



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ  
ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

# **Βελτιστοποίηση Χαρτοφυλακίων με Παθητικές Στρατηγικές και Χρήση Γενετικών Αλγορίθμων: Συγκριτική Αξιολόγηση Μοντέλων**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Καραϊσκος Σωτήριος

**Επιβλέπων : Ιωάννης Ψαρράς**  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2013





ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ  
ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

## **Βελτιστοποίηση Χαρτοφυλακίων με Παθητικές Στρατηγικές και Χρήση Γενετικών Αλγορίθμων: Συγκριτική Αξιολόγηση Μοντέλων**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**Καραΐσκος Σωτήριος**

**Επιβλέπων : Ιωάννης Ψαρράς**  
Καθηγητής Ε.Μ.Π

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 19<sup>η</sup> Ιουλίου 2013.

.....

.....

.....

Αθήνα, Ιούλιος 2013

.....  
Καραϊσκος Σωτήριος

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © ΚΑΡΑΪΣΚΟΣ ΣΩΤΗΡΙΟΣ, 2013

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

## Περίληψη

Στο σημερινό πολύπλοκο περιβάλλον της παγκοσμιοποίησης, του συνεχώς εντεινόμενου ανταγωνισμού, της απελευθέρωσης των αγορών και των ραγδαίων εξελίξεων στο διεθνές οικονομικό περιβάλλον, η αξιοποίηση της τεχνολογίας στους τομείς των πληροφοριών και επικοινωνιών κρίνεται απαραίτητη για την έγκαιρη και αποτελεσματική αντιμετώπιση των κινδύνων που εγείρει η συμμετοχή στα οικονομικά δρώμενα. Είναι λοιπόν επόμενο η επιστήμη της διαχείρισης χαρτοφυλακίων να εκμεταλλεύεται στο έπακρο τις δυνατότητες της πληροφορικής για την υλοποίηση και αξιολόγηση κατάλληλων στρατηγικών που οδηγούν στο επιθυμητό κάθε φορά αποτέλεσμα.

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η ανάπτυξη και εφαρμογή ενός πληροφοριακού συστήματος, το οποίο βασίζεται σε έξι μοντέλα βελτιστοποίησης, και το οποίο έχει ως στόχο την υποστήριξη του επενδυτή στο πρόβλημα της δημιουργίας παθητικών μετοχικών χαρτοφυλακίων.

Επίσης παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της πρακτικής εφαρμογής του συστήματος κάνοντας χρήση ιστορικών δεδομένων των δεικτών Euro stoxx 50 και S&P 500.

Τέλος, πραγματοποιείται μία συγκριτική αξιολόγηση μεταξύ των μοντέλων αυτών με βάση την απόδοσή τους στην προσομοίωση που εκπονήθηκε.

**Λέξεις Κλειδιά:** Βελτιστοποίηση, Σύνθεση Παθητικού Χαρτοφυλακίου, Θεωρία Χαρτοφυλακίου, Συγκριτική Αξιολόγηση Μοντέλων Βελτιστοποίησης



## Abstract

In the current complex international economic environment, which is defined by ever-increasing competition, market liberalization and rapid developments, the extensive use of technology in the fields of information and communication is considered necessary for the timely and effective management of the risk raised by participating in economic events. Naturally, the science of portfolio management fully exploits the potential of information technology to implement and evaluate different strategies that lead to the desired result.

The purpose of this thesis is the development and implementation of an information system, which is based on six different optimization models. Its aim is to assist the investor in the difficult problem of creating passively managed equity portfolios.

Results of the system's practical application, using historical data of the Euro stoxx 50 and S&P 500 indices are presented.

Lastly, a comparative evaluation of these optimization models is discussed, based on their performance in the simulation conducted.

**Keywords:** Optimization, Composition of Passively Managed Portfolio, Portfolio Theory, Comparative Evaluation of Optimization Models





## Πίνακας Περιεχομένων

|  |    |
|--|----|
| <b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: Εισαγωγή</b> .....  | 13 |
| 1.1. Ο Στόχος και το Αντικείμενο της Διπλωματικής.....   | 15 |
| 1.2. Η Συμβολή της Διπλωματικής.....   | 15 |
| 1.3. Η Δομή της Διπλωματικής.....  | 16 |
| <br>   |    |
| <b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: Το Πρόβλημα της Σύνθεσης και Διαχείρισης<br/>Μετοχικών Χαρτοφυλακίων</b> .....      | 19 |
| 2.1. Εισαγωγή.....   | 19 |
| 2.2. Η Διαδικασία της Διαχείρισης Χαρτοφυλακίων.....   | 20 |
| 2.3. Η Δήλωση της Επενδυτικής Πολιτικής.....   | 22 |
| 2.4. Στρατηγικές Διαχείρισης Μετοχικών Χαρτοφυλακίων.....  | 26 |
| 2.4.1. Ενεργητικές Στρατηγικές Διαχείρισης.....  | 26 |
| 2.4.2. Παθητικές Στρατηγικές Διαχείρισης.....  | 29 |
| 2.5. Η Προβληματική της Διαχείρισης Μετοχικών Χαρτοφυλακίων.....                                   | 32 |
| 2.6. Οι Έννοιες Απόδοσης - Κινδύνου.....   | 33 |
| 2.7. Η Αρχή της Διαφοροποίησης.....  | 35 |
| 2.8. Βελτιστοποίηση Χαρτοφυλακίων.....   | 38 |
| 2.9. Εισαγωγή Ακίνδυνου Χρεογράφου.....  | 41 |
| 2.10. Τεχνικές Προσδιορισμού Αποτελεσματικών Μετώπων.....  | 45 |
| 2.11. Συγκριτική Αξιολόγηση Ενεργητικής και Παθητικής Διαχείρισης<br>Χαρτοφυλακίων Χρεογράφων..... | 52 |
| <br>   |    |
| <b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: Επισκόπηση Συσχετιζόμενων Μεθοδολογιών</b> .....                                    | 55 |
| <br>   |    |
| <b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: Προτεινόμενες Μεθοδολογίες</b> .....  | 67 |
| 4.1. Επισκόπηση Μεθοδολογιών.....  | 67 |
| 4.1.1. Ελαχιστοποίηση τετραγωνικού σφάλματος (index tracking).....                                 | 67 |
| 4.1.2. Specified out-performance.....  | 69 |
| 4.1.3. Semi-specified out-performance.....   | 70 |
| 4.1.4. Unspecified out-performance.....  | 71 |
| 4.1.5. Modified Sharpe ratio.....  | 72 |
| 4.1.6. Modified Sortino ratio.....   | 72 |
| 4.2. Συγκριτική Αξιολόγηση Μεθοδολογιών.....   | 73 |

|   |           |
|---|-----------|
| 4.3. Γενετικοί Αλγόριθμοι.....                            | 76        |
| 4.4. Πληροφοριακό Σύστημα .....                           | 78        |
| 4.4.1. Προδιαγραφές.....                                  | 78        |
| 4.4.2. Πληροφοριακό Σύστημα .....                         | 79        |
| 4.4.3. Επιλογές Παραμετροποίησης.....                     | 83        |
| <b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: Εφαρμογή των Μεθοδολογιών.....</b>         | <b>85</b> |
| 5.1. Περιγραφή δεικτών .....                              | 85        |
| 5.1.1. EURO STOXX 50.....                                 | 85        |
| 5.1.2. S&P 500 .....                                      | 85        |
| 5.2. Παρουσίαση - Σχολιασμός Αποτελεσμάτων.....           | 86        |
| 5.2.1. Παραμετροποίηση Προσομοίωσης .....                 | 86        |
| 5.2.2. Παρουσίαση και Σχολιασμός Αποτελεσμάτων.....       | 88        |
| <b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: Συμπεράσματα.....</b>                      | <b>99</b> |
| 6.1. Μειονεκτήματα της διαδικασίας βελτιστοποίησης.....   | 99        |
| 6.2. Αξιολόγηση των μοντέλων .....                        | 101       |
| 6.3. Μελλοντικές προοπτικές.....                          | 102       |
| Παράρτημα Α: Παρουσίαση κώδικα .....                      | 103       |
| Παράρτημα Β: Επεξήγηση χρήσης των μοντέλων σε matlab..... | 125       |
| Βιβλιογραφία: .....                                       | 141       |

## ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΣΧΗΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΠΙΝΑΚΩΝ

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2<sup>ο</sup> ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΣΥΝΘΕΣΗΣ ΚΑΙ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΜΕΤΟΧΙΚΩΝ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΩΝ

|           |  |    |
|-----------|--|----|
| Σχήμα 2.1 | Η διαδικασία της διαχείρισης χαρτοφυλακίων   | 22 |
| Σχήμα 2.2 | Στρατηγικές διαχείρισης χαρτοφυλακίων  | 27 |
| Σχήμα 2.3 | Αποτελεσματικό σύνολο με ακίνδυνο χρεόγραφο  | 42 |
| Σχήμα 2.4 | Προσδιορισμός του αποτελεσματικού μετώπου στην περίπτωση που επιτρέπονται οι ανοιχτές πωλήσεις και υπάρχει η δυνατότητα επένδυσης στο ακίνδυνο χρεόγραφο     | 45 |
| Σχήμα 2.5 | Προσδιορισμός του αποτελεσματικού μετώπου στην περίπτωση που επιτρέπονται οι ανοιχτές πωλήσεις και δεν υπάρχει η δυνατότητα επένδυσης στο ακίνδυνο χρεόγραφο | 49 |
| Σχήμα 2.6 | Μεγιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης $\theta$ για τις διάφορες τιμές του ποσοστού $w_i$ του κεφαλαίου που επενδύεται σε κάθε χρεόγραφο                | 50 |

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3<sup>ο</sup> ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ ΣΥΣΧΕΤΙΖΟΜΕΝΩΝ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΩΝ

|             |  |    |
|-------------|--|----|
| Πίνακας 3.1 | Τίτλοι δημοσιεύσεων που χρησιμοποιήθηκαν στην επισκόπηση | 56 |
|-------------|--|----|

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4<sup>ο</sup> ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΕΣ

|            |                                   |    |
|------------|-----------------------------------|----|
| Εικόνα 4.1 | Αρχικό παράθυρο εφαρμογής Matlab  | 80 |
| Εικόνα 4.2 | Παράθυρο επιλογής φακέλου/αρχείου | 81 |
| Εικόνα 4.3 | Παράθυρο επεξεργασίας αρχείου     | 82 |
| Εικόνα 4.4 | Αποτελέσματα μοντέλου             | 83 |

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5<sup>ο</sup> ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΩΝ**

|             |  |    |
|-------------|--|----|
| Σχήμα 5.1   | Απεικόνιση της διαδικασίας προσομοίωσης  | 87 |
| Σχήμα 5.2.α | Απεικόνιση αποτελεσμάτων Euro stoxx 50 (I)   | 95 |
| Σχήμα 5.2.β | Απεικόνιση αποτελεσμάτων Euro stoxx 50 (II)  | 95 |
| Σχήμα 5.3.α | Απεικόνιση αποτελεσμάτων S&P 500 (I)   | 96 |
| Σχήμα 5.3.β | Απεικόνιση αποτελεσμάτων S&P 500 (II)  | 96 |
| Πίνακας 5.1 | Αντικείμενα βελτιστοποίησης στον Euro stoxx 50   | 88 |
| Πίνακας 5.2 | Αποτελέσματα/χρόνοι στον Euro stoxx 50 (με $R^* = +0.0005$ , για τα μοντέλα που χρησιμοποιείται) | 89 |
| Πίνακας 5.3 | Αντικείμενα βελτιστοποίησης στον S&P 500   | 91 |
| Πίνακας 5.4 | Αποτελέσματα/χρόνοι στον S&P 500 (με $R^* = +0.0005$ , για τα μοντέλα που χρησιμοποιείται)       | 92 |

**ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΚΩΔΙΚΑ****A**

|             |   |     |
|-------------|---|-----|
| Εικόνα A.1  | Η δομή του κώδικα των μοντέλων                        | 103 |
| Πίνακας A.1 | Παράδειγμα αρχικού πληθυσμού του γενετικού αλγορίθμου | 104 |

**ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΕΠΕΞΗΓΗΣΗ ΧΡΗΣΗΣ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΣΕ MATLAB****B**

|            |   |     |
|------------|---|-----|
| Εικόνα B.1 | Αρχική οθόνη περιβάλλοντος matlab       | 125 |
| Εικόνα B.2 | Παράθυρο δημιουργίας αρχείου συνάρτησης | 126 |
| Εικόνα B.3 | Παράθυρο επιλογής αρχείου excel         | 128 |
| Εικόνα B.4 | Παράθυρο εισαγόμενων αρχείων excel      | 128 |
| Εικόνα B.5 | Path του φακέλου που είναι επιλεγμένος  | 132 |
| Εικόνα B.6 | Παράδειγμα αποτελεσμάτων                | 136 |

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1**

### **Εισαγωγή**

---

Στο σημερινό πολύπλοκο περιβάλλον της παγκοσμιοποίησης, του συνεχώς εντεινόμενου ανταγωνισμού, των σαρωτικών οικονομικών αλλαγών και της αδιάλειπτης ρευστότητας σε εθνικό και σε διεθνές επίπεδο, μεταξύ των σημαντικότερων προβλημάτων που έχει να αντιμετωπίσει οποιοσδήποτε ασχολείται με τα οικονομικά δρώμενα, είναι η δημιουργία και διατήρηση ενός αποδοτικού επενδυτικού χαρτοφυλακίου. Το επενδυτικό χαρτοφυλάκιο είναι μια συλλογή από περιουσιακά στοιχεία, τα οποία έχουν ως στόχο να αποδώσουν κέρδη στον επενδυτή, και αποκτήθηκαν με βάση ένα συγκεκριμένο οικονομικό στόχο. Η ιδέα των επενδυτικών χαρτοφυλακίων έχει ριζωθεί τόσο βαθιά στο οικονομικό σύστημα, που φαίνεται δύσκολο να φανταστεί κανείς ένα κόσμο χωρίς την ύπαρξη τους. Το γεγονός όμως αυτό δεν ίσχυε πάντα.

Μέχρι τη δεκαετία του 1950 η έννοια των χαρτοφυλακίων, και ιδίως των μετοχικών χαρτοφυλακίων, ήταν τελείως διαφορετική. Ανεξάρτητα από το σκοπό του κάθε επενδυτή, η επένδυση σε μετοχικούς τίτλους ήταν μια διαδικασία τζόγου, καθώς δεν υπήρχαν επαρκή οικονομικά δεδομένα διαθέσιμα, ώστε να παρθεί μία εμπειριστατωμένη απόφαση σχετικά με τα χρεόγραφα προς αγορά. Επίσης, οι επενδυτές εστίαζαν στις ευκαιρίες για κέρδη που προσέφερε ο κάθε μετοχικός τίτλος και όχι σε μια σχέση απόδοσης-ρίσκου. Σε ένα τέτοιο περιβάλλον, η απόκτηση επαρκών οικονομικών δεδομένων ήταν το βασικό πρόβλημα που απασχολούσε τους επενδυτές, αλλά όχι τόσο για την εξαγωγή συμπερασμάτων ως προς την συσχέτιση κάθε χρεογράφου με διαφορετικά επενδυτικά προφίλ, όσο για την εύρεση εταιρειών με ανοδική πορεία και φτηνές μετοχές.

Η κατάσταση αυτή άρχισε να αλλάζει από το 1952, όταν ο Markowitz δημοσίευσε την εργασία του με τίτλο 'Portfolio Selection' και εισήγαγε την μαθηματική έννοια της σχέσης που έχει ο κίνδυνος ενός χρεογράφου με την αντίστοιχη απόδοση. Κάνοντας χρήση αρχικά του μοντέλου μέσου – διακύμανσης του Markowitz και αργότερα διαφόρων άλλων μοντέλων που προσπάθησαν να καλύψουν τα κενά του και να επεκταθούν περαιτέρω, οι επενδυτές ξεκίνησαν να δημιουργούν χαρτοφυλάκια που ευνοούσαν συγκεκριμένα επενδυτικά στυλ και συγκεκριμένες προτιμήσεις. Όσο περνούσαν τα χρόνια και διαφαινόταν η αξία των οικονομικών μοντέλων βελτιστοποίησης για τη λήψη επενδυτικών αποφάσεων, τόσο περισσότεροι ερευνητές ασχολούνταν με τον τομέα αυτόν, με αποτέλεσμα να φτάσουμε στη σημερινή εποχή, όπου η διαδικασία δημιουργίας και διαχείρισης χαρτοφυλακίων χρεογράφων έχει πλέον αναλυθεί και παραμετροποιηθεί σημαντικά.

Το πρόβλημα όμως της βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίων συνεχίζει να υπάρχει, καθώς οι διεθνής και μη αγορές χαρακτηρίζονται από χαώδη και απρόβλεπτη πολλές φορές συμπεριφορά. Ως αποτέλεσμα, η δημιουργία ενός μοντέλου που θα προβλέπει απόλυτα την πορεία της οικονομικής δραστηριότητας είναι αδύνατη. Επιπλέον, εξαιτίας του γεγονότος ότι οι μετοχικοί τίτλοι είναι οι πλέον ευάλωτοι στις διακυμάνσεις της αγοράς, η δημιουργία μοντέλων για την πρόβλεψη της πορείας που θα ακολουθήσουν είναι σχετικά δύσκολη και έχει αποτελέσει σημαντικό αντικείμενο έρευνας. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στο γεγονός ότι τα περισσότερα μοντέλα βελτιστοποίησης αντιμετωπίζουν τα σύνθετα προβλήματα απόφασης με τη σύνθεση πολλαπλών και συχνά αντικρουόμενων κριτηρίων, οπότε κρίνεται αναγκαία για την ομαλή περάτωση τους η άμεση εμπλοκή του επενδυτή στη διαδικασία της απόφασης,

μέσω της διατύπωσης των προτιμήσεων του. Επίσης κατά τη διαδικασία βελτιστοποίησης γίνεται χρήση ιστορικών δεδομένων, ώστε να εξαχθεί συμπεράσμα ως προς τη βέλτιστη σύσταση του χαρτοφυλακίου για το κάθε επενδυτικό στυλ. Αυτόματα γίνεται κατανοητό ότι τα μοντέλα αυτά δεν μπορούν σε καμία περίπτωση να προβλέψουν απόλυτα την πορεία των μετοχών, αλλά μπορούν να προσφέρουν ένα ικανοποιητικό μέτρο της, το οποίο εν συνεχεία χρησιμοποιείται από τους επενδυτές, σε συνδυασμό με άλλα μέτρα και οικονομικά στοιχεία, με στόχο τη δημιουργία του χαρτοφυλακίου που ταιριάζει στην επενδυτική πολιτική τους.

Ειδικότερα για τα μετοχικά χαρτοφυλάκια, με τα οποία ασχολούμαστε στην παρούσα διπλωματική εργασία, σύμφωνα με τους Xidonas et al. (2010), η κατοχή τους αποτελεί την πλέον επικίνδυνη επένδυση, τόσο επειδή έχει παρατηρηθεί ότι οι μετοχικοί τίτλοι παρουσιάζουν πολύ υψηλή μεταβλητότητα, όσο και λόγω της απουσίας της δυνατότητας διαφοροποίησης μέρους του αναλαμβανομένου κινδύνου, μέσω της επένδυσης σε χρεόγραφα σταθερού εισοδήματος, καταθετικά ή παράγωγα προϊόντα. Επιπλέον, ο πολύ μεγάλος αριθμός μετοχικών τίτλων, σε σχέση με άλλες κλάσεις χρεογράφων, που διαπραγματεύεται στις χρηματιστηριακές αγορές, καθιστά εξαιρετικά δύσκολη τη διαδικασία της διαχείρισης ενός μετοχικού χαρτοφυλακίου, καθώς απαιτείται η ταυτόχρονη διερεύνηση και αξιολόγηση εκατοντάδων ή χιλιάδων χρεογράφων που είναι διαθέσιμα ως επενδυτικές επιλογές.

Η διαχείριση μετοχικών χαρτοφυλακίων, συνιστά μια ιδιαίτερα πολύπλοκη προβληματική, καθώς εστιάζει διαδοχικά, σε τρία διαφορετικά επίπεδα αποφάσεων:

- a) στην επιλογή των μετοχικών τίτλων που συγκεντρώνουν τις καλύτερες επενδυτικές προοπτικές,
- b) στην κατανομή των διαθέσιμων κεφαλαίων με στόχο την άριστη σύνθεση χαρτοφυλακίων, και
- c) στη συγκριτική αξιολόγηση των χαρτοφυλακίων που έχουν κατασκευαστεί.

Η πολυπλοκότητα του προβλήματος της διαχείρισης μετοχικών χαρτοφυλακίων, συνδέεται με τρεις ακόμα θεμελιώδεις παραμέτρους οι οποίες επηρεάζουν κάθε διαδικασία λήψης απόφασης:

- a) την παράμετρο της αβεβαιότητας (uncertainty),
- b) την ύπαρξη πολλαπλών κριτηρίων (multiple criteria), και
- c) τις προτιμήσεις (preferences) του αποφασίζοντος.

Μία ακόμα, ιδιαίτερα κρίσιμη, παράμετρος η οποία συμβάλλει στην αύξηση της πολυπλοκότητας που συνδέεται με την προβληματική της διαχείρισης μετοχικών χαρτοφυλακίων, είναι η ύπαρξη πολλών εμπλεκόμενων φορέων. Πιο συγκεκριμένα, οι φορείς που συνιστούν το περιβάλλον των εμπλεκόμενων μερών κατά την εξεταζόμενη προβληματική, μπορούν να ομαδοποιηθούν σε τέσσερις κατηγορίες:

1. τους φορείς που συνδέονται με την οργάνωση και την εποπτεία της αγοράς,
2. τις εισηγμένες στη χρηματιστηριακή αγορά εταιρείες,
3. τους θεσμικούς και ιδιώτες επενδυτές, και
4. τους παρόχους επενδυτικών υπηρεσιών.

Μετά την σύντομη αυτή ανάλυση, είναι πλέον φανερό ότι το πρόβλημα της επιλογής και διακράτησης ενός μετοχικού χαρτοφυλακίου εμφανίζει μεγάλη

πολυπλοκότητα και αβεβαιότητα. Η ανάγκη ύπαρξης ικανοποιητικών δεικτών και εργαλείων απόφασης, που βοηθάνε στη διαδικασία αυτή, οδηγεί στην απομάκρυνση των επενδυτών από τις παλιές εμπειρικές προσεγγίσεις και στη χρήση νέων μεθόδων, όπως η στοχαστική ανάλυση, η βελτιστοποίηση, η χρήση γενετικών/εξελικτικών αλγορίθμων κ.α, για την καλύτερη αντιμετώπιση των επενδυτικών κινδύνων που αναπόφευκτα συνδέονται με τη διαχείριση μετοχικών χαρτοφυλακίων.

## 1.1 Ο Στόχος και το Αντικείμενο της Διπλωματικής

Η παρούσα διπλωματική εργασία ασχολείται με την ανάπτυξη και εφαρμογή ενός πληροφοριακού συστήματος, το οποίο βασίζεται σε έξι μοντέλα βελτιστοποίησης, και το οποίο έχει ως στόχο την υποστήριξη του επενδυτή στο πρόβλημα της δημιουργίας παθητικών μετοχικών χαρτοφυλακίων.

Πιο συγκεκριμένα, το πληροφοριακό σύστημα, κάνοντας χρήση των μοντέλων βελτιστοποίησης, επιχειρεί να συμβάλει στη δημιουργία χαρτοφυλακίων που θα ακολουθούν όσο το δυνατόν πιστότερα συγκεκριμένους χρηματιστηριακούς δείκτες. Οι περιορισμοί που εφαρμόστηκαν κατά τη διάρκεια της διαδικασίας αυτής έχουν να κάνουν με :

- τα κόστη συναλλαγής ως ποσοστό του συνολικού κεφαλαίου
- τον αριθμό των μετοχών που συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο
- ελάχιστο/μέγιστο ποσοστό συμμετοχής της κάθε μετοχής στο χαρτοφυλάκιο
- ποσοστό κατά το οποίο ο επενδυτής επιθυμεί να ξεπεράσει τον δείκτη (σε όποιο μοντέλο χρειάζεται)

Η αποτελεσματικότητα των μοντέλων που χρησιμοποιήθηκαν διερευνήθηκε σε έναν αριθμό από προσομοιώσεις, κάνοντας χρήση εβδομαδιαίων ιστορικών κλεισιμάτων των δεικτών Euro stoxx 50 και S&P 500 για μία διάρκεια τριών χρόνων.

## 1.2 Η Συμβολή της Διπλωματικής

Από την ανάλυση που έγινε στο εισαγωγικό κομμάτι του κεφαλαίου αυτού, γίνεται κατανοητό ότι, εξαιτίας της πολυπλοκότητας του προβλήματος βελτιστοποίησης, υπάρχει η ανάγκη για ολοκληρωμένα πληροφοριακά συστήματα που έχουν ως στόχο την υποστήριξη των επενδυτών στη δημιουργία και διαχείριση μετοχικών χαρτοφυλακίων. Για το λόγο αυτό η χρήση του συστήματος που αναπτύχθηκε μπορεί να προσφέρει πολλά οφέλη σε όποιον επιθυμεί να ασχοληθεί με τη δημιουργία παθητικών χαρτοφυλακίων. Επίσης παρέχει τη δυνατότητα στους χρήστες να το προσαρμόσουν στις ανάγκες τους, καθώς έχει δοθεί ιδιαίτερη φροντίδα στην παραμετροποίηση του.

Το δεύτερο σημείο στο οποίο φαίνεται η σπουδαιότητα ανάπτυξης του συγκεκριμένου πληροφοριακού συστήματος, είναι η δυνατότητα που παρέχει για συγκριτική αξιολόγηση μεταξύ των μοντέλων παθητικής διαχείρισης χαρτοφυλακίου που χρησιμοποιούνται. Η αξιολόγηση μπορεί να βασιστεί τόσο στα δεδομένα που μπορεί να εξάγει ο χρήστης από τη διαδικασία βελτιστοποίησης (απόδοση

κατασκευαζόμενου χαρτοφυλακίου έναντι απόδοσης δείκτη κατά την ιστορική περίοδο, τιμή αντικειμένου βελτιστοποίησης, χρόνος εκτέλεσης), όσο και στην σύγκριση μεταξύ της αποτελεσματικότητας των χαρτοφυλακίων που προτείνονται από το κάθε μοντέλο.

### 1.3 Η Δομή της Διπλωματικής

Η εργασία αποτελείται από έξι κεφάλαια και δύο παραρτήματα. Ακολουθεί μία σύντομη περιγραφή των περιεχομένων του καθενός

#### *Κεφάλαιο 1<sup>ο</sup>*

Πραγματοποιήθηκε μία σύντομη εισαγωγή στο πρόβλημα το οποίο καλούμαστε να αντιμετωπίσουμε με τη χρήση του πληροφοριακού συστήματος που αναπτύχθηκε, όπως επίσης και στους στόχους και το αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής.

#### *Κεφάλαιο 2<sup>ο</sup>*

Γίνεται διεξοδική ανάλυση του προβλήματος της διαχείρισης μετοχικών χαρτοφυλακίων και παρουσιάζεται αναλυτικά η διαδικασία δημιουργίας και διαχείρισης των, καθώς και οι διαφορετικές στρατηγικές που εφαρμόζονται στη διαδικασία αυτή. Παρέχονται ορισμοί για βασικά μεγέθη της οικονομικής θεωρίας, όπως η αριθμητική/γεωμετρική απόδοση (arithmetic/geometric return), ο κίνδυνος (risk) κ.α. και αναλύεται η αρχή της διαφοροποίησης. Τέλος γίνεται η παρουσίαση του θεωρητικού υποβάθρου της βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίων, με ιδιαίτερη αναφορά στην περίπτωση εισαγωγής ακίνδυνου χρεογράφου στο χαρτοφυλάκιο.

#### *Κεφάλαιο 3<sup>ο</sup>*

Παρουσιάζεται μία βιβλιογραφική ανασκόπηση αναφορικά με τα μοντέλα βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίων από τα τέλη του προηγούμενου αιώνα. Δίνεται ιδιαίτερη έμφαση σε μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν σε παθητικές στρατηγικές διαχείρισης χαρτοφυλακίων

#### *Κεφάλαιο 4<sup>ο</sup>*

Περιγράφονται αναλυτικά τα μοντέλα βελτιστοποίησης που χρησιμοποιήθηκαν για την κατασκευή του πληροφοριακού συστήματος και ακολουθεί μία σύντομη συγκριτική αξιολόγηση τους, βασισμένη στο θεωρητικό υπόβαθρο του καθενός. Στη συνέχεια παρουσιάζεται το πληροφοριακό σύστημα. Γίνεται περιγραφή των προδιαγραφών, των γενικών χαρακτηριστικών και της λειτουργίας του, μέσω πολλαπλών αντιπροσωπευτικών οθονών (screenshots).



### *Κεφάλαιο 5<sup>ο</sup>*

Γίνεται αρχικά μία σύντομη περιγραφή των δεικτών Euro stoxx 50 και S&P 500, τα ιστορικά δεδομένα των οποίων χρησιμοποιήθηκαν για την εκπόνηση των προσομοιώσεων και στη συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του κάθε μοντέλου. Παρατίθεται εκτενής σχολιασμός της αποδοτικότητας του κάθε μοντέλου και γίνεται η συγκριτική αξιολόγηση τους με βάση τα δεδομένα που αποκτήσαμε.

### *Κεφάλαιο 6<sup>ο</sup>*

Στο τελευταίο αυτό κεφάλαιο γίνεται μια ανασκόπηση της εργασίας που πραγματοποιήθηκε και αναφέρονται ορισμένα συμπεράσματα σχετικά με τα αποτελέσματα της διπλωματικής.

Στο τέλος της εργασίας τοποθετήθηκαν δύο παραρτήματα. Στο πρώτο επισυνάπτεται ο κώδικας του πληροφοριακού συστήματος με σχόλια και εξηγήσεις και στο δεύτερο παρατίθεται μία εκτενής επεξήγηση του τρόπου χρήσης του.



## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2**

### **Το Πρόβλημα της Σύνθεσης και Διαχείρισης Μετοχικών Χαρτοφυλακίων**

---

#### **2.1 Εισαγωγή**

Σκοπός της παρούσας ενότητας είναι η αναλυτική προσέγγιση του προβλήματος σύνθεσης και διαχείρισης μετοχικών χαρτοφυλακίων και η παρουσίαση, σε γενικό επίπεδο, όλων των διαδοχικών φάσεων της διαδικασίας αυτής. Επίσης παρέχονται με ακρίβεια οι συναφείς ορισμοί και εισάγεται η κρίσιμη ορολογία του προβλήματος. Παρουσιάζονται επιπλέον διεξοδικά οι έννοιες της απόδοσης, του κινδύνου, της διαφοροποίησης, της βελτιστοποίησης και του αποτελεσματικού μετώπου.

Η ανάλυση αυτή γίνεται με απώτερο στόχο την ανάδειξη της έννοιας της διαχείρισης χαρτοφυλακίων ως μια δυναμική διαδικασία, η οποία προϋποθέτει τη λήψη πολλαπλών διαδοχικών αποφάσεων.

Στη βάση της οποιαδήποτε επενδυτικής μεθοδολογίας, ο πλέον σημαντικός ρόλος εμπλεκόμενου, είναι ο ρόλος του επενδυτή. Για το λόγο αυτό, για κάθε κατηγορία επενδυτή, ιδιώτη ή θεσμικού, μελετάται κατόπιν το μείζον θέμα της δήλωσης της επενδυτικής του πολιτικής, δηλαδή της καταγραφής των επενδυτικών στόχων και περιορισμών του. Παράλληλα, παρουσιάζεται η διαδικασία μέσω της οποίας προσδιορίζεται τελικά ένα επενδυτικό προφίλ και προκύπτει στη βάση αυτού, ο επιμερισμός των κεφαλαίων ενός επενδυτή, σε διάφορες κλάσεις χρεογράφων.

Η λεπτομερής δήλωση μιας επενδυτικής πολιτικής αποτελεί τη βάση στην οποία θα στηριχτεί ο σχεδιασμός και η υλοποίηση αποτελεσματικών στρατηγικών διαχείρισης χαρτοφυλακίου. Στη βάση αυτή, καθώς η ανάλυση εξειδικεύεται αποκλειστικά στην περίπτωση μετοχικών χαρτοφυλακίων, αναπτύσσεται στη συνέχεια το σύνολο των καταγεγραμμένων επενδυτικών στρατηγικών που αφορούν στη συγκεκριμένη κλάση χρεογράφων. Ειδικότερα, πραγματοποιείται μια λεπτομερής κατηγοριοποίηση, τόσο των παθητικών, όσο και των ενεργητικών στρατηγικών διαχείρισης μετοχικών χαρτοφυλακίων, ενώ παράλληλα παρέχεται αναλυτικός επιμέρους σχολιασμός και λεπτομερής ανασκόπηση της συσχετιζόμενης βιβλιογραφίας.

Η συζήτηση αναφορικά στις στρατηγικές διαχείρισης μετοχικών χαρτοφυλακίων εμπλουτίζεται περαιτέρω, καθώς στη συνέχεια προσεγγίζεται το μείζον θέμα της αποτελεσματικότητας των αγορών. Ειδικότερα, καταγράφονται οι διάφορες μορφές αυτής, παρέχεται ο γενικός τρόπος με τον οποίον προτυποποιείται και κυρίως διευκρινίζονται οι επαγόμενες αλληλοσυσχετίσεις με το πλαίσιο της ανάπτυξης, τόσο παθητικών, όσο και ενεργητικών στρατηγικών διαχείρισης μετοχικών χαρτοφυλακίων.

Ως αποτέλεσμα της ανάλυσης που προηγήθηκε, τεκμηριώνεται τέλος συνολικά η πολυπλοκότητα που ενσωματώνεται στο πρόβλημα της διαχείρισης μετοχικών χαρτοφυλακίων, μέσω της ταυτοποίησης των κέντρων από τα οποία πηγάζει η πολυπλοκότητα αυτή.

## 2.2 Η Διαδικασία της Διαχείρισης Χαρτοφυλακίων

Η διαδικασία της διαχείρισης χαρτοφυλακίων (portfolio management process) αποτελεί μια ολοκληρωμένη δυναμική ακολουθία βημάτων η οποία στοχεύει στην επιλογή κατάλληλων συνδυασμών χρεογράφων, με βάση το προφίλ και τις προκαθορισμένες απαιτήσεις ενός επενδυτή. Τα βήματα της διαδικασίας αυτής είναι δυνατόν να ομαδοποιηθούν σε μια σειρά τεσσάρων διαδοχικών φάσεων:

1. τη φάση του σχεδιασμού
2. τη φάση της κατασκευής
3. τη φάση της αξιολόγησης
4. τη φάση του ανασχεδιασμού

Κατά τη φάση του **σχεδιασμού** (planning phase), καθορίζονται με ενδελέχεια οι στόχοι (investment objectives) και οι περιορισμοί (investment constraints) του επενδυτή και στη βάση αυτών αναπτύσσονται οι στρατηγικές που πρόκειται να ακολουθηθούν.

Παράλληλα, μελετώνται οι συνθήκες που διαμορφώνουν το οικονομικό κλίμα κατά την εξεταζόμενη χρονική συγκυρία και αναλύονται οι προοπτικές των διαφόρων βιομηχανικών κλάδων (industry analysis) και τα χαρακτηριστικά τόσο μεμονωμένων χρεογράφων (security analysis), όσο και ευρύτερων ομάδων αυτών (sector analysis). Απώτερος στόχος της ανάλυσης αυτής είναι η εκπόνηση εκτιμήσεων και προβλέψεων όσον αφορά την πορεία της αγοράς (capital market expectations), τόσο στο μικρο, όσο και στο μακρο-επίπεδο.

Κατά τη φάση της **κατασκευής** (construction phase), καθορίζεται σε πρώτο χρόνο ο επιμερισμός του κεφαλαίου (asset allocation) του επενδυτή σε διάφορους τύπους επενδυτικών προϊόντων (asset classes), όπως π.χ. μετοχικούς τίτλους, κρατικά ή εταιρικά ομόλογα, έντοκα γραμμάτια δημοσίου κλπ. Ανάλογα με το αν θα πρέπει να υλοποιηθεί μια βραχυπρόθεσμη ή μια μακροπρόθεσμη επενδυτική πολιτική, ο επιμερισμός του κεφαλαίου σε διάφορους τύπους επενδυτικών προϊόντων είναι δυνατόν να έχει είτε τακτικό, είτε στρατηγικό χαρακτήρα (tactical or strategic asset allocation).

Στη συνέχεια, για κάθε τύπο επενδυτικών προϊόντων, επιλέγονται εκείνα τα χρεόγραφα (security selection), τα οποία στη βάση της ανάλυσης που πραγματοποιήθηκε κατά τη φάση του σχεδιασμού, παρουσιάζονται να έχουν τα πιο ελκυστικά χαρακτηριστικά.

Η φάση της κατασκευής ολοκληρώνεται με τον ακριβή καθορισμό των ποσοστών του κεφαλαίου που θα επενδυθεί σε κάθε ένα από τα παραπάνω χρεόγραφα. Ο καθορισμός των ποσοστών του κεφαλαίου που θα επενδυθεί σε κάθε χρεόγραφο αποτελεί τη διαδικασία της βελτιστοποίησης του χαρτοφυλακίου (portfolio optimization) και πραγματοποιείται μέσω της χρήσης τεχνικών μαθηματικού προγραμματισμού (mathematical programming).

Ειδικά για τη φάση της κατασκευής χαρτοφυλακίων, οι Jacobs and Levy(1995) εισάγουν την ορολογία μηχανική χαρτοφυλακίων (portfolio engineering). Σε μια προσπάθεια να ενθαρρυνθεί η χρήση της συγκεκριμένης ορολογίας και να ανασχεθεί κάθε σκεπτικισμός αναφορικά στη χρήση της, οι Xidonas et al. (2009d) παρέχουν τον ακόλουθο ορισμό:

‘Η μηχανική χαρτοφυλακίων ως διεπιστημονικό πεδίο, εδράζεται σε τεχνικές και μεθόδους της μαθηματικής βελτιστοποίησης (ενός ή πολλαπλών στόχων), της σύγχρονης θεωρίας χαρτοφυλακίου και της επιστήμης των υπολογιστών, με απώτερο στόχο την κατασκευή καλά διαφοροποιημένων χαρτοφυλακίων υψηλών αποδόσεων.’

Κατά τη φάση της **αξιολόγησης** (evaluation phase), μετράται η επίδοση των χαρτοφυλακίων με τη χρήση προσαρμοσμένων στον κίνδυνο μέτρων απόδοσης (risk-adjusted performance measures) και συγκρίνεται η επίδοση αυτή με εκείνες των διαφόρων χαρτοφυλακίων της αγοράς (market portfolios) ή άλλων χαρτοφυλακίων τα οποία χρησιμοποιούνται ως πρότυπα (benchmark portfolios).

Παράλληλα, ελέγχονται οι αποκλίσεις που καταγράφηκαν σε σχέση με τους στόχους και περιορισμούς που έθεσε ο επενδυτής και εξετάζεται το κατά πόσο τηρήθηκαν οι στρατηγικές που σχεδιάστηκαν αρχικά.

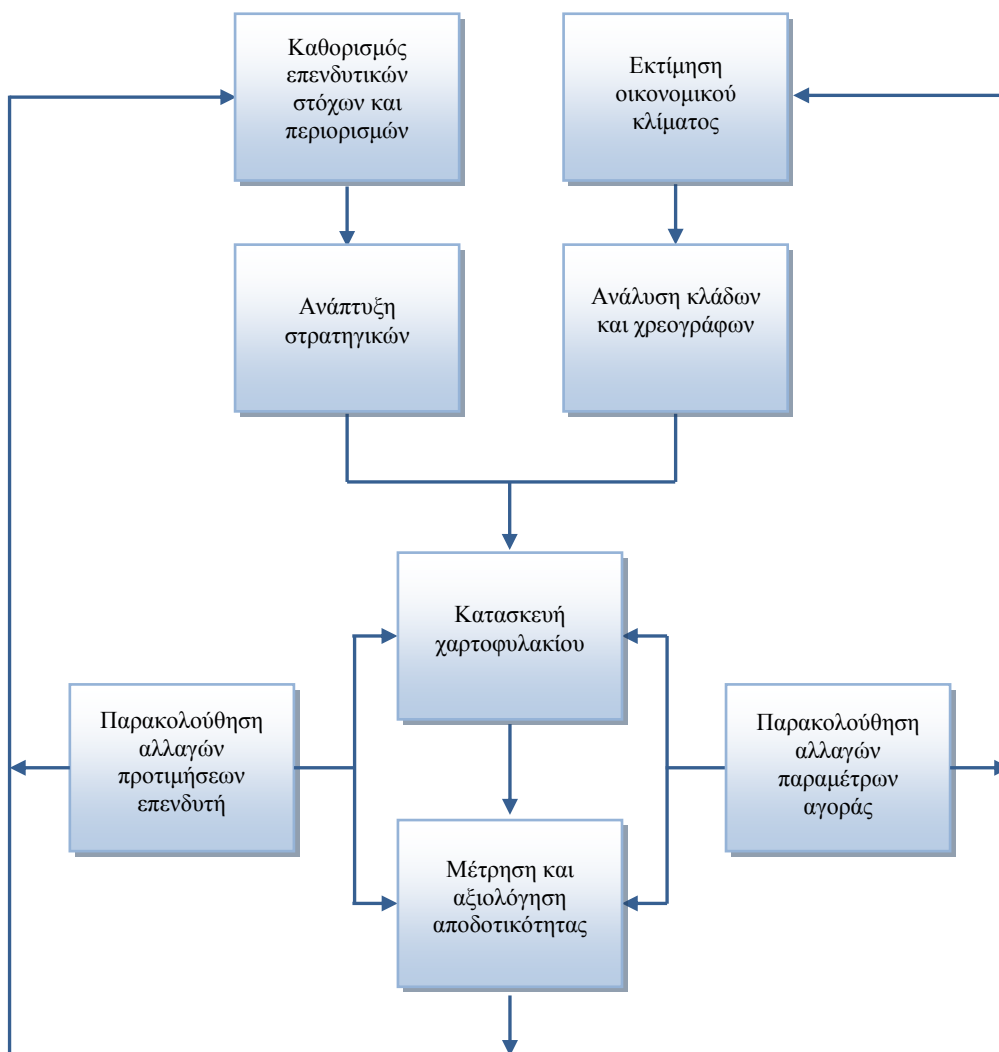
Κατά τη φάση του **ανασχεδιασμού** (revision phase), είναι δυνατόν να διαφοροποιηθούν τόσο οι αρχικές αποφάσεις που αφορούν στον επιμερισμό του κεφαλαίου στους διάφορους τύπους επενδυτικών προϊόντων, όσο βέβαια και αυτές που αφορούν στην επιλογή συγκεκριμένων χρεογράφων και στον καθορισμό των ποσοστών του κεφαλαίου που επενδύεται σε κάθε ένα από αυτά (portfolio rebalancing).

Οι διαφοροποιήσεις αυτές είναι δυνατόν να επιβληθούν είτε εξαιτίας της αλλαγής των προτιμήσεων του επενδυτή, δηλαδή των στόχων και περιορισμών που αυτός έχει θέσει, είτε εξαιτίας της αλλαγής των συνθηκών που επικρατούν στην αγορά. Σε κάθε περίπτωση, οι μεταβολές που συνδέονται με την αλλαγή της πολιτικής του επενδυτή ή την αλλαγή παραμέτρων της αγοράς, παρακολουθούνται σε συνεχή χρόνο και λαμβάνονται υπόψη κατά τη φάση που το χαρτοφυλάκιο κρίνεται ότι πρέπει να ανασχεδιαστεί.

Στη βάση του επικρατέστερου ορισμού, οι Maginn et al. (2007) ορίζουν τη διαχείριση χαρτοφυλακίου ως μια επαναληπτική διαδικασία κατά την οποία:

- οι στόχοι και οι περιορισμοί του επενδυτή ταυτοποιούνται και καθορίζονται
- αναπτύσσονται ολοκληρωμένες επενδυτικές στρατηγικές
- η σύνθεση του χαρτοφυλακίου αποφασίζεται με ενδελέχεια
- οι αποφάσεις που λαμβάνει ο επενδυτής υποστηρίζονται από επαγγελματίες συμβούλους και υλοποιούνται από πιστοποιημένους χρηματιστές
- η απόδοση του χαρτοφυλακίου μετράται και αξιολογείται
- οι προτιμήσεις του επενδυτή και η αλλαγή των συνθηκών της αγοράς παρακολουθούνται διαρκώς
- η σύνθεση του χαρτοφυλακίου ανασχεδιάζεται όποτε κριθεί απαραίτητο

Με βάση την παραπάνω ανάλυση, η διαδικασία της διαχείρισης χαρτοφυλακίων απεικονίζεται γραφικά στο παρακάτω σχήμα (σχήμα 2.1).



Σχήμα 2.1 : Η διαδικασία της διαχείρισης χαρτοφυλακίων

### 2.3 Η Δήλωση της Επενδυτικής Πολιτικής

Το σύνολο των *στόχων* και *περιορισμών* ενός επενδυτή συνιστά τη δήλωση της επενδυτικής του πολιτικής (investment policy statement-IPS), η οποία θα πρέπει να τηρείται με απόλυτη συνέπεια σε όλα τα βήματα της διαδικασίας διαχείρισης του χαρτοφυλακίου.

Η δήλωση της επενδυτικής πολιτικής απαιτείται να έχει τη μορφή επίσημου εγγράφου, στο οποίο θα διατυπώνονται με ενδελέχεια ο στόχος της απόδοσης που επιθυμεί ο επενδυτής, η ανοχή του στο κίνδυνο, οι περιορισμοί ρευστότητας από τους οποίους δεσμεύεται, ο επενδυτικός του ορίζοντας, το φορολογικό καθεστώς στο υπόκειται, ενδεχόμενα κανονιστικά πλαίσια με τα οποία πρέπει να ευθυγραμμίζεται και ειδικές προτιμήσεις τις οποίες επιθυμεί να εκφράσει.

Γενικά, η τυπική μορφή δήλωσης της επενδυτικής πολιτικής περιλαμβάνει:

- i. Μια σύντομη περιγραφή του επενδυτή

- ii. Τους ρόλους και τις αρμοδιότητες οποιουδήποτε εμπλέκεται στην επενδυτική διαδικασία, όπως για παράδειγμα, του επενδυτικού διαχειριστή, των ομάδων που υποστηρίζουν το έργο του, του υπεύθυνου επικοινωνίας με τον επενδυτή κλπ.
- iii. Τους σκοπούς, τους επενδυτικούς στόχους και τους περιορισμούς του επενδυτή
- iv. Τα μέτρα και τα πρότυπα που θα χρησιμοποιηθούν για την αξιολόγηση της απόδοσης της επένδυσης
- v. Τις στρατηγικές που πρόκειται να ακολουθηθούν για λογαριασμό του επενδυτή
- vi. Οδηγίες για τον ανασχεδιασμό του χαρτοφυλακίου, εάν απαιτηθεί

Οι **στόχοι** τους οποίους πρέπει να διατυπώσει ένας επενδυτής κατά τη δήλωση της πολιτικής του αφορούν:

- a) στις αποδόσεις που αξιώνει από τις επενδύσεις στις οποίες πρόκειται να τοποθετηθεί, και
- β) στα επίπεδα του κινδύνου που είναι σε θέση να ανεχθεί.

Η διατύπωση των παραπάνω στόχων αφορά τόσο στον ποσοτικό ή ποιοτικό ορισμό των επιθυμητών ορίων που πρέπει να επιτευχθούν, όσο βέβαια και στον ορισμό των μέτρων με τα οποία θα υπολογίζονται τα όρια αυτά. Σε κάθε περίπτωση, είναι κρίσιμο να επισημανθεί ότι, ο σαφής καθορισμός της ανοχής κινδύνου που χαρακτηρίζει τον επενδυτή, επιβάλλεται να προηγείται της οποιασδήποτε συζήτησης αφορά σε επίπεδα αποδόσεων, ως επιθυμητών στόχων.

Οι στόχοι απόδοσης και τα επίπεδα ανοχής κινδύνου ποικίλλουν ανάλογα με τις δύο βασικές κατηγορίες επενδυτών, οι οποίες είναι:

- a) οι ιδιώτες επενδυτές (individual investors), και
- β) οι θεσμικοί επενδυτές (institutional investors). Στους θεσμικούς επενδυτές περιλαμβάνονται τα αμοιβαία κεφάλαια (mutual funds), τα ταμεία συνταξιοδότησης (pension funds), οι ασφαλιστικές εταιρείες (insurance companies), τα ιδρύματα διαχείρισης κληροδοτημάτων (endowment funds), οι τράπεζες (banks), οι χρηματοπιστωτικοί οργανισμοί (credit institutions) και τα κεφάλαια αντιστάθμισης (hedge funds).

Οι στόχοι των ιδιωτών επενδυτών, οι οποίοι ποικίλλουν ανάλογα με την ηλικία του επενδυτή, την οικογενειακή του κατάσταση κλπ., μπορεί να αφορούν για παράδειγμα στη δημιουργία ενός σταθερού εισοδήματος, στη δημιουργία ενός κεφαλαίου το οποίο θα εξασφαλίσει ευνοϊκούς όρους συνταξιοδότησης, στην αγορά μιας κατοικίας, στην χρηματοδότηση σπουδών κλπ.

Αναλόγως ποικίλλουν και οι στόχοι των θεσμικών επενδυτών. Η διαφοροποίηση τους σε επίπεδο στοχοθεσίας έχει να κάνει:

- a) είτε με το πόσο επιθετική ή μη είναι η φιλοσοφία που ακολουθούν για την πραγματοποίηση κερδών, όπως στην περίπτωση των αμοιβαίων και των αντισταθμιστικών κεφαλαίων αντίστοιχα,
- β) είτε με το πως αντιλαμβάνονται την αγορά ως όχημα διασφάλισης μιας σταθερής και εύρυθμης λειτουργίας, όπως τα ταμεία συνταξιοδότησεως ή οι ασφαλιστικές εταιρείες.

Οι **περιορισμοί** από τους οποίους μπορεί να δεσμεύεται ένας επενδυτής, αφορούν σε μια σειρά πέντε βασικών παραμέτρων, οι χωρίζονται σε δύο κατηγορίες:

- i. στους εσωτερικούς περιορισμούς (internal constraints)
  - α) ρευστότητα (liquidity)
  - β) χρονικός ορίζοντας (investment horizon)
  - γ) φορολογία (tax concerns)
- ii. στους εξωτερικούς περιορισμούς (external constraints)
  - δ) νομικοί και κανονιστικοί περιορισμοί (legal and regulatory concerns)
  - ε) ειδικές προτιμήσεις (special and unique preferences)

### *Ρευστότητα*

Οι περιορισμοί ρευστότητας που μπορεί να αντιμετωπίζει ένας επενδυτής, αφορούν σε τακτικές ή έκτακτες ανάγκες για ρευστά διαθέσιμα που παρουσιάζονται κατά τη διάρκεια της επένδυσης. Οι ανάγκες αυτές απαιτείται ασφαλώς να προβλεφθούν και να αντιμετωπιστούν, ώστε να μην επηρεαστεί σε καμία περίπτωση η ομαλή υλοποίηση του επενδυτικού πλάνου που έχει καταρτιστεί.

Βασικός περιορισμός ρευστότητας μπορεί να είναι για παράδειγμα οι φορολογικές υποχρεώσεις ενός επενδυτή οι οποίες έχουν τακτικό χαρακτήρα και θα πρέπει βάσει του οποιουδήποτε επενδυτικού σχεδίου ακολουθείται να μπορούν να εξυπηρετηθούν χωρίς προβλήματα. Οι περιορισμοί ρευστότητας ενός επενδυτή θα καθορίσουν σε μεγάλο βαθμό και τον τρόπο με τον οποίο θα τοποθετηθεί στην αγορά. Υψηλές απαιτήσεις ρευστότητας επιβάλλουν σε κάθε περίπτωση επενδύσεις σε τυποποιημένα προϊόντα με ικανοποιητική χρηματιστηριακή εμπορευσιμότητα.

### *Χρονικός ορίζοντας*

Ο χρονικός ορίζοντας ενός επενδυτή αφορά σε εκείνο το χρονικό διάστημα στο οποίο έχει δηλώσει ότι θα προβεί στη ρευστοποίηση της επένδυσης του. Ο χρονικός ορίζοντας ενός επενδυτή, συνδέεται άμεσα, τόσο με τους περιορισμούς ρευστότητας από τους οποίους δεσμεύεται, όσο και με την ανοχή του απέναντι στον κίνδυνο.

Γενικά παρατηρείται, ότι επενδυτές με μακροπρόθεσμο χρονικό ορίζοντα έχουν μειωμένες απαιτήσεις σε ρευστότητα και είναι σε θέση να ανεχθούν έκθεση σε κίνδυνο μεγαλύτερη από τον μέσο όρο. Αντίθετα, επενδυτές με βραχυπρόθεσμο χρονικό ορίζοντα έχουν αυξημένες απαιτήσεις σε ρευστότητα και δεν είναι σε θέση να ανεχθούν μεγάλη έκθεση σε κίνδυνο. Στη βάση αυτή, επενδυτές με βραχυπρόθεσμο χρονικό ορίζοντα θα πρέπει σε κάθε περίπτωση να αποφύγουν προϊόντα τα οποία παρουσιάζουν σημαντικές διακυμάνσεις στις αποδόσεις τους και να προτιμούν τίτλους σταθερού εισοδήματος (π.χ. ομόλογα). Αντίθετα, επενδυτές με μακροπρόθεσμο χρονικό ορίζοντα μπορούν να επενδύσουν σε μετοχικούς τίτλους, καθώς ιστορικά αποδεικνύεται ότι η αγορά των μετοχών είναι εκείνη στην οποία σημειώνονται οι πιο υψηλές αποδόσεις.

### *Φορολογία*

Η συμπεριφορά ενός επενδυτή και το πως αυτός επιλέγει μεταξύ των επενδυτικών προϊόντων που έχει στη διάθεσή του, καθορίζεται σε πολύ μεγάλο βαθμό από τις φορολογικές του υποχρεώσεις. Ενώ στην περίπτωση των ιδιωτών επενδυτών τα ζητήματα φορολογίας δεν παρουσιάζουν σημαντική πολυπλοκότητα, τα φορολογικά πλαίσια που αφορούν στη λειτουργία των θεσμικών επενδυτών είναι ιδιαίτερα σύνθετα.



### *Κανονιστικοί περιορισμοί*

Η υποστήριξη και λήψη επενδυτικών αποφάσεων είναι δυνατόν επηρεαστεί σε σημαντικό βαθμό από ένα μεγάλο σύνολο κανονιστικών περιορισμών, το οποίο διέπει τη λειτουργία των αγορών. Οι κανονιστικοί περιορισμοί αφορούν σε σειρά νομικών και εποπτικών ρυθμίσεων οι οποίες έχουν θεσπιστεί με απώτερο στόχο την προστασία των επενδυτών, την καθιέρωση αυστηρών διαδικασιών διαφάνειας στις αγορές και την ενδυνάμωση της εμπιστοσύνης των συναλλασσόμενων σε αυτές.

Στο Ηνωμένο Βασίλειο για παράδειγμα, το Συμβούλιο Χρηματοοικονομικών Υπηρεσιών (F.S.A.), απαγορεύει τη σύνθεση αμοιβαίων κεφαλαίων τα οποία περιέχουν τίτλους χρέους ή μετοχές, πάνω από συγκεκριμένες ποσοστώσεις. Στις Η.Π.Α. ένα αμοιβαίο κεφάλαιο δεν είναι δυνατόν να περιέχει πάνω από το 5% των μετοχών μιας εταιρείας που είναι εισηγμένη στο χρηματιστήριο, προκειμένου να αποφευχθεί κάθε ενδεχόμενο επιρροής στη λειτουργία της. Σε αρκετές ευρωπαϊκές χώρες εξάλλου, συγκεκριμένες μορφές επενδύσεων αποκλείονται από το φάσμα επιλογής διαφόρων θεσμικών επενδυτών, όπως π.χ. τα ταμεία συνταξιοδότησης.

### *Ειδικές προτιμήσεις*

Η τελευταία κατηγορία περιορισμών έχει να κάνει με ειδικές προτιμήσεις αναφορικά σε συγκεκριμένους τύπους επενδυτικών προϊόντων ή συγκεκριμένα χρεόγραφα, τις οποίες είναι δυνατόν να εκφράσει ένας επενδυτής. Ένα ταμείο συνταξιοδότησης ή ένα ίδρυμα διαχείρισης κληροδοτημάτων, ενδεχομένως να μην επέλεγε να τοποθετήσει κεφάλαια σε μετοχές εταιρειών των οποίων το αντικείμενο και οι στόχοι δεν συνάδουν συνειδησιακά με τα ιδεολογικά στερεότυπα και τις αρχές στις οποίες ευθυγραμμίζεται. Αντίστοιχα, ένας ιδιώτης επενδυτής θα ήταν δυνατό να αρνηθεί συγκεκριμένες τοποθετήσεις για λόγους αρχής, π.χ. τοποθετήσεις που αφορούν σε μετοχές μιας βιομηχανίας καπνού ή οπλικών συστημάτων.

