ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ

ΜΗΝΙΑΙΟΝ ΠΕΡΙΟΔΙΚΟΝ ΣΥΓΓΡΑΜΜΑ

ΤΟΥ ΕΛΛΗΝΙΚΟΥ ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΟΥ ΣΥΛΛΟΓΟΥ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ

ΕΙΔΙΚΗΣ ΕΠΤΑΜΕΛΟΥΣ ΕΠΙΤΡΟΠΗΣ

ΕΤΟΣ Ζ΄. ΑΘΗΝΑΙ, ΑΠΡΙΛΙΟΣ 1907 ΑΡΙΘ. 12

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΩΝ ΑΕΡΟΠΛΑΝΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΕΛΙΚΟΠΤΕΡΩΝ

(Βλέπε Πρακτικὰ τῆς ἐν Παρισίοις Ἀκαδημίας τῶν Ἐπιστημῶν τῶν συνεδριάσεων τῆς 21 Ἰανουρίου 1907 καὶ 4 Φεβρουαρίου 1907).

I.

Ἐπὶ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος.

1. Τὸ δαπανώμενον ἔργον Τ κατὰ τὴν ἐν τῷ ἀέρι κίνησιν ἐπιφανείας ἐπιπέδου Ε κατὰ διεύθυνσιν σχηματίζουσαν γωνίαν φ μετὰ τοῦ ἐπιπέδου τούτου, μὲ ταχύτητα ν, ὀφείλει νὰ εἶνε τὸ ἴδιον τοῦ ἀπαιτουμένου πρὸς διατήρησιν ρεύματος ἀέρος τῆς αὐτῆς ταχύτητος, πλήττοντος τὴν αὐτὴν ἐπιφάνειαν μὲ τὴν αὐτὴν γωνίαν προσπτώσεως.

Τὸ κατὰ μονάδα χρόνου δαπανώμενον ἔργον ἰσοῦται τῷ ἡμίσει τῆς ἀποκτωμένης ὑπὸ τῆς μάζης τοῦ ἀέρος ρύμης, καὶ ἐπειδὴ ἡ ἐγκαρσία τομὴ τοῦ ρεύματος εἶνε Εημφ τὸ ἔργον τοῦτο εἶνε:

$$T = \frac{1}{2}\cdot\frac{\delta}{g}\,\text{Eημφ}\,\nu.\nu^2.$$

$$\text{ἤτοι}\quad T = \frac{\delta}{2g}\,\text{Eημφ}\,\nu^3. \tag{1}$$

ὅπου δ ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος καὶ g ἡ βαρύτης.

Ἐπειδὴ δὲ τὸ ἔργον εἶνε ἴσον τῷ γινομένῳ τῆς ἀντιστάσεως ἐπὶ τὸ διανυθὲν διάστημα, συνάγωμεν τὴν τιμὴν τῆς ἀντιστάσεως:

$$R = \frac{\delta}{2g}\,\text{Eημφ}\,\nu^2. \tag{2}$$

Τὰ ἀποτελέσματα ταῦτα (1) καὶ (2) εἰσὶ σύμφωνα πρὸς τὰ πολυάριθμα πειράματα τῆς βλητικῆς ὡς καὶ πρὸς τὰ ὑφ' ἡμῶν ἐκτελεσθέντα πειράματα ἐπὶ τοῦ ζητήματος τούτου.

2. Θεωροῦντες τὸ κινούμενον ἐπίπεδον λεπτὸν καὶ λεῖον, ἤτοι μὴ ἀναπτύσσον ἀντίστασιν κατὰ τὴν κίνησίν του κατὰ διεύθυνσιν κειμένην ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ, ἔχομεν τὴν καθέτως τῷ ἐπιπέδῳ ἀντίστασιν Κ, τὴν αὐτὴν ὡς ἐὰν τὸ ἐπίπεδον ἐκινεῖτο κατὰ διεύθυνσιν κάθετον πρὸς αὐτὸ μετὰ ταχύτητος νημφ. Κατόπιν τούτων ἡ κατὰ τὴν κάθετον ἀντίστασις εἶνε:

$$K = \frac{\delta}{2g}\,\text{Eημ}^2\varphi\,\nu^2. \tag{3}$$

Ἤτοι εἶνε ἴση τῇ συνιστώσῃ τῆς ἀντιστάσεως R, κατὰ τὴν κάθετον πρὸς τὸ ἐπίπεδον, ὡς ἄλλως τε ἐκ τῶν προτέρων ἠδυνάμεθα νὰ ἀναμένωμεν.

