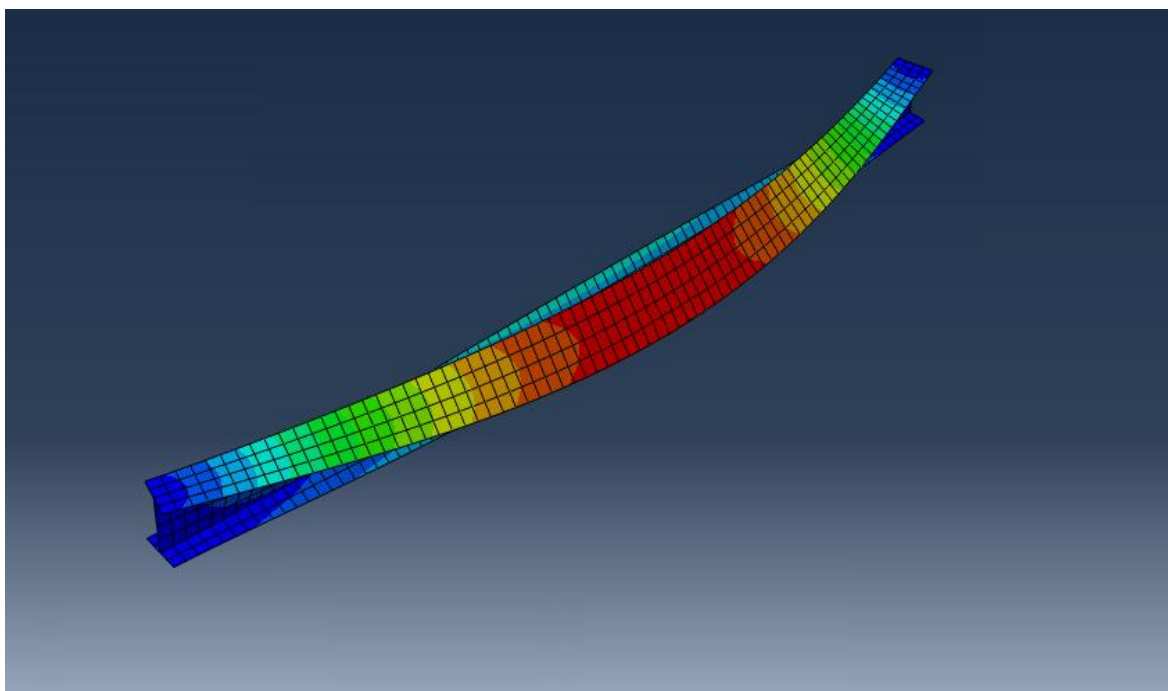




ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Πολιτικών Μηχανικών
Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών

Μελέτη ευστάθειας καμπτομένων δοκών με μεθόδους πεπερασμένων στοιχείων



ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΖΩΗ Γ. ΠΟΛΥΖΟΥ

Επιβλέπων: Γ. Ι. Ιωαννίδης

Αθήνα, Ιούλιος 2013

ΕΜΚ ΔΕ 2013/60

Πολύζου Ζ. Γ. (2013).
Μελέτη ευστάθειας καμπτομένων δοκών με μεθόδους πεπερασμένων στοιχείων
Διπλωματική Εργασία ΕΜΚ ΔΕ 2013/60
Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα.

Polyzou Z.G. (2013).
Stability of beams under bending moment with finite elements methods
Diploma Thesis ΕΜΚ ΔΕ 2013/60
Institute of Steel Structures, National Technical University of Athens, Greece

Πίνακας περιεχομένων

Περίληψη.....	4
Abstract.....	5
Ευχαριστίες.....	6
1 Παρουσίαση του προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS και προσομοίωση του μοντέλου.....	7
1.1 Εισαγωγή.....	7
1.2 Παρουσίαση του ABAQUS για ανάλυση καμπτομένης δοκού και προσομοίωση με στοιχειά κελύφους(shell elements).....	7
1.2.1 Εκκίνηση προγράμματος και δίκτυο πεπερασμένων στοιχείων	7
1.2.2 Μόρφωση γεωμετρίας και επιλογή υλικού	8
1.2.3 Είδη αναλύσεων.....	11
1.2.3.1 Ελαστική ανάλυση λυγισμού Buckle	11
1.2.3.2 Μη γραμμική ανάλυση λυγισμού	12
1.2.4 Επιβολή φόρτισης στο φορέα.....	13
1.2.5 Επιβολή συνοριακών συνθηκών στο φορέα.....	13
1.3 Αποτελέσματα	19
1.4 Συμπεράσματα.....	33
2 Βαθμονόμηση του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων για την ανάλυση αμφιαρθρωτών δοκών	34
2.1 Πειραματικά δεδομένα της δοκού που χρησιμοποιήθηκε για τη βαθμονόμηση.	34
2.2 Χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων και σύγκριση αποτελεσμάτων με αυτά των πειραμάτων	39
2.3 Συμπεράσματα.....	44
3 Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός αμφιέριστων δοκών υπό κάμπτική ροπή και αξονική δύναμη.....	45
3.1 Εισαγωγή.....	45
3.2 Αμφιέριστη δοκός HEA 500.....	46
Αμφιέριστη δοκός IPE 500.....	61
3.3 Συμπεράσματα.....	73
4 Γενικά Συμπεράσματα	74
Παράρτημα Α. Υπολογισμός κρίσιμης ελαστικής ροπής και ροπής αντοχής με βάση τον EC3.....	75
5 Βιβλιογραφία.....	79

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
ΕΜΚ ΔΕ 2013/60

Μελέτη ευστάθειας καμπτομένων δοκών με μεθόδους πεπερασμένων στοιχείων
Πολύζου Ζ. Γ. (Επιβλέπων: Ιωαννίδης Γ.)

Περίληψη

Αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η μελέτη ευστάθειας καμπτομένων δοκών με μεθόδους πεπερασμένων στοιχείων και η διερεύνηση της επιρροής αξονικής εφελκυστικής κεντρικά ασκούμενης δύναμης στην αντοχή έναντι στρεπτοκαμπτικού λυγισμού αμφιέριστων δοκών διατομής HEA και IPE υπό καμπτική καταπόνηση. Σε αντίθεση με την περίπτωση δοκών σε θλίψη και κάμψη, η επιρροή της αξονικής εφελκυστικής δύναμης στην αντοχή έναντι στρεπτοκαμπτικού λυγισμού δοκών υπό καμπτική καταπόνηση δεν έχει μελετηθεί ευρέως. Έχει αποδειχθεί δε, πως η παρουσία εφελκυστικής δύναμης έχει θετική επίδραση στην αντοχή έναντι λυγισμού. Κι αυτός είναι ο λόγος που μελετάται σε αυτή την εργασία.

Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται μία περιγραφή του προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων Abaqus 6.10.1 που χρησιμοποιήθηκε για τις γραμμικές και μη γραμμικές αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν στις δοκούς. Επιπροσθέτως, διερευνώνται οι πιθανοί τρόποι προσομοίωσης των στηρίξεων της αμφιέριστης δοκού και επιλέγεται ο βέλτιστος με βάση τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τον EC3.

Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται η βαθμονόμηση του προγράμματος των πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιούμε για την ανάλυση αμφιέριστων δοκών. Η βαθμονόμηση επιτυγχάνεται με τη σύγκριση των αποτελεσμάτων από πειράματα που έγιναν σε αμφιέριστες δοκούς. Τα πειραματικά αποτελέσματα χρησιμοποιήθηκαν από άρθρο των Y.Q. Wang, H.X. Yuan, Y.J. Shi, M. Cheng, (2011). «Lateral-torsional buckling resistance of aluminium I-beams». [8]. Η προσομοίωση έγινε με στοιχεία κελύφους (shell elements).

Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται χρήση του συγκεκριμένου μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων του λογισμικού Abaqus 6.10.1 για την ανάλυση αμφιέριστων δοκών, με διατομές HEA 500 και IPE 500, σε διάφορα μήκη. Γίνεται αρχικά μία ανάλυση των δοκών σε κάμψη και τα αποτελέσματα συγκρίνονται με τον Ευρωκώδικα. Στη συνέχεια με αφορμή το έγγραφο των George I. Ioannidis, Tassos P. Abraam (2012). «Lateral-torsional buckling of simply supported beams under uniform bending and axial tensile force» [6], γίνεται μία ανάλυση σε κάμψη και αξονική εφελκυστική δύναμη.

Τέλος, στο τέταρτο κεφάλαιο συγκεντρώνονται τα συμπεράσματα της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Το βασικότερο εκ των οποίων είναι ότι η αύξηση της αξονικής εφελκυστικής δύναμης που ασκείται σε αμφιέριστη δοκό, οδηγεί σε αύξηση της αντοχής της δοκού έναντι στρεπτοκαμπτικού λυγισμού.

NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
FACULTY OF CIVIL ENGINEERING
INSTITUTE OF STEEL STRUCTURES

DIPLOMA THESIS
EMK ΔΕ 2013/60

Stability study of beams under bending moment with finite elements methods

Polyzou Z. G. (supervised by Ioannidis G.)

Abstract

In this pre-graduate diploma thesis a research at the stability of beams under bending moment and the influence of a centrally applied axial tensile force on the lateral-torsional buckling resistance of simply supported I- and H-beams under uniform bending, is studied. Members subjected to bending moments and axial compressive force against lateral-torsional buckling are widely studied. On the contrary, there are not many works dealing with the influence of an axial tensile force on the lateral-torsional buckling resistance of beams under bending. It is evident that the presence of tensile force has a favorable effect on the buckling strength. That's why it is studied in this paper.

In the first chapter there is a description of the finite element model Abaqus 6.10.1 that was used for the linear and non-linear analysis of the beams. Furthermore, possible ways to simulate the supports of a simply supported beam are investigated, and the optimum way is chosen based on the results of the EC3.

In the second chapter the calibration of the finite elements model that is used for the simple supported beams, takes place. The calibration is executed with the comparison of the results from experiments on simple-supported I-beams. The experimental results were taken by the article of Y.Q. Wang, H.X.Yuan, Y.J.Shi, M.Cheng, (2011). «Lateral-torsional buckling resistance of aluminium I-beams». [8]. The simple elements that were used were shell elements.

In the third chapter, the previous finite element model is used, with the help of the Abaqus 6.10.1 software, for the analysis of simple supported I- and H-beams. In the first part an analysis of the beams under bending, takes place. In the second part an analysis under bending and axial tensile force takes place based on the paper of George I. Ioannidis, Tassos P. Abraam (2012). «Lateral-torsional buckling of simply supported beams under uniform bending and axial tensile force» [6].

Finally, in the fourth chapter the conclusions of this pre-graduate diploma thesis are presented. The main conclusion is that the presence of tensile force has a favorable effect on the buckling strength and when the tensile force increases, the buckling strength does too.

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή Ε.Μ.Π. κ. Γ.Ιωαννίδη καθώς και την υποψήφια Δρ. Ε.Μ.Π. Μ.Ε.Δασίου για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγηση που μου παρείχαν κατά την εκπόνηση αυτής της διπλωματικής εργασίας.

Ευχαριστώ τους γονείς μου για τη στήριξη τους και για όλα όσα μου προσφέρουν.

1 Παρουσίαση του προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS και προσομοίωση του μοντέλου

1.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται το πρόγραμμα που χρησιμοποιήθηκε για τις αριθμητικές αναλύσεις των δοκών με βάση τα βήματα που ακολουθήθηκαν για την εκτέλεση των αναλύσεων.

Κατά τη διεξαγωγή των αναλύσεων, παρουσιάστηκαν διάφορα ζητήματα. Αυτό που μας απασχόλησε περισσότερο ήταν η εύρεση των κατάλληλων συνοριακών συνθηκών για προσομοίωση αμφιέριστης δοκού. Οι αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν αφορούν σε αμφιέριστες χαλύβδινες δοκούς μορφής διπλού ταφ υπό κάμψη που επιβάλλεται στον φορέα μέσω ακραίων ροπών που ασκούνται ως ζεύγη δυνάμεων στα πέλματα. Παρουσιάζονται πιθανοί τρόποι προσομοίωσης και επιλέγεται ο βέλτιστος με βάση τα αποτελέσματα που προέκυψαν.

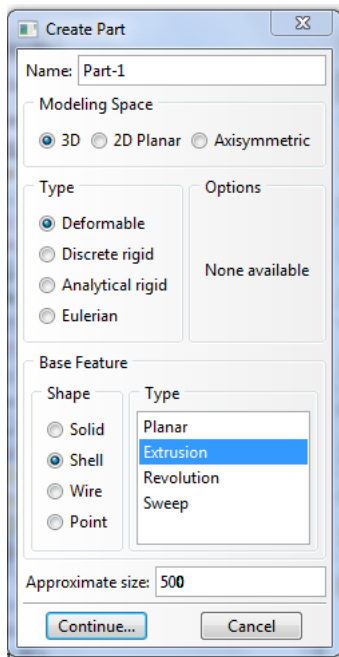
1.2 Παρουσίαση του ABAQUS για ανάλυση καμπτομένης δοκού και προσομοίωση με στοιχειά κελύφους(shell elements).

1.2.1 Εκκίνηση προγράμματος και δίκτυο πεπερασμένων στοιχείων

Γίνεται η εκκίνηση του προγράμματος με την εντολή *File* → *New Model Database* → *With Standard/Explicit Model*.

Ορίζουμε το είδος των πεπερασμένων στοιχείων που θα χρησιμοποιήσουμε.

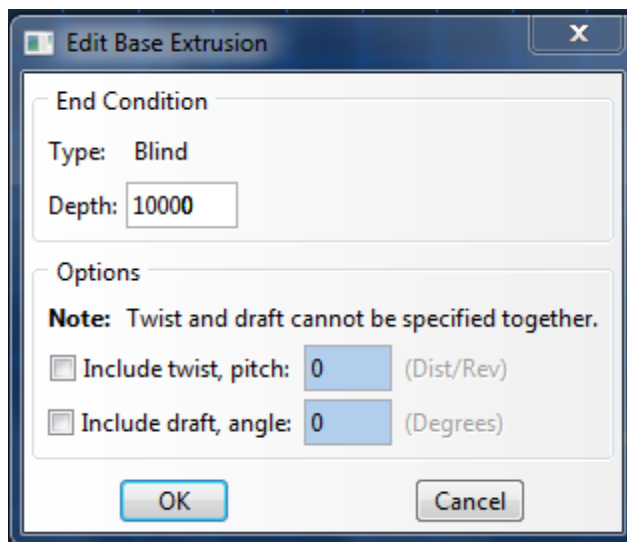
Θα γίνει χρήση στοιχείων κελύφους (*shell elements*) με την εντολή *Model* → *Parts* → *Shell* → *Extrusion*



Σχήμα 1.1: Προσομοίωση δοκού με στοιχεία κελύφους

1.2.2 Μόρφωση γεωμετρίας και επιλογή υλικού

Για τη μόρφωση της διατομής της δοκού χρησιμοποιούμε την εντολή *Add* → *Line* → *Connected Lines* και στη συνέχεια ορίζουμε τα σημεία ή τις συντεταγμένες της διατομής στην επιλογή *Pick a starting point for the line--or enter X,Y*. Στη συνέχεια επιλέγεται η εντολή *Done* και στην επιλογή *Depth* εισάγουμε το μήκος της δοκού.



Σχήμα 1.2: Επιλογή πάχους υλικού

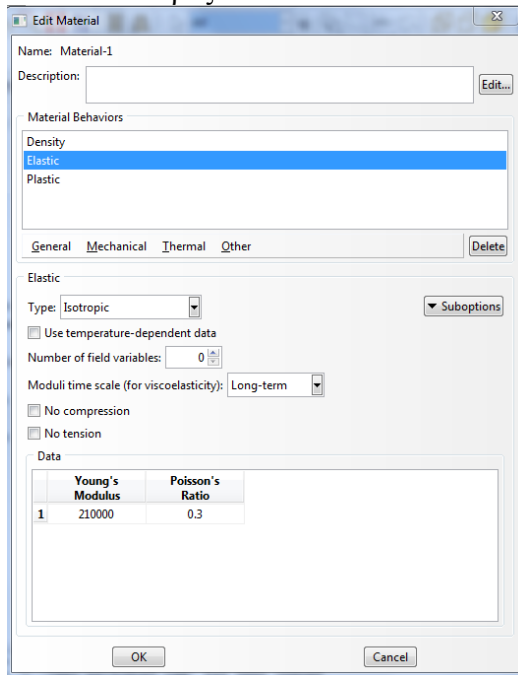
Στο σημείο αυτό ορίζεται το υλικό του φορέα . Ορίζονται δύο είδη υλικών , ένα ελαστικό και ένα ελαστοπλαστικό . Σε κάθε είδος ανάλυσης χρησιμοποιείται το αντίστοιχο υλικό.

Για το ελαστικό υλικό ορίζουμε:

Μέτρο ελαστικότητας $E=210000 \text{ N/mm}^2$

Λόγος Poisson $\nu=0.3$

Χρησιμοποιείται η εντολή: *Material* \rightarrow *Create* όπου προσθέτουμε τις παραπάνω σταθερές.



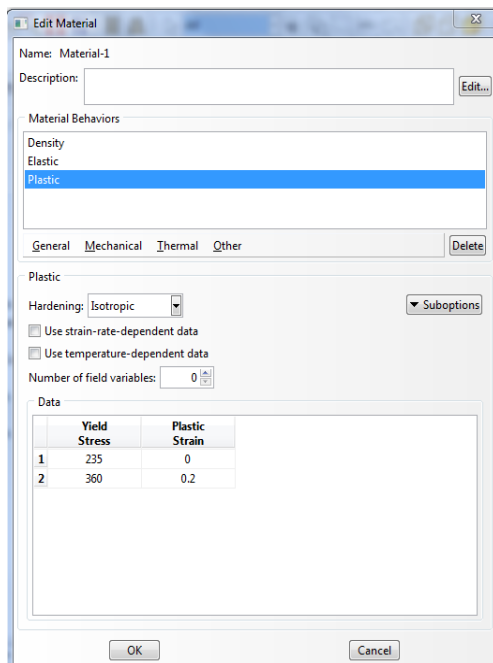
Σχήμα 1.3: Ορισμός ελαστικού υλικού

Για το πλαστικό υλικό ορίζουμε:

Όριο διαρροής χάλυβα $f_y=235000\text{kN/m}^2$

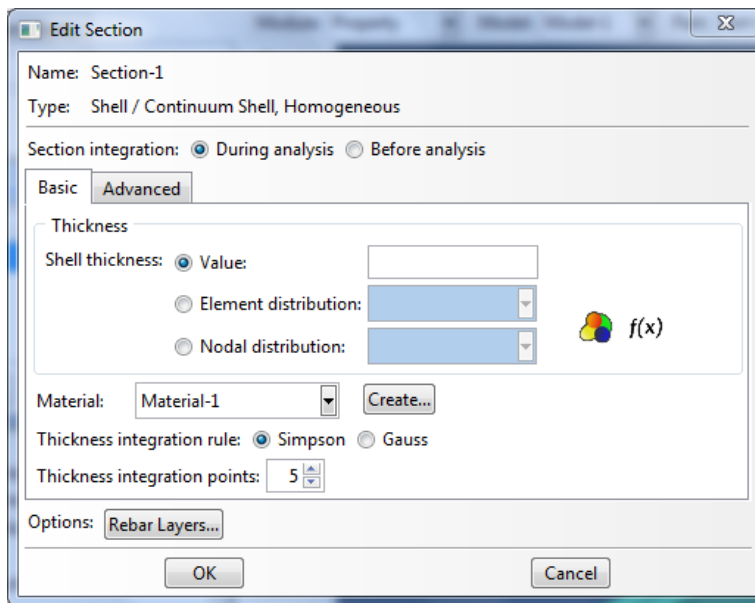
Yield stress=235 MPa, Plastic Strain=0

Yield stress=360 MPa, Plastic Strain=0.2



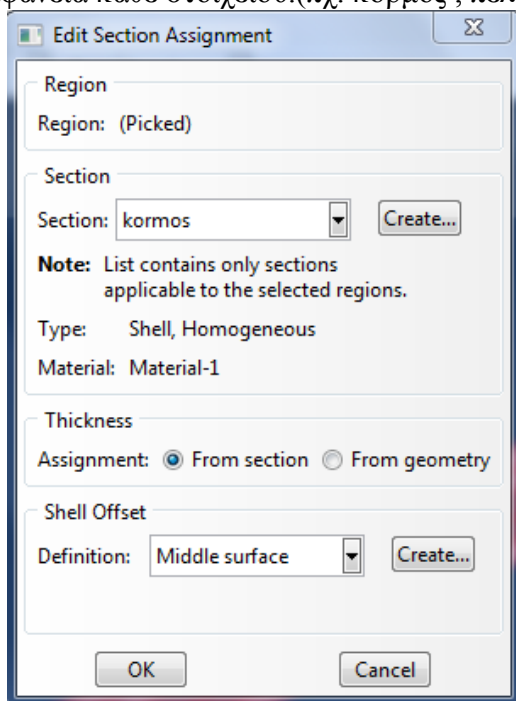
Σχήμα 1.4: Ορισμός πλαστικού υλικού

Στη συνέχεια επιλέγουμε *Section* → *Manager* και στην επιλογή *Value* ορίζουμε το πάχος για κάθε στοιχείο της διατομής. (πχ διαφορετικό πάχος κορμού και πελμάτων)



Σχήμα 1.5: Επιλογή πάχους κάθε επιφάνειας

Η επιλογή της επιφάνειας που αντιστοιχεί σε κάθε στοιχείο ξεχωριστά γίνεται με την εντολή *Section* → *Assignment Manager* και στην επιλογή *Section* ορίζεται η επιφάνεια κάθε στοιχείου. (πχ. κορμός, πέλματα.)

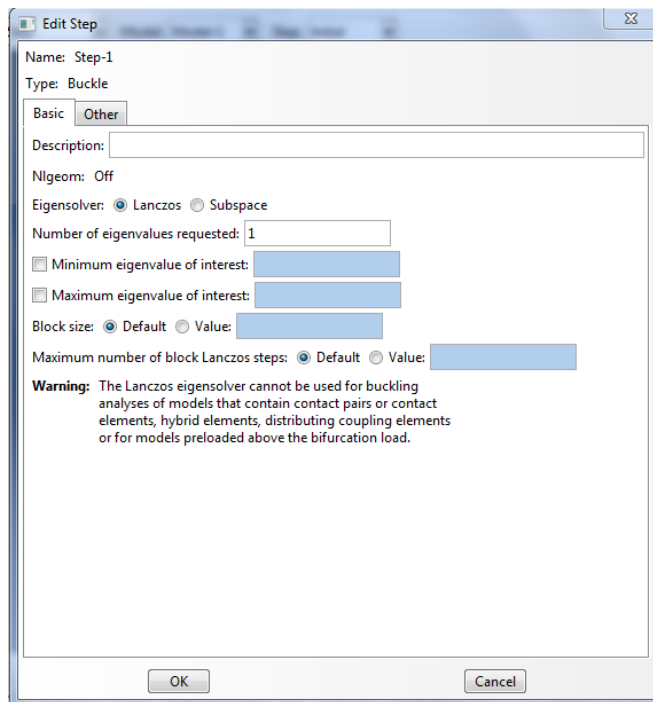


Σχήμα 1.6: Εκχώρηση επιφανειών (πχ. κορμός, πέλματα)

1.2.3 Είδη αναλύσεων

1.2.3.1 Ελαστική ανάλυση λυγισμού Buckle

Χρησιμοποιούμε την εντολή *Step* → *Create*. Η ανάλυση λυγισμού πραγματοποιείται εάν στη θέση *Procedure Type* επιλέξουμε *Linear perturbation* και στη συνέχεια *Buckle*. Στη θέση *Eigensolver* επιλέγουμε *Lanchos* και ορίζουμε τον αριθμό των απαιτούμενων ιδιομορφών στην επιλογή *Number of eigenvalues requested*. Στη συγκεκριμένη περίπτωση επιλέξαμε να γίνει ανάλυση μόνο για την πρώτη ιδιομορφή.



Σχήμα 1.7: Επιλογή αριθμού ιδιομορφών

Θα πρέπει να ορίσουμε ξανά τον αριθμό των ιδιομορφών ώστε στη συνέχεια να κάνουμε την μη γραμμική ανάλυση, έτσι επιλέγουμε *Model* → *Edit keywords* και γράφουμε στο τέλος του κειμένου τις εξής εντολές:

```
*Output, field, variable=PRESELECT
*NODE FILE, LAST MODE= (αριθμός ιδιομορφών)
U,
*End Step
```

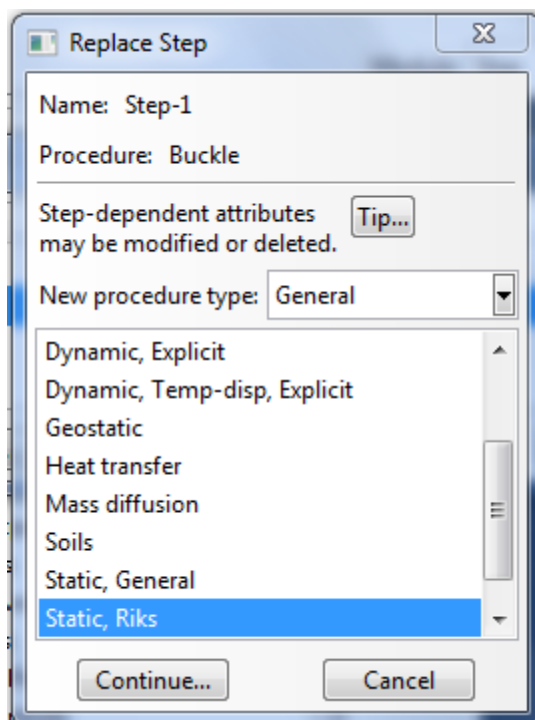
Σχήμα 1.8: Επιλογή αριθμού ιδιομορφών

Εφόσον γίνει στη συνέχεια η επιβολή φορτίου, συνοριακών συνθηκών και ο ορισμός του αριθμού πεπερασμένων στοιχείων, το μοντέλο είναι έτοιμο για ανάλυση. Χρησιμοποιούμε την επιλογή *Job* → *Create*, στην επιλογή όνομα ορίζουμε το όνομα της εργασίας και επιλέγουμε *Submit* για την πραγματοποίησή της.

1.2.3.2 Μη γραμμική ανάλυση λογισμού

Στη μη γραμμική ανάλυση δίνουμε στον φορέα ατέλεια με τη μορφή της πρώτης ιδιομορφής. Θεωρούμε αρχική ατέλεια μεγέθους $L/300$.

Πρόκειται για συνδυασμό της παραπάνω ανάλυσης (*Buckle*) με την ανάλυση με τη μέθοδο *Riks*. Κάνουμε αντιγραφή του πρώτου μοντέλου και στη συνέχεια επιλέγουμε *Step* → *Replace* και στη θέση *New procedure type* επιλέγουμε *General* και ακολούθως *Static, Riks*. Η επιλογή *N/geom:On* συμπεριλαμβάνει τις μη γραμμικές επιδράσεις των μεγάλων μετατοπίσεων του φορέα και επηρεάζει τα βήματα.



Σχήμα 1.9: Επιλογή μεθόδου *Riks*

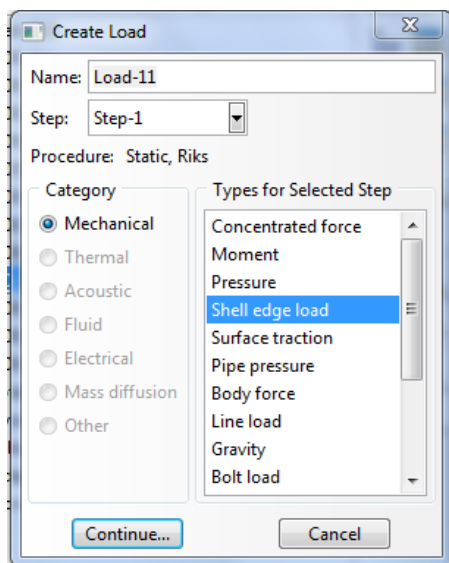
Πρέπει επίσης να εφαρμοστεί η γεωμετρική ατέλεια. Χρησιμοποιούμε την εντολή *Model* → *Edit keywords* και εφόσον σβήσουμε τις εντολές που είχαμε πληκτρολογήσει στο αρχικό μοντέλο γράφουμε στην αρχή τις εξής εντολές:

```
*End Part
**
*Imperfection,file=(όνομα job αρχικού μοντέλου),step=1
(αριθμός ιδιομορφών),(αρχική ατέλεια)
**
** ASSEMBLY
**
```

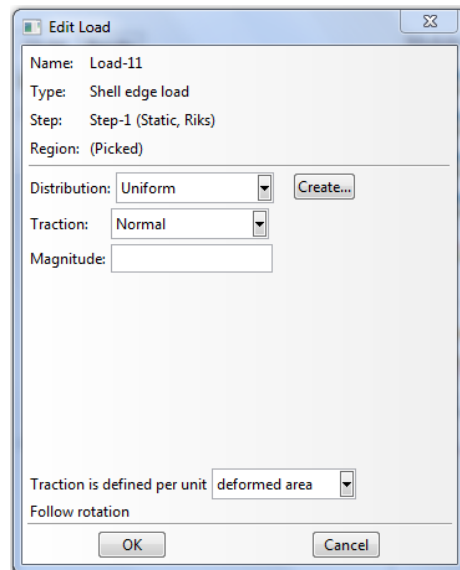
Σχήμα 1.10: Εφαρμογή γεωμετρικής ατέλειας

1.2.4 Επιβολή φόρτισης στο φορέα

Επειδή όπως διαπιστώθηκε μετά από πλήθος αναλύσεων η επιβολή ομοιόμορφου κατανεμημένου φορτίου στο πρόγραμμα ABAQUS δεν έδωσε τα επιθυμητά αποτελέσματα ,επιλέξαμε να φορτίσουμε τον φορέα με ακραίες ροπές .Χρησιμοποιείται η εντολή *Load*→*Create*, όπου για να επιβάλλουμε ροπή στον φορέα, επιλέγουμε *Types for Selected Step:Shell Edge* και στη συνέχεια επιλέγουμε την επιφάνεια επιβολής του φορτίου . Στο παράθυρο *Edit Load* ορίζουμε στη θέση *Magnitude* το μέγεθος του φορτίου.



Σχήμα 1.11: Επιλογή είδους φόρτισης



Σχήμα 1.12: Μέγεθος φορτίου

1.2.5 Επιβολή συνοριακών συνθηκών στο φορέα

Το θέμα της επιβολής συνοριακών συνθηκών στη δοκό απασχόλησε αρκετά μέχρι να βρεθεί το μοντέλο που εκφράζει την καλύτερη δυνατή προσομοίωση αμφιέριστης δοκού.

Στη συνέχεια θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα των μη γραμμικών αναλύσεων λυγισμού στο ABAQUS προκειμένου να συγκριθεί το κρίσιμο φορτίο λυγισμού που προέκυψε από το πρόγραμμα με το κρίσιμο φορτίο λυγισμού σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 3. Η ελαστική κρίσιμη ροπή πλευρικού λυγισμού σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 3 υπολογίζεται παρακάτω.

Στο ABAQUS θα εξετασθούν οι εξής μέθοδοι για την υλοποίηση των συνοριακών συνθηκών που αφορούν στην περίπτωση αμφιέριστης δοκού:

1.2.5.1 Χρήση των *coupling constraint* για τους κόμβους του κορμού

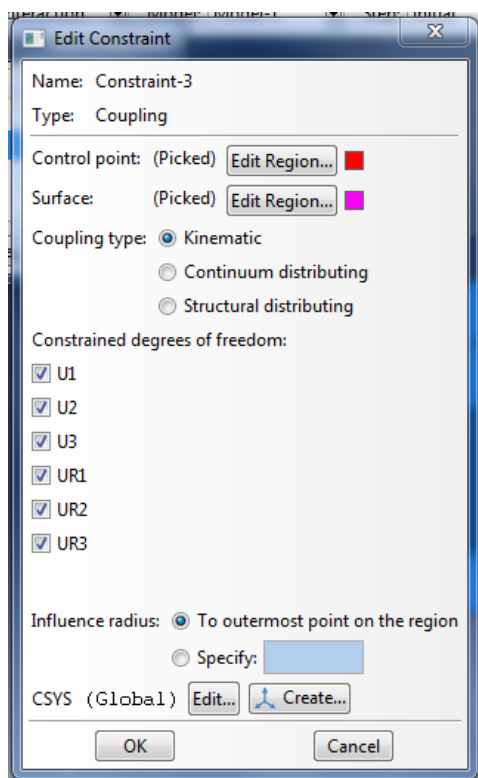
Αφού έχει πραγματοποιηθεί η διαδικασία της διακριτοποίησης του φορέα, δημιουργούνται 4 διαφορετικές κατηγορίες κόμβων μέσω της εντολής *Tools*→*Partition* , οι δύο από τις οποίες περιλαμβάνουν τους κόμβους του κορμού των 2 ακραίων διατομών πλην του μεσαίου κόμβου, ενώ οι άλλες 2 περιλαμβάνουν το μεσαίο κόμβο κάθε ακραίας διατομής. Χρησιμοποιείται εν συνεχεία η εντολή *Constraint* → *Create* → *Coupling* ώστε να δημιουργηθεί σχέση εξάρτησης

μεταξύ του μεσαίου κόμβου κάθε ακραίας διατομής και των υπολοίπων κόμβων του κορμού .

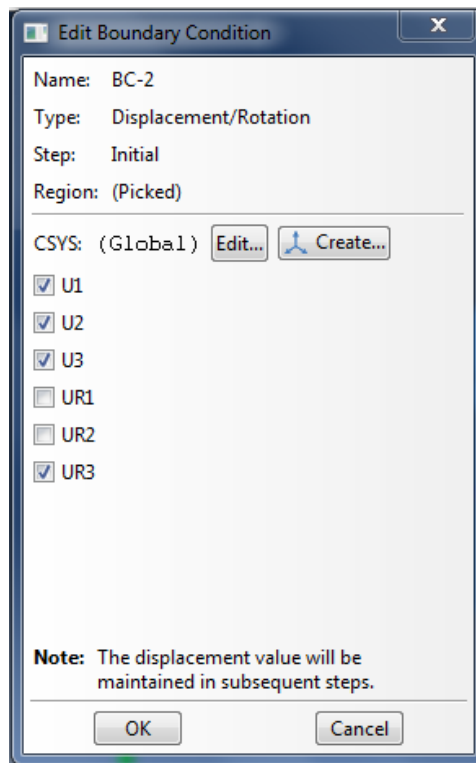
Επιλέγουμε τον μεσαίο κόμβο της ακραίας διατομής ως “*control point*” , ενώ στην θέση “*constrain region type*” διαλέγουμε surface και στη συνέχεια επιλέγουμε τους υπόλοιπους κόμβους του κορμού της διατομής.

Με αυτή τη διαδικασία περιορίζουμε την κίνηση μίας επιφάνειας , στην συγκεκριμένη περίπτωση του κορμού της διατομής , με την κίνηση ενός σημείου , του μεσαίου κόμβου δηλαδή της διατομής. Όλοι πλέον οι κόμβοι του κορμού των ακραίων διατομών ακολουθούν τις μετατοπίσεις και τις στροφές του μέσου των αντίστοιχων διατομών.

Στις 2 κατηγορίες των “*control point*” επιβάλλονται τώρα οι εξής συνοριακές συνθήκες : Χρησιμοποιούμε την εντολή $BC \rightarrow Create$, επιλέγουμε *Types for Selected Step:Displacement/Rotation* ,ορίζουμε τους μεσαίους κόμβους κάθε ακραίας διατομής και παγιώνουμε τους βαθμούς ελευθερίας x,y,z, translation και z-rotation.



Σχήμα 1.13: Δημιουργία coupling constraints

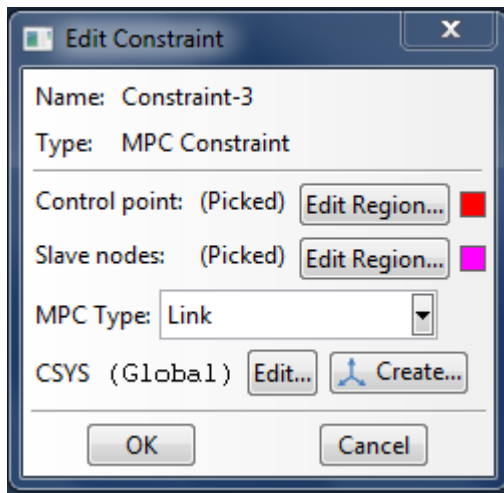


Σχήμα 1.14:Επιβολή συνοριακών συνθηκών

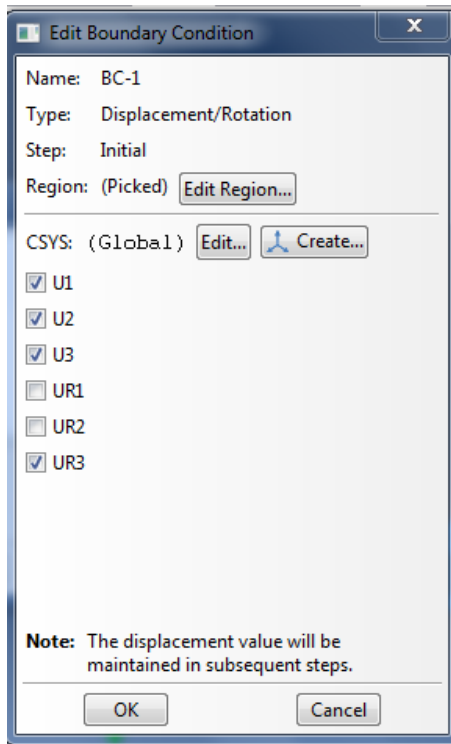
1.2.5.2 Χρήση των MPC constraint (multi-point constraint) για τους κόμβους του κορμού I

Δημιουργούνται και πάλι οι 4 κατηγορίες κόμβων της περίπτωσης 1. Στη συνέχεια χρησιμοποιείται η εντολή *Constraint* → *Create* → *MPC constraint* όπου ορίζεται η σχέση που συνδέει το “*mpc control point*” (μεσαίος κόμβος ακραίων διατομών) με τους υπόλοιπους “*slave*” κόμβους της διατομής. Στη θέση *MPC Type* επιλέγουμε *Cm*, ώστε να ορίσουμε μία άκαμπτη σύνδεση μεταξύ κάθε “*slave*” κόμβου και του σημείου ελέγχου (*control point*).

Παγιάνονται οι εξής βαθμοί ελευθερίας των 2 “*control Done*”: x,y,z-translation και z-rotation.



