



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ & ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

Διερεύνηση της δυνατότητας διάκρισης επικίνδυνων
αθρωματικών πλακών με χρήση χαρακτηριστικών κίνησης

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Σταύρος Λ. Μακροδημήτρης

Επιβλέπουσα : Κωνσταντίνα Σπ. Νικήτα, Καθηγήτρια Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2013



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ & ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

Διερεύνηση της δυνατότητας διάκρισης επικίνδυνων
αθρωματικών πλακών με χρήση χαρακτηριστικών κίνησης

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Σταύρος Λ. Μακροδημήτρης

Επιβλέπουσα : Κωνσταντίνα Σπ. Νικήτα, Καθηγήτρια Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 23^η Ιουλίου 2013.

.....

Κ.Σπ. Νικήτα

Καθηγήτρια ΕΜΠ

.....

Δ.Δ. Κουτσούρης

Καθηγητής ΕΜΠ

.....

Α.Γ. Σταφυλοπάτης

Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Ιούλιος 2013

.....

Μακροδημήτρης Σταύρος

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών
Ε.Μ.Π.

Copyright © Σταύρος Λ. Μακροδημήτρης, 2013

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Περίληψη

Η αθηρωματική πλάκα είναι μια μορφή αλλοίωσης του εσωτερικού των αγγείων. Στην περίπτωση της καρωτίδας, η ρήξη της πλάκας μπορεί να προκαλέσει εγκεφαλικό επεισόδιο, παροδικό ισχαιμικό επεισόδιο ή προσωρινή απώλεια όρασης. Για τη διάκριση μεταξύ συμπτωματικών και ασυμπτωματικών πλακών μελετήθηκαν 56 ακολουθίες εικόνων υπερήχων β-σάρωσης, προερχόμενες από δύο νοσοκομεία. Εξετάστηκε πλήθος χαρακτηριστικών κίνησης του τοιχώματος της καρωτίδας με το τεστ αθροίσματος βαθμών, για να βρεθούν εκείνα που διαφέρουν σημαντικά μεταξύ των δύο κατηγοριών και διαπιστώθηκε σημαντική ανομοιογένεια μεταξύ των δεδομένων των δύο νοσοκομείων. Επιπλέον, δοκιμάστηκαν 4 αλγόριθμοι ταξινόμησης (Μηχανές Διανυσμάτων Υποστήριξης, k-πλησιέστεροι γείτονες, Διακριτική Ανάλυση, και Δέντρα Απόφασης) σε συνδυασμό με 3 μεθοδολογίες επιλογής χαρακτηριστικών (λόγος διάκρισης Fisher, τεστ αθροίσματος βαθμών και ανάλυση σε κύριες συνιστώσες) και βελτιστοποιήθηκαν ως προς τις παραμέτρους τους. Οι Μηχανές Διανυσμάτων Υποστήριξης υπερέχουν των υπολοίπων ταξινομητών κατορθώνοντας ακρίβεια 88%, ευαισθησία 82% και ειδικότητα 93% στο σύνολο των 56 πλακών, ενώ βρέθηκε ότι τα χαρακτηριστικά κίνησης οδηγούν σε μεγαλύτερη ακρίβεια ταξινόμησης σε σχέση με τα χαρακτηριστικά υφής στα ίδια δεδομένα. Εξετάζοντας τα δεδομένα κάθε νοσοκομείου χωριστά οδήγησε σε αύξηση της ακρίβειας όλων των ταξινομητών, λόγω της αυξημένης ομοιογένειας. Και στις δύο περιπτώσεις επετεύχθη ακρίβεια 96%, τόσο από τις Μηχανές Διανυσμάτων Υποστήριξης όσο και από τους k-πλησιέστερους γείτονες. Τέλος, έγινε επαλήθευση των επιδόσεων του βέλτιστου ταξινομητή με μεθόδους διασταυρωμένης επικύρωσης.

Λέξεις κλειδιά: αθηροσκλήρωση, καρωτίδα, υπέρηχοι, ανάλυση κίνησης, ταξινόμηση, διασταυρωμένη επικύρωση

Abstract

Atheromatous plaque is a condition of the inner part of blood vessels. In the case of the carotid artery, the rupture of the plaque may cause stroke, transient ischemic attack or amaurosis fugax. In order to distinct between symptomatic and asymptomatic plaques 56 B-mode ultrasound image sequences were studied, recorded at two hospitals. Many motion features of the carotid wall were studied and the rank-sum test was used to determine which of those are significantly different between the two classes. A significant difference between the data of the two hospitals was observed. Moreover, 4 classification algorithms (Support Vector Machines, k-Nearest Neighbor, Discriminant Analysis and Decision Trees) combined with 3 feature selection methods (Fisher Discriminant Ratio, Wilcoxon rank-sum test and Principal Component Analysis) were tested and their optimal parameters were found. Support Vector Machines were superior to the other classifiers, achieving accuracy 88%, sensitivity 82% and specificity 93% on the total 56 plaques and motion features were found to yield higher accuracy than texture features on the same dataset. Examining sequences recorded at each hospital separately resulted in an increase of the accuracy of all classifiers, due to the increase in homogeneity. An accuracy of 96% was achieved for both hospitals by Support Vector Machines and k-Nearest Neighbor classifiers. Finally, the optimal classifier's results were validated using cross-validation methods.

Keywords: atherosclerosis, carotid, ultrasound, motion analysis, classification, cross-validation

Ευχαριστίες

Ευχαριστώ θερμά όσους μου προσέφεραν βοήθεια και υποστήριξη για την περάτωση των σπουδών μου και την ολοκλήρωση της διπλωματικής μου εργασίας.

Περιεχόμενα

Περίληψη	5
Abstract	6
Ευρετήριο Εικόνων.....	10
Ευρετήριο Πινάκων.....	12
Κεφάλαιο 1. Εισαγωγή.....	14
α) Παθοφυσιολογία του αρτηριακού τοιχώματος της καρωτίδας.....	14
Ανατομικές πληροφορίες για την καρωτίδα.....	14
Αθηρωμάτωση στην καρωτίδα	15
β) Ρόλος της ανάλυσης εικόνων υπερήχων στην αντιμετώπιση της νόσου	17
Βασικές αρχές και μέθοδοι απεικόνισης με υπερήχους	17
Κατάτμηση εικόνας.....	19
Ανάλυση Υφής.....	19
Ανάλυση Κίνησης	21
γ) Βιβλιογραφική επισκόπηση εργασιών ανάπτυξης ταξινομητών για την αξιολόγηση της επικινδυνότητας των αθηρωματικών πλακών	22
Σύντομη αναφορά σε ταξινομητές που έχουν χρησιμοποιηθεί στο παρελθόν για την αξιολόγηση της επικινδυνότητας των αθηρωματικών πλακών, αλλά δε μελετούνται στην παρούσα εργασία	30
δ) Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας	31
Κεφάλαιο 2. Θεωρητικό Υπόβαθρο	32
α) Αλγόριθμοι ταξινόμησης	32
Περίληπτική παρουσίαση της θεωρίας αποφάσεων του Bayes	32
Μηχανές Διανυσμάτων Υποστήριξης (SVM) – Η μεθοδολογία.....	33
Μηχανές Διανυσμάτων Υποστήριξης (SVM) - Παρατηρήσεις.....	39
Ταξινομητής k-πλησιέστερων γειτόνων (KNN) – Η μεθοδολογία	40
Ταξινομητής k-πλησιέστερων γειτόνων (KNN) - Παρατηρήσεις	41
Διακριτική Ανάλυση (DA) – Η μεθοδολογία	42
Διακριτική Ανάλυση - Παρατηρήσεις.....	45
Δέντρα απόφασης – Η μεθοδολογία	46
Δέντρα απόφασης - Παρατηρήσεις	49
β) Επιλογή χαρακτηριστικών	50
Κεφάλαιο 3. Μεθοδολογία και Δεδομένα.....	51
α) Δεδομένα ασθενών με καρωτιδική αθηρωμάτωση.....	52

β) Υπολογισμός χαρακτηριστικών κίνησης και υφής	53
γ) Μεθοδολογία βελτιστοποίησης και συγκριτικής αξιολόγησης σχημάτων ταξινόμησης	54
Στατιστική ανάλυση χαρακτηριστικών κίνησης.....	55
Κριτήρια αξιολόγησης της απόδοσης των ταξινομητών	55
Μεθοδολογίες επαλήθευσης των αποτελεσμάτων	56
Εύρεση βέλτιστων παραμέτρων των ταξινομητών.....	58
Κεφάλαιο 4. Αποτελέσματα.....	60
α) Στατιστικά σημαντικές διαφορές χαρακτηριστικών κίνησης μεταξύ ασυμπτωματικών και συμπτωματικών αθηρωματικών πλακών	60
Εξετάζοντας τις καταγραφές και των δύο νοσοκομείων ως ένα ενιαίο σύνολο.....	60
Εξετάζοντας τους ασθενείς του νοσοκομείου «Αττικόν»	64
Εξετάζοντας τους ασθενείς του νοσοκομείου «St. Mary's»	71
Χαρακτηριστικά που βρέθηκαν στατιστικώς σημαντικά στις ακολουθίες και των δύο νοσοκομείων	72
β) Συγκριτική αξιολόγηση των αλγορίθμων ταξινόμησης.....	73
Δοκιμές με όλα τα διαθέσιμα πρότυπα.....	73
Δοκιμές ανά νοσοκομείο	76
γ) Βελτιστοποίηση των αλγορίθμων ταξινόμησης	81
Κεφάλαιο 5. Συζήτηση	86
α) Συμπεράσματα	86
β) Μελλοντικές προοπτικές	88
γ) Επίλογος.....	88
Βιβλιογραφία	89

Ευρετήριο Εικόνων

Εικόνα 1.1: Σχηματική απεικόνιση της ανατομίας της καρωτίδας.....	14
Εικόνα 1.2: Τα τρία στρώματα του τοιχώματος ενός αγγείου: το εσωτερικό (μπλε), το ενδιάμεσο (μαύρο) και το εξωτερικό (πράσινο).....	15[4]
Εικόνα 1.3: Λήψη υπερηχογραφήματος καρωτίδα.....	17
Εικόνα 1.4: Το σημείο διαχωρισμού της υγιούς καρωτίδας σε εσωτερική και εξωτερική, όπως απεικονίζεται με συσκευή υπερήχων β-μεθόδου σάρωσης.....	18
Εικόνα 1.5: Κατάτμηση εικόνων της κοινής καρωτίδας για (α) τον υπολογισμό του IMT και (β) την απομόνωση της αθηρωματικής πλάκας.....	19
Εικόνα 2.1: Παράδειγμα γραμμικά διαχωρίσιμων κλάσεων σε δύο διαστάσεις. Απεικονίζονται και κάποιες από τις ευθείες που τις διαχωρίζουν.....	33
Εικόνα 2.2: Παράδειγμα γραμμικά διαχωρίσιμων κλάσεων σε δύο διαστάσεις. Απεικονίζονται οι αποστάσεις των κλάσεων από τη βέλτιστη ευθεία, καθώς και τα διανύσματα υποστήριξης.....	34
Εικόνα 2.3: Παράδειγμα μη γραμμικά διαχωρίσιμων κλάσεων σε δύο διαστάσεις.....	36
Εικόνα 2.4: Παράδειγμα μη γραμμικά διαχωρίσιμων κλάσεων σε δύο διαστάσεις. Οι τρεις κατηγορίες προτύπων ($\xi_i = 0, 0 < \xi_i < 1, \xi_i > 1$).....	36
Εικόνα 2.5: Σχηματική αναπαράσταση του τρόπου ταξινόμησης ενός προτύπου x από έναν ταξινομητή SVM.....	39
Εικόνα 2.6: Προβολή των δεδομένων σε ευθεία έτσι, ώστε οι δύο κλάσεις να διακρίνονται καλύτερα.....	43
Εικόνα 2.7: Παράδειγμα διαχωρισμού του χώρου χαρακτηριστικών από δέντρο απόφασης για 4 κλάσεις.....	46
Εικόνα 2.8: Ένα δέντρο απόφασης που μπορεί να προκύψει για τα δεδομένα της εικόνας 2.7.....	47
Εικόνα 3.1: Διάγραμμα ροής που συνοψίζει τη διαδικασία που ακολουθήθηκε για την ανάπτυξη ταξινομητών που χρησιμοποιούν χαρακτηριστικά κίνησης για να διακρίνουν μεταξύ συμπτωματικών και ασυμπτωματικών αθηρωματικών πλακών.....	51
Εικόνα 3.2: (α,γ) Παραδείγματα εικόνων υπερήχων β-σάρωσης μιας διαμήκουσ τομής καρωτίδας με αθηρωματική πλάκα στο εμπρόσθιο τοίχωμα και (β,δ) οι αντίστοιχες περιοχές ενδιαφέροντος για (α,β) το νοσοκομείο «Αττικόν» και (γ,δ) το νοσοκομείο St. Mary's.....	53
Εικόνα 3.3: ROC καμπύλες 4 υποθετικών ταξινομητών.....	56

Εικόνα 4.1: Μέγιστη ακρίβεια ταξινόμησης για τους τέσσερις ταξινομητές στο σύνολο των δεδομένων, με χαρακτηριστικά κίνησης ή υφής.....	74
Εικόνα 4.2: Μέγιστη ευαισθησία για τους τέσσερις ταξινομητές στο σύνολο των δεδομένων, με χαρακτηριστικά κίνησης ή υφής.....	74
Εικόνα 4.3: Μέγιστη ειδικότητα για τους τέσσερις ταξινομητές στο σύνολο των δεδομένων, με χαρακτηριστικά κίνησης ή υφής.....	75
Εικόνα 4.4: Μέγιστο εμβαδόν κάτω από την καμπύλη ROC για τους τρεις ταξινομητές στο σύνολο των δεδομένων, με χαρακτηριστικά κίνησης ή υφής.....	75
Εικόνα 4.5: Μέγιστη ακρίβεια ταξινόμησης για τους τέσσερις ταξινομητές ανά νοσοκομείο, με χαρακτηριστικά κίνησης.....	77
Εικόνα 4.6: Μέγιστη ευαισθησία για τους τέσσερις ταξινομητές ανά νοσοκομείο, με χαρακτηριστικά κίνησης.....	78
Εικόνα 4.7: Μέγιστη ειδικότητα για τους τέσσερις ταξινομητές ανά νοσοκομείο, με χαρακτηριστικά κίνησης.....	78
Εικόνα 4.8: Μέγιστο εμβαδόν κάτω από την καμπύλη ROC για τους τρεις ταξινομητές ανά νοσοκομείο, με χαρακτηριστικά κίνησης.....	79
Εικόνα 4.9: Διάσταση του χώρου χαρακτηριστικών του βέλτιστου ταξινομητή για τα δεδομένα των δύο νοσοκομείων.....	81
Εικόνα 4.10: Ακρίβεια βέλτιστου ταξινομητή κατά την επαλήθευση (stratified εκδοχές)	83
Εικόνα 4.11: Ευαισθησία βέλτιστου ταξινομητή κατά την επαλήθευση (stratified εκδοχές).	83
Εικόνα 4.12: Ειδικότητα βέλτιστου ταξινομητή κατά την επαλήθευση (stratified εκδοχές)	84
Εικόνα 4.13: Ακρίβεια βέλτιστου ταξινομητή κατά την επαλήθευση (μη-stratified εκδοχές)	84
Εικόνα 4.14: Ευαισθησία βέλτιστου ταξινομητή κατά την επαλήθευση (μη-stratified εκδοχές)	85
Εικόνα 4.15: Ειδικότητα βέλτιστου ταξινομητή κατά την επαλήθευση (μη-stratified εκδοχές)	85

Ευρετήριο Πινάκων

<i>Πίνακας 1.1: Επισκόπηση ταξινομητών που χρησιμοποιούν πολυκλιμακωτή ανάλυση της υφής εικόνας για την ταξινόμηση αθηρωματικών πλακών</i>	<i>23</i>
<i>Πίνακας 1.2: Επισκόπηση ταξινομητών που χρησιμοποιούν μορφολογική επεξεργασία εικόνας για την ταξινόμηση αθηρωματικών πλακών</i>	<i>24</i>
<i>Πίνακας 1.3: Επισκόπηση ταξινομητών που χρησιμοποιούν πρώτης (FOS), δεύτερης ή υψηλότερης (HOS) τάξης στατιστικές ιδιότητες της υφής για την ταξινόμηση αθηρωματικών πλακών</i>	<i>25</i>
<i>Πίνακας 1.4: Επισκόπηση ταξινομητών που χρησιμοποιούν τη διάσταση φράκταλ της υφής εικόνας για την ταξινόμηση αθηρωματικών πλακών</i>	<i>26</i>
<i>Πίνακας 1.5: Επισκόπηση ταξινομητών που χρησιμοποιούν μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης για την ταξινόμηση αθηρωματικών πλακών με βάση χαρακτηριστικά υφής</i>	<i>27</i>
<i>Πίνακας 1.6: Επισκόπηση ταξινομητών που χρησιμοποιούν πιθανοτικά νευρωνικά δίκτυα για την ταξινόμηση αθηρωματικών πλακών με βάση χαρακτηριστικά υφής.....</i>	<i>28</i>
<i>Πίνακας 1.7: Επισκόπηση λοιπών ταξινομητών που έχουν χρησιμοποιηθεί στο παρελθόν για την ταξινόμηση αθηρωματικών πλακών με βάση χαρακτηριστικά υφής.....</i>	<i>29</i>
<i>Πίνακας 3.1: Προδιαγραφές που ακολουθήθηκαν κατά τη λήψη των υπερηχογραφήματων</i>	<i>52</i>
<i>Πίνακας 4.1: Χαρακτηριστικά κίνησης με τους μεγαλύτερους λόγους διάκρισης και οι αντίστοιχες p-τιμές για τα δεδομένα των δύο νοσοκομείων ως ένα ενιαίο σύνολο</i>	<i>61</i>
<i>Πίνακας 4.2: Μέγιστη, ελάχιστη και μέση τιμή ανά κλάση των χαρακτηριστικών του Πίνακα 4.1</i>	<i>64</i>
<i>Πίνακας 4.3: Χαρακτηριστικά κίνησης με τους μεγαλύτερους λόγους διάκρισης και οι αντίστοιχες p-τιμές για τις ακολουθίες που καταγράφηκαν στο Αττικό Νοσοκομείο</i>	<i>65</i>
<i>Πίνακας 4.4: Μέγιστη, ελάχιστη και μέση τιμή ανά κλάση των χαρακτηριστικών του Πίνακα 4.3</i>	<i>66</i>
<i>Πίνακας 4.5: Χαρακτηριστικά κίνησης με τις μικρότερες p-τιμές (υπολογισμένες με το τεστ αθροίσματος βαθμών του Wilcoxon) και οι αντίστοιχοι λόγοι διάκρισης για τις ακολουθίες που καταγράφηκαν στο Αττικό Νοσοκομείο.....</i>	<i>67</i>
<i>Πίνακας 4.6: Μέγιστη, ελάχιστη και μέση τιμή ανά κλάση των χαρακτηριστικών του Πίνακα 4.5</i>	<i>69</i>
<i>Πίνακας 4.7: Χαρακτηριστικά κίνησης με τους μεγαλύτερους λόγους διάκρισης και οι αντίστοιχες p-τιμές για τις ακολουθίες που καταγράφηκαν στο Νοσοκομείο St. Mary's</i>	<i>71</i>

Πίνακας 4.8: Μέγιστη, ελάχιστη και μέση τιμή ανά κλάση των χαρακτηριστικών του Πίνακα 4.7	72
Πίνακας 4.9: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα για τους τέσσερις ταξινομητές στο σύνολο των δεδομένων, με χρήση χαρακτηριστικών κίνησης	73
Πίνακας 4.10: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα για τους τέσσερις ταξινομητές στο σύνολο των δεδομένων, με χρήση χαρακτηριστικών υφής	73
Πίνακας 4.11: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα για τους τέσσερις ταξινομητές για τα δεδομένα του Αττικού Νοσοκομείου, με χρήση χαρακτηριστικών κίνησης	76
Πίνακας 4.12: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα για τους τέσσερις ταξινομητές για τα δεδομένα του Νοσοκομείου St. Mary's, με χρήση χαρακτηριστικών κίνησης.....	77
Πίνακας 4.13: Βέλτιστες παράμετροι για τους ταξινομητές SVM ανά σύνολο δεδομένων και ανά κατηγορία χαρακτηριστικών	80
Πίνακας 4.14: Βέλτιστες παράμετροι για τους ταξινομητές KNN ανά σύνολο δεδομένων και ανά κατηγορία χαρακτηριστικών	80
Πίνακας 4.15: Βέλτιστες παράμετροι για τους ταξινομητές διακριτικής ανάλυσης ανά σύνολο δεδομένων και ανά κατηγορία χαρακτηριστικών	80
Πίνακας 4.16: Βέλτιστες παράμετροι για τα δέντρα απόφασης ανά σύνολο δεδομένων και ανά κατηγορία χαρακτηριστικών	81
Πίνακας 4.17: Αποτελέσματα επαλήθευσης για το βέλτιστο SVM ταξινομητή (stratified εκδοχές)	82
Πίνακας 4.18: Αποτελέσματα επαλήθευσης για το βέλτιστο SVM ταξινομητή (μη- stratified εκδοχές).....	82

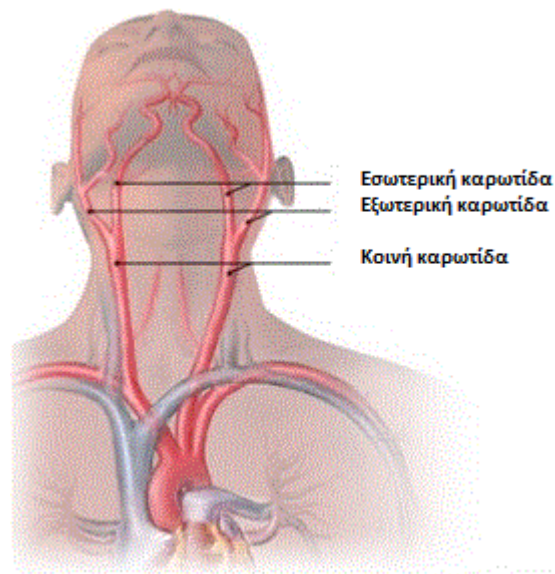
Κεφάλαιο 1. Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο δίνεται μια συνοπτική περιγραφή της φυσιολογίας της καρωτίδας και εξηγούνται τα αίτια εμφάνισης και οι επιπτώσεις της καρωτιδικής αθηρωμάτωσης. Ακολουθεί αναφορά στους τρόπους με τους οποίους η ψηφιακή επεξεργασία και ανάλυση εικόνων υπερήχων συμβάλλει στην έγκυρη διάγνωση και θεραπευτική απόφαση για τη νόσο. Στη συνέχεια, παρατίθενται και σχολιάζονται μελέτες που στο παρελθόν έχουν καταπιαστεί με την υπολογιστική υποβοήθηση της διάγνωσης της νόσου και το κεφάλαιο ολοκληρώνεται με τον σκοπό της παρούσας εργασίας.

α) Παθοφυσιολογία του αρτηριακού τοιχώματος της καρωτίδας

Ανατομικές πληροφορίες για την καρωτίδα

Οι κοινές καρωτίδες (αριστερή και δεξιά κοινή καρωτίδα) είναι δύο αρτηρίες που τροφοδοτούν με αίμα την κεφαλή και το λαιμό. Κάθε μία εξ' αυτών χωρίζεται στην εσωτερική και την εξωτερική καρωτίδα (Εικόνα 1.1) [1]. Οι εσωτερικές καρωτίδες μεταφέρουν αίμα κυρίως στο εσωτερικό του κρανίου, δηλαδή στον εγκέφαλο, αλλά και στα μάτια, το μέτωπο και τη μύτη. Οι δε εξωτερικές καρωτίδες διακλαδώνονται σε πολλά σημεία τροφοδοτώντας περιοχές έξω από το κρανίο, π.χ. ένα μέρος του λαιμού, το πρόσωπο και το τριχωτό της κεφαλής [1], [2].

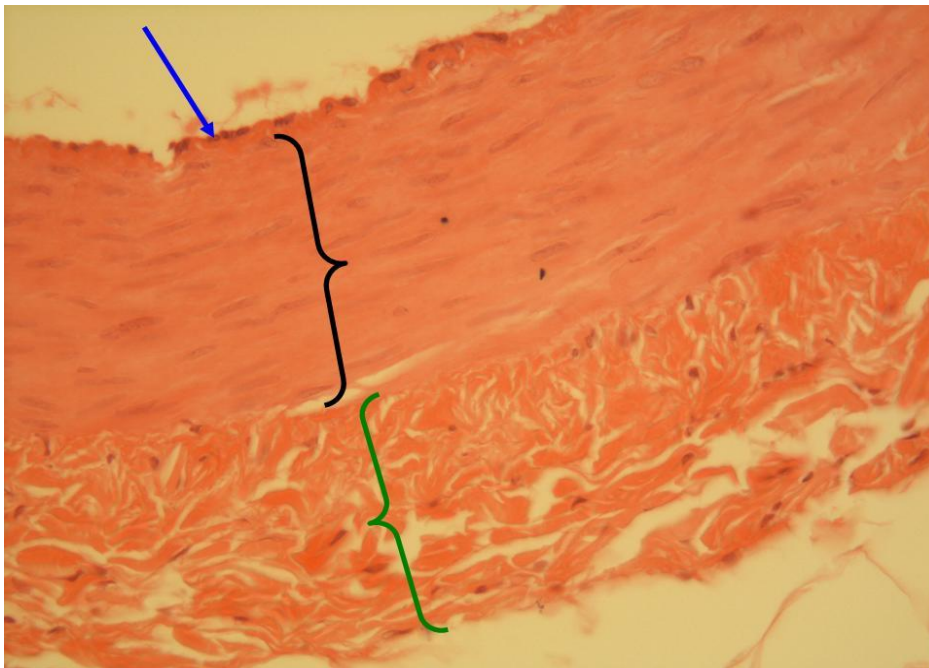


Εικόνα 1.1: Σχηματική απεικόνιση της ανατομίας της καρωτίδας [3].

Οι δύο κοινές καρωτίδες διαφέρουν ως προς το σημείο εκκίνησης και το μήκος τους. Η αριστερή κοινή καρωτίδα εκτείνεται από την περιοχή του θώρακα προς την περιοχή του αυχένα.

Το θωρακικό της μέρος πηγάζει από την αορτή. Η δεξιά ξεκινάει από την περιοχή του αυχένα και δεν έχει καθόλου θωρακικό μέρος. Πιο συγκεκριμένα, αποτελεί διακλάδωση της βραχιοκεφαλικής αρτηρίας. Στο αυχενικό τους μέρος οι δύο κοινές καρωτίδες είναι όμοιες: Διασχίζουν το λαιμό προς τα πάνω έως το σημείο διαχωρισμού τους (bifurcation point) σε εσωτερική και εξωτερική [1].

Το τοίχωμα της καρωτίδας, όπως όλων των αρτηριών, αποτελείται από τρία στρώματα: το εσωτερικό (intima), το ενδιάμεσο (media) και το εξωτερικό (adventitia), τα οποία απεικονίζονται στην Εικόνα 1.2. Το εσωτερικό στρώμα είναι σημαντικά στενότερο σε σχέση με τα άλλα δύο και αποτελείται από μια στοιβάδα επιθηλιακών κυττάρων, τα οποία είναι διατεταγμένα έτσι, ώστε να διευκολύνουν την αιματική ροή, και μια λεπτή, ελαστική μεμβράνη. Το ενδιάμεσο στρώμα αποτελείται από λεία μυϊκά κύτταρα και ελαστικές ίνες. Είναι υπεύθυνο για την συστολή και διαστολή της αρτηρίας και καθορίζει σε μεγάλο βαθμό τόσο το πάχος όσο και τον τρόπο κίνησής της. Τέλος, το εξωτερικό στρώμα είναι σχετικά λεπτότερο σε μεγάλες αρτηρίες, όπως η καρωτίδα, σε σχέση με μικρότερες. Αποτελείται από συνδετικό ιστό και ίνες κολλαγόνου, προσανατολισμένες σε διαφορετικές κατευθύνσεις. Έχει το ρόλο προστατευτικού καλύμματος για το αγγείο και προσφέρει ευστάθεια σε όλες τις πιθανές διευθύνσεις κίνησης, λόγω της ακανόνιστης μορφής των ινών κολλαγόνου [2], [4].



Εικόνα 1.2: Τα τρία στρώματα του τοιχώματος ενός αγγείου: το εσωτερικό (μπλε), το ενδιάμεσο (μαύρο) και το εξωτερικό (πράσινο) [4].

Αθηρωμάτωση στην καρωτίδα

Η αθηρωμάτωση είναι μία πάθηση που οφείλεται σε αλλοιώσεις στο εσωτερικό των αγγείων. Οι αλλοιώσεις εμφανίζονται αρχικά στο εσωτερικό στρώμα με τη συσσώρευση λιπιδίων πάνω στο αρτηριακό τοίχωμα. Με την πάροδο των ετών, συσσωρεύονται επιπλέον λιπίδια, μακροφάγα, ασβέστιο και τμήματα νεκρών ιστών, δημιουργώντας τη λεγόμενη αθηρωματική πλάκα, γεγονός που έχει ως αποτέλεσμα τη στένωση της αρτηρίας. Περαιτέρω επιδείνωση της

ασθένειας οδηγεί στην εμφάνιση αλλοιώσεων και στο ενδιάμεσο στρώμα του αγγειακού τοιχώματος.

Συγκεκριμένα τμήματα ενός αγγείου είναι ιδιαίτερα ευάλωτα στην εμφάνιση αθηρωματικής πλάκας. Αυτό οφείλεται κυρίως στην ανομοιομορφία που εμφανίζεται στις μηχανικές καταπονήσεις που δέχονται οι διάφορες περιοχές του αγγείου, τόσο ως προς την ένταση, όσο και ως προς τη διεύθυνση [5]. Ένας παράγοντας που έχει βρεθεί ότι παίζει ζωτικό ρόλο στη δημιουργία της πλάκας είναι η διατμητική τάση που προκαλείται από τη ροή αίματος [2]. Στην περίπτωση της καρωτίδας, αυξημένος κίνδυνος εμφανίζεται στην περιοχή κοντά στο σημείο διαχωρισμού, λόγω της τοπικής τρισδιάστατης γεωμετρίας της αρτηρίας και της σημαντικής μείωσης του πάχους του αρτηριακού τοιχώματος. Εργασίες που μελετούν αυτό το φαινόμενο, τόσο για την περίπτωση της καρωτίδας, όσο και για άλλα αγγεία όπως η στεφανιαία αρτηρία, έχουν δώσει μέχρι στιγμής αντιφατικά αποτελέσματα, καθώς άλλες καταδεικνύουν τις υψηλές διατμητικές τάσεις ως παράγοντα αθηρογένεσης [5] και άλλες τις χαμηλές [6], [7].

Η αθηρωματική πλάκα είναι πιθανό να υποστεί ρήξη, με αποτέλεσμα την είσοδο θρόμβων στην κυκλοφορία του αίματος. Αυτό έχει σοβαρές συνέπειες, καθώς - στην περίπτωση της καρωτίδας - εμποδίζει την τροφοδότηση του εγκεφάλου με αίμα και μπορεί να προκαλέσει παροδικό ισχαιμικό επεισόδιο, προσωρινή απώλεια όρασης (amaurosis fugax) ή και εγκεφαλικό επεισόδιο. Οι πλάκες οι οποίες αποτελούνται σε μεγάλο ποσοστό από λιπίδια είναι περισσότερο επιρρεπείς σε ρήξη και καλούνται συχνά ασταθείς (unstable) ή ευάλωτες (vulnerable) [8], ενώ, αντίθετα, μεγαλύτερη συγκέντρωση ασβεστίου κάνει την πλάκα σταθερή (stable) και μειώνει την πιθανότητα ρήξης [9], [10].

Η αθηροσκλήρωση αντιμετωπίζεται χειρουργικά με ενδαρτηρεκτομή (endarterectomy), μία χειρουργική επέμβαση κατά την οποία αφαιρείται η αθηρωματική πλάκα από το εσωτερικό του αγγείου, ή με τοποθέτηση stent, μία μη επεμβατική μέθοδο αγγειοπλαστικής. Το κόστος και των δύο μεθόδων αποκατάστασης είναι σημαντικό. Η ενδαρτηρεκτομή, επιπλέον, όντας επεμβατική, μπορεί να έχει άλλες αρνητικές συνέπειες στην υγεία του ασθενή. Για τους λόγους αυτούς, είναι ιδιαίτερος σημαντικό να αποφεύγονται περιττές επεμβάσεις.

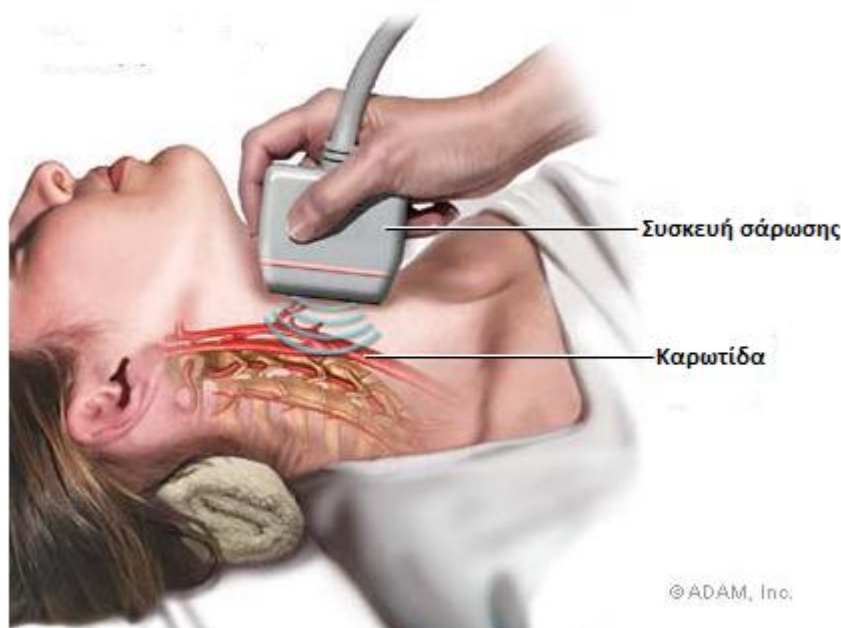
Η τρέχουσα μέθοδος για τη λήψη απόφασης για το εάν ένας ασθενής χρειάζεται να υποβληθεί σε αρτηριακή αποκατάσταση βασίζεται στο βαθμό στένωσης, δηλαδή το ποσοστό της επιφάνειας του αγγείου που καλύπτεται από την πλάκα, και την πρότερη εκδήλωση συμπτωμάτων. Για τους ασθενείς που δεν έχουν εμφανίσει συμπτώματα για μία συγκεκριμένη περίοδο (συνήθως τους τελευταίους 6 μήνες), αν έχουν βαθμό στένωσης μεγαλύτερο του 70% χειρουργούνται, ενώ αν ο βαθμός στένωσης είναι μικρότερος του 70% ακολουθείται συντηρητική αγωγή. Αντίθετα, οι συμπτωματικοί ασθενείς υποβάλλονται σε αρτηριακή αποκατάσταση αν έχουν βαθμό στένωσης μεγαλύτερο του 50%.

Μελέτες έχουν δείξει, ότι σε αρκετές περιπτώσεις, πλάκες με σχετικά μικρό ποσοστό στένωσης μπορεί να προκαλέσουν συμπτώματα, ενώ ασυμπτωματικές πλάκες με υψηλό βαθμό στένωσης είναι πιθανό να παραμείνουν ασυμπτωματικές [11], καθώς και ότι υπάρχει κάποια συσχέτιση μεταξύ της εμφάνισης συμπτωμάτων και της χημικής σύστασης της πλάκας. Επίσης, έχει εκτιμηθεί ότι το 94% των επεμβάσεων για αρτηριακή αποκατάσταση στις Ηνωμένες Πολιτείες λαμβάνουν χώρα χωρίς να είναι απαραίτητες [12]. Τα παραπάνω συναινούν στο ότι η τεχνική αξιολόγησης της επικινδυνότητας της πλάκας που βασίζεται στο βαθμό στένωσης

ενδεχομένως δεν αρκεί ως αποκλειστικό κριτήριο πρόβλεψης συμπτωμάτων. Υπάρχει, επομένως, ανάγκη να αναπτυχθούν νέες μέθοδοι διάγνωσης των ασταθών πλακών, οι οποίες θα χρησιμοποιούνται σε συνδυασμό με τις ήδη υπάρχουσες, σε ασθενείς που δεν έχουν εμφανίσει ακόμη συμπτώματα έτσι, ώστε αυτοί να υποβάλλονται σε αρτηριακή αποκατάσταση για να αποφευχθούν οι πιθανές συνέπειες της ρήξης της αθηρωματικής πλάκας, ενώ στους ασθενείς με σταθερές πλάκες να χορηγείται πιο συντηρητική αγωγή. Οι μέθοδοι αυτές θα πρέπει να λαμβάνουν υπ' όψιν τη σύσταση των πλακών και, ενδεχομένως, τις παραμορφώσεις του αγγείου που προκαλούνται από την παρουσία της πλάκας. Έτσι, θα μειωθεί ο κίνδυνος για την υγεία των ασθενών και ταυτόχρονα το οικονομικό κόστος των περιττών επεμβάσεων.

β) Ρόλος της ανάλυσης εικόνων υπερήχων στην αντιμετώπιση της νόσου

Ουσιαστική στη διάγνωση και εκτίμηση της σοβαρότητας της αθηροσκλήρωσης είναι η συμβολή της απεικόνισης με υπερήχους. Το υπερηχογράφημα είναι μια φτηνή, μη επεμβατική εξέταση που δεν εκθέτει τον ασθενή σε ακτινοβολία, σε αντίθεση με άλλες μεθόδους, όπως π.χ. η αξονική ή η μαγνητική τομογραφία. Επίσης, η εξέταση διαρκεί σχετικά μικρό χρονικό διάστημα και απαιτεί απλούστερο εξοπλισμό. Το κύριο μειονέκτημα του υπερηχογραφήματος είναι, ότι για να είναι έγκυρη η διάγνωση απαιτείται μεγάλη εμπειρία από το χειριστή του μηχανήματος και συχνά εμφανίζονται διαφορές στις διαγνώσεις ανάλογα με το χειριστή [12].