3. Ἡ συνιστῶσα αὕτη Κ εἶνε ἡ μόνη ἥτις γίνεται αἰσθητὴ ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου, καθόσον ἡ ἑτέρα ἐνεργεῖ ἐπὶ τῶν μορίων τοῦ ἀέρος δίδουσα εἰς αὐτὰ ρύμην.

4. Ἡ θεωρητικὴ τιμὴ τοῦ συντελεστοῦ f εἶνε

$$\frac{\delta}{2g} = f = 0{,}0659\ldots.$$

Ἐν τῇ πραγματικότητι ὁ συντελεστὴς οὗτος f εἶνε μεγαλείτερος, διότι δέον νὰ δοθῇ εἰς τὸ ρεῦμα τοῦ ἀέρος ταχύτης μεγαλειτέρα τῆς v, ἵνα τὸ ρεῦμα φθάσῃ καὶ προσκρούσῃ ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου μετὰ ταχύτητος v, ἕνεκα τῆς ἀπωλείας τῆς ρύμης του ἐκ τῆς προσκρούσεως ἐπὶ τῶν ἀνακλωμένων μορίων. Ἕνεκα τούτου ἡ διαφορὰ αὕτη μεταξὺ τῆς θεωρητικῆς καὶ τῆς πραγματικῆς τιμῆς αὐξάνει μετὰ τῆς γωνίας φ. Ἐπίσης μεταβάλλεται ὁ συντελεστὴς f μετὰ τοῦ σχήματος καὶ τῶν διαστάσεων τῆς κινουμένης ἐπιφανείας.

Δι' ἐπίπεδον ἐπιφάνειαν τριγωνικήν, βάσεως 0,23 μ. καὶ ὕψους 0,48 μ. μεθ' ἧς ἐπειραματίσθημεν, εὕρομεν τὰς ἑξῆς τιμάς:

0,16	διὰ	πλῆξιν	κάθετον
0,11	»	»	45°
0,07	»	»	30°

II.

Προωθητικαὶ ἕλικες.

5. Θεωροῦντες κατὰ τὴν κίνησίν του τὸ στοιχεῖον ἐπιφανείας $d^2\varepsilon$ ἐν χρόνῳ dt, εὑρίσκομεν κατὰ τὰ προηγούμενα, θέτοντες $\psi = 90^0 - \varphi$,

$$d^3T = fv^3 \,\text{συν}\,\psi\, d^2\varepsilon\, dt, \tag{4}$$

$$d^3K = fv^2 \,\text{συν}^2\psi\, d^2\varepsilon\, dt, \tag{5}$$

Ὅταν τὸ στοιχεῖον $d^2\varepsilon$ ἀνήκῃ εἰς ἐπιφάνειαν στρεφομένην περὶ τὸν ἄξονα τῶν z μετὰ γωνιαίας ταχύτητος ω, ἐνῷ ταυτοχρόνως ὁ ἄξων οὗτος κινῆται κατὰ τὸ μῆκος του μετὰ ταχύτητος kαω, τῆς ἐξισώσεως τῆς ἐπιφανείας οὔσης

$$z = \sigma(x, y, t) \tag{6}$$

τὰ συνημίτονα τῶν μετὰ τῶν ἀξόνων γωνιῶν τῆς καθέτου τῇ ἐπιφανείᾳ κατὰ τὸ θεωρούμενον στοιχεῖον εἶνε:

$$\left.\begin{array}{c} -\dfrac{p}{\sqrt{1+p^2+q^2}},\ -\dfrac{q}{\sqrt{1+p^2+q^2}}, \\ \dfrac{1}{\sqrt{1+p^2+q^2}} \end{array}\right\} \tag{7}$$

Ἡ συνισταμένη κίνησις γίνεται κατὰ διεύθυνσιν ἧς τὰ συνημίτονα τῶν μετὰ τῶν ἀξόνων γωνιῶν της εἶνε:

$$-\frac{y}{\sqrt{k^2\alpha^2+\varrho^2}},\ \frac{x}{\sqrt{k^2\alpha^2+\varrho^2}},\ \frac{k\alpha}{\sqrt{k^2\alpha^2+\varrho^2}} \tag{8}$$