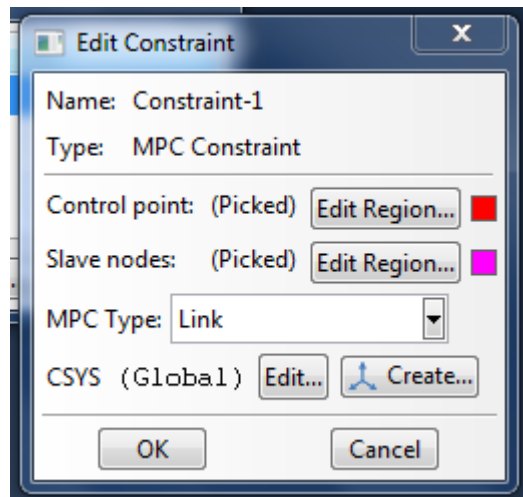
Σχήμα 1.15: Δημιουργία MPC constraint



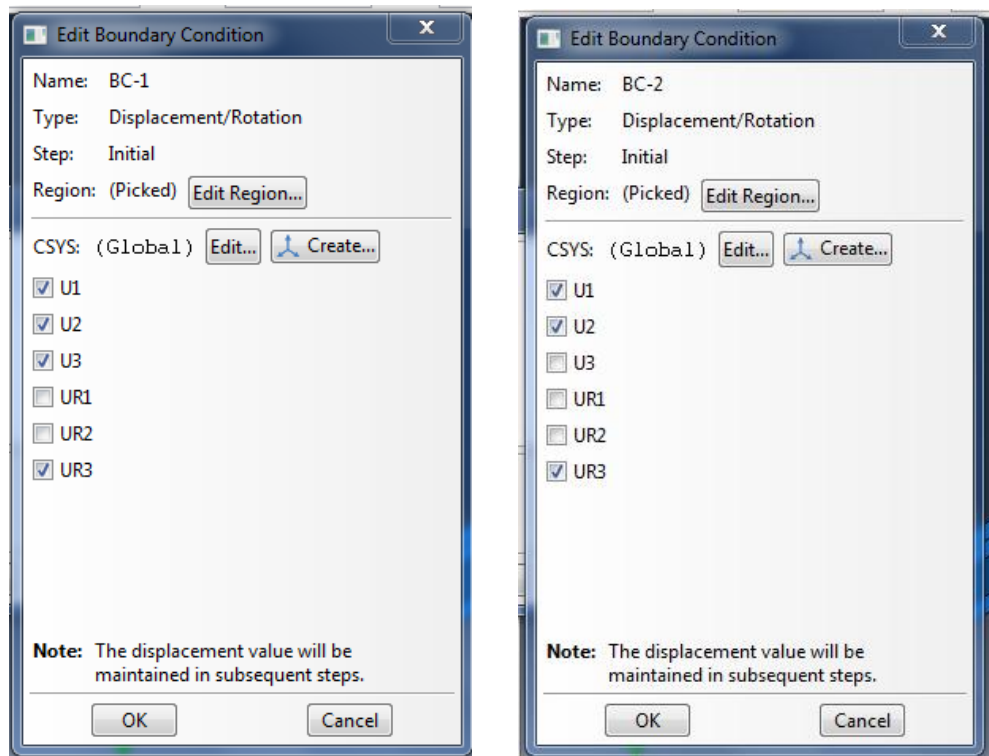
Σχήμα 1.16: Επιβολή συνοριακών συνθηκών

1.2.5.3 Χρήση των MPC constraint (multi-point constraint) για τους κόμβους του κορμού II

Ακολουθείται ακριβώς η ίδια διαδικασία με την περίπτωση 2, με τη μόνη διαφορά ότι δεσμεύονται οι εξής βαθμοί ελευθερίας των 2 “control Done”: για το ένα “control point” παγώνονται οι x,y,z, translation και z-rotation και για το άλλο “control point” οι x,y- translation και z-rotation.



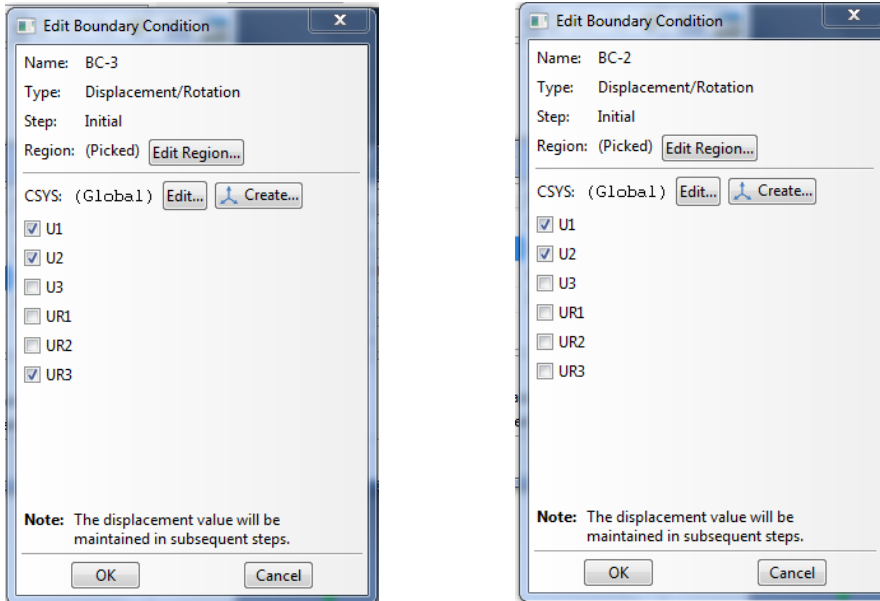
Σχήμα 1.17: Δημιουργία MPC constraint



Σχήμα 1.17: Επιβολή συνοριακών συνθηκών

1.2.5.4 Επιβολή συνοριακών συνθηκών μόνο για τους κόμβους του κορμού

Δημιουργούνται μετά τη διακριτοποίηση του φορέα ,οι 4 κατηγορίες κόμβων της περίπτωσης 1. Στη συνέχεια επιβάλλονται ως δεσμεύσεις οι ακόλουθες : για όλους τους κόμβους του κορμού πλην του μεσαίου παγιώνονται οι βαθμοί ελευθερίας x,y translation. Για τους μεσαίους κόμβους , στη μία ακραία διατομή δεσμεύονται οι x,y,z, translation και z-rotation και για το άλλο “control point” οι x,y translation και z-rotation .

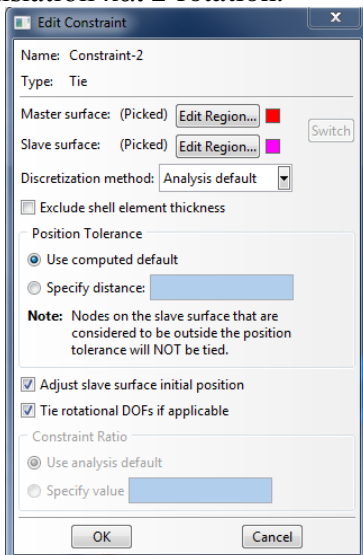


Σχήμα 1.18: Επιβολή συνοριακών συνθηκών

1.2.5.5 Χρήση των tie constraint για τους κόμβους του κορμού

Δημιουργούνται και πάλι οι 4 κατηγορίες κόμβων της περίπτωσης 1. Στη συνέχεια χρησιμοποιείται η εντολή *Constraint* → *Create* → *Tie* όπου επιλέγουμε το *Node Region* ως “*master type*” και επιλέγουμε τον μεσαίο κόμβο του κορμού, ενώ ως “*slave type*” διαλέγουμε *Surface* και στη συνέχεια επιλέγουμε τους υπόλοιπους κόμβους του κορμού της διατομής.

Παγώνονται οι εξής βαθμοί ελευθερίας των 2 “*master types*”: x,y,z, translation και z-rotation.



Σχήμα 1.19: Δημιουργία Tie constraint

1.3 Αποτελέσματα

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται τα αποτελέσματα κρίσιμου φορτίου λυγισμού, οι εικόνες για την 1^η ιδιομορφή λυγισμού καθώς και οι δρόμοι ισορροπίας που προκύπτουν από τις μη γραμμικές του ABAQUS με βάση καθεμία από τις παραπάνω μεθόδους. Σκοπός είναι να φανεί ποια από τις 5 μεθόδους προσομοίωσης είναι η πλέον κατάλληλη και να επιλεγεί για όλες τις αριθμητικές αναλύσεις που θα πραγματοποιηθούν στα επόμενα κεφάλαια.

Οι μη γραμμικές αναλύσεις πραγματοποιούνται με τη μέθοδο Riks, γίνονται για διγραμμικό χάλυβα S235 χωρίς κράτυνση και δίνεται στους φορείς αρχική γεωμετρική ατέλεια ίση με $L/300$, σύμφωνα με την 1^η ιδιομορφή λυγισμού. Οι αναλύσεις έγιναν για φορείς με μήκος 10, 12 και 16 m.

1.3.1 Αποτελέσματα για δοκό μήκους 10m

Αναλύεται μία δοκός μήκους 10m διατομής διπλού ταυ, η οποία έχει τα ακόλουθα γεωμετρικά χαρακτηριστικά :

Ύψος ολικό διατομής $h=500\text{mm}$

Πλάτος πελμάτων $b=300\text{mm}$

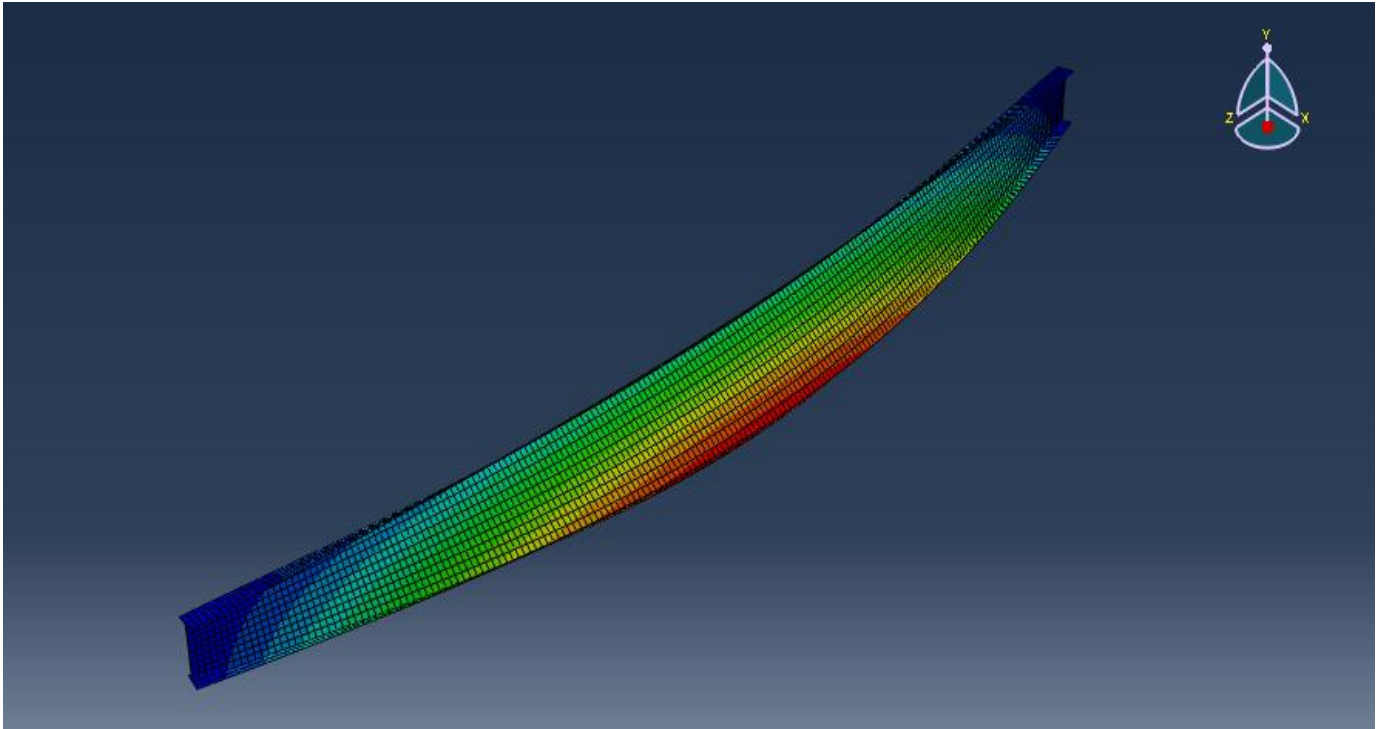
Πάχος κορμού $t_w=14.5\text{mm}$

Πάχος πελμάτων $t_f=28\text{mm}$

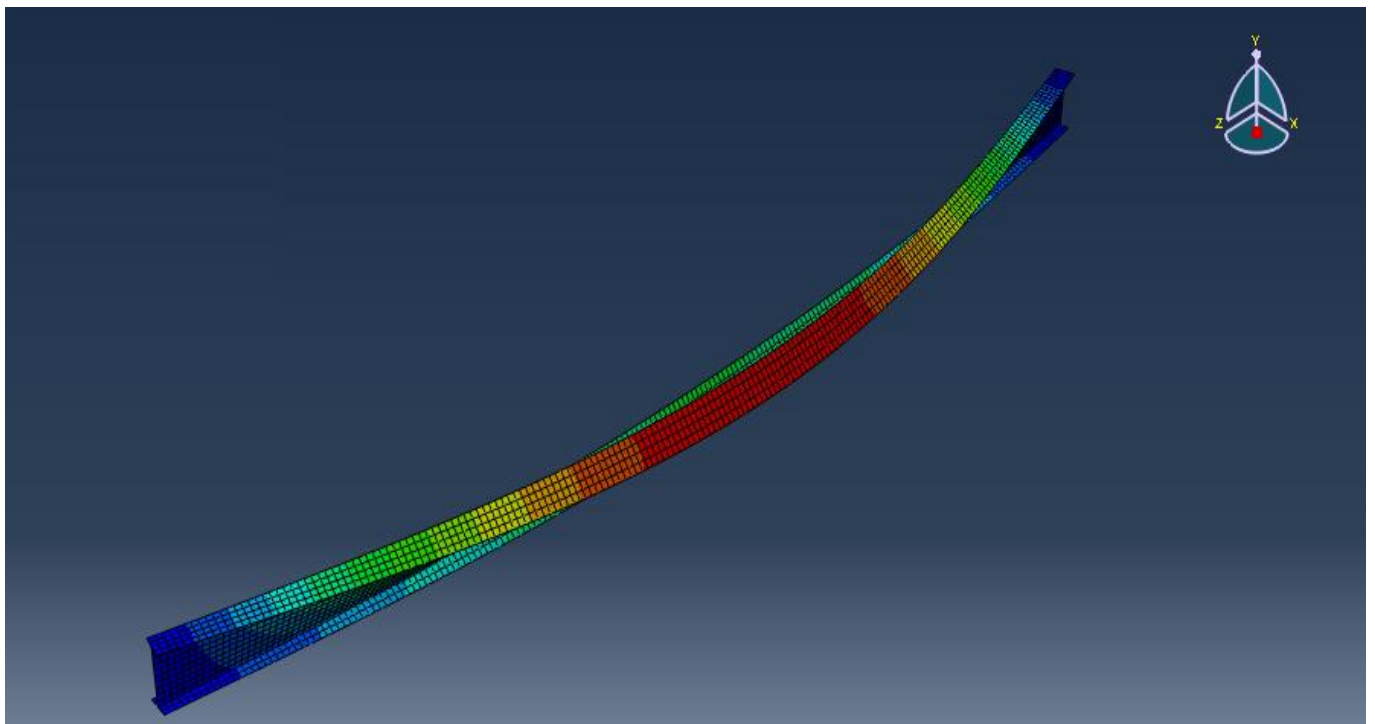
Η ελαστική κρίσιμη ροπή πλευρικού λυγισμού για τη συγκεκριμένη αμφιέριστη δοκό υπό ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο στον κεντροβαρικό της άξονα, προκύπτει ίση με $M_{cr,EC3}=1183.58\text{kNm}$ και το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο ίσο με $P_{cr,EC3}=94.69\text{kN/m}$. Το φορτίο που αντιστοιχεί στη ροπή πλήρους πλαστικοποίησης της μεσαίας διατομής της δοκού προκύπτει ίσο προς $P_{pl}=87.97\text{kN/m}$. Επομένως, κρίσιμη μορφή αστοχίας της διατομής για την αμφιέριστη δοκό είναι η πλαστικοποίηση της μεσαίας διατομής. Αναλυτική περιγραφή της διαδικασίας υπολογισμού της κρίσιμης ροπής της δοκού, της ροπής πλαστικοποίησης της μεσαίας διατομής καθώς και της ροπής αντοχής γίνεται στο Παράρτημα Α.

Πίνακας 1.1 Στροφή-φορτίο

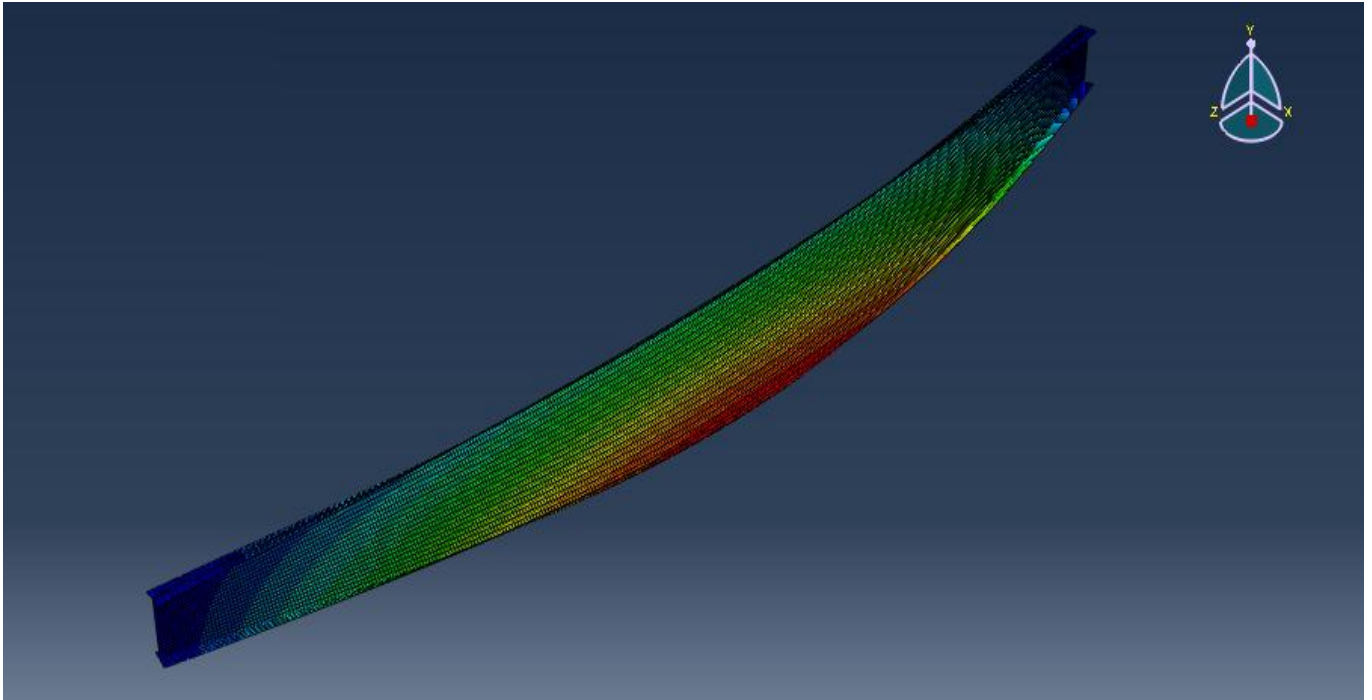
ΜΕΘΟΔΟΣ	Load factor	Mcr
1	6979.77	104696.55
2	3121.68	46825.2
3	3543.56	53153.4
4	704.98	105747
5	3923.33	58849.95



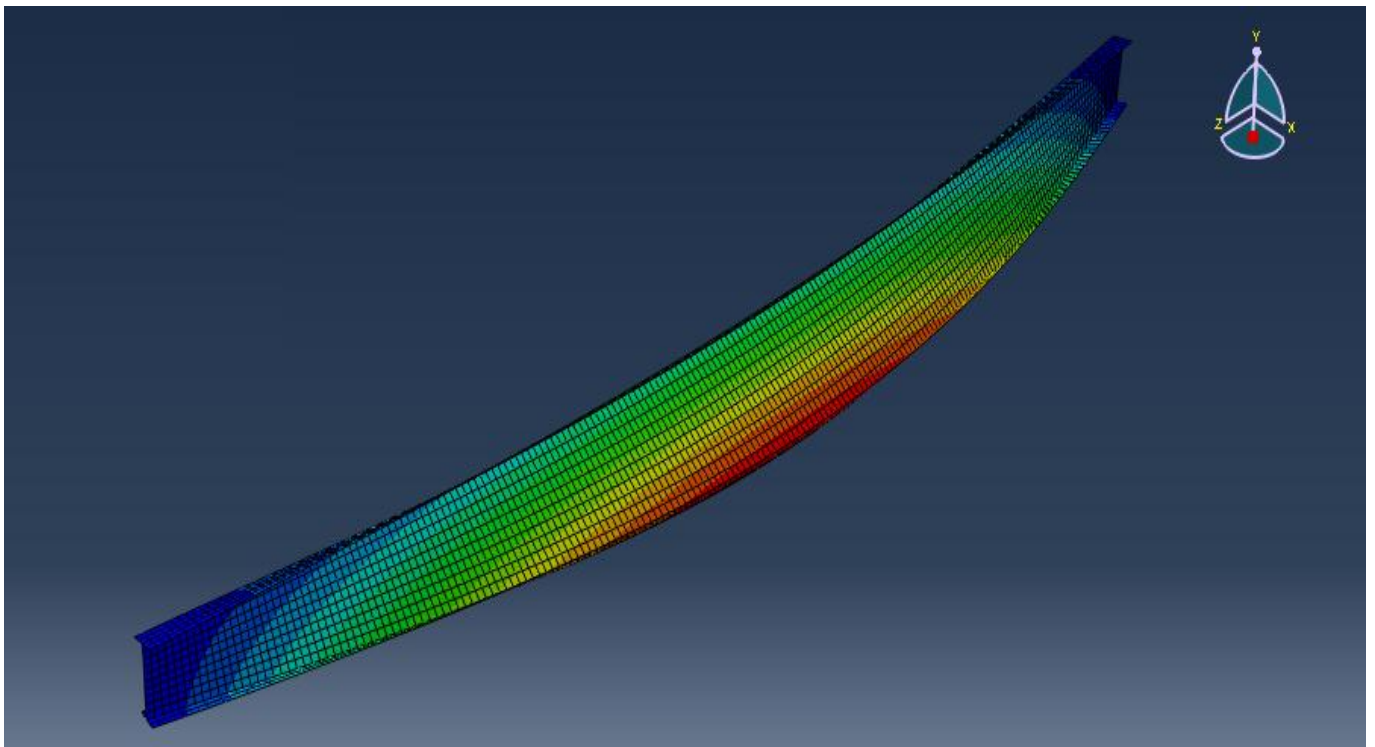
Σχήμα 1.20: 1^η ιδιομορφή λυγισμού με βάση τη 1^η μέθοδο



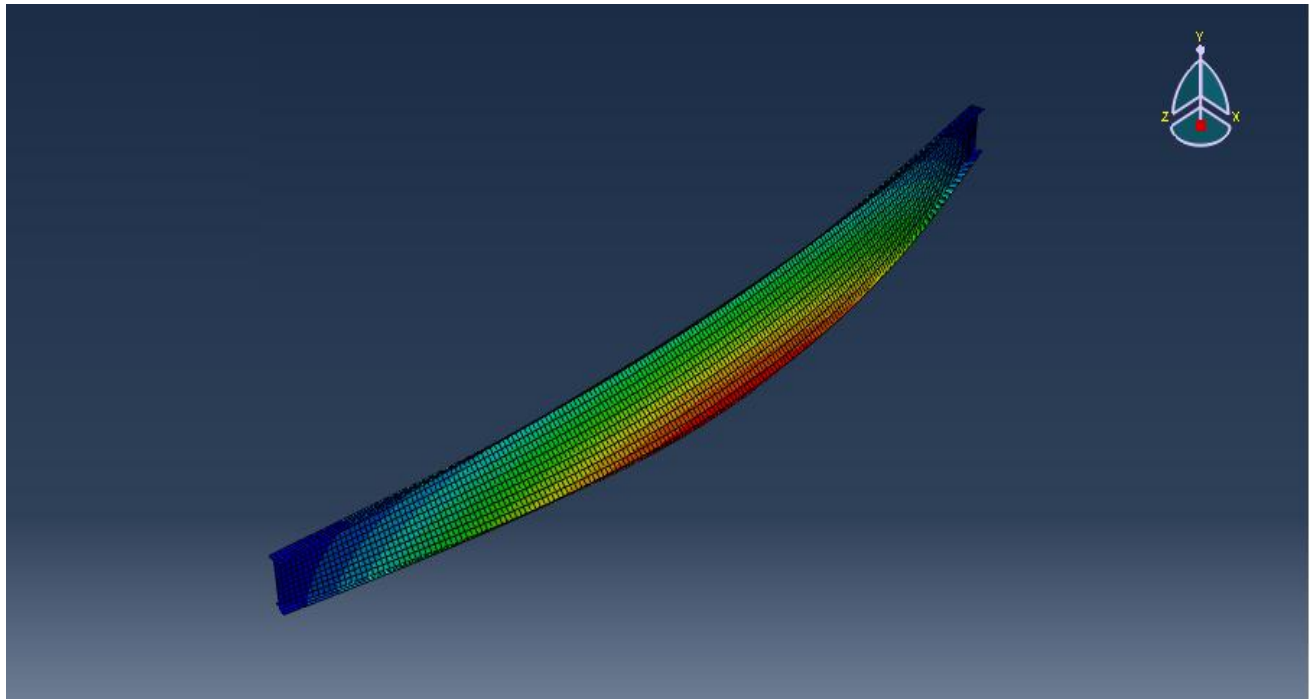
Σχήμα 1.21: 1^η ιδιομορφή λυγισμού με βάση τη 2^η μέθοδο



Σχήμα 1.22: 1^η ιδιομορφή λυγισμού με βάση τη 3^η μέθοδο

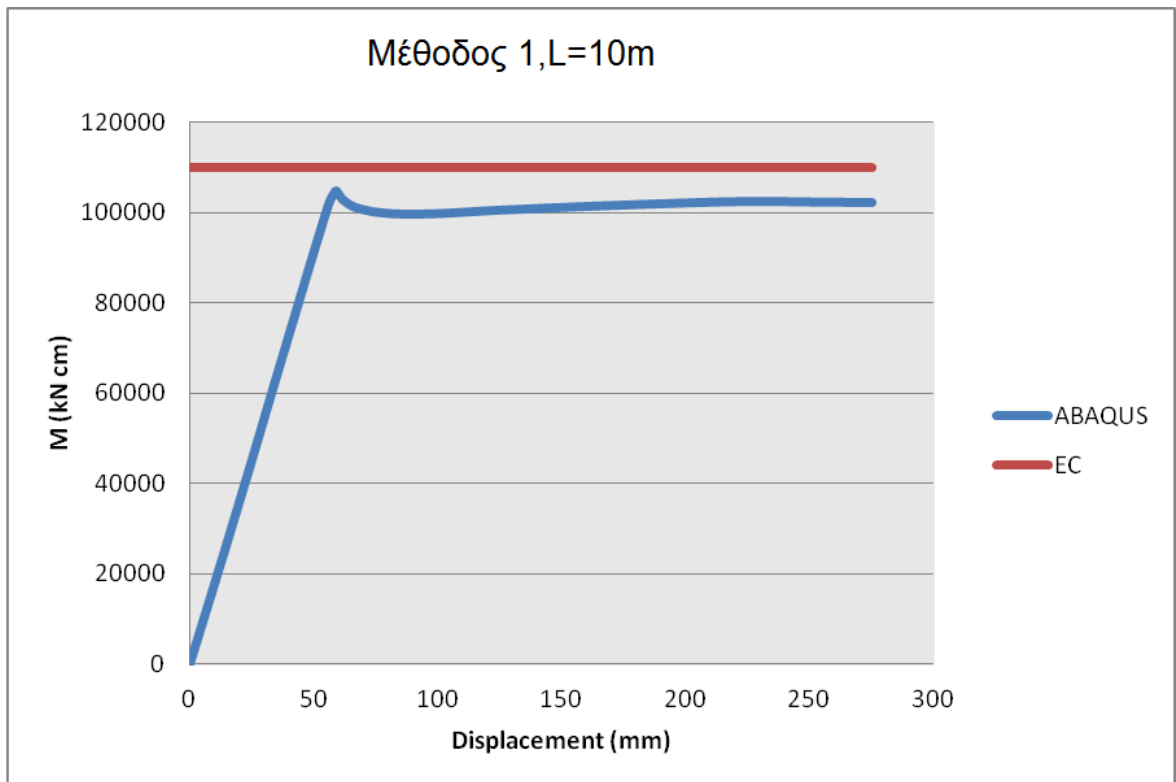


Σχήμα 1.24: 1^η ιδιομορφή λυγισμού με βάση τη 4^η μέθοδο



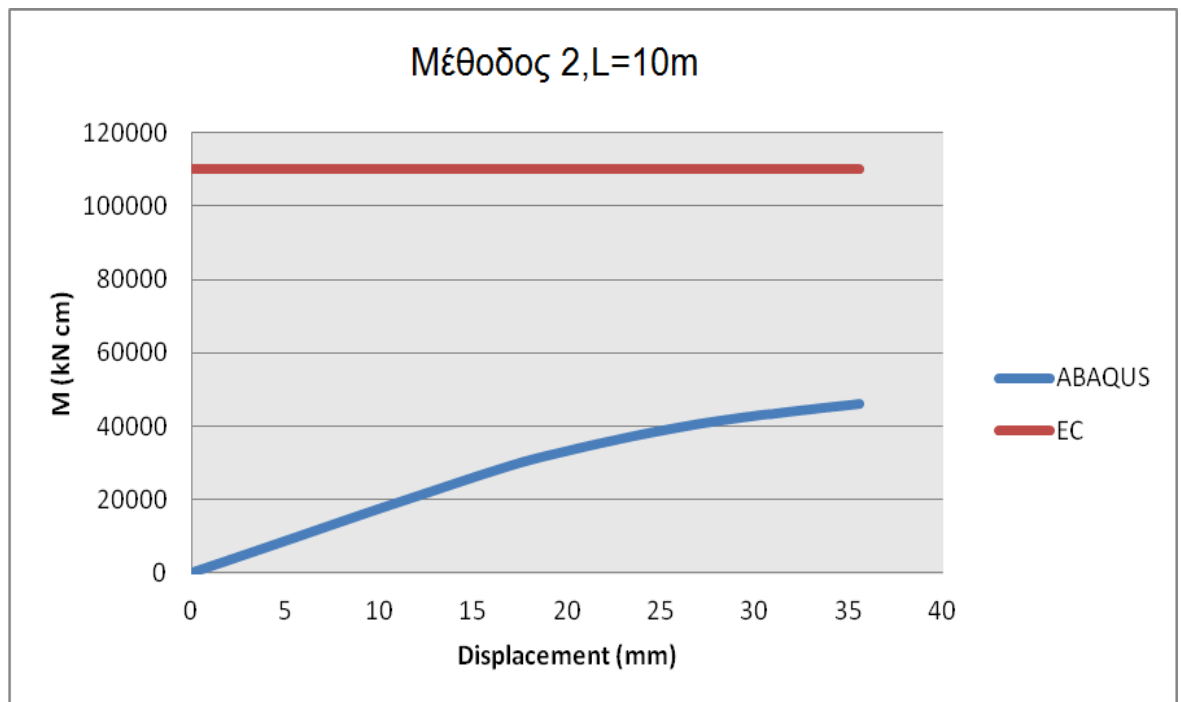
Σχήμα 1.24: 1η ιδιομορφή λυγισμού με βάση τη 5η μέθοδο

1η μέθοδος



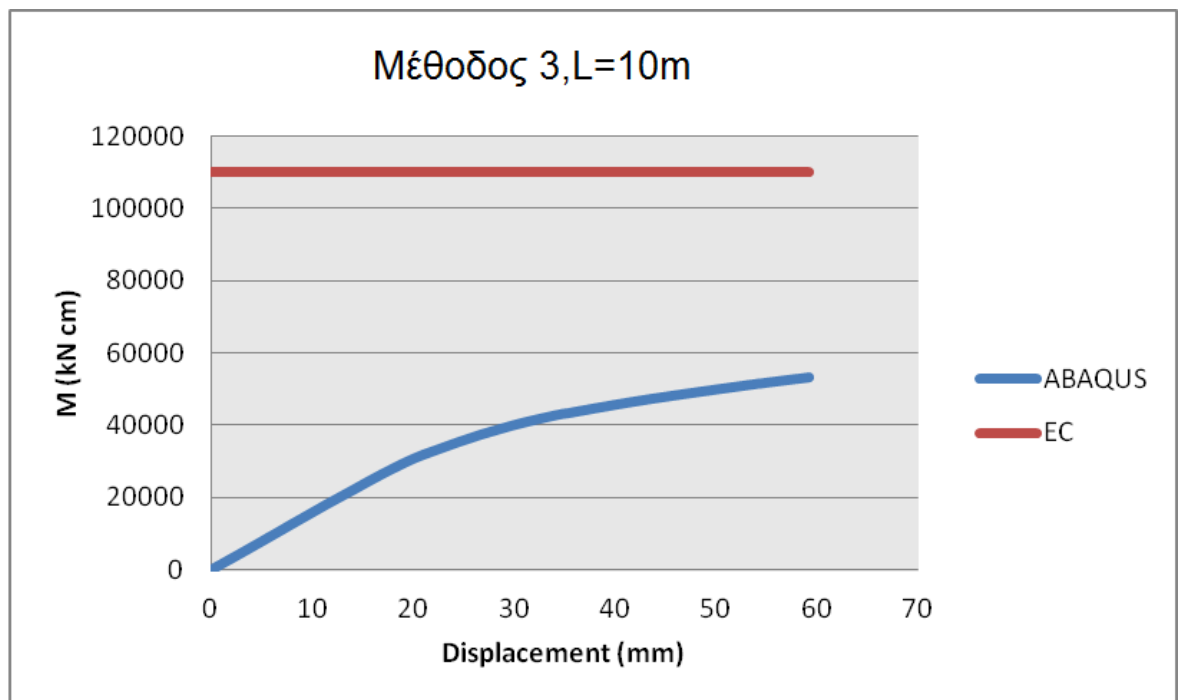
Σχήμα 1.25: Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου.

2^η μέθοδος



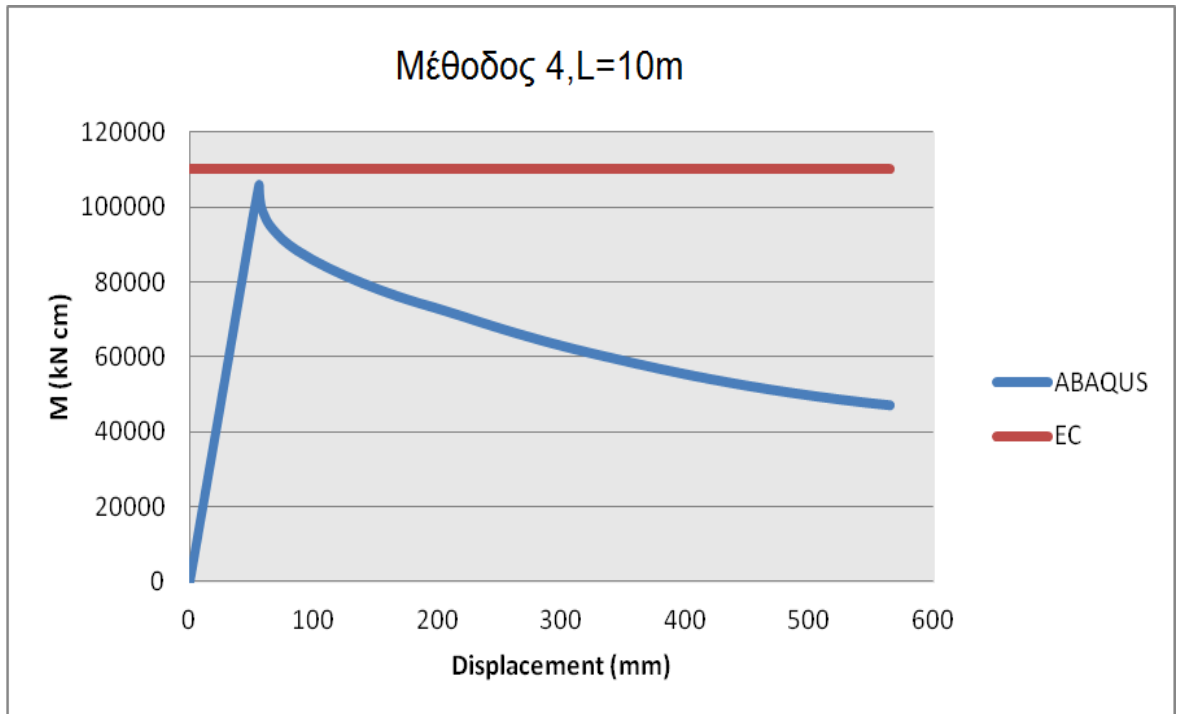
Σχήμα 1.26: Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου.

