ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΜΗΧΑΝΩΝ STIRLING MODEL ENGINE IV, CTPC ΚΑΙ SPIKE ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ

Επιβλέπων Καθηγητής
Δρ. Ε. Δ. Ρογδάκης
Καθηγητής ΕΜΠ

ΚΟΛΛΙΑΣ ΙΩΑΝΝΗΣ

ΑΘΗΝΑ

ΙΟΥΛΙΟΣ 2013

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ 4
ΚΕΦΑΛΑΙΟ Α 5
ΑΠΛΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ STIRLING ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΕΣ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ 5
Α.Ι) ΛΙΓΑ ΛΟΓΙΑ ΓΙΑ ΤΟΝ ROBERT STIRLING ΚΑΙ ΤΗ ΜΗΧΑΝΗ ΠΟΥ ΕΦΗΥΡΕ 5
Α.ΙΙ) Ο ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΚΥΚΛΟΣ STIRLING 6
Α.ΙΙΙ) ΟΡΙΣΜΟΣ, ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΜΗΧΑΝΩΝ STIRLING 7
Α.IV) ΜΙΑ ΜΙΚΡΗ ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΜΗΧΑΝΕΣ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ (FREE PISTON STIRLING ENGINES) 9
Α.V) ΤΡΟΠΟΣ ΚΑΙ ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΜΙΑΣ ΚΛΑΣΙΚΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ (FREE PISTON STIRLING ENGINE) 10
Α.VI) ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΣΥΝΔΕΣΜΟΛΟΓΙΩΝ ΜΙΑΣ ΜΗΧΑΝΗΣ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ (FREE PISTON STIRLING ENGINE) ΝΕΑΣ ΓΕΝΙΑΣ 11
Α.VII) ΙΔΑΝΙΚΟΣ ΚΥΚΛΟΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΜΙΑΣ ΘΕΡΜΙΚΗΣ ΚΑΙ ΜΙΑΣ ΨΥΚΤΙΚΗΣ FPSE (FREE PISTON STIRLING ENGINE), ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΜΕΤΑΒΟΛΕΣ, ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΚΑΘΕ ΦΑΣΗΣ 14
Α.VIII) ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ, ΣΤΑΘΕΡΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΑΠΟΣΒΕΣΕΙΣ ΜΙΑΣ ΜΗΧΑΝΗΣ FREE PISTON STIRLING 22
Α.IX) ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΣΕ ΜΙΑ ΜΗΧΑΝΗ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ 24
Α.Χ) ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΑΚΟΙ ΤΟΠΟΙ 25
ΚΕΦΑΛΑΙΟ Β 27
ΠΑΛΑΙΕΣ ΚΑΙ ΝΕΟΤΕΡΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΜΗΧΑΝΩΝ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ 27
Β.Ι) ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΗΧΑΝΗΣ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ ΓΙΑ ΕΡΕΥΝΕΣ ΣΤΟ ΔΙΑΣΤΗΜΑ 27
Β.ΙΙ) ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΗΧΑΝΗΣ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ ΜΕΣΩ ΜΙΑΣ ΚΙΝΗΤΗΣ ΣΧΑΡΑΣ ΑΠΟΤΕΦΡΩΤΗΡΑ ΓΙΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ 29
Β.ΙΙΙ) ΜΕΛΕΤΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΜΗΧΑΝΩΝ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ ΣΕ ΔΙΑΣΤΗΜΙΚΑ ΣΚΑΦΗ ΓΙΑ ΠΡΟΣΕΔΑΦΙΣΗ ΚΑΙ ΜΑΚΡΑ ΠΑΡΑΜΟΝΗ ΤΟΥΣ ΣΤΟΝ ΠΛΑΝΗΤΗ ΤΗΣ ΑΦΡΟΔΙΤΗΣ 34
Β.IV) ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΗΧΑΝΗΣ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ ΣΕ ΡΟΜΠΟΤ-ΨΑΡΙΑ 43
Β.V) ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΑΚΟΙ ΤΟΠΟΙ 48
ΚΕΦΑΛΑΙΟ Γ 49
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΑΠΟΤΥΠΩΣΗ ΤΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ 49
Γ.Ι) ΠΡΩΤΑΡΧΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕ ΒΑΣΗ ΓΝΩΣΤΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΑΠΟ ΤΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΜΗΧΑΝΩΝ 49
Γ.ΙΙ) ΓΕΝΙΚΕΥΣΗ ΤΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΚΑΙ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥΣ 57
Γ.ΙΙΙ) ΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ 67
Γ.IV) ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΑΚΟΙ ΤΟΠΟΙ 88
ΚΕΦΑΛΑΙΟ Δ 90
ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ (FPESs) 90

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Δ.Ι) Η ΜΗΧΑΝΗ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ ‘’CTPC’’ ΤΗΣ NASA 90
Δ.ΙΙ) Η ΜΗΧΑΝΗ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ ‘’MODEL ENGINE IV’’ ΤΗΣ SUNPOWER 96
Δ.ΙΙΙ) Η ΜΗΧΑΝΗ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ ‘’SPIKE’’ ΤΗΣ SUNPOWER 100
Δ.IV) ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΑΚΟΙ ΤΟΠΟΙ 104
ΚΕΦΑΛΑΙΟ Ε 105
ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ STIRLING ‘’CTPC’’, ‘’MODEL ENGINE IV’’ ΚΑΙ ‘’SPIKE’’ ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ 105
Ε.Ι) ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ ‘’CTPC’’ ΤΗΣ NASA 105
Ε.ΙΙ) ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ ‘’MODEL ENGINE IV’’ ΤΗΣ SUNPOWER 117
Ε.ΙΙΙ) ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ ‘’SPIKE’’ ΤΗΣ SUNPOWER 125
Ε.IV) ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΑΚΟΙ ΤΟΠΟΙ 130
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ MATHCAD 131
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΤ1 131
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΤ2 135
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΤ3 138
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΤ4 143
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΤ5 146
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΤ6 153
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΤ7 173
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΤ8 180
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΤ9 187

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

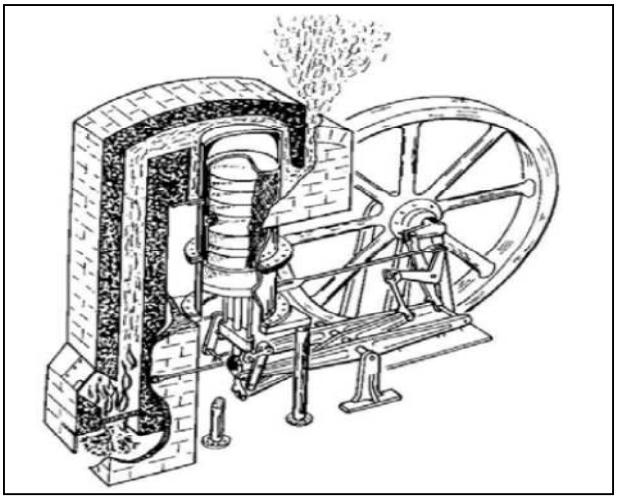
Το παρόν αποτελεί την διπλωματική μου εργασία σχετικά με τις μηχανές stirling ελευθέρων εμβόλων (FPSEs). Το κεφάλαιο Α αναφέρεται αρχικά στις μηχανές stirling, στον εφευρέτη τους και στο πέρασμα στις πιο σύγχρονες και πιο αποδοτικές μηχανές stirling ελευθέρων εμβόλων. Δομικά και λειτουργικά χαρακτηριστικά, θερμοδυναμικές μεταβολές του εργαζόμενου μέσου, ευστάθεια λειτουργίας, ενεργειακή απόδοση και απώλειες των μηχανών αυτών περιλαμβάνονται ακόμα στο κεφάλαιο αυτό. Το κεφάλαιο Β περιλαμβάνει ορισμένες εφαρμογές των FPSEs παλαιές και νεότερες, οι οποίες εντάσσονται, όσον αφορά τη χρήση τους, στον τομέα του διαστήματος , στη στεριά και στο θαλάσσιο χώρο με στόχο την έρευνα και την εξοικονόμηση ενέργειας. Το κεφάλαιο Γ αποτελεί μία μαθηματική ανάλυση των μηχανών free piston stirling , η οποία σχετίζεται με τη δυναμική τους λειτουργία και χαρακτηριστικά αυτής όπως είναι η συχνότητα λειτουργίας, οι ταλαντώσεις των μερών της, η διαφορά φάσης και εντέλει η ευστάθειά τους. Η γραμμικοποίηση των εξισώσεων δυναμικής σε συνδυασμό με την ευστάθεια γραμμικών συστημάτων οδηγούν σε ένα μαθηματικό μοντέλο εξισώσεων οι οποίες σχετίζονται άμεσα με τη σταθερή λειτουργία των μηχανών, η οποία είναι επιθυμητή για σταθερή παραγωγή ενέργειας. Το κεφάλαιο Δ έχει σαν θέμα την αναλυτική παρουσίαση τριών μηχανών stirling ελευθέρων εμβόλων. Πιο συγκεκριμένα αναφέρονται χαρακτηριστικά των μηχανών ‘’CTPC’’, ‘’MODEL ENGINE IV’’ και ‘’SPIKE’’ καθώς και λεπτομέρειες όσον αφορά τη κατασκευή τους, την εσωτερική τους δομή, τη λειτουργικότητά τους, την απόδοση και το σκοπό για τον οποίον δημιουργήθηκαν και μελετήθηκαν όσον αφορά τις επιδόσεις τους. Στο κεφάλαιο Ε παρουσιάζονται τα αποτελέσματα ανάλυσης που έγινε για τις τρεις αυτές μηχανές , η οποία στηρίζεται εν πολλοίς στην ανάλυση του κεφαλαίου Γ. Επίσης η ανάλυση αυτή περιλαμβάνει βελτιστοποίηση των δυναμικών συντελεστών των μηχανών ώστε να έχουμε σταθερή λειτουργία, θερμοδυναμική ανάλυσή του κύκλου λειτουργίας τους και συμπεράσματα όσον αφορά την απόδοσή τους , τις απώλειές τους καθώς και συγκρίσεις με αποτελέσματα άλλων προσομοιώσεων αλλά και στοιχείων από πειραματικές διαδικασίες. Η εργασία ολοκληρώνεται με την παράθεση παραρτήματος με προγράμματα του υπολογιστικού εργαλείου MATHCAD, τα οποία δομήθηκαν με τέτοιο τρόπο ώστε να εξυπηρετήσουν την ανάλυση που έγινε. Για να βρεθούν στοιχεία ,όσον αφορά τις μηχανές που πραγματεύεται η εργασία, έγινε έρευνα στο διαδίκτυο σε ιστοσελίδες όπως της NASA, της εταιρείας SUNPOWER INC. καθώς και η χρήση μηχανών αναζήτησης όπως η GOOGLE. Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή κ. Ρογδάκη του οποίου οι οδηγίες, οι επισημάνσεις και γενικότερα η καθοδήγησή του έπαιξαν σημαντικό παράγοντα στο να συντελεστεί η παρούσα εργασία. Τέλος , αφιερώνω την εργασία αυτή στην οικογένειά μου και στον παππού μου Ιωάννη Μανόπουλο, ο οποίος απεβίωσε όταν ήμουν μικρός σε ηλικία.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Α

ΑΠΛΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ STIRLING ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΕΣ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ

Α.Ι) ΛΙΓΑ ΛΟΓΙΑ ΓΙΑ ΤΟΝ ROBERT STIRLING ΚΑΙ ΤΗ ΜΗΧΑΝΗ ΠΟΥ ΕΦΗΥΡΕ

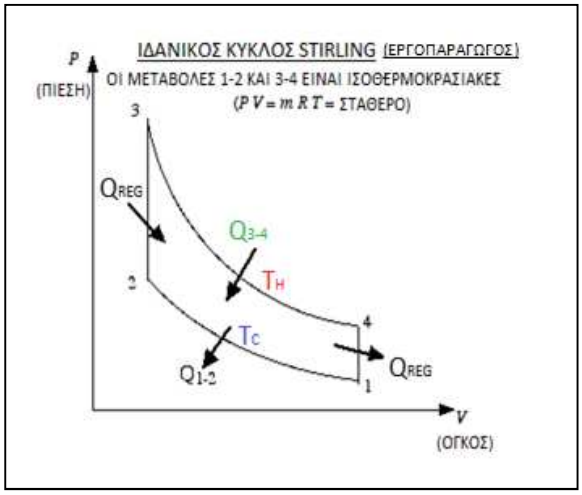
Οι **μηχανές stirling** πήραν το όνομά τους από τον Robert Stirling ο οποίος γεννήθηκε στις 25 του Οκτώβρη 1790 στο Cloag , στην κομητεία του Perthshire στη Σκωτία. Πέθανε στις 6 Ιούνη του 1878 στο Galston, μια πόλη που βρίσκεται περίπου 30 χλμ. νότια της Γλασκόβης. Ήταν το τρίτο παιδί από μια οικογένεια που είχε οχτώ παιδιά. Ο πατρικός παππούς του κατασκεύαζε αλωνιστικές μηχανές ενώ ο μητρικός παππούς του ήταν αγρότης. Πραγματοποίησε λαμπρές σπουδές στο Πανεπιστήμιο του Εδιμβούργου 1805-1808.Στη συνέχεια σπούδασε θεολογία στο Πανεπιστήμιο της Γλασκόβης για να γίνει κληρικός. Ο Robert Stirling είχε επτά παιδιά, πέντε αγόρια και δύο κορίτσια. Τέσσερα αγόρια έγιναν μηχανικοί στους σιδηρόδρομους (ο Patrick, ο William, ο Robert και ο James) ενώ ο άλλος του γιος επέλεξε να γίνει κληρικός (David). Η ζωή του Robert Stirling έλαβε χώρα κατά τη διάρκεια του δέκατου ένατου αιώνα, με πολλές επιστημονικές και τεχνολογικές ανακαλύψεις. Το δίπλωμα ευρεσιτεχνίας κατατέθηκε στις 27η Σεπτεμβρίου 1816 [20]. Η ευρεσιτεχνία του Robert Stirling περιέγραφε ένα πλήθος από εφαρμογές πάνω σε γυαλί και σε διάφορους κλιβάνους. Επίσης περιέγραφε και μια μηχανή ισχύος (παραγωγής έργου) που ήταν σχεδιασμένη να λειτουργεί με μειωμένη κατανάλωση καυσίμου, σε σχέση με τις μηχανές ατμού που υπήρχαν και χρησιμοποιούνταν εκείνη την εποχή. Η μειωμένη κατανάλωση οφειλόταν στην ύπαρξη του αναγεννητή. Ο **αναγεννητής** ως γνωστόν είναι ένας εναλλάκτης θερμότητας ο οποίος αξιοποιεί μέρος της απορριπτόμενης θερμότητας με αποτέλεσμα να ο θερμοδυναμικός κύκλος να έχει αυξημένη απόδοση. Και άλλοι όπως ο Sir George Caley (1807) είχαν εφεύρει μηχανές αέρα πριν από τον R. Stirling. Επίσης ήταν ήδη γνωστές από το 1699 και άλλες διατάξεις που αποκαλούνταν μηχανές αέρα. Αυτές οι καινοτομίες ήταν πολύ αξιόλογες λαμβάνοντας υπόψη το γεγονός ότι προηγήθηκαν της γέννησης της θερμοδυναμικής και των συγγραμμάτων του Sadi Carnot (1796-1832). Η ευρεσιτεχνία του R. Stirling, περιείχε όλα αυτά τα στοιχεία που σήμερα χαρακτηρίζουν τη μηχανή που ακολουθεί τον ομώνυμο κύκλο. Στη συνέχεια παρατίθεται στο σχ. 1.1 η γνήσια ευρεσιτεχνία της μηχανής Stirling στην οποία δεν υπήρχε ψύκτης! [1]



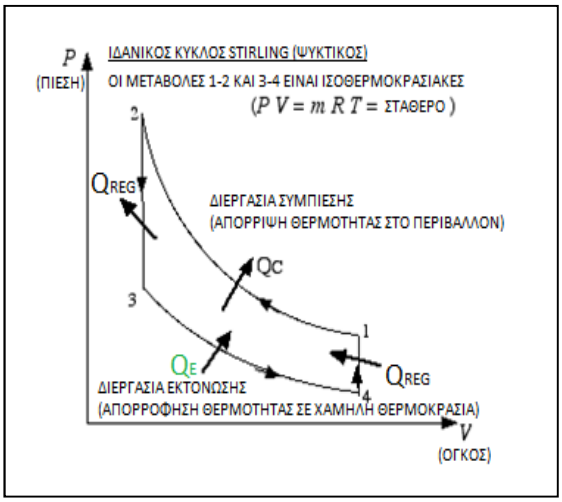
Σχ. 1.1 [2]

Α.ΙΙ) Ο ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΚΥΚΛΟΣ STIRLING

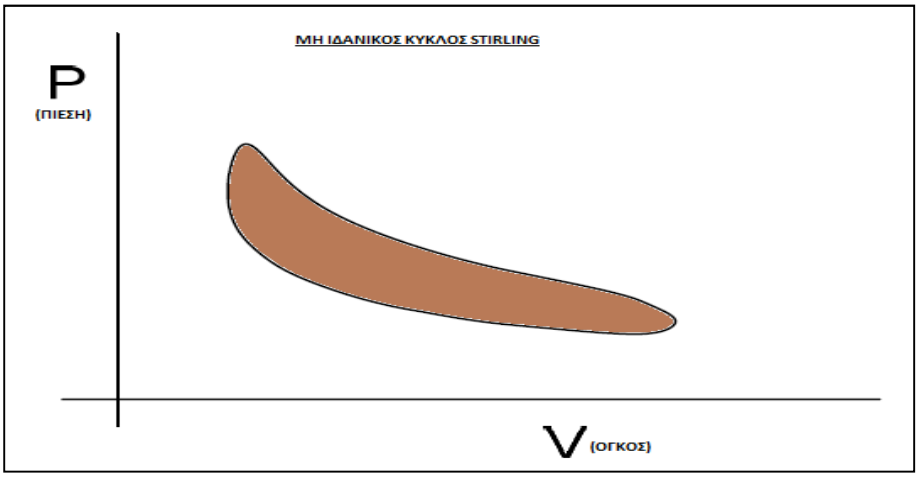
Ο κύκλος Stirling είναι ένας θερμοδυναμικός κύκλος που πήρε το όνομά του απ' τον ιερωμένο Robert Stirling. Ο θερμοδυναμικός κύκλος Stirling αποτελείται από τέσσερις αντιστρεπτές μεταβολές : 1) ισοθερμοκρασιακή (ισόθερμη) εκτόνωση (αποτόνωση) 2) ισόογκη (ισόχωρη) ψύξη 3) ισοθερμοκρασιακή συμπίεση και 4) ισόογκη θέρμανση [3] . Κατά τη δεξιόστροφη φορά του όπως φαίνεται στα παρακάτω διαγράμματα $P-V$ (πίεσης-όγκου) ο κύκλος γίνεται εργοπαραγωγός άρα αντιστοιχεί σε θερμική μηχανή (σχ. 1.2) ενώ κατά την αριστερόστροφη φορά ο κύκλος γίνεται ψυκτικός οπότε αναφέρεται σε κρυογονική (cryocooler) μηχανή (σχ. 1.3). Τα παρακάτω σχήματα αναπαριστούν τον ιδανικό κύκλο Stirling σε διάγραμμα $P-V$. Ενώ το σχ. 1.4 αναπαριστά (καφέ χρώμα) έναν μη ιδανικό (πραγματικό) κύκλο.



Σχ. 1.2 [6]



Σχ. 1.3 [7]



Σχ. 1.4 [4]

Η θεωρητική απόδοση $\boldsymbol{e_{th}}$ του κύκλου είναι ίση με την θεωρητική απόδοση του κύκλου Carnot εφόσον χρησιμοποιηθούν θερμές δεξαμενές μεγάλης θερμοχωρητικότητας της ίδιας υψηλής θερμοκρασίας $\boldsymbol{T_H}$ και ψυχρές δεξαμενές μεγάλης θερμοχωρητικότητας της ίδιας χαμηλής θερμοκρασίας $\boldsymbol{T_C}$ ($\boldsymbol{T_H} > \boldsymbol{T_C}$).

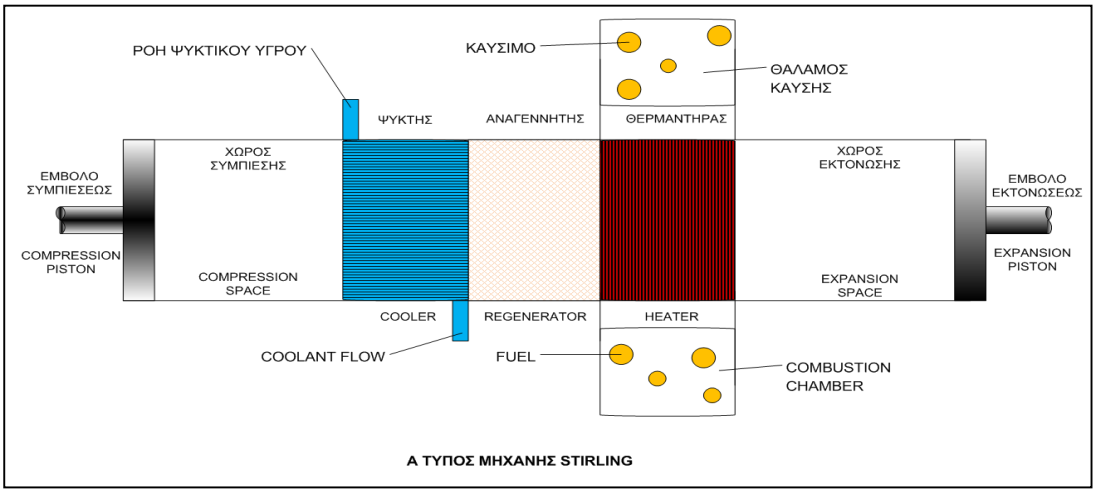
$$e_{th} = 1 - \frac{T_C}{T_H} < 1 \qquad (A.1)$$

Η πραγματική απόδοση της μηχανής είναι σαφώς μικρότερη της θεωρητικής .Οι πραγματικές μηχανές stirling μπορούν να φτάσουν σε απόδοση μέχρι και $50\,\%$ πράγμα το οποίο είναι αρκετά σημαντικό ποσοστό [1].

Α.ΙΙΙ) ΟΡΙΣΜΟΣ , ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΜΗΧΑΝΩΝ STIRLING

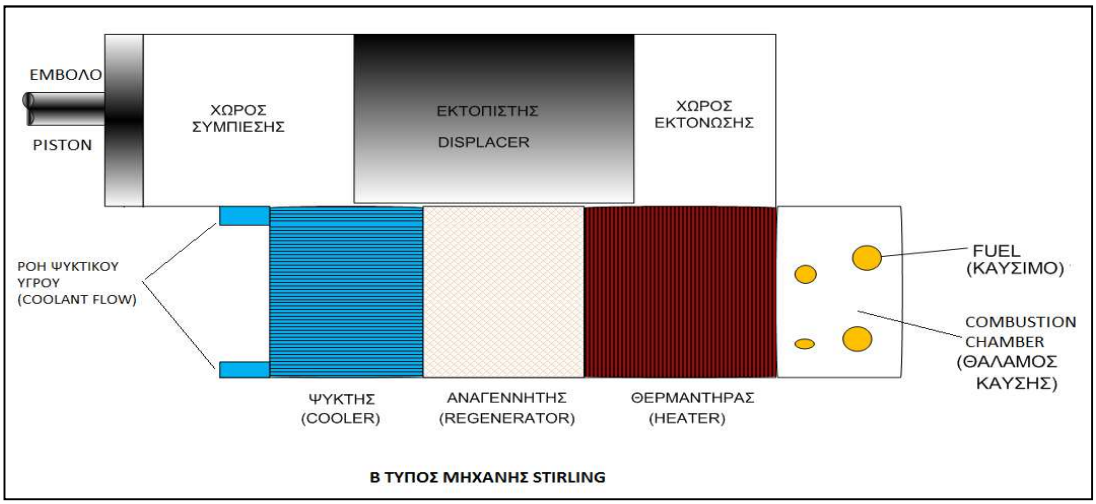
Οι μηχανές Stirling ανήκουν στην κατηγορία των θερμικών μηχανών ή θερμοκινητήρων. Αποτελούν μάλιστα μια νέα κατηγορία θερμικών μηχανών. Οι θερμικές μηχανές ή θερμοκινητήρες είναι μηχανές που μετατρέπουν τη θερμότητα που παράγεται από τη χημική ενέργεια της καύσης σε μηχανικό έργο. Οι μηχανές Stirling χρησιμοποιούν πηγές ενέργειας όπως βιομάζα, απορριπτόμενη θερμότητα, ηλιακή ενέργεια αλλά και πυρηνική ενέργεια. Επίσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιασδήποτε μορφής καιόμενο καύσιμο (στερεό, υγρό, αέριο). Το εργαζόμενο μέσο μέσα στη μηχανή stirling είναι συνήθως αέρας, ήλιο και υδρογόνο. Γενικά οι μηχανές stirling αποτελούνται από μία θερμή περιοχή (expansion space) όπου γίνεται η αποτόνωση (εκτόνωση) του μέσου και από μια κρύα περιοχή (compression space) όπου γίνεται η συμπίεση του εργαζόμενου μέσου. Επίσης αποτελείται από τρεις εναλλάκτες θερμότητας : α) ο θερμαντήρας (heater), ο οποίος κρατά θερμή τη περιοχή εκτόνωσης μέσω της θερμότητας που προέρχεται από τη καύση του επιλεχθέντος καυσίμου β) ο αναγεννητής (regenerator) ο οποίος στην απλούστερη μορφή του είναι ένας μεταλλικός κύλινδρος ο οποίος στο εσωτερικό του περιέχει ένα θερμοαγώγιμο υλικό σε μορφή επάλληλων διάτρητων φύλλων ή σφαιριδίων ή νημάτων (wires). Τα υλικό αυτό που αποτελεί τη μήτρα του αναγεννητή (regenerator matrix) απορροφά και στη συνέχεια αποδίδει θερμότητα και γ) ο ψύκτης (cooler) ο οποίος κρατά κρύα τη περιοχή συμπίεσης του μέσου. Για να γίνουν όμως οι απαραίτητες θερμοδυναμικές μεταβολές σε μία μηχανή stirling όπως η συμπίεση και η εκτόνωση περιλαμβάνονται και τα απαραίτητα μηχανικά στοιχεία όπως i) το έμβολο ισχύος ή πιστόνι ισχύος (power piston) το οποίο συμπιέζει ισοθερμοκρασιακά το εργαζόμενο μέσο στο κρύο μέρος της μηχανής και είναι συνδεδεμένο με το εκάστοτε φορτίο ii) το έμβολο ή πιστόνι εκτονώσεως (expansion piston) με το οποίο γίνεται η ισοθερμοκρασιακή εκτόνωση του μέσου στη θερμή περιοχή της μηχανής iii) ο εκτοπιστής (displacer) ο οποίος σε κάποιου είδους διαμόρφωσης μηχανών αντικαθιστά το έμβολο εκτονώσεως και επιτελεί την ίδια εργασία με αυτό. Υπάρχουν τρεις τύποι διαμορφώσεων για τις μηχανές αυτές [5] :

<u>Α ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ</u>: Στις μηχανές με διαμόρφωση τύπου Α το έμβολο ισχύος με τη κρύα περιοχή συμπιέσεως και το έμβολο εκτονώσεως με τη θερμή περιοχή εκτονώσεως βρίσκονται σε ξεχωριστούς κυλίνδρους (δικύλινδρη μηχανή) (σχ. 1.5).



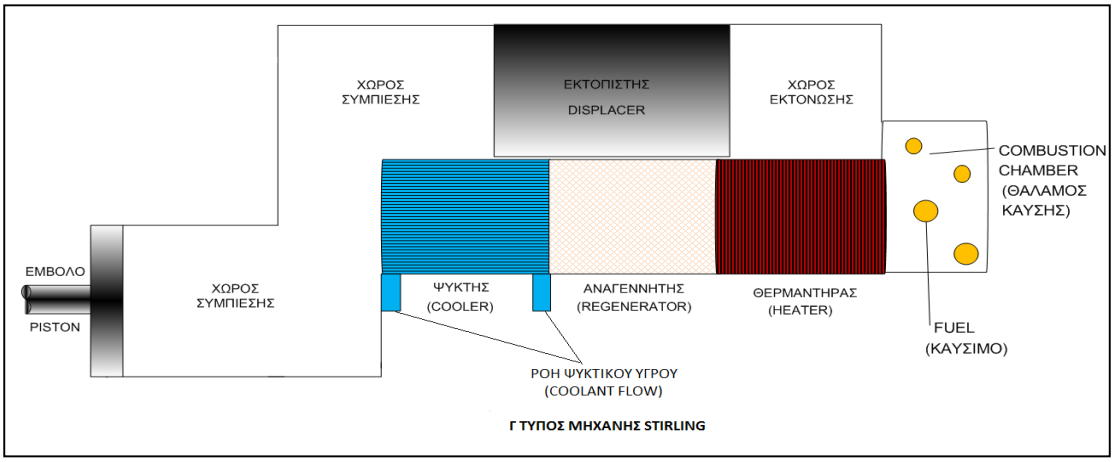
Σχ. 1.5

<u>Β ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ</u>: Στις μηχανές τύπου Β το έμβολο ισχύος και ο εκτοπιστής βρίσκονται στον ίδιο κύλινδρο (μονοκύλινδρη μηχανή) (σχ. 1.6).



Σχ.1.6

<u>Γ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ</u>: Στις μηχανές τύπου Γ το έμβολο ισχύος και ο εκτοπιστής βρίσκονται σε διαφορετικούς κυλίνδρους (σχ. 1.7).

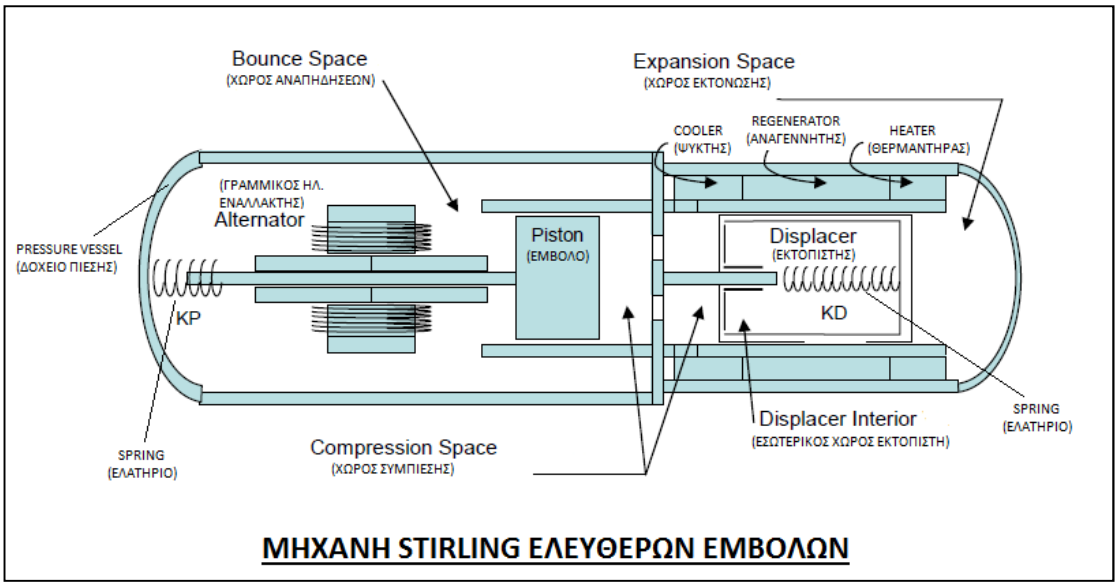


Σχ. 1.7

Όταν ένα αέριο είναι κλεισμένο σε έναν κύλινδρο και μετακινείται στο θερμό μέρος του κυλίνδρου, αυξάνεται η πίεσή του και επιδιώκει να διασταλεί. Έτσι μπορεί να παράγει ενέργεια μέσω έργου. Αντίθετα, όταν το αέριο αναγκάζεται να πάει στο κρύο μέρος του κυλίνδρου, ψύχεται και συστέλλεται, καταναλώνοντας ενέργεια. Το αέριο παράγει περισσότερη ενέργεια μέσω έργου κατά την εκτόνωση σε σχέση με αυτή που χρειάζεται κατά την συμπίεσή του. Το αλγεβρικό άθροισμα των δύο αυτών ενεργειών κατά την διάρκεια ενός κύκλου λειτουργίας είναι η καθαρή παραγόμενη ενέργεια ανά κύκλο από τη μηχανή (σε $joules/\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda o$) την οποία αν πολλαπλασιάσουμε με τη συχνότητα λειτουργίας της μηχανής (σε $\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda o\upsilon\varsigma/sec$) υπολογίζουμε την ισχύ της (σε $watts$). Οι μηχανές stirling ελευθέρων εμβόλων (free piston stirling engines) οι οποίες θα αναλυθούν στα αμέσως επόμενα υποκεφάλαια έχουν κατά το πλείστον τη Β διαμόρφωση μηχανής stirling ενώ υπάρχουν και αρκετές νεότερες με Γ διαμόρφωση.

Α.IV) ΜΙΑ ΜΙΚΡΗ ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΜΗΧΑΝΕΣ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ (FREE PISTON STIRLING ENGINES)

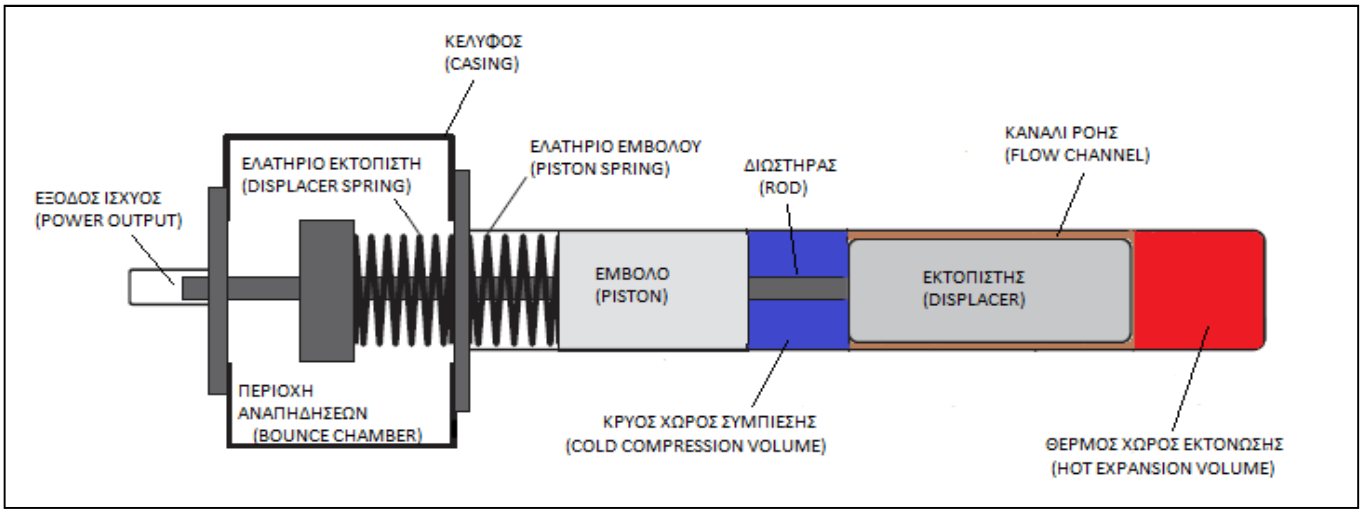
Οι μηχανές stirling ελευθέρων εμβόλων (FPSEs) (σχ. 1.8) είναι μια ειδική κατηγορία των μηχανών stirling. Τη μηχανή αυτή σχεδίασε και κατασκεύασε πρώτος στις αρχές του 1960 ο William T. Beale. Οι μηχανές FPSEs είναι μηχανές stirling διαμόρφωσης Β και έχουν την ιδιαιτερότητα να μη αποτελούνται από συνήθεις συνδεσμολογίες όπως διωστήρα και στρόφαλο (crankshaft) . Τα παλινδρομούντα μέρη της μηχανής δηλαδή το έμβολο ισχύος και ο εκτοπιστής κινούνται από τις πιέσεις των αερίων και μόνο! Το εργαζόμενο αέριο μέσο είναι συνήθως ήλιο. Οι μηχανές ελευθέρου εμβόλου χρησιμοποιούνται ως αντλίες θερμότητας , ηλιακοί ηλεκτρικοί εναλλάκτες ,απομακρυσμένες γεννήτριες ισχύος και ως αντλίες νερού. Τα πλεονεκτήματά τους σε σχέση με τις συμβατικές μηχανές stirling είναι η υψηλή αξιοπιστία τους , το χαμηλό κόστος, η απλότητα κατασκευής καθώς και το μεγάλο εύρος καυσίμων τα οποία χρησιμοποιούνται για τη παραγωγή θερμότητας προς επιτέλεση της λειτουργίας τους [8].



Σχ. 1.8 ΣΧΗΜΑΤΙΚΑ ΜΙΑ ΜΗΧΑΝΗ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ Η ΟΠΟΙΑ ΠΑΡΑΓΕΙ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ [14]

Α.V) ΤΡΟΠΟΣ ΚΑΙ ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΜΙΑΣ ΚΛΑΣΙΚΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ (FREE PISTON STIRLING ENGINE)

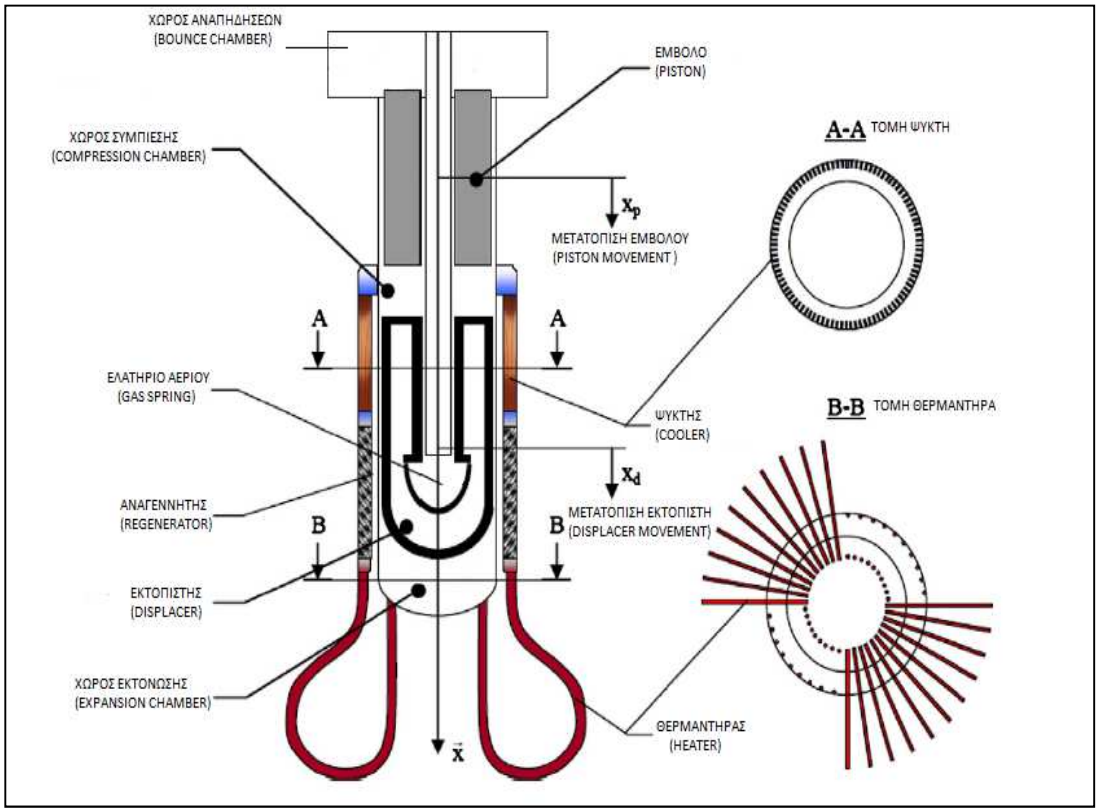
Η σχηματική διάταξη μιας κλασικής μηχανής stirling ελευθέρων εμβόλων δίνεται στο σχήμα 1.9 . Η μηχανή αυτή αποτελείται από έναν εκτοπιστή, ένα έμβολο, δύο μηχανικά ελατήρια και το κέλυφος της μηχανής. Το έμβολο και ο εκτοπιστής είναι συνδεδεμένα με το κέλυφος της μηχανής μέσω των ελατηρίων. Είναι απαραίτητο να σημειωθεί ότι στις μηχανές stirling ελευθέρων εμβόλων μπορούν να χρησιμοποιηθούν ελατήρια αερίου , μηχανικά ελατήρια καθώς και άλλων ειδών ελατήρια. Ανάμεσα στο έμβολο και στον εκτοπιστή δεν υπάρχει μηχανική σύνδεση πράγμα το οποίο δικαιολογεί την ονομασία αυτών των μηχανών (''ελευθέρων εμβόλων''). Η συγχρονισμένη κίνησή τους επιτυγχάνεται μέσω της διαφορετικής πίεσης του εργαζόμενου αερίου στα εργαζόμενα μέρη της μηχανής. Η μάζα του εκτοπιστή είναι πάντα αρκετά μικρότερη της μάζας του εμβόλου.Τα εργαζόμενα μέρη της μηχανής αποτελούνται από το κρύο χώρο συμπίεσης, το κανάλι ροής και από το θερμό χώρο εκτόνωσης.



Σχ. 1.9 ΔΙΑΤΑΞΗ ΜΙΑΣ ΜΗΧΑΝΗΣ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ ΜΕ ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΕΛΑΤΗΡΙΑ Η ΟΠΟΙΑ ΠΑΡΑΓΕΙ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΙΣΧΥ [9]

Το κανάλι ροής αποτελεί το πέρασμα από το θερμό χώρο στο κρύο χώρο της μηχανής και αντίστροφα. Το πέρασμα αυτό γίνεται από τρεις εναλλάκτες θερμότητας : τον θερμαντήρα, τον αναγεννητή και το ψύκτη (σχ.1.10). Όταν θερμαίνεται το ζεστό μέρος της μηχανής μέχρι σε ένα συγκεκριμένο βαθμό θερμοκρασίας η πίεση του εργαζόμενου αερίου αυξάνεται αναλογικά με το λόγο αύξησης της θερμοκρασίας με αποτέλεσμα να κινούνται το έμβολο και ο εκτοπιστής προς τα αριστερά (σχ.1.9). Λόγω της μικρότερης του μάζας ο εκτοπιστής αποκτά μεγαλύτερη ταχύτητα πριν από το έμβολο και εκτοπίζει το εργαζόμενο ρευστό από το κρύο μέρος της μηχανής στο ζεστό μέρος. Αυτή η διεργασία έχει σαν αποτέλεσμα να αυξάνεται η πίεση του εργαζόμενου μέσου που εκτοπίζεται και έτσι να συνεχίσει το έμβολο και ο εκτοπιστής να κινούνται προς τα αριστερά. Ενώ ο εκτοπιστής βρίσκεται μακριά από το σημείο ισορροπίας του, η δύναμη του ελατηρίου που ασκείται σ' αυτόν υπερισχύει της δύναμης πιέσεως με αποτέλεσμα την επιβράδυνσή του. Όταν η επιβράδυνση αρχίζει, η ταχύτητα του εκτοπιστή βρίσκεται στο υψηλότερο επίπεδο. Η πίεση του ρευστού ακόμα αυξάνεται και συνεχίζει επομένως να επιταχύνει το έμβολο προς τα αριστερά. Μετά από λίγο η δύναμη του ελατηρίου, που

ασκείται στο έμβολο, υπερνικά τη δύναμη πιέσεως με αποτέλεσμα να ξεκινά η επιβράδυνση του εμβόλου.



Σχ. 1.10 ΕΝΑΛΛΑΚΤΕΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΜΙΑ FREE PISTON ΜΗΧΑΝΗ [10]

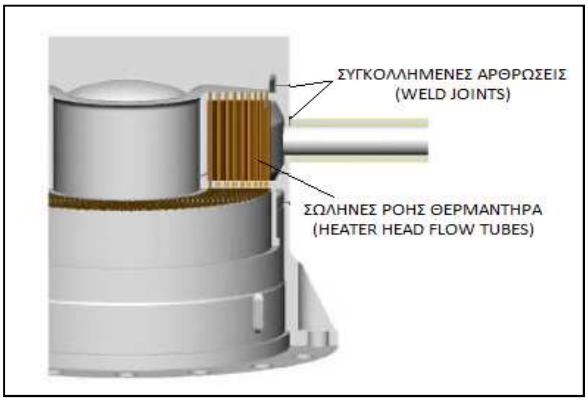
Στη συνέχεια ο εκτοπιστής γυρνάει πίσω και εκτοπίζει το ρευστό από το ζεστό θάλαμο στο κρύο θάλαμο της μηχανής. Λόγω της μεγάλης ταχύτητάς του το έμβολο συνεχίζει να κινείται προς τα αριστερά. Μετά από λίγο η πίεση του ρευστού αρχίζει να μειώνεται λόγω της κίνησης του εμβόλου προς τα αριστερά. Όταν ο εκτοπιστής αποκτήσει μία επαρκή ταχύτητα κινούμενο προς τα δεξιά, η εκτόπιση του ρευστού από το ζεστό μέρος της μηχανής προς το κρύο γίνεται σε μεγαλύτερο βαθμό. Στη συνέχεια η πίεση του ρευστού μειώνεται αρκετά με αποτέλεσμα το έμβολο να γυρίζει προς τα πίσω και να το συμπιέζει. Η διαδικασία της συμπίεσης συνεχίζεται μέχρι ο εκτοπιστής να φτάσει σε οριακό σημείο προς τα δεξιά. Ο κύκλος ολοκληρώνεται όταν ο εκτοπιστής επιστρέφει προς τα αριστερά [9].

Α.VI) ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΣΥΝΔΕΣΜΟΛΟΓΙΩΝ ΜΙΑΣ ΜΗΧΑΝΗΣ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ (FREE PISTON STIRLING ENGINE) ΝΕΑΣ ΓΕΝΙΑΣ

Οι νεότερες μηχανές stirling ελευθέρων εμβόλων ως προς τη συνδεσμολογία τους χωρίζονται σε τρία βασικά μέρη:

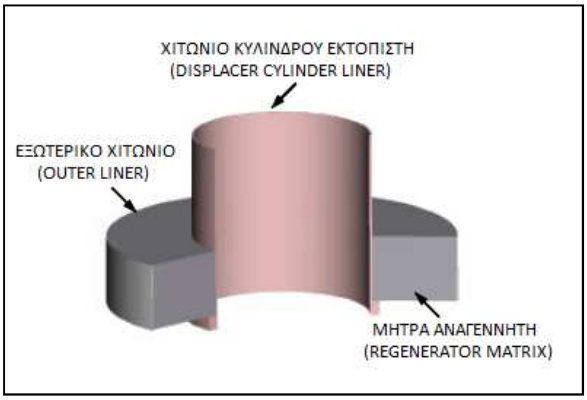
1)<u>ΣΥΝΔΕΣΜΟΛΟΓΙΑ ΖΕΣΤΟΥ ΜΕΡΟΥΣ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ (Hot End Assembly) [4]</u>

Η συνδεσμολογία αυτή αποτελείται από τους τρεις εναλλάκτες θερμότητας : θερμαντήρας, αναγεννητής και ψύκτης. Η εξωτερική γεωμετρία και των τριών εναλλακτών είναι κυλινδρικής μορφής. Η εσωτερική γεωμετρία τους διαφέρει από εναλλάκτη σε εναλλάκτη. Ο **θερμαντήρας**, ο οποίος ουσιαστικά αυξάνει την πίεση του εργαζόμενου αερίου, είναι συνήθως σωληνοειδής κυκλικής διατομής (σχ.1.11).



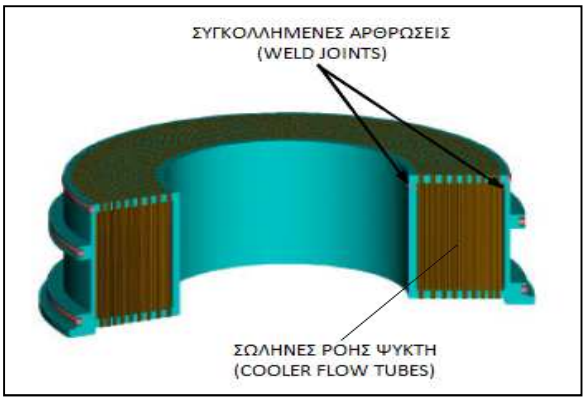
Σχ. 1.11 ΘΕΡΜΑΝΤΗΡΑΣ (HEATER HEAD) ΣΕ ΜΙΑ FREE PISTON STIRLING ΜΗΧΑΝΗ [4]

Ο **αναγεννητής** είναι κατασκευασμένος από ένα πορώδες μεταλλικό κόσκινο (μήτρα-matrix) και περικλείεται τόσο εσωτερικά όσο και εξωτερικά από κυλινδρικά μεταλλικά χιτώνια (liners). Η μήτρα του αναγεννητή αποτελείται από μεταλλικές ίνες (metal fibers) αρκετά μικρής διαμέτρου η καθεμία, που μετριέται σε μικρόμετρα (microns) (σχ.1.12).



Σχ. 1.12 ΑΝΑΓΕΝΝΗΤΗΣ (REGENERATOR) ΣΕ ΜΙΑ FREE PISTON STIRLING ΜΗΧΑΝΗ [4]

Τέλος ο **ψύκτης**, διαμέσου του οποίου ρέει το ψυκτικό μέσο (coolant flow), είναι σωληνοειδής ορθογωνικής διατομής. (σχ.1.13).

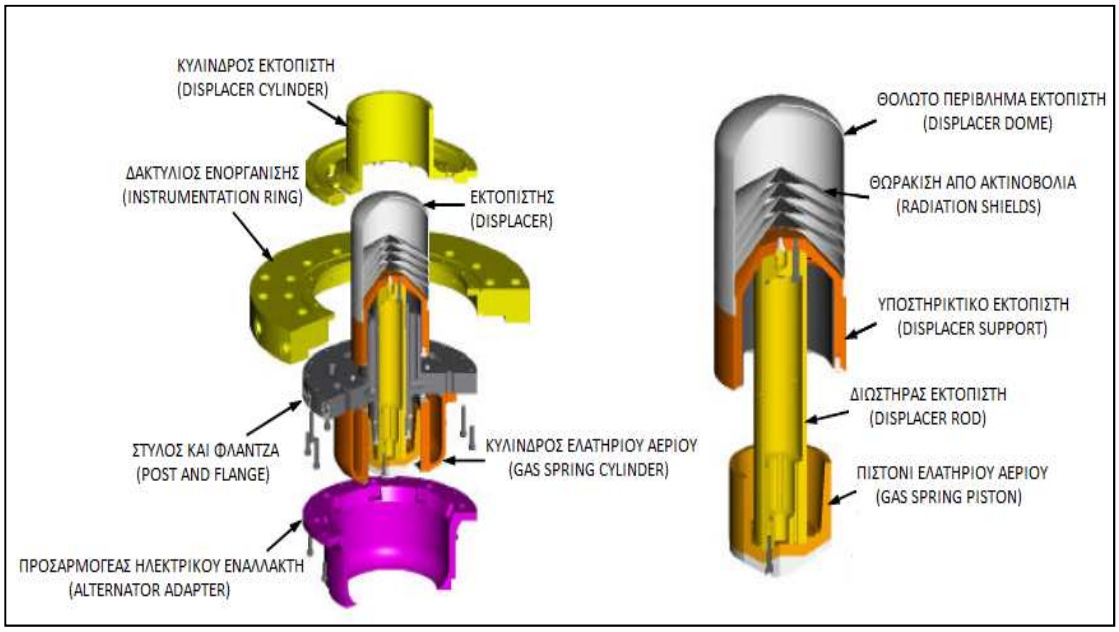


Σχ. 1.13 ΨΥΚΤΗΣ (COOLER) ΣΕ ΜΙΑ FREE PISTON STIRLING ΜΗΧΑΝΗ [4]

2) <u>ΣΥΝΔΕΣΜΟΛΟΓΙΑ ΟΔΗΓΟΥ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ (Displacer Drive Assembly) [4]</u>

Ο οδηγός εκτοπιστή ,ο οποίος συντελεί στο πέρασμα του εργαζόμενου μέσου από τους εναλλάκτες θερμότητας, αποτελείται από δύο μέρη. Το πρώτο ,το οποίο αποτελεί το δυναμικό μέρος, αποτελείται

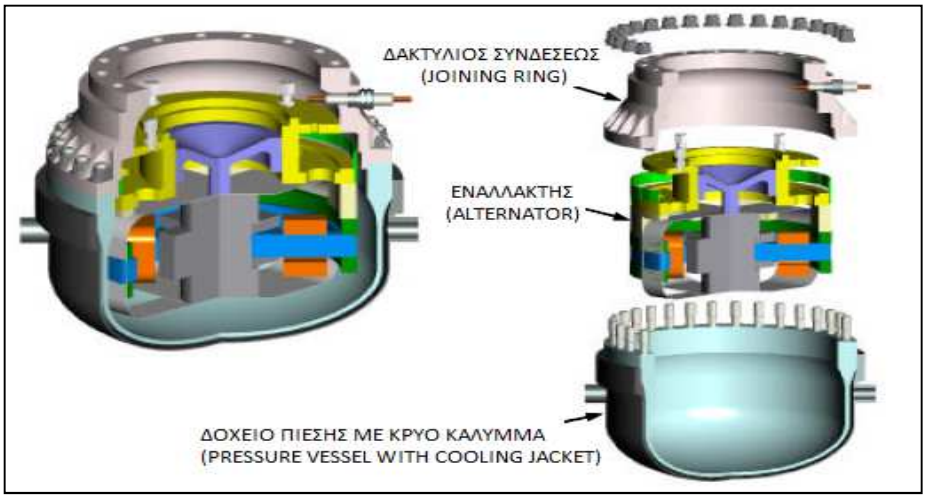
από τον εκτοπιστή, το θολωτό περίβλημα του εκτοπιστή (displacer dome), τον διωστήρα (displacer rod) και τα ελατήρια αερίου του εκτοπιστή. Ο διωστήρας έχει το ρόλο του να στηρίζει τα έδρανα αερίου του οδηγού εκτοπιστή. Υπάρχουν δύο ελατήρια αερίου στον εκτοπιστή, ένα οπίσθιο και ένα εμπρόσθιο. Το ελατήριο αερίου είναι ουσιαστικά μια διάταξη η οποία συμπεριφέρεται όπως τα κλασικά μηχανικά ελατήρια με καλύτερη λειτουργικότητα και λιγότερες απώλειες. Παρέχει την ενέργεια που απαιτείται ώστε να επιταχύνονται και να επιβραδύνονται τα παλινδρομούμενα έμβολα. Το ελατήριο αερίου αποτελείται από ένα πιστόνι (έμβολο) το οποίο παλινδρομεί σε κλειστό κύλινδρο γεμάτο με το εργαζόμενο αέριο. Το αέριο του ελατηρίου έχει πίεση κοντά στη μέση πίεση της μηχανής και θερμοκρασία κοντά σ΄αυτή του ψύκτη. Δυναμική ενέργεια αποθηκεύεται όταν το αέριο συμπιέζεται και απελευθερώνεται όταν εκτονώνεται. Τα ελατήρια αερίου δεν είναι ο μόνος τρόπος να αποθηκεύσεις ενέργεια σε μηχανές ελευθέρων εμβόλων. Μηχανικά, υγρά καθώς και μαγνητικά ελατήρια μπορούν να έχουν την ίδια λειτουργία. Τα μηχανικά ελατήρια επιβάλλουν κάποιους περιορισμούς (μέγιστη διαδρομή) και υπάρχουν αμφιβολίες σχετικά με την αξιοπιστία τους, τα υγρά ελατήρια παρουσιάζουν προβλήματα διαρροών ενώ τα μαγνητικά ελατήρια είναι ογκώδη [19]. Το δεύτερο μέρος, το οποίο είναι στατικό, αποτελούν ο στύλος και η φλάντζα (post and flange) (σχ.1.14).



Σχ. 1.14 ΣΥΝΔΕΣΜΟΛΟΓΙΑ ΟΔΗΓΟΥ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ ΣΕ ΜΙΑ FREE PISTON STIRLING ΜΗΧΑΝΗ [4]

3) <u>ΣΥΝΔΕΣΜΟΛΟΓΙΑ ΚΡΥΟΥ ΜΕΡΟΥΣ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ (Cold End Assembly) [4]</u>

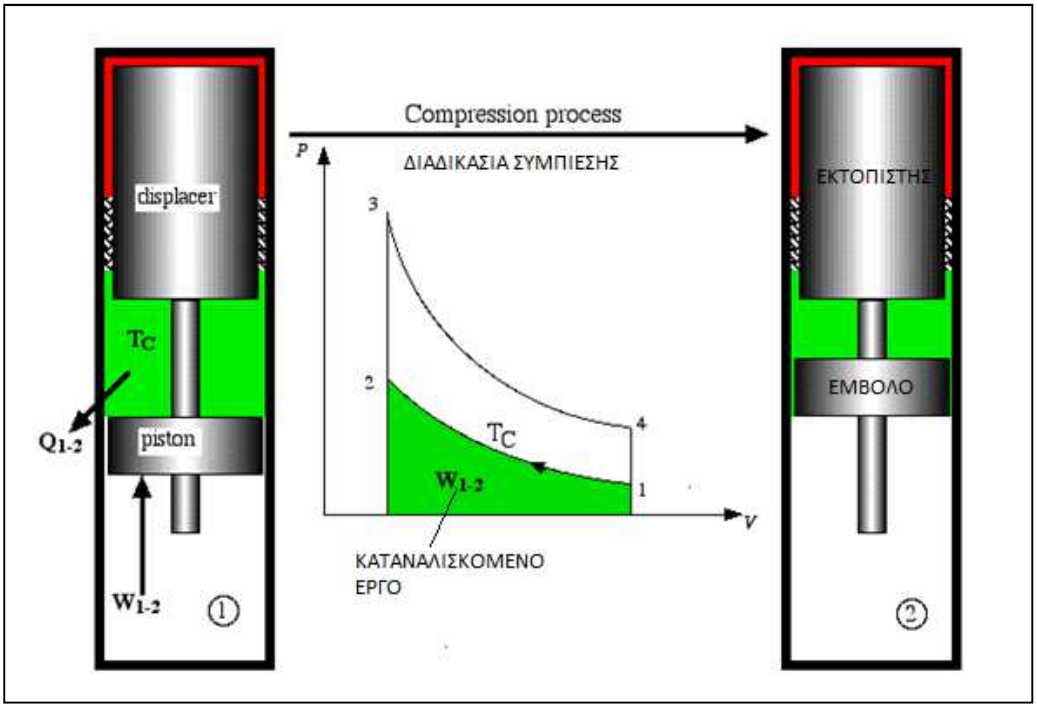
Η συνδεσμολογία του κρύου μέρους της μηχανής αποτελείται από τη συνδεσμολογία του εναλλάκτη, το δοχείο πίεσης (pressure vessel) και τον δακτύλιο συνδέσεως (joining ring) (σχ.1.15). Η συνδεσμολογία του εναλλάκτη αποτελείται από τον γραμμικό ηλεκτρικό εναλλάκτη (linear alternator), το έμβολο ισχύος και το σύστημα ανάρτησης.



Σχ. 1.15 ΣΥΝΔΕΣΜΟΛΟΓΙΑ ΚΡΥΟΥ ΜΕΡΟΥΣ ΜΗΧΑΝΗΣ (Cold End Assembly) ΣΕ ΜΙΑ FREE PISTON STIRLING ΜΗΧΑΝΗ [4]

Α.VII) ΙΔΑΝΙΚΟΣ ΚΥΚΛΟΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΜΙΑΣ ΘΕΡΜΙΚΗΣ ΚΑΙ ΜΙΑΣ ΨΥΚΤΙΚΗΣ FPSE (FREE PISTON STIRLING ENGINE), ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΈΣ ΜΕΤΑΒΟΛΕΣ, ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΚΑΘΕ ΦΑΣΗΣ

Όσον αφορά τη **θερμική μηχανή ελευθέρων εμβόλων** **[11] η πρώτη μεταβολή** που θα αναλυθεί είναι η φάση της ισοθερμοκρασιακής συμπίεσης. Στη φάση αυτή η οποία απεικονίζεται στα παρακάτω διαγράμματα $P-V$ ως η μεταβολή $1 \rightarrow 2$ το εργαζόμενο αέριο ευρισκόμενο στο κρύο μέρος της μηχανής ψύχεται λόγω της ύπαρξης ενός ψύκτη , συστέλλεται με αποτέλεσμα να συμπιέζεται από το έμβολο ισχύος (piston) ενώ ο εκτοπιστής (displacer) βρίσκεται στη κορυφή του κυλίνδρου (σχ. 1.16). Το αέριο συνεχίζει να ψύχεται με αποτέλεσμα η θερμοκρασία του να παραμένει σταθερή και ίση με T_C. Για την ισόθερμη συμπίεση καταναλώνεται ενέργεια ίση με το έργο $W_{1\rightarrow 2}$ (αρνητικό) το οποίο ισούται με το εμβαδόν της περιοχής της καμπύλης της μεταβολής $1 \rightarrow 2$.



Σχ. 1.16 ΙΣΟΘΕΡΜΗ ΣΥΜΠΙΕΣΗ ΣΤΗ FREE PISTON [11]

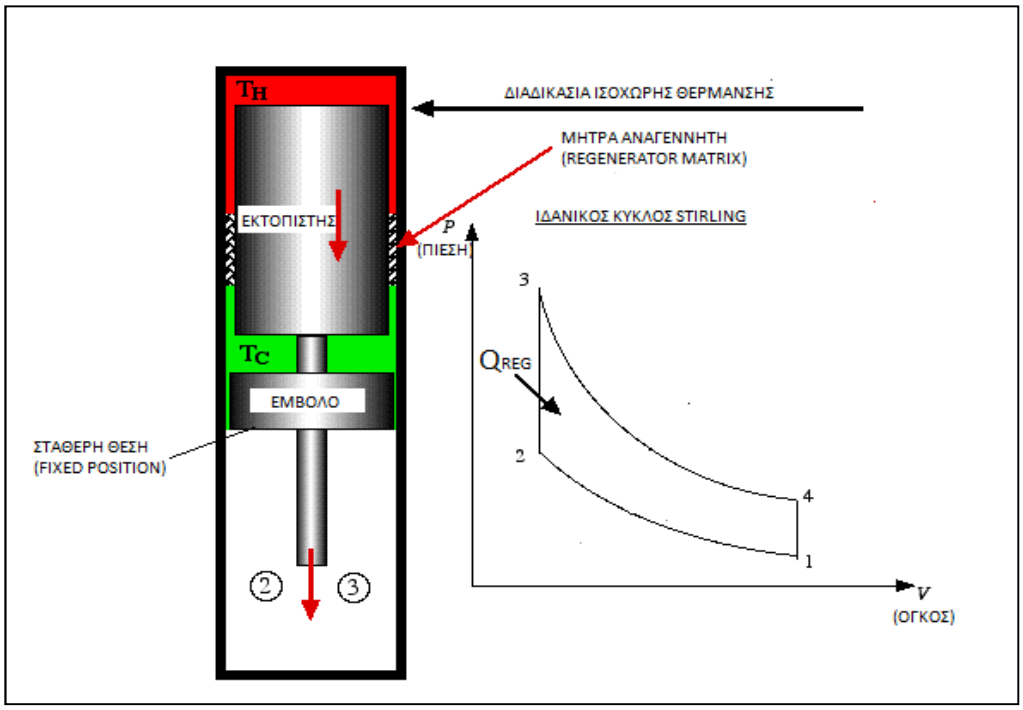
Οι θερμοδυναμικές εξισώσεις που διέπουν τη μεταβολή αυτή έχουν ως εξής :

$$P \times V = m \times R \times T_C = const \tag{A.2}$$

$$-Q_{out} = Q_{1\to 2} = W_{1\to 2} = \int_1^2 P \times dV = const \times \int_1^2 \frac{dV}{V} = const \times \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \tag{A.3}$$

$$const = P_1 \times V_1 = P_2 \times V_2 \tag{A.4}$$

Η **δεύτερη θερμοδυναμική μεταβολή** στην οποία υπόκειται το εργαζόμενο αέριο είναι η φάση της ισόχωρης θέρμανσης. Η φάση αυτή απεικονίζεται στο διάγραμμα πίεσης -όγκου ως η μεταβολή 2 → 3. Το αέριο εκτοπίζεται από το κρύο μέρος της μηχανής στο ζεστό μέρος της γνωστό και ως χώρος εκτόνωσης (expansion space) διερχόμενο προηγουμένως από τον αναγεννητή. Ο αναγεννητής προσδίδει θερμότητα στο εργαζόμενο μέσο με αποτέλεσμα την αύξηση της εσωτερικής του ενέργειας. Η μεταβολή 2 → 3 είναι άεργη. Το πιστόνι στη φάση αυτή βρίσκεται σε καθορισμένη θέση (σχ. 1.17).



Σχ. 1.17 ΙΣΟΧΩΡΗ ΘΕΡΜΑΝΣΗ ΣΤΗ FREE PISTON [11]

Οι θερμοδυναμικές εξισώσεις που διέπουν τη μεταβολή αυτή έχουν ως εξής :

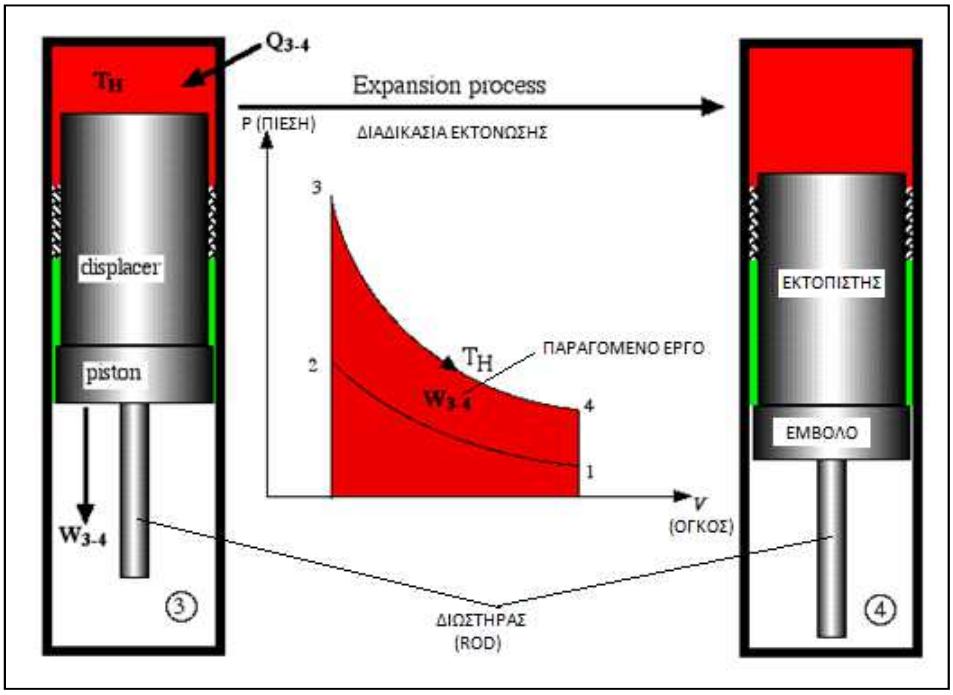
$$\frac{P}{T} = \frac{m \times R}{V_2} = \frac{m \times R}{V_3} = const \tag{A.5}$$

$$W_{2\to 3} = 0 \tag{A.6}$$

$$Q_{2\to 3} = U_{2\to 3} = m \times C_v \times \Delta T = m \times C_v \times (T_3 - T_2) > 0 \tag{A.7}$$

$$const = \frac{P_2}{T_2} = \frac{P_3}{T_3} \tag{A.8}$$

Η **τρίτη θερμοδυναμική μεταβολή** είναι η φάση της ισοθερμοκρασιακής εκτόνωσης στην οποία έχουμε παραγωγή έργου. Κατά τη διάρκεια της μεταβολής αυτής (3 → 4) το αέριο θερμαίνεται λόγω του θερμαντήρα (heater), η πίεση του αυξάνεται με αποτέλεσμα την εκτονωσή του (σχ. 1.18). Το αέριο συνεχίζει να θερμαίνεται με αποτέλεσμα να διατηρείται η θερμοκρασία του σταθερή και ίση με T_H.



Σχ. 1.18 ΙΣΟΘΕΡΜΗ ΕΚΤΟΝΩΣΗ ΣΤΗ FREE PISTON [11]

Οι θερμοδυναμικές εξισώσεις που διέπουν τη μεταβολή αυτή έχουν ως εξής :

$$P \times V = m \times R \times T_H = const \tag{A.9}$$

$$Q_{in} = Q_{3\to 4} = W_{3\to 4} = \int_3^4 P \times dV = const \times \int_3^4 \frac{dV}{V} = const \times \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) \tag{A.10}$$

$$const = P_3 \times V_3 = P_4 \times V_4 \tag{A.11}$$

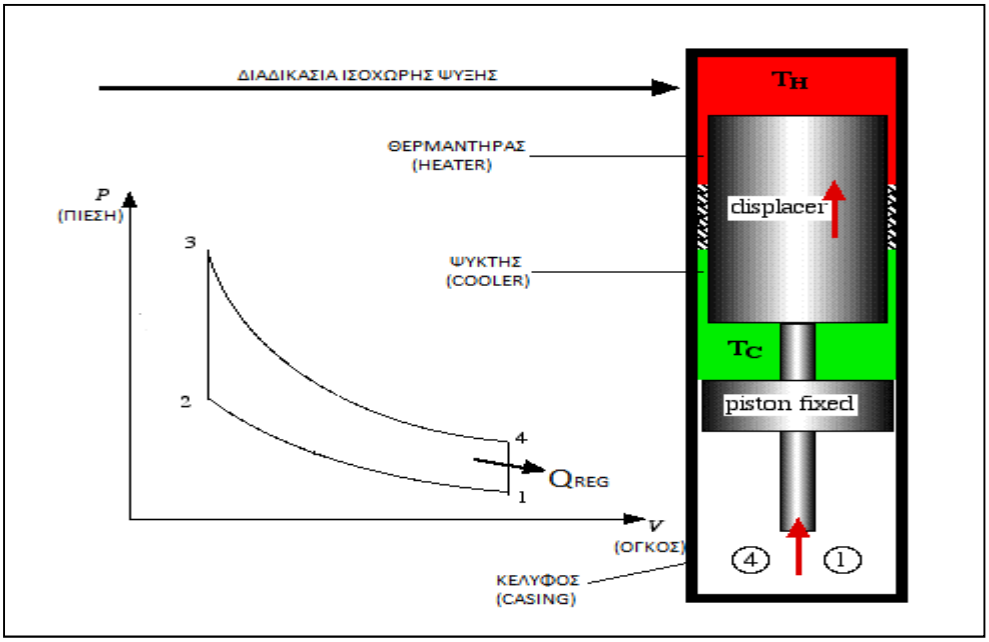
Η **θερμοδυναμική μεταβολή που ολοκληρώνει τον κύκλο λειτουργίας της θερμικής free piston** είναι η ισόογκη ψύξη του αερίου (4 → 1). Στη φάση αυτή ο εκτοπιστής με μία μικρή μετατόπισή του αναγκάζει το αέριο να μετακινηθεί από το ζεστό μέρος της μηχανής αρχικά στον αναγεννητή όπου και θα απορριφθεί θερμότητα και τέλος στο κρύο μέρος της μηχανής. Στη μεταβολή αυτή δε παράγεται έργο και το πιστόνι παραμένει σε καθορισμένη θέση (fixed position) (σχ. 1.19).
Οι θερμοδυναμικές εξισώσεις που διέπουν τη μεταβολή αυτή έχουν ως εξής :

$$\frac{P}{T} = \frac{m \times R}{V_4} = \frac{m \times R}{V_1} = const \qquad \text{(A.12)}$$

$$W_{4 \to 1} = 0 \qquad \text{(A.13)}$$

$$Q_{4\to1} = U_{4\to1} = m \times C_v \times \Delta T = m \times C_v \times (T_1 - T_4) < 0 \qquad \text{(A.14)}$$

$$const = \frac{P_4}{T_4} = \frac{P_1}{T_1} \qquad \text{(A.15)}$$



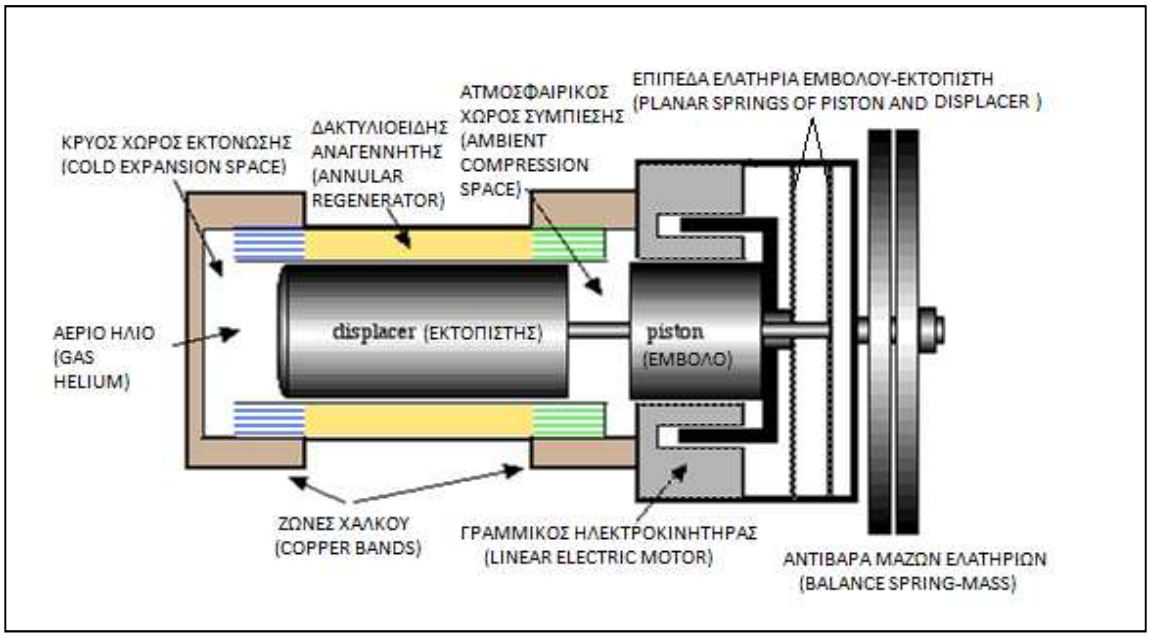
Σχ. 1.19 ΙΣΟΧΩΡΗ ΨΥΞΗ ΣΤΗ FREE PISTON [11]

Το ωφέλιμο έργο του κύκλου αυτού και ο θερμικός βαθμός απόδοσης θα ισούται με:

$$W_{net} = W_{1\to2} + W_{3\to4} = Q_{in} - Q_{out} \qquad \text{(A.16)}$$

$$\eta_{th} = \frac{W_{net}}{Q_{in}} = \frac{Q_{in} - Q_{out}}{Q_{in}} = 1 - \frac{Q_{out}}{Q_{in}} = 1 - \frac{T_C}{T_H} \qquad \text{(A.17)}$$

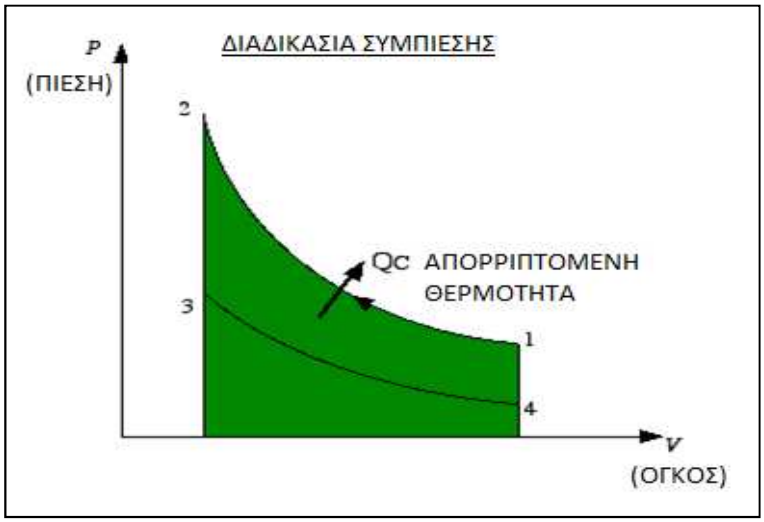
Ο αντίστοιχος αριστερόστροφος θερμοδυναμικός κύκλος δίνει τον ψυκτικό κύκλο λειτουργίας μιας μηχανης stirling ελευθέρων εμβόλων [11]. Η μηχανή αυτή (cryocooler or cryogenerator) ψύχει σε κρυογονικές θερμοκρασίες (λιγότερο από $100\ K$) [18]. Η διάταξη μιας ψυκτικής μηχανής ελευθέρων εμβόλων δίνεται στο σχ.1.20. Η ψυκτική αυτή μηχανή εννοιολογικά είναι μια πολύ απλή συσκευή η οποία αποτελείται κυρίως από δύο παλινδρομούντα μηχανικά μέρη (έμβολο και εκτοπιστής). Ο εκτοπιστής (displacer) μέσω της κίνησής του επιτρέπει τη μεταφορά του εργαζόμενου αερίου μεταξύ των χώρων συμπίεσης και εκτόνωσης. Όταν το μεγαλύτερος όγκος αερίου βρεθεί στο χώρο συμπίεσης τότε το έμβολο συμπιέζει το αέριο ενώ απορρίπτεται θερμότητα στο περιβάλλον. Στη συνέχεια το συμπιεσμένο αέριο οδηγείται με τη βοήθεια του εκτοπιστή πρώτα στον αναγεννητή και μετά στον κρύο χώρο εκτόνωσης.



Σχ. 1.20 ΔΙΑΤΑΞΗ ΨΥΚΤΙΚΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ [11]

Τέλος τόσο το έμβολο όσο και ο εκτοπιστής αφήνουν το αέριο να εκτονωθεί , απορροφώντας θερμότητα σε χαμηλή θερμοκρασία.

Η **πρώτη θερμοδυναμική μεταβολή** για τον ιδανικό κύκλο λειτουργίας της μηχανής αυτής ,που θα μας απασχολήσει, είναι η ισοθερμοκρασιακή συμπίεση $1 \rightarrow 2$ (σχ.1.21) κατά την οποία το αέριο συμπιέζεται σε σταθερή θερμοκρασία T_C ενώ απορρίπτεται θερμότητα Q_C στο περιβάλλον.



Σχ. 1.21 ΙΣΟΘΕΡΜΗ ΣΥΜΠΙΕΣΗ ΣΤΗ FREE PISTON (COOLER) [11]

Οι θερμοδυναμικές εξισώσεις που διέπουν τη μεταβολή αυτή έχουν ως εξής :

$$P \times V = m \times R \times T_C = const \tag{A.18}$$

$$-Q_{out} = Q_c = Q_{1\to 2} = W_{1\to 2} = \int_1^2 P \times dV = const \times \int_1^2 \frac{dV}{V} = const \times \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \tag{A.19}$$

$$const = P_1 \times V_1 = P_2 \times V_2 \tag{A.20}$$

Η **θερμοδυναμική μεταβολή που ακολουθεί** είναι η ισόογκη ψύξη του αερίου (2 → 3). Στη φάση αυτή ο εκτοπιστής με μία μικρή μετατόπισή του αναγκάζει το αέριο να μετακινηθεί από το χώρο συμπίεσης της μηχανής αρχικά στον αναγεννητή όπου και θα απορριφθεί θερμότητα και τέλος στο κρύο μέρος της μηχανής. Στη μεταβολή αυτή δε παράγεται έργο.

Οι θερμοδυναμικές εξισώσεις που διέπουν τη μεταβολή αυτή έχουν ως εξής :

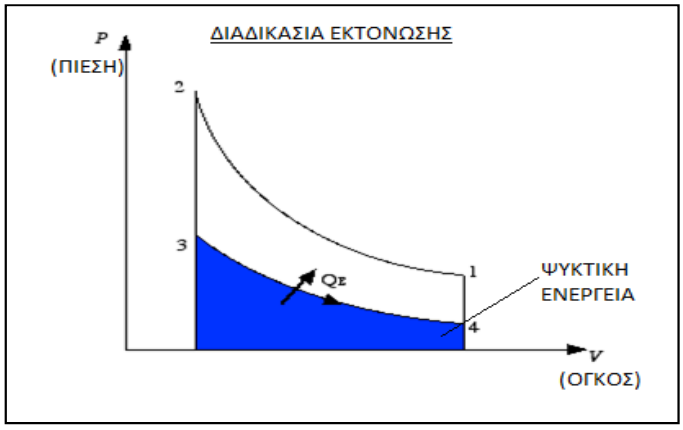
$$\frac{P}{T} = \frac{m \times R}{V_2} = \frac{m \times R}{V_3} = const \tag{A.21}$$

$$W_{2\to 3} = 0 \tag{A.22}$$

$$Q_{2\to 3} = U_{2\to 3} = m \times C_v \times \Delta T = m \times C_v \times (T_3 - T_2) < 0 \tag{A.23}$$

$$const = \frac{P_2}{T_2} = \frac{P_3}{T_3} \tag{A.24}$$

Η **τρίτη θερμοδυναμική μεταβολή** είναι η φάση της ισοθερμοκρασιακής εκτόνωσης. Κατά τη διάρκεια της μεταβολής αυτής (3 → 4) το αέριο απορροφά θερμότητα Q_E από το ψύκτη σε χαμηλή θερμοκρασία και εκτονώνεται (σχ. 1.22). Η θερμοκρασία του αερίου διατηρείται σταθερή και ίση με T_E.



Σχ. 1.22 ΙΣΟΘΕΡΜΗ ΕΚΤΟΝΩΣΗ ΣΤΗ FREE PISTON (COOLER) [11]

Οι θερμοδυναμικές εξισώσεις που διέπουν τη μεταβολή αυτή έχουν ως εξής :

$$P \times V = m \times R \times T_E = const \tag{A.25}$$

$$Q_{in} = Q_E = Q_{3\to4} = W_{3\to4} = \int_3^4 P \times dV = const \times \int_3^4 \frac{dV}{V} = const \times \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) \tag{A.26}$$

$$const = P_3 \times V_3 = P_4 \times V_4 \tag{A.27}$$

Η **θερμοδυναμική μεταβολή που ολοκληρώνει τον κύκλο λειτουργίας της ψυκτικής free piston** (cryocooler) είναι η ισόογκη θέρμανση του αερίου (4 → 1). Στη φάση αυτή ο εκτοπιστής με μία μικρή μετατόπισή του αναγκάζει το αέριο να μετακινηθεί από το κρύο μέρος της μηχανής αρχικά στον αναγεννητή όπου και θα προσληφθεί θερμότητα απ' αυτόν και τέλος στο χώρο συμπίεσης της μηχανής. Στη μεταβολή αυτή δε παράγεται έργο.

Οι θερμοδυναμικές εξισώσεις που διέπουν τη μεταβολή αυτή έχουν ως εξής :

$$\frac{P}{T} = \frac{m \times R}{V_4} = \frac{m \times R}{V_1} = const \tag{A.28}$$

$$W_{4\to 1} = 0 \tag{A.29}$$

$$Q_{4\to 1} = U_{4\to 1} = m \times C_v \times \Delta T = m \times C_v \times (T_4 - T_1) > 0 \tag{A.30}$$

$$const = \frac{P_4}{T_4} = \frac{P_1}{T_1} \tag{A.31}$$

Το ωφέλιμο έργο του κύκλου αυτού και ο συντελεστής συμπεριφοράς (COP) θα ισούται με:

$$W_{net} = W_{1\to 2} + W_{3\to 4} = Q_{in} - Q_{out} \tag{A.32}$$

$$COP_R = \frac{Q_E}{|W_{net}|} = \frac{Q_{in}}{|W_{net}|} \tag{A.33}$$

Μια θερμική μηχανή stirling ελευθέρων εμβόλων δίνεται στο σχ.1.23. Ενώ μια ψυκτική μηχανή stirling ελευθέρων εμβόλων (κρυογοννητής) δίνεται σχ.1.24.