Κατὰ συνέπειαν, ἡ διεύθυνσις τῆς ἀναπτυσσομένης ἀντιστάσεως σχηματίζει μετὰ τῆς καθέτου τῇ ἐπιφανείᾳ γωνίαν ἧς τὸ συνημίτονον εἶνε:

$$\text{συν}\,\psi = \frac{yp - xq - k\alpha}{\sqrt{k^2\alpha^2+\varrho^2}\sqrt{1+p^2+q^2}} \tag{9}$$

ἡ δὲ συνισταμένη κίνησις ἔχει ταχύτητα

$$v = \omega\sqrt{k^2\alpha^2+\varrho^2} \tag{10}$$

Ἀντικαθιστῶντες τὰς τιμὰς ταύτας τῶν v καὶ συνψ εἰς τοὺς τύπους (4) καὶ (5), εὑρίσκομεν

$$d^3T = f\omega^3(k^2\alpha^2+\varrho^2)\frac{(xq-yp-k\alpha)^2}{\sqrt{1+p^2+q^2}}\, d^2\varepsilon\, dt \tag{11}$$

$$d^3K = f\omega^2\frac{(xq-yp-k\alpha)^2}{1+p^2+q^2}\, d^2\varepsilon\, dt \tag{12}$$

Πρὸς ἁπλοποίησιν, θέτομεν

$$\left.\begin{array}{l} x = \varrho\,\text{συν}\,\vartheta \\ y = \varrho\,\text{ημ}\,\vartheta \end{array}\right\} \tag{13}$$

καὶ σημειοῦμεν διὰ

$$\frac{\partial z}{\partial \varrho} = p_1, \quad \frac{\partial z}{\varrho\partial\vartheta} = q_1 \tag{14}$$

τὰς μερικὰς παραγώγους αἵτινες συνδέονται πρὸς τὰς p καὶ q διὰ τῶν σχέσεων

$$\left.\begin{array}{l} p_1 = p\,\text{συν}\,\vartheta + q\,\text{ημ}\,\vartheta \\ q_1 = -p\,\text{ημ}\,\vartheta + q\,\text{συν}\,\vartheta \end{array}\right\} \tag{15}$$

ἐξ ὧν $$1+p^2+q^2 = 1+p_1^2+q_1^2 \tag{16}$$

καὶ $$xq - yp = \varrho q_1 \tag{17}$$

Οὕτω αἱ ἐξισώσεις (11) καὶ (12) καθίστανται

$$d^3T = f\omega^3(k^2\alpha^2+\varrho^2)\frac{\varrho q_1 - k\alpha}{\sqrt{1+p_1^2+q_1^2}}\, d^2\varepsilon\, dt \tag{18}$$

$$d^3K = f\omega^2\frac{(\varrho q_1 - k\alpha)^2}{1+p_1^2+q_1^2}\, d^2\varepsilon\, dt \tag{19}$$

Ἡ στοιχειώδης πίεσις d^3Z ἡ ἐξασκουμένη κατὰ τὸν ἄξονα τῶν z εἶνε ἡ προβολὴ τῆς d^3K κατὰ τὸν ἄξονα τοῦτον.

Ἐπειδὴ $$d^2\varepsilon = \sqrt{1+p^2+q^2}\, dx\, dy$$

ἢ $$\sqrt{1+p_1^2+q_1^2}\,\varrho\, d\varrho\, d\vartheta$$

ἔχομεν τέλος

$$d^3T = f\omega^3(k^2\alpha^2+\varrho^2)(\varrho q_1 - k\alpha)\varrho\, d\varrho\, d\vartheta\, dt \quad (20)$$

$$d^3Z = f\omega^2 \frac{(\varrho p - k\alpha)^2}{1+p_1^2+q_1^2}\varrho\, d\varrho\, d\vartheta\, dt \quad (21)$$

6. Ἐκ τῶν τύπων τούτων βλέπομεν ὅτι διὰ τὴν αὐτὴν δαπάνην ἔργου αἱ ἐπιφάνειαι

$$p_1 = 0$$

δίδουσι τὴν μεγίστην πίεσιν κατὰ τὴν ἔννοιαν τοῦ ἄξονος τῆς περιστροφῆς.

Ὡς γνωστὸν ἡ ἐξίσωσις αὕτη $p_1 = 0$ ἢ $px+qy=0$ εἶνε ἡ ἐξίσωσις τῶν κωνοειδῶν.