3^η μέθοδος



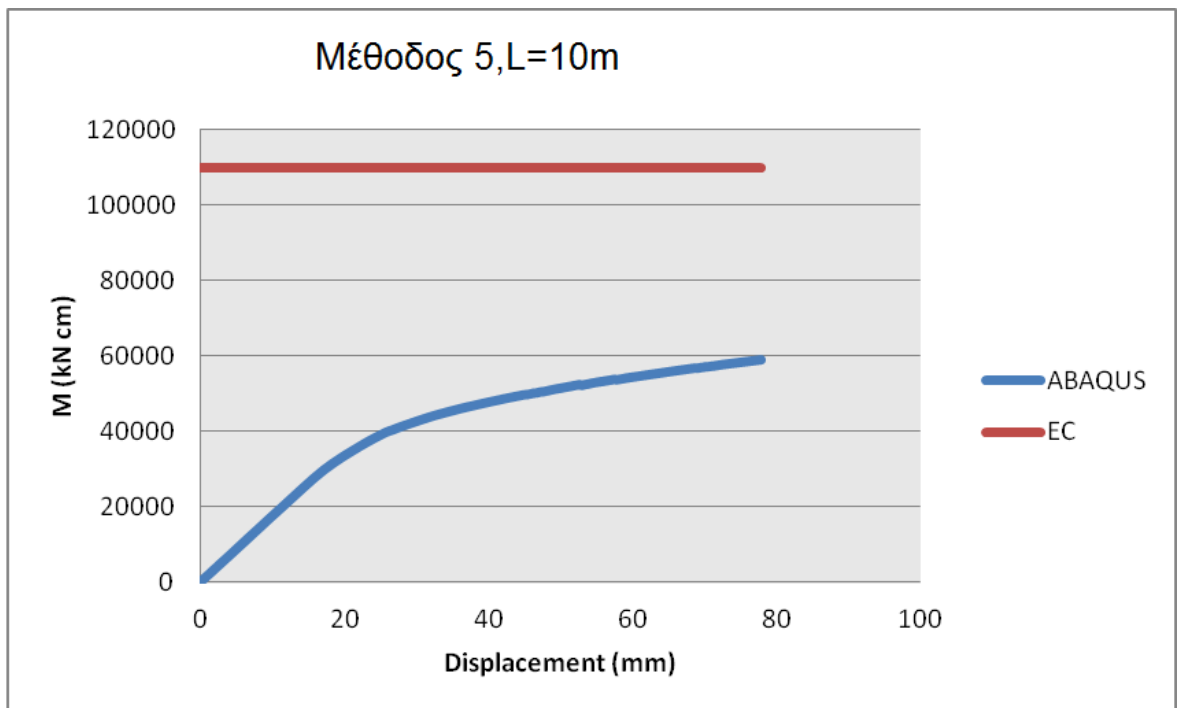
Σχήμα 1.27: Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου

4^η μέθοδος

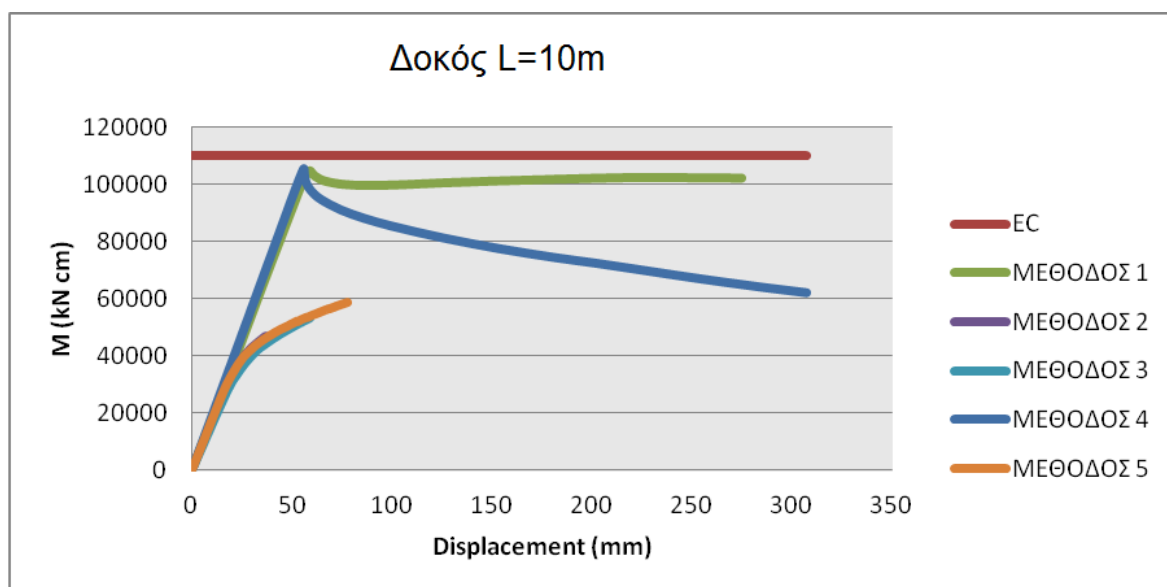


Σχήμα 1.28: Δρόμος ισοροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου

5^η μέθοδος



Σχήμα 1.29: Δρόμος ισοροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου



Σχήμα 1.30: Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου-Σύγκριση μεθόδων

1.3.2 Αποτελέσματα για δοκό μήκους 12m

Αναλύεται μία δοκός μήκους 12m διατομής διπλού ταυ, η οποία έχει τα ακόλουθα γεωμετρικά χαρακτηριστικά :

Ύψος ολικό διατομής $h=600\text{mm}$

Πλάτος πελμάτων $b=200\text{mm}$

Πάχος κορμού $t_w=15\text{mm}$

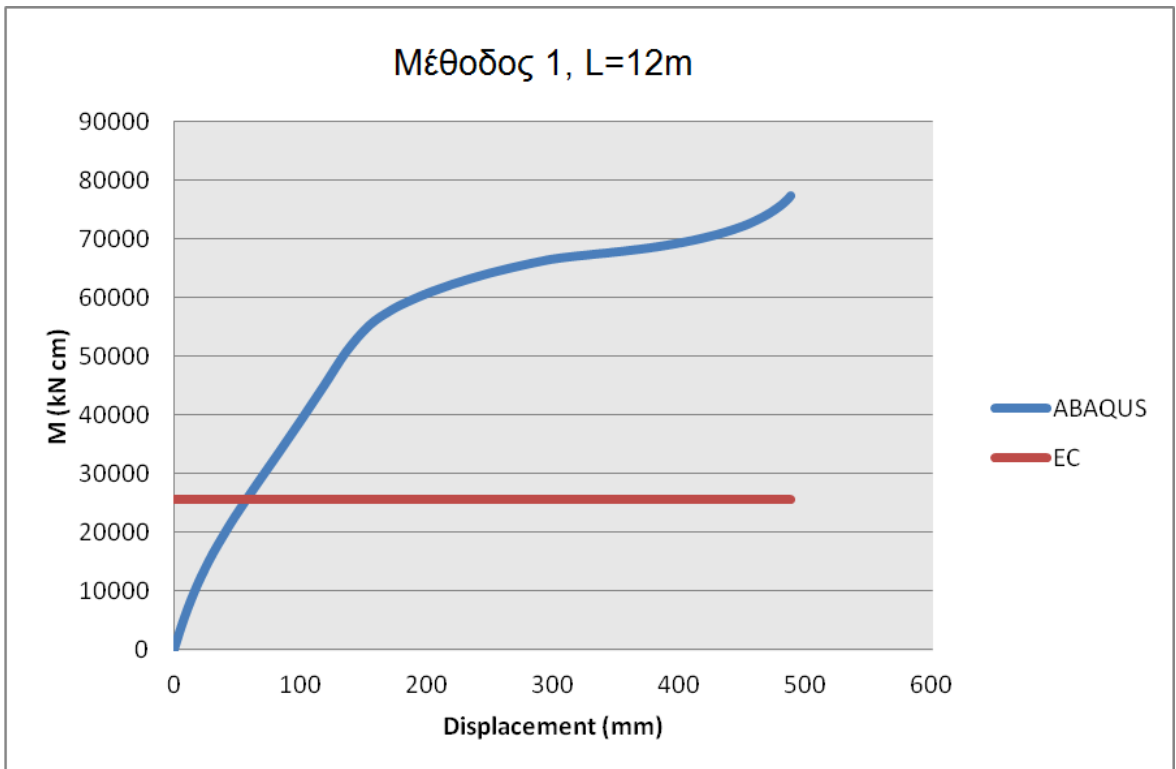
Πάχος πελμάτων $t_f=20\text{mm}$

Η ελαστική κρίσιμη ροπή πλευρικού λυγισμού για τη συγκεκριμένη αμφιέριστη δοκό υπό ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο στον κεντροβαρικό της άξονα , προκύπτει ίση με $M_{cr,EC3}=255.67\text{kNm}$ και το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο ίσο με $P_{cr,EC3}=14.20\text{kN/m}$. Το φορτίο που αντιστοιχεί στη ροπή πλήρους πλαστικοποίησης της μεσαίας διατομής της δοκού προκύπτει ίσο προς $P_{pl}=45.64\text{kN/m}$ (Παράρτημα Α.). Επομένως ,κρίσιμη μορφή αστοχίας της διατομής για την αμφιέριστη δοκό είναι ο πλευρικός λυγισμός της δοκού.

Πίνακας 1.2 Στροφή-φορτίο

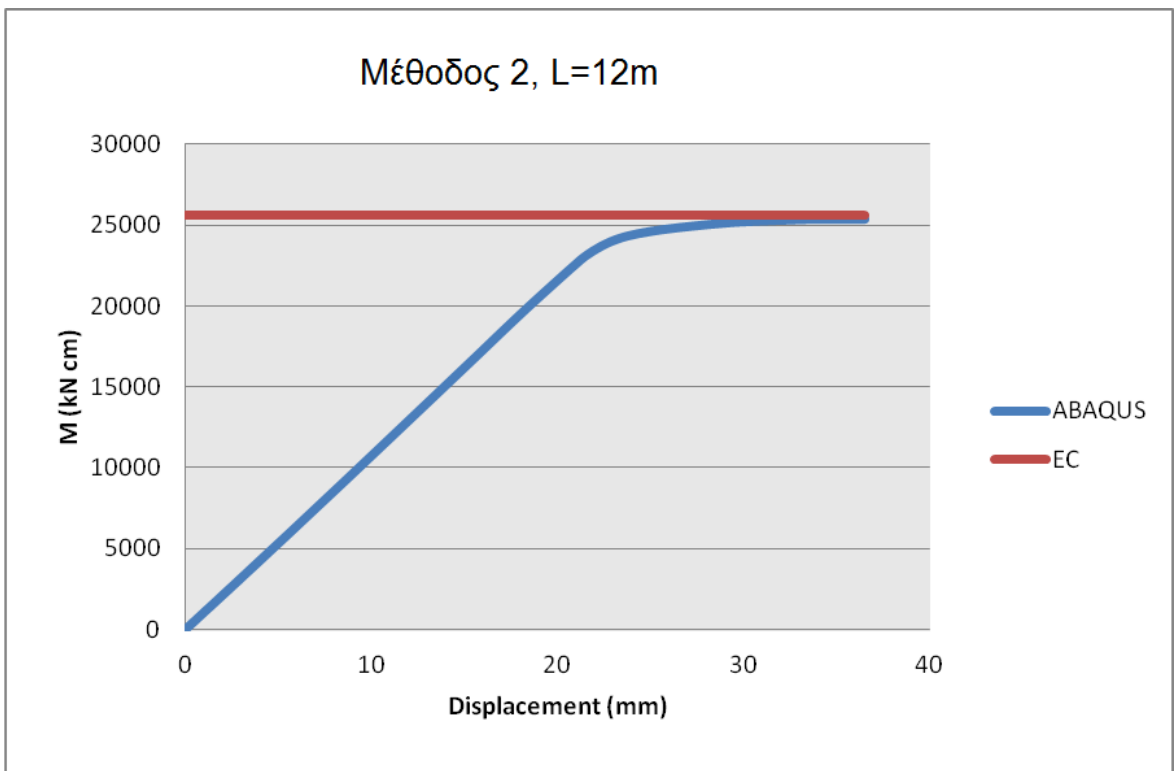
ΜΕΘΟΔΟΣ	Load factor	Mcr
1	644.377	77325.24
2	211.344	25361.28
3	19978	23973.6
4	216.581	25448.27
5	210.55	25266

1^η μέθοδος



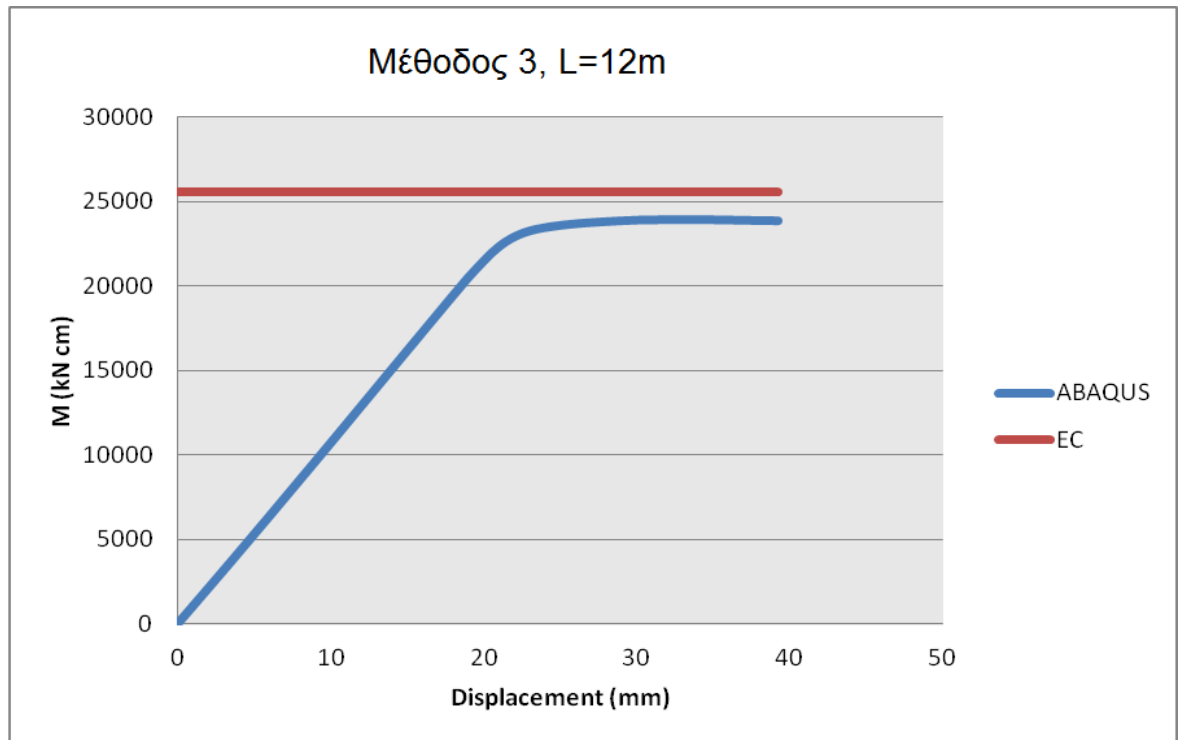
Σχήμα 1.31: Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου.

2^η μέθοδος



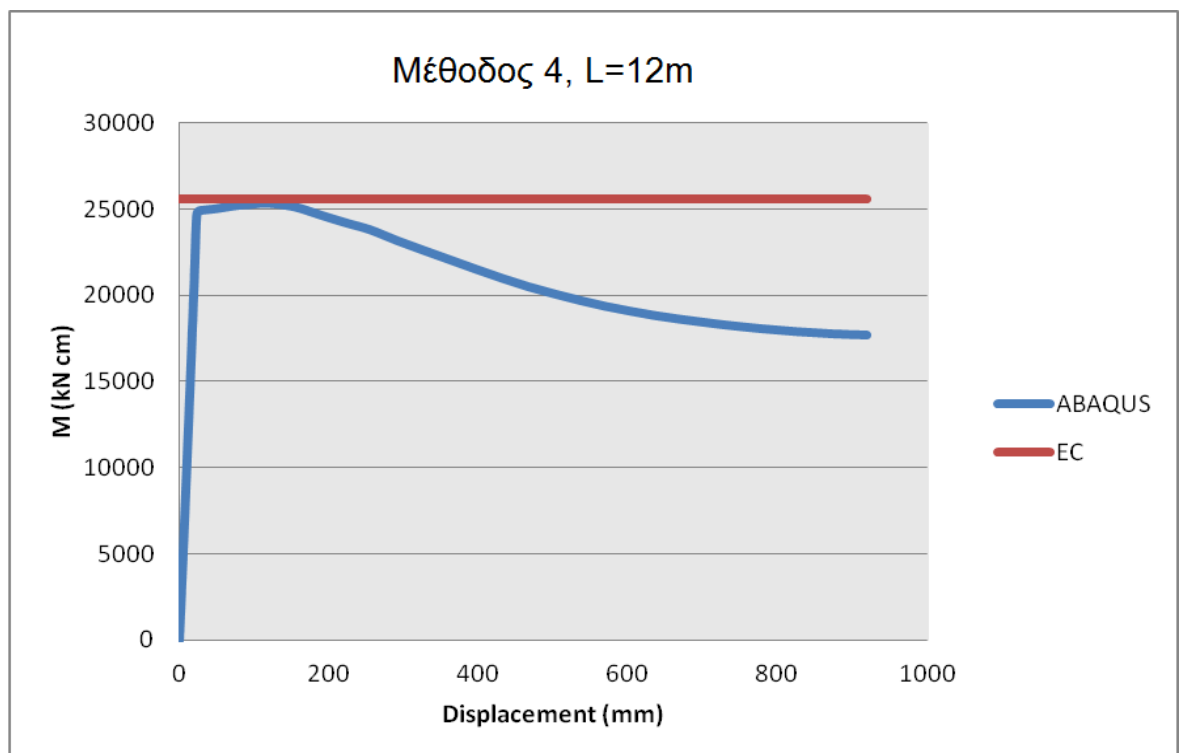
Σχήμα 1.32: Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου.

3^η μέθοδος



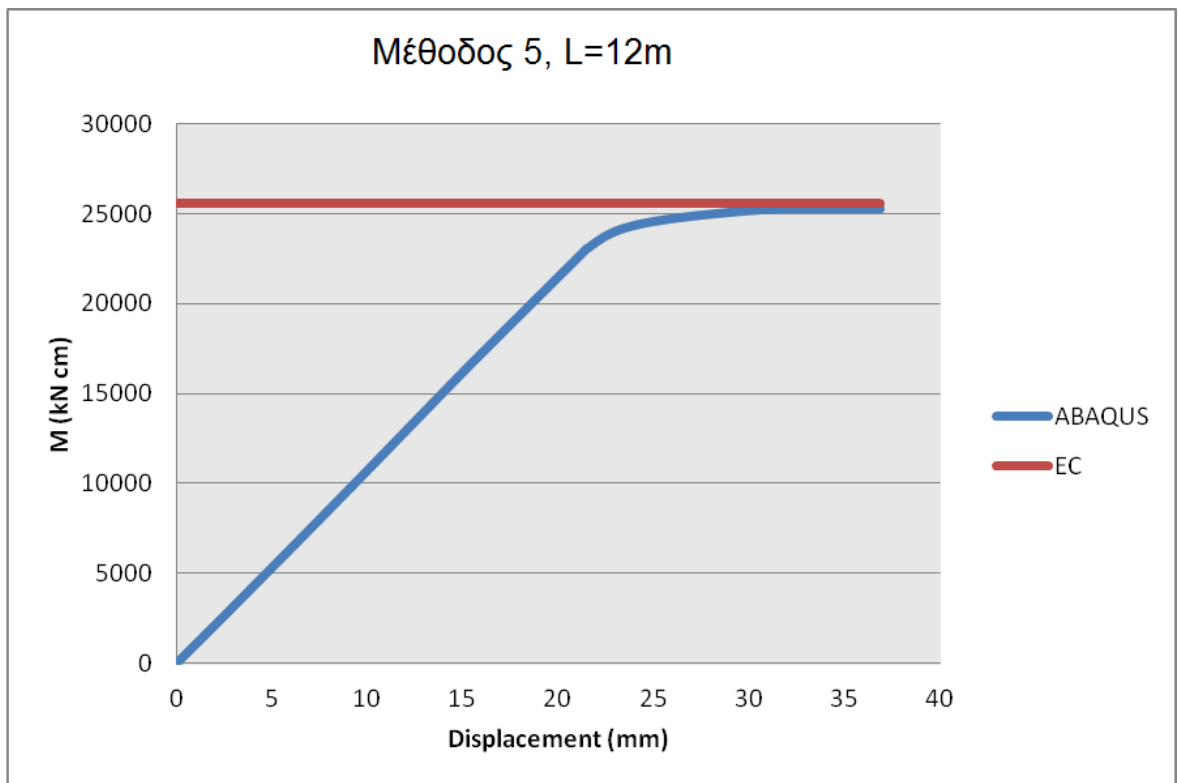
Σχήμα 1.33: Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου

4^η μέθοδος

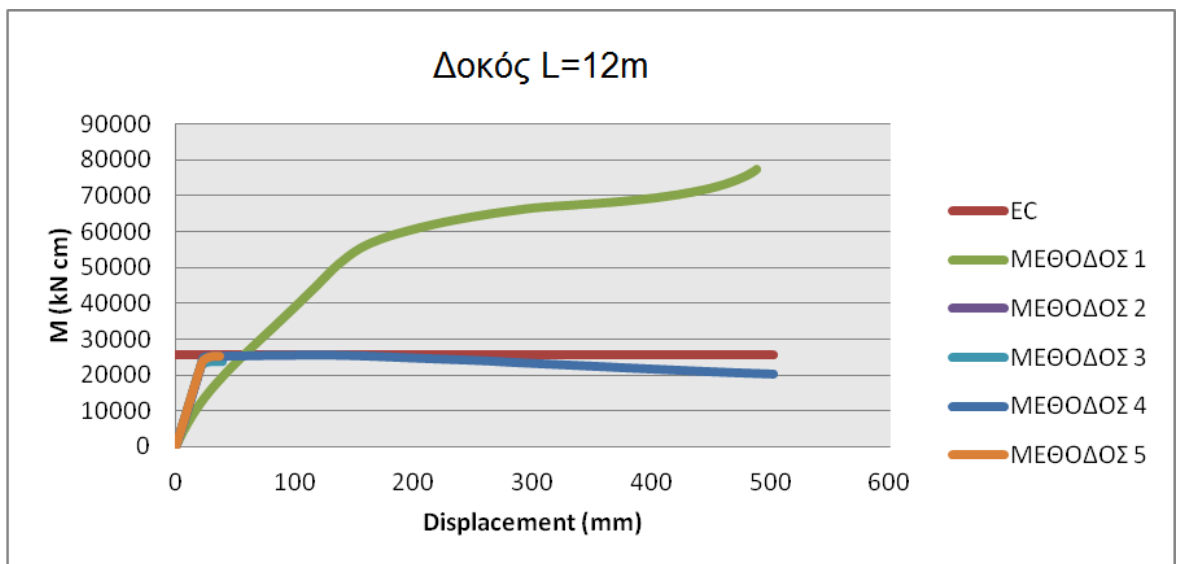


Σχήμα 1.34: Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου

5^η μέθοδος



Σχήμα 1.35: Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου



Σχήμα 1.36: Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου-Σύγκριση μεθόδων

1.3.3 Αποτελέσματα για δοκό μήκους 16m

Αναλύεται μία δοκός μήκους 16m διατομής διπλού ταυ, η οποία έχει τα ακόλουθα γεωμετρικά χαρακτηριστικά :

Ύψος ολικό διατομής $h=700\text{mm}$

Πλάτος πελμάτων $b=300\text{mm}$

Πάχος κορμού $t_w=15\text{mm}$

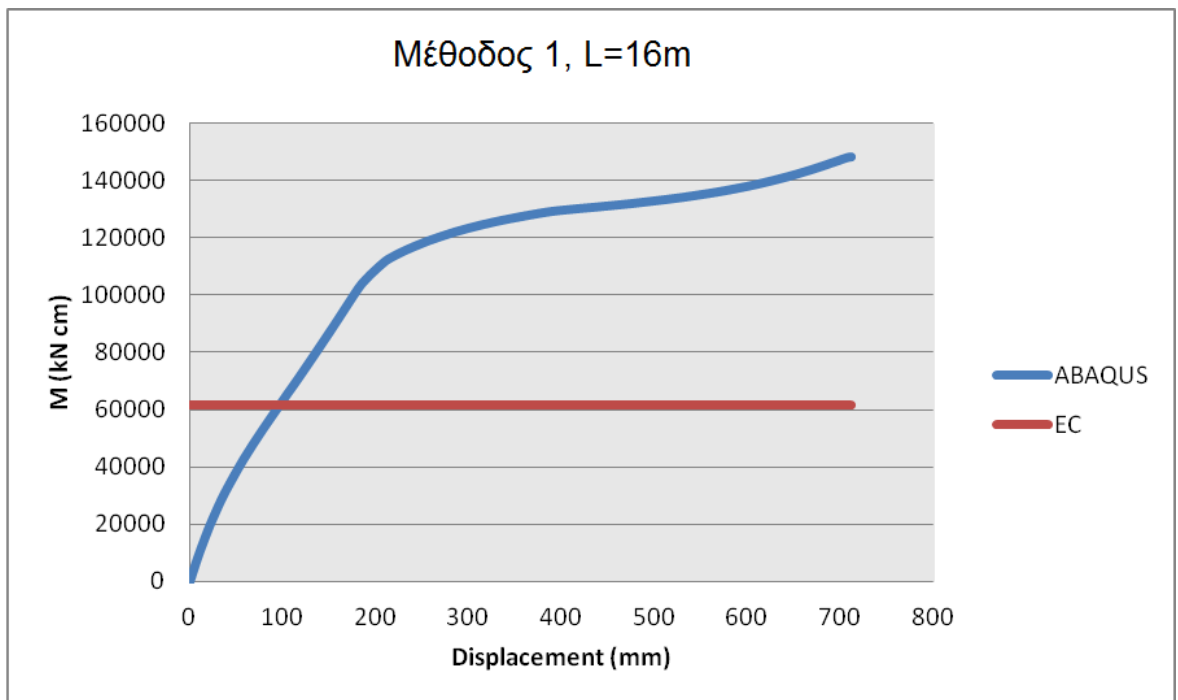
Πάχος πελμάτων $t_f=25\text{mm}$

Η ελαστική κρίσιμη ροπή πλευρικού λυγισμού για τη συγκεκριμένη αμφιέριστη δοκό υπό ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο στον κεντροβαρικό της άξονα , προκύπτει ίση με $M_{cr,EC3}=696.85\text{kNm}$ και το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο ίσο με $P_{cr,EC3}=21.78\text{kN/m}$. Το φορτίο που αντιστοιχεί στη ροπή πλήρους πλαστικοποίησης της μεσαίας διατομής της δοκού προκύπτει ίσο προς $P_{pl}=48.81\text{kN/m}$ (Παράρτημα Α.) .Επομένως ,κρίσιμη μορφή αστοχίας της διατομής για την αμφιέριστη δοκό είναι η πλαστικοποίηση της μεσαίας διατομής.

Πίνακας 1.3 Στροφή-φορτίο

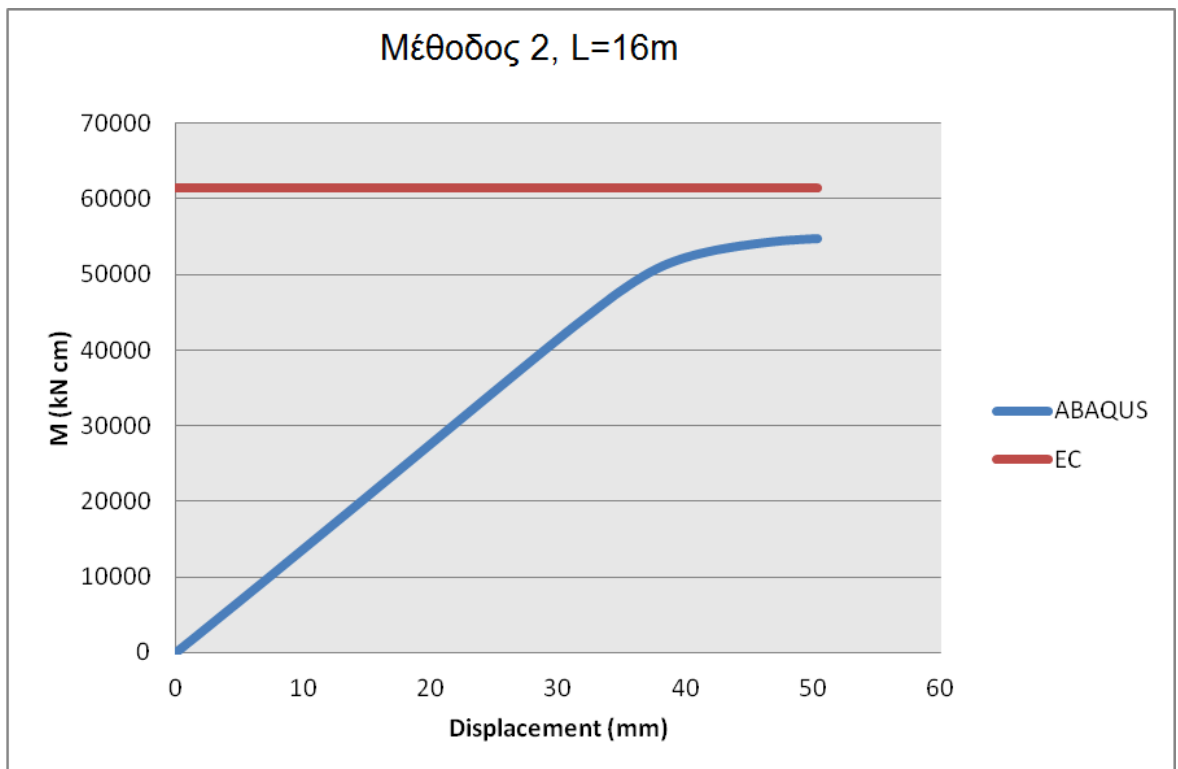
ΜΕΘΟΔΟΣ	Load factor	M_{cr}
1	706.876	148443.96
2	260.705	54748.05
3	246.225	51707.25
4	277.705	58318.05
5	259.795	54556.95

1^η μέθοδος



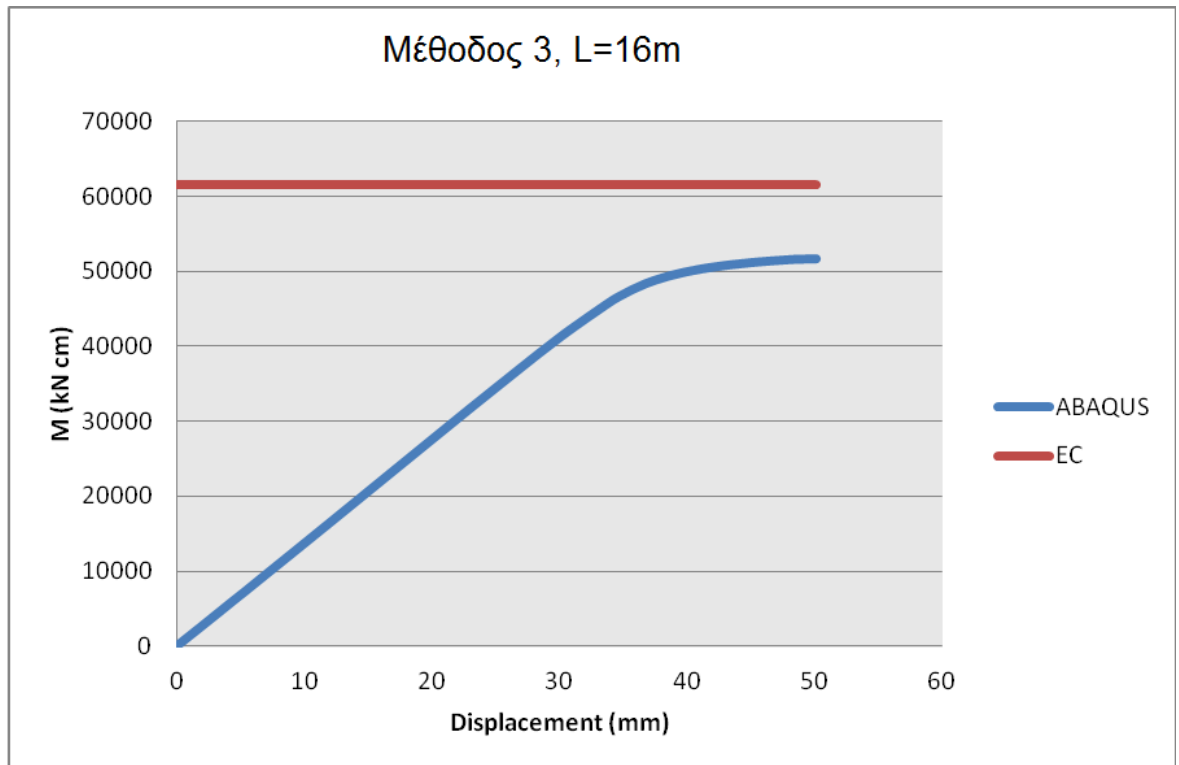
Σχήμα 1.37: Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου.

2^η μέθοδος



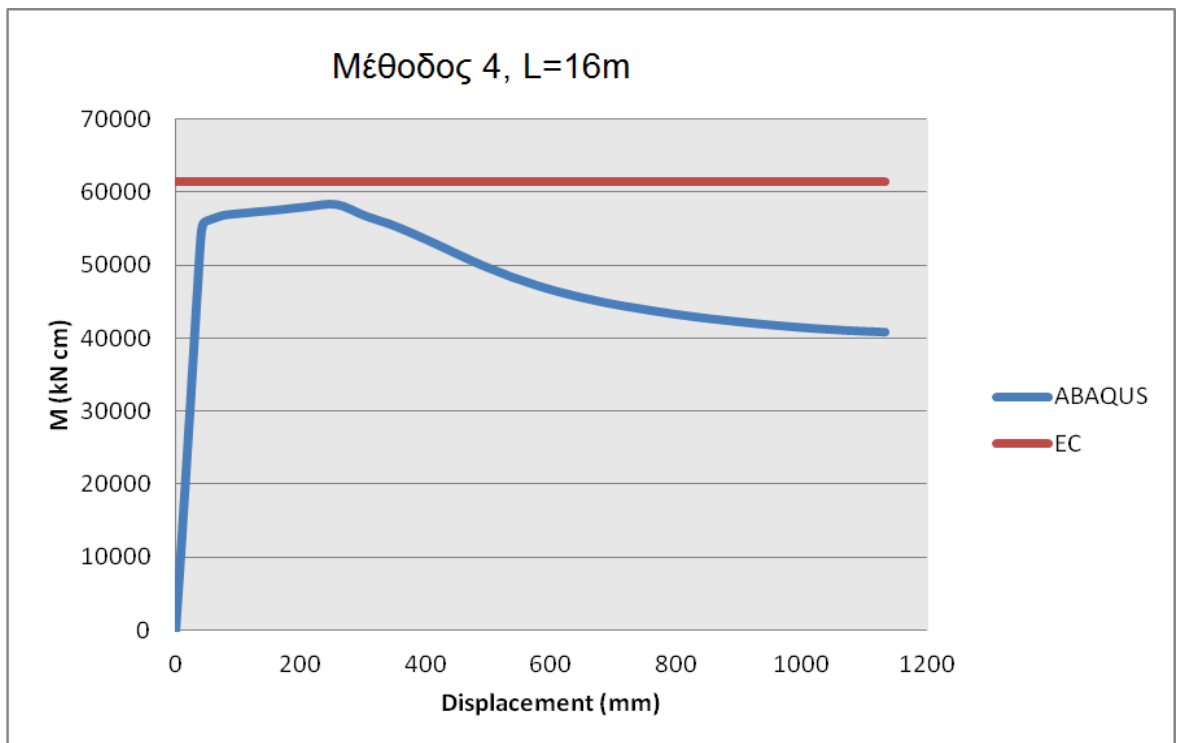
Σχήμα 1.38: Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου.

3^η μέθοδος



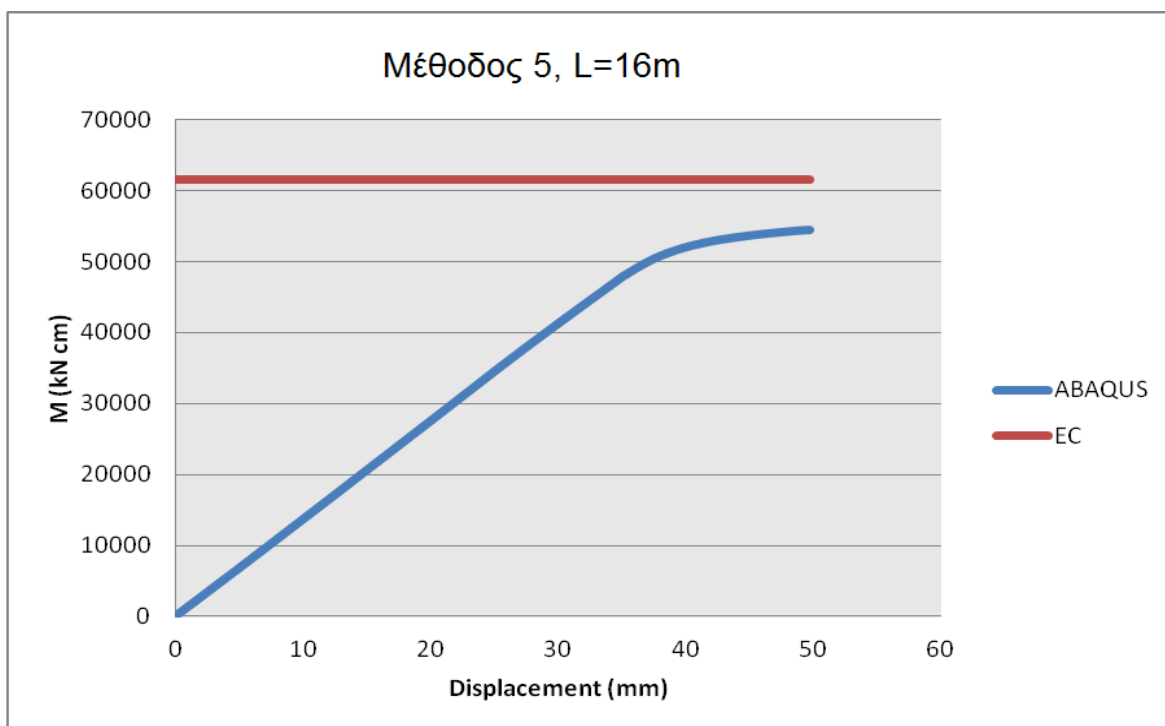
Σχήμα 1.39: Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου

4^η μέθοδος

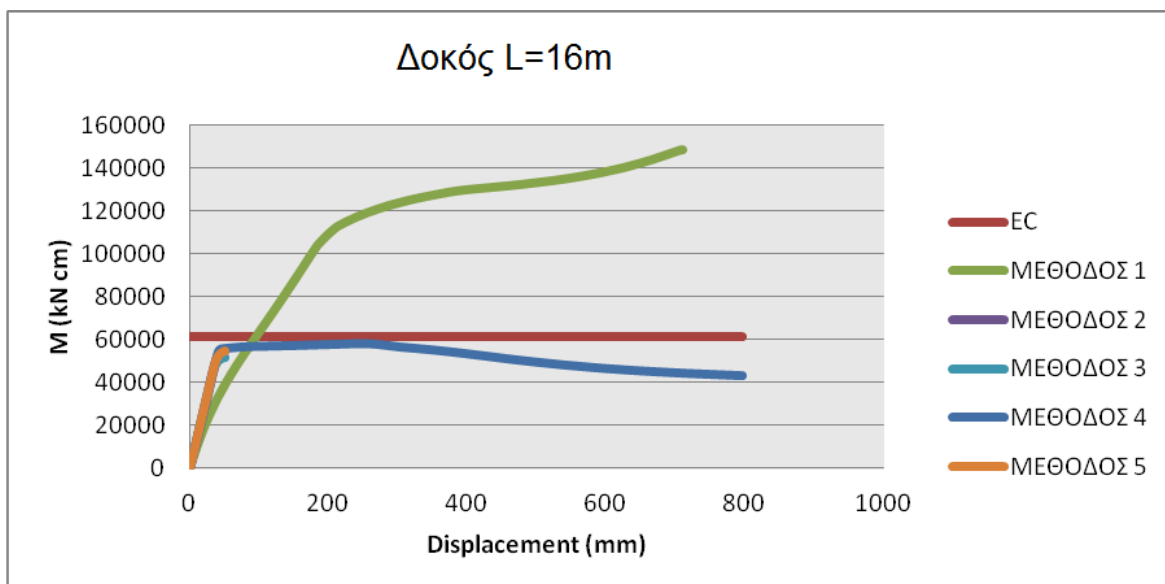


Σχήμα 1.40: Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου

5^η μέθοδος



Σχήμα 1.41: Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου



Σχήμα 1.42: Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου-Σύγκριση μεθόδων

1.4 Συμπεράσματα

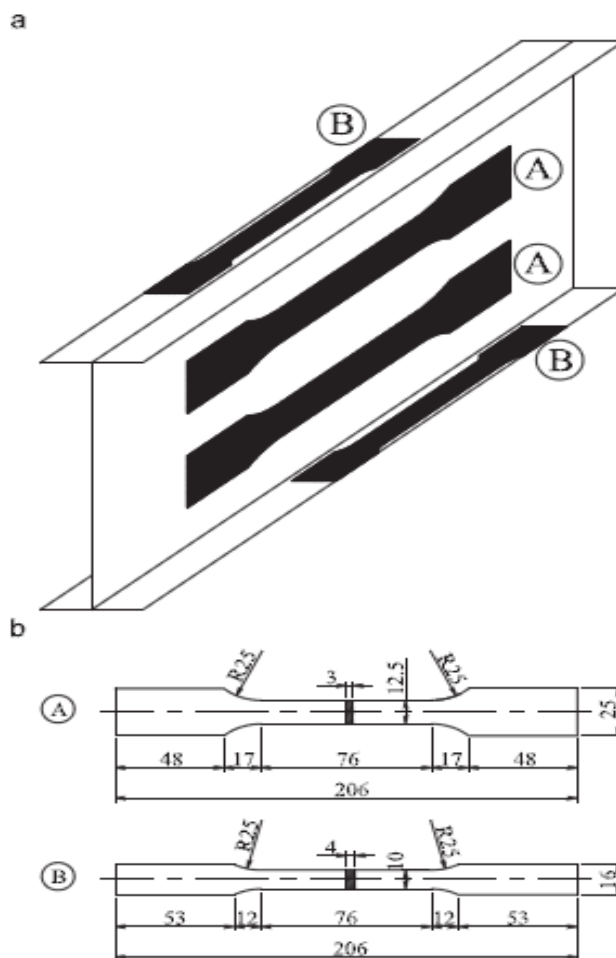
Παρατηρούμε ,αρχικά, ότι για τις μεθόδους 1,2 και 5 στις οποίες δεσμεύεται η αξονική μετακίνηση και στα 2 άκρα της δοκού η μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού δίνει δρόμο ισορροπίας με ανοδικό κλάδο. Εν αντιθέσει, στην περίπτωση που δεσμεύεται η αξονική μετακίνηση μόνο στο ένα άκρο της δοκού (μέθοδος 4) οι δρόμοι ισορροπίας έχουν καθοδικό κλάδο μόλις το φορτίο προσεγγίσει την τιμή του κρίσιμου φορτίου λυγισμού. Για τη μέθοδο 3 κ πάλι δεσμεύεται η μετακίνηση μόνο στο ένα άκρο της δοκού αλλά ο δρόμος ισορροπίας είναι ανοδικός. Αυτό μπορεί να οφείλεται στο γεγονός ότι περιορίζοντας ,με το constraint που χρησιμοποιήσαμε, την μετακίνηση του κορμού με το μέσο της διατομής, περιορίσαμε ταυτόχρονα και την αξονική μετακίνηση του μέλους. Ωστόσο, η ύπαρξη καθοδικού κλάδου συνιστά και το ζητούμενο καθώς η αστοχία στο Abaqus για ισοστατικούς φορείς επέρχεται όταν η τάση von Mises για κάποια σημεία φτάσει την τιμή του ορίου διαρροής. Συνεπώς, επιλέγεται τελικά ως επικρατέστερη η μέθοδος 4 για την υλοποίηση αμφιέριστης δοκού.

