ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ
ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

Ενεργητικές στρατηγικές βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίων: Συγκριτική ανάλυση & εφαρμογές

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Παναγιώτα Γ. Βουτσινά

Επιβλέπων : Ιωάννης Ψαρράς

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2013

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ
ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

Ενεργητικές στρατηγικές βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίων: Συγκριτική ανάλυση & εφαρμογές

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Παναγιώτα Γ. Βουτσινά

Επιβλέπων : Ιωάννης Ψαρράς

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 19η Ιουλίου 2013.

....

Ιωάννης Ψαρράς

Καθηγητής Ε.Μ.Π

Αθήνα, Ιούλιος 2013

Παναγιώτα Γ. Βουτσινά

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στον τομέα Συστημάτων Αποφάσεων της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του ΕΜΠ, στα πλαίσια των ερευνητικών δραστηριοτήτων του Εργαστηρίου Συστημάτων Αποφάσεων και Διοίκησης.

Αντικείμενο της διπλωματικής εργασίας είναι η συγκριτική αξιολόγηση μεθόδων γραμμικού και τετραγωνικού προγραμματισμού για εύρεση βέλτιστων επενδυτικών χαρτοφυλακίων ελαχίστου κινδύνου σε προγραμματιστικό περιβάλλον MATLAB.

Επιβλέπων κατά την εκπόνηση της διπλωματικής ήταν ο Καθηγητής κ. Ι. Ψαρράς, στον οποίο οφείλω ιδιαίτερες ευχαριστίες για την ανάθεση αυτής και την δυνατότητα που μου δόθηκε να ασχοληθώ με ένα τόσο ενδιαφέρον θέμα.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον υπεύθυνο της διπλωματικής και Διδάκτορα Π.Ξυδώνα για την υποστήριξη και την καθοδήγηση που μου παρείχε κατά τη συγγραφή της εργασίας.

Παναγιώτα Βουτσινά
2013

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Μεγάλο επιστημονικό ενδιαφέρον έχει ενσκήψει τα τελευταία χρόνια ως προς το πρόβλημα της αντιστάθμισης μεταξύ του αναλαμβανόμενου κινδύνου επένδυσης και της μεγιστοποίησης της αναμενόμενης απόδοσης επενδυτικών χαρτοφυλακίων. Οι σύγχρονες προσεγγίσεις σε αυτό το πρόβλημα εμπεριέχουν τον ορισμό διαφόρων μέτρων κινδύνου σχετιζόμενων με το επενδυτικό χαρτοφυλάκιο και την επιδίωξη της ελαχιστοποίησης αυτών, καθώς παράλληλα θα επιτυγχάνεται ένα επιθυμητό επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης.

Οι μεθοδολογίες που θα χρησιμοποιηθούν στα επόμενα στηρίζονται στην θεωρία διαχείρισης χαρτοφυλακίου όπως εκείνη εισήχθη υπό του H. Markowitz, στην εργασία του''Portfolio Selection'' και υλοποιούνται προγραμματιστικά σε περιβάλλον MATLAB. Ως πρότυπο επεξεργασίας επιλέξαμε δεδομένα προερχόμενα από χρεόγραφα συμπεριλαμβανόμενα στους ευρύτατα διαδεδομένους χρηματιστηριακούς δείκτες Eurostoxx 50 και S&P 500, στην χρηματαγορά της Ευρώπης και των ΗΠΑ αντίστοιχα.

Στα πλαίσια της παρούσης διπλωματικής εργασίας, τα δεδομένα των χρηματιστηριακών δεικτών διαχωρίζονται σε τέσσερεις Ιστορικές Περιόδους συν τις Περιόδους Εκτός Δείγματος, και υπολογίζονται οι τιμές των δεικτών που αντιστοιχούν σε κάθε μεθοδολογία. Τα αποτελέσματα παραθέτονται συγκριτικά όχι μόνο ως προς την δυνατότητα ακριβούς πρόβλεψης για την Περίοδο Εκτός Δείγματος, αλλά και επίσης ως προς την υπολογιστική τους απόδοση και τον χρόνο εκτέλεσης σε ηλεκτρονικό υπολογιστή.

Λέξεις Κλειδιά:

Βελτιστοποίηση χαρτοφυλακίου κατά Markowitz, χαρτοφυλάκια ελαχίστου κινδύνου, , αντιστάθμιση μεγίστης απόδοσης και ελαχίστου κινδύνου, Σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου, μεθοδολογίες Γραμμικού και Τετραγωνικού Προγραμματισμού, Eurostoxx 50, S&P 500.

ABSTRACT

Over the last years, a major part of scientific effort has been devoted to the problem of choosing a trade off between the underlying investment risk and the maximization of the expected return of an investment portfolio. The modern approach to this problem involves the definition of several risk measures, related to the investment portfolio at hand, and pursuing the minimization of these risk measures, while simultaneously achieving a desired level of expected return.

The methodology followed henceforth is based along the lines of the portfolio selection theory as it has been proposed by H. Markowitz, in his article ''Portfolio Selection'', which was published in ''*The Journal of Finance*''. All relevant routines are set up and programmed in MATLAB. Our work model has beεn chosen to be the data included in the immensely popular Blue Chip Stock Market indices, Eurostoxx 50 and S&P 500, which involve the highest ranking assets in the markets of the European Union and the USA, respectively.

In the setting of this work, the data from the aforementioned financial indices, are divided into four Historical Periods, plus the Out Of Sample Data, and subsequently the indices corresponding to each methodology are computed. The results are comparatively displayed not only as to the ability of exact forecasting as to the Out Of Sample Data period, but also as to their computing performance in regard to runtime in a personal computer.

Key Words:

Markowitz Portfolio Selection Theory, Minimum Variance Portfolios , Maximum Returns and Minimum Risk Tradeoff, Modern Portfolio Theory, Linear and Quadratic programming methods, Eurostoxx 50, S&P 500.

Περιεχόμενα

Πίνακας Σχημάτων

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

1.1 Το πρόβλημα

Ο θεμελιώδης στόχος της θεωρίας βέλτιστου επενδυτικού χαρτοφυλακίου είναι η εύρεση της πιο αποδοτικής κατανομής επενδυόμενου κεφαλαίου στα διαθέσιμα χρεόγραφα με στόχο την μεγιστοποίηση της αναμενόμενης απόδοσης και ελαχιστοποίηση του κινδύνου. Για τον καθορισμό των ποσοστών του κεφαλαίου που θα επενδυθούν σε κάθε χρεόγραφο γίνεται χρήση τεχνικών μαθηματικού προγραμματισμού. Σύμφωνα με τους Jacobs&Levy (1995) η διαδικασία αυτή χαρακτηρίζεται από την ορολογία μηχανική χαρτοφυλακίου (portfolio engineering).

Η σύγχρονη θεωρία χαρτοφυλακίου προϋποθέτει ότι οι επενδυτές επιδιώκουν αποφυγή κινδύνου που σημαίνει πως δεδομένων δύο χαρτοφυλακίων ίσης απόδοσης θα προτιμήσουν εκείνο που τους εξασφαλίζει τον χαμηλότερο κίνδυνο κατ'επέκταση είναι διατεθειμένοι να αναλάβουν επιπρόσθετο ρίσκο μόνο εφόσον αυτό τους διασφαλίζει αυξημένη απόδοση. Έτσι και εμείς θα εξετάσουμε και θα αξιολογήσουμε συγκριτικά μεθοδολογίες βασιζόμενες σε τεχνικές εύρεσης χαρτοφυλακίων ελαχίστου κινδύνου.

Το αντικείμενο της βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου έχει υπάρξει βασικό εργαλείο για την κατανόηση των χρηματοοικονομικών αγορών και την ανάπτυξη των σχέσεων συναλλαγής. Ένα ρεύμα τεράστιας αλλαγής επήλθε το 1952 με την δημοσίευση της θεωρίας επιλογής χαρτοφυλακίου του Harry Markowitz. Ο Harry Markowitz υποστήριξε ότι η διαδικασία σύνθεσης ενός χαρτοφυλακίου βασίζεται σε ποσοτικές σχέσεις εναλλαγής των τιμών αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου των επενδυόμενων χρεογράφων. Το έργο του πυροδότησε πολυάριθμες έρευνες αναφορικά με την ποσοτικοποίηση της συμπεριφοράς των αγοραστών. Μία από τις βασικές συνέπειες των ερευνών αυτών ήταν η αποδοχή της θεώρησης ότι η διαφοροποίηση (diversification) ενός χαρτοφυλακίου μειώνει το επενδυτικό ρίσκο.

Σήμερα περισσότερο από 50 χρόνια μετά την τελική εργασία του Markowitz διαθέτουμε το εξελιγμένο και ειδικευμένο προγραμματιστικό λογισμικό, με χρήση του οποίου εφαρμόζουμε αυτές τις ποσοτικές μεθόδους για να συνθέσουμε το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο. Η σύνθεση βασίζεται σε προβλέψεις επί της αναμενόμενης απόδοσης και του επενδυτικού κινδύνου. Το προϊόν λογισμικού που θα χρησιμοποιηθεί στην παρούσα διπλωματική εργασία, για την μοντελοποίηση των εξεταζόμενων μεθόδων σύνθεσης χαρτοφυλακίου ελαχίστου κινδύνου, είναι το λογισμικό πακέτο Matlab Inc και συγκεκριμένα το εξειδικευμένο για οικονομικές εφαρμογές επιλυτικό εργαλείο του, το Financial Toolbox.

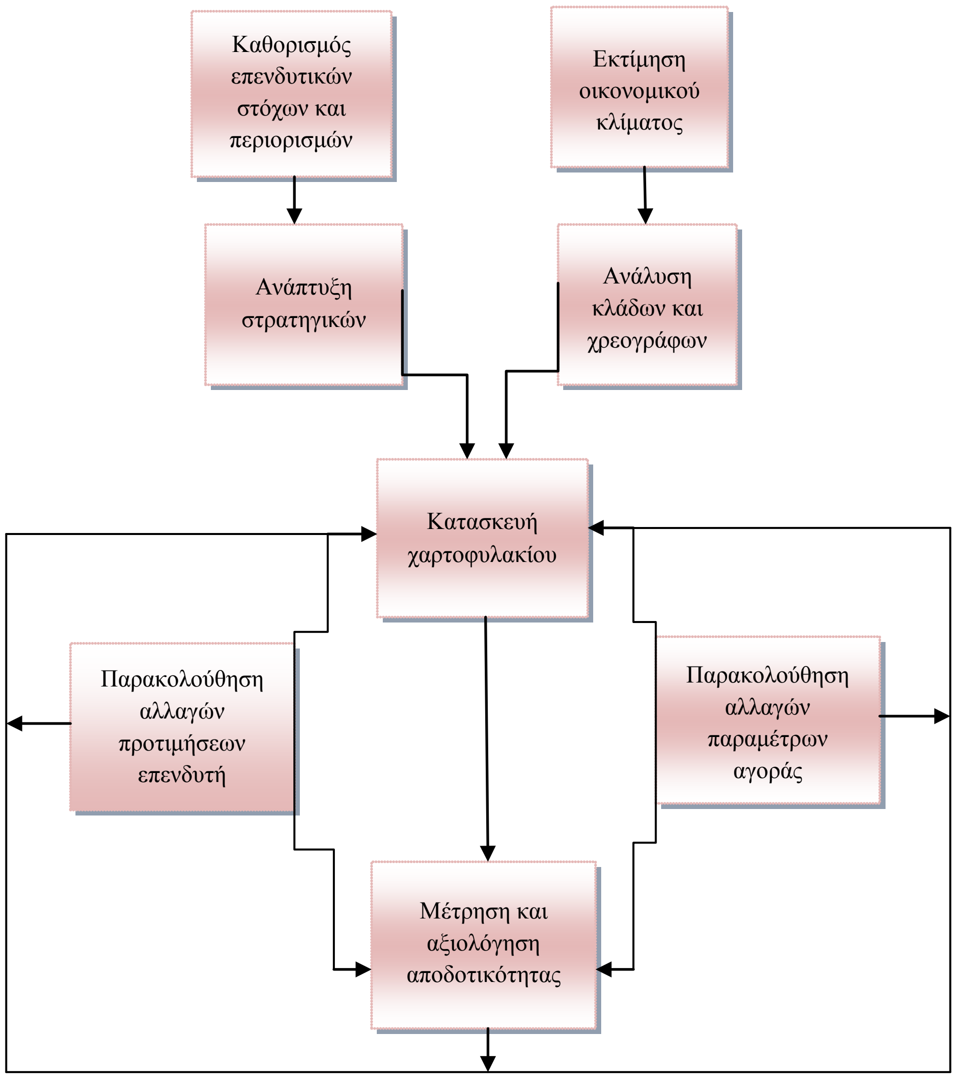
Σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου

Η θεωρία σχετικά με το πώς επενδυτές που αποφεύγουν τον κίνδυνο μπορούν να βελτιώσουν ή να μεγιστοποιήσουν τις αποδόσεις τους βασιζόμενοι σε ένα δεδομένο επίπεδο κινδύνου της αγοράς το οποίο είναι επακόλουθο στοιχείο της επιδίωξης υψηλότερων αποδόσεων.

Σύμφωνα με την θεωρία είναι δυνατό να κατασκευαστεί ένα ''Αποτελεσματικό Μέτωπο'' βέλτιστων χαρτοφυλακίων που να προσφέρει την υψηλότερη δυνατή αναμενόμενη απόδοση για δεδομένο επίπεδο κινδύνου. Η θεωρία αυτή διατυπώθηκε πρώτη φορά από τον Harry Markowitz στην δημοσίευσή του ''Portfolio Selection'' που εκδόθηκε το 1952 στο ''Journal of finance''.

Ορισμός Διαχείρισης Χαρτοφυλακίου

Η τέχνη και επιστήμη της λήψης αποφάσεων για επενδυτική πολιτική διανομή επενδυόμενου κεφαλαίου σε χρεόγραφα για μεμονωμένα άτομα αλλά και επενδυτικούς οίκους καθώς και η εξισορρόπηση κινδύνου και απόδοσης συνιστούν την διαχείριση επενδυτικού χαρτοφυλακίου. Η διαδικασία αυτή αναπαριστάται εικονικά και με το παρακάτω διάγραμμα ροής.

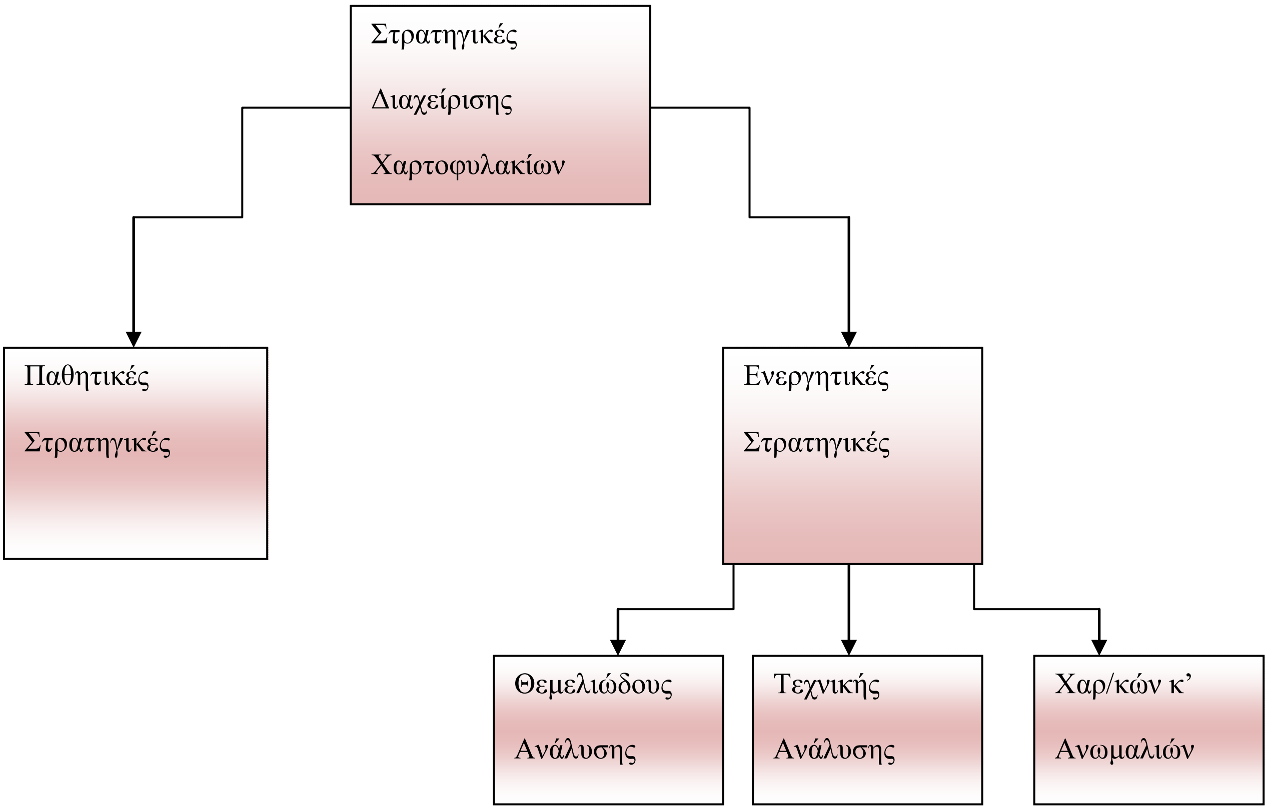


Διάγραμμα 1.1.1: Διαδικασία διαχείρισης χαρτοφυλακίων

Διαχωρισμός Ενεργητικής- Παθητικής Διαχείρισης

Στην περίπτωση των αμοιβαίων και των εισηγμένων στο χρηματιστήριο κεφαλαίων υπάρχουν δύο είδη διαχείρισης χαρτοφυλακίου, η παθητική και η ενεργητική. Στην παθητική διαχείριση χαρτοφυλακίου απλά ακολουθείται ένας δείκτης της αγοράς με στόχο η πορεία του χαρτοφυλακίου που συντίθεται να ακολουθεί όσο το δυνατόν πιο πιστά την πορεία του δείκτη. Στην ενεργητική διαχείριση ένας μεμονωμένος διαχειριστής ή μια ομάδα διαχειριστών επιδιώκουν να υπερβούν την απόδοση της αγοράς μέσα από επενδυτικούς χειρισμούς που στηρίζονται στην έρευνα. Τα κλειστού τύπου κεφάλαια κατά κανόνα υπόκεινται σε ενεργητική διαχείριση.

Ακολουθεί περιγραφική αναπαράσταση σε διάγραμμα ροής του διαχωρισμού ενεργητικών και παθητικών στρατηγικών διαχείρισης μετοχικού χαρτοφυλακίου.



Διάγραμμα 1.1.2: Ενεργητικές και παθητικές στρατηγικές διαχείρισης

1.2 Στόχος και αντικείμενο διπλωματικής εργασίας

Η αυξανόμενη πολυπλοκότητα των σύγχρονων χρηματοοικονομικών μοντέλων απαιτεί ολοένα και περισσότερο προηγμένες ποσοτικές μεθοδολογίες.

Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η κατασκευή, συγκριτική ανάλυση και αξιολόγηση διαφορετικών μεθοδολογιών οι οποίες αφορούν την σύνθεση επενδυτικού χαρτοφυλακίου.

Αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής αποτελεί η αξιοποίηση του υπολογιστικού πακέτου Matlab© της Mathworks , Inc σε εφαρμογές Ενεργητικής διαχείρισης επενδυτικού χαρτοφυλακίου. Πιο συγκεκριμένα θα ενσωματώσουμε προγράμματα προερχόμενα από το Financial Toolbox της Matlab© σε κατάλληλο δικό μας κώδικα για την υλοποίηση μεθόδων εύρεσης βέλτιστου επενδυτικού χαρτοφυλακίου ελαχίστου κινδύνου. Θα αναπτύξουμε μεθοδολογία σύγκρισης και αξιολόγησης διαφορετικών στρατηγικών εύρεσης βέλτιστου επενδυτικού χαρτοφυλακίου με απώτερο σκοπό την επιλογή εύρωστης επενδυτικής δράσης.

Στα πλαίσια της διπλωματικής αποσκοπώντας στα ανωτέρω δημιουργήθηκαν τα παρακάτω προγράμματα:

- MinPortVar.m
- SemiMAD.m
- SharpeRatio.m
- MIQP.m

Το κάθε ένα από τα προηγούμενα προγράμματα υλοποιεί ένα μοντέλο σύνθεσης βέλτιστου χαρτοφυλακίου. Συμπληρωματικά για ευκολότερη επεξεργασία δεδομένων δημιουργήθηκαν τα προγράμματα:

- OutOfSampleIndex.m
- PortfolioReturns.m
- VCV.m

Τα δύο πρώτα βοηθούν στην εύρεση της ολικής αναμενόμενης απόδοσης του χαρτοφυλακίου ενώ το τρίτο βοηθά στην κατασκευή του πίνακα των συνδιακυμάνσεων και του διανύσματος αναμενόμενων αποδόσεων ανά χρεόγραφο.

1.3 Συμβολή διπλωματικής εργασίας

Η μελέτη των σύγχρονων χρηματοοικονομικών μοντέλων σύνθεσης χαρτοφυλακίου είναι ένα από τα πλέον απαιτητικά επιστημονικά πεδία καθώς απαιτεί ανώτερα μαθηματικά και ολοένα περισσότερη προγραμματιστική ισχύ. Στηριζόμενοι σε αυτή την αναγκαιότητα, υλοποιήσαμε μία σειρά προγραμματιστικών κωδίκων που εξυπηρετούν αυτή ακριβώς την δράση. Τα προγράμματα αυτά δοκιμάσθηκαν σε δύο από τους κορυφαίους χρηματοοικονομικούς δείκτες Eurostoxx 50 και S&P500. Η συγκριτική αξιολόγηση των αποτελεσμάτων οδήγησε σε πολύτιμα συμπεράσματα για τα μαθηματικά μοντέλα εύρεσης βέλτιστου χαρτοφυλακίου στα οποία βασίστηκαν οι προαναφερθέντες προγραμματιστικοί κώδικες.

1.4 Φάσεις της διπλωματικής εργασίας

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματοποιήθηκε σύμφωνα με την παρακάτω διαδικασία και αποτελείται από 5 φάσεις:

1η Φάση: Διαχείριση Χαρτοφυλακίου

Κατά την πρώτη φάση έγινε μια ενδελεχής μελέτη της σύγχρονης θεωρίας διαχείρισης χαρτοφυλακίου με στόχο την κατανόηση της επιστήμης σύνθεσης χαρτοφυλακίου και την εξοικείωση με έννοιες σχετιζόμενες με ενεργητική διαχείριση χαρτοφυλακίου.

2η Φάση: Ανάπτυξη προγραμμάτων σε προγραμματιστικό περιβάλλον matlab

Κατά την 2η φάση αναπτύχθηκαν σε λογισμικό περιβάλλον matlab προγράμματα που στόχευαν στην σύνθεση χαρτοφυλακίων ελαχίστου κινδύνου χρησιμοποιώντας εντολές από το financial toolbox αλλά και δικό μας κώδικα.

3η Φάση: Επεξεργασία δεδομένων Eurostoxx 50 και S&P500

Μετά την ολοκλήρωση των προγραμμάτων τα χρησιμοποιήσαμε για να επεξεργαστούμε δεδομένα προερχόμενα από τους μεγάλους χρηματιστηριακούς δείκτες Eurostoxx 50 και S&P500 και να συγκρίνουμε τα απορρέοντα της επεξεργασίας χαρτοφυλάκια με πρότυπο δοθέν.

4η Φάση: Αποτελέσματα και σχολιασμός

Μετά την ολοκλήρωση της πειραματικής διαδικασίας ακολούθησε η σύνταξη της παρούσας διπλωματικής εργασίας που περιλαμβάνει θεωρητική ανάλυση της σύγχρονης θεωρίας χαρτοφυλακίου , παρουσίαση και επεξήγηση των προγραμμάτων σε λογισμικό matlab, παρουσίαση και γραφική απεικόνιση της επεξεργασίας των δεδομένων Eurostoxx50 και S&P500, αναφορά στις σημαντικότερες δημοσιεύσεις των τελευταίων χρόνων σχετιζόμενες με ενεργητική διαχείριση χαρτοφυλακίου καθώς και συγκριτική ανάλυση και σχολιασμό των αποτελεσμάτων.

1.5 Δομή Διπλωματικής Εργασίας

Κεφάλαιο 1: Πρόκειται για το παρόν κεφάλαιο στο οποίο εισάγεται το θέμα και ο σκοπός της διπλωματικής εργασίας και γίνεται μια παρουσίαση της δομής και του περιεχομένου των ακολούθων κεφαλαίων.

Κεφάλαιο 2: Διατυπώνεται το πρόβλημα διαχείρισης επενδυτικού χαρτοφυλακίου , το ζήτημα προσδιορισμού βέλτιστου αποτελεσματικού μετώπου, το πρόβλημα των πολλών χρεογράφων και εισάγεται η θεωρία ενεργητικής διαχείρισης χαρτοφυλακίου.

Κεφάλαιο 3: Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζονται συνοπτικά μερικές από τις σημαντικότερες δημοσιεύσεις των τελευταίων χρόνων στον τομέα της ενεργητικής διαχείρισης χαρτοφυλακίου.

Κεφάλαιο 4: Το τέταρτο κεφάλαιο είναι το κεφάλαιο παρουσίασης και επεξήγησης των ανεπτυγμένων προγραμμάτων σε λογισμικό matlab . Περιλαμβάνει μαθηματική διατύπωση του προς επίλυση προβλήματος που καλείται να αντιμετωπίσει ο κάθε κώδικας, επεξήγηση της χρήσης των επιλυτικών εντολών σε προγραμματιστική γλώσσα matlab καθώς και επεξήγηση του τρόπου χρήσης των προγραμμάτων

Κεφάλαιο 5: Στο πέμπτο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα επεξεργασίας των δεδομένων Eurostoxx 50 και S&P500. Γίνεται μια θεωρητική ανασκόπηση των δύο αυτών μεγάλων χρηματιστηριακών δεικτών και ακολουθούν τα αποτελέσματα της επεξεργασίας.

Κεφάλαιο 6: Στο έκτο κεφάλαιο γίνεται η συγκριτική αξιολόγηση των αποτελεσμάτων μεταξύ τους καθώς και με το πρότυπο δοθέν χαρτοφυλάκιο και ο σχολιασμός.

Παράρτημα 1: Στο παράρτημα αυτό παρουσιάζονται ολοκληρωμένοι οι κώδικες σε λογισμικό matlab καθώς και η δράση τους ανά προγραμματιστική συνάρτηση.

Παράρτημα 2: Στο παράρτημα αυτό γίνεται μια εξοικείωση του μελλοντικού χρήστη με το περιβάλλον της matlab.inc

Παράρτημα 3: Στην παρούσα διπλωματική περιλαμβάνεται επίσης παράρτημα με επεξήγηση κάποιων σύνθετων ορολογιών που αφορούν διαχείριση χαρτοφυλακίου .

Κεφάλαιο 2: Διατύπωση Προβλήματος

2.1: Χαρτοφυλάκια χρεογράφων

Ο όρος χαρτοφυλάκιο περιγράφει ένα σύνολο χρεογράφων , ο βαθμός έκθεσης στα οποία προσδιορίζεται με βάση την αξία του κάθε χρεογράφου σε σχέση με την συνολική αξία του χαρτοφυλακίου. Συμπερασματικά η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου είναι γραμμική συνάρτηση των επιμέρους χαρτοφυλακίων που το απαρτίζουν.

Στην γενικευμένη περίπτωση ενός χαρτοφυλακίου P με m χρεόγραφα ο υπολογισμός της αναμενόμενης απόδοσης και του κινδύνου πραγματοποιείται ως εξής:

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^{m} w_i * E(r_i)$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{m} w_i^2 * \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1, j \neq i}^{m} w_i * w_j * \sigma_{ij}$$

Ή σε μορφή πινάκων:

$$E(r_p) = r^T * W$$

$$\sigma_p^2 = w^T * V * w$$

Όπου:

• r είναι ένα διάνυσμα διαστάσεων $m * n$ με τις αναμενόμενες αποδόσεις των χρεογράφων και r^T το αντίστοιχο ανάστροφο διάνυσμα,

• w είναι ένα διάνυσμα διαστάσεων $m * n$ με τα ποσοστά συμμετοχής των χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο

• V είναι ένας συμμετρικός πίνακας διαστάσεων $m * m$ ο πίνακας διακύμανσης /συνδιακύμανσης.

Σε αντίθεση με την απόδοση του χαρτοφυλακίου ο κίνδυνος είναι μη γραμμική συνάρτηση των ποσοστών συμμετοχής των χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο

Αν οι αποδόσεις των χρεογράφων είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους δηλαδή $\sigma_{ij}=0$ για κάθε ζεύγος χρεογράφων τότε:

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{m} w_i^2 * \sigma_i^2$$

Αν ο επενδυτής επιλέξει να ισοκατανείμει το κεφάλαιό του στα χρεόγραφα του χαρτοφυλακίου δηλαδή w_i=1/m τότε ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου θα είναι:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{m} \frac{\sigma_i^2}{m^2}$$

Όπου ο όρος $\frac{\sigma_i^2}{m}$ αναπαριστά την μέση διασπορά των αποδόσεων των χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο.

Από τη σχέση αυτή αντιλαμβανόμαστε πως καθώς το m τείνει το άπειρο, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου τείνει στο μηδέν. Επομένως εάν υπήρχε η δυνατότητα για έναν επενδυτή να κατασκευάσει ένα χαρτοφυλάκιο αποτελούμενο από άπειρο αριθμό ανεξάρτητων χρεογράφων, τότε ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου θα ήταν μηδέν. Συμπερασματικά ο επενδυτής θα απολάμβανε μια σίγουρη απόδοση $E(r_p$). Αυτό όμως δεν αποτελεί ρεαλιστική εκδοχή οπότε στην πιο γενική περίπτωση όπου $\sigma_{ij}\neq 0$, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου είναι ο ακόλουθος:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{m} \frac{\sigma_i^2}{m^2} + \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1, j\neq i}^{m} \frac{\sigma_{ij}}{m^2}$$

$$= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \frac{\sigma_i^2}{m} + \frac{m-1}{m} \left(\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1, j\neq i}^{m} \frac{\sigma_{ij}}{m(m-1)}\right)$$

Όπως ήδη αναφέρθηκε ο πρώτος όρος μέσα στις παρενθέσεις είναι η μέση διασπορά των αποδόσεων των χρεογράφων του χαρτοφυλακίου. Αντίστοιχα, και ο δεύτερος όρο είναι και αυτός μια μέση τιμή.Ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου μπορεί να εκφραστεί πιο απλά ως εξής:

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{m} * \bar{\sigma}^2 + \frac{m-1}{m} * \overline{\sigma_{ij}} = \frac{1}{m} * \bar{\sigma}^2 + \overline{\sigma_{ij}} - \frac{1}{m} * \overline{\sigma_{ij}}$$

Επομένως:

$$\lim_{m\to\infty} \sigma_p^2 = \overline{\sigma_{ij}}$$

Από τα ανωτέρω προκύπτει πως δεδομένης της δυνατότητας σύνθεσης ενός χαρτοφυλακίου αποτελούμενου από έναν αυθαίρετα μεγάλο αριθμό χρεογράφων, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου προσδιορίζεται μόνο από τις συνδιακυμάνσεις των χρεογράφων που το απαρτίζουν. Ο κίνδυνος που προέρχεται από το κάθε ανεξάρτητο χρεόγραφο εξαλείφεται.

Το συμπέρασμα στο οποίο καταλήγουμε παραπάνω απορρέει από την αρχή της διαφοροποίησης (diversification) σύμφωνα με την οποία ο επενδυτής αποβλέποντας στην μείωση του επενδυτικού κινδύνου οδηγείται στην σύνθεση χαρτοφυλακίων επαρκούς διασποράς όσον αφορά τα χρεόγραφα που περιλαμβάνουν.

2.2 Βελτιστοποίηση στην περίπτωση πολλών χρεογράφων

Ας επεκταθούμε τώρα στην γενική περίπτωση κατασκευής χαρτοφυλακίου αποτελούμενου από m χρεόγραφα.

Το πρόβλημα βελτιστοποίησης που πρέπει να αντιμετωπίσουμε για να κατασκευάσουμε βέλτιστο χαρτοφυλάκιο κινδύνου με αναμενόμενη απόδοση R είναι:

$$\min \ \sigma_p^2 = \frac{1}{2} w^T * V * w$$

υπό τους περιορισμούς:

$$e^T * w = 1$$

$$r^T * w = R$$

$$w \in \mathbb{R}$$

Όπου e είναι το μοναδιαίο διάνυσμα $e = (1, \ldots\ldots, 1)^T$

Έχουμε υποθέσει ότι όλα τα χρεόγραφα και οι συνδυασμοί τους εμπεριέχουν κάποιον κίνδυνο επομένως ο πίνακας V είναι θετικά ορισμένος.

Απόρροια του παραπάνω περιορισμού είναι η αυστηρή κυρτότητα της συνάρτησης κινδύνου.

Θα συμβολίσουμε ως λ_1 , λ_2 τους πολλαπλασιαστές Lagrange των δύο περιορισμών και προκύπτει η συνάρτηση:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} * w^T * V * w + \lambda_1 * (1 - e^T * w) + \lambda_2 * (R - r^T * w)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w} = 0 \rightarrow V * w - \lambda_1 * e - \lambda_2 * r = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = 0 \rightarrow e^T * w = 1$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = 0 \rightarrow r^T * w = R$$

Από επεξεργασία των ανωτέρω και αντικατάσταση όπου απαιτείται του w προκύπτει:

$$w = \lambda_1 * V^{-1} * e + \lambda_2 * V^{-1} * r$$

$$\lambda_1 * e^T * V^{-1} * e + \lambda_2 * e^T * V^{-1} * r = 1$$

$$\lambda_1 * r^T * V^{-1} * e + \lambda_2 * r^T * V^{-1} * r = R$$

Επειδή ο V^{-1} είναι συμμετρικός ισχύει ότι $e^T * V^{-1} * r = r^T * V^{-1} * e$ οπότε θέτοντας

$$a = e^T * V^{-1} * e$$

$$b = e^T * V^{-1} * r = r^T * V^{-1} * e$$

$$c = \lambda_2 * r^T * V^{-1} * r$$

Έχουμε το σύστημα:

$$\lambda_1 * a + \lambda_2 * b = 1$$

$$\lambda_1 * b + \lambda_2 * c = R$$

Η λύση του παραπάνω συστήματος δίνεται από τις σχέσεις:

$$\lambda_1 = \frac{c - b * R}{a * c - b^2}$$

$$\lambda_2 = \frac{a * R - b}{a * c - b^2}$$

Τώρα εφόσον έχουμε υπολογίσει τα λ_1, λ_2 μπορούμε να υπολογίσουμε τα W και να συνθέσουμε το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο, ο κίνδυνος του οποίου προσδιορίζεται ως εξής:

$$V * w - \lambda_1 * e - \lambda_2 * r = 0 \rightarrow$$

$$w^T * V * w - \lambda_1 * w^T * e - \lambda_2 * w^T * r = 0 \rightarrow$$

$$\sigma_p^2 - \lambda_1 - \lambda_2 * R = 0 \rightarrow$$

$$\sigma_p^2 = \frac{a * R^2 - 2 * b * R + c}{a * c - b^2}$$

Βρίσκοντας τα a,b και c χρησιμοποιούμε την διαδικασία που περιγράφηκε ώστε να προσδιορίσουμε την σύνθεση και τον κίνδυνο του βέλτιστου χαρτοφυλακίου για την επιθυμητή απόδοση.

Εάν επιθυμούμε τον προσδιορισμό του χαρτοφυλακίου ελαχίστου κινδύνου στην ανωτέρω ανάλυση παραλείπουμε τον περιορισμό που αναφέρεται στο επίπεδο της επιθυμητής απόδοσης. Πιο συγκεκριμένα τίθεται $\lambda_2 = 0 \rightarrow R = \frac{b}{a}$ $οπότε\ \lambda_1 = \frac{1}{\alpha}$

Έτσι η σύνθεση και ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου ελαχίστου κινδύνου υπολογίζονται ως εξής:

$$w = \lambda_1 * V^{-1} * e + \lambda_2 * V^{-1} * r = \frac{1}{a} * V^{-1} * e = V^{-1} * \frac{e}{e^T * V^{-1} * e}$$

$$\sigma_p^2 = \lambda_1 + \lambda_2 * R = \frac{1}{a}$$

2.3 Εισαγωγή του ακίνδυνου χρεογράφου

Ένα χρεόγραφο του οποίου η απόδοση δεν εμπεριέχει καμία αβεβαιότητα ονομάζεται ακίνδυνο χρεόγραφο.

