται αυτή η ελεύθερη μεταβλητή ίση με το όριο το οποίο ξεπέρασε, είτε της τίθεται τιμή εντός των αποδεκτών ορίων που να απέχει όμως από το όριο, όσο θα απείχε εάν το είχε ξεπεράσει.

2.2.3 Τελεστής Διασταύρωσης

Ο Τελεστής Διασταύρωσης συνδυάζει τις τιμές των παραμέτρων των δύο γονέων, δηλαδή του δοκιμαστικού διανύσματος $\vec{V}_i$ και του διανύσματος $\vec{X}_{i,G}$ για την αντικατάσταση του οποίου γίνεται όλη η διαδικασία, παράγοντας ως απόγονο το διάνυσμα $\vec{U}_i$. Στην ουσία, τα στοιχεία του διανύσματος του απογόνου $\vec{U}_i$, είναι ίσα ή με τα αντίστοιχα στοιχεία του δοκιμαστικού διανύσματος $\vec{V}_i$ ή με τα αντίστοιχα διανύσματα του γονέα $\vec{X}_{i,G}$. Συγκεκριμένα, για τον απόγονο $\vec{U}_i$ ισχύει:

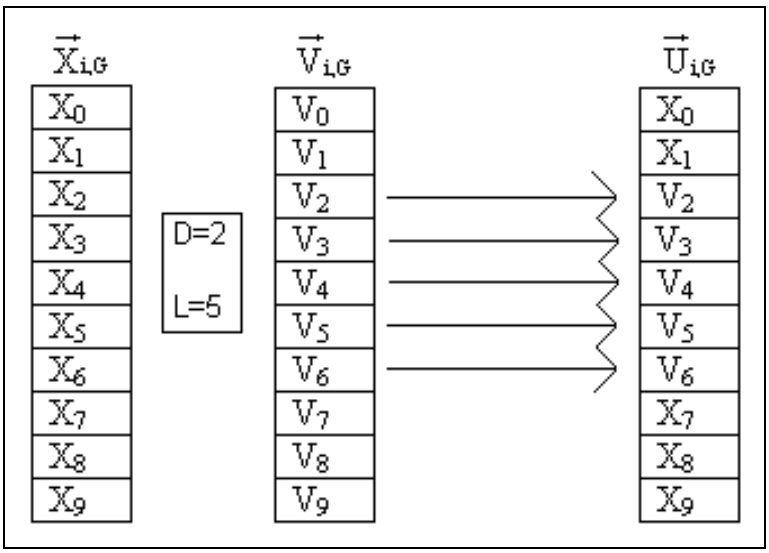
$$\vec{U}_i = (u_1, u_2, ..., u_n)^T \text{ με}$$

$$u_j = \begin{cases} v_j & \text{εάν } Pr(L=\nu) \le C_r^{\nu} \\ x_{j,G} & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Για κάθε δοκιμαστικό διάνυσμα, αρχικά επιλέγεται με τυχαίο τρόπο ένας ακέραιος αριθμός D που παίρνει τιμές στο διάστημα [0,n-1]. Ο αριθμός αυτός υποδηλώνει το πρώτο στοιχείο του δοκιμαστικού διανύσματος $\vec{V}_i$ που θα είναι και στοιχείο του διανύσματος $\vec{U}_i$. Από εκεί και πέρα, ο αριθμός L των επόμενων στοιχείων του $\vec{V}_i$ που επίσης θα ισούνται με τα στοιχεία του $\vec{U}_i$ επιλέγεται με πιθανότητα που υπακούει στον κανόνα $Pr(L=\nu) \le C_r^{\nu}$, όπου ο συντελεστής C_r επιλέγεται από το χρήστη.

Στο σχήμα 2.4 αναπαρίσταται ένα παράδειγμα εφαρμογής του τελεστή διασταύρωσης σε ένα πρόβλημα 10 μεταβλητών σχεδιασμού, για το οποίο έχει επιλεχθεί τυχαία η διασταύρωση να ξεκινήσει από τη $3^{η}$ μεταβλητή (D=2) και να πραγματοποιηθεί για 5 συνολικά μεταβλητές, δηλαδή να έχει μήκος L=5. Επαναλαμβάνεται ότι τα στοιχεία του πίνακα $\vec{U}_i$ που δεν είναι στοιχεία που εισήχθησαν από τον απόγονο $\vec{V}_i$, είναι ίσα

με τα στοιχεία του διανύσματος γονέα $\vec{X}_{i,G}$ που ανήκει στον πληθυσμό μας. Επίσης, η σύγκριση των συναρτήσεων κόστους θα γίνει ανάμεσα στο διάνυσμα γονέα $\vec{X}_{i,G}$ και στον απόγονο $\vec{U}_i$.



Σχήμα 2.4: Σχηματική απεικόνιση της δημιουργίας του διανύσματος απογόνου $\vec{U}_i$ από τη διασταύρωση του δοκιμαστικού διανύσματος $\vec{V}_i$ με τον γονέα $\vec{X}_{i,G}$, με μήκος διασταύρωσης L=5 και έναρξη για D=2

2.3 Προσθήκες και Παραλλαγές στην ήδη Υπάρχουσα Μέθοδο ΔΕ

2.3.1 Προσθήκες στη Μέθοδο

Με βάση την εμπειρία που έχει το εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών του Ε.Μ.Π. πάνω στους ΕΑ, αποφασίσθηκε να γίνουν προσθήκες κάποιων χαρακτηριστικών και τελεστών των ΕΑ, στον αλγόριθμο της ΔΕ. Επιπλέον στους ήδη υπάρχοντες τελεστές πραγματοποιήθηκαν κάποιες μικρές αλλαγές.

α) Τελεστής Μετάλλαξης

Ο τελεστής μετάλλαξης εφαρμόζεται σε κάθε απόγονο που προέκυψε από τον τελεστή διασταύρωσης. Με κριτήριο πιθανότητα που ορίζει ο χρήστης, θέτονται τυχαίες τιμές σε μερικά από τα στοιχεία του διανύσματος απογόνου $\vec{U}_i$. Με αυτό τον τρόπο, εισάγεται σε ακόμα μεγαλύτερο βαθμό η έννοια της τυχαιότητας στη δημιουργία του διανύσματος απογόνου $\vec{U}_i$, επιδιώκοντας τον μη εγκλωβισμό της διαδικασίας σε τοπικά ακρότατα καθώς και την καλύτερη διασπορά των μελών του

πληθυσμού στο χώρο. Ο τελεστής αυτός εφαρμόζεται αμέσως μετά τον τελεστή διασταύρωσης και πριν την αξιολόγηση του απογόνου $\vec{U}_i$.

Η επιθυμία για μεγάλη διασπορά των μελών του πληθυσμού στις πρώτες γενιές, μας δημιουργεί να τονιστεί το στοιχείο της τυχαιότητας στη μέθοδο, κάτι το οποίο όμως δεν επιθυμείται στον ίδιο βαθμό για τις επόμενες γενιές. Με σκοπό την επίλυση αυτού του αντικρουόμενου στόχου, δίνεται στο χρήστη η δυνατότητα μεταβολής της πιθανότητας εφαρμογής του τελεστή μετάλλαξης. Αρχικά ο χρήστης ορίζει την τιμή της πιθανότητας με την οποία επιθυμεί να πραγματοποιείται η μετάλλαξη από την πρώτη γενιά μέχρι και τη γενιά που έχει ορίσει. Επιπρόσθετα, ορίζει την τιμή της πιθανότητας που θέλει να ισχύει από μια συγκεκριμένη γενιά και μετά. Για τις γενιές ανάμεσα στα 2 όρια που έχει θέσει ο χρήστης, η τιμή της πιθανότητας μετάλλαξης λαμβάνεται με γραμμική παρεμβολή.

β) Αντι-Επιλεκτικότητα

Με συχνότητα που ορίζεται εξωτερικώς από τον χρήστη, μερικές φορές ο απόγονος αντικαθιστά το διάνυσμα $\vec{X}_{i,G}$ στον πληθυσμό, ανεξαρτήτως του αν η αντικειμενική συνάρτηση κόστους του είναι μικρότερη ή όχι. Να σημειωθεί ότι η αντι-επιλεκτικότητα δεν εφαρμόζεται για το μέλος του πληθυσμού που έχει την έως τώρα μικρότερη άρα και βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης κόστους. Με τη χρήση της, αυξάνεται η διασπορά του πληθυσμού στο χώρο, αποφεύγοντας εγκλωβισμούς σε τοπικά ακρότατα, δίνοντας την ευκαιρία σε ορισμένες λύσεις να διασταυρωθούν και να δημιουργήσουν απογόνους.

γ) Αποθήκευση Αξιολογήσεων σε Βάση Δεδομένων

Με σκοπό την αποφυγή της πραγματοποίησης αξιολογήσεων σε υποψήφιες λύσεις οι οποίες έχουν ήδη αξιολογηθεί σε προηγούμενες γενιές, αποθηκεύονται όλες οι υποψήφιες λύσεις που έχουν προκύψει μαζί με τις αντικειμενικές συναρτήσεις κόστους τους που έχουν υπολογιστεί. Πριν από κάθε αξιολόγηση, ελέγχεται στη βάση δεδομένων μήπως έχει υπολογιστεί ήδη το κόστος της αντικειμενικής συνάρτησης για αυτή την υποψήφια λύση και μόνο εφόσον επιβεβαιωθεί ότι κάτι τέτοιο δεν έχει συμβεί, πραγματοποιείται η αξιολόγηση. Με αυτό το τρόπο εξοικονομείται πολύτιμος υπολογιστικός χρόνος, αφού δεν πραγματοποιούνται εις διπλούν αξιολογήσεις ίδιων λύσεων.

δ) Έλεγχος Περιορισμών

Για την εφαρμογή της μεθόδου και σε προβλήματα με περιορισμούς, προστέθηκε ένας εσωτερικό αλγόριθμο που ελέγχει κατά πόσον οι προκύπτουσες λύσεις ικανοποιούν τους περιορισμούς που έχουν τεθεί στο πρόβλημα βελτιστοποίησης.

Αρχικά, ο χρήστης πρέπει να ορίσει το πλήθος των περιορισμών που έχει το πρόβλημα του. Εκτός του πλήθους των περιορισμών ορίζονται για κάθε περιορισμό, δύο όρια (ασθενές και ισχυρό αντίστοιχα), πέρα των οποίων η συνάρτηση κόστους πολλαπλασιάζεται με κάποιο συντελεστή ποινής. Οι υποψήφιες λύσεις πέραν του ισχυρού ορίου πολλαπλασιάζονται με ένα σταθερό πολύ μεγάλο αριθμό (θεωρητικά άπειρη τιμή) ενώ όταν η λύση βρίσκεται ανάμεσα στα δύο όρια ο συντελεστής παίρνει τιμές από 1 (όταν βρίσκεται πάνω στο ασθενές όριο) έως αυτό τον πολύ μεγάλο αριθμό (όταν βρίσκεται πάνω στο ισχυρό όριο). Η μεταβολή του συντελεστή ανάμεσα σε αυτά τα όρια γίνεται με εκθετική μεταβολή, όπου ο χρήστης ορίζει εκ των προτέρων τον εκθέτη αυτής της εκθετικής μεταβολής.

2.3.2 Παραλλαγές που Πραγματοποιήθηκαν στη Μέθοδο

α) Μεταβολή του Συντελεστή Βαρύτητας F

Όπως αναλύθηκε ήδη για το πρώτο σχήμα, το δοκιμαστικό διάνυσμα απόγονος δίνεται από τον τύπο:

$$\boxed{\vec{V}_i = \vec{X}_{donor} + F \cdot (\vec{X}_{r_2,G} - \vec{X}_{r_3,G})}$$

όπου το διάνυσμα $\vec{X}_{donor}$ έχει προκύψει με κάποια από τις μεθόδους που αναλύθηκαν για το πρώτο και δεύτερο σχήμα ΔΕ. Όσο μεγαλύτερος είναι ο όρος $F \cdot (\vec{X}_{r_2,G} - \vec{X}_{r_3,G})$ τόσο μεγαλύτερη διασπορά εμφανίζεται στους απογόνους του πληθυσμού. Η διασπορά αυτή όμως, όπως ήδη αναφέρθηκε, μπορεί να είναι επιθυμητή για τις πρώτες γενιές της μεθόδου, στις οποίες πραγματοποιείται ανίχνευση του χώρου των πιθανών λύσεων, δεν είναι όμως το ίδιο επιθυμητή για τις επόμενες γενιές, κατά τις οποίες θέλουμε να επιθυμείται περισσότερο η προσέγγιση των ήδη ανιχνευθέντων ακρότατων και λιγότερη η εύρεση νέων ακρότατων.

Για αυτό το λόγο, με τρόπο όμοιο με τον τρόπο που ορίζει ο χρήστης την πιθανότητα μετάλλαξης, ορίζει ο χρήστης και την τιμή του συντελεστή βαρύτητας F. Ο χρήστης επιπρόσθετα, ορίζει την τιμή του F που θα ισχύει έως ένα συγκεκριμένο αριθμό

γενιών και την τιμή του F που θα ισχύει από ένα συγκεκριμένο αριθμό γενιών και μετά. Για τις γενιές ανάμεσα στα δύο άκρα, η τιμή του F λαμβάνεται με γραμμική παρεμβολή.

β) Μεταβολή του Συντελεστή Βαρύτητας λ

Στο δεύτερο σχήμα ΔΕ, το δοκιμαστικό διάνυσμα γονέα υπολογίζεται από τον τύπο:

$$\boxed{\vec{V}_i = \vec{X}_{i,G} + \lambda \cdot \left(\vec{X}_{best,G} - \vec{X}_{i,G}\right) + F \cdot (\vec{X}_{r_2,G} - \vec{X}_{r_3,G})}$$

Για λόγους παρόμοιους με τους οποίους αιτιολογήθηκε η επιθυμία μεταβολής του F στην προηγούμενη παράγραφο, είναι επιθυμητός και εδώ ο έλεγχος της τιμής του συντελεστή λ. Όσο μεγαλύτερος ο συντελεστής λ, τόσο περισσότερο προσεγγίζουν οι επόμενες γενιές την έως εκείνη τη στιγμή βέλτιστη λύση που έχει υπολογιστεί. Κάτι τέτοιο μπορεί να είναι επιθυμητό στις τελευταίες γενιές του αλγόριθμου, λειτουργεί όμως ενάντια στην επιθυμία για διασπορά κατά τις πρώτες γενιές.

Και εδώ, ο χρήστης ορίζει την τιμή του λ που θα ισχύει έως ένα συγκεκριμένο αριθμό γενιών καθώς και την τιμή του λ που θα ισχύει από ένα συγκεκριμένο αριθμό γενιών και μετά. Για τις γενιές ανάμεσα στα δύο άκρα, η τιμή του λ λαμβάνεται με γραμμική παρεμβολή.

2.4 Σύνοψη Μεθόδου ΔΕ σε Προβλήματα Ενός Στόχου

Στο σχήμα 2.5 που ακολουθεί, έχει σχεδιασθεί ένα γενικό λογικό διάγραμμα του αλγορίθμου σε προβλήματα ενός στόχου.

Το κριτήριο σύγκλισης περιλαμβάνει όλους τους πιθανούς τρόπους για τον τερματισμό της διαδικασίας. Αυτοί είναι ο εγκλωβισμός του αλγορίθμου, για αρκετές γενιές, σε κάποια λύση την οποία αδυνατεί να βελτιώσει ή η συμπλήρωση ενός προαποφασισμένου αριθμού γενεών ή υπολογισμών συναρτήσεων κόστους.

Η δημιουργία του απογόνου $\vec{U}_i$ πραγματοποιείται με όποιον από τους τρόπους που αναφέρθηκαν παραπάνω έχει επιλέξει ο χρήστης, ενώ στο κριτήριο επιλογής του απογόνου στον πληθυσμό ή όχι, ορισμένες φορές εφαρμόζεται η αντι-επιλεκτικότητα.

Όπως προκύπτει και από το λογικό διάγραμμα, η έννοια της γενιάς στη μέθοδο ΔΕ δεν είναι τόσο ισχυρή όσο είναι στους ΕΑ. Το σύνολο των πιθανών γονέων κάθε απογόνου έχει δημιουργηθεί από τον ανανεωμένο πληθυσμό, ο οποίος περιέχει τις υποψήφιες λύσεις της προηγούμενης γενιάς που δεν έχουν συγκριθεί με κάποιο απόγονο ακόμα και τις υποψήφιες λύσεις που έχουν ήδη γίνει αποδεκτές για τη τρέχουσα γενιά. Υπενθυμίζεται ότι συνήθως στους ΕΑ, οι απόγονοι είναι το προϊόν αυστηρώς της προηγούμενης γενιάς.

Από τα σχήματα που προτείνονται στη βιβλιογραφία, αποφασίστηκε στις διάφορες εφαρμογές της παρούσης διπλωματικής εργασίας, να εφαρμοστεί το πρώτο σχήμα ΔΕ, σύμφωνα με το οποίο, το δοκιμαστικό διάνυσμα δίνεται από το τύπο:

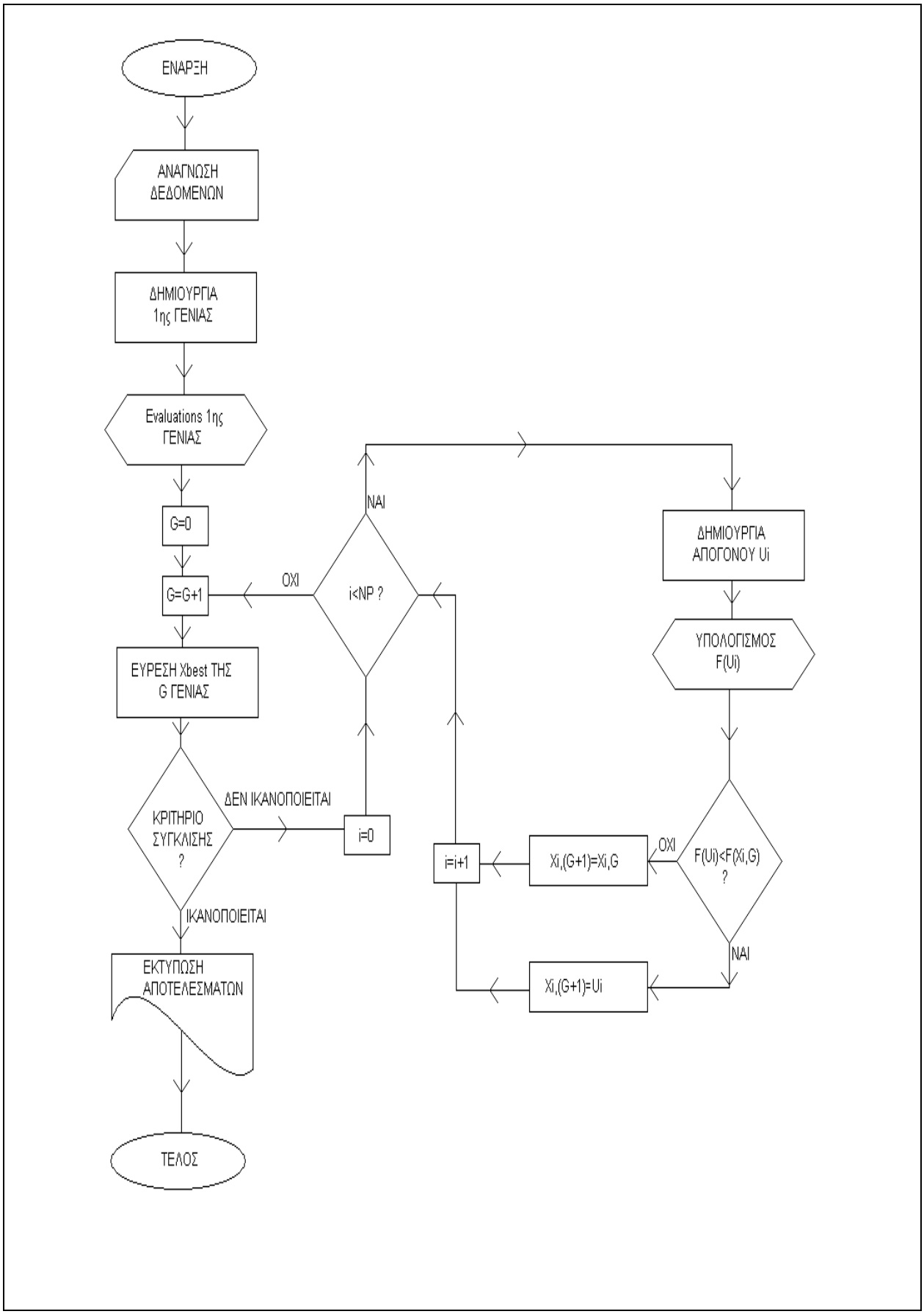
$$\boxed{\vec{V}_i = \vec{X}_{donor} + F \cdot (\vec{X}_{r_2,G} - \vec{X}_{r_3,G})},$$

με $r_1, r_2, r_3 \in [0, NP-1]$, ακέραιοι και διάφοροι μεταξύ τους, με F>0 και το διάνυσμα δότης να έχει ίσες πιθανότητες να είναι ο οποιοσδήποτε γραμμικός συνδυασμός των τριών διανυσμάτων, δηλαδή να ισχύει:

$$\boxed{\vec{X}_{donor} = \vec{X}_{donor3} = \sum_{j=1}^{3} \left(\frac{\lambda_j}{\sum_{k=1}^{3} \lambda_k} \right) \vec{X}_{r_j,G}}$$

όπου τα λ_j παίρνουν οποιαδήποτε τιμή στο διάστημα [0,1].

Αυτή η επιλογή στηρίχτηκε τόσο στις βιβλιογραφικές αναφορές ([Storn95],[HYF03]), όσο και σε προσωπικές διαπιστώσεις από τη χρήση του αλγορίθμου ΔΕ. Συνδυάζει τάχιστη σύγκλιση και σταθερότητα.



Σχήμα 2.5: Γενικευμένο λογικό διάγραμμα της ΔΕ σε μονοκριτηριακό περιβάλλον

3. Περιγραφή της ΔΕ σε Προβλήματα Πολλών Στόχων

3.1 Εισαγωγή

3.1.1 Μαθηματική Θεμελίωση της Βελτιστοποίησης σε Προβλήματα Πολλών Στόχων

Ως γνωστόν, οι εφαρμογές βελτιστοποίησης δεν περιορίζονται στα προβλήματα ενός στόχου, αλλά επεκτείνονται και σε προβλήματα πολλών στόχων. Για M στόχους, το πρόβλημα βελτιστοποίησης, ισοδυναμεί με την ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση των συνιστωσών της διανυσματικής αντικειμενικής συνάρτησης

$$\boxed{\vec{F}\left(\vec{X}\right), \vec{X} \in \Re^N, \vec{F}: \Re^N \to \Re^M}$$

Σημαντικό εργαλείο στην προσπάθεια επίλυσης προβλημάτων πολλών στόχων, είναι ο ορισμός της κατά Pareto βέλτιστης λύσης και της έννοιας της κυριαρχίας. Συγκεκριμένα, ισχύουν οι παρακάτω ορισμοί.

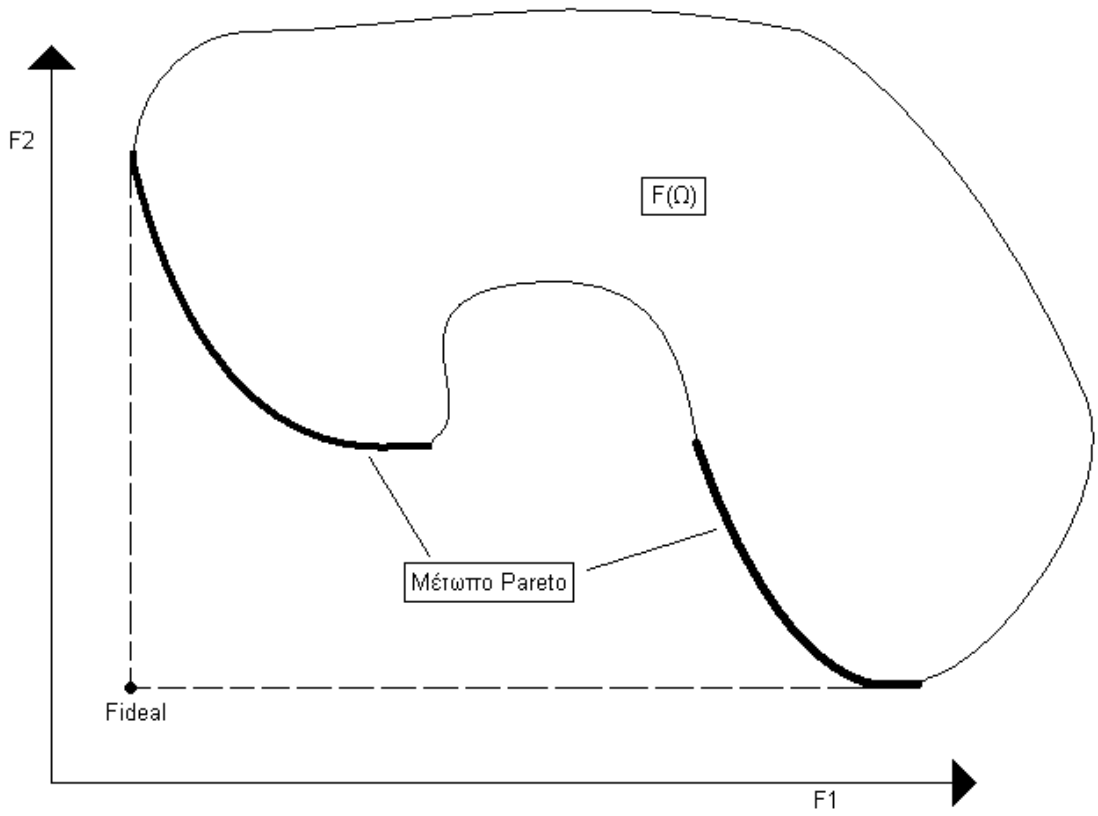
Ορισμός 1: Η λύση $\vec{x} \in \Omega\left(\Omega \subset \Re^N\right)$ κυριαρχεί της λύσης $\vec{y} \in \Omega$ και αυτό θα συμβολίζεται με

$$\boxed{\vec{x} \prec \vec{y}}$$

όταν και μόνο όταν ισχύει ότι $F_m\left(\vec{x}\right) \le F_m\left(\vec{y}\right)$ για όλους τους στόχους (m=1,…,M) και συγχρόνως υπάρχει ένας τουλάχιστον στόχος από αυτούς (έστω ο k) για τον οποίο η τελευταία σχέση ισχύει ως ανισότητα μόνο $\left(F_k\left(\vec{x}\right) \le F_k\left(\vec{y}\right)\right)$.

Ορισμός 2: Η λύση $\vec{x} \in \Omega\left(\Omega \subset \Re^N\right)$ αποτελεί κατά Pareto βέλτιστη λύση του προβλήματος ελαχιστοποίησης της $\vec{F}: \Re^N \to \Re^M$ αν και μόνο αν δεν υπάρχει άλλη λύση $\vec{y} \in \Omega$ η οποία να κυριαρχεί της $\vec{x}$.

Ορισμός 3: Μέτωπο Pareto, είναι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων που αποτελούν κατά Pareto βέλτιστη λύση.



Σχήμα 3.1: Αναπαράσταση του χώρου των αποδεκτών λύσεων Ω, του μετώπου των κατά Pareto βέλτιστων λύσεων και του ιδανικού αντικειμενικού διανύσματος στο επίπεδο των στόχων

Στο σχήμα 3.1 αναπαριστάται στο επίπεδο των στόχων της εικόνας του χώρου των αποδεκτών λύσεων Ω, του μετώπου των κατά Pareto βέλτιστων λύσεων και το ιδανικό αντικειμενικό διάνυσμα. Οι κατά Pareto βέλτιστες λύσεις δίνονται με την πυκνή μαύρη γραμμή [Giann05].

3.1.2 Χρήση του Μετώπου Pareto σε Πληθυσμιακές Στοχαστικές Μεθόδους

Οι μέθοδοι βελτιστοποίησης που χειρίζονται πληθυσμούς υποψήφιων λύσεων, έχουν σαφές πλεονέκτημα στην εύρεση των σημείων του μετώπου Pareto, πλεονέκτημα που εμφανίζεται και στη μέθοδο ΔΕ. Το πρόβλημα που προκύπτει όμως είναι ο τρόπος με τον οποίο θα επιτευχθεί η σύγκριση δύο υποψήφιων λύσεων που δεν κυριαρχεί η μια στην άλλη.

Στους ΕΑ γίνεται μεγάλη χρήση των μεθόδων SPEA [Zitzler99a] και NSGA [Giotis03], [Georgo05]που σε κάθε μέλος του πληθυσμού αντικαθιστούν τις τιμές

των αντικειμενικών συναρτήσεων του κάθε στόχου, με μια βαθμωτή τιμή, που είναι συνάρτηση των αντικειμενικών συναρτήσεων όλων των μελών του πληθυσμού, επιτρέποντας με αυτό το τρόπο την κατάταξη και τη σύγκριση των λύσεων μέσα σε έναν πληθυσμό ακόμα και όταν είναι μη κυριαρχούμενες μεταξύ τους.

Ο Αλγόριθμος ΔΕ σε προβλήματα 2 στόχων έχει επιδείξει κατά το παρελθόν ικανοποιητική συμπεριφορά τόσο σε μηχανολογικές εφαρμογές (συγκεκριμένα σε πρόβλημα σχεδίασης προβόλου) όσο και σε μαθηματικά προβλήματα 2 στόχων[Babu03]. Η μέθοδος ΔΕ έχει ήδη συνδυαστεί με χρήση SPEA και έχει εφαρμοστεί με επιτυχία σε μαθηματικά προβλήματα πολλών στόχων [FengX03]

Παρόλα αυτά, στην παρούσα εργασία δεν έγινε χρήση των μεθόδων SPEA και NSGA, αλλά χρησιμοποιήθηκε μια περισσότερο στοχαστική μέθοδος, η οποία αναλύεται εκτενώς παρακάτω. Αιτία που δεν επιλέχθηκε κάποια από τις προαναφερθείσες μεθόδους, είναι ότι καθώς η έννοια της γενιάς στη μέθοδο ΔΕ δεν είναι τόσο σαφώς οριοθετημένη όσο στους κλασικούς ΕΑ, θα έπρεπε για κάθε νέα υποψήφια λύση $\vec{U}_i$ για την οποία δεν ισχύει $\vec{X}_{i,G} \prec \vec{U}_i$, με $\vec{X}_{i,G}$ την υποψήφια λύση με την οποία συγκρίνεται ο απόγονος $\vec{U}_i$, να γίνεται επαναπροσδιορισμός των συναρτήσεων κόστους για τους δύο διαφορετικούς πιθανούς πληθυσμούς.

3.2 Επισκόπηση Αλγορίθμου ΔΕ Πολλών Στόχων

3.2.1 Αλγόριθμος ΔΕ σε Προβλήματα Πολλών Στόχων

Όπως και στο πρόβλημα ενός στόχου, τίθεται NP το μέγεθος αυτό του πληθυσμού και $\vec{X}_{i,G}$, με i=0,1,2,…,NP-1 μία υποψήφια λύση αυτού του πληθυσμού για τη γενιά G. Υπενθυμίζεται ότι ο αριθμός n των μεταβλητών παραμέτρων, καθώς και το μέγεθος του πληθυσμού NP ορίζονται από τον χρήστη.

Για την πρώτη γενιά (G=0) επιλέγεται με τυχαίο τρόπο πληθυσμός NP λύσεων, πραγματοποιείται υπολογισμός των τιμών των συναρτήσεων κόστους $\vec{F}\left(\vec{X}_{i,G}\right), \vec{F}: \Re^N \rightarrow \Re^M$ για κάθε i=0,1,…,NP-1 και εντοπίζεται το σύνολο των σημείων του πληθυσμού που δεν κυριαρχούνται από κάποιο άλλο μέλος του πληθυσμού. Για λόγους συντομίας, αυτό το σύνολο σημείων από εδώ και πέρα θα αποκαλείται

"σύνολο επίλεκτων λύσεων" και σκοπός είναι στο τέλος του αλγορίθμου ΔΕ, οι επίλεκτες λύσεις να ανήκουν στο μέτωπο Pareto του προβλήματος ή όσο το δυνατόν πιο κοντά του.

Από εδώ και πέρα ξεκινά η εξελικτική διαδικασία του αλγόριθμου για κάθε γενιά του πληθυσμού και η οποία με τη σειρά της αποτελείται από μία εσωτερική επαναληπτική διαδικασία που πραγματοποιείται για κάθε μέλος της τρέχουσας γενιάς.

Βήμα 1: Τίθεται G=1.

Βήμα 2: Τίθεται i=0.

Βήμα 3: Με διαδικασία που θα αναλυθεί αναλυτικότερα παρακάτω, παράγεται ένα "δοκιμαστικό διάνυσμα-γονέας" $\vec{V}_i$, το οποίο διασταυρώνεται με το διάνυσμα $\vec{X}_{i,G}$ (υπενθυμίζεται ότι το $\vec{X}_{i,G}$ είναι μέλος του πληθυσμού της G γενιάς, ενώ το $\vec{V}_i$ δεν ανήκει στον τρέχοντα πληθυσμό) παράγοντας με αυτό τον τρόπο την υποψήφια λύση $\vec{U}_i$.

Βήμα 4: Αξιολογείται η υποψήφια λύση $\vec{U}_i$, με υπολογισμό των τιμών των συναρτήσεων κόστους $\vec{F}\left(\vec{U}_i\right)$ και αποφασίζεται αν θα αντικαταστήσει ή όχι τη λύση $\vec{X}_{i,G}$ στο πληθυσμό, μέσω της εφαρμογής του κριτηρίου αποδοχής του απογόνου στον πληθυσμό. Ο τρόπος με τον οποίο λαμβάνεται αυτή η απόφαση, αναλύεται παρακάτω.

Βήμα 5: Υπολογίζεται το νέο σύνολο επίλεκτων λύσεων. Αυξάνεται η τιμή της παραμέτρου i κατά 1 (δηλαδή i←i+1). Για i<NP επαναλαμβάνεται η διαδικασία από το βήμα 2 έως το βήμα 5, ενώ για i=NP συνεχίζεται κανονικά ο αλγόριθμος εκτελώντας το βήμα 6.