Οι τιμές των κρίσιμων φορτίων λυγισμού που προκύπτουν με βάση αυτή τη μέθοδο, προσεγγίζουν με ικανοποιητική ακρίβεια τα αποτελέσματα του Ευρωκώδικα ,όπως φαίνεται από τα παραδείγματα που παρατέθηκαν καθώς και από πλήθος άλλων δοκιμών που έγιναν. Η μικρή απόκλιση στα αποτελέσματα θα μπορούσε να αιτιολογηθεί βάση του γεγονότος ότι για τον υπολογισμό της κρίσιμης ελαστικής ροπής κατά Ευρωκώδικα , χρησιμοποιήθηκε για το συντελεστή k_w (συντελεστής στρέβλωσης των άκρων του εξεταζόμενου πλευρικά μη προστατευμένου τμήματος) η τιμή 1.

2 Βαθμονόμηση του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων για την ανάλυση αμφιαρθρωτών δοκών

2.1 Πειραματικά δεδομένα της δοκού που χρησιμοποιήθηκε για τη βαθμονόμηση.

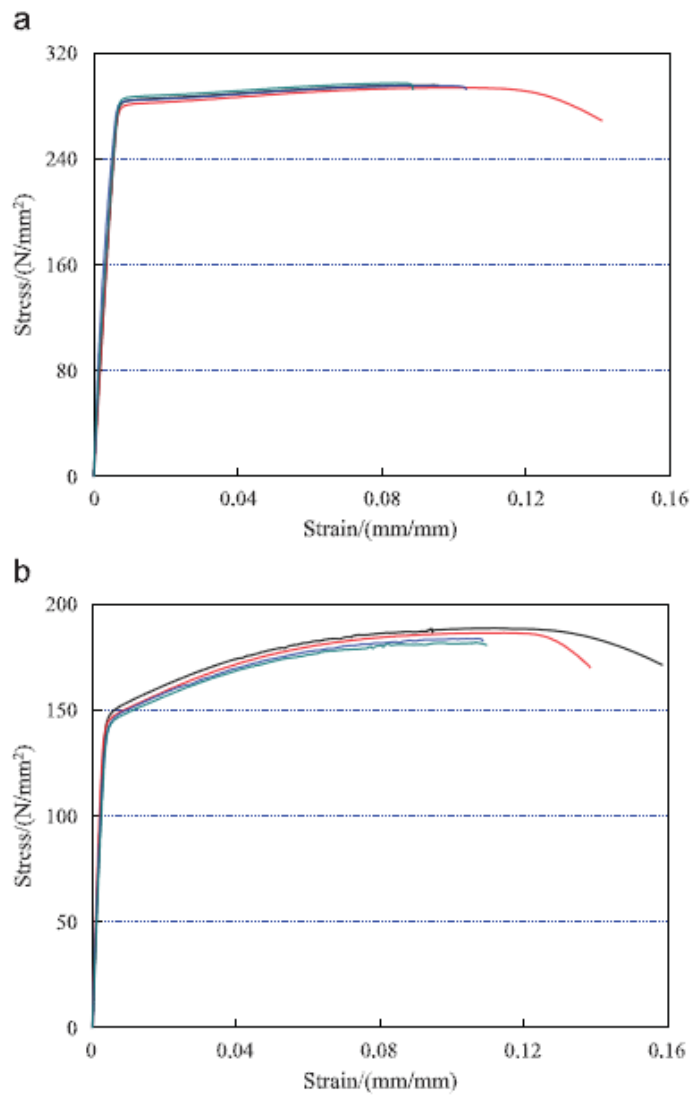
Σε αυτό το κεφάλαιο γίνεται χρήση των πειραματικών δεδομένων από το άρθρο των Y.Q. Wang , H.X.Yuan , Y.J.Shi , M.Cheng , (2011) . «Lateral-torsional buckling resistance of aluminium I-beams». [8] .Σε αυτή την έρευνα εξετάστηκαν σε στρεπτοκαμπτικό λυγισμό δοκοί σχήματος I από αλουμίνιο δύο διαφορετικών κραμάτων 6061-T6 και 6063-T5. Οι καμπύλες τάσεων-παραμορφώσεων προσδιορίστηκαν μετά από δοκιμές που έγιναν σε 8 τμήματα, τα οποία κόπηκαν από τα πέλματα και τον κορμό. Τα τμήματα που εξετάστηκαν, οι καμπύλες τάσεων παραμορφώσεων και οι σταθερές του υλικού φαίνονται στα παρακάτω σχήματα.



Σχήμα 2.1.1 Τμήματα της δοκού που εξετάστηκαν.

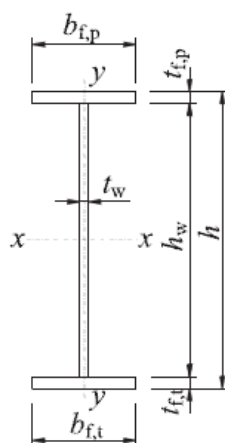
Πίνακας 2.1 Όρια διαρροής και αστοχίας για τη δοκό των πειραμάτων.

Material	Yield strength (N/mm ²)	Ultimate strength (N/mm ²)	Young's modulus (N/mm ²)	n
6061-T6-A (from web)	285	296	57,500	30
6061-T6-B (from flanges)	281	294	52,000	33
6063-T5-A (from web)	145	182	53,000	15
6063-T5-B (from flanges)	147	187	57,000	18



Σχήμα 2.1.2 Διαγράμματα τάσεων παραμορφώσεων για τις δοκούς των πειραμάτων.

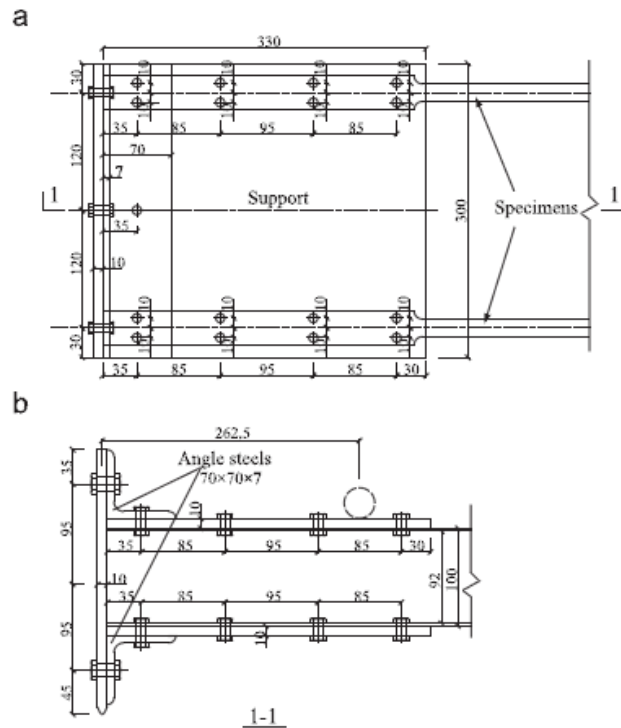
Η διατομή της δοκού είναι συγκολλητή μορφής διπλού ταφ. Η μορφή και οι διαστάσεις των δοκών που εξετάστηκαν φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.



Beam specimen	Beam length, L (mm)	Laterally unbraced length, L_b (mm)	Web		Flanges under pressure		Flanges under tension		Section, n class
			Height, h_w (mm)	Thickness, t_w (mm)	Width, $b_{f,p}$ (mm)	Thickness, $t_{f,p}$ (mm)	Width, $b_{f,t}$ (mm)	Thickness, $t_{f,t}$ (mm)	
6061-1-A	2460	1800	92.24	2.88	34.94	3.90	17.74	3.92	2
6061-1-B			92.12	2.84	34.94	3.92	17.40	3.92	2
6061-2-A	2160	1500	91.96	2.86	34.98	3.94	17.48	3.94	2
6061-2-B			92.28	2.84	34.96	3.92	17.56	3.96	2
6063-1-A	2860	2200	92.22	2.90	34.98	3.92	17.64	3.94	1
6063-1-B			92.10	2.90	35.00	3.90	17.60	3.94	1
6063-2-A	2460	1800	92.08	2.78	34.96	3.90	17.84	3.94	1
6063-2-B			92.24	2.86	34.98	3.92	17.82	3.94	1

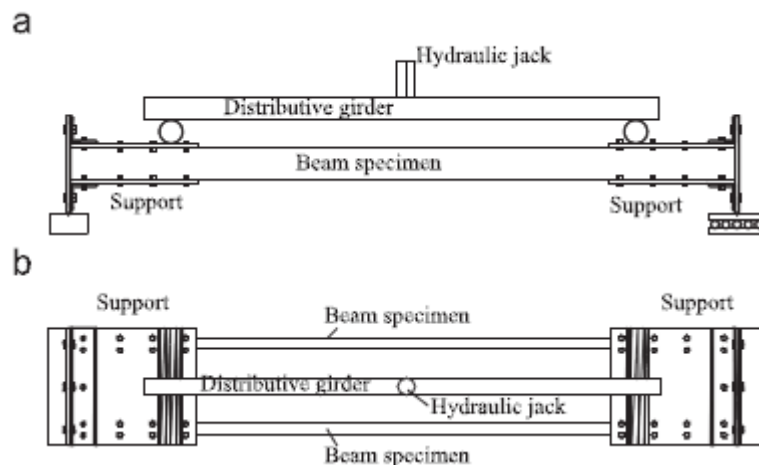
Σχήμα 2.1.3 Δοκός πειραμάτων

Στα άκρα της δοκού κατασκευάστηκαν ειδικές στηρίξεις οι οποίες φαίνονται στο σχήμα 2.1.4. Μεταλλικές πλάκες διαστάσεων πάχους 10mm και γωνιακά 70x70x7 mm τοποθετήθηκαν για τη διαμόρφωση των στηρίξεων.



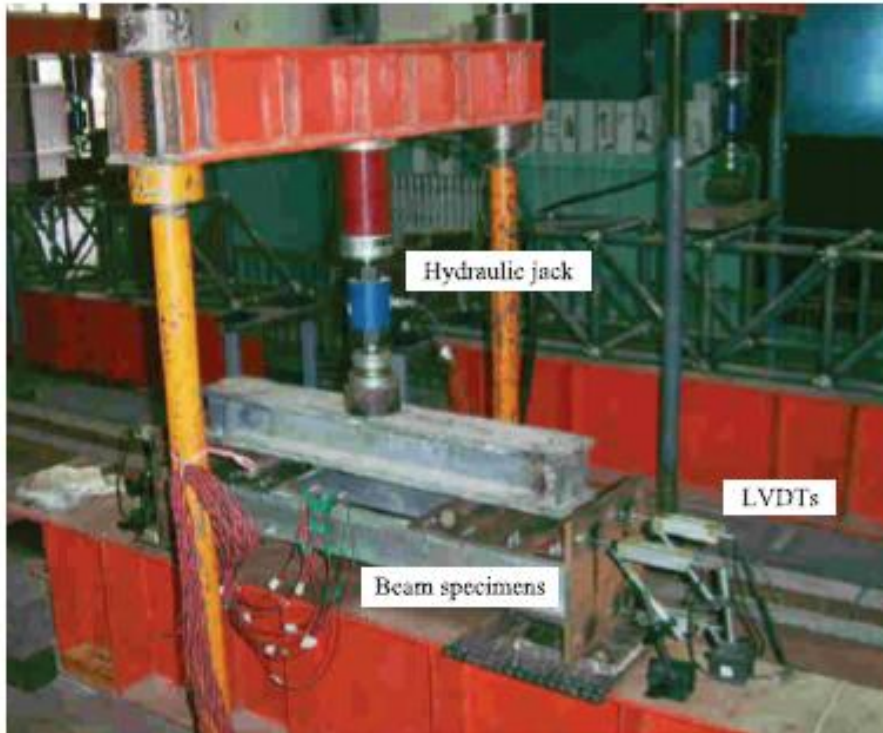
Σχήμα 2.1.4 Λεπτομέρειες στήριξης

Η εφαρμογή των φορτίων στα πειράματα έγινε μέσω υδραυλικού γρύλου. Το φορτίο του γρύλου ασκούνταν στο μέσο μίας διανεμητικής δοκού, η οποία το μετέφερε σε δύο σημεία της εξεταζόμενης δοκού. Οι στήριξεις των δύο άκρων είναι άρθρωση και κύλιση. Οι πειραματικές διατάξεις που χρησιμοποιήθηκαν φαίνονται στα παρακάτω σχήματα.



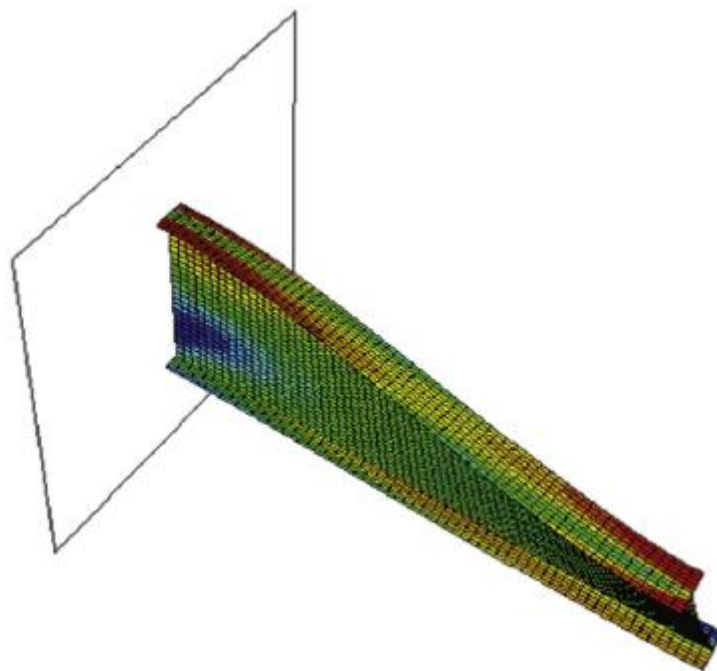
Σχήμα 2.1.5 Τύποι φορτίσεων στα πειράματα

Για την διεξαγωγή των αποτελέσματα των πειραμάτων θεωρήθηκε ένας μέσος όρος κάθε δύο δειγμάτων Α και Β.



Σχήμα 2.1.6 Πειραματική διάταξη φόρτισης

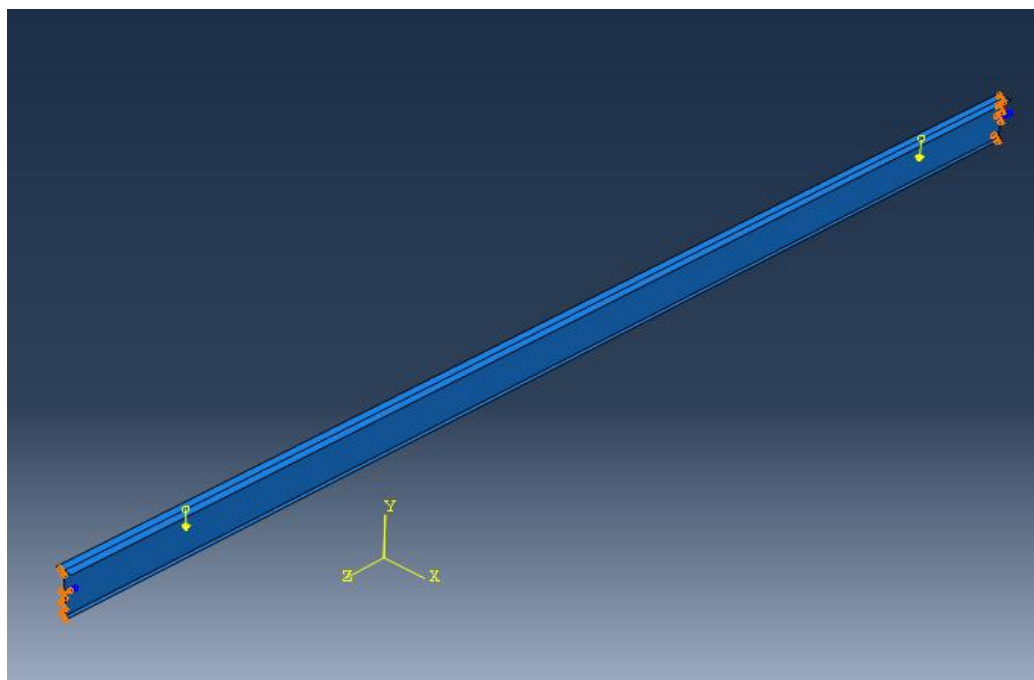
Ο μισός φορέας προσομοιώθηκε στο πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων Abaqus και έδωσε την ιδιομορφή που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 2.1.7 Ιδιομορφή λυγισμού

2.2 Χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων και σύγκριση αποτελεσμάτων με αυτά των πειραμάτων

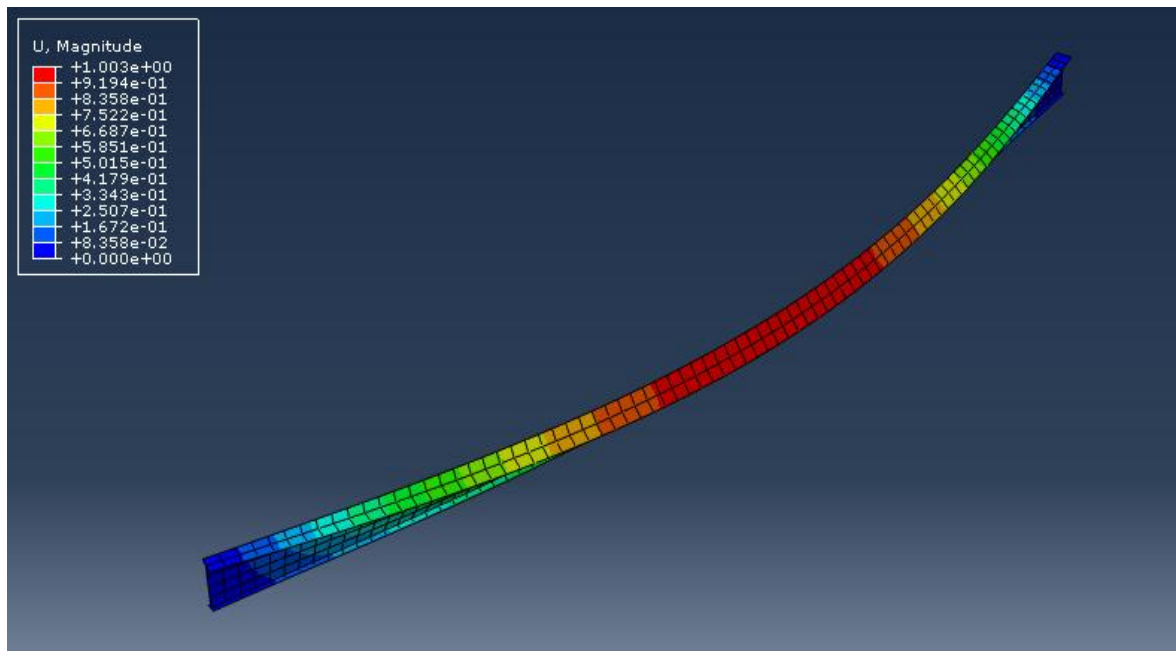
Για την ανάλυση χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό Abaqus . Η προσομοίωση έγινε με στοιχεία κελύφους σε τρεις διατομές δοκών. Η φόρτιση επιβλήθηκε με τη μορφή δύο συγκεντρωμένων δυνάμεων σε απόσταση 262.5 mm από κάθε άκρο της δοκού. Η προσομοίωση και η φόρτιση των δοκών φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.



Σχήμα 2.2.1 Μοντελοποίηση της φόρτισης

Για τις συνοριακές συνθήκες δεσμεύτηκαν οι μεταφορικοί βαθμοί στις διευθύνσεις x και y για τον κορμό των ακραίων διατομών της δοκού. Στη μία πλευρά της δοκού στο κέντρο της διατομής δεσμεύτηκαν οι μεταφορικοί βαθμοί στις διευθύνσεις x , y και z και ο στροφικός βαθμός ελευθερίας στη διεύθυνση z . Στην άλλη πλευρά της δοκού στο κέντρο της διατομής δεσμεύτηκαν οι μεταφορικοί βαθμοί στις διευθύνσεις x , y και ο στροφικός βαθμός ελευθερίας στη διεύθυνση z .

Για την προσομοίωση ατελειών έγινε πρώτα ανάλυση ελαστικού λυγισμού. Η δεύτερη ιδιομορφή λυγισμού χρησιμοποιείται με βάση το πείραμα για την μορφοποίηση της ατέλειας. Η μέγιστη τιμή της ατέλειας λαμβάνεται $L_b/1000$. Για την φόρτιση 6061-1-A φαίνεται στην παρακάτω εικόνα η δεύτερη ιδιομορφή λυγισμού.

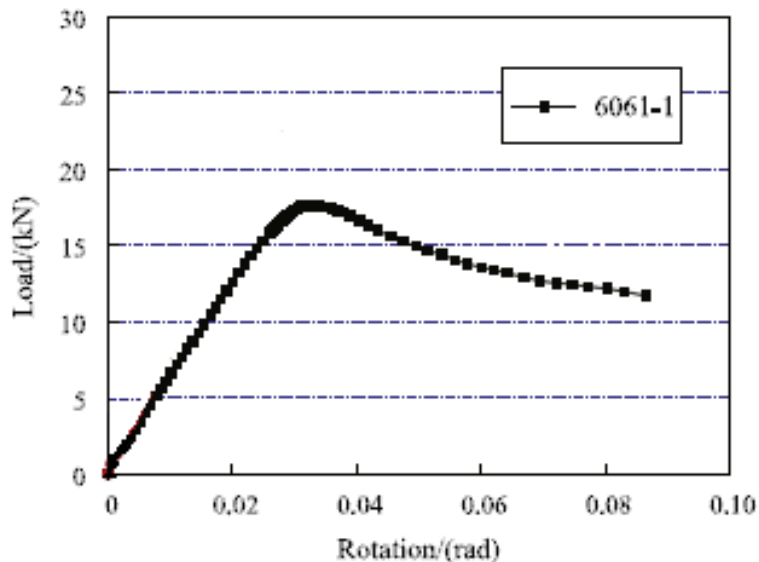


Σχήμα 2.2.2 Δεύτερη ιδιομορφή λυγισμού

Στη συνέχεια εκτελείται η Riks . Από τα αποτελέσματα εξάγεται η ροπή. Τα αποτελέσματα παρατίθενται μαζί με τα πειραματικά.

2.2.1 Δοκός 6061-1

Σύμφωνα με τα πειραματικά δεδομένα στο σχήμα 2.2.3 φαίνεται το διάγραμμα φορτίου-στροφής. Το οριακό φορτίο P_u είναι 17.654kN και η αντίστοιχη στροφή περίπου 0.03 rad .

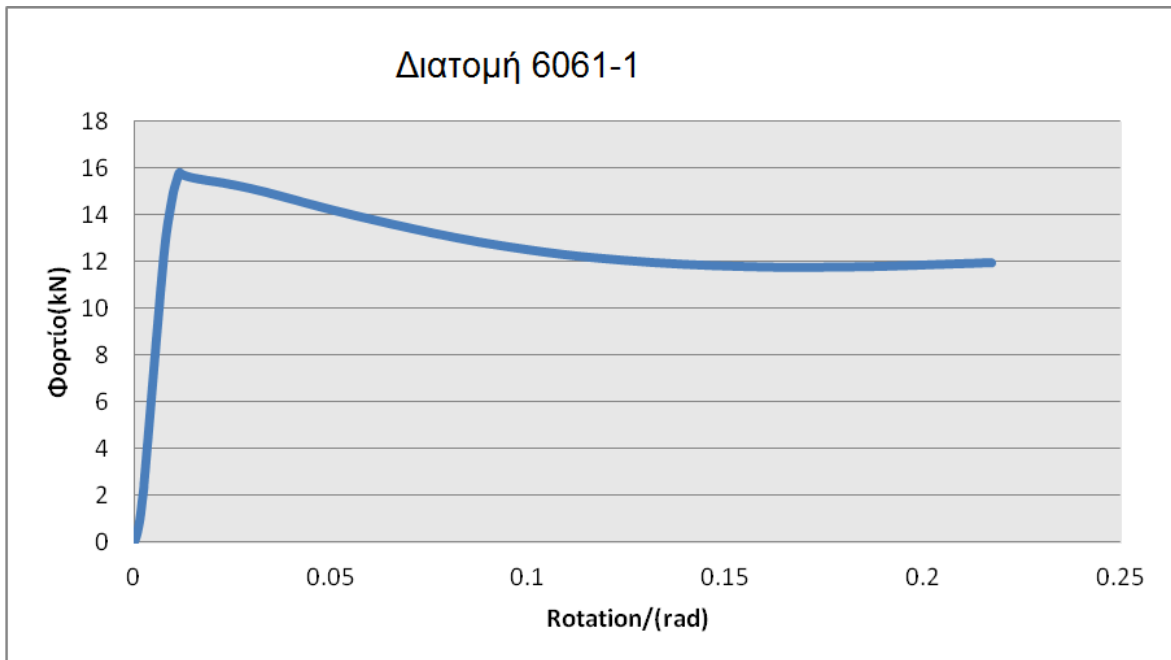


Σχήμα 2.2.3 Διάγραμμα δύναμης-στροφής (πείραμα)

Στο πιο κάτω σχήμα παρουσιάζεται το αντίστοιχα διάγραμμα όπως εξάγεται από την ανάλυση με το λογισμικό Abaqus για τον μέσο όρο των διατομών 6061-1-A και 6061-1-B.

Πίνακας 2.2 Στροφή-φορτίο

Rotation	Load factor	Pu
0	0	0
0.0000408	1.00054	0.017664
0.0000806	2.00212	0.035345
0.000139	3.50631	0.0619
0.000222	5.76635	0.101799
0.00034	9.16374	0.161777
0.000501	14.2734	0.251983
0.000714	21.9608	0.387696
0.000985	33.5266	0.591879
0.00133	50.9187	0.898919

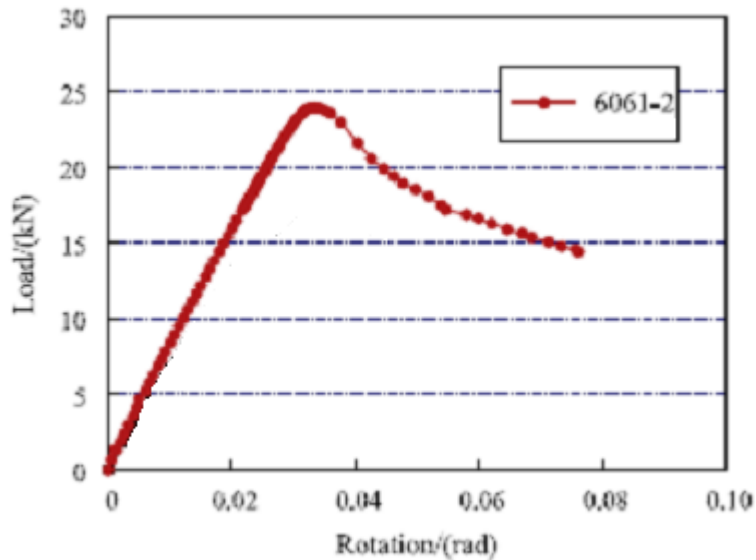


Σχήμα 2.2.4 Διάγραμμα δύναμης-περιστροφής διατομής 6061-1

Από την ανάλυση με τα πεπερασμένα στοιχεία το φορτίο βγαίνει 15.766 kN κοντά σε αυτό των πειραματικών δεδομένων. Αντίστοιχα η στροφή προκύπτει 0.024, αποτέλεσμα κοντινό σε αυτό του πειράματος.

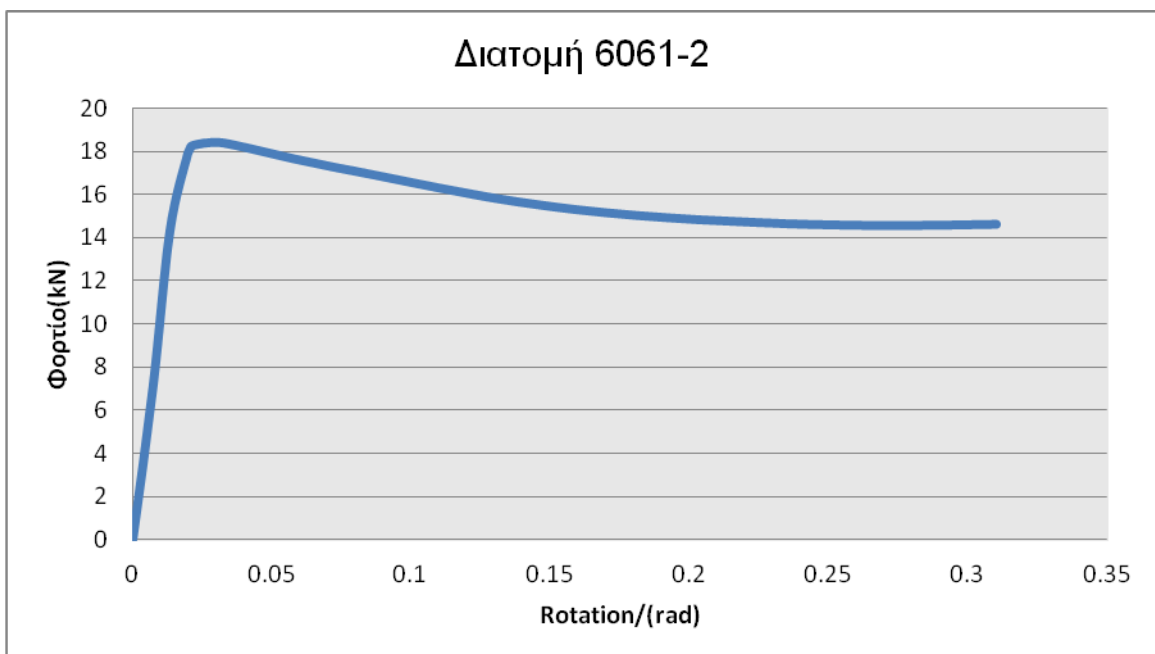
2.2.2 Δοκός 6061-2

Για τις δοκούς 6061-2-A και 6061-2-B ακολουθείται η ίδια διαδικασία με πριν. Σύμφωνα με τα πειραματικά δεδομένα στο σχήμα 2.2.3 φαίνεται το διάγραμμα φορτίου-στροφής. Το οριακό φορτίο P_u είναι 23.962 kN και η στροφή 0.04 rad.



Σχήμα 2.2.6 Διάγραμμα δύναμης-στροφής (πείραμα)

Στο πιο κάτω σχήμα παρουσιάζεται το αντίστοιχο διάγραμμα όπως εξάγεται από την ανάλυση με το λογισμικό Abaqus για τον μέσο όρο των διατομών 6061-2-A και 6061-2-B.

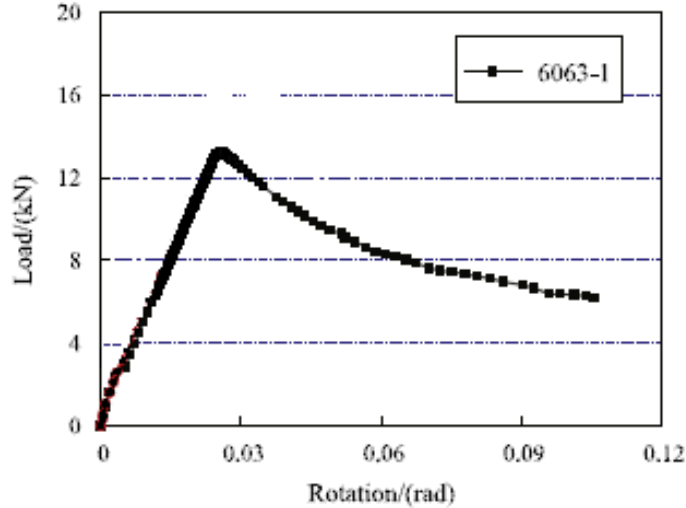


Σχήμα 2.2.7 Διάγραμμα δύναμης-περιστροφής διατομής 6061-2

Από την ανάλυση με τα πεπερασμένα στοιχεία το φορτίο βγαίνει 18.419 kN σχετικά κοντά σε αυτό των πειραματικών δεδομένων. Αντίστοιχα η στροφή βγαίνει κοντά στο 0.035, αποτέλεσμα κοντινό σε αυτό του πειράματος.

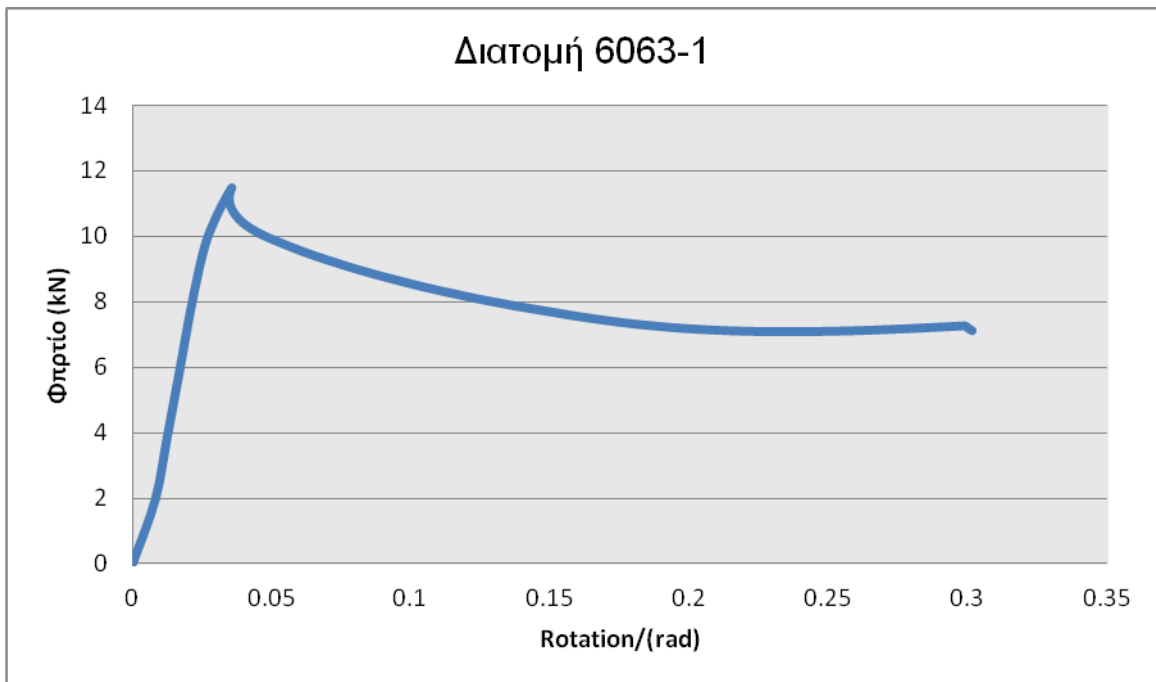
2.2.3 Δοκός 6063-1

Για τις δοκούς 6063-1-A και 6063-1-B ακολουθείται η ίδια διαδικασία με πριν. Σύμφωνα με τα πειραματικά δεδομένα στο σχήμα 2.2.3 φαίνεται το διάγραμμα φορτίου-στροφής. Το οριακό φορτίο P_u είναι 13.234 kN και η στροφή περίπου 0.03.



Σχήμα 2.2.6 Διάγραμμα δύναμης-στροφής (πείραμα)

Στο πιο κάτω σχήμα παρουσιάζεται το αντίστοιχα διάγραμμα όπως εξάγεται από την ανάλυση με το λογισμικό Abaqus για τον μέσο όρο των διατομών 6063-1-A και 6063-1-B.



Σχήμα 2.2.8 Διάγραμμα δύναμης-περιστροφής διατομής 6063-1

Από την ανάλυση με τα πεπερασμένα στοιχεία το φορτίο βγαίνει 11.47 kN σχετικά κοντά σε αυτό των πειραματικών δεδομένων. Αντίστοιχα η στροφή βγαίνει κοντά στο 0.0356, αποτέλεσμα κοντινό σε αυτό του πειράματος.

2.3 Συμπεράσματα

Από τη παρουσίαση των συγκριτικών αποτελεσμάτων προκύπτουν αρκετά κοντινά αποτελέσματα μεταξύ πειραμάτων και ανάλυσης με τη χρήση λογισμικού. Από τα αποτελέσματα των δοκιμών με πεπερασμένα στοιχεία προκύπτουν μικρότερες τιμές του οριακού φορτίου, επομένως θα μπορούσαμε να πούμε ότι είμαστε υπέρ της ασφαλείας. Οι όποιες μικρές διαφορές εμφανίστηκαν, μπορούν να δικαιολογηθούν από την αδυναμία που είχαμε στο να προσομοιώσουμε τις ακριβείς συνθήκες στήριξης, οι οποίες πραγματοποιήθηκαν στα πειράματα. Μπορούμε, λοιπόν, να πούμε με αρκετή βεβαιότητα ότι μπορεί να γίνει χρήση πεπερασμένων στοιχείων κελύφους για την ανάλυση αμφιέριστων δοκών σε κάμψη.

3 Στρεπτοκαμπτικός λυγισμός αμφιέριστων δοκών υπό κάμπτική ροπή και αξονική δύναμη

3.1 Εισαγωγή

Η αντοχή δοκών έναντι στρεπτοκαμπτικού λυγισμού υπό κάμπτική ροπή και αξονική θλιπτική δύναμη έχει μελετηθεί ευρέως είτε θεωρητικά, είτε πειραματικά, στο ελαστικό και στο ανελαστικό φάσμα, καθώς επίσης και με τη βοήθεια των πεπερασμένων στοιχείων. Τα συμπεράσματα αυτών των μελετών έχουν συμπεριληφθεί στους Ευρωκώδικες. Ωστόσο, δεν υπάρχουν αρκετές μελέτες που να αναφέρονται στην επιρροή της αξονικής εφελκυστικής δύναμης στην στρεπτοκαμπτική αντοχή δοκών υπό κάμπτική καταπόνηση. Είναι αποδεδειγμένο πως η παρουσία αξονικής εφελκυστικής δύναμης έχει ευνοϊκή επιρροή στην αντοχή της δοκού, συνεπώς θα μπορούσαμε να πούμε πως αγνοώντας την κάνουμε πολύ συντηρητικούς υπολογισμούς.

Η μελέτη των George I. Ioannidis, Tassos P. Abraam (2012). «Lateral-torsional buckling of simply supported beams under uniform bending and axial tensile force» [6] αφορά στην επιρροή της αξονικής εφελκυστικής δύναμης στην στρεπτοκαμπτική αντοχή δοκών υπό κάμπτική καταπόνηση. Εξετάζονται δοκοί διατομής I, με μεγάλες τιμές του λόγου I_x/I_y και συνεπώς ευαίσθητες σε πρόωρη αστοχία από πλευρικό λυγισμό.