Σχ. 1.23 Θερμική μηχανή stirling ελευθέρων εμβόλων της SUNPOWER INC. η οποία ονομάζεται EG-1000, παράγει $1\ KW_e$ *και η χρήση της προορίζεται για συμπαραγωγή ενέργειας σε ευρωπαϊκές οικίες . [17]*

Σχ. 1.24 Ψυκτική μηχανή Stirling ελευθέρων εμβόλων (cryocooler)-> CryoTel MT .Έχει μήκος $223\ mm$*, διάμετρο* $73\ mm$ *και ζυγίζει περίπου* $2\ kg$*. [12]*

Α.VIII) ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ , ΣΤΑΘΕΡΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΑΠΟΣΒΕΣΕΙΣ ΜΙΑΣ ΜΗΧΑΝΗΣ FREE PISTON STIRLING

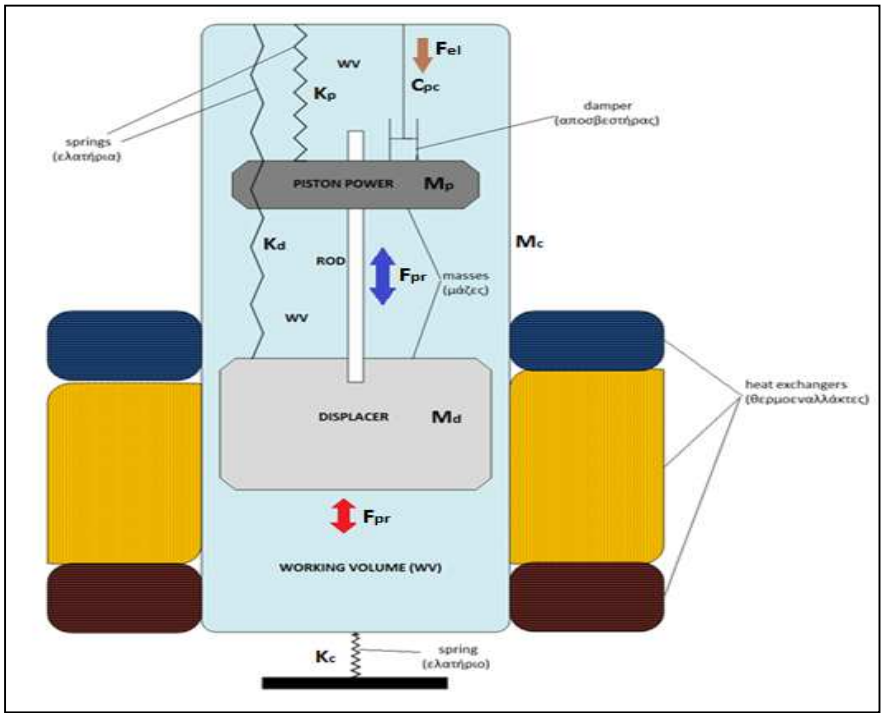
Η μηχανή stirling ελευθέρων εμβόλων (FPSE) είναι ουσιαστικά ένας θερμικά οδηγούμενος μηχανικός ταλαντωτής , ο οποίος επιτελεί το θερμοδυναμικό κύκλο stirling. Αντίθετα με τις κλασικές κινηματικές μηχανές stirling, η FPSE έχει τα παλινδρομικά του μέρη (έμβολο και εκτοπιστής) χωρίς μηχανικές συνδέσεις μεταξύ τους όπως μοχλούς , στροφάλους κτλ. Μια FPSE έχει κυρίως τρία βασικά μέρη : τον κύλινδρο (κέλυφος), τον εκτοπιστή και το έμβολο ισχύος. Ο χώρος εκτόνωσης βρίσκεται μεταξύ του κυλίνδρου και του εκτοπιστή , ο χώρος συμπίεσης βρίσκεται μεταξύ του εκτοπιστή και του εμβόλου ισχύος ενώ ο χώρος αναπηδήσεων , ο οποίος ενεργεί ως ελατήριο αερίου βρίσκεται μεταξύ του εμβόλου ισχύος και του κυλίνδρου. Υπάρχουν τρία είδη δυνάμεων που προσδιορίζουν τη δυναμική της μηχανής: οι δυνάμεις που ασκούνται στα παλινδρομικά μέρη λόγω της μετατόπισής τους (δυνάμεις ελατηρίων), οι δυνάμεις που ασκούνται στα μέρη λόγω της ταχύτητας των μερών (δυνάμεις απόσβεσης) και οι δυνάμεις στις μάζες τους λόγω επιτάχυνσης τους (αδρανειακές δυνάμεις). Οι δυνάμεις λόγω μετατόπισης και ταχύτητας μπορούν να προσδιοριστούν από τα στοιχεία του θερμοδυναμικού κύκλου και τη γεωμετρία της μηχανής. Αν το εργαζόμενο ρευστό υποτεθεί ότι είναι τέλειο αέριο (αδιαβατικές εκτονώσεις και συμπιέσεις), η δύναμη λόγω μετατόπισης θα είναι ανάλογη της αντίστοιχης μετατόπισης και είναι ανάλογη της δύναμης σε ένα γραμμικό ελατήριο. Η δράση του ελατηρίου οφείλεται στην αλληλεπίδραση μεταξύ του πεπιεσμένου αερίου και του εμβόλου της μηχανής. Η δύναμη λόγω της ταχύτητας καταναλώνει ενέργεια στη φύση της και είναι ανάλογη της αντίστοιχης ταχύτητας. Επίσης είναι ανάλογη της δύναμης σε έναν γραμμικό αποσβεστήρα. Η FPSE είναι ένα δυναμικό σύστημα που λειτουργεί σε μία περισσότερο ή λιγότερο σταθερή συχνότητα και συνήθως είναι αυτοεκκινούμενη. Όταν ο χώρος εκτόνωσης ζεσταθεί , το σύστημα απαιτεί μόνο μια μικρή , τυχαία διαταραχή για να αρχίσει η κίνηση των μερών της μηχανής. Αυτή η φυσική ικανότητα αυτοεκκίνησης είναι μια πολύ σημαντική διαφορά από τις κλασικές κινηματικές μηχανές stirling. Ένα

άλλο μεγάλο πλεονέκτημα των FPSEs είναι ότι δεν υπάρχουν μεγάλες πλευρικές δυνάμεις που να ασκούνται από τα παλινδρομούμενα μέρη στο τοίχωμα του κυλίνδρου (λόγω έλλειψης συνδετικών διωστήρων). Η εξάλειψη πλευρικών δυνάμεων στα έμβολα ελαττώνει τις τριβές με αποτέλεσμα να μπορούν να χρησιμοποιηθούν έδρανα αερίου. Η FPSE είναι επίσης απλή, έχει χαμηλό κόστος και μεγαλύτερη διάρκεια ζωής συγκρινόμενη με της κινηματικές μηχανές stirling. Η FPSE είναι ουσιαστικά ένα δονούμενο σύστημα με έναν οδηγό, ένα φορτίο και απώλειες. Το σύστημα περιλαμβάνει δυνάμεις ελατηρίου που δρουν για να επαναφέρουν τη μάζα (έμβολο ή εκτοπιστής) στο στατικό σημείο ισορροπίας, δυνάμεις απόσβεσης, εισερχόμενες δυνάμεις καθώς και δυνάμεις προερχόμενες από το φορτίο. Όταν η μάζα εκτοπίζεται κατά απόσταση x από το σημείο ισορροπίας της, δέχεται μια δύναμη ανάλογη του x από το ελατήριο ίση με $F_{spring} = K \cdot x$ (K=σταθερά). Αυτή η δύναμη αναγκάζει τη μάζα να γυρίσει πίσω στη θέση ισορροπίας. Όταν η μάζα φτάσει στο σημείο αυτό ,το περνάει λόγω αδράνειας , συμπιέζοντας το ελατήριο αερίου με αποτέλεσμα να δέχεται μία αρνητική δύναμη αυτή τη φορά (δύναμη προς την αντίθετη κατεύθυνση). Κάθε παλινδρομούμενο μέρος έχει τη δικιά του χαρακτηριστική συχνότητα που ονομάζεται φυσική συχνότητα ή ιδιοσυχνότητα. Οι δυνάμεις πίεσης του αερίου προκύπτουν ως αποτέλεσμα των διαφόρων θερμοδυναμικών μεταβολών που επιτελούνται στη μηχανή. Η κίνηση του εμβόλου αυξάνει και μειώνει το συνολικό εργαζόμενο όγκο με αποτέλεσμα δημιουργία ενός κύκλου εναλλαγής πιέσεως. Έργο παράγεται όταν η πίεση του αερίου αυξάνεται στο χώρο εκτόνωσης λόγω εισερχόμενης θερμότητας (από το θερμαντήρα). Όλα τα δυναμικά συστήματα χαρακτηρίζονται από δυνάμεις ‘’καταστροφής ενέργειας’’ ή αλλιώς δυνάμεις απόσβεσης που τείνουν να ελαττώσουν και τελικώς να απαλείψουν τη παλινδρομική κίνηση του συστήματος. Οι αποσβέσεις σε ένα σύστημα μπορεί να προκύψουν από πολλές αιτίες όπως η αντίσταση του αέρα, η συνεκτικότητα του ρευστού, οι δυνάμεις τριβής Coulomb, οι μαγνητικές αποσβεστικές δυνάμεις καθώς και η εσωτερική υστέρηση. Οι δυνάμεις απόσβεσης πάντα αντιστέκονται στη κίνηση της μάζας και συνήθως πρόκειται για δυνάμεις λόγω συνεκτικότητας , οι οποίες είναι ανάλογες της ταχύτητας. Η δύναμη απόσβεσης λόγω συνεκτικότητας για ένα μέσο ρευστό συμπεριφέρεται σαν ένας ιδανικός αποσβεστήρας. Ο αποσβεστήρας χαρακτηρίζεται από μία σταθερά απόσβεσης C η οποία ονομάζεται ως συντελεστής συνεκτικής απόσβεσης. Η δύναμη απόσβεσης θα είναι ίση με $F_{damping} = C \cdot \dot{x}$ όπου $\dot{x}$ είναι η ταχύτητα της μάζας. Η κίνηση της κάθε μάζας μπορεί να περιγραφεί από την εξίσωση του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα ως εξής :

$$M\ddot{x} + D\dot{x} + Kx = \sum F_{pr} + \sum F_{el} \tag{A.34}$$

Έτσι σε μία FPSE υπάρχουν οι δυνάμεις απόσβεσης (χαρακτηρίζονται από το γράμμα D) , οι δυνάμεις ελατηρίου (χαρακτηρίζονται από το γράμμα K) , οι δυνάμεις πίεσης του εργαζόμενου ρευστού (χαρακτηρίζονται από το F_{pr} όπου ο δείκτης pr προέρχεται από την αγγλική λέξη pressure που σημαίνει πίεση) και οι εξωτερικές δυνάμεις από το φορτίο (χαρακτηρίζονται από το F_{el} όπου ο δείκτης el προέρχεται από την αγγλική λέξη external load που σημαίνει εξωτερικό φορτίο) (σχ.1.25). Πολύ συχνά οι δυνάμεις πίεσης του εργαζόμενου ρευστού ενσωματώνονται στις δυνάμεις ελατηρίου και οι δυνάμεις φορτίου ενσωματώνονται στις δυνάμεις απόσβεσης με αποτέλεσμα να αλλάζουν οι τιμές των K και D . Η επίδοση μιας μηχανής stirling ελευθέρων εμβόλων μπορεί να χαρακτηριστεί από τη

συχνότητα λειτουργίας, τη διαφορά φάσης μεταξύ εμβόλου και εκτοπιστή, την ισχύ εξόδου , την απόδοση και την ευστάθεια.



Σχ. 1.25 Σχηματική διάταξη μιας μηχανής free piston stirling

Πολλά είδη αστάθειας μπορούν να συμβούν σε μια FPSE όπως:

1) η κατάσταση κατά την οποία τα πλάτη των παλινδρομούμενων μερών μειώνονται έως ότου σταματήσουν τα φαινόμενα ταλάντωσης και έχουμε παύση λειτουργίας της μηχανής (φαινόμενο **dropout**).

2) η κατάσταση κατά την οποία τα πλάτη των παλινδρομούμενων μερών αυξάνονται με αποτέλεσμα να έχουμε σύγκρουσή τους με το κέλυφος της μηχανής (φαινόμενο **blowup**).

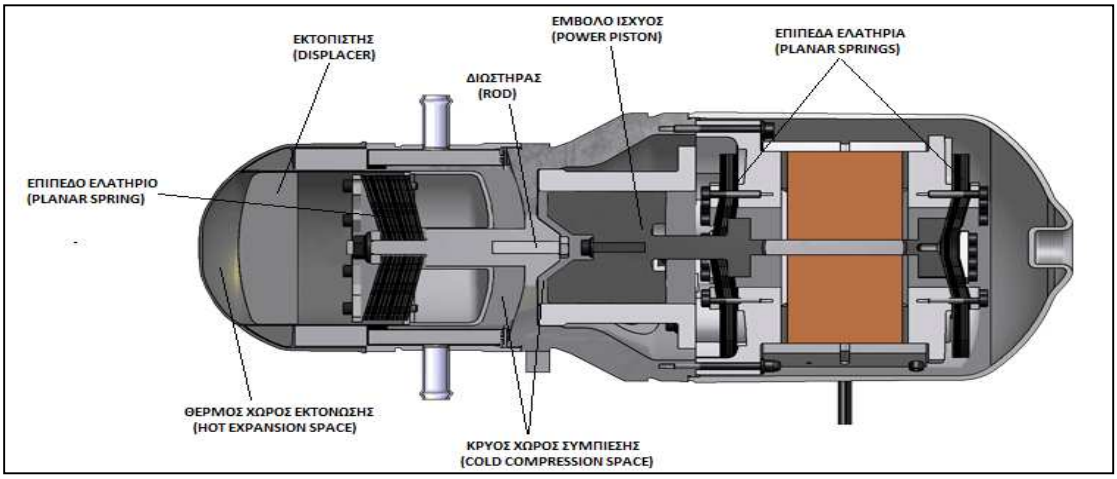
3) η κατάσταση κατά την οποία τα πλάτη ή και η συχνότητα λειτουργίας περιοδικά αυξάνονται και μειώνονται (φαινόμενο **hunting**).

Συνήθως η πηγή εισερχόμενης ενέργειας και τα φυσικά χαρακτηριστικά της μηχανής παραμένουν σταθερά. Το φορτίο είναι αυτό που ποικίλλει. Μία μηχανής stirling μαζί με το φορτίο της αποτελούν ένα δυναμικό σύστημα και οποιαδήποτε ανισορροπία μεταξύ της ισχύος εισόδου και της ισχύος εξόδου λόγω πολλών απωλειών ενέργειας δυσχεραίνει τη κατάσταση ισορροπίας της μηχανής. Έτσι η σταθερότητα της μηχανής εξαρτάται και από την ίδια τη μηχανή καθώς και από το αντίστοιχο φορτίο της. Το σύστημα ελέγχου της μηχανής θα πρέπει να είναι σε εγρήγορση ώστε οποιαδήποτε διαταραχή υπάρξει να την επιλύσει χωρίς να οδηγηθούμε σε μία τυχόν σύγκρουση, υπερθέρμανση ή οποιαδήποτε μηχανική καταπόνηση [13].

Α.ΙΧ) ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΣΕ ΜΙΑ ΜΗΧΑΝΗ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ

Οι απώλειες σε μια μηχανή stirling ελευθέρων εμβόλων μπορούν να χωριστούν σε δύο κατηγορίες : τις θερμικές απώλειες και τις δυναμικές απώλειες. Οι θερμικές απώλειες απαντούν πρωταρχικώς στη μεταφορά θερμότητας μεταξύ των δομικών μερών της μηχανής. Παριστάνουν τις απώλειες ενέργειας

που είναι ανάλογες των διαφορών των θερμοκρασιών μεταξύ των στερεών και των αέριων σωμάτων της μηχανής. Η καθαρή επίδραση τους είναι στη μείωση του θερμικού βαθμού απόδοσης , με αποτέλεσμα να απαιτείται μεγαλύτερη εισερχόμενη ενέργεια για να επιτευχθεί το επιθυμητό έργο. Έχουν μικρή επίδραση στη δυναμική της μηχανής. Οι δυναμικές απώλειες , από την άλλη πλευρά, είναι πιο πολύπλοκο να προβλεφθούν και μπορεί να είναι ένας παράγοντας που επηρεάζει τη συχνότητα ταλαντώσεων των μερών, τις πιέσεις των αερίων, θερμοκρασίες και τη θέση ή τη ταχύτητα του εμβόλου ή του εκτοπιστή. Μπορεί να είναι μη γραμμικές και να αλληλοεπηρεάζονται.



Σχ. 1.26 Μηχανή stirling ελευθέρων εμβόλων με επίπεδα ελατήρια (planar springs) [15]

Αποτελούν τον περιοριστικό παράγοντα που καθορίζει την ευστάθεια της μηχανής σε διάφορες καταστάσεις. Στις δυναμικές απώλειες αντιστοιχούν η συνεκτικότητα, ανομοιομορφίες επιφανειών, διαρροές και απώλειες υστέρησης των ελατηρίων αερίου. Πιο αναλυτικά και για τα δύο είδη απωλειών:

α) **ΘΕΡΜΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ** : απώλειες μεταφοράς θερμότητας με αγωγή (conduction losses), απώλειες θερμότητας από τον κύλινδρο, απώλεια ενθαλπίας από τον αναγεννητή (reheat losses), απώλειες μεταφοράς θερμότητας με συναγωγή (convection losses) και ακτινοβολία (radiation losses).

β) **ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ :** μηχανικές τριβές (mechanical friction losses), αεροδυναμικές τριβές (λόγω συνεκτικότητας ρευστού) (flow friction losses), απώλειες υστέρησης των ελατηρίων αερίου (gas spring hysteresis), απώλειες από διαρροές (seal leakage), απώλειες μεταφοράς θερμότητας από το ρευστό στα διάφορα τοιχώματα (wall conduction), υστέρηση μεταφοράς θερμότητας (hysteresis heat transfer), απώλειες ενθαλπίας μεταφερόμενης από το αέριο ή απώλειες άντλησης (pumping losses).

Α.Χ) ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΑΚΟΙ ΤΟΠΟΙ

1. Ε. Δ. ΡΟΓΔΑΚΗΣ, Ν. Α. ΜΠΟΡΜΠΙΛΑΣ , ‘’ Η Μηχανή του Stirling. Παλαιά αλλά και πολύ σύγχρονη! ’’.
2. Nicolae SOREA, ‘’ Considerations regarding combined heat and power generators using Stirling engines’’, Stefan cel Mare University**,** Suceava, Romania.
3. ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ Α. ΚΟΥΡΕΜΕΝΟΣ , ‘’ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ Ι’’, ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΣΥΜΕΩΝ, ΑΘΗΝΑ.
4. Peter A. Chapman, Nicholas A. Vitale, Thomas J. Walter ‘’ 5-kWe Free-Piston Stirling Engine Convertor ’’ , Foster-Miller, Inc., Albany, NY 12205.
5. http://www.sesusa.org/DrIz/engines/engines.html
6. http://www.ohio.edu/mechanical/thermo/Intro/Chapt.1_6/StirlCogen/StirlCogen.html

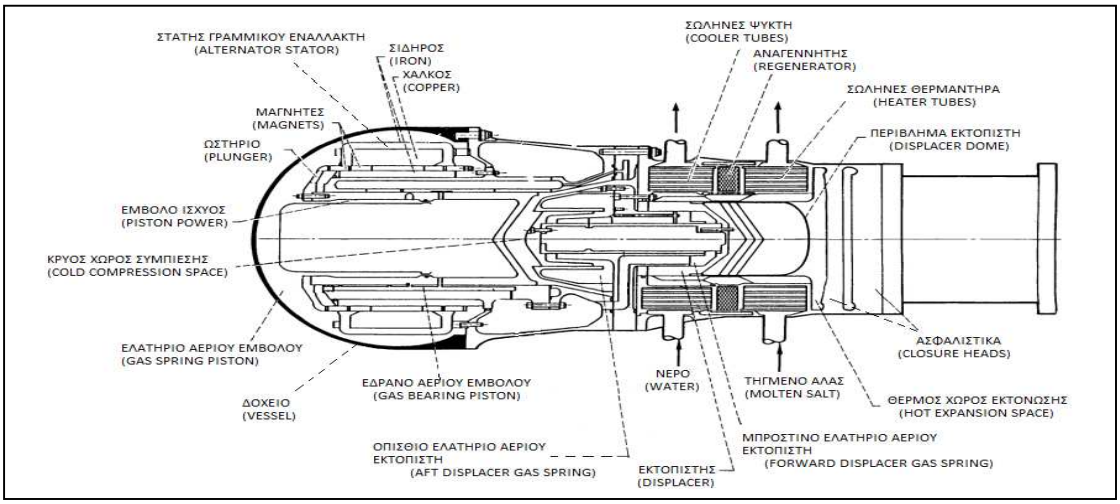
7. http://cryocoolers.dreamstation.com/doc/IdealStirlingCycleCoolerPerformance.htm
8. Walker, G., Senft, J.R, “Free Piston Stirling Engines”, Springer-Verlag, Berlin Heidelderg New York , Tokyo, 1985.
9. Halit Karabulut , ‘’Dynamic analysis of a free piston Stirling engine working with closed and open thermodynamic cycles ‘’,Gazi University, Technology Faculty, Automotive Engineering Department, Besevler, 06500 Ankara, Turkey.
10. F. Formosa , ‘’Coupled thermodynamic–dynamic semi-analytical model of free piston Stirling engines’’ , Laboratoire SYMME, Universite de Savoie, BP 80439, 74944 Annecy le Vieux Cedex, France.
11. http://www.ohio.edu/mechanical/thermo/Intro/Chapt.1_6/Chapter3b.html
12. SUNPOWER,’’ CryoTel™ Family Free-Piston Stirling Cryocoolers –OPERATING INSTRUCTIONS’’, Model : CryoTel MT, Version 4, Issued : March 25, 2010.
13. Lloyd B. Gordon, ‘’LOSS TERMS IN FREE-PISTON STIRLING ENGINE MODELS’’, Space Power Institute, Auburn University, Auburn, Alabama, January 25, 1992, prepared for NASA Lewis Research Center.
14. Timothy F. Regan, Scott S. Gerber, Mary Ellen Roth, ‘’ Development of a Dynamic, End – to – End Free Piston Stirling Convertor Model ‘’, National Aeronautics and Space Administration, Glenn Research Center, February 2004.
15. http://www.infiniacorp.com/behind-the-installation-infinias-free-piston-stirling-technology
16. Urieli I. and Berchowitz D., ‘’Stirling Cycle Engine Analysis’’, Adam Hilger Ltd., Bristol 1984.
17. Seon-Young Kim, James Huth, James G. Wood, ‘’Performance Characterization of Sunpower Free-Piston Stirling Engines’’, Sunpower, Inc., Athens, Ohio, 45701.
18. ΝΙΚΟΛΑΟΣ Α. ΜΠΟΡΜΠΙΛΑΣ, ‘’ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΜΗΧΑΝΕΣ STIRLING’’, ΑΘΗΝΑ, ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2005.
19. Manmohan Dhar, ‘’Stirling Space Engine Program, Volume 1-Final Report’’, Mechanical Technology Inc., Latham, New York, Prepared under Contract NAS3-25463, National Aeronautics and Space Administration, Glenn Research Center, August 1999.
20. http://www.robertstirlingengine.com/history.php

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Β

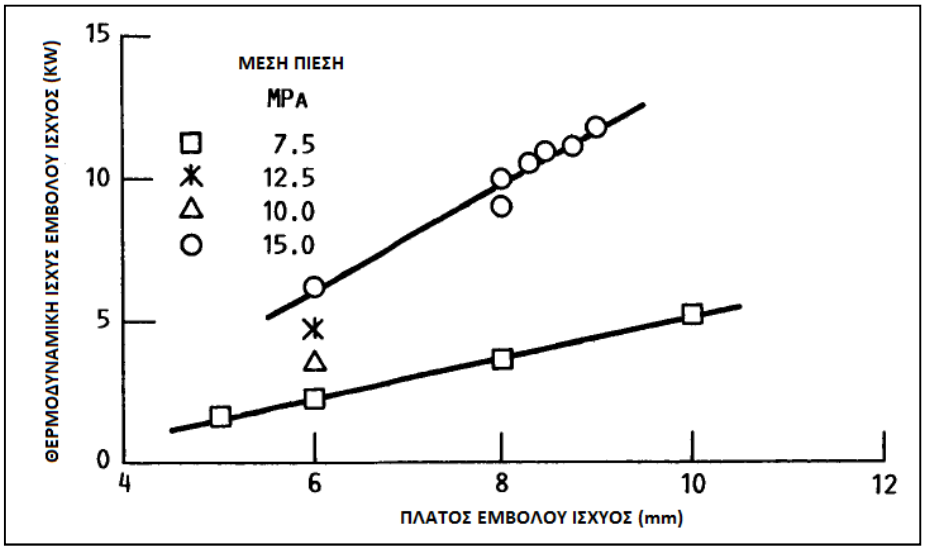
ΠΑΛΑΙΕΣ ΚΑΙ ΝΕΟΤΕΡΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΜΗΧΑΝΩΝ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ

Β.Ι) ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΗΧΑΝΗΣ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ ΓΙΑ ΕΡΕΥΝΕΣ ΣΤΟ ΔΙΑΣΤΗΜΑ

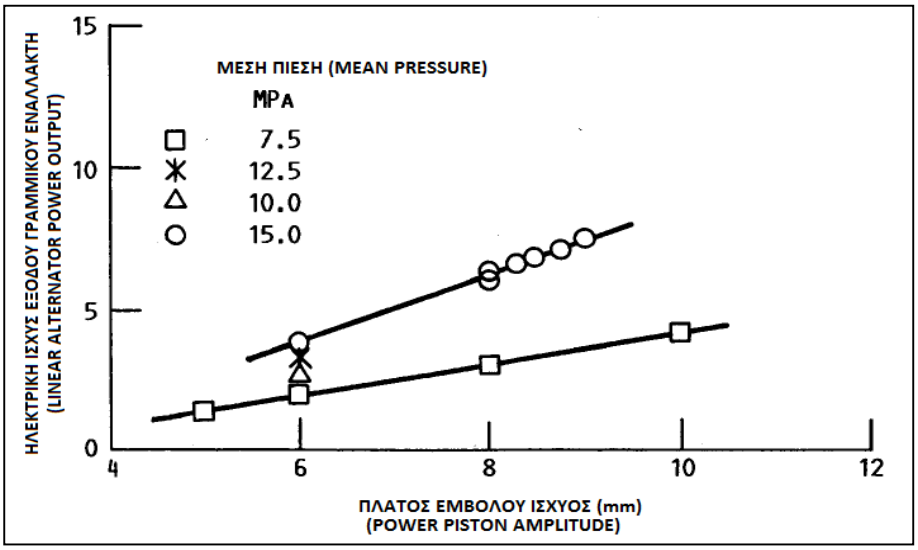
Στα τέλη της δεκαετίας του 80 η NASA στα πλαίσια ενός προγράμματος τεχνολογικής αναβάθμισης σχεδίασε και κατασκεύασε μία μηχανή stirling ελευθέρων εμβόλων με το όνομα **SPRE I (space power research engine I) [1]** . Η μηχανή αυτή ήταν ένα εργαλείο το οποίο θα άνοιγε το δρόμο στην εξέλιξη των μηχανών stirling και ιδιαίτερα των μηχανών stirling οι οποίες θα χρησιμεύανε σε πυρηνικά και ηλιακά συστήματα ισχύος με σκοπό την αποπεράτωση ερευνών στο διάστημα. Η SPRE I ήταν συνδεδεμένη με ηλεκτρικό γραμμικό ηλεκτρικό εναλλάκτη για τη παραγωγή ηλεκτρικού ρεύματος. Η μηχανή αυτή σχεδιάστηκε για τη παραγωγή $12{,}5\ KWe$ με θερμική ισχύ από το θερμαντήρα $50\ KWth$. Το εργαζόμενο μέσο ήταν το ήλιο με μέγιστη πίεση στα $15\ MPa$ ενώ η μηχανή δούλευε σε συχνότητα $100\ Hz$. Ο λόγος των θερμοκρασιών του θερμαντήρα προς το ψύκτη ήταν ίσος με 2 . Η αναγκαία θερμότητα παρεχόταν στο θερμαντήρα μέσω της κυκλοφορίας στις σωληνώσεις τηγμένου αλατιού ενώ αντίστοιχα το ψυκτικό μέσο ήταν νερό. Η μηχανή αυτή είχε δύο κινητά μέρη. Το πρώτο ήταν το έμβολο ισχύος (power piston) και το δεύτερο ήταν ο εκτοπιστής (displacer). Και τα δύο βρίσκονταν στον ίδιο κύλινδρο. Ο εκτοπιστής διαχώριζε το κρύο μέρος της μηχανής από το αντίστοιχο ζεστό ενώ ο κρύος χώρος συνδεόταν με το ζεστό χώρο μέσω τριών εναλλακτών θερμότητας. Οι τρεις αυτοί εναλλάκτες ,υπό μορφή δακτυλίων, ήταν κατά σειρά οι εξής : ψύκτης ,αναγεννητής και θερμαντήρας. Για την εξάλειψη των τριβών μεταξύ των κινητών και των ακίνητων μερών, τόσο στο έμβολο όσο και στον εκτοπιστή ήταν προσαρμοσμένα ειδικά ρουλεμάν. Κάθε κινητό μέρος είχε το δικό του ελατήριο αερίου, απαραίτητο για τη περάτωση του κύκλου λειτουργίας της μηχανής. Η διαφορά φάσης μεταξύ εμβόλου και εκτοπιστή ήταν γύρω στις 85 μοίρες. Στα παρακάτω σχήματα δίνονται κατά σειρά η διάταξη της SPRE I , το διάγραμμα θερμοδυναμικής ισχύος-πλάτους για το έμβολο, το διάγραμμα ισχύος εξόδου από τον γραμμικό ηλεκτρικό εναλλάκτη (linear alternator) σε συνάρτηση με το πλάτος κίνησης του εμβόλου και το διάγραμμα συχνότητας λειτουργίας σε συνάρτηση με τη μέση πίεση.



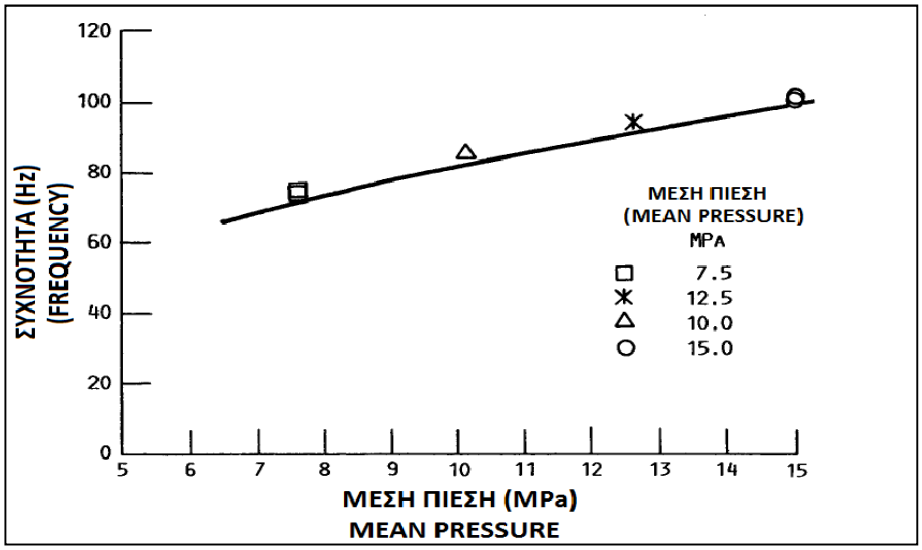
Σχ. 2.1 ΔΙΑΤΑΞΗ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ SPRE I [1]



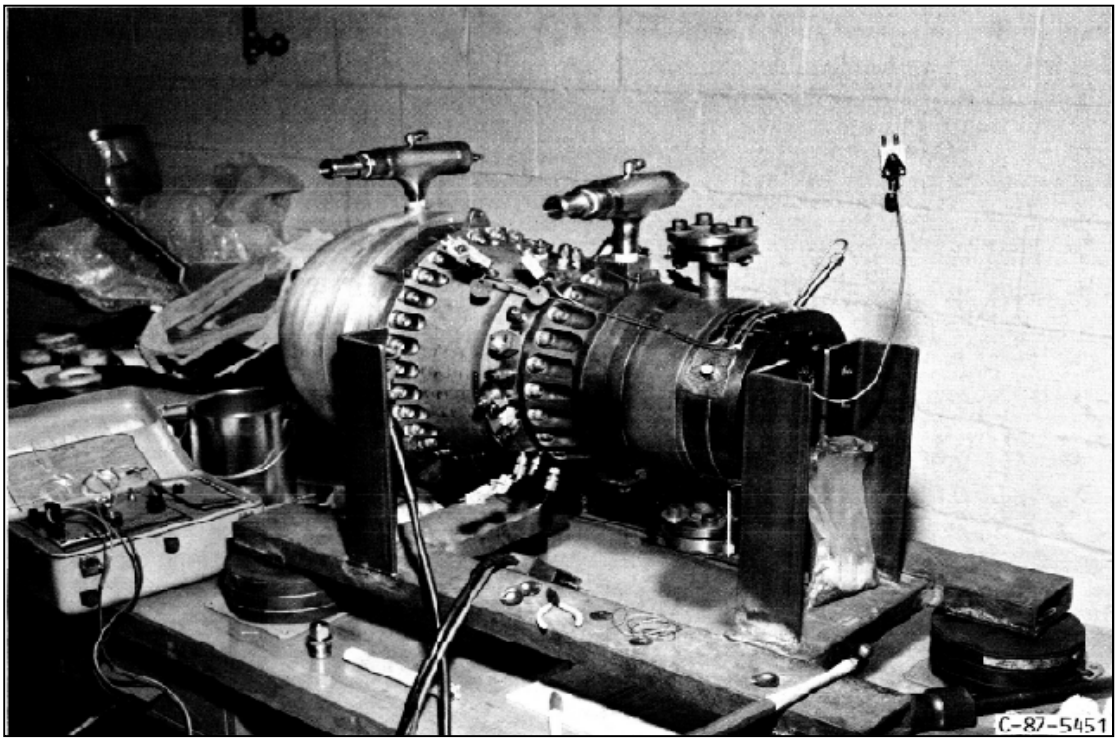
Σχ. 2.2 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ-ΠΛΑΤΟΥΣ ΓΙΑ ΤΟ ΕΜΒΟΛΟ ΙΣΧΥΟΣ [1]



Σχ. 2.3 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ (ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ)ΙΣΧΥΟΣ ΕΞΟΔΟΥ-ΠΛΑΤΟΥΣ ΕΜΒΟΛΟΥ ΙΣΧΥΟΣ [1]



Σχ. 2.4 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ-ΜΕΣΗΣ ΠΙΕΣΗΣ [1]

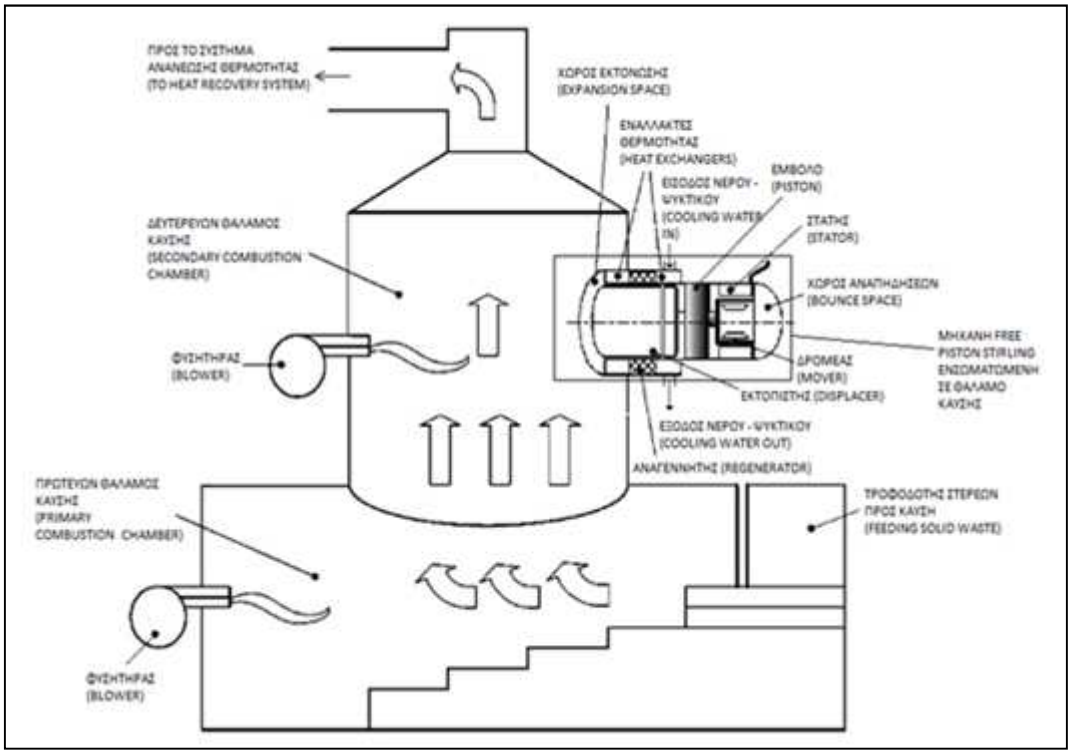


Σχ. 2.5 Η ΜΗΧΑΝΗ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ SPRE I [1]

Β.ΙΙ) ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΗΧΑΝΗΣ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ ΜΕΣΩ ΜΙΑΣ ΚΙΝΗΤΗΣ ΣΧΑΡΑΣ ΑΠΟΤΕΦΡΩΤΗΡΑ ΓΙΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

Η αποτέφρωση με ανανέωση θερμότητας [2] είναι μία ελκυστική μέθοδος ανανέωσης ενέργειας σε ορισμένες χώρες. Η μετατροπή της απορριπτόμενης θερμότητας σε ισχύ είναι ιδιαίτερα επιθυμητή σε περιοχές που δεν έχουν επαρκείς ενεργειακούς πόρους. Έχει γίνει παλαιότερα κάτι παρόμοιο όπως η μετατροπή νερού σε υπέρθερμο ατμό με απορρόφηση απορριπτόμενης ενέργειας. Ο ατμός αυτός στη συνέχεια χρησιμοποιήθηκε στο να εκτονωθεί σε έναν ατμοστρόβιλο με αποτέλεσμα τη παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας μέσω γεννήτριας. Ο ατμοστρόβιλος αυτός ονομάστηκε GENSET. Για παράδειγμα στην Ιαπωνία $769\ MW$ ηλεκτρικής ισχύος παράχθηκαν από 181 εγκαταστάσεις μεγάλης κλίμακας – αποτεφρωτήρων το 1998. Ωστόσο δεν είναι απαραίτητο να χρησιμοποιηθεί ένας ατμοστρόβιλος GENSET για την ανανέωση ενέργειας από μία μικρής κλίμακας – αποτεφρωτήρα (με παροχή καυσίμου γύρω στους $500\ t/d$). Αυτό γίνεται ,διότι ο θερμικός βαθμός απόδοσης ενός ατμοστροβίλου θα πέσει δραματικά, καθώς η ικανότητα του στροβίλου μειώνεται. Από την άλλη πλευρά μία μηχανή stirling θα μπορέσει να κρατήσει υψηλό βαθμό απόδοσης με ισχύ εξόδου από 10 έως πάρα πολλά KW και επίσης είναι κατάλληλη η χρησιμοποίηση της μηχανής stirling GENSET για μικρής ή μεσαίας κλίμακας - αποτεφρωτήρα. Ανάμεσα στους πολλούς τύπους των μηχανών stirling μόνο η μηχανή stirling ελευθέρων εμβόλων μαζί με έναν γραμμικό ηλεκτρικό εναλλάκτη (free piston stirling GENSET) έχει τη μεγαλύτερη μηχανική απλότητα και τις ελάχιστες απώλειες λόγω τριβής κατά τη λειτουργία της. Κάποια προβλήματα που ήταν σύμφυτα με τον γραμμικό εναλλάκτη όπως η περίπτωση μεγαλύτερου από το αναμενόμενο πλάτος ταλάντωσης του εμβόλου και προβλήματα με την απόσβεση έχουνε με τη πάροδο του χρόνου επιλυθεί. Η μηχανή stirling GENSET ελευθέρου εμβόλου επιλέχθηκε να ανανεώσει την απορριπτόμενη θερμότητα από μία μικρής κλίμακας-αποτεφρωτήρα , ο οποίος κατασκευάστηκε

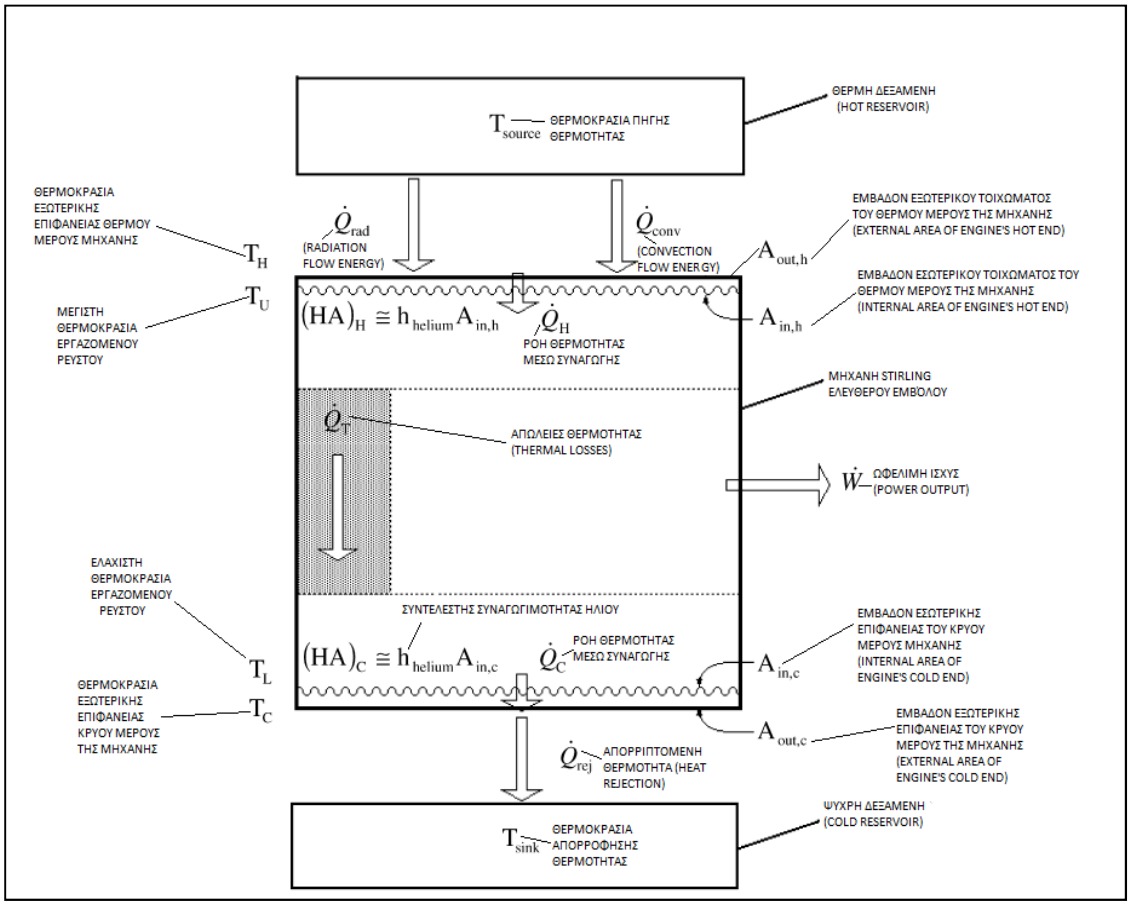
από το βιομηχανικό και τεχνολογικό ινστιτούτο (ITRI) στη Ταϊβάν. Ο αποτεφρωτήρας αυτός αποτελείται από πολλά μέρη όπως ένα σύστημα τροφοδότησης στερεών προς καύση, έναν διπλό καυστήρα με αρχικό και δευτερεύοντα θάλαμο καύσης, ένα σύστημα ανανέωσης θερμικής ενέργειας και ένα σύστημα ελέγχου των διαφόρων ρυπαντών που αναδύονται. Η ικανότητα καύσης αρχίζει από 16 και φτάνει μέχρι τους 50 τόννους καύσιμης ύλης ανά μέρα. Για να υπάρχει πλήρης αρμονία σε σχέση με τις οδηγίες που έχει θέσει η διοίκηση περιβαλλοντικού ελέγχου στη Ταϊβάν (EPAT) ,όσον αφορά την ελάττωση των τοξικών αερίων, η θερμοκρασία στον δευτερεύοντα θάλαμο καύσης θα πρέπει να διατηρείται κάτω από τους $1273\ K$. Γι αυτό το λόγο η μηχανή ελευθέρων εμβόλων stirling GENSET έχει σαν σκοπό να εγκατασταθεί στα όρια του δευτερεύοντος θαλάμου καύσεως έτσι ώστε η θερμή επιφάνεια ροής της μηχανής να είναι ενσωματωμένη μέσα στο θάλαμο. Ο έλεγχος της θερμοκρασίας του θαλάμου έγινε αυτόματα με την εγκατάσταση μιας βοηθητικής αντλίας του προθερμασμένου αέρα από το σύστημα ανανέωσης θερμότητας και του αέρα απευθείας από το περιβάλλον. Η διαθέσιμη απορριπτόμενη θερμότητα , που αναλογούσε στη παροχή καυσίμου 16 τόννων ανά μέρα, εκτιμήθηκε στα $314\ KW$ συμπεριλαμβανομένου και των δύο θαλάμων καύσεως. Η εκτίμηση αυτή έγινε με την υπόθεση τέλειας καύσης, με τη χρησιμοποίηση κατώτερων τιμών θερμογόνου ικανότητας και με την υπόθεση ότι δεν υπήρξε βοηθητικό καιόμενο καύσιμο. Η σχηματική διάταξη της εφαρμογής αυτής παρατίθεται στο σχήμα 2.6.



Σχ. 2.6 Σχηματική διάταξη αποτεφρωτήρα με μηχανή stirling ελευθέρων εμβόλων [2]

Η θερμοκρασία της πηγής θερμότητας T_{source} , όπως φαίνεται και στο σχήμα 2.7 αποτυπώνει την ελεγχόμενη θερμοκρασία του θαλάμου του αποτεφρωτήρα. Η θερμοκρασία της απορροφούμενης θερμότητας T_{sink} αντιπροσωπεύει τη θερμοκρασία του ψυκτικού μέσου το οποίο χρησιμοποιείται για να ψύξει τον κρύο χώρο της μηχανής stirling ελευθέρων εμβόλων. Η θερμοκρασία T_H είναι η

θερμοκρασία της εξωτερικής επιφάνειας του θερμού μέρους της μηχανής ενώ η θερμοκρασία T_C αντίστοιχα αποτελεί τη θερμοκρασία της εξωτερικής επιφάνειας του κρύου μέρους της μηχανής.



Σχ. 2.7 Σχηματική διάταξη του μοντέλου μεταφοράς θερμότητας [2]

Εφόσον ο κύκλος ισχύος (θερμοδυναμικός κύκλος) είναι ολοκληρωμένος με τις διαδικασίες θέρμανσης, εκτόνωσης, ψύξης και συστολής του εργαζόμενου ρευστού, η μέγιστη θερμοκρασία του ρευστού T_U (χώρος εκτόνωσης) είναι μικρότερη από την T_H και η ελάχιστη θερμοκρασία του ρευστού T_L (χώρος συμπίεσης) είναι μεγαλύτερη από την T_C. Έτσι για τις θερμοκρασίες αυτές ισχύει η εξής σχέση :

$$T_{source} > T_H > T_U > T_L > T_C > T_{\sin k} \tag{B.1}$$

Το μοντέλο που αντιστοιχεί στη παραπάνω ροή θερμότητας ,η οποία θα αναλυθεί εκτενέστερα στη συνέχεια δίνεται στο σχήμα 2.7. Αρχικά έχουμε τη ροή θερμότητας προς τη μηχανή free piston. Η ροή της θερμότητας από τη θερμή δεξαμενή (θάλαμοι καύσης) γίνεται μέσω ακτινοβολίας και συναγωγής. Οπότε έχουμε την εξίσωση :

$$\dot{Q}_{source} = \dot{Q}_{rad} + \dot{Q}_{conv} \tag{B.2}$$

Όπου :

$$\dot{Q}_{rad} = \alpha A_{out,H} F_{H,O} \sigma (T_{source}^{4} - T_{H}^{4}) \tag{B.3}$$

$$\dot{Q}_{conv} = (HA)_{fgas} (T_{fgas} - T_{H}) \tag{B.4}$$

Ως γνωστόν το α είναι ο συντελεστής απορρόφησης της επιφάνειας που εκτίθεται στις φλόγες και σ είναι η σταθερά των Stefan-Boltzmann. Το $A_{out,H}$ αντιπροσωπεύει το εξωτερικό εμβαδόν του θερμού μέρους της μηχανής ενώ ο $F_{H,O}$ αποτελεί τον συντελεστή όψεως της επιφάνειας αυτής προς την επιφάνεια της πηγής. Επίσης ο $(HA)_{fgas}$ αποτελεί τον συντελεστή ειδικής συναγωγιμότητας επί το εμβαδόν $A_{H,O}$ μεταξύ της εξωτερικής θερμής επιφάνειας της μηχανής και των φλεγόμενων αερίων. Η T_{fgas} αποτελεί τη θερμοκρασία των θερμών αερίων και για λόγους απλοποίησης γίνεται η υπόθεση ότι ισούται με τη θερμοκρασία της πηγής, δηλαδή :

$$T_{fgas} = T_{source} \tag{B.5}$$

Όσον αφορά τη θερμότητα που μεταφέρεται από το θερμό μέρος της μηχανής στο εργαζόμενο ρευστό μέσω συναγωγής θα έχουμε :

$$\dot{Q}_{H} = h_{He} A_{in,H} (T_{H} - T_{U}) \tag{B.6}$$

Η θερμότητα που μεταφέρεται από το εργαζόμενο ρευστό στο κρύο μέρος της μηχανής μέσω συναγωγής θα είναι:

$$\dot{Q}_{C} = h_{He} A_{in,C} (T_{L} - T_{C}) \tag{B.7}$$

Ενώ η απορριπτόμενη θερμότητα μέσω του ψυκτικού υγρού στο περιβάλλον θα είναι ίση με :

$$\dot{Q}_{\text{sink}} = \dot{Q}_{rej} = h_{coolant} A_{out,C} (T_{L} - T_{\text{sink}}) \tag{B.8}$$

Ο θερμικός βαθμός απόδοσης του εσωτερικού κύκλου θα ισούται με :

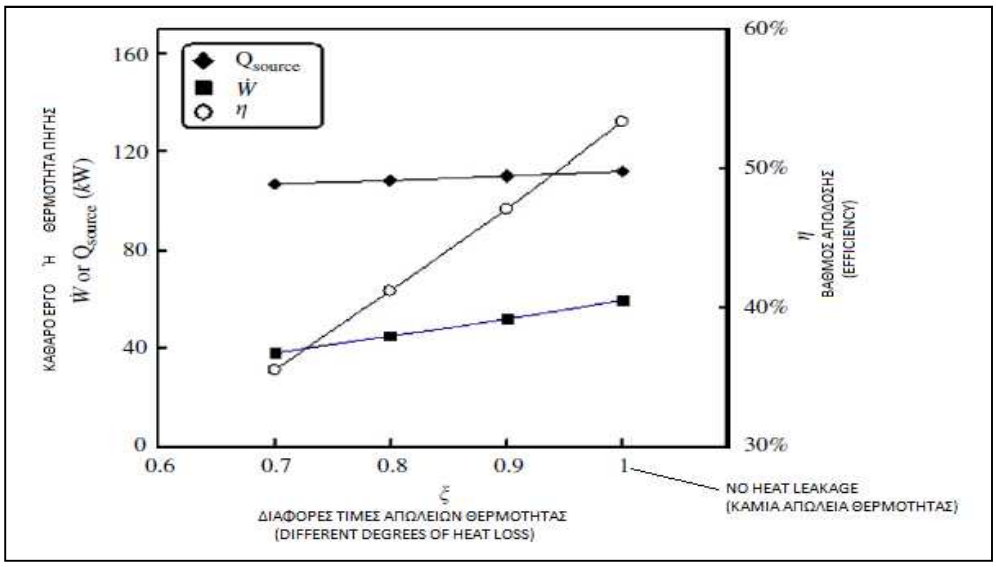
$$\eta_{endo} = \frac{\dot{W}}{\dot{Q}_{H}} = 1 - \frac{T_{L}}{T_{U}} \tag{B.9}$$

Αν τελικώς ορίζεται ως ξ το ποσοστό θερμότητας που ρέει στο εργαζόμενο αέριο δηλαδή :

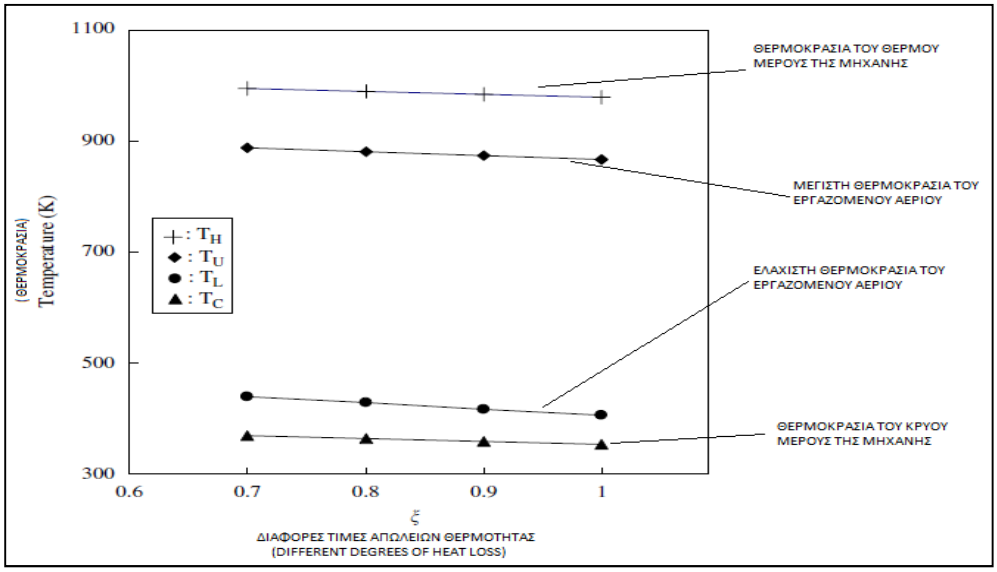
$$\xi = \frac{\dot{Q}_H - \dot{Q}_T}{\dot{Q}_H} \tag{B.10}$$

όπου Q_T είναι οι συνολικές απώλειες θερμότητας.
Τότε ο βαθμός απόδοσης μιας πιο ρεαλιστικής μηχανής θα είναι ίσος με :

$$\eta = \xi\left(1 - \frac{T_L}{T_U}\right) \tag{B.11}$$



Σχ. 2.8 Διάγραμμα καθαρού έργου, θερμότητας πηγής και απόδοσης για διάφορες τιμές θερμικών απωλειών [2]



Σχ. 2.9 Διάγραμμα θερμοκρασιών εργαζόμενου αερίου και τοιχωμάτων της μηχανής free piston για διάφορες τιμές θερμικών απωλειών

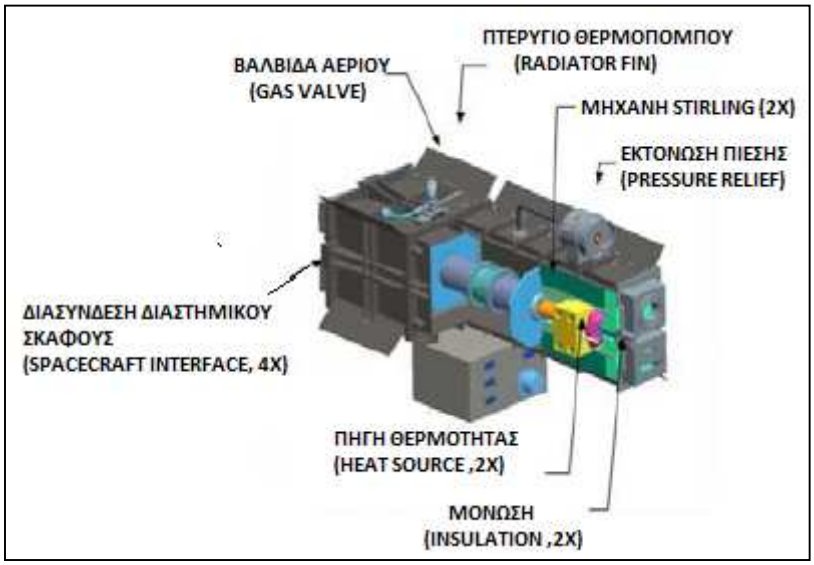
Β.ΙΙΙ) ΜΕΛΕΤΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΜΗΧΑΝΩΝ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ ΣΕ ΔΙΑΣΤΗΜΙΚΑ ΣΚΑΦΗ ΓΙΑ ΠΡΟΣΕΔΑΦΙΣΗ ΚΑΙ ΜΑΚΡΑ ΠΑΡΑΜΟΝΗ ΤΟΥΣ ΣΤΟΝ ΠΛΑΝΗΤΗ ΤΗΣ ΑΦΡΟΔΙΤΗΣ

Η NASA έχει ξεκινήσει τη δημιουργία ενός συνδυασμένου κύκλου ισχύος stirling μέσω ένα συστήματος ψύξης (dublex) για να καταστήσει δυνατή την προσεδάφιση και μακρά παραμονή προς εξερεύνηση στον πλανήτη Αφροδίτη [3] καθώς και σε άλλα δυσχερή περιβάλλοντα πλανητών του ηλιακού μας συστήματος. Το διπλό αυτό σύστημα θα μπορεί να λειτουργεί λόγω της θερμότητας που θα του παρέχεται από τη καύση του ραδιοϊσοτόπου πλουτωνίου-238 ή από ένα εναλλακτικό του. Εφόσον η επιφάνεια της Αφροδίτης έχει μία ατμόσφαιρα πυκνή, πολύ ζεστή και διαβρωτική, είναι πρόκληση η διατήρηση των ευαίσθητων ηλεκτρονικών συστημάτων ενός σκάφους σε συνθήκες ομαλής λειτουργίας. Για το σκοπό αυτό είναι απαραίτητα τα εξής : πηγή θερμότητας από πυρηνικό καύσιμο (ραδιοϊσότοπο), σωλήνες μεταφοράς θερμότητας, υλικά που να αντέχουν σε διαβρώσεις και σε υψηλές θερμοκρασίες, ψυκτικό σύστημα πολλών βαθμίδων, μία μηχανή stirling ελεύθερου εκτοπιστή για το προσεδαφιστή και μία μικρή θερμοακουστική μηχανή stirling ελευθέρων εμβόλων για το σεισμόμετρο. Τα ραδιοϊσοτοπικά συστήματα ισχύος έχουν χρησιμοποιηθεί για δεκαετίες στο διάστημα για αποστολές και έρευνες σε πολλούς πλανήτες του ηλιακού μας συστήματος εκτός των πλανήτων με ατμόσφαιρα πολύ θερμή όπως είναι αυτή της Αφροδίτης, του Δία, του Ερμή, της Ιώ ή σε πλανήτες δίπλα στον Ήλιο. Από όλους αυτούς τους πλανήτες η Αφροδίτη είναι από πολλές απόψεις ένας πλανήτης πρόκληση για έρευνα λόγω της υψηλής θερμοκρασίας , της υψηλής πίεσης και της διαβρωτικής ατμόσφαιράς της. Όλες οι επιχειρήσεις που έχουν προταθεί μέχρις στιγμής για την Αφροδίτη έχουν μια τεχνολογία περιορισμένης ικανότητας ακόμα και για εξερευνήσεις με διάρκεια 5 με 10 ώρες. Τα απαιτούμενα μεγέθη ισχύος και ψύξης αποτελούν πρόκληση. Ευτυχώς η προηγμένη διπλή μηχανή stirling ελευθέρων εμβόλων ASD (Advanced Stirling Dublex) του ερευνητικού κέντρου του Glenn της NASA μπορεί να παράξει μαζί ηλεκτρική ενέργεια και την απαιτούμενη ψύξη (κάλυψη από υψηλές θερμοκρασίες) για μακρά εξερεύνηση (πάνω από ένα έτος), ενώ θα μειωθεί το γενικό κόστος του αντίστοιχου διαστημικού σκάφους. Συστήματα stirling έχουν επιλεχθεί για τη παραγωγή ισχύος σε μηχανές όπως είναι η **ASRG (Advanced Stirling Radioisotope Generator)**, η **FSP (Fission Surface Power)** και η **ASD (Advanced Stirling Dublex)** λόγω της υψηλής απόδοσής τους. Αυτές οι τρεις τεχνολογικές κατασκευές θα βοηθήσουν στο να πραγματοποιηθούν μακράς διάρκειας αποστολές σε οποιοδήποτε μέρος στο ηλιακό μας σύστημα. Συχνά αντί για πυρηνική ενέργεια χρησιμοποιούνται άλλες μορφές ενέργειας όπως η ηλιακή και η χημική εφόσον βέβαια η ηλιακή ακτινοβολία είναι διαθέσιμη ή η αποστολή είναι μικρής διάρκειας. Όμως στις περισσότερες περιπτώσεις για αποστολές στο διάστημα χρησιμοποιούνται συστήματα ισχύος μέσω ακτινοβολίας ραδιοϊσοτόπου ή μέσω πυρηνικών σχάσεων.

ΜΗΧΑΝΗ ΕΛΕΥΘΕΡΟΥ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ : Η μηχανή ελεύθερου εκτοπιστή (free displacer) διαφέρει ως προς την ελευθέρων εμβόλων (free piston) ως προς το γεγονός ότι μόνο το έμβολο κινείται με τη βοήθεια ενός κινηματικού μηχανισμού και όχι λόγω μηχανικών ή ελατηρίων αερίου.

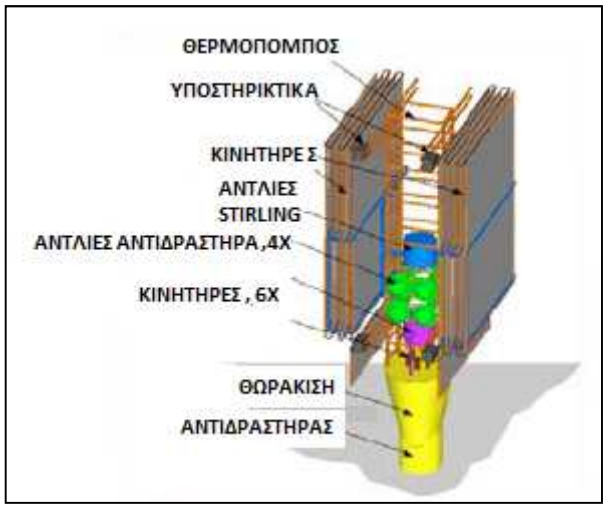
1. ASRG --> Η μηχανή ASRG παρέχει ισχύ από $100W$ μέχρι $1KW$ σε δύσκολα περιβάλλοντα όπως σε εξωπλανήτες και στη σελήνη . Όπως φαίνεται και στο σχήμα 2.10 η ASRG είναι απαραίτητη για τη παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας μέσω ακτινοβολίας ραδιοϊσοτόπου με σκοπό τη προώθηση αεροσκαφών που εξερευνούν πλανήτες. Επίσης καθιστά δυνατό τη δημιουργία ενός παγκόσμιου

σεληνιακού διαδιστύου. Η ASRG είναι σχεδιασμένη να λειτουργεί από 14 μέχρι 17 χρόνια με το να υποστηρίζει αποστολές στο διάστημα.



Σχ. 2.10 Η μηχανή ASRG (Advanced Stirling Radioisotope Generator) [3]

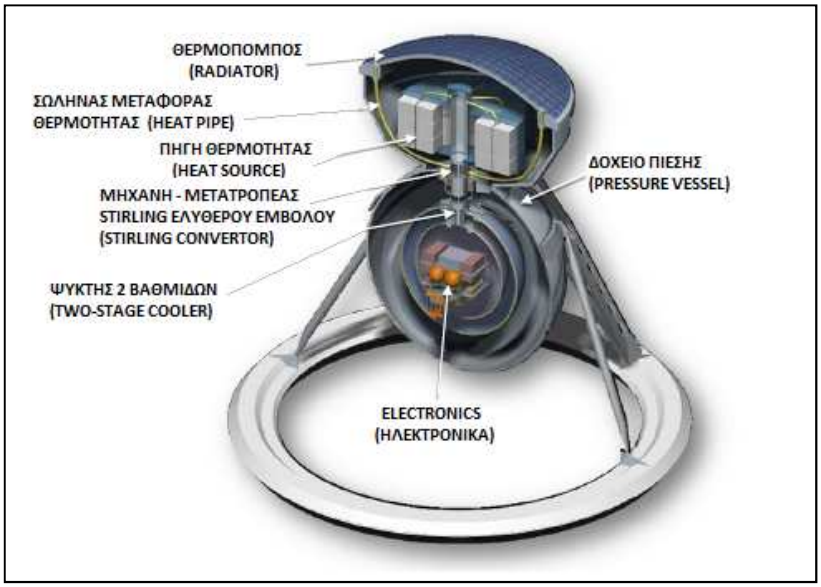
2. FSP --> Η μηχανή FSP (σχήμα 2.11) παρέχει υψηλά επίπεδα ισχύος (από $1KW$ μέχρι εκατοντάδες KW) σε δύσκολα περιβάλλοντα όπως στη Σελήνη ,στον Άρη και σε άλλους πλανήτες για μεγάλης διάρκειας αποστολές. Χρησιμοποιεί τη θερμότητα που προκύπτει από έναν πυρηνικό αντιδραστήρα (σχάσεις) για να παράξει ύστερα ισχύ. Είναι σχεδιασμένη να λειτουργεί για τουλάχιστον 8 με 10 χρόνια και αποτελεί τη μόνη αξιόπιστη επιλογή για τη παραγωγή μεγάλων ποσοτήτων ισχύος.



Σχ. 2.11 Η μηχανή FSP (Fission Stirling Power) [3]

3. ASD--> Η μηχανή ASD (σχήμα 2.12) καθιστά δυνατή την εξερεύνηση σε περιοχές όπου καμία άλλη τεχνολογία δε μπορεί να βοηθήσει λόγω των πολύ υψηλών θερμοκρασιών των περιοχών αυτών. Οι προαναφερθείσες μηχανές ASRG και FSP δεν μπορούν να λειτουργήσουν σε θερμό περιβάλλον αφού δεν μπορούν να παρέχουν ψύξη και τα οργανικά και τα μαγνητικά τους μέρη θα αποτύχουν να λειτουργήσουν. Σχεδόν όλες οι άλλες τεχνολογίες ισχύος δεν μπορούν να επιβιώσουν σε περιβάλλοντα ιδιαίτερα δυσχερή όπως στην Αφροδίτη, στον Ερμή, στο Δία και στην Ιώ. Μία εξαίρεση είναι οι μεγάλης

διάρκειας μπαταρίες, οι οποίες μπορούν να λειτουργήσουν κάτω από υψηλές θερμοκρασίες για περιορισμένο χρόνο. Παρολαυτά μία μακράς διάρκειας διαστημική αποστολή σε ένα δυσχερές περιβάλλον μπορεί να επωφεληθεί από τη τεχνολογία της ASD η οποία δε περιορίζεται μόνο στη παραγωγή αρκετής ισχύος αλλά ψύχει κιόλας ευαίσθητα μέρη όπως είναι τα ηλεκτρονικά, οι αισθητήρες και οι κινητήρες.



Σχ. 2.12 Η μηχανή ASD (Advanced Stirling Dublex) [3]

<u>ΤΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΤΟΥ ΠΛΑΝΗΤΗ ΤΗΣ ΑΦΡΟΔΙΤΗΣ</u>:

Πολυάριθμες αποστολές [3] προς την επιφάνεια του πλανήτη Αφροδίτη έχουν επιχειρηθεί. Η σημαντικότερη η οποία κράτησε και περισσότερο ήταν η Soviet Venera 13. Κράτησε 127 λεπτά και ψύξη της παρείχε ένα υλικό αλλαγής φάσεως ενώ ισχύ της παρείχαν μπαταρίες. Η Αφροδίτη είναι ίσως η πιο δύσκολη περίπτωση για εξερεύνηση στο ηλιακό μας σύστημα και αποτελεί σημαντική πρόκληση. Πέρα από τη πολύ θερμή επιφάνεια και την υψηλή πίεση, στο περιβάλλον της ενδεχομένως βρίσκονται πολύ ισχυρά διαβρωτικά χημικά στοιχεία. Η ατμόσφαιρά της περιέχει κυρίως διοξείδιο του άνθρακα και άζωτο. Επίσης περιέχει ίχνη από διοξείδιο του θείου, αργό, νερό, μονοξείδιο του άνθρακα, ήλιο, νέο, υδροχλώριο και υδροφθόριο. Υδρόθειο και θειικό οξύ βρίσκονται στην επιφάνειά της. Η πυκνή ατμόσφαιρα περιορίζει την επιτρεπόμενη πλανητική γωνία εισόδου καθώς και την ηλιακή ακτινοβολία που πέφτει στην επιφάνεια. Η επιφάνεια του πλανήτη αυτού είναι πετρώδης. Πιστεύεται ότι η παχιά ατμόσφαιρα οφείλεται σε έντονη ηφαιστειογενή δραστηριότητα. Το περιβάλλον της Αφροδίτης απαιτεί μια πιο προχωρημένη μορφή τεχνολογίας η οποία θα καταστήσει δυνατή τη πλήρη εξερεύνησή της. Η τεχνολογία αυτή θα πρέπει να ελεγχθεί μέσω ενός προγράμματος προσομοίωσης περιβάλλοντος ανάλογου με αυτό της Αφροδίτης.

<u>Η ΜΗΧΑΝΗ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ ASD (Advanced Stirling Dublex)</u> :

Οι πολύ υψηλές θερμοκρασίες [3] του πλανήτη Αφροδίτη απαιτούν ένα σύστημα υψηλής απόδοσης ισχύος και ψύξης. Αφού οι θερμοκρασίες ψύξης είναι περίπου στους $-30°C$ ενώ το περιβάλλον είναι γύρω στους $460°C$, οι περισσότερες τεχνολογίες ισχύος δεν μπορούν σε ικανοποιητικό επίπεδο να φανούν ωφέλιμες.

Α.ΣΥΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΜΕΡΟΣ ΙΣΧΥΟΣ ΚΑΙ ΨΥΞΗΣ

Όπως φαίνεται τα δύο παρακάτω γραφήματα (σχ. 2.13 και σχ. 2.14) αποτελούν μία σύγκριση των παραμέτρων ισχύος [3] με τις παραμέτρους ψύξεως. Παρατηρείται ότι όλα τα συστήματα stirling ισχύος και ψύξης έχουν τον υψηλότερο ολικό βαθμό απόδοσης. Μια ιδιότητα των μετατροπέων stirling είναι η ικανότητα τους να διατηρούν υψηλές αποδόσεις ενώ ο λόγος θερμοκρασιών να είναι μικρός.

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΙΣΧΥΟΣ	ΑΠΟΔΟΣΗ %
ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ STIRLING (FREE PISTON STIRLING)	17
ΕΛΕΥΘΕΡΟΥ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ STIRLING (FREE DISPLACER STIRLING)	15
ΘΕΡΜΟΑΚΟΥΣΤΙΚΗ STIRLING (THERMOACOUSTIC STIRLING)	13
BRAYTON/RANKINE	11
ΘΕΡΜΟΗΛΕΚΤΡΙΚΗ (THERMOELECRIC)	3-4

Σχ. 2.13 Αποδοτικότητα συστημάτων παραγωγής ισχύος [3]

Ένα άλλο σημαντικό ζήτημα είναι το πώς θα συνδυαστούν τα συστήματα ισχύος και ψύξεως μαζί σε μία μηχανή (διπλή – dublex). Για παράδειγμα ο κύκλος του stirling έχει ένα ταλαντούμενο αέριο ενώ ο κύκλος Brayton έχει ένα περιστροφικό αέριο.

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΨΥΞΗΣ	ΑΠΟΔΟΣΗ CARNOT %
ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ STIRLING (FREE PISTON STIRLING)	28
ΕΛΕΥΘΕΡΟΥ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ STIRLING (FREE DISPLACER STIRLING)	24
ΘΕΡΜΟΑΚΟΥΣΤΙΚΗ /ΠΑΛΜΙΚΗ (THERMOACOUSTIC/PULSE TUBE)	20
BRAYTON/RANKINE	18
ΘΕΡΜΙΟΝΙΚΗ (THERMIONIC)	15
ΘΕΡΜΟΗΛΕΚΤΡΙΚΗ (THERMOELECRIC)	1

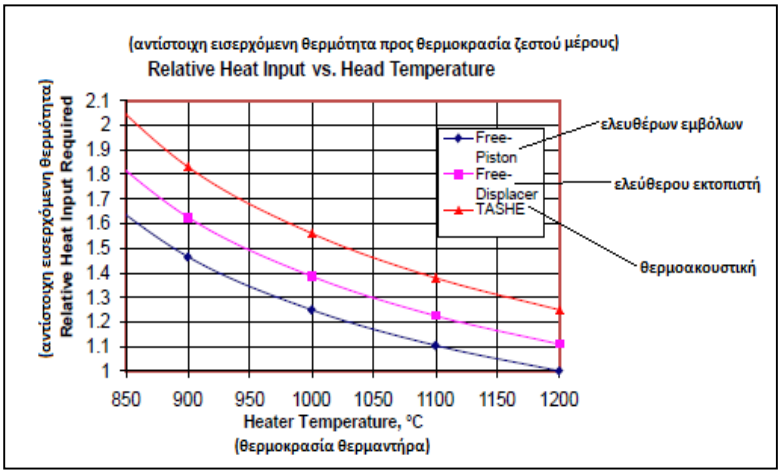
Σχ. 2.14 Αποδοτικότητα συστημάτων παραγωγής ψύξεως [3]

Προσπαθώντας να συνδυάσουμε μία ταλάντωση με μία περιστροφή θα περιοριστεί εύλογα η συνολική απόδοση του συστήματος.

ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ ΤΟΥ ΘΕΡΜΟΥ ΜΕΡΟΥΣ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ

Το σχήμα 2.15 δείχνει ένα γράφημα μέσω του οποίου συγκρίνει μεταξύ τους τρεις μετατροπείς ισχύος stirling : μηχανή ελευθέρων εμβόλων, μηχανή ελεύθερου εκτοπιστή και θερμοακουστική μηχανή. Είναι γενικά παραδεκτό ότι η μηχανή ελευθέρων εμβόλων (free piston) είναι η πιο αποδοτική ακολουθούμενη από την ελευθέρου εκτοπιστή και ύστερα ακολουθεί η θερμοακουστική. Παρολαυτά όπως δείχνουν οι διακεκομμένες γραμμές στο γράφημα ο μετατροπέας ελεύθερων εμβόλων δεν μπορεί να λειτουργήσει με θερμοκρασία μεγαλύτερη των $950°C$ λόγω της ύπαρξης κινούμενου μέρους (εκτοπιστής) στο ζεστό μέρος της μηχανής. Αντίθετα τόσο η ελευθέρου εκτοπιστή όσο και η θερμοακουστική μπορούν να λειτουργήσουν σε πολύ υψηλότερες θερμοκρασίες καθώς δεν έχουν

κινούμενα μέρη στο θερμό μέρος της μηχανής. Ας σημειώσουμε εδώ ότι ο εκτοπιστής στην ελευθέρου εκτοπιστή μηχανή είναι αρκετά πιο κοντός. Όπως δείχνει το γράφημα η μηχανή ελευθέρου εκτοπιστή υπερτερεί της ελευθέρων εμβόλων στη θερμοκρασία των $1025°C$ και η θερμοακουστική υπερτερεί της ελευθέρων εμβόλων στους $1130°C$. Για αυτούς τους λόγους , αυτές οι εναλλακτικές τεχνολογίες ερευνώνται με σκοπό τη αποδοτική λειτουργία τους στους $1200°C$ στο ζεστό μέρος της μηχανής.

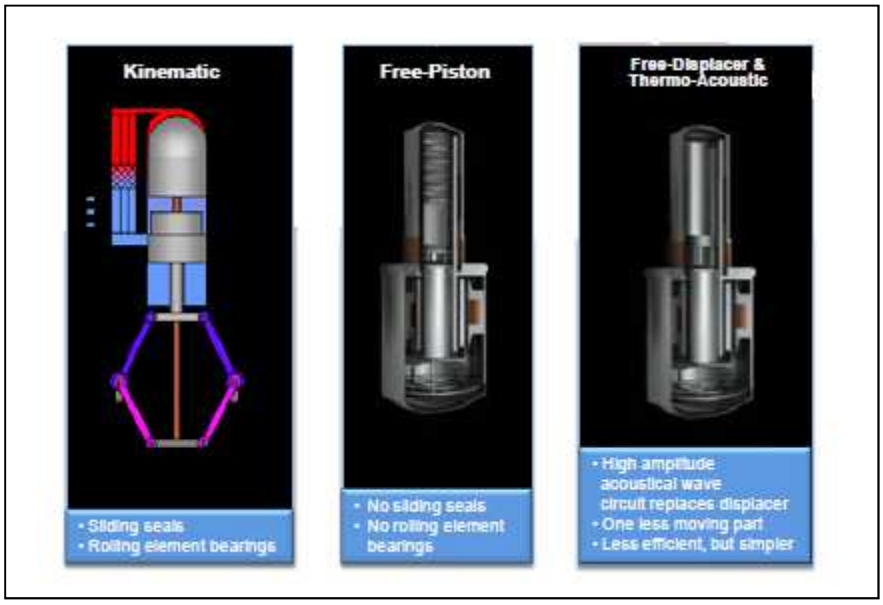


Σχ. 2.15 Γράφημα θερμοκρασίας θερμαντήρα – εισερχόμενης θερμότητας [3]

Β. ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΖΩΗΣ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΙΣΜΩΝ ΑΝΑ ΤΟ ΧΡΟΝΟ

Οι μηχανές που επιτελούν τον θερμοδυναμικό κύκλο stirling [3] έχουν βελτιωθεί με το πέρασμα των δεκαετιών με αποτέλεσμα να έχει αυξηθεί σε μεγάλο βαθμό η απόδοση και η αξιοπιστία τους. Ευτυχώς όπως φαίνεται και στο σχήμα 2.16 κάποιοι από αυτούς τους μηχανισμούς έχουν περιοριστεί αφού ο εξοπλισμός τους, ο οποίος δεν εναπόκειται στην επαφή των διαφόρων μηχανικών μερών, είναι πραγματοποιήσιμος χρησιμοποιώντας έδρανα κάμψεως ή αερίου. Ας σημειωθεί ότι οι μηχανές ελευθέρων εμβόλων δεν έχουν μηχανική σύνδεση μεταξύ του εμβόλου ισχύος και του εκτοπιστή. Η κίνηση των μερών αυτών οφείλεται σε φυσικές συνθήκες ενώ η μη επαφή των μηχανικών μερών επιτυγχάνεται με έδρανα αερίου. Η μηχανή stirling ελευθέρων εμβόλων είναι η πιο αποδοτική θερμική μηχανή στο κόσμο επιτυγχάνοντας βαθμό απόδοσης Carnot 55%. Το τελευταίο παράδειγμα στο σχήμα 2.16 αναφέρεται σε μία μηχανή-μετατροπέα ελεύθερου εκτοπιστή στην οποία ο εκτοπιστής είναι πιο κοντός. Στη περίπτωση αυτής της μηχανής η απόδοση μειώνεται καθώς αυξάνεται ο επιζήμιος όγκος. Μια συγγενής τεχνολογία που υπάρχει είναι ο θερμοακουστικός μετατροπέας στον οποίο ο εκτοπιστής δεν υπάρχει και αντικαθίσταται από ένα ακουστικό κύκλωμα. Ένα από τα θέματα σχεδιασμού είναι η επιλογή του εργαζόμενου ρευστού. Συνήθως χρησιμοποιείται το ήλιο, όμως στη περίπτωση της stirling dublex φαίνεται πως υπάρχουν πλεονεκτήματα στο να χρησιμοποιηθούν εναλλακτικά ρευστά. Μία από τις δυσκολίες που συναντούνται όταν χρησιμοποιηθούν εναλλακτικά εργαζόμενα ρευστά είναι ότι αυτά μπορεί να διεισδύσουν έξω από τα τοιχώματα της μηχανής ή να καταστρέψουν τους μαγνήτες στον ηλεκτρικό εναλλάκτη. Σε αυτή τη περίπτωση αν επιλεχθεί ένα κατάλληλο υλικό το οποίο να περιορίζει το ρευστό τότε η απόδοση του συστήματος μεγαλώνει όσον αφορά τον θερμαντήρα και τον ψύκτη. Ένα άλλο θέμα σχεδιασμού είναι το πάχος των τοιχωμάτων. Ιδανικά τα τοιχώματα θα είναι λεπτά έτσι ώστε να μειωθούν οι θερμικές απώλειες από το θερμό μέρος της μηχανής στο κρύο μέρος. Λεπτά τοιχώματα μπορούν να προκαλέσουν ερπυσμό των υλικών (παραμόρφωση) σε πολύ υψηλές θερμοκρασίες. Ο

ερπυσμός αυτός μπορεί να οδηγήσει τη ροή του ρευστού στο να παρακάμψει τη δίοδο από τον αναγεννητή.



Σχ. 2.16 Διάγραμμα μηχανισμών stirling [3]

Η συχνότητα λειτουργίας είναι ένα άλλο ζήτημα. Οι περισσότεροι μετατροπείς λειτουργούν σε συχνότητες μεταξύ 50 και $120Hz$. Επίσης πιθανή είναι η καταπόνηση των παλινδρομούντων μερών ιδιαίτερα στα μέρη που υπάρχουν στο ζεστό μέρος των μετατροπέων λόγω της επαναλαμβανόμενης ταλάντωσης πίεσης που δρα πάνω τους. Επίσης τα ελατήρια ή τα έδρανα κάμψεως πρέπει να σχεδιάζονται προσεκτικά για εκατομμύρια ταλαντώσεις σε ολόκληρο τον κύκλο λειτουργίας. Τέλος , η ακτινοβολία είναι ένα σημαντικό ζήτημα όσον αφορά τους μαγνήτες. Προκαταρκτικά τεστ έδειξαν ελάχιστες επιπτώσεις σε αναμενόμενες περιορισμένες εκθέσεις. Ακόμα ένα από τα πλεονεκτήματα της παχιάς ατμόσφαιρας της Αφροδίτης είναι ότι η ελάχιστη ακτινοβολία φτάνει στην επιφάνεια της.

