



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ &

ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

**Παραμετρική ανάλυση μη καταστροφικού ελέγχου ολογραφικής
συμβολομετρίας για αποκόλληση σε πολυστρωματικό υλικό με τη
μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΠΑΡΑΣΚΕΥΑΣ Μ. ΦΡΑΝΤΖΕΣΚΑΚΗΣ

Επιβλέπων: Χριστόφορος Γ. Προβατίδης
Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

ΑΘΗΝΑ 2007

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Κατ'αρχάς θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή της διπλωματικής μου εργασίας κο. Χριστόφορο Προβατίδη για την καθοδήγησή του σε κάθε φάση της δημιουργίας της. Επίσης, τα υπόλοιπα μέλη του εργαστηρίου Δυναμικής και Κατασκευών και ειδικότερα τον υποψήφιο διδάκτωρα κο. Ιωάννη Κουκούλη η συνεισφορά και η βοήθεια του οποίου σε πολλά σημεία της εργασίας ήταν ιδιαίτερος σημαντική για την επιτυχημένη ολοκλήρωσή της. Θέλω να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στους γονείς μου για την διαρκή τους υποστήριξη, που επέτρεψε την επιτυχή διεκπεραίωση των σπουδών μου. Τέλος, θέλω να ευχαριστήσω τους φίλους και συναδέλφους μου για τα όμορφα και δημιουργικά χρόνια που περάσαμε μαζί.

Παρασκευάς Μ. Φραντζεσκάκης

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο	1
1. Περίληψη	3
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο	7
2. Εισαγωγή.....	9
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο	11
3. Οπτικές μέθοδοι	13
3.1 Ολογραφία	13
3.2 Ολογραφική συμβολομετρία.....	14
3.3 Μέθοδος διπλής έκθεσης	18
3.4 Πλεονεκτήματα ολογραφικής συμβολομετρίας.....	22
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο	25
4. Πεπερασμένα στοιχεία	27
4.1 Ανάλυση μέσω ηλεκτρονικού υπολογιστή	27
4.2 Μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων και η εφαρμογή της στην ολογραφία.....	28
4.3 Αξονοσυμμετρικά, πεπερασμένα στοιχεία	29
4.4 Κατασκευή καθολικών συναρτήσεων μορφής, μητρώου δυσκαμψίας και δυναμικού διανύσματος	33
4.5 Γενική μέθοδος υπολογισμού τάσεων και παραμορφώσεων.....	37
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5ο	39
5. Βιβλιογραφική επισκόπηση	41
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6ο	45
6. Μεθοδολογία.....	47
6.1 Μεθοδολογία μοντελοποίησης, επίλυσης και δημιουργίας εικόνας μονοχρωματικού φωτός	47
6.2 Παρουσίαση γεωμετρικών και υπολογιστικών δεδομένων	50
6.3 Μεθοδολογία δημιουργίας μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων	54
6.4 Καθορισμός κριτηρίων για την εύρεση του βέλτιστου μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων	57
6.5 Διαδικασία εύρεσης βέλτιστου πλέγματος μοντελοποίησης	60
6.6 Αποτελέσματα δημιουργίας – επίλυσης μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων .	62
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7ο	67
7. Διερεύνηση επίδρασης γεωμετρικών χαρακτηριστικών.....	69
7.1 Αποτελέσματα.....	69
7.1.1 Μετατοπισμένο μοντέλο και υπολογισμός τασικού και παραμορφωσιακού πεδίου	69
7.1.2 Επιρροή βάθους αποκόλλησης για μοντέλα διαφορετικών διαστάσεων ατέλειας – Δημιουργία εικόνων μονοχρωματικού φωτός.....	73
7.1.3 Επιπλέον αποτελέσματα για το οριακό πάχος στρώματος εμφάνισης κροσσού – διαγνωστικά όρια της μεθόδου	81
7.1.4 Επιρροή μεγίστου ύψους αποκόλλησης στα τελικά αποτελέσματα	83
7.2 Σχολιασμός	85
7.2.1 Σχολιασμός κατανομής μετατοπίσεων και τασικού και παραμορφωσιακού πεδίου	85
7.2.2 Σχολιασμός εικόνων μονοχρωματικού φωτός για μοντέλα διαφορετικών διαστάσεων και βάθους εμφάνισης αποκόλλησης.....	86
7.2.3 Εύρεση οριακού πάχους άνω στρώματος για την εμφάνιση κροσσού στις φωτογραφίες μονοχρωματικού φωτός	87

7.2.4 Σχολιασμός επιρροής μεγίστου ύψους αποκόλλησης	88
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8ο	91
8. Διερεύνηση επίδρασης φόρτισης, υλικού, μήκους κύματος και εξωτερικών παραγόντων	93
8.1 Αποτελέσματα	93
8.1.1 Επιρροή θερμοκρασιακής διαφοράς στα τελικά αποτελέσματα	93
8.1.2 Επιρροή μέτρου ελαστικότητας – συντελεστή Poisson.....	97
8.1.3 Σύγκριση πειραματικού μοντέλου υπό σταθερή πίεση με αντίστοιχο υπολογιστικό υπό θερμοκρασιακή φόρτιση	98
8.1.4 Επιρροή μήκους κύματος μονοχρωματικού φωτός.....	99
8.1.5 Επιρροή επιφανειακών ανωμαλιών και θορύβου	102
8.2 Σχολιασμός	107
8.2.1 Ανάλυση επιρροής θερμοκρασιακής διαφοράς.....	107
8.2.2 Ανάλυση μέτρου ελαστικότητας και συντελεστή Poisson.....	108
8.2.3 Ανάλυση υπολογιστικών και πειραματικών αποτελεσμάτων	108
8.2.4 Ανάλυση μήκους μονοχρωματικού φωτός	109
8.2.5 Μελέτη επιφανειακών ανωμαλιών, θορύβου στις εικόνες μονοχρωματικού φωτός και σύγκριση με ανάλογες πειραματικές.....	110
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9ο	113
9. Λυγισμός.....	115
9.1 Ανάλυση λυγισμού	115
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10ο	119
10. Συμπεράσματα	121
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11ο	123
11. Επίλογος	125
Βιβλιογραφία	127
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι	129
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙ.....	133
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙΙ	135

ΣΧΗΜΑΤΑ

Σχήμα 3.1. (a) Σχηματικό διάγραμμα δημιουργίας ολογράμματος και (b) ανακατασκευής κύματος	15
Σχήμα 3.2. (a) Ακολουθία κροσσών με τη μέθοδο διπλής έκθεσης ολογραφικής συμβολομετρίας για πρόβολο υπό καμπτική τάση, (b) μεγέθυνση σε μία περιοχή της προηγούμενης ακολουθίας κροσσών	22
Σχήμα 4.1 : Τριδιάστατο μοντέλο σε κυλινδρικές συντεταγμένες (E_R , E_θ , E_z) και αντίστοιχο αξονοσυμμετρικό σε καρτεσιανές συντεταγμένες (E_x , E_y).....	30
Σχήμα 4.2. Αξονικό τμήμα στη μορφή ενός τετράπλευρου κομματιού ABCD σε κυλινδρικές (r,z) και κανονικοποιημένες συντεταγμένες (ξ,ζ)	32
Σχήμα 4.3. Ισοπαραμετρικό τετραπλευρικό στοιχείο: (α) Γονικό στοιχείο και φυσικό σύστημα συντεταγμένων, (b) Πραγματικό στοιχείο και τοπικό σύστημα συντεταγμένων	33
Σχήμα 4.4. Οκτακομβικό, ισοπαραμετρικό, πεπερασμένο στοιχείο.....	36
Σχήμα 6.1. Διάγραμμα ροής γενικής μεθοδολογίας	48
Σχήμα 6.2. Αρχικό παραλληλεπίπεδο μοντέλο πίνακα. Η αποκόλληση έχει τοποθετηθεί στο κέντρο του επιπέδου επαφής των στρωμάτων χρώματος και βερνικιού	50
Σχήμα 6.3. Μεγέθυνση του αρχικού μοντέλου στην περιοχή της εμφανιζόμενης κοιλότητας στο στρώμα βερνικιού	51
Σχήμα 6.4. Εικόνα του μοντέλου 1 για ύπαρξη αποκόλλησης μεταξύ των στρωμάτων ξύλου και χρώματος (με διαφορετικά χρώματα απεικονίζονται τα τρία υλικά)	52
Σχήμα 6.5. Απεικονίζεται η καμπύλη που θεωρήθηκε ότι δημιουργείται για την μοντελοποίηση της αποκόλλησης των δύο στρωμάτων	53
Σχήμα 6.6. Διάγραμμα ροής δημιουργίας μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων	55
Σχήμα 6.7. Συνδεσμολογία των τετρακομβικών και οκτακομβικών πεπερασμένων στοιχείων στην περιοχή εμφάνισης αποκόλλησης μεταξύ των στρωμάτων χρώματος και βερνικιού	62
Σχήμα 6.8. Συνδεσμολογία δύο οκτακομβικών πεπερασμένων στοιχείων και ενός τετρακομβικού. Τα οκτακομβικά πεπερασμένα στοιχεία αποτελούνται από τους κόμβους (25,24,20,21,13,14,15,29) και (7,6,19,20,24,25,22,7) αντίστοιχα, ενώ το τετρακομβικό από τους (5,3,6,7).	63
Σχήμα 7.1. Κατανομή αξονικών μετατοπίσεων του μοντέλου	70
Σχήμα 7.2. Μεγέθυνση στην περιοχή εμφάνισης της αποκόλλησης.....	70
Σχήμα 7.3 Κατανομή ακτινικών μετατοπίσεων του μοντέλου – μεγέθυνση στην περιοχή εμφάνισης της αποκόλλησης	71
Σχήμα 7.4. Απεικόνιση παραμορφωσιακού πεδίου στην περιοχή εμφάνισης της αποκόλλησης.....	71
Σχήμα 7.5: Αναλυτικό διάγραμμα επιρροής βάθους αποκόλλησης στην προκληθείσα παραμόρφωση του μοντέλου	72
Σχήμα 7.6. Απεικόνιση τασικού πεδίου στην περιοχή εμφάνισης της αποκόλλησης	72
Σχήμα 7.7. Αναλυτικό διάγραμμα επιρροής βάθους αποκόλλησης στην προκληθείσα τάση του μοντέλου	73
Σχήμα 7.8. (i-vi) Εικόνες μονοχρωματικού φωτός για τα μοντέλα 7,13-17 στα οποία αλλάζει το πάχος στρώματος βερνικιού h_3 . Για τα υπόλοιπα μεγέθη ισχύει $r=25$ mm, $dr=10$ mm, $y=0.1$ mm και $dt=3^\circ\text{C}$	75
Σχήμα 7.9. (i-vi) Εικόνες μονοχρωματικού φωτός για τα μοντέλα 18-23 στα οποία αλλάζει το πάχος στρώματος βερνικιού h_3 (mm). Για τα υπόλοιπα μεγέθη ισχύει $r=17.5$ mm, $dr=7$ mm, $y=0.07$ mm, $dt=3^\circ\text{C}$	76

Σχήμα 7.10. (i-v) Εικόνες μονοχρωματικού φωτός για τα μοντέλα 24-28 στα οποία αλλάζει το πάχος στρώματος βερνικιού h_3 (mm). Για τα υπόλοιπα μεγέθη ισχύει $r= 10$ mm, $dr=4$ mm, $y= 0.04$ mm, $dt= 3^\circ\text{C}$	78
Σχήμα 7.11. (i-v) Εικόνες μονοχρωματικού φωτός για τα μοντέλα 29-33 στα οποία αλλάζει το πάχος στρώματος βερνικιού h_3 (mm). Για τα υπόλοιπα μεγέθη ισχύει $r=2.5$ mm, $dr=1$ mm, $y=0.01$ mm, $dt= 3^\circ\text{C}$	80
Σχήμα 7.12. Αναλυτικό διάγραμμα επιρροής βάθους αποκόλλησης στη μέγιστη τιμή αξονικής μετατόπισης για ατέλειες διαφορετικών γεωμετρικών διαστάσεων	81
Σχήμα 7.13. Αναλυτικό διάγραμμα επιρροής βάθους αποκόλλησης στο πλήθος των εμφανιζόμενων	82
Σχήμα 7.14. Αναλυτικό διάγραμμα επιρροής βάθους αποκόλλησης στο πλήθος των εμφανιζόμενων κροσσών στην τελική εικόνα μονοχρωματικού φωτός και προσεγγιστικές, εκθετικές συναρτήσεις για τα μοντέλα των δύο διαστάσεων	83
Σχήμα 7.15. Αναλυτικό διάγραμμα επιρροής μεγίστου ύψους αποκόλλησης στο πλήθος των εμφανιζόμενων κροσσών.....	84
Σχήμα 8.1. Αναλυτικό διάγραμμα επιρροής θερμοκρασιακής διαφοράς στο πλήθος των εμφανιζόμενων κροσσών του μοντέλου μήκους ατέλειας $dr=10$ mm.....	94
Σχήμα 8.2. Αναλυτικό διάγραμμα επιρροής θερμοκρασιακής διαφοράς στο πλήθος των εμφανιζόμενων κροσσών του μοντέλου μήκους ατέλειας $dr=10$ mm.....	94
Σχήμα 8.3. Εικόνες μονοχρωματικού φωτός για τα μοντέλα 34-35 στα οποία αλλάζει το πάχος στρώματος βερνικιού h_3 (mm). Για τα υπόλοιπα μεγέθη ισχύει $r=2.5$ mm, $dr=1$ mm, $y= 0.01$ mm, $dt=18^\circ\text{C}$	95
Σχήμα 8.4. Εικόνες μονοχρωματικού φωτός για τα μοντέλα 36-37 στα οποία αλλάζει το πάχος στρώματος βερνικιού h_3 (mm). Για τα υπόλοιπα μεγέθη ισχύει $r= 2.5$ mm, $dr=1$ mm, $y=0.01$ mm, $dt=21^\circ\text{C}$	95
Σχήμα 8.5. Αναλυτικό διάγραμμα εξάρτησης τασικού πεδίου από το βάθος εμφάνισης της αποκόλλησης για το μοντέλο διαστάσεων $dr=10$ mm και $y=0.1$ mm	96
Σχήμα 8.6. Αναλυτικό διάγραμμα εξάρτησης τασικού πεδίου από το βάθος εμφάνισης της αποκόλλησης για το μοντέλο διαστάσεων $dr=10$ mm και $y=0.05$ mm	96
Σχήμα 8.7. Αναλυτικό διάγραμμα επιρροής βάθους αποκόλλησης στο πλήθος των εμφανιζόμενων κροσσών στην τελική εικόνα μονοχρωματικού φωτός για μοντέλα με διαφορετικά μέτρα ελαστικότητας στα στρώματα χρώματος και βερνικιού.....	97
Σχήμα 8.8. Αναλυτικό διάγραμμα επιρροής βάθους αποκόλλησης στο πλήθος των εμφανιζόμενων μαύρων κροσσών στην τελική εικόνα μονοχρωματικού φωτός για το υπό εξέταση πειραματικό μοντέλο αλλά και για τα αντίστοιχα υπολογιστικά με διαφορετικές φορτίσεις	99
Σχήμα 8.9. Σύνθεση των εικόνων για τα μοντέλα 38 και 39	100
Σχήμα 8.10. Σύνθεση των εικόνων για τα μοντέλα 38 και 39 με μήκος κύματος 10 φορές μεγαλύτερο	100
Σχήμα 8.11. Σύνθεση των εικόνων για τα μοντέλα 38 και 39 με μήκος κύματος 100 φορές μεγαλύτερο	101
Σχήμα 8.12. Σύνθεση των εικόνων για τα μοντέλα 38 και 39 με μήκος κύματος 10 φορές μεγαλύτερο και μεγέθυνση στην περιοχή εμφάνισης της ατέλειας.....	101
Σχήμα 8.13. Σύνθεση εικόνας για το μοντέλο 15 με μέγιστη διαφορά μετατοπίσεων στην περιοχή εκτός της αποκόλλησης ίση με 0.01 mm	103
Σχήμα 8.14. Σύνθεση εικόνας για το μοντέλο 15 με μήκος κύματος 3 φορές μικρότερο και μέγιστη διαφορά μετατοπίσεων στην περιοχή εκτός της αποκόλλησης ίση με 0.01 mm	103

Σχήμα 8.15. Σύνθεση εικόνας για το μοντέλο 15 με μέγιστη διαφορά μετατοπίσεων στην περιοχή εκτός της αποκόλλησης ίση με 0.02 mm	104
Σχήμα 8.16. Σύνθεση εικόνας για το μοντέλο 15 με μήκος κύματος 5 φορές μικρότερο και μέγιστη διαφορά μετατοπίσεων στην περιοχή εκτός της αποκόλλησης ίση με 0.01 mm	104
Σχήμα 8.17. Σύνθεση εικόνας για το μοντέλο 15 με μέγιστη διαφορά μετατοπίσεων στην περιοχή εκτός της αποκόλλησης ίση με 0.01 mm και επιπρόσθετη εφαρμογή θορύβου	105
Σχήμα 8.18. Σύνθεση εικόνας για το μοντέλο 11 με μέγιστη διαφορά μετατοπίσεων στην περιοχή εκτός της αποκόλλησης ίση με 0.00001 mm (εκθετική μείωση).....	106
Σχήμα 8.19. Σύνθεση εικόνας για το μοντέλο 11 με μέγιστη διαφορά μετατοπίσεων στην περιοχή εκτός της αποκόλλησης ίση με 0.00001 mm (εκθετική μείωση) και επιπρόσθετη εφαρμογή θορύβου	106
Σχήμα 8.20. Πειραματική εικόνα μονοχρωματικού φωτός με τη μέθοδο της ολογραφικής συμβολομετρίας για ατέλεια υπό τη μορφή αποκόλλησης με κυκλική μορφή σε νωπογραφία.....	110
Σχήμα 8.21. Πειραματική εικόνα μονοχρωματικού φωτός με τη μέθοδο της ολογραφικής συμβολομετρίας για ατέλεια υπό τη μορφή αποκόλλησης με κυκλική μορφή σε νωπογραφία.....	111
Σχήμα 9.1. Μεταβολή ακτινικών αντιδράσεων συναρτήσει του επιβαλλόμενου φορτίου...	118

ΠΙΝΑΚΕΣ

Πίνακας 6-1. Παράμετροι των τριών υλικών των στρωμάτων του μοντέλου.....	54
Πίνακας 6-2. Διαστάσεις πεπερασμένων στοιχείων και σχετικού προκύπτοντες λόγοι	60
Πίνακας 6-3. Στοιχεία μοντελοποίησης και επίλυσης μοντέλων 1-7	63
Πίνακας 6-4. Στοιχεία μοντελοποίησης και επίλυσης των μοντέλων 7-12 με διαφορετικές ακτίνες κυκλικής τομής. Για κάθε μοντέλο η μέθοδος ανάλυσης είναι μη γραμμική, το πλέγμα είναι τετραπλής πυκνότητας και τα είδη των πεπερασμένων στοιχείων είναι οκτακομβικά για τα στρώματα χρώματος και βερνικιού ενώ τετρακομβικά για το στρώμα ξύλου.....	64
Πίνακας 7-1. Πάχη στρώματος βερνικιού για τα μοντέλα 7,13-17. Για τα υπόλοιπα μεγέθη ισχύει $r=25$ mm, $dr=10$ mm, $y=0.1$ mm και $dt=3^{\circ}\text{C}$	74
Πίνακας 7-2. Πάχη στρώματος βερνικιού για τα μοντέλα 18-23. Για τα υπόλοιπα μεγέθη ισχύει $r=17.5$ mm, $dr=7$ mm, $y=0.07$ mm, $dt=3^{\circ}\text{C}$	75
Πίνακας 7-3. Πάχη στρώματος βερνικιού για τα μοντέλα 24-28. Για τα υπόλοιπα μεγέθη ισχύει $r=10$ mm, $dr=4$ mm, $y=0.04$ mm, $dt=3^{\circ}\text{C}$	77
Πίνακας 7-4. Πάχη στρώματος βερνικιού για τα μοντέλα 29-33. Για τα υπόλοιπα μεγέθη ισχύει $r=2.5$ mm, $dr=1$ mm, $y=0.01$ mm, $dt=3^{\circ}\text{C}$	79
Πίνακας 7-5. Προκύπτοντες λόγοι πληθών κροσσών για τους δύο διαφορετικούς λόγους διαστάσεων dr/y	89
Πίνακας 8-1. Γεωμετρικά στοιχεία, στοιχεία μοντελοποίησης και επίλυσης των μοντέλων 38-39	100
Πίνακας 8-2. Αποτελέσματα υπολογιστικών και γεωμετρικού μοντέλου – απόλυτα και σχετικά σφάλματα	109

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο

Περίληψη

1. Περίληψη

Στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία έγινε προσπάθεια διερεύνησης και εντοπισμού των αρνητικών συνεπειών της υπέρξεως αποκόλλησης μεταξύ των στρωμάτων ξύλου, χρώματος και βερνικιού σε πίνακα ζωγραφικής. Ο πίνακας υπόκειται σε θερμοκρασιακή διαφορά μεταξύ δύο χρονικών καταστάσεων και για τη μοντελοποίησή του καθώς και για τη δημιουργία εικόνων μονοχρωματικού φωτός της ολογραφικής συμβολομετρίας έγινε χρήση των προγραμμάτων ANSYS ® 10.0 και MATLAB ® 7.1, αντίστοιχα. Η μοντελοποίηση και επίλυση του προβλήματος φόρτισης έγινε με τη χρήση αξονοσυμμετρικών πεπερασμένων στοιχείων.

Αρχικά, στο κεφάλαιο 2 παρατίθενται οι εισαγωγικές σκέψεις και προβληματισμοί που οδήγησαν στη διεξαγωγή των συγκεκριμένων πειραμάτων. Ο κύριος λόγος ήταν οι αμφιβολίες σχετικά με τις παρενέργειες των ήδη χρησιμοποιούμενων τεχνικών στις υπό εξέταση επιφάνειες. Ειδικότερα, σε περιπτώσεις που χρειάζεται να μελετηθούν έργα τέχνης η επικινδυνότητα αυξάνεται σημαντικά. Με την υπό εξέταση μέθοδο όμως, δηλαδή την ολογραφική συμβολομετρία, ο μελετητής δεν χρειάζεται να έρθει σε επαφή με το αντικείμενο. Επιπλέον με τη μοντελοποίηση και επίλυση μέσω πεπερασμένων στοιχείων γίνεται πρόβλεψη της συμπεριφορά των τυχόν ατελειών μέσω ηλεκτρονικού υπολογιστή που μοντελοποιεί το συγκεκριμένο πρόβλημα. Συνεπώς μέσω των υπολογιστικών αποτελεσμάτων μπορεί να εκτιμηθεί επακριβώς η πειραματική απεικόνιση και συνεπώς η διάγνωση της υπάρχουσας ατέλειας.

Στη συνέχεια, στο κεφάλαιο 3, περιγράφεται το φαινόμενο της ολογραφίας και η διαδικασία κατά την οποία δημιουργείται το ολόγραμμα ενός αντικειμένου. Επίσης, γίνεται σύντομη αναφορά στην ιστορία και τις ικανότητες της μεθόδου.

Στο πεδίο του μη καταστροφικού ελέγχου αντικειμένων χρησιμοποιείται η ολογραφική συμβολομετρία. Οι δύο συνηθέστερες παραλλαγές της είναι η συμβολομετρία πραγματικού χρόνου και η διπλής εκθέσεως. Επίσης, περιγράφεται ο τρόπος δημιουργίας της αλληλουχίας κροσσών στη μονοχρωματική εικόνα που αποκτάται από την εφαρμογή της μεθόδου, η διαδικασία ερμηνείας της, ώστε ο μελετητής να εντοπίσει τυχόν ατέλειες καθώς και οι υπόλοιπες ικανότητες της μεθόδου. Όσον αφορά τη μέθοδο διπλής εκθέσεως, γίνεται αριθμητική ανάλυση ώστε να προσδιοριστεί ο τρόπος υπολογισμού μεγεθών όπως τα πλάτη των δύο συμβληθέντων κυματομορφών, η κατανομή έντασης, η ολική έκθεση και η ορατότητα των κροσσών. Επίσης, παρατίθεται μία τυπική αλληλουχία κροσσών που έχει αποκτηθεί με την εφαρμογή της συγκεκριμένης μεθόδου. Γίνεται επιπλέον, καταγραφή των πλεονεκτημάτων της μεθόδου και των πιθανών ειδών φορτίσεων που μπορούν να αντιμετωπιστούν.

Επακολούθως (κεφάλαιο 4), αναφέρονται οι προσπάθειες αυτοματοποίησης των διαδικασιών ολογραφικής συμβολομετρίας και περιγράφεται η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων τόσο θεωρητικά όσο και αριθμητικά. Γίνεται ειδική μνεία στα αξονοσυμμετρικά στοιχεία που χρησιμοποιήθηκαν στη συγκεκριμένη εργασία.

Στη βιβλιογραφική επισκόπηση (κεφάλαιο 5) που ακολουθεί αναφέρονται τα τελευταία ευρήματα και πειράματα γύρω από το πεδίο του μη καταστροφικού ελέγχου και ειδικότερα των οπτικών μεθόδων. Όλα τα πειράματα έχουν γίνει αποδεκτά και καταγράφηκαν σε σχετικά με το θέμα, επιστημονικά περιοδικά. Πιο συγκεκριμένα, πειράματα έχουν διεξαχθεί για τη βελτίωση των ήδη χρησιμοποιούμενων οπτικών μεθόδων, όπως η ολογραφική συμβολομετρία, απαλείφοντας τον τυχόν θόρυβο που υπεισέρχεται στις εικόνες μονοχρωματικού φωτός, για την πλήρη αυτοματοποίηση της όλης διαδικασίας με τη χρήση ηλεκτρονικών υπολογιστών και της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων καθώς και με σκοπό την εξάλειψη των κινήσεων απαραμόρφωτου στερεού, οι οποίες οδηγούν σε διαφορετικά αποτελέσματα σχετικά με τον προσδιορισμό του σχήματος της τυχόν ατέλειας. Επίσης, έχουν διεξαχθεί συγκρίσεις μεταξύ των αποτελεσμάτων των διάφορων πειραματικών μοντέλων αλλά και μεταξύ των αντίστοιχων υπολογιστικών αποτελεσμάτων.

Στο επόμενο μέρος (κεφάλαιο 6), περιγράφεται η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε και τα διάφορα στάδια μέσω των οποίων δημιουργείται υπολογιστικά, η εικόνα μονοχρωματικού φωτός. Παρατίθεται σχετικό διάγραμμα ροής και στη συνέχεια γίνεται παρουσίαση των γεωμετρικών και υπολογιστικών δεδομένων για την επίλυση του προβλήματος. Επίσης, αφού γίνει καθορισμός των κριτηρίων, επιλέγεται μέσω διαδικασίας σύγκλισης αποτελεσμάτων το βέλτιστο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων που θα χρησιμοποιηθεί. Τέλος, αναλύεται ο κώδικας δημιουργίας της εικόνας μονοχρωματικού φωτός.

Στο κεφάλαιο 7 βρίσκονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την επίλυση των μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων για αλλαγές στα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του μοντέλου. Παρατίθενται τα τελικά πεδία τάσεων και παραμορφώσεων, οι τιμές των τελικών μετατοπίσεων μετά την επιβολή της φόρτισης καθώς και οι αντίστοιχες εικόνες μονοχρωματικού φωτός όπως προκύπτουν από τον σχετικό κώδικα. Επιπροσθέτως, διαγραμματοποιήθηκε η εξάρτηση του βάθους εμφάνισης ατέλειας με το πλήθος των παραγόμενων κροσσών όπως και του μέγιστου ύψους αποκόλλησης.

Στη συνέχεια, στο κεφάλαιο 8, έλαβε χώρα διερεύνηση της επίδρασης της φόρτισης, των ιδιοτήτων των υλικών, του μήκους κύματος μονοχρωματικού φωτός και διάφορων εξωτερικών παραγόντων στα τελικά αποτελέσματα. Έλαβε χώρα επίσης, σύγκριση με αντίστοιχα πειραματικά ώστε να φανεί η σχετική συνάφεια.

Επακολούθως (κεφάλαιο 9) γίνεται μελέτη αν και κατά πόσον συμμετέχει στο πρόβλημα που παρουσιάστηκε το φαινόμενο του λυγισμού και αναλύεται η συμπεριφορά

της ατέλειας λόγω της θερμικής φόρτισης που της επιβάλλεται. Επίσης, πραγματοποιούνται υπολογιστικές και πειραματικές εκτιμήσεις του κρίσιμου φορτίου λυγισμού.

Συνεχίζοντας (κεφάλαιο 10), εκφέρονται κάποια συμπεράσματα σχετικά με όλη τη διαδικασία που ακολουθήθηκε και ως επίλογο (κεφάλαιο 11) γίνεται αναφορά στις μελλοντικές δυνατότητες της μεθόδου καθώς και στα πλεονεκτήματα που θα δημιουργήσει μία σωστή αναπτυξιακή της πορεία.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο

Εισαγωγή

2. Εισαγωγή

Η εφαρμογή της τεχνολογίας laser στη συντήρηση των πινάκων ζωγραφικής έχει συντελέσει στην αυξανόμενη θεώρηση των μεσολαβουσών διαδικασιών αποκατάστασης. Σκεπτικισμός έχει δημιουργηθεί σχετικά με τις «παρενέργειες» των διαφόρων διαδικασιών σχετικά με το αν προκαλούν μακροπρόθεσμα, μη αναστρέψιμες φυσικές μεταβολές. Στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία έγινε προσπάθεια εξάλειψης των συγκεκριμένων κινδύνων χρησιμοποιώντας υπολογιστικές μεθόδους εύρεσης των παραγόμενων εικόνων μονοχρωματικού φωτός. Η ανάλυση των ακολουθιών κροσσών που έχουν κατασκευαστεί μέσω ηλεκτρονικού υπολογιστή δίνει τη δυνατότητα στον ερευνητή να προσδιορίσει πλήρως το σχήμα, την τοποθεσία και τις συνέπειες οποιασδήποτε ατέλειας χωρίς να είναι απαραίτητη η επαφή του με το υπό εξέταση αντικείμενο. Η εφαρμογή της μεθόδου σέβεται, βεβαίως, πλήρως τις αρχές της ολογραφικής συμβολομετρίας. Το αντικείμενο μοντελοποιείται με τη χρήση πεπερασμένων στοιχείων και η επίλυσή του γίνεται από κάποιο σχετικό υπολογιστικό πακέτο.

Για το υπό εξέταση πρόβλημα προτιμήθηκαν τα υπολογιστικά πακέτα ANSYS ® 10.0 και MATLAB ® 7.1. Στο μεν πρώτο έλαβε χώρο η δημιουργία του μοντέλου και του αντίστοιχου πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων καθώς και η επίλυσή του. Η σχετική διαδικασία περιγράφεται στο κεφάλαιο 6. Τα τελικά αποτελέσματα, έπειτα από την επίλυση, καταχωρούνται στο υπολογιστικό πακέτο MATLAB όπου υπόκεινται επεξεργασία μέσω του ήδη δημιουργηθέντος κώδικα για την παραγωγή των εικόνων μονοχρωματικού φωτός.

Η σχετική αυτοματοποίηση της τεχνικής απλοποιεί το έργο του ερευνητή και εξοικονομεί σημαντικό χρονικό διάστημα που πιθανώς να χανόταν κατά την πειραματική διεξαγωγή των αντίστοιχων διαδικασιών. Επίσης, είναι δυνατή η δημιουργία καταλόγων με τα αποτελέσματα των ήδη μελετηθέντων ατελειών σε πίνακες ζωγραφικής. Κατά συνέπεια, ο ερευνητής θα γνωρίζει εύκολα τα αποτελέσματα της μελλοντικής εμφάνισης μίας παρόμοιας μορφής ατέλειας και την επικινδυνότητά της.

Παραλλαγές της ολογραφικής συμβολομετρίας έχουν αναπτυχθεί στον τομέα του μη καταστροφικού ελέγχου δοκιμίων, όπως αναφέρεται και στη βιβλιογραφική επισκόπηση. Η τεχνική που θα χρησιμοποιηθεί στην παρούσα διπλωματική, βασίζεται στις γενικές αρχές της ολογραφίας και ιδιαίτερα στην τεχνική της ολογραφικής συμβολομετρίας αλλά κινείται περισσότερο προς την αυτοματοποίηση της μεθοδολογίας και συνεπώς στην αποβολή σχετικών αμφιβολιών όσον αφορά τις παρενέργειες που μπορεί να έχει η χρήση laser στην συντήρηση και τον έλεγχο έργων τέχνης ανεκτίμητης αξίας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο

Οπτικές μέθοδοι

3. Οπτικές μέθοδοι

Στο ακόλουθο κεφάλαιο περιγράφεται η γενική μέθοδος της ολογραφίας και η ειδικότερη τεχνική μη καταστροφικού ελέγχου δοκιμίων της ολογραφικής συμβολομετρίας. Όσον αφορά την παραλλαγή της διπλής εκθέσεως γίνεται αναλυτικός αριθμητικός υπολογισμός των διάφορων σχετικών μεγεθών. Τέλος, παρατίθενται τα πλεονεκτήματα της τεχνικής και οι περιπτώσεις στις οποίες μπορεί να βρει εφαρμογή.

3.1 Ολογραφία

Η ολογραφία είναι μία μέθοδος καταγραφής και ανακατασκευής οπτικού κύματος η οποία βασίζεται στην κατανομή της έντασης του φωτός σε μία μορφή συμβληθέντων κροσσών, ονομαζόμενη ολόγραμμα, η οποία δημιουργείται από ένα κύμα οδηγούμενο στο υπό εξέταση αντικείμενο (αντικειμενικό κύμα) και ένα κύμα αναφοράς συνδεδεμένο με το αντικειμενικό. Το ολόγραμμα, όταν προβάλλεται με το κύμα αναφοράς, αναπαράγει την ίδια κατανομή πλάτους και φάσης με αυτή που δημιουργήθηκε από το αντικειμενικό σήμα κατά την καταγραφή. Κατά συνέπεια, σύμφωνα με την αρχή των Huygens – Fresnel, το ολόγραμμα διαμορφώνει το κύμα αναφοράς ώστε να είναι πανομοιότυπο του αντικειμενικού κύματος. Η διαμόρφωση πρακτικά επιτυγχάνεται ανεξάρτητα της μεθόδου με την οποία καταγράφεται η κατανομή έντασης στην αλληλουχία των κροσσών, εννοώντας την υπάρχουσα ποικιλία συντελεστών απορρόφησης και ανάκλασης (ολόγραμμα πλάτους) ή δεικτών διάθλασης και ανακούφισης (ολόγραμμα φάσης). Ολόγραμμα μπορεί να καταγραφεί σε επιφάνεια (καταγραφή δύο διαστάσεων) ή σε ένα όγκο (ολόγραμμα τριών διαστάσεων). Παρ' όλες τις διαφορές πολλών χαρακτηριστικών στην καταγραφή κύματος και στη διαδικασία ανακατασκευής στις παραπάνω περιπτώσεις, η βασική αρχή του ολογράμματος – η ικανότητα δηλαδή να διαμορφώνει το κύμα αναφοράς πανομοιότυπο του αντικειμενικού – παραμένει η ίδια.

Η βασική αρχή του ολογράμματος μπορεί να περιγραφεί καλύτερα από την ακόλουθη απλή διευκρίνιση. Υποθέτουμε μία μορφή συμβολής ενός αρχικού και ενός κύματος αναφοράς η οποία καταγράφεται σαν φωτογραφικό θετικό στη μορφή ενός δισδιάστατου ολογράμματος πλάτους. Τότε οι περιοχές του ολογράμματος με μέγιστη μεταδοτικότητα θα αντιστοιχούν στα μέρη της αντικειμενικής κυματομορφής όπου η φάση της είναι ίση με αυτή του κύματος αναφοράς. Όσο πιο διαυγείς είναι αυτές οι περιοχές, τόσο μεγαλύτερη ήταν η ένταση του αρχικού κύματος. Επακόλουθες προβολές ενός τέτοιου ολογράμματος με την ακτίνα αναφοράς θα παράγουν μία κατανομή φάσης και πλάτους

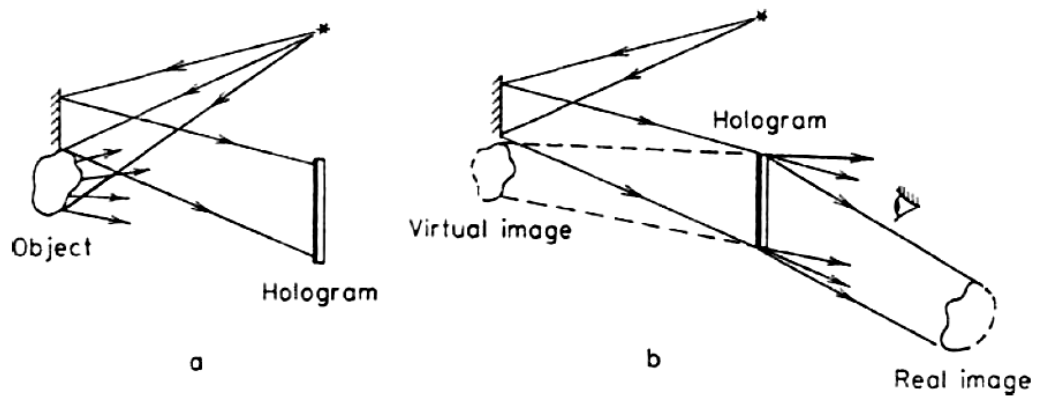
συμπίπτουσα με αυτή του αντικειμενικού κύματος, διαβεβαιώνοντας για τυχόν απαραίτητη ανακατασκευή του τελευταίου.

Οι βασικές αρχές της ολογραφίας για πρώτη φορά ορίστηκαν το 1948 από τον Βρετανό φυσικό Gabor. Η λέξη «ολογραφία (*holography*)» προέρχεται από την ελληνική λέξη «όλος». Κατ' αυτόν τον τρόπο, ο εφευρέτης ήθελε να υπογραμμίσει ότι το ολόγραμμα διατηρεί ολόκληρες τις πληροφορίες της φάσης και του πλάτους του κύματος. Ο αρχικός στόχος του Gabor ήταν η βελτίωση των αρχών της μικροσκοπικής παρατήρησης ηλεκτρονίων. Πρότεινε την καταγραφή, εκτός του πλάτους, και των πληροφοριών φάσης των κυμάτων ηλεκτρονίων επιβάλλοντας ένα συναφές κύμα αναφοράς. Λόγω της μη διαθεσιμότητας πηγής συναφών κυμάτων ηλεκτρονίων, περιορίστηκε στην περάτωση οπτικών πειραμάτων γεγονός που οδήγησε στην αρχή της ολογραφίας. Όμως, οι δυσκολίες που πηγάζαν από την απουσία δυνατής πηγής συναφούς φωτός ήταν σημαντικές. Κατά συνέπεια, για αρκετό καιρό η επιστήμη της ολογραφίας αποτελούσε μία οπτική παραδοξολογία.

Η ολογραφία αναζωογονήθηκε το 1962 – 1963 όταν οι Αμερικάνοι επιστήμονες Leith και Upatnieks χρησιμοποίησαν το προσφάτως ανακαλυφθέν laser και πρότειναν μία μη αξονική διάταξη για την ακτίνα αναφοράς ώστε να δημιουργείται το ολόγραμμα. Ο Σοβιετικός φυσικός Denisjuk δημιούργησε τα πρώτα ολογράμματα καταγεγραμμένα σε τρισδιάστατο μέσο, συνδυάζοντας την ιδέα του Gabor και τη μέθοδο χρωματικών φωτογραφιών του Lippmann. Μέχρι το 1965 – 1966, οι θεωρητικές και πειραματικές υποδομές της ολογραφίας είχαν οριστεί, ενώ τα επόμενα χρόνια, η πρόοδος σε αυτή την περιοχή κυρίως οφειλόταν στις βελτιώσεις των σχετικών εφαρμογών.

3.2 Ολογραφική συμβολομετρία

Το θέμα της ολογραφικής συμβολομετρίας περιλαμβάνει την κατασκευή, παρατήρηση και ερμηνεία των συμβληθέντων μορφών κυμάτων από τα οποία τουλάχιστον ένα έχει καταγραφεί και ανακατασκευασθεί από ένα ολόγραμμα. Η βασική αρχή της ολογραφικής συμβολομετρίας παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.1 το οποίο απεικονίζει μία γενική διάταξη δημιουργίας ολογράμματος και ανακατασκευής του κύματος που καταγράφηκε.



Σχήμα 3.1. (a) Σχηματικό διάγραμμα δημιουργίας ολογράμματος και (b) ανακατασκευής κύματος

Όπως έχει ήδη ειπωθεί, η αλληλεπίδραση του ανακατασκευασμένου κύματος με την αλληλουχία που καταγράφηκε στο ολόγραμμα οδηγεί και στην ανακατασκευή του αντικειμενικού κύματος. Αν το ανακατασκευασμένο κύμα είναι πανομοιότυπο του κύματος αναφοράς, τότε η φάση και το πλάτος του αντικειμενικού κύματος θα αναπαραχθούν. Επίσης, στην περίπτωση που προβληθεί το ολόγραμμα μετά την αφαίρεση του αντικειμένου, θα φανεί η εικόνα του αντικειμένου ακριβώς στην ίδια τοποθεσία και κατάσταση που βρισκόταν κατά την καταγραφή του ολογράμματος. Εφ' όσον δεν αφαιρεθεί το αντικείμενο, τότε δύο κύματα θα διαδοθούν όπισθεν του ολογράμματος, αναλυτικότερα το ανακατασκευασθέν κύμα από το ολόγραμμα και ένα ανακλαθέν απευθείας του αντικειμένου. Τα συγκεκριμένα κύματα είναι σχετικά και συνεπώς μπορούν να αλληλεπιδράσουν. Η συμβληθείσα μορφή χαρακτηρίζει τις αλλαγές που έχουν λάβει χώρα στο αντικείμενο κατά το χρονικό διάστημα μεταξύ της καταγραφής του ολογράμματος και της παρατήρησης της μορφής. Αν για παράδειγμα, η κατάσταση του αντικειμένου έχει αλλάξει κατά την παρατήρηση λόγω παραμόρφωσης ή μετατόπισης, η μορφή επίσης θα έχει αλλάξει. Η συγκεκριμένη μέθοδος ολογραφικής συμβολομετρίας ονομάζεται συμβολομετρία πραγματικού χρόνου (*real – time interferometry*).

Σε μία άλλη παραλλαγή της ολογραφικής συμβολομετρίας, δύο (ή περισσότερα) ολογράμματα, τα οποία αντιστοιχούν σε διαφορετικές καταστάσεις του ίδιου αντικειμένου, διαδοχικά καταγράφονται σε φωτογραφικό φιλμ. Σε ταυτόχρονη ανακατασκευή, τα κύματα που αντιπροσωπεύουν πανομοιότυπα, των αρχικών κυμάτων, κύματα θα υποστούν συμβολή. Αυτή είναι η λεγόμενη μέθοδος διπλής/ πολλαπλής έκθεσης (*double/multi – exposure method*). Η μέθοδος Sandwich, που περιλαμβάνει καταγραφή καθενός των συμβαλλόμενων κυμάτων σε ξεχωριστά ολογράμματα, μπορεί να θεωρηθεί ως παραλλαγή της παραπάνω μεθόδου.

Η ακραία περίπτωση της μεθόδου πολλαπλής έκθεσης όπου το ολόγραμμα ενός χρονικά μεταβληθέντος αντικειμένου (για παράδειγμα λόγω τάσεων ή δονήσεων)

προβάλλεται διαρκώς, λέγεται και τεχνική μέσου χρόνου (*time – average technique*). Στην περίπτωση αυτή, το ολόγραμμα καταγράφει τα κύματα που διασκορπίζονται από το αντικείμενο σε όλες τις ενδιάμεσες καταστάσεις που περνάει κατά την έκθεσή του. Τα κύματα που ανακατασκευάζονται από ένα τέτοιο ολόγραμμα, σχηματίζουν μία συμβληθείσα μορφή που δείχνει πώς μετατοπίζονται διάφορα σημεία του αντικειμένου κατά την κίνησή του.

Στη συμβατική αλλά και στην ολογραφική συμβολομετρία συγκρίνονται οι κατατομές φάσης δύο ή περισσότερων κυμάτων. Στη συμβατική συμβολομετρία, τα προς σύγκριση κύματα σχηματίζονται ταυτόχρονα αλλά διαδίδονται προς διαφορετικές κατευθύνσεις. Η χρονική καθυστέρηση μεταξύ των κυμάτων δεν πρέπει να υπερβαίνει τον χρόνο συνάφειάς τους και η οπτική τροχιά στην οποία διαδίδονται, πρέπει να είναι ίδια. Σε κάθε άλλη περίπτωση, η συμβληθείσα μορφή κροσσών θα περιέχει εκτός του υπό μελέτη αντικειμένου, διαφορές σε οπτικά στοιχεία.

Η ολογραφική συμβολομετρία χρησιμοποιεί τη συμβολή των κυμάτων που διανύουν ίδια τροχιά αλλά σε διαφορετικές χρονικές στιγμές. Η αποκτηθείσα μορφή απεικονίζει μόνο τις αλλαγές στο αντικείμενο, που έχουν συμβεί μεταξύ του χρονικού διαστήματος καταγραφής του ολογράμματος και τις παρατήρησής του (ή μεταξύ του χρονικού διαστήματος πρώτης και δεύτερης έκθεσης) και εξαρτάται μόνο από αυτές τις αλλαγές.

Συνεπώς, μπορεί να ειπωθεί ότι η ολογραφική συμβολομετρία είναι μία διαφορετική μέθοδος και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη σύγκριση διαδοχικών καταστάσεων του ίδιου αντικειμένου. Το αντικειμενικό κύμα που καταγράφεται στο ολόγραμμα, και συνεχώς ανακατασκευάζεται από αυτό, χαρακτηρίζει σε μέγιστη λεπτομέρεια τη διάταξη του αντικειμένου. Κατ' αυτόν τον τρόπο, η ολογραφική συμβολομετρία μπορεί να εφαρμοστεί στη μελέτη αντικειμένων αυθαίρετου σχήματος και ακόμα τραχέων και υπερβολικά ανακλαστικών επιφανειών. Η μόνη προϋπόθεση είναι, κατά το πέρασμα από τη μία κατάσταση στην άλλη, να μην υπόκειται σε ουσιαστικές αλλαγές η μικροδομή του αντικειμένου. Εν αντιθέσει, στη συμβατική συμβολομετρία, το προς σύγκριση κύμα μπορεί να αναπαράγει όλες τις λεπτομέρειες του αντικειμένου μόνο αν το τελευταίο έχει αρκετά απλό σχήμα. Κατά συνέπεια, εφαρμόζεται μόνο σε μελέτες απλών σχημάτων με στιλπνές, οπτικές επιφάνειες.