Συγκεκριμένα, προτείνεται μία μέθοδος με βάση την οποία μπορούμε να υπολογίσουμε την κρίσιμη ροπή στρεπτοκαμπτικού λυγισμού μίας αμφιαρθρωτής δοκού συμμετρικής διατομής με $I_x \gg I_y$ υπό κάμπτική ροπή και αξονική δύναμη. Η κρίσιμη τιμή για την οποία η επίδραση της αξονικής εφελκυστικής δύναμης λαμβάνεται υπόψη αντιπροσωπεύει θεωρητικά την αντοχή για λεπτά μέλη, ενώ στους Ευρωκώδικες αυτή η κρίσιμη τιμή χρησιμοποιείται ως μία βοηθητική τιμή για την εκτίμηση της ελαστοπλαστικής αντοχής. Στη μελέτη εξετάζονται οι δοκοί υπό ομοιόμορφο κατανεμημένο φορτίο καθώς είναι το πιο δυσμενές όσον αφορά στον στρεπτοκαμπτικό λυγισμό. Επομένως, θα μπορούσαμε να πούμε ότι καλύπτει και όλες τις άλλες μορφές φόρτισης.

Το δεύτερο μέρος της μελέτης ασχολείται με στην φύση της κρίσιμης κατάστασης μέσα από την μελέτη του αρχικού τμήματος του μεταλυσμικού δρόμου ισορροπίας. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιείται μία προσεγγιστική τεχνική που αναπτύχθηκε από τον Κουνάδη για την επίλυση μη γραμμικών προβλημάτων αρχικών τιμών ή συνοριακών συνθηκών.

Τα συμπεράσματα στα οποία καταλήγει η μελέτη είναι τα εξής:

- Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις ισορροπίας εκτιμάται η τιμή της ροπής αντοχής έναντι στρεπτοκαμπτικού λυγισμού υπό την επιρροή αξονικής εφελκυστικής δύναμης.
- Υπολογίζεται μία χαρακτηριστική τιμή της αξονικής εφελκυστικής δύναμης πάνω από την οποία δεν μπορούν να συμβούν φαινόμενα στρεπτοκαμπτικού λυγισμού.

- Το κρίσιμο στάδιο σχετίζεται με ένα σταθερό και συμμετρικό σημείο διακλάδωσης.
- Σε συνδυασμό με τα προηγούμενα γίνεται αντιληπτό ότι η δοκός δεν επηρεάζεται από τις αρχικές ατέλειες.
- Τέλος, η μεταλυσισμική αντοχή είναι πολύ περιορισμένη και χωρίς πρακτικό ενδιαφέρον.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία εξετάστηκε η επιρροή της αξονικής εφελκυστικής δύναμης στην αντοχή έναντι στρεπτοκαμπτικού λυγισμού αμφιέριστων δοκών. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται οι μη γραμμικές αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν στο πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS αρχικά για αμφιαρθρωτές δοκούς υπό καμπτική καταπόνηση και έπειτα για αμφιαρθρωτές δοκούς σε κάμψη και αξονική εφελκυστική δύναμη.

Τα αποτελέσματά των αναλύσεων συγκρίθηκαν με τον Ευρωκώδικα για τις αναλύσεις χωρίς αξονική εφελκυστική δύναμη ενώ τα αποτελέσματα που προέκυψαν για συνδυασμό κάμψης και αξονικής εφελκυστικής δύναμης χρησιμοποιήθηκαν στην κατασκευή διαγραμμάτων των λόγων Ροπής/Ροπής αντοχής ($M/M_{b,Rd}$) με Δύναμη/Πλαστική αντοχή σχεδιασμού (N/N_{pl}), όπου γίνεται εμφανής η θετική επιρροή της αξονικής εφελκυστικής δύναμης στην αντοχή των δοκών. Οι δοκοί που εξετάστηκαν είναι διατομής HEA 500 και IPE 500 και οι αναλύσεις έγιναν για μήκη δοκών 4,8,15 και 20 m για την πρώτη και 3,4,6,8 και 10 m για την δεύτερη.

3.2 Αμφιέριστη δοκός HEA 500

Αναλύεται μία δοκός διατομής HEA 500. Το μοντέλο που χρησιμοποιείται καθώς και η διαδικασία ανάλυσης είναι ίδια με αυτή που περιγράφηκε στα προηγούμενα κεφάλαια και που όπως αποδείχθηκε έδωσαν ικανοποιητικά αποτελέσματα στην ανάλυση αμφιαρθρωτών δοκών σε κάμψη. Η προσομοίωση έγινε με στοιχεία κελύφους και για τις συνοριακές συνθήκες δεσμεύτηκαν οι μεταφορικοί βαθμοί στις διευθύνσεις x και y για τον κορμό των ακραίων διατομών της δοκού. Στη μία πλευρά της δοκού στο κέντρο της διατομής δεσμεύτηκαν οι μεταφορικοί βαθμοί στις διευθύνσεις x, y και z και ο στρωφικός βαθμός ελευθερίας στη διεύθυνση z. Στην άλλη πλευρά της δοκού στο κέντρο της διατομής δεσμεύτηκαν οι μεταφορικοί βαθμοί στις διευθύνσεις x, y και ο στρωφικός βαθμός ελευθερίας στη διεύθυνση z. Τέλος, η φόρτιση επιβλήθηκε μέσω ζεύγους δυνάμεων στα πέλατα. Η δοκός διατομής HEA 500 έχει τα ακόλουθα γεωμετρικά χαρακτηριστικά :

Ύψος ολικό διατομής $h=490\text{mm}$

Πλάτος πελμάτων $b=300\text{mm}$

Πάχος κορμού $t_w=12\text{mm}$

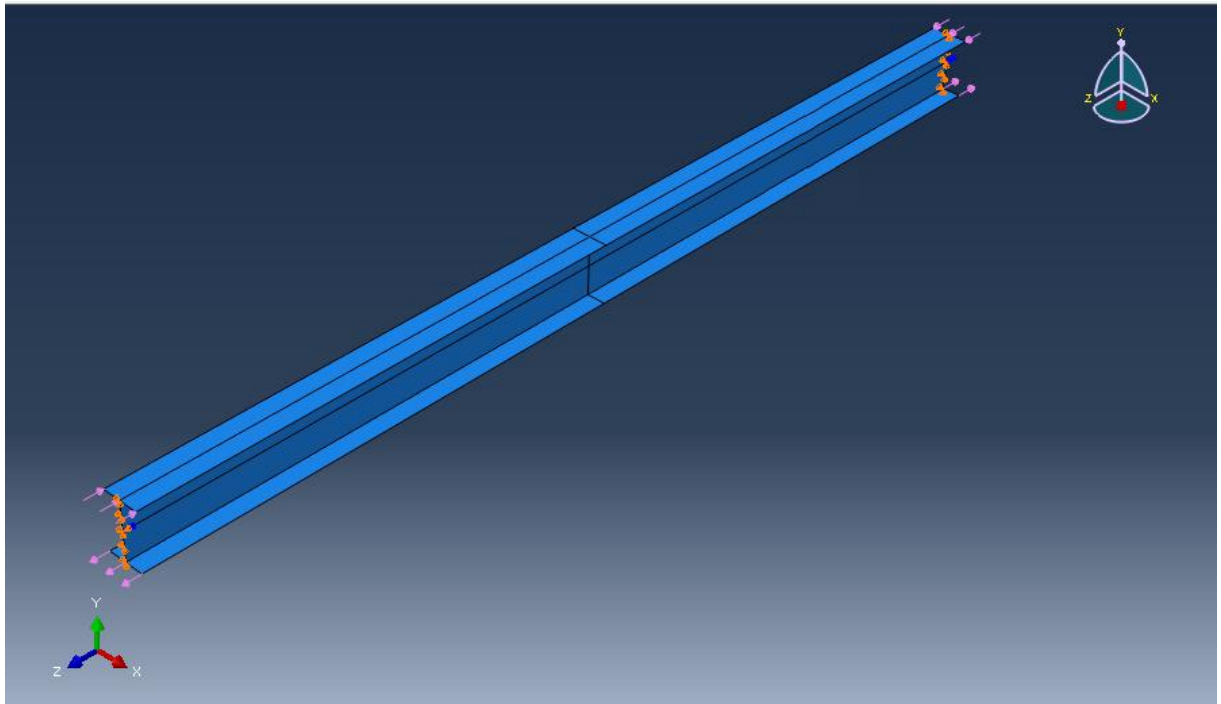
Πάχος πελμάτων $t_f=23\text{mm}$

Ωστόσο, επειδή στο πρόγραμμα ABAQUS δεν είναι δυνατή η ακριβής προσομοίωση προτύπων διατομών λόγω αδυναμίας εισαγωγής στο πρόγραμμα της ακτίνας συναρμογής μεταξύ κορμού και πελμάτων προκειμένου να είναι συγκρίσιμα τα αποτελέσματα θα εξετασθεί η αντίστοιχη συγκολλητή διατομή με τα ίδια γεωμετρικά χαρακτηριστικά.

Στον φορέα δόθηκε αρχική ατέλεια $L/250$.

3.2.1 Αποτελέσματα για HEA 500 σε κάμψη.

Το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε φαίνεται στο Σχέδιο 3.1

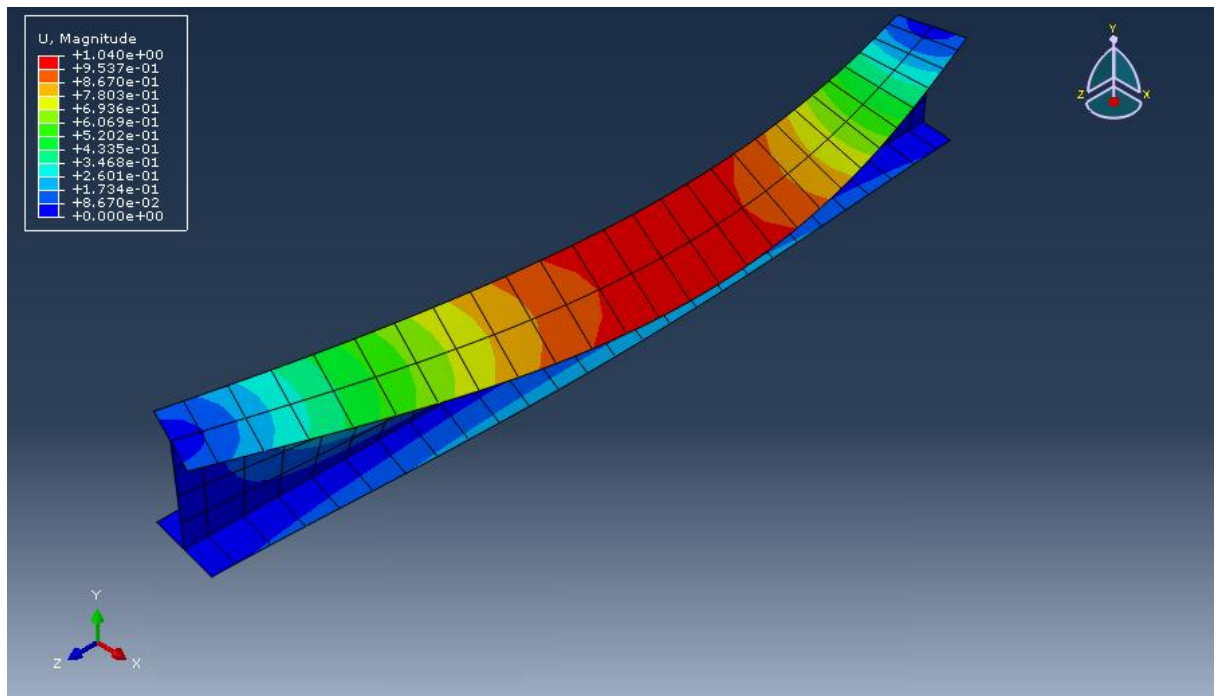


Σχέδιο 3.1 : Μοντέλο HEA500-χωρίς εφελκυσμό.

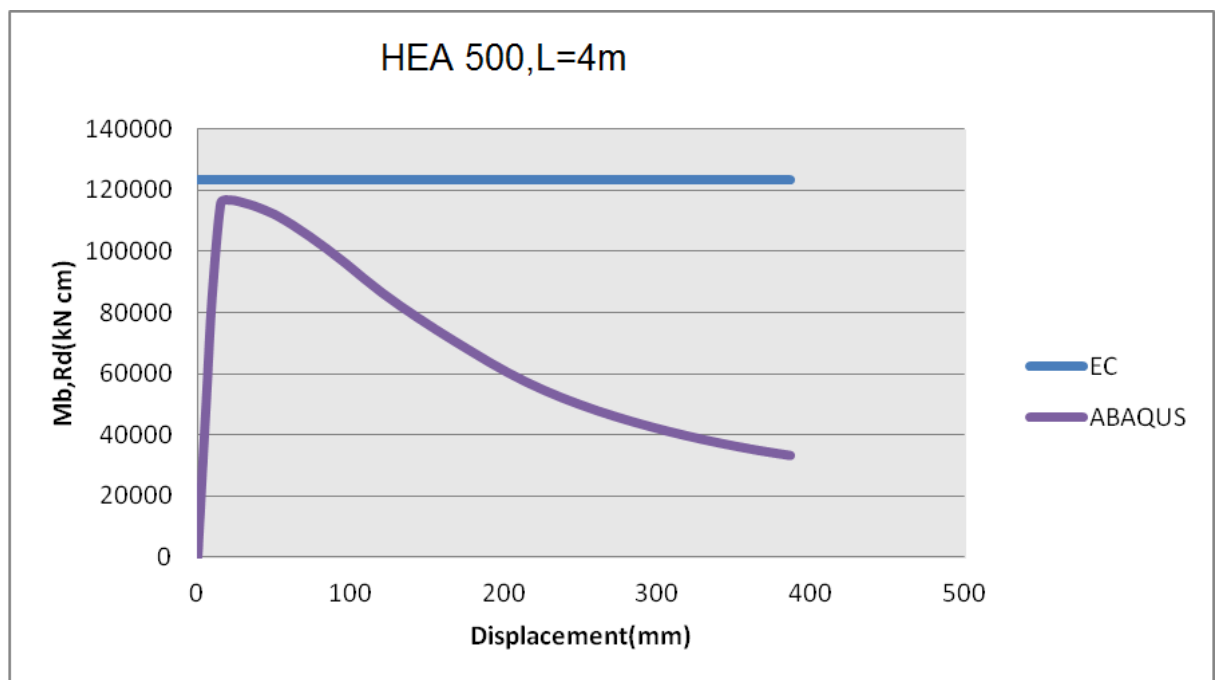
Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι τιμές των κρίσιμων ροπών, των ροπών πλήρους πλαστικοποίησης όπως υπολογίστηκαν με βάση τον Ευρωκώδικα [Παράρτημα Α.] και των ροπών που προέκυψαν από το πρόγραμμα ABAQUS για την δοκό HEA500 στα 4,8,15 και 20 m. Στη συνέχεια παρουσιάζεται η 1^η ιδιομορφή λυγισμού και ο δρόμος ισορροπίας που ακολούθησε ο μεσαίος κόμβος της διατομής σε κάθε περίπτωση.

Πίνακας 3.1 Ροπές με βάση τον EC8 και τα αποτελέσματα του ABAQUS.

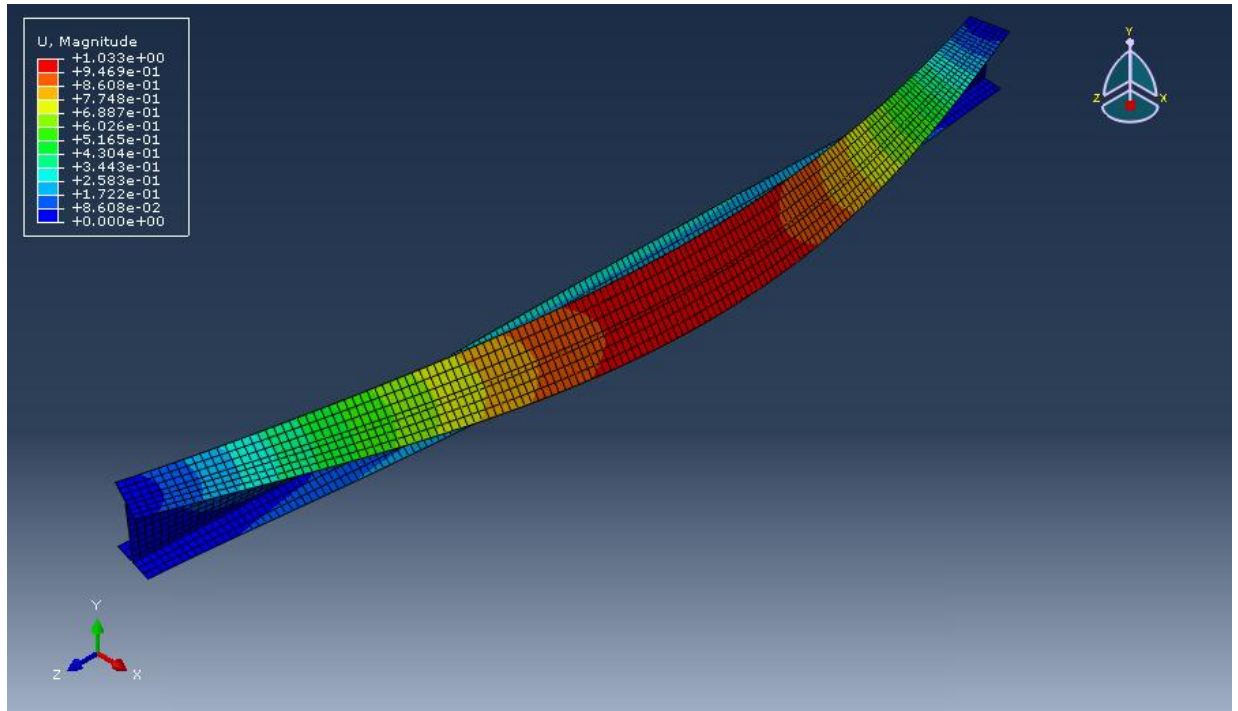
ΔΙΑΤΟΜΗ HEA 500			
Μήκος (m)	$M_{cr,EC8}$ (KNcm)	$M_{b,Rd,EC8}$ (KNcm)	M_{ABAQUS} (KNcm)
4	403471.1	125321.9	116580.408
8	131027.9	89937.96	79282.539
15	57333.26	48616.39	45017.14
20	41144.05	36194.6	36198.38



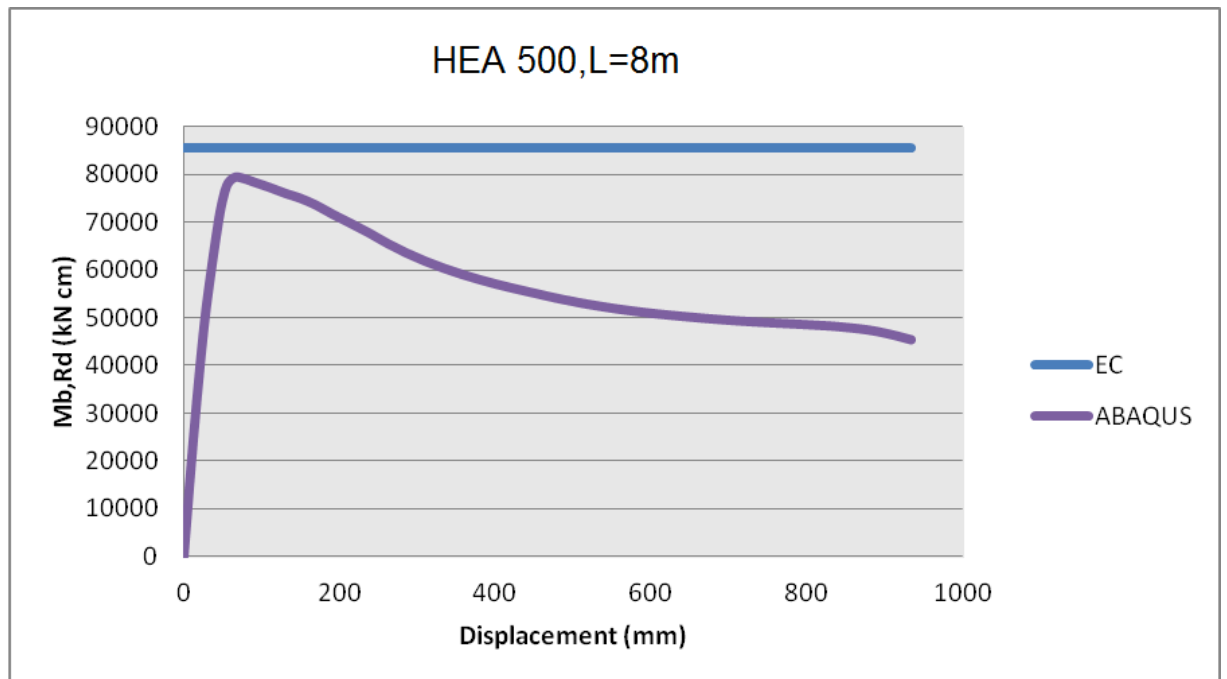
Σχήμα 3.2: 1^η ιδιομορφή λυγισμού για διατομή HEA500 με L=4m



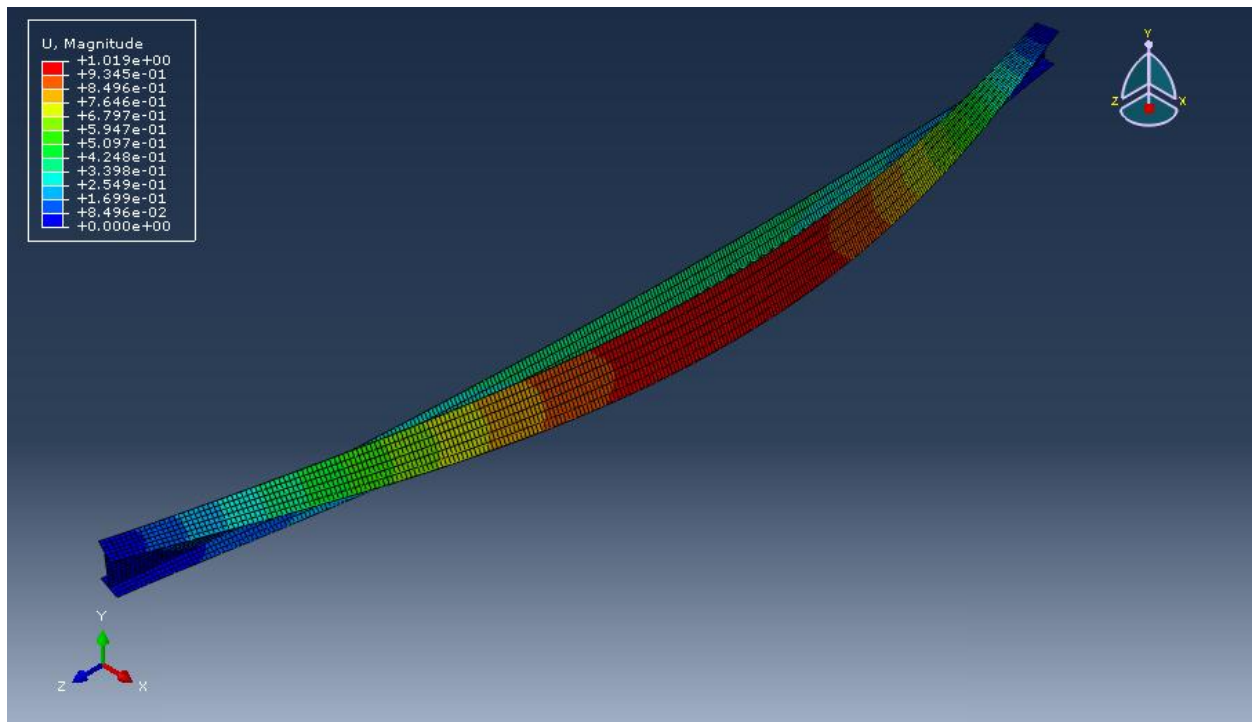
Σχήμα 3.3: Δρόμος ισοροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου για διατομή HEA500 με L=4m



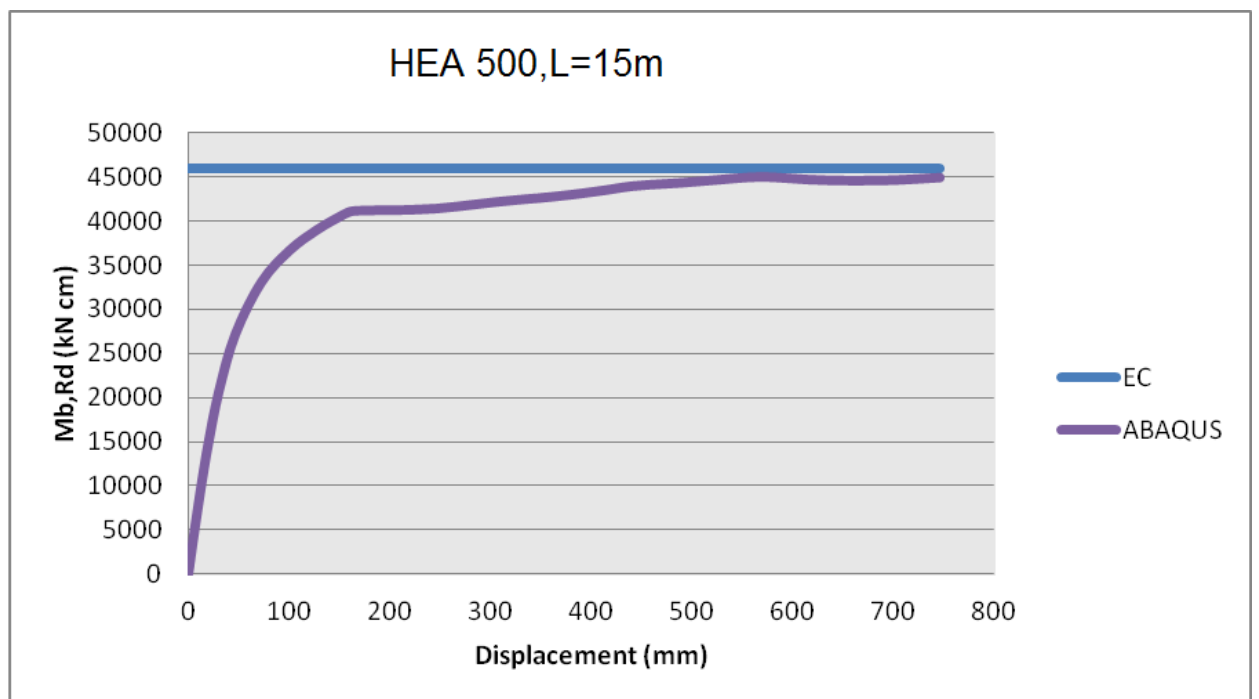
Σχήμα 3.4: 1^η ιδιομορφή λυγισμού για διατομή HEA500 με L=8m



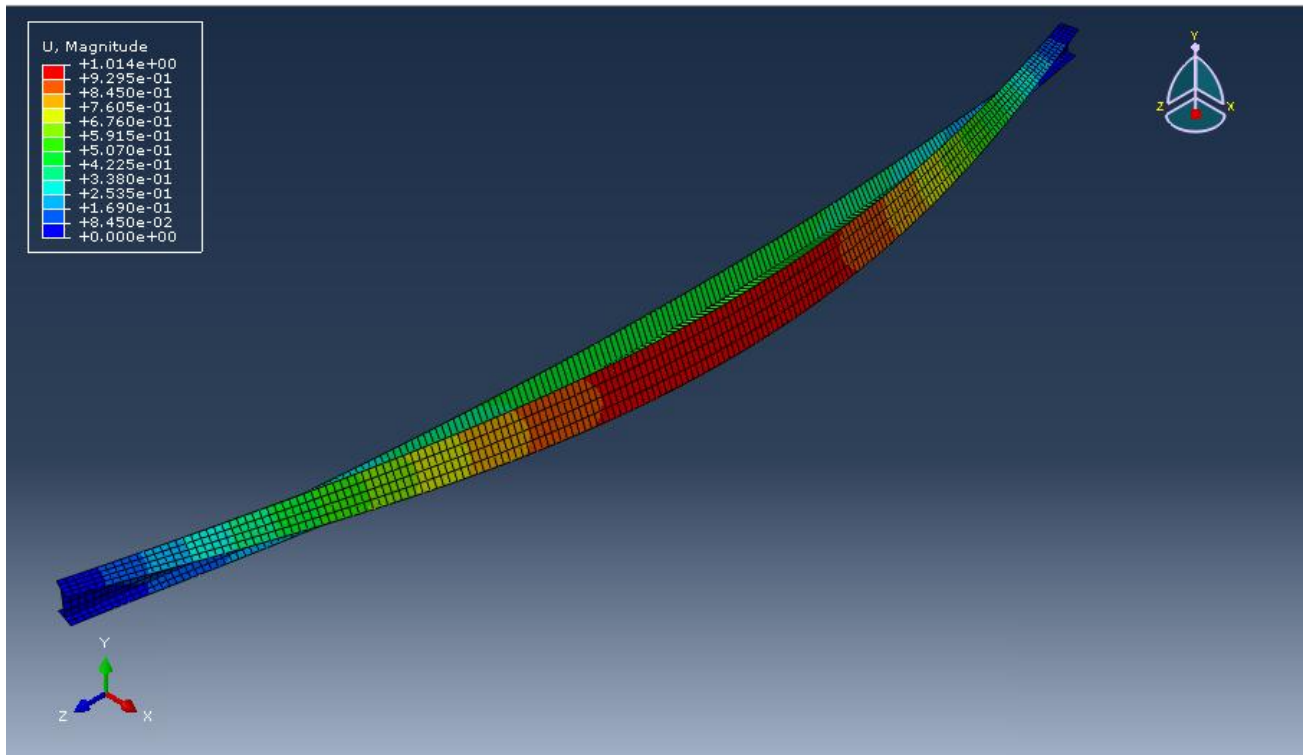
Σχήμα 3.5: Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου για διατομή HEA500 με L=8m



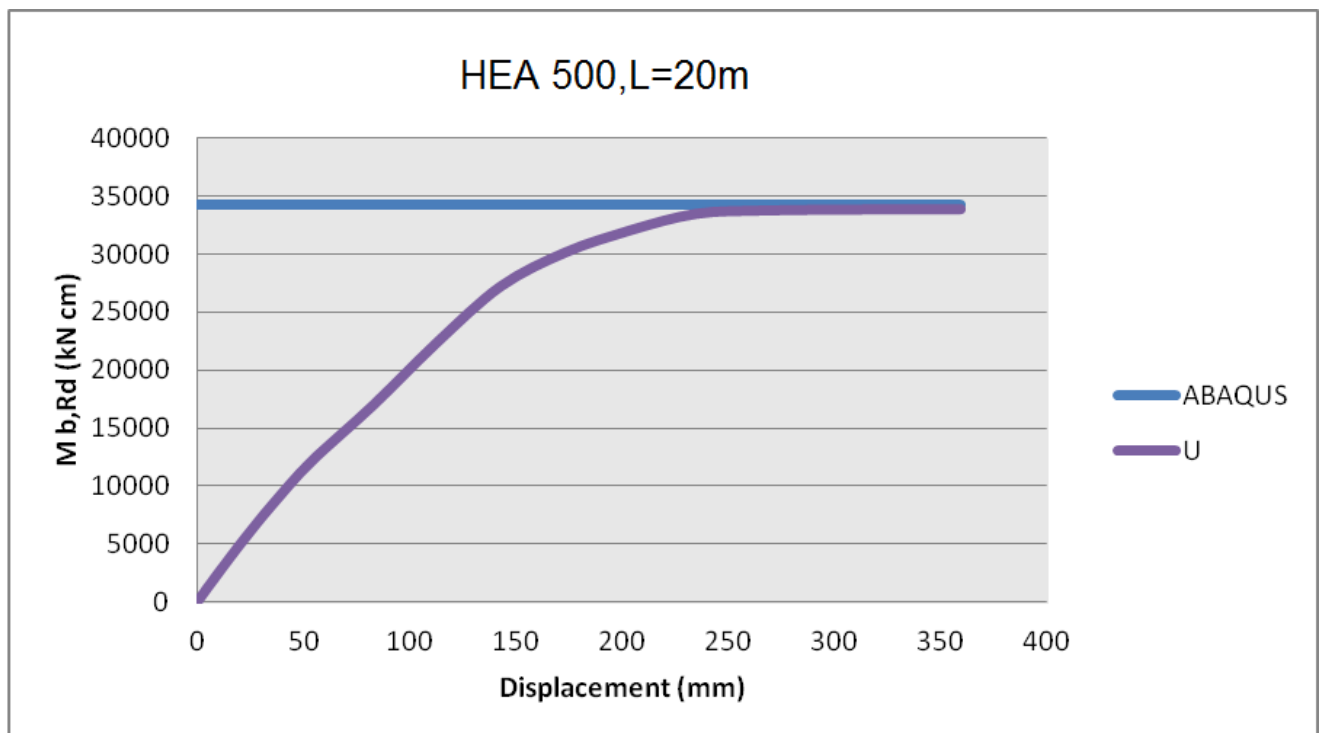
Σχήμα 3.6: 1^η ιδιομορφή λυγισμού για διατομή HEA500 με L=15m



Σχήμα 3.7: Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου για διατομή HEA500 με L=15m



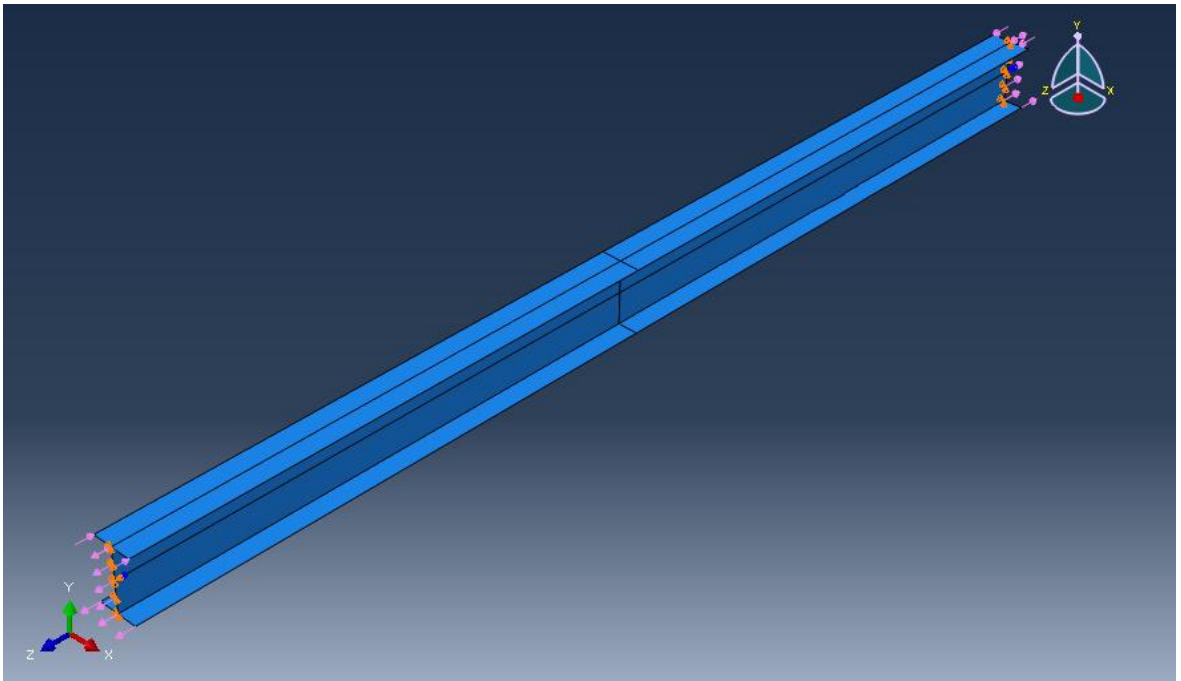
Σχήμα 3.8: 1^η ιδιομορφή λυγισμού για διατομή HEA500 με L=20m



Σχήμα 3.9: Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου για διατομή HEA500 L=20m

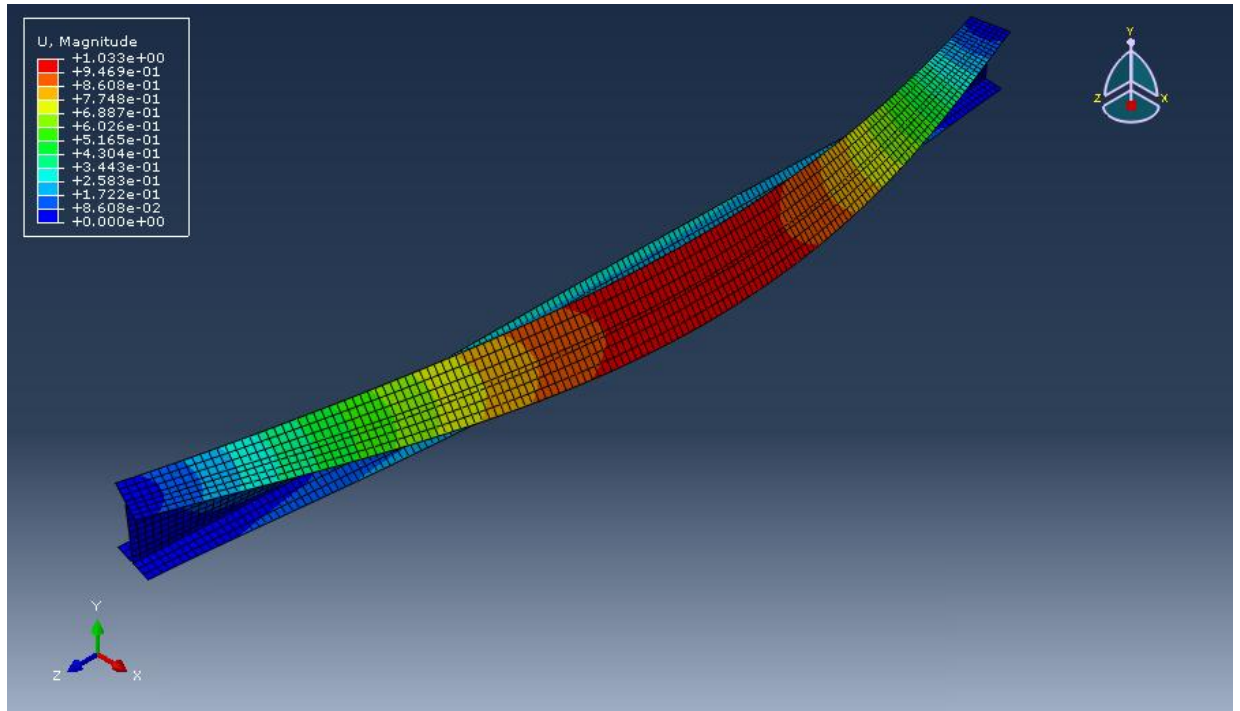
3.2.2 Αποτελέσματα για HEA 500 σε κάμψη και αξονική εφελκυστική δύναμη

Οι συνθήκες στήριξης και η επιβολή του καμπτικού φορτίου είναι ίδια με πριν. Ο τρόπος επιβολής του εφελκυσμού μας απασχόλησε ιδιαίτερα. Δοκιμάστηκε η εφαρμογή του εφελκυσμού ως δύναμης στο μέσο των ακραίων διατομών, του εφελκυσμού ως κατανεμημένου φορτίου στα πέλματα και ,εν τέλει, προτιμήθηκε βάση των αποτελεσμάτων να ασκηθεί ως ομοιόμορφο κατανεμημένο φορτίο στον κορμό των δύο ακραίων διατομών. Το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε φαίνεται στο Σχέδιο 3.10



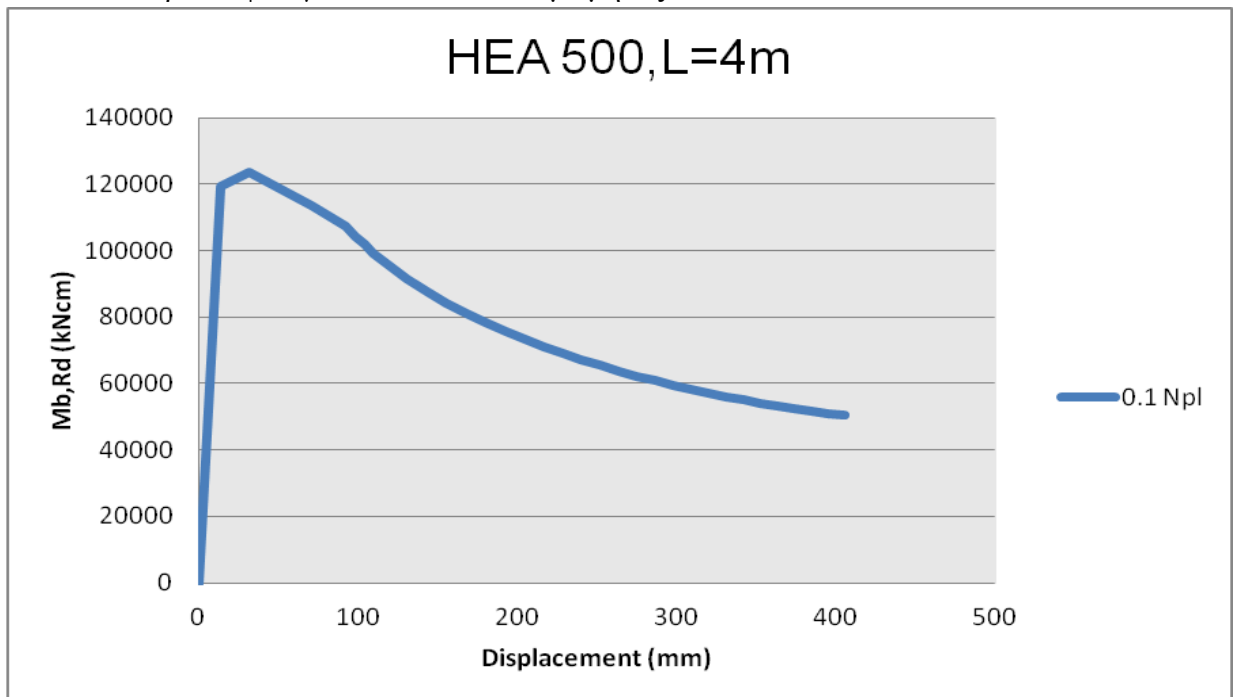
Σχήμα 3.10 : Μοντέλο HEA500 με εφελκυσμό.