Ὁλοκληροῦντες τὴν (22) εὑρίσκομεν:

$$z = \Phi(\vartheta) \quad (23)$$

Αἱ συνθῆκαι τοῦ προβλήματός μας αἵτινες ἐπιβάλλουσι τὴν συμμετρίαν εἰς τὰ διάφορα μέρη τῆς ἐπιφανείας τὰ περιλαμβανόμενα μεταξὺ δύο ἐπιπέδων διερχομένων διὰ τοῦ ἄξονος τῶν z, μᾶς ἄγουσιν εἰς τὴν ἁπλουστέραν μορφὴν τῆς συναρτήσεως Φ, δηλαδὴ εἰς τὴν

$$z = \alpha\zeta\vartheta \quad (24)$$

ἐν ᾗ αζ εἶνε σταθερὰ ποσότης.

Ἡ ἐξίσωσις (24) εἶνε ἡ τοῦ στρεβλοῦ ἑλικοειδοῦς. Λαμβανομένων ὑπ' ὄψιν τῶν δύο κινήσεων, ἡ ἐξίσωσις αὕτη καθίσταται

$$z = k\alpha\omega t + \alpha\zeta(\vartheta - \omega t) \quad (25)$$

7. Οἱ τύποι (20) καὶ (21) καθίστανται διὰ τὸ στρεβλὸν ἑλικοειδὲς

$$d^3T = f\omega^3\alpha(\zeta - k)(k^2\alpha^2+\varrho^2)\varrho\, d\varrho\, d\vartheta\, dt \quad (26)$$

$$d^3Z = f\omega^2\alpha^2(\zeta - k)^2 \frac{\varrho^3}{\alpha^2\zeta^2+\varrho^2} d\varrho\, d\vartheta\, dt \quad (27)$$

ἀφ' οὗ

$$\left.\begin{aligned} p_1 &= 0 \\ q_1 &= \frac{\alpha\zeta}{\varrho} \end{aligned}\right\} \quad (28)$$

Ὁλοκληροῦντες τὰς ἐξισώσεις (26) καὶ (27) ὡς πρὸς τὸν χρόνον ἀπὸ 0 μέχρις 1, ἔχομεν

$$d^2T = f\omega^3\alpha(\zeta - k)(k^2\alpha^2+\varrho^2)\varrho\, d\varrho\, d\vartheta \quad (29)$$

$$d^2Z = f\omega^2\alpha^2(\zeta - k)^2 \frac{\varrho^3}{\alpha^2\zeta^2+\varrho^2} d\varrho\, d\vartheta \quad (30)$$

Δεχόμεθα ὅτι ἡ ἐν κινήσει ἑλικοειδὴς ἐπιφάνεια περιορίζεται ὑπὸ δύο ἐπιπέδων διερχομένων διὰ τοῦ ἄξονος καὶ σχηματιζόντων γωνίαν ϑ_0 (ὀλίγον εὖρος τῶν πτερύγων) καὶ κυλίνδρου ἀκτῖνος α (μῆκος τῶν πτερύγων).

Ὁλοκληροῦντες ὡς πρὸς τὸ ϑ ἀπὸ 0 μέχρις ϑ_0, εὑρίσκομεν

$$dT = f\omega^3\vartheta_0\alpha(\zeta - k)(k^2\alpha^2+\varrho^2)\varrho\, d\varrho \quad (31)$$

$$dZ = f\omega^2\vartheta_0\alpha^2(\zeta - k)^2 \frac{\varrho^3}{\alpha^2\zeta^2+\varrho^2} d\varrho \quad (32)$$

Τέλος, ὁλοκληροῦντες ὡς πρὸς τὸ ϱ ἀπὸ 0 μέχρις α, λαμβάνομεν

$$T = \frac{1}{4} f\omega^3\vartheta_0(\zeta - k)(1+2k^2)\alpha^5 \quad (33)$$

$$Z = \frac{1}{2} f\omega^2\vartheta_0(\zeta - k)^2\left[1 - \zeta^2 l\left(1+\frac{1}{\zeta^2}\right)\right]\alpha^4 \quad (34)$$

8. Θεωρήσωμεν ἤδη τὴν ἕλικα ταύτην προσηρμοσμένην εἰς ἐπίπεδον ἐπιφάνειαν κινουμένην κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἄξονος τῆς ἕλικος καὶ προωρισμένην νὰ ὑπερνικᾷ τὴν ἀντίστασιν τὴν παραγομένην ἐκ τῆς κινήσεως ταύτης, ὅπως εἰς τὴν περίπτωσιν ἀεροπλάνων μετὰ κινητῆρος.

Καλέσωμεν e τὴν προβολὴν τῆς ἐπιφανείας ταύτης ἐπὶ ἐπιπέδου καθέτου εἰς τὸν ἄξονα τῆς ἕλικος.