Βήμα 6: Εάν δεν έχει ολοκληρωθεί ο αριθμός των αξιολογήσεων που έχει ζητήσει ο χρήστης, συνεχίζει ο αλγόριθμος στην επόμενη γενιά, θέτοντας G←G+1 και

επαναλαμβάνοντας τα βήματα 2 έως 6, έως ότου να συμπληρωθεί ο μέγιστος αριθμός αξιολογήσεων ή γενεών που έχει ορίσει ο χρήστης.

3.2.2 Τελεστής Παραγωγής Δοκιμαστικού Διανύσματος-Γονέα

Ο τελεστής παραγωγής δοκιμαστικού διανύσματος-γονέα σε πρόβλημα ενός στόχου διαφέρει από τον τελεστή παραγωγής δοκιμαστικού διανύσματος γονέα σε πρόβλημα δύο στόχων, μόνο στο δεύτερο σχήμα ΔΕ. Δηλαδή το πρώτο σχήμα μπορεί να χρησιμοποιηθεί αυτούσιο στα προβλήματα ενός αλλά και περισσότερων στόχων. Ακολουθεί αναλυτική περιγραφή του δεύτερου σχήματος.

Δεύτερο Σχήμα ΔΕ για προβλήματα πολλών στόχων

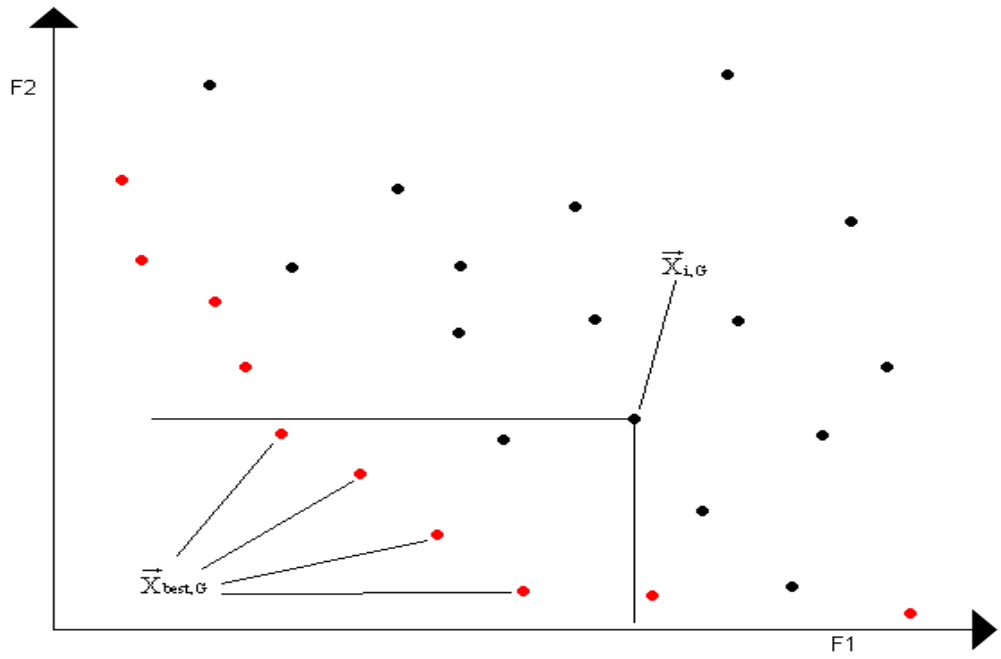
Υπενθυμίζεται ότι στα προβλήματα ενός στόχου, κατά τη διαδικασία δημιουργίας του δοκιμαστικού διανύσματος συμμετέχουν 2 τυχαία μέλη του πληθυσμού, το μέλος i του πληθυσμού που θα διασταυρωθεί με το δοκιμαστικό διάνυσμα και το μέλος του πληθυσμού για το οποίο έχει υπολογισθεί έως τώρα η μικρότερη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Απαραίτητη προϋπόθεση είναι τα 2 μέλη του πληθυσμού που επιλέγονται με τυχαίο τρόπο να είναι διάφορα μεταξύ τους και να μην είναι κάποιο από αυτά το μέλος i του πληθυσμού. Συγκεκριμένα, ισχύει:

$$\boxed{\vec{V}_i = \vec{X}_{i,G} + \lambda \cdot \left(\vec{X}_{best,G} - \vec{X}_{i,G}\right) + F \cdot (\vec{X}_{r_2,G} - \vec{X}_{r_3,G})}$$

όπου, $i, r_2, r_3 \in \mathbf{Z}, r_2 \neq r_3 \neq i$, $i, r_2, r_3 \in [0, NP-1]$, λ>0 και F>0.

Ο συντελεστής λ επίσης ορίζεται εκ των προτέρων από το χρήστη και πρέπει να είναι πάντα μεγαλύτερος του μηδενός, όπως και ο συντελεστής F που υπάρχει και στο πρώτο σχήμα.

Στα προβλήματα πολλών στόχων, όμως η επιλογή του διανύσματος $\vec{X}_{best,G}$ δεν είναι μονοσήμαντη, αλλά πλήθος υποψήφιων λύσεων μπορούν να αναλάβουν αυτό το ρόλο. Στον αλγόριθμο επιλέχθηκε, να εντοπίζονται οι λύσεις του πληθυσμού που ανήκουν ταυτοχρόνως στις επίλεκτες λύσεις, στον πληθυσμό και κυριαρχούν στη λύση $\vec{X}_{i,G}$ με την οποία θα συγκριθεί ο απόγονος. Από αυτές τις λύσεις, επιλέγεται με τυχαίο τρόπο μία και αυτή αναλαμβάνει το ρόλο του διανύσματος $\vec{X}_{best,G}$.



Σχήμα 3.2: Παράδειγμα εντοπισμού υποψήφιων λύσεων για το διάνυσμα $\vec{X}_{best,G}$ που θα συμμετάσχει στη δημιουργία του απογόνου του $\vec{X}_{i,G}$ μέλους. Με κόκκινο χρώμα έχει σημειωθεί το σύνολο επίλεκτων λύσεων του παραδείγματος αυτού.

Στο Σχήμα 3.2 αναπαριστάται στο επίπεδο των στόχων, το σύνολο των υποψήφιων μη-κυριαρχούμενων λύσεων από τις οποίες θα επιλεγεί το διάνυσμα $\vec{X}_{best,G}$ για την παραγωγή του απογόνου της λύσης $\vec{X}_{i,G}$.

Στην περίπτωση όπου το μέλος $\vec{X}_{i,G}$ είναι μη κυριαρχούμενο, τότε τίθεται $\vec{X}_{best,G}=\vec{X}_{i,G}$ και η εξίσωση που θα δώσει το δοκιμαστικό διάνυσμα γονέα, εκφυλίζεται στη σχέση:

$$\boxed{\vec{V}_i=\vec{X}_{i,G}+F\cdot(\vec{X}_{r_2,G}-\vec{X}_{r_3,G})}$$

Να σημειωθεί ότι με τη μέθοδο αποδοχής των απογόνων που επιλέχθηκε και που αναλύεται παρακάτω είναι δυνατή η γνώση του συνόλου των επίλεκτων λύσεων, σε κάθε χρονική στιγμή του αλγορίθμου.

3.2.3 Αντι-Επιλεκτικότητα

Στα προβλήματα ενός στόχου, με συχνότητα που οριζόταν εξωτερικώς από τον χρήστη, μερικές φορές ο απόγονος αντικαθιστούσε το διάνυσμα $\vec{X}_{i,G}$ στον πληθυσμό,

ανεξαρτήτως του αν η αντικειμενική συνάρτηση κόστους του ήταν μικρότερη ή όχι. Η Αντι-επιλεκτικότητα εφαρμόζεται και στα προβλήματα πολλών στόχων, μόνο που πλέον ελέγχεται μήπως η λύση $\vec{X}_{i,G}$ ανήκει στο σύνολο των επίλεκτων λύσεων που έχουν μέχρι εκείνη τη στιγμή υπολογιστεί. Εάν η λύση $\vec{X}_{i,G}$ είναι μη κυριαρχούμενη, τότε δεν εφαρμόζεται η Αντι-επιλεκτικότητα.

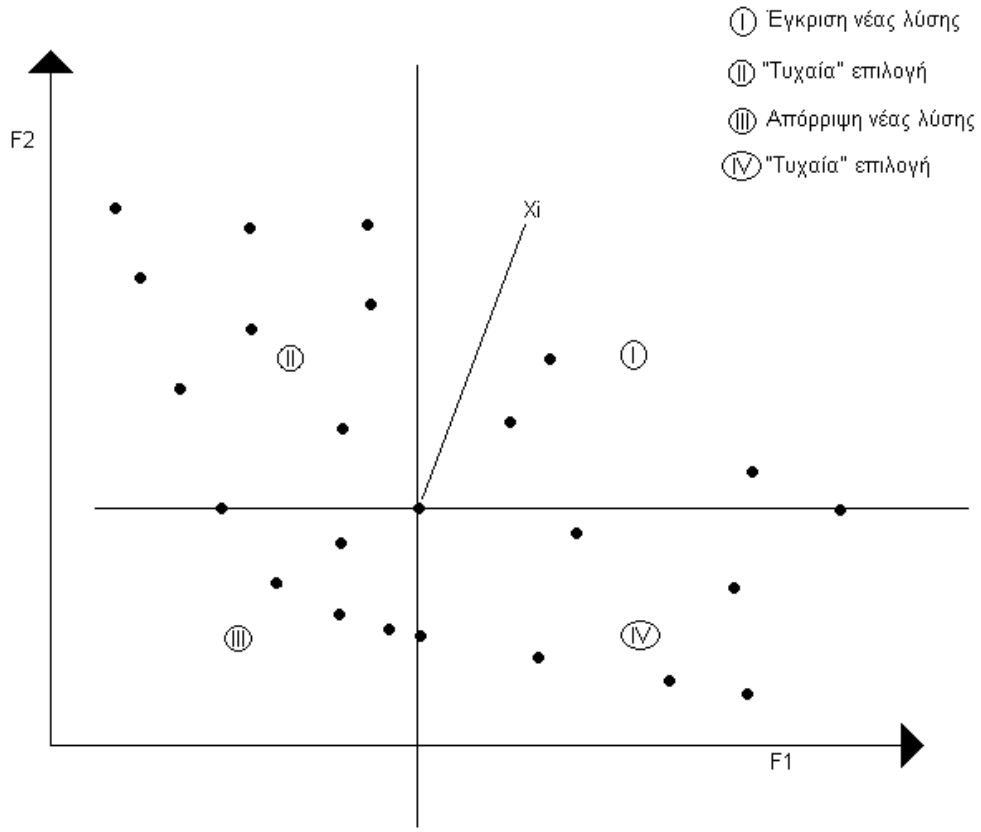
3.2.4 Κριτήριο Αποδοχής Απογόνου στον Πληθυσμό

Αφού υπολογισθούν οι συναρτήσεις κόστους του απογόνου $\vec{U}_i$, πρέπει να ληφθεί η απόφαση αν θα αντικαταστήσει το γονέα $\vec{X}_{i,G}$ στον πληθυσμό των λύσεων. Εφόσον κάποια από τις δύο λύσεις κυριαρχεί στην άλλη, τότε η μη κυριαρχούμενη είναι αυτή που επιλέγεται να συνεχίσει και για την επόμενη γενιά. Εάν όμως, καμία από τις δύο δεν κυριαρχεί στην άλλη, η επιλογή της λύσης που θα συνεχίσει στις επόμενες γενιές γίνεται με τυχαίο τρόπο και με βάση πιθανότητα που έχει ορίσει ο χρήστης. Η ίδια πιθανότητα χρησιμοποιείται στην περίπτωση που και οι δύο λύσεις ανήκουν στο πληθυσμό των επίλεκτων λύσεων.

Επίσης, υπάρχει πάντα το ενδεχόμενο μια από τις δύο λύσεις να ανήκει στο σύνολο των επίλεκτων έως τώρα λύσεων, με αποτέλεσμα να επιθυμείται η πριμοδότηση της πιθανότητας επιλογής της έναντι της άλλης που δεν ανήκει στις επίλεκτες λύσεις. Σε αυτές τις περιπτώσεις η επιλογή γίνεται πάλι με τυχαίο τρόπο, αλλά με διαφορετική πιθανότητα που επίσης έχει ορισθεί εκ των προτέρων από το χρήστη.

Με βάση τα παραπάνω, γίνεται προφανές ότι είναι δυνατόν κάποιες από τις λύσεις του συνόλου των επίλεκτων να παύσουν να ανήκουν στον πληθυσμό και να μη λαμβάνουν μέρος στην αναπαραγωγική διαδικασία. Οι λύσεις αυτές αποθηκεύονται, καθότι είναι μη κυριαρχούμενες και συνεχίζουν να ανήκουν στο μέτωπο των επίλεκτων λύσεων.

Επίσης, κάθε νέος και μη κυριαρχούμενος από τον γονέα του απόγονος συγκρίνεται με όλες τις λύσεις του συνόλου των επίλεκτων, είτε ανήκουν στον πληθυσμό είτε όχι για να μπορεί να παρθεί απόφαση για το αν θα γίνει αποδεκτός ή όχι. Με αυτό το τρόπο ανανεώνεται συνεχώς το σύνολο των επίλεκτων λύσεων.



Σχήμα 3.3: Απεικόνιση στο επίπεδο των στόχων, τυχαίου πληθυσμού σε πρόβλημα ελαχιστοποίησης δύο στόχων και οριοθέτηση των τεταρτημορίων στα οποία μπορεί να βρίσκεται ο απόγονος καθώς και κριτήριο αποδοχής για κάθε ένα τεταρτημόριο

Στο σχήμα 3.3 έχει αναπαρασταθεί στο επίπεδο των στόχων, ο τρόπος επιλογής του νέου πληθυσμού, ανάλογα με τη θέση στο χώρο της νέας υποψήφιας λύσης. Όταν η υποψήφια λύση βρίσκεται στο 1° ή στο 3° τεταρτημόριο, τότε η λήψη της απόφασης είναι η προφανής, διαφορετικά η λύση που εγκρίνεται για το νέο πληθυσμό επιλέγεται με στοχαστικό τρόπο.

Τέλος, να σημειωθεί, ότι στην ακραία περίπτωση του να μην υπάρχουν επίλεκτες λύσεις στον πληθυσμό και να χρησιμοποιείται ταυτόχρονα το Δεύτερο Σχήμα ΔΕ για προβλήματα πολλών στόχων, το προφανές πρόβλημα που προκύπτει μπορεί να παρακαμφθεί, εφαρμόζοντας για όσο χρειαστεί το Πρώτο Σχήμα ΔΕ.

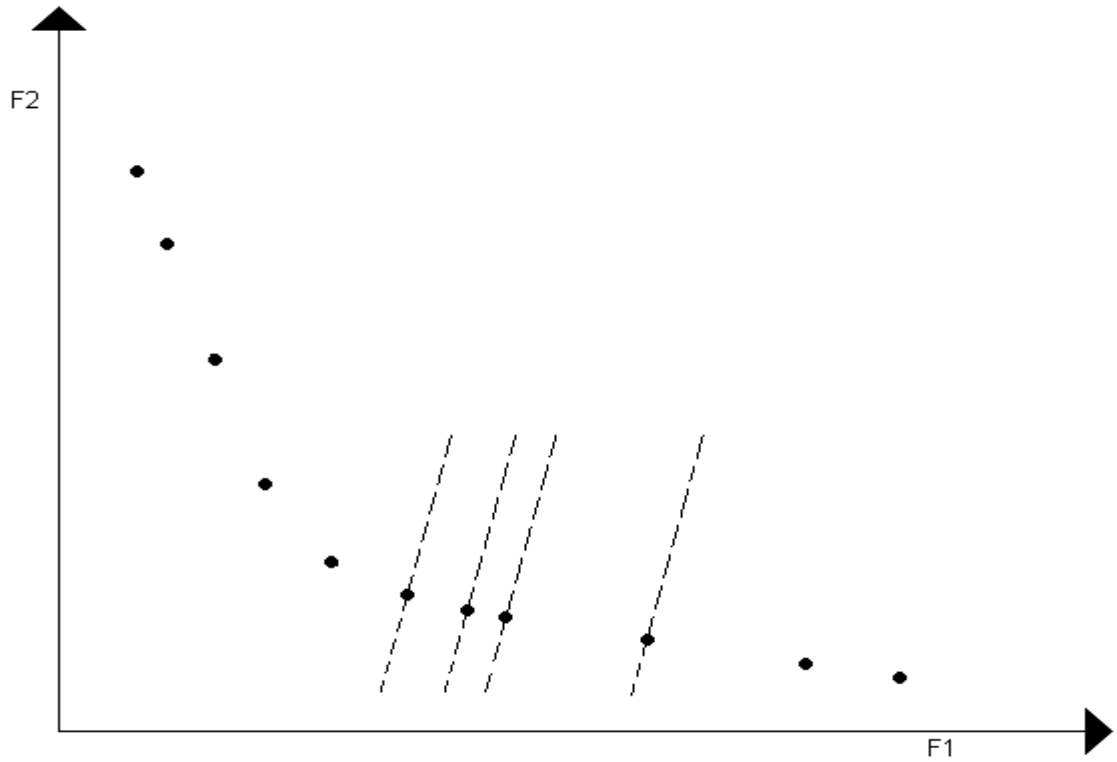
3.2.5 Τελεστής Αραίωσης του Πληθυσμού των Επίλεκτων Λύσεων του Προβλήματος

Συχνά, ο αριθμός των μη κυριαρχούμενων λύσεων σε μια γενιά είναι αρκετά μεγάλος και δημιουργεί πρόβλημα στη γρήγορη και σωστή μελέτη του συνόλου των επίλεκτων λύσεων που εντοπίζει ο αλγόριθμος. Για να αποφευχθεί αυτό το πρόβλημα, εφαρμόζεται τελεστής αραίωσης του πληθυσμού των επίλεκτων λύσεων που διατηρεί στο σύνολο των επίλεκτων ένα υποσύνολο μόνο των μη κυριαρχούμενων λύσεων που έχουν έως τώρα εντοπιστεί [Georgo05].

Για την αραίωση του πληθυσμού εντοπίζονται οι δύο πλησιέστερες μη κυριαρχούμενες λύσεις και αποβάλλεται από το σύνολο των επίλεκτων αυτή που απέχει το λιγότερο από την αμέσως πλησιέστερη λύση του συνόλου των επίλεκτων. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται τόσες φορές όσες χρειάζονται για να επιτευχθεί το πλήθος των επίλεκτων που έχει επιλέξει ο χρήστης.

Ο τελεστής αραίωσης εφαρμόζεται στο τέλος κάθε γενιάς και πριν την αρχή της επόμενης.

Στο σχήμα 3.4 αναπαριστάται στο επίπεδο των στόχων ένα παράδειγμα εφαρμογής του τελεστή αραίωσης κατά το οποίο εντοπίζονται οι δύο λύσεις με την πιο κοντινή μεταξύ τους απόσταση και διατηρείται στο σύνολο των επίλεκτων λύσεων αυτή με τη μεγαλύτερη απόσταση από την αμέσως πιο κοντινή της λύση στο επίπεδο των στόχων.



Σχήμα 3.4:Αναπαράσταση στο χώρο ενός τυχαίου συνόλου επίλεκτων και υπολογισμός των αποστάσεων που απαιτούνται για την αραίωση του συνόλου κατά ένα μέλος

3.3 Σύνοψη Μεθόδου ΔΕ σε Προβλήματα Πολλών Στόχων

Η χρήση του δεύτερου σχήματος ΔΕ σε πολυκριτηριακό περιβάλλον έχει ήδη εφαρμοστεί με επιτυχία. Δεν ισχύει όμως το ίδιο για το πρώτο σχήμα ΔΕ και ειδικότερα για τις βελτιώσεις που του έγιναν [HYF03] που οι εφαρμογές του έως τώρα είναι περιορισμένες. Στις εφαρμογές που θα ακολουθήσουν θα γίνει χρήση και των δύο σχημάτων ώστε να παρατηρηθεί η συμπεριφορά και των δύο σχημάτων σε πολυκριτηριακό περιβάλλον και να καταστεί δυνατή μία αρχική σύγκριση τους για μελλοντική χρήση.

4. Χρήση της ΔΕ σε Πολυεπεξεργαστικό Περιβάλλον

4.1 Εισαγωγή

Η μείωση του υπολογιστικού χρόνου για την πραγματοποίηση του μεγάλου πλήθους αξιολογήσεων που απαιτούνται κατά την εκτέλεση πληθυσμιακών στοχαστικών μεθόδων βελτιστοποίησης αποτέλεσε το κύριο κριτήριο για τον προγραμματισμό των ΕΑ ώστε να εργάζονται και σε πολυεπεξεργαστικό περιβάλλον. Ειδικά σε εφαρμογές αεροδυναμικής όπου η επίλυση της ροής των ρευστών είναι αρκετά χρονοβόρα, η μείωση του υπολογιστικού χρόνου που επιτυγχάνεται με τη χρήση παράλληλων επεξεργαστών είναι σημαντική. Με σκοπό λοιπόν, τη μείωση του απαιτούμενου χρόνου για την εξελικτική διαδικασία της μεθόδου ΔΕ , πραγματοποιήθηκε ο προγραμματισμός της ώστε να λειτουργεί και σε πολυεπεξεργαστικό περιβάλλον.

Κάθε παράλληλη συστοιχία επεξεργαστών ή υπολογιστών, όχι αναγκαστικά όμοιων, (cluster) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εκτέλεση του αλγορίθμου. Κάθε επεξεργαστής αναλαμβάνει την αξιολόγηση των συναρτήσεων κόστους διαφορετικών μελών του πληθυσμού, ανεξάρτητα από τους υπόλοιπους επεξεργαστές, στέλνοντας τα αποτελέσματα της αξιολόγησης του μέλους, σε μία κοινή αρχή για όλους τους παράλληλους επεξεργαστές του συστήματος της συστοιχίας. Σε αυτή την κοινή αρχή, εκτελείται και το κυρίως κομμάτι της εξελικτικής διαδικασίας, το οποίο αναθέτει και σε κάθε επεξεργαστή το έργο που πρέπει να επιτελέσει.

Για την επικοινωνία μεταξύ διαφορετικών επεξεργαστών/υπολογιστών έχουν δημιουργηθεί συγκεκριμένα πρωτόκολλα επικοινωνίας που επιτρέπουν τη λήψη και αποδοχή δεδομένων ανάμεσα σε διαφορετικούς επεξεργαστές. Τα κυριότερα εξ αυτών είναι τα πρωτόκολλα επικοινωνίας PVM και MPI. Το λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα διπλωματική εργασία στηριζόταν στα πρωτόκολλα του PVM, η λογική όμως με την οποία προγραμματίσθηκε δεν απέχει πολύ από αυτή που θα απαιτούνταν για χρήση του MPI.

Το σύστημα PVM αντιμετωπίζει το δίκτυο συμμετεχόντων υπολογιστών ως ένα ενιαίο, εικονικό παράλληλο υπολογιστή (Virtual Machine). Η λογική που

ακολουθείται είναι αυτή του συντονιστή και του εργάτη. Το ρόλο του συντονιστή αναλαμβάνει το κυρίως σώμα του αλγόριθμου ΔΕ που περιλαμβάνει:

- όλη την εξελικτική διαδικασία
- την έναρξη και το τερματισμό της λειτουργίας των εργατών
- τον έλεγχο της σωστής λειτουργίας του εικονικού παράλληλου υπολογιστή
- την αποστολή στους εργάτες των απαραίτητων δεδομένων ώστε να πραγματοποιηθούν οι απαιτούμενες αξιολογήσεις
- τη λήψη των αποτελεσμάτων της αξιολόγησης του κάθε μέλους που πραγματοποίησε ο εκάστοτε εργάτης ώστε να συνεχιστεί η εξελικτική διαδικασία

Όλες οι διεργασίες, χαρακτηρίζονται από έναν ακέραιο αριθμό που ονομάζεται αριθμός ταυτότητας της διεργασίας (TID, Task Identifier) και με βάση αυτό τον αριθμό πραγματοποιείται η αναγκαία ανταλλαγή μηνυμάτων και δεδομένων ανάμεσα στο συντονιστή και τους εργάτες. Συνηθίζεται το σύνολο των δεδομένων που αποστέλλονται και χαρακτηρίζονται από συγκεκριμένη TID να χαρακτηρίζεται ως πακέτο δεδομένων [PVM94], [Giann01].

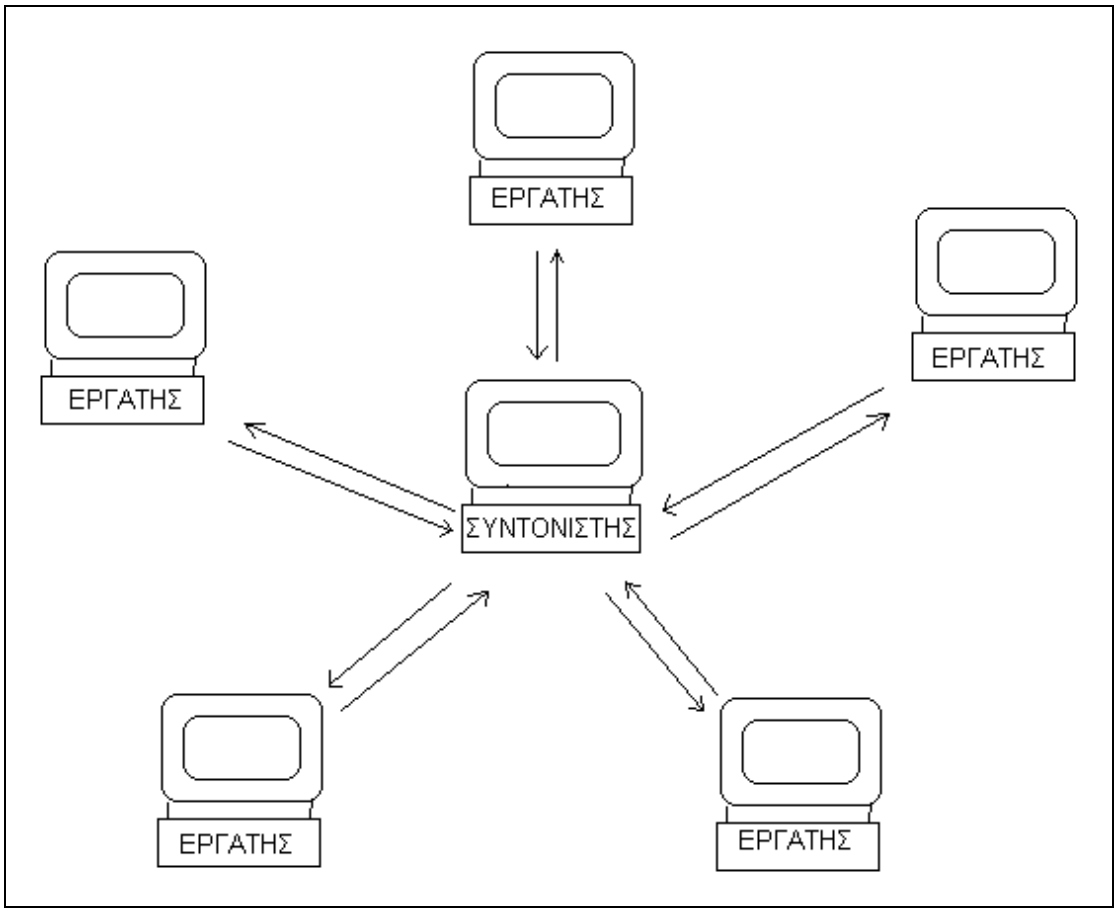
4.2 Αλγόριθμος Διαφορικής Εξέλιξης σε Πολυεπεξεργαστικό Περιβάλλον

4.2.1 Αλγόριθμος Διαφορικής Εξέλιξης σε Προβλήματα Ενός Στόχου

Έστω NP το μέγεθος του πληθυσμού και $\vec{X}_{i,G}$, με i=0,1,2,…,NP-1 μία υποψήφια λύση αυτού του πληθυσμού για τη γενιά G. Ο χρήστης ορίζει με βάση τη μορφή του προβλήματος τον αριθμό n των μεταβλητών παραμέτρων, το μέγεθος του πληθυσμού και το πλήθος των παράλληλων επεξεργαστών που θα συνεργαστούν για την εκτέλεση του αλγορίθμου, έστω nproc αυτό το νούμερο.

Η σχέση ανάμεσα στους επεξεργαστές προσομοιάζει με την αστεροειδή διάταξη, (βλέπε σχήμα 4.1) αφού το κυρίως σκέλος του αλγορίθμου ΔΕ εκτελείται σε έναν κεντρικό επεξεργαστή (συντονιστής) που επικοινωνεί με όλους τους άλλους επεξεργαστές (εργάτες) αναθέτοντας στον καθένα το έργο που του αναλογεί. Στον αλγόριθμο ΔΕ, το έργο που ανατίθεται σε κάθε slave περιορίζεται στον υπολογισμό των συναρτήσεων κόστους της υποψήφιας λύσης που σχηματίστηκε στο συντονιστή (σύμφωνα με τη θεωρία που αναπτύχθηκε στα προηγούμενα κεφάλαια) και στάλθηκε

στον εργάτη. Ο εργάτης με τη σειρά του στέλνει στο συντονιστή το αποτέλεσμα της αξιολόγησης. Να σημειωθεί ότι ο επεξεργαστής που έχει το ρόλο του συντονιστή, έχει διττό ρόλο αφού συμπεριφέρεται ταυτοχρόνως και ως εργάτης.



Σχήμα 4.1: Απεικόνιση των διαδρομών των πακέτων πληροφορίας που ανταλλάσσονται στο ΔΕ στο πολυεπεξεργαστικό περιβάλλον. Να σημειωθεί ότι ένας από τους εργάτες που απεικονίζεται στο παραπάνω σχήμα ταυτίζεται με τον επεξεργαστή στον οποίο εκτελείται ο συντονιστής

Ο συντονιστής ακολουθεί τα παρακάτω βήματα:

Βήμα 1: Αφού αποθηκευθεί ο αριθμός tid που χαρακτηρίζει τη γονική διεργασία, δημιουργούνται nproc φάκελοι μέσα στους οποίους αντιγράφεται το λογισμικό αξιολόγησης. Εν συνεχεία, ο συντονιστής εκκινεί τους εργάτες και στέλνει στον κάθε έναν, τον αριθμό tid που τον χαρακτηρίζει. Στέλνει επίσης σε κάθε εργάτη τα βασικά δεδομένα που θα του χρειαστούν για την πραγματοποίηση των αξιολογήσεων και τα οποία παραμένουν σταθερά καθ' όλη την εξελικτική διαδικασία. Σε αυτό το πακέτο

δεδομένων που στέλνεται σε κάθε εργάτη περιέχεται ο αριθμός των στόχων του προβλήματος, το πλήθος των περιορισμών καθώς και τα αντίστοιχα όρια τους (ασθενές-ισχυρό).

Βήμα 2: Για την πρώτη γενιά (G=0) επιλέγεται με τυχαίο τρόπο πληθυσμός NP λύσεων. Οι πρώτες nproc προς αξιολόγηση λύσεις στέλνονται στους nproc ελεύθερους επεξεργαστές-εργάτες που είναι διαθέσιμοι. Κάθε φορά που κάποιος εργάτης τελειώνει την αξιολόγηση ενός μέλους στέλνει στο συντονιστή το αποτέλεσμα της αξιολόγησης (επαυξημένο στην περίπτωση που δεν υπακούει σε κάποιον από τους περιορισμούς του προβλήματος) και ο συντονιστής του στέλνει την επόμενη προς αξιολόγηση υποψήφια λύση. Όταν έχουν αποσταλεί όλοι οι απόγονοι της γενιάς, προς αξιολόγηση, ο συντονιστής περιμένει να λάβει τιμές των συναρτήσεων κόστους των τελευταίων nproc απογόνων ώστε να προχωρήσει στο επόμενο βήμα. Αφού στο συντονιστή επιστραφούν όλες οι τιμές των συναρτήσεων κόστους $\vec{F}\left(\vec{X}_{i,0}\right)$ για κάθε i=0,1,…,NP-1, εντοπίζεται η υποψήφια λύση του πληθυσμού με τη μικρότερη συνάρτηση κόστους.

Βήμα 3: Τίθεται G=1.

Βήμα 4: Τίθεται i=1.

Βήμα 5: Με τη διαδικασία που αναλύθηκε στα προηγούμενα κεφάλαια και ανάλογα του πλήθους των στόχων του προβλήματος, παράγεται από τον master η υποψήφια λύση $\vec{U}_i$. Η λύση $\vec{U}_i$ στέλνεται στον πρώτο τυχαίο ελεύθερο εργάτη προς αξιολόγηση. Το βήμα 3 επαναλαμβάνεται nproc φορές, για i= 1 μέχρι και i=nproc.

Βήμα 6: Θέτουμε i←i+1 και ο συντονιστής σχηματίζει τη νέα υποψήφια λύση $\vec{U}_i$, περιμένει να λάβει από τον πρώτο εργάτη που θα τελειώσει τους υπολογισμούς τους για την αξιολόγηση της λύσης $\vec{U}_j$, που είχε αποσταλεί προηγουμένως προς αξιολόγηση (προφανώς j<i) και στέλνει στον ίδιο εργάτη την προτεινόμενη λύση $\vec{U}_i$. Με βάση το αποτέλεσμα της αξιολόγησης της λύσης $\vec{U}_j$ επιλέγεται, σύμφωνα με όσα αναπτύχθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια, ποια από τις υποψήφιες λύσεις $\vec{U}_j$ και

$\vec{X}_{j,G}$ θα συνεχίσει στην επόμενη γενιά ως μέλος του πληθυσμού. Το Βήμα 6 επαναλαμβάνεται έως ότου όλοι οι απόγονοι έχουν αποσταλεί σε κάποιον εργάτη για αξιολόγηση, δηλαδή για i=nproc+1 έως και i=NP.

Βήμα 7: Ο συντονιστής λαμβάνει από τους nproc σκλάβους τις αξιολογήσεις των εναπομεινάντων nproc υποψήφιων λύσεων της τρέχουσας γενιάς και αποφασίζει ποιες από αυτές θα συνεχίσουν στην επόμενη γενιά ως μέλη της.