Η διαδικασία **καθορισμού ενός επενδυτικού προφίλ** είναι δυνατόν να υποστηριχθεί μέσω της χρήσης *εξειδικευμένων ερωτηματολογίων*, η σύνθεση των οποίων αντανακλά ευθέως σε όλο το φάσμα των στόχων και περιορισμών που μπορεί να τεθούν από έναν επενδυτή.

Η μορφή των ερωτηματολογίων αυτών είναι κατάλληλα σχεδιασμένη, ώστε αξιοποιώντας την πληροφορία που περιέχεται στις απαντήσεις του επενδυτή, να αποκωδικοποιείται πλήρως το σύστημα προτιμήσεων του. Τα ερωτηματολόγια καθορισμού επενδυτικού προφίλ αποτελούν πολύτιμο εργαλείο για έναν επενδυτικό σύμβουλο και η ενσωμάτωσή τους στη διαδικασία διαχείρισης ενός χαρτοφυλακίου κρίνεται σε κάθε περίπτωση επιβεβλημένη.

Η πληροφορία που επιχειρείται να αντληθεί στο ερωτηματολόγιο, αφορά στην ανοχή που μπορεί να έχει ο επενδυτής απέναντι στον κίνδυνο, στα επίπεδα αποδόσεων που αποσκοπεί, στον χρονικό του ορίζοντα και στην εξοικείωσή του με τους διάφορους τύπους επενδυτικών προϊόντων, ως αποτέλεσμα ενδεχόμενης εμπειρίας του κατά το παρελθόν κλπ.

Σε κάθε πιθανή απάντηση που μπορεί να δοθεί από τον επενδυτή, αντιστοιχεί μια συγκεκριμένη βαθμολογία. Ανάλογα με άθροισμα των βαθμών που συγκεντρώνεται συνολικά, ο επενδυτής κατατάσσεται σε μια από τις κατηγορίες επενδυτικών προφίλ που έχουν αρχικά καθοριστεί. Ένα επενδυτικό προφίλ, ανάλογα με το πόσο ενδεδειγμένο είναι η κλίμακα πάνω στην οποία αυτό θα ορίζεται, μπορεί να είναι από πολύ

συντηρητικό έως πολύ επιθετικό, σε συνάρτηση πάντα με την ανοχή κινδύνου του επενδυτή και τους στόχους απόδοσης που έχει θέσει.

## 2.4 Στρατηγικές Διαχείρισης Μετοχικών Χαρτοφυλακίων

Οι στρατηγικές διαχείρισης μετοχικών χαρτοφυλακίων είναι δυνατόν να ταξινομηθούν σε δυο βασικές κατηγορίες:

α) τις **παθητικές στρατηγικές διαχείρισης** (passive investment strategies)

β) τις **ενεργητικές στρατηγικές διαχείρισης** (active investment strategies)

Καθώς τα όρια που διαχωρίζουν μια παθητική από μια ενεργητική στρατηγική δεν είναι πάντα σαφή, συχνά ορίζονται στρατηγικές ενδιάμεσων χαρακτηριστικών, οι οποίες αναφέρονται ως υβριδικές στρατηγικές διαχείρισης χαρτοφυλακίων (hybrid portfolio management strategies). Μια χαρακτηριστική τέτοια περίπτωση αποτελεί η στρατηγική της βελτιωμένης αντιστοίχισης (enhanced indexing), στην οποία ο διαχειριστής σε μια παθητική προσέγγιση αντιγράφει τη συμπεριφορά ενός δείκτη, αλλά επεμβαίνει παράλληλα στη σύνθεση του χαρτοφυλακίου με στόχο την επίτευξη των χαμηλότερων δυνατών επιπέδων κινδύνου.

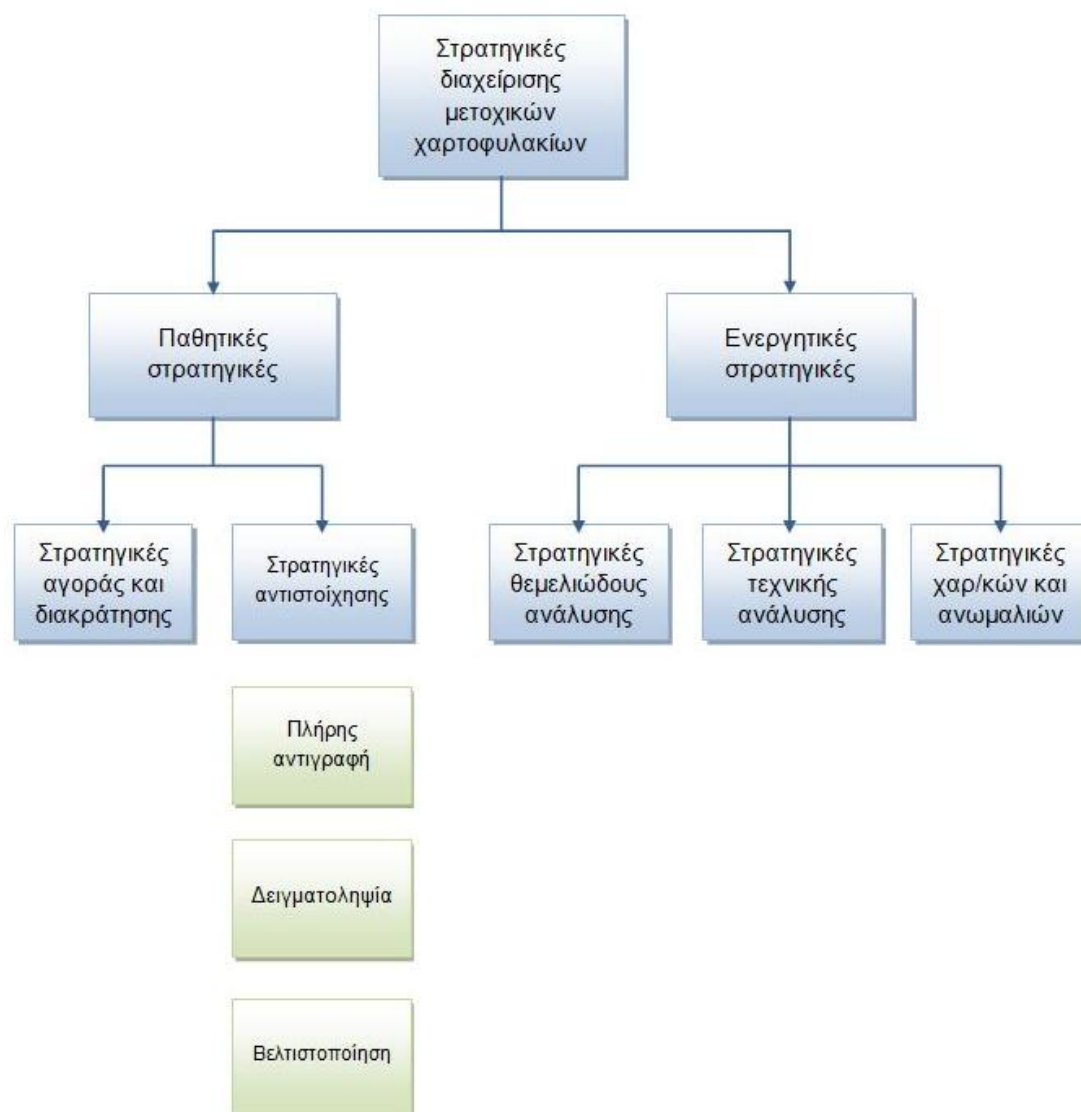
Ωστόσο, κατά τους Reilly and Brown (2006) οι υβριδικές στρατηγικές διαχείρισης δεν συνιστούν μια διακριτή κατηγορία στρατηγικών, αλλά στην ουσία αποτελούν διαφοροποιήσεις ενεργητικών φιλοσοφιών διαχείρισης.

Μια κατηγοριοποίηση όλων των στρατηγικών διαχείρισης μετοχικών χαρτοφυλακίων, με έμφαση στην παθητική διαχείριση παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα (σχήμα 2.2).

### 2.4.1 Ενεργητικές στρατηγικές διαχείρισης

Ο στόχος μιας ενεργητικής διαχείρισης χαρτοφυλακίου είναι η επίτευξη αποδόσεων οι οποίες, υπολογισμένες σε μια κανονικοποιημένη βάση κινδύνου (risk-adjusted basis), θα υπερβαίνουν, μετά την αφαίρεση των εξόδων συναλλαγής, τις αποδόσεις των πρότυπων χαρτοφυλακίων (benchmark portfolios), δηλαδή των χαρτοφυλακίων που έχουν τεθεί ως μέτρα σύγκρισης. Η επίτευξη του στόχου αυτού αναφέρεται ως επίτευξη θετικού άλφα (positive alpha), ενώ το φαινόμενο κατά το οποίο η απόδοση ενός ενεργητικού χαρτοφυλακίου υπερβαίνει την απόδοση ενός δείκτη, όταν αυτός έχει οριστεί ως πρότυπο αναφοράς, αναφέρεται ως υπέρβαση της αγοράς (beat of the market).

Το βασικό πλεονέκτημα μια ενεργητικής στρατηγικής διαχείρισης έχει να κάνει με το ότι η συμπεριφορά των τοποθετήσεων που σχεδιάζονται είναι δυνατόν να αποσυνδεθεί από την πορεία της αγοράς. Με τον τρόπο αυτό καθίσταται δυνατόν όχι μόνο να ανασχεθεί η ορμή μιας γενικευμένης πτώσης, αλλά και να επιτευχθούν εντυπωσιακές αποδόσεις, με βάση πάντα το προφίλ και τις ιδιαίτερες προτιμήσεις του επενδυτή.



Σχήμα 2.2 : Στρατηγικές διαχείρισης χαρτοφυλακίων

Ωστόσο, μια ενεργητική διαχείριση, συνεπάγεται σε κάθε περίπτωση αυξημένα έξοδα συναλλαγής και διαχείρισης, ως αποτέλεσμα της υψηλής συχνότητας με την οποία το χαρτοφυλάκιο ανασχεδιάζεται. Επιπλέον, η έκθεση του επενδυτή και στις δυο συνιστώσες κινδύνου, δηλαδή τον κίνδυνο της αγοράς και τον ειδικό κίνδυνο με τον οποίο συνδέεται κάθε χρεόγραφο, αποτελεί το δεύτερο αρνητικό χαρακτηριστικό μιας ενεργητικής διαχείρισης.

Οι ενεργητικές στρατηγικές διαχείρισης χαρτοφυλακίου μπορούν να ταξινομηθούν σε τρεις βασικές κατηγορίες:

1. τις **στρατηγικές θεμελιώδους ανάλυσης** (fundamental analysis strategies)
2. τις **στρατηγικές τεχνικής ανάλυσης** (technical analysis strategies)
3. τις **στρατηγικές χαρακτηριστικών** (attributes strategies) και **ανωμαλιών** (anomalies strategies).

## A. Στρατηγικές θεμελιώδους ανάλυσης

Ο στόχος της θεμελιώδους ανάλυσης είναι η αξιοποίηση πληροφορίας σχετικής με τα βασικά οικονομικά μεγέθη μιας εταιρείας, όπως οι πωλήσεις, τα κέρδη, οι χρηματοροές, τα μερίσματα ή το χρέος αυτής, προκειμένου να εκτιμηθεί η *πραγματική ή εσωτερική αξία* (true or intrinsic value) της μετοχής της. Στη συνέχεια, η εσωτερική αξία της μετοχής συγκρίνεται την *χρηματιστηριακή τιμή* της (market price).

Η θεμελιώδης ανάλυση μπορεί να πραγματοποιηθεί σε δυο κατευθύνσεις. Στην πρώτη περίπτωση, η οποία αναφέρεται ως *από πάνω προς τα κάτω* προσέγγιση (top-down approach), οι αναλυτές ξεκινώντας από εκτιμήσεις για το ευρύτερο οικονομικό κλίμα και τις προοπτικές των διαφόρων κλάδων, καταλήγουν σε προβλέψεις αναφορικά στην πορεία συγκεκριμένων εταιρειών. Στη δεύτερη περίπτωση, η οποία αναφέρεται ως *από κάτω προς τα πάνω* προσέγγιση (bottom-up approach), οι εκτιμήσεις ξεκινούν από το επίπεδο μεμονωμένων εταιρειών και καταλήγουν σε προβλέψεις αναφορικά σε κλάδους και πορεία οικονομίας.

Μια ιδιαίτερα δημοφιλής στρατηγική η οποία βασίζεται στη θεμελιώδη ανάλυση και υπαγορεύεται από τα ευρήματα της, αποτελεί η στρατηγική της περιστροφής (rotation strategy). Η στρατηγική της περιστροφής στοχεύει γενικά στην εκμετάλλευση συγκυριών που θα δημιουργηθούν στην αγορά.

Τέλος, στην κατηγορία των στρατηγικών θεμελιώδους ανάλυσης περιλαμβάνονται και οι στρατηγικές που βασίζονται στην *ανάλυση των λογιστικών καταστάσεων* (financial statement analysis) μιας εταιρείας. Απώτερος στόχος της ανάλυσης λογιστικών καταστάσεων είναι να διερευνηθεί η συνολική χρηματοοικονομική κατάσταση της εταιρείας και να εκτιμηθεί το κατά πόσον μια ενδεχόμενη επενδυτική τοποθέτηση σε αυτή αποτελεί ή δεν αποτελεί ορθή επιλογή.

## B. Στρατηγικές τεχνικής ανάλυσης

Σε αντίθεση με τις στρατηγικές της θεμελιώδους ανάλυσης, για την ανάπτυξη των οποίων απαιτείται πληροφορία η οποία έχει να κάνει με τα βασικά οικονομικά μεγέθη μιας εταιρείας, οι στρατηγικές της τεχνικής ανάλυσης (technical analysis) αξιοποιούν ιστορικά δεδομένα τα οποία έχουν να κάνουν αποκλειστικά με τις τιμές και τους όγκους συναλλαγών κάθε μετοχής.

Στην τεχνική ανάλυση χρησιμοποιούνται διάφοροι **κανόνες διαπραγμάτευσης** (trading rules), οι οποίοι μπορούν να ομαδοποιηθούν σε τέσσερις βασικές κατηγορίες:

- i. τους **κανόνες αντίθεσης** (contrary-opinion rules), με βάση τους οποίους αναπτύσσονται στρατηγικές που αντιτίθενται στις τοποθετήσεις που λαμβάνει η πλειοψηφία των επενδυτών, π.χ. τοποθετήσεις σε μετοχές των οποίων οι τιμές πέφτουν,
- ii. τους **κανόνες έξυπνου χρήματος** (follow the smart money rules), με βάση τους οποίους αντιγράφεται η συμπεριφορά των 'έξυπνων' επενδυτών, δηλαδή των επενδυτών οι οποίοι θεωρείται ότι δρουν στη βάση επεξεργασμένων επενδυτικών πλάνων,
- iii. τους **κανόνες ορμής** (momentum rules), με βάση τους οποίους αναπτύσσονται στρατηγικές που ακολουθούν τις τοποθετήσεις που λαμβάνει η πλειοψηφία της αγοράς, π.χ. τοποθετήσεις σε μετοχές των οποίων οι τιμές ανεβαίνουν

- iv. τους **κανόνες τιμής και όγκου συναλλαγών** (stock price and volume rules), με βάση τους οποίους αναπτύσσονται στρατηγικές ως αποτέλεσμα της επεξεργασίας δεδομένων που αφορούν στις τιμές και στους όγκους συναλλαγών των μετοχών.

Η ανάπτυξη στρατηγικών τεχνικής ανάλυσης βασίζεται μεθοδολογικά σε δύο τύπους εργαλείων, στα **γραφήματα** (charts), όπως είναι οι ράβδοι, οι ράβδοι με ανοίγματα, οι γιαπωνέζικες ράβδοι, οι γραμμές κτλ, και στους **τεχνικούς δείκτες** (technical indicators), όπως π.χ. οι κινητοί μέσοι, ο όγκος ισορροπίας, η ορμή, οι δείκτες σχετικής αντοχής, οι λωρίδες Bollinger κτλ.

Τέλος, η κριτική που ασκείται στις στρατηγικές αυτές είναι ότι η υλοποίησή τους συνδέεται με *υψηλά κόστη συναλλαγής* (transaction costs), καθώς απαιτείται ανασχεδιασμός μεγάλης συχνότητας. Σε αρκετές περιπτώσεις μάλιστα, τα κόστη συναλλαγής δύνανται να εξανεμίσουν πλήρως τα κέρδη που μπορεί να αποφέρει μια τέτοια ενεργητική διαχείριση χαρτοφυλακίου.

### Γ. Στρατηγικές χαρακτηριστικών και ανωμαλιών

Η κατηγορία αυτή ενεργητικών στρατηγικών έχει να κάνει είτε με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά των χρεογράφων, είτε με ανωμαλίες που παρατηρούνται στην αγορά.

Οι στρατηγικές της κατηγορίας αυτής περιλαμβάνουν :

- τις **στρατηγικές χαρακτηριστικών** (security characteristics), οι οποίες βασίζονται στη χρήση δεικτών όπως τα κέρδη ανά μετοχή, η λογιστική αξία της εταιρείας προς τη χρηματιστηριακή αξία της εταιρείας, η κεφαλαιοποίηση της μετοχής κ.α.
- τις **στρατηγικές επενδυτικών στυλ** (investment styles strategies), οι οποίες αναπτύσσονται ταυτόχρονα πάνω στους άξονες του μεγέθους (χαμηλή, μεσαία ή υψηλή κεφαλαιοποίηση) και της αξίας-ανάπτυξης.
- τις **στρατηγικές ανωμαλιών της αγοράς** (market anomalies strategies), οι οποίες αναφέρονται σε συμπεριφορές αποδόσεων μετοχών που δεν μπορούν να προβλεφθούν χρησιμοποιώντας τα κλασικά υποδείγματα αποτίμησης. Αυτές οι στρατηγικές σχετίζονται είτε με ημερολογιακά σύνδρομα (calendar effects), είτε με το σύνδρομο των παραμελημένων εταιρειών (neglected firm effect), το οποίο σχετίζεται με το κατά πόσο οι μετοχές ορισμένων εταιρειών προτιμώνται ή όχι από επενδυτές και διαχειριστές χαρτοφυλακίων.

#### 2.4.2. Παθητικές στρατηγικές διαχείρισης

Ο στόχος μίας παθητικής στρατηγικής διαχείρισης είναι η κατασκευή χαρτοφυλακίων στα οποία θα συνδυάζονται τα επόμενα τρία βασικά χαρακτηριστικά:

- i. ο μακροπρόθεσμος ορίζοντας
- ii. οι περιορισμένες διαφοροποιήσεις στη σύνθεση τους
- iii. η ελαχιστοποίηση των εξόδων συναλλαγής σε επίπεδο διαχείρισης

Οι παθητικές στρατηγικές διαχείρισης χαρτοφυλακίου μπορούν να ταξινομηθούν σε δύο βασικές κατηγορίες :

- α) τις **στρατηγικές αγοράς και διακράτησης** (buy and hold strategies)
- β) τις **στρατηγικές αντιστοίχισης** (indexing strategies)

### **A. Στρατηγικές αγοράς και διακράτησης**

Μια στρατηγική αγοράς και διακράτησης αποτελεί τον απλούστερο τύπο παθητικής στρατηγικής. Ακολουθείται κυρίως από ιδιώτες ή μη επαγγελματίες επενδυτές, οι οποίοι δεν έχουν πρόσβαση σε ολοκληρωμένες βάσεις πληροφοριών και δεν υποστηρίζονται από επενδυτικούς συμβούλους. Για τον λόγο αυτό, στη βάση της συγκεκριμένης στρατηγικής, η σύνθεση του χαρτοφυλακίου πραγματοποιείται κατά τρόπο ευρεστικό, κάτω από το υποκειμενικό πρίσμα θεώρησης του επενδυτή.

Σε αντίθεση με μια στρατηγική αγοράς και διακράτησης ενός ομολογιακού χαρτοφυλακίου η οποία ολοκληρώνεται χρονικά τη στιγμή που τα περιεχόμενα προϊόντα ωριμάζουν στη λήξη τους, μια στρατηγική αγοράς και διακράτησης ενός μετοχικού χαρτοφυλακίου ολοκληρώνεται όταν το ποσοστό μεταβολής της συνολικής αξίας της τοποθέτησης είναι εκείνο που θα ικανοποιήσει τον επενδυτή.

Εξάλλου, η αποτελεσματικότητα ενός χαρτοφυλακίου που έχει συσταθεί ακολουθώντας μια στρατηγική αγοράς και διακράτησης, κρίνεται μόνο στη βάση της επίτευξης ή μη θετικών προσήμων απόδοσης, ανεξάρτητα με την πορεία της αγοράς.

### **B. Στρατηγικές αντιστοίχισης**

Ο στόχος μιας στρατηγικής αντιστοίχισης είναι ο σχεδιασμός ενός χαρτοφυλακίου το οποίο θα αντιγράφει (replicate) τις αποδόσεις ενός δείκτη προτύπου (benchmark index), όπως π.χ. ο γενικός δείκτης της αγοράς, ο δείκτης των μετοχών υψηλής κεφαλαιοποίησης, ένας συγκεκριμένος κλαδικός δείκτης κλπ.

Ο διαχειριστής ενός παθητικού χαρτοφυλακίου ή χαρτοφυλακίου δείκτη (indexed portfolio) όπως εναλλακτικά αναφέρεται, κρίνεται με βάση τα επίπεδα ακρίβειας που επιτυγχάνει κατά την αντιγραφή του δείκτη. Ένας διαχειριστής ο οποίος καταφέρνει να διατηρεί σε χαμηλά επίπεδα τις αποκλίσεις μεταξύ των αποδόσεων του παθητικού χαρτοφυλακίου και του δείκτη, είναι ένας επιτυχημένος διαχειριστής. Αντίθετα, ένας διαχειριστής ο οποίος στη βάση μιας παθητικής στρατηγικής, συστηματικά επιχειρεί να επιτύχει μεγαλύτερες αποδόσεις από τον δείκτη που ακολουθεί, παραβιάζει ουσιαστικά τη δήλωση της επενδυτικής πολιτικής του πελάτη του.

Τα βασικά πλεονεκτήματα μιας στρατηγικής αντιστοίχισης είναι τα χαμηλά έξοδα συναλλαγής ως αποτέλεσμα της περιορισμένων αγοραπωλησιών, καθώς και τα χαμηλά πάγια έξοδα διαχείρισης. Εξάλλου, η συγκεκριμένη στρατηγική συνεπάγεται για τον επενδυτή την ανάληψη μόνο του συστηματικού κινδύνου που ενσωματώνεται στον δείκτη που ακολουθείται και όχι των ειδικών κινδύνων που συνδέονται με κάθε επιχείρηση ξεχωριστά.

Από την άλλη πλευρά, το κύριο μειονέκτημα μιας στρατηγικής αντιστοίχισης, έχει να κάνει με το ότι, καθώς η απόδοση του παθητικού χαρτοφυλακίου ακολουθεί την απόδοση του δείκτη, μια καθοδική πορεία της αγοράς θα επηρεάσει αναπόφευκτα και την παθητική τοποθέτηση. Επιπλέον, η αντιστοίχιση δεικτών μεγάλου πλήθους χρεογράφων, πέρα από διαχειριστικές δυσκολίες, εξαιτίας των συχνών διαφοροποιήσεων της σύνθεσής τους, ενδεχομένως τελικά να συνεπάγεται και την αύξηση των εξόδων συναλλαγής.

Οι τρεις βασικές στρατηγικές αντιστοίχισης είναι :

- α) η **πλήρης αντιγραφή** (full replication)
- β) η **δειγματοληψία** (sampling)
- γ) η **βελτιστοποίηση** (optimization), η οποία χρησιμοποιείται στην συγκεκριμένη διπλωματική.

Η επιλογή μιας στρατηγικής *πλήρους αντιγραφής* συνεπάγεται την αγορά όλων ανεξαιρέτως των χρεογράφων του δείκτη, στην ίδια ακριβώς ποσόστωση με την οποία συμμετέχουν σε αυτόν. Η συγκεκριμένη στρατηγική είναι δυνατόν να εγυνηθεί μια αρκετά πιστή αντιγραφή αποδόσεων, ωστόσο όπως επισημάνθηκε, σε περιπτώσεις δεικτών με μεγάλο πλήθος χρεογράφων, η υλοποίηση αυτής είναι συχνά μη εφικτή.

Η στρατηγική της *δειγματοληψίας* αντιμετωπίζει τις δυσχέρειες που παράγει η πλήρης αντιγραφή δεικτών με μεγάλο πλήθος χρεογράφων. Τα χαρτοφυλάκια που κατασκευάζονται στη βάση αυτής της στρατηγικής δεν περιέχουν όλες τις μετοχές του δείκτη, αλλά αντιπροσωπευτικά, ένα μικρότερο υποσύνολο. Οι ποσοστώσεις των μετοχών του παθητικού χαρτοφυλακίου διαφοροποιούνται σε σχέση με αυτές του δείκτη, με τρόπο όμως που διασφαλίζεται ότι τα θεμελιώδη χαρακτηριστικά του δείκτη θα διατηρούνται. Από την άλλη πλευρά όμως, καθώς η συγκεκριμένη στρατηγική δεν αντιγράφει πλήρως τον δείκτη, οι αποκλίσεις αντιστοίχισης που θα καταγραφούν ενδεχομένως να μην είναι αμελητέες.

Τέλος, μια στρατηγική αντιστοίχισης που βασίζεται σε τεχνικές βελτιστοποίησης, αξιοποιεί για την κατασκευή του παθητικού χαρτοφυλακίου τις ιστορικές αποδόσεις και συσχετίσεις των μετοχών του δείκτη. Αυτές εισάγονται σε ένα μοντέλο μαθηματικού προγραμματισμού, μέσω του οποίου ελαχιστοποιείται η απόκλιση αποδόσεων μεταξύ χαρτοφυλακίου και δείκτη. Καθώς η μεταβλητότητα των τιμών μπορεί να κατά περιόδους να είναι ιδιαίτερα μεγάλη, η συγκεκριμένη στρατηγική είναι δυνατόν να οδηγήσει σε μεγάλες αποκλίσεις αντιστοίχισης.

Η κύρια έννοια που μεθοδολογικά δεσπόζει στην παθητική διαχείριση χαρτοφυλακίων και η οποία αποτελεί μέτρο με το οποίο ποσοτικοποιούνται οι αποκλίσεις αντιστοίχισης, είναι αυτή του **σφάλματος αποτύπωσης** (tracking error-TE).

Για μια ακολουθία  $T$  χρονικών περιόδων, το σφάλμα αποτύπωσης TE ορίζεται μέσω της έκφρασης:

$$TE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (\Delta_t - \bar{\Delta})^2}{T - 1}}$$

όπου  $\Delta_t$  ορίζεται η διαφορική απόδοση (differential return) μεταξύ παθητικού χαρτοφυλακίου και δείκτη κατά την περίοδο  $t$ . Για την διαφορική απόδοση  $\Delta_t$  μεταξύ παθητικού χαρτοφυλακίου και δείκτη θα ισχύει :

$$\Delta_t = R_{pt} - R_{bt}$$

όπου  $R_{pt}$  και  $R_{bt}$  οι αποδόσεις του παθητικού χαρτοφυλακίου και του δείκτη κατά την περίοδο  $t$ . Για την απόδοση  $R_{pt}$  του χαρτοφυλακίου θα ισχύει :

$$R_{pt} = w_i R_{it}$$

όπου  $w_i$  είναι το ποσοστό του κεφαλαίου που επενδύεται στο χρεόγραφο  $i$  και  $R_{it}$  είναι η απόδοση αυτού κατά την περίοδο  $t$ .

Με βάση τους Alford et al. (2003), το σφάλμα αποτύπωσης είναι δυνατόν να αξιοποιηθεί για την κατάλληλη ταξινόμηση της στρατηγικής που ακολουθεί ένας διαχειριστής. Σύμφωνα με τις αντιστοιχίες που προτείνουν το σφάλμα αποτύπωσης για παθητικές στρατηγικές διαχείρισης πρέπει να είναι μικρότερο από 1%, ενώ φυσιολογικές θεωρούνται οι τιμές που είναι μικρότερες από 0.5%.

## 2.5 Η Προβληματική της Διαχείρισης Μετοχικών Χαρτοφυλακίων

Η πολυπλοκότητα που ενσωματώνεται στην προβληματική της διαχείρισης μετοχικών χαρτοφυλακίων, συνδέεται με τρεις θεμελιώδεις παραμέτρους οι οποίες επηρεάζουν κάθε διαδικασία λήψης απόφασης:

- α) την παράμετρο της **αβεβαιότητας** (uncertainty),
- β) την ύπαρξη **πολλαπλών κριτηρίων** (multiple criteria)
- γ) τις **προτιμήσεις** (preferences) του αποφασίζοντος.

### *Αβεβαιότητα*

Η μεταβλητότητα που χαρακτηρίζει τις τιμές των μετοχικών τίτλων ενισχύει την αβεβαιότητα που αναπτύσσεται κατά τη διαδικασία της διαχείρισης μετοχικών χαρτοφυλακίων. Ως αποτελέσματα της αβεβαιότητας αυτής, καταγράφονται, τόσο οι υψηλής συχνότητας και μεγάλης ισχύος κλυδωνισμοί των διεθνών αγορών, όσο και η κατάρρευση ή μη-αναστρέψιμη δυσχέρεια ενός μεγάλου πλήθους τραπεζικών και χρηματοπιστηριακών οργανισμών, κατά τη διάρκεια των τριών τελευταίων δεκαετιών. Η αντιμετώπιση της αβεβαιότητας στα πλαίσια του προβλήματος της διαχείρισης μετοχικών χαρτοφυλακίων, απαιτεί την εισαγωγή εξειδικευμένων μετρικών κινδύνου για την ποσοτικοποίηση αυτής, καθώς και την ανάπτυξη αποτελεσματικών στρατηγικών αντιστάθμισης για τον περιορισμό της επίδρασης που έχει στις τελικές επενδυτικές αποφάσεις. Πέρα από τα κλασσικά μέτρα της διακύμανσης των αποδόσεων των τιμών (variance of returns) ή του συντελεστή βήτα (beta coefficient) μιας μετοχής ή ενός χαρτοφυλακίου, νέα μεγέθη ποσοτικής αναπαράστασης του κινδύνου, όπως η αξία στον κίνδυνο (value at risk), η υπό-συνθήκη αξία στον κίνδυνο (conditional value at risk), η μέση απόλυτη απόκλιση (mean absolute deviation), τα μέτρα αναμενόμενης απώλειας (expected regret measures) κλπ., χρησιμοποιούνται πλέον στην καθημερινή πρακτική διαχείρισης κινδύνων μεγάλων επιχειρήσεων και οργανισμών.



### *Πολλαπλά κριτήρια*

Είναι γεγονός ότι η αντιμετώπιση των περισσότερων σύνθετων προβλημάτων απόφασης απαιτεί τη σύνθεση πολλαπλών και συχνά αντικρουόμενων κριτηρίων. Στην περίπτωση της διαχείρισης μετοχικών χαρτοφυλακίων, χαρακτηριστική περίπτωση αποτελεί το θεμελιώδες υπόδειγμα μέσου-διακύμανσης (mean-variance model) του Markowitz, το οποίο βασίζεται στον ανταγωνισμό δυο κριτηρίων, της αναμενόμενης απόδοσης και της διακύμανσης της απόδοσης του χαρτοφυλακίου. Το πρόβλημα καθίσταται ακόμη πιο σύνθετο όταν από τις δυο διαστάσεις μεταφερθεί στο χώρο, στην περίπτωση κατά την οποία ένας επενδυτής διατυπώσει επιπλέον στόχους, πέραν της απόδοσης και του κινδύνου. Ως τέτοιοι θα μπορούσαν να αναφερθούν η μεγιστοποίηση της μερισματικής απόδοσης (dividend yield) του χαρτοφυλακίου, πέραν της κεφαλαιακής (capital return), η ελαχιστοποίηση του αναλαμβανόμενου συστηματικού κινδύνου (market risk), πέραν του μη-συστηματικού (unique risk), η μεγιστοποίηση της συνολικής εμπορευσιμότητας (marketability) της τοποθέτησης κλπ. Καθώς ένα τέτοιο ενδεχόμενο είναι απολύτως ρεαλιστικό, συνάγεται το συμπέρασμα ότι επιπρόσθετες παράμετροι δυσχέρειας, όπως η ταυτόχρονη αριστοποίηση πολλαπλών αντικειμενικών συναρτήσεων ή η εισαγωγή ισχυρών μη-γραμμικοτήτων, θα επιβαρύνουν σημαντικά τη διαδικασία της απόφασης.

### *Προτιμήσεις*

Είναι προφανές ότι η συνεκτίμηση πολλαπλών κριτηρίων σε ένα πρόβλημα απόφασης ακυρώνει την ύπαρξη μιας αντικειμενικά άριστης λύσης. Με βάση τον Σίσκο (1998), ένα πολυκριτήριο πρόβλημα απόφασης ανήκει στην κατηγορία των προβλημάτων χαμηλού βαθμού δόμησης (ill-structured problems), είναι δηλαδή πρόβλημα στο οποίο η ορθολογική λύση δεν προϋπάρχει, αλλά αποτελεί αντικείμενο προοδευτικής αναζήτησης. Στις περιπτώσεις αυτές η άμεση εμπλοκή του αποφασίζοντος στη διαδικασία της απόφασης, μέσω της διατύπωσης των προτιμήσεών του, κρίνεται αναγκαία. Πράγματι, το βασικό χαρακτηριστικό των πολυκριτηρίων προβλημάτων είναι ότι, η λύση που βελτιστοποιεί κάποια από τις αντικειμενικές συναρτήσεις, δεν είναι συνήθως βέλτιστη για τις υπόλοιπες. Για τον λόγο αυτό η έννοια της βέλτιστης λύσης αντικαθίσταται από αυτή της αποτελεσματικής ή κατά Pareto άριστης λύσης (efficient or Pareto optimal solution). Από το σύνολο των αποτελεσματικών λύσεων καλείται ο αποφασίζων, στα πλαίσια μιας αλληλεπιδραστικής διαδικασίας διύλισης (interactive filtering process), να επιλέξει εκείνη που βρίσκεται σε μεγαλύτερη συμφωνία με τις προτιμήσεις του. Στην περίπτωση του προβλήματος της διαχείρισης μετοχικών χαρτοφυλακίων, η εξέταση και συνεκτίμηση των προτιμήσεων του επενδυτή ταυτίζεται με μια από τις πλέον κρίσιμες φάσεις της επενδυτικής μεθοδολογίας, αυτή της δήλωσης της επενδυτικής του πολιτικής.

## **2.6 Οι Έννοιες Απόδοσης-Κινδύνου**

Σύμφωνα με την πλέον διαδεδομένη θεώρηση η έννοια της απόδοσης (return) ορίζεται ως η ποσοστιαία μεταβολή της αξίας της επένδυσης κατά τη διάρκεια ενός δεδομένου χρονικού διαστήματος.

Θεωρώντας ότι η αξία κτήσης ενός χρεογράφου τη χρονική στιγμή  $t$  είναι  $S_t$  και η αξία του σε μια προηγούμενη χρονική στιγμή  $t-1$  είναι  $S_{t-1}$ , τότε η απόδοση της επένδυσης στο χρεόγραφο είναι

$$r = \frac{S_t - S_{t-1}}{S_{t-1}}$$

Η απόδοση που υπολογίζεται κατά τον τρόπο αυτό αναφέρεται ως η *αριθμητική απόδοση* (arithmetic return). Δεδομένων των αποδόσεων  $r_1, r_2, \dots, r_T$  για μια σειρά  $T$  περιόδων, η συνολική απόδοση  $R$  μπορεί εύκολα να υπολογιστεί ως :

$$R = \prod_{t=1}^T (1 + r_t) - 1$$

ενώ η αναμενόμενη (μέση) αριθμητική απόδοση είναι :

$$E(r) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_t$$

Η μέση αριθμητική απόδοση παρέχει μια εκτίμηση για την απόδοση στην αμέσως επόμενη χρονική περίοδο. Η χρήση της για πολλαπλές χρονικές περιόδους υποθέτει ότι το επενδυμένο κεφάλαιο παραμένει σταθερό.

Εναλλακτικά της αριθμητικής απόδοσης, ορίζεται η γεωμετρική απόδοση :

$$r^G = \ln \frac{S_t}{S_{t-1}}$$

Οι αριθμητικές και γεωμετρικές αποδόσεις συνδέονται μεταξύ τους μέσω της σχέσης :

$$r^G = \ln(1 + r)$$

Δεδομένων των γεωμετρικών αποδόσεων  $r_1^G, r_2^G, \dots, r_T^G$  για μια σειρά  $T$  περιόδων, η συνολική γεωμετρική απόδοση  $R^G$  μπορεί να υπολογιστεί εύκολα αθροίζοντας τις επιμέρους γεωμετρικές αποδόσεις :

$$R^G = \ln \frac{S_T}{S_1} = \ln \left( \frac{S_T}{S_{T-1}} \frac{S_{T-1}}{S_{T-2}} \dots \frac{S_2}{S_1} \right) = \sum_{t=1}^T r_t^G$$

και η οποία εναλλακτικά μπορεί να γραφεί ως εξής :

$$\frac{1}{T} R^G = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \ln(1 + r_t) \Rightarrow \exp \left( \frac{1}{T} R^G \right) - 1 = \left[ \prod_{t=1}^T (1 + r_t) \right]^{1/T} - 1$$

Το δεξιό μέλος της εξίσωσης αυτής αναφέρεται ως γεωμετρική μέση απόδοση (geometric mean return) :

$$E_G(r) = \left[ \prod_{t=1}^T (1 + r_t) \right]^{1/T} - 1$$

και αυτό αντιπροσωπεύει το μέσο ρυθμό αύξησης της αξίας της επένδυσης σε  $T$  χρονικές περιόδους.

Επίσης είναι εμφανές ότι η συνολική γεωμετρική απόδοση για μια σειρά  $T$  περιόδων προκύπτει από την αντίστοιχη γεωμετρική μέση απόδοση ως εξής :

$$R^G = T \ln[1 + E_G(r)]$$

Γενικά οι διαφορές μεταξύ των αριθμητικών και γεωμετρικών αποδόσεων είναι μικρές όταν η ανάλυση γίνεται για μικρά χρονικά διαστήματα (π.χ. για ημερήσια στοιχεία). Σε περίπτωση όμως όπου τα χρονικά διαστήματα είναι μεγαλύτερα (μήνες, έτη, κλπ.) οι μεταβολές στην αξία μιας επένδυσης μεγαλώνουν και παρουσιάζονται διαφοροποιήσεις μεταξύ της αριθμητικής και γεωμετρικής απόδοσης.

Σύμφωνα με τον πλέον διαδεδομένο ορισμό, ως κίνδυνος θεωρείται κάθε απόκλιση από το αναμενόμενο αποτέλεσμα. Άρα μπορεί να χρησιμοποιηθεί το γνωστό κριτήριο της διασποράς. Δεδομένων λοιπόν των αποδόσεων μίας επένδυσης σε μία σειρά  $T$  περιόδων, η διασπορά των αποδόσεων ορίζεται ως:

$$\sigma^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [r_t - E(r)]^2$$

Προφανώς όσο υψηλότερη η διασπορά, τόσο υψηλότερος είναι ο κίνδυνος. Εναλλακτικά της διασποράς, πρόσφατα έχουν αναπτυχθεί άλλα κριτήρια κινδύνου τα οποία δίνουν έμφαση στην εκτίμηση των πιθανών ζημιών από μία επενδυτική θέση. Ένα τέτοιο κριτήριο είναι η αξία σε κίνδυνο (value at risk).

## 2.7 Η Αρχή της Διαφοροποίησης

Τα κριτήρια της απόδοσης και του κινδύνου μπορούν να οριστούν και για χαρτοφυλάκια χρεογράφων. Με τον όρο χαρτοφυλάκιο εννοείται ένα σύνολο χρεογράφων κάθε ένα από τα οποία συμμετέχει στο χαρτοφυλάκιο με κάποια αναλογία. Η αναλογία αυτή προσδιορίζεται βάσει της αξίας του κάθε χρεογράφου σε σχέση με τη συνολική αξία του χαρτοφυλακίου.

Έστω, αρχικά, ότι εξετάζεται η περίπτωση δύο χρεογράφων με αναμενόμενες αποδόσεις  $E(r_1)$ ,  $E(r_2)$  και διασπορές  $\sigma_1^2$  και  $\sigma_2^2$ . Συμβολίζοντας ως  $w_1$  και  $w_2$  το ποσοστό του διαθέσιμου κεφαλαίου που επενδύεται σε κάθε χρεόγραφο, η απόδοση και ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου που διαμορφώνεται είναι :

$$E(w_1r_1 + w_2r_2) = w_1E(r_1) + w_2E(r_2)$$

$$\sigma^2(w_1r_1 + w_2r_2) = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2COV(r_1, r_2)$$

όπου  $w_1 + w_2 = 1$  και  $COV(r_1, r_2)$  είναι η συνδιακύμανση των αποδόσεων των δύο χρεογράφων :

$$COV(r_1, r_2) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [r_{1t} - E(r_1)][r_{2t} - E(r_2)]$$

Η συνδιακύμανση  $COV(r_i, r_j)$  συμβολίζεται και ως  $\sigma_{ij}$ . Η συνδιακύμανση σχετίζεται με τις τυπικές αποκλίσεις των αποδόσεων βάσει της σχέσης  $\sigma_{ij} = \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j$ , όπου ως  $\rho_{ij}$  συμβολίζεται ο συντελεστής συσχέτισης των αποδόσεων των χρεογράφων. Ο συντελεστής αυτός μετράει τη συσχέτιση των αποδόσεων των χρεογράφων σε μια κλίμακα από το -1 έως το +1. Εάν ο συντελεστής συσχέτισης είναι -1, τότε οι αποδόσεις των δύο χρεογράφων είναι γραμμικά συσχετισμένες αλλά μεταβάλλονται προς αντίθετες κατευθύνσεις. Εάν, αντίθετα, ο συντελεστής συσχέτισης είναι +1, τότε οι αποδόσεις των δύο χρεογράφων είναι γραμμικά συσχετισμένες και μεταβάλλονται προς την ίδια κατεύθυνση.

Γενικεύοντας στην περίπτωση ενός χαρτοφυλακίου  $P$  αποτελούμενου από  $m$  χρεόγραφα, ο υπολογισμός της αναμενόμενης απόδοσης και του κινδύνου του χαρτοφυλακίου πραγματοποιείται ως εξής:

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^m w_i E(r_i)$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^m w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1, j \neq i}^m w_i w_j \sigma_{ij}$$

Σε μορφή πινάκων οι παραπάνω σχέσεις μπορούν να αποδοθούν πιο απλά ως εξής:

$$E(r_p) = \mathbf{r}^T \mathbf{w}$$

$$\sigma_p^2 = \mathbf{w}^T \mathbf{V} \mathbf{w}$$

όπου:

- $\mathbf{r}$  είναι ένα διάνυσμα διαστάσεων  $m \times 1$  με τις αναμενόμενες αποδόσεις των χρεογράφων και  $\mathbf{r}^T$  το αντίστοιχο ανάστροφο διάνυσμα,
- $\mathbf{w}$  είναι ένα διάνυσμα διαστάσεων  $m \times 1$  με τα ποσοστά συμμετοχής των χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο,
- $\mathbf{V}$  είναι ένας συμμετρικός πίνακας διαστάσεων  $m \times m$  ο οποίος ονομάζεται πίνακας διακύμανσης/συνδιακύμανσης. Τα στοιχεία της διαγωνίου του πίνακα αυτού αντιστοιχούν στη διακύμανση (διασπορά) των αποδόσεων των χρεογράφων, ενώ τα στοιχεία εκτός της διαγωνίου αντιστοιχούν στις συνδιακυμάνσεις.

Από τις παραπάνω σχέσεις είναι προφανές ότι η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου χρεογράφων είναι μια γραμμική συνάρτηση των αποδόσεων των επιμέρους χρεογράφων που το αποτελούν. Άρα θεωρώντας ότι  $w \geq 0$ , το χαρτοφυλάκιο μέγιστης απόδοσης βρίσκεται εύκολα θέτοντας  $w_{i^*} = 1$ , όπου  $i^*$  είναι το χρεόγραφο με τη μεγαλύτερη απόδοση και  $w_j = 0$  για κάθε άλλο χρεόγραφο  $j \neq i^*$ .

Σε αντίθεση όμως με την απόδοση, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου είναι μη γραμμική συνάρτηση των ποσοστών συμμετοχής των χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο. Συνεπώς, είναι ενδιαφέρον να εξεταστεί η συμπεριφορά του κινδύνου του χαρτοφυλακίου.

Αρχικά εξετάζεται η περίπτωση όπου οι αποδόσεις των χρεογράφων είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, δηλαδή  $\sigma_{ij} = 0$  για κάθε ζεύγος χρεογράφων  $i$  και  $j$ . Στην περίπτωση αυτή ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου το οποίο αποτελείται από  $m$  χρεόγραφα είναι :

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^m w_i^2 \sigma_i^2$$

Ο πλέον αφελής τρόπος να κατανειμί ο επενδυτής το κεφάλαιο του στα χρεόγραφα του χαρτοφυλακίου είναι να ισοκατανειμί το κεφάλαιο στα χρεόγραφα, δηλαδή  $w_i = 1/m$ , για κάθε  $i = 1, 2, \dots, m$ . Στην περίπτωση αυτή ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου είναι :

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{m}\right)^2 \sigma_i^2 = \frac{1}{m} \left(\sum_{i=1}^m \frac{\sigma_i^2}{m}\right)$$

Ο όρος εντός των παρενθέσεων είναι μια μέση τιμή και συγκεκριμένα αναπαριστά τη μέση διασπορά των αποδόσεων των χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο. Συμβολίζοντας αυτή τη μέση διασπορά ως  $\bar{\sigma}^2$ , η παραπάνω σχέση διαμορφώνεται ως εξής:

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{m} \bar{\sigma}^2$$

Από τη σχέση αυτή γίνεται εμφανές ότι καθώς το  $m$  τείνει το άπειρο, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου τείνει στο μηδέν. Το αποτέλεσμα αυτό δείχνει ότι εάν ένας επενδυτής είχε τη δυνατότητα να κατασκευάσει ένα χαρτοφυλάκιο αποτελούμενο από άπειρο αριθμό ανεξάρτητων χρεογράφων, τότε ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου θα ήταν μηδέν. Άρα ο επενδυτής θα είχε τη δυνατότητα να απολάβει μια σίγουρη απόδοση  $E(r_p)$ .

Στην πράξη βέβαια δεν υπάρχει ένας αυθαίρετα μεγάλος αριθμός χρεογράφων με ανεξάρτητες αποδόσεις. Έστω λοιπόν η πιο γενική και ρεαλιστική περίπτωση όπου  $\sigma_{ij} \neq 0$ . Ακολουθώντας και στην περίπτωση αυτή την αφελή τακτική της ισοκατανομής του κεφαλαίου στα διαθέσιμα χρεόγραφα, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου είναι ο ακόλουθος :

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= \sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{m}\right)^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1, j \neq i}^m \left(\frac{1}{m}\right) \left(\frac{1}{m}\right) \sigma_{ij} \\ &= \frac{1}{m} \left(\sum_{i=1}^m \frac{\sigma_i^2}{m}\right) + \frac{m-1}{m} \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1, j \neq i}^m \frac{\sigma_{ij}}{m(m-1)}\right) \end{aligned}$$

Όπως ήδη αναφέρθηκε ο πρώτος όρος μέσα στις παρενθέσεις είναι η μέση διασπορά των αποδόσεων των χρεογράφων του χαρτοφυλακίου. Αντίστοιχα, και ο δεύτερος όρος σε αγκύλες είναι και αυτός μια μέση τιμή. Αυτό γίνεται εμφανές αν ληφθεί υπόψη ότι το πλήθος των όρων που αφορούν τη συνδιακύμανση είναι  $m(m-1)$ . Άρα λοιπόν ο δεύτερος όρος σε αγκύλες στην παραπάνω σχέση αναπαριστά τη μέση συνδιακύμανση  $\bar{\sigma}_{ij}$  των αποδόσεων των χρεογράφων που εντάσσονται στο χαρτοφυλάκιο. Άρα λοιπόν ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου μπορεί να εκφραστεί πιο απλά ως εξής:

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{m} \bar{\sigma}^2 + \frac{m-1}{m} \bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{m} \bar{\sigma}^2 + \bar{\sigma}_{ij} - \frac{1}{m} \bar{\sigma}_{ij}$$

Δηλαδή :

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \sigma_p^2 = \bar{\sigma}_{ij}$$

Το αποτέλεσμα αυτό οδηγεί στο ακόλουθο σημαντικό συμπέρασμα. Εάν ο επενδυτής έχει τη δυνατότητα να συνθέσει ένα χαρτοφυλάκιο αποτελούμενο από έναν αυθαίρετα μεγάλο αριθμό χρεογράφων, τότε ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου προσδιορίζεται μόνο από τις συνδιακυμάνσεις των χρεογράφων που το αποτελούν. Ο κίνδυνος που προέρχεται από το κάθε ανεξάρτητο χρεόγραφο εξαλείφεται.

Το παραπάνω σημαντικό συμπέρασμα αποτελεί το βασικό αποτέλεσμα της αρχής της διαφοροποίησης (diversification) σύμφωνα με την οποία ο επενδυτής πρέπει να συνθέτει χαρτοφυλάκια με επαρκή διασπορά όσον αφορά τα χρεόγραφα που περιλαμβάνουν, με στόχο τη μείωση του επενδυτικού κινδύνου.

Συμπερασματικά, η παραπάνω ανάλυση δείχνει ότι ο ολικός κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου περιλαμβάνει δύο μέρη:

1. Ένα μέρος το οποίο μπορεί να εξαλειφθεί εφαρμόζοντας μια κατάλληλη στρατηγική διαφοροποίησης. Αυτό το τμήμα του κινδύνου ονομάζεται μη συστηματικός κίνδυνος (non-systematic risk). Ο μη συστηματικός κίνδυνος αφορά αποκλειστικά το κάθε χρεόγραφο του χαρτοφυλακίου και δεν επηρεάζεται από τη συμπεριφορά των υπόλοιπων χρεογράφων.
2. Ένα μέρος το οποίο δεν μπορεί να εξαλειφθεί μέσω της διαφοροποίησης, δηλαδή μέσω της επένδυσης σε πολλά χρεόγραφα της ίδιας μορφής. Αυτό το τμήμα του κινδύνου αναπαριστά τον συστηματικό κίνδυνο (systematic risk). Για τη μέτρηση του συστηματικού κινδύνου χρησιμοποιείται ο συντελεστής  $\beta_p$  ο οποίος ορίζεται ως ο λόγος της συνδιακύμανσης  $\sigma_{PM}$  αποδόσεων του χαρτοφυλακίου  $P$  σε σχέση με τις αποδόσεις της αγοράς  $M$  (γενικός δείκτης του χρηματιστηρίου) προς τη διασπορά των αποδόσεων της αγοράς:

$$\beta_p = \frac{\sigma_{PM}}{\sigma_M^2}$$

Γενικά, χαρτοφυλάκια ή χρεόγραφα με συστηματικό κίνδυνο (σε απόλυτη τιμή) υψηλότερο από τη μονάδα αναμένεται να παρουσιάζουν υψηλότερες μεταβολές σε σχέση με την αγορά. Επιπλέον, δεδομένου ότι εμπεριέχουν υψηλότερο κίνδυνο από την αγορά (ο συστηματικός κίνδυνος της αγοράς είναι εξορισμού ίσος με τη μονάδα) θα πρέπει να έχουν και μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση. Αντίθετα, χαρτοφυλάκια ή χρεόγραφα με συστηματικό κίνδυνο (σε απόλυτη τιμή) μικρότερο από τη μονάδα αναμένεται να παρουσιάζουν μικρότερες μεταβολές σε σχέση με την αγορά. Επιπλέον, δεδομένου ότι εμπεριέχουν μικρότερο κίνδυνο από την αγορά θα πρέπει να έχουν και χαμηλότερη αναμενόμενη απόδοση. Χαρτοφυλάκια ή χρεόγραφα με συστηματικό κίνδυνο μηδέν είναι ακίνδυνα, καθώς δεν επηρεάζονται από τον τρόπο με τον οποίο μεταβάλλεται η αγορά.

## 2.8 Βελτιστοποίηση Χαρτοφυλακίων

Η παραπάνω ανάλυση έδειξε ότι είναι δυνατή η μείωση του επενδυτικού κινδύνου ακολουθώντας μια κατάλληλα σχεδιασμένη στρατηγική διαφοροποίησης. Ο σχεδιασμός μιας τέτοιας στρατηγικής απαιτεί τον προσδιορισμό της κατάλληλης σύνθεσης ενός χαρτοφυλακίου πολλαπλών χρεογράφων με στόχο την ελαχιστοποίηση του κινδύνου. Οι βάσεις για την ανάπτυξη ενός μεθοδολογικού πλαισίου για την

αντιμετώπιση του θέματος αυτού τέθηκαν από τον Νομπελίστα Harry Markowitz στη δεκαετία του 1950 (βλ. Markowitz, 1952, 1991).

Η κύρια έννοια του μεθοδολογικού πλαισίου που ανέπτυξε ο Markowitz αυτή του αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου (efficient portfolio). Θεωρώντας πάντα ότι η ανάλυση βασίζεται στα κριτήρια της αναμενόμενης απόδοσης και του κινδύνου, ένα χαρτοφυλάκιο  $P$  ονομάζεται αποτελεσματικό εάν και μόνο εάν δεν υπάρχει κανένα άλλο χαρτοφυλάκιο  $P'$  τέτοιο ώστε  $E(r_{P'}) \geq E(r_P)$  και  $\sigma_{P'} \leq \sigma_P$ , με μία τουλάχιστον από τις δύο ανισότητες να είναι αυστηρή. Δηλαδή το χαρτοφυλάκιο  $P$  είναι αποτελεσματικό εάν δεν υπάρχει ένα άλλο χαρτοφυλάκιο το οποίο να υπερτερεί έναντι του  $P$  όσον αφορά την απόδοση και τον κίνδυνο. Το σύνολο των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων ονομάζεται απλά αποτελεσματικό σύνολο.

Μέσα στο πλαίσιο που αναλύθηκε μέχρι τώρα, στόχος της βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίων είναι ο εντοπισμός του συνόλου των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων. Στην πιο απλή περίπτωση θεωρείται ότι επιτρέπονται ανοιχτές πωλήσεις, οπότε ο μόνος περιορισμός για τα ποσοστά συμμετοχής των χρεογράφων είναι ότι  $w_1 + w_2 + \dots + w_m = 1$ . Παρακάτω εξετάζεται η γενική περίπτωση κατά την οποία το χαρτοφυλάκιο αποτελείται από  $m$  χρεόγραφα. Σκοπός της ανάλυσης είναι η κατασκευή του βέλτιστου χαρτοφυλακίου κινδύνου δεδομένου ότι η επιθυμητή αναμενόμενη απόδοση είναι  $R$ . Στην περίπτωση αυτή πρέπει να λυθεί το επόμενο πρόβλημα βελτιστοποίησης :

$$\begin{aligned} \min \quad & \sigma_p^2 = \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{V} \mathbf{w} \\ \text{Υπό:} \quad & \mathbf{e}^T \mathbf{w} = 1 \\ & \mathbf{r}^T \mathbf{w} = R \\ & \mathbf{w} \in R \end{aligned}$$

όπου  $\mathbf{e}$  είναι το μοναδιαίο διάνυσμα-στήλη:  $\mathbf{e} = (1, 1, \dots, 1)^T$ . Ο πίνακας  $\mathbf{V}$  θεωρείται ότι είναι θετικά ορισμένος. Η υπόθεση αυτή σημαίνει ότι όλα τα χρεόγραφα (και συνδυασμοί τους) εμπεριέχουν κάποιον κίνδυνο. Ως αποτέλεσμα της υπόθεσης αυτής, η συνάρτηση του κινδύνου είναι αυστηρά κυρτή.