Ως ακίνδυνα χρεόγραφα συνήθως θεωρούμε τα έντοκα γραμμάτια δημοσίου. Ο επενδυτής δύναται να επενδύσει στο ακίνδυνο χρεόγραφο r_f απολαμβάνοντας μια βέβαιη απόδοση ή να δανειστεί με επιτόκιο r_f.

Θεωρώντας τώρα ότι το ακίνδυνο χρεόγραφο υπάρχει ο επενδυτής ενδιαφέρεται να συνθέσει ένα ''επικίνδυνο'' χαρτοφυλάκιο P αποτελούμενο από το ακίνδυνο χρεόγραφο και από άλλα χρεόγραφα που εισάγουν κίνδυνο. Η αναμενόμενη απόδοση του επικίνδυνου χαρτοφυλακίου είναι $E(r_{p})$ και ο κίνδυνος σ_p^2 . Εξ' ορισμού ο κίνδυνος του ακίνδυνου χρεογράφου και η συσχέτισή του με το επικίνδυνο χαρτοφυλάκιο είναι μηδενικά.

Σύμφωνα με τα παραπάνω ο επενδυτής επιδιώκει να κατασκευάσει ένα χαρτοφυλάκιο FP το οποίο θα διαμοιράζει ποσοστό του διαθέσιμου κεφαλαίου w_p στο επικίνδυνο χαρτοφυλάκιο και το υπόλοιπο $1\text{-}w_p$ στο ακίνδυνο χρεόγραφο. Ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου αυτού υπολογίζεται ως εξής:

$$\sigma_{FP}^2 = \left(1 - w_p\right)^2 * \sigma_F^2 + w_p^2 * \sigma_p^2 + 2 * w_p * \left(1 - w_p\right) * p_{FP} * \sigma_p * \sigma_F =$$

$$W_p^2 * \sigma_p^2$$

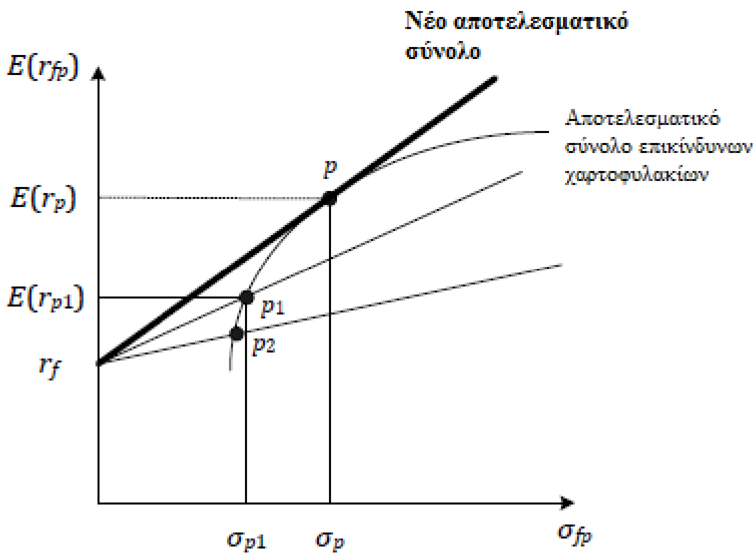
Όπως είναι αναμενόμενο ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου υπολογίζεται από τον κίνδυνο του ''επικίνδυνου'' χαρτοφυλακίου σε συνδυασμό με το ποσοστό συμμετοχής του στο χαρτοφυλάκιο FP .

Επομένως επάγεται ότι $w_p = \frac{\sigma_{FP}}{\sigma_p}$ και η απόδοση του χαρτοφυλακίου υπολογίζεται από την σχέση:

$$E(r_{FP}) = (1 - w_P) * r_F + w_P * E(r_P) = \left(1 - \frac{\sigma_{FP}}{\sigma_P}\right) * r_F + \frac{\sigma_{FP}}{\sigma_P} * E(r_P)$$

$$= r_F + \frac{E(r_P) - r_F}{\sigma_p} * \sigma\_FP$$

Από την παραπάνω σχέση διαπιστώνουμε πως η απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι μια γραμμική συνάρτηση του κινδύνου και συνεπώς σε ένα διάγραμμα απόδοσης/κινδύνου αναπαριστάται με μια γραμμή η οποία τέμνει τον κάθετο άξονα της απόδοσης στο σημείο r_F . Το αποτελεσματικό σύνολο με ακίνδυνο χρεόγραφο αποδίδεται γραφικά παρακάτω:



Σχήμα 2.3.1: Αποτελεσματικό μέτωπο με εισαγωγή ακίνδυνου χρεογράφου

Τα χαρτοφυλάκια που είναι εφικτό να κατασκευαστούν βρίσκονται πάντα πάνω σε κάποια από τις γραμμές που τέμνουν τον κάθετο άξονα της απόδοσης στο σημείο r_F .Είναι δυνατόν να επιλεχθούν διαφορετικά επικίνδυνα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια για την κατασκευή του χαρτοφυλακίου *FP*, αυτό διότι το χαρτοφυλάκιο *FP* προκύπτει ως συνδυασμός του ακίνδυνου χρεογράφου και κάποιου επικίνδυνου αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου.

Η ασφαλέστερη εκ των επιλογών όμως είναι το επικίνδυνο αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο P, το οποίο προσδιορίζεται από το σημείο στο οποίο η αντικειμενική συνάρτηση εφάπτεται του αποτελεσματικού συνόλου των επικίνδυνων χαρτοφυλακίων.

Το χαρτοφυλάκιο P περιλαμβάνει m επικίνδυνα χρεόγραφα σε κάθε ένα από τα οποία έχει βαθμό έκθεσης $w_1, w_2, \dots, w_m$, έτσι ώστε $w_1, w_2, \dots, w_m$, να αθροίζουν στη μονάδα. (w_F συμβολίζεται το ποσοστό συμμετοχής του ακίνδυνου χρεογράφου στο χαρτοφυλάκιο *F P).* Για την σύνθεση του χαρτοφυλακίου P απαιτείται ο προσδιορισμός των $w_1, w_2, \dots, w_m$,. Εφόσον επομένως το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο F_P είναι συνδυασμός του χαρτοφυλακίου P με το ακίνδυνο χρεόγραφο F, θα πρέπει να προσδιοριστεί και το ποσοστό συμμετοχής w_F του ακίνδυνο χρεογράφου στο τελικό χαρτοφυλάκιο. Η απόδοση και ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου F_Pπροσδιορίζονται ως εξής:

$$E(r_{FP}) = w_F * r_F + \sum_{i=1}^{m} w_i * E(r_i) \; = (1 - \sum_{I=1}^{m} w_i) * r_F = \; \sum_{i=1}^{m} w_i * E(r_i) =$$

$$= r_F + \sum_{I=1}^{m} w_i * (E(r_i) - r_F)$$

$$\sigma_{FP} = \sum_{\iota=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} w_i * w_j * \sigma_{ij}$$

Η πιο απλά σε διανυσματική μορφή:

$$\mathrm{E}(r_{FP}) = r_F + (r - r_F * e)^T * w$$

$$\sigma_{FP} = w^T * V * W$$

Το πρόβλημά μας επομένως ανάγεται στο απλό πρόβλημα βελτιστοποίησης:

$\min \sigma_{FP}^2 = \frac{1}{2} * w^T * V * w$

Υπό τους περιορισμούς:

$$r_F + (r - r_F * e)^T * w = R$$

$$\mathrm{w} \epsilon \mathbb{R}$$

Χρησιμοποιώντας την μέθοδο των πολλαπλασιαστών Lagrange προκύπτει:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} * w^T * V * w + \lambda * [R - r_F - (r - r_F * e)^T * w$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w} = 0 \rightarrow V * w - \lambda * (r - r_F * e) = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \rightarrow R - r_F - (r - r_F * e)^T * w = 0$$

Επιλύοντας ως προς w βρίσκουμε:

$$w = \lambda * V^{-1}(r - r_F * e)$$

Όπου w το διάνυσμα που προσδιορίζει τη σύνθεση του επικίνδυνου χαρτοφυλακίου P.

Το ποσοστό w_F με το οποίο συμμετέχει το ακίνδυνο χρεογράφου στο χαρτοφυλάκιο FP υπολογίζεται ως εξής:

$$w_F = 1 - \sum_{\iota=1}^{m} w_i$$

Ο κίνδυνος του βέλτιστου χαρτοφυλακίου προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$V * w - \lambda * (r - r_F * e) = 0 \rightarrow$$

$$w^T * V * w - \lambda * w^T * (r - r_F * e) = 0 \rightarrow$$

$$\sigma_{FP}^2 - \lambda(R - r_F) = 0 \rightarrow$$

$$\sigma_{FP}^2 = \frac{(R - r_F)^2}{d}$$

Από όπου προκύπτει:

$$R = r_F + \sigma\_FP\sqrt{d}$$

2.4 Τεχνικές προσδιορισμού αποτελεσματικών μετώπων

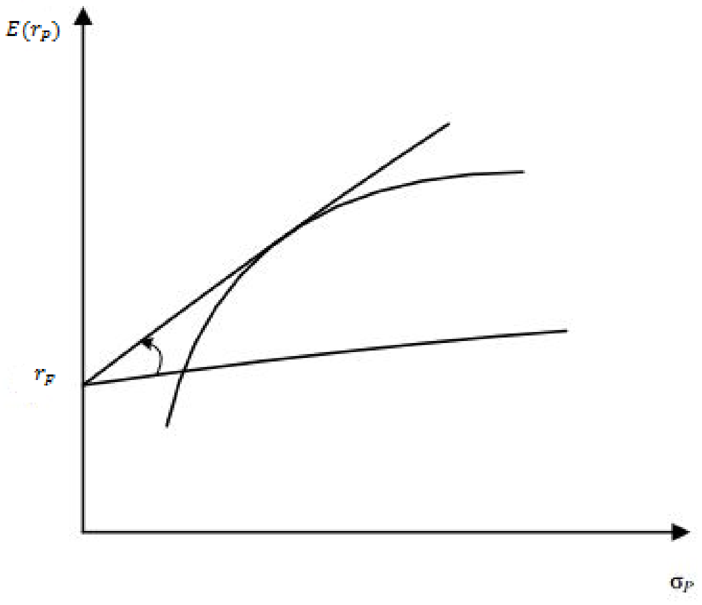
Στην παράγραφο αυτή θα παρουσιάσουμε τεχνικές προσδιορισμού αποτελεσματικών μετώπων στην γενικευμένη περίπτωση m χρεογράφων. Πιο συγκεκριμένα θα εξετάσουμε τις εξής περιπτώσεις:

i) Δυνατότητα επένδυσης στο ακίνδυνο χρεόγραφο υφίσταται και δεν υπάρχει απαγόρευση ανοιχτών πωλήσεων.
ii) Δυνατότητα επένδυσης στο ακίνδυνο χρεόγραφο δεν υφίσταται και δεν υπάρχει απαγόρευση ανοιχτών πωλήσεων.
iii) Δυνατότητα επένδυσης στο ακίνδυνο χρεόγραφο υφίσταται και υπάρχει απαγόρευση ανοιχτών πωλήσεων.

iv) Δυνατότητα επένδυσης στο ακίνδυνο χρεόγραφο δεν υφίσταται και υπάρχει απαγόρευση ανοιχτών πωλήσεων.

Ανάλυση Πρώτης περίπτωσης

Όπως έχει προαναφερθεί όταν εισάγεται ακίνδυνο χρεόγραφο επάγεται ότι υπάρχει ‘’επικίνδυνο’’ χαρτοφυλάκιο το οποίο θα προτιμάται από τα υπόλοιπα. Στην περίπτωση τώρα που έχουμε και δυνατότητα εισαγωγής ακίνδυνου χρεογράφου και επιτρεπόμενες τις ανοιχτές πωλήσεις το αποτελεσματικό μέτωπο προσδιορίζεται με βάση την παραδοχή πως η ευθεία μεταξύ ακίνδυνου χρεογράφου και βέλτιστου χαρτοφυλακίου είναι αυτή με την μέγιστη κλίση όπως αποδίδεται και παρακάτω γραφικά:



Σχήμα 2.4.1: Αποτελεσματικό μέτωπο με εισαγωγή ακίνδυνου χρεογράφου και δυνατότητα ανοιχτών πωλήσεων

Η διαφορά ανάμεσα στην αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου και στην απόδοση του ακίνδυνου χρεογράφου ονομάζεται επιπρόσθετη απόδοση του χαρτοφυλακίου. Ο λόγος της επιπρόσθετης απόδοσης του χαρτοφυλακίου προς την τυπική του απόκλιση ισούται με την κλίση της ευθείας που συνδέει το ακίνδυνο χρεόγραφο με ένα χαρτοφυλάκιο επικίνδυνων χρεογράφων.

Βασιζόμενοι στα παραπάνω θα διατυπώσουμε το μαθηματικό πρόβλημα για τον προσδιορισμό του αποτελεσματικού μετώπου ως εξής:

max $\bar{\theta} = \frac{\overline{R_P} - R_F}{\sigma_P}$

Υπό τον περιορισμό: $\sum_{i=1}^{N} X_i = 1$

Για την επίλυση του ανωτέρω προβλήματος βελτιστοποίησης υπό περιορισμούς μπορούν να χρησιμοποιηθούν διάφορες τεχνικές όπως αυτή της χρήσης πολλαπλασιαστών Lagrange. Μια άλλη λύση θα ήταν να ενσωματώσουμε τον περιορισμό του προβλήματος στην αντικειμενική συνάρτηση και στην συνέχεια να την μεγιστοποιήσουμε χωρίς περιορισμούς.

Λαμβάνοντας υπόψιν ότι:

$R_F = R_F * (\sum_{I=1}^{N} X\_i) = \sum_{i=1}^{N} X_i * R_F$

Η αντικειμενική συνάρτηση γράφεται:

$$\theta = \frac{\sum_{\iota=1}^{N} X_\iota * (\overline{R_i} - R_F)}{\sqrt{(\sum_{i=1}^{N} X_i^2 * \sigma_\iota^2 + \sum_{\iota=1}^{N} \sum_{j=1, j\neq i}^{N} X_i * X_j * \sigma_{ij})}}$$

Εάν ληφθούν όλες οι μερικές παράγωγοι $\frac{\partial \theta}{\partial X_K}$ και τεθούν ίσες με μηδέν τότε προκύπτει σύστημα εξισώσεων η επίλυση του οποίου μας δίνει τα ποσοστά X_K του επενδυόμενου ανά χειρόγραφο κεφαλαίου για τα οποία μεγιστοποιείται η αντικειμενική συνάρτηση θ.

$$\frac{\partial \theta}{\partial X_K} = 0 \rightarrow$$

$(\overline{R_K}\text{-}R\_F) * (\sum_{i=1}^{N} X_i^2 * \sigma_\iota^2 \; + \sum_{\iota=1}^{N} \sum_{j=1, j\neq i}^{N} X_i * X_j * \sigma_{ij})^{-\frac{1}{2}} +$

$[\sum_{i=1}^{N} X_i (\overline{R_i} - R\_F)] * \frac{((-\frac{1}{2}) * (\sum_{\iota=1}^{N} \sum_{j=1, j\neq i}^{N} X_i * X_j * \sigma_{ij}))^{-\frac{3}{2}}}{2X_K * \sigma_\kappa^2 + 2\sum_{j=1, j\neq k}^{N} X_J * \sigma_{kj}} \quad =0$

$(\overline{R_K}\text{-}R\_F) - \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i (\overline{R_i} - R\_F}{\sum_{i=1}^{N} X_i^2 * \sigma_\iota^2 \; + \sum_{\iota=1}^{N} \sum_{j=1, j\neq i}^{N} X_i * X_j * \sigma_{ij}} (X_K * \sigma_\kappa^2 + \sum_{j=1, j\neq k}^{N} X_j * \sigma_{ij}) = 0$

Θέτουμε:

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_I * (\overline{R_I} - R_F)}{\sum_{\iota=1}^{N} \sum_{j=1, j\neq i}^{N} X_i * X_j * \sigma_{ij}}$$

$\overline{R_K}$-$R\_F - \lambda$*$(X_K * \sigma_\kappa^2 + \sum_{j=1, j\neq k}^{N} X_j * \sigma_{ij}) = 0$

$\overline{R_K}$-$R_F = \lambda * X_K * \sigma_\kappa^2$ +$\lambda * \sum_{j=1, j\neq k}^{N} X_j * \sigma_{ij}$

Ορίζω νέα μεταβλητή $Z_K = \lambda * X_K$

Προκύπτει επομένως :

$$R_I - R_F = Z_1\sigma_{1\iota} + Z_2\sigma_{2\iota} + \cdots . + Z_I\sigma_\iota^2 + \cdots . + Z_{N-1}\sigma_{(N-1)I} + Z_N\sigma_{N\iota}$$

Αν επιλύσουμε το ανωτέρω σύστημα για τις τιμές $Z_1, Z_2, \ldots Z_N$ και κάνοντας χρήση της εξίσωσης $X_K = \frac{Z_K}{\sum_{I=1}^{N} Z_\iota}$, βρίσκουμε τα X_K επενδυόμενα ανά χρεόγραφο ποσοστά κεφαλαίου.

Ανάλυση δεύτερης περίπτωσης

Σε αυτή την περίπτωση οι ανοιχτές πωλήσεις επιτρέπονται αλλά δεν υπάρχει η δυνατότητα επένδυσης στο ακίνδυνο χρεόγραφο. Για χάριν της επίλυσης αυτού του προβλήματος ακολουθείται η ίδια μεθοδολογία με αυτήν που παρουσιάστηκε παραπάνω. Κάνοντας την θεώρηση υποθετικής ύπαρξης του ακίνδυνου χρεογράφου υπολογίζουμε το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο για κάθε απόδοσή του RF(Risk Free) έως ότου σαρωθεί όλο το αποτελεσματικό μέτωπο.

Ανάλυση τρίτης περίπτωσης

Θα ασχοληθούμε τώρα με την περίπτωση που απαγορεύονται οι ανοιχτές πωλήσεις αλλά υπάρχει η δυνατότητα επένδυσης στο ακίνδυνο χρεόγραφο. Το πρόβλημα είναι ίδιο με αυτό της πρώτης περίπτωσης με διαφορά την εισαγωγή του περιορισμού ότι λόγω απαγόρευσης ανοιχτών πωλήσεων θα πρέπει τα ποσοστά επένδυσης σε κάθε χρεόγραφο να είναι μεγαλύτερα ίσα του μηδέν (θετικά ή ίσα με μηδέν).

Το πρόβλημα διατυπώνεται μαθηματικά ως εξής:

max $\theta = \frac{\overline{R_P} - R_F}{\sigma_\rho}$

Υπό τους περιορισμούς : $\sum_{i=1}^{N} X_i = 1$, $X_i \geq 0$

Το παραπάνω πρόβλημα αποτελεί πρόβλημα τετραγωνικού προγραμματισμού. Οι περιορισμοί είναι γραμμικοί ενώ η αντικειμενική συνάρτηση περιέχει όρους δευτέρας τάξης (X_i^2 ,$X_i * X_j$) . Για την επίλυση αυτού του είδους των προβλημάτων χρησιμοποιούνται αλγόριθμοι βασιζόμενοι στις συνθήκες Kuhn-Tucker, με την υπόθεση ότι αν μία λύση τις ικανοποιεί τότε η λύση αυτή ανήκει στο βέλτιστο χαρτοφυλάκιο.

Η πρώτη συνθήκη Kuhn-Tucker είναι η συνθήκη :

$$\frac{\partial\theta}{\partial X_i} \leq 0 \; για \; X_i \geq 0$$

Ή εναλλακτικά : $\frac{\partial\theta}{\partial X_i} + U_i = 0$

Η συνθήκη αυτή αφορά τον περιορισμό μεγιστοποίησης της συνάρτησης για αρνητικά ποσοστά επένδυσης στα χρεόγραφα. Δεν επιτρέπεται δηλαδή $X_i \leq 0$ και κατ' επέκταση δεν επιτρέπεται η πρώτη παράγωγος να παίρνει θετικές τιμές , $\frac{\partial\theta}{\partial X_I} \geq 0$.

Από την πρώτη συνθήκη Kuhn - Tucker προκύπτει:

$$X_i > 0 \rightarrow \frac{\partial\theta}{\partial X_i} \leq 0 \rightarrow U_i = 0$$

$$X_i = 0 \rightarrow \frac{\partial\theta}{\partial X_i} < 0 \rightarrow U_i > 0$$

Οι παραπάνω σχέσεις αποτελούν την δεύτερη συνθήκη Kuhn-Tucker και σε ενοποιημένη μορφή γράφονται:

$$X_i * U_i = 0$$

$$X_i = 0$$

$$U_i = 0$$

Άρα αν συνοψίσουμε όλες τις συνθήκες Kuhn – Tucker θα έχουμε:

$$\frac{\partial\theta}{\partial X_i} + U_i = 0$$

$$X_i * U_i = 0$$

$$X_i \geq 0$$

$$U_i \geq 0$$

Αν μια λύση ικανοποιεί τις παραπάνω συνθήκες θα αντιστοιχεί σε βέλτιστο χαρτοφυλάκιο του αποτελεσματικού μετώπου.

Ανάλυση τέταρτης περίπτωσης

Ας εξετάσουμε τώρα την περίπτωση που δεν επιτρέπονται οι ανοιχτές πωλήσεις και δεν υπάρχει και η δυνατότητα επένδυσης στο ακίνδυνο χρεόγραφο. Στην περίπτωση αυτή για να προσδιορίσουμε το αποτελεσματικό μέτωπο ελαχιστοποιούμε τον κίνδυνο για διάφορες τιμές της απόδοσης, ενώ παράλληλα τηρούμε τους περιορισμούς ότι τα ποσοστά επένδυσης ανά χρεόγραφο πρέπει να είναι θετικά η μηδέν και να αθροίζουν στην μονάδα.

Μαθηματική διατύπωση του προβλήματος

$\min \sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{N} X_i^2 * \sigma_i^2 \quad + \quad \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1, j \neq i}^{N} X_i * X_j * \sigma_{ij}$

Υπό τους περιορισμούς: $\sum_{\iota=1}^{N} X_\iota = 1, \quad \sum_{\iota=1}^{N} (X_\iota * \overline{R}_i) = R_P$ και $X_i \geq 0$

Το πρόβλημα όπως διατυπώθηκε παραπάνω αντιστοιχεί στο υπόδειγμα μέσου διακύμανσης όπως αυτό διατυπώθηκε από τον Markowitz (1952).

Είναι ένα πρόβλημα τετραγωνικού προγραμματισμού και η σάρωση του αποτελεσματικού μετώπου γίνεται με μεταβολές της αναμενόμενης απόδοσης $\overline{R_P}$ μεταξύ των τιμών των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου ελαχίστου κινδύνου και του χαρτοφυλακίου μέγιστης απόδοσης.

2.5:Διατύπωση θεωρίας ενεργητικής διαχείρισης χαρτοφυλακίου

Η ενεργητική διαχείριση χαρτοφυλακίου επιδιώκει αποδόσεις οι οποίες υπολογισμένες σε κανονικοποιημένη βάση κινδύνου και αφαιρούμενων των εξόδων συναλλαγής υπερβαίνουν τις αποδόσεις προτύπων χαρτοφυλακίων (benchmark portfolios) που έχουν τεθεί ως μέτρα σύγκρισης.

Αν επιτευχθεί αυτός ο στόχος θεωρείται ότι έχει επιτευχθεί θετικό άλφα (positive alpha) ενώ η υπέρβαση της απόδοσης του δείκτη πρότυπο αναφοράς από τον δείκτη ενεργητικού χαρτοφυλακίου χαρακτηρίζεται ως υπέρβαση της αγοράς (beat of the market).

Βασικό πλεονέκτημα ενεργητικών στρατηγικών διαχείρισης είναι ότι η συμπεριφορά των σχεδιαζόμενων τοποθετήσεων δεν είναι απαραίτητα συνδεδεμένη με την πορεία της αγοράς. Κατά συνέπεια ακόμα και σε περίοδο γενικευμένης πτώσεις ο επενδυτής έχει την δυνατότητα επίτευξης εντυπωσιακών αποδόσεων ανάλογα πάντα με το προφίλ και τις ιδιαίτερες προτιμήσεις του.

Ωστόσο ,τα έξοδα συναλλαγής και διαχείρισης, χαρτοφυλακίου ενεργητικής επενδυτικής στρατηγικής είναι πολύ υψηλά λόγω της απαίτησης συχνού ανασχεδιασμού του χαρτοφυλακίου. Επίσης δεύτερο αρνητικό χαρακτηριστικό της ενεργητικής διαχείρισης χαρτοφυλακίου είναι η έκθεση του επενδυτή σε δύο είδη κινδύνου. Τον κίνδυνο της αγοράς καθώς και τον ειδικό κίνδυνο που συνδέεται με έκαστο χρεόγραφο.

Η στρατηγική ενεργητικής διαχείρισης επενδυτικού χαρτοφυλακίου είναι εξαιρετικά πολύπλοκη διαδικασία. Χαρακτηριστικό παράδειγμα το ότι στις Η.Π.Α στην περίοδο 1980-2004 σε 64 από τις 96 τριμηνιαίες περιόδους λιγότερα από τα μισά αμοιβαία κεφάλαια κατάφεραν να υπερβούν τις αποδόσεις του δείκτη S&P 500 (Reilly and Brown, 2006).

Αντίστοιχα στο Ηνωμένο Βασίλειο μόλις μία στις τέσσερις ενεργητικές τοποθετήσεις κατάφεραν απόδοση που να υπερβαίνει τον δείκτη σε περίοδο 5ετίας (Beasley et al., 2003).

Οι ενεργητικές στρατηγικές διαχείρισης χαρτοφυλακίου ταξινομούνται σε τρείς κατηγορίες:

α) τις στρατηγικές θεμελιώδους ανάλυσης (fundamental analysis strategies),

β) τις στρατηγικές τεχνικής ανάλυσης (technical analysis strategies), και

γ) τις στρατηγικές χαρακτηριστικών (attributes strategies) και ανωμαλιών (anomalies strategies).

Θεμελιώδης Ανάλυση

Στόχος της είναι να αναλυθούν και να αξιοποιηθούν τα βασικά οικονομικά μεγέθη μιας εταιρείας (πωλήσεις, μερίσματα , χρηματορροές, χρέος) και να εκτιμηθεί η πραγματική/ εσωτερική αξία της μετοχής. Ακολούθως η αξία αυτή συγκρίνεται με την χρηματιστηριακή αξία της μετοχής και αν υφίσταται σημαντική διαφορά τότε το υπό εξέταση χρεόγραφο είναι εσφαλμένα αποτιμημένο. Αν η χρηματιστηριακή αξία είναι μικρότερη από την πραγματική μιλάμε για υποτιμημένο χρεόγραφο ενώ σε αντίθετη περίπτωση για υπερτιμημένο.

Η θεμελιώδης ανάλυση πραγματοποιείται σε δύο κατευθύνεις , είτε με προσέγγιση από πάνω προς τα κάτω (top-down approach) δηλαδή με απαρχή το γενικό οικονομικό κλίμα παραγωγή συμπερασμάτων για την πορεία συγκεκριμένων εταιρειών , είτε με προσέγγιση από κάτω προς τα πάνω (bottom-up approach) όπου οι προβλέψεις για μεμονωμένες εταιρείες αποδίδουν διευρυμένα συμπεράσματα για κλάδους και το γενικό οικονομικό κλίμα.

Άλλη ιδιαίτερα δημοφιλής στρατηγική είναι η στρατηγική της περιστροφής (rotation strategy) . Η στρατηγική αυτή έχει στόχο την εκμετάλλευση των όποιων συγκυριών εμφανίζονται στην αγορά είτε σε επίπεδο επενδυτικών προϊόντων είτε κλάδων.

Μία ακόμη στρατηγική υπαγόμενη στην θεμελιώδη ανάλυση είναι η στρατηγική με βάση την λογιστική κατάσταση μιας εταιρείας (financial statement analysis) . Στόχος της στρατηγικής αυτής είναι να εκτιμηθεί η ορθότητα μιας επενδυτικής τοποθέτησης μέσω της εικόνας της χρηματοοικονομικής κατάστασης της εταιρείας.

Για να πραγματοποιηθεί η προαναφερθείσα εκτίμηση γίνεται χρήση των χρηματοοικονομικών αριθμοδεικτών (financial ratios), ειδικότερα των αριθμοδεικτών ρευστότητας, δραστηριότητας, αποδοτικότητας ή κερδοφορίας, διάρθρωσης κεφαλαίων και βιωσιμότητας και των επενδυτικών αριθμοδεικτών. Για να επάγονται ασφαλή συμπεράσματα από την ανάλυση λογιστικών καταστάσεων με αριθμοδείκτες θα πρέπει αυτοί να συγκρίνονται με τους αντίστοιχους αριθμοδείκτες ανταγωνιστικών εταιρειών αλλά και να αξιολογούνται σε βάθος χρόνου.

Ένα ιδιαίτερα κρίσιμο ζήτημα που σχετίζεται με την ανάλυση λογιστικών καταστάσεων μελετάται από τους Xidonas et al. (2009a ,2009e) και αφορά τις ιδιαιτερότητες λογιστικού επιπέδου που ανακύπτουν κατά τη διαδικασία χρηματοοικονομικής αξιολόγησης μιας εταιρείας. Κάθε εταιρεία πρέπει να χρησιμοποιεί συγκεκριμένο πλέγμα αριθμοδεικτών το οποίο επιλέγεται ως κατάλληλο ανάλογα με το αντικείμενο και την δραστηριότητά της.

Στρατηγικές Τεχνικής Ανάλυσης

Εν αντιθέσει με τις στρατηγικές θεμελιώδους ανάλυσης οι στρατηγικές τεχνικής ανάλυσης αφορούν την εξαγωγή συμπερασμάτων μέσω της εξέτασης ιστορικών δεδομένων που αφορούν αυστηρά τους όγκους και τις τιμές συναλλαγών κάθε μετοχής και όχι τα οικονομικά μεγέθη της εταιρείας.

Η τεχνική ανάλυση βασίζεται στην θεωρία Dow (Dow Theory) με βάση την οποία οι τιμές των μετοχών συμμετέχουν σε τρείς τύπους τάσεων:

α) την κύρια τάση

β) την δευτερεύουσα τάση

γ)την τριτογενή ή ελάσσονα τάση

Η πρώτη περιγράφει μακροπρόθεσμη συμπεριφορά τιμών με εύρος διάρκειας μερικών μηνών έως ετών, η δεύτερη βραχυπρόθεσμες αποκλίσεις τιμών από μερικές εβδομάδες έως μερικούς μήνες και η Τρίτη αφορά ημερήσιες ή εβδομαδιαίες το πολύ διακυμάνσεις.

Οι κανόνες διαπραγμάτευσης που χρησιμοποιούνται σε αυτού του είδους τις στρατηγικές είναι οι εξής:

- Αντίθεσης
- Έξυπνου χρήματος
- Ορμής
- Τιμής & Όγκου συναλλαγών

Η πρώτη προσέγγιση αφορά επενδύσεις που αντιτίθενται στο κύριο ρεύμα των επενδυτών, η δεύτερη επενδύσεις βασιζόμενες στην συμπεριφορά των ’’έξυπνων’’ επενδυτών , η τρίτη αφορά επενδύσεις που ακολουθούν το κύριο ρεύμα της αγοράς και η τέταρτη προσέγγιση αφορά επενδύσεις που προκύπτουν από επεξεργασία ιστορικών δεδομένων τιμών και όγκων συναλλαγών των μετοχών.

Βασικότερα εργαλεία της τεχνικής ανάλυσης είναι τα:

α)Γραφήματα, όπως για παράδειγμα :

- ράβδοι
- ράβδοι με ανοίγματα
- γιαπωνέζικες ράβδοι
- γραμμές

β)Τεχνικοί δείκτες , όπως για παράδειγμα:

- Κινητοί μέσοι
- Τομές κινητών μέσων
- Σύγκλιση-Απόκλιση κινητών μέσων
- Όγκος ισορροπίας
- Ορμή
- Δείκτες σχετικής αντοχής
- Ταλαντωτής όγκου συναλλαγών
- Λωρίδες Bollinger

Στρατηγικές χαρακτηριστικών και ανωμαλιών

Η συγκεκριμένη κατηγορία ενεργητικής στρατηγικής διαχείρισης επενδυτικού χαρτοφυλακίου αφορά μεμονωμένα χαρακτηριστικά των χρεογράφων είτε ανωμαλίες της αγοράς και κατηγοριοποιείται στις εξής τρείς διακριτές στρατηγικές:

α)Χαρακτηριστικών

β)Επενδυτικών Στυλ

γ)Ανωμαλιών της αγοράς

Στρατηγικές Χαρακτηριστικών

Βασίζονται στην χρήση διαφόρων δεικτών όπως *κέρδη ανά μετοχή , λογιστική προς χρηματιστηριακή αξία εταιρείας , χρηματιστηριακή προς λογιστική τιμή μετοχής δείκτης P/E προς ρυθμό αύξησης κερδών* …κλπ.

Στρατηγικές Επενδυτικών Στυλ

Αναπτύσσονται πάνω στους άξονες του μεγέθους και της αξίας-ανάπτυξης. Το σύνολο των δυνατών συνδυασμών επενδυτικών προσεγγίσεων δημιουργεί το παρακάτω πλέγμα:

Μεγάλο Μέγεθος

Large Cap Value	***Large Cap Blend***	***Large Cap Growth***
Mid Cap Value	***Mid Cap Blend***	***Mid Cap Growth***
Small Cap Value	***Small Cap Blend***	***Small Cap Growth***

Μικρό Μέγεθος

Αξία ⟷ Ανάπτυξη

Στρατηγικές Ανωμαλιών Αγοράς

Σε αυτή την κατηγορία εμπίπτουν στρατηγικές που βασίζονται σε ανωμαλίες της αγοράς οι οποίες καθιστούν αδύνατη την πρόβλεψη αποδόσεων με κλασικά μοντέλα αποτίμησης . Οι στρατηγικές αυτές διαχωρίζονται σε κατηγορίες ως εξής:

α)Στρατηγικές σχετιζόμενες με Ημερολογιακά Σύνδρομα:

- Σύνδρομο Ιανουαρίου: Τον μήνα Ιανουάριο σημειώνονται σταθερά υψηλότερες μέσες αποδόσεις σε σύγκριση με άλλους μήνες
- Σύνδρομο Ημέρας Εβδομάδος: Οι συνεδριάσεις κατά την Δευτέρα κλείνουν ισχυρά καθοδικά ενώ κατά την Παρασκευή ισχυρά ανοδικά.
- Σύνδρομο Διακοπών: Οι μέσες αποδόσεις ημερών που προηγούνται ή ακολουθούν περιόδους που είναι κλειστά τα χρηματιστήρια είναι πολύ υψηλότερες των υπολοίπων ημερών.

β) Στρατηγικές σχετιζόμενες με Σύνδρομο Παραμελημένων Εταιριών:

Έχει αποδειχθεί ότι ανεξαρτήτως μεγέθους οι αποδόσεις εταιρειών που δεν προτιμώνται από το επενδυτικό κοινό είναι σταθερά υψηλότερες από τις αποδόσεις μετοχών που σταθερά ακολουθεί η πλειοψηφία του επενδυτικού κοινού.

Κεφάλαιο 3: Επισκόπηση συσχετιζόμενων μεθοδολογιών

Στο παρόν κεφάλαιο θα αναφερθούμε επιγραμματικά στις σημαντικότερες δημοσιεύσεις των τελευταίων ετών που αφορούν ενεργητική διαχείριση επενδυτικού χαρτοφυλακίου. Στο τέλος της διπλωματικής εργασίας ακολουθεί παράρτημα με θεωρητική επεξήγηση μέρους της σύνθετης ορολογίας που περιέχεται στις δημοσιεύσεις που θα παρατεθούν.

Active Portfolio Management with benchmarking: A frontier based on alpha.