Η διαφορεική φύση της ολογραφικής συμβολομετρίας διευκολύνει στη μείωση των απαιτήσεων ποιότητας των χρησιμοποιούμενων οπτικών μέσων, καθότι τα προς σύγκριση κύματα διαδίδονται κατά μήκος των ίδιων τροχιών και συνεπώς παραμορφώνονται ομοίως από τις ατέλειες των οπτικών στοιχείων. Πιο συγκεκριμένα, η ύπαρξη σφαλμάτων στα οπτικά στοιχεία δεν επηρεάζει σε κανένα βαθμό την συμβληθείσα μορφή. Η μη ευαισθησία της μεθόδου απέναντι των οπτικών ανωμαλιών επιτρέπει τη μελέτη πρακτικά απεριόριστων σχημάτων, ενώ στη συμβατική ολογραφία παρόμοιες έρευνες καθίστανται πολύ δύσκολες

εξαιτίας της πολυπλοκότητας της διάταξης και του υψηλού κόστους συμβολομέτρων με μεγάλους και υψηλής ποιότητας καθρέπτες.

Αν το ολόγραμμα αποθηκεύει ένα κύμα καταγεγραμμένο με σταθερή κλίση, τότε μπορεί να χρησιμοποιηθεί στη ανακατασκευή της συμβληθείσας μορφής των κυμάτων φωτός που διασκορπίζονται από το αντικείμενο σε διαφορετικές κατευθύνσεις. Το παραπάνω μπορεί να εφαρμοστεί στις μελέτες παραμορφώσεων σωμάτων πολύπλοκων σχημάτων.

Η ολογραφική συμβολομετρία επιτρέπει την απόκτηση συμβληθέντων μορφών που έχουν σχηματιστεί από κύματα φωτός διαφορετικών συχνοτήτων. Για αυτό το σκοπό, το φωτογραφικό φιλμ εκτίθεται σε μία πηγή φωτός πολλών συχνοτήτων. Η προβολή ενός τέτοιου ολογράμματος αναπαράγει τα κύματα διαφορετικών συχνοτήτων που καταγράφηκαν σε αυτό, τα οποία μπορούν να υποστούν συμβολή αφού έχουν ανακατασκευασθεί από την ίδια πηγή μονοχρωματικού φωτός. Η μέθοδος πολλών συχνοτήτων χρησιμοποιείται, για παράδειγμα, στην αλλαγή της ευαισθησίας της ολογραφικής συμβολομετρίας όπως επίσης και στη μελέτη επιφανειακής αντοχής.

Οι περισσότερες τεχνικές ολογραφικής συμβολομετρίας ασχολούνται μόνο με το σχήμα των κροσσών στην συμβληθείσα μορφή. Όμως, τόσο η ένταση των χρωμάτων των κροσσών όσο και η τοποθεσία στην οποία εμφανίζονται, σχετίζονται με τις αλλαγές στις οποίες υπόκειται το αντικείμενο. Η ένταση των χρωμάτων δίνει πληροφορίες σχετικά με την υποβάθμιση της μικροδομής της επιφάνειας υπό παρατήρηση (για παράδειγμα, λόγω διάβρωσης), ενώ από την τοποθεσία εμφάνισης των κροσσών μπορούν να εξαχθούν συμπεράσματα για τη μετατόπιση και παραμόρφωση του αντικειμένου.

Μία από τις σημαντικότερες εφαρμογές της ολογραφικής συμβολομετρίας είναι η εύρεση των μετατοπίσεων διαφόρων επιφανειακών σημείων ενός σώματος που υπόκειται τάση. Σε αντίθεση με τη συμβατική συμβολομετρία, τα ολογραφικά δεδομένα συμπεριλαμβάνουν πληροφορίες σχετικά με τα συνολικά διανύσματα μετατόπισης των επιφανειακών σημείων του σώματος. Ερμηνεία των κροσσών, δηλαδή προσδιορισμός, μέσω της διάταξής τους, των διανυσμάτων μετατόπισης για ένα αυθαίρετο σημείο στην υπό εξέταση επιφάνεια, επιτυγχάνεται μέσω ανάλυσης των μορφών κροσσών διαφορετικών οπτικών κατευθύνσεων, ή μέσω κατασκευής διαφορετικών ολογραμμάτων ή ακόμα μέσω παραλλαγών αυτών των μεθόδων. Εφαρμόζοντας επίσης, στατιστικά και μη – στατιστικά κριτήρια στον πειραματικό σχεδιασμό, μπορούν να κατασκευασθούν συμβολόμετρα ικανά να υπολογίζουν το διάνυσμα μετατόπισης των τμημάτων ελαχιστοποιώντας το λάθος. Επίσης, μέσω των ολογραφικών συμβληθέντων μορφών είναι δυνατόν, σε ορισμένες περιπτώσεις, να προσδιοριστεί απευθείας η παραγόμενη μετατόπιση και συνεπώς, οι σχετικές τάσεις. Η ολογραφική συμβολομετρία είναι ικανή να προσδιορίσει, όχι μόνο ελαστικές αλλά και συνολικές, μετατοπίσεις.

Η επιθεώρηση ελαττωμάτων μέσω της ολογραφικής συμβολομετρίας είναι σε ευρεία χρήση σήμερα και συγχρόνως αναπτύσσονται διαφορετικές παραλλαγές της συγκεκριμένης μεθόδου. Η συνηθισμένη μορφή κροσσών που παράγεται λόγω εφαρμογής δύναμης σε ένα υπό μελέτη αντικείμενο μεταβάλλεται στην περιοχή τοποθέτησης των ελαττωμάτων (ρωγμές, δημιουργία σπηλιών, αποκολλημένες περιοχές). Όταν μία ρωγμή εμφανίζεται στην επιφάνεια του σώματος, οι κροσσοί σταματούν να εμφανίζονται στις απέναντι άκρες. Για την εύρεση ατελειών μέσω της μορφής κροσσών, το αντικείμενο υπόκειται σε στατικό φορτίο και ορισμένες φορές θερμαίνεται ή ψύχεται.

Οι δυσκολίες που συναντιούνται στην ερμηνεία των μορφών κροσσών έχουν δυστυχώς, αποτρέψει την ευρύτερη εφαρμογή της ολογραφικής συμβολομετρίας. Βεβαίως, η μορφή περιλαμβάνει πλήρες πληροφορίες σχετικά με τα διανύσματα μετατόπισης επιφανειακών σημείων του αντικειμένου. Όπως ήδη έχει ειπωθεί, η ερμηνεία τους βασίζεται στην ανάλυση διαφορετικών χαρακτηριστικών των κροσσών, όπως η συχνότητα εμφάνισης, η ορατότητα, η τοποθεσία και ο προσανατολισμός τους.

Ο προσδιορισμός των μετατοπίσεων των επιφανειακών σημείων ενός αντικειμένου υπό τάση, αποτελεί φορτική διαδικασία. Συνεπώς, η τυχόν αυτοματοποίηση της διαδικασίας θα αποτελούσε σημαντικότατο επίτευγμα. Αυτοματοποιημένα συστήματα ολογραφικών – συμβολομετρικών υπολογισμών εφαρμόζονται προς το παρόν μόνο σε ορισμένα στάδια της διαδικασίας και η εξάπλωσή τους δεν είναι μεγάλη.

3.3 Μέθοδος διπλής έκθεσης

Η μέθοδος διπλής έκθεσης είναι ο πιο διαδεδομένος τρόπος δημιουργίας ολογραφικών μορφών κροσσών μέσω των οποίων μπορούν να προσδιοριστούν οι επιφανειακές μετατοπίσεις ενός σώματος υπό τάση. Η μέθοδος ουσιαστικά αποτελείται από τη διαδοχική έκθεση ενός φωτο-ευαίσθητου υλικού έτσι ώστε να ληφθούν δύο ολογράμματα του αντικειμένου σε διαφορετικές καταστάσεις, για παράδειγμα, πριν και μετά την άσκηση φορτίου. Όταν ένα διπλά εκτεθειμένο ολόγραμμα προβληθεί με ένα πανομοιότυπο του κύματος αναφοράς, τότε και τα δύο κύματα που διασκορπίζονται από την επιφάνεια του σώματος στις δύο του καταστάσεις, θα ανακατασκευασθούν ταυτόχρονα. Η αλληλεπίδρασή του παράγει μία εικόνα της επιφάνειας του σώματος επιβεβλημένη από ένα σύστημα αλληλεπιδρώντων κροσσών το οποίο εμπεριέχει πληροφορίες σχετικά με τις αλλαγές που έχει υποστεί το υπό μελέτη σώμα κατά τη χρονική περίοδο μεταξύ των δύο εκθέσεων. Κατά συνέπεια, χρησιμοποιώντας ένα διπλά εκτεθειμένο ολόγραμμα, η μεταβολή της αλληλεπίδρασης των κυμάτων φωτός μπορεί να παρατηρηθεί.

Στη συνέχεια, εξετάζεται λεπτομερώς, η δημιουργία της μορφής κροσσών στη μέθοδο διπλής έκθεσης. Τα πλάτη των κυμάτων φωτός που ανακλούνται από την επιφάνεια του σώματος, στις δύο του καταστάσεις, στο επίπεδο του ολογράμματος, A_1 και A_2 γράφονται στη μορφή των σχέσεων (1) και (2):

$$A_1 = a_0 \exp(-i\phi), \quad (1)$$

$$A_2 = a_0 \exp[-i(\phi + \delta)], \quad (2)$$

όπου a_0 και ϕ είναι το πλάτος και η φάση αντίστοιχα του κύματος που έχει διασκορπιστεί από το αντικείμενο στην αρχική του κατάσταση, και δ είναι, η προκληθείσα από την τάση, αλλαγή φάσης του αρχικού κύματος στο επίπεδο του ολογράμματος. Θεωρείται ότι η παραμόρφωση του σώματος επηρεάζει μόνο τη φάση του αρχικού κύματος. Επιπροσθέτως, θεωρείται αμελητέα η μεταβολή της μικροδομής της επιφάνειας μεταξύ των δύο εκθέσεων.

Η έκφραση του σύνθετου πλάτους του κύματος αναφοράς A_r μπορεί να γραφτεί αναλογικά του αντικειμενικού κύματος όπως στη σχέση (3)

$$A_r = a_r \exp(-i\phi_r), \quad (3)$$

όπου a_r και ϕ_r είναι το αρχικό πλάτος και η φάση αντίστοιχα του κύματος αναφοράς. Η ολική έκθεση E στο επίπεδο του μέσου καταγραφής, για παράδειγμα στο φωτογραφικό φιλμ, μετά την πρώτη και τη δεύτερη έκθεση θα είναι όπως στη σχέση (4)

$$E = |A_1 + A_r|^2 r_1 + |A_2 + A_r|^2 r_2, \quad (4)$$

όπου r_1 και r_2 είναι οι διάρκειες της πρώτης και της δεύτερης έκθεσης αντίστοιχα. Θεωρώντας ότι $r_1 = r_2 = r$ και αντικαθιστώντας στη σχέση (4) τις εκφράσεις (1), (2) και (3) έχουμε, μετά από κατάλληλη αλγεβρική μεταχείριση, τη σχέση (5)

$$E = 2(a_0^2 + a_r^2)r + r \cdot a_0 a_r \exp(i\phi) \{ \exp(-i\phi) + \exp[-i(\phi + \delta)] \} + r \cdot a_0 a_r \exp(-i\phi) \{ \exp(i\phi) + \exp[i(\phi + \delta)] \}. \quad (5)$$

Γίνεται υπόθεση ότι η επεξεργασία του φωτογραφικού επιπέδου γίνεται έτσι ώστε η μεταδοτικότητα του πλάτους T να εξαρτάται γραμμικά από την έκθεση E και προκύπτει η σχέση (6)

$$T = b_0 + b_1 E, \quad (6)$$

όπου b_0 και b_1 είναι σταθερές που χαρακτηρίζουν τη σχέση των δύο μεγεθών.

Όταν το διπλά εκτεθειμένο ολόγραμμα προβάλλεται με ένα αντίγραφο του κύματος αναφοράς, ένα νέο κύμα θα δημιουργηθεί στο πίσω μέρος του ολογράμματος, του οποίου το σύνθετο πλάτος A θα είναι ανάλογο της μεταδοτικότητας, σχέση (7):

$$A = T \cdot a_r \cdot \exp(-i \cdot \phi) \quad (7)$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (5) και (6) στη παραπάνω σχέση (7), μετά από απλούς μετασχηματισμούς παίρνουμε τη σχέση (8):

$$A = [b_0 + 2b_1 r (a_0^2 + a_r^2)] a_r \exp(-i \cdot \phi) + b_1 r \cdot a_0 a_r^2 \{ \exp(-i \cdot \phi) + \exp[-i(\phi + \delta)] \} + b_1 r \cdot a_0 a_r^2 \{ \exp(i \cdot \phi) + \exp[i(\phi + \delta)] \} \exp(-i \cdot 2\phi). \quad (8)$$

Ο πρώτος όρος στη σχέση (8) αντιπροσωπεύει, με ένα σταθερό συντελεστή $2b_1 r (a_0^2 + a_r^2)$, το πλάτος του κύματος αναφοράς που διασχίζει το ολόγραμμα και αντιστοιχεί σε ένα μηδενικής σειράς κύμα. Ο δεύτερος όρος περιγράφει, με ένα πραγματικό συντελεστή $b_1 r \cdot a_0 a_r^2$, τα δύο κύματα που δημιουργούν τις «εικονικές» εικόνες. Τέλος, ο τρίτος όρος περιγράφει τις δύο αλλοιωμένες, πραγματικές εικόνες. Πρέπει να ειπωθεί ξανά ότι, όταν το ολόγραμμα προβάλλεται με ένα κύμα που συνάπτεται του αναφορικού και το σύνθετο πλάτος του είναι $a_r \exp(i \cdot \phi)$, μία μη αλλοιωμένη, πραγματική εικόνα του αντικειμένου μπορεί να παρατηρηθεί ότι συμπίπτει με το ίδιο το σώμα. Η κατανομή έντασης I_M στην «εικονική» εικόνα θα αντιστοιχεί στο τετράγωνο του δεύτερου όρου της σχέσης (8):

$$\begin{aligned}
I_M &= b_1^2 r^2 a_0^2 a_r^4 |\exp(-i \cdot \phi) + \exp[-i(\phi + \delta)]|^2 = \\
&= 2b_1^2 r^2 a_0^2 a_r^4 (1 + \cos \delta) = 4b_1^2 r^2 a_0^2 a_r^4 \cos^2(\delta/2).
\end{aligned} \tag{9}$$

Η παραπάνω σχέση (9) μπορεί να γραφτεί και ως

$$I_M \approx a_0^2 \cos^2(\delta/2) = I_0 \cos^2(\delta/2), \tag{10}$$

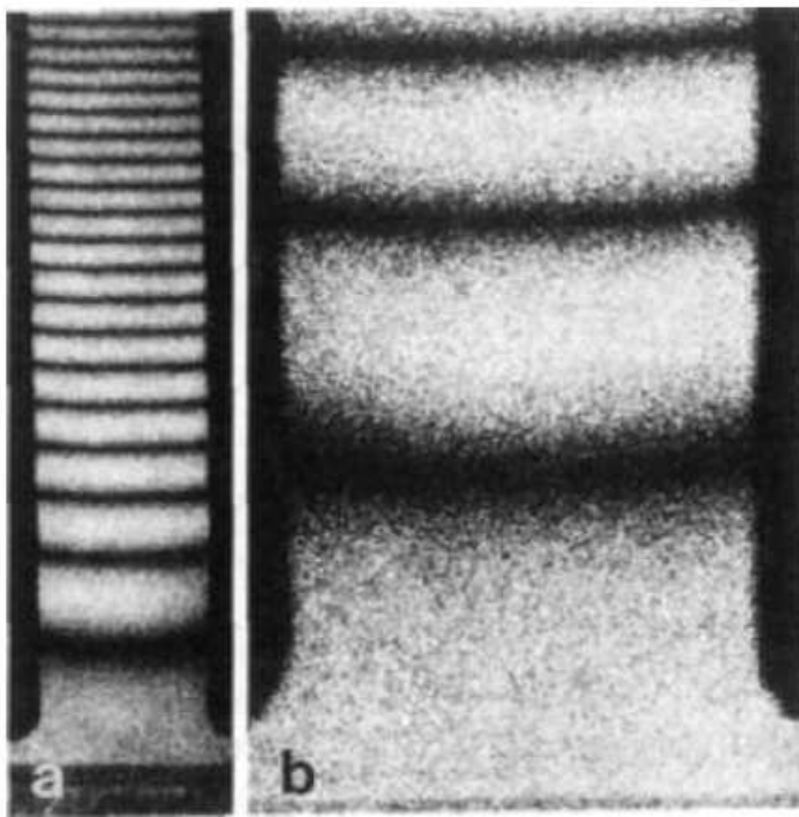
όπου I_0 είναι η ένταση της εικόνα του αντικειμένου στην πραγματική του κατάσταση. Όπως φαίνεται από τη σχέση (10), η ένταση της αναδημιουργηθείσας εικόνας εξαρτάται από το τετράγωνο του συνημίτονου. Αναλυτικότερα, η εικόνα της επιφάνειας του σώματος θα παρεμβληθεί από ένα σύστημα συμβληθέντων κροσσών. Η αλληλουχία των κροσσών εξαρτάται από τη συνάρτηση δ . Για συγκεκριμένα σημεία στην επιφάνεια όπου ισχύει ότι $\delta=0$, η αντίστοιχη ένταση γίνεται μέγιστη. Οι παραγόμενοι κροσσοί αποκαλούνται κροσσοί μηδενικής κίνησης. Συνεπώς, στη μέθοδο διπλής έκθεσης οι συγκεκριμένοι κροσσοί είναι φωτεινοί.

Η ορατότητα V των κροσσών στις συμβληθείσες μορφές της μεθόδου ολογραφίας διπλής έκθεσης για ίσα χρονικά διαστήματα έκθεσης, που ορίζεται από τον τύπο της σχέσης (11) είναι ίση της μονάδας. Από τη σχέση (10), η μορφή των κροσσών συνεπώς είναι ανεξάρτητη της διαφοράς φάσης δ .

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \tag{11}$$

Στην ανακατασκευή κυμάτων φωτός που έχουν καταγραφεί σε ένα διπλά εκτεθειμένο ολόγραμμα, το σχήμα της ανακατασκευαστικής δέσμης μπορεί να διαφέρει από το αντίστοιχο της αυθεντικής δέσμης αναφοράς. Σε αυτή την περίπτωση, αλλοιώσεις κλίμακας και μετατοπίσεις εικόνας φαίνεται να είναι οι όμοιες και για τα δύο κύματα έτσι ώστε η αλληλουχία κροσσών να παραμένει πρακτικά ως είναι. Παρομοίως, οι αλλαγές στα δύο κύματα είναι ίδιες μεταξύ τους και δεν οδηγούν σε εμφανείς αλλαγές στη διάταξη της μορφής των κροσσών. Η μέθοδος διπλής έκθεσης παράγει κροσσούς απείρου πλάτους. Για να γίνει το πλάτος των κροσσών πεπερασμένο, πρέπει να αλλαχθεί η κλίση της δέσμης μεταξύ των δύο εκθέσεων.

Το Σχήμα 3.2 (a) δείχνει μία κλασική ακολουθία κροσσών της μεθόδου διπλής έκθεσης σε ένα πρόβολο στον οποίο έχει εφαρμοστεί συγκεντρωμένη δύναμη. Η διάταξη που χρησιμοποιήθηκε ήταν παρόμοια των Leith – Upratnieks όπου η δέσμη αναφοράς και η αντικειμενική, βρίσκονται στην ίδια πλευρά του ολογραφικού επιπέδου. Το Σχήμα 3.2 (b) απεικονίζει ένα υπό μεγέθυνση μέρος της μορφής κροσσών κοντά στο τραχύ σημείο του αντικειμένου όπου φαίνεται η δημιουργία ανεπιθύμητων στιγμάτων. Ο συγκεκριμένος θόρυβος δυσκολεύει την παρατήρηση και ανάλυση των κροσσών, ειδικότερα στις περιοχές όπου εμφανίζονται σε μεγάλα νούμερα. Για αξιόπιστη ανάλυση των κροσσών, η περίοδό τους πρέπει να είναι μεγαλύτερη από το μέγεθος κλίμακας των στιγμάτων.



Σχήμα 3.2. (a) Ακολουθία κροσσών με τη μέθοδο διπλής έκθεσης ολογραφικής συμβολομετρίας για πρόβολο υπό καμπτική τάση, (b) μεγέθυνση σε μία περιοχή της προηγούμενης ακολουθίας κροσσών

3.4 Πλεονεκτήματα ολογραφικής συμβολομετρίας

Η ολογραφική συμβολομετρία έχει αποδεχθεί ως ένα ισχυρό εργαλείο για τον υπολογισμό παραμορφώσεων και στον μη καταστροφικό έλεγχο. Παραμορφώσεις σε τραχείς, θολές ή έντονα ανακλαστικές επιφάνειες μετριόνται με ακρίβεια μεγαλύτερη του

μήκους κύματος του υπό χρήση φωτός laser. Τα κυριότερα πλεονεκτήματα της μεθόδου είναι τα ακόλουθα:

- οι υπολογισμοί γίνονται μακριά από την επιφάνεια και δεν επιδρούν σε αυτήν,
- δεν απαιτείται κατοπτρική ανάκλαση για τους υπολογισμούς,
- αποκτούνται διαρκείς, δισδιάστατες πληροφορίες για τη κατάσταση του υπό εξέταση αντικειμένου και συνεπώς τυχόν τοπικές παραμορφώσεις είναι απίθανο να μην ανακαλυφθούν,
- η επιφάνεια μπορεί να έχει αυθαίρετο σχήμα,
- οι περιοχές της υπό εξέτασης επιφάνειας μπορεί να κυμαίνονται από λίγα mm² μέχρι μερικά m²,
- οι μετατοπίσεις που υπολογίζονται κυμαίνονται μεταξύ των 0.05 και 500 μm,
- αξιόπιστη παραμορφωσιακή ανάλυση μπορεί να λάβει χώρο για πολύ μικρά φορτία,
- η μέθοδος είναι ανεξάρτητη των ιδιοτήτων των υλικών,
- η αποκτηθείσα ακρίβεια στους υπολογισμούς των μετατοπίσεων επιτρέπει την περαιτέρω εκτέλεση πράξεων για εύρεση του τασικού και του δυναμικού πεδίου,
- οι υπολογισμοί μπορούν να διεξαχθούν σε κινούμενες επιφάνειες,
- οι υπολογισμοί μπορούν να γίνουν ακόμα και σε κλειστές κατασκευές, όπως για παράδειγμα σε δοχεία πίεσης, μέσω διαμπερών παραθύρων,
- η δημιουργία και η εκτίμηση των πληροφοριών μπορεί να χωριστεί τοπικά και χρονικά.

Η ολογραφική συμβολομετρία δεν υπολογίζει απευθείας την εσωτερική ακεραιότητα ενός αντικειμένου, όπως πράττουν οι ακτίνες X ή οι υπερηχητικές μέθοδοι, αλλά καταγράφουν τη συμπεριφορά του ύστερα από την επιβολή του σε κάποιο φορτίο. Κατά συνέπεια, οδηγεί στην αποδοχή της υπό εξέτασης διάταξης και παρέχει το, σχετικό του επιβαλλόμενου φορτίου, παραμορφωσιακό πεδίο. Μία αλλοίωση μπορεί να είναι ζωτικής σημασίας σχετικά με ένα είδος φόρτισης ή κατεύθυνση φόρτισης, αλλά όχι σε κάποιο άλλο. Υπάρχει ένας μεγάλος αριθμός πιθανών ειδών φορτίσεως, μερικά από τα οποία δίνονται παρακάτω:

- ευθεία μηχανική φόρτιση: καμπτικό φορτίο, εφελκυστική τάση, δύναμη συστροφής, βαρύτητα
- φόρτιση πίεσης: εσωτερική πίεση σε δοχεία ατμού ή πιέσεως

- φόρτιση κραδασμών: ακουστικά πεδία μεγαφώνων, ηλεκτροδυναμικά πεδία
- δυνάμεις ώθησης: τοπική επαφή,
- θερμοκρασιακή φόρτιση: πηγές ραδιενέργειας, πτητικά ρευστά, υψηλής ενέργειας εναλλασσόμενο ρεύμα σε αγώγιμο υλικό.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο

Πεπερασμένα στοιχεία

4. Πεπερασμένα στοιχεία

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο γίνεται μία σύντομη αναφορά στις ήδη υπάρχουσες εφαρμογές ηλεκτρονικού υπολογιστή που βοηθούν την εφαρμογή της τεχνικής ολογραφικής συμβολομετρίας. Επίσης, περιγράφεται η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιείται στην παρούσα διπλωματική εργασία και γίνεται ειδικότερη αναφορά στο είδος των αξονοσυμμετρικών στοιχείων.

4.1 Ανάλυση μέσω ηλεκτρονικού υπολογιστή

Στα πρώτα χρόνια των ολογραφικών δοκιμών, οι υπολογισμοί γίνονταν μέσω οπτικής μετάφρασης των συμβολογραφημάτων. Ποσοτικοί υπολογισμοί διεξάγονταν μέσω μετρήσεων των κροσσών στις φωτογραφίες των συμβολογραφημάτων. Αργότερα, η ποσοτική εκτίμηση βελτιώθηκε δραστικά με τη χρήση ηλεκτρονικών υπολογιστών. Οι πρώτες προσπάθειες αυτοματοποίησης της διαδικασίας μέτρησης κροσσών βασιζόταν στον προσδιορισμό των κεντρικών σημείων των κροσσών μέσω του υπολογιστή, αλλά στη συνέχεια, καλύτερες τεχνικές με τη χρήση ακριβούς ελέγχου των πειραματικών παραμέτρων αναπτύχθηκαν.

Οι υπολογιστικές προσομοιώσεις ιδανικών, συμβληθέντων κροσσών βοηθάνε στην εύρεση της καλύτερης οπτικής διάταξης για τη διεξαγωγή του πειράματος, στη βελτιστοποίηση του επιβληθέντος φορτίου, στην ανάπτυξη βελτιωμένων μεθόδων εκτίμησης και στην ερμηνεία των καταγραφέντων συμβολογραφημάτων. Οι βοηθούμενες, μέσω υπολογιστή, εκτιμήσεις μπορούν να συνδυαστούν με τεχνικές στατικής ανάλυσης, όπως με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων και των συνοριακών στοιχείων ώστε να ληφθούν περισσότερες πληροφορίες. Ολοκληρωμένα υπολογιστικά συστήματα που διαχειρίζονται τη δημιουργία των ολογραφικών συμβολογραφημάτων και πραγματοποιούν την ποσοτική τους εκτίμηση είναι διαθέσιμα στη σημερινή αγορά.

Ενώ σημαντική πρόοδος έχει γίνει στην υπολογιστικά, επαναληπτική εκτίμηση των ολογραφικών συμβολογραφημάτων, η αυτοματοποιημένη εύρεση μέσω υπολογιστή των τοπικών αλληλουχιών κροσσών λόγω τυχών ατελειών στα υλικά δεν έχει εξελιχθεί ουσιαστικά. Οι κυριότερες αιτίες είναι η πληθώρα δυνατών μορφών κροσσών, η ποικιλία σχημάτων των ατελειών που μπορεί να υπάρξουν και η δυσκολία ένταξης μέσω υπολογιστικού λογισμικού της γνώσης και εμπειρίας του εξειδικευμένου προσωπικού που έχει οριστεί για την κρίση των συμβολογραφημάτων.

4.2 Μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων και η εφαρμογή της στην ολογραφία

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι μία μεθοδολογία ανάλυσης, κατά την οποία ένα υπό εξέταση χωρίο χωρίζεται σε ένα αριθμό μικρών στοιχείων με απλή γεωμετρία. Όλα τα παραπάνω στοιχεία έχουν σημεία από τα οποία ορίζονται, τα σημεία αυτά ονομάζονται κόμβοι και είναι κοινοί μεταξύ γειτονικών πεπερασμένων στοιχείων. Η μηχανική συμπεριφορά του καθενός στοιχείου μπορεί εύκολα να υπολογιστεί χάρις στην απλή γεωμετρία του. Στη συνέχεια, μέσω ενός προγράμματος ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων, όπως για παράδειγμα το ANSYS, παράγεται μία συνολική λύση που είναι ευσυμβίβαστη σε όλους τους κόμβους. Τελικώς, μετατοπίσεις, παραμορφώσεις, τάσεις ή ακόμα και η θερμική συμπεριφορά της υπό εξέτασης διάταξης που υπόκειται σε μηχανικό ή/ και ελαστοθερμικό φορτίο μπορεί να υπολογιστούν με πολύ καλή ακρίβεια.

Η ολογραφική παραμορφωσιακή ανάλυση και η μηχανική ανάλυση μέσω υπολογιστικής μηχανικής και ποιο συγκεκριμένα με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, είναι δυνατό να συνδυαστούν για την επίτευξη αρκετών στόχων. Βασικής σημασίας είναι η αναγνώριση και αποδοχή του μοντέλου των πεπερασμένων στοιχείων ώστε να ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα. Ειδικότερα σε ένα περίπλοκο σχήμα ή σε μία σύνθετη κατασκευή δεν είναι εύκολο να γίνει εύρεση του κατάλληλου χωρισμού επιφανειών και της επιλογής των σωστών ιδιοτήτων των υλικών. Μία σύγκριση μεταξύ των πειραματικών μετατοπίσεων και των αντίστοιχων υπολογιστικών μπορεί να βεβαιώσει για την αποδοχή ή όχι του μοντέλου των πεπερασμένων στοιχείων, το οποίο στη συνέχεια μπορεί να χρησιμοποιηθεί για παράδειγμα, σε περαιτέρω υπολογισμούς τάσεων και παραμορφώσεων.

Η παραπάνω στρατηγική έχει επιτυχώς εφαρμοστεί στην ανάλυση της κατανομής των τάσεων σε προσκολλημένους συνδέσμους. Έχει οριστεί το ποσοστό συμμετοχής των στρωμάτων μετάλλου και των στρωμάτων προσκόλλησης στην ολική παραμόρφωση του σώματος. Επακολούθως, δημιουργήθηκε ένα ολοκληρωμένο μοντέλο του τασικού και παραμορφωσιακού πεδίου που επικρατούν στο σώμα.

Η θερμοκρασιακή κατανομή και η παραμόρφωση ενός προσκολλημένου συνδέσμου υπό θερμική φόρτιση με ένα τοπικό κενό στο στρώμα προσκόλλησης υπολογίστηκε με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων και μετρήθηκε μέσω ολογραφικής συμβολομετρίας. Τα συνδυασμένα αποτελέσματα έδειξαν ότι η χαρακτηριστική, επιφανειακή παραμόρφωση, άνω της ατέλειας στο εσωτερικό στρώμα προσκόλλησης δεν προκαλείται από τη θερμική διαστολή του παγιδευμένου αερίου, όπως φαινόταν από αρχικά πειράματα. Οι

ανομοιογένεια του επιφανειακού παραμορφωσιακού πεδίου οφείλεται στη μη ομαλή μεταφορά της θερμότητας στην περιοχή εμφάνισης της ατέλειας. Τα παραπάνω οδηγούν σε τοπικά μεγαλύτερες διαφορές θερμοκρασίας, που έχει ως συνέπεια την εμφάνιση τοπικά διαφορετικών, θερμοκρασιακών παραμορφώσεων. Τα προαναφερθέντα αποτελέσματα δικαιολογούν την γενικότερη κλίση που επικρατεί για επιλογή θερμοκρασιακής φόρτισης των αντικειμένων στην επιθεώρηση αλλοιώσεων του μη καταστροφικού ελέγχου [1].

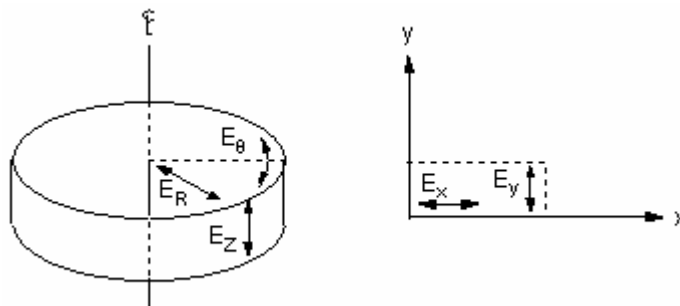
Ο συνδυασμός της ολογραφικής συμβολομετρίας και της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων όχι μόνο οδηγεί στον εντοπισμό της ατέλειας αλλά επίσης και στην αποδοχή της ή όχι. Αναλυτικότερα, έχοντας υπ' όψιν τα αρχικά καθορισμένα κριτήρια, μία ατέλεια μπορεί να οδηγήσει στην απόρριψη ενός δοκιμίου αλλά και στην αποδοχή του εφ' όσον δεν παρουσιάζει σημαντικές αποκλίσεις στις ιδιότητές του. Μέσω συστηματικών υπολογισμών μπορεί να δημιουργηθεί κατάλογος επιφανειακών παραμορφώσεων στην περιοχή των εσωτερικών ρωγμών και κενών, για παράδειγμα, για χάλυβα με παραλλαγές ειδών, μήκων, όγκων και θέσεων αλλοιώσεων. Για ένα δεδομένο, υπολογισθέν, ολογραφικό, παραμορφωσιακό πεδίο άνω κάποιας ατέλειας, μπορεί να γίνει χρήση του καταλληλότερου πεδίου μετατοπίσεων από το σχετικό κατάλογο. Σε μία επαναληπτική διαδικασία για ένα μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων, οι παράμετροι των προσομοιωμένων ατελειών ποικίλουν. Οι υπολογισμοί του πεδίου μετατοπίσεων συνεχίζουν μέχρι τη σχετική συμφωνία τους με τα πειραματικά αποτελέσματα.

Φυσικά, ο υπολογισμός του πεδίου μετατοπίσεων για μία διακριτή διάταξη υπό φόρτιση μέσω της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων δεν είναι μονοσήμαντος. Συνεπώς, η αντίστροφη διαδικασία προσδιορισμού των γεωμετρικών στοιχείων της διάταξης μέσω της φόρτισης και του υπολογισμένου πεδίου μετατοπίσεων δεν είναι δυνατή. Ωστόσο, με τη χρήση της επαναληπτικής διαδικασίας αποκτάται μία ατέλεια που είναι αντιπροσωπευτική της αντίστοιχης τάξης όλων των ατελειών που δίνουν παρόμοιες πληροφορίες υπό ίδια φόρτιση.

4.3 Αξονοσυμμετρικά, πεπερασμένα στοιχεία

Για την ανάλυση του θέματος της παρούσης διπλωματικής έγινε χρήση της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων και μοντελοποίηση με αξονοσυμμετρικά πεπερασμένα στοιχεία. Παρακάτω ακολουθεί περιγραφή των αξονοσυμμετρικών πεπερασμένων στοιχείων και αναφέρονται τα πλεονεκτήματά τους, βάση των οποίων προτιμήθηκαν για το συγκεκριμένο πρόβλημα.

Μία αξονοσυμμετρική κατασκευή μπορεί να παρασταθεί από ένα επίπεδο (x,y) μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων το οποίο αντιστοιχεί σε οριζόντια τομή ολόκληρου του μοντέλου με άξονα συμμετρίας τον κατακόρυφο (Σχήμα 4.1). Στον άξονα συμμετρίας πρέπει το μοντέλο να κυλιθεί και η φόρτιση πρέπει να είναι επίσης αξονοσυμμετρική. Η χρήση αξονοσυμμετρικών μοντέλων μειώνει δραστικά τον χρόνο μοντελοποίησης και ανάλυσης σε σχέση με ένα ισοδύναμο τρισδιάστατο μοντέλο. Η μείωση των πεπερασμένων στοιχείων και συνεπώς, των βαθμών ελευθερίας ελαττώνει σημαντικά το υπολογιστικό κόστος.



Σχήμα 4.1 : Τρισδιάστατο μοντέλο σε κυλινδρικές συντεταγμένες (E_R, E_θ, E_Z) και αντίστοιχο αξονοσυμμετρικό σε καρτεσιανές συντεταγμένες (E_x, E_y)

Η μοντελοποίηση όλων των αξονοσυμμετρικών μοντέλων γίνεται με βάση τις 360° . Συνεπώς, όλα τα δεδομένα, όπως για παράδειγμα ροή θερμότητας, ηλεκτρικές δυνάμεις, ροές ρευστών και μαγνητικά πεδία, πρέπει να εισαχθούν κατά αυτόν τον τρόπο. Ακόμα, οι παράμετροι που χρησιμοποιούνται αντιπροσωπεύοντας όγκους, θερμικές χωρητικότητες, ιδιότητες υλικών κτλ. ,πρέπει επίσης κατά την εισαγωγή τους, να ληφθεί υπ' όψιν ότι αναφέρονται σε αξονοσυμμετρικό μοντέλο.

Στη μεγάλη πλειοψηφία των περιπτώσεων το μοντέλο δημιουργείται στο επίπεδο για $z=0$. Ο καρτεσιανός άξονας y θεωρείται ως άξονας συμμετρίας. Επιπροσθέτως, η ανάπτυξη του μοντέλου γίνεται μόνο στο τεταρτοκύκλιο του $x+$. Συνεπώς, η ακτινική κατεύθυνση συμπίπτει με την κατεύθυνση $x+$.

Στη συνέχεια περιγράφονται οι συνοριακές συνθήκες του μοντέλου. Οι δυνάμεις (F_x, F_y) και οι μετατοπίσεις (u_x, u_y) αντιπροσωπεύουν για πεπερασμένα στοιχεία τα δεδομένα και τα αποτελέσματα αντίστοιχα στο κομβικό σύστημα συντεταγμένων. Στο αξονοσυμμετρικό μοντέλο έχουμε δύο βαθμούς ελευθερίας. Όλοι οι κόμβοι που τοποθετούνται πάνω στον άξονα y (δηλαδή για $x=0$) πρέπει να έχουν ακτινική μετατόπιση (u_x) , εκτός εάν υπάρχει στρέψη του μοντέλου γεγονός που οδηγεί στην απόρριψη του αξονοσυμμετρικού μοντέλου) ίση με μηδέν εκτός εάν επιθυμείται η δημιουργία κεντρικής τρύπας. Τουλάχιστον μία τιμή της u_y πρέπει να περιορισθεί ή να καθορισθεί για να αποφευχθούν κινήσεις του απαραμόρφωτου σώματος. Αξονοσυμμετρική συστροφή μπορεί να μοντελοποιηθεί με

ελάχιστα είδη πεπερασμένων στοιχείων. Εφόσον το είδος του πεπερασμένου στοιχείου επιτρέπει τη συστροφή, όλοι οι u_z βαθμοί ελευθερίας πρέπει να τεθούν ίσοι με το μηδέν πάνω στην κεντρική γραμμή και επίσης ένας κόμβος με θετική x συντεταγμένη πρέπει επίσης να έχει καθορισμένη ή περιορισμένη τιμή μετατόπισης u_z . Πιέσεις και θερμοκρασίες πρέπει να εφαρμοσθούν απευθείας. Επιτάχυνση, εάν υπάρχει, συνήθως τοποθετείται στην αξονική (y) κατεύθυνση. Παρομοίως, η γωνιακή ταχύτητα υπάρχει μόνο κατά τον άξονα y .

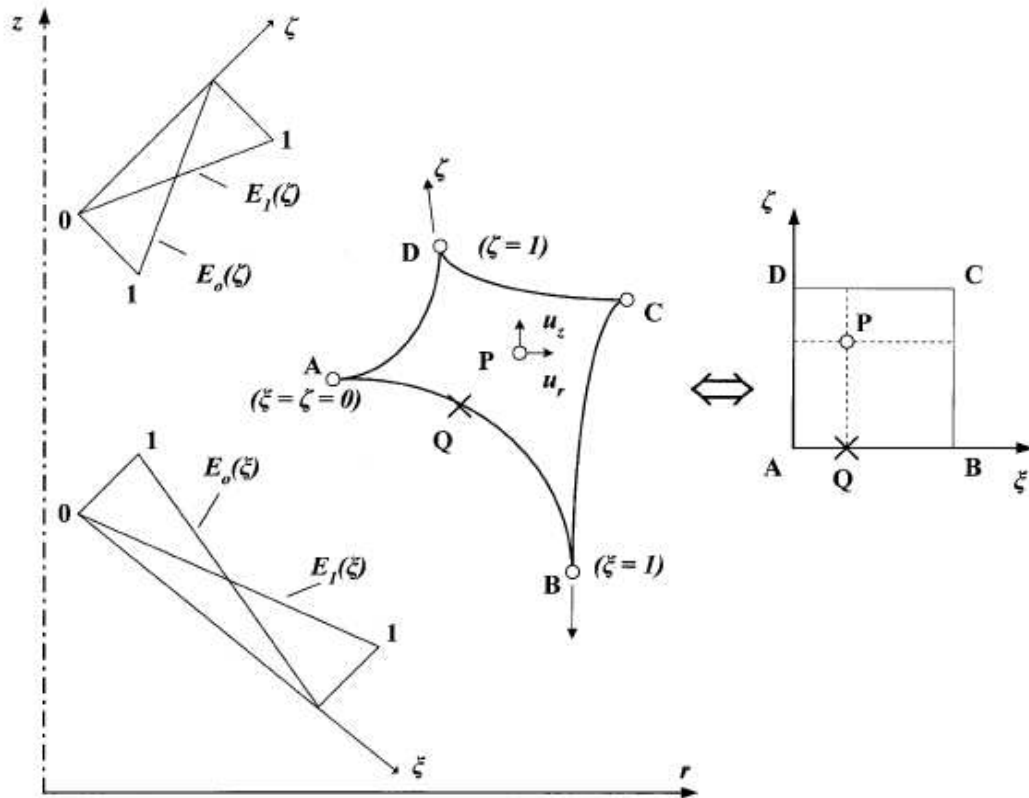
Θεωρούμε ένα μέρος μίας αξονοσυμμετρικής διάταξης αυθαίρετου σχήματος το οποίο εξιδανικεύεται με τη μορφή του τετραπλευρικού σχήματος ABCD που φαίνεται στο Σχήμα 4.2. Στη συνέχεια, υποθέτουμε ότι οι οριακές καταστάσεις είναι, επίσης, αξονοσυμμετρικές και η διάταξη δεν υπόκειται σε οποιαδήποτε συστροφή. Στο συγκεκριμένο πρόβλημα, είναι προτιμότερη η χρήση κυλινδρικών συντεταγμένων (r, z) και η γωνιακή κατεύθυνση (θ) δεν συμμετέχει στον μετασχηματισμό.

Οι παραμορφώσεις εκφράζονται συναρτήσει του ακτινικού (u_r) και του αξονικού (u_z) μέρους του διανύσματος μετατόπισης, $u=[u_r, u_z]^T$, και δίνονται από τις σχέσεις (12-13)

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r}, \quad \varepsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z}, \quad \gamma_{rz} = \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r}, \quad (12)$$

ή σε μητρική μορφή με:

$$\frac{\partial u_r}{\partial z} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix} = [L]u \quad \text{όπου} \quad L = \begin{bmatrix} \partial/\partial r & 0 \\ 1/r & 0 \\ 0 & \partial/\partial z \\ \partial/\partial z & \partial/\partial r \end{bmatrix}. \quad (13)$$



Σχήμα 4.2. Αξονικό τμήμα στη μορφή ενός τετράπλευρου κομματιού ABCD σε κυλινδρικές (r, z) και κανονικοποιημένες συντεταγμένες (ξ, ζ)

Επίσης, οι τάσεις σχετίζονται με τις παραμορφώσεις από τον νόμο του Hooke (σχέση 14):

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \\ \tau_{rz} \end{Bmatrix} = \frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & f & f & 0 \\ f & 1 & f & 0 \\ f & f & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix} = [E]\varepsilon \quad (14)$$

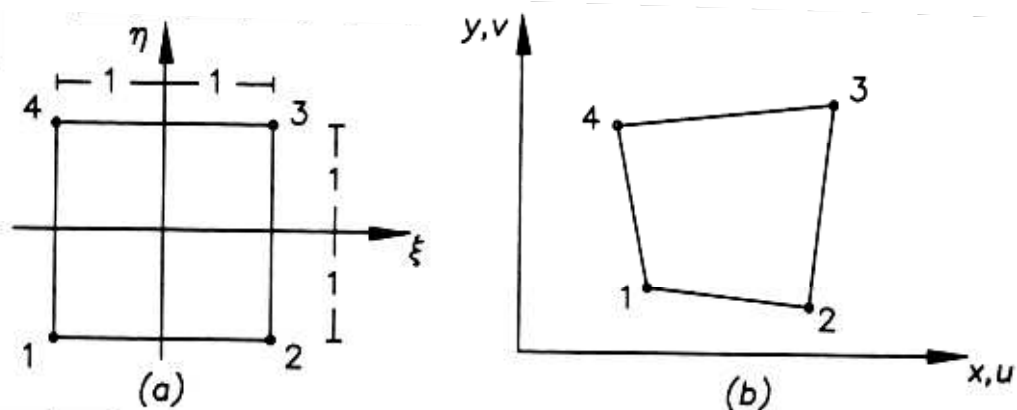
όπου:

$$f = \frac{\nu}{1-\nu} \quad \text{και} \quad g = \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}, \quad (15)$$

συμβολίζοντας με ν και E το λόγο του Poisson και το μέτρο ελαστικότητας του Young, αντίστοιχα [1].