Εικόνα 1.3: Λήψη υπερηχογραφήματος καρωτίδας [13]

Βασικές αρχές και μέθοδοι απεικόνισης με υπερήχους

Το υπερηχογράφημα είναι μια απεικονιστική τεχνική που βασίζεται σε ηχητικά κύματα υψηλής συχνότητας (1-50 MHz). Ένας πιεζοηλεκτρικός μετατροπέας παράγει ηχητικά κύματα, τα οποία διαδίδονται στο ανθρώπινο σώμα. Τα κύματα απορροφώνται από τους ιστούς, αλλά

ένα μέρος τους ανακλάται όταν προσπέσει στη διαχωριστική επιφάνεια δύο μέσων με διαφορετική ακουστική εμπέδηση. Τα ανακλώμενα κύματα διεγείρουν το μετατροπέα, ο οποίος τα μετατρέπει σε ηλεκτρικά σήματα. Με βάση το χρόνο που κάνει το ανακλώμενο σήμα (ηχώ) να επιστρέψει και την έντασή του, σχηματίζεται η εικόνα χρησιμοποιώντας κατάλληλους αλγορίθμους. Οι συνηθέστεροι τρόποι παρουσίασης των ληφθέντων σημάτων είναι τρεις: Η Α-μέθοδος (amplitude mode), η Μ-μέθοδος (motion mode) και η Β-μέθοδος (brightness mode). Η Α-μέθοδος απεικονίζει ζεύγη έντασης και χρόνου άφιξης ηχούς, δίνοντας στοιχεία για το μελετούμενο δείγμα κατά μήκος μιας ευθείας γραμμής. Στη Μ-μέθοδο, μία κάθετη στον ιστό ακτίνα μετακινείται με σταθερή ταχύτητα κατά την οριζόντια διεύθυνση, με αποτέλεσμα ακίνητες δομές να δίνουν ηχώ στο ίδιο σημείο, ενώ κινούμενες να δίνουν ένα γράφημα της τροχιάς τους. Τέλος, με τη Β-μέθοδο, η ένταση μιας ηχούς αντιστοιχίζεται στην τιμή φωτεινότητας (σε κλίμακα του γκρι) ενός εικονοστοιχείου σε κατάλληλη θέση, ώστε να απεικονίζεται μια τομή του ιστού. Η τομή της ίδιας περιοχής καταγράφεται σε διαδοχικά στιγμιότυπα, ώστε τελικά να προκύπτει μια ακολουθία βίντεο [14]. Αυτή είναι η μέθοδος που χρησιμοποιείται, ως επί το πλείστον, στη διάγνωση της αθηροσκλήρωσης στην καρωτίδα. Στην Εικόνα 1.4 φαίνεται ένα στιγμιότυπο της απεικόνισης της καρωτίδας ατόμου χωρίς αθηρωματική πλάκα με τη Β-μέθοδο. Μια πιο πρόσφατη μέθοδος απεικόνισης με υπερήχους είναι η υπερηχογραφία Doppler, που βασίζεται στο ομώνυμο φαινόμενο. Σε αυτή τη μέθοδο, κάθε σημείο ή ομάδα σημείων της περιοχής που εξετάζεται απεικονίζεται με διαφορετικό χρώμα, ανάλογα με την ταχύτητα με την οποία κινείται.



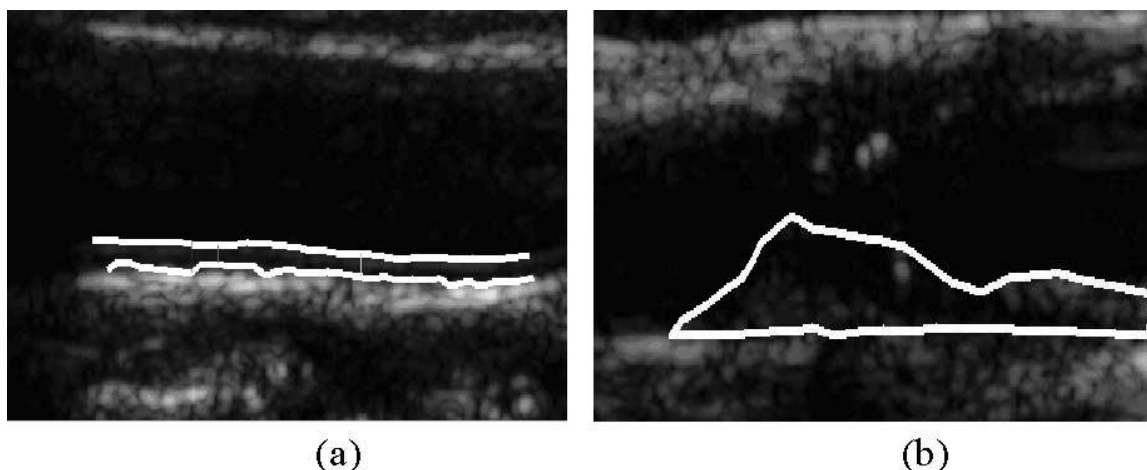
Εικόνα 1.4: Το σημείο διαχωρισμού της υγιούς καρωτίδας σε εσωτερική και εξωτερική, όπως απεικονίζεται με συσκευή υπερήχων β-μεθόδου σάρωσης [15].

Οι ακολουθίες ψηφιακών εικόνων ή ένα υποσύνολο των εικόνων που τις απαρτίζουν δίνονται ως είσοδος σε κατάλληλους αλγορίθμους ψηφιακής επεξεργασίας εικόνας, οι οποίοι εξάγουν πολύτιμες πληροφορίες για την ασθένεια. Ακολουθεί σύντομη περιγραφή των πιο βασικών τέτοιων κατηγοριών αλγορίθμων και της συμβολής της καθημιάς.

Κατάτμηση εικόνας

Αυτόματη κατάτμηση εικόνας (Εικόνα 1.5) ονομάζεται η διαδικασία διαχωρισμού μιας ψηφιακής εικόνας με μηδενική ή ελάχιστη ανθρώπινη παρέμβαση. Όσον αφορά τη διάγνωση της αθηροσκλήρωσης, απομονώνεται μία εικόνα από το βίντεο του υπερήχου της καρωτίδας, με στόχο να απομονωθεί η πλάκα και οι υπόλοιπες περιοχές του αγγείου. Συχνά χρειάζεται η επισήμανση από ειδικό μιας περιοχής ενδιαφέροντος (Region Of Interest-ROI) κοντά στη θέση της πλάκας, ώστε να αρχικοποιηθεί ο αλγόριθμος.

Τα οφέλη που προκύπτουν από αυτή τη διαδικασία είναι πολλά. Με τη βοήθεια της Β-μεθόδου σάρωσης ή της μεθόδου Doppler υπολογίζεται ο βαθμός στένωσης της αρτηρίας, δηλαδή το ποσοστό του εμβαδού του αγγείου που καταλαμβάνεται από την πλάκα. Το μέγεθος αυτό είναι κρίσιμο στη λήψη απόφασης για το αν ένας ασθενής θα οδηγηθεί σε επέμβαση ή όχι, παρά το ότι, όπως προ-ειπώθηκε, η σύνθεση της πλάκας φαίνεται να είναι αυτή που την καθιστά επικίνδυνη και όχι το μέγεθός της. Ακόμη, με τη χρήση αλγορίθμων κατάτμησης εικόνων μπορεί να γίνει αυτόματη διάκριση μεταξύ των τριών στρωμάτων του αγγείου, ώστε να μετρηθεί με ακρίβεια το πάχος του εσωτερικού και του ενδιάμεσου στρώματος (Intima-Media Thickness - IMT). Το IMT έχει μεγάλη αξία, καθώς αποτελεί ένδειξη πιθανής ανάπτυξης καρδιαγγειακών παθήσεων και της σοβαρότητας της αθηροσκλήρωσης. Χρησιμοποιείται, επίσης, συχνά για τον έλεγχο της αποτελεσματικότητας της θεραπευτικής αγωγής. Η κατάτμηση εικόνας προσφέρει επιπλέον τη δυνατότητα λήψης μετρήσεων όγκου και διαμέτρου των αγγείων [12]. Τέλος, αλγόριθμοι αυτόματης κατάτμησης μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την πλήρη αυτοματοποίηση της διαδικασίας εξαγωγής χαρακτηριστικών υφής ή/και κίνησης αντικαθιστώντας τη χειροκίνητη επισήμανση της περιοχής της πλάκας και άλλων περιοχών ενδιαφέροντος η οποία είναι συχνά πηγή λαθών, επειδή απαιτεί μεγάλη εμπειρία και εξειδίκευση.



Εικόνα 1.5: Κατάτμηση εικόνων της κοινής καρωτίδας για (a) τον υπολογισμό του IMT και (b) την απομόνωση της αθηρωματικής πλάκας. [16]

Ανάλυση Υφής

Αφού απομονωθεί η περιοχή της πλάκας (είτε με αυτόματη κατάτμηση είτε από ειδικευμένο γιατρό), είναι δυνατή η διενέργεια ανάλυσης υφής σε αυτή, δηλαδή η εξαγωγή στατιστικών

ιδιοτήτων σχετικών με την κατανομή φωτεινότητας της πλάκας. Ένα συχνά χρησιμοποιούμενο μέγεθος υφής, και ένα από τα πρώτα που βρέθηκε ότι διέφερε μεταξύ συμπτωματικών και ασυμπτωματικών ασθενών, είναι η διάμεσος της φωτεινότητας των εικονοστοιχείων (pixels) της πλάκας (Gray-Scale Median-GSM). Χαμηλή GSM, δηλαδή πλάκα με σχετικά μικρή φωτεινότητα, σημαίνει μεγαλύτερο κίνδυνο εμφάνισης συμπτωμάτων [17]. Αυτό συμβαίνει διότι οι ασταθείς πλάκες, λόγω της χημικής τους σύστασης τείνουν να μην ανακλούν τις ακτίνες υπερήχων (echolucent) και επομένως εμφανίζονται σκοτεινότερες από τις σταθερές, οι οποίες τις ανακλούν (echogenic) και απεικονίζονται πιο <<λευκές>> [16]. Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, οι ασταθείς πλάκες αποτελούνται κυρίως από λιπίδια, ενώ οι σταθερές περιέχουν μεγάλη ποσότητα ασβεστίου. Αυτή η διαφορά στη σύσταση έχει ως συνέπεια οι δύο τύποι αθηρωματικής πλάκας να έχουν διαφορετική ακουστική εμπέδηση. Η τιμή της ακουστικής εμπέδησης των ασταθών πλακών είναι πιο κοντά στις ακουστικές εμπεδήσεις των γειτονικών μέσων διάδοσης με αποτέλεσμα να ευνοείται η απορρόφηση του κύματος. Αντίθετα, οι σταθερές πλάκες έχουν διαφορετική ακουστική εμπέδηση, γεγονός που οδηγεί στην ανάκλαση μεγάλου μέρους της εκπεμπόμενης δέσμης.

Ακόμη, η εξαγωγή πιο σύνθετων χαρακτηριστικών υφής, όπως στατιστικά πρώτης και δεύτερης τάξης, μέθοδοι με το μετασχηματισμό κυματιδίου (wavelet) ή πολυκλιμακωτή ανάλυση υφής, προσφέρουν επιπλέον πληροφορίες για τη δομή και την επικινδυνότητα της πλάκας. Όπως θα γίνει φανερό παρακάτω, έχουν γίνει αρκετές μελέτες με στόχο την εξαγωγή χαρακτηριστικών υφής που να έχουν διαγνωστική αξία στη διαφοροποίηση μεταξύ συμπτωματικών και ασυμπτωματικών πλακών. Κάποια από τα δοκιμασμένα τέτοια χαρακτηριστικά περιγράφονται στη συνέχεια.

Όπως ήδη αναφέρθηκε, συχνά εξάγονται στατιστικές ιδιότητες πρώτης, δεύτερης και υψηλότερης τάξης των εικόνων. Ως στατιστικές ιδιότητες πρώτης τάξης (First Order Statistics -- FOS) ορίζονται στατιστικές μετρήσεις που εξαρτώνται από τις τιμές μεμονωμένων εικονοστοιχείων και όχι από τη σχετική θέση των εικονοστοιχείων στο επίπεδο της εικόνας, όπως για παράδειγμα η μέση τιμή, η διάμεσος, χαρακτηριστικά που προκύπτουν από ανάλυση του ιστογράμματος φωτεινότητας της εικόνας κα. Από το ιστόγραμμα μπορεί να εξαχθεί πλήθος μετρήσεων, όπως το ποσοστό λευκών εικονοστοιχείων (percentage white). Χαρακτηρίζοντας ως λευκά τα εικονοστοιχεία με φωτεινότητα μεγαλύτερη από κάποιο κατώφλι, υπολογίζεται το ποσοστό των λευκών εικονοστοιχείων επί του συνόλου των εικονοστοιχείων της πλάκας [18].

Οι στατιστικές ιδιότητες δεύτερης τάξης (Second Order Statistics - SOS) εξετάζουν εξαρτήσεις μεταξύ ζευγών εικονοστοιχείων και είναι ενδεικτικές της κατανομής της φωτεινότητας στην εικόνα. Παράδειγμα ιδιοτήτων δεύτερης τάξης είναι η μήτρα συνεμφάνισης φωτεινοτήτων (Gray-Level Co-occurrence Matrix - GLCM), η οποία εκφράζει την πιθανότητα ένα εικονοστοιχείο με φωτεινότητα I_1 να απέχει ορισμένη απόσταση από ένα εικονοστοιχείο με φωτεινότητα I_2 [19]. Ιδιότητες υψηλότερης τάξης (Higher Order Statistics - HOS) αφορούν συνδυασμούς περισσότερων από δύο εικονοστοιχεία, όπως, παραδείγματος χάριν, οι μήτρες μήκους διαδρομής φωτεινότητας (Gray-Level Run-Length Matrices) [20], οι οποίες αποτελούν ένδειξη της συχνότητας ύπαρξης συνεχόμενων εικονοστοιχείων συγκεκριμένης φωτεινότητας σε κάποια διεύθυνση. Επιπλέον, κατά κόρον έχουν χρησιμοποιηθεί οι μετρήσεις ενέργειας του Laws, δηλαδή μετρήσεις ενέργειας σε εικόνες που προέκυψαν από το γραμμικό φιλτράρισμα της εικόνας της πλάκας με συγκεκριμένες μάσκες [21].

Ένα ακόμη χρήσιμο χαρακτηριστικό υφής είναι η διάσταση φράκταλ (fractal dimension) της εικόνας, η οποία υπολογίζεται με διάφορους τρόπους. Για ένα σήμα δύο διαστάσεων, όπως μια εικόνα, η διάσταση φράκταλ είναι ένας ρητός αριθμός με δυνατές τιμές στο διάστημα [2,3] και αποτελεί ένδειξη της <<τραχύτητας>> της. Όσο πιο τραχεία φαίνεται η επιφάνεια της εικόνας, τόσο μεγαλύτερη η διάσταση φράκταλ της [22]. Επίσης, χαρακτηριστικά υφής μπορούν να εξαχθούν από μορφολογικά επεξεργασμένες εικόνες. Ως μορφολογική επεξεργασία ορίζεται η εφαρμογή συγκεκριμένων τελεστών συνόλων σε δυαδικές εικόνες (θεωρώντας ότι τα μαύρα εικονοστοιχεία αποτελούν ένα σύνολο και τα λευκά το συμπλήρωμά του) ή γενίκευση τέτοιων τελεστών σε εικόνες της κλίμακας του γκρι. Οι Kygiasou et al [9] χρησιμοποίησαν το μορφολογικό τελεστή <<άνοιγμα>> (open) σε εικόνες πλακών, αλλά και σε δυαδικές εικόνες που προέκυψαν από την κατωφλίωση αυτών, για να εξάγουν στατιστικές κατανομές σχετικές με το σχήμα των εικόνων. Αυτού του τύπου η επεξεργασία εξετάζει μια εικόνα σε πολλές διαφορετικές κλίμακες και μπορεί, επομένως, να ενταχθεί και στο πλαίσιο της πολυκλιμακωτής ανάλυσης. Πολυκλιμακωτή ανάλυση ή αποσύνθεση, όπως ονομάζεται, μπορεί να γίνει και με άλλους τρόπους, όπως παραδείγματος χάριν με χρήση πολυκλιμακωτών μετασχηματισμών (wavelet [23] ή ridgelet [24]).

Ανάλυση Κίνησης

Η Β-μέθοδος σάρωσης υπερήχων σε συνδυασμό με κατάλληλους αλγόριθμους επιτρέπουν τη μελέτη της κίνησης του αρτηριακού τοιχώματος. Οι αλγόριθμοι αυτοί εφαρμόζονται σε μια ακολουθία εικόνων (βίντεο) και μετρούν το δισδιάστατο διανυσματικό πεδίο ταχυτήτων ανάμεσα σε διαδοχικές εικόνες. Οι αλγόριθμοι ανάλυσης κίνησης μπορούν να διακριθούν σε δύο μεγάλες κατηγορίες: τους συνεχείς και τους διακριτούς [25]. Οι συνεχείς βασίζονται στην παραγωγή (gradient) της εικόνας και σε σχέσεις ή εξαρτήσεις μεταξύ των χωρικών και χρονικών της παραγώγων. Σημαντικότεροι εκπρόσωποι αυτής της κατηγορίας είναι ο αλγόριθμος οπτικής ροής (optical flow) και οι παραλλαγές αυτού, οι οποίοι έχουν χρησιμοποιηθεί με επιτυχία στην εκτίμηση της κίνησης του τοιχώματος της καρωτίδας [12].

Αντίθετα, οι διακριτοί αλγόριθμοι βασίζονται στην αντιστοιχία τμημάτων των εικόνων. Ο συνηθέστερα χρησιμοποιούμενος από αυτούς είναι ο αλγόριθμος ταύτισης περιοχών (block matching). Ο αλγόριθμος αυτός χρησιμοποιεί μια περιοχή, δηλαδή ένα σύνολο εικονοστοιχείων, της πρώτης εικόνας της ακολουθίας ως περιοχή αναφοράς και επιχειρεί να εντοπίσει σε κάθε επόμενη εικόνα την περιοχή που μοιάζει περισσότερο με την περιοχή αναφοράς. Αφού βρεθεί η καλύτερη δυνατή ταύτιση, επιστρέφεται το διάνυσμα μετατόπισης. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για κάθε επόμενη εικόνα μέχρι το τέλος του βίντεο. Το προς παρακολούθηση σύνολο εικονοστοιχείων επιλέγεται με βάση κάποιο κριτήριο. Συχνά επιλέγονται ακμές ή γωνίες της εικόνας, μικρές καμπύλες, τμήματα γραμμών, απλές τετραγωνικές περιοχές ή άλλα σημεία ενδιαφέροντος [25]. Πρόσφατα έχει προταθεί η βελτίωση της ακρίβειας του αλγόριθμου ταύτισης περιοχών κάνοντας χρήση του φίλτρου Kalman [26]. Οι συνεχείς μέθοδοι ανάλυσης κίνησης εν γένει μειονεκτούν σε σχέση με τις διακριτές, διότι απαιτούν μεγαλύτερο υπολογιστικό φόρτο και είναι περισσότερο ευαίσθητες στο θόρυβο, αφού ο τελεστής της παραγώγου τον ενισχύει. Ακόμη, το γεγονός ότι γίνεται διακριτή προσέγγιση της παραγώγου μεγαλώνει ακόμη περισσότερο την επίδραση του θορύβου [25].

Με χρήση των αλγορίθμων ανάλυσης κίνησης σε ακολουθίες εικόνων Β-μεθόδου σάρωσης υπερήχων διαμήκων τομών της καρωτίδας, μελετάται η κίνηση του τοιχώματος της καρωτίδας τόσο κατά τη διαμήκη όσο και κατά την ακτινική συνιστώσα. Έτσι, εξάγονται πληροφορίες για το πλάτος και τη διεύθυνση της κίνησης, την ταχύτητα (κατά μέτρο και διεύθυνση) και τις παραμορφώσεις που υφίσταται το τοίχωμα του αγγείου [27].

γ) Βιβλιογραφική επισκόπηση εργασιών ανάπτυξης ταξινομητών για την αξιολόγηση της επικινδυνότητας των αθηρωματικών πλακών

Στο παρελθόν έχουν γίνει αρκετές μελέτες με στόχο την ανάπτυξη ενός συστήματος ικανού να διακρίνει με ακρίβεια μεταξύ ασταθών και ευσταθών πλακών, χρησιμοποιώντας ανάλυση εικόνων υπερήχων β-μεθόδου σάρωσης. Οι αρχικές έρευνες επικεντρώθηκαν στην ανάλυση βασικών στατιστικών ιδιοτήτων των ψηφιακών εικόνων των πλακών. Οι Geroulakos et al [28], βρήκαν ότι οι ασταθείς πλάκες απορροφούν τις ακτίνες υπερήχων και επομένως εμφανίζονται σκοτεινότερες από τις σταθερές, οι οποίες τις ανακλούν σε σημαντικό βαθμό. Οι El-Barghouty et al. [17], χρησιμοποιώντας εικόνες 94 πλακών, συσχέτισαν την ύπαρξη εγκεφαλικών βλαβών, που διαγνώστηκαν με τη βοήθεια αξονικού τομογράφου, με echolucent πλάκες. Το κριτήριο για το χαρακτηρισμό μιας πλάκας ως echolucent ή echogenic ήταν η GSM των εικονοστοιχείων (pixels) της πλάκας. Οι Elatrozy et al [29] μελέτησαν 96 εικόνες πλακών από ασθενείς με στένωση μεγαλύτερη του 50% και υπολόγισαν τη GSM καθώς και το ποσοστό των εικονοστοιχείων της πλάκας με φωτεινότητα μικρότερη του 40 (echolucent pixels), για να προβλέψουν την εμφάνιση συμπτωμάτων. Οι Rakebrandt et al [30] έδειξαν ότι η ανάλυση υφής των εικόνων παρέχει πληροφορίες για τη σύσταση της πλάκας. Οι Asvestas et al [31] εντόπισαν σημαντική διαφορά στη διάσταση fractal μεταξύ συμπτωματικών και ασυμπτωματικών πλακών. Οι Kakkos et al [32] έδειξαν συσχέτιση μεταξύ συμπτωμάτων και πλακών με GSM από 1-25 και με υψηλό ποσοστό σκοτεινών εικονοστοιχείων (με φωτεινότητα μικρότερη του 10).

Πιο πρόσφατες μελέτες δεν περιορίστηκαν στη στατιστική ανάλυση, αλλά επιχειρήσαν να αναπτύξουν ευφυή συστήματα αυτόματης διάγνωσης, βασιζόμενες σχεδόν αποκλειστικά σε ανάλυση υφής των πλακών. Οι Πίνακες 1.1-1.7 παρέχουν πληροφορίες για τα χαρακτηριστικά που χρησιμοποιήθηκαν στις μελέτες αυτές και τα αποτελέσματά τους. Στους Πίνακες 1.1-1.4 οι μελέτες κατηγοριοποιούνται σύμφωνα με τους τύπους χαρακτηριστικών που εξετάστηκαν, ενώ στους Πίνακες 1.5-1.7 ανάλογα με τον αλγόριθμο ταξινόμησης που χρησιμοποιήθηκε.

Πίνακας 1.1: Επισκόπηση ταξινομητών που χρησιμοποιούν πολυκλιμακωτή ανάλυση της υφής εικόνας για την ταξινόμηση αθηρωματικών πλακών.

Επώνυμο 1ου συγγρα- φέα	Έτος Δημοσίευσης	Λεπτομέρειες Χαρακτηριστικών	Μέγεθος Δείγματος	Ακρίβεια Ταξινό- μησης
Acharya	2012	μέση φωτεινότητα διακριτών μετασχηματι- σμών wavelet	346	83.70%
Tsiaparas	2012	τυπική απόκλιση και εντροπία μετασχηματι- σμών wavelet & ridgelet	20	79.30%
Kyriacou	2012	κλινικές μετρήσεις, FOS, HOS, διάσταση φράκταλ, ενέργεια του Laws, κατανομές πιθανότητας που σχετίζονται με το Pattern Spectrum [33] γκρίζων και δυαδικών εικόνων	1121	77%
Tsiaparas	2011	διακριτός μετασχηματι- σμός wavelet, ροπές, εντροπία	20	90%
Kyriacou	2009	κατανομές πιθανότητας που σχετίζονται με το Pattern Spectrum γκρίζων και δυαδικών εικόνων	274	73.70%

Πίνακας 1.2: Επισκόπηση ταξινομητών που χρησιμοποιούν μορφολογική επεξεργασία εικόνας για την ταξινόμηση αθηρωματικών πλακών.

Επώνυμο 1ου συγγρα- φέα	Έτος Δημοσίευσης	Λεπτομέρειες Χαρακτηριστικών	Μέγεθος Δείγματος	Ακρίβεια Ταξινόμη- σης
Kyriacou	2012	κλινικές μετρήσεις, FOS, HOS, διάσταση φράκταλ, ενέργεια του Laws, κατανομές πιθανότητας που σχετίζονται με το Pattern Spectrum γκριζών και δυαδικών εικόνων	1121	77%
Kyriacou	2009	κατανομές πιθανότητας που σχετίζονται με το Pattern Spectrum γκριζών και δυαδικών εικόνων	274	73.70%

Πίνακας 1.3: Επισκόπηση ταξινομητών που χρησιμοποιούν πρώτης (FOS), δεύτερης ή υψηλότερης (HOS) τάξης στατιστικές ιδιότητες της υφής για την ταξινόμηση αθηρωματικών πλακών.

Επώνυμο 1ου συγγραφέα	Έτος Δημοσίευσης	Λεπτομέρειες Χαρακτηριστικών	Μέγεθος Δείγματος	Ακρίβεια Ταξινόμησης
Acharya	2013	βαθμός στένωσης, HOS , ανάλυση Fourier, μετασχηματισμός ίχνους	160	90.66%
Acharya	2012	Εντροπία, FOS	346	82.40%
Kyriacou	2012	κλινικές μετρήσεις, FOS, HOS , διάσταση φράκταλ, ενέργεια του Laws, κατανομές πιθανότητας που σχετίζονται με το Pattern Spectrum γκριζών και δυαδικών εικόνων	1121	77%
Prahl	2010	FOS (PW)	365	
Mougiakakou	2007	FOS, HOS , ενέργεια του Laws	108	99.10%
Kyriacou	2007	FOS, HOS , διάσταση φράκταλ, ενέργεια του Laws	274	72.30%
Piliouras	2004	FOS, HOS , λόγος πλήθους φωτεινών προς πλήθος σκοτεινών εικονοστοιχείων	56	92.90%

Christodou-lou	2003	FOS, HOS, διάσταση φράκταλ, ενέργεια του Laws, φάσμα ισχύος, ανάλυση σχήματος	230	69.70%
----------------	------	---	-----	--------

Πίνακας 1.4: Επισκόπηση ταξινομητών που χρησιμοποιούν τη διάσταση φράκταλ της υφής εικόνας για την ταξινόμηση αθηρωματικών πλακών.

Επώνυμο 1^{ου} συγγραφέα	Έτος Δημοσίευσης	Λεπτομέρειες Χαρακτηριστι- κών	Μέγεθος Δείγματος	Ακρίβεια Ταξινόμησης
Kyriacou	2007	FOS, HOS, διάσταση φράκταλ, ενέργεια του Laws	274	72.30%
Christodou- lou	2003	FOS, HOS, διάσταση φράκταλ, ενέργεια του Laws, φάσμα ισχύος, ανάλυση σχήματος	230	69.70%
Asvestas	2002	διάσταση φράκταλ	19	-

Πίνακας 1.5: Επισκόπηση ταξινομητών που χρησιμοποιούν μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης για την ταξινόμηση αθηρωματικών πλακών με βάση χαρακτηριστικά υφής.

Επώνυμο 1ου συγγραφέα	Έτος Δημοσίευσης	Συνάρτηση Πυρήνα	Μέγεθος Δείγματος	Ακρίβεια Ταξινόμησης
Acharya	2013	πολυωνυμική 1ου βαθμού	160	90.66%
Acharya	2012	RBF	346	82.40%
Acharya	2012	Πολυωνυμική 2ου βαθμού	346	83.70%
Tsiaparas	2012	RBF	20	79.30%
Kyriacou	2012	RBF	1121	77%
Tsiaparas	2011	RBF	20	90%
Kyriacou	2009	RBF	274	73.70%
Kyriacou	2007	RBF	274	73.40%

Ο όρος RBF συμβολίζει τη συνάρτηση ακτινικής βάσης (Radial Basis Function), δηλαδή τη γκαουσιανή συνάρτηση.

Πίνακας 1.6: Επισκόπηση ταξινομητών που χρησιμοποιούν πιθανοτικά νευρωνικά δίκτυα για την ταξινόμηση αθηρωματικών πλακών με βάση χαρακτηριστικά υφής.

Επώνυμο 1ου συγγραφέα	Έτος Δημοσίευσης	Μέγεθος Δείγματος	Ακρίβεια Ταξινόμησης
Kyriacou	2012	1121	67%
Tsiaparas	2011	20	80%
Kyriacou	2009	274	70.40%
Kyriacou	2007	274	72.30%
Piliouras	2004	56	92.90%

Πίνακας 1.7: Επισκόπηση λοιπών ταξινομητών που έχουν χρησιμοποιηθεί στο παρελθόν για την ταξινόμηση αθηρωματικών πλακών με βάση χαρακτηριστικά υφής.

Επώνυμο 1ου συγγραφέα	Έτος Δημοσίευ- σης	Ταξινομητής	Μέγεθος Δείγματος	Ακρίβεια Ταξινόμησης
Prahl	2010	απλή κατωφλίωση	365	-
Mougiaka- kou	2007	νευρωνικά δίκτυα	108	99.10%
Christodou- lou	2003	Αυτό- Οργανούμενος Χάρτης	230	73.10%
Christodou- lou	2003	κ-πλησιέστεροι γείτονες	230	69.70%
Asvestas	2002	απλή κατωφλίωση	19	-

Οι Christodoulou et al [34] χρησιμοποίησαν 61 χαρακτηριστικά υφής και πέτυχαν ακρίβεια 73.1% στη διάκριση μεταξύ συμπτωματικών και ασυμπτωματικών πλακών, σε ένα σύνολο 208 εικόνων. Οι Piliouras et al [35], κάνοντας χρήση χαρακτηριστικών υφής και του λόγου σκοτεινών προς φωτεινά εικονοστοιχεία σε 56 πλάκες, διαχώρισαν πλάκες υψηλού από πλάκες χαμηλού κινδύνου με ακρίβεια 92.9%. Τα κριτήρια για το χαρακτηρισμό μιας πλάκας ως υψηλού κινδύνου ήταν η ύπαρξη συμπτωμάτων, η GSM, ο βαθμός στένωσης και η εκτίμηση των ειδικών που εκτέλεσαν τα υπερηχογραφήματα. Οι Kyriacou et al [36], εφαρμόζοντας ανάλυση υφής σε 274 πλάκες, διέκριναν μεταξύ συμπτωματικών και ασυμπτωματικών πλακών, έχοντας 73.1% επιτυχία στη διάγνωση. Οι Mougiakakou et al [37] πέτυχαν ακρίβεια 99.1% σε μελέτη με 108 εικόνες πλακών με τη βοήθεια χαρακτηριστικών υφής, όπως στατιστικά μεγέθη πρώτης τάξεως και μετρήσεις ενέργειας του Laws. Ο Holdfeldt [38] ανέπτυξε ένα αυτόματο σύστημα διαχωρισμού echolucen από echogenic πλακών, έχοντας ακρίβεια 91%.

Οι Kyriacou et al [9] σχεδίασαν ένα σύστημα για την πρόβλεψη συμπτωμάτων κάνοντας χρήση μορφολογικής επεξεργασίας 274 εικόνων. Η ακρίβεια που επετεύχθη ήταν 73.7%. Οι Prahl et al [18] υπολόγισαν το ποσοστό των λευκών εικονοστοιχείων της πλάκας (Percentage White-PW), θεωρώντας ως λευκά τα εικονοστοιχεία που έχουν φωτεινότητα μεγαλύτερη από ένα κατώφλι, και χρησιμοποίησαν αυτό το μέγεθος για να διακρίνουν μεταξύ echolucen και

echogenic πλακών. Η μελέτη έγινε σε 273 εικόνες και αξιολογήθηκε με το συντελεστή κ του Cohen, έχοντας $\kappa=0.77$. Οι Tsiaras et al [39] πέτυχαν ακρίβεια ταξινόμησης σε συμπτωματικές/ασυμπτωματικές 90% κάνοντας πολυκλιμακωτή ανάλυση υφής σε 20 πλάκες. Οι Kyriacou et al [40] πρότειναν ένα ακόμη σύστημα διάγνωσης συμπτωματικών πλακών, βασιζόμενοι σε κλινικά δεδομένα, χαρακτηριστικά υφής και πολυκλιμακωτή μορφολογική επεξεργασία εικόνας. Η ακρίβεια ήταν 77% σε ένα σύνολο 1121 πλακών. Οι Tsiaras et al [24] χρησιμοποιώντας χαρακτηριστικά υφής σε 20 εικόνες πλακών κατόρθωσαν να επιτύχουν ακρίβεια 79.3%. Οι Acharya et al εξέδωσαν δύο μελέτες πάνω σε 346 εικόνες πλακών. Η πρώτη [41] περιελάμβανε πολυκλιμακωτή ανάλυση υφής με μετασχηματισμό κυματιδίου, ενώ η δεύτερη [42] στατιστικές ιδιότητες της εικόνας. Επέδειξαν ακρίβεια 83.7% και 82.4% αντιστοίχως στη διάκριση συμπτωματικών από ασυμπτωματικές πλάκες. Τέλος, και πάλι οι Acharya et al [43] έκαναν χρήση χαρακτηριστικών υφής, αλλά και του βαθμού στένωσης, πετυχαίνοντας ακρίβεια 90.7% στην ταξινόμηση 160 συμπτωματικών και ασυμπτωματικών πλακών.

Στις παραπάνω μελέτες οι μέθοδοι ταξινόμησης που έχουν χρησιμοποιηθεί περισσότερο είναι οι μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης (SVM) και τα πιθανοτικά νευρωνικά δίκτυα (probabilistic neural networks). Σε μεμονωμένες περιπτώσεις χρησιμοποιούνται τα νευρωνικά δίκτυα, ο αυτό-οργανούμενος χάρτης Kohonen (Self-Organising Map - SOM) και ο ταξινομητής k πλησιέστερων γειτόνων (k -Nearest Neighbour). Ακόμη, σε κάποιες μελέτες, κριτήριο για την ταξινόμηση ήταν η σύγκριση ενός μόνο μεγέθους με ένα κατώφλι. Μια σύντομη επισκόπηση των πινάκων καθιστά σαφή την υπεροχή των μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης έναντι των πιθανοτικών νευρωνικών δικτύων, αν συγκριθούν οι επιδόσεις των δύο ταξινομητών πάνω σε κοινά δεδομένα. Οι υπόλοιποι ταξινομητές που αναφέρθηκαν δεν έχουν χρησιμοποιηθεί τόσο ευρέως πάνω στο συγκεκριμένο πρόβλημα, άρα οποιοδήποτε συμπέρασμα βασισμένο στις παρούσες πηγές ίσως είναι βεβιασμένο.

Επιπλέον, γίνεται φανερό ότι, για την αυτόματη αναγνώριση συμπτωματικών αθηρωματικών πλακών, η τρέχουσα βιβλιογραφία προσανατολίζεται αποκλειστικά στην ανάλυση υφής ως μέθοδο εξαγωγής χαρακτηριστικών, που σημαίνει ότι η χρήση ανάλυσης κίνησης για τον ίδιο σκοπό παραμένει αδιερεύνητη. Μοναδική εργασία πάνω στην ανάλυση κίνησης είναι αυτή των Meairs & Hennerici [44], η οποία αφορούσε όμως τρισδιάστατη απεικόνιση του τοιχώματος και όχι δισδιάστατη, η οποία παρέχεται από το σύνολο των μηχανημάτων καταγραφής υπερήχων.

Σύντομη αναφορά σε ταξινομητές που έχουν χρησιμοποιηθεί στο παρελθόν για την αξιολόγηση της επικινδυνότητας των αθηρωματικών πλακών, αλλά δε μελετούνται στην παρούσα εργασία

Κάποιοι από τους ταξινομητές που αναφέρονται στην προηγούμενη ενότητα (τεχνητά νευρωνικά δίκτυα, πιθανοτικά νευρωνικά δίκτυα, αυτό-οργανούμενος χάρτης) δεν αποτελούν αντικείμενο αυτής της εργασίας και, επομένως, δεν αναλύεται η λειτουργία τους. Κρίνεται, όμως, σκόπιμο να περιγραφούν εν συντομία για λόγους πληρότητας.

Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα είναι ταξινομητές που προσομοιώνουν τη λειτουργία των ανθρωπίνων νευρώνων. Κάθε κόμβος του δικτύου (νευρώνας) δέχεται εισόδους, είτε από το περιβάλλον είτε από άλλους νευρώνες και παράγει κάποια απόκριση στις εισόδους αυτές. Ένας

διαδομένος τύπος νευρωνικών δικτύων είναι το πολυστρωματικό perceptron, στο οποίο οι νευρώνες διατάσσονται σε στρώματα και επικοινωνούν μόνο με το προηγούμενο και το επόμενο στρώμα. Το τελευταίο στρώμα έχει ως έξοδο το αποτέλεσμα της ταξινόμησης [45]. Η εύρεση των βαρών διασύνδεσης μεταξύ των νευρώνων γίνεται συνήθως με τον αλγόριθμο ανάστροφης διάδοσης (back-propagation), αλλά οι Mougialakou et al [37] χρησιμοποίησαν μια βελτιωμένη εναλλακτική, όπου ο αλγόριθμος ανάστροφης διάδοσης συνδυάζεται με γενετικούς αλγορίθμους. Τα πιθανοτικά νευρωνικά δίκτυα [46] χρησιμοποιούν τη δομή του πολυστρωματικού δικτύου, όχι για την άμεση ταξινόμηση ενός προτύπου, αλλά για την εκτίμηση συναρτήσεων κατανομής δεσμευμένης πιθανότητας, οι οποίες χρησιμοποιούνται για ταξινόμηση προτύπων από τη θεωρία αποφάσεων του Bayes, η οποία περιγράφεται εν συντομία στο κεφάλαιο 2. Ο αυτό-οργανούμενος χάρτης Kohonen ή αυτό-οργανούμενος χάρτης χαρακτηριστικών (Self-Organising Feature Map) βασίζεται σε διαφορετική λογική από τα προηγούμενα. Οι νευρώνες διατάσσονται σε πλέγμα και εκπαιδεύονται ώστε γειτονικοί στο πλέγμα νευρώνες να έχουν παρόμοιες αποκρίσεις στα πρότυπα εισόδου. Ως αποτέλεσμα, δημιουργούνται ομάδες (clusters) από κοντινούς νευρώνες, οι οποίες αντιστοιχούν σε διαφορετικές ομάδες προτύπων (κλάσεις) [45].