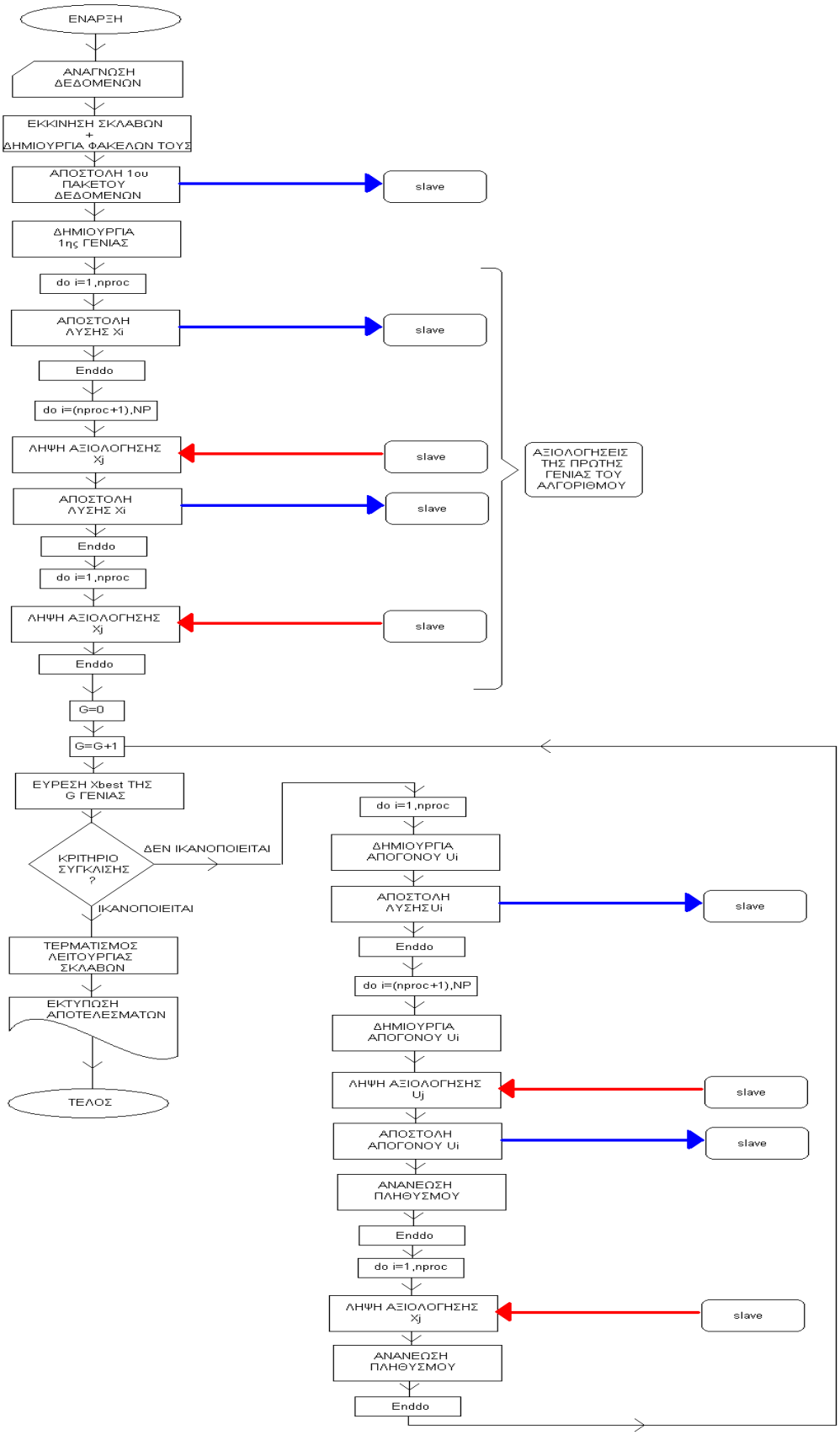
Βήμα 8: Εντοπίζεται η υποψήφια λύση με τη μικρότερη τιμή της συνάρτησης κόστους (ή αντίστοιχα το σύνολο των επίλεκτων για προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης) και εφαρμόζεται το κριτήριο σύγκλισης. Εάν δε θεωρηθεί ότι η μέθοδος παρουσιάζει σύγκλίση, τίθεται G←G+1 και επαναλαμβάνονται τα βήματα 4 έως 8, έως ότου να ικανοποιηθεί το κριτήριο σύγκλισης.

4.2.2 Παρουσίαση Διαγράμματος Ροής

Στο σχήμα 4 που ακολουθεί, έχει σχεδιασθεί το γενικό λογικό διάγραμμα του αλγορίθμου που προγραμματίσθηκε, σύμφωνα με τη θεωρία που μόλις αναπτύχθηκε, και ο οποίος λειτουργεί σε πολυεπεξεργαστικό περιβάλλον για προβλήματα ενός ή περισσοτέρων στόχων.

Να σημειωθεί ότι δημιουργία του απογόνου $\vec{U}_i$ πραγματοποιείται με κάποιον από τους τρόπους που αναφέρθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια και δεν είναι ανεξάρτητη του αριθμού των στόχων του προβλήματος ελαχιστοποίησης που εφαρμόζεται. Ως τελεστή «Ανανέωση πληθυσμού» εννοούμε το κριτήριο επιλογής του απογόνου στον πληθυσμό για προβλήματα ενός ή περισσότερων στόχων.

Τέλος να τονιστεί για άλλη μία φορά ότι ο έλεγχος των περιορισμών γίνεται από τους εργάτες και όχι από το συντονιστή.



Σχήμα 4.2: Γενικό λογικό διάγραμμα αλγορίθμου ΔΕ για χρήση σε πολυεπεξεργαστικό περιβάλλον

4.3 Σύνοψη

Η αύξηση του αριθμού των επεξεργαστών που συμμετέχουν στο εικονικό παράλληλο σύστημα που χρησιμοποιείται ελαττώνει το χρόνο που απαιτείται για την πραγματοποίηση ενός συγκεκριμένου πλήθους αξιολογήσεων.

Όμως, από την παραλληλοποίηση της μεθόδου ΔΕ δεν προκύπτουν μόνο οφέλη. Σύμφωνα με την ανάλυση που προηγήθηκε στο κεφάλαιο 2, ένα από τα πλεονεκτήματα της μεθόδου ΔΕ είναι η μη αναμονή παραγωγής των απογόνων όλης της γενιάς, για την ανανέωση του τρέχοντος πληθυσμού. Με αυτό το τρόπο κάθε απόγονος που παράγεται στη ΔΕ έχει παραχθεί από τον καλύτερο δυνατό πληθυσμό που έχει συναντήσει ο αλγόριθμος έως εκείνη τη στιγμή. Εφαρμόζοντας όμως τον αλγόριθμο σε πολυεπεξεργαστικό περιβάλλον, με την αύξηση του πλήθος των επεξεργαστών που συνεργάζονται ατονίζει το παραπάνω χαρακτηριστικό αυξάνοντας ως εκ τούτου το πλήθος των αξιολογήσεων που απαιτούνται για τη σύγκλιση της μεθόδου. Εν κατακλείδι, το πλήθος των επεξεργαστών που χρησιμοποιούνται δεν είναι βέβαιο ότι θα επιφέρουν πάντα μείωση του απαιτούμενου υπολογιστικού χρόνου, καθότι αυξάνουν το πλήθος αξιολογήσεων που απαιτούνται για τον εντοπισμό της βέλτιστης τιμής. Απόπειρες εφαρμογής της μεθόδου σε πολυεπεξεργαστικό περιβάλλον με ταυτόχρονη αύξηση της ταχύτητας σύγκλισης της έχουν ήδη πραγματοποιηθεί, αλλά βρίσκονται σε πρώιμο ακόμα στάδιο [Tas04].

.

5. Πιστοποίηση της Μεθόδου σε γνωστά Μαθηματικά Προβλήματα

5.1 Μαθηματικά Προβλήματα Ενός Στόχου

Αφού προγραμματίσθηκε ο αλγόριθμος Διαφορικής Εξέλιξης σε γλώσσα Fortran, εφαρμόστηκε σε δύο γνωστά μαθηματικά προβλήματα βελτιστοποίησης τα οποία χρησιμοποιούνται κατά κόρον για τη μελέτη της συμπεριφοράς πληθυσμιακών στοχαστικών μεθόδων. Παρακάτω ορίζονται τα προβλήματα αυτά, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που ελήφθησαν και μελετάται η συμπεριφορά του Αλγορίθμου ΔΕ.

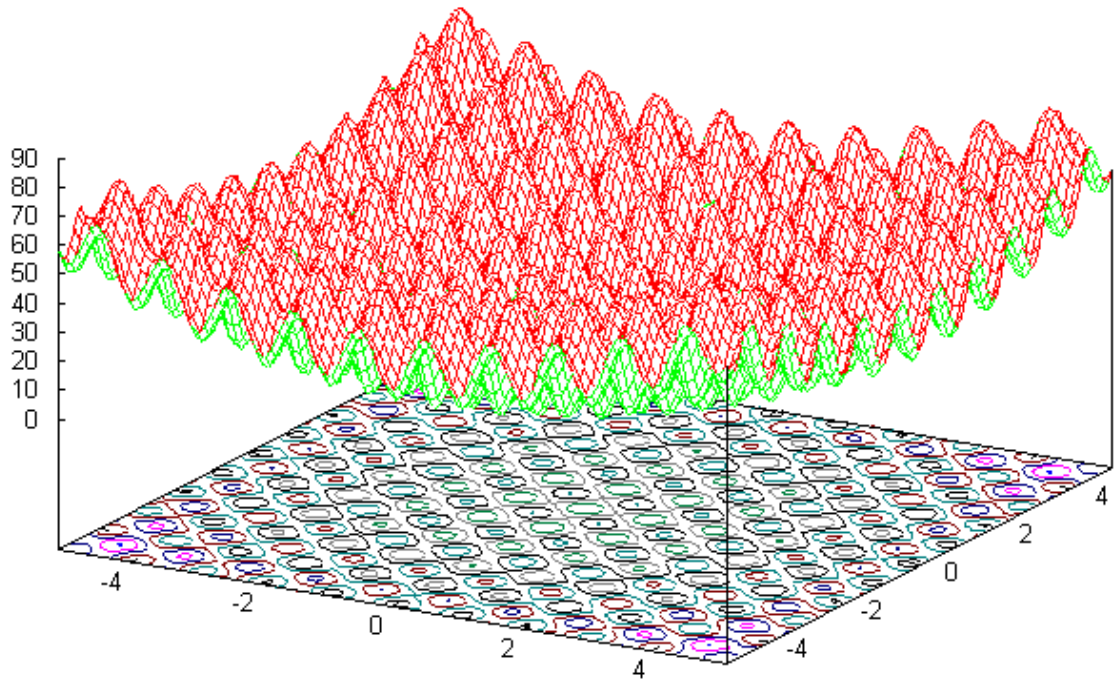
Η διαδικασία πιστοποίησης της μεθόδου που ακολουθείται στα παρακάτω προβλήματα συνίσταται αρχικά στη μελέτη της επίδρασης του μεγέθους του πληθυσμού στη συμπεριφορά του αλγορίθμου και στη συνέχεια μελετάται η σταθερότητα της μεθόδου για το πληθυσμό που επιλεχθεί με βάση το πρώτο βήμα.

5.1.1 Συνάρτηση Rastrigin

Η γενικευμένη συνάρτηση Rastrigin είναι ένα τυπικό μη γραμμικό πρόβλημα ελαχιστοποίησης, Προτάθηκε το 1989 από τον Rastrigin για 2 μεταβλητές και επεκτάθηκε στη συνέχεια στις n μεταβλητές. Χρησιμοποιείται ευρέως για τη μελέτη μεθόδων βελτιστοποίησης, καθότι παρουσιάζει μεγάλο αριθμό τοπικών ακρότατων που δυσκολεύουν την εύρεση του καθολικού ακρότατου. Η τιμή της συνάρτησης Rastrigin, δίνεται από τη σχέση:

$$\boxed{F_{Rastr} = 10 \cdot n + \sum_{i=1}^{n} \left(x_i^2 - 10 \cdot \cos\left(2 \cdot \pi \cdot x_i\right) \right)}$$

Στο σχήμα 5.1 δίνεται η γραφική παράσταση στο χώρο της συνάρτησης Rastrigin σε πρόβλημα 2 μεταβλητών, δηλαδή για n=2 που παίρνουν τιμές στο διάστημα [-5.12,5.12].



Σχήμα 5.1: Γραφική παράσταση εξίσωσης Rastrigin σε πρόβλημα 2 μεταβλητών

Για τη διευκόλυνση της σύγκρισης ανάμεσα σε διαφορετικές μεθόδους βελτιστοποίησης που επιχειρούν την ελαχιστοποίηση της συνάρτησης Rastrigin, έχει καθιερωθεί οι τιμές των μεταβλητών της εξίσωσης να παίρνουν τιμές στο διάστημα [-5.12,5.12]. Η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης δίνεται για το διάνυσμα $\vec{X} = [x_1, x_2, x_3, ...x_n]^T$, όπου x_i=0 για κάθε $i = 1, 2, ..., n$. Στην παρούσα εργασία, έγινε χρήση της εξίσωσης Rastrigin για n=30 όπου $x_i \in [-5.12, 5.12], i = 1, 2, ..., 30$.

Μελέτη Επίδρασης του Μεγέθους του Πληθυσμού στη Συμπεριφορά του Αλγορίθμου ΔΕ

Αρχικά εφαρμόστηκε το λειτουργικό που προγραμματίστηκε για 9 διαφορετικά μεγέθη πληθυσμών. Σε κάθε εκτέλεση, ο κώδικας τερματίστηκε στη γενιά που ο αλγόριθμος ξεπερνούσε τις 30,000 αξιολογήσεις για πρώτη φορά.

Για την εκτέλεση του αλγορίθμου, επιλέχθη οι απόγονοι να σχηματίζονται σύμφωνα με τους τύπους του 1^{ου} σχήματος ΔΕ, όπου το διάνυσμα δότης θα δημιουργείται σύμφωνα με τον τύπο του donor3. Υπενθυμίζεται ότι το δοκιμαστικό διάνυσμα δίνεται από το τύπο:

$$\boxed{\vec{V}_i = \vec{X}_{donor} + F \cdot (\vec{X}_{r_2,G} - \vec{X}_{r_3,G})},$$

με $r_1, r_2, r_3 \in [0, NP-1]$, ακέραιοι και διάφοροι μεταξύ τους, με F>0 και το διάνυσμα δότης να έχει ίσες πιθανότητες να είναι ο οποιοσδήποτε γραμμικός συνδυασμός των τριών διανυσμάτων, δηλαδή να ισχύει:

$$\boxed{\vec{X}_{donor} = \vec{X}_{donor3} = \sum_{j=1}^{3} \left(\frac{\lambda_j}{\sum_{k=1}^{3} \lambda_k} \right) \vec{X}_{r_j,G}}$$

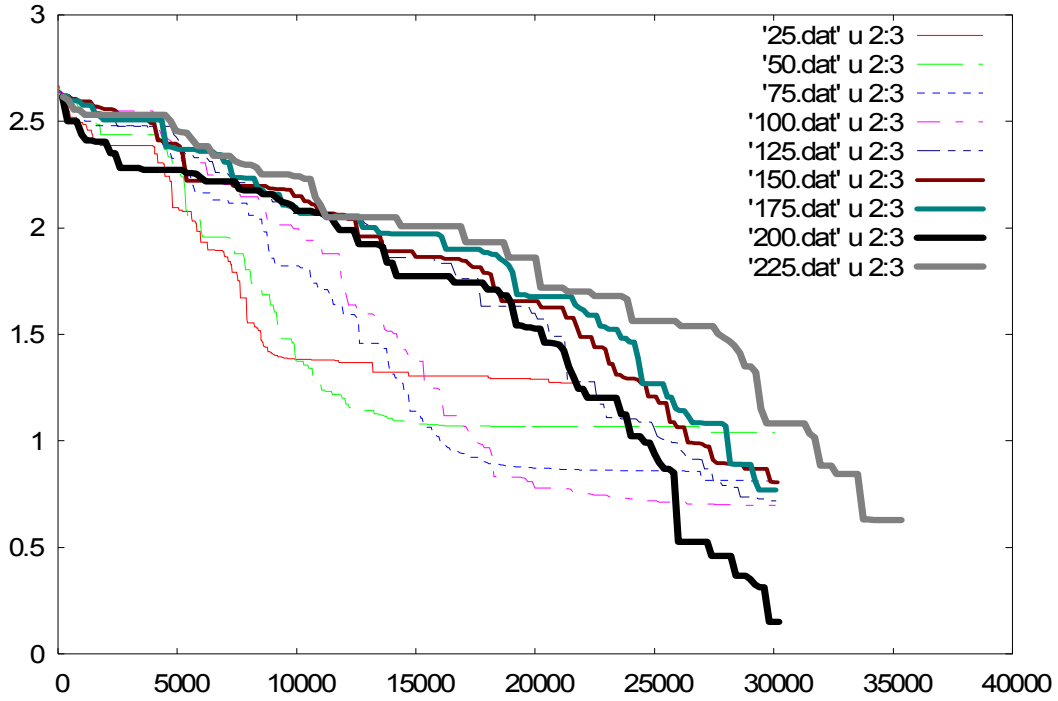
όπου τα λ_j παίρνουν οποιαδήποτε τιμή στο διάστημα [0,1].

Επιπλέον τέθηκε ο συντελεστής F να ισούται με 0.8 για τις πρώτες 1700 αξιολογήσεις (χοντρικά) και να μειώνεται γραμμικά μέχρι τις 3000 αξιολογήσεις όπου έπαιρνε τη τιμή 0,15 και τη διατηρούσε μέχρι τέλους. Η πιθανότητα εφαρμογής του τελεστή μετάλλαξης ήταν 1% για τις πρώτες 10 γενιές και μειωνόταν επίσης γραμμικά μέχρι την 20 γενιά όπου σταθεροποιούταν στη τιμή 0,1% και την οποία διατηρούσε μέχρι τέλος. Ο αντι-επιλεκτισμός εφαρμοζόταν με πιθανότητα 1% και ο συντελεστής C_r για την εύρεση του μήκους διασταύρωσης ήταν ίσος με 0.85.

N (πληθυσμός)	$\log F_{Rastr}$	F_{Rastr}
25	1.27047	18.641108130
50	1.04079	10.984790995
75	0.81309	6.502713552
100	0.69727	4.980435760
125	0.71737	5.216396246
150	0.80626	6.401205140
175	0.76852	5.868352014
200	0.15227	1.419925890
225	1.08257	12.094081062

Πίνακας 5.1: Βέλτιστες τιμές της συνάρτησης Rastrigin που εντόπισε η ΔΕ με το πέρας 30,000 αξιολογήσεων συναρτήσει του μεγέθους του πληθυσμού

Στον πίνακα 5.1 παραθέτονται οι βέλτιστες τιμές της συνάρτησης F_{Rastr} που εντόπισε ο αλγόριθμος για αυτούς τους 9 διαφορετικούς πληθυσμούς καθώς και οι τιμές του δεκαδικού λογάριθμου των τιμών αυτών.



Σχήμα 5.2: Γραφική παράσταση του δεκαδικού λογαρίθμου της βέλτιστης λύσης της συνάρτησης Rastrigin, που έχει εντοπίσει η ΔΕ, σε συνάρτηση με το πλήθος των αξιολογήσεων και το μέγεθος του πληθυσμού

Στο σχήμα 5.2 δίνεται η δυνατότητα σύγκρισης των ρυθμών σύγκλισης που παρουσίασε ο αλγόριθμος για αυτές τις 9 περιπτώσεις διαφορετικών πληθυσμών που προαναφέρθηκαν. Στον οριζόντιο άξονα έχουμε τον αριθμό των αξιολογήσεων που πραγματοποιήθηκαν και στον κάθετο άξονα το δεκαδικό λογάριθμο της βέλτιστης τιμή της συνάρτησης κόστους που είχε εντοπίσει ο αλγόριθμος έως εκείνη τη στιγμή.

Το συμπέρασμα που εξάγεται από το Σχήμα 5.2 είναι ότι με την αύξηση του μεγέθους του πληθυσμού ελαττώνεται η ταχύτητα σύγκλισης της μεθόδου στις πρώτες γενιές, αλλά εντοπίζονται εν τέλει λύσεις με αρκετά χαμηλότερη τιμή συνάρτησης κόστους αφού ο ρυθμός σύγκλισης παραμένει σταθερός και αποφεύγει τον εγκλωβισμό σε τοπικό ακρότατο που παρατηρείται για πληθυσμούς μικρότερους των 100 ατόμων. Η

χαμηλότερη συνάρτηση κόστους επιτυγχάνεται για πληθυσμό 200 ατόμων και αμέσως μετά για πληθυσμό 100 ατόμων. Η δεύτερη αυτή περίπτωση χρήζει επιπλέον ενδιαφέροντος, αφού φαίνεται να συνδυάζει και την υψηλή αρχική ταχύτητα σύγκλισης των μικρών πληθυσμών (ειδικά κατά τις πρώτες 20,000 αξιολογήσεις) και θα ήταν συνεπώς ιδανική εάν το μέγιστο πλήθος αξιολογήσεων που απαιτούνταν ήταν μικρότερο.

Καθότι όμως, εμείς έχει επιλεχθεί μέγιστο πλήθος αξιολογήσεων στις 30,000 ο πληθυσμός των 200 ατόμων είναι αυτός ο οποίος προκρίνεται για τον έλεγχο της σταθερότητας της μεθόδου που ακολουθεί.

Μελέτη της Σταθερότητας της Μεθόδου ΔΕ

Η σταθερότητα της μεθόδου έχει ήδη μελετηθεί και αναλυθεί διεξοδικά στη βιβλιογραφία [HYF03] παρόλα αυτά πραγματοποιήθηκε επιπλέον μία σύντομη μελέτη και η οποία ακολουθεί. Παρουσιάζονται 3 επιπλέον εφαρμογές του κώδικα στο πρόβλημα της συνάρτησης Rastrigin για πληθυσμό 200 ατόμων. Όπως θα φανεί στη συνέχεια, ο κώδικας παρουσιάζει παρόμοια συμπεριφορά και στις 4 φορές που παρουσιάζονται στην παρούσα διπλωματική εργασία.

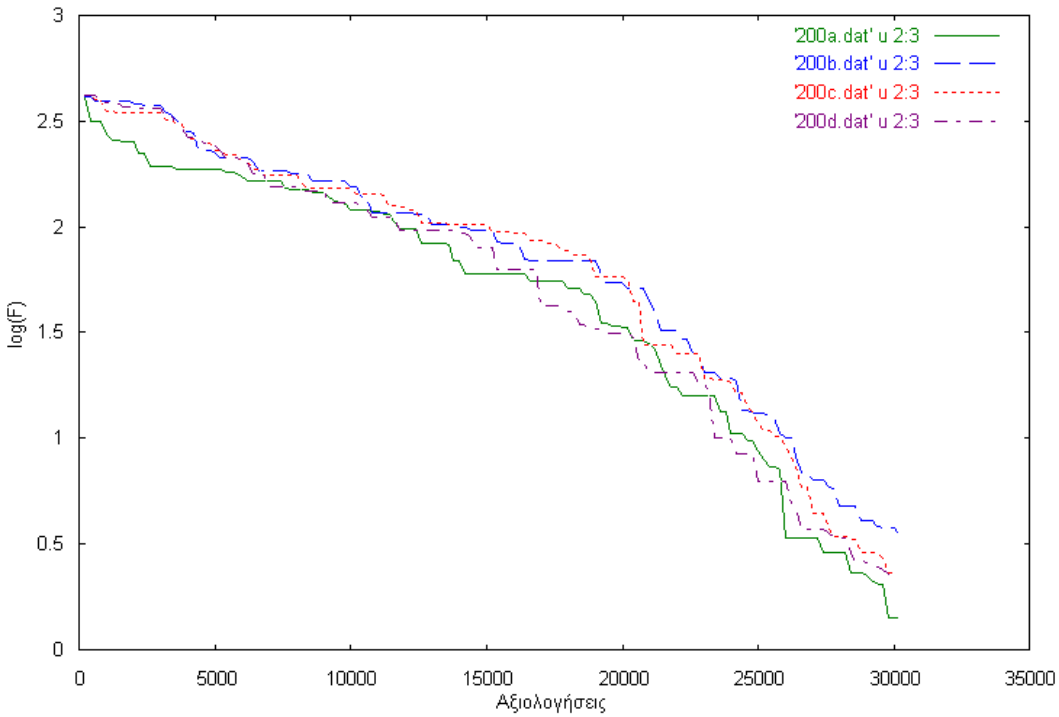
Τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά της μεθόδου παρέμειναν σταθερά και ίδια με τα χαρακτηριστικά που επιλέχθηκαν για τη μελέτη της επίδρασης του πληθυσμού στη μέθοδο. Δηλαδή:

Συντελεστής F :	:	0.8 για τις πρώτες 8 γενιές και ελαττώνεται μέχρι τη γενιά 15 στη τιμή 0.15
Πιθανότητα εφαρμογής τελεστή μετάλλαξης	:	1% για τις πρώτες 10 γενιές και μειώνεται μέχρι την 20η γενιά στη τιμή 0.01%
Τιμή συντελεστή διασταύρωσης C_r	:	0,85
Πιθανότητα αντι-επιλεκτικότητας:	:	1%

Τα αποτελέσματα που ελήφθησαν με το πέρας των 30,000 αξιολογήσεις δίνονται στον πίνακα 5.2.

Αύξων αριθμός	$\log F_{Rastr}$	F_{Rastr}
A	0.15227	1.419925890
B	0.55284	3.571395254
C	0.36166	2.299650200
D	0.36049	2.293442182

Πίνακας 5.2: Ελάχιστες τιμές της συνάρτησης Rastrigin που ελήφθησαν για τις τέσσερις διαφορετικές εφαρμογές που παρουσιάζονται



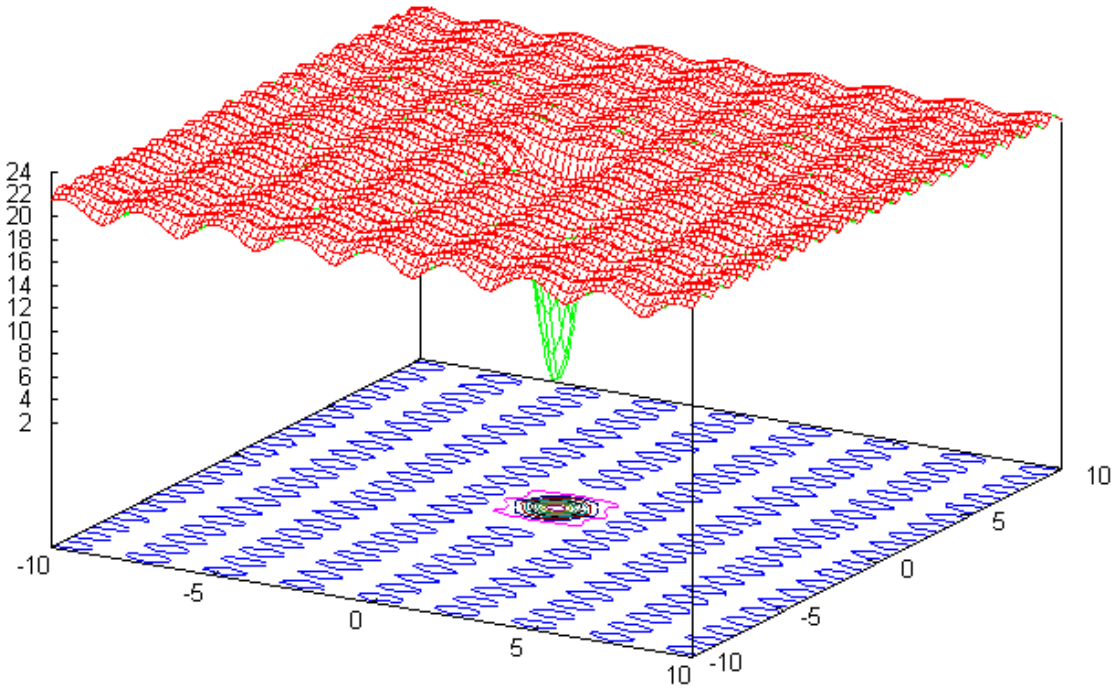
Σχήμα 5.3: Γραφική παράσταση του δεκαδικού λογάριθμου της βέλτιστης λύσης στη συνάρτηση Rastrigin, που έχει εντοπίσει η ΔΕ, σε συνάρτηση με τον αριθμό των αξιολογήσεων για τις τέσσερις διαφορετικές εφαρμογές της ΔΕ

Στο σχήμα 5.3 παρατηρείται ο ρυθμός σύγκλισης που παρουσίασε ο αλγόριθμος σε αυτές τις τέσσερις φορές εφαρμογές του για τη συνάρτηση κόστους Rastrigin. Στον οριζόντιο άξονα απεικονίζεται ο αριθμός των αξιολογήσεων που πραγματοποιήθηκαν και στον κάθετο άξονα ο δεκαδικός λογάριθμος της βέλτιστης τιμής της συνάρτησης κόστους που έχει εντοπίσει ο αλγόριθμος μέχρι εκείνο το σημείο.

5.1.2 Συνάρτηση Ackley

Η γενικευμένη συνάρτηση Ackley είναι ένα χαρακτηριστικό πρόβλημα ελαχιστοποίησης που όπως και η Rastrigin αρχικά προτάθηκε για 2 μεταβλητές και επεκτάθηκε στη συνέχεια σε προβλήματα N διαστάσεων. Επίσης, χρησιμοποιείται ευρέως για τη μελέτη μεθόδων βελτιστοποίησης, καθότι και αυτή παρουσιάζει μεγάλο αριθμό τοπικών ακρότατων που δυσκολεύουν την εύρεση του καθολικού ακρότατου. Η τιμή της συνάρτησης Ackley, δίνεται από τη σχέση:

$$F_{Ackley} = 20 + e - 20 \cdot e^{\left(\frac{-2}{\sqrt{N}} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{N} x_i^2}\right)} - e^{\left(\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^{n} \cos(2 \cdot \pi \cdot x_i)\right)}$$



Σχήμα 5.4: Γραφική παράσταση εξίσωσης Ackley σε πρόβλημα 2 μεταβλητών

Στο σχήμα 5.4 δίνεται η γραφική παράσταση στο χώρο της συνάρτησης Ackley σε πρόβλημα 2 μεταβλητών, δηλαδή για N=2.

Στις Ackley έχει καθιερωθεί όταν εφαρμόζεται, οι ελεύθερες μεταβλητές να λαμβάνουν τιμές στο διάστημα [-32.768,32.768]. Η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης δίνεται για το διάνυσμα $\vec{X} = [x_1, x_2, x_3, ...x_N]^T$, όπου x_i=0 για κάθε $i = 1, 2, ..., N$. Στην παρούσια εργασία, έγινε χρήση της εξίσωσης Ackley για N=30 όπου $x_i \in [-32.768, 32.768], i = 1, 2, ..., 30$.

Μελέτη Επίδρασης του Μεγέθους του Πληθυσμού στη Συμπεριφορά του Αλγορίθμου ΔΕ

Αρχικά εκτελέστηκε το λειτουργικό που προγραμματίστηκε για 6 διαφορετικά μεγέθη πληθυσμών. Σε κάθε εκτέλεση, ο κώδικας τερματίστηκε στη γενιά που πέρναγε τις 30,000 αξιολογήσεις για πρώτη φορά.

Για την εκτέλεση του αλγορίθμου, επιλέχθηκε οι απόγονοι να σχηματίζονται σύμφωνα με τους τύπους του 1^{ου} σχήματος ΔΕ, όπου το διάνυσμα δότης θα δημιουργείται σύμφωνα με τον τύπο του $\vec{X}_{donor3}$. Ακριβώς όπως και στην εφαρμογή της μεθόδου στη συνάρτηση Rastrigin.

Όμοια με προηγουμένως διατηρήθηκαν και τα υπόλοιπα δεδομένα που ορίζει ο χρήστης για την εφαρμογή της μεθόδου. Συγκεκριμένα:

Συντελεστής F :	:	0.8 για τις πρώτες 8 γενιές και ελαττώνεται μέχρι τη γενιά 15 στη τιμή 0.15
Πιθανότητα εφαρμογής τελεστή μετάλλαξης	:	1% για τις πρώτες 10 γενιές και μειώνεται μέχρι την 20^{η} γενιά στη τιμή 0.01%
Τιμή συντελεστή διασταύρωσης C_r	:	0,85
Πιθανότητα αντι-επιλεκτικότητας:	:	1%

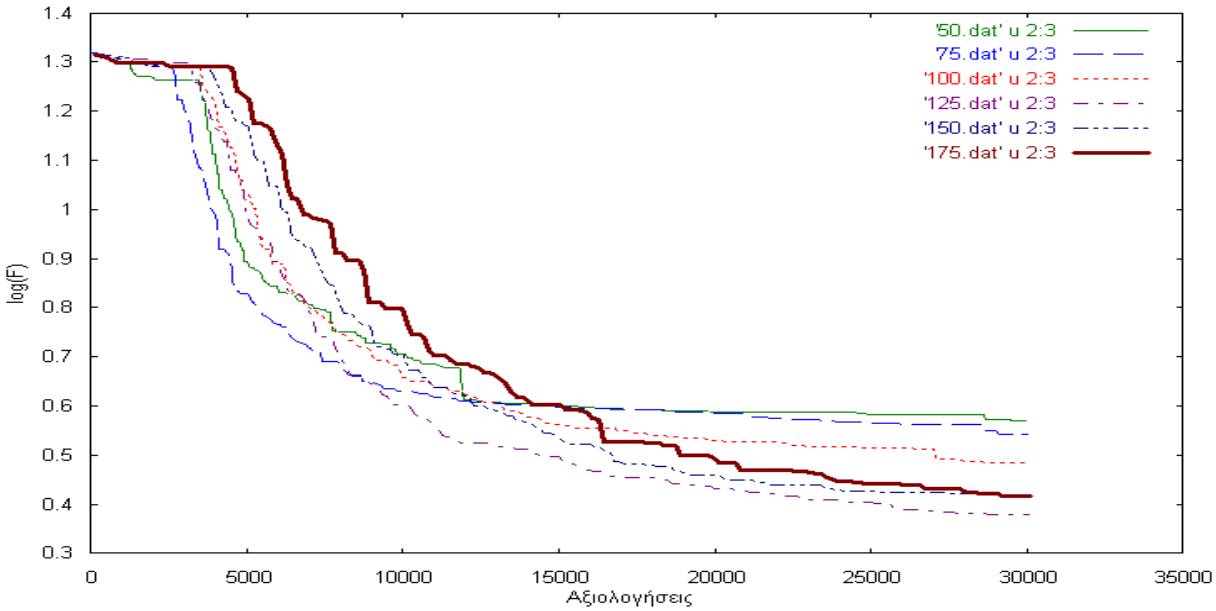
N (πληθυσμός)	$\log F_{Rastr}$	F_{Rastr}
50	0.57001	3.715424400
75	0.54142	3.478688130
100	0.48064	3.024380278
125	0.37799	2.387734165
150	0.41820	2.619382220
175	0.41537	2.602401338

Πίνακας 5.3: Βέλτιστες τιμές της συνάρτησης Ackley που εντόπισε η ΔΕ με το πέρας 30,000 αξιολογήσεων συναρτήσει του μεγέθους του πληθυσμού

Στον πίνακα 5.3 παραθέτονται οι βέλτιστες τιμές της συνάρτησης F_{Ackley} που εντόπισε ο αλγόριθμος για αυτούς τους 6 διαφορετικούς πληθυσμούς καθώς και ο δεκαδικός λογάριθμος αυτών των τιμών.