Αρχικά πραγματοποιήθηκε μία ανάλυση Buckle όπου ασκήθηκαν μόνο οι ακραίες ροπές στο φορέα από την οποία προέκυψε η ιδιομορφή λυγισμού που φαίνεται στο Σχήμα 3.11.

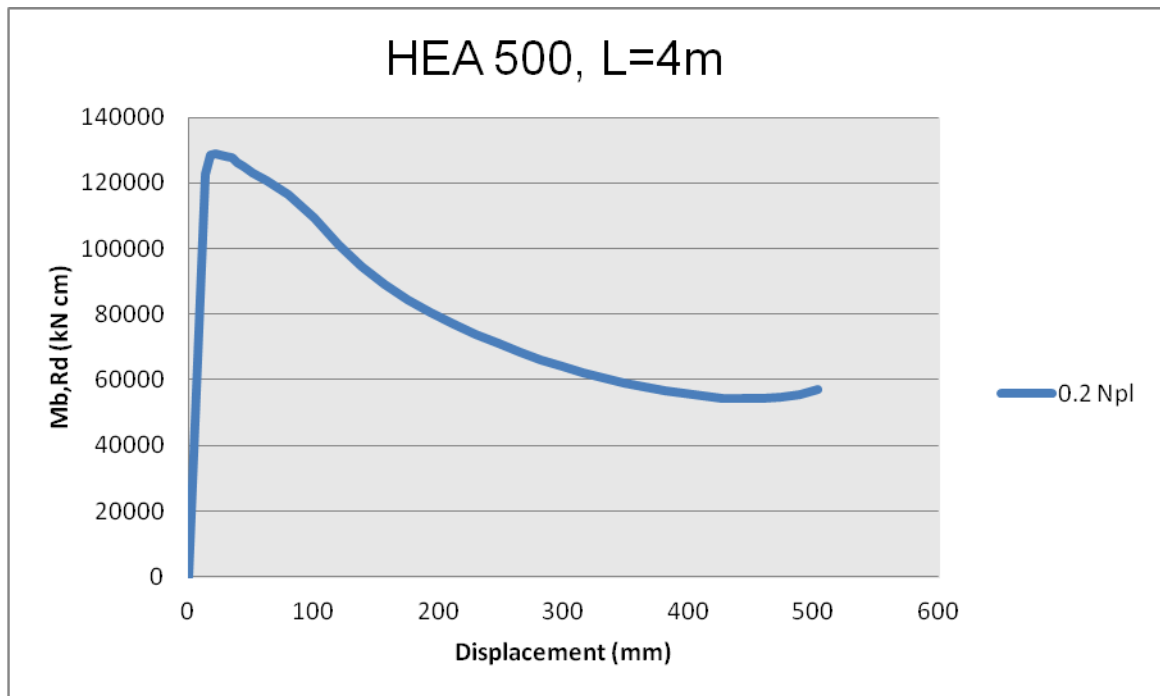


Σχήμα 3.11: 1η ιδιομορφή λυγισμού για διατομή HEA500

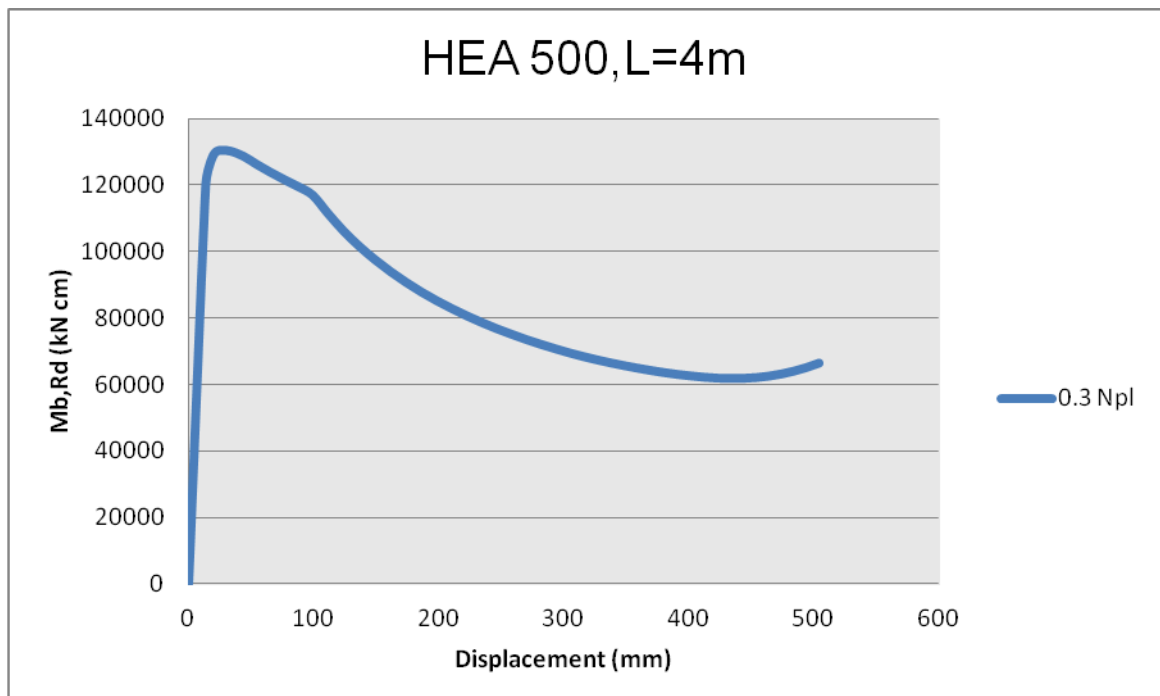
Στη συνέχεια πραγματοποιήθηκαν οι αναλύσεις με την μέθοδο Ricks στις οποίες ασκήθηκε στο φορέα εφελκυστική δύναμη $0.1 N_{pl}$, $0.2 N_{pl}$ και $0.3 N_{pl}$. Στα Σχήματα 3.12, 3.13, 3.14 φαίνονται οι καμπύλες που προέκυψαν για δοκό HEA 500 με μήκος $L=4m$.



Σχήμα 3.12 : Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου για διατομή HEA500, $L=4m$ με εφελκυσμό.

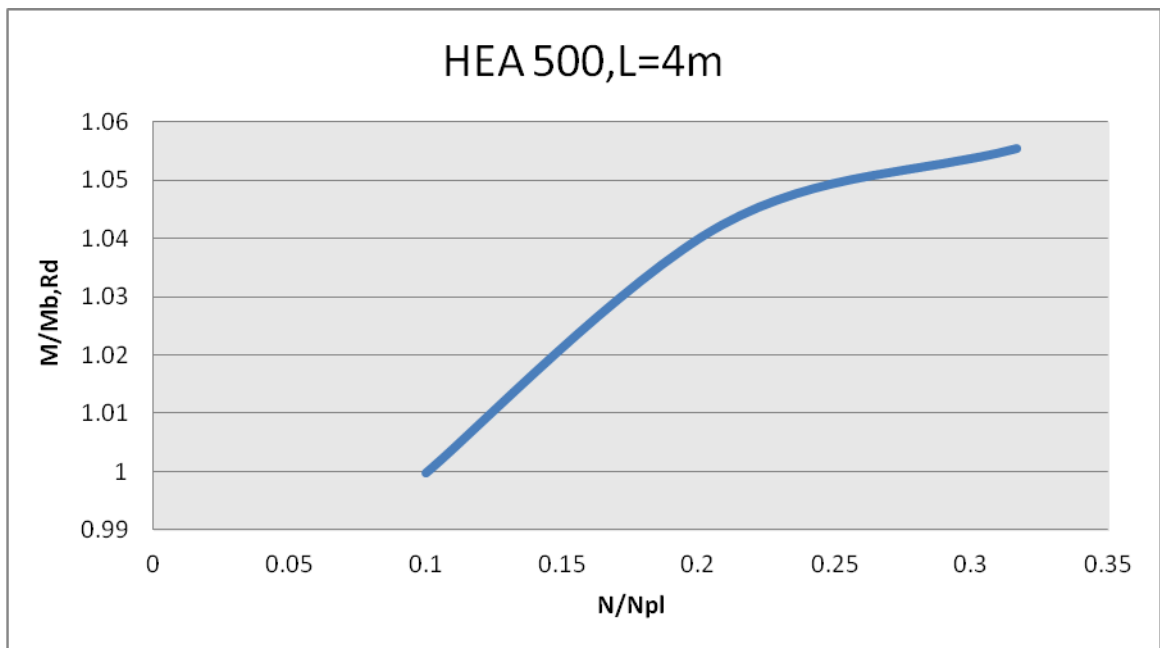


Σχήμα 3.13 : Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου για διατομή HEA500 , $L=4m$ με εφελκυσμό.



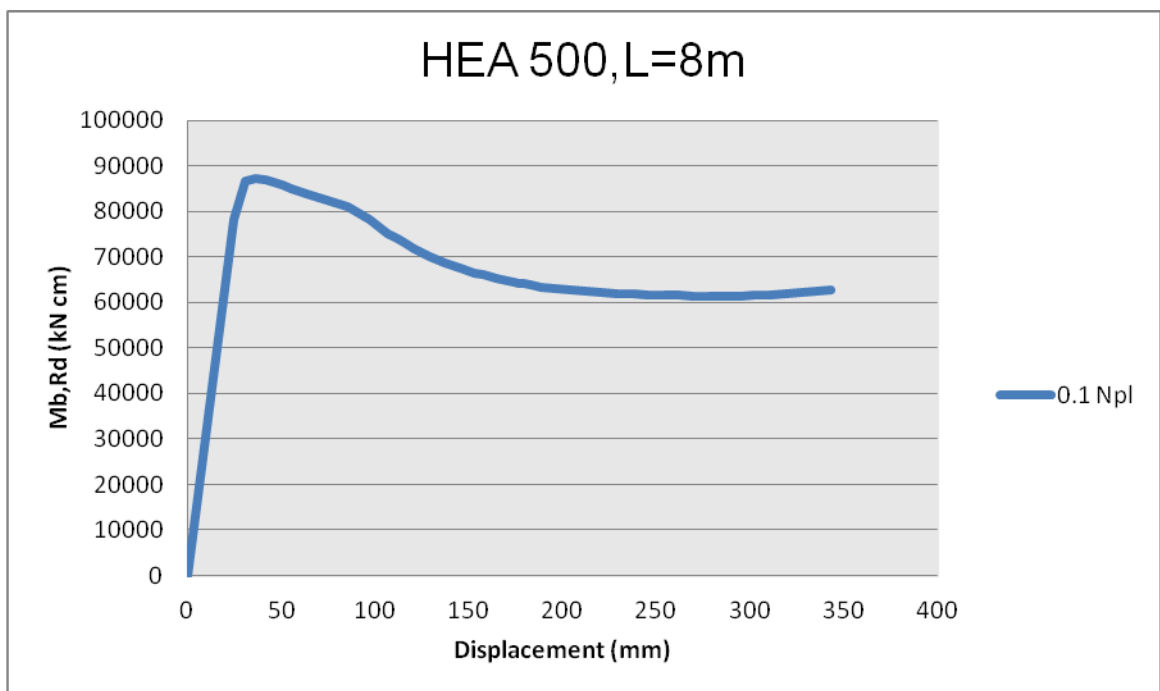
Σχήμα 3.14 : Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου για διατομή HEA500 , $L=4m$ με εφελκυσμό.

Από την μέγιστη τιμή της ροπής αντοχής που προέκυψε για κάθε τιμή της αξονικής εφελκυστικής δύναμης κατασκευάσαμε το διάγραμμα του λόγου $M/M_{b,Rd}$ και N/N_{pl} που φαίνεται στο σχήμα 3.15 .

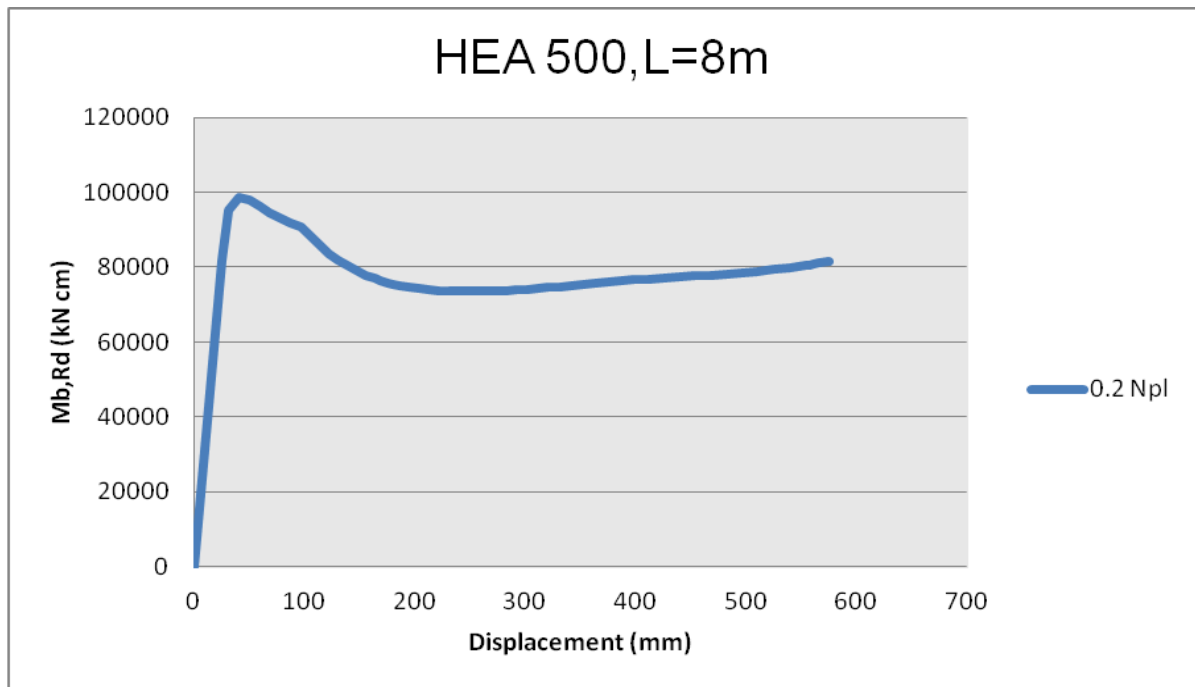


Σχήμα 3.15 : Διάγραμμα του λόγου $M/M_{b,Rd}$ και N/N_{pl} για διατομή HEA500 , $L=4m$ με εφελκυσμό.

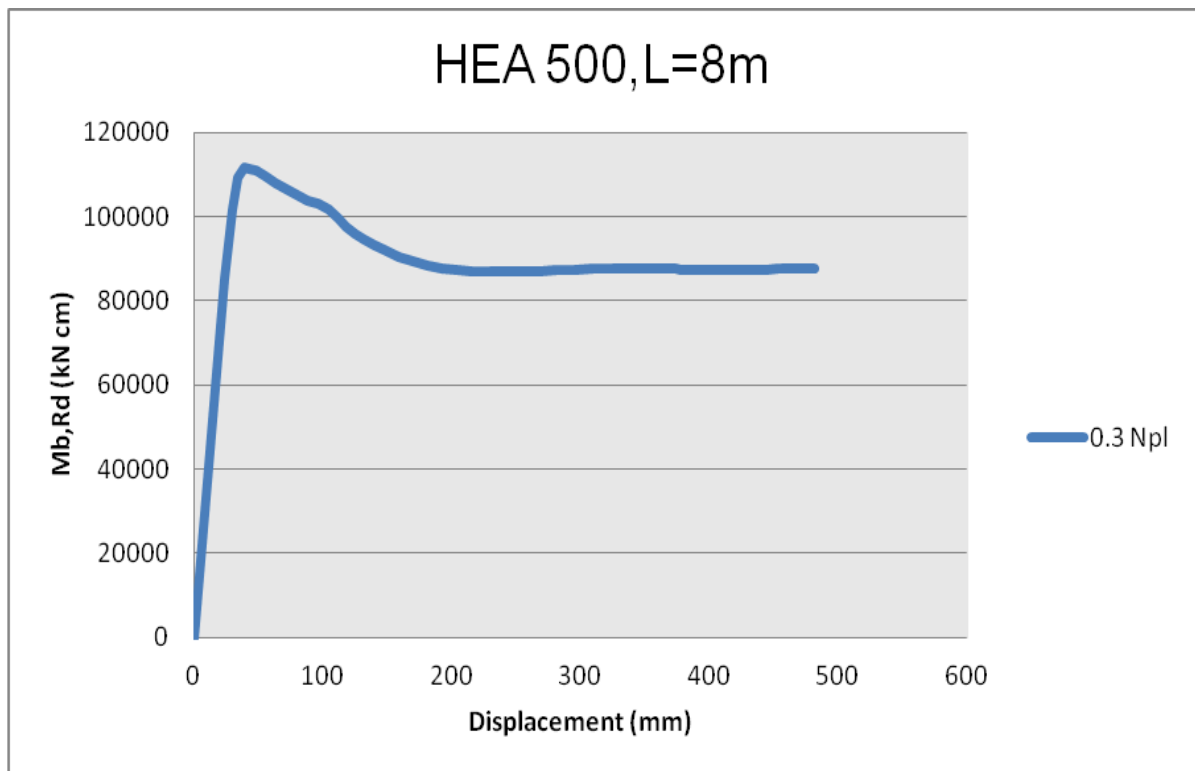
Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα διαγράμματα για μήκη δοκού 8,15 και 20 m.



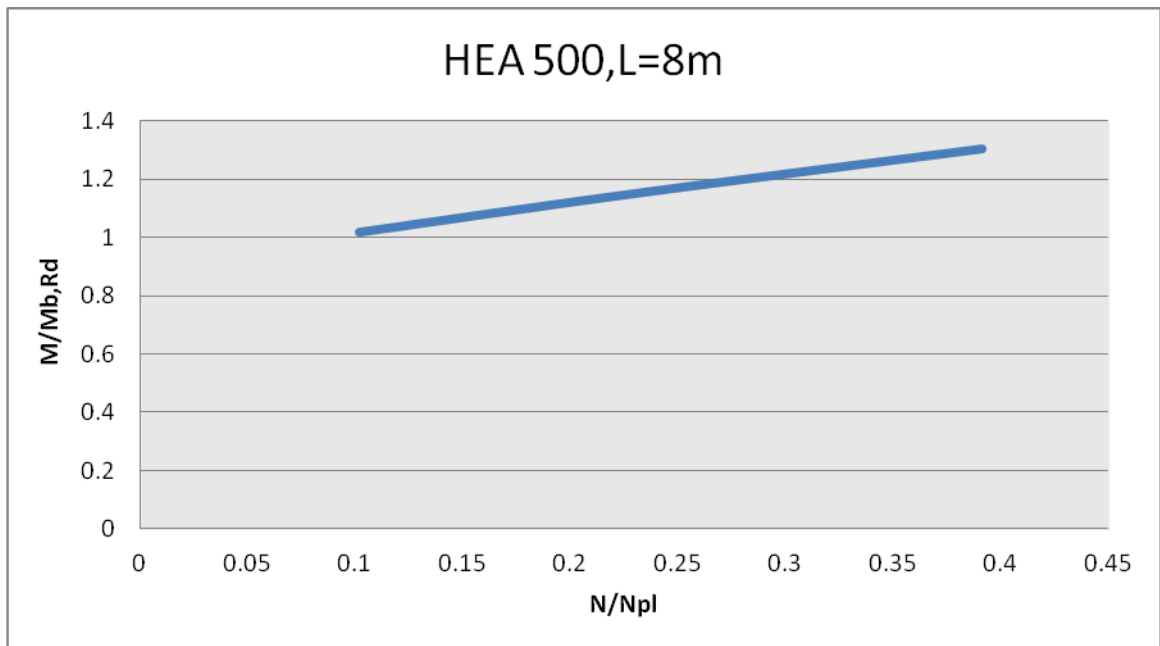
Σχήμα 3.16 : Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου για διατομή HEA500 , $L=8m$ με εφελκυσμό.



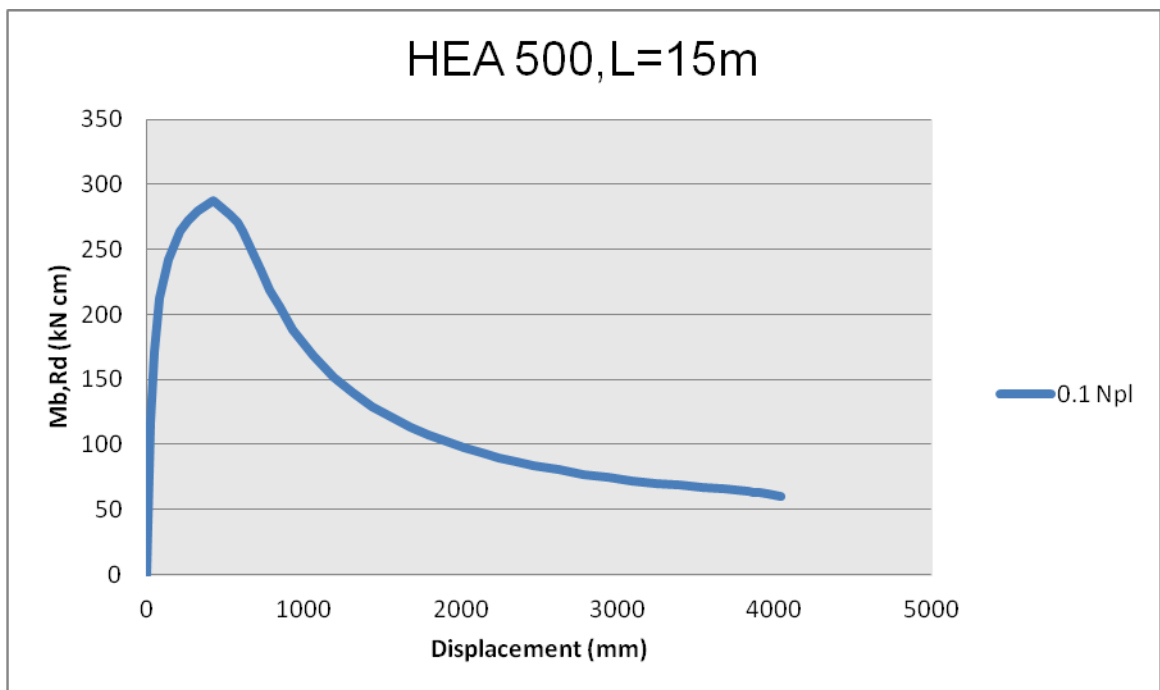
Σχήμα 3.17 : Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου για διατομή HEA500 , L=8m με εφελκυσμό.



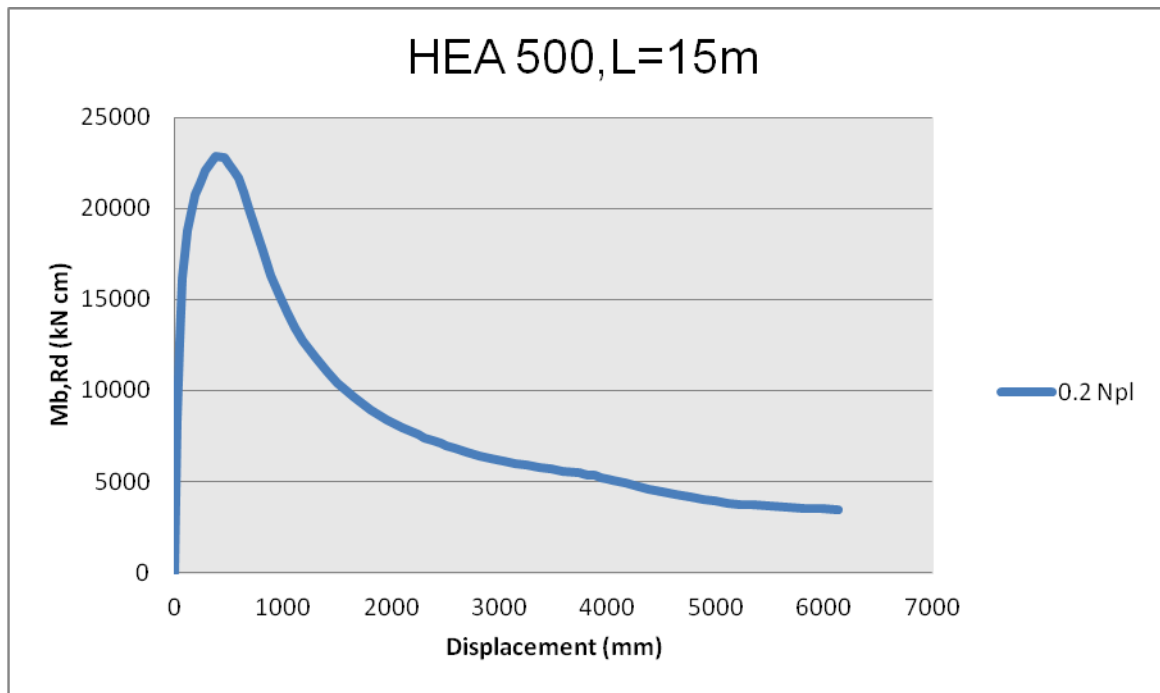
Σχήμα 3.18 : Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου για διατομή HEA500 , L=8m με εφελκυσμό.



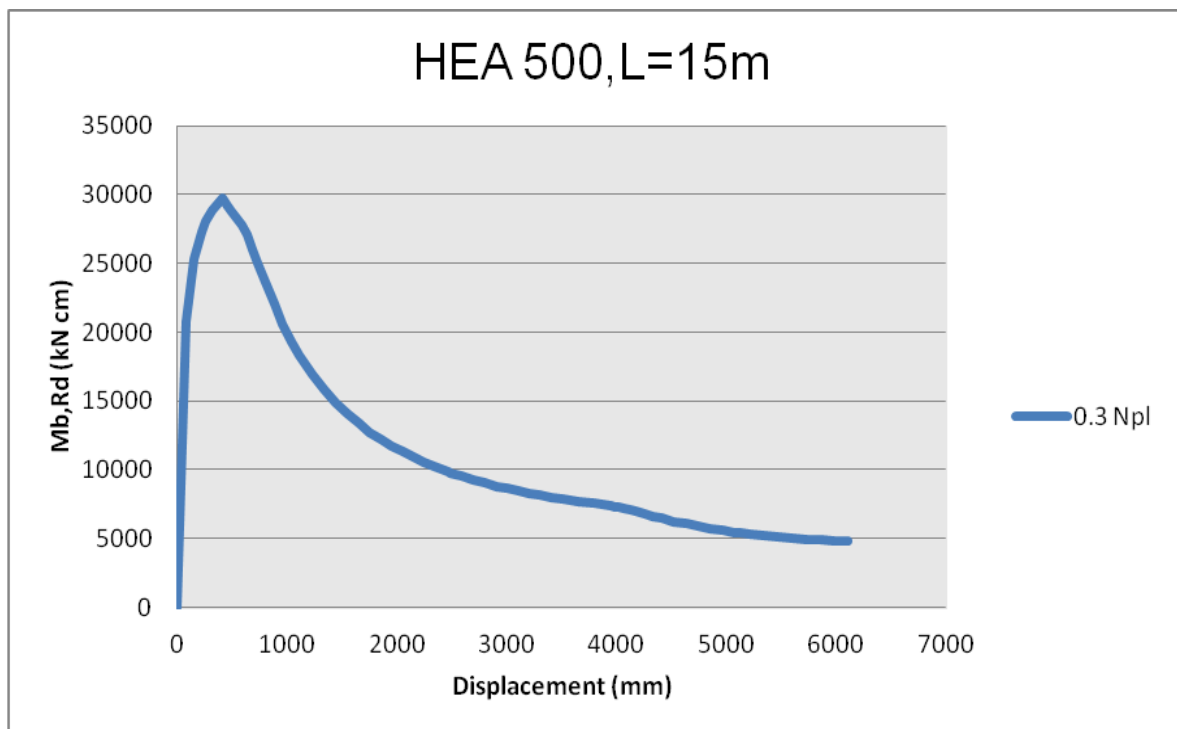
Σχήμα 3.19 : Διάγραμμα του λόγου $M/M_{b,Rd}$ και N/N_{pl} για διατομή HEA500 , $L=8m$ με εφελκυσμό.



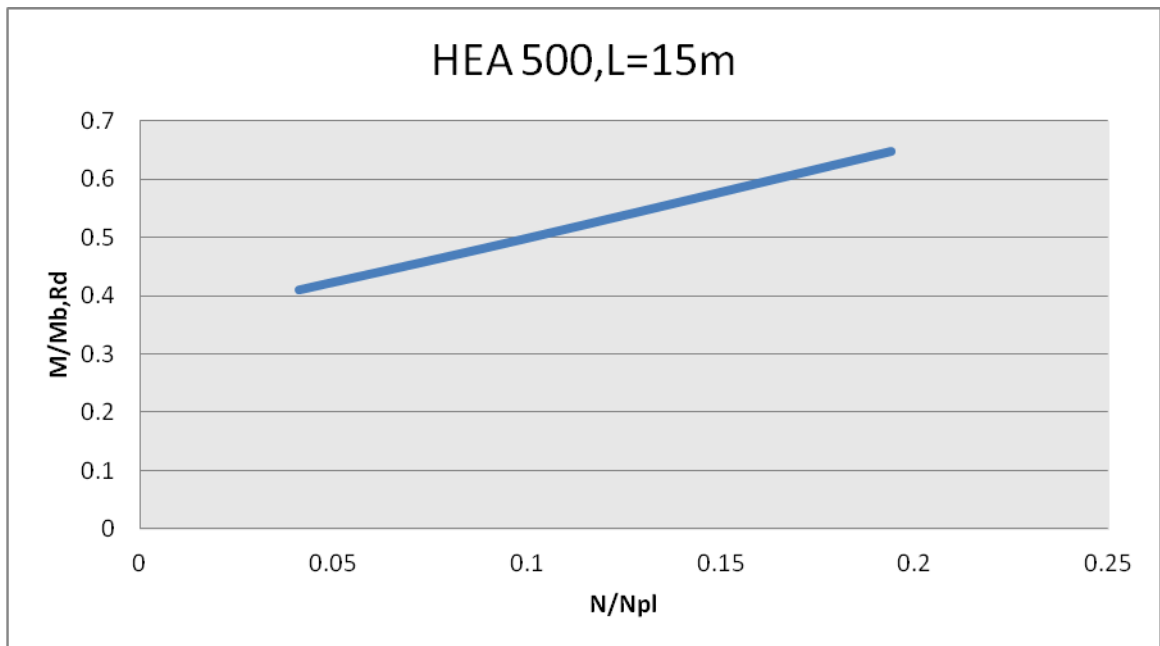
Σχήμα 3.20 : Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου για διατομή HEA500 , $L=15m$ με εφελκυσμό.



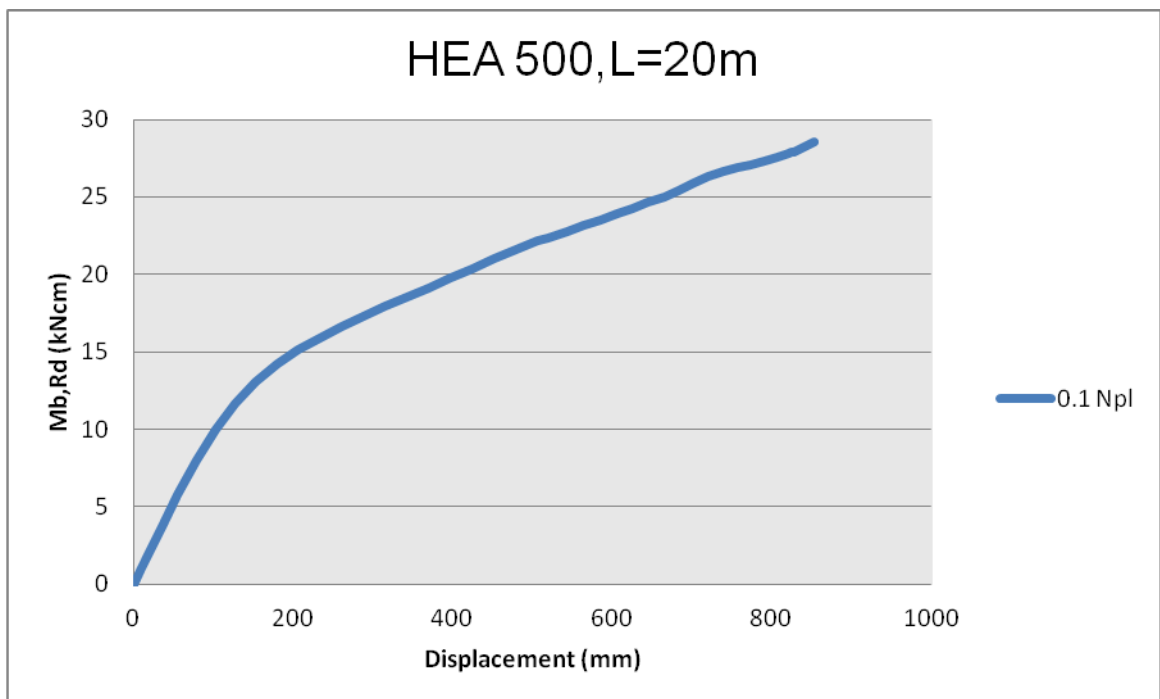
Σχήμα 3.21 : Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου για διατομή HEA500 , L=15m με εφελκυσμό.



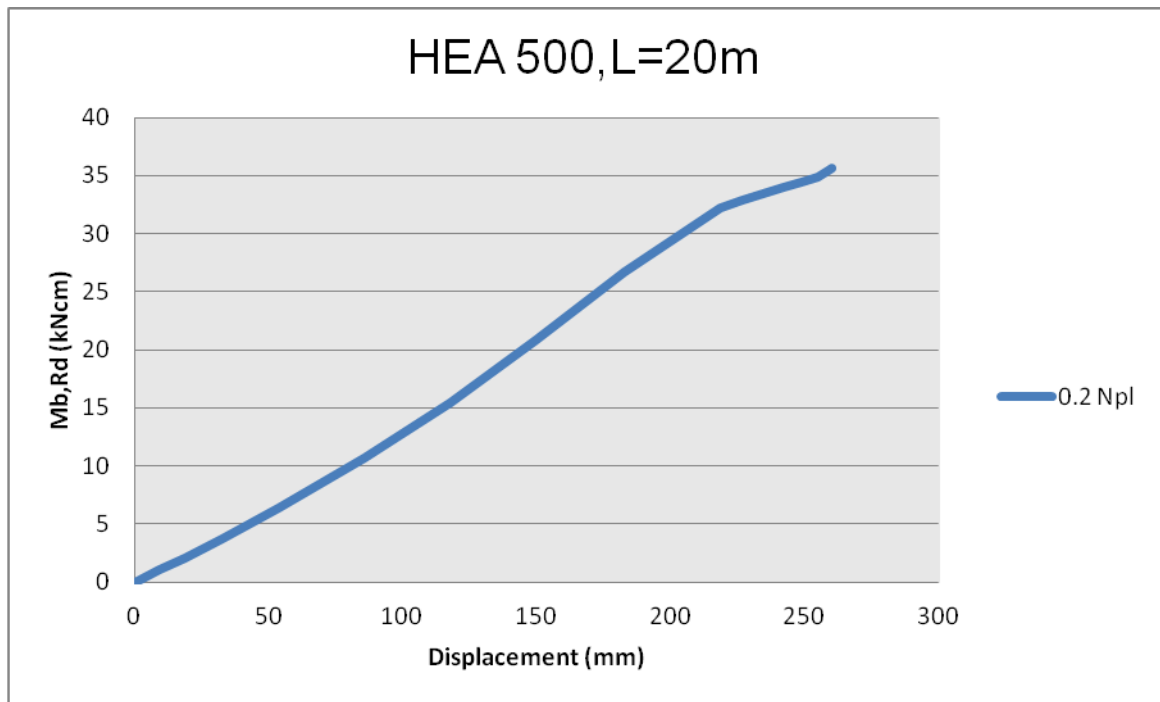
Σχήμα 3.22 : Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου για διατομή HEA500 , L=15m με εφελκυσμό.



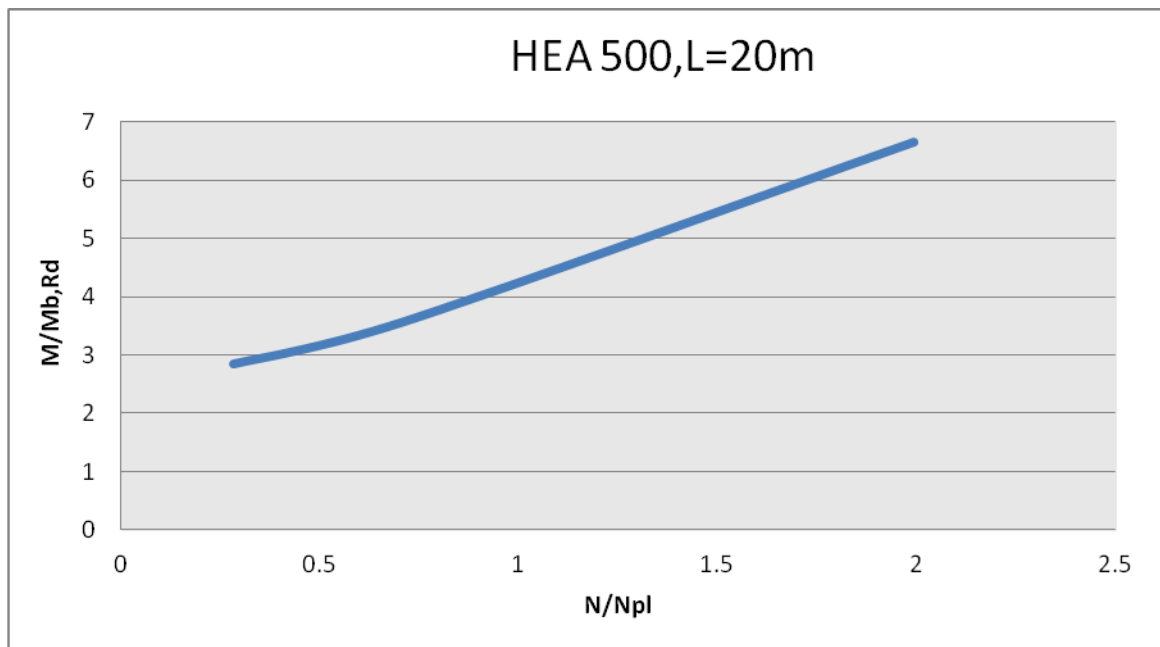
Σχήμα 3.23 : Διάγραμμα του λόγου $M/ M_{b,rd}$ και N/ N_{pl} για διατομή HEA500 , $L=15m$ με εφελκυσμό.