δ) Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας

Οι σοβαρές επιπτώσεις που έχει η καρωτιδική αθηρωμάτωση στην υγεία του ανθρώπου, αλλά και αυτές που ενδεχομένως μπορεί να προκύψουν από μια μη αναγκαία χειρουργική επέμβαση, επιβάλλουν την ανάγκη για έγκυρη αξιολόγηση των αθηρωματικών αλλοιώσεων. Σκοπός της διπλωματικής εργασίας είναι η διερεύνηση της δυνατότητας αυτόματης αναγνώρισης επικίνδυνων αθηρωματικών πλακών στην καρωτίδα με χρήση χαρακτηριστικών κίνησης. Προς αυτή την κατεύθυνση, χρησιμοποιήθηκαν ακολουθίες εικόνων υπερήχων β-σάρωσης της καρωτίδας 56 ασθενών (28 συμπτωματικών και 28 ασυμπτωματικών). Υπολογίσθηκε πλήθος χαρακτηριστικών κίνησης, ώστε να διαπιστωθεί πόσα και ποια από αυτά διαφέρουν σημαντικά ανάμεσα σε συμπτωματικούς και ασυμπτωματικούς ασθενείς. Τα χαρακτηριστικά ιεραρχήθηκαν ως προς τη διαγνωστική τους αξία χρησιμοποιώντας καθιερωμένους αλγορίθμους επιλογής χαρακτηριστικών. Κατόπιν, υλοποιήθηκαν τέσσερις ταξινομητές και αναζητήθηκε το σχήμα ταξινόμησης με τη βέλτιστη ικανότητα να διαχωρίζει τις δύο κατηγορίες ασθενών. Για την αναζήτηση αυτή βελτιστοποιήθηκαν για κάθε ταξινομητή η παραμετροποίησή του, ο συνδυασμός του με μία μεθοδολογία επιλογής χαρακτηριστικών, όπως και το πλήθος χαρακτηριστικών που χρησιμοποιεί. Εν συνεχεία, έγινε στατιστική επαλήθευση των αποτελεσμάτων του σχήματος ταξινόμησης που είχε την καλύτερη επίδοση, με χρήση μεθόδων διασταυρωμένης επικύρωσης. Τέλος, για την αντικειμενικότερη αξιολόγηση των αποτελεσμάτων, αυτά συγκρίθηκαν με τα αντίστοιχα αποτελέσματα που επιτυγχάνει η χρήση χαρακτηριστικών υφής από τα ίδια δεδομένα.

Κεφάλαιο 2. Θεωρητικό Υπόβαθρο

Στο παρόν κεφάλαιο δίνεται το θεωρητικό υπόβαθρο των τεσσάρων ταξινομητών και των τριών μεθοδολογιών επιλογής χαρακτηριστικών που συνδυάστηκαν για την ανάπτυξη σχημάτων ταξινόμησης. Συγκεκριμένα, αρχικά παρατίθενται γενικά στοιχεία για τον τρόπο λειτουργίας των ταξινομητών και έπειτα περιγράφονται οι εξής ταξινομητές: Μηχανές Διανυσμάτων Υποστήριξης (SVM), Ταξινομητής k -πλησιέστερων γειτόνων (KNN), Διακριτική Ανάλυση (DA) και Δέντρα Απόφασης. Για κάθε έναν από τους παραπάνω αλγορίθμους ταξινόμησης αναλύεται η μεθοδολογία που ακολουθείται και στη συνέχεια αναφέρονται παρατηρήσεις σημαντικές για την πλήρη κατανόηση και ορθή χρήση τους. Τέλος, γίνεται σύντομη περιγραφή των μεθόδων επιλογής χαρακτηριστικών.

α) Αλγόριθμοι ταξινόμησης

Αλγόριθμος ταξινόμησης ή ταξινομητής είναι ένας αλγόριθμος που δέχεται ως είσοδο άγνωστα δεδομένα (πρότυπα) και επιχειρεί να τα κατατάξει στην κατηγορία (κλάση) που ανήκει το καθένα. Κάθε αλγόριθμος ταξινόμησης χωρίζεται εν γένει σε δύο στάδια: το στάδιο εκπαίδευσης ή μάθησης και το στάδιο ελέγχου. Κατά το στάδιο μάθησης, χρησιμοποιείται ένα μέρος του δείγματος για να <<εκπαιδευτεί>> ο ταξινομητής, δηλαδή να βρεθούν οι βέλτιστες παράμετροι για τη λειτουργία του. Κατά το στάδιο ελέγχου, ελέγχεται η απόδοση του ταξινομητή σε δεδομένα διαφορετικά από αυτά του συνόλου εκπαίδευσης.

Υπάρχουν τρεις μεγάλες κατηγορίες αλγορίθμων μάθησης: η επιβλεπόμενη, η μη επιβλεπόμενη και η ενισχυτική μάθηση. Στην επιβλεπόμενη μάθηση, δίνονται τα δεδομένα εκπαίδευσης μαζί με την πληροφορία για το σε ποια κλάση ανήκει το καθένα και ο ταξινομητής καλείται με αυτήν την πληροφορία να διακρίνει μεταξύ των κλάσεων. Στη μη επιβλεπόμενη μάθηση, δίνονται μόνο τα δεδομένα εκπαίδευσης, χωρίς επιπλέον πληροφορίες, και ο ταξινομητής τα χωρίζει σε ομάδες (clusters) με βάση κάποιο κριτήριο. Τέλος, κατά την ενισχυτική μάθηση οι έξοδοι του ταξινομητή αξιολογούνται από ένα συνολικό δείκτη συμπεριφοράς και η αξιολόγηση αυτή ανατροφοδοτείται στον ταξινομητή έτσι, ώστε επιθυμητές συμπεριφορές να ενισχύονται, ενώ ανεπιθύμητες να αποτρέπονται [45]. Σε αυτή την εργασία, υλοποιήθηκαν τέσσερις ταξινομητές (SVM, KNN, DA, και δέντρα απόφασης), οι οποίοι λειτουργούν με επιβλεπόμενη μάθηση και περιγράφονται στη συνέχεια.

Περίληπτική παρουσίαση της θεωρίας αποφάσεων του Bayes

Η θεωρία αποφάσεων του Bayes είναι θεμελιώδης για τον κλάδο της αναγνώρισης προτύπων. Περιγράφεται με αδρές γραμμές, παρά το ότι δε χρησιμοποιήθηκε άμεσα, καθώς οι

μεθοδολογίες που χρησιμοποιήθηκαν, αλλά και οι τρόποι αξιολόγησης αυτών, βασίζονται σε μεγάλο βαθμό σε αυτή και κάνουν χρήση εννοιών της.

Ο στόχος είναι να ταξινομηθούν σωστά δεδομένα (πρότυπα) που ανήκουν σε M διαφορετικές κλάσεις, για τις οποίες είναι γνωστές οι λεγόμενες εκ των προτέρων πιθανότητες (*a priori probabilities*) $P(\omega_i)$, $i=1,2,\dots,M$, δηλαδή η πιθανότητα ένα οποιοδήποτε πρότυπο $\mathbf{x} \in R^l$ να ανήκει στην κλάση i , μη έχοντας καμία άλλη πληροφορία για αυτό. Ακόμη, θεωρούνται γνωστές οι δεσμευμένες κατανομές πιθανότητας, $p(\mathbf{x}|\omega_i)$, $i=1,2,\dots,M$, δηλαδή οι κατανομές των προτύπων δεδομένου ότι ανήκουν σε συγκεκριμένη κλάση.

Αφού ισχύει $p(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^M p(\mathbf{x}|\omega_i)P(\omega_i)$ (2.1), το θεώρημα του Bayes συνεπάγεται ότι

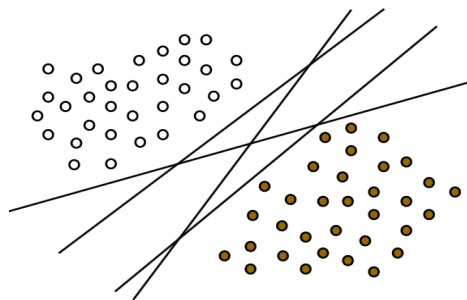
$$P(\omega_i|\mathbf{x}) = \frac{p(\mathbf{x}|\omega_i)P(\omega_i)}{p(\mathbf{x})} \quad (2.2)$$

και ότι η πιθανότητα λάθους ελαχιστοποιείται όταν το πρότυπο \mathbf{x} καταταγεί στην κλάση ω_j για την οποία $P(\omega_j|\mathbf{x}) > P(\omega_i|\mathbf{x}), \forall i \neq j$. Οι $P(\omega_i|\mathbf{x})$ ονομάζονται εκ των υστέρων πιθανότητες της κλάσης i (*a posteriori probabilities*). Αν δύο κλάσεις έχουν εκ των υστέρων πιθανότητα ίση με τη μέγιστη, τότε το πρότυπο μπορεί να ταξινομηθεί σε οποιαδήποτε από τις δύο κλάσεις. Με τον τρόπο αυτό ελαχιστοποιείται η πιθανότητα λάθους στην ταξινόμηση [47]. Επειδή οι ποσότητες $p(\mathbf{x}|\omega_i)$ είναι συνήθως άγνωστες και είναι αρκετά δύσκολο να εκτιμηθούν με ακρίβεια, οι ιδέες του Bayes δεν εφαρμόζονται στην πράξη.

Μηχανές Διανυσμάτων Υποστήριξης (SVM) – Η μεθοδολογία

Αρχικά αναλύεται η λειτουργία των Μηχανών Διανυσμάτων Υποστήριξης στην περίπτωση που τα δεδομένα ανήκουν σε δύο κλάσεις, όπως συμβαίνει και στο υπό μελέτη πρόβλημα. Εάν υπάρχουν $M>2$ κλάσεις, τότε ο αλγόριθμος επαναλαμβάνεται M φορές, ξεχωρίζοντας κάθε φορά μία κλάση από όλες τις υπόλοιπες.

Στη γραμμική έκδοση του ταξινομητή, γίνεται απόπειρα να βρεθεί το βέλτιστο υπερεπίπεδο που χωρίζει τις δύο κλάσεις (έστωσαν ω_1, ω_2). Στην περίπτωση που υπάρχει τέτοιο υπερεπίπεδο, που διακρίνει τέλεια μεταξύ των δύο κλάσεων, οι κλάσεις ονομάζονται γραμμικά διαχωρίσιμες (Εικόνα 2.1). Εάν οι κλάσεις είναι γραμμικά διαχωρίσιμες, το βέλτιστο υπερεπίπεδο είναι αυτό που μεγιστοποιεί την απόσταση από τα πιο κοντινά διανύσματα (πρότυπα) της κάθε κλάσης.



Εικόνα 2.1: Παράδειγμα γραμμικά διαχωρίσιμων κλάσεων σε δύο διαστάσεις. Απεικονίζονται και κάποιες από τις ευθείες που τις διαχωρίζουν.

Έστω $\mathbf{x} \in R^l$ ένα τέτοιο διάνυσμα, όπου l η διάσταση των προτύπων εισόδου. Η εξίσωση ενός τυχαίου υπερεπιπέδου ε είναι:

$$g(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^T \mathbf{x} + w_0 \quad (2.3)$$

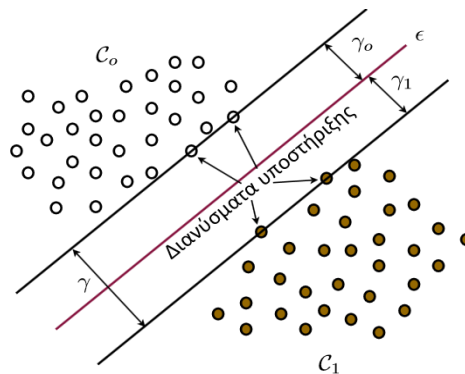
όπου το $\mathbf{w} \in R^l$ (διάνυσμα βαρών κάθετο στο υπερεπίπεδο) και $w_0 \in R$ προσδιορίζουν τη διεύθυνση και τη θέση του υπερεπιπέδου (κατώφλι), αντίστοιχα. Με απλή γεωμετρία φαίνεται ότι η απόσταση του \mathbf{x} από το υπερεπίπεδο είναι ίση με:

$$d(\mathbf{x}, \varepsilon) = \frac{|g(\mathbf{x})|}{\|\mathbf{w}\|} \quad (2.4).$$

Με κατάλληλη κανονικοποίηση της g , ώστε για το πλησιέστερο-στο-υπερεπίπεδο διάνυσμα της κλάσης ω_1 να έχει την τιμή 1 και για το αντίστοιχο διάνυσμα της κλάσης ω_2 να έχει την τιμή -1 (Εικόνα 2.2), από τη σχέση (2.4) συνεπάγεται ότι η απόσταση ανάμεσα στις δύο κλάσεις είναι ίση με:

$$\gamma = \gamma_0 + \gamma_1 = \frac{1}{\|\mathbf{w}\|} + \frac{1}{\|\mathbf{w}\|} = \frac{2}{\|\mathbf{w}\|} \quad (2.5)$$

$$\text{και } \mathbf{w}^T \mathbf{x} + w_0 \geq 1, \forall \mathbf{x} \in \omega_1 \text{ και } \mathbf{w}^T \mathbf{x} + w_0 \leq -1, \forall \mathbf{x} \in \omega_2 \quad (2.6).$$



Εικόνα 2.2: Παράδειγμα γραμμικά διαχωρίσιμων κλάσεων σε δύο διαστάσεις. Απεικονίζονται οι αποστάσεις των κλάσεων από τη βέλτιστη ευθεία, καθώς και τα διανύσματα υποστήριξης.

Στόχος είναι η μεγιστοποίηση του περιθωρίου μεταξύ των δύο κλάσεων, δηλαδή της σχέσης (2.5) με τους περιορισμούς της σχέσης (2.6), πρόβλημα το οποίο είναι ισοδύναμο με το εξής μη γραμμικό πρόβλημα ελαχιστοποίησης:

$$\min J(\mathbf{w}, w_0) = \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 = \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{w} \quad (2.7)$$

$$\text{με περιορισμούς } y_i(\mathbf{w}^T \mathbf{x}_i + w_0) \geq 1, i = 1, 2, \dots, N \quad (2.8)$$

όπου N ο συνολικός αριθμός των διανυσμάτων εκπαίδευσης και y_i η κλάση στην οποία ανήκει το διάνυσμα \mathbf{x}_i (1 για ω_1 και -1 για ω_2). Κάθε ανισότητα της (2.8) ορίζει μια υποπεριοχή του R^l και η τομή όλων αυτών είναι η περιοχή στην οποία αναζητείται το τοπικό ελάχιστο της J . Επειδή,

όμως η J είναι αυστηρώς κυρτή και οι περιορισμοί είναι γραμμικοί, το ελάχιστο είναι μοναδικό [48]. Θεωρώντας τη συνάρτηση του Lagrange

$$\mathcal{L}(\mathbf{w}, w_0, \boldsymbol{\lambda}) = \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{w} - \sum_{i=1}^N \lambda_i [y_i (\mathbf{w}^T \mathbf{x}_i + w_0) - 1] \quad (2.9)$$

όπου $\boldsymbol{\lambda}$ το διάνυσμα των πολλαπλασιαστών Lagrange λ_i , συνάγονται οι αναγκαίες συνθήκες Karush-Kuhn-Tucker που πρέπει να ικανοποιεί η λύση του προβλήματος:

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{w}} \mathcal{L}(\mathbf{w}, w_0, \boldsymbol{\lambda}) = 0 \quad (2.10 \text{ a})$$

$$\frac{\partial}{\partial w_0} \mathcal{L}(\mathbf{w}, w_0, \boldsymbol{\lambda}) = 0 \quad (2.10 \text{ b})$$

$$\lambda_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.10 \text{ c})$$

$$\lambda_i [y_i (\mathbf{w}^T \mathbf{x}_i + w_0) - 1] = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.10 \text{ d})$$

Από τις (2.9), (2.10 a) και (2.10 b) προκύπτει ότι:

$$\mathbf{w} = \sum_{i=1}^N \lambda_i y_i \mathbf{x}_i \quad (2.11)$$

$$\text{και } \sum_{i=1}^N \lambda_i y_i = 0 \quad (2.12)$$

Όμως, από την σχέση (2.10 d), αν το \mathbf{x}_i δεν ανήκει σε ένα εκ των υπερεπιπέδων $g(\mathbf{x}) = \pm 1$, τότε $\lambda_i = 0$. Άρα, το βέλτιστο υπερεπίπεδο εξαρτάται μόνο από τα διανύσματα που βρίσκονται στα όρια της απόστασης. Τα διανύσματα αυτά καλούνται διανύσματα υποστήριξης (support vectors) και φαίνονται στην Εικόνα 2.2.

Σύμφωνα με τη θεωρία βελτιστοποίησης, η λύση του προβλήματος μπορεί να βρεθεί από τη λύση του δυϊκού του:

$$\max \mathcal{L}(\mathbf{w}, w_0, \boldsymbol{\lambda}) \text{ ως προς } \boldsymbol{\lambda} \quad (2.13)$$

με τους περιορισμούς της (2.10). Από τις σχέσεις (2.7) και (2.11), συνεπάγεται ότι:

$$\frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{w} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \lambda_i \lambda_j y_i y_j \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j \quad (2.14)$$

Ακόμη, λόγω της σχέσης (2.11):

$$\sum_{i=1}^N \lambda_i [y_i (\mathbf{w}^T \mathbf{x}_i + w_0) - 1] = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \lambda_i \lambda_j y_i y_j \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j + \sum_{j=1}^N \lambda_j \quad (2.15)$$

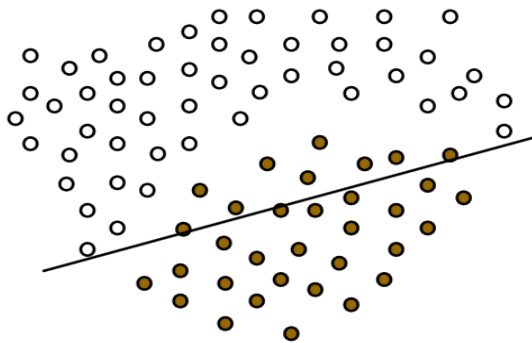
Επομένως, λόγω των σχέσεων (2.14) και (2.15), η σχέση (2.9) γράφεται ως:

$$\mathcal{L}(\mathbf{w}, w_0, \boldsymbol{\lambda}) = \mathcal{L}(\boldsymbol{\lambda}) = \sum_{j=1}^N \lambda_j - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \lambda_i \lambda_j y_i y_j \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j \quad (2.16)$$

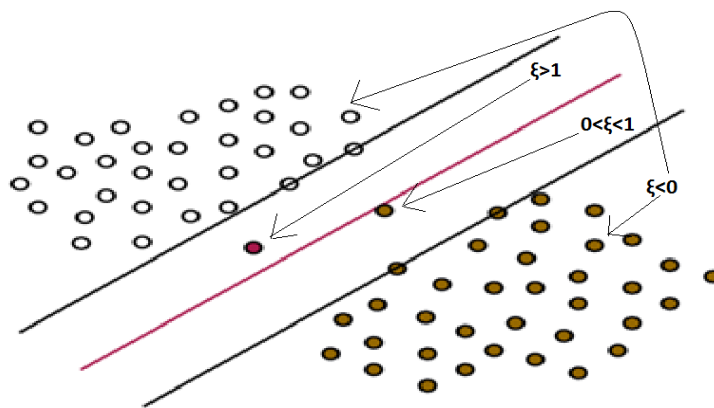
Μπορεί, λοιπόν, πλέον να λυθεί το πρόβλημα ελαχιστοποίησης της σχέσης (2.16) με τους περιορισμούς των (2.10 c) και (2.12), ώστε να βρεθούν τα λ_i . Στη συνέχεια, υπολογίζεται το \mathbf{w} από τη σχέση (2.11). Το w_0 μπορεί, κατόπιν, να υπολογιστεί με τη βοήθεια μίας εκ των σχέσεων $g(\mathbf{x}) = \pm 1$, όπου \mathbf{x} ένα διάνυσμα υποστήριξης. Συνήθως, βρίσκεται μια εκτίμηση του w_0 για κάθε διάνυσμα υποστήριξης και λαμβάνεται η μέση τιμή τους.

Στην περίπτωση που οι κλάσεις δεν είναι γραμμικά διαχωρίσιμες, όπως στην Εικόνα 2.3, χρειάζεται να γίνουν ορισμένες τροποποιήσεις στον παραπάνω συλλογισμό. Κάθε διάνυσμα εκπαίδευσης \mathbf{x}_i μπορεί να ανήκει σε μία από τις εξής κατηγορίες (Εικόνα 2.4):

1. $|g(\mathbf{x}_i)| \geq 1$ και ταξινομείται σωστά, δηλαδή $y_i(\mathbf{w}^T \mathbf{x}_i + w_0) \geq 1$,
2. $|g(\mathbf{x}_i)| \leq 1$ και ταξινομείται σωστά, δηλαδή $0 \leq y_i(\mathbf{w}^T \mathbf{x}_i + w_0) < 1$ ή
3. ταξινομείται στη λάθος κλάση, δηλαδή $y_i(\mathbf{w}^T \mathbf{x}_i + w_0) < 0$.



Εικόνα 2.3: Παράδειγμα μη γραμμικά διαχωρίσιμων κλάσεων σε δύο διαστάσεις.



Εικόνα 2.4: Παράδειγμα μη γραμμικά διαχωρίσιμων κλάσεων σε δύο διαστάσεις. Οι τρεις κατηγορίες προτύπων ($\xi_i = 0$, $0 < \xi_i < 1$, $\xi_i > 1$).

Για να υπάρχει ενιαία θεώρηση για τους 3 τύπους περιορισμών, εισάγεται η έννοια των μεταβλητών χαλαρότητας (slack variables) ξ_i . Οι περιορισμοί παίρνουν τώρα τη μορφή:

$$y_i(\mathbf{w}^T \mathbf{x}_i + w_0) \geq 1 - \xi_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.17)$$

όπου $\xi_i = 0$ για την πρώτη κατηγορία, $0 < \xi_i \leq 1$ για τη δεύτερη και $\xi_i > 1$ για την τρίτη.

Επομένως, το πρόβλημα βελτιστοποίησης έγκειται, τώρα, στη μεγιστοποίηση της απόστασης, κρατώντας παράλληλα όσο το δυνατό λιγότερα διανύσματα εντός αυτού, δηλαδή ελαχιστοποιώντας τα $\xi_i > 0$.

Η νέα συνάρτηση κόστους θα είναι:

$$J_1(\mathbf{w}, w_0, \xi) = \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + C \sum_{i=1}^N \xi_i \quad (2.18)$$

και οι περιορισμοί είναι οι σχέσεις (2.17) και:

$$\xi_i > 0, i = 1, 2, \dots, N \quad (2.19)$$

Η θετική παράμετρος C προσδιορίζει τη βαρύτητα που έχει ο δεύτερος όρος του αθροίσματος σε σχέση με τον πρώτο. Αν επιλεγεί $C=0$, τότε δίνεται όλο το βάρος στη μεγιστοποίηση της απόστασης, χωρίς να ενδιαφέρουν οι λανθασμένες ταξινομήσεις. Αν $C \rightarrow \infty$, απαιτείται να μην υπάρχουν καθόλου λανθασμένες ταξινομήσεις, όπως στην περίπτωση των γραμμικά διαχωρίσιμων κλάσεων.

Το πρόβλημα πληροί και πάλι τις προϋποθέσεις, ώστε η λύση να είναι μοναδική και η συνάρτηση Lagrange είναι:

$$\mathcal{L}(\mathbf{w}, w_0, \xi, \lambda, \mu) = \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{w} + C \sum_{i=1}^N \xi_i - \sum_{i=1}^N \lambda_i [y_i(\mathbf{w}^T \mathbf{x}_i + w_0) - 1 + \xi_i] - \sum_{i=1}^N \mu_i \xi_i \quad (2.20)$$

όπου λ, μ τα διανύσματα των πολλαπλασιαστών Lagrange. Βρίσκοντας τις νέες αναγκαίες συνθήκες, διαπιστώνεται ότι διανύσματα υποστήριξης θεωρούνται πλέον και τα διανύσματα εντός της απόστασης, καθώς και τα λανθασμένα ταξινομημένα διανύσματα. Τα διανύσματα που βρίσκονται έξω από το περιθώριο ($\xi_i = 0$) και ταξινομούνται σωστά ($y_i(\mathbf{w}^T \mathbf{x}_i + w_0) - 1 > 1$) δίνουν και πάλι $\lambda_i = 0$ και δεν επηρεάζουν τη λύση. Ακολουθώντας όμοια λογική με προηγουμένως, η λύση ανάγεται στη λύση του δυϊκού προβλήματος το οποίο με βάση τις αναγκαίες συνθήκες παίρνει τη μορφή:

$$\mathcal{L}(\lambda) = \sum_{j=1}^N \lambda_j - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \lambda_i \lambda_j y_i y_j \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j \quad (2.21)$$

και οι περιορισμοί είναι:

$$\sum_{i=1}^N \lambda_i y_i = 0 \text{ και } 0 \leq \lambda_i \leq C \quad (2.22).$$

Οι πολλαπλασιαστές λ_i που παίρνουν τη μέγιστη τιμή C είναι αυτοί που αντιστοιχούν σε $\xi_i > 0$. Δηλαδή, τη μέγιστη <<συνεισφορά>> στον προσδιορισμό του \mathbf{w} έχουν τα διανύσματα εντός της απόστασης και αυτά που ταξινομούνται λανθασμένα. Αφού βρεθούν οι παράμετροι λ_i , βρίσκεται το \mathbf{w} από τη σχέση:

$$\mathbf{w} = \sum_{i=1}^N \lambda_i y_i \mathbf{x}_i \quad (2.23),$$

ενώ το κατώφλι w_0 , όπως και στην προηγούμενη περίπτωση, υπολογίζεται από τα διανύσματα επί του περιθωρίου.

Η γραμμική εκδοχή των SVM που παρουσιάστηκε παραπάνω αποτελεί τη βάση για τη μη γραμμική περίπτωση, η οποία χρησιμοποιείται πολύ περισσότερο και έχει - όπως προαναφέρθηκε - χρησιμοποιηθεί κατά κόρον και στη διάκριση ασταθών πλακών στην καρωτίδα. Το σκεπτικό εδώ είναι, αν τα διανύσματα εκπαίδευσης είναι μη γραμμικά διαχωρίσιμα, να απεικονιστούν σε ένα χώρο μεγαλύτερης διάστασης, μέσω μιας μη γραμμικής συνάρτησης Φ :

$$\mathbf{x} \in R^l \xrightarrow{\Phi} \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}) \in R^k, k > l \quad (2.24)$$

Σύμφωνα με το θεώρημα του Cover, αν το k είναι αρκετά μεγάλο, τότε τα $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x})$ θα είναι γραμμικά διαχωρίσιμα, οπότε θα είναι δυνατή η διάκριση μεταξύ των δύο κλάσεων με μεγαλύτερη ακρίβεια [48]. Επιπλέον, παρατηρώντας τη σχέση (2.21), συνάγεται ότι τα διανύσματα \mathbf{x} συμμετέχουν στο πρόβλημα βελτιστοποίησης μόνο ως το εσωτερικό γινόμενο δύο εξ' αυτών κάθε φορά ($\mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j$). Άρα, μετά την απεικόνιση στο χώρο μεγαλύτερης διάστασης, τα $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x})$ θα εμφανίζονται μόνο ως το εσωτερικό γινόμενο $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}_i)^T \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}_j)$. Επομένως, αν η Φ επιλεγεί έτσι, ώστε το εσωτερικό γινόμενο $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}_i)^T \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}_j)$ στον R^k να είναι συνάρτηση (έστω K) του $\mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j$ στον R^l , τότε και οι κλάσεις θα είναι γραμμικά διαχωρίσιμες και θα έχει αποφευχθεί η εκτέλεση πράξεων σε χώρους σημαντικά μεγαλύτερης διάστασης, γεγονός που θα απαιτούσε σημαντική αύξηση του υπολογιστικού φόρτου.

Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, να ζητείται απ' ευθείας η κατάλληλη συνάρτηση K , αντί της Φ . Το θεώρημα του Mercer δηλώνει ότι για κάθε μη γραμμική Φ , υπάρχει συνεχής, συμμετρική συνάρτηση K τέτοια, ώστε $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x})^T \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{y}) = K(\mathbf{x}, \mathbf{y})$. Η K πρέπει να ικανοποιεί, επίσης, τη συνθήκη:

$$\int_c \int_c K(\mathbf{x}, \mathbf{y}) g(\mathbf{x}) g(\mathbf{y}) d\mathbf{x} d\mathbf{y} \geq 0 \quad (2.25)$$

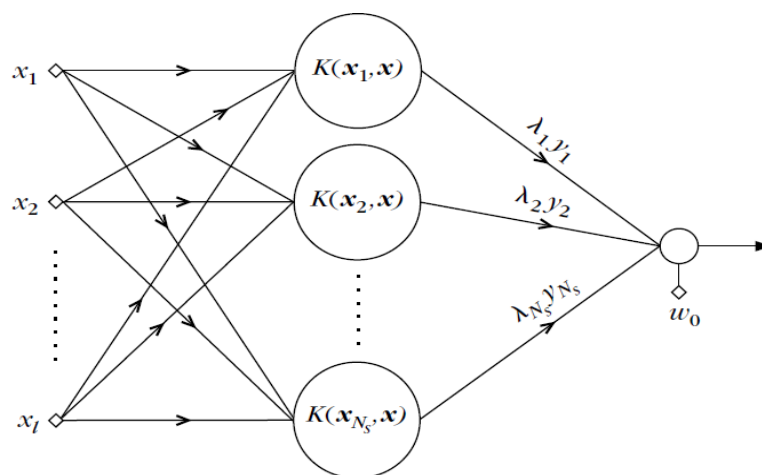
για κάθε g που είναι τετραγωνικά ολοκληρώσιμη σε κάθε σύνολο $c \subseteq R^l$ [48]. Κάθε τέτοια συνάρτηση K ονομάζεται συνάρτηση πυρήνα (kernel function). Μερικές από τις συνηθέστερα χρησιμοποιούμενες συναρτήσεις πυρήνα είναι:

- Η πολυωνυμική, $K(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (\mathbf{x}^T \mathbf{y} + 1)^q, q > 0$.
- Η συνάρτηση ακτινικής βάσης (RBF), $K(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = e^{-\frac{\|\mathbf{x}-\mathbf{y}\|^2}{\sigma^2}}$.
- Η συνάρτηση υπερβολικής εφαπτομένης, $K(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \tanh(\beta \mathbf{x}^T \mathbf{y} + \gamma)$, για κατάλληλα β και γ , ώστε να ικανοποιείται η (2.25).
- Η αντίστροφη πολυτετραγωνική $K(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{1}{\sqrt{\|\mathbf{x}-\mathbf{y}\|+c^2}}$.

Επιλέγοντας την κατάλληλη K , η προς βελτιστοποίηση συνάρτηση (2.21) παίρνει τη μορφή:

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\lambda}) = \sum_{j=1}^N \lambda_j - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \lambda_i \lambda_j y_i y_j K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \quad (2.26)$$

με τους αντίστοιχους περιορισμούς. Το στάδιο εκπαίδευσης ολοκληρώνεται με τον υπολογισμό των πολλαπλασιαστών Lagrange. Κατά το στάδιο ελέγχου, ο ταξινομητής κατατάσσει ένα δείγμα στην κλάση ω_1 , αν $\sum_{i=1}^{N_S} \lambda_i y_i K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_j) + w_0 > 0$ και στην ω_2 , αν $\sum_{i=1}^{N_S} \lambda_i y_i K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_j) + w_0 < 0$, όπου N_S το πλήθος των προτύπων εκπαίδευσης για τα οποία $\lambda_i > 0$ (Εικόνα 2.5).



Εικόνα 2.5: Σχηματική αναπαράσταση του τρόπου ταξινόμησης ενός προτύπου x από έναν ταξινομητή SVM.

Μηχανές Διανυσμάτων Υποστήριξης (SVM) - Παρατηρήσεις

Το βασικό πλεονέκτημα των Μηχανών Διανυσμάτων Υποστήριξης είναι η μεγάλη ικανότητα γενίκευσης, δηλαδή η δυνατότητα να ταξινομούν σωστά διανύσματα που δεν ανήκουν στο σύνολο εκπαίδευσης. Έχουν χρησιμοποιηθεί σε μεγάλη ποικιλία προβλημάτων αναγνώρισης προτύπων επιδεικνύοντας αρκετά καλή ακρίβεια ταξινόμησης, ενώ σε συγκριτική μελέτη διαφόρων ταξινομητών πάνω σε διάφορα σύνολα δεδομένων, είχαν συνολικά από τις καλύτερες επιδόσεις [49].

Επιπλέον, λόγω της χρήσης της συνάρτησης πυρήνα, οι SVM δεν επηρεάζονται από τη λεγόμενη <<κατάρρα της διαστασιμότητας>> (curse of dimensionality). Η κατάρρα της διαστασιμότητας είναι ένα γνωστό πρόβλημα που ανακύπτει από τη μελέτη πολυδιάστατων χώρων. Όσο αυξάνεται ο αριθμός των διαστάσεων, αυξάνεται ο αριθμός των απαιτούμενων παραμέτρων για την περιγραφή του προβλήματος. Για παράδειγμα, στη γραμμική περίπτωση, το διάνυσμα κατεύθυνσης του βέλτιστου υπερεπιπέδου w έχει διάσταση ίση με τη διάσταση των διανυσμάτων εισόδου. Άρα, αύξηση της διάστασης του προβλήματος σημαίνει περισσότερες προς προσδιορισμό παραμέτρους, που έχει ως φυσικό επακόλουθο την αύξηση της υπολογιστικής πολυπλοκότητας. Ακόμη, μια περαιτέρω συνέπεια της μεγαλύτερης διάστασης είναι η ανάγκη χρήσης περισσότερων δειγμάτων εκπαίδευσης για να είναι ικανοποιητική η ικανότητα γενίκευσης. Όμως, επειδή στις SVM η αύξηση της διάστασης εκφράζεται με την εφαρμογή της συνάρτησης πυρήνα στο εσωτερικό γινόμενο διανυσμάτων στον αρχικό χώρο χαμηλότερης διάστασης, ο ταξινομητής επηρεάζεται πολύ λιγότερο από την κατάρρα της διαστασιμότητας.

Από την άλλη πλευρά, ο ταξινομητής SVM έχει το μειονέκτημα ότι δεν υπάρχει ακόμη κάποια σαφής μέθοδος επιλογής της καταλληλότερης για το εκάστοτε πρόβλημα συνάρτησης πυρήνα. Σκεπτόμενοι ένα δισδιάστατο χώρο προτύπων, η συνάρτηση πυρήνα (μαζί με το λ) αποτελεί κατά μία έννοια την εξίσωση της καμπύλης που διαχωρίζει τις δύο κλάσεις. Επομένως, γενικεύοντας στις περισσότερες διαστάσεις, γίνεται κατανοητό ότι η σωστή επιλογή προϋποθέτει κάποια

γνώση για τη <<γεωμετρική>> διάταξη των κλάσεων, κάτι που είναι αρκετά δύσκολο, αφού είναι αδύνατη η οπτικοποίησή τους [48].

Τέλος, οι SVM απαιτούν μεγάλο υπολογιστικό φόρτο. Για N διανύσματα εκπαίδευσης, η πολυπλοκότητα του αλγορίθμου είναι $O(N^3)$, ενώ οι απαιτήσεις σε μνήμη $O(N^2)$. Επίσης, κατά το στάδιο ελέγχου υπάρχει, επίσης, υψηλό υπολογιστικό κόστος λόγω του υπολογισμού των εσωτερικών γινομένων. Έχουν γίνει απόπειρες για τη βελτίωση της απόδοσης, για παράδειγμα απομονώνοντας ένα κατάλληλο υποσύνολο των διανυσμάτων υποστήριξης χωρίς να αλλάζει η απόδοση ή υποδιαιρώντας το πρόβλημα βελτιστοποίησης σε μικρότερα υποπροβλήματα [50].

Ταξινομητής k-πλησιέστερων γειτόνων (KNN) – Η μεθοδολογία

Ο ταξινομητής k-πλησιέστερων γειτόνων είναι ένας μη γραμμικός ταξινομητής επιβλεπόμενης μάθησης που χρησιμοποιείται ευρύτατα. Κατά το στάδιο μάθησης, δίνονται N στον αριθμό διανύσματα εκπαίδευσης, μαζί με την πληροφορία για την κλάση στην οποία ανήκουν, την παράμετρος k και ένα μέτρο απόστασης. Έπειτα, κατά το στάδιο ελέγχου,

- υπολογίζονται οι αποστάσεις του προτύπου προς ταξινομήση από κάθε πρότυπο εκπαίδευσης,
- οι αποστάσεις ταξινομούνται και επιλέγονται τα k πρότυπα με τις μικρότερες αποστάσεις από το πρότυπο εισόδου (οι λεγόμενοι k πλησιέστεροι γείτονες) και
- το πρότυπο εισόδου ταξινομείται στην κλάση στην οποία ανήκει η πλειοψηφία των k πλησιέστερων γειτόνων [48].

Όπως γίνεται κατανοητό, η παράμετρος k χρειάζεται να μην είναι πολλαπλάσιο του αριθμού των κλάσεων, ούτως ώστε να αποφεύγονται ενδεχόμενες «ισοπαλίες». Μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιοδήποτε μέτρο απόστασης. Ωστόσο, τα ευρέως χρησιμοποιούμενα μέτρα απόστασης είναι:

- Η ευκλείδεια απόσταση $d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sqrt{(\mathbf{x} - \mathbf{y})^T (\mathbf{x} - \mathbf{y})}$.
- Η γενίκευση της ευκλείδειας απόστασης, απόσταση Minkowski $d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = [\sum_{i=1}^l (|x_i - y_i|)^p]^{\frac{1}{p}}$.
- Η απόσταση Mahalanobis $d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sqrt{(\mathbf{x} - \mathbf{y})^T S^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{y})}$, όπου S η μήτρα συνδιασποράς των διανυσμάτων εκπαίδευσης.
- Η κανονικοποιημένη ευκλείδεια απόσταση $d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sqrt{(\mathbf{x} - \mathbf{y})^T V^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{y})}$, όπου V η διαγώνια μήτρα με $V_{kk} =$ διασπορά της διάστασης k των προτύπων εκπαίδευσης.
- Η απόσταση city-block $d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sum_{i=1}^l |x_i - y_i|$ (για διακριτές μεταβλητές).
- Η απόσταση Chebyshev $d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \max_i |x_i - y_i|$.
- Η απόσταση συνημιτόνου $d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 1 - \frac{\mathbf{x}^T \mathbf{y}}{\|\mathbf{x}\| \|\mathbf{y}\|}$.

- Η απόσταση Hamming που είναι ο αριθμός των θέσεων στις οποίες δυο δυαδικές ακολουθίες έχουν διαφορετικά bits.
- Η απόσταση συσχέτισης $d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 1 - \frac{(\mathbf{x}-\bar{\mathbf{x}})^T(\mathbf{y}-\bar{\mathbf{y}})}{\|\mathbf{x}-\bar{\mathbf{x}}\|\|\mathbf{y}-\bar{\mathbf{y}}\|}$, όπου $\bar{\alpha} = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l \alpha_i$.
- Ο δείκτης συσχέτισης Spearman.
- Η απόσταση Jaccard $d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 1 - F(\mathbf{x}, \mathbf{y})$, όπου F ο δείκτης Jaccard, δηλαδή το ποσοστό των μη μηδενικών διαστάσεων που διαφέρουν μεταξύ τους.