Γ. ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ

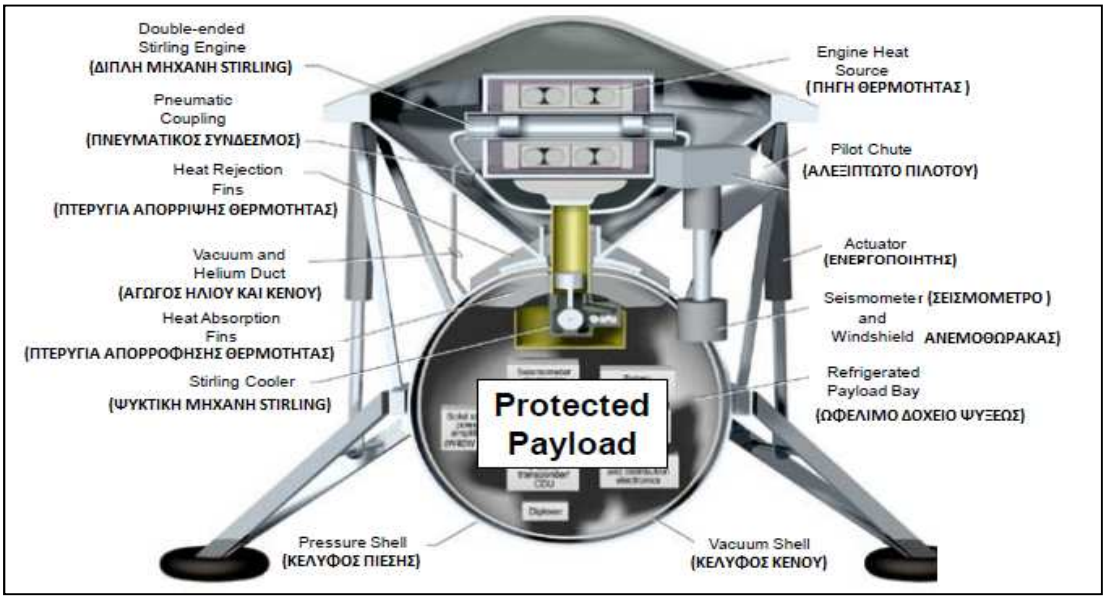
Η μηχανή stirling dublex μπορεί να σχεδιαστεί με μία ποικιλία εφαρμογών ισχύος και ψύξεως. Κάθε μία από αυτές τις τεχνολογίες ισχύος και ψύξεως πρέπει να συνδυαστούν έτσι ώστε να προκύψει η μηχανή dublex [3] παρέχοντας είτε πνευματική είτε ηλεκτρική είτε μηχανική μορφή ενέργειας. Η λιγότερο επιθυμητή είναι η μηχανική ενέργεια λόγω της χρησιμοποίησης λίπανσης και των απωλειών λόγω τριβής. Η ηλεκτρική μορφή ενέργειας απαιτεί τη μετατροπή της μηχανικής σε ηλεκτρική ενέργεια (παραγωγή ηλεκτρικού ρεύματος) και στη συνέχεια πάλι σε μηχανική (παραγωγή ψύξης). Κάθε μία από αυτές τις μετατροπές έχουν σαν αποτέλεσμα απώλειες ενέργειας λόγω της μη ιδανικής αποδοτικότητας των γραμμικών εναλλακτών ηλεκτρικής ενέργειας και των συμπιεστών. Η πιο επιθυμητή μορφή ενέργειας είναι η πνευματική μορφή διότι η ακουστική ενέργεια χρησιμοποιείται κατευθείαν προς ψύξη.

Δ. ΣΥΣΤΗΜΑ ΨΥΞΕΩΣ ΜΕ ΒΑΘΜΙΔΕΣ

Ένα από τα κλειδιά για τη δημιουργία ενός επιτυχημένου μηχανισμού ψύξεως όσον αφορά τον προσεδαφιστή στον πλανήτη Αφροδίτη [3] είναι το να επωφεληθούμε από τον θερμοδυναμική απόδοση ενός ψύκτη με βαθμίδες (multistage cooler).

1) ΜΟΝΟΒΑΘΜΙΟΣ ΨΥΚΤΗΣ (SINGLE STAGE COOLER)

Σε έναν μονοβάθμιο ψύκτη η θερμότητα αποβάλλεται με ένα απλό βήμα. Οι περισσότερες προηγούμενες έρευνες υπέθεσαν ότι ένας μονοβάθμιος ψύκτης θα χρησιμοποιείτο και αυτό είχε σαν αποτέλεσμα μη αποδοτικούς σχεδιασμούς. Όπως φαίνεται στο σχήμα 2.17 όλα τα ηλεκτρονικά στοιχεία περιέχονται όλα μαζί σε ένα απλό δοχείο πίεσης. Αυτό το δοχείο πίεσης είναι το ίδιο που χρησιμοποιήθηκε και στις προηγούμενες απόπειρες όσον αφορά τον πλανήτη Αδροδίτη. Ας σημειώσουμε ότι ο ψύκτης πρέπει να απορρίψει τη θερμότητα που παράγεται από τα ηλεκτρονικά στο μέρος με το φορτίο του σκάφους μηχανής καθώς και τη θερμότητα που εισέρχεται στο δοχείο πίεσης από το ιδιαίτερα θερμό περιβάλλον της Αφροδίτης. Όπως φαίνεται στο παρακάνω σχήμα το ψυκτικό σύστημα που αναπαρίσταται είναι σχεδιασμός από το 1993 στο οποίο έχουμε μια διπλής δράσεως μηχανή stirling μαζί 8 πηγές θερμότητας. Το σύστημα έχει ένα έμβολο το οποίο ενεργοποιήθηκε από το κύμα πίεσης του ηλίου και στη συνέχεια το έμβολο μέσω ενός οδοντωτού μηχανισμού ενεργοποιεί το ψυκτικό σύστημα. Τα πτερύγια απορρόφησης θερμότητας χρησιμοποιούνται για να απορροφήσουν τη θερμότητα έτσι ώστε ο ψύκτης να τη βγάλει έξω. Τα πτερύγια αποβολής θερμότητας θα εξάγουν την απορριπτόμενη θερμότητα από τον μετατροπέα stirling. Ας σημειωθεί ότι η διπλή αυτή μηχανή έχει ένα πνευματικό σύνδεσμο συνδεδεμένο όμως με μία κινηματική ψυκτική μηχανή. Ο αυθεντικός σχεδιασμός της μηχανής αυτής ήταν ιδιαίτερα αισιόδοξος όσον αφορά τη θερμική μηχανή και τις αποδόσεις του ψυκτικού συστήματος έγιναν υποθέσεις .



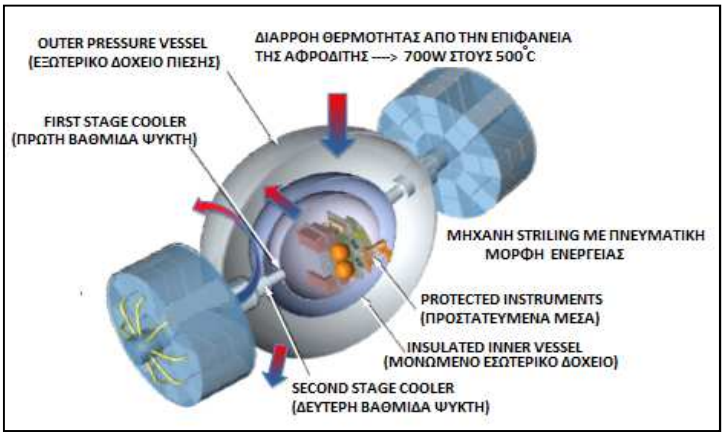
Σχ. 2.17 Μονοβάθμιο ψυκτικό σύστημα [3]

Επίσης οι ηλεκτρικές απαιτήσεις υποτιμήθηκαν και η ανομοιόμορφη ψύξη ποτέ δε διευθετήθηκε.

2) ΨΥΚΤΗΣ ΔΥΟ ΒΑΘΜΙΔΩΝ (TWO STAGE COOLER)

Η εφαρμογή ψυκτικού συστήματος δύο βαθμίδων όπως φαίνεται στο σχήμα 2.18 είναι μία πιο πρόσφατη περίπτωση σχεδιασμού. Ο αριθμός των πηγών θερμότητας έχει αυξηθεί από 8 σε 40. Τώρα η συνολική επίδοση της μηχανής dublex είναι μεγαλύτερη λόγω του ότι αναχαιτίζει επαρκώς τη θερμότητα που προέρχεται από το περιβάλλον της Αφροδίτης σε υψηλή θερμοκρασία. Η συλλογή και η απόρριψη θερμότητας ενισχύθηκε λόγω της χρησιμοποίησης μοντέρνων σωλήνων με υψηλή

αγωγιμότητα. Αυτό επιτρέπει στο μέρος όπου είναι αποθηκευμένο το φορτίο του σκάφους να ψυχθεί ικανοποιητικά.



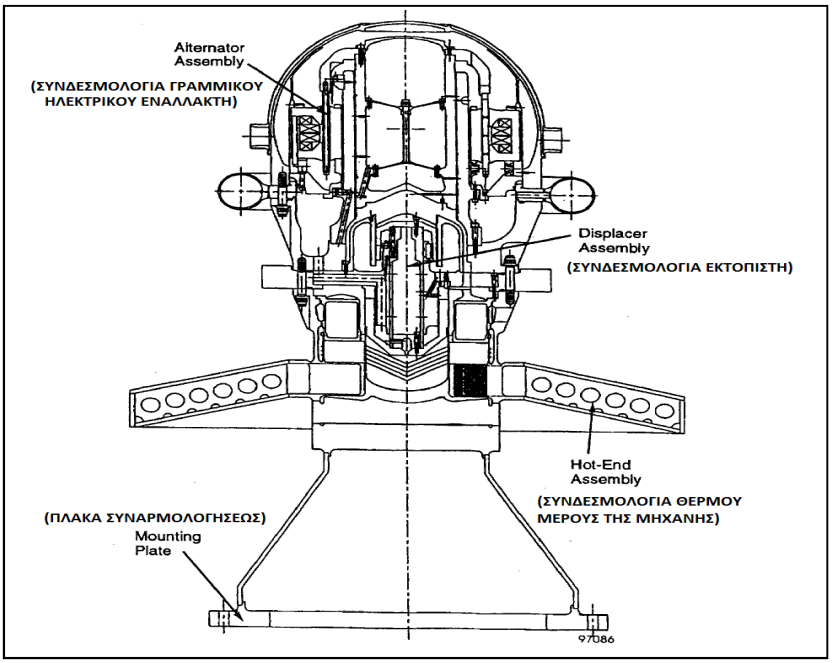
Σχ. 2.18 Διβάθμιο ψυκτικό σύστημα [3]

Ε. ΠΡΩΤΟΤΥΠΟΙ ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΙΣ

Ένας αριθμός από πρωτότυπες θερμικές μηχανές-μετατροπείς (stirling ελευθέρων εμβόλων) [3] έχουν δημιουργηθεί στο παρελθόν κάτω από διαφορετικές έρευνες οι οποίες δείχνουν ότι υψηλές θερμοκρασίες στο θερμό μέρος της μηχανής μπορούν να επιτευχθούν πράγμα που σημαίνει υψηλότερη απόδοση.

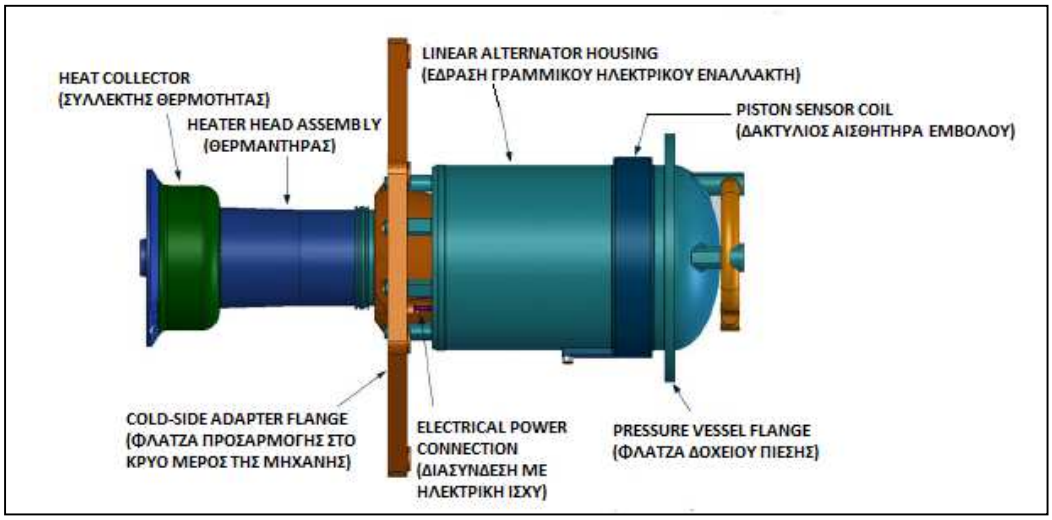
1) ΜΗΧΑΝΕΣ STIRLING ΜΕ ΥΨΗΛΕΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΕΣ

Ο μετατροπέας ενέργειας **CTPC (Component Test Power Convertor)** (σχ. 2.19) δημιουργήθηκε σύμφωνα με το πρόγραμμα SP-100. Ο μετατροπέας αυτός παράγει $12KWe$ σε μέση θερμοκρασία λειτουργίας $777°C$ και σε μέση πίεση στα $15\ MPa$. Εφόσον η θερμοκρασία του πλανήτη της Αφροδίτης είναι γύρω στα $460°C$, είναι δυνατό να χρησιμοποιηθεί η μηχανή αυτή στην Αφροδίτη εάν το κρύο μέρος της μηχανής ήταν προστατευμένο σε μία dublex (διπλή) διαμόρφωση.



Σχ. 2.19 Σχηματική διάταξη της μηχανής stirling ελευθέρων εμβόλων CTPC [4]

Εξάλλου η υψηλή πίεση λειτουργίας της μηχανής στην πραγματικότητα υπερβαίνει την ατμοσφαιρική πίεση του πλανήτη Αφροδίτη. Η μηχανή αυτή έκανε την εμφάνισή της σχεδόν πριν από 20 χρόνια.
Πιο πρόσφατα εμφανίστηκε ο μετατροπέας **ASC (Advanced Stirling Convertor)** (σχ. 2.20) ο οποίος λειτουργούσε στους $850°C$ ενώ πέτυχε απόδοση Carnot 55% σε πάνω από 2000 ώρες συνεχούς λειτουργίας. Αυτός ο μετατροπέας αναμένεται να λειτουργήσει με απόδοση Carnot 17% στην επιφάνεια του πλανήτη της Αφροδίτης εάν το κρύο μέρος της μηχανής είναι προστατευμένο σε dublex διαμόρφωση. Πιστεύεται ότι η υψηλότερη θερμοκρασία στην οποία μπορεί να λειτουργήσει η τεχνολογία ASC είναι οι $950°C$ λόγω της καταπόνησης των παλινδρομούμενων μερών στο θερμό μέρος της μηχανής. Ακόμη πιο πρόσφατα αρκετές προσπάθειες με σκοπό την εξάλειψη των κινούμενων μερών στο θερμό θάλαμο της μηχανής ήταν επιτυχείς με αποτέλεσμα να δημιουργηθούν μικροί μετατροπείς ισχύος χρησιμοποιώντας την τεχνολογία θερμοακουστικής. Γενικά οι θερμοακουστικοί μετατροπείς είναι 80% αποδοτικοί όπως και οι μετατροπείς stirling ελευθέρων εμβόλων όταν λειτουργούν στις ίδιες θερμοκρασίες. Ωστόσο, όπως είδαμε και προηγουμένως, εφόσον η θερμοκρασία του θερμού μέρους της μηχανής τους μπορεί να πλησιάσει το στόχο των $1200°C$, η συνολική απόδοση τους μπορεί να ξεπεράσει αυτή των ASC μετατροπέων.



Σχ. 2.20 Σχηματική διάταξη του μετατροπέα stirling ελευθέρων εμβόλων ASC-E2 [5]

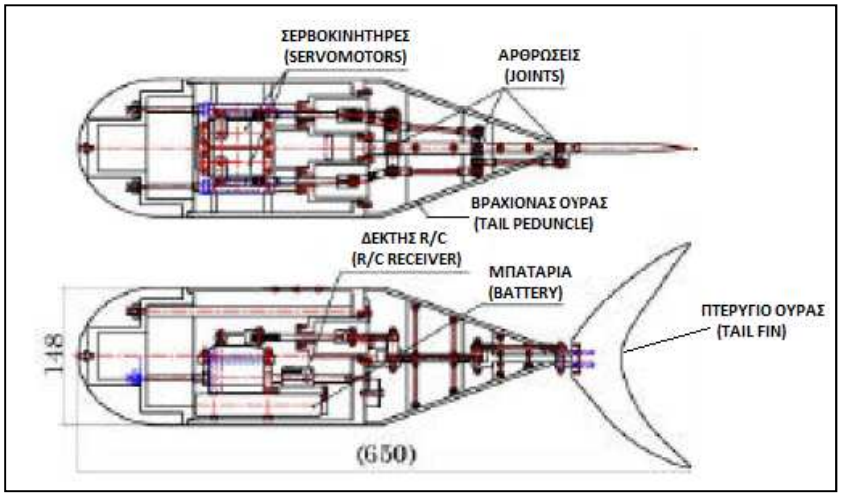
Σχ. 2.21 Ο μετατροπέας stirling ελευθέρων εμβόλων ASC-E2 [5]

Β.IV) ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΗΧΑΝΗΣ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ ΣΕ ΡΟΜΠΟΤ – ΨΑΡΙΑ

Τα υποθαλάσσια ρομπότ [7] χρησιμοποιούνται ευρέως σε πεδία που έχουν να κάνουν με την ανάπτυξη και την εξερεύνηση του ωκεανού καθώς και με τη προστασία του θαλάσσιου περιβάλλοντος. Όπως είναι γνωστό η προώθηση των ψαριών στο θαλάσσιο νερό παρουσιάζει υψηλή απόδοση. Με αυτό το σκεπτικό έγιναν προσπάθειες να εφαρμοστεί ο μηχανισμός αυτός σε ένα υποθαλάσσιο ρομπότ. Για αυτό το σκοπό εξετάστηκε κατά πόσο μια κατά το ήμισυ μηχανή stirling ελευθέρων εμβόλων (Semi Free Piston Stirling Engine - SFPSE) μπορεί να προσαρμοστεί σε ένα υποθαλάσσιο ρομπότ ως πηγή ισχύος. Ένα από τα χαρακτηριστικά της μηχανής SFPSE είναι ότι η ισχύς εξόδου μπορεί να παρέχεται κατευθείαν από τη κίνηση ταλάντωσης του εμβόλου ισχύος. Οι τυπικές θερμικές μηχανές μετατρέπουν τη κίνηση ταλάντωσης του εμβόλου σε περιστροφική κίνηση μέσω στροφάλου και διωστήρα. Η περιστροφική κίνηση είναι κατάλληλη για εφαρμογές όπως η κίνηση της προπέλας στα πλοία. Όμως στη περίπτωση ενός ρομπότ – ψαριού το ταλαντούμενο έμβολο μπορεί κατευθείαν να κινήσει με ταλάντωση το πτερύγιο της τεχνητής ουράς, η οποία είναι αντίστοιχη στη κίνησή της με την ουρά του θαλάσσιου ψαριού. Με αυτόν τον τρόπο μειώνονται σε μεγάλο βαθμό οι απώλειες ισχύος λόγω τριβών.

Α. ΡΟΜΠΟΤ – ΨΑΡΙ (FISH ROBOT)

Το σχήμα 2.22 δείχνει ένα ρομπότ – ψάρι προς πείραμα [7]. Το σώμα του έχει μήκος $650\,mm$. Το ρομπότ αυτό κολυμπάει με τη βοήθεια ενός ταλαντούμενου πτερυγίου τεχνητής ουράς. Δύο σερβοκινητήρες χρησιμοποιούνται ως πηγές ισχύος και η μέγιστη συχνότητα της τεχνητής ουράς είναι $3Hz$. Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι το ρομπότ – ψάρι χρησιμοποιεί κίνηση ταλάντωσης για την πρόωσή του ενώ ένα πλοίο χρησιμοποιεί για τον ίδιο σκοπό τη περιστροφική κίνηση της προπέλας του.

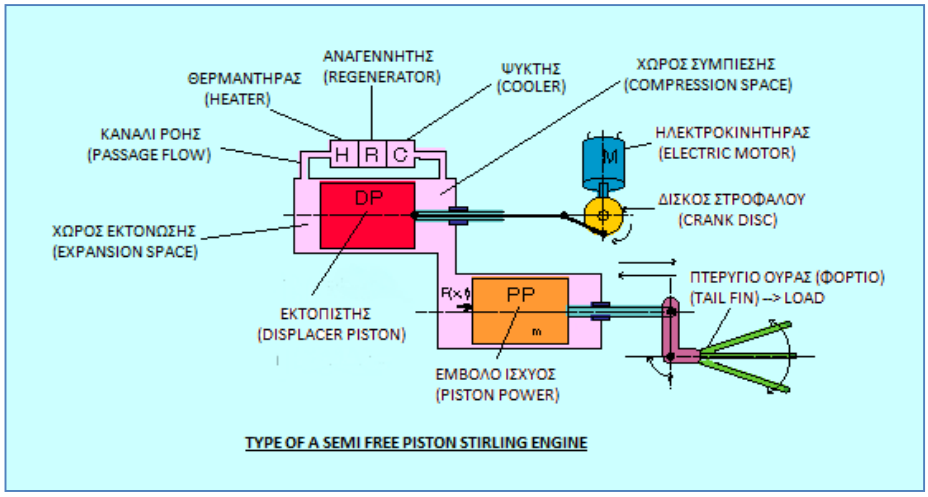


Σχ. 2.22 Ένα πειραματικό ρομπότ – ψάρι κινούμενο με σερβοκινητήρες [7]

Β. ΜΗΧΑΝΗ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ ΚΑΤΑ ΤΟ ΗΜΙΣΥ (SEMI – FREE PISTON STIRLING ENGINE)

Η δομή της SFPSE (σχ.2.23) έχει ως εξής : Ο εκτοπιστής (displacer piston) κινείται σε διαφορετικό κύλινδρο από το έμβολο ισχύος (Γ διαμόρφωση μηχανής stirling) [7]. Οδηγείται δε από έναν ηλεκτροκινητήρα. Επειδή η διαφορά πίεσης ανάμεσα στις δύο πλευρές του εκτοπιστή είναι πολύ μικρή, η ισχύς εισόδου του κινητήρα είναι και αυτή πολύ μικρή. Όταν ο εκτοπιστής κινείται η πίεση στη μηχανή αλλάζει. Εφόσον το έμβολο ισχύος (power piston) δεν έχει μηχανική σύνδεση , αναγκάζεται να

ταλαντώνεται λόγω της αλλαγής πιέσεως με ένα βαθμό ελευθερίας. Αν ο εκτοπιστής οδηγείται στο να ταλαντώνεται με συχνότητα ίδια με αυτή του εμβόλου τότε το πλάτος ταλαντώσεως του εμβόλου γίνεται παροδικά όλο και μεγαλύτερο και τα δύο έμβολα έχουν μια ιδανική διαφορά φάσης μεταξύ τους. Ένα από τα χαρακτηριστικά των SFPSEs είναι ότι η ωφέλιμη ισχύς εξάγεται και χρησιμοποιείται κατευθείαν από την κίνηση ταλάντωσης του εμβόλου ισχύος. Μέχρι τώρα αρκετοί τύποι SFPSEs έχουν δημιουργηθεί με σκοπό την παραγωγή ηλεκτρικής ισχύος προς εφαρμογές στο διάστημα. Το φορτίο αυτών των μηχανών όπως έχει προαναφερθεί σε προηγούμενα κεφάλαια είναι ένας γραμμικός ηλεκτρικός εναλλάκτης (linear alternator) από τον οποίον παράγεται ηλεκτρική ισχύς. Δηλαδή σε αυτή τη περίπτωση έχουμε μετατροπή της μηχανικής ισχύς προερχόμενη από την παλινδρομική κίνηση του εμβόλου ισχύος σε ηλεκτρική ισχύ.



Σχ. 2.23 Σχηματική διάταξη μιας μηχανής stirling semi free piston (SFPSE) [8]

Γ. ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗΣ ΓΙΑ ΕΝΑ ΡΟΜΠΟΤ – ΨΑΡΙ

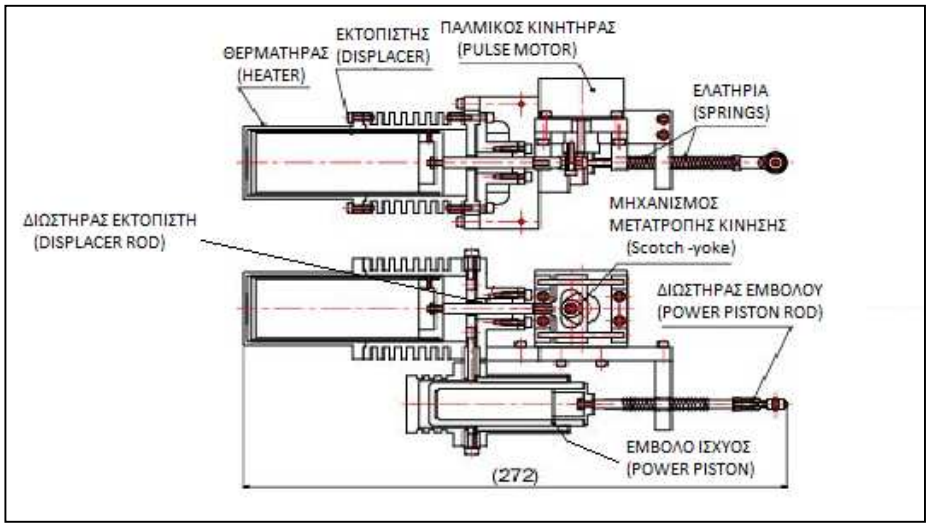
Στο παρελθόν η ηλεκτρική μπαταρία και ο ηλεκτροκινητήρας [7] είχαν χρησιμοποιηθεί ως πηγή ισχύος για ένα υποθαλάσσιο ρομπότ. Οι ηλεκτροκινητήρες μπορούν να εύκολα να ρυθμιστούν αλλά το πρόβλημα βρίσκεται στις μπαταρίες οι οποίες δεν επιτρέπουν την μακρά διάρκεια λειτουργίας υπό συνθήκες ενός απλού φορτίου. Αυτό συμβαίνει διότι οι ηλεκτρικές μπαταρίες έχουν χαμηλή ενεργειακή πυκνότητα. Από την άλλη πλευρά η μηχανή stirling έχει μελετηθεί για υποθαλάσσια εφαρμογή. Στη περίπτωση που η μηχανή stirling μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως πηγή ισχύος, μπορεί να χρησιμοποιήσει οποιαδήποτε μορφή πηγή θερμότητας καθώς υπάρχει μεγάλος αριθμός πηγών θερμότητας με υψηλή ενεργειακή πυκνότητα όπως τα ορυκτά καύσιμα. Η μηχανή stirling έχει τη δυνατότητα μιας μακράς μη ανατροφοδότησης από καύσιμα λειτουργίας το οποίο οφείλεται στη διαθεσιμότητα καυσίμου μεγάλης ενεργειακής πυκνότητας και στην υψηλή απόδοση της ίδιας της μηχανής stirling. Η SFPSE για ένα ρομπότ – ψάρι έχει μικρότερη συχνότητα λειτουργίας απ’ ότι οι τυπικές κινηματικές μηχανές stirling. Έπειτα η απώλεια πιέσεως στους θερμοεναλλάκτες και η δύναμη λόγω αδράνειας στον εκτοπιστή γίνεται πολύ μικρή. Έτσι είναι αναμενόμενο η ηλεκτρική ενέργεια που οδηγεί τον εκτοπιστή να μικραίνει. Επίσης η SFPSE ρυθμίζεται πολύ εύκολα όσον αφορά τη συχνότητα λειτουργίας σε σχέση με τις τυπικές μηχανές stirling διότι ο εκτοπιστής ελέγχεται από έναν ηλεκτροκινητήρα και η κίνηση του εμβόλου ισχύος ακολουθεί αυτόματα. Γενικά είναι πιστευτό ότι η SFPSE είναι ιδανική ως πηγή ισχύος για ένα ρομπότ – ψάρι.

Δ. ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΕΝΟΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΠΛΟΙΟΥ ΜΕ ΜΗΧΑΝΙΣΜΟ ΕΠΙΠΛΕΥΣΕΩΣ ΠΑΡΟΜΟΙΟ ΤΩΝ ΨΑΡΙΩΝ

Σε πειραματικές έρευνες, που έγιναν σε ένα ρομπότ ψάρι [7], αποσαφηνίστηκε το γεγονός ότι η ταχύτητα επίπλευσης του ρομπότ - ψαριού επηρεάζεται από τη συχνότητα, το πλάτος ταλαντώσεως και τα χαρακτηριστικά του πτερυγίου της τεχνητής ουράς. Παρολαυτά η δύναμη απόσβεσης που ασκεί το πτερύγιο της τεχνητής ουράς (φορτίο) συνδεδεμένο με το ρομπότ – ψάρι δεν έχει ακόμα μετρηθεί. Ιδανικά η πηγή ισχύος σε ένα ρομπότ ψάρι πρέπει να συζητηθεί και σχεδιαστεί μετά από τη πληροφορία της επίδοσης της ικανότητας πρόωσης και των χαρακτηριστικών της δύναμης αποσβέσεως (δύναμης που ασκεί το φορτίο). Όμως ένα μοντέλο προσομοίωσης δεν μπορεί να αναλύσει με ακρίβεια τις επιδόσεις κάτω από την επίδραση της δυνάμεως απόσβεσης. Γι αυτό το λόγο , με σκοπό να διερευνηθεί η επίδοση της μηχανής και οποιαδήποτε προβλήματα σχετικά με τη ικανότητα προσαρμογής της σε ένα ρομπότ – ψάρι, δημιουργήθηκε ένα μοντέλο πλοίου με ένα μηχανισμό επιπλεύσεως παρόμοιο των ψαριών ο οδηγείται από μια SFPSE.

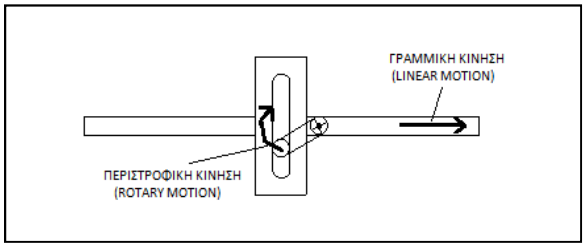
Ε. ΔΟΜΗ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ (SFPSE) ΚΑΙ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΠΛΟΙΟΥ

Στο σχήμα 2.24 φαίνεται η δομή και η εμφάνιση της πρωτότυπης μηχανής [7]. Η μηχανή αυτή έχει έναν απλό θερμαντήρα, έναν εκτοπιστή και δεν έχει αναγεννητή.



Σχ. 2.24 Δομή και χαρακτηριστικά πρωτότυπης μηχανής SFPSE [8]

Ένας παλμικός κινητήρας χρησιμοποιείται για να κινήσει τον εκτοπιστή διότι μπορεί να ορίσει τη συχνότητα εύκολα. Η συχνότητα του παλμικού κινητήρα ρυθμίζεται από 0.5 έως $0.4\ Hz$ με 0.5 βήματα από έναν μικροϋπολογιστή. Ένας μηχανισμός ο οποίος ονομάζεται ‘’Scotch-yoke mechanism’’ οδηγεί τον εκτοπιστή καθώς μετατρέπει τη περιστροφική κίνηση από το κινητήρα σε γραμμική για τον εκτοπιστή (σχ.2.25).

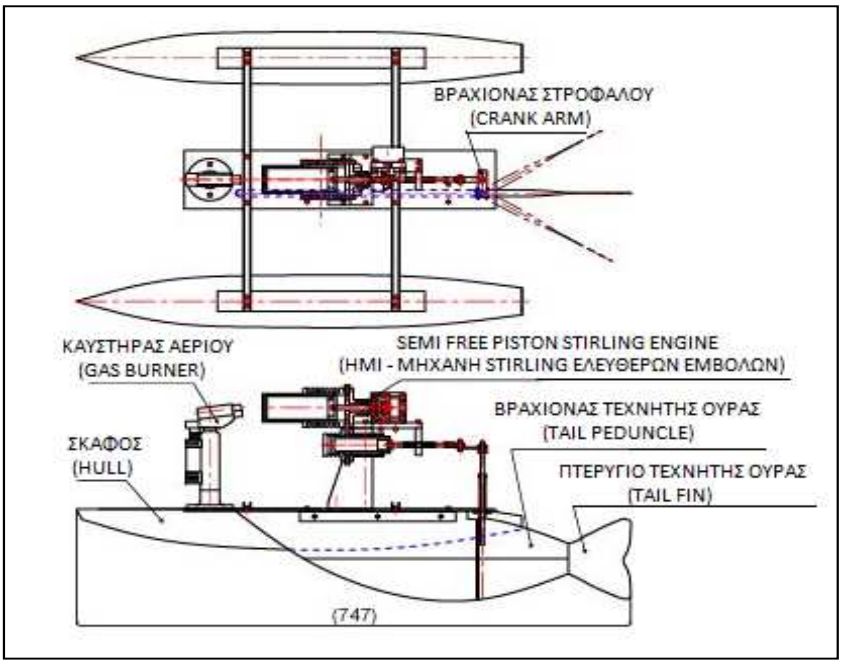


Σχ. 2.25 Ο μηχανισμός ‘’Scotch yoke mechanism’’ [9]

Ένα έδρανο ολίσθησης , το οποίο είναι φτιαγμένο από πολυτετραφθοροαιθυλένιο (PTFE) , χρησιμεύει ως σφραγισμένος διωστήρας του εμβόλου ισχύος (rod seal). Μία γυάλινη σύριγγα χρησιμοποιείται σαν έμβολο ισχύος και κύλινδρος. Επίσης δύο ενσωματωμένα μηχανικά ελατήρια, τα οποία έχουν σταθερά ελαστικότητας ίση με $k = 360\ N/m$, είναι προσαρμοσμένα στο διωστήρα του εμβόλου ισχύος. Το παρακάτω στιγμιότυπο (σχ.2.26) απεικονίζει τη πρωτότυπη μηχανή SFPSE.

Σχ. 2.26 Η πρωτότυπη μηχανή SFPSE [8]

Στο σχήμα 2.27 φαίνεται η δομή και τα χαρακτηριστικά του μοντέλου πλοίου που κατασκευάστηκε.



Σχ. 2.27 Δομή και χαρακτηριστικά μοντέλου πλοίου [8]

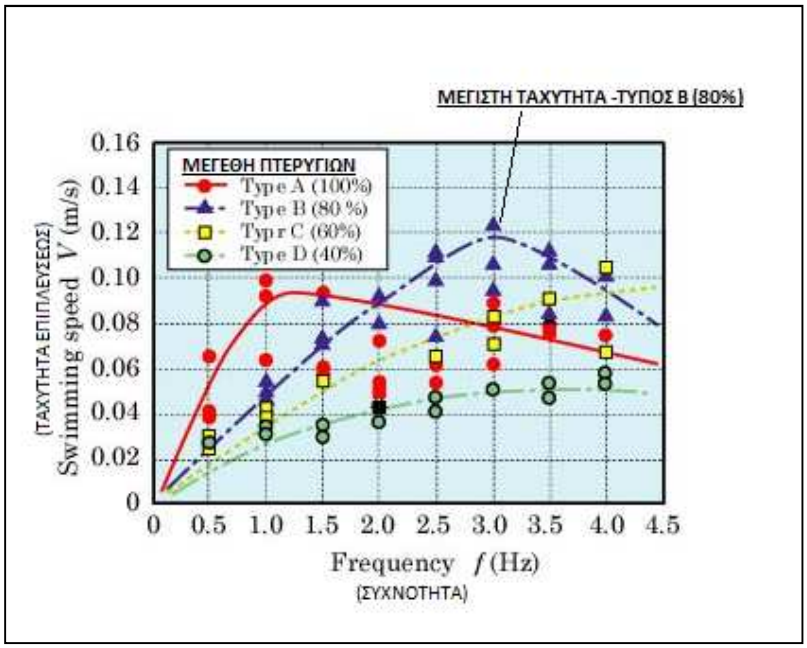
Υιοθετήθηκε ένα τύπος δίσκαφου (twin hull) πλοίου με θεωρήσεις όσον αφορά τη σταθερότητα. Η πρωτότυπη μηχανή είναι τοποθετημένη στη κεντρική θέση του πλοίου. Ένας μικρός καυστήρας αερίου είναι τοποθετημένος μπροστά από τη μηχανή και θερμαίνει τον θερμαντήρα κατευθείαν. Ο μηχανισμός επιπλεύσεως παρόμοιος με αυτόν του ψαριού είναι τοποθετημένος στην οπίσθια άκρη του πλοίου. Ο μηχανισμός είναι συνδεδεμένος με τον διωστήρα του εμβόλου ισχύος μέσω ενός μηχανισμού στροφάλου. Ο βραχίονας της τεχνητής ουράς είναι φτιαγμένος από σκληρό ξύλο και το πτερύγιο της τεχνητής ουράς είναι φτιαγμένο από μία μαλακή πλαστική πλάκα, η οποία έχει πάχος $0.75\ mm$. Το συνολικό βάρος συμπεριλαμβανομένου της μηχανής είναι περίπου στα $2\ kg$. Τέσσερα διαφορετικά μεγέθη πτερυγίου χρησιμοποιήθηκαν σε πειράματα και τα χαρακτηριστικά των

κραδασμών αλλάζουν κάθε φορά που αλλάζει το μέγεθος του πτερυγίου. Τα τέσσερα είδη πτερυγίων μοιάζουν αρκετά μεταξύ τους. Ονομαστικά χωρίζονται στον τύπο Α , στον τύπο Β που έχει το 80% της προβαλλόμενης επιφάνειας του Α , στον τύπο Γ που έχει το 60% της προβαλλόμενης επιφάνειας του Α και στον τύπο Δ που έχει το 40% της προβαλλόμενης επιφάνειας του Α. Το παρακάτω στιγμιότυπο (σχ.2.28) απεικονίζει το μοντέλο πλοίο που κατασκευάστηκε.

Σχ. 2.28 Το μοντέλο πλοίο που κατασκευάστηκε [8]

ΣΤ. ΕΠΙΔΟΣΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΠΛΟΙΟΥ

Η ταχύτητα επιπλεύσεως του μοντέλου πλοίου μετρήθηκε [7] σε μία δεξαμενή νερού, η οποία έχει $10\ m$ μήκος και $3\ m$ πλάτος. Αφού το πλοίο έχει διανύσει $3\ m$ αποκτά σταθερή ταχύτητα και από το σημείο αυτό ξεκινάει η μέτρηση της ταχύτητας επιπλεύσεως. Η μέση ταχύτητα υπολογίζεται με τη μέτρηση του χρόνου στον οποίον το πλοίο ''κολυμπάει'' $1\ m$. Στο σχήμα 2.29 βλέπουμε τα πειραματικά αποτελέσματα μιας πρώτης δοκιμής για τη σχέση μεταξύ της συχνότητας και της ταχύτητας του πλοίου V.



Σχ. 2.29 Πειραματικά αποτελέσματα μοντέλου πλοίου

$\{V = f(frequency \equiv f)\}$ *[8]*

Στο πείραμα η μέγιστη ταχύτητα φτάνει στα $0.12\ m/sec$ στη συχνότητα των $3\ Hz$ χρησιμοποιώντας τον τύπο Β (80%) πτερυγίου τεχνητής ουράς. Από θεωρήσεις που έγιναν σχετικά με το μέγεθος του πλοίου

και του πτερυγίου, πιστεύεται ότι η ταχύτητα δεν είναι αρκετά υψηλή. Αν η σταθερά του ελατηρίου και το μέγεθος του πτερυγίου της τεχνητής ουράς ρυθμιστούν κατάλληλα, υπάρχει η προσμονή ότι το πλοίο μπορεί να αποκτήσει μεγαλύτερη ταχύτητα. Επίσης πιστεύεται ότι τα πειραματικά αποτελέσματα δεν έχουν καλή ακρίβεια διότι το μοντέλο πλοίο επηρεάστηκε από μία διαταραχή όπως ο άνεμος και δε μπόρεσε να κρατήσει μία ομαλή ίσια πορεία. Από την άλλη πλευρά παρατηρήθηκε με το μάτι ότι το πλάτος ταλάντωσης του εμβόλου ισχύος γινόταν μεγαλύτερο σε μικρότερη συχνότητα από τη συχνότητα στην οποία είχαμε μέγιστη ταχύτητα. Αυτό σημαίνει ότι η συχνότητα συντονισμού , στην οποία το πλάτος γίνεται μεγαλύτερο, βρίσκεται σε χαμηλότερα επίπεδα από τη συχνότητα όπου έχουμε τη μέγιστη ταχύτητα πλοίου. Αυτό εξηγείται με το γεγονός ότι το πλάτος ταλάντωσης του πτερυγίου μειώθηκε με την αύξηση της συχνότητας. Έτσι πιστεύεται ότι η δύναμη πρόωσης δεν αυξήθηκε αρκετά. Αποσαφηνίστηκε το γεγονός ότι η ταχύτητα επηρεάζεται από τη συχνότητα συντονισμού. Είναι αναγκαίο να μετρηθεί η μεταβολή του πλάτους του εμβόλου ισχύος και η μεταβολή της πίεσης στο εργαζόμενο μέρος για λεπτομερέστερη εκτίμηση του πειράματος. Πιστεύεται ότι υψηλότερη απόδοση του μηχανισμού παρόμοιου με ψαριού μπορεί να επιτευχθεί όταν η σταθερότητα του ελατηρίου και η δύναμη απόσβεσης του πτερυγίου ρυθμιστούν με μετρήσεις του πλάτους ταλάντωσης και της πίεσης.

Β.V) ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΑΚΟΙ ΤΟΠΟΙ

1. James E. Cairelli , ‘’SPRE I Free-Piston Stirling Engine Testing at NASA Lewis Research Center’’ , Lewis Research Center, Cleveland , Ohio , prepared for the 1988 Solar Energy Conference sponsored by the American Society of Mechanical Engineers, Golden , Colorado , April 10-14 ,1988.
2. Y.C. Hsieh, T.C. Hsu, J.S. Chiou, ‘’Integration of a free-piston Stirling engine and a moving grate incinerator’’, Department of Mechanical Engineering, National Cheng Kung University, Tainan 70101, Taiwan.
3. Rodger W. Dyson and Geoffrey A. Bruder, ‘’Progress Towards the Development of a Long-Lived Venus Lander Dublex System’’, NASA Glenn Research Center, Cleveland , OH, 44135.
4. Manmohan Dhar, ‘’Stirling Engine Space Program ,Volume 1 – Final Report’’ , Mechanical Technology Inc., Latham, New York, Prepared under Contract NAS3-25463, National Aeronautics and Space Administration , Glenn Research Center, August 1999.
5. Wayne A. Wong and Peggy A. Cornell, ‘’Advanced Stirling Convertor (ASC) Technology Maturation in Preparation for Flight’’ , Glenn Research Center, Cleveland , Ohio, August 2012.
6. http://www.robertstirlingengine.com/other.php
7. Koichi HIRATA, ‘’ A Semi Free Piston Stirling Engine for a Fish Robot’’, Power and Energy Engineering Division, National Maritime Research Institute, Shinkawa 6-38-1, Mitaka, Tokyo 181-0004, Japan.
8. http://www.nmri.go.jp/eng/khirata/stirling/sfpse/general/index_e.html
9. http://en.wikipedia.org/wiki/File:Scotch_yoke_animation.gif

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Γ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΑΠΟΤΥΠΩΣΗ ΤΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ

Γ.Ι) ΠΡΩΤΑΡΧΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕ ΒΑΣΗ ΓΝΩΣΤΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΑΠΟ ΤΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΜΗΧΑΝΩΝ

Για την ανάλυση αυτή έχουν παρθεί σχέσεις από τη διπλωματική εργασία του φοιτητή ΚΟΝΙΑΚΟΥ ΗΛΙΑ (2003) [18], η οποία είναι σχετική με τις μηχανές free piston. Τα μεγέθη που θα χρησιμοποιηθούν στη μαθηματική ανάλυση του κεφαλαίου αυτού καθώς και η σημασία τους παρατίθενται στον παρακάτω πίνακα.

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.1

ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΣ ΜΕΓΕΘΩΝ ΤΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ, Η ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΟΥΣ ΚΑΙ ΟΙ ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΤΟΥΣ ΚΑΤΑ SI

ΣΥΜΒΟΛΑ	ΣΗΜΑΣΙΑ	ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ (SI)
m	ΜΑΖΑ (ΣΤΟΙΧΕΙΟ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ)	-
k	ΕΛΑΤΗΡΙΟ (ΣΤΟΙΧΕΙΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ)	-
c	ΑΠΟΣΒΕΣΤΗΡΑΣ (ΣΤΟΙΧΕΙΟ ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ)	-
F_m	ΔΥΝΑΜΗ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ	$N\ (Newtons)$
F_k	ΔΥΝΑΜΗ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ	N
F_c	ΔΥΝΑΜΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ	N
t	ΧΡΟΝΟΣ	$sec\ (seconds)$
$F(t)$	ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΣΕ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕ ΤΟΝ ΧΡΟΝΟ (ΔΥΝΑΜΗ)	N
$x(t)$	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΕ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕ ΤΟΝ ΧΡΟΝΟ	$m\ (meters)$
x_p	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΕΜΒΟΛΟΥ	m
x_d	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	m
x_c	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΚΕΛΥΦΟΥΣ	m
$\dot{x}_p$	ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΕΜΒΟΛΟΥ	$m\ /sec$
$\dot{x}_d$	ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	$m\ /sec$
$\dot{x}_c$	ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΚΕΛΥΦΟΥΣ	$m\ /sec$
$\ddot{x}_p$	ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ ΕΜΒΟΛΟΥ	$m\ /sec^2$
$\ddot{x}_d$	ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	$m\ /sec^2$
$\ddot{x}_c$	ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ ΚΕΛΥΦΟΥΣ	$m\ /sec^2$
M_p	ΜΑΖΑ ΕΜΒΟΛΟΥ	$kg\ (kilograms)$
M_d	ΜΑΖΑ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	kg
M_c	ΜΑΖΑ ΚΕΛΥΦΟΥΣ	kg
p_c	ΠΙΕΣΗ ΑΕΡΙΟΥ ΣΤΟΝ ΧΩΡΟ ΣΥΜΠΙΕΣΗΣ	$Pa\ (N/m^2)$
p_e	ΠΙΕΣΗ ΑΕΡΙΟΥ ΣΤΟΝ ΧΩΡΟ ΕΚΤΟΝΩΣΗΣ	Pa
Δp	ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΠΙΕΣΗΣ ΣΤΟΥΣ ΘΕΡΜΟΕΝΑΛΛΑΚΤΕΣ	Pa
p_b	ΠΙΕΣΗ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ ΑΕΡΙΟΥ ΕΜΒΟΛΟΥ	Pa

p_d	ΠΙΕΣΗ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ ΑΕΡΙΟΥ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	Pa
A_p	ΕΜΒΑΔΟΝ ΜΕΤΩΠΙΚΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΕΜΒΟΛΟΥ	m^2
A_d	ΕΜΒΑΔΟΝ ΜΕΤΩΠΙΚΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	m^2
A_r	ΕΜΒΑΔΟΝ ΜΕΤΩΠΙΚΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΔΙΩΣΤΗΡΑ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	m^2
A_c	ΕΜΒΑΔΟΝ ΜΕΤΩΠΙΚΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ	m^2
C_{pc}	ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΕΞΩΤΕΡΙΚΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ	$(N \cdot \sec)/m$
T	ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ ΑΕΡΙΟΥ	$K\ (Kelvin)$
R_g	ΣΤΑΘΕΡΑ ΑΕΡΙΟΥ	$J\ (Joules)/(kg \cdot K)$
V	ΟΓΚΟΣ ΑΕΡΙΟΥ	m^3
C_p	ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΕΜΒΟΛΟΥ	$(N \cdot \sec)/m$
C_d	ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	$(N \cdot \sec)/m$
C_c	ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΚΕΛΥΦΟΥΣ	$(N \cdot \sec)/m$
F_{Hys_p}	ΔΥΝΑΜΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΛΟΓΩ ΥΣΤΕΡΗΣΗΣ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ ΑΕΡΙΟΥ ΤΟΥ ΕΜΒΟΛΟΥ	N
F_{Hys_d}	ΔΥΝΑΜΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΛΟΓΩ ΥΣΤΕΡΗΣΗΣ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ ΑΕΡΙΟΥ ΤΟΥ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	N
$C_{H_{pc}}$	ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΛΟΓΩ ΥΣΤΕΡΗΣΗΣ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ ΑΕΡΙΟΥ ΤΟΥ ΕΜΒΟΛΟΥ	$(N \cdot \sec)/m$
$C_{H_{dc}}$	ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΛΟΓΩ ΥΣΤΕΡΗΣΗΣ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ ΑΕΡΙΟΥ ΤΟΥ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	$(N \cdot \sec)/m$
P_{mean}	ΜΕΣΗ ΠΙΕΣΗ	Pa
S	ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΚΑΜΨΙΑΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ	$1/sec^2$
S_{pp}	ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΚΑΜΨΙΑΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΠΟΥ ΕΚΦΡΑΖΕΙ ΤΗΝ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΟΥ ΕΜΒΟΛΟΥ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΕΜΒΟΛΟ	$1/sec^2$
S_{pd}	ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΚΑΜΨΙΑΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΠΟΥ ΕΚΦΡΆΖΕΙ ΤΗΝ ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΣΤΗ ΚΙΝΗΣΗ ΤΟΥ ΕΜΒΟΛΟΥ ΛΟΓΩ ΤΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ ΤΟΥ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ ΜΕΣΩ ΤΗΣ ΣΥΖΕΥΞΗΣ ΤΟΥ ΔΙΩΣΤΗΡΑ ΜΕ ΤΟ ΕΛΑΤΗΡΙΟ ΑΕΡΙΟΥ	$1/sec^2$
S_{pc}	ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΚΑΜΨΙΑΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΠΟΥ ΕΚΦΡΑΖΕΙ ΤΗΝ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΣΤΟ ΕΜΒΟΛΟ ΠΟΥ ΕΧΕΙ Η ΚΙΝΗΣΗ ΤΟΥ ΚΕΛΥΦΟΥΣ	$1/sec^2$
S_{dd}	ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΚΑΜΨΙΑΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΠΟΥ ΕΚΦΡΑΖΕΙ ΤΗΝ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΟΥ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ ΠΑΝΩ ΣΤΟΝ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	$1/sec^2$
S_{dp}	ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΚΑΜΨΙΑΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΠΟΥ ΕΚΦΡΑΖΕΙ ΤΗΝ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ ΤΟΥ ΕΜΒΟΛΟΥ ΠΑΝΩ ΣΤΟΝ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	$1/sec^2$

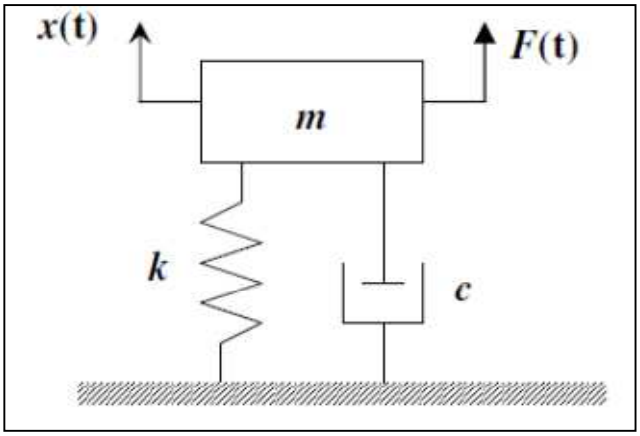
S_{dc}	ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΚΑΜΨΙΑΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΠΟΥ ΕΚΦΡΑΖΕΙ ΤΗΝ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΣΤΟΝ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ ΠΟΥ ΕΧΕΙ Η ΚΙΝΗΣΗ ΤΟΥ ΚΕΛΥΦΟΥΣ	$1/sec^2$
S_{cc}	ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΚΑΜΨΙΑΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΠΟΥ ΕΚΦΡΑΖΕΙ ΤΗΝ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΟΥ ΚΕΛΥΦΟΥΣ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΚΕΛΥΦΟΣ	$1/sec^2$
S_{cp}	ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΚΑΜΨΙΑΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΠΟΥ ΕΚΦΡΑΖΕΙ ΤΗΝ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ ΤΟΥ ΕΜΒΟΛΟΥ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΚΕΛΥΦΟΣ	$1/sec^2$
S_{cd}	ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΚΑΜΨΙΑΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΠΟΥ ΕΚΦΡΑΖΕΙ ΤΗΝ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ ΤΟΥ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΚΕΛΥΦΟΣ	$1/sec^2$
D	ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ	$1/sec$
D_{pp}	ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΠΟΥ ΕΚΦΡΑΖΕΙ ΤΗΝ ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΤΟΥ ΕΜΒΟΛΟΥ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΕΜΒΟΛΟ (ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ)	$1/sec$
D_{pd}	ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΠΟΥ ΕΚΦΡΑΖΕΙ ΤΗΝ ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΠΟΥ ΕΧΕΙ Η ΚΙΝΗΣΗ ΤΟΥ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΕΜΒΟΛΟ	$1/sec$
D_{pc}	ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΠΟΥ ΕΚΦΡΑΖΕΙ ΤΗΝ ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΠΟΥ ΕΧΕΙ Η ΚΙΝΗΣΗ ΤΟΥ ΚΕΛΥΦΟΥΣ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΕΜΒΟΛΟ	$1/sec$
D_{dd}	ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΠΟΥ ΕΚΦΡΑΖΕΙ ΤΗΝ ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΤΟΥ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ ΠΑΝΩ ΣΤΟΝ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	$1/sec$
D_{dp}	ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΠΟΥ ΕΚΦΡΑΖΕΙ ΤΗΝ ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΠΟΥ ΕΧΕΙ Η ΚΙΝΗΣΗ ΤΟΥ ΕΜΒΟΛΟΥ ΠΑΝΩ ΣΤΟΝ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	$1/sec$
D_{dc}	ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΠΟΥ ΕΚΦΡΑΖΕΙ ΤΗΝ ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΠΟΥ ΕΧΕΙ Η ΚΙΝΗΣΗ ΤΟΥ ΚΕΛΥΦΟΥΣ ΠΑΝΩ ΣΤΟΝ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	$1/sec$
D_{cc}	ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΠΟΥ ΕΚΦΡΑΖΕΙ ΤΗΝ ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΤΟΥ ΚΕΛΥΦΟΥΣ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΚΕΛΥΦΟΣ (ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ)	$1/sec$
D_{cp}	ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΠΟΥ ΕΚΦΡΑΖΕΙ ΤΗΝ	$1/sec$

	ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΤΟΥ ΕΜΒΟΛΟΥ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΚΕΛΥΦΟΣ	
D_{cd}	ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΠΟΥ ΕΚΦΡΑΖΕΙ ΤΗΝ ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΤΟΥ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΚΕΛΥΦΟΣ	$1/sec$
$[\ddot{x}]$	ΠΙΝΑΚΑΣ 3Χ1 ΤΩΝ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΕΩΝ ΤΩΝ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΟΥΝΤΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ	$m\ /sec^2$
$[\dot{x}]$	ΠΙΝΑΚΑΣ 3Χ1 ΤΩΝ ΤΑΧΥΤΗΤΩΝ ΤΩΝ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΟΥΝΤΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ	$m\ /sec$
$[x]$	ΠΙΝΑΚΑΣ 3Χ1 ΤΩΝ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΕΩΝ ΤΩΝ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΟΥΝΤΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ	m
$[\Sigma]$	ΠΙΝΑΚΑΣ 3Χ3 ΤΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΑΚΑΜΨΙΑΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ	$1/sec^{\ 2}$
$[\Delta]$	ΠΙΝΑΚΑΣ 3Χ3 ΤΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ	$1/sec$
φ	ΔΙΑΦΟΡΑ ΦΑΣΗΣ	$°\ (degrees)$
φ_p	ΔΙΑΦΟΡΑ ΦΑΣΗΣ ΕΜΒΟΛΟΥ	$°\ (degrees)$
φ_d	ΔΙΑΦΟΡΑ ΦΑΣΗΣ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	$°\ (degrees)$
φ_c	ΔΙΑΦΟΡΑ ΦΑΣΗΣ ΚΕΛΥΦΟΥΣ	$°\ (degrees)$
ω	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗ	$rad\ /sec$
ω_n	ΦΥΣΙΚΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ Ή ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ	$rad\ /sec$
Z ή q	ΛΟΓΟΣ ΤΗΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΦΥΣΙΚΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ	-
H ή λ	ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΕΝΙΣΧΥΣΗΣ	-
ζ	ΛΟΓΟΣ Ή ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ	-
k	ΣΤΑΘΕΡΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ	N/m
X_p	ΠΛΑΤΟΣ ΚΙΝΗΣΗΣ ΕΜΒΟΛΟΥ	m
X_d	ΠΛΑΤΟΣ ΚΙΝΗΣΗΣ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	m
X_c	ΠΛΑΤΟΣ ΚΙΝΗΣΗΣ ΚΕΛΥΦΟΥΣ	m
j	ΦΑΝΤΑΣΤΙΚΗ ΜΟΝΑΔΑ	-
r	ΛΟΓΟΣ ΤΟΥ ΠΛΑΤΟΥΣ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ ΠΡΟΣ ΤΟ ΠΛΑΤΟΣ ΕΜΒΟΛΟΥ	-
C_{damp}	ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ	$(\ N \cdot \sec\ )/m$
W	ΕΡΓΟ	$J\ (joules)$
W_{ir}	ΜΗ ΩΦΕΛΙΜΟ ΕΡΓΟ	$J\ (joules)$
W_s	ΩΦΕΛΙΜΟ ΕΡΓΟ	$J\ (joules)$
M	ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΜΑΖΑ ΑΕΡΙΟΥ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΗ	kg
M_{com}	ΜΑΖΑ ΑΕΡΙΟΥ ΣΤΟΝ ΧΩΡΟ ΣΥΜΠΊΕΣΗΣ	kg
M_k	ΜΑΖΑ ΑΕΡΙΟΥ ΣΤΟΝ ΨΥΚΤΗ	kg
M_{reg}	ΜΑΖΑ ΑΕΡΙΟΥ ΣΤΟΝ ΑΝΑΓΕΝΝΗΤΗ	kg
M_h	ΜΑΖΑ ΑΕΡΙΟΥ ΣΤΟΝ ΘΕΡΜΑΝΤΗΡΑ	kg
M_e	ΜΑΖΑ ΑΕΡΙΟΥ ΣΤΟΝ ΧΩΡΟ ΕΚΤΟΝΩΣΗΣ	kg
T_k	ΜΕΣΗ ΨΥΧΡΗ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ	K
T_h	ΜΕΣΗ ΘΕΡΜΗ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ	K
V_c	ΣΤΙΓΜΙΑΙΟΣ ΟΓΚΟΣ ΧΩΡΟΥ ΣΥΜΠΙΕΣΗΣ	$m^{\ 3}$

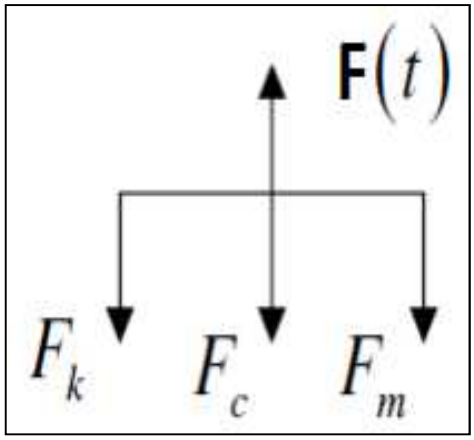
V_e	ΣΤΙΓΜΙΑΙΟΣ ΟΓΚΟΣ ΧΩΡΟΥ ΕΚΤΟΝΩΣΗΣ	m^3
V_k	ΟΓΚΟΣ ΡΟΗΣ ΨΥΚΤΗ	m^3
V_h	ΟΓΚΟΣ ΡΟΗΣ ΘΕΡΜΑΝΤΗΡΑ	m^3
V_{reg}	ΟΓΚΟΣ ΡΟΗΣ ΑΝΑΓΕΝΝΗΤΗ	m^3
V_b	ΣΤΙΓΜΙΑΙΟΣ ΟΓΚΟΣ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ ΑΕΡΙΟΥ ΤΟΥ ΕΜΒΟΛΟΥ	m^3
V_d	ΣΤΙΓΜΙΑΙΟΣ ΟΓΚΟΣ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ ΑΕΡΙΟΥ ΤΟΥ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	m^3
V_B	ΜΕΣΟΣ ΟΓΚΟΣ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ ΑΕΡΙΟΥ ΤΟΥ ΕΜΒΟΛΟΥ	m^3
V_D	ΜΕΣΟΣ ΟΓΚΟΣ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ ΑΕΡΙΟΥ ΤΟΥ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	m^3
γ	ΑΔΙΑΒΑΤΙΚΗ ΣΤΑΘΕΡΑ ΑΕΡΙΟΥ	-
C_C	ΜΗΚΟΣ ΕΠΙΖΗΜΙΟΥ ΧΩΡΟΥ ΣΥΜΠΙΕΣΗΣ	m
E_E	ΜΗΚΟΣ ΕΠΙΖΗΜΙΟΥ ΧΩΡΟΥ ΕΚΤΟΝΩΣΗΣ	m
Δp	ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΠΤΩΣΗ ΠΙΕΣΗΣ ΣΤΟΥΣ ΘΕΡΜΟΕΝΑΛΛΑΚΤΕΣ	Pa
Δp_k	ΠΤΩΣΗ ΠΙΕΣΗΣ ΣΤΟΝ ΨΥΚΤΗ	Pa
Δp_h	ΠΤΩΣΗ ΠΙΕΣΗΣ ΣΤΟΝ ΘΕΡΜΑΝΤΗΡΑ	Pa
Δp_{reg}	ΠΤΩΣΗ ΠΙΕΣΗΣ ΣΤΟΝ ΑΝΑΓΕΝΝΗΤΗ	Pa
ρ	ΜΕΣΗ ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ ΑΕΡΙΟΥ	kg/m^3
f_t	ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΤΡΙΒΗΣ ΣΤΟΝ ΘΕΡΜΑΝΤΗΡΑ / ΨΥΚΤΗ	-
f_f	ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΤΡΙΒΗΣ ΤΥΡΒΩΔΟΥΣ ΡΟΗΣ ΣΤΟΝ ΘΕΡΜΑΝΤΗΡΑ / ΨΥΚΤΗ	-
L	ΜΗΚΟΣ ΘΕΡΜΑΝΤΗΡΑ / ΨΥΚΤΗ	m
d_{hyd}	ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ ΔΙΑΜΕΤΡΟΣ ΣΩΛΗΝΩΝ ΘΕΡΜΑΝΤΗΡΑ / ΨΥΚΤΗ	m
K_h	ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΥΔΡΑΥΛΙΚΩΝ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΡΟΗΣ ΣΤΙΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΕΙΣΟΔΟΥ ΚΑΙ ΕΞΟΔΟΥ	-
f_l	ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΤΡΙΒΗΣ ΣΤΟΝ ΑΝΑΓΕΝΝΗΤΗ	-
$\bar{u}$	ΜΕΣΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΡΟΗΣ	m/sec
U	ΠΛΑΤΟΣ ΜΕΣΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΡΟΗΣ	m/sec
$\bar{u}_k$	ΜΕΣΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΡΟΗΣ ΣΤΟΝ ΨΥΚΤΗ	m/sec
$\bar{u}_h$	ΜΕΣΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΡΟΗΣ ΣΤΟΝ ΘΕΡΜΑΝΤΗΡΑ	m/sec
$\bar{u}_{reg}$	ΜΕΣΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΡΟΗΣ ΣΤΟΝ ΑΝΑΓΕΝΝΗΤΗ	m/sec
C_{lin}	ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΑΠΟΣΒΕΣΤΗΡΑ	$(N \cdot \sec)/m$
$\dot{V}_c$	ΟΓΚΟΜΕΤΡΙΚΗ ΡΟΗ ΣΤΟ ΧΩΡΟ ΣΥΜΠΙΕΣΗΣ	m^3/sec
$\dot{V}_e$	ΟΓΚΟΜΕΤΡΙΚΗ ΡΟΗ ΣΤΟ ΧΩΡΟ ΕΚΤΟΝΩΣΗΣ	m^3/sec
$\overline{\dot{V}}$	ΜΕΣΗ ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΟΓΚΟΜΕΤΡΙΚΗ ΡΟΗ ΔΙΑΜΕΣΟΥ ΤΩΝ ΘΕΡΜΟΕΝΑΛΛΑΚΤΩΝ	m^3/sec
A_k	ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΡΟΗΣ ΨΥΚΤΗ	m^2
A_h	ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΡΟΗΣ ΘΕΡΜΑΝΤΗΡΑ	m^2
A_{reg}	ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΡΟΗΣ ΑΝΑΓΕΝΝΗΤΗ	m^2
ρ_k	ΜΕΣΗ ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ ΑΕΡΙΟΥ ΣΤΟΝ ΨΥΚΤΗ	kg/m^3

ρ_h	ΜΕΣΗ ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ ΑΕΡΙΟΥ ΣΤΟΝ ΘΕΡΜΑΝΤΗΡΑ	kg/m^3
U_k	ΠΛΑΤΟΣ ΜΕΣΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΡΟΗΣ ΣΤΟΝ ΨΥΚΤΗ	m/sec
U_h	ΠΛΑΤΟΣ ΜΕΣΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΡΟΗΣ ΣΤΟΝ ΘΕΡΜΑΝΤΗΡΑ	m/sec
V_A	ΠΛΑΤΟΣ ΜΕΣΗΣ ΣΥΝΟΛΙΚΗΣ ΟΓΚΟΜΕΤΡΙΚΗΣ ΡΟΗΣ	m^3/sec
C_H	ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΛΟΓΩ ΥΣΤΕΡΗΣΗΣ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ ΑΕΡΙΟΥ	$(N \cdot \sec)/m$
$G(r)$	ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΟ ΠΟΛΥΩΝΥΜΟ	-
a, b, c, d	ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΟΥ ΠΟΛΥΩΝΥΜΟΥ / ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ ΜΗΧΑΝΗΣ	-
r_1, r_2, r_3, r_4	ΙΔΙΟΤΙΜΕΣ / ΡΙΖΕΣ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΟΥ ΠΟΛΥΩΝΥΜΟΥ	-
n_1, n_2, n_3, n_4	ΙΔΙΟΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ ΓΡΑΜΜΙΚΩΣ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΑ	-
c_1, c_2, c_3, c_4	ΜΟΝΑΔΙΚΟ ΣΥΝΟΛΟ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΠΟΥ ΙΚΑΝΟΠΟΙΟΥΝ ΟΠΟΙΑΔΗΠΟΤΕ ΑΡΧΙΚΗ ΣΥΝΘΗΚΗ	-

Για να περιγράψουμε επαρκώς τη λειτουργία των μηχανών stirling ελευθέρων εμβόλων (FPSEs) , υποθέτουμε αρμονική τη διέγερση των στοιχείων που τις αποτελούν όπως είναι το έμβολο ,ο εκτοπιστής και το κέλυφος της μηχανής, μιας και η υπόθεση αυτή ανταποκρίνεται σε μεγάλο ποσοστό στην πραγματικότητα. Καθένα από τα στοιχεία αυτά αποτελεί ένα σύστημα μάζας-ελατηρίου-αποσβεστήρα με τον τρόπο που απεικονίζεται στο σχήμα 3.2 .



Σχ. 3.2 [2]



Σχ. 3.3 [3]

Τόσο στο έμβολο όσο και στον εκτοπιστή (δυναμικά συστήματα ενός βαθμού ελευθερίας) οι δυνάμεις που τους ασκούνται όπως οι αδρανειακές δυνάμεις (F_m) , οι δυνάμεις (F_k) λόγω των ελατηρίων αερίου (p_b και p_d) καθώς και οι δυνάμεις λόγω απόσβεσης (F_c) είναι κάθε χρονική στιγμή t σε ισορροπία (σχ. 3.3) [1] με τις εξωτερικές διεγέρσεις (F(t)) δηλαδή τις πιέσεις του αερίου στους χώρους συμπίεσης (p_c) και εκτόνωσης (p_e).

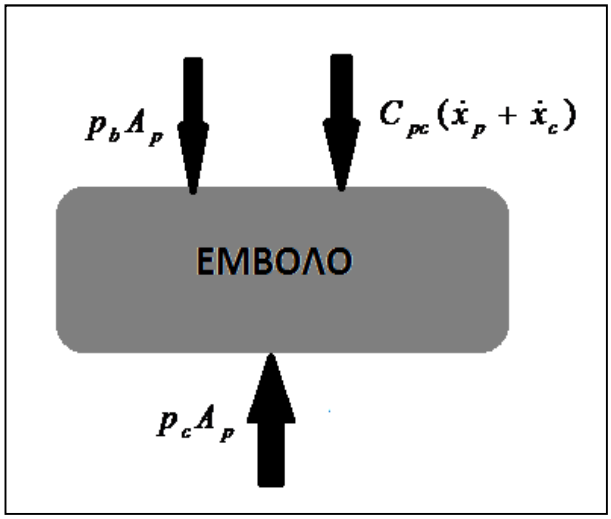
Ισχύει λοιπόν η γενική σχέση:

$$F_m + F_k + F_c = F(t) \tag{Γ.1}$$

Θεωρούμε ένα διάγραμμα ελεύθερου σώματος τόσο για το έμβολο (σχ. 3.4) όσο και για τον εκτοπιστή (σχ.3.6) της μηχανής RE-1000 [4] της εταιρείας Sunpower . Οι εξισώσεις δυναμικής για τα δύο αυτά μέρη της μηχανής, τα οποία παλινδρομούν κατά τη διάρκεια του θερμοδυναμικού κύκλου δίνονται παρακάτω.

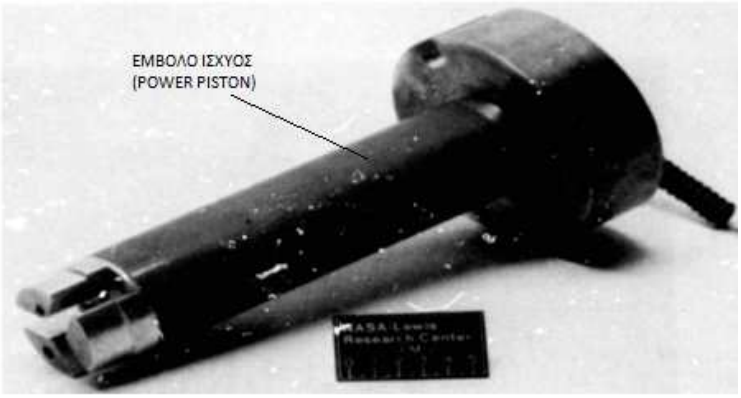
Για το **έμβολο** :

$$\begin{aligned} & M_p \ddot{x}_p + p_b A_p + C_{pc}(\dot{x}_p + \dot{x}_c) = p_c A_p \\ & \rightarrow M_p \ddot{x}_p = (p_c - p_b) A_p - C_{pc}(\dot{x}_p + \dot{x}_c) \end{aligned} \tag{Γ.2}$$



Σχ. 3.4 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΕΛΕΥΘΕΡΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ ΤΟΥ ΕΜΒΟΛΟΥ ΙΣΧΥΟΣ

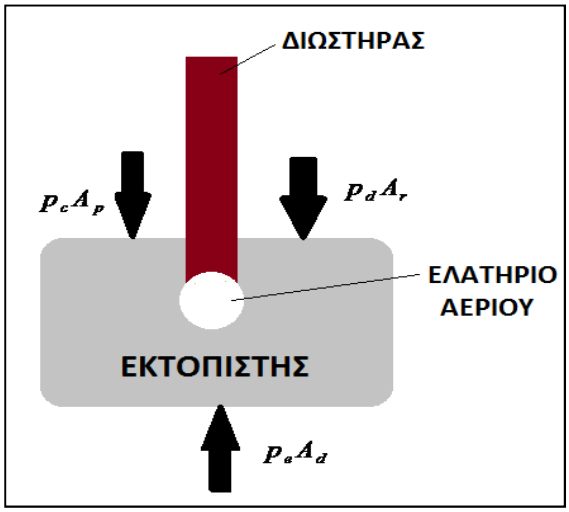
όπου η δύναμη απόσβεσης ή δύναμη απορρόφησης ενέργειας $C_{pc}(\dot{x}_p + \dot{x}_c)$ αποτελεί τη δύναμη που ασκεί το εκάστοτε εξωτερικό φορτίο όπως για παράδειγμα ένας γραμμικός ηλεκτρικός εναλλάκτης (linear alternator).



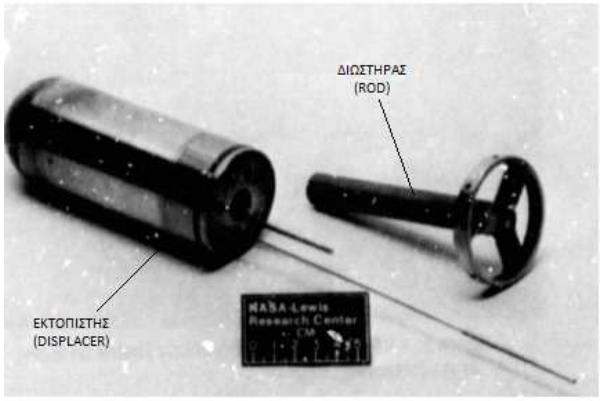
Σχ. 3.5 ΕΜΒΟΛΟ ΙΣΧΥΟΣ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ RE-1000 ΤΗΣ SUNPOWER [5]

Για τον **εκτοπιστή :**

$$M_d \ddot{x}_d + p_d A_r = p_e A_d - p_c A_p$$
$$\rightarrow M_d \ddot{x}_d = (p_e - p_c) A_d + (p_c - p_d) A_r \qquad (Γ.3)$$



Σχ. 3.6 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΕΛΕΥΘΕΡΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ ΤΟΥ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ



Σχ. 3.7 ΕΚΤΟΠΙΣΤΗΣ ΚΑΙ ΔΙΩΣΤΗΡΑΣ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ RE-1000 ΤΗΣ SUNPOWER INC [5]

Αφού ισχύει ότι :

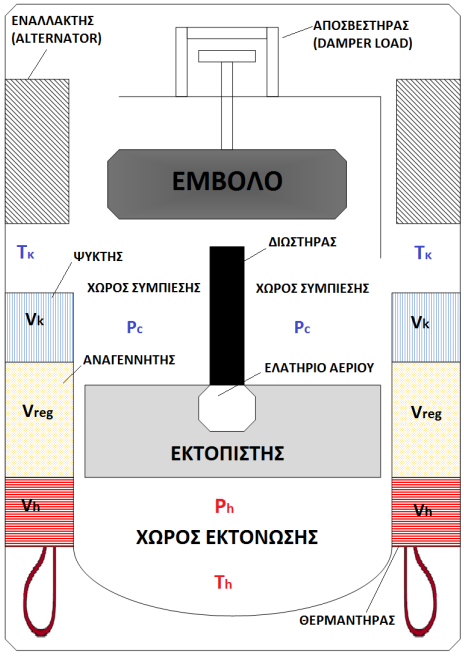
$$A_p = A_d - A_r \qquad (Γ.4)$$

Το μέγεθος A_r αντιστοιχεί στο εμβαδόν του διωστήρα του εκτοπιστή στον οποίον ασκείται η πίεση του ελατηρίου αερίου.
Η πίεση p_e θα ισούται με:

$$p_e = p_c + \Delta p \qquad (Γ.5)$$

όπου Δp η πτώση πίεσης του αερίου που συντελείται στους θερμοεναλλάκτες. Αντικαθιστώντας την εξίσωση Γ.5 στην εξίσωση Γ.3 θα έχουμε τελικώς για τον εκτοπιστή την εξής σχέση :

$$M_d \ddot{x}_d = A_d \Delta p + A_r (p_c - p_d) \qquad (Γ.6)$$



Σχ. 3.8 ΔΙΑΤΑΞΗ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ RE-1000 ΤΗΣ SUNPOWER

Οι εξισώσεις (Γ.2) και (Γ.6) είναι οι απαραίτητες εξισώσεις που καθορίζουν τη κίνηση του εμβόλου (power piston) και του εκτοπιστή (displacer) αντίστοιχα. Για τη λύση θα πρέπει να έχουμε σχέσεις των μεγεθών p_c, p_b, p_d και Δp σε συνάρτηση με τις μετατοπίσεις x_p , x_d , x_c και με τις ταχύτητες $\dot{x}_p$, $\dot{x}_d$ και $\dot{x}_c$. Οι εξισώσεις αυτές μπορούν να ληφθούν με βάση τον θερμοδυναμικό κύκλο λειτουργίας της μηχανής ελευθέρων εμβόλων. Προς το παρόν υποθέτουμε ότι οι θερμοδυναμικές εξισώσεις είναι γνωστές. Η λύση του συστήματος των εξισώσεων μπορεί να αντιμετωπιστεί με πολλές μεθόδους. Η πιο προφανής μέθοδος είναι η τεχνική ολοκλήρωσης με βήμα τον χρόνο όμοια με τη μέθοδο εξομοίωσης.

