ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ

ΜΗΝΙΑΙΟΝ ΠΕΡΙΟΔΙΚΟΝ ΣΥΓΓΡΑΜΜΑ

ΤΟΥ ΕΛΛΗΝΙΚΟΥ ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΟΥ ΣΥΛΛΟΓΟΥ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:

ΕΙΔΙΚΗΣ ΕΠΤΑΜΕΛΟΥΣ ΕΠΙΤΡΟΠΗΣ

Ετος Η΄. — ΑΘΗΝΑΙ, Ιουνιος 1907 — Αριθ. 2

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΓΡΑΜΜΑΙ
ΕΠΙΡΡΟΗΣ ΣΥΝΕΧΩΝ ΔΟΚΩΝ

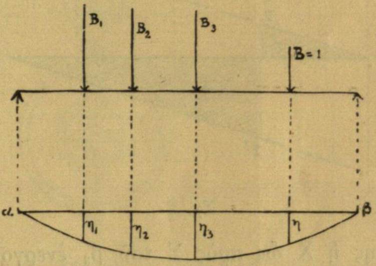
Φορτία μεμονωμένα κινούμενα.
Δυσμενεστέρα φόρτωσις.

Ἔστω ἔν τινι δοκῷ προσδιοριστέα τις ποσότης Π (ἀντίδρασις ἢ ῥοπὴ κάμψεως ἢ διατέμνουσα κτλ.) ἐξαρτωμένη ἐκ τῆς ἐπιρροῆς τῶν ἐπ᾽ αὐτῆς *κινουμένων* ἐξωτερικῶν παραλλήλων φορτίων. Ἔστω ὅτι ἡ ἐκ βάρους τινος Β προερχομένη Π εἶνε ἀνάλογος τούτου: $\Pi = B\eta$ ἔνθα η συντελεστής τις ἐκ τοῦ Β ἐξαρτώμενος. Ἔστω ἐπίσης ὅτι ἡ ἐκ τῶν βαρῶν B_1 B_2. . . . Π εἶνε:

$$\Pi = B_1\eta_1 + B_2\eta_2 + \ldots .$$

ἔνθα $\eta_1\,\eta_2 \ldots$ διάφοροι συντελεσταὶ ἐκ τῶν B_1 $B_2 \ldots$ ἐξαρτώμενοι.

Ἵνα εὕρωμεν τὸ Π ὁρίζομεν τὸ η βάρους τινος $B = 1$ κινουμένου ἐπὶ τῆς δοκοῦ καὶ λαμβάνοντος ἀπ᾽ αὐτῆς πάσας τὰς δυνατὰς θέσεις. Εἰς ἑκάστην θέσιν ὁρίσωμεν τὸ ἀντίστοιχον η καὶ λάβωμεν τοῦτο ὡς τεταγμένην κάτω ὁριζοντίου τινος γραμμῆς αβ. Ἑνοῦντες τὰ πέρατα τῶν τεταγμένων τούτων ἔχομεν τὴν *γραμμὴν* (ἢ *καμπύλην*) *ἐπιρροῆς* (Γ. Ε.) *διὰ τὸ Π.* Τὸ ἐμβαδὸν αγβα καλέσωμεν *ἐμβαδὸν ἐπιρροῆς* (Ε. Ε.) *διὰ τὸ Π.* Ἐὰν νῦν ὑποτεθῇ ὅτι ἐδόθη



Σχ. 1.

ἡ Γ.Ε. διὰ τὸ Π καὶ ὅτι αὐτη εἶνε ἡ αγβ, τότε ἡ Π δι᾽ ἣν θέσιν τὰ βάρη B_1 B_2 καὶ B_3 ἔχουσιν εἰς τὸ σχ. 1 θὰ εἶνε:

$$\Pi = B_1\eta_1 + B_2\eta_2 + B_3\eta_3$$

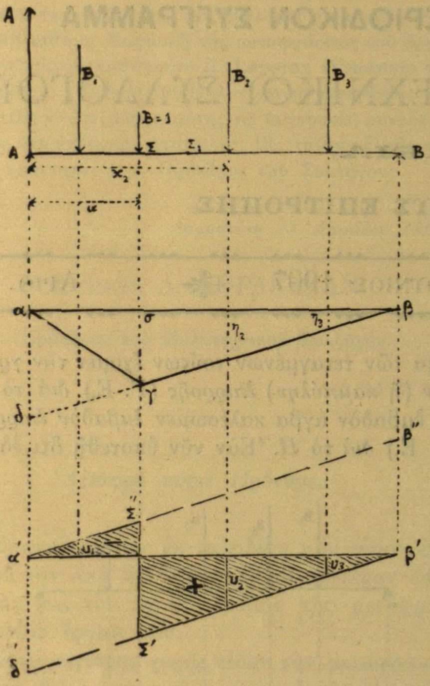
Ἓν παράδειγμα ἐκ τῶν μᾶλλον ἁπλῶν διαλύει πᾶσαν ἀμφιβολίαν (σχ. 2):

Ἄς λάβωμεν ὑπ᾽ ὄψιν δοκὸν μήκους μ στηριζομένην εἰς τὰ δύο της ἄκρα καὶ ἂς ζητήσωμεν τὴν Γ. Ε. διὰ τὰς ῥοπὰς κάμψεως ὡς πρὸς τὸ σημεῖον Σ. Ἡ ῥοπὴ κάμψεως Χ εἰς τὸ Σ ἐκ τοῦ βάρους $B = 1$ εἶνε:

$$X = A.\alpha = B\,\frac{\mu - \alpha}{\mu}\,\alpha = \frac{\mu - \alpha}{\mu}\,\alpha$$