Ἐπειδὴ ἡ ταχύτης εἶνε $k\alpha\omega$, ἡ ἀντίστασις ἣν παράγει ἡ ἐπιφάνεια αὕτη θὰ εἶνε:

$$R = fek^2\alpha^2\omega^2 \quad (35)$$

μὲ δαπάνην $\quad T_1 = fek^2\alpha^2\omega^2 \quad (36)$

Καλοῦντες $\mathfrak{T}$ τὴν σχεσιν $\frac{T_1}{T}$ τοῦ ὠφελίμου πρὸς τὸ καταναλισκόμενον ἔργον, δηλαδὴ τὴν *ἀπόδοσιν* τῆς ἕλικος, ἔχομεν

$$\mathfrak{T} = \frac{4ek^3}{(\zeta - k)(1+2k^2)\vartheta_0\alpha^2} \quad (37)$$

Ἐξ ἄλλου, ἵνα διατηρῆται ἡ ταχύτης σταθερά, ἡ ἀντίστασις R δέον νὰ εἶνε ἴση πρὸς τὴν πίεσιν ἣν ἐξασκεῖ ἡ ἕλξις κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἄξονός της.

Δέον ἑπομένως νὰ ἔχωμεν, συγχρόνως μετὰ τῆς (37), τὴν σχέσιν

$$2ek^2 = (\zeta - k)^2\left[1 - \zeta^2 l\left(1+\frac{1}{\zeta^2}\right)\right]\vartheta_0\alpha^2 \quad (38)$$

9. Ἡ ἐπιφάνεια s τῶν πτερυγίων τῆς ἕλικος εἶνε:

$$\left.\begin{aligned} s &= \int_0^{\vartheta_0}\int_0^{\alpha}\sqrt{1+\frac{\alpha^2\zeta^2}{\varrho^2}}\,\varrho\, d\varrho\, d\vartheta = \\ &\frac{1}{2}\left(\sqrt{1+\zeta^2} + \zeta^2 l\frac{1+\sqrt{1+\zeta^2}}{\zeta}\right)\vartheta_0\alpha^2 \end{aligned}\right\} \quad (39)$$

Ἀντικαθιστῶντες εἰς τοὺς τύπους (37) καὶ (38) τὴν τιμὴν τοῦ ϑ_0 ἐξηγμένην ἐκ τῆς ἐξισώσεως ταύτης καὶ θέτοντες $\frac{e}{s} = m$, εὑρίσκομεν

$$\mathcal{T} = 2mk^3 \frac{\sqrt{1+\zeta^2} + \zeta^2 l \frac{1+\sqrt{1+\zeta^2}}{\zeta}}{(\zeta - k)(1+2k^2)} \tag{40}$$

$$mk^2 = \frac{(\zeta-k)^2\left[1 - \zeta^2 l\left(1+\frac{1}{\zeta^2}\right)\right]}{\sqrt{1+\zeta^2} + \zeta^2 l \frac{1+\sqrt{1+\zeta^2}}{\zeta}} \tag{41}$$

Ἐκ τοῦ τύπου (40) βλέπομεν ὅτι ἡ ἀπόδοσις $\mathcal{T}$ εἶνε συνάρτησις τῶν τριῶν μεταβλητῶν ζ, k καὶ m, αἵτινες συνδέονται πρὸς ἀλλήλας διὰ τῆς σχέσεως (41).

Ἀπαλείφοντες τὴν μεταβλητὴν m μεταξὺ τῶν δύο ἐξισώσεων (40) καὶ (41), ἔχομεν τὴν ἀπόδοσιν ὡς συνάρτησιν δύο ἀνεξαρτήτων μεταβλητῶν, τῶν k καὶ ζ, ἤτοι

$$\mathcal{T} = 2k \frac{\zeta - k}{1+2k^2}\left[1 - \zeta^2 l \frac{1+\zeta^2}{\zeta^2}\right] \tag{42}$$

Ἐξισοῦντες τῷ μηδενὶ τὴν μερικὴν ὡς πρὸς k παράγωγον ταύτης λαμβάνομεν

$$2\zeta k^2 + 2k = \zeta. \tag{43}$$

Ἐπίσης, ἐξισοῦντες τῷ μηδενὶ τὴν παράγωγον ὡς πρὸς ζ, λαμβάνομεν

$$1 + 3\zeta^2 - 2k\zeta - \zeta(1+\zeta^2)(3\zeta - 2k) l \frac{1+\zeta^2}{\zeta^2} = 0 \tag{44}$$