Γ.ΙΙ) ΓΕΝΙΚΕΥΣΗ ΤΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΚΑΙ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥΣ

Η μεταβολή πίεσης του εργαζόμενου αερίου είναι σύμφωνα με τη θεωρητική (ιδανική) θερμοδυναμική μία συνάρτηση μόνο των μεταβολών των όγκων με δεδομένα το είδος αερίου, της γεωμετρίας του χώρου όπου εργάζεται καθώς και της κατανομής θερμοκρασίας του. Αυτό μπορεί να γίνει αντιληπτό από τη χρήση της καταστατικής εξίσωσης που ισχύει για τα τέλεια αέρια. (Γ.7).

$$p = \frac{mRT}{V} = \frac{const}{V} \Rightarrow \Delta p = \frac{const}{\Delta V} \qquad (Γ.7)$$

Όμως οι μεταβολές των όγκων είναι συνάρτηση των μετατοπίσεων του εμβόλου, του εκτοπιστή, των ελατηρίων αερίου καθώς και του κελύφους της μηχανής οπότε θα έχουμε τα εξής :

$$p = f(x_p, x_d, x_c) \qquad (Γ.8)$$

Η θεωρητική θερμοδυναμική αποκλείει το ενδεχόμενο να μεταβάλλεται η πίεση βηματικά (με βαθμίδες).Γι αυτό το λόγο υποθέτουμε ότι η πτώση πίεσης στους εναλλάκτες θερμότητας είναι αποτέλεσμα φαινομένου απόσβεσης λόγω συνεκτικότητας της ροής του εργαζόμενου ρευστού. Οι γραμμικοί αποσβεστήρες έχουν βρεθεί ότι δουλεύουν ικανοποιητικά στη περίπτωση αυτή. Έτσι δίνεται ότι η πτώση πίεσης του αερίου στους θερμοεναλλάκτες είναι μια συνάρτηση των ταχυτήτων του εμβόλου, του εκτοπιστή και του κελύφους :

$$\Delta p = f(\dot{x}_p, \dot{x}_d, \dot{x}_c) \qquad (Γ.9)$$

Οπότε θα υποθέσουμε τον ακόλουθη σχέση :

$$A_d \Delta p = C_p \dot{x}_p + C_d \dot{x}_d + C_c \dot{x}_c \qquad (Γ.10)$$

Μια άλλη σημαντική επίδραση απόσβεσης είναι η απώλεια ισχύος λόγω υστέρησης των ελατηρίων αερίου. Οι επιδράσεις υστέρησης των ελατηρίων αερίου μπορούν επίσης να υπολογιστούν με γραμμικούς αποσβεστήρες. Για το ελατήριο αερίου του εμβόλου θα ισχύει:

$$F_{Hys_p} = C_{H_{pc}} (\dot{x}_p + \dot{x}_c) \qquad (Γ.11)$$

Ενώ για το ελατήριο αερίου του εκτοπιστή :

$$F_{Hys_d} = C_{H_{dc}} (\dot{x}_d + \dot{x}_c) \qquad (Γ.12)$$

όπου $(\dot{x}_p + \dot{x}_c)$ και $(\dot{x}_d + \dot{x}_c)$ είναι οι σχετικές ταχύτητες με αναφορά το κέλυφος για το έμβολο και τον εκτοπιστή αντίστοιχα. Οπότε οι εξισώσεις (Γ.2) και (Γ.6) τροποποιούνται ώστε να εμπεριέχουν την απόσβεση του ελατηρίου αερίου. Έτσι θα έχουμε για το **έμβολο :**

$$M_p \ddot{x}_p = (p_c - p_b) A_p - (C_{pc} + C_{Hpc}) \dot{x}_p - (C_{pc} + C_{Hpc}) \dot{x}_c \qquad (Γ.13)$$

Για τον **εκτοπιστή** :

$$M_d \ddot{x}_d = A_d \Delta p + A_r (p_c - p_d) - C_{Hdc} (\dot{x}_d + \dot{x}_c) \qquad (Γ.14)$$

όπου οι πιέσεις των ελατηρίων αερίου p_b και p_d τώρα απεικονίζονται από το καθαρά ελαστικό μέρος , το οποίο στα μαθηματικά αποτελεί το γραμμικό τμήμα σε συνάρτηση με τη μετατόπιση. Αντικαθιστούμε την εξίσωση (Γ.10) στην εξίσωση (Γ.14) και έχουμε :

$$M_d \ddot{x}_d = C_p \dot{x}_p + (C_d - C_{Hdc}) \dot{x}_d + (C_c - C_{Hdc}) \dot{x}_c + A_r (p_c - p_d) \qquad (Γ.15)$$

Οι πιέσεις p_c , p_b και p_d ταλαντώνονται γύρω από μια μέση τιμή πίεσης δοσμένη ως p_{mean} (μέση πίεση). Μία γραμμική προσέγγιση για κάθε μία από τις πιέσεις θα ήταν του τύπου:

$$p = \overline{p}(1 + ax_p + bx_d + cx_c) = p_{mean}(1 + ax_p + bx_d + cx_c) \tag{Γ.16}$$

Οπότε μπορούμε να γράψουμε :

$$\frac{(p_c - p_b)A_p}{M_p} = S_{pp}x_p + S_{pd}x_d + S_{pc}x_c \tag{Γ.17}$$

και

$$\frac{(p_c - p_d)A_r}{M_d} = S_{dp}x_p + S_{dd}x_d + S_{dc}x_c \tag{Γ.18}$$

Όπου οι γραμμικοί συντελεστές $S_{i,j}$ οι οποίοι αποτελούν τους σύνθετους συντελεστές ακαμψίας ανά μονάδα μάζας θα εξηγηθούν στη συνέχεια. Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (Γ.17) και (Γ.18) στις εξισώσεις (Γ.13) και (Γ.15) έχουμε:

$$\ddot{x}_p = S_{pp}x_p + S_{pd}x_d + S_{pc}x_c - \frac{(C_{pc} + C_{Hpc})\dot{x}_p}{M_p} - \frac{(C_{pc} + C_{Hpc})\dot{x}_c}{M_p} \tag{Γ.19}$$

και

$$\ddot{x}_d = S_{dp}x_p + S_{dd}x_d + S_{dc}x_c + \frac{C_p\dot{x}_p}{M_d} + \frac{(C_d - C_{Hdc})\dot{x}_d}{M_d} + \frac{(C_c - C_{Hdc})\dot{x}_c}{M_d} \tag{Γ.20}$$

Οι τελικοί τύποι των δυναμικών εξισώσεων του εμβόλου και του εκτοπιστή μοντελοποιούνται ως εξής :

$$\ddot{x}_p = S_{pp}x_p + S_{pd}x_d + S_{pc}x_c + D_{pp}\dot{x}_p + D_{pd}\dot{x}_d + D_{pc}\dot{x}_c \tag{Γ.21}$$

και

$$\ddot{x}_d = S_{dp}x_p + S_{dd}x_d + S_{dc}x_c + D_{dp}\dot{x}_p + D_{dd}\dot{x}_d + D_{dc}\dot{x}_c \tag{Γ.22}$$

Όπου $D_{i,j}$ είναι οι σύνθετοι συντελεστές απόσβεσης ανά μονάδα μάζας. Για να υπάρξει λύση θα πρέπει να υπάρχει και μια τρίτη εξίσωση που θα αφορά το κέλυφος της μηχανής. Ομοίως με τις προηγούμενες σχέσεις θα έχουμε :

$$\ddot{x}_c = S_{cp}x_p + S_{cd}x_d + S_{cc}x_c + D_{cp}\dot{x}_p + D_{cd}\dot{x}_d + D_{cc}\dot{x}_c \qquad (Γ.23)$$

Έτσι στη γενική περίπτωση οι δυναμικές εξισώσεις (εξισώσεις κίνησης) γράφονται με τη βοήθεια πινάκων ως εξής:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_p \\ \ddot{x}_d \\ \ddot{x}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{pp} & S_{pd} & S_{pc} \\ S_{dp} & S_{dd} & S_{dc} \\ S_{cp} & S_{cd} & S_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ x_d \\ x_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{pp} & D_{pd} & D_{pc} \\ D_{dp} & D_{dd} & D_{dc} \\ D_{cp} & D_{cd} & D_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{x}_d \\ \dot{x}_c \end{bmatrix} \qquad (Γ.24)$$

ή σε συντομογραφία :

$$[\ddot{x}] = [\Sigma][x] + [\Delta][\dot{x}] \qquad (Γ.25)$$

Όπου $S_{i,j}$ και $D_{i,j}$ οι ασκούμενοι συντελεστές (ανά μονάδα μάζας) των ελατηρίων και των αποσβεστήρων αντίστοιχα. Για παράδειγμα ο συντελεστής S_{pd} εκφράζει την επιρροή στην κίνηση του εμβόλου λόγω της σύζευξης μέσω του διωστήρα με το ελατήριο με την κίνηση του εκτοπιστή με δεδομένο ότι ο συντελεστής S_{pp} δίνει την ελαστική επίδραση του ίδιου του εμβόλου στο έμβολο [7]. Πιο λεπτομερής εξήγηση των συντελεστών αυτών στο σύνολό τους δίνεται στον αρχικό πίνακα του παρόντος κεφαλαίου. Στη διαφορική εξίσωση (Γ.24) υποθέτουμε ότι οι όροι πίεσης μπορούν να γραμμικοποιηθούν χωρίς μεγάλες απώλειες στην ακρίβεια. Τυπικά, οι μη γραμμικοί όροι της πίεσης του εργαζόμενου μέσου είναι μικροί και μπορούν με ασφάλεια να αγνοηθούν. Ωστόσο **οι μη γραμμικοί όροι που αφορούν τα ελατήρια αερίου και τη πτώση πίεσης στους εναλλάκτες θερμότητας μπορούν να είναι σημαντικοί**. Για αποδεκτά αποτελέσματα ο αριθμός των όρων δεύτερης και μεγαλύτερης τάξης δε θα πρέπει να υπερβαίνει το 10% του συνόλου των γραμμικών όρων. Για να καταλήξουμε σε συμπεράσματα όσον αφορά τη συμπεριφορά των στοιχείων του συστήματος θα κάνουμε χρήση της θεωρίας της μεθόδου του σταθερού ελέγχου. Η συμπεριφορά αυτή αντιστοιχεί στον τρόπο με τον οποίο τα τρία μηχανικά στοιχεία (έμβολο, εκτοπιστής, κέλυφος) κινούνται για διαφορετικές τιμές των συντελεστών απόσβεσης και ελατηρίου με την ονομαστική τους διάσταση για συγκλίνουσα, αποκλίνουσα ή σταθερή ταλάντωση. Από τη στιγμή που μας ενδιαφέρει μόνο η σταθερή ταλάντωση, υποθέτουμε ότι οι λύσεις ταλάντωσης είναι διαθέσιμες. Με αυτή τη μέθοδο , οι συνθήκες ταλάντωσης όπως η συχνότητα λειτουργίας ,η διαφορά φάσεως και ο λόγος των πλατών λαμβάνονται αμέσως. Εδώ θα πρέπει να επισημανθεί ότι η μέθοδος προϋποθέτει ότι μία σταθεροποιημένη επιρροή γενικεύεται από την παρουσία των μη γραμμικών επιδράσεων. Μια τελείως γραμμικοποιημένη μηχανή θα ήταν αδύνατο να δουλέψει στην πραγματικότητα ,καθώς με οποιαδήποτε αλλαγή στις λειτουργικές παραμέτρους τις όπως με αλλαγή του φορτίου θα ήταν λόγος για το σταμάτημα της μηχανής (**φαινόμενο dropout**) ή για δημιουργία ταλαντώσεων με αυξανόμενο πλάτος πράγμα το οποίο θα οδηγούσε σε σύγκρουση των παλινδρομούντων μερών της (**φαινόμενο blowup**). Επομένως οι μη γραμμικές επιδράσεις θα πρέπει να γίνουν απαραιτήτως γνωστές σε οποιαδήποτε μελέτη

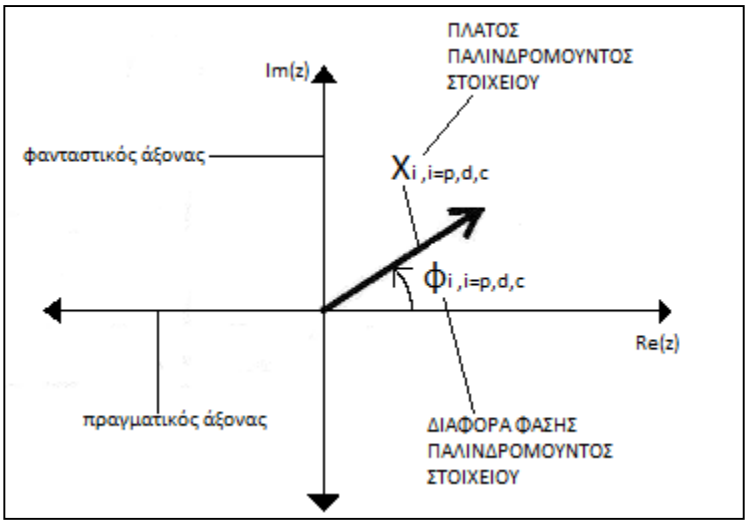
εξεταζόμενου φορτίου. Η λύση που υιοθετείται για κάθε μηχανικό στοιχείο ,το οποίο παλινδρομεί, είναι η εξής :

$$x_i = X_i \cdot \exp\left[j(\omega t + \phi_i)\right], \quad i = p, d, c \tag{Γ.26}$$

Απεικονίζεται δηλαδή ως διάνυσμα x_i με μέτρο X_i και διαφορά φάσης φ_ι όπως φαίνεται στο σχήμα 3.8. Από την εξίσωση (Γ.26) παίρνουμε με παραγοντοποίηση :

$$\dot{x}_i = j\omega X_i \cdot \exp\left[j(\omega t + \phi_i)\right] \tag{Γ.27}$$

$$\ddot{x}_i = -\omega^2 X_i \cdot \exp\left[j(\omega t + \phi_i)\right] \tag{Γ.28}$$



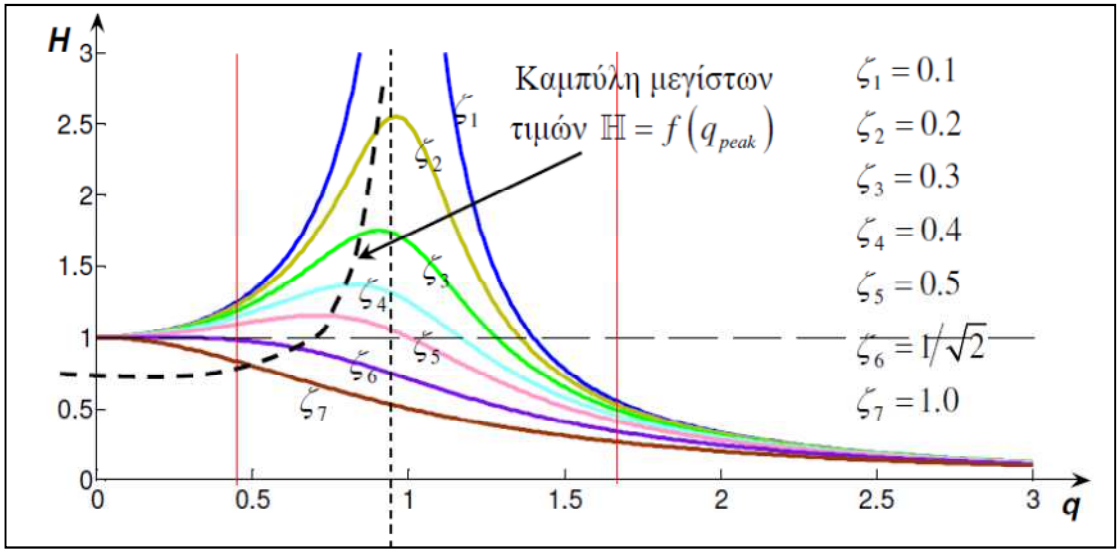
Σχ. 3.9 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ

Στο στάδιο αυτό είναι σημαντικό να επισημάνουμε ότι υπάρχουν δύο διακριτές προτιμώμενες μέθοδοι λειτουργίας : 1^{η}) μεγάλη κίνηση εμβόλου σε σχέση με τη κίνηση του κελύφους όπου η ισχύς εξόδου προέρχεται κυρίως από το έμβολο και 2^{η}) μεγάλη κίνηση κελύφους σε σχέση με τη κίνηση του εμβόλου όπου η ισχύς εξόδου προέρχεται κυρίως από το κέλυφος. Εάν κάθε στοιχείο εκτιμηθεί ως ένα ξεχωριστό σύστημα δεύτερης τάξης δυναμικής απόσβεσης τότε η συμπεριφορά του στοιχείου αυτού θα μπορεί να απεικονίζεται όπως στο σχήμα 3.10 [8] . Στο σχήμα αυτό ο λόγος q ή Z μας πληροφορεί σχετικά με το πόσο κοντά βρίσκεται η ιδιοσυχνότητα του συστήματος (ω_n) με τη συχνότητα του ταλαντωτή (ω) . Οπότε έχουμε :

$$Z = q = \frac{\omega}{\omega_n} \tag{Γ.29}$$

Ο συντελεστής δυναμικής ενίσχυσης H ή λ μας δείχνει πόσο διαφέρει το πλάτος από μία αρμονική εξωτερική διέγερση από το πλάτος λόγω ενός στατικού φορτίου και ο λόγος ή συντελεστής απόσβεσης ζ εκφράζει την ικανότητα καταστροφής των εξωτερικών διεγέρσεων.

$$\zeta = \frac{C}{2M\omega_n} \tag{Γ.30}$$

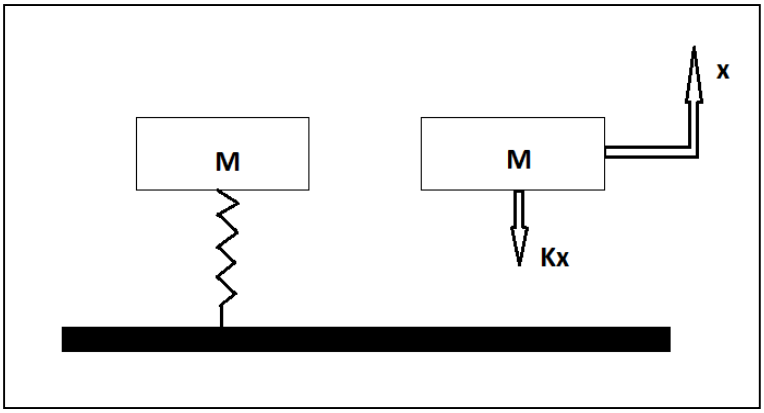


*Σχ. 3.10 ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΕΝΙΣΧΥΣΗΣ **H** ΜΕ ΤΟ ΛΟΓΟ **q** ΓΙΑ ΔΙΑΦΟΡΟΥΣ ΛΟΓΟΥΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ **ζ** [3]*

Για ένα υποθετικό δυναμικό σύστημα χωρίς απόσβεση ενός βαθμού ελευθερίας όπως φαίνεται στο σχήμα 3.11, η εξίσωση κίνησης είναι η εξής :

$$M\ddot{x}_i = -kx \tag{Γ.31}$$

όπου M είναι η μάζα του σώματος και k η σταθερά του ελατηρίου.



Σχ. 3.11 ΣΥΣΤΗΜΑ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ-ΜΑΖΑΣ

Αν υποθέσουμε τη λύση που δίνει η εξίσωση (Γ.26) και αντικαταστήσουμε την εξίσωση (Γ.28) στην εξίσωση (Γ.31) έχουμε :

$$M\omega^2 = k \tag{Γ.32}$$

απ' όπου προκύπτει η φυσική συχνότητα ή ιδιοσυχνότητα του συστήματος :

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{M}} \tag{Γ.33}$$

Σύμφωνα με το σύστημα της σχέσης (Γ.24) , η παραπάνω σχέση γίνεται :

$$\omega_n = \sqrt{-S} \tag{Γ.34}$$

Οπότε οι ιδιοσυχνότητες του εμβόλου, του εκτοπιστή και του κελύφους δίνονται από τα μεγέθη $\sqrt{-S_{pp}}$, $\sqrt{-S_{dd}}$, $\sqrt{-S_{cc}}$. Μελετώντας το σχήμα 3.10 διαπιστώνεται ότι η λειτουργία σε μια συχνότητα αρκετά μεγαλύτερη της ιδιοσυχνότητας του συστήματος οδηγεί σε σημαντικά μειωμένο πλάτος. Οπότε για κάθε προτιμούμενο μέθοδο λειτουργίας θα έχουμε :

(α) **υπερισχύουσα η κίνηση του εμβόλου :** η ιδιοσυχνότητα του κελύφους $\sqrt{-S_{cc}} << \omega$ της συχνότητας λειτουργίας ω του ταλαντωτή.

(β) **υπερισχύουσα η κίνηση του κελύφους :** η ιδιοσυχνότητα του εμβόλου $\sqrt{-S_{pp}} << \omega$ της συχνότητας λειτουργίας ω του ταλαντωτή. Θα πρέπει να γίνει σαφές ότι τα ανεπιθύμητα πλάτη είναι τουλάχιστον μία τάξη μεγέθους μικρότερα από τα ενεργά πλάτη. Η εξίσωση (Γ.24) τώρα θα μπορούσε να απλοποιηθεί ακόμα πιο πολύ με το **να αγνοήσουμε τους όρους** για το στοιχείο που έχει τα μικρά πλάτη με απαραίτητη όμως προϋπόθεση να ικανοποιείται στην κάθε περίπτωση η αντίστοιχη συνθήκη. Επομένως για την περίπτωση στην οποία **η κίνηση του εμβόλου ισχύος είναι υπερισχύουσα** θα έχουμε :

$$\ddot{x}_p = S_{pp}x_p + S_{pd}x_d + D_{pp}\dot{x}_p + D_{pd}\dot{x}_d \tag{Γ.35}$$

$$\ddot{x}_d = S_{dp}x_p + S_{dd}x_d + D_{dp}\dot{x}_p + D_{dd}\dot{x}_d \tag{Γ.36}$$

με τον όρο ότι $\sqrt{-S_{cc}} << \omega$.

Για τη περίπτωση στην οποία **η κίνηση του κελύφους είναι υπερισχύουσα** θα έχουμε :

$$\ddot{x}_d = S_{dd}x_d + S_{dc}x_c + D_{dd}\dot{x}_d + D_{dc}\dot{x}_c \tag{Γ.37}$$

$$\ddot{x}_c = S_{cd}x_d + S_{cc}x_c + D_{cd}\dot{x}_d + D_{cc}\dot{x}_c \tag{Γ.38}$$

με τον όρο ότι $\sqrt{-S_{pp}} << \omega$.

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (Γ.26), (Γ.27) και (Γ.28) στις εξισώσεις (Γ.35) και (Γ.36) παίρνουμε τις εξής αλγεβρικές εξισώσεις οι οποίες αφορούν τη λειτουργία με υπερισχύουσα την κίνηση του εμβόλου :

$$(S_{pd} + j\omega D_{pd})X_d e^{j\phi_d} + (\omega^2 + S_{pp} + j\omega D_{pp})X_p e^{j\phi_p} = 0 \qquad (Γ.39)$$

$$(\omega^2 + S_{dd} + j\omega D_{dd})X_d e^{j\phi_d} + (S_{dp} + j\omega D_{dp})X_p e^{j\phi_p} = 0 \qquad (Γ.40)$$

Οι αντίστοιχες εξισώσεις που αφορούν τη λειτουργία με υπερισχύουσα την κίνηση του κελύφους συνάγονται από τις εξισώσεις (Γ.39) , (Γ.40) με απλή αντικατάσταση του δείκτη p με c . Θα αναλυθεί περαιτέρω μόνο ο τύπος με υπερισχύουσα την κίνηση εμβόλου καθώς μπορούμε με την απλή αντικατάσταση των δεικτών να εξάγουμε συμπεράσματα και για τον δεύτερο τύπο λειτουργίας. Απαλείφοντας τα πλάτη με αντικατάσταση προκύπτουν οι χαρακτηριστικές εξισώσεις :

$$\begin{aligned}&[\omega^4 + \omega^2(S_{pp} + S_{dd} + D_{dp}D_{pd} - D_{dd}D_{pp}) + S_{dd}S_{pp} - S_{dp}S_{pd}] + \\ &+ j\omega[\omega^2(D_{dd} + D_{pp}) + D_{dd}S_{pp} + S_{dd}D_{pp} - D_{pd}S_{pd} - S_{dp}D_{pd}] = 0\end{aligned} \qquad (Γ.41)$$

όπου και τα δύο μέρη της εξίσωσης, πραγματικό και φανταστικό είναι ίσα με το μηδέν. Έτσι έχουμε :

$$\omega^4 + \omega^2(S_{pp} + S_{dd} + D_{dp}D_{pd} - D_{dd}D_{pp}) + S_{dd}S_{pp} - S_{dp}S_{pd} = 0 \qquad (Γ.42)$$

και

$$\omega^2 = \frac{D_{dp}S_{pd} + S_{dp}D_{pd} - D_{dd}S_{pp} - S_{dd}D_{pp}}{(D_{dd} + D_{pp})} \qquad (Γ.43)$$

οι οποίες ισχύουν φυσικά με τον όρο ότι $\omega >> \sqrt{-S_{cc}}$. Αντίστοιχα, οι εξισώσεις για τον τύπο της κίνησης του κελύφους (με αντικατάσταση του δείκτη p με c) με τον όρο ότι $\omega >> \sqrt{-S_{pp}}$. Η συχνότητα λειτουργίας λαμβάνεται από την εξίσωση (Γ.43) εφόσον οι φυσικοί περιορισμοί λαμβάνονται με την ικανοποίηση των δύο εξισώσεων (Γ.42) και (Γ.43) αντίστοιχα. Επισημαίνουμε ότι οι σύνθετοι συντελεστές απόσβεσης ανά μονάδα μάζας D_{pp} και D_{cc} είναι συντελεστές φορτίου. Φαίνεται έτσι ότι η συχνότητα λειτουργίας των μηχανών stirling ελευθέρων εμβόλων μπορεί να εξαρτάται από το εκάστοτε φορτίο εκτός και αν υπάρξει μία ικανή γεωμετρική διαμόρφωση της μηχανής και των στοιχείων της έτσι ώστε η επιρροή του φορτίου να είναι μικρή αρκετά. **Για καθαρή ισχύ** είναι απαραίτητο οι κινήσεις του εμβόλου και του κελύφους να υστερούν πίσω από εκείνες του εκτοπιστή. Συνεπώς είναι βολικό να μετρήσουμε τη φάση εκτόπισης σχετικά με την κίνηση του εκτοπιστή. Για τη περίπτωση που υπερισχύει η κίνηση του εμβόλου, η εξίσωση (Γ.26) γίνεται :

$$x_p = X_p \exp\left[j(\omega t + \phi_i)\right] \qquad (Γ.44)$$

$$x_d = X_d \exp\left(j\omega t\right) \tag{Γ.45}$$

όπου φ_i ορίζεται ως αρνητική φάση για τις κινήσεις του εμβόλου που υστερούν πίσω από εκείνες του εκτοπιστή. Αυτό επιτρέπει στην εξίσωση (Γ.39) να γραφτεί ως:

$$X_p \exp(j\phi) = -\frac{(S_{pd} + j\omega D_{pd})X_d}{(\omega^2 + S_{pp} + j\omega D_{pp})} \tag{Γ.46}$$

από την οποία η φάση και οι λόγοι των πλατών λαμβάνονται :

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\omega[D_{pp}S_{pd} - D_{pd}(S_{pp} + \omega^2)]}{-[S_{pd}S_{pp} + \omega^2(S_{pd} + D_{pd}D_{pp})]}\right) \tag{Γ.47}$$

$$\frac{X_d}{X_p} = r = \frac{(\omega^2 + S_{pp})^2 + \omega^2 D_{pp}{}^2}{\{[S_{pd}(\omega^2 + S_{pp}) + \omega^2 D_{pp}D_{pd}]^2 + \omega^2[D_{pd}(\omega^2 + S_{pp}) - D_{pp}S_{pd}]^2\}^{0.5}} \tag{Γ.48}$$

Τυπικά η φ_i βρίσκεται στο τρίτο ή τέταρτο τεταρτημόριο ($180° < \varphi_i < 360°$) εξαρτώμενη από τον παρονομαστή της εξίσωσης (Γ.48). Σημειώνουμε ότι και τα δύο πλάτη δεν μπορούν να ληφθούν ταυτόχρονα. Ένα πλάτος θα πρέπει να ορίζεται, συνήθως εκτιμώμενο από τα γεωμετρικά όρια ή άλλες μη-γραμμικές επιδράσεις. Στη φάση αυτή θα υπολογιστεί το έργο που παράγεται και καταναλίσκεται. Το κυκλικό αυτό έργο χωρίζεται σε δύο μέρη: i) το μη ωφέλιμο έργο και ii) το ωφέλιμο έργο.
Το κυκλικό έργο λόγω απόσβεσης δίνεται από :

$$W = \oint C_{damp}\, \dot{x}\, dx \tag{Γ.49}$$

Το C_{damp} είναι ο συντελεστής απόσβεσης σε $(N{\cdot}sec)/m$.
Υποθέτουμε ότι το x δίνεται από την εξίσωση :

$$x = X \sin \omega t \tag{Γ.50}$$

Και άρα :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \omega X \cos \omega t \\ dx &= X \cos \omega t \cdot d(\omega t) \pm \end{aligned} \tag{Γ.51}$$

η εξίσωση (Γ.49) μπορεί να ολοκληρωθεί για ένα κύκλο, σύμφωνα με τα παρακάτω:

$$\begin{aligned} W &= \oint C_{damp}\dot{x}dx = \int_0^{2\pi} C_{damp}\cdot\omega X\cos\omega t\cdot X\cos\omega t\cdot d\omega t = C_{damp}\omega X^2\int_0^{2\pi}\cos^2\omega t\cdot d\omega t = \\ &= C_{damp}\omega X^2\int_0^{2\pi}\frac{1}{2}(1+\cos 2\omega t)d\omega t = C_{damp}\omega X^2\left[\frac{\omega t + \sin 2\omega t}{2}\right]_0^{2\pi} \Rightarrow \\ W &= \pi C_{damp}\omega X^2 \end{aligned} \tag{Γ.52}$$

Το μη ωφέλιμο έργο είναι τότε :

$$W_{ir} = -\pi\omega M_d \left[\left(D_{dd} + D_{pd} \frac{M_p}{M_d} \right) X_d^{\,2} + D_{dp} X_p^{\,2} \right] + \pi\omega C_{Hpc} X_p^{\,2} \qquad (\Gamma.53)$$

δηλαδή το καταναλισκόμενο έργο λόγω της συνεκτικότητας του εργαζόμενου αερίου και της υστέρησης του ελατηρίου αερίου.
Το χρήσιμο (ωφέλιμο) έργο είναι :

$$W_s = -\pi\omega M_p D_{pp} X_p^{\,2} - \pi\omega C_{Hpc} X_p^{\,2} \qquad (\Gamma.54)$$

δηλαδή τη διαφορά ανάμεσα στο παραγόμενο έργο κατά την απόσβεση λόγω του φορτίου και το μη ωφέλιμο έργο λόγω της υστέρησης του ελατηρίου αερίου του εμβόλου. Ο πρώτος όρος στο δεξί μέλος της εξίσωσης (Γ.54) μπορεί να εξισωθεί με τη θερμοδυναμική ενέργεια $P \cdot V$, με σκοπό να εκτιμηθεί το πλάτος του εμβόλου.
Ο παρακάτω πίνακας συνοψίζει τις χρήσιμες εξισώσεις που παρουσιάστηκαν πιο πριν.

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.12

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΜΕ ΥΠΕΡΙΣΧΥΟΥΣΑ ΤΗΝ ΚΙΝΗΣΗ ΤΟΥ ΕΜΒΟΛΟΥ ΚΑΘΩΣ ΚΑΙ ΤΟΥ ΚΕΛΥΦΟΥΣ

ΤΥΠΟΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΜΕ ΥΠΕΡΙΣΧΥΟΥΣΑ ΤΗΝ ΚΙΝΗΣΗ ΤΟΥ ΕΜΒΟΛΟΥ	
ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ	$\omega^2 = \dfrac{D_{dp} S_{pd} + S_{dp} D_{pd} - D_{dd} S_{pp} - S_{dd} D_{pp}}{(D_{dd} + D_{pp})}$
ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΙ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ	$\omega^4 + \omega^2 (S_{pp} + S_{dd} + D_{dp} D_{pd} - D_{dd} D_{pp}) + S_{dd} S_{pp} - S_{dp} S_{pd} = 0$
ΔΙΑΦΟΡΑ ΦΑΣΕΩΣ ΕΜΒΟΛΟΥ - ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	$\phi = \tan^{-1}\left(\dfrac{\omega [D_{pp} S_{pd} - D_{pd} (S_{pp} + \omega^2)]}{-[S_{pd} S_{pp} + \omega^2 (S_{pd} + D_{pd} D_{pp})]} \right)$
ΛΟΓΟΣ ΤΟΥ ΠΛΑΤΟΥΣ ΤΟΥ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ ΠΡΟΣ ΤΟ ΠΛΑΤΟΣ ΤΟΥ ΕΜΒΟΛΟΥ	$\dfrac{X_d}{X_p} = r = \dfrac{(\omega^2 + S_{pp})^2 + \omega^2 D_{pp}^{\,2}}{\{[S_{pd}(\omega^2 + S_{pp}) + \omega^2 D_{pp} D_{pd}]^2 + \omega^2 [D_{pd}(\omega^2 + S_{pp}) - D_{pp} S_{pd}]^2\}^{0.5}}$
ΩΦΕΛΙΜΟ ΕΡΓΟ	$W_s = -\pi\omega M_p D_{pp} X_p^{\,2} - \pi\omega C_{Hpc} X_p^{\,2}$

ΜΗ ΩΦΕΛΙΜΟ ΕΡΓΟ	$W_{ir} = -\pi\omega M_d \left[\left(D_{dd} + D_{pd} \frac{M_p}{M_d} \right) X_d^{\ 2} + D_{dp} X_p^{\ 2} \right] + \pi\omega C_{Hpc} X_p^{\ 2}$
ΑΠΑΡΑΙΤΗΤΗ ΣΥΝΘΗΚΗ	$\omega \ >> \ \sqrt{-\ S_{cc}}$
<u>ΤΥΠΟΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΜΕ ΥΠΕΡΙΣΧΥΟΥΣΑ ΤΗΝ ΚΙΝΗΣΗ ΤΟΥ ΚΕΛΥΦΟΥΣ</u>	
ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ	$\omega^2 = \frac{D_{dc} S_{cd} + S_{dc} D_{cd} - D_{dd} S_{cc} - S_{dd} D_{cc}}{(D_{dd} + D_{cc})}$
ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΙ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ	$\omega^4 + \omega^2 (S_{cc} + S_{dd} + D_{dc} D_{cd} - D_{dd} D_{cc}) + S_{dd} S_{cc} - S_{dc} S_{cd} = 0$
ΔΙΑΦΟΡΑ ΦΑΣΕΩΣ ΚΕΛΥΦΟΥΣ - ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{\omega [D_{cc} S_{cd} - D_{cd} (S_{cc} + \omega^2)]}{-[S_{cd} S_{cc} + \omega^2 (S_{cd} + D_{cd} D_{cc})]} \right)$
ΛΟΓΟΣ ΤΟΥ ΠΛΑΤΟΥΣ ΤΟΥ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ ΠΡΟΣ ΤΟ ΠΛΑΤΟΣ ΤΟΥ ΚΕΛΥΦΟΥΣ	$\frac{X_d}{X_c} = r = \frac{(\omega^2 + S_{cc})^2 + \omega^2 D_{cc}^{\ 2}}{\{[S_{cd}(\omega^2 + S_{cc}) + \omega^2 D_{cc} D_{cd}]^2 + \omega^2 [D_{cd}(\omega^2 + S_{cc}) - D_{cc} S_{cd}]^2\}^{0.5}}$
ΩΦΕΛΙΜΟ ΕΡΓΟ	$W_s = -\pi\omega M_c D_{cc} X_c^{\ 2}$
ΜΗ ΩΦΕΛΙΜΟ ΕΡΓΟ	$W_{ir} = -\pi\omega M_d \left[\left(D_{dd} + D_{cd} \frac{M_c}{M_d} \right) X_d^{\ 2} + D_{dc} X_c^{\ 2} \right]$
ΑΠΑΡΑΙΤΗΤΗ ΣΥΝΘΗΚΗ	$\omega \ >> \ \sqrt{-\ S_{pp}}$

Γ.ΙΙΙ) ΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

Για τη μεταβολή της πίεσης στους εργαζόμενους χώρους η ισοθερμοκρασιακή ανάλυση κατά Schmidt προσφέρει ένα βολικό αποτέλεσμα κλειστής μορφής, το οποίο έχει ως εξής :

$$p = MR_g \left[\frac{V_c}{T_k} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_{reg} \ln \frac{T_h}{T_k}}{T_h - T_k} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{V_e}{T_h} \right]^{-1} \qquad (Γ.55)$$

Η ολική μάζα του εργαζόμενου μέσου στη μηχανή μένει σταθερή και δίνεται από την εξής σχέση :

$$M = M_{com} + M_k + M_{reg} + M_h + M_e \tag{Γ.56}$$

Με την υπόθεση ότι τα ελατήρια αερίου είναι αδιαβατικά και το αέριο είναι τέλειο, η μεταβολή της πίεσης σε αυτά τα μέρη έχει ως εξής :

$$p_b = p_{mean}\left(\frac{V_B}{V_b}\right)^{\gamma} \tag{Γ.57}$$

Όπου V_B είναι ο μέσος όγκος του ελατηρίου αερίου και V_b είναι η στιγμιαία τιμή. Οι στιγμιαίες τιμές των όγκων των χώρων του εργαζόμενου αερίου με βάση και το σχήμα 3.13 είναι οι εξής:
Χώρος συμπίεσης :

$$V_c = A_p(C_c + x_p) - (A_d - A_r)x_d \tag{Γ.58}$$

Χώρος εκτόνωσης :

$$V_e = A_d(E_E + x_d + x_c) \tag{Γ.59}$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (Γ.58) και (Γ.59) στην εξίσωση (Γ.55), παίρνουμε :

$$p = MR_g\left[\frac{A_p(C_c + x_p) - (A_d - A_r)x_d}{T_k} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_{reg}\ln\frac{T_h}{T_k}}{T_h - T_k} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{A_d(E_E + x_d + x_c)}{T_h}\right]^{-1} \tag{Γ.60}$$

Η εξίσωση (Γ.60) πρέπει να γραμμικοποιηθεί. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιείται η διωνυμική ανάπτυξη. Η εξίσωση (Γ.60) γράφεται και ως εξής:

$$p = \frac{MR_g}{S}\left[1 + \frac{A_p x_p - (A_d - A_r)x_d}{T_k S} + \frac{A_d(x_d + x_c)}{T_h S}\right]^{-1} \tag{Γ.61}$$

όπου :

$$S = \left[\frac{A_p C_c}{T_k} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_{reg}\ \ln\frac{T_h}{T_k}}{T_h - T_k} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{A_d E_E}{T_h}\right] \tag{Γ.62}$$

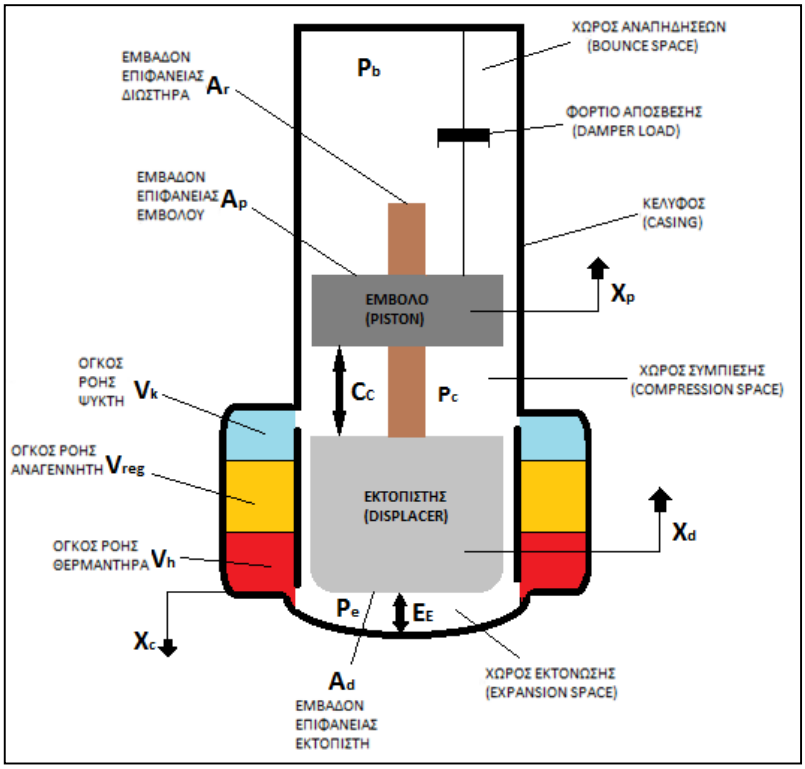
Χρησιμοποιώντας το ανάπτυγμα διωνύμου και αγνοώντας τους όρους δεύτερης τάξης έχουμε :

$$p \cong \frac{MR_g}{S}\left[1-\frac{A_p x_p-(A_d-A_r)x_d}{T_k S}-\frac{A_d(x_d+x_c)}{T_h S}+\ldots\right] \qquad (Γ.63)$$

δεδομένης της ακόλουθης προϋπόθεσης :

$$\frac{A_p x_p-(A_d-A_r)x_d}{T_k S}+\frac{A_d(x_d+x_c)}{T_h S}<1 \qquad (Γ.64)$$

η οποία εύκολα ικανοποιείται.



Σχ. 3.13 Μεταβολή του όγκου των εργαζόμενων χώρων .Οι κινήσεις κατά τη θετική κατεύθυνση των μηχανικών στοιχείων που παλινδρομούν οδηγούν στην αύξηση των στιγμιαίων όγκων των εργαζόμενων χώρων .

Εφόσον η μέση πίεση p_{mean} στους εργαζόμενους χώρους είναι η επικρατούσα πίεση, η εξίσωση (Γ.63) μπορεί να γραφτεί :

$$p \cong p_{mean}\left[1-\frac{A_d(x_d+x_c)}{T_h S}-\frac{A_p x_p-(A_d-A_r)x_d}{T_k S}\right] \qquad (Γ.65)$$

η οποία υποδηλώνει ότι όλες οι μεταβολές πίεσης εμφανίζονται συμμετρικά γύρω από την επικρατούσα πίεση. Οι πιέσεις των ελατηρίων αερίου γραμμικοποιούνται με τον ίδιο τρόπο.
Η εξίσωση (Γ.65) λαμβάνεται για να αναπαραστήσει τη μεταβολή της πίεσης στο χώρο συμπίεσης (compression space). Οπότε υποθέτουμε ότι :

$$p_c \cong p \tag{Γ.66}$$

Ένα αποτέλεσμα που περιγράφει τη πτώση πίεσης κατά μήκος των εναλλακτών θερμότητας απαιτείται επιπρόσθετα για τη πίεση στο χώρο συμπίεσης. Αυτό το αποτέλεσμα θα εξαρτηθεί από το είδος της ροής του εργαζόμενου αερίου, η οποία μπορεί να είναι στρωτή ή τυρβώδης κάθε στιγμή. Η ροή αερίου είναι κυρίως τυρβώδης στον ψύκτη και στον θερμαντήρα ενώ στον αναγεννητή είναι στρωτή. Υποθέτουμε ότι η πτώση πίεσης στους θερμοεναλλάκτες δίνεται από την ακόλουθη εξίσωση :

$$\Delta p = \Delta p_k + \Delta p_{reg} + \Delta p_h \tag{Γ.67}$$

όπου Δp_k, Δp_{reg}, Δp_h αποτελούν τις πτώσεις πιέσεως στον ψύκτη, στον αναγεννητή και στον θερμαντήρα αντίστοιχα. Για το ψύκτη και τον θερμαντήρα , η πτώση πίεσης μπορεί να υποτεθεί ότι δίνεται από την εξής σχέση :

$$\Delta p_{k,h} = \frac{1}{2}\rho(f_t + k_h)\bar{u}\left|\bar{u}\right| \tag{Γ.68}$$

όπου f_t είναι ο συντελεστής τριβής και δίνεται από την $f_t = \frac{4 f_f L}{d_{hyd}}$, όπου f_f είναι ο συντελεστής τριβής τυρβώδους ροής, L το μήκος του θερμαντήρα, d_{hyd} είναι η υδραυλική διάμετρος και k_h είναι ο συντελεστής υδραυλικών απωλειών κατά τη ροή του ρευστού στις καμπύλες εισόδου και εξόδου. Για τον αναγεννητή θα έχουμε :

$$\Delta p_{reg} = f_l \bar{u} \tag{Γ.69}$$

όπου f_l είναι ο συντελεστής τριβής. Η εξίσωση (Γ.68) είναι μη γραμμική οπότε πρέπει να γραμμικοποιηθεί πριν εισαχθεί στην δυναμική ανάλυση. Η μεταβολή της πυκνότητας με τη πίεση είναι πολύ μικρή και αγνοείται .Υποθέτουμε ότι η πυκνότητα είναι μόνο συνάρτηση της τοπικής θερμοκρασίας, η οποία στην ισοθερμοκρασιακή περίπτωση είναι σταθερή. Οπότε η μεγαλύτερη συνεισφορά στη μη γραμμικότητα είναι οι όροι της ταχύτητας. Από τη στιγμή , που η πτώση πίεσης αποτελεί ένα φαινόμενο απόσβεσης , είναι απαραίτητο βρεθεί ένας ισοδύναμος γραμμικός αποσβεστήρας που να παράγει την ίδια ενέργεια. Οι συνθήκες για να έχουμε ικανοποίηση της ισοδυναμίας είναι : **οι απώλειες ενέργειας ανά τέταρτο του κύκλου (ισόογκη ψύξη->πτώση πίεσης) από την πραγματική απόσβεση πρέπει να είναι ισοδύναμες με την ενέργεια ανά τέταρτο του κύκλου**

που χάνεται από τον ισοδύναμο γραμμικό αποσβεστήρα [9]. Από την εξίσωση (Γ.68) , η απώλεια ενέργειας ανά μονάδα επιφάνεια ροής είναι για το πρώτο τέταρτο του κύκλου :

$$E_1 = \frac{1}{2}\frac{\rho}{\omega}(f_t + k_h)\int_0^{\pi/2}\left(\overline{u}\right)^2 \overline{u}\, d\omega t \qquad (Γ.70)$$

Για εκτοπιστή (displacer) με ημιτονοειδή απόκριση η μέση ταχύτητα ροής είναι προσεγγιστικά :

$$\overline{u} = U \cos \omega t \qquad (Γ.71)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (Γ.71) στην εξίσωση (Γ.70) και ολοκληρώνοντας παίρνουμε :

$$E_1 = \frac{1}{3}\frac{\rho(f_t + k_h)U^3}{\omega} \qquad (Γ.72)$$

Στην περίπτωση γραμμικής απόσβεσης, η δύναμη απόσβεσης ανά μονάδα επιφάνειας ροής δίνεται από :

$$\Delta p = C_{lin}\,\overline{u} \qquad (Γ.73)$$

Σε αυτή την περίπτωση η απώλεια ενέργειας για το πρώτο τέταρτο του κύκλου ανά μονάδα επιφάνειας ροής είναι :

$$E_2 = \frac{C_{lin}}{\omega}\int_0^{\pi/2}\left(\overline{u}\right)^2 d\omega t \qquad (Γ.74)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (Γ.71) στην εξίσωση (Γ.74) και ολοκληρώνοντας παίρνουμε :

$$E_2 = \frac{\pi C_{lin} U^2}{4\omega} \qquad (Γ.75)$$

Με βάση τη παραπάνω ισοδυναμία εξισώνουμε τη σχέση (Γ.75) με τη σχέση (Γ.72) και λύνουμε ως προς C_{lin} :

$$C_{lin} = \frac{4}{3}\frac{\rho(f_t + k_h)U}{\pi} \qquad (Γ.76)$$

Έτσι η πτώση πίεσης του αερίου η οποία συντελείται κατά τη τυρβώδη ροή μέσα στον θερμαντήρα και μέσα στον ψύκτη μπορεί να δοθεί από την :

$$\Delta p_{k,h} = \frac{4}{3}\frac{\rho}{\pi}U\,(f_t + k_h)\overline{u} \tag{Γ.77}$$

Οπότε η ολική γραμμική πτώση πίεσης κατά μήκος των εναλλακτών θερμότητας δίνεται από την :

$$\Delta p = \frac{4}{3}\frac{1}{\pi}\left\{\left[\rho U(f_t + k_h)\overline{u}\right]_{cooler} + \left[\rho U(f_t + k_h)\overline{u}\right]_{heater}\right\} + \left[f_l\overline{u}\right]_{regenerator} \tag{Γ.78}$$

Τώρα είναι απαραίτητο να βρεθούν οι ταχύτητες του ρευστού συναρτήσει των ταχυτήτων των παλινδρομούντων στοιχείων. Αυτό γίνεται παίρνοντας τον μέσο συνολικό όγκο διαμέσου του βρόγχου των εναλλακτών θερμότητας και το διαιρούμε με τη σχετική επιφάνεια ροής. Έτσι έχουμε την αντίστοιχη ταχύτητα του αερίου. Προφανώς ο λόγος ογκομετρικής ροής δεν είναι αμετάβλητος από την αρχή μέχρι το τέλος των εναλλακτών θερμότητας και γι ‘ αυτό οι ταχύτητες που εξάγονται είναι προσεγγιστικές.

Η ογκομετρική ροή στον χώρο συμπίεσης δίνεται από την :

$$\dot{V}_c = \frac{dV_c}{dt} \tag{Γ.79}$$

ενώ η ογκομετρική ροή στον χώρο εκτόνωσης δίνεται από την :

$$\dot{V}_e = \frac{dV_e}{dt} \tag{Γ.80}$$

Από τις εξισώσεις (Γ.58) και (Γ.59) έχουμε :

$$\dot{V}_c = A_p\dot{x}_p - (A_d - A_r)\dot{x}_d \tag{Γ.81}$$

$$\dot{V}_e = A_d(\dot{x}_d + \dot{x}_c) \tag{Γ.82}$$

Θετικές τιμές των $\dot{V}_c$ και $\dot{V}_e$ δηλώνουν αύξηση των όγκων, και γι’ αυτό ο μέση συνολική ογκομετρική ροή διαμέσου των εναλλακτών θερμότητας δίνεται από την :

$$\overline{\dot{V}} = \dot{V}_c - \dot{V}_e \tag{Γ.83}$$

η οποία μέσω των εξισώσεων (Γ.81) και (Γ.82) γίνεται :

$$\overline{\dot{V}} = A_p\dot{x}_p - (2A_d - A_r)\dot{x}_d - A_d\dot{x}_c \tag{Γ.84}$$

Η προσεγγιστική μέση ταχύτητα δια μέσου κάθε θερμοεναλλάκτη δίνεται από τις παρακάτω σχέσεις :

Η μέση ταχύτητα ροής στο ψύκτη :

$$\overline{u}_k = \frac{\overline{\dot{V}}}{A_k} \tag{Γ.85}$$

Η μέση ταχύτητα ροής στον αναγεννητή :

$$\overline{u}_{reg} = \frac{\overline{\dot{V}}}{A_{reg}} \tag{Γ.86}$$

Η μέση ταχύτητα ροής στον θερμαντήρα :

$$\overline{u}_h = \frac{\overline{\dot{V}}}{A_h} \tag{Γ.87}$$

Όπου A_k , A_{reg} , A_h είναι οι επιφάνειες ροής στον ψύκτη, στον αναγεννητή και στον θερμαντήρα αντίστοιχα. Οπότε η πτώση πίεσης που δίνεται από την εξίσωση (Γ.78) γίνεται :

$$\Delta p = \left\{ \frac{4}{3}\frac{1}{\pi}\left[\frac{\rho_k U_k (f_t + k_h)_k}{A_k} + \frac{\rho_h U_h (f_t + k_h)_h}{A_h} \right] + \frac{f_l}{A_{reg}} \right\} \overline{\dot{V}} \tag{Γ.88}$$

όπου ρ_k και ρ_h δίνονται μέσω της καταστατικής εξίσωσης από τις εξής εξισώσεις :

$$\rho_k = \frac{p_{mean}}{R_g T_k} \tag{Γ.89}$$

$$\rho_h = \frac{p_{mean}}{R_g T_h} \tag{Γ.90}$$

και οι U_k και U_h είναι τα πλάτη των ταχυτήτων ροής στον ψύκτη και στον θερμαντήρα τα οποία δίνονται ως εξής :

$$U_k = \frac{V_A}{A_k} \tag{Γ.91}$$

$$U_h = \frac{V_A}{A_h} \tag{Γ.92}$$

όπου V_A είναι το πλάτος της μέσης συνολικής ογκομετρικής ροής και υπολογίζεται από την εξίσωση (Γ.84) με την υπόθεση ημιτονοειδών μετατοπίσεων. Τα αποτελέσματα για τους δύο τύπους λειτουργίας είναι τα εξής :

α) τύπος για λειτουργία με υπερισχύουσα την κίνηση εμβόλου :

$$V_A = \omega\left[(A_p X_p)^2 - 2(2A_d - A_r)A_p X_p X_d \sin\phi + (2A_d - A_r)^2 X_d{}^2\right]^{0.5} \tag{Γ.93}$$

β) τύπος για λειτουργία με υπερισχύουσα την κίνηση κελύφους :

$$V_A = \omega\left[(A_d X_c)^2 - 2(2A_d - A_r)A_d X_c X_d \sin\phi + (2A_d - A_r)^2 X_d{}^2\right]^{0.5} \tag{Γ.94}$$

Από τις εξισώσεις (Γ.84) και (Γ.88) μπορεί να δειχθεί ότι η πτώση πίεσης είναι γραμμική συνάρτηση των ταχυτήτων των παλινδρομούντων στοιχείων. Από την εξίσωση (Γ.10) για τη Δp , έχουμε :

$$A_d \Delta p = C_p \dot{x}_p + C_d \dot{x}_d + C_c \dot{x}_c \tag{Γ.95}$$

Συγκρίνοντας την εξίσωση (Γ.95) με την (Γ.88) μέσω της (Γ.84) και εξισώνοντας τους αντίστοιχους συντελεστές των $\dot{x}_p$, $\dot{x}_d$, $\dot{x}_c$ έχουμε :

$$C_p = A_p A_d P_{coll} \tag{Γ.96}$$

$$C_d = -(2A_d - A_r)A_d P_{coll} \tag{Γ.97}$$

$$C_c = -A_d{}^2 P_{coll} \tag{Γ.98}$$

όπου το P_{coll} δίνεται ως εξής :

$$p_{coll} = \left\{\frac{4}{3}\frac{1}{\pi}\left[\frac{\rho_k U_k (f_t + k_h)_k}{A_k} + \frac{\rho_h U_h (f_t + k_h)_h}{A_h}\right] + \frac{f_l}{A_{reg}}\right\} \tag{Γ.99}$$

με αποτέλεσμα να έχουμε τη τελική σχέση της γραμμικής απόσβεσης που οφείλεται στη πτώση πίεσης στους θερμοεναλλάκτες. Μία όμοια ανάλυση της πτώσης πίεσης έγινε από τον G.Wood [10] για την Sunpower Incorporated με αρκετά ικανοποιητικά αποτελέσματα. Τέλος, απαιτείται ο υπολογισμός των

απωλειών λόγω υστέρησης του ελατηρίου αερίου. Οι απώλειες λόγω υστέρησης δίνονται από την εξής σχέση :

$$\overline{\dot{W}} = \frac{k}{4}\sqrt{\frac{\omega}{2a_0}}\gamma(\gamma-1)T_w A_w\left(\frac{\Delta V}{V_B}\right)^2 \qquad (Γ.100)$$

Το έργο που καταναλώνεται λόγω του φαινομένου της υστέρησης των ελατηρίων αερίου δίνεται από την εξίσωση (Γ.52) :

$$W = \pi C_H \omega X^2 \qquad (Γ.101)$$

Όπου C_H είναι ο συντελεστής απόσβεσης του ελατηρίου αερίου και X το πλάτος της κίνησης με απόσβεση του αντίστοιχου μηχανικού στοιχείου που παλινδρομεί.
Εκφράζοντας την (Γ.101) ως ισχύ έχουμε :

$$\dot{W} = W \cdot f = \pi C_H \omega X^2 \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2}C_H(\omega X)^2 \qquad (Γ.102)$$

Εξισώνοντας τις σχέσεις (Γ.100) με (Γ.102) με δεδομένο ότι $\Delta V = A \cdot X$ θα έχουμε ότι :

$$C_H = \frac{k}{2}\sqrt{\frac{\omega}{2a_0}}\gamma(\gamma-1)T_w A_w\left(\frac{A}{\omega V_B}\right)^2 \qquad (Γ.103)$$

όπου A είναι η κατάλληλα παρουσιαζόμενη επιφάνεια του κομματιού που παλινδρομεί. Οπότε η (Γ.103) δίνει το συντελεστή απόσβεσης που οφείλεται στην υστέρηση του ελατηρίου αερίου. Όλες οι κατάλληλες γραμμικές εξισώσεις δίνονται συνοπτικά στον πίνακα 3.14. Οι όροι δεύτερης τάξης που αγνοήθηκαν θα πρέπει να το 10% ή μικρότεροι των γραμμικών όρων [11].

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.14

ΟΙ ΓΡΑΜΜΙΚΟΠΟΙΗΜΕΝΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΙΕΣΗ ΣΤΟ ΧΩΡΟ ΣΥΜΠΙΕΣΗΣ, ΤΗΝ ΠΤΩΣΗ ΠΙΕΣΗΣ ΣΤΟΥΣ ΕΝΑΛΛΑΚΤΕΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΛΟΓΩ ΥΣΤΕΡΗΣΗΣ ΤΟΥ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ ΑΕΡΙΟΥ

ΠΙΕΣΗ ΣΤΟΝ ΧΩΡΟ ΣΥΜΠΙΕΣΗΣ	$p \cong p_{mean}\left[1-\frac{A_d(x_d+x_c)}{T_h S}-\frac{A_p x_p-(A_d-A_r)x_d}{T_k S}\right]$ $p_c \cong p$

*ΣΤΑΘΕΡΑ **S** ΓΙΑ ΠΙΕΣΗ ΣΤΟΝ ΧΩΡΟ ΣΥΜΠΙΕΣΗΣ*	$S = \left[\frac{A_p C_c}{T_k} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_{reg} \ln \frac{T_h}{T_k}}{T_h - T_k} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{A_d E_E}{T_h} \right]$
ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΚΑΙ ΠΤΩΣΗ ΠΙΕΣΗΣ ΣΤΟΥΣ ΘΕΡΜΟΕΝΑΛΛΑΚΤΕΣ	$A_d \Delta p = C_p \dot{x}_p + C_d \dot{x}_d + C_c \dot{x}_c$ $C_p = A_p A_d P_{coll} \qquad C_d = -(2A_d - A_r) A_d P_{coll}$ $C_c = -A_d^{\,2} P_{coll}$ $p_{coll} = \left\{ \frac{4}{3} \frac{1}{\pi} \left[\frac{\rho_k U_k (f_t + k_h)_k}{A_k} + \frac{\rho_h U_h (f_t + k_h)_h}{A_h} \right] + \frac{f_l}{A_{reg}} \right\}$
ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΛΟΓΩ ΥΣΤΕΡΗΣΗΣ ΤΟΥ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ ΑΕΡΙΟΥ	$C_H = \frac{k}{2} \sqrt{\frac{\omega}{2a_0}} \gamma(\gamma - 1) T_w A_w \left(\frac{A}{\omega V_B} \right)^2$

Αναφερόμενοι στο Σχ. 3.13 , οι εξισώσεις κίνησης είναι :

$$M_p \ddot{x}_p = (p_c - p_b) A_p - (C_{pc} + C_{Hpc})(\dot{x}_p + \dot{x}_c) \tag{Γ.104}$$

$$M_d \ddot{x}_d = A_d \Delta p + A_r (p_c - p_d) - C_{Hdc} (\dot{x}_d + \dot{x}_c) \tag{Γ.105}$$

$$M_c \ddot{x}_c = A_d (p_c + \Delta p - p_b) + A_r (p_c - p_d) - (C_{pc} + C_{Hdc})(\dot{x}_d + \dot{x}_c) - K_c x_c \tag{Γ.106}$$

όπου η πίεση στο χώρο εκτόνωσης δίνεται από την εξής σχέση :

$$p_e = p_c + \Delta p \tag{Γ.107}$$

Η μηχανή RE-1000 έχει δύο ενεργά ελατήρια αερίου. Η μεταβολή της πίεσης στους χώρους αυτούς είναι :

$$p_b = p_{mean} \left\{ \frac{V_B}{\left[V_B - A_p (x_p + x_c) \right]} \right\}^{\gamma} \tag{Γ.108}$$

$$p_d = p_{mean}\left\{\frac{V_D}{[V_D - A_r(x_d + x_c)]}\right\}^{\gamma} \tag{Γ.109}$$

Γραμμικοποιούμε τις εξισώσεις (Γ.108) και (Γ.109) με την ίδια μέθοδο που χρησιμοποιήθηκε για τη πίεση του αερίου στους εργαζόμενους χώρους. Οπότε έχουμε :

$$p_b \cong p_{mean}\left[1 + \gamma\frac{A_p}{V_B}(x_p + x_c)\right] \tag{Γ.110}$$

$$p_d \cong p_{mean}\left[1 + \gamma\frac{A_r}{V_D}(x_d + x_c)\right] \tag{Γ.111}$$

Οι εξισώσεις (Γ.110) και (Γ.111) μαζί με τις γραμμικοποιημένες εξισώσεις του πίνακα 3.14 αντικαθίστανται στις εξισώσεις κίνησης (Γ.104) , (Γ.105) και (Γ.106). Αφού έχουμε έναν τύπο μηχανής στον υπερισχύει η κίνηση του εμβόλου, οι όροι που σχετίζονται με την κίνηση τους κελύφους αγνοούνται. Ο όρος του κελύφους S_{cc} είναι αναγκαίο να εξασφαλιστεί για την εξακρίβωση της ορθότητας της συνθήκης του συγκεκριμένου τύπου λειτουργίας. Οι γραμμικοί συντελεστές της μηχανής S και D βρίσκονται σύμφωνα με τη παρακάτω διαδικασία.
Οι εξισώσεις κίνησης είναι :

$$M_p\ddot{x}_p = (p_c - p_b)A_p - (C_{pc} + C_{Hpc})\dot{x}_p \tag{Γ.112}$$

$$M_d\ddot{x}_d = A_d\Delta p + A_r(p_c - p_d) - C_{Hdc}\dot{x}_d \tag{Γ.113}$$

Από την εξίσωση (Γ.65) έχουμε :

$$\begin{aligned} p &= p_{mean}\left[1 - \frac{A_d(x_d + x_c)}{T_hS} - \frac{A_px_p - (A_d - A_r)x_d}{T_kS}\right] = p_{mean}\left[1 - \frac{A_dx_d}{T_hS} - \frac{A_px_p}{T_kS} + \frac{(A_d - A_r)x_d}{T_kS}\right] \\ \Rightarrow p &= p_{mean}\left[1 - \frac{A_p}{T_kS}x_p - \left(\frac{A_d}{T_hS} - \frac{A_d - A_r}{T_kS}\right)x_d\right] \end{aligned} \tag{Γ.114}$$

Από τις εξισώσεις (Γ.110) , (Γ.111) και (Γ.95) έχουμε :

$$p_b = p_{mean}\left[1 + \gamma\frac{A_p}{V_B}x_p\right] \tag{Γ.115}$$

$$p_d = p_{mean}\left[1+\gamma\frac{A_r}{V_D}x_d\right] \tag{Γ.116}$$

$$A_d\Delta p = C_p\dot{x}_p + C_d\dot{x}_d \tag{Γ.117}$$

Οπότε με διαδοχικές αντικαταστάσεις έχουμε για την (Γ.112) :

$$\begin{aligned}
&M_p\ddot{x}_p = (p_c - p_b)A_p - (C_{pc}+C_{Hpc})\dot{x}_p \\
&\Rightarrow M_p\ddot{x}_p = \left\{p_{mean}\left[1-\frac{A_p}{T_kS}x_p - \left(\frac{A_d}{T_hS}-\frac{A_d-A_r}{T_kS}\right)x_d\right] - p_{mean}\left(1+\gamma\frac{A_p}{V_B}x_p\right)\right\}A_p - \left(C_{Hpc}+C_{pc}\right)\dot{x}_p \\
&\Rightarrow \ddot{x}_p = -\frac{A_p^2}{M_p}p_{mean}\left(\frac{1}{T_kS}+\frac{\gamma}{V_B}\right)x_p - \frac{A_p}{M_pS}p_{mean}\left[\frac{A_d}{T_h}-\frac{A_d-A_r}{T_k}\right]x_d - \frac{(C_{Hpc}+C_{pc})}{M_p}\dot{x}_p + \frac{0}{M_p}\dot{x}_d
\end{aligned} \tag{Γ.118}$$

Έτσι οι γραμμικοί συντελεστές ακαμψίας και απόσβεσης ανά μονάδα μάζας, που σχετίζονται με την κίνηση του εμβόλου είναι οι εξής :

ΣΥΝΘΕΤΟΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΑΚΑΜΨΙΑΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΣΧΕΤΙΖΟΜΕΝΟΙ ΜΕ ΤΟ ΕΜΒΟΛΟ	
$S_{pp} = -\frac{A_p^2}{M_p}p_{mean}\left(\frac{1}{T_kS}+\frac{\gamma}{V_B}\right)$	$S_{pd} = -\frac{A_p}{M_pS}p_{mean}\left(\frac{A_d}{T_h}-\frac{A_d-A_r}{T_k}\right)$
ΣΥΝΘΕΤΟΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΣΧΕΤΙΖΟΜΕΝΟΙ ΜΕ ΤΟ ΕΜΒΟΛΟ	
$D_{pp} = -\frac{\left(C_{pc}+C_{Hpc}\right)}{M_p}$	$D_{pd} = 0$

Αντίστοιχα δουλεύουμε και με την εξίσωση κίνησης του εκτοπιστή. Οπότε σύμφωνα με την εξίσωση (Γ.113) έχουμε :

$$\begin{aligned}
&M_d\ddot{x}_d = A_d\Delta p + A_r(p_c - p_d) - C_{Hdc}\dot{x}_d \\
&\Rightarrow M_d\ddot{x}_d = C_p\dot{x}_p + C_d\dot{x}_d + A_r\left\{p_{mean}\left[1-\frac{A_p}{T_kS}x_p - \left(\frac{A_d}{T_hS}-\frac{A_d-A_r}{T_kS}\right)x_d\right] - p_{mean}\left(1+\gamma\frac{A_r}{V_D}x_d\right)\right\} \\
&\Rightarrow \ddot{x}_d = -\frac{A_pA_rp_{mean}}{M_dT_kS}x_p - \frac{A_rp_{mean}}{M_d}\left[\frac{A_d}{T_hS}-\frac{\left(A_d-A_r\right)}{T_kS}+\gamma\frac{A_r}{V_D}\right]x_d + \frac{C_p}{M_d}\dot{x}_p + \frac{\left(C_d-C_{Hdc}\right)}{M_d}\dot{x}_d
\end{aligned} \tag{Γ.119}$$

Έτσι οι γραμμικοί συντελεστές ακαμψίας και απόσβεσης ανά μονάδα μάζας, που σχετίζονται με την κίνηση του εκτοπιστή είναι οι εξής :

ΣΥΝΘΕΤΟΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΑΚΑΜΨΙΑΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΣΧΕΤΙΖΟΜΕΝΟΙ ΜΕ ΤΟΝ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	
$S_{dp} = -\dfrac{A_p A_r p_{mean}}{M_d T_k S}$	$S_{dd} = -\dfrac{A_r p_{mean}}{M_d}\left[\dfrac{A_d}{T_h S} - \dfrac{(A_d - A_r)}{T_k S} + \gamma \dfrac{A_r}{V_D}\right]$
ΣΥΝΘΕΤΟΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΣΧΕΤΙΖΟΜΕΝΟΙ ΜΕ ΤΟΝ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	
$D_{dp} = \dfrac{C_p}{M_d}$	$D_{dd} = \dfrac{(C_d - C_{Hdc})}{M_d}$

Στη συνέχεια παρατίθεται ο σύνθετος συντελεστής ακαμψίας ανά μονάδα μάζας , ο οποίος σχετίζεται με την κίνηση του κελύφους :

ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΚΑΜΨΙΑΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΣΧΕΤΙΖΟΜΕΝΟΣ ΜΕ ΤΟ ΚΕΛΥΦΟΣ
$S_{cc} = -\dfrac{p_{mean}}{M_c}\left[\dfrac{A_d(A_d + A_r)}{T_h S} + \dfrac{\gamma A_p A_d}{V_B} + \dfrac{\gamma A_r^{\,2}}{V_D}\right] - \dfrac{K_c}{M_c}$

Τώρα το σύστημα εξισώσεων (Γ.24) μπορεί να γραφτεί ως εξής :

$$\dot{x} = \mathrm{A} \cdot x \tag{Γ.120}$$

όπου :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \ddot{x}_p \\ \ddot{x}_d \\ \dot{x}_p \\ \dot{x}_d \end{bmatrix} \quad \mathrm{A} = \begin{bmatrix} D_{pp} & D_{pd} & S_{pp} & S_{pd} \\ D_{dp} & D_{dd} & S_{dp} & S_{dd} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{x}_d \\ x_p \\ x_d \end{bmatrix} \tag{Γ.121}$$

Η λύση του παραπάνω συστήματος των διαφορικών εξισώσεων είναι βασισμένη στις ρίζες του χαρακτηριστικού πολυωνύμου :

$$G(r) = r^4 + a \cdot r^3 + b \cdot r^2 + c \cdot r + d \tag{Γ.122}$$

Όπου σύμφωνα με τους Benvenuto και De Monte [15,16] για σταθερή λειτουργία έχουμε :

$$a = -D_{dd}(M, \omega, \phi) - D_{pp} \tag{Γ.123}$$

$$b = D_{pp} \cdot D_{dd}(M, \omega, \phi) - D_{pd} \cdot D_{dp}(M, \omega, \phi) - S_{dd}(M) - S_{pp}(M) \tag{Γ.124}$$

$$c = -D_{dp}(M, \omega, \phi) \cdot S_{pd}(M) - S_{dp}(M) \cdot D_{pd} + D_{dd}(M, \omega, \phi) \cdot S_{pp}(M) + S_{dd}(M) \cdot D_{pp} \tag{Γ.125}$$

$$d = S_{pp}(M) \cdot S_{dd}(M) - S_{pd}(M) \cdot S_{dp}(M) \tag{Γ.126}$$

Οι ιδιοτιμές του A είναι r_1, r_2, r_3, r_4 με αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα n_1, n_2, n_3, n_4 . Επομένως η γενική λύση της εξίσωσης (Γ.120) είναι η εξής :

$$x(t) = c_1 \cdot e^{r_1 \cdot t} \cdot n_1 + c_2 \cdot e^{r_2 \cdot t} \cdot n_2 + c_3 \cdot e^{r_3 \cdot t} \cdot n_3 + c_4 \cdot e^{r_4 \cdot t} \cdot n_4 \tag{Γ.127}$$

Επειδή τα διανύσματα n_1, n_2, n_3, n_4 είναι γραμμικώς ανεξάρτητα , είναι δυνατό να βρεθεί ένα μοναδικό σύνολο σταθερών c_1, c_2, c_3, c_4 που να ικανοποιούν οποιαδήποτε αρχική συνθήκη. Οι αρχικές τιμές $X(0)$ έχουν ως εξής :

$$x(0) = c_1 \cdot n_1 + c_2 \cdot n_2 + c_3 \cdot n_3 + c_4 \cdot n_4 \tag{Γ.128}$$

Το παραπάνω σύστημα είναι της γενικής μορφής :

$$\dot{x}(t) = \mathrm{A} \cdot x(t) \tag{Γ.129}$$

όπου η $A \cdot x(t)$ είναι ορισμένη, συνεχής και με συνεχείς μερικές παραγώγους σε ένα πεδίο $\Omega = \{(t, x): t \in \mathrm{j}, x \in \mathrm{D}\} \subset \mathrm{R}^{n+1}$, όπου $\mathrm{j} \subset R$ και $\mathrm{D} \subset \mathrm{R}^n$. Με τις προϋποθέσεις αυτές είναι γνωστό ότι, για κάθε σημείο $(t_0, x^0) \in \Omega$, υπάρχει ένα διάστημα $(t_0 - \varepsilon, t_0 + \varepsilon) \in \mathrm{j}$, στο οποίο το σύστημα δέχεται μοναδική λύση την $x(t_0, t_0, x^0) = x^0$ [12]. Υπάρχουν δύο ειδών δυσκολίες, που παρουσιάζονται στο σημείο αυτό και αφορούν ακόμα και απλές μορφές του διανυσματικού πεδίου. Η πρώτη αφορά τη περίπτωση που η εύρεση της λύσης (αναλυτικά) είναι ιδιαίτερα δύσκολη, αν όχι αδύνατη. Η δεύτερη αναφέρεται στα προβλήματα εκείνα, όπου υπολογίζεται μεν η λύση αλλά ή δίνεται σε μη λυμένη μορφή ή είναι αρκετά σύνθετη, ώστε να προσφέρεται για περαιτέρω μελέτη. Οι παραπάνω διαπιστώσεις οδήγησαν στο τέλος του περασμένου αιώνα δύο επιφανείς μαθηματικούς, τους Liapunov και Poincare, να διαμορφώσουν μία νέα θεωρία για τη μελέτη των διαφορικών εξισώσεων, χωρίς

απαραίτητα τη χρήση των λύσεων αυτών. Αυτή η θεωρία ονομάζεται Γεωμετρική Θεωρία ή Θεωρία Ευστάθειας και αποτελεί τμήμα της Ποιοτικής Θεωρίας των διαφορικών εξισώσεων. Τα βασικά ερωτήματα με τα οποία ασχολείται η ποιοτική θεωρία των διαφορικών εξισώσεων είναι :

1. Προϋποθέσεις ύπαρξης λύσης διαφορικής εξίσωσης .
2. Προϋποθέσεις μοναδικότητας λύσης προβλήματος αρχικών συνθηκών.
3. Ασυμπτωτική συμπεριφορά της λύσης και συνεχής εξάρτηση αυτής από τις αρχικές συνθήκες.

Ένα πρόβλημα αρχικών τιμών ονομάζεται καλά τοποθετημένο αν δέχεται μοναδική λύση. Η παραπάνω έννοια της καλής τοποθέτησης έχει καθοριστική σημασία, ιδιαίτερα στη συγκεκριμένη εφαρμογή. Στη προκείμενη περίπτωση έχουμε σύστημα εξισώσεων σύμφωνα με το οποίο το διανυσματικό πεδίο $f(t,x)$ δεν εξαρτάται άμεσα από το χρόνο, δηλαδή $f(t,x) \equiv f(x)$. Ένα τέτοιο σύστημα λέγεται αυτόνομο. Ο αυτόνομος χαρακτήρας του διανυσματικού πεδίου $f(x)$, μας επιτρέπει να κάνουμε τη μελέτη του συστήματος στο πεδίο D των n - διαστάσεων και όχι στον χώρο των λύσεων που έχει διαστάσεις $n+1$. Για παράδειγμα παριστάνοντας τη κίνηση (ταλάντωση) του εμβόλου στο $\mathrm{j} \times \mathrm{D}$, τότε το $f(x)$ είναι η ταχύτητα του σημείου x , η οποία είναι ανεξάρτητη από το χρόνο t. Στη περίπτωση αυτή η λύση $x = x(t, t_0, x^0)$ παριστάνει τη κίνηση του σωματιδίου που περνά από το x^0 στη χρονική στιγμή t_0 και ικανοποιεί τις εξισώσεις του συστήματος. Οι λύσεις αυτού του αυτόνομου συστήματος μπορούν να παρασταθούν στο επίπεδο D, δηλαδή το επίπεδο μετατόπισης-ταχύτητας. Γενικότερα ένα σύστημα n βαθμών ελευθερίας μπορεί να χαρακτηριστεί πλήρως με την παράσταση του σε ένα χώρο $2n$ διαστάσεων. Γενικότερα, για κάθε $a \in R$ η λύση $\{x(t,a,x^0), y(t,a,y^0)\}$ παριστάνεται από μία καμπύλη C , δηλαδή για κάθε τέτοια καμπύλη C υπάρχει μία μονοπαραμετρική οικογένεια λύσεων του συστήματος που γεωμετρικά παριστάνεται από αυτήν. Μια τέτοια καμπύλη ονομάζεται τροχιά (orbit) του συστήματος. Το σύνολο των τροχιών ενός συστήματος αποτελεί την εικόνα φάσεων ή χώρο φάσεων ή και χώρο Poincare. Η γραφική παράσταση της καμπύλης ονομάζεται διαδρομή (trajectory) ή ολοκληρωτική καμπύλη. Θα πρέπει να τονισθεί ότι η τροχιά δεν παριστάνει ακριβώς την αντίστοιχη λύση $x = x(t, t_0, x^0)$ του συστήματος αλλά την προβολή της διαδρομής αυτής από τον χώρο λύσεων που είναι $n+1$ διαστάσεων στο χώρο φάσεων το οποίο είναι n διαστάσεων. Ένα σημείο x_0 για το οποίο ισχύει $f(x_0) = 0$, ονομάζεται κρίσιμο σημείο του συστήματος. Για το συγκεκριμένο πρόβλημα χρησιμοποιείται και ο όρος στάσιμο σημείο και δεν είναι άλλο από το άνω ή κάτω άκρο της διαδρομής του εμβόλου ή του εκτοπιστή. Η σημασία των στάσιμων σημείων έγκειται, όχι τόσο στο γεγονός ότι αυτά αποτελούν λύση του συστήματος αλλά κυρίως στο ότι η γεωμετρική συμπεριφορά όλων των άλλων τροχιών στο χώρο φάσεων καθορίζεται σε μεγάλο βαθμό από τη φύση και τη θέση αυτών. Συνοψίζοντας σχετικά με το προς επίλυση αυτόνομο σύστημα μπορούμε να διατυπώσουμε τις ακόλουθες διαπιστώσεις :

- Από κάθε σημείο του χώρου φάσεων περνάει μια μοναδική τροχιά.
- Τροχιά, που ξεκινά από ένα σημείο το οποίο δεν είναι κρίσιμο, δεν μπορεί να φτάσει σε ένα κρίσιμο σημείο σε πεπερασμένο χρόνο.
- Τροχιά, που περνά από ένα μη κρίσιμο σημείο μία τουλάχιστον φορά, δε μπορεί να ξαναπεράσει, εκτός αν η τροχιά είναι κλειστή. Τότε η τροχιά αντιστοιχεί σε περιοδική λύση. Σύμφωνα με τα παραπάνω για μια τροχιά ενός αυτόνομου συστήματος υπάρχουν οι παρακάτω δυνατότητες :

- ✓ Είναι κρίσιμο σημείο.
- ✓ Πλησιάζει ένα κρίσιμο σημείο, καθώς $t \to \infty$
- ✓ Κινείται σε κλειστή καμπύλη.
- ✓ Πλησιάζει μία κλειστή τροχιά.
- ✓ Τείνει στο άπειρο, καθώς $t \to \infty$

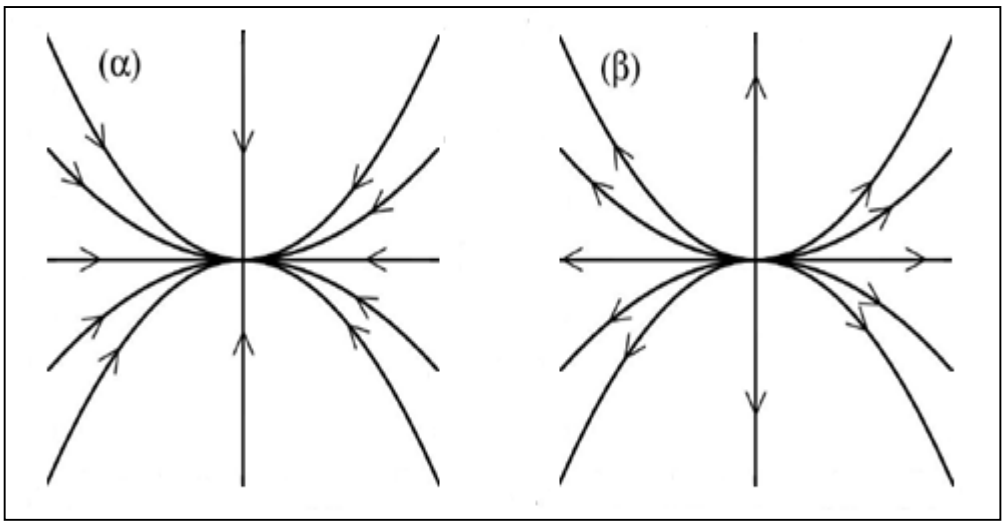
Ένα ερώτημα ιδιαίτερης σημασίας για το συγκεκριμένο πρόβλημα είναι το αν η μετατόπιση από ένα στάσιμο σημείο του εμβόλου προκαλεί απομάκρυνση ή περιοδική επαναφορά σε αυτό. Οι δύο αυτές δυνατότητες περιγράφονται από τις έννοιες της αστάθειας και της ευστάθειας αντίστοιχα. Για το μαθηματικό πρότυπο που περιγράφει το φαινόμενο (σύστημα διαφορικών εξισώσεων), οι έννοιες αυτές αποκλείουν τις ποιοτικές πληροφορίες για την ασυμπτωτική (μακρόχρονη) συμπεριφορά της λύσης. Σύμφωνα με τον Liapunov , αν x_0 ένα κρίσιμο σημείο του αυτόνομου συστήματος, τότε το x_0 ονομάζεται :

- Ευσταθές, αν για κάθε $\varepsilon > 0$, υπάρχει $\delta = \varepsilon > 0$, έτσι ώστε η σχέση $| x(0) - x_0 | < \delta$, συνεπάγεται ότι $| x(t) - x_0 | < \varepsilon$ για κάθε $t \geq 0$.
- Ασυμπτωτικά ευσταθές , αν είναι ευσταθές και επιπλέον $\lim_{t\to\infty} | x(t) - x_0 | = 0$
- Ασταθές αν δεν είναι ευσταθές.

Για την ποιοτική ανάλυση της κίνησης του εμβόλου ή του εκτοπιστή ξεχωριστά μετατρέπεται σε ένα σύστημα 2×2, δύο βαθμών ελευθερίας με παραμετροποίηση της κίνησης του εκτοπιστή ή του εμβόλου αντίστοιχα. Σε αυτή την περίπτωση για τις ιδιοτιμές λ_1 και λ_2 διακρίνουμε τις ακόλουθες περιπτώσεις :

<u>α) Ιδιοτιμές πραγματικές και άνισες με $\lambda_1 > \lambda_2$</u>

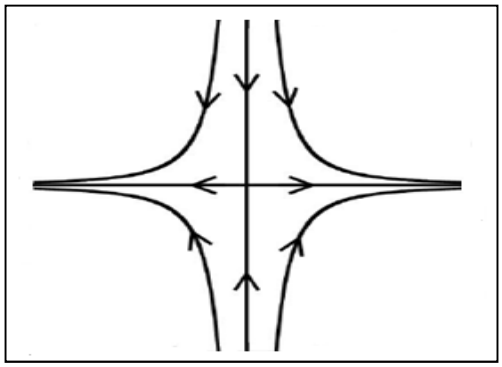
Αν $\lambda_1 \cdot \lambda_2 > 0$ τότε η αρχή $(0,0)$ στο επίπεδο φάσεων ονομάζεται **κόμβος (node)** (σχ.3.15) και είναι ασυμπτωτικά ευσταθής όταν $\lambda_2 < \lambda_1 < 0$, ενώ είναι ασταθής όταν $\lambda_1 > \lambda_2 > 0$. Το σχήμα των τροχιών ορίζεται από τον λόγο $\gamma = \lambda_2/\lambda_1$.



Σχ. 3.15 α) ευσταθής κόμβος β) ασταθής κόμβος [14]

Αν $\lambda_1 \cdot \lambda_2 < 0$ τότε η αρχή $(0,0)$ στο επίπεδο φάσεων ονομάζεται **σημείο σάγματος (saddle point)** (σχ. 3.16) και είναι ασταθής. Οι άξονες συντεταγμένων αποτελούν την ένωση ειδικών τροχιών που

ονομάζονται διαχωρίζουσες (separatrices). Οι διαχωρίζουσες αποτελούν τις μοναδικές ευθύγραμμες ακτινωτές τροχιές της εικόνας φάσεων. Αποτελούν δε τις ασύμπτωτες όλων των άλλων τροχιών.

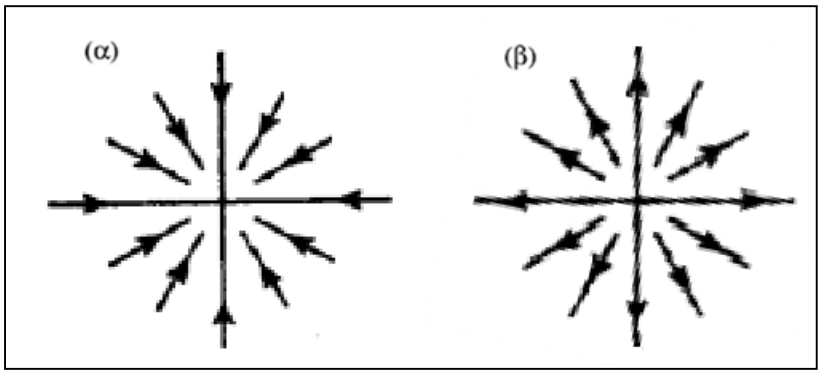


Σχ. 3.16 Σαγματικό σημείο [14]

Αν $\lambda_1 = 0, \lambda_2 > 0$ ή $\lambda_2 < 0$ τότε έχουμε άπειρες σταθερές λύσεις δηλαδή κρίσιμα σημεία.

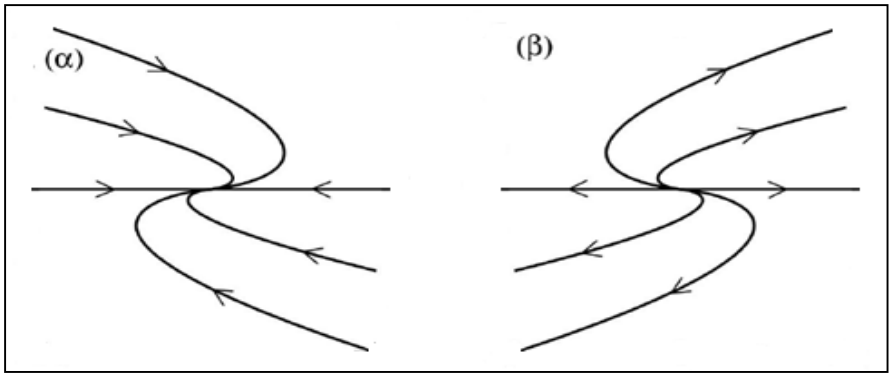
<u>β) Ίσες ιδιοτιμές $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$</u>

Αν ο πίνακας A του συστήματος είναι ή μπορεί να μετασχηματιστεί σε διαγώνιο τότε ο A αντιστοιχεί σε ένα ειδικό κόμβο που ονομάζεται **άστρο (star)** (σχ.3.17). Το άστρο είναι ασυμπτωτικά ευσταθές αν $\lambda < 0$ ενώ είναι ασταθές αν $\lambda > 0$. Οι μη τετριμμένες τροχιές είναι ακτινωτές ημιευθείες γραμμές. Αν όμως $\lambda = 0$ τότε όλα τα σημεία του επιπέδου είναι κρίσιμα αφού ο A τότε θα είναι ο μηδενικός πίνακας.



Σχ. 3.17 α) ευσταθές άστρο β) ασταθές άστρο [12]

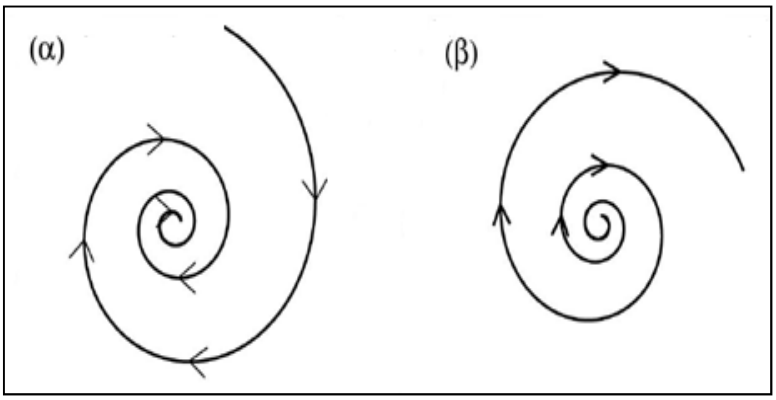
Αν ο πίνακας A δεν είναι διαγώνιος. Τότε η αρχή ονομάζεται **νόθος κόμβος ή ακανόνιστος κόμβος(improper node) (**σχ.3.18). Είναι ασυμπτωτικά ευσταθής για $\lambda < 0$ ενώ ασταθής για $\lambda > 0$.



Σχ. 3.18 α) ευσταθής ακανόνιστος κόμβος β) ασταθής ακανόνιστος κόμβος [14]

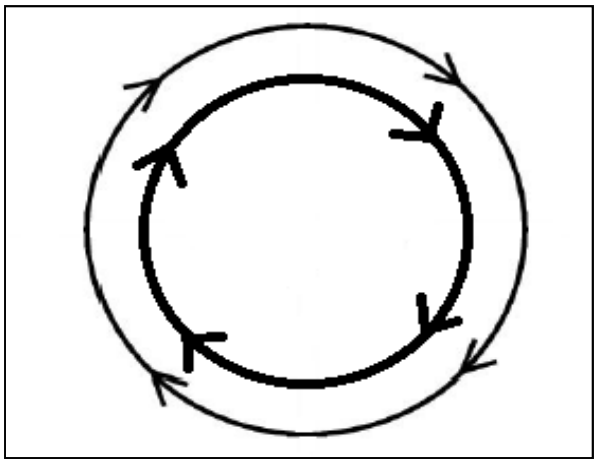
γ) Μιγαδικές ιδιοτιμές $\lambda_{1,2} = \alpha + \beta i\ , \beta > 0$

Έστω $\alpha \neq 0$. Τότε η αρχή ονομάζεται **εστία (focus) ή σπειροειδές σημείο (spiral point)** (σχ.3.19) . Είναι ασυμπτωτικά ευσταθής αν $\alpha < 0$ και ασταθής αν $\alpha > 0$. Το β καθορίζει τη γωνιακή ταχύτητα διαγραφής του σπειροειδούς.



Σχ. 3.19 α) ευσταθής εστία β) ασταθής εστία [14]

Έστω $\alpha = 0$. Τότε η αρχή ονομάζεται **κέντρο (centre)** (σχ.3.20)**.** Οι δε τροχιές συνίστανται από ομόκεντρους κύκλους. Η τελευταία περίπτωση αποτελεί την μοναδική μη τετριμμένη περιοδική συμπεριφορά που συναντάται στα γραμμικά συστήματα. Κάθε σημείο εκτός αρχής συναντάται ξανά άπειρες φορές με περίοδο $T = 2\pi/\beta$.