Η ενεργητική διαχείριση χαρτοφυλακίου συχνά αφορά την επιλογή επενδυτικού χαρτοφυλακίου με ελαχιστοποίηση του ‘’ενεργητικού ρίσκου’’ για κέρδος απόδοσης που ξεπερνά κάποιο δείκτη, (όπου ‘’ενεργητικό ρίσκο’’ ή αλλιώς TEV- Tracking Error Variance ορίζουμε την τετραγωνική ρίζα του τετραγώνου της διαφοράς της απόδοσης του χαρτοφυλακίου με την απόδοση του δείκτη) . Ωστόσο τέτοιου είδους χαρτοφυλάκια είναι συχνά υποβέλτιστα καθώς δεν ανήκουν στο αποτελεσματικό μέτωπο μέσου διακύμανσης και είναι συνεπώς εξαιρετικά επικίνδυνα . Οι G J.Alexander, A.M.Baptista , 2010 προτείνουν μία ελκυστική μεθοδολογία για την μείωση του προβλήματος αυτού που περιλαμβάνει την επιλογή ενός χαρτοφυλακίου από το σύνολο των χαρτοφυλακίων με το ελάχιστο TEV για διάφορα επίπεδα του ex-ante alpha, οδηγώντας στο μέτωπο που θα ονομάζουμε alpha-TEV frontier. Δεδομένου ότι είναι ευρεία η χρήση του ex-post alpha για την αξιολόγηση της δράσης των διαχειριστών η χρήση του alpha-TEV frontier βοηθά στην πιο αντικειμενική αξιολόγηση των επενδυτικών χειρισμών. Επιπροσθέτως λογικές επιλογές προερχόμενες από το alpha-TEV frontier επιφυλάσσουν αρκετά μικρότερο κίνδυνο από τα κλασικά χαρτοφυλάκια προερχόμενα από στρατηγικές ενεργητικής διαχείρισης.

A dynamic model of active portfolio management with benchmark orientation

Στην παρούσα δημοσίευση ο Y. Zhaoo , 2007 μελετά δυναμικά χαρτοφυλάκια για επενδυτές που αξιολογούν την απόδοση των χαρτοφυλακίων τους συγκριτικά με κάποιο δείκτη. Θεωρούμε ότι οι αποδόσεις των χρεογράφων ακολουθούν ένα πολύ-γραμμικό μοντέλο παρόμοιο της δομής Ross (1976) [Ross, S., 1976. The arbitrage theory of the capital asset pricing model. Journal of Economic Theory, 13, 342–360] and that portfolio managers adopt a mean tracking error analysis similar to that of Roll (1992) [Roll, R., 1992. A mean/variance analysis of tracking error. Journal of Portfolio Management, 18, 13–22]. Αναπτύσσεται, συνεπώς , ένα δυναμικό μοντέλο ενεργητικής διαχείρισης χαρτοφυλακίου με μεγιστοποίηση της υπέρβασης της απόδοσης επιλεγμένου δείκτη με προσαρμοζόμενο κίνδυνο. Σε αντίθεση με την περίπτωση των συνεχώς αναλογικών χαρτοφυλακίων για δεδομένη μεγιστοποίηση ωφέλειας, η πολιτική επιλογής χαρτοφυλακίου που προτείνεται είναι εξαρτώμενη συνάρτηση της χρονικής διάρκειας του επενδυτικού ορίζοντα της απόδοσης του δείκτη και της απόδοσης του επενδυόμενου χαρτοφυλακίου. Ορίζεται ένα δυναμικό μέτρο επίδοσης που σχετίζει την απόδοση του χαρτοφυλακίου με την ευαισθησία του στον κίνδυνο. Αντικανονικές αποδόσεις ανά χρονική τιμή ποσοτικοποιούνται ως η διαφορά μεταξύ της έμπρακτης και της μοντελοποιημένης απόδοσης. Η ευαισθησία στον κίνδυνο εκτιμάται μέσω δυναμικής αντιπαραβολής που ελαχιστοποιεί τον συνολικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου. Για αναλυτικότερη περιγραφή η μελέτη εμπεριέχει την εφαρμογή της ανωτέρω μεθοδολογίας σε οχτώ αντιπροσωπευτικά αμοιβαία κεφάλαια της χρηματαγοράς των Ηνωμένων Πολιτειών.

A behavioral analysis of investor diversification

Η παρούσα δημοσίευση των A.M. Fuertes, G.Muradoglu και Belma Ozturkkal, 2011 μελετά την σχέση μεταξύ του βαθμού διαφοροποίησης επενδυτικών χαρτοφυλακίων και διαφόρων προσωπικών γνωρισμάτων των επενδυτών όπως πλεονεκτική πρόσβαση στην πληροφορία ή ακραία επενδυτική αυτοπεποίθηση. Η εν λόγω ανάλυση επενδυτικής συμπεριφοράς βασίστηκε σε αντικειμενικά δεδομένα από τον μεγαλύτερο επενδυτικό οίκο της Τουρκίας και έλαβε υπόψη 59.941 διαφορετικούς επενδυτικούς λογαριασμούς με ένα σύνολο 3.248.654 εκατομμυρίων συναλλαγών στην περίοδο 2008-2010. Οι πιο εύρωστοι οικονομικά και υψηλού μορφωτικού επιπέδου επενδυτές, εργαζόμενοι στον τομέα των χρηματοοικονομικών καθώς και εκείνοι που συναλλάσσονταν σχετικά συχνά εμφανίζουν υψηλότερα επίπεδα διαφοροποίησης στα χαρτοφυλάκιά τους πιθανότατα επειδή έχουν ευκολότερη πρόσβαση στην πληροφορία. Οικονομολόγοι, έγγαμοι επενδυτές και επενδυτές που δίνουν εντολές μεγάλου όγκου μέσω επενδυτικών κέντρων επιδεικνύουν χαμηλότερα ποσοστά διαφοροποίησης πιθανότατα λόγω υπερβολικής αυτοπεποίθησης στην επενδυτική τους δράση. Η ανάλυση αυτή αποκαλύπτει σημαντικές μη γραμμικές επιδράσεις στην επενδυτική συμπεριφορά που συνεπάγονται πως ο αντίκτυπος της υπερβολικής εμπιστοσύνης στην διαφοροποίηση δεν είναι ενιαίος για όλους τους επενδυτές αλλά επηρεάζεται από τις πληροφορίες που διαθέτει ο κάθε επενδυτής και τις διαχειριστικές του ικανότητες.

Five Myths of Active Portfolio Management

Στην παρούσα δημοσίευση ο J. B.Berk, 2005 απομυθοποιεί πέντε λανθασμένες θεωρήσεις για την ενεργητική διαχείριση χαρτοφυλακίου. Δεν είναι αληθή τα εξής:

1) Η απόδοση που επιτυγχάνουν οι επενδυτές αντικατοπτρίζει τις επενδυτικές τους ικανότητες.
2) Ο μέσος διαχειριστής ενεργητικής στρατηγικής επιλογής χαρτοφυλακίου δεν είναι επιδέξιος και συνεπώς δεν προσθέτει αξία.
3) Αν οι επενδυτές είναι ικανοί οι αποδόσεις πρέπει να είναι σταθερές και θετικές , θα πρέπει να είναι διαρκώς σε θέση να υπερβαίνουν την πορεία της αγοράς.
4) Δεδομένου ότι υπάρχει μικρή ή καθόλου συνέπεια στην πορεία απόδοσης ενός ενεργητικού χαρτοφυλακίου οι επενδυτές που καθορίζουν την δράση τους βασιζόμενοι σε παρελθοντικές αποδόσεις των χρεογράφων συμπεριφέρονται συνετά.
5) Εφόσον οι απολαβές ενός διαχειριστή επενδυτικού χαρτοφυλακίου ενεργητικής δράσης δεν βασίζονται στις αποδόσεις που επιτυγχάνει η απολαβές του δεν είναι σχετιζόμενες με την επίδοσή του.

Active Portfolio Management and Positive Alphas : Fact or Fantasy?

Πιστεύεται ευρέως ότι η διαχείριση ενεργητικού χαρτοφυλακίου μπορεί να παράγει θετικό Alpha. Η αντίληψη αυτή βασίζεται μερικώς στην πεποίθηση ότι θετικές τιμές του alpha αναπαριστούν ανισοζυγείς αποδόσεις που μπορούν να εμφανιστούν σε σύνθετες χρηματοοικονομικές αγορές. Σε αντίθεση με την διαδεδομένη αυτή άποψη η στην παρούσα μελέτη ο R. A.Jarrow , 2010 υποστηρίζει ότι θετικές τιμές του alpha παριστούν κερδοσκοπικές ευκαιρίες που παρότι επίμονες και συχνές είναι αρκετά σπανιότερες ακόμα και στις σύνθετες αγορές. Ο Jarrow ισχυρίζεται πως θετικές τιμές του alpha είναι περισσότερο φαντασία παρά γεγονός και εισάγει την έννοια ενός μη παρατηρίσιμου παράγοντα, που μπορεί να δημιουργήσει ψευδώς θετικές τιμές alpha και που επεξηγεί το παράδοξο της αραιής εμφάνισης θετικών alpha.

The Black-Litterman Model for Active Portfolio Management

Η βελτιστοποίηση επενδυτικού χαρτοφυλακίου παριστά μια πρόκληση για τους επενδυτές καθώς μικρές διαφοροποιήσεις στις αναμενόμενες αποδόσεις τείνουν να προκαλούν σημαντικές εναλλαγές στην κατανομή των βαρών οδηγώντας συχνά σε ακραία κατανομή επενδυόμενου κεφαλαίου στα διάφορα χρεόγραφα του χαρτοφυλακίου. Οι συντάκτες A.S Da Silva, W. Lee και B. Pornrojnangkool, 2009 ισχυρίζονται ότι το μοντέλο Black-Litterman (BL) μπορεί να επιτελέσει σημαντικά εποικοδομητικό ρόλο στην καταπράυνση αυτού του προβλήματος των επενδυτών καθώς συνδυάζει την ενεργητική διαχείριση χαρτοφυλακίου και την ισορροπία των αγορών μέσα από την μπαγιεσιανή προσέγγιση. Στοχεύοντας στην καλύτερη αξιοποίηση του μοντέλου αυτού από τους επενδυτές οι συντάκτες του άρθρου πραγματεύονται την ανάπτυξη του BL μοντέλου διαμέσου του παραδείγματος αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου ελαχίστου κινδύνου. Εξετάζεται ακόμη το φαινόμενο των ακούσιων συναλλαγών και του επιπρόσθετου αναλαμβανόμενου επενδυτικού ρίσκου που σχετίζονται με την παραδοσιακή εκτέλεση του BL μοντέλου σε ενεργητική διαχείριση χαρτοφυλακίου. Προτείνονται πιθανές λύσεις που οδηγούν σε ευέλικτες κατά τον δείκτη alpha εφαρμογές ενεργητικού χαρτοφυλακίου.

On the fundamental law of active portfolio management: How to make conditional Investments Unconditionally Optimal

Στην παρούσα δημοσίευση ο G.Zhou, 2008 επεξηγεί σε ένα διαχειριστή ενεργητικού χαρτοφυλακίου πώς να μετατρέψει τις περί του δείκτη alpha προβλέψεις του εις όφελός του χρησιμοποιώντας μία γραμμική στρατηγική. Αυτή η γραμμική στρατηγική είναι υπό συνθήκες βέλτιστη καθώς είναι βέλτιστη ανά περίοδο σε αναλογία με τις προβλέψεις της κάθε περιόδου. Οι επενδυτές συνήθως επιθυμούν και επιδιώκουν την άνευ όρων αυξανόμενη αξία των χαρτοφυλακίων που συνθέτουν για βάθος χρόνου ή πολλαπλές περιόδους, αυτό δεν είναι δυνατό να επιτευχθεί αν οι προγνώσεις παρουσιάζουν υψηλή κύρτωση. Για την αποφυγή του προβλήματος αυτού παρέχεται στην παρούσα δημοσίευση στρατηγική μη γραμμικής προσέγγισης των προβλέψεων με απλή οικονομική ερμηνεία. Πιο συγκεκριμένα όταν οι δείκτες alpha είναι υψηλοί ο ενεργητικού τύπου διαχειριστής χαρτοφυλακίου θα παρουσιάζει δράση λιγότερο επιθετική από αυτή που προβλέπει η γραμμική στρατηγική και όταν οι δείκτες alpha λαμβάνουν χαμηλή τιμή το αντίθετο. Αυτός ο επενδυτικός χειρισμός θα οδηγήσει σε σημαντικά υψηλότερη προστιθέμενη αξία σε βάθος χρόνου σε σύγκριση με την γραμμική μέθοδο και είναι ιδιαίτερα χρήσιμος όταν οι προγνώσεις του alpha παρουσιάζουν υψηλή κύρτωση.

On the fundamental law of Active Portfolio Management: What happens if our estimates are wrong?

Ο θεμελιώδης κανόνας διαχείρισης επενδυτικού χαρτοφυλακίου έχει μία βασική αδυναμία, ότι αγνοείται η εκτίμηση σφαλμάτων σχετιζόμενων με τις εισαγόμενες στην μεθοδολογία παραμέτρους. Στην παρούσα δημοσίευση ο G.Zhou , 2008 εκθέτει πως τα ανωτέρω εισαγόμενα σφάλματα μπορούν να καταστρέψουν την αξία του χαρτοφυλακίου αν δεν αντιμετωπιστούν κατάλληλα. Για την ελαχιστοποίηση των σφαλμάτων προτείνονται δύο μέθοδοι, η διαφοροποίηση και η κλιμάκωση. Η προσέγγιση μέσω της αρχής της διαφοροποίησης προτείνει την επένδυση και σε άλλα χαρτοφυλάκια εκτός από το βέλτιστο με στόχο την αποφυγή σφαλμάτων εκτίμησης. Η εναλλακτική προσέγγιση προτείνει την κλιμάκωση του βέλτιστου εκτιμώμενου χαρτοφυλακίου μέσω της μεγιστοποίησης της προστιθέμενης αξίας με κατάλληλη μέθοδο ανά επενδυτική δράση. Αμφότερες προσεγγίσεις μπορούν να είναι αρκετά αποτελεσματικές στην άμβλυνση του αντίκτυπου σφαλμάτων υπολογισμού στην προστιθέμενη αξία.

Does active management provide investor surplus?

Ένας καταναλωτής βιώνει το καταναλωτικό πλεόνασμα όταν πληρώνει λιγότερο από την προσδοκώμενη τιμή για ένα προϊόν. Αντίστοιχα ένας επενδυτής βιώνει το επενδυτικό πλεόνασμα όταν είναι διατεθειμένος να πληρώσει περισσότερα από την χρέωση για να επενδύσει σε ένα συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο. Στην παρούσα δημοσίευση ο B.Jacobsen, 2011 παρουσιάζει πώς μπορεί ο διαχειριστής επενδυτικού χαρτοφυλακίου να επιτύχει επενδυτικό πλεόνασμα μέσα από ασύμμετρες τιμές του δείκτη beta. Αυτό συμβαίνει όταν ο δείκτης beta για αγορές σε άνοδο είναι διαφορετικός από αυτόν για αγορές σε ύφεση. Δεδομένου ότι κανένας δεν εξαναγκάζει τους επενδυτές να τοποθετηθούν σε χαρτοφυλάκια ενεργητικής δράσης θα πρέπει να αναμένουν οφέλη που θα αντισταθμίζουν και θα υπερβαίνουν τα κόστη.

Μερικές ενεργητικές στρατηγικές για την επίτευξη αυτού είναι η διαφοροποίηση και η διαποικίληση δεικτών beta .

Horizon Diversification: Reducing Risk in a Portfolio of Active Strategies

Πρωτεύον μηχανισμός ελέγχου του επενδυτικού κινδύνου είναι η διαφοροποίηση. Η διαφοροποίηση συνήθως υλοποιείται με την διανομή χρεογράφων μεταξύ διαφόρων επενδυτικών τομέων και κατά προτίμηση με την επένδυση σε χρεόγραφα με χαμηλή συνδιακύμανση στις αποδόσεις τους. Η επιτεύξιμη μείωση επενδυτικού κινδύνου μέσω της χρήσης της διαφοροποίησης διαμέσου μιας οικονομικής κρίσης δεν είναι η αναμενόμενη καθώς η συνδιακύμανση μεταξύ διαφορετικών τομέων της αγοράς αυξάνεται. Στην παρούσα δημοσίευση οι S.Polbennikov, A.Desclee και J.Hyman πραγματεύονται μια νέα προσέγγιση στην διαχείριση του επενδυτικού κινδύνου για ενεργητικές στρατηγικές επιλογής βέλτιστου χαρτοφυλακίου. Η προσέγγιση αυτή ονομάζεται ’’διαφοροποίηση ορίζοντα’’ , αφορά την εφαρμογή ενεργητικών στρατηγικών με βάση τον δείκτη alpha σε διαφορετικούς επενδυτικούς ορίζοντες και αποτελεί εύρωστη μέθοδο μείωσης του ρίσκου.

Beyond the Sharpe ratio: An application of the Aumann–Serrano index to performance measurement

Στη συγκεκριμένη δημοσίευση οι U.Homm και C.Pigorsch, 2012 κάνουν χρήση του δείκτη Aumann–Serrano με στόχο την εισαγωγή μίας καινούργιας μεθοδολογίας εκτίμησης απόδοσης που γενικεύει την αξιολόγηση με χρήση του δείκτη Sharpe. Η νέα αυτή μετρική μέθοδος βασίζεται σε μονότονη συνάρτηση και σε στοχαστική επιλογή. Όταν οι αποδόσεις ακολουθούν την κανονική κατανομή η νέα μέθοδος είναι ανάλογη της επιλογής με βάση τον δείκτη Sharpe. Οι δύο μεθοδολογίες είναι ασυμπτωτικά ισοδύναμες καθώς οι υποκείμενες κατανομές τείνουν στην κανονική. Προτείνεται παραμετρική και μη παραμετρική εκτίμηση του νέου δείκτη απόδοσης και η εμπειρική αξιολόγηση γίνεται με χρήση δεδομένων τόσο από αμοιβαία κεφάλαια όσο και από αντισταθμιστικά κεφάλαια.

Portfolio performance evaluation with generalized Sharpe ratios: Beyond the mean and variance

Σε αυτή την δημοσίευση οι V. Zakamouline και S.Koekebakker, 2009 παρουσιάζουν μία θεωρητικά σταθερή απόδοση χαρτοφυλακίου που λαμβάνει υπ' όψιν τις υψηλότερες τιμές της κατανομής. Εισάγονται δύο μέθοδοι πρακτικής εκτίμησης του Γενικευμένου Δείκτη Sharpe, παραμετρική και μη παραμετρική. Αναφορικά με την παραμετρική προσέγγιση επιδιώκεται μία ''κλειστού σχήματος'' επίλυση της γενικευμένης μεθόδου δείκτη Sharpe όπου οι υψηλότερες τιμές κανονικοποιούνται με βάση την ανάστροφη κανονική Γκαουσιανή κατανομή. Ακόμη υποδεικνύεται πώς η γενικευμένη μέθοδος δείκτη Sharpe μπορεί να μετριάσει την εισαγωγή σφαλμάτων οφειλόμενα στο ''παράδοξο του Sharpe''. Η πειραματική εφαρμογή των προηγουμένων βασίζεται στην αξιολόγηση απόδοσης αντισταθμιστικών κεφαλαίων.

The performance of the European stock markets: a time-varying Sharpe ratio approach

Η μελέτη του J.S da Fonseca, 2010 εξετάζει την απόδοση των εθνικών χρηματιστηριακών αγορών 16 Ευρωπαϊκών χωρών (Αυστρία , Βέλγιο , Δανία , Φιλανδία , Γαλλία , Γερμανία , Ελλάδα , Ολλανδία , Ιρλανδία , Ιταλία , Νορβηγία , Πορτογαλία , Ισπανία , Σουηδία , Ελβετία και Ηνωμένο Βασίλειο) . Χρησιμοποιώντας ημερήσια δεδομένα της περιόδου μεταξύ 2 Ιανουαρίου 2001 και 30 Μαίου 2009. Οι καθημερινές αναμενόμενες αποδόσεις και η υπό προϋποθέσεις μεταβλητότητα του δείκτη υπολογίσθηκαν χρησιμοποιώντας συνδυασμό του μοντέλου αγοράς και της μακροπρόθεσμης σχέσης μεταξύ των τιμών των δεικτών. Τα παραπάνω χρησιμοποιήθηκαν σα βάση για την στατιστική σύγκριση των δεικτών απόδοσης των εξεταζόμενων χωρών σε διαφορετικές υποπεριόδους συσχετιζόμενες με διαφορετικές συνθήκες (ανάπτυξης ή ύφεσης των αγορών).

Minimum-Variance Portfolio Composition

Οι εμπειρικές μελέτες καταγράφουν ότι χαρτοφυλάκια μετοχών που είναι κατασκευασμένα έτσι ώστε να έχουν το μικρότερο δυνατό κίνδυνο έχουν εκπληκτικά υψηλή μέση απόδοση. Οι Clarke, de Silva, και Thorley, 2012 δίνουν μια αναλυτική λύση για τη μακροπρόθεσμη ελάχιστη διακύμανση του χαρτοφυλακίου με την παραδοχή ενός ενιαίου συντελεστή-πίνακα συνδιασποράς. Στην παρούσα δημοσίευση εκτίθεται ένας απλός και πρωτοποριακός τρόπος ώστε να παρέχονται αρκετές πληροφορίες για την σύνθεση χαρτοφυλακίου ελάχιστης διακύμανσης. Ο υψηλός συστηματικός κίνδυνος βγάζει την μεγάλη πλειοψηφία των χρεογράφων εκτός μακροπρόθεσμων επενδύσεων. Το σχετικά μικρό σύνολο των τίτλων που παραμένει έχει συντελεστή βήτα κάτω από ένα όριο που καθορίζεται . Η αναλογία των βήτα του χαρτοφυλακίου υπαγορεύει το τμήμα της ex-ante διακύμανσης του χαρτοφυλακίου που σχετίζεται με την αγορά . Η παρούσα δημοσίευση πιστοποιεί και απεικονίζει τα μαθηματικά που αφορούν σύνθεση χαρτοφυλακίου χρησιμοποιώντας ιστορικά στοιχεία για την αγορά των ΗΠΑ και διερευνά πώς τα αναλυτικά αποτελέσματα μοντέλων ενός παράγοντα συγκρίνονται μέσω αριθμητικής βελτιστοποίησης υπό μια γενικευμένη μήτρα συνδιακύμανσης. Τα αναλυτικά και εμπειρικά αποτελέσματα της μελέτης αυτής έδειξαν ότι αποδόσεις χαρτοφυλακίων ελαχίστου κινδύνου τεκμηριώνουν την μακροχρόνια αντίληψη του παραδοσιακού μοντέλου CAPM ότι τα χαμηλού βήτα χρεόγραφα έχουν σχετικά υψηλή μέση απόδοση.

The Performance Characteristics of Minimum Variance Portfolios

Οι M.Pritamani, S.Smith, και A.Murphy, 2012 διερευνούν την απόδοση του χαρτοφυλακίου χαμηλής μεταβλητότητας (low volatility securities). Ένα τέτοιο χαρτοφυλάκιο επενδύει σε χαμηλότερης διακύμανσης και αμυντικές μετοχές που τείνουν να έχουν χαμηλότερο beta, πράγμα που τις καθιστά λιγότερο πιθανές να ακολουθήσουν την κάμψη της αγοράς , σε δυνητική ελαφρά υποαπόδοση κατά τη διάρκεια ισχυρών ανοδικών τάσεων της αγοράς. Στο παρελθόν, χαρτοφυλάκια χαμηλής μεταβλητότητας έχουν δείξει την τάση να ξεπερνούν την αγορά . Αποδεικτικά στοιχεία αυτής της τάσης τεκμηριώνονται αναλυτικά στην παρούσα δημοσίευση.

Constrained Optimization for Portfolio Construction

Οι L. Wormald και E. van der Merwe,2012 πραγματεύονται την σχέση μεταξύ συμβατικών προσεγγίσεων για την κατασκευή της μήτρας συνδιακύμανσης για βελτιστοποίηση χαρτοφυλακίου και των διαφόρων τύπων περιορισμών που είναι διαθέσιμοι στους σύγχρονους αριθμητικούς αλγόριθμους για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης. Συγκεκριμένα, θεωρούμε ότι η χρήση του τετραγωνικού περιορισμού μπορεί να έχει εφαρμογή σε κάθε είδος κινδύνου (διακύμανσης) , όπως ο συστηματικός ή ο ειδικός , που συνδέεται με ένα μοντέλο με παράγοντα κινδύνου. Με την τοποθέτηση περιορισμών σε κάθε μέρος του κινδύνου (ίσως σε συνδυασμό με περιορισμούς για τον ολικό κίνδυνο), προκύπτουν λύσεις που διαφέρουν από τις συμβατικές .Λαμβάνεται υπόψη η χρήση αυτής της προσέγγισης υπό το φως των πρόσφατων εργασιών με έμφαση στη βελτιστοποίηση του χαρτοφυλακίου με όρους άλφα (προσδοκώμενη απόδοση) που είναι συσχετιζόμενοι με τους παράγοντες κινδύνου του μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε για την εκτίμηση του πίνακα συνδιακύμανσης. Για να φανεί η πρακτική αξία αυτής της προσέγγισης, χρησιμοποιείται ένα καλά τεκμηριωμένο σύνολο άλφα, παραθέτονται τα αποτελέσματα μιας 13ετούς προσομοίωσης των μετοχικών κεφαλαίων ανάπτυξης των ΗΠΑ -Russell 3000. Τα αποτελέσματα, τα οποία μπορεί να παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον για επενδυτές, δείχνουν πώς οι περιορισμοί που έχουν επίδραση συρρίκνωσης επί της μήτρας συνδιακύμανσης οδηγούν σε διαφορετικές κατανομές χαρτοφυλακίου από τις κλασσικές .

Κεφάλαιο 4: Προτεινόμενες μεθοδολογίες και συγκριτική αξιολόγηση

Σε αυτό το κεφάλαιο θα ασχοληθούμε με την συγκριτική ανάλυση και περιγραφή των πέντε αναφερθέντων διαφορετικών προσεγγίσεων του μαθηματικού προβλήματος εύρεσης βέλτιστου επενδυτικού χαρτοφυλακίου.

4.1 Μεθοδολογία Minimum Portfolio Variance

Minimum Portfolio Variance

Η μέθοδος MinPortVar υπολογίζει για ένα δεδομένο σύνολο χρεογράφων τον πίνακα συνδιακύμανσης και τον αξιοποιεί ως προς την ελαχιστοποίηση της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου, ανάμεσα σε όλες τις επιλογές κατανομής επενδυόμενου κεφαλαίου.

Διατύπωση Προβλήματος:

$$\min(W^T * VCV * W)$$

$$\sum_{i=1}^{N} W_i = 1$$

$$0 \leq W_i \leq 1$$

Όπου W το διάνυσμα των ποσοστών συμμετοχής κάθε χρεογράφου στο χαρτοφυλάκιο , W^T το αντίστοιχο ανάστροφο διάνυσμα και VCV ο πίνακας διακύμανσης – συνδιακύμανσης των χρεογράφων.

Ο πίνακας συνδιακύμανσης (VCV) υπολογίζεται από των πίνακα των αποδόσεων των χρεογράφων ανά εβδομαδιαία κλεισίματα (stockmatrix)

Ο πίνακας αυτός υπολογίζεται ως εξής:

$$VCV_{ij} = \sum_{k} (stockmatrix_{ik} - m_k) * (stockmatrix_{kj} - m_j)$$

Όπου m το διάνυσμα των μέσων αποδόσεων ανά χρεόγραφο.

Αξίζει να σημειωθεί ως ο πίνακας VCV είναι από την κατασκευή του θετικά ορισμένος άρα η αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποίησης είναι κυρτή οπότε υπολογιστικά δυνατή η εύρεση της θέσης του ελαχίστου.

Η υλοποίηση της μεθόδου στο υπολογιστικό περιβάλλον της Matlab έγινε σε δύο βήματα:

1) Υπολογισμός διανύσματος μέσων όρων και πίνακα συνδιακύμανσης από δοθέντα πίνακα χρεογράφων με την προγραμματιστική ρουτίνα varcovar:
$$[m\ , VCV] = varcovar(stockmatrix)$$

2) Υπολογισμός του διανύσματος W των ποσοστών συμμετοχής για το χαρτοφυλάκιο ελάχιστης διακύμανσης με χρήση της προγραμματιστικής ρουτίνας minportvar.
$$W = MinPortVar(m, VCV)$$

Επίσης επιστρέφεται η γραφική απεικόνιση του αποτελεσματικού μετώπου για την επιλογή των βέλτιστων ποσοστών συμμετοχής ανά χρεόγραφο.

Η μέθοδος minportvar επιτελεί ελαχιστοποίηση τετραγωνικού προγραμματισμού αξιοποιώντας τις ρουτίνες portstats και frontcon από το financial toolbox της matlab.

Η ρουτίνα portstats δέχεται ως είσοδο το διάνυσμα αναμενόμενων αποδόσεων m , τον πίνακα των συνδιακυμάνσεων VCV και μία αρχική τιμή για τα βάρη ώστε να εκκινήσει η τετραγωνική βελτιστοποίηση. Για την αρχικοποίηση αυτή επιλέχθηκε ίση κατανομή βαρών για κάθε χρεόγραφο:

[a b]=size(ExpCovariance);

*new_wts=(1/b)*ones(1,b);*

Με την παραπάνω εντολή ο αλγόριθμος ελαχιστοποίησης δέχεται ως αρχική τιμή για κάθε βάρος την $1/b$ όπου b είναι το πλήθος των χρεογράφων.

Όταν η ελαχιστοποίηση επιτευχθεί η προγραμματιστική ρουτίνα επιστρέφει το διάνυσμα PortRisk που περιέχει την τυπική απόκλιση ανά χρεόγραφο και αντιπροσωπεύει τον αναλαμβανόμενο κίνδυνο επένδυσης για το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο. Η συνάρτηση αυτή επιστρέφει επίσης το διάνυσμα PortReturns το οποίο περιέχει τις αναμενόμενες αποδόσεις κάθε χρεογράφου που συμμετέχει στο βέλτιστο χαρτοφυλάκιο.

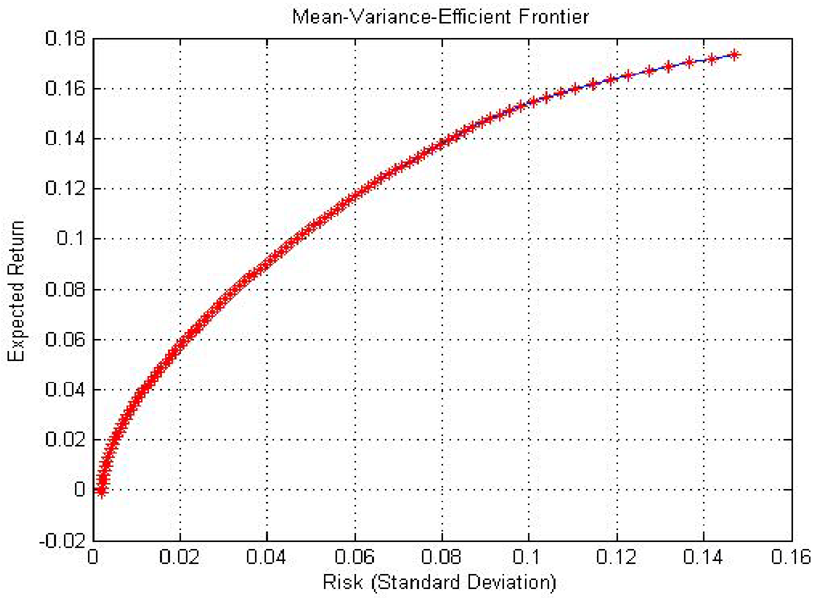
Η εντολή με την οποία γίνεται χρήση της portstats είναι η:

[PortRisk, PortReturn]=portstats(ExpReturn,ExpCovariance,new_wts);

Η ρουτίνα frontcon χρησιμοποιείται γενικά για τον υπολογισμό του αποτελεσματικού μετώπου. Δέχεται ως είσοδο το διάνυσμα των αποδόσεων m και τον πίνακα συνδιακυμάνσεων VCV και επιστρέφει τις αντίστοιχες πληροφορίες για το portfolio όπως και η portstats. Στην περίπτωσή μας καλούμε την frontcon χωρίς ''έξοδο'' ώστε να αποδώσει το αποτελεσματικό μέτωπο γραφικά. Η εντολή με την οποία καλούμε την συνάρτηση frontcon είναι:

frontcon(ExpReturn,ExpCovariance,a);

Παρατίθεται παρακάτω παράδειγμα αποτελεσματικού μετώπου



Σχήμα 1 . Αποτελεσματικό μέτωπο επεξεργασίας δεδομένων S&P500, Ιανουάριος 2008-Δεκέμβριος 2009

4.2 Μεθοδολογία Sharpe Ratio

Σε αυτή την υπολογιστική μέθοδο η εύρεση βέλτιστου χαρτοφυλακίου πραγματοποιείται μέσω της μεγιστοποίησης του δείκτη Sharpe Ratio, ο οποίος υπολογίζεται ως εξής:

$$SharpeRatio = \frac{PortReturn - RiskFree}{\sqrt{PortVar}}$$

Όπου $PortReturn$ η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου , $RiskFree$ η απόδοση του ακίνδυνου χρεογράφου όταν αυτό ορίζεται (για τους δικούς μας υπολογισμούς του έχουμε δώσει μηδενική τιμή) και $PortVar$ η διακύμανση του χαρτοφυλακίου.

Όπως παρατηρούμε ζητούμενο είναι και πάλι η ελαχιστοποίηση της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου καθώς μείωση της διακύμανσης επάγεται αύξηση της τιμής του δείκτη Sharpe.

Διατύπωση του προβλήματος:

$$\max(SharpeRatio) = max(\frac{PortReturn\ - RiskFree}{\sqrt{PortVar}})$$

$$\sum_{i=1}^{N} W_i = 1$$

$$0 \le W_i \le 1$$

Η εύρεση των ποσοτήτων PortReturn, RiskFree και PortVar επιτυγχάνεται με χρήση της ρουτίνας ελαχιστοποίησης Portopt η οποία δέχεται ως εισόδους τα ακόλουθα:

- Το διάνυσμα των αποδόσεων m
- Τον πίνακα συνδιακύμανσης VCV
- Την αρχική επιλογή βαρών w, ώστε να εκκινήσει ο αλγόριθμος ελαχιστοποίησης. Στην περίπτωσή μας χρησιμοποιούμε ίση κατανομή αρχικών βαρών ανά χρεόγραφο. Η τροφοδότηση του αλγορίθμου με αυτές τις αρχικές τιμές επιτυγχάνεται μέσω της ρουτίνας ConSet .

- Τον μέγιστο αριθμό επιτρεπτών επαναλήψεων της ελαχιστοποιητικής διαδικασίας στην περίπτωσή μας ίσο με 10^5

Η επιστροφή της portopt περιλαμβάνει

- διάνυσμα PortRisk που περιέχει τις τυπικές αποκλίσεις που αντιστοιχούν στον αναλαμβανόμενο κίνδυνο ανά χρεόγραφο.
- Το διάνυσμα PortReturn το οποίο περιέχει την αναμενόμενη απόδοση ανά χρεόγραφο.
- Τον πίνακα PortWts που είναι ο πίνακας των βαρών που αποδίδονται ανά χρεόγραφο στο βέλτιστο χαρτοφυλάκιο.

Ο υπολογισμός του δείκτη Sharpe Ratio επιτυγχάνεται με την ακόλουθη σειρά εντολών:

α)Κατασκευάζουμε την αρχική κατανομή των βαρών, που είναι και η default ρύθμιση της Matlab για την εντολή αυτή:

ConSet=portcons('Default',n);

Όπου n το πλήθος των χρεογράφων.

β)Καλούμε την portopt με τα προαναφερθέντα ορίσματα:

[PortRisk,PortReturn,PortWts]=portopt(ExpReturns,ExpCovariance,[],[],ConSet);

γ)Αντλούμε το διάνυσμα των βαρών επί του βέλτιστου χαρτοφυλακίου :

wts=PortWts(1,:);

δ)Υπολογισμός των ποσοτήτων PortReturn και PortVar:

wts=PortWts(1,:);

PortRet=wts*ExpReturns';

PortVar= sqrt(wts*ExpCovariance*wts');

ε) Υπολογισμός του δείκτη Sharpe :

Sharpe=(PortReturn-RF)/PortVar;

Αξίζει να σημειωθεί πως στην μελέτη των μοντέλων μας το ακίνδυνο χρεόγραφο λαμβάνει μηδενική τιμή οπότε όπου RF τέθηκε μηδέν.