Σχήμα 3.24 : Διάγραμμα του λόγου $M/ M_{b,rd}$ και N/ N_{pl} για διατομή HEA500 , $L=20m$ με εφελκυσμό.



Σχήμα 3.25 : Διάγραμμα του λόγου $M/ M_{b,Rd}$ και N/ N_{pl} για διατομή HEA500 , $L=20m$ με εφελκυσμό.



Σχήμα 3.26 : Διάγραμμα του λόγου $M/ M_{b,Rd}$ και N/ N_{pl} για διατομή HEA500 ,

Αμφιέριστη δοκός IPE 500

Αναλύεται μία δοκός διατομής IPE 500. Το μοντέλο που χρησιμοποιείται καθώς και η διαδικασία ανάλυσης είναι ίδια με αυτή που περιγράφηκε στα προηγούμενα κεφάλαια και που όπως αποδείχθηκε έδωσαν ικανοποιητικά αποτελέσματα στην ανάλυση αμφιαρθρωτών δοκών σε κάμψη. Η προσομοίωση έγινε με στοιχεία κελύφους και για τις συνοριακές συνθήκες δεσμεύτηκαν οι μεταφορικοί βαθμοί στις διευθύνσεις x και y για τον κορμό των ακραίων διατομών της δοκού. Στη μία πλευρά της δοκού στο κέντρο της διατομής δεσμεύτηκαν οι μεταφορικοί βαθμοί στις διευθύνσεις x , y και z και ο στροφικός βαθμός ελευθερίας στη διεύθυνση z . Στην άλλη πλευρά της δοκού στο κέντρο της διατομής δεσμεύτηκαν οι μεταφορικοί βαθμοί στις διευθύνσεις x , y και ο στροφικός βαθμός ελευθερίας στη διεύθυνση z . Τέλος, η φόρτιση επιβλήθηκε μέσω ζεύγους δυνάμεων στα πέλατα. Η δοκός διατομής IPE 500 έχει τα ακόλουθα γεωμετρικά χαρακτηριστικά:

Ύψος ολικό διατομής $h=500\text{mm}$

Πλάτος πελμάτων $b=200\text{mm}$

Πάχος κορμού $t_w=10.2\text{mm}$

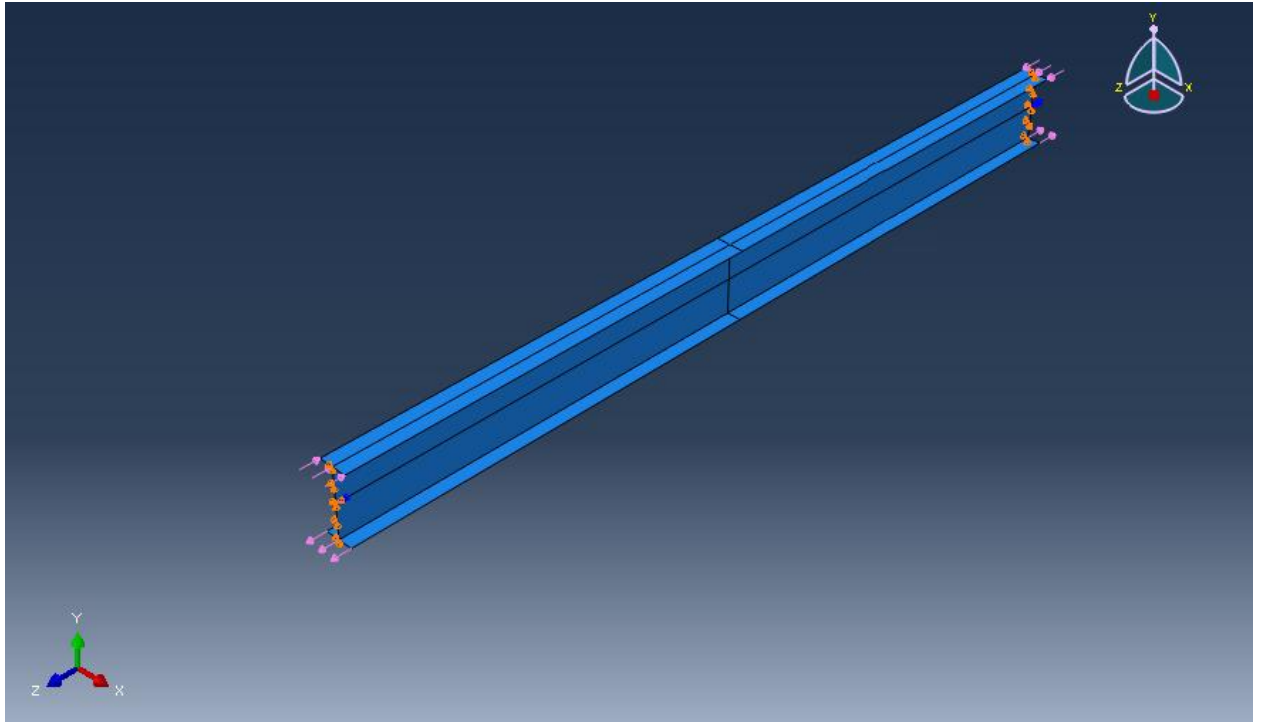
Πάχος πελμάτων $t_f=16\text{mm}$

Ωστόσο, επειδή στο πρόγραμμα ABAQUS δεν είναι δυνατή η ακριβής προσομοίωση προτύπων διατομών λόγω αδυναμίας εισαγωγής στο πρόγραμμα της ακτίνας συναρμογής μεταξύ κορμού και πελμάτων προκειμένου να είναι συγκρίσιμα τα αποτελέσματα θα εξετασθεί η αντίστοιχη συγκολλητή διατομή με τα ίδια γεωμετρικά χαρακτηριστικά..

Στον φορέα ασκήθηκε ζεύγος δυνάμεων και δόθηκε αρχική ατέλεια $L/200$.

3.3.1 Αποτελέσματα για IPE 500 σε κάμψη.

Το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε φαίνεται στο Σχέδιο 3.19

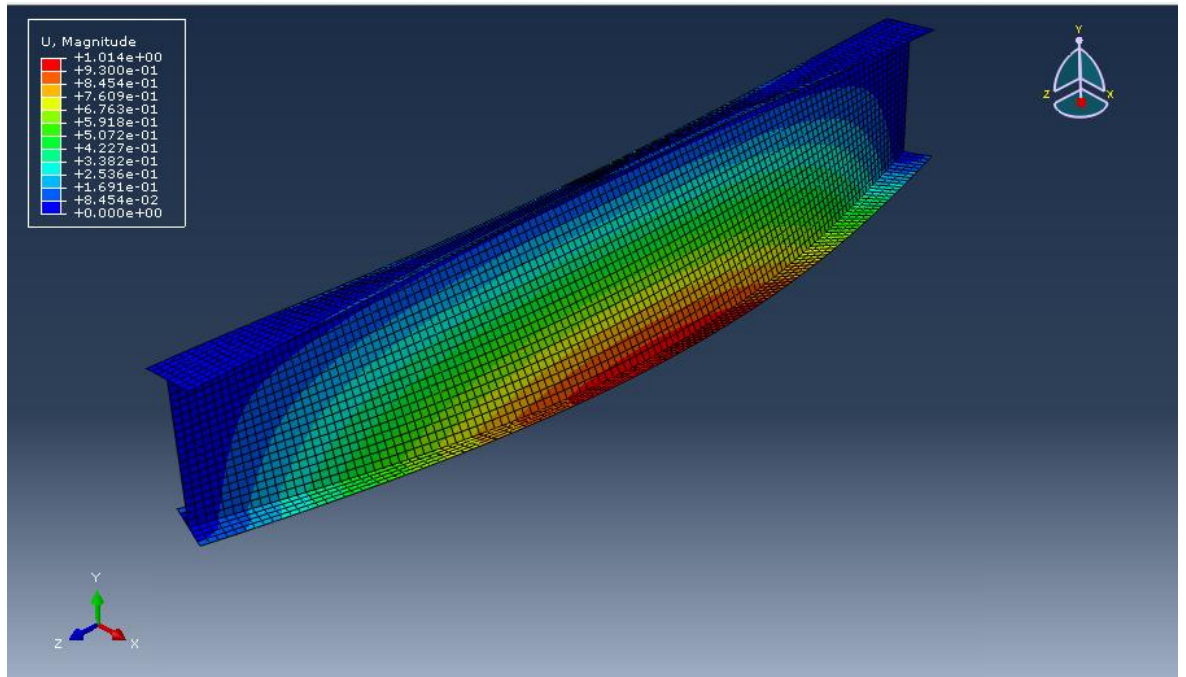


Σχέδιο 3.19 : Μοντέλο IPE500-χωρίς εφελκυσμό.

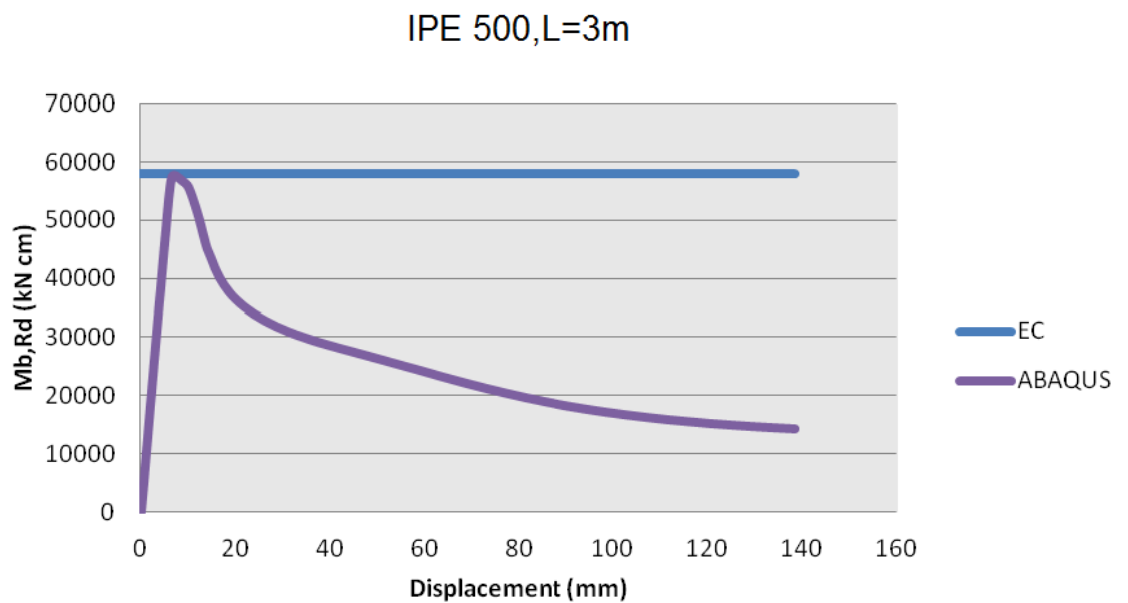
Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι τιμές των κρίσιμων ροπών και των ροπών πλήρους πλαστικοποίησης όπως υπολογίστηκαν με βάση των Ευρωκώδικα και επίσης των ροπών που προέκυψαν από το πρόγραμμα ABAQUS για την δοκό IPE500 στα 3,4,6,8 και 10 m. Στη συνέχεια παρουσιάζεται η 1^η ιδιομορφή λυγισμού και ο δρόμος ισορροπίας που ακολούθησε ο μεσαίος κόμβος της διατομής σε κάθε περίπτωση.

Πίνακας 3. Ροπές με βάση τον EC8 και τα αποτελέσματα του ABAQUS

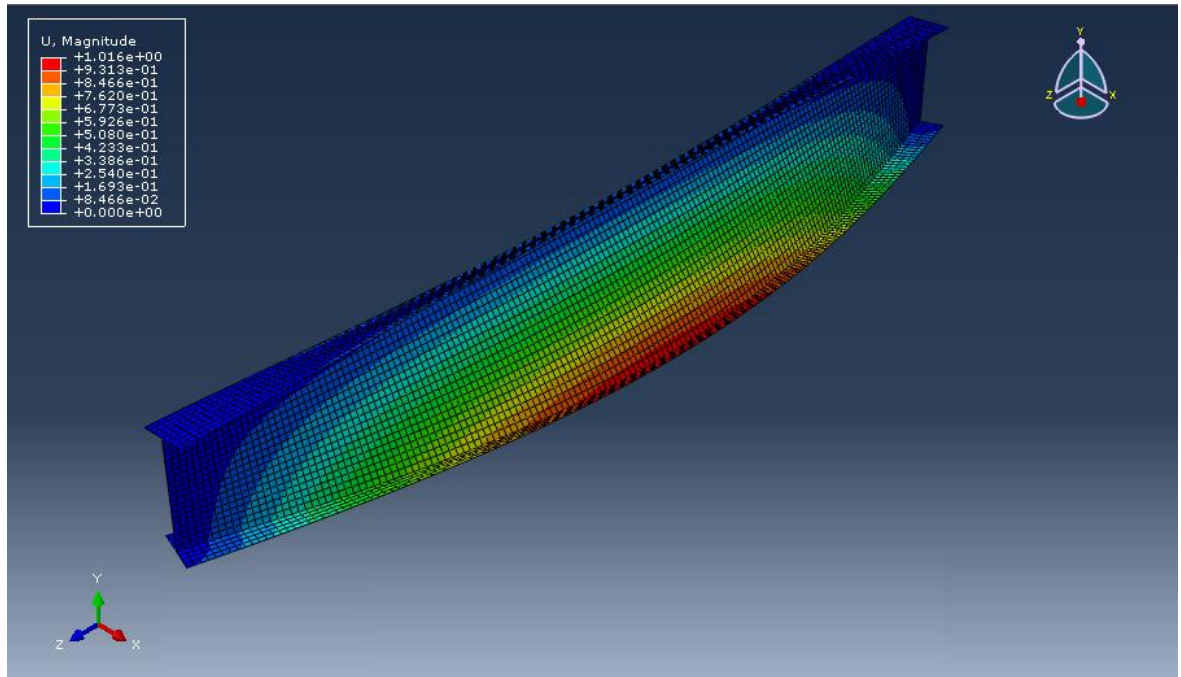
ΔΙΑΤΟΜΗ IPE500			
Μήκος (m)	$M_{cr,EC8}$ (KNcm)	$M_{b,Rd,EC8}$ (KNcm)	M_{ABAQUS} (KNcm)
3	147542.5	59855.94	57843.93004
4	88199.6	49505.86	45531.6
6	45163.05	32756.1	32382.46
8	29465.59	23349.8	22441.314
10	21748.12	17989.53	16929.891



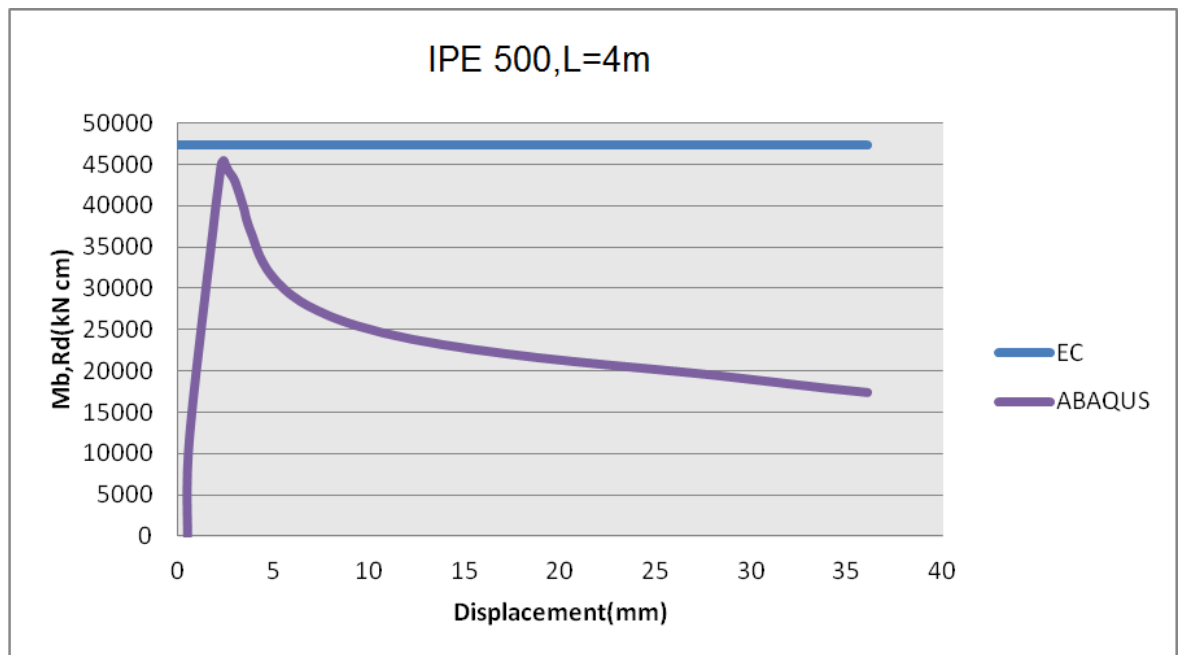
Σχήμα 3.20: 1^η ιδιομορφή λυγισμού για διατομή IPE500 με L=3m



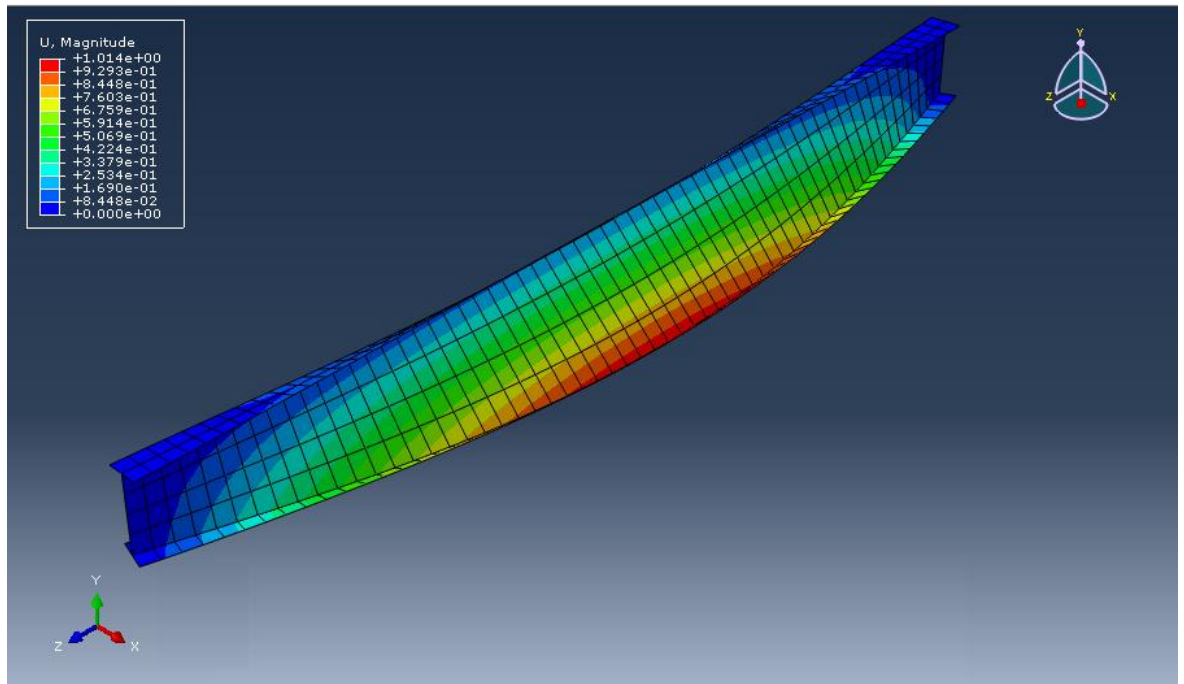
Σχήμα 3.21: Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου για διατομή IPE500 με L=3m



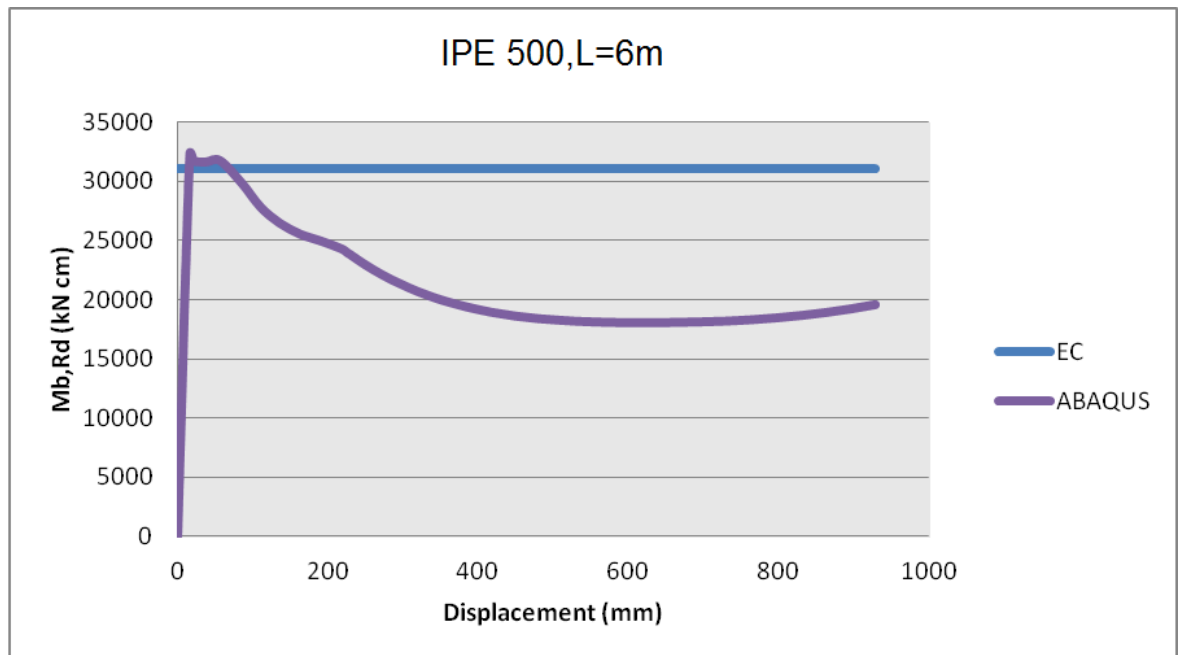
Σχήμα 3.22: 1^η ιδιομορφή λυγισμού για διατομή IPE500 με L=4m



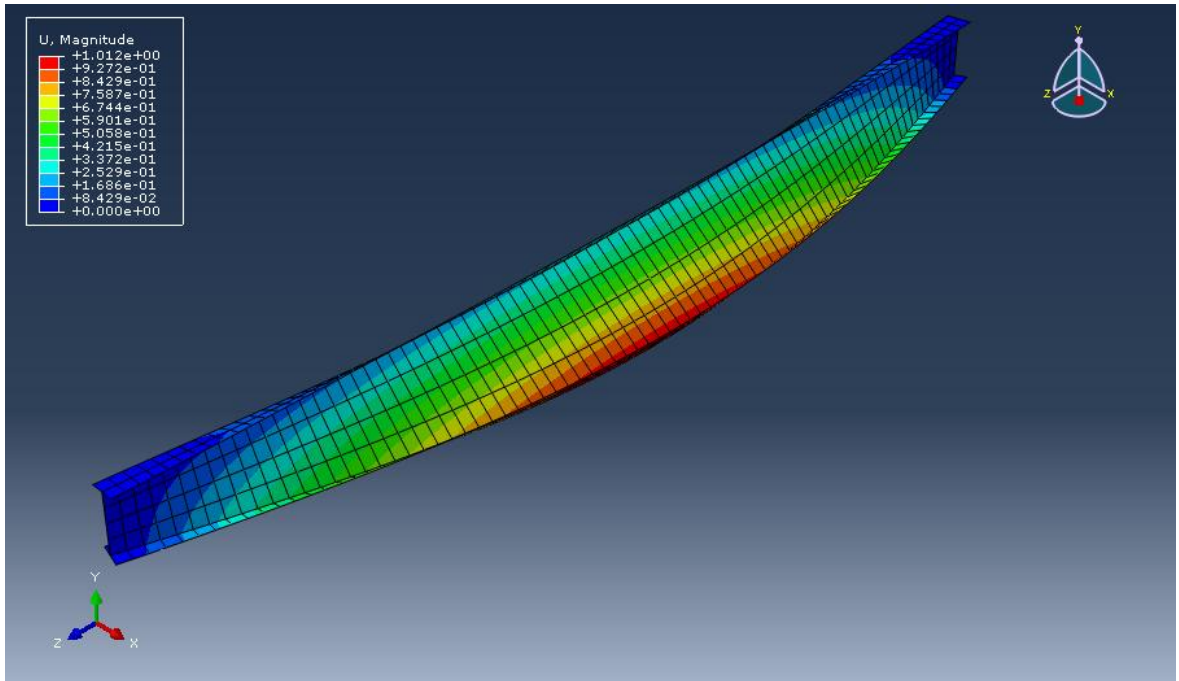
Σχήμα 3.23: Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου για διατομή IPE500 με L=4m



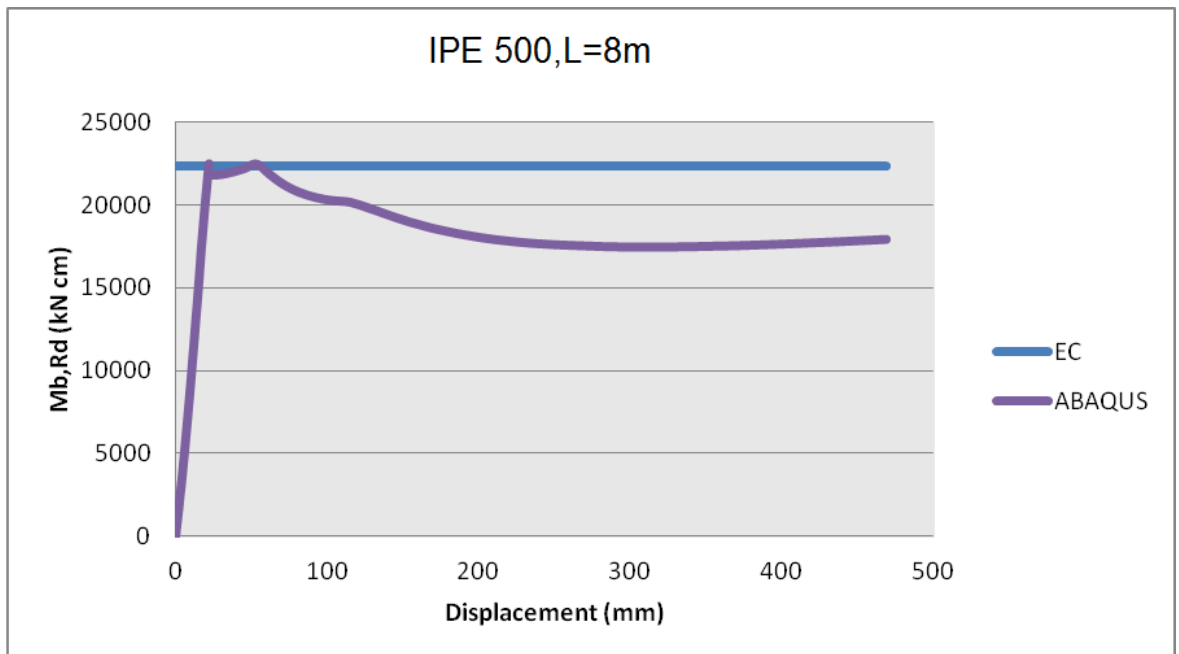
Σχήμα 3.24: 1^η ιδιομορφή λυγισμού για διατομή IPE500 με L=6m



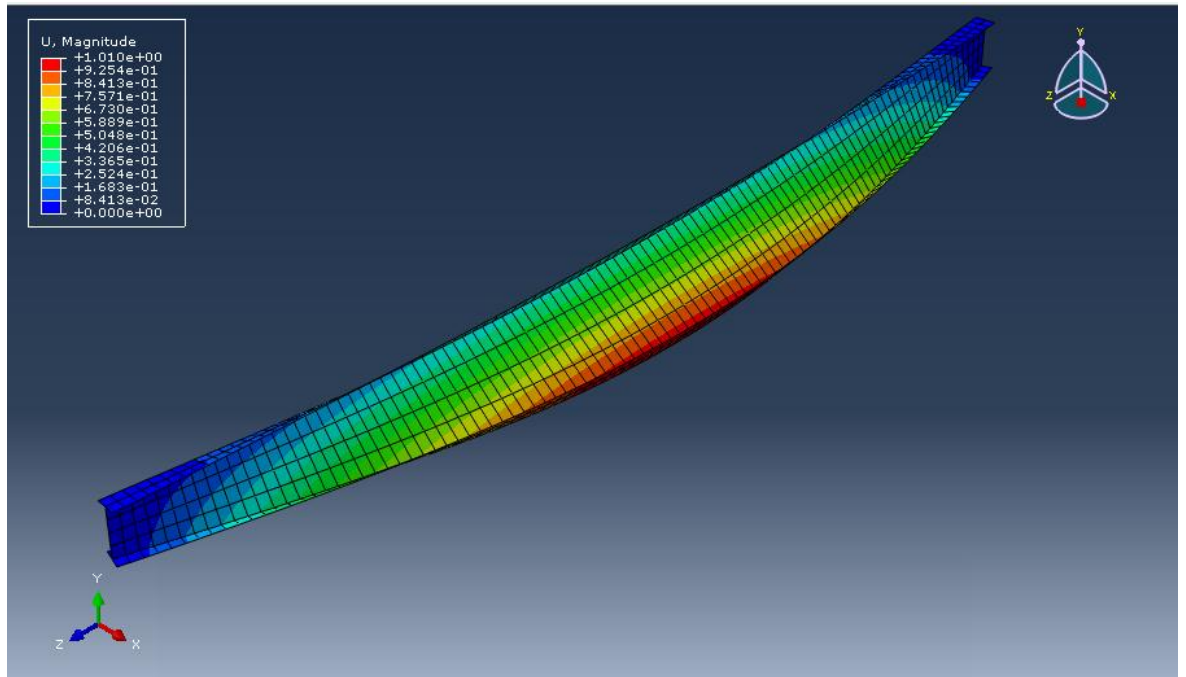
Σχήμα 3.25: Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου για διατομή IPE500 με L=6m



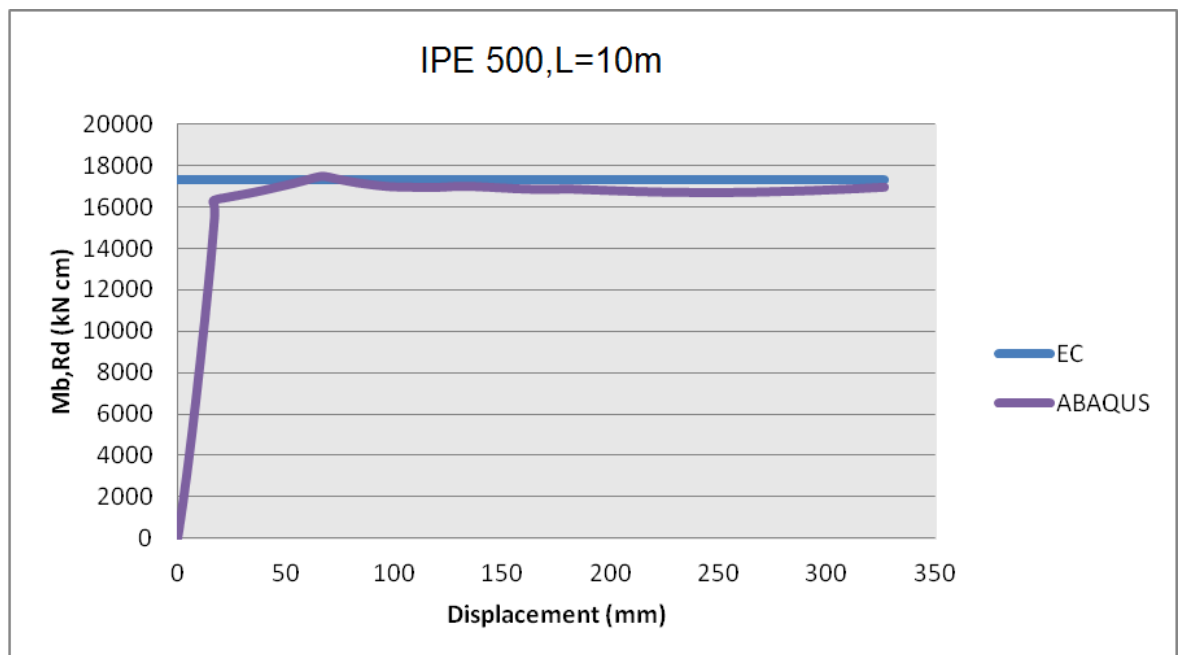
Σχήμα 3.26: 1^η ιδιομορφή λυγισμού για διατομή IPE500 με L=8m



Σχήμα 3.27: Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου για διατομή IPE500 με L=8m.



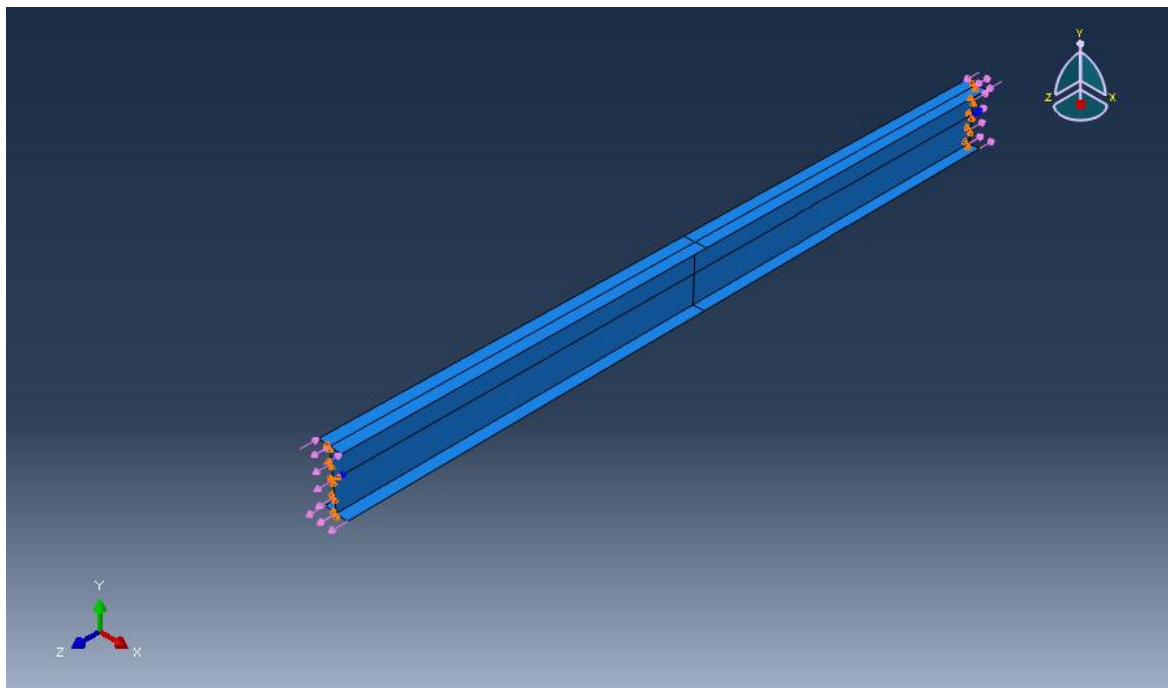
Σχήμα 3.28: 1^η ιδιομορφή λυγισμού για διατομή IPE500 με L=10m



Σχήμα 3.29 : Δρόμος ισοροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου για διατομή IPE500 με L=10m.

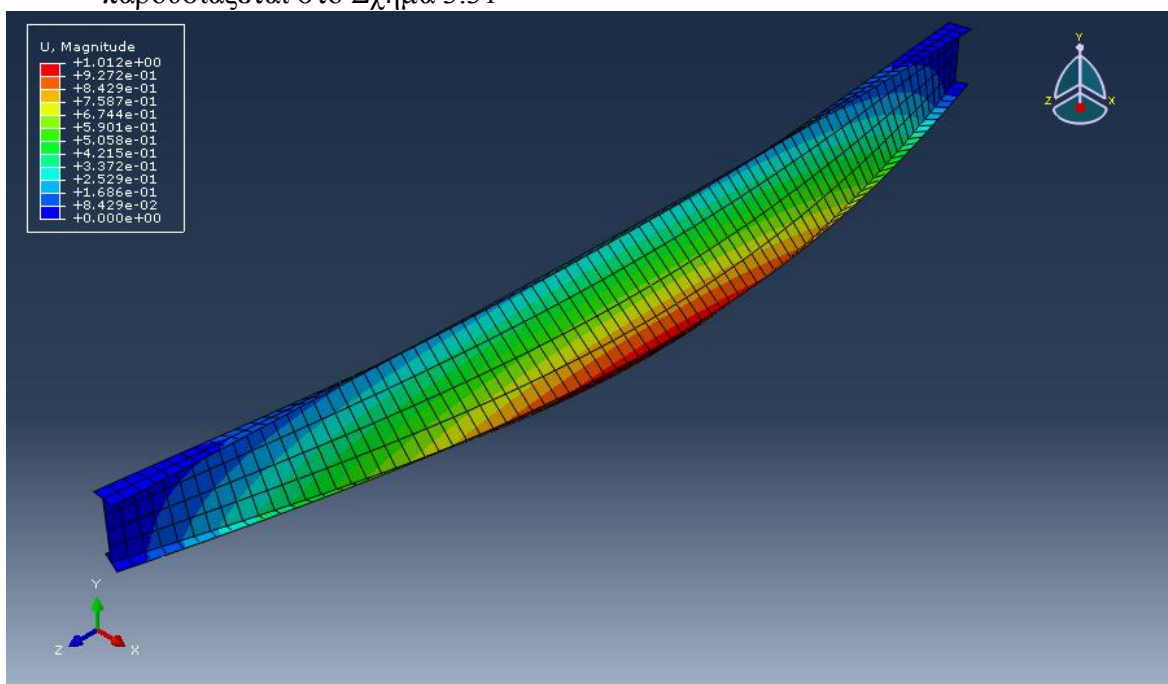
3.3.2 Αποτελέσματα για IPE 500 σε κάμψη και αξονική εφελκυστική δύναμη

Οι συνθήκες στήριξης και η επιβολή του καμπτικού φορτίου είναι ίδια με πριν. Ο εφελκυσμός ασκείται ως ομοιόμορφο καταναμημένο φορτίο στον κορμό των δύο ακραίων διατομών. Το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε φαίνεται στο Σχέδιο 3.30



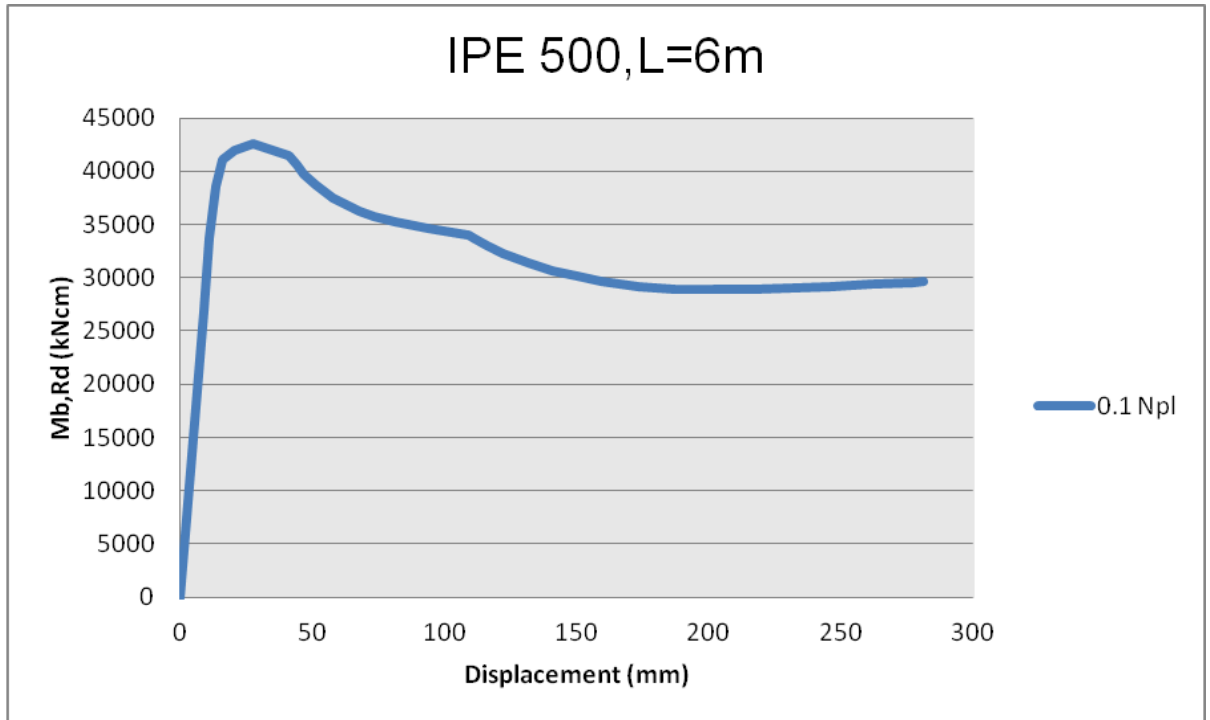
Σχέδιο 3.30 : Μοντέλο IPE500-χωρίς εφελκυσμό.