4.4 Κατασκευή καθολικών συναρτήσεων μορφής, μητρώου δυσκαμψίας και δυναμικού διανύσματος

Στη συνέχεια, παρουσιάζεται η διαδικασία δημιουργίας του μητρώου δυσκαμψίας για ένα ισοπαραμετρικό τετράπλευρο στοιχείο. Ό,τι ισχύει στη συγκεκριμένη περίπτωση, εφαρμόζεται και για τα αξονοσυμμετρικά πεπερασμένα στοιχεία που χρησιμοποιούνται στην παρούσα διπλωματική εργασία. Το γονικό στοιχείο στο σύστημα συντεταγμένων ξ - η και το πραγματικό στοιχείο στο x - y φαίνονται στο Σχήμα 4.3:



Σχήμα 4.3. Ισοπαραμετρικό τετραπλευρικό στοιχείο: (α) Γονικό στοιχείο και φυσικό σύστημα συντεταγμένων, (β) Πραγματικό στοιχείο και τοπικό σύστημα συντεταγμένων

Οι συντεταγμένες x και y του πραγματικού στοιχείου δίνονται από τους τύπους της σχέσης (16)

$$x = \sum_i N_i(\xi, \eta) x_i$$

$$y = \sum_i N_i(\xi, \eta) y_i$$

(16)

όπου N_i είναι συναρτήσεις των φυσικών συντεταγμένων ξ και η και δίνονται από τις εξισώσεις (17):

$$N_1(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta) \quad N_2(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta) \quad (17)$$

$$N_3(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta) \quad N_4(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta)$$

όπου $-1 < \xi < +1$ και $-1 < \eta < +1$. Ο μετασχηματισμός για τα ισοπαραμετρικά στοιχεία δίνεται από τους τύπους (18)

$$u(x, y) = \sum_i N_i(\xi, \eta) u_i$$

$$v(x, y) = \sum_i N_i(\xi, \eta) v_i \quad (18)$$

όπου οι συναρτήσεις μορφής N_i δίνονται όπως πριν.

Ο υπολογισμός του μητρώου δυσκαμψίας απαιτεί τον προϋπολογισμό της Ιακωβιανής J . Η Ιακωβιανή J για ένα μονοδιάστατο στοιχείο αποτελείται από μόνο έναν όρο, ενώ για ένα επίπεδο ελαστικό στοιχείο παίρνει την μητρική μορφή της σχέσης (19)

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (19)$$

Μέσω του κανόνα αλυσίδας, η Ιακωβιανή συσχετίζει τις παράγωγους των συναρτήσεων επιρροής εκφρασμένες στο φυσικό και στο πραγματικό σύστημα πεπερασμένου στοιχείου εκφρασμένη όπως στη σχέση (20).

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J] \begin{Bmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (20)$$

Για ένα συγκεκριμένο στοιχείο, η Ιακωβιανή μπορεί να βρεθεί με παραγωγή των εξισώσεων (19) συναρτήσει των ξ και η προκύπτει η σχέση (21).

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \sum N_i x_i & \frac{\partial}{\partial \xi} \sum N_i y_i \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \sum N_i x_i & \frac{\partial}{\partial \eta} \sum N_i y_i \end{bmatrix} \quad (21)$$

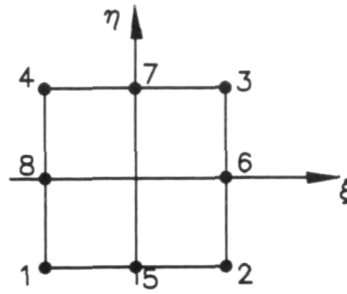
Τελικά, το μητρώο δυσκαμψίας για δισδιάστατα στοιχεία με σταθερό πάχος t δίνεται από την εξίσωση (22)

$$[K] = t \iint [B]^T [E][B] dx dy = t \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [E][B] \det[J] d\xi d\eta \quad (22)$$

όπου το μητρώο $[E]$ δίνεται από τη σχέση (14) και το για το μητρώο $[B]$ ισχύει η σχέση (23)

$$[B] = [L][N_u] \quad (23)$$

Ακολουθεί απεικόνιση του αντίστοιχου οκτακομβικού τετράπλευρου πεπερασμένου στοιχείου που χρησιμοποιείται και στη συνέχεια της διπλωματικής εργασίας για τη δημιουργία πλέγματος συγκεκριμένων περιοχών του μοντέλου.



Σχήμα 4.4. Οκτακομβικό, ισοπαραμετρικό, πεπερασμένο στοιχείο

Ένα από τα κυριότερα πλεονεκτήματα του ισοπαραμετρικού μετασχηματισμού είναι ότι οι πράξεις στην παραπάνω εξίσωση μπορούν να εκτελεστούν αριθμητικά χρησιμοποιώντας την Γκαουσιανή τετραγωνισμένη μέθοδο που αναφέρεται στο παράρτημα της διπλωματικής εργασίας.

Όσον αφορά την ακρίβεια των αριθμητικών πράξεων και συνεπώς τον ακριβή υπολογισμό του μητρώου δυσκαμψίας $[K]$, πρέπει να σημειωθεί ότι μόνο όταν οι όροι του μητρώου $[B]$ είναι σταθεροί είναι σωστή η μέθοδος που περιγράφηκε. Σε κάθε άλλη περίπτωση υπεισέρχονται αριθμητικά σφάλματα στα τελικά αποτελέσματα.

Είναι προφανές ότι το μητρώο δυσκαμψίας και το δυναμικό διάνυσμα εξαρτώνται από την επιλογή των καθολικών συναρτήσεων μορφής N_j ($1 \leq j \leq q_e$), όπου q_e ο συνολικός αριθμός των κόμβων ενός πεπερασμένου στοιχείου, των οποίων μία κλασική μορφή παρουσιάστηκε με τις εξισώσεις (17). Στη συνέχεια, θα αναλυθεί η δημιουργία του μητρώου δυσκαμψίας ειδικά για αξονοσυμμετρικά πεπερασμένα στοιχεία.

Το αρχικό σημείο είναι η καταγραφή της ακόλουθης εξίσωσης σε μητρική μορφή ως εξής:

$$\{u\} = [N_u] \{d\}, \quad (24)$$

όπου $\{u\}$ ($2q_e \times 1$) παριστά το διάνυσμα μετατόπισης του στοιχείου, $[N_u]$ ($2q_e \times 2q_e$) το μητρώο των καθολικών συναρτήσεων μορφής και $\{d\}$ ($2q_e \times 1$) το διάνυσμα των κομβικών μετατοπίσεων.

Εφαρμόζοντας τη συνήθη μεθοδολογία Galerkin στις παραπάνω εξισώσεις, παίρνουμε την ακόλουθη έκφραση:

$$[K] \{d\} = \{f\} \quad (25)$$

Τελικά, το μητρώο δυσκαμψίας για αξονοσυμμετρικά πεπερασμένα στοιχεία μπορεί να πάρει και την ακόλουθη μορφή

$$[K] = \int_{\Omega} [B]^T [E][B] d\Omega = \int_{A-\pi}^{+\pi} [B]^T [E][B] r d\theta dA = 2\pi \int_A [B]^T [E][B] r dA \quad (26)$$

όπου A είναι η εγκάρσια διατομή του στοιχείου και $dA = r dr dz$. Από τις σχέσεις (13) και (23) εύκολα υπολογίζεται ότι $[B] = [L][N_u]$. Προφανώς το παραγόμενο μητρώο δυσκαμψίας $[K]$ ($2q_e \times 2q_e$) είναι συμμετρικό και πλήρες.

Επίσης, το διάνυσμα της εξωτερικής δύναμης (f) δίνεται από τον τύπο

$$[f]_i = \int_{\Gamma} N_i t_r (2\pi r) d\Gamma, \quad (27)$$

όπου t_r είναι το στρεπτικό διάνυσμα στο σύνορο Γ του στοιχείου.

4.5 Γενική μέθοδος υπολογισμού τάσεων και παραμορφώσεων

Μετά την επίλυση της εξίσωσης (24), το πεδίο μετατοπίσεων είναι γνωστό για όλα τα σύνορα του στοιχείου. Στη συνέχεια, με παραγωγή της γενικά εφαρμοσμένης εξίσωσης (13), μπορούν να υπολογιστούν οι εσωτερικές παραμορφώσεις του στοιχείου και ως εξής:

$$\varepsilon = [L]u = [L][N_u]d. \quad (28)$$

Τέλος, για το τασικό πεδίο προφανώς ισχύει και ο χρήσιμος, ακόλουθος τύπος υπολογισμού του, χρησιμοποιώντας τις καθολικές συναρτήσεις μορφής:

$$\sigma = [E]\varepsilon = [E][L][N_u]d \quad (29)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5ο

Βιβλιογραφική επισκόπηση

5. Βιβλιογραφική επισκόπηση

Μία ενιαία μέθοδος συνδυασμού οπτικής και laser τεχνολογίας βασισμένη στις αρχές της ολογραφικής συμβολομετρίας έχει αναπτυχθεί για τη μελέτη των δομικών συνθηκών και των πιθανών αλλαγών στους πίνακες ζωγραφικής. Η συγκεκριμένη πειραματική μέθοδος επιτρέπει την απόκτηση διαρκώς μεταβαλλόμενων χρονικά πληροφοριών. Οι ελεγχόμενες διαδικασίες μέσω των οποίων δημιουργούνται οι συμβαλλόμενοι κροσσοί σε επιφάνειες αναλυμένες με δέσμη laser επιτρέπουν σχετική σύγκριση σε βάθος χρόνου. Τα αποτελέσματα προέτρεψαν σε περαιτέρω μελέτες γύρω από τη μηχανική συμπεριφορά των ατελειών. Επίσης, μέσω της συγκεκριμένης διαδικασίας μπορεί να γίνει διαχωρισμός και αναγνώριση των φυσικών και των τεχνητών προκαλούμενων μετατροπών [9].

Μία άλλη προτεινόμενη τεχνική επιθεώρησης ατελειών σε επιφάνειες είναι η εφαρμογή κυμάτων Lamb. Τα συγκεκριμένα κύματα που διασπείρονται εύκολα στο επίπεδο των επιφανειών υπό εξέταση, έχουν τη δυνατότητα χρησιμοποίησης για ελέγχους μεγάλου μήκους αφού η διασπορά τους είναι μεγάλης απόστασης και καλύπτουν αντίστοιχα μεγάλη περιοχή. Σχετικά πειράματα έχουν αποδείξει ότι είναι ιδανικά για μεγάλες κατασκευές αφού η εφαρμογή τους είναι γρήγορη και σχετικά φθηνή [10].

Όσον αφορά όμως, τις ανομοιογενείς και συνάμα περίπλοκες δομές οι τεχνικές βασισμένες στη συμβολομετρία με χρήση δέσμης laser προσφέρουν μεγαλύτερες δυνατότητες στην εύρεση πληροφοριών γύρω από τις φυσικές και μηχανικές τους ιδιότητες. Συνεπώς, στο πεδίο συντήρησης έργων τέχνης προτιμούνται οι οπτικά συναφείς μετρολογικές τεχνικές. Οι μελλοντικές δυνατότητες των τεχνικών αυτών μπορούν να αυξηθούν σημαντικά με την εφαρμογή ψηφιακών συστημάτων και φιλικές προς τον χρήστη λειτουργίες και εφαρμογές σε ένα μεγάλο μέρος της όλης διαδικασίας [11].

Πολλές μελέτες έχουν λάβει χώρο γύρω από τη βελτίωση των συνθηκών ολογραφικής συμβολομετρίας. Αναλυτικότερα, επιστήμονες εφαρμόζουν κύματα μικρότερου μήκους για την ανάλυση της υπό εξέτασης επιφάνειας ώστε να επιτύχουν μεγαλύτερη ακρίβεια κατά το δυνατόν. Επίσης, προς αποφυγή των μη ιδανικών περιβαλλοντικών συνθηκών που επηρεάζουν το δείγμα μελετάται η εφαρμογή συγχρόνων οπτικών αναλύσεων έτσι ώστε τυχόν εξωτερικές διεγέρσεις να περιοριστούν στο ελάχιστο [12].

Η επικρατέστερη μέθοδος ολογραφικής συμβολομετρίας είναι η διπλής εκθέσεως. Πειράματα έχουν εκτελεσθεί με σκοπό την εξάλειψη των κινήσεων απαραμόρφωτου στερεού οι οποίες οδηγούν σε διαφορετικά αποτελέσματα σχετικά με τον προσδιορισμό του σχήματος της τυχόν ατέλειας και συνεπώς σε δυσκολίες στον υπολογισμό του μεγέθους και

του βάθους στο οποίο εμφανίζεται. Μέσω του αποχωρισμού των δημιουργηθέντων κροσσών λόγω ανεπιθύμητης κίνησης στερεού και λόγω ύπαρξης ατέλειας το περιθώριο σφάλματος τείνει στο μηδέν. Επίσης, έχουν προταθεί μέθοδοι υπολογισμού του βάθους εμφάνισης της ατέλειας, μέσω παρατήρησης της αλληλουχίας κροσσών, αλλά και τρόποι προσέγγισης των ορίων μίας τετραγωνικής ατέλειας μέσω κυκλικού περιγράμματος, το οποίο δίνει πανομοιότυπα αποτελέσματα [13].

Επιπροσθέτως, συγκριτικές μελέτες μεταξύ της ολογραφικής διαδικασίας και της αντίστοιχης ηλεκτρονικής με τη μέθοδο ψεκασμού (*ESPI*) έχουν λάβει χώρο. Τα προς σύγκριση αποτελέσματα λήφθηκαν μέσω επιβολής διαφορετικών ενεργειακών φορτίων σε δείγματα λεπτών φύλλων. Επίσης, έγινε συσχετισμός τους με τα αντίστοιχα προκύπτοντα από υπερηχητικές τεχνικές μη καταστροφικού ελέγχου επιφανειών. Η σχετική μελέτη έδειξε ότι και οι δύο τεχνικές ήταν ικανές να αναγνωρίσουν την ύπαρξη βλάβης λόγω κρούσης, με αποδοτικότητα εξαρτώμενη από το βάθος εμφάνισης της ατέλειας που προκλήθηκε. Η χρήση της τεχνικής *ESPI* οδήγησε σε σημαντικές μειώσεις στο χρόνο παρατήρησης αλλά οι ποσοτικοί υπολογισμοί της κρουστικής βλάβης κατασκάπτηκαν δραματικά από το υψηλό ποσοστό θορύβου υπό τη μορφή κηλίδων, γεγονός συνηθισμένο στη συγκεκριμένη τεχνική [14].

Μία άλλη μέθοδος μη καταστροφικού ελέγχου είναι η καταγραφή με διατμητική επιβολή (*Shearography*). Η συγκεκριμένη τεχνική είναι βασισμένη στη χρήση δέσμης Laser για υπολογισμό επιφανειακών ανωμαλιών (μετατοπίσεων και παραμορφώσεων) χωρίς να χρειάζεται να ερχόμαστε σε επαφή με την επιφάνεια της υπό εξέταση κατασκευής. Αναπτύχθηκε με σκοπό να υπερβεί τους περιορισμούς της συμβατικής ολογραφίας καταργώντας τη δέσμη αναφοράς. Επίσης, δεν απαιτεί ειδική απομόνωση από κραδασμούς και συνεπώς είναι πρακτικά εφαρμόσιμη σε εργοστασιακό περιβάλλον. Στο μη καταστροφικό έλεγχο, η συγκεκριμένη μέθοδος αποκαλύπτει ατέλειες σε ένα αντικείμενο μέσω αναγνώρισης των παραμορφωσιακών ανωμαλιών που αυτές προκαλούν. Άλλες εφαρμογές της, αποτελούν ο υπολογισμός παραμορφώσεων, χαρακτηρισιστικών των υλικών, κατάλοιπες τάσεις, εντοπισμός διαρροών και μελέτες κραδασμών [15].

Στη συμβατική οπτική, μη καταστροφική εκτίμηση (*Non Destructive Evaluation – NDE*) των κατασκευών χρησιμοποιώντας καταγραφή με διατμητική επιβολή (*Shearography*) ή ηλεκτρονική συμβολομετρία με ψεκασμό (*ESPI*), τα αποτελέσματα καταγράφονται υπό μορφή αλληλουχίας κροσσών ή μερικές φορές με παραμορφωσιακά διαγράμματα. Σκοπεύοντας, όμως, στην πλήρη αυτοματοποίηση της διαδικασίας εντόπισης ατελειών, είναι προτιμότερη η απόκτηση απλούστερων αποτελεσμάτων που ερμηνεύονται σαφώς ευκολότερα. Για το σκοπό αυτό έχει προταθεί η μέθοδος πρόσθεσης – αφαίρεσης. Μέσω της εφαρμογής του συγκεκριμένου συστήματος γίνεται επεξεργασία προσθετικών – αφαιρετικών αλληλουχιών κροσσών και προμηθεύεται ο ερευνητής το ακριβές μέγεθος και

την τοποθεσία των διαφόρων ατελειών, όπως είναι οι αποκολλήσεις που συμβαίνουν σε συγκολλητές, σύνθετες διατάξεις. Τα παραπάνω είναι δύνατα με τη διέγερση της κατασκευής χρησιμοποιώντας έναν ακουστικό μηχανισμό που σαρώνει ένα εύρος των συχνοτήτων κραδασμών της. Αφού οι περιοχές εμφάνισης ατελειών έχουν άλλες μηχανικές ιδιότητες από τις γειτονικές τους, διαφορετικές και περίπλοκες αλληλουχίες κροσσών αποκτούνται σε διαφορετικές συχνότητες. Προτείνεται επίσης, ένας αλγόριθμος που επιτρέπει τον αυτόματο εντοπισμό και επιλογή των σχετικών προσθετικών – αφαιρετικών αλληλουχιών που αναφέρονται μόνο στις εντοπισμένες ατέλειες και αποκλείει πληροφορίες σχετικά με την κατάσταση της υπόλοιπης διάταξης. Η συγκεκριμένη μέθοδος έχει εφαρμοστεί ικανοποιητικά τόσο για απλές κατασκευές, όπως είναι για παράδειγμα τα φύλλα αλουμινίου, όσο και για πολύ περίπλοκες [16].

Επίσης, συγκρίσεις έχουν λάβει χώρο για υπολογιστικά και πειραματικά αποτελέσματα. Χρησιμοποιώντας ένα φύλλο αλουμινίου και την τεχνική ESPI υπολογίστηκε η μετατοπισμένη κατασκευή για διάφορες χρονικές στιγμές μετά από την επιβολή μικρού κρουστικού φορτίου. Μέσω βελτίωσης της πειραματικής διάταξης και της μεθόδου επεξεργασίας εικόνας κατέστη δυνατός ο υπολογισμός του τασικού πεδίου του φύλλου. Στη συνέχεια, μέσω ολοκληρωτικών μετασχηματισμών αποκόπηκε, κατά το δυνατό, ο ανεπιθύμητος θόρυβος. Τέλος, εξομοίωση της παραπάνω περίπτωσης πραγματοποιήθηκε με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων μέσω του προγράμματος ANSYS ®. Η χρονική μεταβολή της φόρτισης εισάχθηκε ως δεδομένη στο υπολογιστικό μοντέλο και τα τελικά αποτελέσματα συγκρίθηκαν με τα αντίστοιχα πειραματικά [17].

Συγκρίσεις υπολογιστικών και πειραματικών μετρήσεων έχουν διεξαχθεί και από πολιτικούς μηχανικούς. Αναλυτικότερα, λήφθηκαν αποτελέσματα με την τεχνική φωτογραφίας με ψεκάσμο SP (*speckle photography*) για δύο τετραεδρικούς τοίχους από μπετόν με διαφορετικές οριακές συνθήκες. Η ανάλυση των κροσσών με τη συγκεκριμένη τεχνική σε συγκεκριμένα σημεία σε κάθε τοίχο δίνει ολόκληρο το τελικό πεδίο μετατοπίσεων. Η ολογραφική συμβολομετρία χρησιμοποιήθηκε για να μετρήσει τις τρεις συνισταμένες της απόλυτης μετατόπισης, ώστε να επιβεβαιώσει ότι το φαινόμενο φουσκώματος δεν επηρεάζει τα επιμέρους κομμάτια του επιπέδου του τοίχου όταν η φόρτιση παραμένει στο ίδιο επίπεδο με τον τοίχο. Επίσης, έλαβε εφαρμογή ποιοτική ανάλυση με τη μέθοδο ESPI. Τα τελικά αποτελέσματα από τις διάφορες οπτικές τεχνικές συγκρίθηκαν με τα αντίστοιχα υπολογιστικά που εξάχθηκαν με τη χρήση της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων. Τελικώς, η απόκλισή τους ήταν μικρή για κάθε περίπτωση [18].

Όσον αφορά την ολογραφική συμβολομετρία, εξειδικευμένες τεχνικές για διάφορες περιπτώσεις εμφάνισης ατελειών έχουν δημιουργηθεί έτσι ώστε ο μελετητής, κατά την παρατήρηση μία περίπλοκης αλληλουχίας κροσσών με μεγάλο αριθμό τοπικών παραμορφώσεων να αποφύγει τυχόν συγχήσεις. Τέτοιες τεχνικές έχουν εφαρμοστεί για

περιπτώσεις ελέγχου εισαγωγής μεταλλικών κομματιών στην περιοχή ζώνης των ελαστικών αλλά και σύνθετων υλικών από εποξειδική ρητίνη. Επίσης, χρησιμοποιούνται για τον εντοπισμό της κατεύθυνσης και των αλληλεπιδράσεων των ινών των υλικών [19].

Στον τομέα του μη καταστροφικού ελέγχου σε πίνακες ζωγραφικής και ειδικότερα σε νωπογραφίες (*fresco paintings*), γίνεται εφαρμογή του μετρητή κραδασμών Laser Doppler. Με τη συγκεκριμένη διάταξη είναι δυνατή η διάγνωση της κατάστασης συντήρησης έργων τέχνης χωρίς να ερχόμαστε σε επαφή με το υπό εξέταση αντικείμενο. Τα αποτελέσματα λαμβάνονται μέσω ανάλυσης του τελικού φάσματος συχνοτήτων που έχει ληφθεί λόγω ακουστικής διέγερσης της υπό εξέταση επιφάνειας. Ένας δισδιάστατος χάρτης με τα πλάτη των επιφανειακών κραδασμών παράγεται αφού έχει σαρωθεί όλη η επιφάνεια. Η ψευδο-εικόνα, στη συνέχεια, υπόκειται επεξεργασία μέσω τεχνικών ανάλυσης εικόνας για να προσδιοριστεί η θέση και το σχήμα της περιοχής που εμφανίζεται βλάβη [20].

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, στην αλληλουχία κροσσών εμφανίζονται αλλαγές λόγω της ύπαρξης ατελειών σε ένα δοκίμιο. Το ίδιο αποτέλεσμα έχει και στην εμπέδηση των κυμάτων. Το μέγεθος της ατέλειας πρέπει να είναι ίδιο ή μεγαλύτερο του χρησιμοποιούμενου μήκους κύματος για να είναι ορατή. Αναλυτικές μελέτες έχουν γίνει με στόχο τον προσδιορισμό της επιρροής αλλαγής πάχους και ύπαρξης αποκόλλησης στην αλληλουχία κροσσών. Επίσης, έχει γίνει παρουσίαση μεθόδων ερμηνείας των αλληλουχιών όταν εμφανίζονται περισσότερες της μίας ατέλειες [21].

Τέλος, βελτιώσεις στην τεχνική της ολογραφικής συμβολομετρίας έχουν προταθεί. Μία από αυτές είναι η ολογραφική συμβολομετρία με αλλαγή φάσης που αποτελεί ένα χρήσιμο εργαλείο για τον εντοπισμό εσωτερικών ατελειών σε υλικά παρατηρώντας τις διάφορες παραμορφωσιακές ανωμαλίες ενός αντικειμένου υπό τάση. Στη συγκεκριμένη τεχνική, γίνεται επεξεργασία των τελικών αποτελεσμάτων που έχουν καταγραφεί ώστε να εξομαλυνθούν, αφαιρώντας τυχόν θορύβους, χρησιμοποιώντας αρχικά, πολωνομικές παρεμβολές και στη συνέχεια, πριν την τελική εξομάλυνση, μία συνηθισμένη αριθμητική. Οι ατέλειες, δηλαδή οι «αδύναμες» περιοχές, εντοπίζονται στη δεύτερη εξομάλυνση του παραμορφωμένου δείγματος. Οι τελικές πληροφορίες που αποκτούνται αφορούν τις διαστάσεις, την επικινδυνότητα και την τοποθεσία της ατέλειας. Τελικώς, η συσχέτιση μεταξύ του πειράματος και της θεωρίας ήταν καλή [22].

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6ο

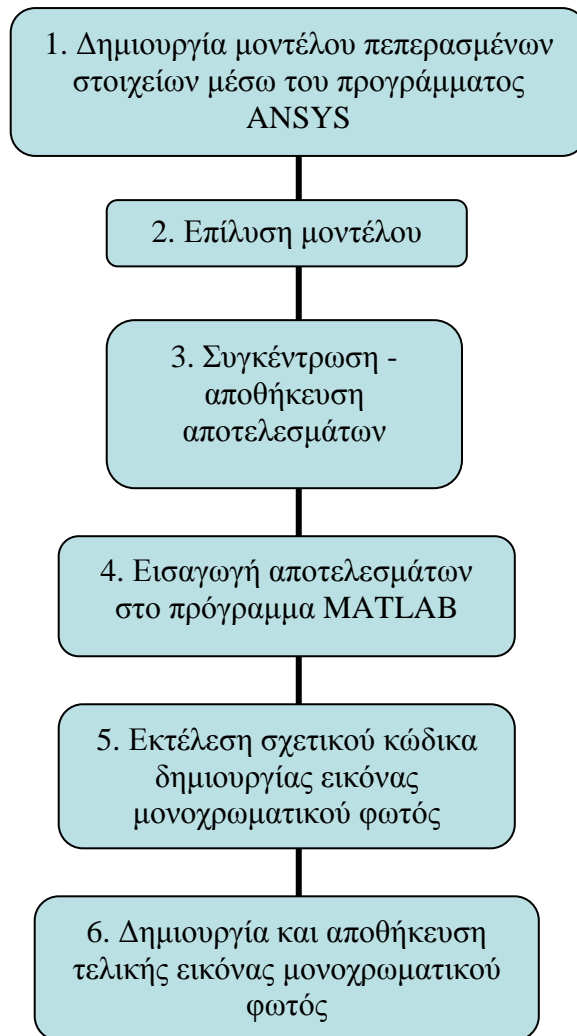
Μεθοδολογία

6. Μεθοδολογία

Ακολουθεί η περιγραφή της εφαρμοσμένης τεχνικής δημιουργίας υπολογιστικά, εικόνων μονοχρωματικού φωτός. Επίσης, παρατίθενται τα υπολογιστικά και γεωμετρικά δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν για τη δημιουργία των μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων και η διαδικασία εύρεσης του βέλτιστου εξ αυτών ώστε να ικανοποιεί τα προκαθορισμένα κριτήρια. Τέλος, γίνεται ανάλυση του σχετικού υπολογιστικού κώδικα τόσο για τη δημιουργία του μοντέλου όσο και για τον κώδικα μονοχρωματικού φωτός. Σημειώνεται ότι τα αρχικά γεωμετρικά μεγέθη όπως και οι ιδιότητες των υλικών αλλά και οι συνθήκες φόρτισης προέκυψαν μετά από συνεννόηση με το ΙΤΕ της Κρήτης.

6.1 Μεθοδολογία μοντελοποίησης, επίλυσης και δημιουργίας εικόνας μονοχρωματικού φωτός

Παρατίθεται ένα διάγραμμα ροής (Σχήμα 6.1) της διαδικασίας που ακολουθήθηκε για τη μελέτη του υπό εξέταση προβλήματος. Τελικός στόχος είναι η δημιουργία της εικόνας μονοχρωματικού φωτός για το υπό, κάθε φορά, εξέταση μοντέλο.



Σχήμα 6.1. Διάγραμμα ροής γενικής μεθοδολογίας

Στη συνέχεια, ακολουθεί ανάλυση των επιμέρους βημάτων.

Βήμα 1.

Έχοντας επιλέξει τις βέλτιστες τιμές των παραμέτρων για τη δημιουργία του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων με σκοπό την ανάλυση του υπό εξέταση προβλήματος, η δημιουργία ενός νέου μοντέλου ταυτιζόταν μόνο, με τη τυχόν γεωμετρική αλλαγή των μεγεθών του πίνακα ζωγραφικής ή των φορτίσεων. Συνεπώς, χρησιμοποιήθηκε σε κάθε περίπτωση, ένα αρχείο *.lgw το οποίο ήταν κοινό για όλες τις περιπτώσεις. Το αρχείο αυτό είναι παραμετροποιημένος κώδικας ώστε να μπορεί να αλλάζει, εφόσον είναι επιθυμητή η μεταβολή κάποιας διάστασης του μοντέλου ή της θερμοκρασιακής διαφοράς, να δημιουργεί αλλά και να επιλύει αυτόματα το πρόβλημα που είναι προς επίλυση. Το τελικό αρχείο

φορτωνόταν από το πρόγραμμα ANSYS, το οποίο με τη σειρά του προχωρούσε στη σχεδιαστική δημιουργία του μοντέλου.

Βήμα 2.

Το δημιουργηθέν μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων, στη συνέχεια, επιλυόταν. Ο υπολογιστικός χρόνος επίλυσης ήταν ανάλογος του πλήθους των πεπερασμένων στοιχείων (και συνεπώς των κόμβων) που χρησιμοποιήθηκαν για τη δημιουργία του πλέγματος, όπως επίσης και του πλήθους των βημάτων επιβολής φορτίσεως κατά την επιλογή μεθόδου μεγάλων μετατοπίσεων (*large displacement static*). Η μέθοδος γραμμικής επίλυσης – μικρών μετατοπίσεων, ολοκληρωνόταν σε πολύ μικρότερο χρόνο, αλλά όπως διαπιστώθηκε, έδινε μη ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Βήμα 3.

Έπειτα, δημιουργήθηκε κώδικας με εντολές του περιβάλλοντος του προγράμματος ANSYS για την αυτοματοποιημένη συγκέντρωση και αποθήκευση των τελικών αποτελεσμάτων, δηλαδή των αξονικών μετατοπίσεων των κόμβων της άνω ελεύθερης πλευράς του πίνακα,. Η εκτέλεσή του δίνει δύο αρχεία τα οποία περιέχουν τα ακόλουθα δεδομένα: το μεν πρώτο με όνομα “m*”, όπου αστερίσκος ο αριθμός του υπό μελέτη μοντέλου, έχει σε τρεις στήλες την αύξουσα αρίθμηση, την ακτινική και την αξονική συντεταγμένη των σχετικών κόμβων και το δε δεύτερο με όνομα “uy*” μία στήλη με τις αξονικές μετατοπίσεις τους.

Βήμα 4.

Τα δύο αρχεία του βήματος 3 φορτώνονται στο περιβάλλον του προγράμματος MATLAB ώστε, στη συνέχεια, να γίνει η επεξεργασία τους από τον κώδικα δημιουργίας της αντίστοιχης εικόνας μονοχρωματικού φωτός.

Βήμα 5.

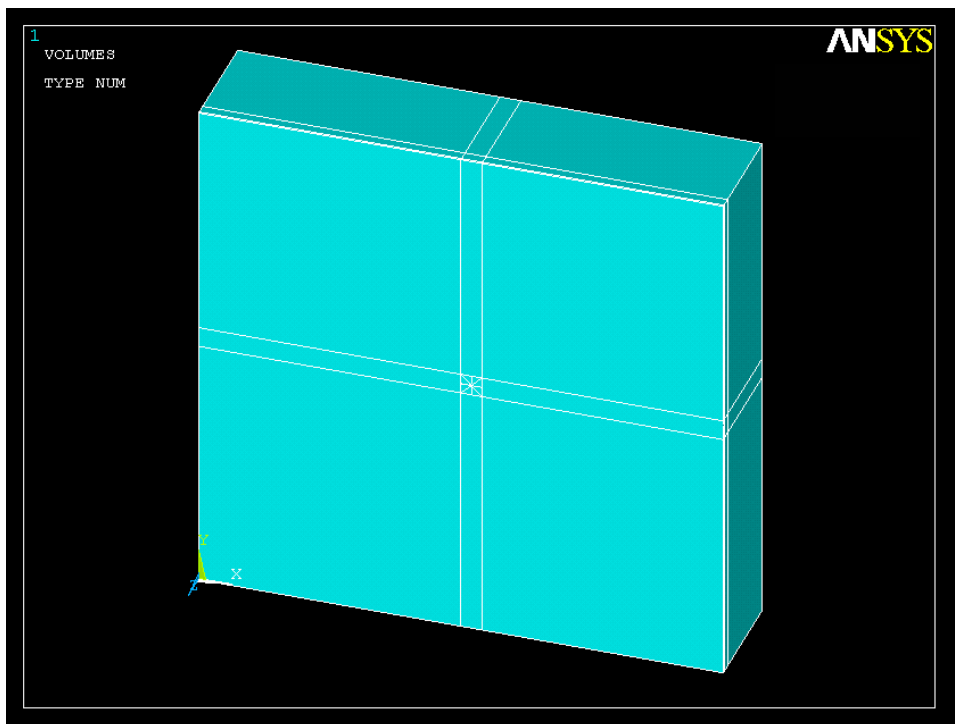
Ο κώδικας δημιουργίας εικόνας μονοχρωματικού φωτός αναλύεται στο σχετικό κεφάλαιο. Η χρονική διάρκεια εκτέλεσης είναι ανάλογη της διάστασης του πίνακα που εμπεριέχει τις τιμές φωτεινότητας όλων των σημείων και συνεπώς και του πλήθους των τιμών των κομβικών μετατοπίσεων της άνω ελεύθερης πλευράς του μοντέλου.

Βήμα 6.

Η τελική εικόνα μονοχρωματικού φωτός απεικονίζει τη μορφή των κροσσών που δημιουργούνται λόγω της υπάρχουσας αποκόλλησης. Για περαιτέρω επεξεργασία της, μπορεί να αποθηκευθεί σε αρχείο με επέκταση “*.fig”.

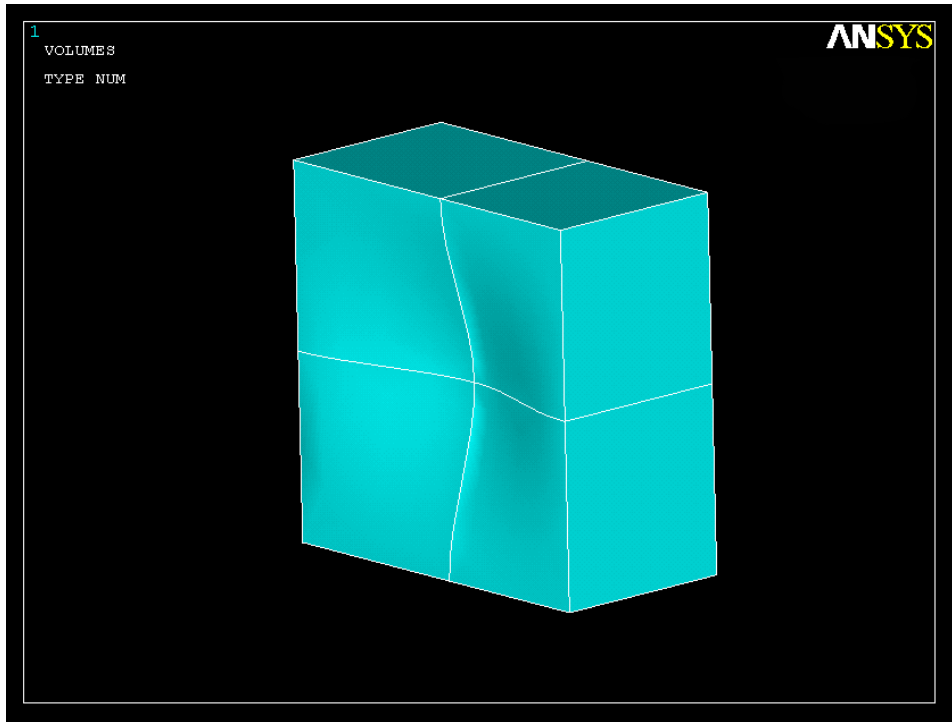
6.2 Παρουσίαση γεωμετρικών και υπολογιστικών δεδομένων

Ο αρχικός πίνακας ζωγραφικής που δημιουργήθηκε με τη χρήση του προγράμματος ANSYS ήταν μορφής ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου με διαστάσεις $320 \times 320 \times 11.2 \text{ mm}^3$ (Σχήμα 6.2). Η αποκόλληση τοποθετήθηκε στη μέση του επιπέδου επαφής των στρωμάτων χρώματος και βερνικιού.



Σχήμα 6.2. Αρχικό παραλληλεπίπεδο μοντέλο πίνακα. Η αποκόλληση έχει τοποθετηθεί στο κέντρο του επιπέδου επαφής των στρωμάτων χρώματος και βερνικιού

Επίσης παρατίθεται σε μεγέθυνση η μορφή του άνω στρώματος όπου φαίνεται η δημιουργία της κοιλότητας, μετά την αποκόλληση, σε τρισδιάστατη μορφή (Σχήμα 6.3).



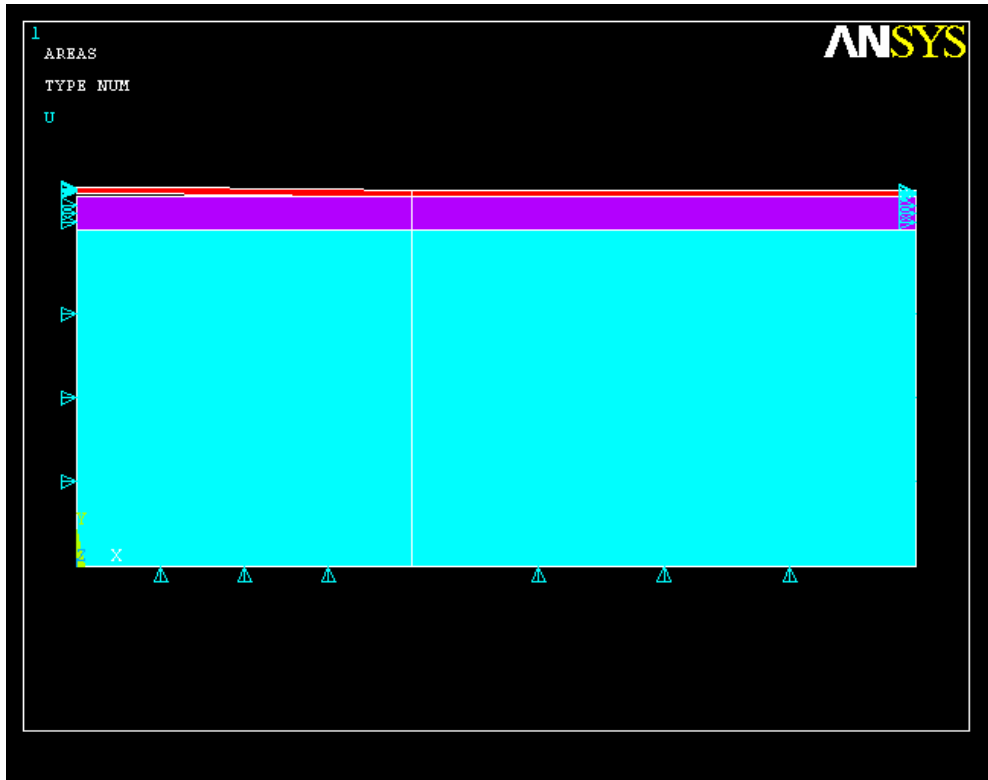
Σχήμα 6.3. Μεγέθυνση του αρχικού μοντέλου στην περιοχή της εμφανιζόμενης κοιλότητας στο στρώμα βερνικιού

Για τη συλλογή των επιθυμητών αποτελεσμάτων, δεν επιλύθηκε το αρχικό μοντέλο ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου. Η επίλυσή του θα ήταν ιδιαίτερος χρονοβόρα, με μεγάλες υπολογιστικές απαιτήσεις. Προτιμήθηκε η εκμετάλλευση της αξονικής συμμετρίας του μοντέλου. Συνεπώς, με τη χρήση του προγράμματος ANSYS, έγινε μοντελοποίηση, μίας κυκλικής τομής του πίνακα, στην οποία εμφανίζεται η ατέλεια (αξονοσυμμετρικό μοντέλο). Η αρχική ακτίνα κυκλικής τομής, για το πρώτο μοντέλο που δημιουργήθηκε θεωρήθηκε ίση με 25 mm, αυτή είναι μία αρχική εκτίμηση η οποία έγινε λαμβάνοντας υπόψιν ότι 2,5 φορές η ακτίνα της ατέλειας είναι ένα ικανοποιητικό μέγεθος στο οποίο θα εξασθενήσει η επίδρασή της. Αναλυτικότερα οι τιμές των διαστάσεων καταγράφονται στη συνέχεια.

- $h_1 = 10 \text{ mm}$, το πάχος του στρώματος ξύλου στον πίνακα ζωγραφικής
- $h_2 = 1 \text{ mm}$, το πάχος του στρώματος με χρώμα στον πίνακα ζωγραφικής
- $h_3 = 0.2 \text{ mm}$, το πάχος του στρώματος με βερνίκι στον πίνακα ζωγραφικής
- $dr = 10 \text{ mm}$, η ακτίνα της ατέλειας
- $r = 25 \text{ mm}$, η ακτίνα της κυκλικής τομής, δεν είναι απόλυτο μέγεθος αλλά σχετίζεται με την ακτίνα dr ως 2.5 φορές το μέγεθός της, συντελεστής ο οποίος διερευνάται στη συνέχεια

- $y = 0.1 \text{ mm}$, το μέγιστο ύψος της αποκόλλησης, δεν είναι απόλυτο μέγεθος αλλά σχετίζεται με την ακτίνα dr ως το $1/100$ της

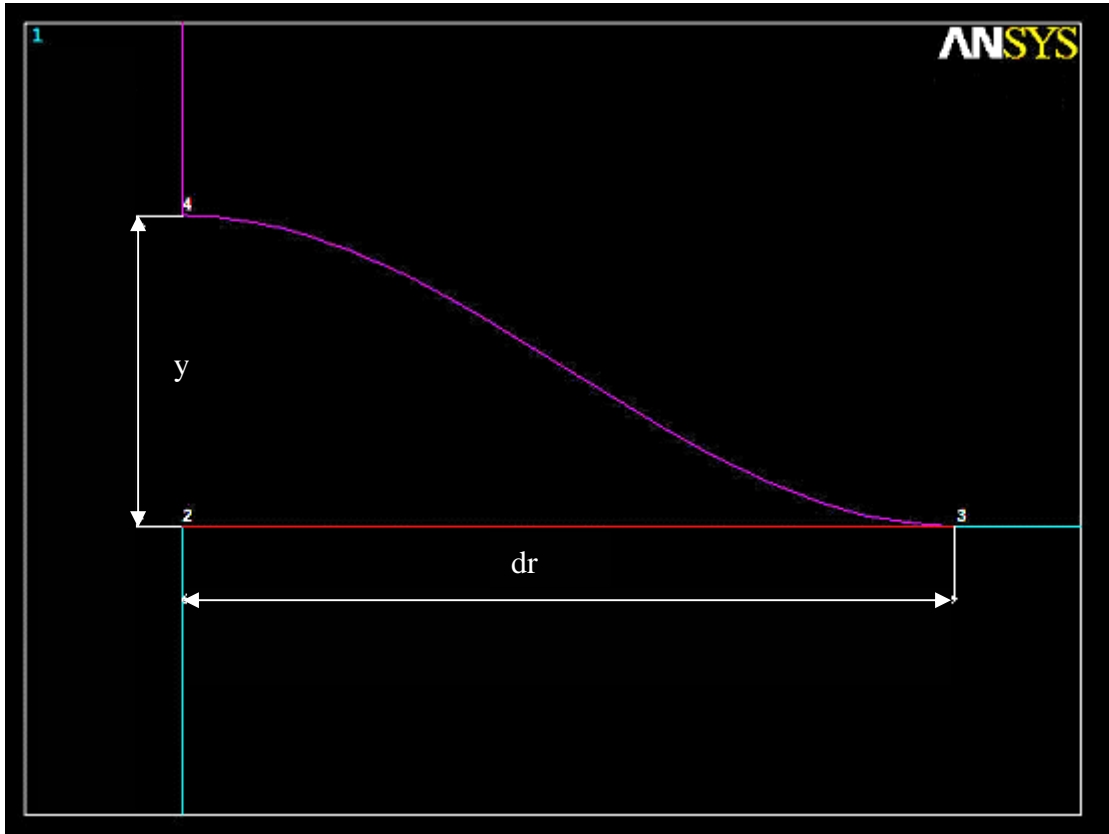
Το μοντέλο που κατασκευάστηκε με τις παραμέτρους που προαναφέρθηκαν, για κοιλότητα μεταξύ των στρωμάτων ξύλου και χρώματος φαίνεται στο Σχήμα 6.4.



Σχήμα 6.4. Εικόνα του μοντέλου 1 για ύπαρξη αποκόλλησης μεταξύ των στρωμάτων ξύλου και χρώματος (με διαφορετικά χρώματα απεικονίζονται τα τρία υλικά)

Κατά τη διεξαγωγή των υπολογιστικών μετρήσεων τα πάχη των στρωμάτων χρώματος και βερνικιού, το μήκος της ατέλειας αλλά και το μέγιστο ύψος της αποκόλλησης, μεταβλήθηκαν για να παρατηρηθεί η επιρροή τους στις τελικές παραγόμενες εικόνες μονοχρωματικού φωτός. Επίσης, έλαβε χώρα αλλαγή στο μήκος της ακτίνας κυκλικής τομής έτσι ώστε να βρεθεί κατά πόσο επιρρεάζονται οι τιμές των τελικών μετατοπίσεων μετά την επιβολή φόρτισης.

Η μοντελοποίηση της αποκόλλησης μεταξύ των εκάστοτε στρωμάτων έγινε με τη δημιουργία κενής περιοχής. Η πλευρά του άνω στρώματος καταλήγει επαπτομενικά στην πλευρά του υποστρώματος αφού διαγράψει την καμπύλη που απεικονίζεται στο ακόλουθο σχήμα (Σχήμα 6.5).



Σχήμα 6.5. Απεικονίζεται η καμπύλη που θεωρήθηκε ότι δημιουργείται για την μοντελοποίηση της αποκόλλησης των δύο στρωμάτων

Η κυκλική τομή του πίνακα περιορίστηκε στις δύο κατακόρυφες πλευρές του κατά την ακτινική κατεύθυνση και στην κάτω του πλευρά κατά την αξονική κατεύθυνση. Υπό της άνω πλευράς του πίνακα που παραμένει ελεύθερη, θα μελετηθούν στη συνέχεια, οι μετατοπίσεις των κόμβων της, έπειτα από επιβολή ομοιόμορφης θερμοκρασιακής διαφοράς σε όλο το μοντέλο. Η αρχική μελέτη έγινε για διαφορά θερμοκρασίας ίση με $3\text{ }^{\circ}\text{C}$ ανάμεσα στις δύο καταστάσεις.