Ταξινομητής k-πλησιέστερων γειτόνων (KNN) - Παρατηρήσεις

Το σκεπτικό αυτού του ταξινομητή είναι εξαιρετικά απλό, και η απόδοσή του είναι αρκετά καλή. Συγκεκριμένα, έχει δειχθεί ότι, για $k=1$ και $N \rightarrow \infty$, η πιθανότητα λανθασμένης ταξινόμησης P_e^{NN} είναι

$$P_e^{Bayes} \leq P_e^{NN} \leq 2P_e^{Bayes} \quad (2.27)$$

όπου P_e^{Bayes} η πιθανότητα λάθους του ιδεατού ταξινομητή που πηγάζει από τη θεωρία αποφάσεων του Bayes. Επιπλέον, για $k>1$ ισχύει:

$$P_e^{Bayes} \leq P_e^{kNN} \leq P_e^{Bayes} + \sqrt{\frac{2P_e^{NN}}{k}} \quad (2.28)$$

Άρα, για $k \rightarrow \infty$, θεωρητικά ο ταξινομητής φτάνει την απόδοση του ιδεατού Μπαεζιανού ταξινομητή [51].

Στην πράξη, ο Μπαεζιανός ταξινομητής είναι συχνά μη εφαρμόσιμος, διότι - όπως αναφέρθηκε ήδη - κάνει χρήση πολύπλοκων κατανομών πιθανότητας, η γνώση των οποίων είναι σχεδόν αδύνατη και η ακριβής εκτίμησή τους αρκετά δύσκολη όταν το πλήθος των διαθέσιμων διανυσμάτων εκπαίδευσης είναι μικρός. Ομοίως, και για τον KNN ταξινομητή, μικρό πλήθος διαθέσιμων διανυσμάτων εκπαίδευσης έχει επιπτώσεις στην απόδοση του ταξινομητή. Κοιτώντας ξανά τις πρόσφατες έρευνες πάνω στην ταξινόμηση αθηροσκληρωτικών πλακών, παρατηρεί κανείς ότι το πλήθος N των διαθέσιμων δεδομένων εκπαίδευσης σπανίως ξεπερνάει το 300, ενώ η διάσταση l ξεπερνάει το 50. Παρ' όλ' αυτά, αν $N \gg l$, τότε η ακρίβεια είναι σχετικά ικανοποιητική [48].

Η σωστή επιλογή της παραμέτρου k εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τα δεδομένα. Συνήθως επιλέγεται μια σταθερή τιμή k , αλλά υπάρχει και η δυνατότητα το k να μεταβάλλεται ανάλογα με τη θέση του προς ταξινόμηση προτύπου, ώστε να λαμβάνονται υπ' όψιν τοπικές ανομοιομορφίες του χώρου εκπαίδευσης. Εν γένει, αύξηση του k μέχρι ενός σημείου βελτιώνει την ακρίβεια του αλγορίθμου. Με περαιτέρω αύξηση η απόδοση χειροτερεύει, διότι συμπεριλαμβάνονται ψήφοι αρκετά <<μακρινών>> γειτόνων. Μια πιθανή βελτίωση σε αυτό το πρόβλημα είναι η κανονικοποίηση των ψήφων ανάλογα με την απόσταση, ώστε, ανάμεσα στους k γείτονες, ένας κοντινότερος γείτονας να επηρεάζει περισσότερο τη λήψη απόφασης από ένα μακρινότερο.

Αυτός ο ταξινομητής ονομάζεται ταξινομητής k πλησιέστερων γειτόνων με σταθμισμένη ψηφοφορία (weighted voting KNN) [52].

Ο ταξινομητής KNN υποφέρει από την κατάρρα της διαστασιμότητας και την απουσία συστηματικού τρόπου για τον προσδιορισμό του εκάστοτε καταλλήλου μέτρου απόστασης. Όπως έχει ήδη εξηγηθεί, αν η διάσταση των προτύπων είναι μεγάλη, απαιτείται πολύ μεγάλος αριθμός προτύπων εκπαίδευσης, ώστε αυτά να είναι όσο το δυνατόν πυκνότερα στο χώρο για να υπάρξει ικανοποιητικό αποτέλεσμα. Επίσης, δεν έχουν όλες οι διαστάσεις την ίδια διαγνωστική αξία, επομένως αποστάσεις που δίνουν ίδια έμφαση σε όλες τις διαστάσεις, όπως η ευκλείδεια ή η Minkowski ενδεχομένως να μην είναι κατάλληλες. Το σωστό μέτρο απόστασης εξαρτάται από το πρόβλημα και συνήθως διαπιστώνεται με δοκιμές, αν και έχουν προταθεί και υπολογιστικές μέθοδοι για αυτό το σκοπό [53].

Διακριτική Ανάλυση (DA) – Η μεθοδολογία

Η ταξινόμηση με διακριτική ανάλυση έχει ως στόχο την εύρεση της βέλτιστης διαχωριστικής επιφάνειας μεταξύ δύο κλάσεων ω_1 και ω_2 . Στην περίπτωση που υπάρχουν περισσότερες από δύο κλάσεις, ακολουθείται η ίδια διαδικασία με τις μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης, δηλαδή κάθε μία κλάση διαχωρίζεται από όλες τις άλλες. Θεωρείται ότι τα στοιχεία κάθε κλάσης ακολουθούν κανονική κατανομή [54].

Στη γραμμική έκδοση του αλγορίθμου, αναζητείται το υπερεπίπεδο:

$$g_1(\mathbf{x}) = \mathbf{w}_1^T \mathbf{x} + w_{10} \quad (2.29)$$

που διαχωρίζει όσο το δυνατόν καλύτερα τις δύο κλάσεις, υποθέτοντας ότι όλες οι κλάσεις έχουν κοινό μητρώο συνδιασποράς S . Αυτό κατορθώνεται εμμέσως με την εύρεση ενός άλλου υπερεπιπέδου:

$$g(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^T \mathbf{x} + w_0 \quad (2.30)$$

πάνω στο οποίο οι προβολές των προτύπων των δύο κλάσεων μπορούν να διαχωριστούν βέλτιστα. Είναι εύκολο να δειχθεί ότι τα δύο αυτά υπερεπίπεδα είναι κάθετα (Εικόνα 2.6).

Το κριτήριο προς βελτιστοποίηση που χρησιμοποιήθηκε αρχικά ήταν ο λόγος διάκρισης του Fisher (Fisher Discriminant Ratio) [54].

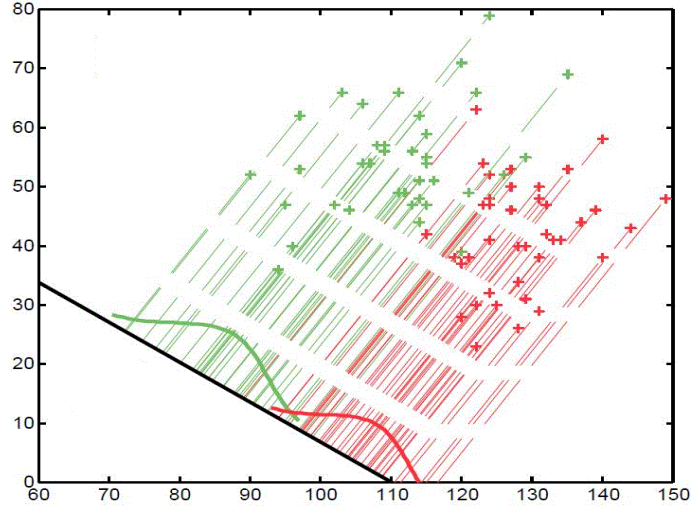
Έστω $\boldsymbol{\mu}_i$, $i=1, 2$, το διάνυσμα (διαστάσεων $l \times 1$) των μέσων τιμών των χαρακτηριστικών της κλάσης ω_i . Ορίζουμε το διάνυσμα διαφοράς των μέσων τιμών των δύο κλάσεων:

$$\mathbf{d} = \boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_2 \quad (2.31)$$

και την απεικόνισή του στο \mathbf{w} :

$$D = \mathbf{w}^T \mathbf{d} \quad (2.32).$$

Έστω, ακόμη, $s = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l w_i w_j S_{ij}$ (2.33).



Εικόνα 2.6: Προβολή των δεδομένων σε ευθεία έτσι, ώστε οι δύο κλάσεις να διακρίνονται καλύτερα [52].

Ο λόγος διάκρισης των δύο κλάσεων ορίζεται ως $fdr = \frac{D^2}{s}$ (2.34). Ο αριθμητής εξαρτάται από τη διαφορά των μέσων τιμών των δύο κλάσεων και ο παρονομαστής από τη διασπορά τους. Άρα, διαισθητικά, καταλαβαίνει κανείς ότι όσο περισσότερο διαφέρουν οι μέσες τιμές, τόσο μεγαλύτερος είναι ο λόγος διάκρισης. Επίσης, όσο μικρότερη η διασπορά, δηλαδή όσο πιο συγκεντρωμένα είναι τα πρότυπα γύρω από τη μέση τιμή, τόσο μεγαλώνει ο λόγος διάκρισης [47]. Άρα, είναι επιθυμητό ο λόγος διάκρισης να έχει όσο το δυνατόν μεγαλύτερη τιμή. Επομένως, αναζητούμε το διάνυσμα $\mathbf{w} = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_l]^T$ που μεγιστοποιεί τον fdr :

$$\frac{\partial(fdr)}{\partial \mathbf{w}} = 0 \leftrightarrow \frac{\partial s}{\partial \mathbf{w}} = \frac{2s}{D} \frac{\partial D}{\partial \mathbf{w}} \quad (2.35)$$

Αφού η ποσότητα $\frac{2s}{D}$ είναι σταθερή για όλα τα $w_i \ i=1,2,\dots, l$, το \mathbf{w} δίνεται από το σύστημα:

$$S\mathbf{w} = \mathbf{d} \leftrightarrow \mathbf{w} = S^{-1}\mathbf{d} \quad (2.36)$$

όπου S η κοινή μήτρα συνδιασποράς. Άρα οι προβολές των διανυσμάτων \mathbf{x} θα είναι:

$$g(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^T \mathbf{x} = (S^{-1}\mathbf{d})^T \mathbf{x} = (\boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_2)^T S^{-1} \mathbf{x} \quad (2.37)$$

και αναμένεται, με αυτές τις προβολές, να έχουν διαχωριστεί όσο γίνεται οι δύο κλάσεις, εφ' όσον η μήτρα S είναι αντιστρέψιμη [54].

Για να είναι ο ταξινομητής <<δίκαιος>>, δηλαδή να μην τείνει να ταξινομεί τα πρότυπα ευκολότερα σε μία από τις δύο κλάσεις, επιλέγεται w_0 ίσο με την προβολή του ημιαθροίσματος των μέσων τιμών των διανυσμάτων εκπαίδευσης των δύο κλάσεων. Έτσι, το πρότυπο εισόδου \mathbf{x} ταξινομείται στην κλάση ω_1 , αν:

$$\Pi = (\boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_2)^T S^{-1} \mathbf{x} - (\boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_2)^T S^{-1} \frac{\boldsymbol{\mu}_1 + \boldsymbol{\mu}_2}{2} > 0 \quad (2.38)$$

και στην κλάση ω_2 , αν $\Pi < 0$ [55]. Αν $\Pi = 0$, το αποτέλεσμα είναι απροσδιόριστο, αλλά αυτό είναι ιδιαίτερα σπάνιο, ειδικά σε προβλήματα όπου οι συνιστώσες του \mathbf{x} λαμβάνουν συνεχείς τιμές, αφού οι τρέχουσες υλοποιήσεις πράξεων κινητής υποδιαστολής στους ηλεκτρονικούς

υπολογιστές δεν προσφέρουν αρκετή ακρίβεια ώστε να είναι δυνατή η 100% ταύτιση δύο αριθμών.

Τα παραπάνω μπορούν να εξαχθούν και από τη θεωρία του Bayes. Με βάση τις υποθέσεις για κανονικές κατανομές με κοινή μήτρα συνδιασποράς, οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των κλάσεων θα είναι:

$$p(\mathbf{x}|i) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^l|S|}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu}_i)^T S^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu}_i)}, i=1,2 \quad (2.39).$$

Άρα, από τη σχέση (2.2), οι εκ των υστέρων συναρτήσεις πιθανότητας θα είναι:

$$P(\omega_i|\mathbf{x}) = \frac{\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^l|S|}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu}_i)^T S^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu}_i)} P(i)}{\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^l|S|}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu}_1)^T S^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu}_1)} + \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^l|S|}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu}_2)^T S^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu}_2)}} \quad (2.40),$$

όπου $|S|$ η ορίζουσα της S . Εξετάζοντας το λογάριθμο του λόγου των δύο εκ των υστέρων συναρτήσεων πιθανότητας, το πρότυπο \mathbf{x} ταξινομείται στην κλάση ω_1 , αν αυτή η ποσότητα είναι μεγαλύτερη από ένα κατώφλι T :

$$\ln\left(\frac{P(\omega_1|\mathbf{x})}{P(\omega_2|\mathbf{x})}\right) > T \leftrightarrow \ln\left(\frac{e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu}_1)^T S^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu}_1)} P(\omega_1)}{e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu}_2)^T S^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu}_2)} P(\omega_2)}\right) > T \quad (2.41)$$

Αν δεν υπάρχει πληροφορία για τις εκ των προτέρων πιθανότητες, αυτές θεωρούνται ίσες, άρα η σχέση (2.41) γίνεται με χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας

$$(\boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_2)^T S^{-1} \mathbf{x} - \frac{1}{2} \boldsymbol{\mu}_1^T S^{-1} \boldsymbol{\mu}_1 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\mu}_2^T S^{-1} \boldsymbol{\mu}_2 > T \quad (2.42)$$

Άρα, επιλέγοντας κατάλληλα το T , η (2.42) γίνεται ισοδύναμη με τη (2.38). Επιπλέον, αν οι εκ των προτέρων πιθανότητες των κλάσεων είναι γνωστές, από τη (2.40) η (2.38) γίνεται:

$$\Pi = (\boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_2)^T S^{-1} \mathbf{x} - (\boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_2)^T S^{-1} \frac{\boldsymbol{\mu}_1 + \boldsymbol{\mu}_2}{2} + \ln \frac{P(\omega_1)}{P(\omega_2)} > 0 \quad (2.43) \text{ [55].}$$

Αν αγνοηθεί η υπόθεση περί κοινής μήτρας συνδιασποράς, κρατώντας παράλληλα την υπόθεση για κανονική κατανομή των κλάσεων, η προκύπτουσα διαχωριστική επιφάνεια δεν είναι γραμμική, αλλά είναι δευτέρου βαθμού. Η μέθοδος αυτή ονομάζεται τετραγωνική διακριτική ανάλυση (Quadratic Discriminant Analysis - QDA).

Συμβολίζοντας S_1 και S_2 τις μήτρες συνδιασποράς των κλάσεων ω_1, ω_2 αντίστοιχα, η σχέση (2.41) με τη βοήθεια της (2.43), γίνεται:

$$\ln\left(\frac{P(\omega_1|\mathbf{x})}{P(\omega_2|\mathbf{x})}\right) > T \leftrightarrow \ln\left(\frac{\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^l|S_2|}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu}_1)^T S_1^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu}_1)} P(\omega_1)}{\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^l|S_1|}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu}_2)^T S_2^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu}_2)} P(\omega_2)}\right) > T \leftrightarrow$$

$$\ln|S_2| - \ln|S_1| + \ln \frac{P(\omega_1)}{P(\omega_2)} - \frac{1}{2} \mathbf{x}^T S_1^{-1} \mathbf{x} + \frac{1}{2} \mathbf{x}^T S_2^{-1} \mathbf{x} + \frac{1}{2} \mathbf{x}^T (S_1^{-1} \boldsymbol{\mu}_1 - S_2^{-1} \boldsymbol{\mu}_2) +$$

$$\frac{1}{2} (\boldsymbol{\mu}_1^T S_1^{-1} - \boldsymbol{\mu}_2^T S_2^{-1}) \mathbf{x} - \frac{1}{2} \boldsymbol{\mu}_1^T S_1^{-1} \boldsymbol{\mu}_1 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\mu}_2^T S_2^{-1} \boldsymbol{\mu}_2 > T \quad (2.44)$$

Όπως φαίνεται, εδώ εμφανίζονται τόσο τετραγωνικοί όροι του \mathbf{x} , όσο και λογάριθμοι των μητρώων συνδιασποράς, οι οποίοι αλληλοαναιρούντο στην προηγούμενη περίπτωση. Επομένως, ο ταξινομητής δεν είναι πλέον γραμμικός. Οι μέσες τιμές και τα μητρώα συνδιασποράς της κάθε κλάσης εκτιμώνται από τα διανύσματα εκπαίδευσης. Συμβολίζοντας με N_1 το πλήθος των διανυσμάτων εκπαίδευσης που ανήκουν στην κλάση ω_1 και με N_2 το πλήθος των διανυσμάτων εκπαίδευσης που ανήκουν στην κλάση ω_2 , προκύπτουν [55]:

$$\boldsymbol{\mu}_i = \frac{1}{N_i} \sum_{\mathbf{x} \in \omega_i} \mathbf{x}, i=1, 2 \quad (2.45)$$

$$S_i = \frac{1}{N_i - 1} \sum_{\mathbf{x} \in \omega_i} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_i)(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_i)^T, i=1, 2 \quad (2.46)$$

$$S = \frac{1}{N_1 + N_2 - 2} \sum_{i=1}^2 \sum_{\mathbf{x} \in \omega_i} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_i)(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_i)^T \quad (2.47)$$

Διακριτική Ανάλυση - Παρατηρήσεις

Μια παραλλαγή των παραπάνω ταξινομητών προκύπτει αν θεωρηθεί ότι οι l μεταβλητές x_1, x_2, \dots, x_l είναι στατιστικά ανεξάρτητες. Αυτή η περίπτωση είναι ενδιαφέρουσα, διότι έτσι προκύπτει ο λεγόμενος αφελής Bayes ταξινομητής (naive Bayes classifier). Στις περισσότερες περιπτώσεις, αυτή η υπόθεση δεν ισχύει, όμως αυτό δεν εμποδίζει τον αφελή Bayes ταξινομητή να έχει πολύ καλά αποτελέσματα, συχνά εξίσου καλά με τον κλασικό [48]. Η κατάρα της διαστασιμότητας εκφράζεται και στην εκτίμηση συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας, απαιτώντας εκθετικά περισσότερα δείγματα, αυξανόμενης της διάστασης του συνόλου δεδομένων. Η ανεξαρτησία των μεταβλητών επιτρέπει την προσέγγιση των συναρτήσεων αυτών, υπολογίζοντας l μονοδιάστατες κατανομές πιθανότητας αντί μίας l -διάστατης. Παρά το γεγονός, ότι οι προσεγγίσεις αυτές δεν είναι πολύ ακριβείς, αρκετά συχνά η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της σωστής κλάσης θα έχει στα σημεία ενδιαφέροντος μεγαλύτερη τιμή από τις συναρτήσεις των άλλων κλάσεων, με συνέπεια το αποτέλεσμα της ταξινόμησης να είναι σωστό [56]. Στην περίπτωση της διακριτικής ανάλυσης, η ανεξαρτησία των μεταβλητών μεταφράζεται στο ότι τα στοιχεία ij των μητρώων συνδιασποράς S, S_1 και S_2 θα είναι 0 για $i \neq j$, δηλαδή ότι οι μήτρες αυτές είναι διαγώνιες. Αυτό είναι αρκετά ωφέλιμο, γιατί μειώνεται η πολυπλοκότητα κατά τον υπολογισμό και την αντιστροφή τους. Επίσης, αφού και οι αντιστροφές μήτρες είναι διαγώνιες, επιταχύνονται σημαντικά οι πολλαπλασιασμοί στους οποίους αυτές εμπλέκονται (σχέσεις (2.46) και (2.47)). Άρα, μειώνεται ο υπολογιστικός φόρτος, χωρίς ιδιαίτερες απώλειες στην ακρίβεια ταξινόμησης.

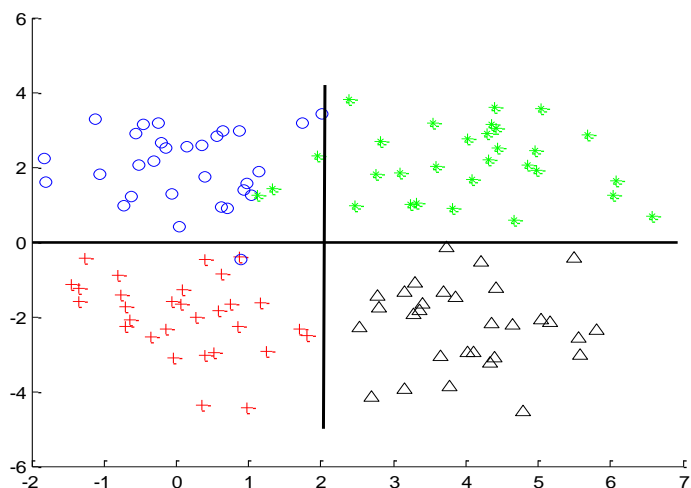
Το βασικό μειονέκτημα της διακριτικής ανάλυσης είναι το ότι βασίζεται στην υπόθεση ότι τα δεδομένα προέρχονται από κανονικές κατανομές, κάτι που στον πραγματικό κόσμο δεν είναι πάντοτε αληθές. Επιπλέον, οι παράμετροι των κατανομών, δηλαδή οι μέσες τιμές $\boldsymbol{\mu}_i$ και οι μήτρες S_i και S , πρέπει να υπολογιστούν από τα δεδομένα εκπαίδευσης. Εάν αυτά δεν είναι αρκετά σε πλήθος, τότε οι εκτιμήσεις είναι ανακριβείς, με αποτέλεσμα να μειώνεται η ικανότητα γενίκευσης του ταξινομητή, αφού βασίζεται σε μεγάλο βαθμό στα πρότυπα εκπαίδευσης.

Από την άλλη, αν τα δεδομένα ακολουθούν κανονικές κατανομές, τότε η διακριτική ανάλυση αναμένεται να έχει πολύ υψηλή ακρίβεια στην ταξινόμηση. Επίσης, με τη γραμμική διακριτική ανάλυση μπορεί να επιτευχθεί μείωση της διάστασης του προβλήματος, αν οι προβολές

ληφθούν όχι πάνω σε ένα υπερεπίπεδο, αλλά πάνω σε ένα χώρο μικρότερης διάστασης. Σε αυτήν την περίπτωση, το αποτέλεσμα είναι ένας υποβέλτιστος ταξινομητής μικρότερης διάστασης με την ελάχιστη δυνατή απώλεια πληροφορίας [57].

Δέντρα απόφασης – Η μεθοδολογία

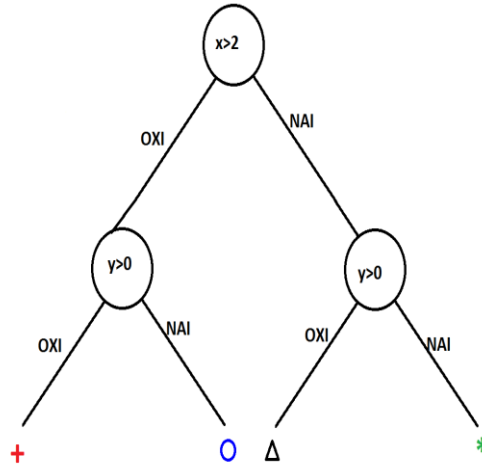
Τα δέντρα απόφασης είναι μη γραμμικοί ταξινομητές επιβλεπόμενης μάθησης. Ένα πρότυπο ταξινομείται σε μια κλάση, έχοντας περάσει πολλά διαδοχικά στάδια απλών αποφάσεων [48], [51]. Κάθε απόφαση συμβολίζεται με έναν κόμβο του δέντρου. Ο αρχικός κόμβος ονομάζεται ρίζα. Η ρίζα συνδέεται με τους κόμβους του αμέσως χαμηλότερου επιπέδου μέσω των λεγομένων κλάδων. Οι κόμβοι αυτοί μπορούν να συνδέονται, με τη σειρά τους, με κόμβους ακόμη χαμηλότερου επιπέδου μέσω νέων κλάδων και ούτω καθ' εξής. Οι κλάδοι έχουν κατεύθυνση από το υψηλότερο επίπεδο προς το χαμηλότερο και οι κόμβοι χαμηλότερου επιπέδου καλούνται απόγονοι του κόμβου ανωτέρου επιπέδου με τον οποίο συνδέονται. Αν ένας κόμβος δεν έχει απογόνους, ονομάζεται κόμβος-φύλλο.



Εικόνα 2.7: Παράδειγμα διαχωρισμού του χώρου χαρακτηριστικών από δέντρο απόφασης για 4 κλάσεις.

Ο χώρος χαρακτηριστικών χωρίζεται με κάθε απόφαση σε τμήματα, με στόχο τα τελικά τμήματα να περιλαμβάνουν πρότυπα από μία κλάση το καθένα. Αν οι αποφάσεις έχουν τη μορφή <<Ναι ή Όχι>>, όπως συμβαίνει κατά κύριο λόγο, τα δέντρα που προκύπτουν ονομάζονται δυαδικά δέντρα απόφασης. Αν, όμως, οι μεταβλητές που χρησιμοποιούνται δεν είναι αριθμήσιμες, οι δυνατές αποφάσεις ίσως είναι περισσότερες από δύο. Για παράδειγμα, η μεταβλητή <<Ομάδα Αίματος>> παίρνει τις πιθανές τιμές {A,B,AB,O}. Παρ' όλ' αυτά, μια τέτοια διακλάδωση σε πολλούς κόμβους, μπορεί να μετασχηματιστεί σε περισσότερες διακλαδώσεις, με την κάθε μία να δίνει δύο απογόνους. Άρα, κάθε δέντρο απόφασης μπορεί να μετασχηματιστεί σε ένα δυαδικό [51], γι' αυτό η ανάλυση περιορίζεται πλέον στα δυαδικά δέντρα απόφασης. Στη συνηθέστερη περίπτωση, οι μεταβλητές είναι αριθμήσιμες και συνεχείς και έτσι, τα τμήματα που προκύπτουν από το χωρισμό του χώρου R^l είναι γενικευμένα

ορθογώνια με πλευρές παράλληλες προς τους άξονες χαρακτηριστικών (Εικόνα 2.7), αφού οι αποφάσεις λαμβάνονται, δίνοντας απάντηση σε ερωτήσεις της μορφής: <<Είναι το $x_i > x_{i0}$; >> (Εικόνα 2.8).



Εικόνα 2.8: Ένα δέντρο απόφασης που μπορεί να προκύψει για τα δεδομένα της εικόνας 2.7.

Κατά τη φάση εκπαίδευσης, στόχος είναι να προσδιοριστούν οι κατάλληλες ερωτήσεις, καθώς και η σειρά με την οποία αυτές θα ερωτηθούν, ώστε ο διαχωρισμός του χώρου δεδομένων που θα προκύψει από τις αντίστοιχες αποφάσεις να οδηγήσει στην καλύτερη δυνατή ικανότητα γενίκευσης. Αυτό γίνεται με την ακόλουθη αναδρομική διαδικασία. Σε κάθε κόμβο υπάρχουν δύο δυνατότητες: είτε αυτός να θεωρηθεί κόμβος-φύλλο και τα δεδομένα που περιέχει να ανατεθούν σε κάποια κλάση είτε να διατυπωθεί ένα νέο κριτήριο και τα δεδομένα του να διαχωριστούν περαιτέρω, δημιουργώντας δύο νέους κόμβους-απογόνους.

Αφού ο τελικός στόχος είναι ένας διαχωρισμός του χώρου που θα απομονώνει την κάθε κλάση από τις άλλες, οι έλεγχοι πρέπει να είναι τέτοιοι, ώστε κάθε κόμβος-απόγονος να έχει όσο το δυνατόν πιο ομοιογενή δεδομένα, δηλαδή να δείχνει μεγαλύτερη <<προτίμηση>> σε κάποια από τις κλάσεις. Ένας τρόπος να ποσοτικοποιηθεί αυτή η προτίμηση είναι χρήση κάποιου μεγέθους ανομοιογένειας (impurity) του συνόλου εκπαίδευσης. Συμβολίζοντας εδώ με $P(\omega_i) = \frac{|\omega_i|}{|N|}$ το ποσοστό των προτύπων εκπαίδευσης που ανήκουν στην κλάση ω_i , μπορεί να οριστεί η ανομοιογένεια $het(nod)$ των προτύπων σε κάποιο κόμβο nod του δέντρου, με κάποιον από τους παρακάτω τρόπους:

- $het(nod) = -\sum_i |\omega_i| \log_2 |\omega_i|$, γνωστή και ως Εντροπία του Shannon.
- $het(nod) = P(\omega_1)P(\omega_2)$, στην περίπτωση που υπάρχουν μόνο δύο κλάσεις.
- $het(nod) = \sum_{i \neq j} P(\omega_i)P(\omega_j)$, που καλείται και ανομοιογένεια του Gini και ισοδυναμεί με τη μέση πιθανότητα λάθους, αν ένα πρότυπο ταξινομηθεί τυχαία σε μια κλάση στον κόμβο nod . Αποτελεί γενίκευση του προηγούμενου μεγέθους για περισσότερες από δύο κλάσεις.
- $het(nod) = 1 - \max_i P(\omega_i)$, το οποίο εκφράζει την ελάχιστη πιθανότητα λάθους στην ταξινόμηση ενός προτύπου του κόμβου nod .

- $het(nod) = -\sum_{i,j} |\omega_i| \log_2 |\omega_j|$, γνωστή και ως αλληλοεντροπία (cross-entropy).

Όπως γίνεται αντιληπτό, όλα τα παραπάνω μεγέθη έχουν τιμή 0, αν όλα τα πρότυπα του nod ανήκουν στην ίδια κλάση και κάποια θετική τιμή σε κάθε άλλη περίπτωση. Η μέγιστη τιμή τους τιμή λαμβάνεται όταν όλες οι κλάσεις συμμετέχουν στο σύνολο κατά το ίδιο ποσοστό. Έχοντας επιλέξει ένα από τα παραπάνω μέτρα ανομοιομορφίας, σε κάθε κόμβο αναζητείται ο έλεγχος/η ερώτηση που θα προκαλέσει τη μέγιστη δυνατή μείωση της $het(nod)$:

$$\max \Delta het(nod) = \max het(nod) - P_L het(nod_L) - P_R het(nod_R) \quad (2.48)$$

όπου nod_L και nod_R ο αριστερός και ο δεξιός απόγονος του κόμβου nod , αντίστοιχα, και P_L και P_R τα ποσοστά των προτύπων του nod που πηγαίνουν στους κόμβους nod_L και nod_R , αντίστοιχα.

Η εύρεση του μεγίστου μπορεί να γίνει με τη χρήση της κάποιας μεθόδου βελτιστοποίησης, όπως της μεθόδου ταχύτερης καθόδου (gradient descend). Στην περίπτωση μη αριθμήσιμων μεταβλητών, απαιτείται εξαντλητική διερεύνηση μεταξύ των δυνατών διαχωρισμών για να ευρεθεί ο καλύτερος δυνατός [51]. Επιπλέον, είναι δυνατό να χρησιμοποιηθεί και ένα κάπως διαφορετικό κριτήριο (twoing criterion) για το διαχωρισμό κατά την κατασκευή του δέντρου, στην περίπτωση που υπάρχουν περισσότερες από δύο κλάσεις. Εδώ, οι κλάσεις χωρίζονται σε δύο <<υπερκλάσεις>>, έστωσαν A και B. Δηλαδή, η υπερκλάση A περιέχει τα πρότυπα που ανήκουν σε ένα υποσύνολο των υπάρχουσών κλάσεων και η B όλα τα υπόλοιπα. Στη συνέχεια εξετάζεται το ποιος έλεγχος μεγιστοποιεί τη μείωση της ανομοιογένειας των υπερκλάσεων A και B. Για τον έλεγχο αυτό, βρίσκεται έπειτα η σύνθεση της υπερκλάσης A που μεγιστοποιεί τη μείωση της ανομοιογένειας του συνόλου των προτύπων και έτσι διαχωρίζονται οι A και B [51].

Από τα παραπάνω, συνάγεται, ότι, όταν τερματίσει ο αλγόριθμος διαχωρισμού, όλοι οι κόμβοι-φύλλα θα έχουν $het=0$, δηλαδή θα περιέχουν δεδομένα από μία μόνο κλάση. Αυτό δεν είναι απαραίτητα επιθυμητό, διότι ο τελικός στόχος είναι ένας ταξινομητής που να αναγνωρίζει και να ταξινομεί σωστά πρότυπα που δεν ανήκουν στο σύνολο εκπαίδευσης. Άρα, ο διαχωρισμός πρέπει να σταματήσει την κατάλληλη στιγμή, ώστε το προκύπτον δέντρο να έχει την καλύτερη δυνατή ικανότητα γενίκευσης. Αν ο διαχωρισμός σταματήσει πολύ νωρίς, στους κόμβους- φύλλα θα υπάρχουν πρότυπα από πολλές κλάσεις και δε θα γίνεται ορθή διάκριση ανάμεσα στις κλάσεις αυτές. Από την άλλη, αν ο διαχωρισμός συνεχιστεί ως το τέλος του, ο ταξινομητής θα είναι πιθανότατα υπερεκπαιδευμένος (overfitted). Στην πιο ακραία περίπτωση, κάθε κόμβος-φύλλο θα έχει μόνο ένα πρότυπο και φυσικά αυτό είναι απευκταίο. Μία μέθοδος για να σταματάει ο διαχωρισμός είναι σύνολο εκπαίδευσης να μοιραστεί σε δύο τμήματα. Ένα μέρος των προτύπων να χρησιμοποιηθεί στην εκπαίδευση και ένα μικρότερο μέρος να χρησιμοποιηθεί ως σύνολο επαλήθευσης. Δηλαδή, ο ταξινομητής εκπαιδεύεται, π.χ. με το 95% των προτύπων και ελέγχεται η ικανότητα γενίκευσης με το υπόλοιπο 5%. Ο διαχωρισμός σταματάει, όταν παύει να βελτιώνει την ακρίβεια κατά τη φάση επαλήθευσης. Ένας εναλλακτικός τρόπος είναι, ο διαχωρισμός να συνεχίζεται όσο η μείωση της ανομοιογένειας που προκαλείται είναι μεγαλύτερη από κάποιο κατώφλι ή όσο ένας κόμβος-φύλλο έχει περισσότερα πρότυπα από ένα κατώφλι. Το πρόβλημα στην πρώτη περίπτωση είναι, ότι η εκπαίδευση ίσως να μην είναι πλήρης, αφού ένα ποσοστό των διαθέσιμων προτύπων δε συμμετέχει σε αυτή. Η δεύτερη μέθοδος δεν

αντιμετωπίζει αυτό το πρόβλημα, αλλά η χρήση της καθίσταται δύσκολη, επειδή δεν υπάρχει εν γένει κάποιος αντικειμενικός τρόπος προσδιορισμού του σωστού κατωφλίου [51], [48].

Μία εναλλακτική στρατηγική για τη βελτίωση της ικανότητας γενίκευσης των δέντρων απόφασης, είναι το λεγόμενο <<κλάδεμα>> (pruning). Εδώ ο διαχωρισμός δεν σταματάει πρόωρα, αλλά μόνο όταν όλοι οι κόμβοι-φύλλα έχουν την ελάχιστη δυνατή ομοιομορφία. Εν συνεχεία, αφαιρούνται (κλαδεύονται) ανά ζεύγη, οι κόμβοι-φύλλα η αφαίρεση των οποίων αυξάνει μόνο κατά λίγο την ανομοιογένεια του γονικού κόμβου. Το πλεονέκτημα της τεχνικής του κλαδέματος είναι ότι αποτρέπεται η απώλεια πληροφορίας που θα μπορούσε να προκύψει από τον πρόωρο τερματισμό του διαχωρισμού.

Αφού σταματήσει η διαδικασία ανάπτυξης του δέντρου, με οποιονδήποτε τρόπο και αν έγινε, πρέπει σε κάθε κόμβο-φύλλο να ανατεθεί μια κλάση. Όπως θα ήταν αναμενόμενο, επιλέγεται η κλάση στην οποία ανήκει η πλειοψηφία των προτύπων που έχουν μείνει στο συγκεκριμένο κόμβο. Κατά το στάδιο ελέγχου, για να ταξινομηθεί ένα νέο διάνυσμα σε μία κλάση, εισάγεται στη ρίζα του δέντρου και εκεί λαμβάνεται η απόφαση για το σε ποιο κόμβο-απόγονο θα παραπεμφθεί. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται αναδρομικά έως ότου το πρότυπο φτάσει σε κόμβο-φύλλο. Εκεί, ταξινομείται στην κλάση στην οποία αντιστοιχεί ο συγκεκριμένος κόμβος.

Δέντρα απόφασης - Παρατηρήσεις

Ένα σημαντικό πλεονέκτημα των δέντρων απόφασης είναι ότι επιτρέπουν τα διανύσματα χαρακτηριστικών να περιέχουν και μη μετρήσιμα μεγέθη. Αυτό έχει ιδιαίτερη αξία, κυρίως σε προβλήματα σχετικά με την ανθρώπινη υγεία, όπου συχνά υπεισέρχονται τέτοιοι δείκτες, όπως για παράδειγμα, το αν ένας ασθενής είναι καπνιστής ή όχι και συνδυάζονται με μετρήσιμα χαρακτηριστικά. Επιπλέον, η εκπαίδευση οδηγεί σε απλούς κανόνες ταξινόμησης που μπορούν να ερμηνευθούν από τους ειδικούς αρκετά εύκολα.

Από την άλλη πλευρά, τα δέντρα απόφασης είναι πέραν του επιθυμητού ευαίσθητα σε μεταβολές του συνόλου εκπαίδευσης. Ένα θορυβώδες πρότυπο εκπαίδευσης, δηλαδή ένα αλλοιωμένο πρότυπο που διαφέρει σημαντικά από άλλα πρότυπα της ίδιας κλάσης, είναι πιθανό να αλλάξει σημαντικά τον τρόπο διαχωρισμού του χώρου. Επιπλέον, ένα τέτοιο σφάλμα στο διαχωρισμό επηρεάζει αρνητικά και όλους τους μετέπειτα διαχωρισμούς που θα γίνουν από αυτόν τον κόμβο και έπειτα, οδηγώντας στην υποβάθμιση της ικανότητας γενίκευσης του ταξινομητή [48].

Οι συνηθέστερα χρησιμοποιούμενες μέθοδοι αξιολόγησης της ανομοιογένειας είναι η εντροπία και η ανομοιογένεια του Gini. Παρόλα αυτά, η επιλογή κάποιου εκ των προαναφερθέντων μέτρων ανομοιογένειας, δεν έχει σημαντικά μεγάλη επιρροή στο τελικό αποτέλεσμα, όσον αφορά τις επιδόσεις του δέντρου στην ταξινόμηση <<αγνώστων>> προτύπων. Το σπουδαιότερο ρόλο παίζει, αντιθέτως, η συνθήκη παύσης του διαχωρισμού ή ο τρόπος κλαδέματος [58].