Στο σχήμα 5.5 δίνεται η δυνατότητα παρατήρησης του ρυθμού σύγκλισης που παρουσίασε ο αλγόριθμος για αυτές τις 6 περιπτώσεις διαφορετικών πληθυσμών που προαναφέρθηκαν. Στον οριζόντιο άξονα απεικονίζεται ο αριθμός των αξιολογήσεων που πραγματοποιήθηκαν και στον κάθετο άξονα η δεκαδική λογαριθμική τιμή της βέλτιστης συνάρτησης κόστους που είχε εντοπίσει ο αλγόριθμος.

Από το Σχήμα 5.5 προκύπτει το συμπέρασμα ότι δεν παρουσιάζονται μεγάλες αυξομειώσεις στο ρυθμό σύγκλισης της μεθόδου. Η επίδραση του μεγέθους του πληθυσμού εντοπίζεται κυρίως στη βέλτιστη τιμή που επιτυγχάνει ο αλγόριθμος. Η χαμηλότερη τιμή της συνάρτησης κόστους επιτυγχάνεται για πληθυσμό 125 ατόμων, ο οποίος είναι και ο πληθυσμός με τον οποίο θα γίνει η περαιτέρω μελέτη της σταθερότητας της μεθόδου.



Σχήμα 5.5: Γραφική παράσταση του δεκαδικού λογαρίθμου της βέλτιστης λύσης της συνάρτησης Ackley, που έχει εντοπίσει η ΔΕ, σε συνάρτηση με τον αριθμό των αξιολογήσεων και το μέγεθος του πληθυσμού

Μελέτη της Σταθερότητας της Μεθόδου ΔΕ

Η σταθερότητα της μεθόδου έχει ήδη μελετηθεί και αναλυθεί διεξοδικά στη βιβλιογραφία [HYF03] παρόλα αυτά και σε αυτή την περίπτωση ακολουθεί μία σύντομη μελέτη. Το πρόβλημα εντοπισμού της βέλτιστης λύσης της εξίσωσης Ackley επαναλήφθηκε και παραθέτονται παρακάτω άλλες 3 τυπικές εφαρμογές του αλγορίθμου για πληθυσμό 125 ατόμων. Και σε αυτή την περίπτωση ο κώδικα παρουσίασε παρόμοια συμπεριφορά και σταθερότητα στο ρυθμό σύγκλισης.

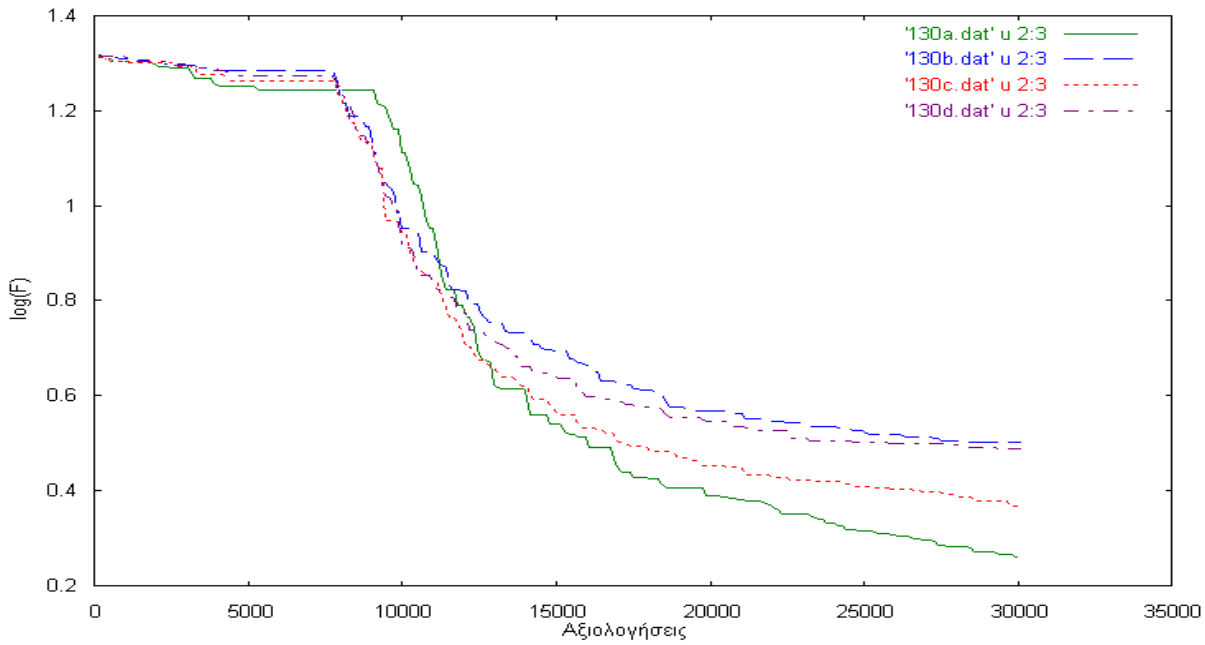
Τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά της μεθόδου που επιλέχθηκαν ήταν τα εξής:

Συντελεστής F :	:	0.8 για τις πρώτες 35 γενιές και ελαττώνεται μέχρι τη γενιά 60 στη τιμή 0.15
Πιθανότητα εφαρμογής τελεστή μετάλλαξης	:	1% για τις πρώτες 10 γενιές και μειώνεται μέχρι την 20η γενιά στη τιμή 0.01%
Τιμή συντελεστή διασταύρωσης C_r	:	0,85
Πιθανότητα αντι-επιλεκτικότητας:	:	1%

Τα αποτελέσματα που ελήφθησαν μετά από 30,000 αξιολογήσεις δίνονται στον πίνακα 5.4 στη συνέχεια.

Αύξων αριθμός	$\log F_{Ackley}$	F_{Ackley}
a	0.26000	1.819713425
b	0.50160	3.173940611
c	0.36769	2.331778696
d	0.48874	3.081352327

Πίνακας 5.4: Ελάχιστες τιμές της συνάρτησης Ackley που ελήφθησαν για τις τέσσερις διαφορετικές εφαρμογές που παρουσιάζονται



Σχήμα 5.6: Γραφική παράσταση του λογαρίθμου της βέλτιστης λύσης στη συνάρτηση Ackley, που έχει εντοπίσει η ΔΕ, σε συνάρτηση του αριθμού των αξιολογήσεων για τις τέσσερις διαφορετικές εφαρμογές της ΔΕ

Στο σχήμα 5.6 παρουσιάζεται ο ρυθμός σύγκλισης του αλγορίθμου σε αυτές τις τέσσερις εφαρμογές του για τη συνάρτηση κόστους Rastrigin. Στον οριζόντιο άξονα έχουμε τον αριθμό των αξιολογήσεων που πραγματοποιήθηκαν και στον κάθετο άξονα τη βέλτιστη τιμή της συνάρτησης κόστους που εντόπισε ο αλγόριθμος.

5.2 Μαθηματικά Προβλήματα Πολλών Στόχων

Για τα προβλήματα πολλών στόχων, έχει καθιερωθεί η εφαρμογή των στοχαστικών μεθόδων βελτιστοποίησης σε μία οικογένεια μαθηματικών προβλημάτων που χαρακτηρίζονται από τη γενική ονομασία ZDT. Η ονομασία ZDT προέρχεται από τα αρχικά των E.Zitzler, K.Deb και L.Thiele που τις πρότειναν πρώτοι [ZDT99b]. Πρόκειται για προβλήματα ελαχιστοποίησης δύο στόχων, των στόχων f_1 και f_2, και πολλών μεταβλητών. Είναι 6 στον αριθμό και η ονομασία της κάθε μιας είναι ο συνδυασμός του όρου ZDT και του αύξοντα αριθμού της στην κατάταξη που αποφάσισαν οι εμπνευστές της.

Η έκφραση του βέλτιστου μετώπου Pareto βρίσκεται αναλυτικά επιτρέποντας έτσι τη σωστότερη μελέτη της συμπεριφοράς της μεθόδου στα προβλήματα δύο στόχων και κατ' επέκτασιν στα προβλήματα περισσότερων στόχων.

Όλες αποτελούν συνδυασμό των τριών συναρτήσεων f_1, g και h και έχουν μερικά κοινά χαρακτηριστικά. Καταρχάς, τα προβλήματα είναι όλα δύο στόχων. Οι δύο στόχοι αρκούν για τη μελέτη της συμπεριφοράς της μεθόδου στο γενικευμένο πρόβλημα πολλών στόχων. Η τιμή της συνάρτησης κόστους του ενός στόχου ισούται με τη τιμή του πρώτου στοιχείου του διανύσματος των ελεύθερων παραμέτρων $\vec{X} = [x_1, x_2, x_3, ...x_n]^T$, δηλαδή ισχύει $f_1=x_1$. Η συνάρτηση g εξαρτάται από τις υπόλοιπες ελεύθερες παραμέτρους, η συνάρτηση h εξαρτάται από τις f_1 και g και η τιμή της συνάρτησης κόστους του δεύτερου στόχου f_2 είναι το γινόμενο της g με την h. Ισχύει δηλαδή:

$$\boxed{f_2 = g(x_2, x_3, ...x_N) \cdot h(f_1(x_1), g(x_2, x_3, ...x_N))}$$

Από εκεί και πέρα τα προβλήματα διαφέρουν μεταξύ τους ως προς τις τιμές των συναρτήσεων f_2 ,g και h.

Στην παρούσα εργασία δεν έχει γίνει πιστοποίηση της μεθόδου στη συνάρτηση ZDT5 γιατί η ίδια η μορφή της συνάρτησης δε το επιτρέπει, καθώς απαιτεί δυαδική κωδικοποίηση, τη στιγμή που ο αλγόριθμος ΔΕ διαχειρίζεται ελεύθερες παραμέτρους που λαμβάνουν τιμές αποκλειστικά μέσα από το χώρο των πραγματικών αριθμών στο δεκαδικό σύστημα.

Καθότι στη βιβλιογραφία δεν εντοπίστηκε ευρεία εφαρμογή των βελτιώσεων για τη δημιουργία του διανύσματος δότη [HYF03] στο πολυκριτηριακό περιβάλλον, στην ανάλυση που ακολουθεί, πιστοποιήθηκε η μέθοδος τόσο με την ευρέως διαδεδομένη, σε προβλήματα πολλών στόχων, μέθοδο του δεύτερου σχήματος ΔΕ όσο και με το πρώτο σχήμα ΔΕ όπου το διάνυσμα δότης θα δημιουργείται σύμφωνα με τον τύπο του donor3.

Υπενθυμίζεται ότι για το 1° σχήμα ΔΕ το δοκιμαστικό διάνυσμα δίνεται από το τύπο:

$$\boxed{\vec{V}_i = \vec{X}_{donor} + F \cdot (\vec{X}_{r_2,G} - \vec{X}_{r_3,G})},$$

με $r_1, r_2, r_3 \in [0, NP-1]$, ακέραιοι και διάφοροι μεταξύ τους, F>0 και το διάνυσμα δότης να έχει ίσες πιθανότητες να είναι ο οποιοσδήποτε γραμμικός συνδυασμός των τριών διανυσμάτων, δηλαδή να ισχύει:

$$\boxed{\vec{X}_{donor} = \vec{X}_{donor3} = \sum_{j=1}^{3} \left(\frac{\lambda_j}{\sum_{k=1}^{3} \lambda_k} \right) \vec{X}_{r_j,G}}$$

όπου τα λ_j παίρνουν οποιαδήποτε τυχαία τιμή στο διάστημα [0,1].

Ενώ, για το 2° σχήμα ΔΕ το δοκιμαστικό διάνυσμα δίνεται από τον τύπο

$$\boxed{\vec{V}_i = \vec{X}_{i,G} + \lambda \cdot \left(\vec{X}_{best,G} - \vec{X}_{i,G} \right) + F \cdot (\vec{X}_{r_2,G} - \vec{X}_{r_3,G})}$$

όπου, $i, r_2, r_3 \in \mathbf{Z}, r_2 \neq r_3 \neq i$, $i, r_2, r_3 \in [0, NP-1]$, λ>0 και F>0 και $\vec{X}_{best,G}$ είναι μία από τις λύσεις του συνόλου των επίλεκτων που κυριαρχεί στη λύση $\vec{X}_{i,G}$.

Στην ανάλυση που ακολουθεί, μελετάται η επίδραση του μεγέθους του πληθυσμού και στα δύο σχήματα και εν συνεχεία συγκρίνονται μεταξύ τους οι καλύτερες εξ αυτών περιπτώσεις.

5.2.1 ZDT1

Η αντικειμενική συνάρτηση ZDT1 παρουσιάζει κυρτό μέτωπο Pareto και χρησιμοποιείται για τη μελέτη της συμπεριφοράς στοχαστικών πληθυσμιακών μεθόδων βελτιστοποίησης σε κυρτά μέτωπα Pareto.

Χρησιμοποιούνται 30 ελεύθερες μεταβλητές και οι τιμές των συναρτήσεων κόστους της, δίνονται από τις εξής σχέσεις:

$$\vec{X} = [x_1, x_2, x_3, ...x_n]^T \text{, όπου } x_i \in [0,1] \text{ με n=30}$$

$$f_1(x_i) = x_1$$

$$g(x_i) = 1 + \frac{9 \cdot \sum_{i=2}^{n} x_i}{n-1}$$

$$h(x_i) = 1 - \sqrt{\frac{f_1(x_i)}{g(x_i)}}$$

$$f_2(x_i) = g(x_i) \cdot h(x_i)$$

Από τη βιβλιογραφία έχουμε ότι η αναλυτική έκφραση του μετώπου Pareto του παραπάνω προβλήματος, προκύπτει όταν $g(x_i) = 1$, οπότε:

$$\left.\begin{array}{r} g(x_i) = 1 \\ h(x_i) = 1 - \sqrt{f_1(x_i)} \end{array}\right\} \Rightarrow f_2 = 1 - \sqrt{f_1} = 1 - \sqrt{x_1}$$

Προφανώς για να ισχύει $g(x_i) = 1$ πρέπει και να ισχύει $\sum_{i=2}^{n} x_i = 0$. Επομένως αναζητείται ο συνδυασμός των παραμέτρων $\{x_2, x_3, ...x_n\}$ που έχουν μηδενικό άθροισμα. Προφανής λύση είναι η $\{x_2, x_3, ...x_n\} = 0$

Μελέτη της Επίδρασης του Μεγέθους του Πληθυσμού στη Μέθοδο στα δύο σχήματα ΔΕ

Ακολουθεί παρουσίαση χαρακτηριστικών μετώπων πιθανών λύσεων στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων f_1 και f_2 για διάφορες γενιές του αλγορίθμου ΔΕ για πληθυσμούς N=50, 75 και 100. Σε όλες τις περιπτώσεις, το μέγιστο πλήθος επίλεκτων λύσεων που επιτρέπεται είναι 30.

1° Σχήμα ΔΕ

Τα χαρακτηριστικά της μεθόδου που επιλέχθηκαν είναι:

Συντελεστής F :	:	0.8 για τις πρώτες 1750 (περίπου) αξιολογήσεις και ελαττώνεται μέχρι τις 3000 (περίπου) αξιολογήσεις στη τιμή 0.15
Πιθανότητα εφαρμογής τελεστή μετάλλαξης	:	1% για τις πρώτες 10 γενιές και μειώνεται μέχρι την 20^{η} γενιά στη τιμή 0.01%
Τιμή συντελεστή διασταύρωσης C_r	:	0,85
Πιθανότητα αντι-επιλεκτικότητας:	:	1%
Μέγιστο πλήθος επίλεκτων λύσεων	:	30
Πιθανότητα επιλογής απλού μέλους του πληθυσμού έναντι επίλεκτου	:	1%
Πιθανότητα επιλογής απογόνου όταν δεν εμφανίζεται κυριαρχία μεταξύ γονέα-απογόνου	:	50%

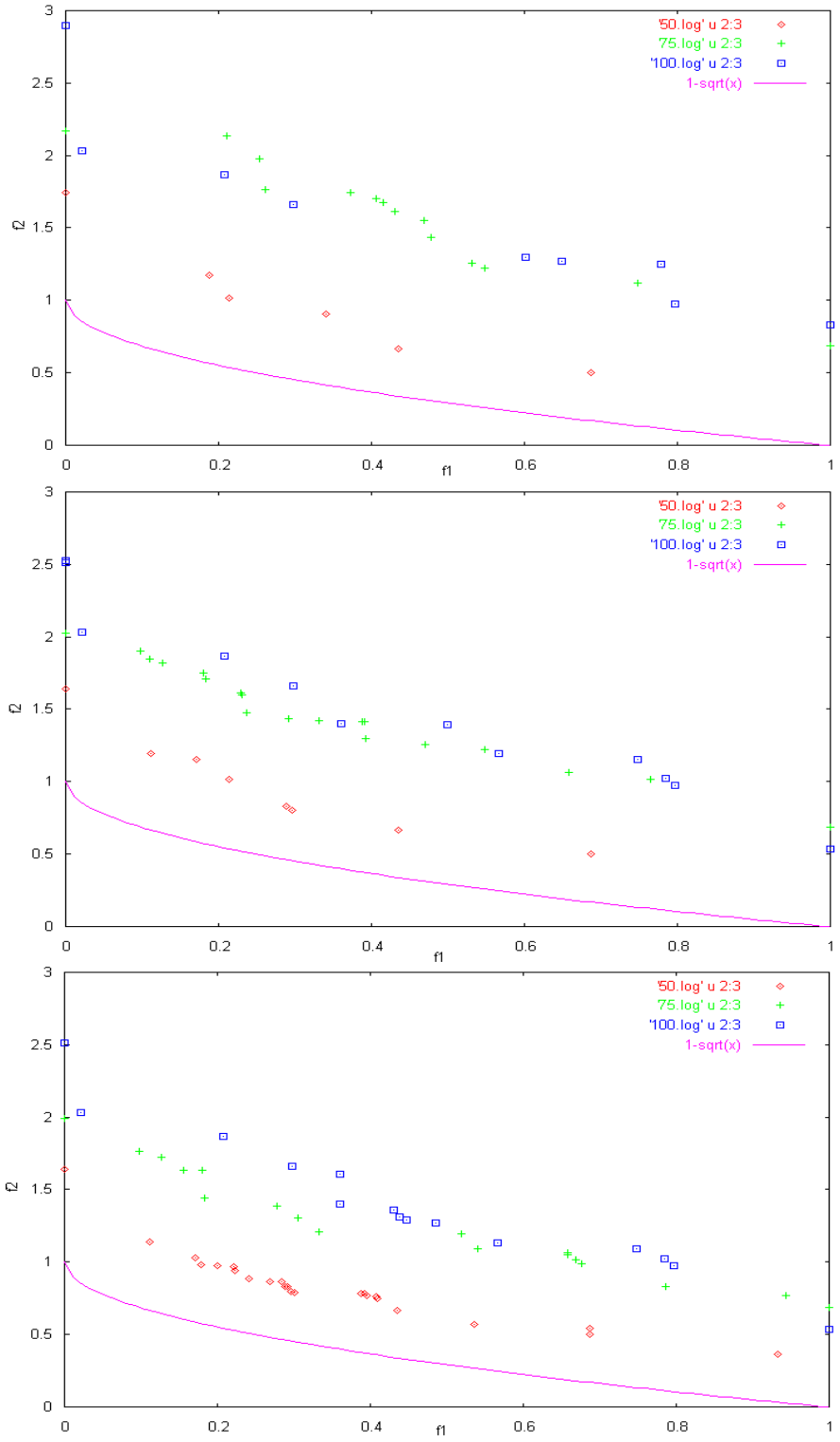
Στο σχήμα 5.7 δίδονται τα μέτωπα βέλτιστων λύσεων που ελήφθησαν για περίπου 4000, 8000 και 10000 αξιολογήσεις ατόμων, στο επίπεδο των στόχων, και έχει σχεδιαστεί επίσης με συνεχή γραμμή η αναλυτική έκφραση του μετώπου Pareto ώστε να μελετηθεί και η ταχύτητα σύγκλισης της μεθόδου.

Παρατηρείται σαφής προσέγγιση του εκάστοτε συνόλου των επίλεκτων προς το βέλτιστο κατά Pareto σύνολο λύσεων. Εντός του ορίου των 10000 αξιολογήσεων που τέθηκε, για πληθυσμό N=50 το πρώτο σχήμα ΔΕ παρουσιάζει την καλύτερη συμπεριφορά.

2^{ο} Σχήμα ΔΕ

Τα χαρακτηριστικά της μεθόδου που επιλέχθηκαν είναι:

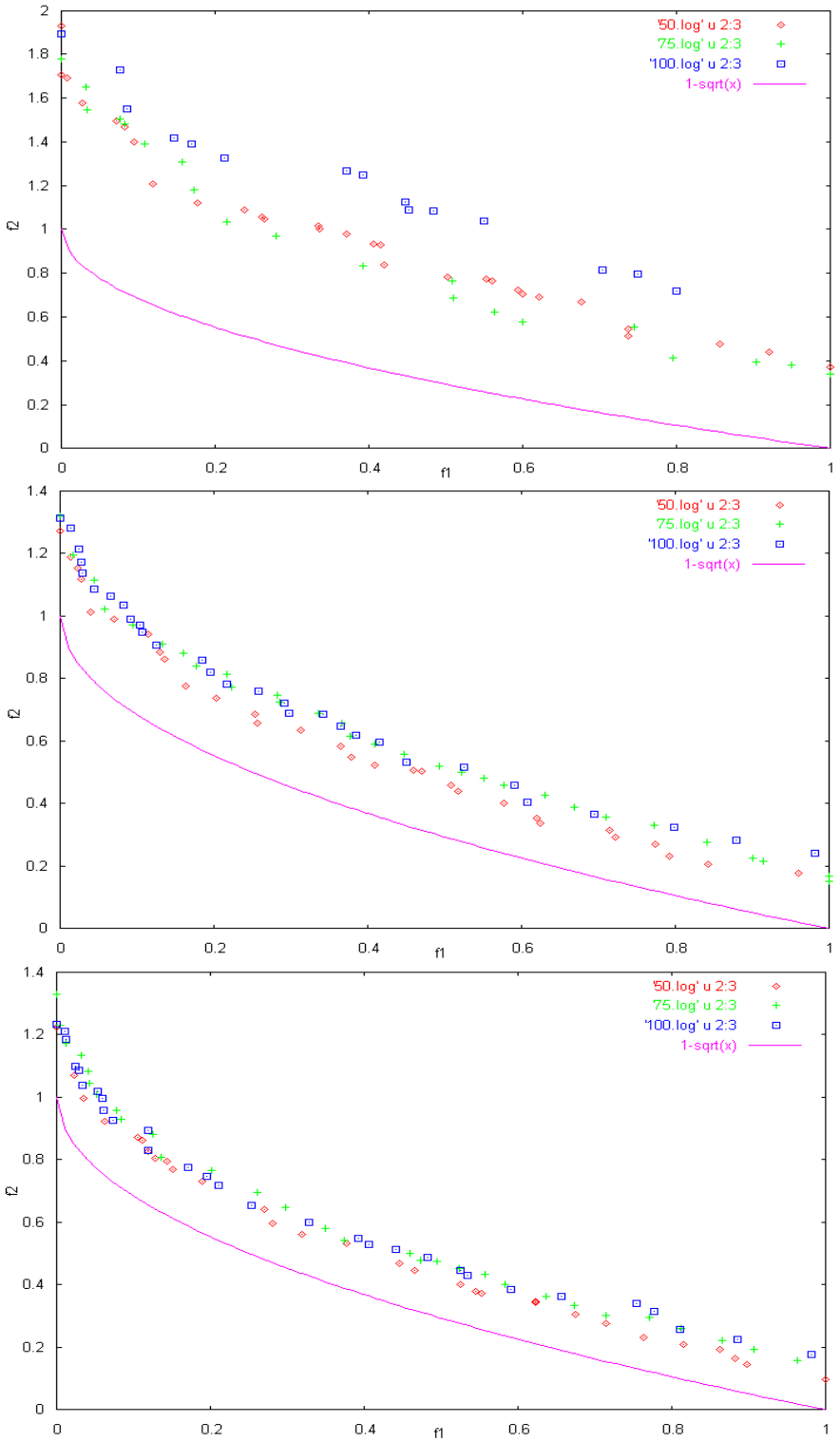
Συντελεστής F :	:	0.8 για τις πρώτες 1750 (περίπου) αξιολογήσεις και ελαττώνεται μέχρι τις 3000 (περίπου) αξιολογήσεις στη τιμή 0.15
Συντελεστής λ :	:	0.6 για τις πρώτες 1750 (περίπου) αξιολογήσεις και αυξάνεται μέχρι τις 3000 (περίπου) αξιολογήσεις στη τιμή 0.8
Πιθανότητα εφαρμογής τελεστή μετάλλαξης	:	1% για τις πρώτες 10 γενιές και μειώνεται μέχρι την 20^{η} γενιά στη τιμή 0.01%
Τιμή συντελεστή διασταύρωσης C_r	:	0,85
Πιθανότητα αντι-επιλεκτικότητας:	:	1%
Μέγιστο πλήθος επίλεκτων λύσεων	:	30
Πιθανότητα επιλογής απλού μέλους του πληθυσμού έναντι επίλεκτου	:	1%
Πιθανότητα επιλογής απογόνου όταν δεν εμφανίζεται κυριαρχία μεταξύ γονέα-απογόνου	:	50%



Σχήμα 5.7: Απεικόνιση στο επίπεδο των στόχων του βέλτιστο κατά Pareto μετώπου (συνεχής γραμμής) και του συνόλου των επίλεκτων που ελήφθησαν για 4000, 8000 και 10000 αξιολογήσεις (από πάνω προς τα κάτω) για τα τρία διαφορετικά μεγέθη πληθυσμού που χρησιμοποιήθηκαν κατά την επίλυση της ZDT1 με το πρώτο σχήμα ΔΕ

Στο σχήμα 5.8 δίδονται τα μέτωπα βέλτιστων λύσεων που εντοπίστηκαν κοντά στις 4000, 8000 και 10000 αξιολογήσεις ατόμων στο επίπεδο των στόχων και έχει σχεδιαστεί επίσης με συνεχή γραμμή η αναλυτική έκφραση του μετώπου Pareto ώστε να μελετηθεί παράλληλα και η ταχύτητα σύγκλισης της μεθόδου.

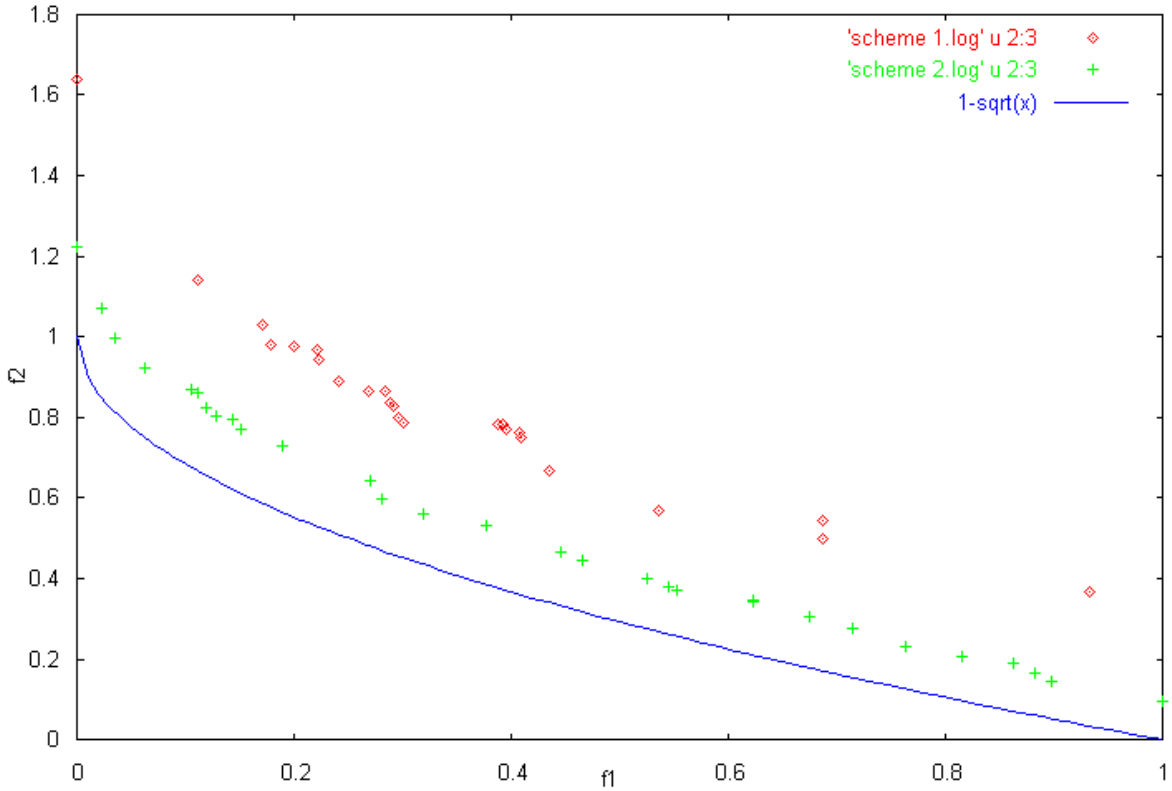
Και πάλι, ο πληθυσμός των 50 ατόμων, παρουσιάζει την ταχύτερη σύγκλιση, παρόλο που από ότι φαίνεται το μέγεθος του πληθυσμού δείχνει να μην επηρεάζει το τελικό αποτέλεσμα της μεθόδου, αφού με το πέρας των 10000 αξιολογήσεων, τα μέτωπα επίλεκτων που καταλήγει η μέθοδος δε διαφέρουν μεταξύ τους.



Σχήμα 5.8: Απεικόνιση στο επίπεδο των στόχων του βέλτιστο κατά Pareto μετώπου (συνεχής γραμμής) και του συνόλου των επίλεκτων που ελήφθησαν για 4000, 8000 και 10000 αξιολογήσεις (από πάνω προς τα κάτω) για τα τρία διαφορετικά μεγέθη πληθυσμού που χρησιμοποιήθηκαν κατά την επίλυση της ZDT1 με το δεύτερο σχήμα ΔΕ

Σύγκριση των δύο σχημάτων

Στο σχήμα 5.9 που ακολουθεί, έχουν σχεδιασθεί στο επίπεδο των λύσεων τα δύο καλύτερα μέτωπα λύσεων στα οποία κατέληξε ο αλγόριθμος κάνοντας χρήση του πρώτου και του δεύτερου σχήματος ΔΕ αντίστοιχα.



Σχήμα 5.9: Απεικόνιση στο επίπεδο των στόχων του βέλτιστο κατά Pareto μετώπου (συνεχής γραμμής) και του καλύτερου συνόλου επίλεκτων που ελήφθησαν για το πρώτο και το δεύτερο σχήμα ΔΕ κατά την επίλυση της ZDT1

Είναι προφανές ότι το δεύτερο σχήμα ΔΕ υπερέχει αισθητά έναντι του πρώτου αφού εντός του ορίου των 10000 αξιολογήσεων που ορίστηκε προσέγγισε το αναλυτικό μέτωπο Pareto πολύ περισσότερο.