Οι παράμετροι των υλικών (ξύλο, χρώμα και βερνίκι) που θεωρήθηκαν για τη μοντελοποίηση του προβλήματος είναι οι ακόλουθοι:

Πίνακας 6-1. Παράμετροι των τριών υλικών των στρωμάτων του μοντέλου

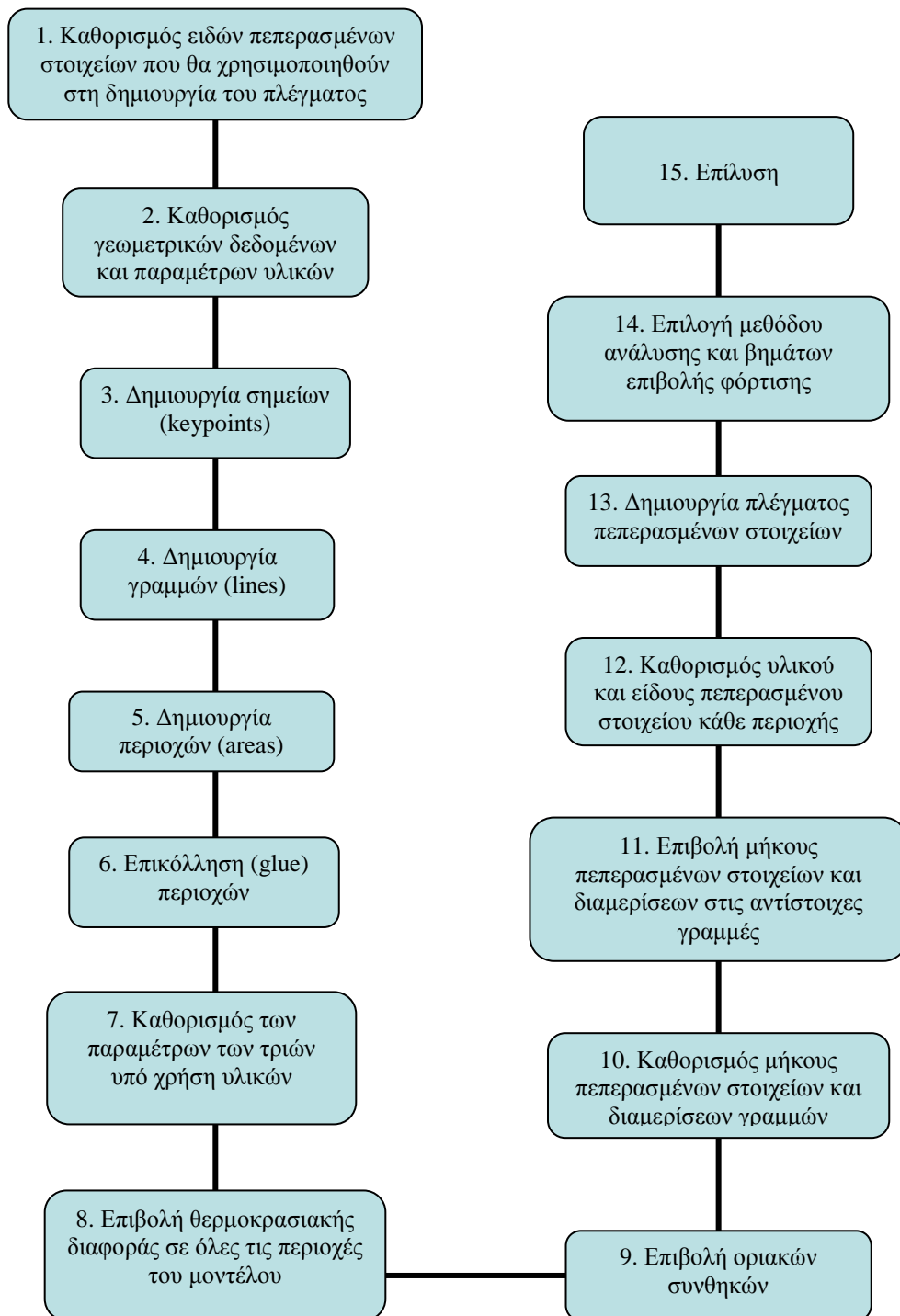
Υλικό στρώματος	Ξύλο, j=1	Χρώμα, j=2	Βερνίκι, j=3
Μέτρο ελαστικότητας E_j (MPa)	10000	3000	3000
Λόγος Poisson ν_j	0.2	0.4	0.4
Συντελεστής θερμικής διαστολής α_j ($1/^\circ\text{C}$)	0.00001	0.00007	0.00007

Επίσης, η τιμή του μήκους κύματος μονοχρωματικού φωτός που χρησιμοποιήθηκε στη συνέχεια για τη δημιουργία των αντίστοιχων εικόνων ώστε να βρεθεί και να παρατηρηθεί η μορφή της σχετικής ατέλειας, ισούται με:

$$\lambda = 0.000532 \text{ mm} = 532 \text{ nm.}$$

6.3 Μεθοδολογία δημιουργίας μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων

Ακολουθεί αναλυτικό διάγραμμα ροής της διαδικασίας που ακολουθήθηκε στο υπολογιστικό πακέτο ANSYS για τη δημιουργία των μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων.



Σχήμα 6.6. Διάγραμμα ροής δημιουργίας μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων

Βήμα 1.

Ορίστηκε το είδος ή τα είδη (τετρακομβικά *plane 42* ή/και οκτακομβικά *plane 82*) των τετραπλευρικών πεπερασμένων στοιχείων που θα χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια για τη δημιουργία του πλέγματος.

Βήμα 2.

Γίνεται καθορισμός των παραμέτρων προς χρήση στην κατασκευή της γεωμετρίας του μοντέλου και στον ορισμό των υλικών των διαφόρων περιοχών.

Βήμα 3.

Δημιουργούνται τα σημεία (*keypoints*) του μοντέλου χρησιμοποιώντας τις προκαθορισμένες παραμέτρους γεωμετρίας.

Βήμα 4.

Δημιουργούνται οι γραμμές (*lines*) του μοντέλου με ένωση των σημείων. Για την περίπτωση δημιουργίας της καμπύλης που θεωρήθηκε ότι δημιουργείται λόγω της αποκόλλησης των δύο στρωμάτων χρώματος και βερνικιού χρησιμοποιήθηκε τμηματική, πολυωνυμική παρεμβολή διαμέσων των ανάλογων τριών σημείων (*spline interpolation*). Για την εφαρμογή της παρεμβολής είναι απαραίτητη η δημιουργία ενός επιπλέον σημείου εκτός του πίνακα ζωγραφικής. Τα υπόλοιπα δύο είναι το σημείο που εμφανίζεται το μέγιστο ύψος της αποκόλλησης και το ακτινικό σημείο όπου σταματάει να εμφανίζεται η ατέλεια. Η τελική καμπύλη χωρίζεται σε δύο ίσα τμήματα από τα οποία κρατιέται το δεξιό που αντιπροσωπεύει την αποκόλληση. Η μορφή της φαίνεται στο Σχήμα 6.5.

Βήμα 5.

Δημιουργούνται οι περιοχές (*areas*) του μοντέλου μέσω των ήδη υπάρχουσών γραμμών.

Βήμα 6.

Γίνεται επικόλληση όλων των περιοχών ώστε να δημιουργηθεί ενιαίο σώμα.

Βήμα 7.

Καθορίζονται οι ιδιότητες των τριών υλικών (μέτρο ελαστικότητας, λόγος Poisson και συντελεστής θερμικής διαστολής) που θα χρησιμοποιηθούν για την μοντελοποίηση των στρωμάτων ξύλου, χρώματος και βερνικιού.

Βήμα 8.

Επιβάλλεται η επιθυμητή φόρτιση σε όλες τις περιοχές του μοντέλου, δηλαδή στην περίπτωσή μας, η θερμοκρασιακή διαφορά μεταξύ των δύο καταστάσεων.

Βήμα 9.

Επιβάλλονται οι οριακές συνθήκες στο μοντέλο. Πιο συγκεκριμένα, αρθρώνεται κατά την ακτινική συνιστώσα στις δύο κατακόρυφες πλευρές, λόγω αξονοσυμμετρικού μοντέλου, και κατά την αξονική στην κάτω οριζόντια πλευρά.

Βήμα 10.

Καθορίζεται το επιθυμητό μήκος πεπερασμένων στοιχείων για τις οριζόντιες πλευρές του μοντέλου και οι επιθυμητές διαμερίσεις των κατακόρυφων πλευρών για τα διάφορα στρώματά του.

Βήμα 11.

Επιβάλλονται τα προκαθορισμένα μήκη και οι διαμερίσεις στις αντίστοιχες πλευρές.

Βήμα 12.

Γίνεται αντιστοιχία των προκαθορισμένων υλικών στις περιοχές που επιθυμούμε και ορίζεται το είδος των πεπερασμένων στοιχείων με το οποίο θα μοντελοποιηθούν.

Βήμα 13.

Δημιουργείται το πλέγμα των πεπερασμένων στοιχείων αρχικά για τις περιοχές με τετρακομβικά στοιχεία και έπειτα για τις υπόλοιπες, εφ' όσον υπάρχουν, με οκτακομβικά.

Βήμα 14.

Επιλέγεται η μέθοδος ανάλυσης του υπό εξέταση προβλήματος (γραμμική-μικρών μετατοπίσεων ή μη γραμμική-μεγάλων μετατοπίσεων). Για την περίπτωση επιλογής μη γραμμικής ανάλυσης καθορίζεται και το πλήθος επιβολής των βημάτων της φόρτισης.

Βήμα 15.

Επιλύεται το μοντέλο των πεπερασμένων στοιχείων.

6.4 Καθορισμός κριτηρίων για την εύρεση του βέλτιστου μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων

Για την επιλογή του κατάλληλου μοντέλου απεικόνισης του υπό εξέταση προβλήματος, ακολουθεί ανάλυση των συναφών σχεδιαστικών και υπολογιστικών

παραμέτρων. Σκοπός μας είναι τόσο η εξοικονόμηση υπολογιστικού κόστους όσο και η ακρίβεια των αποτελεσμάτων.

Από τα μοντέλα που δημιουργήθηκαν, αφού έγινε η επίλυσή τους, λήφθηκαν τα αποτελέσματα και έγινε απεικόνιση της κατακόρυφης μετατόπισης του άνω στρώματος σε συνάρτηση της ακτινικής συντεταγμένης. Μέσω των συγκεκριμένων διαγραμμάτων έγινε η αξιολόγηση των μοντέλων του προς εξέταση προβλήματος. Το τελικό μοντέλο επιλέχθηκε με βάση τη σύγκλιση των διαφορετικών λύσεων και λαμβάνοντας υπ' όψιν τους σκοπούς που έχουμε καθορίσει ανωτέρω. Ως συνθήκη πέρατος της διαδικασίας σύγκλισης των διαφορετικών μοντελοποιήσεων ορίζουμε μία ελάχιστη τιμή διαφοράς μεταξύ των τιμών της μέγιστης μετατόπισης κατά την αξονική συνιστώσα της άνω ελεύθερης πλευράς του μοντέλου. Η τιμή αυτή ισούται με $0.000532 \cdot 0.1 = 0.0000532 \text{ m} = 53.2 \text{ nm}$ που αντιστοιχεί στο 10% του μήκους κύματος μονοχρωματικού φωτός που χρησιμοποιείται στη συνέχεια της εργασίας για την υπολογιστική δημιουργία φωτογραφιών ολογραφικής συμβολομετρίας. Η τιμή αυτή θεωρήθηκε ικανοποιητική λαμβάνοντας υπόψιν το γεγονός της διακριτικής ικανότητας της οπτικής μεθόδου όπου είναι $\lambda/2$ και η οποία προφανώς υπερκαλύπτεται.

Συνοπτικά οι παράμετροι που μελετήθηκαν είναι οι ακόλουθοι:

- Διάμετρος κυκλικής τομής πίνακα
- Είδος πεπερασμένων στοιχείων του προς ανάπτυξη πλέγματος (γραμμικά και δευτέρης τάξης)
- Μέγεθος πεπερασμένων στοιχείων – πυκνότητα πλέγματος
- Μέθοδος γραμμικής ή μη γραμμικής ανάλυσης (μικρών ή μεγάλων μετατοπίσεων)
- Πλήθος βημάτων επιβολής φορτίσεως κατά την επιλογή μεθόδου μεγάλων μετατοπίσεων (*large displacement static*)

Όσον αφορά το πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων που δημιουργήθηκε, προσέχτηκε ώστε να ικανοποιεί τις ελάχιστες απαιτήσεις μοντελοποίησης και να βρίσκεται εντός των φυσικών αποδεκτών ορίων.

Αναλυτικότερα, κατά τη δημιουργία του πλέγματος στα υπό εξέταση μοντέλα, χρησιμοποιήθηκαν διαφορετικές διαμερίσεις κατά πάχος των τριών περιοχών (ξύλο, χρώμα και βερνίκι) αλλά και διαφορετικό μήκος των επιλεγθέντων πεπερασμένων στοιχείων. Γενικότερα, θεωρείται ως ελάχιστος αποδεκτός λόγος διαστάσεων των πεπερασμένων στοιχείων η τιμή $1/4=0.25$ και ως ιδανικότερη η τιμή 1, δηλαδή η χρήση τετραγωνικών πεπερασμένων στοιχείων.

Το πλέγμα των πεπερασμένων στοιχείων εξαρτάται όπως προαναφέρθηκε από τον λόγο των πλευρών αλλά καθορίζεται σε σημαντικό βαθμό από την περιοχή ενδιαφέροντος καθώς και από τις μικρότερες διαστάσεις που υπάρχουν στην κατασκευή που μοντελοποιείται. Στην συγκεκριμένη περίπτωση η περιοχή ενδιαφέροντος είναι το στρώμα του υλικού που έχει αποκολληθεί, το οποίο τυγχάνει να είναι και το πιο μικρό σε πάχος. Σε αυτή την περιοχή υπάρχει η ανάγκη μοντελοποίησης με τουλάχιστον τρία πεπερασμένα στοιχεία. Ο αριθμός αυτός απαιτείται ώστε να μοντελοποιείται η κάμψη. Επιπλέον επιλέγεται δομημένο πλέγμα σε όλη την δομή του μοντέλου διότι θεωρείται πιο ελέγξιμο.

Με βάση τις απαιτήσεις που επιβάλλει η προηγούμενη παράγραφος στο επιλεγμένο μήκος της ακτινικής τομής του στρώματος βερνικιού, για το αρχικό υπό μελέτη πλέγμα, ορίστηκε μήκος πεπερασμένων στοιχείων ίσο με 0.25 mm (100 διαμερίσεις). Με επιλεγθέν πάχος της περιοχής του στρώματος, ίσο με 0.2 mm, ορίστηκαν 3 διαμερίσεις που αντιστοιχούν σε ύψος πεπερασμένων στοιχείων ίσο με 0.067 mm. Ο λόγος των διαστάσεων των πεπερασμένων στοιχείων στην συγκεκριμένη περιοχή ισούται με 0.268.

Για το στρώμα χρώματος διατηρήθηκε το ίδιο μήκος πεπερασμένων στοιχείων, ίσο με 0.25 mm (100 διαμερίσεις). Επίσης για πάχος ίσο με 1 mm, ορίστηκαν και σε αυτό το στρώμα 3 διαμερίσεις οι οποίες αντιστοιχούν σε ύψος πεπερασμένων στοιχείων ίσο με 0.333 mm. Ο λόγος των διαστάσεων των πεπερασμένων στοιχείων στην συγκεκριμένη περιοχή ισούται με 0.751.

Τέλος και για το στρώμα ξύλου χρησιμοποιήθηκε το ίδιο μήκος πεπερασμένων στοιχείων, δηλαδή 0.25 mm (100 διαμερίσεις). Με επιλεγθέν πάχος στρώματος ίσο με 20 mm, ορίστηκαν σε αυτή την περίπτωση 20 διαμερίσεις, οι οποίες αντιστοιχούν σε ύψος πεπερασμένων στοιχείων ίσο με 0.5 mm. Συνεπώς και εδώ ο λόγος των διαστάσεων των πεπερασμένων στοιχείων είναι αποδεκτός και ισούται με 0.5.

Σε όλες τις περιοχές επιβάλλεται διερεύνηση της σύγκλισης του πλέγματος των πεπερασμένων στοιχείων. Η διερεύνηση αυτή παρουσιάζεται στην επόμενη παραγράφο 6.5 όπου χρησιμοποιούνται τα στοιχεία όπως δείχνει ο ο οποίος παρουσιάζει τον διπλασιασμό, τον τετραπλασιασμό όσο και στον οκταπλασιασμό του πλέγματος. Στις περιπτώσεις αυτές οι παραπάνω αναλογίες κρατήθηκαν σταθερές.

Πίνακας 6-2. Διαστάσεις πεπερασμένων στοιχείων και σχετικού προκύπτοντες λόγοι

Ποικνότητα πλέγματος	Μονή			Διπλή			Τετραπλή			Οκταπλή		
	Ξύλο	Χρώμα	Βερνίκι	Ξύλο	Χρώμα	Βερνίκι	Ξύλο	Χρώμα	Βερνίκι	Ξύλο	Χρώμα	Βερνίκι
Στρώμα υλικού												
Οριζόντιες διαμερίσεις	100	100	100	200	200	200	400	400	400	800	800	800
Κακατόρυνφες διαμερίσεις	20	3	3	40	6	6	80	12	12	160	24	24
Μήκος πεπερασμένων στοιχείων (mm)	0.25	0.25	0.25	0.125	0.125	0.125	0.0625	0.0625	0.0625	0.03125	0.03125	0.03125
Ύψος πεπερασμένων στοιχείων (mm)	0.5	0.333	0.067	0.25	0.167	0.033	0.125	0.0833	0.0165	0.0625	0.04167	0.00825
Λόγος διαστάσεων	0.5	0.751	0.268	0.5	0.751	0.268	0.5	0.751	0.268	0.5	0.751	0.268

6.5 Διαδικασία εύρεσης βέλτιστου πλέγματος μοντελοποίησης

Κατ' αρχάς αναλύεται η διαδικασία εύρεσης του βέλτιστου μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων για την επίλυση του υπάρχοντος προβλήματος. Η επιλογή έγινε σύμφωνα με τα προκαθορισμένα κριτήρια.

Το αρχικό δημιουργηθέν μοντέλο έγινε με χρήση τετρακομβικών πεπερασμένων στοιχείων (*plane 42*) στα στρώματα ξύλου και χρώματος και οκτακομβικών στοιχείων (*plane 82*) στο στρώμα βερνικιού. Η ακτίνα κυκλικής τομής ορίστηκε στα 25 mm ($r =$

25mm) και το μήκος των πεπερασμένων στοιχείων στα 0.25 mm (πυκνότητα πλέγματος 1). Επίσης, η επίλυση έγινε με τη μέθοδο γραμμικής ανάλυσης – μικρών μετατοπίσεων (*small displacement static*) (μοντέλο 1).

Στη συνέχεια, διπλασιάζοντας το πλέγμα που συνεπάγεται υποδιπλασιασμό του μήκους των υπό χρήση πεπερασμένων στοιχείων (πυκνότητα πλέγματος 2) και διατηρώντας τις υπόλοιπες παραμέτρους ως είχαν, από την επίλυση του μοντέλου (μοντέλο 2), είδαμε ότι η διαφορά μεταξύ των τιμών των μέγιστων μετατοπίσεων είναι εκτός των προδιαγραφέντων ορίων (υπενθυμίζεται >10% του μήκους κύματος μονοχρωματικού φωτός). Συνεπώς το αρχικό μοντέλο απορρίπτεται.

Με περαιτέρω διπλασιασμό του πλέγματος (πυκνότητα πλέγματος 4) και επίλυση του μοντέλου (μοντέλο 3), παρατηρούμε ότι η αντίστοιχη διαφορά μειώνεται αλλά παραμένει εκτός των ορίων. Το γεγονός αυτό οδηγεί στην απόρριψη και αυτού του μοντέλου.

Θεωρήθηκε προτιμότερη η αλλαγή της μεθόδου ανάλυσης, στην προκειμένη στιγμή, από ακόμα ένα διπλασιασμό του υπό χρήση πλέγματος. Το επόμενο μοντέλο, συνεπώς, δημιουργήθηκε με τις ίδιες κατασκευαστικές παραμέτρους αλλά επιλύθηκε με τη μέθοδο μη γραμμικής ανάλυσης – μεγάλων μετατοπίσεων (μοντέλο 4). Η μέγιστη τιμή των μετατοπίσεων στην άνω ελεύθερη πλευρά του πίνακα αυξάνεται πολύ σε σχέση με τα προηγούμενα μοντέλα. Κατά συνέπεια, η περαιτέρω διαδικασία για την εύρεση του βέλτιστου μοντέλου, θεωρήθηκε απαραίτητο να γίνει με τη χρήση της μεθόδου μη γραμμικής ανάλυσης.

Ακολούθως, έγινε κατά σειρά, ο τρίτος διπλασιασμός του πλέγματος (πυκνότητα πλέγματος 8) και η επίλυση έδωσε σχετικά μικρή τιμή στη διαφορά των τιμών των μέγιστων μετατοπίσεων που όμως, είναι ακόμα εκτός των ορίων (μοντέλο 5). Επίσης το υπολογιστικό κόστος έχει αυξηθεί αρκετά σε σχέση με τα μοντέλα 3 και 4. Η επίλυση ολοκληρώνεται σε χρόνο 3 φορές μεγαλύτερο από τον αντίστοιχο των μοντέλων με πυκνότητα πλέγματος 4 που οδηγεί στην απόρριψη και αυτού του μοντέλου.

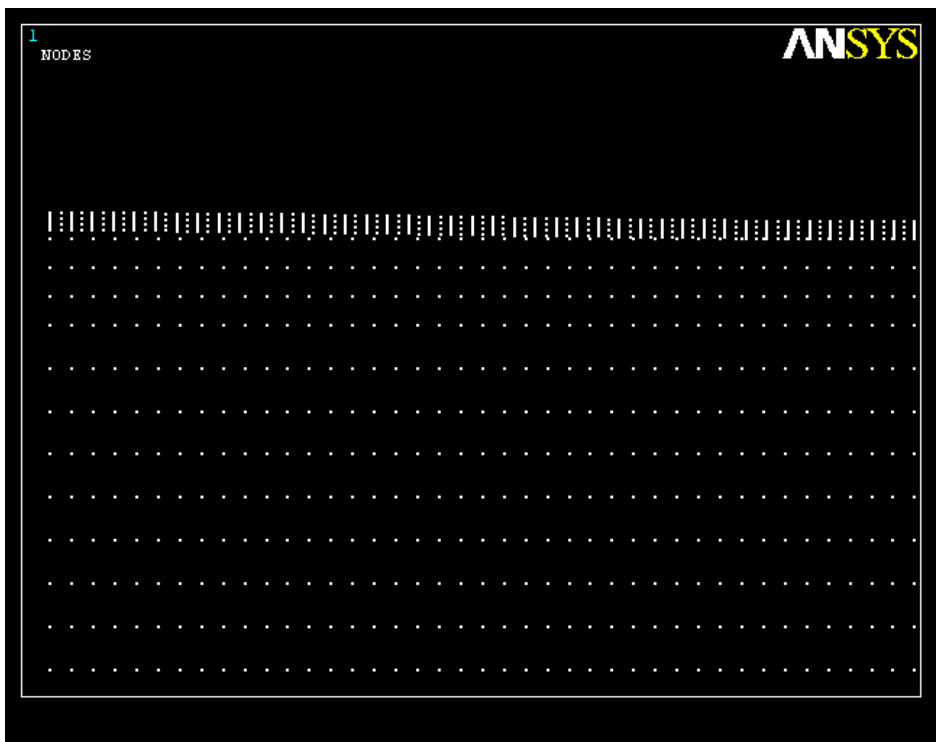
Περαιτέρω διπλασιασμός του πλέγματος κρίνεται προφανώς ασύμφορος οπότε θεωρήθηκε απαραίτητη η αναδιάταξη των ειδών πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιούμε. Έτσι, το στρώμα χρώματος μοντελοποιήθηκε με οκτακομβικά πεπερασμένα στοιχεία και τα υπόλοιπα δύο, ως είχαν. Τα τελικά αποτελέσματα ήταν ικανοποιητικά αλλά το υπολογιστικό κόστος παρέμεινε μεγάλο (μοντέλο 6).

Έγινε προσπάθεια μείωσης του κόστους με υποδιπλασιασμό του πλέγματος (πυκνότητα πλέγματος 4) και διατήρηση των υπόλοιπων παραμέτρων όπως πριν (μοντέλο 7). Η επίλυση εκτός του ότι πραγματοποιήθηκε σε χρόνο σημαντικά μικρότερο (περίπου 3 φορές), έδωσε διαφορά μέγιστων μετατοπίσεων, μεταξύ του συγκεκριμένου μοντέλου και

του προηγούμενου με διπλάσιο πλέγμα, εντός των επιθυμητών ορίων. Κατά συνέπεια, επιλέχθηκε ως το βέλτιστο μοντέλο για το προς εξέταση πρόβλημα. Αναλυτικά τα αποτελέσματα της διαδικασίας σύγκλισης φαίνονται όπως παρουσιάζει ο Πίνακας 6-3.

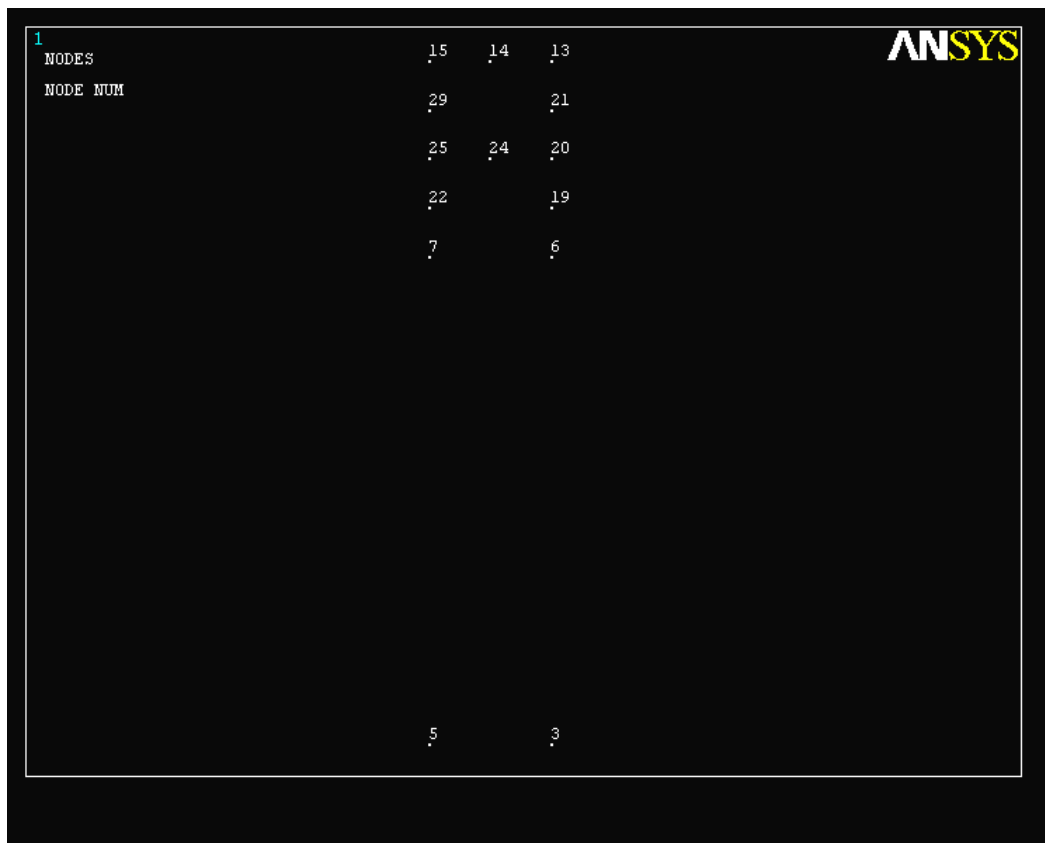
6.6 Αποτελέσματα δημιουργίας – επίλυσης μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων

Αρχικά παρουσιάζεται στα επόμενα σχήματα η διάταξη των κόμβων των πεπερασμένων στοιχείων για μοντελοποίηση με χρήση τετρακομβικών πεπερασμένων στοιχείων (*plane 42*) στο στρώμα ξύλου και χρώματος και οκτακομβικών στοιχείων (*plane 82*) στο στρώμα βερνικιού. Πρόβλημα στη συνδεσιμότητα (*connectivity*) των δύο τύπων στοιχείων δεν υπήρξε, διότι έχουν συμπίπτοντες κόμβους στις πλευρές που ενώνονται για τη δημιουργία του ενιαίου πλέγματος.



Σχήμα 6.7. Συνδεσμολογία των τετρακομβικών και οκτακομβικών πεπερασμένων στοιχείων στην περιοχή εμφάνισης αποκόλλησης μεταξύ των στρωμάτων χρώματος και βερνικιού

Τα οκτακομβικά πεπερασμένα στοιχεία (*plane 82*) εκτός των τεσσάρων γωνιακών κόμβων, έχουν άλλους τέσσερις στο μέσον κάθε πλευράς τους. Η συνδεσμολογία τους με τα αντίστοιχα τετρακομβικά, φαίνεται Σχήμα 6.7 και αναλυτικότερα στο Σχήμα 6.8.



Σχήμα 6.8. Συνδεσμολογία δύο οκτακομβικών πεπερασμένων στοιχείων και ενός τετρακομβικού. Τα οκτακομβικά πεπερασμένα στοιχεία αποτελούνται από τους κόμβους (25,24,20,21,13,14,15,29) και (7,6,19,20,24,25,22,7) αντίστοιχα, ενώ το τετρακομβικό από τους (5,3,6,7).

Παρακάτω παρατίθεται ο αναλυτικός πίνακας με τα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων που δημιουργήθηκαν για την επίλυση του υπό εξέταση προβλήματος και για την τελική επιλογή του βέλτιστου.

Πίνακας 6-3. Στοιχεία μοντελοποίησης και επίλυσης μοντέλων 1-7

Μοντέλο		1	2	3	4	5	6	7
Είδος πεπερασμένων στοιχείων	Βερνίκι	Plane 82	Plane 82	Plane 82	Plane 82	Plane 82	Plane 82	Plane 82
	Χρώμα	Plane 42	Plane 42	Plane 42	Plane 42	Plane 42	Plane 82	Plane 82
	Ξύλο	Plane 42	Plane 42	Plane 42	Plane 42	Plane 42	Plane 42	Plane 42
Πυκνότητα πλέγματος		1	2	4	4	8	8	4
Μέθοδος ανάλυσης		Γραμμική	Γραμμική	Γραμμική	Μη Γραμμική	Μη Γραμμική	Μη Γραμμική	Μη Γραμμική
Μέγιστη μετατόπιση (nm)		48935	49079	49160	64690	64765	64808	64764
Μέση μετατόπιση (nm)		10827	10761	10729	13957	13941	13953	13977

Σημειώσεις:

-Ο τύπος πεπερασμένου στοιχείου, plane 42, αναφέρεται σε τετρακομβικά στοιχεία και ο τύπος plane 82, σε οκτακομβικά.

-Οι αριθμοί των πυκνοτήτων πλέγματος αντιστοιχούν στα ακόλουθα μεγέθη:

1: 20, 3 και 3 διαμερίσεις στις περιοχές ξύλου, χρώματος και βερνικιού αντίστοιχα κατά ύψος και μήκος πεπερασμένων στοιχείων ίσο με 0.25 mm

2: 40, 6 και 6 διαμερίσεις στις περιοχές ξύλου, χρώματος και βερνικιού αντίστοιχα κατά ύψος και μήκος πεπερασμένων στοιχείων ίσο με 0.125 mm

4: 80, 12 και 12 διαμερίσεις στις περιοχές ξύλου, χρώματος και βερνικιού αντίστοιχα κατά ύψος και μήκος πεπερασμένων στοιχείων ίσο με 0.0625 mm

8: 160, 24 και 24 διαμερίσεις στις περιοχές ξύλου, χρώματος και βερνικιού αντίστοιχα κατά ύψος και μήκος πεπερασμένων στοιχείων ίσο με 0.03125 mm

Ακολουθώντας την πορεία που περιγράφεται προηγουμένως, καταλήξαμε στο μοντέλο 7 για την μοντελοποίηση του προβλήματος. Ο χρόνος επίλυσης του ήταν 3 φορές μικρότερο από τον αντίστοιχο του μοντέλου 6, λόγω του αραιότερου πλέγματος και συνάμα η διαφορά στη τιμή των μέγιστων μετατοπίσεων είναι 44 nm που βρίσκεται εντός των αρχικών καθορισμένων αποδεκτών ορίων (μικρότερο του 10% του μήκος κύματος μονοχρωματικού φωτός που ισούται με 53.2 nm).

Στη συνέχεια, στον πίνακα που ακολουθεί, παρατίθενται τα μοντέλα που δημιουργήθηκαν για να εξεταστεί η επιρροή του μήκους της ακτίνας κυκλικής τομής στα τελικά αποτελέσματα. Εξετάζεται εφ' όσον το αρχικό μήκος που επιλέχτηκε μοντελοποιεί ικανοποιητικά το υπάρχον πρόβλημα. Τα υπόλοιπα στοιχεία μοντελοποίησης και επίλυσης παρέμειναν ως είχαν.

Πίνακας 6-4. Στοιχεία μοντελοποίησης και επίλυσης των μοντέλων 7-12 με διαφορετικές ακτίνες κυκλικής τομής. Για κάθε μοντέλο η μέθοδος ανάλυσης είναι μη γραμμική, το πλέγμα είναι τετραπλής πυκνότητας και τα είδη των πεπερασμένων στοιχείων είναι οκτακομβικά για τα στρώματα χρώματος και βερνικιού ενώ τετρακομβικά για το στρώμα ξύλου.

Μοντέλο	8	9	10	7	11	12
Ακτίνα κυκλικής τομής (mm)	50	40	30	25	20	15
Μέγιστη μετατόπιση (nm)	64774	64772	64768	64764	64758	64733

Τα μοντέλα που φαίνονται στον Πίνακα 6-4 αφού δημιουργήθηκαν και επιλύθηκαν, έδωσαν τιμές αξονικών μετατοπίσεων στην άνω ελεύθερη πλευρά του μοντέλου πολύ κοντινές με αυτές του αρχικά επιλεγθέντος μοντέλου 7. Συνεπώς, παρά τις μικρές αποκλίσεις, θεωρήθηκε βέλτιστη η μοντελοποίηση για κυκλική τομή ίση με $r=25$ mm. Το υπολογιστικό κόστος σε σύγκριση, για παράδειγμα με το μοντέλο 8 διπλάσιας κυκλικής τομής ($r=50$ mm) υποτετραπλασιάζεται. Για ακτίνα μικρότερη των 25 mm, δηλαδή 2.5 φορές το μήκος της ατέλειας, οι τιμές των μετατοπίσεων τείνουν σε μικρότερες τιμές. Οριακά, το μοντέλο 11 με ακτίνα κυκλικής τομής $r=20$ mm μπορεί να γίνει αποδεκτό, θεωρώντας όμως ότι το υπολογιστικό κέρδος είναι πλέον αμελητέο, τα συγκεκριμένα μοντέλα απορρίπτονται.

6.7 Ανάλυση κώδικα δημιουργίας εικόνας μονοχρωματικού φωτός, υπολογιστικά

Το τελικό στάδιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας ήταν η δημιουργία των φωτογραφιών μονοχρωματικού φωτός όπως προέκυψαν από τον κώδικα που γράφτηκε στη γλώσσα προγραμματισμού MATLAB έπειτα από επεξεργασία των αποτελεσμάτων των αντίστοιχων μοντέλων. Παρατίθεται επίσης ο κώδικας στο παράρτημα, που βρίσκεται στο τέλος της διπλωματικής εργασίας και εκτελέστηκε για τη δημιουργία των εικόνων.

Ως αρχικά δεδομένα έχουμε τις αξονικές μετατοπίσεις της άνω ελεύθερης πλευράς του μοντέλου στις οποίες, αφού ταξινομήσουμε κατά αύξουσα φορά σύμφωνα με την ακτινική τους συντεταγμένη, γίνεται παρεμβολή μεταξύ των υπαρχόντων τιμών ώστε η τελική εικόνα, έχοντας περισσότερα δεδομένα, να εμφανιστεί με μεγαλύτερη ευκρίνεια. Στη συνέχεια, υπολογίζεται η τιμή φωτεινότητας για κάθε ένα σημείο από τον τύπο:

$$L = 127.5 + 127.5 \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{u_y}{\lambda}\right), \quad (30)$$

όπου u_y η μετατόπιση του συγκεκριμένου σημείου και λ το μήκος κύματος μονοχρωματικού φωτός. Όπως έχει οριστεί από πριν $\lambda=0.000532$ mm = 532 nm. Ο πολλαπλασιασμός του ημιτόνου με 127.5 και η πρόσθεση του γινομένου με το ίδιο νούμερο γίνεται ώστε τα τελικά αποτελέσματα να έχουν τιμές στο πεδίο τιμών [0, 255] για την μονοχρωματική τους απεικόνιση σε εικόνες με βάθος χρώματος 8bit. Η τελική εικόνα επιθυμούμε να αναπαριστά το κάτω δεξιά τεταρτημόριο της πραγματικής εικόνας (λόγω αξονοσυμμετρικού μοντέλου, η εικόνα των υπολοίπων τεταρτημορίων είναι συμμετρική και συνεπώς ταυτίζεται με τη δημιουργηθείσα). Οι τιμές φωτεινότητας των υπολοίπων σημείων του τεταρτημορίου βρίσκονται με την ακόλουθη διαδικασία: Για καθένα σημείο αρχικά, υπολογίζεται η σχετική

του θέσης σε ένα πίνακα A_{ij} που εμπεριέχει όλες τις τιμές φωτεινότητας στο οριζόντιο επίπεδο. Στη συνέχεια, βρίσκεται η απόστασή του από το σημείο $A[1,1]=A_{11}$ του πίνακα. Έπειτα, εφόσον η υπολογισθείσα απόσταση δεν αντιστοιχεί σε ακέραιο αριθμό, ορίζουμε το ακέραιο μέρος ως θέση σημείου και την τιμή φωτεινότητάς του ως σχετικό ποσοστό των δύο εκατέρωθεν θέσεων.

Για παράδειγμα, για θέση σημείου στον πίνακα ίση με [4,5], υπολογίζεται η σχετική απόσταση r ως εξής: $r=(4^2+5^2)^{1/2}=6.40312$. Συνεπώς, ορίζεται ως απόσταση το ακέραιο μέρος: $r_1=6$. Η τιμή φωτεινότητας του συγκεκριμένου σημείου στην συγκεκριμένη περίπτωση ισούται με: $A[4,5]=A[6,1]\cdot(1-k)+A[7,1]\cdot k$, όπου $k=r-r_1$, δηλαδή το ποσοστό της τιμής φωτεινότητας, που εμπεριέχει η ζητούμενη τιμή, από την επόμενη θέση.

Τέλος, αφού έχουν συμπληρωθεί όλα τα στοιχεία του πίνακα, δημιουργείται εύκολα η φωτογραφία μονοχρωματικού φωτός. Ο σχετικός κώδικας παρατίθεται στο παράρτημα που βρίσκεται στο τέλος της διπλωματικής εργασίας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7ο

Διερεύνηση επίδρασης γεωμετρικών χαρακτηριστικών

7. Διερεύνηση επίδρασης γεωμετρικών χαρακτηριστικών

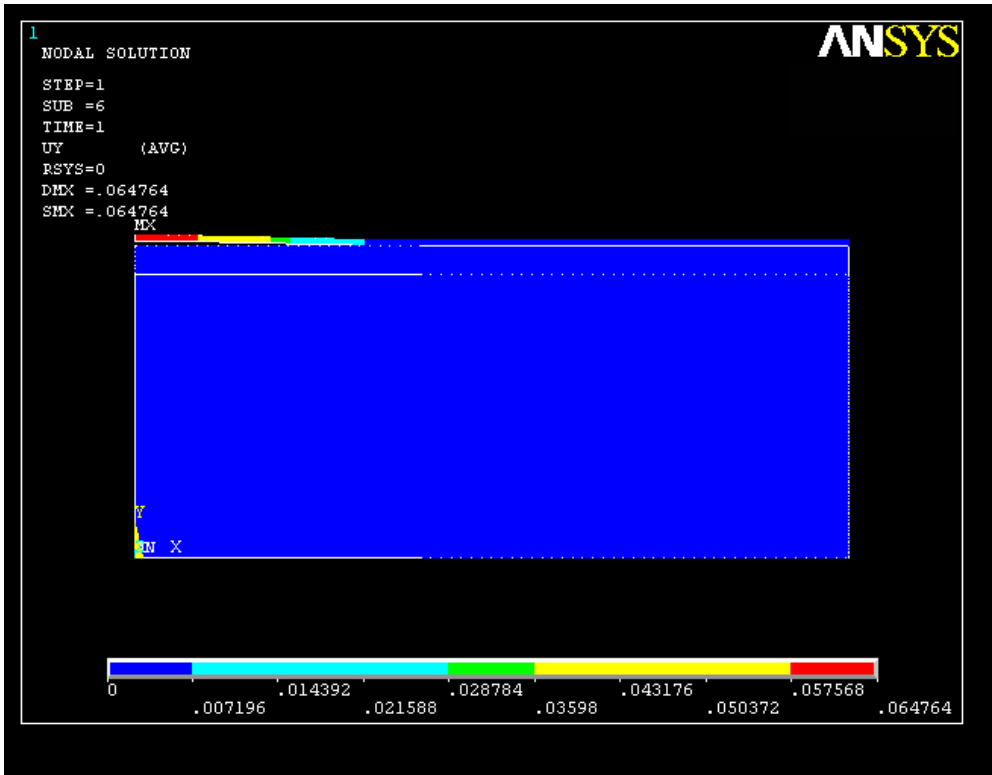
Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των οποίων η επίδραση εξετάζεται είναι η τοπολογία της αποκόλλησης, δηλαδή το βάθος στο οποίο βρίσκεται (ή αλλιώς το πάχος του άνω στρώματος), αλλά και το μέγεθός της, δηλαδή στην συγκεκριμένη περίπτωση το ύψος της. Τα υπόλοιπα δεδομένα παραμένουν σταθερά.

7.1 Αποτελέσματα

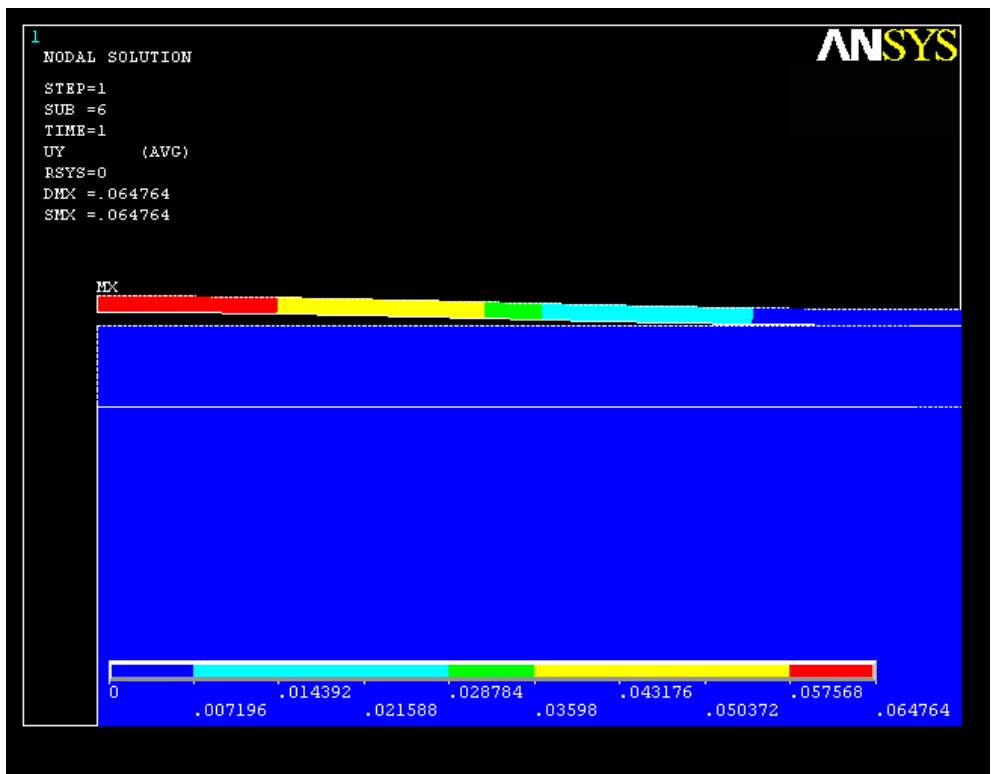
Ακολουθεί καταγραφή των αποτελεσμάτων που καταγράφηκαν ύστερα από την εφαρμογή της μεθοδολογίας που περιγράφηκε στο κεφάλαιο 6 και ειδικότερα με την χρήση του αλγορίθμου που περιγράφηκε στην παράγραφο 6.3. Τα αποτελέσματα αυτά αφορούν την παραμετρική ανάλυση γεωμετρικών διαφοροποιήσεων που είναι δυνατό να εμφανιστούν σε περιπτώσεις αποκόλλησης στρώματος υλικού. Το κυριότερο μέγεθος που απασχολεί σε όλη την ανάλυση των αποτελεσμάτων είναι η κατακόρυφη (αξονική μετατόπιση) γιατί είναι το μέγεθος που μετράται από την οπτική μέθοδο. Όμως, η μέθοδος αυτή εμπίπτει στην κατηγορία των μη καταστροφικών μεθόδων και συνεπώς ενδιαφέρει τόσο το τασικό όσο και το παραμορφωσιακό πεδίο.