Μία πιθανή επέκταση των δέντρων απόφασης προκύπτει αν οι αποφάσεις γίνουν κάπως πιο σύνθετες, εξετάζοντας, αντί για ένα χαρακτηριστικό τη φορά, γραμμικούς συνδυασμούς των χαρακτηριστικών. Αυτό σημαίνει, ότι οι ερωτήσεις έχουν, πλέον τη μορφή: <<Είναι το

$\sum_{i=1}^k w_i x_i > \alpha; \gg$, όπου α κάποιο κατώφλι και $k \leq l$. Σε αυτήν την περίπτωση, οι διαχωριστικές επιφάνειες δεν είναι παράλληλες στους άξονες χαρακτηριστικών και αυτό πιθανότατα βελτιώνει την ικανότητα διαχωρισμού των κλάσεων. Από την άλλη, η εκπαίδευση του ταξινομητή δυσκολεύει αρκετά και επιβραδύνεται, διότι σε κάθε βήμα πρέπει να γίνει και ο υπολογισμός των w_i και α [51]. Ο ταξινομητής που προκύπτει από αυτή τη διαδικασία έχει παρόμοια δομή με ένα πολυστρωματικό νευρωνικό δίκτυο.

β) Επιλογή χαρακτηριστικών

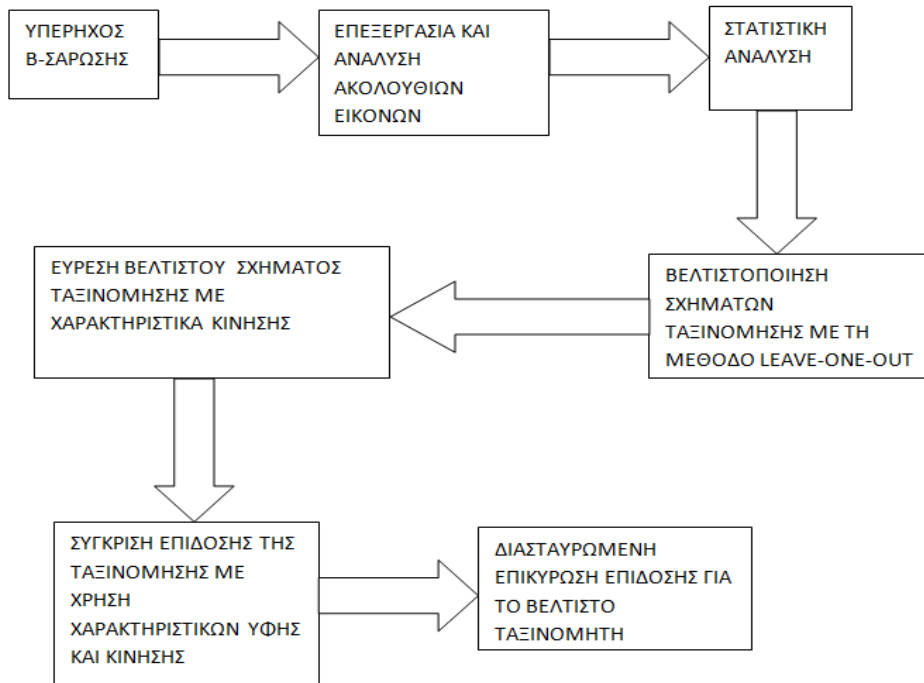
Για την επιλογή χαρακτηριστικών που έχουν τη μεγαλύτερη διαγνωστική αξία, δηλαδή την ικανότητα να διαχωρίζουν τους συμπτωματικούς από τους ασυμπτωματικούς ασθενείς, διερευνήθηκαν τρεις μεθοδολογίες:

- Εντοπισμός χαρακτηριστικών με υψηλό *fdr*.
- Εντοπισμός χαρακτηριστικών με υψηλή *p*-τιμή (*p*-value), όπως αυτή υπολογίζεται από το στατιστικό τεστ rank-sum του Wilcoxon. Αυτό το στατιστικό τεστ ελέγχει εάν ισχύει η υπόθεση ότι δύο σύνολα δειγμάτων προέρχονται από κατανομές με ίσες διαμέσους, υπολογίζοντας την *p*-τιμή, η οποία εκφράζει την πιθανότητα η υπόθεση να είναι αληθής με κάποιο βαθμό βεβαιότητας. Αν η *p*-τιμή είναι μικρή, τότε η αρχική υπόθεση δε μπορεί να επαληθευθεί με το συγκεκριμένο βαθμό βεβαιότητας [62].
- Εντοπισμός χαρακτηριστικών που απομένουν έπειτα από ανάλυση σε κύριες συνιστώσες (Principal Component Analysis - PCA). Η PCA εντοπίζει και αφαιρεί τα χαρακτηριστικά εκείνα που είναι συσχετισμένα μεταξύ τους [48]. Έτσι, παραμένουν λιγότερα χαρακτηριστικά, τα οποία δεν συσχετίζονται μεταξύ τους και καλούνται κύριες συνιστώσες. Σημειώνεται ότι πριν την εφαρμογή της PCA, κάθε χαρακτηριστικό κανονικοποιείται, ώστε να ακολουθεί κατανομή μηδενικής μέσης τιμής.

Κεφάλαιο 3. Μεθοδολογία και Δεδομένα

Το κεφάλαιο αυτό αποτελεί την περιγραφή των δεδομένων που χρησιμοποιήθηκαν, καθώς και της μεθοδολογίας που ακολουθήθηκε για τη διερεύνηση της ικανότητας διαχωρισμού συμπτωματικών και ασυμπτωματικών ασθενών με καρωτιδική αθηρωμάτωση με τη βοήθεια χαρακτηριστικών κίνησης. Αρχικά, περιγράφονται οι απεικονιστικές καταγραφές και τα χαρακτηριστικά που υπολογίστηκαν από αυτές. Κατόπιν, παρουσιάζεται η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε για την αναζήτηση του βέλτιστου σχήματος ταξινόμησης αθηρωματικών αλλοιώσεων με χρήση χαρακτηριστικών κίνησης. Το κεφάλαιο ολοκληρώνεται με την περιγραφή της διαδικασίας που εφαρμόστηκε για την επιβεβαίωση της απόδοσης του βέλτιστου σχήματος ταξινόμησης και της σύγκρισής της με την απόδοση της ταξινόμησης χρησιμοποιώντας χαρακτηριστικά υφής.

Η εικόνα 3.1 αποτελεί μία σύνοψη του περιεχομένου του παρόντος κεφαλαίου. Τα στάδια που αποτελούν το κύριο μέρος της εργασίας είναι τα πέντε τελευταία, δηλαδή η στατιστική ανάλυση των χαρακτηριστικών κίνησης, η βελτιστοποίηση του σχήματος ταξινόμησης που βασίζεται σε χαρακτηριστικά κίνησης, η επαλήθευση της απόδοσής του και τέλος, η συγκριτική αξιολόγηση με αντίστοιχο σχήμα ταξινόμησης που βασίζεται σε χαρακτηριστικά υφής.



Εικόνα 3.1: Διάγραμμα ροής που συνοψίζει τη διαδικασία που ακολουθήθηκε για την ανάπτυξη ταξινομητών που χρησιμοποιούν χαρακτηριστικά κίνησης για να διακρίνουν μεταξύ συμπτωματικών και ασυμπτωματικών αθηρωματικών πλακών.

α) Δεδομένα ασθενών με καρωτιδική αθηρωμάτωση

Στην παρούσα εργασία, χρησιμοποιήθηκαν απεικονιστικά δεδομένα προερχόμενα από δύο σύνολα ασθενών με καρωτιδική αθηρωμάτωση. Οι ασθενείς ήταν ηλικίας από 50 έως 80 ετών και είχαν βαθμό στένωσης μεγαλύτερο του 50%. Το πρώτο σύνολο αποτελείται από 28 ασθενείς της Αγγειοχειρουργικής Κλινικής του Πανεπιστημιακού Γενικού Νοσοκομείου «Αττικόν» που εδρεύει στην Αθήνα. Το δεύτερο σύνολο δεδομένων αποτελείται από 28 ασθενείς του Irvine Laboratory του St. Mary's Hospital στο Λονδίνο.

Η συλλογή των απεικονιστικών δεδομένων περιλαμβάνει για κάθε ασθενή την καταγραφή χρονικών ακολουθιών εικόνων υπερήχων της καρωτίδας. Ο ασθενής τοποθετήθηκε σε ύπτια θέση με ελαφριά κλίση του κεφαλιού προς τα πίσω και προς την αντίθετη πλευρά της υπό εξέταση καρωτίδας. Πριν ξεκινήσει η διαδικασία καταγραφής, υπήρξε ένα διάστημα ανάπαυσης του ασθενούς διάρκειας 5 λεπτών, ώστε να έχουν σταθεροποιηθεί ο καρδιακός ρυθμός και η πίεση του αίματός του. Επιπλέον, για την ελαχιστοποίηση της κίνησης που οφείλεται σε παράγοντες διαφορετικούς από τους αιμοδυναμικούς, ο χειριστής κρατούσε την κεφαλή του μηχανήματος υπερήχων με όσο το δυνατό μεγαλύτερη σταθερότητα και ζητήθηκε από τον ασθενή να κρατά την αναπνοή του όσο διαρκούσε η διαδικασία. Η κεφαλή τοποθετήθηκε με μικρή πίεση στο λαιμό του ασθενούς, ώστε να διασφαλιστεί ότι θα είναι όσο γίνεται πιο σταθερή και ταυτόχρονα ότι η παραμόρφωση του υποκείμενου ιστού θα είναι η ελάχιστη δυνατή. Στο χώρο της εξέτασης διατηρήθηκε σταθερή θερμοκρασία δωματίου (26 °C). Οι καταγραφές πραγματοποιήθηκαν σύμφωνα με τις ακόλουθες προδιαγραφές:

Πίνακας 3.1: Προδιαγραφές που ακολουθήθηκαν κατά τη λήψη των υπερηχογραφήματων.

Κεφαλή	Γραμμική 3-12 MHz
Είδος εικόνων	B-mode
Όρια απεικόνισης	Περιοχή μέγιστης στένωσης
Βάθος	3.5-4 cm
Persistence	0
Dynamic Range	60 ή 75 dB
Frame Rate	≥ 25 Hz

Η απεικόνιση της καρωτίδας διήρκεσε τουλάχιστον 3 δευτερόλεπτα (διάστημα που αντιστοιχεί σε 2-3 καρδιακούς κύκλους) και λήφθηκαν διαμήκεις τομές, ώστε να είναι δυνατή η μέτρηση τόσο της ακτινικής όσο και της αξονικής μετατόπισης του αγγείου. Η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των τοιχωμάτων θεωρήθηκε ότι αντιστοιχεί στη διάμετρο του αγγείου και η κίνηση σε σχέση με την κεφαλή του μηχανήματος θεωρήθηκε ως ακτινική κίνηση. Ως αξονική κίνηση, θεωρήθηκε η κίνηση κάθετα στη δέσμη υπερήχων.

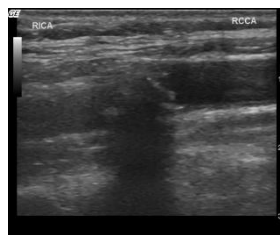
Οι ασθενείς χωρίστηκαν σε δύο κατηγορίες (συμπτωματικοί και ασυμπτωματικοί) με βάση την παρουσία ή μη, τουλάχιστον το τελευταίο εξάμηνο, αγγειακών εγκεφαλικών επεισοδίων που οφείλονται στη νόσο. Συγκεκριμένα, συμπτωματικοί θεωρήθηκαν οι ασθενείς με αθηρωματικές

αλλοιώσεις που ευθύνονται για την πρόκληση παροδικού ισχαιμικού αγγειακού εγκεφαλικού επεισοδίου ή ισχαιμικού αγγειακού εγκεφαλικού επεισοδίου με ή χωρίς υπολειμματική νευρολογική σημειολογία, όπως αυτά τεκμηριώνονται από τα ευρήματα απεικονιστικών εξετάσεων αξονικής τομογραφίας (Computed Tomography – CT) ή/και μαγνητικής τομογραφίας (Magnetic Resonance Imaging – MRI) εγκεφάλου. Οι υπόλοιποι εντάχθηκαν στην κατηγορία των ασυμπτωματικών ασθενών. Με βάση αυτή την κατηγοριοποίηση, η μελέτη περιλαμβάνει συνολικά 28 συμπτωματικούς (10 από το 1^ο σύνολο και 18 από το 2^ο) και 28 ασυμπτωματικούς ασθενείς (18 από το 1^ο σύνολο και 10 από το 2^ο).

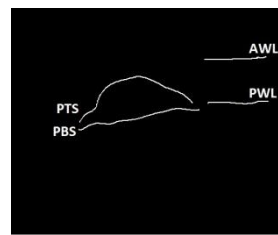
β) Υπολογισμός χαρακτηριστικών κίνησης και υφής

Τα χαρακτηριστικά της κίνησης του τοιχώματος υπολογίζονται σύμφωνα με την ακόλουθη διαδικασία. Αρχικά, μετά τη λήψη του υπερηχογραφήματος επισημαίνονται από το γιατρό τέσσερις περιοχές ενδιαφέροντος:

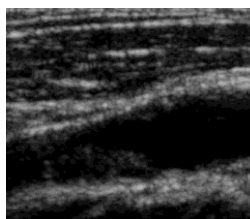
- η επιφάνεια που διαχωρίζει το εμπρόσθιο τοίχωμα από τον αυλό της αρτηρίας (PWL),
- η επιφάνεια που διαχωρίζει το πίσω τοίχωμα από τον αυλό της αρτηρίας (AWL),
- η άνω επιφάνεια της πλάκας (PTS), και
- η κάτω επιφάνεια της πλάκας (PBS)



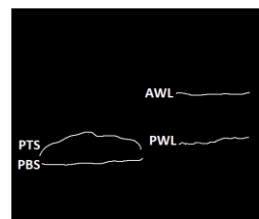
(α)



(β)



(γ)



(δ)

Εικόνα 3.2: (α,γ) Παραδείγματα εικόνων υπερήχων β-σάρωσης μιας διαμήκουσ τομής καρωτίδας με αθηρωματική πλάκα στο εμπρόσθιο τοίχωμα και (β,δ) οι αντίστοιχες περιοχές ενδιαφέροντος για (α,β) το νοσοκομείο «Αττικόν» και (γ,δ) το νοσοκομείο St. Mary's.

Οι περιοχές PWL και AWL λαμβάνονται σε μία περιοχή του αρτηριακού τοιχώματος, όπου δεν υπάρχει αθηρωματική πλάκα, ενώ οι άλλες δύο (PTS και PBS) είναι ενδεικτικές του περιγράμματος της πλάκας (Εικόνα 3.2).

Η εκτίμηση της κίνησης έγινε με μια πιο αποδοτική παραλλαγή του αλγορίθμου ταύτισης περιοχών (block matching) που βασίζεται στην ενσωμάτωση του φίλτρου Kalman [26]. Υπολογίσθηκε η κίνηση όλων των εικονοστοιχείων που συνθέτουν τις τέσσερις περιοχές ενδιαφέροντος, καθώς και όλων των εικονοστοιχείων από τα οποία αποτελείται η αθηρωματική πλάκα (δηλαδή αυτών που βρίσκονται εντός των ορίων PTS και PBS). Από τις κυματομορφές που παράχθηκαν, μετρήθηκαν, για κάθε εικονοστοιχείο, δείκτες:

- του πλάτους της ακτινικής, διαμήκους και συνισταμένης μετατόπισης [27],
- της ακτινικής, διαμήκους και συνισταμένης ταχύτητας [27],
- της ακτινικής, διαμήκους και συνισταμένης μετατόπισης μεταξύ διαστολής και συστολής [27],

Επίσης, για ζεύγη εικονοστοιχείων των περιοχών PTS-PBS, PWL-AWL, PTS-PWL, και PBS-PWL μετρήθηκαν δείκτες παραμόρφωσης [12] που βασίζονται στις σχετικές μετατοπίσεις τους. Κατόπιν, υπολογίστηκαν στατιστικά μεγέθη των παραπάνω μετρήσεων, ως προς όλα τα εικονοστοιχεία/ζεύγη εικονοστοιχείων, όπως μέγιστη και ελάχιστη τιμή, μέση τιμή, διάμεσος, τυπική απόκλιση, και ροπές 3ης και τέταρτης τάξης (skewness, kurtosis).

Επίσης, εξήχθησαν χαρακτηριστικά υφής από εικόνες που αντιστοιχούσαν σε συγκεκριμένες στιγμές του καρδιακού κύκλου, τη συστολή και διαστολή. Επειδή οι ακολουθίες εικόνων είχαν ληφθεί από διαφορετικό χειριστή και με διαφορετικό μηχάνημα υπερηχοτομογραφίας, προηγήθηκε κανονικοποίηση των φωτεινότητων των εικόνων. Συγκεκριμένα, η φωτεινότητα της κάθε εικόνας μετασχηματίστηκε γραμμικά έτσι, ώστε η τιμή της διαμέσου της φωτεινότητας για την περιοχή που αντιστοιχεί στο αίμα και την περιοχή που αντιστοιχεί στο εξωτερικό στρώμα της αρτηρίας (adventitia) να είναι ίση με 0 και 190, αντίστοιχα [27]. Έπειτα, υπολογίστηκαν χαρακτηριστικά υφής της αθηρωματικής πλάκας με τη βοήθεια στατιστικών μεγεθών πρώτης και δεύτερης τάξης, καθώς και πολυκλιμακωτής ανάλυσης των εικόνων. Η διαδικασία της εξαγωγής αυτών των χαρακτηριστικών υφής αναλύεται λεπτομερέστερα στις εργασίες [39] και [27].

γ) Μεθοδολογία βελτιστοποίησης και συγκριτικής αξιολόγησης σχημάτων ταξινόμησης

Στο πλαίσιο της εργασίας, έγινε στατιστική ανάλυση των χαρακτηριστικών κίνησης και εξετάστηκαν οι επιδόσεις των σχημάτων ταξινόμησης τα οποία προκύπτουν από τον συνδυασμό των τεσσάρων ταξινομητών με τις τρεις μεθοδολογίες επιλογής χαρακτηριστικών, που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 2, στη διάκριση μεταξύ συμπτωματικών και ασυμπτωματικών πλακών. Έγινε εξαντλητική διερεύνηση για την εύρεση των βέλτιστων παραμέτρων του κάθε αλγορίθμου ταξινόμησης και στη συνέχεια αξιολόγηση και σύγκριση μεταξύ των τεσσάρων. Αρχικά, αναπτύχθηκαν ταξινομητές που χρησιμοποιούσαν αποκλειστικά χαρακτηριστικά κίνησης, ενώ στη συνέχεια έγινε σύγκριση μεταξύ των χαρακτηριστικών κίνησης και υφής. Οι δοκιμές αυτές έγιναν στο σύνολο των 56 ακολουθιών εικόνων. Έπειτα, διερευνήθηκαν οι επιδόσεις των ταξινομητών που βασίζονται αποκλειστικά σε χαρακτηριστικά κίνησης σε

ακολουθίες προερχόμενες από το ίδιο νοσοκομείο. Ακολουθεί περιγραφή των μεθόδων αξιολόγησης, επαλήθευσης και βελτιστοποίησης των επιδόσεων των ταξινομητών.

Στατιστική ανάλυση χαρακτηριστικών κίνησης

Τα χαρακτηριστικά κίνησης που μελετήθηκαν ήταν συνολικά 1235. Για τα χαρακτηριστικά αυτά, αρχικά διερευνήθηκε εάν διαφέρουν μεταξύ των δύο κλάσεων. Ο έλεγχος πραγματοποιήθηκε με το τεστ αθροίσματος βαθμών του Wilcoxon, με βαθμό εμπιστοσύνης 0.05. Επομένως, όλα τα χαρακτηριστικά που έδωσαν p-τιμή μικρότερη του 0.05 θεωρήθηκαν στατιστικά διαφορετικά μεταξύ των δύο κλάσεων.

Κριτήρια αξιολόγησης της απόδοσης των ταξινομητών

Αφού στο συγκεκριμένο πρόβλημα υπάρχουν δύο κλάσεις (έστωσαν 0: ΑΣΥΜΠΤΩΜΑΤΙΚΟΣ, 1: ΣΥΜΠΤΩΜΑΤΙΚΟΣ), όταν ταξινομείται ένα πρότυπο, τα δυνατά αποτελέσματα είναι 4:

- i. Αληθώς Θετικό (ΑΘ) - True Positive(TP): το πρότυπο ταξινομείται στην κλάση 1 και όντως ανήκει στην κλάση 1.
- ii. Αληθώς Αρνητικό (ΑΑ) - True Negative(TN): το πρότυπο ταξινομείται στην κλάση 0 και όντως ανήκει στην κλάση 0.
- iii. Ψευδώς Θετικό (ΨΘ) - False Positive(FN): το πρότυπο ταξινομείται στην κλάση 1 ενώ ανήκει στην κλάση 0.
- iv. Ψευδώς Αρνητικό (ΨΑ) - False Negative(FN): το πρότυπο ταξινομείται στην κλάση 0 ενώ ανήκει στην κλάση 1.

Με βάση αυτά, μπορούν να οριστούν οι ποσότητες που χρησιμοποιήθηκαν για την αξιολόγηση των αλγορίθμων [60]:

• **Ακρίβεια ταξινόμησης** (accuracy): $\frac{TP+TN}{TP+TN+FP+FN}$ (3.1), δηλαδή το ποσοστό των προτύπων που ταξινομήθηκαν σωστά. Ισούται με 1 μείον το ποσοστό λάθους ταξινόμησης.

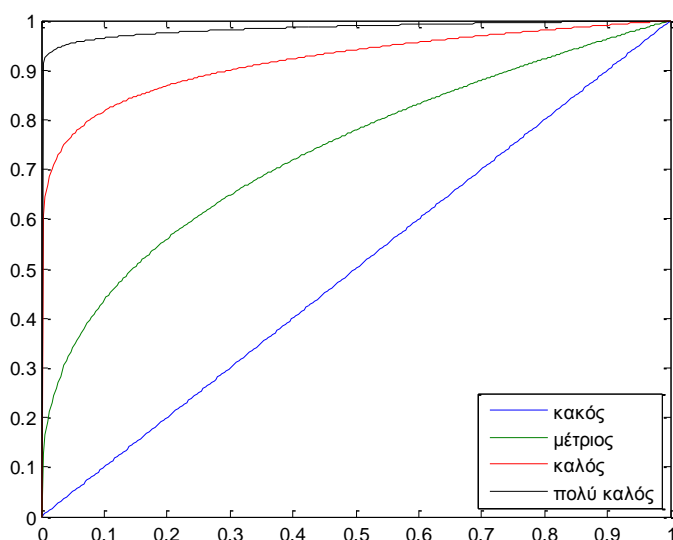
• **Ευαισθησία** (sensitivity): $\frac{TP}{TP+FN}$ (3.52), δηλαδή το ποσοστό των συμπτωματικών περιπτώσεων που ταξινομήθηκαν ορθώς ως συμπτωματικές. Εκφράζει την ικανότητα του ταξινομητή να αναγνωρίζει συμπτωματικούς ασθενείς.

• **Ειδικότητα** (specificity): $\frac{TN}{TN+FP}$ (3.3), δηλαδή το ποσοστό των ασυμπτωματικών περιπτώσεων που ταξινομήθηκαν ορθώς ως ασυμπτωματικές. Εκφράζει την ικανότητα του ταξινομητή να αναγνωρίζει ασυμπτωματικούς ασθενείς.

• Το **εμβαδόν κάτω από την χαρακτηριστική καμπύλη χειριστή δέκτη**, γνωστή και ως καμπύλη ROC (Area Under Curve - AUC). Η καμπύλη ROC (Receiver Operating Characteristic) ενός ταξινομητή κατασκευάζεται ως εξής: Αφού υπολογιστούν οι εκ των υστέρων πιθανότητες για κάθε κλάση και για κάθε πρότυπο στη φάση ελέγχου, μεταβάλλεται η τιμή του κατωφλίου, το οποίο πρέπει να υπερβαίνει η $P(1|x)$, ώστε το x να καταταγεί στην κλάση 1 (ή συμπτωματικός). Για κάθε τιμή του κατωφλίου υπολογίζεται η ευαισθησία και ειδικότητα του ταξινομητή. Η καμπύλη ROC είναι η γραφική παράσταση που έχει στον άξονα x το μέγεθος 1-ειδικότητα και στον άξονα y την ευαισθησία, για κάθε τιμή του κατωφλίου στο διάστημα [0,1]. Στη συνέχεια, υπολογίζεται το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη με αριθμητικές μεθόδους. Από έναν ταξινομητή είναι επιθυμητό να μπορεί να διακρίνει μεταξύ των δύο κλάσεων, δηλαδή να ανιχνεύει καλά

πρότυπα και των δύο κατηγοριών. Αυτό ερμηνεύεται ως απαίτηση για υψηλή ευαισθησία και υψηλή ειδικότητα ταυτόχρονα. Επομένως, η ROC καμπύλη ενός αλάνθαστου ταξινομητή θα διέρχεται από το σημείο, το (1,0). Αντιθέτως, ένας <<κακός>> ταξινομητής που θα βασίζεται, δηλαδή, μόνο στις εκ των προτέρων πιθανότητες των δύο κλάσεων και διαλέγει τυχαία μια κλάση θα έχει στατιστικά ίση ευαισθησία και ειδικότητα και, επομένως, η ROC καμπύλη θα είναι η ευθεία $y=x$.

Άρα, όπως μπορεί να δει κανείς και στην Εικόνα 2.9, όσο πιο πολύ πλησιάζει ένας ταξινομητής στο σημείο (1,0), τόσο καλύτερος είναι. Από αυτά γίνεται φανερό, ότι το μεγαλύτερο εμβαδόν κάτω από την καμπύλη ROC, είναι ένδειξη καλύτερου ταξινομητή. Η μικρότερη δυνατή τιμή του εμβαδού κάτω από την καμπύλη είναι 0.5 (περίπτωση διαλογής μιας κλάσης στην τύχη) και η μεγαλύτερη δυνατή είναι (ασυμπτωτικά) 1 (περίπτωση αλάνθαστου ταξινομητή).



Εικόνα 3.3: ROC καμπύλες 4 υποθετικών ταξινομητών.

Μεθοδολογίες επαλήθευσης των αποτελεσμάτων

Λόγω του περιορισμένου αριθμού διαθέσιμων προτύπων και της ανάγκης ένα σημαντικό μέρος αυτών να χρησιμοποιηθεί ως σύνολο εκπαίδευσης, ήταν αναγκαία η χρήση στατιστικών μεθόδων για την επαλήθευση (validation) των αποτελεσμάτων μέσω διασταυρωμένης επικύρωσης (cross-validation). Ο στόχος των μεθόδων αυτών είναι να δώσουν μια εκτίμηση για την ικανότητα γενίκευσης του ταξινομητή που εκπαιδεύεται με τα διαθέσιμα N πρότυπα, αν αυτός καλείτο να ταξινομήσει νέα πρότυπα εκτός του διαθέσιμου συνόλου [61], [62].

Μία από τις γνωστότερες και ευρύτατα χρησιμοποιούμενες μεθόδους επαλήθευσης είναι η k -fold cross-validation. Το σύνολο δεδομένων χωρίζεται με τυχαίο τρόπο σε k ισομεγέθη (ή αν αυτό δεν είναι δυνατό, σε σχεδόν ισομεγέθη) τμήματα. Έπειτα, $k-1$ τμήματα χρησιμοποιούνται ως σύνολο εκπαίδευσης και 1 ως σύνολο ελέγχου. Αυτό επαναλαμβάνεται k φορές, ούτως ώστε κάθε ένα από τα τμήματα να έχει πάρει το ρόλο του συνόλου ελέγχου ακριβώς μία φορά. Στη συνέχεια, τα αποτελέσματα των k ελέγχων ($\Sigma\Theta$, ΣA , $\Lambda\Theta$, ΛA) αθροίζονται και προκύπτουν τα

συνολικά αποτελέσματα του ταξινομητή. Λόγω της τυχαιότητας κατά το διαχωρισμό, διαδοχικές εκτελέσεις της μεθόδου πιθανότατα θα δίνουν ελαφρώς διαφορετικά αποτελέσματα. Αυτές οι διακυμάνσεις ελαττώνονται καθώς αυξάνεται η τιμή του k . Αν το k γίνει ίσο με τον αριθμό των προτύπων N , τότε οι διακυμάνσεις μηδενίζονται, όπως είναι αναμενόμενο. Η υποπερίπτωση αυτή καλείται *leave-one-out cross-validation*. Μελέτη έχει δείξει, ότι για $k=10$, οι αποκλίσεις στα αποτελέσματα μεταξύ διαδοχικών εκτελέσεων είναι αρκετά μικρές. Επιπλέον, αυξάνεται η αντικειμενικότητα των αποτελεσμάτων, δηλαδή ελαττώνεται η <<έμφυτη>> <<προτίμηση>> της μεθόδου υπέρ μίας εκ των δύο κλάσεων. Αυξημένη αντικειμενικότητα εμφανίζεται και όταν $k=20$ [62].

Εναλλακτικά, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος *hold-out cross-validation* [61]. Σε αυτήν, ένα μέρος των διαθέσιμων προτύπων (εν γένει λιγότερα από τα μισά) <<αφήνεται στην άκρη>> για να χρησιμοποιηθεί κατά τη φάση ελέγχου και τα υπόλοιπα πρότυπα χρησιμεύουν ως σύνολο εκπαίδευσης. Τα βασικότερα μειονεκτήματα της μεθόδου αυτής είναι ότι η εκπαίδευση του ταξινομητή δε γίνεται με βάση όλα τα διαθέσιμα πρότυπα, αλλά ένα υποσύνολο αυτών καθώς και το ότι το αποτέλεσμα εξαρτάται σε πολύ μεγάλο βαθμό από το πώς θα διαχωριστούν τα δεδομένα. Αν επιλεγούν για το στάδιο ελέγχου κάποια ιδιαίτερα θορυβώδη πρότυπα η απόδοση θα είναι χαμηλότερη από όσο θα έπρεπε. Από την άλλη, κάποια πρότυπα ενδεχομένως να επηρεάζουν πολύ την εκπαίδευση και αφαίρεση αυτών από το σύνολο εκπαίδευσης μειώνει σαφώς την ποιότητα του ταξινομητή. Για παράδειγμα, στην περίπτωση των SVM, αν κάποιο πρότυπο είναι διάνυσμα υποστήριξης, είναι ιδιαίτερα σημαντικό να είναι στο σύνολο εκπαίδευσης. Επιπλέον, αν το σύνολο ελέγχου επιλεγεί πολύ μικρό, οι επιδόσεις του ταξινομητή τείνουν να εμφανίζονται αυξημένες, καθώς αυξάνεται η πιθανότητα, τα σημαντικά για τη μάθηση πρότυπα να ανήκουν στο σύνολο εκπαίδευσης

Τέλος, ένας ακόμη τρόπος επαλήθευσης είναι η τυχαία υποδειγματοληψία (*random sub-sampling*). Εδώ πάλι γίνεται διαχωρισμός των διαθέσιμων προτύπων σε σύνολο ελέγχου και εκπαίδευσης, αλλά η διαφορά είναι ότι τα δύο αυτά σύνολα επιτρέπεται να είναι επικαλυπτόμενα [62]. Μπορεί, παραδείγματος χάριν το σύνολο εκπαίδευσης να είναι όλα τα πρότυπα και το σύνολο ελέγχου κάποια τυχαία διαλεγμένα εξ αυτών. Είναι φανερό, ότι αυτή η μέθοδος υποφέρει από υπερεκπαίδευση (*overfitting*), δηλαδή δεν προσφέρει αντικειμενική εκτίμηση για τη συμπεριφορά του ταξινομητή σε νέα, άγνωστα πρότυπα. Για να βελτιωθεί αυτό, η προαναφερθείσα διαδικασία επαναλαμβάνεται αρκετές φορές (π.χ. 10) και λαμβάνονται οι μέσες τιμές των μέτρων επίδοσης για αυτές τις εκτελέσεις (*repeated random sub-sampling*). Μια ειδική περίπτωση της επαναλαμβανόμενης διαδικασίας αυτής, όταν τα σύνολα εκπαίδευσης και ελέγχου είναι συμπληρωματικά, συνίσταται στην επανάληψη της μεθόδου *hold-out* και εξαγωγή μέσης τιμής των αποτελεσμάτων κάθε επανάληψης.

Για να αυξηθεί η αντικειμενικότητα οποιασδήποτε εκ των προαναφερθεισών μεθόδων, χρησιμοποιείται η λεγόμενη μέθοδος *stratification* [62]: Ο χωρισμός γίνεται με τέτοιο τρόπο, ώστε σε κάθε προκύπτουσα ομάδα προτύπων, ο λόγος του πλήθους μίας κλάσης προς μία άλλη να είναι - κατά το δυνατόν - σταθερός και ίσος με τον αντίστοιχο λόγο στο σύνολο όλων των προτύπων. Έτσι, προκύπτουν οι μέθοδοι *stratified k-fold cross-validation*, *stratified hold-out cross-validation* και *stratified repeated random sub-sampling*.

Εύρεση βέλτιστων παραμέτρων των ταξινομητών

Αρχικά, χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος leave-one-out για να προσδιοριστούν για κάθε ταξινομητή οι παράμετροι και ο συνδυασμός χαρακτηριστικών που δίνουν την καλύτερη δυνατή ακρίβεια. Η συγκεκριμένη μέθοδος επαλήθευσης επιλέχθηκε, διότι, όπως προαναφέρθηκε, δεν εμφανίζει διακυμάνσεις ανάμεσα σε διαδοχικές εκτελέσεις. Κάθε ταξινομητής δοκιμάστηκε σε συνδυασμό με κάθε μία από τρεις μεθόδους επιλογής χαρακτηριστικών της προηγούμενης ενότητας, για να ευρεθεί η μέθοδος εκείνη που δίνει τα καλύτερα αποτελέσματα. Οι συνδυασμοί χαρακτηριστικών που χρησιμοποιήθηκαν περιείχαν από 1 έως 100 χαρακτηριστικά. Στην περίπτωση του λόγου διάκρισης του Fisher και του τεστ αθροίσματος βαθμών, δοκιμάστηκαν οι συνδυασμοί των n καλύτερων χαρακτηριστικών (όπου n από 1 ως 100). Στη δε ανάλυση σε κύριες συνιστώσες, ακολουθήθηκε κάπως διαφορετική διαδικασία. Αρχικά τα δεδομένα μετασχηματίστηκαν ώστε να έχουν μέση τιμή 0, μια προαπαιτήση της μεθόδου. Στη συνέχεια, με τη βοήθεια του τεστ αθροίσματος βαθμών, επελέγησαν τα N (ίσο με τον αριθμό των διαθεσίμων προτύπων) χαρακτηριστικά με τη μεγαλύτερη διαγνωστική αξία. Εν συνεχεία, έγινε ο γραμμικός μετασχηματισμός και απορρίφθηκαν τα χαρακτηριστικά εκείνα για τα οποία $\frac{\lambda_j}{\sum_{i=1}^l \lambda_i} < 0.017$. Συνολικά 9 χαρακτηριστικά κίνησης πληρούσαν το κριτήριο αυτό. Η παράμετρος 0.017 επιλέχθηκε, ώστε να μεγιστοποιείται, κατά το δυνατόν, η απόδοση όλων των ταξινομητών.

Ειδικότερα, για τις μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης, χρησιμοποιήθηκε ως συνάρτηση πυρήνα, η συνάρτηση ακτινικής βάσης ή γκαουσιανή συνάρτηση και βελτιστοποιήθηκε ως προς την τιμή της παραμέτρου σ . Η επιλογή της συγκεκριμένης συνάρτησης πυρήνα έγινε αφ' ενός διότι έχει χρησιμοποιηθεί στο παρελθόν με σημαντική επιτυχία σε προβλήματα αναγνώρισης συμπτωματικών πλακών (κεφάλαιο 1γ). Αφ' ετέρου, διαπιστώθηκε με δοκιμές σε σύνολο 30 πλακών, ότι υπερείχε τόσο της πολυωνυμικής όσο και της σιγμοειδούς συνάρτησης πυρήνα.

Όσον αφορά τον ταξινομητή k -πλησιέστερων γειτόνων, οι προς προσδιορισμό παράμετροι ήταν η τιμή του k και το μέτρο απόστασης. Το k έλαβε όλες τις περιττές τιμές από 3 ως και 11. Τα μέτρα απόστασης που εξετάστηκαν είναι τα ακόλουθα: city-block, chebychev, ευκλείδεια, κανονικοποιημένη ευκλείδεια, hamming, jaccard, minkowski και απόσταση συνημίτονου.

Στην περίπτωση της διακριτικής ανάλυσης δεν υπάρχουν παράμετροι και το μόνο που μένει να προσδιοριστεί είναι ποια μέθοδος εκ των γραμμική, τετραγωνική, διαγώνια γραμμική και διαγώνια τετραγωνική έχει την καλύτερη ακρίβεια ταξινόμησης. Υπενθυμίζεται ότι οι διαγώνιες μέθοδοι προκύπτουν αν υποτεθεί η ανεξαρτησία μεταξύ των χαρακτηριστικών.

Τέλος, για τα δέντρα απόφασης οι προς διερεύνηση παράμετροι ήταν το κριτήριο διαχωρισμού (ένα εκ των κριτήρια twoing, cross-entropy και ανομοιογένεια του Gini) καθώς και μία συνάρτηση μετασχηματισμού των εκ των υστέρων πιθανοτήτων, ώστε αυτές να οδηγήσουν σε ακριβέστερη ταξινόμηση. Οι μετασχηματισμοί που ελέγχθηκαν είναι οι εξής:

- $f(x) = 2x - 1$, συμμετρικός μετασχηματισμός,
- $f(x) = \log\left(\frac{x}{1-x}\right)$, αντίστροφος μετασχηματισμός logit,
- $f(x) = x$, ταυτοτικός μετασχηματισμός,

- $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$, μετασχηματισμός logit,
- $f(x) = \frac{1}{1+e^{-2x}}$, διπλός μετασχηματισμός logit,
- $f(x) = \frac{2}{1+e^{-x}} - 1$, συμμετρικός μετασχηματισμός logit,
- $f(x) = \text{sign}(x)$, μετασχηματισμός προσήμου,
- Μετασχηματισμός μεγίστου: η μέγιστη τιμή πιθανότητας παίρνει την τιμή 1 και οι υπόλοιπες 0,
- Συμμετρικός μετασχηματισμός μεγίστου: η μέγιστη τιμή πιθανότητας παίρνει την τιμή 1 και οι υπόλοιπες -1.

Η υλοποίηση του κάθε ταξινομητή και η εύρεση των βέλτιστων παραμέτρων του έγινε με τη χρήση του μαθηματικού πακέτου MATLAB, και ειδικότερα της έκδοσης 2012b. Πιο συγκεκριμένα, οι μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης υλοποιήθηκαν μέσω ρουτινών που υπάρχουν έτοιμες στην εργαλειοθήκη Βιοπληροφορικής (Bioinformatics Toolbox) του MATLAB. Οι άλλοι τρεις ταξινομητές υλοποιήθηκαν με τη βοήθεια κλάσεων και ρουτινών της εργαλειοθήκης στατιστικής (Statistics Toolbox). Ο ταξινομητής k-πλησιέστερων γειτόνων με την κλάση ClassificationKNN, τα δυαδικά δέντρα απόφασης με την κλάση ClassificationTree και η διακριτική ανάλυση με τη ρουτίνα classify.