4.3 Μεθοδολογία MAD/Semi-MAD

Η μέθοδος MAD κάνει αναζήτηση βέλτιστου χαρτοφυλακίου πραγματοποιώντας ελαχιστοποίηση του δείκτη MADindex ο οποίος περιγράφεται μαθηματικά ως εξής:

$$MADindex = \frac{\sum_k W*(Stockmatri\ \ x_i - m_i)}{N}$$

Όπου W , $Stockmatrix$, m , N είναι αντίστοιχα τα ποσοστά συμμετοχής των χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο , ο πίνακας των χρεογράφων, το διάνυσμα των μέσων τιμών των αποδόσεων και το πλήθος των συμμετεχόντων χρεογράφων.

Διατύπωση του προβλήματος:

$$\min\left(\frac{\sum_k W * (Stockmatrix_i - m_i)}{N}\right)$$

$$\sum_{i=1}^{N} W_i = 1$$

$$0 \leq W_i \leq 1$$

Το πρόβλημα για τον υπολογισμό του MADvector είναι γραμμικό κατά τμήματα οπότε απαιτείται η χρήση της ελαχιστοποιητικής ρουτίνας μη γραμμικού προγραμματισμού fmincon.

Η fmincon δέχεται τα ακόλουθα ορίσματα:

- Την αντικειμενική συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση.
  Η συνάρτηση χρησιμοποιείται από την fmincon ως υπορουτίνα του, δηλαδή απαιτείται να ορισθεί εντός του κώδικα ώστε να διαβαστεί από την fmincon επαναληπτικά όσες φορές είναι απαραίτητο.

  ```
  function M=MADfun(StockMatrix,w)

  [n m]=size(StockMatrix);
  ```

```
avg=zeros(1,m);
mMADmatrix=zeros(n,m);
MADVector=zeros(n,1);
M=0;
for i=1:1:m
 avg(i)=sum(StockMatrix(:,i))/m;
MADmatrix(:,i)=StockMatrix(:,i)-avg(i);
end
for i=1:1:n
MADVector(i)=MADmatrix(i,:)*w;
M=M+(abs(MADVector(i)))/n;
end
end
```

Εδώ stockmatrix είναι ο πίνακας των εβδομαδιαίων αποδόσεων που λαμβάνεται από τον χρήστη και w διάνυσμα βαρών που παρέχεται από την fmincon ανατροφοδοτικά.

Παρατηρούμε από τον ορισμό της αντικειμενικής συνάρτησης πως ο υπολογισμός της τιμής της εμπεριέχει την χρήση απολύτων και αυτό καθιστά αδύνατη την ελαχιστοποίηση μέσω ενός γραμμικού ή τετραγωνικού επιλυτή όπως εκείνοι που περιλαμβάνονται στο Financial Toolbox της matlab.

- Την αρχική επιλογή βαρών για την εκκίνηση του επιλυτή. Στην περίπτωσή μας επιλέγουμε ίση κατανομή βαρών ανά χρεόγραφο.

  ```
  Weights0=ones(m,1)/m;
  ```

- Το διάνυσμα
  ```
  Constraints=-52*mean(StockMatrix);
  ```
  και τον αριθμό
  ```
  b=-Annual;
  ```
  τα οποία συνδυάζονται ώστε να ισχύει ο γραμμικός περιορισμός

$$Constraints * w \leq b$$

όπως απαιτείται από τα δεδομένα του προβλήματος.

- Το διάνυσμα
  ConstraintsEq=ones(1,m);
  και τον αριθμό

  bEq=1;
  τα οποία συνδυάζονται ώστε να ικανοποιείται ο γραμμικός περιορισμός
  $ConstraintsEq * w = bEq$

  όπως απαιτείται από τα δεδομένα του προβλήματος.

- Τα διανύσματα
  Lowbound=zeros(m,1);
  Upperbound=ones(m,1);
  τα οποία θέτουν τον περιορισμό άνω και κάτω φράγματος

$$Lowbound(i) < w(i) < Highbound(i)$$

επί των βαρών w(i) ανά χρεόγραφο i.

- Τη δομή options, η οποία κατασκευάζεται με χρήση της ρουτίνας optimset, και περιλαμβάνει τις ακόλουθες επιλογές περί της ελαχιστοποίησης:

  - Επιλογή αλγορίθμου. Για το τρέχον πρόβλημα, επιλέγουμε την χρήση του γενικώς ευσταθούς αλγορίθμου interior-point. Η επιλογή αυτού του αλγορίθμου δικαιολογείται από την κυρτή μα μη ομαλή φύση του συνόρου του χωρίου επί του οποίου αναζητείται η βέλτιστη λύση του προβλήματος. Στα πλεονεκτήματα της χρήσης αυτού του αλγορίθμου, συμπεριλαμβάνονται η χρήση αραιών πινάκων που καθιστούν λιγότερο απαιτητική τη ρουτίνα ελαχιστοποίησης ως προς τους υπολογισμούς, και η δυνατότητα ανάκαμψης από σφάλματα της μορφής NaN/Inf από επανάληψη σε επανάληψη.
  - Την συνθήκη διακοπής MaxFunEvals, η οποία δεν επιτρέπει στην fmincon να πραγματοποιήσει περισσότερες από 5*10^12 κλήσεις

υπολογισμού τιμών της αντικειμενικής συνάρτησης MADfun. Η σχετική εντολή είναι:

options=optimset('Algorithm','Interiorpoint','MaxFunEvals',5*10^12);

- Επίσης επιβάλλουμε μια επιπλέον συνθήκη διακοπής, στη μορφή του μέγιστου αριθμού επιτρεπτών επαναλήψεων, τον οποίο θέτουμε ίσο με 10^3:

  options.MaxIter=1000;

Η έξοδος της fmincon περιλαμβάνει:

- Το διάνυσμα WeightsMMAD των βαρών επί του οποίου ελαχιστοποείται η αντικειμενική συνάρτηση MADfun υπό τους επιβαλλόμενους περιορισμούς.
- Την τιμή MMAD της αντικειμενικής συνάρτησης MADfun, επί του διανύσματος WeightsMMAD.

Με βάση τα προηγούμενα, η εντολή κλήσης της fmincon για το θεωρούμενο πρόβλημα είναι:

[WeightsMMAD MMAD]=
fmincon(@(w)MADfun(StockMatrix,w),Weights0,Constraints,b,ConstraintsEq,bEq,Lowbound,Upperbound,[],options);

<u>Παρατηρήσεις:</u>

1) Η εντολή @(w)MADfun δρα καλώντας την υπορουτίνα MADfun η οποία επιστρέφει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης στο διάνυσμα w. Καθώς η fmincon εκτελείται απαιτείται να υπολογισθεί η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για κάθε προσέγγιση w στην άριστη λύση w^* . Προφανώς για μεγάλο όγκο δεδομένων η fmincon θα καλέσει την MADfun αρκετές φορές ώστε να υπάρχει φόρτος υπολογισμού. Παρότι δεν το χρησιμοποιούμε στην παρούσα εργασία ο αριθμός των κλήσεων της fmincon στην αντικειμενική συνάρτηση είναι μία ευρέως χρησιμοποιούμενη συνθήκη τερματισμού.
2) Σημειώνουμε ότι το κενό όρισμα [] που δίδεται ως είσοδος στην fmincon αφορά την ύπαρξη επιπλέον μη γραμμικών συνθηκών επί του μοντέλου. Στην περίπτωσή μας δεν υπάρχουν μη γραμμικές συνθήκες οπότε εισάγουμε έναν

κενό πίνακα ώστε η fmincon να μη λάβει υπόψη μη γραμμικούς περιορισμούς.

Προτεινόμενη μεθοδολογία Semi-MAD

Η μέθοδος SemiMAD κάνει αναζήτηση βέλτιστου χαρτοφυλακίου με την βοήθεια του διανύσματος SemiMADvectror το οποίο περιγράφεται μαθηματικά από τον παρακάτω αλγόριθμο:

$$SemiMADvector = \sum_{k} W * (Stockmatrix_i - m_i)$$

$$IF\ SemiMADvector_i \leq 0 \rightarrow SMADvector_i = -SMADvector_i$$

$$ELSE\ SemiMADvector_i = 0$$

$$SemiMADindex = \frac{SemiMADvector}{N}$$

Όπως και στην περίπτωση του προβλήματος MAD έτσι και εδώ πραγματοποιούμε την ελαχιστοποίηση με την βοήθεια του δείκτη $SemiMADindex$

Περιγραφή του προβλήματος:

$$min(\ SemiMADindex)$$

$$\sum_{i=1}^{N} W_i = 1$$

$$0 \leq W_i \leq 1$$

Η κατασκευή του διανύσματος SemiMADvector ακολουθεί την κατασκευή του διανύσματος MADvector με την διαφορά πώς επιλέγει τις συνιστώσες αυτού έτσι ώστε να μηδενισθούν οι θετικές και να αντιστραφεί το πρόσημο στις αρνητικές.

Λόγω της ύπαρξης αυτής της επιλογής το πρόβλημα καθορισμού της βέλτιστης λύσης w ώστε ο δείκτης SemiMADindex να λάβει ελάχιστη τιμή εμπλέκει μία αντικειμενική συνάρτηση η οποία εμφανίζει σημαντικές ασυνέχειες στις παραγώγους. Κατά συνέπεια είναι απαραίτητη η προσοχή στην επιλογή ελαχιστοποιητικού αλγορίθμου έχοντας ως δεδομένη την πρόσθετη απαίτηση υπολογιστικής ισχύος. Επιπλέον προκύπτει και το καίριο ζήτημα της ευστάθειας του αλγορίθμου καθώς πλέον δεν εξασφαλίζεται η ομαλότητα των δεδομένων και άρα η σίγουρη σύγκλιση στη βέλτιστη λύση. Στην περίπτωσή μας χρησιμοποιήσαμε έναν κατά γενική παραδοχή ευσταθή αλγόριθμο ο οποίος συνέκλινε σχετικά γρήγορα παράγοντας εύλογα αποτελέσματα. Παρόλα αυτά η αντιμετώπιση μεγάλου όγκου δεδομένων με αυτή τη μέθοδο χρειάζεται να λαμβάνει υπόψη το αμιγώς αριθμητικό πρόβλημα της μη ευσταθούς σύγκλισης.

Λόγω της μη γραμμικής φύσης του προβλήματος προσδιορισμού της βέλτιστης λύσης w θα χρησιμοποιήσουμε όπως και προηγουμένως την ελαχιστοποιητική ρουτίνα fmincon

Όπως προηγουμένως, η fmincon δέχεται τα ακόλουθα ορίσματα:

- Την αντικειμενική συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση.

  Η συνάρτηση αυτή απαιτείται να ορισθεί εντός του κώδικα ώστε να διαβαστεί από την fmincon επαναληπτικά όσες φορές είναι απαραίτητο.

```
function SemiM=SemiMADfun(StockMatrix,w)
avg=zeros(1,m);
mMADmatrix=zeros(n,m);
MADVector=zeros(n,1);
SemiMADVector=zeros(n,1);
SemiM=0;
for i=1:1:m
 avg(i)=sum(StockMatrix(:,i))/m;
MADmatrix(:,i)=StockMatrix(:,i)-avg(i);
end
for i=1:1:n
MADVector(i)=MADmatrix(i,:)*w;
  if MADVector(i)>0 | MADVector==0
      SemiMADVector(i)=0;
      else
     SemiMADVector(i)=-MADVector(i);
      end
SemiM=SemiM+SemiMADVector(i)/n;
end
end
```

Και εδώ stockmatrix είναι ο πίνακας των εβδομαδιαίων αποδόσεων που λαμβάνεται από τον χρήστη και w διάνυσμα βαρών που παρέχεται ανατροφοδοτικά από την fmincon

- Την αρχική επιλογή βαρών για την εκκίνηση του επιλυτή. Στην περίπτωσή μας επιλέγουμε ίση κατανομή βαρών ανά χρεόγραφο.
  Weights0=ones(m,1)/m;
- Το διάνυσμα
  Constraints=-52*mean(StockMatrix);
  και τον αριθμό
  b=-Annual;

τα οποία συνδυάζονται ώστε να ισχύει ο γραμμικός περιορισμός

$$Constraints * w \leq b$$

όπως απαιτείται από τα δεδομένα του προβλήματος.

- Το διάνυσμα
  ConstraintsEq=ones(1,m);
  και τον αριθμό

  bEq=1;
  τα οποία συνδυάζονται ώστε να ικανοποιείται ο γραμμικός περιορισμός

$$ConstraintsEq * w = bEq$$

όπως απαιτείται από τα δεδομένα του προβλήματος.

- Τα διανύσματα
  Lowbound=zeros(m,1);
  Upperbound=ones(m,1);

  τα οποία θέτουν τον περιορισμό άνω και κάτω φράγματος

$$Lowbound(i) < w(i) < Highbound(i)$$

επί των βαρών w(i) ανά χρεόγραφο i.

- Τη δομή options, η οποία κατασκευάζεται με χρήση της ρουτίνας optimset, και περιλαμβάνει τις ακόλουθες επιλογές περί της ελαχιστοποίησης:

  - Επιλογή αλγορίθμου. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως για την αντιμετώπιση αυτού του μη γραμμικού προβλήματος ως προς το οποίο τίθεται ζήτημα αριθμητικής ευστάθειας , επιλέγουμε την χρήση του γενικώς ευσταθούς αλγορίθμου interior-point.Δηλαδή η επιλογή αυτού του αλγορίθμου για το παρόν πρόβλημα ελαχιστοποίησης δεν επιβάλλεται μόνο από την κυρτή μα μη ομαλή φύση του συνόρου του χωρίου όπως προηγουμένως μα επιπλέον καθίσταται επιτακτική λόγω της ασυνέχειας των παραγώγων της αντικειμενικής συνάρτησης.

  - Την συνθήκη διακοπής MaxFunEvals, η οποία δεν επιτρέπει στην fmincon να πραγματοποιήσει περισσότερες από 5*10^12 κλήσεις υπολογισμού τιμών της αντικειμενικής συνάρτησης MADfun. Η σχετική εντολή είναι:

    options=optimset('Algorithm','Interiorpoint','MaxFunEvals',5*10^12);
  - Επίσης επιβάλλουμε μια επιπλέον συνθήκη διακοπής, στη μορφή του μέγιστου αριθμού επιτρεπτών επαναλήψεων, τον οποίο θέτουμε ίσο με 10^3:

    options.MaxIter=1000;

Η έξοδος της fmincon περιλαμβάνει:

- Το διάνυσμα WeightsSemiMAD των βαρών επί του οποίου ελαχιστοποείται η αντικειμενική συνάρτηση Semi MADfun υπό τους επιβαλλόμενους περιορισμούς.
- Την τιμή SemiMAD της αντικειμενικής συνάρτησης SemiMADfun, επί του διανύσματος WeightsSemiMAD.

Με βάση τα προηγούμενα, η εντολή κλήσης της fmincon για το θεωρούμενο πρόβλημα είναι:

[WeightsSemiMAD SemiMAD]= fmincon(@(w) SemiMADfun(StockMatrix,w),Weights0,Constraints,b,ConstraintsEq,bEq,Lowbound ,Upperbound,[],options);

Παρατήρηση

Σημειώνουμε ότι η ελαχιστοποίηση των δεικτών MADindex και SemiMADindex επιτυγχάνεται μέσω του ελαχιστοποιητικού αλγορίθμου fmincon και όχι από κάποια εξειδικευμένη συνάρτηση του Financial Toolbox.

4.4 Μεθοδολογία Mixed Integer Quadratic Programming

Η μέθοδος MIQP υλοποιεί ελαχιστοποίηση της διακύμανσης του δοθέντος χαρτοφυλακίου, όταν το διάνυσμα των βαρών ανήκει σε δεδομένο ημιχώρο (κάτω από το υπερεπίπεδο κάθετο στο διάνυσμα των μέσων αποδόσεων) ενώ ταυτόχρονα τα βάρη επιτρέπεται να λάβουν τιμές ανάμεσα σε μία ελάχιστη επιθυμητή απόδοση (Low) και σε μία μέγιστη επιτρεπτή (High) .

Στα αποτελέσματα εκτός από το διάνυσμα βαρών λαμβάνουμε και ένα δυαδικό διάνυσμα το οποίο υποδεικνύει τα χρεόγραφα που θα συμμετέχουν στο επενδυτικό χαρτοφυλάκιο κάτω από τους δοθέντες περιορισμούς.

Διατύπωση προβλήματος :

$$min(W^T * VCV * W)$$

$$\sum_{i=1}^{N} W_i = 1$$

$$0 \leq W_i \leq 1$$

$$-52 * m * W \leq 0$$

$$Low \leq W_i \leq High$$

Αξίζει να σημειωθεί ότι η επιλογή των βαρών w μας αποδίδει διαφορετικά χαρτοφυλάκια τα οποία χαρακτηρίζονται από την αναμενόμενη απόδοση και την τιμή $W^T * VCV * W$. Η ποσότητα αυτή μπορεί να θεωρηθεί ως ένα μέτρο κινδύνου για το χαρτοφυλάκιο. Όπως είναι λογικό ο επενδυτής θα ήθελε να μεγιστοποιήσει την αναμενόμενη απόδοση καθώς παράλληλα ελαχιστοποιεί αυτό το μέτρο κινδύνου. Αυτές οι δύο επιδιώξεις είναι , λόγω της φύσης του προβλήματος, αντιφατικές. Μία διέξοδος από αυτό το δίλλημα είναι να ισοσκελίσουμε αυτές τις δύο απαιτήσεις. Συγκεκριμένα για ένα δεδομένο επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης να απαιτηθεί η ελαχιστοποίηση αυτού του μέτρου κινδύνου.

Το παρόν πρόβλημα ελαχιστοποίησης είναι ένα πρόβλημα τετραγωνικού προγραμματισμού . Καθώς ο πίνακας VCV είναι θετικά ημιορισμένος , η τετραγωνική μορφή $W^T * VCV * W$ θα λαμβάνει πάντοτε ελάχιστο επί του κυρτού χωρίου που ορίζουν οι περιορισμοί του προβλήματος. Το χωρίο αυτό απαρτίζεται από την τομή του υπερκύβου

$$Low \leq W_i \leq High$$

με τον ημιχώρο ανάμεσα στα υπερεπιπεδα :

$$\sum_{i=1}^{N} W_i = 1$$

και

$$-52 * m * W \leq 0$$

Παρατηρούμε εύκολα πως το χωρίο αυτό είναι κυρτό και άρα εξασφαλίζεται η ύπαρξη βέλτιστης λύσης.

Οι επιλογές ελαχιστοποιητικής ρουτίνας σε περιβάλλον matlab για το παρόν πρόβλημα είναι οι ακόλουθες:

- Η ελαχιστοποιητική ρουτίνα frontcon του financial toolbox της matlab.Η frontcon χρησιμοποιείται ευρέως για την επίλυση των προβλημάτων τετραγωνικού προγραμματισμού. Παρόλα αυτά από αλγοριθμική σκοπιά ο υπολογιστικός πυρήνας της ρουτίνας αυτής είναι η ελαχιστοποιητική ρουτίνα quadprog που αναφέρουμε παρακάτω.

- Η ελαχιστοποιητική ρουτίνα quadprog η οποία είναι κατασκευασμένη ειδικά για την αντιμετώπιση ελαχιστοποίησης προβλημάτων τετραγωνικού προγραμματισμού. Για το παρόν πρόβλημα οι ελαχιστοποιητικές ρουτίνες frontcon και quadprog είναι ισοδύναμες και παράγουν τα ίδια αποτελέσματα.
- Η ελαχιστοποιητική ρουτίνα fmincon που αξιοποιήθηκε στα προβλήματα ελαχιστοποίησης των δεικτών MMAD , SemiMAD . Η χρήση της fmincon δεν είναι πάντοτε προτιμητέα για τετραγωνικά προβλήματα έναντι της quadprog καθώς απαιτεί πολύ περισσότερο χρόνο και υπολογιστική ισχύ ώστε να παράξει την βέλτιστη λύση. Ωστόσο η ευαισθησία της quadprog στην απαίτηση θετικώς ημιορισμένου πίνακα και η ευκολία με την οποία υπεισέρχονται λάθη στους υπολογισμούς όταν ο πίνακας VCV έχει ορίζουσα κοντά στο μηδέν της μηχανής, αποτελούν σημαντικούς λόγους απώλειας ευστάθειας ειδικά ως προς τον χειρισμό πραγματικών δεδομένων. Για τους προαναφερθέντες λόγους προτιμάται η χρήση της ελαχιστοποιητικής ρουτίνας fmincon θυσιάζοντας υπολογιστικό χρόνο χάριν της ικανοποιητικής σύγκλισης στην βέλτιστη λύση.

Η χρήση της ρουτίνας fmincon για το παρόν πρόβλημα γίνεται εισάγοντας τις επόμενες επιλογές στον αλγόριθμο:

- Η αντικειμενική συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση υπολογίζεται από την ακόλουθη υπορουτίνα:

```
function res=miqpfun(w)
res= w'*ExpCovariance*w;
 end
```

Όπου ExpCovariance είναι ο πίνακας των συνδιακυμάνσεων που ορίσθηκε στην διατύπωση του προβλήματος. Η μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι τετραγωνική μα ο πίνακας ExpCovariance , όπως συμβαίνει στην περίπτωση των δεδομένων του πίνακα S&P500 , έχει σχεδόν μηδενική ορίζουσα. Αυτό το γεγονός συνεπάγεται την αδυναμία εκτέλεσης της ελαχιστοποιητικής ρουτίνας fmincon από το financial toobox της matlab. Επίσης εάν η ελαχιστοποιητική ρουτίνα quadprog εκκινηθεί για τα ίδια δεδομένα τότε δεν είναι εξασφαλισμένη η σύγκλισή της ενώ ακόμη και αν συγκλίνει στην βέλτιστη λύση , η σύγκλιση αυτή αναμένεται να είναι αργή.

- Η αρχική επιλογή βαρών για την εκκίνηση του επιλυτή. Στην περίπτωσή μας επιλέγουμε ίση κατανομή βαρών ανά χρεόγραφο.
  Weights0=ones(m,1)/m;

- Το διάνυσμα
  Constraints=-52*m;
  και τον αριθμό

  orio=0,

  τα οποία συνδυάζονται ώστε να ισχύει ο γραμμικός περιορισμός

$$Constraints * w \leq orio$$

- Το διάνυσμα
  ConstraintsEq=ones(1,m);
  και τον αριθμό

  bEq=1;
  τα οποία συνδυάζονται ώστε να ικανοποιείται ο γραμμικός περιορισμός ισότητας

$$ConstraintsEq * w = bEq$$

  όπως απαιτείται από τα δεδομένα του προβλήματος.

- Τα διανύσματα
  Lowbound=zeros(m,1);
  Highbound=ones(m,1);

τα οποία θέτουν τον περιορισμό άνω και κάτω φράγματος όπως απαιτείται από την ελαχιστοποιητική ρουτίνα fmincon (και όχι απαραίτητα με τις ίδιες τιμές από τα δεδομένα των περιορισμών του προβλήματος):

$$Lowbound(i) < w(i) < Highbound(i)$$

επί των βαρών w(i) ανά χρεόγραφο i.

- Τη δομή options, η οποία κατασκευάζεται με χρήση της ρουτίνας optimset, όπως προηγουμένως και περιλαμβάνει τις ακόλουθες επιλογές περί της ελαχιστοποίησης:
  - Επιλογή αλγορίθμου. Ανάμεσα στις επιλογές των αλγορίθμων ελαχιστοποίησης της ρουτίνας fmincon έχουμε τις εξής:

    A)Trust-Region-Reflective. Είναι ο εκ των προδιαγραφών οριζόμενος αλγόριθμος ελαχιστοποίησης για την fmincon. Είναι υπολογιστικά επαρκής και ταχύς ως προς την σύγκλιση ακόμη και για μεγάλο όγκο δεδομένων λόγω της δυνατότητας μετατροπής των εμπλεκόμενων πινάκων σε αραιή δομή και των ειδικών τεχνικών με τις οποίες εξοικονομεί υπολογιστική ισχύ και αποθηκευτική μνήμη. Παρόλα αυτά αδυνατεί να αντιμετωπίσει περιορισμούς που αποτελούνται ταυτόχρονα από άνω και κάτω φράγματα στις μεταβλητές και γραμμικούς περιορισμούς στο σύνορο. Στην περίπτωσή μας οι περιορισμοί έχουν αυτή ακριβώς την μορφή οπότε η χρήση του Trust-Region-Reflective δεν ενδείκνυται, παρότι συγκλίνει.

    B)SQP: Είναι αλγόριθμος ελαχιστοποίησης ο οποίος έχει την ιδιότητα να διατηρεί τους περιορισμούς από επανάληψη σε επανάληψη και να ανακάμπτει από αποτελέσματα μη ακριβούς υπολογισμού NAN /Inf .Καθώς όμως δεν μπορεί να αντιμετωπίσει επαρκώς προβλήματα που εμπεριέχουν υπολογιστικό φόρτο προτιμάται κυρίως για προβλήματα μικρής κλίμακας.

    Γ)Interior-Point: Είναι ο πλέον αξιόπιστος αλγόριθμος ελαχιστοποίησης τόσο για προβλήματα μικρής κλίμακας όσο και για προβλήματα μεγάλης κλίμακας λόγω της δυνατότητας μετατροπής των εμπλεκόμενων πινάκων σε αραιή δομή. Ο αλγόριθμος ικανοποιεί τους περιορισμούς σε κάθε επανάληψη και μπορεί να ανακάμψει από μη ακριβείς υπολογισμούς NAN/Inf. Μάλιστα η εταιρία Mathworks® έχει αναφέρει την πρόθεσή της να αντικαταστήσει μελλοντικά τον εκ προδιαγραφών ορισμένο Trust-Region-Reflective με τον Interior – Point. Στην περίπτωσή μας ο χρόνος εκτέλεσης ήταν πολύ μεγαλύτερος από τον προτιμηθέντα αλγόριθμο και συνέκλινε στην ίδια λύση

Δ)Active-Set: Ο αλγόριθμος ελαχιστοποίησης Active-Set δεν είναι αλγόριθμος μεγάλης κλίμακας και δεν συγκλίνει γρηγορότερα από τους υπόλοιπους σε περιπτώσεις όπου οι περιορισμοί δεν είναι γραμμικοί. Παρόλα αυτά η δυνατότητα του αλγορίθμου να παρακάμπτει πολλαπλές επαναλήψεις και να συγκλίνει και σε περιπτώσεις μη γραμμικών περιορισμών τον καθιστούν ιδανικό για το παρόν πρόβλημα.

- Την συνθήκη διακοπής MaxIter, η οποία δεν επιτρέπει στην fmincon να πραγματοποιήσει περισσότερες από 2000 επαναλήψεις ως προς την εύρεση της βέλτιστης λύσης.
- Την συνθήκη Display-Off, μη εμφάνισης πληροφοριών περί των αποτελεσμάτων από επανάληψη σε επανάληψη.
- Την συνθήκη TolCon η οποία είναι συνθήκη διακοπής σε περίπτωση όπου τα σχετικά σφάλματα των περιορισμών υπερβούν ένα συγκεκριμένο επίπεδο ανοχής. Στην περίπτωσή μας το επίπεδο αυτό είναι ίσο με 10^{-100}. Η απαίτηση για αυτή την τιμή προέρχεται από την σχεδόν ιδιάζουσα φύση του πίνακα ExpCovariance και την διασπορά σφαλμάτων ,λόγω αυτού του γεγονότος, στους υπολογισμούς που επιτελούνται σχετικά με την ικανοποίηση των περιορισμών.

  Η σχετική εντολή είναι:

  options=optimset('Algorithm','active-set','MaxIter',2000,'Display','off','TolCon',1e-100);

Η έξοδος της fmincon περιλαμβάνει:

- Την βέλτιστη λύση υπό τους δοθέντες περιορισμούς σύγκλισης και ακριβείας η οποία αποθηκεύεται στο διάνυσμα weights.
- Την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης:
  $R = w^T * ExpCovariance * w.$
  Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως η τιμή R αποτελεί ένα μέτρο κινδύνου για το παρόν χαρτοφυλάκιο και ως τέτοια θα συγκριθεί την τιμή κινδύνου του προτύπου χαρτοφυλακίου.

Με βάση τα προηγούμενα, η εντολή κλήσης της fmincon για την ελαχιστοποίηση του R είναι:

[WeightsMIQP]=
fmincon(@(w)miqpfun(w),Weights0,[],[],ConstraintsEq,bEq,Lowbound,Highbound,[
],options);

Αξίζει να σημειωθεί πως ενδέχεται μερικές από τις συνιστώσες του διανύσματος weights να είναι αριθμοί κοντά στην ακρίβεια κινητής υποδιαστολής. Οι περιπτώσεις αυτές δεν λαμβάνονται υπόψη στην επιλογή του βέλτιστου χαρτοφυλακίου και το αποδιδόμενο σε αυτές βάρος είναι μηδέν.

4.5 Διάγραμμα ροής

Τα προς επεξεργασία δεδομένα αφορούν αναμενόμενες αποδόσεις μετοχών ανά εβδομαδιαία κλεισίματα. Υπάρχουν δύο κύριοι τρόποι να εισαχθούν τα δεδομένα στην matlab προς επεξεργασία, ο ένας από αυτούς αφορά την εισαγωγή μιας δομής δεδομένων με τις βασικές πληροφορίες περί του χαρτοφυλακίου η οποία θα εμπεριέχει αναγκαστικά και τις τιμές των αποδόσεων. Δεύτερος τρόπος είναι μέσω της εντολής import data η οποία διαβάζει τα δεδομένα από εξωτερικό πρόγραμμα, στην περίπτωσή μας το Microsoft excel, και τα εισάγει στην matlab ταξινομημένα στην μορφή ενός $m * n$ πίνακα, όπου το m περιέχει τον αριθμό των χρεογράφων και το n τον αριθμό των αποδόσεων ανά χρονική περίοδο. Στην συνέχεια τον πίνακα αυτόν θα αποκαλούμε Stockmatrix.mat. Στην παρούσα εργασία επιλέγουμε την δεύτερη μέθοδο. Ο λόγος είναι ότι μας επιτρέπει να μεταβούμε απευθείας στην επεξεργασία των δεδομένων κάτι το οποίο αποτελεί και τον πυρήνα της απαιτούμενης ανάλυσης και για την περίπτωση όπου κάποιος θα επιλέξει να χρησιμοποιήσει την πρώτη μέθοδο.

Ακολουθώντας την μεθοδολογία του εμπειρικού ελέγχου των δεδομένων διασπούμε τα δεδομένα του πίνακα Stockmatrix.mat σε δύο κατηγορίες. Η πρώτη κατηγορία αφορά δεδομένα ιστορικής περιόδου τα οποία και θα επεξεργαστούμε ως δείγμα προγραμματιστικά με τις πέντε προαναφερθείσες προγραμματιστικές ρουτίνες μας (Minportvar, MMAD, SemiMAD, Sharpe, Miqp) . Η δεύτερη κατηγορία αφορά τα εκτός δείγματος δεδομένα αναμενόμενων αποδόσεων τα οποία θα χρησιμοποιηθούν ώστε να ελεγχθεί η ακρίβεια των αποτελεσμάτων που λαμβάνουμε από την επεξεργασία των ιστορικών δεδομένων. Οι δύο πίνακες ενδέχεται να περιέχουν κοινά στοιχεία από ιστορική περίοδο σε ιστορική περίοδο αλλά είναι πάντα ξένοι για την ίδια ιστορική περίοδο. Τον πρώτο πίνακα θα αποκαλούμε καταχρηστικά ως Stockmatrix.mat και τον δεύτερο πίνακα θα αποκαλούμε OSmatrix.mat. Αναλυτικότερη επεξήγηση της παλινδρομικής μεθοδολογίας εμπειρικής αξιολόγησης θα δοθεί στο επόμενο κεφάλαιο.

Σε αυτή την παράγραφο θα εξηγήσουμε την σειρά με την οποία εκτελούνται τα προηγούμενα προγράμματα, θα αναφέρουμε την μεταξύ τους ιεραρχική σχέση και θα αναλύσουμε συνοπτικά τα παραγόμενα αποτελέσματα από το καθένα και την αξιοποίηση αυτών των αποτελεσμάτων από τα υπόλοιπα προγράμματα.

Η λίστα των προγραμμάτων είναι η ακόλουθη:

Α)Δημιουργία του πίνακα των συνδιακυμάνσεων:

- Πρόγραμμα varcovar.m.

  Το πρόγραμμα αυτό δέχεται ως είσοδο τον πίνακα stockmatrix.mat και επιστρέφει τον πίνακα των συνδιακυμάνσεων VCV.mat και το διάνυσμα των μέσων αποδόσεων ανά χρεόγραφο ExpReturn.m. Αξίζει να σημειωθεί πως ενδεχομένως ο πίνακας VCV.mat έχει μηδενική ορίζουσα, κάτι που θα μας επηρεάσει στην συνέχεια ως προς την ακρίβεια και ευστάθεια των ελαχιστοποιητικών μεθόδων. Ο λόγος που αυτό συμβαίνει είναι οι σχετικά κοντινές τιμές των επιστροφών για τα ίδια χρεόγραφα καθώς διατρέχουμε τις ημερομηνίες κλεισιμάτων, κάτι που καθιστά τις αντίστοιχες στήλες γραμμικά εξαρτημένες με αποτέλεσμα ο πίνακας να αποκτά μηδενική ορίζουσα.

- Πρόγραμμα VCVnonsingular.m

Το πρόγραμμα αυτό χρησιμοποιείται στη περίπτωση όπου ο πίνακας VCV.m που έχει ως έξοδο το πρόγραμμα varcovar.m τυγχάνει να έχει μηδενική ορίζουσα. Υπάρχουν διάφοροι τρόποι να διαταραχθεί ο πίνακας ελαφρώς ώστε να αποκτήσει θετική ορίζουσα, με το ουσιαστικό πρόβλημα να βρίσκεται στην επιλογή της διαταραχής ώστε να μην επηρεάζονται τα κατοπινά αποτελέσματα. Στην παρούσα εργασία και στην περίπτωση όπου ο πίνακας VCV.mat έχει μηδενική ορίζουσα επιλέγουμε να μεταβάλλουμε τις τιμές του με τυχαίους αριθμούς επιλεγμένους από την κανονική κατανομή στο διάστημα (0,1) με τάξη μεγέθους 10^{-3}. Το πρόγραμμα έχει ως έξοδο τον πίνακα VCVnonsingular.mat ο οποίος απέχει ανεπαίσθητα από τον VCV.mat ως προς την inf νόρμα πινάκων δηλαδή ως προς την μέγιστη τιμή ανά γραμμή του αθροίσματος του απολύτου των διαφορών ανά συνιστώσα. Ο πίνακας VCVnonsingular.mat αναμένεται να έχει ορίζουσα τάξης μεγέθους 10^{-200}, κάτι που τον καθιστά την υπολογιστική του αξιοποίηση ιδιαίτερα απαιτητική και χρονοβόρα αλλά τουλάχιστον δυνατή.

B)Υπολογισμός των βέλτιστων αποδόσεων ανά χρεόγραφο και ανά μέθοδο.

- Πρόγραμμα MinPortVar.m

Το πρόγραμμα δέχεται ως είσοδο το διάνυσμα των μέσων αναμενόμενων αποδόσεων ExpReturn και τον πίνακα των συνδιακυμάνσεων VCV.m .Υπολογίζει και επιστρέφει το διάνυσμα WeightsPortVar.mat και απεικονίζει γραφικά το αποτελεσματικό μέτωπο για αυτή την επιλογή των αποδόσεων. Η ελαχιστοποίηση επιτυγχάνεται αξιοποιώντας τις συναρτήσεις portstats και frontcon από το financial toolbox της matlab .

- Πρόγραμμα MMAD/SemiMAD.m

Το πρόγραμμα δέχεται ως είσοδο τον πίνακα Stockmatrix.mat και υπολογίζει τα διανύσματα WeightsMMAD και WeightsSemiMAD των ποσοστών επένδυσης ανά χρεόγραφο βέλτιστων επενδυτικών χαρτοφυλακίων. Επίσης επιστρέφει τις τιμές των δεικτών MMAD, SemiMAD.