Συμβολίζοντας ως  $\lambda_1$  και  $\lambda_2$  τους πολλαπλασιαστές Lagrange των δύο περιορισμών, διαμορφώνεται η ακόλουθη συνάρτηση:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{V} \mathbf{w} + \lambda_1 (1 - \mathbf{e}^T \mathbf{w}) + \lambda_2 (R - \mathbf{r}^T \mathbf{w})$$

Παραγωγίζοντας τη συνάρτηση αυτή προκύπτουν οι ακόλουθες σχέσεις :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{w}} = 0 \Rightarrow \mathbf{V} \mathbf{w} - \lambda_1 \mathbf{e} - \lambda_2 \mathbf{r} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = 0 \Rightarrow \mathbf{e}^T \mathbf{w} = 1 \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = 0 \Rightarrow \mathbf{r}^T \mathbf{w} = R \quad (2.3)$$

Από την σχέση (2.1) προκύπτει :

$$\mathbf{w} = \lambda_1 \mathbf{V}^{-1} \mathbf{e} + \lambda_2 \mathbf{V}^{-1} \mathbf{r} \quad (2.4)$$

Αντικαθιστώντας το  $\mathbf{w}$  στις εξισώσεις (2.2) και (2.3) διαμορφώνεται το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων :

$$\begin{cases} \lambda_1 \mathbf{e}^T \mathbf{V}^{-1} \mathbf{e} + \lambda_2 \mathbf{e}^T \mathbf{V}^{-1} \mathbf{r} = 1 \\ \lambda_1 \mathbf{r}^T \mathbf{V}^{-1} \mathbf{e} + \lambda_2 \mathbf{r}^T \mathbf{V}^{-1} \mathbf{r} = R \end{cases}$$

Δεδομένου ότι ο πίνακας  $\mathbf{V}^{-1}$  είναι συμμετρικός ισχύει ότι  $\mathbf{e}^T \mathbf{V}^{-1} \mathbf{r} = \mathbf{r}^T \mathbf{V}^{-1} \mathbf{e}$ , οπότε θέτοντας  $a = \mathbf{e}^T \mathbf{V}^{-1} \mathbf{e}$ ,  $b = \mathbf{e}^T \mathbf{V}^{-1} \mathbf{r} = \mathbf{r}^T \mathbf{V}^{-1} \mathbf{e}$  και  $c = \mathbf{r}^T \mathbf{V}^{-1} \mathbf{r}$  το παραπάνω σύστημα παίρνει την ακόλουθη απλή μορφή :

$$\begin{cases} a\lambda_1 + b\lambda_2 = 1 \\ b\lambda_1 + c\lambda_2 = R \end{cases}$$

Η λύση αυτού του συστήματος δίνεται από τις σχέσεις :

$$\lambda_1 = \frac{c - bR}{ac - b^2} \quad \text{και} \quad \lambda_2 = \frac{aR - b}{ac - b^2}$$

Αντικαθιστώντας τα  $\lambda_1$  και  $\lambda_2$  στη σχέση (2.4) μπορούν να υπολογιστούν τα  $w$  και συνεπώς να προσδιοριστεί η σύνθεση του βέλτιστου χαρτοφυλακίου. Ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου αυτού μπορεί εύκολα να υπολογιστεί από τη σχέση (2.1) ως εξής :

$$\mathbf{V}\mathbf{w} - \lambda_1 \mathbf{e} - \lambda_2 \mathbf{r} = \mathbf{0} \Rightarrow$$

$$\mathbf{w}^T \mathbf{V}\mathbf{w} - \lambda_1 \mathbf{w}^T \mathbf{e} - \lambda_2 \mathbf{w}^T \mathbf{r} = \mathbf{0} \Rightarrow$$

$$\sigma_p^2 - \lambda_1 - \lambda_2 R = 0 \Rightarrow$$

$$\sigma_p^2 = \frac{aR^2 - 2bR + c}{ac - b^2} \quad (2.5)$$

Υπολογίζοντας τα  $a$ ,  $b$  και  $c$  (τα οποία δεν εξαρτώνται από το επιθυμητό επίπεδο απόδοσης  $R$  του χαρτοφυλακίου), η παραπάνω διαδικασία μπορεί εύκολα να χρησιμοποιηθεί για τον καθορισμό της σύνθεσης και του κινδύνου του βέλτιστου χαρτοφυλακίου το οποίο ανταποκρίνεται στην επιθυμητή απόδοση. Το χαρτοφυλάκιο ελάχιστου κινδύνου υπολογίζεται εάν στην παραπάνω ανάλυση δεν ληφθεί υπόψη ο περιορισμός που αφορά το επίπεδο της επιθυμητής απόδοσης. Στην περίπτωση αυτή τίθεται  $\lambda_2 = 0 \Rightarrow R = b/a$ . Οπότε  $\lambda_1 = 1/a$ . Έτσι από τις σχέσεις (2.4) και (2.5) προσδιορίζονται η σύνθεση και ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου ελάχιστου κινδύνου ως εξής:

$$\mathbf{w} = \lambda_1 \mathbf{V}^{-1} \mathbf{e} + \lambda_2 \mathbf{V}^{-1} \mathbf{r} = \frac{1}{a} \mathbf{V}^{-1} \mathbf{e} = \frac{\mathbf{V}^{-1} \mathbf{e}}{\mathbf{e}^T \mathbf{V}^{-1} \mathbf{e}}$$

$$\sigma_p^2 = \lambda_1 + \lambda_2 R = \frac{1}{a}$$

Όλη η παραπάνω διαδικασία υποθέτει ότι υπάρχει δυνατότητα πραγματοποίησης ανοιχτών πωλήσεων. Πράγματι η επίλυση του παραπάνω προβλήματος



βελτιστοποίησης δεν διασφαλίζει ότι  $\mathbf{w} \geq \mathbf{0}$ . Επιπλέον, έμμεσα θεωρείται ότι όλα τα εξεταζόμενα χρεόγραφα εμπεριέχουν κάποιο βαθμό κινδύνου.

Στην παραπάνω ανάλυση, ο περιορισμός ότι το άθροισμα των ποσοστών συμμετοχής των χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο θα πρέπει να είναι ίσο με τη μονάδα δεν διασφαλίζει ότι τα ποσοστά συμμετοχής θα είναι μη αρνητικά. Έτσι χρεόγραφα με αρνητικά ποσοστά συμμετοχής πρέπει να πωληθούν ανοιχτά. Εάν δεν υπάρχει δυνατότητα πραγματοποίησης ανοιχτών πωλήσεων, τότε αυτό συνεπάγεται ότι όλα τα ποσοστά συμμετοχής θα πρέπει να είναι μη αρνητικά. Θεωρώντας επιπλέον ότι δεν υπάρχει κάποιο ακίνδυνο χρεόγραφο, τότε το πρόβλημα βελτιστοποίησης για την κατασκευή του βέλτιστου χαρτοφυλακίου διαμορφώνεται υπό τη μορφή του ακόλουθου τετραγωνικού προγράμματος :

$$\begin{aligned} \min \quad & \sigma_p^2 = \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{V} \mathbf{w} \\ \text{Υπό:} \quad & \mathbf{e}^T \mathbf{w} = 1 \\ & \mathbf{r}^T \mathbf{w} = R \\ & \mathbf{w} \geq \mathbf{0} \end{aligned}$$

Λόγω των περιορισμών μη αρνητικότητας, η διαδικασία που χρησιμοποιήθηκε προηγούμενα υπό την υπόθεση των ανοιχτών πωλήσεων δεν μπορεί πλέον να εφαρμοστεί ώστε να βρεθεί η σύνθεση του χαρτοφυλακίου αναλυτικά. Η λύση πλέον βρίσκεται χρησιμοποιώντας διαδικασίες τετραγωνικού προγραμματισμού.

## 2.9 Εισαγωγή Ακίνδυνου Χρεογράφου

Ως ακίνδυνο χρεόγραφο (risk free security) μπορεί να θεωρηθεί ένα χρεόγραφο η απόδοση του οποίου δεν εμπεριέχει καμία αβεβαιότητα. Συνήθως ως ακίνδυνο χρεόγραφο θεωρείται ένα έντοκο γραμμάτιο του δημοσίου. Ο επενδυτής μπορεί να επενδύσει στο ακίνδυνο χρεόγραφο και να απολάβει μια βέβαια απόδοση  $r_F$  ή να δανειστεί με επιτόκιο  $r_F$ .

Θεωρώντας ότι υπάρχει ένα τέτοιο χρεόγραφο, ο επενδυτής ενδιαφέρεται να συνθέσει ένα χαρτοφυλάκιο αποτελούμενο από το ακίνδυνο χρεόγραφο και ένα σύνολο επικίνδυνων χρεογράφων  $P$  (επικίνδυνο χαρτοφυλάκιο). Η αναμενόμενη απόδοση του επικίνδυνου χαρτοφυλακίου είναι  $E(r_P)$  και ο κίνδυνος  $\sigma_P^2$ . Εξορισμού ο κίνδυνος του ακίνδυνου χρεογράφου είναι  $\sigma_F^2 = 0$  και η συσχέτισή του με το επικίνδυνο χαρτοφυλάκιο είναι  $\rho_{FP} = 0$ . Βάσει αυτών των δεδομένων θεωρείται ότι ο επενδυτής επιθυμεί να κατασκευάσει ένα χαρτοφυλάκιο  $FP$  επενδύοντας ένα ποσοστό  $w_P$  του διαθέσιμου κεφαλαίου στο επικίνδυνο χαρτοφυλάκιο και το υπόλοιπο  $1 - w_P$  στο ακίνδυνο χρεόγραφο. Ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου  $FP$  δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

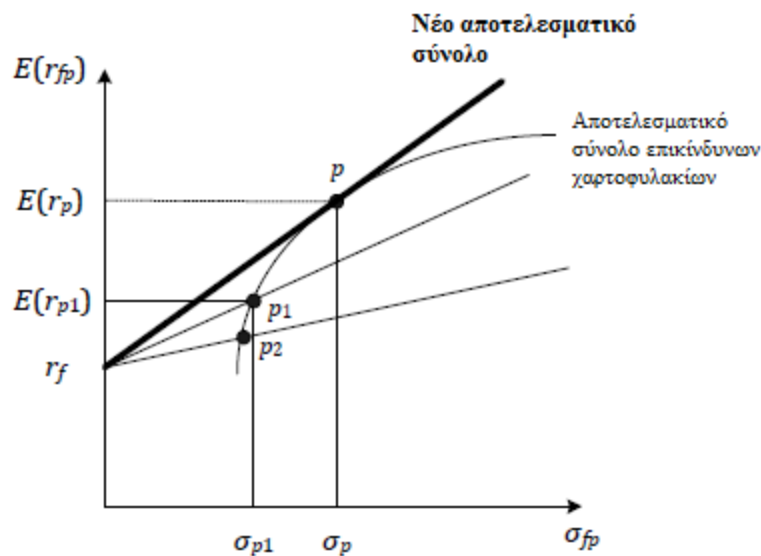
$$\sigma_{FP}^2 = (1 - w_P)^2 \sigma_F^2 + w_P^2 \sigma_P^2 + 2w_P(1 - w_P)\rho_{FP}\sigma_P\sigma_F = w_P^2 \sigma_P^2$$

Άρα όπως είναι φυσικό ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου προσδιορίζεται μόνο από τον κίνδυνο του επικίνδυνου χαρτοφυλακίου, σε συνδυασμό με το ποσοστό συμμετοχής του στο χαρτοφυλάκιο  $FP$ . Από την παραπάνω σχέση εύκολα

διαπιστώνεται ότι  $w_P = \sigma_{FP}/\sigma_P$ . Συνεπώς η απόδοση του χαρτοφυλακίου  $FP$  μπορεί να υπολογιστεί ως εξής:

$$\begin{aligned} E(r_{FP}) &= (1 - w_P)r_F + w_P E(r_P) \\ &= \left(1 - \frac{\sigma_{FP}}{\sigma_P}\right)r_F + \frac{\sigma_{FP}}{\sigma_P} E(r_P) \\ &= r_F + \frac{E(r_P) - r_F}{\sigma_P} \sigma_{FP} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Η σχέση αυτή δείχνει ότι η απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι μια γραμμική συνάρτηση του κινδύνου και συνεπώς σε ένα διάγραμμα απόδοσης/κινδύνου αναπαριστάται με μια γραμμή η οποία τέμνει τον κάθετο άξονα της απόδοσης στο σημείο  $r_F$ , όπως παρουσιάζεται στο επόμενο σχήμα. Σε αυτό, εκτός της γραμμής που αντιστοιχεί στην σχέση (2.6) παρουσιάζεται και μια καμπύλη η οποία αναπαριστά το σύνολο των αποτελεσματικών επικίνδυνων χαρτοφυλακίων (προφανώς το επικίνδυνο χαρτοφυλάκιο που θα συμμετέχει στο χαρτοφυλάκιο  $FP$  πρέπει να είναι αποτελεσματικό).



Σχήμα 2.3: Αποτελεσματικό σύνολο με ακίνδυνο χρεόγραφο

Τα χαρτοφυλάκια που μπορεί να κατασκευάσει ο επενδυτής βρίσκονται πάντα πάνω σε κάποια από τις γραμμές που τέμνουν τον κάθετο άξονα της απόδοσης στο σημείο  $r_F$ . Καθώς το χαρτοφυλάκιο  $FP$  προκύπτει ως συνδυασμός του ακίνδυνου χρεογράφου και κάποιου επικίνδυνου αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου, είναι δυνατόν να επιλεγθούν διαφορετικά επικίνδυνα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια για την κατασκευή του χαρτοφυλακίου  $FP$ . Στην πραγματικότητα όμως ο επενδυτής έχει μόνο μια λογική επιλογή: το επικίνδυνο αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο  $P$ , το οποίο προσδιορίζεται από το σημείο στο οποίο η συνάρτηση (2.6) εφάπτεται του αποτελεσματικού συνόλου των επικίνδυνων χαρτοφυλακίων. Για παράδειγμα, κανένας λογικός επενδυτής δεν θα επέλεγε να συνθέσει ένα χαρτοφυλάκιο αποτελούμενο από το ακίνδυνο χρεόγραφο και το επικίνδυνο χαρτοφυλάκιο  $P_1$ . Η απόδοση ενός τέτοιου χαρτοφυλακίου βρίσκεται πάνω στο γραμμικό τμήμα  $r_F-P_1$  και

προφανώς υπολείπεται της απόδοσης του χαρτοφυλακίου που περιλαμβάνει το ακίνδυνο χαρτοφυλάκιο και το επικίνδυνο χαρτοφυλάκιο  $P$  η οποία βρίσκεται πάνω στο γραμμικό τμήμα  $r_F$ - $P$ . Επιπλέον ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου που περιλαμβάνει το ακίνδυνο χρεόγραφο και το επικίνδυνο χαρτοφυλάκιο  $P_1$  είναι αντίστοιχος με τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου που κατασκευάζεται από το ακίνδυνο χρεόγραφο και το επικίνδυνο χαρτοφυλάκιο  $P$ . Συνεπώς, με την εισαγωγή στην ανάλυση του ακίνδυνου χρεογράφου, το νέο αποτελεσματικό σύνολο είναι η γραμμή η οποία τέμνει τον κάθετο άξονα της απόδοσης στο σημείο  $r_F$  και εφάπτεται του αποτελεσματικού συνόλου των επικίνδυνων χαρτοφυλακίων.

Το χαρτοφυλάκιο  $P$  περιλαμβάνει  $m$  επικίνδυνα χρεόγραφα καθένα από τα οποία συμμετέχει σε αυτό σε ποσοστό  $w_1, w_2, \dots, w_m$ , έτσι ώστε  $w_F + w_1 + \dots + w_m = 1$ , όπου ως  $w_F$  συμβολίζεται το ποσοστό συμμετοχής του ακίνδυνου χρεογράφου στο χαρτοφυλάκιο  $FP$ . Για να προσδιοριστεί λοιπόν το χαρτοφυλάκιο  $P$  θα πρέπει να προσδιοριστούν τα  $w_1, w_2, \dots, w_m$ . Επιπλέον δεδομένου ότι το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο  $FP$  είναι συνδυασμός του χαρτοφυλακίου  $P$  με το ακίνδυνο χρεόγραφο  $F$ , θα πρέπει να προσδιοριστεί και το ποσοστό συμμετοχής  $w_F$  του ακίνδυνου χρεογράφου στο τελικό χαρτοφυλάκιο. Η απόδοση και ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου  $FP$  προσδιορίζονται ως εξής:

$$\begin{aligned} E(r_{FP}) &= w_F r_F + \sum_{i=1}^m w_i E(r_i) \\ &= \left(1 - \sum_{i=1}^m w_i\right) r_F + \sum_{i=1}^m w_i E(r_i) \\ &= r_F + \sum_{i=1}^m w_i [E(r_i) - r_F] \\ \sigma_{FP} &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m w_i w_j \sigma_{ij} \end{aligned}$$

ή πιο απλά σε διανυσματική μορφή :

$$\begin{aligned} E(r_{FP}) &= r_F + (\mathbf{r} - r_F \mathbf{e})^T \mathbf{w} \\ \sigma_{FP} &= \mathbf{w}^T \mathbf{V} \mathbf{w} \end{aligned}$$

Ο καθορισμός του διανύσματος  $\mathbf{w}$  για ένα επιθυμητό επίπεδο απόδοσης  $R$  ανάγεται πλέον στο ακόλουθο πρόβλημα βελτιστοποίησης :

$$\min \quad \sigma_{FP}^2 = \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{V} \mathbf{w}$$

$$\text{Υπό: } r_F + (\mathbf{r} - r_F \mathbf{e})^T \mathbf{w} = R$$

$$\mathbf{w} \in R$$

Όπως και προηγουμένως χρησιμοποιείται η μέθοδος των πολλαπλασιαστών Lagrange οπότε διαμορφώνεται η ακόλουθη συνάρτηση :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{V} \mathbf{w} + \lambda [R - r_F - (\mathbf{r} - r_F \mathbf{e})^T \mathbf{w}]$$

Για τη βελτιστοποίηση της συνάρτησης αυτής διαμορφώνονται οι μερικές της παράγωγοι ως προς  $\mathbf{w}$  και  $\lambda$  και τίθενται ίσες με το μηδέν:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{w}} = 0 \Rightarrow \mathbf{V} \mathbf{w} - \lambda (\mathbf{r} - r_F \mathbf{e}) = 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow R - r_F - (\mathbf{r} - r_F \mathbf{e})^T \mathbf{w} = 0 \quad (2.8)$$

Λύνοντας την εξίσωση (2.7) ως προς  $\mathbf{w}$  βρίσκεται ότι :

$$\mathbf{w} = \lambda \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{r} - r_F \mathbf{e}) \quad (2.9)$$

οπότε αντικαθιστώντας στην (2.8) προκύπτει :

$$R - r_F = \lambda (\mathbf{r} - r_F \mathbf{e})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{r} - r_F \mathbf{e}) \Leftrightarrow \lambda = \frac{R - r_F}{(\mathbf{r} - r_F \mathbf{e})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{r} - r_F \mathbf{e})} = \frac{R - r_F}{d}$$

Αντικαθιστώντας αυτό το αποτέλεσμα στην (2.9) υπολογίζεται το διάνυσμα  $\mathbf{w}$  για το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο  $FP$  ως εξής :

$$\mathbf{w} = \frac{R - r_F}{d} \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{r} - r_F \mathbf{e}) \quad (2.10)$$

Το διάνυσμα  $\mathbf{w}$  που προκύπτει από τη σχέση αυτή προσδιορίζει τη σύνθεση του επικίνδυνου χαρτοφυλακίου  $P$ . Το ποσοστό συμμετοχής  $w_F$  του ακίνδυνου χρεογράφου στο χαρτοφυλάκιο  $FP$  υπολογίζεται ως  $w_F = 1 - \sum_{i=1}^m w_i$ .

Ο κίνδυνος του βέλτιστου χαρτοφυλακίου μπορεί να προσδιοριστεί από τη σχέση (2.7) ως εξής :

$$\mathbf{V} \mathbf{w} - \lambda (\mathbf{r} - r_F \mathbf{e}) = \mathbf{0} \Leftrightarrow \mathbf{w}^T \mathbf{V} \mathbf{w} - \lambda \mathbf{w}^T (\mathbf{r} - r_F \mathbf{e}) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\sigma_{FP}^2 - \lambda [R - r_F] = 0 \Leftrightarrow \sigma_{FP}^2 = \frac{(R - r_F)^2}{d} \quad (2.11)$$

Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι :

$$R = r_F + \sigma_{FP} \sqrt{d}$$

Δηλαδή, η απόδοση  $R$  του βέλτιστου χαρτοφυλακίου που συνδυάζει ένα ακίνδυνο χρεόγραφο και ένα χαρτοφυλάκιο επικίνδυνων χρεογράφων είναι γραμμική

συνάρτηση του κινδύνου, στοιχείο το οποίο συμφωνεί με τη σχέση (2.6) και τη γραφική αναπαράσταση του σχήματος (2.1).

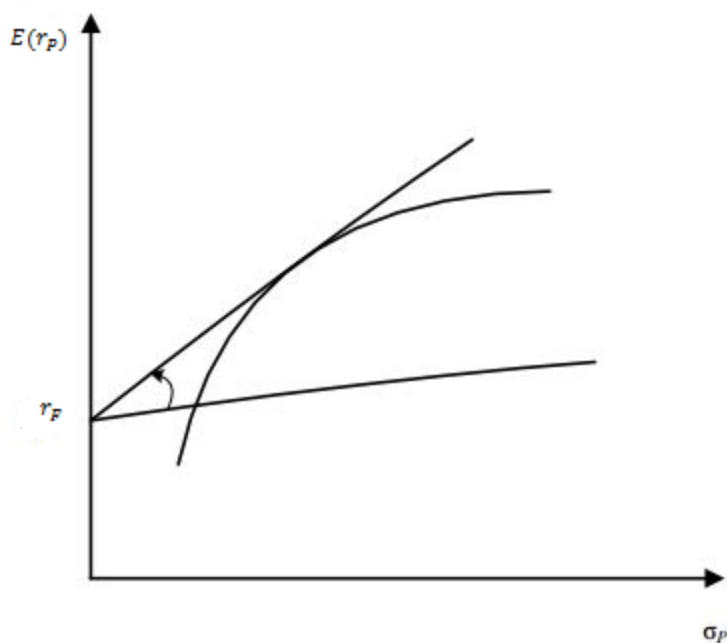
## 2.10 Τεχνικές Προσδιορισμού Αποτελεσματικών Μετώπων

Προηγουμένως μελετήθηκε η σχέση απόδοσης-κινδύνου για ένα χαρτοφυλάκιο  $m$  χρεογράφων. Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται οι τεχνικές για τον προσδιορισμό των αποτελεσματικών μετώπων, κατά τις περιπτώσεις όπου :

- i. Επιτρέπονται οι ανοικτές πωλήσεις και υπάρχει η δυνατότητα επένδυσης στο ακίνδυνο χρεόγραφο.
- ii. Επιτρέπονται οι ανοικτές πωλήσεις και δεν υπάρχει η δυνατότητα επένδυσης στο ακίνδυνο χρεόγραφο.
- iii. Δεν επιτρέπονται οι ανοικτές πωλήσεις και υπάρχει η δυνατότητα επένδυσης στο ακίνδυνο χρεόγραφο.
- iv. Δεν επιτρέπονται οι ανοικτές πωλήσεις και δεν υπάρχει η δυνατότητα επένδυσης στο ακίνδυνο χρεόγραφο.

### Μη απαγόρευση ανοιχτών πωλήσεων – Ύπαρξη ακίνδυνου χρεογράφου

Όπως έχει αναφερθεί, η εισαγωγή του ακίνδυνου χρεογράφου στην ανάλυση συνεπάγεται την ύπαρξη ενός χαρτοφυλακίου επικίνδυνων χρεογράφων το οποίο θα προτιμάται έναντι όλων των άλλων. Ο προσδιορισμός του αποτελεσματικού μετώπου στην περίπτωση όπου επιτρέπονται οι ανοικτές πωλήσεις και υπάρχει η δυνατότητα επένδυσης στο ακίνδυνο χρεόγραφο, βασίζεται στη διαπίστωση ότι η ευθεία που συνδέει το ακίνδυνο χρεόγραφο με το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο επικίνδυνων χρεογράφων είναι αυτή με τη μέγιστη κλίση (σχήμα 2.4).



Σχήμα 2.4 : Προσδιορισμός του αποτελεσματικού μετώπου στην περίπτωση που επιτρέπονται οι ανοικτές πωλήσεις και υπάρχει η δυνατότητα επένδυσης στο ακίνδυνο χρεόγραφο

Καθώς η κλίση μιας ευθείας η οποία συνδέει το ακίνδυνο χρεόγραφο με ένα χαρτοφυλάκιο επικίνδυνων χρεογράφων ισούται με τον λόγο της επιπρόσθετης απόδοσης (excess return) του χαρτοφυλακίου (δηλαδή της διαφοράς μεταξύ της αναμενόμενης απόδοσης του χαρτοφυλακίου και της απόδοσης του ακίνδυνου χρεογράφου) προς την τυπική του απόκλιση, η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος για τον προσδιορισμό του αποτελεσματικού μετώπου έχει ως εξής:

$$\text{Μεγιστοποίηση:} \quad \theta = \frac{E(r_P) - r_F}{\sigma_P}$$

$$\text{Υπό τον περιορισμό:} \quad \sum_{i=1}^m w_i = 1$$

Το παραπάνω πρόβλημα είναι ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης υπό περιορισμούς, για την επίλυση του οποίου μπορούν να χρησιμοποιηθούν διάφορες τεχνικές, όπως η μέθοδος των πολλαπλασιαστών Lagrange κλπ. Εναλλακτικά, ο περιορισμός του προβλήματος είναι δυνατόν να ενσωματωθεί στην αντικειμενική συνάρτηση και αυτή με τη σειρά της να μεγιστοποιηθεί ακριβώς όπως στην περίπτωση ενός προβλήματος χωρίς περιορισμούς.

Δεδομένου ότι :

$$r_F = 1r_F = \left( \sum_{i=1}^m w_i \right) r_F = \sum_{i=1}^m (w_i r_F)$$

η αντικειμενική συνάρτηση είναι δυνατόν να γραφεί ως εξής :

$$\theta = \frac{\sum_{i=1}^m w_i (E(r_i) - r_F)}{\left[ \sum_{i=1}^m w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1, j \neq i}^m w_i w_j \sigma_{ij} \right]^{1/2}}$$

Τα ποσοστά  $w_k$  του κεφαλαίου που επενδύεται σε κάθε χρεόγραφο και για τα οποία μεγιστοποιείται η αντικειμενική συνάρτηση  $\theta$  είναι δυνατόν να προσδιοριστούν με επίλυση του συστήματος των εξισώσεων που προκύπτει αν ληφθούν υπόψη όλες οι μερικές παράγωγοι  $\partial \theta / \partial w_k$  και τεθούν ίσες με μηδέν :

$$\frac{\partial \theta}{\partial w_k} = 0 \Rightarrow$$

$$(E(r_k) - r_F) \left( \sum_{i=1}^m w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1, j \neq i}^m w_i w_j \sigma_{ij} \right)^{-1/2} +$$

$$\left[ \sum_{i=1}^m w_i (E(r_i) - r_F) \right] \left[ \begin{array}{c} \left( -\frac{1}{2} \right) \left( \sum_{i=1}^m w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m w_i w_j \sigma_{ij} \right)^{-3/2} \\ \left( 2w_k \sigma_k^2 + 2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^m w_j \sigma_{kj} \right) \end{array} \right] = 0 \Rightarrow$$

$$(E(r_k) - r_F) - \frac{\sum_{i=1}^m w_i (E(r_i) - r_F)}{\sum_{i=1}^m w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m w_i w_j \sigma_{ij}} \left( w_k \sigma_k^2 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^m w_j \sigma_{kj} \right) = 0$$

Θέτοντας :

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^m w_i (E(r_i) - r_F)}{\sum_{i=1}^m w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m w_i w_j \sigma_{ij}}$$

από την τελευταία εξίσωση προκύπτει :

$$(E(r_k) - r_F) - \lambda \left( w_k \sigma_k^2 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^m w_j \sigma_{kj} \right) = 0 \Rightarrow$$

$$E(r_k) - r_F = \lambda w_k \sigma_k^2 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^m \lambda w_j \sigma_{kj}$$

Ορίζοντας ως νέα μεταβλητή την :

$$Z_k = \lambda w_k$$

από την προηγούμενη έκφραση προκύπτει :

$$E(r_i) - r_F = Z_1 \sigma_{1i} + Z_2 \sigma_{2i} + \dots + Z_i \sigma_i^2 + \dots + Z_{N-1} \sigma_{N-1i} + Z_N \sigma_{Ni}$$

Πιο αναλυτικά :

$$E(r_1) - r_F = Z_1\sigma_1^2 + Z_2\sigma_{12} + Z_3\sigma_{13} + \dots + Z_N\sigma_{1N}$$

$$E(r_2) - r_F = Z_1\sigma_{12} + Z_2\sigma_2^2 + Z_3\sigma_{23} + \dots + Z_N\sigma_{2N}$$

$$E(r_3) - r_F = Z_1\sigma_{13} + Z_2\sigma_{23} + Z_3\sigma_3^2 + \dots + Z_N\sigma_{3N}$$

... ..

$$E(r_N) - r_F = Z_1\sigma_{1N} + Z_2\sigma_{2N} + Z_3\sigma_{3N} + \dots + Z_N\sigma_N^2$$

Τα ποσοστά  $w_k$  του κεφαλαίου που επενδύεται σε κάθε χρεόγραφο προκύπτουν επιλύοντας το παραπάνω σύστημα για τις τιμές των  $Z_1, Z_2, \dots, Z_N$  και κάνοντας χρήση της σχέσης :

$$w_k = Z_k / \sum_{i=1}^m Z_i$$

### Μη απαγόρευση ανοιχτών πωλήσεων – Μη ύπαρξη ακίνδυνου χρεογράφου

Στην περίπτωση όπου επιτρέπονται οι ανοικτές πωλήσεις και δεν υπάρχει η δυνατότητα επένδυσης στο ακίνδυνο χρεόγραφο, το αποτελεσματικό μέτωπο προσδιορίζεται και πάλι με εφαρμογή της μεθοδολογίας που παρουσιάστηκε κατά την προηγούμενη περίπτωση. Για διάφορες τιμές της απόδοσης του ακίνδυνου χρεογράφου, το οποίο υποθετικά θεωρείται ότι υπάρχει, υπολογίζονται τα αντίστοιχα βέλτιστα χαρτοφυλάκια, μέχρι να σαρωθεί όλο το αποτελεσματικό μέτωπο (Σχήμα 2.5).

### Απαγόρευση ανοιχτών πωλήσεων – Ύπαρξη ακίνδυνου χρεογράφου

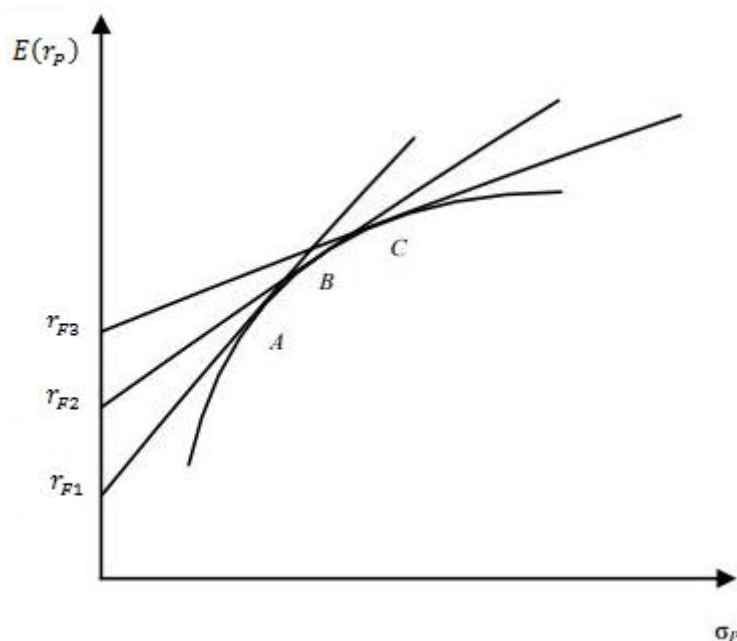
Στην περίπτωση όπου δεν επιτρέπονται οι ανοικτές πωλήσεις και υπάρχει η δυνατότητα επένδυσης στο ακίνδυνο χρεόγραφο, το πρόβλημα είναι και πάλι ανάλογο με αυτό της πρώτης περίπτωσης όπου επιτρέπονται οι ανοικτές πωλήσεις και υπάρχει η δυνατότητα επένδυσης στο ακίνδυνο χρεόγραφο. Η διαφορά έγκειται στο ότι ένας νέος περιορισμός ενσωματώνεται στο πρόβλημα, καθώς πλέον δεν είναι δυνατόν να διατηρούνται αρνητικά ποσοστά επένδυσης σε κάποιο χρεόγραφο.

Η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος για τον καθορισμό του αποτελεσματικού μετώπου στην περίπτωση αυτή έχει ως εξής :

$$\text{Μεγιστοποίηση:} \quad \theta = \frac{E(r_P) - r_F}{\sigma_P}$$

$$\text{Υπό τους περιορισμούς:} \quad \sum_{i=1}^m w_i = 1 \text{ και } w_i \geq 0$$

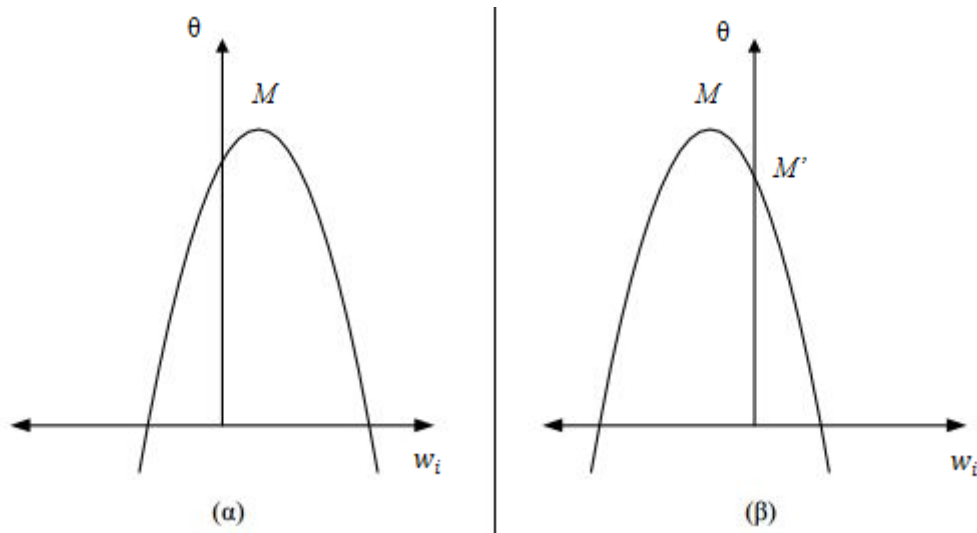




Σχήμα 2.5 : Προσδιορισμός του αποτελεσματικού μετώπου στην περίπτωση που επιτρέπονται οι ανοιχτές πωλήσεις και δεν υπάρχει η δυνατότητα επένδυσης στο ακίνδυνο χρεόγραφο

Το παραπάνω πρόβλημα είναι ένα πρόβλημα **τετραγωνικού προγραμματισμού** (quadratic programming), καθώς οι περιορισμοί είναι γραμμικοί, αλλά η αντικειμενική συνάρτηση περιέχει τους δευτεροβάθμιους όρους  $w_i^2$  και  $w_i w_j$ . Για την επίλυση του προβλήματος αυτού γίνεται χρήση αλγορίθμων οι οποίοι βασίζονται στις συνθήκες **Kuhn-Tucker** (Kuhn-Tucker conditions). Η λογική χρησιμότητας των συνθηκών Kuhn-Tucker έχει να κάνει με το ότι εάν είναι δυνατόν να βρεθεί μια λύση η οποία να τις ικανοποιεί, τότε η λύση αυτή θα αντιστοιχεί στο βέλτιστο χαρτοφυλάκιο.

Στην αρχική περίπτωση κατά την οποία επιτρέπονται οι ανοικτές πωλήσεις και υπάρχει η δυνατότητα επένδυσης στο ακίνδυνο χρεόγραφο, η μέγιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης  $\theta$  προκύπτει αν ληφθούν οι μερικές παράγωγοι  $\partial\theta/\partial w_i$  και τεθούν ίσες με μηδέν. Η μέγιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης  $\theta$  αναπαρίσταται στο Σχήμα 2.6α με το σημείο  $M$ . Στην περίπτωση όπου δεν επιτρέπονται οι ανοικτές πωλήσεις ( $w_i \geq 0$ ), το πρόβλημα που προκύπτει έχει να κάνει με το ότι η αντικειμενική συνάρτηση  $\theta$  μπορεί να λάβει τη μέγιστη τιμή της για τιμές  $w_i$  που δεν ανήκουν στο πεδίο ορισμού της (δηλαδή για  $w_i < 0$ ). Όπως φαίνεται και από το Σχήμα 2.6β, η μέγιστη τιμή που δύναται να λάβει η αντικειμενική συνάρτηση  $\theta$ , ικανοποιώντας συγχρόνως τη συνθήκη περί απαγόρευσης των ανοικτών πωλήσεων, αναπαρίσταται από το σημείο  $M'$ .



Σχήμα 2.6 : Μεγιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης  $\theta$  για τις διάφορες τιμές του ποσοστού  $w_i$  του κεφαλαίου που επενδύεται σε κάθε χρεόγραφο

Συνεπώς, όταν η μέγιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης  $\theta$  παρατηρείται για  $w_i = 0$ , τότε θα ισχύει  $\partial\theta/\partial w_i < 0$ , ενώ όταν η μέγιστη τιμή παρατηρείται για  $w_i > 0$ , τότε θα ισχύει  $\partial\theta/\partial w_i = 0$ . Γενικεύοντας, για την περίπτωση όπου δεν επιτρέπονται οι ανοιχτές πωλήσεις θα ισχύει :

$$\frac{\partial\theta}{\partial w_i} \leq 0 \text{ για } w_i \geq 0$$

Η παραπάνω ισότητα μπορεί εναλλακτικά να γραφεί ως εξής :

$$\frac{\partial\theta}{\partial w_i} + U_i = 0$$

Η συνθήκη αυτή αποτελεί την πρώτη συνθήκη Kuhn-Tucker.

Από την συνθήκη αυτή προκύπτει :

$$w_i > 0 \Rightarrow \frac{\partial\theta}{\partial w_i} \leq 0 \Rightarrow U_i = 0$$

$$w_i = 0 \Rightarrow \frac{\partial\theta}{\partial w_i} < 0 \Rightarrow U_i > 0$$

Οι σχέσεις αυτές αποτελούν τη δεύτερη συνθήκη Kuhn-Tucker και μπορούν να γραφούν σε ενοποιημένη μορφή ως εξής :

$$\begin{aligned} w_i U_i &= 0 \\ w_i &\geq 0 \\ U_i &\geq 0 \end{aligned}$$

Συνοψίζοντας, για τις συνθήκες Kuhn-Tucker :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial w_i} + U_i &= 0 \\ w_i U_i &= 0 \\ w_i &\geq 0 \\ U_i &\geq 0 \end{aligned}$$

Οποιαδήποτε λύση ικανοποιεί τις παραπάνω συνθήκες θα είναι μια λύση η οποία θα αντιστοιχεί σε ένα βέλτιστο χαρτοφυλάκιο του αποτελεσματικού μετώπου.

### Απαγόρευση ανοικτών πωλήσεων – Μη ύπαρξη ακίνδυνου χρεογράφου

Στην περίπτωση όπου δεν επιτρέπονται οι ανοικτές πωλήσεις και δεν υπάρχει η δυνατότητα επένδυσης στο ακίνδυνο χρεόγραφο, το αποτελεσματικό μέτωπο προσδιορίζεται με ελαχιστοποίηση του κινδύνου για διάφορες τιμές της απόδοσης. Συγχρόνως, λαμβάνεται υπόψη ότι δεν είναι δυνατόν να διατηρούνται αρνητικά ποσοστά επένδυσης σε κάποιο χρεόγραφο και ότι το άθροισμα των ποσοστών αυτών ισούται με τη μονάδα.

Η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος για τον καθορισμό του αποτελεσματικού μετώπου στην περίπτωση αυτή έχει ως εξής :

$$\text{Ελαχιστοποίηση: } \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^m w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m w_i w_j \sigma_{ij}$$

$$\text{Υπό τους περιορισμούς: } \sum_{i=1}^m w_i = 1, \quad \sum_{i=1}^m (w_i E(r_p)) = E(r_p) \text{ και } w_i \geq 0$$

Η παραπάνω διατύπωση αντιστοιχεί στην αυθεντική έκφραση του υποδείγματος μέσου-διακύμανσης, όπως αυτό προτάθηκε από τον Markowitz(1952). Το πρόβλημα αυτό είναι και σε αυτή την περίπτωση ένα πρόβλημα τετραγωνικού προγραμματισμού. Μεταβάλλοντας την αναμενόμενη απόδοση  $E(r_p)$  μεταξύ των τιμών των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου ελαχίστου κινδύνου και του χαρτοφυλακίου μέγιστης απόδοσης, προσδιορίζονται διάφορα σημεία πάνω στο αποτελεσματικό μέτωπο, μέχρι αυτό να σαρωθεί πλήρως.

## 2.11 Συγκριτική Αξιολόγηση Ενεργητικής και Παθητικής Διαχείρισης Χαρτοφυλακίων Χρεογράφων

Ακολουθώντας την ανάλυση των στρατηγικών διαχείρισης χαρτοφυλακίων που προηγήθηκε, θα επιχειρήσουμε να παραθέσουμε μία συγκριτική αξιολόγηση μεταξύ των δύο, δηλαδή μεταξύ της ενεργητικής και της παθητικής διαχείρισης.

Αρχικά ας εστιάσουμε στον στόχο της κάθε στρατηγικής. Η ενεργητική διαχείριση στοχεύει στην επίτευξη όσο το δυνατόν υψηλότερων αποδόσεων, οι οποίες θα υπερβαίνουν τις αντίστοιχες των προτύπων χαρτοφυλακίων (benchmark portfolios) και κατά το δυνατόν τις αποδόσεις των δεικτών που έχουν τεθεί ως δείκτες αναφοράς, με γνώμονα πάντα μια κανονικοποιημένη βάση κινδύνου. Η παθητική διαχείριση από την άλλη έχει ως στόχο να ακολουθήσει όσο πιο πιστά γίνεται ένα δείκτη αναφοράς. Οπότε γίνεται αμέσως κατανοητό ότι η πορεία της αγοράς επηρεάζει σε πολύ μεγαλύτερο βαθμό τα παθητικά από τα ενεργητικά χαρτοφυλάκια. Το γεγονός αυτό βέβαια έχει διττή σημασία, καθώς σε γενικευμένες πτώσεις τα ενεργητικά χαρτοφυλάκια έχουν τη δυνατότητα να περιορίσουν τις απώλειες τους σε αντίθεση με τα παθητικά, που ακολουθούν την πορεία της αγοράς, ενώ σε ισχυρές ανόδους τα παθητικά χαρτοφυλάκια είναι δυνατόν να επιτύχουν μεγαλύτερες αποδόσεις από τα ενεργητικά, ανάλογα πάντα με τις επιλογές που έχουν γίνει αναφορικά με τη σύσταση τους.

Η σημαντικότερη ίσως διαφορά ανάμεσα στις δύο στρατηγικές είναι ο βαθμός του κινδύνου (risk) που αναλαμβάνει κάθε φορά ο επενδυτής. Μπορεί στις ενεργητικές στρατηγικές να υπάρχουν μεταβλητές που θέτουν όρια στον κίνδυνο που εμπεριέχεται στο χαρτοφυλάκιο, ανάλογα πάντα με τις προτιμήσεις του επενδυτή, δεν συγκρίνεται όμως με τον περιορισμένο κίνδυνο που υπάρχει στα παθητικά χαρτοφυλάκια. Αυτό όμως έχει ως αποτέλεσμα τα παθητικά χαρτοφυλάκια να είναι πιο δύσκαμπτα από τα ενεργητικά, κάτι που σημαίνει ότι συνοδεύονται από μία αδυναμία εκμετάλλευσης αξιόλογων επιλογών που δεν εμπεριέχονται στον δείκτη που ακολουθούν, καθώς επίσης και ότι δεν έχουν την δυνατότητα να θωρακιστούν απέναντι σε μία επερχόμενη πτώση με τη λήψη πιο ενεργητικών και εύκαμπτων επιλογών.

Οι διαχειριστές των ενεργητικών χαρτοφυλακίων αναγκάζονται να αναθεωρούν συχνά τη σύσταση τους, καθώς είναι μεγάλης σημασίας η αξιοποίηση αξιόλογων επενδυτικών επιλογών, οι οποίες όμως αλλάζουν συνήθως σε τακτά χρονικά διαστήματα. Αντίθετα, η σύσταση των παθητικών χαρτοφυλακίων παραμένει σταθερή για μεγάλα χρονικά διαστήματα, παρόλο που χρειάζεται αναθεώρηση, ειδικά στις περιπτώσεις όπου χρησιμοποιείται η στρατηγική της βελτιστοποίησης και όχι της πλήρους αντιγραφής. Το γεγονός αυτό συνεπάγεται και ένα αυξημένο κόστος σε έξοδα συναλλαγών για τα ενεργητικά χαρτοφυλάκια σε σύγκριση με τα παθητικά, που όπως αναφέρθηκε χρειάζονται αναθεώρηση λιγότερο συχνά. Το αυξημένο κόστος αυτό βέβαια περιορίζει τα κέρδη των επενδυτών από το ενεργητικό χαρτοφυλάκιο.

Χρειάζεται επίσης να αναφερθεί ότι τα ενεργητικά χαρτοφυλάκια συνήθως αποδίδουν σε βραχυχρόνιο ορίζοντα. Η συνεχής αναθεώρηση τους, η ενδεχόμενη επιλογή χρεογράφων με χαμηλότερη από την αναμενόμενη απόδοση, η ύπαρξη σημαντικού κινδύνου και η μεγάλη μεταβλητότητα που εμπεριέχεται συνήθως στις αγορές επηρεάζουν την αποτελεσματικότητά τους, με συνέπεια να μην υπάρχει καμία εγγύηση ότι οι αποδόσεις τους θα ξεπερνάνε σταθερά τις αποδόσεις των δεικτών αναφοράς. Ένα ενεργητικό χαρτοφυλάκιο που ξεπέρασε την αγορά για μία δεδομένη χρονική περίοδο μπορεί να μην την υπερβεί για την επόμενη περίοδο. Είναι βέβαια

ζωτικής σημασίας η ικανότητα του εκάστοτε διαχειριστή και οι επιλογές χρεογράφων που πραγματοποιεί.

Αντίθετα, τα παθητικά χαρτοφυλάκια λειτουργούν σε μακροχρόνιο ορίζοντα, ακολουθώντας την πορεία των αγορών, τόσο στις ανόδους, όσο και στις πτώσεις και οι αποδόσεις τους εξαρτώνται πλήρως από την πορεία αυτή. Τέλος χρειάζεται να αναφερθεί ότι σε ένα παθητικό χαρτοφυλάκιο, το οποίο δεν έχει δημιουργηθεί με την στρατηγική της πλήρους αντιγραφής, υπάρχει πάντα ο κίνδυνος η απόδοση του να είναι χαμηλότερη από την απόδοση της αγοράς, ανάλογα πάντα με το σφάλμα αποτύπωσης (tracking error). Ειδικά για την παθητική διαχείριση ο κίνδυνος αυτός είναι ιδιαίτερα σημαντικός, καθώς η στρατηγική της πλήρους αντιγραφής δεν χρησιμοποιείται πλέον τόσο συχνά, λόγω αυξημένων κόστεων συναλλαγών. Η στρατηγική της βελτιστοποίησης, με την οποία επιχειρεί κανείς να ακολουθήσει έναν δείκτη με όσο το δυνατόν μικρότερη απόκλιση και με σχετικά μικρό αριθμό χρεογράφων, έχει αναδειχθεί σε σημαντικό αντικείμενο έρευνας τις δύο τελευταίες δεκαετίες και χρησιμοποιείται πλέον ευρέως για την παθητική διαχείριση.



## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3**

### **Επισκόπηση Συσχετιζόμενων Μεθοδολογιών**

---

Η παθητική διαχείριση χαρτοφυλακίων, και πιο συγκεκριμένα η διαδικασία βελτιστοποίησης (index tracking), είναι ένα θέμα το οποίο έχει απασχολήσει τους ερευνητές ήδη από τα μισά του προηγούμενου αιώνα. Τις τελευταίες δεκαετίες, τόσο στην Αμερική όσο και στην Ευρώπη, η παθητική διαχείριση έχει προσελκύσει ισχυρότερο ενδιαφέρον για δύο λόγους:

- 1) Ιστορικά δεδομένα έχουν αποδείξει ότι
  - a) ενώ τα περισσότερα ενεργητικά χαρτοφυλάκια ξεπερνούν την αγορά στη διάρκεια ενός χρόνου, σε μεγαλύτερο εύρος χρόνου τα περισσότερα αποτυγχάνουν (π.χ. στο Ηνωμένο Βασίλειο το 1998 μόνο το ένα τέταρτο των ενεργητικά διαχειριζόμενων χαρτοφυλακίων κατάφερε να ξεπεράσει τον αντίστοιχο δείκτη που χρησιμοποιούσε σαν αναφορά για ένα χρονικό διάστημα 5 χρόνων)
  - b) ένα ενεργητικό χαρτοφυλάκιο που ξεπερνάει τον αντίστοιχο δείκτη σε ένα χρόνο μπορεί να αποτύχει στον επόμενο (π.χ. στο Ηνωμένο Βασίλειο πολλά κεφάλαια που είχαν εξαιρετικές αποδόσεις το 1992 έπεσαν στις τελευταίες θέσεις της κατάταξης μέχρι το 1998)
- 2) Μέχρι και τα μέσα της δεκαετίας '00, οι αγορές (και οι αντίστοιχοι δείκτες) σημείωναν σταθερή άνοδο μακροπρόθεσμα, οπότε είχε γίνει αντιληπτό ότι υπήρχε η δυνατότητα να επιτευχθούν λογικές αποδόσεις απλά ακολουθώντας τους δείκτες, χωρίς τον επιπρόσθετο κίνδυνο της ενεργητικής διαχείρισης

Από τις στρατηγικές παθητικής διαχείρισης, αυτή η οποία έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον είναι η βελτιστοποίηση, καθώς προσφέρει πλεονεκτήματα συγκριτικά με τις υπόλοιπες παθητικές στρατηγικές διαχείρισης, όπως είναι για παράδειγμα η αντιγραφή ενός δείκτη ή η δειγματοληψία.

Το κυριότερο πλεονέκτημα βέβαια είναι, ότι δεν χρειάζεται η αγοραπωλησία όλων ή ενός πολύ μεγάλου αριθμού μετοχών ενός δείκτη ανά τακτά χρονικά διαστήματα, ώστε να επιτύχουμε σχετικά μικρές αποκλίσεις στην απόδοση του κατασκευαζόμενου χαρτοφυλακίου. Η διαδικασία αυτή αναγκάζει τον εκάστοτε επενδυτή να καταναλώνει ένα σημαντικό ποσοστό της επένδυσης σε κόστη συναλλαγής (αγοραπωλησίες μετοχών), γεγονός που εκμηδενίζει στις περισσότερες περιπτώσεις τα κέρδη που θα αποφέρει η αντιγραφή του δείκτη.

Το μειονέκτημα που παρατηρείται όμως, είναι ότι επειδή η διαδικασία βελτιστοποίησης εξαρτάται απόλυτα από τα ιστορικά στοιχεία, αν αυτά εμφανίζουν μεγάλη μεταβλητότητα, τα αποτελέσματα θα εμφανίζουν σημαντικές αποκλίσεις. Επίσης, εξαιτίας της πολυπλοκότητας του προβλήματος είναι σχετικά δύσκολο να βρεθεί ένας αλγόριθμος που θα βρίσκει την βέλτιστη λύση σε κάθε περίπτωση.

Η πλειοψηφία των εργασιών που σχετίζονται με την βελτιστοποίηση και περατώθηκαν ως το 2003 έχει ως αντικείμενο τη δημιουργία ενός χαρτοφυλακίου, το οποίο θα ακολουθεί ένα δείκτη, από το μηδέν, χωρίς να λαμβάνει καθόλου υπόψη τους περιορισμούς σε κόστη συναλλαγής. Οι εργασίες αυτές αντιμετωπίζουν το

πρόβλημα του μικτού ακέρατου προγραμματισμού (δηλαδή της επιλογής ενός υποσυνόλου μετοχών από τον εκάστοτε δείκτη) περιορίζοντας αρχικά τον αριθμό των μετοχών που μπορούν να επιλεγούν, σύμφωνα με στατιστικά στοιχεία και προσπαθώντας πάντα να συμπεριλάβουν μετοχές από όλους τους μείζονες τομείς του δείκτη. Αφού δημιουργηθεί μία λίστα με τις μετοχές αυτές, το πρόβλημα λύνεται χωρίς να προστίθεται κανένας περιορισμός ως προς τον αριθμό των μετοχών, που ανήκουν πάντα στη λίστα, ο οποίος μπορεί να συμπεριληφθεί στο παθητικό χαρτοφυλάκιο.

Παρακάτω παρατίθεται ένας πίνακας με τις εργασίες, τα αποτελέσματα των οποίων αναφέρονται στην επερχόμενη ανασκόπηση.

| Τίτλος δημοσίευσης   | Χρόνος δημοσίευσης |
|--|--------------------|
| S.D. Hodges, Problems in the application of portfolio selection models   | 1976               |
| A. Rudd, Optimal selection of passive portfolios   | 1980               |
| W.M. Toy, M.A. Zurack, Tracking the Euro-Pac index   | 1989               |
| N. Meade, G.R. Salkin, Index funds—construction and performance measurement  | 1989               |
| N. Meade, G.R. Salkin, Developing and maintaining an equity index fund   | 1990               |
| R.A. Haugen, N.L. Baker, Dedicated stock portfolios  | 1990               |
| G.A. Larsen Jr., B.G. Resnick, Empirical insights on indexing  | 1998               |
| R. Roll, A mean/variance analysis of tracking error  | 1992               |
| E.C. Franks, Targeting excess-of-benchmark returns   | 1992               |
| H.C. Rohweder, Implementing stock selection ideas: Does tracking error optimization do any good?   | 1998               |
| M.Y. Wang, Multiple-benchmark and multiple-portfolio optimization  | 1999               |
| C.J. Adcock, N. Meade, A simple algorithm to incorporate transaction costs in quadratic optimisation   | 1994               |
| K.J. Worzel, C. Vassiadou-Zeniou, S.A. Zenios, Integrated simulation and optimization models for tracking indices of fixed-income securities | 1994               |
| A. Consiglio, S.A. Zenios, Integrated simulation and optimization models for tracking international fixed income indices                     | 2001               |
| S.A. Zenios, M.R. Holmer, R. McKendall, C. Vassiadou-Zeniou, Dynamic models for fixed-income portfolio management under uncertainty          | 1998               |
| G. Connor, H. Leland, Cash management for index tracking   | 1995               |
| I.R.C. Buckley, R. Korn, Optimal index tracking under transaction costs and impulse control  | 1998               |
| Y. Tabata, E. Takeda, Bicriteria optimization problem of designing an index fund   | 1995               |
| C.Alexander, Optimal hedging using cointegration   | 1999               |
| C. Alexander, A. Dimitriu, Indexing and statistical arbitrage: Tracking error or cointegration?  | 2005               |



|  |      |
|--|------|
| S. Browne, Beating a moving target: Optimal portfolio strategies for outperforming a stochastic benchmark  | 1999 |
| G. Dorfleitner, A note on the exact replication of a stock index with a multiplier rounding method   | 1999 |
| D.B. Keim, An analysis of mutual fund design: The case of investing in small-cap stocks  | 1999 |
| M. Rudolf, H.-J. Wolter, H. Zimmermann, A linear model for tracking error minimization   | 1999 |
| G. Bamberg, N. Wagner, Equity index replication with standard and robust regression estimators   | 2000 |
| M. Ammann, H. Zimmermann, Tracking error and tactical asset allocation   | 2001 |
| M. Gilli, E. Kellezi, The threshold accepting heuristic for index tracking   | 2002 |
| R. Jansen, R. van Dijk, Optimal benchmark tracking with small portfolios   | 2002 |
| J.E. Beasley, N. Meade, T.-J. Chang, An evolutionary heuristic for the index tracking problem  | 2003 |
| U. Derigs, N.-H. Nickel, Meta-heuristic based decision support for portfolio optimisation with a case study on tracking error minimization in passive portfolio management | 2003 |
| N. Okay, U. Akman, Index tracking with constraint aggregation  | 2003 |
| S.M. Focardi, F.J. Fabozzi, A methodology for index tracking based on timeseries clustering  | 2004 |
| Y. Fang, S.-Y. Wang, A fuzzy index tracking portfolio selection model  | 2005 |
| A.A. Gaivoronoski, S. Krylov, N. van der Wijst, Optimal portfolio selection and dynamic benchmark tracking   | 2005 |
| K.J. Oh, T.Y. Kim, S. Min, Using genetic algorithm to support portfolio optimization for index fund management   | 2005 |
| C. Dose, S. Cincotti, Clustering of financial time series with application to index and enhanced index tracking portfolio  | 2005 |
| H. Konno, T. Hatagi, Index-plus-alpha tracking under concave transaction cost  | 2005 |
| F. Corielli, M. Marcellino, Factor based index tracking  | 2006 |
| D.D. Yao, S. Zhang, X.Y. Zhou, Tracking a financial benchmark using a few assets   | 2006 |
| L. Yu, S. Zhang, X.Y. Zhou, A downside risk analysis based on financial index tracking models  | 2006 |
| A.S.J. Stoyan, B.R.H. Kwon, A two-stage stochastic mixed-integer programming approach to the index tracking problem  | 2007 |
| L.C. Wu, S.C. Chou, C.C. Yang, C.S. Ong, Enhanced index investing based on goal programming  | 2007 |
| D. Colwell, N. El-Hassan, O.K. Kwon, Hedging diffusion processes by local risk minimization with applications to index tracking  | 2007 |
| N.A Canakgoz, J.E Beasley, Mixed-integer programming approaches for index tracking and enhanced indexation   | 2008 |

|   |      |
|---|------|
| C. Gomes, H. Waelbroeck, Transaction Cost Analysis to Optimize Trading Strategies | 2010 |
| B. Boscaljon, G. Filbeck, X. Zhao, Why track inefficiency?                        | 2011 |

Πίνακας 3.1 Τίτλοι δημοσιεύσεων που χρησιμοποιήθηκαν στην επισκόπηση

Οι πρώτες προσπάθειες να δημιουργηθεί ένα μοντέλο βελτιστοποίησης έγιναν την δεκαετία του '70, όταν ο Hodges χρησιμοποίησε ένα μοντέλο που βασιζόταν στη θεωρία χαρτοφυλακίου του Markowitz. Στην εργασία που εκδόθηκε προτεινόταν ότι, η επίδραση των σφαλμάτων στις προβλέψεις των αναμενόμενων αποδόσεων μπορεί να μειωθεί αν αυτές οι προβλέψεις χρησιμοποιηθούν με στόχο να τροποποιήσουν μία εκ των προτέρων κατανομή χρεογράφων η οποία οδηγεί σε ελάχιστη δραστηριότητα συναλλαγών. Η αποτελεσματική διαφοροποίηση ανάμεσα στις βιομηχανικές ομάδες συνήθως παρεμποδίζεται από τις δυσκολίες που υπάρχουν στην πρόβλεψη των διακυμάνσεων. Με τη χρήση όμως ενός μοντέλου επιλογής χρεογράφων, μία τέτοια διαφοροποίηση είναι εφικτή και αλλάζει σε μεγάλο βαθμό τόσο τις προαναφερθείσες προβλέψεις, όσο και τις σχέσεις στις οποίες βασίζονται οι επενδυτές για τον καθορισμό του κατάλληλου χρονικού ορίζοντα και της αναμενόμενης απόδοσης των χαρτοφυλακίων. Θεωρητικά, στην εργασία η δοκιμή βελτιστοποίησης έγινε συγκρίνοντας την καμπύλη που συσχετίζει τη διακύμανση των τιμών με την απόδοση που ξεπερνάει ένα συγκεκριμένο δείκτη, με την καμπύλη που συσχετίζει διακύμανση και απόδοση στο κλασσικό μοντέλο μέσου-διακύμανσης του Markowitz.