7.1.1 Μετατοπισμένο μοντέλο και υπολογισμός τασικού και παραμορφωσιακού πεδίου

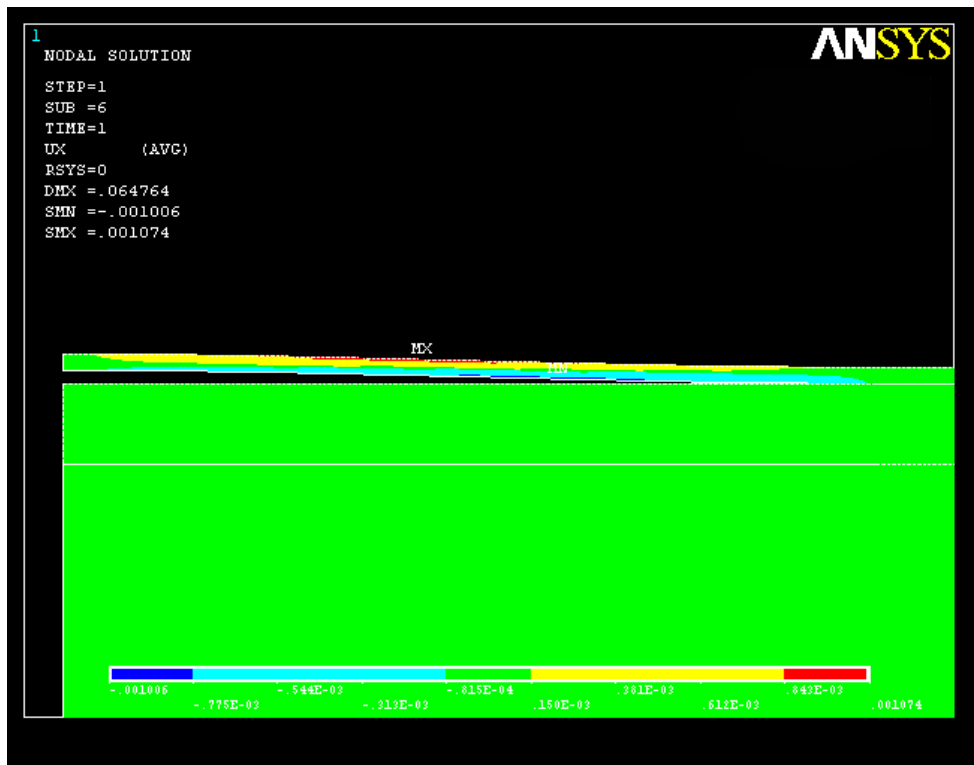
Μετά την επίλυση του μοντέλου 7 (Πίνακας 6-3), έγινε συλλογή των τασικών (Σχήμα 7.6) και παραμορφωσιακών (Σχήμα 7.4) πεδίων κατά Von Mises. Επίσης, απεικονίστηκε η κατανομή των αξονικών (Σχήμα 7.1) και ακτινικών μετατοπίσεων (Σχήμα 7.3) του μοντέλου. Η μελέτη έγινε για τέσσερα μοντέλα διαφορετικών γεωμετρικών διαστάσεων.



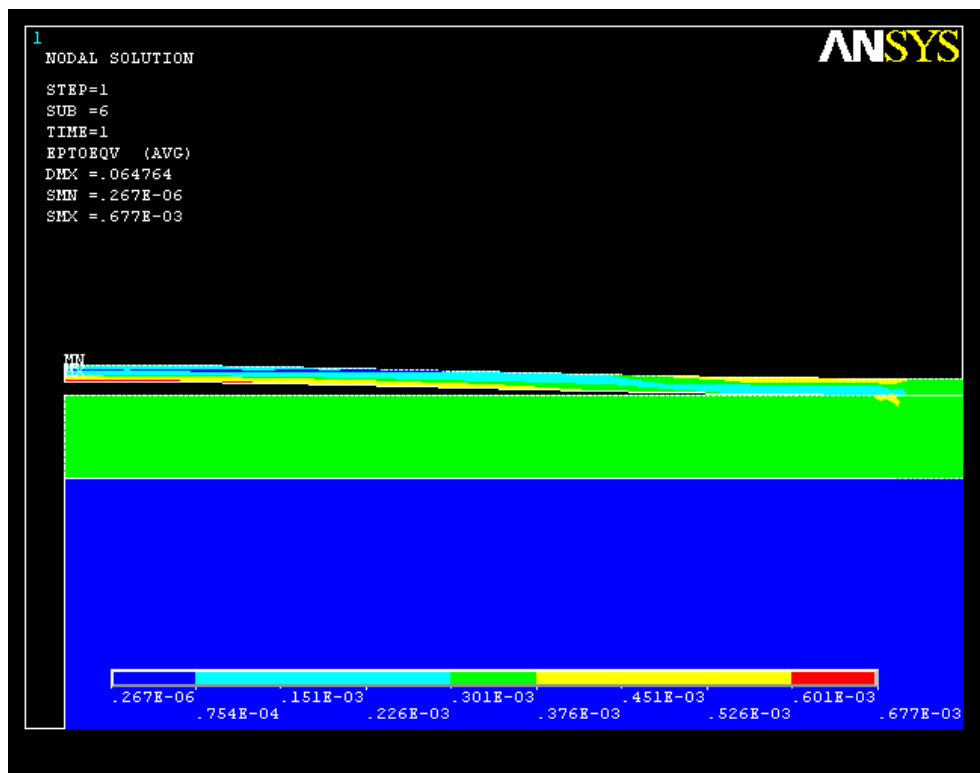
Σχήμα 7.1. Κατανομή αξονικών μετατοπίσεων του μοντέλου



Σχήμα 7.2. Μεγέθυνση στην περιοχή εμφάνισης της αποκόλλησης

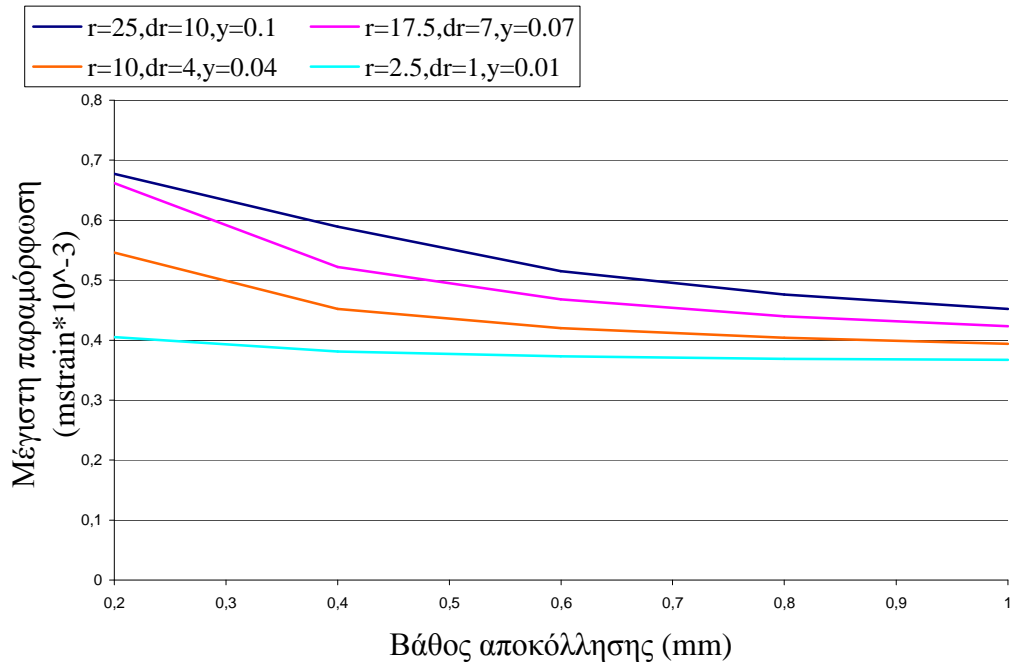


Σχήμα 7.3 Κατανομή ακτινικών μετατοπίσεων του μοντέλου – μεγέθυνση στην περιοχή εμφάνισης της αποκόλλησης

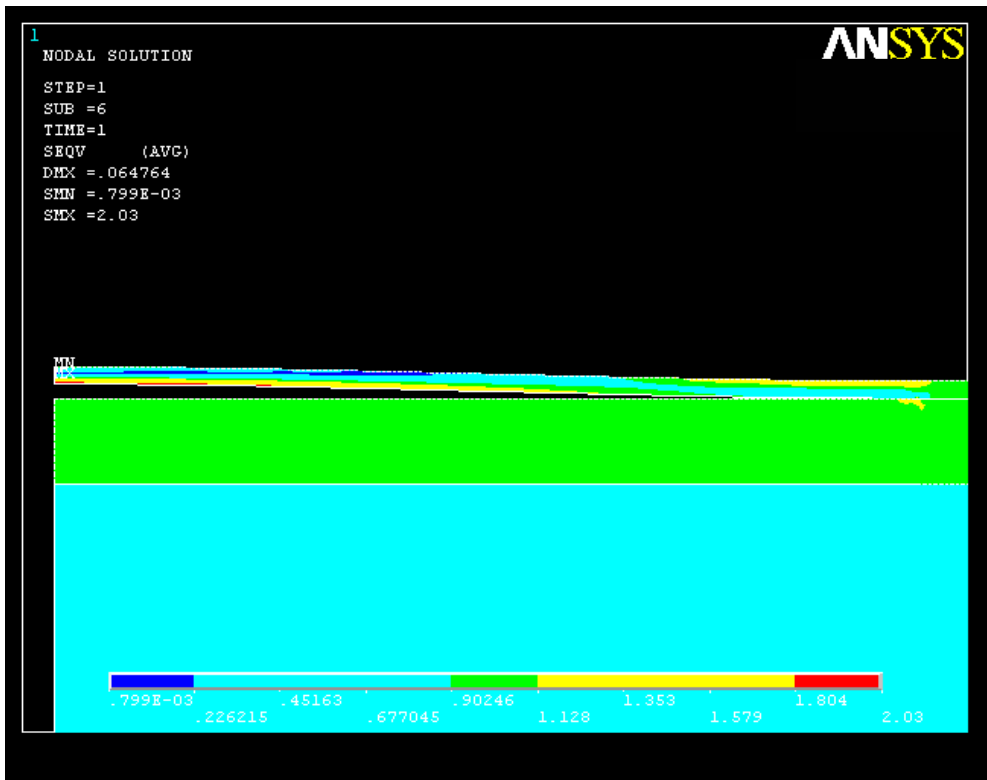


Σχήμα 7.4. Απεικόνιση παραμορφωσιακού πεδίου στην περιοχή εμφάνισης της αποκόλλησης

Επιρροή βάθους αποκόλλησης στην προκλιθήσα παραμόρφωση

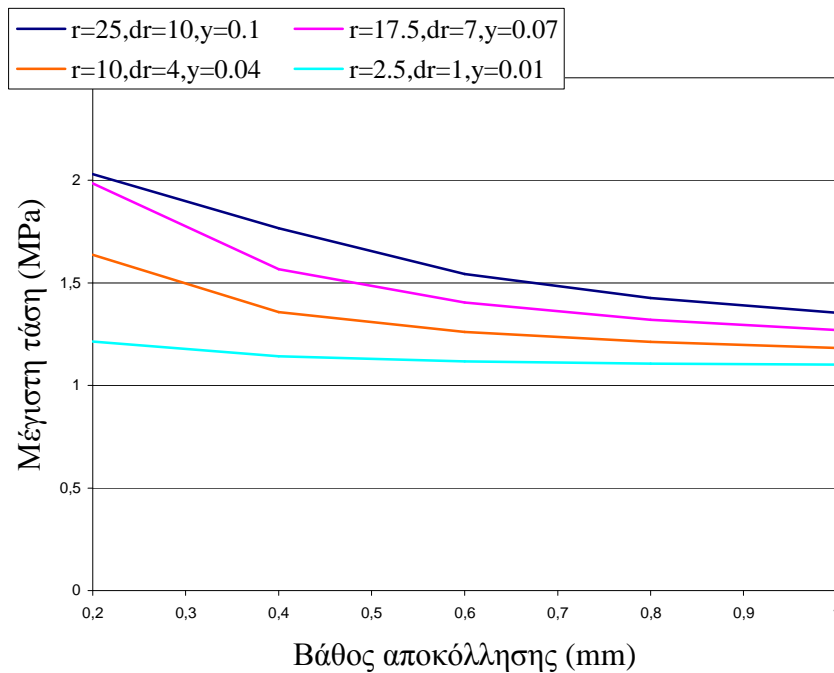


Σχήμα 7.5: Αναλυτικό διάγραμμα επιρροής βάθους αποκόλλησης στην προκλιθήσα παραμόρφωση του μοντέλου



Σχήμα 7.6. Απεικόνιση τασικού πεδίου στην περιοχή εμφάνισης της αποκόλλησης

Επιρροή βάθους αποκόλλησης στην προκληθείσα τάση



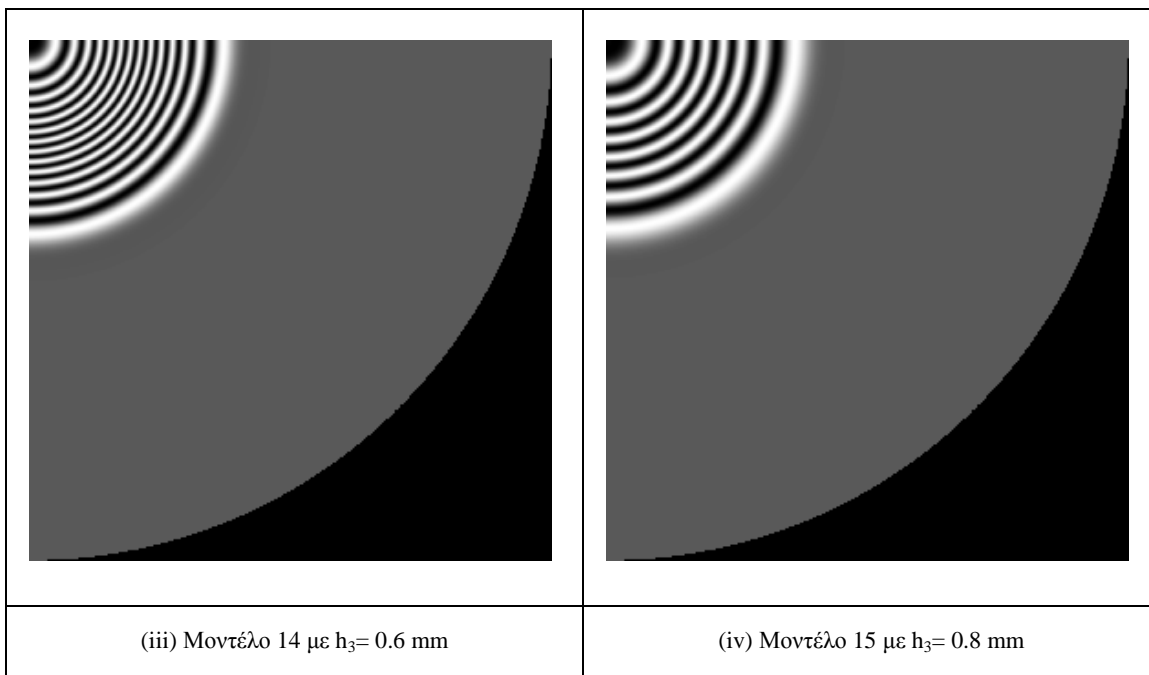
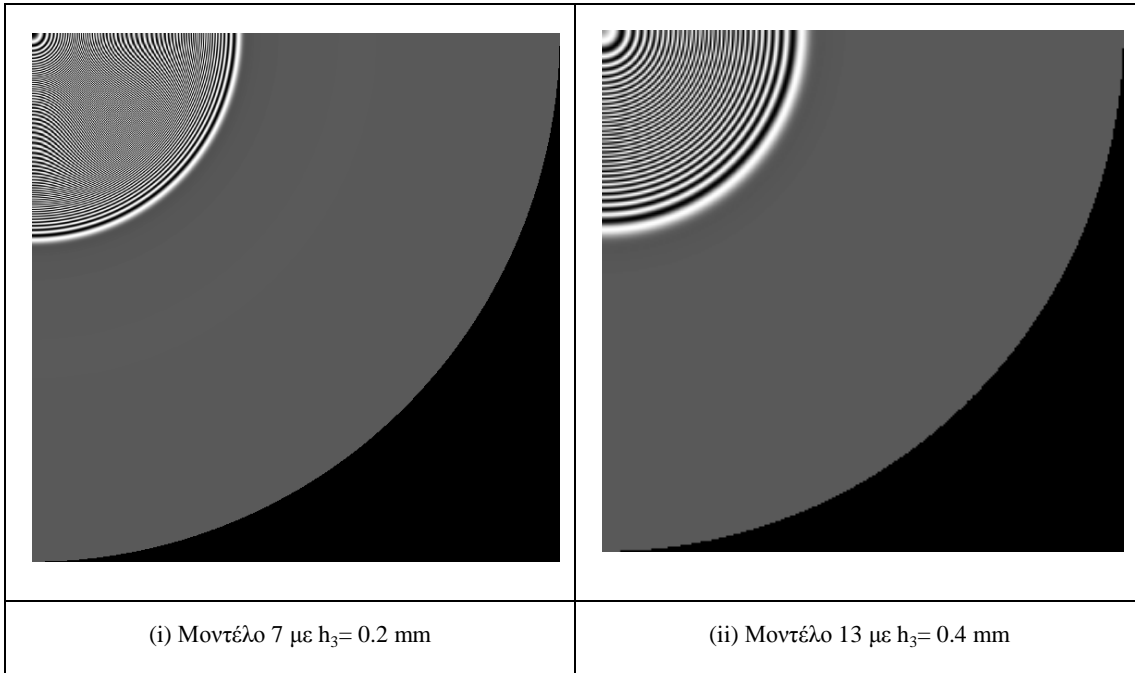
Σχήμα 7.7. Αναλυτικό διάγραμμα επιρροής βάθους αποκόλλησης στην προκληθείσα τάση του μοντέλου

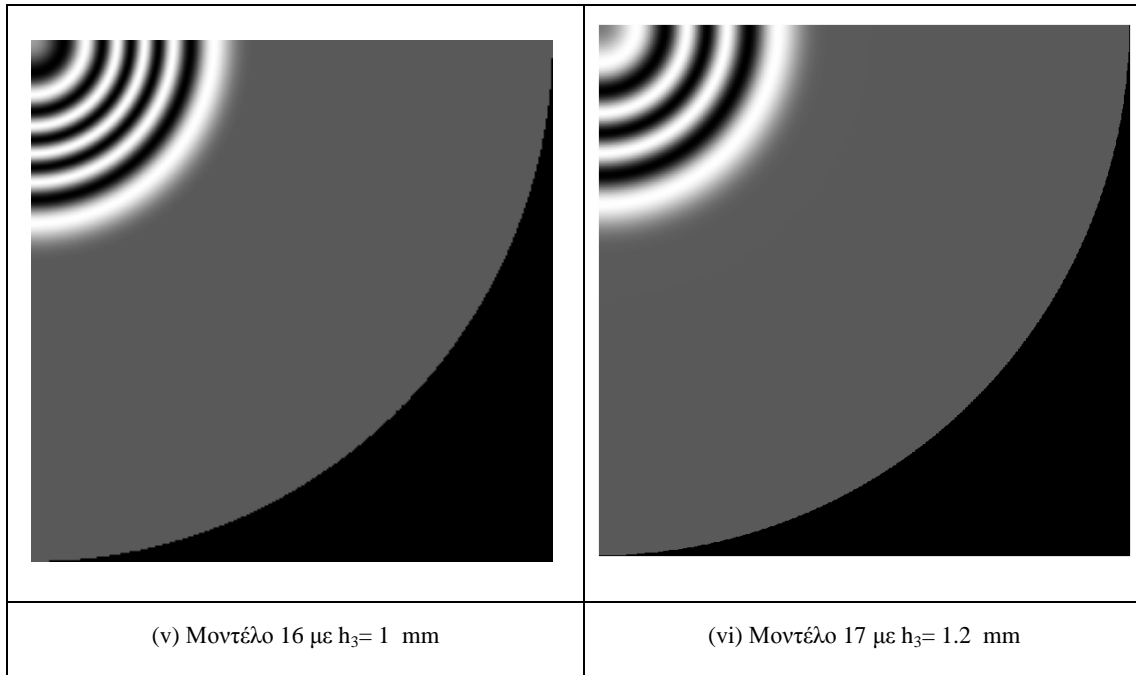
7.1.2 Επιρροή βάθους αποκόλλησης για μοντέλα διαφορετικών διαστάσεων ατέλειας – Δημιουργία εικόνων μονοχρωματικού φωτός

Επίσης, δημιουργήθηκαν μοντέλα για διαφορετικά ύψη άνω στρώματος και διαφορετικές διαστάσεις ακτίνας ατέλειας ώστε να μελετηθεί η επιρροή των δύο αυτών μεγεθών στο πλήθος των κροσσών που δίνει η εικόνα μονοχρωματικού φωτός. Για τη δημιουργία των αντίστοιχων φωτογραφιών χρησιμοποιήθηκε η μεθοδολογία δημιουργίας εικόνων μονοχρωματικού φωτός υπολογιστικά, που περιγράφεται στο προηγούμενο κεφάλαιο 6 και συγκεκριμένα στην παράγραφο 6.6.

Πίνακας 7-1. Πάχη στρώματος βερνικιού για τα μοντέλα 7,13-17. Για τα υπόλοιπα μεγέθη ισχύει $r=25$ mm, $dr=10$ mm, $y=0.1$ mm και $dt=3^{\circ}\text{C}$

Μοντέλο	7	13	14	15	16	17
Πάχος στρώματος βερνικιού h_3 (mm)	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2

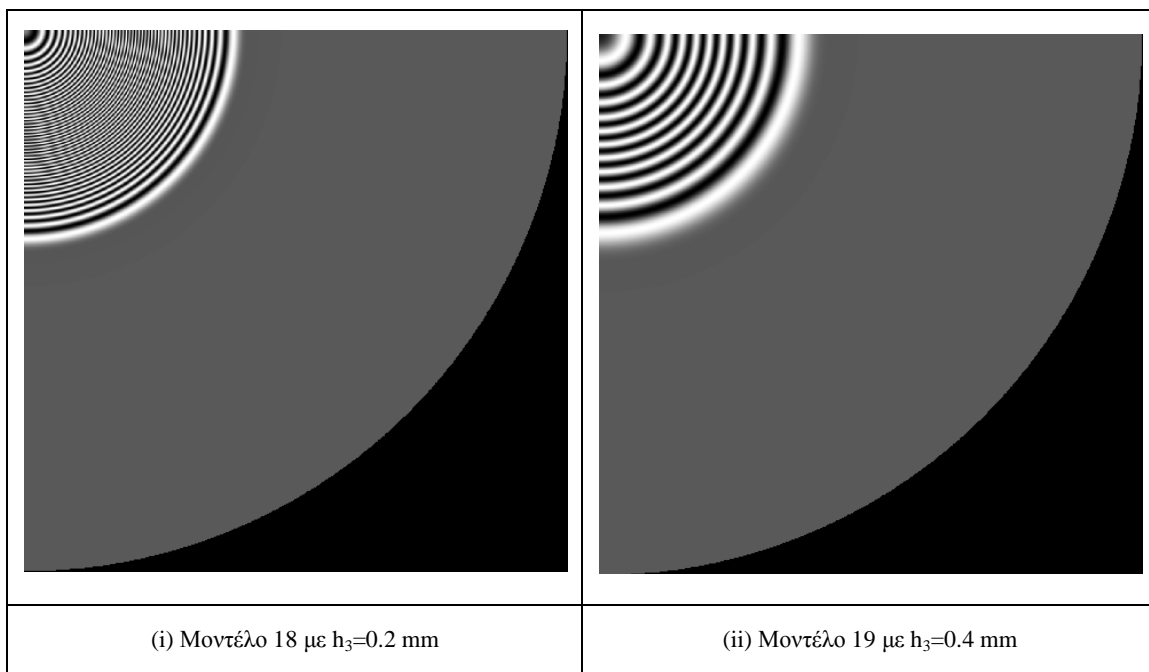


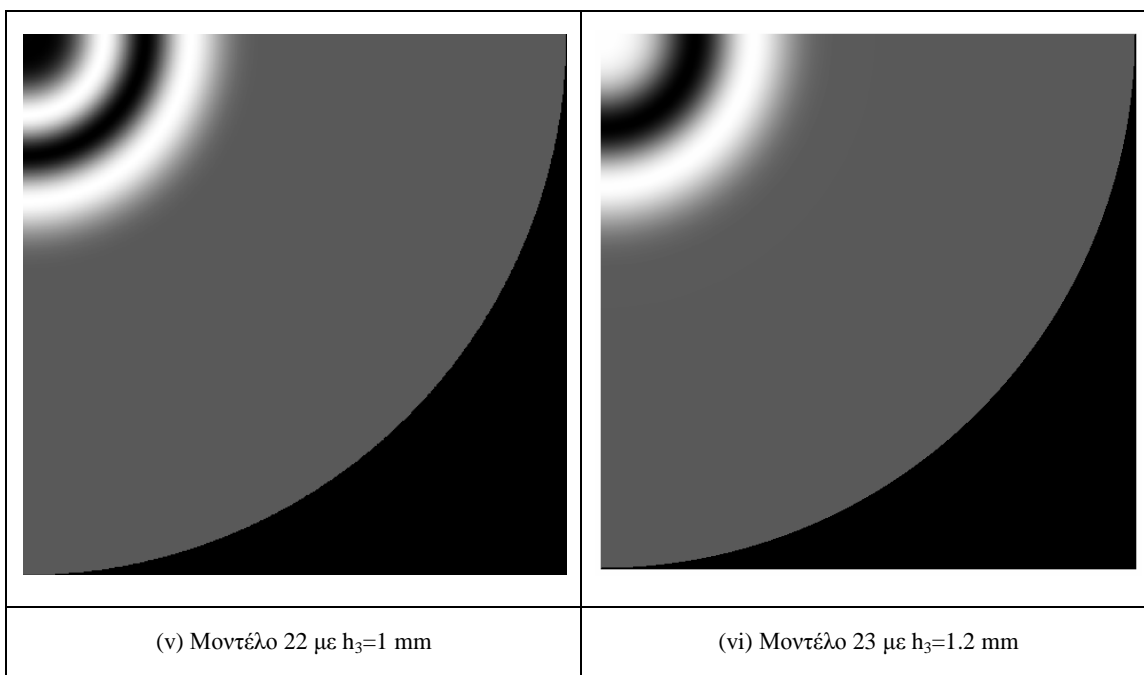
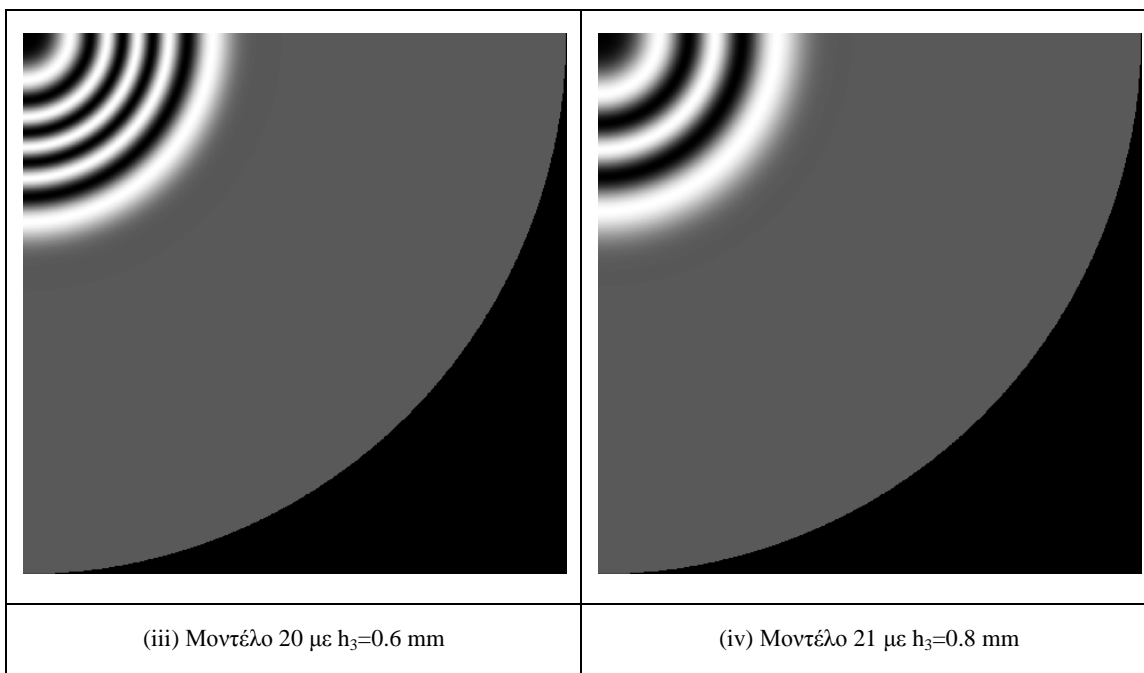


Σχήμα 7.8. (i-vi) Εικόνες μονοχρωματικού φωτός για τα μοντέλα 7,13-17 στα οποία αλλάζει το πάχος στρώματος βερνικιού h_3 . Για τα υπόλοιπα μεγέθη ισχύει $r=25$ mm, $dr=10$ mm, $y=0.1$ mm και $dt=3^\circ\text{C}$

Πίνακας 7-2. Πάχη στρώματος βερνικιού για τα μοντέλα 18-23. Για τα υπόλοιπα μεγέθη ισχύει $r=17.5$ mm, $dr=7$ mm, $y=0.07$ mm, $dt=3^\circ\text{C}$

Μοντέλο	18	19	20	21	22	23
Πάχος στρώματος βερνικιού h_3 (mm)	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2

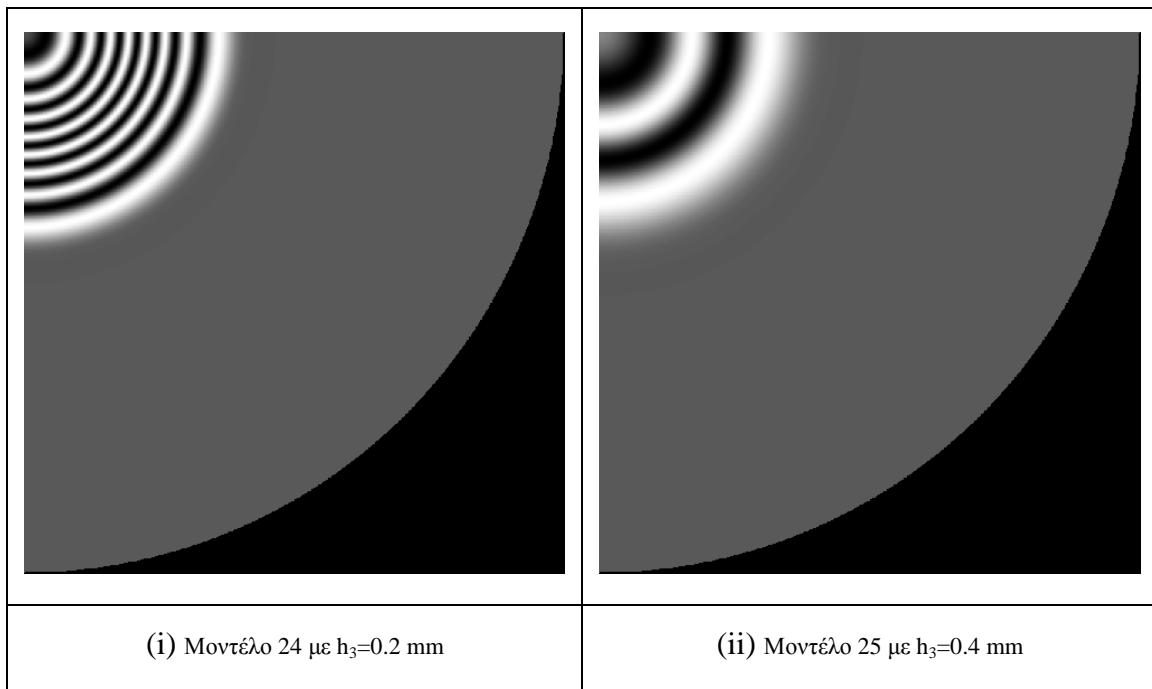


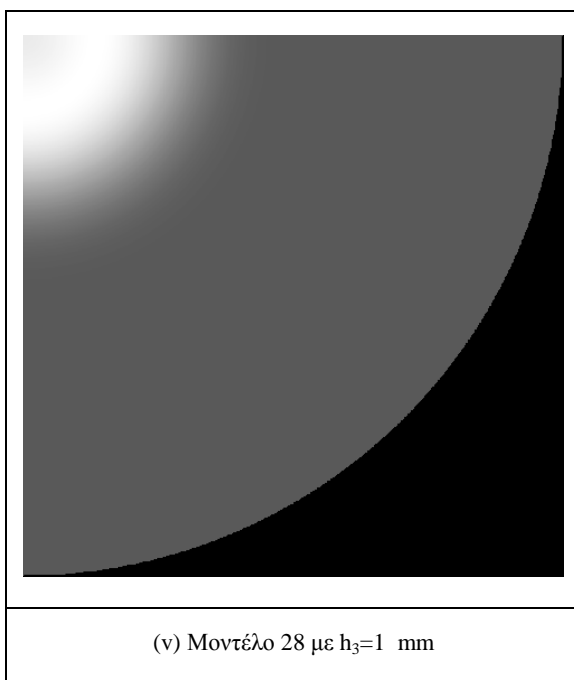
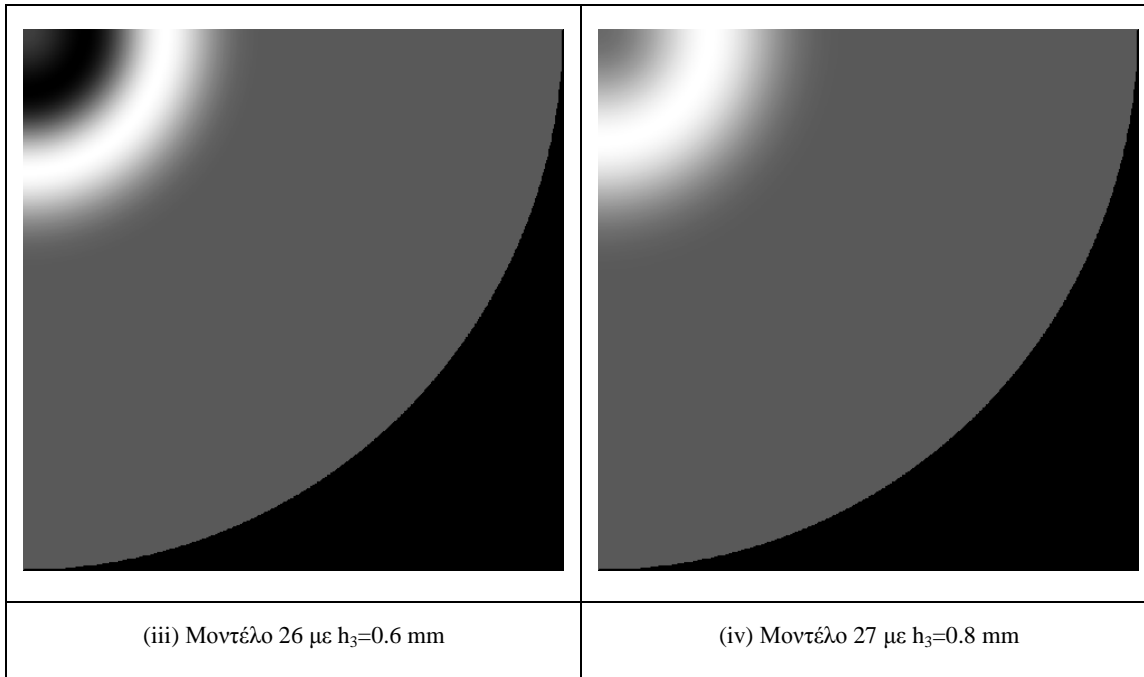


Σχήμα 7.9. (i-vi) Εικόνες μονοχρωματικού φωτός για τα μοντέλα 18-23 στα οποία αλλάζει το πάχος στρώματος βερνικιού h_3 (mm). Για τα υπόλοιπα μεγέθη ισχύει $r=17.5$ mm, $dr=7$ mm, $y=0.07$ mm, $dt=3^\circ\text{C}$

Πίνακας 7-3. Πάχη στρώματος βερνικιού για τα μοντέλα 24-28. Για τα υπόλοιπα μεγέθη ισχύει $r=10\text{ mm}$, $dr=4\text{ mm}$, $y=0.04\text{ mm}$, $dt=3^{\circ}\text{C}$

Μοντέλο	24	25	26	27	28
Πάχος στρώματος βερνικιού h_3 (mm)	0.2	0.4	0.6	0.8	1

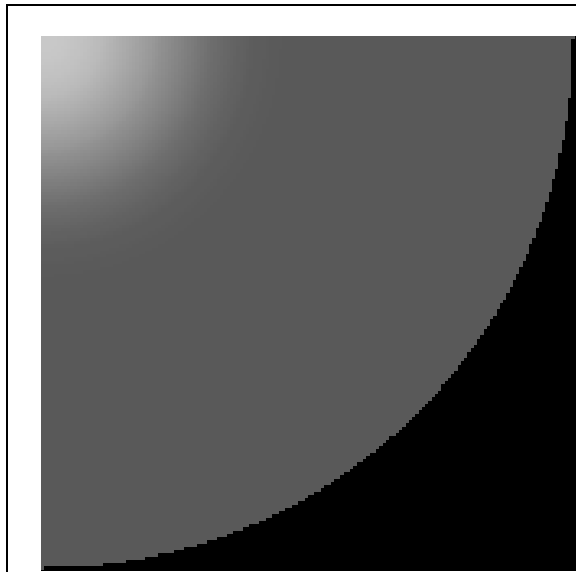




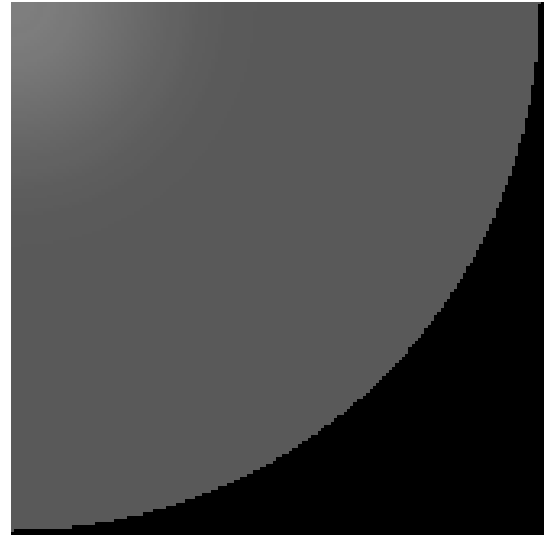
Σχήμα 7.10. (i-v) Εικόνες μονοχρωματικού φωτός για τα μοντέλα 24-28 στα οποία αλλάζει το πάχος στρώματος βερνικιού h_3 (mm). Για τα υπόλοιπα μεγέθη ισχύει $r= 10$ mm, $dr=4$ mm, $y= 0.04$ mm, $dt= 3^{\circ}\text{C}$

Πίνακας 7-4. Πάχη στρώματος βερνικιού για τα μοντέλα 29-33. Για τα υπόλοιπα μεγέθη ισχύει $r=2.5$ mm, $dr=1$ mm, $y=0.01$ mm, $dt=3^{\circ}\text{C}$

Μοντέλο	29	30	31	32	33
Πάχος στρώματος βερνικιού h_3 (mm)	0.2	0.4	0.6	0.8	1



(i) Μοντέλο 29 με $h_3=0.2$ mm



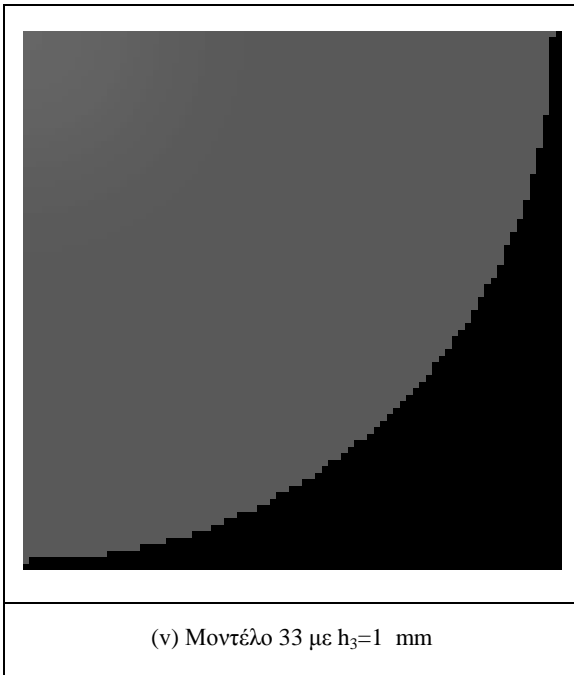
(ii) Μοντέλο 30 με $h_3=0.4$ mm



(iii) Μοντέλο 31 με $h_3=0.6$ mm

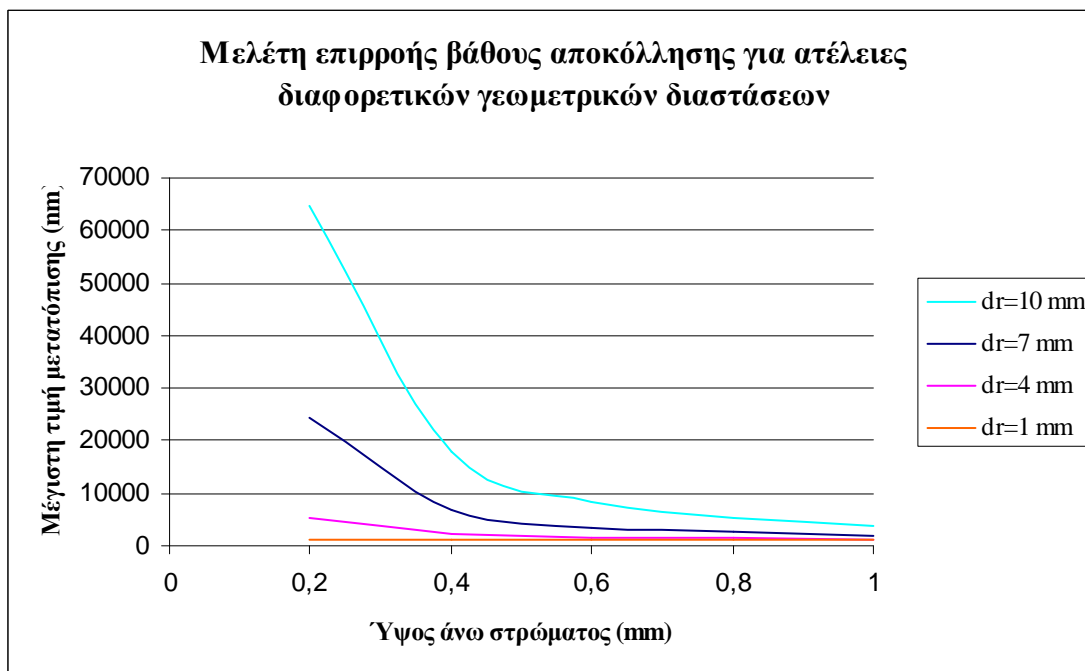


(iv) Μοντέλο 32 με $h_3=0.8$ mm



Σχήμα 7.11. (i-v) Εικόνες μονοχρωματικού φωτός για τα μοντέλα 29-33 στα οποία αλλάζει το πάχος στρώματος βερνικιού h_3 (mm). Για τα υπόλοιπα μεγέθη ισχύει $r=2.5$ mm, $dr=1$ mm, $y=0.01$ mm, $dt=3^\circ\text{C}$

Ακολουθεί ανάλογο διάγραμμα όπου διαφαίνεται η επιρροή του βάθους αποκόλλησης, δηλαδή του πάχους του στρώματος βερνικιού στην τιμή της μέγιστης μετατόπισης για τα προηγούμενα δημιουργηθέντα μοντέλα (Σχήμα 7.12).