Λύοντες τὸ σύστημα τῶν δύο τούτων ἐξισώσεων εὑρίσκομεν

$$\zeta = 1{,}321\ldots \quad k = 0{,}423\ldots \tag{45}$$

Αἱ τιμαὶ αὗται εἶνε αἱ καθιστῶσαι τὴν ἀπόδοσιν ἀπολύτως μεγίστην. Η μεγίστη αὕτη τιμὴ $\mathcal{T}_m$ δίδεται ὑπὸ τῆς (42) καὶ εἶνε

$$\mathcal{T}_m = 0{,}117. \tag{46}$$

Ἡ εἰς τὴν μεγίστην ταύτην τιμὴν τῆς ἀποδόσεως ἀντιστοιχοῦσα τιμὴ τοῦ m, δίδεται ὑπὸ τῆς (41) καὶ εἶνε

$$m = 0{,}327\ldots. \tag{47}$$

10. Ἐν τῇ ἐφαρμογῇ ἡ τιμὴ τοῦ $m = \frac{e}{s}$ δίδεται ὑπὸ ἄλλων συνθηκῶν καὶ γενικῶς εἶνε ἀνωτέρα τῆς 0,327. Κατὰ τὴν περίπτωσιν ταύτην εἶνε ἀδύνατον νὰ ἐπιτύχωμεν τὴν ἀπολύτως μεγίστην τιμὴν $\mathcal{T}_m = 0{,}117$.

Θὰ ἀναζητήσωμεν ὅθεν τὴν *σχετικῶς* μεγίστην τιμὴν τοῦ $\mathcal{T}$ τὴν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς δοθεῖσαν τιμὴν τοῦ m.

Ἀπαλείφοντες τὸ k μεταξὺ τῶν (40) καὶ (41) καὶ θέτοντες πρὸς συντομίαν

$$\left.\begin{aligned} x &= 1 - \zeta^2 l\left(1+\frac{1}{\zeta^2}\right) \\ y &= \sqrt{1+\zeta^2} + \zeta^2 l\left(\frac{1}{\zeta^2} + \sqrt{1+\frac{1}{\zeta^2}}\right) \end{aligned}\right\} \tag{48}$$

εὑρίσκομεν

$$\mathcal{T} = \frac{2\zeta^2 x^2 \sqrt{mxy}}{2\zeta^2 x^2 + (x + \sqrt{mxy})^2} \tag{49}$$

ἔχομεν δηλαδὴ τὴν ἀπόδοσιν $\mathcal{T}$ συνάρτησιν μιᾶς μόνης μεταβλητῆς, τῆς ζ.

Ἐξισοῦντες τῷ μηδενὶ τὴν παράγωγον τῆς (49) εὑρίσκομεν, μετὰ τὰς ἀντικαταστάσεις καὶ ἀναγωγάς, τὴν ἐξίσωσιν

$$\left.\begin{aligned} &\left[4xy + x\sqrt{1+\zeta^2} - \frac{3y}{1+\zeta^2}\right] m + 2\sqrt{m}\left[2x - \frac{1}{1+\zeta^2}\right]\sqrt{4xy} + \\ &+ 4(1+\zeta^2)x^2 - \frac{1+2\zeta^2}{1+\zeta^2}x - \frac{x^2}{y}(1+2\zeta^2)\sqrt{1+\zeta^2} = 0 \end{aligned}\right\} \tag{50}$$

ἥτις δίδει δι' ἑκάστην τιμὴν τοῦ m τὴν ἀντιστιχοῦσαν τιμὴν τοῦ ζ τὴν καθιστῶσαν τὴν ἀπόδοσιν $\mathcal{T}$ σχετικῶς μεγίστην.

Ἡ ἐξίσωσις αὕτη (50) ἥτις δὲν δύναται νὰ λυθῇ ὡς πρὸς τὸ ζ, δύναται νὰ λυθῇ ὡς πρὸς τὸ m, ἢ μᾶλλον ὡς πρὸς τὴν $\sqrt{m}$, δι' ἣν εἶνε τοῦ δευτέρου βαθμοῦ.

Τοιουτοτρόπως κατηρτίσαμεν πίνακα, διὰ σειρὰν τιμῶν τοῦ ζ, ἢ μᾶλλον τοῦ *τοξ εφ ζ*, ὅστις δύναται νὰ εὐκολύνῃ τὴν λύσιν τοῦ προβλήματος.