Ο Rudd (1980) κατασκεύασε έναν απλό ευρετικό αλγόριθμο για την πραγματοποίηση της βελτιστοποίησης και παρουσίασε ένα μοντέλο παραγόντων (factor model). Τα μοντέλα παραγόντων συσχετίζουν την απόδοση μιας μετοχής με έναν ή περισσότερους βασικούς οικονομικούς παράγοντες. Ένα μοντέλο ενός παράγοντα, για παράδειγμα, μπορεί να εργαστεί αρχικά εκτελώντας μία γραμμική παλινδρόμηση της απόδοσης κάθε μετοχής σχετικά με την απόδοση του δείκτη στον οποίο ανήκει. Μία εξίσωση της μορφής :

$$\text{απόδοση της μετοχής } i = (\text{σταθερά}) + \beta_i$$

δημιουργείται για κάθε μετοχή  $i$ , όπου  $\beta_i$  είναι η απόδοση του δείκτη. Στην συνέχεια κατασκευάζεται ένα μοντέλο ελαχιστοποίησης διακύμανσης, με τον περιορισμό ότι ο συντελεστής Βήτα (beta) του χαρτοφυλακίου είναι ίσος με 1 (αφού ο συντελεστής παλινδρόμησης του δείκτη είναι ίσος με 1), και λύνεται για να βρεθεί το χαρτοφυλάκιο που ακολουθεί καλύτερα τον δείκτη. Ο Rudd πρότεινε τα κόστη συναλλαγών να ενσωματωθούν στην αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου παραγόντων, εισάγοντας μία παράμετρο στάθμισης, με στόχο να αποθαρρύνει τις επιπλέον συναλλαγές από τη στιγμή που έχει δημιουργηθεί το αρχικό χαρτοφυλάκιο. Η προσέγγιση του ανταποκρίνεται στην περίπτωση που τα κόστη συναλλαγών δεν είναι περιορισμένα και καλύπτονται από ξεχωριστό λογαριασμό, όχι από το κεφάλαιο που είναι διαθέσιμο για τη δημιουργία του χαρτοφυλακίου. Παρουσίασε τέλος αποτελέσματα για χαρτοφυλάκια που ακολουθούν τον δείκτη S&P 500.

Οι Toy και Zurack (1989) εργάστηκαν πάνω στη δημιουργία παθητικών χαρτοφυλακίων που ακολουθούν τον δείκτη Euro-Pac, ο οποίος περιελάμβανε 1650 μετοχές, και του FT, ο οποίος περιελάμβανε περίπου 2400 μετοχές σε 24 χώρες καλύπτοντας 36 βιομηχανικούς κλάδους. Ο στόχος τους ήταν να εξαπλωθεί η διαδικασία της παθητικής διαχείρισης σε δείκτες στους οποίους δεν ανήκουν μετοχές των Η.Π.Α, καθώς μέχρι εκείνο το χρονικό σημείο οι περισσότεροι επενδυτές δεν

είχαν δείξει ενδιαφέρον για μια τέτοια αλλαγή. Ο τρόπος με τον οποίο προχώρησαν στο εγχείρημα αυτό ήταν, να κατασκευάσουν αρχικά παθητικά χαρτοφυλάκια που ακολουθούν μεμονωμένους δείκτες διαφόρων χωρών και στη συνέχεια να δημιουργήσουν ένα 'γενικό' χαρτοφυλάκιο από το συνδυασμό των παραπάνω. Δεν εργάστηκαν πάνω στον τρόπο με τον οποίο θα γίνεται η βελτιστοποίηση όμως, καθώς χρησιμοποιήθηκε λογισμικό βελτιστοποίησης ('optimization software') που ήταν διαθέσιμο στο εμπόριο.

Οι Meade και Salkin (1989) έδωσαν μία μαθηματική διατύπωση στο σφάλμα αποτύπωσης (tracking error), η οποία επέτρεπε να λυθεί το πρόβλημα με χρήση τετραγωνικού προγραμματισμού. Μελέτησαν επίσης την επίδραση που είχε στο χαρτοφυλάκιο ο περιορισμός του, ούτως ώστε να έχει αντίστοιχα χαρακτηριστικά με αυτά του δείκτη. Χρησιμοποίησαν ιστορικά δεδομένα από το χρηματιστήριο του Τόκιο, τα οποία έδειξαν ότι δεν προκύπτει κάποιο όφελος από τον επιπλέον αυτόν περιορισμό.

Πάλι οι Meade και Salkin (1990) επεκτάθηκαν σε προηγούμενη δουλειά τους και μελέτησαν την διαδικασία της βελτιστοποίησης υπό το πρίσμα της παραδοχής ότι, οι αποδόσεις των μετοχών και του δείκτη ακολουθούν μία παλινδρομική γύρω από τον εαυτό τους και σκεδαστική γύρω από τα υπόλοιπα στοιχεία διαδικασία, με συγκεκριμένους φυσικά περιορισμούς. Χρησιμοποιώντας την παραδοχή αυτή έλυσαν το πρόβλημα βελτιστοποίησης με χρήση τετραγωνικού προγραμματισμού. Παρουσίασαν αποτελέσματα κάνοντας χρήση ιστορικών δεδομένων από το χρηματιστήριο του Λονδίνου, στα οποία φαίνεται η αποτελεσματικότητα της περιοδικής αναπροσαρμογής του παθητικού χαρτοφυλακίου που κατασκευάστηκε με το μοντέλο τους. Στην εργασία αυτή λαμβάνουν υπόψη τα κόστη συναλλαγών σε κάθε αναπροσαρμογή του χαρτοφυλακίου, αλλά δεν έχουν προσθέσει κάποιον περιορισμό στη μοντελοποίηση τους, αναφορικά στο ποσοστό της επένδυσης που καταλαμβάνουν.

Οι Haugen και Baker (1990) επεκτάθηκαν στο μοντέλο ενός παράγοντα του Rudd, δημιουργώντας ένα μοντέλο πολλών παραγόντων (Multi-factor model). Παρουσίασαν αποτελέσματα χαρτοφυλακίων μετοχών τα οποία ακολουθούσαν έναν καταναλωτικό δείκτη (consumer price index, CPI). Οι Larsen και Resnick (1998) χρησιμοποίησαν το μοντέλο του Rudd για να κατασκευάσουν παθητικά χαρτοφυλάκια, με στόχο να ερευνήσουν σε τι βαθμό μπορούσαν να ακολουθήσουν έναν αριθμό από δείκτες, δημιουργίας τους, και να μελετήσουν την επίδραση που είχε η χρονική στιγμή, στην οποία γινόταν ο επαναπροσδιορισμός της σύστασης των χαρτοφυλακίων, στην αποτελεσματικότητά τους.

Ο Roll (1992) εργάστηκε πάνω στο μοντέλο του Markowitz, συγκρίνοντας την καμπύλη που συσχετίζει τη διακύμανση των τιμών με την απόδοση που ξεπερνάει ένα συγκεκριμένο δείκτη, με την καμπύλη που συσχετίζει διακύμανση και απόδοση στο κλασικό μοντέλο μέσου-διακύμανσης. Επίσης επιχείρησε να συνδυάσει το μοντέλο του Markowitz με τα μοντέλα παραγόντων, εισάγοντας έναν περιορισμό στον συντελεστή Βήτα του χαρτοφυλακίου που ακολουθεί τον δείκτη, με αποτέλεσμα να βελτιώσει την απόδοσή του.

Το μοντέλο του Markowitz χρησιμοποιήθηκε και από επόμενους ερευνητές, με διάφορες τροποποιήσεις, με στόχο την δημιουργία παθητικών χαρτοφυλακίων. Ο Franks (1992) διεκπεραίωσε μία προσομοίωση παθητικής διαχείρισης με 5 μετοχές σε χρονικό διάστημα 50 χρόνων, χρησιμοποιώντας ένα τροποποιημένο μοντέλο Markowitz. Ο Rohweder (1998) πρότεινε την δημιουργία χαρτοφυλακίων χρησιμοποιώντας τόσο βελτιστοποίηση του σφάλματος αποτύπωσης (tracking error optimization - TEO), όσο και προβλέψεις που αφορούν την μελλοντική πορεία των

μετοχών που το αποτελούν, καθώς χαρτοφυλάκια κατασκευασμένα αποκλειστικά με τη χρήση 'TEO' εμφανίζουν αποκλίσεις από τους δείκτες που ακολουθούν. Παρουσίασε επίσης ένα μοντέλο Markowitz το οποίο περιλαμβάνει στην αντικειμενική συνάρτηση έναν όρο που αφορά τα κόστη συναλλαγών. Σύμφωνα με τον Wang (1999), το πρόβλημα βελτιστοποίησης μπορεί να λυθεί με τον αλγόριθμο του μοντέλου Markowitz. Για να υποστηρίξει τη δήλωση αυτή, παρουσίασε ένα μοντέλο Markowitz, στο οποίο είχαν γίνει αλλαγές με στόχο την όσο το δυνατόν καλύτερη αντιμετώπιση του προβλήματος δημιουργίας παθητικού χαρτοφυλακίου. Επίσης, στην αντικειμενική συνάρτηση του είχαν συμπεριληφθεί, πέρα από έναν όρο που αφορά τα κόστη συναλλαγών, όροι που αφορούν την παρακολούθηση περισσότερων από έναν δεικτών.

Οι Adcock και Meade (1994) ερεύνησαν το πρόβλημα της αναπροσαρμογής ενός παθητικού χαρτοφυλακίου (βασισμένου στη στρατηγική βελτιστοποίησης) στη διάρκεια του χρόνου, λαμβάνοντας υπόψη τον παράγοντα των εξόδων συναλλαγής σε κάθε αναπροσαρμογή. Τα κόστη αυτά συναλλαγής συμπεριλαμβάνονται, με τη χρήση ενός παράγοντα στάθμισης, στην αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου που παρουσιάστηκε, αλλά δεν υπάρχει κάποιος περιορισμός ως προς το ποσοστό του διαθέσιμου κεφαλαίου που καταναλώνεται σε αυτά. Παρουσιάστηκαν επίσης αποτελέσματα για ένα παθητικό χαρτοφυλάκιο 200 μετοχών.

Οι Worzel et al. (1994) παρουσίασε την προσέγγιση του, που βασιζόταν στην εκτέλεση πολλαπλών σεναρίων δημιουργίας χαρτοφυλακίων, κατά την παρακολούθηση ενός συγκεκριμένου δείκτη (mortgage index). Η μοντελοποίηση του προβλήματος που χρησιμοποίησε, η οποία λαμβάνει υπόψη τα ιστορικά στοιχεία μίας μόνο περιόδου, έχει σχεδιαστεί κατά τέτοιο τρόπο ώστε να μεγιστοποιεί την απόδοση ενώ ταυτόχρονα περιορίζει, σε όλα τα σενάρια, την πιθανότητα η απόδοση του χαρτοφυλακίου να πέσει κάτω από την απόδοση του δείκτη. Τα κόστη συναλλαγής έχουν συμπεριληφθεί στη συγκεκριμένη μοντελοποίηση, αλλά δεν υπάρχει κάποιος περιορισμός ως προς το ποσό που καταναλώνεται σε αυτά.

Η ίδια ακριβώς προσέγγιση χρησιμοποιείται από τους Consiglio και Zenios (2001) με στόχο την παρακολούθηση ενός δείκτη ομολόγων. Επίσης το 1998, οι Zenios et al. παρουσίασαν ένα μοντέλο, το οποίο είχε ως στόχο να παρακολουθήσει σε διάρκεια πολλών χρονικών περιόδων ένα δείκτη. Στο μοντέλο αυτό χρησιμοποιείται πολυσταδιακός στοχαστικός προγραμματισμός (stochastic programming) σε συνδυασμό με τα περιγραφικά μοντέλα προσομοίωσης Monte Carlo. Πραγματοποιούνται επίσης εκτενή πειράματα, ώστε να επικυρωθεί η αποτελεσματικότητα του μοντέλου έναντι της αβεβαιότητας και να αξιολογηθεί η απόδοση του έναντι των αντίστοιχων μοντέλων μίας χρονικής περιόδου. Το αποτέλεσμα που παρουσιάστηκε έδειξε ότι η απόδοση του μοντέλου αυτού ήταν σημαντικά ανώτερη από τους ανταγωνιστές του.

Οι Connor και Leland (1995) ερεύνησαν το πρόβλημα διαχείρισης κεφαλαίου που παρουσιάζεται, όταν το χαρτοφυλάκιο που ακολουθεί ένα δείκτη υπόκειται σε τυχαίες εισροές ή εκροές χρημάτων. Προκειμένου να αντιμετωπιστούν τέτοιες περιπτώσεις, και για να αποφευχθεί η κατανάλωση ποσοστού του συνολικού κεφαλαίου σε κόστη συναλλαγής, είναι προτιμότερο να διατηρείται ένα ποσοστό του κεφαλαίου προς επένδυση σε διαφορετικούς πόρους και να μην συμμετέχει στο σχηματισμό του χαρτοφυλακίου. Στην προσέγγιση τους βέβαια θεωρούν ως δεδομένο ότι το παθητικό χαρτοφυλάκιο ακολουθεί τη στρατηγική της πλήρους αντιγραφής (full replication), και επιπλέον τα κόστη συναλλαγής δεν είναι περιορισμένα ούτε διακρατώνται από το κεφάλαιο που έχει επενδυθεί στο χαρτοφυλάκιο. Αντίθετα, ορίζουν τα κόστη συναλλαγής ως ένα προκαθορισμένο ποσοστό των χρημάτων που επενδύονται. Οι

Buckley και Korn (1998) επεκτάθηκαν πάνω στο συγκεκριμένο μοντέλο και θεώρησαν τα κόστη συναλλαγής ως προκαθορισμένες σταθερές.

Οι Tabata και Takeda (1995) ασχολήθηκαν με το πρόβλημα της βελτιστοποίησης και πιο συγκεκριμένα με την ελαχιστοποίηση του τετραγωνικού σφάλματος ανάμεσα στην απόδοση του χαρτοφυλακίου που παρακολουθεί ένα δείκτη και στην απόδοση του δείκτη αυτού. Επίσης εισήγαγαν έναν περιορισμό για τον ακριβή αριθμό των μετοχών που θα συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο. Παρουσίασαν έναν ευρετικό αλγόριθμο για τη λύση του προβλήματος, και αποτελέσματα για μία προσομοίωση που περιελάμβανε 15 μετοχές.

Η Alexander (1999) για να κατασκευάσει παθητικά χαρτοφυλάκια, χρησιμοποίησε τα ιστορικά δεδομένα των μετοχών ενός δείκτη και τα ιστορικά δεδομένα του δείκτη, ώστε να βρει ποιές από τις χρονικές ακολουθίες των μετοχών είχαν σε μεγαλύτερο βαθμό μία στατιστική ιδιότητα κοινή με την αντίστοιχη χρονική ακολουθία του δείκτη (cointegration). Οι μετοχές που επικρατούσαν επιλέγονταν για την σύσταση του χαρτοφυλακίου. Δίνεται επίσης ένα παράδειγμα της προσέγγισης αυτής με χρήση του δείκτη MSCI EAFE. Οι Alexander και Dimitriu (2005) εφάρμοσαν μία τεχνική που βασίζεται στο μοντέλο που αναπτύχθηκε προηγουμένως (cointegration). Στην προσέγγιση αυτή κατασκεύασαν δύο χρονικές ακολουθίες τιμών του δείκτη, στις οποίες σε κάθε περίοδο προσθέτουν/αφαιρούν αντίστοιχα από τις τιμές του δείκτη μία σταθερά ( $\alpha$ ), που αναφέρεται στην απόδοση. Χρησιμοποιώντας το μοντέλο που ανέπτυξε η Alexander κατασκευάζουν χαρτοφυλάκια τα οποία ακολουθούν τους δύο καινούργιους δείκτες, αλλά για να καταφέρουν να πετύχουν υψηλότερες αποδόσεις δίνουν μεγαλύτερο βάρος στον δείκτη, στις τιμές του οποίου έχει προστεθεί η σταθερά  $\alpha$ . Επιλέγουν τις μετοχές που θα συμμετέχουν στον δείκτη με βάση μία τεχνική που κατατάσσει τις μετοχές ανάλογα με την τιμή τους. Παρουσίασαν τα αποτελέσματα τους για μια προσομοίωση που βασίστηκε στον δείκτη Dow Jones, αλλά δεν δόθηκαν οι αντίστοιχοι χρόνοι εκτέλεσης.

Ο Browne (1999) αντιμετώπισε το πρόβλημα κατασκευής χαρτοφυλακίου χρησιμοποιώντας μεγέθη γεωμετρικής απόδοσης (continuous-time) και θεωρώντας ότι το αντικείμενο του επενδυτή είναι απλά να ξεπεράσει την απόδοση ενός δείκτη αναφοράς. Ερεύνησε τρόπους για να βρεθεί κάθε φορά η κατάλληλη παθητική στρατηγική διαχείρισης ώστε η απόδοση του χαρτοφυλακίου που κατασκευάζεται να ξεπερνάει κατά ένα προκαθορισμένο ποσοστό την απόδοση του δείκτη αναφοράς, χωρίς όμως να πέφτει ποτέ χαμηλότερα από αυτήν (επίσης κατά ένα προκαθορισμένο ποσοστό). Επίσης συμπεριέλαβε στην έρευνα του στόχους που έχουν σχέση με την ελαχιστοποίηση του απαραίτητου χρόνου μέχρι η απόδοση του χαρτοφυλακίου να φτάσει στα επιθυμητά επίπεδα. Χρησιμοποίησε ένα στοχαστικό πλαίσιο ελέγχου για τη διαδικασία βελτιστοποίησης, αλλά δεν συμπεριέλαβε σε αυτήν τα κόστη συναλλαγής

Ο Dorfleitner (1999) εξέτασε την περίπτωση της πλήρους αντιγραφής, και πιο συγκεκριμένα το πρόβλημα της στρογγυλοποίησης του αριθμού των κομματιών της κάθε μετοχής που συμμετέχει στο χαρτοφυλάκιο, καθώς η συμμετοχή των μετοχών υπολογίζεται στην πληθώρα των περιπτώσεων με τα αντίστοιχα βάρη. Επίσης παρουσίασε αποτελέσματα για μια προσομοίωση που έγινε στον γερμανικό δείκτη DAX.

Ο Keim (1999) δημιούργησε ένα κεφάλαιο (fund), το οποίο είχε ως στόχο να ακολουθήσει ένα δείκτη αποτελούμενο από μετοχές χαμηλής κεφαλαιοποίησης, και το οποίο σχεδιάστηκε με βάση συγκεκριμένες επενδυτικές στρατηγικές. Οι μετοχές αυτές ανήκαν σε αγορές μικρής κινητικότητας, στις οποίες οι αγοραπωλησίες μετοχών ήταν σημαντικά λιγότερες σε σχέση με τις αντίστοιχες αγορές υψηλής

κινητικότητας. Εξαιτίας όμως του γεγονότος αυτού είχαν σχετικά υψηλά κόστη συναλλαγής. Ο στόχος της εργασίας ήταν η ελαχιστοποίηση των κόστεων αυτών με χρήση επενδυτικών και χρηματιστηριακών στρατηγικών.

Οι Rudolf et al. (1999) πρότειναν τέσσερις διαφορετικούς γραμμικούς ορισμούς του σφάλματος αποτύπωσης, οι οποίοι κάνουν χρήση της απόλυτης διαφοράς μεταξύ της απόδοσης του χαρτοφυλακίου και του δείκτη που ακολουθεί. Παρουσίασαν αποτελέσματα, τα οποία σχετίζονται με την ελαχιστοποίηση του σφάλματος αποτύπωσης για τη δημιουργία του χαρτοφυλακίου, χρησιμοποιώντας ιστορικά δεδομένα έξι δεικτών διαφορετικών χωρών.

Οι Bamberg και Wagner (2000) άσκησαν κριτική στην δημιουργία παθητικών χαρτοφυλακίων με βάση τη μέθοδο της γραμμικής παλινδρόμησης, καθώς δεν μπορεί να ανταποκριθεί σε μελλοντικές μεταβολές της απόδοσης του δείκτη χρησιμοποιώντας μόνο ιστορικά δεδομένα. Για το λόγο αυτό δημιούργησαν ένα συγκεκριμένο υποσύνολο μετοχών από ένα δείκτη (DAX), καθώς και ορισμένους δυναμικούς εκτιμητές, κάνοντας χρήση τόσο της παλινδρόμησης (regression) όσο και άλλων παραμέτρων. Παρουσίασαν αποτελέσματα για μία προσομοίωση δημιουργίας χαρτοφυλακίου με 20 μετοχές.

Οι Ammann και Zimmermann (2001) ερεύνησαν την σχέση μεταξύ στατιστικών μέτρων του σφάλματος αποτύπωσης και της ύπαρξης περιορισμών στα ποσοστά συμμετοχής χρεογράφων σε παθητικά χαρτοφυλάκια. Ειδικότερα ασχολήθηκαν με τον εντοπισμό των σφαλμάτων αποτύπωσης που θα εμφανίζονταν αν η σύσταση του χαρτοφυλακίου απέκλινε από τη σύσταση του αντίστοιχου δείκτη, με μέτρο το ποσοστό που κατέχει η κάθε μία από τις βασικές κατηγορίες χρεογράφων. Οι μετρήσεις έγιναν σε χαρτοφυλάκια που εμφάνιζαν τη μικρότερη συσχέτιση (στη σύσταση τους) με το δείκτη, σύμφωνα με το παραπάνω μέτρο.

Οι Gilli και Kellezi (2001) παρουσίασαν ένα γενετικό αλγόριθμο για τη λύση του προβλήματος βελτιστοποίησης, ο οποίος βασίζει την επιλογή νέων λύσεων στην διαφορά που έχουν σε σχέση με την καλύτερη, μέχρι το σημείο αυτό, λύση. Αν η διαφορά αυτή είναι μικρότερη από ένα κατώφλι, τότε η αντίστοιχη λύση επιλέγεται για το σχηματισμό της νέας γενιάς, μέχρι να βρεθεί η βέλτιστη. Ο αλγόριθμος κινείται μεταξύ των λύσεων επιλέγοντας ένα χρεόγραφο για αγορά και ένα για πώληση. Παρουσιάστηκαν αποτελέσματα εφαρμογής του αλγορίθμου σε προβλήματα που περιελάμβαναν μέχρι και 528 χρεόγραφα. Το πρόγραμμα τους έλυσε το πρόβλημα με τα περισσότερα χρεόγραφα σε 22 sec (χρησιμοποιώντας έναν Pentium III, 800Mhz)

Οι Jansen και van Dijk (2002) ασχολήθηκαν με την ελαχιστοποίηση του σφάλματος αποτύπωσης σε προβλήματα που υπήρχε περιορισμός σχετικά με τον αριθμό των μετοχών που θα συμμετάσχουν στο χαρτοφυλάκιο. Στην προσέγγιση που ακολούθησαν ελαχιστοποίησαν το σφάλμα αποτύπωσης για μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο και ένα συγκεκριμένο αριθμό μετοχών. Μόλις ο αλγόριθμος αποφάσιζε ποιές μετοχές θα συμμετάσχουν στο χαρτοφυλάκιο, τα βάρη της καθεμίας αποφασίζονταν με χρήση τετραγωνικού προγραμματισμού. Παρουσίασαν αποτελέσματα σε προσομοιώσεις που έγιναν σε δείκτες μέχρι και 250 μετοχών, αλλά δεν συμπεριέλαβαν στην παρουσίαση λεπτομερείς χρόνους εκτέλεσης. Παρόμοια προσέγγιση ακολούθησαν και οι Coleman et al.(2006), οι οποίοι παρουσίασαν αποτελέσματα της προσομοίωσης που πραγματοποίησαν σε δείκτες όπως οι Hang Seng, και DAX, αλλά δεν έδωσαν χρόνους εκτέλεσης.

Οι Beasley et al. (2003) ασχολήθηκαν με το πρόβλημα βελτιστοποίησης και παρουσίασαν έναν ευρετικό αλγόριθμο για την λύση του, ο οποίος βασίζεται στην ελαχιστοποίηση του σφάλματος αποτύπωσης σε σχέση με την απόδοση που ξεπερνάει τον δείκτη. Στο μοντέλο που παρουσιάστηκε λήφθηκαν υπόψη και τα

κόστη συναλλαγής, καθώς υπάρχει η δυνατότητα αναπροσαρμογής ενός χαρτοφυλακίου σε κάποια χρονική στιγμή, και όχι μόνο δημιουργίας του. Επίσης περιορίζεται ο αριθμός των μετοχών που δύνανται να συμμετάσχουν στο χαρτοφυλάκιο που εξάγεται. Παρουσιάστηκαν τέλος αποτελέσματα για πέντε διαφορετικές προσομοιώσεις, με βάση ιστορικά στοιχεία από σημαντικές αγορές (S&P, Nikkei, Hang Seng, DAX, FTSE).

Οι Derigs και Nickel (2003) παρουσίασαν ένα ευρετικό αλγόριθμο βασισμένο στο σύστημα προσομοιωμένης απόδοσης. Στο μοντέλο αυτό, η απόδοση και η διακύμανση των μετοχών προέρχονται από ένα γραμμικό μοντέλων πολλών παραγόντων, οι οποίοι είναι βασισμένα σε μακροοικονομικά μεγέθη. Παρουσίασαν περιορισμένα αποτελέσματα προσομοιώσεων που έγιναν σε 202 μετοχές, που ανήκουν στον γερμανικό DAX30 και στον STOXX200. Ανέφεραν χρόνους εκτέλεσης του προγράμματος που ανέπτυξαν, της τάξεως των 120 δευτερολέπτων. Επίσης δήλωσαν ότι το μοντέλο τους χρειαζόταν μερικά λεπτά για να λύσει το πρόβλημα της βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίων που ακολουθούν δείκτες 500 μετοχών, όπως ο δείκτης MSCI World Developed Market.

Οι Okay και Akman (2003) χρησιμοποίησαν συνάθροιση περιορισμών (constraint aggregation). Επεκτάθηκαν στο μοντέλο των Beasley et al. και μετά τη συνάθροιση δημιούργησαν ένα μη-γραμμικό μοντέλο μικτού ακέραιου προγραμματισμού. Χρησιμοποιώντας ένα σύνολο δεδομένων 31 μετοχών του Hang Seng, πραγματοποίησαν μια προσομοίωση, η οποία έδειξε ότι τα αποτελέσματα του αρχικού μοντέλου και του μοντέλου μετά την προσθήκη της συνάθροισης περιορισμών είναι περίπου τα ίδια. Η διαφορά παρατηρούταν στους χρόνους εκτέλεσης των μοντέλων, με το αρχικό να χρειάζεται 487 δευτερόλεπτα και το δικό τους 117 δευτερόλεπτα στην ίδια ακριβώς προσομοίωση.

Οι Focardi και Fabozzi (2004) υποστήριζαν την χρήση της ομαδοποίησης δεδομένων (clustering) για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης. Στην προσέγγιση τους χρησιμοποιούν τις ευκλείδειες αποστάσεις μεταξύ των τιμών των διαφόρων μετοχών σαν βάση για μια ιεραρχική ομαδοποίηση. Μόλις σχηματιστούν οι ομάδες μετοχών, επιλέγεται μία (ή περισσότερες) μετοχές από κάθε ομάδα για να συμπεριληφθεί στο χαρτοφυλάκιο. Αναφέρουν επίσης ότι η προσέγγιση αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί και σε περίπτωση που θέλουμε να ξεπεράσουμε, όχι μόνο να ακολουθήσουμε το δείκτη. Δεν έδωσαν πειραματικά αποτελέσματα.

Οι Fang και Wang (2005) θεώρησαν το πρόβλημα της παρακολούθησης του δείκτη ως ένα προγραμματιστικό πρόβλημα με δύο αντικείμενα. Το ένα αφορά την μέση απόλυτη απόκλιση, των τιμών που έχουν χαμηλότερη απόδοση από την αντίστοιχη του δείκτη, από τον δείκτη. Το δεύτερο αφορά την απόδοση που ξεπερνάει την αντίστοιχη του δείκτη. Πρότειναν ένα θεωρητικό ασαφές (fuzzy) μοντέλο αποφάσεων το οποίο οδηγεί σε ένα μαθηματικό πρόβλημα που μπορεί να λυθεί με γραμμικό τρόπο. Έδωσαν πρακτικά αποτελέσματα, στα οποία επιλεγόταν ένας αριθμός εκ 30 μετοχών για να ακολουθηθεί ο δείκτης Shanghai 120, αλλά δεν δόθηκαν χρόνοι υπολογισμού.

Οι Gaiworonowski et al. (2005) ερεύνησαν το πρόβλημα του προσδιορισμού της διαφοράς μεταξύ της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου που ακολουθεί ένα δείκτη, και της απόδοσης του δείκτη. Επίσης ασχολήθηκαν με διάφορους τρόπους αναπροσαρμογής ενός τέτοιου χαρτοφυλακίου. Στον ευρετικό αλγόριθμο που χρησιμοποίησαν, η επιλογή των μετοχών βασίζεται στην λύση αρχικά ενός προβλήματος βελτιστοποίησης χωρίς περιορισμό στον αριθμό τους, και στη συνέχεια στην κατάταξη των μετοχών με βάση την εμφάνισή τους στο χαρτοφυλάκιο που δημιουργείται από τη λύση του προβλήματος αυτού. Έδωσαν αποτελέσματα για μια

προσομοίωση που πραγματοποίησαν σε 65 μετοχές από το χρηματιστήριο του Όσλο, αλλά δεν δόθηκαν οι χρόνοι εκτέλεσης του μοντέλου.

Οι Oh et al. (2005) αντιμετώπισαν το πρόβλημα βελτιστοποίησης, ορίζοντας μία συνάρτηση προτεραιότητας για κάθε μετοχή, η οποία προσέθετε με διαφορετικά βάρη την κεφαλαιοποίηση της μετοχής, τον αριθμό των αγοραπωλησιών στις οποίες υπόκεινται τα κομμάτια της και το συντελεστή Βήτα. Ένας απλός ευρετικός αλγόριθμος, ο οποίος χρησιμοποιεί τις συναρτήσεις αυτές προτεραιότητας, εφαρμόστηκε για να βρεθεί η συμμετοχή της κάθε μετοχής στο παθητικό χαρτοφυλάκιο. Ένας γενετικός αλγόριθμος χρησιμοποιήθηκε στη συνέχεια για να αποφασιστεί το βάρος της κάθε μετοχής στο χαρτοφυλάκιο. Παρουσίασαν αποτελέσματα για τον κορεάτικο δείκτη KOPSI 200, αλλά δεν δόθηκαν χρόνοι εκτέλεσης της προσομοίωσης.

Οι Dose και Cincotti (2005) χρησιμοποιούν μία τεχνική, κατά την οποία ομαδοποιούν τις μετοχές με βάση την απόσταση μεταξύ τους, με στόχο να ακολουθήσουν και να ξεπεράσουν ένα δείκτη. Η απόσταση αυτή εκτιμάται από τη σύγκριση, ανά δύο μετοχές, των ιστορικών δεδομένων τους. Η ομαδοποίηση αυτή έχει ως στόχο την επιλογή των μετοχών που θα συμμετάσχουν στο χαρτοφυλάκιο, λαμβάνοντας υπόψη την ύπαρξη ενός περιορισμού ως προς τον αριθμό τους. Το ποσοστό συμμετοχής της κάθε μετοχής δεν είναι γνωστό εκ των προτέρων, αλλά αποφασίζεται με τη χρήση ενός συντελεστή  $\lambda$ , ο οποίος προσαρμόζει το βάρος που δίνεται κάθε φορά στο σφάλμα αποτύπωσης (tracking error) και την απόδοση που ξεπερνάει τον δείκτη (excess return). Παρουσίασαν τα αποτελέσματα που απέκτησαν από την προσομοίωση στο δείκτη S&P 500, αλλά δεν δόθηκαν χρόνοι.

Οι Konno και Hatagi (2005) χρησιμοποίησαν ένα αντικείμενο που αφορά την ελαχιστοποίηση της μέσης απόλυτης απόκλισης από την απόδοση του δείκτη (mean absolute deviation), με στόχο να ακολουθήσουν και να ξεπεράσουν τον δείκτη. Στην προσέγγισή τους το αντικείμενο βελτιστοποίησης είναι η διαφορά μεταξύ των τιμών του δείκτη για κάθε χρονική περίοδο (πολλαπλασιασμένες με ένα παράγοντα  $\alpha$ , με  $\alpha > 1$ , και κανονικοποιημένες ως προς την τιμή του δείκτη στο τέλος της χρονικής περιόδου) και της τιμής του χαρτοφυλακίου στην περίοδο αυτή (κανονικοποιημένης ως προς την αντίστοιχη τιμή στο τέλος της χρονικής περιόδου). Συμπεριλαμβάνουν στο μοντέλο τους τα κόστη συναλλαγών και η μοντελοποίηση που ακολουθούν περιλαμβάνει την ελαχιστοποίηση μιας συνάρτησης με γραμμικούς περιορισμούς. Παρουσιάστηκαν αποτελέσματα για μια προσομοίωση που περιελάμβανε 225 μετοχές από τον δείκτη Nikkei 225. Οι χρόνοι εκτέλεσης (σε ένα PC με χρονισμό 1.67GHz) κυμαίνονταν από 4 μέχρι 566 δευτερόλεπτα.

Οι Corielli και Marcellino (2006) παρουσίασαν μία στρατηγική βελτιστοποίησης, η οποία βασίζεται στην παραδοχή ότι οι τιμές των μετοχών εξαρτώνται από ένα μοντέλο παραγόντων. Στην προσέγγισή τους, ο δείκτης και το χαρτοφυλάκιο έχουν κοινή δομή παραγόντων. Χρησιμοποιούν έναν απλό ευρετικό αλγόριθμο για την επιλογή των μετοχών του χαρτοφυλακίου, ο οποίος αρχικά ελέγχει ορισμένους παράγοντες του δείκτη και στη συνέχεια προσπαθεί να βρει ποιές μετοχές ανταποκρίνονται καλύτερα σε αυτούς. Οι μετοχές που έχουν τις ελάχιστες διαφορές με τους επιλεγμένους παράγοντες αποτελούν το χαρτοφυλάκιο. Παρουσιάστηκαν αποτελέσματα της μεθόδου αυτής σε έναν τροποποιημένο δείκτη Euro stoxx 50, αλλά δεν δόθηκαν χρόνοι προσομοίωσης. Με τον όρο τροποποιημένο σε αυτήν την περίπτωση εννοείται ότι ο νέος δείκτης προέκυψε από την κανονικοποίηση του αρχικού με βάση τις μετοχές που είναι διαθέσιμες για επιλογή.

Οι Yao et al. (2006) αντιμετώπισαν το πρόβλημα παρακολούθησης ενός δείκτη αναφοράς (benchmark), χρησιμοποιώντας χαρτοφυλάκια αποτελούμενα από έναν



πολύ μικρό αριθμό μετοχών. Μοντελοποίησαν το πρόβλημα βελτιστοποίησης ως ένα στοχαστικό γραμμικό πρόβλημα τετραγωνικού προγραμματισμού. Στην προσέγγιση τους πρέπει να είναι ήδη γνωστός ο αριθμός των μετοχών που θα συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο. Τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν παρακολουθούσαν τον δείκτη Hang Seng με χαρτοφυλάκια αποτελούμενα από τέσσερις ή πέντε μετοχές (χωρίς περιορισμό στις ανοιχτές πωλήσεις), αλλά δεν δόθηκαν οι αντίστοιχοι χρόνοι. Στο μοντέλο τους δεν συμπεριέλαβαν και τα κόστη συναλλαγής.

Οι Yu et al. (2006) παρουσίασαν ένα τροποποιημένο μοντέλο Markowitz για παθητικά χαρτοφυλάκια, το οποίο προϋποθέτει ότι η παρακολούθηση ενός δείκτη σχετίζεται με τον περιορισμό της πιθανότητας η απόδοση του χαρτοφυλακίου να πέσει κάτω από την απόδοση του σχετικού δείκτη (downside risk). Στο μοντέλο τους επιτρέπονται οι ανοιχτές πωλήσεις και υποθέτουν ότι οι αποδόσεις των μετοχών είναι από κοινού κανονικά διανεμημένες. Παρουσίασαν επίσης ένα μικρό αριθμητικό παράδειγμα χρησιμοποιώντας μετοχές από τον δείκτη Hang Seng.

Οι Stoyan και Kwon (2007) παρουσίασαν μία προσέγγιση της διαδικασίας βελτιστοποίησης βασισμένη σε ένα στοχαστικό μοντέλο δύο φάσεων. Το αντικείμενο τους είναι ένα μη-σταθμισμένο άθροισμα τριών στοιχείων. Τα στοιχεία αυτά είναι, η απόλυτη διαφορά μεταξύ της τιμής του χαρτοφυλακίου και της τιμής του αντίστοιχου δείκτη, η απόλυτη τιμή των διαφοροποιήσεων από την αναμενόμενη επένδυση σε συγκεκριμένους τομείς, και ο αριθμός των κομματιών των μετοχών που συναλλάσσονται. Παρουσιάστηκαν αποτελέσματα σε μια προσομοίωση με 1150 μετοχές με στόχο την παρακολούθηση του Καναδικού δείκτη S&P/TSX

Οι Wu et al. (2007) παρουσίασαν ένα μοντέλο με δύο στόχους, το αντικείμενο του οποίου είναι να ακολουθεί και να ξεπεράσει σε ένα βαθμό έναν δείκτη. Ο ένας στόχος σχετίζεται με την αναμενόμενη απόδοση, ενώ ο άλλος με το αναμενόμενο σφάλμα αποτύπωσης (ορισμένο με έναν μη-γραμμικό, αλλά προσθετικό τρόπο). Στην εργασία τους εμφανίζεται η υπόθεση ότι η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου σχετίζεται με την απόδοση του δείκτη. Παρουσιάστηκαν αποτελέσματα από προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν στο χρηματιστήριο της Ταϊλάνδης, αλλά δεν δόθηκαν οι αντίστοιχοι χρόνοι.

Οι Colwell et al. (2007) υιοθέτησαν μία δυναμική προσέγγιση, η οποία έγκειται στην ελαχιστοποίηση του κινδύνου, για να διαλέξουν το χαρτοφυλάκιο, ανάμεσα στο σύνολο των διαθέσιμων χαρτοφυλακίων που δημιουργούνται με παθητικές στρατηγικές, που αντιπροσωπεύει καλύτερα έναν δείκτη. Η μοντελοποίηση τους δεν συμπεριλαμβάνει τα κόστη συναλλαγής, ούτε περιορίζει τη δυνατότητα ανοιχτών πωλήσεων. Το μοντέλο τους εφαρμόστηκε σε χαρτοφυλάκια, στα οποία συμμετέχουν οι εννιά από τις δέκα ισχυρότερες μετοχές του S&P 500.

Οι Canakgoz και Beasley (2008) παρουσίασαν μία μοντελοποίηση του προβλήματος βελτιστοποίησης, στην οποία χρησιμοποιούν γραμμικό μικτό ακέραιο προγραμματισμό για να αποφασίσουν ποιά είναι τα καλύτερα χαρτοφυλάκια που ακολουθούν ένα δείκτη και ποιά είναι αυτά που τον ξεπερνάνε κατά ένα ποσοστό. Πρότειναν ένα μοντέλο τριών φάσεων για να ακολουθήσουν απλά ένα δείκτη. Σε πρώτη φάση επιχειρείται να τεθεί το σημείο τομής με τον άξονα (regression intercept) όσο πιο κοντά στο μηδέν γίνεται. Σε δεύτερη φάση γίνεται προσπάθεια να τεθεί η κλίση της παλινδρόμησης (regression slope) όσο πιο κοντά στη μονάδα είναι δυνατόν. Στην τελευταία φάση πραγματοποιείται η ελαχιστοποίηση των κόστων συναλλαγής με βάση τις τιμές των παραγόντων που προσδιορίστηκαν στις προηγούμενες δύο φάσεις. Προτείνουν επίσης ένα μοντέλο δύο φάσεων με στόχο να ξεπεράσουν ένα δείκτη. Σε πρώτη φάση γίνεται προσπάθεια να τεθεί η κλίση της παλινδρόμησης (regression slope) όσο πιο κοντά στη μονάδα είναι δυνατόν, υπό έναν

περιορισμό αναφορικά με την τιμή του σημείου τομής με τον άξονα (regression intercept). Στην δεύτερη φάση πραγματοποιείται η ελαχιστοποίηση των κόστων συναλλαγής με βάση την τιμή της κλίσης που βρέθηκε προηγουμένως. Παρουσίασαν αποτελέσματα από προσομοιώσεις που έγιναν σε ένα αριθμό συνόλων δεδομένων τα οποία ανήκουν σε 2151 μετοχές, με τους αντίστοιχους χρόνους να μην ξεπερνάνε τα 70 δευτερόλεπτα.

Οι Gomes και Waelbroeck (2010) ασχολήθηκαν με την ανάλυση των κόστων συναλλαγής (trading costs analysis – TCA) και με τα οφέλη που προκύπτουν από την ελαχιστοποίηση τους. Η ανάλυση τους βασίστηκε σε οικονομικούς δείκτες που αφορούν την διαχείριση χαρτοφυλακίων με στόχο την υποστήριξη των επενδυτών και την ανάδειξη της ‘TCA’ σε βασικό εργαλείο υποβοήθησης τους για τη λήψη αποδοτικών αποφάσεων.

Οι Boscaljon et al. (2011) εξετάζουν την αποτελεσματικότητα χαρτοφυλακίων σε σχέση με δείκτες αναφοράς, και συγκεκριμένα με τον δείκτη S&P 500. Ερευνούν σε τι βαθμό παθητικά χαρτοφυλάκια, τα οποία αποτελούνται από λιγότερες μετοχές από το δείκτη, αλλά αντιπροσωπεύουν σε μεγαλύτερο βαθμό όλους τους βιομηχανικούς τομείς, μπορούν να εμφανίζουν καλύτερες αποδόσεις από τον δείκτη σε βάθος χρόνου. Το αποτέλεσμα που παρουσίασαν ήταν θετικό.

Μετά την ανασκόπηση των σχετιζομένων με το πρόβλημα μεθοδολογιών παρατηρούμε ότι η έρευνα που έχει γίνει είναι εκτενής και μακροχρόνια. Επίσης παρατηρείται ότι τα τελευταία χρόνια έχει παρατηρηθεί μία στροφή σε μεθόδους βελτιστοποίησης όπως είναι οι γενετικοί/εξελικτικοί αλγόριθμοι, τα ασαφή συστήματα, τα στοχαστικά μοντέλα κ.α., τα οποία χρειάζονται σημαντικούς υπολογιστικούς πόρους για την εκπόνηση τους. Όσο διογκώνεται η ζήτηση για αποδοτικότερες μεθοδολογίες προς την κατασκευή χαρτοφυλακίων, τόσο περισσότερο θα αποτελέσει ο τομέας αυτός αντικείμενο έρευνας και ανάπτυξης.

Τα μοντέλα που αποφασίστηκε να υλοποιηθούν παρουσιάζονται στο επόμενο κεφάλαιο.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### Προτεινόμενες Μεθοδολογίες

#### 4.1 Επισκόπηση Μεθοδολογιών

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, ο στόχος της παρούσας διπλωματικής είναι η συγκριτική αξιολόγηση διαφόρων μεθοδολογιών παθητικής διαχείρισης χαρτοφυλακίου με χρήση ενός ολοκληρωμένου πληροφοριακού συστήματος. Πιο συγκεκριμένα, το αντικείμενο ενασχόλησης είναι μία από τις στρατηγικές αγοράς και διακράτησης, η βελτιστοποίηση (optimization).

Η στρατηγική αυτή βασίζεται σε τεχνικές βελτιστοποίησης και αξιοποιεί για την κατασκευή του παθητικού χαρτοφυλακίου τις ιστορικές αποδόσεις και συσχετίσεις των μετοχών του δείκτη. Αυτές εισάγονται σε ένα μοντέλο μαθηματικού προγραμματισμού, μέσω του οποίου ελαχιστοποιείται η απόκλιση αποδόσεων μεταξύ χαρτοφυλακίου και δείκτη. Οπότε η διαφοροποίηση μεταξύ των διαφόρων μεθοδολογιών που εξετάζονται έγκειται στο μαθηματικό μοντέλο που χρησιμοποιείται κάθε φορά.

Η βασική μεθοδολογία που χρησιμοποιείται παρουσιάζεται στο επόμενο μοντέλο, το index-tracking, και προτάθηκε από τον J.E Beasley. Οι διαφορές που έχει το μοντέλο αυτό με τα αντίστοιχα που χρησιμοποιούνται στις επόμενες μεθοδολογίες παρουσιάζονται κυρίως στην μαθηματική παράσταση η οποία βελτιστοποιείται (ελαχιστοποιείται ή μεγιστοποιείται, ανάλογα με το μοντέλο κάθε φορά) με τον solver του matlab.

##### 4.1.1 Ελαχιστοποίηση τετραγωνικού σφάλματος (*Index-tracking*)

Η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος βελτιστοποίησης ξεκινάει με την υπόθεση ότι έχει παρατηρηθεί στη διάρκεια  $0,1,2,\dots,T$  χρονικών στιγμών η αξία  $N$  μετοχών, όπως επίσης και η αξία του δείκτη που θέλουμε να ακολουθήσουμε. Η απόφαση που καλούμαστε να πάρουμε είναι, ποιό είναι το βέλτιστο σύνολο  $K$  μετοχών το οποίο θα κρατήσουμε ( $K < N$ ), καθώς και οι ακριβείς ποσότητες τους, ώστε να ακολουθήσουμε καλύτερα το δείκτη στο μέλλον (από  $T$  και μετά).

Η προσέγγιση που χρησιμοποιούμε βασίζεται στα ιστορικά στοιχεία, του δείκτη και των μετοχών που τον αποτελούν. Οπότε το ερώτημα που καλούμαστε να απαντήσουμε με το μοντέλο βελτιστοποίησης είναι:

«ποιό θα ήταν το βέλτιστο σύνολο  $K$  μετοχών, καθώς και οι ποσότητες αυτών, ώστε να είχαμε ακολουθήσει καλύτερα το δείκτη (π.χ στην περίοδο  $[0,T]$ );» και στη συνέχεια να κρατήσουμε το σύνολο  $K$  μετοχών που ικανοποιεί το ερώτημα αυτό για να σχηματίσουμε το χαρτοφυλάκιο που ακολουθεί το συγκεκριμένο δείκτη σε μία περίοδο  $[T,\xi]$  (όπου  $\xi$  ένα χρονικό σημείο στο μέλλον).

### Συμβολισμοί

|                 |   |
|-----------------|---|
| N               | ο αριθμός των μετοχών του δείκτη στις οποίες μπορούμε να επενδύσουμε  |
| K               | ο αριθμός μετοχών που θέλουμε να συμπεριλάβουμε στο χαρτοφυλάκιο TP   |
| $\varepsilon_i$ | η ελάχιστη συμμετοχή, και   |
| $\delta_i$      | η μέγιστη συμμετοχή της κάθε μετοχής στο χαρτοφυλάκιο TP  |
| $X_i$           | ο αριθμός των κομματιών της μετοχής $i$ στο χαρτοφυλάκιο TP   |
| $V_{it}$        | η αξία της μετοχής $i$ κατά την χρονική περίοδο $t$   |
| T               | το χρονικό σημείο κατά το οποίο μέσω της βελτιστοποίησης εξετάζουμε αν θα μεταβούμε από το χαρτοφυλάκιο TP[ $X_i$ ] σε ένα νέο χαρτοφυλάκιο TP. Τα ιστορικά στοιχεία που έχουμε είναι για την περίοδο $[0, T]$ .  |
| $I_t$           | η αξία του δείκτη κατά τη χρονική στιγμή $t$  |
| C               | η συνολική αξία του παρόντος χαρτοφυλακίου TP[ $X_i$ ] στη χρονική στιγμή T υπολογίζοντας ταυτόχρονα οποιαδήποτε <b>αλλαγή στο διαθέσιμο κεφάλαιο</b> (cash change), η οποία μπορεί να είναι αποτέλεσμα είτε της ύπαρξης νέων διαθέσιμων κεφαλαίων για επένδυση, είτε της ανάγκης για απόσυρση μέρους του ήδη υπάρχοντος κεφαλαίου από το χαρτοφυλάκιο στη χρονική στιγμή T), οπότε |

$$C = \sum_{i=1}^N V_{iT} X_i + \text{cash change}$$

$\gamma$  το μέγιστο ποσοστό του C που επιτρέπεται να καταναλωθεί σε έξοδα συναλλαγής (transaction costs)

Οι μεταβλητές απόφασης είναι οι ακόλουθες:

$x_i$  ο αριθμός των κομματιών της μετοχής  $i$  που θα κρατήσουμε στο νέο χαρτοφυλάκιο TP

$z_i = 1$  αν η μετοχή  $i$  συμμετέχει στο νέο χαρτοφυλάκιο  
 $= 0$  σε αντίθετη περίπτωση

Επίσης πρέπει να σημειωθεί ότι επιτρέπουμε στην μεταβλητή  $[x_i]$  να πάρει δεκαδικές τιμές χωρίς βλάβη στη γενικότητα του μοντέλου.

### Περιορισμοί

Οι περιορισμοί που συνδέονται με το συγκεκριμένο μοντέλο είναι οι ακόλουθοι:

$$\sum_{i=1}^N z_i = K$$

$$\varepsilon_i z_i \leq V_{iT} x_i / C \leq \delta_i z_i \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$C_{trans} = \sum_{i=1}^N \text{έξοδα συναλλαγής } (X_i \rightarrow x_i \text{ τη χρονική στιγμή } T)$$

$$C_{trans} \leq \gamma C$$

$$\sum_{i=1}^N V_{iT} x_i = C - C_{trans}$$

$$x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$z_i \in [0, 1] \quad i = 1, 2, \dots, N$$

### Αντικείμενο Βελτιστοποίησης

Σε κάθε χρονική στιγμή  $t$  η απόδοση του δείκτη είναι  $R_t = \log_e(I_t/I_{t-1})$ . Όπως φαίνεται, χρησιμοποιείται ο ορισμός της γεωμετρική απόδοσης, τόσο για την απόδοση του δείκτη όσο και για την απόδοση του χαρτοφυλακίου, όπως θα δούμε παρακάτω.

Η απόδοση του χαρτοφυλακίου TP για κάθε χρονική περίοδο ορίζεται ως εξής :

$$r_t = \log_e \left[ \frac{\left[ \sum_{i=1}^N V_{it} x_i \right]}{\left[ \sum_{i=1}^N V_{it-1} x_i \right]} \right]$$

Αν η απόδοση αυτή ήταν ίση με  $R_t$  σε κάθε χρονική περίοδο  $t$ , θα ακολουθούσαμε τον δείκτη με ιδανικό τρόπο.

Οπότε το αντικείμενο βελτιστοποίησης στην περίπτωση του μοντέλου αυτού είναι η **ελαχιστοποίηση του τετραγωνικού σφάλματος** :

$$\text{Ελαχιστοποίηση: } \sum_{t=1}^T (r_t - R_t)^2 / T$$

υπό τους περιορισμούς που παρουσιάστηκαν προηγουμένως.

Στα μοντέλα που θα παρουσιαστούν παρακάτω οι συμβολισμοί παραμένουν οι ίδιοι. Επίσης **οι περιορισμοί που αναφέρθηκαν προηγουμένως ισχύουν για όλα τα επόμενα μοντέλα και δεν θα αναφέρονται κάθε φορά.**

#### 4.1.2 Specified out-performance

Στο μοντέλο αυτό ο σκοπός μας δεν είναι μόνο να ακολουθήσουμε τον δείκτη αλλά και να τον ξεπεράσουμε κατά ένα ποσοστό (enhanced indexation). Οπότε εισάγεται η έννοια της απόδοσης του χαρτοφυλακίου που ξεπερνάει κατά ένα προκαθορισμένο ποσοστό την απόδοση του δείκτη (excess return). Βέβαια το ποσοστό κατά το οποίο θέλουμε να ξεπεράσουμε τον δείκτη δεν μπορεί να είναι πολύ

μεγάλο (π.χ 50%), αφού η λύση του μοντέλου βελτιστοποίησης απλά δεν θα ανταποκρίνεται στις απαιτήσεις μας,

Για να επιτύχουμε το στόχο μας, δηλαδή και να ακολουθήσουμε το δείκτη αλλά και να τον ξεπεράσουμε κατά ένα ποσοστό, δημιουργούμε ένα **τεχνητό δείκτη**, η απόδοση του οποίου είναι  $A_t = R_t + R^*$ , όπου  $R^*$  είναι το επιθυμητό ποσοστό κατά το οποίο θέλουμε να ξεπεράσουμε το δείκτη σε κάθε χρονική περίοδο (greed factor). Το μόνο που μένει να κάνουμε τώρα είναι να ακολουθήσουμε τον νέο δείκτη που δημιουργήσαμε.

Καθώς σε σύγκριση με το προηγούμενο μοντέλο, η διαφορά βρίσκεται μόνο στην μαθηματική έκφραση προς βελτιστοποίηση, έχουμε τη δυνατότητα να χρησιμοποιήσουμε το πρόγραμμα που αναπτύχθηκε για τη λύση του προβλήματος βελτιστοποίησης και σε αυτό το μοντέλο, με ελάχιστες διαφοροποιήσεις. Το ίδιο θα ισχύσει και για τα επόμενα μοντέλα που θα παρουσιαστούν παρακάτω.

Επιπλέον στο μοντέλο αυτό χρησιμοποιείται ξανά σαν αντικείμενο βελτιστοποίησης η ελαχιστοποίηση τετραγωνικού σφάλματος, μόνο που αντί για  $R_t$  στην περίπτωση αυτή έχουμε  $A_t$ .