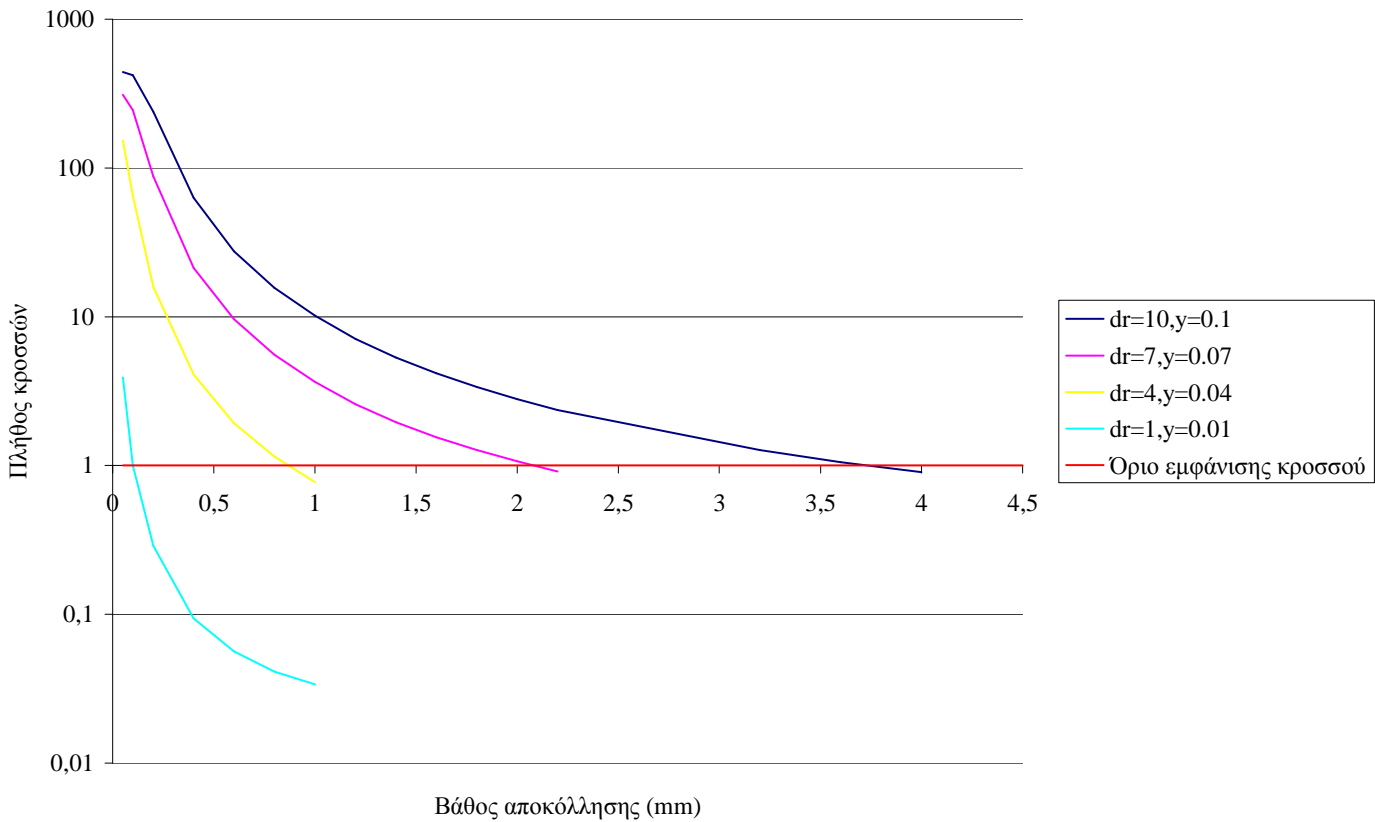


Σχήμα 7.12. Αναλυτικό διάγραμμα επιρροής βάθους αποκόλλησης στη μέγιστη τιμή αξονικής μετατόπισης για ατέλειες διαφορετικών γεωμετρικών διαστάσεων

7.1.3 Επιπλέον αποτελέσματα για το οριακό πάχος στρώματος εμφάνισης κροσσού – διαγνωστικά όρια της μεθόδου

Στη συνέχεια, έγινε προσπάθεια απεικόνισης της εξάρτησης του πλήθους των εμφανιζόμενων κροσσών στις φωτογραφίες μονοχρωματικού φωτός – ολογραφικής συμβολομετρίας που έγιναν υπολογιστικά, με το βάθος της υπάρχουσας αποκόλλησης (ταυτίζεται με το ύψος άνω στρώματος h_3). Η κόκκινη ευθεία αντιπροσωπεύει το όριο (πλήθος κροσσών=1) κάτω του οποίου, για οποιοδήποτε βάθος, στη φωτογραφία μονοχρωματικού φωτός δεν εμφανίζονται κροσσοί. Αποτελεί ουσιαστικά το διαγνωστικό όριο της μεθόδου που ακολουθείται. Η κλίμακα είναι ημιλογαριθμική.

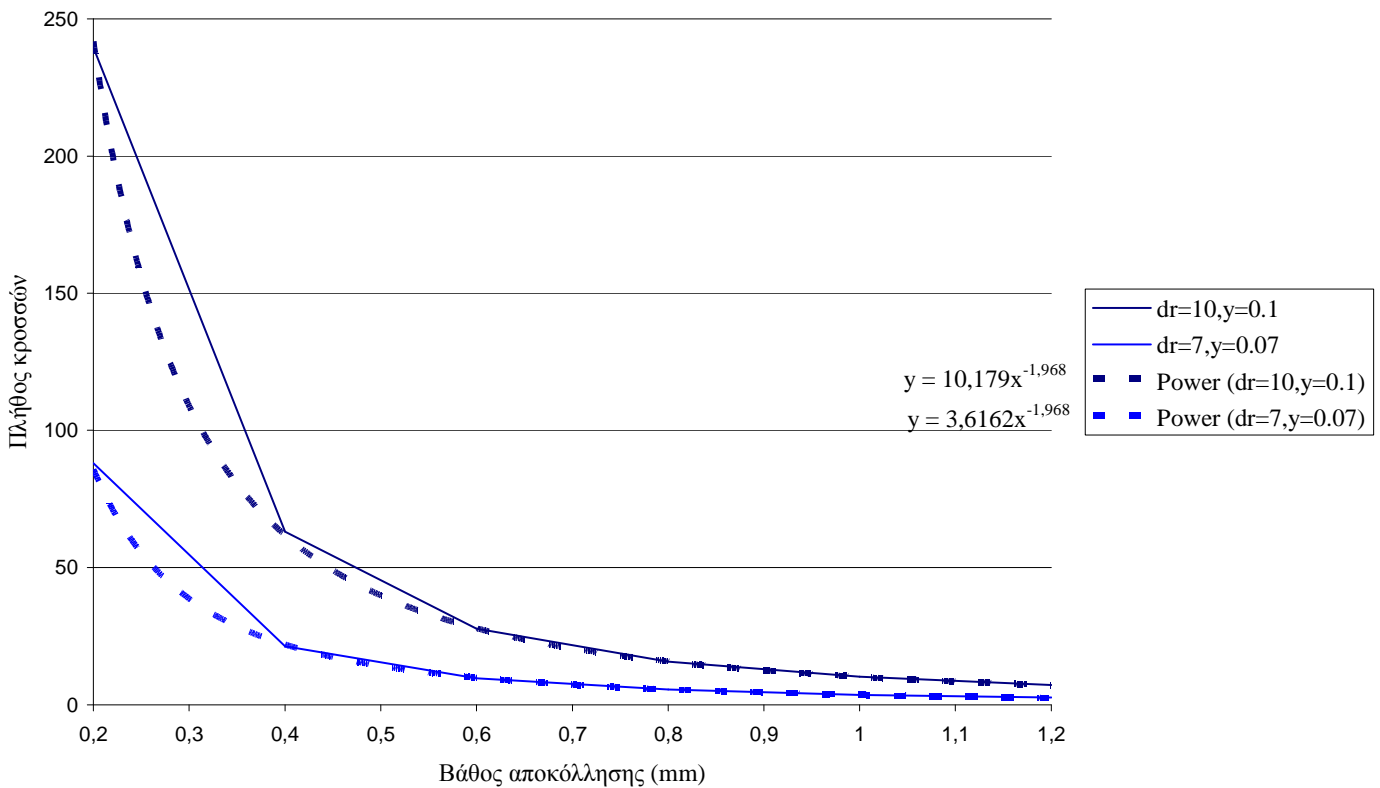
Εξάρτηση πλήθους εμφανιζόμενων κροσσών με το βάθος της υπάρχουσας αποκόλλησης



Σχήμα 7.13. Αναλυτικό διάγραμμα επιρροής βάθους αποκόλλησης στο πλήθος των εμφανιζόμενων κροσσών στην τελική εικόνα μονοχρωματικού φωτός

Παρακάτω εκτός των καμπύλων εξάρτησης πλήθους κροσσών – βάθους αποκόλλησης παρουσιάζονται και οι προκύπτοντες, προσεγγιστικές εκθετικές συναρτήσεις για τα μοντέλα διαστάσεων $dr=10$ mm και $dr=7$ mm. Επίσης, φαίνονται και οι σχετικές συναρτήσεις. Οι τιμές του βάθους εμφάνισης αποκόλλησης κυμαίνονται μεταξύ $0.2 \text{ mm} \leq h_3 \leq 1.2 \text{ mm}$.

**Εξάρτηση πλήθους εμφανιζόμενων κροσσών με το βάθος της υπάρχουσας αποκόλλησης -
προσεγγιστική, εκθετική συνάρτηση**

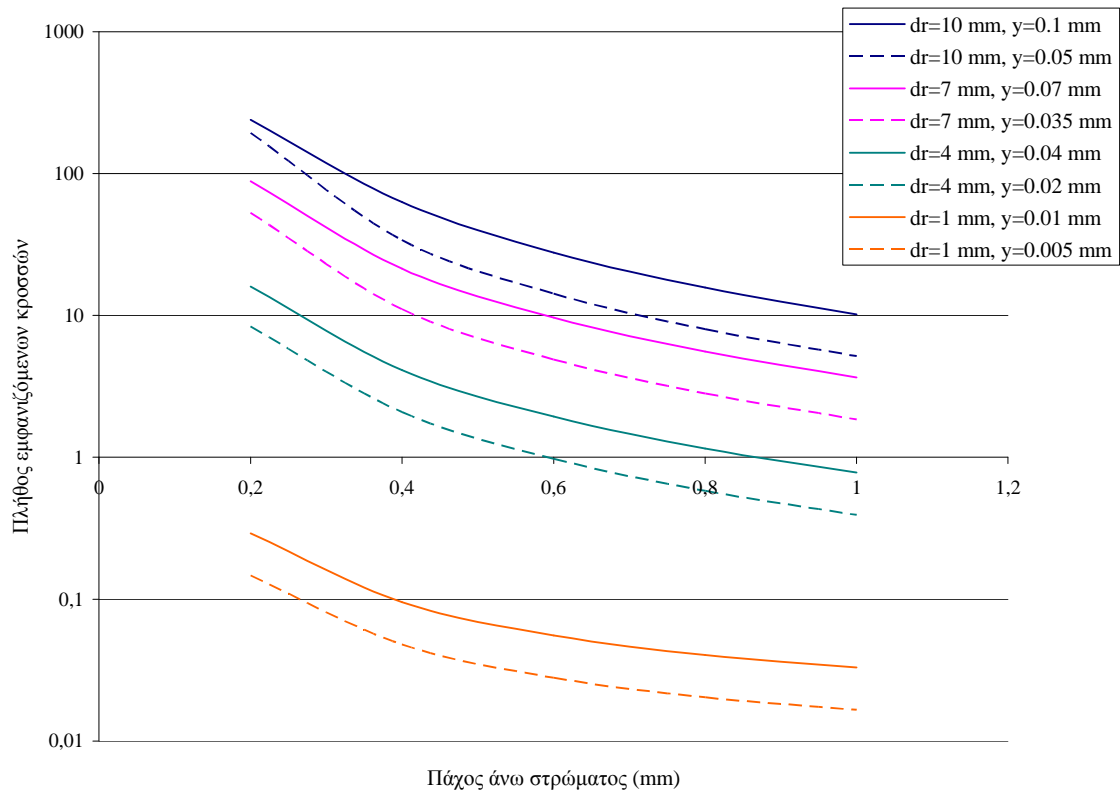


Σχήμα 7.14. Αναλυτικό διάγραμμα επιρροής βάθους αποκόλλησης στο πλήθος των εμφανιζόμενων κροσσών στην τελική εικόνα μονοχρωματικού φωτός και προσεγγιστικές, εκθετικές συναρτήσεις για τα μοντέλα των δύο διαστάσεων

7.1.4 Επιρροή μεγίστου ύψους αποκόλλησης στα τελικά αποτελέσματα

Ακολουθεί ανάλυση της επιρροής του μεγίστου ύψους αποκόλλησης (y) στο πλήθος των εμφανιζόμενων κροσσών για τα μοντέλα που έχουν δημιουργηθεί προηγουμένως. Πιο συγκεκριμένα, έγινε μελέτη για λόγο διαστάσεων $(dr/y)=100$ και $(dr/y)=200$. Η κλίμακα, επίσης, είναι ημιλογαριθμική.

Επιρροή μέγιστου ύψους αποκόλλησης στο πλήθος εμφανιζόμενων κροσσών



Σχήμα 7.15. Αναλυτικό διάγραμμα επιρροής μεγίστου ύψους αποκόλλησης στο πλήθος των εμφανιζόμενων κροσσών

7.2 Σχολιασμός

Στην παράγραφο αυτή γίνεται ο σχολιασμός των αποτελεσμάτων της προηγούμενης παραγράφου 7.1 με γνώμονα την δυνατότητα διάγνωσης της ατέλειας. Έχοντας ένα ικανοποιητικό πλήθος αποτελεσμάτων που θα ήταν δύσκολο να επιτευχθεί με πειραματικές μεθόδους καθορίζονται τα όρια της μεθοδολογίας σύμφωνα με τις υπό εξέταση παραμέτρους.

7.2.1 Σχολιασμός κατανομής μετατοπίσεων και τασικού και παραμορφωσιακού πεδίου

Έπειτα, ακολουθεί σχολιασμός της κατανομής των μετατοπίσεων αλλά και των πεδίων τάσεων και παραμορφώσεων του επιλεγμένου μοντέλου.

Παρατηρώντας τα Σχήμα 7.1 και Σχήμα 7.2 βλέπουμε εύκολα ότι το μοντέλο εμφανίζει αξονικές μετατοπίσεις μόνο στην περιοχή όπου βρίσκεται η ατέλεια, δηλαδή η αποκόλληση μεταξύ των στρωμάτων βερνικιού και χρώματος. Στη συγκεκριμένη περιοχή φαίνεται η προοδευτική μείωση των μετατοπίσεων καθώς μειώνεται το ύψος της αποκόλλησης από τη μέγιστη τιμή των 0.064764 mm έως τη μηδενική.

Όσον αφορά την κατανομή ακτινικών μετατοπίσεων του μοντέλου (Σχήμα 7.3), στην περιοχή της ατέλειας εμφανίζει παρόμοια συμπεριφορά με την αντίστοιχη ενός προβόλου υπό καμπτικό φορτίο. Η μεγαλύτερη τιμή της ακτινικής μετατόπισης εμφανίζεται στο κέντρο της άνω πλευράς του προβόλου, όπως γίνεται στην υπό εξέταση περίπτωση για την αποκολλημένη περιοχή του στρώματος βερνικιού και η τιμή αυτή ισούται με 0.001074 mm (κόκκινη περιοχή). Στην ουδέτερη γραμμή της αποκολλημένης περιοχής, οι ακτινικές μετατοπίσεις μηδενίζονται (πράσινη περιοχή) και προοδευτικά προς τη κάτω της πλευρά, αποκτούν αρνητικές τιμές με τη μέγιστη εξ' αυτών να είναι -0.001006 mm (μπλε περιοχή). Επίσης οι ακτινικές μετατοπίσεις εκτός της περιοχής εμφάνισης της αποκόλλησης (ξύλο και χρώμα) έχουν μηδενική τιμή.

Γενικότερα, μελετώντας τις εικόνες τασικού και παραμορφωσιακού πεδίου (Σχήμα 7.4 και Σχήμα 7.6) του μοντέλου φαίνεται ότι στο στρώμα ξύλου εμφανίζονται μικρότερες τιμές από το αντίστοιχο του χρώματος. Το γεγονός αυτό οφείλεται στις διαφορετικές ιδιότητες των υλικών.

Από την παρατήρηση των διαγραμμάτων παραμορφωσιακού και τασικού πεδίου συναρτήσει του βάθους που κάνει την εμφάνισή της η αποκόλληση των δύο στρωμάτων (Σχήμα 7.5 και Σχήμα 7.7) καταλήγουμε στα ακόλουθα συμπεράσματα:

- Η πανομοιότυπη μορφή των δύο διαγραμμάτων για κάθε περίπτωση, ήταν αναμενόμενη. Όπως γνωρίζουμε ισχύει ότι $\sigma = \varepsilon \cdot E$, όπου ε η εμφανιζόμενη παραμόρφωση, σ η αντίστοιχη τάση και E το μέτρο ελαστικότητας του υλικού. Συνεπώς, η μόνη διαφορά των δύο πεδίων είναι η εμφάνιση του συντελεστή E και σε αυτό το γεγονός ανάγεται η απόλυτη ομοιότητά τους.
- Η μικρή διαφορά στις μέγιστες τιμές παραμόρφωσης και τάσης για τα μοντέλα ακτίνας $r=25$ mm και 17.5 mm, οφείλεται στο σχετικά αραιό πλέγμα που έχουμε καταλήξει ως βέλτιστο για τη μοντελοποίηση του ζητήματος. Με πυκνότερο πλέγμα η μέγιστη τιμή παραμόρφωσης – τάσης για τα μοντέλα ακτίνας $r=25$ mm προκύπτει μεγαλύτερη από αυτή που φαίνεται στο διάγραμμα. Όπως, όμως, έχουμε αναφέρει το υπολογιστικό κόστος στη συγκεκριμένη περίπτωση, είναι πολύ μεγαλύτερο και δεν προτείνεται. Οι αρχικές απαιτήσεις ικανοποιούνται πλήρως με το τετραπλό πλέγμα και συνεπώς, το μικρό σφάλμα που υπεισέρχεται στον υπολογισμό των τάσεων και παραμορφώσεων δεν οδηγεί στην απόρριψη του μοντέλου.
- Πέραν του γεγονότος της μικρής διαφοράς στη μέγιστη τιμή των μετατοπίσεων των μοντέλων ακτίνας $r=25$ mm και 17.5 mm που αναφέρθηκε στην προηγούμενη παρατήρηση, οι καμπύλες μέγιστων τάσεων – βάθους αποκόλλησης και μέγιστων παραμορφώσεων – βάθους αποκόλλησης, για διαφορετικά γεωμετρικά στοιχεία μοντέλων, παρουσιάζουν όμοια συμπεριφορά. Αναλυτικότερα, παρατηρείται σχετικά απότομη μείωση έως μία μέγιστη τιμή παραμόρφωσης – τάσης και στη συνέχεια, σύγκλιση γύρω από μία οριακή τιμή.

7.2.2 Σχολιασμός εικόνων μονοχρωματικού φωτός για μοντέλα διαφορετικών διαστάσεων και βάθους εμφάνισης αποκόλλησης

Στη συνέχεια, ακολουθεί ανάλυση για τις τελικές, παραγόμενες εικόνες μονοχρωματικού φωτός.

Από τις φωτογραφίες μονοχρωματικού φωτός – ολογραφικής συμβολομετρίας που έγινε υπολογιστικά (Σχήμα 7.8, Σχήμα 7.9, Σχήμα 7.10 και Σχήμα 7.11), βλέπουμε ότι το πλήθος των κροσσών που δημιουργείται είναι αντιστρόφως ανάλογο του ύψους του άνω

στρώματος και της ακτίνας κυκλικής τομής που επιλέγουμε. Η συγκεκριμένη παρατήρηση είναι απολύτως λογική και βρίσκεται σε πλήρη συμφωνία με τα πειραματικά δεδομένα. Όσο «βαθύτερα» εμφανίζεται μία ατέλεια, τόσο δυσκολότερο είναι για τη μέθοδο της ολογραφικής συμβολομετρίας να την εντοπίσει.

Επίσης όσο αυξάνει το μήκος της αποκόλλησης μεταξύ των στρωμάτων χρώματος και βερνικιού τόσο μεγαλώνει το πλήθος των εμφανιζόμενων κροσσών στις τελικές εικόνες μονοχρωματικού φωτός. Η περιοχή της κυκλικής τομής πέρα της ατέλειας έχει ενιαίο χρώμα λόγω της σταθερής τιμής μετατοπίσεως που εμφανίζεται μετά την επιβολή της θερμοκρασιακής διαφοράς.

Οι εικόνες μονοχρωματικού φωτός που δημιουργήθηκαν υπολογιστικά για το μοντέλο διαστάσεως 2.5 mm ακτίνας κυκλικής τομής, φαίνεται να είναι όμοιες για τα διάφορα πάχη στρώματος άνω υλικού (Σχήμα 7.11). Το γεγονός αυτό οφείλεται στο πολύ μικρό μέγεθος της αποκόλλησης και στις μικρές τιμές των τελικών μετατοπίσεων. Το συγκεκριμένο μήκος κύματος μονοχρωματικού φωτός δεν μπορεί να εντοπίσει διαφορές μεταξύ των μοντέλων.

Σε ανάλογα συμπεράσματα καταλήγουμε παρατηρώντας το Σχήμα 7.12. Η μορφή των καμπυλών για τα τέσσερα μοντέλα διαφορετικών γεωμετρικών διαστάσεων είναι παρόμοια. Η μόνη διαφορά είναι προφανώς στις τιμές των αποτελεσμάτων. Με την αύξηση των διαστάσεων αυξάνονται και οι μετατοπίσεις των μοντέλων.

7.2.3 Εύρεση οριακού πάχους άνω στρώματος για την εμφάνιση κροσσού στις φωτογραφίες μονοχρωματικού φωτός

Στη συνέχεια, παρατηρώντας το Σχήμα 7.13 βλέπουμε ότι για οποιοδήποτε γεωμετρικές διαστάσεις ατέλειας, η καμπύλη έχει την ίδια μορφή – ιδιαίτερα πτωτική έως μία οριακή τιμή βάθους ύπαρξης αποκόλλησης και στη συνέχεια τείνει ως προς την ισορροπία, αν και με μικρό σχετικά ρυθμό. Για το μοντέλο διαστάσεων $dr=4$ mm και $y=0.04$ mm με βάθος αποκόλλησης 1 mm (μοντέλο 22), φαίνεται η οριακή μη εμφάνιση κροσσού. Συνεπώς και για μεγαλύτερα πάχη άνω στρώματος οι εικόνες μονοχρωματικού φωτός δεν θα έδιναν τα επιθυμητά αποτελέσματα. Πέρα του συγκεκριμένου βάθους θεωρήθηκε μη σημαντική η μελέτη για το πλήθος των κροσσών που δίνει η φωτογραφία μονοχρωματικού φωτός. Το συγκεκριμένο βάθος ορίζεται ως οριακό πάχος άνω στρώματος. Στην περίπτωση βεβαίως, των μοντέλων διαστάσεων $dr=10$ mm και $dr=7$ mm υπάρχει το ενδεχόμενο εμφάνισης κροσσού για μεγαλύτερο βάθος εμφάνισης αποκόλλησης. Για τις συγκεκριμένες περιπτώσεις έλαβε χώρο περαιτέρω μελέτη για πάχος άνω στρώματος μεγαλύτερο του 1 mm

και όπως φαίνεται και από το σχετικό διάγραμμα, εξακολουθούν να δημιουργούνται κροσσοί στις αντίστοιχες εικόνες μονοχρωματικού φωτός. Τα αντίστοιχα οριακά πάχη άνω στρώματος όπως φαίνεται, είναι περίπου 3.7 mm ($dr=10$ mm) και 2.1 mm ($dr=7$ mm). Όπως έχει προειπωθεί, για τα μοντέλα μήκους ατέλειας $dr=1$ mm δεν μπορεί να εντοπιστεί η υπάρχουσα αποκόλληση. Για αυτό το λόγο δημιουργήθηκαν μοντέλα μικρότερου πάχους άνω στρώματος (π.χ. 0.05mm και 0.1 mm). Από το διάγραμμα πλέον, φαίνεται ακόμα και για αυτό το μικρό μήκος ατέλειας το οριακό πάχος στρώματος. Ισούται με 0.1 mm και συνεπώς στη φωτογραφία μονοχρωματικού φωτός θα εμφανίζεται ένας κροσσός. Οι εικόνες μονοχρωματικού φωτός που δημιουργήθηκαν και παρατίθενται στο αντίστοιχο κεφάλαιο συμφωνούν απόλυτα με τα συγκεκριμένα συμπεράσματα.

Επίσης, από τις εκθετικές συναρτήσεις προσέγγισης των δύο μοντέλων διαστάσεων $dr=10$ mm και $dr=7$ mm φαίνεται ότι έχουν πανομοιότυπη μορφή. Ο εκθέτης και για τις δύο περιπτώσεις έχει την ίδια τιμή. Η αλλαγή του συντελεστή είναι λογική λόγω των διαφορετικών διαστάσεων των μοντέλων. Όσο μικραίνουν οι διαστάσεις των δημιουργηθέντων μοντέλων μειώνεται και συγκεκριμένος συντελεστής. Για τα μοντέλα διαστάσεων $dr=4$ mm και $dr=1$ mm ο εκθέτης διαφέρει, πιο συγκεκριμένα μειώνεται σταδιακά. Οι αντίστοιχες καμπύλες δεν απεικονίζονται στο Σχήμα 7.14.

7.2.4 Σχολιασμός επιρροής μεγίστου ύψους αποκόλλησης

Παρατηρώντας το Σχήμα 7.15 φαίνεται ότι οι καμπύλες των διαφόρων μοντέλων ακολουθούν παρόμοια μορφή. Με τη μείωση του μεγίστου ύψους αποκόλλησης, το πλήθος των εμφανιζόμενων κροσσών στις τελικές εικόνες μονοχρωματικού φωτός μειώνεται. Η συγκεκριμένη παρατήρηση ισχύει για όλες τις γεωμετρικές διαστάσεις μοντέλων που δημιουργήθηκαν.

Λόγω του μικρότερου ύψους αποκόλλησης προκύπτουν ελαττωμένες τελικές μετατοπίσεις. Συγκρίνοντας για τα δύο διαφορετικά ύψη ατέλειας σε ίδια μοντέλα γεωμετρικών διαστάσεων παρατηρείται ότι ο λόγος των δύο πλήθων είναι περίπου ίσος με 2. Οι μόνες περιπτώσεις που υπάρχει σημαντική απόκλιση λόγου από την τιμή είναι για τις περιπτώσεις μοντέλων με $dr=10$ mm, $h_3=0.2$ mm, $dr=10$ mm, $h_3=0.4$ mm και $dr=7$ mm, $h_3=0.2$ mm. Σε αυτά τα μοντέλα εμφανίζεται μία μη γραμμικότητα που οφείλεται σε μεγάλες μετατοπίσεις. Αναλυτικότερα οι λόγοι φαίνονται στον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 7-5. Προκύπτοντες λόγοι πληθών κροσσών για τους δύο διαφορετικούς λόγους διαστάσεων dr/y

Πάχη \ Μήκη	dr=10 mm	dr=7 mm	dr=4 mm	dr=1 mm
$h_3=0.2$ mm	1.236964	1.671325	1.914868	1,987494
$h_3=0.4$ mm	1.858933	1.934617	1.97424	1,99079
$h_3=0.6$ mm	1.940377	1.967679	1.983957	1,990331
$h_3=0.6$ mm	1.963957	1.978196	1.987407	1,988789
$h_3=0.8$ mm	1.973789	1.982773	1.988713	1,986664

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8ο

**Διερεύνηση επίδρασης φόρτισης υλικού,
μήκους κύματος και εξωτερικών
παραγόντων**

8. Διερεύνηση επίδρασης φόρτισης, υλικού, μήκους κύματος και εξωτερικών παραγόντων

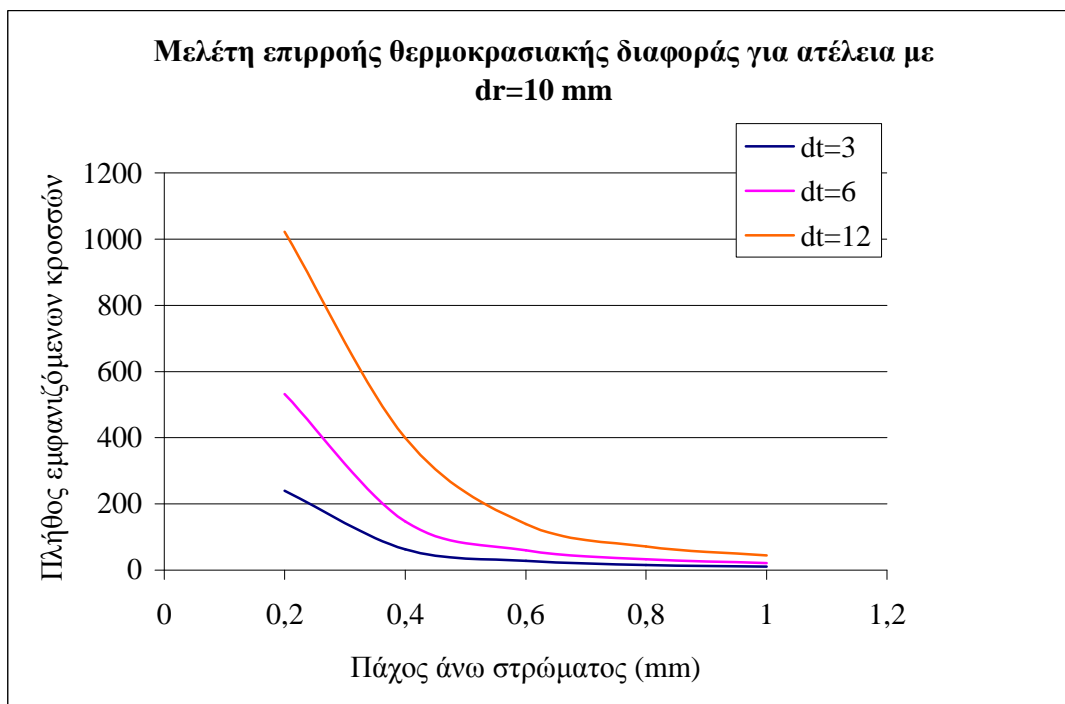
Στο προηγούμενο κεφάλαιο εξετάστηκαν οι γεωμετρικές παράμετροι οι οποίες επηρεάζουν την εμφάνιση κροσσών. Στο παρόν κεφάλαιο εξετάζονται οι επιπλέον παράμετροι οι οποίες είναι η φόρτιση, το υλικό και κατ' επέκταση οι μηχανικές ιδιότητές του, το μήκος κύματος της ολογραφικής συμβολομετρίας καθώς επίσης κάποιοι τρίτοι παράγοντες όπως ο θόρυβος και η κίνηση του απαραμόρφωτου σώματος μεταξύ των δύο καταστάσεων (αφόρτιστου και φορτισμένου).

8.1 Αποτελέσματα

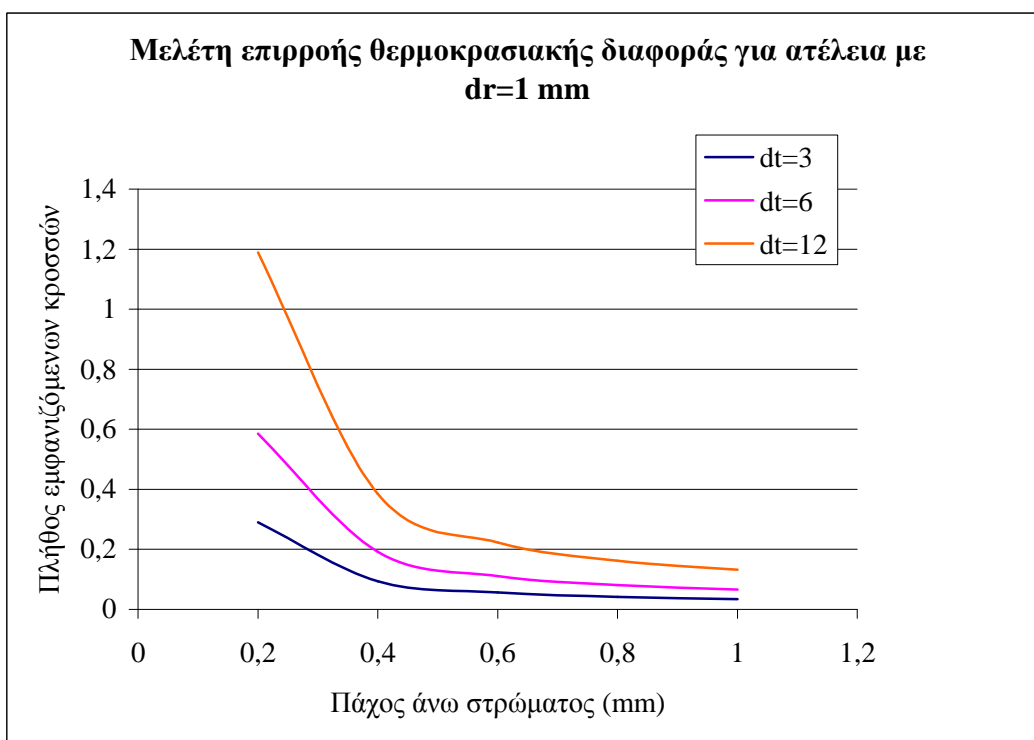
8.1.1 Επιρροή θερμοκρασιακής διαφοράς στα τελικά αποτελέσματα

Στη συνέχεια παρατίθενται διαγράμματα προς μελέτη της επιρροής της επιβαλλόμενης φόρτισης, δηλαδή της θερμοκρασιακής διαφοράς ανάμεσα στις δύο καταστάσεις, στο τελικό πλήθος των εμφανιζόμενων κροσσών. Στην περίπτωση ατέλειας με $dr=1 \text{ mm}$ έγινε μελέτη για επιβολή θερμοκρασιακής διαφοράς ίση με 3, 6, 12, 18 και 21 °C (παρατίθενται και σχετικές εικόνες μονοχρωματικού φωτός για τις δύο τελευταίες φορτίσεις) ενώ για $dr=10 \text{ mm}$ έγινε μελέτη για επιβολή θερμοκρασιακής διαφοράς ίση με 3, 6 και 12°C . Στο διάγραμμα για λόγους καλύτερης εποπτείας απεικονίζονται μόνο τρεις θερμοκρασιακές διαφορές, για τη συγκεκριμένη περίπτωση μικρού μεγέθους ατέλειας.

Επίσης, για την περίπτωση των μοντέλων με $dr=10 \text{ mm}$, για διαφορετικές θερμοκρασίες και για δύο ύψη ατέλειας δημιουργήθηκαν αντίστοιχα διαγράμματα μεταβολής του τασικού πεδίου τους (Σχήμα 8.5 και Σχήμα 8.6).



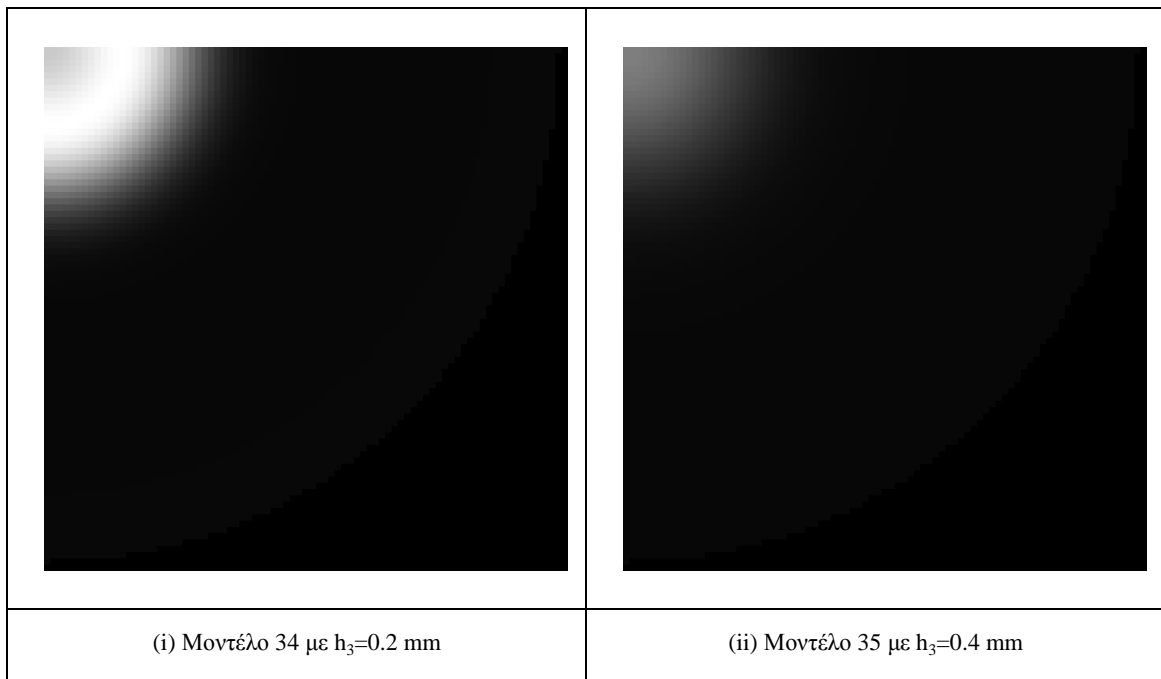
Σχήμα 8.1. Αναλυτικό διάγραμμα επιρροής θερμοκρασιακής διαφοράς στο πλήθος των εμφανιζόμενων κροσσών του μοντέλου μήκους ατέλειας $dr=10$ mm



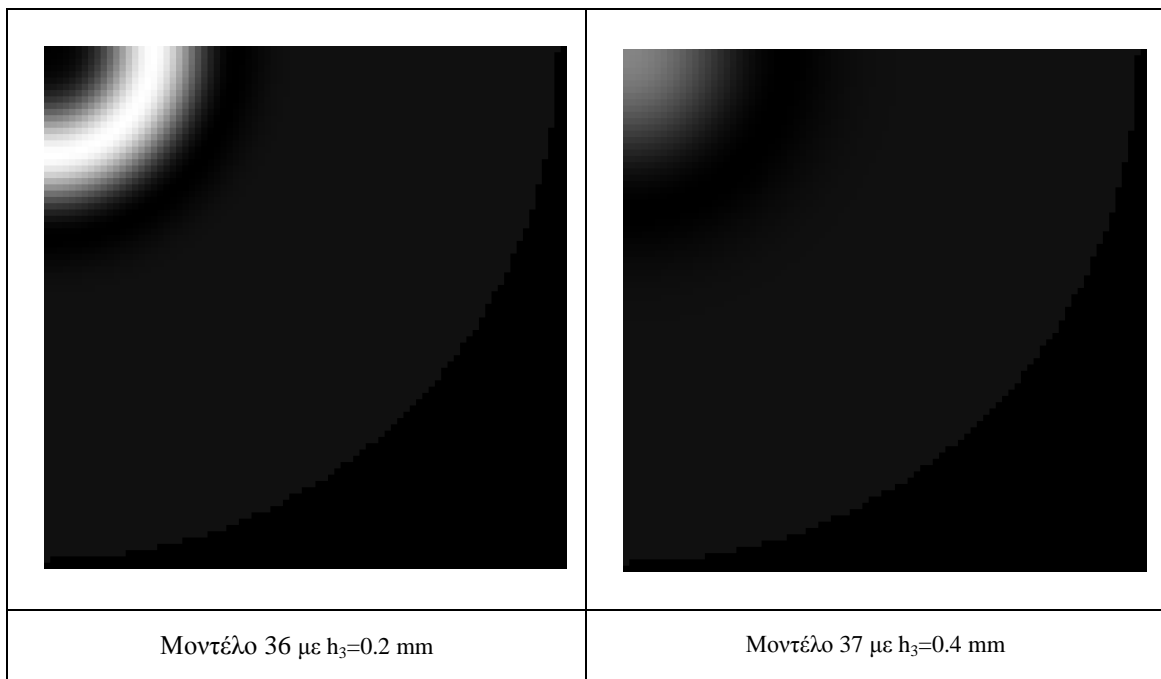
Σχήμα 8.2. Αναλυτικό διάγραμμα επιρροής θερμοκρασιακής διαφοράς στο πλήθος των εμφανιζόμενων κροσσών του μοντέλου μήκους ατέλειας $dr=10$ mm

Ακολουθούν οι τελικές εικόνες μονοχρωματικού φωτός για τα μοντέλα διαστάσεως ακτίνας κυκλικής τομής ίση με $r=2.5$ mm ($dr=1$ mm) και για θερμοκρασιακές διαφορές 18

και 21 °C. Θεωρήθηκε ανούσια η παρουσία εικόνων για βάθος εμφάνισης αποκόλλησης μεγαλύτερο των 0.4 mm διότι δεν διαφαίνεται κανένας κροσσός.

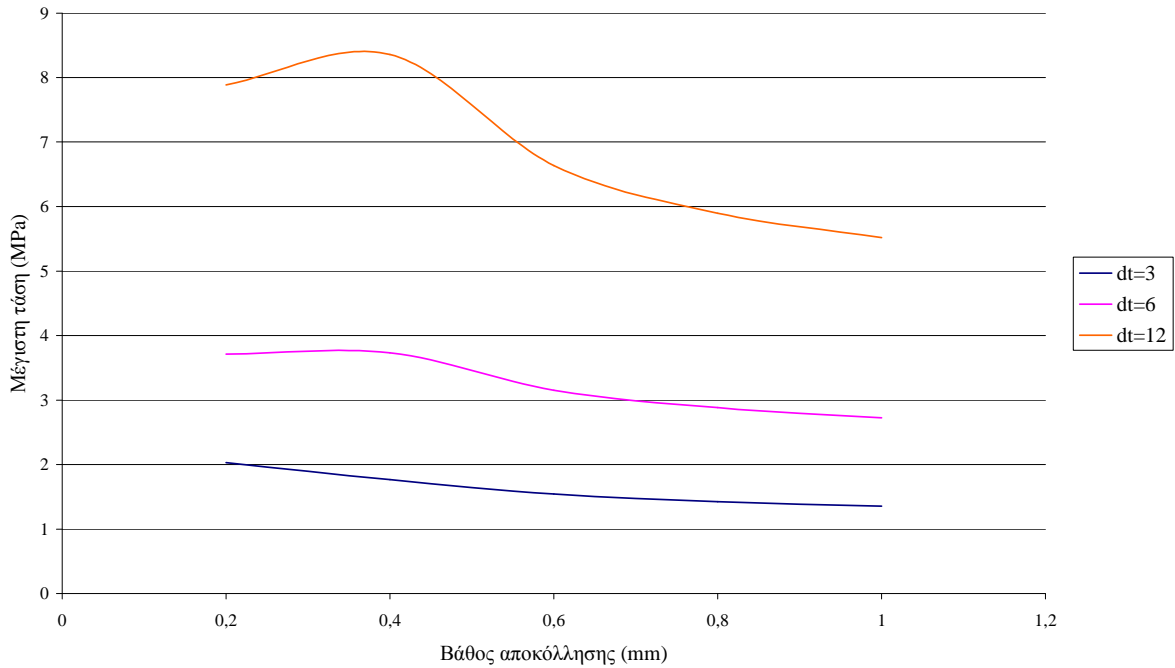


Σχήμα 8.3. Εικόνες μονοχρωματικού φωτός για τα μοντέλα 34-35 στα οποία αλλάζει το πάχος στρώματος βερνικιού h_3 (mm). Για τα υπόλοιπα μεγέθη ισχύει $r=2.5$ mm, $dr=1$ mm, $y=0.01$ mm, $dt=18^\circ\text{C}$



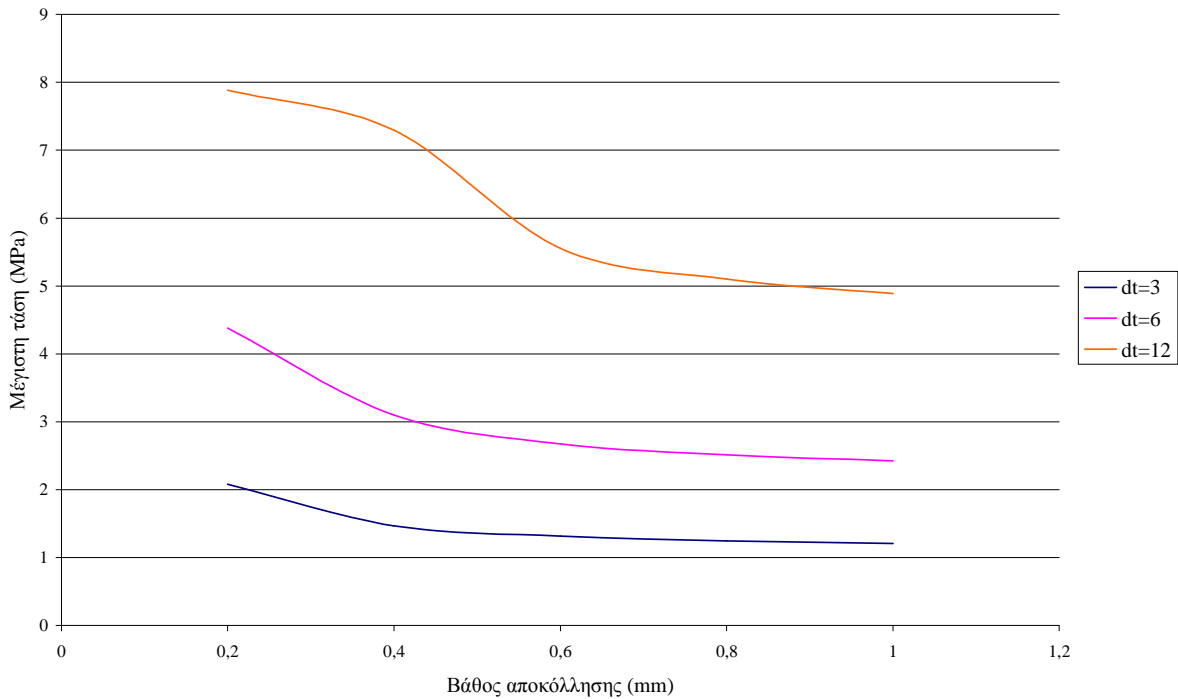
Σχήμα 8.4. Εικόνες μονοχρωματικού φωτός για τα μοντέλα 36-37 στα οποία αλλάζει το πάχος στρώματος βερνικιού h_3 (mm). Για τα υπόλοιπα μεγέθη ισχύει $r=2.5$ mm, $dr=1$ mm, $y=0.01$ mm, $dt=21^\circ\text{C}$

Επιρροή τασικού πεδίου από το βάθος εμφάνισης της αποκόλλησης για ατέλεια με $dr=10$ mm και $\gamma=0.1$ mm



Σχήμα 8.5. Αναλυτικό διάγραμμα εξάρτησης τασικού πεδίου από το βάθος εμφάνισης της αποκόλλησης για το μοντέλο διαστάσεων $dr=10$ mm και $\gamma=0.1$ mm

Επιρροή τασικού πεδίου από το βάθος εμφάνισης της αποκόλλησης για ατέλεια με $dr=10$ mm και $\gamma=0.05$ mm

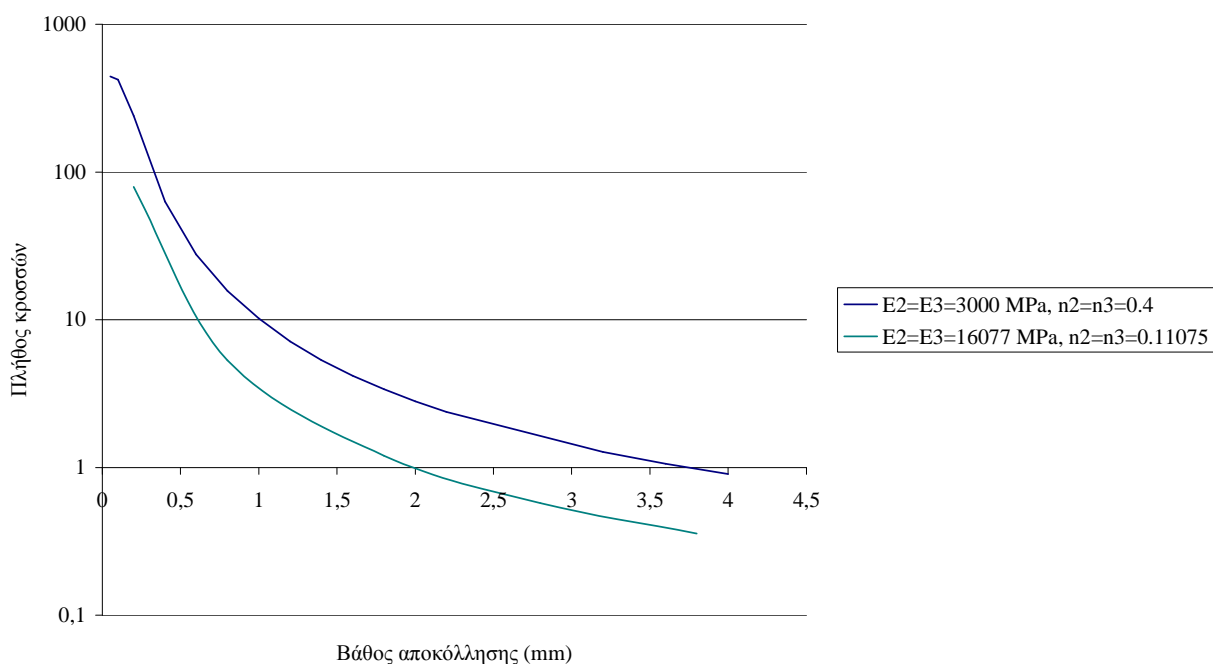


Σχήμα 8.6. Αναλυτικό διάγραμμα εξάρτησης τασικού πεδίου από το βάθος εμφάνισης της αποκόλλησης για το μοντέλο διαστάσεων $dr=10$ mm και $\gamma=0.05$ mm

8.1.2 Επιρροή μέτρου ελαστικότητας – συντελεστή Poisson

Επιπροσθέτως, κατασκευάστηκαν μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων με διαφορετικό μέτρο ελαστικότητας και συντελεστή Poisson στα στρώματα βερνικιού και χρώματος. Το νέο μέτρο ελαστικότητας ορίστηκε στα 16077 MPa, ο συντελεστής Poisson ίσος με 0.11075 και αντιστοιχούν σε υλικό από πλεξούδες ινών γυαλιού σε μήτρα πλαστικού (glassfiber reinforced plastic – GPR). Τα υπόλοιπα γεωμετρικά και υπολογιστικά δεδομένα παρέμειναν ως είχαν και αφού λήφθηκαν τα τελικά αποτελέσματα του μετατοπισμένου μοντέλου υπό θερμική φόρτιση, έγινε σύγκριση με τα αντίστοιχα του αρχικού μοντέλου (Σχήμα 8.7). Η κλίμακα είναι ημιλογαριθμική.