Λάβωμεν $\sigma\gamma = \frac{\mu - \alpha}{\mu}\,\alpha$ καὶ ἑνώσωμεν αγ καὶ γβ. Τότε Γ. Ε. διὰ τὰς Χ ὡς πρὸς Σ εἶνε ἡ τεθλασμένη αγβ. Οὕτω ἡ Χ ὡς πρὸς Σ, ἐὰν τὸ βάρος B_2 ἐνεργῇ ἐπὶ τῆς δοκοῦ εἶνε:

$$X = B_2\eta_2 = B_2\frac{\mu - x_2}{\mu}\alpha$$



Σχ. 2.

Ἐπίσης ἡ Χ ὡς πρὸς Σ τοῦ β_3 ἐνεργοῦντος ἐπὶ τῆς ΑΒ θὰ εἶνε $X = B_3\eta_3$. Ἐὰν ἀμφότερα τὰ βάρη ἐνεργῶσιν ἐπὶ τῆς δοκοῦ τότε $X = B_2\eta_2 + B_3\eta_3$. Δι' ἄλλο σημεῖον τῆς δοκοῦ Σ_1 ἡ Γ.Ε. θὰ εἶνε ἄλλη, ἀλλὰ εὑρίσκεται ὁμοίως, ἐὰν ληφθῇ ὡς τεταγμένη $\sigma_1\gamma_1 = \frac{\mu - \alpha_1}{\mu}\alpha_1$ ἔνθα $\alpha_1 = A\Sigma_1$, καὶ ἑνωθῇ τὸ πέρας ταύτης μετὰ τῶν Α καὶ Β.

Οὕτω ἕπεται ἐκ τῆς ἄνω κατασκευῆς ὅτι ἡ Γ.Ε. διὰ τὰς Χ τῆς Σ εὑρίσκεται ἐὰν λάβωμεν αδ=α, ἐὰν φέρωμεν δβ καὶ Σγ καὶ τέλος γα.

Ὁμοίως ἁπλούστατα ἀποδεικνύεται διὰ τὰς διατεμνώσεις Δ ὅτι ἡ Γ.Ε. αὐτῶν εὑρίσκεται ἐὰν λάβωμεν $\alpha'\delta' = \beta'\beta'' = 1$, ἐὰν φέρωμεν $\alpha'\beta''$ καὶ $\delta'\beta'$ καὶ τέλος τὴν κατακόρυφον ΣΣ'. Τότε Γ.Ε. ἡ $\alpha'\Sigma''\Sigma'\beta'$ καὶ Ε.Ε. τὰ σκιασμένα. Οὕτω τὰ βάρη B_1 B_2 B_3... παράγουν εἰς Σ διατέμνουσαν ἴσην μὲ

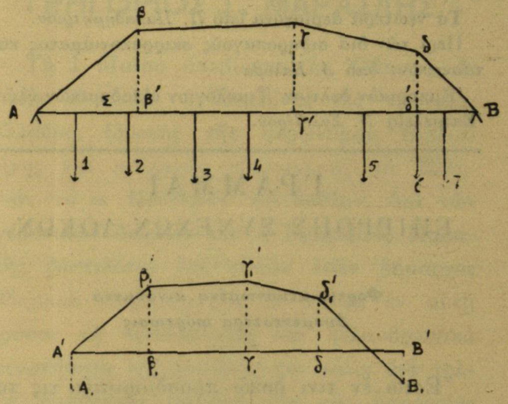
$$-B_1\upsilon_1 + B_2\upsilon_2 + B_3\upsilon_3 + \dots$$

Ἡ δυσμενεστάτη θέσις συστήματός τινος βαρῶν καθορίζεται ἁπλούστατα διὰ τῶν Γ.Ε. Μεταφέροντες τὸ σύστημα ἐπὶ διαφανοῦς, ἐφ' οὗ ἐγράφη προηγουμένως ὁριζοντία γραμμή, μετακινοῦμεν τοῦτο ἐπὶ σχεδίου οὕτως ὥστε ἡ ὁριζοντία αὕτη νὰ ἐφαρμόζηται πάντοτε ἐπὶ τῆς ὁριζοντίου τῆς Γ.Ε. (αβ ἢ α'β' π. χ.) Μετά τινας ἀναζητήσεις προσδιορίζεται ἡ θέσις δι' ἣν $\Pi = B_1\eta_1 + B_2\eta_2 + \dots$ καθίσταται μέγιστον· ἡ θέσις αὕτη εἶνε ἡ δυσμενεστάτη διὰ τὴν θεωρουμένην τομήν, τὸ δὲ ἄθροισμα Π εἶνε τὸ μέγιστον δι' αὐτήν. Οὕτω π. χ. διὰ τὰς Δ τῆς Σ, ἐὰν ἡ θέσις τῶν Β ἣν δεικνύει τὸ σχῆμα ἀποτελῇ τὴν δυσμενεστάτην φόρτωσιν ἡ μεγίστη Δ θὰ εἶνε:

$$\Delta\,\mu\acute{\epsilon}\gamma. = B_2\upsilon_2 + B_3\upsilon_3 - B_1\upsilon_1.$$

Ἡ δυσμενεστέρα φόρτωσις εὑρίσκεται καὶ οὕτω: (σχ. 3).