5.2.2 ZDT2

Η αντικειμενική συνάρτηση ZDT2, σε αντίθεση με την ZDT1, παρουσιάζει μη κυρτή καμπύλη για μέτωπο Pareto επιτρέποντας τη μελέτη της συμπεριφοράς της μεθόδου βελτιστοποίησης και σε μη κυρτά μέτωπα Pareto. Αξίζει να σημειωθεί ότι η συνάρτηση $g(x_i)$ της ZDT2 είναι ίδια με τη συνάρτηση $g(x_i)$ της ZDT1. Και σε αυτή

την περίπτωση το βέλτιστο μέτωπο σχηματίζεται για $g(x_i)=1$, με προφανή λύση για $\{x_2, x_3, ...x_n\} = 0$

Και σε αυτή την περίπτωση χρησιμοποιούνται 30 ελεύθερες μεταβλητές και οι τιμές των συναρτήσεων κόστους, δίνονται από τις εξής σχέσεις:

$$\vec{X} = [x_1, x_2, x_3, ...x_n]^T \text{, όπου } x_i \in [0,1] \text{ με n=30}$$

$$f_1(x_i) = x_1$$

$$g(x_i) = 1 + \frac{9 \cdot \sum_{i=2}^{n} x_i}{n-1}$$

$$h(x_i) = 1 - \left(\frac{f_1(x_i)}{g(x_i)}\right)^2$$

$$f_2(x_i) = g(x_i) \cdot h(x_i)$$

Η αναλυτική μορφή της βέλτιστης λύσης είναι η:

$$\left.\begin{array}{r} g(x_i) = 1 \\ h(x_i) = 1 - (f_1(x_1))^2 = 1 - x_1^2 \end{array}\right\} \Rightarrow f_2 = h(x_i) \cdot g(x_i) = 1 - f_1^2 = 1 - x_1^2$$

Και σε αυτή την περίπτωση η ελαχιστοποίηση των δύο αντικειμενικών συναρτήσεων f_1 και f_2 συνεπάγεται την εύρεση των κατάλληλων τιμών των παραμέτρων $\{x_2, x_3, ...x_n\}$ για να επιτευχθεί $\sum_{i=2}^{n} x_i = 0$

Μελέτη της Επίδρασης του Μεγέθους του Πληθυσμού στη Μέθοδο στα δύο σχήματα ΔΕ

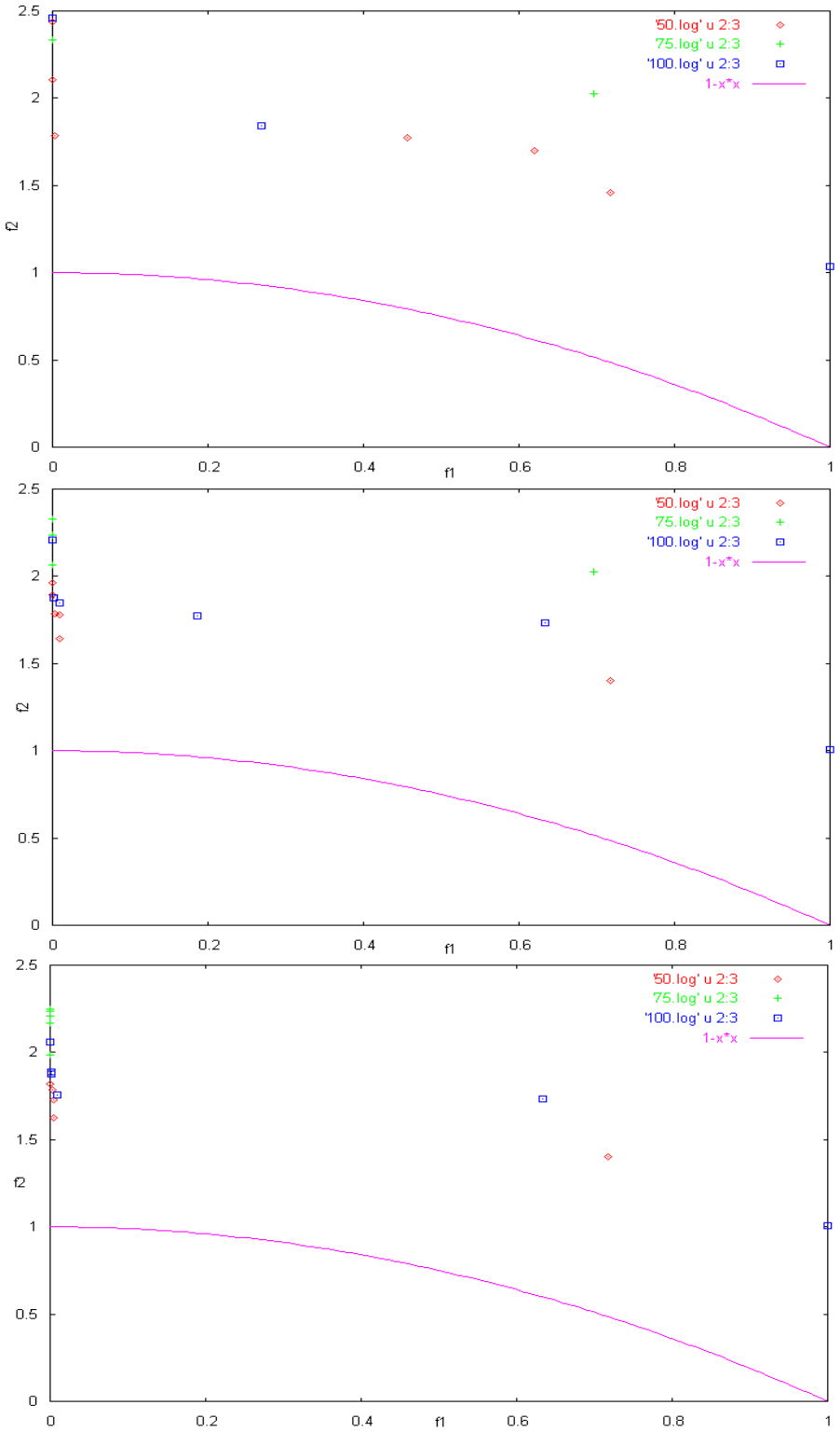
Ακολουθεί παρουσίαση χαρακτηριστικών μετώπων πιθανών λύσεων στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων f_1 και f_2 για διάφορες γενιές του αλγορίθμου ΔΕ για πληθυσμούς N=50, 75 και 100. Σε όλες τις περιπτώσεις, το μέγιστο πλήθος επίλεκτων λύσεων που επιτρέπεται είναι 30 άτομα.

1^{ο} Σχήμα ΔΕ

Τα χαρακτηριστικά της μεθόδου που επιλέχθηκαν είναι:

Συντελεστής F :	:	0.8 για τις πρώτες 1750 (περίπου) αξιολογήσεις και ελαττώνεται μέχρι τις 3000 (περίπου) αξιολογήσεις στη τιμή 0.15
Πιθανότητα εφαρμογής τελεστή μετάλλαξης	:	1% για τις πρώτες 10 γενιές και μειώνεται μέχρι την 20^{η} γενιά στη τιμή 0.01%
Τιμή συντελεστή διασταύρωσης C_r	:	0,85
Πιθανότητα αντι-επιλεκτικότητας:	:	1%
Μέγιστο πλήθος επίλεκτων λύσεων	:	30
Πιθανότητα επιλογής απλού μέλους του πληθυσμού έναντι επίλεκτου	:	1%
Πιθανότητα επιλογής απογόνου όταν δεν εμφανίζεται κυριαρχία μεταξύ γονέα-απογόνου	:	50%

Στο σχήμα 5.10 δίδονται τα μέτωπα βέλτιστων λύσεων που ελήφθησαν για περίπου 4000, 8000 και 10000 αξιολογήσεις ατόμων, στο επίπεδο των στόχων, και έχει σχεδιαστεί επίσης με συνεχή γραμμή η αναλυτική έκφραση του μετώπου Pareto ώστε να μελετηθεί ταυτόχρονα και η ταχύτητα σύγκλισης της μεθόδου. Η μέθοδος με τα δεδομένα που επιλέχθηκαν, όπως φαίνεται και στα παρακάτω σχήματα, αδυνατεί να προσεγγίσει το μέτωπο Pareto του προβλήματος και δεν συγκεντρώνεται ομοιόμορφα στο επίπεδο των στόχων.



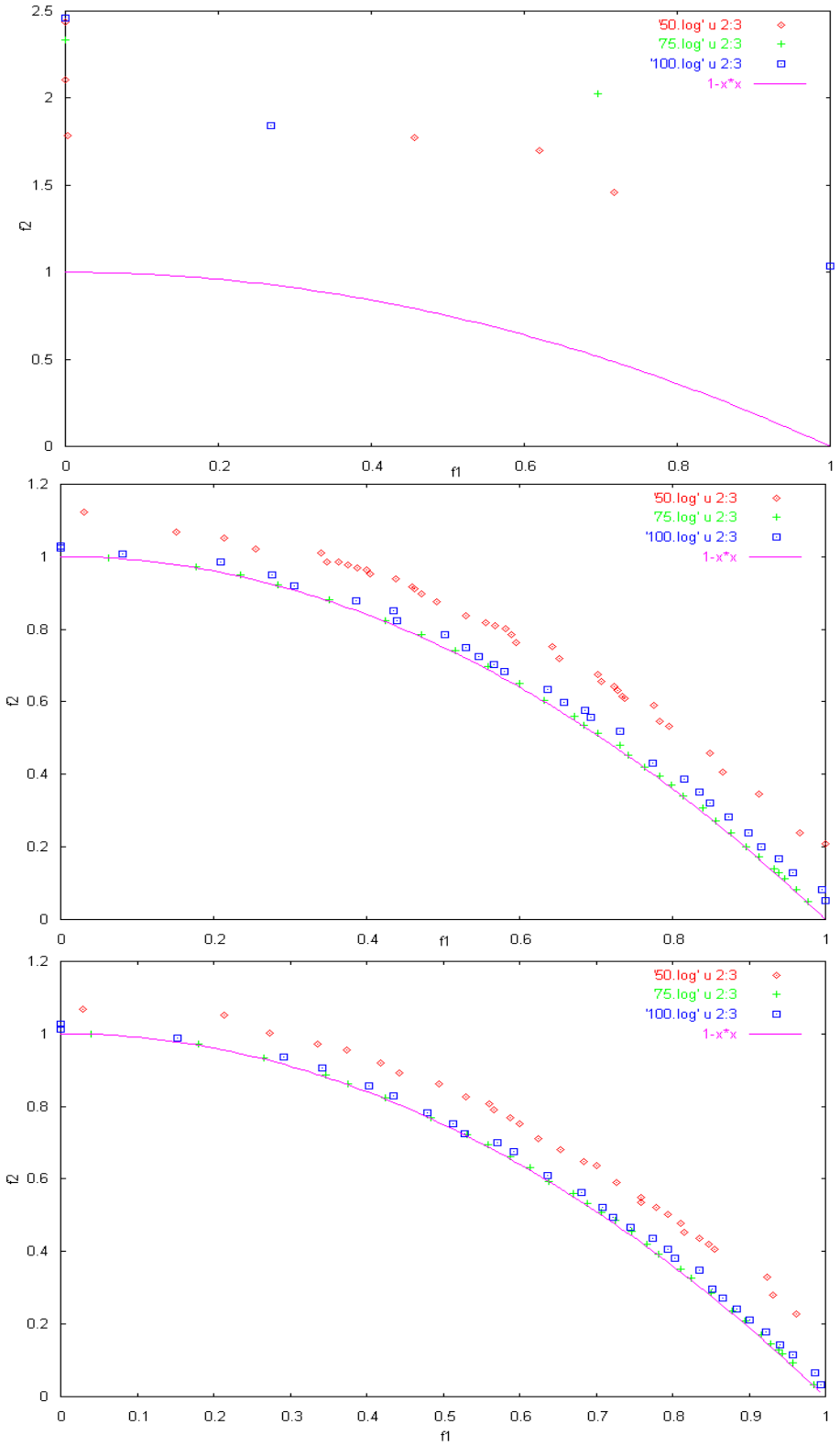
Σχήμα 5.10 Απεικόνιση στο επίπεδο των στόχων του βέλτιστο κατά Pareto μετώπου (συνεχής γραμμής) και του συνόλου των επίλεκτων που ελήφθησαν για 4000, 8000 και 10000 αξιολογήσεις (από πάνω προς τα κάτω) για τα τρία διαφορετικά μεγέθη πληθυσμού που χρησιμοποιήθηκαν κατά την επίλυση της ZDT2 με το πρώτο σχήμα ΔΕ

2° Σχήμα ΔΕ

Τα χαρακτηριστικά της μεθόδου που επιλέχθηκαν είναι:

Συντελεστής F :	:	0.8 για τις πρώτες 1750 (περίπου) αξιολογήσεις και ελαττώνεται μέχρι τις 3000 (περίπου) αξιολογήσεις στη τιμή 0.15
Συντελεστής λ :	:	0.6 για τις πρώτες 1750 (περίπου) αξιολογήσεις και αυξάνεται μέχρι τις 3000 (περίπου) αξιολογήσεις στη τιμή 0.8
Πιθανότητα εφαρμογής τελεστή μετάλλαξης	:	1% για τις πρώτες 10 γενιές και μειώνεται μέχρι την 20^{η} γενιά στη τιμή 0.01%
Τιμή συντελεστή διασταύρωσης C_r	:	0,85
Πιθανότητα αντι-επιλεκτικότητας:	:	1%
Μέγιστο πλήθος επίλεκτων λύσεων	:	30
Πιθανότητα επιλογής απλού μέλους του πληθυσμού έναντι επίλεκτου	:	1%
Πιθανότητα επιλογής απογόνου όταν δεν εμφανίζεται κυριαρχία μεταξύ γονέα-απογόνου	:	50%

Στο σχήμα 5.11 δίδονται τα μέτωπα βέλτιστων λύσεων που εντοπίστηκαν στις 4000, 8000 και 10000 περίπου αξιολογήσεις ατόμων στο επίπεδο των στόχων και έχει σχεδιαστεί επίσης με συνεχή γραμμή η αναλυτική έκφραση του μετώπου Pareto ώστε να μελετηθεί παράλληλα και η ταχύτητα σύγκλισης της μεθόδου. Η μέθοδος ΔΕ επιτυγχάνει να εντοπίσει και να προσεγγίσει το μέτωπο Pareto εντός του ορίου των 10000 αξιολογήσεων που ετέθη. Φαινομενικά, ο πληθυσμός των 75 ατόμων δείχνει να προκαλεί στο 2° σχήμα ΔΕ την ταχύτερη προσέγγιση του πραγματικού μετώπου Pareto, θα πρέπει όμως να προσεχθεί το γεγονός ότι κατά την εφαρμογή της μεθόδου με 75 μέλη στον πληθυσμό, ήδη από τις 4000 αξιολογήσεις έχουν εντοπιστεί λύσεις πολύ κοντά στο μέτωπο Pareto, κάτι που δεν παρατηρείται στις άλλες 2 εναλλακτικές εφαρμογές του αλγορίθμου. Αιτία αυτής της ανακολουθίας ίσως να βρίσκεται στη στοχαστικότητα της μεθόδου και δεν είναι ο κανόνας.



Σχήμα 5.11Απεικόνιση στο επίπεδο των στόχων του βέλτιστο κατά Pareto μετώπου (συνεχής γραμμής) και του συνόλου των επίλεκτων που ελήφθησαν για 4000, 8000 και 10000 αξιολογήσεις (από πάνω προς τα κάτω) για τα τρία διαφορετικά μεγέθη πληθυσμού που χρησιμοποιήθηκαν κατά την επίλυση της ZDT2 με το δεύτερο σχήμα ΔΕ

Σύγκριση των δύο σχημάτων

Όπως αναλύθηκε παραπάνω και γίνεται προφανές από τα σχήματα 5.10 και 5.11, το πρώτο σχήμα ΔΕ αδυνατεί να προσεγγίσει το μέτωπο Pareto στο βαθμό που επιτυγχάνει το δεύτερο σχήμα ΔΕ. Ειδικότερα, το δεύτερο σχήμα ΔΕ όχι μόνο προσεγγίζει το μέτωπο Pareto ομοιόμορφα κατά μήκος του, αλλά και αρκετά ταχύτερα για όλα τα εναλλακτικά μεγέθη πληθυσμού στα οποία εφαρμόστηκε η μέθοδος.

5.2.3 ZDT3

Η αντικειμενική συνάρτηση ZDT3 παρουσιάζει ασυνεχές μέτωπο Pareto και είναι ιδανική για να ελεγχθεί κατά πόσο η μέθοδος μπορεί να εντοπίσει λύσεις κατά μήκος ολόκληρου του μετώπου Pareto ακόμα και όταν αυτό είναι ασυνεχές. Η συνάρτηση $g(x_i)$ της ZDT3 είναι ίδια με τις προηγούμενες συναρτήσεις $g(x_i)$ που μελετήθηκαν παραπάνω και το βέλτιστο μέτωπο σχηματίζεται επίσης για $g(x_i)=1$, με προφανή λύση για $\{x_2, x_3, ...x_n\} = 0$

Χρησιμοποιούνται και εδώ 30 ελεύθερες μεταβλητές και οι τιμές των συναρτήσεων κόστους της ZDT3, δίνονται από τις εξής σχέσεις:

$$\vec{X} = [x_1, x_2, x_3, ...x_n]^T \text{, όπου } x_i \in [0,1] \text{ με n=30}$$

$$f_1(x_i) = x_1$$

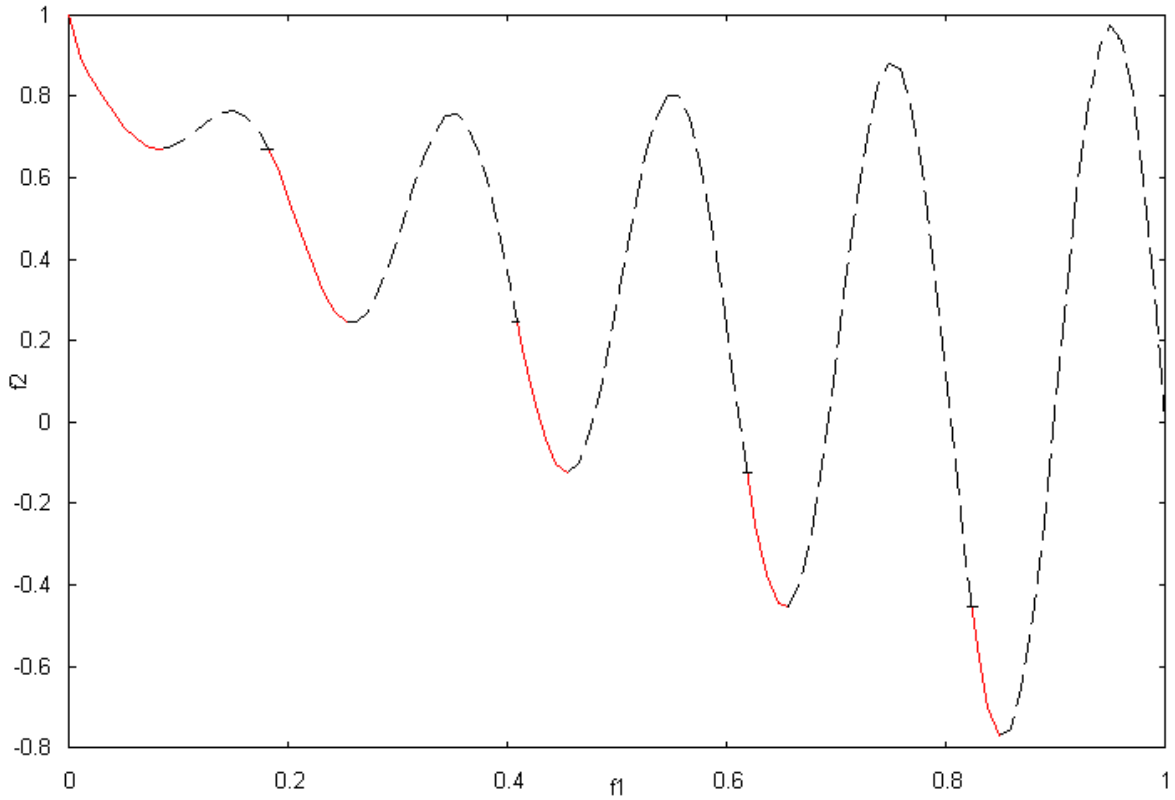
$$g(x_i) = 1 + \frac{9 \cdot \sum_{i=2}^{n} x_i}{n-1}$$

$$h(x_i) = 1 - \sqrt{\frac{f_1(x_i)}{g(x_i)}} - \left(\frac{f_1(x_i)}{g(x_i)}\right) \cdot \sin(10 \cdot \pi \cdot f_1(x_i))$$

$$f_2(x_i) = g(x_i) \cdot h(x_i)$$

Η αναλυτική μορφή της βέλτιστης λύσης είναι η:

$$\left.\begin{array}{c} g(x_i)=1 \\ f_1(x_1)=x_1 \\ h(x_i)=1-\sqrt{f_1(x_1)}-f_1(x_1)\sin\left(10\pi f_1(x_1)\right) \end{array}\right\} \Rightarrow f_2(x_i)=f_2(x_1)=1-\sqrt{x_1}-x_1\sin(10\pi x_1)$$



Σχήμα 5.12: Απεικόνιση στο επίπεδο των στόχων του βέλτιστου κατά Pareto συνόλου λύσεων (κόκκινη συνεχής γραμμή)

Μελέτη της επίδρασης του μεγέθους του πληθυσμού στη μέθοδο στα δύο σχήματα ΔΕ

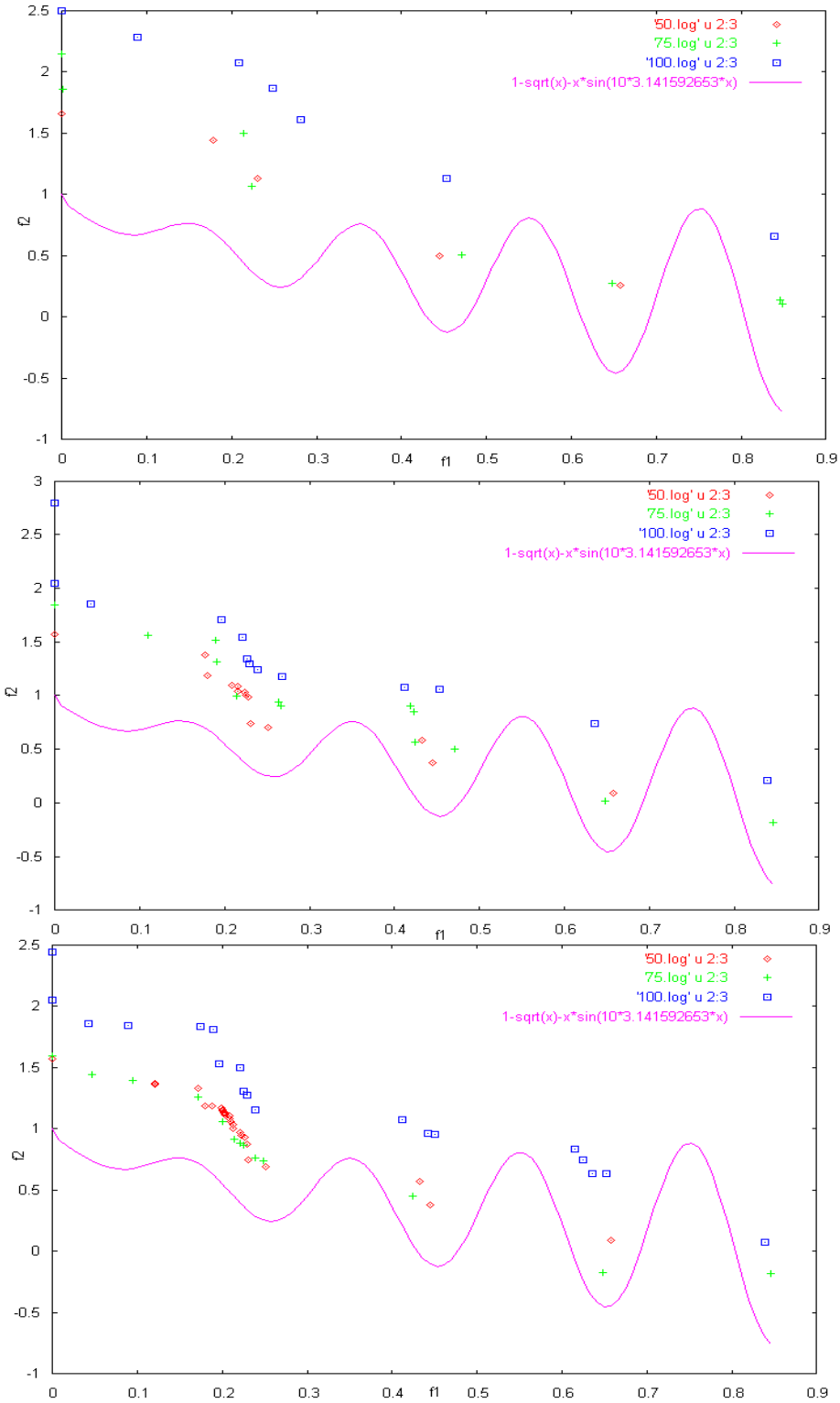
Ακολουθεί παρουσίαση χαρακτηριστικών μετώπων πιθανών λύσεων στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων f_1 και f_2 για διάφορες γενιές του αλγορίθμου ΔΕ για πληθυσμούς N=50, 75 και 100. Σε όλες τις περιπτώσεις, το μέγιστο πλήθος επίλεκτων λύσεων που επιτρέπεται είναι 30 άτομα.

1^{ο} Σχήμα ΔΕ

Τα χαρακτηριστικά της μεθόδου που επιλέχθηκαν είναι:

Συντελεστής F :	:	0.8 για τις πρώτες 1750 (περίπου) αξιολογήσεις και ελαττώνεται μέχρι τις 3000 (περίπου) αξιολογήσεις στη τιμή 0.15
Πιθανότητα εφαρμογής τελεστή μετάλλαξης	:	1% για τις πρώτες 10 γενιές και μειώνεται μέχρι την 20^{η} γενιά στη τιμή 0.01%
Τιμή συντελεστή διασταύρωσης C_r	:	0,85
Πιθανότητα αντι-επιλεκτικότητας:	:	1%
Μέγιστο πλήθος επίλεκτων λύσεων	:	30
Πιθανότητα επιλογής απλού μέλους του πληθυσμού έναντι επίλεκτου	:	1%
Πιθανότητα επιλογής απογόνου όταν δεν εμφανίζεται κυριαρχία μεταξύ γονέα-απογόνου	:	50%

Στο σχήμα 5.13 δίδονται τα μέτωπα βέλτιστων λύσεων που ελήφθησαν για περίπου 4000, 8000 και 10000 αξιολογήσεις ατόμων, στο επίπεδο των στόχων, και έχει σχεδιαστεί επίσης με συνεχή γραμμή η αναλυτική έκφραση του μετώπου Pareto ώστε να μελετηθεί ταυτόχρονα και η ταχύτητα σύγκλισης της μεθόδου. Όπως γίνεται προφανές η μέθοδος, με χρήση του πρώτου σχήματος ΔΕ επιτυγχάνει τη συνεχή μετατόπιση του συνόλου των επίλεκτων της προς το μέτωπο των βέλτιστων κατά Pareto λύσεων για όλους τους πληθυσμούς που δοκιμάστηκαν. Δεν παρουσιάζει όμως ομοιόμορφη κατανομή κατά μήκος του μετώπου Pareto. Η ταχύτερη σύγκλιση εμφανίζεται για τον πληθυσμό των 75 ατόμων



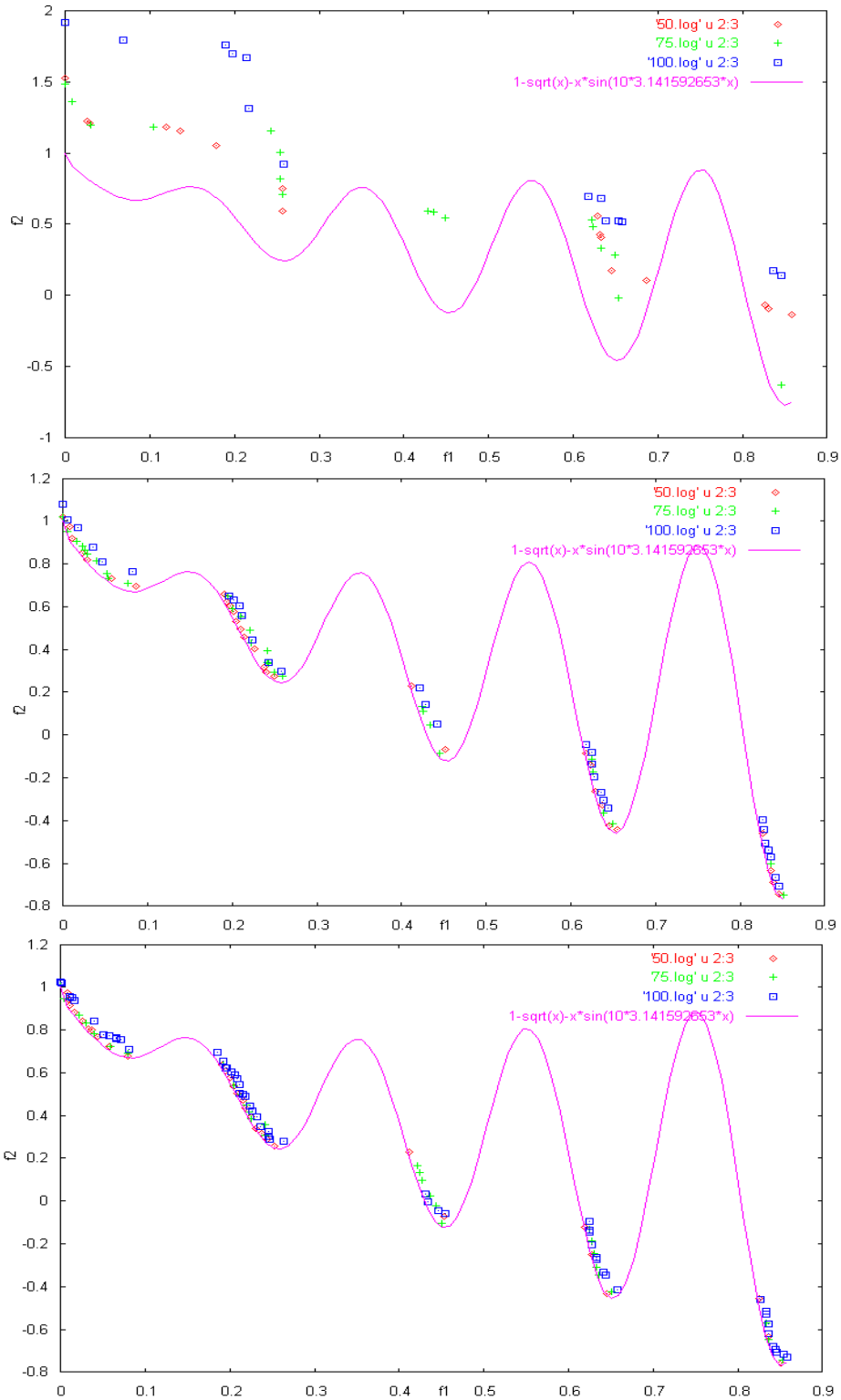
Σχήμα 5.13 Απεικόνιση στο επίπεδο των στόχων του βέλτιστο κατά Pareto μετώπου (συνεχής γραμμής) και του συνόλου των επίλεκτων που ελήφθησαν για 4000, 8000 και 10000 αξιολογήσεις (από πάνω προς τα κάτω) για τα τρία διαφορετικά μεγέθη πληθυσμού που χρησιμοποιήθηκαν κατά την επίλυση της ZDT3 με το πρώτο σχήμα ΔΕ

2^{ο} Σχήμα ΔΕ

Τα χαρακτηριστικά της μεθόδου που επιλέχθηκαν είναι:

Συντελεστής F :	:	0.8 για τις πρώτες 1750 (περίπου) αξιολογήσεις και ελαττώνεται μέχρι τις 3000 (περίπου) αξιολογήσεις στη τιμή 0.15
Συντελεστής λ :	:	0.6 για τις πρώτες 1750 (περίπου) αξιολογήσεις και αυξάνεται μέχρι τις 3000 (περίπου) αξιολογήσεις στη τιμή 0.8
Πιθανότητα εφαρμογής τελεστή μετάλλαξης	:	1% για τις πρώτες 10 γενιές και μειώνεται μέχρι την 20^{η} γενιά στη τιμή 0.01%
Τιμή συντελεστή διασταύρωσης C_r	:	0,85
Πιθανότητα αντι-επιλεκτικότητας:	:	1%
Μέγιστο πλήθος επίλεκτων λύσεων	:	30
Πιθανότητα επιλογής απλού μέλους του πληθυσμού έναντι επίλεκτου	:	1%
Πιθανότητα επιλογής απογόνου όταν δεν εμφανίζεται κυριαρχία μεταξύ γονέα-απογόνου	:	50%

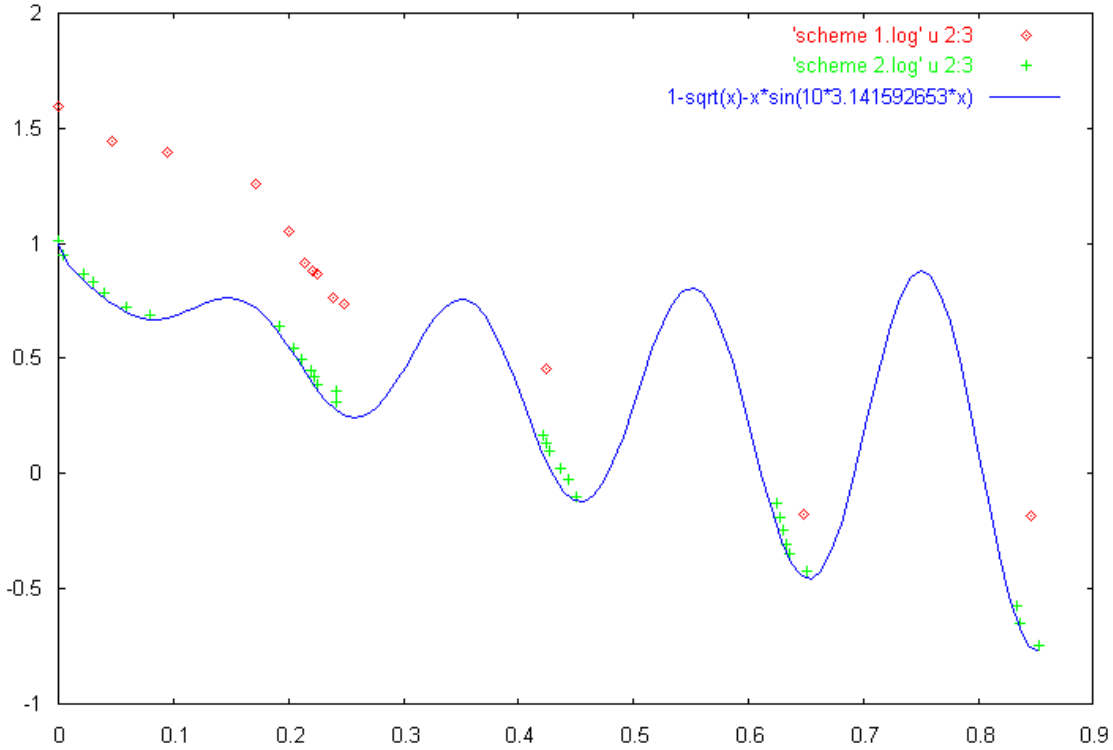
Στο σχήμα 5.14 δίδονται τα μέτωπα βέλτιστων λύσεων που εντοπίστηκαν στις 4000, 8000 και 10000 περίπου αξιολογήσεις ατόμων στο επίπεδο των στόχων και έχει σχεδιαστεί επίσης με συνεχή γραμμή η αναλυτική έκφραση του μετώπου Pareto ώστε να μελετηθεί παράλληλα και η ταχύτητα σύγκλισης της μεθόδου. Η μέθοδος ΔΕ επιτυγχάνει να εντοπίσει και να προσεγγίσει το μέτωπο Pareto εντός του ορίου των 10000 αξιολογήσεων που ετέθη. Το μέγεθος του πληθυσμού δε δείχνει να έχει κάποια ιδιαίτερη επίδραση στη ταχύτητα σύγκλισης της μεθόδου. Ήδη από τις 8000 αξιολογήσεις έχει προσεγγισθεί το βέλτιστο κατά Pareto μέτωπο λύσεων και παρατηρείται διασκορπισμός των λύσεων κατά μήκος του βέλτιστου μετώπου.