Εξάρτηση πλήθους εμφανιζόμενων κροσσών με το βάθος της υπάρχουσας αποκόλλησης για διαφορετικά μέτρα ελαστικότητας και συντελεστή Poisson στρωμάτων χρώματος - βερνικιού



Σχήμα 8.7. Αναλυτικό διάγραμμα επιρροής βάθους αποκόλλησης στο πλήθος των εμφανιζόμενων κροσσών στην τελική εικόνα μονοχρωματικού φωτός για μοντέλα με διαφορετικά μέτρα ελαστικότητας στα στρώματα χρώματος και βερνικιού

8.1.3 Σύγκριση πειραματικού μοντέλου υπό σταθερή πίεση με αντίστοιχο υπολογιστικό υπό θερμοκρασιακή φόρτιση

Στη συνέχεια, έγινε προσπάθεια σύγκρισης των αποτελεσμάτων της τελικής αλληλουχίας κροσσών μοντέλου ενισχυμένου πλαστικού με ίνες γυαλιού (GPR) υπό σταθερή πίεση ανάμεσα σε δύο καταστάσεις με τα αντίστοιχα υπολογιστικά για μοντέλο παρόμοιων γεωμετρικών διαστάσεων (ατέλειας και κυκλικής τομής), ίδιων ιδιοτήτων υλικού αλλά υπό θερμική φόρτιση. Τα προς σύγκριση αποτελέσματα πάρθηκαν με επιβολή πίεσης. Τα πειραματικά δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν για τη δημιουργία του μοντέλου ήταν τα ακόλουθα:

- $r=45.075$ mm, ακτίνα κυκλικής τομής
- $dr=18.03$ mm, μήκος αποκόλλησης
- $h_1+h_2+h_3=5.54$ mm, συνολικό ύψος υλικών στρωμάτων
- $y=0.1$ mm, μέγιστο ύψος ατέλειας
- $E_1=10000$ MPa, $E_2=E_3=16077$ MPa, μέτρα ελαστικότητας υλικών στρωμάτων
- $\nu_1=0.2$, $\nu_2=\nu_3=0.11075$, λόγοι Poisson υλικών στρωμάτων [23]
- $a_1=0.00001$ $1/^\circ\text{C}$, $a_2=a_3=0.00007$ $1/^\circ\text{C}$, συντελεστές θερμικής διαστολής υλικών στρωμάτων, λόγω αδυναμίας εξεύρεσης του πραγματικού συντελεστή θερμικής διαστολής του συγκεκριμένου σύνθετου υλικού, χρησιμοποιήθηκε ο ίδιος με αυτό στα προηγούμενα μοντέλα που αντιστοιχεί σε πλαστικό υλικό.

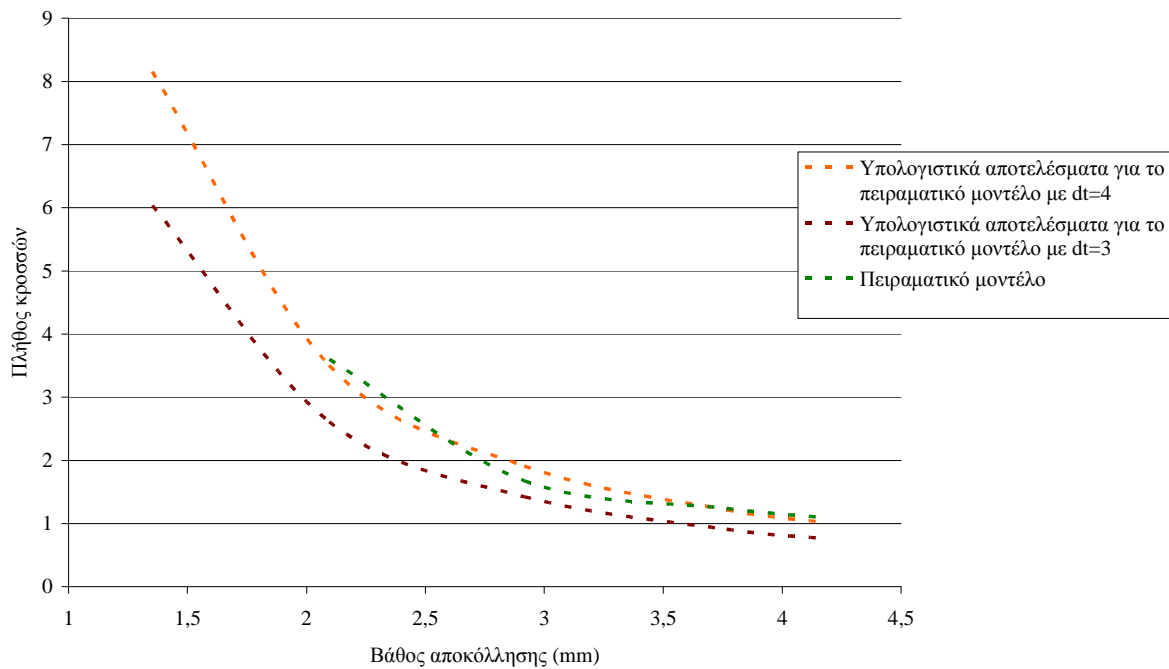
Οι διαστάσεις των πεπερασμένων στοιχείων και οι υπόλοιπες παράμετροι επίλυσης διατηρήθηκαν ίδιες με αυτές του επιλεγθέντος βέλτιστου μοντέλου (μοντέλο 7).

Οι τέσσερις περιπτώσεις βαθέων εμφάνισης αποκόλλησης ήταν αντίστοιχα 1.352 mm, 2.0955 mm, 2.915 mm, 3.7668 mm και 4.1920 mm [23]. Στο πειραματικό μοντέλο η φόρτιση ήταν σταθερή πίεση, ίση με 5.37 kPa ενώ στα υπολογιστικά μοντέλα που δημιουργήθηκαν επιβλήθηκε θερμοκρασιακή διαφορά αρχικά ίση με $dt=3^\circ\text{C}$ και στη συνέχεια ίση με $dt=4^\circ\text{C}$.

Στη συνέχεια, απεικονίζονται σε διάγραμμα η εξάρτηση του πλήθους μόνο των μαύρων κροσσών που εμφανίζονται στην τελική εικόνα μονοχρωματικού φωτός για το πειραματικό μοντέλο αλλά και για τα αντίστοιχα υπολογιστικά με διαφορετικές φορτίσεις.

Τα πειραματικά δεδομένα και αποτελέσματα λήφθηκαν από προηγούμενη μελέτη επί του θέματος [23].

Εξάρτηση πλήθους εμφανιζόμενων μαύρων κροσσών με το βάθος της υπάρχουσας αποκόλλησης για το πειραματικό μοντέλο και τα αντίστοιχα υπολογιστικά αποτελέσματα



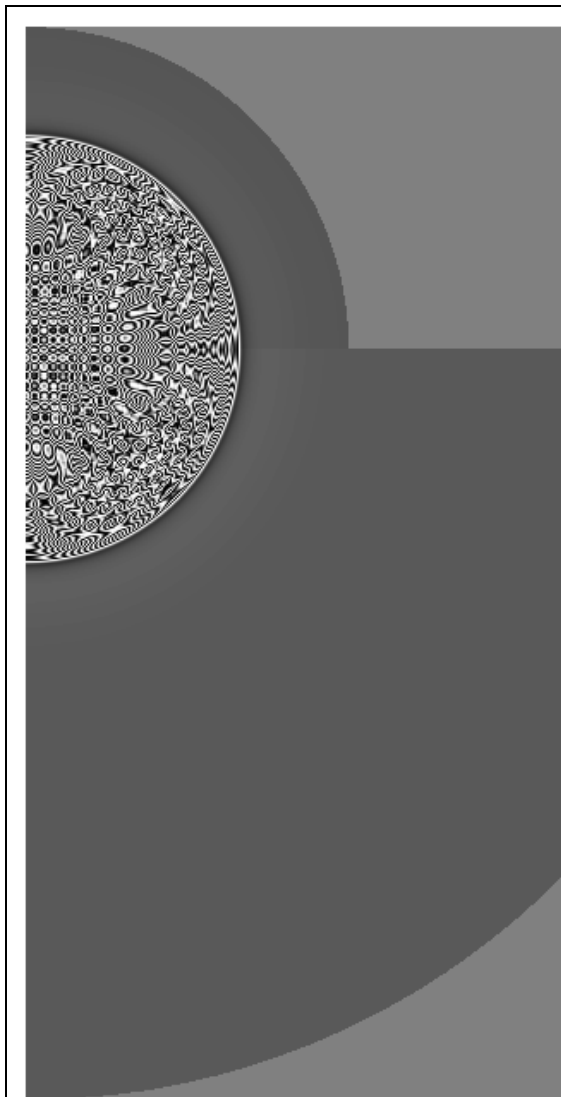
Σχήμα 8.8. Αναλυτικό διάγραμμα επιρροής βάθους αποκόλλησης στο πλήθος των εμφανιζόμενων μαύρων κροσσών στην τελική εικόνα μονοχρωματικού φωτός για το υπό εξέταση πειραματικό μοντέλο αλλά και για τα αντίστοιχα υπολογιστικά με διαφορετικές φορτίσεις

8.1.4 Επιρροή μήκους κύματος μονοχρωματικού φωτός

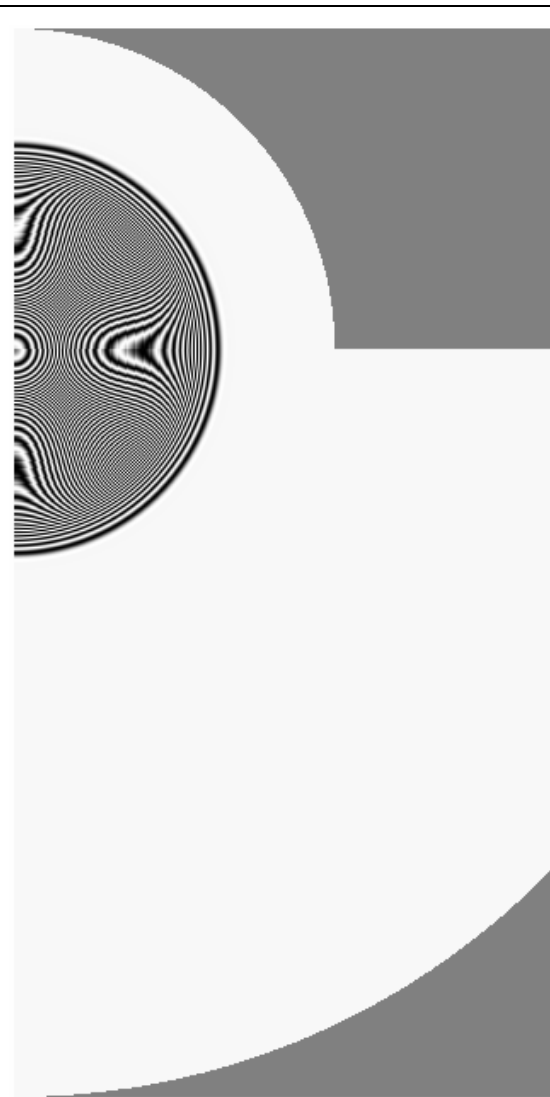
Δημιουργήθηκαν επίσης τα ακόλουθα μοντέλα ώστε να μελετηθεί η επιρροή του μήκους κύματος στις τελικές εικόνες. Έγινε, επίσης, σύνθεση εικόνων για τα δύο μοντέλα με διαφορετικές ακτίνες κυκλικής τομής, χρησιμοποιώντας το ίδιο μήκος κύματος, για την παρουσίαση της μισής εικόνας μονοχρωματικού φωτός. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, λόγω των διαφορετικών ακτινών των δύο μοντέλων, η ατέλεια δεν βρίσκεται ακριβώς στο μέσον του πίνακα ζωγραφικής. Όπως φαίνεται, από το δεξιό άκρο του πίνακα, το κέντρο της ατέλειας απέχει απόσταση ίση με 60 mm ενώ από το αριστερό 140 mm.

Πίνακας 8-1. Γεωμετρικά στοιχεία, στοιχεία μοντελοποίησης και επίλυσης των μοντέλων 38-39

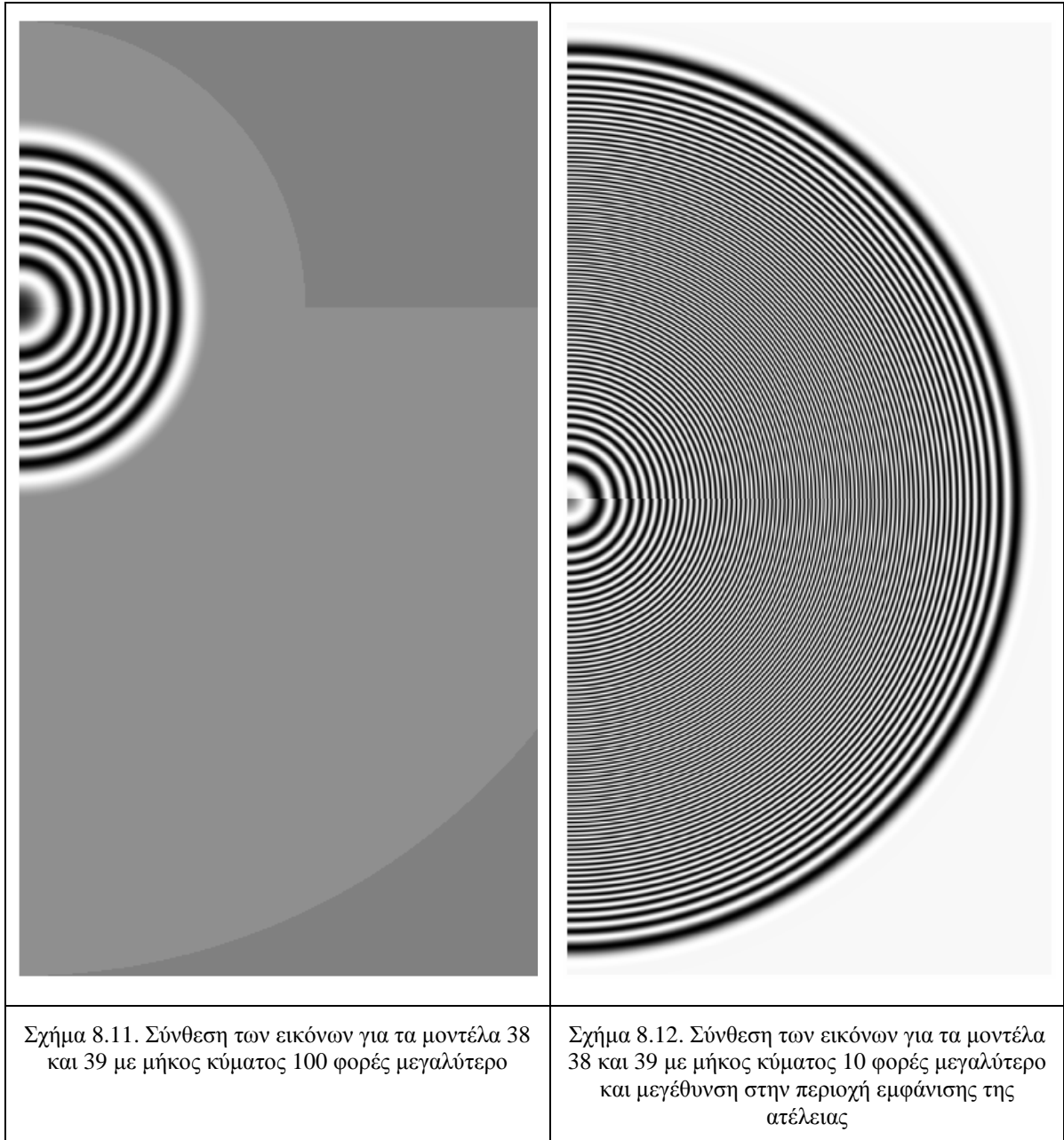
Μοντέλο	38	39
Ακτίνα κυκλικής τομής (mm)	60	140
Ύψος κάτω στρώματος (mm)	0.7	0.7
Ύψος άνω στρώματος (mm)	0.5	0.5
Μέγιστο ύψος ατέλειας (mm)	0.4	0.4
Είδος πεπερασμένων στοιχείων	Plane 42 + Plane 82	Plane 42 + Plane 82
Πυκνότητα πλέγματος	4	4
Μέθοδος ανάλυσης	Μη Γραμμική	Μη Γραμμική
Μέγιστη μετατόπιση (nm)	406353	407091
Μέση μετατόπιση (nm)	61931	142724



Σχήμα 8.9. Σύνθεση των εικόνων για τα μοντέλα 38 και 39



Σχήμα 8.10. Σύνθεση των εικόνων για τα μοντέλα 38 και 39 με μήκος κύματος 10 φορές μεγαλύτερο



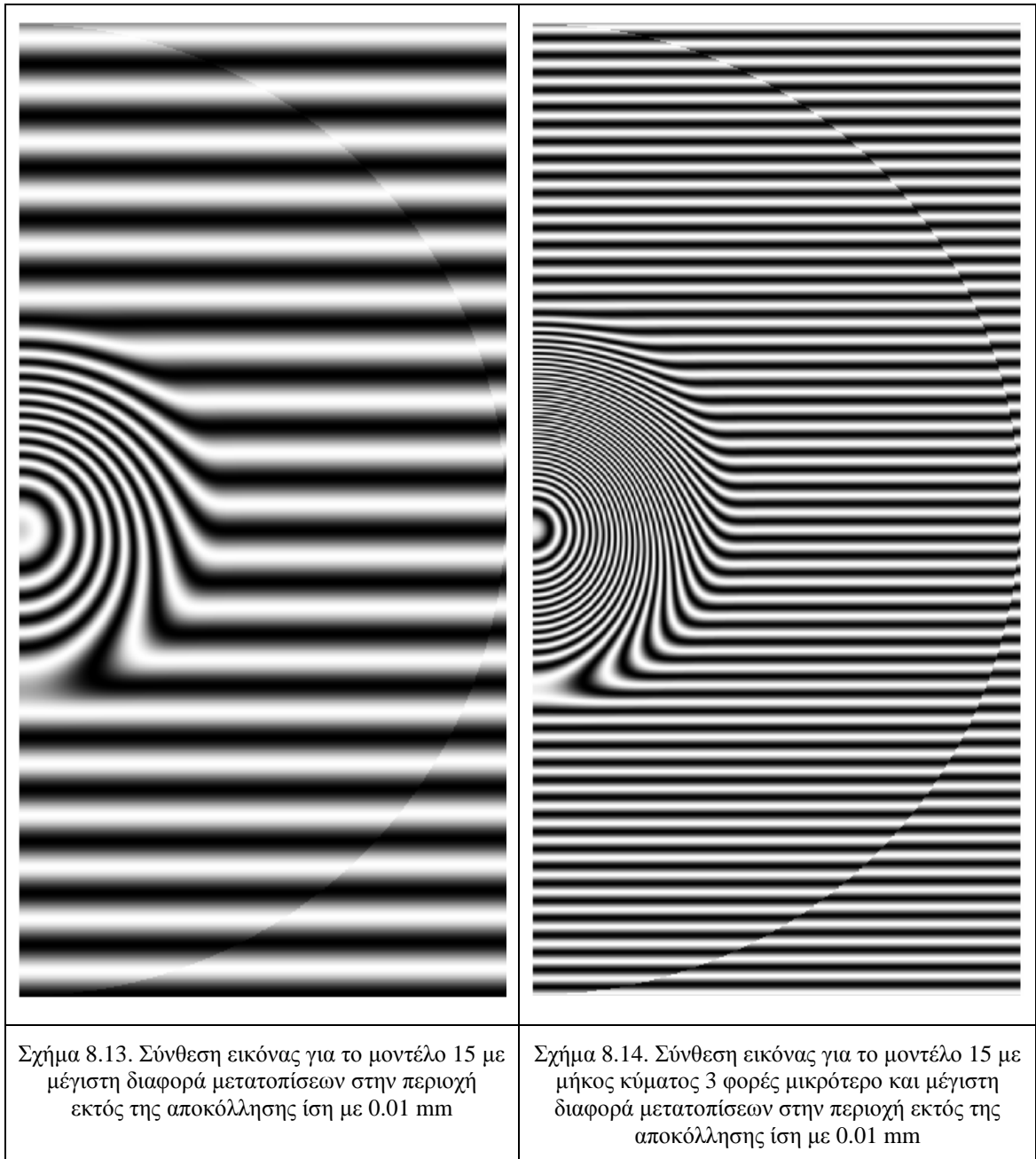
Στις συνθέσεις εικόνων μονοχρωματικού φωτός με χρήση του αρχικού μήκος κύματος και στην αντίστοιχη με 10 φορές μεγαλύτερο η μορφή της αλληλουχίας κροσσών φαίνεται να μην είναι κυκλική. Στην πραγματικότητα, κάτι τέτοιο δεν ισχύει αλλά λόγω της μεγάλης ακρίβειας και του όγκου των τελικών αποτελεσμάτων η απεικόνιση μέσω του υπολογιστικού πακέτου MATLAB δεν είναι η βέλτιστη δυνατή. Αν μεγεθυνθεί η περιοχή εμφάνισης της ατέλειας, όπως συμβαίνει παρακάτω για την περίπτωση εφαρμογής μήκους κύματος 10 φορές μεγαλύτερο του αρχικού χρησιμοποιηθέν, τότε διαφαίνεται η πραγματική μορφή της ακολουθίας.

8.1.5 Επιρροή επιφανειακών ανωμαλιών και θορύβου

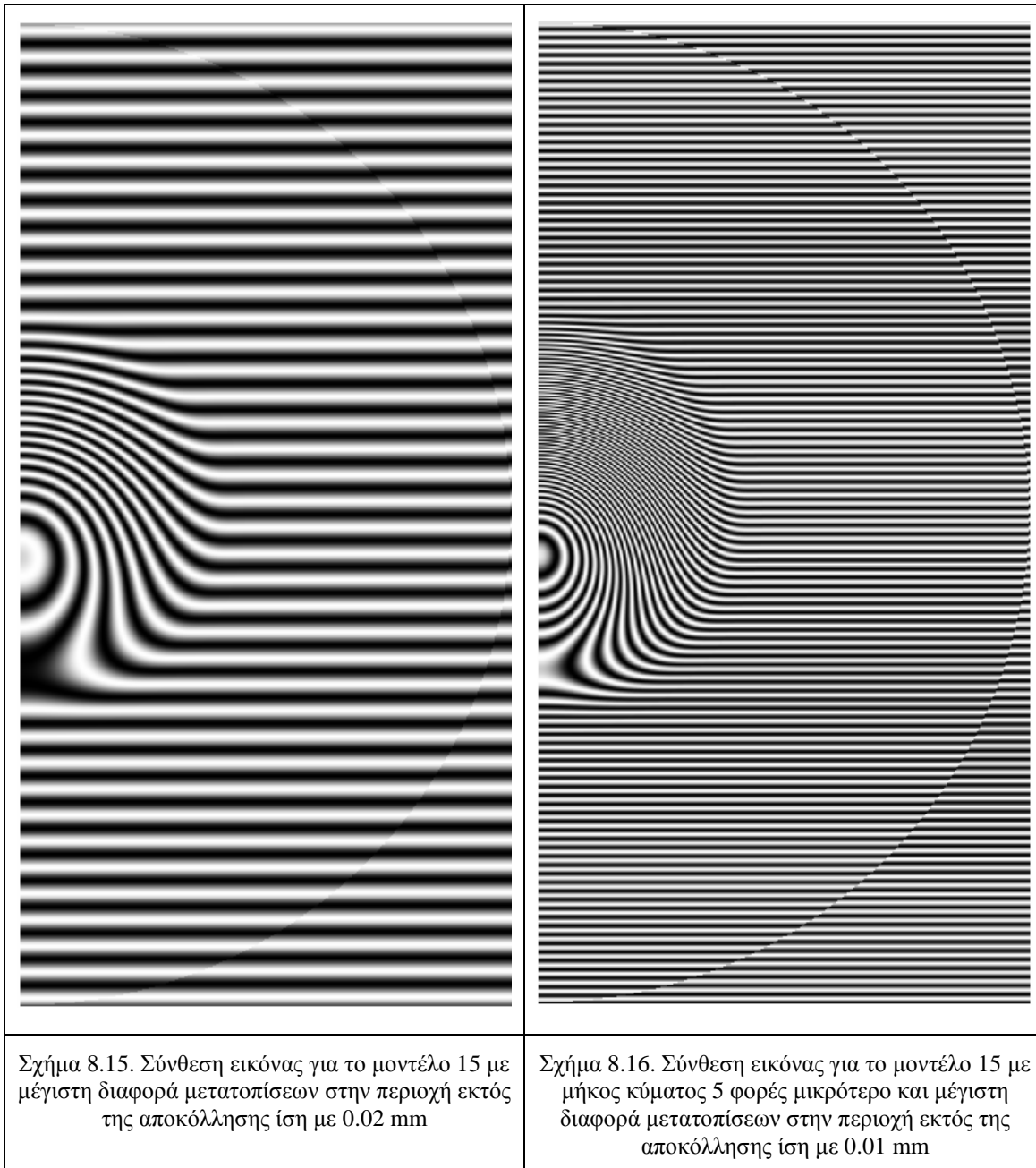
Σε πολλές περιπτώσεις, κατά την πειραματική εκτέλεση ολογραφικής συμβολομετρίας, στις τελικές εικόνες εμφανίζονται κροσσοί και στην περιοχή όπου δεν εμφανίζεται αποκόλληση. Στην ανάλυση, που έχουμε περιγράψει ανωτέρω, θεωρήθηκε ότι πέρα της περιοχής αποκόλλησης, οι μετατοπίσεις στην άνω ελεύθερη επιφάνεια του πίνακα, έχουν την ίδια τιμή σε όλο του το μήκος. Κατά συνέπεια, στην εικόνα μονοχρωματικού φωτός, η συγκεκριμένη περιοχή εμφανίζεται με ένα ενιαίο χρώμα (για παράδειγμα, χρώματος γκρι για το μοντέλο 7).

Αποσκοπώντας στην όσο το δυνατόν μεγαλύτερη πιστότητα της τελικής εικόνας μονοχρωματικού φωτός, με τις αντίστοιχες πειραματικής ολογραφικής συμβολομετρίας, θεωρήθηκαν μοντέλα στα οποία οι αξονικές μετατοπίσεις της περιοχής όπου δεν εμφανίζεται αποκόλληση, δεν έχουν σταθερή τιμή. Η διαφοράς στις τιμές των μετατοπίσεων, σε σχέση με τη σταθερή τιμή που προϋπήρχε, κυμαίνονται μεταξύ μίας μέγιστης τιμής 0.01 mm περίπου, στο άκρο του πίνακα και μειώνονται γραμμικά μέχρι την περιοχή της αποκόλλησης.

Ακολουθούν οι τελικές εικόνες από προηγούμενα επιλυθέντα μοντέλα μετά την εφαρμογή των νέων μετατοπίσεων και σύνθεση των δύο τεταρτημόριων για την απεικόνιση της μισής εικόνας μονοχρωματικού φωτός:

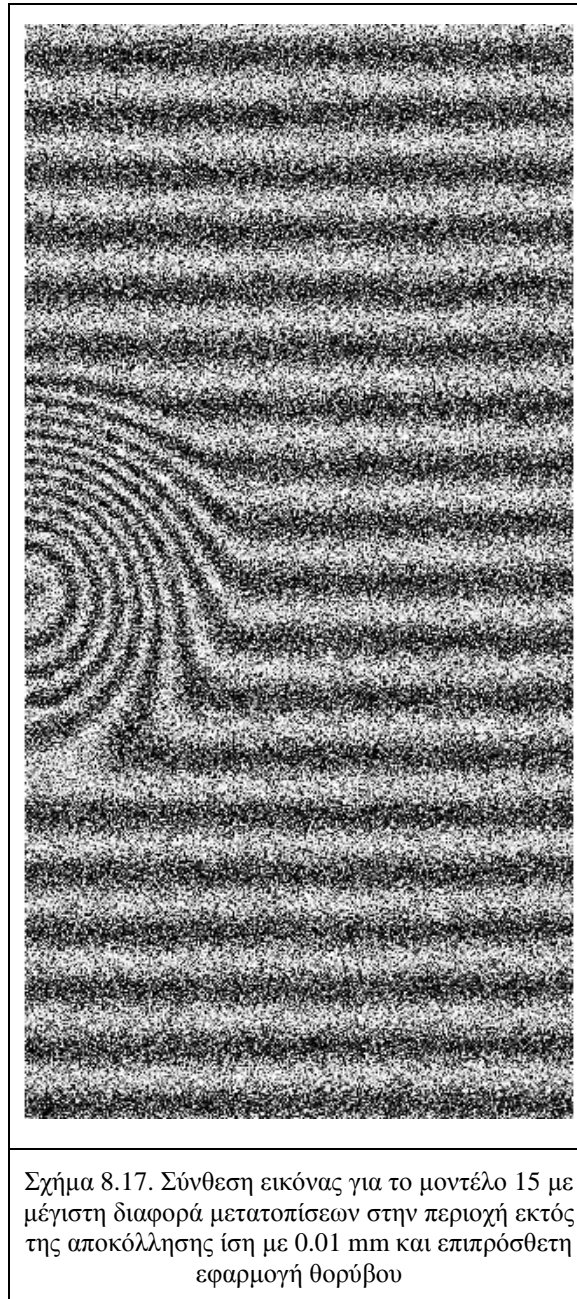


Για διπλασιασμό της μέγιστης διαφορά μετατοπίσεων, δηλαδή ίση με 0.02 mm, οι αντίστοιχες εικόνες είναι οι ακόλουθες:

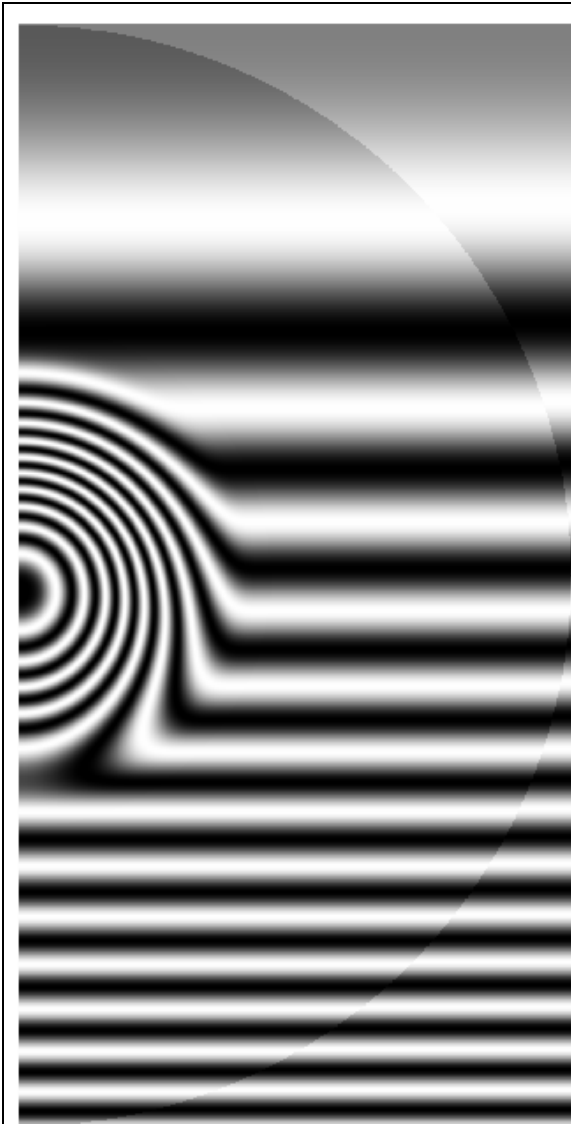


Στη συνέχεια, παρατίθεται εικόνα μονοχρωματικού φωτός όπως αναμένεται, παραμορφωμένη εξαιτίας ανεπιθύμητου θορύβου. Για τη δημιουργία της, έγινε χρήση του παραγωγέα τυχαίων τιμών του προγράμματος MATLAB με την εντολή «randn». Η εντολή «randn(M,N)» δημιουργεί ένα πίνακα διαστάσεων MxN με τυχαίες τιμές, μηδενικής μέσης τιμής, διαφοράς και τυπικής απόκλισης ίση με τη μονάδα. Οι συγκεκριμένες τιμές προστίθενται στις τελικές μετατοπίσεις του αντίστοιχου μοντέλου που έχουν καταχωρηθεί σε πίνακα ομοίων διαστάσεων. Το μοντέλο που απεικονίζεται είναι αντίστοιχο του Σχήμα 7.8 (iv).

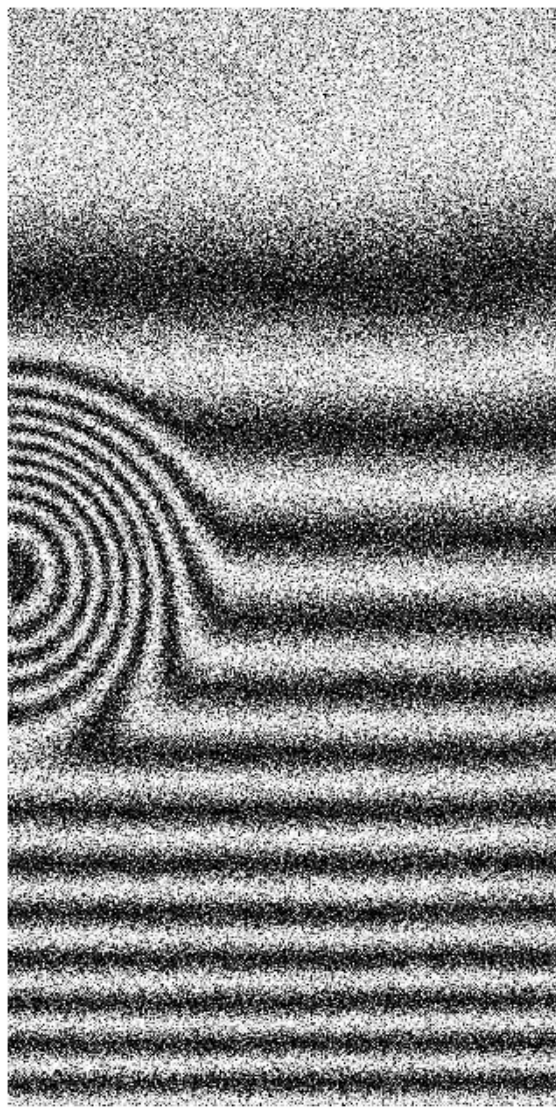
Ο συγκεκριμένος θόρυβος δυσκολεύει την παρατήρηση και ανάλυση των κροσσών. Όπως έχει ειπωθεί από την εισαγωγή της διπλωματικής εργασίας, τα ανεπιθύμητα στίγματα που φαίνονται μπορούν να αποφευχθούν μόνο εφόσον, κατά την ανάλυση των κροσσών, η περίοδός τους να είναι σημαντικά μεγαλύτερη από το μέγεθος κλίμακας των στιγμάτων.



Τέλος δημιουργήθηκαν εικόνες μονοχρωματικού φωτός για μοντέλο στο οποίο οι διαφορές στις τιμές των μετατοπίσεων, σε σχέση με τη σταθερή τιμή που προϋπήρχε στο άκρο του πίνακα δεν μειώνονται γραμμικά αλλά εκθετικά μέχρι την περιοχή της αποκόλλησης. Η μέγιστη επιπρόσθετη μετατόπιση αντιστοιχεί σε 0.00001 mm.



Σχήμα 8.18. Σύνθεση εικόνας για το μοντέλο 11 με μέγιστη διαφορά μετατοπίσεων στην περιοχή εκτός της αποκόλλησης ίση με 0.00001 mm (εκθετική μείωση)



Σχήμα 8.19. Σύνθεση εικόνας για το μοντέλο 11 με μέγιστη διαφορά μετατοπίσεων στην περιοχή εκτός της αποκόλλησης ίση με 0.00001 mm (εκθετική μείωση) και επιπρόσθετη εφαρμογή θορύβου

8.2 Σχολιασμός

8.2.1 Ανάλυση επιρροής θερμοκρασιακής διαφοράς

Για την περίπτωση ακτίνας κυκλικής τομής ίση με 2.5 mm, επιλύθηκαν μοντέλα με 5 διαφορετικές επιβαλλόμενες θερμοκρασιακές διαφορές. Παρατηρείται, από τις τελικές εικόνες μονοχρωματικού φωτός (Σχήμα 8.3 και Σχήμα 8.4), ότι στις περιπτώσεις 18 και 21 °C δημιουργείται τουλάχιστον ένας κροσσός για πάχος άνω στρώματος ίσο με 0.2 mm. Εν αντιθέσει, για την αρχική θερμοκρασιακή διαφορά των 3 °C, δεν μπορούσε το συγκεκριμένο μήκος μονοχρωματικού φωτός να εντοπίσει την αποκόλληση. Για να λάβουμε περισσότερες πληροφορίες για τη μορφή της αποκόλλησης, στην προκειμένη περίπτωση, μόνη λύση είναι η μείωση του μήκους κύματος. Το συγκεκριμένο φαινόμενο, οφείλεται στο γεγονός ότι με μεγαλύτερη επιβαλλόμενη θερμοκρασιακή διαφορά εμφανίζονται σημαντικά αυξημένες τιμές μετατοπίσεων στην υπό εξέταση περιοχή.

Επίσης, από τα Σχήμα 8.1 και Σχήμα 8.2 φαίνεται ότι πέρα από κάποιο ύψος άνω στρώματος το πλήθος των τελικών κροσσών δείχνει να συγκλίνει. Φαίνεται καθαρά επίσης, ότι η τιμή της επιβαλλόμενης θερμοκρασιακής διαφοράς, όσο αυξάνεται, τόσο μεγαλώνουν οι αξονικές μετατοπίσεις στην άνω ελεύθερη πλευρά των μοντέλων και συνεπώς το πλήθος των τελικών κροσσών. Γενικότερα όμως, για οποιαδήποτε τιμή της, η γενική μορφή των διαγραμμάτων παραμένει ίδια (απότομη πτώση ως το οριακό άνω στρώμα και εξισορρόπηση γύρω από μία τιμή μέγιστης μετατόπισης).

Όσον αφορά το τασικό πεδίο όπως διαμορφώνεται από την αλλαγή του βάθους εμφάνισης της αποκόλλησης (ύψος άνω στρώματος υλικού) παρατηρείται ότι για διαφορετικά ύψη ατελειών τα αποτελέσματα έχουν μικρή απόκλιση μεταξύ τους. Η μόνη ουσιαστική διαφορά υπάρχει μεταξύ των δύο περιπτώσεων για την αύξηση των στρωμάτων από 0.2 σε 0.4 mm. Αναλυτικότερα, για την περίπτωση ύψους ατέλειας ίσο με 0.1 mm, η μέγιστη τιμή τάσης αυξάνεται, ενώ για την περίπτωση των 0.05 mm η τιμή μειώνεται. Επίσης, όπως είναι αναμενόμενο, με την αύξηση της θερμοκρασιακής διαφοράς μεγαλώνουν σε κάθε περίπτωση οι τιμές του τασικού πεδίου (Σχήμα 8.5 και Σχήμα 8.6).

8.2.2 Ανάλυση μέτρου ελαστικότητας και συντελεστή Poisson

Με τη χρήση υλικού ενισχυμένου πλαστικού με ίνες γυαλιού (GPR) στα δύο άνω στρώματα παρατηρείται από το Σχήμα 8.7 ότι τα τελικά αποτελέσματα διαφέρουν με τα αντίστοιχα αρχικά για διαφορετικά μέτρα ελαστικότητας και συντελεστές Poisson. Γενικότερα, και σε αυτή την περίπτωση, παρά τη χρήση διαφορετικού υλικού η μορφή της προκύπτουσας καμπύλης είναι παρόμοια με την αρχική αλλά οι αξονικές μετατοπίσεις προκύπτουν μικρότερες. Συνεπώς μικρότερο είναι και το πλήθος των εμφανιζόμενων κροσσών στην εικόνα μονοχρωματικού φωτός (αναφερόμαστε πάντα σε μοντέλα ίδιων γεωμετρικών διαστάσεων, σε περίπτωση που αλλάξουν δεν ισχύει το προηγούμενο λογικό συμπέρασμα). Το υλικό GPR δεν έχει την ελαστική ικανότητα του αρχικού θεωρηθέντος υλικού αφού το μέτρο ελαστικότητάς του είναι περίπου 5.5 φορές μεγαλύτερο.

8.2.3 Ανάλυση υπολογιστικών και πειραματικών αποτελεσμάτων

Όσον αφορά τη σύγκριση των πειραματικών αποτελεσμάτων με τα αντίστοιχα υπολογιστικά, αλλά για διαφορετική φόρτιση (θερμοκρασιακή στα υπολογιστικά μοντέλα, πίεση στο πειραματικό), παρατηρείται ότι η καμπύλη που προέκυψε για θερμοκρασιακή διαφορά 4 °C προσεγγίζει ικανοποιητικά τις δοθείσες τιμές. Μία σχετική απόκλιση τιμών φαίνεται στο Σχήμα 8.8 αλλά το σφάλμα δεν είναι απαγορευτικό για τη συγκεκριμένη μοντελοποίηση. Αντιθέτως, για μικρότερη θερμοκρασιακή διαφορά (3 °C) η διαφορά των τιμών είναι σημαντική. Υπενθυμίζεται ότι τα τελικά αποτελέσματα αναφέρονται σε πλήθος μαύρων κροσσών στην τελική εικόνα μονοχρωματικού φωτός. Πιο συγκεκριμένα λήφθηκαν οι ακόλουθες τιμές και υπολογίστηκαν τα αντίστοιχα σφάλματα:

Πίνακας 8-2. Αποτελέσματα υπολογιστικών και γεωμετρικού μοντέλου – απόλυτα και σχετικά σφάλματα

Ύψος άνω στρώματος	Πλήθος μαύρων κροσσών πειραματικού μοντέλου (N_p)	Πλήθος μαύρων κροσσών υπολογιστικού μοντέλου με $dt=3\text{ }^{\circ}\text{C}$ (N_{y3})	Πλήθος μαύρων κροσσών υπολογιστικού μοντέλου με $dt=4\text{ }^{\circ}\text{C}$ (N_{y4})	Απόλυτο σφάλμα		Σχετικό σφάλμα	
				$ N_p - N_{y3} $	$ N_p - N_{y4} $	$ N_p - N_{y3} / N_p $	$ N_p - N_{y4} / N_p $
1.3520	Δεν δίνεται	6.0382	8.1527	-		-	
2.0955	3.6	2.6122	3.5019	0.9878	0.0981	0.2744	0.0273
2.9150	1.68	1.4270	1.9074	0.2530	0.2274	0.1506	0.1354
3.7668	1.24	0.9087	1.2168	0.3313	0.0232	0.2672	0.0187
4.1920	1.09	0.7585	1.0145	0.3315	0.0755	0.3041	0.0693

8.2.4 Ανάλυση μήκους μονοχρωματικού φωτός

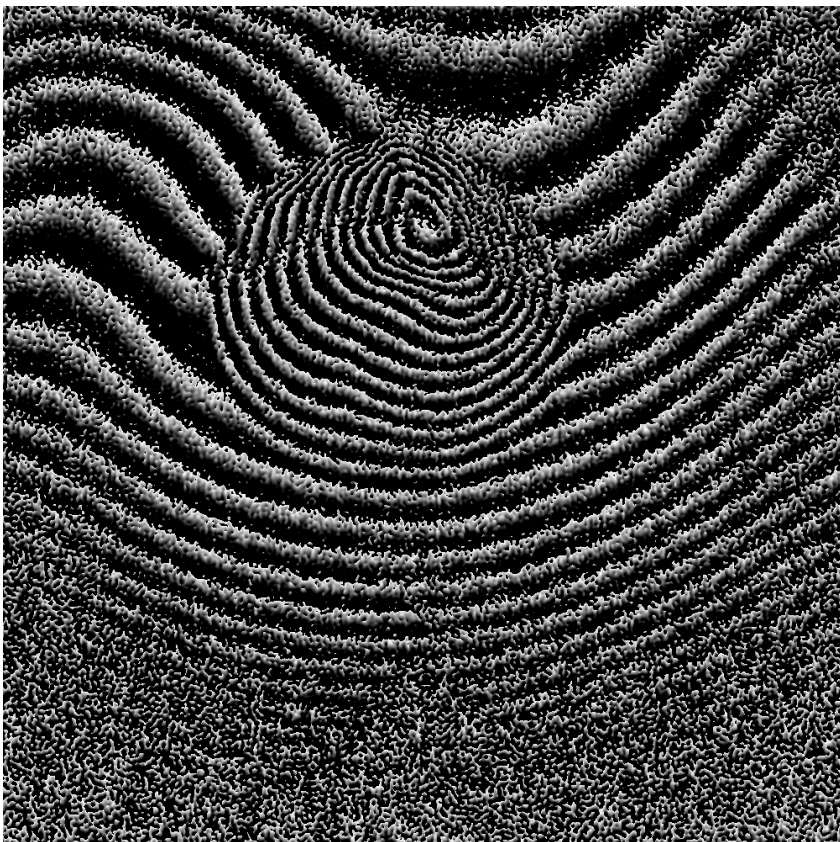
Στο πειραματικό μοντέλο διαστάσεως 200 mm που προέκυψε με τη σύνθεση των μοντέλων 32 και 33 εφαρμόστηκαν διαφορετικά μήκη κύματος μονοχρωματικού φωτός για την παραγωγή των τελικών εικόνων. Τα αποτελέσματα που αποκτήθηκαν μετά από την επίλυση των αντίστοιχων μοντέλων ήταν αναμενόμενα. Μειώνοντας το μήκος κύματος μικραίνει ανάλογα και η ακρίβεια της τελικής αλληλουχίας κροσσών. Συνεπώς το πλήθος τους ελαττώνεται με τη μείωση του λ . Η ανάλυση της περιοχής εμφάνισης της αποκόλλησης με ένα μεγάλο μήκος μονοχρωματικού φωτός, δεν είναι ακριβής και μπορεί να οδηγήσει σε λανθασμένα συμπεράσματα σχετικά με τη μορφή και το μέγεθος της ατέλειας.