Ἔστω ΑβγδΒ ἡ Γ.Ε. διὰ τῆς Χ π.χ. τομῆς τινος Σ. Φέρομεν τὸ σύστημα τῶν βαρῶν ἐπὶ τῆς ΑΒ οὕτως ὥστε τὰ μείζονα τούτων νὰ συμπέσωσι παρὰ τὰς μεγίστας τεταγμένας ββ'



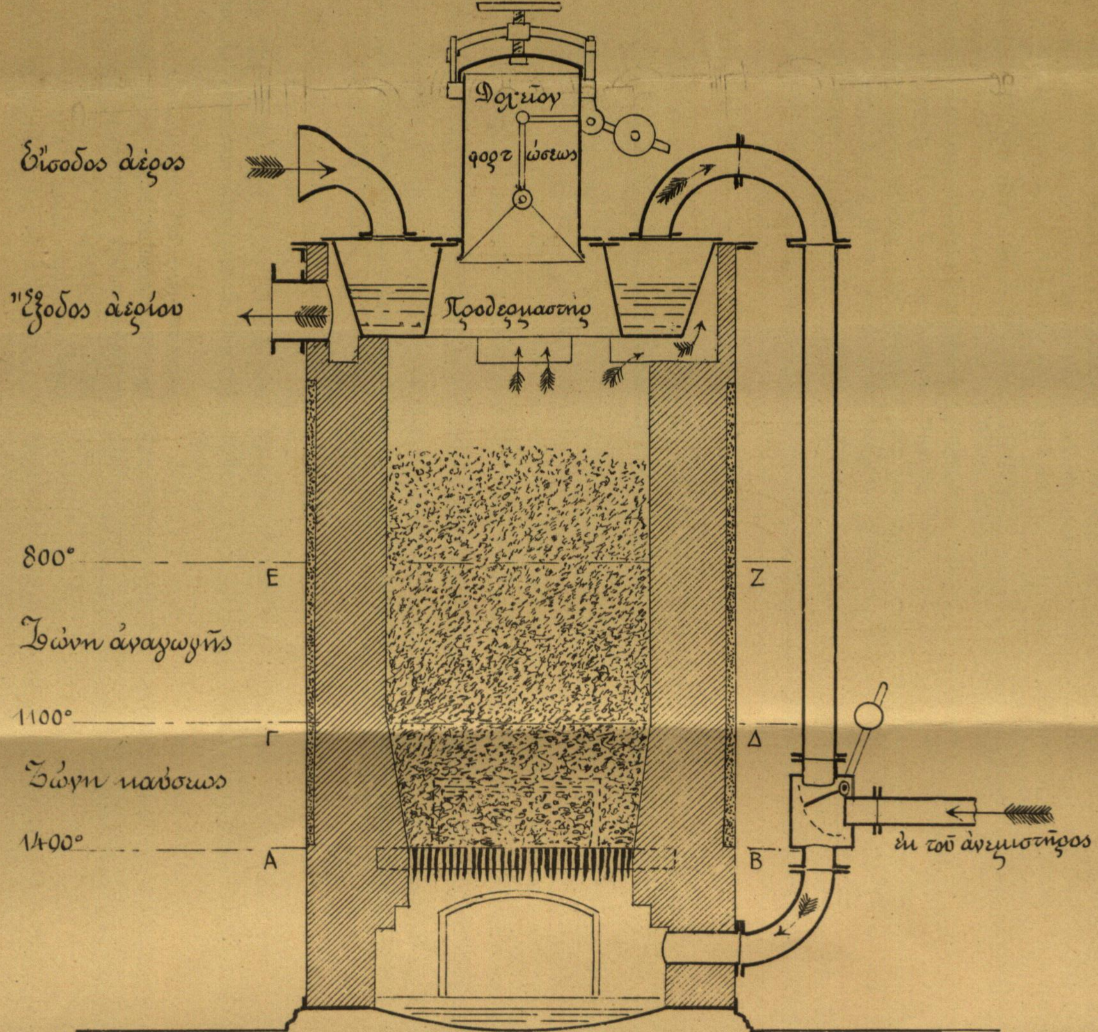
Σχ. 3.

γγ' καὶ ἓν τούτων νὰ πέσῃ ἐπὶ τῆς κατακορύφου κορυφῆς τινος, τῆς δ π.χ. Μετακινοῦμεν τὸ σύστημα ὀλίγον πρὸς τὰ ἀριστερὰ κατὰ ποσότητά τινα ξ οὕτως ὥστε τὰ μεταξὺ δύο γειτονικῶν τεταγμένων βάρη (ὡς τὰ 1 καὶ 2 3 καὶ 4) νὰ μὴ ἐξέλθωσι τούτων. Ἔστω