- Πρόγραμμα SharpeRatio.m

Το πρόγραμμα δέχεται ως είσοδο το διάνυσμα των μέσων αναμενόμενων αποδόσεων ExpReturn, τον πίνακα των συνδιακυμάνσεων VCV.m και την αναμενόμενη απόδοση του ακίνδυνου χρεογράφου, στην παρούσα εργασία η τιμή αυτή λαμβάνεται ίση με μηδέν. Υπολογίζει και επιστρέφει το διάνυσμα WeightsSharpe.mat των ποσοστών επένδυσης ανά χρεόγραφο βέλτιστων επενδυτικών χαρτοφυλακίων και την τιμή του δείκτη Sharpe Index.

- Πρόγραμμα Miqp.m

Το πρόγραμμα δέχεται ως είσοδο το διάνυσμα των μέσων αναμενόμενων αποδόσεων ExpReturn και τον πίνακα των συνδιακυμάνσεων VCV.m . Υπολογίζει και επιστρέφει το διάνυσμα WeightsMiqp.mat των ποσοστών επένδυσης ανά χρεόγραφο βέλτιστων επενδυτικών χαρτοφυλακίων καθώς και το διάνυσμα Cardinality.mat. Το διάνυσμα αυτό είναι ένα διάνυσμα δυαδικού τύπου που δίνει την τιμή ένα στις θέσεις των χρεογράφων τα οποία η ελαχιστοποιητική διαδικασία περιλαμβάνει στο επενδυτικό χαρτοφυλάκιο και μηδέν στις υπόλοιπες θέσεις. Αξίζει να σημειωθεί ότι στις θέσεις όπου το διάνυσμα WeightsMiqp.mat επιστρέφει τιμή επενδυόμενου κεφαλαίου διάφορη του μηδενός ωστόσο μικρότερη του 10^{-3} μηδενίζεται από την ίδια την προγραμματιστική ρουτίνα Miqp.m για λόγους πρακτικότητας.

Γ)Εύρεση συνολικής απόδοσης επενδυτικού χαρτοφυλακίου.

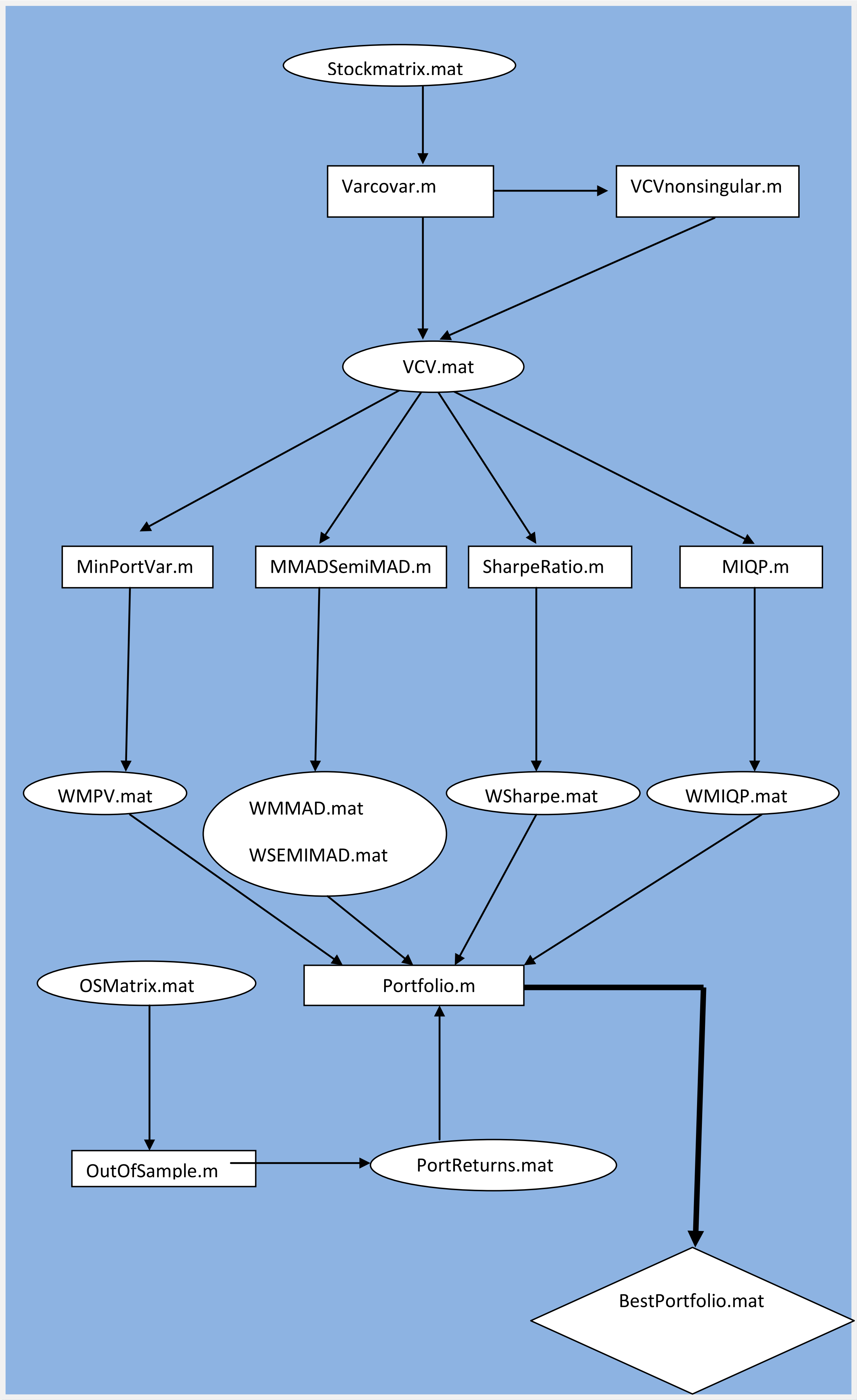
- Πρόγραμμα OutOfSample.m.

Το πρόγραμμα αυτό δέχεται σαν είσοδο τον πίνακα OSmatrix.mat ο οποίος περιέχει τις αναμενόμενες αποδόσεις για τις εκτός δείγματος ημερομηνίες της περιόδου εμπειρικής ανάλυσης. Υπολογίζει και επιστρέφει το διάνυσμα OSvector.mat που περιέχει τις μέσες αναμενόμενες αποδόσεις ανά χρεόγραφο για την εκτός δείγματος περίοδο. Οι τιμές αυτές λαμβάνονται ως αποτέλεσμα της ακόλουθης εξίσωσης:

$$\frac{\text{τελική τιμή} - \text{αρχική τιμή}}{\text{αρχική τιμή}}$$

- Πρόγραμμα PortfolioReturns.m

Το πρόγραμμα αυτό δέχεται σαν είσοδο τα διανύσματα WeightsPortVar.mat, WeightsMMAD , WeightsSemiMAD, WeightsSharpe.mat και WeightsMiqp.mat των ποσοστών επένδυσης ανά χρεόγραφο βέλτιστων επενδυτικών χαρτοφυλακίων καθώς και το διάνυσμα OSvector.mat των μέσων αναμενόμενων αποδόσεων ανά χρεόγραφο για την εκτός δείγματος περίοδο. Η έξοδος του προγράμματος είναι το διάνυσμα που PortfolioReturns.mat που περιέχει τις συνολικές αποδόσεις βέλτιστων χαρτοφυλακίων που προκύπτουν όταν πολλαπλασιάσουμε τα ποσοστά επένδυσης ανά χρεόγραφο που προτείνει η κάθε μεθοδολογία με αναμενόμενες αποδόσεις της εκτός δείγματος περιόδου.


Stockmatrix.mat
Varcovar.m
VCVnonsingular.m
VCV.mat
MinPortVar.m
MMADSemiMAD.m
SharpeRatio.m
MIQP.m
WMPV.mat
WMMAD.mat
WSEMIMAD.mat
WSharpe.mat
WMIQP.mat
OSMatrix.mat
Portfolio.m
OutOfSample.m
PortReturns.mat
BestPortfolio.mat

Κεφάλαιο 5 Εφαρμογή και εμπειρική ανάλυση

5.1 Περιγραφή και ανάλυση πεδίων εφαρμογής Eurostoxx50 και S&P500

Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε τα αναλυτικά αποτελέσματα από τις εκτελέσεις του προγραμματιστικού κώδικα. Ως πρότυπους πίνακες δεδομένων επιλέξαμε δυο ευρύτατα χρησιμοποιούμενους πίνακες με δεδομένα: Τον πίνακα Euro Stoxx 50 και τον πίνακα S&P 500.

Euro Stoxx 50.

Ο Πίνακας Euro Stoxx 50 είναι ο σταθμισμένος κατά την κεφαλαιοποίηση της αγοράς δείκτης των 50 μεγαλύτερων εταιρειών που λειτουργούν σε κράτη εντός της ευρωζώνης. Το προς επιλογή σύνολο βρίσκεται ανάμεσα στους 18 δείκτες Dow Jones EURO STOXX Supersector από όπου τα μέλη βαθμολογούνται ανά μέγεθος και τοποθετούνται σε μια λίστα προς επιλογή.

Οι μεγαλύτερες 40 μετοχές της λίστας επιλογής εκλέγονται αυτόματα για τον Euro Stoxx 50 οι υπόλοιπες λαμβάνουν σειρά προτεραιότητας με βάση τις ιστορικές συνιστώσες τους και έτσι συμπληρώνονται και οι θέσεις 41 έως 60. Ο δείκτης ανασυντίθεται σε ετήσια βάση και οι συντελεστές ενημερώνονται μία φορά ανά τρίμηνο ώστε να ληφθούν υπόψη οι αλλαγές στην αγορά.

S&P500:

Ο πίνακας S&P500 ή Standard and Poor's 500 είναι ένας χρηματιστηριακός δείκτης που βασίζεται στις τιμές των μετοχών των 500 κορυφαίων εισηγμένων στο χρηματιστήριο αμερικανικών εταιρειών. Διαφέρει από άλλους χρηματιστηριακούς δείκτες όπως από τον Dow Jones Industrial Average και τον Nasdaq Composite καθώς ακολουθεί διαφορετικό αριθμό μετοχών και αποδίδει βάρη στις μετοχές με διαφορετικό τρόπο. Είναι ένας από τους πιο συχνά ακολουθούμενους δείκτες και θεωρείται από πολλούς ως η καλύτερη αναπαράσταση της χρηματαγοράς και οικονομίας των Ηνωμένων Πολιτειών.

Οι συμμετέχουσες εταιρείες στον S&P500 επιλέγονται από επιτροπή. Η διαδικασία αυτή είναι παρόμοια και για τον Dow30 αλλά διαφέρει από την διαδικασία εκλογής άλλων δεικτών όπως ο Russell 1000 που βασίζονται αυστηρά σε εκπλήρωση δεδομένων κριτηρίων. Ο δείκτης περιλαμβάνει και κάποιες μη αμερικανικές εταιρείες (συγκεκριμένα 21 στις 24 Δεκεμβρίου του 2012). Αυτές είναι είτε πρώην αμερικανικές εταιρείες που έχουν συσταθεί εκ νέου εκτός των Ηνωμένων Πολιτειών είτε εταιρείες που δεν είχαν ενσωματωθεί ποτέ στις Ηνωμένες Πολιτείες. Η επιτροπή επιλέγει τις εταιρείες του S&P 500, έτσι ώστε να είναι αντιπροσωπευτικές των κλάδων της οικονομίας των Ηνωμένων Πολιτειών. Εταιρείες που δεν εμπορεύονται δημόσια η που οι μετοχές τους έχουν χαμηλή ρευστότητα δεν περιλαμβάνονται στον δείκτη.

5.2 Εμπειρική Ανάλυση

Όπως έχουμε προαναφέρει οι προτεινόμενες μεθοδολογίες μας λαμβάνουν εφαρμογή σε δεδομένα δύο εκ των δημοφιλέστερων χρηματιστηριακών δεικτών του S&P500 και του Eurostoxx50. Η διαδικασία εμπειρικής ανάλυσης έχει τα εξής δύο βασικά χαρακτηριστικά:

Α) Μία κυλιόμενη περίοδο ιστορικού ορίζοντα βελτιστοποίησης 2 ετών , συνεχούς μήκους, με απαρχή την 01-01-08.

Β) Μία εκτός δείγματος περίοδο ενός έτους με τρίμηνο επανασταθμιζόμενο βήμα και πιο συγκεκριμένα τρείς επανασταθμιζόμενες δράσεις κατά την διάρκεια του 2010. Συνεπώς η φάση της αξιολόγησης καλύπτει συνολικά μία περίοδο τριετίας.

Αξίζει να σημειωθεί πως αντί να τροφοδοτούμε τις προτεινόμενες μεθοδολογίες με ιστορικά δεδομένα θα μπορούσαμε να εφαρμόσουμε μία από τις ακόλουθες δύο εναλλακτικές επιλογές:

- Ευθεία αξιοποίηση των εκτιμήσεων του αναλυτή.
- Χρήση μοντέλων δεικτών, πολλαπλών δεικτών και μοντέλων ανάλυσης ισορροπίας.

Στον ακόλουθο πίνακα παρατίθεται ο τρόπος διαχωρισμού των δεδομένων στην ιστορική και στην εκτός δείγματος περιόδο:

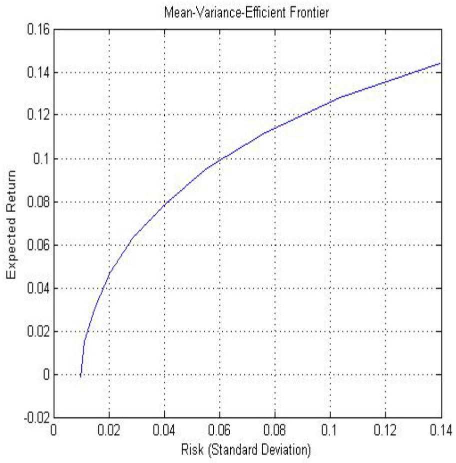
Περίοδος ιστορικού ορίζοντα	Περίοδος εκτός δείγματος
Ιανουάριος 2008-Δεκέμβριος 2009	Ιανουάριος 2010-Μάρτιος 2010
Απρίλιος 2008- Μάρτιος 2010	Απρίλιος 2010- Ιούνιος 2010
Ιούλιος 2008- Ιούνιος 2010	Ιούλιος 2010-Σεπτέμβριος 2010
Οκτώβριος 2008- Σεπτέμβριος 2010	Οκτώβριος 2010-Δεκέμβριος 2010

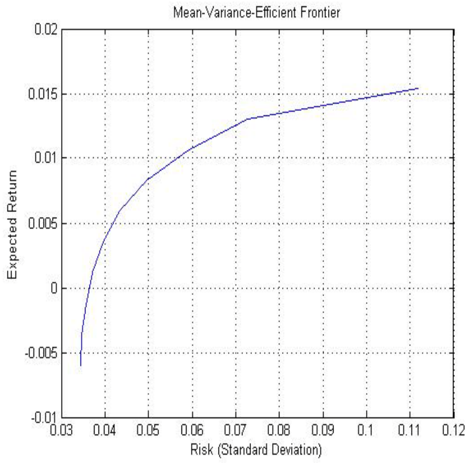
Διαχωρισμός της προς επεξεργασίας περιόδου σε πίνακα.

5.3:Γραφήματα Αποτελεσματικών Μετώπων για τις περιόδους επεξεργασίας δεδομένων Eurostoxx 50

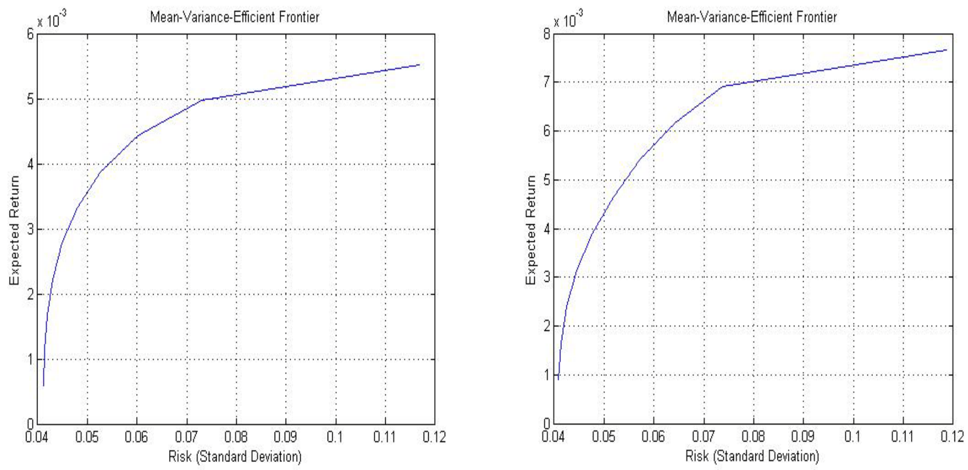
Στα ακόλουθα σχήματα παραθέτονται τα γραφήματα των αποτελεσματικών μετώπων για τον πίνακα Eurostoxx 50.

Προγραμματιστικός κώδικας MinPortVar.m:



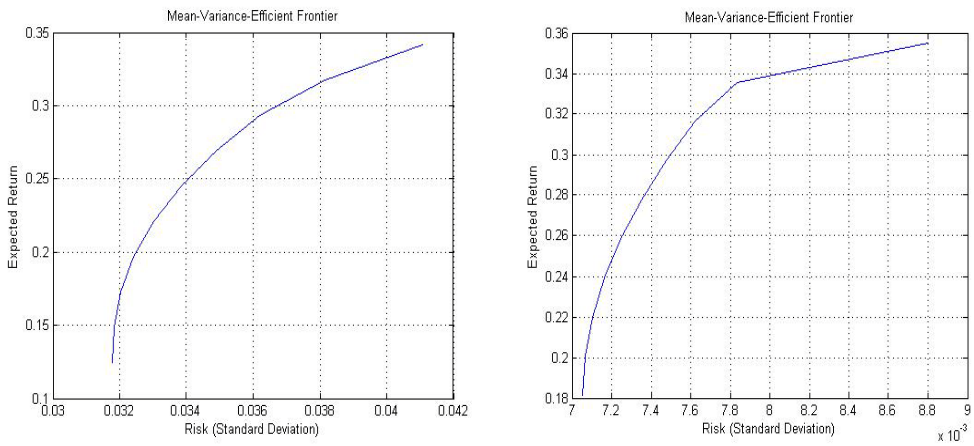


Σχήμα 5.3.1: Πρώτη και δεύτερη περίοδος, minportvar, Eurostoxx50

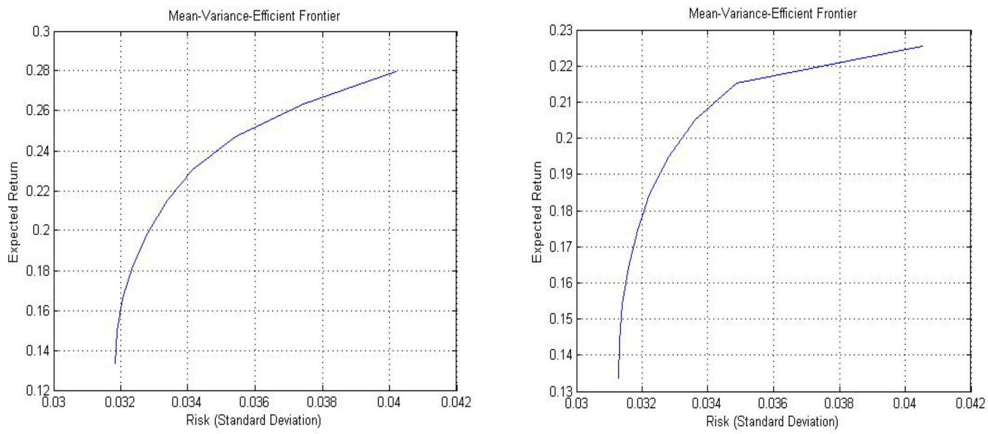


Σχήμα 5.3.2: Τρίτη και τέταρτη περίοδος, minportvar, Eurostoxx50

Προγραμματιστικός κώδικας MMAD.m:

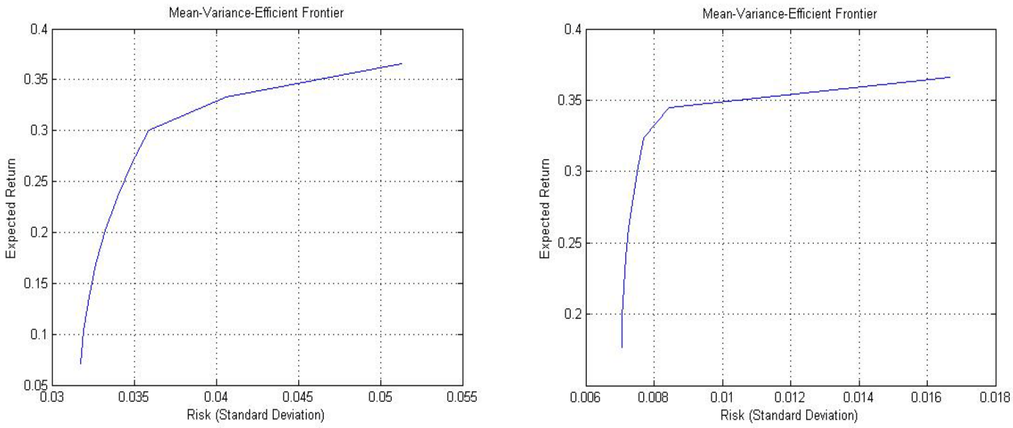


Σχήμα 5.3.3: Πρώτη και δεύτερη περίοδος, MAD, Eurostoxx50

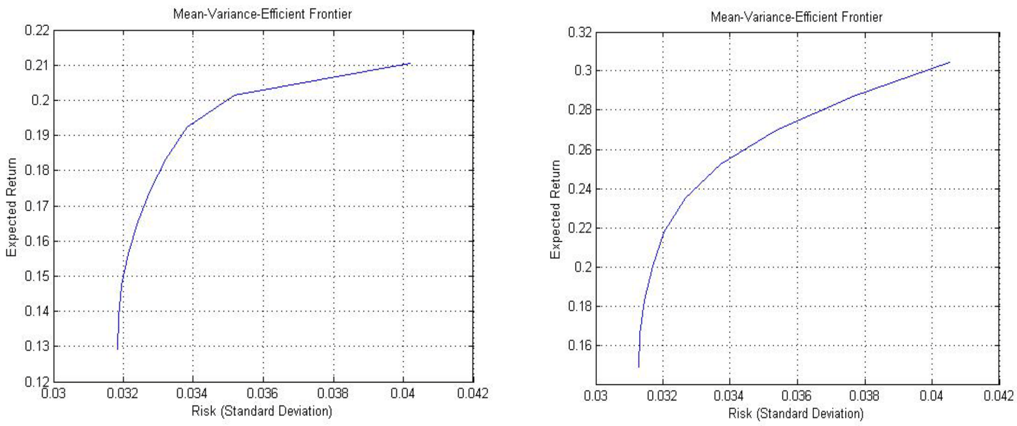


Σχήμα 5.3.4: Τρίτη και τέταρτη περίοδος MAD, Eurostoxx50

Προγραμματιστικός κώδικας SemiMAD.m:

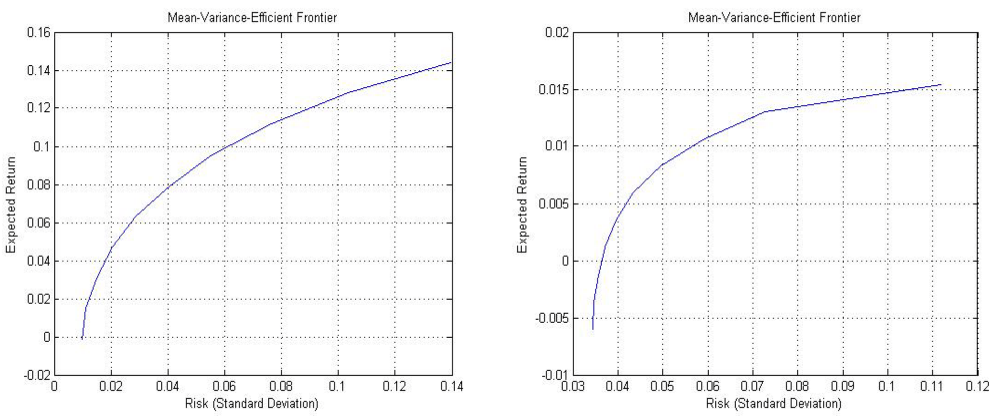


Σχήμα 5.3.5: Πρώτη και δεύτερη περίοδος Semi-MAD, Eurostoxx50

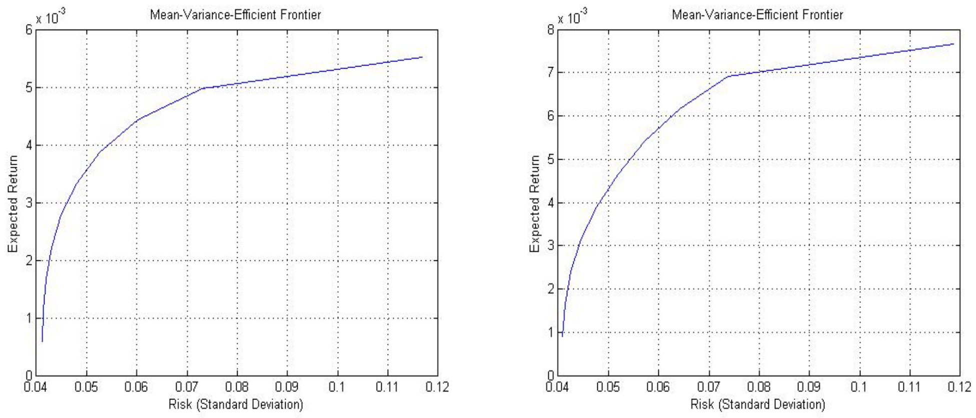


Σχήμα 5.3.6: Τρίτη και τέταρτη περίοδος Semi-MAD, Eurostoxx50

Προγραμματιστικός κώδικας MIQP.m:

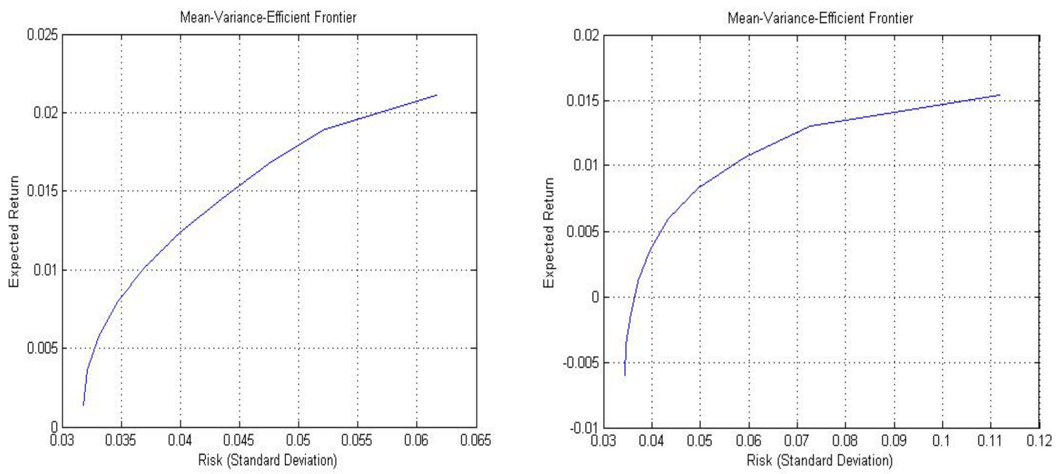


Σχήμα 5.3.7: Πρώτη και δεύτερη περίοδος MIQP, Eurostoxx50

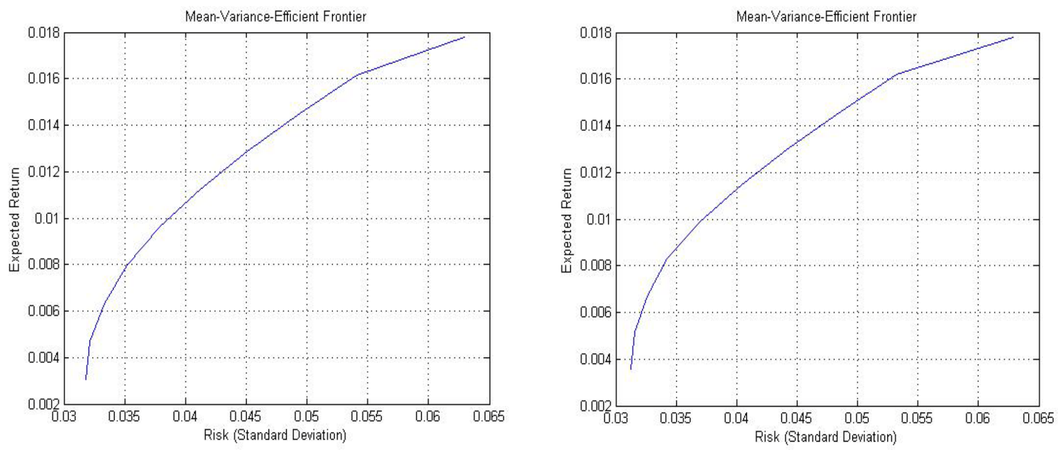


Σχήμα 5.3.8: Τρίτη και τέταρτη περίοδος MIQP, Eurostoxx50

Προγραμματιστικός κώδικας SharpeRatio.m:



Σχήμα 5.3.9: Πρώτη και δεύτερη περίοδος Sharpe Ratio, Eurostoxx50

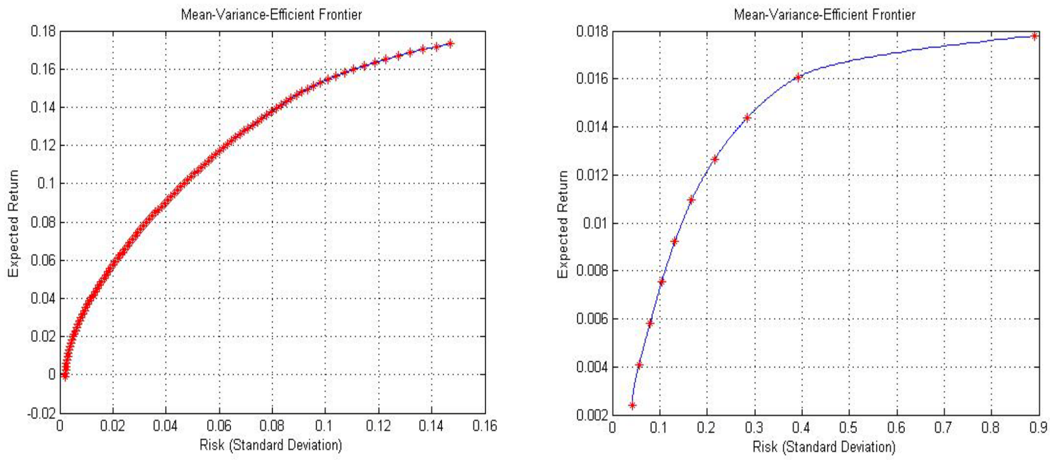


Σχήμα 5.3.10: Τρίτη και τέταρτη περίοδος Sharpe Ratio, Eurostoxx50

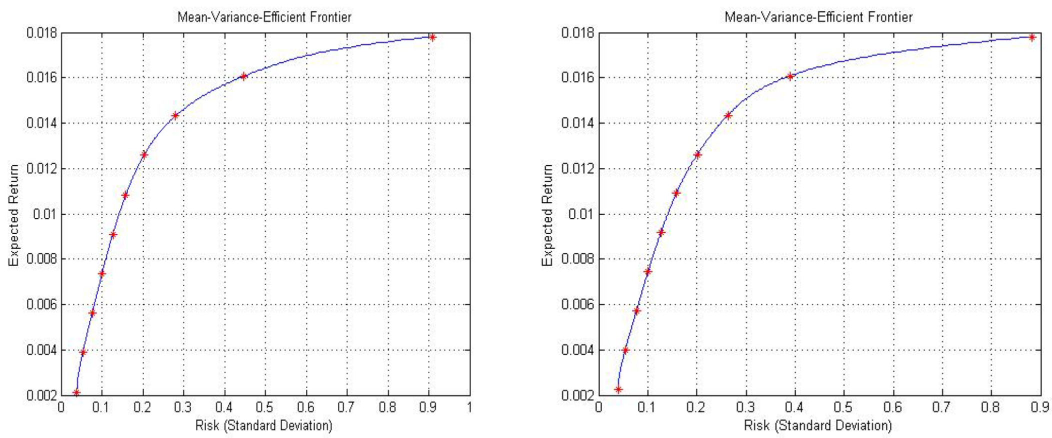
5.4: Γραφήματα Αποτελεσματικών Μετώπων για τις ιστορικές περιόδους δεδομένων S&P 500

Στα ακόλουθα σχήματα παραθέτονται τα γραφήματα των αποτελεσματικών μετώπων για επεξεργασία δεδομένων S&P500.