Οπότε το μοντέλο βελτιστοποίησης είναι το εξής :

$$\text{Ελαχιστοποίηση: } \sum_{t=1}^T (r_t - A_t)^2 / T$$

Υπό τους γνωστούς περιορισμούς

#### 4.1.3 Semi-specified out-performance

Στο προηγούμενο μοντέλο χρησιμοποιήθηκε η ελαχιστοποίηση τετραγωνικού σφάλματος στην προσπάθεια να επιτευχθεί η ισότητα  $r_t = A_t \forall t$ . Όμως με τη μέθοδο αυτή δεν διαφοροποιείται η περίπτωση που το  $r_t$  είναι μικρότερο από  $A_t$  με την περίπτωση που το  $r_t$  είναι μεγαλύτερο από  $A_t$ , έστω και κατά το ίδιο ποσοστό. Στην πραγματικότητα όμως η διαφοροποίηση μεταξύ των δύο αυτών περιπτώσεων έχει τεράστια σημασία, καθώς είναι πάντα επιθυμητό η απόδοση του χαρτοφυλακίου να ξεπερνάει κατά ένα ποσοστό την απόδοση του δείκτη και όχι να είναι μικρότερη κατά το ποσοστό αυτό.

Οπότε δημιουργείται η έννοια του *downside risk* (όταν το  $r_t$  είναι μικρότερο από  $A_t$ ). Ένας τρόπος να μοντελοποιήσουμε το downside risk είναι ο εξής :

$$\text{Ελαχιστοποίηση : } \sum_{t=1}^T \max[0, A_t - r_t] / T$$

Στο μοντέλο αυτό προσπαθούμε να αποφύγουμε όσο γίνεται την περίπτωση κατά την οποία η απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι χαμηλότερη από την απόδοση του τεχνητού δείκτη, χωρίς όμως να μας νοιάζει κατά πόσο ξεπερνάμε τον δείκτη αυτόν, κάτι που πετυχαίνουμε με αυτόν τον τρόπο υπολογισμού του downside risk.

Αν αλλάξουμε λίγο τη μαθηματική διατύπωση του αντικειμένου ελαχιστοποίησης και εισάγουμε τον παράγοντα του τετραγώνου για να προσπαθήσουμε να έχουμε όσο το δυνατόν μικρότερη απόκλιση από τις τιμές του δείκτη, το μοντέλο παίρνει την εξής μορφή :

$$\text{Ελαχιστοποίηση : } \sum_{t=1}^T (\max[0, A_t - r_t])^2 / T$$

Υπό τους γνωστούς περιορισμούς

#### 4.1.4 Unspecified out-performance

Στο μοντέλο αυτό προσπαθούμε να ισορροπήσουμε το σφάλμα αποτύπωσης (tracking error) με την απόδοση που ξεπερνάει τον δείκτη (excess return) και ο στόχος μας είναι απλά η απόδοση του χαρτοφυλακίου που θα κατασκευάσουμε να ξεπεράσει την απόδοση του δείκτη. Εδώ δεν χρησιμοποιείται καθόλου ο τεχνητός δείκτης με απόδοση  $A_t$  που χρησιμοποιήσαμε στα δύο προηγούμενα μοντέλα. Το μοντέλο αυτό έχει ως εξής :

$$\text{Ελαχιστοποίηση : } \lambda \sqrt{\left[ \sum_{t=1}^T (r_t - R_t)^2 \right] / T} - (1 - \lambda) \sum_{t=1}^T (r_t - R_t) / T$$

$$\lambda \in [0,1]$$

Υπό τους γνωστούς περιορισμούς

Όπως φαίνεται από τη μαθηματική διατύπωση του αντικειμένου ελαχιστοποίησης, ο διαχειριστής του χαρτοφυλακίου μπορεί, χρησιμοποιώντας το μοντέλο αυτό, να καθορίσει την ισορροπία που θέλει να κρατήσει ανάμεσα στο σφάλμα αποτύπωσης (tracking error), που αντιστοιχεί στον πρώτο όρο του αντικειμένου βελτιστοποίησης, και στην απόδοση που ξεπερνάει την αντίστοιχη του δείκτη (excess return), που αντιστοιχεί στον δεύτερο όρο του αντικειμένου βελτιστοποίησης. Αυτό μπορεί να το πετύχει δίνοντας διαφορετικές τιμές στο  $\lambda$ , καθώς αυτό καθορίζει την ισορροπία ανάμεσα στις δύο αυτές έννοιες.

Για παράδειγμα, αν  $\lambda=1$  το μοντέλο απλά ελαχιστοποιεί το σφάλμα αποτύπωσης και δεν χρησιμοποιεί καθόλου την έννοια του excess return. Σε διαφορετική περίπτωση, αν  $\lambda=0$ , το μοντέλο προσπαθεί να μεγιστοποιήσει την απόδοση του χαρτοφυλακίου σε σχέση με την απόδοση του δείκτη χωρίς να δίνει καμία σημασία στο σφάλμα αποτύπωσης. Επομένως οι τιμές του  $\lambda$  ανάμεσα σε αυτά τα δύο όρια (0,1) καθορίζουν το βάρος που θα δώσει το μοντέλο στην ελαχιστοποίηση του σφάλματος αποτύπωσης και στη μεγιστοποίηση της απόδοσης σε σχέση με το δείκτη. Παρατηρώντας την μαθηματική διατύπωση του αντικειμένου βελτιστοποίησης καταλαβαίνουμε ότι για  $\lambda \in (0.5,1)$  δίνεται μεγαλύτερο βάρος στην ελαχιστοποίηση του σφάλματος αποτύπωσης ενώ για  $\lambda \in (0,0.5)$  το μεγαλύτερο βάρος δίνεται στη

μεγιστοποίηση της απόδοσης σε σχέση με το δείκτη. Για  $\lambda=0.5$  το μοντέλο προσπαθεί να επιτύχει την ισορροπία ανάμεσα στις δύο αυτές βελτιστοποιήσεις.

Στην περίπτωση που ο διαχειριστής του χαρτοφυλακίου θέλει να ακολουθήσει τον δείκτη χωρίς οι τιμές της απόδοσης του χαρτοφυλακίου που θα κατασκευάσει να αποκλίνουν σε μεγάλο βαθμό από τις αντίστοιχες τιμές της απόδοσης του δείκτη, τότε θα είναι προτιμότερο να χρησιμοποιήσει μεγάλες τιμές του  $\lambda$ , δηλαδή να δώσει μεγαλύτερο βάρος στην ελαχιστοποίηση του σφάλματος αποτύπωσης. Η τιμή του  $\lambda$  σε αυτή την περίπτωση θα αντικατοπτρίζει σε τι βαθμό θέλει να ξεπεράσει τον δείκτη, ενώ ταυτόχρονα τον ακολουθεί.

#### 4.1.5 Modified Sharpe ratio

Ένα διαφορετικό αντικείμενο βελτιστοποίησης μπορεί να προκύψει αν στη μαθηματική διατύπωση του *Sharpe ratio*,  $S = E[R_t - R_f]/\sigma$ , αντικαταστήσουμε το ακίνδυνο χρεόγραφο με το μέγεθος  $R^{mean}$ , μια σταθερά που είναι ίση με τη μέση απόδοση του τεχνητού δείκτη που κατασκευάζουμε. Δηλαδή για το μέγεθος  $R^{mean}$  θα ισχύει :

$$R^{mean} = \left( \sum_{t=1}^T R_t/T \right) + R^* = \left( \sum_{t=1}^T A_t/T \right)$$

Οπότε το μοντέλο διατυπώνεται ως εξής :

$$\text{Μεγιστοποίηση : } \left( \sum_{t=1}^T \left[ \frac{r_t}{T} - R^{mean} \right] \right) / \sqrt{\text{Variance}\{r_t\}}$$

Υπό τους γνωστούς περιορισμούς

Όπως φαίνεται από το αντικείμενο βελτιστοποίησης, στο μοντέλο αυτό εισάγεται η έννοια της τυπικής απόκλισης ( $\sqrt{\text{Variance}\{r_t\}}$ ), σε μια προσπάθεια να ισορροπήσουμε στο χαρτοφυλάκιο που κατασκευάζουμε την απόδοση που ξεπερνάει τον τεχνητό δείκτη με τη διακύμανση των τιμών της απόδοσης αυτής. Γενικά το *Sharpe ratio* καθορίζει σε τι βαθμό μια επένδυση ‘ξεπληρώνει’ τον επενδυτή για το βαθμό του κινδύνου που αναλαμβάνει. Οπότε με τη μεγιστοποίηση του *modified Sharpe ratio* προσπαθούμε να αυξήσουμε όσο γίνεται την απόδοση του χαρτοφυλακίου που κατασκευάζουμε σε σχέση με το δείκτη και να μειώσουμε ταυτόχρονα τη διακύμανση της απόδοσης αυτής.

#### 4.1.6 Modified Sortino ratio

Το τελευταίο αντικείμενο βελτιστοποίησης που χρησιμοποιούμε προκύπτει αν στο *Sortino ratio*,  $S = E[R_t - MAR]/DR$  αντικαταστήσουμε την ελάχιστη αποδεκτή απόδοση (MAR), με το μέγεθος  $R^{mean}$ , που χρησιμοποιήθηκε και προηγουμένως στο *modified Sharpe ratio*. Οπότε το μοντέλο διατυπώνεται ως εξής :



$$\text{Μεγιστοποίηση : } \left( \sum_{t=1}^T \left[ \frac{r_t}{T} - R^{mean} \right] \right) / \sqrt{\left[ \sum_{t=1}^T [\max(0, R^{mean} - r_t)]^2 / T \right]}$$

Υπό τους γνωστούς περιορισμούς

Στο *Sortino ratio* το μέγεθος *DR* εκφράζει την ημιαπόκλιση των αποδόσεων  $r_t$  ή αλλιώς την τετραγωνική ρίζα της ημιδιακύμανσης (TSV – target semi variance) των. Οπότε το *DR* εκφράζεται ως

$$DR = \sqrt{\left( \int_{-\infty}^{MAR} (MAR - x)^2 f(x) dx \right)}$$

όπου το *MAR* είναι η ελάχιστη αποδεκτή απόδοση για την επένδυση που καλούμαστε να πραγματοποιήσουμε, που είναι συνήθως αυστηρά μεγαλύτερη από την απόδοση του ακίνδυνου χρεογράφου, και  $f(x)$  είναι η συνάρτηση πυκνότητα πιθανότητας της απόδοσης της επένδυσης (στην περίπτωση μας του χαρτοφυλακίου). Αυτή η παράσταση μπορεί να θεωρηθεί ως το μέσο τετραγωνικό σφάλμα απόδοσης, όπου ως σφάλμα απόδοσης στην περίπτωση αυτή θεωρείται η ποσότητα κατά την οποία η απόδοση το χαρτοφυλακίου που κατασκευάστηκε είναι κάτω από την επιθυμητή απόδοση (οι τιμές της απόδοσης που ξεπερνούν την επιθυμητή θεωρούνται ότι έχουν μηδενικό σφάλμα). Οπότε αντιλαμβανόμαστε ότι το *DR* είναι ουσιαστικά ένα μέτρο του *downside risk* της επένδυσης που εξετάζεται, για τον οποίο λόγο κιάλας η μαθηματική διατύπωση του στο μοντέλο είναι παρόμοια με την διατύπωση του αντικειμένου βελτιστοποίησης του μοντέλου *semi-specified out-performance*.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, το μοντέλο *modified Sortino ratio* προσπαθεί να ισορροπήσει στο χαρτοφυλάκιο την απόδοση που ξεπερνάει την αντίστοιχη του τεχνητού δείκτη που κατασκευάζουμε, με το *downside risk* του χαρτοφυλακίου. Αυτή είναι και η ουσιαστική διαφοροποίηση με το *modified Sharpe ratio* που παρουσιάστηκε προηγουμένως, καθώς ο στόχος και των δύο αυτών δεικτών είναι να ποσοτικοποιήσουν τη σχέση μεταξύ της απόδοσης μιας επένδυσης και του αντίστοιχου κινδύνου που αναλαμβάνει κάθε φορά ο επενδυτής.

## 4.2 Συγκριτική Αξιολόγηση Μεθοδολογιών

Στην προηγούμενη παράγραφο παρουσιάστηκαν οι μεθοδολογίες (μοντέλα) που χρησιμοποιήθηκαν για τη διαδικασία βελτιστοποίησης, με στόχο την κατασκευή του βέλτιστου χαρτοφυλακίου μετοχών. Παρατηρώντας τα μοντέλα αυτά, μπορούμε να εξάγουμε το συμπέρασμα ότι η ουσιαστική διαφοροποίηση μεταξύ τους εντοπίζεται στο αντικείμενο βελτιστοποίησης που χρησιμοποιείται κάθε φορά, καθώς η μοντελοποίηση της μεθοδολογίας είναι η ίδια (χρησιμοποιούνται οι ίδιες μεταβλητές απόφασης και οι ίδιοι περιορισμοί σε όλα τα μοντέλα).

Αυτή η διαφοροποίηση όμως αρκεί για να εισάγει μεγάλες διαφορές στα αποτελέσματα που παίρνουμε από το κάθε μοντέλο, γεγονός που δικαιολογεί και την επιλογή τόσο διαφορετικών αντικειμένων βελτιστοποίησης. Επιπλέον, δεν έχουμε τρόπο με θεωρητική ανάλυση να καταλάβουμε με απόλυτη σιγουριά ποιο από τα μοντέλα αυτά θα λειτουργήσει καλύτερα στην πράξη, οπότε και εξάγουμε

πειραματικά δεδομένα για το καθένα από αυτά. Μπορούμε όμως να εξάγουμε μερικά συμπεράσματα για την αναμενόμενη συμπεριφορά του κάθε μοντέλου συγκριτικά με τα υπόλοιπα, αν μελετήσουμε προσεκτικά το αντικείμενο βελτιστοποίησης που χρησιμοποιεί.

Για παράδειγμα, στο πρώτο μοντέλο που εξετάστηκε, το οποίο είναι και το απλούστερο (index-tracking), το αντικείμενο βελτιστοποίησης αναπτύχθηκε με στόχο να ελαχιστοποιήσει τη διαφορά ανάμεσα στην απόδοση του χαρτοφυλακίου και την απόδοση του δείκτη που θέλουμε να ακολουθήσουμε. Παρατηρούμε όμως ότι δεν λαμβάνει υπόψη κανένα άλλο παράγοντα πέρα από την απόδοση του δείκτη που εξετάζουμε (και φυσικά τα ιστορικά στοιχεία των μετοχών που τον αποτελούν) για να σχηματίσει το νέο χαρτοφυλάκιο που ζητείται (προσπαθεί απλά να ελαχιστοποιήσει το tracking error). Οπότε θεωρητικά αναμένουμε το χαρτοφυλάκιο που θα πάρουμε από αυτό το μοντέλο να ακολουθεί το δείκτη όσο καλύτερα επιτρέπει η διαδικασία βελτιστοποίησης, έχοντας όμως πάντα την (σχετικά μεγάλη) πιθανότητα η απόδοση του να είναι χαμηλότερη από την αντίστοιχη του δείκτη, καθώς δεν έχει ληφθεί κάποιο μέτρο για να ελαχιστοποιηθεί αυτή η περίπτωση.

Εξετάζοντας το δεύτερο μοντέλο που παρουσιάστηκε (specified out-performance) παρατηρούμε ότι το αντικείμενο βελτιστοποίησης έχει διαφοροποιηθεί σε μικρό βαθμό σε σχέση με το πρώτο μοντέλο. Η διαφορά είναι ότι εδώ προσπαθούμε να ελαχιστοποιήσουμε τη διαφορά ανάμεσα στην απόδοση του νέου χαρτοφυλακίου με την αντίστοιχη απόδοση ενός τεχνητού δείκτη που κατασκευάζουμε, ο οποίος έχει μεγαλύτερη απόδοση από τον κανονικό κατά μία ποσότητα που καθορίζεται κάθε φορά από τον χρήστη. Στην περίπτωση αυτή περιμένουμε το χαρτοφυλάκιο που θα πάρουμε να ακολουθεί την ίδια συμπεριφορά με αυτό που πήραμε από το προηγούμενο μοντέλο, ως προς τον τεχνητό δείκτη όμως. Αυτόματα αυτό σημαίνει ότι μειώνεται η πιθανότητα η απόδοση του να είναι χαμηλότερη από τον κανονικό δείκτη, ανάλογα πάντα και με την ποσότητα που έχουμε καθορίσει ότι ο τεχνητός δείκτης ξεπερνάει τον κανονικό, και αυξάνεται η πιθανότητα να ξεπερνάει τον κανονικό δείκτη, έστω και σε μικρότερο ποσοστό από αυτό που αναμένουμε. Επομένως τα αποτελέσματα αυτού του μοντέλου θεωρητικά θα είναι θετικότερα σε σχέση με το προηγούμενο (index tracking).

Όσον αφορά το μοντέλο *semi-specified out-performance*, παρατηρούμε ότι το αντικείμενο βελτιστοποίησης στοχεύει κυρίως στην εξάλειψη του κινδύνου να πέσει η απόδοση του χαρτοφυλακίου χαμηλότερα από την απόδοση του τεχνητού δείκτη (downside risk). Εξ' ου και αναμένουμε το νέο χαρτοφυλάκιο που θα δημιουργηθεί να έχει σημαντικά μεγαλύτερη πιθανότητα να ξεπεράσει σε απόδοση τον τεχνητό δείκτη, αλλά δεν έχουμε κάποιο στοιχείο αναφορικά με το ποσοστό κατά το οποίο θα τον ξεπεράσει. Το πιθανότερο είναι η απόδοση να μείνει σε σχετικά κοντινό επίπεδο με του αντίστοιχου δείκτη που εξετάζουμε (του τεχνητού δείκτη στην περίπτωση αυτή). Οπότε περιμένουμε ότι το μοντέλο αυτό έχει σημαντικά μεγαλύτερη πιθανότητα να προσφέρει ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Σχετικά με το μοντέλο *unspecified out-performance*, η λειτουργία του εξαρτάται κάθε φορά από τον διαχειριστή του προγράμματος. Αυτό συμβαίνει επειδή υπάρχει στο αντικείμενο βελτιστοποίησης η μεταβλητή  $\lambda$ , η οποία μπορεί να πάρει τιμές στην περιοχή  $[0,1]$ , και ανάλογα με την τιμή της αλλάζει τελείως και η συμπεριφορά του μοντέλου. Δεν θα αναφερθούμε εδώ παραπάνω στον τρόπο με τον οποίο επηρεάζει η μεταβλητή αυτή το μοντέλο, καθώς έγινε εκτενής ανάλυση προηγουμένως, στην παρουσίαση του. Θεωρητικά, το μοντέλο αυτό θα λειτουργήσει ως μοντέλο παθητικής διαχείρισης μόνο σε περιπτώσεις όπου  $\lambda \in (0.5,1)$ , δίνεται δηλαδή μεγαλύτερο βάρος στην ελαχιστοποίηση του σφάλματος αποτύπωσης (tracking error).

Σε διαφορετική περίπτωση αναμένουμε η απόδοση του χαρτοφυλακίου να εκτοξευθεί σχετικά με την απόδοση του δείκτη, κάτι το οποίο όμως είναι αντίθετο με το ζητούμενο της παθητικής διαχείρισης χαρτοφυλακίου. Η τιμή του  $\lambda$ , δηλαδή το βάρος που δίνεται στην ελαχιστοποίηση του σφάλματος αποτύπωσης σε σχέση με τη μεγιστοποίηση της απόδοσης, θα αντικατοπτρίζεται στα αποτελέσματα που θα πάρουμε από το μοντέλο αυτό. Όσο μικρότερη είναι η τιμή του  $\lambda$ , τόσο μεγαλύτερη θα είναι η απόδοση του χαρτοφυλακίου σε σχέση με την απόδοση του δείκτη. Στην περίπτωση όπου  $\lambda=1$ , το αντικείμενο βελτιστοποίησης είναι παρόμοιο με αυτό του μοντέλου *index-tracking* (έχει προστεθεί ο παράγοντας της τετραγωνικής ρίζας), οπότε και αναμένουμε αντίστοιχα αποτελέσματα με αυτά που θα πάρουμε από το μοντέλο αυτό.

Προχωρώντας στο μοντέλο *modified Sharpe ratio*, παρατηρούμε ότι το αντικείμενο βελτιστοποίησης έχει ως στόχο να μεγιστοποιήσει τη διαφορά μεταξύ της απόδοσης του χαρτοφυλακίου και της μέσης απόδοσης του τεχνητού δείκτη, ελαχιστοποιώντας ταυτόχρονα τη διακύμανση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου. Θεωρητικά, το πιθανότερο είναι η απόδοση του χαρτοφυλακίου που θα δημιουργηθεί να ξεπερνάει σε μεγάλο βαθμό την απόδοση του τεχνητού δείκτη. Το κομμάτι που έχει ενδιαφέρον, είναι κατά πόσο γίνεται η ελαχιστοποίηση της διακύμανσης της απόδοσης του χαρτοφυλακίου να την κρατήσει σε κοντινό επίπεδο αναφορικά με την απόδοση του δείκτη που επιθυμούμε. Σε διαφορετική περίπτωση, η απόδοση του χαρτοφυλακίου θα εκτοξευθεί σε σχέση με τον δείκτη, αποτυχαίνοντας έτσι να λειτουργήσει ως παθητικό μοντέλο διαχείρισης.

Τέλος, εξετάζοντας το μοντέλο *modified Sortino ratio*, βλέπουμε ότι παρουσιάζεται το ίδιο πρόβλημα με το προηγούμενο μοντέλο. Το αντικείμενο βελτιστοποίησης στην περίπτωση αυτή προσπαθεί να ισορροπήσει ανάμεσα στην ελαχιστοποίηση του κινδύνου η απόδοση του χαρτοφυλακίου να είναι χαμηλότερη από την απόδοση του τεχνητού δείκτη (*downside risk*), και στην μεγιστοποίηση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου σε σχέση με την μέση απόδοση του τεχνητού δείκτη. Στην περίπτωση αυτή περιμένουμε τα αποτελέσματα να μην είναι καλά. Για να εξηγήσουμε, το πιθανότερο που θα συμβεί είναι η απόδοση του χαρτοφυλακίου που θα δημιουργηθεί να ξεπερνάει τον δείκτη κατά ένα μεγάλο ποσοστό, καθώς δεν υπάρχει κάποιος παράγοντας που να περιορίζει το μέγεθος της απόστασης μεταξύ των δυο αυτών αποδόσεων. Είναι πάντως σίγουρο ότι η απόδοση του χαρτοφυλακίου δεν θα πέσει χαμηλότερα από την απόδοση του τεχνητού δείκτη.

Μετά την θεωρητική αυτή ανάλυση, έχουμε μια ιδέα για τα αποτελέσματα τα οποία περιμένουμε να πάρουμε από το κάθε μοντέλο. Στο επόμενο κεφάλαιο γίνεται η παρουσίαση των αποτελεσμάτων που πήραμε από την εφαρμογή των μοντέλων στους δείκτες **Euro stoxx 50** και **S&P 500**.

Πριν όμως προχωρήσουμε στην παρουσίαση τους, θεωρούμε απαραίτητο να αναφερθούμε στην έννοια των γενετικών αλγορίθμων, καθώς στον κώδικα που αναπτύχθηκε χρησιμοποιείται ένας γενετικός αλγόριθμος για την επιλογή των βέλτιστων μετοχών, οι οποίες θα αποτελέσουν το χαρτοφυλάκιο που δημιουργείται, και επίσης να προβούμε σε μία σύντομη ανάλυση του πληροφοριακού συστήματος που αναπτύχθηκε.

### 4.3 Γενετικοί Αλγόριθμοι

Οι Γενετικοί αλγόριθμοι ανήκουν στο κλάδο της επιστήμης υπολογιστών και αποτελούν μια μέθοδο αναζήτησης βέλτιστων λύσεων σε συστήματα που μπορούν να περιγραφούν ως μαθηματικό πρόβλημα. Επινοήθηκαν τη δεκαετία του '60 και συχνά ταυτίζονται με τη θεωρία του εξελικτικού προγραμματισμού (Evolutionary Programming). Η βασική χρήση τους εντοπίζεται σε προβλήματα που περιέχουν πολλές παραμέτρους/διαστάσεις, όπως το πρόβλημα βελτιστοποίησης των αντικειμένων των μοντέλων που παρουσιάστηκαν, και δεν υπάρχει αναλυτική μέθοδος που να μπορεί να βρει το βέλτιστο συνδυασμό τιμών για τις μεταβλητές, ώστε το υπό εξέταση σύστημα να αντιδρά όσο το δυνατόν με το επιθυμητό τρόπο.

Ο τρόπος λειτουργίας των Γενετικών Αλγορίθμων είναι εμπνευσμένος από τη βιολογία, και πιο συγκεκριμένα από τη διαδικασία της γενετικής εξέλιξης. Η κεντρική ιδέα των αλγορίθμων αυτών βασίζεται στις προσαρμοστικές διαδικασίες που ακολουθούνται στη φύση, όπου ένας πληθυσμός 'χρωμοσωμάτων' μετατρέπεται σε έναν νέο πληθυσμό μέσω 'φυσικής επιλογής' (όπως υποστήριξε ο Δαρβίνος). Στην ουσία χρησιμοποιούν την ιδέα της εξέλιξης μέσω γενετικής μετάλλαξης, φυσικής επιλογής και διασταύρωσης, με βάση την ιδέα ότι από το συνδυασμό πολλών χρωμοσωμάτων, την αναπαραγωγή, μετάλλαξη και διασταύρωση τους, θα προκύψουν ισχυρότεροι απόγονοι από την αρχική γενιά, ορισμένοι από τους οποίους θα επικρατήσουν.

Στην πράξη ο αλγόριθμος ξεκινά μ' ένα σύνολο από πιθανές λύσεις (ονομάζονται γονιδιώματα, δανειζόμενες το όνομά τους από τη βιολογία), οι οποίες συνιστούν τον 'πληθυσμό'. Κατόπιν ζητείται από τον υπολογιστή να δημιουργήσει μια σειρά τυχαίων ανασυνδυασμών και μεταλλάξεων των 'γονιδιωμάτων'. Οι πιο ικανές λύσεις για ένα συγκεκριμένο πρόβλημα συνεχίζουν να εξελίσσονται και ανασυνδυάζονται τυχαία, μέχρις ότου 'επιβιώσουν' οι καλύτερες, δηλαδή αυτές που ανταποκρίνονται με τον βέλτιστο τρόπο στο εκάστοτε πρόβλημα. Συνήθως, όσο περισσότερες γενιές περνούν τόσο καλύτερες λύσεις βρίσκονται, μπορεί όμως ο αλγόριθμος να βρεθεί σε σημείο του πεδίου των λύσεων από όπου δεν μπορεί να προχωρήσει, λόγω του ότι βρίσκεται σε τοπικό μέγιστο. Για το λόγο αυτό έχουν υπάρχουν διαφορετικές εκδοχές του αλγόριθμου ανάλογα με τη μορφή του προβλήματος.

Οι Γενετικοί Αλγόριθμοι είναι αρκετά απλοί στην υλοποίησή τους. Οι τιμές για τις παραμέτρους του συστήματος πρέπει να κωδικοποιούνται με τρόπο ώστε να αναπαρασταθούν από μια μεταβλητή που περιέχει σειρά χαρακτήρων ή δυαδικών ψηφίων (0/1). Αυτή η μεταβλητή μιμείται το γενετικό κώδικα που υπάρχει στους ζωντανούς οργανισμούς. Αρχικά, ο Γενετικός Αλγόριθμος παράγει πολλαπλά αντίγραφα της μεταβλητής/γεννητικού κώδικα, συνήθως με τυχαίες τιμές, δημιουργώντας ένα πληθυσμό λύσεων. Κάθε λύση (τιμές για τις παραμέτρους του συστήματος) δοκιμάζεται για το πόσο κοντά φέρνει την αντίδραση του συστήματος στην επιθυμητή, μέσω μιας συνάρτησης που δίνει το μέτρο ικανότητας της λύσης και η οποία ονομάζεται **συνάρτηση ικανότητας** (Σ.Ι).

Οι λύσεις που βρίσκονται πιο κοντά στην επιθυμητή, σε σχέση με τις άλλες, σύμφωνα με το μέτρο που μας δίνει η Σ.Ι, αναπαράγονται στην επόμενη γενιά λύσεων και λαμβάνουν μια τυχαία **μετάλλαξη** (mutation). Επαναλαμβάνοντας αυτή τη διαδικασία για αρκετές γενιές, οι τυχαίες μεταλλάξεις σε συνδυασμό με την επιβίωση και αναπαραγωγή των γονιδίων/λύσεων, οι οποίες πλησιάζουν καλύτερα το επιθυμητό αποτέλεσμα, θα παράγουν ένα γονίδιο/λύση που θα περιέχει τις τιμές για τις παραμέτρους που ικανοποιούν όσο καλύτερα γίνεται την Σ.Ι.

Υπάρχουν διάφορες εκδοχές της παραπάνω διαδικασίας για τους Γ.Α (γενετικούς αλγόριθμους) από τις οποίες κάποιες περιλαμβάνουν και τη **διασταύρωση** (crossover) γονιδίων/λύσεων ώστε ο αλγόριθμος να φτάσει στο αποτέλεσμα πιο γρήγορα. Πιο συγκεκριμένα για τη διαδικασία μετάβασης από τη μία γενιά στην επόμενη, παραθέτουμε αναλυτικά ένα παράδειγμα. Η γενιά που ήδη υπάρχει, περιέχει ένα σύνολο από γονιδιώματα, μερικά από τα οποία δύναται να αντιπροσωπεύουν ‘ισχυρές’ λύσεις του συστήματος. Τα γονιδιώματα αυτά συνδυάζονται με τυχαίο τρόπο, και από κάθε τέτοιο συνδυασμό (‘γονείς’) προκύπτει ένα ‘παιδί’, χρησιμοποιώντας τις μεθόδους μετάλλαξης και διασταύρωσης. Σαν προϊόν της διαδικασίας αυτής, το ‘παιδί’ θα μοιράζεται πολλά από τα στοιχεία που ανήκουν στους ‘γονείς’ του. Νέοι γονείς επιλέγονται για κάθε νέο παιδί και η διαδικασία συνεχίζεται μέχρις ότου δημιουργηθεί ένας νέος πληθυσμός λύσεων, αποτελούμενος αποκλειστικά από ‘παιδιά’.

Οπότε, όπως φαίνεται από τη διαδικασία αυτή, η κάθε νέα γενιά είναι διαφορετική από την προηγούμενη, αλλά σε κάθε νέα γενιά τα γονίδια/λύσεις περιέχουν τιμές των παραμέτρων του προβλήματος που ικανοποιούν σε μεγαλύτερο βαθμό τη Σ.Ι. από την προηγούμενη γενιά. Ο λόγος είναι ότι από κάθε γενιά επιλέγονται τα πιο ‘ισχυρά’ γονίδια για να αναλάβουν το ρόλο του ‘γονέα’, ώστε τα στοιχεία που τα κάνουν ‘ισχυρά’ να περάσουν σε μεγαλύτερο βαθμό στην επόμενη γενιά. Καθώς υπάρχει όμως το στοχαστικό (τυχαίο) συστατικό της μετάλλαξης και διασταύρωσης, κάθε εκτέλεση του Γ.Α μπορεί να συγκλίνει σε διαφορετική λύση και σε διαφορετικό χρόνο. Έτσι, η απόδοση του Γ.Α εξαρτάται επί το πλείστον από την συνάρτηση ικανότητας και συγκεκριμένα από το κατά πόσο το μέτρο της περιγράφει την βέλτιστη λύση.

Για τον τερματισμό του γενετικού αλγόριθμου δεν είναι απαραίτητο να έχει βρεθεί η βέλτιστη λύση. Άλλοι παράγοντες που μπορούν να οδηγήσουν σε τερματισμό είναι:

- έχει δοθεί συγκεκριμένος αριθμός γενεών στον οποίο τερματίζεται ο Γ.Α.
- έχει δοθεί συγκεκριμένος χρόνος εκτέλεσης για τερματισμό του Γ.Α., καθώς η διαδικασία απαιτεί σημαντική υπολογιστική δύναμη και αντίστοιχο χρόνο για να τερματίσει από μόνη της
- έχει φτάσει η διαδικασία σε ένα τέλμα, στο οποίο οι επόμενες γενιές δεν παράγουν καλύτερα αποτελέσματα από τις προηγούμενες
- τερματισμός από τον χρήστη

Συμπερασματικά, οι γενετικοί αλγόριθμοι είναι ένα πεπερασμένο σύνολο οδηγιών για την εκπλήρωση ενός έργου, το οποίο δεδομένης μιας αρχικής κατάστασης θα οδηγήσει σε μια αναγνωρίσιμη τελική κατάσταση, και το οποίο προσπαθεί να μιμηθεί την διαδικασία της βιολογικής εξέλιξης. Οι γενετικοί αλγόριθμοι προσπαθούν να βρουν τη λύση ενός προβλήματος με το να προσομοιώνουν την εξέλιξη ενός πληθυσμού ‘λύσεων’ του προβλήματος. Τα προγράμματα εξελίσσονται μέχρι να φτάσουν, μέσω μεταλλάξεων, διασταυρώσεων και φυσικής επιλογής, σε μια αποτελεσματική φόρμουλα η οποία θα εκτελεί με τον καλύτερο δυνατό τρόπο μια συγκεκριμένη εργασία.

## 4.4 Πληροφοριακό Σύστημα

Η διαδικασία της διαχείρισης χαρτοφυλακίων έγκειται στην ανάλυση σημαντικού πλήθους πληροφοριών για ένα σχετικά μεγάλο αριθμό χρεογράφων. Ως αποτέλεσμα, ο όγκος δεδομένων προς επεξεργασία λαμβάνει τεράστιες διαστάσεις. Για το λόγο αυτό αξιοποιείται η τεχνολογία, ώστε να διευκολύνει σημαντικά τη διαδικασία επεξεργασίας των απαραίτητων δεδομένων. Τα πληροφοριακά συστήματα τα οποία αναπτύσσονται έχουν ως στόχο να αποτελέσουν εργαλεία υποβοήθησης των χρηστών για τη λήψη επενδυτικών αποφάσεων.

Στην ενότητα αυτή γίνεται η παρουσίαση του πληροφοριακού συστήματος που αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της πτυχιακής, το οποίο υλοποιεί τα μοντέλα παθητικής διαχείρισης χαρτοφυλακίου που εξετάστηκαν. Δίνεται ιδιαίτερη βάση στις επιλογές που δίνονται στον χρήστη για την παραμετροποίηση της διαδικασίας, καθώς η χρήση του συστήματος περιγράφεται αναλυτικά στο Παράρτημα Β. Επίσης αναφέρονται οι προδιαγραφές του συστήματος και παρατίθενται ορισμένες εικόνες προς διευκόλυνση της κατανόησης του.

### 4.4.1 Προδιαγραφές

Το πληροφοριακό σύστημα αναπτύχθηκε αποκλειστικά σε περιβάλλον Matlab, οπότε για να χρησιμοποιηθεί είναι απαραίτητη η παρουσία του κατάλληλου λογισμικού στον υπολογιστή του χρήστη. Η ανάπτυξη του συστήματος έγινε στην έκδοση Matlab R2012a, αλλά δεν έχει γίνει χρήση στοιχείων τα οποία προστέθηκαν αποκλειστικά σε αυτήν. Οπότε η λειτουργία του συστήματος εξασφαλίζεται και σε πρόσφατες παλαιότερες εκδόσεις, καθώς φυσικά και σε νεότερες. Επίσης είναι απαραίτητη η παρουσία οποιασδήποτε έκδοσης του προγράμματος Microsoft Excel.

#### *Προδιαγραφές υπολογιστικού συστήματος*

Η υπολογιστική μονάδα (PC) του χρήστη θα πρέπει να τρέχει σε ένα από τα εξής λειτουργικά συστήματα :

- Windows 8
- Windows 7 Service Pack 1
- Windows Vista Service Pack 2
- Windows XP Service Pack 3
- Windows XP x64 Edition Service Pack 2
- Windows Server 2012
- Windows Server 2008 R2 Service Pack 1

- Windows Server 2008 Service Pack 2
- Windows Server 2003 R2 Service Pack 2

Οι ελάχιστες απαιτήσεις σε υπολογιστική ισχύ και μνήμη είναι οι ακόλουθες :

- οποιοσδήποτε Intel ή AMD x86 επεξεργαστής που να υποστηρίζει SSE2 αρχιτεκτονική εντολών (instruction set)
- 1024 MB (συστήνεται να υπάρχουν τουλάχιστον 2048 MB μνήμης)

Απαιτείται στον σκληρό δίσκο να υπάρχει ελεύθερος χώρος 1 GB τουλάχιστον για εγκατάσταση του βασικού μοντέλου της Matlab (χρειάζεται 3-4 GB για την εγκατάσταση και όλων των Toolbox). Η εγκατάσταση των Toolbox μπορεί να παραληφθεί αν ο χρήστης επιθυμεί, εκτός από τα Optimization και Financial Toolbox, τα οποία θα φανούν χρήσιμα σε οποιονδήποτε ασχολείται με διαχείριση επενδυτικών στοιχείων.

#### *Προδιαγραφές λειτουργίας συστήματος*

Το πληροφοριακό σύστημα που αναπτύχθηκε έκανε χρήση των μοντέλων βελτιστοποίησης που παρουσιάστηκαν σε προηγούμενη ενότητα. Η λειτουργία των μοντέλων βασίζεται στην αξιοποίηση ιστορικών δεδομένων με τις τιμές ενός δείκτη και των μετοχών που τον αποτελούν για χρόνο  $[0, T]$ , ώστε να μετά τη διαδικασία βελτιστοποίησης να δημιουργηθεί ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο ακολουθεί τον δείκτη με ικανοποιητικό τρόπο σε χρόνο  $[T, \xi]$ , όπου  $\xi$  μία μελλοντική χρονική στιγμή.

Από τα παραπάνω γίνεται αμέσως κατανοητό ότι η παρουσία των ιστορικών δεδομένων είναι απαραίτητη για την λειτουργία των μοντέλων, άρα και του συστήματος . Οπότε ο χρήστης θα πρέπει να έχει στη διάθεση του τα ιστορικά κλεισίματα του δείκτη που τον ενδιαφέρει και των μετοχών που τον αποτελούν για ένα σημαντικό χρονικό διάστημα (συστήνεται να είναι μεγαλύτερο ή ίσο του ενός χρόνου), ούτως ώστε να διασφαλιστεί η αποτελεσματική λειτουργία του συστήματος.

Από τη στιγμή που τα δεδομένα αυτά είναι διαθέσιμα, δεν υπάρχει καμία απαίτηση για σύνδεση του υπολογιστή στο διαδίκτυο. Το πληροφοριακό σύστημα δεν χρησιμοποιεί κανένα πόρο του διαδικτύου, οπότε είναι απολύτως εφικτή η λειτουργία του σε αποσυνδεδεμένη κατάσταση (offline mode).

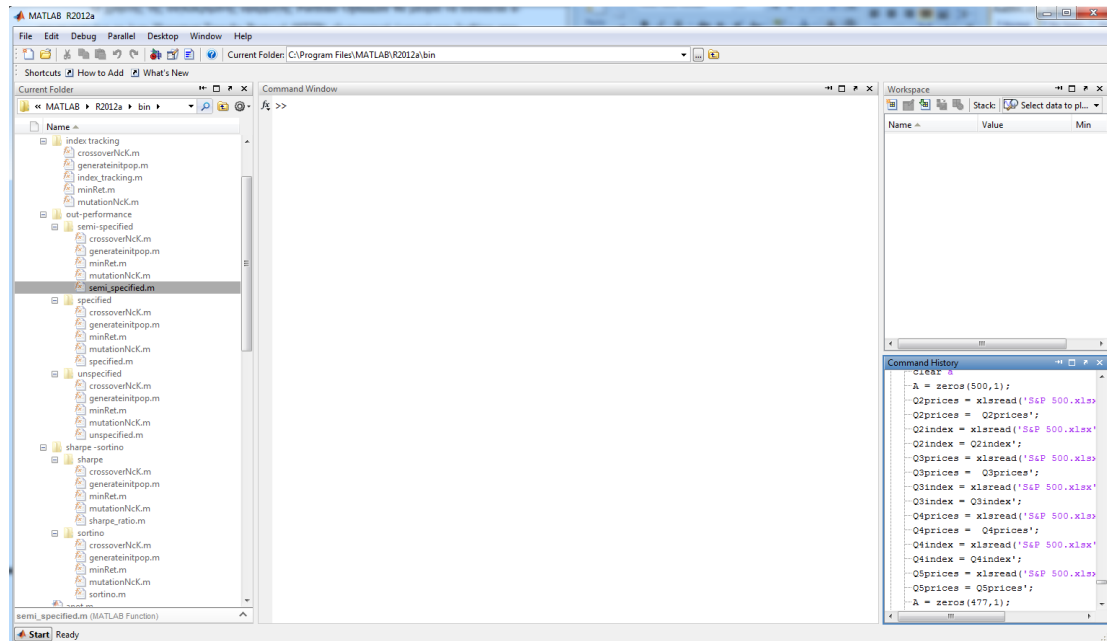
#### *4.4.2 Πληροφοριακό Σύστημα*

Το σύστημα που αναπτύχθηκε είναι ένα σύνολο από αρχεία συναρτήσεων matlab, με κάθε υποσύνολο να υλοποιεί καθένα από τα μοντέλα βελτιστοποίησης παθητικού χαρτοφυλακίου που παρουσιάστηκαν σε προηγούμενη ενότητα. Αποτελείται από 6 φακέλους (folder), με 5 αρχεία συναρτήσεων σε κάθε φάκελο. Με τις συναρτήσεις αυτές λύνεται ένα πρόβλημα Μικτού Ακέραιου Προγραμματισμού για την κατασκευή μετοχικών χαρτοφυλακίων. Συνοδεύεται επίσης από ορισμένα αρχεία script, τα οποία

παρουσιάζονται στο Παράρτημα Β και διευκολύνουν την λειτουργία του συστήματος, χωρίς όμως να είναι απαραίτητα για αυτή.

Για τη λειτουργία του συστήματος ο χρήστης πρέπει να ακολουθήσει συνοπτικά τα εξής βήματα (αναλύονται σε σημαντικά μεγαλύτερο βαθμό στο Παράρτημα Β) :

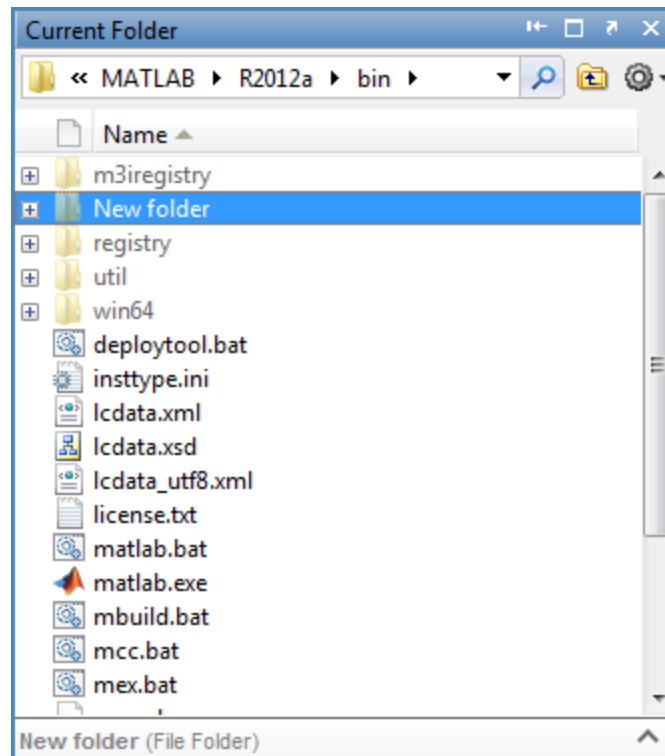
1. να ανοίξει το κεντρικό παράθυρο της εφαρμογής matlab (όποιας έκδοσης κατέχει), το οποίο φαίνεται στην εικόνα 4.1,



Εικόνα 4.1: Αρχικό παράθυρο εφαρμογής Matlab

2. να τοποθετήσει τους φακέλους με τις συναρτήσεις και τα επιπλέον αρχεία στο path της αρεσκείας του, και να επιλέγει κάθε φορά μέσω της εφαρμογής matlab τον κατάλληλο φάκελο ανάλογα με το μοντέλο που επιθυμεί να αξιοποιήσει (εικόνα 4.2),





Εικόνα 4.2: Παράθυρο επιλογής φακέλου/αρχείου

3. να εισάγει τα ιστορικά στοιχεία που κατέχει σε μεταβλητές matlab, σύμφωνα με τις οδηγίες που δίνονται στο Παράρτημα Β,
4. να καλέσει την κυρίως συνάρτηση του μοντέλου που χρησιμοποιεί, δίνοντας τιμές σε όλες τις παραμέτρους που επηρεάζουν το αντίστοιχο πρόβλημα βελτιστοποίησης (για παράδειγμα εκτελώντας το αρχείο main.m που φαίνεται στην εικόνα 4.3), και τέλος
5. να περιμένει κατάλληλο χρονικό διάστημα για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων (εικόνα 4.4)

```

1 - prices = Q1prices;
2 - index = Q1index;
3 - names = names;
4 - CurrentStocks = zeros(size(prices,2),1);
5
6 - lowerbound = 0.015;
7 - upperbound = 0.9;
8 - lower = 15;
9 - upper = 15;
10 - totalValue = 50000;
11 - greedfactor = 0.005;
12 - lamda = 1;
13
14
15
16
17 - [portRet, results, units] = index_tracking(prices, index, names, lowerbound, upperbound, lower, upper, totalValue, CurrentStocks, lamda);

```

Εικόνα 4.3: Παράθυρο επεξεργασίας αρχείου

Τα αποτελέσματα που εξάγονται από τις συναρτήσεις είναι τα εξής:

1. η απόδοση του βέλτιστου χαρτοφυλακίου κατά το διάστημα που πραγματοποιείται η βελτιστοποίηση ( $[0, T]$ ), που φαίνεται στη μεταβλητή **portRet**, η σύγκριση της οποίας με την αντίστοιχη τιμή του δείκτη για την περίοδο που εξετάζεται αποτελεί ένα πρώιμο μέτρο της αποδοτικότητας του μοντέλου.
2. ένας πίνακας (**results**), ο οποίος στην πρώτη γραμμή απεικονίζει τα ονόματα των μετοχών που επιλέχθηκαν να συμμετάσχουν στο χαρτοφυλάκιο και στη δεύτερη γραμμή απεικονίζει τη συμμετοχή (βάρους) της κάθε μίας από αυτές (σε δεκαδική μορφή),
3. ένας πίνακας που περιέχει τα κομμάτια των μετοχών που συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο (**units**). Ο πίνακας αυτός κατασκευάζεται με σκοπό να χρησιμοποιηθεί σε μελλοντικές εκτελέσεις οποιουδήποτε μοντέλου ως μεταβλητή εισόδου, σε περίπτωση που δεν έχει αλλάξει η σύσταση του χαρτοφυλακίου που δημιουργείται μέχρι τότε
4. ο χρόνος εκτέλεσης (End = x sec)
5. η βέλτιστη τιμή του αντικειμένου βελτιστοποίησης

```

Command Window
End = 324.575681 sec (error=0.00005982)

portRet =

    -0.2944

results =

Columns 1 through 6

    'FP'      'SIE'      'TEF'      'SANB'      'ENI'      'ABI'
    [0.0786]  [0.1087]  [0.0567]  [0.0519]  [0.0588]  [0.0784]

Columns 7 through 12

    'GSZ'      'BNP'      'BAS'      'MC'      'DTE'      'EOAN'
    [0.0471]  [0.0652]  [0.0777]  [0.0765]  [0.0514]  [0.0545]

Columns 13 through 15

    'CS'      'RWE'      'G'
    [0.0592]  [0.0796]  [0.0556]

units =

    87.3763
    85.0211
    143.6245
    224.8155
    165.8991
     0
     0
    110.1505
    80.1785
    58.7131

```

Εικόνα 4.4: Αποτελέσματα μοντέλου

#### 4.4.3 Επιλογές Παραμετροποίησης

Κατά το κάλεσμα της κύριας συνάρτησης του κάθε μοντέλου, ζητείται από τον χρήστη να τοποθετήσει τιμές σε διάφορες παραμέτρους που παίζουν μεγάλο ρόλο στον προσδιορισμό του βέλτιστου χαρτοφυλακίου. Οι παράμετροι αυτές είναι οι εξής:

- ο αριθμός των μετοχών που θα αποτελέσουν το νέο χαρτοφυλάκιο. Ο αριθμός αυτός μπορεί να είναι συγκεκριμένος, ή να δοθεί ένα σύνολο, από το οποίο θα επιλεγεί ο βέλτιστος αριθμός μετοχών κατά τη διαδικασία της βελτιστοποίησης
- τα άνω και κάτω όρια στο ποσοστό συμμετοχής της καθεμίας από αυτές τις μετοχές στο χαρτοφυλάκιο
- το συνολικό διαθέσιμο κεφάλαιο που θα επενδυθεί στο χαρτοφυλάκιο
- τις μετοχές που αποτελούν τυχόν χαρτοφυλάκιο που προϋπάρχει, σε περίπτωση που η διαδικασία γίνεται με στόχο τον επαναπροσδιορισμό του συγκεκριμένου χαρτοφυλακίου τη χρονική στιγμή T. Σε διαφορετική περίπτωση απλά εισάγεται ένας μηδενικός πίνακας (όπως εξηγείται στο Παράρτημα Β).

Ειδικά για τις περιπτώσεις των μοντέλων *specified out-performance*, *semi-specified out-performance*, *modified sharpe ratio* και *modified sortino ratio* ο χρήστης καλείται να δώσει τιμή σε μια παράμετρο που καθορίζει το ποσοστό κατά το οποίο η απόδοση του τεχνητού δείκτη, τον οποίο ακολουθούν τα μοντέλα, ξεπερνάει την απόδοση του κανονικού δείκτη.

Επίσης κατά την εκτέλεση της συνάρτησης του μοντέλου *unspecified out-performance* πρέπει να καθοριστεί η παράμετρος  $\lambda$ , η οποία καθορίζει το βάρος που δίνεται στο βάρος αποτύπωσης και στο κατά πόσο η απόδοση του χαρτοφυλακίου θα ξεπερνάει την απόδοση του δείκτη στο μοντέλο αυτό. Το  $\lambda$  παίρνει τιμές από 0 μέχρι 1.

Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι ο χρήστης μπορεί να καθορίσει τις εξής παραμέτρους :

- το ποσοστό του συνολικού διαθέσιμου κεφαλαίου το οποίο δύναται να καταναλωθεί σε κόστη συναλλαγής (αγορά/πώληση μετοχικών τίτλων), και
- το ποσοστό που διακρατείται σε κόστη συναλλαγής από αγοραπωλησίες μετοχών

Οι παράμετροι αυτές έχουν προκαθορισμένες τιμές ίσες με 0.25% και 0.5% αντίστοιχα, αλλά ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να τις αλλάξει.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5**

### **Εφαρμογή των Μεθοδολογιών**

---

Προκειμένου να διαπιστωθεί η αποτελεσματικότητα των συναρτήσεων που αναπτύχθηκαν στην παθητική διαχείριση χαρτοφυλακίου, και πιο συγκεκριμένα με χρήση της στρατηγικής της βελτιστοποίησης, χρησιμοποιήθηκαν ιστορικά δεδομένα των δεικτών **Euro stoxx 50** και **S&P 500** για να πραγματοποιηθούν προσομοιώσεις. Πριν αναλύσουμε περαιτέρω τη διαδικασία προσομοίωσης, κρίνεται απαραίτητη η σύντομη παρουσίαση των δύο δεικτών που επιχειρήσαμε να ακολουθήσουμε

#### **5.1 Περιγραφή Δεικτών**

##### **5.1.1 EURO STOXX 50**

Ο δείκτης Euro stoxx 50 είναι ο ισχυρότερος δείκτης αξιόπιστων (blue-chip) μετοχών της ευρωπαϊκής επικράτειας. Εκπροσωπεί τις μετοχές των σημαντικότερων εταιρειών της Ευρωζώνης, όπως είναι οι SANOFI, TOTAL, SIEMENS, ENI κ.α. Αποτελείται από 50 μετοχές 12 Ευρωπαϊκών χωρών, οι οποίες είναι:

Αυστρία, Βέλγιο, Γαλλία, Γερμανία, Ελλάδα, Ιρλανδία, Ισπανία, Ιταλία, Λουξεμβούργο, Ολλανδία, Πορτογαλία, και Φινλανδία.

Ο δείκτης χρησιμοποιείται από διάφορα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα για ένα ευρύ φάσμα επενδυτικών προϊόντων, όπως τα Exchange Traded Funds (ETF), Futures και Options. Επιπλέον περιλαμβάνει περίπου το 60% της κεφαλαιοποίησης του τομέα της ελεύθερης αγοράς του δείκτη Euro stoxx Total Market Index (TMI), ο οποίος με τη σειρά του περιλαμβάνει περίπου το 95% της αντίστοιχης κεφαλαιοποίησης των χωρών που συμμετέχουν σε αυτόν

Οι τιμές των μετοχών εμφανίζονται σε ευρώ (EUR) ή δολάρια (USD). Η απόδοση του δείκτη σε ευρώ ανανεώνεται κάθε 15 δευτερόλεπτα κατά τη διάρκεια των τοπικών ωρών λειτουργίας του χρηματιστηρίου και στο τέλος της μέρας σε δολάρια. Το μεγαλύτερο ποσοστό του δείκτη (σε κεφαλαιοποίηση) καταλαμβάνουν οι τράπεζες (banks), ενώ ακολουθούν οι εταιρείες χημικών(chemicals) και οι πετρελαιοβιομηχανίες (oil&gas).

Τέλος χρησιμοποιείται ως η βάση για τη δημιουργία υποδεικτών, μερικοί από τους οποίους είναι οι : Euro stoxx 50 Subindex France, Euro stoxx 50 Subindex Italy και Euro stoxx 50 Subindex Spain. Οι δείκτες αυτοί αντιπροσωπεύουν τις αγορές της Γαλλίας, Ιταλίας και Ισπανίας αντίστοιχα.

##### **5.1.2 S&P 500**

Ο Standard & Poor's 500 (S&P 500) είναι ένας δείκτης μετοχών που αποτελείται από τις 500 εταιρείες με τη μεγαλύτερη κινητικότητα στο αμερικάνικο χρηματιστήριο, όπως υπολογίζεται από τον οίκο Standard & Poor's. Σε αυτές ανήκουν οι American Electric Power, Microsoft Corp., Moody's Corp., Time Warner Inc. κ.α. Διαφέρει από

άλλους δείκτες της αμερικάνικης αγοράς, όπως ο Dow Jones Industrial Average και ο Nasdaq, τόσο στην ποικιλία της σύστασης του, όσο και στον τρόπο με τον οποίο η μετοχή της κάθε εταιρείας επηρεάζει την τιμή του. Είναι ένας από τους δείκτες μετοχών που ακολουθείται συχνότερα και πολλοί θεωρούν ότι είναι το πιο αντιπροσωπευτικό δείγμα της αμερικάνικης αγοράς.

Οι τιμές των μετοχών του δείκτη εμφανίζονται σε δολάρια (USD) και η τιμή του δείκτη ανανεώνεται κάθε 15 δευτερόλεπτα κατά τη διάρκεια των ωρών λειτουργίας του χρηματιστηρίου και η διάδοση του καλύπτεται από την Reuters America, Inc..

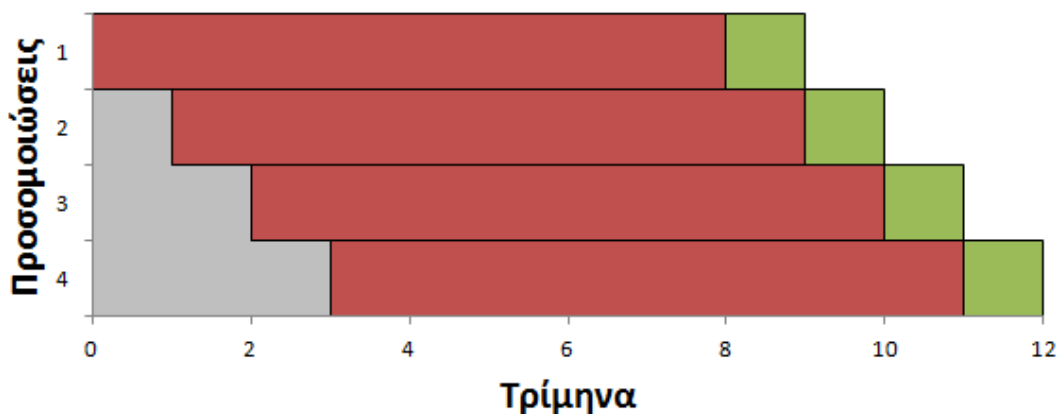
Πρέπει να αναφερθεί ότι οι μετοχές των διαφόρων εταιρειών που τον αποτελούν παραδοσιακά είχαν διαφορετικό βάρος στη διαμόρφωση της τιμής του δείκτη, ανάλογα με την κεφαλαιοποίηση και την κινητικότητα τους. Για παράδειγμα μετοχές με υψηλότερη κεφαλαιοποίηση είχαν μεγαλύτερη επιρροή στην τιμή του δείκτη από ότι μετοχές με χαμηλότερη κεφαλαιοποίηση, ακόμα και αν είχαν μεγαλύτερη κινητικότητα (π.χ. Apple vs Big Lots). Το σύστημα αυτό άλλαξε το 2005. Με την αλλαγή αυτή η κεφαλαιοποίηση της κάθε μετοχής, όσον αφορά τον δείκτη, υπολογίζεται μόνο με βάση τον αριθμό των κομματιών της που είναι διαθέσιμα για διακίνηση από το κοινό.