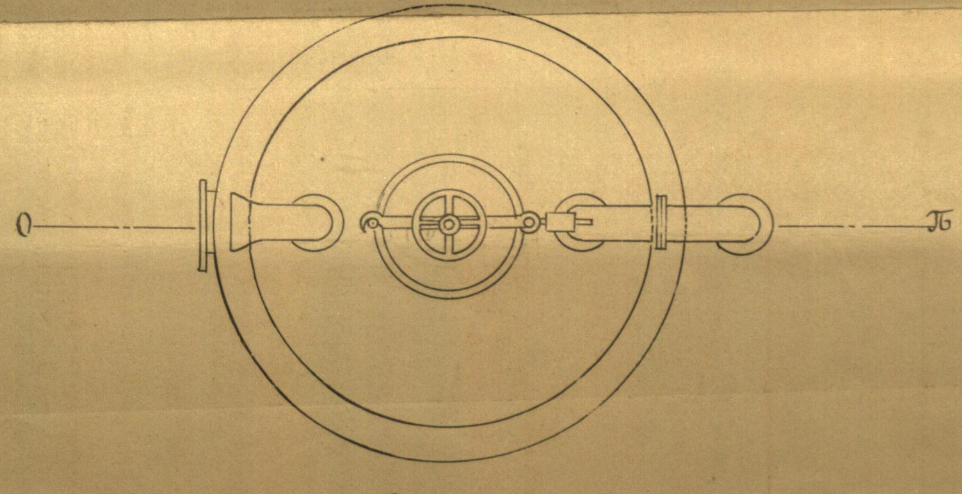
R_1	συνισταμένη	βαρῶν	μεταξὺ	Α	καὶ	β'
R_2	»	»	»	β'	»	γ'
R_3	»	»	»	γ'	»	δ'
R_4	»	»	»	δ'	»	Β.

Λαμβάνομεν ἐπὶ εὐθείας Α'Β' παραλλήλου τῇ ΑΒ, $A'\beta_1 = R_1$, $\beta_1\gamma_1 = R_2$, $\gamma_1\delta_1 = R_3$ καὶ $\delta_1 B' = R_4$ καὶ φέρομεν $A'\beta_1'$ παράλληλον τῇ Αβ, $\beta'_1\gamma'_1$ παράλληλον τῇ βγ, $\gamma_1'\delta_1'$ παράλ-

Σχῆμα
Ἀεριογόνου ἀπορροφήσεως



Τομή ΟΠ

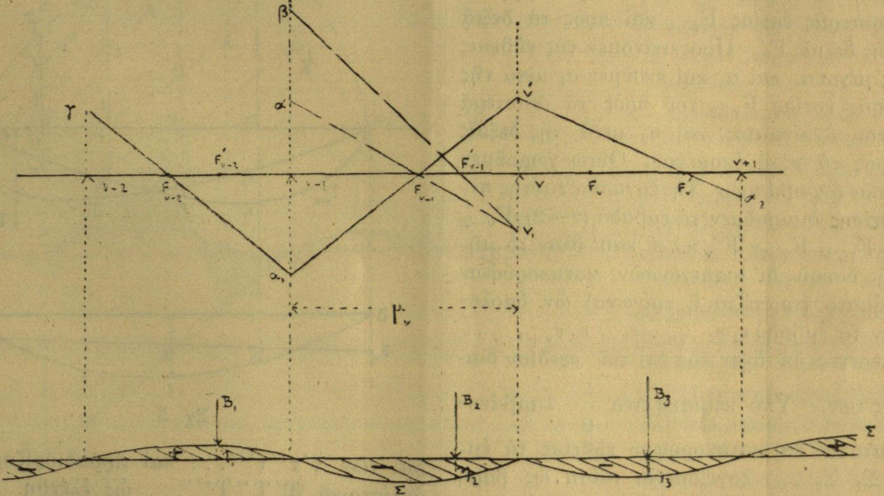


Κάτοψις

ληλον τῇ δΒ. Ἐὰν ἡ τομὴ τῆς $\delta_1{}'B_1$ μετὰ τῆς κατακορύφου τῆς Β′ πίπτει κάτω τῆς Α′Β′ τότε ἡ νέα θέσις τοῦ συστήματος εἶνε ἧττον δυσμενὴς τῆς ἀρχικῆς. Ἐὰν ἄνω, τἀνάπαλιν.

Μετακινοῦμεν εἶτα τὸ σύστημα πρὸς τὰ δεξιᾷ κατὰ ποσότητα ζ, καὶ χαράσσομεν νέον σχοινοειδὲς ὡς ἄνω ἀρχόμενοι ἐκ τοῦ Β′. Ἐὰν ἡ τελευταία τούτου πλευρὰ τέμνῃ τὴν κατακόρυφον τοῦ Α′ κάτω τῆς Α′Β′, τότε ἡ νέα θέσις τοῦ συστήματος εἶνε ἧττον δυσμενὴς τῆς ἀρχικῆς· ἐὰν ἡ τομὴ ἦτο ἄνω τῆς Α′Β′, τἀνάπαλιν.

Μετά τινας ἀναζητήσεις ὁρίζεται ἀκριβῶς ἡ δυσμενεστάτη φόρτωσις. Ἐὰν X_1 ἦτο ἡ τιμὴ τῆς Χ πρὸ πάσης μετακινήσεως τοῦ συστήματος, γίνεται αὕτη $X_1+\xi.B'B_1$ μετὰ τὴν ἀριστερὰν μετατόπισιν καὶ $X_1+\zeta.A'A_1$ μετὰ τὴν δεξιάν. Τὰ $B'B_1$ καὶ $A'A_1$ θετικὰ μὲν ἐὰν B_1 καὶ A_1 πίπτωσιν ἄνω τῆς Α′Β′, καὶ ἀρνητικὰ ἐὰν κάτω.



Σχ. 4.