Σχήμα 5.14Απεικόνιση στο επίπεδο των στόχων του βέλτιστο κατά Pareto μετώπου (συνεχής γραμμής) και του συνόλου των επίλεκτων που ελήφθησαν για 4000, 8000 και 10000 αξιολογήσεις (από πάνω προς τα κάτω) για τα τρία διαφορετικά μεγέθη πληθυσμού που χρησιμοποιήθηκαν κατά την επίλυση της ZDT3 με το δεύτερο σχήμα ΔΕ

Σύγκριση των δύο σχημάτων

Όπως αναλύθηκε παραπάνω και γίνεται προφανές από το σχήμα 5.15 και 5.11, το πρώτο σχήμα ΔΕ αδυνατεί να προσεγγίσει το μέτωπο Pareto στο βαθμό που το επιτυγχάνει το δεύτερο σχήμα ΔΕ. Επιπλέον, το δεύτερο σχήμα ΔΕ όχι μόνο προσεγγίζει το μέτωπο Pareto ομοιόμορφα κατά μήκος του, αλλά και αρκετά ταχύτερα για όλα τα εναλλακτικά μεγέθη πληθυσμού στα οποία εφαρμόστηκε η μέθοδος.



Σχήμα 5.15: Απεικόνιση στο επίπεδο των στόχων του βέλτιστο κατά Pareto μετώπου (συνεχής γραμμής) και του καλύτερου συνόλου επίλεκτων που ελήφθησαν για το πρώτο και το δεύτερο σχήμα ΔΕ κατά την επίλυση της ZDT3

5.2.4 ZDT4

Η συνάρτηση ZDT4 προσφέρει τη δυνατότητα ελέγχου της μεθόδου σε προβλήματα όπου υπάρχουν πολλά τοπικά μέτωπα βέλτιστων λύσεων, δυσχεραίνοντας τον εντοπισμό του καθολικά βέλτιστου μετώπου Pareto.

Γίνεται χρήση 10 ελεύθερων μεταβλητών και ισχύει:

$$\vec{X} = [x_1, x_2, x_3, ...x_n]^T \text{, όπου } x_1 \in [0,1], \{x_2, x_3, ..., x_n\} \in [-5,5] \text{ με n=10}$$

$$f_1(x_i) = x_1$$

$$g(x_i) = 1 + 10 \cdot (n-1) + \sum_{i=2}^{n} \left(x_i^2 - 10 \cdot \cos(4 \cdot \pi \cdot x_i) \right)$$

$$h(x_i) = 1 - \sqrt{\frac{f_1(x_i)}{g(x_i)}}$$

$$f_2(x_i) = g(x_i) \cdot h(x_i)$$

Το παραπάνω πρόβλημα παρουσιάζει συνολικά 21^9 τοπικά βέλτιστα μέτωπα λύσεων, με το καθολικό να δίνεται για $g(x_i)=1$, με προφανή λύση για $\{x_2, x_3, ...x_n\} = 0$ και το αμέσως καλύτερο για $g(x_i)=1,25$. Η αναλυτική μορφή της καθολικής βέλτιστης λύσης είναι η:

$$\left.\begin{array}{r} g(x_i) = 1 \\ h(x_i) = 1 - \sqrt{f_1(x_i)} \end{array}\right\} \Rightarrow f_2 = 1 - \sqrt{f_1} = 1 - \sqrt{x_1}$$

Μελέτη της Επίδρασης του Μεγέθους του Πληθυσμού στη Μέθοδο στα δύο σχήματα ΔΕ

Ακολουθεί παρουσίαση χαρακτηριστικών μετώπων πιθανών λύσεων στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων f_1 και f_2 για διάφορες γενιές του αλγορίθμου ΔΕ για πληθυσμούς N=50, 75 και 100. Σε όλες τις περιπτώσεις, το μέγιστο πλήθος επίλεκτων λύσεων που επιτρέπεται είναι 30 άτομα.

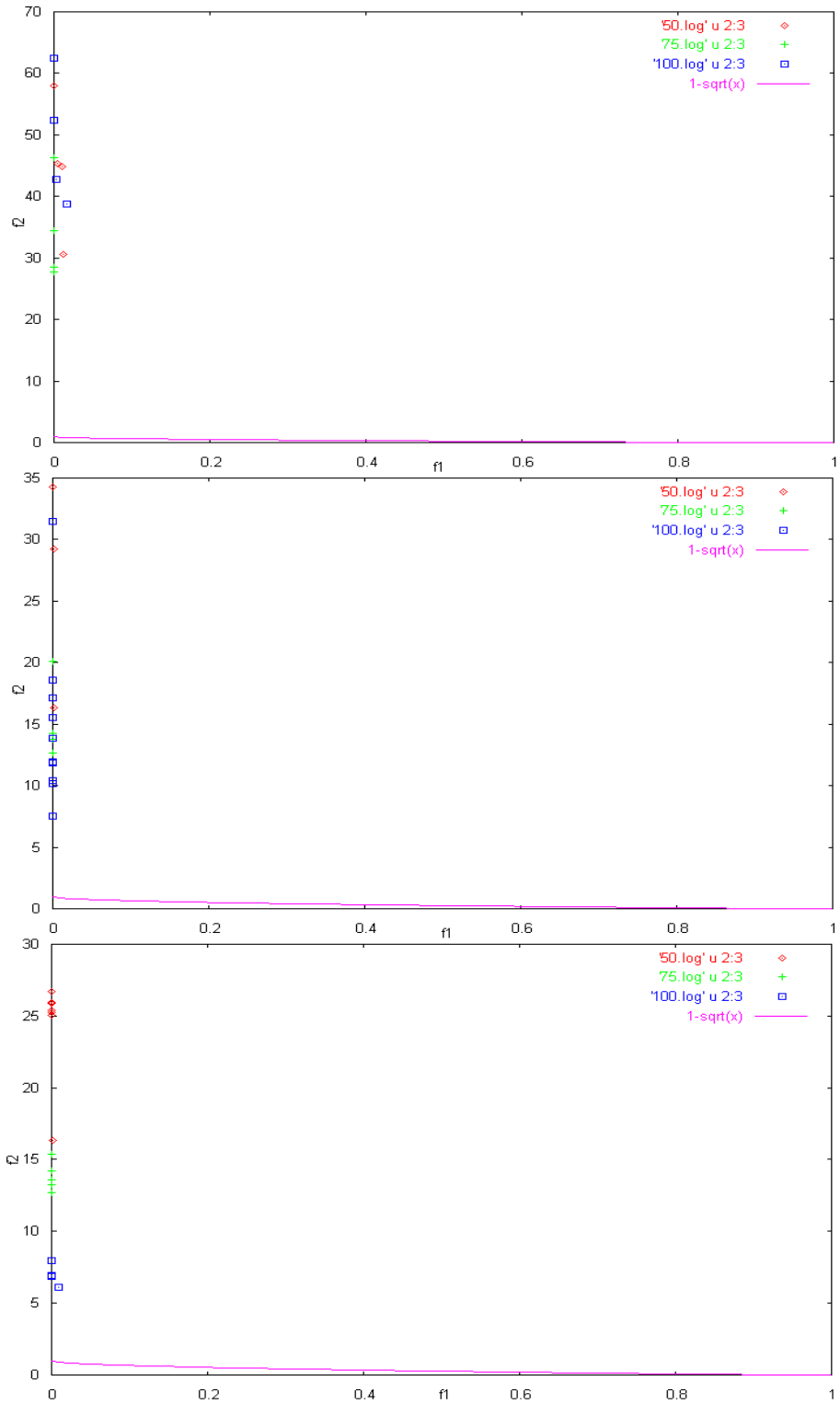
1^{ο} Σχήμα ΔΕ

Τα χαρακτηριστικά της μεθόδου που επιλέχθηκαν είναι:

Συντελεστής F :	:	0.8 για τις πρώτες 1750 (περίπου) αξιολογήσεις και ελαττώνεται μέχρι τις 3000 (περίπου) αξιολογήσεις στη τιμή 0.15
Πιθανότητα εφαρμογής τελεστή μετάλλαξης	:	1% για τις πρώτες 10 γενιές και μειώνεται μέχρι την 20^{η} γενιά στη τιμή 0.01%

Τιμή συντελεστή διασταύρωσης C_r	:	0,85
Πιθανότητα αντι-επιλεκτικότητας:	:	1%
Μέγιστο πλήθος επίλεκτων λύσεων	:	30
Πιθανότητα επιλογής απλού μέλους του πληθυσμού έναντι επίλεκτου	:	1%
Πιθανότητα επιλογής απογόνου όταν δεν εμφανίζεται κυριαρχία μεταξύ γονέα-απογόνου	:	50%

Στο σχήμα 5.16 δίδονται τα μέτωπα βέλτιστων λύσεων που ελήφθησαν για περίπου 4000, 8000 και 10000 αξιολογήσεις ατόμων, στο επίπεδο των στόχων, και έχει σχεδιαστεί επίσης με συνεχή γραμμή η αναλυτική έκφραση του μετώπου Pareto ώστε να μελετηθεί ταυτόχρονα και η ταχύτητα σύγκλισης της μεθόδου. Η μέθοδος με τα δεδομένα που επιλέχθηκαν, όπως φαίνεται και στα παρακάτω σχήματα, αδυνατεί να προσεγγίσει το μέτωπο Pareto του προβλήματος και δεν συγκεντρώνεται ομοιόμορφα στο επίπεδο των στόχων.



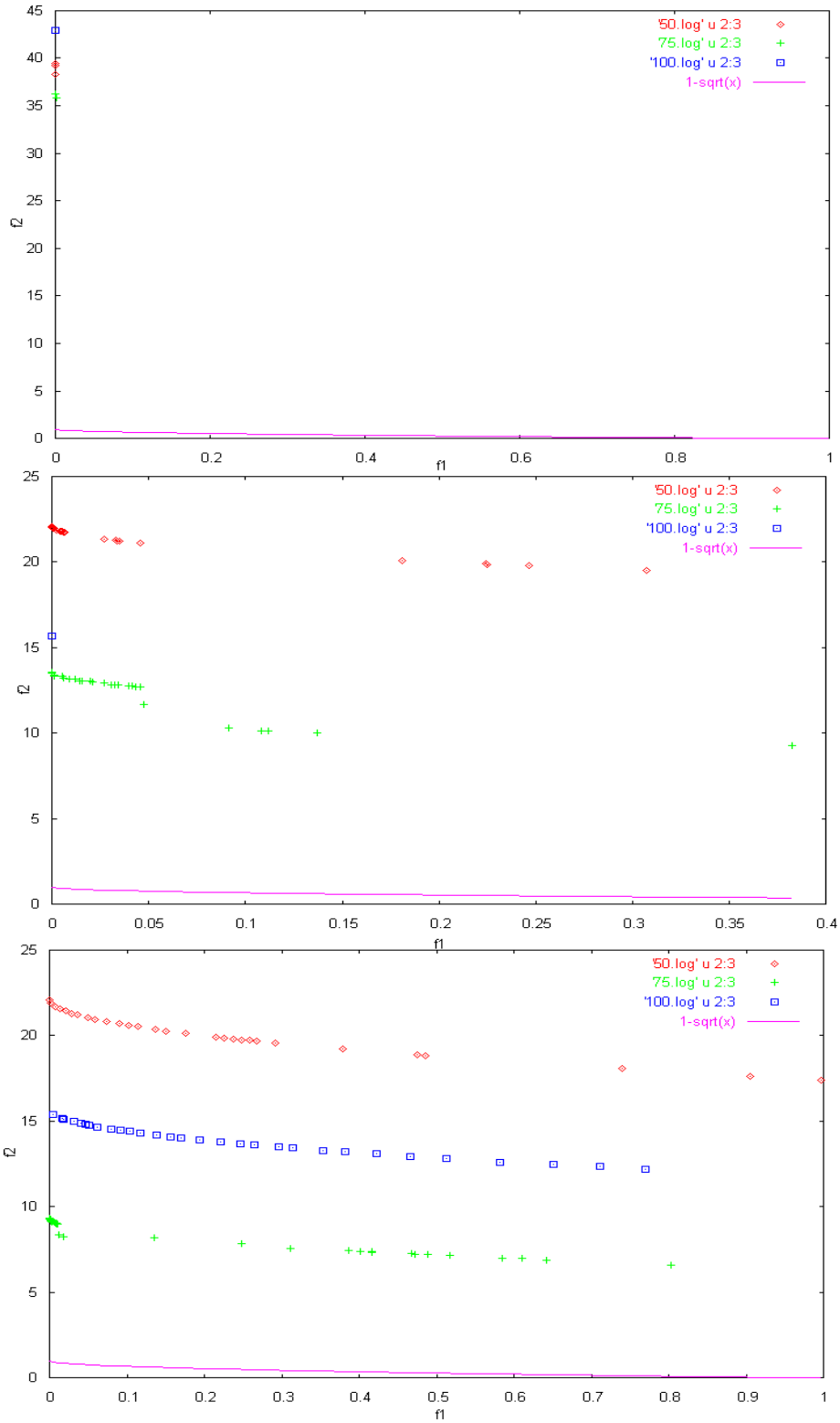
Σχήμα 5.16: Απεικόνιση στο επίπεδο των στόχων του βέλτιστο κατά Pareto μετώπου (συνεχής γραμμής) και του συνόλου των επίλεκτων που ελήφθησαν για 4000, 8000 και 10000 αξιολογήσεις (από πάνω προς τα κάτω) για τα τρία διαφορετικά μεγέθη πληθυσμού που χρησιμοποιήθηκαν κατά την επίλυση της ZDT4 με το πρώτο σχήμα ΔΕ

2^{ο} Σχήμα ΔΕ

Τα χαρακτηριστικά της μεθόδου που επιλέχθηκαν είναι:

Συντελεστής F :	:	0.8 για τις πρώτες 1750 (περίπου) αξιολογήσεις και ελαττώνεται μέχρι τις 3000 (περίπου) αξιολογήσεις στη τιμή 0.15
Συντελεστής λ :	:	0.6 για τις πρώτες 1750 (περίπου) αξιολογήσεις και αυξάνεται μέχρι τις 3000 (περίπου) αξιολογήσεις στη τιμή 0.8
Πιθανότητα εφαρμογής τελεστή μετάλλαξης	:	1% για τις πρώτες 10 γενιές και μειώνεται μέχρι την 20^{η} γενιά στη τιμή 0.01%
Τιμή συντελεστή διασταύρωσης C_r	:	0,85
Πιθανότητα αντι-επιλεκτικότητας:	:	1%
Μέγιστο πλήθος επίλεκτων λύσεων	:	30
Πιθανότητα επιλογής απλού μέλους του πληθυσμού έναντι επίλεκτου	:	1%
Πιθανότητα επιλογής απογόνου όταν δεν εμφανίζεται κυριαρχία μεταξύ γονέα-απογόνου	:	50%

Στο σχήμα 5.17 δίδονται τα μέτωπα βέλτιστων λύσεων που εντοπίστηκαν στις 4000, 8000 και 10000 περίπου αξιολογήσεις ατόμων στο επίπεδο των στόχων και έχει σχεδιαστεί επίσης με συνεχή γραμμή η αναλυτική έκφραση του μετώπου Pareto ώστε να μελετηθεί παράλληλα και η ταχύτητα σύγκλισης της μεθόδου. Η μέθοδος ΔΕ επιτυγχάνει να εντοπίσει και να προσεγγίσει το μέτωπο Pareto εντός του ορίου των 10000 αξιολογήσεων που ετέθη. Για πληθυσμό 75 ατόμων επιτυγχάνεται η ταχύτερη σύγκλιση της μεθόδου



Σχήμα 5.17: Απεικόνιση στο επίπεδο των στόχων του βέλτιστο κατά Pareto μετώπου (συνεχής γραμμής) και του συνόλου των επίλεκτων που ελήφθησαν για 4000, 8000 και 10000 αξιολογήσεις (από πάνω προς τα κάτω) για τα τρία διαφορετικά μεγέθη πληθυσμού που χρησιμοποιήθηκαν κατά την επίλυση της ZDT4 με το δεύτερο σχήμα ΔΕ

Σύγκριση των δύο σχημάτων

Όπως αναλύθηκε παραπάνω και γίνεται προφανές από τα σχήματα 5.16 και 5.17, το πρώτο σχήμα ΔΕ αδυνατεί να προσεγγίσει το μέτωπο Pareto στο βαθμό που επιτυγχάνει το δεύτερο σχήμα ΔΕ. Ειδικότερα, το δεύτερο σχήμα ΔΕ όχι μόνο προσεγγίζει το μέτωπο Pareto ομοιόμορφα κατά μήκος του, αλλά και αρκετά ταχύτερα για όλα τα εναλλακτικά μεγέθη πληθυσμού στα οποία εφαρμόστηκε η μέθοδος.

5.2.5 ZDT6

Για τη τελευταία συνάρτηση ZDT6 δεν ισχύει η ισότητα μεταξύ του στόχου f_1 και της μεταβλητής x_1 (η συνάρτηση f_1 συνεχίζει να εξαρτάται μόνο από τη μεταβλητή x_1). Χαρακτηριστικό αυτού του προβλήματος είναι η μη ομοιόμορφη κατανομή των λύσεων κατά μήκος του μετώπου Pareto καθώς και ότι η πυκνότητα πιθανών λύσεων κοντά στο μέτωπο είναι μικρή και αυξάνεται όσο αυξάνει και η απόσταση από αυτό.

Γίνεται χρήση 10 ελεύθερων μεταβλητών και ισχύουν οι εξής σχέσεις:

$$\vec{X} = [x_1, x_2, x_3, ...x_n]^T \text{, όπου } x_i \in [0,1] \text{ με n=10}$$

$$f_1(x_i) = 1 - \exp(-4 \cdot x_1) \cdot \sin^6(6 \cdot \pi \cdot x_1)$$

$$g(x_i) = 1 + 9 \cdot \left(\frac{\sum_{i=2}^{n} x_i}{m-1} \right)^{0.25}$$

$$h(x_i) = 1 - \left(\frac{f_1(x_i)}{g(x_i)} \right)^2$$

$$f_2(x_i) = g(x_i) \cdot h(x_i)$$

Η αναλυτική μορφή της βέλτιστης λύσης είναι η:

$$\left.\begin{array}{r} g(x_i) = 1 \\ h(x_i) = 1 - (f_1(x_1))^2 \end{array}\right\} \Rightarrow f_2 = h(x_i) \cdot g(x_i) = 1 - f_1^2 = \exp(-4 \cdot x_1) \cdot \sin^6(6 \cdot \pi \cdot x_1)$$

Μελέτη της Επίδρασης του Μεγέθους του Πληθυσμού στη Μέθοδο στα δύο σχήματα ΔΕ

Ακολουθεί παρουσίαση χαρακτηριστικών μετώπων πιθανών λύσεων στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων f_1 και f_2 για διάφορες γενιές του αλγορίθμου ΔΕ για πληθυσμούς N=50, 75 και 100. Σε όλες τις περιπτώσεις, το μέγιστο πλήθος επίλεκτων λύσεων που επιτρέπεται είναι 30 άτομα.

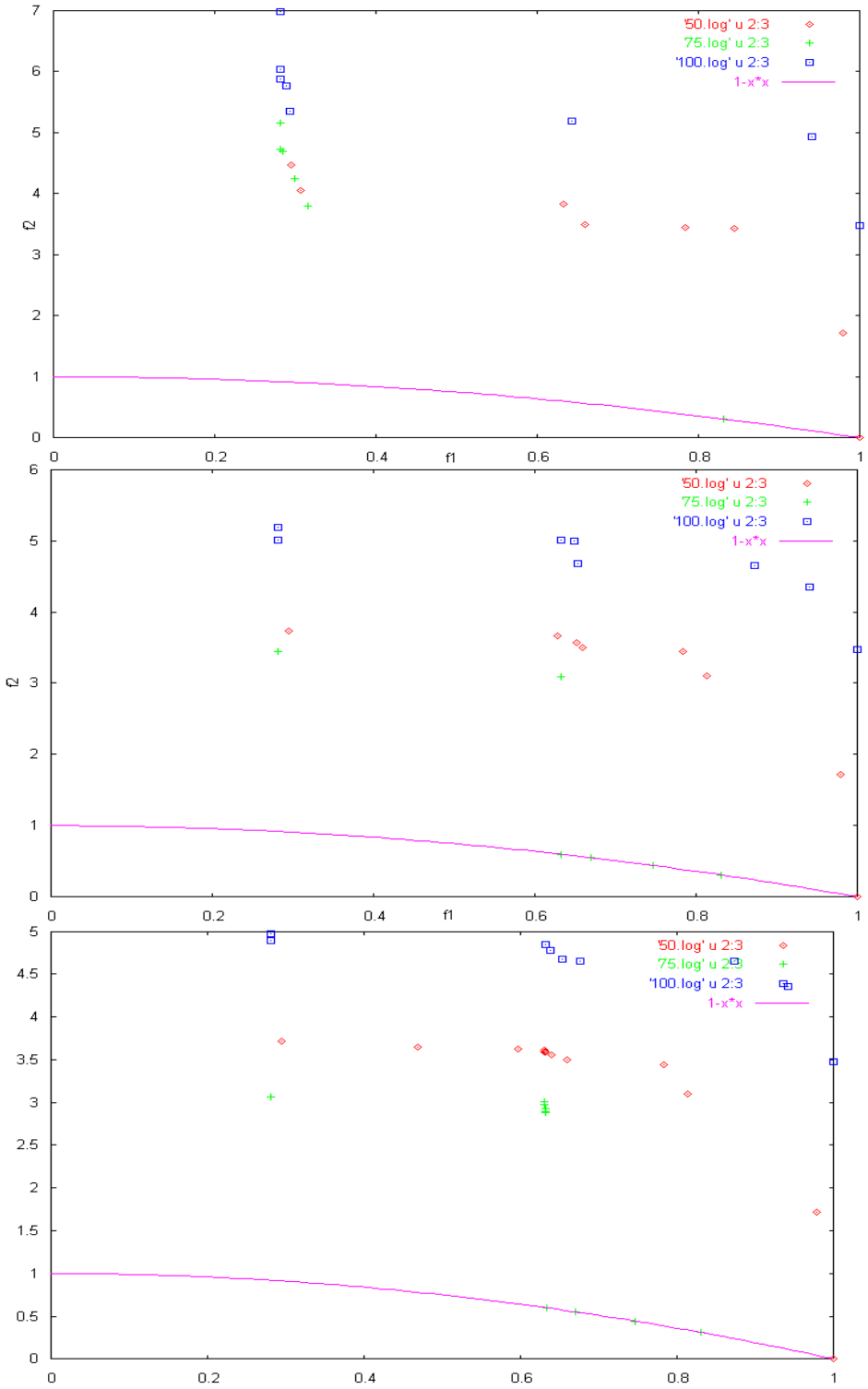
1^{ο} Σχήμα ΔΕ

Τα χαρακτηριστικά της μεθόδου που επιλέχθηκαν είναι:

Συντελεστής F :	:	0.8 για τις πρώτες 1750 (περίπου) αξιολογήσεις και ελαττώνεται μέχρι τις 3000 (περίπου) αξιολογήσεις στη τιμή 0.15
Πιθανότητα εφαρμογής τελεστή μετάλλαξης	:	1% για τις πρώτες 10 γενιές και μειώνεται μέχρι την 20^{η} γενιά στη τιμή 0.01%
Τιμή συντελεστή διασταύρωσης C_r	:	0,85
Πιθανότητα αντι-επιλεκτικότητας:	:	1%
Μέγιστο πλήθος επίλεκτων λύσεων	:	30
Πιθανότητα επιλογής απλού μέλους του πληθυσμού έναντι επίλεκτου	:	1%
Πιθανότητα επιλογής απογόνου όταν δεν εμφανίζεται κυριαρχία μεταξύ γονέα-απογόνου	:	50%

Στο σχήμα 5.18 δίδονται τα μέτωπα βέλτιστων λύσεων που ελήφθησαν για περίπου 4000, 8000 και 10000 αξιολογήσεις ατόμων, στο επίπεδο των στόχων, και έχει σχεδιαστεί επίσης με συνεχή γραμμή η αναλυτική έκφραση του μετώπου Pareto ώστε να μελετηθεί ταυτόχρονα και η ταχύτητα σύγκλισης της μεθόδου. Η μέθοδος με τα δεδομένα που επιλέχθηκαν, όπως φαίνεται και στα παρακάτω σχήματα, προσεγγίζει το βέλτιστο κατά Pareto μέτωπο των λύσεων με την πάροδο των γενεών αλλά δε συγκεντρώνεται ομοιόμορφα στο επίπεδο των στόχων. Ο πληθυσμός των 75 ατόμων προσεγγίζει το μέτωπο περισσότερο από τους τρεις πληθυσμούς που εφαρμόστηκαν. Ακόμα περισσότερο εμφανίζεται μία ανομοιογένεια στο μέτωπο επίλεκτων λύσεων

που εντοπίζει, καθώς κάποιες εξ αυτών βρίσκονται πολύ κοντά στο μέτωπο Pareto, ενώ κάποιες άλλες απέχουν αισθητά από αυτό.



Σχήμα 5.18: Απεικόνιση στο επίπεδο των στόχων του βέλτιστο κατά Pareto μετώπου (συνεχής γραμμής) και του συνόλου των επίλεκτων που ελήφθησαν για 4000, 8000 και 10000 αξιολογήσεις (από πάνω προς τα κάτω) για τα τρία διαφορετικά μεγέθη

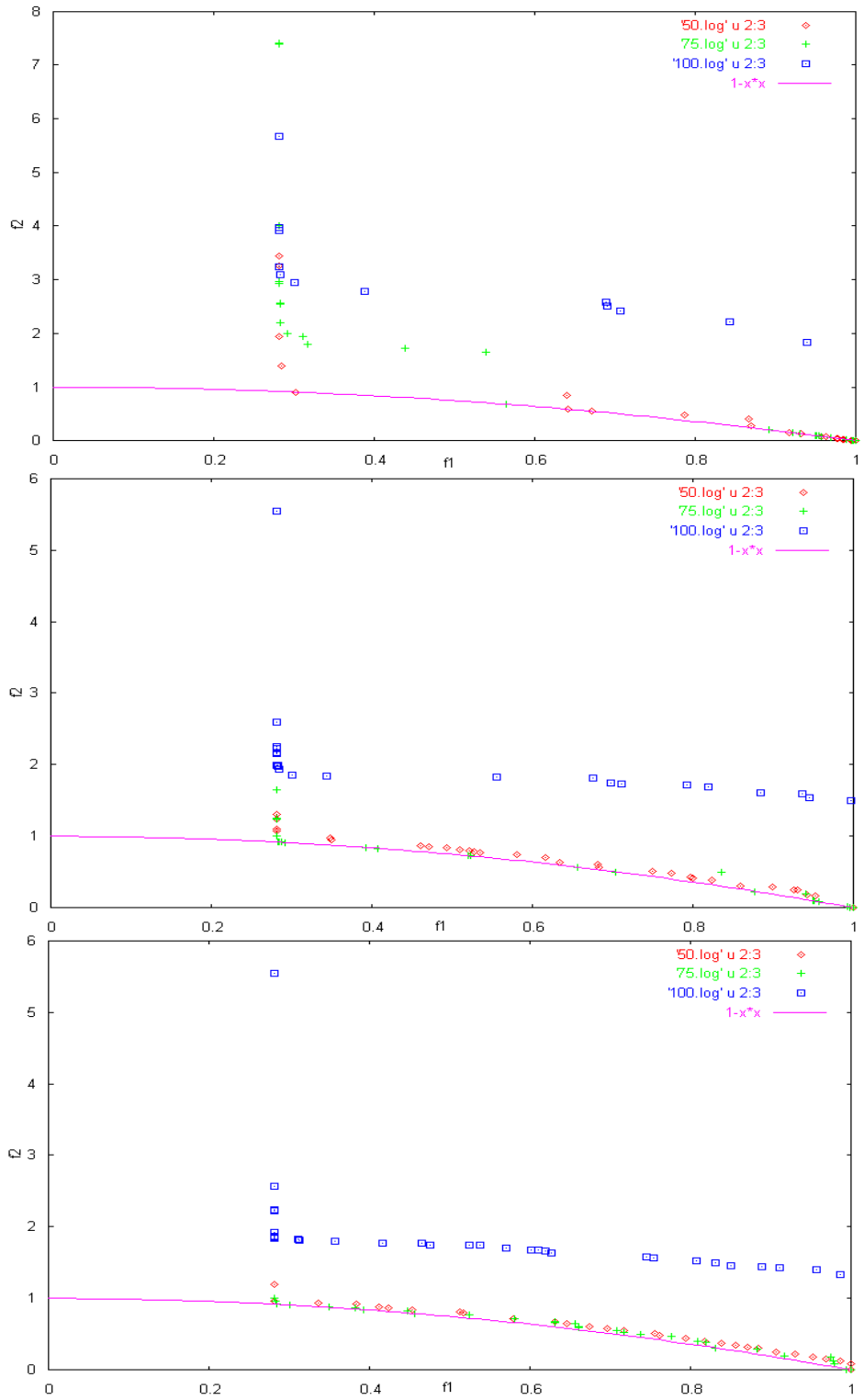
πληθυσμού που χρησιμοποιήθηκαν κατά την επίλυση της ZDT6 με το πρώτο σχήμα ΔΕ

2^{ο} Σχήμα ΔΕ

Τα χαρακτηριστικά της μεθόδου που επιλέχθηκαν είναι:

Συντελεστής F :	:	0.8 για τις πρώτες 1750 (περίπου) αξιολογήσεις και ελαττώνεται μέχρι τις 3000 (περίπου) αξιολογήσεις στη τιμή 0.15
Συντελεστής λ :	:	0.6 για τις πρώτες 1750 (περίπου) αξιολογήσεις και αυξάνεται μέχρι τις 3000 (περίπου) αξιολογήσεις στη τιμή 0.8
Πιθανότητα εφαρμογής τελεστή μετάλλαξης	:	1% για τις πρώτες 10 γενιές και μειώνεται μέχρι την 20^{η} γενιά στη τιμή 0.01%
Τιμή συντελεστή διασταύρωσης C_r	:	0,85
Πιθανότητα αντι-επιλεκτικότητας:	:	1%
Μέγιστο πλήθος επίλεκτων λύσεων	:	30
Πιθανότητα επιλογής απλού μέλους του πληθυσμού έναντι επίλεκτου	:	1%
Πιθανότητα επιλογής απογόνου όταν δεν εμφανίζεται κυριαρχία μεταξύ γονέα-απογόνου	:	50%

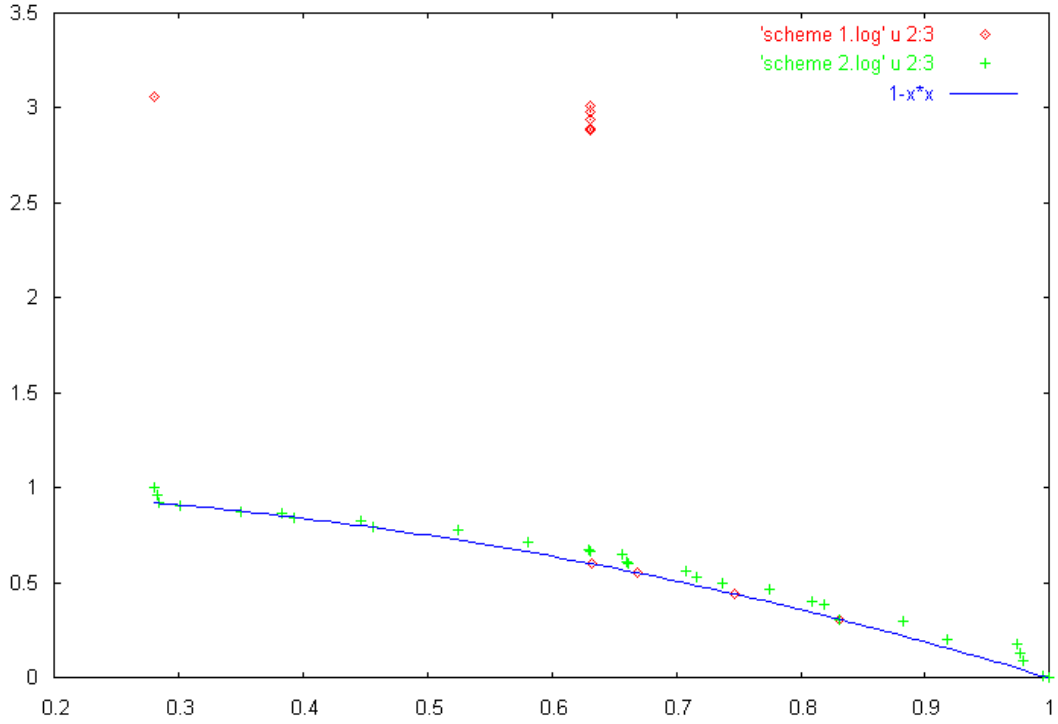
Στο σχήμα 5.19 δίδονται τα μέτωπα βέλτιστων λύσεων που εντοπίστηκαν στις 4000, 8000 και 10000 περίπου αξιολογήσεις ατόμων στο επίπεδο των στόχων και έχει σχεδιαστεί επίσης με συνεχή γραμμή η αναλυτική έκφραση του μετώπου Pareto ώστε να μελετηθεί παράλληλα και η ταχύτητα σύγκλισης της μεθόδου. Η μέθοδος ΔΕ επιτυγχάνει να εντοπίσει και να προσεγγίσει το μέτωπο Pareto εντός του ορίου των 10000 αξιολογήσεων που ετέθη και για τους τρεις πληθυσμούς που δοκιμάστηκαν. Οι πληθυσμοί των 50 και 75 ατόμων μάλιστα, επιτυγχάνουν εντός των 10000 αξιολογήσεων να προσεγγίσουν αρκετά ικανοποιητικά το βέλτιστο κατά Pareto μέτωπο λύσεων.



Σχήμα 5.19: Απεικόνιση στο επίπεδο των στόχων του βέλτιστο κατά Pareto μετώπου (συνεχής γραμμής) και του συνόλου των επίλεκτων που ελήφθησαν για 4000, 8000 και 10000 αξιολογήσεις (από πάνω προς τα κάτω) για τα τρία διαφορετικά μεγέθη πληθυσμού που χρησιμοποιήθηκαν κατά την επίλυση της ZDT4 με το δεύτερο σχήμα ΔΕ

Σύγκριση των δύο σχημάτων

Στο σχήμα 5.20 απεικονίζονται στο επίπεδο των στόχων οι δύο καλύτερες περιπτώσεις που ελήφθησαν από τη χρήση των δύο σχημάτων ΔΕ. Όπως παρατηρούμε, το σύνολο των επίλεκτων του δεύτερου σχήματος ΔΕ καταφέρνει να προσεγγίσει το βέλτιστο κατά Pareto μέτωπο αρκετά πιο ομοιόμορφα κατά μήκος του, από ότι επιτυγχάνει το δεύτερο σχήμα. Παρόλα αυτά, μερικά μέλη του συνόλου των επίλεκτων με χρήση του πρώτου σχήματος, προσεγγίζουν πολύ ικανοποιητικά το μέτωπο Pareto.