Τέλος, για τις εικόνες μονοχρωματικού φωτός όπου έχει γίνει σύνθεση για το μοντέλο εμφάνισης αποκόλλησης σε περιοχή εκτός του κέντρου του πίνακα ζωγραφικής, βλέπουμε ότι υπάρχει μία απόκλιση στη σύμπτωση των δημιουργηθέντων κροσσών. Το γεγονός αυτό οφείλεται στην μεγάλη ακρίβεια με την οποία έχουν ληφθεί τα αποτελέσματα. Μικραίνοντας την ακρίβεια, δηλαδή αυξάνοντας το μήκος κύματος, επιτυγχάνεται σύμπτωση κατά πολύ μεγάλο βαθμό. Στην τελευταία εικόνα (Σχήμα 8.11) παρατηρείται δημιουργία 16 κροσσών μέχρι την ισορροπία του φαινομένου. Η γκρι περιοχή που

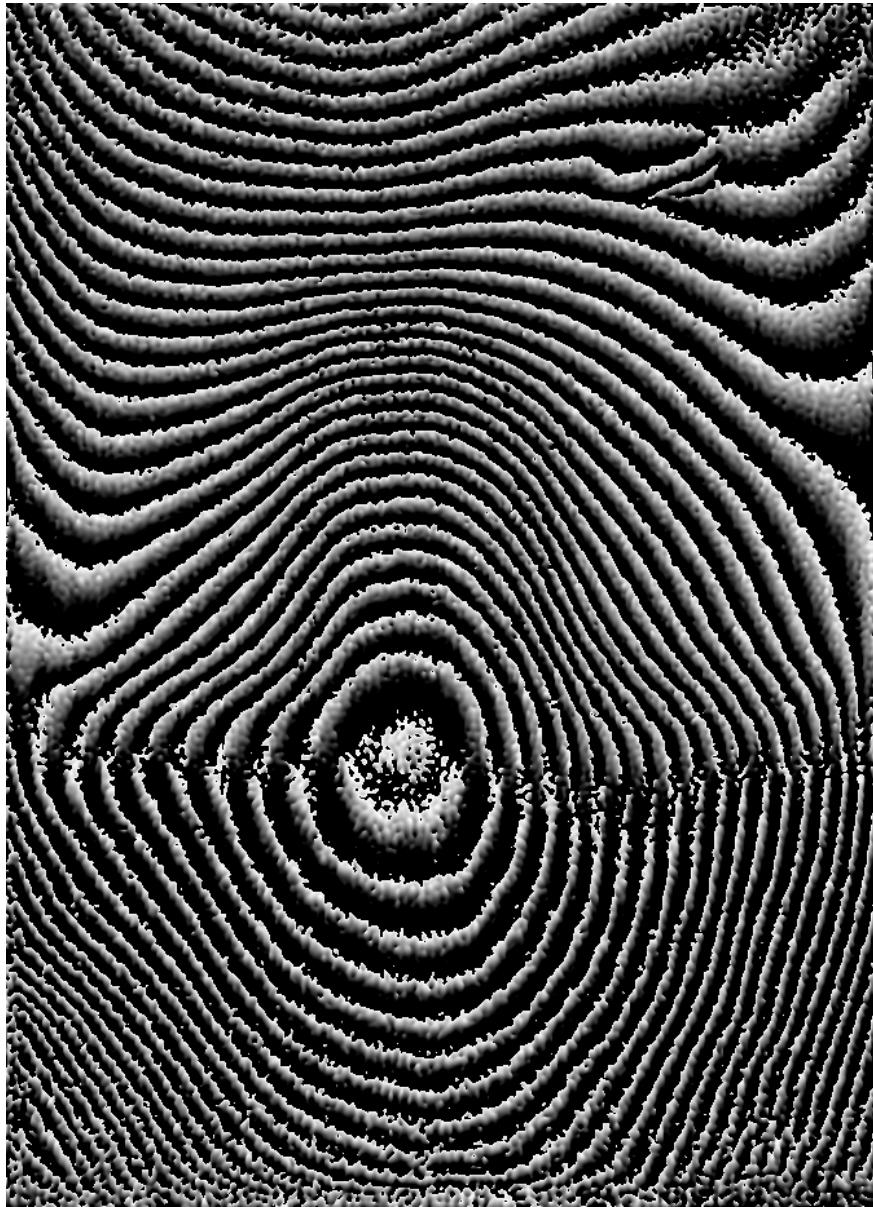
ακολουθεί, δείχνει ότι πέρα από την ακτίνα στην οποία βρίσκεται ο τελευταίος κροσσός, η αποκόλληση δεν επηρεάζει την υπόλοιπη περιοχή του πίνακα ζωγραφικής.

8.2.5 Μελέτη επιφανειακών ανωμαλιών, θορύβου στις εικόνες μονοχρωματικού φωτός και σύγκριση με ανάλογες πειραματικές

Οι υπόλοιπες εικόνες μονοχρωματικού φωτός, όπου εμφανίζεται θόρυβος και η κατανομή των μετατοπίσεων εκτός της περιοχής εμφάνισης της αποκόλλησης συμφωνούν περισσότερο με τις πειραματικές που ακολουθούν στη συνέχεια.



Σχήμα 8.20. Πειραματική εικόνα μονοχρωματικού φωτός με τη μέθοδο της ολογραφικής συμβολομετρίας για ατέλεια υπό τη μορφή αποκόλλησης με κυκλική μορφή σε νωπογραφία



Σχήμα 8.21. Πειραματική εικόνα μονοχρωματικού φωτός με τη μέθοδο της ολογραφικής συμβολομετρίας για ατέλεια υπό τη μορφή αποκόλλησης με κυκλική μορφή σε νωπογραφία

Παρατηρώντας τις διαθέσιμες πειραματικές εικόνες μονοχρωματικού φωτός, καταλήγουμε στα ακόλουθα συμπεράσματα:

- Και στις δύο εικόνες φαίνεται η κυκλική μορφή της αλληλουχίας κροσσών στην περιοχή εμφάνισης της ατέλειας, η οποία σταδιακά, καθώς απομακρύνεται από το κέντρο, ισορροπεί.
- Πέρα από την περιοχή εμφάνισης της ατέλειας, παρατηρούμε ότι εξακολουθούν να δημιουργούνται κροσσοί. Συγκρίνοντας τα πειραματικά με τα υπολογιστικά αποτελέσματα, συμπεραίνουμε ότι οι αξονικές μετατοπίσεις της περιοχής όπου δεν εμφανίζεται αποκόλληση, δεν έχουν σταθερή τιμή. Το γεγονός αυτό μπορεί να οφείλεται

σε διαφορετικές μηχανικές ιδιότητες των υλικών που αποτελούν το ενιαίο στρώμα χρώματος, σε μη ιδανικές περιβαλλοντικές συνθήκες ή ακόμα και σε ανωμαλίες στο επίπεδο του πίνακα ζωγραφικής.

- Και στις δύο εικόνες μονοχρωματικού φωτός, υπεσέρχεται θόρυβος κατά τη δημιουργία της αλληλουχίας κροσσών. Ειδικότερα, στο Σχήμα 8.20, πέρα από μία απόσταση από το κέντρο εμφάνισης της αποκόλλησης, η αλληλουχία των δημιουργηθέντων κροσσών δεν είναι ορατή λόγω των ανεπιθύμητων στιγμάτων.
- Η μη ομαλή δημιουργία κροσσών στις δύο φωτογραφίες μπορεί να οφείλεται στη συμβολή επιπλέον αλληλουχίας κροσσών, λόγω υπάρξεως διαφορετικής ατέλειας που δεν απεικονίζεται στη φωτογραφία.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9ο

Λυγισμός

9. Λυγισμός

Στις προηγούμενες παραγράφους έχει γίνει εκτενής αναφορά των αποτελεσμάτων αλλά δεν έχει εξηγηθεί το φαινόμενο στο οποίο οφείλεται η συμπεριφορά της ατέλειας υπό τη θερμική φόρτιση. Ένας σημαντικός παράγοντας είναι ότι δημιουργείται ροπή λόγω των δυνάμεων που αναπτύσσονται στα δύο της άκρα (όπως παρουσιάζονται στο αξονοσυμμετρικό μοντέλο), δηλαδή στο επίπεδο συμμετρίας και στο σημείο όπου επανακολλάται με το υπόλοιπο υλικό. Πιθανότατα όμως να μην είναι ο μόνος λόγος, υπάρχει περίπτωση η κατασκευή να λυγίζει λόγω θλίψης. Ακολουθεί ο υπολογισμός του κρίσιμου φορτίου λυγισμού τόσο αναλυτικά όσο και υπολογιστικά, ώστε να διερευνηθεί αν και κατά πόσον συμμετέχει στο φαινόμενο που παρουσιάστηκε.

9.1 Ανάλυση λυγισμού

Έλαβε χώρο αναλυτικός υπολογισμός του κρίσιμου φορτίου λυγισμού για το άνω στρώμα ατέλειας. Παρατηρήθηκε στο Σχήμα 7.13 ότι για μικρότερο από ένα οριακό πάχος άνω στρώματος το πλήθος των κροσσών, και συνεπώς και οι τιμές των αξονικών μετατοπίσεων της άνω ελεύθερης πλευράς του μοντέλου, δεν αυξάνονται λογικά όπως συνέβαινε για όλα τα υπόλοιπα πάχη. Γίνεται υπόθεση λοιπόν, ότι στο συγκεκριμένο μοντέλο το άνω στρώμα λυγίζει. Γι' αυτό δεν παρατηρείται μεγάλη διαφορά στις τιμές μεταξύ του συγκεκριμένου πάχους και του αμέσως μικρότερου. Για παράδειγμα στο μοντέλο μήκους ατέλειας $dr=10$ mm τα πλήθη των κροσσών για βάθη αποκόλλησης 0.1 mm και 0.05 mm έχουν παραπλήσιες τιμές. Στα μοντέλα μικρότερων μηκών ατέλειας δεν υπάρχει περίπτωση εμφάνισης φαινομένου λυγισμού λόγω μικρότερων διαστάσεων.

Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού επί μονάδα πάχους, υπολογίζεται ως εξής:

$$N = \frac{k^2 D}{R^2} \text{ (Pa}\cdot\text{m)}, \quad (31)$$

όπου k ο συντελεστής πτύχωσης για κυκλικές πλάκες ισούται με $k=3.8317$, R η ακτίνα του κύκλου και D ο συντελεστής δυσκαμψίας ο οποίος υπολογίζεται ως:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \text{ (Pa}\cdot\text{m}^3\text{)}, \quad (32)$$

όπου E το μέτρο ελαστικότητας, h το πάχος και ν ο συντελεστής Poisson του υλικού.

Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα της διπλωματικής εργασίας για ύψος άνω στρώματος $h=0.1$ mm, το κρίσιμο φορτίο λυγισμού επί μονάδα πάχους ισούται με $N=0.043708$ MPa·mm. Συνεπώς, το κρίσιμο φορτίο λυγισμού ισούται στη συγκεκριμένη περίπτωση με $N=0.43708$ Pa. Επισημαίνεται ότι το τελικό ύψος του στρώματος για τον υπολογισμό του φορτίου που χρησιμοποιήθηκε ισούται με $h=0.10000875$ mm λόγω διαστολής από τη θερμοκρασιακή διαφορά που εφαρμόστηκε. Ο σχετικός τύπος είναι ο ακόλουθος:

$$h_{\text{τελ}} = h_{\text{αρχ}} \times a \times \Delta T, \quad (33)$$

όπου a ο συντελεστής θερμικής διαστολής ίσος με 0.00007 1/°C και το γινόμενο $a \cdot \Delta T$ δίνει την παραμόρφωση ε λόγω θερμοκρασιακής διαφοράς (θεωρήθηκε $\Delta T=3^\circ\text{C}$).

Βεβαίως, το αποτέλεσμα αναφέρεται σε πλάκα με μηδενικό ύψος αποκόλλησης. Κατά συνέπεια, για να συγκριθεί με τα υπολογιστικά αποτελέσματα, επιλύθηκε αξονοσυμμετρικό μοντέλο με πανομοιότυπο υλικό και διαστάσεις, χωρίς φυσικά προϋπάρχουσα ατέλεια. Μοντελοποιήθηκε μόνο το άνω στρώμα του πολυστρωματικού υλικού και αρχικά έγινε ανάλυση λυγισμού (*Eigen Buckling Analysis*). Τα τελικά αποτελέσματα έδειξαν ότι ο λυγισμός εμφανίζεται για θερμοκρασιακή διαφορά 1.2479 °C. Στη συνέχεια λοιπόν, επιλύθηκε το ίδιο μοντέλο με θερμοκρασιακή διαφορά 1.25 °C (λίγο μεγαλύτερη από την κρίσιμη). Η ακτινική κατανομή των τάσεων έδειξε ότι η τιμή της τάσης που δημιουργείται ισούται με 0.437297 Pa, τιμή πάρα πολύ κοντά στην προηγουμένως υπολογισθείσα. Συνεπώς, κρίνεται ως αποδεκτή.

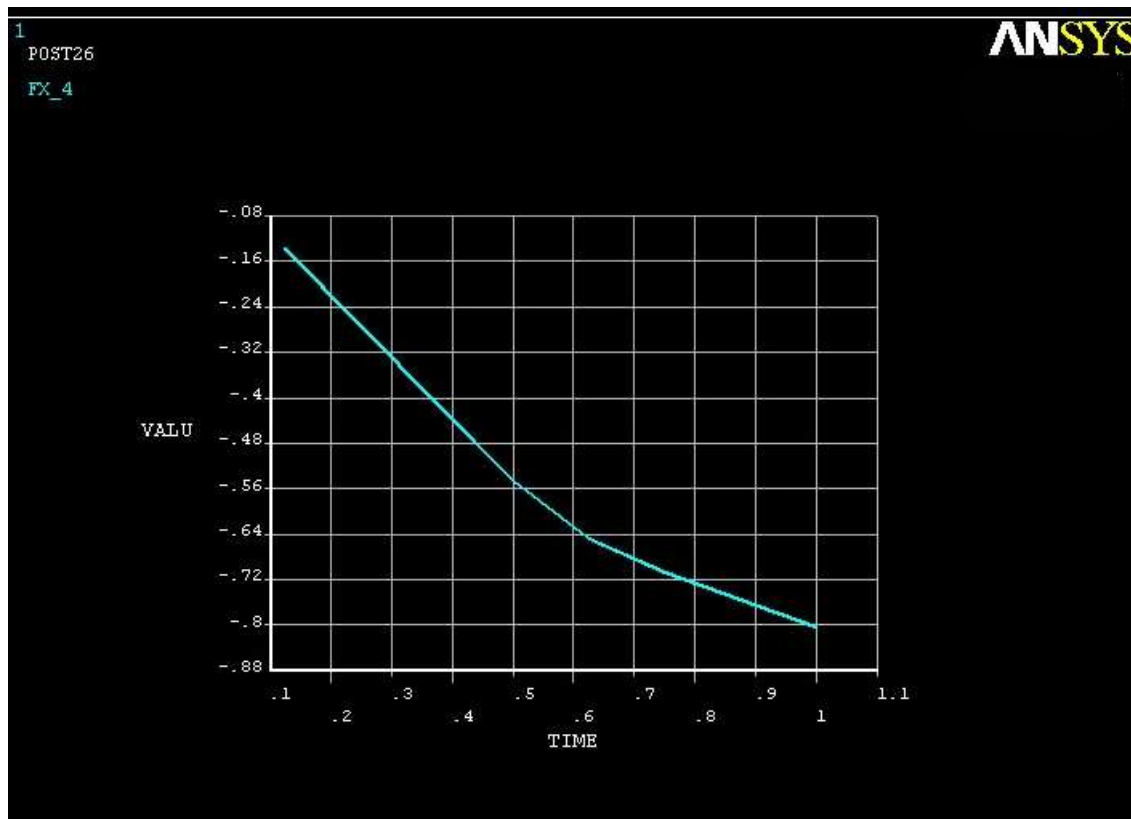
Στην περίπτωση τώρα πλάκας με μέγιστο ύψος καμπυλότητας ίσο με 0.1 mm (ύψος άνω στρώματος), δηλαδή το πρόβλημα που μελετάται στην παρούσα διπλωματική, η ανάλυση λυγισμού έδειξε ότι περίπτωση λυγισμού εμφανίζεται για θερμοκρασιακή διαφορά μεταξύ δύο καταστάσεων, ίση με 4.8742 °C. Αντίστοιχα, για ύψος καμπυλότητας ίσο με 0.05 mm, λυγισμός εμφανίζεται για θερμοκρασιακή διαφορά ίση με 3.8502 °C. Τα αποτελέσματα είναι απολύτως λογικά αφού όσο μεγαλώνει το πάχος μίας πλάκας τόσο μεγαλύτερη φόρτιση πρέπει να εφαρμοσθεί για να εμφανισθεί το φαινόμενο. Επίσης, σε πλάκες με καμπυλότητα τα κρίσιμα φορτία λυγισμού αυξάνονται σημαντικά λόγω του

προϋπάρχοντος ύψους μεταξύ της άνω και της κάτω πλευράς. Τα καμπτικά φαινόμενα είναι πολύ πιο έντονα, όμως.

Τα παραπάνω αποτελέσματα λήφθηκαν έπειτα από γραμμική επίλυση του αντίστοιχου μοντέλου. Για να εξεταστεί εφ' όσον ισχύουν και στη μη γραμμική ανάλυση που εφαρμόστηκε κυρίως στο υπάρχον πρόβλημα επιλύθηκε πάλι η πλάκα με μηδενικό ύψος αποκόλλησης με τη συγκεκριμένη μέθοδο.

Η θερμοκρασιακή διαφορά ορίστηκε ίση με 2 °C, μεγαλύτερη δηλαδή από την κρίσιμη των 1.25 °C. Επίσης, εφαρμόστηκε μία μικρή κατακόρυφη δύναμη ίση με 0.002 N στην αριστερή πλευρά του μοντέλου για να εμφανισθεί το φαινόμενο του λυγισμού. Εφ' όσον δεν γινόταν εφαρμογή της η πλάκα λόγω του ότι είναι «τέλεια», μέσω θερμοκρασιακής φόρτισης θα διαστελλόταν μόνο. Λυγισμός δεν εμφανίζεται σε ιδανικές συνθήκες. Στο υπό εξέταση πρόβλημα της διπλωματικής εργασίας υπάρχει γεωμετρική ατέλεια στο μοντέλο οπότε προφανώς εφ' όσον επιβαλλόταν μεγαλύτερη θερμοκρασιακή διαφορά από την κρίσιμη θα εμφανιζόταν λυγισμός.

Μέσω της απεικόνισης των ακτινικών αντιδράσεων της δεξιάς πλευράς συναρτήσει του χρόνου παρατηρείται ότι ο λυγισμός εμφανίζεται για το 62% περίπου του φορτίου που ασκήθηκε. Η γραμμική μεταβολή της κλίσης της καμπύλης αλλάζει για χρόνο ίσο με 0.62 περίπου όπως φαίνεται από το Σχήμα 9.1. Συνεπώς, οι αντιδράσεις δεν αυξάνονται λογικά. Το παραπάνω συμβαίνει προφανώς, επειδή η κατασκευή λύγισε.



Σχήμα 9.1. Μεταβολή ακτινικών αντιδράσεων συναρτήσει του επιβαλλόμενου φορτίου

Το 62% του προηγούμενου εφαρμοσμένου φορτίου αντιστοιχεί προφανώς σε $0.62 \cdot 2 = 1.24$ °C που ισούται και με την οριακή θερμοκρασία εμφάνισης φαινομένου λυγισμού. Προφανώς η μη γραμμική ανάλυση έδωσε ταυτόσημα αποτελέσματα με τη γραμμική.

Συνεπώς, δεν τίθεται θέμα ύπαρξης λυγισμού για το άνω στρώμα του πολυστρωματικού υλικού στα προηγούμενα μοντέλα. Τελικώς, γίνεται η υπόθεση ότι η μικρή διαφορά των τιμών μεταξύ των μοντέλων μήκους ατέλειας $dr=10$ mm και υψών άνω στρώματος 0.1 και 0.05 mm αντίστοιχα οφείλεται σε σφάλμα ακρίβειας. Υπενθυμίζεται ότι η θερμοκρασιακή διαφορά που εφαρμόστηκε σε κάθε μοντέλο ισούται με 3 °C.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10ο

Συμπεράσματα

10. Συμπεράσματα

Από τη μεθοδολογία που ακολουθήθηκε για τη δημιουργία των εικόνων μονοχρωματικού φωτός εξάχθηκαν αρκετά συμπεράσματα. Στη συνέχεια, ακολουθεί αναλυτική καταγραφή τους.

Αρχικά, μέσω της διαδικασίας σύγκλισης που χρησιμοποιήθηκε για να βρεθεί το βέλτιστο πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων, φάνηκε ότι η μοντελοποίηση με πυκνότερο πλέγμα και συνεπώς η χρήση μικρότερων πεπερασμένων στοιχείων, δεν συνεπάγεται απαραίτητα καλύτερα τελικά αποτελέσματα. Στην περίπτωση μας, πλέγμα μισής πυκνότητας από το μέγιστο χρησιμοποιηθέν ικανοποιούσε πλήρως τις προκαθορισμένες συνθήκες ελαχίστου σφάλματος και μικρού υπολογιστικού κόστους. Κάθε μοντέλο βεβαίως, έγινε ως κυκλική τομή του αρχικού παραλληλεπίπεδου πίνακα και θα έδινε ταυτόσημα αποτελέσματα με το αρχικό.

Όσον αφορά τα υπολογιστικά δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση των διαφόρων μοντέλων, η χρήση μεθόδου μη γραμμικής ανάλυσης με εφαρμογή της επιβολής φόρτισης σταδιακά, έδωσε καλύτερα αποτελέσματα από την αντίστοιχη γραμμικής ανάλυσης, που προσεγγίζουν τα πραγματικά. Επίσης, διαφάνηκε η απαραίτητη χρήση οκτακομβικών πεπερασμένων στοιχείων στην περιοχή εμφάνισης της αποκόλλησης, που αποτελεί την υπό εξέταση ατέλεια, για τους ίδιους λόγους.

Στη συνέχεια, μέσω της δημιουργίας μοντέλων διαφόρων ακτινών κυκλικής τομής έγινε προσπάθεια μελέτης της επιρροής του συγκεκριμένου μεγέθους στα τελικά αποτελέσματα. Τελικώς, εξάχθηκε το συμπέρασμα ότι η ύπαρξη της συγκεκριμένης ατέλειας δεν επηρεάζει όλη την έκταση του πίνακα ζωγραφικής αλλά περιορίζεται σε μικρή απόσταση από την περιοχή εμφάνισής της.

Μετά τη μελέτη του μετατοπισμένου μοντέλου αλλά και του παραμορφωσιακού και τασικού του πεδίου, έγινε σύγκριση μεταξύ των αντίστοιχων διαγραμμάτων έτσι όπως προέκυψαν από την επίλυση. Από τη διαγραμματοποίηση των τελικών αποτελεσμάτων διαφάνηκε η όμοια πορεία των δύο πεδίων για τα διάφορα μοντέλα γεγονός που μας επιτρέπει να πούμε ότι η αλλαγή των γεωμετρικών μεγεθών τους είναι ανάλογη με την αντίστοιχη μεταβολή των τιμών των προκληθέντων τάσεων και παραμορφώσεων.

Οι τελικές εικόνες μονοχρωματικού φωτός δείχνουν την επιρροή των μεταβολών των γεωμετρικών στοιχείων στα τελικά αποτελέσματα. Η μείωση του πλήθους των εμφανιζόμενων κροσσών κατά αναλογία με την αύξηση του πάχους του υλικού πάνω από την περιοχή εμφάνισης της ατέλειας συμφωνεί πλήρως με τα διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα. Βεβαίως, πέρα από ένα συγκεκριμένο πάχος, το συγκεκριμένο μήκος κύματος

μονοχρωματικού φωτός δεν επαρκεί για να ανακαλύψει την ατέλεια και συνεπώς πρέπει να μειωθεί για βέλτιστα αποτελέσματα. Ανάλογα συμπεράσματα ισχύουν και για τη μείωση του μεγίστου ύψους της αποκόλλησης.

Επίσης, με τη μεταβολή της θερμοκρασιακής φόρτισης παρατηρήθηκε ότι το πλήθος των εμφανιζόμενων κροσσών μεταβάλλεται σημαντικά. Για μοντέλα ομοίων γεωμετρικών διαστάσεων η αύξηση της θερμοκρασιακής διαφοράς των δύο καταστάσεων μπορεί να εμφανίσει πλήθος κροσσών στις τελικές φωτογραφίες μονοχρωματικού φωτός σε περιπτώσεις που πριν δεν εμφανίζονταν. Ακόμα, η εφαρμογή άλλου υλικού σε κάποιο στρώμα οδηγεί σε διαφορετικά τελικά αποτελέσματα αλλά πάντα ακολουθεί παρόμοια μεταβολή για αλλαγή των παχών άνω στρώματος.

Επιπροσθέτως, μέσω της σύγκρισης του δημιουργηθέντος μοντέλου τετράγωνου πίνακα πλευράς 200 mm, όπου η ατέλεια δεν βρίσκεται στο μέσον του πίνακα ζωγραφικής με το αντίστοιχο πειραματικό, φάνηκαν σημαντικά κοινά στοιχεία. Το συγκεκριμένο γεγονός οδηγεί στην αποδοχή του μοντέλου. Επίσης μέσω της παρατήρησης της πραγματικής εικόνας μονοχρωματικού φωτός αλλά και της σύγκρισής της με τα υπολογιστικά, διαθέσιμα αποτελέσματα, μας οδήγησε στην εξαγωγή συμπερασμάτων σχετικά με άγνωστα δεδομένα, όπως η εμφάνιση επιφανειακών ανωμαλιών και θορύβου.

Τέλος, με τη μελέτη του φαινομένου του λυγισμού και τον υπολογισμό του κρίσιμου φορτίου καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι δεν υπεισέρχεται στο υπάρχον πρόβλημα. Η συμπεριφορά του μοντέλου οφείλεται κυρίως σε καμπτικές δυνάμεις.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11ο

Επίλογος

11.Επίλογος

Μέσω της παρούσης διπλωματικής εργασίας έγινε ένα βήμα στην πρόβλεψη των αρνητικών συνεπειών της υπέρξεως αποκόλλησης μεταξύ των στρωμάτων χρώματος, ξύλου και βερνικιού ενός πίνακα ζωγραφικής. Με την ευρύτερη ανάπτυξη της συγκεκριμένης μεθόδου ώστε να διαθέτει αποτελέσματα για μία μεγάλη ποικιλία γεωμετρίας ατελειών και για διαφορετικά υλικά, σταδιακά, μπορεί να αντικαταστήσει την πειραματική μέθοδο της ολογραφικής συμβολομετρίας. Η χρήση ενός ηλεκτρονικού υπολογιστή με το κατάλληλο λογισμικό θα μπορεί να δώσει πανομοιότυπα, με τα πειραματικά αποτελέσματα. Μέχρι να φτάσουμε όμως, στο επιθυμητό σημείο, απαιτείται περαιτέρω μελέτη του αντικειμένου ώστε να γενικευθεί η χρήση της μεθόδου αλλά και να μειωθεί το υπολογιστικό κόστος που εμπεριέχει. Η επίτευξη του αντικειμενικού σκοπού όμως, θα είναι υπερπολύτιμη στο συγκεκριμένο τομέα μη καταστροφικού ελέγχου δοκιμίων. Τυχόν αμφιβολίες σχετικά με τις παρενέργειες των τωρινών χρησιμοποιούμενων μεθόδων θα πάνουν προφανώς να υφίστανται. Επίσης, το κόστος του εξοπλισμού μη καταστροφικού ελέγχου θα μειωθεί ραγδαία, όπως και ο χρόνος απόκτησης των τελικών αποτελεσμάτων, δηλαδή των εικόνων μονοχρωματικού φωτός. Τέλος, η ακρίβεια των αποτελεσμάτων θα πλησιάζει το βέλτιστο αφού δεν υπεισέρχονται ανθρώπινα ή περιβαλλοντικά σφάλματα στα τελικά αποτελέσματα.

Βιβλιογραφία

1. Linear and nonlinear finite element analysis in engineering practice: includes examples with ALGOR, Σπυράκος, Κωνσταντίνος Κ.
2. Engineering applications of lasers and holography, Kock, Winston E.
3. Optical methods of engineering analysis, Cloud, Gary L., 1995
4. Holographic interferometry in experimental mechanics, Yu. I. Ostrovsky, V.P. Shchepinov, V.V. Yakov
5. Holographic interferometry : principles and methods, Rastogi P. K.
6. Ανάλυση μηχανολογικών κατασκευών – II, Προβατίδης Χριστόφορος, Αθήνα 2004
7. Finite element procedures, Bathe, Klaus-Jurgen, 1996
8. Analysis of axisymmetric structures using Coons' interpolation, C.G. Provatidis, Finite Elements in Analysis and Design 39 (2003) pp 535-558
9. Structural evaluation of restoration processes with holographic diagnostic inspection, Vivi Tornari, Antonia Bonarou, Vassilis Zafiropoulos, Costas Fotakis, Nikos Smyrnakis, Stergios Stassinopoulos, Journal of Cultural Heritage 4 (2003) pp 347-354
10. The rapid non-destructive inspection of large composite structures, P Cawley, Department of Mechanical Engineering, Imperial College, (1993) Composites Number 5 pp 351-357
11. Laser interference-based techniques and applications in structural inspection of works of art, Vivi Tornari, Anal Bioanal Chem (2007) 387 pp 761-780
12. Highly sensitive pulsed digital holography for built-in defect analysis with laser excitation, Staffan Schedin, Giancarlo Pedrini, Hans J. Tiziani, Anil K. Aggarwal, Mikhail E. Gusev, Applied Optics Vol. 40, No. 1, (2001) pp 100-103
13. Estimation of Size and Depth of Debonds in Laminates From Holographic Interferometry, H. M. Shang, E. M. Lim, K. B. Lim, Journal of Engineering Materials and Technology, Vol. 114 (1992) pp127-131
14. Assessment of NDT interferometric techniques for impact damage detection in composite laminates, R. Ambu, F. Aymerich, F. Ginesu, P. Priolo, Composites Science and Technology 66 (2006) pp 199-205
15. Shearography: An optical measurement technique and applications, Y.Y. Hung, HP. Ho, Materials Science and Engineering R 49 (2005), pp 61-87
16. Advanced Image-Processing Techniques for Automatic Nondestructive Evaluation of Adhesively-Bonded Structures Using Speckle Interferometry, Pavel Fomitchov, Liu-Sheng Wang, and Sridhar Krishnaswamy, Journal of Nondestructive Evaluation, Vol. 16, No. 4, 1997, pp 215-227

17. An improved mixed numerical-experimental method for stress field calculation, H.M.R. Lopes, R.M. Guedes, M.A. Vaz, *Optics & Laser Technology* 2006
18. Displacement measurements in structural elements by optical techniques, Rolando Gonzalez-Pena, Rosa Maria Cibrian - Ortiz de Anda, Angel J Pino – Velazquez, Jose Soler – de la Cruz, Yhoama Gonzalez – Jorge, *Optics and Lasers in Engineering* 34 (2000) pp 75-85
19. Specialized techniques in holographic non-destructive testing of composites, Dan N. Borza, *Composites Part B* 29B (1998), pp 497-504
20. The Laser Doppler Vibrometer as an Instrument for Nonintrusive Diagnostic of Works of Art: Application to Fresco Paintings, Paolo Castellini, Nicola Paone & Enrico Primo Tomasini, *Optics and Lasers in Engineering* 25 (1996), pp 227-246
21. A nondestructive method to detect delaminations and defects in plates, K.E. Fallstrom, *NDT & E International* April 1991, pp 67-76
22. Detection of internal defects using phase shifting holographic interferometry, Avi Twitto, Joseph Shamir, Alexander Bekker and Amos Notea, *NDT & E International*, Vol. 29, No. 3, 1996, pp 163-173
23. Buckling of circular plates with an internal ring support and elasticity restrained edges, C.Y. Wang, C.M. Wang, *Thin – Walled Structures* 39 (2001), pp 821-825

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι

Κώδικας δημιουργίας μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων πίνακα ζωγραφικής (μοντέλο 7) για το περιβάλλον ANSYS:

```

/BATCH
WPSTYLE,,,,,,,,,0
/PREP7
ET,1,PLANE42
KEYOPT,1,1,0
KEYOPT,1,2,0
KEYOPT,1,3,1
KEYOPT,1,5,0
KEYOPT,1,6,0
ET,2,PLANE82
KEYOPT,2,3,1
KEYOPT,2,5,0
KEYOPT,2,6,0
*SET,a,25
*SET,h1,10
*SET,h2,1
*SET,h3,0.2
*SET,dx,10
*SET,y,0.1
*SET,e1,10000
*SET,e2,3000
*SET,e3,3000
*SET,n1,0.2
*SET,n2,0.4
*SET,n3,0.4
*SET,a1,0.00001
*SET,a2,0.00007
*SET,a3,0.00007
K, ,0,0,,
K, ,a,0,,
K, ,a,h1,,
K, ,0,h1,,
K, ,a,h1+h2,,
K, ,dx,h1+h2,,
K, ,0,h1+h2,,
K, ,a,h1+h2+h3,,
K, ,dx,h1+h2+h3,,
K, ,0,h1+h2+h3+y,,
K, ,0,h1+h2+y,,
K, ,dx,0,,
K, ,dx,h1,,
K, ,-dx,h1+h2,,
K, ,-dx,h1+h2+h3,,
LSTR, 1, 12
LSTR, 12, 2
LSTR, 2, 3
LSTR, 3, 5
LSTR, 5, 8
LSTR, 3, 13
LSTR, 6, 5
LSTR, 8, 9
LSTR, 9, 6
LSTR, 6, 13
LSTR, 13, 12
LSTR, 13, 4
LSTR, 4, 1
LSTR, 4, 7
LSTR, 7, 6
FLST,2,3,3
FITEM,2,15
FITEM,2,10
FITEM,2,9
SPLINE,P51X, , , , , -1,,1,,
FLST,2,3,3
FITEM,2,14
FITEM,2,11
FITEM,2,6
SPLINE,P51X, , , , , -1,,1,,
LSTR, 10, 11
FLST,2,2,4,ORDE,2
FITEM,2,16
FITEM,2,18
LDELE,P51X, , , 1
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0

```

MPDATA,EX,1,,10000	FITEM,2,19
MPDATA,PRXY,1,,0.2	FITEM,2,9
MPTEMP,,,,,,,,	AL,P51X
MPTEMP,1,0	FLST,2,4,4
MPDE,EX,1	FITEM,2,14
MPDE,PRXY,1	FITEM,2,15
MPDATA,EX,1,,e1	FITEM,2,10
MPDATA,PRXY,1,,n1	FITEM,2,12
MPTEMP,,,,,,,,	AL,P51X
MPTEMP,1,0	FLST,2,4,4
UIMP,1,REFT,,	FITEM,2,13
MPDATA,ALPX,1,,a1	FITEM,2,1
MPTEMP,,,,,,,,	FITEM,2,11
MPTEMP,1,0	FITEM,2,12
UIMP,1,REFT,,	AL,P51X
MPDE,ALPX,1	FLST,2,4,4
MPDATA,ALPX,1,,0.00001	FITEM,2,6
MPTEMP,,,,,,,,	FITEM,2,2
MPTEMP,1,0	FITEM,2,11
MPDATA,EX,2,,e2	FITEM,2,3
MPDATA,PRXY,2,,n2	AL,P51X
MPTEMP,,,,,,,,	FLST,2,4,4
MPTEMP,1,0	FITEM,2,6
UIMP,2,REFT,,	FITEM,2,7
MPDATA,ALPX,2,,a2	FITEM,2,4
MPTEMP,,,,,,,,	FITEM,2,10
MPTEMP,1,0	AL,P51X
UIMP,2,REFT,,	FLST,2,4,4
MPDE,ALPX,2	FITEM,2,9
MPDATA,ALPX,2,,0.00007	FITEM,2,7
MPTEMP,,,,,,,,	FITEM,2,8
MPTEMP,1,0	FITEM,2,5
MPDATA,EX,3,,e3	AL,P51X
MPDATA,PRXY,3,,n3	FLST,2,6,5,ORDE,2
MPTEMP,,,,,,,,	FITEM,2,1
MPTEMP,1,0	FITEM,2,-6
UIMP,3,REFT,,	AGLUE,P51X
MPDATA,ALPX,3,,a3	FLST,2,6,5,ORDE,2
MPTEMP,,,,,,,,	FITEM,2,1
MPTEMP,1,0	FITEM,2,-6
UIMP,3,REFT,,	BFA,P51X,TEMP,3
MPDE,ALPX,3	FLST,2,6,4,ORDE,5
MPDATA,ALPX,3,,0.00007	FITEM,2,3
FLST,2,4,4	FITEM,2,-5
FITEM,2,20	FITEM,2,13
FITEM,2,17	FITEM,2,-14

```

FITEM,2,20
/GO
DL,P51X, ,UX,
FLST,2,2,4,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,-2
/GO
DL,P51X, ,UY,
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,3
FITEM,5,-4
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
CMSEL,S,_Y1
AATT, 1, , 1, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,2
FITEM,5,5
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
CMSEL,S,_Y1
AATT, 2, , 1, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,6
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
CMSEL,S,_Y1
AATT, 3, , 2, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
*SET,dv1,20
*SET,dv2,3

```

```

*SET,dv3,3
*SET,es,0.25
FLST,5,3,4,ORDE,3
FITEM,5,3
FITEM,5,11
FITEM,5,13
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
LESIZE,_Y1, , , ,dv1*4, , , , ,1
FLST,5,3,4,ORDE,3
FITEM,5,4
FITEM,5,10
FITEM,5,14
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
LESIZE,_Y1, , , ,dv2*4, , , , ,1
FLST,5,3,4,ORDE,3
FITEM,5,5
FITEM,5,9
FITEM,5,20
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
LESIZE,_Y1, , , ,dv3*4, , , , ,1
FLST,5,9,4,ORDE,8
FITEM,5,1
FITEM,5,-2
FITEM,5,6
FITEM,5,-8
FITEM,5,12
FITEM,5,15
FITEM,5,17
FITEM,5,19
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
LESIZE,_Y1,es/4, , , , , , ,1
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,3
FITEM,5,-4

```

```

CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
CMSEL,S,_Y1
AATT, 1, , 1, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,2
FITEM,5,5
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
CMSEL,S,_Y1
AATT, 2, , 2, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,6
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
CMSEL,S,_Y1
AATT, 3, , 2, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1

MSHAPE,0,2D
MSHKEY,1
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,3
FITEM,5,-4
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
AMESH,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
FLST,5,4,5,ORDE,4
FITEM,5,1
FITEM,5,-2
FITEM,5,5
FITEM,5,-6
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
AMESH,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
FINISH
/SOL
ANTYPE,0
NLGEOM,1
NSUBST,6,6,6

```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙ

Κώδικας δημιουργίας εικόνας μονοχρωματικού φωτός για το περιβάλλον MATLAB:

```
clear all; clc;
load uy1
load m1
uy_s=sortrows([m1(:,2) uy1],[1]);
uy_or=uy_s(:,2);
x=0:size(uy_or)-1;
y=uy_or';
xx=0:1:size(uy_or)-1;
uy=spline(x,y,xx);
[h g]=size(uy);
pinakas=zeros(g,g);
for i=1:g
pinakas(i,1)=127.5+127.5*sin(pi*uy(i)/0.0532);
end
for j=1:g
for k=1:g
r=sqrt((j-1)^2+(k-1)^2);
r1=floor(r);
lamda=r-r1;
if r<=g-2
pinakas(j,k)=pinakas(r1+1,1)*(1-lamda)+pinakas(r1+2,1)*lamda;
else
pinakas(j,k)=0;
end
end
end
end
figure;
imshow(pinakas,[0 255])
```


ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙΙ

Αριθμητικός υπολογισμός των στοιχείων του μητρώου δυσκαμψίας [K] για ισοπαραμετρικά πεπερασμένα στοιχεία

$$k_{11} = 4C_{11}\left(\frac{b}{a}\right) + 4C_{66}\left(\frac{a}{b}\right), \quad k_{11} = 3C_{12} + 3C_{66}$$

$$k_{13} = -4C_{11}\left(\frac{b}{a}\right) + 2C_{66}\left(\frac{a}{b}\right), \quad k_{14} = 3C_{12} - 3C_{66}$$

$$k_{15} = -2C_{11}\left(\frac{b}{a}\right) - 2C_{66}\left(\frac{a}{b}\right), \quad k_{16} = -3C_{12} - 3C_{66}$$

$$k_{17} = 2C_{11}\left(\frac{b}{a}\right) - 4C_{66}\left(\frac{a}{b}\right), \quad k_{18} = -3C_{12} + 3C_{66}$$

$$k_{22} = 4C_{22}\left(\frac{b}{a}\right) + 4C_{66}\left(\frac{a}{b}\right), \quad k_{23} = -3C_{12} + 3C_{66}$$

$$k_{24} = 4C_{22}\left(\frac{b}{a}\right) + 4C_{66}\left(\frac{a}{b}\right), \quad k_{25} = -3C_{12} - 3C_{66}$$

$$k_{26} = -2C_{22}\left(\frac{b}{a}\right) - 2C_{66}\left(\frac{a}{b}\right), \quad k_{27} = 3C_{12} - 3C_{66}$$

$$k_{28} = -4C_{22}\left(\frac{b}{a}\right) + 2C_{66}\left(\frac{a}{b}\right),$$

$$k_{33} = 4C_{11}\left(\frac{b}{a}\right) + 4C_{66}\left(\frac{a}{b}\right), \quad k_{34} = -3C_{12} - 3C_{66}$$

$$k_{35} = 2C_{11}\left(\frac{b}{a}\right) - 4C_{66}\left(\frac{a}{b}\right), \quad k_{36} = 3C_{12} - 3C_{66}$$

$$k_{37} = -2C_{11}\left(\frac{b}{a}\right) - 2C_{66}\left(\frac{a}{b}\right), \quad k_{38} = 3C_{12} + 3C_{66}$$

$$k_{44} = 4C_{22}\left(\frac{a}{b}\right) + 4C_{66}\left(\frac{b}{a}\right), \quad k_{45} = -3C_{12} + 3C_{66}$$

$$k_{46} = -4C_{22}\left(\frac{a}{b}\right) + 2C_{66}\left(\frac{b}{a}\right), \quad k_{47} = 3C_{12} + 3C_{66}$$

$$k_{48} = -2C_{22}\left(\frac{a}{b}\right) - 2C_{66}\left(\frac{b}{a}\right),$$

$$k_{55} = 4C_{11}\left(\frac{b}{a}\right) + 4C_{66}\left(\frac{a}{b}\right), \quad k_{56} = 3C_{12} + 3C_{66}$$

$$k_{57} = -4C_{11}\left(\frac{b}{a}\right) + 2C_{66}\left(\frac{a}{b}\right), \quad k_{58} = 3C_{12} - 3C_{66}$$

$$k_{66} = 4C_{22}\left(\frac{a}{b}\right) + 4C_{66}\left(\frac{b}{a}\right), \quad k_{67} = -3C_{12} + 3C_{66}$$

$$k_{68} = 2C_{22}\left(\frac{a}{b}\right) - 4C_{66}\left(\frac{b}{a}\right),$$

$$k_{77} = 4C_{11}\left(\frac{a}{b}\right) + 4C_{66}\left(\frac{b}{a}\right), \quad k_{78} = -3C_{12} - 3C_{66}$$

$$k_{88} = 4C_{22}\left(\frac{a}{b}\right) + 4C_{66}\left(\frac{b}{a}\right)$$

όπου για ιστροπικά υλικά σε επίπεδη εντατική κατάσταση ισχύει $C_{11} = C_{22} = E/(1-\nu^2)$, $C_{12} = \nu E/(1-\nu^2)$, και $C_{66} = g$ (βλέπε εξίσωση 15). Όμως σε επίπεδη παραμορφωσιακή κατάσταση ισχύει $C_{11} = C_{22} = E(1-\nu)/(1+\nu)(1-2\nu)$, $C_{12} = \nu E/(1+\nu)(1-2\nu)$, και $C_{66} = g$.