Ἐὰν βάρος τι συμπίπτῃ ἐπί τινος κατακορύφου κορυφῆς τινος τῆς Γ.Ε. τότε κατὰ τὴν πρὸς τὰ ἀριστερᾷ μετατόπισιν τοῦ συστήματος θεωρεῖται τοῦτο ἀνῆκον εἰς τὸ ἀριστερὸν τμῆμα (π. χ. τὸ 6 εἰς τὸ γ δ′) κατὰ πρὸς τὰ δεξιᾷ εἰς τὸ δεξιὸν (π. χ. τὸ 6 εἰς τὸ δ′Β).

Αἱ γραμμαὶ ἐπιρροῆς ἀπὸ ἐτῶν ἤδη εἰσαχθεῖσαι ἐν τῇ γραφοστατικῇ (πάσης ἑτέρας ἐθνικότητος ἐκτὸς τῆς ἑλληνικῆς) παρέχουσι μεγίστας εὐκολίας εἰς τὴν εὕρεσιν τῶν μεγίστων καὶ ἐλαχίστων ροπῶν κάμψεως ἢ διατεμνουσῶν ἢ ἀντιδράσεων ἢ δυνάμεων κατὰ θλῖψιν ἢ ἐφελκυσμὸν ἐνεργουσῶν εἰς τὰς διαφόρους ράβδους δικτυωτοῦ τινος συστήματος (ἄνω ἢ κάτω πέλματα, διαγωνίους, ὀρθοστάτας) κ.λ.π. κατὰ τὴν μᾶλλον δυσμενῆ φόρτωσιν, προκειμένου κυρίως περὶ φορτίων μεμονωμένων καὶ κινητῶν. Καὶ ἐὰν διά τινας περιστάσεις (ἁπλαῖ δοκοί, ὁμοιόμορφα βάρη) εἶνε προτιμωτέρα ἡ εὕρεσις τῶν μνημονευθεισῶν ποσοτήτων εἴτε διὰ τῆς ἀναλύσεως εἴτε δι' ἄλλης τινος γραφοστατικῆς μεθόδου, διὰ τὰς συνεχεῖς δοκοὺς δικτυωτὰς ἢ μή, διὰ τὰ κρεμαστὰ τόξα ἐνισχυμένα (versteift) ἢ μή, γιγγλυμωτὰ ἢ μή, δικτυωτὰ ἢ μὴ καὶ πλεῖστα, ἄλλας συνθετωτέρας διατάξεις δοκῶν αἱ Γ.Ε. παρέχουσι λύσιν τοῦ ζητήματος ταχεῖαν καὶ ἀκριβῆ, λύσιν ἥτις διὰ τῆς ἀναλύσεως ἢ ἄλλως πως ἐπιχειρουμένη ἀπαιτεῖ χρόνον πολὺν καὶ ἔτι μείζονα προσοχήν, καὶ ἥτις ἀποβαίνει σχεδὸν πάντοτε προβληματικῆς ἀκριβείας ὡς ἐκ τῆς ἐπερχομένης συγχίσεως ἕνεκα τῶν πολυπλόκων τύπων ἢ τῆς λαβυρινθώδους γραφικῆς κατασκευῆς.

Δὲν προτίθεμαι ἐνταῦθα νὰ ἀναπτύξω τὴν θεωρίαν τῶν Γ.Ε. διὰ τὰς συνεχεῖς δοκούς. Καὶ χῶρον πολὺν θ' ἀπῄτει τοῦτο καὶ προκαταρκτικὰς γνώσεις αἵτινες ἀδύνατον ἐνταῦθα ν' ἀναπτυχθῶσι καὶ ἐκτὸς ἄλλως τοῦ σκοποῦ ὃν προεθέμην θὰ ἦτο. Θέλω ἁπλῶς ἀναφέρει τὰ ἀποτελέσματα τῆς θεωρίας ταύτης καὶ χαράξει τὴν ὁδὸν ἣν κατὰ βῆμα ἀκολουθῶν τις θὰ ἠδύνατο εὐχερέστατα νὰ ἐπιτύχῃ τὰς Γ.Ε. Τούτου ἐπιτευχθέτος ἡ εὕρεσις τῶν μεγ. καὶ ἐλαχ. Χ (ροπῶν ἀδρανείας) Δ (διατεμνουσῶν) καὶ Α (ἀντιδράσεων) ὡς πρός τι σημεῖον τῆς δοκοῦ δι' ὡρισμένον σύστημα μεμονωμένων βαρῶν (συρμὸν ἐπὶ παραδ.) γίνεται ἁπλούστατα διά τινος τῶν προεκτεθεισῶν μεθόδων.

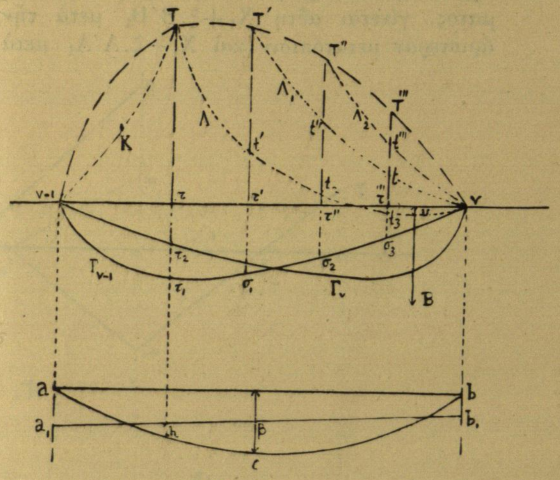
Γ. Ε. ροπῶν στηριγμάτων (Σχῆμα 4). — Ἡ Γ.Ε. διὰ τὴν ροπὴν X_ν τοῦ στηρίγματος ν εὑρίσκεται οὕτω: Καθορίζομεν τὰς ἑστίας F ἁπάντων τῶν στηριγμάτων. Κλίμαξ μηκῶν ἔστω ἡ $\frac{1}{\mu}$. Ὑπὸ κλίμακά τινα $\frac{1}{\sigma}$ λαμβάνομεν $\nu\nu_1 = \mu_\nu$ δηλ: $\nu\nu_1 = \frac{\mu_\nu}{\sigma}$. Ἑνοῦμεν $\nu_1 F_{\nu-1}$ καὶ $\nu_1 F'_{\nu-1}$ καὶ προεκτείνομεν μέχρι τῆς κατακορύφου τοῦ στηρίγματος ν—1.