Σχ. 3.20 κέντρο [14]

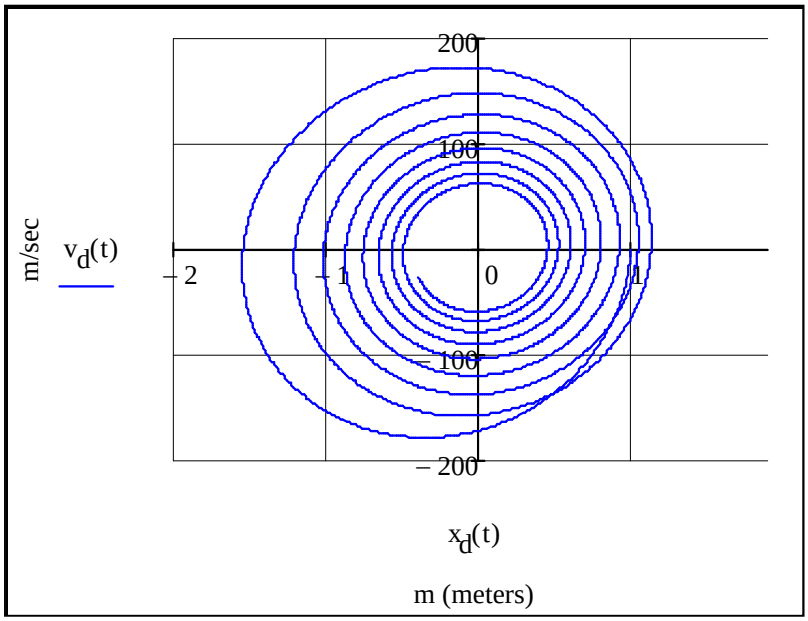
Σύμφωνα με τα παραπάνω όσον αφορά το σύστημα των δύο παλινδρομούντων στοιχείων (έμβολο και εκτοπιστής) φτάνουμε στα ακόλουθα συμπεράσματα . Αναλόγως με τη μορφή των ριζών του χαρακτηριστικού πολυωνύμου του συστήματος των διαφορικών εξισώσεων έχουμε τις ακόλουθες περιπτώσεις :

ΠΡΩΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ-ΡΙΖΕΣ ΜΕ ΘΕΤΙΚΑ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΑ ΜΕΡΗ

Οι εκθετικές συναρτήσεις τείνουν με το χρόνο στο άπειρο και δεν υπάρχει οποιαδήποτε ταλάντωση.

ΔΕΥΤΕΡΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ-ΡΙΖΕΣ ΜΕ ΜΟΝΟ ΑΡΝΗΤΙΚΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

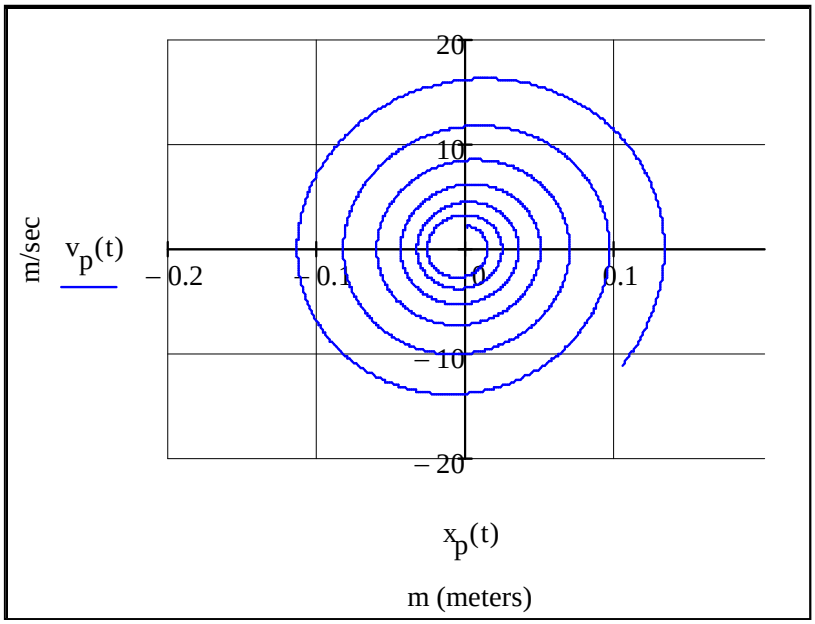
Οι εξισώσεις της κίνησης του εμβόλου και του εκτοπιστή τείνουν στο μηδέν (σχ.3.21). Εάν υπάρχουν δύο συζυγείς μιγαδικές ρίζες έχουμε συγκλίνουσες ταλαντώσεις.



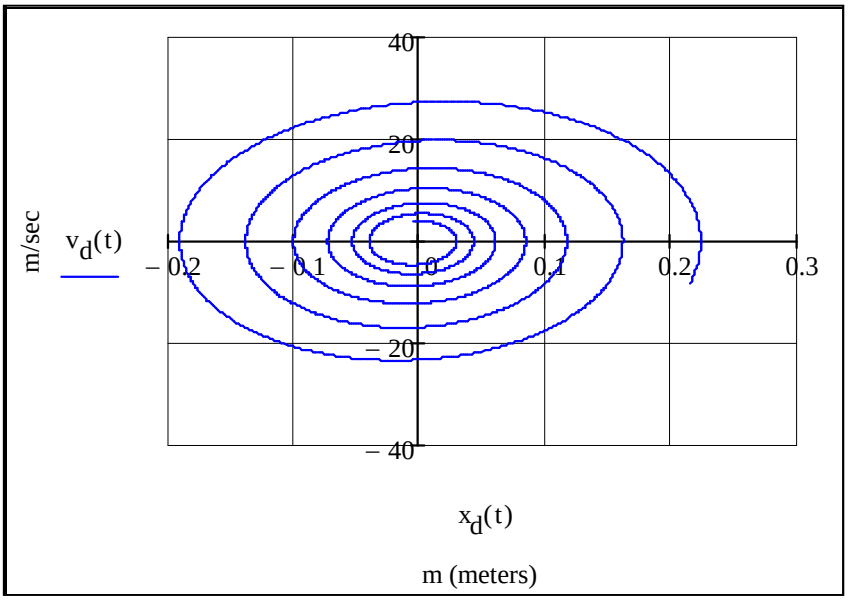
*Σχ. 3.21 Ασταθής λειτουργία (ταλάντωση με μειούμενο πλάτος-διακοπή-**φαινόμενο dropout**). Η ταχύτητα του εκτοπιστή $\boldsymbol{V_d}$ ως προς τη μετατόπιση του εκτοπιστή $\boldsymbol{x_d}$*

<u>ΤΡΙΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ-ΔΥΟ ΡΙΖΕΣ ΜΕ ΑΡΝΗΤΙΚΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ ΚΑΙ ΔΥΟ ΡΙΖΕΣ ΜΕ ΘΕΤΙΚΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ</u>

Οι μετατοπίσεις του εμβόλου και του εκτοπιστή $(\boldsymbol{x_p}, \boldsymbol{x_d})$ αυξάνονται με το χρόνο (σχ.3.22, σχ.3.23). Εάν οι ρίζες με θετικό πραγματικό μέρος είναι συζυγείς μιγαδικές υπάρχει μια ταλάντωση για κάθε συνιστώσα οι οποίες είναι αποκλίνουσες.



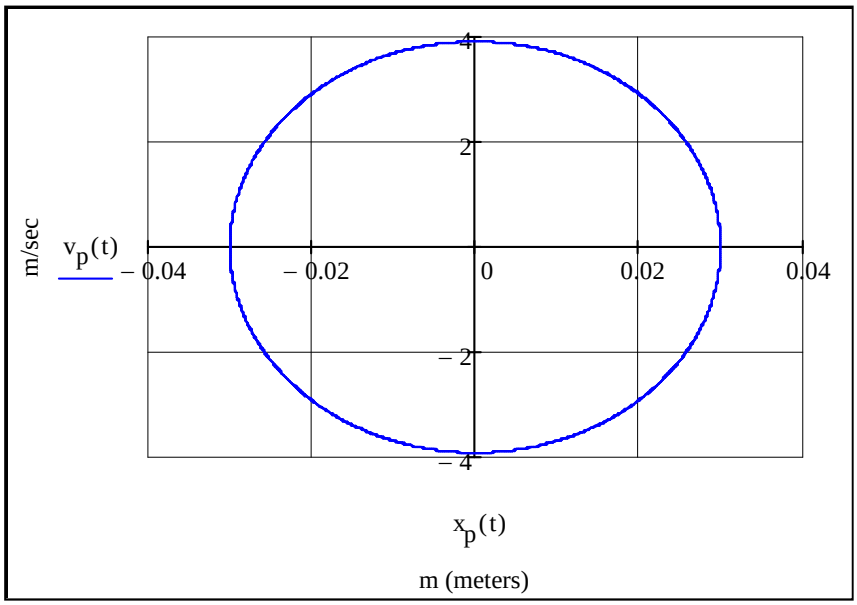
*Σχ. 3.22 Ασταθής λειτουργία (ταλάντωση με αυξανόμενο πλάτος – **φαινόμενο blowup**). Η ταχύτητα του εμβόλου $\boldsymbol{V_p}$ ως προς τη μετατόπιση του εμβόλου $\boldsymbol{x_p}$*



*Σχ. 3.23 Ασταθής λειτουργία (ταλάντωση με αυξανόμενο πλάτος - **φαινόμενο blowup**). Η ταχύτητα του εκτοπιστή $\boldsymbol{V_d}$ ως προς τη μετατόπιση του εκτοπιστή $\boldsymbol{x_d}$*

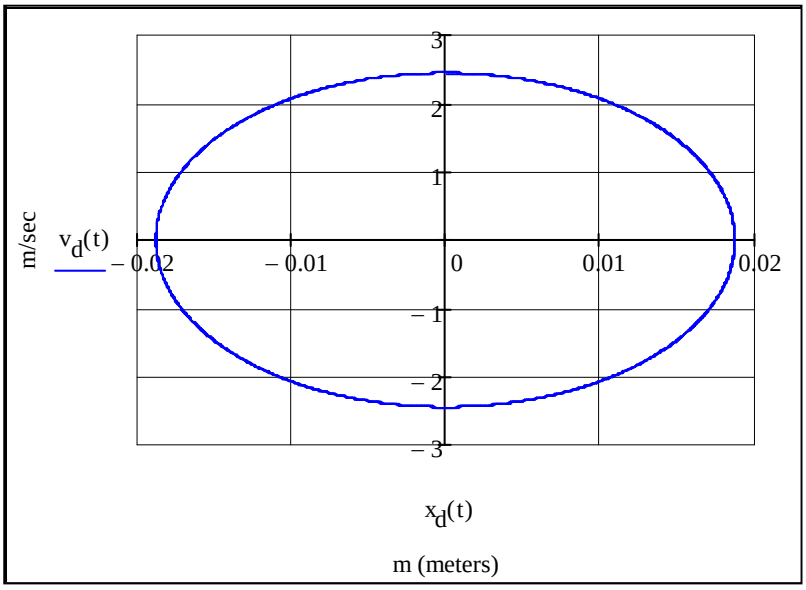
<u>ΤΕΤΑΡΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ-ΔΥΟ ΦΑΝΤΑΣΤΙΚΕΣ ΡΙΖΕΣ ΚΑΙ ΔΥΟ ΡΙΖΕΣ ΜΕ ΑΡΝΗΤΙΚΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ</u>

Έχουμε σταθερές ταλαντώσεις (σχ.3.24, σχ.3.25). Το κύριο συμπέρασμα είναι ότι η μηχανή λειτουργεί σε μια σταθερή κυκλική κατάσταση, όταν το χαρακτηριστικό πολυώνυμο έχει δύο φανταστικές συζυγείς ρίζες και δύο ρίζες με αρνητικό πραγματικό μέρος.



Σχ. 3.24 Σταθερή λειτουργία. Η ταχύτητα του εμβόλου $\boldsymbol{V_p}$ ως προς τη μετατόπιση του εμβόλου $\boldsymbol{x_p}$

Οι απόλυτες τιμές αυτού του πραγματικού μέρους πρέπει να είναι πολύ υψηλές έτσι ώστε να εξασφαλιστεί μια γρήγορη παύση του μεταβατικού φαινομένου και επομένως μια γρήγορη κατάληξη σε σταθερές ταλαντώσεις για τα παλινδρομούντα μέρη.



Σχ. 3.25 Σταθερή λειτουργία . Η ταχύτητα του εκτοπιστή $\boldsymbol{V_d}$ ως προς τη μετατόπιση του εκτοπιστή $\boldsymbol{x_d}$

Από τα παραπάνω εξάγουμε την πληροφορία ότι για την ασφαλή σταθερή λειτουργία της μηχανής οι ρίζες του χαρακτηριστικού πολυωνύμου (Γ.122) πρέπει να είναι [13] :

$$r_1 = k \cdot i \qquad r_2 = -k \cdot i \qquad r_3 = l \qquad r_4 = m \tag{Γ.130}$$

Σύμφωνα με τον τύπο de Moivre αυτές πρέπει να ικανοποιούν την εξής :

$$(r - k \cdot i)(r + k \cdot i)(r - l)(r - m) = 0 \tag{Γ.131}$$

η οποία μετά από πράξεις γίνεται :

$$r^4 - (m+l)r^3 + (ml + k^2)r^2 - k^2(m+l)r + k^2ml = 0 \tag{Γ.132}$$

Το παραπάνω πολυώνυμο (Γ.132) θα πρέπει να είναι ίσο με το χαρακτηριστικό πολυώνυμο $G(r)$ (Γ.122). Οπότε θα έχουμε :

$$-(m + l) = a \tag{Γ.133}$$

$$(ml + k^2) = b \tag{Γ.134}$$

$$-k^2(m + l) = c \tag{Γ.135}$$

$$k^2ml = d \tag{Γ.136}$$

Από τις εξισώσεις (Γ.133) και (Γ.135) παίρνουμε το μέγεθος των φανταστικών ριζών που εκφράζει τη γωνιακή ταχύτητα ω :

$$\omega^2 = k^2 = \frac{c}{a} \tag{Γ.137}$$

Η γωνιακή ταχύτητα ω δίνεται σαν συνάρτηση των S_{ij} και D_{ij} από την ακόλουθη εξίσωση :

$$\omega = \left[\frac{D_{dp}(M,\omega,\phi)\cdot S_{pd}(M) + S_{dp}(M)\cdot D_{pd} - D_{dd}(M,\omega,\phi)\cdot S_{pp}(M) - S_{dd}(M)\cdot D_{pp}}{D_{dd}(M,\omega,\phi) + D_{pp}} \right] \tag{Γ.138}$$

Χρησιμοποιώντας τις (Γ.136) και (Γ.137) η εξίσωση (Γ.134) γράφεται :

$$\left(\frac{c}{a}\right)^2 - b\left(\frac{c}{a}\right) + d = 0 \tag{Γ.139}$$

Αντικαθιστώντας το c/a με ω^2 παίρνουμε το γεωμετρικό περιορισμό :

$$\omega^4 - b\,\omega^2 + d = 0 \tag{Γ.140}$$

Η λύση της διτετράγωνης εξίσωσης που χρησιμοποιεί τους συντελεστές S_{ij} και D_{ij} είναι :

$$\omega = \left[\frac{b - \left(b^2 - 4d\right)^{\frac{1}{2}}}{2} \right]^{\frac{1}{2}} \tag{Γ.141}$$

Επιπροσθέτως ,σύμφωνα με τους Walker και Senft [17] οι συντελεστές a, b, c, d πρέπει να είναι μεγαλύτεροι του μηδενός, κάτι το οποίο συνήθως ικανοποιείται. Οι εξισώσεις (Γ.138) και (Γ.141) πρέπει να έχουν κοινή λύση η οποία είναι η αποδεκτή τιμή της γωνιακής ταχύτητας για τη σταθερή λειτουργία της μηχανής stirling ελευθέρων εμβόλων.

ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ ΜΗΧΑΝΗΣ ΚΑΤΑ WALKER ΚΑΙ SENFT	$\boldsymbol{a} > 0 \quad \boldsymbol{b} > 0 \quad \boldsymbol{c} > 0 \quad \boldsymbol{d} > 0$ $\boldsymbol{b - \frac{c}{a} - d\cdot\frac{a}{c} = 0}$

Γ.IV) ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΑΚΟΙ ΤΟΠΟΙ

1. Α.Κανάραχος , Ι.Αντωνιάδης , ‘’Δυναμική Μηχανών’’ , Παπασωτηρίου, Αθήνα 1998.
2. Ι.Αντωνιάδης, Λ.Αλεξόπουλος, Δ.Βενετσάνος , ‘’Εκπαιδευτικό υλικό για το μάθημα Δυναμική Μηχανών Ι (Εκπαιδευτική Ενότητα 1η) ‘’

http://courseware.mech.ntua.gr/ml23065/lecture_pdfs/Dynamics_I_Educational_Notes_01.pdf

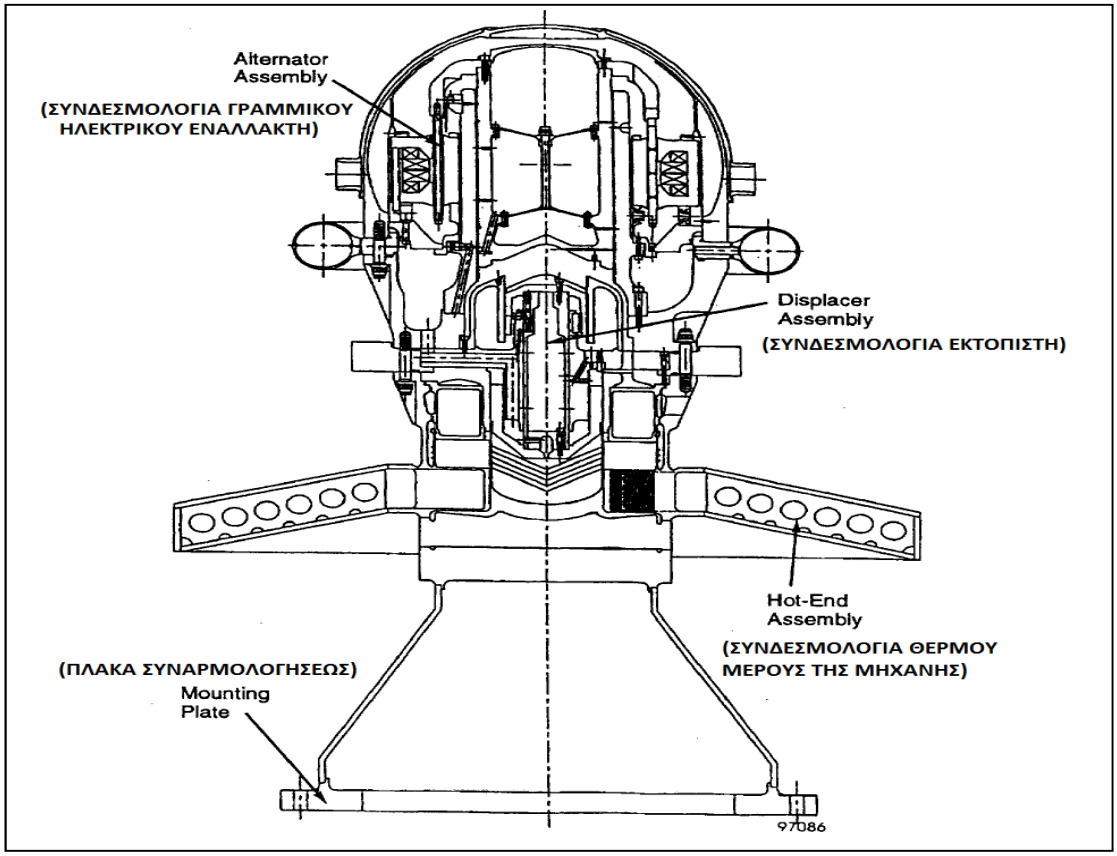
3. Ι.Αντωνιάδης, Λ.Αλεξόπουλος, Δ.Βενετσάνος , ''Εκπαιδευτικό υλικό για το μάθημα Δυναμική Μηχανών Ι (Εκπαιδευτική Ενότητα 3η) '', http://courseware.mech.ntua.gr/ml23065/lecture_pdfs/Dynamics_I_Educational_Notes_03.pdf
4. Rogdakis E. D., Bormpilas N. A., Koniakos I. K. ''A thermodynamic Study of the Thermal Performance of Free Piston Stirling Prime Movers'', IMECE 2002, New Orleans, Louisiana.
5. Jeffrey Schreiber, National Aeronautics and Space Administration, Lewis Research Center,''Test Results and Description of a 1-kW Free – Piston Stirling Engine with a Dashpot Load'', 18th IECEC , Orlando, Florida, August 1983.
6. Berchowitz D., Wyatt-Mair F., ''Closed – Form Solutions for a Coupled Ideal Analysis of Free – Piston Stirling Engines'', Proc. 14th IECEC, pp 1114-9, Boston 1979.
7. Urieli I. and Berchowitz D., ''Stirling Cycle Engine Analysis'', Adam Hilger Ltd., Bristol 1984.
8. Gupta C. and Hasdorff L., ''Fundamentals of Automatic Control'', Chichester: Wiley 1970.
9. Anvoner S., ''Solutions of Problems in Mechanics of Machines'', vol 1, London: Pitman 1970.
10. Wood G., ''A Program for Predicting the Dynamics of Free Piston Stirling Engines'', ME Thesis Mech. Eng. Dept. Ohio University 1980.
11. Gedeon D., Beale T. and Rankin C., ''The Optimization of Stirling Cycle Machines'', Proc. 13th I.E.C.E.C, San Diego, Ca., Aug. 1978.
12. Σταυρακάκης Ν., ''Συνήθεις Διαφορικές Εξισώσεις'', Παπασωτηρίου 1997.
13. Rogdakis E. D., Bormpilas N. A., Koniakos I. K. ''A Thermodynamic Study for the Optimization of Stable Operation of Free Piston Stirling Engines'', Energy Conversion and Management, july 2003.
14. Α.ΚΑΡΑΝΤΩΝΗΣ, '' Εισαγωγή στα Μη-Γραμμικά Δυναμικά Συστήματα και Φυσικοχημικές Εφαρμογές'', Αθήνα 2004.
15. De Monte F, Benvenuto G., ''Reflections on Free-Piston Stirling Engines. Part I: Cycling Steady Operation. Journal of Propulsion and Power'', Vol. I4 No. 4 1998, pp. 499-508.
16. De Monte F, Benvenuto G., ''Reflections on Free-Piston Stirling Engines, Part II: Stable Operation. Journal of Propulsion and Power'', Vol. I4 No. 4 1998, pp. 509-518.
17. Walker G. and Senft J. R, "Free Piston Stirling Engines", Springer-Verlag, Berlin Heidelderg New York Tokyo, 1985.
18. ΚΟΝΙΑΚΟΣ ΗΛΙΑΣ, ''*ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ*: ***ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ STIRLING*** '', Επιβλέπων : καθ. ΡΟΓΔΑΚΗΣ ΕΜΜ., ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ, ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ, ΤΟΜΕΑΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ, ΑΘΗΝΑ 2003.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Δ

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ (FPSEs)

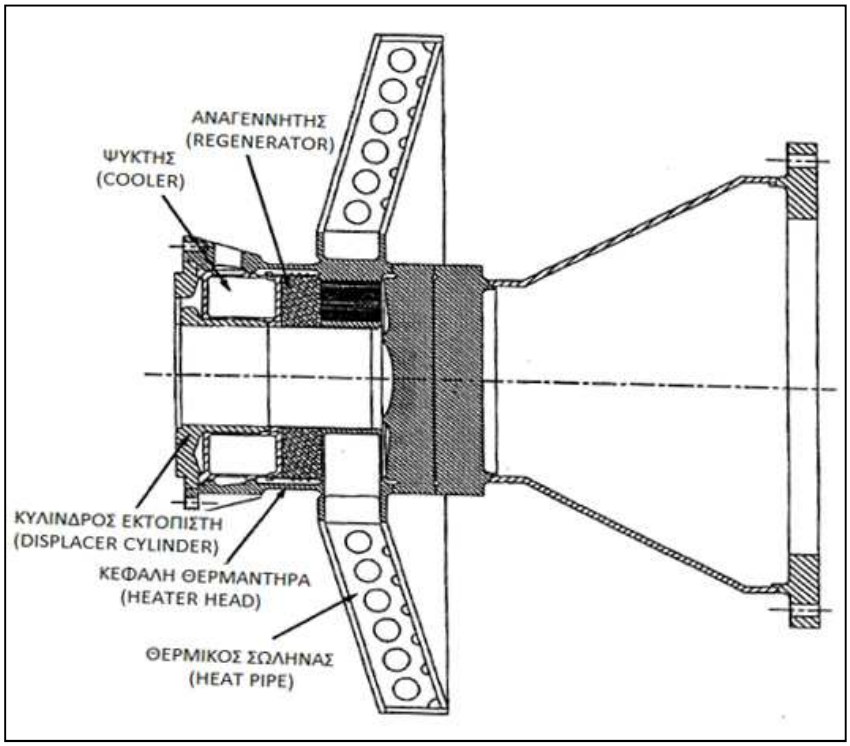
Δ.Ι) Η ΜΗΧΑΝΗ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ ‘’ CTPC ’’ ΤΗΣ NASA

Ένας από τους νεότερους μετατροπείς ενέργειας stirling ελευθέρων εμβόλων, ο **CTPC (Component Test Power Convertor)** [3] (σχ.4.1) δημιουργήθηκε στις αρχές της δεκαετίας του 90 σύμφωνα με το πρόγραμμα SP-100 με σκοπό να εξυπηρετήσει ανάγκες της NASA ως προς τη διεξαγωγή ερευνών στο διάστημα και πιο συγκεκριμένα σε δύσκολα από πλευράς συνθηκών διαστημικά περιβάλλοντα. Η μηχανή αυτή παράγει $12.5\,KWe$, έχει πραγματικό βαθμό απόδοσης $20\,\%$ και εργάζεται σε μέση πίεση $15\,MPa$. Το εργαζόμενο αέριο είναι το ήλιο και η συχνότητα λειτουργίας είναι στα $70\,Hz$. Η θερμική ενέργεια εισάγεται στη μηχανή για εκκίνηση με τη διασύνδεση ενός μη συμβατικού θερμικού σωλήνα με ένα θερμαντήρα τρυπητό σε σχήμα αστεριού (slotted starfish heater head). Η θερμότητα αποβάλλεται μέσω ενός σωληνοειδούς ψύκτη σε ένα βρόγχο αντλίας χρησιμοποιώντας ένα μη διαβρωτικό ορυκτό λάδι. Υπάρχει και ένας μικρότερος ψυχρός βρόγχος αντλίας, ο οποίος είναι τοποθετημένος στην εξωτερική επιφάνεια του δοχείου πιέσεως και έχει σαν σκοπό να αφαιρεί θερμότητα , η οποία παράγεται από τον γραμμικό ηλεκτρικό εναλλάκτη. Η μηχανή μπορεί να χωριστεί σε τρία βασικά υποσυστήματα: τη συνδεσμολογία του ζεστού μέρους, τη συνδεσμολογία οδηγού-εκτοπιστή και τη συνδεσμολογία του εναλλάκτη.



Σχ. 4.1 Σχηματική διάταξη της μηχανής stirling ελευθέρων εμβόλων CTPC [3]

Το **ζεστό μέρος της μηχανής** αποτελείται από **τέσσερα μέρη**: **τη συνδεσμολογία θερμαντήρα/θερμικού σωλήνα**, **τον θερμικό αναγεννητή**, **τον ψύκτη** και τον **κύλινδρο εκτοπιστή** (σχ.4.2) [3]. Θερμότητα προστίθεται στον θερμοδυναμικό κύκλο μέσω του θερμαντήρα. Θερμότητα απάγεται από τον κύκλο μέσω του ψύκτη. Ο αναγεννητής συμπεριφέρεται σαν θερμικός ρυθμιστής μεταξύ των θερμών και των ψυχρών τμημάτων της μηχανής. Ο κύλινδρος που περικλείει τον εκτοπιστή αποτελεί ουσιαστικά το σφραγιστικό μεταξύ του χώρου εκτόνωσης και του χώρου συμπίεσης. Ο **θερμαντήρας** σχεδιάστηκε δομικά μαζί με έναν θερμικό σωλήνα ο οποίος χρησιμοποιεί σαν εργαζόμενο ρευστό το νάτριο. Η γεωμετρία του τομέα του θερμαντήρα αποτελείται από 50 θυλάκια. Αυτά τα θυλάκια διαμορφώνουν μία παράταξη από 50 πτερύγια προσανατολισμένα αξονικά στον θερμαντήρα. Κάθε πτερύγιο αποτελείται από 38 κυκλικά περάσματα από τα οποία περνά το αέριο διατρέχοντας το μήκος του κάθε πτερυγίου. Το υλικό του θερμαντήρα είναι το Inconel 718 και ανήκει στα υλικά τα οποία αποτελούν κράματα μετάλλου με υψηλό ποσοστό νικελίου. Ο **αναγεννητής** είναι κατασκευασμένος από μια απλή στοίβα από πορώδες πεπιεσμένο μεταλλικό μαλλί. Σε κάθε άκρο του μεταλλικού μαλλιού υπάρχει ένα πορώδες χοντρό πλέγμα έτσι ώστε να δίνει στη μήτρα (matrix) του αναγεννητή μία ακαμψία και να βοηθά στο να μη σπάνε μικρά κομμάτια κατά την διάρκεια λειτουργίας της μηχανής. Η εσωτερική και η εξωτερική διάμετρος είναι συγκολλημένες με μεταλλικά χιτώνια έτσι ώστε να αναχαιτίσουν οποιαδήποτε διαρροή. Το υλικό της μήτρας είναι το SS 347 (ανοξείδωτος χάλυβας) ενώ των μεταλλικών χιτωνίων είναι το Inconel 718.

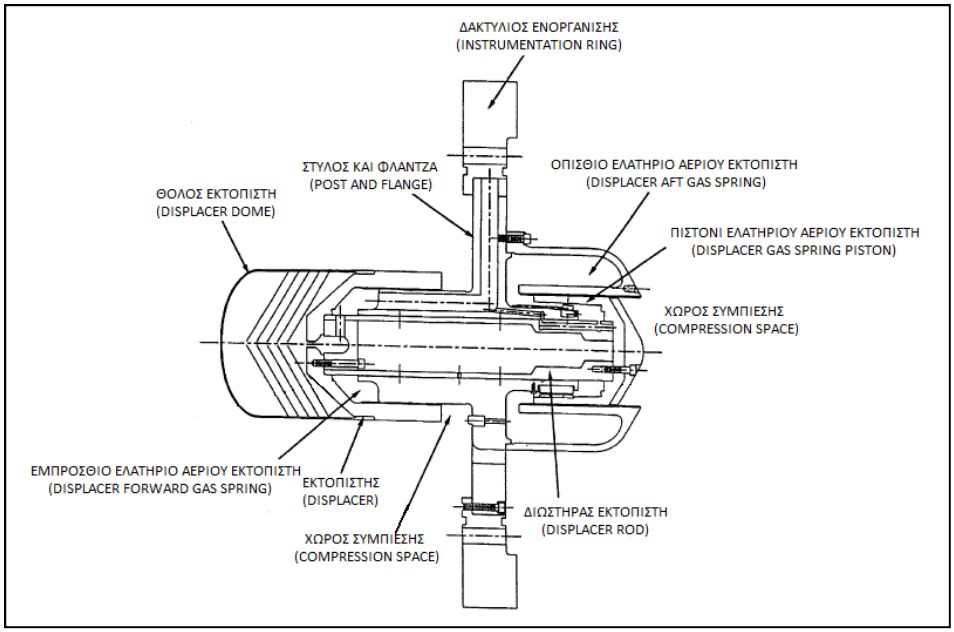


Σχ. 4.2 Συνδεσμολογία του ζεστού μέρους (Hot-End Assembly) της μηχανής CTPC [3]

Ο **ψύκτης** αποτελείται από σπονδυλωτούς εσωτερικούς σε σχήμα πτερυγίου σωλήνες από τους οποίους περνάει το αέριο. Κάθε σωλήνας αποτελείται από 15 κανάλια ορθογωνικής διατομής. Το ψυκτικό μέσο είναι λάδι paratherm. Όσον αφορά τον **κύλινδρο του εκτοπιστή**, βρίσκεται τοποθετημένος μέσα στον ψύκτη. Η φλάντζα του κυλίνδρου του εκτοπιστή ενεργεί ως θάλαμος για τον

ψύκτη και συνδέει τη ροή με τον κρύο σωλήνα. Η εσωτερική διάμετρος του κυλίνδρου και η εξωτερική διάμετρος του εκτοπιστή δημιουργούν ένα στενό κενό το οποίο σφραγίζει το χώρο εκτόνωσης από τον χώρο συμπίεσης.

Η **συνδεσμολογία του οδηγού-εκτοπιστή** (displacer drive assembly) (σχ.4.3) αποτελείται από τη συνδεσμολογία του καθαρού μέρους του που παλινδρομεί (displacer) και τη συνδεσμολογία στύλου - φλάντζας – δακτυλίου ενοργάνισης. Η **συνδεσμολογία του displacer** αποτελείται από το παλινδρομούμενο **σώμα του εκτοπιστή**, τον **διωστήρα του εκτοπιστή** και το **ελατήριο αερίου του εκτοπιστή**. Το **σώμα του εκτοπιστή** έχει έναν θολωτό κύλινδρο προσαρμοσμένο στην εξωτερική του διάμετρο.

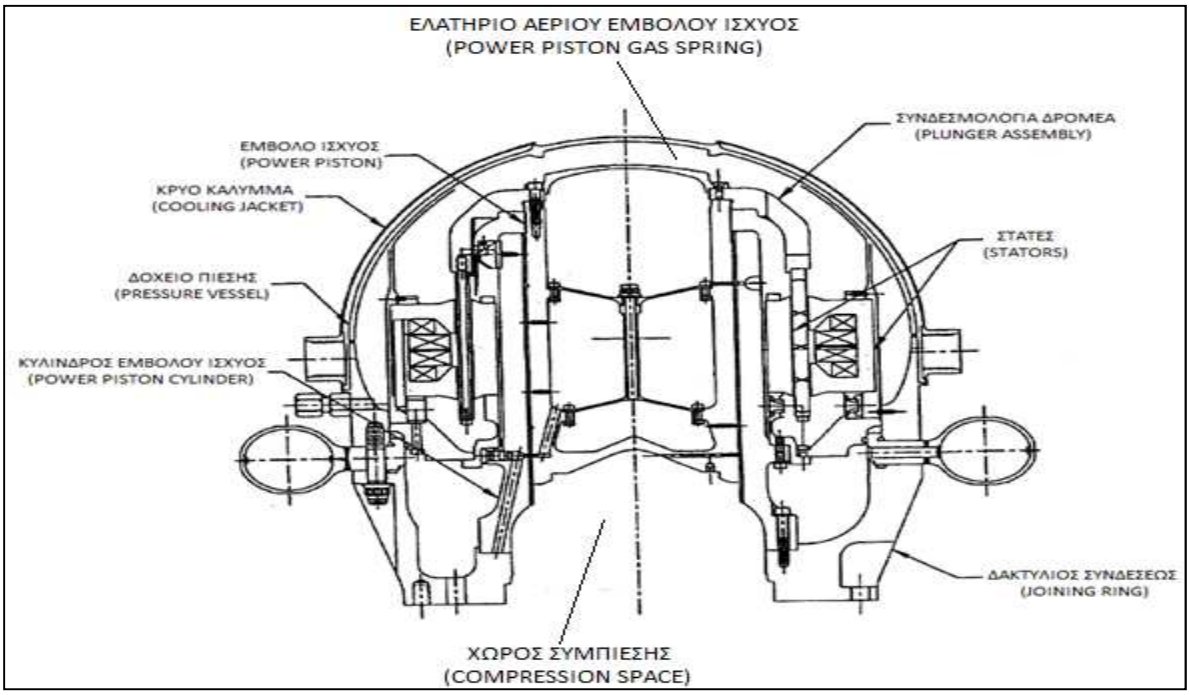


Σχ. 4.3 Συνδεσμολογία οδηγού-εκτοπιστή (Displacer Drive Assembly) της μηχανής CTPC [3]

Ο **διωστήρας** έχει διάμετρο $1.8\,in$ και έχει μήκος γύρω στις $9\,in$. Τα υδροστατικά (χωρίς επαφή) έδρανα αερίου που υποστηρίζουν τον εκτοπιστή είναι τοποθετημένα στο μικρό κενό μεταξύ διωστήρα και της οπής του στύλου. Στη συγκεκριμένη περίπτωση μηχανής καθώς και στη μηχανή **SPRE I** για την οποία μιλήσαμε στο **Β κεφάλαιο** υπάρχουν **δύο ελατήρια αερίου στον εκτοπιστή**, ένα οπίσθιο και ένα εμπρόσθιο. Το οπίσθιο ελατήριο αερίου (aft gas spring) αποτελεί ένα υψηλού πλάτους πίεσης ελατήριο $(18\,bar)$ το οποίο δρα στο πιστόνι του ελατηρίου αερίου που βρίσκεται στη κρύα μεριά της συνδεσμολογίας. Περικλείεται από το πιστόνι ελατηρίου αερίου και τον κύλινδρο ελατηρίου αερίου. Το εμπρόσθιο ελατήριο αερίου (forward gas spring) είναι ένα χαμηλού πλάτους πίεσης ελατήριο $(2\,bar)$ το οποίο είναι τοποθετημένο στο σώμα του εκτοπιστή και είναι συνδεδεμένο με το μεγάλο όγκο που περικλείεται από τον δακτύλιο σύνδεσης (joining ring). Το οπίσθιο μέρος του σώματος του εκτοπιστή και η οπίσθια πλευρά του πιστονιού του ελατηρίου αερίου είναι εκτεθειμένα στο χώρο συμπίεσης. Ο θολωτός κύλινδρος του εκτοπιστή είναι εκτεθειμένος στον χώρο εκτόνωσης. Η διαφορά επιφάνειας μεταξύ των πλευρών συμπίεσης και εκτόνωσης αναφέρεται ως επιφάνεια διωστήρα. Το υλικό του θόλου του εκτοπιστή (displacer dome) είναι το Inconel 718. Ενώ το σώμα του εκτοπιστή, ο διωστήρας και το πιστόνι του ελατηρίου αερίου είναι κατασκευασμένα από βηρύλλιο S200-F. Ο **στύλος (post)**, η

φλάντζα (flange) και ο **δακτύλιος ενοργάνισης (instrumentation ring)** αποτελούν το σταθερό μέρος της συνδεσμολογίας του οδηγού-εκτοπιστή. Ο στύλος και η φλάντζα στεγάζουν τα έδρανα και τους συνδετικούς σωλήνες με το εμπρόσθιο ελατήριο αερίου του εκτοπιστή. Ο δακτύλιος ενοργάνισης είναι μία επέκταση του τμήματος της φλάντζας ο οποίος παίζει σημαντικό ρόλο σε όλη τη **συνδεσμολογία στύλου-φλάντζας-δακτυλίου ενοργάνισης**. Η συνδεσμολογία αυτή ολοκληρώνεται όταν περικλείεται μεταξύ των βιδωμένων φλατζών της κεφαλής του θερμαντήρα και του δακτυλίου σύνδεσης (joining ring). Ο στύλος και η φλάντζα είναι φτιαγμένα από βηρύλλιο S200-F ενώ ο δακτύλιος ενοργάνισης έχει υλικό το Inconel 718.

Η **συνδεσμολογία του εναλλάκτη** (alternator assembly) (σχ.4.4) αποτελείται από το **έμβολο ισχύος**, τον **γραμμικό ηλεκτρικό εναλλάκτη**, τον **δακτύλιο συνδέσεως** και το **δοχείο πίεσης**. Ο εναλλάκτης αποτελείται από τη συνδεσμολογία του **δρομέα** καθώς και από τις εξωτερικές και εσωτερικές συνδεσμολογίες του **στάτη**. Το **έμβολο ισχύος** είναι το εξάρτημα που μεταφέρει τη μηχανική ισχύ της μηχανής στον εναλλάκτη.



Σχ. 4.4 Συνδεσμολογία εναλλάκτη (Alternator Assembly) της μηχανής CTPC [3]

Αυτό επιτυγχάνεται μέσω της κυκλικής πίεσης του χώρου συμπίεσης που δρα στη μπροστινή μεριά του εμβόλου ισχύος για να οδηγήσει με τη σειρά του τη συνδεσμολογία του δρομέα. Η μαγνητική ροή (flux) λόγω της ύπαρξης μαγνητών στη συνδεσμολογία του δρομέα έχει σαν αποτέλεσμα το πηνίο του εναλλάκτη να παράγει ηλεκτρική ισχύ. Το υλικό του εμβόλου ισχύος και του κυλίνδρου που τον περιβάλλει είναι το βηρύλλιο S200-F. Το **δοχείο πίεσης** (pressure vessel) είναι μεγάλο σφαιρικό περίβλημα, το οποίο χρησιμοποιείται και στο να αποβάλλει θερμότητα η οποία παράγεται στο άκρο αυτό της μηχανής. Το δοχείο πίεσης περικλείεται από ένα κρύο κάλυμμα, το οποίο είναι καλά συγκολλημένο στην εξωτερική του επιφάνεια. Ένας εξωτερικό ψυκτικός βρόχος ρυθμίζει τη θερμοκρασία του δοχείου . Η κύρια λειτουργία του δοχείου πιέσεως είναι να περικλείει το κρύο μέρος της free piston (στο οποίο βρίσκεται και ο χώρος αναπηδήσεων) και να περιέχει το ήλιο (εργαζόμενο

αέριο) σε υψηλή πίεση. Το υλικό του δοχείου πιέσεως είναι το Inconel 718 ενώ του κρύου καλύμματος είναι το Inconel 625. Ο **δακτύλιος συνδέσεως** (joining ring) αποτελεί ουσιαστικά το μεταβατικό κομμάτι μεταξύ της κεφαλής του θερμαντήρα και του δοχείου πιέσεως του εναλλάκτη. Στον πίνακα 4.5 δίνονται ορισμένα γεωμετρικά και λειτουργικά μεγέθη της μηχανής ''CTPC''.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.5

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΚΑΙ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ ''CTPC'' [3]

ΜΑΖΑ ΕΜΒΟΛΟΥ ΙΣΧΥΟΣ	$M_p = 13.176\ kg$
ΜΑΖΑ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	$M_d = 2.17\ kg$
ΔΙΑΜΕΤΡΟΣ ΕΜΒΟΛΟΥ ΙΣΧΥΟΣ	$d_p = 1.3716E-1m$
ΔΙΑΜΕΤΡΟΣ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	$d_d = 1.1430E-1m$
ΕΜΒΑΔΟΝ ΔΙΩΣΤΗΡΑ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	$A_r = 4.7080E-4m^2$
ΠΛΑΤΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΕΜΒΟΛΟΥ ΙΣΧΥΟΣ	$X_p = 14mm$
ΠΛΑΤΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	$X_d = 14mm$
ΟΓΚΟΣ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ ΑΕΡΙΟΥ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	$V_D = 8.7072E-4\ m^3$
ΟΓΚΟΣ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ ΑΕΡΙΟΥ ΕΜΒΟΛΟΥ ΙΣΧΥΟΣ	$V_B = 9.5065E-3\ m^3$
ΥΛΙΚΟ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	ΒΗΡΥΛΛΙΟ S200-F
ΥΛΙΚΟ ΕΜΒΟΛΟΥ ΙΣΧΥΟΣ	ΒΗΡΥΛΛΙΟ S200-F
ΟΓΚΟΣ ΡΟΗΣ ΘΕΡΜΑΝΤΗΡΑ	$V_h = 8.4078E-5m^3$
ΟΓΚΟΣ ΡΟΗΣ ΑΝΑΓΕΝΝΗΤΗ	$V_{reg} = 1.125E-3m^3$
ΟΓΚΟΣ ΡΟΗΣ ΨΥΚΤΗ	$V_k = 1.3049E-4\ m^3$
ΜΕΣΗ ΘΕΡΜΗ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ	$T_h = 1050\ K$
ΜΕΣΗ ΨΥΧΡΗ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ	$T_k = 525\ K$
ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΜΗΧΑΝΗΣ	$f = 70\ Hz$
ΜΕΣΗ ΠΙΕΣΗ ΑΕΡΙΟΥ	$P_{mean} = 15\ MPa$

Οι εξισώσεις κίνησης που περιγράφουν τη δυναμική συμπεριφορά του εμβόλου ισχύος, του εκτοπιστή καθώς και του κελύφους της μηχανής '' CTPC '' είναι οι εξής :

$$M_p\ddot{x}_p = (p_c - p_b)A_p - (C_{pc} + C_{Hpc})\dot{x}_p - (C_{pc} + C_{Hpc})\dot{x}_c \quad (\Delta.1)$$

$$M_d\ddot{x}_d = A_d\Delta p + A_r(p_c - p_d) - C_{Hdc}(\dot{x}_d + \dot{x}_c) \quad (\Delta.2)$$

$$M_c\ddot{x}_c = A_d(p_c + \Delta p - p_b) + A_r(p_c - p_d) - (C_{pc} + C_{Hpc})(\dot{x}_c + \dot{x}_p) \quad (\Delta.3)$$

Ο τρόπος λειτουργίας της CTPC αντιστοιχεί σε λειτουργία με υπερισχύουσα την κίνηση του εμβόλου, οπότε θα ασχοληθούμε με τις δύο πρώτες εξισώσεις οι οποίες γίνονται:

$$\ddot{x}_p = \left[-\frac{A_p^{\,2}}{M_p} p_{mean} \left(\frac{1}{T_k S} \right) - \frac{K_p}{M_p} \right] x_p - \frac{A_p}{M_p S} p_{mean} \left[\frac{A_d}{T_h} - \frac{A_d - A_r}{T_k} \right] x_d - \frac{(C_{Hpc} + C_{pc})}{M_p} \dot{x}_p + \frac{0}{M_p} \dot{x}_d \tag{Δ.4}$$

$$\ddot{x}_d = -\frac{A_p A_r p_{mean}}{M_d T_k S} x_p + \left[-\frac{A_r p_{mean}}{M_d} \left[\frac{A_d}{T_h S} - \frac{(A_d - A_r)}{T_k S} \right] - \frac{K_d}{M_d} \right] x_d + \frac{C_p}{M_d} \dot{x}_p + \frac{(C_d - C_{Hdc})}{M_d} \dot{x}_d \tag{Δ.5}$$

Οι σύνθετοι γραμμικοί συντελεστές ακαμψίας και απόσβεσης ανά μονάδα μάζας για τη μηχανή ‘’CTPC’’ έχουν ως εξής:

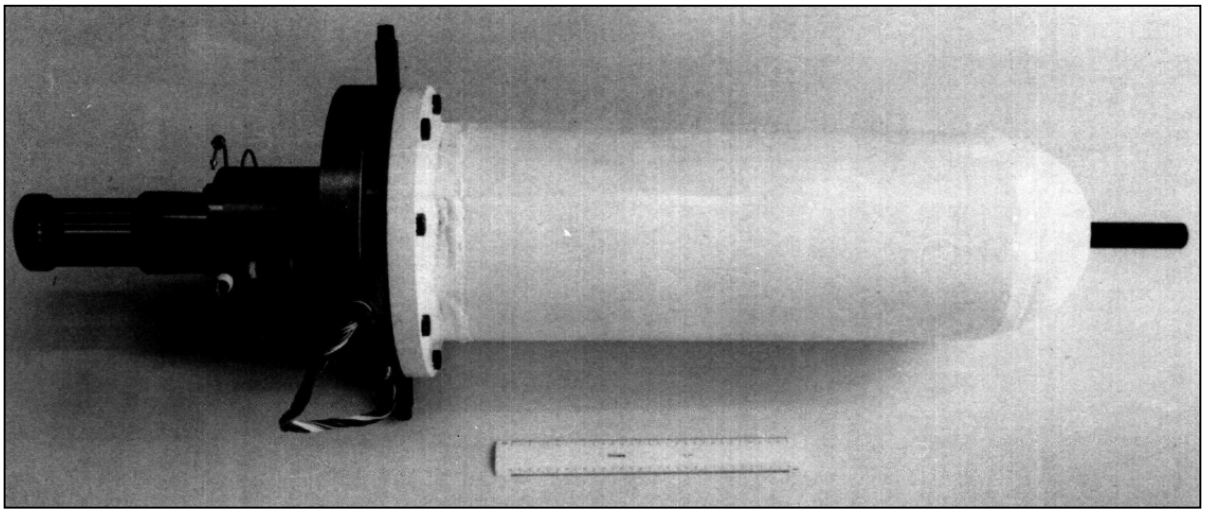
ΣΥΝΘΕΤΟΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΑΚΑΜΨΙΑΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΣΧΕΤΙΖΟΜΕΝΟΙ ΜΕ ΤΟ ΕΜΒΟΛΟ	
$S_{pp} = -\frac{A_p^{\,2} p_{mean}}{M_p} \left(\frac{1}{T_k S} \right) - \frac{K_p}{M_p}$	$S_{pd} = -\frac{A_p}{M_p S} p_{mean} \left(\frac{A_d}{T_h} - \frac{A_d - A_r}{T_k} \right)$
ΣΥΝΘΕΤΟΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΣΧΕΤΙΖΟΜΕΝΟΙ ΜΕ ΤΟ ΕΜΒΟΛΟ	
$D_{pp} = -\frac{(C_{pc} + C_{Hpc})}{M_p}$	$D_{pd} = 0$

ΣΥΝΘΕΤΟΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΑΚΑΜΨΙΑΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΣΧΕΤΙΖΟΜΕΝΟΙ ΜΕ ΤΟΝ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	
$S_{dp} = -\frac{A_p A_r p_{mean}}{M_d T_k S}$	$S_{dd} = \frac{-A_r p_{mean}}{M_d} \left(\frac{A_d}{T_h S} - \frac{(A_d - A_r)}{T_k S} \right) - \frac{K_d}{M_d}$
ΣΥΝΘΕΤΟΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΣΧΕΤΙΖΟΜΕΝΟΙ ΜΕ ΤΟΝ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	
$D_{dp} = \frac{C_p}{M_d}$	$D_{dd} = \frac{C_d - C_{Hdc}}{M_d}$

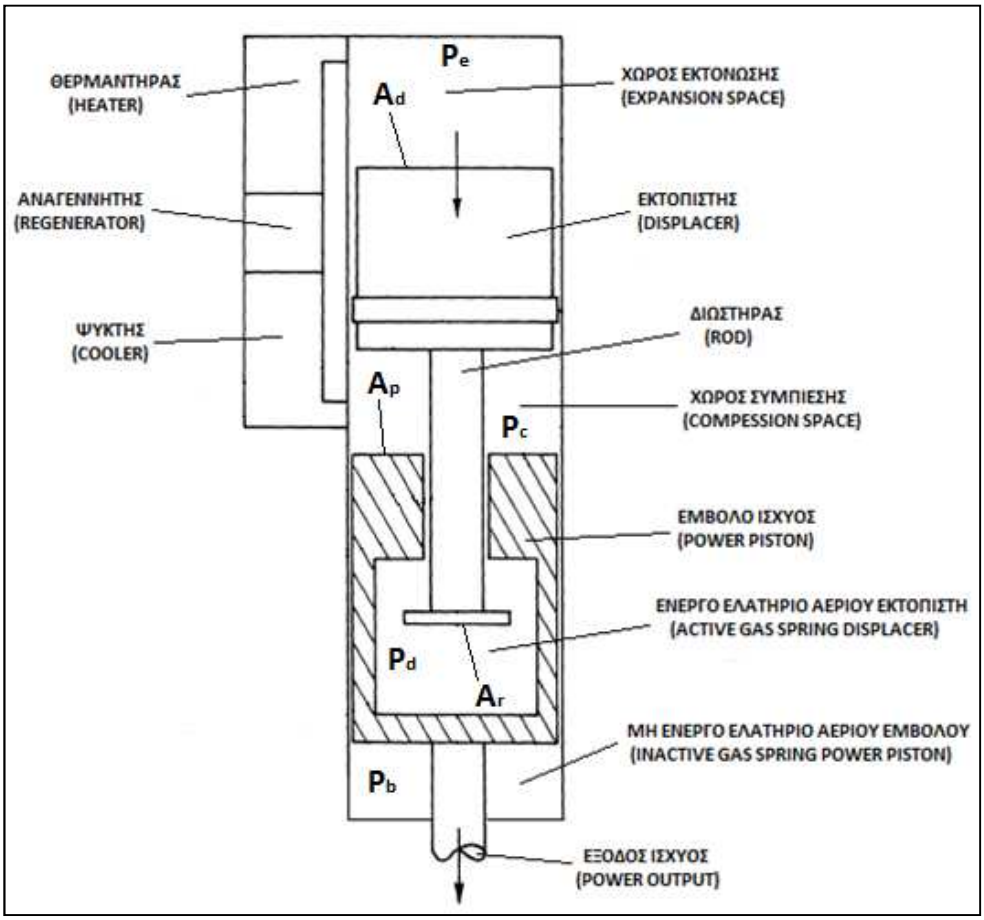
ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΚΑΜΨΙΑΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΣΧΕΤΙΖΟΜΕΝΟΣ ΜΕ ΤΟ ΚΕΛΥΦΟΣ
$$S_{cc} = -\frac{p_{mean}}{M_c}\left[\frac{A_d\left(A_d + A_r\right)}{T_h S} + \frac{\gamma A_p A_d}{V_B} + \frac{\gamma A_r^{\,2}}{V_D}\right]$$

Δ.ΙΙ) Η ΜΗΧΑΝΗ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ ‘’MODEL ENGINE IV’’ ΤΗΣ SUNPOWER

Η μηχανή **‘’MODEL ENGINE IV’’** αποτελεί μια αρκετά παλιά μηχανή stirling ελευθέρων εμβόλων, η οποία σχεδιάστηκε [2] και κατασκευάστηκε στην εταιρεία Sunpower Inc. γύρω στα μέσα της δεκαετίας του 70 ενώ δοκιμάστηκε ως προς της επιδόσεις της στην MTI (Mechanical Technology Incorporated). Πρόκειται για μία μηχανή stirling ελευθέρων εμβόλων μονοκύλινδρη (Β διαμόρφωση). Η ‘’MODEL ENGINE IV’’ έχει τύπο λειτουργίας στον οποίον υπερισχύει η κίνηση του εμβόλου ισχύος και όχι του κελύφους όπως συνήθως γίνεται. Το εργαζόμενο μέσο της μηχανής αυτής είναι αέριο ήλιο με μέση σχεδιαζόμενη πίεση στα $40\ bar$. Η μηχανή θερμαίνεται μέσω σωλήνων ηλεκτρικού θερμαντήρα. Ο θερμικός αναγεννητής , ο οποίος έχει δακτυλιοειδή μορφή, έχει υλικό από μαλλί ανοξείδωτου χάλυβα και βρίσκεται μεταξύ του θερμαντήρα και του ψύκτη. Ο ψύκτης λειτουργεί με ψυκτικό μέσο το νερό. Η μηχανή αυτή παράγει μηχανική ισχύ ώστε να συμπιεστεί ήλιο , το οποίο θα περνά από ένα βρόχο μέσω μιας βαλβίδας ελέγχου ροής. Ένα στιγμιότυπο της μηχανής ‘’MODEL ENGINE IV’’ μας δίνει το σχ.4.6 . Υπάρχουν δύο ελατήρια αερίου, το ελατήριο αερίου του εκτοπιστή και το ελατήριο αερίου του εμβόλου (χώρος αναπηδήσεων). Όμως μόνο το ελατήριο αερίου του εκτοπιστή είναι ενεργό. Το φορτίο μπορεί να αντικατασταθεί από έναν αποσβεστήρα στο έμβολο ισχύος, με συντελεστή απόσβεσης C_{pc} . Μία συμβολική περιγραφή της εσωτερικής διαμόρφωσης της μηχανής δίνεται στο σχ. 4.7 . Εδώ θα πρέπει να σημειώσουμε ότι η μηχανή αυτή σχεδιάστηκε με στόχο άλλον από αυτόν μιας μακροπρόθεσμης διάρκειας ζωής. Η ‘’MODEL ENGINE IV’’ είναι ένα πειραματικό μοντέλο το οποίο θα αποτελούσε ένα πρωταρχικό εργαλείο παρέχοντας δεδομένα με σκοπό να επικυρώσει ένα υπολογιστικό πρόγραμμα εξομοίωσης.

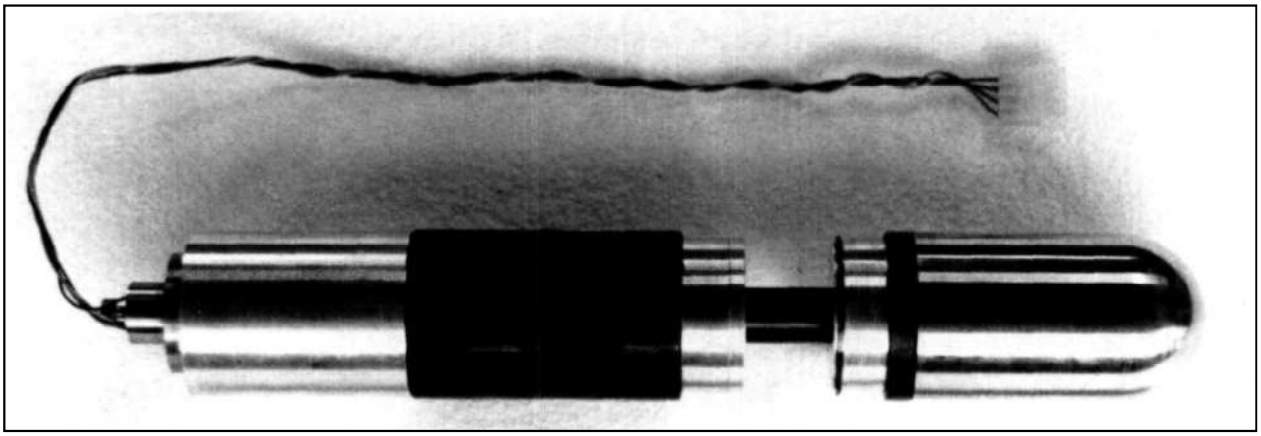


Σχ. 4.6 Η μηχανή ‘’MODEL ENGINE IV’’ της SUNPOWER σε στιγμιότυπο [2] .

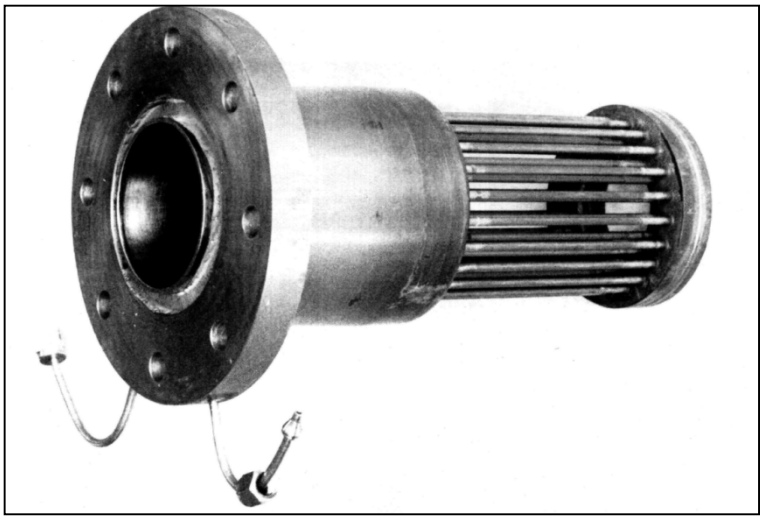


Σχ. 4.7 Η μηχανή ''MODEL ENGINE IV'' της SUNPOWER συμβολικά [2] .

Τα παρακάτω στιγμιότυπα δείχνουν την συνδεσμολογία του εμβόλου ισχύος, διωστήρα και εκτοπιστή (σχ.4.8) καθώς και τη συνδεσμολογία του ηλεκτρικού θερμαντήρα και του θερμικού αναγεννητή (σχ.4.9) της μηχανής ''MODEL ENGINE IV'' της SUNPOWER INC .



Σχ. 4.8 Η συνδεσμολογία εμβόλου ισχύος, διωστήρα και εκτοπιστή της ''MODEL ENGINE IV'' της SUNPOWER INC [2].



Σχ. 4.9 Η συνδεσμολογία ηλεκτρικού θερμαντήρα και θερμικού αναγεννητή της ''MODEL ENGINE IV'' της SUNPOWER INC [2].

Ο πίνακας 4.10 απεικονίζει τα γεωμετρικά και λειτουργικά μεγέθη της μηχανής ''MODEL ENGINE IV''.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.10

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΚΑΙ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ '' MODEL ENGINE IV'' [2]

ΜΑΖΑ ΕΜΒΟΛΟΥ ΙΣΧΥΟΣ	$M_p = 7.628\ kg$
ΜΑΖΑ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	$M_d = 0.380\ kg$
ΜΑΖΑ ΚΕΛΥΦΟΥΣ	$M_c = 100.79\ kg$
ΔΙΑΜΕΤΡΟΣ ΕΜΒΟΛΟΥ ΙΣΧΥΟΣ	$d_p = 57.1mm$
ΔΙΑΜΕΤΡΟΣ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	$d_d = 56.5mm$
ΔΙΑΜΕΤΡΟΣ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ ΜΗΧΑΝΗΣ	$d_c = 57.1mm$
ΔΙΑΜΕΤΡΟΣ ΔΙΩΣΤΗΡΑ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	$d_r = 17.5mm$
ΠΛΑΤΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΕΜΒΟΛΟΥ ΙΣΧΥΟΣ	$X_p = 3cm$
ΠΛΑΤΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	$X_d = 1.425cm$
ΟΓΚΟΣ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ ΑΕΡΙΟΥ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	$V_D = 75 \pm 4\ cm^3$
ΕΙΔΟΣ ΦΟΡΤΙΟΥ ΜΗΧΑΝΗΣ	ΔΙΠΛΗΣ ΔΡΑΣΕΩΣ ΣΥΜΠΙΕΣΤΗΣ ΗΛΙΟΥ
ΥΛΙΚΟ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	ΑΛΟΥΜΙΝΙΟ
ΥΛΙΚΟ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ ΜΗΧΑΝΗΣ	ΧΡΩΜΙΟ
ΟΓΚΟΣ ΡΟΗΣ ΘΕΡΜΑΝΤΗΡΑ	$V_h = 32.29\ cm^3$
ΟΓΚΟΣ ΡΟΗΣ ΑΝΑΓΕΝΝΗΤΗ	$V_{reg} = 99.51\ cm^3$
ΟΓΚΟΣ ΡΟΗΣ ΨΥΚΤΗ	$V_k = 21.78\ cm^3$
ΜΕΣΗ ΘΕΡΜΗ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ	$T_h = 774.65\ K$

ΜΕΣΗ ΨΥΧΡΗ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ	$T_k = 296.15\ K$
ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΜΗΧΑΝΗΣ	$f = 19.0\ Hz$
ΜΕΣΗ ΠΙΕΣΗ ΑΕΡΙΟΥ	$P_{mean} = 40\ bar$

Οι εξισώσεις κίνησης που περιγράφουν τη δυναμική συμπεριφορά του εμβόλου ισχύος, του εκτοπιστή καθώς και του κελύφους της μηχανής ‘’ MODEL ENGINE IV ‘’ είναι οι εξής :

$$M_p \ddot{x}_p = A_r p_d + A_p p_c - A_d p_b - C_{pc}\left(\dot{x}_p + \dot{x}_c\right) \tag{Δ.6}$$

$$M_d \ddot{x}_d = A_r (p_c - p_d) + A_d \Delta p - C_{Hdp} (\dot{x}_d - \dot{x}_p) \tag{Δ.7}$$

$$M_c \ddot{x}_c = A_d (p_c + \Delta p - p_b) \tag{Δ.8}$$

Η μηχανή έχει ένα ενεργό ελατήριο αερίου αυτό του εκτοπιστή. Η μεταβολή της πίεσης στον χώρο αυτό δίνεται από την εξής σχέση :

$$p_d = p_{mean} \left\{ \frac{V_D}{\left[V_D - A_r\left(x_d - x_p\right)\right]} \right\}^{\gamma} \tag{Δ.9}$$

η οποία γραμμικοποιείται στην εξής σχέση :

$$p_d \cong p_{mean} \left[1 + \gamma \frac{A_r}{V_D}\left(x_d - x_p\right) \right] \tag{Δ.10}$$

Εξαιτίας του μεγάλου χώρου αναπήδησης (ελατήριο αερίου εμβόλου) η μεταβολή της πίεσης στο χώρο αυτό είναι μικρή [2] και αγνοείται , οπότε θα έχουμε :

$$p_b \cong p_{mean} \tag{Δ.11}$$

Οι σύνθετοι γραμμικοί συντελεστές ακαμψίας και απόσβεσης ανά μονάδα μάζας έχουν ως εξής:

ΣΥΝΘΕΤΟΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΑΚΑΜΨΙΑΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΣΧΕΤΙΖΟΜΕΝΟΙ ΜΕ ΤΟ ΕΜΒΟΛΟ	
$S_{pp} = -\frac{p_{mean}}{M_p}\left(\frac{A_p^{\ 2}}{T_k S} + \gamma \frac{A_r^{\ 2}}{V_D}\right)$	$S_{pd} = \frac{p_{mean}}{M_p}\left(\gamma \frac{A_r^{\ 2}}{V_D} - \frac{A_p A_d}{T_h S} + \frac{A_p^{\ 2}}{T_k S}\right)$
ΣΥΝΘΕΤΟΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΣΧΕΤΙΖΟΜΕΝΟΙ ΜΕ ΤΟ ΕΜΒΟΛΟ	

$D_{pp} = -\frac{C_{pc}}{M_p}$	$D_{pd} = 0$

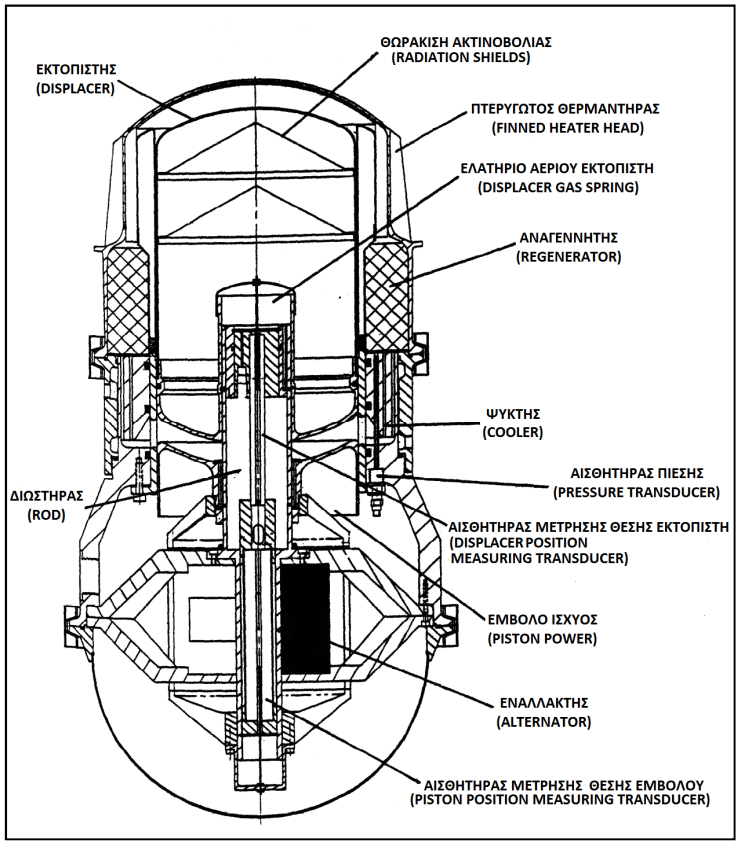
ΣΥΝΘΕΤΟΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΑΚΑΜΨΙΑΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΣΧΕΤΙΖΟΜΕΝΟΙ ΜΕ ΤΟΝ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	
$S_{dp} = \frac{p_{mean} A_r}{M_d}\left(\gamma \frac{A_r}{V_D} - \frac{A_p}{T_k S}\right)$	$S_{dd} = \frac{p_{mean} A_r}{M_d}\left(-\gamma \frac{A_r}{V_D} - \frac{A_d}{T_h S} + \frac{A_p}{T_k S}\right)$
ΣΥΝΘΕΤΟΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΣΧΕΤΙΖΟΜΕΝΟΙ ΜΕ ΤΟΝ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	
$D_{dp} = \frac{C_p + C_{Hdp}}{M_d}$	$D_{dd} = \frac{C_d - C_{Hdp}}{M_d}$

ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΚΑΜΨΙΑΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΣΧΕΤΙΖΟΜΕΝΟΣ ΜΕ ΤΟ ΚΕΛΥΦΟΣ
$S_{cc} = -p_{mean} \frac{A_d^{\ 2}}{M_c T_h S}$

Δ.ΙΙΙ) Η ΜΗΧΑΝΗ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ ''SPIKE'' ΤΗΣ SUNPOWER

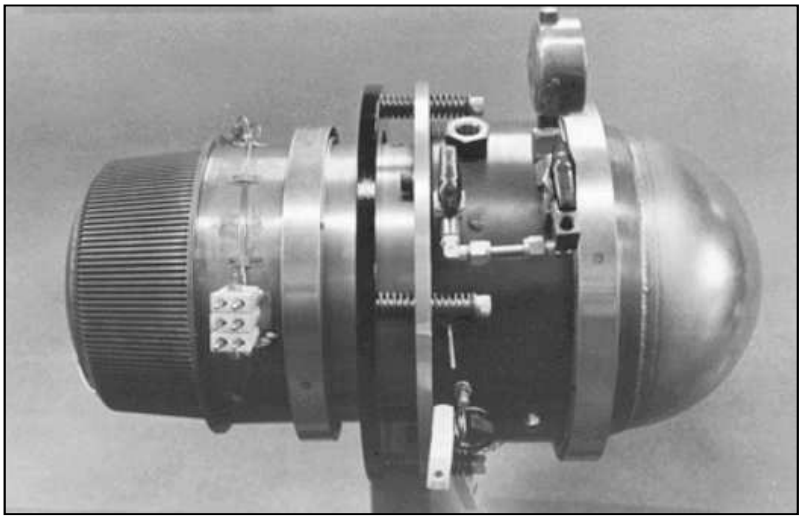
Η μηχανή ''SPIKE'' (**S**UN**P**OWER **I** **K**W **E**NGINE) αποτελεί ουσιαστικά τη πρώτη μηχανή stirling ελευθέρων εμβόλων της SUNPOWER INC. Η μηχανή αυτή έχει σχεδιαστεί για να παράγει $1KW$ ηλεκτρικής ισχύος με συχνότητα λειτουργίας στα $60\,Hz$. Αποτελεί μηχανή stirling Β διαμόρφωσης δηλαδή είναι μονοκύλινδρη. Το έμβολο ισχύος της μηχανής έχει διπλό ρόλο καθώς αποτελεί κατά πρώτον τον οπλισμό του εναλλάκτη και κατά δεύτερον στηρίζεται σε ένα εξωτερικό ελατήριο αερίου με σκοπό να αυξήσει τη δράση ελατηρίου στο εργαζόμενο αέριο έτσι ώστε να φέρει την ιδιοσυχνότητα του συστήματος στα $60\,Hz$. Ο εκτοπιστής είναι ρυθμισμένος να λειτουργεί στα $60\,Hz$ μέσω ενός άλλου ελατηρίου αερίου ενώ δέχεται τη κινητήρια δύναμή της μέσω της εναλλάγης πίεσης του εργαζόμενου μέσου μεταξύ του χώρου συμπίεσης και του χώρου εκτόνωσης. Ολόκληρη η συνδεσμολογία μηχανής-εναλλάκτη είναι σφραγισμένη σ' ένα πεπιεσμένο δοχείο. Ο θερμαντήρας και ο ψύκτης είναι χυτά κομμάτια τα οποία συνεργάζονται με τον δακτυλιοειδούς μορφής θερμικό αναγεννητή. Ένα πτερυγωτό ημισφαίριο θερμαινόμενο με φλόγα αποτελεί τον θερμαντήρα της μηχανής. Στη συνέχεια όμως άλλαξε καθώς θερμαινόταν μέσω διεπαφής με κοιλότητα που απορροφούσε ηλιακή ενέργεια [5]. Η τελική εσωτερική διαμόρφωση της μηχανής ''SPIKE'' δίνεται στο σχ.4.11. Το εργαζόμενο αέριο είναι το ήλιο ενώ η μέση πίεση του στη μηχανή είναι ίση με $11\,bar$. Η απόδοση του γραμμικού ηλεκτρικού εναλλάκτη είναι $80\,\%$ ενώ η συνολική μάζα της μηχανής είναι $40\,kg$. Η διάμετρος του εμβόλου ισχύος είναι ίση με τη διάμετρο του εκτοπιστή ($A_p = A_d$). Η μηχανή έχει δύο ενεργά ελατήρια αερίου : το ελατήριο αερίου του εκτοπιστή και το ελατήριο αερίου του εμβόλου (χώρος αναπηδήσεων).

Η διάμετρος του κυλίνδρου της μηχανής είναι ίση με $135\ mm$.



Σχ. 4.11 Η μηχανή ''SPIKE'' της SUNPOWER συμβολικά [7] .

Ο ψύκτης είναι σωληνοειδής κυκλικής διατομής και περιλαμβάνει 360 σωλήνες από αλουμίνιο. Ο θερμαντήρας είναι σωληνοειδής ορθογωνικής διατομής με εμβαδό διατομής ίσο με $28.57\ mm^2$ και περιλαμβάνει 100 περάσματα (passages). Ο αναγεννητής έχει συντελεστή πορώδους (porosity) ίσο με $79\ \%$ ενώ η μήτρα του (matrix) είναι φτιαγμένη από ανοξείδωτο χάλυβα (304 SS). Επίσης η διάμετρος των συρμάτων (wire diameter) που αποτελούν το κόσκινο είναι ίση με $88.9\ \mu m$ [7]. Το σχ.4.12 δίνει ένα στιγμιότυπο της μηχανής ''SPIKE''.



Σχ. 4.12 Η μηχανή ''SPIKE'' της SUNPOWER σε στιγμιότυπο [6] .

Ο πίνακας 4.13 απεικονίζει τα γεωμετρικά και λειτουργικά μεγέθη της μηχανής ‘’SPIKE’’.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.13

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΚΑΙ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ ‘’ SPIKE ’’ [7]

ΜΑΖΑ ΕΜΒΟΛΟΥ ΙΣΧΥΟΣ	$M_p = 1.45\ kg$
ΜΑΖΑ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	$M_d = 0.720\ kg$
ΜΑΖΑ ΚΕΛΥΦΟΥΣ	$M_c = 40\ kg$
ΔΙΑΜΕΤΡΟΣ ΕΜΒΟΛΟΥ ΙΣΧΥΟΣ	$d_p = 134.5mm$
ΔΙΑΜΕΤΡΟΣ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	$d_d = 134.5mm$
ΔΙΑΜΕΤΡΟΣ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ ΜΗΧΑΝΗΣ	$d_c = 135mm$
ΔΙΑΜΕΤΡΟΣ ΔΙΩΣΤΗΡΑ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	$d_r = 44.5mm$
ΠΛΑΤΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΕΜΒΟΛΟΥ ΙΣΧΥΟΣ	$X_p = 15mm$
ΠΛΑΤΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	$X_d = 15mm$
ΟΓΚΟΣ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ ΑΕΡΙΟΥ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	$V_D = 40ml$
ΕΙΔΟΣ ΦΟΡΤΙΟΥ ΜΗΧΑΝΗΣ	ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΣ ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΕΝΑΛΛΑΚΤΗΣ
ΟΓΚΟΣ ΡΟΗΣ ΘΕΡΜΑΝΤΗΡΑ	$V_h = 32.29\ cm^3$
ΟΓΚΟΣ ΡΟΗΣ ΑΝΑΓΕΝΝΗΤΗ	$V_{reg} = 99.51\ cm^3$
ΟΓΚΟΣ ΡΟΗΣ ΨΥΚΤΗ	$V_k = 21.78\ cm^3$
ΜΕΣΗ ΘΕΡΜΗ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ	$T_h = 930\ K$
ΜΕΣΗ ΨΥΧΡΗ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ	$T_k = 350\ K$
ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΜΗΧΑΝΗΣ	$f = 60.0\ Hz$
ΜΕΣΗ ΠΙΕΣΗ ΑΕΡΙΟΥ	$P_{mean} = 11\ bar$

Οι εξισώσεις κίνησης που περιγράφουν τη δυναμική συμπεριφορά του εμβόλου ισχύος, του εκτοπιστή καθώς και του κελύφους της μηχανής ‘’ SPIKE ’’ είναι οι εξής :

$$M_p \ddot{x}_p = (p_c - p_b)A_p - (C_{pc} + C_{Hpc})\dot{x}_p - (C_{pc} + C_{Hpc})\dot{x}_c \quad (\Delta.12)$$

$$M_d \ddot{x}_d = A_d \Delta p + A_r (p_c - p_d) - C_{Hdc} (\dot{x}_d + \dot{x}_c) \quad (\Delta.13)$$

$$M_c \ddot{x}_c = A_d (p_c + \Delta p - p_b) + A_r (p_c - p_d) - (C_{pc} + C_{Hpc})(\dot{x}_c + \dot{x}_p) - K_c x_c \quad (\Delta.14)$$

Ο τρόπος λειτουργίας της SPIKE αντιστοιχεί σε λειτουργία με υπερισχύουσα την κίνηση του εμβόλου, οπότε θα ασχοληθούμε με τις δύο πρώτες εξισώσεις οι οποίες γίνονται:

$$\ddot{x}_p = \left[-\frac{A_p^{\,2}}{M_p} p_{mean} \left(\frac{1}{T_k S} + \frac{\gamma}{V_B} \right) \right] x_p - \frac{A_p^{\,2}}{M_p S} p_{mean} \left[\frac{1}{T_h} - \frac{\left(1 - A_r / A_p\right)}{T_k} \right] x_d - \frac{(C_{Hpc} + C_{pc})}{M_p} \dot{x}_p + \frac{0}{M_p} \dot{x}_d \qquad (\Delta.15)$$

$$\ddot{x}_d = -\frac{A_p A_r p_{mean}}{M_d T_k S} x_p + \left[-\frac{A_r p_{mean}}{M_d} \left(\frac{A_p}{T_h S} - \frac{\left(A_p - A_r\right)}{T_k S} + \gamma \frac{A_r}{V_D} \right) \right] x_d + \frac{C_p}{M_d} \dot{x}_p + \frac{\left(C_d - C_{Hdc}\right)}{M_d} \dot{x}_d \qquad (\Delta.16)$$

Οι σύνθετοι γραμμικοί συντελεστές ακαμψίας και απόσβεσης ανά μονάδα μάζας για τη μηχανή ‘’SPIKE’’ έχουν ως εξής:

ΣΥΝΘΕΤΟΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΑΚΑΜΨΙΑΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΣΧΕΤΙΖΟΜΕΝΟΙ ΜΕ ΤΟ ΕΜΒΟΛΟ	
$S_{pp} = -\frac{A_p^{\,2} p_{mean}}{M_p} \left(\frac{1}{T_k S} + \frac{\gamma}{V_B} \right)$	$S_{pd} = -\frac{A_p^{\,2}}{M_p S} p_{mean} \left(\frac{1}{T_h} - \frac{\left(1 - A_r / A_p\right)}{T_k} \right)$
ΣΥΝΘΕΤΟΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΣΧΕΤΙΖΟΜΕΝΟΙ ΜΕ ΤΟ ΕΜΒΟΛΟ	
$D_{pp} = -\frac{\left(C_{pc} + C_{Hpc}\right)}{M_p}$	$D_{pd} = 0$

ΣΥΝΘΕΤΟΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΑΚΑΜΨΙΑΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΣΧΕΤΙΖΟΜΕΝΟΙ ΜΕ ΤΟΝ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	
$S_{dp} = -\frac{A_p A_r p_{mean}}{M_d T_k S}$	$S_{dd} = \frac{-A_r p_{mean}}{M_d} \left(\frac{A_p}{T_h S} - \frac{\left(A_p - A_r\right)}{T_k S} + \gamma \frac{A_r}{V_D} \right)$
ΣΥΝΘΕΤΟΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΣΧΕΤΙΖΟΜΕΝΟΙ ΜΕ ΤΟΝ ΕΚΤΟΠΙΣΤΗ	
$D_{dp} = \frac{C_p}{M_d}$	$D_{dd} = \frac{C_d - C_{Hdc}}{M_d}$

ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΚΑΜΨΙΑΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΣΧΕΤΙΖΟΜΕΝΟΣ ΜΕ ΤΟ ΚΕΛΥΦΟΣ
$S_{cc} = -\frac{A_p^{\,2} p_{mean}}{M_c} \left[\frac{1}{T_h S} + \frac{\gamma}{V_B} + \frac{A_r / A_p}{T_h S} + \frac{\gamma \left(A_r / A_p\right)^2}{V_D} \right] - \frac{K_c}{M_c}$

Δ.IV) ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΑΚΟΙ ΤΟΠΟΙ

1. Urieli I. and Berchowitz D. , ''Stirling Cycle Engine Analysis'', Adam Hilger Ltd., Bristol, 1984.
2. Bruce Goldwater, Steven Piller, Jeff Rauch, Al Cella, '' DEMONSTRATION OF A FREE PISTON STIRLING ENGINE DRIVEN LINEAR ALTERNATOR, PHASE I REPORT'', Prepared for Division Of Nuclear Research & Applications Energy Research & Development Administration, Prepared Under Contract No. EY-76-C-2764, Mechanical Technology Incorporated, 968 Albany-Shaker Road, Latham, New York 12110, March 30, 1977.
3. Manmohan Dhar, ''Stirling Engine Space Program ,Volume 1 – Final Report'' , Mechanical Technology Inc., Latham, New York, Prepared under Contract NAS3-25463, National Aeronautics and Space Administration , Glenn Research Center, August 1999.
4. Rogdakis E. D., Bormpilas N. A., Koniakos I. K. ''A Thermodynamic Study for the Optimization of Stable Operation of Free Piston Stirling Engines'', Energy Conversion and Management, july 2003.
5. D. R. GEDEON, ''The Optimization of Stirling Cycle Machines'', SUNPOWER INCORPORATED, ATHENS, OHIO, Presented at the 13th Annual Intersociety Energy Conversion Engineering Conference, San Diego, CA, August, 1978.
6. http://stirlingultracold.com/print.php?pg=history
7. http://wiredspace.wits.ac.za/jspui/bitstream/10539/10873/13/Berchowitz%20DM.phd.13.pdf

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Ε

ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ STIRLING ''CTPC'', ''MODEL ENGINE IV'' ΚΑΙ ''SPIKE'' ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ

Ε.Ι) ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ '' CTPC '' ΤΗΣ NASA

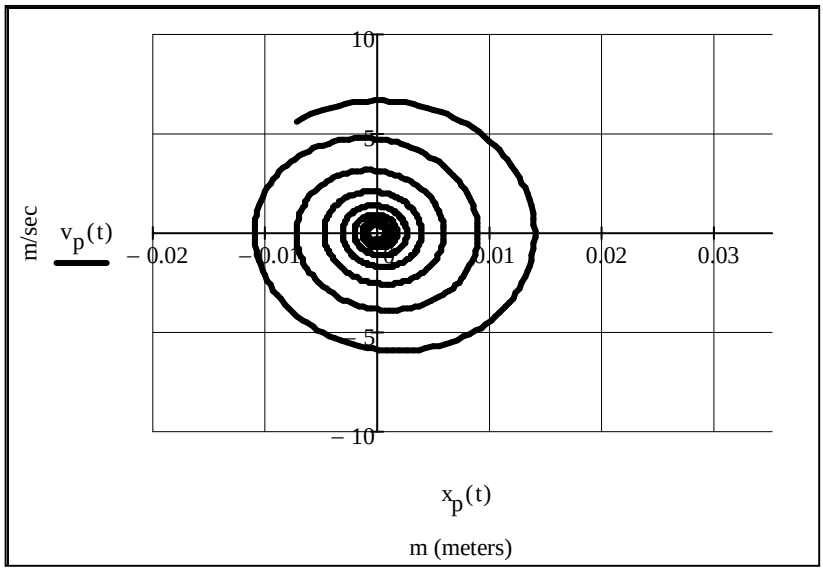
Αρχικά να επισημάνουμε ότι για την ανάλυση των υπόψη μηχανών FPSEs χρησιμοποιήθηκε το υπολογιστικό εργαλείο MATHCAD.Για την ανάλυση της ''CTPC '' αρχικά υπολογίστηκαν οι σύνθετοι συντελεστές ακαμψίας και απόσβεσης ανά μονάδα μάζα $S_{i,j}$ και $D_{i,j}$ μέσω των σχέσεων που έδωσαν οι Urielli και Berchowitz. Με βάση την ανάλυση των Urielli και Berchowitz προέκυψε αστάθεια στη δυναμική λειτουργία της μηχανής λόγω του ότι υπήρξαν ταλαντώσεις με μειούμενο πλάτος (φαινόμενο dropout - διακοπή). Ύστερα με βάση τις 5 συνθήκες , όσον αφορά τις τιμές των συντελεστών a, b, c, d του χαρακτηριστικού πολυωνύμου που δίνονται από τους Benvenuto και Monte, για ευσταθή λειτουργία κατά Walker και Senft έγινε βελτιστοποίηση των συντελεστών αυτών με αποτέλεσμα οι νέοι συντελεστές να οδηγήσουν σε ευσταθή διαγράμματα λειτουργίας. Επίσης έγινε θερμοδυναμική ανάλυση του κύκλου λειτουργίας της μηχανής σύμφωνα με το ισοθερμικό μοντέλο και χρησιμοποιήθηκε επίσης το μοντέλο MARTINI για τις θερμικές απώλειές της. Τέλος έγινε προσπάθεια βελτιστοποίησης των γραμμικών συντελεστών ακαμψίας και απόσβεσης α) με παράμετρο τη μάζα του εργαζόμενου μέσου β) με παράμετρο τη διαφορά φάσης των εμβόλων και γ) με παράμετρο τη γωνιακή ταχύτητα. Όμως και στις τρεις περιπτώσεις δε προέκυψε ευστάθεια κατά τη βελτιστοποίηση. Τα προγράμματα MT7, MT8, MT9 επιβεβαιώνουν τα παραπάνω. Για τη διαδικασία που προαναφέραμε έγιναν οι παρακάτω παραδοχές [1]:

1. Το ήλιο (εργαζόμενο μέσο) είναι τέλειο αέριο.
2. Οι θερμοκρασίες των θερμών και ψυχρών πηγών είναι σταθερές.
3. Οι διαρροές μάζας θεωρούνται μηδενικές.
4. Τα τοιχώματα είναι αδιαβατικά.
5. Ανταλλαγές θερμότητας με θερμές και ψυχρές πηγές θεωρούνται τέλειες.
6. Οι θερμοκρασίες του αερίου στο ψυχρό και θερμό χώρο της μηχανής είναι ανεξάρτητες από το χρόνο και ομοιόμορφες.
7. Οι δυνάμεις βαρύτητας αγνοούνται (ο άξονας του εμβόλου είναι κατακόρυφος).