Σχήμα 5.20: Απεικόνιση στο επίπεδο των στόχων του βέλτιστο κατά Pareto μετώπου (συνεχής γραμμής) και του καλύτερου συνόλου επίλεκτων που ελήφθησαν για το πρώτο και το δεύτερο σχήμα ΔΕ κατά την επίλυση της ZDT6

5.2.6 Σύνοψη

Συνοψίζοντας, η μέθοδος ΔΕ επιτυγχάνει να προσεγγίσει το σύνολο βέλτιστων κατά Pareto λύσεων σε πολυκριτηριακό περιβάλλον και ειδικά με χρήση του δεύτερου σχήματος ΔΕ επιδεικνύει και σταθερή συμπεριφορά. Το πρώτο σχήμα ΔΕ στις εφαρμογές βελτιστοποίησης πολλών στόχων, δεν δείχνει εκ πρώτης όψεως να έχει κάποιο σαφές πλεονέκτημα έναντι του δεύτερου σχήματος. Κάτι που όμως δεν ισχύει

στη μονοκριτηριακή βελτιστοποίηση, όπου το πρώτο σχήμα επιδεικνύει καλύτερη συμπεριφορά [HYF03].

6. Εφαρμογή της ΔΕ στο Σχεδιασμό Πτερύγωσης Στροβιλομηχανής

6.1 Εισαγωγή

Η μορφή των εξισώσεων ροής Navier Stokes στις οποίες υπακούουν τα ρευστά, δημιουργεί δυσκολίες στο σχεδιασμό αεροδυναμικών σωμάτων που παρουσιάζουν βέλτιστη αεροδυναμική συμπεριφορά σε προβλήματα ενός ή και περισσοτέρων στόχων. Η αναλυτική έκφραση της παραγώγου του εκάστοτε προβλήματος βελτιστοποίησης δεν είναι δυνατή και σε συνδυασμό με το μεγάλο πλήθος τοπικών ακρότατων που παρουσιάζουν τα περισσότερα προβλήματα αεροδυναμικού σχεδιασμού, έχει ως αποτέλεσμα οι πληθυσμιακές στοχαστικές μέθοδοι βελτιστοποίησης (όπως για παράδειγμα οι ΕΑ που έχουν εφαρμοστεί με επιτυχία σε πλήθος τέτοιων προβλημάτων) να αποτελούν ένα από τα ισχυρότερα εργαλεία για τον εντοπισμό και την προσέγγιση των καθολικών ακρότατων. Επιπλέον η εφαρμογή υβριδικών μεθόδων βελτιστοποίησης, οι οποίες συνδυάζουν στοχαστικές μεθόδους βελτιστοποίησης με αιτιοκρατικές (που ως επί το πλείστον κάνουν χρήση των συζυγών εξισώσεων και συγκεκριμένα της μεθόδου Adjoint για την προσέγγιση της τιμής της παραγώγου) επιτρέπουν την ακόμα καλύτερη προσέγγιση αυτών των ακρότατων.

Οι αλγόριθμοι ΔΕ δεν αποτελούν εξαίρεση από τον κανόνα. Έχουν δείξει αισιόδοξα σημάδια ως προς τη συμπεριφορά τους σε προβλήματα σχεδιασμού, καθώς έχουν ήδη εφαρμοστεί με επιτυχία σε προβλήματα σχετικά με την αεροδυναμική [HYF03] και όπως φάνηκε και από την ανάλυση που προηγήθηκε στο κεφάλαιο 5 παρουσιάζουν θετική συμπεριφορά σε προβλήματα πολλών ακρότατων.

Το λογισμικό που προέκυψε κατά τη μελέτη των ΔΕ χρησιμοποιήθηκε για τις ανάγκες πραγματικών προβλημάτων αεροδυναμικού σχεδιασμού δισδιάστατης πτερύγωσης για στροβιλομηχανές. Στόχος των προβλημάτων αυτών ήταν ο σχεδιασμός πτερύγωσης που θα επιτυγχάνει τον ελάχιστο συντελεστή απωλειών ολικής πίεσης ω.

6.2 Παρουσίαση του Προβλήματος

Το πρόβλημα που επιλύθηκε ήταν πρόβλημα ενός στόχου και συγκεκριμένα ήταν ο σχεδιασμός της αεροτομής πτερύγωσης στροβιλομηχανής που επιτυγχάνει ελάχιστο συντελεστή απωλειών ολικής πίεσης ω. Προφανώς, η συνάρτηση κόστους του προβλήματος F ταυτίζεται με το συντελεστή ω. Υπενθυμίζεται ότι ο συντελεστής απωλειών ολικής πίεσης ω ορίζεται:

$$\boxed{F = \omega = \frac{p_{t2,is} - p_{t2}}{p_{t1} - p_1}}$$

όπου $p_{t2,is}$ είναι η ισεντροπική ολική πίεση στην έξοδο, p_{t2} η ολική πίεση στην έξοδο, p_{t1} η ολική πίεση στην είσοδο και p_1 η στατική πίεση στην είσοδο της πτερύγωσης.

Για τον υπολογισμό της τιμής του ω μιας αεροτομής, απαιτείται η επίλυση της ροής γύρω από αυτή, ώστε να υπολογιστούν οι πιέσεις στην έξοδο της πτερύγωσης. Για αυτό το λόγο, για την αξιολόγηση κάθε προτεινόμενης λύσης που προέκυπτε, απαιτούνταν ο σχηματισμός της αεροτομής της, η γένεση του πλέγματος και εν συνεχεία ο υπολογισμός της ροής γύρω από αυτήν.

Η παραμετροποίηση του προβλήματος έγινε όπως αναπτύσσεται στο Παράρτημα, κάνοντας χρήση καμπυλών Bezier για την περιγραφή της αεροτομής. Για κάθε αεροτομή δημιουργούνται 2 διαφορετικές καμπύλες Bezier, μια για την πλευρά υπερπίεσης και μια για την πλευρά υποπίεσης, με προαποφασισμένο αριθμό σημείων ελέγχου. Προφανώς είναι μόνιμη απαίτηση το πρώτο και τελευταίο σημείο ελέγχου της πλευράς υπερπίεσης να ταυτίζεται με το πρώτο και το τελευταίο σημείο ελέγχου της πλευράς υποπίεσης αντίστοιχα. Προϋπάρχον πλεγματοποιητής που προγραμματίσθηκε εντός του Ε.Θ.Σ. χρησιμοποιήθηκε για τη γένεση του πλέγματος μέσα στην πτερύγωση, ενώ ως επιλυτής της ροής χρησιμοποιήθηκε η ολοκληρωματική μέθοδος υπολογισμού των συνεκτικών στρωμάτων που αναπτύσσονται γύρω από τις αεροτομές της πτερύγωσης (λογισμικού που αναπτύχθηκε από τον καθηγητή Mark Drela στο MIT [Drela87]). Να σημειωθεί ότι οι διαστάσεις όλων των αεροτομών είχαν αδιαστατοποιηθεί με το μήκος χορδής τους.

Για τα προβλήματα βελτιστοποίησης στα οποία εφαρμόστηκε η μέθοδος ΔΕ, η γωνία κλίσης της πτερύγωσης ήταν σταθερή στις 30°. Το κάθε μέλος του πληθυσμού (συνεπώς κάθε υποψήφια λύση), χαρακτηριζόταν από 54 διαφορετικές παραμέτρους σχεδιασμού εκ των οποίων οι 39 ήταν ελεύθερες μεταβλητές, που λάμβαναν τιμές εντός συγκεκριμένων ορίων και οι υπόλοιποι 15 παράμετροι λάμβαναν συγκεκριμένη σταθερή τιμή για όλες τις υποψήφιες λύσεις.

Οι σταθεροί παράμετροι σχεδιασμού στις εφαρμογές μας ήταν οι εξής:

- Οι συντεταγμένες X,Y του σημείου προσβολής που ταυτίζονταν με τις συντεταγμένες του πρώτου σημείου ελέγχου των καμπυλών Bezier για τις πλευρές υπερπίεσης και υποπίεσης. Στη συγκεκριμένη περίπτωση το σημείο προσβολής ήταν η αρχή των αξόνων (0,0).
- Οι συντεταγμένες X,Y του σημείου εκφυγής που ταυτίζονταν με τις συντεταγμένες του τελευταίου σημείου ελέγχου των καμπυλών Bezier για τις πλευρές υπερπίεσης και υποπίεσης. Λόγω της αδιαστατοποίησης που επιβλήθη, οι συντεταγμένες του σημείου αυτού ήταν οι (X,Y)= (1,0).
- Το πλήθος των επιπλέον σημείων ελέγχου για κάθε καμπύλη που οριζόταν βάση των συντεταγμένων του X,Y. Και για τις 2 καμπύλες τέθηκε ίσο με 9.
- Η γωνία και η απόσταση από την ακμή εκφυγής του προτελευταίου σημείου ελέγχου της πλευράς υποπίεσης. Στην περίπτωση μας τέθηκαν ίσες με το μηδέν, έτσι ώστε να μη γίνει χρήση αυτού του επιπλέον σημείου ελέγχου.
- Η επί τοις εκατό (%) επιπλέον απόσταση που θα απέχει από την ακμή εκφυγής το προ-προτελευταίο σημείο ελέγχου της πλευράς υποπίεσης (σε γωνία ίδια ίση με αυτή του τελευταίου). Επίσης τέθηκε ίση με το μηδέν, ώστε να μη γίνει χρήση ούτε αυτού του σημείου ελέγχου
- Η επί τοις εκατό (%) απόσταση, σε σχέση με την απόσταση του προτελευταίου σημείου ελέγχου της πλευράς υποπίεσης, στην οποία θα βρίσκεται το δεύτερο σημείο της πλευράς υπερπίεσης. Τέθηκε ίση με μηδέν, ώστε να απενεργοποιηθεί και αυτό το σημείο ελέγχου.
- Το πλήθος των διακριτών σημείων που θα λαμβάνονταν για το σχεδιασμό των καμπυλών Bezier για τις πλευρές υπερπίεσης και υποπίεσης αντίστοιχα. Και στις δύο περιπτώσεις το μέγεθος αυτό τέθηκε ίσο με 161 σημεία.

- Ο αριθμός Robertson για την πλευρά υπερπίεσης και ο αντίστοιχος για την πλευρά υποπίεσης, που υποδείκνυε το λόγο μείωσης της πυκνότητας των σημείων των καμπυλών των δύο πλευρών της αεροτομής, ώστε να υπάρχουν πιο πυκνό πλέγμα κοντά στην ακμή πρόσπτωσης από ότι στην ακμή εκφυγής. Και στις δύο περιπτώσεις τέθηκε ίσος με 0,7.

Οι ελεύθερες μεταβλητές σχεδιασμού, σύμφωνα και με τη θεωρία που αναπτύσσεται στο παράρτημα, ήταν οι εξής:

- Οι καρτεσιανές συντεταγμένες X,Y των 9 ενδιάμεσων σημείων ελέγχου της πλευράς υπερπίεσης και των 9 ενδιάμεσων σημείων ελέγχου της πλευράς υποπίεσης.
- Η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της ευθείας που διέρχεται από το δεύτερο σημείο ελέγχου της πλευράς υποπίεσης και την ακμή πρόσπτωσης, με την ευθεία που διέρχεται από το ακμή πρόσπτωσης και είναι κάθετη στη χορδή της αεροτομής (γωνία $\varphi_{1\text{-}ss}$ σύμφωνα με το παράρτημα)
- Η απόσταση-ακτίνα που θα απέχει αυτό το δεύτερο σημείο ελέγχου από την ακμή πρόσπτωσης (μήκος $R_{1\text{-}ss}$)
- Η επί τοις εκατό (%) απόσταση του πρώτου σημείου ελέγχου της πλευράς υπερπίεσης από την ακμή πρόσπτωσης, σε σχέση με την απόσταση R_1

Το πρόβλημα βελτιστοποίησης στο οποίο εφαρμόστηκε το προκύπτον λογισμικό, ήταν πρόβλημα με περιορισμούς. Πάγια απαίτηση ήταν η στροφή της ροής που επιτύγχανε η τελική αεροτομή να μην είναι μικρότερη των 20 μοιρών (αυστηρό όριο) και να δίνεται επιπλέον ποινή στην τιμή κόστους για αεροτομές με στροφή ροής μικρότερης των 25 μοιρών (ασθενές όριο). Επιπλέον περιορισμοί δόθηκαν για το ελάχιστο πάχος της προκύπτουσας αεροτομής σε συγκεκριμένα σημεία της.

6.3 Αποτελέσματα Εφαρμογής μεθόδου ΔΕ

6.3.1 Πρώτη Εφαρμογή

Τα όρια μέσα στα οποία θα λάμβαναν τιμές οι μεταβλητές σχεδίασης της πρώτης εφαρμογής μας, δίνονται στο πίνακα 6.1

Ελεύθερη μεταβλητή	Κάτω όριο τιμών	Άνω όριο τιμών
Ακτίνα R_1	0.013	0.04
Γωνία $\varphi_{1\text{-}ss}$ (^{o})	17,0	30,0
$\%R_{1\text{-}ss}$ για την απόσταση του πρώτου σημείου ελέγχου της πλευρά υπερπίεσης	0,4	1,0
Συντεταγμένες 9 σημείων ελέγχου για πλευρά υπερπίεσης		
Συντεταγμένη Χ 1^{ου} σημείο ελέγχου	0,05	0,16
Συντεταγμένη Υ 1^{ου} σημείο ελέγχου	-0,018	0,0
Συντεταγμένη Χ 2^{ου} σημείο ελέγχου	0,16	0,21
Συντεταγμένη Υ 2^{ου} σημείο ελέγχου	-0,018	0,003
Συντεταγμένη Χ 3^{ου} σημείο ελέγχου	0,15	0,35
Συντεταγμένη Υ 3^{ου} σημείο ελέγχου	0	0,02
Συντεταγμένη Χ 4^{ου} σημείο ελέγχου	0,35	0,45
Συντεταγμένη Υ 4^{ου} σημείο ελέγχου	0,01	0,13
Συντεταγμένη Χ 5^{ου} σημείο ελέγχου	0,45	0,5
Συντεταγμένη Υ 5^{ου} σημείο ελέγχου	-0,1	0,052
Συντεταγμένη Χ 6^{ου} σημείο ελέγχου	0,5	0,6
Συντεταγμένη Υ 6^{ου} σημείο ελέγχου	0,01	0,091
Συντεταγμένη Χ 7^{ου} σημείο ελέγχου	0,6	0,7
Συντεταγμένη Υ 7^{ου} σημείο ελέγχου	0,002	0,07
Συντεταγμένη Χ 8^{ου} σημείο ελέγχου	0,7	0,800
Συντεταγμένη Υ 8^{ου} σημείο ελέγχου	0,010	0,05
Συντεταγμένη Χ 9^{ου} σημείο ελέγχου	0,7	0,9
Συντεταγμένη Υ 9^{ου} σημείο ελέγχου	0,0	0,04
Συντεταγμένες 9 σημείων ελέγχου για πλευρά υποπίεσης		
Συντεταγμένη Χ 1^{ου} σημείο ελέγχου	0,03	0,1
Συντεταγμένη Υ 1^{ου} σημείο ελέγχου	0,05	0,13
Συντεταγμένη Χ 2^{ου} σημείο ελέγχου	0,1	0,3
Συντεταγμένη Υ 2^{ου} σημείο ελέγχου	0,055	0,18

Συντεταγμένη Χ 3ου σημείο ελέγχου	0,3	0,4
Συντεταγμένη Υ 3ου σημείο ελέγχου	0,095	0,22
Συντεταγμένη Χ 4ου σημείο ελέγχου	0,4	0,5
Συντεταγμένη Υ 4ου σημείο ελέγχου	0,105	0,2
Συντεταγμένη Χ 5ου σημείο ελέγχου	0,5	0,58
Συντεταγμένη Υ 5ου σημείο ελέγχου	0,100	0,2
Συντεταγμένη Χ 6ου σημείο ελέγχου	0,58	0,7
Συντεταγμένη Υ 6ου σημείο ελέγχου	0,06	0,15
Συντεταγμένη Χ 7ου σημείο ελέγχου	0,7	0,78
Συντεταγμένη Υ 7ου σημείο ελέγχου	0,06	0,15
Συντεταγμένη Χ 8ου σημείο ελέγχου	0,78	0,88
Συντεταγμένη Υ 8ου σημείο ελέγχου	0,015	0,095
Συντεταγμένη Χ 9ου σημείο ελέγχου	0,88	0,95
Συντεταγμένη Υ 9ου σημείο ελέγχου	0,0	0,07

Πίνακας 6.1: Σύνολο ελεύθερων μεταβλητών του πρώτου προβλήματος εφαρμογής της ΔΕ και τα αντίστοιχα όρια τους

Το πρόβλημα είχε 3 περιορισμούς που δίνονται στον πίνακα 6.2 που ακολουθεί:

Είδος περιορισμού	Ασθενές όριο	Ισχυρό όριο	Εκθέτης μεταβολής ποινής
Ελάχιστη στροφή της ροής	25°	20°	3
Ελάχιστο πάχος στο 30% του μήκους της χορδής	0,075	0,03	3
Ελάχιστο πάχος στο 70% του μήκους της χορδής	0,04	0,02	3

Πίνακας 6.2: Σύνολο περιορισμών του πρώτου προβλήματος εφαρμογής της ΔΕ και τα αντίστοιχα όρια τους

Για την εκτέλεση του αλγορίθμου, επιλέχθηκε χρήση του πρώτου σχήματος ΔΕ όπου το διάνυσμα δότης θα δίνεται από τον τύπο

$$\vec{X}_{donor} = \vec{X}_{donor3} = \sum_{j=1}^{3} \left(\frac{\lambda_j}{\sum_{k=1}^{3} \lambda_k} \right) \vec{X}_{r_j,G}$$

όπου τα λ_j παίρνουν οποιαδήποτε τυχαία τιμή στο διάστημα [0,1]. Επιπλέον αποφασίστηκε όταν ελεύθερες μεταβλητές των απογόνων βρίσκονται εκτός των επιτρεπτών ορίων να λαμβάνουν τη τιμή του πιο κοντινού τους ορίου.

Τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά της μεθόδου που επιλέχθηκαν ήταν τα εξής:

Μέγεθος πληθυσμού ΔΕ: 25 άτομα
Συντελεστής βαρύτητας F: 0.3 για τις 15 πρώτες γενιές
Συντελεστής βαρύτητας F: 0.2 από τη γενιά 30 και μετά
Τιμή συντελεστή διασταύρωσης C_r: 0.850
Πιθανότητα μετάλλαξης: 0.050 για τις πρώτες 15 γενιές
Πιθανότητα μετάλλαξης: 0.005 από τη γενιά 45 και μετά
Πιθανότητα εφαρμογής αντι-επιλεκτικότητας: 0.001

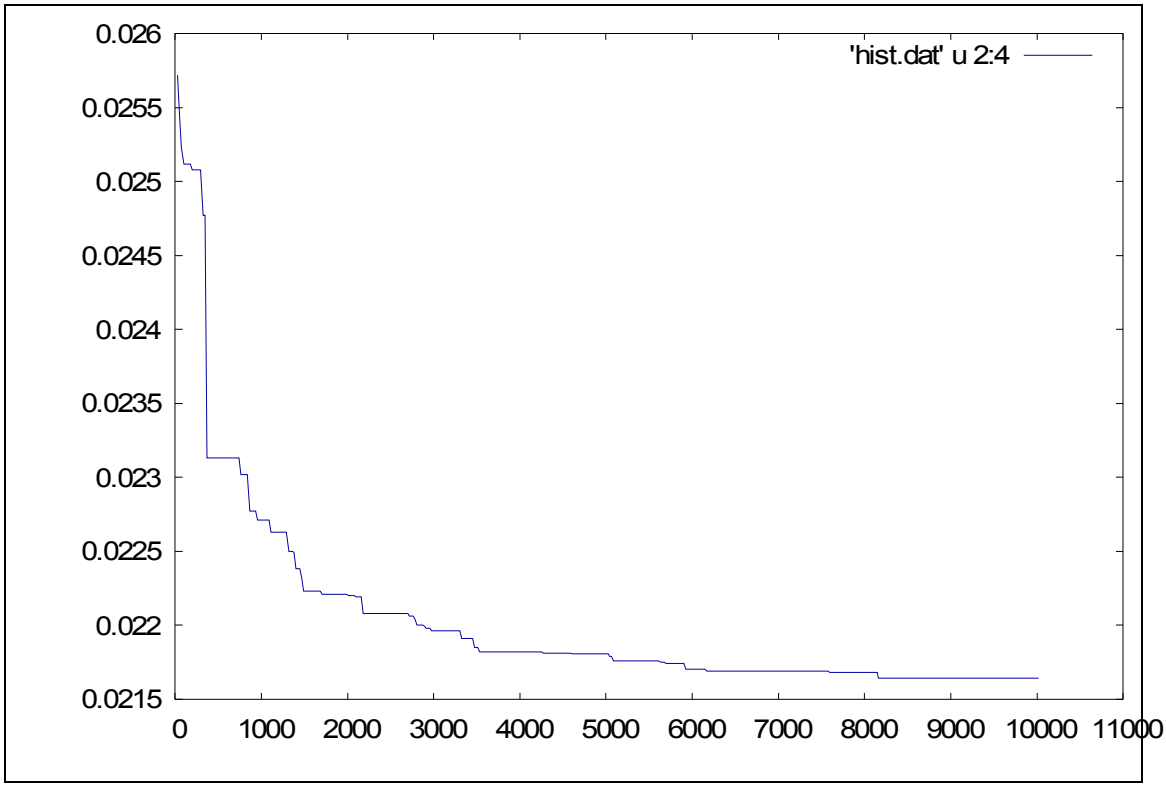
Ο κώδικας τερματίστηκε με το πέρας 10000 αξιολογήσεων. Ενός μεγέθους που δεν εμφανίζεται συχνά στις βιομηχανικές εφαρμογές, λόγω του υψηλού υπολογιστικού του κόστους. Για τη συγκεκριμένη εφαρμογή επιλέχθηκε, ώστε να μελετηθεί η συμπεριφορά του αλγορίθμου ΔΕ σε μεγάλο πλήθος αξιολογήσεων και γενεών.

Ο συντελεστής απωλειών ολικής πίεσης που επιτεύχθει με το τέλος των 10000 αξιολογήσεων ήταν:

$$\boxed{\omega=0{,}02168=2{,}168\%}$$

με στροφή ροής $32{,}45^{o}$.

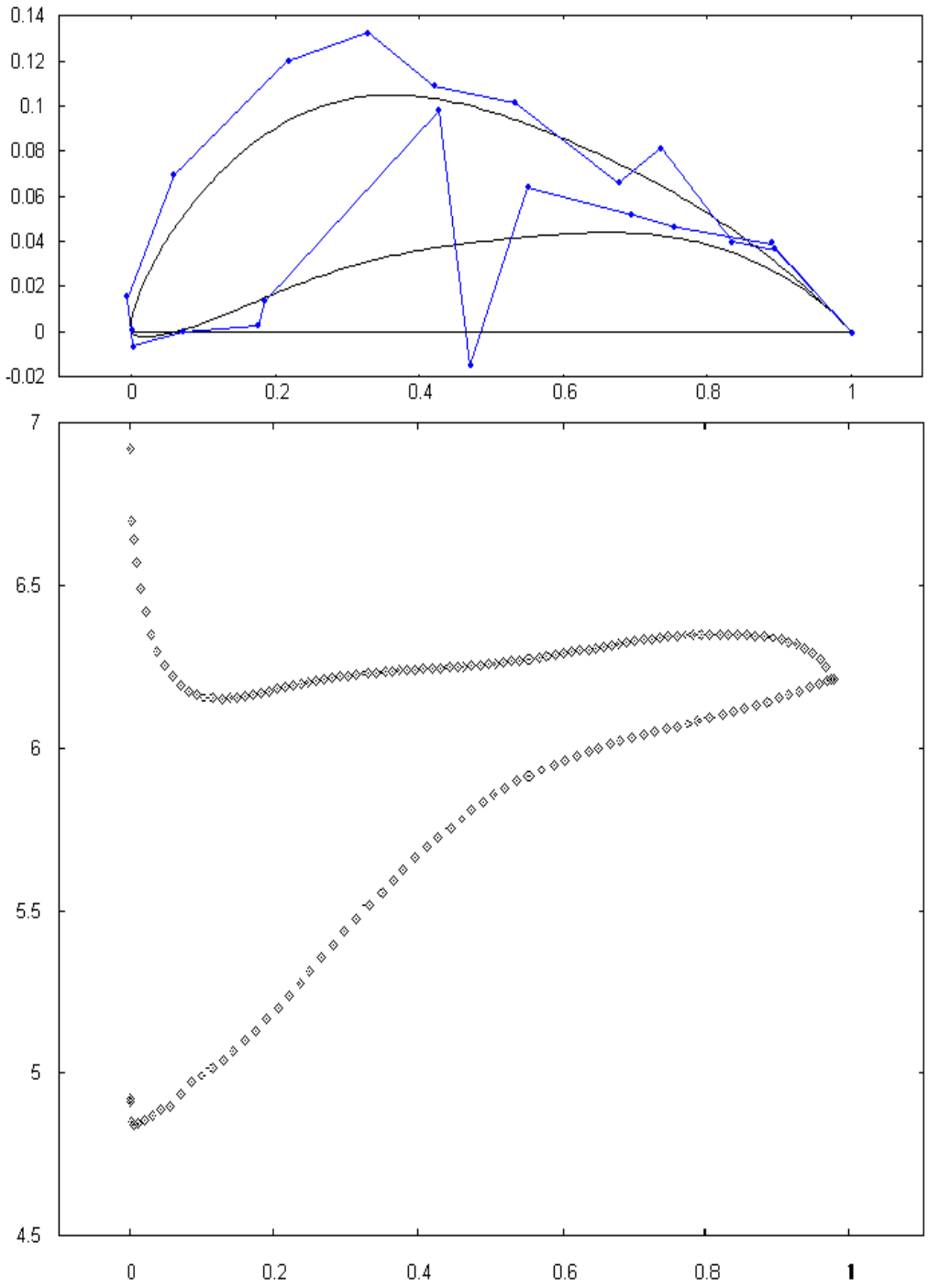
Στο σχήμα 6.1 που ακολουθεί, έχει χαραχθεί η τιμή του βέλτιστου συντελεστή απωλειών ολικής πίεσης που έχει εντοπίσει η ΔΕ σε συνάρτηση με το πλήθος των αξιολογήσεων που πραγματοποιήθηκαν από την ΔΕ για την εύρεση του.



Σχήμα 6.1: Γραφική παράσταση του βέλτιστου συντελεστή απωλειών ολικής πίεσης σε συνάρτηση με τον αριθμό των αξιολογήσεων

Όπως παρατηρείται από το Σχήμα 6.1, η μέθοδος ΔΕ ήδη από τις 3000 αξιολογήσεις έχει μειώσει το συντελεστή ολικών απωλειών κατά το 90% περίπου της συνολικής μείωσης που επιτυγχάνει με το πέρας των 10000 αξιολογήσεων.

Η αεροτομή στην οποία κατέληξε το λογισμικό, με τα σημεία ελέγχου της και την κατανομή πίεσης της δίνεται στο σχήμα 6.2 που ακολουθεί.



Σχήμα 6.2: Στο πάνω διάγραμμα, παρουσιάζεται η αδιάστατη γεωμετρία βέλτιστου ω, με τα αντίστοιχα σημεία ελέγχου της, στην οποία κατέληξε η ΔΕ για την πρώτη εφαρμογή. Στο κάτω διάγραμμα έχει σχεδιαστεί η αδιάστατη κατανομή πίεσης που αντιστοιχεί στη συγκεκριμένη αεροτομή

Παρατηρώντας την κατανομή πίεσης της αεροτομής, βγαίνει το συμπέρασμα ότι στην αεροτομή αυτή δεν εμφανίζεται αποκόλληση, καθώς η πίεση στην πλευρά υποπίεσης παρουσιάζει συνεχή άνοδο και δεν τείνει να γίνει παράλληλη σε κάποιο σημείο.

Είναι προφανές ότι η μέθοδος ΔΕ κατάφερε να βελτιώσει τον αρχικό τυχαίο πληθυσμό που δημιούργησε και να εντοπίσει μέσα στο χώρο των πιθανών λύσεων, μία αποδεκτή λύση αεροδυναμικά αεροτομή που με "βέλτιστο" συντελεστή απωλειών ολικής πίεσης.

6.3.2 Δεύτερη Εφαρμογή

Από την παρατήρηση του σχήματος 6.2 βγαίνει το συμπέρασμα ότι η απουσία περιορισμού για το πάχος του πτερυγίου κοντά στην ακμή εκφυγής, οδήγησε σε πολύ λεπτό πτερύγιο, κάτι που δεν είναι επιθυμητό για τα πτερύγια βιομηχανικής χρήσης. Για την αντιμετώπιση αυτού του ανεπιθύμητου χαρακτηριστικού, στην επόμενη εφαρμογή της μεθόδου ΔΕ, προστέθηκε ένας επιπλέον περιορισμός. Ο περιορισμός αυτός ήταν στο 90% του μήκους της χορδής, το πάχος να μην ήταν μικρότερο από 0,011 (ασθενές όριο) και 0,08 (ισχυρό όριο), με τον εκθέτη μεταβολής της ποινής να είναι ίσος με 3. Οι υπόλοιποι περιορισμοί έμειναν ως είχαν.

Επίσης, άλλαξαν τα άνω όρια στις εξής ελεύθερες μεταβλητές (όλες αφορούν τη πλευρά υποπίεσης):

Ελεύθερη μεταβλητή (Νέες συντεταγμένες σημείων ελέγχου για πλευρά υποπίεσης)	Παλιό άνω όριο	Νέο άνω όριο
Συντεταγμένη Y $6^{ου}$ σημείο ελέγχου	0,15	0,11
Συντεταγμένη Y $7^{ου}$ σημείο ελέγχου	0,015	0,11
Συντεταγμένη Y $8^{ου}$ σημείο ελέγχου	0,095	0,085

Τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά της μεθόδου που επιλέχθηκαν αυτή τη φορά ήταν τα εξής:

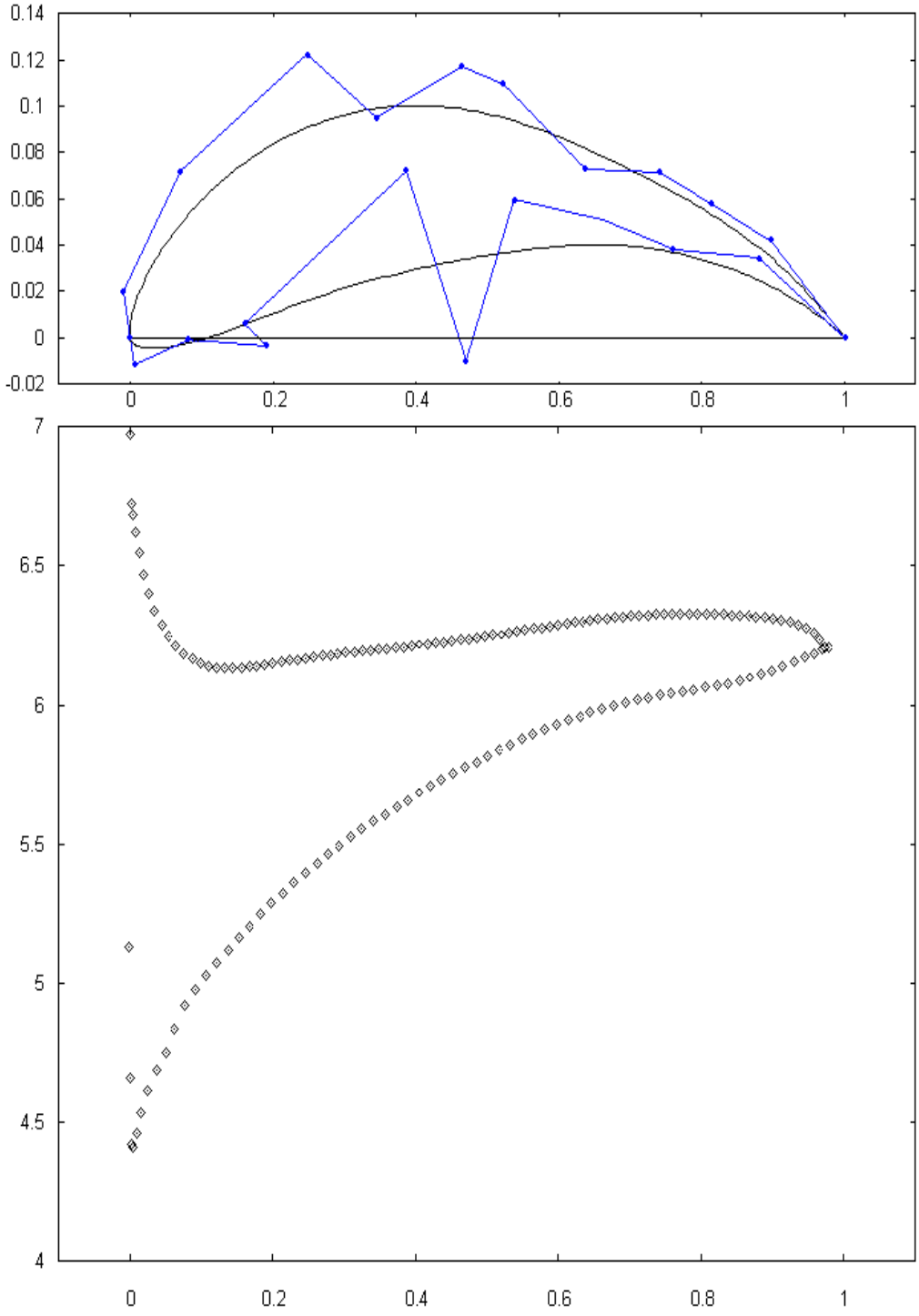
Μέγεθος πληθυσμού ΔΕ: 50 άτομα
Συντελεστής βαρύτητας F: 0.6 για τις 15 πρώτες γενιές
Συντελεστής βαρύτητας F: 0.2 από τη γενιά 20 και μετά
Τιμή συντελεστή διασταύρωσης C_r: 0.850
Πιθανότητα μετάλλαξης: 0.050 για τις πρώτες 15 γενιές

Πιθανότητα μετάλλαξης: 0.003 από τη γενιά 45 και μετά
Πιθανότητα εφαρμογής αντι-επιλεκτικότητας: 0.001

Αυτή τη φορά, ο μέγιστος αριθμός αξιολογήσεων τέθηκε ίσος με 3,000 που είναι αρκετά πιο κοντά σε αποδεκτά νούμερα βιομηχανικού ελέγχου (συνεχίζει βέβαια να είναι ένα μη ρεαλιστικό μέγεθος για βιομηχανικές εφαρμογές), αλλά μας επιτρέπει παράλληλα τη μελέτη της μεθόδου στις πολλές γενιές.