Προσδιορίζομεν οὕτω αβ καὶ πολλαπλασιάζοντες αὐτὸ ἐπὶ σ εὑρίσκομεν τὸν λόγον $\frac{6}{\alpha\beta.\sigma} = c$. Ὑπὸ κλίμακά τινα $\frac{1}{\pi}$ λαμβάνομεν τὸ c εἰς νν΄, δηλ: $\nu\nu' = \frac{c}{\pi}$ (ἔνθα π ἀκέραιος ἢ κλασματικὸς) καὶ ἑνοῦμεν ν΄ πρὸς τὰ ἀριστερᾷ μετὰ τῆς ἀριστερᾶς ἑστίας $F_{\nu-1}$ καὶ πρὸς τὰ δεξιᾷ μετὰ τῆς δεξιᾶς F'_ν. Προεκτείνομεν τὰς εὐθείας ταύτας μέχρι α, καὶ α_2 καὶ ἑνοῦμεν α_1 μετὰ τῆς ἀριστερᾶς ἑστίας $F_{\nu-2}$ τοῦ πρὸς τὰ ἀριστερᾷ ἑπομένου ἀνοίγματος, καὶ α_2 μετὰ τῆς δεξιᾶς τοῦ πρὸς τὰ δεξιᾷ ἑπομένου. Οὕτω χωροῦμεν μέχρι τῶν ἀκροβάθρων. Τῆς ἐργασίας ταύτης περατωθείσης διαιροῦμεν τὰ ἐμβαδὰ (ν—2)$\gamma F_{\nu-2}$, $F_{\nu-2}\alpha_1 F_{\nu-1}$, $F_{\nu-1}\nu' F'_\nu$ κ.λ.π. καθ' ὅλον τὸ μῆκος τῆς δοκοῦ δι' ἰσαπεχουσῶν κατακορύφων εἰς τμήματα (τραπέζια ἢ τρίγωνα) ὧν ὑπολογίζομεν τὰ ἐμβαδὰ $\varepsilon_1\ \varepsilon_2\ \ldots\ \varepsilon_{\nu-1}\ \varepsilon_\nu\ \varepsilon_{\nu+1} \ldots$ λαμβάνοντες ὑπ ὄψιν τὰς ἐπὶ τοῦ σχεδίου διαστάσεις των. Ὑπὸ κλίμακά τινα $\frac{1}{\rho}$ λαμβάνομεν κατόπιν ἐπὶ κατακορύφου εὐθείας τὰ ἐμβαδὰ $\Sigma_1\ \Sigma_2 \ldots$ λογιζόμενοι ταῦτα ὡς βάρη ἐνεργοῦντα εἰς τὰ κέντρα βάρους τῶν ἀνταποκρινομένων τμημάτων, καὶ μὲ πολικὴν ἀπόστασιν τὴν τυχοῦσαν δ σχηματίζομεν τὸ σχοινοειδὲς Σ, ὅπερ διὰ τῆς γνωστῆς ἁπλουστάτης μεθόδου ὑποχρεοῦμεν νὰ διέλθῃ διὰ τῶν στηριγμάτων. Τὸ σχοινοειδὲς τοῦτο Σ εἶνε ἡ Γ.Ε. διὰ τὴν X · οὕτω τὰ βάρη $B_1\ B_2\ B_3 \ldots$ παράγουσι ροπὴν κάμψεως ἐπὶ τοῦ στηρίγματος ν τὴν: $(+B_1\eta_1 - B_2\eta_2 - B_3\eta_3)\mu^2\sigma\delta\rho$ ἢ ἁπλῶς $+B_1\eta_1 - B_2\eta_2 - B_3\eta_3$ ὑπὸ τὴν κλίμακα $\frac{1}{\mu^2\sigma\delta\rho}$.

Κατάλληλος ἐκλογὴ τῶν κλιμάκων $\frac{1}{\mu}\ \frac{1}{\sigma}$ καὶ $\frac{1}{\rho}$ καὶ τῆς πολικῆς ἀποστάσεως δ ἁπλοποιεῖ οὐσιωδῶς τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ Xν.