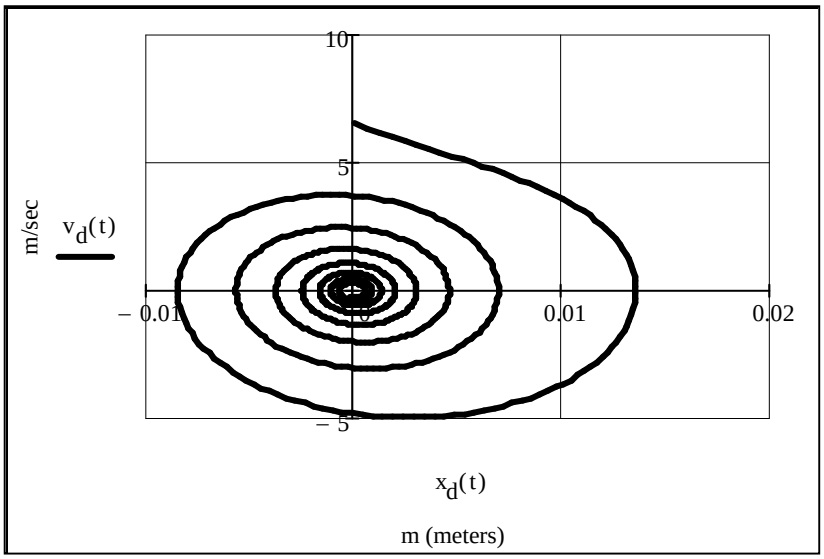
Ο αρχικός υπολογισμός των σύνθετων συντελεστών ακαμψίας και απόσβεσης ανά μονάδα μάζα $S_{i,j}$ και $D_{i,j}$ έδωσε τα εξής αποτελέσματα :

$S_{pp} = -2.946 \cdot 10^5$	$S_{pd} = 7.902 \cdot 10^4$	$S_{dd} = -2.013 \cdot 10^5$	$S_{dp} = -4.848 \cdot 10^4$
$D_{pp} = -72.45$	$D_{pd} = 0$	$D_{dd} = -955.3$	$D_{dp} = 686.636$

Τα αποτελέσματα αυτά οδήγησαν σε ασταθή διαγράμματα λειτουργίας (σχ.5.1, σχ.5.2).



Σχ. 5.1 Ασταθές διάγραμμα λειτουργίας της CTPC. Διάγραμμα της ταχύτητας του εμβόλου σε συνάρτηση με τη μετατόπιση του εμβόλου (ταλάντωση με μειούμενο πλάτος - φαινόμενο dropout - διακοπή).



Σχ. 5.2 Ασταθές διάγραμμα λειτουργίας της CTPC. Διάγραμμα της ταχύτητας του εκτοπιστή σε συνάρτηση με τη μετατόπιση του εκτοπιστή (ταλάντωση με μειούμενο πλάτος - φαινόμενο dropout - διακοπή).

Οι συντελεστές a, b, c, d με βάση τις αρχικές τιμές των σύνθετων συντελεστών ακαμψίας και απόσβεσης έδωσαν τις εξής τιμές:

$a = 1027.75$	$b = 565111.485$	$c = 241757588.28$	$d = 63133869600$
$b - \frac{c}{a} - d \cdot \frac{a}{c} = 61489.396292$			

Όπως φαίνεται οι τέσσερις πρώτες συνθήκες σταθερής λειτουργίας κατά Walker και Senft ικανοποιούνται δηλαδή οι a, b, c, d είναι μεγαλύτεροι του μηδενός. Όμως η πέμπτη και τελευταία συνθήκη δε δίνει αποτέλεσμα μηδέν όπως θα έπρεπε αλλά κατά πολύ μεγαλύτερο του μηδενός. Στο σημείο αυτό ας θυμηθούμε τις 5 συνθήκες ευσταθούς λειτουργίας κατά Walker και Senft.

ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ ΜΗΧΑΝΗΣ ΚΑΤΑ WALKER ΚΑΙ SENFT	$\boldsymbol{a} > 0 \quad \boldsymbol{b} > 0 \quad \boldsymbol{c} > 0 \quad \boldsymbol{d} > 0$ $\boldsymbol{b - \frac{c}{a} - d \cdot \frac{a}{c} = 0}$

Μέσω ενός κώδικα του MATHCAD έγινε **βελτιστοποίηση των συντελεστών ακαμψίας και απόσβεσης** ,ώστε να ικανοποιούν και τις πέντε συνθήκες ευστάθειας, η οποία έδωσε τα εξής αποτελέσματα:

$S_{pp} = -147466.3313$	$S_{pd} = 10677.6646$	$S_{dd} = 58812.5873$	$S_{dp} = -812265.2372$
$D_{pp} = -24.520853$	$D_{pd} = -0.0159$	$D_{dd} = -2180.1907$	$D_{dp} = 628.5017$

$a = 2204.711553$	$b = 142123.872843697$	$c = 313338743.885245$	$d = 219285.669071$
$b - \frac{c}{a} - d \cdot \frac{a}{c} = -0.000544$			

Για ευσταθή λειτουργία της μηχανής CTPC έχουμε ότι η συχνότητα είναι ίση με $f = 60.000\, Hz$, η γωνιακή συχνότητα είναι ίση με $\omega = 376.991154\, rad/sec$, ο λόγος πλάτους είναι ίσος με $r = 1.000$, η διαφορά φάσης μεταξύ εκτοπιστή και εμβόλου είναι ίση με $\varphi = -60.0001\, deg$, το πλάτος ταλάντωσης του εμβόλου είναι ίσο με $X_p = 0.014\, m$ και προφανώς ίσο με το πλάτος του εμβόλου $X_d = 0.014\, m$. Έτσι οι εξισώσεις που δίνουν τη μετατόπιση και την ταχύτητα των εμβόλων είναι οι εξής:

$$x_p(t) = 0.014 \sin(376.991t - 60) \tag{E.1}$$

$$x_d(t) = 0.014 \sin(376.991t) \tag{E.2}$$

$$v_p(t) = 5.2778 \cos(376.991t - 60) \tag{E.3}$$

$$v_d(t) = 5.2778 \cos(376.991t) \tag{E.4}$$

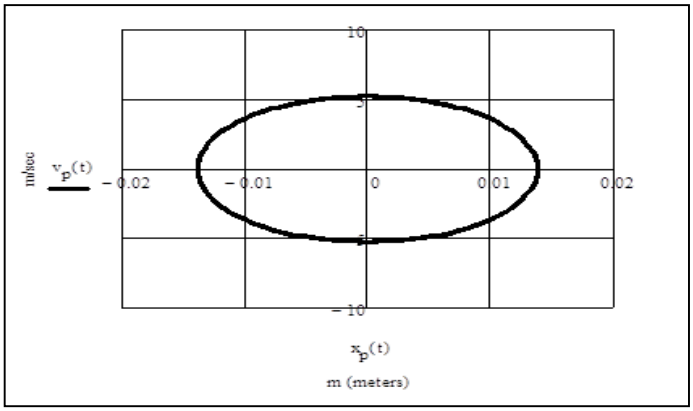
Για $t = 0$ οι αρχικές συνθήκες έχουν ως εξής :

$$x(0) = \begin{bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{x}_d \\ x_p \\ x_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.6389 \\ 5.2778 \\ -0.0121 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{E.5}$$

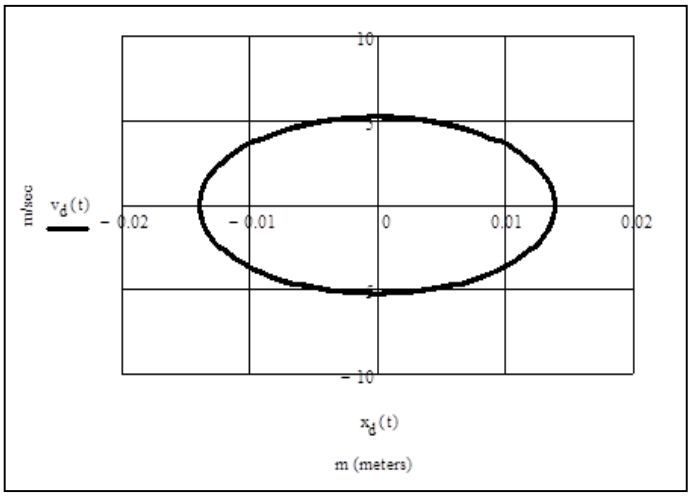
Ενώ οι ιδιοτιμές που προέκυψαν είναι οι εξής :

$$\begin{aligned} r_1 &= -2204.7108 \\ r_2 &= 376.991\,i \\ r_3 &= -376.991\,i \\ r_4 &= -0.0007 \end{aligned} \tag{E.6}$$

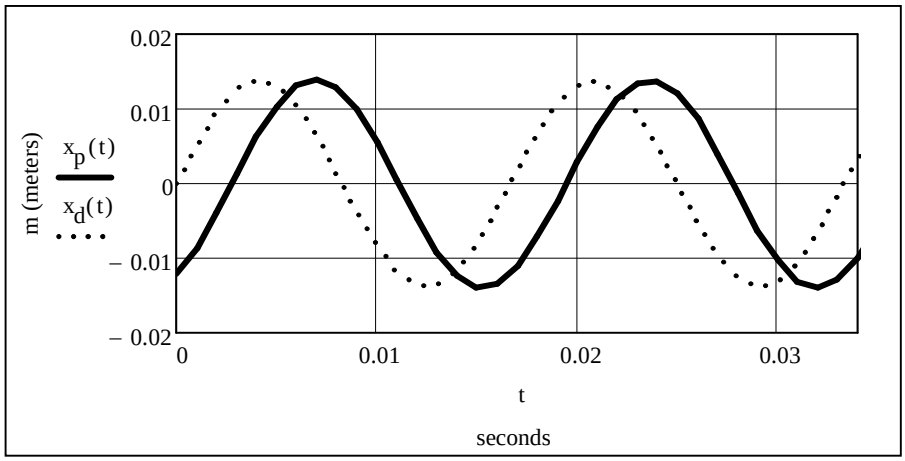
Δηλαδή δύο φανταστικές μιγαδικές και δύο αρνητικές πραγματικές ιδιοτιμές. Τα ευσταθή διαγράμματα λειτουργίας της CTPC είναι τα εξής :



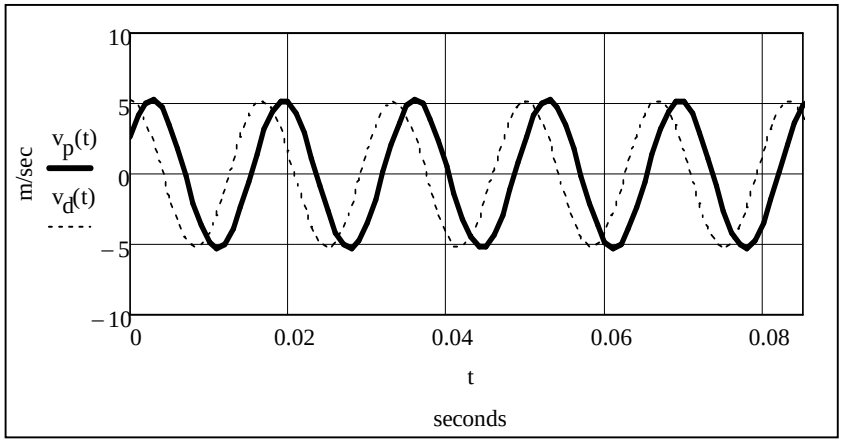
Σχ. 5.3 Σταθερό διάγραμμα λειτουργίας της CTPC. Διάγραμμα της ταχύτητας του εμβόλου σε συνάρτηση με τη μετατόπιση του εμβόλου (ταλάντωση με σταθερό πλάτος).



Σχ. 5.4 Σταθερό διάγραμμα λειτουργίας της CTPC . Διάγραμμα της ταχύτητας του εκτοπιστή σε συνάρτηση με τη μετατόπιση του εκτοπιστή (ταλάντωση με σταθερό πλάτος).



Σχ. 5.5 Διάγραμμα της μετατόπισης του εμβόλου ισχύος και του εκτοπιστή σε συνάρτηση με το χρόνο για δύο πρώτες περιόδους ευσταθούς λειτουργίας της CTPC



Σχ. 5.6 Διάγραμμα της ταχύτητας του εμβόλου ισχύος και του εκτοπιστή σε συνάρτηση με το χρόνο για πέντε πρώτες περιόδους ευσταθούς λειτουργίας της CTPC

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.7

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ ’’ CTPC ’’

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ	**URIELI & BERCHOWITZ**	**WALKER & SENFT**	**ΠΑΡΟΥΣΑ ΑΝΑΛΥΣΗ**	**ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ**
Συχνότητα λειτουργίας $f(Hz)$	77.1	60.0	60.0	67.7
Διαφορά φάσης εκτοπιστή-εμβόλου $\varphi(°)$	-30.8	-60.0	-60.0	-71.0
Λόγος πλατών ταλάντωσης εμβόλων r	0.87	1.00	1.00	1.10

Για την ανάλυση του θερμοδυναμικού κύκλου λειτουργίας της μηχανής χρησιμοποιήθηκε το **ισοθερμικό μοντέλο**. Κάποιες βασικές εξισώσεις του μοντέλου αυτού ανάλυσης δίνονται παρακάτω:

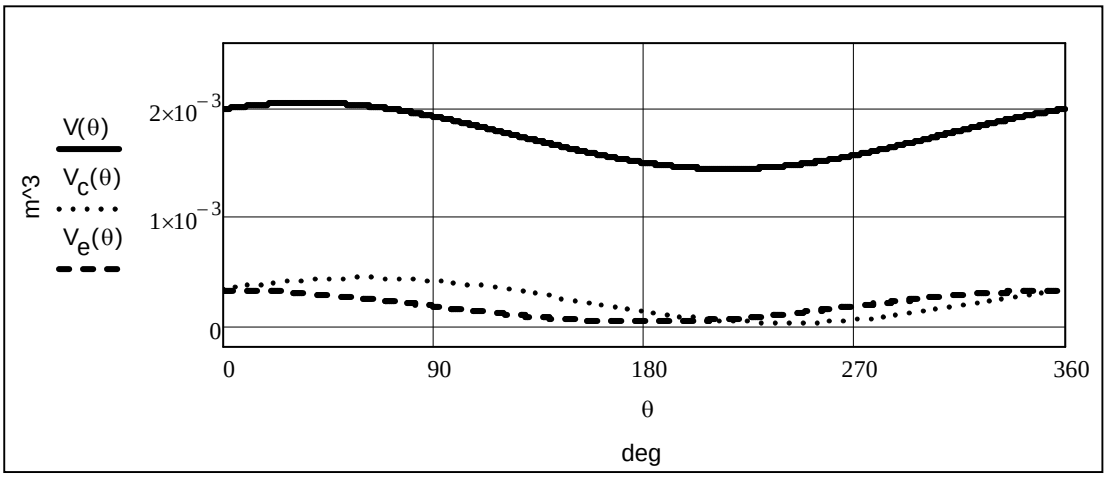
ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΟΓΚΟΥ ΣΥΜΠΙΕΣΗΣ :

$$V_c(\theta) = V_{clc} + \frac{V_{swc}}{2}\left[1 + \cos(\theta - \phi)\right] \tag{E.7}$$

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΟΓΚΟΥ ΕΚΤΟΝΩΣΗΣ :

$$V_e(\theta) = V_{cle} + \frac{V_{swe}}{2}\left[1 + \cos(\theta)\right] \tag{E.8}$$

Όπου οι όροι V_{cl} αφορούν τους επιζήμιους όγκους του κάθε χώρου, οι όροι V_{sw} αφορούν τους όγκους σάρωσης των εμβόλων σε κάθε χώρο, η θ είναι η γωνία στροφάλου και φ η διαφορά φάσης.



Σχ. 5.8 Διάγραμμα συνολικού όγκου V , όγκου χώρου εκτόνωσης V_e και όγκου χώρου συμπίεσης V_c ως προς τη γωνία στροφάλου ϑ.

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΠΙΕΣΗΣ ΤΟΥ ΑΕΡΙΟΥ :

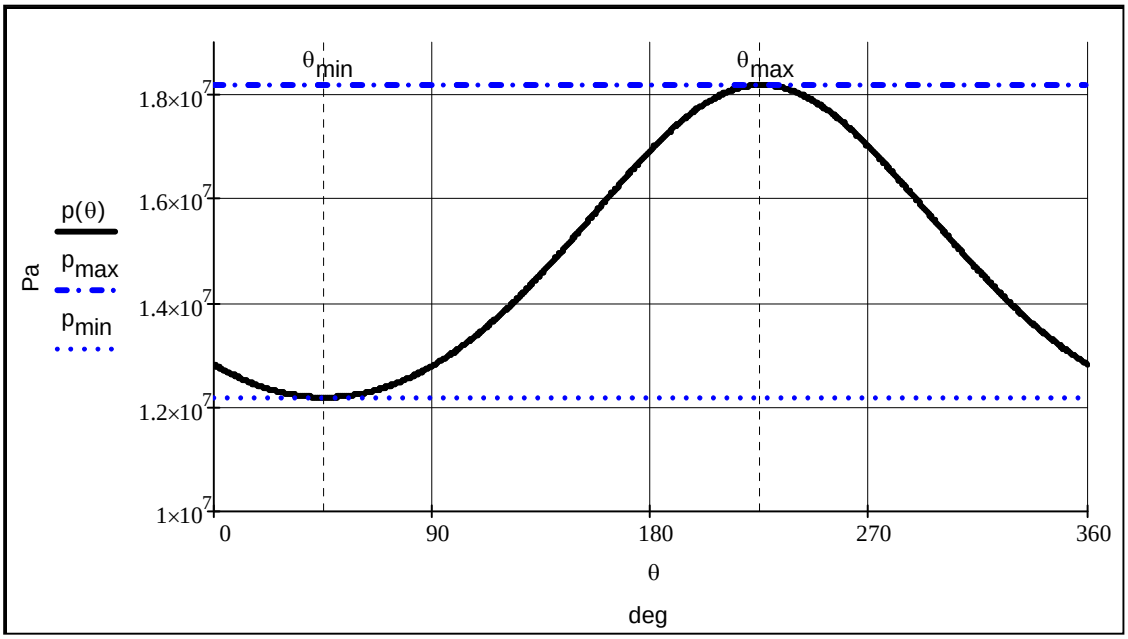
$$p(\theta) = \frac{MR_g}{\dfrac{V_c(\theta)}{T_k} + \dfrac{V_k}{T_k} + \dfrac{V_{reg}\ln\left(\dfrac{T_h}{T_k}\right)}{T_h - T_k} + \dfrac{V_h}{T_h} + \dfrac{V_e(\theta)}{T_h}} \tag{E.9}$$

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΟΓΚΟΥ ΤΟΥ ΑΕΡΙΟΥ :

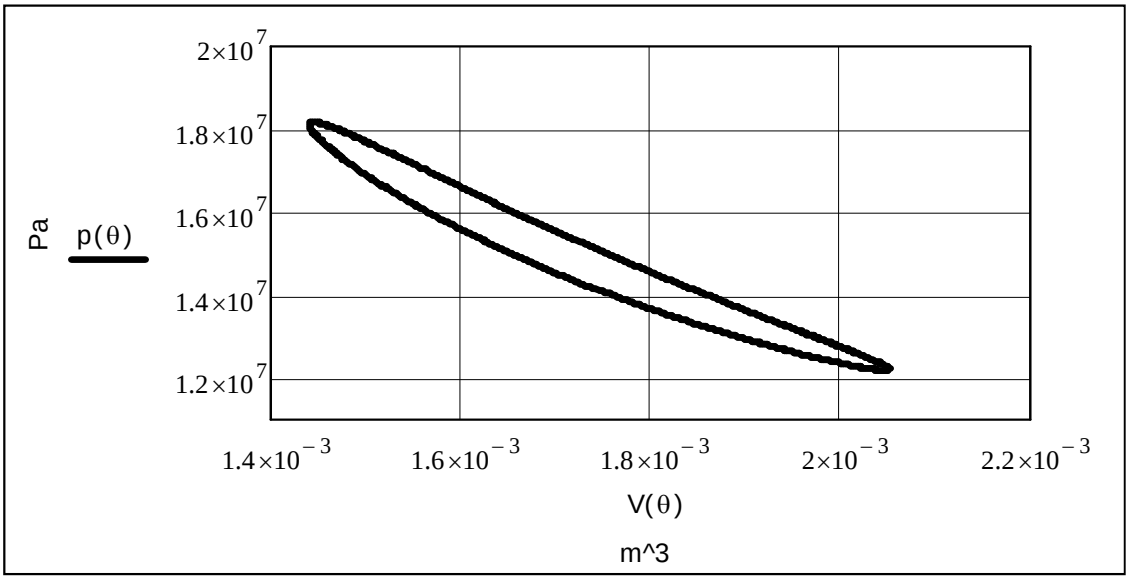
$$V(\theta) = V_c(\theta) + V_k + V_{reg} + V_h + V_e(\theta) \tag{E.10}$$

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΜΑΖΑ ΤΟΥ ΑΕΡΙΟΥ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΗ :

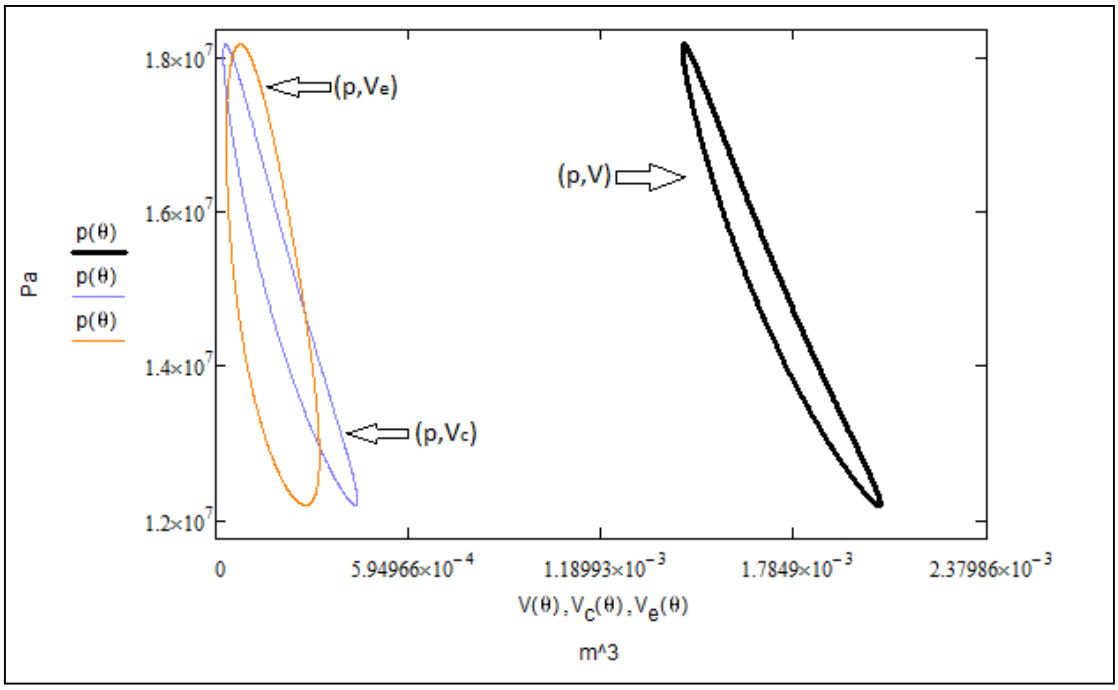
$$M = M_{com} + M_k + M_{reg} + M_h + M_e \tag{E.11}$$



Σχ. 5.9 Διάγραμμα πίεσης p του αερίου ως προς τη γωνία στροφάλου ϑ. Στο διάγραμμα φαίνεται ακόμα η μέγιστη τιμή της p_{max} για ϑ_{max} καθώς και η ελάχιστη τιμή της p_{min} για ϑ_{min} με μπλε χρώμα.



Σχ. 5.10 Διάγραμμα πίεσης του αερίου σε συνάρτηση με τον όγκο του αερίου ($p - V$).



Σχ. 5.11 Διάγραμμα πίεσης του αερίου σε συνάρτηση με τον συνολικό όγκο του αερίου $(p - V)$, με τον όγκο εκτόνωσης αερίου $(p - V_e)$ και με τον όγκο συμπίεσης αερίου $(p - V_c)$.

<u>ΠΙΝΑΚΑΣ 5.12</u>

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΤΗΣ ''CTPC'' ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΟ ΙΣΟΘΕΡΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

ΠΑΡΑΓΟΜΕΝΟ ΕΡΓΟ W	$W = 478.132\ J/cycle$
ΘΕΡΜΟΤΗΤΑ ΣΤΗΝ ΕΚΤΟΝΩΣΗ Q_e	$Q_e = 956.264\ J/cycle$
ΘΕΡΜΟΤΗΤΑ ΣΤΗΝ ΣΥΜΠΙΕΣΗ Q_c	$Q_c = -478.132\ J/cycle$
ΒΑΘΜΟΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ Carnot n_c	$n_c = W/Q_e = 50.00\%$
ΕΝΔΕΙΚΝΥΜΕΝΗ ΙΣΧΥΣ ΕΞΟΔΟΥ $P_{out}\ \gamma\iota\alpha\ f = 60Hz$	$P_{m,out} = P_{e,out} = 28690\ W_e$
ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ Q_{ls}	$Q_{ls} = 21271.971\ W$
ΜΕΣΗ ΠΙΕΣΗ p_{mean}	$p_{mean} = 148.8\ bar$

ΘΕΡΜΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΤΗΣ CTPC ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ MARTINI [5]

<u>Απώλεια λόγω τριβής στο ρευστό (flow friction losses)</u>

Η απώλεια τριβής στο ρευστό μπορεί να βρεθεί από τη πτώση πίεσης στους όγκους των θερμοεναλλακτών της μηχανής. Για αυτόν το λόγο είναι αναγκαίο να βρεθεί η πτώση πίεσης στον

θερμαντήρα, στον αναγεννητή και στον ψύκτη. Έτσι οι απώλειες λόγω τριβής στο ρευστό δίνονται από τη παρακάτω σχέση:

$$Q_{WP_i} = \frac{2 \cdot \Delta p_i \cdot FCT_i \cdot WiS}{\rho_i} \quad , \; i = H, R, C \tag{E.12}$$

όπου Δp_i η πτώση πίεσης σε κάθε θερμοεναλλάκτη, FCT_i το κλάσμα του χρόνου ενεργούς ροής στον αναγεννητή, WiS η ενεργή παροχή μάζας ρευστού στον κάθε θερμοεναλλάκτη και ρ_i η πυκνότητα του εργαζόμενου ρευστού στους θερμοεναλλάκτες. Οπότε έχουμε :

$$\begin{aligned} Q_{WP_H} &= 1048\,W \\ Q_{WP_R} &= 1808\,W \\ Q_{WP_C} &= 440.402\,W \\ Q_{WP_{TOT}} &= 3297\,W \end{aligned} \tag{E.13}$$

<u>Στατική αγωγή θερμότητας (conduction losses)</u>

1) Θερμική αγωγιμότητα αερίου μέσα στον εκτοπιστή:

$$Q_{CL1} = \frac{k_g \cdot A_1 \cdot (T_h - T_k)}{L_d} \Rightarrow Q_{CL1} = 224.392\,W \tag{E.14}$$

όπου k_g η θερμική αγωγιμότητα του αερίου, A_1 η επιφάνεια μεταφοράς θερμότητας και L_d το μήκος του εκτοπιστή.

2) Μεταφορά θερμότητας με ακτινοβολία μέσα στον εκτοπιστή:

$$Q_{CL2} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot A_1 \cdot F \cdot \left(T_h^{\,4} - T_k^{\,4}\right) \Rightarrow Q_{CL2} = 1386\ W \tag{E.15}$$

όπου ε ο συντελεστής εκπομπής της ακτινοβολίας, σ η σταθερά Stefan Boltzmann, A_1 η επιφάνεια μεταφοράς θερμότητας και F ο συντελεστής επιφάνειας της ακτινοβολίας.

3) Θερμική αγωγιμότητα του κυλίνδρου του εκτοπιστή:

$$Q_{CL3} = \frac{k_m \cdot A_3 \cdot (T_h - T_k)}{L_d} \Rightarrow Q_{CL3} = 269.56\,W \tag{E.16}$$

όπου k_m είναι η θερμική αγωγιμότητα του μετάλλου του κυλίνδρου του εκτοπιστή , A_3 η περιοχή μεταφοράς θερμότητας και L_d το μήκος του εκτοπιστή.

4) Θερμική αγωγιμότητα του κυλινδρικού τοιχώματος του αναγεννητή:

Το κυλινδρικό τοίχωμα του αναγεννητή διαιρείται σε δύο περιοχές. Το πρώτο από το θερμό άκρο μέχρι το σημείο όπου η θερμοκρασία είναι ίση με T_{reg}, και το δεύτερο από αυτό το σημείο μέχρι το ψυχρό άκρο. Η θερμική αντίσταση σε κάθε περιοχή υπολογίζεται ως εξής:

$$R_1 = \frac{L_{R_1}}{2 \cdot A_4 \cdot (k_{RH} + k_{RE})} \Rightarrow R_1 = 0.018\, K/W \tag{E.17}$$

$$R_2 = \frac{L_{R_2}}{2 \cdot A_4 \cdot (k_{RE} + k_{RC})} \Rightarrow R_2 = 0.058\, K/W \tag{E.18}$$

όπου A_4 η επιφάνεια μεταφοράς θερμότητας, L_{R_i} το μήκος κάθε περιοχής και k_{R_i} η θερμική αγωγιμότητα σε κάθε επίπεδο.
Η αγωγή θερμότητας είναι ίση με:

$$Q_{CL4} = \frac{T_h - T_k}{R_1 + R_2} \Rightarrow Q_{CL4} = 6892\, W \tag{E.19}$$

5) Θερμική αγωγιμότητα της μήτρας του αναγεννητή:

Η αγωγή θερμότητας στη μήτρα (matrix) του αναγεννητή είναι ίση με:

$$Q_{CL5} = k_{mx} \cdot A_5 \frac{T_h - T_k}{L_{reg}} \Rightarrow Q_{CL5} = 155.353\, W \tag{E.20}$$

όπου A_5 η επιφάνεια μεταφοράς θερμότητας, L_{reg} το μήκος του αναγεννητή και k_{mx} η θερμική αγωγιμότητα της μήτρας.

6) Θερμική αγωγιμότητα στο χάσμα του εκτοπιστή:

$$Q_{CL6} = k_g \cdot A_6 \frac{T_h - T_k}{L_d} \Rightarrow Q_{CL6} = 0.934\, W \tag{E.21}$$

όπου k_g η θερμική αγωγιμότητα του αερίου, A_6 η επιφάνεια μεταφοράς θερμότητας και L_d το μήκος του εκτοπιστή.
Η συνολική θερμική αγωγιμότητα είναι το άθροισμα των ανωτέρω τιμών δηλαδή :

$$Q_{CL,TOT} = 8928\, W \tag{E.22}$$

Απώλεια άντλησης ή μεταφορά της ενθαλπίας του αερίου (pumping losses)

Η μεταφορά ενθαλπίας του αερίου η οποία αναφέρεται και ως απώλεια άντλησης είναι η καθαρή μεταφορά ενθαλπίας στο κενό που δημιουργείται λόγω της κίνησης του εργαζόμενου αερίου, της πίεσης και της θερμοκρασίας. Δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$Q_{PU} = 1.015 \cdot \left(\pi \cdot \frac{d_c}{k_g} \right)^{0.6} \cdot \left(\frac{T_h - T_k}{Z1} \right) \cdot \left[\frac{(p_{\max} - p_{\min}) \cdot C_p \cdot f}{(T_h - T_k) \cdot R_g} \right]^{1.6} \cdot h^{2.6} \Rightarrow Q_{PU} = 341.255 W \qquad \text{(E.23)}$$

όπου $Z1$ ο συντελεστής συμπιεστότητας που είναι ίσος σε 1 εκτός από θερμοκρασίες μικρότερες των $70K$, d_c η διάμετρος του κυλίνδρου της μηχανής και h το πάχος του διακένου του εκτοπιστή.

Απώλειες λόγω παλινδρόμησης της θερμοκρασίας (swing temperature losses)

Η απώλεια λόγω παλινδρόμησης θερμοκρασίας είναι η πρόσθετη θερμότητα λόγω της ταλάντωσης θερμοκρασίας της μήτρας του αναγεννητή, η οποία πρέπει να προστεθεί από το θερμαντήρα αερίου λόγω της πεπερασμένης θερμοχωρητικότητας του αναγεννητή.

$$Q_{TS} = \frac{FCT \cdot WRS \cdot C_v \cdot DELTMX}{2} \Rightarrow Q_{TS} = 151.442\ W \qquad \text{(E.24)}$$

όπου WRS η ενεργός παροχή μάζας του αερίου στον αναγεννητή, FCT το κλάσμα του χρόνου ενεργούς ροής στον αναγεννητή και $DELTMX$ η παλινδρόμηση της θερμοκρασίας στο υλικό της μήτρας του αναγεννητή.

Τακτική μεταφορά θερμότητας (shuttle losses)

Η τακτική μεταφορά θερμότητας είναι η αγωγή θερμότητας στα τοιχώματα του εμβόλου ή του εκτοπιστή, αυξανόμενη από την παλινδρομική κίνηση των τοιχωμάτων. Όταν ο εκτοπιστής είναι στο κάτω νεκρό σημείο, τα τοιχώματά του έχουν χαμηλότερη τοπική θερμοκρασία από την αντίστοιχη θερμοκρασία των τοιχωμάτων του κυλίνδρου σε οποιοδήποτε σημείο του μήκους του, έτσι η θερμότητα μεταφέρεται στον εκτοπιστή. Όταν ο εκτοπιστής είναι στο άνω νεκρό σημείο, η θερμοκρασιακή σχέση μεταξύ του εκτοπιστή και του κυλίνδρου αντιστρέφεται, έτσι ώστε η θερμότητα μεταφέρεται από τον εκτοπιστή στο τοίχωμα του κυλίνδρου. Η κίνηση του εκτοπιστή εξυπηρετεί έτσι την τακτική μεταφορά θερμότητας από το θερμό άκρο (κάτω νεκρό σημείο) στο ψυχρό άκρο (άνω νεκρό σημείο).

$$Q_{SH} = \pi \cdot d_d \cdot k_g \cdot X_d^{\,2} \left(\frac{T_h - T_k}{h \cdot L_d} \right) \Rightarrow Q_{SH} = 936.274 W \qquad \text{(E.25)}$$

Απώλειες λόγω αναθέρμανσης στον αναγεννητή (reheat losses)

$$Q_{RH} = FCT \cdot WRS \cdot C_v \cdot (T_h - T_k) \cdot \frac{2}{2 + NTUV} \Rightarrow Q_{RH} = 1880W \quad \text{(E.26)}$$

όπου $NTUV$ ο αριθμός μεταφερόμενων μονάδων για αναγεννητή.

Μηχανικές απώλειες (mechanical friction losses)

Αποτελούν το 10% της ενδεικνύμενης ισχύος . Οπότε:

$$Q_{MFL} = 0.1 \cdot P_{out} = 0.1 \cdot 28690 = 2869W \quad \text{(E.27)}$$

Ηλεκτρικές απώλειες (linear alternator losses)

Αποτελούν το 10% της ενδεικνύμενης ισχύος . Οπότε:

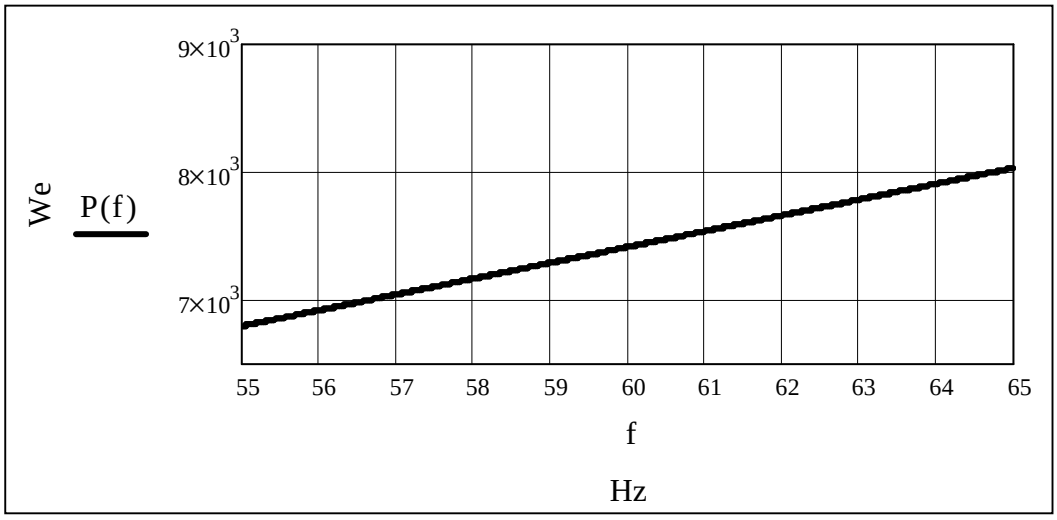
$$Q_{LAL} = 0.1 \cdot P_{out} = 0.1 \cdot 28690 = 2869W \quad \text{(E.28)}$$

ΕΥΡΕΣΗ ΑΡΙΘΜΟΥ BEALE ΓΙΑ ΤΗ ΜΗΧΑΝΗ ''CTPC''

Ο αριθμός Beale [1] ορίζεται πρακτικά, βασιζόμενος στη σχέση της πραγματικής απόδοσης που παρατηρείται. Είναι αδιάστατος και πρέπει να είναι ανεξάρτητος από το σύστημα των χρησιμοποιούμενων μονάδων αφού πρόκειται για ένα ομογενές σύστημα.

$$N_{BE_{CTPC}} = \frac{P_{out} - Q_{ls}}{0.1 \cdot p_{mean} \cdot V_{SWC} \cdot f} \Rightarrow N_{BE_{CTPC}} = 0.02008 \quad \text{(E.29)}$$

όπου $P_{out} = 28690$ η ενδεικνύμενη ισχύς εξόδου σε W, $Q_{ls} = 21271.971$ οι κύριες απώλειες σε W , $p_{mean} = 148.8$ η μέση πίεση του εργαζόμενου αερίου σε bar , $V_{SWC} = 413.7$ ο όγκος σάρωσης του χώρου συμπίεσης σε cm^3 σε και $f = 60$ η συχνότητα λειτουργίας της μηχανής σε Hz .



Σχ. 5.13 Διάγραμμα ηλεκτρικής ισχύος – συχνότητας της CTPC

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.14

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΩΝ ΙΣΟΛΟΓΙΣΜΩΝ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ ''CTPC'' [3]

	HFAST CODE	**ΠΑΡΟΥΣΑ ΑΝΑΛΥΣΗ**
Εισερχόμενη θερμότητα $Q_{in}(W)$	58640	57375.8
Απορριπτόμενη θερμότητα $Q_{rej}(W)$	45680	49959.8
Ισχύς εξόδου $P(W_e)$	12960	7418.0
Πραγματικός ολικός Βαθμός απόδοσης η(%)	22.1	12.9

Ε.ΙΙ) ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ '' MODEL ENGINE IV'' ΤΗΣ SUNPOWER

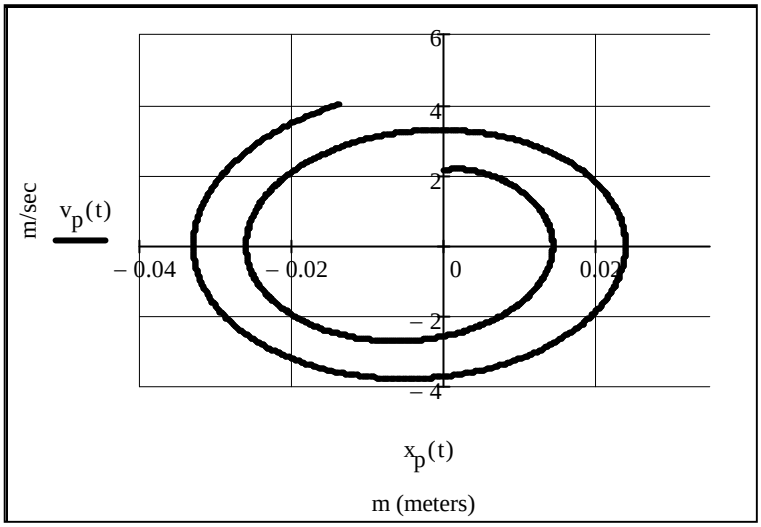
Για την ανάλυση της ''MODEL ENGINE IV '' αρχικά υπολογίστηκαν οι σύνθετοι συντελεστές ακαμψίας και απόσβεσης ανά μονάδα μάζα $S_{i,j}$ και $D_{i,j}$ μέσω των σχέσεων που έδωσαν οι Urielli και Berchowitz. Με βάση την ανάλυση των Urielli και Berchowitz προέκυψε αστάθεια στη δυναμική λειτουργία της μηχανής λόγω του ότι υπήρξαν ταλαντώσεις με αυξανόμενο πλάτος (φαινόμενο blowup). Ύστερα με βάση τις 5 συνθήκες , όσον αφορά τις τιμές των συντελεστών a, b, c, d του χαρακτηριστικού πολυωνύμου που δίνονται από τους Benvenuto και Monte, για ευσταθή λειτουργία κατά Walker και Senft έγινε βελτιστοποίηση των συντελεστών αυτών με αποτέλεσμα οι νέοι συντελεστές να οδηγήσουν σε ευσταθή διαγράμματα λειτουργίας. Επίσης έγινε θερμοδυναμική ανάλυση του κύκλου λειτουργίας της μηχανής σύμφωνα με το ισοθερμικό μοντέλο και χρησιμοποιήθηκε επίσης το μοντέλο MARTINI για τις θερμικές απώλειές της. Για τη διαδικασία που προαναφέραμε έγιναν οι παρακάτω παραδοχές [1]:

1. Το ήλιο (εργαζόμενο μέσο) είναι τέλειο αέριο.
2. Οι θερμοκρασίες των θερμών και ψυχρών πηγών είναι σταθερές.
3. Οι διαρροές μάζας θεωρούνται μηδενικές.
4. Τα τοιχώματα είναι αδιαβατικά.
5. Ανταλλαγές θερμότητας με θερμές και ψυχρές πηγές θεωρούνται τέλειες.
6. Οι θερμοκρασίες του αερίου στο ψυχρό και θερμό χώρο της μηχανής είναι ανεξάρτητες από το χρόνο και ομοιόμορφες.
7. Οι δυνάμεις βαρύτητας αγνοούνται (ο άξονας του εμβόλου είναι κατακόρυφος).

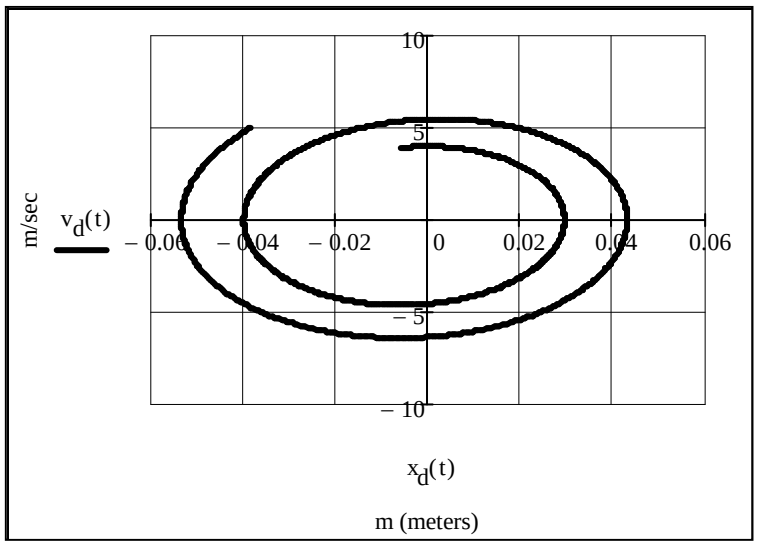
Ο αρχικός υπολογισμός των σύνθετων συντελεστών ακαμψίας και απόσβεσης ανά μονάδα μάζα $S_{i,j}$ και $D_{i,j}$ έδωσε τα εξής αποτελέσματα :

$S_{pp} = -2.596 \cdot 10^4$	$S_{pd} = 1.529 \cdot 10^4$	$S_{dd} = 1.668 \cdot 10^4$	$S_{dp} = -3.909 \cdot 10^4$
$D_{pp} = -12.48$	$D_{pd} = 0$	$D_{dd} = -659.72$	$D_{dp} = 327.408$

Τα αποτελέσματα αυτά οδήγησαν σε ασταθή διαγράμματα λειτουργίας (σχ.5.15, σχ.5.16).



Σχ. 5.15 Ασταθές διάγραμμα λειτουργίας της MODEL ENGINE IV. Διάγραμμα της ταχύτητας του εμβόλου σε συνάρτηση με τη μετατόπιση του εμβόλου (ταλάντωση με αυξανόμενο πλάτος – φαινόμενο blowup).



Σχ. 5.16 Ασταθές διάγραμμα λειτουργίας της MODEL ENGINE IV. Διάγραμμα της ταχύτητας του εκτοπιστή σε συνάρτηση με τη μετατόπιση του εκτοπιστή (ταλάντωση με αυξανόμενο πλάτος – φαινόμενο blowup).

Οι συντελεστές a, b, c, d με βάση τις αρχικές τιμές των σύνθετων συντελεστών ακαμψίας και απόσβεσης έδωσαν τις εξής τιμές:

$a = 672.2$	$b = 1.731 \cdot 10^4$	$c = 1.191 \cdot 10^7$	$d = 1.595 \cdot 10^8$
$b - \frac{c}{a} - d \cdot \frac{a}{c} = -9.405 \cdot 10^3$			

Όπως φαίνεται οι τέσσερις πρώτες συνθήκες σταθερής λειτουργίας κατά Walker και Senft ικανοποιούνται δηλαδή οι a, b, c, d είναι μεγαλύτεροι του μηδενός. Όμως η πέμπτη και τελευταία συνθήκη δε δίνει αποτέλεσμα μηδέν όπως θα έπρεπε αλλά κατά πολύ χαμηλότερο του μηδενός. Στο σημείο αυτό ας θυμίσουμε τις 5 συνθήκες ευσταθούς λειτουργίας κατά Walker και Senft.

ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ ΜΗΧΑΝΗΣ ΚΑΤΑ WALKER ΚΑΙ SENFT	$\boldsymbol{a} > 0 \quad \boldsymbol{b} > 0 \quad \boldsymbol{c} > 0 \quad \boldsymbol{d} > 0$ $\boldsymbol{b - \frac{c}{a} - d \cdot \frac{a}{c} = 0}$

Μέσω ενός κώδικα του MATHCAD έγινε **βελτιστοποίηση των συντελεστών ακαμψίας και απόσβεσης** ,ώστε να ικανοποιούν και τις πέντε συνθήκες ευστάθειας, η οποία έδωσε τα εξής αποτελέσματα:

$S_{pp} = -2.596 \cdot 10^4$	$S_{pd} = 1.529 \cdot 10^4$	$S_{dd} = 1.668 \cdot 10^4$	$S_{dp} = -3.909 \cdot 10^4$
$D_{pp} = -26.241$	$D_{pd} = 0$	$D_{dd} = -659.72$	$D_{dp} = 327.408$

$a = 685.961$	$b = 26391.713$	$c = 11677314.8$	$d = 159481300$
$b - \frac{c}{a} - d \cdot \frac{a}{c} = 0.003$			

Για ευσταθή λειτουργία της μηχανής έχουμε ότι η συχνότητα είναι ίση με $f = 20.765\ Hz$, η γωνιακή συχνότητα είναι ίση με $\omega = 130.473\ rad/sec$, ο λόγος πλάτους είναι ίσος με $r = 0.626$, η διαφορά φάσης μεταξύ εκτοπιστή και εμβόλου είναι ίση με $\varphi = -20.98\ deg$, το πλάτος ταλάντωσης του εμβόλου είναι ίσο με $X_p = 0.03\ m$, ενώ του εμβόλου είναι $X_d = 0.01877\ m$. Έτσι οι εξισώσεις που δίνουν τη μετατόπιση και την ταχύτητα των εμβόλων είναι οι εξής :

$$x_p(t) = 0.03 \sin(130.473t - 20.98) \tag{E.30}$$

$$x_d(t) = 0.01877 \sin(130.473t) \tag{E.31}$$

$$v_p(t) = 3.91419 \cos(130.473t - 20.98) \tag{E.32}$$

$$v_d(t) = 32.4489 \cos(130.473t) \tag{E.33}$$

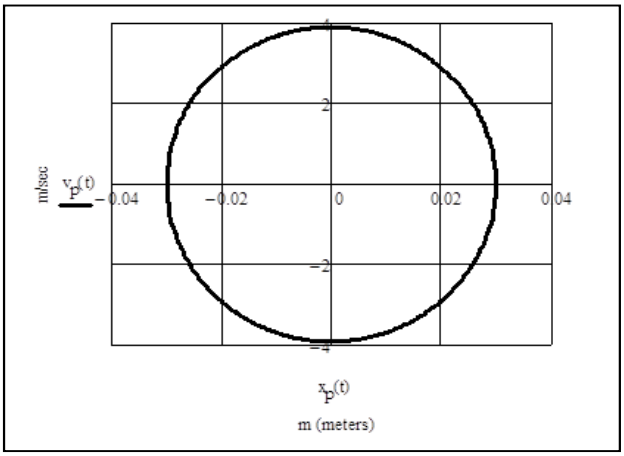
Για $t = 0$ οι αρχικές συνθήκες έχουν ως εξής :

$$x(0) = \begin{bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{x}_d \\ x_p \\ x_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.654 \\ 2.439 \\ -0.0107 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{E.34}$$

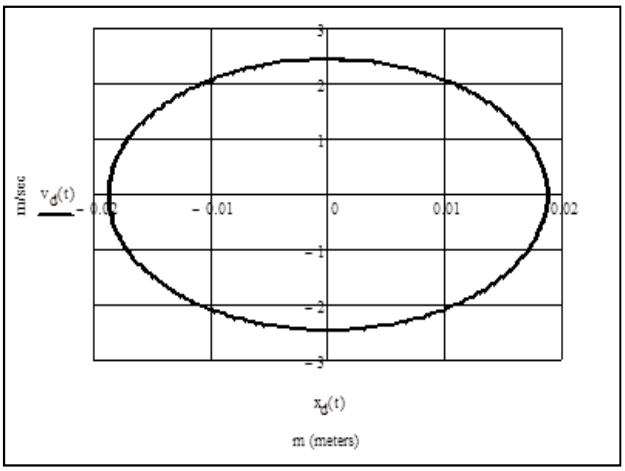
Ενώ οι ιδιοτιμές που προέκυψαν είναι οι εξής :

$$\begin{aligned} r_1 &= -672.02 \\ r_2 &= 130.473\,i \\ r_3 &= -130.473\,i \\ r_4 &= -13.941 \end{aligned} \tag{E.35}$$

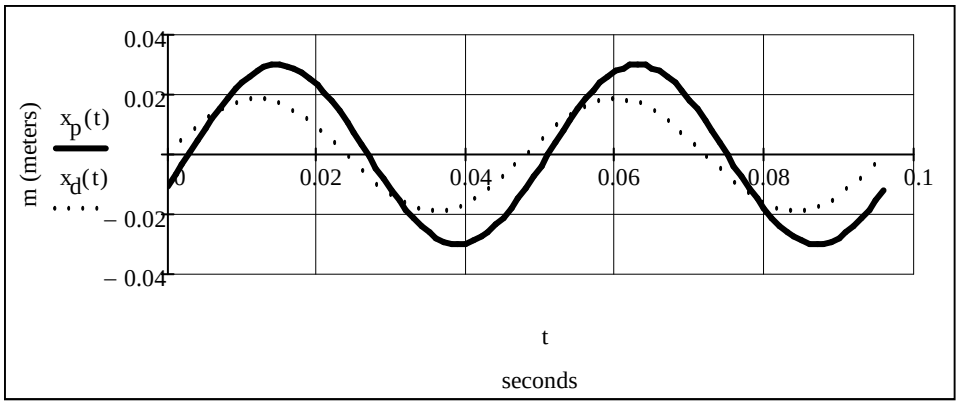
Δηλαδή δύο φανταστικές μιγαδικές και δύο αρνητικές πραγματικές ιδιοτιμές. Τα ευσταθή διαγράμματα λειτουργίας της MODEL ENGINE IV είναι τα εξής :



Σχ. 5.17 Σταθερό διάγραμμα λειτουργίας της MODEL ENGINE IV. Διάγραμμα της ταχύτητας του εμβόλου σε συνάρτηση με τη μετατόπιση του εμβόλου (ταλάντωση με σταθερό πλάτος).



Σχ.5.18 Σταθερό διάγραμμα λειτουργίας της MODEL ENGINE IV. Διάγραμμα της ταχύτητας του εκτοπιστή σε συνάρτηση με τη μετατόπιση του εκτοπιστή (ταλάντωση με σταθερό πλάτος).



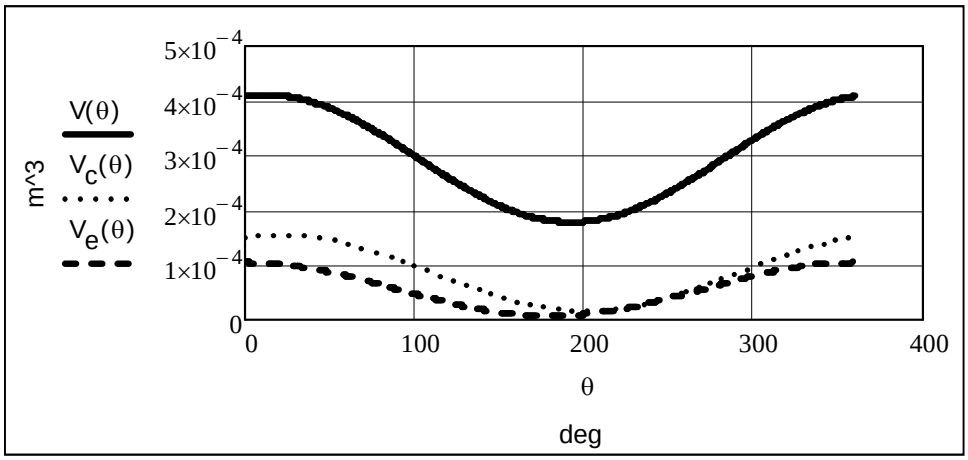
Σχ. 5.19 Διάγραμμα της μετατόπισης του εμβόλου ισχύος και του εκτοπιστή σε συνάρτηση με το χρόνο για δύο πρώτες περιόδους ευσταθούς λειτουργίας της MODEL ENGINE IV

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.20

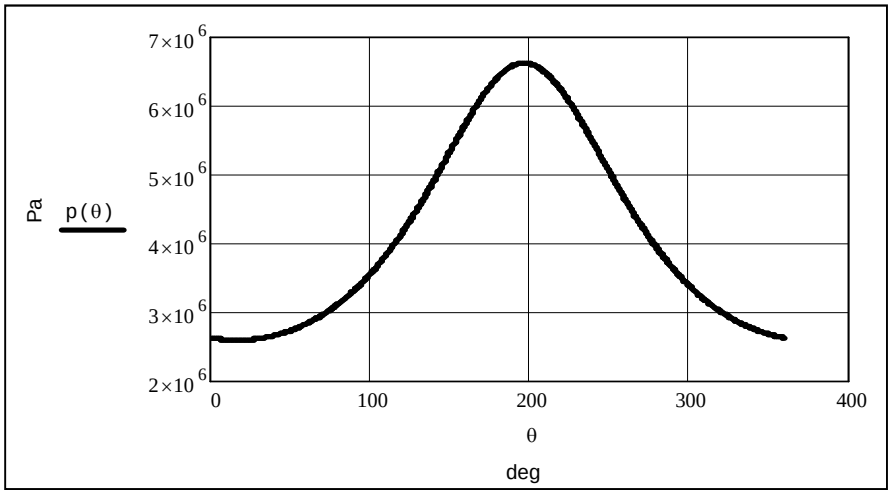
ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ ’’MODEL ENGINE IV’’

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ	**URIELI & BERCHOWITZ**	**WALKER & SENFT**	**ΠΑΡΟΥΣΑ ΑΝΑΛΥΣΗ**	**ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ**
Συχνότητα λειτουργίας $f(Hz)$	21.0	20.7	20.7	19.0
Διαφορά φάσης εκτοπιστή-εμβόλου $\varphi(°)$	-11.0	-20.9	-20.9	-35.0
Λόγος πλατών ταλάντωσης εμβόλων r	0.56	0.62	0.62	0.47

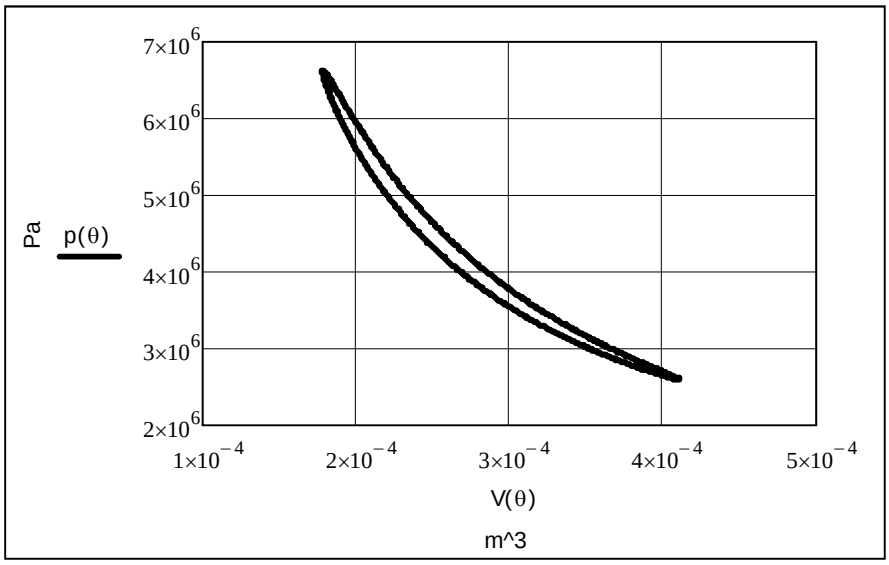
Για την ανάλυση του θερμοδυναμικού κύκλου λειτουργίας της μηχανής χρησιμοποιήθηκε το **ισοθερμικό μοντέλο**. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης για τη ‘’MODEL ENGINE IV’’ δίνονται παρακάτω:



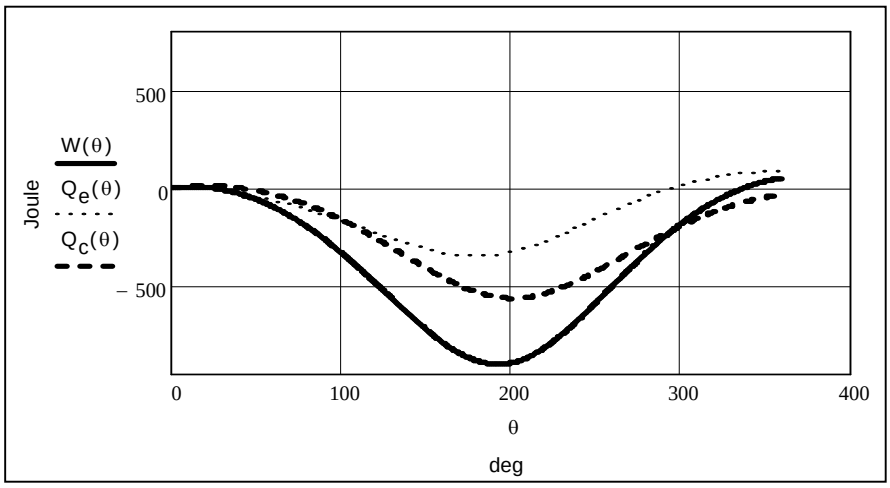
Σχ. 5.21 Διάγραμμα συνολικού όγκου V , όγκου χώρου εκτόνωσης V_e και όγκου χώρου συμπίεσης V_c ως προς τη γωνία στροφάλου ϑ.



Σχ. 5.22 Διάγραμμα πίεσης p του αερίου ως προς τη γωνία στροφάλου ϑ



Σχ. 5.23 Διάγραμμα πίεσης του αερίου σε συνάρτηση με τον όγκο του αερίου ($p - V$).



Σχ. 5.24 Διάγραμμα ενεργειών ως προς τη γωνία στροφάλου ϑ .

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.25

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΤΗΣ ''MODEL ENGINE IV '' ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΟ ΙΣΟΘΕΡΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

ΠΑΡΑΓΟΜΕΝΟ ΕΡΓΟ W	$W = 51.458\, J/cycle$
ΘΕΡΜΟΤΗΤΑ ΣΤΗΝ ΕΚΤΟΝΩΣΗ Q_e	$Q_e = 83.306\, J/cycle$
ΘΕΡΜΟΤΗΤΑ ΣΤΗΝ ΣΥΜΠΙΕΣΗ Q_c	$Q_c = -31.848\, J/cycle$
ΒΑΘΜΟΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ Carnot n_c	$n_c = W/Q_e = 61.77\%$
ΕΝΔΕΙΚΝΥΜΕΝΗ ΙΣΧΥΣ ΕΞΟΔΟΥ $P_{out}\, \gamma\iota\alpha\ f = 20.76Hz$	$P_{out} = 1069\, W$
ΒΑΣΙΚΕΣ ΘΕΡΜΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ Q_{th}	$Q_{th} = 385.577\, W$
ΜΕΣΗ ΠΙΕΣΗ p_{mean}	$p_{mean} = 41.5\, bar$

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.26

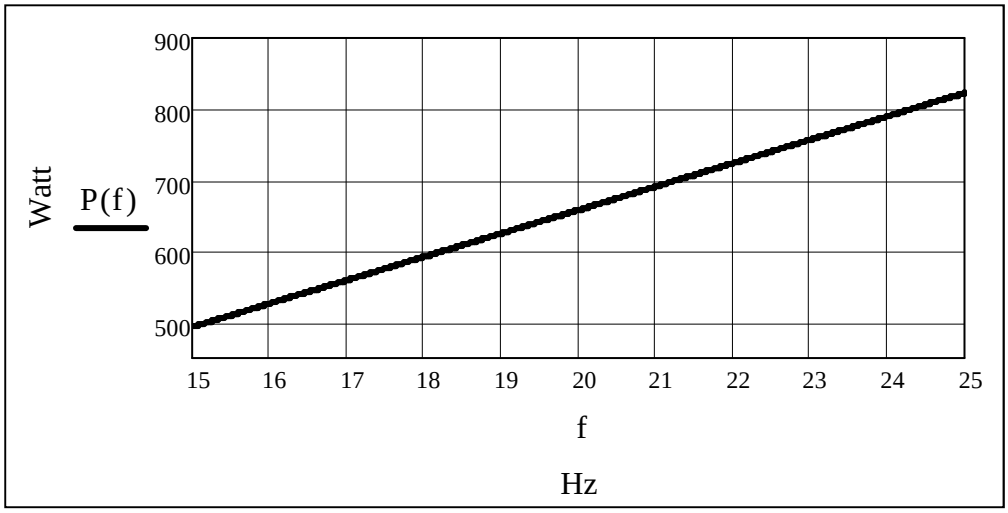
ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΤΗΣ ''MODEL ENGINE IV'' ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ MARTINI [5]

ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΛΟΓΩ ΤΡΙΒΗΣ ΣΤΟ ΡΕΥΣΤΟ **(flow friction losses)**	$Q_{wp,tot} = 16.7W$
ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΣΤΑΤΙΚΗΣ ΑΓΩΓΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ **(conduction losses)**	$Q_{cl,tot} = 158.717W$
ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΑΝΤΛΗΣΗΣ **(pumping losses)**	$Q_{pu} = 70.514W$
ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΛΟΓΩ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ **(swing temperature losses)**	$Q_{ts} = 1.926W$
ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΛΟΓΩ ΤΑΚΤΙΚΗΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ **(shuttle losses)**	$Q_{sh} = 42.559W$
ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΛΟΓΩ ΑΝΑΘΕΡΜΑΝΣΗΣ ΣΤΟΝ ΑΝΑΓΕΝΝΗΤΗ **(reheat losses)**	$Q_{rh} = 95.161W$
ΣΥΝΟΛΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ	$Q_{th} = 385.577W$

ΕΥΡΕΣΗ ΑΡΙΘΜΟΥ BEALE ΓΙΑ ΤΗ ΜΗΧΑΝΗ ''MODEL ENGINE IV''

$$N_{BE_{\substack{MOSEL\\ENGINE\\IV}}} = \frac{P_{out} - Q_{th}}{0.1 \cdot p_{mean} \cdot V_{SWC} \cdot f} \Rightarrow N_{BE_{\substack{MODEL\\ENGINE\\IV}}} = 0.05698 \qquad \text{(E.36)}$$

όπου $P_{out} = 1069$ η ενδεικνύμενη ισχύς εξόδου σε W, $Q_{th} = 385.577$ οι θερμικές απώλειες σε W , $p_{mean} = 41.5$ η μέση πίεση του εργαζόμενου αερίου σε bar , $V_{SWC} = 139.2$ ο όγκος σάρωσης του χώρου συμπίεσης σε cm^3 σε και $f = 20.76$ η συχνότητα λειτουργίας της μηχανής σε Hz



Σχ. 5.27 Διάγραμμα μηχανικής ισχύος – συχνότητας της MODEL ENGINE IV

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.28

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΩΝ ΙΣΟΛΟΓΙΣΜΩΝ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ ''MODEL ENGINE IV'' [2]

	BSAP MODEL	**ΠΑΡΟΥΣΑ ΑΝΑΛΥΣΗ**	**ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ**
Εισερχόμενη θερμότητα $Q_{in}(W)$	2220	1729.4	2295.9
Απορριπτόμενη θερμότητα $Q_{rej}(W)$	1376	1046.7	1747.5
Ισχύς εξόδου $P(W)$	876	683.4	489
Πραγματικός Βαθμός απόδοσης η(%)	38.9	39.5	23.2

Ε.ΙΙΙ) ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ STIRLING ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ '' SPIKE'' ΤΗΣ SUNPOWER

Για την ανάλυση της '' SPIKE '' αρχικά υπολογίστηκαν οι σύνθετοι συντελεστές ακαμψίας και απόσβεσης ανά μονάδα μάζα $S_{i,j}$ και $D_{i,j}$ μέσω των σχέσεων που έδωσαν οι Urielli και Berchowitz. Με βάση την ανάλυση των Urielli και Berchowitz προέκυψε αστάθεια στη δυναμική λειτουργία της μηχανής λόγω του ότι υπήρξαν ταλαντώσεις με μειούμενο πλάτος (φαινόμενο dropout). Ύστερα με βάση τις 5 συνθήκες , όσον αφορά τις τιμές των συντελεστών a, b, c, d του χαρακτηριστικού πολυωνύμου που δίνονται από τους Benvenuto και Monte, για ευσταθή λειτουργία κατά Walker και Senft έγινε βελτιστοποίηση των συντελεστών αυτών με αποτέλεσμα οι νέοι συντελεστές να οδηγήσουν σε ευσταθή διαγράμματα λειτουργίας. Επίσης έγινε θερμοδυναμική ανάλυση του κύκλου λειτουργίας της μηχανής σύμφωνα με το ισοθερμικό μοντέλο. Για τη διαδικασία που προαναφέραμε έγιναν οι παρακάτω παραδοχές [1]:

1. Το ήλιο (εργαζόμενο μέσο) είναι τέλειο αέριο.
2. Οι θερμοκρασίες των θερμών και ψυχρών πηγών είναι σταθερές.
3. Οι διαρροές μάζας θεωρούνται μηδενικές.
4. Τα τοιχώματα είναι αδιαβατικά.
5. Ανταλλαγές θερμότητας με θερμές και ψυχρές πηγές θεωρούνται τέλειες.
6. Οι θερμοκρασίες του αερίου στο ψυχρό και θερμό χώρο της μηχανής είναι ανεξάρτητες από το χρόνο και ομοιόμορφες.
7. Οι δυνάμεις βαρύτητας αγνοούνται (ο άξονας του εμβόλου είναι κατακόρυφος).

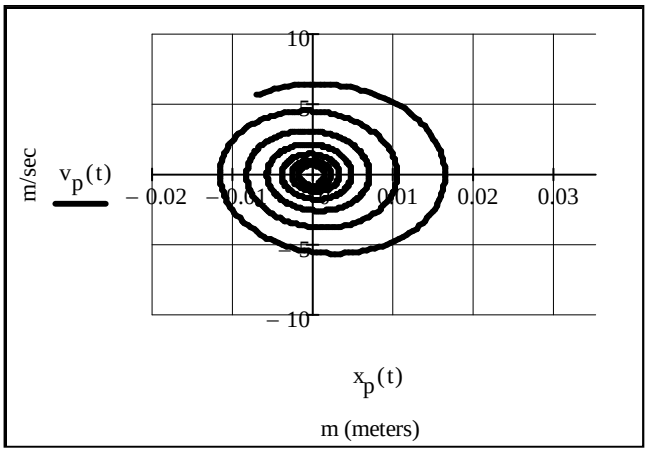
Ο αρχικός υπολογισμός των σύνθετων συντελεστών ακαμψίας και απόσβεσης ανά μονάδα μάζα $S_{i,j}$ και $D_{i,j}$ έδωσε τα εξής αποτελέσματα :

$S_{pp} = -2.115 \cdot 10^5$	$S_{pd} = 7.96 \cdot 10^4$	$S_{dd} = -1.363 \cdot 10^5$	$S_{dp} = -3.413 \cdot 10^4$
$D_{pp} = -53.97$	$D_{pd} = 0$	$D_{dd} = -1790$	$D_{dp} = 946.2$

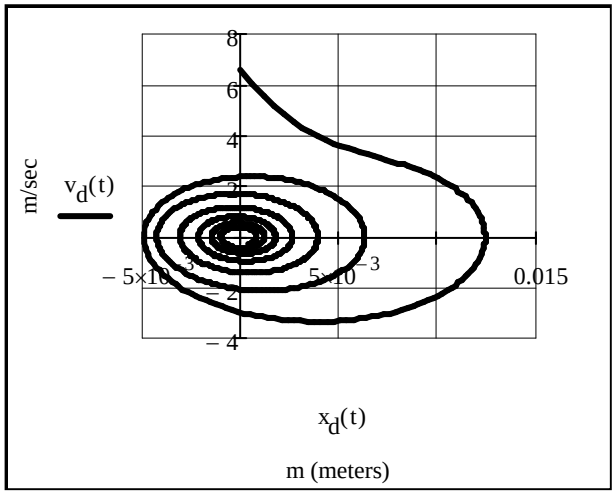
Τα αποτελέσματα αυτά οδήγησαν σε ασταθή διαγράμματα λειτουργίας (σχ.5.29, σχ.5.30).
Οι συντελεστές a, b, c, d με βάση τις αρχικές τιμές των σύνθετων συντελεστών ακαμψίας και απόσβεσης έδωσαν τις εξής τιμές:

$a = 1843.97$	$b = 444406.3$	$c = 310623591$	$d = 31544198000$
$b - \frac{c}{a} - d \cdot \frac{a}{c} = 88695.22$			

Όπως φαίνεται οι τέσσερις πρώτες συνθήκες σταθερής λειτουργίας κατά Walker και Senft ικανοποιούνται δηλαδή οι a, b, c, d είναι μεγαλύτεροι του μηδενός. Όμως η πέμπτη και τελευταία συνθήκη δε δίνει αποτέλεσμα μηδέν όπως θα έπρεπε αλλά κατά πολύ μεγαλύτερο του μηδενός.



Σχ. 5.29 Ασταθές διάγραμμα λειτουργίας της SPIKE. Διάγραμμα της ταχύτητας του εμβόλου σε συνάρτηση με τη μετατόπιση του εμβόλου (ταλάντωση με μειούμενο πλάτος – φαινόμενο dropout).



Σχ. 5.30 Ασταθές διάγραμμα λειτουργίας της SPIKE. Διάγραμμα της ταχύτητας του εκτοπιστή σε συνάρτηση με τη μετατόπιση του εκτοπιστή (ταλάντωση με μειούμενο πλάτος – φαινόμενο dropout).

Μέσω του κώδικα του MATHCAD έγινε **βελτιστοποίηση των συντελεστών ακαμψίας και απόσβεσης** ,ώστε να ικανοποιούν και τις πέντε συνθήκες ευστάθειας, η οποία έδωσε τα εξής αποτελέσματα:

$S_{pp} = -157878.90$	$S_{pd} = 87436.25$	$S_{dd} = -300528.81$	$S_{dp} = -163185.24$
$D_{pp} = -79.38$	$D_{pd} = -31.31$	$D_{dd} = -1586.98$	$D_{dp} = 588.42$

$a = 1666.36$	$b = 602806.74$	$c = 217847572.60$	$d = 61715466686.54$
$b - \frac{c}{a} - d \cdot \frac{a}{c} = 0.0004$			

Για ευσταθή λειτουργία της μηχανής έχουμε ότι η συχνότητα είναι ίση με $f = 57.54\ Hz$, η γωνιακή συχνότητα είναι ίση με $\omega = 361.569\ rad/sec$, ο λόγος πλάτους είναι ίσος με $r = 0.448$, η διαφορά

φάσης μεταξύ εκτοπιστή και εμβόλου είναι ίση με $\varphi = -54\ deg$, το πλάτος ταλάντωσης του εμβόλου είναι ίσο με $X_p = 0.015\ m$, ενώ του εμβόλου είναι $X_d = 0.00672\ m$. Έτσι οι εξισώσεις που δίνουν τη μετατόπιση και την ταχύτητα των εμβόλων είναι οι εξής :

$$x_p(t) = 0.015\sin(361.569t - 54) \tag{E.37}$$

$$x_d(t) = 0.00672\sin(361.569t) \tag{E.38}$$

$$v_p(t) = 5.4235\cos(361.569t - 54) \tag{E.39}$$

$$v_d(t) = 2.4297\cos(361.569t) \tag{E.40}$$

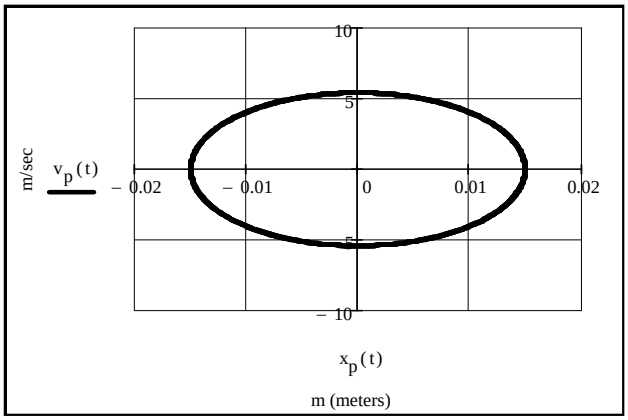
Για $t = 0$ οι αρχικές συνθήκες έχουν ως εξής :

$$x(0) = \begin{bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{x}_d \\ x_p \\ x_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.187 \\ 2.429 \\ -0.0121 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{E.41}$$

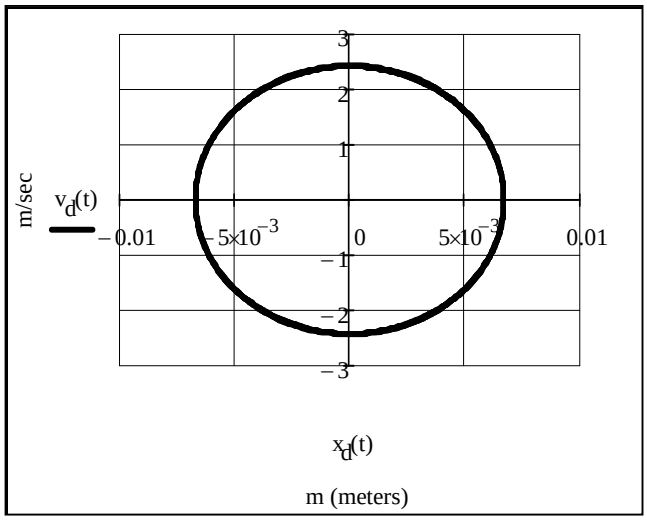
Ενώ οι ιδιοτιμές που προέκυψαν είναι οι εξής :

$$\begin{aligned} r_1 &= -1304.47 \\ r_2 &= 361.569\,i \\ r_3 &= -361.569\,i \\ r_4 &= -361.889 \end{aligned} \tag{E.42}$$

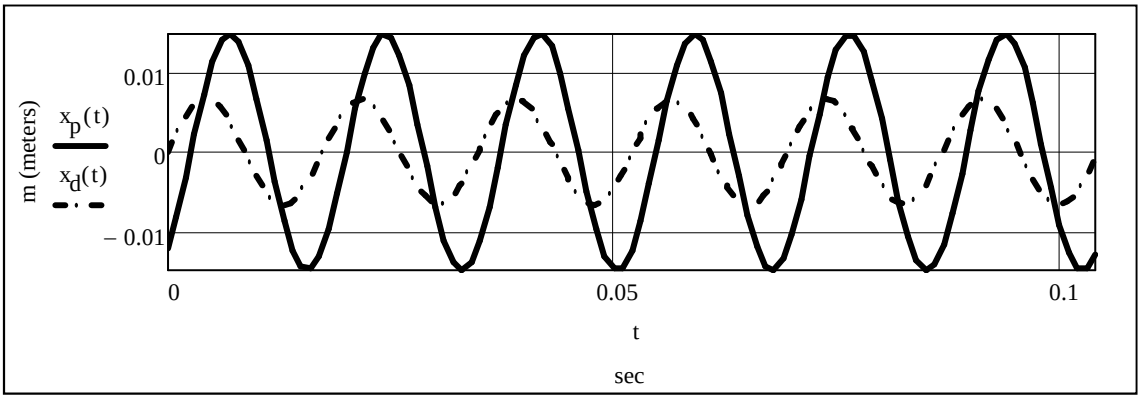
Δηλαδή δύο φανταστικές μιγαδικές και δύο αρνητικές πραγματικές ιδιοτιμές. Τα ευσταθή διαγράμματα λειτουργίας της SPIKE είναι τα εξής :



Σχ. 5.31 Σταθερό διάγραμμα λειτουργίας της SPIKE. Διάγραμμα της ταχύτητας του εμβόλου σε συνάρτηση με τη μετατόπιση του εμβόλου (ταλάντωση με σταθερό πλάτος).



Σχ.5.32 Σταθερό διάγραμμα λειτουργίας της SPIKE. Διάγραμμα της ταχύτητας του εκτοπιστή σε συνάρτηση με τη μετατόπιση του εκτοπιστή (ταλάντωση με σταθερό πλάτος).



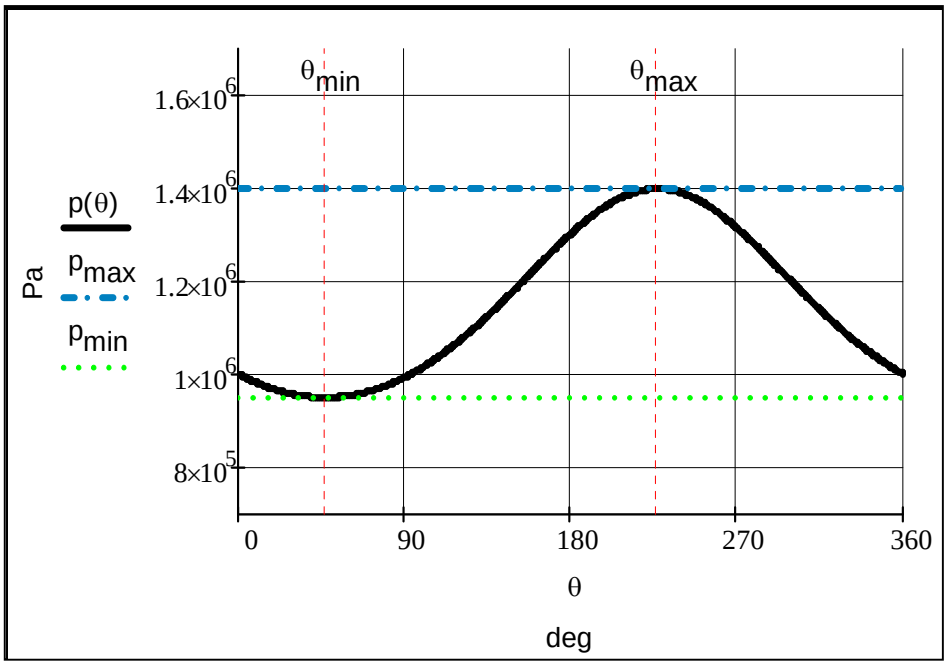
Σχ. 5.33 Διάγραμμα της μετατόπισης του εμβόλου ισχύος και του εκτοπιστή σε συνάρτηση με το χρόνο για έξι πρώτες περιόδους ευσταθούς λειτουργίας της SPIKE.

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.34

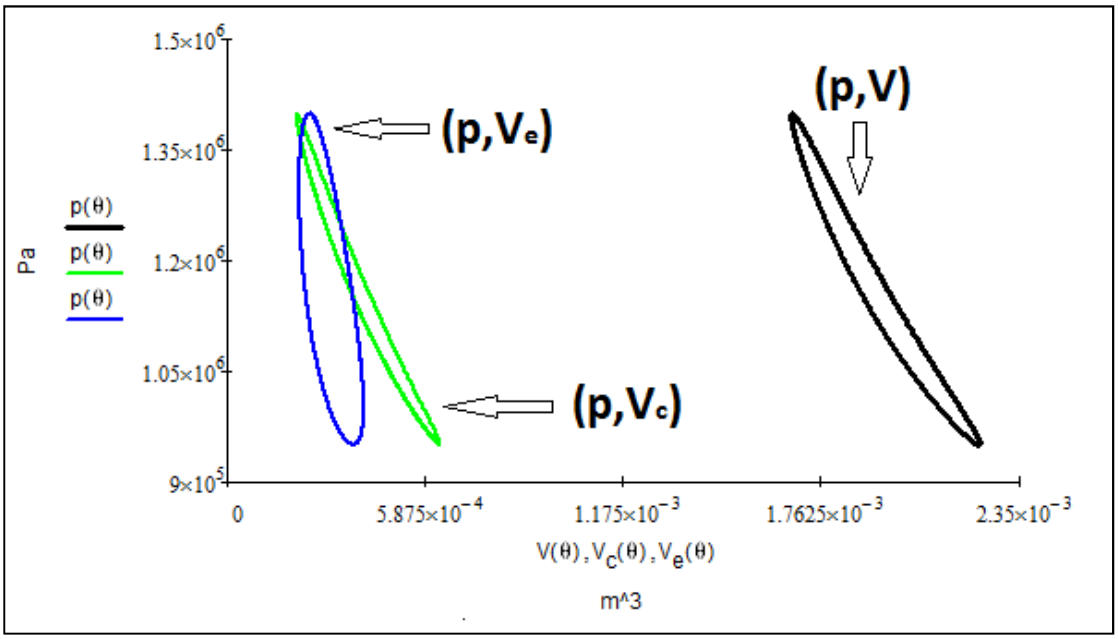
ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ ''SPIKE''

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ	**URIELI & BERCHOWITZ**	**WALKER & SENFT**	**ΠΑΡΟΥΣΑ ΑΝΑΛΥΣΗ**
Συχνότητα λειτουργίας $f(Hz)$	65.3	57.5	57.5
Διαφορά φάσης εκτοπιστή-εμβόλου $\varphi(°)$	-30.8	-54.0	-54.0
Λόγος πλατών ταλάντωσης εμβόλων r	0.60	0.44	0.44

Για την ανάλυση του θερμοδυναμικού κύκλου λειτουργίας της μηχανής χρησιμοποιήθηκε το **ισοθερμικό μοντέλο**. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης για τη ''SPIKE'' δίνονται παρακάτω:



Σχ. 5.35 Διάγραμμα πίεσης p του αερίου ως προς τη γωνία στροφάλου ϑ. Στο διάγραμμα φαίνεται ακόμα η μέγιστη τιμή της p_{max} για ϑ_{max} με μπλε χρώμα καθώς και η ελάχιστη τιμή της p_{min} για ϑ_{min} με πράσινο χρώμα.