Ο συντελεστής απωλειών ω που επιτεύχθει με στο τέλος του αλγορίθμου, ήταν: ω=0,02205=2,205% με στροφή της ροής ίση με $31,93^{o}$.

Στο σχήμα 6.3 έχει σχεδιασθεί η αδιάστατη γεωμετρία της αεροτομής βέλτιστου ω στην οποία κατέληξε ο αλγόριθμος ΔΕ στη δεύτερη εφαρμογή. Και αυτή τη φορά η αεροτομή στην οποία κατέληξε έχει αποδεκτή γεωμετρία και αδιάστατη κατανομή πίεσης που δε δημιουργεί προβλήματα αποκόλλησης.



Σχήμα 6.3: Στο πάνω διάγραμμα, παρουσιάζεται η αδιάστατη γεωμετρία βέλτιστου ω, με τα αντίστοιχα σημεία ελέγχου της, στην οποία κατέληξε η ΔΕ για την δεύτερη εφαρμογή. Στο κάτω διάγραμμα έχει σχεδιαστεί η αδιάστατη κατανομή πίεσης που αντιστοιχεί στη συγκεκριμένη αεροτομή

6.3.3 Τρίτη Εφαρμογή

Στη τρίτη εφαρμογή διατηρήθηκαν όλα τα χαρακτηριστικά ως είχαν στη δεύτερη και τα μόνα που άλλαξαν ήταν τα εξής δύο χαρακτηριστικά:

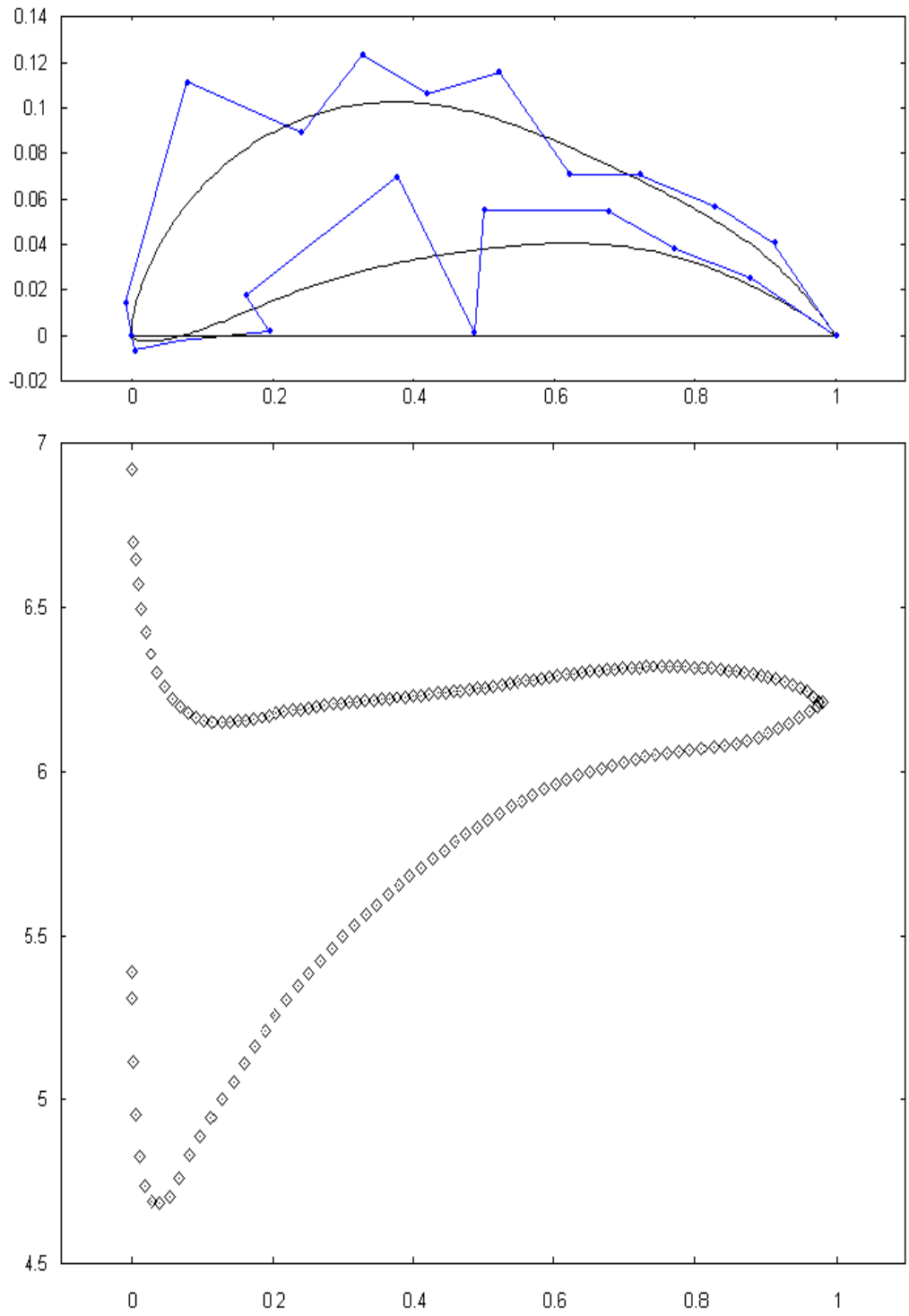
i. Το ασθενές όριο για το πάχος στο 90% του μήκους χορδής αυξήθηκε στο 0,015
ii. Το μέγεθος του πληθυσμού ελαττώθηκε στις 40 υποψήφιες λύσεις

Με το πέρας των 3000 αξιολογήσεων, η αεροτομή που εντόπισε ο αλγόριθμος είχε συντελεστή απωλειών πίεσης: ω=0,02212=2,212% και στροφή ροής 32,01^{o}.

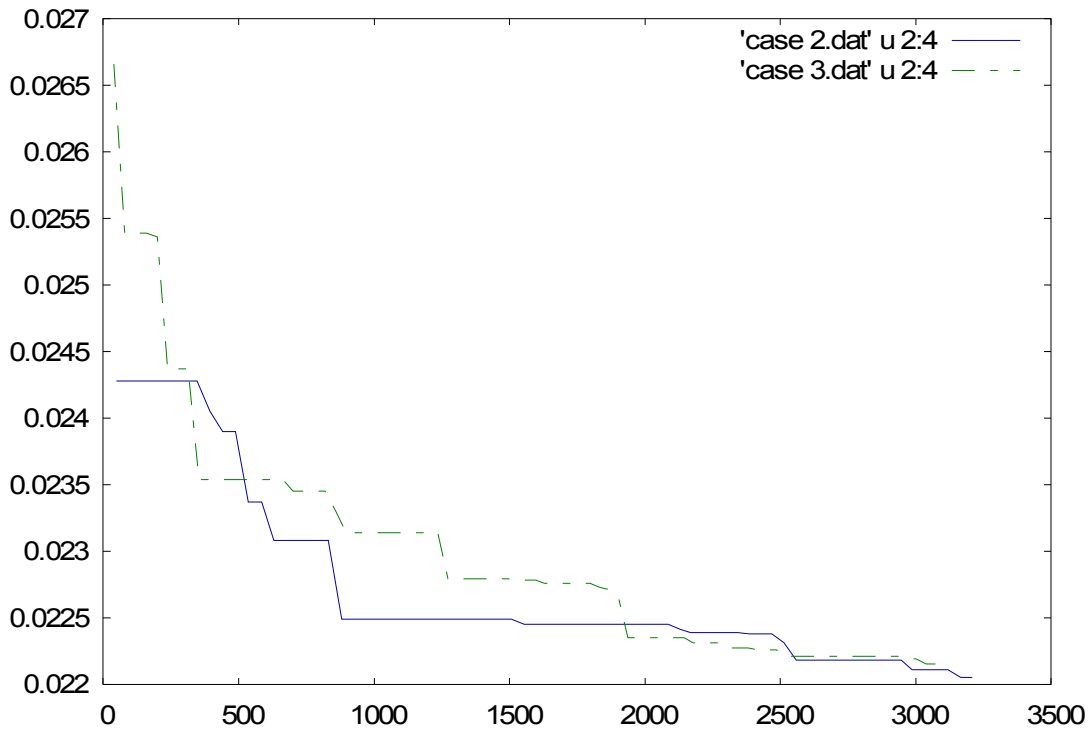
Στο σχήμα 6.4 που ακολουθεί δίδεται η γεωμετρία της και η κατανομή πίεσης. Για άλλη μία φορά η μέθοδος ΔΕ κατέληξε σε μία αποδεκτή γεωμετρία αεροτομής με κατανομή πίεσης που επιβεβαιώνει την απουσία αποκόλλησης της ροής για την αεροτομή μας.

Στο σχήμα 6.5 έχει χαραχθεί η τιμή του βέλτιστου ω που έχει εντοπίσει η μέθοδος ΔΕ σε συνάρτηση με το πλήθος των αξιολογήσεων που έχουν πραγματοποιηθεί για τον εντοπισμό του, κατά τη δεύτερη και τρίτη εφαρμογή.

Παρατηρούμε ότι στις 1000 αξιολογήσεις, που είναι ένα τυπικό μέγεθος που χρησιμοποιείται σε πραγματικές εφαρμογές στη βιομηχανία, η μέθοδος έχει ήδη πετύχει το 85% της μείωσης του λογαρίθμου που επιτυγχάνει συνολικά στις 3000 αξιολογήσεις.



Σχήμα 6.4: Στο πάνω διάγραμμα, παρουσιάζεται η αδιάστατη γεωμετρία βέλτιστου ω, με τα αντίστοιχα σημεία ελέγχου της, στην οποία κατέληξε η ΔΕ για την τρίτη εφαρμογή. Στο κάτω διάγραμμα έχει σχεδιαστεί η αδιάστατη κατανομή πίεσης που αντιστοιχεί στη συγκεκριμένη αεροτομή



Σχήμα 6.5: Τιμή βέλτιστου ω που έχει εντοπιστεί στη δεύτερη (μπλε γραμμή) και στη τρίτη (πράσινη διακεκομμένη γραμμή) εφαρμογή της ΔΕ, σε συνάρτηση με το πλήθος των αξιολογήσεων

6.3.4 Σύνοψη και Συγκέντρωση αποτελεσμάτων

Η μέθοδος ΔΕ κατάφερε να εντοπίσει στο σύνολο των λύσεων, αποδεκτές γεωμετρίες αεροτομών που παρουσιάζουν χαμηλό συντελεστή απωλειών ολικής πίεσης και ικανοποιούν τους περιορισμούς που τέθησαν για τη στροφή της ροής και το ελάχιστο πάχος της αεροτομής σε συγκεκριμένα σημεία της. Επιπλέον επέδειξε σταθερότητα στη συμπεριφορά της, καθότι και στις τρεις εφαρμογές της, κατάφερε να δώσει ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Στον πίνακα 6.3 που ακολουθεί, δίνονται οι καρτεσιανές συντεταγμένες των σημείων ελέγχου για τις τρεις βέλτιστες αεροτομές στις οποίες κατέληξε η ΔΕ.

	1η Εφαρμογή		2η Εφαρμογή		3η Εφαρμογή	
Υπερπίεσης	X	Y	X	Y	X	Y
1ο σ.ε.	0	0	0	0	0	0
2ο σ.ε.	0,0027	-0,0067	0,0053	-0,0117	0,00383	-0,0068
3ο σ.ε.	0,07288	-0,0006	0,08182	-0,001	0,06622	-0,0023
4ο σ.ε.	0,17687	0,00208	0,19208	-0,0035	0,19608	0,00165
5ο σ.ε.	0,1855	0,0135	0,15988	0,0055	0,16198	0,01745
6ο σ.ε.	0,42851	0,0983	0,38756	0,0724	0,37682	0,06981
7ο σ.ε.	0,47137	-0,0154	0,46975	-0,0102	0,4881	0,00077
8ο σ.ε.	0,54997	0,06395	0,53692	0,05988	0,5011	0,05502
9ο σ.ε.	0,69715	0,05126	0,66205	0,05111	0,67593	0,05469
10ο σ.ε.	0,75829	0,0458	0,76197	0,0378	0,77458	0,03808
11ο σ.ε.	0,891	0,03858	0,88073	0,03443	0,88242	0,02524
12ο σ.ε.	1	0	1	0	1	0
Υποπίεσης	X	Y	X	Y	X	Y
1ο σ.ε.	0	0	0	0	0	0
2ο σ.ε.	-0,0057	0,0141	-0,0091	0,02021	-0,0084	0,01484
3ο σ.ε.	0,06024	0,06954	0,07008	0,07221	0,07765	0,11163
4ο σ.ε.	0,21608	0,11975	0,24667	0,12259	0,24264	0,0887
5ο σ.ε.	0,32867	0,13302	0,34409	0,095	0,32667	0,12335
6ο σ.ε.	0,42132	0,10884	0,46524	0,11687	0,42005	0,10622
7ο σ.ε.	0,53437	0,10149	0,52297	0,10936	0,52321	0,11559
8ο σ.ε.	0,67665	0,06617	0,63808	0,07261	0,62294	0,07061
9ο σ.ε.	0,73722	0,08128	0,74191	0,07102	0,72042	0,07043
10ο σ.ε.	0,83553	0,04011	0,84317	0,0521	0,83711	0,05597
11ο σ.ε.	0,89587	0,03602	0,89762	0,04097	0,91171	0,04034
12ο σ.ε.	1	0	1	0	1	0

Πίνακας 6.3: Καρτεσιανές συντεταγμένες των σημείων ελέγχου της γεωμετρίας των αεροτομών που προέκυψαν από τις τρεις εφαρμογές της ΔΕ. Πρώτα δίνονται τα σημεία ελέγχου της πλευράς υπερπίεσης και εν συνεχεία της πλευράς υποπίεσης

7. Ανακεφαλαίωση - Συμπεράσματα

Στην παρούσα διπλωματική εργασία παρουσιάστηκε η μέθοδος της Διαφορικής Εξέλιξης, μία πληθυσμιακή στοχαστική μέθοδος που στις έως τώρα εφαρμογές της, είχε παρουσιάσει ενθαρρυντικά αποτελέσματα. Αφού πραγματοποιήθηκε εις βάθος μελέτη και ανάλυση των διαφόρων συνιστωσών της μεθόδου για μονοκριτηριακή βελτιστοποίηση, προγραμματίστηκε σε γλώσσα Fortran77, εισήχθησαν στο προκύπτον λογισμικό οι βελτιώσεις που εντοπίστηκαν στη βιβλιογραφία καθώς και στοιχεία των ΕΑ που θεωρήθηκε ότι θα βελτίωναν τη συμπεριφορά της μεθόδου. Επιπλέον, η μέθοδος επεκτάθηκε για χρήση σε πολυκριτηριακά προβλήματα και πολυεπεξεργαστικό περιβάλλον. Η συμβατότητα της μεθόδου στη χρήση παράλληλων επεξεργαστικών συστημάτων, επιτευχθεί με χρήση των πρωτοκόλλων του PVM.

Το λογισμικό που δημιουργήθηκε για τις ανάγκες της παρούσας διπλωματικής εργασίας, εφαρμόστηκε σε μαθηματικά προβλήματα ελαχιστοποίησης ενός και περισσότερων στόχων. Τόσο στα μαθηματικά προβλήματα μονοκριτηριακής όσο και πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης, η μέθοδος ΔΕ έδειξε ικανή να εντοπίζει τα τοπικά ακρότατα και να βελτιώνει τις τιμές των συναρτήσεων κόστους του εκάστοτε πληθυσμού. Παράλληλα πραγματοποιήθηκε σύντομη μελέτη της μεταβολής της συμπεριφοράς της μεθόδου συναρτήσει του μεγέθους του πληθυσμού των γενεών, καθώς και μία συνοπτική παρουσίαση και σύγκριση της συμπεριφοράς δύο διαφορετικών μεθόδων παραγωγής απογόνων στην πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση, που εντοπίστηκαν στη βιβλιογραφία. Να σημειωθεί ότι προτάθηκε και εφαρμόστηκε με επιτυχία μια νέα μέθοδος ανανέωσης των πληθυσμών στα προβλήματα πολλών στόχων.

Τέλος, το προκύπτον λογισμικό χρησιμοποιήθηκε σε πραγματικό αεροδυναμικό πρόβλημα βελτιστοποίησης για το σχεδιασμό πτερυγίου στροβιλομηχανής, που να εμφανίζει ελάχιστο συντελεστή απωλειών ολικής πίεσης. Η μέθοδος κατάφερε να εντοπίσει στο χώρο των αποδεκτών λύσεων, λύσεις που παρουσιάζουν “βέλτιστη” συμπεριφορά και έδειξε ότι αποτελεί ένα χρήσιμο εργαλείο στο σχεδιασμό αεροδυναμικών σωμάτων και συγκεκριμένα πτερυγίων στροβιλομηχανών.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Παράρτημα

Παραμετροποίηση προβλήματος σχεδιασμού αεροτομής σε προβλήματα βελτιστοποίησης

Η σωστή παραμετροποίηση της γεωμετρίας της αεροτομής σε προβλήματα αεροδυναμικής βελτιστοποίησης, είναι ύψιστης σημασίας για τη σωστή και λειτουργική διατύπωση του εκάστοτε προβλήματος σχεδιασμού, καθώς μέσω της παραμετροποίησης θα αποφασιστούν οι ελεύθερες μεταβλητές τους προβλήματος βελτιστοποίησης. Για την χάραξη των αεροτομών των πτερυγώσεων, γίνεται χρήση των καμπυλών Bezier, απλοποιώντας το πρόβλημα της παραμετροποίησης καθότι οι ελεύθερες μεταβλητές είναι πλέον οι θέσεις των σημείων ελέγχου των καμπυλών Bezier. Συνηθίζεται οι γεωμετρίες των αεροτομών να αδιαστατοποιούνται με το μήκος χορδής της εκάστοτε αεροτομής. Για αυτό το λόγο, όλα τα μήκη που θα αναφερθούν στη συνέχεια είναι αδιαστατοποιημένα με το μήκος χορδής.

Για κάθε αεροτομή, απαιτούνται 2 καμπύλες Bezier, μια για την πλευρά υπερπίεσης και μια για την πλευρά υποπίεσης. Έστω ότι επιθυμείται χρήση N σημείων ελέγχου για κάθε καμπύλη, όπου τα σημεία ελέγχου συμβολίζονται με το δείκτη j που λαμβάνει τιμές από j=0 έως j=N-1.

Στις καμπύλες υποπίεσης και υπερπίεσης, το πρώτο σημείο ελέγχου ταυτίζεται με το σημείο πρόσπτωσης και το τελευταίο με το σημείο εκφυγής. Έτσι διασφαλίζεται η συνέχεια του στερεού ορίου του πτερυγίου. Προφανώς, οι συντεταγμένες του σημείου πρόσπτωσης είναι $(X_0,Y_0)=(0,0)$ και του σημείου εκφυγής $(X_{N-1},Y_{N-1})=(1,0)$.

Στην πλευρά υποπίεσης, το δεύτερο σημείο ελέγχου ορίζεται με κυλινδρικές συντεταγμένες. Η γωνιακή συντεταγμένη του ισούται με τη γωνία που σχηματίζει η ευθεία που διέρχεται από αυτό και το σημείο πρόσπτωσης, με την ευθεία που είναι κάθετη στη χορδή της αεροτομής και θα συμβολίζεται πλέον με $\varphi_{1\text{-}ss}$. Ουσιαστικά, ισούται με τη γωνία που σχηματίζει η ευθεία των δύο πρώτων σημείων ελέγχου (που εφάπτεται της αεροτομής στο σημείο πρόσπτωσης) με τον άξονα των Y. Η ακτινική

συντεταγμένη του ισούται με την απόσταση του δεύτερου σημείου ελέγχου από το σημείο εκφυγής και θα συμβολίζεται με $R_{1\text{-}ss}$.

Στην παραμετροποίηση που ακολουθήθηκε στην παρούσα διπλωματική, υπήρχε η δυνατότητα χρήσης και ενός τρίτου σημείου ελέγχου, που είναι συνευθειακό με τα δύο πρώτα και ορίζεται με ένα ποσοστό. Το ποσοστό αυτό, έστω Φ, είναι η επιπλέον απόσταση που απέχει το τρίτο σημείο ελέγχου από το πρώτο, ως προς την ακτινική συνιστώσα του δευτέρου. Δηλαδή ισχύει για τις κυλινδρικές του συντεταγμένες:

$$\varphi_{2\text{-}ss}=\varphi_{1\text{-}ss} \quad \text{και} \quad R_{2\text{-}ss}= R_{1\text{-}ss}\,(1+\Phi).$$

Θέτοντας το ποσοστό αυτό ίσο με το μηδέν (Φ=0), δε γίνεται καθόλου χρήση αυτού του σημείου ελέγχου.

Στην πλευρά υπερπίεσης, το πρώτο σημείο, πρέπει να είναι συνευθειακό με τα πρώτα δύο σημεία ελέγχου της πλευράς υποπίεσης ώστε να διασφαλίζεται συνέχεια της κλίσης της πτερύγωσης στο σημείο πρόσπτωσης. Συνεπώς για τον καθορισμού του αρκεί να οριστεί η απόσταση του από το σημείο πρόσπτωσης. Η απόσταση αυτή δίνεται και σε αυτή την περίπτωση σε ποσοστό ως προς την ακτινική συντεταγμένη του πρώτου σημείου ελέγχου της καμπύλης υποπίεσης. Έστω F αυτό το ποσοστό, τότε ισχύει για τις κυλινδρικές του συντεταγμένες:

$$\Phi_{1\text{-}ps}=\varphi_{1\text{-}ss} \quad \text{και} \quad R_{1\text{-}ps}= R_{1\text{-}ss}\,(1+F)$$

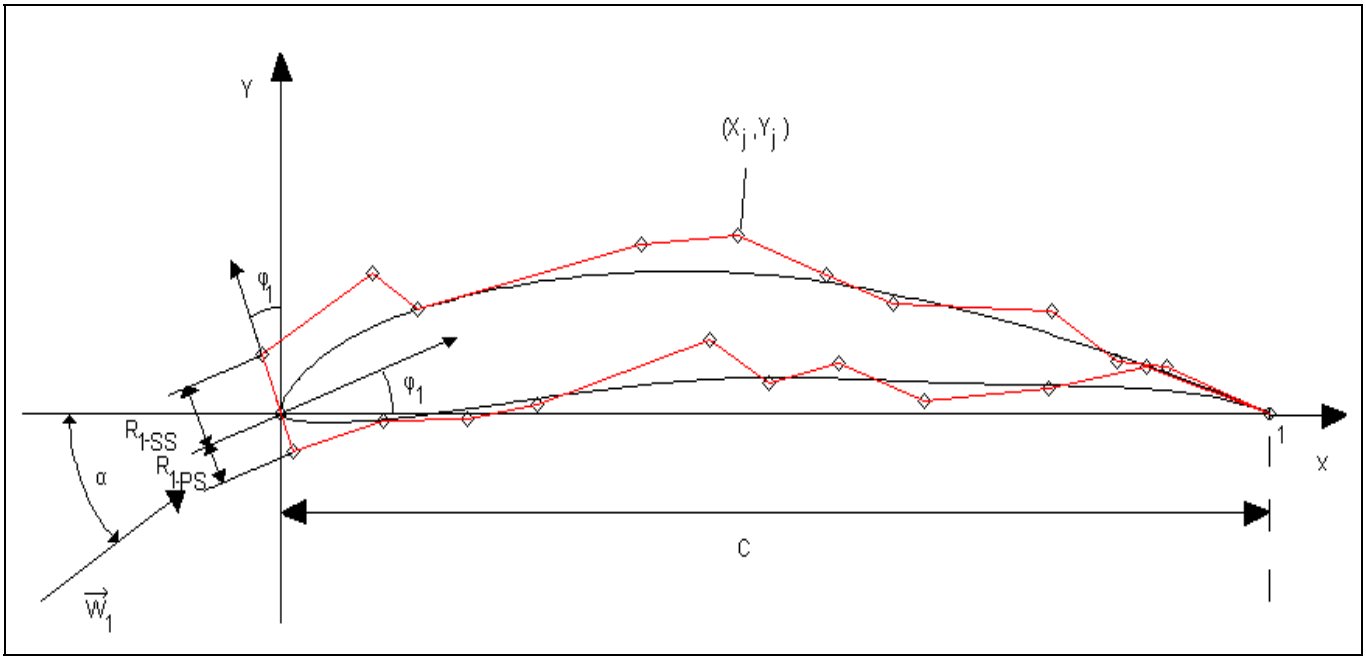
Τα ίδια ακριβώς ισχύουν και στην ακμή εκφυγής, όπου τα σημεία ελέγχου της καμπύλης υποπίεσης j=N-3 και j=N-2 και το σημείο ελέγχου της καμπύλης υπερπίεσης j=N-2, ορίζονται με κυλινδρικές συντεταγμένες ακριβώς με αντίστοιχο τρόπο με τα σημεία ελέγχου κοντά στην ακμή εκφυγής. Θέτοντας τις αποστάσεις των σημείων αυτών από την ακμή εκφυγής, ίσες με το μηδέν, δε γίνεται χρήση τους.

Τα υπόλοιπα (ενδιάμεσα) σημεία ελέγχου των δύο καμπυλών ορίζονται με τις καρτεσιανές τους συντεταγμένες (X_j,Y_j), αφού έχει ορισθεί προηγουμένως το πλήθος τους για κάθε καμπύλη ξεχωριστά.

Τέλος για κάθε καμπύλη, ορίζεται το πλήθος των σημείων της καμπύλης Bezier που θα υπολογιστούν, καθώς και η μεταβολή της πυκνότητας των σημείων αυτών κατά μήκος της αεροτομής. Για να οριστεί η μεταβολή της πυκνότητας των σημείων πάνω

στην αεροτομή δίνει ο χρήστης μία τιμή για το λόγο με τον οποίο θα μεταβάλλεται η απόσταση δύο διαδοχικών σημείων της καμπύλης Bezier (συντελεστής Robertson).

Στο σχήμα Π.1 δίνεται τυχαία αεροτομή με φανταστικά σημεία ελέγχου, τα οποία μας επιτρέπουν την καλύτερη κατανόηση της παραμετροποίησης που εφαρμόστηκε στην αεροτομή.



Σχήμα Π.1:Απεικόνιση αεροτομής και τυπικής παραμετροποίησης της στο επίπεδο των Καρτεσιανών συντεταγμένων X,Y

Βιβλιογραφία:

[Babu03]: B.V. Babu and M. Mathew Leenus Jehan : "Differential Evolution for Multi-Objective Optimization", Congress on Evolutionary, Computation, CEC 2003

[Chang03] C.S. Chang, L.R. Lu and F. Wang: "Application of Differential Evolution for harmonic Worst-case Identification of Mass Rapid Transit Power Supply System", Congress on Evolutionary, Computation, CEC 2003

[Drela87] Drela, M. and Giles, M.B. Viscous : Inviscid Analysis of Transonic and Low Reynolds Number Airfoils. AIAA Journal,25 (10):1347 1355, 1987

[FengX03]: Feng Xue, Arthur C. Sanderson and Rober J. Graves: "Pareto-Based Multi-Objective Differential Evolution", Congress on Evolutionary, Computation, CEC 2003

[Georgo05] Charikleia A. Georgopoulou : "The SPEA2 approach in multicriteria optimization. Application on the design of a combined cycle power plant using selected market gas turbine models", Diploma Thesis, Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών Αθήνα 2005

[Giann98] : D.G. Koubogiannis, L.C. Poussoulidis, D.V. Rovas and K.C. Giannakoglou: "Solution of Flow Problems Using Unstructured Grids on Distributed Memory Platforms, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering", 160, pp. 89-100, 1998.

[Giann99a] : K.C. Giannakoglou: "Designing Turbomachinery Blades Using Evolutionary Methods", ASME Paper 99-GT-181, 44th ASME Gas Turbine & Aeroengine Congress, Indianapolis, IN, USA, June 7-10, 1999.

[Giann99b] : A.P. Giotis, K.C. Giannakoglou, B. Mantel and J. Periaux: "Efficient Partitioning Methods for 3-D Unstructured Grids Using Genetic Algorithms", EUROGEN 99, Evolutionary Algorithms in Engineering and Computer Science, May 1999.

[Giann99c] : A.P. Giotis and K.C. Giannakoglou: “Single- and Multi-Objective Airfoil Design Using Genetic Algorithms and Artificial Intelligence”, EUROGEN 99, Evolutionary Algorithms in Engineering and Computer Science, May 1999.

[Giann00] : K.C. Giannakoglou, T.I. Pappou, A.P. Giotis and D.G. Koubogiannis: “A Parallel Inverse-Design Algorithm in Aeronautics Based on Genetic Algorithms and the Adjoint Method”, ECCOMAS 2000, European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, Barcelona, Sept. 2000.

[Giann01] Κ.Χ. Γιαννάκογλου: «Εισαγωγή στα Λειτουργικά Συστήματα του UNIX και οι Εντολές του», Εκδόσεις ΕΜΠ, 2001

[Giann02] : G.I. Tsourakis, D.G. Koubogiannis and K.C. Giannakoglou: “Transition and Heat Transfer Predictions in a Turbine Cascade at Various Free-stream Turbulence Intensities through a One-Equation Turbulence Model”, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 38, pp. 1091-1110, 2002.

[Giann03] : D.G. Koubogiannis, A.N. Athanassiadis and K.C. Giannakoglou: “One- and Two-Equation Turbulence Models for the Prediction of Complex Cascade Flows Using Unstructured Grids”, Computers & Fluids, 32, pp. 403-430, 2003.

[Giann04] : N.K. Lambropulos, D.G. Koubogiannis and K.C. Giannakoglou: “Acceleration of a Navier-Stokes Equation Solver for Unstructured Grids using Agglomeration Multigrid and Parallel Processing”, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 193, pp. 781-803, 2004.

[Giann05] Κ.Χ. Γιαννάκογλου: «Μέθοδοι Βελτιστοποίησης στην Αεροδυναμική», Εκδόσεις ΕΜΠ, 2005

[Giann06a] : M. Emmerich, K.C. Giannakoglou, B. Naujoks: “Single- and Multi-objective Evolutionary Optimization” Assisted by Gaussian Random Field Metamodels, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Vol. 10, No. 4, pp. 421-439, 2006.

[Giann06b] : K.C. Giannakoglou, D.I. Papadimitriou, I.C. Kampolis: "Aerodynamic Shape Design Using Evolutionary Algorithms and New Gradient-Assisted Metamodels", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 195, pp. 6312-6329, 2006.

[Giann06c] : M. Karakasis, K.C. Giannakoglou: "On the Use of Metamodel-Assisted Multi-Objective Evolutionary Algorithms", Engineering Optimization, Vol. 38(8), pp. 941-957, 2006.

[Giann06d] : K.C. Giannakoglou, M.K. Karakasis, I.C. Kampolis: "Evolutionary Algorithms with Surrogate Modeling for Computationally Expensive Optimization Problem", ERCOFTAC 2006 Design Optimization International Conference, Gran Canaria, Spain, April 5-7, 2006.

[Giann07a] : M. Karakasis, D.G. Koubogiannis, K.C. Giannakoglou: "Hierarchical Distributed Evolutionary Algorithms in Shape Optimization", International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 53, pp. 455-469, 2007.

[Giann07b] : M.K. Karakasis, K.C. Giannakoglou, D.G. Koubogiannis: "Aerodynamic Design of Compressor Airfoils using Hierarchical, Distributed, Metamodel-Assisted Evolutionary Algorithms", 7th European Conference on Turbomachinery, Fluid Dynamics and Thermodynamics, Athens, March 5-8, 2007

[Giotis03] Γιώτης Π. Αλέξης : "Χρήση Εξελικτικών Τεχνικών, Υπολογιστικης Ευφυΐας καιΜεθόδων Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής στη Βελτιστοποίηση – Αντίστροφη Σχεδίαση Πτερυγώσεων Στροβιλομηχανών, Μέσω Παράλληλης Επεξεργασίας" Διδακτορική διατριβή, Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών Αθήνα, 2003

[HYF03] Hui- Yuan Fan, Jouni Lampinen and George S. Dulikravitch: "Improvements to Mutation Donor Formulation of Differential Evolution", International Congress on Evolutionary methods for Design, Otpimization and Control with Applications to Industrial Problems, Eurogen 2003

[Nik 05] Ioannis K. Nikolos, Athina N. Brintaki and Eleftherios S. Zografos: “Coordinated UAV Path Planning Using an ANN Assisted Differential Evolution Algorithm”, Congress on Evolutionary, Computation, CEC 2003

[PVM94]Al Geist, Adam Beguelin, Jack Dongarra, Weicheng Jiang, Robert Manchek andVaidy Sunderam : “PVM: Parallel Virtual Machine, A Users' Guide and Tutorial for Networked Parallel Computing”, The MIT Press 1994

[Storn95] Storn, R. and Price, K.: “Differential Evolution - a Simple and Efficient AdaptiveScheme for Global Optimization over Continuous Spaces”. Technical Report TR-95-012,International Computer Science Institute, Berkley, 1995

[Storn05] Kenneth V. Price, Rainer M. Storn, Jouni A. Lampinen: “Differential Evolution: A Practical Approach To Global Optimization”, Springer publications, 2005

[Tas04] D.K. Tasoulis, N.G. Pavlidis, V.P. Plagianakos, and M.N. Vrahatis: “Parallel Differential Evolution”, In Congress on Evolutionary Computation (CEC 2004), Portland, Oregon, 2004

[Thom03]: René Thomsen: “Flixible Ligand Docking using Differential Evolution”, Congress on Evolutionary, Computation, CEC 2003

[URS03]: Rasmus K. Ursem and Pierré Vadstrup: “Parameter Identification of Induction Motors Using Differential Evolution”, Congress on Evolutionary, Computation, CEC 2003

[Zitzler99a]Zitzler, E. and L. Thiele (1999): “Multiobjective evolutionary algorithms: A comparativecase study and the strength pareto approach”. IEEE Transactions on Evolutionary Computation 3(4), 257–271.

[Zitzler99b] E.Zitzler, K.Deb & L.Thiele: “Comparison of multiobjective Evolutionary Algorithms. Empirical results”, TIK-Report No. 70 (Revised Version), 1999