Γ.Ε. ροπῶν κάμψεως.— Ἡ Γ.Ε. διὰ τὴν ροπὴν κάμψεως X τῆς τυχούσης τομῆς τ (Σχ. 5) τοῦ τυχόντος ἀνοίγματος μ_ν τῆς δοκοῦ εὑρίσκεται ὡς ἑξῆς:

Ἔστω $\Gamma_{\nu-1}$ ἡ Γ.Ε. διὰ τὴν ροπὴν $X_{\nu-1}$ τοῦ στηρίγματος ν-1 εὑρισκομένην ὡς ἄνω, καὶ Γ_ν ἡ Γ.Ε. διὰ τὴν X_ν. Ἡ κλῖμαξ ὑποτίθεται $\frac{1}{\mu^2\sigma\delta\rho}$. Γράφομεν τὴν παραβολὴν acb μὲ κατακόρυφον ἄξονα καὶ βέλος $\beta = \frac{\mu_\nu}{4\mu^2\sigma\delta\rho}$ δηλ: τὸ $\frac{1}{4}$ τοῦ μ_ν ὑπὸ τὴν αὐτὴν κλίμακα. Λαμβάνομεν $aa_1 = \tau\tau_1$ καὶ $bb_1 = \tau\tau_2$ ἑνοῦμεν $a_1 b_1$ καὶ λαμβάνομεν τT=h. (Ἵνα τὸ σχῆμα γίνῃ εὐκρινέστερον ἡ κατασκευὴ δὲν ἐγένετο ἀκριβής). Διαιροῦμεν εἶτα τὸ ἀπόστημα τν εἰς ἴσα μέρη



Σχ. 5.

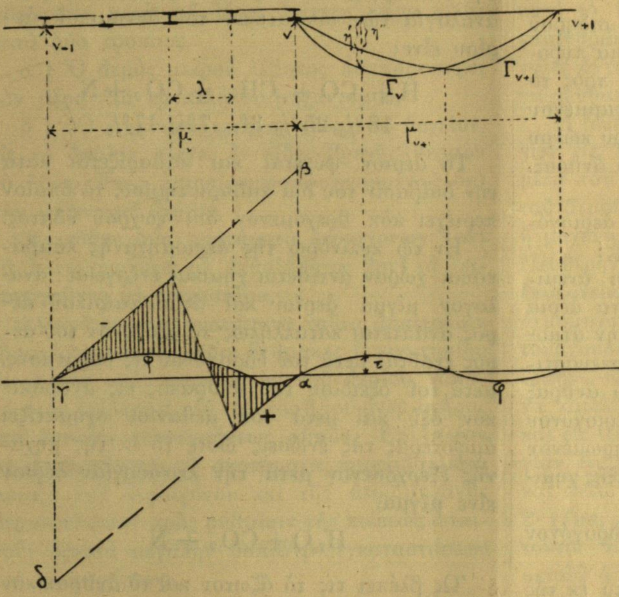
διὰ τῶν τ΄τ΄΄τ΄΄΄. . . καὶ προσδιορίζομεν τὰ ἀντίστοιχα T΄T΄΄T΄΄΄. . . ὡς ἐλέχθη. Προεκτείνομεν τὰς κατακορύφους T΄τ΄T΄΄τ΄΄. . . μέχρι τῆς $\Gamma_{\nu-1}$, καὶ διαιροῦμεν τὴν μὲν $T'\sigma_1$ εἰς δύο ἴσα μέρη $T't' = t'\sigma_1$, τὴν $T''\sigma_2$ εἰς τρία ἴσα μέρη $T''t'' = t''t_2 = t_2\sigma_2$, τὴν $T''\sigma_3$ εἰς τέσσαρα ἴσα μέρη $T'''t''' = t'''t = tt_3 = t_3\sigma_3$ κ.λ.π. Ἑνοῦμεν εἶτα τὸ T μετὰ τῶν σημείων τῶν κατωτάτων διαιρέσεων τῶν πρὸς τὰ δεξιᾷ κατακορύφων $t'\ t_2\ t_3$ . . μέχρι τοῦ ν διὰ τῆς καμπύλης Λ. Ἡ καμπύλη αὕτη Λ εἶνε ἡ Γ.Ε. διὰ τὰς X τῆς τομῆς τ ὑπὸ κλίμακα $\frac{1}{\mu^2\sigma\delta\rho}$.

Οὕτω τὸ βάρος B παράγει εἰς τ ροπὴν κάμψεως $X = B.\upsilon.\mu^2\sigma\delta\rho$.

Ἀριστερᾷ τῆς Tτ ἡ Γ.Ε. εἶνε ἡ καμπύλη K χαρασσομένη τῇ βοηθείᾳ τῆς Γ_ν, ἀκριβῶς ὡς ἐχαράχθη ἡ Λ διὰ τῆς $\Gamma_{\nu-1}$.

Ἐὰν ἑνώσωμεν τὸ T΄ μετὰ τῶν ἀμέσως ἄνω τῆς Λ διαιρέσεων τῶν κατακορύφων ἔχομεν τὴν Γ.Ε. Λ_1 διὰ τὰς X τῆς τ΄ ὁμοίως ἐὰν ἑνώσωμεν τὸ T'' μετὰ τῶν ἀμέσως ἄνω τῆς Λ_1 διαιρέσεων τῶν κατακορύφων ἔχομεν τὴν Γ.Ε. Λ_2 διὰ τὰς X τῆς τ''. Κ.ο.κ.