Προγραμματιστικός κώδικας MinPortVar.m:

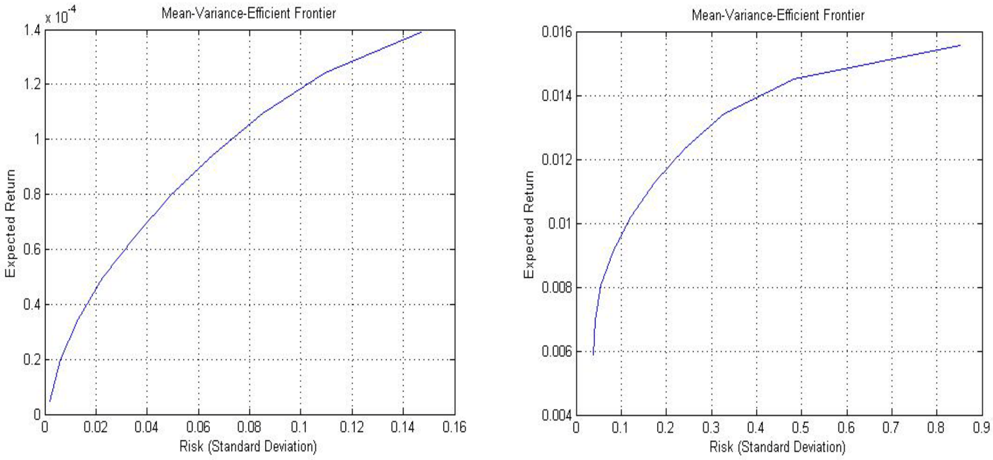


Σχήμα 5.4.1: Πρώτη και δεύτερη περίοδος, minportvar, S&P500

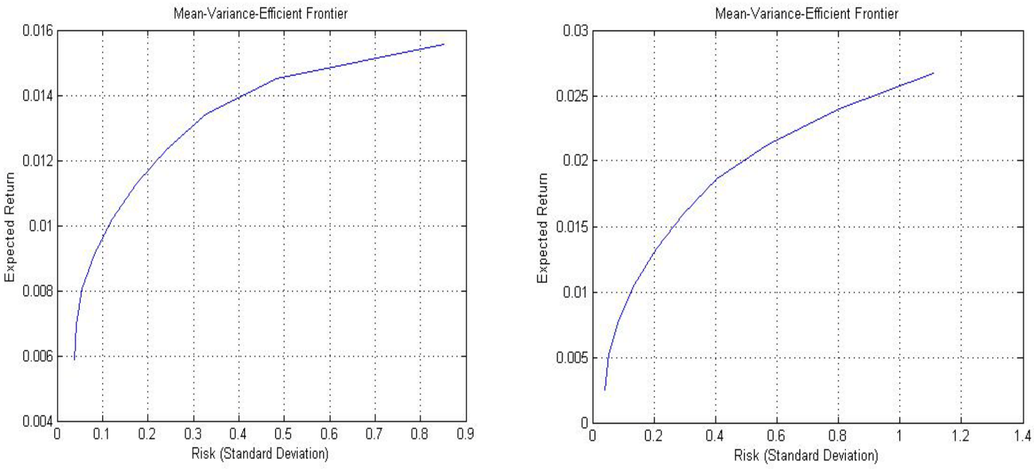


Σχήμα 5.4.2: Τρίτη και τέταρτη περίοδος, minportvar, S&P500

Προγραμματιστικός κώδικας MAD.m:

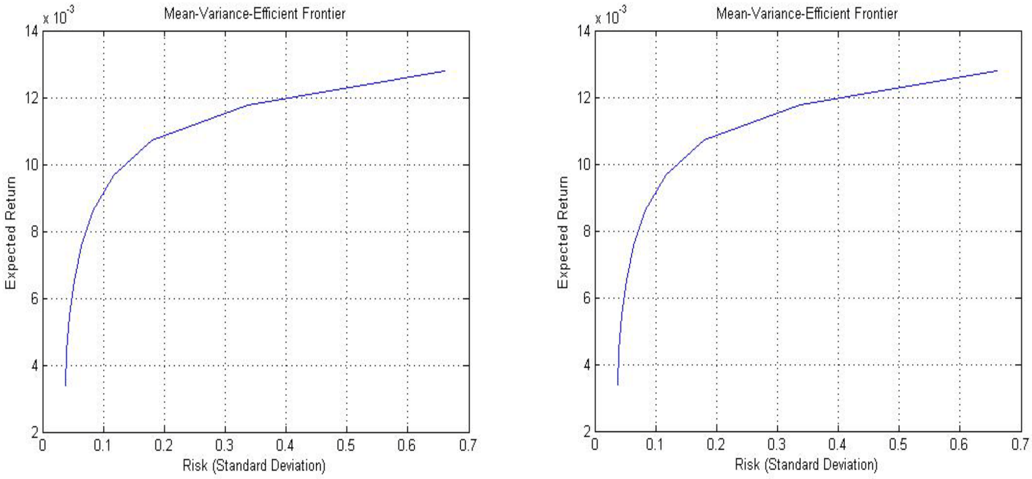


Σχήμα 5.4.3: Πρώτη και δεύτερη περίοδος, MAD, S&P500

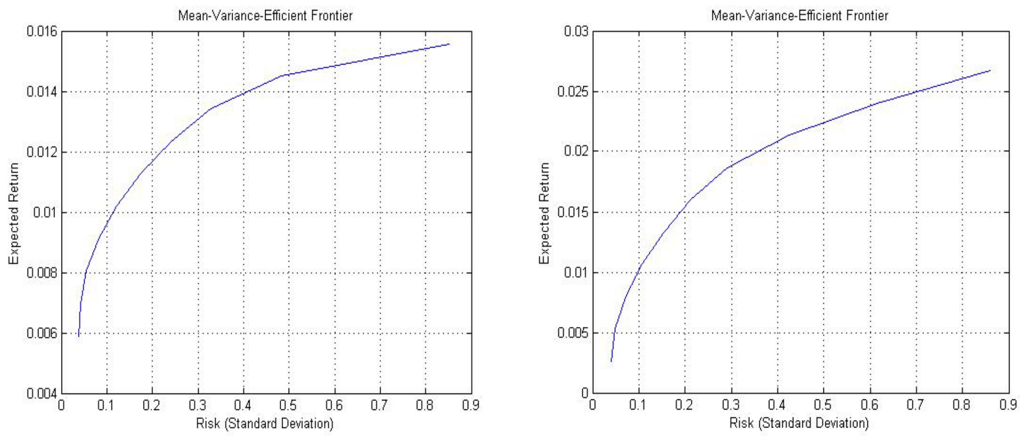


Σχήμα 5.4.4:Τρίτη και τέταρτη περίοδος, MAD, S&P500

Προγραμματιστικός κώδικας SemiMAD.m

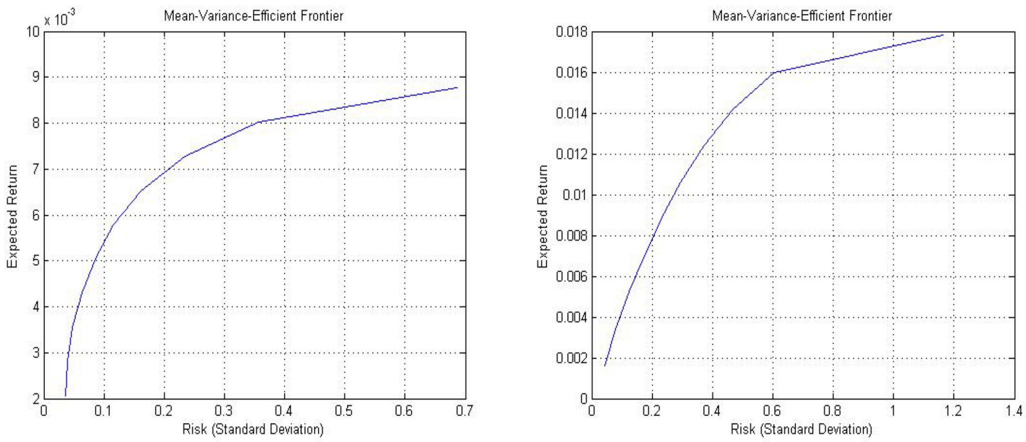


Σχήμα 5.4.5: Πρώτη και δεύτερη περίοδος, Semi-MAD, S&P500

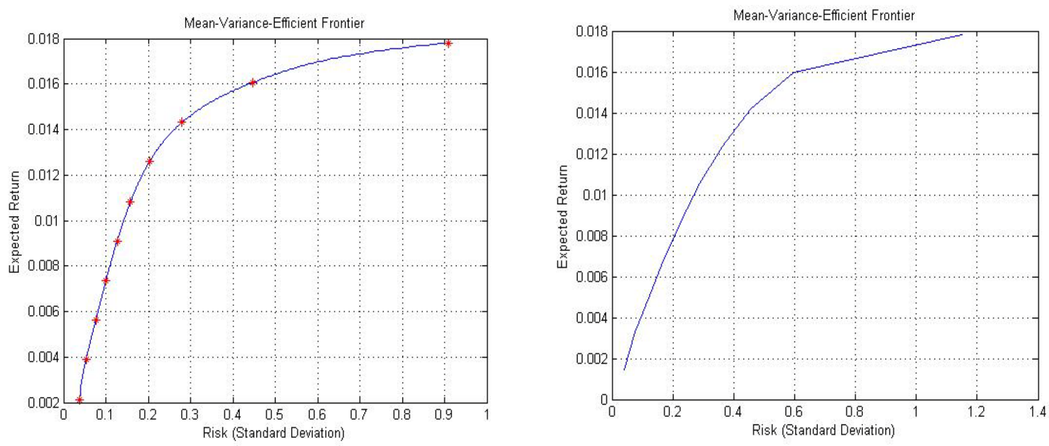


Σχήμα 5.4.6: Τρίτη και τέταρτη περίοδος, Semi-MAD ,S&P500

Προγραμματιστικός κώδικας MIQP.m:

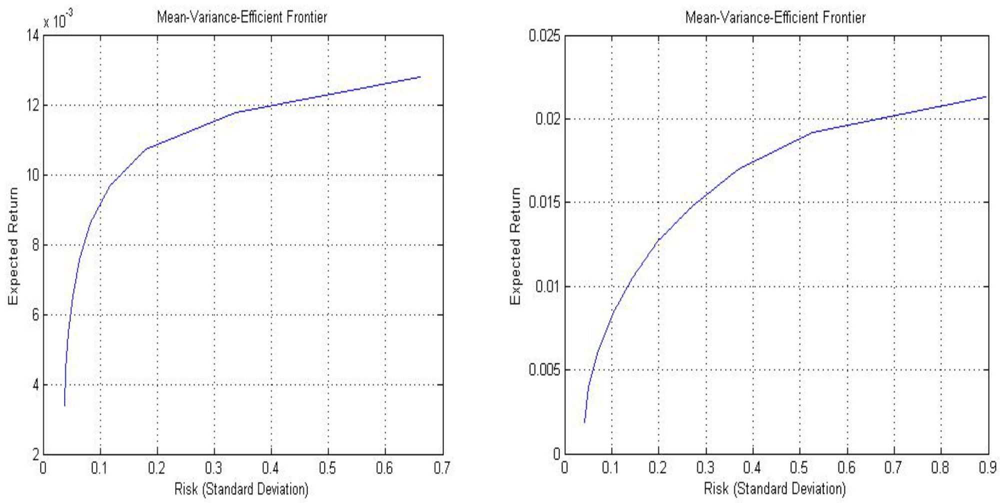


Σχήμα 5.4.7: Πρώτη και δεύτερη περίοδος, MIQP, S&P500

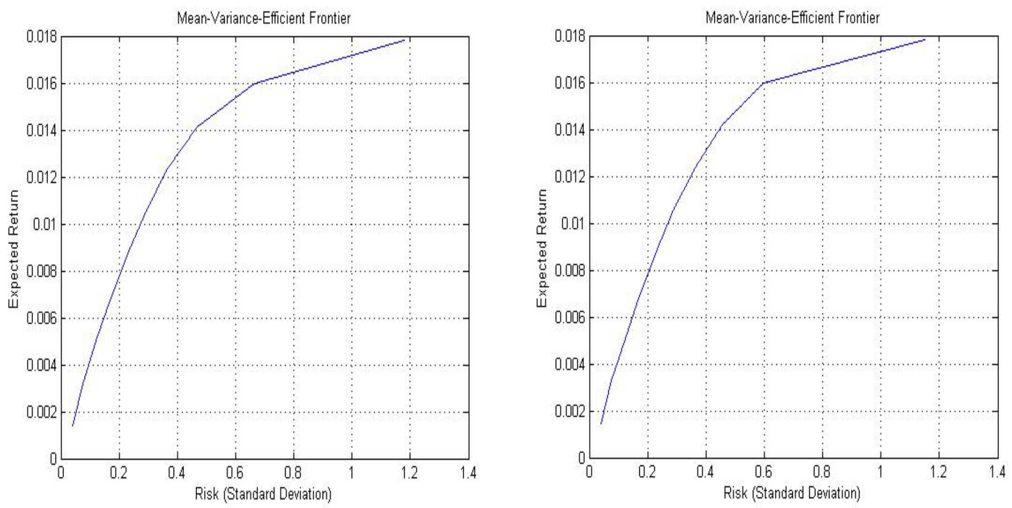


Σχήμα 5.4.8: Τρίτη και τέταρτη περίοδος, MIQP ,S&P500

Προγραμματιστικός κώδικας SharpeRatio.m:



Σχήμα 5.4.9: Πρώτη και δεύτερη περίοδος, Sharpe, S&P500



Σχήμα 5.4.10: Τρίτη και τέταρτη περίοδος, Sharpe, S&P500

5.5 Σχολιασμός αποτελεσμάτων προερχόμενων από επεξεργασία δεδομένων Eurostoxx50 και S&P500

Ακολουθεί πίνακας με τις αναμενόμενες αποδόσεις των βέλτιστων χαρτοφυλακίων που συνέθεσε κάθε προγραμματιστική μέθοδος καθώς και η αναμενόμενη απόδοση πρότυπου δείκτη για κάθε μία από τις τέσσερεις περιόδους επεξεργασίας.

			Eurostoxx50	
	1st period	2nd period	3rd period	4th period
MinPortVar	-0,399	0,2	0,0026	-0,139
M.MAD	-0,110	0,2003	0,1345	-0, 401
Semi- MAD	-0.667	0,3001	0,09	-1,8001
Sharpe Ratio	-0,511	-0,38	-0,4201	-1,4245
MIQP	0,0068	0,0073	0,0065	0,007
Index	4,601	-4,091	-1,319	0,113

Πίνακας 5.4.1 αποτελεσμάτων επεξεργασίας δεδομένων Eurostoxx50

Eurostoxx 50:

Από την σύγκριση των αποτελεσμάτων με τον δείκτη Index, λαμβάνουμε πως οι τιμές της μεθοδολογίας που βρίσκονται εγγύτερα στον δείκτη συνολικά, είναι οι τιμές που επιστρέφονται από τη μεθοδολογία MinPortVar, και στη συνέχεια από την μεθοδολογία MIQP. Επίσης, η μεθοδολογία που αποκλίνει περισσότερο από τον δείκτη Index είναι η μεθοδολογία SemiMAD.

Μια μαθηματική εξήγηση για την σύγκλιση της MinPortVar είναι το πως ελαχιστοποιεί την συνολική μεταβλητότητα στα δεδομένα, οπότε τα επιστρεφόμενα βάρη αναμένονται να αντιστοιχούν στα χρεόγραφα που έχουν και τις μεγαλύτερες αποδόσεις. Αντίστοιχη ελάττωση της συνολικής μεταβλητότητας στα δεδομένα επιτελεί και η μεθοδολογία MIQP, γι’ αυτό και επίσης επιστρέφει τιμές κοντά στον δείκτη.

Αντίθετα, η μεθοδολογία SemiMAD φαίνεται να επιτυγχάνει λιγότερο από τις υπόλοιπες, καθώς η αντικειμενική της συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση της μεταβλητότητας, μηδενίζει τις επιστροφές με αρνητικές αποδόσεις, άρα τείνει να μην λαμβάνει υπ’ όψιν το σύνολο της πληροφορίας εντός του χαρτοφυλακίου.

Συγκρίνοντας τις τιμές των μεθοδολογιών μεταξύ τους, παρατηρούμε πως οι μεθοδολογίες MinPortVar, MMAD και MIQP επιστρέφουν τιμές που διαφέρουν κατά 18% το μέγιστο μεταξύ τους. Αντίθετα, η μεθοδολογία SemiMAD διαφέρει κατά 50% το μέγιστο από τις τιμές της μεθοδολογίας MinPortVar. Η παρατήρηση αυτή ενισχύει την διατυπωθείσα θέση πως η ελαχιστοποίηση της μεταβλητότητας εντός του χαρτοφυλακίου είναι μια διαδικασία που απαιτείται να λαμβάνει υπόψιν το σύνολο της πληροφορίας που εμπεριέχει ο πίνακας των αποδόσεων και όχι να επικεντρώνεται σε ένα υποσύνολό τους, όπως στις επιστροφές με τις μεγαλύτερες θετικές αποδόσεις.

Αξίζει να σημειωθεί ότι στην ενεργητική διαχείριση χαρτοφυλακίου στόχο δεν αποτελεί η πιστή προσομοίωση του δείκτη αλλά η υπέρβασή του. Συμπερασματικά ένας επενδυτής που είναι διατεθειμένος να αναλάβει υψηλό ρίσκο μπορεί να επιλέξει τις μεθόδους MMAD και SMAD οι οποίες έχουν σημειώσει τις μεγαλύτερες υπερβάσεις επί του δείκτη χωρίς όμως να διατηρείται αυτή η τάση σε όλες τις περιόδους. Αντίθετα ένας πιο συντηρητικός επενδυτής θα επέλεγε την μέθοδο MinPortVar η οποία παρουσιάζει την μικρότερη διακύμανση συγκριτικά με τον πρότυπο δείκτη.

Η μεθοδολογία MIQP η οποία είναι μέθοδος τετραγωνικού προγραμματισμού παρουσιάζει μία στατικότητα για όλες τις περιόδους. Η συμπεριφορά αυτή παρότι προβλέψιμη δεν είναι απαραίτητα προτιμητέα καθώς φαίνεται να αδυνατεί στο να απορροφήσει τις αλλαγές τις αγοράς. Αυτό ενδεχομένως οφείλεται στο ότι η τετραγωνική μορφή που ορίζει ο πίνακας των συδιακυμάνσεων είναι θετικά ορισμένη, άρα η επιφάνεια που ορίζει είναι κυρτή. Συνεπώς, για μικρές αλλαγές στα δεδομένα, θα μεταφέρεται το σημείο ελαχίστου παραμένοντας πάντοτε στον θετικό ημιάξονα.

Μεταφέροντας τα αποτελέσματα στο συγκεντρωτικό πίνακα των χρεογράφων, έχουμε τα εξής αποτελέσματα:

- Το χρεόγραφο UNA συμμετέχει σε όλες τις μεθοδολογίες με ποσοστά που κυμαίνονται από 0.5% (δείκτης Sharpe 2^{ης} περιόδου) έως και 34% (δείκτης MIQP 1^{ης} περιόδου).

- Το χρεόγραφο FTE συμμετέχει σε σχεδόν όλες τις μεθοδολογίες με ποσοστά που κυμαίνονται από 4% (δείκτης MIQP 3ης περιόδου) έως και 30% (δείκτης SMAD 4ης περιόδου).
- Το χρεόγραφο ABI συμμετέχει σε σχεδόν όλες τις μεθοδολογίες, με μικρότερη συμμετοχή κατά την 2η περίοδο, με ποσοστά που κυμαίνονται από 1% (δείκτης MinPortVar 4ης περιόδου) έως και 5.2% (δείκτης SMAD 4ης περιόδου).
- Το χρεόγραφο MUV2 συμμετέχει σε όλες τις περιόδους πλην της 2ης περιόδου, με βάρη κυμαίνονται από 3.5% (δείκτης MIQP 1ης περιόδου) έως και 30% (δείκτης SMAD 4ης περιόδου).
- Το χρεόγραφο SIE συμμετέχει μόνο στην 2η περίοδο, με ποσοστά που κυμαίνονται από 10% (δείκτης MIQP) έως 34% (δείκτης MinPortVar).

Από τα αποτελέσματα, μια συμβουλή επένδυσης ελαχίστης μεταβλητότητας, θα είναι η επιλογή των χρεογράφων: UNA[1](15.54%), TEF[2](14.26%), SIE[3](11.51%), FTE[4](8.70%), AI[5](7.47%) ,MUV2[6](7.06%),FP[7](6.55%) ,ABI[8](5.47%), OR[9](3.57%), G[10](2.13%), RWE[11](2.09%).

[1] UNILEVER (Ολλανδία)
[2] Telefonica (Ισπανία)
[3] SIEMENS (Γερμανία)
[4] France Telecom (Γαλλία)
[5] Air Liquide (Γαλλία)
[6] Muenchener Rueckversicherungs (Γερμανία)
[7] Total (Βέλγιο)
[8] Ansheuser- Busch (Γερμανία)
[9] L’oreal (Γαλλία)
[10] Assicurazioni Generali (Ιταλική)
[11] RWE (Γερμανία)

			S&P-500	
	1st period	2nd period	3rd period	4th period
MinPortVar	0,000512	0,0009	0,0026	0,002
M.MAD	0,0010	0,00191	0,00245	0,003
Semi- MAD	1.39	0,182	-1,99	-1,214
Sharpe Ratio	-0,12	-0,43	-0,132	-0,045
MIQP	-0,2801	-0,2001	0,23	-0,966
Index	-0,922	-4,76	-0,99	1,45

Πίνακας 5.4.2 αποτελεσμάτων Επεξεργασίας δεδομένων Standard& Poors 500

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα με τον δείκτη Index έχουμε πως οι αναμενόμενες αποδόσεις της μεθοδολογίας που βρίσκεται εγγύτερα στον δείκτη συνολικά είναι οι αναμενόμενες αποδόσεις που επιστρέφονται από τη μεθοδολογία Sharpe Ratio. Στη συνέχεια ακολουθούν με σειρά εγγύτητας στο δείκτη οι αναμενόμενες αποδόσεις που παράγουν οι μεθοδολογίες MinPortVar, MMAD, MIQP,SemiMAD.

Ένας λόγος που ενδεχομένως συμβαίνει αυτό είναι το ότι ο υπολογισμός του δείκτη Sharpe εμπεριέχει την ομαλοποίηση του αποτελέσματος διαιρώντας με την ελάχιστη μεταβλητότητα του χαρτοφυλακίου όπως αυτή υπολογίζεται επί των αντίστοιχων βαρών και άρα το αποτέλεσμά της είναι σταθμισμένο σε περιπτώσεις όπου ο πίνακας των αποδόσεων χαρακτηρίζεται από σημαντική διακύμανση όπως ο S&P500. Για τον ίδιο λόγο η αμέσως εγγύτερη στον πρότυπο δείκτη μεθοδολογία είναι η μεθοδολογία ελαχιστοποίησης κινδύνου MinPortVar.

Η μεθοδολογία SemiMAD είναι εκείνη η οποία απέχει περισσότερο από τον δείκτη. Ένας λόγος στον οποίο οφείλεται αυτό είναι ενδεχομένως η απώλεια πληροφορίας κατά την κατασκευή της αντικειμενικής της συνάρτησης καθώς μηδενίζει τις αρνητικές αποδόσεις κατά την δημιουργία του πίνακα.

Συγκρίνοντας τις μεθοδολογίες μεταξύ τους έχουμε πως η MinPortVar μεθοδολογία και η μεθοδολογία Sharpe Ratio επιστρέφουν τις πλησιέστερες αποδόσεις. Στην συνέχεια την μεγαλύτερη ομοιότητα στις αποδόσεις εμφανίζουν οι μεθοδολογίες MinPortVar και MMAD. Την μεγαλύτερη διαφορά σε αποδόσεις ανά περίοδο την έχουν οι μεθοδολογίες Sharpe Ratio και SemiMAD.

Αναφορικά τώρα με την υπέρβαση του δείκτη οι μεθοδολογίες MinPortVar και MMAD κατάφεραν να διατηρήσουν θετικές αποδόσεις σε όλες τις περιόδους με αποτέλεσμα να παρουσιάζουν την πιο συστηματική υπέρβαση του δείκτη. Όπως και στην περίπτωση του Eurostoxx50 την μεγαλύτερη υπέρβαση από τον πρότυπο δείκτη σημείωσε η μεθοδολογία Sharpe Ratio στην πρώτη περίοδο χωρίς ωστόσο να καταφέρει να διατηρήσει την ίδια τάση και στις ακόλουθες περιόδους.

Όπως έχουμε προαναφέρει η ενεργητική διαχείριση χαρτοφυλακίου στοχεύει στην υπέρβασή του δείκτη. Συνεπώς ο επενδυτής που αναλαμβάνει ρίσκο θα μπορούσε να επιλέξει την μέθοδο SemiMAD με στόχο μία κρουστική υπέρβαση του δείκτη. Κάποιος πιο μετριοπαθής επενδυτής ωστόσο θα επέλεγε την μέθοδο MinPortVar η την μέθοδο MMAD που κατάφεραν να διατηρήσουν θετικές αποδόσεις σε όλες τις περιόδους. Πρέπει επίσης να σημειωθεί ότι παρότι στην περίπτωση του Eurostoxx 50 δεν είχε θεωρηθεί αξιόπιστη μέθοδος για έναν συντηρητικό επενδυτή η MMAD η απώλεια πληροφορίας κατά την κατασκευή της αντικειμενικής της συνάρτησης εξομαλύνεται όσο μεγαλώνει το μέγεθος των δεδομένων. Κατά συνέπεια στην περίπτωση των 500 χρεογράφων η μέθοδος MMAD παρουσιάζει ικανοποιητική ελαχιστοποίηση διακύμανσης.

Η μεθοδολογία MIQP παρουσιάζει και πάλι σχετική στατικότητα για όλες τις περιόδους. Αξίζει να σημειωθεί πως σε αυτή την περίπτωση όλοι οι πίνακες των συνδιακυμάνσεων ανά περίοδο είναι σχεδόν ιδιάζοντες άρα εμφανίζουν μηδενική ιδιοτιμή. Αυτό σημαίνει πως για μικρές τιμές των βαρών ο τετραγωνικός όρος της αντικειμενικής συνάρτησης κυριαρχείται από τον γραμμικό όρο, (καθώς $f(x) = \frac{1}{2} * x^T * Q * x + m^T * x \cong m^T * x \; όσο \; το \; χ \; τείνει \; στο \; 0)$, κατά συνέπεια η αντικειμενική συνάρτηση γραμμικοποιείται και ενδέχεται η μέθοδος να επιστρέψει μη βέλτιστες αποδόσεις.

Εξετάζοντας τα αποτελέσματα στον συγκεντρωτικό πίνακα των αποδόσεων των χρεογράφων, λαμβάνουμε τα ακόλουθα:

- Το χρεόγραφο HRL συμμετέχει σε όλες τις μεθοδολογίες με ποσοστά που κυμαίνονται από 0.5% (δείκτης MinPortVar 1^{ης} περιόδου) έως και 22% (δείκτης SemiMAD 3^{ης} περιόδου).
- Το χρεόγραφο GIS συμμετέχει σε όλες τις μεθοδολογίες με ποσοστά που κυμαίνονται από 4% (δείκτης MinPortVar 1^{ης} περιόδου) έως και 12% (δείκτης MMAD 3^{ης} περιόδου).
- Το χρεόγραφο R συμμετέχει σε όλες τις μεθοδολογίες πλην των MinPortVar και MMAD της 1^{ης} και της 4^{ης} περιόδου.
- Το χρεόγραφο SAI, ενώ δεν συμμετέχει σε όλες τις μεθοδολογίες για όλες τις περιόδους, συμμετέχει παρ’ όλα αυτά στην μεθοδολογία Sharpe Ratio για όλες τις ιστορικές περιόδους, με ποσοστά που κυμαίνονται από 1.33% (Sharpe Ratio 1^{ης} περιόδου) έως και 30% (Sharpe Ratio 4^{ης} περιόδου).
- Αντίστοιχα συμπεράσματα με το χρεόγραφο SAI αντλούνται για και για το χρεόγραφο FDO, το οποίο συμμετέχει σε κάθε περίοδο στην μεθοδολογία Sharpe Ratio, κατά κυρίαρχο τρόπο ως προς τις υπόλοιπες μεθοδολογίες, με ποσοστά που κυμαίνονται από 5% (Sharpe Ratio 1^{ης} περιόδου) έως 16% (Sharpe Ratio 4^{ης} περιόδου).

Μία σύμφωνη με τα προηγούμενα επιλογή ανάθεσης βαρών στο χαρτοφυλάκιο προκύπτει του μέσου όρου του βάρους συμμετοχής για κάθε μεθοδολογία ανά χρεόγραφο και κρατώντας τις μέγιστες συμμετοχές

Από τα αποτελέσματα, μια συμβουλή δημιουργίας χαρτοφυλακίου ελαχίστης διακύμανσης, είναι η κατά σειρά σημαντικότητας, επιλογή των χρεογράφων:

HRL (12,45%),
GIS (11,27%)
R (8,93%)
SAI (8,35%)
FDO (5,36%)
AMGN (5.13%)

ABT (4.52%)

SO (3.44%)

LH (2,73%)

MCD (2,47%)

NEM (2,39%)

AON (1,98%)

PBCT (1,83%)

CEPH (1,66%)

PLCN (1,47%)

BFB (1,43%)

CPB (1,41%)

PCG (1,36%)

DV (1,35%)

BAX (1,13%)

NFLX (1,05%)

KMX (1,05%)

INTU (1,03%)

TROW (1,03%)

CLX (1,03%)

ORLY (1%)

HPQ (1%)

BCR (1%)

WEC (1%)

CTXS (1%)

DGX (1%)

XEL (1%)

EL (1%)

DUK (1%)

UPS (1%)

PCS (1%)

PCAR (1%)

ETR (1%)

KO (1%)

SIAL (1%)

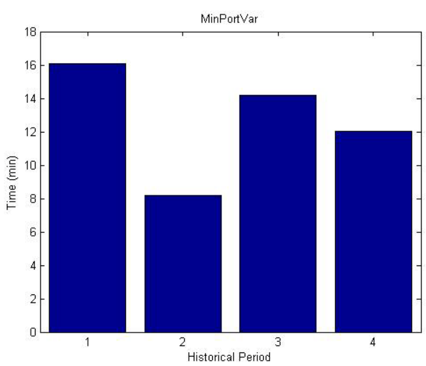
5.6 Χρόνοι εκτέλεσης προγραμματιστικών αλγορίθμων

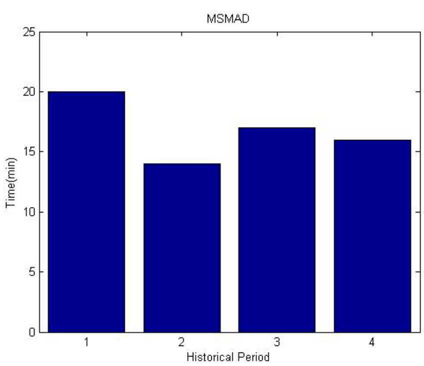
Στην συνέχεια παραθέτουμε ένα πίνακα με τον μέγιστο και τον ελάχιστο υπολογιστικό χρόνο που σημείωσαν τα προγράμματά μας για την ολοκλήρωση μίας διαδικασίας σύγκλισης κατά την διάρκεια της επεξεργασίας δεδομένων, καθώς και αναλυτικά ραβδογράμματα με όλους τους χρόνους υπολογισμού ανά μέθοδο και περίοδο. Τις μετρήσεις λάβαμε από ενσωματωμένους μετρητές χρονισμού στα προγράμματα σε περιβάλλον matlab.

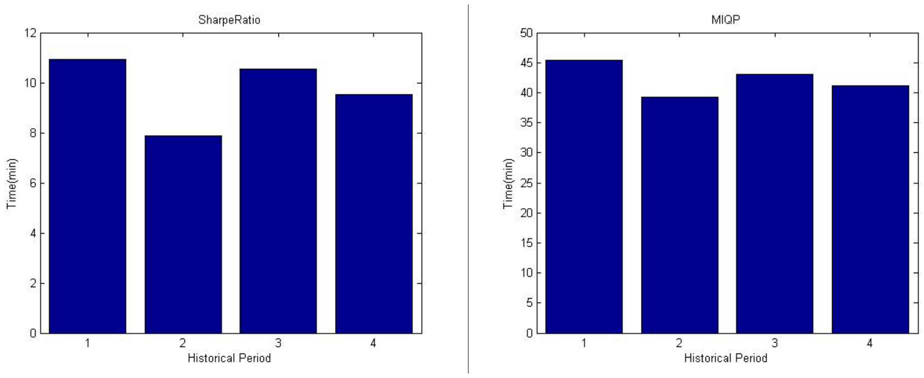
Χρόνος / Πρόγραμμα	Ελάχιστος	Μέγιστος
MinPortVar	0 hours, 40min, 29sec	5hours, 31mins, 39sec
MAD/SemiMAD	0 hours, 20min, 57sec	1hours, 52mins, 32sec
MIQP	0 hours, 37min , 12sec	1hours, 50mins, 22sec
Sharpe	0 hours, 07min, 19sec	0hours, 17mins, 28sec

Πίνακας 5.5.1 Χρόνοι Εκτέλεσης

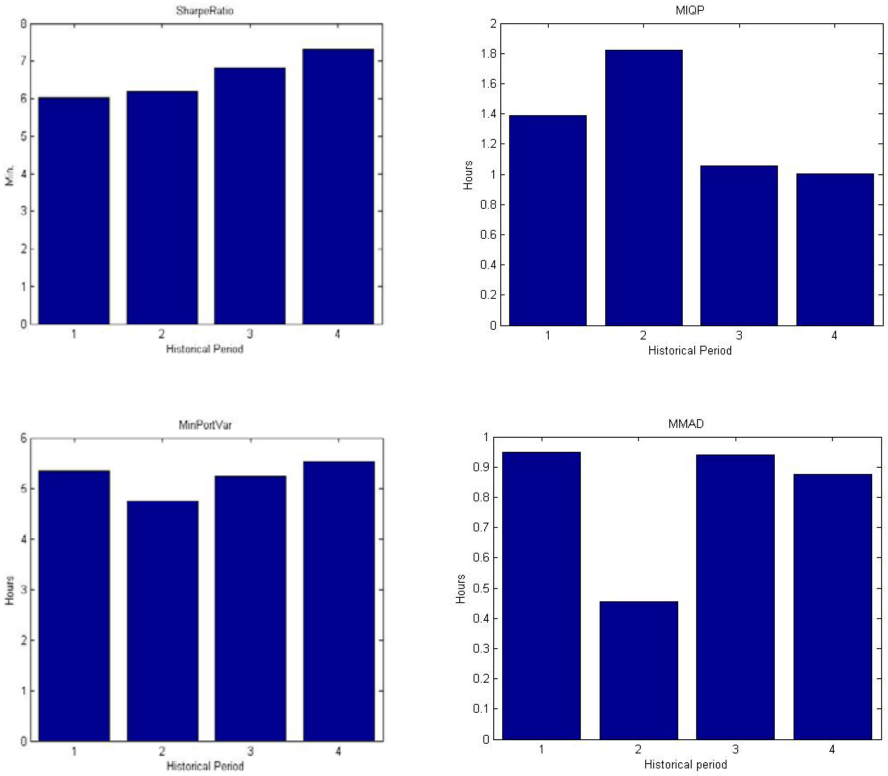
Ραβδογράμματα χρόνου υπολογιστικής επεξεργασίας δεδομένων Eurostoxx50 ανά μέθοδο και για τις τέσσερεις περιόδους:







Ραβδογράμματα χρόνου υπολογιστικής επεξεργασίας δεδομένων S&P500 ανά μέθοδο και για τις τέσσερεις περιόδους:



Οι χρόνοι αυτοί σημειώθηκαν σε υπολογιστή με επεξεργαστή Intel® Core™ i5-2430M CPU και στην έκδοση λογισμικού Matlab 2011b.

Εξετάζοντας τους χρόνους εκτέλεσης παρατηρούμε ότι οι πλέον απαιτητικές χρονικά είναι οι μεθοδολογίες οι οποίες καλούν τις ελαχιστοποιητικές ρουτίνες της Matlab., όπως το πρόγραμμα MinPortVar το οποίο καλεί την fmincon.

Κεφάλαιο 6 Συμπεράσματα

6.1 Γενικές Παρατηρήσεις

Η θεωρία Ελαχιστοποίησης Κινδύνου είναι μία σύγχρονη και υπό ενεργή μελέτη προσέγγιση στην επιστήμη Ενεργητικής Διαχείρισης Επενδυτικού Χαρτοφυλακίου.

Στην Παρούσα Διπλωματική, υλοποιήθηκαν σε προγραμματιστικό περιβάλλον Matlab ορισμένα ευρέως διαδεδομένα χρηματοοικονομικά μοντέλα εύρεσης βέλτιστου χαρτοφυλακίου μέσω ελαχιστοποίησης της διακύμανσης κάποιων συγκεκριμένων δεικτών κινδύνου. Ήταν επιθυμητό να εξεταστεί η λειτουργικότητα, η ικανότητα πρόβλεψης αλλά και οι υπολογιστικές επιδόσεις των μοντέλων αυτών. Η μέθοδος που επιλέχθηκε είναι η μέθοδος της εμπειρικής ανάλυσης. Σύμφωνα με αυτή τα μοντέλα τροφοδοτήθηκαν με δεδομένα προερχόμενα από τους δύο κορυφαίους χρηματοοικονομικούς δείκτες Eurostoxx50 και S&P500. Τα αποτελέσματα συγκεντρώθηκαν και αξιολογήθηκαν τόσο συγκρινόμενα μεταξύ τους όσο και συγκρινόμενα με πρότυπο χαρτοφυλάκιο.

Από την σύγκριση προέκυψαν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

- Η μεθοδολογία ελαχιστοποίησης κινδύνου Minimum Portfolio Variance σε κάθε περίπτωση οδηγεί σε ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο προσεγγίζει στην πλειονότητα των περιόδων την βέλτιστη απόδοση.
- Η μεθοδολογία SemiMAD πετυχαίνει σε κάποιες περιόδους υψηλές υπερβάσεις του δείκτη αλλά εμπεριέχει μεγάλο κίνδυνος καθώς δεν εμφανίζει σταθερή συμπεριφορά.
- Οι μεθοδολογίες Sharpe Ratio και MMAD φαίνεται να αποδίδουν καλύτερα σε μεγαλύτερο όγκο δεδομένων παρά σε μικρότερο.
- Η μεθοδολογία MIQP επηρεάζεται περισσότερο από τις υπόλοιπες όταν ο πίνακας των συνδιακυμάνσεων εμπεριέχει παθογένειες (π.χ μηδενική ορίζουσα). Αυτή είναι και η περίπτωση του πίνακα διακύμανσης S&P500.
- Υπάρχουν μεθοδολογίες για την αντιμετώπιση προβλημάτων τετραγωνικού προγραμματισμού οι οποίες μπορούν να αποδόσουν μία μερική λύση σε προβλήματα όπου ο πίνακας της αντικειμενικής συνάρτησης είναι ιδιάζοντας.

Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι η μέθοδος ανάλυσης ιδιάζουσας τιμής (singular value decomposition). Αυτές οι μέθοδοι δεν αντιμετωπίζονται στην παρούσα εργασία.

- Η υλοποίηση των προγραμματιστικών κωδίκων παρουσίασε τις μεγαλύτερες υπολογιστικές απαιτήσεις στο τμήμα όπου απαιτήθηκε η εφαρμογή μίας από τις ενσωματωμένες προγραμματιστικές ρουτίνες Matlab.
- Η μεθοδολογία αξιολόγησης των αποτελεσμάτων βασίζεται στην διαδικασία της εμπειρικής ανάλυσης όπως αυτή διατυπώθηκε από Xidonas et.al στην δημοσίευση ‘’Multiobjective portfolio optimization with non-convex policy constraints: Evidence from the Eurostoxx50’’.