## 5.2 Παρουσίαση - Σχολιασμός Αποτελεσμάτων

### 5.2.1 Παραμετροποίηση Προσομοίωσης

Στην ενότητα αυτή αναλύονται οι παράμετροι της προσομοίωσης που πραγματοποιήθηκε. Πιο συγκεκριμένα αναφέρονται τα ιστορικά δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν, οι τιμές που δόθηκαν στις μεταβλητές εισόδου των συναρτήσεων, ο χρονικός ορίζοντας βελτιστοποίησης και η περίοδος αναπροσαρμογής των χαρτοφυλακίων που δημιουργήθηκαν.

Χρησιμοποιήθηκαν τα εβδομαδιαία ιστορικά κλεισίματα της τριετίας Ιανουάριος 2008 με Δεκέμβριο 2010 για τους δείκτες Euro stoxx 50 και S&P 500. Στη διάρκεια αυτής της περιόδου έγιναν 4 προσομοιώσεις για κάθε μοντέλο με τα στοιχεία του κάθε δείκτη. Η καθεμία από αυτές έκανε χρήση ιστορικών δεδομένων δύο χρόνων (historical optimization period) για να προσδιοριστεί το χαρτοφυλάκιο που ανταποκρινόταν καλύτερα στην παρακολούθηση του δείκτη, σύμφωνα με το αντίστοιχο αντικείμενο βελτιστοποίησης. Στη συνέχεια ελεγχόταν η απόδοση του χαρτοφυλακίου στα ιστορικά δεδομένα των 3 επόμενων μηνών (out-of-sample period), ώστε να έχουμε ένα μέτρο της αποτελεσματικότητας του μοντέλου. Στη χρονική στιγμή αυτή, δηλαδή 3 μήνες μετά τη δημιουργία του, γινόταν αναπροσαρμογή του χαρτοφυλακίου κάνοντας χρήση και πάλι ιστορικών δεδομένων ενός χρόνου. Οπότε το κάθε χαρτοφυλάκιο άλλαξε κατά τη διάρκεια της διαδικασίας αυτής 4 φορές, και σε καθεμία από αυτές γινόταν έλεγχος της αποτελεσματικότητας του αντίστοιχου μοντέλου. Η διαδικασία προσομοίωσης φαίνεται αναλυτικά στο σχήμα 5.1, όπου οι κόκκινες ράβδοι αντιπροσωπεύουν την περίοδο βελτιστοποίησης και οι πράσινες την περίοδο κατά την οποία γίνεται ο έλεγχος των αποτελεσμάτων. Η αναπροσαρμογή των χαρτοφυλακίων γίνεται στο τέλος κάθε περιόδου ελέγχου.



Σχήμα 5.1 : Απεικόνιση της διαδικασίας προσομοίωσης

Η προσομοιώσεις πραγματοποιήθηκαν σε σύστημα Intel Core Duo Cpu (@3.16 GHz) με μνήμη 4GB.

Οι τιμές που δόθηκαν στις μεταβλητές των μοντέλων ήταν οι ακόλουθες :

- διαθέσιμο κεφάλαιο ίσο με 50000 (σε χρηματικές μονάδες του αντίστοιχου δείκτη)
- κόστη συναλλαγής μικρότερα ή ίσα του 0.25% του συνολικού διαθέσιμου κεφαλαίου
- κόστος της κάθε συναλλαγής (αγορά ή πώληση) ίσο με το 0.5% της αξίας της συναλλαγής
- αριθμός μετοχών που συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο ίσος με 15 για τον δείκτη Euro stoxx 50 και 50 για τον δείκτη S&P 500
- ελάχιστο ποσοστό συμμετοχής της κάθε μετοχής στο χαρτοφυλάκιο ίσο με 1.5% για τον δείκτη Euro stoxx 50 και 1% για τον S&P 500.
- μέγιστο ποσοστό συμμετοχής της κάθε μετοχής στο χαρτοφυλάκιο ίσο με 90% και για τους δύο δείκτες
- η μεταβλητή *greedfactor* (υπερβάλλουσα απόδοση του τεχνητού δείκτη για κάθε εβδομάδα) τέθηκε ίση με 0.05% (0.0005) στα μοντέλα *specified out-performance*, *semi-specified out-performance*, *modified sharpe ratio* και *modified sortino ratio*
- αριθμός γενεών Γ.Α. ίσος με 30 για τον δείκτη Euro stoxx και 17 για τον S&P 500. Η αλλαγή αυτή έγινε διότι στον δείκτη S&P 500 ο γενετικός αλγόριθμος σύγκλινε σημαντικά πιο γρήγορα σε μια ελάχιστη τιμή, οπότε ένας επιπλέον αριθμός γενεών δεν θα επηρέαζε τα αποτελέσματα, αλλά θα επηρέαζε σημαντικά τους χρόνους εκτέλεσης

Στις αρχικές προσομοιώσεις του κάθε μοντέλου θεωρήθηκε ότι κατασκευάζουμε ένα χαρτοφυλάκιο από την αρχή, χωρίς να προϋπάρχει δηλαδή στην κατοχή μας κάποια μετοχή του δείκτη. Στις 3 επόμενες θεωρήθηκε ότι γίνεται αναπροσαρμογή του χαρτοφυλακίου που δημιουργήθηκε από την προηγούμενη κάθε φορά προσομοίωση.

Επίσης να σημειωθεί ότι έγιναν δύο προσομοιώσεις για κάθε περίοδο για το μοντέλο *unspecified out-performance*, ώστε να φανεί καλύτερα η επίδραση της μεταβλητής  $\lambda$  στα αποτελέσματα που παίρνουμε από το μοντέλο αυτό.

### 5.2.2 Παρουσίαση και Σχολιασμός Αποτελεσμάτων

Σε αυτήν την ενότητα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από τις προσομοιώσεις που έγιναν, και σχολιάζεται η απόδοση των μοντέλων τόσο μεμονωμένα όσο και συγκριτικά μεταξύ τους.

Στους πίνακες 5.1 και 5.3 φαίνονται οι τιμές των αντικειμένων βελτιστοποίησης που αντιστοιχούν στη βέλτιστη λύση που βρέθηκε από την εκάστοτε προσομοίωση. Στους πίνακες 5.2 και 5.4 φαίνονται οι αποδόσεις, σε ποσοστό επί τοις εκατό (%), του δείκτη, που ακολουθείται, και των χαρτοφυλακίων, τα οποία έχουν δημιουργηθεί από το κάθε μοντέλο, για καθεμία από τις χρονικές περιόδους που εξετάστηκαν, συνοδευόμενες από το χρόνο που χρειάστηκε για την εκτέλεση των προγραμμάτων. Με πράσινο χρώμα είναι χρωματισμένες οι αποδόσεις που αποκλίνουν λιγότερο από τον δείκτη που χρησιμοποιείται κάθε φορά, ενώ με κόκκινο είναι χρωματισμένες οι αποδόσεις που εμφανίζουν την μεγαλύτερη απόκλιση από αυτή του δείκτη. Παρατίθενται επίσης ορισμένα διαγράμματα, στα οποία φαίνεται συγκριτικά η απόκλιση του κάθε χαρτοφυλακίου από τον αντίστοιχο δείκτη. Να σημειωθεί ότι έχουν υπολογιστεί οι γεωμετρικές αποδόσεις των δεδομένων, ώστε να συμβαδίζουν με το θεωρητικό υπόβαθρο των μοντέλων.

| Historical Optimization Period | Index tracking (* $10^{-5}$ ) | Specified out-performance results (* $10^{-5}$ ) | Semi-specified out-performance results (* $10^{-5}$ ) | Unspecified out-performance results ( $\lambda=1$ ) (* $10^{-3}$ ) | Unspecified out-performance results ( $\lambda=0.1$ ) (* $10^{-3}$ ) | Modified Sharpe ratio results | Modified Sortino ratio results |
|--------------------------------|-------------------------------|--|---|--|--|-------------------------------|--------------------------------|
| 4/1/08-25/12/09                | 7.61                          | 5.607  | 2.381   | 8.623  | -1.145   | 9.242                         | 12.236                         |
| 4/4/08-26/3/09                 | 5.25                          | 6.794  | 2.146   | 5.369  | -1.425   | 6.316                         | 8.496                          |
| 04/07/08-25/6/10               | 6.122                         | 3.568  | 1.886   | 5.225  | -2.406   | 5.189                         | 6.854                          |
| 3/10/08-24/9/10                | 6.89                          | 3.837  | 1.785   | 5.024  | -3.164   | 1.779                         | 2.341                          |

Πίνακας 5.1: Αντικείμενα βελτιστοποίησης στον Euro stoxx 50



| Historical Optimization Period             | Out-of Sample Period | Index returns (%) | Index tracking returns | Unspecified out-performance returns ( $\lambda=1$ ) | Unspecified out-performance returns ( $\lambda=0.1$ ) | Enhanced Index returns (%) | Specified out-performance returns | Semi-specified out-performance returns | Modified Sharpe ratio returns | Modified Sortino ratio returns |
|--|----------------------|-------------------|------------------------|---|---|----------------------------|-----------------------------------|--|-------------------------------|--------------------------------|
| 4/1/08-25/12/09                            | 25/12/09-26/3/10     | -0.54             | 1.29<br>(370.12sec)    | 2.20<br>(394.46sec)                                 | -0.47<br>(381.34 sec)                                 | 0.11                       | 0.5<br>(343.91sec)                | -0.16<br>(349.9sec)                    | 2.87<br>(359.65sec)           | 2.15<br>(410.51sec)            |
| 4/4/08-26/3/09                             | 26/3/09-25/6/10      | -11.2             | -6.82<br>(386.04sec)   | -8.51<br>(544.99sec)                                | -1.96<br>(358.86sec)                                  | -10.55                     | -6.18<br>(280.02sec)              | -7.56<br>(382.07sec)                   | -4.0<br>(1190.13sec)          | -2.06<br>(920.62sec)           |
| 04/07/08-25/6/10                           | 25/6/10-24/9/10      | 6.03              | 3.79<br>(469.12sec)    | 5.46<br>(522.45sec)                                 | 9.56<br>(439.20sec)                                   | 6.68                       | 6.6<br>(326.01sec)                | 6.89<br>(320.75sec)                    | 2.91<br>(754.37sec)           | 3.97<br>(703.95sec)            |
| 3/10/08-24/9/10                            | 24/9/10-31/12/10     | 0.0025            | 2.89<br>(373.62sec)    | 0.02<br>(520.06sec)                                 | 12.12<br>(750.97sec)                                  | 0.7025                     | 2.72<br>(429.56sec)               | 1.29<br>(459.41sec)                    | 3.43<br>(831.65sec)           | 2.59<br>(652.09sec)            |
| Total returns for the out-of sample period |                      | <b>-5.7</b>       | <b>1.15</b>            | <b>-0.78</b>  | <b>19.25</b>  | <b>-3.06</b>               | <b>3.64</b>                       | <b>0.46</b>                            | <b>5.21</b>                   | <b>6.65</b>                    |

Πίνακας 5.2: Αποτελέσματα/χρόνοι στον Euro stoxx 50 (με  $R^* = +0.0005$ , για τα μοντέλα που χρησιμοποιείται)

Από τον πίνακα 5.2 παρατηρούμε ότι τα περισσότερα μοντέλα εμφανίζουν αποκλίσεις το πολύ μέχρι 5% από τον δείκτη Euro stoxx 50 σε κάθε χρονική περίοδο. Εξαιρέση αποτελεί το μοντέλο *unspecified out-performance* με  $\lambda=0.1$ , τη συμπεριφορά του οποίου αναλύουμε παρακάτω. Τα μοντέλα *modified sharpe ratio* και *modified sortino ratio*, εμφανίζουν σταθερά μεγάλες αποκλίσεις από τον τεχνητό δείκτη που πρέπει να ακολουθήσουν, οι οποίες όμως δεν ακολουθούν κάποιον κανόνα συμπεριφοράς, όπως για παράδειγμα να είναι σταθερά σε μεγάλο ποσοστό ανώτερες από αυτές του δείκτη, κάτι που παρατηρείται για το μοντέλο *unspecified out-performance* με  $\lambda=0.1$ . Βλέπουμε επίσης ότι δεν μπορούν να ακολουθήσουν τις μεγάλες μεταβολές του δείκτη, κάτι που φαίνεται ξεκάθαρα στην τρίτη προσομοίωση, όπου ο δείκτης εμφάνισε μεταβολή της τάξεως του 17%, ενώ τα μοντέλα αυτά εμφάνισαν μεταβολή στην απόδοση μέχρι και 6.5%. Αφού δούμε και τα αποτελέσματα του S&P 500, όπου ο μεγαλύτερος αριθμός μετοχών δίνει τη δυνατότητα για μια περισσότερο ακριβή αντιγραφή των αποδόσεων του δείκτη, θα έχουμε μια πιο ολοκληρωμένη εικόνα για την συμπεριφορά των μοντέλων αυτών.

Οι προσομοιώσεις που έγιναν για το μοντέλο *unspecified out-performance* με  $\lambda=0.1$  έδειξαν ότι το μοντέλο αυτό δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην παθητική διαχείριση χαρτοφυλακίου όταν ο συντελεστής  $\lambda$  λαμβάνει πολύ χαμηλές τιμές, γεγονός βέβαια που ήταν αναμενόμενο, καθώς το βάρος δίνεται σε αυτές τις περιπτώσεις κυρίως στη μεγιστοποίηση της απόδοσης. Στα αποτελέσματα φαίνεται ξεκάθαρα ότι η απόδοση του αντίστοιχου χαρτοφυλακίου ξεπερνάει τον δείκτη μέχρι και 12% σε μία περίοδο και σε βάθος χρόνου φτάνει το +25%.

Αντίθετα για  $\lambda=1$  τα αποτελέσματα ήταν ενθαρρυντικά, καθώς η μεγαλύτερη απόκλιση που παρουσιάστηκε σε μία χρονική περίοδο ήταν της τάξεως του +2.7%. Επίσης το χαρτοφυλάκιο κατάφερε να ξεπεράσει τον δείκτη στις 3 από τις 4 χρονικές περιόδους ελέγχου, παρά το γεγονός ότι το αντικείμενο βελτιστοποίησης του μοντέλου δεν δίνει ιδιαίτερη έμφαση σε κάτι τέτοιο. Φαίνεται επίσης ότι το μοντέλο αυτό ακολουθεί καλύτερα τις μεταβολές του δείκτη σε σχέση με όλα τα υπόλοιπα εκτός του *semi-specified out-performance*.

Το μοντέλο *index tracking* παρουσιάζει σχετικά σταθερή συμπεριφορά ως προς τον δείκτη, χωρίς όμως να μπορεί να ακολουθήσει τις μεγάλες μεταβολές του με ακρίβεια. Το ίδιο ακριβώς παρατηρείται και από τα αποτελέσματα του μοντέλου *specified out-performance*, η μόνη διαφορά του οποίου από το προηγούμενο είναι ότι ακολουθεί έναν τεχνητό δείκτη, ο οποίος έχει μεγαλύτερη απόδοση από τον κανονικό κατά 0.05% σε κάθε χρονική περίοδο (εβδομάδα). Έχει ενδιαφέρον το γεγονός ότι ενώ το μοντέλο *index tracking* πέφτει κάτω από τον δείκτη κατά 2.2% σε μία περίοδο, το μοντέλο *specified out-performance* πέφτει κάτω από τον δείκτη που ακολουθεί στην ίδια περίοδο κατά 0.08%, παρουσιάζοντας εμφανώς πιο ικανοποιητική συμπεριφορά από το προηγούμενο μοντέλο. Παρατηρείται πάντως και από την απόδοση του μοντέλου αυτού σε βάθος ενός χρόνου (3.64%) σε σχέση με την αντίστοιχη απόδοση του τεχνητού δείκτη (-3.06%), ότι η εισαγωγή του 'greedfactor' ανέβασε τις αποδόσεις σε μεγαλύτερο βαθμό από ότι περιμέναμε.

Το μοντέλο που εμφανίζει τα καλύτερα αποτελέσματα από τις προσομοιώσεις που έγιναν στον Euro stoxx 50 είναι το *semi-specified out-performance*. Η μεγαλύτερη απόκλιση από τον τεχνητό δείκτη που παρουσιάζει σε μία τρίμηνη περίοδο είναι της τάξεως του +3% και παρατηρούμε ότι η απόδοση του ακολουθεί καλύτερα από τα υπόλοιπα μοντέλα την απόδοση του τεχνητού δείκτη. Παρατηρείται όμως ότι, παρά

την έμφαση που δίνει το αντικείμενο βελτιστοποίησης στην ελαχιστοποίηση του downside risk, η απόδοση του χαρτοφυλακίου που κατασκευάστηκε από την πρώτη προσομοίωση πέφτει κάτω από την απόδοση του τεχνητού δείκτη κατά 0.27%. Εδώ φαίνεται ότι η παρακολούθηση του τεχνητού δείκτη σε συνδυασμό με την ελαχιστοποίηση του downside risk μειώνει σε πολύ μεγάλο βαθμό τον κίνδυνο να υπάρξουν αρνητικές αποκλίσεις της απόδοσης του χαρτοφυλακίου. Ακόμα βλέπουμε ότι σε όλες τις υπόλοιπες περιόδους το μοντέλο ξεπερνάει τον τεχνητό δείκτη κατά ένα μικρό ποσοστό, ακόμα και όταν ο δείκτης παρουσιάζει μια μεταβολή ύψους +17%.

Επίσης παρατηρείται ότι ο μέσος χρόνος εκτέλεσης της προσομοίωσης για τα περισσότερα μοντέλα είναι περίπου 6 λεπτά, με εξαίρεση το μοντέλο *unspecified out-performance*, με μέσο χρόνο εκτέλεσης περίπου 8 λεπτά, το *modified sharpe ratio*, με μέσο χρόνο εκτέλεσης 13.05 λεπτά και το *modified sortino ratio*, με μέσο χρόνο 11.19 λεπτά.

Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τον S&P 500, με τα οποία θα μπορέσουμε να έχουμε μια πιο ολοκληρωμένη άποψη για την αποτελεσματικότητα του κάθε μοντέλου, καθώς θα γίνει η δοκιμή τους σε ένα πιο φιλικό περιβάλλον για την κατασκευή παθητικών χαρτοφυλακίων, λόγω της ύπαρξης ενός σημαντικά μεγαλύτερου αριθμού μετοχών προς επιλογή.

| Historical Optimization Period | Index tracking (* $10^{-5}$ ) | Specified out-performance results (* $10^{-5}$ ) | Semi-specified out-performance results (* $10^{-5}$ ) | Unspecified out-performance results ( $\lambda=1$ ) (* $10^{-3}$ ) | Unspecified out-performance results ( $\lambda=0.1$ ) (* $10^{-3}$ ) | Modified Sharpe ratio results | Modified Sortino ratio results |
|--------------------------------|-------------------------------|--|---|--|--|-------------------------------|--------------------------------|
| 4/1/08-25/12/09                | 1.784                         | 1.745  | 0.655   | 4.073  | -2.834   | 6.464                         | 8.911                          |
| 4/4/08-26/3/09                 | 1.664                         | 1.814  | 0.657   | 4.271  | -3.334   | 4.315                         | 5.930                          |
| 04/07/08-25/6/10               | 2.113                         | 1.371  | 0.633   | 4.326  | -4.098   | 4.399                         | 5.946                          |
| 3/10/08-24/9/10                | 1.618                         | 1.078  | 0.446   | 3.893  | -4.652   | 2.568                         | 3.569                          |

Πίνακας 5.3: Αντικείμενα βελτιστοποίησης στον S&P 500

| Historical Optimization Period             | Out-of Sample Period | Index returns (%) | Index tracking returns | Unspecified out-performance returns ( $\lambda=1$ ) | Unspecified out-performance returns ( $\lambda=0.1$ ) | Enhanced Index returns (%) | Specified out-performance returns | Semi-specified out-performance returns | Modified Sharpe ratio returns | Modified Sortino ratio returns |
|--|----------------------|-------------------|------------------------|---|---|----------------------------|-----------------------------------|--|-------------------------------|--------------------------------|
| 4/1/08-25/12/09                            | 25/12/09-26/3/10     | 3.49              | 5.04<br>(53.1min)      | 4.47<br>(54.42min)                                  | 4.8<br>(55.84min)                                     | 4.14                       | 3.52<br>(55.52min)                | 4.25<br>(59.56min)                     | 3.29<br>(310.84min)           | 5.24<br>(320.98min)            |
| 4/4/08-26/3/09                             | 26/3/09-25/6/10      | -8.01             | -3.36<br>(76.42min)    | -6.14<br>(91.05min)                                 | -2.14<br>(93.6min)                                    | -7.36                      | -5.41<br>(74.5min)                | -6.98<br>(85.8min)                     | -3.27<br>(309.57min)          | -4.47<br>(301.83min)           |
| 04/07/08-25/6/10                           | 25/6/10-24/9/10      | 6.46              | 5.84<br>(69.74min)     | 5.94<br>(95.9min)                                   | 21.56<br>(99.24min)                                   | 7.11                       | 7.52<br>(75.61min)                | 7.85<br>(79.67min)                     | 9.47<br>(295.35min)           | 8.98<br>(298.34min)            |
| 3/10/08-24/9/10                            | 24/9/10-31/12/10     | 9.06              | 8.94<br>(65.86min)     | 9.46<br>(101.02min)                                 | 14.55<br>(105.82min)                                  | 9.76                       | 10.57<br>(74.3min)                | 9.25<br>(87.32min)                     | 16.65<br>(226.4min)           | 17.86<br>(270.45min)           |
| Total returns for the out-of sample period |                      | <b>11.0</b>       | <b>16.5</b>            | <b>13.73</b>  | <b>38.77</b>  | <b>13.65</b>               | <b>16.2</b>                       | <b>14.37</b>                           | <b>26.14</b>                  | <b>27.61</b>                   |

Πίνακας 5.4: Αποτελέσματα/χρόνοι στον S&P 500  
(με  $R^* = +0.0005$ , για τα μοντέλα που χρησιμοποιείται)

Με μια πρώτη ματιά παρατηρείται ότι οι αποκλίσεις των χαρτοφυλακίων στον δείκτη S&P 500 είναι σχετικά μικρότερες με τις αντίστοιχες αποκλίσεις που εξετάστηκαν προηγουμένως. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι ο δείκτης S&P 500 διαθέτει ένα ευρύτερο φάσμα μετοχών από τον Euro stoxx 50, με αποτέλεσμα να υπάρχουν πολύ περισσότεροι συνδυασμοί τους, γεγονός που διευκολύνει την εύρεση του κατάλληλου για τη βελτιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης. Την πρόταση αυτή υποστηρίζει και ο πίνακας 5.3, στον οποίο βλέπουμε ότι οι τιμές των αντικειμένων βελτιστοποίησης είναι, στα περισσότερα μοντέλα, καλύτερες από τις αντίστοιχες που προέκυψαν από τις προσομοιώσεις στον Euro stoxx 50 (5.2). Εξαιρέση αποτελούν τα μοντέλα *modified sharpe ratio* και *modified sortino ratio*, τα οποία φαίνεται να παρουσιάζουν χειρότερη συμπεριφορά στον δείκτη αυτόν.

Επίσης παρατηρείται ότι η μεταβλητότητα της απόδοσης του δείκτη είναι ελαφρώς μειωμένη σε σχέση με τις προηγούμενες προσομοιώσεις. Το γεγονός αυτό συνέβαλε σε ένα βαθμό στην απόκτηση καλύτερων αποτελεσμάτων συγκριτικά με προηγούμενως.

Ας ξεκινήσουμε την ανάλυση των αποτελεσμάτων από τα μοντέλα *modified sharpe ratio* και *modified sortino ratio*. Προηγουμένως είδαμε ότι δεν παρουσιάζαν καμία συνοχή στην συμπεριφορά τους και δεν κατάφερναν να ακολουθούν τον δείκτη σε κάθε τρίμηνη περίοδο ελέγχου. Το ίδιο ακριβώς παρατηρείται και σε αυτές τις προσομοιώσεις. Ακόμα και αν δεν δώσουμε ιδιαίτερη βάση στην τελευταία περίοδο, στην οποία ειδικά το μοντέλο *modified sortino ratio* ξεπερνάει τον δείκτη κατά 8%, βλέπουμε ότι τα μοντέλα αυτά δεν καταφέρνουν να ακολουθήσουν σε ικανοποιητικό βαθμό τις μεταβολές του δείκτη. Τα αποτελέσματα φαίνεται πάλι να μην έχουν καμία συνοχή, καθώς σε δύο από τις τέσσερις περιόδους ακολουθούν σε σχετικά ικανοποιητικό βαθμό τον δείκτη, ενώ στις άλλες δύο οι αποκλίσεις είναι μεγάλες, σημαντικά μεγαλύτερες από τα υπόλοιπα μοντέλα. Οπότε τα δύο αυτά μοντέλα δεν συστήνονται για την παθητική διαχείριση χαρτοφυλακίου.

Όσον αφορά το μοντέλο *unspecified out-performance* με συντελεστή  $\lambda=0.1$ , τα αποτελέσματα αποκλίνουν από τον δείκτη, αλλά όχι από τις εκτιμήσεις μας. Ακριβώς όπως και προηγουμένως, η απόδοση των χαρτοφυλακίων που δημιουργούνται ξεπερνάει κατά πολύ την απόδοση του δείκτη, μέχρι και 15%, και σε βάθος χρόνου 27.77%. Επομένως οι προσομοιώσεις αυτές δείχνουν ότι το συγκεκριμένο μοντέλο με χαμηλές τιμές του συντελεστή  $\lambda$  είναι τελείως ακατάλληλο για την παθητική διαχείριση χαρτοφυλακίου.

Το μοντέλο *index tracking* παρουσιάζει καλύτερη συμπεριφορά συγκριτικά με τις προσομοιώσεις που έγιναν για τον Euro stoxx 50, αλλά και πάλι δεν είναι σε θέση να ακολουθήσει με ικανοποιητικό τρόπο τις μεταβολές του δείκτη. Για το λόγο αυτό ακριβώς πέφτει χαμηλότερα από τον δείκτη σε δύο από τις τέσσερις χρονικές περιόδους, κατά ένα μικρό όμως ποσοστό. Η μεγαλύτερη απόκλιση που παρατηρείται σε μία τρίμηνη περίοδο είναι της τάξεως του 5% και η μικρότερη 0.12%, οπότε δεν μπορεί να θεωρηθεί ικανοποιητικά αξιόπιστο για μια παθητική διαχείριση. Παρά το γεγονός ότι είχε αυξημένη αποδοτικότητα στις προσομοιώσεις αυτές, το μοντέλο *index tracking* δεν μπορεί να συναγωνιστεί τα μοντέλα που αναλύονται παρακάτω.

Το μοντέλο *specified out-performance* εμφανίζει σημαντικά καλύτερα αποτελέσματα σε σχέση με προηγούμενως. Οι αποκλίσεις που εμφανίζει από τον

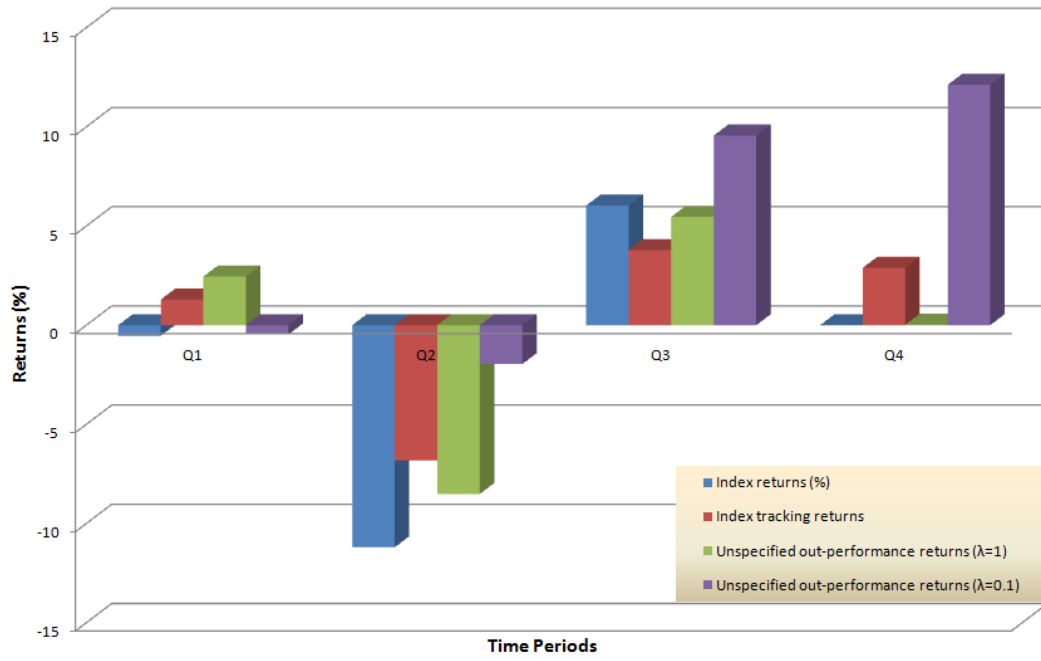
τεχνητό δείκτη κινούνται ανάμεσα σε 0.31% και 1.95%. Επίσης βελτιώθηκε και ο τρόπος με τον οποίο ακολουθεί τις μεταβολές του δείκτη, γεγονός που φαίνεται και από τις προαναφερθείσες αποκλίσεις. Το αρνητικό στοιχείο του είναι ότι έπεσε κάτω από τον τεχνητό δείκτη, έστω και κατά 0.62%, σε μία από τις τέσσερις περιόδους ελέγχου. Ενδιαφέρον επίσης παρουσιάζει η παρατήρηση ότι, σε βάθος χρόνου το μοντέλο αυτό είχε μικρότερη απόδοση από το μοντέλο *index tracking*, αλλά είχε μικρότερη (θετική) απόκλιση από τον δείκτη που ακολούθησε (+2.05%), γεγονός που το καθιστά αποδοτικότερο.

Το μοντέλο *unspecified out-performance* με συντελεστή  $\lambda=1$  παρουσιάζει επίσης πολύ καλή συμπεριφορά κατά τις προσομοιώσεις που έγιναν. Οι αποκλίσεις της απόδοσης των κατασκευαζόμενων χαρτοφυλακίων από το δείκτη κυμαίνονται από 0.4% μέχρι 1.87% σε τρίμηνες περιόδους, και σε μία μόνο περίπτωση η απόδοση του έπεσε χαμηλότερα από αυτή του δείκτη κατά 0.52%. Επίσης καταφέρνει να ακολουθήσει τις μεταβολές του δείκτη με ικανοποιητικό τρόπο, όπως και στις προηγούμενες προσομοιώσεις.

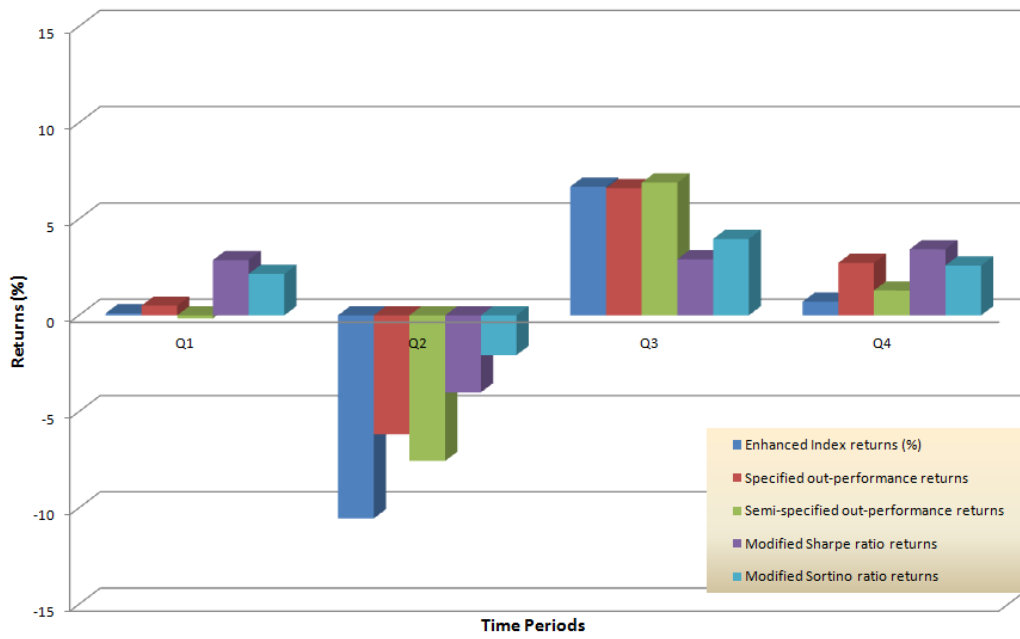
Τέλος το μοντέλο *semi-specified out-performance* εμφανίζει για άλλη μια φορά εξαιρετική συμπεριφορά. Οι αποκλίσεις των αποδόσεων από τον τεχνητό δείκτη κυμαίνονται ανάμεσα σε 0.11% και 0.74%, γεγονός που το καθιστά το αποδοτικότερο μοντέλο από άποψη αποκλίσεων. Επίσης παρατηρούμε ότι σε μία μόνο περίοδο η απόδοση του υπολείπεται της αντίστοιχης του τεχνητού δείκτη κατά 0.51%. Από τα αποτελέσματα φαίνεται ότι σε κάθε χρονική περίοδο η απόδοση του χαρτοφυλακίου που κατασκευάζεται σύμφωνα με το μοντέλο αυτό βρίσκεται κοντινότερα στον τεχνητό δείκτη από οποιοδήποτε άλλο μοντέλο που επιχειρεί να ξεπεράσει τον S&P 500 κατά 0.05 ποσοστιαίες μονάδες κάθε βδομάδα, γεγονός που το καθιστά αποδοτικότερο από τα υπόλοιπα. Το μοναδικό μειονέκτημα το οποίο παρατηρείται είναι ότι, παρά την ιδιαίτερη έμφαση που δίνεται στο μοντέλο αυτό για τη μείωση του downside risk, έστω και για ένα τρίμηνο η απόδοση του ήταν χαμηλότερη από την αντίστοιχη του τεχνητού δείκτη.

Τέλος πρέπει να σημειωθεί ότι τα αποτελέσματα των μοντέλων που συμπεριλαμβάνουν τη μεταβλητή 'greedfactor' εξαρτώνται σε πολύ μεγάλο βαθμό από την τιμή που επιλέγει ο επενδυτής για την μεταβλητή αυτή. Για παράδειγμα αν ο δείκτης σε κάθε βδομάδα (ή το αντίστοιχο χρονικό μέτρο κλεισιμάτων) εμφανίζει μεταβολές της τάξεως μέχρι και του 2% και η μεταβλητή τεθεί ίση με 10%, τότε τα αποτελέσματα δεν θα έχουν καμία σχέση με το ζητούμενο, καθώς δεν θα καταφέρνουν να ακολουθήσουν τον δείκτη που επέλεξε ο χρήστης. Οπότε είναι στη διακριτική ευχέρεια του χρήστη να επιλέγει κατάλληλες τιμές της μεταβλητής αυτής, ανάλογα με τα ιστορικά δεδομένα που έχει, ώστε τα μοντέλα αυτά να εμφανίζουν ικανοποιητικά αποτελέσματα.

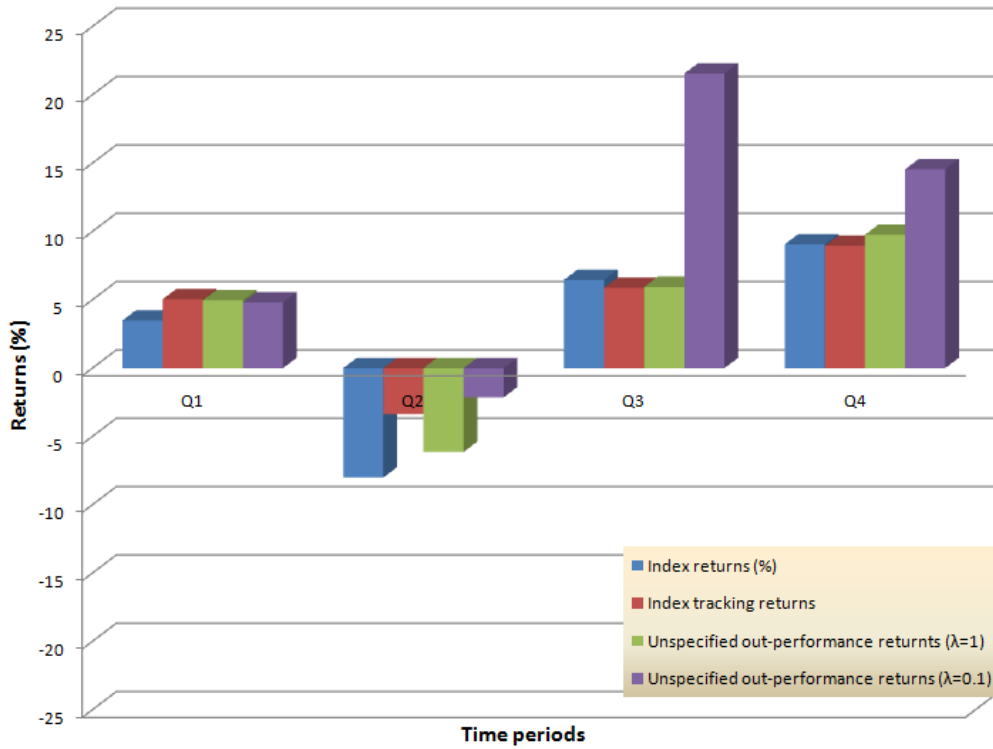
Παρακάτω εμφανίζονται και σε διαγράμματα τα αποτελέσματα της προσομοίωσης που περατώθηκε, στα οποία φαίνεται με ευκολότερο τρόπο η απόδοση του κάθε μοντέλου.



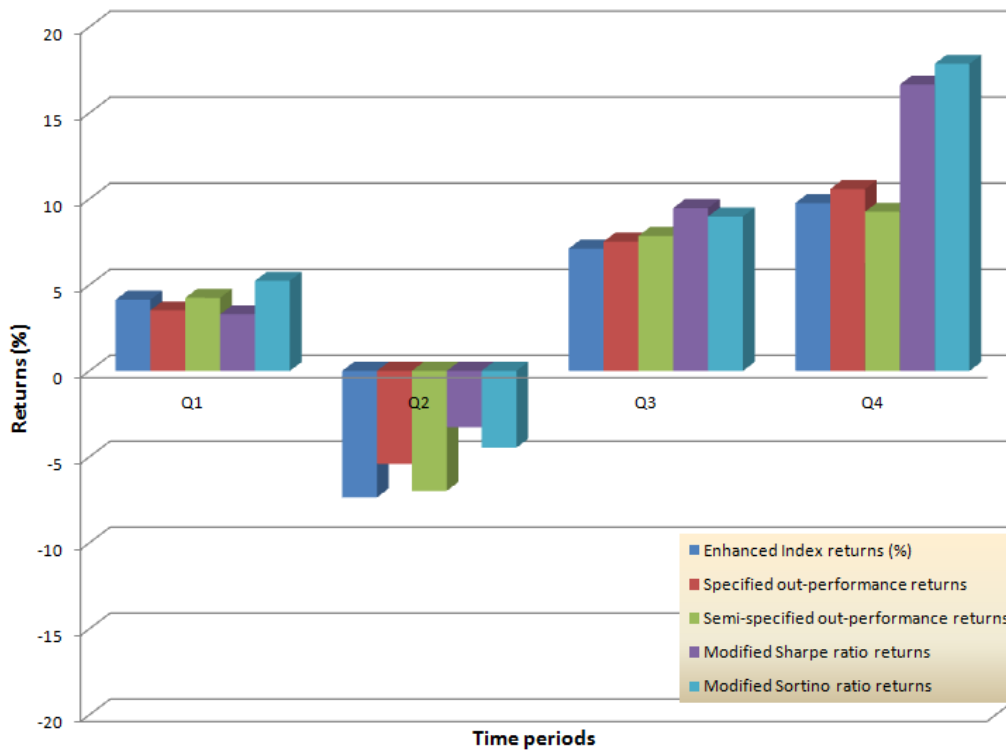
Σχήμα 5.2.α : Απεικόνιση αποτελεσμάτων Euro stoxx 50 (I)



Σχήμα 5.2.β : Απεικόνιση αποτελεσμάτων Euro stoxx 50 (II)



Σχήμα 5.3.α : Απεικόνιση αποτελεσμάτων S&P 500 (I)



Σχήμα 5.3.β : Απεικόνιση αποτελεσμάτων S&P 500 (II)



Επίσης σημειώνεται ότι οι χρόνοι εκτέλεσης των μοντέλων για τον δείκτη S&P 500 ήταν σημαντικά μεγαλύτεροι από τους χρόνους εκτέλεσης των προηγούμενων προσομοιώσεων, γεγονός που ήταν αναμενόμενο, λόγω του σημαντικά αυξημένου όγκου δεδομένων προς επεξεργασία.



## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6**

### **Συμπεράσματα**

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η μεταβλητότητα των τιμών των μετοχικών τίτλων εκτοξεύει την αβεβαιότητα που είναι έμφυτη στη διαδικασία διαχείρισης μετοχικών χαρτοφυλακίων. Ειδικά στην περίπτωση των παθητικών χαρτοφυλακίων, όπου οι αποκλίσεις δεν επιτρέπεται να διογκώνονται και τα μοντέλα καλούνται να προσεγγίσουν όσο καλύτερα μπορούν τις αποδόσεις του δείκτη, η μεταβλητότητα αυτή κάνει το πρόβλημα βελτιστοποίησης περισσότερο πολύπλοκο. Το πρόβλημα απόφασης αυτό είναι ήδη όμως πολυσύνθετο και απαιτεί τη σύνθεση πολλαπλών κριτηρίων. Ως αποτέλεσμα, η βελτιστοποίηση παθητικών χαρτοφυλακίων είναι μια διαδικασία που απαιτεί τη συμμετοχή και το διαρκή έλεγχο του επενδυτή, ώστε να αποφευχθούν σφάλματα στους επενδυτικούς στόχους που έχουν τεθεί.

Σε προηγούμενο κεφάλαιο παρουσιάστηκαν ορισμένα μοντέλα βελτιστοποίησης, καθώς και η υλοποίησή τους με ένα σύνολο συναρτήσεων matlab. Το πληροφοριακό σύστημα που αναπτύχθηκε έχει ως στόχο την δημιουργία και αναπροσαρμογή χαρτοφυλακίων σύμφωνα με τα αντικείμενα βελτιστοποίησης του κάθε μοντέλου και με σεβασμό στις επιλογές κάθε φορά του χρήστη. Κατά την υλοποίηση των μοντέλων έγινε χρήση μικτού ακέραιου προγραμματισμού (mixed integer programming), με τη βοήθεια ενός γενετικού αλγορίθμου, για την επιλογή ενός υποσυνόλου μετοχών, το μέγεθος του οποίου καθορίζεται κάθε φορά από τον χρήστη, από το σύνολο των μετοχών του δείκτη που επιχειρούμε να ακολουθήσουμε ή/και να ξεπεράσουμε.

Επίσης λήφθηκαν υπόψη τα κόστη συναλλαγής, ως ποσοστό του κεφαλαίου που διατίθεται προς επένδυση, γεγονός που δίνει στον χρήστη τη δυνατότητα να επιλέξει την τιμή του αντίστοιχου ποσοστού ανάλογα με την αγορά στην οποία δραστηριοποιείται και τις προτιμήσεις του. Ένα στοιχείο που προσφέρει επιπλέον δυνατότητες παραμετροποίησης της διαδικασίας, είναι ότι δίνεται στον χρήστη η επιλογή να αλλάξει το ποσοστό που διακρατείται από την κάθε μεμονωμένη αγοραπωλησία μετοχών, ανάλογα με την αγορά στην οποία κινείται.

### **6.1 Μειονεκτήματα της διαδικασίας βελτιστοποίησης**

Πρέπει εδώ να σημειωθεί ότι η διαδικασία βελτιστοποίησης που υλοποιήθηκε έχει ένα σημαντικό μειονέκτημα. Απαιτείται η ύπαρξη των ιστορικών τιμών των κλεισμάτων όλων των μετοχών που απαρτίζουν τον δείκτη που επιχειρούμε να ακολουθήσουμε κάθε φορά, γεγονός που κάνει αδύνατη τη χρήση του προγράμματος που αναπτύχθηκε από επενδυτές που δεν έχουν πρόσβαση σε τέτοια στοιχεία. Είναι επίσης αναγκαίο να είναι διαθέσιμα τα ιστορικά στοιχεία μίας σχετικά μεγάλης χρονικής περιόδου (συνήθως μεγαλύτερης του ενός έτους), ώστε η διαδικασία της βελτιστοποίησης να έχει κάποια εγκυρότητα ως προς τα αποτελέσματα που επιστρέφει. Η επεξεργασία ενός τέτοιου όγκου δεδομένων όμως είναι μία χρονοβόρα διαδικασία, ιδίως όταν προσπαθούμε να ακολουθήσουμε δείκτες που απαρτίζονται από έναν σχετικά μεγάλο αριθμό χρεογράφων. Πιο συγκεκριμένα, στην προσομοίωση που πραγματοποιήθηκε για τον δείκτη S&P 500, οι χρόνοι εκτέλεσης του

προγράμματος κυμαίνονται από 53 λεπτά μέχρι και 5.4 ώρες! Στην προσομοίωση για τον δείκτη Euro stoxx 50 αντίθετα, οι χρόνοι κυμαίνονται από 5 μέχρι και 19 λεπτά.

Ένα άλλο μειονέκτημα της διαδικασίας βελτιστοποίησης είναι ότι, υπάρχει η περίπτωση τα χαρτοφυλάκια που προκύπτουν να μην είναι υλοποιήσιμα σε πραγματικές αγορές. Ειδικά στην περίπτωση που η συμμετοχή της κάθε μετοχής στο χαρτοφυλάκιο εκφράζεται με τη μορφή ποσοστού του συνολικού κεφαλαίου, η ακριβής υλοποίηση του χαρτοφυλακίου αυτού είναι αδύνατη, καθώς η μετατροπή του ποσοστού σε αριθμό κομματιών έχει ως αποτέλεσμα δεκαδικούς αριθμούς. Σε πραγματικές αγορές δεν μπορεί κανείς να αγοράσει ή να πουλήσει ‘δεκαδικά’ κομμάτια μετοχών και η στρογγυλοποίηση τους μπορεί να προκαλέσει μεταβολές στην αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου. Η διαδικασία θεωρητικά μπορεί να προσαρμοστεί σε τέτοιες συνθήκες, κάνοντας χρήση επιπλέον περιορισμών, όμως οι επιπλέον υπολογισμοί που απαιτούνται σε ένα τόσο μεγάλο όγκο δεδομένων, ειδικά σε προβλήματα με μεγάλο αριθμό μετοχών, την καθιστούν υπερβολικά χρονοβόρα.

Τέλος ένα ακόμα μειονέκτημα που εντοπίζεται στη διαδικασία, προκύπτει από τη χρήση γενετικού αλγορίθμου για την επιλογή της βέλτιστης σύστασης του χαρτοφυλακίου. Σε περιβάλλον MATLAB είναι περιορισμένες οι επιλογές όσον αφορά τη δημιουργία συναρτήσεων που πραγματοποιούν την ελαχιστοποίηση μιας μαθηματικής έκφρασης σε συνδυασμό με μικτό ακέραιο προγραμματισμό (mixed integer programming). Η δεύτερη επιλογή θα ήταν η υλοποίηση ενός ευρετικού αλγορίθμου, όμως θεωρήθηκε ότι ο γενετικός αλγόριθμος προσφέρει πιο αξιόπιστα αποτελέσματα. Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο βέβαια, οι γενετικοί αλγόριθμοι δεν μπορούν πάντα να βρουν τη βέλτιστη λύση ενός προβλήματος, είτε λόγω περιορισμένου χρόνου ή γενεών, είτε λόγω του γεγονότος ότι η διαδικασία έχει φτάσει σε ένα τέλμα, στο οποίο οι επόμενες γενιές δεν παράγουν καλύτερα αποτελέσματα από τις προηγούμενες. Σημειώνεται επίσης εδώ ότι, στην περίπτωση που η διαδικασία έχει φτάσει στο τέλμα που προαναφέρθηκε, μπορούμε μειώνοντας τον αριθμό των γενεών να μειώσουμε σημαντικά τον χρόνο εκτέλεσης του προγράμματος χωρίς να μειώσουμε την αποτελεσματικότητά του. Σε αντίθετη περίπτωση, όπου το πρόγραμμα τερματίζει χωρίς να έχει βρει βέλτιστη λύση λόγω περιορισμένου αριθμού γενεών, αυξάνοντας τον αριθμό αυτόν αυξάνουμε την αποτελεσματικότητά του προγράμματος παράλληλα με το χρόνο εκτέλεσης. Οπότε συνίσταται η εκτέλεση της κάθε προσομοίωσης δύο με τρεις φορές, αλλάζοντας ελάχιστα κάθε φορά τον αριθμό των γενεών, ώστε να αυξηθούν οι πιθανότητες ο αλγόριθμος να συγκλίνει στη βέλτιστη λύση, γεγονός που αυξάνει φυσικά το χρόνο που χρειάζεται η διαδικασία βελτιστοποίησης. Ενδεικτικά αναφέρουμε ότι στις προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν, ο αριθμός των γενεών με τον οποίο ο αλγόριθμος έφτανε με σχετική σιγουριά στη βέλτιστη λύση ήταν 30 για τον Eurostoxx 50 και 17 για τον S&P 500. Οι αριθμοί αυτοί βέβαια είναι σχετικοί και αφήνονται στην κρίση του χρήστη.

## 6.2 Αξιολόγηση των μοντέλων

Το πληροφοριακό σύστημα που αναπτύχθηκε, εφαρμόστηκε στους δείκτες S&P 500 και Euro stoxx 50, κάνοντας χρήση ιστορικών δεδομένων τριών χρόνων. Τα αποτελέσματα που εξάχθηκαν ήταν ενθαρρυντικά για μερικά από τα μοντέλα και αποθαρρυντικά για μερικά άλλα. Έγινε εκτενής παρουσίαση των αποτελεσμάτων και σχολιασμός τους στο 5<sup>ο</sup> Κεφάλαιο, παρόλα αυτά κρίνεται απαραίτητο να ακολουθηθεί μία συγκεντρωτική συγκριτική αξιολόγηση των διαφόρων μοντέλων που υλοποιήθηκαν.

Από την μελέτη των αποτελεσμάτων και για τους δύο δείκτες γίνεται φανερό ότι τα μοντέλα *modified sharpe ratio*, *modified sortino ratio* και *unspecified out-performance* με συντελεστή  $\lambda=0.1$  είναι ακατάλληλα για την παθητική διαχείριση μετοχικών χαρτοφυλακίων, καθώς οι αποκλίσεις που εμφανίζουν από τον δείκτη είναι μη αποδεκτές σε ένα πραγματικό περιβάλλον αγοράς.

Επιπλέον, το μοντέλο *index tracking*, ενώ κατά το πλείστον δεν εμφανίζει σημαντικά μεγάλες αποκλίσεις, δεν μπορεί να ακολουθήσει με ακρίβεια την πορεία του δείκτη, με αποτέλεσμα να έχει χαμηλότερες αποδόσεις σε περιόδους ισχυρής ανόδου, αλλά και υψηλότερες σε περιόδους σημαντικής πτώσης του δείκτη. Το ίδιο, σε μικρότερο βαθμό βέβαια, παρατηρείται και από τα αποτελέσματα του μοντέλου *specified out-performance*, το οποίο όμως ενώ σε δείκτη με μεγάλο αριθμό μετοχών (S&P) κατάφερε να ακολουθήσει ικανοποιητικά τις μεταβολές στην πορεία του χρόνου, σε δείκτη με μικρό αριθμό μετοχών (Euro stoxx) δεν παρατηρήθηκε κάτι ανάλογο. Παρά το γεγονός ότι η απόδοση των δύο αυτών μοντέλων είναι σχετικά αποδεκτή σε μια παθητική διαχείριση χαρτοφυλακίου, δεν μπορούν να ανταγωνιστούν τα τελευταία δύο μοντέλα που αναλύονται, τόσο σε απόλυτες αποκλίσεις από τον δείκτη, όσο και στην δυνατότητα παρακολούθησης απότομων μεταβολών του.

Τα μοντέλα *semi-specified out-performance* και *unspecified out-performance* με συντελεστή  $\lambda=1$  παρουσιάζουν την καλύτερη συμπεριφορά συνολικά σε όλες τις προσομοιώσεις, και ειδικότερα το *semi-specified out-performance*. Οι διαφορές στις αποκλίσεις που παρουσιάζουν με τους αντίστοιχους δείκτες που ακολουθούν είναι συστηματικά μικρές και καταφέρνουν να ξεπερνάνε τον δείκτη στις περισσότερες περιπτώσεις. Ακόμα και όταν πέφτουν χαμηλότερα από τον δείκτη όμως, οι αποκλίσεις είναι ελάχιστες. Άρα τα μοντέλα αυτά προτείνονται για τη δημιουργία παθητικών χαρτοφυλακίων που ακολουθούν ή/και ξεπερνάνε συγκεκριμένους δείκτες.

Ας σημειωθεί επίσης ότι, στις προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν η διαδικασία βελτιστοποίησης επέδειξε διαφορετική συμπεριφορά για τον κάθε δείκτη. Παρόλο που στον S&P 500 χρειαζόταν περισσότερο χρόνο για να βρει τη βέλτιστη λύση, τα αποτελέσματα ήταν σημαντικά καλύτερα από τα αντίστοιχα για τον Euro stoxx 50. Αυτό οφείλεται κυρίως στο γεγονός ότι υπήρχε η δυνατότητα επιλογής ανάμεσα σε έναν εξαιρετικά μεγαλύτερο αριθμό συνδυασμών μετοχών, με αποτέλεσμα να αυξάνονται οι πιθανότητες το χαρτοφυλάκιο που δημιουργείται να ακολουθεί πιστά τον δείκτη. Εξ ου και ο μικρότερος αριθμός γενεών του Γ.Α. στον S&P 500.

### 6.3 Μελλοντικές προοπτικές

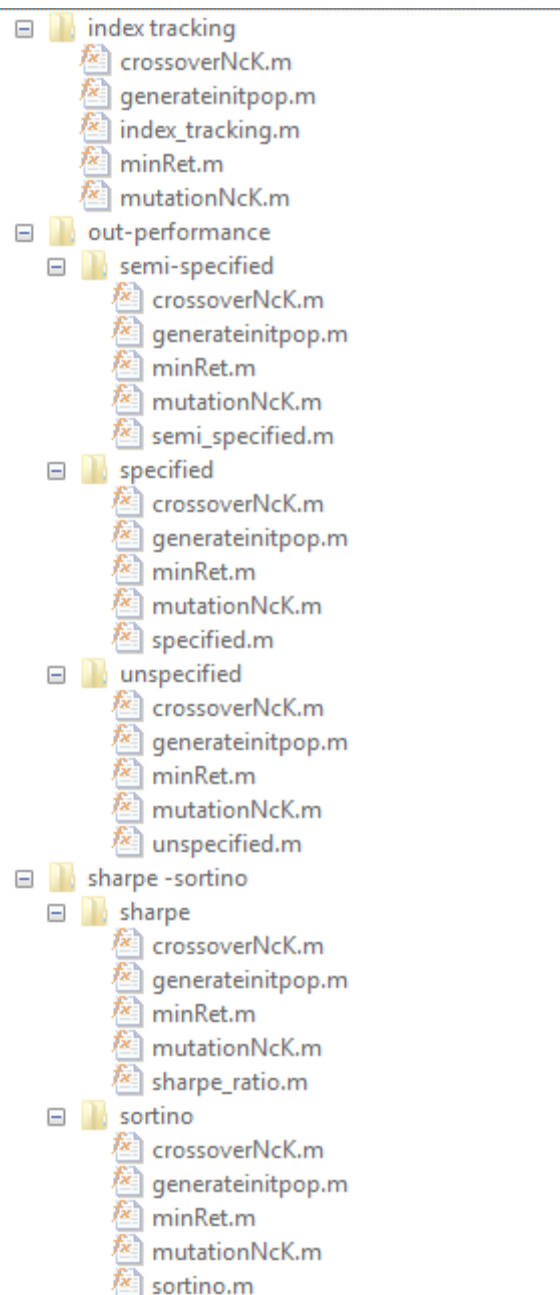
Στην διπλωματική εργασία που εκπονήθηκε, αναπτύξαμε ένα σύνολο συναρτήσεων σε περιβάλλον Matlab, ώστε να υλοποιήσουμε τα μοντέλα που παρουσιάστηκαν. Μπορεί κανείς να επεκταθεί πάνω στη δουλειά που έχει γίνει ενσωματώνοντας την βάση μοντέλων που έχει αναπτυχθεί σε ένα ολοκληρωμένο πληροφοριακό σύστημα. Το σύστημα αυτό μπορεί να αποτελείται από μία παραθυρική εφαρμογή, η οποία θα είναι απλή και φιλική προς τον χρήστη, δίνοντας τη δυνατότητα της εύκολης εισαγωγής των ιστορικών δεδομένων, καθώς επίσης και μιας απλής διαδικασίας δήλωσης επενδυτικής πολιτικής.