Κεφάλαιο 4. Αποτελέσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο παρατίθενται και ερμηνεύονται τα αποτελέσματα της διερεύνησης που περιγράφηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Αρχικά, περιγράφονται τα χαρακτηριστικά που βρέθηκαν να παρουσιάζουν διαφορές μεταξύ συμπτωματικών και ασυμπτωματικών ασθενών, ανά νοσοκομείο και στο σύνολο των απεικονιστικών καταγραφών. Για την ακρίβεια, περιγράφονται τα χαρακτηριστικά εκείνα που, συνδυαζόμενα μεταξύ τους, οδήγησαν στη βέλτιστη ακρίβεια ταξινόμησης για κάθε περίπτωση. Ακολουθούν τα καλύτερα αποτελέσματα που κατόρθωσε ο κάθε ταξινομητής, η παραμετροποίηση του σχήματος ταξινόμησης που οδήγησε σε αυτά, καθώς και συγκρίσεις μεταξύ των ταξινομητών. Συγκρίνονται, επίσης, οι επιδόσεις της ταξινόμησης κάνοντας χρήση χαρακτηριστικών κίνησης με αυτές της ταξινόμησης κάνοντας χρήση χαρακτηριστικών υφής. Τέλος, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της επαλήθευσης για την επίδοση του βέλτιστου-στο-σύνολο-των-δεδομένων σχήματος ταξινόμησης.

α) Στατιστικά σημαντικές διαφορές χαρακτηριστικών κίνησης μεταξύ ασυμπτωματικών και συμπτωματικών αθηρωματικών πλακών

Πραγματοποιώντας την ίδια διερεύνηση για τα δεδομένα του κάθε νοσοκομείου, παρατηρήθηκαν σημαντικές διαφορές. Πιο συγκεκριμένα, μόλις 3 από τα χαρακτηριστικά που βρέθηκαν στατιστικώς σημαντικά στα δεδομένα του πρώτου νοσοκομείου βρέθηκαν επίσης στατιστικώς σημαντικά και στο δεύτερο. Αυτή η μεγάλη ανομοιομορφία, που πιθανότατα οφείλεται σε διαφορετική τεχνολογία καταγραφής των ακολουθιών, οδήγησε στη μελέτη των στατιστικά σημαντικών χαρακτηριστικών τόσο στο σύνολο των δεδομένων όσο και ανά νοσοκομείο ξεχωριστά.

Εξετάζοντας τις καταγραφές και των δύο νοσοκομείων ως ένα ενιαίο σύνολο

Από τα 1235 χαρακτηριστικά, τα 34 βρέθηκαν να έχουν p -τιμή μικρότερη του 0.05, ωστόσο μόνο 4 είχαν p -τιμή μικρότερη του 0.01, επομένως το τεστ αθροίσματος βαθμών δεν είναι ιδανικό για την επιλογή χαρακτηριστικών στο συγκεκριμένο σύνολο δεδομένων. Πράγματι, ο συνδυασμός των 23 χαρακτηριστικών που οδήγησε στη μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια ταξινόμησης αποτελείται από τα χαρακτηριστικά με τους μεγαλύτερους λόγους διάκρισης του Fisher τα οποία παρατίθενται στον Πίνακα 4.1 σε φθίνουσα σειρά των λόγων διάκρισης, δηλαδή σε φθίνουσα σειρά σημαντικότητας. (Οι όροι PTS, PBS, AWL και PWL αναφέρονται σε περιοχές ενδιαφέροντος της εικόνας και περιγράφονται στην παράγραφο 3β). Αναγράφονται και οι αντίστοιχες p -τιμές.

Πίνακας 4.1: Χαρακτηριστικά κίνησης με τους μεγαλύτερους λόγους διάκρισης και οι αντίστοιχες p-τιμές για τα δεδομένα των δύο νοσοκομείων ως ένα ενιαίο σύνολο.

A.A.	ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΟ	ΛΟΓΟΣ ΔΙΑΚΡΙΣΗΣ	P-TIMH
1)	Μέση τιμή των διαμέσων της ακτινικής ταχύτητας του σημείων του AWL	0.347	0.0137
2)	Διάμεσος των διαμέσων της ακτινικής ταχύτητας του σημείων του AWL	0.312	0.0125
3)	3 ^η κανονικοποιημένη ροπή (skewness) των LSI PTS/healthy	0.287	0.0033
4)	4 ^η κανονικοποιημένη ροπή (kurtosis) των συνισταμένων μετατοπίσεων των σημείων της πλάκας	0.283	0.0312
5	Ελάχιστη τιμή των διαμέσων της γωνίας του διανύσματος της ταχύτητας των σημείων του AWL	0.276	0.0133
6	Ελάχιστη τιμή των απολύτων τιμών της διαμήκους μετατόπισης των σημείων του AWL	0.270	0.0090
7	4 ^η κανονικοποιημένη ροπή (kurtosis) των απολύτων τιμών της διαμήκους μετατόπισης των σημείων της πλάκας	0.247	0.0465
8	Μέγιστη τιμή των διαμέσων της ακτινικής ταχύτητας των σημείων του AWL	0.244	0.0483
9	4 ^η κανονικοποιημένη ροπή (kurtosis) των απολύτων τιμών της ακτινικής μετατόπισης των σημείων του PTS	0.240	0.0108
10	3 ^η κανονικοποιημένη ροπή (skewness) των LSI στα σημεία του PWL	0.236	0.0289
11	4 ^η κανονικοποιημένη ροπή (kurtosis) των συνισταμένων του πλάτους κίνησης των σημείων του PTS	0.228	0.0085
12	4 ^η κανονικοποιημένη ροπή (kurtosis) των LSI στα σημεία του PWL	0.223	0.0321
13	4 ^η κανονικοποιημένη ροπή (kurtosis) του πλάτους ακτινικής κίνησης των σημείων του PTS	0.205	0.0125
14	4 ^η κανονικοποιημένη ροπή (kurtosis) των τυπικών αποκλίσεων της διαμήκους ταχύτητας των σημείων της πλάκας	0.195	0.0397
15	Συσχέτιση (135 ^ο) της ακτινικής μετατόπισης των σημείων της πλάκας	0.195	0.7719
16	Συσχέτιση (0 ^ο) της ακτινικής μετατόπισης των σημείων της πλάκας	0.192	0.5345

17	3 ^η κανονικοποιημένη ροπή (skewness) των γωνιών της συνισταμένης των πλατών κίνησης κατά τις 2 διευθύνσεις των σημείων του PTS	0.192	0.0352
18	Μέγιστη τιμή των γωνιών της συνισταμένης των μετατοπίσεων των σημείων του AWL	0.192	0.0287
19	Ελάχιστη τιμή των τυπικών αποκλίσεων της απόλυτης τιμής της διαμήκουσ ταχύτητας των σημείων του AWL	0.188	0.0465
20	3 ^η κανονικοποιημένη ροπή (skewness) του πλάτους διαμήκουσ κίνησης των σημείων του PTS	0.187	0.0502
21	Συσχέτιση (90°) της ακτινικής μετατόπισης των σημείων της πλάκας	0.186	0.8793
22	3 ^η κανονικοποιημένη ροπή (skewness) των διαμέσων της γωνίας του διανύσματος ταχύτητας των σημείων του AWL	0.177	0.0487
23	3 ^η κανονικοποιημένη ροπή (skewness) της απόλυτης τιμής της ακτινικής μετατόπισης των σημείων του PTS	0.175	0.0606

Τα δύο πρώτα χαρακτηριστικά βασίζονται στην ακτινική ταχύτητα των εικονοστοιχείων της περιοχής AWL. Υπολογίζεται το μέγεθος αυτό για κάθε σημείο / εικονοστοιχείο της συγκεκριμένης περιοχής και λαμβάνεται η μέση τιμή και η διάμεσός τους για τα χαρακτηριστικά 1 και 2 αντίστοιχα. Το χαρακτηριστικό 3 χρησιμοποιεί το δείκτη LSI (Longitudinal Strain Index - Δείκτης Διαμήκουσ Τάσης), ο οποίος ορίζεται ως η μέση τιμή της διαμήκουσ τάσης μεταξύ δύο σημείων (εικονοστοιχείων) για όλη τη διάρκεια της καταγραφής. Η διαμήκουσ τάση μεταξύ δύο σημείων υπολογίζεται όπως στο [12]. Ειδικότερα, το ένα σημείο επιλέγεται στην πάνω επιφάνεια της πλάκας (PTS) και το άλλο σε συγκεκριμένη απόσταση πάνω στο υγιές τοίχωμα, εξ ου και ο όρος LSI PTS/healthy. Ο δείκτης υπολογίστηκε για διαφορετικά τέτοια ζεύγη σημείων. Από όλες τις τιμές του LSI που προέκυψαν από τα ζεύγη εξήχθη η κανονικοποιημένη ροπή 3^{ης} τάξεως, συνηθέστερα γνωστή με τον όρο skewness.

Για την εξαγωγή του 4ου κατά σειρά χαρακτηριστικού υπολογίζεται η μετατόπιση του κάθε σημείου της πλάκας, δηλαδή των σημείων που περικλείονται από τις περιοχές PTS και PBS. Ως μετατόπιση ορίζεται η απόλυτη τιμή της διαφοράς θέσης ενός σημείου κατά την καρδιακή διαστολή από τη θέση του κατά την καρδιακή συστολή. Υπολογίζεται η μετατόπιση του κάθε εικονοστοιχείου τόσο κατά την ακτινική όσο και κατά τη διαμήκη διεύθυνση και λαμβάνεται η συνισταμένη τους. Στη συνέχεια υπολογίζεται η τέταρτη κανονικοποιημένη ροπή (γνωστή και ως kurtosis) των μετρήσεων αυτών. Το 5ο χαρακτηριστικό υπολογίζεται ως εξής: μετράται η ταχύτητα κατά την ακτινική και τη διαμήκη διεύθυνση όλων των εικονοστοιχείων της AWL και βρίσκεται η γωνία του διανύσματος της ταχύτητας για κάθε χρονική στιγμή. Εν συνεχεία υπολογίζεται η διάμεσος της γωνίας κάθε σημείου για όλο το χρονικό διάστημα της κίνησης.

Τέλος, βρίσκεται η ελάχιστη τιμή των διαμέσων όλων των σημείων. Για το 6ο και 7ο υπολογίζεται η διαμήκης μετατόπιση κάθε σημείου της περιοχής AWL κατά απόλυτη τιμή και λαμβάνεται η ελάχιστη τιμή και η τέταρτη κανονικοποιημένη ροπή τους αντίστοιχα. Το 8^ο χαρακτηριστικό βασίζεται στη διάμεσο της ακτινικής ταχύτητας όπως στο χαρακτηριστικό 2, αλλά λαμβάνεται η μέγιστη τιμή των διαμέσων. Το 9^ο χαρακτηριστικό χρησιμοποιεί τις ακτινικές μετατοπίσεις των εικονοστοιχείων της περιοχής PTS. Συγκεκριμένα υπολογίζεται η τέταρτη κανονικοποιημένη ροπή των απολύτων τιμών των μετατοπίσεων αυτών.

Το 10^ο χαρακτηριστικό χρησιμοποιεί το δείκτη LSI για ζεύγη σημείων και τα δύο εκ των οποίων βρίσκονται πάνω στο υγιές τοίχωμα (PWL). Ο δείκτης υπολογίζεται για διάφορα ζεύγη και λαμβάνεται η τρίτη κανονικοποιημένη ροπή των ζευγών. Για το 11^ο χαρακτηριστικό υπολογίζεται το πλάτος της κίνησης που ορίζεται ως η διαφορά της μέγιστης από την ελάχιστη θέση ενός σημείου. Για όλα τα σημεία του PTS υπολογίζονται τα πλάτη κατά την ακτινική και τη διαμήκη συνιστώσα, υπολογίζεται η συνισταμένη τους και εξάγεται η τέταρτη κανονικοποιημένη ροπή των συνισταμένων. Το χαρακτηριστικό 12 είναι όμοιο με το 10, με τη διαφορά ότι υπολογίζεται η τέταρτη κανονικοποιημένη ροπή αντί της τρίτης. Το χαρακτηριστικό 13 είναι η τέταρτη κανονικοποιημένη ροπή των πλατών της κίνησης κατά την ακτινική διεύθυνση των εικονοστοιχείων της περιοχής PTS. Για το χαρακτηριστικό 14 βρίσκεται η διαμήκης ταχύτητα των σημείων της πλάκας για όλη τη διάρκεια της κίνησης. Για κάθε σημείο υπολογίζεται η τυπική απόκλιση της ταχύτητας και λαμβάνεται η τέταρτη κανονικοποιημένη ροπή. Για το χαρακτηριστικό 15 βρίσκεται η ακτινική μετατόπιση των εικονοστοιχείων της πλάκας και για κάθε εικονοστοιχείο υπολογίζεται η συσχέτιση του μεγέθους αυτού για σημεία που βρίσκονται σε γωνία 135^ο, δηλαδή από κάτω του. Όμοια και για το 16, με τη διαφορά ότι βρίσκεται η συσχέτιση σημείων υπό γωνία 0^ο.

Το 17^ο χαρακτηριστικό απαιτεί τον υπολογισμό των γωνιών του διανύσματος του συνισταμένου πλάτους κίνησης των σημείων του PTS και τον υπολογισμό της τρίτης κανονικοποιημένης ροπής τους. Το 18^ο χαρακτηριστικό είναι η μέγιστη τιμή των γωνιών των διανυσμάτων συνισταμένης μετατόπισης των εικονοστοιχείων περιοχής AWL. Για το 19^ο χαρακτηριστικό ακολουθείται ίδια διαδικασία με το χαρακτηριστικό 14, αλλά για τα σημεία του AWL και λαμβάνεται η ελάχιστη τιμή των τυπικών αποκλίσεων. Το 20^ο χαρακτηριστικό προκύπτει από τα πλάτη της κίνησης των σημείων της περιοχής PTS κατά τη διαμήκη διεύθυνση, εξάγοντας την τρίτη κανονικοποιημένη ροπή αυτών. Το 21 υπολογίζεται όπως τα 15, 16 με τη διαφορά ότι βρίσκεται η συσχέτιση σημείων υπό γωνία 90^ο, δηλαδή από πάνω. Το 22^ο χαρακτηριστικό υπολογίζεται βρίσκοντας τη γωνία του διανύσματος ταχύτητας των σημείων του AWL για όλη τη διάρκεια της κίνησης, βρίσκοντας τη διάμεσο της γωνίας κάθε σημείου και υπολογίζοντας την τρίτη κανονικοποιημένη ροπή των διαμέσων. Τέλος το 23^ο χαρακτηριστικό προκύπτει υπολογίζοντας την τρίτη κανονικοποιημένη ροπή των απολύτων τιμών ακτινικής μετατόπισης των σημείων PTS.

Ο Πίνακας 4.2 περιέχει πληροφορίες για τα ανωτέρω χαρακτηριστικά και το τι τιμές λαμβάνει το καθένα σε κάθε μια από τις δύο κλάσεις:

Πίνακας 4.2: Μέγιστη, ελάχιστη και μέση τιμή ανά κλάση των χαρακτηριστικών του Πίνακα 4.1

	ΣΥΜΠΤΩΜΑΤΙΚΟΙ			ΑΣΥΜΠΤΩΜΑΤΙΚΟΙ		
	ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ	ΜΕΓΙΣΤΗ ΤΙΜΗ	ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΤΙΜΗ	ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ	ΜΕΓΙΣΤΗ ΤΙΜΗ	ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΤΙΜΗ
1	0.114	0.336	-0.057	0.025	0.185	-0.196
2	0.111	0.315	-0.069	0.027	0.201	-0.214
3	2.541	5.342	0.318	1.442	5.362	0.274
4	3.762	8.416	1.953	2.782	3.945	1.882
5	-0.367	-0.007	-0.877	-0.172	0.275	-0.591
6	0.033	0.096	0.000	0.059	0.208	0.005
7	4.093	8.333	1.804	3.148	5.006	1.987
8	0.222	0.972	0.002	0.102	0.279	-0.135
9	3.519	6.654	1.519	2.746	5.074	1.631
10	-2.043	0.399	-6.150	-3.519	0.842	-6.166
11	3.336	6.228	1.594	2.719	4.877	1.560
12	12.710	39.013	1.599	21.141	41.641	2.044
13	3.259	5.569	1.918	2.751	4.962	1.880
14	3.954	8.738	2.018	3.230	5.276	1.791
15	0.817	0.923	0.285	0.820	0.961	0.436
16	0.898	0.967	0.428	0.912	0.985	0.681
17	0.266	1.463	-0.510	0.604	1.981	-0.297
18	0.926	1.530	-0.074	0.675	1.449	-0.107
19	0.303	0.689	0.059	0.421	0.903	0.034
20	0.567	1.985	-0.548	0.185	1.325	-1.804
21	0.831	0.939	0.285	0.842	0.963	0.526
22	-0.036	0.939	-0.914	0.265	1.370	-0.553
23	0.771	1.757	-0.553	0.470	1.469	-0.543

Εξετάζοντας τους ασθενείς του νοσοκομείου «Αττικόν»

Από τα 1235 χαρακτηριστικά, 58 είχαν p-τιμή μικρότερη του 0.05 και 18 μικρότερη του 0.01. Η βέλτιστη ακρίβεια στο τρέχον σύνολο επετεύχθη με δύο διαφορετικούς συνδυασμούς χαρακτηριστικών: 14 επιλεγμένα με βάση το λόγο διάκρισης του Fisher (Πίνακας 4.3) ή 40 επιλεγμένα με βάση το τεστ αθροίσματος βαθμών (Πίνακας 4.5).

Πίνακας 4.3: Χαρακτηριστικά κίνησης με τους μεγαλύτερους λόγους διάκρισης και οι αντίστοιχες p-τιμές για τις ακολουθίες που καταγράφηκαν στο Αττικό Νοσοκομείο.

A.A.	ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΟ	Λόγος Διάκρισης	P-TIMH
1)	Αντίθεση (0°) των διαμέσων της απόλυτης τιμής της διαμήκουσ ταχύτητας των σημείων της πλάκας	0.796	0.0032
2)	Αντίθεση (0°) των τυπικών αποκλίσεων της γωνίας του διανύσματος ταχύτητας των σημείων της πλάκας	0.795	0.0043
3)	Αντίθεση (45°) των τυπικών αποκλίσεων της γωνίας του διανύσματος ταχύτητας των σημείων της πλάκας	0.723	0.0067
4)	Αντίθεση (45°) των διαμέσων της απόλυτης τιμής της διαμήκουσ ταχύτητας των σημείων της πλάκας	0.698	0.0058
5)	Ομοιογένεια (0°) των διαμέσων της απόλυτης τιμής της διαμήκουσ ταχύτητας των σημείων της πλάκας	0.687	0.0103
6)	4 ^η κανονικοποιημένη ροπή (kurtosis) των συνισταμένων του πλάτους κίνησης των σημείων του PBS	0.665	0.0135
7)	Αντίθεση (135°) των διαμέσων της απόλυτης τιμής της διαμήκουσ ταχύτητας των σημείων της πλάκας	0.645	0.0090
8)	Ομοιογένεια (0°) των διαμέσων της απόλυτης τιμής της ακτινικής ταχύτητας των σημείων της πλάκας	0.628	0.0416
9)	Όπως χαρακτηριστικό 23) του Πίνακα 3.1	0.624	0.0176
10)	Εντροπία των τυπικών αποκλίσεων της γωνίας του διανύσματος ταχύτητας των σημείων της πλάκας	0.607	0.0032
11)	Αντίθεση (90°) των τυπικών αποκλίσεων της γωνίας του διανύσματος ταχύτητας των σημείων της πλάκας	0.606	0.0103
12)	Αντίθεση (90°) των διαμέσων της απόλυτης τιμής της διαμήκουσ ταχύτητας των σημείων της πλάκας	0.585	0.0067
13)	Αντίθεση (135°) των τυπικών αποκλίσεων της γωνίας του διανύσματος ταχύτητας των σημείων της πλάκας	0.579	0.0118
14)	3 ^η κανονικοποιημένη ροπή (skewness) των πλατών της ακτινικής κίνησης των σημείων του PWL	0.575	0.0135

Το 1^ο χαρακτηριστικό, δηλαδή αυτό με το μεγαλύτερο λόγω διάκρισης υπολογίζεται μέσω της διαμήκους ταχύτητας των σημείων της πλάκας. Μετράται η απόλυτη τιμή της ταχύτητας για όλη τη διάρκεια της κίνησης και λαμβάνεται η διάμεσος για κάθε εικονοστοιχείο. Έπειτα υπολογίζεται η αντίθεση των διαμέσων για εικονοστοιχεία υπό γωνία 0°. Τα χαρακτηριστικά 4,7,12 υπολογίζονται ομοίως για προσανατολισμούς 45°, 135° και 90° αντίστοιχα. Το 2^ο κατά σειρά σημαντικότητας χαρακτηριστικό προκύπτει από τη γωνία του διανύσματος ταχύτητας των σημείων της πλάκας. Για κάθε σημείο υπολογίζεται η τυπική απόκλιση και στη συνέχεια η αντίθεση των τυπικών αποκλίσεων υπό γωνία 0°. Το ίδιο μέγεθος υπό γωνίες 45°, 90°, 135° αντιστοιχεί στα χαρακτηριστικά 3, 11 και 13. Το χαρακτηριστικό 5 υπολογίζεται όπως το 1 αλλά εξάγεται η ομοιογένεια και όχι η αντίθεση. Για το χαρακτηριστικό 6 μετράται το πλάτος κίνησης των σημείων του PBS, βρίσκεται η συνισταμένη κάθε σημείου και υπολογίζεται η τέταρτη κανονικοποιημένη ροπή αυτών. Το χαρακτηριστικό 8 υπολογίζεται όπως το 5 με τη διαφορά ότι χρησιμοποιείται η ακτινική ταχύτητα και όχι η διαμήκης. Το χαρακτηριστικό 9 έχει εξηγηθεί στα προηγούμενα. Το χαρακτηριστικό 10 βρίσκεται από τις τυπικές αποκλίσεις των γωνιών του διανύσματος ταχύτητας των εικονοστοιχείων της πλάκας, υπολογίζοντας την εντροπία τους. Για το τελευταίο χαρακτηριστικό αυτού του συνδυασμού μετράται το πλάτος της κίνησης των εικονοστοιχείων της περιοχής PWL κατά την ακτινική διεύθυνση και υπολογίζεται η 3^η κανονικοποιημένη ροπή (skewness) των μετρήσεων.

Λεπτομέρειες για τις τιμές του κάθε χαρακτηριστικού ανά κλάση παρατίθενται στον Πίνακα 4.4.

Πίνακας 4.4: Μέγιστη, ελάχιστη και μέση τιμή ανά κλάση των χαρακτηριστικών του Πίνακα 4.3

	ΣΥΜΠΤΩΜΑΤΙΚΟΙ			ΑΣΥΜΠΤΩΜΑΤΙΚΟΙ		
	ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ	ΜΕΓΙΣΤΗ ΤΙΜΗ	ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΤΙΜΗ	ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ	ΜΕΓΙΣΤΗ ΤΙΜΗ	ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΤΙΜΗ
1	0.062	0.095	0.036	0.103	0.222	0.038
2	0.042	0.074	0.000	0.071	0.107	0.037
3	0.066	0.111	0.000	0.108	0.202	0.050
4	0.102	0.154	0.065	0.164	0.337	0.046
5	0.972	0.982	0.955	0.958	0.995	0.932
6	2.264	2.785	1.898	2.968	4.893	1.791
7	0.115	0.179	0.070	0.173	0.307	0.043
8	0.988	0.991	0.979	0.982	0.993	0.970
9	1.006	1.677	0.522	0.467	1.469	-0.543
10	2.940	3.950	0.000	3.955	4.801	3.013
11	0.064	0.106	0.000	0.100	0.181	0.047
12	0.100	0.157	0.063	0.148	0.290	0.030
13	0.073	0.117	0.000	0.110	0.189	0.057
14	0.497	1.205	-0.380	-0.039	1.052	-0.922

Πίνακας 4.5: Χαρακτηριστικά κίνησης με τις μικρότερες p-τιμές (υπολογισμένες με το τεστ αθροίσματος βαθμών του Wilcoxon) και οι αντίστοιχοι λόγοι διάκρισης για τις ακολουθίες που καταγράφηκαν στο Αττικό Νοσοκομείο

A.A.	ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΟ	ΛΟΓΟΣ ΔΙΑΚΡΙΣΗΣ	P-TIMH
1)	Ενέργεια (0°) των διαμέσων της απολυτής τιμής της διαμήκους ταχύτητας των σημείων της πλάκας	0.540	0.0007
2)	Ενέργεια (90°) των διαμέσων της απολυτής τιμής της διαμήκους ταχύτητας των σημείων της πλάκας	0.481	0.0017
3)	Ενέργεια (135°) των διαμέσων της απολυτής τιμής της διαμήκους ταχύτητας των σημείων της πλάκας	0.475	0.0017
4)	Ενέργεια (45°) των διαμέσων της απολυτής τιμής της διαμήκους ταχύτητας των σημείων της πλάκας	0.488	0.0023
5)	Χαρακτηριστικό 10) του Πίνακα 3.3	0.607	0.0032
6)	Χαρακτηριστικό 1) του Πίνακα 3.3	0.796	0.0032
7)	Χαρακτηριστικό 2) του Πίνακα 3.3	0.796	0.0043
8)	Χαρακτηριστικό 4) του Πίνακα 3.3	0.698	0.0058
9)	Χαρακτηριστικό 3) του Πίνακα 3.3	0.723	0.0067
10)	Χαρακτηριστικό 12) του Πίνακα 3.3	0.585	0.0067
11)	Ομοιογένεια (45°) των διαμέσων της απόλυτης τιμής της διαμήκους ταχύτητας των σημείων της πλάκας	0.535	0.0078
12)	Διάμεσος των LSI PBS/healthy	0.462	0.0078
13)	Τυπική απόκλιση των διαμέσων της διαμήκους ταχύτητας των σημείων του AWL	0.515	0.0078
14)	Εντροπία των διαμέσων της απόλυτης τιμής της διαμήκους ταχύτητας των σημείων της πλάκας	0.262	0.0090
15)	Εντροπία των διαμέσων της απόλυτης τιμής της ακτινικής ταχύτητας των σημείων της πλάκας	0.235	0.0090
16)	Αντίθεση (0°) των τυπικών αποκλίσεων της απόλυτης τιμής της διαμήκους ταχύτητας των σημείων της πλάκας	0.385	0.0090
17)	Χαρακτηριστικό 7) του Πίνακα 3.3	0.645	0.0090
18)	Μέγιστη τιμή των LSI PTS/healthy	0.166	0.0090
19)	Χαρακτηριστικό 5) του Πίνακα 3.3	0.687	0.0103
20)	Χαρακτηριστικό 11) του Πίνακα 3.3	0.606	0.0103

21)	Ομοιογένεια (135°) των διαμέσων της απόλυτης τιμής της διαμήκους ταχύτητας των σημείων της πλάκας	0.4731	0.0103
22)	Ομοιογένεια (0°) των τυπικών αποκλίσεων της απόλυτης τιμής της ακτινικής ταχύτητας των σημείων της πλάκας	0.430	0.0118
23)	Ομοιογένεια (90°) των διαμέσων της απόλυτης τιμής της διαμήκους ταχύτητας των σημείων της πλάκας	0.457	0.0118
24)	Χαρακτηριστικό 13) του Πίνακα 3.3	0.580	0.0118
25)	Χαρακτηριστικό 6) του Πίνακα 3.3	0.665	0.0135
26)	Τυπική απόκλιση των LSI PTS/healthy	0.203	0.0135
27)	Χαρακτηριστικό 14) του Πίνακα 3.3	0.575	0.0135
28)	Αντίθεση (45°) των τυπικών αποκλίσεων της απόλυτης τιμής της διαμήκους ταχύτητας των σημείων της πλάκας	0.452	0.0176
29)	Χαρακτηριστικό 23) του Πίνακα 3.1	0.624	0.0176
30)	4 ^η κανονικοποιημένη ροπή (kurtosis) των πλατών της διαμήκους κίνησης των σημείων του PBS	0.548	0.0176
31)	Μέση τιμή των LSI PBS/healthy	0.102	0.0176
32)	Χαρακτηριστικό 22) του Πίνακα 3.1	0.557	0.0200
33)	Μέση τιμή των LSI PTS/healthy	0.257	0.0201
34)	Ομοιογένεια (45°) των τυπικών αποκλίσεων της απόλυτης τιμής της διαμήκους ταχύτητας των σημείων της πλάκας	0.343	0.0258
35)	Χαρακτηριστικό 12) του Πίνακα 3.1	0.411	0.0279
36)	Ενέργεια (0°) των τυπικών αποκλίσεων της απόλυτης τιμής της διαμήκους ταχύτητας των σημείων της πλάκας	0.194	0.0291
37)	Ελάχιστη τιμή των διαμηθικών τάσεων μεταξύ PTS/PBS	0.418	0.0329
38)	Διάμεσος των LSI PTS/healthy	0.151	0.0329
39)	3 ^η κανονικοποιημένη ροπή (skewness) των τυπικών αποκλίσεων της ακτινικής ταχύτητας των σημείων του PWL	0.345	0.0329
40)	Τυπική απόκλιση των διαμέσων της απόλυτης τιμής της ακτινικής ταχύτητας των σημείων του AWL	0.110	0.0329

Πίνακας 4.6: Μέγιστη, ελάχιστη και μέση τιμή ανά κλάση των χαρακτηριστικών του Πίνακα 4.5

	ΣΥΜΠΤΩΜΑΤΙΚΟΙ			ΑΣΥΜΠΤΩΜΑΤΙΚΟΙ		
	ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ	ΜΕΓΙΣΤΗ ΤΙΜΗ	ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΤΙΜΗ	ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ	ΜΕΓΙΣΤΗ ΤΙΜΗ	ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΤΙΜΗ
1	0.603	0.690	0.512	0.495	0.946	0.373
2	0.580	0.670	0.477	0.472	0.945	0.344
3	0.572	0.663	0.463	0.463	0.943	0.332
4	0.577	0.668	0.472	0.467	0.944	0.329
5	2.940	3.950	0.000	3.955	4.801	3.013
6	0.062	0.095	0.036	0.103	0.222	0.038
7	0.042	0.074	0.000	0.071	0.107	0.037
8	0.102	0.154	0.065	0.164	0.337	0.046
9	0.066	0.111	0.000	0.108	0.202	0.050
10	0.100	0.157	0.063	0.148	0.290	0.030
11	0.956	0.969	0.930	0.936	0.994	0.897
12	2.982	5.331	1.807	2.057	5.144	1.190
13	0.034	0.071	0.017	0.065	0.173	0.012
14	3.547	4.289	2.999	4.131	5.317	0.610
15	3.274	3.867	2.627	3.726	4.799	0.830
16	0.048	0.064	0.011	0.074	0.212	0.030
17	0.115	0.179	0.070	0.173	0.307	0.043
18	338.417	1831.312	5.799	74.652	896.185	2.909
19	0.972	0.982	0.955	0.958	0.995	0.932
20	0.064	0.106	0.000	0.100	0.181	0.047
21	0.952	0.965	0.920	0.933	0.993	0.893
22	0.980	0.996	0.968	0.971	0.998	0.954
23	0.958	0.969	0.930	0.940	0.994	0.903
24	0.073	0.117	0.000	0.110	0.189	0.057
25	2.264	2.785	1.898	2.968	4.893	1.791
26	55.353	281.200	1.409	10.410	119.279	0.558
27	0.497	1.205	-0.380	-0.039	1.052	-0.922
28	0.092	0.117	0.022	0.131	0.249	0.036
29	1.006	1.677	0.522	0.467	1.469	-0.543
30	2.598	3.621	1.778	3.604	6.037	1.782
31	30.754	185.504	1.919	10.652	78.066	1.381
32	-0.287	0.563	-0.839	0.249	1.370	-0.553
33	14.227	56.939	2.125	4.371	27.091	1.620

34	0.963	0.991	0.944	0.950	0.998	0.917
35	16.456	38.888	3.212	24.075	41.641	2.044
36	0.620	0.924	0.494	0.536	0.985	0.372
37	0.061	0.083	0.021	0.044	0.081	0.009
38	2.881	4.784	1.440	2.287	6.528	1.432
39	0.430	1.116	-0.114	-0.021	1.291	-1.266
40	0.019	0.048	0.009	0.053	0.452	0.007

Τα χαρακτηριστικά 1 έως 4 βασίζονται σε μετρήσεις ενέργειας των διαμέσων της απόλυτης τιμής της διαμήκουσ ταχύτητας των σημείων της πλάκας σε προσανατολισμούς 0°, 90°, 135° και 45° αντίστοιχα. Το χαρακτηριστικό 11 υπολογίζεται όπως το 4 με τη διαφορά ότι μετράται η ομοιογένεια αντί της ενέργειας. Για το χαρακτηριστικό 12 υπολογίζεται ο δείκτης LSI για ζεύγη σημείων εκ των οποίων το ένα βρίσκεται στην περιοχή PBS και το άλλο σε συγκεκριμένη απόσταση πάνω στο υγιές τοίχωμα (LSI PBS/ healthy) [12]. Στη συνέχεια λαμβάνεται η διάμεσος των δεικτών. Για το χαρακτηριστικό 13 μετράται η διαμήκης ταχύτητα των σημείων του AWL για όλη τη διάρκεια της κίνησης και βρίσκεται η διάμεσος για κάθε σημείο. Το χαρακτηριστικό προκύπτει από την τυπική απόκλιση των διαμέσων. Τα χαρακτηριστικά 14 και 15 είναι η εντροπία των διαμέσων της απόλυτης τιμής της ταχύτητας των σημείων της πλάκας κατά τη διαμήκη και ακτινική διεύθυνση αντίστοιχα. Για το χαρακτηριστικό 16 βρίσκεται η τυπική απόκλιση της απόλυτης τιμής της ταχύτητας κατά το διαμήκη άξονα των εικονοστοιχείων της πλάκας και υπολογίζεται η αντίθεση υπό γωνία 0°. Για το χαρακτηριστικό 18 υπολογίζεται ο δείκτης LSI PTS/healthy για ζεύγη σημείων και λαμβάνεται η μέγιστη τιμή. Το χαρακτηριστικό 21 υπολογίζεται όπως το 11 αλλά υπό γωνία 135°, ενώ το 23 υπό γωνία 90°. Από την τυπική απόκλιση της απόλυτης τιμής της ακτινικής των εικονοστοιχείων της πλάκας προκύπτει το χαρακτηριστικό 22, υπολογίζοντας την ομοιογένεια υπό γωνία 0°. Για το χαρακτηριστικό 16 υπολογίζεται η τυπική απόκλιση του δείκτη LSI PTS/healthy για όλα τα ζεύγη σημείων. Το χαρακτηριστικό 28 υπολογίζεται όπως το 16, αλλά υπό γωνία 45°.

Για το χαρακτηριστικό 30 μετράται το πλάτος της κίνησης των σημείων του PBS κατά το διαμήκη άξονα και υπολογίζεται η τέταρτη κανονικοποιημένη ροπή. Για το χαρακτηριστικό 31 υπολογίζεται η μέση τιμή του LSI PBS/ healthy, ενώ για το 33 η μέση τιμή του LSI PTS/ healthy. Για το χαρακτηριστικό 34 υπολογίζεται η τυπική απόκλιση της απόλυτης τιμής της διαμήκουσ ταχύτητας των σημείων της πλάκας και λαμβάνεται η ομοιογένεια υπό γωνία 45°. Η ενέργεια υπό γωνία 0° του ίδιου μεγέθους αποτελεί το 36° χαρακτηριστικό. Για το 37° χαρακτηριστικό υπολογίζεται η διατημητική τάση για ζεύγη σημείων (ένα στην περιοχή PTS και ένα στην PBS) και λαμβάνεται η ελάχιστη τιμή. Το χαρακτηριστικό 38 είναι η διάμεσος των LSI PTS/healthy. Για το χαρακτηριστικό 39 υπολογίζεται η τυπική απόκλιση της ακτινικής ταχύτητας των σημείων του PWL εξάγεται η 3^η κανονικοποιημένη ροπή (skewness). Υπολογίζοντας την ακτινική ταχύτητα των σημείων του AWL κατά απόλυτη τιμή, παίρνοντας τη διάμεσό τους και υπολογίζοντας την τυπική απόκλιση προκύπτει το χαρακτηριστικό 40. Τα χαρακτηριστικά 5, 6, 7, 8, 9, 10, 17, 19, 20, 24, 25, 27, 29, 32 και 35 έχουν περιγραφεί παραπάνω.

Εξετάζοντας τους ασθενείς του νοσοκομείου «St. Mary's»

Στις καταγραφές από το νοσοκομείο St. Mary's, από τα 1235, 71 βρέθηκαν να έχουν p -τιμή < 0.05 , ενώ 20 είχαν p -τιμή < 0.01 . Για τα συγκεκριμένα δεδομένα, ο βέλτιστος συνδυασμός χαρακτηριστικών αποτελείται από 12 χαρακτηριστικά, επιλεγμένα με το λόγο διάκρισης, τα οποία συγκεντρώνονται στον Πίνακα 4.7.

Πίνακας 4.7: Χαρακτηριστικά κίνησης με τους μεγαλύτερους λόγους διάκρισης και οι αντίστοιχες p -τιμές για τις ακολουθίες που καταγράφηκαν στο Νοσοκομείο St. Mary's

A.A.	ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΟ	Λόγος Διάκρισης	P-TIMH
1)	Διάμεσος των ακτινικών μετατοπίσεων των σημείων του PBS	1.299	0.0009
2)	3 ^η κανονικοποιημένη ροπή (skewness) των διαμέσων της απόλυτης τιμής της διαμήκουσ ταχύτητας των σημείων της πλάκας	1.206	0.0020
3)	Εντροπία των ακτινικών μετατοπίσεων των σημείων της πλάκας	1.064	0.0020
4)	Μέση τιμή των ακτινικών μετατοπίσεων των σημείων του PBS	0.983	0.0037
5)	3 ^η κανονικοποιημένη ροπή (skewness) των διαμέσων της συνισταμένης του διανύσματος ταχύτητας των σημείων της πλάκας	0.982	0.0078
6)	Συσχέτιση (0°) των συνισταμένων της μετατόπισης των σημείων της πλάκας	0.788	0.0090
7)	Συσχέτιση (90°) των συνισταμένων της μετατόπισης των σημείων της πλάκας	0.787	0.0037
8)	Χαρακτηριστικό 22) του Πίνακα 3.5	0.776	0.0032
9)	4 ^η κανονικοποιημένη ροπή (kurtosis) των συνισταμένων του πλάτους κίνησης των σημείων της πλάκας	0.771	0.0050
10)	Χαρακτηριστικό 5) του Πίνακα 3.1	0.749	0.0064
11)	Συσχέτιση (135°) των συνισταμένων της μετατόπισης των σημείων της πλάκας	0.698	0.0090
12)	Συσχέτιση (45°) των συνισταμένων της μετατόπισης των σημείων της πλάκας	0.688	0.0090

Το 1^ο χαρακτηριστικό είναι η διάμεσος των ακτινικών μετατοπίσεων των εικονοστοιχείων της περιοχής PBS, ενώ το 2^ο η τρίτη κανονικοποιημένη ροπή των διαιρέσεων της απόλυτης τιμής διαμήκουσ ταχύτητας των σημείων της πλάκας. Το 3^ο χαρακτηριστικό προκύπτει υπολογίζοντας την εντροπία των ακτινικών μετατοπίσεων των σημείων της πλάκας. Το χαρακτηριστικό 4 είναι η μέση τιμή των ακτινικών μετατοπίσεων των σημείων της PBS. Για το 5^ο χαρακτηριστικό υπολογίζονται η συνισταμένη του διανύσματος ταχύτητας των σημείων της πλάκας. Από κάθε

σημείο εκλέγεται η διάμεσος και υπολογίζεται η τρίτη κανονικοποιημένη ροπή των διαμέσων. Το χαρακτηριστικό 6 είναι η συσχέτιση των συνισταμένων μετατοπίσεων των εικονοστοιχείων της πλάκας υπό γωνία 0° . Το ίδιο μέγεθος υπό γωνία 90° , 135° , 45° αποτελεί τα χαρακτηριστικά 7, 11, 12 αντιστοίχως. Το χαρακτηριστικό 8 έχει περιγραφεί ήδη, όπως και το 10. Τέλος το 9° χαρακτηριστικό υπολογίζεται ως η τέταρτη κανονικοποιημένη ροπή των συνισταμένων του πλάτους των εικονοστοιχείων της πλάκας.