6.2 Ανακύπτοντα προβλήματα και προτεινόμενες λύσεις

Κατά την μεθοδολογία αυτή συναντήθηκαν οι ακόλουθες δυσκολίες και επιλέχθηκαν οι ακόλουθοι τρόποι αντιμετώπισης αντίστοιχα:

- Ορισμένοι πίνακες συνδιακυμάνσεων είχαν μηδενικές ιδιοτιμές κατά συνέπεια η ρουτίνα τετραγωνικής ελαχιστοποίησης της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου αντιμετώπιζε προβλήματα σύγκλισης. Ο τρόπος αντιμετώπισης ήταν η διαταραχή του πίνακα συνδιακυμάνσεων στα όρια της ακρίβειας κινητής υποδιαστολής ώστε, εκμεταλλευόμενοι την ευστάθεια των ελαχιστοποιητικών ρουτινών της matlab, να μην επηρεαστούν τα αποτελέσματα της μεθόδου.
- Ορισμένες από τις αντικειμενικές συναρτήσεις προς ελαχιστοποίηση εμφάνιζαν μηδενοχώρους μεγάλης διάστασης με ανεπιθύμητο αποτέλεσμα την αργή σύγκλιση της μεθόδου. Ο τρόπος αντιμετώπισης ήταν η προσαρμοσμένη στο ανά χείρας πρόβλημα επιλογή αλγορίθμου και παραμέτρων από τις έτοιμες ελαχιστοποιητικές ρουτίνες της matlab.
- Στην κατασκευή των διανυσμάτων των βαρών επιλογής βέλτιστου χαρτοφυλακίου υπήρχαν τιμές τόσο χαμηλές ώστε να καθίστανται μη ρεαλιστικές για τον επενδυτή. Ο τρόπος αντιμετώπισης ήταν η θέσπιση ενός κατωφλίου συμμετοχής για κάθε τιμή το οποίο τέθηκε στο 1%. Αξίζει να

σημειωθεί πως τα προγράμματα που κατασκευάσαμε προσφέρουν στον επενδυτή την δυνατότητα επιλογής του δεδομένου κατωφλίου.

- Η επεξεργασία του όγκου των δεδομένων ιδιαίτερα για τον πίνακα S&P500 ήταν χρονοβόρα και υπολογιστηκά απαιτητική. Ο τρόπος επιτάχυνσης της σύγκλισης της μεθόδου που προτιμήθηκε ήταν η επιλογή του πλήρους συνόλου των συνθηκών διακοπής που υπήρχαν διαθέσιμες για τον κάθε ελαχιστοποιητικό αλγόριθμο. Η αντιμετώπιση αυτή κρίθηκε επιτυχής καθώς τα αποτελέσματα δεν μεταβάλονταν σημαντικά παρά την σημαντική βελτίωση σε χρόνους εκτέλεσης.

6.3 Προτεινόμενη επενδυτική δράση.

Αφήνοντας τις επιστημονικές και προγραμματιστικές πτυχές των μεθόδων κατά μέρος μπορούμε να εξετάσουμε το πρακτικό ζήτημα σύνθεσης βέλτιστου χαρτοφυλακίου από την οπτική του μέσου μη ειδικού επενδυτή.

Η μεθοδολογία που αποδείχθηκε πλέον αξιόπιστη είναι η μεθοδολογία ελαχιστοποίησης διακύμανσης minportvar.m. Σε κάθε ιστορική περίοδο και για κάθε πίνακα δεδομένων τα αποτελέσματα της minportvar.m πλησίαζαν κατά μέσο όρο περισσότερο την ιδανική τιμή του πρότυπου δείκτη. Αυτή η μέθοδος είναι και η πλέον φειδωλή επενδυτικά, άρα ο ενδιαφερόμενος για τον ελάχιστο κίνδυνο συντηρητικός επενδυτής συνιστάται να προτιμά αυτή την μέθοδο από τις υπόλοιπες. Καταληκτικά, η μέθοδος minportvar είναι και εκείνη η οποία εγγυάται μία θετική επί του δείκτη απόδοση ανεξαρτήτως του μεγέθους του επενδυόμενου κεφαλαίου.

Αντλούμε συνεπώς το συμπέρασμα πως η προδιάθεση του επενδυτή καθορίζει και την επιλογή μεθοδολογίας. Αντίθετα με το προηγούμενο, ο επενδυτής που είναι διατεθειμένος να συμμετάσχει σε χαρτοφυλάκιο υψηλού κινδύνου θα στόχευε στην υπέρβαση του δείκτη , άρα αναγκαστικά θα επέλεγε μία εκ των μεθόδων MMAD ή SemiMAD.

Παράρτημα Ι Προγραμματιστικοί Κώδικες

Ακολούθως θα παραθέσουμε πλήρεις προγραμματιστικούς κώδικες σε περιβάλλον Matlab. Εντός του κάθε κώδικα περιέχεται σε μορφή σχολίων συνοπτική επεξήγηση των εντολών που χρησιμοποιούνται και στον σκοπό όπου εκείνες αποβλέπουν.

Κώδικας Matlab 1: Συνάρτηση MinPortVar

Η ακόλουθη συνάρτηση επιτελεί ελαχιστοποίηση του συνολικού ρίσκου του χαρτοφυλακίου ανά χείρας επιστρέφοντας το διάνυσμα των βαρών .

```
function MinPortVar(ExpReturn,ExpCovariance)

Η συνάρτηση δέχεται ως είσοδο το διάνυσμα των αναμενόμενων αποδόσεων και τον πίνακα των συνδιακυμάνσεων.


[m n]=size(ExpCovariance);

 Αρχικοποίηση των βαρών, τα οποία πρέπει να αθροίζουν στη μονάδα.

wts=rand(1,n);
sum_wts=sum(wts,2);
sum_wts=sqrt(sum_wts);
new_wts=wts./sum_wts;

Εισαγωγή της επιθυμητής απόδοσης από τον χρήστη και έλεγχος ορθότητας.

ReqRet=input('Dwste thn epi8ymhth apodosh: ');

 while (ReqRet>1 | ReqRet<0)
     disp('Kanate lathos. Prospa8hste pali: ');
    ReqRet=input('Dwste thn epi8ymhth apodosh: ');
 end

Δημιουργία των περιορισμών της ελαχιστοποίησης.

A=zeros(m,n);
for i=1:1:n
A(i,i)=-1;
end
```

```
b=zeros(n,1);
b(1)=-ReqRet;
ConSet=[A b];
```

Χρήση της συνάρτησης portopt.

```
[PortRisk,PortReturn,PortWts]=portopt(ExpReturn,ExpCovari
ance,ConSet);
```

Αποθήκευση του αποτελέσματος.

```
ExpRet=PortWts;

disp(['To ExpRet gia thn 1h metoxh einai: '
num2str(ExpRet)]);
```

Κώδικας Matlab 2: Συνάρτηση MSMAD

Η ακόλουθη συνάρτηση επιτελεί ελαχιστοποίηση των δεικτών MMAD και SemiMAD του ανά χείρας χαρτοφυλακίου, επιστρέφοντας το διάνυσμα των βαρών .

```
function MADSemiMAD(StockMatrix)
```

Η συνάρτηση δέχεται ως είσοδο τον πίνακα των εβδομαδιαίων επιστροφών των χρεογράφων.

```
t1=cputime;
[n m]=size(StockMatrix);
```

Η ακόλουθη συνάρτηση υπολογίζει και επιστρέφει την τιμή του δείκτη MMAD επί δοθέντος διανύσματος βαρών.

```
function M=MADfun(StockMatrix,w)
[n m]=size(StockMatrix);
avg=zeros(1,m);
mMADmatrix=zeros(n,m);
MADVector=zeros(n,1);
M=0;
for i=1:1:m
 avg(i)=sum(StockMatrix(:,j))/m;
MADmatrix(:,i)=StockMatrix(:,i)-avg(j);
end
for i=1:1:n
MADVector(i)=MADmatrix(i,:)*w';
M=M+(abs(MADVector(i)))/n;
end
```

```
end
```

Η ακόλουθη συνάρτηση υπολογίζει και επιστρέφει την τιμή του δείκτη SemiMAD επί δοθέντος διανύσματος βαρών.

```
function SemiM=SemiMADfun(StockMatrix,w)
[n m]=size(StockMatrix);
avg=zeros(1,m);
mMADmatrix=zeros(n,m);
MADVector=zeros(n,1);
SemiMADVector=zeros(n,m);
SemiM=0;
for i=1:1:m
 avg(i)=sum(StockMatrix(:,i))/m;
MADmatrix(:,i)=StockMatrix(:,i)-avg(j);
end
for i=1:1:n
MADVector(i)=MADmatrix(i,:)*w;
  if MADVector(i)>0 | MADVector(i)==0
       SemiMADVector(i)=0;
       else
      SemiMADVector(i)=-MADVector(i);
       end
SemiM=SemiM+SemiMADVector(i)/n;
end
end
```

Αρχικοποίηση των βαρών, τα οποία αθροίζουν στη μονάδα.

```
Weights0=ones(m,1)/m;
```

Δημιουργία των περιορισμών της ελαχιστοποίησης.

```
Constraints=zeros(1,m);
Constraints=-52*mean(StockMatrix);
b=-Annual;
ConstraintsEq=ones(1,m);
bEq=1;
Lowbound=zeros(m,1);
Upperbound=ones(m,1);
options.MaxIter=1000;
```

Χρήση του αλγόριθμου ελαχιστοποίησης fmincon της Matlab.

```
[WeightsMMAD MMAD]=
fmincon(@(w)MADfun(StockMatrix,w),Weights0,Constraints,b,
ConstraintsEq,bEq,Lowbound,Upperbound,[],options);
[WeightsSemiMAD SemiMAD]=
fmincon(@(w)SemiMADfun(StockMatrix,w),Weights0,Constraint
s,b,ConstraintsEq,bEq,Lowbound,Upperbound,[],options);
cmMAD=m;
```

```
csMAD=m;

Επιστροφή των αποτελεσμάτων στην οθόνη.

disp('to plh8os twn metoxwn pou symmetasxoun sth mMAD
einai: ');
cmMAD
disp('to plh8os twn metoxwn pou symmetasxoun sth semiMAD
einai: ');
csMAD
t2=cputime-t1;
checkLabels =
{'MMAD','WeightsMMAD','SemiMAD','WeightsSemiMAD'};
varNames =
{'MMAD','WeightsMMAD','SemiMAD','WeightsSemiMAD'};
items = {MMAD,WeightsMMAD,SemiMAD,WeightsSemiMAD};
export2wsdlg(checkLabels,varNames,items)
end
```

Κώδικας Matlab 3: Συνάρτηση MIQP

Η συνάρτηση επιτελεί ελαχιστοποίηση της διακύμανσης του ανά χείρας χαρτοφυλακίου, υπό τον περιορισμό τα βάρη να ανήκουν σε δεδομένο ημιχώρο.

```
function  MIQP(ExpCovariance,ExpReturn)

Η συνάρτηση δέχεται ως είσοδο το διάνυσμα των
αναμενόμενων αποδόσεων και τον πίνακα των
συνδιακυμάνσεων.

t1=cputime;
[m n]=size(ExpCovariance);

Η επόμενη συνάρτηση υπολογίζει και επιστρέφει την τιμή
της διακύμανσης των χρεογράφων επί δοθέντος διανύσματος
βαρών.

function res=miqpfun(w)
res=w'*ExpCovariance*w;

end

Αρχικοποίηση των βαρών και δημιουργία των περιορισμών της
ελαχιστοποίησης.

Weights0=ones(m,1)/m;
```

```
Constraints=ones(1,m);
orio=-.1;
ConstraintsEq=ones(1,m);
bEq=1;
Lowbound=0*ones(n,1);
Highbound=0.5*ones(m,1);
options=optimset('Algorithm','active-
set','MaxIter',2000,'Display','on','TolCon',1e-100);
```

Χρήση του αλγορίθμου ελαχιστοποίησης fmincon.

```
[Weights MIQP]= fmincon(@(w)miqpfun(w),Weights0,-
52*ExpReturn,orio,ConstraintsEq,bEq,Lowbound,Highbound);
```

Αποθήκευση των αποτελεσμάτων και επιστροφή στην οθόνη του πλήθους των συμμετοχών.

```
M=length(Weights);
card=ones(1,n);
s=M;
for i=1:M
   sprintf('Gia ayth th periodo, eisagetai h metoxh sth
8esh  %f\n',i);
    s=s-1;
    end
end

disp(['Symmetexei plh8os metoxwn: ' num2str(s)])
disp(['Weights Cardinality: '])
sum(card)
binaryvalues=card;
t2=-t1+cputime;
cputime2hms(t2)
checkLabels = {'Weights','MIQP','binaryvalues'};
varNames = {'Weights','MIQP','binaryvalues'};
items = {Weights,MIQP,binaryvalues};
export2wsdlg(checkLabels,varNames,items)
end
```

Κώδικας Matlab 4: Συνάρτηση SharpeRatio

Η επόμενη συνάρτηση υπολογίζει την τιμή του δείκτη Sharpe για το ανά χείρας χαρτοφυλάκιο.

```
function SharpeRatio(ExpReturns,ExpCovariance)
```

```
Η συνάρτηση δέχεται ως είσοδο το διάνυσμα των
αναμενόμενων αποδόσεων και τον πίνακα των
συνδιακυμάνσεων.

t1=cputime;
[m n]=size(ExpCovariance);
Εισαγωγή ακίνδυνου χρεογράφου από τον χρήστη και έλεγχος
ορθότητας της εισόδου.

RF=input('Dwste to RF: ');

 while (RF>1 | RF<0)
     disp('Lathos timh. Prospa8hste pali: ');
    RF=input('Dwste to Risk Factor: ');
 end

Δημιουργία του διανύσματος των βαρών.
ConSet=portcons('Default',n);

Χρήση της συνάρτησης portopt.

[PortRisk,PortReturn,PortWts]=portopt(ExpReturns,ExpCovar
iance,[],[],'maxiter',10000);
Ratio=sharpe(ExpCovariance,RF);

Επιστροφή των αποτελεσμάτων στην οθόνη.

wts=PortWts(1,:);
PortRet=wts*ExpReturns';
disp(['To PortRet einai iso me: ' num2str(PortRet)]);
PortVar=wts*ExpCovariance*wts';
disp(['To PortVar einai iso me: ' num2str(PortVar)]);
PortStd=sqrt(PortVar);
disp(['To PortStd einai iso me: ' num2str(PortStd)]);

Υπολογισμός του δείκτη Sharpe.

Sharpe=(PortRet-RF)/PortStd;
disp(['Sharp Index: ' num2str(Sharpe)]);
disp('to plh8os twn metoxwn pou symmetexoun einai:');
csharp
t2=cputime-t1;
cputime2hms(t2);
checkLabels = {'wts','PortWts'};
varNames = {'wts','PortWts'};
items = {wts,PortWts};
export2wsdlg(checkLabels,varNames,items)
end
```

Κώδικας Matlab 5: Συνάρτηση VCV

Η συνάρτηση υπολογίζει και επιστρέφει το διάνυσμα των αναμενόμενων αποδόσεων και τον πίνακα συνδιακύμανσεων για τον δεδομένο πίνακα εβδομαδιαίων αποδόσεων ανά χρεώγραφο.

```
function [ExpReturns ExpCovariance]=VCV(X)

Η συνάρτηση δέχεται ως είσοδο τον πίνακα X των
εβδομαδιαίων κλεισιμάτων και επιστρέφει σε διατεταγμένη
δυάδα το διάνυσμα αποδόσεων ExpReturns  και τον πίνακα
συνδιακυμάνσεων, ExpCovariance.

Εύρεση των μέσων όρων ανά στήλη του πίνακα και αποθήκευση
του αποτελέσματος.

[M N]=size(X);
m=zeros(1,N);
for j=1:1:N
   mean=0;
    for i=1:1:M
         mean=mean+X(i,j);
     end
   m(j)=mean;
end

m=m./M;
ExpReturns=m;

Αφαίρεση του μέσου όρου από κάθε στήλη του πίνακα.

x=zeros(M,N);
 for j=1:1:N
     for i=1:1:M
    x(i,j)=X(i,j)-m(j);
      end
 end

Δημιουργία του πίνακα των συνδιακυμάνσεων και αποθήκευση
του αποτελέσματος.

VCV=x'*x./M;
ExpCovariance=VCV;
end
```

Κώδικας 6: OutOfSampleIndex

Το πρόγραμμα δέχεται ως είσοδο τον πίνακα των αναμενόμενων αποδόσεων για την περίοδο εκτός δείγματος και επιστρέφει το διάνυσμα R το οποίο ανά χρεόγραφο επιστρέφει τις τιμές r_i που δίνονται από την πράξη $r_i = (\frac{r_m - r_1}{r_1})$.

```
function  OutOfSampleIndex(OSMatrix)
```

Δημιουργία διανύσματος R $\{r_i = (\frac{r_m - r_1}{r_1})\}$

```
[n m]=size(OSMatrix);
R=zeros(n,1);
 for i=1:1:n
     if OSMatrix(i,1)==0
         R(i)=OSMatrix(i,m);
     else
     R(i)=-(OSMatrix(i,1)-OSMatrix(i,m))/(OSMatrix(i,1));
     end
 end
```

Διατήρηση αποτελεσμάτων στην επιφάνεια εργασίας

```
checkLabels = {'H metablhth R periexei tis meses times
ths out of sample periodou'};
varNames = {'R'};
items = {R};
export2wsdlg(checkLabels,varNames,items)
end
```

Κώδικας 7: PortfolioReturns

Η συνάρτηση αυτή δέχεται ως είσοδο ένα διάνυσμα βαρών και υπολογίζει το εσωτερικό του γινόμενο με το διάνυσμα των μέσων αναμενόμενων αποδόσεων ανά χρεόγραφο για την περίοδο εκτός δείγματος.

```
function PortfolioReturns(varargin)
```

Έλεγχος του μεγέθους της εισόδου:

```
[n m]=size(varargin{1});
```

Κατασκευή αντίστοιχου μεγέθους πίνακα:

```
A=zeros(n,nargin);

for i=1:1:nargin
    A(:,i)=varargin{i};

End
```

Δημιουργία διανύσματος B

```
B=zeros(1,nargin-1);
```

Υπολογισμός των γινομένων R∗B

```
for i=1:1:nargin-1
    B(i)=A(:,i+1)'*varargin{1};
end
```

Παράρτημα ΙΙ Το Υπολογιστικό Πακέτο Matlab

Στο παρόν παράρτημα, θα παρουσιάσουμε τις στοιχειώδεις εντολές χειρισμού του υπολογιστικού πακέτου Matlab, για τον μη ειδικό χρήστη.

Το πρόγραμμα Matlab διατίθεται από την εταιρεία Mathworks Inc. Αποτελεί ένα από τα πλέον διαδεδομένα υπολογιστικά πακέτα παγκοσμίως, ενώ προτιμάται ως εργαλείο από την πλειοψηφία των πανεπιστημιακών και τεχνολογικών ιδρυμάτων παγκοσμίως. Δεδομένου ότι η τιμή του πλήρους πακέτου είναι απαγορευτική για ιδιώτες, ο ενδιαφερόμενος μπορεί να βρεί αντίτυπα του προγράμματος στην πλειονότητα των εργαστηρίων ηλεκτρονικών υπολογιστών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Ξεκινώντας το πρόγραμμα Matlab εμφανίζεται στη οθόνη του υπολογιστή η επιφάνεια εργασίας Matlab τα βασικά στοιχεία της οποίας αναλύουμε εν συνεχεία.

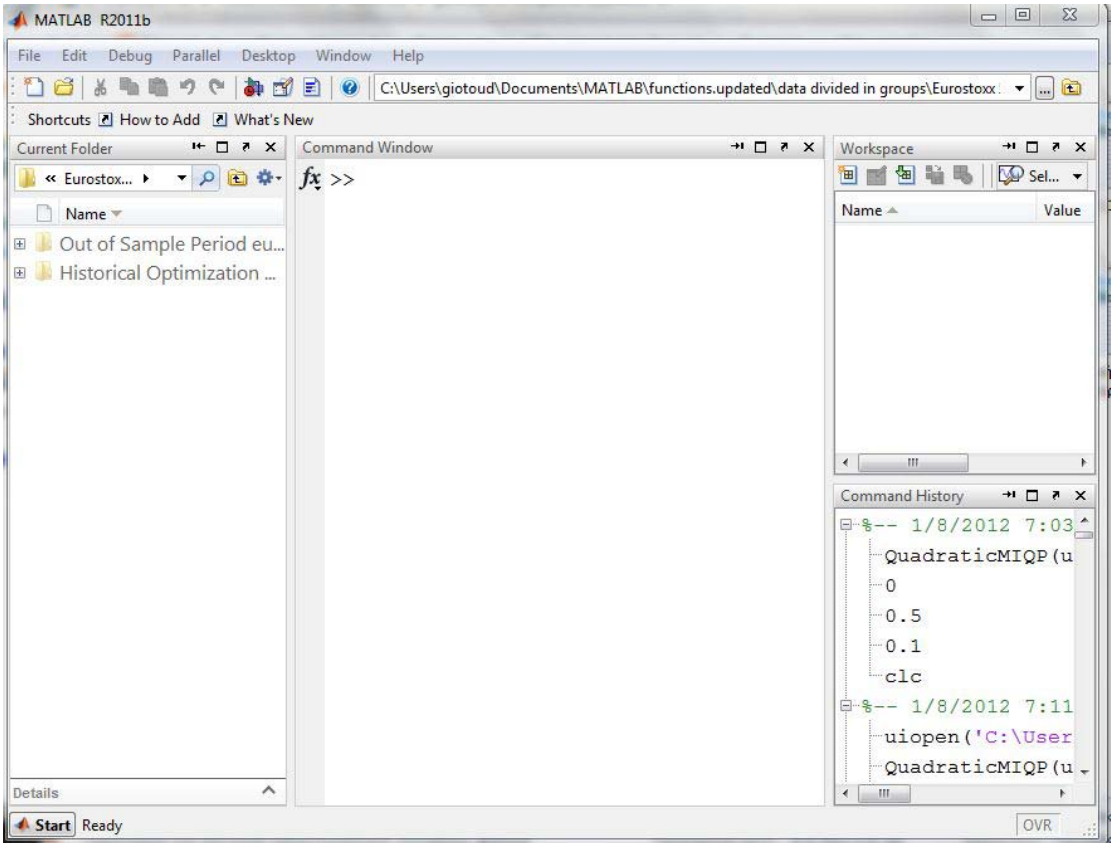
Το παράθυρο εντολών: Το παράθυρο εντολών αποτελεί το βασικό παράθυρο/εργαλείο του Matlab για την εισαγωγή δεδομένων, την εκτέλεση συναρτήσεων και την απεικόνιση αποτελεσμάτων.

Ο τρέχων κατάλογος: Το παράθυρο αυτό εμφανίζει τα περιεχόμενα του τρέχοντος καταλόγου . Ο χρήστης μπορεί να αλλάξει τον τρέχοντα κατάλογο , να ανοίξει και να επεξεργαστεί τα αρχεία και τις μεταβλητές που εμφανίζονται σε αυτόν καθώς και τις μεταβλητές που υπολογίζονται στο χώρο εργασίας.

Ο χώρος εργασίας : Το παράθυρο αυτό παρέχει πληροφορίες σχετικά με τις μεταβλητές και τα χαρακτηριστικά τους οι οποίες αποθηκεύονται σε έναν πρόχειρο χώρο μνήμης κατά την εκτέλεση μιας εργασίας στο Matlab. Ο χρήστης μπορεί να εμφανίσει σε διπλανές στήλες και άλλα χαρακτηριστικά των μεταβλητών επιλέγοντας Προβολή → Επιλογή στηλών. Θα πρέπει να σημειώσουμε ότι το παράθυρο αυτό εναλάσσεται με το παράθυρο του τρέχοντος κεφαλαίου.

Ιστορικό εντολών: Το παράθυρο αυτό εμφανίζει τις πιο πρόσφατες εντολές που έχουμε εισάγει στο παράθυρο εντολών.

Ακολουθεί η εικόνα της αρχικής οθόνης που εμφανίζεται όταν ανοίγουμε την επιφάνεια εργασίας Matlab και στην οποία διακρίνονται τα προαναφερθέντα παράθυρα.



Σχήμα 6.1 Αρχική οθόνη επιφάνειας εργασίας matlab

Εισαγωγή εντολών: Μία εντολή εισάγεται πληκτρολογώντας στο παράθυρο εντολών δεξιά από το σύμβολο προτροπής >>. Η εισαγωγή της εντολής ολοκληρώνεται με το πάτημα του πλήκτρου Enter. Στην περίπτωση που δεν ορίζεται κάποια μεταβλητή ,η εντολή εκτελείται και το αποτέλεσμα εμφανίζεται στην οθόνη μετά την έκφραση ans= (συντομογραφία της αγγλικής λέξης answer).

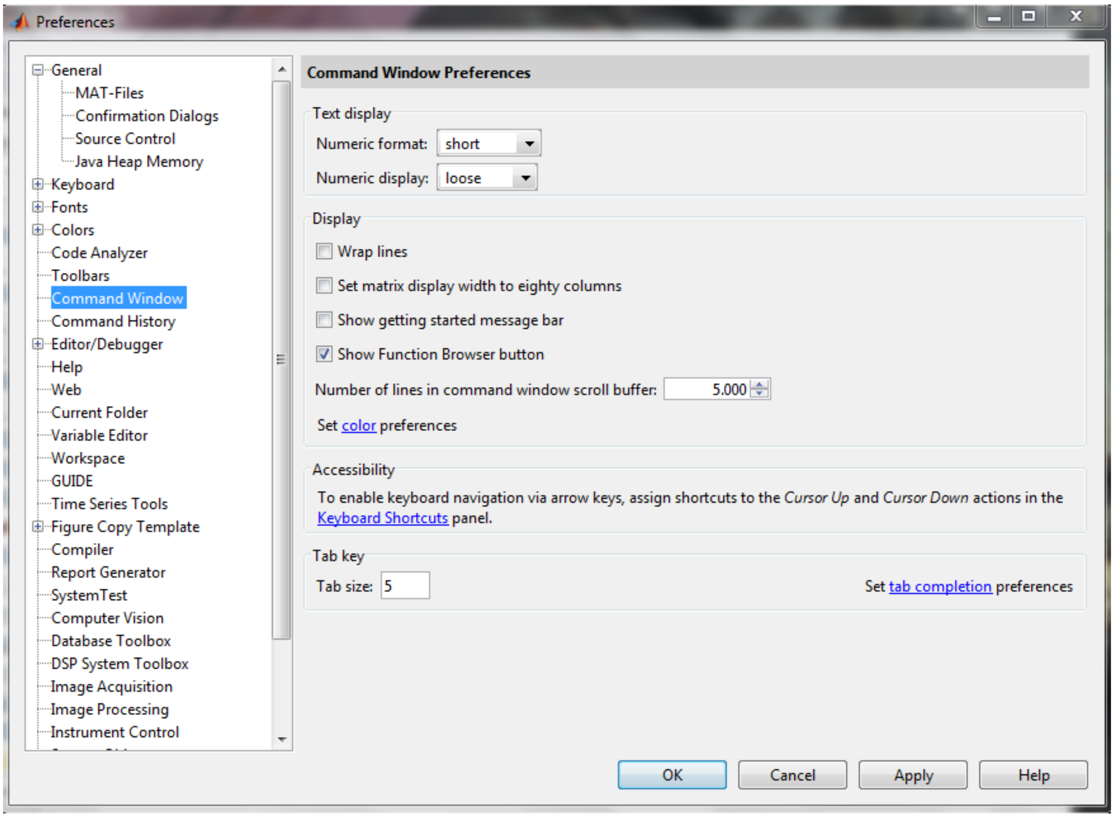
Ορισμός μεταβλητών: Όσον αφορά τον ορισμό μεταβλητών μία μεταβλητή μπορεί να ορισθεί χρησιμοποιώντας αλφαριθμητικούς λατινικούς χαρακτήρες ή και χαρακτήρες υπογράμμισης (_). Μία μεταβλητή μπορεί να αποτελείται από έως και 63 σύμβολα και υπάρχει ευαισθησία στην διάκριση μεταξύ πεζών και κεφαλαίων.

Το Matlab δίνει στον χρήστη την δυνατότητα να εισάγει και σχόλια μαζί με τις εντολές. Αυτό επιτυγχάνεται πληκτρολογώντας το σύμβολο (%) στην αρχή μίας γραμμής ή δίπλα από μία εντολή. Οτιδήποτε γράφεται μετά στο σύμβολο (%) αναγνωρίζεται αυτόματα ως σχόλιο.

Μορφοποίηση απεικόνισης παραμέτρων: Ο χρήστης μπορεί να επέμβει και να αλλάξει την προεπιλεγμένη μορφή απεικόνισης παραμέτρων με χρήση της εντολής format. Πληκτρολογώντας στο παράθυρο εντολών

```
>> help format
```

Εμφανίζονται στην οθόνη όλες οι επιλογές μορφοποίησης που διαθέτει το Matlab. Εναλλακτικά η τροποποίηση των παραμέτρων εμφάνισης μπορεί να γίνει επιλέγοντας File→ Preferences οπότε και εμφανίζεται το παράθυρο τροποποίησης. Ακολουθεί εικόνα του πίνακα βασικών εντολών μορφοποίησης.



Σχήμα 6.2 Πίνακας βασικών εντολών μορφοποίησης

Εισαγωγή δεδομένων από αρχείο κειμένου: Στην περίπτωση που τα δεδομένα είναι αποθηκευμένα σε αρχείο κειμένου μπορεί να χρησιμοποιηθεί η συνάρτηση load για την εισαγωγή τους στο Matlab. Έστω ότι το αρχείο index.txt περιέχει τις ημερήσιες τιμές κλεισίματος των τελευταίων 200 ημερών του Γενικού Δείκτη του Χρηματιστηρίου Αθηνών. Η εισαγωγή των δεδομένων του αρχείου index.txt μπορεί να γίνει με τους παρακάτω δύο τρόπους:

1η περίπτωση: το αρχείο index.txt βρίσκεται στον τρέχον φάκελο

>>load index.txt ή

>>load (‘index.txt’)

2η περίπτωση: το αρχείο index.txt βρίσκεται στον τοπικό δίσκο C

>>load c:\ index.txt ή

>>load (‘c:\index.txt’)

Εισαγωγή δεδομένων από αρχείο Excel: Έστω ότι οι ημερήσιες τιμές κλεισίματος των τελευταίων 200 ημερών του Γενικού Δείκτη του Χρηματιστηρίου Αθηνών είναι αποθηκευμένες σε αρχείο Excel με όνομα index.xls. Για να εισάγουμε τις τιμές στο matlab χρησιμοποιούμε την συνάρτηση xlsread.

>>xlsread(‘index.xls’)

Στο χώρο εργασίας δημιουργείται η προεπιλεγμένη μεταβλητή ans η οποία χρησιμοποιείται για να αποθηκεύει τα δεδομένα που βρίσκονται στο αρχείο index.xls. Θα μας διευκολύνει αρκετά το να κάνουμε ανάθεση μεταβλητής του περιεχομένου του αρχείου index.xls έστω σε μεταβλητή με όνομα data.

>>data=xlsread(‘index.xls’)

Εάν θέλουμε να εισάγουμε και τους τίτλους των μετοχών μαζί με τα αριθμητικά δεδομένα τότε πληκτρολογούμε στην γραμμή εντολών:

>>[data , titles]= xlsread(‘index.xls’)

Ακόμη αν τα δεδομένα μας βρίσκονται για παράδειγμα στο 2ο φύλλο εργασίας excel και υποθετικά επιθυμούμε να εισάγουμε δεδομένα από το κελί A2 έως το B201 θα πληκτρολογούσαμε το ακόλουθο:

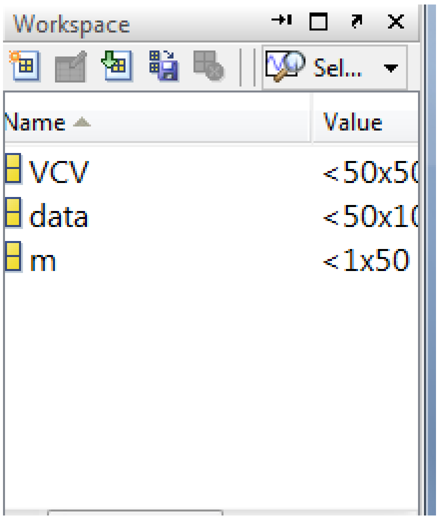
>>xlsread(‘index.xls’,2,’A2:B201’)

Εφόσον έχει επέλθει εξοικείωση με την αρχική οθόνη του Matlab και έχει γίνει η εισαγωγή των δεδομένων μπορούμε να ξεκινήσουμε την κλήση των προγραμμάτων μας για επεξεργασία δεδομένων.

Δεδομένου ότι έχουμε εισάγει τον πίνακα με τα κλεισίματα των χρεογράφων και βρίσκεται στον χώρο εργασίας μας ένα από τα πρώτα βήματα είναι να βρούμε τον πίνακα συνδιακύμανσης VCV. Πληκτρολογούμε την ακόλουθη εντολή

```
>> VCV(data);
```

Μας επιστρέφεται στην επιφάνεια εργασίας ο VCV τετραγωνικός πίνακα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων καθώς και το διάνυσμα m που περιέχει τις αναμενόμενες αποδόσεις των μετοχών όπως φαίνεται και στην ακόλουθη εικόνα.