Επίσης, κρίνεται αναγκαίο να αναφερθεί ότι, υπάρχει η δυνατότητα επέκτασης του πληροφοριακού συστήματος που αναπτύχθηκε, σε μεθόδους που χρησιμοποιούν την ίδια μοντελοποίηση με διαφορετικά αντικείμενα βελτιστοποίησης. Υπάρχει επίσης και η δυνατότητα υλοποίησης επιπρόσθετων περιορισμών, όπως για παράδειγμα η δημιουργία ορίων για το ποσοστό συμμετοχής συγκεκριμένων υποσυνόλων μετοχών ενός δείκτη στο χαρτοφυλάκιο. Οι αλλαγές που θα χρειαστεί να γίνουν για την πραγματοποίηση τέτοιων επεκτάσεων είναι σχετικά περιορισμένες, οπότε ένας χρήστης, ο οποίος είναι αρκετά εξοικειωμένος με το προγραμματιστικό περιβάλλον matlab, δεν θα έχει σημαντικό πρόβλημα σε περίπτωση που επιχειρήσει μία τέτοια διαδικασία.

## Παράρτημα Α

### Παρουσίαση κώδικα

Παρακάτω παρουσιάζεται ο κώδικας για τα 6 μοντέλα που αναπτύχθηκαν στο πλαίσιο της πτυχιακής αυτής εργασίας. Τα μοντέλα υλοποιήθηκαν σε περιβάλλον Matlab R2012a και το καθένα αποτελείται από 5 αρχεία συναρτήσεων. Στην παρακάτω εικόνα φαίνεται πως απεικονίζονται σε περιβάλλον matlab.



Εικόνα Α.1: Η δομή του κώδικα των μοντέλων

Από την εικόνα Α.1, γίνεται αμέσως κατανοητό ότι τα 4 από τα 5 αρχεία συναρτήσεων που αποτελούν το κάθε μοντέλο έχουν το ίδιο όνομα για όλα τα μοντέλα. Αυτό όμως δεν σημαίνει απαραίτητα ότι είναι και τα ίδια, καθώς ο κάθε φάκελος (folder) αντιμετωπίζεται σαν μια ξεχωριστή οντότητα και δεν επηρεάζει τις μεταβλητές που χρησιμοποιούνται σε άλλους φακέλους. Στην περίπτωση μας, τα 3 αρχεία συναρτήσεων από τα 5 είναι ίδια για όλα τα μοντέλα, αφού είναι απαραίτητα για τη λειτουργία του γενετικού αλγορίθμου που καλείται στο κυρίως μέρος του μοντέλου. Τα αρχεία αυτά είναι τα `generateinitpop.m`, `crossoverNcK.m`, `mutationNcK.m`. Το αρχείο `minRet.m`, το οποίο εμφανίζεται και αυτό σε όλα τα μοντέλα, περιέχει το αντικείμενο βελτιστοποίησης, το οποίο είναι όμως διαφορετικό για καθένα από τα 6 μοντέλα που αναπτύχθηκαν, εξ'ού και η διαφοροποίηση μεταξύ των μοντέλων. Τέλος, χρειάζεται να αναφερθεί ότι το κυρίως μέρος του κάθε μοντέλου διαφέρει ελάχιστα από τα υπόλοιπα, καθώς, όπως έχει αναφερθεί, η διαφοροποίηση μεταξύ τους έγκειται κυρίως στο αντικείμενο βελτιστοποίησης.

Παρακάτω παρουσιάζεται ο κώδικας για τις 3 συναρτήσεις που καλούνται από τον γενετικό αλγόριθμο που χρησιμοποιείται.

Αρχικά παρουσιάζεται η συνάρτηση **`generateinitpop.m`**, η οποία έχει ως στόχο να δημιουργήσει τον αρχικό πληθυσμό λύσεων του γενετικού αλγορίθμου.

```
function initPop = generateinitpop(n,k)

initPop = zeros(n-k+1,n);

for i=1:n-k+1
    initPop(i,i:i+k-1) = 1;
end
```

Η συνάρτηση αυτή δημιουργεί έναν πίνακα  $(n-k+1) \times n$ , ο οποίος έχει  $k$  άσσους (1) και τα υπόλοιπα στοιχεία μηδενικά (0) σε κάθε γραμμή, π.χ για  $n=7$ ,  $k=4$  θα πάρουμε τον παρακάτω πίνακα ως αποτέλεσμα της συνάρτησης αυτής

|   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Πίνακας Α.1: Παράδειγμα αρχικού πληθυσμού του γενετικού αλγορίθμου

Στην περίπτωση μας, η μεταβλητή  $n$  αντιστοιχεί στον αριθμό των μετοχών από τις οποίες αποτελείται ο δείκτης και η μεταβλητή  $k$  αντιστοιχεί στον αριθμό των μετοχών που θέλουμε να αποτελούν το χαρτοφυλάκιο. Οπότε ο παραπάνω πίνακας αντιστοιχεί στον αρχικό πληθυσμό ενός προβλήματος όπου ο δείκτης αποτελείται από 7 μετοχές και θέλουμε να συμπεριλάβουμε τις 4 στο χαρτοφυλάκιο που κατασκευάζουμε.

Στην συνέχεια παρουσιάζεται η συνάρτηση διασταύρωσης **`crossoverNcK.m`**:



```

function xoverKids = crossoverNcK(parents, options,
GenomeLength, FitnessFcn, unused, thisPopulation)

% αριθμός των παιδιών που δημιουργούνται
nKids = length(parents)/2;

% αρχικοποιήσεις
xoverKids = zeros(nKids,GenomeLength);
index = 1;

% είναι δεδομένο ότι όλα τα μέλη του πληθυσμού έχουν τον
% ίδιο αριθμό άσπων, που αποθηκεύεται στο num1s
num1s = sum(thisPopulation(1,:));
indexVec = 1:GenomeLength;

% για κάθε παιδί...
for i=1:nKids

    % βρες γονείς
    r1 = parents(index);
    index = index + 1;
    r2 = parents(index);
    index = index + 1;

    p1 = thisPopulation(r1,:);
    p2 = thisPopulation(r2,:);

    % βρες τους άσσους και τα μηδενικά που ταιριάζουν
    % Π.χ : αν          p1 == [ 1 0 1 0 0 1 1 0 0 0 ]
    %                  p2 == [ 1 0 0 1 0 0 1 0 1 0 ]
    %      Τότε matching1s == [ 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 ]
    %      Τότε matching0s == [ 0 1 0 0 1 0 0 1 0 1 ]
    matching1s = ~xor(p1,p2) & (p1 == 1);
    matching0s = ~xor(p1,p2) & (p1 == 0);

    % βρες τους δείκτες των στηλών που ταιριάζουν
    %      Αν          matching1s == [ 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 ]
    %                  matching0s == [ 0 1 0 0 1 0 0 1 0 1 ]
    %      Τότε matching1sIndx == [ 1 7 ]
    %                  matching0sIndx == [ 2 5 8 10 ]
    %                  nonmatchingIndx == [ 3 4 6 9 ]
    matching1sIndx = indexVec(matching1s);
    matching0sIndx = indexVec(matching0s);
    nonmatchingIndx = setdiff(indexVec, [matching0sIndx,
matching1sIndx]);

    % δημιούργησε το παιδί
    % Π.χ: αν          num1s == 4
    %                  matching1sIndx == [ 1 7 ]
    %                  nonmatchingIndx == [ 3 4 6 9 ]
    %      Τότε numMatching1s == 2
    %      num1sToFill == 2
    %      Indx1sToFill == 2 random choices from [ 3 4 6
    %      9 ]
    numMatching1s = numel(matching1sIndx);
    num1sToFill = num1s - numMatching1s;

```

```

Indx1sToFill = randsample(nonmatchingIndx, num1sToFill);

% πρόσθεσε τους άσσους στις στήλες που δεν συμφωνούν
% οι γονείς
% Π.χ: αν          p1 == [ 1 0 1 0 0 1 1 0 0 0 ]
%                  p2 == [ 1 0 0 1 0 0 1 0 1 0 ]
%                  Τότε xoverKids(i,:) == [ 1 0 ? ? 0 ? 1 0 ? 0 ]
%                  Με ακριβώς 2 από τα `?` ίσα με 1, τα υπόλοιπα 0
xoverKids(i,matching1sIndx) = 1;
xoverKids(i,Indx1sToFill) = 1;
end

```

Η συνάρτηση αυτή διασταύρωσης έχει δημιουργηθεί για να δουλεύει σε ένα πληθυσμό που αποτελείται από οριζόντια διανύσματα (vectors), τα οποία έχουν μόνο άσσους και μηδενικά και επιπλέον έχουν όλα τον ίδιο αριθμό άσπων. Οπότε φαίνεται και η ανάγκη δημιουργίας του συγκεκριμένου αρχικού πληθυσμού με την `generateinitpop.m`. Στην συνάρτηση διασταύρωσης αυτή, τα παιδιά (children) που έχουν προκύψει από 2 γονείς (parents) θα έχουν τα ίδια ‘γονίδια’ (genes) για κάθε στοιχείο στο οποίο συμφωνούν οι γονείς. Δηλαδή σε κάθε στήλη στην οποία τα διανύσματα των γονιών έχουν το ίδιο στοιχείο (0 ή 1), το στοιχείο αυτό θα περάσει και στην στήλη του παιδιού. Αντίθετα, στις στήλες στις οποίες οι γονείς δεν συμφωνούν, το διάνυσμα του παιδιού θα έχει τυχαία ένα από τα δύο αυτά στοιχεία. Η τυχαία αυτή επιλογή έχει κατασκευαστεί με τέτοιο τρόπο, ώστε τα διανύσματα των παιδιών να έχουν τον ίδιο ακριβώς αριθμό άσπων με τα διανύσματα των γονιών.

Παρακάτω παρουσιάζεται η συνάρτηση μετάλλαξης **mutationNcK.m**, που χρησιμοποιήθηκε για τον γενετικό αλγόριθμο μας:

```

function mutationChildren = mutationNcK(parents,options,
GenomeLength FitnessFcn,state, thisScore,thisPopulation)

mutationChildren = zeros(length(parents),GenomeLength);
numVars = length(thisPopulation(1,:));

for i=1:length(parents)
    child = thisPopulation(parents(i),:);
    mutationChildren(i,:) = child( randperm(numVars) );
end

```

Η συνάρτηση αυτή μετάλλαξης, όπως και η προηγούμενη συνάρτηση διασταύρωσης, δημιουργήθηκε για να δουλεύει σε ένα πληθυσμό που αποτελείται από οριζόντια διανύσματα (vectors), τα οποία έχουν μόνο άσσους και μηδενικά και επιπλέον έχουν όλα τον ίδιο αριθμό άσπων. Η δουλειά που κάνει είναι να αλλάζει τη θέση των στοιχείων στα διανύσματα των γονιών, ώστε στη συνέχεια να προκύψουν τα μεταλλαγμένα παιδιά.

Οπότε, όπως βλέπουμε από τις συναρτήσεις διασταύρωσης και μετάλλαξης, ο γενετικός αλγόριθμος που χρησιμοποιείται στα μοντέλα αυτά προσπαθεί να κρατήσει από την κάθε γενιά τα ‘καλά’ στοιχεία, δηλαδή αυτά τα οποία εμφανίζονται συγκριτικά στα περισσότερα διανύσματα των γονέων, για να τα περάσει στην νέα

εξελιγμένη γενιά και ούτω καθεξής. Με τον τρόπο αυτό προσπαθεί να συγκλίνει στο διάνυσμα το οποίο θα αντιπροσωπεύει τη βέλτιστη λύση του συστήματος.

Περισσότερα για την ακριβή λειτουργία του γενετικού αλγορίθμου δίνονται παρακάτω, στην παρουσίαση του κώδικα της κυρίως συνάρτησης του κάθε μοντέλου.

## *Index-tracking*

Στο σημείο αυτό παρατίθεται ο κώδικας για την κυρίως συνάρτηση του μοντέλου `index-tracking`, η οποία είναι η `index_tracking.m`. Πριν προχωρήσουμε στην παράθεση του κώδικα εξηγούμε τα ορίσματα της.

Η συνάρτηση παίρνει ως μεταβλητές εισόδου:

- ένα πίνακα με τις τιμές των μετοχών του δείκτη (**prices**),
- ένα διάνυσμα με τις τιμές του δείκτη (**index**),
- ένα διάνυσμα με τα ονόματα των μετοχών (**names**),
- τα άνω/κάτω όρια της συμμετοχής της κάθε μετοχής στο χαρτοφυλάκιο (**lowerbound/upperbound**),
- τον μικρότερο και μεγαλύτερο αριθμό μετοχών που θέλουμε να αποτελούν το χαρτοφυλάκιο (**lower,upper**),
- το ποσό των χρημάτων που είναι διαθέσιμα για τη δημιουργία του χαρτοφυλακίου (**totalValue**), και
- ένα διάνυσμα με τα κομμάτια των μετοχών που υπάρχουν ήδη σε κάποιο προηγούμενο χαρτοφυλάκιο σε περίπτωση που θέλουμε να το επαναπροσδιορίσουμε (**CurrentStocks**). Σε διαφορετική περίπτωση είναι ένα διάνυσμα [(αριθμός μετοχών δείκτη)x1] με μηδενικά στοιχεία

Η συνάρτηση εξάγει τις εξής μεταβλητές εξόδου:

- την τιμή της απόδοσης του χαρτοφυλακίου για την ιστορική περίοδο που γίνεται η βελτιστοποίηση (**portRet**),
- έναν πίνακα, ο οποίος στην πρώτη γραμμή απεικονίζει τα ονόματα των μετοχών που επιλέχθηκαν να συμμετάσχουν στο χαρτοφυλάκιο και στη δεύτερη γραμμή απεικονίζει τη συμμετοχή (βάρος) της κάθε μίας από αυτές τις μετοχές σε αυτό (**results**), και
- έναν πίνακα [(αριθμός μετοχών δείκτη)x1], ο οποίος έχει μηδενικά στοιχεία στις μετοχές που δεν επιλέχθηκαν και στις υπόλοιπες τα αντίστοιχα κομμάτια (**units**). Ο πίνακας αυτός χρησιμοποιείται μόνο σε περίπτωση που χρειαστεί επαναπροσδιορισμός του χαρτοφυλακίου σε ένα επόμενο χρονικό σημείο, σαν μεταβλητή εισόδου (**CurrentStocks**).

Επιπλέον στο τέλος της κάθε εκτέλεσης, το πρόγραμμα επιστρέφει και τον ακριβή χρόνο εκτέλεσης. Ο κώδικας με τα απαραίτητα σχόλια φαίνεται παρακάτω:

```
function [portRet, results, units] = index_tracking(prices,
index, names, lowerbound, upperbound,
lower, upper, totalValue, CurrentStocks)

%έλεγχος για λάθη στις μεταβλητές εισόδου
if lowerbound*upper > 1
    error('Lowerbound value too high, or upper value too low')
end
```

```

if upperbound*lower < 1
    error('Upperbound value too low, or lower value too high')
end

if lowerbound < 0
    error('Lowerbound value must be greater than or equal
zero')
end

warning off
% ορισμός της μεταβλητής t2 που κρατάει το χρόνο
% εκτέλεσης του προγράμματος
t2 = cputime;

% αρχικοποιήσεις πινάκων
portBits = [];
indexErr = [];
a = ones(1,size(prices,2));
CS = CurrentStocks';

% υπολογισμός της απόδοσης του δείκτη
indexRet = [0 log(index(2:end)./index(1:end-1))'];

% καθορισμός πλήθους μετοχών του δείκτη
univSize = size(prices,2);

% επαναληπτική διαδικασία για την πραγματοποίηση της
% βελτιστοποίησης για όλο το εύρος του αριθμού των
% μετοχών που θέλουμε να συμμετάσχει στο χαρτοφυλάκιο,
% δηλαδή από τον 'lower' ως τον 'upper' αριθμό
for portSize = lower:upper

    % αρχικοποίηση του πληθυσμού γενετικού αλγορίθμου
    iPop = generateinitpop(univSize,portSize);

    % αρχικοποίηση των επιλογών του GA (γεν. Αλγ.)
    options = gaoptimset;

    % επιλογές για τον πληθυσμό του GA
    options = gaoptimset(options,'PopulationSize' , univSize-
portSize+1 );
    options = gaoptimset(options,'InitialPopulation' , iPop);

    % επιλογή των διανυσμάτων της κάθε γενιάς που
    % 'επιβιώνουν' στην επόμενη
    options = gaoptimset(options,'EliteCount' , 1);

    % επιλογές για την διαδικασία εξέλιξης του GA
    options = gaoptimset(options, 'CrossoverFraction', 0.9);
    options = gaoptimset(options,'CrossoverFcn' ,
@crossoverNcK);
    options = gaoptimset(options,'MutationFcn' ,
@mutationNcK);

    % επιλογή για μη επίδειξη κανενός αποτελέσματος

```

```

% μέχρι να τελειώσει η εκτέλεση του προγράμματος
options = gaoptimset(options,'Display' , 'off');

% καθορίζω τον αριθμό των γενεών του GA, ο οποίος
% ελέγχει ουσιαστικά τη διάρκεια και την ακρίβεια
% εκτέλεσης
options = gaoptimset(options,'Generations',30);

% τρέχω τον γενετικό αλγόριθμο (GA)
[pBits,fval] = ga(@rankport,univSize,[],[],[],[],[],
[],[],options);

% κρατάω σε πίνακες τα διανύσματα και τις αντίστοιχες
% τιμές του αντικειμένου βελτιστοποίησης (τετραγωνικό
% σφάλμα) που εξάγονται από την κάθε επανάληψη του GA
% για διαφορετικό αριθμό μετοχών
portBits = [portBits ; pBits];
indexErr = [indexErr ; fval];
end

% ελέγχουμε ποιά είναι η μικρότερη τιμή του τετραγωνικού
% σφάλματος από τις επαναλήψεις του GA για διαφορετικό
% αριθμό μετοχών και κρατάμε το αντίστοιχο διάνυσμα
[~,I] = min(indexErr);
portBits = portBits(I,:);

% Ο GA εξάγει ένα λογικό διάνυσμα (τιμές 0 ή 1), το οποίο
% δείχνει ποιές μετοχές συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο. Στη
% συνέχεια τρέχουμε άλλη μια φορά την minRet για να
% προσδιορίσουμε τα βάρη που αντιστοιχούν στις μετοχές

% προσδιορισμός των υποπινάκων που αντιστοιχούν στο
% καλύτερο διάνυσμα για το τρέξιμο της minRet
minus = a - portBits ;
prices1 = prices(:,logical(minus));
Cs1 = CS(logical(minus))';
sError = 0.005 * (prices1(end,:) * Cs1);
lportBits = logical(portBits);
pricesM = prices(:,lportBits);
Cs2 = CS(lportBits)';

% τρέξιμο της minRet για προσδιορισμό των βαρών
[subVals,sqrError] = minRet(indexRet,pricesM,lowerbound,
upperbound,totalValue,Cs2,sError);
sum2 = pricesM * subVals;
portRet = log(sum2(size(prices,1))/sum2(1));

weights = zeros(1,size(pricesM,2));
for i = 1:size(pricesM,2)
    weights(i) = (pricesM(end,i)*subVals(i)) / totalValue;
end

% κατασκευάζεται ο πίνακας 2x(αριθμός μετοχών χαρτοφ.),
% ο οποίος στην 1η γραμμή έχει τα ονόματα των μετοχών και
% στη 2η τα αντίστοιχα βάρη
portIndx = names(lportBits);

```

```

strVals = num2cell(weights);
results = [portIndx;strVals];

% κατασκευάζεται ο πίνακας units
results3 = results;
results3{2,size(prices,2)} = 0;

compare = [names;(num2cell(zeros(1,size(prices,2))))];

for i = 1:size(prices,2)
    for j = 1:upper
        if strcmp(compare{1,i},results3{1,j}) == 1
            compare{2,i} = results3{2,j};
        end
    end
end

w = cell2mat(compare(2,:));
units = ((w*totalValue)./prices(end,:))';

warning on

% εκτύπωση του χρόνου που χρειάστηκε η εκτέλεση
fprintf('End = %.6f sec (error=%.8f)\n',cputime-t2,sqrError);

-----
% Αυτή είναι η συνάρτηση ικανότητα (fitness function) του
% GA

% η είσοδος (k) είναι μία ακολουθία 1 και 0 που
% αντιπροσωπεύει ποιές μετοχές συμμετέχουν στο
% χαρτοφυλάκιο κάθε φορά. Η 'ικανότητα' του συγκεκριμένου
% χαρτοφυλακίου ελέγχεται από την συνάρτηση
% βελτιστοποίησης, την minRet.

function sqrError = rankport(k)

    % προσδιορισμός τους κόστους συναλλαγής για τις
    % μετοχές που δεν συμμετέχουν στο συγκεκριμένο
    % χαρτοφυλάκιο
    minus = a - k ;
    prices1 = prices(:,logical(minus));
    Cs1 = CS(logical(minus))';
    sError = 0.005 * (prices1(end,:) * Cs1);

    % χρήση του 'λογικού' k, για να προσδιοριστούν
    % τα υποσύνολα των πινάκων με τις τιμές των
    % μετοχών και τα βάρη των μετοχών του
    % προηγούμενου χαρτοφυλακίου αντίστοιχα
    k = logical(k);
    pricesM = prices(:,k);
    Cs2 = CS(k)';

    % εδώ καλείται η minRet για τον προσδιορισμό
    % της βέλτιστης τιμής του αντικειμένου
    % βελτιστοποίησης

```

```
[~, fval] = minRet(indexRet, pricesM, lowerbound,
upperbound, totalValue, Cs2, sError);

% κρατείται η βέλτιστη τιμή
sqError = fval;
end
end
```

Όπως φαίνεται ο παραπάνω κώδικας χρησιμοποιεί μία ‘φωλιασμένη’ συνάρτηση βελτιστοποίησης, την `minRet`. Το εξωτερικό επίπεδο βελτιστοποίησης, δηλαδή ο γενετικός αλγόριθμος, χρησιμοποιεί μια ακολουθία μηδενικών και άσσων με μήκος ίσο με τον αριθμό των μετοχών του δείκτη, όπου ο άσσος συμβολίζει ότι η μετοχή συμμετέχει στο χαρτοφυλάκιο και το μηδενικό ότι δεν συμμετέχει. Οπότε με αυτόν τον τρόπο εισάγουμε τον περιορισμό για τον αριθμό των μετοχών που αποτελούν το χαρτοφυλάκιο, οι οποίες ελέγχονται από τις μεταβλητές εισόδου **lower/upper**.

Εξηγώντας περεταίρω, με τη μεταβλητή `lower` καθορίζουμε ποιο θα είναι το κατώτερο πλήθος μετοχών και με την μεταβλητή `upper` ποιο θα είναι το ανώτερο. Οπότε γίνεται φανερό κατευθείαν ότι, εξαιτίας του επαναληπτικού αλγορίθμου που εφαρμόστηκε για τη διαδικασία αυτή, όσο μεγαλύτερο είναι το εύρος μεταξύ του κατώτερου και του ανώτερου αριθμού μετοχών, τόσο περισσότερη θα είναι η ώρα που θα χρειαστεί για την εκτέλεση του προγράμματος. Στην περίπτωση που επιθυμούμε συγκεκριμένο αριθμό μετοχών, απλά θέτουμε τον ίδιο αριθμό και στις δύο αυτές μεταβλητές.

Έτσι, με τη χρήση της ‘φωλιασμένης’ συνάρτησης βελτιστοποίησης (`minRet`) καθορίζεται ποιές θα είναι τελικά οι μετοχές που θα αποτελέσουν το χαρτοφυλάκιο. Η συνάρτηση `minRet` καλείται άλλη μία φορά χρησιμοποιώντας την ακολουθία που απεικονίζει τις μετοχές που επιλέχθηκαν, ώστε να εξάγουμε το βάρος με το οποίο κάθε μετοχή συμμετέχει στο χαρτοφυλάκιο

Παρακάτω παρουσιάζεται ο κώδικας της συνάρτησης **`minRet.m`**, η οποία περιέχει το αντικείμενο βελτιστοποίησης, στην περίπτωση μας δηλαδή την ελαχιστοποίηση του τετραγωνικού σφάλματος:

```
function [ values, fval ] = minRet(indexRet, prices,
lowerbound, upperbound, totalValue, CurStock, sError )

x0 = ones(size(prices,2),1);

% εδώ δημιουργείται ο περιορισμός  $\sum_{i=1}^N V_{iT}x_i = C$ 
Aeq = prices(end,:);
beq = totalValue;

% εδώ δημιουργείται ο περιορισμός  $\varepsilon_i z_i \leq V_{iT}x_i / C \leq \delta_i z_i$ 
lb = ((lowerbound*totalValue)./prices(end,:))';
ub = ((upperbound*totalValue)./prices(end,:))';

% καθορίζονται ορισμένες επιλογές της fmincon
options = optimset('Display','off','Algorithm','interior-
point','MaxFunEvals',9000);
```

```

% εκτελείται η συνάρτηση βελτιστοποίησης
objFunction = @(x) indTrack(x,prices,indexRet);
[values, fval] =
fmincon(objFunction,x0,[],[],Aeq,beq,lb,ub,@mycon,options);

% προσδιορίζονται τα έξοδα συναλλαγών για όλες τις
% μετοχές ώστε
%  $C_{trans} = \sum_{i=1}^N \text{έξοδα συναλλαγής } (X_i \rightarrow x_i \text{ τη χρονική στιγμή } T)$ 
%  $C_{trans} \leq \gamma C$ , με  $\gamma = 0.0025$  ή  $0.25\%$ 
function [c,ceq] = mycon(x)
    c = (0.005 * (prices(end,:) * (abs(CurStock - x)))) +
sError - 0.0025*totalValue ;
    ceq = [];
end

% σε αυτή τη συνάρτηση περιέχεται το αντικείμενο
% βελτιστοποίησης
function [minDif] = indTrack (x,prices,indexRet)

    sum1 = prices * x;
    returns1 = [0 log(sum1(2:end)./sum1(1:end-1))'];

    dif = returns1 - indexRet;
    minDif = (dif * dif')/(size(prices,1)-1);
end
end

```

Στην συνάρτηση που μόλις παρατέθηκε ενσωματώνονται όλοι οι περιορισμοί του μοντέλου, εκτός από αυτούς που αφορούν τον αριθμό των μετοχών που συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο, δηλαδή τους  $\sum_{i=1}^N z_i = K$  και  $z_i \in [0,1]$ ,  $i = 1,2, \dots, N$ . Επίσης ο περιορισμός  $x_i \geq 0$ ,  $i = 1,2, \dots, N$  ακολουθείται με την εφαρμογή του κανόνα ότι το lowerbound δεν πρέπει να παίρνει τιμές χαμηλότερες του 0. Για απλοποίηση της διαδικασίας θεωρήσαμε ότι τα κόστη συναλλαγών καλύπτονται από το λογαριασμό χρημάτων, εξ' ου και η αλλαγή στον περιορισμό  $\sum_{i=1}^N V_{iT} x_i = C - C_{trans}$ .

Η λειτουργία της συνάρτησης αυτής έγκειται στην ελαχιστοποίηση του τετραγωνικού σφάλματος, υπό τους περιορισμούς που έχουν αναφερθεί, για τις μετοχές που αντιστοιχούν στην εκάστοτε λογική ακολουθία του γενετικού αλγορίθμου και η εξαγωγή των βαρών με τα οποία συμμετέχει η κάθε μετοχή στο χαρτοφυλάκιο.

Παρακάτω παρουσιάζεται ο κώδικας για τα υπόλοιπα μοντέλα, με σχόλια όπου χρειάζεται

### Specified out-performance

Όσον αφορά την κύρια συνάρτηση του μοντέλου αυτού (specified.m), η μοναδική διαφορά στις μεταβλητές σε σχέση με την προηγούμενη συνάρτηση που παρουσιάστηκε είναι η προσθήκη της μεταβλητής εισόδου **greedfactor**, η οποία καθορίζει το ποσοστό κατά το οποίο η απόδοση του τεχνητού δείκτη είναι ανώτερη από την απόδοση του κανονικού δείκτη που εξετάζεται.

Έτσι ο κώδικας της specified.m, παρατίθεται παρακάτω



```

function [portRet, results, units] = specified(prices,index,
names,lowerbound,upperbound,lower,upper,totalValue,
greedFactor,CurrentStocks)

if lowerbound*upper > 1
    error('Lowerbound value too high, or upper value too low')
end

if upperbound*lower < 1
    error('Upperbound value too low, or lower value too high')
end

if lowerbound < 0
    error('Lowerbound value must be greater than or equal zero')
end

warning off
t2 = cputime;
portBits = [];
indexErr = [];
a = ones(1,size(prices,2));
CS = CurrentStocks';

indexRet = [0 log(index(2:end)./index(1:end-1))'];

% κατασκευάζεται η απόδοση του τεχνητού δείκτη
indexRet = indexRet + greedFactor;
indexRet(1) = 0;

univSize = size(prices,2);
for portSize = lower:upper
    iPop = generateinitpop(univSize,portSize);
    options = gaoptimset;
    options = gaoptimset(options,'PopulationSize', univSize-
portSize+1 );
    options = gaoptimset(options,'InitialPopulation', iPop);
    options = gaoptimset(options,'EliteCount', 1);
    options = gaoptimset(options,'CrossoverFraction', 0.9 );
    options = gaoptimset(options,'CrossoverFcn',
@crossoverNcK);
    options = gaoptimset(options,'MutationFcn',
@mutationNcK);
    options = gaoptimset(options,'Display','off');
    options = gaoptimset(options,'Generations',30);

    [pBits,fval] = ga(@rankport,univSize,[],[],[],[],[],
[],[],[],options);

    portBits = [portBits ; pBits];
    indexErr = [indexErr ; fval];
end

[~,I] = min(indexErr);
portBits = portBits(I,:);

```

```

minus = a - portBits ;
prices1 = prices(:,logical(minus));
Cs1 = CS(logical(minus))';
sError = 0.005 * (prices1(end,:) * Cs1);
portBits = logical(portBits);
pricesM = prices(:,portBits);
Cs2 = CS(portBits)';

[subVals,sqrError] =
minRet(indexRet,pricesM,lowerbound,upperbound,totalValue,Cs2,s
Error);
sum2 = pricesM * subVals;
portRet = log(sum2(size(prices,1))/sum2(1));

weights = zeros(1,size(pricesM,2));
for i = 1:size(pricesM,2)
    weights(i) = (pricesM(end,i)*subVals(i)) / totalValue;
end

portIndx = names(portBits);
strVals = num2cell(weights);
results = [portIndx;strVals];

results3 = results;
results3{2,size(prices,2)} = 0;

compare = [names;(num2cell(zeros(1,size(prices,2))))];

for i = 1:size(prices,2)
    for j = 1:upper
        if strcmp(compare{1,i},results3{1,j}) == 1
            compare{2,i} = results3{2,j};
        end
    end
end

w = cell2mat(compare(2,:));
units = ((w*totalValue)./prices(end,:))';

warning on

fprintf('End = %.6f sec (error=%.8f)\n',cputime-t2,sqrError);

function sqrError = rankport(k)

    minus = a - k ;
    prices1 = prices(:,logical(minus));
    Cs1 = CS(logical(minus))';
    sError = 0.005 * (prices1(end,:) * Cs1);

    k = logical(k);
    pricesM = prices(:,k);
    Cs2 = CS(k)';

    [~,fval] = minRet(indexRet,pricesM,lowerbound,
upperbound,totalValue,Cs2,sError);

```

```

        sqError = fval;
    end
end

```

Η αντίστοιχη συνάρτηση `minRet.m` είναι η ίδια με το προηγούμενο μοντέλο, καθώς η αλλαγή του κανονικού δείκτη με τον τεχνητό έγινε στην κυρίως συνάρτηση `specified.m`. Αν εξαιρεθεί η αλλαγή αυτή τα δύο μοντέλα είναι τα ίδια, οπότε και η συνάρτηση βελτιστοποίησης παραμένει απaráλλακτη.

### *Semi-specified out-performance*

Στο μοντέλο αυτό η κυρίως συνάρτηση `semi-specified.m` είναι η ίδια με την συνάρτηση `specified.m` με μοναδική αλλαγή στο όνομα, δηλαδή:

```

function [portRet, results, units] = semi_specified
(prices, index, names, lowerbound, upperbound, lower, upper,
totalValue, greedFactor, CurrentStocks)
...

```

Αυτό γίνεται επειδή η μοναδική διαφοροποίηση μεταξύ των μοντέλων έγκειται στο αντικείμενο βελτιστοποίησης χωρίς να προστεθεί καμία καινούργια μεταβλητή. Η αντίστοιχη συνάρτηση `minRet.m`, η οποία περιέχει το αντικείμενο βελτιστοποίησης παρατίθεται παρακάτω:

```

function [ values, fval ] = minRet( indexRet, prices,
lowerbound, upperbound, totalValue, CurStock, sError )

x0 = ones(size(prices,2),1);
Aeq = prices(end,:);
beq = totalValue;

lb = ((lowerbound*totalValue)./prices(end,:))';
ub = ((upperbound*totalValue)./prices(end,:))';

options = optimset('Display','off','Algorithm','interior-
point','MaxFunEvals',9000);

objFunction = @(x) indTrack(x,prices,indexRet);
[values, fval] =
fmincon(objFunction,x0,[],[],Aeq,beq,lb,ub,@mycon,options);

function [c,ceq] = mycon(x)
    c = (0.005 * (prices(end,:) * (abs(CurStock - x)))) +
sError - 0.0025*totalValue ;
    ceq = [];
end

function [minDif] = indTrack (x,prices,indexRet)

sum1 = prices * x;

```

```

returns1 = [0 log(sum1(2:end)./sum1(1:end-1))'];

% προσδιορισμός του νέου αντικειμένου
% βελτιστοποίησης, δηλαδή του downside risk
dif = zeros(1,size(prices,1));
for j= 2:size(prices,1)
    if indexRet(j) - returns1(j) > 0
        dif(j) = indexRet(j) - returns1(j);
    else
        dif(j) = 0;
    end
end

minDif = (dif * dif')/(size(prices,1)-1);
end
end

```

### *Unspecified out-performance*

Στο μοντέλο αυτό εισάγεται η μεταβλητή  $\lambda$ , με την οποία ελέγχεται το βάρος που δίνεται στο σφάλμα αποτύπωσης και στο κατά πόσο η απόδοση του χαρτοφυλακίου θα ξεπερνάει την απόδοση του δείκτη. Η αντίστοιχη μεταβλητή εισόδου της `unspecified.m` είναι η **lamda**, με την οποία καθορίζουμε την τιμή του  $\lambda$ .

Ο κώδικας της `unspecified.m` παρατίθεται παρακάτω:

```

function [portRet, results, units] = unspecified(prices,
index, names, lowerbound, upperbound, lower, upper, totalValue, lamda
, CurrentStocks)

if lowerbound*upper > 1
    error('Lowerbound value too high, or upper value too low')
end

if upperbound*lower < 1
    error('Upperbound value too low, or lower value too high')
end

if lowerbound < 0
    error('Lowerbound value must be greater than or equal zero')
end

if lamda < 0
    error('lamda value must be in the space[0,1]')
else if lamda > 1
    error('lamda value must be in the space[0,1]')
end
end

warning off
t2 = cputime;
portBits = [];
indexErr = [];

```

```

a = ones(1,size(prices,2));
CS = CurrentStocks';

indexRet = [0 log(index(2:end)./index(1:end-1))'];

univSize = size(prices,2);
for portSize = lower:upper
    iPop = generateinitpop(univSize,portSize);
    options = gaoptimset;
    options = gaoptimset(options,'PopulationSize' , univSize-
portSize+1 );
    options = gaoptimset(options,'InitialPopulation' , iPop);
    options = gaoptimset(options,'EliteCount' , 1);
    options = gaoptimset(options,'CrossoverFraction' ,0.9 );
    options = gaoptimset(options,'CrossoverFcn' ,
@crossoverNcK);
    options = gaoptimset(options,'MutationFcn' ,
@mutationNcK);
    options = gaoptimset(options,'Display' , 'off');
    options = gaoptimset(options,'Generations',30);

    [pBits,fval] = ga(@rankport,univSize,[],[],[],[],
[],[],[],options);

    portBits = [portBits ; pBits];
    indexErr = [indexErr ; fval];
end

[~,I] = min(indexErr);
portBits = portBits(I,:);

minus = a - portBits ;
prices1 = prices(:,logical(minus));
Cs1 = CS(logical(minus))';
sError = 0.005 * (prices1(end,:) * Cs1);
portBits = logical(portBits);
pricesM = prices(:,portBits);
Cs2 = CS(portBits)';

[subVals,sqrError] =
minRet(indexRet,pricesM,lowerbound,upperbound,totalValue,lamda
,Cs2,sError);
sum2 = pricesM * subVals;
portRet = log(sum2(size(prices,1))/sum2(1));

weights = zeros(1,size(pricesM,2));
for i = 1:size(pricesM,2)
    weights(i) = (pricesM(end,i)*subVals(i)) / totalValue;
end

portIndx = names(portBits);
strVals = num2cell(weights);
results = [portIndx;strVals];

results3 = results;

```

```

results3{2,size(prices,2)} = 0;

compare = [names;(num2cell(zeros(1,size(prices,2))))];

for i = 1:size(prices,2)
    for j = 1:upper
        if strcmp(compare{1,i},results3{1,j}) == 1
            compare{2,i} = results3{2,j};
        end
    end
end

w = cell2mat(compare(2,:));
units = ((w*totalValue)./prices(end,:))';

warning on

fprintf('End = %.6f sec (error=%.8f)\n',cputime-t2,sqrError);

function sqrError = rankport(k)

    minus = a - k ;
    prices1 = prices(:,logical(minus));
    Cs1 = CS(logical(minus))';
    sError = 0.005 * (prices1(end,:) * Cs1);

    k = logical(k);
    pricesM = prices(:,k);
    Cs2 = CS(k)';

    [~,fval] = minRet(indexRet,pricesM,lowerbound,
upperbound,totalValue,lamda,Cs2,sError);
    sqrError = fval;
end

end

```

Στο μοντέλο αυτό αλλάζει επίσης και το αντικείμενο βελτιστοποίησης σημαντικά σε σχέση με τα προηγούμενα, οπότε αλλάζει σημαντικά και η `minRet.m`, η οποία παρουσιάζεται παρακάτω:

```

function [ values,fval ] = minRet( indexRet,prices,
lowerbound,upperbound,totalValue,lamda,CurStock,sError )

x0 = ones(size(prices,2),1);
Aeq = prices(end,:);
beq = totalValue;

lb = ((lowerbound*totalValue)./prices(end,:))';
ub = ((upperbound*totalValue)./prices(end,:))';

options = optimset('Display','off','Algorithm','interior-
point','MaxFunEvals',9000);

objFunction = @(x) indTrack(x,prices,indexRet);

```

```
[values, fval] =
fmincon(objFunction,x0,[],[],Aeq,beq,lb,ub,@mycon,options);

function [c,ceq] = mycon(x)
    c = (0.005 * (prices(end,:) * (abs(CurStock - x)))) +
sError - 0.0025*totalValue ;
    ceq = [];
end

function [minOut] = indTrack (x,prices,indexRet)

    sum1 = prices * x;
    returns1 = [0 log(sum1(2:end)./sum1(1:end-1))'];

    dif = returns1 - indexRet;
    minDif = (dif * dif')/(size(prices,1)-1);
    minOut = (lamda*sqrt(minDif)) - ((1-
lamda)*(sum(dif)/(size(prices,1)-1)));
end
end
```

### *Sharpe ratio*

Η κυρίως συνάρτηση του μοντέλου αυτού, δηλαδή η sharpe\_ratio.m, παρατίθεται παρακάτω:

```
function [portRet, results, units] = sharpe_ratio(prices,
index,names,lowerbound,upperbound,lower,upper,totalValue,greed
Factor,CurrentStocks)

if lowerbound*upper > 1
    error('Lowerbound value too high, or upper value too low')
end

if upperbound*lower < 1
    error('Upperbound value too low, or lower value too high')
end

if lowerbound < 0
    error('Lowerbound value must be greater than or equal zero')
end

warning off
t2 = cputime;
portBits = [];
indexErr = [];
a = ones(1,size(prices,2));
CS = CurrentStocks';

% καθορισμός της μέσης απόδοσης του τεχνητού δείκτη
indexRet = [0 log(index(2:end)./index(1:end-1))'];
indexRet = indexRet + greedFactor;
indexRet(1) = 0;
indexMean = (sum(indexRet)/(size(prices,1)-1));
```

```

univSize = size(prices,2);
for portSize = lower:upper
    iPop = generateinitpop(univSize,portSize);
    options = gaoptimset;
    options = gaoptimset(options,'PopulationSize' , univSize-
portSize+1 );
    options = gaoptimset(options,'InitialPopulation' , iPop);
    options = gaoptimset(options,'EliteCount' , 1);
    options = gaoptimset(options,'CrossoverFraction' ,0.9 );
    options = gaoptimset(options,'CrossoverFcn' ,
@crossoverNcK);
    options = gaoptimset(options,'MutationFcn' ,
@mutationNcK);
    options = gaoptimset(options,'Display' , 'off');
    options = gaoptimset(options,'Generations',17);

    [pBits,fval] = ga(@rankport,univSize,[],[],[],[],
[],[],[],options);

    portBits = [portBits ; pBits];
    indexErr = [indexErr ; fval];
end

% στην περίπτωση αυτή κρατάμε πάλι το ελάχιστο από τα
% αποτελέσματα που πήραμε, καθώς η τιμή του αντικειμένου
% βελτιστοποίησης που μας δίνει η διαδικασία είναι η
% αντίθετη από αυτή που χρειαζόμαστε
[~,I] = min(indexErr);
portBits = portBits(I,:);

minus = a - portBits ;
prices1 = prices(:,logical(minus));

Cs1 = CS(logical(minus))';
sError = 0.005 * (prices1(end,:) * Cs1);
portBits = logical(portBits);
pricesM = prices(:,portBits);
Cs2 = CS(portBits)';

[subVals,sqrError] =
minRet(indexMean,pricesM,lowerbound,upperbound,totalValue,Cs2,
sError);
sum2 = pricesM * subVals;
portRet = log(sum2(size(prices,1))/sum2(1));

weights = zeros(1,size(pricesM,2));
for i = 1:size(pricesM,2)
    weights(i) = (pricesM(end,i)*subVals(i)) / totalValue;
end

portIndx = names(portBits);
strVals = num2cell(weights);
results = [portIndx;strVals];

results3 = results;

```



```

results3{2,size(prices,2)} = 0;

compare = [names;(num2cell(zeros(1,size(prices,2))))];

for i = 1:size(prices,2)
    for j = 1:upper
        if strcmp(compare{1,i},results3{1,j}) == 1
            compare{2,i} = results3{2,j};
        end
    end
end

w = cell2mat(compare(2,:));
units = ((w*totalValue)./prices(end,:))';

warning on

fprintf('End = %.6f sec (error=%.8f)\n',cputime-t2,      -
sqrError);

function sqrError = rankport(k)

    minus = a - k ;
    prices1 = prices(:,logical(minus));
    Cs1 = CS(logical(minus))';
    sError = 0.005 * (prices1(end,:) * Cs1);

    k = logical(k);
    pricesM = prices(:,k);
    Cs2 = CS(k)';

    [~,fval] = minRet(indexMean,pricesM,lowerbound,
upperbound,totalValue,Cs2,sError);
    sqrError = fval;
end
end

```

Η αντίστοιχη συνάρτηση βελτιστοποίησης minRet.m, εμφανίζεται παρακάτω:

```

function [ values,fval ] = minRet( indexMean,prices,
lowerbound,upperbound,totalValue,CurStock,sError )

x0 = ones(size(prices,2),1);
Aeq = prices(end,:);
beq = totalValue;

lb = ((lowerbound*totalValue)./prices(end,:))';
ub = ((upperbound*totalValue)./prices(end,:))';

options = optimset('Display','off','Algorithm','interior-
point','MaxFunEvals',9000);

% επειδή το αντικείμενο βελτιστοποίησης στη συγκεκριμένη
% περίπτωση χρειάζεται να μεγιστοποιηθεί, αυτό που

```

```

% κάνουμε είναι να ελαχιστοποιήσουμε την αντίθετη (-)
% συνάρτηση βελτιστοποίησης, καθώς δεν υπάρχει συνάρτηση
% που να μεγιστοποιεί ένα αντικείμενο στη matlab.
objFunction = @(x)-indTrack(x,prices,indexMean);
[values, fval] =
fmincon(objFunction,x0,[],[],Aeq,beq,lb,ub,@mycon,options);

function [c,ceq] = mycon(x)
    c = (0.005 * (prices(end,:) * (abs(CurStock - x)))) +
sError - 0.0025*totalValue ;
    ceq = [];
end

function [sharp] = indTrack (x,prices,indexMean)

    sum1 = prices * x;
    returns1 = [0 log(sum1(2:end)./sum1(1:end-1))'];

    dif = sum((returns1/(size(prices,1)-1)) - indexMean);
    sharp = ( dif / sqrt(var(returns1)));
end
end

```

Στην περίπτωση αυτή, όπως φαίνεται και από τα σχόλια του κώδικα, ελαχιστοποιήθηκε η αντίθετη συνάρτηση βελτιστοποίησης, οπότε στην ουσία μεγιστοποιήθηκε το αντικείμενο το οποίο μας ενδιαφέρει.

### *Sortino ratio*

Η κυρίως συνάρτηση του μοντέλου αυτού, δηλαδή η `sortino.m`, είναι ακριβώς η ίδια με την `sharpe_ratio.m`, καθώς στα δύο μοντέλα η μοναδική διαφοροποίηση είναι στο αντικείμενο μεγιστοποίησης. Θα παρατεθεί μόνο ο ορισμός της συνάρτησης, που είναι το μοναδικό διαφορετικό στοιχείο.

```

function [portRet, results, units] = sortino(prices,
index, names, lowerbound, upperbound, lower, upper, totalValue, greed
Factor, CurrentStocks)
...

```

Η αντίστοιχη `minRet.m`, στην οποία χρησιμοποιείται το ίδιο τέχνασμα με προηγουμένως, δηλαδή ελαχιστοποιείται η αντίθετη συνάρτηση της συνάρτησης βελτιστοποίησης, παρουσιάζεται παρακάτω:

```

function [ values, fval ] = minRet( indexMean,prices,
lowerbound,upperbound,totalValue,CurStock,sError )

x0 = ones(size(prices,2),1);
Aeq = prices(end,:);
beq = totalValue;

lb = ((lowerbound*totalValue)./prices(end,:))';
ub = ((upperbound*totalValue)./prices(end,:))';

```

```

options = optimset('Display','off','Algorithm','interior-
point','MaxFunEvals',9000);

objFunction = @(x)-indTrack(x,prices,indexMean);
[values, fval] =
fmincon(objFunction,x0,[],[],Aeq,beq,lb,ub,@mycon,options);

function [c,ceq] = mycon(x)
    c = (0.005 * (prices(end,:) * (abs(CurStock - x)))) +
sError - 0.0025*totalValue ;
    ceq = [];
end

function [sortin] = indTrack (x,prices,indexMean)

    sum1 = prices * x;
    returns1 = [0 log(sum1(2:end)./sum1(1:end-1))'];

    max1 = zeros(1,size(prices,1));
    for j= 2:size(prices,1)
        if indexMean - returns1(j) > 0
            max1(j) = indexMean - returns1(j);
        else
            max1(j) = 0;
        end
    end

    dif = sum((returns1/(size(prices,1)-1)) - indexMean);
    sortin = dif / sqrt(sum((max1 *
max1')/(size(prices,1)-1)));

end
end

```

Αυτές είναι οι συναρτήσεις που αποτελούν το βασικό κομμάτι των μοντέλων και είναι απαραίτητες για την σωστή λειτουργία τους. Στο επόμενο παράρτημα επεξηγείται με απλό τρόπο η χρήση των μοντέλων αυτών και παρατίθενται ορισμένα αρχεία *script*, τα οποία μπορούν να προστεθούν στον καθένα από τους φακέλους που περιέχουν τις συναρτήσεις των μοντέλων και διευκολύνουν την διαδικασία εκτέλεσης τους.



## Παράρτημα Β

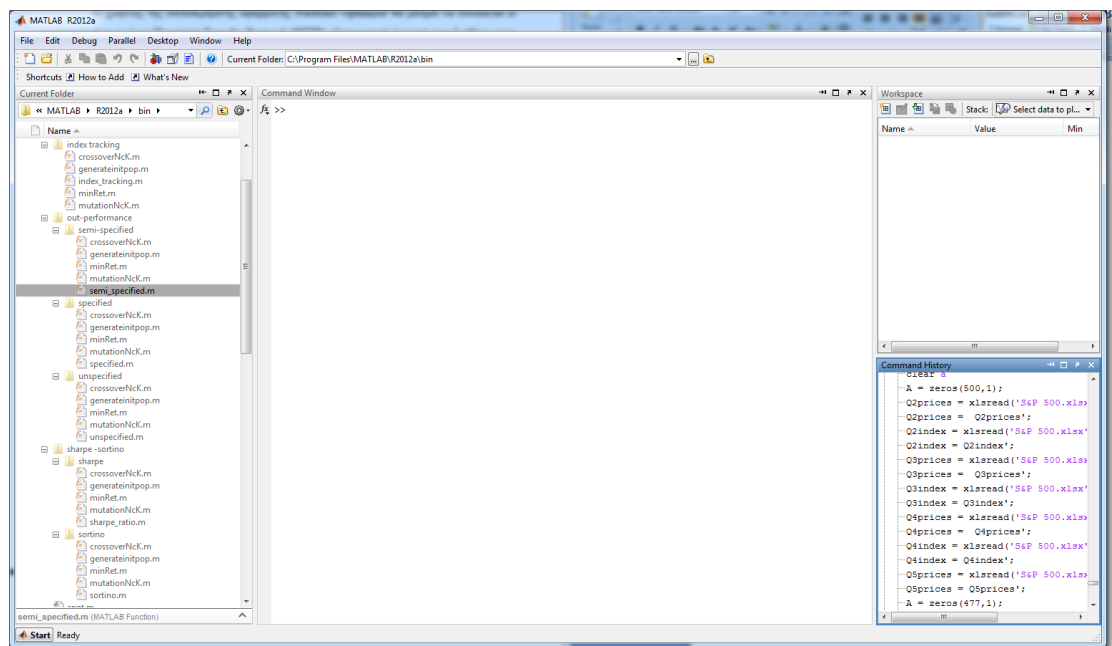
### Επεξήγηση χρήσης των μοντέλων σε Matlab

#### 1. Εισαγωγή

Οι συναρτήσεις που κατασκευάστηκαν μπορούν να χρησιμοποιηθούν και απευθύνονται σε οποιονδήποτε διαχειριστή χαρτοφυλακίου, ο οποίος επιθυμεί να δημιουργήσει ένα χαρτοφυλάκιο με συγκεκριμένο αριθμό μετοχών με στόχο να ακολουθήσει όσο καλύτερα γίνεται ή και να ξεπεράσει έναν δείκτη. Ανάλογα με το μοντέλο που θα ακολουθήσει θα έχει βέβαια και τα αντίστοιχα αποτελέσματα, όπως έχει ήδη γίνει κατανοητό από την εκτενή παρουσίαση τους.

Τα μοντέλα αναπτύχθηκαν σε περιβάλλον Matlab R2012a, οπότε είναι πιθανόν να υπάρχουν ασυμβατότητες με περιβάλλοντα matlab προηγούμενων χρόνων. Το κάθε μοντέλο αποτελείται από τις 5 συναρτήσεις που παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο παράρτημα, οι οποίες είναι απολύτως απαραίτητες για τη λειτουργία του. Μπορούμε όμως να επεκταθούμε περαιτέρω και να δημιουργήσουμε ορισμένα αρχεία script, τα οποία θα απλοποιήσουν σε ένα βαθμό τη διαδικασία κλήσης των κυρίως συναρτήσεων των μοντέλων και την εισαγωγή των δεδομένων.

Σε πρώτη φάση είναι απαραίτητο να εξοικειωθεί κανείς (σε ένα βαθμό) με το περιβάλλον του matlab. Για να ανοίξει η εφαρμογή πρέπει να βρούμε το path στο οποίο έχει γίνει η εγκατάσταση του λογισμικού (σε περίπτωση που δεν έχει δημιουργηθεί αντίστοιχο εικονίδιο στην επιφάνεια εργασίας). Για παράδειγμα το path μπορεί να είναι το C:\Program files\MATLAB\R2012a\bin\matlab. Πατώντας διπλό click στο εικονίδιο matlab γίνεται η έναρξη της εφαρμογής και εμφανίζεται η αρχική οθόνη, η οποία φαίνεται παρακάτω:



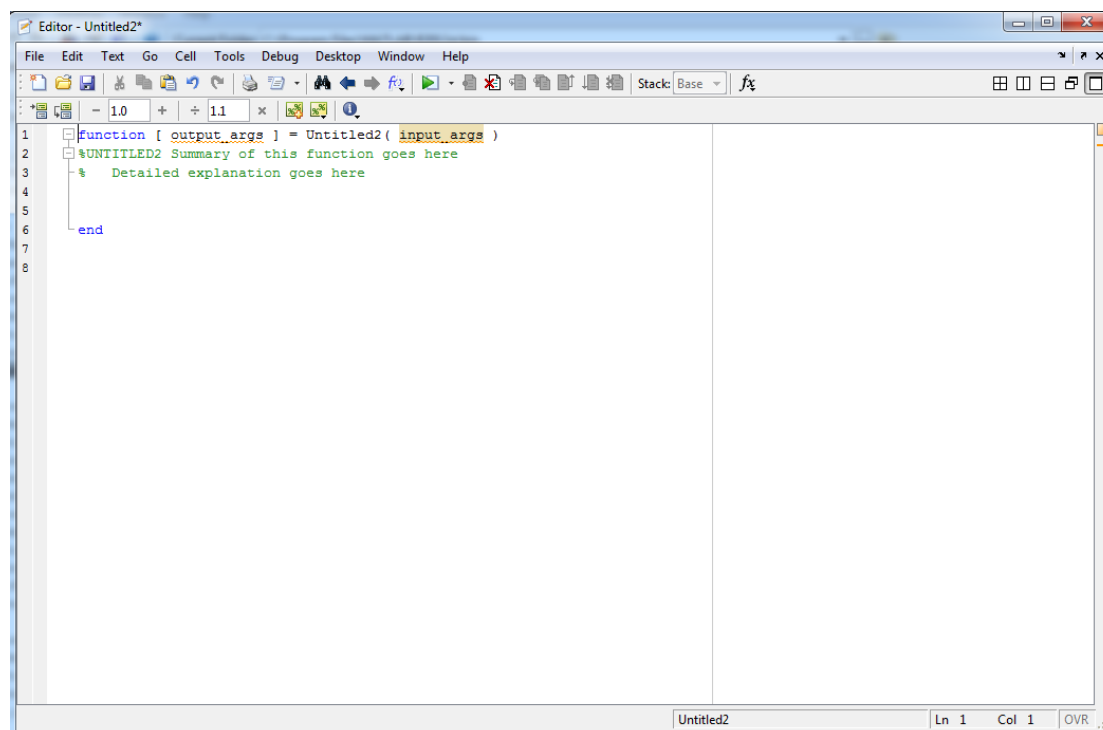
Εικόνα Β.1: Αρχική οθόνη περιβάλλοντος matlab

Το παράθυρο που βρίσκεται στα αριστερά εμφανίζει όλους τους φακέλους και τα αρχεία που βρίσκονται στο path το οποίο είναι επιλεγμένο και φαίνεται στο τμήμα που βρίσκεται στο πάνω μέρος της οθόνης με τίτλο Current folder. Το μεγάλο κεντρικό παράθυρο είναι ο χώρος που εισάγουμε τις εντολές (command window). Το παράθυρο που βρίσκεται πάνω δεξιά (workspace) δείχνει τις τιμές όλων των μεταβλητών που έχουν δημιουργηθεί και μπορούν να χρησιμοποιηθούν από οποιοδήποτε αρχείο ή εντολή στο command window. Για το λόγο αυτό χρειάζεται μεγάλη προσοχή στη δημιουργία μεταβλητών, καθώς υπάρχει περίπτωση το όνομα κάποιας από αυτές να συμπίπτει με τα ορίσματα που χρησιμοποιούνται από τα μοντέλα. Τέλος το παράθυρο κάτω δεξιά (command history) μας δείχνει το ιστορικό των εντολών που έχουμε δώσει στο command window.