Πίνακας 4.8: Μέγιστη, ελάχιστη και μέση τιμή ανά κλάση των χαρακτηριστικών του Πίνακα 4.7.

	ΣΥΜΠΤΩΜΑΤΙΚΟΙ			ΑΣΥΜΠΤΩΜΑΤΙΚΟΙ		
	ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ	ΜΕΓΙΣΤΗ ΤΙΜΗ	ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΤΙΜΗ	ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ	ΜΕΓΙΣΤΗ ΤΙΜΗ	ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΤΙΜΗ
1	0.077	0.211	-0.033	-0.028	0.104	-0.130
2	0.724	1.557	-0.226	0.053	0.730	-0.443
3	3.412	5.523	1.152	1.829	4.505	0.087
4	0.071	0.211	-0.035	-0.018	0.099	-0.117
5	0.590	1.237	-0.088	0.079	0.503	-0.397
6	0.916	0.946	0.876	0.940	0.962	0.910
7	0.869	0.915	0.817	0.899	0.929	0.879
8	0.960	0.987	0.917	0.975	0.988	0.962
9	3.656	5.745	2.573	2.741	3.738	1.788
10	-0.488	-0.188	-0.877	-0.166	0.275	-0.427
11	0.848	0.897	0.782	0.882	0.922	0.854
12	0.851	0.907	0.772	0.885	0.924	0.858

Χαρακτηριστικά που βρέθηκαν στατιστικώς σημαντικά στις ακολουθίες και των δύο νοσοκομείων

Τα χαρακτηριστικά που βρέθηκαν να διαφέρουν μεταξύ συμπτωματικών και ασυμπτωματικών ασθενών και στα δύο σύνολα δεδομένων είναι τα χαρακτηριστικά 16), 22) και 34) του Πίνακα 4.5. Πρόκειται για

- την αντίθεση (υπό γωνία 0°) των τυπικών αποκλίσεων της απόλυτης τιμής της διαμήκουσ ταχύτητας των εικονοστοιχείων της πλάκας,
- την ομοιογένεια (υπό γωνία 0°) των τυπικών αποκλίσεων της απόλυτης τιμής της ακτινικής ταχύτητας των εικονοστοιχείων της πλάκας και
- την ομοιογένεια (υπό γωνία 45°) των τυπικών αποκλίσεων της απόλυτης τιμής της διαμήκουσ ταχύτητας των εικονοστοιχείων της πλάκας.

β) Συγκριτική αξιολόγηση των αλγορίθμων ταξινόμησης

Δοκιμές με όλα τα διαθέσιμα πρότυπα

Στους ακόλουθους πίνακες, εμφανίζεται η μέγιστη ακρίβεια ταξινόμησης που κατόρθωσε να φτάσει ο κάθε ταξινομητής και οι αντίστοιχες τιμές ευαισθησίας, ειδικότητας και εμβαδού κάτω από την ROC καμπύλη. Το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη δεν αναγράφεται για την περίπτωση των μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης, διότι οι συναρτήσεις που χρησιμοποιήθηκαν για την υλοποίησή τους δεν έδιδαν πληροφορία για τις εκ των υστέρων πιθανότητες της κάθε κλάσης, παρά μόνο το αποτέλεσμα της ταξινόμησης. Στις Εικόνες 4.1-4.4 απεικονίζονται γραφικά τα δεδομένα των πινάκων, διευκολύνοντας τη σύγκριση τόσο μεταξύ των ταξινομητών, όσο και μεταξύ των χαρακτηριστικών υψής και κίνησης.

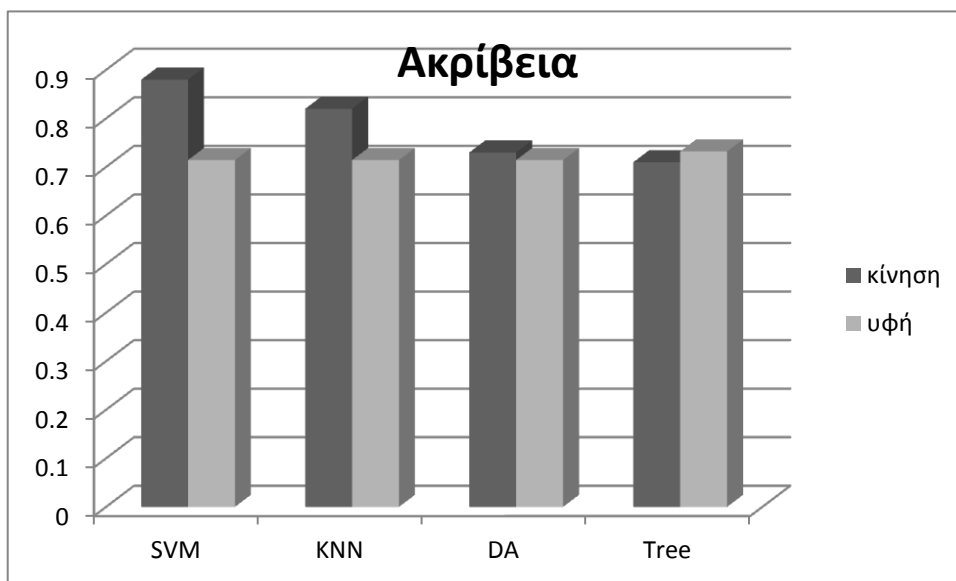
Πίνακας 4.9: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα για τους τέσσερις ταξινομητές στο σύνολο των δεδομένων, με χρήση χαρακτηριστικών κίνησης

	SVM	KNN	DA	Tree
ακρίβεια	0.88	0.82	0.73	0.71
ευαισθησία	0.82	0.75	0.75	0.86
ειδικότητα	0.93	0.89	0.71	0.57
AUC	-	0	0.77	0.57

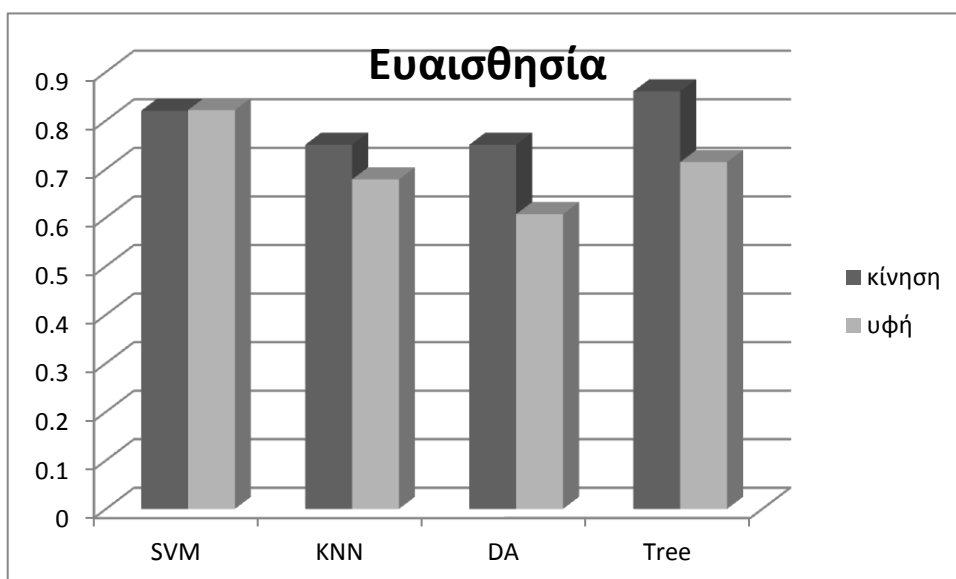
Η τιμή 0 του εμβαδού κάτω από την ROC καμπύλη για τον ταξινομητή KNN εξηγείται από το γεγονός ότι η καμπύλη έχει εκφυλιστεί σε σημείο, δηλαδή ο ταξινομητής συμπεριφέρεται όμοια για όλα τα δυνατά κατώφλια.

Πίνακας 4.10: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα για τους τέσσερις ταξινομητές στο σύνολο των δεδομένων, με χρήση χαρακτηριστικών υψής

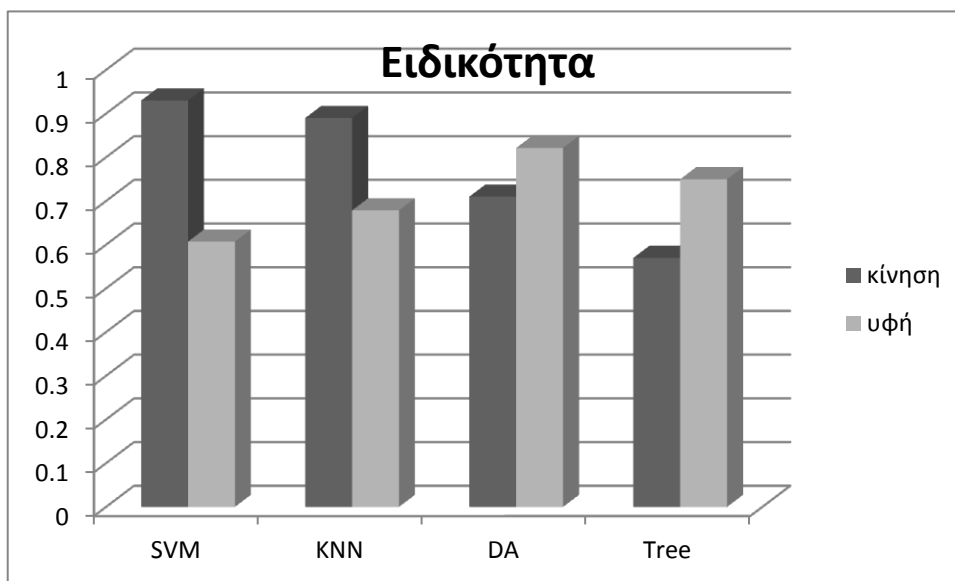
	SVM	KNN	DA	Tree
ακρίβεια	0.7143	0.7143	0.7143	0.7321
ευαισθησία	0.8214	0.6786	0.6071	0.7143
ειδικότητα	0.6071	0.75	0.8214	0.75
AUC	-	0.6894	0.6837	0.6582



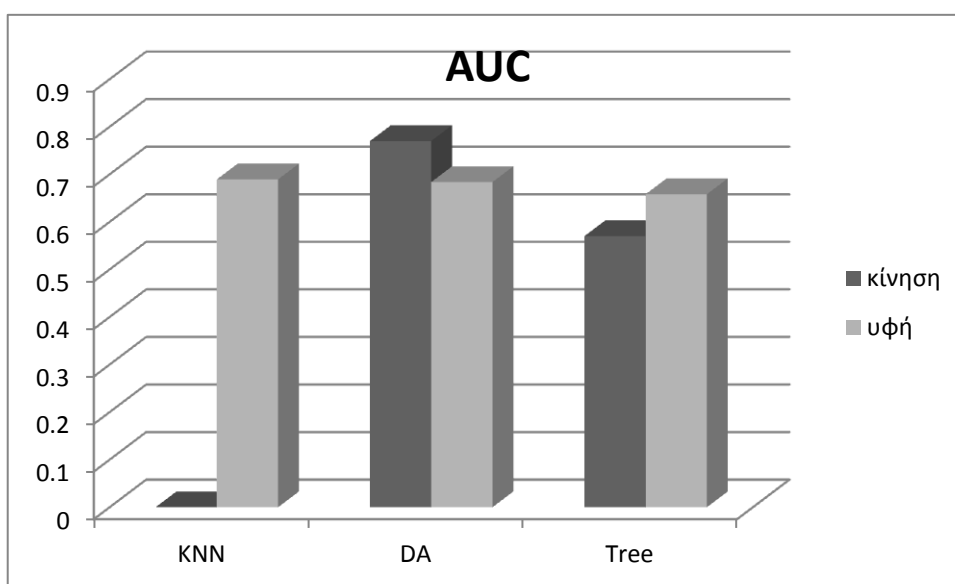
Εικόνα 4.1: Μέγιστη ακρίβεια ταξινόμησης για τους τέσσερις ταξινομητές στο σύνολο των δεδομένων, με χαρακτηριστικά κίνησης ή υφής.



Εικόνα 4.2: Μέγιστη ευαισθησία για τους τέσσερις ταξινομητές στο σύνολο των δεδομένων, με χαρακτηριστικά κίνησης ή υφής.



Εικόνα 4.3: Μέγιστη ειδικότητα για τους τέσσερις ταξινομητές στο σύνολο των δεδομένων, με χαρακτηριστικά κίνησης ή υφής.



Εικόνα 4.4: Μέγιστο εμβαδόν κάτω από την καμπύλη ROC για τους τρεις ταξινομητές στο σύνολο των δεδομένων, με χαρακτηριστικά κίνησης ή υφής.

Όσον αφορά τους ταξινομητές που χρησιμοποιούν χαρακτηριστικά κίνησης, τα αποτελέσματα δείχνουν ότι ο SVM ταξινομητής υπερέχει με ακρίβεια 0.88. Ο ταξινομητής k-πλησιέστερων γειτόνων είχε ακρίβεια 0.82, ενώ η διακριτική ανάλυση 0.73. Τα δυαδικά δέντρα απόφασης, τέλος, 0.71. Συγκρίνοντας περαιτέρω τους δύο καλύτερους ταξινομητές (SVM και KNN) με τη βοήθεια και των Πινάκων 3.14 και 3.15, παρατηρεί κανείς ότι οι μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης πετυχαίνουν τη μέγιστη ακρίβειά τους με ένα διάνυσμα χαρακτηριστικών διάστασης 23, ενώ ο ταξινομητής KNN απαιτεί 14 χαρακτηριστικά, δηλαδή υστερεί σε επιδόσεις αλλά απαιτεί μικρότερο υπολογιστικό φόρτο. Για το δέντρο απόφασης αρκούσαν 7 χαρακτηριστικά για τη μέγιστη απόδοση, ενώ η διακριτική ανάλυση χρησιμοποίησε μόνο 3 χαρακτηριστικά.

Για την απόκτηση σαφέστερης εικόνας για την ικανότητα ταξινόμησης που έχουν τα εξαχθέντα χαρακτηριστικά κίνησης, έγινε σύγκριση των αποτελεσμάτων των ταξινομητών με τα αποτελέσματα ταξινομητών που βασίζονται σε χαρακτηριστικά υφής, πάνω στο ίδιο σύνολο δεδομένων. Όπως αναφέρθηκε και στο πρώτο κεφάλαιο, πολλές μελέτες έχουν χρησιμοποιήσει επιτυχώς χαρακτηριστικά υφής για την αναγνώριση συμπτωματικών αθρωματικών πλακών και, επομένως, η ανάλυση υφής αποτελεί ένα σημείο αναφοράς στο συγκεκριμένο τομέα.

Όπως φαίνεται και στον πίνακα 3.11, οι τέσσερις ταξινομητές έχουν παρόμοιες επιδόσεις όταν χρησιμοποιούν χαρακτηριστικά υφής, με τα δέντρα απόφασης να υπερέχουν ελάχιστα των υπολοίπων τριών (ακρίβεια 0.73 έναντι 0.71). Ακόμη, από την εικόνα 3.1 και τους αντίστοιχους πίνακες διακρίνεται μια σαφής υπεροχή των χαρακτηριστικών κίνησης έναντι των χαρακτηριστικών υφής ως προς την ακρίβεια ταξινόμησης. Ακόμη, στις τρεις από τις τέσσερις περιπτώσεις, το βέλτιστο αποτέλεσμα επετεύχθη με μικρότερη ή ίση διάσταση για τα διανύσματα χαρακτηριστικών. Εξαιρεση αποτελεί η περίπτωση των δέντρων απόφασης, στην οποία τα χαρακτηριστικά υφής κατόρθωσαν μεγαλύτερη ακρίβεια με μικρότερη διάσταση.

Η βέλτιστη μέθοδος επιλογής χαρακτηριστικών και για τους 4 ταξινομητές ήταν ο λόγος διάκρισης του Fisher.

Δοκιμές ανά νοσοκομείο

Όπως αναφέρθηκε, η μελέτη των εξαχθέντων χαρακτηριστικών κίνησης ανά νοσοκομείο έδειξε ότι υπάρχει σημαντική διαφοροποίηση στα χαρακτηριστικά κίνησης που είναι στατιστικά σημαντικά στα δύο σύνολα ακολουθιών. Έτσι, εξετάστηκε και η δυνατότητα ταξινόμησης σε κάθε σύνολο χωριστά και τα καλύτερα αποτελέσματα συνοψίζονται παρακάτω:

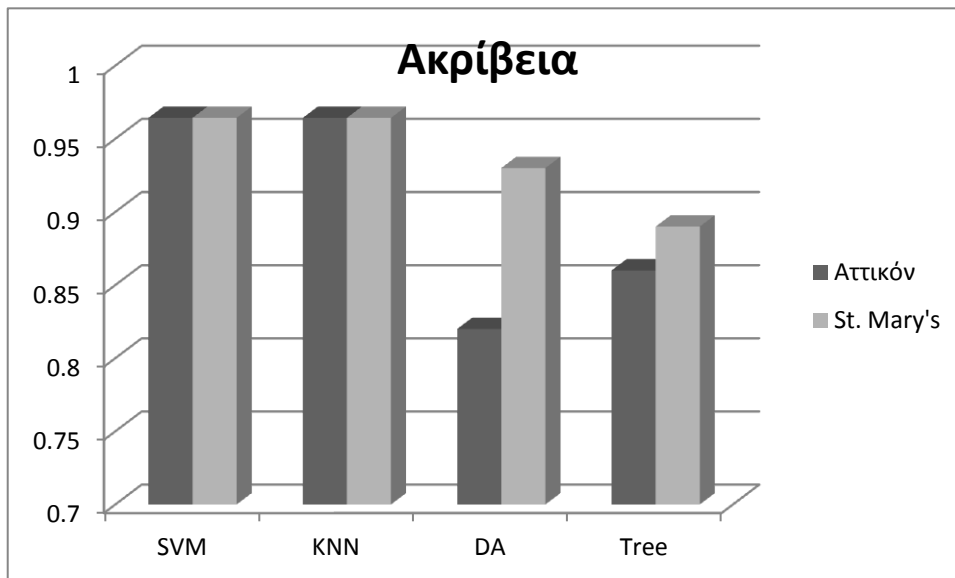
Πίνακας 4.11: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα για τους τέσσερις ταξινομητές για τα δεδομένα του Αττικού Νοσοκομείου, με χρήση χαρακτηριστικών κίνησης

	SVM	KNN	DA	Tree
ακρίβεια	0.9643	0.9643	0.82	0.86
ευαισθησία	0.9	0.9	0.8	0.7
ειδικότητα	1	1	0.83	0.95
AUC	-	0.99	0.81	0.82

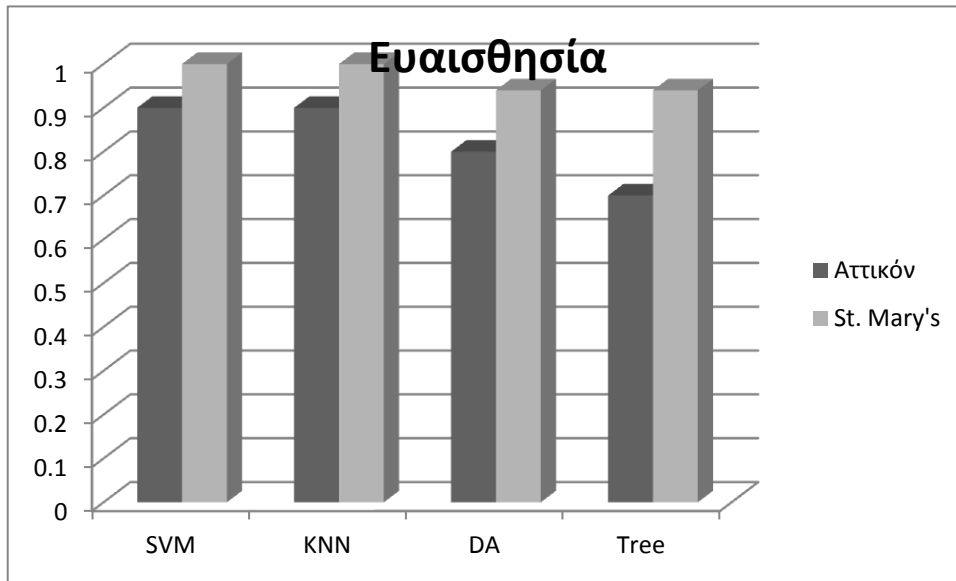
Πίνακας 4.12: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα για τους τέσσερις ταξινομητές για τα δεδομένα του Νοσοκομείου St. Mary's, με χρήση χαρακτηριστικών κίνησης

	SVM	KNN	DA	Tree
ακρίβεια	0.9643	0.9643	0.93	0.89
ευαισθησία	1	1	0.94	0.94
ειδικότητα	0.9	0.9	0.9	0.8
AUC	-	0	0.88	0.76

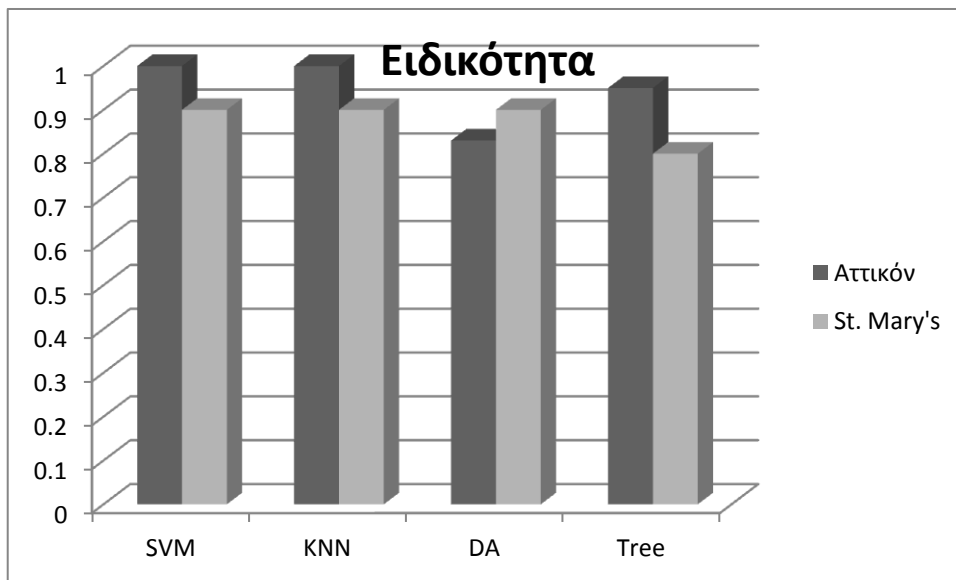
Η τιμή 0 του εμβαδού κάτω από την ROC καμπύλη για τον ταξινομητή KNN εξηγείται από το γεγονός ότι η καμπύλη έχει εκφυλιστεί σε σημείο, δηλαδή ο ταξινομητής συμπεριφέρεται όμοια για όλα τα δυνατά κατώφλια.



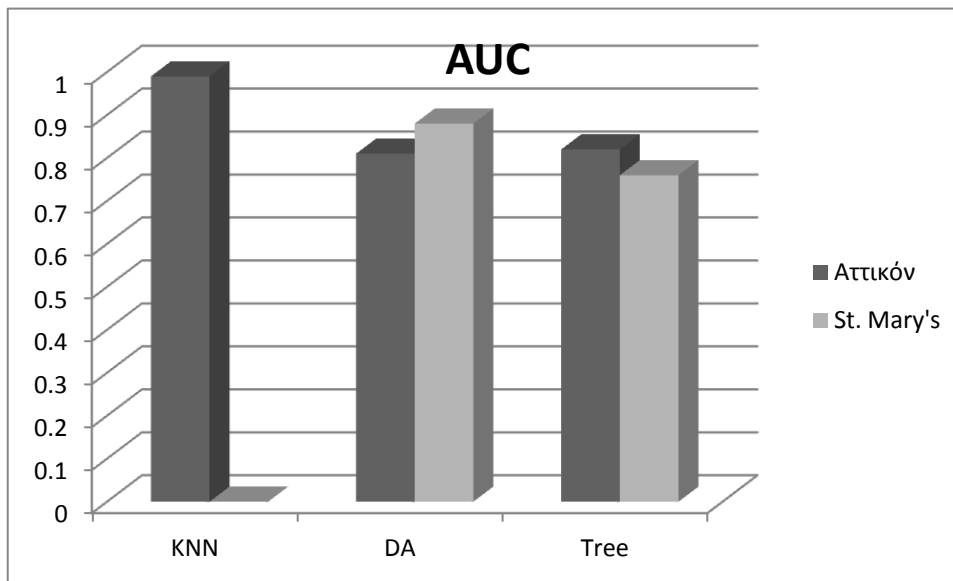
Εικόνα 4.5: Μέγιστη ακρίβεια ταξινόμησης για τους τέσσερις ταξινομητές ανά νοσοκομείο, με χαρακτηριστικά κίνησης.



Εικόνα 4.6: Μέγιστη ευαισθησία για τους τέσσερις ταξινομητές ανά νοσοκομείο, με χαρακτηριστικά κίνησης.



Εικόνα 4.7: Μέγιστη ειδικότητα για τους τέσσερις ταξινομητές ανά νοσοκομείο, με χαρακτηριστικά κίνησης.



Εικόνα 4.8: Μέγιστη Μέγιστο εμβαδόν κάτω από την καμπύλη ROC για τους τρεις ταξινομητές ανά νοσοκομείο, με χαρακτηριστικά κίνησης.

Όπως ήταν αναμενόμενο, η ικανότητα ταξινόμησης είναι σημαντικά μεγαλύτερη σε αυτήν την περίπτωση, ενώ οι μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης και ο ταξινομητής KNN και πάλι υπερέρχουν των άλλων ταξινομητών. Πιο συγκεκριμένα, για την περίπτωση του Αττικού Νοσοκομείου, ο ταξινομητής SVM κατόρθωσε ακρίβεια 0.96 με ευαισθησία 0.9 και άριστη ειδικότητα (1.0). Ο KNN ταξινομητής είχε ακριβώς ίδιες επιδόσεις. Ο ταξινομητής διακριτικής ανάλυσης και τα δέντρα απόφασης, παρ' ότι έχουν καλύτερες επιδόσεις από ότι στο σύνολο των προτύπων, έχουν σαφώς μικρότερη ακρίβεια από τους άλλους δύο. Η υπεροχή του ταξινομητή KNN καταδεικνύεται και από τη σχεδόν άριστη τιμή εμβαδού κάτω από την καμπύλη ROC (0.99).

Να σημειωθεί, ότι στα δεδομένα του συγκεκριμένου νοσοκομείου, οι δύο βέλτιστοι ταξινομητές χρησιμοποίησαν διαφορετικούς συνδυασμούς χαρακτηριστικών. Οι μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης έκαναν χρήση 40 χαρακτηριστικών επιλεγμένων με το τεστ αθροίσματος βαθμών, ενώ ο ταξινομητής k-πλησιέστερων γειτόνων 14 επιλεγμένων με το λόγο διάκρισης του Fisher.

Όσον αφορά τις ακολουθίες προερχόμενες από το νοσοκομείο St. Mary's της Μεγάλης Βρετανίας, μια συνολική ματιά στα αποτελέσματα δείχνει ότι όλοι οι ταξινομητές έχουν σχετικά καλές επιδόσεις πάνω σε αυτά τα δεδομένα. Οι SVM και KNN πέτυχαν ακρίβεια 0.96, ενώ η διακριτική ανάλυση 0.93 και τα δέντρα απόφασης 0.89. Όπως και στην περίπτωση του Αττικού Νοσοκομείου, οι ταξινομητές είναι πιο αποτελεσματικοί στη διάκριση μεταξύ των δύο κλάσεων, όταν τα δεδομένα προέρχονται μόνο από το νοσοκομείο St. Mary's, σε σχέση με το σύνολο των διαθέσιμων δεδομένων.

Από την άποψη της διάστασης, ο ταξινομητής k-πλησιέστερων γειτόνων έφτασε τη μέγιστη ακρίβειά του με χρήση 12-διάστατων διανυσμάτων χαρακτηριστικών, τα οποία επιλέχθηκαν με το λόγο διάκρισης του Fisher, ενώ τα ίδια ακριβώς χαρακτηριστικά πέτυχαν ίση ακρίβεια με τις

μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης. Η διακριτική ανάλυση και τα δέντρα απόφασης χρειάστηκαν 2 και 1 χαρακτηριστικά αντίστοιχα για να επιτύχουν τη μέγιστη ακρίβειά τους.

Πίνακας 4.13: Βέλτιστες παράμετροι για τους ταξινομητές SVM ανά σύνολο δεδομένων και ανά κατηγορία χαρακτηριστικών.

	Κίνηση			Υφή
	Αττικό	St. Mary's	Σύνολο	Σύνολο
Διασπορά γκαουσιανής συνάρτησης πυρήνα	3.79	2.05	5.73	0.5
Αριθμός χαρακτηριστικών	40	12	23	25
Μέθοδος επιλογής χαρακτηριστικών	Άθροισμα βαθμών (Wilcoxon)	Λόγος διάκρισης Fisher	Λόγος διάκρισης Fisher	Άθροισμα βαθμών (Wilcoxon)

Πίνακας 4.14: Βέλτιστες παράμετροι για τους ταξινομητές KNN ανά σύνολο δεδομένων και ανά κατηγορία χαρακτηριστικών.

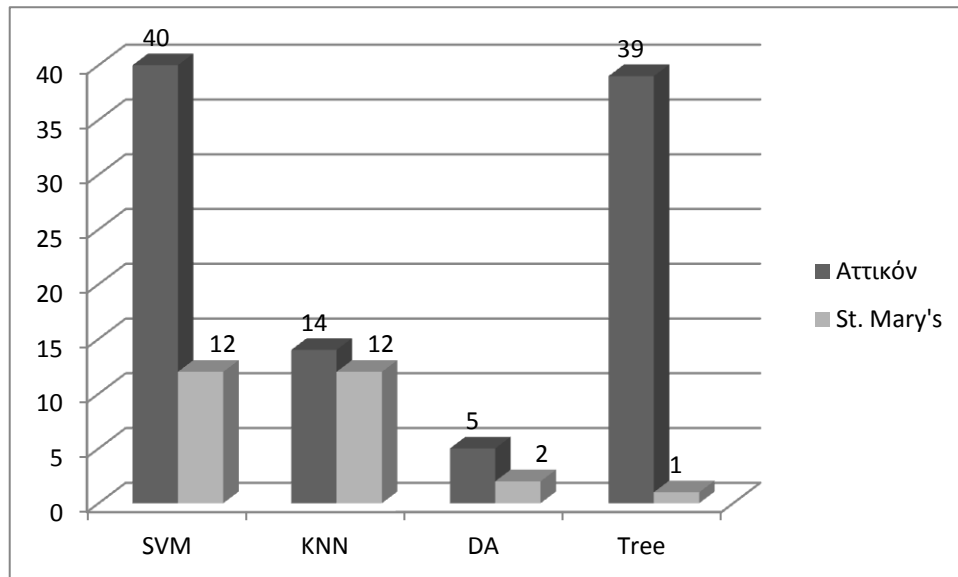
	Κίνηση			Υφή
	Αττικό	St. Mary's	Σύνολο	Σύνολο
k	3	5	3	7
Συνάρτηση απόστασης	Chebychev	Κανονικοποιημένη ευκλείδεια	Κανονικοποιημένη ευκλείδεια	Κανονικοποιημένη ευκλείδεια
Αριθμός χαρακτηριστικών	14	12	14	34
Μέθοδος επιλογής χαρακτηριστικών	Λόγος διάκρισης Fisher	Λόγος διάκρισης Fisher	Λόγος διάκρισης Fisher	Άθροισμα βαθμών (Wilcoxon)

Πίνακας 4.15: Βέλτιστες παράμετροι για τους ταξινομητές διακριτικής ανάλυσης ανά σύνολο δεδομένων και ανά κατηγορία χαρακτηριστικών.

	Κίνηση			Υφή
	Αττικό	St. Mary's	Σύνολο	Σύνολο
Μέθοδος Διακριτικής Ανάλυσης	Γραμμική	Γραμμική	Γραμμική	Τετραγωνική
Αριθμός χαρακτηριστικών	5	2	3	3
Μέθοδος επιλογής χαρακτηριστικών	Άθροισμα βαθμών (Wilcoxon)	Άθροισμα βαθμών (Wilcoxon)	Λόγος διάκρισης Fisher	Άθροισμα βαθμών (Wilcoxon)

Πίνακας 4.16: Βέλτιστες παράμετροι για τα δέντρα απόφασης ανά σύνολο δεδομένων και ανά κατηγορία χαρακτηριστικών.

	Κίνηση			Υφή
	Αττικό	St. Mary's	Σύνολο	Σύνολο
Κριτήριο διαχωρισμού	Gini	Εντροπία	Gini	Cross-entropy
Συνάρτηση μετασχηματισμού	Συμμετρική	Συμμετρική	Συμμετρική	Συμμετρική
Αριθμός χαρακτηριστικών	39	1	7	5
Μέθοδος επιλογής χαρακτηριστικών	Άθροισμα βαθμών (Wilcoxon)	Άθροισμα βαθμών (Wilcoxon)	Λόγος διάκρισης Fisher	Λόγος διάκρισης Fisher



Εικόνα 4.9: Διάσταση του χώρου χαρακτηριστικών του βέλτιστου ταξινομητή για τα δεδομένα των δύο νοσοκομείων.

γ) Βελτιστοποίηση των αλγορίθμων ταξινόμησης

Όλες οι μέθοδοι επαλήθευσης που περιγράφηκαν στην ενότητα 3(γ) χρησιμοποιήθηκαν για να αξιολογηθεί πληρέστερα ο αλγόριθμος (με τις βέλτιστες παραμέτρους του) που εμφάνισε τις καλύτερες επιδόσεις στο σύνολο των 56 ασθενών. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα που αναλύονται στην προηγούμενη ενότητα, ο ταξινομητής που είχε την υψηλότερη ακρίβεια πάνω στις 56 διαθέσιμες ακολουθίες ήταν οι μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης με γκαουσιανή συνάρτηση πυρήνα, η οποία είχε τυπική απόκλιση $\sigma=5.73$. Ο ταξινομητής χρησιμοποίησε 23 χαρακτηριστικά κίνησης επιλεγμένα με το λόγο διάκρισης Fisher.

Πιο συγκεκριμένα, πραγματοποιήθηκε:

- 10-fold cross validation,
- Leave-One-Out cross validation,
- Hold-out cross validation, με το σύνολο ελέγχου να αποτελεί από το 10% έως το 50% των διαθέσιμων προτύπων,
- Repeated Random Sub-sampling validation, χωρίζοντας 10 φορές τα δεδομένα σε δύο ενδεχομένως επικαλυπτόμενα σύνολα (μάθησης και ελέγχου) και βγάζοντας το μέσο όρο της ακρίβειας. Το σύνολο μάθησης αποτέλεσε από το 10% ως το 100% των διαθέσιμων προτύπων, ενώ το σύνολο ελέγχου από το 10% ως το 50% (Resubstitution1),
- Repeated Random Sub-sampling validation, επαναλαμβάνοντας την παραπάνω αναφερθείσα μέθοδο hold-out 10 φορές και βγάζοντας το μέσο όρο της ακρίβειας (Resubstitution2) [62].

Για τα παραπάνω, εξετάστηκαν και η stratified και η μη stratified εκδοχή τους. Στη μη stratified εκδοχή, ο χωρισμός είναι τελείως τυχαίος, ενώ στη stratified λαμβάνεται υπ' όψιν και οι αναλογίες του πλήθους των εκπροσώπων των κλάσεων στο δείγμα, πράγμα που σημαίνει ότι η stratified εκδοχή είναι εγκυρότερη για την πρόβλεψη της συμπεριφοράς του ταξινομητή [62].

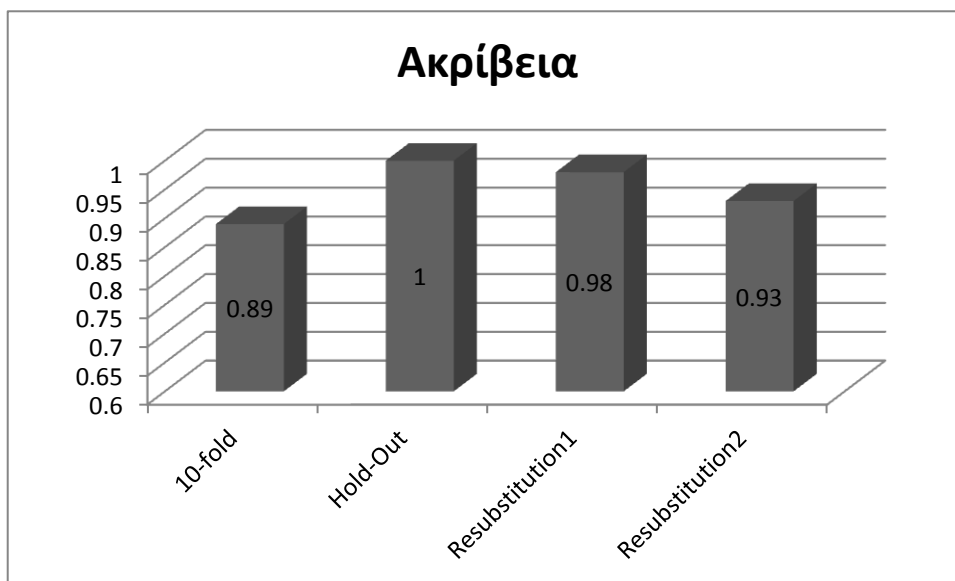
Τα αποτελέσματα συνοψίζονται στους παρακάτω πίνακες και εικόνες. Να σημειωθεί ότι το μέγεθος p συμβολίζει το πλήθος των προτύπων που χρησιμοποιούνται κατά τη φάση ελέγχου από τις μεθόδους Hold-out, Resubstitution1 και Resubstitution2. Το μέγεθος q συμβολίζει το πλήθος των προτύπων που χρησιμοποιούνται ως δεδομένα εκπαίδευσης για τις ίδιες μεθόδους.