Από την ανάλυση Buckle προέκυψε η ιδιομορφή λυγισμού του φορέα που παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.31

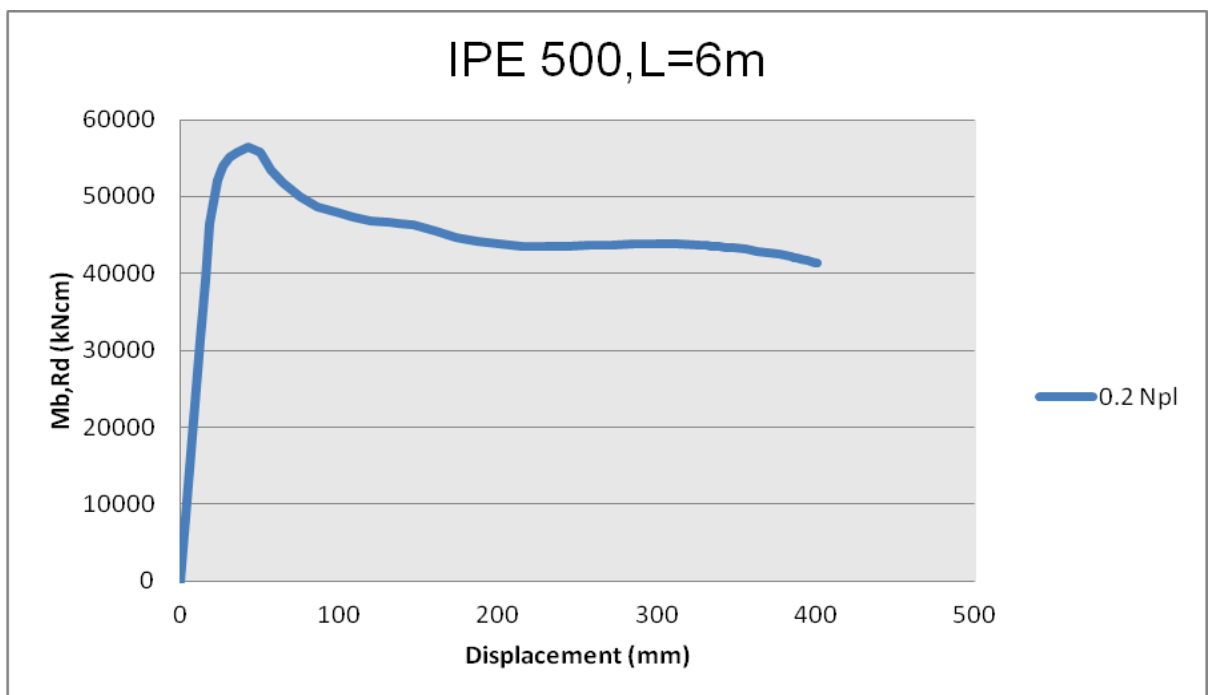


Σχήμα 3.31: 1η ιδιομορφή λυγισμού για διατομή IPE500

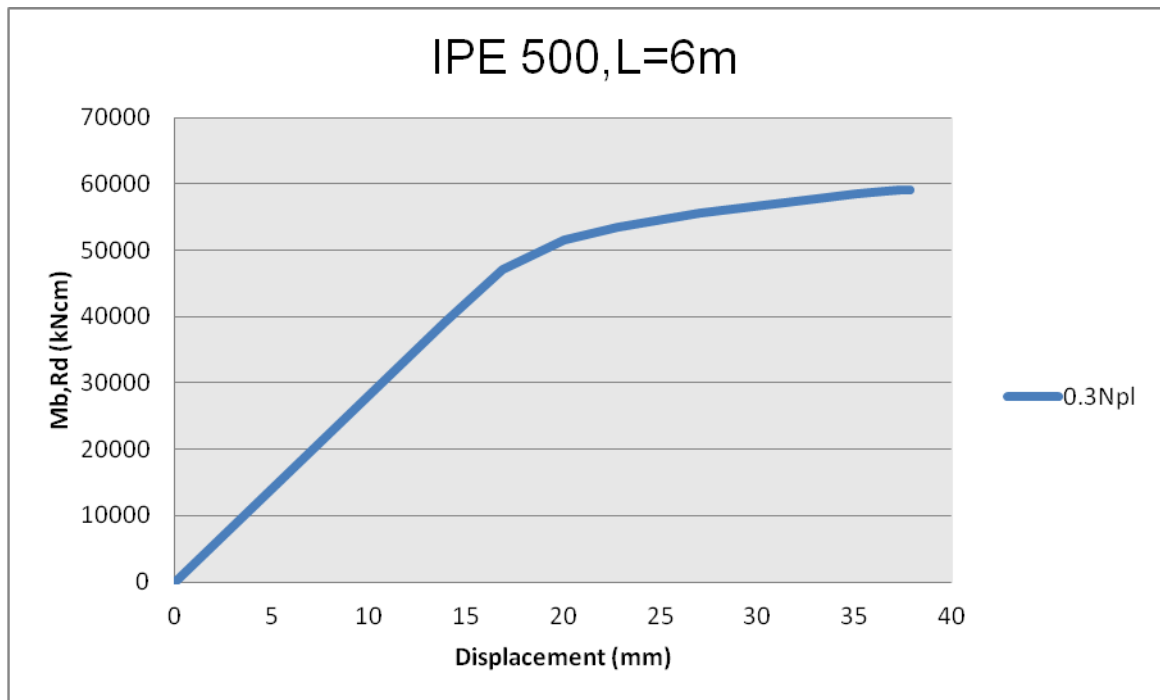
Και στη συνέχεια πραγματοποιούνται οι αναλύσεις με την μέθοδο Ricks για εφελκυστική δύναμη $0.1 N_{pl}$, $0.2 N_{pl}$ και $0.3 N_{pl}$. Στα Σχήματα 3.32, 3.33, 3.34 φαίνονται οι καμπύλες που προέκυψαν για δοκό IPE 500 με μήκος $L=6m$.



Σχήμα 3.32 : Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου για διατομή IPE500, $L=6m$ με εφελκυσμό.

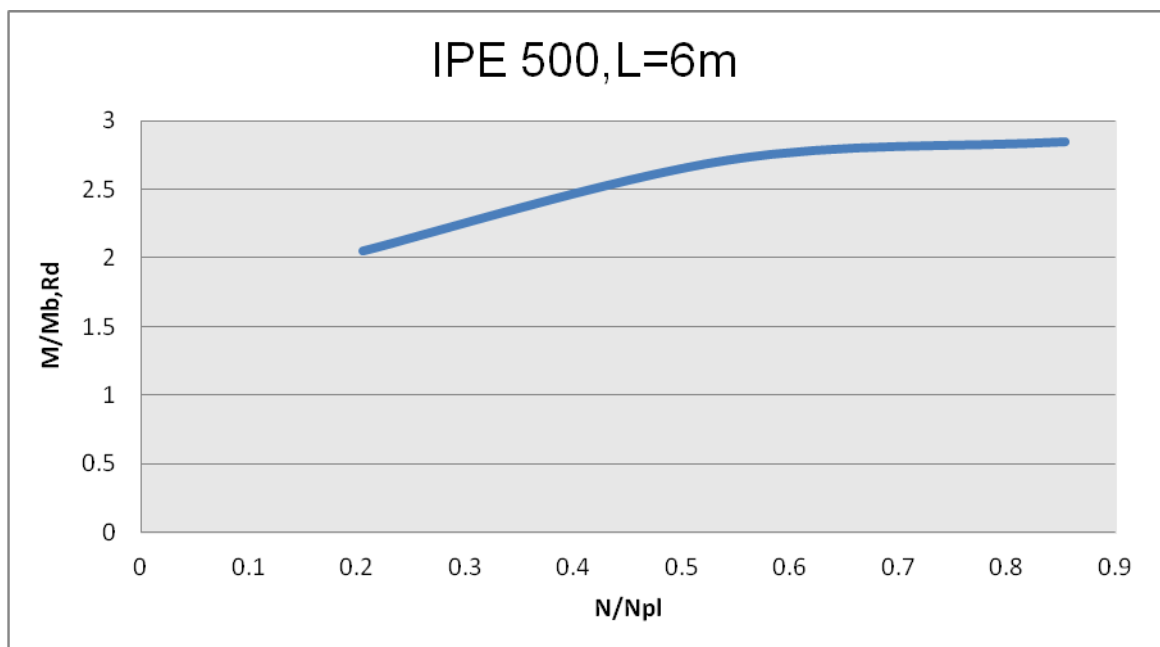


Σχήμα 3.33 : Δρόμος ισορροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου για διατομή IPE500, $L=6m$ με εφελκυσμό.



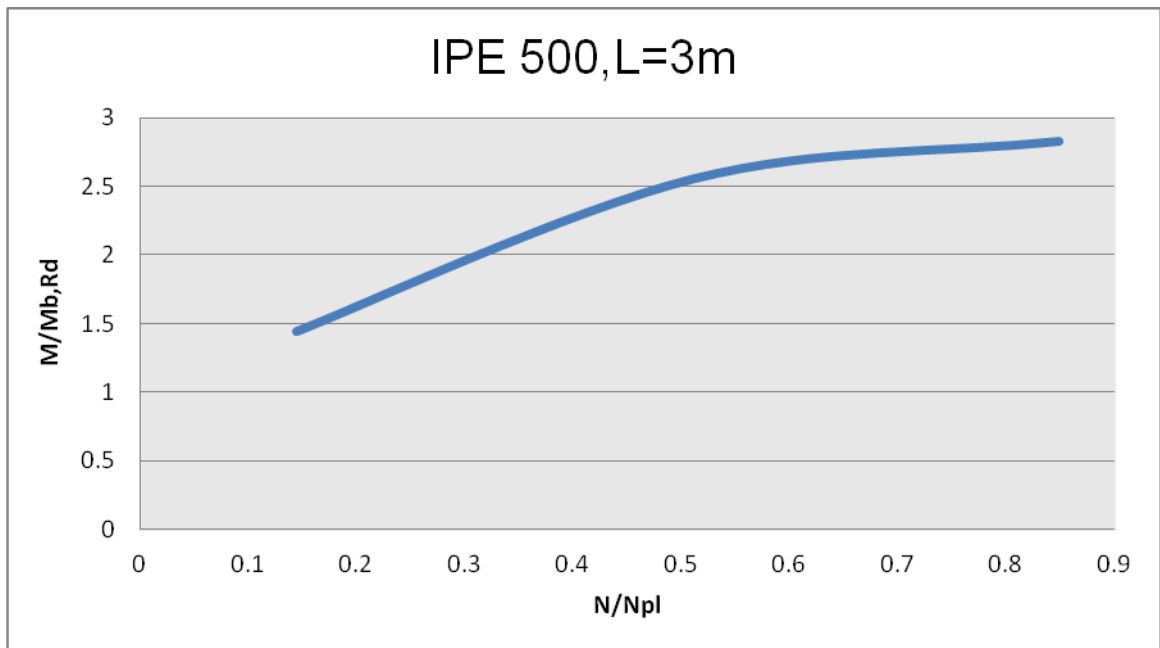
Σχήμα 3.34 : Δρόμος ισοροπίας μετακίνησης U του μεσαίου κόμβου για διατομή IPE500 , L=6m με εφελκυσμό.

Από τη μέγιστη ροπή που προέκυψε για κάθε αξονική εφελκυστική δύναμη κατασκευάσαμε το διάγραμμα $M/ M_{b,Rd} - N/ N_{pl}$ που φαίνεται στο σχήμα 3.35 .

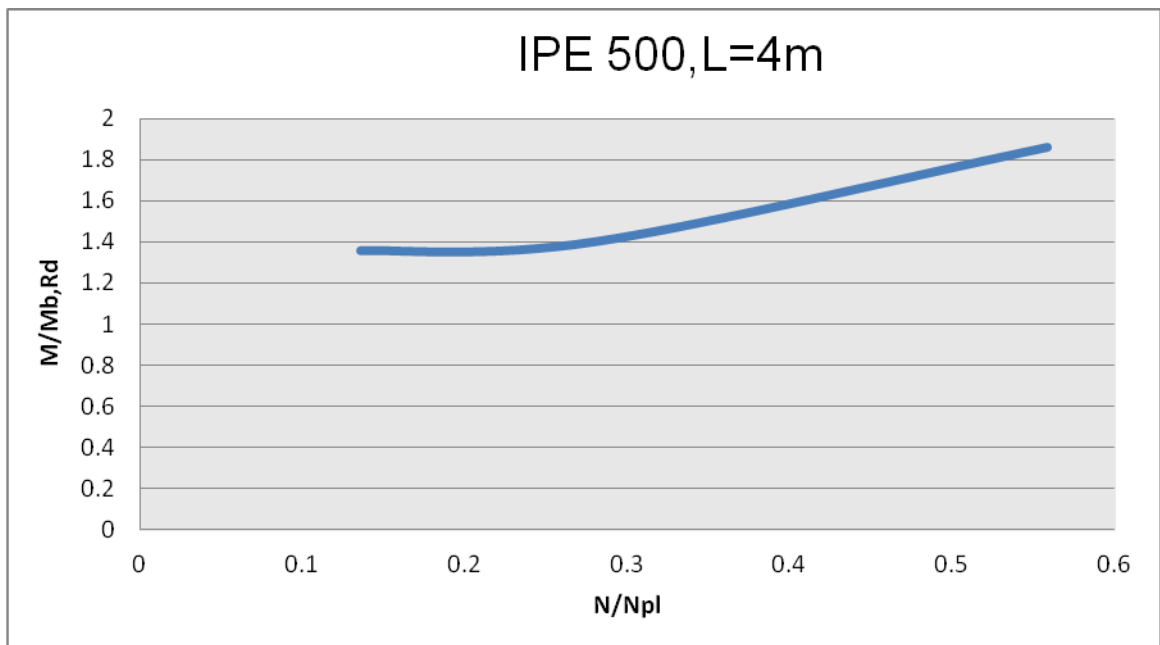


Σχήμα 3.35 : Διάγραμμα του λόγου $M/ M_{b,Rd}$ και N/ N_{pl} για διατομή IPE500 , L=6m με εφελκυσμό.

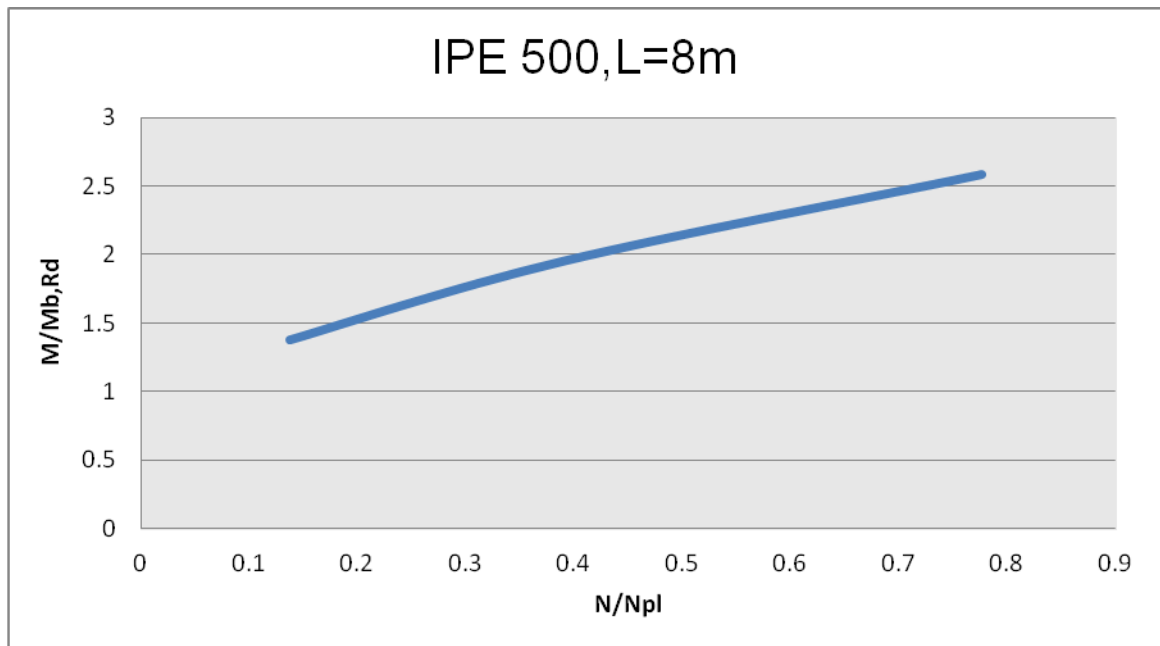
Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα διαγράμματα για μήκη δοκού 3,4 ,8 και 10.



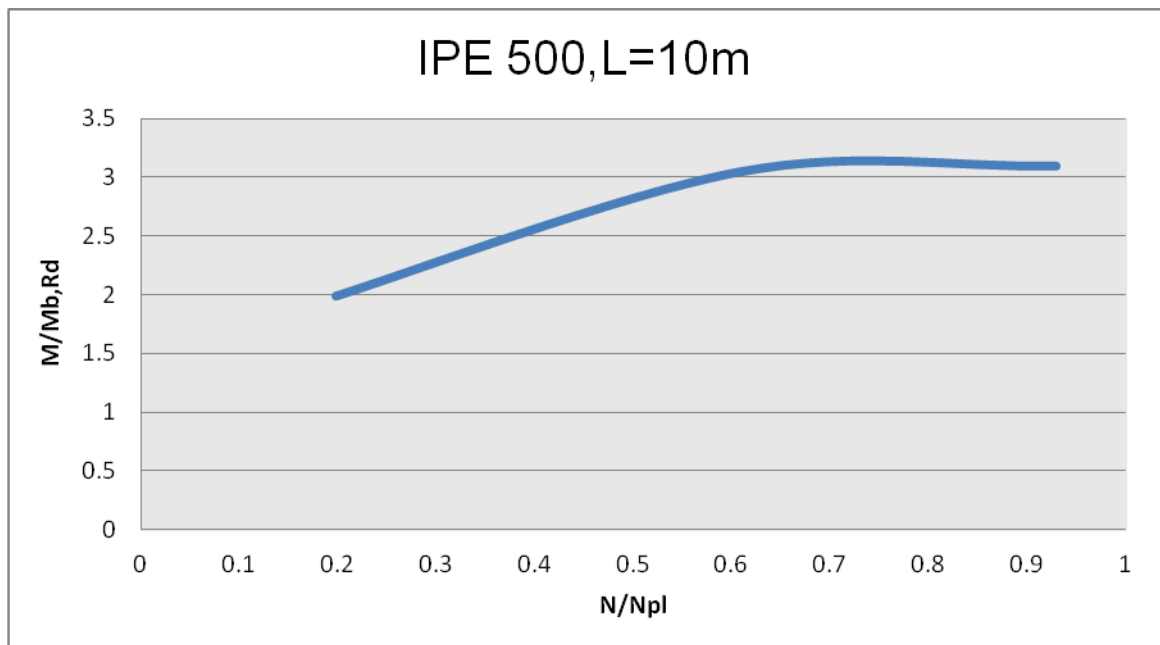
Σχήμα 3.36 : Διάγραμμα του λόγου $M/ M_{b,Rd}$ και N/ N_{pl} για διατομή IPE500 , $L=3m$ με εφελκυσμό.



Σχήμα 3.37 : Διάγραμμα του λόγου $M/ M_{b,Rd}$ και N/ N_{pl} για διατομή IPE500 , $L=4m$ με εφελκυσμό.



Σχήμα 3.38 : Διάγραμμα του λόγου $M/ M_{b,Rd}$ και N/ N_{pl} για διατομή IPE500 , $L=8m$ με εφελκυσμό.

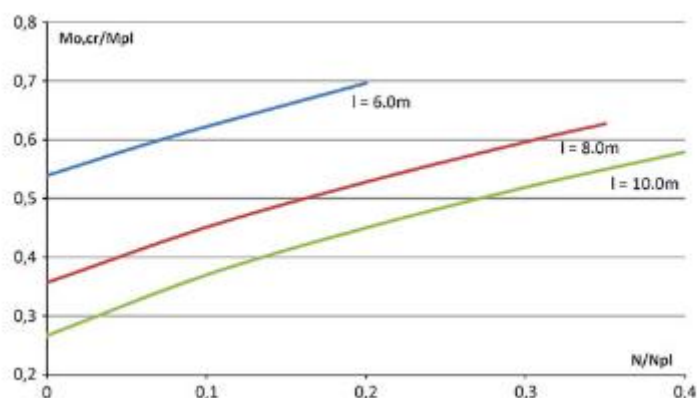


Σχήμα 3.39 : Διάγραμμα του λόγου $M/ M_{b,Rd}$ και N/ N_{pl} για διατομή IPE500 , $L=10m$ με εφελκυσμό.

3.3 Συμπεράσματα

Παρατηρούμε ,καταρχάς, ότι για τις δοκούς σε κάμψη προκύπτουν ικανοποιητικά αποτελέσματα σε σχέση με αυτά του Ευρωκώδικα. Υπάρχει μία μικρή διαφορά μεταξύ των τιμών του Ευρωκώδικα και της ανάλυσης με το Abaqus αλλά θα μπορούσαμε να πούμε πως είμαστε υπέρ της ασφαλείας εφόσον το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων δίνει μικρότερες τιμές του οριακού φορτίου. Η μεταλυγισμική συμπεριφορά του φορέα ποικίλει ανάλογα με το μήκος στο οποίο γίνεται η ανάλυση. Βλέπουμε ότι για μικρά μήκη δοκών υπάρχει καθοδικός μετελαστικός κλάδος, ενώ όσο αυξάνεται το μήκος ο δρόμος ισορροπίας τείνει να γίνεται οριζόντιος .

Όσον αφορά στις αμφιέριστες δοκούς στις οποίες ασκήσαμε εφελκυσμό, οι αριθμητικές αναλύσεις έδειξαν ότι η παρουσία εφελκυσμού συμβάλει σημαντικά στην αύξηση του φορτίου λυγισμού. Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνουμε τον εφελκυσμό, αυξάνεται και το φορτίο λυγισμού .Στο ίδιο συμπέρασμα κατέληξε και η μελέτη των George I. Ioannidis, Tassos P. Abraam (2012) «Lateral-torsional buckling of simply supported beams under uniform bending and axial tensile force» [6] όπως βλέπουμε στο σχήμα 3.40



Σχήμα 3.40 : Λόγος της ροπής αντοχής σαν συνάρτηση του λόγου της αξονικής εφελκυστικής δύναμης για διάφορα μήκη δοκών.

4 Γενικά Συμπεράσματα

Στο παρόν κεφάλαιο συνοψίζονται οι παρατηρήσεις των προηγούμενων κεφαλαίων με σκοπό την εξαγωγή χρήσιμων συμπερασμάτων για την εργασία που πραγματοποιήθηκε.

Όσον αφορά στη χρήση του προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων Abaqus ,σημαντικό ζήτημα αποτέλεσε η διερεύνηση της επιλογής των κατάλληλων συνοριακών συνθηκών για την προσομοίωση αμφιέριστης δοκού. Επειδή στον τύπο του Ευρωκώδικα 3 για τον υπολογισμό της ελαστικής κρίσιμης ροπής πλευρικού λυγισμού χρησιμοποιείται η τιμή $k_w=1$ που αντιστοιχεί σε ελεύθερη στρέβλωση του άκρου, θεωρήθηκε πιο αξιόπιστη η δέσμευση των κόμβων του κορμού και όχι ολόκληρης της διατομής. Επιπροσθέτως, στην περίπτωση που δεσμεύεται η αξονική μετακίνηση μόνο στο ένα άκρο της δοκού, δηλαδή στην περίπτωση άρθρωσης και κύλισης, οι δρόμοι ισορροπίας έχουν καθοδικό κλάδο μόλις το φορτίο φτάσει περίπου την τιμή του κρίσιμου φορτίου λυγισμού. Αυτό συνιστά το ζητούμενο καθώς όταν η τάση von Mises φτάσει το όριο διαρροής , επέρχεται η αστοχία. Με την επιλογή αρθρώσεων και στα 2 άκρα οι φορείς συνεχίζουν να έχουν μεταλυσμική αντοχή και οι τιμές του οριακού φορτίου διαφέρουν σε μεγάλο βαθμό από τις τιμές που προκύπτουν από τον Ευρωκώδικα. Σε όλες ,επομένως, τις αριθμητικές αναλύσεις στο Abaqus το μέσο της μίας ακραίας διατομής δεσμεύεται ως προς τις μετατοπίσεις x,y,z και ως προς τη διαμήκη στροφή κατά z , το μέσο της άλλης ακραίας διατομής ως προς τις μετατοπίσεις x,y και ως προς τη στροφή z ενώ για τους υπόλοιπους κόμβους του κορμού και των δύο ακραίων διατομών παγιώνονται οι μετατοπίσεις x και y.Επίσης, διαπιστώθηκε ότι η επιβολή φόρτισης μέσω ακραίων ροπών δίνει καλύτερα αποτελέσματα από την επιβολή ομοιόμορφου κατανεμημένου φορτίου.

Σε όλες τις αριθμητικές αναλύσεις που έγιναν στο Abaqus προκύπτουν αρκετά κοντινά αποτελέσματα μεταξύ Ευρωκώδικα και ανάλυσης με τη χρήση λογισμικού καθώς επίσης και μεταξύ πειραμάτων και αναλύσεων. Από τα αποτελέσματα των δοκιμών με πεπερασμένα στοιχεία προκύπτουν μικρότερες τιμές του οριακού φορτίου, επομένως θα μπορούσαμε να πούμε πως οι αναλύσεις μας είναι υπέρ της ασφαλείας.

Αξίζει να αναφερθεί πως το μήκος της δοκού παίζει σημαντικό ρόλο στο δρόμο ισορροπίας που ακολουθεί η μεσαία διατομή της δοκού. Συγκεκριμένα, για μικρά μήκη δοκών οι δρόμοι ισορροπίας έχουν καθοδικό κλάδο μόλις το φορτίο φτάσει την οριακή του τιμή. Αυτό δεν συμβαίνει όταν αυξάνεται το μήκος της δοκού , όπου ο δρόμος ισορροπίας συνεχίζεται οριζόντιος, δηλαδή οι φορείς παρουσιάζουν μεταλυσμική αντοχή. Επίσης, όπως αναμενόταν οι δοκοί μικρού μήκους έχουν γενικά μεγαλύτερη δυσκαμψία και πιο δύσκολα εκτρέπονται πλευρικά.

Όσον αφορά στη μελέτη της συμπεριφοράς αμφιέριστων δοκών σε κάμψη και αξονική εφελκυστική δύναμη η ανάλυση με τα πεπερασμένα στοιχεία οδήγησε στο συμπέρασμα ότι η παρουσία αξονικής εφελκυστικής δύναμης έχει θετική επιρροή στην αντοχή έναντι στρεπτοκαμπτικού λυγισμού. Παρατηρείται σημαντική αύξηση της αντοχής των δοκών όσο αυξάνεται η εφελκυστική δύναμη.

Παράρτημα Α. Υπολογισμός κρίσιμης ελαστικής ροπής και ροπής αντοχής με βάση τον EC3

Εξετάζεται ,αρχικά, η περίπτωση αμφιέριστης δοκού μήκους $L=10m$ η οποία δεν είναι πλευρικά εξασφαλισμένη προκειμένου να ευρεθεί η κρίσιμη ελαστική ροπή πλευρικού λυγισμού με βάση τον τύπο του Ευρωκώδικα και να συγκριθεί με το αποτέλεσμα της ανάλυσης με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS.Την ίδια διαδικασία ακολουθούμε και με στις υπόλοιπες περιπτώσεις.

Επιλέχθηκε διατομή με τα εξής γεωμετρικά χαρακτηριστικά:

$$h=500mm$$

$$b=300mm$$

$$t_w=14.5mm$$

$$t_f=28mm$$

Πραγματοποιείται κατάταξη της διατομής με βάση τον Ευρωκώδικα 3

$$\varepsilon = \sqrt{235 / f_y} = 1 \text{ για χάλυβα S235} \quad (4.1)$$

Έλεγχος κορμού για καθαρή κάμψη:

$$c / t_w = (500 - 2 \times 28) / 14,5 = 30,62 < 72 \times \varepsilon = 72 \Rightarrow \text{κατηγορία 1} \quad (4.2)$$

Έλεγχος πέλματος σε καθαρή κάμψη

$$c / t_f = [(300 - 14.5) / 2] / 28 = 5.10 < 9 \times \varepsilon = 9 \Rightarrow \text{κατηγορία 1} \quad (4.3)$$

Επομένως όλη η διατομή ανήκει στην κατηγορία 1.

Τα αδρανειακά χαρακτηριστικά της συγκολλητής διατομής υπολογίζονται σύμφωνα με τους τύπους (1.4)-(1.8).

Ροπή αδρανείας περί τον άξονα z:

$$I_z = 2 \times \frac{1}{12} \times t_r \times b_r^3 + \frac{1}{12} \times t_w \times h_w^3$$
$$I_z = 2 \times \frac{1}{12} \times 2.8 \times 30^3 + \frac{1}{12} \times 1.45^3 \times 44.4 = 12611.28 \quad (4.4)$$

Ροπή αδρανείας περί τον άξονα y:

$$I_z = 2 \times \frac{1}{12} \times b_r \times t_r^3 + 2 \times b_r \times t_f \times (h_w / 2 + t_f / 2)^2 + \frac{1}{12} \times h_w^3 \times t_w$$
$$I_z = 2 \times \frac{1}{12} \times 30 \times 2.8^3 + 2 \times 30 \times 2.8 \times (22.2 + 1.4)^2 + \frac{1}{12} \times 44.4^3 \times 1.45$$
$$= 104255.39cm^4 \quad (4.5)$$

Σταθερά στρέψης:

$$I_z = \frac{1}{3} \sum_i b_i \times t_i$$

$$I_z = \frac{1}{3} (2 \times 30 \times 2.8^3 + 44.4 \times 1.45^3) = 484.16 \text{ cm}^4$$

(4.6)

Σταθερά στρέβλωσης:

$$I_w = \frac{1}{4} \times I_z \times (h_w + t_f)^2$$

$$I_w = \frac{1}{4} \times 12611.28 \times (44.4 + 2.8)^2 = 7023978.46 \text{ cm}^6$$

(4.7)

Πλαστική ροπή αντίστασης:

$$W_{pl} = 2 \times S = 2 \times [b_t \times t_f \times (\frac{h_w}{2} + \frac{t_f}{2}) + \frac{h_w}{2} \times t_w \times \frac{h_w}{4}]$$

$$W_{pl} = 2 [30 \times 2.8 \times (\frac{44.4}{2} + \frac{2.8}{2}) + \frac{44.4}{2} \times 1.45 \times \frac{44.4}{4}] = 4679 \text{ cm}^2$$

(4.8)

Στην περίπτωση δοκού σταθερής διατομής συμμετρικής ως προς τον ασθενή άξονα αδρανείας της και καμπτόμενης περί τον ισχυρό άξονα αδρανείας της, η κρίσιμη ελαστική ροπή πλευρικού λυγισμού υπολογίζεται σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 3 από την εξίσωση:

$$M_{cr} = \frac{C_1 \times \pi^2 \times E \times I_z}{(kL)^2} \times \left\{ \sqrt{\frac{k}{k_w} \times \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 \times G \times I_t}{\pi^2 \times E \times I_z} + (C_2 \times z_g - C_3 \times z_j)^2} - (C_2 \times z_g - C_3 \times z_j) \right\}$$

(4.9)

Όπου C_1, C_2 και C_3 συντελεστές εξαρτώμενοι από τις συνθήκες φόρτισης και στρεπτικής στήριξης. Για αμφιέριστη δοκό σε περίπτωση φόρτισης με ακραίες ροπές, $\psi=1$, $k=1$ και $k_w=1$ (τα δύο άκρα της δοκού είναι στρεπτικά ελεύθερα και ελεύθερα σε στρέβλωση), ισχύουν τα εξής:
 $C_1=1$, $C_2=0$ και $C_3=1$.

$E=210\text{GPa}$ και συνεπώς $G=E/[2(1+\nu)]$

I_z η σταθερά στρέψης

I_w η σταθερά στρέβλωσης

I_z ροπή αδράνειας ως προς τον ασθενή άξονα

L το μήκος της δοκού μεταξύ σημείων πλευρικά εξασφαλισμένων

Το κατανεμημένο φορτίο ασκείται στον κεντροβαρικό άξονα της δοκού, συνεπώς $z_a=0$ και το κέντρο διάτμησης για τη διατομή διπλού ταυ ταυτίζεται με το κέντρο βάρους, δηλαδή $z_s=0$.

Με αντικατάσταση όλων των μεγεθών στην εξίσωση (4.10), η κρίσιμη ελαστική ροπή προκύπτει ίση με:

$$M_{cr}=1183.58\text{kNm}$$

Η τιμή αυτή θα συγκριθεί με την τιμή που προκύπτει από το ABAQUS.

Η ροπή πλαστικοποίησης της εξεταζόμενης διατομής για χάλυβα S235 είναι ίση με:

$$M_{pl} = W_{pl} \times f_y / \gamma_{M0} = 4679.42\text{cm}^3 \times 23.5\text{kN} / \text{cm}^2 / 1.00$$

$$M_{pl}=1099.66\text{kNm} < M_{cr}=1183.58\text{kNm}$$

Επομένως ως κρίσιμη μορφή αστοχίας προκύπτει η πλαστικοποίηση της μεσαίας διατομής της αμφιέριστης δοκού και η δημιουργία πλαστικού μηχανισμού κατάρρευσης.

Σχεδιασμός της δοκού σε ΟΚΑ(Οριακή Κατάσταση Αστοχίας) σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 3 προκειμένου να υπολογιστεί η ροπή αντοχής σε λυγισμό.

Έλεγχος έναντι πλευρικού λυγισμού

Η ροπή αντοχής σε πλευρικό λυγισμό δίνεται από τη σχέση:

$$M_{b,Rd} = X_{LT} \times W_{pl,y} \times \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$

(4.10)

Ισοδύναμο μήκος λυγισμού

Εφόσον πρόκειται για αμφιέριστη δοκό το μήκος λυγισμού είναι ίσο με το ολικό μήκος της δοκού δηλαδή $L=10\text{m}$.

Λυγηρότητα πλευρικού λυγισμού

Η ανηγμένη λυγηρότητα πλευρικού λυγισμού είναι ίση με:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{pl,y} \times f_y}{M_{cr}}}$$

(4.11)

$$\text{Επομένως } \bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{4679.42 \times 23.5}{118358}} = 0.964 > 0.20$$

Συνεπώς πρέπει να ληφθεί υπόψη ο πλευρικός λυγισμός.

Για $h/b=500\text{mm}/300\text{mm}=1.667 < 2$ έχουμε καμπύλη c για συγκολλητή διατομή μορφής I

Και $\alpha_{LT}=0.49$ για καμπύλη πλευρικού λυγισμού C.

Μειωτικός συντελεστής X_{LT}

$$X_{LT} = \frac{2}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq 1$$

(4.12)

$$\text{Όπου } \Phi_{LT} = 0.5[1 + \alpha_{LT}(\bar{\lambda}_{LT} - 0.20) + \bar{\lambda}_{LT}^2]$$

Αντικαθιστώντας προκύπτει $\Phi_{LT}=1.15$ και $X_{LT}=0.56 < 1$

Η ροπή αντοχής είναι ίση με:

$$M_{b,Rd} = X_{LT} W_{pl,y} \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0.56 \times 4679.42 \times \frac{23,5}{1,00} \text{ kNcm} = 61708.2 \text{ kNcm} = 617.08 \text{ kNm}$$

5 Βιβλιογραφία

1. Βάγιας Ι., Ερμόπουλος Ι., Ιωαννίδης Γ. (1999). «Σιδηρές κατασκευές, παραδείγματα εφαρμογής του Ευρωκώδικα 3, Τόμος ΙΙ». Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα.
2. Ι. Βάγιας .: Σιδηρές Κατασκευές, Ανάλυση και διαστασιολόγηση, Κλειδάριθμος, 2003.
3. Βάγιας Ι., Ερμόπουλος Ι., Ιωαννίδης Γ. (2005α). «Σχεδιασμός δομικών έργων από χάλυβα, 2η έκδοση», Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα.
4. Βάγιας Ι., Ερμόπουλος Ι., Ιωαννίδης Γ., (2005β). «Σιδηρές κατασκευές, παραδείγματα εφαρμογής του Ευρωκώδικα 3, Τόμος Ι». Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα.
5. Ι. Χ. Ερμόπουλος: Ευρωκώδικας 1, Βασικές αρχές σχεδιασμού και δράσεις επί των κατασκευών, Ερμηνευτικά σχόλια και παραδείγματα εφαρμογής, 2η έκδοση, Κλειδάριθμος, 2005.
6. George I. Ioannidis , Tassos P. Abraam (2012) . «Lateral-torsional buckling of simply supported beams under uniform bending and axial tensile force»
7. [7] Eurocode 3: Design of steel structures, Part 1-5: Plated structural elements, CEN, EN 1993-1-5, February 2003.
8. Y.Q. Wang , H.X.Yuan , Y.J.Shi , M.Cheng , (2011) . «Lateral-torsional buckling resistance of aluminium I-beams» .
9. <http://www.sciencedirect.com/>
10. <https://www.scopus.com/>