Ὁ πίναξ οὗτος ἐτέθη εἰς τὸ τέλος τῆς παρούσης μελέτης (ἴδε ἑπόμενον φυλλάδιον).

Παρατήρησις Α΄. — Κατὰ τὰς ὁλοκληρώσεις 29—32, ὁ συντελεστὴς f ὑπετέθη ἀνεξάρτητος τῶν ρ καὶ θ. Ἐξ ἄλλου εἴδομεν (§ 4) ὅτι ἡ τιμὴ τοῦ f ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς προσπτώσεως, εἰς τρόπον ὥστε δὲν εἶνε ὁ αὐτὸς δι' ὅλα τὰ στοιχεῖα τῆς ἕλικος. Ἀφ' οὗ ὅμως ὁ f εἶνε πάντοτε θετικὸς καὶ ἔχει τιμὴν περιλαμβανομένην ἀπὸ τιμῆς τινος f_1 μέχρις ἄλλης f_2, ἐὰν δώσωμεν εἰς τὸν f, μετὰ τὰς ὁλοκληρώσεις, κατάλληλόν τινα τιμὴν f_3 περιλαμβανομένην μεταξὺ τῶν f_1 καὶ f_2, καταλήγομεν εἰς ἀποτέλεσμα ἀπολύτως ἀκριβές.

Παρατήρησις Β'. — Εἰς τὰς σχέσεις (35) καὶ (36) αἵτινες μᾶς ὡδήγησαν εἰς τὴν (42), ὁ συντελεστὴς f ὑπετέθη ὁ ἴδιος διὰ τὴν ἕλικα καὶ διὰ τὴν κινουμένην ἐπιφάνειαν, καὶ διὰ τὸν λόγον τοῦτον ἀπηλείφθη. Ἀλλά, καὶ καθ' ἣν περίπτωσιν εἶνε διάφορος, ἡ τιμὴ τῆς μεγίστης ἀποδόσεως δὲν ἀλλάσσει, διότι ἀντὶ τῆς μεταβλητῆς $m = \frac{e}{s}$ θὰ εἴχομεν ἄλλην τινα μεταβλητὴν $m' = \frac{e}{s} \cdot \frac{f}{f'}$ τουθ' ὅπερ οὐδεμίαν θὰ εἶχε ἐπήρειαν ἐπὶ τῆς εὑρεθείσης τιμῆς τῆς μεγίστης ἀποδόσεως.

III.

Ἕλικες ἐπὶ ἀκινήτου ἄξονος.

11. Πρὸς εὕρεσιν τῆς πιέσεως τῆς ἀναπτυσσομένης ὑπὸ ἕλικος ἧς ὁ ἄξων δὲν ἔχει μεταβατικὴν κίνησιν, θέτομεν εἰς τοὺς τύπους (33) καὶ (34) $k = 0$, ὁπότε ἔχομεν

$$T = \frac{1}{4} f\omega^3 \vartheta_0 \zeta \alpha^5 \qquad (51)$$

$$Z = \frac{1}{2} f\omega^2 \vartheta_0 \zeta^2 \left[1 - \zeta^2 l \left(1 + \frac{1}{\zeta^2}\right)\right] \alpha^4 \qquad (52)$$

Ἀπαλείφοντες τὸ ω μεταξὺ τῶν (51) καὶ (52) καὶ ἔχοντες ὑπ' ὄψιν τὰς (39) καὶ (48) εὑρίσκομεν τὴν τιμὴν τῆς πιέσεως Z διὰ δοθεῖσαν δαπάνην ἔργου

$$Z^3 = 4fsT^2 \frac{x}{y} \zeta^2 \qquad (53)$$

Ἡ μεγίστη τιμὴ τοῦ Z ἀντιστοιχεῖ εἰς τιμὴν τοῦ ζ διδομένην ὑπὸ τῆς ἐξισώσεως

$$4xy + \sqrt{1+\zeta^2} - \frac{3y}{1+\zeta^2} = 0 \qquad (54)$$

ἥτις δίδει

$$\zeta = 0{,}832 \ldots . \qquad (55)$$

καὶ ἑπομένως

$$Z_m = 0{,}374 \sqrt[3]{f.s.T^2} \qquad (56)$$

(Τὸ τέλος εἰς τὸ ἑπόμενον φυλλάδιον).

ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΔΙΑ ΣΙΔΗΡΟΠΑΓΟΥΣ ΣΚΙΡΡΟΚΟΝΙΑΜΑΤΟΣ (BÉTON-ARMÉ) Η ΕΜΠΛΕΚΤΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ (VERBUNDCONSTRUCTIONEN)

Χάριν τοῦ ὁσημέραι εἰς εὐρύτερον κύκλον διαδιδομένου συστήματος τῆς διὰ σιδηροπαγοῦς σκιρροκονιάματος κατασκευῆς διαφόρων σημαντικῶν ἔργων, πρὸς δὲ χάριν ἐκείνων ἐκ τῶν ἡμετέρων συναδέλφων οἷς δὲν παρουσιάσθη εἰσέτι εὐκαιρία ἢ ἔλλειψεν ὁ ἀπαιτούμενος χρόνος ὅπως μελετήσωσιν ἐπισταμένως καὶ ἐμβαθύνωσιν εἰς τὰς λεπτομερείας τοῦ νέου τούτου συστήματος, ἐθεώρησα σκόπιμον ὅπως, ἀντὶ ἐκδόσεως ἰδίου φυλλαδίου, καταχρασθῶ τῆς φιλοξενίας τοῦ πολυτίμου ἡμῶν περιοδικοῦ καὶ περιγράψω συντόμως μὲν πλὴν ὅσον ἔνεστι σαφῶς τὰ κατὰ τὸ νέον τοῦτο σύστημα.

Ἡ μελέτη ἡμῶν αὕτη θὰ περιστραφῇ κυρίως περὶ τὰ ἑξῆς τέσσαρα θέματα: 1ον περὶ τὴν ἱστορίαν τῆς ἐμφανίσεως καὶ τελειοποιήσεως τοῦ ἐν λόγῳ συστήματος, 2ον περὶ τὴν περιγραφὴν τῶν χρησιμοποιουμένων ὑλικῶν καὶ τῶν ἰδιοτήτων αὐτῶν, 3ον περὶ τὸν τρόπον καθ' ὃν δέον νὰ ἐκτελῶνται οἱ ὑπολογισμοὶ πρὸς προσδιορισμὸν τῶν διαστάσεων τῶν σιδηρῶν ῥάβδων καὶ τοῦ σκιρροκονιάματος καὶ 4ον περὶ τὴν περιγραφὴν τῶν διαφόρων σήμερον ἐν χρήσει συστημάτων. Ἐννοεῖται ὅμως ὅτι, μετὰ τὴν ἐμφάνισιν ὁλοκλήρου ἑκατοντάδος βιβλίων καὶ διατριβῶν ἐν περιοδικοῖς περὶ τοῦ θέματος τούτου, ἡ ἡμετέρα μελέτη οὐδεμίαν ἐπὶ πρωτοτυπίᾳ ἀξίωσιν δύναται νὰ προβάλῃ, μᾶλλον δὲ δέον νὰ λογισθῇ ὡς ἀπάνθισμα τῶν σπουδαιοτέρων δημοσιευμάτων τούτων, σκοποῦν τὴν ἐν γενικαῖς γραμμαῖς ἀπεικόνισιν τῶν κυριωτέρων στοιχείων τῆς νέας ταύτης οἰκοδομικῆς μεθόδου καὶ κατὰ τοιοῦτον τρόπον ὥστε νὰ καθίσταται τῷ ἀναγνώστῃ εὐχερὴς ἡ ἐπίλυσις τῶν εἰς τὸ θέμα τοῦτο ἀναγομένων ἁπλουστέρων μηχανικῶν ζητημάτων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Α'.

Ἡ ἱστορικὴ ἐξέλιξις τοῦ σιδηροπαγοῦς σκιρροκονιάματος.

Αἱ ἀπόπειραι ἐνισχύσεως σωμάτων ἐκ σκιρροκονιάματος διὰ παρενθέσεως ἐν αὐτοῖς σιδηρῶν ἐλασμάτων, συρμάτων καὶ ῥάβδων πρὸς τὸν σκοπὸν αὐξήσεως τῆς ἀντοχῆς αὐτῶν καὶ συνεπῶς κατασκευῆς οἰκονομικωτέρων δοχείων δοκῶν, στηλῶν, ὑδαταποθηκῶν κτλ. χρονολογοῦνται ἤδη ἀπὸ τῶν μέσων τοῦ παρελθόντος αἰῶνος. Οὕτω πρῶτος ὁ Mallot ἐν Γαλλίᾳ μετὰ τὸ 1845 κατεσκεύασε δοκοὺς καὶ στήλας