Πίνακας 4.17: Αποτελέσματα επαλήθευσης για το βέλτιστο SVM ταξινομητή (stratified εκδοχές).

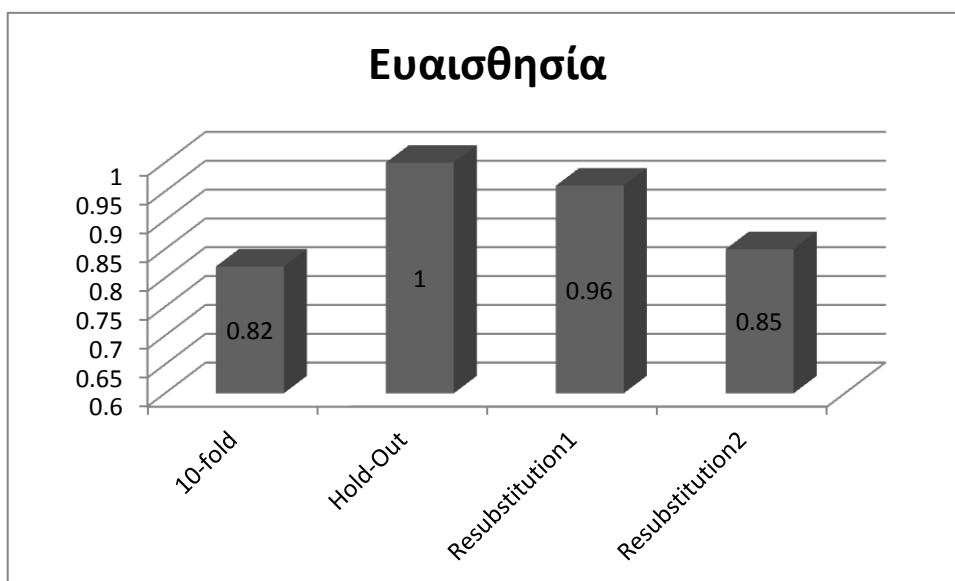
	10-fold	Hold-Out	Resubstitution1	Resubstitution2
ακρίβεια	0.89	1	0.98	0.93
ευαισθησία	0.82	1	0.96	0.85
ειδικότητα	0.96	1	1	1
p	-	8	11	5
q	-	48	56	51

Πίνακας 4.18: Αποτελέσματα επαλήθευσης για το βέλτιστο SVM ταξινομητή (μη- stratified εκδοχές).

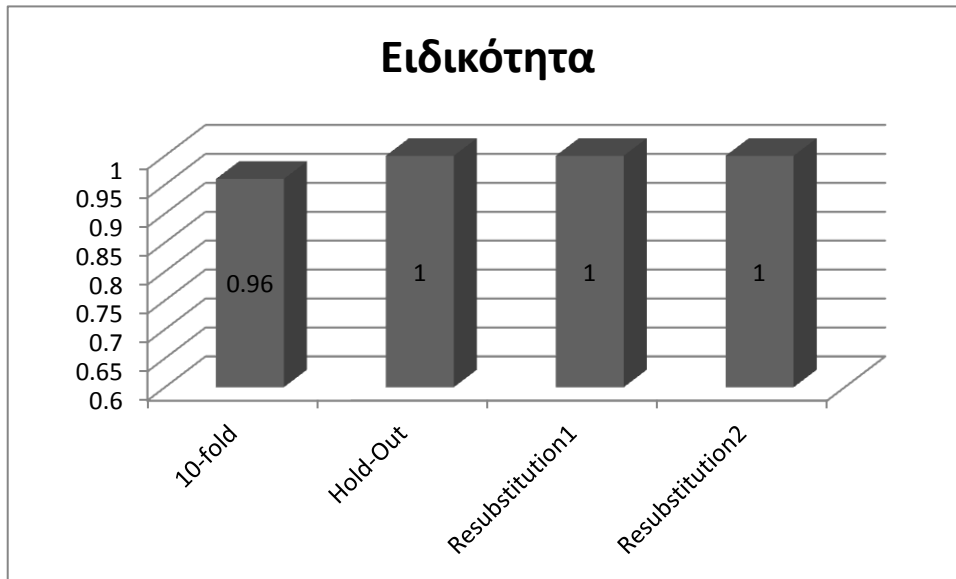
	Leave-One-Out	10-fold	Hold-Out	Resubstitution1	Resubstitution2
ακρίβεια	0.88	0.89	0.93	0.98	0.74
ευαισθησία	0.82	0.82	0.89	0.95	0.67
ειδικότητα	0.93	0.96	1	1	0.83
p	-	-	14	5	5
q	-	-	42	56	51



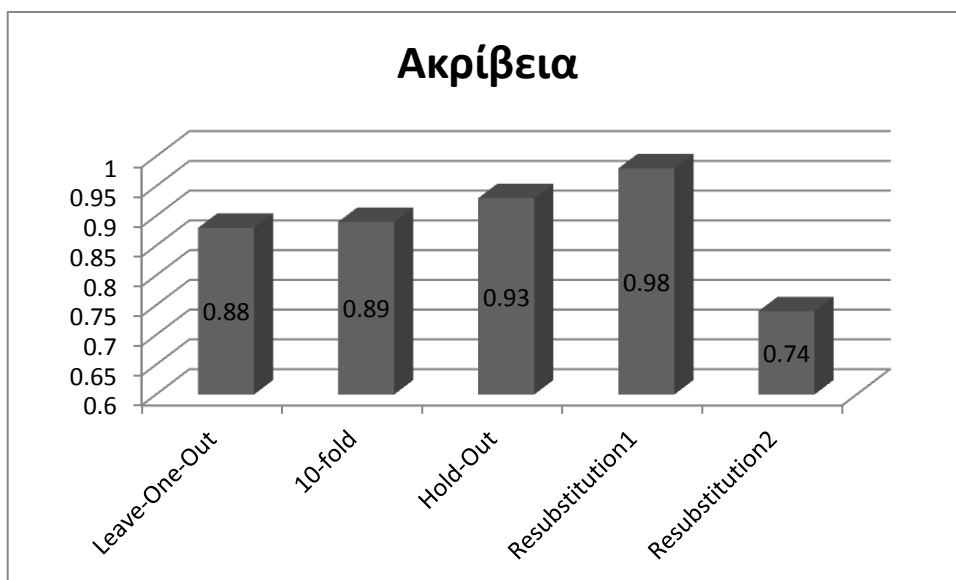
Εικόνα 4.10: Ακρίβεια βέλτιστου ταξινομητή κατά την επαλήθευση (stratified εκδοχές).



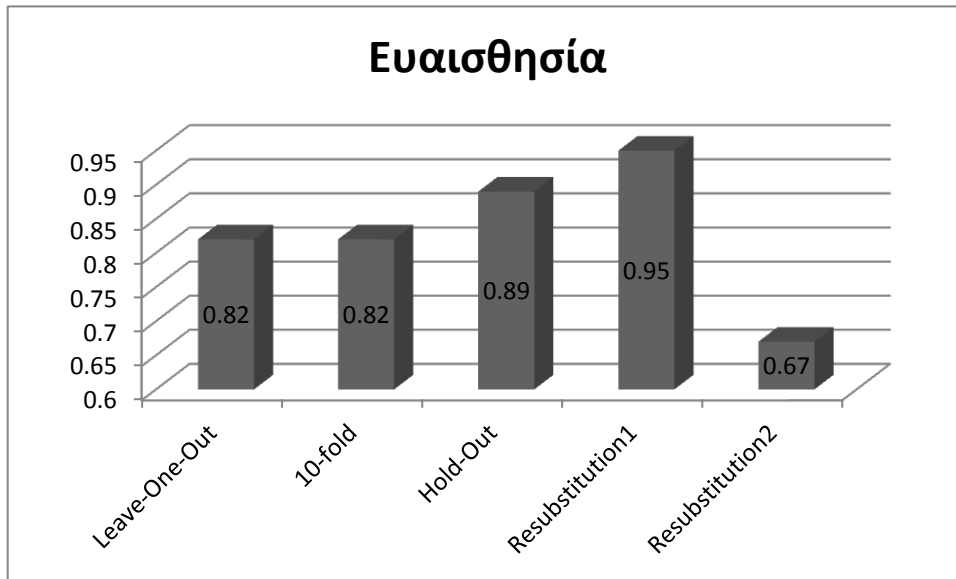
Εικόνα 4.11: Ευαισθησία βέλτιστου ταξινομητή κατά την επαλήθευση (stratified εκδοχές).



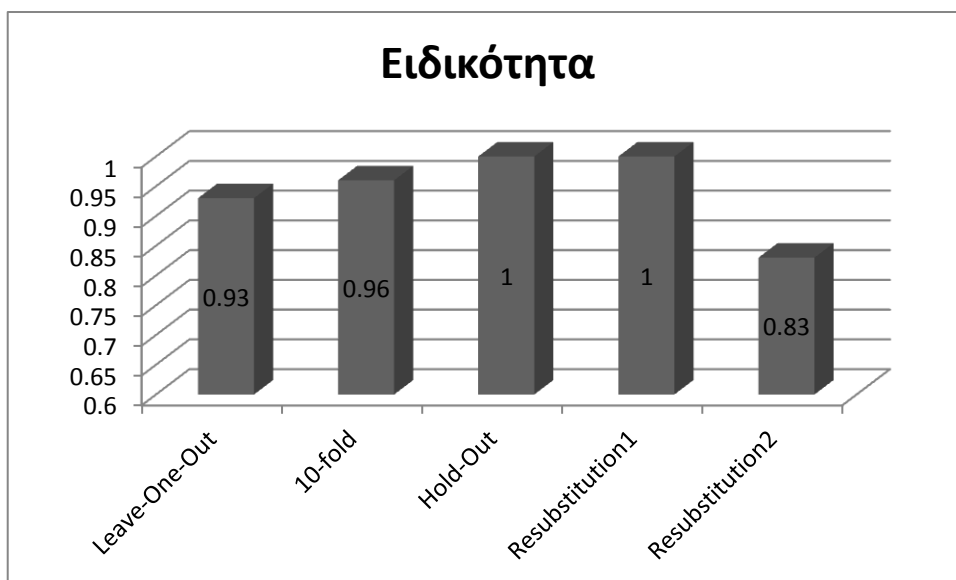
Εικόνα 4.12: Ειδικότητα βέλτιστου ταξινομητή κατά την επαλήθευση (stratified εκδοχές).



Εικόνα 4.13: Ακρίβεια βέλτιστου ταξινομητή κατά την επαλήθευση (μη-stratified εκδοχές).



Εικόνα 4.14: Ευαισθησία βέλτιστου ταξινομητή κατά την επαλήθευση (μη-stratified εκδοχές).



Εικόνα 4.15: Ειδικότητα βέλτιστου ταξινομητή κατά την επαλήθευση (μη-stratified εκδοχές).

Κεφάλαιο 5. Συζήτηση

Σε αυτό το κεφάλαιο παρατίθενται σχόλια και συμπεράσματα πάνω στα αποτελέσματα του προηγούμενου κεφαλαίου και εν συνεχεία γίνεται αναφορά σε κάποιες πιθανές μελλοντικές προοπτικές αξιοποίησης και βελτίωσης των ευρημάτων της παρούσας εργασίας.

α) Συμπεράσματα

Τα δύο σύνολα δεδομένων που χρησιμοποιήθηκαν (28 ακολουθίες υπερήχων από το Αττικό Νοσοκομείο και 28 από το Νοσοκομείο St. Mary's) παρουσιάζουν μεγάλη ανομοιογένεια, αφού μόλις 3 από τα 1235 χαρακτηριστικά κίνησης που εξετάστηκαν βρέθηκαν να παρουσιάζουν στατιστικά σημαντικές διαφορές ανάμεσα στις δύο κατηγορίες ασθενών ταυτόχρονα και για τα δύο νοσοκομεία.

Μελετώντας τους παραπάνω πίνακες παρατηρεί κανείς, ότι η πλειοψηφία των χαρακτηριστικών που διαφέρουν σημαντικά μεταξύ συμπτωματικών και ασυμπτωματικών ασθενών αφορούν την κίνηση της πλάκας καθεαυτής, ενώ ένα άλλο μεγάλο μέρος τους περιλαμβάνει δείκτες διαμήκους τάσης. Αντίθετα, λίγα είναι τα χαρακτηριστικά κίνησης του υγιούς τοιχώματος που εμφανίζονται ως σημαντικά. Παρ' ότι η ανομοιογένεια των δεδομένων δεν επιτρέπει την εξαγωγή καθολικών συμπερασμάτων, τα αποτελέσματα καταδεικνύουν την πιθανή ύπαρξη διαφορών στον τρόπο κίνησης των ασυμπτωματικών και των συμπτωματικών πλακών.

Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο διασταυρωμένης επικύρωσης Leave-One-Out στις 56 πλάκες, δοκιμάστηκαν 4 ταξινομητές. Η μέγιστη ακρίβεια που επιτεύχθηκε ήταν 88%, με ευαισθησία 82% και ειδικότητα 93% με χρήση ταξινομητή SVM με γκαουσιανή συνάρτηση πυρήνα. Λαμβάνοντας υπ' όψιν ότι το σύνολο δεδομένων αποτελείτο από ίσο αριθμό συμπτωματικών και ασυμπτωματικών ασθενών, αναμένεται ένας ταξινομητής να έχει εκπαιδευτεί το ίδιο καλά και στις δύο κλάσεις και επομένως οι τιμές ευαισθησίας και ειδικότητας να μη διαφέρουν σημαντικά. Αυτό συμβαίνει μόνο στην περίπτωση της διακριτικής ανάλυσης, ενώ οι άλλοι ταξινομητές φαίνεται να είναι υπερεκπαιδευμένοι ως προς κάποια κλάση. Αυτό, όμως, δεν αποτελεί παράδοξο. Για παράδειγμα, όπως εξηγήθηκε στο Κεφάλαιο 2, ο ταξινομητής SVM δεν κάνει χρήση όλων των διαθεσίμων προτύπων, παρά μόνο εκείνων που βρίσκονται κοντά στη διαχωριστική επιφάνεια των δύο κλάσεων. Άρα, η ύπαρξη συμπτωματικών προτύπων, τα οποία όμως δε γειτνιάζουν με ασυμπτωματικά δεν έχει απολύτως καμία επίδραση στο αποτέλεσμα.

Εν συνεχεία, τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν με τις επιδόσεις των ίδιων ταξινομητών πάνω στις ίδιες καταγραφές, αλλά με χρήση χαρακτηριστικών υφής, την καθιερωμένη, δηλαδή, από τη βιβλιογραφία μέθοδο αναγνώρισης συμπτωματικών αθηρωματικών πλακών. Οι συγκρίσεις έδειξαν μια σημαντική υπεροχή των χαρακτηριστικών κίνησης όσον αφορά την ακρίβεια και για τους τέσσερις ταξινομητές. Επιπλέον, η βέλτιστη ακρίβεια στην περίπτωση των χαρακτηριστικών

κίνησης επετεύχθη με διανύσματα χαρακτηριστικών μικρότερης διάστασης σε σχέση με τα χαρακτηριστικά κίνησης για όλους τους ταξινομητές πλην των δέντρων απόφασης. Παρ' όλα αυτά, το συμπέρασμα ότι ένας ταξινομητής που χρησιμοποιεί χαρακτηριστικά κίνησης έχει λιγότερες απαιτήσεις σε υπολογιστικό δυναμικό ίσως να είναι λανθασμένο, διότι η εξαγωγή των χαρακτηριστικών κίνησης εν γένει είναι αρκετά πιο αργή σε σχέση με την εξαγωγή χαρακτηριστικών υψής. Βεβαίως, η μικρότερη διάσταση έχει το πλεονέκτημα ότι μειώνονται οι επιδράσεις της <<κατάρας της διαστασιμότητας>> που αναφέρθηκε στο δεύτερο κεφάλαιο και έτσι αυξάνεται η αντικειμενικότητα των αποτελεσμάτων δεδομένου του συνόλου των 56 πλακών. Ειδικά για τον ταξινομητή k-πλησιέστερων γειτόνων η διαφορά είναι πολύ σημαντική, αφού απαιτούνται 34 χαρακτηριστικά υψής για να επιτύχουν ακρίβεια 0.71, ενώ μόλις 14 χαρακτηριστικά κίνησης πετυχαίνουν ακρίβεια 0.82.

Εξετάζοντας τα δεδομένα κάθε νοσοκομείου χωριστά, με τη μέθοδο Leave-One-Out, για τα μεν του Αττικού Νοσοκομείου επιτεύχθηκε ακρίβεια 96%, ευαισθησία 90% και ειδικότητα 100% με ταξινομητή KNN με $k=3$ και 14 χαρακτηριστικά κίνησης, επιλεγμένα με βάση το λόγο διάκρισης Fisher. Επιπλέον, ο ταξινομητής SVM με γκαουσιανή συνάρτηση πυρήνα και 40 χαρακτηριστικά, επιλεγμένα με βάση το τεστ αθροίσματος βαθμών, είχε ακριβώς τις ίδιες επιδόσεις. Η υψηλότερη τιμή ειδικότητας σε σχέση με την ευαισθησία των ταξινομητών στο συγκεκριμένο σύνολο δεδομένων οφείλεται στο γεγονός ότι από τις 28 ακολουθίες οι 18 ήταν από ασυμπτωματικούς και οι 10 από συμπτωματικούς ασθενείς, επομένως υπήρχαν περισσότερα πρότυπα από την κλάση <<Ασυμπτωματικός>> διαθέσιμα και είναι λογικό ένας ταξινομητής να εκπαιδευτεί καλύτερα στο να αναγνωρίζει αυτήν την κλάση σε σχέση με την άλλη. Αυτό επαληθεύεται και από τους 4 αλγορίθμους ταξινόμησης.

Για τα δεδομένα του Νοσοκομείου St. Mary's επιτεύχθηκε ακρίβεια 96%, ευαισθησία 100% και ειδικότητα 90% με 2 διαφορετικούς ταξινομητές (SVM και KNN) και 12 χαρακτηριστικά, επιλεγμένα με το λόγο διάκρισης Fisher. Από τα 28 πρότυπα που προέκυψαν από καταγραφές στο νοσοκομείο St. Mary's, τα 18 αντιστοιχούσαν σε συμπτωματικούς ασθενείς και τα υπόλοιπα 10 σε ασυμπτωματικούς. Επομένως, κατ' αντιστοιχία με την προηγούμενη περίπτωση, αναμενόταν η ευαισθησία των ταξινομητών να είναι μεγαλύτερη της ειδικότητας, γεγονός που επαληθεύεται και από τους τέσσερις ταξινομητές.

Παρατηρώντας τα αποτελέσματα που αφορούν τα δύο νοσοκομεία, προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα: Αφ' ενός, η βέλτιστη ταξινόμηση των ακολουθιών του νοσοκομείου St. Mary's απαιτεί λιγότερα χαρακτηριστικά σε σχέση με τις ακολουθίες του Αττικού Νοσοκομείου (Εικόνα 3.9). Αφ' ετέρου, και στις δύο περιπτώσεις οι ταξινομητές KNN και SVM είχαν εμφανώς καλύτερες επιδόσεις σε σχέση με τους άλλους δύο, απαιτώντας παράλληλα και μεγαλύτερη διάσταση στο χώρο χαρακτηριστικών, με εξαίρεση τα δυαδικά δέντρα απόφασης στις ακολουθίες του Αττικού Νοσοκομείου.

Άρα, βγαίνει το συμπέρασμα, ότι όντως η ανομοιογένεια μεταξύ των δεδομένων των δύο νοσοκομείων επηρεάζει αρνητικά την ικανότητα ταξινόμησης, καθώς σε όλες τις περιπτώσεις οι ταξινομητές έχουν καλύτερες επιδόσεις στα δεδομένα ενός νοσοκομείου απ' ότι στο σύνολο των προτύπων. Τέλος, πιο ακριβής από τους τέσσερις ταξινομητές που δοκιμάστηκαν εμφανίζεται ο ταξινομητής SVM, έχοντας τη μέγιστη ακρίβεια και στα τρία σύνολα δοκιμών.

β) Μελλοντικές προοπτικές

Οι επιδόσεις των ταξινομητών που χρησιμοποιούν χαρακτηριστικά κίνησης είναι ενθαρρυντικές, ωστόσο υπάρχουν σημαντικά περιθώρια βελτίωσης. Μένει να διερευνηθεί, εάν συνδυάζοντας κάποιους από τους ταξινομητές μπορεί να προκύψει ένα εγκυρότερο σύστημα. Αυτό μπορεί να γίνει με ένα σύστημα πλειοψηφίας, δηλαδή ένα σύστημα που για κάθε πρότυπο θα παίρνει ως είσοδο τις εξόδους των ταξινομητών και θα το κατατάσσει στην κλάση που έχουν επιλέξει οι περισσότεροι ταξινομητές. Εναλλακτικά, μπορεί να λαμβάνονται οι εκ των υστέρων πιθανότητες από κάθε ταξινομητή και να μετασχηματίζονται σε ένα τελικό ζεύγος εκ των υστέρων πιθανοτήτων, ενδεχομένως υπολογίζοντας τον αριθμητικό ή το γεωμετρικό μέσο τους. Εν συνεχεία, με χρήση της χαρακτηριστικής καμπύλης χειριστή δέκτη (ROC) μπορεί να γίνει βελτιστοποίηση του κατωφλίου για την κατάταξη σε μια από τις δύο κλάσεις.

Επίσης, μπορούν να δοκιμαστούν και άλλοι ταξινομητές πάνω στα ίδια δεδομένα κίνησης, όπως για παράδειγμα πιθανοτικά νευρωνικά δίκτυα, κβαντισμός διανύσματος μάθησης (Learning Vector Quantisation - LVQ) κλπ ή ενδεχομένως και αλγόριθμοι μη επιβλεπόμενης μάθησης όπως ο αυτό-οργανούμενος χάρτης χαρακτηριστικών.

Ένας επιπλέον τρόπος να βελτιωθούν τα αποτελέσματα είναι η συμπερίληψη νέων χαρακτηριστικών. Κλινικά δεδομένα των ασθενών ίσως να έχουν υψηλή διαγνωστική αξία, όπως ο βαθμός στένωσης, που πρόσφατα χρησιμοποιήθηκε με επιτυχία στην ανίχνευση συμπτωματικών πλακών σε συνδυασμό με χαρακτηριστικά υφής [43]. Μία μελλοντική μελέτη θα μπορούσε να αναζητήσει βιοχημικούς δείκτες οι οποίοι να εμφανίζουν διαφορές μεταξύ συμπτωματικών και ασυμπτωματικών ασθενών και να τους συνδυάσει με χαρακτηριστικά κίνησης και υφής σε έναν ενιαίο ταξινομητή.

γ) Επίλογος

Η παρουσία αθηρωματικής πλάκας στην καρωτίδα μπορεί να προκαλέσει σοβαρές, και συχνά θανατηφόρες, δυσλειτουργίες, όπως εγκεφαλικό ή παροδικό ισχαιμικό επεισόδιο. Η παρούσα εργασία αποτέλεσε μια προσπάθεια συμβολής στο σημαντικό και πολύπλευρο έργο που αποσκοπεί στην έγκυρη πρόληψη τέτοιων δυσλειτουργιών. Το βασικό της συμπέρασμα είναι ότι τα χαρακτηριστικά κίνησης του αρτηριακού τοιχώματος μπορούν να αποτελέσουν δείκτες επικινδυνότητας και, επομένως, προτείνεται η ενσωμάτωσή τους σε μελλοντικές συναφείς μελέτες που διερευνούν δείκτες επικινδυνότητας για τη νόσο ή υλοποιούν σχήματα ταξινόμησης. Στη συγκεκριμένη εργασία, μάλιστα, τα χαρακτηριστικά κίνησης είχαν σαφώς μεγαλύτερη συνεισφορά στην ικανότητα ταξινόμησης των αθηρωματικών αλλοιώσεων σε σύγκριση με τα χαρακτηριστικά υφής που ήδη έχουν μελετηθεί εκτενώς.

Βιβλιογραφία

- [1] H. Gray, *Anatomy of the Human Body*, Philadelphia, USA: LEA & FEBIGER, 1918.
- [2] Ι. Στοΐτσας, "Υπολογιστική επεξεργασία και ανάλυση ακολουθιών εικόνων υπερήχων της καρωτίδας: Συσχέτιση με τη μηχανική συμπεριφορά του αρτηριακού τοιχώματος", Διδακτορική διατριβή, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Πανεπιστήμιο Πατρών, Αθήνα, Ελλάς, 2007.
- [3] <http://www.circulationfoundation.org.uk/help-advice/carotid/>, accessed on 15/04/2013
- [4] http://www2.victoriacollege.edu/dept/bio/Belltutorials/Histology%20Tutorial/Blood%20Vessels/Histology_of_Blood_Vessels.html, accessed on 15/04/2013
- [5] M.J Thubrikar, F. Robicsek, "Pressure-Induced Arterial Wall Stress and Atherosclerosis", *Ann. Thorac. Surg.* , vol.59, pp. 1594-1603, 1995.
- [6] Y. Jiang, K. Kohara, K. Hiwada, "Low Wall Shear Stress Contributes to Atherosclerosis of the Carotid Artery in Hypertensive Patients", *Hypertens Res*, vol. 22, no.3, pp. 203-207, 1999.
- [7] H. Samady, P. Estehardi, M.C. McDaniel, J. Suo, S.S. Dhawan, C. Maynard, L.H. Timmins, A.A. Quyyumi, D.P. Giddens, "Coronary Artery Wall Shear Stress Is Associated With Progression and Transformation of Atherosclerotic Plaque and Arterial Remodeling in Patients With Coronary Artery Disease", *Circulation*, vol. 124, pp. 779-788, 2011.
- [8] A.C. van der Wal, A.E. Becker, "Atherosclerotic plaque rupture - pathologic basis of plaque stability and instability", *Elsevier Cardiovascular Research*, vol. 41, pp. 334-344, 1999.
- [9] E. Kyriacou , M.S. Pattichis, C.S. Pattichis, A. Mavrommatis, C.I. Christodoulou, S. Kakkos, A. Nicolaides, "Classification of atherosclerotic carotid plaques using morphological analysis on ultrasound images", *Appl. Intell.*, vol. 30, no.1, pp. 3-23, 2009.
- [10] H. Huang, R. Virmani, H. Younis, A.P. Burke, R.D. Kamm, R.T. Lee, "The Impact of Calcification on the Biomechanical Stability of Atherosclerotic Plaques", *Circulation*, vol. 103, pp. 1051-1056, 2001.
- [11] U.R. Acharya, S.V. Sree, M.M.R. Krishnan, F. Molinari, L. Saba, S.Y.S. Ho, A.T. Ahuja, S.C. Ho, A. Nicolaides, J.S. Suri, "Atherosclerotic risk stratification strategy for carotid arteries using texture-based features", *Ultrasound Med. Biol.*, vol. 38, no.6, pp. 899-915, 2012.
- [12] S. Golemati, A. Gastouniotti, K.S. Nikita, "Toward Novel Noninvasive and Low-Cost Markers for Predicting Strokes in Asymptomatic Carotid Atherosclerosis: The Role of Ultrasound Image Analysis", *IEEE Trans. Biom. Eng.*, vol.60, no.3, pp.652-658.
- [13] <http://health.nytimes.com/health/guides/disease/hemorrhagic-stroke/print.html>, accessed on 15/06/2013.
- [14] Δ. Κουτσούρης, Κ. Νικήτα, Σ. Παυλόπουλος, *Ιατρικά απεικονιστικά συστήματα*, Θεσσαλονίκη, Ελλάς, Τζιόλα, 2004.
- [15] <http://www.specialistvascularclinic.com.au/carotid-interventions.html>, accessed on 15/06/2013.

- [16] E.C. Kyriacou, C. Pattichis, M. Pattichis, C. Loizou, C. Christodoulou, S.K. Kakkos, A. Nicolaidis, "A Review of Noninvasive Ultrasound Image Processing Methods in the Analysis of Carotid Plaque Morphology for the Assessment of Stroke Risk", *IEEE Trans. Inform. Tech. In Biomed.*, vol. 14, no. 4, 2010.
- [17] N. El-Barghouty, G. Geroulakos, A. Nicolaidis, A. Androulakis, V. Bahal, "Computer-Assisted Carotid Plaque Characterisation", *Eur. J. Vasc. Endovasc. Surg.*, vol. 9, pp. 389-393, 1995.
- [18] U. Prah, P. Holdfeldt, G. Bergstrom, B. Fagerberg, J. Hulthe, T. Gustavsson, "Percentage White: A new Feature for Ultrasound Classification of Plaque Echogenicity in Carotid Artery Atherosclerosis", *Ultrasound in Med. & Biol.*, vol. 36, no.2, pp. 218-226, 2010.
- [19] G.M. Xian, "An identification method of malignant and benign liver tumors from ultrasonography based on GLCM texture features and fuzzy SVM", *Expert Systems with Applications*, vol. 37, pp. 6737-6741, 2010.
- [20] D.H. Xu, A.S Kurani, J.D. Furst, D.S. Raicu, "Run-Length Encoding for Volumetric Texture", in Proc. 4th *IASTED Int. Conf. on Visualization, Imaging, and Image Processing*, Marbella, Spain, 2004, pp. 131-136.
- [21] J. Stoitsis, S. Golemati, K.S. Nikita, "A Modular Software System to Assist Interpretion of Medical Images- Application to Vascular Ultrasound Images", *IEEE Trans. Instr. and Meas.*, vol. 55, no. 6, pp. 1944-1952, 2006.
- [22] G.N. Srinivasan, G. Shobha, "Statistical Texture Analysis", *Proc. World Academy of Science, Engineering and Technology*, vol. 36, 2008.
- [23] S.G. Mallat, "A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation", *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 11, no. 7, 1989.
- [24] N.N. Tsiaparas, S. Golemati, I. Andreadis, J. Stoitsis, I. Valavanis, K.S. Nikita, "Assessment of carotid Atherosclerosis from B-mode ultrasound images using directional multi-scale texture features". *Meas. Sci. Technol.*, vol. 23, 2012.
- [25] P. Maragos, "*Image Analysis and Computer Vision*", Lecture Notes, National Technical University of Athens, 2005.
- [26] A. Gastouniotti, S. Golemati, J. Stoitsis, K.S. Nikita, "Comparison of Kalman-filter-based approaches for block matching in arterial wall motion analysis from B-mode ultrasound", *Meas. Sci. Technol.*, vol. 22, 2011.
- [27] A. Gastouniotti, S. Golemati, K.S. Nikita, "Computerized analysis of ultrasound images: potential associations between texture and motion properties of the diseased arterial wall", *IEEE International Ultrasonics Symposium*, October, 7-10, 2012, Dresden, Germany.
- [28] G. Geroulakos, J. Domjan, A. Nicolaidis, J. Stevens, N. Labropoulos, G. Ramaswami, G. Belcaro, "Ultrasonic carotid artery plaque structure and the risk of cerebral infraction on computed tomography," *J. Vasc. Surg.*, vol. 20, no. 2, pp. 263–266, 1994.
- [29] T. S. Elatrozy, A. N. Nicolaidis, T. J. Tegos, M. Griffin, "The objective characterisation of ultrasonic carotid plaque features," *Eur. J. Vasc. Endovasc. Surg.*, vol. 16, no. 3, pp. 223–230, 1998.

- [30] F. Rakebrandt, D. C. Crawford, D. Havard, D. Coleman, J. P. Woodcock, "Relationship between ultrasound texture classification images and histology of atherosclerotic plaque," *Ultrasound Med. Biol.*, vol. 26, no. 9, pp. 1393–1402, 2000.
- [31] P. Asvestas, S. Golemati, G. K. Matsopoulos, K. S. Nikita, A. Nicolaides, "Fractal dimension estimation of carotid atherosclerotic plaques from B-mode ultrasound: A pilot study," *Ultrasound Med. Biol.*, vol. 28, no. 9, pp. 1129–1136, Sep. 2002.
- [32] S. K. Kakkos, J.M. Stevens, A. N. Nicolaides, E. Kyriacou, C. S. Pattichis, G. Geroulakos, D. Thomas, "Texture analysis of ultrasonic images of symptomatic carotid plaques can identify those plaques associated with ipsilateral embolic brain infarction," *Eur. J. Vasc. Endovasc. Surg.*, vol. 33, no. 4, pp. 422–429, 2007.
- [33] P. Maragos, "Pattern Spectrum and Multiscale Shape Representation", *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 11, no.7, pp. 701-716, 1989.
- [34] C.I. Christodoulou, C.S. Pattichis, M. Pantziaris, A. Nicolaides, "Texture-Based Classification of Atherosclerotic Carotid Plaques", *IEEE Trans. Medical Imaging*, vol. 22, no. 7, pp.902-912, 2003.
- [35] N. Piliouras, I. Kalatzis, P. Theocharakis, N. Dimitropoulos, D. Cavouras, "Development of the probabilistic neural network-cubic least squares mapping (PNN-LSM3) classifier to assess carotid plaque's risk", *Pattern Recognition Letters*, vol. 25, pp. 249-258, 2004.
- [36] E.C. Kyriacou, C.S. Pattichis, M.A. Karaolis, C.P. Loizou, C.I. Christodoulou, M.S. Pattichis, S. Kakkos, A. Nicolaides, "An Integrated System for Assessing Stroke Risk", *IEEE Eng. Med. & Biol.*, vol. 7, pp. 43-50, 2007.
- [37] S.G. Mouggiakakou, S. Golemati, I. Gousias, A.N Nicolaides, K.S. Nikita, "Computer-aided Diagnosis of Carotid Atherosclerosis based on Ultrasound Image Statistics, Laws' Texture and Neural Networks", *Ultrasound in Med. & Biol.*, vol 33, no.1, pp. 26-36, 2007.
- [38] P. Holdfeldt, "Ultrasound image analysis for automated classification of atherosclerotic plaque in the human carotid artery," Licentiate of Engineering thesis, Chalmers Univ. Technol., Goteborg, Sweden, 2007.
- [39] N.N. Tsiaparas, S. Golemati, I. Andreadis, J.S. Stoitsis, I. Valavanis, K.S. Nikita, "Comparison of Multiresolution Features for Texture Classification of Carotid Atherosclerosis from B-Mode Ultrasound", *IEEE Trans. Inform. Tech. In Biomed.*, vol. 15, no. 1, 2011.
- [40] E.C. Kyriacou, S. Petroudi, C.S. Pattichis, M.S. Pattichis, M. Griffin, S. Kakkos, A. Nicolaides, "Prediction of High-Risk Asymptomatic Carotid Plaques Based on Ultrasonic Image Features", *IEEE Trans. Inform. Tech. In Biomed.*, vol. 16, no. 5, pp.966-973, 2012.
- [41] U.R. Acharya, O. Faust, S.V. Sree, F. Molinari, L. Saba, A. Nicolaides, J.S. Suri, "An Accurate and Generalized Approach to Plaque Characterization in 346 Carotid Ultrasound Scans", *IEEE Trans. Instr. Meas.*, vol. 61, no. 4, pp.1045-1053, 2012.
- [42] U.R. Acharya, O. Faust, A.P.C. Alvin, S.V. Sree, F. Molinari, L. Saba, A. Nicolaides, J.S. Suri, "Symptomatic vs. Asymptomatic Plaque Classification in Carotid Ultrasound", *J. Med. Syst.*, vol. 36, pp. 1861-1871, 2012.
- [43] U.R. Acharya, M. Muthu, R. Krishnan, S.V. Sree, J. Sanches, S. Shafique, A. Nicolaides, L.M. Pedro, J.S. Suri, "Plaque Tissue Characterization and Classification in Ultrasound Carotid Scans:

- A Paradigm for Vascular Feature Amalgamation", *IEEE Trans. Instr. Meas.*, vol. 62, no. 2, pp. 392-400, 2013.
- [44] S. Meairs, M. Hennerici, "Four-Dimensional Ultrasonographic Characterization of Plaque Surface Motion in Patients With Symptomatic and Asymptomatic Carotid Artery Stenosis", *Stroke, Journal of the American Heart Association*, vol. 30, oo. 1807-1813, 1999.
- [45] Σ. Τζαφέστας, *Υπολογιστική Νοημοσύνη, Τόμος Α: Μεθοδολογίες*, Αθήνα, Ελλάδα, 2012.
- [46] D.F. Specht, "Probabilistic Neural Networks", *Neural Networks*, vol. 3, pp. 109-118, 1990.
- [47] S. Theodoridis, A. Pikrakis, K. Koutroumbas, D. Cavouras, *Εισαγωγή στην Αναγνώριση Προτύπων με Matlab*, Αθήνα, Ελλάδα, Πασχαλίδη, 2010.
- [48] S. Theodoridis, K. Koutroumbas, *Pattern Recognition 4th Edition*, Burlington, MA, USA, Elsevier, 2009.
- [49] D. Meyer, F. Leisch, K. Hornik, "The support vector machine under test", *Elsevier Neurocomputing*, vol. 55, pp. 169-186, 2003.
- [50] T. Joachims, "Making Large-Scale SVM Learning Practical", *Research Reports of the unit no. VIII (AI), Computer Science Department of the University of Dortmund*, 1998.
- [51] R.O. Duda, P.E. Hart, D.G. Stork, *Pattern Classification 2nd ed.*, USA, John Wiley & Sons, 2000.
- [52] D. Wettschereck, "A Study of Distance-Based Machine Learning Algorithms", Dissertation for the degree of Doctor of Philosophy, Oregon St. Univ., USA, 1994.
- [53] A.L. Barker, "Selection of Distance Metrics and Feature Subsets for k-Nearest Neighbor Classifiers", Dissertation for the degree of Doctor of Philosophy, Univ. of Virginia, USA, 1997.
- [54] R.A. Fisher, "The Use of Multiple Measurements in Taxonomic Problems", *Annals of Eugenics, available by the Annals of Human Genetics*, 1936.
- [55] R.B. Shouldice, C. Heneghan, P. de Chazal, "Automatic Detection of Paroxysmal Atrial Fibrillation", www.intechopen.com accessed on 20/01/2011.
- [56] P. Domingos, M. Pazzani, "Beyond Independence: Conditions for the Optimality of the Simple Bayesian Classifier", *Machine Learning*, 1996.
- [57] R. Gutierrez-Osuna, Introduction to Pattern Recognition, Wright State University.
- [58] L. Breiman, J. Friedman, C.J. Stone, R.A. Olshen, *Classification and Regression Trees*, USA, CRC Press, 1984.
- [59] F. Wilcoxon, "Individual Comparisons by Ranking Methods", *Biometrics Bulletin*, vol. 1, no. 6, 1945.
- [60] M.H. Zweig, G. Campbell, "Receiver-Operating Characteristic (ROC) Plots: A Fundamental Evaluation Tool in Clinical Medicine", *Clin. Chem.*, vol. 39, no.4, pp. 561-577, 1993.
- [61] R. Kohavi, "A Study of Cross-Validation and Bootstrap for Accuracy Estimation and Model Selection", in *International Joint Conf. on Artific. Intel.*, Montreal, Quebec, Canada, pp.1137-1143, 1995.
- [62] P. Refaeilzadeh, L. Tang, H. Liu, "Cross Validation", 2008.