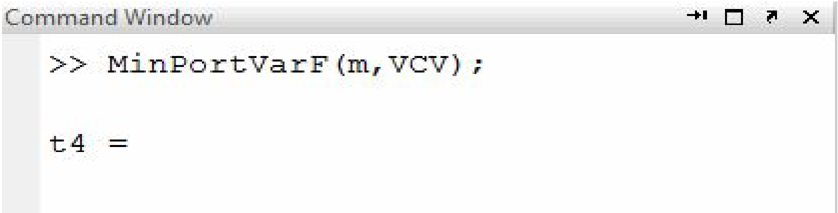


Σχήμα 6.3 Πίνακας VCV και διάνυσμα m στην επιφάνεια εργασίας

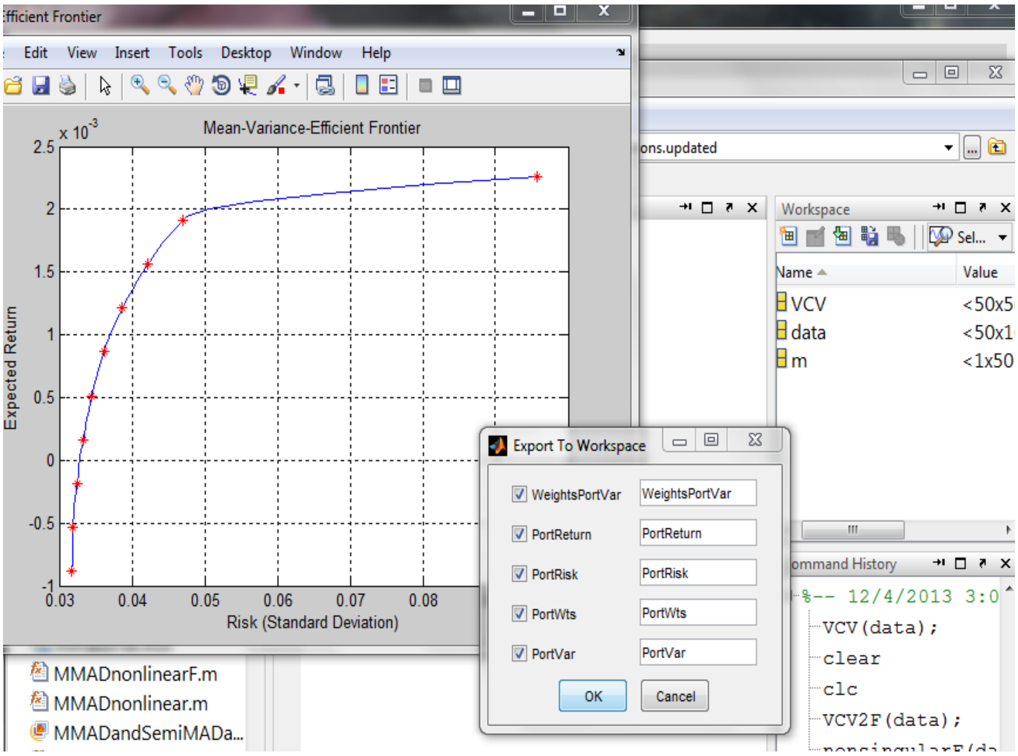
Τώρα εφόσον διαθέτουμε τον πίνακα διακύμανσης συνδιακύμανσης μπορούμε να καλέσουμε τον ελαχιστοποιητικό αλγόριθμο MinPortVar, ο οποίος δέχεται ως ορίσματα τον πίνακα VCV και το διάνυσμα m. Η απαιτούμενη εντολή είναι

```
>>MinPortVar(m,VCV)
```

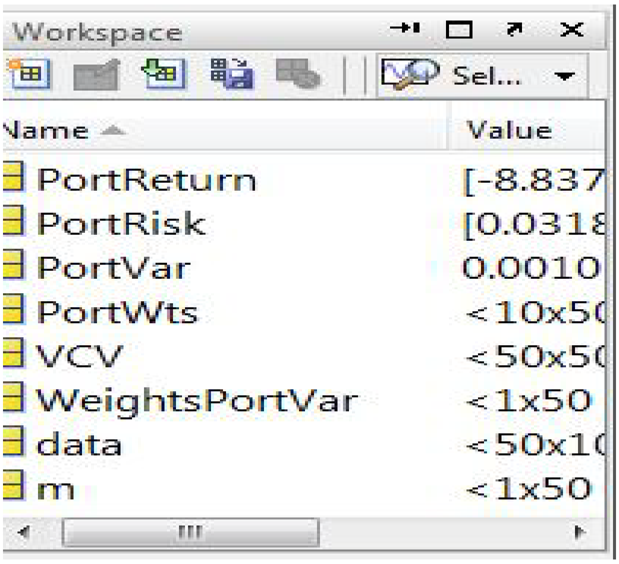
Μετά το πέρας του απαιτούμενου χρόνου εκτέλεσης θα εμφανιστεί στην οθόνη μας η γραφική απεικόνιση του αποτελεσματικού μετώπου καθώς και ένα αναδυόμενο παράθυρο που θα μας ρωτάει αν επιθυμούμε να αποθηκεύσουμε στον χώρο εργασίας τα αποτελέσματα WeightsPortVar (βάρη επένδυσης χαρτοφυλακίων) , PortReturn (αναμενόμενες αποδόσεις), PortRisk (κίνδυνος χαρτοφυλακίου), PortWts(βάρη επένδυσης βέλτιστου χαρτοφυλακίου), PortVar (διακύμανση χαρτοφυλακίου). Ο χρήστης συμβουλεύουμε να πατήσει την επιλογή ΟΚ στο αναδυόμενο παράθυρο και θα δεί τα ανωτέρω στοιχεία επεξεργασίας να εμφανίζονται στον χώρο εργασίας. Ακολουθούν εικόνες που αναπαριστούν τα ανωτέρω βήματα



Σχήμα 6.4 Κλήση Αλγορίθμου MinPortVar



Σχήμα 6.5 Εμφάνιση Αποτελεσμάτων Επεξεργασίας MinPortVar

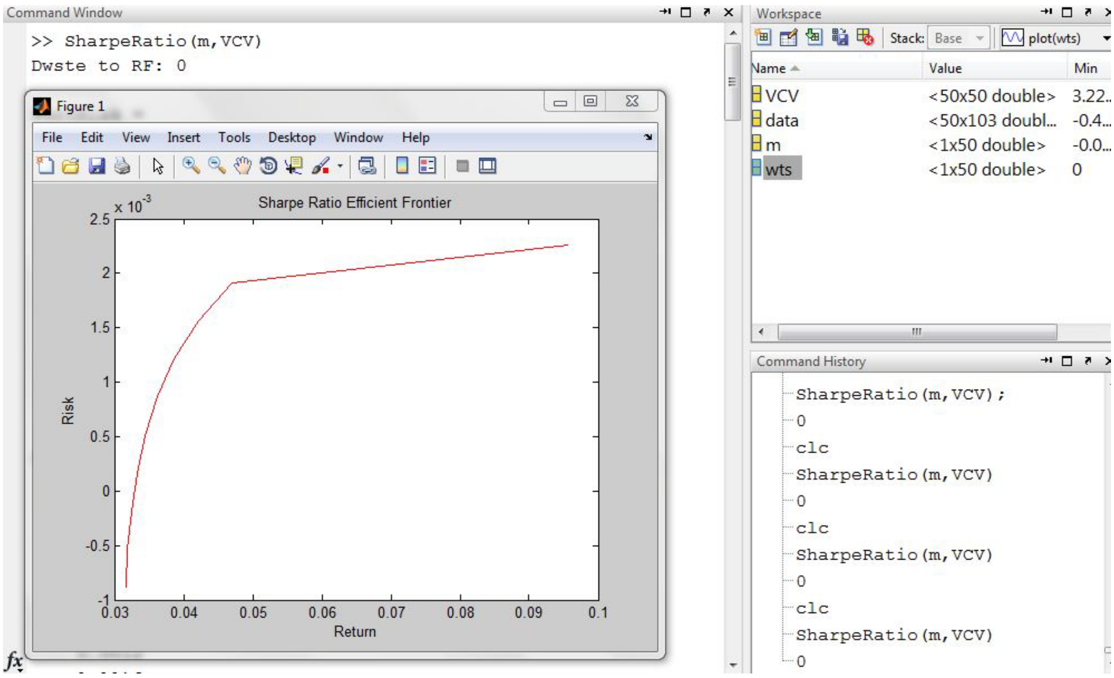


Σχήμα 6.6 Αποθήκευση αποτελεσμάτων στην επιφάνεια εργασίας

Εφόσον τώρα διαθέτουμε τα αποτελέσματα της επεξεργασίας από τον αλγόριθμο MinPortVar μπορούμε να περάσουμε στον επόμενο αλγόριθμο επεξεργασίας τον αλγόριθμο Sharpe Ratio. Ο υπολογιστικός αυτός αλγόριθμος δέχεται επίσης ως όρισμα το διάνυσμα αναμενόμενων αποδόσεων m και τον πίνακα διακύμανσης-συνδιακύμανσης VCV.Η κλήση του θα γίνει με την εντολή:

```
>>SharpeRatio(m,VCV)
```

Στην συνέχεια θα εμφανιστεί στον χρήστη η απαίτηση να δώσει την τιμή του ακίνδυνου χρεογράφου, στην περίπτωσή μας θεωρούμε ότι δεν υπάρχει ακίνδυνο χρεόγραφο οπότε επιλέγουμε 0 και Enter. Ακολούθως πετά το πέρας του απαραίτητου χρόνου επιλυτικής δράσης του αλγορίθμου θα εμφανιστεί στην οθόνη το διάγραμμα του αποτελεσματικού μετώπου καθώς και αναδυόμενο παράθυρο που θα ρωτά αν επιθυμούμε της διάσωση του διανύσματος βαρών υπό το όνομα wts στην επιφάνεια εργασίας. Ο χρήστης καλό θα ήταν να επιλέξει OK στο αναδυόμενο παράθυρο και θα έχει αποθηκευμένα στην επιφάνεια εργασίας τα βάρη επένδυσης. Ακολουθεί εικόνα της επιφάνειας εργασίας Matlab μετά την επίλυση του αλγορίθμου.



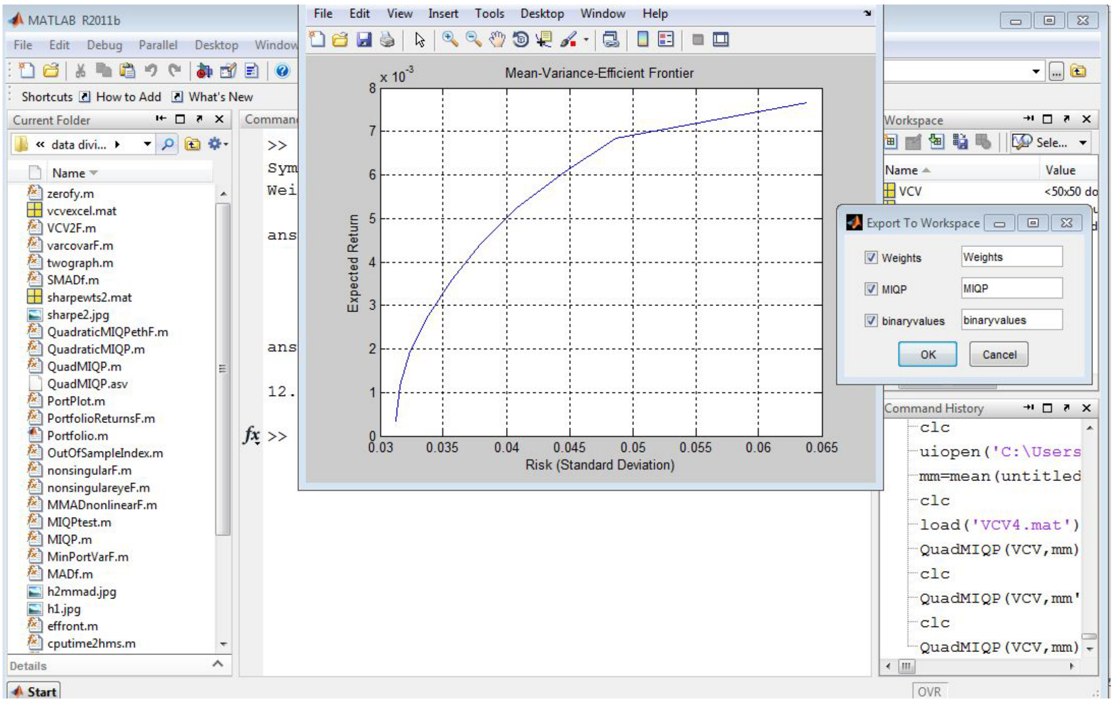
Σχήμα 6.7 Οθόνη Matlab μετά την επίλυση του προγραμματιστικού αλγορίθμου SharpeRatio

Μέχρι στιγμής διαθέτουμε τα βάρη επένδυσης για την σύνθεση του βέλτιστου χαρτοφυλακίου ως αυτά λαμβάνονται από τους ελαχιστοποιητικούς αλγορίθμους MinPortVar και SharpeRatio, η μαθηματική διατύπωση των οποίων έχει γίνει εκτενώς στο 4^{ο} κεφάλαιο.

Ακολούθως θα κάνουμε κλήση του αλγορίθμου τετραγωνικού προγραμματισμού MIQP. Ο αλγόριθμος αυτός ως και οι προαναφερθέντες λαμβάνει ως ορίσματα τον πίνακα συνδιακυμάνσεων VCV και το διάνυσμα αναμενόμενων αποδόσεων m. Η εντολή κλήσης του είναι η ακόλουθη:

>>MIQP(m,VCV);

Στην οθόνη θα εμφανιστεί το αποτελεσματικό μέτωπο και το διάνυσμα με τα βάρη επενδύσεως το οποίο ο χρήστης θα αποθηκεύσει στην επιφάνεια εργασίας ως προηγουμένως. Θα λάβει επίσης ο χρήστης διάνυσμα με δυαδικούς χαρακτήρες (0 ή 1) το οποίο θα προσδιορίζει τις μετοχές που θα συμμετέχουν στην σύνθεση του βέλτιστου χαρτοφυλακίου με την ένδειξη 1. Ακολουθεί εικόνα της οθόνης εργασίας του Matlab μετά την επίλυση του αλγορίθμου MIQP.

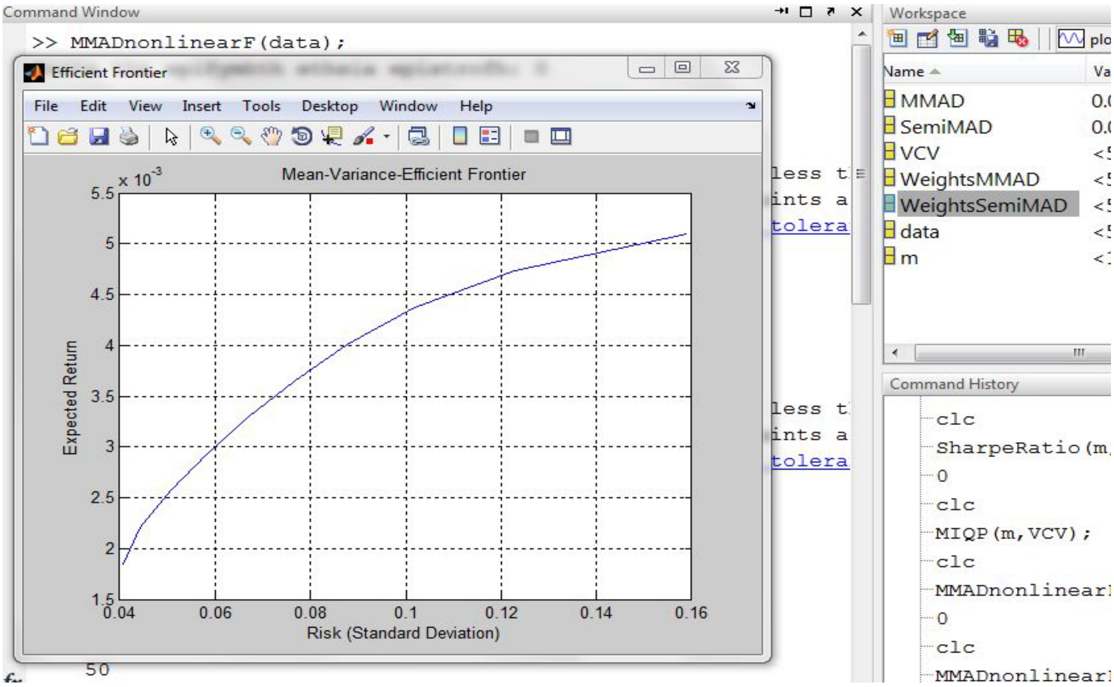


Τέλος καλούμε τον επιλυτικό αλγόριθμο MMAD-SMAD που μας επιστρέφει το διάνυσμα βαρών και για την επιλυτική διαδικασία MMAD και για την επιλυτική διαδικασία SemiMAD (ως αυτές έχουν παρουσιασθεί στο 4^{o} κεφάλαιο). Η συνάρτηση αυτή παίρνει ως μοναδικό όρισμα τον πίνακα κλεισιμάτων έστω data που αρχικά είχαμε εισάγει στον χώρο εργασίας της Matlab και όχι τον πίνακα συνδιακυμάνσεων και το διάνυσμα αναμενόμενων αποδόσεων. Αυτό οφείλεται στο ότι με τον παρών αλγόριθμο η βελτιστοποίηση θα βασιστεί στα διανύσματα MMADvector SemiMADvector και στους δείκτες MMADindex και SemiMADindex ως αυτοί έχουν ορισθεί αναλυτικά στο 4^{o} κεφάλαιο του παρών τόμου. Η εντολή κλήσης είναι:

```
>>SemiMAD(data);
```

Μετά την ολοκλήρωση της επιλυτικής διαδικασίας εμφανίζεται στην οθόνη εργασίας η γραφική απεικόνιση του αποτελεσματικού μετώπου, όπως και πριν αναδύεται παράθυρο με ερώτηση περί αποθήκευσης στοιχείων επεξεργασίας και εφόσον ο χρήστης επιλέξει OK στον χώρο εργασίας θα εμφανιστούν το διάνυσμα με τα βάρη επεξεργασίας κατά MMAD και με ονόματα wtsMMAD , wtsSemiMAD αντίστοιχα. Στην επιφάνεια εργασίας θα σταλούν επίσης και τα διανύσματα MMAD και SemiMAD σύμφωνα με τα οποία έγινε η βελτιστοποίηση ως έχει περιγραφεί και στο

4ο κεφάλαιο του παρών τόμου. Ακολουθεί η εικόνα που θα έχει η επιφάνεια εργασίας μετά την επεξεργασία των ανά χείρας δεδομένων με χρήση του προγραμματιστικού αλγορίθμου SemiMAD.

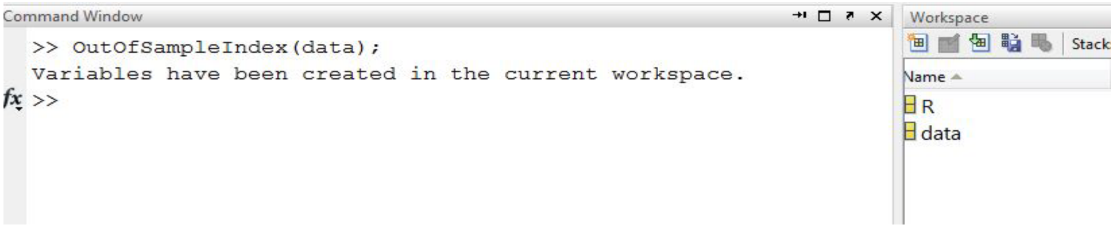


Σχήμα 6.8 Οθόνη εργασίας Matlab μετά την επεξεργασία με χρήση του προγραμματιστικού αλγορίθμου SemiMAD.

Εάν ο χρήστης διαθέτει ένα αρχείο με δεδομένα εκτός δείγματος μπορεί αν θέλει να τα παλινδρομήσει πάνω στα διανύσματα βαρών που δόθηκαν από τα παραπάνω προγράμματα έτσι ώστε να κάνει συγκριτική ανάλυση των βελτίστων χαρτοφυλακίων που απέδωσαν τα προγράμματα ή να τα συγκρίνει με πρότυπο δείκτη. Για να λάβει το προς παλινδρόμηση διάνυσμα έστω R θα κάνει εισαγωγή του αρχείου κλεισιμάτων της εκτός δείγματος περιόδου όπως προαναφέρθηκε και θα καλέσει το πρόγραμμα OutOfSampleIndex ως εξής:

>>OutOfSampleIndex(data);

Σαν επιστροφή θα λάβει το προς παλινδρόμηση διάνυσμα R στην επιφάνεια εργασίας. Ακολουθεί εικόνα που αναπαριστά τα ανωτέρω:

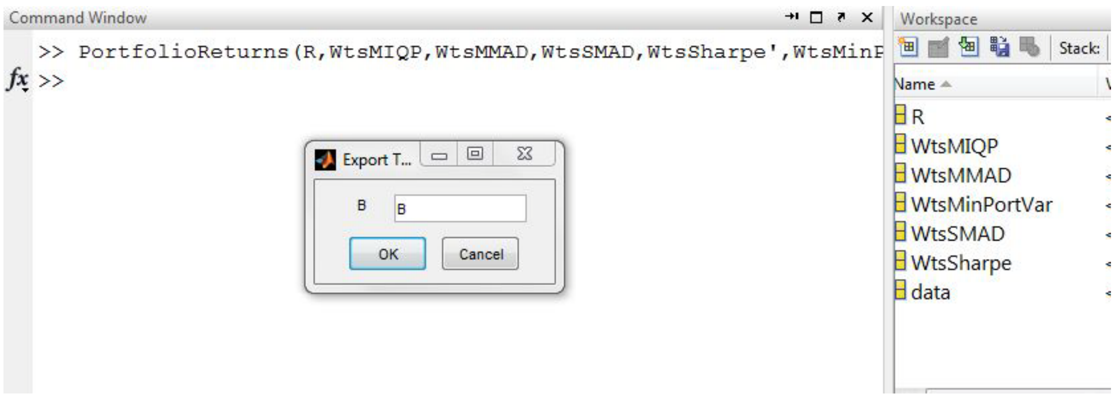


Σχήμα 6.9 Οθόνη Matlab μετά τη χρήση του προγράμματος OutOfSampleIndex

Για να λάβει τώρα ο χρήστης τις αναμενόμενες αποδόσεις των χαρτοφυλακίων που προκύπτουν αν επενδυθούν τα ανά μέθοδο προτεινόμενα βάρη επένδυσης για σύνθεση βέλτιστου χαρτοφυλακίου στην εκτός δείγματος περίοδο τότε κάνουμε χρήση του προγράμματος PortfolioReturns. Αφού ο χρήστης εισάγει με έναν από τους προαναφερθέντες τρόπους στην επιφάνεια εργασίας του matlab το διανύσματα με τα βάρη επένδυσης ανά μέθοδο καθώς και το διάνυσμα R που προέκυψε από το ακριβώς προηγούμενο βήμα κάνει κλίση της συνάρτησης PortfolioReturns ως εξής :

>> PortfolioReturns (wtsMinPortVar,wtsSharpe,wtsMMAD,wtsSMAD,wtsMIQP,R);

Σαν αποτέλεσμα θα λάβει στην επιφάνεια εργασίας το διάνυσμα B το οποίο θα περιέχει την τιμή αναμενόμενης απόδοσης του βέλτιστου χαρτοφυλακίου ανά μέθοδο με σειρά ίδια με την σειρά με τη οποία δόθηκαν ανά μέθοδο τα ορίσματα. Ακολουθεί εικόνα της οθόνης Matlab μετά την χρήση του προγράμματος PortfolioReturns.



Σχήμα 6.10 Οθόνη εργασίας Matlab μετά την χρήση του προγράμματος PortfolioReturns

Παράρτημα ΙΙΙ Επεξήγηση ειδικής ορολογίας

Mean Variance Efficient Frontier

Είναι ένα σύνολο βέλτιστων χαρτοφυλακίων που προσφέρει την υψηλότερη αναμενόμενη απόδοση για ένα καθορισμένο επίπεδο κινδύνου ή το χαμηλότερο κίνδυνο για ένα δεδομένο επίπεδο της αναμενόμενης απόδοσης. Χαρτοφυλάκια που βρίσκονται κάτω από το Efficient Frontier είναι υπο-βέλτιστα, επειδή δεν παρέχουν αρκετή απόδοση για το επίπεδο του κινδύνου. Χαρτοφυλάκια συγκεντρωμένα στα δεξιά του Efficient Frontier είναι επίσης υπο-βέλτιστα, επειδή έχουν ένα υψηλότερο επίπεδο κινδύνου για την καθορισμένη απόδοση.

Δεδομένου ότι το αποτελεσματικό σύνορο είναι καμπύλη, παρά γραμμικό, ένα βασικό εύρημα της έννοιας ήταν το όφελος της διαφοροποίησης.

Βέλτιστα χαρτοφυλάκια που περιλαμβάνονται στο αποτελεσματικό σύνορο τείνουν να έχουν υψηλότερο βαθμό διαφοροποίησης από τα υπόλοιπα.

Η έννοια του αποτελεσματικού μετώπου εισήχθη από τον Harry Markowitz το 1952 και αποτελεί τον ακρογωνιαίο λίθο της σύγχρονης θεωρίας χαρτοφυλακίου.

Ex-ante analysis

Ένας όρος που αναφέρεται σε μελλοντικά γεγονότα, όπως μελλοντικές αποδόσεις ή προοπτικές της εταιρείας. Με την εκ των προτέρων ανάλυση δίνεται μια ιδέα για τις μελλοντικές κινήσεις των τιμών ή των μελλοντικών επιπτώσεων μιας νέας εφαρμοζόμενης πολιτικής.

Ένα παράδειγμα από την εκ των προτέρων ανάλυση είναι όταν μια εταιρεία επενδύσεων εκτιμά την αξία ενός χρεογράφου εκ των προτέρων και στη συνέχεια συγκρίνει τα προβλεπόμενα αποτελέσματα με την πραγματική κίνηση της τιμής της μετοχής.

Στη Λατινική σημαίνει "πριν το γεγονός".

Ex-post analysis

Ένας άλλος όρος για πραγματικές αποδόσεις. Ο όρος ex-post μεταφρασμένος από τα λατινικά σημαίνει "μετά το γεγονός". Η χρήση των ιστορικές στοιχείων για τις αποδόσεις των χρεογράφων είναι παραδοσιακά ο πιο συνηθισμένος τρόπος για να προβλέψει κάποιος την πιθανότητα να υποστούν μια απώλεια σε οποιαδήποτε δεδομένη ημέρα. Εκ των υστέρων είναι το αντίθετο της εκ των προτέρων, το οποίο σημαίνει "πριν το γεγονός".

Οι εταιρείες επιδιώκουν να διαθέτουν ex-post στοιχεία για την πρόβλεψη μελλοντικών κερδών. Μια άλλη κοινή χρήση της ex-post analysis είναι σε μελέτες, όπως η αξία σε κίνδυνο (VaR), μια πιθανοτική μελέτη που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του μέγιστου ποσού της απώλειας ενός χαρτοφυλακίου που θα μπορούσε να συμβεί σε δεδομένη ημέρα.

Alpha

Ένα μέτρο της απόδοσης σε προσαρμοζόμενο κίνδυνο. Ο Άλφα συγκρίνει την απόδοση με ένα δείκτη αναφοράς. Η υπερβάλλουσα απόδοση σχετικά με τον δείκτη αναφοράς είναι η τιμή άλφα.

Είναι ένα από τα πέντε είδη τεχνικών δεικτών κινδύνου. Οι άλλοι είναι βήτα, τυπική απόκλιση, R-τετράγωνο, και Sharpe. Αυτές είναι όλες οι στατιστικές μετρήσεις που χρησιμοποιούνται στη σύγχρονη θεωρία χαρτοφυλακίου (MPT). Όλοι αυτοί οι δείκτες έχουν ως στόχο να βοηθήσουν τους επενδυτές να καθορίσουν τη σχέση κινδύνου-απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου. Συχνά θεωρείται ότι αντιπροσωπεύει την αξία που ένας διαχειριστής χαρτοφυλακίου προσθέτει ή αφαιρεί από την συνολική απόδοση.

Beta

Ένα μέτρο του συστηματικού κίνδυνου, ενός χρεογράφου ή ενός χαρτοφυλακίου σε σύγκριση με την αγορά στο σύνολό της. Χρησιμοποιείται στο μοντέλο (CAPM), ένα μοντέλο που υπολογίζει την αναμενόμενη απόδοση χρεογράφου βασιζόμενο σε beta coefficient και τις αναμενόμενες αποδόσεις της αγοράς.

Επίσης γνωστό ως "βήτα συντελεστής" (beta coefficient).

Υπολογίζεται χρησιμοποιώντας ανάλυση παλινδρόμησης, και μπορεί να θεωρηθεί ως τάση της απόδοσης ενός χρεογράφου να ανταποκριθεί στις διακυμάνσεις της αγοράς.

APT- Arbitrage Pricing Theory

Ένα μοντέλο τιμολόγησης χρεογράφων που βασίζεται στην ιδέα ότι οι αποδόσεις ενός χρεογράφου μπορούν να προβλεφθούν με τη σχέση μεταξύ του χρεογράφου και κοινών παραγόντων κινδύνου. Δημιουργήθηκε το 1976 από τον Stephen Ross, αυτή η θεωρία προβλέπει μια σχέση μεταξύ των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου και την απόδοση ενός μοναδικού χρεογράφου μέσω ενός γραμμικού συνδυασμού πολλών ανεξάρτητων μακρο-οικονομικών μεταβλητών.

Black- Litterman Model

Ένα μοντέλο σύνθεσης χαρτοφυλακίου, που αναπτύχθηκε από τους Fischer Black και Robert Litterman της Goldman Sachs. Το Black-Litterman μοντέλο είναι ουσιαστικά ένας συνδυασμός των δύο βασικών θεωριών της σύγχρονης θεωρίας χαρτοφυλακίου, του CAPM και της θεωρίας βελτιστοποίησης Harry Markowitz.

Το κύριο όφελος του μοντέλου είναι ότι επιτρέπει στο διαχειριστή χαρτοφυλακίου να το χρησιμοποιήσει ως εργαλείο για να παράγει ένα σύνολο αναμενόμενων αποδόσεων εντός του πεδίου βελτιστοποίησης μέσου διακύμανσης. Αυτό μπορεί να επιτρέψει να αποφευχθούν ορισμένα προβλήματα που συνδέονται με τη βελτιστοποίηση του Markowitz, όπως η συγκέντρωση του επενδυόμενου κεφαλαίου του χαρτοφυλακίου σε ελάχιστα χρεόγραφα.

CAPM- Capital Asset Pricing Model

Ένα μοντέλο που περιγράφει τη σχέση μεταξύ κινδύνου και προσδοκώμενης απόδοσης και που χρησιμοποιείται για την αξιολόγηση επικίνδυνων χρεογράφων.

$$\overline{r_a} = r_f + \beta_a(\overline{r_m} - r_f)$$

Όπου

$$r_f = ακίνδυνο\ χρεόγραφο$$

$$\beta_a = beta\ συντελεστής$$

$$\overline{r_m} = αναμενόμενη\ απόδοση\ αγοράς$$

Το CAPM λέει ότι η αναμενόμενη απόδοση μιας μετοχής ή ενός χαρτοφυλακίου ισούται με το ακίνδυνο χρεόγραφο συν ένα πρόσθετο κινδύνου. Εάν αυτή η αναμενόμενη απόδοση δεν ανταποκρίνεται στην απαιτούμενη απόδοση, τότε η επένδυση δεν θα πρέπει να αναληφθεί.

Volatility

Ένα στατιστικό μέτρο της διασποράς των αποδόσεων για δεδομένο χρεόγραφο ή δείκτη της αγοράς. Μπορεί να μετρηθεί είτε με τη χρήση της τυπικής απόκλισης ή της διακύμανσης των αποδόσεων του ίδιου του χρεογράφου ή δείκτη της αγοράς.

Συνήθως υψηλότερες τιμές αφορούν επικίνδυνα χρεόγραφα.

Βιβλιογραφία

Βιβλία

- Fabozzi, F. J., Kolm, P. N., Pachamanova, D., 2007. Robust portfolio optimization and management. John Wiley and Sons.
- Fabozzi, F. J., Markowitz, H. M, 2002. The theory and practice of investment management. John Wiley and Sons.
- Markowitz, H. "Portfolio Selection", Journal of Finance, 7/1 (1952), pp. 77-91.
- Markowitz, H. M., 2008. Harry Markowitz: Selected works. World Scientific.
- Markowitz, H. M., Todd, G. P., Sharpe, W. F., 2000. Mean-Variance analysis in portfolio choice and capital markets. John Wiley and Sons.
- Xidonas, P., 2010. An integrated methodology and an information system for supporting common stock portfolio management decisions. Doctoral Thesis, National Technical University of Athens.
- Xidonas, P., Mavrotas, G., Krintas, T., Psarras, J., Zopounidis, C., 2012. Multicriteria portfolio management. Springer, New York.
- Xidonas, P., Mavrotas, G., Psarras, J., Zopounidis, C., 2011. Portfolio management with multiple criteria: Theory and practice. Kleidarithmos Publications, Athens.
- Xidonas, P., Psarras, J., Zopounidis, C., 2010. Modern portfolio theory. Kleidarithmos Publications, Athens.

Δημοσιεύσεις σε περιοδικά

- Krintas, T., Xidonas, P., 2011. Are market returns deriving from asset classes or participants possession effect? Journal of Financial Decision Making, 7 (1), 109-116.

- Mavrotas, G., Xidonas, P., Psarras, J., 2008. An integrated multiple criteria methodology for supporting common stock portfolio selection decisions. In: Lahdelma, R., Miettinen, K., Salminen, P., Salo, A. (Eds.), Proceedings of the 67th Meeting of the European Working Group on Multiple Criteria Decision Aiding, Rovaniemi, Finland, April 3-5, 2008, pp. 56-71.
- Papakostas, V., Xidonas, P., Askounis, D., Psarras, J., 2006. Applying design patterns for web-based derivatives pricing. In: Constantino, M., Brebbia, C.A. (Eds.), Computational finance and its applications II, Wessex Institute of Technology Press, pp. 193-202.
- Xidonas, P., Askounis, D., Psarras, J., 2008. A multiple criteria methodology for constructing common stock portfolios: An application for companies of the FTSE/ATHEX 140. In: Soares, J., Spronk, J. (Eds.), New Developments in Financial Modeling, Cambridge Scholars Publishing, pp. 146-173.
- Xidonas, P., Askounis, D., Psarras, J., 2008. On modeling an integrated multiple criteria methodology for supporting common stock portfolio construction decisions. Journal of Computational Optimization in Economics and Finance, 1 (1), 17-40.
- Xidonas, P., Askounis, D., Psarras, J., 2009. Common stock portfolio selection: A multiple criteria decision making methodology and an application on the Athens Stock Exchange. Operational Research, 9 (1), 55-79.
- Xidonas, P., Ergazakis, E., Ergazakis, K., Metaxiotis, K., Askounis, D., Mavrotas, G., Psarras, J., 2009. On the selection of equity securities: An expert systems methodology and an application on the Athens Stock Exchange. Expert Systems with Applications, 36 (9), 11966-11980. 1.924 ISI impact factor
- Xidonas, P., Ergazakis, E., Ergazakis, K., Metaxiotis, K., Psarras, J., 2009. Evaluating corporate performance within the frame of the expert systems technology. International Journal of Data Mining, Modeling and Management, 1 (3), 261-290.
- Xidonas, P., Flamos, A., Koussouris, S., Askounis, D., Psarras, J., 2007. On the appraisal of consumer credit banking products within the asset quality frame: A multiple criteria application. Operational Research, 7 (2), 255-283. Taylor & Francis (1)

- Xidonas, P., Mavrotas, G., Askounis, D., Psarras, J., 2008. A multicriteria methodology for equity selection using financial analysis. In: Proceedings of the 20th National Conference of the Hellenic Operational Research Society, Spetses, Greece, June 19-21, 2008, pp. 583-615.
- Xidonas, P., Mavrotas, G., Askounis, D., Psarras, J., 2008. Equity portfolio selection using multiobjective optimization. In: Kioulafas, K., Prachalias, C. (Eds.), Proceedings of the 5th International Conference on Applied Financial Economics, Samos, Greece, July 3-5, 2008, pp. 142-156.
- Xidonas, P., Mavrotas, G., Askounis, D., Psarras, J., 2008. Portfolio selection in the presence of multiple criteria. In: Proceedings of the 20th National Conference of the Hellenic Operational Research Society, Spetses, Greece, June 19-21, 2008, pp. 631-648.
- Xidonas, P., Mavrotas, G., Askounis, D., Psarras, J., 2009. Multiple objectives in portfolio construction. American Journal of Finance and Accounting, 1 (3), 239-255.
- Xidonas, P., Mavrotas, G., Askounis, D., Psarras, J., 2009. Portfolio engineering using the IPSSIS multiobjective optimization decision support system. International Journal of Decision Sciences, Risk and Management, 1 (1/2), 36-53.
- Xidonas, P., Mavrotas, G., Krintas, T., Askounis, D., Mertzanis, C., Psarras, J., Zopounidis, C., 2011. Corporate performance evaluation: A multicriteria methodology and an application on the Athens Stock Exchange. International
- Xidonas, P., Mavrotas, G., Psarras, J., 2009. A multicriteria methodology for equity selection using financial analysis. Computers and Operations Research, 36 (12), 3187-3203. 1.769 ISI impact factor
- Xidonas, P., Mavrotas, G., Psarras, J., 2010. A multicriteria decision making approach for the evaluation of equity portfolios. International Journal of Mathematics in Operational Research, 2 (1), 40-72.
- Xidonas, P., Mavrotas, G., Psarras, J., 2010. A multiple criteria decision making approach for the selection of stocks. Journal of the Operational Research Society, 61, 1273-1287. 1.102 ISI impact factor Nova Publishers (1)

- Xidonas, P., Mavrotas, G., Psarras, J., 2010. Equity portfolio construction and selection using multiobjective mathematical programming. Journal of Global Optimization, 47 (2), 185-209. 1.160 ISI impact factor
- Xidonas, P., Mavrotas, G., Psarras, J., 2010. Evaluating stocks in the presence of multiple criteria. International Journal of Information and Decision Sciences, 2 (1), 87-111.
- Xidonas, P., Mavrotas, G., Psarras, J., 2010. Portfolio construction on the Athens Stock Exchange: A multiobjective optimization approach. Optimization, 59 (8), 1211-1229. 0.509 ISI impact factor Palgrave (1)
- Xidonas, P., Mavrotas, G., Psarras, J., 2010. Portfolio management within the frame of multiobjective mathematical programming: A categorized bibliographic study. International Journal of Operational Research, 8 (1), 21-41.
- Xidonas, P., Mavrotas, G., Zopounidis, C., Psarras, J., 2011. IPSSIS: An integrated multicriteria decision support system for equity portfolio construction and selection. European Journal of Operational Research, 210 (2), 398-409. 2.158 ISI impact factor
- Xidonas, P., Psarras, J., 2008. Towards a multiple criteria decision making framework for common stock portfolio selection. International Journal of Applied Decision Sciences, 1 (2), 191-211.
- Xidonas, P., Psarras, J., 2009. Equity portfolio management within the MCDM frame: A literature review. International Journal of Banking, Accounting and Finance, 1 (3), 285-309.