Σχ. 5.36 Διάγραμμα πίεσης του αερίου σε συνάρτηση με τον συνολικό όγκο του αερίου $(p - V)$, με τον όγκο εκτόνωσης αερίου $(p - V_e)$ και με τον όγκο συμπίεσης αερίου $(p - V_c)$.

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.37

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΤΗΣ ''SPIKE'' ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΟ ΙΣΟΘΕΡΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

ΠΑΡΑΓΟΜΕΝΟ ΕΡΓΟ W	$W = 30.322\, J/cycle$
ΘΕΡΜΟΤΗΤΑ ΣΤΗΝ ΕΚΤΟΝΩΣΗ Q_e	$Q_e = 48.62\, J/cycle$
ΘΕΡΜΟΤΗΤΑ ΣΤΗΝ ΣΥΜΠΙΕΣΗ Q_c	$Q_c = -18.298\, J/cycle$
ΒΑΘΜΟΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ Carnot n_c	$n_c = W/Q_e = 62.36\%$
ΕΝΔΕΙΚΝΥΜΕΝΗ ΙΣΧΥΣ ΕΞΟΔΟΥ $P_{out}\, \gamma\iota\alpha\ f = 57.54Hz$	$P_{m,out} = P_{e,out} = 1745\, W_e$
ΜΕΣΗ ΠΙΕΣΗ p_{mean}	$p_{mean} = 11.54\, bar$

Ε.IV) ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΑΚΟΙ ΤΟΠΟΙ

1. Urieli I. and Berchowitz D. , ''Stirling Cycle Engine Analysis'', Adam Hilger Ltd., Bristol, 1984
2. Bruce Goldwater, Steven Piller, Jeff Rauch, Al Cella, '' DEMONSTRATION OF A FREE PISTON STIRLING ENGINE DRIVEN LINEAR ALTERNATOR, PHASE I REPORT'', Prepared for Division Of Nuclear Research & Applications Energy Research & Development Administration, Prepared Under Contract No. EY-76-C-2764, Mechanical Technology Incorporated, 968 Albany-Shaker Road, Latham, New York 12110, March 30, 1977
3. Manmohan Dhar, ''Stirling Engine Space Program ,Volume 1 – Final Report'' , Mechanical Technology Inc., Latham, New York, Prepared under Contract NAS3-25463, National Aeronautics and Space Administration , Glenn Research Center, August 1999
4. Rogdakis E. D., Bormpilas N. A., Koniakos I. K. ''A Thermodynamic Study for the Optimization of Stable Operation of Free Piston Stirling Engines'', Energy Conversion and Management, july 2003
5. Martini, W., 1978, "Stirling engine design manual", NASA report, National Technical Information Services, US Department of Commerce, Spring Field, USA.
6. D. R. GEDEON, ''The Optimization of Stirling Cycle Machines'', SUNPOWER INCORPORATED, ATHENS, OHIO, Presented at the 13th Annual Intersociety Energy Conversion Engineering Conference, San Diego, CA, August, 1978.
7. http://wiredspace.wits.ac.za/jspui/bitstream/10539/10873/13/Berchowitz%20DM.phd.13.pdf
8. ΚΟΝΙΑΚΟΣ ΗΛΙΑΣ, ''*ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ*: ***ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΕΜΒΟΛΩΝ STIRLING*** '', Επιβλέπων : καθ. ΡΟΓΔΑΚΗΣ ΕΜΜ., ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ, ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ, ΤΟΜΕΑΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ, ΑΘΗΝΑ 2003.

Πρόγραμμα MATH-T-1
ΜΗΧΑΝΗ " CTPC "
FREE PISTON STIRLING ENGINE
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΑΚΑΜΨΙΑΣ / ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΑΚΑΜΨΙΑΣ ΚΑΙ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ

Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της μηχανής αυτής ελήφθησαν από το εγχειρίδιο της NASA.
Σύστημα μονάδων μέτρησης το **S. I.**

Γενικά

Εργαζόμενο αέριο : Ήλιο

Σταθερά αερίου ηλίου (He) R_g σε J/kgK : $R_g := 2077$

Αδιαβατική σταθερά αερίου γ : $\gamma := 1.667$

Ειδική θερμοχωρητικότητα υπό σταθερά πίεση c_p σε J/kgK : $c_p := \gamma \cdot \frac{R}{\gamma - 1}$

Ειδική θερμοχωρητικότητα υπό σταθερό όγκο c_v σε J/kgK : $c_v := \frac{R}{\gamma - 1}$

Μέση πίεση p_{mean} σε Pa : $p_{mean} := 15 \cdot 10^6$

Θερμοκρασίες

Μέση θερμοκρασία T_h στο θερμαντήρα σε K : $T_h := 1050$

Μέση θερμοκρασία T_k στον ψύκτη σε K : $T_k := 525$

Μέση θερμοκρασία T_{reg} στον αναγεννητή (Ενεργός) σε K : $T_{reg} := \frac{T_h - T_k}{\ln\left(\frac{T_h}{T_k}\right)}$

Γεωμετρικά στοιχεία

Όγκος ροής ψύκτη V_k σε m^3 : $V_k := 1.3049 \cdot 10^{-4}$

Όγκος ροής αναγεννητή V_{reg} σε m^3 : $V_{reg} := 1.125 \cdot 10^{-3}$

Όγκος ροής θερμαντήρα V_h σε m^3 : $V_h := 8.4078 \cdot 10^{-5}$

Εμβαδόν μετωπικής επιφάνειας του διωστήρα του εκτοπιστή A_r σε m^2 : $A_r := 4.7080 \cdot 10^{-4}$

Εμβαδόν μετωπικής επιφάνειας του εμβόλου A_p σε m^2 : $A_p := 1.4776 \cdot 10^{-2}$

Εμβαδόν μετωπικής επιφάνειας του εκτοπιστή A_d σε m^2 : $A_d := 1.0261 \cdot 10^{-2}$

Όγκος ελατηρίου αερίου του εκτοπιστή V_D σε m^3 (Displacer gas spring volume) : $V_D := 8.7072 \cdot 10^{-4}$

Όγκος του χώρου αναπήδησης του εμβόλου V_B σε m^3 (Piston bounce space volume or piston gas spring) $V_B := 9.5065 \cdot 10^{-3}$

Σταθερά ελαστικότητας ελατηρίου αερίου του εκτοπιστή K_d σε N/m (Displacer gas spring stiffness coefficient) : $K_d := 47 \cdot 10^4$

Σταθερά ελαστικότητας ελατηρίου αερίου του εμβόλου ισχύος K_p σε N/m (Piston gas spring stiffness coefficient) : $K_p := 58 \cdot 10^4$

Σταθερά ελαστικότητας δρομέα - εμβόλου K_{mag} σε N/m (Piston plunger magnet stiffness coefficient) : $K_{mag} := 122413.622$

Μήκος επιζήμιου χώρου εκτόνωσης E_E σε m (Expansion space clearance) : $E_E := 3.159 \cdot 10^{-3}$

Μήκος επιζήμιου χώρου συμπίεσης C_C σε m (Compression space clearance) : $C_C := 1.586 \cdot 10^{-3}$

Μάζες

Μάζα εμβόλου M_p σε kg : $M_p := 13.176$

Μάζα εκτοπιστή M_d σε kg : $M_d := 2.17$

Μάζα κελύφους (casing) M_c σε kg : $M_c := 88.37$

Δυναμικά μεγέθη

Πλάτος ταλάντωσης εμβόλου X_p σε m (Piston amplitude) : $X_p := 0.014$

Πλάτος ταλάντωσης εκτοπιστή X_d σε m (Displacer amplitude) : $X_d := 0.014$

Συντελεστής απόσβεσης λόγω φορτίου C_{pc} σε Ns/m (Load damping coefficient) : $C_{pc} := 918.58$

Συντελεστής απόσβεσης λόγω υστέρησης του αερίου ελατηρίου του εκτοπιστή C_{Hdc} σε Ns/m (Displacer gas sping damping coefficient) : $C_{Hdc} := 51$

Συντελεστής απόσβεσης λόγω υστέρησης του αερίου ελατηρίου του εμβόλου ισχύος C_{Hpc} σε Ns/m (Piston gas sping damping coefficient) :

$C_{Hpc} := 36$

$$S := \frac{A_p \cdot C_C}{T_k} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_{reg}}{\left(\frac{T_h - T_k}{\ln\left(\frac{T_h}{T_k}\right)}\right)} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{A_d \cdot E_E}{T_h}$$

$S = 1.889 \times 10^{-6}$

Υπολογισμός των Συνθετων Γραμμικών Συντελεστών ανά μονάδα μάζας S_{ij} και D_{ij}

1η Διαφορική εξίσωση	ΤΙΜΕΣ	ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ
1) $S_{pp} := \frac{-\left(A_p^2 \cdot p_{mean}\right)}{M_p} \cdot \left(\frac{1}{T_k \cdot S}\right) - \frac{K_p}{M_p}$	$S_{pp} = -2.946 \times 10^5$	$\frac{1}{s^2}$
2) $S_{pd} := \frac{-A_p \cdot p_{mean}}{M_p \cdot S} \cdot \left(\frac{A_d}{T_h} - \frac{A_d - A_r}{T_k}\right)$	$S_{pd} = 7.902 \times 10^4$	$\frac{1}{s^2}$
3) $C_{pc} = 918.58$ $D_{pp} := -\frac{C_{pc} + C_{Hpc}}{M_p}$	$D_{pp} = -72.45$	$\frac{1}{s}$
4) $D_{pd} := 0$	$D_{pd} = 0$	$\frac{1}{s}$
2η Διαφορική εξίσωση		
5) $S_{dp} := \frac{-p_{mean} \cdot A_r \cdot A_p}{M_d \cdot T_k \cdot S}$	$S_{dp} = -4.848 \times 10^4$	$\frac{1}{s^2}$

6)

$$S_{dd} := \frac{-p_{mean} \cdot A_r}{M_d} \cdot \left(\frac{A_d}{T_h \cdot S} - \frac{A_d - A_r}{T_k \cdot S} \right) - \frac{K_d}{M_d}$$

$$\boxed{S_{dd} = -2.013 \times 10^5} \qquad \frac{1}{s^2}$$

7)

$$C_p := 1.49 \times 10^3$$

$$D_{dp} := \frac{C_p}{M_d}$$

$$\boxed{D_{dp} = 686.636} \qquad \frac{1}{s}$$

8)

$$C_d := -2.022 \times 10^3$$

$$D_{dd} := \frac{C_d - C_{Hdc}}{M_d}$$

$$\boxed{D_{dd} = -955.3} \qquad \frac{1}{s}$$

9)

$$S_{cc} := \left(\frac{-p_{mean}}{M_c} \right) \cdot \left[\frac{A_d \cdot (A_d + A_r)}{T_h \cdot S} + \frac{\gamma \cdot A_p \cdot A_d}{V_B} + \frac{\gamma \cdot A_r^2}{V_D} \right]$$

$$\boxed{S_{cc} = -1.4 \times 10^4} \qquad \frac{1}{s^2}$$

Πρόγραμμα MATH-T-2
ΜΗΧΑΝΗ "CTPC"
FREE PISTON STIRLING ENGINE
ΕΠΙΛΥΣΗ ΔΙΑΦΟΡΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ TOYS URIELI I. & BERCHOWITZ

Το πρόγραμμα αυτό επιλύει το σύστημα των διαφορικών εξισώσεων κίνησης της μηχανής, με τιμές συντελεστών ακαμψίας και απόσβεσης, όπως αυτοί υπολογίστηκαν στο MATH-T-1 μέσω των σχέσεων από τους Urieli & Berchowitz . Οι τιμές αυτές είναι οι ακόλουθες:

$S_{pp} := -2.946 \times 10^5$ $S_{pd} := 7.902 \times 10^4$ $S_{dp} := -4.848 \times 10^4$ $S_{dd} := -2.013 \times 10^5$

$D_{pp} := -72.45$ $D_{pd} := 0$ $D_{dp} := 686.636$ $D_{dd} := -955.3$

Ως αρχικές τιμές λαμβάνουμε τυχαία οι παρακάτω, χωρίς όμως αυτό να επηρεάζει τη λύση του συστήματος των διαφορικών εξισώσεων κίνησης, αφού το πρόβλημα δεν είναι πρόβλημα αρχικών τιμών.

$$Y0 := \begin{pmatrix} 5.636 \\ 6.563 \\ -7.17 \cdot 10^{-3} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Και η επίλυση του συστήματος είναι η ακόλουθη:

$$A := \begin{pmatrix} D_{pp} & D_{pd} & S_{pp} & S_{pd} \\ D_{dp} & D_{dd} & S_{dp} & S_{dd} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad N := \mathrm{cols}(A) \qquad N = 4$$

Με ιδιοτιμές:

$$m := \mathrm{eigenvals}(A) \qquad m = \begin{pmatrix} -31.694 + 481.526i \\ -31.694 - 481.526i \\ -482.181 + 196.5i \\ -482.181 - 196.5i \end{pmatrix}$$

Και ιδιοδιανύσματα:

$v := \mathrm{eigenvecs}(A)$

$$v = \begin{pmatrix} 0.789 & 0.789 & -0.15 - 0.058i & -0.1 \\ 0.613 + 0.044i & 0.613 - 0.044i & -0.987 & \\ -1.073 \times 10^{-4} - 1.631i \times 10^{-3} & -1.073 \times 10^{-4} + 1.631i \times 10^{-3} & 2.242 \times 10^{-4} + 2.113i \times 10^{-4} & 2.242 \times 10^{-} \\ 6.586 \times 10^{-6} - 1.274i \times 10^{-3} & 6.586 \times 10^{-6} + 1.274i \times 10^{-3} & 1.756 \times 10^{-3} + 7.154i \times 10^{-4} & 1.756 \times 10^{-} \end{pmatrix}$$

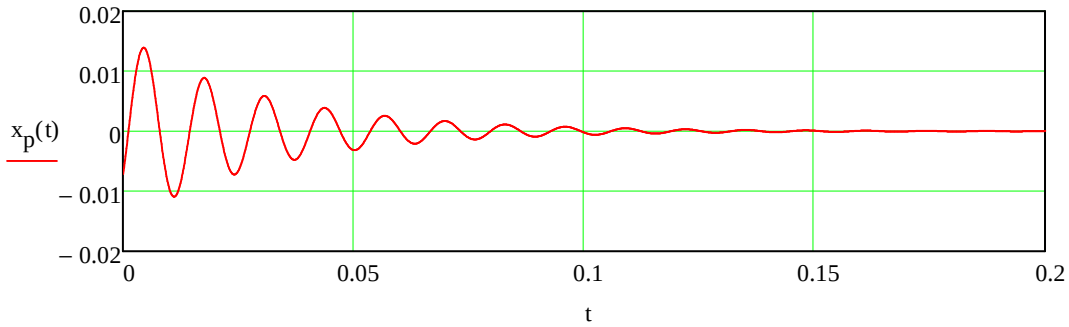
$X' = A \cdot X$ $\qquad c := \mathrm{lsolve}(v, Y0) \qquad c = \begin{pmatrix} 3.915 - 2.698i \\ 3.915 + 2.698i \\ -0.773 - 6.665i \\ -0.773 + 6.665i \end{pmatrix}$

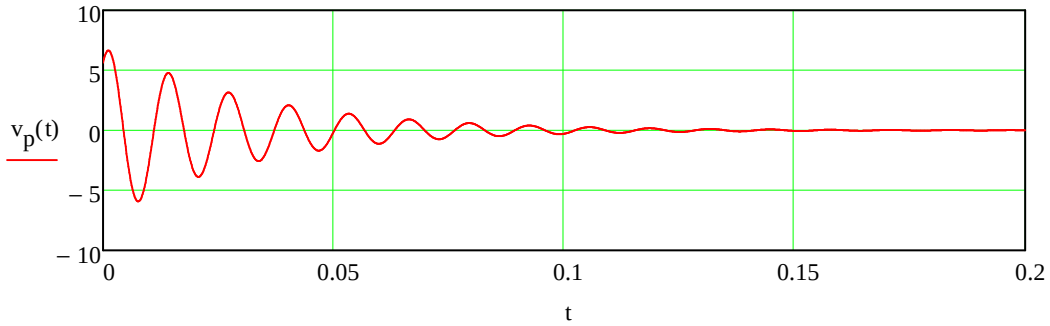
$$S(t,i) := \sum_{n=0}^{N-1} \left(c_n \cdot v_{i,n} \cdot e^{m_n \cdot t} \right) \qquad S(t,i) := c_0 \cdot v_{i,0} \cdot e^{m_0 \cdot t} + c_1 \cdot v_{i,1} \cdot e^{m_1 \cdot t} + c_2 \cdot v_{i,2} \cdot e^{m_2 \cdot t} + c_3 \cdot v_{i,3} \cdot e^{m_3 \cdot t}$$

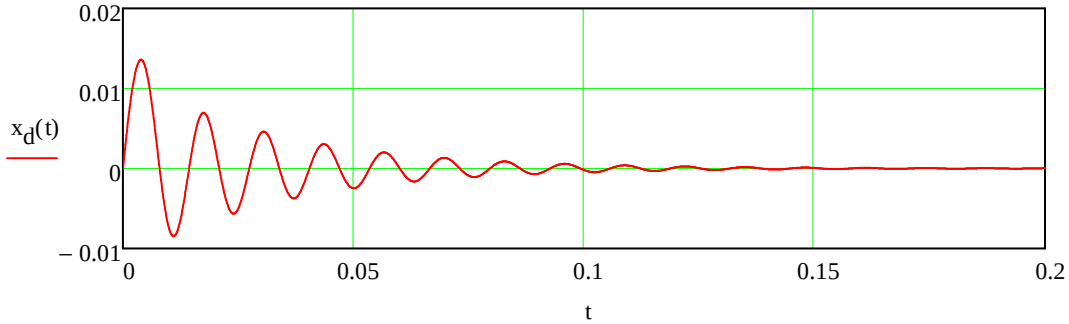
Όπως φαίνεται και από τις ιδιοτιμές του συστήματος δεν έχουμε ευστάθεια, αφού όλες οι ιδιοτιμές είναι μιγαδικές (ταλαντώσεις με μειούμενο πλάτος -- φαινόμενο dropout-διακοπή) . Αποτέλεσμα αυτού είναι τα διαγράμματα Ταχύτητας - Μετατόπισης να είναι ασταθή.
Όσο περνάει ο χρόνος λειτουργίας από την εκκίνηση της μηχανής, τα πλάτη των μετατοπίσεων μειώνονται.

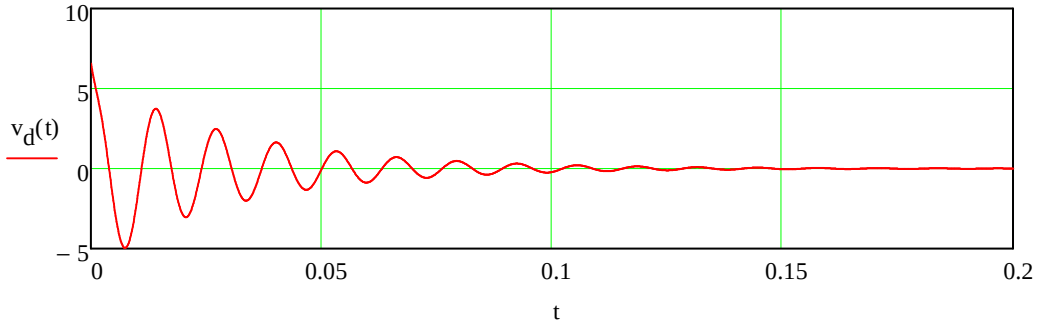
$t := 0, 0.0001 .. 0.2$

$v_p(t) := \mathrm{Re}(S(t,0))$ $x_p(t) := \mathrm{Re}(S(t,2))$ $v_d(t) := \mathrm{Re}(S(t,1))$ $x_d(t) := \mathrm{Re}(S(t,3))$

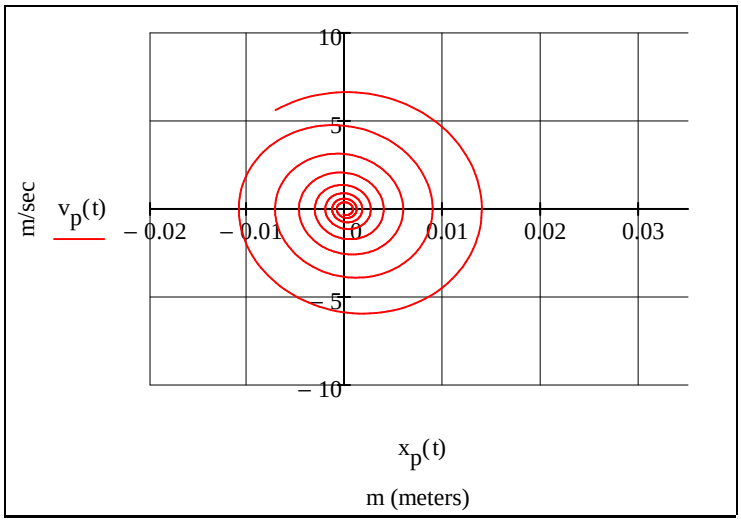


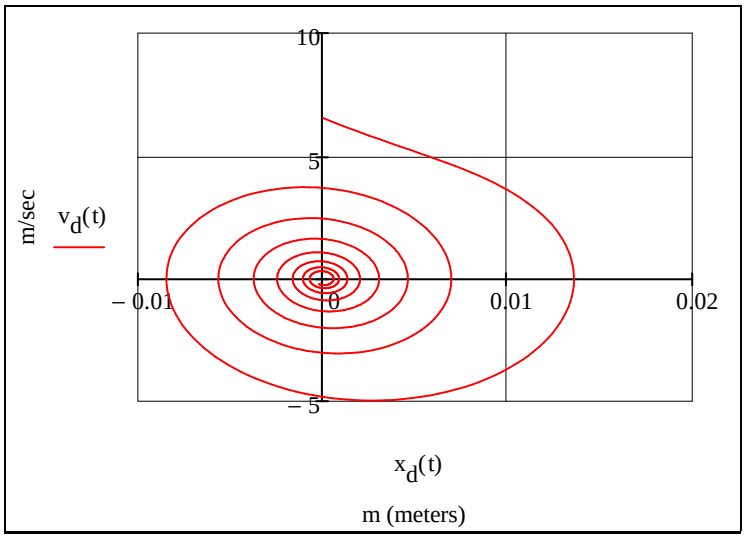






$t := 0, 0.0001 .. 0.1$





$$\omega := \left(\frac{D_{dp}\cdot S_{pd} + S_{dp}\cdot D_{pd} - D_{dd}\cdot S_{pp} - S_{dd}\cdot D_{pp}}{D_{dd} + D_{pp}}\right)^{0.5} = 485.005 \qquad f := \frac{\omega}{2\cdot\pi} = 77.191$$

$$\phi := \operatorname{atan}\left[\frac{\omega\cdot\left[D_{pp}\cdot S_{pd} - D_{pd}\cdot\left(S_{pp} + \omega^2\right)\right]}{-\left[\left(D_{pp}\cdot D_{pd} + S_{pd}\right)\cdot\omega^2 + S_{pp}\cdot S_{pd}\right]}\right] = -0.534 \qquad \phi := -30.825\text{deg}$$

$$r_{amp} := \frac{\left(\omega^2 + S_{pp}\right)^2 + \omega^2\cdot D_{pp}^{\ 2}}{\left[\left[S_{pd}\cdot\left(\omega^2 + S_{pp}\right) + \omega^2\cdot D_{pp}\cdot D_{pd}\right]^2 + \omega^2\cdot\left[D_{pd}\cdot\left(\omega^2 + S_{pp}\right) - D_{pp}\cdot S_{pd}\right]^2\right]^{0.5}} = 0.873$$

Πρόγραμμα MATH-T-3
ΜΗΧΑΝΗ "CTPC"
FREE PISTON STIRLING ENGINE
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΤΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΑΚΑΜΨΙΑΣ ΚΑΙ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΑ ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΤΩΝ WALKER & SENF

Οι σύνθετοι συντελεστές ακαμψίας και απόσβεσης ανά μονάδα μάζας, όπως αυτοί υπολογίζονται από το πρόγραμμα MATH-T-1 είναι οι ακόλουθοι (σύστημα μονάσων μέτρησης το SI):

$S_{pp} := -2.946 \times 10^5$ $S_{pd} := 7.902 \times 10^4$ $S_{dp} := -4.848 \times 10^4$ $S_{dd} := -2.013 \times 10^5$

$D_{pp} := -72.45$ $D_{pd} := 0$ $D_{dp} := 686.636$ $D_{dd} := -955.3$

Ως αρχικές τιμές του προγράμματος λαμβάνονται οι παραπάνω. Όπως θα εξηγηθεί και αργότερα ο παρακάτω πίνακας θα εξισώνεται κάθε φορά με το αποτέλεσμα της βελτιστοποίησης μέχρι να επιτευχθεί σύγκλιση. Κάτι τέτοιο συνήθως συμβαίνει μετά από 2 επαναλήψεις.

$$\begin{pmatrix} S_{pp} \\ S_{pd} \\ D_{pp} \\ D_{pd} \\ S_{dp} \\ S_{dd} \\ D_{dp} \\ D_{dd} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} -147466.3313 \\ 10677.6646 \\ -24.520853 \\ -0.0159 \\ -812265.2372 \\ 58812.5873 \\ 628.5017 \\ -2180.1907 \end{pmatrix}$$

Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του συστήματος των διαφορικών εξισώσεων δίνεται από την ορίζουσα του παρακάτω πίνακα.

$$A(D,S,r) := \begin{pmatrix} r^2 - S_{pp} - r \cdot D_{pp} & -S_{pd} - r \cdot D_{pd} \\ -S_{dp} - r \cdot D_{dp} & r^2 - S_{dd} - r \cdot D_{dd} \end{pmatrix}$$

$$\left|A(D,S,r)\right| \left| \begin{array}{l} \text{simplify} \\ \text{collect}, r \\ \text{coeffs}, r \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} 219285.66907063 \\ 3.133387438852446431e8 \\ 142123.8728436971 \\ 2204.711553 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Τελικά το χαρακτηριστικό πολυώνυμο σε αναλυτική μορφή μπορεί να γραφεί και με τη μορφή του παρακάτω πίνακα:

$$r := \begin{pmatrix} S_{pp} \cdot S_{dd} - S_{pd} \cdot S_{dp} \\ -S_{pd} \cdot D_{dp} + D_{pp} \cdot S_{dd} + S_{pp} \cdot D_{dd} - D_{pd} \cdot S_{dp} \\ D_{pp} \cdot D_{dd} - D_{pd} \cdot D_{dp} - S_{dd} - S_{pp} \\ -D_{dd} - D_{pp} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Οι ρίζες του πολυωνύμου είναι οι:

$$v := \text{polyroots}(r) \qquad \boxed{v = \begin{pmatrix} -2204.710853 \\ -0.0007 \\ 0 - 376.991154i \\ 0 + 376.991154i \end{pmatrix}}$$

Οι συντελεστές του χαρακτηριστικού πολυωνύμου είναι οι:

$$a := -D_{dd} - D_{pp}$$

$$b := D_{pp} \cdot D_{dd} - D_{pd} \cdot D_{dp} - S_{dd} - S_{pp}$$

$$c := -S_{pd} \cdot D_{dp} + D_{pp} \cdot S_{dd} + S_{pp} \cdot D_{dd} - D_{pd} \cdot S_{dp}$$

$$d := S_{pp} \cdot S_{dd} - S_{pd} \cdot S_{dp}$$

$$TOL := 10^{-9} \qquad CTOL := 8 \cdot 10^{-3}$$

Given

Σύμφωνα με τους Walker & Senft, για ευσταθή λειτουργία θα πρέπει να ικανοποιούνται τα παρακάτω κριτήρια:

$$\left(D_{pp} \cdot D_{dd} - D_{pd} \cdot D_{dp} - S_{dd} - S_{pp} - \frac{-S_{pd} \cdot D_{dp} + D_{pp} \cdot S_{dd} + S_{pp} \cdot D_{dd} - D_{pd} \cdot S_{dp}}{-D_{dd} - D_{pp}}\right) \ldots = 0$$
$$+\left[-\frac{S_{pp} \cdot S_{dd} - S_{pd} \cdot S_{dp}}{\left(\frac{-S_{pd} \cdot D_{dp} + D_{pp} \cdot S_{dd} + S_{pp} \cdot D_{dd} - D_{pd} \cdot S_{dp}}{-D_{dd} - D_{pp}}\right)}\right]$$

$$-D_{dd} - D_{pp} > 0$$

$$D_{pp} \cdot D_{dd} - D_{pd} \cdot D_{dp} - S_{dd} - S_{pp} > 0$$

$-S_{pd} \cdot D_{dp} + D_{pp} \cdot S_{dd} + S_{pp} \cdot D_{dd} - D_{pd} \cdot S_{dp} > 0$

$S_{pp} \cdot S_{dd} - S_{pd} \cdot S_{dp} > 0$

$F(S_{pp}, S_{pd}, D_{pp}, D_{pd}, S_{dp}, S_{dd}, D_{dp}, D_{dd}) := \mathrm{Find}(S_{pp}, S_{pd}, D_{pp}, D_{pd}, S_{dp}, S_{dd}, D_{dp}, D_{dd})$

$$F(S_{pp}, S_{pd}, D_{pp}, D_{pd}, S_{dp}, S_{dd}, D_{dp}, D_{dd}) = \begin{pmatrix} -147466.3313 \\ 10677.6646 \\ -24.520853 \\ -0.0159 \\ -812265.2372 \\ 58812.5873 \\ 628.5017 \\ -2180.1907 \end{pmatrix}$$

Στο σημείο αυτό καλό θα ήταν να επισημάνουμε ότι εάν οι αρχικές τιμές που δώσαμε στην αρχή του προγράμματος είναι ίδιες με τις τιμές των συντελεστών του παραπάνω πίνακα, τότε θεωρούμε ότι η διαδικασία έχει φτάσει σε σύγκλιση.

$a = 2204.711553$

$b = 142123.872843697$

$c = 313338743.885245$

$d = 219285.669071$

$$b - \frac{c}{a} - \frac{d}{\frac{c}{a}} = -0.000544$$

Όπως εύκολα διαπιστώνεται τα κριτήρια ικανοποιούνται.

Τελικά, το χαρακτηριστικό πολυώνυμο σύμφωνα με τους καινούριους συντελεστές δίνεται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$A(D, S, w) := \begin{pmatrix} w^2 - S_{pp} - w \cdot D_{pp} & -S_{pd} - w \cdot D_{pd} \\ -S_{dp} - w \cdot D_{dp} & w^2 - S_{dd} - w \cdot D_{dd} \end{pmatrix}$$

$$\left|A(D,S,w)\right| \left|\begin{array}{l}\text{simplify}\\ \text{collect}, w\\ \text{coeffs}, w\end{array}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} 219285.66907063 \\ 3.133387438852446431e8 \\ 142123.8728436971 \\ 2204.711553 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$w := \begin{bmatrix} S_{pp} \cdot S_{dd} - S_{pd} \cdot S_{dp} \\ -S_{pd} \cdot D_{dp} + D_{pp} \cdot S_{dd} + S_{pp} \cdot D_{dd} - D_{pd} \cdot S_{dp} \\ D_{pp} \cdot D_{dd} - D_{pd} \cdot D_{dp} - S_{dd} - S_{pp} \\ \left(-D_{dd} - D_{pp}\right) \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$u := \text{polyroots}(w) \qquad u = \begin{pmatrix} -2204.710853 \\ -0.0007 \\ 0 - 376.991154i \\ 0 + 376.991154i \end{pmatrix}$$

Όπως φαίνεται από τα παραπάνω αποτελέσματα το χαρακτηριστικό πολυώνυμο έχει δύο αρνητικές πραγματικες ρίζες και δύο μιγαδικες φανταστικες.

Τα χαρακτηριστικά λειτουργίας της μηχανής με τους βελτιστοποιημένους σύνθετους συντελεστές ακαμψίας και απόσβεσης ανά μονάδα μάζας υπολογίζονται παρακάτω.

$$\omega := \left(\frac{D_{dp} \cdot S_{pd} + S_{dp} \cdot D_{pd} - D_{dd} \cdot S_{pp} - S_{dd} \cdot D_{pp}}{D_{dd} + D_{pp}}\right)^{0.5} = 376.991154 \qquad \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$f := \frac{\omega}{2 \cdot \pi} \qquad f = 60.00000\ \text{Hz}$$

$$\phi := \text{atan}\left[-\frac{\left[D_{pp} \cdot S_{pd} - D_{pd} \cdot \left(S_{pp} + \omega^2\right)\right]}{\left(D_{pp} \cdot D_{pd} + S_{pd}\right) \cdot \omega^2 + S_{pp} \cdot S_{pd}} \cdot \omega\right] = -1.0472 \qquad \varphi := -60.0001\text{deg}$$

$$r_{amp} := \frac{\left(\omega^2 + S_{pp}\right)^2 + \omega^2 \cdot D_{pp}^{\ 2}}{\left[\left[S_{pd} \cdot \left(\omega^2 + S_{pp}\right) + \omega^2 \cdot D_{pp} \cdot D_{pd}\right]^2 + \omega^2 \cdot \left[D_{pd} \cdot \left(\omega^2 + S_{pp}\right) - D_{pp} \cdot S_{pd}\right]^2\right]^{0.5}} = 1$$

Την ίδια μέθοδο σύγκλισης με πριν χρησιμοποιούμε για να βρούμε τα τελικά πλάτη μετατόπισης του εμβόλου και του εκτοπιστη.

$$\begin{pmatrix} X_d \\ X_p \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0.014 \\ 0.014 \end{pmatrix}$$

Given

$$\frac{X_d}{X_p} - r_{amp} = 0$$

$$F(X_d, X_p) := \mathrm{Find}(X_d, X_p)$$

$$F(X_d, X_p) = \begin{pmatrix} 0.014 \\ 0.014 \end{pmatrix}$$

Πρόγραμμα MATH-T-4
ΜΗΧΑΝΗ "CTPC"
FREE PISTON STIRLING ENGINE
ΕΠΙΛΥΣΗ ΔΙΑΦΟΡΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ TOYS URIELI I. & BERCHOWITZ

Το πρόγραμμα αυτό επιλύει το σύστημα των διαφορικών εξισώσεων κίνησης της μηχανής, με τιμές των βελτιστοποιημένων συντελεστών ακαμψίας και απόσβεσης σύμφωνα με τους Walker & Senft, όπως αυτοί υπολογίστηκαν στο MATH-T-3 . Οι τιμές αυτές είναι οι ακόλουθες:

$S_{pp} := -147466.3313$ $S_{pd} := 10677.6646$ $S_{dp} := -812265.2372$ $S_{dd} := 58812.5873$

$D_{pp} := -24.520853$ $D_{pd} := -0.0159$ $D_{dp} := 628.5017$ $D_{dd} := -2180.1907$

Ως αρχικές τιμές λαμβάνουμε τυχαία οι παρακάτω, χωρίς όμως αυτό να επηρεάζει τη λύση του συστήματος των διαφορικών εξισώσεων κίνησης, αφού το πρόβλημα δεν είναι πρόβλημα αρχικών τιμών.

$$Y0 := \begin{pmatrix} 2.638 \\ 5.277 \\ -0.012 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Και η επίλυση του συστήματος είναι η ακόλουθη:

$$A := \begin{pmatrix} D_{pp} & D_{pd} & S_{pp} & S_{pd} \\ D_{dp} & D_{dd} & S_{dp} & S_{dd} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad N := \mathrm{cols}(A) \qquad N = 4$$

Με ιδιοτιμές:

$$m := \mathrm{eigenvals}(A) \qquad m = \begin{pmatrix} -2.205 \times 10^{3} \\ 1.198 \times 10^{-7} + 376.991i \\ 1.198 \times 10^{-7} - 376.991i \\ -6.998 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

Και ιδιοδιανύσματα:

$v := \mathrm{eigenvecs}(A)$

$$v = \begin{pmatrix} 2.162 \times 10^{-3} & 0.354 - 0.612i & 0.354 + 0.612i & -5.054 \times 10^{-5} \\ 1 & 0.707 & 0.707 & -6.98 \times 10^{-4} \\ -9.808 \times 10^{-7} & -1.624 \times 10^{-3} - 9.378i \times 10^{-4} & -1.624 \times 10^{-3} + 9.378i \times 10^{-4} & 0.072 \\ -4.536 \times 10^{-4} & 5.96 \times 10^{-13} - 1.876i \times 10^{-3} & 5.96 \times 10^{-13} + 1.876i \times 10^{-3} & 0.997 \end{pmatrix}$$

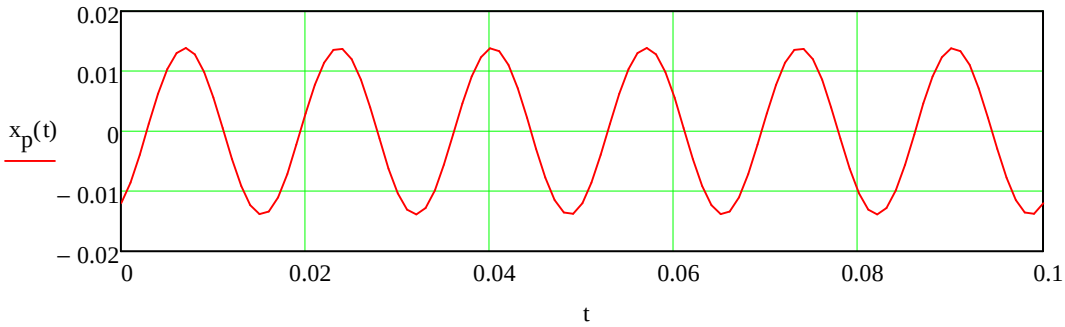
$X' = A \cdot X$ $\qquad c := \mathrm{lsolve}(v, Y0) \qquad c = \begin{pmatrix} 0.041 \\ 3.702 + 0.016i \\ 3.702 - 0.016i \\ -4.282 \times 10^{-5} \end{pmatrix}$

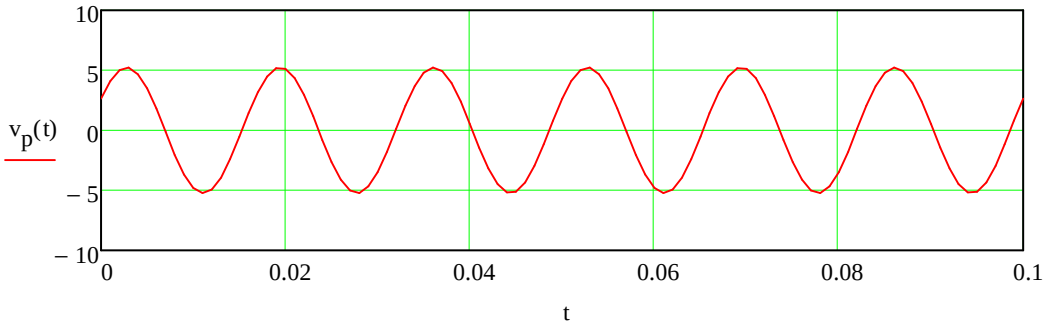
$$S(t,i) := \sum_{n=0}^{N-1} \left(c_n \cdot v_{i,n} \cdot e^{m_n \cdot t} \right) \qquad S(t,i) := c_0 \cdot v_{i,0} \cdot e^{m_0 \cdot t} + c_1 \cdot v_{i,1} \cdot e^{m_1 \cdot t} + c_2 \cdot v_{i,2} \cdot e^{m_2 \cdot t} + c_3 \cdot v_{i,3} \cdot e^{m_3 \cdot t}$$

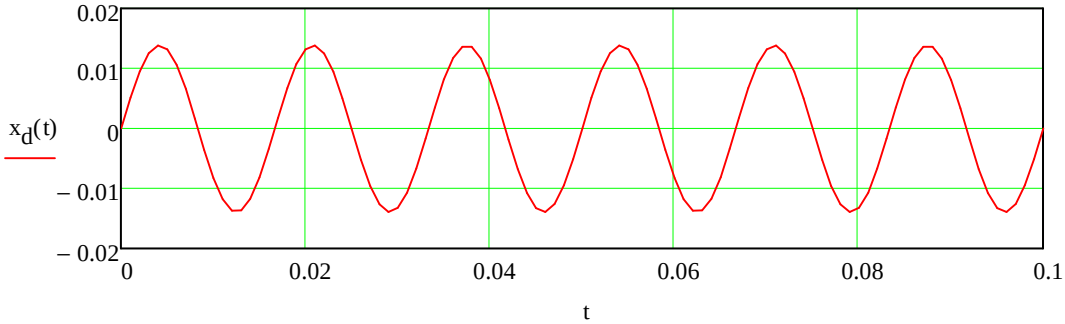
Όπως φαίνεται και από τις ιδιοτιμές του συστήματος έχουμε ευστάθεια, αφού υπάρχουν δύο φανταστικές μιγαδικές ρίζες με πραγματικό μέρος που το αγνοούμε καθώς είναι σχεδόν μηδενικο και δύο ρίζες με αρνητικό πραγματικό μέρος (σταθερές ταλαντώσεις) . Αποτέλεσμα αυτού είναι τα διαγράμματα Ταχύτητας - Μετατόπισης να είναι ευσταθή.
Όσο περνάει ο χρόνος λειτουργίας από την εκκίνηση της μηχανής, τα πλάτη των μετατοπίσεων μένουν σταθερά.

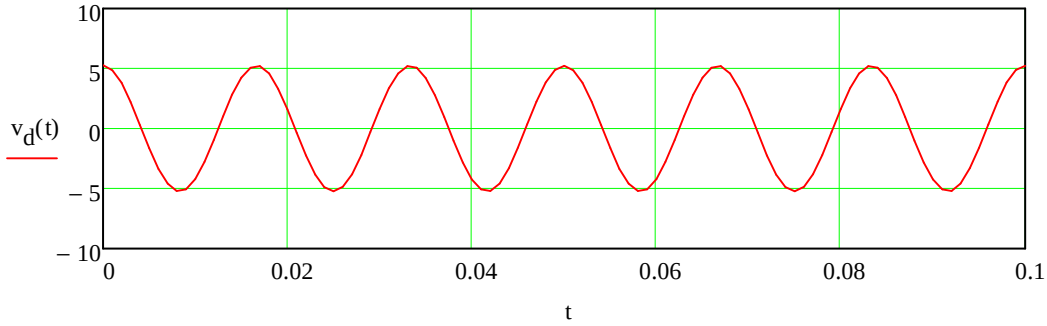
$t := 0, 0.001 .. 0.1$

$v_p(t) := Re(S(t,0))$ $x_p(t) := Re(S(t,2))$ $v_d(t) := Re(S(t,1))$ $x_d(t) := Re(S(t,3))$

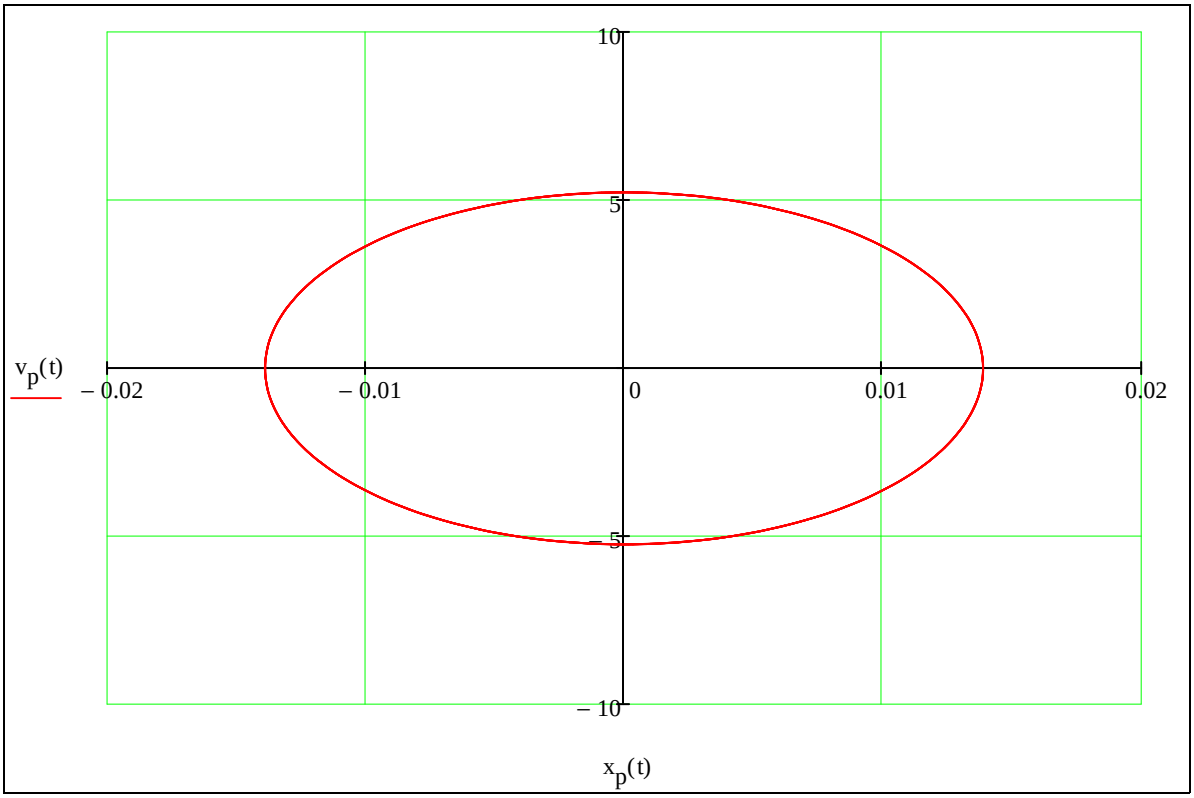


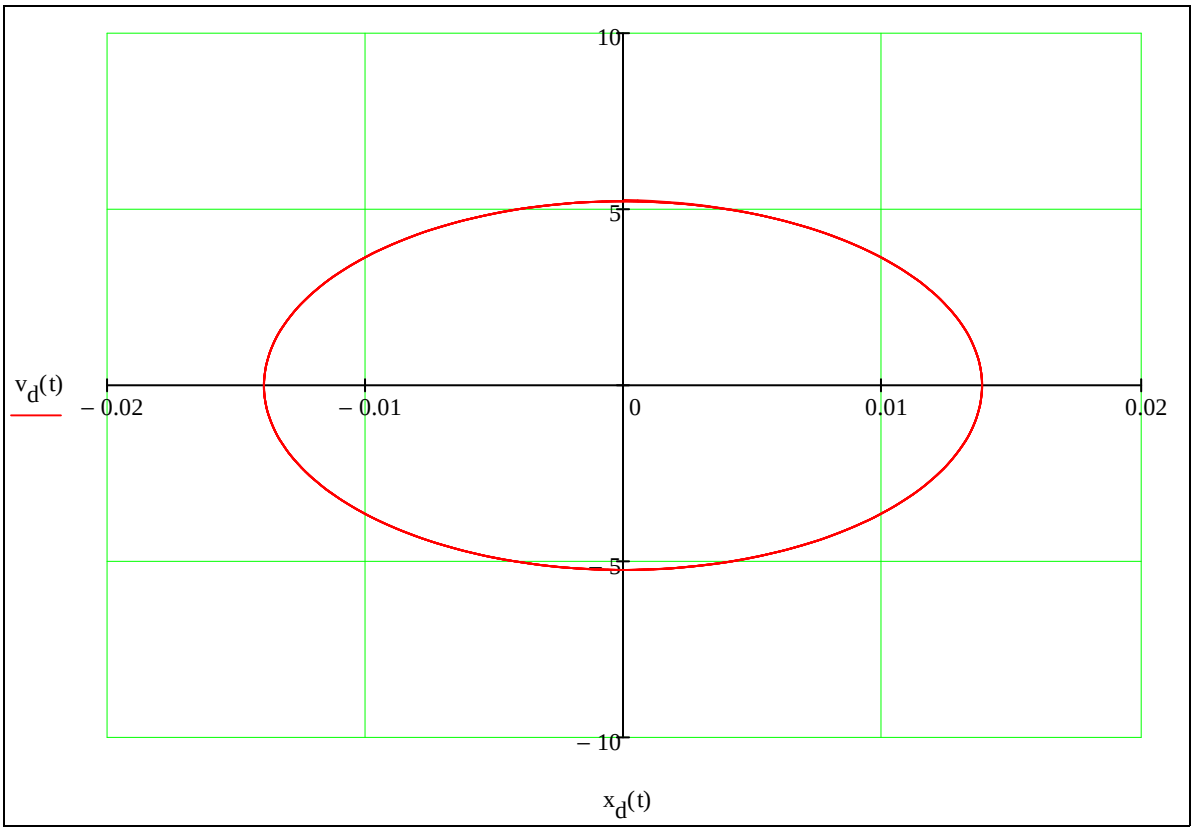






$t := 0, 0.0001 .. 0.1$


10
5
−5
−10
−0.02
−0.01
0
0.01
0.02
$v_p(t)$
$x_p(t)$


10
5
−5
−10
−0.02
−0.01
0
0.01
0.02
$v_d(t)$
$x_d(t)$

Πρόγραμμα MATH-T-5
ΜΗΧΑΝΗ "CTPC "
FREE PISTON STIRLING ENGINE - ΙΣΟΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Στο πρόγραμμα αυτό θα εφαρμόσουμε το ισοθερμικό μοντέλο ανάλυσης στην περίπτωση της μηχανής " CTPC ".
Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της μηχανής αυτής ελήφθησαν από αντίστοιχο εγχειρίδιο της NASA .
Σύστημα μονάδων μέτρησης το **S. I.**

Γενικά

Μέση πίεση $p_{\mu\varepsilon\sigma\eta}$ σε Pa (N/m^2) $p_{\mu\varepsilon\sigma\eta} := 15 \cdot 10^6$

Χαρακτηριστικά εργαζόμενου αερίου (He) στη μηχανή

Μάζα αερίου M σε kg $M := 0.017$ Υπολογισμός από τη μέση πίεση.

Σταθερά αερίου R_g ηλίου σε J/kgK $R_g := 2077$

Αδιαβατική σταθερά αερίου γ $\gamma := 1.667$

Θερμοκρασίες θερμοεναλλακτών (σε K)

Στον θερμαντήρα $T_h := 1050$

Στον ψύκτη $T_k := 525$

Στον αναγεννητή (Ενεργός) $T_{reg} := \dfrac{T_h - T_k}{\ln\left(\dfrac{T_h}{T_k}\right)}$ $T_{reg} = 757.415$

Παράμετροι λειτουργίας της μηχανής

Γωνία στροφάλου σε μοίρες (deg) $\theta := 0 .. 360$

Συχνότητα μηχανής f σε Hz $f := 60$

Γωνιακή ταχύτητα ω σε rad/sec $\omega := 2 \cdot \pi \cdot f = 376.991$

Εκκαθαρίσεις εργαζόμενων χώρων

Εκκαθάριση του χώρου εκτόνωσης E_E σε m $E_E := 3.159 \cdot 10^{-3}$

Εκκαθάριση του χώρου συμπίεσης C_C σε m $C_C := 1.586 \cdot 10^{-3}$

Εμβαδά μετωπικών επιφανειών εμβόλων

Εμβαδό μετωπικής επιφάνειας του εμβόλου ισχύος A_p σε m^2 $A_p := 1.4776 \cdot 10^{-2}$

Εμβαδό μετωπικής επιφάνειας του displacer A_d σε m^2 $A_d := 1.0261 \cdot 10^{-2}$

Επιζήμιοι όγκοι των εργαζόμενων χώρων

Συμπίεσης σε m^3 $V_{clc} := A_p \cdot C_C$ $V_{clc} = 2.343 \times 10^{-5}$

Εκτόνωσης σε m^3 $V_{cle} := A_d \cdot E_E$ $V_{cle} = 3.241 \times 10^{-5}$

Πλάτη ταλάντωσης εμβόλων

Πλάτος ταλάντωσης εμβόλου X_p σε m $X_p := 0.014$

Πλάτος ταλάντωσης εκτοπιστή X_d σε m $X_d := 0.014$

Όγκοι σάρωσης των εργαζόμενων χώρων

Συμπίεσης σε m^3 $V_{swc} := 2A_p \cdot X_p$ $V_{swc} = 4.137 \times 10^{-4}$

Εκτόνωσης σε m^3 $V_{swe} := 2A_d \cdot X_d$ $V_{swe} = 2.873 \times 10^{-4}$

Μη μεταβαλλόμενοι όγκοι ροής των εναλλακτών θερμότητας

Ψύκτη σε m^3 $V_k := 1.3049 \cdot 10^{-4}$

Αναγεννητή σε m^3 $V_{reg} := 1.125 \cdot 10^{-3}$

Θερμαντήρα σε m^3 $V_h := 8.4078 \cdot 10^{-5}$

Μέση τιμή διαφοράς φάσης σε μοίρες (degrees) μεταξύ των δύο εμβόλων της μηχανής(προηγείται ο εκτοπιστής για θετική ισχύ): $\phi := 60.0001$

Εξίσωση μεταβολής του όγκου του χώρου συμπίεσης

$$V_c(\theta) := V_{clc} + \frac{V_{swc}}{2} \cdot [1 + \cos[(\theta - \phi) \cdot deg]]$$

Εξίσωση μεταβολής του όγκου του χώρου εκτόνωσης

$$V_e(\theta) := V_{cle} + \frac{V_{swe}}{2} \cdot (1 + \cos(\theta \cdot deg))$$

Ολικός όγκος ροής μηχανής:

$$V(\theta) := V_c(\theta) + V_e(\theta) + V_k + V_{reg} + V_h$$

ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΙΣΟΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

Μεταβολή της πίεσης του αερίου συναρτήσει της γωνίας θ (έχει θεωρηθεί ότι η πίεση p έχει την ίδια τιμή μιά δοσμένη χρονική στιγμή σε όλη την έκταση της μηχανής, **δηλαδή δεν υπάρχει πτώση πίεσης**)

$$p(\theta) := \frac{M \cdot R_g}{\frac{V_c(\theta)}{T_k} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_{reg}}{T_{reg}} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{V_e(\theta)}{T_h}}$$

Η μέση πίεση του εργαζόμενου μέσου δίνεται απλά από τη μέση τιμή του αθροίσματος της κάθε τιμής της πίεσης που βρήκαμε από τον προηγούμενο τύπο για κάθε τιμή της γωνίας θ.

$$p_{mean} := \frac{\sum_{\theta=0}^{359} p(\theta)}{360} \qquad p_{mean} = 1.488 \times 10^7$$

ή διαφορετικά

$$p_{mean} := \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{360} p(\theta)\, d\theta \cdot deg \qquad p_{mean} = 1.488 \times 10^7$$

Για το ισοθερμοκρασιακό μοντέλο μηχανής η θερμότητα και το έργο κατά τη συμπίεση είναι ίσα και δίνονται από τη σχέση:

$$W_c(\theta) := \int_0^{\theta} p(\theta) \cdot \frac{d}{d\theta} V_c(\theta)\, d\theta$$

$$Q_c(\theta) := W_c(\theta)$$

Επίσης για το ισοθερμοκρασιακό μοντέλο μηχανής, η θερμότητα και το έργο κατά τη εκτόνωση είναι ίσα και δίνονται από τη σχέση:

$$W_e(\theta) := \int_0^{\theta} p(\theta) \cdot \frac{d}{d\theta} V_e(\theta)\, d\theta$$

$$Q_e(\theta) := W_e(\theta)$$

Το παραγόμενο έργο είναι:

$$W(\theta) := \int_0^{\theta} p(\theta) \cdot \left(\frac{d}{d\theta} V_c(\theta) + \frac{d}{d\theta} V_e(\theta) \right) d\theta$$

ή διαφορετικά

$$W(\theta) := W_e(\theta) + W_c(\theta)$$

Η θεωρητικά παραγόμενη ωφέλιμη ισχύς P_{out} (σε W) δίνεται από τη σχέση:

$$P_{out} := W(360) \cdot f \qquad P_{out} = 2.869 \times 10^4$$

Ο θεωρητικός θερμικος βαθμός απόδοσης n_{th} της μηχανής είναι:

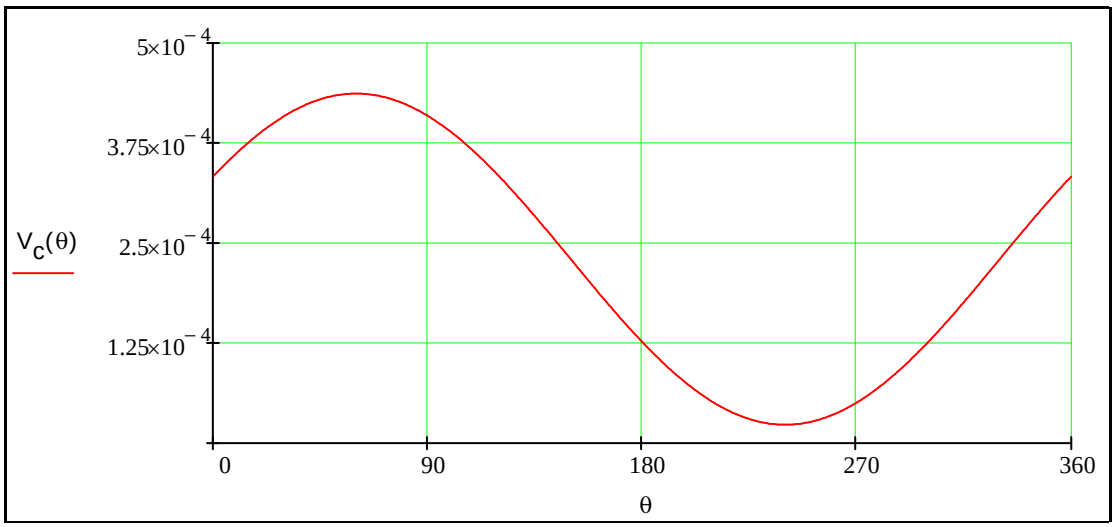
$$n_{th} := \frac{W(360)}{Q_e(360)} \qquad n_{th} = 0.5$$

ή διαφορετικά e_{th}:

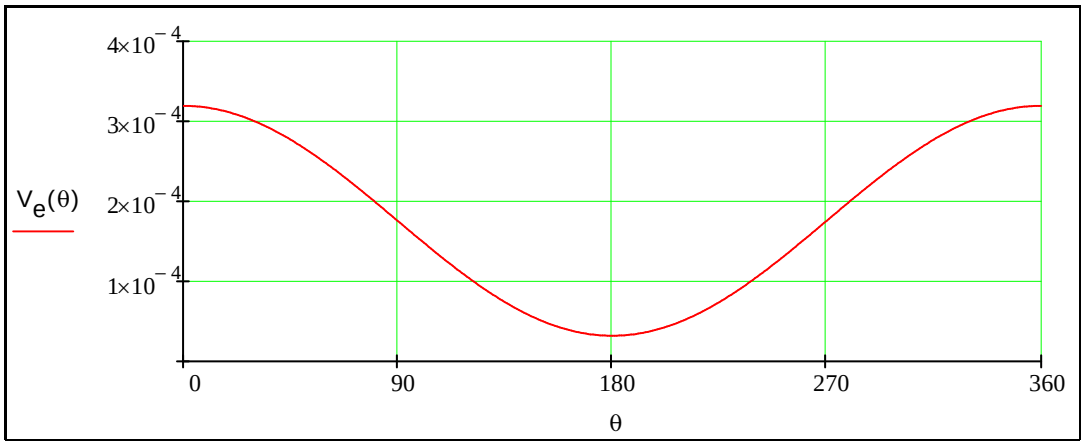
$$e_{th} := 1 - \frac{T_k}{T_h} \qquad e_{th} = 0.5$$

Διαγράμματα

Διάγραμμα όγκου χώρου συμπίεσης V_c (m^3) ως προς τη γωνία θ (deg).



Διάγραμμα όγκου χώρου εκτόνωσης V_e (m^3) ως προς τη γωνία θ (deg).

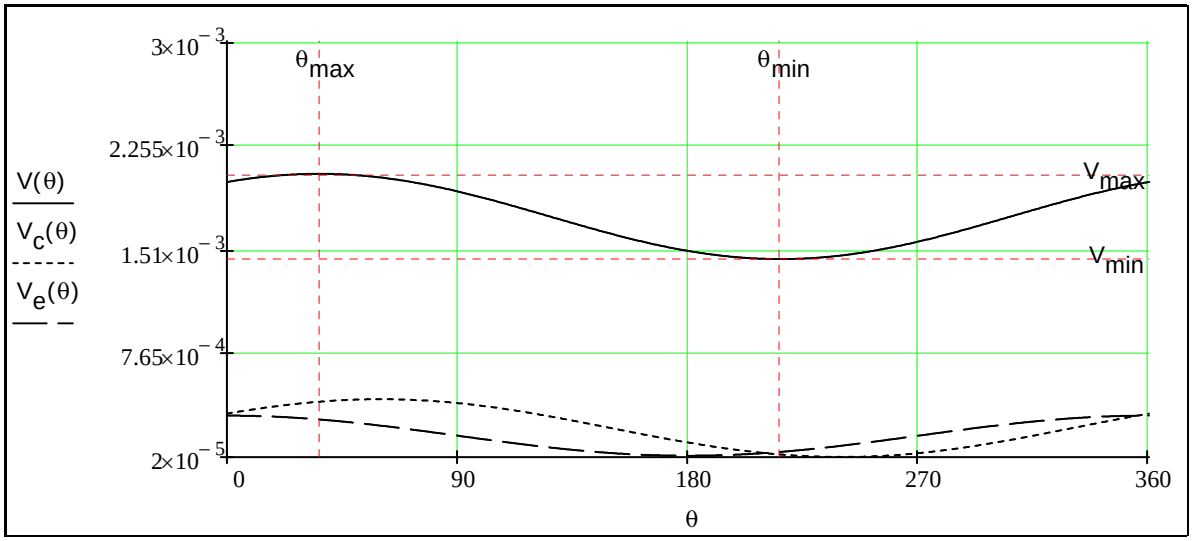


Διάγραμμα συνολικού όγκου της μηχανής V (m^3) , V_c (m^3) , V_e (m^3) ως προς τη γωνία θ (deg).

$V(\theta) := V_e(\theta) + V_c(\theta) + V_k + V_{reg} + V_h$ $\qquad$ $V'(\theta) := \frac{d}{d\theta}V(\theta)$

$\theta_{min} := root(V'(\theta), \theta, 100, 350)$ $V_{min} := V(\theta_{min})$ $\theta_{min} = 215.944$ $V_{min} = 1.44074 \times 10^{-3}$

$\theta_{max} := root(V'(\theta), \theta, 0, 100)$ $V_{max} := V(\theta_{max})$ $\theta_{max} = 35.944$ $V_{max} = 2.05113 \times 10^{-3}$



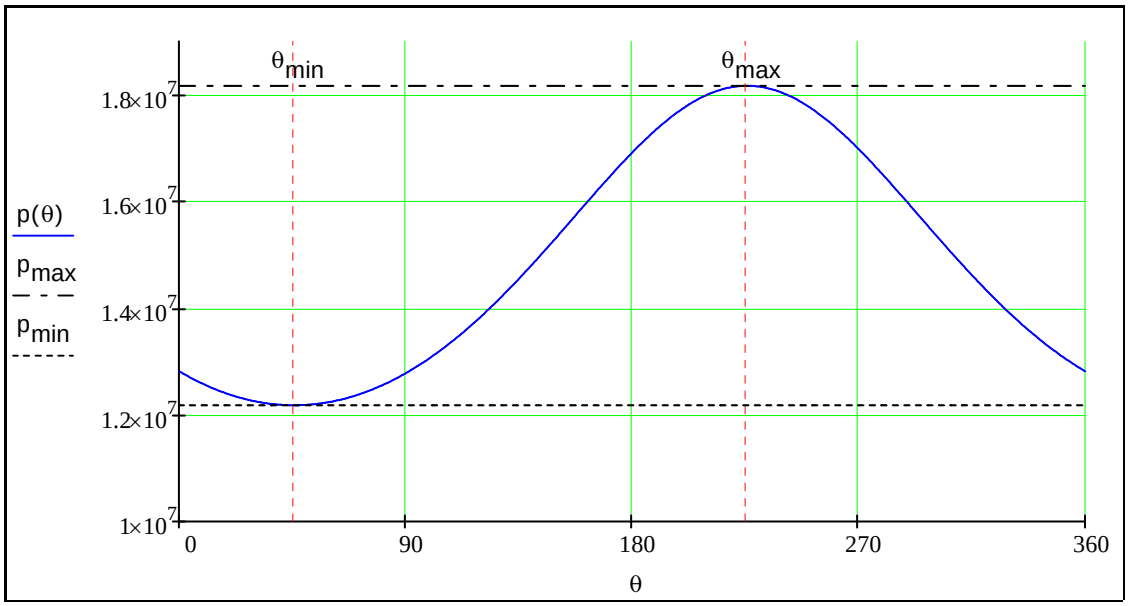
Διάγραμμα πίεσης p (Pa) ως προς τη γωνία θ (deg).

$$p(\theta) := \frac{M \cdot R_g}{\frac{V_c(\theta)}{T_k} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_{reg} \cdot \ln\left(\frac{T_h}{T_k}\right)}{T_h - T_k} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{V_e(\theta)}{T_h}} \qquad p'(\theta) := \frac{d}{d\theta} p(\theta)$$

$\theta_{min} := root(p'(\theta), \theta, 0, 150)$ $p_{min} := p(\theta_{min})$ $\theta_{min} = 45.629$ $p_{min} = 1.21853 \times 10^{7}$

$\theta_{max} := root(p'(\theta), \theta, 150, 250)$ $p_{max} := p(\theta_{max})$ $\theta_{max} = 225.629$ $p_{max} = 1.81732 \times 10^{7}$

$k := \frac{p_{max} + p_{min}}{2}$ $k = 1.518 \times 10^{7}$

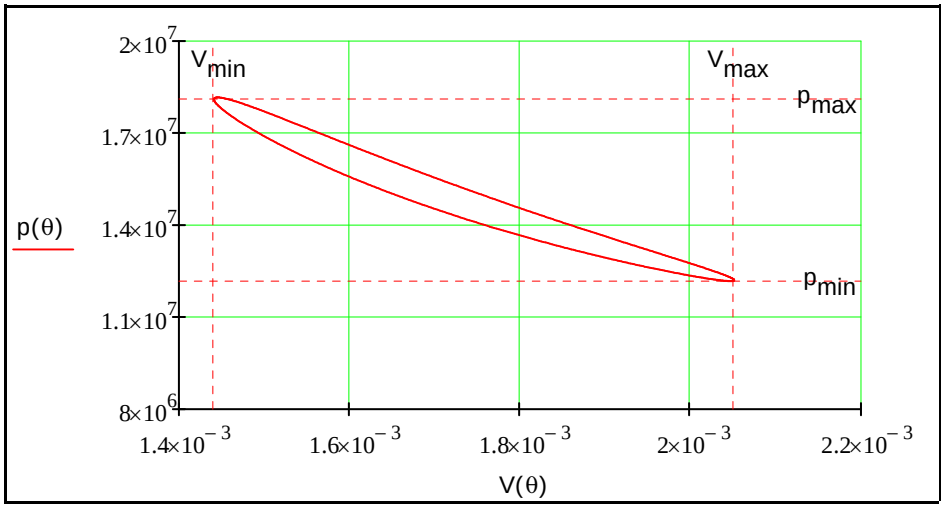


Διάγραμμα πίεσης p (Pa) ως προς το συνολικό όγκο V (m^3)

$V(\theta) := V_e(\theta) + V_c(\theta) + V_k + V_{reg} + V_h$ $\qquad V'(\theta) := \frac{d}{d\theta}V(\theta)$

$\theta_{max} := \mathrm{root}(V'(\theta), \theta, 0, 100)$ $\qquad V_{max} := V(\theta_{max})$ $\qquad \theta_{max} = 35.944$ $\qquad V_{max} = 2.05113 \times 10^{-3}$

$\theta_{min} := \mathrm{root}(V'(\theta), \theta, 100, 350)$ $\qquad V_{min} := V(\theta_{min})$ $\qquad \theta_{min} = 215.944$ $\qquad V_{min} = 1.44074 \times 10^{-3}$

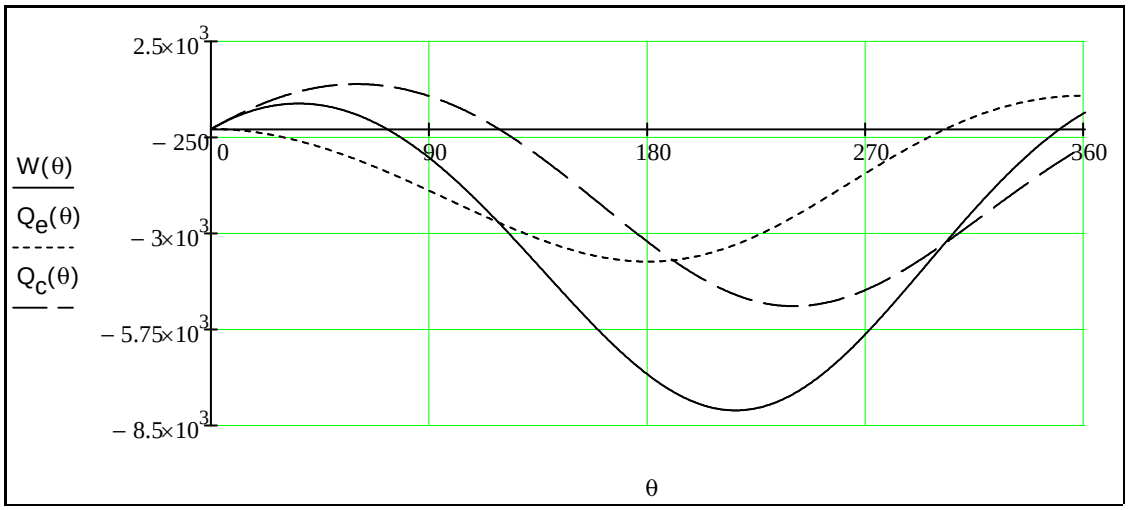


Διάγραμμα Ενεργειών W (J) , Q_e (J) ,Q_c (J) ως προς τη γωνία θ (deg).

Η προσφερόμενη θερμότητα είναι: $\qquad Q_e(\theta) := \int_0^{\theta} p(\theta) \cdot \frac{d}{d\theta}V_e(\theta)\, d\theta$

Η απορριπτόμενη θερμότητα είναι: $\qquad Q_c(\theta) := \int_0^{\theta} p(\theta) \cdot \frac{d}{d\theta}V_c(\theta)\, d\theta$

Το παραγόμενο έργο είναι: $\qquad W(\theta) := \int_0^{\theta} p(\theta) \cdot \left(\frac{d}{d\theta}V_c(\theta) + \frac{d}{d\theta}V_e(\theta)\right) d\theta$



Ορίζουμε: $W := W(360)$ $Q_e := Q_e(360)$ $Q_c := Q_c(360)$

Αποτελέσματα

1. Παραγόμενο έργο W (work) (σε J/κύκλο): $W = 478.132$
2. Η θερμότητα στην εκτόνωση Q_e (σε J/κύκλο): $Q_e = 956.264$
3. Η θερμότητα στη συμπίεση Q_c (σε J/κύκλο): $Q_c = -478.132$
4. Ο θερμικός βαθμός απόδοσης Carnot n_{th}: $n_{th} = 50 \cdot \%$

   ή διαφορετικά e_{th}: $e_{th} = 50 \cdot \%$
5. Η παραγόμενη (ενδεικνύμενη) ισχύς P_{out} (σε W): $P_{out} = 2.869 \times 10^4$
6. Μέση πίεση εργαζόμενου μέσου p_{mean} (σε Pa): $p_{mean} = 1.488 \times 10^7$
7. Μέγιστη πίεση εργαζόμενου μέσου p_{max} (σε Pa): $p_{max} = 1.817 \times 10^7$
8. Ελάχιστη πίεση εργαζόμενου μέσου p_{min} (σε Pa): $p_{min} = 1.219 \times 10^7$

Πρόγραμμα MATH-T-6
ΜΗΧΑΝΗ " CTPC "
FREE PISTON STIRLING ENGINE

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΟΥ MARTINI

Mass of gas in engine (μάζα αερίου στη μηχανή (kg) : $M := 0.017$ $m := M$

Mean pressure (μέση πίεση) (Pa) : $p_{mean} := 15 \cdot 10^{6}$

Operating frequency (συχνότητα λειτουργίας) (Hz): $f := 60$

Temperatures (μέση ψυχρή και θερμή θερμοκρασία (K): $T_K := 525$ $T_H := 1050$

Clearance Volumes (επιζήμιοι όγκοι εργαζόμενων χώρων) (m^3) $V_{CLC} := 2.343 \times 10^{-5}$ $V_{CLE} := 3.241 \times 10^{-5}$

Swept Volumes (όγκοι σάρωσης εργαζόμενων χώρων) (m^3): $V_{SWC} := 4.137 \times 10^{-4}$ $V_{SWE} := 2.873 \times 10^{-4}$

Dead Volumes (μη μεταβαλλόμενοι όγκοι θερμοεναλλακτών) (m^3): $V_{DK} := 1.3049 \cdot 10^{-4}$ $V_{DH} := 8.4078 \cdot 10^{-5}$ $V_{DR} := 1.125 \cdot 10^{-3}$

Σταθερά αερίου ηλίου (J/kgK) : $R_g := 2077$

Αδιαβατική σταθερά αερίου γ : $\gamma := 1.667$

Ειδική θερμοχωρητικότητα υπό σταθερή πίεση CP (J/kgK) : $CP := \gamma \cdot \frac{R_g}{\gamma - 1}$ $CP = 5.191 \times 10^{3}$

Ειδική θερμοχωρητικότητα υπό σταθερό όγκο CV (J/kgK) : $CV := \frac{R_g}{\gamma - 1}$ $CV = 3.114 \times 10^{3}$

Α. Διαμόρφωση του εμβόλου.