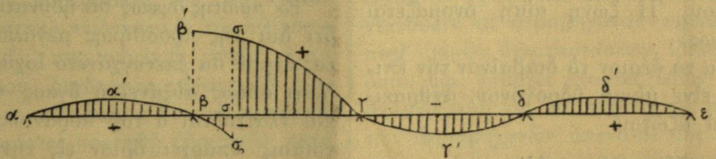
ΓΕ. διατεμνουσῶν ἀφορτώτου ἀνοίγματος.— Αἱ διατέμνουσαι Δ τοῦ τυχόντος σημείου ἀφορτώτου τινὸς ἀνοίγματος ν $(\nu+1)$ εἶνε ἴσαι πρὸς $\frac{X_{\nu+1}-X_\nu}{\mu_{\nu+1}}$. Ἐὰν λοιπὸν $\Gamma_{\nu+1}$ (σχ. 6) εἶνε ἡ Γ.Ε. διὰ τὰς ῥοπὰς $X_{\nu+1}$ τοῦ στηρίγματος $\nu+1$, καὶ Γ_ν ἡ ἀντίστοιχος διὰ τὰς X_ν τοῦ ν (ὑπὸ τὴν αὐτὴν ὡς ἄνω κλίμακα $\frac{1}{\mu^2\sigma\delta\varrho}$), ἡ καμπύλη φ ἧς



Σχ. 6.

αἱ τεταγμέναι εἶνε ἴσαι μὲ $\frac{\eta''-\eta'}{\mu_{\nu+1}}$ εἶνε ἡ ζητουμένη Γ.Ε.

Πεφορτωμένου ἀνοίγματος. — Π. χ. τοῦ μ_ν. Προσδιορίζομεν τὴν καμπύλην φ ὡς ἄνω (σχ. 6)



Σχ. 7.

καὶ λαμβάνομεν $\alpha\beta=\gamma\delta=\frac{1}{\mu^2\sigma\delta\varrho}$ (δηλ. $=1$ ὑπὸ κλίμακα $\frac{1}{\mu^2\sigma\delta\varrho}$). Φέρομεν τὰς εὐθείας $\gamma\beta$ καὶ $\delta\chi$.

Τὰ Ε.Ε. διὰ τὴν τυχοῦσαν μεσόδμην λ εὑρίσκονται διὰ τῶν κατακορύφων τῶν ἄκρων αὐτῆς ὡς ἐν τῷ σχήματι δείκνυται. Ὑποτίθενται τὰ βάρη ἔμμεσα καὶ αἱ μεσόδμαι ἴσαι. Αἱ τεταγμέναι τοῦ σκιασμένου τμήματος θὰ ληφθῶσιν ὑπὸ κλίμακα $\frac{1}{\mu^2\sigma\delta\varrho}$· τοὐτέστιν ἡ πραγματική των τιμὴ εἶνε ἡ ἐπὶ τοῦ σχεδίου ἀναγιγνωσκομένη ἐὰν πολλαπλασιασθῇ ἐπὶ $\mu^2\sigma\lambda\varrho$.

Εἰς τὸ αὐτὸ καταλήγομεν ἐὰν λάβωμεν $\tau=\eta''-\eta'$ καὶ $\alpha\beta=\gamma\delta=\frac{\mu_\nu}{\mu^2\sigma\delta\varrho}$· τότε ὁ συντελεστὴς τῶν τεταγμένων τοῦ σκιασμένου τμήματος θὰ εἶνε ὁ $\frac{\mu^2\sigma\delta\varrho}{\mu_\nu}$ ἀντὶ τοῦ $\mu^2\sigma\delta\varrho$. Συνήθως ὁρίζουσι τὰ Ε.Ε. τῶν Δ τῶν στηριγμάτων, ἐκ τούτων δὲ εὑρίσκουσιν εὐχερῶς, ὡς κατωτέρω ἐκτίθεται, τὸ Ε.Ε. διὰ τὸ τυχὸν σημεῖον τοῦ τυχόντος ἀνοίγματος.

Σημείωσις.— Πρὸς εὐχερεστέραν χάραξιν τῶν Γ.Ε. διὰ συνεχεῖς δοκοὺς 2 3 καὶ 4 ἀνοιγμάτων ἐχόντων διαφόρους λόγους μεταξὺ των (διὰ τὰς μᾶλλον ἐν τῇ πράξει ἀπαντωμένας περιπτώσεις) ὁ μηχανικὸς Γουσταῦος Griot ὑπελόγισε καὶ ἐδημοσίευσε πίνακας (Interpolierbare Tabellen zum raschen Auftragen der Einflusslinien für Momente und Scheerkräfte. Zürich 1904), δίδοντας τὰς τεταγμένας τῶν ΓΕ. διὰ μὲν τὰς X δι' ἑκάστην διαίρεσιν ἑκάστου ἀνοίγματος, καθ' ὑπόθεσιν ὑποδιαιρεθέντος εἰς ἓξ ἴσα μέρη, διὰ δὲ τὰς Δ διὰ ἕκαστον στήριγμα.

Ἐαν $\alpha\alpha'\beta\beta'\gamma\gamma'\delta\delta'\varepsilon$ εἶνε ἡ Γ.Ε. διὰ τὰς Δ τοῦ στηρίγματος β π. χ., διὰ τὸ τυχὸν σημεῖον σ τοῦ ἀνοίγματος $\beta\gamma$ τὸ Ε.Ε. εὑρίσκεται ἐὰν μετακινήσωμεν τὸν κλάδον $\beta'\sigma_1$ παραλλήλως μέχρι $\beta\sigma_2$ $(\beta\beta'=\sigma_1\sigma_2=1$ ὑπὸ τὴν κλίμακα).

Γ. Π. ΒΟΥΓΙΟΥΚΑΣ.