Για να ξεκινήσει κανείς να εφαρμόζει τα μοντέλα που παρουσιάστηκαν, δημιουργεί ένα φάκελο (για ευκολία είναι προτιμότερο να τον δημιουργήσει στο bin), π.χ τον optFunctions και αντιγράφει μέσα σε αυτόν τους φακέλους με τα μοντέλα που παρουσιάστηκαν. Αν δεν είναι διαθέσιμα σε ηλεκτρονική μορφή, η διαδικασία που θα πρέπει να ακολουθήσει είναι:

1. να δημιουργήσει ένα ξεχωριστό φάκελο για το κάθε μοντέλο και για ευκολία να τους βάλει όλους μέσα στον optFunctions (ή απλά να φτιάξει ένα φάκελο για κάθε μοντέλο που θέλει να χρησιμοποιήσει)
2. να δημιουργήσει 5 αρχεία συναρτήσεων σε κάθε φάκελο με τα ακριβή ονόματα που παρουσιάστηκαν στην εικόνα Α.1 και το αντίστοιχο περιεχόμενο

Για να δημιουργήσει ένας χρήστης αρχείο συνάρτησης Matlab, πηγαίνει στην μπάρα των εργαλείων, επιλέγει File → New → Function και εμφανίζεται το ακόλουθο παράθυρο:



Εικόνα Β.2: Παράθυρο δημιουργίας αρχείου συνάρτησης

Στη συνέχεια διαγράφει ό,τι είναι γραμμένο στο παράθυρο αυτό (πατώντας Ctrl-A για επιλογή όλων των στοιχείων και μετά Delete για διαγραφή) και αντιγράφει (με αντιγραφή-επικόλληση) τον κώδικα της συνάρτησης από το παράρτημα Α. Καλό θα ήταν να ελεγχθεί ο κώδικας για κόκκινες υπογραμμίσεις κάτω από αριθμητικά σύμβολα, καθώς μπορεί να δημιουργηθεί λάθος κατά την αντιγραφή. Το πρόβλημα αυτό λύνεται αν απλά ο χρήστης σβήσει και ξαναγράψει στην ίδια θέση το αριθμητικό αυτό σύμβολο. Τέλος, πρέπει ο κώδικας να σωθεί στον φάκελο του μοντέλου στο οποίο αντιστοιχεί η συγκεκριμένη συνάρτηση, διαφορετικά δεν θα δουλεύει.

Αφού έχουμε τις συναρτήσεις έτοιμες, το επόμενο βήμα είναι η εισαγωγή των ιστορικών στοιχείων.

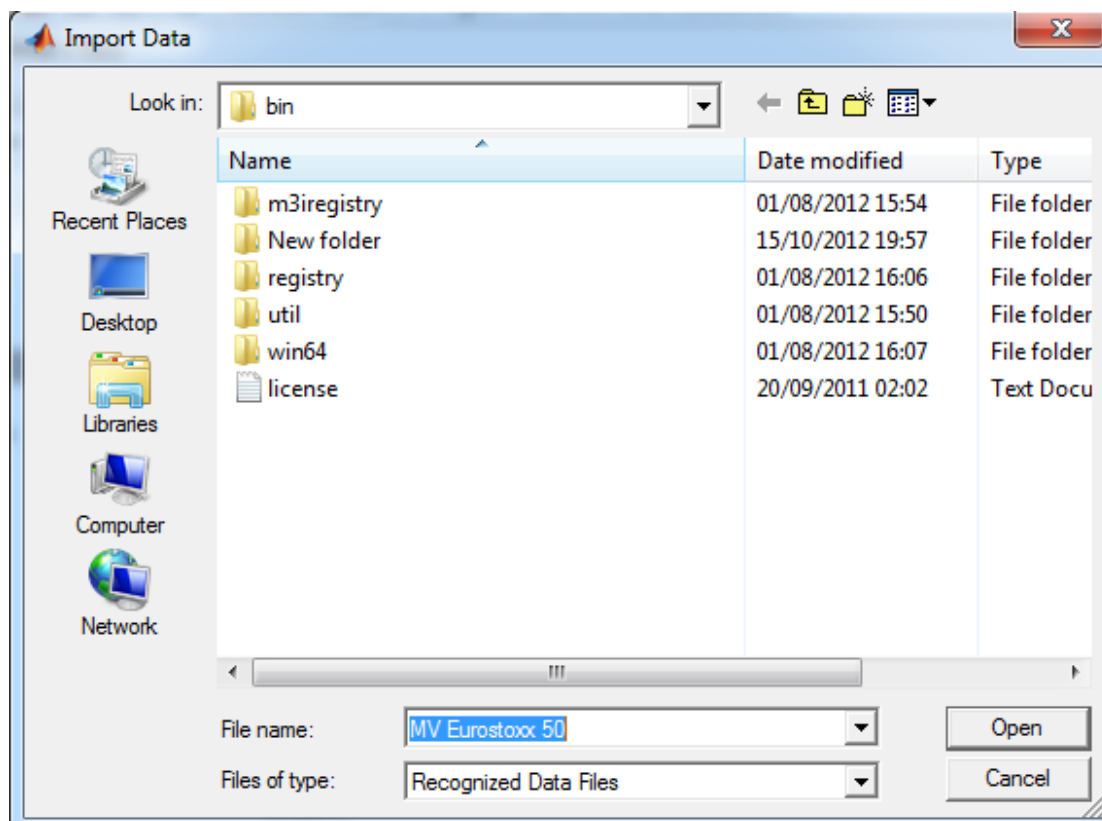
## 2. Εισαγωγή ιστορικών στοιχείων

Οι συναρτήσεις κατασκευάστηκαν με σκοπό την δημιουργία του βέλτιστου χαρτοφυλακίου, το οποίο θα ακολουθεί έναν δείκτη, σε μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή  $T$ . Για να το επιτύχουν αυτό χρησιμοποιούν ιστορικά στοιχεία τιμών τόσο του δείκτη, όσο και των μετοχών που συμμετέχουν σε αυτόν, ώστε να αποφασίσουν ποιά θα ήταν η σύνθεση του βέλτιστου χαρτοφυλακίου στην περίοδο  $[0, T]$ . Το χαρτοφυλάκιο που δημιουργείται χρησιμοποιείται στη συνέχεια για μια περίοδο  $[T, \xi]$ , όπου  $\xi$  είναι μια χρονική στιγμή στο μέλλον, καθώς ειδικά τα παθητικά χαρτοφυλάκια χρειάζονται επαναπροσδιορισμό της σύνθεσης τους ανά τακτά χρονικά διαστήματα (π.χ. 3 μήνες).

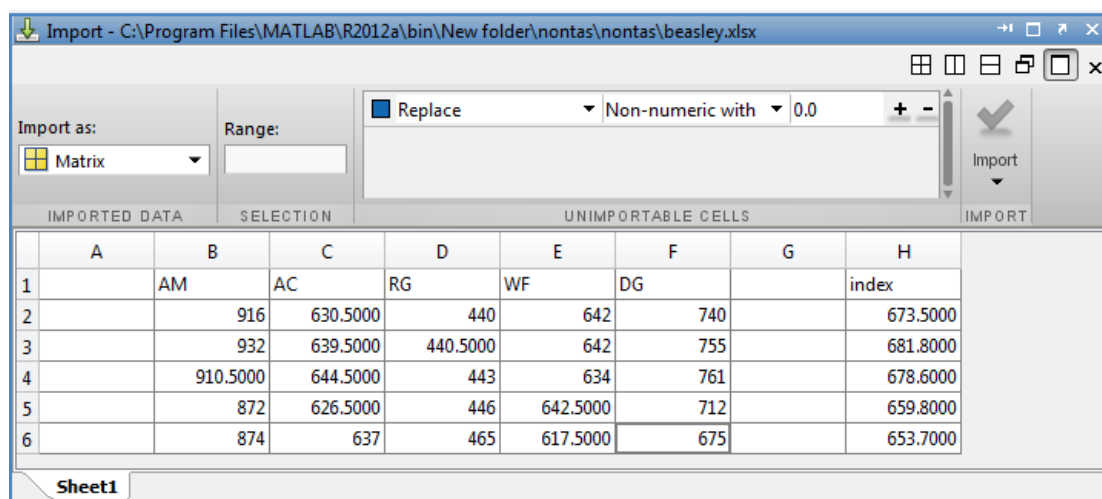
Οπότε γίνεται αντιληπτό ότι για να δουλέψουν τα μοντέλα πρέπει ο χρήστης να έχει διαθέσιμα τα ιστορικά στοιχεία τιμών του δείκτη και των μετοχών του, κατά προτίμηση σε ένα αρχείο excel. Να σημειωθεί ότι όσο μεγαλύτερη είναι η χρονική περίοδος των ιστορικών στοιχείων, τόσο πιο αποτελεσματικά θα είναι τα μοντέλα, συνήθως όμως η περίοδος αυτή δεν ξεπερνά τα 3 χρόνια. Επίσης, η αποτελεσματικότητα των μοντέλων εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό και από τη διακύμανση των τιμών που παρατηρείται στη συγκεκριμένη χρονική περίοδο, καθώς αν για παράδειγμα στα ιστορικά στοιχεία ο δείκτης και οι μετοχές του σημειώνουν μόνο άνοδο, το χαρτοφυλάκιο που θα δημιουργηθεί με τη διαδικασία της βελτιστοποίησης δεν θα μπορέσει να ανταπεξέλθει σε ικανοποιητικό βαθμό σε μια απότομη πτώση του δείκτη κατά την περίοδο  $[T, \xi]$ .

### *Τρόπος 1<sup>ος</sup>*

Ας υποθέσουμε ότι τα ιστορικά στοιχεία τιμών είναι διαθέσιμα σε ένα αρχείο excel. Ένας τρόπος εισαγωγής των δεδομένων είναι να πάει ο χρήστης της εφαρμογής στη μπάρα επιλογών και να πατήσει File → Import Data... . Θα εμφανιστεί ένα παράθυρο παρόμοιο με της εικόνας Β.3. Από εκεί επιλέγουμε το αρχείο excel που περιέχει τα ιστορικά στοιχεία και πατάει Open. Ανάλογα με το μέγεθος του αρχείου χρειάζεται και ο αντίστοιχος χρόνος για να φορτώσει. Όταν φορτώσει το αρχείο θα εμφανιστεί το παράθυρο που φαίνεται στην εικόνα Β.4, το οποίο θα περιέχει όλα τα στοιχεία του αρχείου excel που επιλέξαμε να ανοίξουμε. Για τις ανάγκες των συναρτήσεων χρειάζεται να δημιουργήσουμε 3 πίνακες, τους **prices**, **index** και **names**.



Εικόνα Β.3: Παράθυρο επιλογής αρχείου excel



Εικόνα Β.4: Παράθυρο εισαγόμενων αρχείων excel

Ο πίνακας *prices* περιέχει τις τιμές των κλεισιμάτων όλων των μετοχών του δείκτη για την περίοδο που θέλουμε να πραγματοποιήσουμε την βελτιστοποίηση. Οπότε πηγαίνουμε στον εισηγμένο πίνακα στην matlab και επιλέγουμε όλα τα στοιχεία τα οποία χρειαζόμαστε, είτε κάνοντας click στην πρώτη τιμή της πρώτης μετοχής και μετά shift-click στην τελευταία τιμή της τελευταίας μετοχής (εφόσον δεν υπάρχει κανένα στοιχείο άσχετο με τις τιμές ενδιάμεσα, όπως π.χ. κενά μεταξύ των στηλών/γραμμών των μετοχών), είτε επιλέγοντας όλες τις τιμές των μετοχών με scrolling του δείκτη του ποντικιού. Συνίσταται προσοχή κατά τη διάρκεια της διαδικασίας αυτής, καθώς όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, η λειτουργία των μοντέλων εξαρτάται από τα ιστορικά στοιχεία που τους δίνονται. Επίσης πρέπει στην



επιλογή ‘Import as:’ που βρίσκεται πάνω αριστερά στο παράθυρο εισαγωγής να είναι επιλεγμένο το ‘Matrix’. Αφού επιλέξουμε όλες τις τιμές των μετοχών του δείκτη, προχωράμε πατώντας import → Import Data. Η διαδικασία αυτή δημιουργεί μία μεταβλητή *untitled* που περιέχει τα στοιχεία για τις τιμές των μετοχών. Στην συνέχεια πηγαίνουμε στο command window και δίνουμε την εξής εντολή:

```
prices = untitled;
```

Στο σημείο αυτό έχουμε τοποθετήσει στην μεταβλητή *prices* τις τιμές των μετοχών του δείκτη για την περίοδο που μας ενδιαφέρει. Ένα τελευταίο στοιχείο που πρέπει να προσέξουμε είναι ότι **στον πίνακα *prices* πρέπει αναγκαστικά κάθε στήλη να αντιστοιχεί σε μια μετοχή**. Δηλαδή στην περίπτωση του Eurostoxx 50 ο πίνακας αυτός θα πρέπει να είναι (αριθμός κλεισιμάτων)x50. Αν στο excel με τα ιστορικά στοιχεία κάθε στήλη αντιστοιχεί σε μια μετοχή, τότε δεν θα υπάρξει κανένα πρόβλημα. Σε διαφορετική περίπτωση, αν ο πίνακας *prices* περιέχει τις τιμές της κάθε μετοχής ως γραμμές (π.χ. σε περίπτωση που στο excel η κάθε στήλη αντιστοιχεί σε μια ημερομηνία), θα πρέπει να δοθεί η εντολή:

```
prices = prices';
```

ώστε να αναστραφεί ο πίνακας και η κάθε μετοχή να αντιστοιχεί πλέον σε μία στήλη. Για να δει κανείς τη μορφή του πίνακα, το μόνο που έχει να κάνει είναι να πάει στο ‘Workspace’ και να δει τη μορφή της μεταβλητής *prices*. Τέλος, τονίζεται πάλι ότι ο πίνακας αυτός πρέπει να περιέχει μόνο τις τιμές των μετοχών, σε καμία περίπτωση ημερομηνίες ή ονόματα μετοχών.

Ο πίνακας *index* περιέχει τις τιμές του δείκτη για την περίοδο που θέλουμε να πραγματοποιήσουμε την βελτιστοποίηση. Χρησιμοποιώντας τη διαδικασία που παρουσιάστηκε προηγουμένως επιλέγουμε όλες τις τιμές του δείκτη που χρειαζόμαστε, πατάμε import → Import Data και στη συνέχεια δίνουμε την εντολή:

```
index = untitled;
```

Τώρα χρειάζεται έλεγχος για τη μορφή του διανύσματος, καθώς **είναι αναγκαίο να είναι κάθετο**, δηλαδή να έχει μόνο μία στήλη ( [εύρος χρονικής περιόδου]x1). Σε περίπτωση που από το ‘Workspace’ παρατηρούμε ότι κάτι τέτοιο δεν ισχύει δίνουμε την παρακάτω εντολή:

```
index = index';
```

Επίσης πρέπει στον πίνακα να υπάρχουν μόνο οι τιμές του δείκτη. Τέλος σημειώνεται ότι το εύρος της ιστορικής περιόδου για την οποία τοποθετούνται οι τιμές του δείκτη στον πίνακα *index* πρέπει να είναι το ίδιο με το αντίστοιχο εύρος της ιστορικής περιόδου για την οποία τοποθετούνται οι τιμές των μετοχών στον πίνακα *prices*.

Ο πίνακας *names* περιέχει τα ονόματα (ακρωνύμια) όλων των μετοχών του δείκτη. Για να τον δημιουργήσουμε πηγαίνουμε αρχικά στην επιλογή ‘Import as:’ και επιλέγουμε από εκεί ‘Cell array’. Στη συνέχεια ακολουθεί η ίδια διαδικασία με προηγουμένως. Αφού επιλέξουμε όλα τα ονόματα και πατήσουμε import → Import Data, στη συνέχεια δίνουμε την εντολή:

```
names = untitled;
```

Επιστείνεται η προσοχή στην μορφή του διανύσματος με τα ονόματα των μετοχών, καθώς είναι ανάγκη να είναι οριζόντιο, δηλαδή κάθε μετοχή να αντιστοιχεί σε μία στήλη. Σε διαφορετική περίπτωση δίνεται η εντολή:

```
names = names' ;
```

Με την εισαγωγή και τον ονομάτων των μετοχών τελειώνει σε αρχικό στάδιο η διαδικασία εισαγωγής των δεδομένων.

### Τρόπος 2<sup>ος</sup>

Μια άλλη μέθοδος εισαγωγής των δεδομένων είναι να δημιουργήσουμε ένα αρχείο script (π.χ initialization.m), το οποίο θα έχει την παρακάτω μορφή:

```
% εισαγωγή ονόματος αρχείου excel
excelFilename = 'Eurostoxx.xlsx';

% εισαγωγή ονόματος φύλλου (sheet) του αρχείου excel
sheetName = 'Prices';

% προσδιορισμός του εύρους των τιμών που αντιστοιχούν
% σε κάθε πίνακα προς δημιουργία
[~,names] = xlsread(excelFilename,sheetName,'a2:a51');
prices = xlsread(excelFilename,sheetName,'b2:db51');
index = xlsread(excelFilename,sheetName,'b53:db53');
```

Τα στοιχεία τα οποία αλλάζει κάθε φορά ο χρήστης είναι μόνο όσα βρίσκονται μέσα σε εισαγωγικά (' '), χωρίς βέβαια να διαγράψει τα εισαγωγικά αυτά. Αρχικά πρέπει να γράψει το όνομα του αρχείου excel με τον τρόπο που φαίνεται στον κώδικα. Στην συνέχεια εισάγει το όνομα του φύλλου του αρχείου excel στο οποίο υπάρχουν οι τιμές που τον ενδιαφέρουν. Αν το αρχείο έχει μόνο ένα φύλλο και πάλι εισάγει το όνομα του. Τέλος πρέπει να καθορίσει το εύρος των τιμών που θα περιέχονται σε καθέναν από τους πίνακες. Η διαδικασία αυτή πραγματοποιείται δίνοντας στο κατάλληλο πεδίο (αυτό με το μωβ χρώμα στην εκάστοτε εντολή xlsread) την θέση, στο αρχείο excel, της πρώτης και της τελευταίας τιμής που μας ενδιαφέρει αντίστοιχα, σύμφωνα πάντα με τον τρόπο που φαίνεται στον κώδικα.

Η διαδικασία εισαγωγής των δεδομένων προϋποθέτει ότι υπάρχει συνάφεια στις θέσεις μεταξύ των τιμών που εισάγουμε κάθε φορά, χωρίς κενές στήλες/γραμμές ή άλλα στοιχεία να παρεμβάλλονται μεταξύ τους. Επίσης είναι ανάγκη να γίνει έλεγχος για την ορθή εμφάνιση των στοιχείων στους πίνακες, δηλαδή **στον πίνακα prices πρέπει αναγκαστικά κάθε στήλη να αντιστοιχεί σε μια μετοχή, ο πίνακας index να είναι οριζόντιος (να έχει μια γραμμή) και στον πίνακα names κάθε στήλη να αντιστοιχεί σε μια μετοχή**. Ο έλεγχος αυτό μπορεί να γίνει από το παράθυρο 'Workspace', στο οποίο φαίνεται η μορφή της κάθε μεταβλητής που χρησιμοποιείται. Σε διαφορετική περίπτωση δίνονται οι εντολές που παρουσιάστηκαν παραπάνω για τον κάθε πίνακα αντίστοιχα:

```
prices = prices' ;
index = index' ;
```

```
names = names' ;
```

Η διαδικασία δημιουργίας ενός αρχείου script ξεκινάει από τη μπάρα επιλογών, όπου πατάμε File → New → Script. Αντιγράφουμε τον κώδικα που παρουσιάστηκε παραπάνω και τον σώζουμε σε ένα φάκελο της επιλογής μας. Για να τρέξει κανείς ένα αρχείο script, μπορεί είτε να πατήσει F5 όσο βρίσκεται στο παράθυρο του editor (με τον τρόπο αυτό σώνονται αυτόματα και οι αλλαγές που τυχόν έχουν γίνει), είτε να γράψει το όνομα του αρχείου (χωρίς την επέκταση .m) στην γραμμή εντολών (command window). Το αρχείο φυσικά δεν θα λειτουργήσει αν δεν είναι επιλεγμένος ο φάκελος στον οποίο ανήκει. Το παράθυρο του editor φαίνεται στην εικόνα Β.2, μόνο που στην περίπτωση μας χρησιμοποιείται για τη δημιουργία αρχείου script και όχι συνάρτησης.

Για να τρέξουμε το συγκεκριμένο script πρέπει να αντιγράψουμε το αρχείο excel στο οποίο βρίσκονται οι τιμές που μας ενδιαφέρουν στο φάκελο που σώσαμε το script προηγουμένως, διαφορετικά δεν θα το βρίσκει. Σε περίπτωση που δεν γίνει αυτό, χρειάζεται να μην γράψουμε στο script μόνο το όνομα του αρχείου, αλλά ολόκληρο το path του, π.χ

```
excelFilename = 'C:\Program Files\excel\Eurostoxx.xlsx';
```

Το παράδειγμα αυτό ισχύει για κάθε περίπτωση που χρειάζεται η εισαγωγή στοιχείων από ένα αρχείο excel.

Μόλις το τρέξουμε και ελέγξουμε τους πίνακες prices και names, ώστε να έχουν την επιθυμητή μορφή, έχει τελειώσει σε αρχικό στάδιο η εισαγωγή των δεδομένων.

Η διαδικασία εισαγωγής των ιστορικών δεδομένων όμως δεν έχει τελειώσει ακόμα, καθώς χρειάζεται να γίνει περαιτέρω έλεγχος του πίνακα prices. Σημειώνεται ότι οποιαδήποτε στήλη του πίνακα αυτού περιέχει έστω και ένα μηδενικό (0) στοιχείο ή δεν περιέχει τίποτα (NaN) έστω και σε μία θέση της, θα διαγραφεί από τον πίνακα. Η λογική πίσω από την απόφαση αυτή είναι ότι, πρακτικά στα ιστορικά στοιχεία μηδενικές τιμές ή κενές θέσεις στις τιμές των μετοχών αντιπροσωπεύουν μια μετοχή η οποία σε παρόντα χρόνο έχει σταματήσει να υφίσταται. Εφόσον η διαδικασία βελτιστοποίησης πραγματοποιείται για να κατασκευαστεί ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο θα εφαρμοστεί σε παρόντα χρόνο, η ύπαρξη τέτοιων μετοχών καθίσταται απαγορευτική. Σε περίπτωση που τέτοια στοιχεία υπάρχουν λόγω ελλιπών δεδομένων, η διαδικασία θα πραγματοποιηθεί και πάλι, καθώς, όπως έχει αναφερθεί, η εγκυρότητα των ιστορικών στοιχείων καθορίζει σε μεγάλο βαθμό την αποτελεσματικότητα των μοντέλων.

Οπότε προχωράμε στη δημιουργία ενός αρχείου script (π.χ. clearNaN.m), ώστε να μπορέσουμε να ‘καθαρίσουμε’ τις τιμές μας από ανεπιθύμητα στοιχεία, όπως φαίνεται παρακάτω:

```
b = ones(1, size(prices, 2));
for i = 1:size(prices, 1)
    for j = 1:size(prices, 2)
        if isnan(prices(i, j)) == 1
            b(j) = 0;
        else if prices(i, j) == 0
            b(j) = 0;
        end
    end
end
```

```

end
end

b = logical(b);
names = names(b);

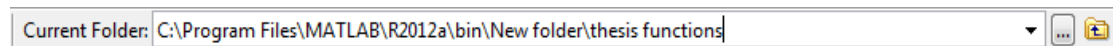
prices = prices(:,b);

```

Για να εκτελέσουμε το αρχείο αυτό θα πρέπει να έχουμε πρώτα μεριμνήσει ώστε οι πίνακες `prices`, `names` να έχουν την επιθυμητή μορφή. Εκτελώντας το συγκεκριμένο αρχείο διαγράφουμε από τον πίνακα `prices` όλες τις στήλες με ανεπιθύμητες τιμές (0 ή NaN) και διαγράφουμε επίσης από τον πίνακα `names` τις αντίστοιχες στήλες, ώστε να ενημερωθούν και τα ονόματα των μετοχών με την αλλαγή αυτή. Πλέον είμαστε έτοιμοι να προχωρήσουμε στην εκτέλεση των μοντέλων.

### 3. Εκτέλεση των μοντέλων

Η λειτουργία των μοντέλων σε περιβάλλον `matlab` έχει υλοποιηθεί με τέτοιο τρόπο, ώστε το μόνο που χρειάζεται να κάνει ο χρήστης είναι να καλέσει την κυρίως συνάρτηση του κάθε μοντέλου. Υπενθυμίζεται ότι για να γίνει αποδεκτό το κάλεσμα οποιουδήποτε αρχείου συνάρτησης (ή και αρχείου `script`) είναι απαραίτητο να είναι επιλεγμένος ο φάκελος (`folder`) στον οποίο περιέχεται το αρχείο αυτό. Η επιλογή του φακέλου γίνεται με διπλό `click` στο όνομα του στο παράθυρο ‘Current folder’ ή με την επιλογή της τοποθεσίας (`path`) του φακέλου στη γραμμή ‘Current folder’, η οποία βρίσκεται στην μπάρα εργαλείων και προς χάριν ευκολίας παρουσιάζεται στην εικόνα B.5.



Εικόνα B.5: Path του φακέλου που είναι επιλεγμένος

#### *Δημιουργία χαρτοφυλακίου χωρίς να προϋπάρχει κατοχή μετοχών του δείκτη*

Η πιο απλή μορφή εκτέλεσης της κυρίως συνάρτησης είναι το κάλεσμα της μέσω της γραμμής εντολών (`command window`). Για να την καλέσουμε θα πρέπει να δώσουμε τιμές σε όλες τις μεταβλητές εισόδου. Για παράδειγμα, για να καλέσουμε την συνάρτηση `index_tracking` δίνουμε την παρακάτω εντολή:

```

[portRet, results, units] =
index_tracking(prices, index, names, lowerbound, upperbound, lower,
upper, totalValue, CurrentStocks)

```

Όπου στις μεταβλητές εισόδου αντικαθιστούμε τα εξής:

- στην μεταβλητή `prices` τον πίνακα με τις τιμές των μετοχών που έχουμε κατασκευάσει
- στην μεταβλητή `index` το διάνυσμα με τις τιμές του δείκτη για την περίοδο που θέλουμε
- στην μεταβλητή `names` το διάνυσμα με τα ονόματα των μετοχών

- στην μεταβλητή lowerbound το κατώτερο όριο ποσοστού συμμετοχής κάθε μετοχής που επιλέγεται στο χαρτοφυλάκιο. **Η τιμή αυτή πρέπει να είναι μεγαλύτερη του 0** και μικρότερη φυσικά της μονάδας. Επίσης χρειάζεται προσοχή ώστε **το γινόμενο (lowerbound)\*(upper) να μην ξεπερνάει την μονάδα.**
- στην μεταβλητή upperbound το ανώτερο όριο συμμετοχής κάθε μετοχής που επιλέγεται στο χαρτοφυλάκιο. Η τιμή αυτή πρέπει να είναι μικρότερη της μονάδας και αρκετά μεγάλη ώστε **το γινόμενο (upperbound)\*(lower) να είναι μεγαλύτερο ή ίσο της μονάδας.**
- στην μεταβλητή lower τον χαμηλότερο αριθμό μετοχών που θέλουμε να συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο
- στην μεταβλητή upper τον υψηλότερο αριθμό μετοχών που θέλουμε να συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο. Είναι φανερό ότι οι μεταβλητές lower και upper θα πρέπει να έχουν χαμηλότερη τιμή από το σύνολο των μετοχών που συμμετέχουν στον δείκτη. Επίσης αν θέλουμε ένα συγκεκριμένο αριθμό μετοχών να συμμετάσχει στο χαρτοφυλάκιο τότε απλά δίνουμε την ίδια τιμή και στις δύο αυτές μεταβλητές
- στην μεταβλητή totalValue το χρηματικό ποσό που θα διατεθεί στο χαρτοφυλάκιο, σε αντίστοιχες χρηματικές μονάδες με αυτές που χρησιμοποιούνται για τις τιμές των μετοχών και του δείκτη
- στην μεταβλητή CurrentStocks δίνουμε έναν πίνακα που αντιπροσωπεύει τις τιμές των μετοχών που ήδη κατέχουμε. Αν δεν έχουμε καμία μετοχή του συγκεκριμένου δείκτη, τότε απλά με την εντολή

```
CurrentStocks = zeros(size(prices,2),1);
```

δημιουργούμε έναν πίνακα με μηδενικές τιμές για όλες τις μετοχές

Οπότε μία υποθετική εκτέλεση του κώδικα θα μπορούσε να είναι η εξής:

```
[portRet, results, units] =  
index_tracking(prices, index, names, 0.015, 0.45, 15, 20, 50000, Curre  
ntStocks)
```

όπου οι πίνακες prices, index, names είναι αυτοί που δημιουργήσαμε προηγουμένως και ο πίνακας CurrentStocks έχει δημιουργηθεί σύμφωνα με την εντολή που δόθηκε παραπάνω. Η περίπτωση κατά την οποία θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε την διαδικασία βελτιστοποίησης για να επαναπροσδιορίσουμε την κατανομή ενός ήδη υπάρχοντος χαρτοφυλακίου εξετάζεται αργότερα. Επίσης στην συνάρτηση *index\_tracking* δεν υπάρχουν δύο μεταβλητές εισόδου που εμφανίζονται σε επόμενα μοντέλα, οι οποίες είναι οι

- lamda, η οποία καθορίζει την τιμή της μεταβλητής  $\lambda$  στο μοντέλο *unspecified out-performance*
- greedfactor, η οποία καθορίζει τις ποσοστιαίες μονάδες κατά τις οποίες ο τεχνητός δείκτης, όπου χρησιμοποιείται, ξεπερνάει τον κανονικό σε απόδοση (ανά χρονική μονάδα κλεισιμάτων). Η μεταβλητή αυτή εισόδου πρέπει να δίνεται σε δεκαδικό αριθμό και όχι με το σύμβολο του ποσοστού (%). Για παράδειγμα αν θέλουμε ο τεχνητός δείκτης να ξεπερνάει τον κανονικό κατά 0.5%, τότε θέτουμε στην μεταβλητή αυτή την τιμή 0.005

Επιπλέον, αν ο χρήστης δεν χρειάζεται κάποια από τις μεταβλητές εξόδου, μπορεί να μην την δηλώσει κατά το κάλεσμα της συνάρτησης.

Τέλος χρειάζεται να σημειωθεί ότι ο χρήστης μπορεί να αλλάξει και το ποσοστό του συνολικού διαθέσιμου κεφαλαίου το οποίο δύναται να καταναλωθεί σε κόστη συναλλαγής, όπως και το ποσοστό που διακρατείται σε κόστη συναλλαγής από αγοραπωλησίες μετοχών. Αυτές οι αλλαγές μπορεί να πραγματοποιηθούν από τον κώδικα της κυρίως συνάρτησης και της `minRet.m` του κάθε μοντέλου.

Πιο συγκεκριμένα αν θέλει κανείς να αλλάξει το ποσοστό του συνολικού διαθέσιμου κεφαλαίου το οποίο δύναται να καταναλωθεί σε κόστη συναλλαγής, μπορεί να ανοίξει το αρχείο `minRet.m` της αντίστοιχης συνάρτησης, να βρει την ακολουθία (που βρίσκεται στη 14<sup>η</sup> γραμμή του κώδικα) :

```
function [c,ceq] = mycon(x)
    c = (0.005 * (prices(end,:) * (abs(CurStock - x)))) +
    sError - 0.0025*totalValue ;
    ceq = [];
end
```

και να αλλάξει την ποσότητα 0.0025 (0.25%) στο ποσοστό της επιλογής του, αλλά πάντα σε δεκαδική μορφή. Στη συνέχεια χρειάζεται να σώσει την αλλαγή, όπως γίνεται για κάθε αλλαγή που γίνεται σε αρχεία είτε συναρτήσεων είτε script.

Για να αλλάξει κανείς το ποσοστό που διακρατείται σε κόστη συναλλαγής από αγοραπωλησίες μετοχών χρειάζεται να πραγματοποιήσει δύο αλλαγές στον κώδικα. Η πρώτη γίνεται στο ίδιο κομμάτι κώδικα με αυτό που παρουσιάστηκε προηγουμένως. Το μόνο που πρέπει να γίνει είναι να αλλάξει η τιμή 0.005 (0.5%) στο ποσοστό της επιλογής του χρήστη και όπως παραπάνω πάντα σε δεκαδική μορφή. Η δεύτερη αλλαγή πρέπει να γίνει στον κώδικα της κυρίως συνάρτησης του μοντέλου, στην ακολουθία (βρίσκεται στις γραμμές 42 και 85 του κώδικα χωρίς σχόλια):

```
sError = 0.005 * (prices1(end,:) * Cs1);
```

Το μόνο που πρέπει να γίνει και πάλι είναι να αλλάξει η τιμή 0.005 (0.5%) στο ποσοστό της επιλογής του χρήστη. Η αλλαγή αυτή πρέπει να γίνει και στα δύο σημεία του κώδικα της κυρίως συνάρτησης και στη συνέχεια να σωθεί η αλλαγή.

Προς διευκόλυνση της διαδικασίας πολλαπλής εκτέλεσης της κύριας συνάρτησης των μοντέλων μπορούμε να δημιουργήσουμε ένα αρχείο script (π.χ `main.m`), με το οποίο να καλούμε την κυρίως συνάρτηση και να αλλάζουμε με εύκολο τρόπο τις διάφορες μεταβλητές εισόδου. Το αρχείο αυτό για το μοντέλο *index-tracking* είναι το παρακάτω:

```
% ορισμός των πινάκων
prices = prices;
index = index;
names = names;
CurrentStocks = zeros(size(prices,2),1);

% ορισμός των υπολοίπων μεταβλητών εισόδου
lowerbound = 0.015;
upperbound = 0.9;
lower = 15;
```

```
upper = 20;
totalValue = 50000;
greedfactor = 0.005;
lamda = 1;

% εκτέλεση της συνάρτησης
[portRet, results, units] =
index_tracking(prices, index, names, lowerbound, upperbound, lower,
upper, totalValue, CurrentStocks)
```

Το αρχείο αυτό πρέπει να σωθεί στον ίδιο φάκελο με τη συνάρτηση την οποία καλεί. Γίνεται φανερό ότι με τη χρήση του αρχείου αυτού μπορούμε εύκολα να αλλάζουμε όλες τις μεταβλητές εισόδου, από τους πίνακες ιστορικών δεδομένων μέχρι και το χρηματικό ποσό που είναι διαθέσιμο κάθε φορά. Η αλλαγή κάθε φορά πρέπει να γίνεται στο **δεξιό μέρος** της κάθε ισότητας, καθώς το αριστερό μέρος είναι η μεταβλητή που θέλουμε να ορίσουμε. Οι εντολές για τους πίνακες ιστορικών δεδομένων μπορεί να λαμβάνονται ως πλεονασμός, αλλά υπάρχει πάντα η περίπτωση η ονομασία του πίνακα που θα έχει δημιουργηθεί να είναι διαφορετική από την ονομασία που χρησιμοποιείται στο μοντέλο. Πρέπει όμως να διατηρούν την επιθυμητή φόρμα, αλλιώς η συνάρτηση θα επιστρέφει σφάλμα. Επίσης υπάρχουν ορισμένοι έλεγχοι για τις τιμές των μεταβλητών, ώστε να μην βρεθούν εκτός ορίων.

Το αρχείο αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί για όλα τα μοντέλα με μοναδική αλλαγή την συνάρτηση η οποία δίνεται προς εκτέλεση. Οπότε το μόνο που χρειάζεται να γίνει είναι να δημιουργηθεί ένα τέτοιο αρχείο στο φάκελο του κάθε μοντέλου, αλλάζοντας κάθε φορά και γράφοντας την αντίστοιχη κυρίως συνάρτηση προς εκτέλεση. Για παράδειγμα, το αντίστοιχο αρχείο script του μοντέλου *sharpe\_ratio* θα έχει τη μορφή:

```
prices = prices;
index = index;
names = names;
CurrentStocks = zeros(size(prices,2),1);

lowerbound = 0.015;
upperbound = 0.9;
lower = 15;
upper = 20;
totalValue = 50000;
greedfactor = 0.005;
lamda = 1;

[portRet, results, units] =
sharpe_ratio(prices, index, names, lowerbound, upperbound, lower, up
per, totalValue, greedFactor, CurrentStocks)
```

Τα αποτελέσματα που δίνει η κάθε συνάρτηση είναι τα παρακάτω και φαίνονται ενδεικτικά στην εικόνα Β.6.

- η τιμή της απόδοσης του χαρτοφυλακίου για την ιστορική περίοδο που γίνεται η βελτιστοποίηση (**portRet**),
- ένας πίνακας, ο οποίος στην πρώτη γραμμή απεικονίζει τα ονόματα των μετοχών που επιλέχθηκαν να συμμετάσχουν στο χαρτοφυλάκιο και στη δεύτερη γραμμή απεικονίζει τη συμμετοχή (βάρος) της κάθε μίας από αυτές τις μετοχές σε αυτό (**results**), και
- ένας πίνακας [(αριθμός μετοχών δείκτη)×1], ο οποίος έχει μηδενικά στοιχεία στις μετοχές που δεν επιλέχθηκαν και στις υπόλοιπες τα αντίστοιχα κομμάτια (**units**). Ο πίνακας αυτός χρησιμοποιείται μόνο σε περίπτωση που χρειαστεί επαναπροσδιορισμός του χαρτοφυλακίου σε ένα επόμενο χρονικό σημείο, σαν μεταβλητή εισόδου (CurrentStocks).

```

Command Window
End = 324.575681 sec (error=0.00005982)

portRet =

    -0.2944

results =

Columns 1 through 6

    'FP'      'SIE'      'TEF'      'SANB'      'ENI'      'ABI'
    [0.0786]   [0.1087]   [0.0567]   [0.0519]   [0.0588]   [0.0784]

Columns 7 through 12

    'GSZ'      'BNP'      'BAS'      'MC'      'DTE'      'EOAN'
    [0.0471]   [0.0652]   [0.0777]   [0.0765]   [0.0514]   [0.0545]

Columns 13 through 15

    'CS'      'RWE'      'G'
    [0.0592]   [0.0796]   [0.0556]

units =

    87.3763
    85.0211
    143.6245
    224.8155
    165.8991
     0
     0
    110.1505
     80.1785
     58.7131
    
```

Εικόνα Β.6: Παράδειγμα αποτελεσμάτων

Όπως φαίνεται από την εικόνα Β.6, η τιμή της απόδοσης του χαρτοφυλακίου για την ιστορική περίοδο που γίνεται η βελτιστοποίηση επιστρέφεται σε δεκαδική τιμή



(όπως ακριβώς χρειάζεται να θέσουμε την τιμή στη μεταβλητή `greedfactor`). Δηλαδή στο παράδειγμα που χρησιμοποιήθηκε η απόδοση του χαρτοφυλακίου ήταν  $-0.4753$  ή αλλιώς  $-47.53\%$ . Επίσης στην αρχή των αποτελεσμάτων επιστρέφεται ο χρόνος που χρειάστηκε για την εκτέλεση του προγράμματος, καθώς και η βέλτιστη τιμή του αντίστοιχου αντικειμένου βελτιστοποίησης (`error`). Ο πίνακας `units` έχει δημιουργηθεί με αυτόν τον τρόπο ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως μεταβλητή εισόδου (`CurrentStocks`) σε πιθανή επόμενη εκτέλεση του προγράμματος για επαναπροσδιορισμό της σύστασης του χαρτοφυλακίου. Η σύσταση του χαρτοφυλακίου που δημιουργείται φαίνεται πολύ πιο εύκολα από τον πίνακα `results`, ο οποίος αντιστοιχεί κάθε μετοχή που επιλέχθηκε με το βάρος της στο χαρτοφυλάκιο. Αυτός ήταν και ο σκοπός δημιουργίας των συναρτήσεων αυτών, να βρεθεί η βέλτιστη σύσταση του χαρτοφυλακίου ανάλογα με το αντικείμενο βελτιστοποίησης και τις επιλογές που δίνει κάθε φορά ο χρήστης.

### Επαναπροσδιορισμός χαρτοφυλακίου

Στην ενότητα αυτή εξηγείται ο τρόπος με τον οποίον χρησιμοποιούνται τα ιστορικά δεδομένα για να αλλάξει η σύσταση ενός ήδη υπάρχοντος χαρτοφυλακίου σε μία χρονική στιγμή  $T$ . Ακολουθείται η ίδια ακριβώς διεργασία με προηγουμένως, με μοναδική διαφορά την σύσταση του πίνακα `CurrentStocks`. Στο σημείο αυτό παρατηρούνται δύο περιπτώσεις.

#### 1<sup>η</sup> περίπτωση

Το χαρτοφυλάκιο που προϋπάρχει έχει δημιουργηθεί με χρήση κάποιας από τις συναρτήσεις που έχουν παρουσιαστεί. Στην περίπτωση αυτή η διαδικασία που ακολουθείται είναι σχετικά εύκολη, καθώς το πρόγραμμα έχει μεριμνήσει με την κατασκευή του πίνακα `units`. Ο πίνακας αυτός περιέχει τα κομμάτια όλων των μετοχών που συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο, το οποίο εξάγεται από το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε, και έχει την απαραίτητη μορφή για να μπορεί να τεθεί σαν η μεταβλητή εισόδου `CurrentStocks`. Άρα η ουσιαστική αλλαγή που γίνεται είναι στο `script main.m` που παρουσιάστηκε προηγουμένως. Εκεί αντικαθιστούμε την ισότητα

```
CurrentStocks = zeros(size(prices,2),1);
```

με την

```
CurrentStocks = units;
```

Γενικά καλό θα ήταν μετά από κάθε επανάληψη της συνάρτησης βελτιστοποίησης να κρατάμε τον πίνακα `units` σε μια ξεχωριστή μεταβλητή (με όνομα της επιλογής μας). Αυτό γίνεται με την εντολή

```
kommatia = units;
```

όπου αντικαθιστούμε το `'kommatia'` με το όνομα της αρεσκείας μας (χωρίς βέβαια να είναι το ίδιο με κάποιο από τα υπόλοιπα ονόματα μεταβλητών). Στη συνέχεια βέβαια χρησιμοποιείται η μεταβλητή που δημιουργήσαμε για να δώσουμε τιμή στην μεταβλητή εισόδου `CurrentStocks`. Η διαδικασία αυτή μπορεί να γίνει και χωρίς τη

χρήση του script main.m, αν θέλουμε να καλέσουμε την συνάρτηση από την γραμμή εντολών. Σε μια τέτοια περίπτωση, η συνάρτηση θα δοθεί κάπως έτσι:

```
[portRet, results, units] = sharpe_ratio(prices,index,
names,0.015,0.9,15,15,50000,0.005,kommatia)
```

Να σημειωθεί επίσης ότι μετά από κάθε επανάληψη της κύριας συνάρτησης οποιουδήποτε μοντέλου, ο πίνακας *units* παίρνει τις τιμές του νέου χαρτοφυλακίου που δημιουργείται, εξ' ου και ο λόγος που κρατάμε τις τιμές του σε ξεχωριστές μεταβλητές.

## 2<sup>η</sup> περίπτωση

Το χαρτοφυλάκιο που προϋπάρχει δεν έχει δημιουργηθεί με χρήση μιας εκ των συναρτήσεων που παρουσιάστηκαν. Η διαδικασία που ακολουθείται σε μια τέτοια περίπτωση είναι πιο πολύπλοκη. Αρχικά θα πρέπει ο χρήστης να δημιουργήσει ένα αρχείο excel (ή να προσθέσει σε ένα προϋπάρχον), στο οποίο θα τοποθετήσει σε μία γραμμή τα ονόματα (ακρωνύμια) των μετοχών που συμπεριλαμβάνονται στο χαρτοφυλάκιο. Η γραφή των ονομάτων πρέπει να είναι ακριβώς η ίδια με αυτή που παρατηρείται στα ονόματα που εισήχθησαν στα ιστορικά στοιχεία. Στη συνέχεια σε μια δεύτερη γραμμή (η οποία βρίσκεται αμέσως μετά από την πρώτη που χρησιμοποιήθηκε) τοποθετεί τα κομμάτια που διαθέτει από την κάθε μετοχή, με τρόπο τέτοιο ώστε να υπάρχει αντιστοιχία με τα ονόματα της πρώτης γραμμής. Σώζει το αρχείο excel και το τοποθετεί σε ένα φάκελο στον οποίο θα τοποθετήσει και το αρχείο script, έστω trans.m, το οποίο θα δημιουργήσει. Ο κώδικας του αρχείου αυτού είναι ο εξής:

```
% όνομα αρχείου excel
excelFilename = 'metoxes.xlsx';

% όνομα φύλλου που βρίσκονται οι τιμές
sheetName = 'Sheet1';

% αριθμός μετοχών στο ήδη υπάρχον χαρτοφυλάκιο
ari8mosMet = 4;

% εισαγωγή των ονομάτων και κομματιών των μετοχών
[~,namesMet] = xlsread(excelFilename,sheetName,'a1:d1');
arMet = xlsread(excelFilename,sheetName,'a2:d2');

arMetStr = num2cell(arMet);
yparxon = [namesMet;arMetStr];
yparxon{2,size(prices,2)} = 0;

compare1 = [names;(num2cell(zeros(1,size(prices,2))))];

for i = 1:size(prices,2)
    for j = 1:ari8mosMet
        if strcmp(compare1{1,i},yparxon{1,j}) == 1
            compare1{2,i} = yparxon{2,j};
        end
    end
end
```

```
unitsA = cell2mat(compare1(2,:))';
```

Η λειτουργία του παραπάνω αρχείου `trans.m` προϋποθέτει, εκτός από την ύπαρξη στον ίδιο φάκελο ενός αρχείου `excel` με τα στοιχεία που αναφέρθηκαν, την περάτωση της διαδικασίας εισαγωγής των ιστορικών δεδομένων. Επίσης οποιαδήποτε μετοχή έχει σταματήσει να υφίσταται σε παρόντα χρόνο δεν πρέπει να συμπεριληφθεί στη σύσταση του χαρτοφυλακίου. Οι τιμές τις οποίες πρέπει να δώσει ο χρήστης για τη λειτουργία του αρχείου αυτού είναι:

- i. το όνομα του αρχείου `excel` στο οποίο έχει τοποθετήσει τη σύσταση του ήδη υπάρχοντος χαρτοφυλακίου
- ii. το φύλλο (`sheet`) του αρχείου αυτού στο οποίο βρίσκονται τα στοιχεία
- iii. ο αριθμός των μετοχών που συνιστούν το προϋπάρχον χαρτοφυλάκιο
- iv. οι περιοχές του αρχείου `excel` που περιέχουν τα ονόματα και τον αριθμό των κομματιών των μετοχών αντίστοιχα

Η εισαγωγή των δεδομένων γίνεται στις μωβ (``) περιοχές των εντολών, ακριβώς όπως και στην εισαγωγή των ιστορικών στοιχείων με χρήση του `initialization.m`. Επίσης η εισαγωγή του αριθμού των μετοχών γίνεται στο δεξί κομμάτι της αντίστοιχης ισότητας. Από το σημείο αυτό και έπειτα η διαδικασία είναι η ίδια με προηγουμένως. Σημειώνεται ότι στη θέση της μεταβλητής εισόδου `CurrentStocks` τοποθετούμε τον πίνακα `unitsA` που δημιουργήθηκε και είμαστε έτοιμοι να καλέσουμε οποιαδήποτε από τις κυρίως συναρτήσεις των μοντέλων βελτιστοποίησης επιθυμούμε.



## **Βιβλιογραφία**

- [1] C.J. Adcock, N. Meade, A simple algorithm to incorporate transaction costs in quadratic optimisation, *European Journal of Operational Research* 79 (1994) 85–94.
- [2] C.Alexander, Optimal hedging using cointegration, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A – Mathematical Physical and Engineering Sciences* 357 (1999) 2039–2058.
- [3] C. Alexander, A. Dimitriu, Indexing and statistical arbitrage: Tracking error or cointegration?, *Journal of Portfolio Management* 31 (2005) 50–63
- [4] M. Ammann, H. Zimmermann, Tracking error and tactical asset allocation, *Financial Analysts Journal* 57 (2) (2001) 32–43.
- [5] G. Bamberg, N. Wagner, Equity index replication with standard and robust regression estimators, *OR Spektrum* 22 (2000) 525–543.
- [6] J.E. Beasley, N. Meade, T.-J. Chang, An evolutionary heuristic for the index tracking problem, *European Journal of Operational Research* 148 (2003) 621–643.
- [7] B. Boscaljon, G. Filbeck, X. Zhao, Why track inefficiency? , *The Journal of Index Investing*, Winter 2011, Vol. 2, No. 3: pp. 28-36
- [8] S. Browne, Beating a moving target: Optimal portfolio strategies for outperforming a stochastic benchmark, *Finance and Stochastics* 3 (1999) 275–294.
- [9] I.R.C. Buckley, R. Korn, Optimal index tracking under transaction costs and impulse control, *International Journal of Theoretical and Applied Finance* 1 (3) (1998) 315–330.
- [10] N.A Canakgoz, J.E Beasley, Mixed-integer programming approaches for index tracking and enhanced indexation, *European Journal of Operational Research* 196 (2008) 384–399
- [11] T.F. Coleman, Y. Li, J. Henniger, Minimizing tracking error while restricting the number of assets, *Journal of Risk* 8 (2006) 33–56.
- [12] D. Colwell, N. El-Hassan, O.K. Kwon, Hedging diffusion processes by local risk minimization with applications to index tracking, *Journal of Economic Dynamics and Control* 31 (2007) 2135–2151.
- [13] G. Connor, H. Leland, Cash management for index tracking, *Financial Analysts Journal* 51 (6) (1995) 75–80.

- [14] A. Consiglio, S.A. Zenios, Integrated simulation and optimization models for tracking international fixed income indices, *Mathematical Programming* 89 (2001) 311–339.
- [15] F. Corielli, M. Marcellino, Factor based index tracking, *Journal of Banking and Finance* 30 (2006) 2215–2233.
- [16] U. Derigs, N.-H. Nickel, Meta-heuristic based decision support for portfolio optimisation with a case study on tracking error minimization in passive portfolio management, *OR Spectrum* 25 (2003) 345–378.
- [17] G. Dorfleitner, A note on the exact replication of a stock index with a multiplier rounding method, *OR Spektrum* 21 (1999) 493–502.
- [18] C. Dose, S. Cincotti, Clustering of financial time series with application to index and enhanced index tracking portfolio, *Physica A – Statistical Mechanics and Its Applications* 355 (2005) 145–151.
- [19] Μιχάλης Δούμπος, Μαθηματικός Χρηματοοικονομικός Λογισμός, Πολυτεχνείο Κρήτης, 2008
- [20] Y. Fang, S.-Y. Wang, A fuzzy index tracking portfolio selection model, *Lecture Notes in Computer Science* 3516 (2005) 554–561.
- [21] E.C. Franks, Targeting excess-of-benchmark returns, *The Journal of Portfolio Management* 18 (4) (1992) 6–12.
- [22] S.M. Focardi, F.J. Fabozzi, A methodology for index tracking based on timeseries clustering, *Quantitative Finance* 4 (2004) 417–425
- [23] A.A. Gaivoronoski, S. Krylov, N. van der Wijst, Optimal portfolio selection and dynamic benchmark tracking, *European Journal of Operational Research* 163 (2005) 115–131.
- [24] M. Gilli, E. Kellezi, The threshold accepting heuristic for index tracking, in: P. Pardalos, V.K. Tsitsiringos (Eds.), *Financial Engineering E-Commerce and Supply Chain Kluwer Applied Optimization Series*, 2002, pp. 1–18.
- [25] C. Gomes, H. Waelbroeck, Transaction Cost Analysis to Optimize Trading Strategies, *The Journal of Trading*, 2010, Vol.5, No.4: pp. 29-38
- [26] R.A. Haugen, N.L. Baker, Dedicated stock portfolios, *The Journal of Portfolio Management* 16 (4) (1990) 17–22.
- [27] S.D. Hodges, Problems in the application of portfolio selection models, *Omega* 4 (6) (1976) 699–709.
- [28] B. Jacobs, K. Levy. Engineering portfolios: A unified approach. *The Journal of Investing*, 1995, 4 (4), 8-13.

- [29] R. Jansen, R. van Dijk, Optimal benchmark tracking with small portfolios, *Journal of Portfolio Management* 28 (2002) 33–39.
- [30] D.B. Keim, An analysis of mutual fund design: The case of investing in small-cap stocks, *Journal of Financial Economics* 51 (1999) 173–194.
- [31] H. Konno, T. Hatagi, Index-plus-alpha tracking under concave transaction cost, *Journal of Industrial and Management Optimization* 1 (2005) 87–98.
- [32] G.A. Larsen Jr., B.G. Resnick, Empirical insights on indexing, *The Journal of Portfolio Management* 25 (1) (1998) 51–60.
- [33] J.L. Maginn, D.L. Tuttle, D.E. Pinto, and D.W. McLeavey. *Managing investment portfolios*. 3rd Edition, John Wiley and Sons, 2007, New York.
- [34] H. Markowitz, Portfolio selection, *Journal of Finance* 7 (1952) 77–91.
- [35] N. Meade, G.R. Salkin, Index funds—construction and performance measurement, *Journal of the Operational Research Society* 40 (1989) 871–879.
- [36] N. Meade, G.R. Salkin, Developing and maintaining an equity index fund, *Journal of the Operational Research Society* 41 (1990) 599–607.
- [37] K.J. Oh, T.Y. Kim, S. Min, Using genetic algorithm to support portfolio optimization for index fund management, *Expert Systems with Applications* 28 (2005) 371–379.
- [38] N. Okay, U. Akman, Index tracking with constraint aggregation, *Applied Economics Letters* 10 (2003) 913–916.
- [39] F.K. Reilly, K.C. Brown. *Investment analysis and portfolio management*, 8th edition, 2005, Southwestern College Publishing.
- [40] H.C. Rohweder, Implementing stock selection ideas: Does tracking error optimization do any good? *The Journal of Portfolio Management* 24 (3) (1998) 49–59.
- [41] R. Roll, A mean/variance analysis of tracking error, *The Journal of Portfolio Management* 18 (4) (1992) 13–22.
- [42] A. Rudd, Optimal selection of passive portfolios, *Financial Management* (Spring 1980) 57–66.
- [43] M. Rudolf, H.-J. Wolter, H. Zimmermann, A linear model for tracking error minimization, *Journal of Banking & Finance* 23 (1999) 85–103.
- [44] A.S.J. Stoyan, B.R.H. Kwon, A two-stage stochastic mixed-integer programming approach to the index tracking problem, (2007) available from the first author at Department of Mechanical and Industrial Engineering, University of Toronto, Toronto, Canada.

- [45] Ιωάννης Σίσκος. Γραμμικός προγραμματισμός. Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, 1998, Αθήνα.
- [46] Y. Tabata, E. Takeda, Bicriteria optimization problem of designing an index fund, *Journal of the Operational Research Society* 46 (1995) 1023–1032.
- [47] W.M. Toy, M.A. Zurack, Tracking the Euro-Pac index, *The Journal of Portfolio Management* 15 (2) (1989) 55–58.
- [48] M.Y. Wang, Multiple-benchmark and multiple-portfolio optimization, *Financial Analysts Journal* 55 (1) (1999) 63–72.
- [49] P. Wilmott, *Derivatives: The Theory and Practice of Financial Engineering*, Wiley, New York, 1998, pp. 540–542.
- [50] K.J. Worzel, C. Vassiadou-Zeniou, S.A. Zenios, Integrated simulation and optimization models for tracking indices of fixed-income securities, *Operations Research* 42 (1994) 223–233.
- [51] L.C. Wu, S.C. Chou, C.C. Yang, C.S. Ong, Enhanced index investing based on goal programming, *Journal of Portfolio Management* 33 (3) (2007) 49–56.
- [52] D.D. Yao, S. Zhang, X.Y. Zhou, Tracking a financial benchmark using a few assets, *Operations Research* 54 (2006) 232–246.
- [53] L. Yu, S. Zhang, X.Y. Zhou, A downside risk analysis based on financial index tracking models, in: A.N. Shiryaev, M.R. Grossinho, P.E. Oliveira, M.L. Esquivel (Eds.), *Stochastic Finance*, Springer, 2006, pp. 213–236.
- [54] P. Xidonas, G. Mavrotas, D. Askounis, J. Psarras. Portfolio engineering using the IPSSIS multiobjective optimization decision support system. *International Journal of Decision Sciences*, 2009d, Risk and Management, 1 (1/2), 36-53.
- [55] Παναγιώτης Ξυδώνας, Ιωάννης Ψαρράς, Κωνσταντίνος Ζοπουνίδης, Σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου, Κλειδάριθμος, 2010
- [56] S.A. Zenios, M.R. Holmer, R. McKendall, C. Vassiadou-Zeniou, Dynamic models for fixed-income portfolio management under uncertainty, *Journal of Economic Dynamics and Control* 22 (1998) 1517–1541.
- [57] (Ηλεκτρονικό) Available:  
<http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/18126-mathworks-webinar-using-genetic-algorithms-in-financial-applications/content/UsingGeneticAlgorithmsInFinancialApplications/PortfolioDemo/ComputeBestPortfolio.m>