Διάμετρος κυλίνδρου μηχανής σε m : $DCY := 0.30438$

Διαδρομή (stroke=2*amplitude) εκτοπιστή σε m : $SD := 0.028$

Διαδρομή εμβόλου ισχύος σε m : $SP := 0.028$

Διάμετρος οδηγού ράβδου του εκτοπιστή σε m: $DDR := 0.0244$

Β. Νεκροί όγκοι, Εναλλάκτες θερμότητας και πάχος τοιχώματος

Β.1 Όγκοι και εναλλάκτες θερμότητας στη θερμοκρασία της θερμής πηγής

Επιπρόσθετος νεκρός θερμός όγκος επιπλέον από τον όγκο του θερμαντήρα σε m^3 : $VHDX := 7.821 \cdot 10^{-6}$

Β.1.1 Σωληνοειδής θερμαντήρας (κυκλικής διατομής) αερίου

Αριθμός σωλήνων θερμαντή ανά μονάδα ισχύος $NTH := 1900$

Ολικό μήκος για κάθε σωλήνα του θερμαντή σε m : $LH := 5.969 \cdot 10^{-2}$

Θερμαινόμενο μήκος για κάθε σωλήνα του θερμαντή σε m : $LHHT := 5.461 \cdot 10^{-2}$

Εσωτερική διάμετρος των θερμαινόμενων σωλήνων σε m : $DIH := 1.0160 \cdot 10^{-3}$

Εξωτερική διάμετρος των θερμαινόμενων σωλήνων σε m : $DOH := 2.516 \cdot 10^{-3}$

Β.2 Όγκοι στη θερμοκρασία του αναγεννητή

Β.2.1 Κόσκινο (matrix) αναγεννητή

Μήκος του αναγεννητή σε m : $LR := 3.76 \cdot 10^{-2}$

Αριθμός αναγεννητών ανά μονάδα (ανά μηχανή) $NR := 1$

Εσωτερική διάμετρος αναγεννητή σε m : $DIR := 1.169 \cdot 10^{-1}$

Εξωτερική διάμετρος αναγεννητή σε m : $DOR := 2.278 \cdot 10^{-1}$

Πάχος σύρματος στο κόσκινο (wire diameter) σε m : $THW := 5.08 \cdot 10^{-5}$

Συντελεστής γέμισης, κλάσμα όγκου αναγεννητή γεμισμένου με σύρματα. $FF := 0.25$

Υλικό του κόσκινου: Stainless Steel (ανοξείδωτος χάλυβας) SS 347

Β.2.3 Εκτοπιστής ή όγκος του θερμού καλύμματος του διάκενου

Μήκος του εκτοπιστή (displacer) σε m : $LD := 3.764 \cdot 10^{-2}$

Διάμετρος του κυλίνδρου τριγύρω από τον εκτοπιστή σε m : $DCY = 0.304$

Διάκενο μεταξύ του εκτοπιστή και του τοιχώματος του κυλίνδρου σε m . $GR := 3.1113 \cdot 10^{-4}$

Υλικό του τοιχώματος του εκτοπιστή: Inconel 718

Υλικό του τοιχώματος του κυλίνδρου: Inconel 718

Πάχος τοιχώματος του εκτοπιστή σε m : $WT1 := 1.0160 \cdot 10^{-3}$

Πάχος τοιχώματος του κυλίνδρου σε m : $WT2 := 3 \cdot 10^{-3}$

Θερμοαγωγιμότητα του θερμού εσωτερικού του εκτοπιστή ή του τοιχώματος του κυλίνδρου (W/m K) : $EH := 0.5$

Θερμοαγωγιμότητα του κρύου εσωτερικού του εκτοπιστή ή του τοιχώματος του κυλίνδρου (W/m K) : $EC := 0.6$

Αριθμός ακτινοβολούντων προστατευτικών καλυμμάτων εσωτερικά του εκτοπιστή ή του θερμού καλύμματος : $NRS := 0$

Β.3 Όγκοι και θερμοκρασία των θερμοεναλλακτών

Πρόσθετος νεκρός κρύος όγκος επιπλέον αυτού στο εσωτερικό του ψύκτη σε m^3 : $VCDX := 2.0469 \cdot 10^{-5}$

Β.3.1 Σωληνωτός (ορθογωνικής διατομής) ψύκτης αερίου (εργαζόμενου μέσου)

Αριθμός σωλήνων του ψύκτη ανά μονάδα ισχύος $NTC := 2580$

Ολικό μήκος για κάθε σωλήνα του ψύκτη σε m : $LC := 7.4930 \cdot 10^{-2}$

Ψυχόμενο μήκος για κάθε σωλήνα του ψύκτη σε m : $LCHT := 6.477 \cdot 10^{-2}$

Εσωτερικές διαστάσεις ορθογωνικής διατομής των σωλήνων του ψύκτη σε m : $DIC := 1.464 \cdot 10^{-3}$ $WIC := 5.334 \cdot 10^{-4}$

Εσωτερικό εμβαδόν ορθογωνικής διατομής των σωλήνων του ψύκτη σε m^2 : $EIC := DIC \cdot WIC$ $EIC = 7.809 \times 10^{-7}$

Υδραυλική ακτίνα διατομής ψύκτη σε m : $HDC := 1.955 \times 10^{-4}$

Γ. Υλικό αναγεννητή και μέσες θερμοκρασίες

Υλικό του τοιχώματος του αναγεννητή: Stainless Steel : SS347

Θερμοκρασίες σε K : $THM := T_H$ $TCM := T_K$

Δ. Δοσμένες συνθήκες λειτουργίας (Given operating conditions)

Ενεργός θερμοκρασία στον κρύο χώρο συμπίεσης σε K : $TC := T_K$

Ενεργός θερμοκρασία στο θερμό χώρο εκτόνωσης σε K : $TH := T_H$

Παροχή κρύου νερού (ψυκτικού μέσου) σε kg/s : $FCW := 0.065$

Θερμοκρασία κρύου νερού μέσα στη μηχανή σε K : $TCW1 := 450.15$

Συχνότητα λειτουργίας μηχανής σε Hz (κύκλους/sec) : $NU := f$

Μέγιστη πίεση αερίου στη μηχανή σε Pa (N/m^2) : $PMAX := 18.17 \times 10^6$

Μέση τιμή της πίεσης σε Pa : $PAVG := 14.88 \cdot 10^6$

Θερμοκρασία μετάλλου θερμής δεξαμενής σε K : $THM = 1.05 \times 10^3$

Θερμοκρασία μετάλλου ψυχρής δεξαμενής σε K : $TCM = 525$

Εργαζόμενο αέριο: (Ήλιο) He

Ε. Υπολογισμοί των όγκων των θερμοεναλλακτών της μηχανής

Θερμός νεκρός όγκος σε m^3 για τον σωληνωτό θερμαντήρα (κυκλικής διατομής) του εργαζόμενου αερίου :

$$VHD := VHDX + \frac{\pi}{4} \cdot (DIH)^2 (LH)(NTH) \qquad VHD = 9.977 \times 10^{-5}$$

$$V_h := \frac{\pi}{4} \cdot (DIH)^2 \cdot (LH) \cdot (NTH) \qquad V_h = 9.195 \times 10^{-5}$$

Νεκρός όγκος αναγεννητή σε m^3 για το πλέγμα του αναγεννητή :

$$VRD := NR \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \left(DOR^2 - DIR^2\right) \cdot (LR)$$

$$VRD = 1.129 \times 10^{-3}$$

Κρύος νεκρός όγκος σε m^3 για τους σωληνωτούς ψύκτες του εργαζόμενου αερίου

$$VCD := VCDX + EIC(LC)(NTC)$$

$$VCD = 1.714 \times 10^{-4}$$

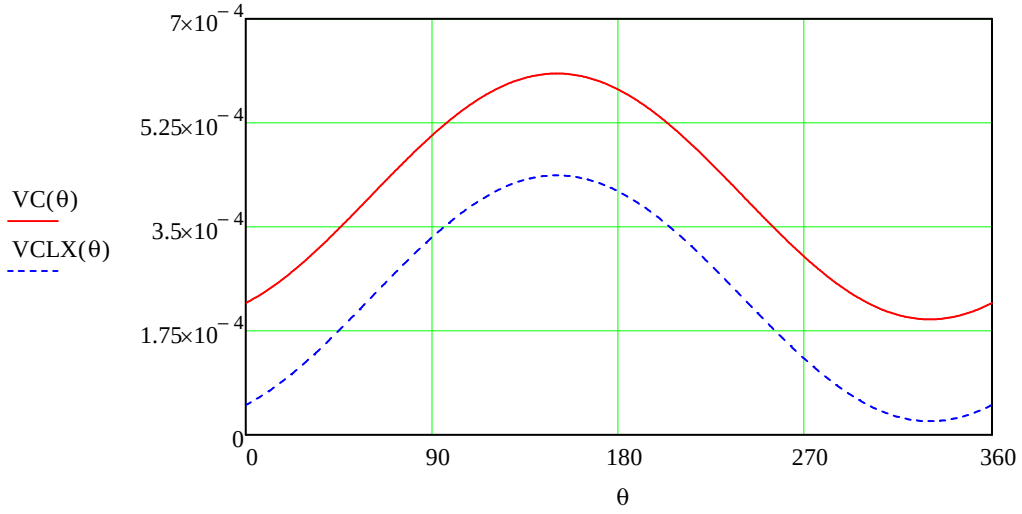
ΣΤ. Γενικές ενδιάμεσοι παράμετροι

$$TR := \frac{(THM - TCM)}{\ln\left(\frac{THM}{TCM}\right)} \qquad TR = 757.415$$

i) Για τον όγκο του κρύου χώρου VC(THITA)

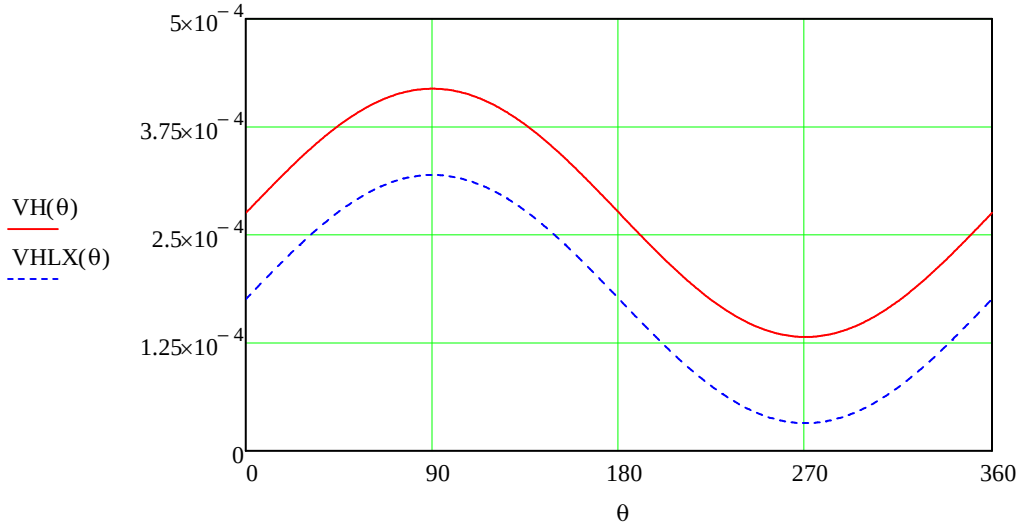
$THITA := 0..360 \quad \theta := THITA \qquad \phi := 60.0001$

$$VCLX(\theta) := V_{CLC} + \frac{V_{SWC}}{2} \cdot [1 + \sin[(\theta - \phi) \cdot deg]] \qquad VC(\theta) := VCD + VCLX(\theta)$$



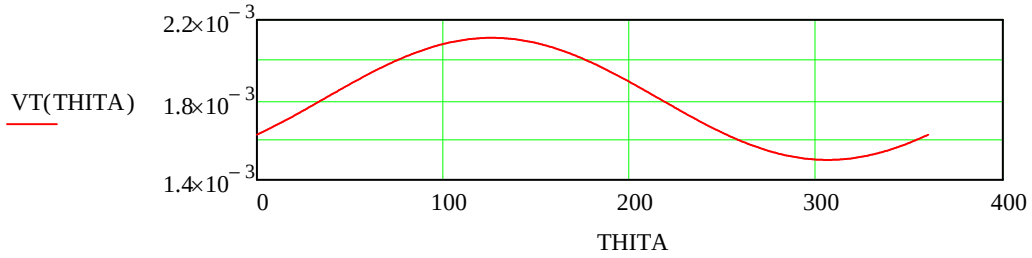
ii) Για τον όγκο του θερμού χώρου VH(THITA)

$$VHLX(\theta) := V_{CLE} + \frac{V_{SWE}}{2} \cdot (1 + \sin(\theta \cdot deg)) \qquad VH(\theta) := VHD + VHLX(\theta)$$



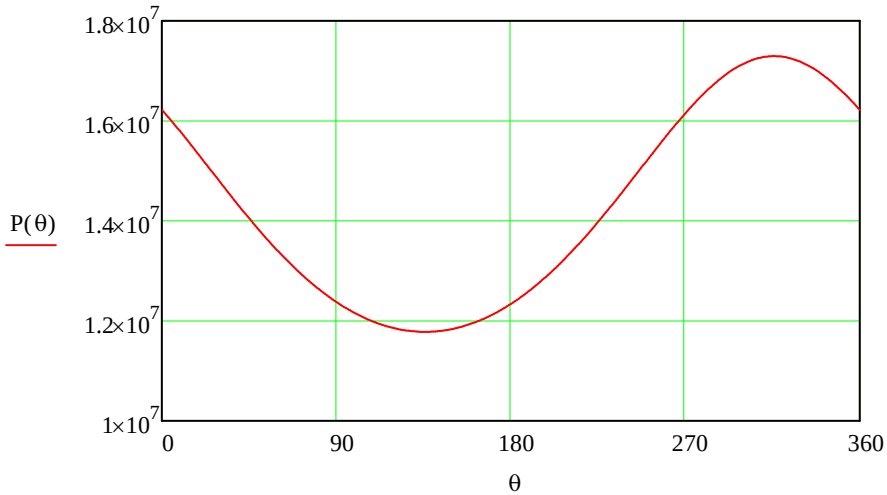
iii) Για τον συνολικό όγκο VT(THITA)

$$VT(THITA) := VH(THITA) + VC(THITA) + VRD$$



iv) Για τον υπολογισμό της πίεσης P(THITA) της μηχανής

$$P(\theta) := \frac{M \cdot R_g}{\frac{VH(\theta)}{TH} + \frac{VRD}{TR} + \frac{VC(\theta)}{TC}}$$



v) Για τον υπολογισμό της μέσης πίεσης PM της μηχανής

$$PM := \sum_{\theta=0}^{359} \frac{P(\theta)}{360} \qquad PM = 1.428 \times 10^7$$

Διαφορετικά:

$$PM := \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{360} P(\theta)\, d\theta \cdot deg \qquad PM = 1.428 \times 10^7$$

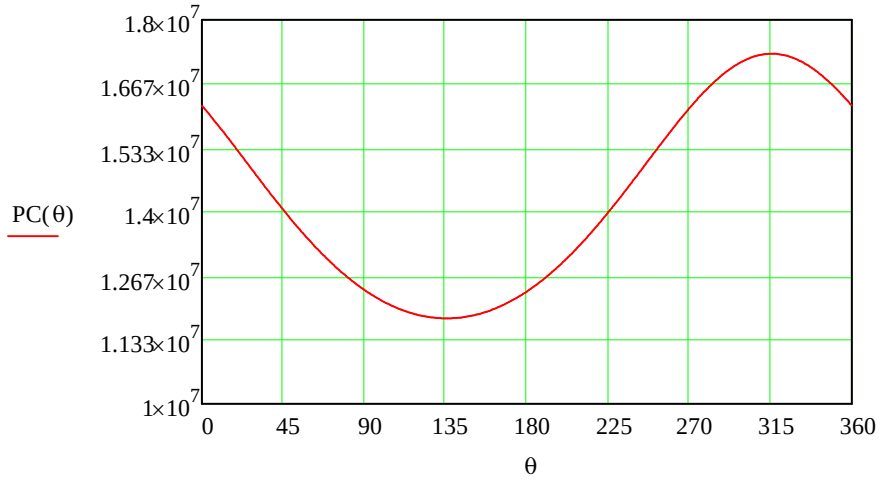
vi) Η πίεση PC σε Pa είναι: $PC(\theta) := P(\theta)$

Υπολογισμός της μέγιστης πίεσης PC_{max} και της ελάχιστης πίεσης PC_{min} :

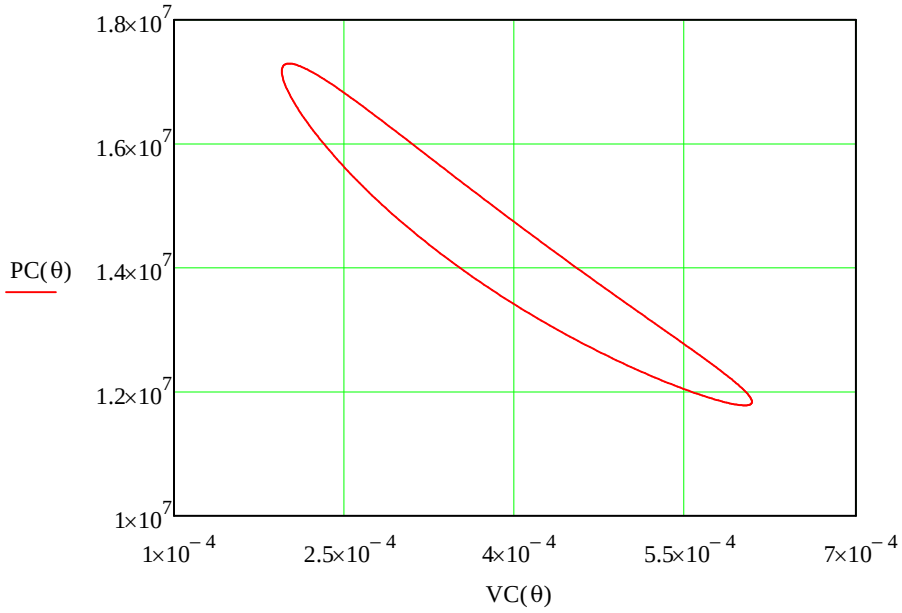
$$PC(\theta) := P(\theta) \qquad PC'(\theta) := \frac{d}{d\theta} PC(\theta)$$

$\theta min := root(PC'(\theta), \theta, 90, 180)$ $\quad PCmin := PC(\theta min)$ $\quad \theta min = 135.629$ $\quad PCmin = 1.17868 \times 10^7$

$\theta max := root(PC'(\theta), \theta, 270, 360)$ $\quad PCmax := PC(\theta max)$ $\quad \theta max = 315.629$ $\quad PCmax = 1.73002 \times 10^7$



vii) Το γράφημα της πίεσης PC ως προς τον συνολικό όγκο είναι:



viii) Το παραγόμενο έγρο από τη μηχανή για μικρή στροφή κατά μια μοίρα (π.χ. από 30 στις 31) είναι:

$k := 30$

$$\Delta W := \frac{PC(k+1) + PC(k)}{2} \cdot (VT(k+1) - VT(k)) \qquad \Delta W = 78.213$$

ix) Το παραγόμενο έργο WC σε Joules από τη μηχανή για ένα κύκλο είναι:

$$WC := \sum_{\theta=0}^{359} \left[\frac{PC(\theta+1) + PC(\theta)}{2} \cdot (VT(\theta+1) - VT(\theta)) \right] \qquad WC = 440.554$$

$$WC := \int_0^{360} PC(\theta) \cdot \frac{d}{d\theta} VT(\theta)\, d\theta \qquad WC = 440.577$$

x) Η βασική ισχύς εξόδου της μηχανής πριν αφαιρεθούν οι απώλειες είναι το γινόμενο της συχνότητας επί το έργο ανά κύκλο:
BP σε Watts είναι:

$$BP := NU \cdot WC \qquad BP = 2.6435 \times 10^4$$

xi) Η παροχή μάζας τώρα υπολογίζεται :

$$FH(\theta) := \frac{P(\theta) \cdot VH(\theta)}{m \cdot R_g \cdot TH}$$

Υπολογισμός μέγιστης, ελάχιστης, μέσης και ενεργού τιμής της ροής στον θερμαντήρα (Heater) :

$$FH(\theta) := \frac{P(\theta) \cdot VH(\theta)}{TH \cdot m \cdot R_g} \qquad FH'(\theta) := \frac{d}{d\theta} FH(\theta)$$

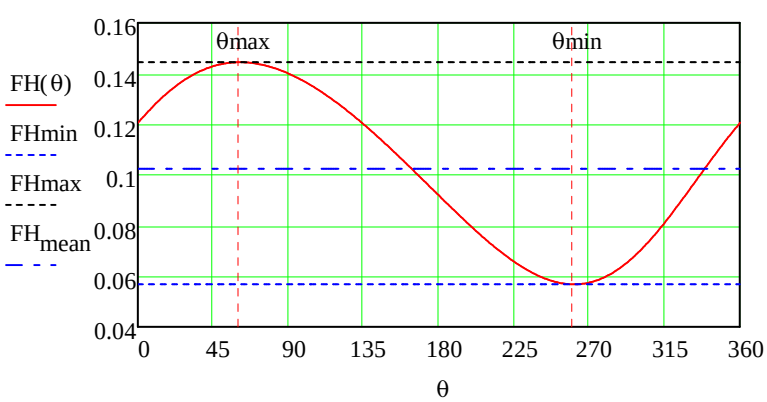
$\theta min := root(FH'(\theta), \theta, 200, 300)$ $\quad FHmin := FH(\theta min)$ $\quad \theta min = 260.643$ $\quad FHmin = 0.0569$

$\theta max := root(FH'(\theta), \theta, 0, 100)$ $\quad FHmax := FH(\theta max)$ $\quad \theta max = 60.88$ $\quad FHmax = 0.14456$

$$FH_{mean} := \frac{\int_0^{360} FH(\theta)\, d\theta}{360} \qquad FH_{mean} = 0.103$$

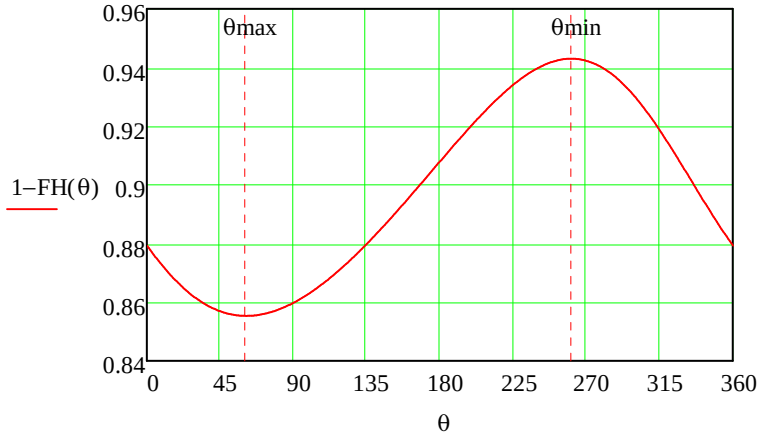
Υπολογισμός ενεργού (δραστικής) τιμής :

$$FH_{eff} := \left[\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{360} (FH(\theta))^2\, d\theta \cdot deg \right]^{0.5} \qquad FH_{eff} = 0.107$$



$FCT12 := FH_{eff}$

$FCT12 = 0.107$



Υπολογισμός μέγιστης, ελάχιστης, μέσης και ενεργού τιμής της ροής στον ψύκτη (Cooler) :

$FC(\theta) := \dfrac{P(\theta) \cdot VC(\theta)}{m \cdot R_g \cdot TC}$ $\qquad FC'(\theta) := \dfrac{d}{d\theta} FC(\theta)$

$\theta min := root(FC'(\theta), \theta, 300, 400)$ $\qquad FCmin := FC(\theta min)$ $\qquad \theta min = 333.931$ $\qquad FCmin = 0.18018$

$\theta max := root(FC'(\theta), \theta, 100, 250)$ $\qquad FCmax := FC(\theta max)$ $\qquad \theta max = 162.233$ $\qquad FCmax = 0.39055$

$FC_{mean} := \dfrac{1}{2\pi} \cdot \displaystyle\int_0^{360} FC(\theta)\, d\theta \cdot deg$ $\qquad FC_{mean} = 0.295$

Υπολογισμός ενεργού (δραστικής) τιμής :

$FC_{eff} := \left[\dfrac{1}{2\pi} \cdot \displaystyle\int_0^{360} (FC(\theta))^2\, d\theta \cdot deg \right]^{0.5}$ $\qquad FC_{eff} = 0.304$

$FCT34 := FC_{eff}$ $\qquad FCT34 = 0.304$

Για τον υπολογισμό των FCTH και FCTC χρησιμοποιήθηκαν οι ενεργές τιμές που υπολογίστηκαν πιο πάνω.

$FCTH := FCT12$ $\qquad FCTH = 0.107$

$FCTC := FCT34$ $\qquad FCTC = 0.304$

$FCTR := \dfrac{FCTH + FCTC}{2}$ $\qquad FCTR = 0.205$

Οι ενεργές παροχές μάζας σε kg/sec στους θερμοεναλλάκτες είναι ίσες με :

$$WHS := \frac{FHmax - FHmin}{FCTH} \cdot NU \cdot m \qquad WHS = 0.835$$

$$WCS := \frac{FCmax - FCmin}{FCTC} \cdot NU \cdot m \qquad WCS = 0.706$$

$$WRS := \frac{WCS + WHS}{2} \qquad WRS = 0.771$$

Z. Απώλεια λόγω τριβής του ρευστού

Z.1 Παρεκτροπή αερίου στον αναγεννητή

i) Κόσκινο (MATRIX)

$TR = 757.415 \qquad PAVG = 1.488 \times 10^{7}$

Το ιξώδες του Ηλίου MU (σε kg/msec) είναι:

$$MU := \left[196.14 \cdot 10^{-6} + 0.464 \cdot 10^{-6}(TR - 293) - 0.093 \cdot 10^{-6} \frac{PAVG \cdot 10^{-6}}{m \cdot R_g}\right] \cdot 10^{-1}$$

$MU = 4.116 \times 10^{-5}$

Η μοριακή μάζα του Ηλίου MW(σε kg/mol) είναι: $MW := 4.00 \cdot 10^{-3}$

Η μέση πυκνότητα του Ηλίου RHOM (σε kg/m^3) είναι:

$$RHOM := \frac{PAVG}{R_g \cdot TR} \qquad RHOM = 9.459$$

Από την αριθμητική ανάλυση του Schmidt έχουμε:

Η ενεργός ελεύθερη επιφάνεια ροής σε m^2 για τη μήτρα είναι:

$$AC := \frac{VRD}{LR} \qquad AC = 0.03$$

Η ταχύτητα μάζας (ηλίου) G βασισμένη πάνω στην επιφάνεια ροής σε kg/m^{2}sec είναι:

$$G := \frac{WRS}{(1 - FF) \cdot AC} \qquad G = 34.224$$

Η υδραυλική ακτίνα RH σε m είναι (Stirling Cycle Engine Analysis):

$$RH := \frac{THW}{4} \cdot \frac{1 - FF}{FF} \qquad RH = 3.81 \times 10^{-5}$$

Έχουμε για RE ότι: $RE := \frac{G \cdot 4 \cdot RH}{MU} = 126.721$

Επιφάνεια μεταφοράς θερμότητας AHT για τη μήτρα του αναγεννητή σε m² είναι:

$AHT := \frac{AC \cdot LR}{RH}$ $AHT = 29.63$

Ο συντελεστής τριβής F είναι:

α. Εάν RE < 60 : $F = 10^{(1.73-0.93 \cdot \log(RE))}$

β. Εάν 60 <RE < 1000 όπως συμβαίνει εδώ : $F := 10^{(0.714-0.365 \cdot \log(RE))} = 0.884$

γ. Εάν RE > 1000 : $F = 10^{(0.015-0.125 \cdot \log(RE))}$

Η πτώση πίεσης DELP σε Pa είναι:

$DELP := \left(\frac{F \cdot G^2 \cdot LR}{2 \cdot RH \cdot RHOM}\right)$ $DELP = 5.402 \times 10^4$

Η ισχύς WPR (απώλεια) σε W λόγω παρεκτροπής του αερίου στον αναγεννητή είναι:

$WPR := \frac{2 \cdot DELP \cdot FCTR \cdot WRS}{RHOM}$ $WPR = 1.808 \times 10^3$

Ζ.2 Παρεκτροπή αερίου στο θερμαντήρα

Ζ.2.1 Σωληνωτός (κυκλικής διατομής) θερμαντήρας

Το ιξώδες του Ηλίου MU (σε kg/m sec) είναι:

$$MU := \left[196.14 \cdot 10^{-6} + 0.464 \cdot 10^{-6}(TH - 293) - 0.093 \cdot 10^{-6} \frac{PAVG \cdot 10^{-6}}{m \cdot R_g}\right] \cdot 10^{-1}$$

$MU = 5.473 \times 10^{-5}$

Η μέση πυκνότητα του Ηλίου RHOM (σε kg/m³) είναι:

$RHOM := \frac{PAVG}{R_g \cdot THM}$ $RHOM = 6.823$

Η ενεργός ελεύθερη επιφάνεια ροής σε m² για τη μήτρα είναι:

$$AC := NTH \cdot DIH^2 \cdot \frac{\pi}{4} \qquad AC = 1.54 \times 10^{-3}$$

Η ταχύτητα μάζας G βασισμένη πάνω στην επιφάνεια ροής σε kg/m² sec είναι:

$$G := \frac{WHS}{AC} \qquad G = 542.118$$

Ο αριθμός Reynolds RE (καθαρός αριθμός) είναι:

$$RE := \frac{DIH \cdot G}{MU} \qquad RE = 1.006 \times 10^4$$

Ο συντελεστής τριβής F είναι:

α. Εάν RE < 2000 : $F = \frac{16}{RE}$

β. Εάν 2000 <RE < 4000 : $F = 7.343 \cdot 10^{-4} \cdot RE^{0.3142}$

γ. Εάν RE > 4000 όπως συμβαίνει εδώ : $F := 0.0791 \cdot RE^{-0.25}$

Η πτώση πίεσης DELP σε Pa είναι:

$$DELP := \frac{2 \cdot F \cdot G^2 \cdot LH}{DIH \cdot RHOM} \qquad DELP = 3.997 \times 10^4$$

Η ισχύς WPH (απώλεια) σε W λόγω παρεκτροπής του αερίου στον θερμαντήρα είναι:

$$WPH := \frac{2DELP \cdot FCTH \cdot WHS}{RHOM} = 1.048 \times 10^3$$

Ζ.3 Παρεκτροπή αερίου στον ψύκτη

Ζ.3.1 Σωληνωτός (ορθογωνικής διατομής) ψύκτης

Το ιξώδες του Ηλίου MU (σε kg/m sec) είναι:

$$MU := \left[196.14 \cdot 10^{-6} + 0.464 \cdot 10^{-6}(TCM - 293) - 0.093 \cdot 10^{-6} \frac{PAVG \cdot 10^{-6}}{m \cdot R_g}\right] \cdot 10^{-1}$$

$$MU = 3.037 \times 10^{-5}$$

Η μέση πυκνότητα του Ηλίου RHOM (σε kg/m^3) είναι:

$$RHOM := \frac{PAVG}{R_g \cdot TCM} \qquad RHOM = 13.646$$

Η ενεργός ελεύθερη επιφάνεια ροής AC σε m^2 για τη διάταξη είναι:

$$AC := NTC \cdot EIC \qquad AC = 2.015 \times 10^{-3}$$

Η ταχύτητα μάζας G βασισμένη πάνω στην επιφάνεια ροής σε kg/m^2 sec είναι:

$$G := \frac{WCS}{AC} \qquad G = 350.527$$

$$RE := \frac{HDC \cdot 4 \cdot G}{MU} \qquad RE = 9.024 \times 10^{3}$$

Ο συντελεστής τριβής F είναι:

α. Εάν RE < 2000 : $F = \frac{16}{RE}$

β. Εάν 2000<RE < 4000 : $F = 7.343 \cdot 10^{-4} \cdot RE^{0.3142}$

γ. Εάν RE > 4000 όπως συμβαίνει εδώ : $F := 0.0791 \cdot RE^{-0.25}$

Η πτώση πίεσης DELP σε Pa είναι:

$$DELP := \frac{2 \cdot F \cdot G^2 \cdot LC}{4 \cdot HDC \cdot RHOM} \qquad DELP = 1.4 \times 10^{4}$$

Η ισχύς WPC (απώλεια) σε W λόγω παρεκτροπής του αερίου στον ψύκτη είναι:

$$WPC := \frac{2DELP \cdot FCTC \cdot WCS}{RHOM} \qquad WPC = 440.402$$

Ζ.4 Συνοπτικά απώλεια ισχύος λόγω τριβής του ρευστού

Η ισχύς WP_{TOTAL} λόγω επίδρασης του αερίου σε απώλεια σε W είναι:

$$WP_{TOT} := WPR + WPH + WPC = 3.297 \times 10^{3}$$

Η. Βασική θερμότητα εισόδου σε W

$$BHI := \frac{BP}{\left(1 - \frac{TC}{TH}\right)} \qquad BHI = 5.287 \times 10^{4}$$

Θ. Απώλεια αναθέρμανσης σε W

Θ.1 Θεώρηση σταθερού όγκου

$FCTR = 0.205$

$WRS = 0.771$

$G := 34.224$ **σε kg/m²sec**

$PR := 0.728$ **για** $TR = 757.415$

$RE := 126.721$

Υπολογίζουμε το συντελεστή μεταφοράς θερμότητας (heat transfer coefficient) H σε W/m²K :

$$\Pi1 := -0.13 - 0.412 \cdot \log(RE) \quad \Pi1 = -0.996 \qquad \Pi2 := \log\left(\frac{1}{G \cdot CP} PR^{\frac{2}{3}}\right) \quad \Pi2 = -5.341$$

$$\log(H) := \Pi1 - \Pi2 \qquad \log(H) = 4.345 \qquad H := 10^{\Pi1 - \Pi2}$$

$H = 2.214 \times 10^{4}$ **σε W/m²K**

$H = 2.214 \times 10^{4}$ $AHT = 29.63$ $WRS = 0.771$ $CV = 3.114 \times 10^{3}$

Ο αριθμός μεταφερόμενων μονάδων για αναγεννητή χρησιμοποιώντας θερμοχωρητικότητα υπό σταθερό όγκο :

$$NTUV := \frac{H \cdot AHT}{WRS \cdot CV} \qquad NTUV = 273.324$$

Απώλεια αναθέρμανσης σε W :

$$QRH := FCTR \cdot WRS \cdot CV \cdot (THM - TCM) \cdot \frac{2}{NTUV + 2} \qquad QRH = 1.88 \times 10^{3}$$

I. Μετάδοση λόγω παλινδρόμησης

I.1 Μηχανή υψηλής πίεσης

Θερμική αγωγιμότητα αερίου (working gas thermal conductivity) KG σε W/mK :

$KG := 0.225$ **για** $TR = 757.415$

LT1 Μήκος κύματος θερμοκρασίας μέσα στο τοίχωμα του εκτοπιστή σε m :

$LT1 := 0.00152$

LT2 Μήκος κύματος θερμοκρασίας μέσα στο τοίχωμα του κυλίνδρου σε m :

$LT2 := 0.00152$

K1 Θερμική αγωγιμότητα εμβόλου ή εκτοπιστή σε W/mK :

$K1 := 18$

K2 Θερμική αγωγιμότητα του τοιχώματος του κυλίνδρου σε W/mK :

$K2 := 18.9$

Υπολογίζουμε την παράσταση:

$$LB := 1 + \frac{KG}{2 \cdot \pi GR}\left(\frac{LT1}{K1} + \frac{LT2}{K2}\right)$$

QSH Μετάδοση θερμικής ισχύος λόγω παλινδρόμησης σε W:

$$QSH := \frac{1 + LB}{1 + LB^{2}} \cdot \frac{\pi}{8} \cdot \frac{SD^{2} \cdot KG \cdot (THM - TCM) \cdot DCY}{GR \cdot LD} \qquad QSH = 936.274$$

Κ. Στατική μετάδοση θερμότητας

Κ.1 QCL_1 Θερμική αγωγιμότητα αερίου εσωτερικά του εκτοπιστή ή του θερμού χώρου σε W

DID Εσωτερική διάμετρος του εκτοπιστή σε m :

$DID := DCY - 2 \cdot GR - 2WT1$ $\qquad DID = 0.302$

AHT Εμβαδό επιφάνειας μεταφοράς θερμότητας για το τοίχωμα του κυλίνδρου σε m^2 :

$AHT := \frac{\pi}{4} DID^2$ $\qquad AHT = 0.072$

$QCL_1 := \frac{[KG \cdot AHT \cdot (THM - TCM)]}{LD}$ $\qquad QCL_1 = 224.392$

Κ.2 QCL_2 Μεταφορά θερμότητας με ακτινοβολία στο εσωτερικό του εκτοπιστή ή του θερμού χώρου σε W

FA Συντελεστής επιφάνειας για την ακτινωτή μεταφορά θερμότητας είναι:

$\frac{DID}{LD} = 8.016$

α. Εάν 0 < DID/LD < 0.2 τότε: $FA = \frac{DID}{LD}$

β. Εάν 0.2 < DID/LD < 7 τότε: $FA = 0.50 + 0.20 \cdot \ln\left(\frac{DID}{LD}\right)$

γ. Εάν DID/LD > 7 όπως συμβαίνει εδώ τότε : $FA := 1$

FE Ο συντελεστής ικανότητας ακτινοβολίας για την ακτινωτή μεταφορά θερμότητας είναι:

$FE := EH \cdot EC$ $\qquad FE = 0.3$ $\qquad EC := 0.5$ $\qquad EH := 0.6$

FN Ο συντελεστής ικανότητας της ακτινοβολίας θερμότητας του προστατευτικού καλύμματος είναι: (Εδώ επειδή δεν αναφέρεται κάλυμμα δεν λαμβάνεται υπόψιν ο συντελεστής.)

$NRS := 0$

$FN := \frac{1}{1 + NRS}$ $\qquad FN = 1$

$AHT = 0.072$

$QCL_2 := FA \cdot FE \cdot FN \cdot AHT \cdot \left(5.67 \cdot 10^{-8}\right) \cdot \left(THM^4 - TCM^4\right)$ $\qquad QCL_2 = 1.386 \times 10^3$

K.3 QCL_3 Θερμική αγωγιμότητα του τοιχώματος του κυλίνδρου του εκτοπιστή σε W

KM Θερμική αγωγιμότητα του μετάλλου σε W/mK :

$KM := 20$

AHT Εμβαδό επιφάνειας μεταφοράς θερμότητας για το τοίχωμα του κυλίνδρου σε m^2 :

$AHT := \frac{\pi}{4} \cdot \left[(DCY - 2 \cdot GR)^2 - DID^2\right]$ $AHT = 9.663 \times 10^{-4}$

$QCL_3 := \frac{[KM \cdot AHT \cdot (THM - TCM)]}{LD}$ $QCL_3 = 269.56$

K.4 QCL_4 Θερμική αγωγιμότητα στο χάσμα του εκτοπιστή σε W

KG Θερμική αγωγιμότητα του αερίου σε W/mK :

$KG = 0.225$

AHT Εμβαδό επιφάνειας μεταφοράς θερμότητας για τη μήτρα ή το τοίχωμα του κυλίνδρου σε m^2 :

$AHT := \pi \cdot DCY \cdot GR$ $AHT = 2.975 \times 10^{-4}$

$QCL_4 := \frac{[KG \cdot AHT \cdot (THM - TCM)]}{LD}$ $QCL_4 = 0.934$

K.5 QCL_5 Θερμική αγωγιμότητα του τοιχώματος του κυλίνδρου του αναγεννητή σε W

Υπολογισμός του QCL_5 για το τοίχωμα του αναγεννητη:

$LR = 0.038$

$TCM = 525$ $KRC := 13.5$

$THM = 1.05 \times 10^3$ $KRE := 17.5$ $LRC := LR \cdot \frac{TR}{THM}$ $LRC = 0.027$

$TR = 757.415$ $KRH := 21.5$ $LRH := LR - LRC$ $LRH = 0.01$

$WTR := \frac{DOR - DIR}{2}$ $WTR = 0.055$

$AHR := \frac{\pi}{4} \cdot \left(DOR^2 - DIR^2\right)$ $AHR = 0.03$

$R1 := \frac{\frac{LRH \cdot 4}{2 \cdot AHR}}{KRH + KRE}$ $R1 = 0.018$ **σε K/W** $R2 := \frac{\frac{LRC \cdot 4}{2 \cdot AHR}}{KRC + KRE}$ $R2 = 0.058$ **σε K/W**

$$QCL_5 := \frac{THM - TCM}{R1 + R2} \qquad QCL_5 = 6.892 \times 10^3$$

K.6 QCL_6 Θερμική αγωγιμότητα της μήτρας (matrix) του αναγεννητή σε W

KM Θερμική αγωγιμότητα του μετάλλου σε W/mK :

$KM = 20$ **σε** $TR = 757.415$ **σε K**

KG Θερμική αγωγιμότητα του αερίου σε W/mK :

$KG = 0.225$ **σε** $TR = 757.415$ **σε K**

Έστω ότι :

$$I := \frac{1 + \frac{KM}{KG}}{1 - \frac{KM}{KG}} \qquad I = -1.023$$

KMX Θερμική αγωγιμότητα της μήτρας του αναγεννητή σε W/mK :

$$KMX := KG \cdot \left(\frac{I - FF}{I + FF}\right) \qquad KMX = 0.371$$

AHT Εμβαδόν επιφάνειας μεταφοράς θερμότητας για τη μήτρα ή το τοίχωμα του κυλίνδρου σε m^2 :

$$AHT := \frac{\pi}{4} \cdot \left(DOR^2 - DIR^2\right) \qquad AHT = 0.03$$

$$QCL_6 := \frac{[NR \cdot KMX \cdot AHT \cdot (THM - TCM)]}{LR} \qquad QCL_6 = 155.353$$

K.7 QCL_{total} Συνολικά για τη στατική μεταφορά θερμότητας

$$QCL_{TOT} := QCL_1 + QCL_2 + QCL_3 + QCL_4 + QCL_5 + QCL_6 \qquad QCL_{TOT} = 8.928 \times 10^3$$

Λ. Απώλεια λόγω μεταφοράς ενθαλπίας του αερίου ή απώλεια άντλησης

$PMIN := 1.219 \cdot 10^{7}$

$PMAX = 1.817 \times 10^{7}$

$Z1 := 1$ **Z1=1 εκτός αν η θερμοκρασία του αερίου είναι κάτω από 70K**

$$QPU1 := \left[\frac{(PMAX - PMIN) \cdot NU \cdot CP \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{(THM - TCM) \cdot R_g}\right]^{1.6}$$

$$QPU := \left(\pi \cdot \frac{DCY \cdot 10^{3}}{KG}\right)^{0.6} \cdot \frac{2 \cdot LD \cdot 10^{2} \cdot (THM - TCM)}{1.5 \cdot Z1} \cdot QPU1 \cdot \left(GR \cdot 10^{2}\right)^{2.6}$$

$QPU = 341.255$

Μ. QTS Απώλεια λόγω παλινδρόμησης της θερμοκρασίας σε W

ROM Πυκνότητα του υλικού της μήτρας του αναγεννητή σε kg/m³ :

$ROM := 7900$ **από πρότυπο αναφοράς** $m_r := 0.139$

CPM Θερμοχωρητικότητα της μήτρας του αναγεννητή σε J/kgK :

$CPM := 1.05 \cdot 10^{3}$ **από πρότυπο αναφοράς**

Για το καλούπι του αναγεννητή η MMX αποτελεί τη μάζα όλου του υλικού της μήτρας σε kg :

$$MMX := NR \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \left(DOR^{2} - DIR^{2}\right) \cdot LR \cdot (1 - FF) \cdot ROM \qquad MMX = 6.689$$

DELTMX Παλινδρόμηση της θερμοκρασίας πάνω στο υλικό της μήτρας τουαναγεννητή σε K :

$$DELTMX := \frac{WRS \cdot CV \cdot FCTR \cdot (THM - TCM)}{NU \cdot MMX \cdot CPM} \qquad DELTMX = 0.614$$

$$QTS := \frac{FCTR \cdot WRS \cdot CV \cdot DELTMX}{2} \qquad QTS = 151.442$$

Ν. LAL Ηλεκτρικές απώλειες σε W

Οι ηλεκτρικές απώλειες αποτελούν σύμφωνα και με το εγχειρίδιο της NASA περίπου το 10% της ενδεικνύμενης ισχύος (MATH-T-5). Οπότε έχουμε :

$LAL := 0.1 \cdot 28690$ $\qquad LAL = 2.869 \times 10^{3}$

Ξ. MFL Μηχανικές απώλειες σε W

Οι μηχανικές απώλειες αποτελούν σύμφωνα και με το εγχειρίδιο της NASA περίπου το 10% της ενδεικνύμενης ισχύος (MATH-T-5). Οπότε έχουμε :

$MFL := 0.1 \cdot 28690$ $\qquad MFL = 2.869 \times 10^{3}$

Πρόγραμμα MATH-T-7
ΜΗΧΑΝΗ "CTPC"
FREE PISTON STIRLING ENGINE

ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΑΥΤΟ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΕΙ ΤΟΥΣ ΣΥΝΘΕΤΟΥΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΑΚΑΜΨΙΑΣ ΚΑΙ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ ΜΑΖΑΣ ΜΕ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟ ΤΗ ΜΑΖΑ ΕΡΓΑΖΟΜΕΝΟΥ ΜΕΣΟΥ

Γενικά

Εργαζόμενο αέριο : Ήλιο

Σταθερά αερίου ηλίου (He) R_g σε J/kgK : $R_g := 2077$

Αδιαβατική σταθερά αερίου γ : $\gamma := 1.667$

Ειδική θερμοχωρητικότητα υπό σταθερά πίεση c_p σε J/kgK : $c_p := \gamma \cdot \frac{R_g}{\gamma - 1}$

Ειδική θερμοχωρητικότητα υπό σταθερό όγκο c_v σε J/kgK : $c_v := \frac{R_g}{\gamma - 1}$

Θερμοκρασίες (σε K)

Μέση θερμοκρασία T_h στον θερμαντήρα σε K : $T_h := 1050$

Μέση θερμοκρασία T_k στον ψύκτη σε K : $T_k := 525$

Μέση θερμοκρασία T_{reg} στον αναγεννητή (Ενεργός) σε K : $T_{reg} := \frac{T_h - T_k}{\ln\left(\frac{T_h}{T_k}\right)}$

Γεωμετρικά

Όγκος ροής ψύκτη V_k σε m^3 : $V_k := 1.3049 \cdot 10^{-4}$

Όγκος ροής αναγεννητή V_{reg} σε m^3 : $V_{reg} := 1.125 \cdot 10^{-3}$

Όγκος ροής θερμαντήρα V_h σε m^3 : $V_h := 8.4078 \cdot 10^{-5}$

Εμβαδόν μετωπικής επιφάνειας του διωστήρα του εκτοπιστή A_r σε m^2 : $A_r := 4.7080 \cdot 10^{-4}$

Διάμετρος κυκλικής διατομής του διωστήρα d_r σε m : $d_r := 2.448 \cdot 10^{-2}$

Εμβαδόν μετωπικής επιφάνειας του εμβόλου A_p σε m^2 : $A_p := 1.4776 \cdot 10^{-2}$

Εμβαδόν μετωπικής επιφάνειας του εκτοπιστή A_d σε m^2 : $A_d := 1.0261 \cdot 10^{-2}$

Μήκος επιζήμιου χώρου εκτόνωσης E_E σε m (Expansion space clearance) : $E_E := 3.159 \cdot 10^{-3}$

Μήκος επιζήμιου χώρου συμπίεσης C_C σε m (Compression space clearance) : $C_C := 1.586 \cdot 10^{-3}$

Όγκος του χώρου αναπήδησης του εμβόλου V_B σε m^3 (Piston bounce space volume or piston gas spring) $V_B := 9.5065 \cdot 10^{-3}$

Όγκος ελατηρίου αερίου του εκτοπιστή V_D σε m^3 (Displacer gas spring volume) : $V_D := 8.7072 \cdot 10^{-4}$

Σταθερά ελαστικότητας ελατηρίου αερίου του εμβόλου ισχύος K_p σε N/m (Piston gas spring stiffness coefficient) : $K_p := 58 \cdot 10^4$

Σταθερά ελαστικότητας ελατηρίου αερίου του εκτοπιστή K_d σε N/m (Displacer gas spring stiffness coefficient) : $K_d := 47 \cdot 10^4$

Σταθερά ελαστικότητας δρομέα - εμβόλου K_{mag} σε N/m (Piston plunger magnet stiffness coefficient) : $K_{mag} := 122413.622$

Μάζες

Μάζα εμβόλου M_p σε kg : $M_p := 13.176$

Μάζα εκτοπιστή M_d σε kg : $M_d := 2.17$

Μάζα κελύφους M_c σε kg : $M_c := 88.37$

Δυναμικά μεγέθη

Μέση πίεση p_{meqn} σε Pa σύμφωνα με το ισοθερμοκρασιακό μοντέλο : $p_{mean} := 148.8 \times 10^5$

Πλάτος ταλάντωσης εμβόλου X_p σε m (Piston amplitude) : $X_p := 0.014$

Πλάτος ταλάντωσης εκτοπιστή X_d σε m (Displacer amplitude) : $X_d := 0.014$

Συντελεστής απόσβεσης λόγω φορτίου C_{pc} σε Ns/m (Load damping coefficient) : $C_{pc} := 918.58$

Συντελεστής απόσβεσης λόγω υστέρησης του αερίου ελατηρίου του εκτοπιστή C_{Hdc} σε Ns/m (Displacer gas sping damping coefficient) :

$C_{Hdc} := 51$

Συντελεστής απόσβεσης λόγω υστέρησης του αερίου ελατηρίου του εμβόλου ισχύος C_{Hpc} σε Ns/m (Piston gas sping damping coefficient) :

$C_{Hpc} := 36$

Σταθερά S που σχετίζεται με την πίεση p στο χώρο συμπίεσης :

$$S := \frac{A_p \cdot C_C}{T_k} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_{reg}}{\left(\frac{T_h - T_k}{\ln\left(\frac{T_h}{T_k}\right)}\right)} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{A_d \cdot E_E}{T_h} \qquad S = 1.889 \times 10^{-6}$$

Σταθερά S_m :

$$so := \frac{2 \cdot A_p \cdot X_p}{2 \cdot T_k} + \frac{A_p \cdot C_C}{T_k} + \left(\frac{V_k}{T_k} + \frac{V_{reg}}{T_{reg}} + \frac{V_h}{T_h}\right) + \frac{2 \cdot A_d \cdot X_d}{2 \cdot T_h} + \frac{A_d \cdot E_E}{T_h}$$

$$co := \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{2 \cdot A_p \cdot X_p}{T_h}\right)^2 + 2 \cdot \frac{2 \cdot A_p \cdot X_p}{T_h} \cdot \frac{2 \cdot A_p \cdot X_p}{T_k} \cdot \cos(60) + \left(\frac{2 \cdot A_p \cdot X_p}{T_k}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$bo := \frac{co}{so}$$

$$S_m := so \cdot \sqrt{1 - bo^2} \qquad S_m = 2.411 \times 10^{-6}$$

Έμμεσος υπολογισμός της μάζας M του εργαζόμενου μέσου.Ορίζεται σαν p_{mean} = 150 bar.

$$M := \frac{15 \cdot 10^6 \cdot S_m}{R_g} \qquad M = 0.017$$

Ορίζουμε σαν ανεξάρτητες μεταβλητές τη μάζα M, τη γωνία φ και τη γωνιακή ταχύτητα ω, ως αρχικές τιμές λαμβάνονται αυτές που υπολογίστηκαν στο MATH-T2-3

$M = 0.017$ $\qquad \phi := 60deg$ $\qquad \omega := 376.991$

Η p_{mean} σε σχέση με τη μάζα M είναι:

$$p_{mean}(M) := \frac{M \cdot R_g}{S_m} \qquad p_{mean}(M) = 1.5 \times 10^7$$

Η πυκνότητα του εγαζόμενου μέσου μέσα στον ψύκτη σε σχέση με τη μάζα M είναι:

$$\rho_k(M) := \frac{p_{mean}(M)}{R_g \cdot T_k} \qquad \rho_k(M) = 13.756104271$$

Η πυκνότητα του εγαζόμενου μέσου μέσα στον θερμαντήρα σε σχέση με τη μάζα M είναι:

$$\rho_h(M) := \frac{p_{mean}(M)}{R_g \cdot T_h} \qquad \rho_h(M) = 6.87805214$$

Το πλάτος της μέσης συνολικής ογκομετρικής ροής, σε σχέση με τη φ και την ω είναι:

$$V_A(\phi, \omega) := \omega \cdot \sqrt{(A_p \cdot X_p)^2 - 2 \cdot (2 \cdot A_d - A_r) A_p \cdot X_p \cdot X_d \cdot \sin(\phi) + (2 \cdot A_d - A_r)^2 \cdot X_d^2}$$

Τα παρακάτω μεγέθη είναι από το εγχειρίδιο της NASA (CTPC)

Οι επιφάνειες ροής στον ψύκτη, τον αναγεννητή και στον θερμαντήρα είναι αντίστοιχα:

Στον ψύκτη (ορθογωνικής διατομής)

Πλάτος ορθογωνικής διατομής σωλήνα ψύκτη σε m : $w_c := 5.3340 \cdot 10^{-4}$

Μήκος ορθογωνικής διατομής σωλήνα ψύκτη σε m : $d_c := 1.4640 \cdot 10^{-3}$

Πλήθος καναλιών ροής (channels number) $n_c := 2580$

Επιφάνεια ροής A_k στον ψύκτη σε m^2 $A_k := w_c \cdot d_c \cdot n_c$ $A_k = 0.00201$

Στον αναγεννητή (δακτυλιοειδούς μορφής)

Επιφάνεια ροής στον αναγεννητή A_{reg} σε m^2 $A_{reg} := 0.0299$

Στο θερμαντήρα (σωληνωειδής μορφής)

Διάμετρος κυκλικής διατομής σωλήνα θερμαντήρα d_h σε m : $d_h := 1.016 \cdot 10^{-3}$

Πλήθος κυκλικών περασμάτων θερμαντήρα (number of circular passages) $n_h := 1900$

Επιφάνεια ροής στο θερμαντήρα A_h σε m^2 : $A_h := n_h \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_h^2$ $A_h = 0.00154$

Τα πλάτη των ταχυτήτων του αερίου δια μέσω του ψύκτη, και του θερμαντήρα είναι αντίστοιχα:

$U_k(\phi,\omega) := \frac{V_A(\phi,\omega)}{A_k}$ $U_h(\phi,\omega) := \frac{V_A(\phi,\omega)}{A_h}$ $\phi := \frac{-90\cdot\pi}{180}, -80\cdot\frac{\pi}{180} .. 0\cdot\frac{\pi}{180}$ $\omega := 120 .. 400$

$M = 0.017$ $\phi := 60deg$ $\omega := 376.991$

$k_{hk} := 0.5$ $k_{hh} := 1$

$f_{tk} := 3.113$ $f_{th} := 1.865$ $f_l := 0.884$

Η ποσότητα P_{coll} σε Ns/m^3 δεν εκφράζει πίεση:

$$P_{coll}(\phi,\omega,M) := \frac{4}{3}\cdot\frac{1}{\pi}\cdot\left[\frac{\rho_k(M)\cdot U_k(\phi,\omega)\cdot\left(f_{tk}+k_{hk}\right)}{A_k} + \frac{\rho_h(M)\cdot U_h(\phi,\omega)\cdot\left(f_{th}+k_{hh}\right)}{A_h}\right] + \frac{f_l}{A_{reg}}$$

Οι συντελεστές απόσβεσης σε Ns/m είναι:

$C_p(\phi,\omega,M) := A_p\cdot A_d\cdot P_{coll}(\phi,\omega,M)$ $C_p(\phi,\omega,M) = 72.267$

$C_d(\phi,\omega,M) := -\left(2\cdot A_d - A_r\right) A_d\cdot P_{coll}(\phi,\omega,M)$ $C_d(\phi,\omega,M) = -98.068$

$C_c(\phi,\omega,M) := -A_d^{\,2}\cdot P_{coll}(\phi,\omega,M)$

$$S_{pp}(M) := \frac{-p_{mean}(M)}{M_p}\cdot\left(\frac{A_p^{\,2}}{T_k\cdot S}\right) - \frac{K_p}{M_p}$$

$$S_{pd}(M) := \frac{-p_{mean}(M)\cdot A_p}{M_p\cdot S}\cdot\left(\frac{A_d}{T_h} - \frac{A_d - A_r}{T_k}\right)$$

$C_{Hpc} = 36$

$$D_{pp} := -\frac{C_{pc} + C_{Hpc}}{M_p}$$

$D_{pd} := 0$

$$S_{dp}(M) := \frac{-p_{mean}(M)\cdot A_r\cdot A_p}{M_d\cdot T_k\cdot S}$$

$$S_{dd}(M) := \frac{-p_{mean}(M)\cdot A_r}{M_d}\cdot\left(\frac{A_d}{T_h\cdot S} - \frac{A_d - A_r}{T_k\cdot S}\right) - \frac{K_d}{M_d}$$

$$D_{dp}(\phi,\omega,M) := \frac{C_p(\phi,\omega,M)}{M_d}$$

$$D_{dd}(\phi,\omega,M) := \frac{C_d(\phi,\omega,M) - C_{Hdc}}{M_d}$$

Οι παρακάτω περιορισμοί είναι σύμφωνα με την ανάλυση Benvenuto & de Monte για σταθερή λειτουργία.

$$a(\phi,\omega,M) := -D_{dd}(\phi,\omega,M) - D_{pp}$$

$$b(\phi,\omega,M) := D_{pp}\cdot D_{dd}(\phi,\omega,M) - D_{pd}\cdot D_{dp}(\phi,\omega,M) - S_{dd}(M) - S_{pp}(M)$$

$$c(\phi,\omega,M) := -S_{pd}(M)\cdot D_{dp}(\phi,\omega,M) + D_{pp}\cdot S_{dd}(M) + S_{pp}(M)\cdot D_{dd}(\phi,\omega,M) - D_{pd}\cdot S_{dp}(M)$$

$$d(M) := S_{pp}(M)\cdot S_{dd}(M) - S_{pd}(M)\cdot S_{dp}(M)$$

$$\begin{aligned} i(\phi,\omega,M) := {} & D_{pp}\cdot D_{dd}(\phi,\omega,M) - D_{pd}\cdot D_{dp}(\phi,\omega,M) - S_{dd}(M) - S_{pp}(M) \ldots \\ & + -\frac{-S_{pd}(M)\cdot D_{dp}(\phi,\omega,M) + D_{pp}\cdot S_{dd}(M) + S_{pp}(M)\cdot D_{dd}(\phi,\omega,M) - D_{pd}\cdot S_{dp}(M)}{-D_{dd}(\phi,\omega,M) - D_{pp}} \ldots \\ & + -\frac{S_{pp}(M)\cdot S_{dd}(M) - S_{pd}(M)\cdot S_{dp}(M)}{\dfrac{-S_{pd}(M)\cdot D_{dp}(\phi,\omega,M) + D_{pp}\cdot S_{dd}(M) + S_{pp}(M)\cdot D_{dd}(\phi,\omega,M) - D_{pd}\cdot S_{dp}(M)}{-D_{dd}(\phi,\omega,M) - D_{pp}}} \end{aligned}$$

$$a(\phi,\omega,M) = 141.143$$

$$b(\phi,\omega,M) = 5.009\times 10^{5}$$

$$c(\phi,\omega,M) = 3.219\times 10^{7}$$

$$d(M) = 6.313\times 10^{10}$$

$i(\phi,\omega,M) = -4013.715$

Given

$i(\phi,\omega,M) = 0$

$d(M) > 0$

$a(\phi,\omega,M) > 0$

$b(\phi,\omega,M) > 0$

$c(\phi,\omega,M) > 0$

$M(\phi,\omega) := \mathrm{Find}(M)$

$M(\phi,\omega) = 0.02$ $\phi = 1.047$ $\omega = 376.991$

$$D(\omega,\phi) := \begin{pmatrix} D_{pp} & 0 & S_{pp}(M(\phi,\omega)) & S_{pd}(M(\phi,\omega)) \\ D_{dp}(\phi,\omega,M(\phi,\omega)) & D_{dd}(\phi,\omega,M(\phi,\omega)) & S_{dp}(M(\phi,\omega)) & S_{dd}(M(\phi,\omega)) \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D(\omega,\phi) = \begin{pmatrix} -72.448 & 0 & -3.267\times 10^{5} & 8.914\times 10^{4} \\ 37.568 & -74.483 & -5.469\times 10^{4} & -1.993\times 10^{5} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

To find all the corresponding eigenvectors at once, use **eigenvecs**:

$m(\omega,\phi) := \mathrm{eigenvals}(D(\omega,\phi))$

$$m(\omega,\phi) = \begin{pmatrix} -73.465 + 533.78i \\ -73.465 - 533.78i \\ 491.022i \\ -491.022i \end{pmatrix}$$

<u>ΔΕΝ ΠΡΟΕΚΥΨΕ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑ ΚΑΤΑ ΤΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ (4 ΜΙΓΑΔΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΙΜΕΣ)</u>

Πρόγραμμα MATH-T-8
ΜΗΧΑΝΗ "CTPC'
FREE PISTON STIRLING ENGINE

ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΑΥΤΟ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΕΙ ΤΟΥΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΑΚΑΜΨΙΑΣ ΚΑΙ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΜΕ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟ ΤΗ ΔΙΑΦΟΡΑ ΦΑΣΗΣ

Γενικά

Εργαζόμενο αέριο : Ήλιο

Σταθερά αερίου ηλίου (He) R_g σε J/kgK : $R_g := 2077$

Αδιαβατική σταθερά αερίου γ : $\gamma := 1.667$

Ειδική θερμοχωρητικότητα υπό σταθερά πίεση c_p σε J/kgK : $c_p := \gamma \cdot \frac{R_g}{\gamma - 1}$

Ειδική θερμοχωρητικότητα υπό σταθερό όγκο c_v σε J/kgK : $c_v := \frac{R_g}{\gamma - 1}$

Θερμοκρασίες (σε K)

Μέση θερμοκρασία T_h στον θερμαντήρα σε K : $T_h := 1050$

Μέση θερμοκρασία T_k στον ψύκτη σε K : $T_k := 525$

Μέση θερμοκρασία T_{reg} στον αναγεννητή (Ενεργός) σε K : $T_{reg} := \frac{T_h - T_k}{\ln\left(\frac{T_h}{T_k}\right)}$

Γεωμετρικά

Όγκος ροής ψύκτη V_k σε m^3 : $V_k := 1.3049 \cdot 10^{-4}$

Όγκος ροής αναγεννητή V_{reg} σε m^3 : $V_{reg} := 1.125 \cdot 10^{-3}$

Όγκος ροής θερμαντήρα V_h σε m^3 : $V_h := 8.4078 \cdot 10^{-5}$

Εμβαδόν μετωπικής επιφάνειας του διωστήρα του εκτοπιστή A_r σε m^2 : $A_r := 4.7080 \cdot 10^{-4}$

Διάμετρος κυκλικής διατομής του διωστήρα d_r σε m : $d_r := 2.448 \cdot 10^{-2}$

Εμβαδόν μετωπικής επιφάνειας του εμβόλου A_p σε m^2 : $A_p := 1.4776 \cdot 10^{-2}$

Εμβαδόν μετωπικής επιφάνειας του εκτοπιστή A_d σε m^2 : $A_d := 1.0261 \cdot 10^{-2}$

Μήκος επιζήμιου χώρου εκτόνωσης E_E σε m (Expansion space clearance) : $E_E := 3.159 \cdot 10^{-3}$

Μήκος επιζήμιου χώρου συμπίεσης C_C σε m (Compression space clearance) : $C_C := 1.586 \cdot 10^{-3}$

Όγκος του χώρου αναπήδησης του εμβόλου V_B σε m^3 (Piston bounce space volume or piston gas spring) $V_B := 9.5065 \cdot 10^{-3}$

Όγκος ελατηρίου αερίου του εκτοπιστή V_D σε m^3 (Displacer gas spring volume) : $V_D := 8.7072 \cdot 10^{-4}$

Σταθερά ελαστικότητας ελατηρίου αερίου του εμβόλου ισχύος K_p σε N/m (Piston gas spring stiffness coefficient) : $K_p := 58 \cdot 10^4$

Σταθερά ελαστικότητας ελατηρίου αερίου του εκτοπιστή K_d σε N/m (Displacer gas spring stiffness coefficient) : $K_d := 47 \cdot 10^4$

Σταθερά ελαστικότητας δρομέα - εμβόλου K_{mag} σε N/m (Piston plunger magnet stiffness coefficient) : $K_{mag} := 122413.622$

Μάζες

Μάζα εμβόλου M_p σε kg : $M_p := 13.176$

Μάζα εκτοπιστή M_d σε kg : $M_d := 2.17$

Μάζα κελύφους M_c σε kg : $M_c := 88.37$

Δυναμικά μεγέθη

Μέση πίεση p_{meqn} σε Pa σύμφωνα με το ισοθερμοκρασιακό μοντέλο : $p_{mean} := 148.8 \times 10^5$

Πλάτος ταλάντωσης εμβόλου X_p σε m (Piston amplitude) : $X_p := 0.014$

Πλάτος ταλάντωσης εκτοπιστή X_d σε m (Displacer amplitude) : $X_d := 0.014$

Συντελεστής απόσβεσης λόγω φορτίου C_{pc} σε Ns/m (Load damping coefficient) : $C_{pc} := 918.58$

Συντελεστής απόσβεσης λόγω υστέρησης του αερίου ελατηρίου του εκτοπιστή C_{Hdc} σε Ns/m (Displacer gas sping damping coefficient) :

$C_{Hdc} := 51$

Συντελεστής απόσβεσης λόγω υστέρησης του αερίου ελατηρίου του εμβόλου ισχύος C_{Hpc} σε Ns/m (Piston gas sping damping coefficient) :

$C_{Hpc} := 36$

Σταθερά S που σχετίζεται με την πίεση p στο χώρο συμπίεσης :

$$S := \frac{A_p \cdot C_C}{T_k} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_{reg}}{\left(\frac{T_h - T_k}{\ln\left(\frac{T_h}{T_k}\right)}\right)} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{A_d \cdot E_E}{T_h} \qquad S = 1.889 \times 10^{-6}$$

Σταθερά S_m :

$$so := \frac{2 \cdot A_p \cdot X_p}{2 \cdot T_k} + \frac{A_p \cdot C_C}{T_k} + \left(\frac{V_k}{T_k} + \frac{V_{reg}}{T_{reg}} + \frac{V_h}{T_h}\right) + \frac{2 \cdot A_d \cdot X_d}{2 \cdot T_h} + \frac{A_d \cdot E_E}{T_h}$$

$$co := \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{2 \cdot A_p \cdot X_p}{T_h}\right)^2 + 2 \cdot \frac{2 \cdot A_p \cdot X_p}{T_h} \cdot \frac{2 \cdot A_p \cdot X_p}{T_k} \cdot \cos(60) + \left(\frac{2 \cdot A_p \cdot X_p}{T_k}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$bo := \frac{co}{so}$$

$$S_m := so \cdot \sqrt{1 - bo^2} \qquad S_m = 2.4107269 \times 10^{-6}$$

Έμμεσος υπολογισμός της μάζας M του εργαζόμενου μέσου.Ορίζεται σαν p_{mean} = 150 bar.

$$M := \frac{15 \cdot 10^6 \cdot S_m}{R_g} \qquad M = 0.0174102$$

Ορίζουμε σαν ανεξάρτητες μεταβλητές τη μάζα M, τη γωνία φ και τη γωνιακή ταχύτητα ω, ως αρχικές τιμές λαμβάνονται αυτές που υπολογίστηκαν στο MATH-T2-3

$M = 0.0174102 \qquad \phi := 60deg \qquad \omega := 376.991$

Η p_{mean} σε σχέση με τη μάζα M είναι:

$$p_{mean}(M) := \frac{M \cdot R_g}{S_m} \qquad p_{mean}(M) = 1.5 \times 10^7$$

Η πυκνότητα του εγαζόμενου μέσου μέσα στον ψύκτη σε σχέση με τη μάζα M είναι:

$$\rho_k(M) := \frac{p_{mean}(M)}{R_g \cdot T_k} \qquad \rho_k(M) = 13.756104271$$

Η πυκνότητα του εγαζόμενου μέσου μέσα στον θερμαντήρα σε σχέση με τη μάζα M είναι:

$$\rho_h(M) := \frac{p_{mean}(M)}{R_g \cdot T_h} \qquad \rho_h(M) = 6.87805214$$

Το πλάτος της μέσης συνολικής ογκομετρικής ροής, σε σχέση με τη φ και την ω είναι:

$$V_A(\phi, \omega) := \omega \cdot \sqrt{\left(A_p \cdot X_p\right)^2 - 2 \cdot \left(2 \cdot A_d - A_r\right) A_p \cdot X_p \cdot X_d \cdot \sin(\phi) + \left(2 \cdot A_d - A_r\right)^2 \cdot X_d^{\,2}}$$

Τα παρακάτω μεγέθη είναι από το εγχειρίδιο της NASA (CTPC)

Οι επιφάνειες ροής στον ψύκτη, τον αναγεννητή και στον θερμαντήρα είναι αντίστοιχα:

Στον ψύκτη (ορθογωνικής διατομής)

Πλάτος ορθογωνικής διατομής σωλήνα ψύκτη σε m : $w_c := 5.3340 \cdot 10^{-4}$

Μήκος ορθογωνικής διατομής σωλήνα ψύκτη σε m : $d_c := 1.4640 \cdot 10^{-3}$

Πλήθος καναλιών ροής (channels number) $n_c := 2580$

Επιφάνεια ροής A_k στον ψύκτη σε m^2 $A_k := w_c \cdot d_c \cdot n_c$ $A_k = 0.00201$

Στον αναγεννητή (δακτυλιοειδούς μορφής)

Επιφάνεια ροής στον αναγεννητή A_{reg} σε m^2 $A_{reg} := 0.0299$

Στο θερμαντήρα (σωληνωειδής μορφής)

Διάμετρος κυκλικής διατομής σωλήνα θερμαντήρα d_h σε m : $d_h := 1.016 \cdot 10^{-3}$

Πλήθος κυκλικών περασμάτων θερμαντήρα (number of circular passages) $n_h := 1900$

Επιφάνεια ροής στο θερμαντήρα A_h σε m^2 : $A_h := n_h \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_h^{\,2}$ $A_h = 0.00154$

Τα πλάτη των ταχυτήτων του αερίου δια μέσω του ψύκτη, και του θερμαντήρα είναι αντίστοιχα:

$U_k(\phi,\omega) := \frac{V_A(\phi,\omega)}{A_k}$ $U_h(\phi,\omega) := \frac{V_A(\phi,\omega)}{A_h}$ $\phi := \frac{-90\cdot\pi}{180}, -80\cdot\frac{\pi}{180} .. 0\cdot\frac{\pi}{180}$ $\omega := 120 .. 400$

$M = 0.0174102$ $\phi := 60deg$ $\omega := 376.991$

$k_{hk} := 0.5$ $k_{hh} := 1$

$f_{tk} := 3.113$ $f_{th} := 1.865$ $f_l := 0.884$

Η ποσότητα P_{coll} σε Ns/m^3 δεν εκφράζει πίεση:

$$P_{coll}(\phi,\omega,M) := \frac{4}{3}\cdot\frac{1}{\pi}\cdot\left[\frac{\rho_k(M)\cdot U_k(\phi,\omega)\cdot\left(f_{tk}+k_{hk}\right)}{A_k} + \frac{\rho_h(M)\cdot U_h(\phi,\omega)\cdot\left(f_{th}+k_{hh}\right)}{A_h}\right] + \frac{f_l}{A_{reg}}$$

Οι συντελεστές απόσβεσης σε Ns/m είναι:

$C_p(\phi,\omega,M) := A_p\cdot A_d\cdot P_{coll}(\phi,\omega,M)$ $C_p(\phi,\omega,M) = 72.2673797$

$C_d(\phi,\omega,M) := -\left(2\cdot A_d - A_r\right) A_d\cdot P_{coll}(\phi,\omega,M)$ $C_d(\phi,\omega,M) = -98.0676559$

$C_c(\phi,\omega,M) := -A_d^{\,2}\cdot P_{coll}(\phi,\omega,M)$

$$S_{pp}(M) := \frac{-p_{mean}(M)}{M_p}\cdot\left(\frac{A_p^{\,2}}{T_k\cdot S}\right) - \frac{K_p}{M_p}$$

$$S_{pd}(M) := \frac{-p_{mean}(M)\cdot A_p}{M_p\cdot S}\cdot\left(\frac{A_d}{T_h} - \frac{A_d - A_r}{T_k}\right)$$

$C_{Hpc} = 36$

$$D_{pp} := -\frac{C_{pc} + C_{Hpc}}{M_p}$$

$D_{pd} := 0$

$$S_{dp}(M) := \frac{-p_{mean}(M)\cdot A_r\cdot A_p}{M_d\cdot T_k\cdot S}$$

$$S_{dd}(M) := \frac{-p_{mean}(M)\cdot A_r}{M_d}\cdot\left(\frac{A_d}{T_h\cdot S} - \frac{A_d - A_r}{T_k\cdot S}\right) - \frac{K_d}{M_d}$$

$$D_{dp}(\phi,\omega,M) := \frac{C_p(\phi,\omega,M)}{M_d}$$

$$D_{dd}(\phi,\omega,M) := \frac{C_d(\phi,\omega,M) - C_{Hdc}}{M_d}$$

Οι παρακάτω περιορισμοί είναι σύμφωνα με την ανάλυση Benvenuto & de Monte για σταθερή λειτουργία.

$$a(\phi,\omega,M) := -D_{dd}(\phi,\omega,M) - D_{pp}$$

$$b(\phi,\omega,M) := D_{pp}\cdot D_{dd}(\phi,\omega,M) - D_{pd}\cdot D_{dp}(\phi,\omega,M) - S_{dd}(M) - S_{pp}(M)$$

$$c(\phi,\omega,M) := -S_{pd}(M)\cdot D_{dp}(\phi,\omega,M) + D_{pp}\cdot S_{dd}(M) + S_{pp}(M)\cdot D_{dd}(\phi,\omega,M) - D_{pd}\cdot S_{dp}(M)$$

$$d(M) := S_{pp}(M)\cdot S_{dd}(M) - S_{pd}(M)\cdot S_{dp}(M)$$

$$\begin{aligned} i(\phi,\omega,M) := {} & D_{pp}\cdot D_{dd}(\phi,\omega,M) - D_{pd}\cdot D_{dp}(\phi,\omega,M) - S_{dd}(M) - S_{pp}(M) \ldots \\ & + -\frac{-S_{pd}(M)\cdot D_{dp}(\phi,\omega,M) + D_{pp}\cdot S_{dd}(M) + S_{pp}(M)\cdot D_{dd}(\phi,\omega,M) - D_{pd}\cdot S_{dp}(M)}{-D_{dd}(\phi,\omega,M) - D_{pp}} \ldots \\ & + -\frac{S_{pp}(M)\cdot S_{dd}(M) - S_{pd}(M)\cdot S_{dp}(M)}{\dfrac{-S_{pd}(M)\cdot D_{dp}(\phi,\omega,M) + D_{pp}\cdot S_{dd}(M) + S_{pp}(M)\cdot D_{dd}(\phi,\omega,M) - D_{pd}\cdot S_{dp}(M)}{-D_{dd}(\phi,\omega,M) - D_{pp}}} \end{aligned}$$

$$a(\phi,\omega,M) = 141.1431633$$

$$b(\phi,\omega,M) = 5.0086738\times 10^{5}$$

$$c(\phi,\omega,M) = 3.218916\times 10^{7}$$

$$d(M) = 6.3131835\times 10^{10}$$

$i(\phi,\omega,M) = -4013.7152568$

Given

$i(\phi,\omega,M) = 0$

$d(M) > 0$

$a(\phi,\omega,M) > 0$

$b(\phi,\omega,M) > 0$

$c(\phi,\omega,M) > 0$

$\Phi(M,\omega) := \mathrm{Find}(\phi)$

$\Phi(M,\omega) = 0.2572083$ $M = 0.0174102$ $\omega = 376.991$

$$D(\omega,M) := \begin{pmatrix} D_{pp} & 0 & S_{pp}(M) & S_{pd}(M) \\ D_{dp}(\Phi(M,\omega),\omega,M) & D_{dd}(\Phi(M,\omega),\omega,M) & S_{dp}(M) & S_{dd}(M) \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D(\omega,M) = \begin{pmatrix} -72.448391 & 0 & -2.94588\times 10^{5} & 7.9018297\times 10^{4} \\ 69.6989971 & -118.0846357 & -4.8476362\times 10^{4} & -2.0130255\times 10^{5} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

To find all the corresponding eigenvectors at once, use **eigenvecs**:

$m(\omega,M) := \mathrm{eigenvals}(D(\omega,M))$

$$m(\omega,M) = \begin{pmatrix} -95.2665134 + 514.9354595i \\ -95.2665134 - 514.9354595i \\ 479.803455i \\ -479.803455i \end{pmatrix}$$

ΔΕΝ ΠΡΟΕΚΥΨΕ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑ ΚΑΤΑ ΤΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ (4 ΜΙΓΑΔΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΙΜΕΣ)

Πρόγραμμα MATH-T-9
ΜΗΧΑΝΗ "CTPC"
FREE PISTON STIRLING ENGINE

ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΑΥΤΟ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΕΙ ΤΟΥΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΑΚΑΜΨΙΑΣ ΚΑΙ ΑΠΟΣΒΕΣΗΣ ΜΕ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟ ΤΗΝ ΓΩΝΙΑΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ

Γενικά

Εργαζόμενο αέριο : Ήλιο

Σταθερά αερίου ηλίου (He) R_g σε J/kgK : $R_g := 2077$

Αδιαβατική σταθερά αερίου γ : $\gamma := 1.667$

Ειδική θερμοχωρητικότητα υπό σταθερά πίεση c_p σε J/kgK : $c_p := \gamma \cdot \frac{R_g}{\gamma - 1}$

Ειδική θερμοχωρητικότητα υπό σταθερό όγκο c_v σε J/kgK : $c_v := \frac{R_g}{\gamma - 1}$

Θερμοκρασίες (σε K)

Μέση θερμοκρασία T_h στον θερμαντήρα σε K : $T_h := 1050$

Μέση θερμοκρασία T_k στον ψύκτη σε K : $T_k := 525$

Μέση θερμοκρασία T_{reg} στον αναγεννητή (Ενεργός) σε K : $T_{reg} := \frac{T_h - T_k}{\ln\left(\frac{T_h}{T_k}\right)}$

Γεωμετρικά

Όγκος ροής ψύκτη V_k σε m^3 : $V_k := 1.3049 \cdot 10^{-4}$

Όγκος ροής αναγεννητή V_{reg} σε m^3 : $V_{reg} := 1.125 \cdot 10^{-3}$

Όγκος ροής θερμαντήρα V_h σε m^3 : $V_h := 8.4078 \cdot 10^{-5}$

Εμβαδόν μετωπικής επιφάνειας του διωστήρα του εκτοπιστή A_r σε m^2 : $A_r := 4.7080 \cdot 10^{-4}$

Διάμετρος κυκλικής διατομής του διωστήρα d_r σε m : $d_r := 2.448 \cdot 10^{-2}$

Εμβαδόν μετωπικής επιφάνειας του εμβόλου A_p σε m^2 : $A_p := 1.4776 \cdot 10^{-2}$

Εμβαδόν μετωπικής επιφάνειας του εκτοπιστή A_d σε m^2 : $A_d := 1.0261 \cdot 10^{-2}$

Μήκος επιζήμιου χώρου εκτόνωσης E_E σε m (Expansion space clearance) : $E_E := 3.159 \cdot 10^{-3}$

Μήκος επιζήμιου χώρου συμπίεσης C_C σε m (Compression space clearance) : $C_C := 1.586 \cdot 10^{-3}$

Όγκος του χώρου αναπήδησης του εμβόλου V_B σε m^3 (Piston bounce space volume or piston gas spring) $V_B := 9.5065 \cdot 10^{-3}$

Όγκος ελατηρίου αερίου του εκτοπιστή V_D σε m^3 (Displacer gas spring volume) : $V_D := 8.7072 \cdot 10^{-4}$

Σταθερά ελαστικότητας ελατηρίου αερίου του εμβόλου ισχύος K_p σε N/m (Piston gas spring stiffness coefficient) : $K_p := 58 \cdot 10^4$

Σταθερά ελαστικότητας ελατηρίου αερίου του εκτοπιστή K_d σε N/m (Displacer gas spring stiffness coefficient) : $K_d := 47 \cdot 10^4$

Σταθερά ελαστικότητας δρομέα - εμβόλου K_{mag} σε N/m (Piston plunger magnet stiffness coefficient) : $K_{mag} := 122413.622$

Μάζες

Μάζα εμβόλου M_p σε kg : $M_p := 13.176$

Μάζα εκτοπιστή M_d σε kg : $M_d := 2.17$

Μάζα κελύφους M_c σε kg : $M_c := 88.37$

Δυναμικά μεγέθη

Μέση πίεση p_{meqn} σε Pa σύμφωνα με το ισοθερμοκρασιακό μοντέλο : $p_{mean} := 148.8 \times 10^5$

Πλάτος ταλάντωσης εμβόλου X_p σε m (Piston amplitude) : $X_p := 0.014$

Πλάτος ταλάντωσης εκτοπιστή X_d σε m (Displacer amplitude) : $X_d := 0.014$

Συντελεστής απόσβεσης λόγω φορτίου C_{pc} σε Ns/m (Load damping coefficient) : $C_{pc} := 918.58$

Συντελεστής απόσβεσης λόγω υστέρησης του αερίου ελατηρίου του εκτοπιστή C_{Hdc} σε Ns/m (Displacer gas sping damping coefficient) :

$C_{Hdc} := 51$

Συντελεστής απόσβεσης λόγω υστέρησης του αερίου ελατηρίου του εμβόλου ισχύος C_{Hpc} σε Ns/m (Piston gas sping damping coefficient) :

$C_{Hpc} := 36$

Σταθερά S που σχετίζεται με την πίεση p στο χώρο συμπίεσης :

$$S := \frac{A_p \cdot C_C}{T_k} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_{reg}}{\left(\frac{T_h - T_k}{\ln\left(\frac{T_h}{T_k}\right)}\right)} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{A_d \cdot E_E}{T_h} \qquad S = 1.889 \times 10^{-6}$$

Σταθερά S_m :

$$so := \frac{2 \cdot A_p \cdot X_p}{2 \cdot T_k} + \frac{A_p \cdot C_C}{T_k} + \left(\frac{V_k}{T_k} + \frac{V_{reg}}{T_{reg}} + \frac{V_h}{T_h}\right) + \frac{2 \cdot A_d \cdot X_d}{2 \cdot T_h} + \frac{A_d \cdot E_E}{T_h}$$

$$co := \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{2 \cdot A_p \cdot X_p}{T_h}\right)^2 + 2 \cdot \frac{2 \cdot A_p \cdot X_p}{T_h} \cdot \frac{2 \cdot A_p \cdot X_p}{T_k} \cdot \cos(60) + \left(\frac{2 \cdot A_p \cdot X_p}{T_k}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$bo := \frac{co}{so}$$

$$S_m := so \cdot \sqrt{1 - bo^2} \qquad S_m = 2.411 \times 10^{-6}$$

Έμμεσος υπολογισμός της μάζας M του εργαζόμενου μέσου.Ορίζεται σαν p_{mean} = 150 bar.

$$M := \frac{15 \cdot 10^6 \cdot S_m}{R_g} \qquad M = 0.017$$

Ορίζουμε σαν ανεξάρτητες μεταβλητές τη μάζα M, τη γωνία φ και τη γωνιακή ταχύτητα ω, ως αρχικές τιμές λαμβάνονται αυτές που υπολογίστηκαν στο MATH-T2-3

$M = 0.017$ $\qquad \phi := 60deg$ $\qquad \omega := 376.991$

Η p_{mean} σε σχέση με τη μάζα M είναι:

$$p_{mean}(M) := \frac{M \cdot R_g}{S_m} \qquad p_{mean}(M) = 1.5 \times 10^7$$

Η πυκνότητα του εγαζόμενου μέσου μέσα στον ψύκτη σε σχέση με τη μάζα M είναι:

$$\rho_k(M) := \frac{p_{mean}(M)}{R_g \cdot T_k} \qquad \rho_k(M) = 13.756104271$$

Η πυκνότητα του εγαζόμενου μέσου μέσα στον θερμαντήρα σε σχέση με τη μάζα M είναι:

$$\rho_h(M) := \frac{p_{mean}(M)}{R_g \cdot T_h} \qquad \rho_h(M) = 6.87805214$$

Το πλάτος της μέσης συνολικής ογκομετρικής ροής, σε σχέση με τη φ και την ω είναι:

$$V_A(\phi, \omega) := \omega \cdot \sqrt{\left(A_p \cdot X_p\right)^2 - 2 \cdot \left(2 \cdot A_d - A_r\right) A_p \cdot X_p \cdot X_d \cdot \sin(\phi) + \left(2 \cdot A_d - A_r\right)^2 \cdot X_d^{\,2}}$$

Τα παρακάτω μεγέθη είναι από το εγχειρίδιο της NASA (CTPC)

Οι επιφάνειες ροής στον ψύκτη, τον αναγεννητή και στον θερμαντήρα είναι αντίστοιχα:

Στον ψύκτη (ορθογωνικής διατομής)

Πλάτος ορθογωνικής διατομής σωλήνα ψύκτη σε m : $w_c := 5.3340 \cdot 10^{-4}$

Μήκος ορθογωνικής διατομής σωλήνα ψύκτη σε m : $d_c := 1.4640 \cdot 10^{-3}$

Πλήθος καναλιών ροής (channels number) $n_c := 2580$

Επιφάνεια ροής A_k στον ψύκτη σε m^2 $A_k := w_c \cdot d_c \cdot n_c$ $A_k = 0.00201$

Στον αναγεννητή (δακτυλιοειδούς μορφής)

Επιφάνεια ροής στον αναγεννητή A_{reg} σε m^2 $A_{reg} := 0.0299$

Στο θερμαντήρα (σωληνωειδής μορφής)

Διάμετρος κυκλικής διατομής σωλήνα θερμαντήρα d_h σε m : $d_h := 1.016 \cdot 10^{-3}$

Πλήθος κυκλικών περασμάτων θερμαντήρα (number of circular passages) : $n_h := 1900$

Επιφάνεια ροής στο θερμαντήρα A_h σε m^2 : $A_h := n_h \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_h^{\,2}$ $A_h = 0.00154$

Τα πλάτη των ταχυτήτων του αερίου δια μέσω του ψύκτη, και του θερμαντήρα είναι αντίστοιχα:

$$U_k(\phi,\omega) := \frac{V_A(\phi,\omega)}{A_k} \qquad U_h(\phi,\omega) := \frac{V_A(\phi,\omega)}{A_h} \qquad \phi := \frac{-90\cdot\pi}{180}, -80\cdot\frac{\pi}{180} .. 0\cdot\frac{\pi}{180} \qquad \omega := 120 .. 400$$

$M = 0.017$ $\qquad \phi := 60deg$ $\qquad \omega := 376.991$

$k_{hk} := 0.5$ $\qquad k_{hh} := 1$

$f_{tk} := 3.113$ $\qquad f_{th} := 1.865$ $\qquad f_l := 0.884$

Η ποσότητα P_{coll} σε Ns/m^3 δεν εκφράζει πίεση:

$$P_{coll}(\phi,\omega,M) := \frac{4}{3}\cdot\frac{1}{\pi}\cdot\left[\frac{\rho_k(M)\cdot U_k(\phi,\omega)\cdot\left(f_{tk}+k_{hk}\right)}{A_k} + \frac{\rho_h(M)\cdot U_h(\phi,\omega)\cdot\left(f_{th}+k_{hh}\right)}{A_h}\right] + \frac{f_l}{A_{reg}}$$

Οι συντελεστές απόσβεσης σε Ns/m είναι:

$C_p(\phi,\omega,M) := A_p\cdot A_d\cdot P_{coll}(\phi,\omega,M)$ $\qquad C_p(\phi,\omega,M) = 72.267$

$C_d(\phi,\omega,M) := -\left(2\cdot A_d - A_r\right) A_d\cdot P_{coll}(\phi,\omega,M)$ $\qquad C_d(\phi,\omega,M) = -98.068$

$C_c(\phi,\omega,M) := -A_d^{\,2}\cdot P_{coll}(\phi,\omega,M)$

$$S_{pp}(M) := \frac{-p_{mean}(M)}{M_p}\cdot\left(\frac{A_p^{\,2}}{T_k\cdot S}\right) - \frac{K_p}{M_p}$$

$$S_{pd}(M) := \frac{-p_{mean}(M)\cdot A_p}{M_p\cdot S}\cdot\left(\frac{A_d}{T_h} - \frac{A_d - A_r}{T_k}\right)$$

$C_{Hpc} = 36$

$$D_{pp} := -\frac{C_{pc} + C_{Hpc}}{M_p}$$

$D_{pd} := 0$

$$S_{dp}(M) := \frac{-p_{mean}(M)\cdot A_r\cdot A_p}{M_d\cdot T_k\cdot S}$$

$$S_{dd}(M) := \frac{-p_{mean}(M)\cdot A_r}{M_d}\cdot\left(\frac{A_d}{T_h\cdot S} - \frac{A_d - A_r}{T_k\cdot S}\right) - \frac{K_d}{M_d}$$

$$D_{dp}(\phi,\omega,M) := \frac{C_p(\phi,\omega,M)}{M_d}$$

$$D_{dd}(\phi,\omega,M) := \frac{C_d(\phi,\omega,M) - C_{Hdc}}{M_d}$$

Οι παρακάτω περιορισμοί είναι σύμφωνα με την ανάλυση Benvenuto & de Monte για σταθερή λειτουργία.

$$a(\phi,\omega,M) := -D_{dd}(\phi,\omega,M) - D_{pp}$$

$$b(\phi,\omega,M) := D_{pp}\cdot D_{dd}(\phi,\omega,M) - D_{pd}\cdot D_{dp}(\phi,\omega,M) - S_{dd}(M) - S_{pp}(M)$$

$$c(\phi,\omega,M) := -S_{pd}(M)\cdot D_{dp}(\phi,\omega,M) + D_{pp}\cdot S_{dd}(M) + S_{pp}(M)\cdot D_{dd}(\phi,\omega,M) - D_{pd}\cdot S_{dp}(M)$$

$$d(M) := S_{pp}(M)\cdot S_{dd}(M) - S_{pd}(M)\cdot S_{dp}(M)$$

$$\begin{aligned} io(\phi,\omega,M) := {} & D_{pp}\cdot D_{dd}(\phi,\omega,M) - D_{pd}\cdot D_{dp}(\phi,\omega,M) - S_{dd}(M) - S_{pp}(M) \ldots \\ & + -\frac{-S_{pd}(M)\cdot D_{dp}(\phi,\omega,M) + D_{pp}\cdot S_{dd}(M) + S_{pp}(M)\cdot D_{dd}(\phi,\omega,M) - D_{pd}\cdot S_{dp}(M)}{-D_{dd}(\phi,\omega,M) - D_{pp}} \ldots \\ & + -\frac{S_{pp}(M)\cdot S_{dd}(M) - S_{pd}(M)\cdot S_{dp}(M)}{\dfrac{-S_{pd}(M)\cdot D_{dp}(\phi,\omega,M) + D_{pp}\cdot S_{dd}(M) + S_{pp}(M)\cdot D_{dd}(\phi,\omega,M) - D_{pd}\cdot S_{dp}(M)}{-D_{dd}(\phi,\omega,M) - D_{pp}}} \end{aligned}$$

$$\omega'(\phi,\omega,M) := \left(\frac{c(\phi,\omega,M)}{a(\phi,\omega,M)}\right)$$

$$\omega''(\phi,\omega,M) := \left(\frac{b(\phi,\omega,M) - \sqrt{b(\phi,\omega,M)^2 - 4\cdot d(M)}}{2}\right)$$

$$d\omega(\phi,\omega,M) := \omega'(\phi,\omega,M) - \omega''(\phi,\omega,M)$$

Given

$$d\omega(\phi,\omega,M) = 0$$

$$\Omega o(\phi,\omega,M) := \mathrm{Find}(\omega)$$

$\Omega(\phi, M) := \Omega o(\phi \cdot deg, \omega, M)$

$$D(\phi, M) := \begin{pmatrix} D_{pp} & 0 & S_{pp}(M) & S_{pd}(M) \\ D_{dp}(\phi, \Omega(\phi, M), M) & D_{dd}(\phi, \Omega(\phi, M), M) & S_{dp}(M) & S_{dd}(M) \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D(\phi, M) = \begin{pmatrix} -72.448 & 0 & -2.946 \times 10^{5} & 7.902 \times 10^{4} \\ 29.233 & -63.171 & -4.848 \times 10^{4} & -2.013 \times 10^{5} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

To find all the corresponding eigenvectors at once, use **eigenvecs**:

$m(\phi, M) := \text{eigenvals}(D(\phi, M))$

$$m(\phi, M) = \begin{pmatrix} -78.604 + 513.92i \\ -78.604 - 513.92i \\ 10.794 + 483.169i \\ 10.794 - 483.169i \end{pmatrix}$$

<u>ΔΕΝ ΠΡΟΕΚΥΨΕ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑ ΚΑΤΑ ΤΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ (4 ΜΙΓΑΔΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΙΜΕΣ)</u>